

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ
ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΑΓΟΡΑΣ

Μαρία Γ. Βουζώνη

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Ιούλιος 2006

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του, σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική.

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Εμ. Τσιριτάκης (Επιβλέπων)
- Μ. Γκλεζάκος
- Γ. Σκιαδόπουλος

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN
APPLIED STATISTICS**

**ANALYSIS AND REVIEW OF
MARKET RISK MODELS**

By
Maria G. Vouzoni

MSc Dissertation

submitted to the Department of Statistics and Insurance Science
of the University of Piraeus in partial fulfilment of the
requirements for the degree of Master of Science in Applied
Statistics

Piraeus, Greece
July 2006

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Περίληψη

Το διαρκώς αυξανόμενο ενδιαφέρον για τη μέτρηση του κινδύνου αγοράς των χαρτοφυλακίων επενδύσεων έχει οδηγήσει στην ανάπτυξη των υποδειγμάτων “Αξίας-σε-Κίνδυνο” (Value-at-Risk), που έχουν καθιερωθεί μεταξύ των δημοφιλέστερων εργαλείων στον τομέα της διαχείρισης κινδύνου. Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξηγείται η έννοια της “Αξίας-σε-Κίνδυνο” και περιγράφονται αναλυτικά ορισμένες μέθοδοι υπολογισμού της. Επίσης, γίνεται αναφορά στην αντιμετώπιση του κινδύνου αγοράς από τα ελληνικά χρηματοπιστωτικά ιδρύματα και υπολογίζεται η “Αξία-σε-Κίνδυνο” δύο χαρτοφυλακίων μετοχών που διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Αθηνών.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Abstract

Growing interest in market risk measurement has resulted in the development of Value-at-Risk (VaR) models, which rank amongst the most popular risk management tools. The purpose of this dissertation is to explain the concept of Value-at-Risk and to describe certain calculation methods in detail. Furthermore, we look at the market risk management practices used by Greek financial institutions and we calculate the Value-at-Risk of two portfolios, consisting of shares listed on the Athens Exchange.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Περιεχόμενα

Κατάλογος Πινάκων	xiii
Κατάλογος Σχημάτων	xv
Κατάλογος Συντομογραφιών	xvii
1. Εισαγωγή	
1.1 Κίνδυνος Αγοράς	1
1.2 Αξία-σε-Κίνδυνο (<i>Value-at-Risk</i>)	2
2. Παράμετροι-Έννοιες	
2.1 Επίπεδο Εμπιστοσύνης	5
2.2 Ορίζοντας Πρόβλεψης	5
2.3 Παράγοντας Κινδύνου (<i>Risk Factor</i>)	6
2.4 Μαθηματικός Ορισμός	7
2.5 Μια Αρχική Κριτική	7
3. Υποδείγματα Value-at-Risk	
3.1 Παραμετρικές και Μη-Παραμετρικές Προσεγγίσεις VaR	11
3.2 Παραμετρικές Προσεγγίσεις	12
3.3 Μη-παραμετρικές Προσεγγίσεις	20
3.4 Περαιτέρω Σχόλια –Σημεία προσοχής	
3.4.1 Κίνδυνος Μοντέλου	24
3.4.2 Ρευστότητα Αγοράς	25
3.4.3 Επιλογή Παραμέτρων	25
4. Έλεγχος των Υποδειγμάτων	
4.1 Προσομοίωση Καταστάσεων Κρίσεως (<i>Stress Testing</i>)	27
4.2 Δοκιμαστικός εκ των Υστέρων Έλεγχος (<i>Back Testing</i>)	30

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

5. Υποδείγματα Value-at-Risk και Εποπτεία	
5.1 Επιτροπή της Βασιλείας	33
5.1.1 Το Εσωτερικό Υπόδειγμα	34
5.2 Κίνδυνος Αγοράς και Value-at-Risk στην Ελλάδα	35
6. Συμπεράσματα	41
7. Εφαρμογή	43
Παραρτήματα	
Π1 Δείκτες Δέλτα (<i>Delta</i>), Γάμμα (<i>Gamma</i>), Βέγκα (<i>Vega</i>)	55
Π2 Στρατηγική “Short Straddle” και η Περίπτωση του Nick Leeson	56
Βιβλιογραφία	57

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Κατάλογος Πινάκων

7-1 ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Α	43
7-2 ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Α	44
7-3 VaR ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Α	45
7-4 VaR ΜΕΤΟΧΩΝ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Α	46
7-5 ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΧΑΡΤ/ΚΙΟΥ Α	46
7-6 t-TEST STATISTIC ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Α	46
7-7 ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑ t- TEST ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Α	47
7-8 ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Β	47
7-9 ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Β	48
7-10 VaR ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Β	49
7-11 VaR ΜΕΤΟΧΩΝ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Β	50
7-12 ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΧΑΡΤ/ΚΙΟΥ Β	50
7-13 t-TEST STATISTIC ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Β	51
7-14 ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑ t- TEST ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Β	51

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Κατάλογος Σχημάτων

7-I / 7-II ΑΠΟΔΟΣΕΙΣ ΧΑΡΤ/ΚΙΟΥ Α-ΥΨΗΛΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗ	44-45
7-III / 7-IV ΑΠΟΔΟΣΕΙΣ ΧΑΡΤ/ΚΙΟΥ Β-ΜΕΣΑΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΟΠΟΙΗΣΗ	48-49

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Κατάλογος Συντομογραφιών

(με αλφαβητική σειρά)

ΘΑΤ	Θεωρία Ακραίων Τιμών
ΜΔΣ	Μέθοδος Διακύμανσης – Συνδιακύμανσης
ΜΠΠ	Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης
ΠΜC	Προσομοίωση Monte Carlo
ΤτΕ	Τράπεζα της Ελλάδος
ΧΙ	Χρηματοπιστωτικά Ιδρύματα
DG	Delta-Gamma
DN	Delta-Normal
EWMA	Exponentially Weighted Moving Average
GARCH	Generalised Autoregressive Conditionally Heteroskedastic
P/L	Profit & Loss (Distribution)
VaR	Value-at-Risk

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

1.1 Κίνδυνος αγοράς

Οι μεταβολές των τιμών των χρηματοοικονομικών εργαλείων μπορούν να προκαλέσουν τεράστια κέρδη ή απώλειες στα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα και στους άλλους συμμετέχοντες στις αγορές και, ενώ τα κέρδη είναι ευπρόσδεκτα, οι αναπάντεχες απώλειες μπορεί να αποβούν καταστροφικές. Ο κίνδυνος της απώλειας που προέρχεται από δυσμενείς κινήσεις των τιμών της αγοράς ονομάζεται κίνδυνος αγοράς και προέρχεται κυρίως από τέσσερις πηγές, τα επιτόκια, τις μετοχές (*equity*), το συνάλλαγμα, τα χρηματιστηριακά προϊόντα (*commodities*).

Ενώ ο λεγόμενος πιστωτικός κίνδυνος -που σχετίζεται με την ικανότητα του αντισυμβαλλομένου να ανταποκριθεί στις υποχρεώσεις του- απασχολεί τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα εδώ και πολλά χρόνια, το ενδιαφέρον για τον κίνδυνο της αγοράς έχει προκύψει σχετικά πρόσφατα, και με τη συμβολή παραγόντων όπως η αυξημένη αστάθεια του οικονομικού περιβάλλοντος, το μέγεθος της συναλλακτικής δραστηριότητας, η ανάπτυξη νέων χρηματοοικονομικών προϊόντων, η τεχνολογική εξέλιξη, και οι εποπτικές απαιτήσεις.

Ο κίνδυνος αγοράς μετράται μέσω δύο βασικών προσεγγίσεων: Οι στατιστικές προσεγγίσεις χρησιμοποιούν στατιστικά μοντέλα και πιθανότητες για να προβλέψουν την αβεβαιότητα σχετικά με τη μέλλουσα αξία του χαρτοφυλακίου επενδύσεων. Οι σεναριακές προσεγγίσεις επανεκτιμούν το επενδυτικό χαρτοφυλάκιο χρησιμοποιώντας πιθανά σενάρια αγοράς (*market scenarios*). Η διαχείριση του κινδύνου αγοράς συνήθως γίνεται με εφαρμογή στατιστικών μοντέλων σε ημερήσια (*day-to-day*) βάση, που συμπληρώνονται με αναλύσεις σεναρίων ανά περίπτωση (*case-by-case*).

Ο Markowitz (1952) υπήρξε πρωτοπόρος στον τομέα της στατιστικής ανάλυσης του κινδύνου αγοράς στις αρχές της δεκαετίας του 1950, με την εισαγωγή της Θεωρίας

Χαρτοφυλακίου (*Modern Portfolio Theory*). Σύμφωνα με τη Θεωρία Χαρτοφυλακίου, ο κίνδυνος αγοράς ποσοτικοποιείται μέσω της τυπικής απόκλισης των αποδόσεων, οι οποίες υποτίθεται πως ακολουθούν την κανονική κατανομή. Ο κίνδυνος αγοράς, στα πλαίσια της Θεωρίας Χαρτοφυλακίου, αφορά το ενδεχόμενο κινήσεων της αγοράς προς τα πάνω και προς τα κάτω.

1.2. Αξία-σε-Κίνδυνο (*Value-at-Risk*)

Κατά τα τελευταία χρόνια, η έννοια της Αξίας-σε-Κίνδυνο (*Value at Risk -VaR*)^{*} έχει λάβει μεγάλη προσοχή από ακαδημαϊκούς και επαγγελματίες του χρηματοπιστωτικού τομέα. Το VaR προσφέρει μια διαφορετική προσέγγιση στον κίνδυνο αγοράς, με την έννοια ότι είναι ένα μέτρο της πιθανότητας απωλειών του επενδυτικού χαρτοφυλακίου, καθώς αναγνωρίζει ότι οι κίνδυνοι υπάρχουν μόνο εφόσον προκαλούν οικονομικές απώλειες, και εστιάζει στον πτωτικό κίνδυνο (*downside risk*) στον οποίο εκτίθεται το χαρτοφυλάκιο. Ο ορισμός, λοιπόν του VaR καθορίζει ότι “VaR είναι η μέγιστη πιθανή ζημία που μπορεί να προκύψει σε καθορισμένο χρονικό ορίζοντα, και με δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης”.

Έτσι, εάν το VaR ενός χαρτοφυλακίου σε έναν προβλεπόμενο ορίζοντα 5 ημερών και σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% είναι 50.000 EUR, η ακόλουθη δήλωση μπορεί να γίνει: Είμαστε 95% σίγουροι ότι δεν θα χάσουμε πάνω από 50.000 EUR στις επόμενες 5 μέρες.

Το VaR προέκυψε στις δεκαετίες του '70 και του '80, όταν τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα (XI) άρχισαν να χρησιμοποιούν εσωτερικά μοντέλα για τη μέτρηση του συνολικού κινδύνου τους και αναπτύχθηκε περαιτέρω ως απόρροια της ανάγκης για άθροιση των διάφορων πηγών των κινδύνων αγοράς σε ένα ποσοτικό μέτρο. Καθώς το VaR μετρά τον κίνδυνο αγοράς σε νομισματικούς όρους, είναι ένα συνεπές και συγκρίσιμο μέτρο του κινδύνου μεταξύ διάφορων τάξεων αγαθών και συντελεστών κινδύνου.

Σήμερα, το VaR έχει υιοθετηθεί από πολλά XI ως το βασικό μέτρο κινδύνου αγοράς, ενώ τα πλεονεκτήματά του έχουν αναγνωριστεί και από τους εποπτικούς οργανισμούς. Το 1996, η Επιτροπή της Βασιλείας, με σχετική τροποποίηση του

^{*} Από το σημείο αυτό και μετά, ο όρος «Αξία-σε-Κίνδυνο» θα αποδίδεται με τη συντομογραφία του αντίστοιχου αγγλικού όρου (VaR), η οποία έχει καθιερωθεί και χρησιμοποιείται ευρύτατα και στην Ελλάδα.

προγενέστερου Capital Accord (1988) της, συνιστά τη χρήση του VaR ως μέτρο κινδύνου για τις κεφαλαιακές απαιτήσεις των τραπεζών. Έκτοτε, πολλά εθνικά εποπτικά σώματα έχουν υιοθετήσει τις συστάσεις της Επιτροπής της Βασιλείας.

Παρά την απλότητα του VaR ως έννοιας, διάφορα θέματα εγείρονται σχετικά με την εφαρμογή του. Το πραγματικό VaR ενός χαρτοφυλακίου δεν είναι τυπικά γνωστό και υπάρχουν αρκετές εναλλακτικές προσεγγίσεις στην εκτίμησή του, οι οποίες διαφοροποιούνται κυρίως με δύο τρόπους: στο πώς μοντελοποιούνται οι μεταβολές των παραγόντων της αγοράς, και στο πώς υποθέτουμε ότι οι παράγοντες της αγοράς επηρεάζουν την αξία του χαρτοφυλακίου (ιδίως όταν η σχέση μεταξύ συντελεστών κινδύνου και αξίας χαρτοφυλακίου δεν είναι γραμμική, όπως, για παράδειγμα, ένα παράγωγο, του οποίου η τιμή δεν έχει γραμμική σχέση με την τιμή του υποκείμενου τίτλου). Η επιλογή της κατάλληλης προσέγγισης εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, όπως ο τύπος των αξιών του χαρτοφυλακίου, η συναλλακτική δραστηριότητα, η δυνατότητα υπολογισμών, η ακρίβεια.

Ο Mandelbrot (1963) παρατήρησε ότι οι μεταβλητότητες των συντελεστών κινδύνου εξαρτώνται από το χρόνο. Αυτό το φαινόμενο (*volatility clustering*) έχει επιβεβαιωθεί και από άλλες μελέτες έκτοτε. Έτσι, οι λεγόμενες “δεσμευμένες” (*conditional*) μέθοδοι (που λαμβάνουν υπόψη την εξάρτηση των παραγόντων αγοράς από τον χρόνο) έχουν αποδειχθεί ανώτερες από τις “μη-δεσμευμένες” (*unconditional* - που υποθέτουν ότι οι κατανομές των παραγόντων αγοράς παραμένουν σταθερές στο χρόνο και είναι ανεξάρτητες του παρελθόντος) στη μοντελοποίηση των κατανομών παραγόντων της αγοράς και στους υπολογισμούς του VaR (JPMorgan, 1996, Goorbergh et al., 1999a).

Ορόσημο στην ανάπτυξη των μοντέλων VaR ήταν η δημοσιοποίηση, από την εταιρεία JPMorgan, του συστήματός της, με την ονομασία RiskMetrics™, το 1996. Το σύστημα αυτό περιλαμβάνει τη μεθοδολογία, που περιγράφει τις διαδικασίες υπολογισμού του VaR, τα απαραίτητα δεδομένα αγοράς, και το λογισμικό που είναι απαραίτητο για τους υπολογισμούς. Η δημοσιοποίηση του RiskMetrics™ ενθάρρυνε μικρότερες εταιρείες να υιοθετήσουν αυτή την προσέγγιση και, στα χρόνια που ακολούθησαν, το RiskMetrics™ καθιερώθηκε ως υπόδειγμα στο χρηματοπιστωτικό χώρο, και ως σημείο αναφοράς για τη μέτρηση του κινδύνου αγοράς.

Πέρα από τη μεθοδολογία της JPMorgan, έχουν ερευνηθεί και αναπτυχθεί διάφοροι τρόποι υπολογισμού του VaR. Παρακάτω θα ασχοληθούμε με την περιγραφή ορισμένων από τις πιο βασικές μεθόδους. Επίσης, θα γίνει αναφορά στη χρήση υποδειγμάτων μέτρησης κινδύνου

αγοράς για εποπτικούς σκοπούς και θα εξετασθεί η πρακτική στον ελληνικό τραπεζικό χώρο. Τέλος, θα υπολογιστεί το VaR για δύο ενδεικτικά χαρτοφυλάκια μετοχών που διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Αθηνών.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Παράμετροι-Έννοιες

2.1 Επίπεδο Εμπιστοσύνης

Το VaR είναι ένα μέτρο της μέγιστης δυνητικής ζημίας. Παρόλα αυτά, δε σημαίνει κυριολεκτικά “μέγιστη ζημία”, καθώς κάτι τέτοιο θα αντιστοιχούσε στη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου, αλλά σχετίζεται με ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Το επίπεδο εμπιστοσύνης είναι η πιθανότητα η ζημία που προκύπτει να μην είναι μεγαλύτερη του προβλεπόμενου VaR. Τα μέτρα VaR υπολογίζονται συνήθως για επίπεδα εμπιστοσύνης από 95-99%, ενώ, διαφοροποιώντας το επίπεδο εμπιστοσύνης, δίνεται η δυνατότητα αναλυτικής διερεύνησης του προφίλ κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Η επιλογή του επιπέδου εμπιστοσύνης εξαρτάται από το λόγο χρήσης του. Για υπολογισμό κεφαλαιακής επάρκειας απαιτείται υψηλό επίπεδο, ενώ για εσωτερική πληροφόρηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί το 95%. Ενδεικτικά αναφέρεται ότι η Επιτροπή της Βασιλείας προτείνει 99%, ενώ η JPMorgan χρησιμοποιεί το 95%.

2.2 Ορίζοντας Πρόβλεψης

Το ύψος του VaR εξαρτάται από τον χρονικό ορίζοντα μέσα στον οποίο αναμένεται να προκύψει η ζημία. Ο ορίζοντας πρόβλεψης καθορίζει το χρονικό περιθώριο μέσα στο οποίο εκτιμάται το VaR, και κινείται συνήθως μεταξύ μίας ημέρας και ενός μήνα. Εξυπακούεται ότι, όσο μακραίνει ο ορίζοντας αυτός, τόσο αυξάνεται η πιθανότητα να παρατηρηθεί μεγαλύτερη μεταβολή στην αξία του χαρτοφυλακίου. Η επιλογή του ορίζοντα εξαρτάται από τη φύση του χαρτοφυλακίου και το χρόνο που χρειάζεται για τη ρευστοποίηση του. Το VaR υποθέτει ότι δεν γίνονται αλλαγές στο χαρτοφυλάκιο κατά τη διάρκεια του ορίζοντα πρόβλεψης, και έτσι συχνά χρησιμοποιείται ο όρος “περίοδος διακράτησης” (*holding period*),

αντί για “ορίζοντα πρόβλεψης”. Στην πράξη, ο μικρότερος δυνατός ορίζοντας είναι η μία ημέρα, που χρησιμοποιείται συχνά για ενεργώς διαχειριζόμενα χαρτοφυλάκια. Για μη ρευστά εργαλεία, όπου χρειάζεται περισσότερος χρόνος για τη ρευστοποίησή τους, μία πιο μακρά περίοδος πρέπει να χρησιμοποιηθεί. Για παράδειγμα, η Επιτροπή της Βασιλείας προτείνει τη χρήση 10ήμερου ορίζοντα (σχετική συζήτηση γίνεται παρακάτω).

2.3 Παράγοντας Κινδύνου (*Risk Factor*)

Το χαρτοφυλάκιο ενός ΧΙ έχει μία αγοραία αξία η οποία μπορεί να επηρεαστεί αρνητικά από ένα πλήθος παραγόντων κινδύνου, όπως, για παράδειγμα, από το χρηματιστηριακό δείκτη της εγχώριας αγοράς, την ισοτιμία μεταξύ ευρώ και δολαρίου, την τιμή του πετρελαίου, ή το επιτόκιο του 10ετούς γερμανικού ομολόγου. Στην πραγματικότητα, μπορούν να υπάρξουν εκατοντάδες παράγοντες κινδύνου, οι οποίοι, μάλιστα, μπορούν να μετρηθούν.

Έστω n παράγοντες X_1, X_2, \dots, X_n , με X_i να είναι η διαφορά μεταξύ του i -οστού παράγοντα αγοράς και της αναμενόμενης τιμής του, και C_{ij} είναι η συνδιακύμανση μεταξύ των παραγόντων X_i και X_j , με:

$$C_{ij} = s_i s_j r_{ij}$$

Έστω ότι η αναπάντεχη μεταβολή στο χαρτοφυλάκιο ενός ΧΙ είναι:

$$Y = b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_n X_n$$

όπου b_i η άμεση έκθεση του χαρτοφυλακίου στον παράγοντα κινδύνου i , ο οποίος υποθέτουμε πως παραμένει σταθερός στη διάρκεια του ορίζοντα πρόβλεψης. Το b_i μετράται ως η νομισματική μεταβολή της αγοραίας αξίας του χαρτοφυλακίου, ως αποτέλεσμα της μεταβολής κατά μίας μονάδας του παράγοντα κινδύνου i . Τότε, ο συνολικός κίνδυνος (τυπική απόκλιση) D του χαρτοφυλακίου ορίζεται ως:

$$D^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_i b_j C_{ij}$$

Εάν οι X_1, X_2, \dots, X_n ακολουθούν την από κοινού (*joint*) κανονική κατανομή, το VaR, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, είναι η μεταβολή του 99-ποσοστημορίου μιας κανονικά κατανεμημένης τυχαίας μεταβλητής με τυπική απόκλιση D , δηλαδή περίπου $2,326D$.

2.4 Μαθηματικός Ορισμός

Ο μαθηματικός ορισμός του VaR είναι ο εξής:

Αν $f(x)$ είναι η περιθώρια συνάρτηση πιθανότητας (*marginal probability function*) μιας κατανομής κερδών-ζημίας (*Profit & Loss – P/L*) ενός χαρτοφυλακίου στο χρονικό ορίζοντα πρόβλεψης και $1-c$ είναι το επίπεδο εμπιστοσύνης, τότε το VaR είναι:

$$\int_{-\infty}^{-VaR} f(x)dx = c$$

ή

$$E[x \leq -VaR] = c$$

2.5 Μια Αρχική Κριτική

Οι κριτικές για το VaR επικεντρώνονται κυρίως σε δυο σημεία:

Πρώτον, στην αναντιστοιχία μεταξύ θεωρίας και πρακτικής, καθώς οι εφαρμογές του δεν αντικατοπτρίζουν πολλές φορές το πραγματικό VaR. Αυτό συμβαίνει γιατί οι προσεγγίσεις του VaR επιχειρούν να προβλέψουν μελλοντικές ζημίες χρησιμοποιώντας δεδομένα του παρελθόντος. Επιπλέον, οι μέθοδοι υπολογισμού αναπόφευκτα βασίζονται σε υποθέσεις που μπορεί να μην ισχύουν, όπως η υπόθεση για την κατανομή των συντελεστών κινδύνου.

Δεύτερον, αμφιβολίες έχουν διατυπωθεί και ως προς την καταλληλότητα του VaR ως μέτρου κινδύνου, καθώς δεν δίνει ενδείξεις σχετικά με το μέγεθος της ζημίας σε περίπτωση που υπάρξει υπέρβαση του VaR. Σχετικά με το ζήτημα αυτό, οι Artzner et al. (1999) έχουν υποστηρίξει ότι τα μέτρα κινδύνου πρέπει να είναι συνεκτικά (*coherent*), δηλαδή να ικανοποιούν τις παρακάτω τέσσερις προϋποθέσεις, όταν X, Y είναι οι πιθανές αποδόσεις των αντίστοιχων χαρτοφυλακίων, $\rho(X), \rho(Y)$, τα αντίστοιχα μέτρα κινδύνων και α μια σταθερά, $\alpha \geq 0$:

- Την υπο-προσθετικότητα (*subadditivity*),

$$r(X + Y) \leq r(X) + r(Y)$$

Αυτή η ιδιότητα διασφαλίζει ότι ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου δεν είναι μεγαλύτερος από τον κίνδυνο των επιμέρους στοιχείων του, με άλλα λόγια αποδεικνύει ότι η

διαφοροποίηση (*diversification*) μειώνει τον κίνδυνο. Με μία φράση, θα μπορούσαμε να πούμε ότι “η συγχώνευση δε δημιουργεί επιπλέον κίνδυνο”.

Η υπο-προσθετικότητα θεωρείται η σημαντικότερη από τις τέσσερις ιδιότητες, και ένα σημαντικό και λογικό κριτήριο για την επιλογή ενός οικονομικά σωστού μέτρου. Στην πράξη, η χρησιμοποίηση μη υπο-προσθετικών μέτρων στην κατασκευή βέλτιστου χαρτοφυλακίου τύπου Markowitz μπορεί να οδηγήσει σε χαρτοφυλάκια με μεγάλη συγκέντρωση, τα οποία μπορεί να αποδειχθούν υψηλού κίνδυνου.

Επιπλέον, με τη χρήση, από μία εποπτική αρχή, ενός μη υπο-προσθετικού μέτρου για τον καθορισμό εποπτικού κεφαλαίου, ένας χρηματοπιστωτικός οργανισμός έχει το κίνητρο να διασπαστεί σε μικρότερους, προκειμένου να μειώσει τις κεφαλαιακές του ανάγκες.

- Τη θετική ομοιογένεια (*positive homogeneity*),

$$r(aX) = ar(X)$$

Η ιδιότητα αυτή διασφαλίζει ότι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι ανάλογος με το μέγεθος του.

- Τη μονοτονικότητα,

$$r(X) \geq r(Y), X \leq Y$$

Η ιδιότητα αυτή διασφαλίζει ότι όταν η απόδοση του χαρτοφυλακίου Y υπερέχει της αντίστοιχης απόδοσης του χαρτοφυλακίου X , τότε ο κίνδυνος που ενέχει το Y πρέπει να είναι μικρότερος ή ίσος με εκείνον του X .

- Τη μεταφορά σταθερότητας (*translation invariance*),

$$r(X + ar) = r(X) - a$$

δηλαδή προσθέτοντας (ή, αντίστοιχα, αφαιρώντας) ένα ποσό a σε ένα χαρτοφυλάκιο, μειώνεται (αντίστοιχα, αυξάνεται) το μέτρο κίνδυνου κατά το ίδιο ακριβώς ποσό.

Κατά τους Artzner et al. VaR δεν ικανοποιεί την ιδιότητα της υπο-προσθετικότητας, και επομένως δεν μπορεί να θεωρηθεί συνεκτικό μέτρο κίνδυνου, παρόλο που άλλες έρευνες διαπιστώνουν ότι στην πράξη είναι δύσκολο να βρεθούν περιπτώσεις όπου αυτή η ιδιότητα δεν ικανοποιείται (Mina et al., 2001).

Ως εναλλακτικό του VaR, προτείνεται συχνά το μέτρο της Αναμενόμενης Απώλειας (*Expected Shortfall*), που ορίζεται ως η αναμενόμενη ζημία, υπό τον όρο ότι η ζημία είναι μεγαλύτερη από ένα δεδομένο επίπεδο αποκοπής (*cutoff level*), το οποίο συχνά επιλέγεται έτσι ώστε να αντιστοιχεί στο VaR.

Η Αναμενόμενη Απώλεια, που ικανοποιεί όλα τα κριτήρια ώστε να θεωρείται συνεκτικό μέτρο κινδύνου, δίνει μία ιδέα για το μέγεθος των ζημιών, όταν αυτές είναι μεγαλύτερες από εκείνες που είχε πρόβλεψε το VaR και ορίζεται ως:

$$ES = - \int_{-\infty}^{-VaR} xf(x)dx$$

ή ισοδύναμα

$$ES = -E[x | x \leq -VaR]$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Υποδείγματα Value-at-Risk

3.1 Παραμετρικές και Μη-Παραμετρικές Προσεγγίσεις VaR

Οι συντελεστές κινδύνου αγοράς ενός χαρτοφυλακίου (έστω μετοχών) αποτελούνται από πιθανές δυσμενείς μεταβολές των τιμών των στοιχείων του χαρτοφυλακίου. Οι μεταβολές τιμών μετρώνται σε σχέση με την αρχική τιμή και ονομάζονται αποδόσεις. Η απόδοση ενός στοιχείου στη χρονική περίοδο t δίνεται από τον τύπο:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}, \quad (3.1)$$

όπου P_t είναι η τιμή του τίτλου στο τέλος της περιόδου t και P_{t-1} η τιμή του στο τέλος της προηγούμενης περιόδου. Για τον υπολογισμό του VaR χρησιμοποιούνται συνήθως ημερήσιες αποδόσεις, που υπολογίζονται με τη χρήση των τιμών κλεισίματος δύο συνεχόμενων ημερών.

Ο τύπος (3.1) μπορεί να αντικατασταθεί, προκειμένου να απλοποιηθούν οι υπολογισμοί, από τον τύπο λογαριθμικών αποδόσεων, που περιορίζουν τις απώλειες στο 100% και εκμηδενίζουν την πιθανότητα αρνητικών τιμών. Σημειώνεται, πάντως, ότι οι διαφορές μεταξύ των ποσοστιαίων αποδόσεων και των λογαριθμικών είναι πολύ μικρές όταν η μεταβολή στην τιμή του τίτλου είναι μικρή. Οι λογαριθμικές αποδόσεις δίνονται από τον τύπο:

$$r_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) = \ln (1+R_t) \quad (3.2)$$

Πρόκληση για τον υπολογισμό του VaR αποτελεί η εκτίμηση της κατανομής αποδόσεων. Οι προσεγγίσεις που χρησιμοποιούνται μπορούν να ταξινομηθούν σε παραμετρικές και μη παραμετρικές μεθόδους. Οι παραμετρικές προσεγγίσεις κάνουν κάποιες υποθέσεις σχετικά με την κατανομή των αποδόσεων. Οι παράμετροι εκτιμώνται με μια συγκεκριμένη διαδικασία, και το VaR υπολογίζεται ως ποσοστημόριο της εκτιμημένης κατανομής, σύμφωνα με το επίπεδο εμπιστοσύνης. Οι παραμετρικές μέθοδοι ενέχουν κίνδυνο μοντέλου, κίνδυνο,

δηλαδή, το στατιστικό υπόδειγμα να μην είναι σωστό (αναλυτικότερα γίνεται λόγος παρακάτω, ενότητα 3.4)

Οι μη-παραμετρικές προσεγγίσεις δεν κάνουν υποθέσεις σχετικά με τις κατανομές των αποδόσεων, και η εκτίμηση του VaR στηρίζεται αποκλειστικά σε εμπειρικές κατανομές αποδόσεων. Τα μη-παραμετρικά μοντέλα αποφεύγουν τον κίνδυνο μοντέλου, αλλά παρουσιάζουν το μειονέκτημα οι εκτιμήσεις να βασίζονται μόνο σε μία σειρά δεδομένων. Η απλούστερη μέθοδος αυτού του τύπου είναι η Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης, που χρησιμοποιεί την ιστορική κατανομή των αποδόσεων για να προσομοιώσει το VaR.

3.2 Παραμετρικές Προσεγγίσεις

Μέθοδος Διακύμανσης-Συνδιακύμανσης (Variance-Covariance)

Η Μέθοδος Διακύμανσης – Συνδιακύμανσης (ΜΔΣ) βασίζεται στην υπόθεση ότι οι αποδόσεις ακολουθούν πολυμεταβλητή κανονική κατανομή με μηδενικό μέσο. Το VaR του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται με χρήση των διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων των συστατικών του. Η πολυμεταβλητή κανονική κατανομή των επιμέρους αξιών του χαρτοφυλακίου υποδηλώνει ότι το χαρτοφυλάκιο είναι κανονικά κατανομημένο. Το VaR του τότε δίνεται από τον τύπο:

$$VaR = a \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i * w_j * s_{i,j}} = a * s_p,$$

όπου w_i είναι το βάρος της αξίας i , s_{ij} είναι η συνδιακύμανση μεταξύ των αποδόσεων των αξιών i και j και s_p είναι η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Η παράμετρος a είναι η τιμή της αθροιστικής κανονικής κατανομής σύμφωνα με το επίπεδο εμπιστοσύνης.

Προφανώς, το VaR του χαρτοφυλακίου είναι ουσιαστικά πολλαπλάσιο της τυπικής απόκλισης. Αυτή η ιδιότητα κάνει το VaR πολύ χρήσιμο, δοθείσης της κανονικότητας: το VaR σε δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης και με δεδομένο χρονικό ορίζοντα μπορεί να μεταφραστεί σε VaR άλλου επιπέδου εμπιστοσύνης και άλλου χρονικού ορίζοντα πρόβλεψης. Επίσης, αυτό σημαίνει ότι το VaR είναι πολύ διαφωτιστικό σχετικά με την αναμενόμενη ζημία του χαρτοφυλακίου.

Πιθανές μη-γραμμικές σχέσεις μεταξύ της αξίας του χαρτοφυλακίου και των παραγόντων της αγοράς μπορούν να αντιμετωπιστούν με χρήση της Delta-Gamma προσέγγισης, που περιλαμβάνει την ευαισθησία δεύτερης τάξης στους υπολογισμούς, όπως θα εξετάσουμε παρακάτω.

Μεγάλο μειονέκτημα της μεθόδου είναι το ότι είναι πολύ ευάλωτη στον κίνδυνο μοντέλου. Αν και η κανονική κατανομή περιγράφει τα κέντρα των κατανομών, τα προβλήματα εμφανίζονται όταν πρόκειται αν εκτιμηθούν τα ακραία ποσοστημόρια (*extreme percentiles*). Εμπειρικές μελέτες έχουν δείξει ότι η κανονική κατανομή υποεκτιμά το VaR σε επίπεδα εμπιστοσύνης πέρα από 95% (Danielsson et al., 1997, Goorbergh et al., 1999a, Hendricks, 1996, Mahoney, 1996).

Μέθοδος Delta-Normal

Όταν τα στοιχεία ενός χαρτοφυλακίου εξαρτώνται γραμμικά από παράγοντες της αγοράς, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η Delta-Normal (DN) μέθοδος, που αναπτύχθηκε από τον Garbade (1986). Όπως και στη γενικότερη περίπτωση των διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων, υποθέτουμε και εδώ ότι οι αποδόσεις των επιμέρους στοιχείων κατανέμονται κανονικά (επομένως και η απόδοση του χαρτοφυλακίου ακολουθεί την πολυμεταβλητή κανονική κατανομή) και είναι σειριακά ανεξάρτητες (*serially independent*). Έτσι, το VaR για επίπεδο εμπιστοσύνης α και περίοδο διακράτησης T δίνεται από τον τύπο:

$$VaR(\alpha, T, r) = z_\alpha s_\Pi \sqrt{T} - m_\Pi$$

όπου z_α είναι η ανεστραμμένη κανονική σωρευτική συνάρτηση πιθανότητας (*inverse normal cumulative probability function*) που αντιστοιχεί στην πιθανότητα α , s_Π είναι η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου, m_Π η αναμενόμενη P/L κατανομή και ρ ένα $\left(\frac{n!}{2(n-2)!}\right) \times 1$ διάνυσμα των συντελεστών διακύμανσης ρ_{ij} . Η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου δίνεται από:

$$s_\Pi = \sqrt{\sum_{i=1}^n W_i^2 s_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n W_i W_j s_i s_j \rho_{ij}}$$

Η μέθοδος DN, που εφαρμόζει τοπική αποτίμηση (*local valuation*) στις κινήσεις των τιμών, μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από μεγάλο αριθμό επιμέρους αξιών, και είναι εύκολη στην εφαρμογή, αφού απαιτεί μόνο τις αγοραίες αξίες και τα ανοίγματα των τρεχουσών θέσεων.

Ένα μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι δε λαμβάνει υπόψη το λεγόμενο κίνδυνο γεγονότος (*event risk*), που προέρχεται από εξαιρετικά ασυνήθιστες ή ακραίες καταστάσεις, όπως ένα χρηματιστηριακό “κραχ” ή μία κατάρρευση συναλλαγματικών ισοτιμιών, τα οποία δε λαμβάνουν χώρα αρκετά συχνά ώστε να αντιπροσωπευθούν ικανοποιητικά από μια κατανομή πιθανότητας βασισμένη σε πρόσφατα ιστορικά στοιχεία (κάτι που ισχύει, άλλωστε, για όλα τα υποδείγματα που βασίζονται σε χρονοσειρές).

Κατ’ επέκτασιν, η μέθοδος παραγνωρίζει και το φαινόμενο των “παχιών ουρών” (*fat tails*), που πολλές φορές επιδεικνύουν οι κατανομές πολλών αξιών. Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να υπενθυμιστεί πως ένα υπόδειγμα που βασίζεται στην κανονική προσέγγιση υποεκτιμά τη συμμετοχή των δεδομένων που δε συμβαδίζουν με τη γενική κατανομή των υπόλοιπων δεδομένων (*outliers*) και, επομένως, και το ίδιο το VaR.

Τέλος, η μέθοδος δεν είναι κατάλληλη για μη-γραμμικά εργαλεία, όπως τα δικαιώματα προαίρεσης (*options*), για τα οποία η μέθοδος χρησιμοποιεί τους δείκτες Δέλτα (*deltas*) (Παράρτημα 1) σε σχέση με τον υποκείμενο τίτλο. Οι μεταβολές στην αξία μιας θέσης σε δικαιώματα εξαρτώνται από τις μεταβολές στις τιμές των υποκείμενων spot rates, αλλά και από το ίδιο το επίπεδο των spot rates. Για παράδειγμα, τα δικαιώματα που βρίσκονται στη χρηματική τους αξία (*at-the-money*) έχουν πολύ υψηλή κυρτότητα (*convexity*), άρα και μη σταθερά Δέλτα, με άλλα λόγια η γραμμική προσέγγιση σε τιμές δικαιωμάτων είναι κατάλληλη μόνο για ένα πολύ μικρό εύρος τιμών των υποκείμενων spot rates.

Μέθοδος Delta-Gamma

Στην περίπτωση που η τιμή του εργαλείου είναι μη γραμμική ως προς τις μεταβλητές της αγοράς, όπως είναι τα δικαιώματα, κατάλληλη είναι η Delta-Gamma (DG) μέθοδος, η οποία αντιμετωπίζει την έλλειψη γραμμικότητας με τη χρήση αναπτύγματος Taylor δεύτερης τάξης, συμπεριλαμβάνοντας, όχι μόνο τους delta κινδύνους, αλλά και τους gamma και vega (Παράρτημα 1).

$$dc = \Delta dS + \frac{1}{2} \Gamma dS^2 + \Lambda ds + \dots$$

όπου Δ, Γ, Λ είναι καθαρές αξίες για το συνολικό χαρτοφυλάκιο δικαιωμάτων, που είναι όλα γραμμένα στον ίδιο υποκείμενο τίτλο.

Άλλωστε, και η πρόταση της Βασιλείας, το 1996, συνιστά ότι τα εσωτερικά συστήματα διαχείρισης κινδύνου θα πρέπει να συμπεριλαμβάνουν τη συμπεριφορά των τιμών των δικαιωμάτων, με χρήση μη-γραμμικής προσέγγισης, μέσω ευαισθησιών συντελεστών κινδύνου υψηλής τάξης (*higher order risk factor sensitivities*), όπως ο gamma.

Έστω ότι εξετάζουμε μια απλή θέση, όπως μία θέση long ή short σε ένα call ή put. Με τη μέθοδο DN, το VaR ισούται με:

$$VaR = |\Delta| (aS),$$

όπου το a είναι μια συνάρτηση του επιπέδου εμπιστοσύνης. Με τη DG, το VaR είναι:

$$VaR = \left| \Delta \left((aS) - \frac{1}{2} \Gamma (aS)^2 + |\Lambda| \left| \int S ds \right| \right) \right|$$

Όταν το Γ είναι αρνητικό (καθαρή short θέση) ο δεύτερος όρος αυξάνει το VaR, και το αντίστροφο. Ο τρίτος όρος αυξάνει το VaR, λόγω έκθεσης στις μεταβολές της μεταβλητότητας. Όταν η καθαρή θέση έχει θετικό Λ , το ds υποδηλώνει μείωση της μεταβλητότητας, και το αντίστροφο.

Όταν δεν υπάρχει γραμμικότητα, η κατανομή των μεταβολών της αξίας του χαρτοφυλακίου γίνεται εξαιρετικά περίπλοκη και δεν μπορεί να συνδεθεί με τον υποκείμενο τίτλο. Για παράδειγμα, στην περίπτωση του short straddle του Leeson (Παράρτημα 2), οι μεγαλύτερες απώλειες παρατηρούνται όταν υπάρχει μεταβολή της υποκείμενης αξίας και προς τα πάνω και προς τα κάτω.

Θεωρητικά, η DG μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί σε πολλές πηγές κινδύνου. Σε πολυμεταβλητό πλαίσιο, το ανάπτυγμα του Taylor μπορεί να εκφραστεί ως:

$$dP(S) = \Delta' dS + \frac{1}{2} (dS)' \Gamma (dS) + \dots, \quad (3.3)$$

όπου dS είναι ένα διάνυσμα των N μεταβολών των τιμών, Δ διάνυσμα των N θέσεων και Γ ένα $N \times N$ πίνακας των gammas που σχετίζονται με διάφορους συντελεστές κινδύνου. Ένας τρόπος να υπολογιστεί το VaR του χαρτοφυλακίου είναι η προσομοίωση των μεταβολών των τιμών της αγοράς dS . Μεγάλος αριθμός πραγματοποιήσεων μπορεί να ληφθεί από την κατανομή:

$$dS \sim N(0, \Sigma),$$

όπου Σ είναι ο πίνακας συνδιακυμάνσεων των μεταβολών των τιμών.

Ακόμη κι αν η κατανομή δεν είναι κανονική, η αξία του χαρτοφυλακίου μπορεί να υπολογιστεί από την (3.3), ακολουθώντας μεθοδολογία τοπικής αποτίμησης, αφού το

χαρτοφυλάκιο αποτιμάται πλήρως μόνο στο αρχικό σημείο V_0 , και υπολογίζοντας το VaR μέσω της εμπειρικής κατανομής της αξίας του χαρτοφυλακίου.

Ένα μειονέκτημα της μεθόδου DG είναι ότι δεν μπορεί να εφαρμοστεί εύκολα σε πολλές περιπτώσεις, καθώς απαιτείται πολύ μεγάλος αριθμός δεδομένων. Για παράδειγμα, για $N=100$ (μεταβολές των τιμών αγοράς), χρειάζονται 100 εκτιμήσεις του Δ , 5.050 εκτιμήσεις του πίνακα συνδιακυμάνσεων Σ και 5.050 για τον πίνακα Γ , που συμπεριλαμβάνει τις δεύτερες παραγώγους κάθε θέσης σε σχέση με κάθε πηγή κινδύνου. Για τέτοια χαρτοφυλάκια, η μέθοδος της πλήρους Προσομοίωσης Monte Carlo θα ήταν πιο κατάλληλη.

Μέθοδος Εκθετικά Σταθμισμένου Κινούμενου Μέσου

(Exponentially Weighted Moving Average)

Η ακρίβεια της εκτίμησης του VaR βασίζεται στην ακρίβεια των εκτιμήσεων για τις διακυμάνσεις και συνδιακυμάνσεις. Ο απλούστερος τρόπος είναι να διαλέξουμε δείγματα διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων χρησιμοποιώντας επαρκή όγκο ιστορικών στοιχείων. Αυτή η απλή τεχνική, όμως, αντιδρά στις αλλαγές των παραμέτρων με καθυστέρηση, και έτσι δεν μπορεί να αντιμετωπίσει το φαινόμενο της συγκέντρωσης μεταβλητότητας (*volatility clustering*).

Μια πιο ρεαλιστική τεχνική είναι αυτή του Εκθετικά Σταθμισμένου Κινούμενου Μέσου (*Exponentially Weighted Moving Average - EWMA*). Ο Roberts (1959) εισήγαγε πρώτος αυτή τη μέθοδο και έδειξε ότι ο EWMA επιτρέπει τη μέτρηση μικρών μεταβολών στις παραμέτρους χρονολογικών σειρών. Επιπλέον, η μέθοδος είναι εύκολη στην εφαρμογή και φαίνεται να συλλαμβάνει την χρονική εξάρτηση της διακύμανσης αρκετά καλά.

Η μέθοδος του EWMA θεωρεί τις πρόσφατες παρατηρήσεις σημαντικότερες από τις πιο απομακρυσμένες και το βάρος που δίνεται μειώνεται εκθετικά όσο πιο μακριά στο παρελθόν βρίσκονται. Τυπικά, με δεδομένη μια σειρά αποδόσεων (τύπος 3.2) (r_1, \dots, r_{t-1}), η διακύμανση της μέρας t δίνεται από τον τύπο:

$$s_t^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{\infty} I^{i-1}} \sum_{i=1}^{\infty} I^{i-1} r_{t-i}^2 = (1 - I) \sum_{i=1}^{\infty} I^{i-1} r_{t-i}^2 \quad (3.4)$$

και η συνδιακύμανση είναι:

$$s_{i,j;t} = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} r_{i,t-i} r_{j,t-i},$$

όπου τα i και j αναφέρονται στα assets i και j . Η παράμετρος $0 < \lambda < 1$ λέγεται συντελεστής εξομάλυνσης (*decay factor*). Αυτός ο παράγοντας καθορίζει τα σχετικά βάρη των περασμένων παρατηρήσεων. Ο τύπος (3.4) μπορεί να γραφτεί σε “σπονδυλωτή” (*recursive*) μορφή:

$$s_t^2 = (1 - \lambda) r_{t-1}^2 + \lambda s_{t-1}^2$$

Ο “σπονδυλωτός” τύπος δείχνει πώς το μοντέλο EWMA αντιμετωπίζει τη συγκέντρωση μεταβλητότητας. Εάν η μεταβλητότητα της τωρινής περιόδου είναι υψηλή, είναι πιθανό η μεταβλητότητα της επόμενης περιόδου να είναι επίσης υψηλή. Η μεταβλητότητα της επόμενης περιόδου μεγεθύνεται ή εξομαλύνεται, αναλόγως με την τετραγωνισμένη τωρινή απόδοση.

Η μέθοδος EWMA χρησιμοποιείται από το RiskMetrics™ για την εκτίμηση των διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων των συντελεστών κινδύνου, με συντελεστή εξομάλυνσης $\lambda=0,94$ για την πρόβλεψη μεταβλητότητας μίας ημέρας και $\lambda=0,97$ για μηνιαίες προβλέψεις.

Μια μακρινή παρατήρηση αποτελεί μικρό μόνο μέρος της συνολικής εκτίμησης. Από πρακτικής άποψης, είναι λογικό να αποκλείουμε μακρινές παρατηρήσεις πέρα από κάποιο επίπεδο αποκοπής. Το RiskMetrics™ καθορίζει το επίπεδο αποκοπής έτσι ώστε το βάρος των αποκλειόμενων παρατηρήσεων να είναι το πολύ 1%, που αντιστοιχεί σε 74 και 151 παρατηρήσεις για προβλέψεις μίας ημέρας και ενός μήνα, αντίστοιχα.

Όσον αφορά τη χρήση του πολύ δημοφιλούς RiskMetrics™, υπάρχουν και εδώ μειονεκτήματα. Τα μέτρα RiskMetrics™ βασίζονται σε μια πρόβλεψη του πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης, και πιο συγκεκριμένα, το RiskMetrics™ αποτελείται από τρεις μεγάλους πίνακες αποδόσεων των μεγαλύτερων ισοτιμιών, χρηματαγορών, δεικτών κεφαλαιαγοράς, ομολογιών και ορισμένων βασικών προϊόντων (*commodities*). Ο πρώτος είναι ένας πίνακας μίας ημέρας (δηλαδή πίνακας διακύμανσης συνδιακύμανσης σχετική με μέτρα VaR που αντιστοιχούν σε P/Ls μίας ημέρας), ο δεύτερος είναι πίνακας ενός μήνα (25 ημερών) και ο τρίτος είναι ένας “εποπτικός” πίνακας, για συμμόρφωση με τις προτάσεις της Επιτροπής της Βασιλείας. Η Επιτροπή της Βασιλείας χρησιμοποιεί τον κανόνα τετραγωνικής ρίζας (*square root of time*), ο οποίος υπολογίζει τις τυπικές αποκλίσεις της χ-ημέρας ως

\sqrt{c} επί την ημερήσια τυπική απόκλιση. Βασίζεται στην υπόθεση ότι οι ημερήσιες \log αποδόσεις κατανέμονται κανονικά, ανεξάρτητα και ομοιόμορφα (*identically*), έτσι η διακύμανση της απόδοσης της χ -μέρας ισούται απλώς με χ -φορές την διακύμανση των ημερήσιων αποδόσεων. Όμως, η μεταβλητότητα είναι η ετησιοποιημένη μορφή της τυπικής απόκλισης, και, καθώς ο παράγοντας ετησιοποίησης είναι περίπου $\sqrt{250}$ για τις ημερήσιες αποδόσεις και $\sqrt{250}/\chi$ για τις αποδόσεις της χ -ημέρας, κατ'επέκτασιν έχουμε την παραδοχή των Black-Scholes για τη σταθερή μεταβλητότητα, δηλαδή ότι τα τρέχοντα επίπεδα της μεταβλητότητας παραμένουν ως έχουν.

Όπως είδαμε παραπάνω, η JPMorgan εφαρμόζει τη μέθοδο EWMA για την παραγωγή πινάκων μίας ημέρας και ενός μήνα. Για να βρεθεί το VaR για περιόδους διακράτησης μεγαλύτερες των παραπάνω, είναι δυνατό να ακολουθηθούν οι προτάσεις της Βασιλείας για χρήση του κανόνα της τετραγωνικής ρίζας, αλλά η μη-ρεαλιστική παραδοχή της σταθερής μεταβλητότητας μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικά υπερτιμημένα VaR σε περιόδους υψηλής μεταβλητότητας, και, αντιστρόφως, σε υποεκτιμημένα VaR σε πιο ήρεμες ημέρες.

Πέρα από το σοβαρό περιορισμό της αποδοχής της παραδοχής για σταθερή μεταβλητότητα, η έρευνα έχει δείξει ότι η χρήση του πίνακα του ενός μήνα μπορεί να οδηγήσει σε παραπλανητικά αποτελέσματα ενώ και για χαρτοφυλάκια που περιλαμβάνουν δικαιώματα προαίρεσης, η μέθοδος είναι ακατάλληλη, καθώς απαιτεί να γίνουν αυθαίρετες αλλαγές στον πίνακα, για να επιτευχθεί η αποσύνθεση Cholesky (*Cholesky decomposition*) (Alexander, 1996).

Γενικευμένο Αυτοπαλίνδρομο Υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικό Υπόδειγμα

(Generalised Autoregressive Conditionally Heteroskedastic -GARCH)

Μια γενική κατηγορία των υποδειγμάτων με υπό συνθήκη (*conditional*) διακύμανση είναι τα GARCH μοντέλα. Τα μοντέλα GARCH έχουν κερδίσει προσοχή μεταξύ ακαδημαϊκών και επαγγελματιών, καθώς προσφέρουν ένα ευέλικτο πλαίσιο υποδειματοποίησης υπό συνθήκη διακυμάνσεων. Αντίθετα από τον EWMA, η διαδικασία εκτίμησης που χρησιμοποιεί το GARCH είναι δυναμική, αφού οι παράμετροι του μοντέλου δεν είναι σταθερές. Οι παράμετροι εκτιμώνται ξεχωριστά για όλους τους συντελεστές κινδύνου και ανανεώνονται στο χρόνο, κάτι που κάνει την εφαρμογή των GARCH μοντέλων δύσκολη, αφού η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου γίνεται άβολη όσο ο αριθμός των οργάνων στο σύστημα μεγαλώνει.

Στα GARCH, η διακύμανση μοντελοποιείται ως δεσμευμένη με υστερούσες (*lagged*) διακυμάνσεις και τετράγωνα αποδόσεων. Ένας GARCH (p, q) εκτιμητής για δεσμευμένη διακύμανση δίνεται από τον τύπο:

$$s_t^2 = \bar{w} + \sum_{j=1}^p b_j s_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^q a_i r_{t-i}^2 \quad (3.5)$$

όπου p και q είναι ο αριθμός των βημάτων που συμπεριλαμβάνονται στην υπό συνθήκη διακύμανση και τετράγωνα αποδόσεων, αντίστοιχα. Οι παράμετροι του μοντέλου ($\omega, \beta_1, \dots, \beta_p, \alpha_1, \dots, \alpha_q$) καθορίζουν τα σχετικά βάρη των υστερούντων όρων. Εμπειρικές μελέτες έχουν δείξει ότι δε χρειάζεται να συμπεριληφθεί παραπάνω από ένα βήμα στην υπό συνθήκη διακύμανση για οικονομικές αποδόσεις.

Τότε, ο τύπος (3.5) μειώνεται σε GARCH (1,1):

$$s_t^2 = \bar{w} + b s_{t-1}^2 + a r_{t-1}^2 \quad (3.6)$$

Αντίστοιχα, η συνδιακύμανση των i, j, είναι:

$$s_{i,j;t} = \bar{w}_{i,j} + b_{i,j} s_{i,j;t-1} + a_{i,j} r_{i;t-1} r_{j;t-1}$$

όπου οι παράμετροι του μοντέλου \bar{w} , a και b μπορούν να υποτεθούν ως μη-αρνητικές, ώστε να διασφαλιστεί μη-αρνητική διακύμανση.

Υπάρχει πληθώρα υποδειγμάτων σχετιζόμενων με τα GARCH. Το υπόδειγμα EWMA είναι, ουσιαστικά, μια περίπτωση μοντέλου GARCH (1,1), με σταθερές παραμέτρους $\bar{w} = 0$, $a = (1 - I)$ και $b = I$. Τα μοντέλα ARCH, που αναπτύχθηκαν από τον Engle (1982), κατανέμονται με όρους υστερούσας μεταβλητότητας (*lagged volatility terms*) στη σχέση (3.6). Άλλα ειδικά υποδείγματα GARCH είναι τα ασυμμετρικά GARCH και τα εκθετικά GARCH, μεταξύ άλλων.

Τα υποδείγματα GARCH προσφέρουν ένα ευέλικτο πλαίσιο για δεσμευμένες διακυμάνσεις. Παρ' όλα αυτά, σε μια πολυωνυμική περίπτωση, ο αριθμός των παραμέτρων του υποδείγματος αυξάνεται σε γεωμετρική σχέση με τον αριθμό των συντελεστών κινδύνου του συστήματος. Τελικά, ο αριθμός των παραμέτρων γίνεται πολύ μεγάλος για να μπορέσει

να εκτιμηθεί, και συνεπώς το GARCH μπορεί να δώσει ασταθείς εκτιμητές παραμέτρων και αρνητικά καθορισμένους πίνακες συνδιακυμάνσεων. Τα πολυπαραμετρικά GARCH μοντέλα είναι λοιπόν πολύ δύσκολο να εφαρμοστούν.

3.3 Μη-παραμετρικές Προσεγγίσεις

Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης

Η συνηθέστερη και απλούστερη μη-παραμετρική μέθοδος για την εκτίμηση του VaR ονομάζεται *Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης (MIP)*. Η MIP απαιτεί μόνον ελάχιστες υποθέσεις σχετικά με την κατανομή των αποδόσεων, καθώς βασίζεται σε εμπειρική κατανομή. Η κύρια υπόθεση είναι ότι η κατανομή των αποδόσεων είναι σταθερή κατά τη δειγματική περίοδο και ότι το μέλλον είναι, σε ικανοποιητικό βαθμό, όμοιο με το παρελθόν. Το μέτρο VaR είναι το ποσοστημόριο της εμπειρικής κατανομής σύμφωνα με το διάστημα εμπιστοσύνης.

Ο αριθμός των περασμένων παρατηρήσεων που συμπεριλαμβάνονται στην εμπειρική κατανομή συχνά λέγεται μέγεθος παραθύρου (*window size*), και η επιλογή του μήκους του έχει σημαντική επίδραση στα μέτρα VaR. Ένα μικρό μέγεθος παραθύρου κάνει το VaR ευαίσθητο σε τυχαία συμβάντα του πρόσφατου παρελθόντος και έτσι το VaR υπόκειται σε αστάθεια. Στον αντίποδα, ένα μεγάλο μέγεθος παραθύρου περιλαμβάνει παρατηρήσεις από το μακρινό παρελθόν, που μπορεί να μην είναι πολύ σχετικές με την παρούσα κατάσταση. Επιπλέον, μεγάλο μέγεθος παραθύρου μπορεί να οδηγήσει σε μεγάλες περιόδους σταθερού VaR.

Τα πλεονεκτήματα της MIP συμπεριλαμβάνουν την απλότητά της ως έννοιας και την εύκολη εφαρμογή της. Δεν υπάρχει ανάγκη εκτίμησης παραμέτρων της κατανομής, όπως η διακύμανση και η συσχέτιση. Όσον αφορά τις υποθέσεις σχετικά με την κατανομή των αποδόσεων, η MIP είναι απαλλαγμένη από κίνδυνο μοντέλου και είναι κατάλληλη και για “βαριές” ουρές.

Ένα μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι δεν μπορεί να προβλέψει απώλειες που εμφανίζονται λιγότερο συχνά από ό,τι στην περίοδο του δείγματος. Ακόμη και για εντός-του-δείγματος προβλέψεις, η ακριβής εκτίμηση των ακραίων ποσοστημορίων δεν είναι δυνατή με ένα μικρό δείγμα, καθώς η κατανομή των αποδόσεων είναι διακριτή και το διάστημα των παρακείμενων παρατηρήσεων γίνεται μεγαλύτερο στις ουρές, φαινόμενο που προκαλεί

υψηλή διακύμανση στα ακραία στατιστικά (*extreme statistics*). Έτσι, προβλέψεις ακραίων ζημιών απαιτούν χρήση ενός μεγέθους παραθύρου κατάλληλου μήκους.

Επιπλέον, η ΜΠΠ δε λαμβάνει υπόψη τυχόν αλλαγές στις συνθήκες αγοράς. Το ίδιο βάρος δίδεται σε όλες τις περασμένες παρατηρήσεις, ανεξάρτητα από τη χρονική σειρά και, συνεπώς, η ΜΠΠ αντιδρά σε αλλαγές των συνθηκών αγοράς πολύ αργά. Η περίοδος εκτίμησης μπορεί να περιλαμβάνει ασυνήθιστα γεγονότα που δίνουν υψηλές εκτιμήσεις VaR μέχρι το συγκεκριμένο γεγονός να αποκλειστεί.

Παραλλαγές της ΜΠΠ ώστε να λαμβάνει υπόψη τη συγκέντρωση μεταβλητότητας, περιλαμβάνουν την κατασκευή εμπειρικής κατανομής με τη χρήση ενός συστήματος κατανομής βαρών όπως και στον EWMA, και εφαρμογή της ΜΠΠ σε συνδυασμό με μοντέλο GARCH. Μια τεχνική για μείωση της διακύμανσης των ακραίων στατιστικών με χρήση της μεθόδου Gaussian Kernel έχει προταθεί από τους Butler et al. (1996, 1998) και αξιολογηθεί από τους Danielsson et al. (1997).

Προσομοίωση Monte Carlo

Η PMC θεωρείται ως η αρτιότερη μέθοδος υπολογισμού του VaR. Σε αντίθεση με μεθόδους όπως η ΜΔΣ, η PMC είναι κατάλληλη για περιπτώσεις που υπάρχουν μη-γραμμικές θέσεις στο χαρτοφυλάκιο, χρονική διαφοροποίηση στη μεταβλητότητα, “παχιές” ουρές, και ένα μεγάλο εύρος εκθέσεων σε κίνδυνο.

Μέσω της μεθόδου MC, το VaR υπολογίζεται προσομοιώνοντας τις μεταβολές στις αξίες των συντελεστών κινδύνου, και επανα-αποτιμώντας το χαρτοφυλάκιο για κάθε προσομοίωση.

Αρχικά γίνεται η παραδοχή ότι η τιμή της αξίας ακολουθεί τη γεωμετρική κίνηση Brown, δηλαδή στο χρόνο T ο τίτλος (έστω μία μετοχή) έχει την τιμή:

$$S_j(T) = S_j(0) * \exp * \left[\left(m_j - \frac{\sigma_j^2}{2} \right) * T + \sigma_j * e_i * \sqrt{T} \right]$$

όπου η e είναι τυχαία μεταβλητή, $e \sim N(0,1)$, m_j μπορεί να ερμηνευτεί ως η ετησιοποιημένη αναμενόμενη αξία της σχετικής μεταβολής, σ_j η ετησιοποιημένη τυπική απόκλιση της σχετικής μεταβολής και T ο χρονικός ορίζοντας σε έτη.

Με τη χρήση της γεωμετρικής κίνησης Brown για την υποδειγματοποίηση της δυναμικής της μετοχής, υπονοείται ότι η τιμή του υποκείμενου τίτλου κατανέμεται λογαριθμοκανονικά, και η συνεχώς ανατοκίζόμενη απόδοση κατανέμεται κανονικά.

Εξαιτίας του μικρού χρονικού ορίζοντα στους υπολογισμούς του VaR, υποθέτουμε συνήθως ότι η αναμενόμενη μεταβολή της τιμής ενός παράγοντα κινδύνου κατά τη διάρκεια της χρονικής περιόδου είναι μηδενική, κάτι που θεωρείται μια λογική απλοποίηση, καθώς η αναμενόμενη μεταβολή της τιμής ενός παράγοντα κινδύνου τείνει να είναι μικρή, συγκρινόμενη με τη μεταβλητότητα των αντίστοιχων μεταβολών (υπόθεση που γίνεται και στα RiskMetrics™ μοντέλα).

Με δεδομένες τις στοχαστικές διαδικασίες, μπορούν να παραχθούν μελλοντικά σενάρια για τους διάφορους συντελεστές κινδύνου της αγοράς. Για να παραχθούν κανονικές τυχαίες μεταβλητές που συσχετίζονται μεταξύ τους σύμφωνα με τον εκτιμημένο πίνακα διακυμάνσεων - συνδιακυμάνσεων, χρησιμοποιείται η αποσύνθεση Cholesky. Τα βήματα που ακολουθούμε είναι τα εξής:

- α) Εκτίμηση του ιστορικού πίνακα συνδιακυμάνσεων.
- β) Αποσύνθεση του πίνακα συνδιακυμάνσεων, ώστε να προκύψει ο Cholesky πίνακας, ένας χαμηλότερος, τριγωνικός πίνακας.
- γ) Παραγωγή ενός διάνυσματος με ασυσχέτιστες κανονικές τυχαίες μεταβλητές.
- δ) Πολλαπλασιασμός του χαμηλότερου τριγωνικού πίνακα με το διάνυσμα, ώστε να προκύψει ένα διάνυσμα με κανονικές τυχαίες μεταβλητές που συσχετίζονται σύμφωνα με τον εκτιμημένο πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων. Για κάθε δοκιμή προσομοίωσης γίνεται επανα-αποτίμηση των επιμέρους θέσεων και του συνολικού χαρτοφυλακίου.

Το αντίστοιχο VaR μπορεί να διαβαστεί ως το α-ποσοστημόριο της μεταβολής του χαρτοφυλακίου. Όσο μεγαλύτερος ο αριθμός των δοκιμών προσομοίωσης, τόσο πιο ακριβής η εκτίμηση που θα προκύψει, ενώ, στην περίπτωση άπειρων δοκιμών, η εκτιμώμενη κατανομή θα συγκλίνει προς την θεωρητική κατανομή.

Ένα από τα πλεονεκτήματα της PIMC είναι ότι αυθαίρετες (*arbitrary*) διαδικασίες μπορούν να υποτεθούν για τις υποκείμενες αξίες, ενώ, η παραγωγή διαφορετικών συσχετισμένων σεναρίων είναι δυνατή. Όταν συνδυάζουμε την PIMC μέθοδο με συνολική αποτίμηση (*full valuation*), το χαρτοφυλάκιο επανεκτιμάται πλήρως για κάθε προσομοιωμένη τιμή.

Η PIMC παρουσιάζει μεγάλη ευελιξία, γι' αυτό και θεωρείται η πιο δυνατή μέθοδος για τον υπολογισμό του VaR. Κατ' αρχήν, ποικίλοι κίνδυνοι, όπως ο κίνδυνος τιμής ή ο πιστωτικός, μπορούν αν αντιμετωπιστούν ταυτόχρονα. Επιπλέον, σε συνδυασμό με την

πλήρη αποτίμηση, η ΠΜC δίνει τα πιο ακριβή αποτελέσματα για χαρτοφυλάκια με σημαντική συμμετοχή δικαιωμάτων.

Στον αντίποδα των σημαντικών πλεονεκτημάτων της ΠΜC βρίσκονται οι υψηλού επιπέδου και δαπανηρές τεχνικές και υπολογιστικές υποδομές που απαιτούνται, καθώς και οι μάλλον αργοί ρυθμοί των υπολογισμών, καθώς το χαρτοφυλάκιο πρέπει να επανα-αποτιμηθεί πολλές φορές.

Η Μερική ΠΜC (*Partial Monte Carlo Simulation*) διαφέρει ελαφρά από τη συμβατική μέθοδο ΠΜC. Στην περίπτωση της Μερικής MC Προσομοίωσης των παραγόντων κίνδυνου αγοράς, το χαρτοφυλάκιο επανα-αποτιμάται με χρήση του κατ' εκτίμηση υπολογισμού του δέλτα (*delta approximation*) ή της delta-gamma. Το πλεονέκτημα της Μερικής ΠΜC έναντι της συμβατικής μεθόδου έγκειται κυρίως στην ταχύτητα των υπολογισμών. Όμως, η Μερική ΠΜC δεν βελτιώνει τους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς στα παραμετρικά μοντέλα εάν εφαρμοστούν οι ίδιες μέθοδοι προσέγγισης και υποτεθούν οι ίδιες διαδικασίες για τους παράγοντες κίνδυνου αγοράς. Στην πραγματικότητα, πέρα από το ενδεχόμενο λάθος προσομοίωσης, το VaR που προκύπτει από τη Μερική ΠΜC και εκείνο που προκύπτει από τη μέθοδο Delta-Exact (που χρησιμοποιεί την υπόθεση ότι οι παράγοντες κινδύνου ακολουθούν λογαριθμοκανονική κατανομή, δηλαδή κανονική κατανομή των συνεχώς ανατοκιζόμενων αποδόσεων), είναι ισάξια ως προς την ακρίβεια εφόσον ακολουθηθεί η ίδια μέθοδος κατ' εκτίμηση υπολογισμών.

Αξίζει να σημειωθεί ότι, στην εφαρμογή της ΠΜC, ιδίως όταν έχουμε να κάνουμε με δικαιώματα προαίρεσης, θα πρέπει, πολλές φορές, πέρα από τον βασικό παράγοντα κινδύνου, να λαμβάνονται υπόψη και παράγοντες όπως ο κίνδυνος μεταβλητότητας (*volatility risk*) ή ο επιτοκιακός κίνδυνος. Επιπλέον, η υπόθεση των κανονικά κατανομημένων παραγόντων κινδύνου, που γίνεται πολλές φορές, μπορεί να είναι προβληματική. Για να προκύψει μια πιο ρεαλιστική κατανομή ως σημείο αναφοράς, θα μπορούσε να εφαρμοστεί η ΠΜC με εμπειρικές τρίτες και τέταρτες ροπές. Παρ' όλα αυτά, το θέμα που εγείρεται είναι πώς θα ποσοτικοποιηθεί η διαφορά μεταξύ των απλών μοντέλων κατ' εκτίμηση υπολογισμών και του μοντέλου ΠΜC.

Θεωρία Ακραίων Τιμών (*Extreme Value Theory*)

Η Θεωρία Ακραίων Τιμών (ΘΑΤ) έχει λάβει πολλή προσοχή σε πολλές πρόσφατες έρευνες ως μια εναλλακτική στη χρήση της κανονικής κατανομής. Η ΘΑΤ παρέχει ένα

στέρεο θεωρητικό πλαίσιο για την περιγραφή των ουρών των κατανομών πιθανότητας. Έχει αποδειχθεί ότι, πέρα από κάποιο ποσοστημόριο-κατώφλι (*threshold*), η εξαρτημένη κατανομή ουράς (*conditional tail distribution*) κάθε κατανομής με βαριά ουρά επιβεβαιώνεται με κάποια γνωστή μορφή συνάρτησης.

Οι Kellezi et al. (2000) και Embrechts (2000) έχουν συζητήσει τα θεμελιώδη της ΘΑΤ, όπως και τους πρακτικούς προβληματισμούς ως προς τη χρησιμότητά της στη διαχείριση κινδύνου. Πρακτικές εφαρμογές της ΘΑΤ στη διαχείριση κινδύνου έχουν προταθεί από τους Danielsson et al. (1997), McNeil et al. (1999) και Goorbergh et al., (1999a), μεταξύ άλλων. Τεχνικές για την εκτίμηση παραμέτρων της ΘΑΤ έχουν προταθεί από τους Bassi et al. (1996), Danielsson et al. (1998), Goorbergh (1999β), McNeil (1998) και Medova (2000). Τέλος, πολυωνυμική ΘΑΤ έχει συζητηθεί από τους Embrechts et al. (1999).

3.4 Περαιτέρω Σχόλια –Σημεία προσοχής

3.4.1 Κίνδυνος Μοντέλου

Στην καθημερινή πρακτική το VaR επιδέχεται ερμηνειών που είναι πολλές φορές υπεραπλουστευμένες, όπως “με πιθανότητα 95%, η ζημία του χαρτοφυλακίου θα είναι μικρότερη από χ ποσό”. Κατ’αρχήν, η εκτίμηση της κατανομής απωλειών (*loss distribution*) ενέχει τον κίνδυνο εκτίμησης (*estimation risk*), και, γενικότερα, κίνδυνο μοντέλου (*model risk*). Κίνδυνος εκτίμησης είναι ο κίνδυνος κάποιες παράμετροι του μοντέλου να έχουν εκτιμηθεί λανθασμένα, ίσως εξαιτίας μικρού αριθμού παρατηρήσεων που ελήφθησαν υπόψη στην κατασκευή του μοντέλου, ενώ κίνδυνος μοντέλου είναι ο κίνδυνος τα χρησιμοποιούμενα μοντέλα να μην είναι σωστά καθορισμένα, ή οι υποθέσεις πάνω στις οποίες αναπτύχθηκαν να μην υφίστανται στην πράξη. Συχνό πρόβλημα κατά τη διάρκεια της κατασκευής του υποδείγματος είναι η υπόθεση κανονικής κατανομής των μεταβολών των συντελεστών κινδύνου, ενώ η πραγματική κατανομή παρουσιάζει “βαριά ουρά” (*heavy-tailed distribution*), ή η αποτυχία αναγνώρισης συγκέντρωσης μεταβλητότητας ή εξάρτηση ουράς (*tail dependence*). Φυσικά, ένας μικρός, έστω, κίνδυνος μοντέλου δεν μπορεί να αποφευχθεί, αφού από τη φύση του το μοντέλο είναι μία απλοποιημένη, άρα και ατελής απεικόνιση του οικονομικού κόσμου.

3.4.2 Ρευστότητα Αγοράς

Η συνήθης ερμηνεία του VaR παραγνωρίζει τυχόν προβλήματα σχετιζόμενα με τη ρευστότητα αγοράς, με τη δυνατότητα, δηλαδή άμεσης ρευστοποίησης του τίτλου, χωρίς να επηρεάζεται η αγορά. Σε περιπτώσεις μη-ρευστών αγορών η ρευστοποίηση έχει κόστος, το οποίο, όμως, συνήθως δεν λαμβάνεται υπόψη από τα υποδείγματα μέτρησης κινδύνου, γιατί είναι δύσκολο να υπολογιστεί η επίπτωση της συναλλακτικής δραστηριότητας (*trading*) στην αγορά, αφού εξαρτάται από παράγοντες όπως η διάθεση της αγοράς (*market mood*). Έτσι, ο παράγοντας της ρευστότητας αξιολογείται ξεχωριστά, κατά την ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

3.4.3 Επιλογή Παραμέτρων

Όταν εργαζόμαστε με μέτρα κινδύνου που βασίζονται στην κατανομή απωλειών, πρέπει να επιλέξουμε τον κατάλληλο ορίζοντα πρόβλεψης, ενώ, στην περίπτωση του VaR, ειδικότερα, πρέπει επιπλέον να αποφασίσουμε για το επίπεδο εμπιστοσύνης, παράμετροι για τις οποίες δεν υπάρχει μια “ιδανική” τιμή, οπότε θα πρέπει να ληφθούν υπόψη επιπλέον παράγοντες. Συγκεκριμένα:

Ο ορίζοντας πρόβλεψης πρέπει να αντικατοπτρίζει το χρονικό διάστημα για το οποίο ο χρηματοπιστωτικός οργανισμός δεσμεύεται να κρατήσει το χαρτοφυλάκιό του. Αυτό το διάστημα είναι συνάρτηση, τόσο των συμβατικών και νομικών περιορισμών, όσο και της κατάστασης της ρευστότητας, και συνήθως θα διαφέρει μεταξύ διαφορετικών αγορών. Όταν το ΧΙ επιλέγει τον ορίζοντα πρόβλεψης, θα διαλέξει τον κατάλληλο για την αγορά στην οποία βρίσκονται οι κύριες δραστηριότητές του (για παράδειγμα, ένας κατάλληλος χρονικός ορίζοντας ασφαλιστικής εταιρείας θα είναι το ένα έτος, καθώς σε αυτό το διάστημα δεν αλλάζουν οι όροι των συμβολαίων). Επιπλέον, όπως προαναφέρθηκε, σε περίπτωση μη-ρευστής αγοράς, το ΧΙ μπορεί να αναγκαστεί να κρατήσει ακόμη και ένα ζημιόγono στοιχείο ενεργητικού για κάποιο χρονικό διάστημα. Και σε αυτή την περίπτωση, η ρευστότητα διαφέρει από αγορά σε αγορά και ο οργανισμός θα πρέπει να επιλέξει τον ορίζοντα που αντιστοιχεί στην κύρια δραστηριότητά του.

Υπάρχει όμως και άλλη, πιο πρακτική θεώρηση, κατά την οποία ο ορίζοντας πρόβλεψης θα πρέπει να είναι σχετικά μικρός. Η χρήση του γραμμικοποιημένου παράγοντα ζημίας

(*linearised loss operator*), που απλοποιεί πολλούς υπολογισμούς, δικαιολογείται μόνον αν οι αλλαγές στον παράγοντα κινδύνου είναι σχετικά μικρές, κάτι που είναι πιο πιθανό για μικρό χρονικό ορίζοντα. Παρομοίως, η παραδοχή ότι η σύνθεση του χαρτοφυλακίου παραμένει η ίδια είναι λογική μόνο για μικρά χρονικά διαστήματα. Επιπλέον, η διακρίβωση (*calibration*) και ο έλεγχος των στατιστικών μοντέλων για τις μεταβολές των παραγόντων κινδύνου είναι ευκολότερα όταν ο ορίζοντας πρόβλεψης είναι μικρός, καθώς υπάρχει, έτσι, μεγαλύτερη διαθεσιμότητα στοιχείων.

Όσον αφορά το επίπεδο εμπιστοσύνης, είναι φανερό πως, για κάθε εφαρμογή διαχείρισης κινδύνου, αρμόζει η χρησιμοποίηση διαφορετικού επιπέδου εμπιστοσύνης. Θετικό είναι ότι, από τη στιγμή που έχουμε μια εκτίμηση της κατανομής απωλειών, μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε ποσοστημόρια σε διαφορετικά επίπεδα εμπιστοσύνης ταυτόχρονα. Για την κεφαλαιακή επάρκεια απαιτείται υψηλότερο επίπεδο εμπιστοσύνης, ώστε να έχουμε ένα ικανοποιητικό περιθώριο ασφάλειας. Χαρακτηριστικά, η Επιτροπή της Βασιλείας προτείνει τον υπολογισμό του VaR στο 99%, και το αποτέλεσμα πολλαπλασιάζεται με ένα συντελεστή που κυμαίνεται μεταξύ 3 και 4, ώστε να προκύψει το κεφάλαιο που απαιτείται για τον κίνδυνο αγοράς (αν και θα πρέπει να αναφέρουμε στο σημείο αυτό ότι στη βιβλιογραφία υπάρχουν ανησυχίες σχετικά με την καταλληλότητα του VaR για σκοπούς εξασφάλισης κεφαλαιακής επάρκειας). Ο έλεγχος των υποδειγμάτων θα πρέπει να γίνεται σε μικρότερα επίπεδα εμπιστοσύνης, ώστε να υπάρχουν περισσότερες παρατηρήσεις όταν η προκύπτουσα ζημία είναι μεγαλύτερη από αυτή που πρόβλεψε το VaR. Επίσης, για τη θέσπιση ορίων της θέσης (*position limits*), καλό είναι να χρησιμοποιείται μικρό επίπεδο εμπιστοσύνης, όπως το 95%.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Έλεγχος των Υποδειγμάτων

4.1. Προσομοίωση Καταστάσεων Κρίσεως (*Stress Testing*)

Στη διάρκεια της ανάπτυξης ενός υποδείγματος VaR, γίνονται πολλές παραδοχές, κυρίως για πρακτικούς λόγους. Συγκεκριμένα, οι περισσότερες παράμετροι καθορίζονται έτσι ώστε να συμπίπτουν με “κανονικές” συνθήκες αγοράς, κάτι που δημιουργεί ερωτηματικά σχετικά με το πόσο εύρωστο (*robust*) είναι ένα μοντέλο και κατά πόσο τα αποτελέσματα που δίνει είναι ευαίσθητα σε κάποιες από τις βασικές παραδοχές και υποθέσεις. Καθώς δεν υπολογίζεται VaR για ακραίες συνθήκες αγοράς, οι εποπτικές αρχές απαιτούν τη συμπλήρωση της VaR ανάλυσης με προσομοίωση καταστάσεων κρίσεως** (*stress testing*) του χαρτοφυλακίου.

Η ουσία του stress testing βρίσκεται στη δημιουργία σεναρίων καθορισμένων από το χρήστη, σύμφωνα με τα οποία υπολογίζονται οι αναμενόμενες απώλειες ή κέρδη. Τα stress tests διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες, ανάλογα με τον τρόπο τον οποίο δομείται το σενάριο:

1. Σενάρια από την πρόσφατη ιστορία, όπου και γίνεται προσομοίωση στην P/L των επαναλήψεων των ιστορικών γεγονότων. Παραδείγματα τέτοιων σεναρίων μπορούν να είναι το χρηματιστηριακό κραχ του 1987, ή η σύσφιξη της νομισματικής πολιτικής στις ΗΠΑ το 1994 με την επακόλουθη πτώση των τιμών των ομολόγων.
2. Προκαθορισμένα σενάρια, που έχουν αποδειχθεί χρήσιμα στην πράξη. Διενεργούνται με προσομοίωση της επιρροής στην P/L, μιας πτώσης του χρηματιστηρίου κατά χ τυπικές αποκλίσεις, ή μιας μεταβολής της συναλλαγματικής ισοτιμίας κατά $\psi\%$.

** Για λόγους συντομίας, θα χρησιμοποιείται στο εξής ο αγγλικός όρος “stress testing”

3. Stress tests μηχανικής αναζήτησης (*mechanical-search*). Διενεργούνται αυτόματα με πιθανές μεταβολές στους παράγοντες κινδύνου, και, για κάθε ομάδα μεταβολών εκτιμάται η P/L, και προκύπτει το αποτέλεσμα της χειρότερης περίπτωσης (*worst-case result*).

Πρέπει να επισημανθεί πως η αποστολή του stress test είναι να καθοριστεί το μέγεθος, και όχι η συχνότητα των πιθανών απωλειών που σχετίζονται με συγκεκριμένα σενάρια, κάτι το οποίο αποτελεί βασικό του μειονέκτημα, όπως θα συζητηθεί παρακάτω.

Τα σενάρια που χρησιμοποιούνται από τη μέθοδο υπολογίζουν τις απώλειες που θα προκύψουν ως αποτέλεσμα πιθανών κρίσεων, σχετικών με τη φύση του χαρτοφυλακίου. Έτσι, οι τράπεζες υποχρεούνται να θέτουν όρια, όχι μόνο για την έκθεσή τους στο VaR, αλλά και για τις ενδεχόμενες απώλειες που θα προκύψουν από το stress test. Η πληροφόρηση που δίνεται από το stress test μπορεί να χρησιμοποιηθεί από το ΧΙ στο στρατηγικό σχεδιασμό του, στην κατανομή κεφαλαίων, στο hedging, και σε άλλους σημαντικούς τομείς της δραστηριότητάς του.

Το stress test θεωρείται απαραίτητο συμπλήρωμα κάθε εσωτερικού υποδείγματος VaR, γιατί, καθώς το VaR είναι στατιστικό μοντέλο, η εφαρμογή του απαιτεί απλουστευτικές υποθέσεις για τους παράγοντες κινδύνου, οι οποίες είναι απαραίτητες και για να προκύψουν αποτελεσματικά, ως προς τον υπολογισμό τους, υποδείγματα. Όπως προαναφέρθηκε, τα υποδείγματα αντικατοπτρίζουν κατά κύριο λόγο “κανονικές συνθήκες αγοράς”, δηλαδή εκείνες τις συνθήκες για τις οποίες υπάρχουν αρκετά στοιχεία ώστε να εκτιμηθούν οι μεταβλητότητες και οι συσχετίσεις. Στην πραγματικότητα, βέβαια, συμβαίνουν και ακραία γεγονότα, προκαλώντας αυξομειώσεις τιμών που δεν αντιστοιχούν στην κανονική κατανομή.

Το Derivative Policy Group (1995) έχει προτείνει συγκεκριμένες οδηγίες για τη διενέργεια stress test:

- Παράλληλη μετατόπιση της καμπύλης απόδοσης επιτοκίων κατά $\pm 100\mu\text{β}$
- Συστροφή (*twist*) της καμπύλης απόδοσης επιτοκίων κατά $\pm 25\mu\text{β}$
- Μεταβολές δεικτών κεφαλαιαγοράς (*equity*) κατά $\pm 10\%$
- Νομισματικές (*currency*) μεταβολές κατά $\pm 6\%$
- Μεταβολές μεταβλητότητας κατά $\pm 20\%$

Οι παραπάνω ακραίες αυξομειώσεις τιμών και επιτοκίων μπορεί να επηρεάσουν κατά μεγάλο ποσοστό την αξία ενός χαρτοφυλακίου που είναι έντονα μη-γραμμικό με μεγάλα αρνητικά Γάμμα (Παράρτημα 1). Τέτοια χαρτοφυλάκια θα παρουσιάσουν απώλειες είτε οι τιμές πέσουν είτε αυξηθούν, και το μέγεθος της απώλειας αυξάνεται καθώς αυξάνεται η μεταβολή της τιμής. Οι εποπτικές αρχές συνήθως απαιτούν από τα ΧΙ να εφαρμόζουν σενάρια σχετικά με τα χαρακτηριστικά του χαρτοφυλακίου τους.

Το κύριο όφελος που προέρχεται από το stress testing είναι η αναγνώριση της ευαισθησίας του χαρτοφυλακίου σε ένα πλήθος ακραίων γεγονότων. Κατά τη διάρκεια μιας κρίσης στην αγορά, οι ιστορικές συσχετίσεις μεταβάλλονται, καθώς αυξάνεται η μεταβλητότητα. Οι συσχετίσεις μπορεί ξαφνικά να αυξηθούν δραματικά και να φτάσουν στο +1, εάν οι αγορές καταρρεύσουν την ίδια περίοδο και η ρευστότητα εξαντληθεί. Αντίθετα, η συσχέτιση μπορεί να φτάσει το -1, αν οι αγορές ή οι επιμέρους τίτλοι κινηθούν σε αντίθετες κατευθύνσεις.

Κάθε χαρτοφυλάκιο έχει ειδικά χαρακτηριστικά που το κάνουν ευάλωτο σε συγκεκριμένο παράγοντα κινδύνου. Προφανώς, ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από ομολογίες υψηλής απόδοσης είναι ευάλωτο σε ενδεχόμενη διεύρυνση των πιστωτικών περιθωρίων (*spreads*). Ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από μετοχές, με διασπορά σε ένα πλήθος χωρών και τομείς δραστηριοτήτων είναι ευαίσθητο σε μεταβολές στη δομή των συσχετίσεων (*correlation structure*) των παγκόσμιων αγορών κεφαλαίου. Το stress testing είναι πολύ χρήσιμο στο να υπογραμμίζει ακριβώς αυτές τις ευαισθησίες, γεγονός που βοηθά και την επικοινωνία με τη διοίκηση του ΧΙ.

Από την άλλη, τα stress tests παρουσιάζουν και αυτά τα μειονεκτήματά τους. Προφανώς είναι υποκειμενικές διαδικασίες, καθώς βασίζονται σε σενάρια που επιλέγονται από το χρήστη, με αποτέλεσμα, η αξία του stress test ως μέτρου ελέγχου να εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από υποκειμενικές επιλογές και ανθρώπινες ικανότητες. Κατ' επέκτασιν, είναι δύσκολο να γίνει αντικειμενική εκτίμηση του stress test, τόσο από τη διοίκηση ενός ΧΙ, όσο και από τις εποπτικές αρχές και άλλα ενδιαφερόμενα μέρη.

Ένα παρόμοιο πρόβλημα είναι ότι τα αποτελέσματα του stress test δεν δίνουν κάποια ιδέα για τις πιθανότητες που έχουν τα διάφορα γεγονότα, οπότε, είναι δύσκολο να ληφθεί μια απόφαση σχετικά με το τι πρέπει να κάνει η εταιρεία. Ένα σενάριο μπορεί να αποτελείται από ακραίες μεταβολές στην τιμή ενός παράγοντα κινδύνου, όπως η μεταβολή κατά 100 μονάδες βάσης στο επίπεδο των επιτοκίων, κατά τη διάρκεια ενός μήνα. Το stress test θα υπολογίσει πόσο μπορεί να χάσει το χαρτοφυλάκιο κάτω από αυτές τις συνθήκες, δεν δίνει όμως καμία

πληροφόρηση για το πόσο πιθανό είναι αυτό το ενδεχόμενο. Και πάλι, ενεργώντας υποκειμενικά, μόνο εάν το σενάριο θεωρηθεί πιθανό, θα ληφθούν μέτρα για την αντιμετώπιση τέτοιου γεγονότος. Με άλλα λόγια, ο βαθμός στον οποίον τα αποτελέσματα του ελέγχου έχουν σημασία, εξαρτάται από άγνωστες πιθανότητες.

Επιπλέον, μια πολύ συνηθισμένη μέθοδος stress testing είναι ο έλεγχος ορισμένων τιμών ή αποδόσεων υποθέτοντας ότι οι υπόλοιπες τιμές παραμένουν στα συνήθη τους επίπεδα. Η μέθοδος αυτή είναι ξεκάθαρη και εύκολη στην εφαρμογή, αλλά αγνοεί τη συσχέτιση μεταξύ των stress τιμών και των υπόλοιπων τιμών, ενώ εμπειρική έρευνα έχει δείξει ότι κάτι τέτοιο μπορεί να οδηγήσει σε αποτελέσματα που απέχουν πολύ από την πραγματικότητα.

Τα περισσότερα από αυτά τα προβλήματα μπορούν να αντιμετωπιστούν με την ενοποίηση του μοντέλου VaR με το stress test, με το να αποδοθούν πιθανότητες στα stress σενάρια. Τα προκύπτοντα νούμερα συμπεριλαμβάνουν τους παραδοσιακούς εκτιμητές κινδύνου αγοράς και τα αποτελέσματα του stress test, καθώς και τις πιθανότητες τους.

4.2. Δοκιμαστικός εκ των Υστέρων Έλεγχος (*Back Testing*)

Τα υποδείγματα VaR δεν μπορούν να αξιολογηθούν ευθέως, καθώς το “πραγματικό” VaR δεν μπορεί να παρατηρηθεί. Ένα σύστημα VaR είναι ευαίσθητο σε πολλές πιθανές πηγές λάθους, δύο εκ των οποίων είναι τα σφάλματα εκτίμησης της μεταβλητότητας και των συσχετίσεων. Επιπλέον, μπορεί να έχουν παραβλεφθεί σημαντικοί παράγοντες κινδύνου, να έχουν επιλεγεί ανακριβή μοντέλα αποτίμησης, ή να μην ισχύει η υπόθεση της κανονικότητας.

Έτσι, η επάρκεια των μοντέλων VaR διαπιστώνεται με τη μέθοδο του δοκιμαστικού εκ των υστέρων ελέγχου^{***} (*back testing*). Σύμφωνα με το back testing, για μια δεδομένη περίοδο, τα εκτιμηθέντα VaR μέτρα συγκρίνονται με τις παρατηρηθείσες αποδόσεις σε ημερήσια (*day-to-day*) βάση. Η διενέργεια back testing επιδιώκει τον έλεγχο της συνέπειας των πραγματοποιηθέντων ημερήσιων αποδόσεων με το αντίστοιχο VaR που δίνει το μοντέλο, στο δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Για παράδειγμα, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, και αν το υπόδειγμα είναι σωστό, η απόλυτη αξία των ημερήσιων αποδόσεων δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το προβλεπόμενο VaR, σε πάνω από μια μέρα στις 100, κατά μέσο όρο. Για κάθε back testing, υπολογίζεται ο αριθμός των παραβιάσεων, ο οποίος, διαιρούμενος με την back test περίοδο, δίνει το λόγο παραβιάσεων (*violation rate*).

^{***} Για λόγους συντομίας, θα χρησιμοποιείται στο εξής ο αγγλικός όρος “back testing”

Τα υποδείγματα VaR αξιολογούνται σύμφωνα με τρία κριτήρια. Το πρώτο μετρά κατά πόσο το υπόδειγμα αποδίδει ως προς τον θεμελιώδη σκοπό του, δηλαδή την περιγραφή του στοχευόμενου ποσοστημορίου της κατανομής αποδόσεων. Οι λόγοι παραβίασης υπολογίζονται για κάθε back test περίοδο και συγκρίνονται με τον αντίστοιχο λόγο παραβίασης που έχει τεθεί ως στόχος (για VaR σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99%, ο στόχος του λόγου παραβιάσεων είναι 5% και 1%, αντίστοιχα). Κατόπιν, υπολογίζεται ο μέσος όρος των παραβιάσεων για όλες τις back test περιόδους. Τυχόν διαφορές του μέσου όρου παραβιάσεων από τον αντίστοιχο στοχευόμενο λόγο, αποτελούν ένδειξη ότι το μοντέλο είναι λανθασμένο.

Το δεύτερο κριτήριο μετρά την αποτελεσματικότητα του υποδείγματος VaR, δηλαδή σε ποιο βαθμό η προκύπτουσα εκτίμηση VaR υπόκειται σε τυχαίο σφάλμα. Εάν η απόδοση του μοντέλου διαφοροποιείται στο χρόνο εξαιτίας τυχαίου σφάλματος των μέτρων VaR, δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι ότι ένας συγκεκριμένος εκτιμητής VaR είναι σωστός. Η αποτελεσματικότητα ενός υποδείγματος ποσοτικοποιείται με τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης των λόγων παραβιάσεων κατά τις περιόδους back testing.

Τέλος, τα μοντέλα VaR ελέγχονται στατιστικά για κάθε περίοδο back testing για να διαπιστωθεί εάν το μοντέλο θα πρέπει να απορριφθεί ή όχι. Έστω S ο αριθμός των παραβιάσεων κατά τη διάρκεια της back test περιόδου, με μήκος n παρατηρήσεων. Ιδανικά, οι παραβιάσεις είναι ανεξάρτητες, οπότε ο S ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή, $S \sim B(n; q)$. Η παράμετρος q , που αντιπροσωπεύει τη συχνότητα των παραβιάσεων, πρέπει να ισούται με το στοχευόμενο λόγο παραβιάσεων q_0 . Έτσι, γίνεται ο έλεγχος της μηδενικής υπόθεσης H_0 έναντι της εναλλακτικής H_1 :

$$H_0: q=q_0$$

$$H_1: q \neq q_0$$

Το στατιστικό που χρησιμοποιείται είναι (Rade et al, 1995):

$$T = \frac{S - nq_0}{\sqrt{nq_0(1 - q_0)}}$$

Επειδή το μήκος της περιόδου back testing είναι μεγάλο, το στατιστικό T -σύμφωνα με το οποίο γίνεται αποδεκτή ή απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση σε δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης- κατανέμεται κανονικά υπό τη μηδενική υπόθεση. Η H_0 γίνεται αποδεκτή εάν

το T βρίσκεται στο διάστημα $x_{\alpha/2} < T < x_{1-\alpha/2}$, όπου $x_{\alpha/2}$ και $x_{1-\alpha/2}$ δίνονται από την κανονική κατανομή.

Το τρίτο κριτήριο αξιολόγησης αφορά τον αριθμό των back testing περιόδων για τον οποίο το μοντέλο απορρίπτεται.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Υποδείγματα Value-at-Risk και Εποπτεία

5.1 Επιτροπή της Βασιλείας

Ο κίνδυνος αγοράς απέκτησε ιδιαίτερη βαρύτητα το 1993, όταν η Επιτροπή της Βασιλείας (Basle Committee on Banking Supervision), η κύρια διεθνής τραπεζική εποπτική αρχή, εξέδωσε το συμβουλευτικό έγγραφο “The Supervisory Treatment of Market Risks”, το οποίο -παρόλο που δέχτηκε κριτική για το ότι ήταν υπεραπλουστευτικό καθώς και για το ότι δε λάμβανε υπόψη εργαλεία όπως τα δικαιώματα προαίρεσης- έκανε για πρώτη φορά λόγο για την ανάγκη θέσπισης κεφαλαιακών απαιτήσεων για την κάλυψη του κινδύνου αγοράς. Το έγγραφο αυτό πρότεινε το τυποποιημένο πλαίσιο μέτρησης για τον υπολογισμό κινδύνου αγοράς σχετικό με τα επιτόκια, τις μετοχές και το συνάλλαγμα. Για μετοχές και εργαλεία που σχετίζονται με τον επιτοκιακό κίνδυνο, το πλαίσιο αυτό βασίζεται στη μέθοδο των συστατικών στοιχείων (*building block approach*), που διαφοροποιεί τις κεφαλαιακές απαιτήσεις για τον ειδικό κίνδυνο από εκείνες για τον γενικό κίνδυνο αγοράς.

Το 1996, η Επιτροπή της Βασιλείας, παρουσίασε το “Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks”, ενώ οι σημερινοί κανόνες της Βασιλείας ισχύουν από το 1998. Οι τράπεζες μπορούν να υπολογίζουν τα εποπτικά τους κεφάλαια για τον κίνδυνο αγοράς με δύο τρόπους: Η λεγόμενη “τυποποιημένη προσέγγιση” (*standardised approach*) χρησιμοποιεί δεδομένους σταθερούς παράγοντες ανάλογα με τον τύπο του χρεογράφου και παράγοντες όπως η αγοραία τιμή και η λήξη του. Εναλλακτικά, οι τράπεζες μπορούν να χρησιμοποιούν τα δικά τους εσωτερικά μοντέλα, εφόσον αυτά έχουν λάβει έγκριση από την τοπική εποπτική αρχή, και εφόσον διενεργούνται σε αυτά εκ των υστέρων δοκιμαστικοί έλεγχοι για επαλήθευση και εξασφάλιση της ακρίβειας του μοντέλου.

Σε γενικές γραμμές, οι τράπεζες που επιλέγουν την τυποποιημένη μέθοδο αντιμετωπίζουν σοβαρό μειονέκτημα ως προς το ύψος των κεφαλαιακών απαιτήσεων, γεγονός που θεωρείται

κίνητρο για τα ΧΙ ώστε να αναπτύξουν εξεζητημένα εσωτερικά υποδείγματα μέτρησης του κινδύνου.

Η Επιτροπή της Βασιλείας βρίσκεται αυτή τη στιγμή στη φάση αναθεώρησης του Capital Accord. Ενώ αυτή η αναθεώρηση αφορά κυρίως τον πιστωτικό και λειτουργικό κίνδυνο, κάποιες από τις επερχόμενες αλλαγές θα επηρεάσουν και τον τομέα της διαχείρισης κινδύνου αγοράς. Το αναθεωρημένο πλαίσιο θα ακολουθήσει μια προσέγγιση τριών πυλώνων. Ο πρώτος πυλώνας θα αφορά τις ελάχιστες κεφαλαιακές απαιτήσεις. Οι άλλοι δυο αφορούν την εποπτική επανεξέταση της κεφαλαιακής επάρκειας των τραπεζών και των διαδικασιών εσωτερικής αξιολόγησής τους και μεγαλύτερη πειθαρχία στην αγορά, ώστε να ενισχυθεί η διαφάνεια, και να επιδιωχθούν βέλτιστες τραπεζικές πρακτικές.

5.1.1 Το Εσωτερικό Υπόδειγμα

Σύμφωνα με τις οδηγίες της Βασιλείας, οι τράπεζες επιτρέπεται να χρησιμοποιούν διαφορετικές υποθέσεις και τεχνικές υποδειματοποίησης. Το VaR υπολογίζεται σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99% (μονόπλευρο), με 10ήμερη περίοδο διακράτησης. Στην αρχική φάση εφαρμογής του εσωτερικού μοντέλου, επιτρέπεται να πολλαπλασιαστεί το 10ήμερο VaR με $\sqrt{10}$, ώστε να προκύψει το VaR μιας ημέρας.

Η κεφαλαιακή απαίτηση είναι ίση με το υψηλότερο ποσό μεταξύ του VaR της προηγούμενης ημέρας, και του μέσου όρου των ημερήσιων VaR για καθεμία από τις 60 προηγούμενες εργάσιμες ημέρες, πολλαπλασιασμένο με το συντελεστή 3, που θεωρείται δικλείδα ασφαλείας απέναντι σε έναν αριθμό παραγόντων, όπως κίνδυνο μοντέλου, ατελή εκτίμηση συγκεκριμένων κινδύνων, καθώς και σε μη κανονικές κινήσεις της αγοράς. Ο πολλαπλασιαστικός συντελεστής προσαυξάνεται σύμφωνα με τον αριθμό των υπερβάσεων κατά τις προηγούμενες 250 ημέρες, όπως αποδεικνύεται από τον εκ των υστέρων έλεγχο. Υπέρβαση είναι η εντός μίας ημέρας μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου, που υπερβαίνει το VaR που προκύπτει από το μοντέλο που χρησιμοποιεί η κάθε τράπεζα. Εάν παρατηρηθούν υψηλές επιπλέον απώλειες, ο επόπτης μπορεί να επιβάλει επιπλέον κεφαλαιακές χρεώσεις, με τη μορφή μεγαλύτερου πολλαπλασιαστικού συντελεστή.

$$\text{ΚΕΦΑΛΑΙΑΚΗ} \cdot \text{ΧΡΕΩΣΗ} \cdot \text{ΚΙΝΔΥΝΟΥ} \cdot \text{ΑΓΟΡΑΣ}(t) = \text{Max}\{VaR_{t-1}, k * \overline{VaR}\}$$

$$\text{όπου } \overline{VaR} = 1/60 * \sum_{i=t-1}^{t-60} VaR_i, \text{ και}$$

$$k = \begin{cases} 3,00 \\ 3,40 \\ 3,50 \\ 3,65 \text{ αν ο αριθμός των υπερβάσεων κατά τον έλεγχο είναι αντίστοιχα} \\ 3,75 \\ 3,85 \\ 4,00 \end{cases} \begin{cases} \leq 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ \geq 10 \end{cases}$$

Τα XI μπορούν να λάβουν υπόψη τη συσχέτιση μεταξύ των κατηγοριών κινδύνου. Οι μεταβλητότητες και οι συσχετίσεις θα πρέπει να εκτιμώνται βάσει ιστορικών στοιχείων, με ελάχιστο δείγμα 250 παρατηρήσεων (δηλαδή ένα έτος εργάσιμων ημερών). Οι παράμετροι της αγοράς θα πρέπει να επικαιροποιούνται το πολύ κάθε τρεις μήνες, ή πιο συχνά, αν το απαιτούν οι συνθήκες αγοράς.

Το εσωτερικό υπόδειγμα θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη όχι μόνο τους γραμμικούς κινδύνους (*delta*), αλλά και τους μη γραμμικούς, όπως τους κινδύνους κυρτότητας (*gamma*) και μεταβλητότητας (*vega*), που συνδέονται με τα δικαιώματα προαίρεσης. Η επιλογή του μοντέλου είναι στη διακριτική ευχέρεια του ιδρύματος.

Οι τράπεζες που δεν ικανοποιούν τα κριτήρια για τη χρήση εσωτερικού υποδείγματος μπορούν να χρησιμοποιήσουν έναν συνδυασμό τυποποιημένου και εσωτερικού μοντέλου, με την προοπτική όμως, να υιοθετήσουν πλήρως το εσωτερικό μοντέλο. Στην περίπτωση αυτή, κάθε κατηγορία κινδύνου μετράται με έναν μόνο τρόπο. Εάν χρησιμοποιηθεί συνδυασμός προσεγγίσεων, η συνολική κεφαλαιακή χρέωση καθορίζεται από το άθροισμα των επιμέρους κατηγοριών, κάτι που, προφανώς, δε λαμβάνει υπόψη τις πιθανές συσχετίσεις μεταξύ των κατηγοριών κινδύνου.

5.2 Κίνδυνος Αγοράς και Value-at-Risk στην Ελλάδα

Η Τράπεζα της Ελλάδος (ΤτΕ) παρακολουθεί τις διεθνείς εξελίξεις και υιοθετεί τα πρότυπα της Βασιλείας όσον αφορά την παρακολούθηση του κινδύνου αγοράς, για τη θέσπιση κεφαλαιακών απαιτήσεων. Το ισχύον νομικό και θεσμικό πλαίσιο καθορίζεται

κυρίως από τις διατάξεις των σχετικών νόμων του 1996 και 2001, καθώς και των επακόλουθων οδηγιών της ΤτΕ, που επιδεικνύουν απόλυτη συμμόρφωση με τους κανόνες της Επιτροπής της Βασιλείας.

Σε γενικές γραμμές, και ενώ το VaR είναι μια έννοια σχετικά νέα για την Ελλάδα, οι μεγαλύτερες τράπεζες κάνουν σοβαρές προσπάθειες για εφαρμογή βέλτιστων μεθόδων στη διαχείριση κινδύνου, τόσο με την υιοθέτηση διεθνώς αναγνωρισμένων πρακτικών για την παρακολούθηση και τον έλεγχο του κινδύνου αγοράς, όσο και με την ανάπτυξη εσωτερικών υποδειγμάτων. Οι τέσσερις τράπεζες με τις οποίες θα ασχοληθούμε παρακάτω εφαρμόζουν τα τελευταία χρόνια διαχείριση κινδύνου αγοράς και θεωρούν το VaR, όχι απλώς ένα μέσο παρακολούθησης, αλλά εργαλείο που βοηθά στη λήψη αποφάσεων, ενώ δύο από αυτές (Εθνική Τράπεζα-Eurobank) έχουν λάβει έγκριση για τη χρήση του εσωτερικού υποδείγματός τους.

Παράλληλα, στις προτεραιότητές τους συγκαταλέγεται η συμμόρφωση με τις διατάξεις του νέου εποπτικού πλαισίου κεφαλαιακών απαιτήσεων της Επιτροπής της Βασιλείας (Basel II), που θα εφαρμοσθεί στο τέλος του 2006.

Eurobank

Αναλυτικότερα, η Eurobank ακολουθεί στρατηγική αποτελεσματικής διαχείρισης κινδύνου αγοράς, με στόχους:

- Θέσπιση πλαισίου αποτελεσματικού ελέγχου και διαχείρισης των σχετικών κινδύνων σε επίπεδο Ομίλου.
- Εξασφάλιση της εφαρμογής των εποπτικών κανόνων των ελληνικών και διεθνών αρχών.
- Δημιουργία ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος για την Τράπεζα.

Για τον υπολογισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων έναντι των κινδύνων αγοράς, η Τράπεζα χρησιμοποιούσε την παραμετρική μέθοδο ως το τέλος του 2002, ενώ πλέον χρησιμοποιεί Προσομοίωση Monte Carlo, με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, και για περίοδο 10 ημερών. Μεγάλη σημασία δίνεται και στα stress και back testing. Ο εκ των υστέρων έλεγχος για το 2005 έδειξε 3 υπερβάσεις σε σύνολο 250 εργάσιμων ημερών, που δείχνει ότι το υπόδειγμα είναι ακριβές και αξιόπιστο.

Οι κρίσεις τις συνέπειες των οποίων εξετάζει και καταγράφει η Τράπεζα περιλαμβάνουν:

- Εισβολή του Ιράκ στο Κουβέιτ (1990)
- Επιχείρηση “Καταιγίδα της Ερήμου” (1991)
- Υποτίμηση στερλίνας (1992)
- Ασιατική κρίση (1997)
- Ρωσική κρίση (1998)
- Επίθεση NATO στη Σερβία (1999)
- Βουλευτικές εκλογές στην Ελλάδα (2000)
- Επίθεση στους δίδυμους πύργους (2001)

Από την εφαρμογή των προγραμμάτων προσομοίωσης καταστάσεων κρίσεως (αναλύσεις ευαισθησίας και ιστορικά σενάρια) δεν προκύπτουν απώλειες που θα επηρέαζαν την ομαλή λειτουργία της Τράπεζας.

Alpha Bank

Η Alpha Bank, που εφαρμόζει υποδείγματα VaR από το 1998, χρησιμοποιεί τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης με περίοδο διακράτησης 1 έως 10 ημέρες, ανάλογα με το χρόνο που απαιτείται για τη ρευστοποίηση του χαρτοφυλακίου, περίοδο μεταβλητότητας 2 ετών και διάστημα εμπιστοσύνης 99%.

Για τη μέτρηση του κινδύνου αγοράς του χαρτοφυλακίου συναλλαγών, συμπληρωματικά με τον υπολογισμό του VaR, ελέγχεται η συμπεριφορά του σε υποθετικές μεταβολές των παραμέτρων αγοράς, καθώς και σε ακραίες μεταβολές του που παρατηρήθηκαν στο παρελθόν, με χρήση σεναρίων και stress tests, αντίστοιχα. Επιπλέον, στο πλαίσιο της πολιτικής διαχείρισης χρηματοοικονομικών κινδύνων από την Επιτροπή Ενεργητικού-Παθητικού, έχουν θεσπιστεί όρια έκθεσης και μέγιστης ζημίας (*stop loss*) στα προϊόντα που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο συναλλαγών. Συγκεκριμένα, έχουν καθοριστεί όρια που αφορούν τους παρακάτω κινδύνους:

- Συναλλαγματικός κίνδυνος για θέσεις spot και forward.
- Επιτοκιακός κίνδυνος για θέσεις ομολόγων, interest rate swaps, interest futures, interest options.
- Κίνδυνος τιμών για θέσεις μετοχών, index futures και δικαιώματα προαίρεσης.

- Πιστωτικός κίνδυνος για διαπραγματευτικές πράξεις, εταιρικά ομόλογα και κρατικά ομόλογα αναπτυσσομένων χωρών. Ο συγκεκριμένος πιστωτικός κίνδυνος υπολογίζεται με χρήση της εφαρμογής Credit VaR.

Οι θέσεις σε αυτά τα προϊόντα παρακολουθούνται κατά τη διάρκεια της ημέρας και ελέγχονται για το ποσοστό καλύψεως και για τυχόν υπερβάσεις των εκάστοτε ορίων.

Εθνική Τράπεζα

Η Εθνική Τράπεζα της Ελλάδος (ETE) παρακολουθεί καθημερινά την έκθεση σε κίνδυνο αγοράς όλων των μονάδων της Τράπεζας και του Ομίλου, τόσο σε ατομικό, όσο και σε επίπεδο Ομίλου από το 2000, παρακολουθώντας τις εξελίξεις στο χώρο της διαχείρισης κινδύνων. Πάγια πολιτική της ETE είναι η αντιστάθμιση του κινδύνου αγοράς που προέρχεται από επιτοκιακές διακυμάνσεις στα ομόλογα σταθερού επιτοκίου του ελληνικού Δημοσίου, με τη χρήση κυρίως χρηματιστηριακών παραγώγων. Επιπλέον, τα εταιρικά ομόλογα σταθερού επιτοκίου μετατρέπονται σε κυμαινόμενου επιτοκίου με τη χρήση συμβάσεων ανταλλαγής επιτοκίων, με σκοπό τη μείωση του επιτοκιακού κινδύνου και, κατ' επέκταση, των κεφαλαιακών απαιτήσεων έναντι αυτού του χαρτοφυλακίου.

Από το 2003, η ΤτΕ ενέκρινε τη χρήση του εσωτερικού υποδείγματος της ETE για τον υπολογισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων έναντι του κινδύνου αγοράς του εμπορικού χαρτοφυλακίου.

Τράπεζα Πειραιώς

Η Τράπεζα Πειραιώς δίνει ιδιαίτερη έμφαση στην εφαρμογή ενός αποτελεσματικού πλαισίου διαχείρισης κινδύνων, που συμβάλει, μεταξύ άλλων, στην αποδοτική κατανομή κεφαλαίων. Εφαρμόζονται σύγχρονες και ευρέως αποδεκτές τεχνικές για την ανάλυση του κινδύνου αγοράς, όπως αποτιμήσεις VaR και Κερδών-σε-Κίνδυνο (*Earnings-at-Risk*), και αποτελέσματα Stress Tests και Δεικτών Ευαισθησίας (*Sensitivity Indicators*).

Για τον υπολογισμό του VaR, η Τράπεζα χρησιμοποιεί τη μέθοδο RiskMetrics™, με ορίζοντα πρόβλεψης 1 ημέρας και επίπεδο εμπιστοσύνης 99%. Ο Όμιλος Πειραιώς εφαρμόζει, από το 2003, ενιαία Πολιτική Διαχείρισης Κινδύνου Αγοράς, βάσει της οποίας έχουν καθοριστεί όρια ανάληψης κινδύνου αγοράς για κάθε μονάδα του Ομίλου, τα οποία παρακολουθούνται συστηματικά. Ειδικότερα, όσον αφορά τη διαχείριση του επιτοκιακού

κινδύνου, οι θέσεις ομολόγων και δανείων σταθερού επιτοκίου αντισταθμίζονται με συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης και συμβάσεις ανταλλαγής επιτοκίων.

Παράλληλα, εν αναμονή του νέου εποπτικού πλαισίου κεφαλαιακών απαιτήσεων της Επιτροπής της Βασιλείας (Basel II), έχει οριστεί, ήδη από το 2003, αντίστοιχη Επιτροπή για την ανάπτυξη των κατάλληλων υποδομών και την προετοιμασία των μονάδων του Ομίλου ενώ το σύστημα διαχείρισης κινδύνων υποστηρίζει ήδη λειτουργίες υπολογισμού κεφαλαιακών απαιτήσεων σύμφωνα με τις νέες διατάξεις.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Συμπεράσματα

Συνοψίζοντας, διαπιστώνουμε ότι η ακαδημαϊκή κοινότητα είναι μάλλον διχασμένη όσον αφορά την καταλληλότητα των υποδειγμάτων VaR για τη μέτρηση του κινδύνου αγοράς, ενώ θα λέγαμε ότι στο χώρο της αγοράς, παρά τις αμφιβολίες που υπάρχουν σχετικά με τη χρήση των εν λόγω μοντέλων, η μέτρηση VaR έχει καθιερωθεί ως βασικό εργαλείο διαχείρισης κινδύνου, κατόπιν προτροπής, βέβαια, των αρμόδιων εποπτικών αρχών.

Ενώ τα μέτρα VaR έχουν δεχτεί κριτική από τους διαχειριστές κινδύνου ως ανεπαρκή, η αλήθεια είναι ότι ενώνουν το χάσμα μεταξύ της ανάγκης, από τη μια για ακριβή μέτρηση του κινδύνου, και από την άλλη, για την ύπαρξη ενός μέτρου που είναι ευρέως κατανοητό. Ως τέτοιο, είναι η ελάχιστη τεχνική προϋπόθεση από το οποίο μπορούν να προκύψουν άλλα, πιο εξεζητημένα μέτρα. Επιπλέον, παρότι ίσως ανεπαρκές, το VaR εξυπηρετεί ως κίνητρο προς τις “απειθαρχες” τράπεζες να θεσπίσουν ένα ελάχιστο πλαίσιο διαχείρισης κινδύνου. Η έννοια του VaR έχει αρκετά κενά, το κυριότερο από τα οποία είναι ότι εκφράζει μόνο το ελάχιστο ποσό απωλειών, ενώ οι αναμενόμενες απώλειες είναι μάλλον περισσότερο διαισθητικές, δεν γνωρίζουμε, δηλαδή, ποιο ακριβώς είναι το μέγιστο πόσο που μπορεί να απολεσθεί. Εδώ, βέβαια, το κενό συμπληρώνεται από μέτρα όπως η Αναμενόμενη Απώλεια.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει και η άποψη ότι τα ισχύοντα μέτρα VaR, που είναι εξαιρετικά ευμετάβλητα, έχουν ως αποτέλεσμα υπερβολικές αυξομειώσεις στα κεφάλαια των τραπεζών, κάτι όμως που δεν ισχύει στην πράξη. Οποσδήποτε τα περισσότερα μέτρα VaR είναι υπερβολικά ευμετάβλητα, αλλά κάτι τέτοιο έχει ελάχιστη ή και καθόλου εποπτική επίπτωση στα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα. Ο λόγος είναι ότι το εποπτικό VaR είναι απώλεια που προκύπτει πάνω από δύο φορές το χρόνο και ένα XI που δεν μπορεί να χειριστεί τέτοια ζημία αντιμετωπίζει σίγουρα μεγαλύτερα προβλήματα από το αυξομειούμενο εποπτικό κεφάλαιο. Σημειώνεται ότι τα εποπτικά κεφάλαια είναι 3-4 φορές πάνω από το επίπεδο 10ήμερου VaR (στο 99%), ενώ τα κεφάλαια των περισσότερων τραπεζών είναι πολύ υψηλότερα. Το

κεφάλαιο που αντιστοιχεί στον πιστωτικό κίνδυνο είναι πολύ μεγαλύτερο από εκείνο του κινδύνου αγοράς, και επίσης μια τράπεζα που έχει μόνο τα ελάχιστα κεφάλαια κινδύνου αγοράς θα θεωρηθεί υψηλού κινδύνου από πελάτες και επενδυτές.

Στον τομέα της εσωτερικής διαχείρισης κινδύνου, τα πράγματα είναι πιο περίπλοκα. Σε αυτήν την περίπτωση, η διαχείριση κινδύνου εξυπηρετεί πλήθος σκοπών, από την ολοκληρωμένη διαχείριση, έως τη θέσπιση ορίων θέσης. Θεμελιωδώς, όλες οι τεχνικές μέτρησης κινδύνου ανήκουν σε μια από τις τρεις κατηγορίες, ή μια μείξη αυτών, δηλαδή α) παραμετρικές μέθοδοι, που βασίζονται στην υποδειγματοποίηση ολόκληρης της κατανομής των αποδόσεων, συνήθως με χρήση κάποιου είδους δεσμευμένης μεταβλητότητας, β) τη μη-παραμετρική μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης, και γ) την παραμετρική υποδειγματοποίηση των ουρών της κατανομής αποδόσεων. Όπως είδαμε, όλες οι μέθοδοι παρουσιάζουν πλεονεκτήματα, αλλά και μειονεκτήματα, και συνήθως ο συμβιβασμός θα πρέπει να γίνει στην επιλογή μεταξύ μίας εύκολης αλλά ανακριβούς μεθόδου, και μίας δύσκολης και ακριβούς. Καμία μέθοδος δεν είναι τέλεια, και η επιλογή μιας τεχνικής εξαρτάται από την αγορά στην οποία δραστηριοποιείται η τράπεζα, και την ύπαρξη εξειδικευμένου προσωπικού που θα εφαρμόσει τις τεχνικές.

Με δυο λόγια, το ζήτημα της μέτρησης του κινδύνου αγοράς βρίσκεται ακόμη σε μία φάση ζύμωσης και ανάπτυξης, και θα πρέπει να αναμένουμε νέες εξελίξεις και μεθόδους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

Εφαρμογή

Έστω το χαρτοφυλάκιο Α, που αποτελείται από 5 μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης, που διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Αθηνών:

Εθνική Τράπεζα της Ελλάδος (ΕΤΕ)-1.500 τεμάχια

Οργανισμός Προγνωστικών Αγώνων Ποδοσφαίρου (ΟΠΑΠ)-2.000 τεμάχια

HYATT Regency Ξενοδοχειακή & Τουριστική-1.500 τεμάχια

Οργανισμός Τηλεπικοινωνιών Ελλάδος (ΟΤΕ)-3.000 τεμάχια

ALPHA BANK – 1.500 τεμάχια

Η αξία του χαρτοφυλακίου την 8/6/2006 είναι EUR 188.030

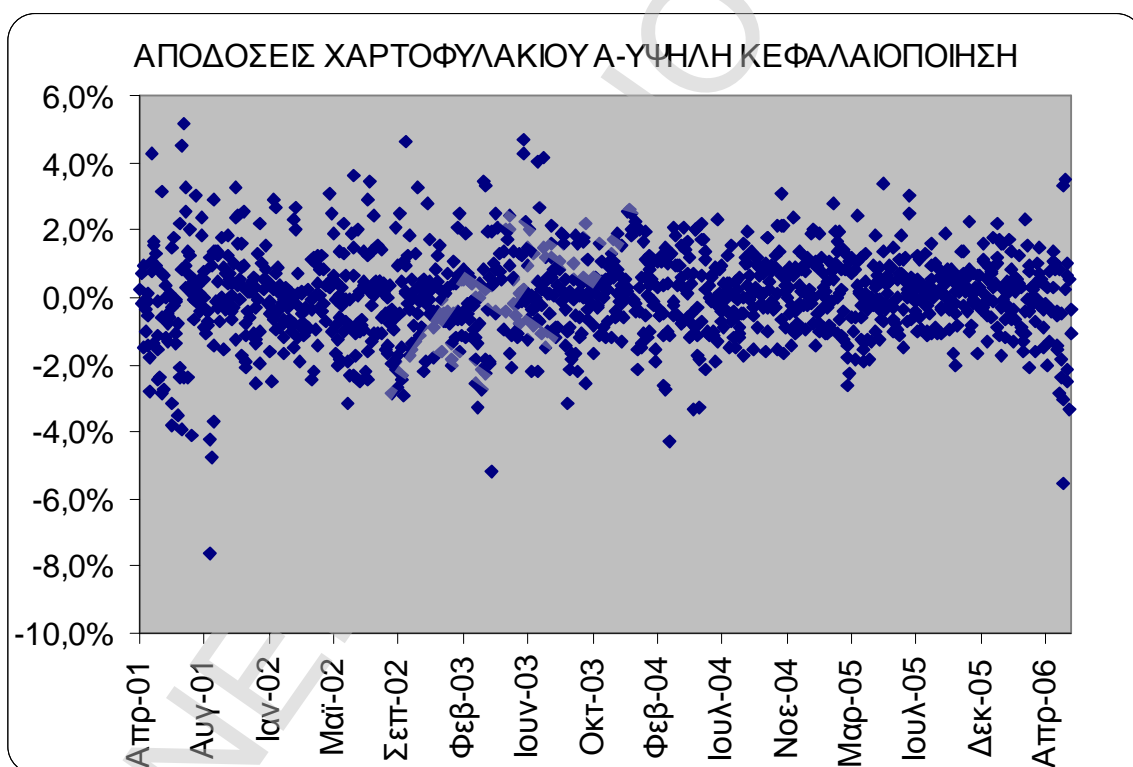
Η διακύμανση και συνδιακύμανση των αποδόσεων των μετοχών του χαρτοφυλακίου, καθώς και τα διαγράμματά τους (απλό και scatterplot) δίνονται παρακάτω (στοιχεία περιόδου 23/4/2001 έως 7/6/2006).

7-1 ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Α

ΕΤΕ	0,037%
ΟΠΑΠ	0,032%
HYATT	0,026%
ΟΤΕ	0,031%
ALPHA	0,034%

7-2 ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Α

	ΕΤΕ	ΟΠΑΠ	ΗΥΑΤΤ	ΟΤΕ	ΑΛΦΑ
ΕΤΕ	0.036490%	0.010808%	0.011779%	0.014952%	0.025004%
ΟΠΑΠ	0.010808%	0.031492%	0.007382%	0.008740%	0.009538%
ΗΥΑΤΤ	0.011779%	0.007382%	0.025989%	0.008586%	0.011397%
ΟΤΕ	0.014952%	0.008740%	0.008586%	0.030597%	0.014388%
ΑΛΦΑ	0.025004%	0.009538%	0.011397%	0.014388%	0.033557%



Σχήμα 7-1



Σχήμα 7-Π

Χρησιμοποιώντας το Bloomberg (μέθοδος “delta only”), προκύπτει το VaR 10 ημερών (περίοδος 8/6/2006-22/6/2006) για διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης, καθώς και το VaR των επιμέρους μετοχών του χαρτοφυλακίου στο 5%:

7-3 VaR ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Α		
Probability of Loss (%)	Value-At-Risk (EUR)	% of total Market Value
0,10	20.594	10,952
0,20	19.181	10,201
0,50	17.166	9,129
1,00	15.503	8,245
2,00	13.687	7,279
5,00	10.962	5,830
10,00	8.540	4,542
20,00	5.609	2,983

7-4 VaR ΜΕΤΟΧΩΝ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Α

Security	Price	Mkt value (Eur)	VaR (Eur)	% VaR
ΟΠΑΠ	25,18	50.360	2.504	4,972
ΟΤΕ	15,94	47.820	2.528	5,287
ΕΤΕ	29,70	44.550	3.358	7,538
ALPHA BANK	19,20	28.800	2.067	7,177
ΗΥΑΤΤ	11,00	16.500	504	3,056

Οι συντελεστές συσχέτισης των τιμών για 130 παρατηρήσεις (9/12/2005-8/6/2006) είναι:

7-5 ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΧΑΡΤ/ΚΙΟΥ Α

	ΕΤΕ	ΟΠΑΠ	ΗΥΑΤΤ	ΟΤΕ	ALPHA
ΕΤΕ	1	0,848	0,409	0,658	0,670
ΟΠΑΠ	0,848	1	0,468	0,688	0,594
ΗΥΑΤΤ	0,409	0,468	1	0,182	0,744
ΟΤΕ	0,658	0,688	0,182	1	0,316
ALPHA	0,670	0,594	0,744	0,316	1

Το t-Test Statistic και η σημαντικότητά του είναι:

7-6 t-TEST STATISTIC ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Α

	ΕΤΕ	ΟΠΑΠ	ΗΥΑΤΤ	ΟΤΕ	ALPHA
ΕΤΕ	+Lge	18,09	5,07	9,90	10,21
ΟΠΑΠ	18,09	+Lge	6,00	10,72	8,35
ΗΥΑΤΤ	5,07	6,00	+Lge	2,09	12,61
ΟΤΕ	9,90	10,72	2,09	+Lge	3,77
ALPHA	10,21	8,35	12,61	3,77	+Lge

7-7 ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑ t- TEST ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Α					
	ΕΤΕ	ΟΠΑΠ	ΗΥΑΤΤ	ΟΤΕ	ΑΛΦΑ
ΕΤΕ	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
ΟΠΑΠ	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
ΗΥΑΤΤ	0,000	0,000	0,000	0,038	0,000
ΟΤΕ	0,000	0,000	0,038	0,000	0,000
ΑΛΦΑ	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Έστω δεύτερο χαρτοφυλάκιο, με την ονομασία Β, που αποτελείται από 6 μετοχές μεσαίας κεφαλαιοποίησης, που διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Αθηνών:

ΣΑΡΑΝΤΗΣ (ΣΑΡ)-5.000 τεμάχια

ΕΓΝΑΤΙΑ-3.000 τεμάχια

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΤΕΧΝΟΔΟΜΙΚΗ (ΕΛΤΕΧ)-2.500 τεμάχια

ΙΝΤΡΑΛΟΤ (ΙΝΛΟΤ)-4.000 τεμάχια

ΜΥΤΙΑΛΗΝΑΙΟΣ (ΜΥΤΙΑ) – 5.000 τεμάχια

ΕΛΛ. ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑ (ΕΧΑΕ) – 4.000 τεμάχια

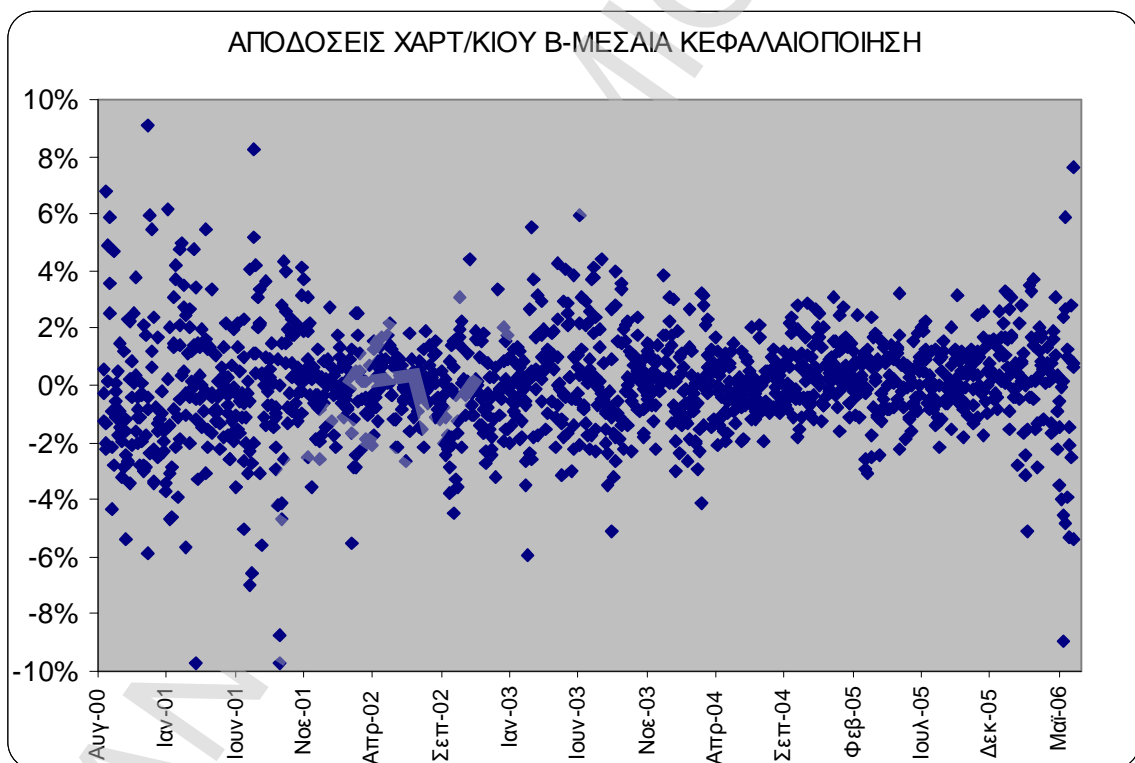
Η αξία του χαρτοφυλακίου την 16/6/2006 είναι EUR 295.230

Η διακύμανση και συνδιακύμανση των αποδόσεων των μετοχών του χαρτοφυλακίου, καθώς και τα διαγράμματά τους (απλό και scatterplot) δίνονται παρακάτω (στοιχεία περιόδου 22/8/2000 έως 16/6/2006).

7-8 ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Β	
ΣΑΡΑΝΤΗΣ	0,05245%
ΕΓΝΑΤΙΑ	0,06057%
ΕΛΤΕΧ	0,05485%
ΙΝΛΟΤ	0,04642%
ΜΥΤΙΑ	0,07700%
ΕΧΑΕ	0,05753%

7-9 ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Β

	ΣΑΡ	ΕΓΝΑΤΙΑ	ΕΛΤΕΧ	ΙΝΛΟΤ	ΜΥΤΙΑ	ΕΧΑΕ
ΣΑΡ	0,05242%	0,02390%	0,02561%	0,02224%	0,03506%	0,02339%
ΕΓΝΑΤΙΑ	0,02390%	0,06053%	0,02166%	0,01888%	0,02893%	0,02505%
ΕΛΤΕΧ	0,02561%	0,02166%	0,05481%	0,02401%	0,03300%	0,02149%
ΙΝΛΟΤ	0,02224%	0,01888%	0,02401%	0,04639%	0,03110%	0,01990%
ΜΥΤΙΑ	0,03506%	0,02893%	0,03300%	0,03110%	0,07695%	0,03405%
ΕΧΑΕ	0,02339%	0,02505%	0,02149%	0,01990%	0,03405%	0,05749%



Σχήμα 7-III



Σχήμα 7-IV

Χρησιμοποιώντας το Bloomberg (μέθοδος “delta only”), προκύπτει το VaR 10 ημερών (περίοδος 16/6/2006-30/6/2006) για διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης, καθώς και το VaR των επιμέρους μετοχών του χαρτοφυλακίου στο 5%:

7-10 VaR ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Β		
Probability of Loss (%)	Value-At-Risk	% of total Market Value
0,10	33.526	11,356
0,20	31.225	10,576
0,50	27.945	9,465
1,00	25.238	8,549
2,00	22.281	7,547
5,00	17.845	6,044
10,00	13.903	4,709
20,00	9.131	3,093

7-11 VaR ΜΕΤΟΧΩΝ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Β

Security	Price	Mkt value (Eur)	VaR (Eur)	% VaR
ΜΥΤΙΑ	16,52	86.600	6.095	7,379
ΙΝΤΡΑΛΟΤ	20,12	80.480	4.509	5,602
ΕΧΑΕ	13,3	53.200	3.418	6,425
ΣΑΡΑΝΤΗΣ	8,38	41.900	1.699	4,055
ΕΛΤΕΧ	7,62	19.050	1.128	5,923
ΕΓΝΑΤΙΑ	6,00	18.000	995	5,529

Σημειώνεται πως και η άλλη διαθέσιμη μέθοδος του Bloomberg, η “delta-theta”, δίνει αποτελέσματα πολύ κοντινά στα παραπάνω.

Οι συντελεστές συσχέτισης των τιμών για 131 παρατηρήσεις (16/12/2005-16/6/2006) είναι:

7-12 ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΧΑΡΤ/ΚΙΟΥ Β

	ΣΑΡ	ΕΓΝΑΤΙΑ	ΕΛΤΕΧ	ΙΝΛΟΤ	ΜΥΤΙΑ	ΕΧΑΕ
ΣΑΡ	1	0,791	0,826	0,811	0,726	0,758
ΕΓΝΑΤΙΑ	0,791	1	0,863	0,851	0,517	0,887
ΕΛΤΕΧ	0,826	0,863	1	0,961	0,496	0,956
ΙΝΛΟΤ	0,811	0,851	0,961	1	0,496	0,947
ΜΥΤΙΑ	0,726	0,517	0,496	0,496	1	0,409
ΕΧΑΕ	0,758	0,887	0,956	0,947	0,409	1

Το t-Test Statistic και η σημαντικότητά του είναι:

7-13 t-TEST STATISTIC ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Β						
	ΣΑΡ	ΕΓΝΑΤΙΑ	ΕΛΤΕΧ	ΙΝΛΟΤ	ΜΥΤΙΑ	ΕΧΑΕ
ΣΑΡ	+Lge	14,68	16,64	15,77	11,99	13,21
ΕΓΝΑΤΙΑ	14,68	+Lge	19,42	18,38	6,85	21,78
ΕΛΤΕΧ	16,64	19,42	+Lge	39,26	6,48	36,99
ΙΝΛΟΤ	15,77	18,38	39,26	+Lge	6,49	33,33
ΜΥΤΙΑ	11,99	6,85	6,48	6,49	+Lge	5,10
ΕΧΑΕ	13,21	21,78	36,99	33,33	5,10	+Lge

7-14 ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑ t- TEST ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Β						
	ΣΑΡ	ΕΓΝΑΤΙΑ	ΕΛΤΕΧ	ΙΝΛΟΤ	ΜΥΤΙΑ	ΕΧΑΕ
ΣΑΡ	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
ΕΓΝΑΤΙΑ	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
ΕΛΤΕΧ	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
ΙΝΛΟΤ	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
ΜΥΤΙΑ	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
ΕΧΑΕ	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Π1 Δείκτες Δέλτα (Delta), Γάμμα (Gamma), Βέγκα (Vega)

Π2 Στρατηγική “Short Straddle” και η Περίπτωση του Nick Leeson

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Π1 Δείκτες Δέλτα (*Delta*), Γάμμα (*Gamma*), Βέγκα (*Vega*)

Δέλτα (*Delta*)

Το Δέλτα απεικονίζει τη μεταβολή στην τιμή του δικαιώματος για κάθε μία μονάδα μεταβολής της τιμής του υποκείμενου προϊόντος.

Μαθηματικά, το δέλτα είναι η πρώτη παράγωγος της αξίας της θέσης ως προς την αξία του υποκείμενου τίτλου και δίνει έτσι την κλίση της εφαπτομένης στην συνάρτηση της αξίας της θέσης.

Γάμμα (*Gamma*)

Το Γάμμα απεικονίζει τη μεταβολή στην τιμή του δέλτα του δικαιώματος για κάθε μεταβολή μίας μονάδας στην τιμή του δικαιώματος. Το Γάμμα είναι πάντα θετικό για τις θέσεις αγοράς και αρνητικό για τις θέσεις πώλησης (είτε δικαιωμάτων αγοράς είτε δικαιωμάτων πώλησης).

Μαθηματικά, το Γάμμα είναι η δεύτερη παράγωγος της αξίας της θέσης ως προς την αξία του υποκείμενου τίτλου και δίνει την παραβολή που εφάπτεται περισσότερο στην συνάρτηση της αξίας της θέσης, κατά συνέπεια την κύρτωση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης της αξίας της θέσης. Το Γάμμα δεν δείχνει μόνο το μέγεθος της κύρτωσης αλλά περιγράφει και την κατεύθυνσή της. Η κύρτωση προς τα πάνω αντιπροσωπεύει θετικό Γάμμα ενώ η κύρτωση προς τα κάτω αρνητικό Γάμμα.

Το Γάμμα απεικονίζει την ταχύτητα με την οποία το δικαίωμα θα ανταποκριθεί στις μελλοντικές αλλαγές στην κατεύθυνση της πορείας των τιμών του υποκειμένου. Όσο μεγαλύτερο το Γάμμα, τόσο μεγαλύτερο το ρίσκο (καθώς ο ίδιος ο υποκείμενος τίτλος έχει μηδενικό Γάμμα). Με άλλα λόγια, το Δέλτα απεικονίζει το ρίσκο από την κατεύθυνση των τιμών του υποκειμένου και το Γάμμα την μεταβολή του ρίσκου αυτού μόλις το υποκείμενο αρχίσει την κίνησή του.

Βέγκα / Κάπα (*Vega*)

Το Βέγκα απεικονίζει τη μεταβολή στην αξία ενός δικαιώματος για κάθε μονάδα ποσοστιαίας αύξησης στη μεταβλητότητα του υποκείμενου.

Μαθηματικά, το Βέγκα ορίζεται περίπου με τον ίδιο τρόπο που ορίζεται και το Δέλτα, με τη διαφορά ότι, ενώ το Δέλτα μετράει την ευαισθησία στην τιμή του υποκείμενου, το Βέγκα μετράει την ευαισθησία του δικαιώματος στη μεταβλητότητα. Είναι η πρώτη παράγωγος της αξίας της θέσης ως προς την μεταβλητότητα.

Το Βέγκα είναι πάντα θετικό για τις θέσεις αγοράς (*long*) και αρνητικό για τις θέσεις πώλησης (*short*).

Π2 Στρατηγική “Short Straddle” και η Περίπτωση του Nick Leeson

Η στρατηγική short straddle σημαίνει τη λήψη short θέσης (πώλησης) ενός call κι ενός put ταυτόχρονα, γραμμένα στον ίδιο υποκείμενο τίτλο, με ίδια τιμή εξάσκησης και ίδια λήξη, με την προσδοκία ότι οι αγορές δε θα μεταβληθούν ιδιαίτερα μέχρι την ημερομηνία λήξης. Πρόκειται για στρατηγική υψηλού ρίσκου, καθώς οι ενδεχόμενες απώλειες είναι θεωρητικά απεριόριστες, ενώ το ενδεχόμενο κέρδος φτάνει μέχρι το πριμ (*premium*) που προκύπτει από την πώληση των δικαιωμάτων.

Ο Nick Leeson ήταν ένας διαπραγματευτής παραγώγων της Barings Bank που, το 1995, ακολουθώντας στρατηγική short straddle, προκάλεσε απώλειες της τάξης του \$1,4 δισεκατ. και τελικά τη χρεοκοπία της εταιρείας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

Εθνική Τράπεζα, *Διαχείριση Κινδύνου*, Ετήσιοι Απολογισμοί 2000-2005

Τράπεζα Πειραιώς, *Διαχείριση Κινδύνου*, Ετήσιοι Απολογισμοί 2000-2005

Τράπεζα της Ελλάδος, ΠΔ/ΤΕ 2494/27.5.2002, Οικονομικό Δελτίο, 19 7/02

ΦΕΚ, Ν. 2937/2001, Τεύχος Α', Αρ. Φύλλου 169, 26/7/2001

ΦΕΚ, Ν. 2396/1996, Τεύχος Α', Αρ. Φύλλου 73, 30/4/1996

Alpha Bank, *Διαχείριση Κινδύνου*, Ετήσιοι Απολογισμοί 2000-2005

EFG Eurobank, *Διαχείριση Κινδύνου*, Ετήσιοι Απολογισμοί 2000-2005

Ξένη

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J-M., Heath, D. (1999): *Coherent Measures of Risk*, *Mathematical Finance*, 9(3), July, pp203-228

Basle Committee on Banking Supervision (1996): *Overview of the Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks*

Basle Committee on Banking Supervision (1996): *Supervisory Framework for the Use of "Backtesting" in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements*

Crouhy, M., Galai, D., Mark, R. (2001): *Risk Management*, McGraw-Hill

Duffie, D. and Pan, J. (1997): *An Overview of Value at Risk*, *Journal of Derivatives*, 4 (Spring)

Jorion, P. (1997): *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*, McGraw-Hill

JPMorgan (1996): *RiskMetrics™-Technical Document*, 4th edition, New York

Hull, J.C. (2000): *Options, Futures, and Other Derivatives*, Prentice Hall; 4th edition

Markowitz, H. (1952): *Portfolio Selection*, *Journal of Finance*, 7, pp 77-91

McNeil, A. J., Frey R. and Embrechts, P. (2005): *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*, Chapter 2, Princeton Series in Finance

Nylund, S. (2001): *Value-at-Risk Analysis for Heavy-Tailed Financial Returns*, Helsinki University of Technology, Department of Engineering Physics and Mathematics

RiskMetrics Group, *Risk Management, A Practical Guide* (1999)

Skintzi, V. D., Skiadopoulos, G. and Refenes, A-P. N. (2002): *The Effect of Mis-Estimating Correlation on Value-At-Risk*, Financial Options Research Centre Pre-Print Series, No. 2003/123, University of Warwick. Submitted to Journal of Risk Finance

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ