

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Σχολή Χρηματοοικονομικής και Στατιστικής



Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

**Τρόποι αντιμετώπισης της σύγχυσης (confounding)
των παραγοντικών επιδράσεων σε κλασματικούς
παραγοντικούς σχεδιασμούς, μέσω αποδοτικών
follow – up πειραμάτων.**

Εμμανουήλ Ρεμιγιάκης

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος
Ειδίκευσης στην *Εφαρμοσμένη Στατιστική*

Πειραιάς
Οκτώβριος 2016

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Επίκουρος Καθηγητής Χ. Ευαγγελάρας (Επιβλέπων)
- Καθηγητής Μ. Κούτρας
- Επίκουρος Καθηγητής Ν. Πελέκης

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS
School of Finance and Statistics



Department of Statistics and Insurance Science

POSTGRADUATE PROGRAM IN
APPLIED STATISTICS

**Confrontation of confounding of factorial effects in fractional
factorial designs, using efficient planning of follow-up
experiments.**

By
Emmanouil Remigiakis

MSc Dissertation

Submitted to the Department of Statistics and Insurance
Science of the University of Piraeus in partial fulfillment of the
requirements for the degree of Master of Science in Applied
Statistics

Piraeus, Greece
October 2016

Στην οικογένεια μου

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το περίγραμμα της διπλωματικής εργασίας περιλαμβάνει αρχικά το θεωρητικό μέρος όπου αποτυπώνεται με σαφήνεια μία λεπτομερή περιγραφή των παραγοντικών σχεδιασμών (πλήρεις και κλασματικοί), το πειραματικό μέρος όπου θα παρουσιαστούν follow up πειράματα προκειμένου να εξομαλυνθεί η σύγχυση των επιδράσεων στους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς, τα αποτελέσματα και τέλος τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την παρούσα μελέτη.

Έμφαση δόθηκε στη τεχνική αναδίπλωσης (foldover) καθώς και στην επίδραση που μπορεί να έχει αυτή στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Η τελευταία μελετήθηκε με χρήση της τεχνικής της ομαδοποίησης (blocking). Η foldover επεξεργασία συνέβαλλε στην ελαχιστοποίηση της σύγχυσης μερικών επιδράσεων ενός κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού. Οι παράγοντες που επηρέασαν την έκβαση του αποτελέσματος της διαδικασίας ήταν το κλάσμα και η διακριτική ικανότητα του (αν ήταν περιττός ή άρτιος) και η ύπαρξη ή μη των παραγόντων των οποίων τα επίπεδα αναδιπλώθηκαν στις ορίζουσες σχέσεις.

Λέξεις κλειδιά:

Παραγοντικοί σχεδιασμοί, Κλασματικοί Παραγοντικοί Σχεδιασμοί, Πίνακας προσήμων, Σύγχυση (confounding), Ταυτόσημες Επιδράσεις, Follow-up πειράματα, Τεχνική αναδίπλωσης (Foldover), Επίδραση της Ομαδοποίησης (Blocking)

ABSTRACT

The outline of this thesis includes the theoretical framework which is a detailed description of factorial designs (full and fractional), the experimental framework involving follow up experiments giving prominence to the increased efficiency of fractional factorial designs, the results and the conclusions drawn from this study.

The methods for de-aliasing were foldover and a combination of foldover and blocking methods as well. The foldover technique results in de-aliasing the total effects or a few effects of a fractional factorial experiment. The most important factors affecting the final results were: the initial fraction, the number of resolution (odd, even) and the presence of factors in the initial defining relation.

Keywords:

Factorial designs, Fractional Factorial Designs, Sign Table, Confounding, Aliasing, Follow-up Experiments, Foldover, Blocking

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κύριο Χαράλαμπο Ευαγγελάρα Επίκουρο Καθηγητή στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής για την πολύτιμη καθοδήγηση και ουσιαστική βοήθεια του καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω και τα υπόλοιπα μέλη της τριμελούς επιτροπής, τους κυρίους Μ. Κούτρα, Καθηγητή και Ν. Πελέκη, Επίκουρο Καθηγητή, για τη συνεργασία τους προκειμένου να ολοκληρωθεί η διπλωματική εργασία.

Πίνακας Περιεχομένων

Περίληψη	ix
Abstract	xi
Ευχαριστίες	xiii
1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1.1 Παραγοντικοί σχεδιασμοί	1
1.2 Πλήρεις παραγοντικοί σχεδιασμοί	2
1.3 Πλήρεις παραγοντικοί σχεδιασμοί με δύο επίπεδα	3
2 ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΙ	8
2.1 Παραδείγματα σχεδιασμών με διακριτική ικανότητα III-IV	13
3 Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΑΝΑΔΙΠΛΩΣΗΣ (FOLDOVER).....	20
3.1 Παραδείγματα	21
3.2 “Foldover” με σκοπό την εξομάλυνση ταύτισης κάποιων επιδράσεων.....	28
4 Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΑΝΑΔΙΠΛΩΣΗΣ.....	34
5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	44
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	46

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1.1: Πίνακας σχεδιασμού για ένα 2^3 πλήρες παραγοντικό πείραμα	3
Πίνακας 1.2: Πίνακας αλγεβρικών προσήμων για ένα 2^3 πλήρες παραγοντικό πείραμα	4
Πίνακας 2.1: Πίνακας σχεδιασμού για ένα 2^{4-1} παραγοντικό σχεδιασμό (A)	9
Πίνακας 2.2: Πίνακας αλγεβρικών προσήμων για έναν 2^{4-1} παραγοντικό σχεδιασμό (A)	10
Πίνακας 2.3: Πίνακας σχεδιασμού για έναν 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό	11
Πίνακας 2.4: Πίνακας αλγεβρικών προσήμων για έναν 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό	11
Πίνακας 2.5: Πίνακας σχεδιασμού για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} (A)	13
Πίνακας 2.6: Πίνακας σχεδιασμού για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} (B)	14
Πίνακας 2.7: Πίνακας αλγεβρικών προσήμων για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} (A)	15
Πίνακας 2.8: Πίνακας αλγεβρικών προσήμων για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} (B)	16
Πίνακας 2.9: Πίνακας σχεδιασμού για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} (Γ)	17
Πίνακας 2.10: Πίνακας αλγεβρικών προσήμων για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} (Γ)	19
Πίνακας 2.11: Πίνακας σχεδιασμού για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{4-1} (B)	18
Πίνακας 2.12: Πίνακας αλγεβρικών προσήμων για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{4-1} (B)	18
Πίνακας 3.1: Foldover στο σχεδιασμό 2^{4-1} με διακριτική ικανότητα III.	21
Πίνακας 3.2: Foldover στο σχεδιασμό 2^{4-1} με διακριτική ικανότητα IV.	22
Πίνακας 3.3: Foldover στο σχεδιασμό 2^{5-1} με διακριτική ικανότητα V.	23
Πίνακας 3.4: Foldover στο σχεδιασμό 2^{5-1} με διακριτική ικανότητα III.	24
Πίνακας 3.5: Foldover στο σχεδιασμό 2^{5-1} με διακριτική ικανότητα IV.	25
Πίνακας 3.6: Foldover στο σχεδιασμό 2^{5-2} με διακριτική ικανότητα IV.	26
Πίνακας 3.7: Foldover στο σχεδιασμό 2^{5-2} (αντιστράφηκαν τα πρόσημα του A) με διακριτική ικανότητα IV	28
Πίνακας 3.8: Foldover στο σχεδιασμό 2^{5-2} (αντιστράφηκαν τα πρόσημα του B) με διακριτική ικανότητα III	29
Πίνακας 3.9: Foldover στο σχεδιασμό 2^{5-2} (αντιστράφηκαν τα πρόσημα του C) με διακριτική ικανότητα III	30
Πίνακας 3.10: Foldover στο σχεδιασμό 2^{5-2} (αντιστράφηκαν τα πρόσημα των C και D) με διακριτική ικανότητα IV	32
Πίνακας 4.1: Blocking για τον foldover 2^{4-1} παραγοντικό σχεδιασμό	35
Πίνακας 4.2: Blocking για τον foldover 2^{4-1} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα IV	36
Πίνακας 4.3: Συνδυασμός τεχνικών foldover και blocking για τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα IV.	39
Πίνακας 4.4: Συνδυασμός τεχνικών foldover και blocking για τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα IV και foldover επεξεργασία του A παράγοντα	40
Πίνακας 4.5: Συνδυασμός τεχνικών foldover και blocking για τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα III και foldover επεξεργασία του B παράγοντα	41
Πίνακας 4.6: Συνδυασμός τεχνικών foldover και blocking για τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα III και foldover επεξεργασία του C παράγοντα	42
Πίνακας 4.7: Συνδυασμός τεχνικών foldover και blocking για τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα III και foldover επεξεργασία των CD παραγόντων	43

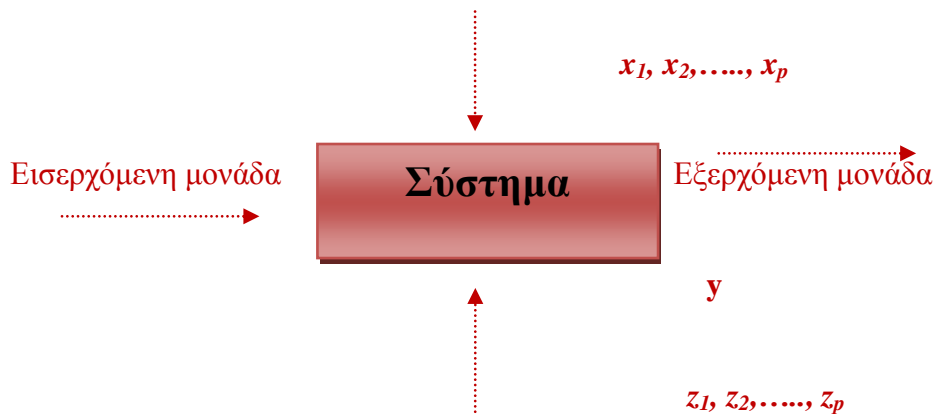
1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στόχος αυτής της μελέτης είναι να παρουσιαστούν τεχνικές αντιμετώπισης της σύγχυσης (confounding) των εκτιμήσεων των παραγοντικών επιδράσεων η οποία είναι αναπόφευκτη όταν χρησιμοποιούνται κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί για την οικονομική μελέτη παραγόντων που θεωρείται ότι επηρεάζουν το αποτέλεσμα μιας διεργασίας.

Οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται συνήθως, απαιτεί την εκτέλεση επιπλέον σωστά σχεδιασμένων πειραμάτων (follow-up πειράματα). Η πιο διαδεδομένη από τις τεχνικές αυτές λέγεται "αναδίπλωση" (foldover), η οποία τις περισσότερες φορές εξομαλύνει ικανοποιητικά το πρόβλημα. Στην εργασία αυτή θα μελετηθεί η εφαρμογή της τεχνικής αναδίπλωσης σε κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς δύο επιπέδων.

1.1 Παραγοντικοί σχεδιασμοί

Το πείραμα είναι μία ερευνητική διεργασία που χρησιμοποιείται προκειμένου να κατανοηθεί η λειτουργία κάποιων συστημάτων. Θα μπορούσε να οριστεί ως ένας έλεγχος ή ως η ακολουθία συγκεκριμένων ενεργειών όπου οι εισερχόμενες μεταβλητές του συστήματος μεταβάλλονται. Στόχος είναι ο εντοπισμός και η κατανόηση των αιτιών που προκαλούν αντίστοιχα αλλαγές σε εξερχόμενες αποκρίσεις (Σχήμα 1).



Σχήμα 1.1: Μορφή πειράματος

Στο σχήμα 1.1 παρουσιάζεται η μορφή που θα μπορούσε να έχει ένα πείραμα. Οι παράγοντες x είναι ελεγχόμενοι ενώ οι αντίστοιχοι z μη ελεγχόμενοι. Σε γενικές γραμμές ο πειραματιστής θα πρέπει να εντοπίσει τους παράγοντες που επιδρούν περισσότερο στην

απόκριση y και το επίπεδο απορροής των x παραγόντων ώστε να ελαχιστοποιήσει τη διασπορά της εξωτερικής y απόκρισης (η οποία θα έχει σταθερή τιμή) και την επίδραση των μη ελεγχόμενων z παραγόντων.

Οι παραγοντικοί σχεδιασμοί χρησιμοποιούνται ευρέως σε πειράματα όπου δίνεται βάρος στην ταυτόχρονη επίδραση πολλών παραγόντων και όχι απλά ενός παράγοντα κάθε φορά. Συγκεκριμένα, οι παραγοντικοί σχεδιασμοί αφορούν την εξέταση όλων των εν δυνάμει συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων σε κάθε πλήρη δοκιμή ή επανάληψη του πειράματος. Αν υποθέσουμε για παράδειγμα, ότι ένα πείραμα έχει δύο παράγοντες A και B και εξετάζονται a επίπεδα για τον A και b επίπεδα για τον B . Όλοι οι δυνατοί ab συνδυασμοί θα συμπεριλαμβάνονται σε κάθε πλήρη επανάληψη του πειράματος και για το λόγο αυτό οι σχεδιασμοί αυτοί καλούνται πλήρεις παραγοντικοί σχεδιασμοί (Wu και Hamada, 2000).

1.2 Πλήρεις παραγοντικοί σχεδιασμοί

Οι πλήρεις παραγοντικοί σχεδιασμοί χρησιμοποιούνται σε εύρος επιστημονικών πεδίων ως βασική μήτρα σχεδιασμού πειραμάτων. Αν υποθέσουμε ότι το αποτέλεσμα μιας διεργασίας φαίνεται να επηρεάζεται από διάφορους παράγοντες, οι οποίοι μπορεί να ρυθμιστούν ώστε να λαμβάνουν συγκεκριμένες τιμές, τότε η παρατήρηση της απόκρισης της διεργασίας σε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των τιμών που μπορεί να λάβουν οι παράγοντες που εξετάζονται, καλείται μια επανάληψη του πλήρους παραγοντικού σχεδιασμού. Οι τιμές που ρυθμίζονται οι παράγοντες καλούνται και επίπεδα (levels) των παραγόντων ενώ, κάθε (διαφορετικός) συνδυασμός των επιπέδων των παραγόντων λέγεται θεραπεία (treatment). Για παράδειγμα, αν μελετάμε k παράγοντες σε s_1, s_2, \dots, s_k επίπεδα τον καθένα, τότε σε μία επανάληψη του πλήρους παραγοντικού σχεδιασμού, θα είχαμε $s_1 s_2 \dots s_k$ θεραπείες και συνεπώς θα έπρεπε να παρατηρηθούν s_1, s_2, \dots, s_k τιμές της απόκρισης. Αν και ο αριθμός των θεραπειών αυξάνει δραματικά όσο αυξάνεται ο αριθμός των υπό μελέτη παραγόντων ή και τα επίπεδα αυτών, οι πλήρεις παραγοντικοί σχεδιασμοί είναι ιδιαίτερα αποδοτικοί μιας και διαθέτουν αρκετά πλεονεκτήματα, τα οποία θα μπορούσαν να συνοψιστούν στα παρακάτω:

- Εντοπίζουν αλληλεπιδράσεις που αναπτύσσονται μεταξύ των παραγόντων και καταλήγουν σε συμπεράσματα αναφορικά με τις επιπτώσεις που προκαλούν επίσης.
- Σκιαγραφούν τον τρόπο με τον οποίο οι παράγοντες επηρεάζουν την απόκριση μέσω της δημιουργίας ενός εμπειρικού μοντέλου.
- Χρησιμοποιούνται απλοί υπολογισμοί κατά την επεξεργασία δεδομένων (Montgomery, 2001).

1.3 Πλήρεις παραγοντικοί σχεδιασμοί με δύο επίπεδα

Μια σημαντική κατηγορία των σχεδιασμών αυτών είναι όταν χρησιμοποιούνται για τη μελέτη k παραγόντων οι οποίοι εξετάζονται σε μόνο δύο επίπεδα ο καθένας. Η πλήρης επανάληψη του σχεδιασμού απαιτεί $2 \cdot 2 \cdots 2 = 2^k$ παρατηρήσεις και πρόκειται για τον 2^k πλήρη παραγοντικό σχεδιασμό. Είναι συνηθισμένο να χρησιμοποιούμε τα σύμβολα +1 και -1 για να δηλώνουμε τα δύο επίπεδα του κάθε παράγοντα (για ευκολία, συνήθως σημειώνεται μόνο το πρόσημο). Ο συμβολισμός αυτός είναι ιδιαίτερα χρήσιμος τόσο στη μελέτη των ιδιοτήτων των σχεδιασμών αυτών, όσο και στην ανάλυση των παρατηρήσεων. Αρκετές φορές τα επίπεδα αυτά καλούνται και ως "υψηλό" και "χαμηλό" αντίστοιχα, πράγμα που έχει ιδιαίτερο νόημα αν οι παράγοντες είναι ποσοτικές μεταβλητές και επομένως υπάρχει διάταξη στα επίπεδα τους.

Τα 2^k πλήρη παραγοντικά πειράματα παρουσιάζουν υψηλή απόδοση με σχετική οικονομία στο πλήθος των πειραμάτων που θα εκτελεστούν, γιατί δύναται να μελετηθούν αρκετοί παράγοντες με σχετικά μικρό αριθμό δοκιμών, συγκριτικά με πλήρεις παραγοντικούς σχεδιασμούς στους οποίους οι παράγοντες μελετώνται σε περισσότερα από δύο επίπεδα.

Συχνά γίνεται αναφορά στον Πίνακα Σχεδιασμού, στον οποίο σε κάθε στήλη αντιστοιχείται και ένας παράγοντας και κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε μια θεραπεία (δηλαδή σε συγκεκριμένο συνδυασμό των επιπέδων των παραγόντων). Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται ο πίνακας σχεδιασμού ενός 2^3 πλήρους παραγοντικού πειράματος. Οι τρεις παράγοντες συμβολίζονται με τα κεφαλαία γράμματα A, B, C, ενώ τα δύο πρόσημα συμβολίζουν το "υψηλό" και "χαμηλό" επίπεδο καθενός από αυτούς.

	Θεραπεία		
α/α	A	B	C
1	-	-	-
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	-
5	-	-	+
6	+	-	+
7	-	+	+
8	+	+	+

Πίνακας 1.1. Πίνακας σχεδιασμού για ένα 2^3 πλήρες παραγοντικό πείραμα.

Όπως φαίνεται στον παραπάνω Πίνακα 1.1, το τρίτο κατά σειρά πείραμα θα πραγματοποιηθεί με τον παράγοντα A στο χαμηλό επίπεδο, τον παράγοντα B στο υψηλό επίπεδο και τον παράγοντα C στο χαμηλό επίπεδο.

Οι θεραπείες στο σχεδιασμό συμβολίζονται με μικρά γράμματα. Η υψηλή στάθμη ενός παράγοντα στη θεραπεία κωδικοποιείται με το αντίστοιχο μικρό γράμμα και η χαμηλή στάθμη με την απουσία αυτού του γράμματος. Αν υπάρχουν n επαναλήψεις του σχεδιασμού, το αντίστοιχο σύμβολο θεραπείας χρησιμοποιείται επίσης για να δηλώσει το άθροισμα των αποκρίσεων για τη θεραπεία αυτή.

Για τη μελέτη ενός 2^k πλήρους παραγοντικού πειράματος συχνά χρησιμοποιείται ο **Πίνακας Αλγεβρικών Προσέμων** ο οποίος προκύπτει από τον πίνακα σχεδιασμού και εξυπηρετεί τόσο στον υπολογισμό των εκτιμήσεων των παραγοντικών επιδράσεων (κύριων και αλληλεπιδράσεων), όσο και στη μελέτη της συσχέτισης τους (στην οποία βοηθάει η χρήση των +1 και -1). Στον πίνακα αυτό, υπάρχουν αυτούσιες οι στήλες των k παραγόντων όπως προκύπτουν από τον αντίστοιχο πίνακα σχεδιασμού και δημιουργούνται και επιπλέον στήλες που αντιστοιχούν σε όλες τις αλληλεπιδράσεις των k παραγόντων. Οι τελευταίες προκύπτουν χρησιμοποιώντας το γινόμενο των στηλών που αντιστοιχούν στους παράγοντες που συμμετέχουν σε κάθε αλληλεπίδραση. Στον πίνακα προστίθεται (σαν πρώτη) και μία στήλη που αποτελείται μόνο από +1.

Στον Πίνακα 1.2 παρουσιάζεται ο πίνακας αλγεβρικών προσέμων για τον 2^3 πλήρη παραγοντικό σχεδιασμό του Πίνακα 1.1. Οι συμβολισμοί (1), a, b, ab, c, ac, bc, abc παριστάνουν το σύνολο των n μετρήσεων που παίρνονται σε αυτήν τη θεραπεία.

Πείραμα	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y
1	+	-	-	-	+	+	+	-	(1)
2	+	+	-	-	-	-	+	+	a
3	+	-	+	-	-	+	-	+	b
4	+	+	+	-	+	-	-	-	ab
5	+	-	-	+	+	-	-	+	c
6	+	+	-	+	-	+	-	-	ac
7	+	-	+	+	-	-	+	-	bc
8	+	+	+	+	+	+	+	+	abc

Πίνακας 1.2. Πίνακας αλγεβρικών προσέμων για το 2^3 πλήρες παραγοντικό πείραμα.

Στην περίπτωση αυτή, υπάρχουν και θέλουμε να εκτιμηθούν, τρεις κύριες επιδράσεις (των παραγόντων A, B και C), τρεις αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξης (οι AB, AC και BC) καθώς και μία αλληλεπίδραση τρίτης τάξης (η ABC).

Σαν κύρια επίδραση ενός παράγοντα ορίζεται η διαφορά των μέσων αποκρίσεων που αντιστοιχούν στο "χαμηλό" και "υψηλό" επίπεδο, αντίστοιχα. Είναι λοιπόν η αλλαγή της απόκρισης που προκαλείται (κατά μέσο όρο) από την αλλαγή στο επίπεδο του παράγοντα. Για παράδειγμα, η κύρια επίδραση του παράγοντα A, υπολογίζεται ως

$$A = \bar{Y}_{A+} - \bar{Y}_{A-}$$

και συμβολίζεται με το ίδιο κεφαλαίο γράμμα (χωρίς να υπάρχει κίνδυνος σύγχυσης).

Ο πίνακας αλγεβρικών προσήμων, όπως προαναφέραμε, είναι ιδιαίτερα χρήσιμος για τον υπολογισμό των παραγοντικών επιδράσεων. Έτσι, ο υπολογισμός της κύριας επίδρασης του παράγοντα A σε ένα 2^3 πλήρες παραγοντικό πείραμα, με τη βοήθεια του Πίνακα 1.2, μπορεί να γίνει ως εξής:

Για το υψηλό επίπεδο, οι τιμές απόκρισης είναι οι a , ab , ac και abc . Αντίστοιχα, για το χαμηλό επίπεδο είναι οι (1) , b , c και bc . Άρα όταν πραγματοποιείται μεταβολή του παράγοντα A από το χαμηλό στο ψηλό επίπεδο, η μέση μεταβολή της απόκρισης διαμορφώνεται ως:

$$\frac{a + ab + ac + abc}{4n} - \frac{1 + b + c + bc}{4n}$$

ή

$$A = \frac{1}{4n} [a + ab + ac + abc - 1 - b - c - bc].$$

Είναι σαφές ότι η κύρια επίδραση του παράγοντα A υπολογίζεται διαιρώντας μια προσθαφαίρεση των τιμών που συλλέχτηκαν για κάθε θεραπεία, με την ποσότητα $4n$. Ο τρόπος που προσθαφαιρούνται οι τιμές, προκύπτει από τον πίνακα αλγεβρικών προσήμων αν εφαρμόσουμε ένα "εσωτερικό γινόμενο" της στήλης A με τη στήλη y. Αυτή η ποσότητα καλείται "αντίθεση" (contrast), συμβολίζεται με I_A και μπορεί να υπολογιστεί για όλες τις παραγοντικές επιδράσεις, δεδομένου ότι έχει σχηματιστεί ο πίνακας αλγεβρικών προσήμων.

Γενικά, σε ένα 2^k πλήρη παραγοντικό σχεδιασμό για τον οποίο έχει κατασκευαστεί ο πίνακας αλγεβρικών προσήμων, προκύπτει η ακόλουθη σχέση για τον υπολογισμό οποιασδήποτε επίδρασης.

$$AB\dots = \frac{I_{AB\dots}}{n \cdot 2^{k-1}}.$$

Η αξιολόγηση κάθε παραγοντικής επίδρασης γίνεται με τις κλασσικές μεθόδους Ανάλυσης Διασποράς, όπου τα αθροίσματα τετραγώνων κάθε επίδρασης υπολογίζονται και πάλι από τις αντίστοιχες αντιθέσεις που προκύπτουν από τον πίνακα αλγεβρικών προσήμων, σύμφωνα με τον τύπο

$$SS_{AB\dots} = \frac{l_{AB\dots}^2}{n \cdot 2^k}.$$

Ο πίνακας αλγεβρικών προσήμων δίνει πληροφορία και για τη συσχέτιση των εκτιμήσεων των παραγοντικών επιδράσεων. Οι τιμές προκύπτουν υπολογίζοντας το εσωτερικό γινόμενο των στηλών που αντιστοιχούν στις επιδράσεις που ενδιαφερόμαστε. Για τους πλήρεις παραγοντικούς σχεδιασμούς, η τιμή αυτή είναι πάντα 0 και συνεπώς οι εκτιμήσεις είναι ασυσχέτιστες.

Συμπερασματικά, οι πλήρεις 2^k παραγοντικοί σχεδιασμοί μπορούν να εκτιμήσουν, ασυσχέτιστα τη μία από την άλλη, όλες τις παραγοντικές επιδράσεις. Στην πράξη όμως έχει παρατηρηθεί ότι δεν επηρεάζουν σημαντικά όλες οι παραγοντικές επιδράσεις το αποτέλεσμα μιας διεργασίας.

Οι βασικές αρχές που εμπειρικά διέπουν τις παραγοντικές επιδράσεις είναι οι ακόλουθες (Wu and Hamada 2000):

- **Σποραδικότητα (Effect sparsity principle):** Το σύνολο των σημαντικών επιδράσεων δεν είναι μεγάλο.
- **Ιεραρχία (Hierarchical ordering principle):** Οι αλληλεπιδράσεις χαμηλής τάξης είναι περισσότερο σημαντικές σε σχέση με αυτές της υψηλής τάξης.
- **Κληρονομικότητα (Effect heredity principle):** η σημαντικότητα μίας αλληλεπίδρασης είναι αλληλένδετη με τη σημαντικότητα των «γονέων» της. Συγκεκριμένα, μία αλληλεπίδραση είναι σημαντική (strong heredity) όταν όλοι οι «γονείς» είναι εξίσου σημαντικοί. Επίσης, μπορεί να υφίσταται η σημαντικότητα μίας αλληλεπίδρασης όταν έστω και ένας «γονέας» είναι σημαντικός (weak heredity).

Δεδομένου ότι κάθε πειραματική εκτέλεση μας δίνει και ένα βαθμό ελευθερίας για την πραγματοποίηση εκτίμησης και λαμβάνοντας υπόψη τις αρχές που διέπουν τις παραγοντικές επιδράσεις, είναι προφανές ότι τις περισσότερες φορές χρησιμοποιούνται αρκετά περισσότερα πειράματα από όσα χρειάζονται για να εκτιμήσουμε τις επιδράσεις που θεωρούμε ότι μπορεί να είναι σημαντικές. Για το λόγο λοιπόν αυτό, και ιδιαίτερα σε περιπτώσεις όπου η δυνατότητα πειραματισμού είναι περιορισμένη, έχει επικρατήσει στην

πράξη η χρήση σχεδιασμών που αποτελούνται από ένα (ορθά επιλεγμένο) υποσύνολο των θεραπειών του πλήρους παραγοντικού πειράματος.

2 ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΟΙ ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΙ

Η αύξηση του αριθμού των παραγόντων σε έναν 2^k παραγοντικό σχεδιασμό οδηγεί σε αύξηση του αριθμού των εκτελέσεων που απαιτούνται για μία πλήρη επανάληψη του σχεδιασμού. Στην περίπτωση που έχουμε μία πλήρη επανάληψη ενός 2^6 παραγοντικού σχεδιασμού, απαιτούνται 64 εκτελέσεις. Από τους 63 βαθμούς ελευθερίας, οι 6 αντιστοιχούν σε κύριες επιδράσεις και 15 σε αλληλεπιδράσεις που εμπλέκονται 2 παράγοντες. Όσον αφορά στους υπόλοιπους βαθμούς ελευθερίας αφορούν αλληλεπιδράσεις τριών αλλά και περισσότερων παραγόντων.

Αν θεωρηθεί ότι κάποιες αλληλεπιδράσεις υψηλής τάξης είναι αμελητέες (γεγονός που υποστηρίζεται από τις αρχές που διέπουν τις παραγοντικές επιδράσεις) τότε καθίσταται δυνατό να αντληθούν πληροφορίες σχετικά με τις κύριες επιδράσεις και αλληλεπιδράσεις χαμηλής τάξης. Στην περίπτωση αυτή είναι δυνατό να επιλεγεί ένα ορθά επιλεγμένο υποσύνολο των θεραπειών του πλήρους παραγοντικού, ως σχεδιασμός. Η επιλογή αυτή καλείται κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός (Fractional Factorial Designs).

Οι κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί συμβολίζονται (παρόμοια με τους πλήρεις 2^k σχεδιασμούς) με το σύμβολο 2^{k-p} . Αυτό το σύμβολο πρακτικά σημαίνει ότι, με τη χρήση του συγκεκριμένου σχεδιασμού, μελετώνται k παράγοντες με δύο επίπεδα, χρησιμοποιώντας 2^{k-p} συνολικά (ορθά επιλεγμένες) θεραπείες. Το συγκεκριμένο κλάσμα, καλείται και σαν το $1/2^p$ κλάσμα του πλήρους 2^k παραγοντικού σχεδιασμού. Έτσι, αν $p=1$, έχουμε το $1/2$ κλάσμα, αν $p=2$ το $1/4$ κλάσμα κλπ.

Για να γίνουν πιο κατανοητά τα παραπάνω, αν στην περίπτωση ενός πλήρη παραγοντικού σχεδιασμού απαιτούνται $2^4=16$ πειράματα προκειμένου να μελετηθούν 4 παράγοντες, με τη χρήση ενός $1/2$ κλασματικού θα χρειαστούν μόνο 8 πειράματα. Συγκεκριμένα το $1/2$ σημαίνει ότι για να μελετήσουμε 4 παράγοντες μπορούμε να κάνουμε $(1/2)*2^4=8$ πειράματα όπως προαναφέρθηκε. Το μεγάλο όμως μειονέκτημα της χρήσης των κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών είναι ότι «θυσιάζονται» κάποιες πληροφορίες οι οποίες στη συνέχεια δυσκολεύουν την ερμηνεία των παραγοντικών επιδράσεων. Το φαινόμενο αυτό καλείται σύγχυση των παραγοντικών επιδράσεων και είναι αναπόφευκτο.

Η κατασκευή ενός 2^{k-p} κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού είναι ιδιαίτερα απλή. Συγκεκριμένα, δημιουργούμε ένα πλήρη παραγοντικό σχεδιασμό με $k-p$ παράγοντες (ο οποίος καλείται και σχεδιασμός - βάση) και στη συνέχεια προσθέτουμε p επιπλέον στήλες

(δηλαδή επιπλέον παράγοντες) των οποίων οι στάθμες (+ ή -) σε κάθε θεραπεία προκύπτουν από τον "πολλαπλασιασμό" των στάθμων συγκεκριμένων στηλών του σχεδιασμού - βάση. Το "γινόμενο" στηλών του σχεδιασμού - βάση (και που αποτελεί συγκεκριμένη επίδραση του σχεδιασμού - βάση) που θα δημιουργήσει κάθε επιπλέον στήλη, καλείται γεννήτορας του σχεδιασμού.

Για παράδειγμα, αν στον πλήρη 2^3 παραγοντικό σχεδιασμό προσθέσουμε ένα ακόμα επιπλέον παράγοντα χρησιμοποιώντας το "γινόμενο" και των τριών στηλών, δημιουργούμε τον κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό 2^{4-1} . Ο πίνακας σχεδιασμού διαμορφώνεται σύμφωνα με τον Πίνακα 2.1.

Πείραμα	A	B	C	D=ABC
1	-	-	-	-
2	+	-	-	+
3	-	+	-	+
4	+	+	-	-
5	-	-	+	+
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	+

Πίνακας 2.1. Πίνακας σχεδιασμού για έναν 2^{4-1} παραγοντικό σχεδιασμό (A).

Όπως φαίνεται και από τον Πίνακα 2.1 δεν αλλάζει τίποτα αναφορικά με τους 3 πρώτους παράγοντες συγκριτικά με έναν 2^3 πλήρη παραγοντικό σχεδιασμό. Στη συνέχεια σε κάθε πείραμα, ο 4^{05} παράγοντας προκύπτει από το γινόμενο των επιπέδων τριών παραγόντων, για αυτό το λόγο η αλληλεπίδραση ABC ονομάζεται γεννήτορας του 2^{4-1} κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού.

Ο πίνακας αλγεβρικών προσήμων ενός 2^{k-p} κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού κατασκευάζεται όπως και ο αντίστοιχος ενός πλήρους παραγοντικού σχεδιασμού. Στην περίπτωση αυτή όμως, ο συγκεκριμένος πίνακας θα έχει ταυτόσημες στήλες. Η παρατήρηση αυτή οδηγεί στο συμπέρασμα ότι θα υπάρχουν επιδράσεις οι οποίες θα υπολογίζονται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο με άλλες επιδράσεις, ανεξαρτήτως των τιμών των πειραματικών δεδομένων. Αυτό ακριβώς το φαινόμενο είναι η σύγχυση των επιδράσεων στους κλασματικούς σχεδιασμούς. Η παρατήρηση των ταυτόσημων στηλών στον πίνακα αλγεβρικών προσήμων, οδηγεί στον εντοπισμό των ταυτόσημων επιδράσεων.

Στον παρακάτω Πίνακα 2.2 απεικονίζεται ο πίνακας αλγεβρικών προσήμων για τον 2^{4-1} κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό, στον οποίο έχει χρησιμοποιηθεί (για εξοικονόμηση χώρου) μία στήλη για τις ταυτόσημες επιδράσεις. Οι σχέσεις λοιπόν που προκύπτουν είναι οι: $I = ABCD$, $A = BCD$, $B = ACD$, $C = ABD$ και $D = ABC$, $AB = CD$, $AC = BD$ και $AD = BC$.

Πείραμα	I=ABCD	A=BCD	B=ACD	C=ABD	D=ABC	AB=CD	AC=BD	AD=BC
1	+	-	-	-	-	+	+	+
2	+	+	-	-	+	-	-	+
3	+	-	+	-	+	-	+	-
4	+	+	+	-	-	+	-	-
5	+	-	-	+	+	+	-	-
6	+	+	-	+	-	-	+	-
7	+	-	+	+	-	-	-	+
8	+	+	+	+	+	+	+	+

Πίνακας 2.2. Πίνακας αλγεβρικών προσήμων για τον 2^{4-1} παραγοντικό σχεδιασμό (A).

Παρατηρούμε επίσης ότι, οι 16 συνολικά επιδράσεις που υπάρχουν, έχουν χωριστεί σε 8 σύνολα, με δύο ταυτόσημες επιδράσεις το καθένα. Στο πρώτο σύνολο, η επίδραση ABCD ταυτίζεται με τη στήλη I, δημιουργώντας την αλγεβρική έκφραση $I=ABCD$. Κάθε σχέση αυτής της μορφής λέγεται και ορίζουσα σχέση του κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού, ενώ η αλληλεπίδραση που εμφανίζεται καλείται και "λέξη". Είναι εύκολο να διαπιστώσουμε ότι η δομή των ταυτόσημων επιδράσεων του σχεδιασμού προκύπτει εύκολα από την ορίζουσα σχέση. Για το λόγο αυτό, όταν ορίζουμε έναν κλασματικό σχεδιασμό, τις περισσότερες φορές αναφέρουμε και την (ή τις) ορίζουσα (-σες) σχέση (εις) του. Έτσι, ο συγκεκριμένος θα αναφέρεται ως ο 2^{4-1} κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός, με ορίζουσα σχέση την $I=ABCD$.

Γενικά, συγκεντρώνοντας όσα αναφέρθηκαν ως τώρα, ένας 2^{k-p} κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός μελετά k παράγοντες σε δύο επίπεδα, χρησιμοποιώντας 2^{k-p} θεραπείες. Αυτός ο σχεδιασμός έχει συνολικά 2^p-1 ορίζουσες σχέσεις, οι οποίες χωρίζουν τις επιδράσεις σε 2^{k-p} σύνολα, τα οποία περιέχουν 2^p ταυτόσημες επιδράσεις το καθένα.

Για παράδειγμα, ο πίνακας σχεδιασμού ενός 2^{5-2} κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού στον οποίο έχουν χρησιμοποιηθεί οι αλληλεπιδράσεις AB και AC για τη δημιουργία των $p=2$ επιπλέον στηλών, παρουσιάζεται στον Πίνακα 2.3.

Πείραμα	A	B	C	D=AB	E=AC
1	-	-	-	+	+
2	+	-	-	-	-
3	-	+	-	-	+
4	+	+	-	+	-
5	-	-	+	+	-
6	+	-	+	-	+
7	-	+	+	-	-
8	+	+	+	+	+

Πίνακας 2.3. Πίνακας σχεδιασμού για τον κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-2} .

Το σύνολο των οριζουσών σχέσεων, καθώς και η δομή των ταυτόσημων επιδράσεων προκύπτει εύκολα από τον πίνακα αλγεβρικών προσήμων, που δίνεται στον Πίνακα 2.4.

	I=ABD= ACE=BCDE	A=BD= CE=ABCDE	B=AD= CDE=ABCE	C=AE= BDE=ABCD	D=AB= BCE=ACDE	E=AC= BCDABDE	BC=DE= ABE=ACD	BE=CD= ABC=ADE
1	+	-	-	-	-	+	+	+
2	+	+	-	-	+	-	-	+
3	+	-	+	-	+	-	+	-
4	+	+	+	-	-	+	-	-
5	+	-	-	+	+	+	-	-
6	+	+	-	+	-	-	+	-
7	+	-	+	+	-	-	-	+
8	+	+	+	+	+	+	+	+

Πίνακας 2.4. Πίνακας αλγεβρικών προσήμων για τον κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-2} .

Οι ορίζουσες σχέσεις είναι 3 ($=2^2-1$) και προκύπτουν από τη σχέση $I=ABD=ACE=BCDE$, ενώ η δομή των ταυτόσημων επιδράσεων αποτελείται από 8 σύνολα των τεσσάρων επιδράσεων το καθένα, τα $A = BD = CE = ABCDE$, $B = AD = CDE = ABCE$, $C = AE = BDE = ABCD$, $D = AB = BCE = ACDE$, $E = AC = BCD = ABDE$, $BC = DE = ABE = ACD$ και $BE = CD = ABC = AD$.

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφέρουμε ότι για συγκεκριμένα k και p , μπορούμε να κατασκευάσουμε διάφορους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς (προφανώς επιλέγοντας και διαφορετικές αλληλεπιδράσεις ως γεννήτορες των στηλών των επιπλέον p παραγόντων. Στην επόμενη παράγραφο, δίνονται αρκετά παραδείγματα τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για να περιγραφεί ο τρόπος αντιμετώπισης της σύγχυσης των επιδράσεων. Είναι προφανές, ότι οι διαφορετικές επιλογές θα δημιουργούν και διαφορετικά σύνολα ταυτόσημων επιδράσεων. Ένα κριτήριο που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση των

σχεδιασμών αυτών είναι η διακριτική ικανότητα, που προτάθηκε για πρώτη φορά από τους Box και Hunter το 1961. Σύμφωνα με τον ορισμό που δόθηκε, ένας σχεδιασμός έχει διακριτική ικανότητα R αν καμία επίδραση p -παραγόντων δεν είναι ταυτόσημη με άλλη επίδραση που περιέχει R-p παράγοντες.

Η διακριτική ικανότητα ενός κλασματικού σχεδιασμού υπολογίζεται εύκολα, καθώς ταυτίζεται με το μήκος r της μικρότερης «λέξης» που χρησιμοποιείται σε ορίζουσα σχέση. Η σημαντικότητα της διακριτικής ικανότητας ως κριτήριο, αποδίδεται στο ότι μέσω αυτής μπορεί να σκιαγραφηθεί η σύγχυση (aliasing, confounding) που δημιουργείται από τις παραγοντικές επιδράσεις. Στην περίπτωση που έχουμε έναν σχεδιασμό ο οποίος χαρακτηρίζεται από χαμηλή διακριτική ικανότητα, οι ορίζουσες σχέσεις που διαμορφώνονται είναι μικρές σαν μήκος λέξεων. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν χαμηλής τάξης ταυτόσημες επιδράσεις. Οι επιδράσεις χαμηλής τάξης μπορεί να είναι σημαντικές, επομένως καλό είναι να αποφευχθεί η επιλογή ενός πειραματικού σχεδιασμού όπου υπάρχει σύγχυση αυτών των επιδράσεων. Είναι ασφαλώς επιθυμητή η χρήση κλασματικών σχεδιασμών που έχουν όσο το δυνατόν πιο υψηλή διακριτική ικανότητα. Σε αυτήν την περίπτωση τίθενται λιγότεροι περιορισμοί αναφορικά με τις απαραίτητες υποθέσεις που κρίνουν ποιες αλληλεπιδράσεις είναι αμελητέες. Κατ' αυτόν τον τρόπο μπορεί να δοθεί μία μοναδική ερμηνεία για τα δεδομένα που υπάρχουν.

Συνήθως στην πράξη, χρησιμοποιούνται σχεδιασμοί διακριτικής ικανότητας III, IV, V και VI, καθώς προσφέρουν οικονομία ως προς το πλήθος των δοκιμών που απαιτούνται. Παρακάτω αναφέρεται συνοπτικά οι ιδιότητες αυτών των σχεδιασμών, με βάση τις ταυτόσημες επιδράσεις τους:

- **Σχεδιασμοί διακριτικής ικανότητας III.** Ορισμένες αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξης είναι ταυτόσημες με τις κύριες επιδράσεις. Δύο διαφορετικές κύριες επιδράσεις δεν είναι ταυτόσημες μεταξύ τους. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ο κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός 2^{5-2} που αναφέρθηκε παραπάνω.

- **Σχεδιασμοί διακριτικής ικανότητας IV.** Ορισμένες αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξης είναι ταυτόσημες με αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξης. Δύο διαφορετικές κύριες επιδράσεις δεν είναι ταυτόσημες μεταξύ τους. Επίσης, καμία κύρια επίδραση δεν είναι ταυτόσημη με αλληλεπίδραση δεύτερης τάξης.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ο κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός 2^{4-1} που αναφέρθηκε παραπάνω.

- **Σχεδιασμοί διακριτικής ικανότητας V.** Οι αλληλεπιδράσεις δεύτερης τάξης είναι ταυτόσημες με αλληλεπιδράσεις τρίτης τάξης. Δύο διαφορετικές κύριες επιδράσεις δεν είναι ταυτόσημες μεταξύ τους. Επίσης, καμία κύρια επίδραση δεν είναι ταυτόσημη με αλληλεπίδραση δεύτερης τάξης.

2.1 Παραδείγματα σχεδιασμών με διακριτική ικανότητα III - V.

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν επιπλέον παραδείγματα κλασματικών παραγοντικών σχεδιασμών. Θα ξεκινήσουμε με τον σχεδιασμό 2^{5-1} , με ορίζουσα σχέση την $I = ABE$ και διακριτική ικανότητα III. Στον Πίνακα 2.5 παρουσιάζεται ο πίνακας σχεδιασμού για αυτόν τον κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό.

Πειράματα	A	B	C	D	E
1	-	-	-	+	+
2	+	-	-	-	-
3	-	+	-	-	-
4	+	+	-	+	+
5	-	-	+	+	+
6	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-
8	+	+	+	+	+
9	+	+	+	-	+
10	-	+	+	+	-
11	+	-	+	+	-
12	-	-	+	-	+
13	+	+	-	-	+
14	-	+	-	+	-
15	+	-	-	+	-
16	-	-	-	-	+

Πίνακας 2.5: Πίνακας σχεδιασμού για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} (A).

Βασικά χαρακτηριστικά αυτού του σχεδιασμού είναι ότι χρησιμοποιούνται 5 παράγοντες, 16 πειράματα, ο γεννήτορας του σχεδιασμού είναι $E=AB$ και η ορίζουσα σχέση $I = ABE$. Στον Πίνακα 2.6 αναφέρεται επίσης ο πίνακας αλγεβρικών προσήμων, από τον οποίο προκύπτουν οι ταυτόσημες επιδράσεις οι οποίες είναι οι εξής: $A = BE$, $B = AE$, $C = ABCE$, $D = ABDE$, $E = AB$, $AC = BCE$, $AD = BDE$, $BC = ACE$, $BD = ADE$, $CD = ABCDE$, $CE = ABC$, $DE = ABD$, $ACD = BCDE$, $BCD = ACDE$ και $CDE = ABCD$.

Ακολουθεί ένας κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός 2^{5-1} , με ορίζουσα σχέση την $I=ABCE$ και διακριτική ικανότητα IV.

Στον Πίνακα 2.6 παρουσιάζεται ο πίνακας σχεδιασμού για αυτόν τον κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό και στον Πίνακα 3.7 ο πίνακας αλγεβρικών προσήμων.

Πειράματα	A	B	C	D	E
1	+	+	-	+	-
2	-	+	-	-	+
3	-	-	-	+	-
4	+	+	+	+	+
5	-	+	+	+	-
6	+	+	-	-	-
7	+	-	+	-	-
8	-	-	+	-	+
9	+	+	+	-	+
10	-	-	+	+	+
11	+	-	-	+	+
12	-	+	+	-	-
13	+	-	+	+	-
14	-	-	-	-	-
15	+	-	-	-	+
16	-	+	-	+	+

Πίνακας 2.6. Πίνακας σχεδιασμού για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} (B).

Από την ορίζουσα σχέση προκύπτουν οι ακόλουθες ταυτόσημες επιδράσεις: $A = BCE$, $B = ACE$, $C = ABE$, $D = ABCDE$, $E = ABC$, $AB = CE$, $AC = BE$, $AD = BCDE$, $AE = BC$, $BD = ACDE$, $CD = ABDE$, $DE = ABCD$, $ABD = CDE$, $ACD = BDE$ και $ADE = BCD$.

I=A ⁵ B ⁴ E	A=B ⁴ E	B=A ⁴ E	C=AB ⁴ E	D=AB ⁴ E	E=AB ⁴	AC=B ⁴ E	AD=B ⁴ E	BC=A ⁴ E	BD=A ⁴ E	CD=ABC ⁴ E	CE=ABC ⁴	DE=AB ⁴	ACD=BC ⁴ E	BCD=AC ⁴ E	CDE=ABC ⁴
1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1
1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1
1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1
1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1
1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1

Πίνακας 2.7: Πίνακας αλγεβρικών προσήμων για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} (A).

I=ABCE	A=BCE	B=ACE	C=ABE	D=ABCDE	E=ABC	AB=CE	AC=BE	AD=BCDE	AE=BC	BD=ACDE	CD=ABDE	DE=ABCD	ABD=CDE	ACD=BDE	ADE=BCD
1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1
1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1
1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1
1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1
1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1
1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1
1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1

Πίνακας 2.8: Πίνακας αλγεβρικών προσήμων για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} (B).

Μια ακόμα παραλλαγή του παραγοντικού σχεδιασμού 2^{5-1} , είναι αυτός που έχει ορίζουσα σχέση την $I = ABCDE$ και διακριτική ικανότητα V .

Στον Πίνακα 2.9 παρουσιάζεται ο πίνακας σχεδιασμού για μία διαφοροποιημένη μορφή του κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού 2^{5-1} (Γ), και στον Πίνακα 2.10 ο πίνακας αλγεβρικών προσήμων για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} (Γ).

Πειράματα	A	B	C	D	E
1	+	+	-	+	-
2	-	+	-	-	-
3	-	-	-	+	-
4	+	+	+	+	+
5	-	+	+	+	-
6	+	+	-	-	+
7	+	-	+	-	+
8	-	-	+	-	-
9	+	+	+	-	-
10	-	-	+	+	+
11	+	-	-	+	+
12	-	+	+	-	+
13	+	-	+	+	-
14	-	-	-	-	+
15	+	-	-	-	-
16	-	+	-	+	+

Πίνακας 2.9. Πίνακας σχεδιασμού για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} (Γ).

Από την ορίζουσα σχέση προκύπτουν οι ακόλουθες ταυτόσημες επιδράσεις: $A = BCDE$, $B = ACDE$, $C = ABDE$, $D = ABCE$, $E = ABCD$, $AB = CDE$, $AC = BDE$, $AD = BCE$, $AE = BCD$, $BC = ADE$, $BD = ACE$, $BE = ACD$, $CD = ABE$, $CE = AB$ και $DE = ABC$.

Τέλος, στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστεί και ένας διαφορετικός κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός 2^{4-1} , με ορίζουσα σχέση την $I = ABD$ και διακριτική ικανότητα III . Πρόκειται για ένα διαφοροποιημένο παράδειγμα σε σχέση με το αντίστοιχο 2^{4-1} κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό που αναφέρθηκε στην αρχή του Κεφαλαίου και είχε διακριτική ικανότητα IV . Στον Πίνακα 2.11 παρουσιάζεται ο πίνακας σχεδιασμού για αυτόν τον κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό. Στον Πίνακα 2.12 ακολουθεί ο αντίστοιχος πίνακας αλγεβρικών προσήμων. Από την ορίζουσα

σχέση προκύπτουν οι παρακάτω ταυτόσημες επιδράσεις: $A = BD$, $B = AD$, $C = ABCD$, $D = AB$, $AC = BCD$, $BC = ACD$, $CD = ABC$.

Πειράματα	A	B	C	D
1	-	-	-	+
2	+	-	-	-
3	-	+	-	-
4	+	+	-	+
5	-	-	+	+
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	+

Πίνακας 2.11. Πίνακας σχεδιασμού για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{4-1} (B).

I=ABD	A=BD	B=AD	C=ABCD	D=AB	AC=BCD	BC=ACD	CD=ABC
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1

Πίνακας 2.12: Πίνακας αλγεβρικών προσήμων για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{4-1} (B).

I=ABCDE	A=BCDE	B=ACDE	C=ABDE	D=ABCE	E=ABCD	AB=CDE	AC=BDE	AD=BCE	AE=BCD	BC=ADE	BD=ACE	BE=ACD	CD=ABE	CE=ABD	DE=ABC
1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1
1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1
1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1
1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1

Πίνακας 2.10: Πίνακας αλγεβρικών προσήμων για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} (Γ).

3 Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΗΣ ΑΝΑΔΙΠΛΩΣΗΣ (Foldover)

Σύμφωνα με τους Box, Hunter και Hunter (1978), η διαδικασία "foldover" ορίζεται ως η αναδίπλωση του υπό μελέτη κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού. Συγκεκριμένα, ο κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός επαναλαμβάνεται, ωστόσο πραγματοποιείται αντιστροφή των προσήμων του για έναν ή περισσότερους παράγοντες (Box, Hunter και Hunter (1978) και Wang (2010)). Η συγκεκριμένη διεργασία χρησιμοποιείται για την εκτέλεση follow up πειραμάτων και συμβάλλει στο να: 1) αποφευχθεί η σύγχυση (aliasing, confounding) μερικών επιδράσεων χαμηλής τάξης και 2) να ελαχιστοποιηθεί η συνολική σύγχυση επιδράσεων που παρατηρείται σε έναν σχηματισμό (Wang, 2010). Στην πρώτη περίπτωση, όπως αναφέραμε στο πρώτο Κεφάλαιο, όταν θα γίνει η επεξεργασία των αποτελεσμάτων, ελάχιστες θα είναι εκείνες οι επιδράσεις που θα είναι σημαντικές. Ωστόσο δεν θα είναι καθόλου σαφές το τι απεικονίζουν, εξαιτίας της σύγχυσης των επιδράσεων που επικρατεί. Στη δεύτερη περίπτωση, θα πρέπει κανείς να διαχωρίσει ποιες θα είναι εκείνες οι επιδράσεις για τις οποίες θα πρέπει να παρεμποδιστεί η ταύτιση (Wang, 2010). Σε αυτήν τη μελέτη, παρουσιάζονται παραδείγματα που αντιστοιχούν και στις δύο περιπτώσεις.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι η διαδικασία "foldover" συμβάλλει στην μεταβολή της διακριτικής ικανότητας. Για παράδειγμα, ένας κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός που έχει διακριτική ικανότητα III μέσω της διαδικασίας fold over αποκτά διακριτική ικανότητα IV (Box, Hunter και Hunter, 1978). Επίσης, ένας σχεδιασμός μπορεί να αναδιπλωθεί κατά 2^k-1 διαφορετικούς τρόπους, καθώς μπορούμε να αλλάξουμε τα πρόσημα σε μία ή και περισσότερες στήλες, για το κομμάτι που προσθέτουμε. Το μειονέκτημα που παρουσιάζει η συγκεκριμένη διαδικασία είναι ότι διπλασιάζει (λόγω της αναδίπλωσης) το μέγεθος της πειραματικής διαδικασίας. Είναι επίσης πιθανό, επειδή οι επιπλέον παρατηρήσεις θα γίνουν σε χρόνο μεταγενέστερο από τις αρχικές, οι εκτιμήσεις των παραγοντικών επιδράσεων να επηρεαστούν από το γεγονός αυτό. Το φαινόμενο αυτό θα μελετηθεί στο επόμενο Κεφάλαιο.

3.1 Παραδείγματα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται παραδείγματα εφαρμογής της διαδικασίας "foldover" στους κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2. Αρχικά, χρησιμοποιείται ο κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός 2^{4-1} με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- 4 παράγοντες
- 16 πειράματα
- Γεννήτορας $D=AB$
- Διακριτική ικανότητα III

Το αποτέλεσμα της διαδικασίας "foldover" σε αυτήν την περίπτωση είναι ένας πλήρης παραγοντικός σχεδιασμός χωρίς ταυτόσημες επιδράσεις. Αυτό αποδίδεται στο γεγονός ότι χρησιμοποιήθηκε για επεξεργασία ένας κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός ενός δευτέρου, του οποίου ο διπλασιασμός του μεγέθους οδηγεί στον πλήρη. (Πίνακας 3.1).

	A	B	C	D
1	-	-	-	+
2	+	-	-	-
3	-	+	-	-
4	+	+	-	+
5	-	-	+	+
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	+
9	+	+	+	-
10	-	+	+	+
11	+	-	+	+
12	-	-	+	-
13	+	+	-	-
14	-	+	-	+
15	+	-	-	+
16	-	-	-	-

Πίνακας 3.1: Foldover στο σχεδιασμό 2^{4-1} με διακριτική ικανότητα III.

Συνεχίζοντας παρουσιάζεται η διαδικασία "foldover" (Πίνακας 3.2) για τον κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό 2^{4-1} με διακριτική ικανότητα IV. Τα χαρακτηριστικά της είναι τα εξής:

- 4 παράγοντες (A, B, C, D,)
- 16 πειράματα
- Ορίζουσα σχέση $I=ABCD$

Σε αυτήν την περίπτωση δεν παρατηρήθηκε αλλαγή στις ταυτόσημες επιδράσεις επομένως δεν παρατηρείται και μεταβολή στην διακριτική ικανότητα του σχεδιασμού. Επίσης παρατηρούμε ότι ουσιαστικά εκτελούνται 2 επαναλήψεις του ίδιου κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού.

	A	B	C	D
1	-	-	-	-
2	+	-	-	+
3	-	+	-	+
4	+	+	-	-
5	-	-	+	+
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	+
9	+	+	+	+
10	-	+	+	-
11	+	-	+	-
12	-	-	+	+
13	+	+	-	-
14	-	+	-	+
15	+	-	-	+
16	-	-	-	-

Πίνακας 3.2: Foldover στο σχεδιασμό 2^{4-1} με διακριτική ικανότητα IV.

Παρακάτω παρουσιάζεται η διαδικασία foldover (Πίνακας 3.3) για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} με διακριτική ικανότητα V με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- 5 παράγοντες
- 32 πειράματα
- Γεννήτορας $E = ABCD$

Το αποτέλεσμα της foldover επεξεργασίας του 2^{5-1} κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού με διακριτική ικανότητα V είναι ότι προκύπτει ένας πλήρης παραγοντικός σχεδιασμός για τους ίδιους ακριβώς λόγους που προαναφέρθηκαν στο πρώτο παράδειγμα.

	A	B	C	D	E
1	+	+	-	+	-
2	-	+	-	-	-
3	-	-	-	+	-
4	+	+	+	+	+
5	-	+	+	+	-
6	+	+	-	-	+
7	+	-	+	-	+
8	-	-	+	-	-
9	+	+	+	-	-
10	-	-	+	+	+
11	+	-	-	+	+
12	-	+	+	-	+
13	+	-	+	+	-
14	-	-	-	-	+
15	+	-	-	-	-
16	-	+	-	+	+
17	-	-	+	-	+
18	+	-	+	+	+
19	+	+	+	-	+
20	-	-	-	-	-
21	+	-	-	-	+
22	-	-	+	+	-
23	-	+	-	+	-
24	+	+	-	+	+
25	-	-	-	+	+
26	+	+	-	-	-
27	-	+	+	-	-
28	+	-	-	+	-
29	-	+	-	-	+
30	+	+	+	+	-
31	-	+	+	+	+
32	+	-	+	-	-

Πίνακας 3.3: Foldover στο σχεδιασμό 2^{5-1} με διακριτική ικανότητα V.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η διαδικασία foldover (Πίνακας 3.4) για τον παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} με διακριτική ικανότητα III με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- 5 παράγοντες
- 32 πειράματα
- Γεννήτορας E = AB

Το αποτέλεσμα της foldover επεξεργασίας του 2^{5-1} κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού με διακριτική ικανότητα III είναι ότι προκύπτει ένας πλήρης παραγοντικός σχεδιασμός για τους ίδιους ακριβώς λόγους που προαναφέρθηκαν στο πρώτο παράδειγμα.

	A	B	C	D	E
1	-	-	-	+	+
2	+	-	-	-	-
3	-	+	-	-	-
4	+	+	-	+	+
5	-	-	+	+	+
6	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-
8	+	+	+	+	+
9	+	+	+	-	+
10	-	+	+	+	-
11	+	-	+	+	-
12	-	-	+	-	+
13	+	+	-	-	+
14	-	+	-	+	-
15	+	-	-	+	-
16	-	-	-	-	+
17	+	+	+	-	-
18	-	+	+	+	+
19	+	-	+	+	+
20	-	-	+	-	-
21	+	+	-	-	-
22	-	+	-	+	+
23	+	-	-	+	+
24	-	-	-	-	-
25	-	-	-	+	-
26	+	-	-	-	+
27	-	+	-	-	+
28	+	+	-	+	-
29	-	-	+	+	-
30	+	-	+	-	+
31	-	+	+	-	+
32	+	+	+	+	-

Πίνακας 3.4: Foldover στο σχεδιασμό 2^{5-1} με διακριτική ικανότητα III.

Συνεχίζοντας παρουσιάζεται η διαδικασία "foldover" (Πίνακας 3.5) για τον κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό 2^{5-1} με διακριτική ικανότητα IV. Τα χαρακτηριστικά της είναι τα εξής:

- 5 παράγοντες
- 32 πειράματα
- Γεννήτορας $E = ABC$

Σε αυτήν την περίπτωση δεν παρατηρήθηκε αλλαγή στις ταυτόσημες επιδράσεις επομένως δεν παρατηρείται και μεταβολή στην διακριτική ικανότητα του σχεδιασμού. Επίσης παρατηρούμε ότι ουσιαστικά εκτελούνται 2 επαναλήψεις του ίδιου κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού.

	A	B	C	D	E
1	+	+	-	+	-
2	-	+	-	-	+
3	-	-	-	+	-
4	+	+	+	+	+
5	-	+	+	+	-
6	+	+	-	-	-
7	+	-	+	-	-
8	-	-	+	-	+
9	+	+	+	-	+
10	-	-	+	+	+
11	+	-	-	+	+
12	-	+	+	-	-
13	+	-	+	+	-
14	-	-	-	-	-
15	+	-	-	-	+
16	-	+	-	+	+
17	-	-	+	-	+
18	+	-	+	+	-
19	+	+	+	-	+
20	-	-	-	-	-
21	+	-	-	-	+
22	-	-	+	+	+
23	-	+	-	+	+
24	+	+	-	+	-
25	-	-	-	+	-
26	+	+	-	-	-
27	-	+	+	-	-
28	+	-	-	+	+
29	-	+	-	-	+
30	+	+	+	+	+
31	-	+	+	+	-
32	+	-	+	-	-

Πίνακας 3.5: Foldover στο σχεδιασμό 2^{5-1} με διακριτική ικανότητα IV.

Τέλος, σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζεται η επεξεργασία foldover για τον 2^{5-2} κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό με αρχική διακριτική ικανότητα III (Πίνακας 3.6).

	A	B	C	D	E
1	-	-	-	+	+
2	+	-	-	-	-
3	-	+	-	-	+
4	+	+	-	+	-
5	-	-	+	+	-
6	+	-	+	-	+
7	-	+	+	-	-
8	+	+	+	+	+
9	+	+	+	-	-
10	-	+	+	+	+
11	+	-	+	+	-
12	-	-	+	-	+
13	+	+	-	-	+
14	-	+	-	+	-
15	+	-	-	+	+
16	-	-	-	-	-

Πίνακας 3.6: Foldover στο σχεδιασμό 2^{5-2} με διακριτική ικανότητα IV.

Τα χαρακτηριστικά του είναι τα ακόλουθα:

- 5 παράγοντες
- 16 πειράματα
- IV διακριτική ικανότητα
- Κλάσμα: $\frac{1}{2}$
- Ορίζουσα σχέση (μετά την επεξεργασία): $I=BCDE$

Ενδιαφέρον παρουσιάζει ότι σε αυτήν την περίπτωση παρατηρήθηκαν οι ακόλουθες ταυτόσημες επιδράσεις: $I = BCDE$, $A = ABCDE$, $B = CDE$, $C = BDE$, $D = BCE$, $E = BCD$, $AB = ACDE$, $AC = ABDE$, $AD = ABCE$, $AE = ABCD$, $BC = DE$, $BD = CE$, $BE = CD$, $ABC = ADE$, $ABD = ACE$ και $ABE = ACD$.

Ο αρχικός κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός με διακριτική ικανότητα III χαρακτηρίζεται από την ταύτιση των παραγόντων και αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξης (Κεφάλαιο 2). Μέσω της διεργασίας foldover δεν παρατηρούνται εκ νέου αυτού του είδους οι ταυτίσεις. Επομένως, συμπεραίνει κανείς ότι η διακριτική

ικανότητα μεταβάλλεται από III σε IV. Από το γεγονός αυτό συνάγεται το συμπέρασμα ότι σε μία foldover επεξεργασία ενός κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού όταν χρησιμοποιείται περιττός αριθμός διακριτικής ικανότητας σε συνδυασμό με κλάσμα μεγαλύτερο του $\frac{1}{2}$ παρατηρείται αύξηση της διακριτικής ικανότητας.

Γενικεύοντας τις παραπάνω παρατηρήσεις είναι εύκολο να παρατηρήσουμε ότι αν ο αρχικός σχεδιασμός έχει «λέξεις» περιττού μήκους τότε μετά την διαδικασία folover, αυτές δεν είναι πια «λέξεις», ενώ αν έχει λέξεις άρτιου μήκους, τότε αυτές παραμένουν στις ορίζουσες σχέσεις και στο νέο σχεδιασμό που προκύπτει. Πράγματι αν ένας σχεδιασμός έχει «λέξη» περιττού μήκους και στη συνέχεια εφαρμόσουμε την διαδικασία foldover σε αυτόν, στον πίνακα αλγεβρικών προσήμων του foldover σχεδιασμού η στήλη επίδρασης που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη «λέξη» περιττού μήκους έχει ένα συγκεκριμένο πρόσημο στο άνω μισό μέρος του πίνακα (είναι αυτό που αντιστοιχεί στον αρχικό σχεδιασμό) και ακριβώς το αντίθετο πρόσημο στο κάτω μισό μέρος (σε αυτό που έχουμε αλλαγή πρόσημου). Συνεπώς στο σύνολο των θεραπειών του folover σχεδιασμού, η συγκεκριμένη επίδραση δε θα είναι πια «λέξη» (θα έχει δηλαδή μισά «+» και μισά «-»). Αντίθετα αν η λέξη είναι άρτιου μήκους, τότε το πρόσημο που θα εμφανίζεται στο άνω μισό μέρος του πίνακα των αλγεβρικών προσήμων του foldover σχεδιασμού, θα είναι ίδιες με αυτό που εμφανίζεται και στο κάτω, δηλαδή η συγκεκριμένη επίδραση θα εξακολουθεί να είναι «λέξη».

3.2 "Foldover" με σκοπό την εξομάλυνση ταύτισης κάποιων επιδράσεων.

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται εκ νέου παραδείγματα εφαρμογών foldover με σκοπό την αποφυγή ταύτισης μερικών επιδράσεων χαμηλής τάξης. Αρχικά, στον Πίνακα 3.7, παρουσιάζεται ο foldover του 2^{5-2} κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού για τον οποίο αντιστράφηκαν τα πρόσημα μόνο του παράγοντα A .

	A	B	C	D	E
1	-	-	-	+	+
2	+	-	-	-	-
3	-	+	-	-	+
4	+	+	-	+	-
5	-	-	+	+	-
6	+	-	+	-	+
7	-	+	+	-	-
8	+	+	+	+	+
9	+	-	-	+	+
10	-	-	-	-	-
11	+	+	-	-	+
12	-	+	-	+	-
13	+	-	+	+	-
14	-	-	+	-	+
15	+	+	+	-	-
16	-	+	+	+	+

Πίνακας 3.7: Foldover, από το σχεδιασμό 2^{5-2} (αντιστράφηκαν τα πρόσημα του A) με διακριτική ικανότητα IV.

Ο νέος σχεδιασμός έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- 5 παράγοντες
- 16 θεραπείες
- IV διακριτική ικανότητα
- Κλάσμα: $\frac{1}{2}$
- Ορίζουσα σχέση (μετά την επεξεργασία): $I=BCDE$

Παρουσίασε τις ακόλουθες ταυτόσημες επιδράσεις: $I = BCDE$, $A = ABCDE$, $B = CDE$, $C = BDE$, $D = BCE$, $E = BCD$, $AB = ACDE$, $AC = ABDE$, $AD = ABCE$, $AE = ABCE$, $BC = DE$, $BD = CE$, $BE = CD$, $ABC = ADE$, $ABD = ACE$ και $ABE = ACD$.

Σε αυτήν την περίπτωση μεταβάλλεται η διακριτική ικανότητα από III σε IV. Αξίζει να σημειωθεί επίσης ότι παρατηρήθηκαν οι ίδιες ταυτίσεις επιδράσεων με την περίπτωση επεξεργασίας όλων των παραγόντων μέσω foldover.

Ακολουθεί, στον Πίνακα 3.6 ο ίδιος κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός 2^{5-2} για τον οποίο έχουν αντιστραφεί τα πρόσημα του παράγοντα B.

	A	B	C	D	E
1	-	-	-	+	+
2	+	-	-	-	-
3	-	+	-	-	+
4	+	+	-	+	-
5	-	-	+	+	-
6	+	-	+	-	+
7	-	+	+	-	-
8	+	+	+	+	+
9	-	+	-	+	+
10	+	+	-	-	-
11	-	-	-	-	+
12	+	-	-	+	-
13	-	+	+	+	-
14	+	+	+	-	+
15	-	-	+	-	-
16	+	-	+	+	+

Πίνακας 3.8: Foldover, από το σχεδιασμό 2^{5-2} (αντιστράφηκαν τα πρόσημα του B) με διακριτική ικανότητα III.

Έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- 5 παράγοντες
- 16 επαναλήψεις
- III διακριτική ικανότητα
- Κλάσμα: $\frac{1}{2}$
- Ορίζουσα σχέση (μετά την επεξεργασία): $I=ACE$

Παρουσίασε τις ακόλουθες ταυτόσημες επιδράσεις: $I = ACE$, $A = CE$, $B = ABCE$, $C = AE$, $D = ACDE$, $E = AC$, $AB = BCE$, $AD = CDE$, $BC = ABE$, $BD = ABCDE$, $BE = ABC$, $CD = ADE$, $DE = ACD$, $ABD = BCDE$, $BCD = ABDE$ και $BDE = ABCD$.

Μετά την επεξεργασία δεν παρατηρήθηκε αλλαγή της διακριτικής ικανότητας. Ωστόσο, ένα σημαντικό πλεονέκτημα σε αυτήν την περίπτωση είναι ότι δεν

παρατηρήθηκε ταύτιση των αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξης του παράγοντα B με κύριες επιδράσεις (A, B, C, D, E).

Στη συνέχεια, στον Πίνακα 3.7, χρησιμοποιείται ο ίδιος κλασματικός παραγοντικός σχεδιασμός 2^{5-2} για τον οποίο έχουν αντιστραφεί τα πρόσημα του παράγοντα C.

	A	B	C	D	E
1	-	-	-	+	+
2	+	-	-	-	-
3	-	+	-	-	+
4	+	+	-	+	-
5	-	-	+	+	-
6	+	-	+	-	+
7	-	+	+	-	-
8	+	+	+	+	+
9	-	-	+	+	+
10	+	-	+	-	-
11	-	+	+	-	+
12	+	+	+	+	-
13	-	-	-	+	-
14	+	-	-	-	+
15	-	+	-	-	-
16	+	+	-	+	+

Πίνακας 3.9: Foldover, από το σχεδιασμό 2^{5-2} (αντιστράφηκαν τα πρόσημα του C) με διακριτική ικανότητα III

Έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- 5 παράγοντες
- 16 θεραπείες
- III διακριτική ικανότητα
- Κλάσμα: $\frac{1}{2}$
- Ορίζουσα σχέση (μετά την επεξεργασία): $I=ABD$

Παρουσίασε τις ακόλουθες ταυτόσημες επιδράσεις: $I=ABD$, $A=BD$, $B=AD$, $C=ABCD$, $D=AB$, $E=ABDE$, $AC=BCD$, $AE=BDE$, $BC=ACD$, $BE=ADE$, $CD=ABC$, $CE=ABCDE$, $DE=ABE$, $ACE=BCDE$, $BCE=ACDE$ και $CDE=ABCE$. Η διαδικασία foldover σε αυτήν την περίπτωση δε συνέβαλλε στη μεταβολή της διακριτικής ικανότητας. Η αντιστροφή των πρόσημων του C παράγοντα οδήγησε σε

αποφυγή ταύτισης αλληλεπιδράσεων δεύτερης τάξης του παράγοντα C με κύριες επιδράσεις (A,B,C,D,E).

Στο σημείο αυτό, παρατηρεί κανείς ότι ο παράγοντας A συμπεριλαμβάνεται στις αρχικές ορίζουσες σχέση ABD και ACE και δεν συμπεριλαμβάνεται στην BCDE, μετά την επεξεργασία με τη μέθοδο foldover η ορίζουσα σχέση που παρέμεινε ήταν η $I=BCDE$ και για αυτό το λόγο άλλαξε και η διακριτική ικανότητα του σχεδιασμού από III σε IV. Στην περίπτωση που αντιστράφηκαν τα πρόσημα του παράγοντα B μετά την επεξεργασία με τη μέθοδο foldover η μοναδική ορίζουσα σχέση που παρέμεινε ήταν η $I=ACE$, οι σχέσεις ABD και BCDE που συμπεριλαμβάνεται ο παράγοντας B δεν ανήκουν πια στις ορίζουσες σχέσεις. Τέλος στην περίπτωση που αντιστράφηκαν τα πρόσημα του παράγοντα C μετά την επεξεργασία με τη μέθοδο foldover η μοναδική ορίζουσα σχέση που παραμένει είναι η $I=ABD$, οι σχέσεις ACE και BCDE που συμπεριλαμβάνεται ο παράγοντας C δεν ανήκουν πια στις ορίζουσες σχέσεις. Γενικεύοντας τα παραπάνω μπορούμε να συμπεράνουμε ότι αν ένας παράγοντας που αντιστρέφεται υπάρχει σε κάποια ή κάποιες από τις αρχικές ορίζουσες σχέσεις τότε μετά την επεξεργασία με τη μέθοδο foldover στις ορίζουσες σχέσεις παραμένει το σύνολο των σχέσεων που δεν συμπεριλαμβάνει τον συγκεκριμένο παράγοντα. Συνολικά λοιπόν, το αν ένας παράγοντας του οποίου τα πρόσημα θα αντιστραφούν συμπεριλαμβάνεται στις αρχικές ορίζουσες σχέση επηρεάζει τα αποτελέσματα της επεξεργασίας foldover και ενδεχομένως να αποτελεί ένα σημαντικό κριτήριο στο σχεδιασμό των πειραματικών διεργασιών που θα πρέπει να λαμβάνει κανείς υπόψη ανάλογα με το στόχο που θα πρέπει να επιτευχθεί. Πράγματι, σε αυτή την περίπτωση το άνω μισό του πίνακα αλγεβρικών προσήμων του foldover σχεδιασμού θα έχει ένα συγκεκριμένο πρόσημο στην επίδραση που αντιστοιχεί στη «λέξη», ενώ το κάτω μισό αφού αλλάξαμε το πρόσημο μόνο σε μια στήλη, θα έχει το αντίθετο. Έτσι αυτή η επίδραση πια δεν θα είναι «λέξη» σε ορίζουσα σχέση.

Τέλος, στον Πίνακα 3.10, παρουσιάζεται ένα παράδειγμα επεξεργασίας foldover του κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού 2^{5-2} για τον οποίο έχουν αντιστραφεί τα πρόσημα δύο παραγόντων C και D.

	A	B	C	D	E
1	-	-	-	+	+
2	+	-	-	-	-
3	-	+	-	-	+
4	+	+	-	+	-
5	-	-	+	+	-
6	+	-	+	-	+
7	-	+	+	-	-
8	+	+	+	+	+
9	-	-	+	-	+
10	+	-	+	+	-
11	-	+	+	+	+
12	+	+	+	-	-
13	-	-	-	-	-
14	+	-	-	+	+
15	-	+	-	+	-
16	+	+	-	-	+

Πίνακας 3.10: Foldover, από το σχεδιασμό 2^{5-2} (αντιστράφηκαν τα πρόσημα των C και D) με διακριτική ικανότητα IV.

Συνοπτικά, τα χαρακτηριστικά του πίνακα είναι τα παρακάτω:

- 5 παράγοντες
- 16 θεραπείες
- IV διακριτική ικανότητα
- Κλάσμα: $\frac{1}{2}$
- Ορίζουσα σχέση (μετά την επεξεργασία): $I=BCDE$

Σε αυτήν την περίπτωση παρατηρήθηκε αλλαγή διακριτικής ικανότητα από III σε IV όπως και στην περίπτωση που είχαμε αντιστρέψει το πρόσημο σε όλους τους παράγοντες.

Γενικά, στην περίπτωση που αλλάζουμε πρόσημο σε περισσότερους από έναν παράγοντες κατά την διαδικασία foldover για να βρούμε τις ορίζουσες σχέσεις του νέου σχεδιασμού θα πρέπει να μελετήσουμε σε ποιες αρχικές ορίζουσες σχέσεις ανήκουν οι παράγοντες που μεταβάλλαμε. Έτσι, και σύμφωνα με τα γενικά συμπεράσματα των προηγούμενων περιπτώσεων αν σε μία «λέξη» μεταβάλουμε περιττό πλήθος παραγόντων, τότε αυτή παύει να είναι «λέξη» στο foldover σχεδιασμό, ενώ αν περιλαμβάνει άρτιο πλήθος, τότε αυτή εξακολουθεί να είναι «λέξη» στο νέο σχεδιασμό. Προφανώς στην περίπτωση της μελέτης των ιδιοτήτων

της διαδικασίας foldover γίνεται αρκετά επίπονη, ιδιαίτερα όταν ο αρχικός κλασματικός σχεδιασμός είναι υψηλής τάξης κλάσμα, $p > 4$.

4 Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΑΝΑΔΙΠΛΩΣΗΣ

Η τεχνική blocking χρησιμοποιείται στο σχεδιασμό των πειραμάτων με σκοπό τον περιορισμό αποκλίσεων που εμφανίζονται συστηματικά εξαιτίας της ανομοιογένειας ορισμένων πειραματικών καταστάσεων (Ai et al., 2010).

Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι στο μέσο του χρόνου διεξαγωγής ενός πειράματος συντελούνται αλλαγές στις πρώτες ύλες που χρησιμοποιούνται. Η μεταβολή αυτή θα πρέπει να επηρεάσει το λιγότερο δυνατόν την τελική επεξεργασία των αποτελεσμάτων. Σε αυτήν την περίπτωση είναι αναγκαίο το πείραμα να χωριστεί σε δύο ομάδες blocks. Το 1^ο χρησιμοποιεί την αρχική παρτίδα των πρώτων υλικών ενώ το 2^ο χρησιμοποιεί την καινούρια. Αυτός ο διαχωρισμός τελικά θα πρέπει να συμβάλλει στην εξισορρόπηση της αλλαγής της μεταβλητής των πρώτων υλών έτσι ώστε να μην επηρεαστεί η τελική ανάλυση των δεδομένων. Αυτή η σημαντική διεργασία μπορεί να επιτευχθεί μέσω του blocking (NIST, 2003).

Η διαδικασία "foldover" χαρακτηρίζεται από διαδοχικότητα. Όπως παρατηρήθηκε στο Κεφάλαιο 3, οι επιπλέον παρατηρήσεις θα γίνουν σε χρόνο μεταγενέστερο από τις αρχικές και συνεπώς, οι εκτιμήσεις των παραγοντικών επιδράσεων να επηρεαστούν από το γεγονός αυτό. Με αυτήν την λογική το 1^ο και 2^ο μισό που έχουν συνδυαστεί σε έναν σχεδιασμό μπορούν εξ' αρχής να θεωρηθούν ως 2 blocks. Αν το αποτέλεσμα του blocking είναι σημαντικό, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη όταν επιλέγεται ένας σχεδιασμός και επίσης όταν πραγματοποιείται ανάλυση των αποτελεσμάτων (Ye, 2003). Παρακάτω παρουσιάζεται μέσω παραδειγμάτων η μελέτη του τρόπου που μπορεί να εντοπιστεί η επίδραση αυτή της ομαδοποίησης. Ο πίνακας αλγεβρικών προσήμων του "foldover" σχεδιασμού, είναι χρήσιμο εργαλείο για τη μελέτη αυτή. Στον πίνακα αυτό προστίθεται και μια επιπλέον στήλη, η οποία αντιστοιχεί στην επίδραση της ομαδοποίησης και παίρνει τιμές +1 και -1, ανάλογα με το αν η κάθε παρατήρηση ανήκει στο 1ο μισό ή προέκυψε από την αναδίπλωση.

Αρχικά παρουσιάζεται η μελέτη του 2^{4-1} παραγοντικού σχεδιασμού με διακριτική ικανότητα III του οποίου τα γενικά χαρακτηριστικά και η foldover επεξεργασία παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 2, μέσω του Πίνακα 3.1.

Ο γεννήτορας που χρησιμοποιήθηκε πριν την επεξεργασία είναι ο $D=AB$ με ορίζουσα σχέση $I=ABD$. Οι παράγοντες που χρησιμοποιήθηκαν για την foldover

επεξεργασία είναι οι A, B, C, D. Παρατηρήθηκε ότι δεν υπάρχει σύγκυση επιδράσεων καθώς πρόκειται για ένα πλήρη παραγοντικό σχεδιασμό. Ο πίνακας αλγεβρικών προσήμων με τον οποίο θα μελετηθεί η επίδραση της ομαδοποίησης φαίνεται στον παρακάτω Πίνακα 4.1.

I	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD	BL
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	1
1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1
1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1
1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0	0	0	

Πίνακας 4.1: Blocking για τον foldover 2^{4-1} παραγοντικό σχεδιασμό.

Παρατηρείται ότι η στήλη ABD και η στήλη blocking είναι ίδιες. Στην περίπτωση αυτή έχουμε ταύτιση επιδράσεων της αλληλεπίδρασης ABD με την επίδραση του Block. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και από την τελευταία γραμμή του Πίνακα 4.1 η οποία απεικονίζει το εσωτερικό γινόμενο κάθε στήλης ξεχωριστά με τη στήλη του blocking. Στην περίπτωση αυτή το εσωτερικό γινόμενο είναι 16 (όσο και το πλήθος των θεραπειών) που ισοδυναμεί με ταύτιση επιδράσεων. Σε όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις που το εσωτερικό γινόμενο είναι 0 δεν υπάρχει σύγκυση. Αξίζει να αναφέρουμε ότι ο παράγοντας Block ταυτίζεται με την ορίζουσα σχέση του αρχικού σχεδιασμού.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η μελέτη του 2^{4-1} παραγοντικού σχεδιασμού με διακριτική ικανότητα IV του οποίου τα γενικά χαρακτηριστικά και η foldover επεξεργασία παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 2, μέσω του Πίνακα 3.2.

Ο γεννήτορας που χρησιμοποιήθηκε πριν την επεξεργασία είναι ο $D=ABC$ με ορίζουσα σχέση $I=ABCD$. Οι παράγοντες που χρησιμοποιήθηκαν για την foldover επεξεργασία είναι οι A, B, C, D. Σε αυτήν την περίπτωση δεν παρατηρήθηκε αλλαγή στις ταυτόσημες επιδράσεις. Ο πίνακας προσήμων με τον οποίο θα μελετηθεί η επίδραση της ομαδοποίησης φαίνεται στον παρακάτω Πίνακα 4.2.

I=ABCD	A=BCD	B=ACD	C=ABD	D=ABC	AB=CD	AC=BD	AD=BC	BL
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1
1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	-1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1
1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	

Πίνακας 4.2: Blocking για τον foldover 2^{4-1} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα IV (B).

Παρατηρείται ότι η στήλη blocking δεν είναι ίδια με καμία άλλη στήλη. Στην περίπτωση αυτή δεν έχουμε ταύτιση επιδράσεων της με την επίδραση του Block. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και από την τελευταία γραμμή του Πίνακα 4.2 η οποία απεικονίζει το εσωτερικό γινόμενο κάθε στήλης ξεχωριστά με τη στήλη του blocking. Παρατηρούμε ότι το εσωτερικό γινόμενο είναι 0 και επομένως δεν υπάρχει σύγχυση. Αξίζει να σημειώσουμε ότι στο συγκεκριμένο παράδειγμα δεν είχαμε μεταβολή στις ορίζουσες σχέσης μετά την επεξεργασία.

Παρακάτω παρουσιάζεται η μελέτη των foldover σχεδιασμών που προέκυψαν από τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα III. Έχει προηγηθεί περιγραφή των γενικών χαρακτηριστικών στον Πίνακα 3.6. Η ορίζουσα σχέση που

προκύπτει σε αυτήν την περίπτωση μετά την διαδικασία αναδίπλωσης $I=BCDE$. Τα αποτελέσματα της επεξεργασίας μέσω του πίνακα αλγεβρικών προσήμων φαίνεται στον Πίνακα 4.3. Παρατηρείται ότι η στήλες ABD, ACE, και η στήλη blocking είναι ίδιες. Το εσωτερικό γινόμενο των 2 στηλών είναι 16 και παραπέμπει σε ταύτιση επιδράσεων. Σε όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις που το εσωτερικό γινόμενο είναι 0 δεν υπάρχει σύγχυση.

Στη συνέχεια, μελετάται η επίδραση της ομαδοποίησης για τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα IV με τη διαφοροποίηση ότι η foldover επεξεργασία θα γίνει μόνο για τον παράγοντα A. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 4.4. Διαπιστώνεται ότι οι στήλες ABD και ACE, που ανήκαν στις ορίζουσες σχέσεις του αρχικού σχεδιασμού, και η στήλη blocking είναι ίδιες. Το εσωτερικό γινόμενο των 2 στηλών είναι 16 και παραπέμπει σε ταύτιση επιδράσεων. Σε όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις που το εσωτερικό γινόμενο είναι 0 δεν υπάρχει σύγχυση.

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται με τον ίδιο τρόπο τα αποτελέσματα για τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα III με τη διαφοροποίηση ότι η foldover επεξεργασία θα γίνει μόνο για τον παράγοντα B. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 4.5. Διαπιστώνεται ότι οι στήλες ABD και BCDE, που ανήκαν στις ορίζουσες σχέσεις του αρχικού σχεδιασμού, και η στήλη blocking είναι ίδιες. Το εσωτερικό γινόμενο των 2 στηλών είναι 16 και παραπέμπει σε ταύτιση επιδράσεων. Σε όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις που το εσωτερικό γινόμενο είναι 0 δεν υπάρχει σύγχυση.

Ακολούθως, εφαρμόζονται κατά τον ίδιο τρόπο οι τεχνικές για τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα III με τη διαφοροποίηση ότι η foldover επεξεργασία θα γίνει μόνο για τον παράγοντα C.

Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 4.6. Φαίνεται ότι οι στήλες ACE και BCDE, που ανήκαν στις ορίζουσες σχέσεις του αρχικού σχεδιασμού, και η στήλη blocking είναι ίδιες. Το εσωτερικό γινόμενο των 2 στηλών είναι 16 και παραπέμπει σε ταύτιση επιδράσεων. Σε όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις που το εσωτερικό γινόμενο είναι 0 δεν υπάρχει σύγχυση.

Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του συνδυασμού τεχνικών στην περίπτωση χρήσης των παραγόντων C και D για τη διαδικασία foldover (Πίνακας

4.7). Σε αυτήν την περίπτωση οι στήλες ABD και ACE, που ανήκαν στις οριζουσες σχέσεις του αρχικού σχεδιασμού, όπως και η στήλη blocking είναι ίδιες. Το εσωτερικό γινόμενο των 2 στηλών είναι 16 και παραπέμπει σε ταύτιση επιδράσεων. Σε όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις που το εσωτερικό γινόμενο είναι 0 δεν υπάρχει σύγχυση.

Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις παρατηρούμε ότι ο παράγοντας Block ταυτίζεται με το σύνολο από τις αλληλεπιδράσεις που πριν την επεξεργασία foldover ανήκαν στις οριζουσες σχέσεις.

I=BCDE	A=ABCDE	B=CDE	C=BDE	D=BCE	E=BCD	AB=ACDE	AC=ABDE	AD=ABCE	AE=ABCD	BC=DE	BD=CE	BE=CD	ABC=ADE	ABD=ACE	ABE=ACD	BL
1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0	

Πίνακας 4.3: Συνδυασμός τεχνικών foldover και blocking για τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα IV.

I=BCDE	A=ABCDE	B=CDE	C=BDE	D=BCE	E=BCD	AB=ACDE	AC=ABDE	AD=ABCE	AE=ABCD	BC=DE	BD=CE	BE=CD	ABC=ADE	ABD=ACE	ABE=ACD	BL
1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0	

Πίνακας 4.4: Συνδυασμός τεχνικών foldover και blocking για τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα IV και foldover επεξεργασία του A παράγοντα.

I=ACE	A=CE	B=ABCE	C=AE	D=ACDE	E=AC	AB=BCE	AD=CDE	BC=ABE	BD=ABCD E	BE=ABC	CD=ADE	DE=ACD	ABD=BCD E	BCD=ABD E	BDE=ABC D	BL
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1
1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1
1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1
1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0	0	

Πίνακας 4.5: Συνδυασμός τεχνικών foldover και blocking για τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα III και foldover επεξεργασία του B παράγοντα.

I=ABD	A=BD	B=AD	C=ABCD	D=AB	E=ABDE	AC=BCD	AE=BDE	BC=ACD	BE=ADE	CD=ABC	CE=ABCDE	DE=ABE	ACE=BCDE	BCE=ACDE	CDE=ABCE	BL
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	1
1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1
1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1
1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1
1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1
1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1
1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1
1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0	0	

Πίνακας 4.6: Συνδυασμός τεχνικών foldover και blocking για τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα III και foldover επεξεργασία του C παράγοντα.

I=BCDE	A=ABCDE	B=CDE	C=BDE	D=BCE	E=BCD	AB=ACDE	AC=ABDE	AD=ABCE	AE=ABCD	BC=DE	BD=CE	BE=CD	ABC=ADE	ABD=ACE	ABE=ACD	BL
1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0	

Πίνακας 4.7: Συνδυασμός τεχνικών foldover και blocking για τον 2^{5-2} παραγοντικό σχεδιασμό με διακριτική ικανότητα IV και foldover επεξεργασία των CD παραγόντων.

5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Μέσω αυτής της μελέτης διερευνήθηκε η δυνατότητα περιορισμού της ταύτισης επιδράσεων που εντοπίζονται σε κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε η τεχνική της αναδίπλωσης (foldover).

Αναφορικά με την περίπτωση της "foldover" επεξεργασίας επιδιώχθηκε η αποφυγή ταύτισης μερικών επιδράσεων χαμηλής τάξης και ο περιορισμός της συνολικής ταύτισης επιδράσεων που παρατηρούνται σε κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς.

Στην περίπτωση που η foldover επεξεργασία γινόταν σε όλους τους παράγοντες, για να παρατηρηθεί αύξηση της διακριτικής ικανότητας και "απελευθέρωση" κάποιων επιδράσεων θα έπρεπε το κλάσμα του αρχικού σχεδιασμού να είναι μεγαλύτερο του $\frac{1}{2}$ και να χαρακτηρίζεται από περιττό αριθμό διακριτικής ικανότητας. Αν το κλάσμα είναι $\frac{1}{2}$ και έχουμε περιττό αριθμό διακριτικής ικανότητας καταλήγουμε στον πλήρη παραγοντικό σχεδιασμό ενώ αν έχουμε άρτιο αριθμό διακριτικής ικανότητας καταλήγουμε σε δύο επαναλήψεις του αρχικού κλασματικού παραγοντικού σχεδιασμού. Γενικεύοντας τα παραπάνω μπορούμε να πούμε ότι αν ο αρχικός παραγοντικός σχεδιασμός έχει «λέξεις» μήκους περιττού τότε μετά την διαδικασία foldover, αυτές δεν είναι πια «λέξεις», ενώ αν έχει «λέξεις» άρτιου μήκους, τότε αυτές παραμένουν στις ορίζουσες σχέσεις και στο νέο σχεδιασμό που προκύπτει.

Αν η "foldover" επεξεργασία αφορούσε έναν μόνο παράγοντα και αυτός συμπεριλαμβανόταν στις αρχικές ορίζουσες σχέσεις πριν την διαδικασία του foldover, μετά την επεξεργασία με τη μέθοδο foldover στις ορίζουσες σχέσεις παραμένει το σύνολο των σχέσεων που δεν συμπεριλαμβάνει τον συγκεκριμένο παράγοντα. Ένα ακόμα αποτέλεσμα της επεξεργασίας είναι ότι εξαλείφεται η ταύτιση αλληλοεπιδράσεων δεύτερης τάξης του εξεταζόμενου παράγοντα με τις κύριες επιδράσεις. Γενικά στην περίπτωση που η "foldover" επεξεργασία αφορά παραπάνω από έναν παράγοντες θα πρέπει να μελετήσουμε σε ποιές αρχικές ορίζουσες σχέσεις ανήκουν οι παράγοντες που θα μεταβάλουμε, καθώς αν σε μία «λέξη» μεταβάλουμε περιττό πλήθος παραγόντων, τότε αυτή παύει να είναι «λέξη» στον νέο σχεδιασμό, ενώ αν μεταβάλουμε άρτιο πλήθος παραγόντων, τότε αυτή εξακολουθεί να είναι «λέξη» στον νέο σχεδιασμό. Η επιλογή των παραγόντων προς foldover επεξεργασία ανάλογα με την σημαντικότητά τους αποτελεί έναν σημαντικό κριτήριο αναφορικά με

τον αρχικό πειραματικό σχεδιασμό που θα οδηγήσει στα επιδιωκόμενα αποτελέσματα.

Στην περίπτωση της μελέτης της επίδρασης της ομαδοποίησης (blocking), στην εκτίμηση των επιδράσεων μετά την εφαρμογή της διαδικασίας "foldover", προέκυψε ότι οι αλληλεπιδράσεις που ανήκαν στις αρχικές ορίζουσες σχέσεις πριν την διαδικασία του foldover παρουσίασαν ταύτιση με τον παράγοντα Block. Επομένως, κατά την ανάλυση δεδομένων, οι εκτιμήσεις των συγκεκριμένων αλληλεπιδράσεων ταυτίζονται με το blocking και κατ' αυτόν τον τρόπο διευκολύνεται η ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Ζιώγας, Γ.Μ. (2012) *Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας και Παραγοντικοί Σχεδιασμοί: Ανθεκτικοί Παραμετρικοί Σχεδιασμοί*. Διπλωματική Εργασία. Πανεπιστήμιο Πειραιώς
- Wu, C.F.J. and Hamada, M. (2000). *Experiments: Planning, Analysis and Parameter Design Optimization*, John Wiley and Sons, New York
- Montgomery, D.C. (2001) *Design and Analysis of Experiments*. 5th ed. Wiley, New York.
- Box, G.E.P., Hunter, J.S. (1961). The 2^{k-p} fractional factorials designs. *Technometrics*, **3**, 311-351;449-458.
- Box, G.E.P., Hunter, W.G. and Hunter, J.S. (1978). *Statistics for Experimenters*, Wiley, New York.
- Χριστοφοράκη, Ε. (2012) *Μελέτη Κλασματικών Παραγοντικών Σχεδιασμών και Στατιστική Ανάλυση Υπερκορεσμένων Σχεδιασμών*. Διπλωματική Εργασία. Ε.Μ.Π
- Wang, B., McLeod, R.G. and Brewster, J. F. (2010). A Note on the Selection of Foldover Plans for 16- and 32-Run Fractional Factorial Designs, *Journal of Statistical Planning and Inference*, **140**, 1497-1500.
- Ai, M., R. Xu, X. and Jeff Wu, C. F. (2010). Optimal Blocking and Foldover Plans for Regular Two-Level Designs, *Statistica Sinica*, **20**, 183-207.
- NIST (2003). NIST/SEMATECH e-handbook of Statistical Methods, Διαθέσιμο στο: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pri/section3/pri3333.htm>
- Ye, K. Q. and Li, W. (2003). Some Properties of Blocked and Unblocked Foldovers of 2^{k-p} Designs, *Statistica Sinica*, **13**, 403-408.