



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΣΧΟΛΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΙΑ ΣΤΕΛΕΧΗ**

Κλεφτόγιαννη Μαρία, ΜΧΑΝ 1416

Επιβλέπων Καθηγητής: Λέκτορας Μ. Ανθρωπέλος

**Τριμελής Επιτροπή:
Μ. Ανθρωπέλος, Λέκτορας
Γ. Διακογιάννης, Καθηγητής
Ν.Πιττής, Καθηγητής**

**Πειραιάς
Μάρτιος 2016**

Περίληψη

Η έννοια της Αξίας σε Κίνδυνο (VAR) αποτελεί ένα από τα σύγχρονα και πιο δημοφιλή εργαλεία εκτίμησης του κινδύνου στον κόσμο των επενδύσεων και τον τομέα διαχείρισης κινδύνων. Σκοπός της παρούσης διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη τεσσάρων διαφορετικών τεχνικών εκτίμησης της VAR και η ανάπτυξη ενός απλού εργαλείου σε μορφή Excel, που θα μπορεί να χρησιμοποιηθεί από ιδιώτες επενδυτές. Οι τεχνικές που εφαρμόστηκαν σε αυτή την εργασία είναι (1) μέθοδος ιστορικής εκτίμησης, (2) τροποποιημένη VAR, (3) μέθοδος στηριζόμενη στο υπόδειγμα EWMA και (4) μέθοδος με την χρήση προσομοίωσης Monte Carlo. Στο πλαίσιο της ανάλυσης εξετάστηκαν 7 διαφορετικά περιουσιακά στοιχεία για την χρονική περίοδο 2005-2014.

Αρχικά αναπτύσσονται η έννοια και εφαρμογή του μέτρου της VAR για την εκτίμηση του κινδύνου αγοράς, με εκτενή ανάλυση της θεωρητικής της βάσης και επισκόπηση της βιβλιογραφίας σχετικά με τη σύγκριση των εναλλακτικών τεχνικών.

Η εμπειρική μελέτη αφορά στην εκτίμηση των εναλλακτικών μεθόδων VAR και η σύγκριση των αποτελεσμάτων, μέσω στη κατασκευής ενός ολοκληρωμένου εργαλείου για τη μέτρηση του κινδύνου αγοράς. Έμφαση δόθηκε στην μείωση που επιφέρει στην VAR η διαφοροποίηση ενός χαρτοφυλακίου, την οποία ονομάζουμε όφελος της διαφοροποίησης. Τα συμπεράσματα συνοψίζονται στην υπερκτίμηση της VAR με τη μέθοδο EWMA, αλλά το σημαντικότερο είναι ότι η ιστορική μέθοδος φαίνεται να προσφέρει τα χαμηλότερα αποτελέσματα. Τέλος, στην ανάλυση μικτών χαρτοφυλακίων, φαίνεται ότι η προσθήκη ομολόγων σε ένα χαρτοφυλάκιο μειώνει, όπως αναμενόταν, σημαντικά την αξία σε κίνδυνο.

Λέξεις Κλειδιά: Value-at-Risk, Modified VAR, EWMA, Monte Carlo, Risk Management

Abstract

The definition and implementation of Value at Risk (VAR) is one of the most modern and most popular risk assessment tools in the world of investment universe and risk management. The purpose of this thesis is the study of four alternative techniques of VAR estimation and the development of a simple tool for estimating VAR, in Excel format, which can be used by private investors. The techniques applied in this study are (1) the historical simulation method, (2) Modified VAR, (3) a method based on EWMA model and (4) a method by using Monte Carlo simulation. As part of the analysis, we have examined seven alternative assets for the period 2005-2014.

In the beginning, we describe the concept and application of the VAR measure on the market risk assessment, with extensive analysis of the theoretical basis and literature review on the comparison of alternative techniques.

The empirical study concerns the assessment of alternatives VAR methods and compare the results, through the construction of an integrated tool for the measurement of market risk. Emphasis is given to the reduction brought in the VAR diversification of a portfolio, which we call the benefit of diversification. The findings are summarized in an over-estimation of the VAR using the EWMA method, but the most important is that the historical method appears to offer the most underestimated results. Finally, the analysis of mixed portfolios shown that adding bonds in an equity portfolio, significantly reduces the value at risk.

Keywords: Value-at-Risk, Modified VAR, EWMA, Monte Carlo, Risk Management

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή.....	8
2. Εισαγωγή στην έννοια του κινδύνου και της Διαχείρισής του με τη μεθοδολογία VAR.....	9
2.1. Μορφές Κινδύνων.....	9
2.2. Ορισμός της VAR.....	14
2.3. Η Χρησιμότητα και οι Εφαρμογές της VAR	17
3. Διερεύνηση Σημαντικότερων Τεχνικών Εκτίμησης της VAR	20
3.1. Τεχνικές Εκτίμησης της VAR.....	20
3.2. Backtesting και Βασιλεία II.....	30
4. Επισκόπηση Βιβλιογραφίας από την Εκτίμηση της VAR	39
4.1. Δεδομένα και Μεθοδολογία.....	45
4.2. Ανάλυση Μεθοδολογίας.....	48
4.3. Εμπειρική Εφαρμογή της Μεθοδολογίας και Αποτελέσματα	61
5. Συμπεράσματα	80
Βιβλιογραφία	82

Περιεχόμενα Σχεδιαγραμμάτων

Σχεδιάγραμμα 1: Η Διαδικασία των υπολογισμού της Ιστορικής Προσομοίωσης.....	23
Σχεδιάγραμμα 2: Κατανομή Αποδόσεων του δείκτη S&P 500 Composite στο Εργαλείο Ανάλυσης της VAR σε Excel.....	47
Σχεδιάγραμμα 3: Σταθμίσεις EWMA για εναλλακτικά λ	51
Σχεδιάγραμμα 4: Αξία σε Κίνδυνο (VAR) σε € με τη μέθοδο EWMA, για εναλλακτικές τιμές του λ.....	52
Σχεδιάγραμμα 5: Εξέλιξη Αποδόσεων των επτά περιουσιακών στοιχείων, 2005-2015	62
Σχεδιάγραμμα 6: Κατανομή Αποδόσεων των επτά περιουσιακών στοιχείων, 2005-2015	63
Σχεδιάγραμμα 7: Ενδεικτική Διάρθρωση Χαρτοφυλακίου Τυχαίων με σταθερό το w_1 , Σταθμίσεων των 7 Περιουσιακών Στοιχείων	66
Σχεδιάγραμμα 8: Ενδεικτική Διάρθρωση Χαρτοφυλακίου Τυχαίων με σταθερό το w_1 , Σταθμίσεων των 3 Περιουσιακών Στοιχείων	66
Σχεδιάγραμμα 9: Εκτίμηση της VAR για το τυχαίο χαρτοφυλάκιο των 7 επενδύσεων και της ισοσταθμισμένης VAR	73
Σχεδιάγραμμα 10: Όφελος Διαφοροποίησης για το τυχαίο χαρτοφυλάκιο των 7 επενδύσεων και του ισοσταθμισμένου	73
Σχεδιάγραμμα 11: Οι αποδόσεις των δύο χαρτοφυλακίων.....	75
Σχεδιάγραμμα 12: Η πορεία των δύο χαρτοφυλακίων.....	75
Σχεδιάγραμμα 13: Οι αποδόσεις των δύο χαρτοφυλακίων με σταθερή τη στάθμιση του w_1 που περιλαμβάνουν τα 7 και τα 3 βασικά περιουσιακά στοιχεία.....	76
Σχεδιάγραμμα 14: Η εξέλιξη της αξίας των δύο χαρτοφυλακίων με σταθερή τη στάθμιση του w_1 που περιλαμβάνουν τα 7 και τα 3 βασικά περιουσιακά στοιχεία.....	77
Σχεδιάγραμμα 15: Η σχέση του w_2 σε σχέση με την Αξία σε Κίνδυνο, σε ένα χαρτοφυλάκιο των τριών βασικών περιουσιακών στοιχείων	78
Σχεδιάγραμμα 16: Η σχέση του w_2 και Diversification Effect, σε ένα χαρτοφυλάκιο των τριών βασικών περιουσιακών στοιχείων	78

Περιεχόμενα Πινάκων

Πίνακας 1: Πιθανότητες εμφάνισης διαφόρων υπερβάσεων σε ένα σωστό μοντέλο μέτρησης της VAR.....	27
Πίνακας 2: Πιθανότητες εμφάνισης διαφόρων υπερβάσεων σε ένα λανθασμένο μοντέλο μέτρησης της VAR	28
Πίνακας 3: 95% διαστήματα εμπιστοσύνης των υπερβάσεων για την αποδοχή του μοντέλου μέτρησης της VAR.	29
Πίνακας 4: Ζώνες κατάταξης των συστημάτων υπολογισμού της VAR	31
Πίνακας 5: Εκτίμηση Αξίας σε Κίνδυνο (VAR) με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης.....	46
Πίνακας 6: Εκτίμηση Αξίας σε Κίνδυνο (VAR) με τη μέθοδο EWMA, για εναλλακτικές τιμές του λ.....	53
Πίνακας 7: Εκτίμηση Αξίας σε Κίνδυνο (VAR) με τη μέθοδο EWMA	54
Πίνακας 8: Εκτίμηση Αξίας σε Κίνδυνο (VAR) με τη μέθοδο Monte Carlo	57
Πίνακας 9: Εκτίμηση VAR με τη μέθοδο Modified VAR.....	60
Πίνακας 10: Περιγραφή Βασικών Στατιστικών Δεδομένων των επτά (7) Περιουσιακών Στοιχείων, με τη χρήση του Excel	68
Πίνακας 11: Συντελεστές Συσχέτισης μεταξύ των εξεταζόμενων περιουσιακών στοιχείων	71
Πίνακας 12: Σύγκριση τεσσάρων μεθοδολογιών	72

1. Εισαγωγή

Η ανάλυση του κινδύνου της αγοράς βρίσκεται στο επίκεντρο του ενδιαφέροντος τόσο επαγγελματιών της αγοράς, όσο και την ακαδημαϊκής κοινότητας. Ιδιαίτερα μετά το ξέσπασμα της παγκόσμιας χρηματοπιστωτικής κρίσης του 2007-2008 και της ραγδαίας μείωσης των τιμών των ακινήτων, των μετοχών και χρηματιστηριακών δεικτών και των εταιρικών ομολόγων, η οποία έδωσε τη “σκυτάλη” στην κρίση χρέους της Ευρωζώνης, με την πτώση των τιμών των κρατικών ομολόγων των αδύναμων χωρών της Ευρωζώνης, η έννοια της «Αξίας-σε-Κίνδυνο» (Value-at-Risk) επανήλθε δυναμικά στο προσκήνιο.

Η Value-at-Risk, (ή όπως είναι ευρέως γνωστό με το ακρώνυμο VAR) αποτελεί ένα από τα πλέον εύχρηστα και δημοφιλή εργαλεία υποδειγματοποίησης και εκτίμησης του κινδύνου της αγοράς και χρησιμοποιείται ευρέως στη Διαχείριση Κινδύνου (Risk Management). Τεράστιο ενδιαφέρον για την αποτελεσματικότερη εκτίμηση της VAR υπάρχει από τα τμήματα ανάλυσης και διαχείρισης κινδύνων των πιστωτικών ιδρυμάτων, των χρηματοοικονομικών και ασφαλιστικών οργανισμών για τη διαχείριση των χαρτοφυλακίων τους, ιδίως στο πλαίσιο της συμμόρφωσής τους στο θεσμικό πλαίσιο της Βασιλείας II και της Solvency II. Επιπροσθέτως, έχει ένα τεράστιο εύρος εφαρμογών από διεθνείς χρηματοοικονομικούς οργανισμούς, εισηγμένες εταιρίες και θεσμικούς επενδυτές (hedge funds, αμοιβαία κεφάλαια, συνταξιοδοτικά ταμεία, εταιρίες επενδύσεων χαρτοφυλακίων κ.α.).

Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό που καθιστά την παρούσα ανάλυση ιδιαίτερως σημαντική είναι το πλήθος και το εύρος των εφαρμογών της, τόσο από χρηματοπιστωτικά ιδρύματα, αλλά και θεσμικούς φορείς και εποπτικές αρχές. Ο βασικότερος λόγος είναι ότι το μέτρο VAR εφαρμόζεται ευρύτατα για την ημερήσια εκτίμηση του κινδύνου της αγοράς. Επιπροσθέτως, η πλειονότητα των πιστωτικών ιδρυμάτων χρησιμοποιούν εσωτερικά υποδείγματα για την εκτίμηση της VAR, λαμβάνοντας την αναγκαία έγκριση από τις εποπτικές αρχές. Συνεπώς, η διερεύνηση των μεθοδολογιών για την κατασκευή εσωτερικών υποδειγμάτων (internal models) και αξιολόγησης αυτών γίνεται με ευρεία χρήση στα πιστωτικά ιδρύματα.

2. Εισαγωγή στην έννοια του κινδύνου και της Διαχείρισής του με τη μεθοδολογία VAR

2.1 Μορφές Κινδύνων

Ως κίνδυνος, μπορεί να οριστεί η αβεβαιότητα που συνδέεται με κάποιο προσδοκώμενο αποτέλεσμα. Πιο συγκεκριμένα, η πιθανότητα μια επιχείρηση, ένας οργανισμός ή ένα πιστωτικό ίδρυμα να υποστεί οικονομικές απώλειες εξαιτίας ενός μη αναμενόμενου γεγονότος, καλείται κίνδυνος. Χαρακτηριστικά παραδείγματα χρηματοοικονομικών κινδύνων αποτελούν οι ζημίες που μπορεί να οφείλονται στις μεταβολές των επιτοκίων, όπως για παράδειγμα, μια αύξηση που οδηγεί σε απομείωση της αξίας των περιουσιακών στοιχείων της τράπεζας, όπως τα ομόλογα και οι μετοχές ή λόγω πτώχευσης του δανειολήπτη και μη αποπληρωμής των υποχρεώσεών του.

Οι βασικές κατηγορίες κινδύνων στο χώρο των επενδύσεων είναι ευρέως γνωστές. Στην παρούσα ενότητα θα περιγραφούν οι κίνδυνοι των εναλλακτικών επενδυτικών επιλογών, όπως έχουν καταγραφεί για την ενημέρωση των επενδυτών σε κείμενα προσυμβατικής ενημέρωσης της Alpha Bank και όπως καταγράφονται στην διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία και σε παραδοσιακά βιβλία ακαδημαϊκής διδασκαλίας της διαχείρισης χαρτοφυλακίου. Οι κίνδυνοι των εναλλακτικών μορφών επενδύσεων είναι οι εξής:

1. **Κίνδυνος Αγοράς:** Θεωρείται ο σημαντικότερος παράγοντας κινδύνου για μία επένδυση, διότι επιδρά στην πιθανή ζημία που μπορεί να προκληθεί από μία ενδεχόμενη αντίθετη πορεία της αξίας (market value) της επενδύσεως. Οι μεταβολές στις τιμές οφείλονται στην προσφορά / ζήτηση, στις τιμές σχετιζόμενων με την επένδυση αξιών, σε οικονομικούς και πολιτικούς λόγους που επηρεάζουν γενικότερα το οικονομικό περιβάλλον ή το συγκεκριμένο κλάδο στον οποίο ανήκει η επένδυση. Ο κίνδυνος αγοράς είναι μεγαλύτερος για επενδύσεις οι οποίες έχουν σημαντική διακύμανση της τιμής τους.
2. **Κίνδυνος Ρευστότητας:** Σημαντικός παράγοντας που θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη πριν από την τοποθέτηση κεφαλαίων σε μία επένδυση είναι ο κίνδυνος ρευστότητας της συγκεκριμένης επενδύσεως. Αντιπροσωπεύει την ευκολία που έχει ο επενδυτής στο να ρευστοποιήσει την επένδυσή του. Ο κίνδυνος ρευστότητας έχει άμεσο αντίκτυπο τόσο στο χρονικό διάστημα που απαιτείται για τη ρευστοποίηση της επενδύσεως όσο και στο χρηματικό ποσό που

τελικά θα εισπράξει ο επενδυτής, δεδομένου ότι έχοντας την ανάγκη να ρευστοποιήσει το συντομότερο δυνατό θα προσφέρει προς πώληση την επένδυσή του σε χαμηλότερες τιμές, προκειμένου να προσελκύσει το ενδιαφέρον των αγοραστών. Η έλλειψη προσφοράς ή ζήτησεως μπορεί να επηρεάσει την τιμή σημαντικά. Ο κίνδυνος αυτός είναι αυξημένος, εφόσον η επένδυση πραγματοποιείται σε αγορές με χαμηλή ρευστότητα ή σε μη οργανωμένες αγορές. Ειδικά για τις επενδύσεις σε εξωχρηματιστηριακά χρηματοοικονομικά μέσα δεν υπάρχει βεβαιότητα για την ύπαρξη δευτερογενούς αγοράς ανά πάσα στιγμή.

3. **Πιστωτικός Κίνδυνος:** Ο πιστωτικός κίνδυνος αναφέρεται στην ικανότητα / φερεγγυότητα που έχει ο δανειζόμενος / ο εκδότης αξιών (π.χ. χώρα, πιστωτικό ίδρυμα, εταιρία) να ανταποκριθεί στις υποχρεώσεις του, να επιστρέψει το κεφάλαιο που δανείσθηκε καθώς και την καταβολή των αναλογούντων τόκων / τοκομεριδίων προς τους δανειστές / ομολογιούχους. Ο πιστωτικός κίνδυνος εμπεριέχεται στην τιμολόγηση ενός προϊόντος και απεικονίζεται για παράδειγμα στα τοκομερίδια των ομολόγων με το ύψος του επιτοκίου. Όσο μεγαλύτερος είναι ο κίνδυνος τόσο μεγαλύτερο είναι το επιτόκιο του δανεισμού. Ο πιστωτικός κίνδυνος εκτιμάται από ειδικούς φορείς και κατατάσσεται ανάλογα με την κατηγορία.
4. **Συναλλαγματικός Κίνδυνος:** Μία επένδυση σε αξίες οι οποίες διαπραγματεύονται σε διαφορετικό νόμισμα από το νόμισμα βάσεως που χρησιμοποιεί ο επενδυτής, ενέχει τον κίνδυνο η επένδυσή του να απολέσει μέρος της αξίας της ακόμα και αν δεν μεταβληθεί η αγοραία αξία της. Η ζημία μπορεί να προκύψει από τη, σε βάρος του επενδυτή, μεταβολή των ισοτιμιών (υποτίμηση) μεταξύ του νομίσματος που αποτελεί βάση για τον επενδυτή και του διαφορετικού νομίσματος στο οποίο έχει επενδύσει. Ο επενδυτής εκτίθεται στον συγκεκριμένο κίνδυνο όταν επενδύει σε αγορές του εξωτερικού με διαφορετικό νόμισμα διαπραγματεύσεως. Πιο συγκεκριμένα, ένας κάτοικος της Ε.Ε. που έχει ως νόμισμα αποτιμήσεως το ευρώ, αναλαμβάνει συναλλαγματικό κίνδυνο όταν επενδύσει σε αξίες που διαπραγματεύονται σε χώρες με διαφορετικό νόμισμα αναφοράς όπως στις ΗΠΑ, στη Μ. Βρετανία, στην Ιαπωνία κ.ά.
5. **Κίνδυνος Επιτοκίων:** Προκαλείται εφόσον αυτά εξελίσσονται κατά τρόπο διαφορετικό από αυτόν που είχε προβλεφθεί. Η αυξομείωση των επιτοκίων επηρεάζει την απόδοση του κεφαλαίου που είναι

επενδεδυμένο σε αξίες καθόσον η τιμή των αξιών αυτών προσδιορίζεται από την πορεία των επιτοκίων.

6. **Κίνδυνος διακυμάνσεως μεταβλητότητας:** Κίνδυνος διακυμάνσεως μεταβλητότητας είναι ο κίνδυνος μεταβολής της αξίας ενός προϊόντος λόγω διακυμάνσεως μεταβλητότητας που εκτιμά η αγορά ότι θα ισχύει για την υποκείμενη αξία (π.χ. συναλλαγματική ισοτιμία, επιτόκιο, μετοχή κ.λπ.) από την τιμή της οποίας εξαρτάται η αξία του προϊόντος.
7. **Κίνδυνος Πληθωρισμού:** Προκαλείται εφόσον ο πληθωρισμός μεταβάλλεται κατά τρόπο διαφορετικό από αυτόν που είχε προβλεφθεί.
8. **Κίνδυνος Επανεπενδύσεως:** Προκαλείται εφόσον οι αποδόσεις (έσοδα-τοκομερίδια) μίας επένδυσης επανεπενδυθούν με διαφορετικούς όρους από αυτούς που ίσχυαν κατά τη στιγμή που πραγματοποιήθηκε η αρχική επένδυση.
9. **Κίνδυνος από προϊόντα μειωμένης εξασφάλισης:** Ο κίνδυνος που προέρχεται σε περίπτωση που ο επενδυτής είναι κάτοχος κινητής αξίας μειωμένης εξασφάλισης. Στην περίπτωση αυτή ο εκδότης της κινητής αξίας θα εκπληρώνει πρώτα τις συμβατικές του υποχρεώσεις που προκύπτουν από προϊόντα κύριας εξασφάλισης και τις υποχρεώσεις προς τους λοιπούς πιστωτές του και στη συνέχεια, εάν αυτό είναι εφικτό, τις υποχρεώσεις που προκύπτουν από προϊόντα μειωμένης εξασφάλισης.
10. **Κίνδυνος ανακλήσεως πρόωρου τερματισμού προϊόντος:** Ο κίνδυνος ανακλήσεως τερματισμού ενός προϊόντος από τον αντισυμβαλλόμενο ή από τον εκδότη κινητής αξίας, πριν από την ημερομηνία λήξεώς του, εάν αυτή η δυνατότητα προβλέπεται από τους ειδικούς όρους του προϊόντος. Στην περίπτωση αυτή ο επενδυτής ενδέχεται να μη μπορεί να αποκτήσει νέο προϊόν με ίδιους όρους με αυτούς του προϊόντος που ανακλήθηκε πρόωρα.
11. **Κίνδυνος μη τακτικής πληρωμής:** Είναι δυνατόν σε προϊόντα ομολόγων, η πληρωμή τοκομεριδίων να καθυστερεί πέραν της προκαθορισμένης ημερομηνίας, λόγω μη καταβολής του αντίστοιχου ποσού στον φορέα θεματοφυλακής / εκκαθαρίσεως.
12. **Συστηματικός Κίνδυνος:** Ο συστημικός κίνδυνος προκαλείται από παράγοντες που επηρεάζουν το σύνολο της αγοράς στην οποία συμμετέχει ο επενδυτής και επομένως δεν μπορεί να περιορισθεί με τη διασπορά των επενδύσεων μέσα στην αγορά αυτή.
13. **Μη Συστηματικός Κίνδυνος** Προκαλείται από παράγοντες που επηρεάζουν συγκεκριμένες αξίες ή κατηγορίες αξιών ανάλογα με τα οικονομικά αποτελέσματα των εκδοτριών, τον κλάδο στον οποίο

δραστηριοποιούνται κ.ά. Ο κίνδυνος αυτός είναι δυνατό να περιορισθεί μέσω της διασποράς των επενδύσεων, επιλέγοντας αξίες που επηρεάζονται με διαφορετικό τρόπο και σε διαφορετικό βαθμό από τους παράγοντες αυτούς.

14. **Πολιτικός Κίνδυνος:** Ο πολιτικός κίνδυνος προκαλείται από μεταβολές ή αστάθεια στο πολιτικό σκηνικό. Ειδικά σήμερα που το οικονομικό και πολιτικό περιβάλλον χαρακτηρίζεται από την παγκοσμιοποίηση, οι μεταβολές αυτές μπορούν να επηρεάζουν σημαντικά την απόδοση μίας επενδύσεως.
15. **Νομικός Κίνδυνος:** Μεταβολές στο νομικό καθεστώς, οι οποίες καθιστούν απαγορευτικές κάποιες μορφές επενδύσεων που το προηγούμενο καθεστώς επέτρεπε, μπορούν να προκαλέσουν μεταβολή στην τελική αξία μίας επενδύσεως.
16. **Φορολογικός κίνδυνος:** Ο κίνδυνος που προέρχεται από το φορολογικό καθεστώς που ενδεχομένως ισχύει για τον επενδυτή ή από τυχόν μελλοντικές μεταβολές στο ισχύον φορολογικό καθεστώς. Επιπλέον, γνωστοποιείται στον επενδυτή ότι οι επενδύσεις σε χρηματοπιστωτικά μέσα που διαπραγματεύονται σε αγορές του εξωτερικού ενδέχεται να αντιμετωπίζονται φορολογικά κατά διαφορετικό τρόπο από τα αντίστοιχα ελληνικά χρηματοπιστωτικά μέσα και θα πρέπει να ζητά ανεξάρτητη εξειδικευμένη φορολογική συμβουλή.
17. **Κίνδυνος Χώρας:** Ο κίνδυνος που προέρχεται από τη γεωγραφική θέση της χώρας, το γεωπολιτικό σκηνικό που την περιβάλλει καθώς και άλλες παραμέτρους-κινδύνους, όπως πολιτικού καθεστώτος, νομικού / φορολογικού πλαισίου, οικονομικής καταστάσεως (πληθωρισμού-αναπτύξεως κ.λπ.).
18. **Κίνδυνος αναστολής ή περιορισμού διαπραγματεύσεως:** Οι συνθήκες της αγοράς (π.χ. ρευστότητα) ή / και η εφαρμογή των κανόνων συγκεκριμένων αγορών (π.χ. η αναστολή διαπραγματεύσεως οποιουδήποτε προϊόντος λόγω ορίων τιμής ή «δικλειδων ασφαλείας») είναι δυνατόν να αυξήσουν την πιθανότητα ζημίας κάνοντας δύσκολη ή αδύνατη τη διενέργεια συναλλαγών ή ρευστοποιήσεως / κλείσιμο θέσεως.
19. **Κίνδυνος σχέσης τιμής διαπραγμάτευσης (underlying market price) και εύλογης τιμής (future / option fair price):** Ενδέχεται μεταξύ των τιμών διαπραγμάτευσης (market price) των: i. υποκείμενου αγαθού και ii. future (ή option), να μην ισχύει η «εύλογα» υπολογιζόμενη μεταξύ τους σχέση (fair price). Αυτό μπορεί να συμβεί όταν, παραδείγματος χάριν, το μεν συμβόλαιο future πάνω στο οποίο

έχει συναφθεί το option, υπόκειται σε όρια τιμής, το δε option όχι. Η απουσία μίας τιμής αναφοράς για το future καθιστά δύσκολο τον καθορισμό «λογικής αξίας». Εάν ο επενδυτής πωλήσει options, ο κίνδυνος αυτός μπορεί να αυξήσει σημαντικά την πιθανότητα ζημίας.

20. **Κίνδυνος επιστροφής παρακατατεθειμένων χρημάτων και παραδοθεισών αξιών:** Ο επενδυτής πρέπει να γνωρίζει τις εγγυήσεις που παρέχονται στα χρήματα και σε άλλες αξίες που καταβάλλει για συναλλαγές στην Ελλάδα και στο εξωτερικό και ιδίως στην περίπτωση στάσεως πληρωμών ή χρεοκοπίας μίας εταιρίας. Ο βαθμός στον οποίο μπορεί να ανακτήσει τα μετρητά ή τις αξίες μπορεί να διέπεται από συγκεκριμένη νομοθεσία ή εγχώριους κανόνες. Σε μερικές περιπτώσεις, αξίες που έχουν αναγνωρισθεί ως περιουσία του επενδυτή, θα υπολογισθούν ως μετρητά για τον σκοπό της κατ' αναλογία διανομής στην περίπτωση ελλείμματος.
21. **Κίνδυνος Εκκαθάρισεως:** Ο κίνδυνος εκκαθάρισεως σχετίζεται με την πιθανότητα ο αντισυμβαλλόμενος μίας συναλλαγής να μην ανταποκριθεί στις απαιτήσεις της εκκαθαρίσεως της, δηλαδή να μην καταβάλει είτε τα χρήματα σε περίπτωση αγοράς είτε τις αξίες σε περίπτωση πωλήσεως. Βεβαίως, στα περισσότερα χρηματιστήρια υπάρχει Κεντρικός Αντισυμβαλλόμενος που είναι η εταιρία εκκαθάρισεως και εγγυάται την ομαλή διεξαγωγή της εκκαθαρίσεως, έχοντας θεσπίσει κατάλληλους μηχανισμούς προστασίας της συγκεκριμένης διαδικασίας.
22. **Λειτουργικός κίνδυνος:** Ο κίνδυνος που προέρχεται από παράγοντες όπως άνθρωποι, συστήματα και διαδικασίες, για παράδειγμα ο κίνδυνος από ανθρώπινα λάθη, μη συμμόρφωση των αρμόδιων Υπαλλήλων με κανονισμούς και διαδικασίες, φυσικές καταστροφές, αστοχία εξοπλισμού, κλπ.

2.2. Ορισμός του VAR

Η VAR, αποτελεί μια εκτίμηση της χειρότερης δυνητικής απώλειας ενός χαρτοφυλακίου χρηματοοικονομικών περιουσιακών στοιχείων, σε όρους χρηματικής αξίας, για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα (time range ή frame) και για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Από τον ορισμό προκύπτει ότι η VAR αποτελεί ένα στατιστικό μέτρο του κινδύνου απώλειας (downside risk), που βασίζεται στις εκάστοτε επιμέρους τρέχουσες τοποθετήσεις ενός επενδυτικού χαρτοφυλακίου.

Μεταξύ των ορισμών, εκείνος που παρουσιάζει τη μεγαλύτερη ακρίβεια είναι αυτός που αναγράφεται στο Technical Document με τίτλο: “RiskMetrics” της JP Morgan, το 1996:

“Αξία σε Κίνδυνο είναι ένα μέτρο της μέγιστης δυνητικής μεταβολής της αξίας ενός χαρτοφυλακίου χρηματοοικονομικών μέσων, σε έναν προκαθορισμένο ορίζοντα. Το VAR απαντά στο ερώτημα: πόσα μπορώ να χάσω με x% πιθανότητα σε δεδομένο χρονικό ορίζοντα.

Σύμφωνα με τη Goldman Sachs, στο report Risk Management Series, του R. Litterman, “Hot Spots and Best Hedges,” περιλαμβάνεται η ακόλουθη περιγραφή για το VAR:

“Η Αξία σε Κίνδυνο είναι ένα σημειακό μέτρο στην κατανομή των πιθανών αποτελεσμάτων. Έχει δύο παραμέτρους: έναν ορίζοντα και μια πιθανότητα.

Για παράδειγμα, ένας κοινός κανονιστικός ορισμός της VAR είναι το ποσό του κεφαλαίου που θα πρέπει να αναμένουμε να απολέσουμε όχι περισσότερο από μία φορά σε διάστημα εκατό δύο εβδομάδων, με δεδομένη την τρέχουσα θέση μας. Στην Goldman Sachs, που συνήθως επικεντρωνόμαστε σε ένα ποσό κεφαλαίου που θα πρέπει να περιμένουμε να απωλέσθω όχι περισσότερο από μία φορά το χρόνο για μια δεδομένη ημέρα. Το εξετάζουμε αυτό όχι ως την «χειρότερη περίπτωση», αλλά ως την έλευση ενός τακτικού συμβάντος με την οποία θα πρέπει να είμαστε άνετοι.”

Το ακόλουθο απόσπασμα από την ετήσια έκθεση της JP Morgan Chase το 1998 είναι χαρακτηριστικό για την έννοια του VAR και τον τρόπο που τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα χρησιμοποιούν και εκτιμούν το VAR:

“Τα δύο βασικά εργαλεία μέτρησης του κινδύνου στην Chase είναι το VAR και το stress-testing. Το VAR εκτιμά τον κίνδυνο σε ημερήσια βάση, ενώ οι προσομοιώσεις ακραίων καταστάσεων μετρούν τον κίνδυνο της αγοράς σε ένα περιβάλλον ανωμαλιών της αγοράς.

Το VAR, ένα μέγεθος εκφρασμένο σε δολάρια, είναι μια προνοητική εκτίμηση της δυνητικής απώλειας. Το VAR διαβλέπει μία ημέρα, και υπολογίζεται ως το αναμενόμενο επίπεδο απώλειας που μπορεί να ξεπεραστεί με πιθανότητα 1 τοις 100.”

Η ιδέα του ορισμού της Αξίας σε Κίνδυνο (Value at Risk – VAR), προέρχεται από τον Markowitz (1952, 1959), στο πλαίσιο της Σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου, όπου ορίστηκε η σχέση της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου των χαρτοφυλακίων περιουσιακών στοιχείων.

Το πλέον παραδοσιακό, αλλά και δημοφιλές μέτρο του κινδύνου είναι η μεταβλητότητα (volatility). Το βασικότερο πρόβλημα της μεταβλητότητας, ωστόσο, είναι ότι δεν εντοπίζει την κατεύθυνση της κίνησης μιας επένδυσης, δηλαδή εάν είναι ανοδική ή πτωτική η εξέλιξη των αποδόσεων.

Σύμφωνα με τον ορισμό του Jorion (2007), το VAR είναι *“η χειρότερη απώλεια για έναν ορίζοντα στόχο, τέτοια ώστε να υπάρχει μια ελάχιστη προσδιορισμένη πιθανότητα, που η πραγματική απώλεια θα είναι μεγαλύτερη”*. Ο Jorion (2007) διακρίνει δύο ποσοτικές μεταβλητές: (α) τον ορίζοντα (χρονικό διάστημα) και (β) το επίπεδο εμπιστοσύνης.

Ορίζοντας ως a το επίπεδο εμπιστοσύνης και L την απώλεια, με $L > 0$, το VAR θα πρέπει να είναι θετικό ($VAR > 0$). Το VAR σε απόλυτους όρους θα είναι η ελάχιστη δυνατή απώλεια, έτσι ώστε $P(L > VAR) \leq 1 - a$.

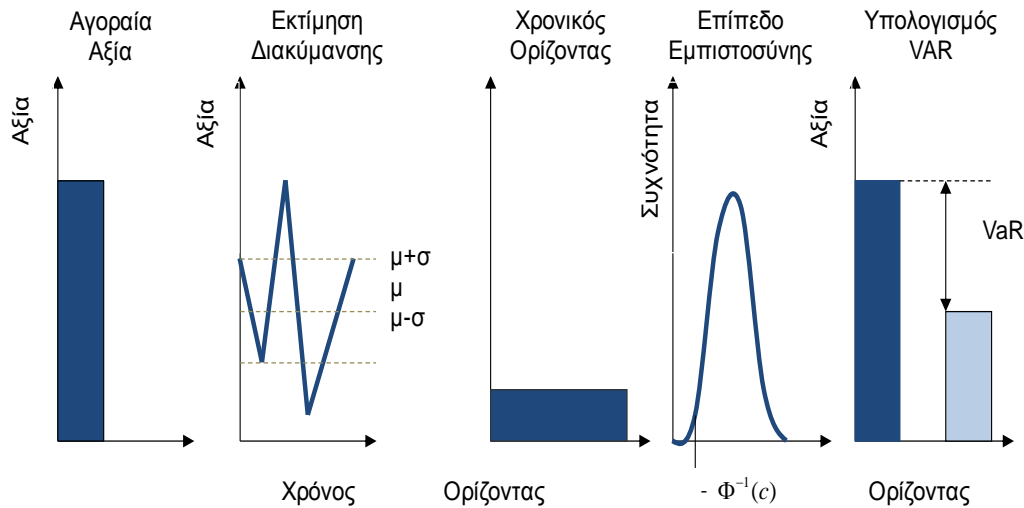
Σύμφωνα με τον ορισμό του Tsay (2002), σε μια καθορισμένη χρονική περίοδο t και για μια πιθανότητα p , το VAR των L επόμενων περιόδων ορίζεται ως $p = Prob[\Delta V(L) \leq VAR = F_L(VAR)]$, όπου το $\Delta V(L)$ η μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου για το χρονικό διάστημα t έως $t + L$, με την $F_L(VAR)$ να είναι η αθροιστική συνάρτηση του VAR για το σύνολο της περιόδου. Εμπειρικά προκύπτει ότι το VAR παρουσιάζει τρεις συνιστώσες:

(α) ένα χρονικό διάστημα,

(β) ένα επίπεδο εμπιστοσύνης και

(γ) ένα ποσό ή/και ποσοστό απώλειας.

Στο σχεδιάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζεται η διαδικασία εκτίμησης της Αξίας σε Κίνδυνο (VAR).



Πηγή: Jorion, P. (2007). *Value at risk: the new benchmark for managing financial risk* (Vol. 3). New York: McGraw-Hill.

Το βασικότερο από τα πλεονεκτήματα αυτού του μέτρου είναι η απλότητά του, καθώς προσφέρει με ένα αριθμό την ενδεχόμενη χρηματική απώλεια ενός χαρτοφυλακίου, γεγονός που το καθιστά προσιτό ακόμα και σε απλούς ιδιώτες επενδυτές, οι οποίοι διαθέτουν ελάχιστη πληροφόρηση.

Για παράδειγμα, το VAR εκφράζει τις μέγιστες πιθανές απώλειες ενός χαρτοφυλακίου, για την επόμενη ημέρα, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99% ή 95%. Στο πλαίσιο αυτό, εάν υποτεθεί ότι το VAR 10 ημερών με επίπεδο εμπιστοσύνης 0,95 είναι 20 εκατ. ευρώ, αυτό σημαίνει ότι:

-Είναι 95% σίγουρος ότι δε θα χάσω περισσότερο από 20 εκατ. ευρώ τις επόμενες 10 ημέρες

-Υπάρχει 95% πιθανότητα ότι οι απώλειες θα είναι μικρότερες από 20 εκατ. ευρώ τις επόμενες 10 ημέρες

-Υπάρχει 5% πιθανότητα ότι οι απώλειες θα είναι μεγαλύτερες από 20 εκατ. ευρώ τις επόμενες 10 ημέρες

- Βεβαίως πάντα υπάρχει ο κίνδυνος οι απώλειες να είναι απεριόριστες!!!

2.3. Η Χρησιμότητα και οι Εφαρμογές της VAR

Σύμφωνα με τους Darrell Duffie και Jun Pan (1997), στο πλαίσιο της διαχείρισης του κινδύνου της αγοράς υπάρχουν οι στόχοι που περιγράφονται παρακάτω:

- Μέτρηση της έκτασης της έκθεσης λόγω συναλλαγών, κέντρο δημιουργίας κερδών και διαφόρων άλλων συνολικών μεγεθών
- Καταλογισμός για κάθε θέση ενός κόστους, κατάλληλο για την αγοραία αξία του και τον κίνδυνο
- Κατανομή κεφαλαίων, ορισμός ορίων κινδύνου και άλλων πόρων, όπως το λογιστικό κεφάλαιο στα κέντρα κέρδους
- Παροχή πληροφοριών σχετικά με την οικονομική υγεία και την τεχνολογία διαχείρισης κινδύνων του χρηματοπιστωτικού ιδρύματος, για τους συμβαλλομένους, τις εποπτικές και ρυθμιστικές αρχές, τους ελεγκτές, τους οίκους πιστοληπτικής αξιολόγησης και τον χρηματοοικονομικό τύπο, καθώς και άλλους, των οποίων η γνώση αυτή θα μπορούσε να βελτιώσει την ενημέρωσή τους για θέματα συναλλαγών και κανονιστικής συμμόρφωσης.
- Αξιολόγηση και βελτίωση της απόδοσης των κερδών, υπό το πρίσμα των αναλαμβανόμενων κινδύνων για την επίτευξη αυτών των κερδών.
- Προστασία της επιχείρησης από τα κόστη χρεοκοπίας.

Αναλυτικότερα, σύμφωνα με τον Horton (2014), η αξία σε κίνδυνο αποτελεί ένα πολύτιμο εργαλείο για πληθώρα εφαρμογών στα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα:

- **Κανονιστικές απαιτήσεις υποβολής εκθέσεων και των ρυθμιστικών κανόνων κεφαλαιακής επάρκειας, σύμφωνα με τις συμφωνίες της Βασιλείας II:** Σύμφωνα με τις προδιαγραφές της Επιτροπής της Βασιλείας, η εκτίμηση της VAR αφορά σε ορίζοντα 10 ημερών με 99% επίπεδο εμπιστοσύνης. Σαφώς η πλειονότητα των πιστωτικών ιδρυμάτων αναπτύσσουν και εφαρμόζουν τα δικά τους εσωτερικά υποδείγματα για την εκτίμηση της VAR στο ανωτέρω πλαίσιο.
- **Εσωτερικός δείκτης αναφοράς:** για τον υπολογισμό των απαιτήσεων της οικονομικής αξίας (economic value) και της οικονομικής κεφαλαιακής επάρκειας, χρησιμοποιούνται τα όρια της VAR.

➤ **Ενημέρωση επενδυτών:** Πολλές επιχειρήσεις ή και συλλογικές μορφές επενδύσεων, στο πλαίσιο της επενδυτικής ενημέρωσης τους, μπορεί να εκφράζουν (ποσοτικές και ποιοτικές) πληροφορίες σχετικά με τον κίνδυνο αγοράς, που απορρέει από τις μεταβολές των περιουσιακών τους στοιχείων, των επιτοκίων της αγοράς, του συναλλάγματος κ.α. Στο πλαίσιο αυτό συνήθως εφαρμόζεται ανάλυση ευαισθησίας, σύμφωνα με την εκτίμηση της VAR.

➤ **Αποτελεσματική κατανομή και βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίου (risk-budgeting):** Πιο σύγχρονα υποδείγματα κατασκευής αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων, χρησιμοποιούν μέτρα downside risk, συμπεριλαμβανομένου και της VAR.

➤ **Βελτιστοποίηση του σφάλματος σε σχέση με ένα δείκτη αναφοράς:** Το σφάλμα σε σχέση με το δείκτη αναφοράς, θα πρέπει να βελτιστοποιηθεί, προσαρμόζοντας τη διάρθρωση του χαρτοφυλακίου, με την εξισορρόπηση του VAR, κατά την ενεργή διαχείριση του χαρτοφυλακίου, με βάση τους στόχους και την στρατηγική των διαχειριστών.

➤ **Αντιστάθμιση κινδύνου και βελτιστοποίηση:** Ο βαθμός διαφοροποίησης εξαρτάται από τους συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων και τους πίνακες συνδιακυμάνσεων. Το ζητούμενο που προκύπτει από τη VAR είναι το πόσες μονάδες των εργαλείων αντιστάθμισης απαιτούνται για τη βελτιστοποίηση του χαρτοφυλακίου. Αυτό μπορεί να απαντηθεί με την εφαρμογή ενός μέτρου VAR για τη συνολική θέση και την προσαρμογή της αντιστάθμισης για τον καθορισμό του αριθμού των μονάδων του εργαλείου αντιστάθμισης που ελαχιστοποιεί το VAR.

Το σημαντικότερο πλεονέκτημα της VAR αφορά στο γεγονός ότι επιτυγχάνει με τη χρήση ενός αριθμού, να εκτιμήσει τη συνολική έκθεση ενός χαρτοφυλακίου ή ενός πιστωτικού ιδρύματος, στον κίνδυνο της αγοράς, όντας ένα πολύτιμο εργαλείο για την παρουσίαση του αναλαμβανόμενου κινδύνου αγοράς. Για παράδειγμα, η VAR για ένα μετοχικό χαρτοφυλάκιο εκφράσει ότι οι ενδεχόμενες απώλειες την επόμενη εβδομάδα θα υπερβαίνουν το €1 εκατομμύριο με πιθανότητα 5%.

Αντιθέτως, το VAR ως μέτρο εκτίμησης του κινδύνου της αγοράς παρουσιάζει και σημαντικά μειονεκτήματα, όπως οι υποθέσεις για την κατανομή των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων, που στην πλειονότητα των περιπτώσεων, δεν είναι κανονική, αλλά μπορεί να

παρουσιάζει παχιές ουρές ή να μην έχει σταθερή διακύμανση ή να είναι λεπτόκυρτη ή να παρουσιάζει ασυμμετρία. Εμπειρικά δεδομένα δείχνουν ότι οι αποδόσεις δεικτών και μετοχών παρουσιάζουν για παράδειγμα πλατιές ουρές, γεγονός που εκφράζει ότι η αυξημένη μεταβλητότητα στην αγορά επιφέρει σημαντικές διακυμάνσεις στα χαρτοφυλάκια, με μεγαλύτερη συχνότητα, σε σχέση με την κανονική κατανομή.

3. Διερεύνηση Σημαντικότερων Τεχνικών Εκτίμησης της VAR

3.1. Τεχνικές Εκτίμησης της VAR

Στην παρούσα ενότητα θα αναπτυχθούν οι εναλλακτικές μέθοδοι υπολογισμού της παρούσης αξίας, μέσω των μαθηματικών σχέσεων που παρουσιάζονται στη βιβλιογραφία και των κατανομών που ενέχουν κομβικό ρόλο στην εκτίμηση του VAR. Οι δύο βασικές κατηγορίες όπου εντάσσονται οι προσεγγίσεις και οι μεθοδολογίες της εκτίμησης της αξίας σε κίνδυνο είναι οι παραμετρικές και οι μη-παραμετρικές.

Η βασική διάκριση μεταξύ των δύο κατηγοριοποιήσεων είναι ότι οι παραμετρικές προσεγγίσεις πραγματοποιούν συγκεκριμένες παραδοχές αναφορικά με την κατανομή των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων και ακολουθούνται συγκεκριμένες διαδικασίες για την εκτίμηση της αξίας σε κίνδυνο. Στον αντίποδα, οι μη-παραμετρικές προσεγγίσεις δεν ορίζουν υποθέσεις αναφορικά με την κατανομή των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων και συνεπώς το μέτρο της αξίας σε κίνδυνο βασίζεται σε υπολογισμούς με βάση τις τιμές που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της κατανομής.

Για τον υπολογισμό της VAR ξεχωρίζουν δύο τρόποι για την εκτίμησή του: (α) το μη-παραμετρικό VAR και (β) το παραμετρικό VAR.

(α) Μη-παραμετρικό VAR

Εάν υποθέσουμε ότι W_0 είναι η αρχική επένδυση και r η απόδοση, που εκφράζεται ως τυχαία μεταβλητή, με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ τότε η αξία του χαρτοφυλακίου είναι $W = W_0(1 + r)$. Το σχετικό VAR, για την ελάχιστη αξία χαρτοφυλακίου $W^* = W_0(1 + r^*)$, ορίζεται ως:

$$VAR(mean) = E(W) - W^* = -W_0(r^* - \mu)$$

Το σχετικό VAR είναι κατάλληλο μέτρο καθώς εκτιμά τον κίνδυνο σε όρους μεταβλητότητας από τον μέσο και είναι συνεπές μέτρο για την εκτίμηση των απροσδόκητων απωλειών (unexpected losses).

Στη γενική μορφή του το VAR εξάγεται από την κατανομή της πιθανότητας της μελλοντικής αξίας του χαρτοφυλακίου $f(w)$, για δεδομένη χρονική περίοδο και επίπεδο εμπιστοσύνης, για την εύρεση της χειρότερης δυνατής

αξίας του χαρτοφυλακίου W^* . Η πιθανότητα αυτή καλείται ποσοστημόριο της κατανομής, τέτοια ώστε η πιθανότητα το χαρτοφυλάκιο να έχει χαμηλότερη αξία από το W^* , να ισχύει:

$$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{W^*} f(w)dw = P(w \leq W^*) = p$$

Το πλεονέκτημα της μη-παραμετρικής εκτίμησης είναι ότι ο ορισμός της ισχύει για κάθε κατανομή, συνεχή ή διακριτή, λεπτόκυρτη ή με παχιές ουρές.

(β) Παραμετρικό VAR

Η εκτίμηση του παραμετρικού VAR είναι πολύ πιο απλή διαδικασία, καθώς θεωρείται ότι η κατανομή είναι παραμετρική, για παράδειγμα ακολουθεί μια παραμετρική κατανομή, όπως η κανονική. Στο πλαίσιο αυτό η χρήση της τυπικής απόκλισης μπορεί να οδηγήσει στο VAR, προσφέροντας αξιόπιστα αποτελέσματα με απλό και χρηστικό τρόπο. Βασιζόμενοι στην προσέγγιση για το μη-παραμετρικό VAR, με W_0 συμβολίζουμε την αρχική επένδυση και r την απόδοση, που εκφράζεται ως τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κανονική κατανομή. Τότε η αξία του χαρτοφυλακίου είναι $W = W_0(1 + r)$. Η κατανομή της πιθανότητας της μελλοντικής αξίας του χαρτοφυλακίου $f(w)$, προσαρμόζεται σε μια τυπική κανονική κατανομή $\Phi(\varepsilon)$, όπου το ε εκφράζει $\mu = 0$ και $\sigma = 1$.

Εξ ορισμού επίσης, το r^* είναι αρνητικό και γράφεται ως $-|r^*|$ και $z > 0$ ορίζεται

$$-z = \frac{-|r^*| - \mu}{\sigma}$$

$$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{W^*} f(w)dw = \int_{-\infty}^{-|r^*|} f(r)dr = \int_{-\infty}^z \Phi(\varepsilon)d\varepsilon$$

Με το z εντοπίζουμε τη χειρότερη αρνητική απόδοση r^* και το VAR, όπου $r^* = -z\sigma + \mu$, με τις μεταβλητές της κανονικής κατανομής να εκφράζονται σε ετήσια βάση. Αντικαθιστώντας έχουμε

$$VAR(mean) = E(W) - W^* = -W_0(r^* - \mu) = W_0\sigma\sqrt{\Delta t}$$

Οι παραμετρικές μέθοδοι αποτελούν την απλούστερη και βασικότερη τεχνική για τη μέτρηση του κινδύνου της αγοράς, όπου οι κατανομές είναι γνωστές και αξιόπιστα εκτιμημένες, όπως αναφέρεται και το άρθρο των Terpezan και Tabara (2008). Εντούτοις, όπως αναφέρουν οι Cheung και Powell, (2012) η παραμετρική εκτίμηση του VAR είναι υπεραπλουστευμένη και παρουσιάζει σημαντικούς οικονομετρικούς περιορισμούς, δεδομένου ότι καθορίζεται η κατανομή πιθανοτήτων. Η παραμετρική προσέγγιση είναι ελκυστική για πολλούς πρακτικού λόγους, όπως ότι η εκτίμηση μέσω της προσομοίωσης Monte Carlo ο χρόνος εκτίμησης είναι από 100 έως 1000 φορές μικρότερος¹.

Παρά τα πολλαπλά οφέλη της παραμετρικής μεθόδου, το σημαντικό μειονέκτημα είναι η αδυναμία ερμηνείας μη-γραμμικών σχέσεων μεταξύ των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων, όπως όταν τα αποτελέσματα μπορεί να παρουσιάζουν παχιές ουρές ή ερμηνεύονται καλύτερα από τη θεωρία ακραίων τιμών (Extreme Value Theory).

Συνοπτικά, τα πλεονεκτήματα της μεθόδου διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων (Variance-covariance) είναι ότι είναι σχετικά εύκολη διαδικασία για τον υπολογισμό και απόλυτα κατανοητή ακόμα και για ιδιώτες επενδυτές, που μπορεί να μην έχουν ιδιαίτερες γνώσεις και επομένως η πλέον ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος.

Τα μειονεκτήματα της συγκεκριμένης μεθόδου είναι η υπόθεση της κανονικότητας των αποδόσεων, που χαρακτηρίζεται ως προβληματική για τις κατανομές των αποδόσεων των περισσότερων κατηγοριών περιουσιακών στοιχείων. Χαρακτηριστικό είναι ότι οι εμπειρικές κατανομές των αποδόσεων περιουσιακών στοιχείων παρουσιάζουν “παχιές ουρές (fat tails)” και σημαντική κυρτότητα.

Επίσης, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η αδυναμία εντοπισμού των μη γραμμικών χαρακτηριστικών, οδηγεί σε αδυναμία αποτίμησης του κινδύνου της αγοράς παραγώγων, όπως για παράδειγμα τα δικαιώματα προαίρεσης (options) ή πιο σύνθετα περιουσιακά στοιχεία που μπορεί να έχουν οι τράπεζες, όπως Mortgage Backed-Securities. Τέλος, η μέθοδος διακύμασεων - συνδιακυμάνσεων δεν μπορεί να λάβει υπόψη την ευαισθησία της τιμής παραγόντων κινδύνου, όπως για παράδειγμα, της διάρκειας για χαρτοφυλάκια ομολόγων ή μικτά χαρτοφυλάκια.

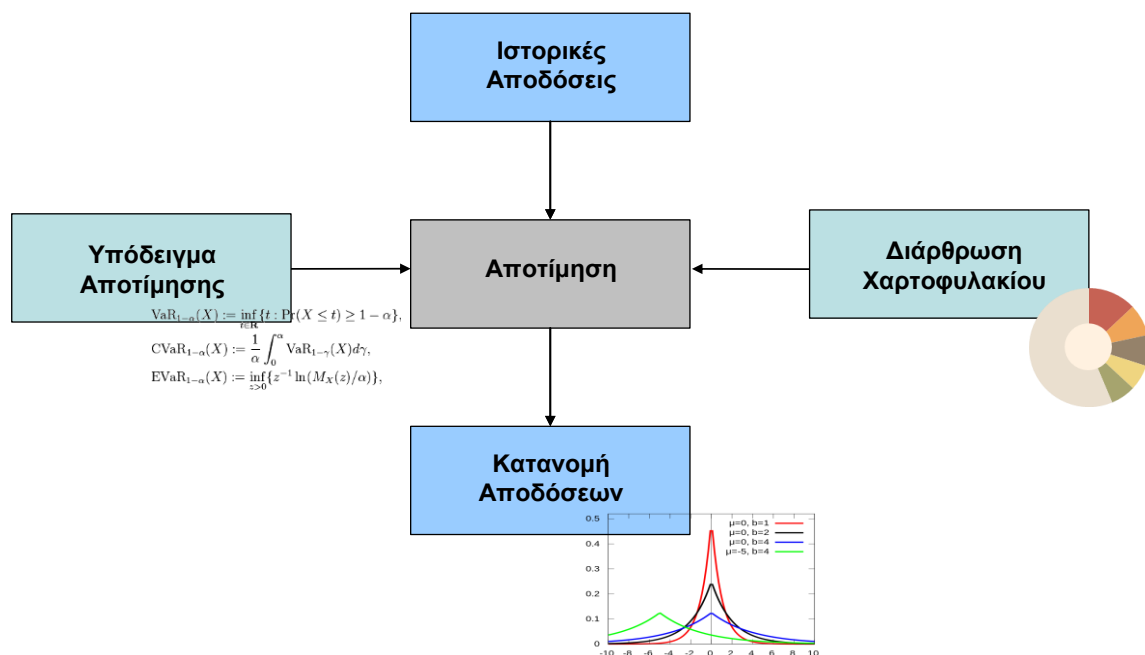
¹ Terpezan-Tabara, O. A., The Importance of Value at Risk Method in the Management of Banking Risk, 4th International Conference of ASECU: “Development Cooperation and Competitiveness”, Bucharest, Romania, 22-24 May 2008

Η Μέθοδος της Ιστορικής Προσομοίωσης

Η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης είναι η απλούστερη μέθοδος που υπάρχει για την εκτίμηση της VAR, για μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία και χαρτοφυλάκια. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται ευρέως από διαχειριστές χαρτοφυλακίων, risk managers και αναλυτές, δεδομένου ότι για την εφαρμογή της μεθόδου δεν απαιτείται η επιλογή παραμέτρων, όπως η μεταβλητότητα, ο συντελεστής συσχέτισης ή το drift.

Η μόνη επιλογή που απαιτείται για την ανάλυση είναι ο χρονικός ορίζοντας των ιστορικών δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση των δεδομένων. Ο ορίζοντας μελέτης στις περισσότερες εφαρμογές ξεπερνά τα πέντε έτη, δεδομένου ότι σε μικρότερα χρονικά διαστήματα, μπορεί να μην υπάρχουν σημαντικές διαφοροποιήσεις στους συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων, π.χ. μετοχών ή ομολόγων ή και δεικτών, ενώ σαφώς για να υπάρχουν πιο αξιόπιστα ευρήματα θα πρέπει οι αξίες σε κίνδυνο να εκτιμώνται και σε διαφορετικές φάσεις του χρηματιστηριακού ή γενικότερα το οικονομικού κύκλου, όπως για παράδειγμα, για ανοδικές (bull) ή πτωτικές (bear) αγορές.

Σχεδιάγραμμα 1: Η Διαδικασία των υπολογισμού της Ιστορικής Προσομοίωσης



Πηγή: Bohdalová, M. (2007). *A comparison of Value-at-Risk methods for measurement of the financial risk. Faculty of Management, Comenius University, E-learning working paper.*

Η μέθοδος της Ιστορικής προσομοίωσης ουσιαστικά αποτελεί μια απλή εφαρμογή της αποτίμησης, με την ανάλυση των χρονολογικών σειρών να αποτελεί τη βάση για την εκτίμηση του VAR. Η βασική υπόθεση, που δεν μπορεί να αξιολογηθεί ως ρεαλιστική είναι ότι οι κατανομές πιθανοτήτων για τη διενέργεια μελλοντικών σεναρίων, βασίζεται στην ιστορική εξέλιξη των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων. Εντούτοις, παρά την αδυναμία αυτή, η μέθοδος υποθέτει ότι το παρελθόν αποτελεί μια ικανοποιητική προσέγγιση για το μέλλον.

Extreme Value Theory

Μια κατηγορία παραμετρικών υποδειγμάτων αποτελεί μια σειρά κατανομών που παρουσιάζουν παχιές ουρές. Η Θεωρία Ακραίων Τιμών (Extreme Value Theory) επεκτείνει το θεώρημα κεντρικών τιμών, που πραγματεύεται την κατανομή των μέσων για IID τυχαίες μεταβλητές από μια άγνωστη κατανομή με παχιές ουρές (βλ. Embrechts et al., 1997; McNeill, 1999). Επειδή η EVT εφαρμόζεται μόνο στις “ουρές” της κατανομής και όχι στις υπόλοιπες παρατηρήσεις, πολλές φορές ονομάζεται και ημι-παραμετρική μέθοδος.

Η κατανομή της EVT προέρχεται από το θεώρημα EVT, που θεμελίωσε ο Gnedenko (1943) που ορίζει την καμπύλη της σωρευτικής συνάρτησης κατανομής για την τιμή x πέραν του οριακού ακραίου σημείου u :

$$F(y) = 1 - (1 + \xi y)^{-1/\xi}, \xi \neq 0$$

$$F(y) = 1 - \exp(-y), \xi = 0$$

όπου το $y = x - u/\beta$, με $b > 0$ μια παράμετρος κλίμακας και $y > 0$.

Η κατανομή ορίζεται ως μια γενικευμένη κατανομή του Pareto (generalized Pareto distribution), όπου περιλαμβάνει και την κανονική κατανομή, όταν $\xi = 0$, ενώ για συναρτήσεις με παχιές ουρές ισχύει ότι $\xi \neq 0$.

Για την εύρεση των εκτιμητών στη συνάρτησης κατανομής EVT, θα πρέπει να υπολογιστεί ο λόγος N_u/N που εκφράζει τις παρατηρήσεις πέραν από το οριακό άκρο u .

$$F(x) = 1 - \left(\frac{N_u}{N}\right) \left[1 + \frac{\xi}{\beta}(x - u)\right]^{-1/\xi}$$

$$f(x) = \left(\frac{N_u}{N}\right) \left(\frac{1}{\beta}\right) \left[1 + \frac{\xi}{\beta}(x - u)\right]^{-(1/\xi)-1}$$

Με $F(y) = a$ πραγματοποιείται η εκτίμηση των συντελεστών β και ξ και λύνουμε ως προς το x , το οποίο μας δίνει:

$$VAR = u + \frac{\beta}{\xi} \left\{ \left[\left(\frac{N_u}{N}\right) (1 - a) \right]^{-\xi} - 1 \right\}$$

Αυτό μας δίνει έναν εκτιμητή του VAR στο ποσοστημόριο, με τον εκτιμητή να έχει το ελάχιστο εφικτό σφάλμα εκτίμησης.

Η προσδοκώμενη μέγιστη απώλεια (ETL), ή ο μέσος πέραν του VAR είναι:

$$ETL = \frac{VAR}{1 - \xi} + \frac{\beta - \xi u}{1 - \xi}$$

Backtesting VAR

Τα υποδείγματα Value at Risk μπορούν να εκτιμήσουν τον κίνδυνο της αγοράς αρκετά ικανοποιητικά, εντούτοις, η διαδικασία θα πρέπει να ακολουθηθεί από τη διαδικασία της αξιολόγησης και του ελέγχου της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων. Ο έλεγχος της εγκυρότητας του υποδείγματος αποτελεί μια γενική διαδικασία, αναφορικά με την αξιοπιστία του υποδείγματος και την επάρκειά του. Για το σκοπό αυτό έχουν αναπτυχθεί μια σειρά από εργαλεία, backtesting, stress-testing και εκ των υστέρων αξιολόγησης.

Η τεχνική του backtesting αποτελεί ένα στατιστικό εργαλείο επιβεβαίωσης των ενδεχόμενων απωλειών, πραγματοποιώντας πραγματικούς ελέγχους. Η αξιολόγηση είναι αναγκαία για την επιβεβαίωση των παραμέτρων, των υποθέσεων και της διαδικασίας μοντελοποίησης, με στόχο τη βελτίωση τους. Η διαδικασία αυτή ουσιαστικά περιλαμβάνει τη συστηματική σύγκριση των εκτιμήσεων του VAR, με τις πραγματικές ζημίες που καταγράφηκαν κατά τη διάρκεια του ίδιου χρονικού διαστήματος, π.χ. του τελευταίου έτους (250 παρατηρήσεις).

Η διαδικασία του backtesting βρίσκεται στο επίκεντρο και του θεσμικού πλαισίου που ορίζει η Βασιλεία II (Basel II), όπου επιτρέπεται η χρήση εσωτερικών υποδειγμάτων για την κεφαλαιακή επάρκεια των πιστωτικών ιδρυμάτων. Ο μηχανισμός backtesting πρέπει να είναι σχεδιασμένος με τέτοιο τρόπο ώστε να μην υποεκτιμάται ο αναλαμβανόμενος κίνδυνος από το πιστωτικό ίδρυμα. Η διαδικασία του backtesting αποτελεί ένα στατιστικό μεθοδολογικό πλαίσιο που αναδεικνύει εάν οι παρατηρήσιμες πραγματοποιηθείσες ζημιές, βρίσκονται εντός των ορίων που καθορίζει η εκτιμώμενη VAR, όπως προκύπτει από το εσωτερικό υπόδειγμα.

Τα υποδείγματα backtesting περιλαμβάνουν τη συστηματική σύγκριση των ιστορικών VAR με τις πραγματοποιηθείσες αποδόσεις. Το βασικό ζήτημα είναι ότι η εκτίμηση του VAR αφορά ένα μέτρο κινδύνου, για ένα συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης, όπως για παράδειγμα το 1 ή 5% των παρατηρήσεων. Ένας απλός τρόπος για την εξέταση του υποδείγματος VAR είναι η μελέτη ενός απλού διαγράμματος του πραγματικού και του προβλεπόμενου μεγέθους του VAR, σε όρους ημερήσιων ή άλλης συχνότητας των κερδών και ζημιών (P&L) σε επίπεδο εμπιστοσύνης 1% ή 5%.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί ότι το χαρτοφυλάκιο του πιστωτικού ιδρύματος θεωρείται “σταθερό” για τον εξεταζόμενο χρονικό ορίζοντα, παρά το γεγονός ότι η προσέγγιση αυτή στερείται ρεαλισμού, δεδομένου ότι η διαχείριση του χαρτοφυλακίου μιας τράπεζας αποτελεί μια δυναμική διαδικασία, που μεταβάλλεται σε ημερήσια βάση, ιδίως για το μέρος του χαρτοφυλακίου που είναι διαθέσιμο προς πώληση (trading book). Για τους λόγους αυτούς το VAR υπολογίζεται σε μικρότερους ορίζοντες και διαστήματα, όπως με ημερήσια δεδομένα ή/και σε intraday επίπεδα, δεδομένου ότι οι συναλλαγές δεν πραγματοποιούνται στο κλείσιμο των συνεδριάσεων.

Η πραγματική απόδοση ενός χαρτοφυλακίου που περιλαμβάνει μετοχές και ομόλογα είναι τα ημερήσια κέρδη και ζημιές (P&L), λαμβάνοντας υπόψη τις συναλλαγές, τα κόστη συναλλαγών, τις προμήθειες και το καθαρό επιτοκιακό εισόδημα, τα οποία όμως επειδή είναι σταθερά δεν εκτιμώνται στο υπόδειγμα VAR.

Η απλούστερη μέθοδος για το backtesting των υποδειγμάτων εκτίμησης της μεθόδου VAR περιγράφεται στο βιβλίο του Jorion Ph., (2006) με την απλή καταγραφή του ποσοστού των υπερβάσεων της VAR. Στο πλαίσιο αυτό, εάν για παράδειγμα, έχουμε το 99% ημερήσια VAR και συμβολίσουμε με X

τον αριθμό των υπερβάσεων και με T το πλήθος των παρατηρήσεων, τότε, καθώς το T θα αυξάνεται, το ποσοστό X/T των υπερβάσεων πρέπει να συγκλίνει στο $p = 1 - c = 1\%$. Ο αριθμός των υπερβάσεων ακολουθεί διωνυμική κατανομή με συνάρτηση πιθανότητας $f(x)$ που δίνεται από τη σχέση:

$$f(x) = \binom{T}{x} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{T-x}$$

Μια μέθοδος για τον έλεγχο αυτό αποτελεί το ποσοστό αποτυχίας, δηλαδή, το πόσες φορές το VAR ξεπερνά τα όρια που εκτιμώνται, σύμφωνα με τις δοκιμές Bernoulli, με τη μηδενική υπόθεση να είναι ότι το υπόδειγμα είναι ορθό, ενώ η μέση τιμή και η διακύμανση της τυχαίας μεταβλητής X είναι $E(X) = p \cdot T$ και $V(X) = p \cdot (1 - p) \cdot T$ αντίστοιχα. Όταν το T είναι πολύ μεγάλο ($p \cdot T \geq 5$) και με το κεντρικό οριακό θεώρημα, η κατανομή προσεγγίζει την κανονική κατανομή:

$$Z = \left(\frac{X - p \cdot T}{\sqrt{p \cdot (1 - p) \cdot T}} \right) \sim N(0,1)$$

Για παράδειγμα, για $p = 1\%$ και $T = 250$, η πιθανότητα απόρριψης του υποδείγματος είναι $\Pr(X > 4) = 10.8\%$. Το ενδεχόμενο αυτό ονομάζεται σφάλμα τύπου 1. Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται αναλυτικά οι πιθανότητες $\Pr(X = k)$ εμφάνισης k υπερβάσεων, καθώς και οι σωρευτικές πιθανότητες $\Pr(X \leq k)$.

Πίνακας 1: Πιθανότητες εμφάνισης διαφόρων υπερβάσεων σε ένα σωστό μοντέλο μέτρησης της VAR.

Υπερβάσεις	Πιθανότητα	Σωρευτική Πιθανότητα
0	8.1%	8.1%
1	20.5%	28.6%
2	25.7%	54.3%
3	21.5%	75.8%
4	13.4%	89.2%
5	6.7%	95.9%
6	2.7%	98.6%
7	1.0%	99.6%

8	0.3%	99.9%
9	0.1%	99.98%
10	0.01%	99.99%

Εάν το υπόδειγμα που χρησιμοποιούμε παρουσιάζει σφάλματα και το πραγματικό επίπεδο εμπιστοσύνης είναι 97%, αντί 99%, που σημαίνει $p = 3\%$, τότε για $T = 250$, η πιθανότητα αποδοχής του μοντέλου είναι $\Pr(X \leq 4) = 12.8\%$. Το ενδεχόμενο αυτό ονομάζεται σφάλμα τύπου 2 (type 2 error). Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται αναλυτικά οι πιθανότητες $\Pr(X = k)$ εμφάνισης k υπερβάσεων, καθώς και οι σωρευτικές πιθανότητες $\Pr(X < k)$:

Πίνακας 2: Πιθανότητες εμφάνισης διαφόρων υπερβάσεων σε ένα λανθασμένο μοντέλο μέτρησης της VAR.

Υπερβάσεις	Πιθανότητα	Σωρευτική Πιθανότητα
0	0.0%	0.0%
1	0.4%	0.0%
2	1.5%	0.4%
3	3.8%	1.9%
4	7.2%	5.7%
5	10.9%	12.8%
6	13.8%	23.7%
7	14.9%	37.5%
8	14.0%	52.4%
9	11.6%	66.3%
10	8.6%	77.9%
11	5.8%	86.6%

Μια πιο σύνθετη μέθοδος εξέτασης της αξιοπιστίας του υποδείγματος εκτίμησης του VAR είναι ο έλεγχος της υπόθεσης ότι $p_{real} = p$.

Η υπόθεση αυτή ισχύει με πιθανότητα $\gamma = 1 - \alpha$ όταν το πλήθος των υπερβάσεων βρίσκεται εντός του παρακάτω διαστήματος:

$$p \cdot T - \sqrt{(1 - p) \cdot p \cdot T \cdot x_{1, \alpha/2}^2} < X < p \cdot T + \sqrt{(1 - p) \cdot p \cdot T \cdot x_{1, \alpha/2}^2}$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι $p_{real} = \lim_{T \rightarrow +\infty} (X/T)$

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης, για διάφορες τιμές του επιπέδου εμπιστοσύνης c της VAR και του πλήθους T των παρατηρήσεων, εντός των οποίων, εάν βρεθεί το πλήθος των υπερβάσεων, τότε δεν πρέπει να απορριφθεί υπόδειγμα, όπως αποδίδεται στο βιβλίο του Jorion (2006).

Πίνακας 3: 95% διαστήματα εμπιστοσύνης των υπερβάσεων για την αποδοχή του μοντέλου μέτρησης της VAR.

c	p	$\gamma = 95\%$	$\gamma = 95\%$	$\gamma = 95\%$
		T=255 μέρες	T=510 μέρες	T=1000 μέρες
99.0%	1%	N<7	1<N<11	4<N<17
97.5%	2.5%	2<N<12	6<N<21	15<N<36
95.0%	5%	6<N<21	16<N<36	37<N<65
92.5%	7.5%	11<N<28	27<N<51	59<N<92
90.0%	10%	16<N<36	38<N<65	81<N<120

Αν εκφραστούν τα παραπάνω διαστήματα σε ποσοστά, τότε παρατηρείται περιορισμός του εύρους των διαστημάτων καθώς η τιμή του T αυξάνεται. Για παράδειγμα, όταν $c = 95\%$, για $T = 255$ προκύπτει το διάστημα $[6/255=0.024, 21/255=0.082]$, ενώ για $T = 100$ προκύπτει το διάστημα $[37/1000=0.037, 65/1000=0.065]$. Το συμπέρασμα που εξάγεται είναι ότι, καθώς αυξάνεται το μέγεθος του δείγματος, είναι πιο εύκολο να αποφασιστεί αν θα απορριφθεί ή όχι το μοντέλο μέτρησης της VAR.

3.2. Backtesting και Βασιλεία II

Η Αξία σε Κίνδυνο (VAR) αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα και ευρέως διαδεδομένα μέτρα εκτίμησης του κινδύνου αγοράς, για χαρτοφυλάκια περιουσιακών στοιχείων που ενέχουν κίνδυνο. Η χρήση τους ξεκίνησε ευρύτερα από τα πιστωτικά ιδρύματα, μετά το 1995, οπότε και συνέβη η κατάρρευση της Barings Bank, ως βασικό εργαλείο για την εκτίμηση και διαχείριση του κινδύνου αγοράς.

Η Επιτροπή της Βασιλείας

Οι κανόνες της Βασιλείας II που εκδόθηκαν το 1996, ορίζουν τις βασικές οδηγίες για τη διαδικασία του backtesting για τη δόμηση εσωτερικών υποδειγμάτων εκτίμησης του κινδύνου της αγοράς. Ο έλεγχος γίνεται με τη χρήση του ποσοστού αποτυχίας των εκτιμήσεων του υποδείγματος VAR σε σχέση με τις πραγματικές τιμές της VAR.

Για το σχεδιασμό η ιδέα που χρησιμοποιείται είναι απλή, ορίζεται ένα πρώτο σφάλμα τύπου I (ποσοστό αποτυχίας), που αποτελεί τη πιθανότητα απόρριψης του υποδείγματος. Εάν αυτό συμβαίνει από ατυχία, λόγω κάποιων outliers δεν πρέπει να τιμωρούνται τα πιστωτικά ιδρύματα, αντιθέτως θα πρέπει να λαμβάνουν μέτρα. Για το λόγο αυτό οι εποπτικές αρχές ορίζουν με τον τρόπο αυτό τα σφάλματα τύπου II.

Η διαδικασία ελέγχου αφορά την ύπαρξη υπερβάσεων από το 99% της VAR, για το τελευταίο έτος, με την Επιτροπή της Βασιλείας να ορίζει ότι η ασφαλής ζώνη (“πράσινη ζώνη”), αφορά έως 4 αποκλίσεις, με την τράπεζα να μη διατρέχει άμεσους κινδύνους. Εάν ο αριθμός αυτός ξεπεράσει τις 5 και έως 10 ημερήσιες αποκλίσεις το πιστωτικό ίδρυμα εισέρχεται στην “κίτρινη ζώνη”, ενώ εάν ξεπεράσει τις 10 αποκλίσεις τότε το πιστωτικό ίδρυμα βρίσκεται στην “κόκκινη ζώνη”. Στην “κίτρινη” και “κόκκινη” ζώνη υπάρχει ένας πολλαπλασιαστής “k”, όπου αυξάνει την επιβάρυνση για τα πιστωτικά ιδρύματα, όπως φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα που αναφέρεται στο βιβλίο του Ph.Jorion (2006).

Πίνακας 4: Ζώνες κατάταξης των συστημάτων υπολογισμού της VAR

Ζώνη	Αριθμός αποκλίσεων	Αυξήσεις στο k
	0-4	0.00
	5	0.40
	6	0.50
	7	0.65
	8	0.75
	9	0.85
	10	1.00

Πηγή: Jorion Ph. (2006)

Για τον εποπτικό έλεγχο για την “κίτρινη” ζώνη οι αιτίες των αποκλίσεων μπορεί να είναι διάφορες, όπως σφάλμα στον κώδικα του υποδείγματος ή και σε απόκλιση από τις θέσεις του πιστωτικού ιδρύματος, ενώ ακόμα ενδέχεται να απαιτείται η βελτίωση της ακρίβειας των αποτελεσμάτων του υποδείγματος. Στις περιπτώσεις αυτές, η ποινή θα πρέπει να επιβάλλεται. Όπως έχει προαναφερθεί οι αποκλίσεις μπορεί να οφείλονται σε συναλλαγές εντός των συνεδριάσεων (intraday trading), τότε η επιβολή ποινής θα πρέπει να εξετάζεται.

Τέλος, η υψηλή μεταβλητότητα των αγορών χρήματος και κεφαλαίου, όπως συνέβη στην πρόσφατη κρίση, αλλά και σε μεταβολή των συντελεστών συσχέτισης μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων, όπως συμβαίνει στην πορεία των τιμών των μετοχών και των ομολόγων στην Ελλάδα, από την έναρξη της κρίσης, όπου παρατηρείται σημαντική μείωση των τιμών, τόσο των μετοχών, όσο και των ελληνικών ομολόγων, λόγω της ραγδαίας αύξησης των επιτοκίων, για μια σειρά από λόγους, με κύριο τον πιστωτικό κίνδυνο. Με την ευελιξία στην επιβολή ποινών, είναι ευκολότερη η προσαρμογή σε ακραίες καταστάσεις, όπως συμβαίνει στην τελευταία περίπτωση.

Σε μελέτη τους οι Karplanski και Levy (2015) εξέτασαν την επίδραση της των κανονιστικών κεφαλαίων απαιτήσεων της Βασιλείας στην κατανομή των πόρων στην οικονομία, στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου επιλεγμένων στοιχείων υψηλού κινδύνου και στην αξία των μετόχων. Διαπίστωσαν ότι όταν στην αγορά δεν υπάρχουν διαθέσιμα περιουσιακά στοιχεία χωρίς κίνδυνο, οι

τράπεζες μπορεί να αυξήσουν τους αναλαμβανόμενους κινδύνους στο χαρτοφυλάκιό τους, αντί να τους μειώσουν. Εντούτοις, όταν οι μέτοχοι μπορούν να δανείζονται και να δανείζουν με απόδοση χωρίς κίνδυνο, ο κανονισμός παρακινεί την εταιρεία να μειώσει τον κίνδυνο, ένα επιθυμητό αποτέλεσμα από την πλευρά της εποπτικής αρχής.

Σε κάθε περίπτωση οι Karlanski και Levy (2015) διαπίστωσαν ότι το πλαίσιο της VAR στρεβλώνει την κατανομή των πόρων και περιορίζει την αξία των μετόχων. Επίσης επιδρά στην διαμόρφωση του αποτελεσματικού συνόρου των χαρτοφυλακίων, δεδομένου ότι με ανοικτές πωλήσεις δεν υπάρχει ανώτατο όριο για ανάληψη κινδύνου του χαρτοφυλακίου της άναρχης, ενώ με την ύπαρξη του κανονιστικού πλαισίου, το σύνορο μετακινείται προς χαμηλότερα και προς τα πίσω, γεγονός που περιορίζει τις θετικές αποδόσεις της τράπεζας.

Αναλυτικές Μέθοδοι Χαρτοφυλακίου Κινδύνου

Ένα χαρτοφυλάκιο αποτελεί ένα σύνολο περιουσιακών στοιχείων. Ένα επενδυτικό χαρτοφυλάκιο αφορά μια κατανομή περιουσιακών στοιχείων που ενέχουν κίνδυνο και περιουσιακών στοιχείων χωρίς κίνδυνο. Σύμφωνα με τη βασική θέση της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου ο επενδυτής μπορεί να αυξήσει την απόδοση του χαρτοφυλακίου του και, ταυτόχρονα, να μειώσει τον κίνδυνό του, εάν συνδυάσει περισσότερα περιουσιακά στοιχεία, των οποίων οι αποδόσεις δεν συσχετίζονται μεταξύ τους.

Εάν P_t είναι η τιμή μιας χρηματοοικονομικής μεταβλητής στο τέλος της περιόδου t , τότε η απλή απόδοση μιας περιόδου θα υπολογίζεται ως:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$$

Ο υπολογισμός της λογαριθμικής απόδοσης γίνεται από τον τύπο:

$$\ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(1 + R_t) \approx \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

ενώ η συνεχώς ανατοκιζόμενη απόδοση ορίζεται ως εξής:

$$r_t = \ln(1 + R_t) \leftrightarrow (1 + R_t) = e^{r_t} \leftrightarrow R_t = e^{r_t} - 1$$

Επιπλέον, ο σταθμικός μέσος, ή εναλλακτικά η μέση σταθμική απόδοση υπολογίζεται ως εξής:

$$\bar{R}_{p,t+1} = \sum_{i=1}^n W_i R_{i,t+1},$$

$$\text{όπου } \sum_{i=1}^n W_i = 1$$

R_i είναι η σειρά των αποδόσεων και

W_i είναι οι συντελεστές στάθμισης σε ένα χαρτοφυλάκιο

Όσον αφορά τον επενδυτικό κίνδυνο, αυτός υπολογίζεται με τη χρήση των μέτρων της διακύμανσης και της τυπικής απόκλισης και είναι:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n - 1}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n - 1}}$$

Η διακύμανση βασίζεται σε όλες τις παρατηρήσεις και, ταυτόχρονα, μετράει τη συγκέντρωση των τιμών γύρω από το μέσο αριθμητικό.

$$\sigma(R_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n W_i W_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j < i}^n W_i W_j \sigma_{ij}$$

Η μέση απόδοση μ_p και ο κίνδυνος σ_p ενός χαρτοφυλακίου n επενδύσεων μπορούν να εκφραστούν με τη βοήθεια πινάκων, όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\mu_p = W^T \cdot \mu \quad \text{και} \quad \sigma_p = (W^T \cdot \Sigma W)^{1/2}$$

όπου

$$\mu = [\bar{R}_1, \bar{R}_2, \bar{R}_3, \dots, \bar{R}_n]^T$$

$$W = [W_1, W_2, W_3, \dots, W_n]^T$$

$$\Sigma = [\sigma_{ij}] = [Cov(R_i, R_j)], \quad 1 \leq i, j \leq n$$

Ο πίνακας Σ ονομάζεται πίνακας Διακύμανσης – Συνδιακύμανσης (Variance – Covariance matrix) ή απλά πίνακας Συνδιακύμανσης.

Το VAR του χαρτοφυλακίου δίνεται από τη σχέση:

$$Portfolio VAR = VAR_p = \alpha \sigma_p W = \alpha \sqrt{\sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j < i}^n W_i W_j \sigma_{ij}} W,$$

όπου α το ποσοστημόριο.

Σημειώνεται ότι εάν ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου είναι 0, τότε αποδεικνύεται ότι η VAR ενός χαρτοφυλακίου ισούται με το άθροισμα των επιμέρους VAR.

Όταν τα επιμέρους περιουσιακά στοιχεία συνδυάζονται σε ένα επενδυτικό χαρτοφυλάκιο, η διακύμανση του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται από τις διακυμάνσεις και τους συντελεστές συσχέτισης των επιμέρους περιουσιακών στοιχείων και, συνήθως, υπάρχει μια μικρή απόκλιση στη διακύμανση του χαρτοφυλακίου, όσο ο αριθμός των περιουσιακών στοιχείων αυξάνεται, λόγω των επιδράσεων της διαφοροποίησης. Όταν ο κίνδυνος της αγοράς εκτιμάται με τη VAR, παρουσιάζονται παρόμοια αποτελέσματα του κινδύνου του συνολικού χαρτοφυλακίου.

Σύμφωνα με τον Moograd Choudhry στο βιβλίο του “An Introduction to Value-at-Risk” εάν υποθέσουμε ότι το διάνυσμα των σταθμίσεων του χαρτοφυλακίου είναι $(n \times 1)$, $(n \times n)$ είναι ο πίνακας συνδιακυμάνσεων και η διακύμανση του χαρτοφυλακίου εκφρασμένη σε νομισματικές μονάδες, η VAR του χαρτοφυλακίου είναι:

$$VAR_p = a\sigma$$

Όπου α είναι το ποσοστημόριο και σ η τυπική απόκλιση. Όπως και η διακύμανση του χαρτοφυλακίου, η VAR του χαρτοφυλακίου μπορεί επίσης να σχετίζονται με τα επιμέρους VAR. Όταν, το τετράγωνο της VAR του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\begin{aligned} VAR_p^2 &= (z_a \sigma_p W)^2 = z_a^2 [\sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j<1}^n W_i W_j \sigma_{ij}]^2 W^2 \\ &= [z_a^2 \sum_{i=1}^n W_i^2 \sigma_i^2 W^2] + 2 [z_a^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j<1}^n W_i W_j \rho_{ij}] W^2 \\ &\leq \left[\sum_{i=1}^n VAR_i \right]^2 \end{aligned}$$

Η ισότητα ισχύει όταν $\rho = \pm 1$ εναλλακτικά όταν όλα τα VAR είναι ομόσημα.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί ότι παρά το γεγονός ότι η διαφοροποίηση ενός χαρτοφυλακίου είναι η πλέον γνωστή και διαδεδομένη στρατηγική για τη μείωση του επενδυτικού κινδύνου, αυτό δεν αποτελεί εγγύηση για την αποφυγή σημαντικών ζημιών, ειδικά σε περιόδους κρίσης, όπως το κραχ του 1987, η Ασιατική Κρίση του 1997, η κατάρρευση του LTCM (1998), η “φούσκα” των dot.com (2001) ή και η πρόσφατη χρηματοπιστωτική κρίση στις ΗΠΑ (2007-2009) και η κρίση χρέους στην Ευρωζώνη (όπου τα

κρατικά ομόλογα των περιφερειακών οικονομιών σημείωσαν σημαντική πτώση, λόγω της αύξησης των ασφαλιστρών κινδύνου).

Τα στοιχεία αυτά οδηγούν στην ανάγκη για την κατασκευή και αξιολόγηση αυστηρότερων μέτρων του κινδύνου, και ειδικά, κατά τη διάρκεια ακραίων καταστάσεων στις αγορές χρήματος και κεφαλαίων. Για παράδειγμα, Cutler et al. (1989), στην πραγματικότητα καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι ακραίες τιμές αποδόσεων, παρατηρούνται κατά τη διάρκεια περιόδων όπου δεν υπάρχει καμία είδηση με ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

Οριακή VAR

Συχνά είναι χρήσιμο να εξεταστεί η επίδραση του κάθε επιμέρους χρεογράφου στο VAR του χαρτοφυλακίου. Αυτό είναι χρήσιμο στην ανάλυση, δεδομένου ότι μπορεί κάποιο περιουσιακό στοιχείο να αυξάνει σημαντικά το μέτρο και να απαιτείται να αντισταθμιστεί ή και να μη συμπεριληφθεί στο χαρτοφυλάκιο. Το οριακό VAR (marginal VAR) εκφράζει αυτή την πληροφορία, αναφορικά με την επιμέρους επίδραση ενός ή περισσότερων περιουσιακών στοιχείων.

Το οριακό VAR μιας επένδυσης εκφράζει τη μεταβολή του σχετικού VAR (RVAR) του χαρτοφυλακίου όταν η αξία της επένδυσης αυξηθεί κατά μία μονάδα. Το οριακό VAR ορίζεται ως η μεταβολή της RVAR του χαρτοφυλακίου, που οφείλεται σε μια οριακή μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου που έχει επενδυθεί σε ένα περιουσιακό στοιχείο i , για 1%.

Όταν η συνολική VAR δίνεται ως αριθμός, απαιτούνται πληροφορίες σχετικά με το πως θα μεταβληθεί η διάρθρωση και οι σταθμίσεις του χαρτοφυλακίου, προκειμένου να περιορίσει τη συνολική έκθεση στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Για να γίνει αυτό, απαιτείται ένα μέτρο οριακής συνεισφοράς των επιμέρους στοιχείων του χαρτοφυλακίου, στο VAR του επαυξημένου χαρτοφυλακίου. Η οριακή VAR ενός μεμονωμένου περιουσιακού στοιχείου είναι ένα μέτρο που εκφράζει το βαθμό της μεταβολής της VAR του χαρτοφυλακίου (ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου), λόγω της αύξησης της έκθεσης μιας νομισματικής μονάδας σε κάποιο περιουσιακό στοιχείο. Κατά συνέπεια, η οριακή VAR ενός i περιουσιακού στοιχείου ορίζεται ως:

$$\text{Οριακή } VAR_i = \frac{\partial VAR_P}{\partial W_i}$$

όπου W_i η αξία σε νομισματικές μονάδες (π.χ. ευρώ ή δολάρια) που επενδύεται στο περιουσιακό στοιχείο i . Η οριακή στάθμιση του κάθε περιουσιακού στοιχείου i στη διακύμανση του χαρτοφυλακίου από μια επιπλέον νομισματική μονάδα της επένδυσης σε αυτό το περιουσιακό στοιχείο υπολογίζεται με τη διαφοροποίηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου σε σχέση με τη στάθμιση. Για παράδειγμα, εάν η διακύμανση του χαρτοφυλακίου συμβολίζεται ως:

$$\sigma_P^2 = (w_1 \ w_2 \ w_3 \ w_4) \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \sigma_{34} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{pmatrix}$$

Το οριακό VAR είναι θετικό, εφόσον $\sigma_{iP} > 0$, ενώ λαμβάνει αρνητικές τιμές εάν $\sigma_{iP} \leq 0$. Πρακτικά αυτό συνεπάγεται ότι εάν αυξήσουμε την επένδυση ενός αξιόγραφου i , που σχετίζεται θετικά με το συνολικό χαρτοφυλάκιο, θα οδηγήσει σε αύξηση του συνολικού κινδύνου αγοράς του χαρτοφυλακίου, ενώ η αύξηση του ποσού που είναι επενδυόμενο σε ένα χρεόγραφο i , με αρνητική συσχέτιση, οδηγεί σε μείωση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου και της ενδεχόμενης απώλειας.

Incremental VAR

Το επαυξημένο VAR (incremental VAR ή εν συντομία IVAR) ορίζεται ως η μεταβολή του σχετικού VAR (RVAR) του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου, που οφείλεται στην προσθήκη ενός νέου περιουσιακού στοιχείου k στο ήδη υπάρχον χαρτοφυλάκιο. Το νέο χαρτοφυλάκιο ονομάζεται επαυξημένο χαρτοφυλάκιο και ο νέος υπολογισμός του IVAR γίνεται από τη σχέση:

$$IVAR_k \approx \Phi^{-1}(c) W_k V_p \frac{\sigma_{kP}}{\sigma_k}, \text{ όπου } \sigma_{kP} = \sum_{j=1}^n w_j \cdot \sigma_{kj} \text{ και } k \neq P$$

Όπου w_k είναι η στάθμιση του περιουσιακού στοιχείου k στο νέο επαυξημένο χαρτοφυλάκιο και σ_{kP} δείχνει τη συνδιακύμανση των αποδόσεων του περιουσιακού στοιχείου k με το αρχικό χαρτοφυλάκιο.

Η εύρεση της βέλτιστης στάθμισης του περιουσιακού στοιχείου k μπορεί να υπολογιστεί με τη διακύμανση του νέου επαυξημένου χαρτοφυλακίου, με την αξία να ορίζεται ως: $V_{P'} = V_P + V_k$.

Εάν συμβολίσουμε με $W_k = V_k / (V_P + V_k)$ τη στάθμιση του περιουσιακού στοιχείου k στο νέο χαρτοφυλάκιο και $W_P = V_P / (V_P + V_k)$ το αντίστοιχο ποσοστό στάθμισης του ήδη υπάρχοντος χαρτοφυλακίου στο νέο χαρτοφυλάκιο, η διακύμανση του νέου χαρτοφυλακίου υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_{P'}^2 = W_k^2 \cdot \sigma_k^2 + W_P^2 \cdot \sigma_P^2 + 2 \cdot W_k \cdot W_P \cdot \sigma_{kP}$$

Η βέλτιστη αξία επένδυσης V_k^* που ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο, όπως αυτός εκφράζεται από το μέτρο της διακύμανσης του νέου χαρτοφυλακίου, μπορεί να υπολογιστεί από τη διαδικασία ελαχιστοποίησης της συνάρτησης διακύμανσης, όπως φαίνεται ακολούθως:

$$\frac{d\sigma_{P'}^2}{dW_k} = 0 \rightarrow 2 \cdot W_k^* \cdot \sigma_k^2 + 2 \cdot W_P \cdot \sigma_{kP} = 0 \rightarrow W_k^* = W_P \frac{\sigma_{kP}}{\sigma_k^2} \rightarrow V_k^* = -V_P \cdot \frac{\sigma_{kP}}{\sigma_k^2}$$

4. Επισκόπηση Βιβλιογραφίας από την Εκτίμηση της VAR

Η έννοια του κινδύνου συνδέεται άμεσα με τις ενδεχόμενες απώλειες και προσεγγίζεται από διάφορα εναλλακτικά μέτρα κινδύνου. Η VAR έχει τις ρίζες στο Riskmetrics και αποτελεί ένα πολύ σημαντικό μέτρο του κινδύνου, δεδομένου ότι η Επιτροπή της Βασιλείας για την τραπεζική εποπτεία, απαιτεί οι τράπεζες να είναι σε θέση να καλύψουν τις απώλειες στα χαρτοφυλάκιά τους (βλ. Linsmeier και Pearson (2000) και Karlanski και Levy (2015)).

Η VAR, είναι ένα δημοφιλές μέτρο του κινδύνου (βλ. Jorion, 1996; Pritsker, 1997). Υστερεί εντούτοις, από το να είναι ασταθές και δύσκολο να υπολογιστεί αριθμητικά, όταν οι απώλειες δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή. Επίσης, σύμφωνα με τους Artzner et al. (1999), η VAR δεν είναι συνεπής (it is not a coherent risk measure) ούτε κυρτή (convex). Το μέτρο της αξίας σε κίνδυνο είναι ένα incoherent μέτρο κινδύνου, που σημαίνει ότι δε λειτουργεί πολλαπλασιαστικά. (βλ. Follmer, H. Schied, A., Convex measures of risk and trading constraints. Finance Stoch.6 (2002))

Μια πολύ σοβαρή αδυναμία της VAR, επιπλέον, είναι ότι δεν παρέχει αποτελέσματα για την έκταση των ζημιών που ενδέχεται να υποστεί πέραν του κατώτατου ορίου που υποδεικνύεται από αυτό το μέτρο, ενώ δεν προσφέρει διορατικότητα αναφορικά με τη διάκριση των περιπτώσεων, όπου οι απώλειες είναι χειρότερες από τις κανονικές.

Σε άρθρο του ο Iglesias (2015)² ανέλυσε τις ακραίες μεταβολές των μετοχών στην Ευρωζώνη κατά την περίοδο 2000 έως 2012. Ο κύριος στόχος του είναι να μελετήσει τη συμπεριφορά των μοντέλων VAR ανά οικονομικό τομέα και εάν υπάρχουν διαφορές μεταξύ των χωρών. Η κύρια καινοτομία αυτής της εργασίας επικεντρώνεται σε μερικές ενδιαφέρουσες ιδέες για την κατανόηση της ετερογένειας σε ακραίες μεταβολές των αποδόσεων των μετοχών, που παρουσιάζουν την τιμή της VAR. Εκτίμησε λοιπόν το μέτρο VAR για όλες τις μετοχές που διαπραγματεύονται στην κύρια ευρωπαϊκά χρηματιστήρια. Αντίστοιχη μελέτη των Iglesias και Lagoa-Varela (2012) μελέτησαν μόνο τη δεκαετία του 2000 για τις πενήντα εταιρείες που διαπραγματεύονται στο Euro Stoxx 50.

² Iglesias, E. M. (2015). Value at Risk and expected shortfall of firms in the main European Union stock market indexes: A detailed analysis by economic sectors and geographical situation. *Economic Modelling*, 50, 1-8.

Ο Iglesias (2015) μελέτησε δύο διαφορετικά μέτρα VAR, με δεσμευμένη κατανομή και αδέσμευτη, όπου η μεν πρώτη επιτρέπει με κατάλληλες πληροφορίες (inputs) την ανάπτυξη worst-case scenarios για τον κίνδυνο της αγοράς σε μεγάλες χρονικές περιόδους. Ο Iglesias (2015) συνιστά ότι λόγω της χρήσης δεδομένων για το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα, δεδομένου ότι δεν είναι πολύ μεγάλο το μέγεθος του δείγματος, απαιτείται μια μέθοδος που μπορεί να δώσει λογικές εκτιμήσεις του VAR. Το πιο παραδοσιακό μέτρο θεωρείται εκείνο που προτάθηκε από την εταιρία Hill (1975), δηλαδή με τη χρήση του υποδείγματος GARCH, όπως χρησιμοποιήθηκε και από τους Engle (1982), Bollerslev (1986) και Taylor (1986).

Επιπλέον, χρησιμοποίησαν μια εναλλακτική εκτίμηση που φαίνεται να βελτίωσε τις ιδιότητες του πεπερασμένου δείγματος υπό ορισμένες παραδοχές με τη χρήση του υποδείγματος GJR-GARCH των Glosten et al. (1993). Ο λόγος για τις βελτιωμένες ιδιότητες πεπερασμένο δείγμα του Iglesias και Linton (2009) εκτιμητής που λαμβάνει υπόψιν τις “παχιές ουρές” συγκλίνει με ρυθμό το \sqrt{T} σε μια κανονική κατανομή (όπου T είναι το μέγεθος του δείγματος). Μοντέλα GARCH μπορεί να ενσωματώσουν τη δεσμευμένη ετεροσκεδαστικότητα.

Ο Neftci (2000) υποστήριξε ότι είναι πιθανόν τα ακραία γεγονότα να είναι “δομικά” διαφορετικά από τη διαδικασία παραγωγής αποδόσεων υπό κανονικές συνθήκες αγοράς. Μια προφανής απάντηση σε αυτό το πρόβλημα είναι να χρησιμοποιήσει μια μεθοδολογία που επιτρέπει την εύρεση των χαρακτηριστικών των “παχιών ουρών” στην κατανομή των αποδόσεων, όπως εκείνες που βασίζονται στη θεωρία ακραίων τιμών (EVT).

Οι Brooks, Clare, Dalle Molle & Persaud, (2005), στο άρθρο τους με τίτλο: “A comparison of extreme value theory approaches for determining value at risk”, εκτίμησαν την VAR, με την πρότυπη μεθοδολογία της delta-normal αξία σε κίνδυνο, που υποθέτει κανονικότητα των αποδόσεων, με τα μέτρα που εκτιμώνται με βάση τα ιστορικά δεδομένα και είναι ανεξάρτητα από τον χρόνο. Ωστόσο, σημείωσαν ότι η τυποποιημένη αυτή διαδικασία είναι πιθανό να οδηγήσει σε υπο-εκτίμηση, τόσο του μεγέθους των ακραίων μεταβολών στην αγορά όσο και της συχνότητας με την οποία αυτές συμβαίνουν. Αυτές οι υποεκτιμήσεις έχουν δυνητικά σοβαρές επιπτώσεις στη φερεγγυότητα του μοντέλου. Επίσης, οι ρυθμιστικοί κανόνες του περιθωρίου (margin) στις αγορές συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης είναι γνωστό ότι είναι ευαίσθητες στην εμφάνιση των μεγάλων μεταβολών των τιμών. Το υψηλό επίπεδο περιθωρίου προστατεύει brikers έναντι των αφερέγγυων πελατών,

που επίσης ενισχύει την ακεραιότητα της αγοράς, αλλά αυξάνει επίσης το κόστος για τους επενδυτές, γεγονός που καθιστά την αγορά λιγότερο ελκυστική. Οι Brooks, Clare, Dalle Molle & Persaud, (2005) πρότειναν μια μεθοδολογία που κάνει χρήση των πληροφοριών από τις “ουρές” και το μέσο της κατανομής και μπορεί να τα εξετάσει από κοινού και μεμονωμένα. Με τον τρόπο αυτό εκτίμησαν την VAR για τρία από τα πιο δημοφιλή συμβόλαια παραγώγων του Λονδίνου International Financial Futures Exchange του (LIFFE), χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα GARCH (1,1), και μια προσέγγιση που βασίζεται σε ένα συνδυασμό μιας γενικευμένης κατανομής Pareto (GPD) και την εμπειρική κατανομή των αποδόσεων. Αυτά τα μοντέλα σε σύγκριση με πρότυπες μεθόδους μη παραμετρικής εκτίμησης εντοπίζουν την ύπαρξη ακραίων τιμών.

Τα αποτελέσματα και οι εκτός δείγματος έλεγχοι έδειξαν ότι το ποσοστό των υπερβάσεων που παράγεται από την ακραία τιμή ημι-μη παραμετρική προσέγγιση, που μελετά ξεχωριστά τις ακραίες τιμές και τους μέσους, είναι πολύ πιο κοντά στην ονομαστική πιθανότητα παραβίασης από άλλες προσεγγίσεις, οι οποίες ταιριάζουν σε ένα ενιαίο πρότυπο για όλη την διανομή. Επίσης, συμπέραναν ότι το μοντέλο GARCH (1,1) είναι πάντοτε καλύτερο σε σχέση με όλες τις εναλλακτικές μεθόδους. Το γεγονός αυτό υπογραμμίζει τη συστηματική ύπαρξη μεταβλητότητας που εκφράζει το μοντέλο GARCH (1,1), γεγονός που δείχνει ότι η μεταβλητότητα θα παραμείνει σε υψηλά επίπεδα για σχετικά μεγάλο χρονικό διάστημα, και, ως εκ τούτου, το επίπεδο κεφαλαίου που απαιτείται είναι επίσης υψηλότερο.

Οι Rockafellar & Uryasev (2002)³ εξέτασαν τις θεμελιώδεις ιδιότητες της υπό όρους αξίας σε κίνδυνο (CVAR), ως μέτρο του κινδύνου με σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με την VAR. Αυτές οι κατανομές έχουν ιδιαίτερη σημασία σε εφαρμογές, λόγω της επικράτησης των μοντέλων που βασίζονται σε σενάρια και πεπερασμένες μεθόδους δειγματοληψίας. Η CVAR είναι σε θέση να υπολογίζει τους κινδύνους, που δεν εντοπίζει η VAR. Χρησιμοποιεί τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού, και υπολογίζει πολλαπλούς υπολογισμούς μεγάλης κλίμακας με αριθμητική αποτελεσματικότητα και σταθερότητα, που παρουσιάζεται σε αρκετές μελέτες περιπτώσεων.

Σύμφωνα με τους Rockafellar & Uryasev (2002), η CVAR φαίνεται να υπερισχύει σε σχέση με τις άλλες μεθόδους, καθώς είναι απλή, όπως και η παραδοσιακή μέθοδος, ενώ ενέχει το σημαντικό πλεονέκτημα να λαμβάνει

³ Rockafellar & Uryasev (2002), Conditional value-at-risk for general loss distributions. Journal of Banking & Finance, 26(7), 1443-1471.

υπόψιν στον υπολογισμό της αξίας σε κίνδυνο, το το κρίσιμο πρόβλημα της κυρτότητας. Η CVAR και ο τύπος ελαχιστοποίησης του αναπτύχθηκαν για πρώτη φορά από τους Rockafellar και Uryasev, που έδειξαν την αποτελεσματικότητα στην αριθμητική εκτίμηση σε πολλές μελέτες περιπτώσεων, συμπεριλαμβανομένης της βελτιστοποίησης του χαρτοφυλακίου, ενώ παρέχει και επιλογές αντιστάθμισης του κινδύνου, με τη μεγιστοποίηση του οφέλους, ωστόσο να υπόκειται σε περιορισμούς, δεδομένου ότι η μεγιστοποίηση της συνάρτησης χρησιμότητας που ισορροπεί CVAR περιορίζει τις αποδόσεις.

4.1. Δεδομένα και Μεθοδολογία

Για τον υπολογισμό της VAR για κάθε ένα περιουσιακό στοιχείο, πρέπει να υπολογιστεί η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του. Αυτό μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα⁴. Στη συνέχεια θα επιλέγεται το διάστημα εμπιστοσύνης και θα εκτιμάται το μέτρο της VAR. Όπως έχει περιγραφεί στη βιβλιογραφία, υπάρχουν τρεις βασικές κατηγορίες μεθόδων για τον υπολογισμό του VAR, που όπως συμβαίνει με όλα τα στατιστικά μοντέλα, εξαρτώνται από τις υποθέσεις που είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Συνοδικά οι κατηγορίες μεθόδων είναι:

- Η μέθοδος συσχέτισης (ή μέθοδος διακύμανσης/συνδιακύμανσης),
- Η μέθοδος ιστορικής προσομοίωσης
- Η προσομοίωση Monte Carlo.

Στον παρακάτω πίνακα συνοψίζεται η συγκριτική ανάλυση των κατηγοριών των μεθόδων.

Κριτήριο	Ιστορική	Προσομοίωση	Αναλυτική
Ευκολία στη χρήση			
Ευκολία στην εκτίμηση των κινδύνων μεταξύ των αγορών	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Εύκολη πρόσβαση σε δεδομένα	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ
Ευκολία στη δημιουργία σε Excel	ΠΙΟ ΕΥΚΟΛΗ	ΠΙΟ ΔΥΣΚΟΛΗ	ΜΕΣΑΙΑ ΔΥΣΚΟΛΙΑ
Κατανομές για παράγοντες της αγοράς			
Θεωρούνται συγκεκριμένες κατανομές;	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Χρησιμοποιούνται οι πραγματικές μεταβλητότητες και συντελεστές συσχέτισης;	ΝΑΙ	ΙΣΩΣ	ΝΑΙ
Αξιοποίηση για μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία			
Απαιτούνται μοντέλα αποτίμησης;	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ
Μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε options;	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ
Περιγραφή και επεξήγηση			
Ευκολία περιγραφής	ΠΙΟ ΕΥΚΟΛΗ	ΜΕΣΑΙΑ ΔΥΣΚΟΛΙΑ	ΠΙΟ ΔΥΣΚΟΛΗ
Μπορεί να πραγματοποιηθεί ανάλυση ευαισθησίας;	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΕΝΗ

Πηγή: *Smitson και Minton, Risk (November 1997)*, αντλήθηκε από το κεφάλαιο 3 “How to Calculate Value-at-Risk”, από το βιβλίο “An Introduction to Value-at-Risk” του *Moorad Choudhry*.

⁴ Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί η τεκμαρτή μεταβλητότητα που εκτιμάται από τα δικαιώματα προαίρεσης (options).

Ο υπολογισμός του VAR, σύμφωνα με τον Jorion (2007), υπολογίζεται σε 5 βήματα:

Βήμα 1^ο: Αποτίμηση του χαρτοφυλακίου σε αγοραία αξία

Βήμα 2^ο: Μέτρηση της μεταβλητότητας της παραμέτρου κινδύνου

Βήμα 3^ο: Ορισμός του χρονικού ορίζοντα ή η περίοδος διακράτησης

Βήμα 4^ο: Ορισμός του επιπέδου εμπιστοσύνης

Βήμα 5^ο: Η καταγραφή της μέγιστης δυνατής απώλειας, με τη χρήση των ανωτέρω πληροφοριών σε μια κατανομή πιθανοτήτων για τα P&L.

4.1. Περιγραφή Δεδομένων και Βασικά Στατιστικά

Τα δεδομένα που θα χρησιμοποιηθούν θα αφορούν περιουσιακά στοιχεία που συνθέτουν μικτά (balanced) χαρτοφυλάκια. Με τον όρο μικτά χαρτοφυλάκια εννοούμε χαρτοφυλάκια που αποτελούνται από διαφορετικών ειδών περιουσιακά στοιχεία (πχ δείκτες, ομόλογα, χρηματιστηριακοί δείκτες).

Το δείγμα δεδομένων που εξετάζεται στην παρούσα εργασία αφορά την ανάλυση του χρηματιστηριακού δείκτη Standard & Poor's 500 Composite, οι τιμές του οποίου προσαρμόζονται σε ευρώ, τις τιμές ενός δείκτη ομολόγου (IBOXX 5-10Y bond index), τη συναλλαγματική ισοτιμία ευρώ/δολαρίου ως βασικά περιουσιακά στοιχεία. Επιπροσθέτως, χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα του χρηματιστηριακού δείκτη Eurostoxx-50, του DAX-30 και δύο δεικτών μετοχών Value και Growth μικρής κεφαλαιοποίησης των ΗΠΑ, των RUSSELL MIDCAP VALUE και RUSSELL MIDCAP GROWTH, οι μονάδες των οποίων επίσης μετατράπηκαν σε ευρώ.

Η περίοδος ανάλυσης αφορά το διάστημα Φεβρουάριος 2005 έως Σεπτέμβριος 2015. Δεδομένου ότι το διάστημα μελέτης είναι μεγαλύτερο από αυτό της πενταετίας, σημαίνει ότι είναι επαρκές για την εκτίμηση, ανάλυση και σύγκριση των μεθόδων εκτίμησης της VAR.

Πραγματοποιείται περιγραφική και στατιστική ανάλυση των χαρακτηριστικών των χαρτοφυλακίων και των περιουσιακών στοιχείων, για το διάστημα εξέτασης.

Σκοπός της μεθοδολογία είναι η αυτοματοποίηση της εκτίμησης της αξίας σε κίνδυνο με εναλλακτικές μεθόδους εκτίμησης που συνίστανται στη διεθνή επιστημονική βιβλιογραφία και χρησιμοποιούνται ευρέως. Για το λόγο αυτό οι εκτιμήσεις της VAR θα πραγματοποιηθούν με τις παραμετρικές μεθόδους Modified VAR, Monte Carlo Simulation και EWMA, που υποθέτουν κανονική κατανομή για τις αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων, όπως περιγράφονται στο προηγούμενο κεφάλαιο. Με βάση τις ιστορικές εκτιμήσεις θα πραγματοποιηθούν οι προβλέψεις για το μέλλον.

Πίνακας 5: Εκτίμηση Αξίας σε Κίνδυνο (VAR) με τη μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης

Assets	S&P 500	IBOXX 5-10 EU Bonds	EUR/USD	DAX 30 PERFORMANCE
Αρχική Επένδυση	100	100	100	100
Μέση Απόδοση (ετησιοποιημένη)	60494%	19692%	-16366%	75378%
σ (ετησιοποιημένο)	13,24%	4,64%	10,70%	18,83%
Value at Risk €	22.601,93 €	8.547,86 €	23.739,82 €	31.641,13 €

Assets	DJ EUROSTOXX 50	RUSSELL MIDCAP VALUE	RUSSELL MIDCAP GROWTH	PORTFOLIO
Αρχική Επένδυση	100	100	100	100
Μέση Απόδοση (ετησιοποιημένη)	0,1300%	70064%	87536%	59515%
σ (ετησιοποιημένο)	17,84%	16,02%	16,19%	13,33%
Value at Risk €	34.925,45 €	27.056,47 €	26.087,40 €	22.862,76 €

Για τους υπολογισμούς στο αρχείο Excel χρησιμοποιήθηκαν οι υπολογισμοί, για αρχική επένδυση 100.000€. Εν συνεχεία υπολογίστηκαν η μέση (ετησιοποιημένη) απόδοση, με τη συνάρτηση AVERAGE, η ετησιοποιημένη τυπική απόκλιση και τα υπόλοιπα στατιστικά μέτρα. Επίσης, ορίστηκε ένα Cutoff, το οποίο αποτελεί ποσό της επιλογής μας, ώστε με βάση το ποσό αυτό να υπολογιστεί το ελάχιστο επιθυμητό ποσό, που μπορεί να φτάσει το χαρτοφυλάκιό μας και εκτιμήθηκε η πιθανότητα το χαρτοφυλάκιο να αξίζει λιγότερο από το Cutoff, με τη χρήση της συνάρτησης της κανονικής κατανομής και η VaR.

Τέλος εκτός από την εκτίμηση της VAR για τα μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία θα πραγματοποιηθεί και εκτίμηση για ένα χαρτοφυλάκιο που θα περιλαμβάνει ισοδύναμα κατά $1/N$ και τα N περιουσιακά στοιχεία με τις τέσσερις εναλλακτικές μεθόδους εκτίμησης της VAR.

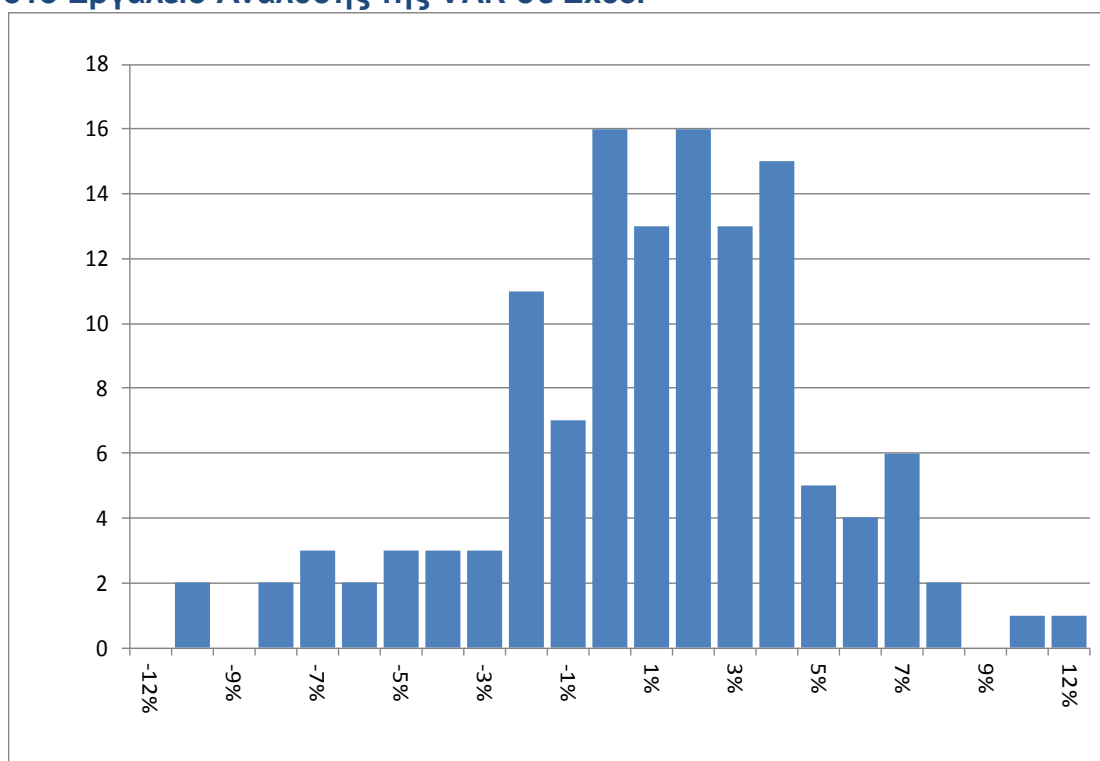
Σκοπός είναι η εκτίμηση της VAR_p και η σύγκριση με το σταθμικό άθροισμα των VAR_i των μεμονωμένων περιουσιακών στοιχείων. Σκοπός της συγκεκριμένης προσέγγισης είναι η επέκταση της μεθοδολογίας.

Ισοδύναμα θα εξεταστεί εάν ισχύει ή όχι η παρακάτω σχέση:

$$VAR_{p,n\ assets} = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N VAR_i \right)$$

Αντίστοιχα, για τα περιουσιακά στοιχεία με την εκτίμηση του VAR παράγονται και τα διαγράμματα των κατανομών των αποδόσεων του εξεταζόμενου δείγματος. Στο διάγραμμα που ακολουθεί παρατηρείται η κατανομή των αποδόσεων του δείκτη S&P 500 Composite για το σύνολο της εξεταζόμενης περιόδου.

Σχεδιάγραμμα 2: Κατανομή Αποδόσεων του δείκτη S&P 500 Composite στο Εργαλείο Ανάλυσης της VAR σε Excel



4.2. Ανάλυση Μεθοδολογίας

Στο πλαίσιο της ανάλυσής μας πραγματοποιείται εκτίμηση της VAR, με εναλλακτικές μεθόδους και υποδείγματα για μικτά χαρτοφυλάκια (mixed portfolios). Ακόμη πραγματοποιείται εκτενής επισκόπηση του ορισμού και του θεωρητικού υποβάθρου υποδειγμάτων και των μεθοδολογιών εκτίμησης του VAR. Το εμπειρικό πλαίσιο απαρτίζεται από την εφαρμογή των μεθοδολογιών αυτών σε δείγμα χαρτοφυλακίων για τον έλεγχο της συμπεριφοράς του VAR και της αξιολόγησής του, σε διαφορετικές χρονικές περιόδους. Τέλος, πραγματοποιείται καταγραφή των συμπερασμάτων και των δυνητικών εφαρμογών των αποτελεσμάτων.

Στο σημείο αυτό θα γίνει η καταγραφή των πλεονεκτημάτων και των μειονεκτημάτων κάθε μεθόδου. Για παράδειγμα, η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης μπορεί να υπολογιστεί πολύ απλά από οποιονδήποτε, δεδομένου ότι η έννοια και ο ορισμός της είναι πολύ απλός. Επίσης, στο πλαίσιο της ανάλυσης δεν απαιτείται να πραγματοποιηθεί η υπόθεση μεταβολών των παραγόντων κινδύνου, έχουν κάποια παραμετρική κατανομή πιθανότητας. Τα μειονεκτήματα της μεθόδου βασίζονται στη χρήση των ιστορικών δεδομένων και οδηγούν σε μια ενιαία μέθοδο, που βασίζεται στις συνθήκες που έχουν προκύψει στο παρελθόν, αλλά αυτό δε σημαίνει ότι το αποτέλεσμα μπορεί να είναι εκτιμήσει κάποια ακραία μεταβολή μεγαλύτερης έντασης από το παρελθόν.

Επιπλέον, εάν μετακινήσουμε τον χρονικό ορίζοντα εξέτασης, και μια ακραία μεταβολή εξαιρεθεί από το “window” μελέτης, τότε τα ιστορικά δεδομένα και η εκτιμηθείσα Αξία σε Κίνδυνο (VAR), μπορεί να μειωθεί σημαντικά από τη μια μέρα στην άλλη. Αυτό είναι σύνηθες, δεδομένου ότι η VAR συνήθως εκτιμάται για μικρά χρονικά διαστήματα και με ημερήσια δεδομένα, για την εκτίμηση των απωλειών σε μια δεδομένη μέρα.

Η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo για την εκτίμηση της VAR, υπολογίζει VAR με τη δημιουργία πολλών απλών τυχαίων σεναρίων για τις μελλοντικές τιμές των περιουσιακών στοιχείων. Η εκτίμηση αυτή γίνεται με τη χρήση μη γραμμικών μοντέλων αποτίμησης για να εκτιμηθεί η μεταβολή της αξίας για κάθε σενάριο, και στη συνέχεια τον υπολογισμό της VaR, σύμφωνα με τις χειρότερες απώλειες των σεναρίων που αναπτύσσονται.

Η μέθοδος Monte Carlo είναι μια στοχαστική προσομοίωση ιδανική για ένα μεγάλο φάσμα προβλημάτων μέτρησης κινδύνου και παρέχει συχνά τον

καλύτερο τρόπο αντιμετώπισης των προβλημάτων που είναι πιθανό να αντιμετωπιστούν. Ως εκ τούτου, η μέθοδος είναι μια στοχαστική μέθοδος επιλογής για πολύπλοκα προβλήματα κινδύνου.

Η μέθοδος Monte Carlo έχει το σημαντικό πλεονέκτημα ότι μπορεί να λάβει υπόψιν τις επιδράσεις της μη γραμμικότητας στις τιμές των περιουσιακών στοιχείων, ενώ σε αντίθεση με την ιστορική μέθοδο προσομοίωσης, μπορεί να δημιουργήσει έναν άπειρο αριθμό των σεναρίων και ως εκ τούτου δοκιμάσει πολλαπλά πιθανά μελλοντικά μονοπάτια των τιμών. Παρά τα σημαντικά αυτά οφέλη της ανάλυσης, η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo αποτελεί μια πολύ πολύπλοκη μέθοδο, που μπορεί να απαιτήσει πολύ χρόνο για την εκτίμηση της δυναμικής των τιμών των χαρτοφυλακίων. Άλλο ένα μειονέκτημα είναι ότι σε αντίθεση με την ιστορική προσομοίωση του υπολογισμού της VAR, η μέθοδος Monte Carlo απαιτεί την υπόθεση ότι οι παράγοντες κινδύνου ακολουθούν κανονική ή λογαριθμοκανονική κατανομή (Lognormal) και ότι όλοι οι παράγοντες κινδύνου είναι γνωστοί.

4.2.1. Η Μέθοδος του Εκθετικά Σταθμισμένου Κινητού Μέσου Όρου

Η μέθοδος του Εκθετικά Σταθμισμένου Κινητού Μέσου Όρου (Exponentially Weighting Moving Average - EWMA), θεωρείται μια πιο ολοκληρωμένη μέθοδος και ευρέως χρησιμοποιούμενη τεχνική για την εκτίμηση της VAR. Βασικό χαρακτηριστικό της εν λόγω μεθόδου είναι ο συνυπολογισμός του συνόλου των μεταβολών των τιμών των περιουσιακών στοιχείων για την περίοδο/ορίζοντα εκτίμησης. Ταυτόχρονα, ένα σημαντικό πλεονέκτημά της είναι η απλότητα της μεθόδου, ενώ παράλληλα συλλαμβάνει τη χρονική εξάρτηση της διακύμανσης και το φαινόμενο της συγκέντρωσης της μεταβλητότητας (volatility clustering) επιτυχώς, όπως δείχνει η μελέτη των Chernobai et al. (2007).

Η μέθοδος EWMA έχει το χαρακτηριστικό ότι επιτρέπει στον αναλυτή να δώσει μεγαλύτερη βαρύτητα σε συγκεκριμένες σταθμίσεις, ενώ δεν απαιτείται μεγάλος αριθμός παρατηρήσεων για την εκτίμηση των παραμέτρων του υποδείγματος και δεν λαμβάνονται υπόψη παρελθούσες σταθμίσεις. Το υπόδειγμα εκφράζεται ως:

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) u_{t-1}^2$$

Η εκτίμηση του σ_t^2 εξαρτάται από τις σταθμίσεις που επιλέγει ο αναλυτής για τη στάθμιση, δηλαδή το συντελεστή λ , μεταξύ των $\lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) u_{t-1}^2$. Το γενικευμένο υπόδειγμα διατυπώνεται ως εξής:

$$\sigma_t^2 = \lambda(\lambda \sigma_{t-2}^2 + (1 - \lambda) u_{t-2}^2) + (1 - \lambda) u_{t-1}^2 = \lambda^2 \sigma_{t-2}^2 + (1 - \lambda)(u_{t-1}^2 - \lambda u_{t-2}^2)$$

Για την εύρεση του VAR πολλαπλασιάζουμε την τυπική απόκλιση με το ποσοστημόριο, όπως σε όλες τις μεθοδολογίες.

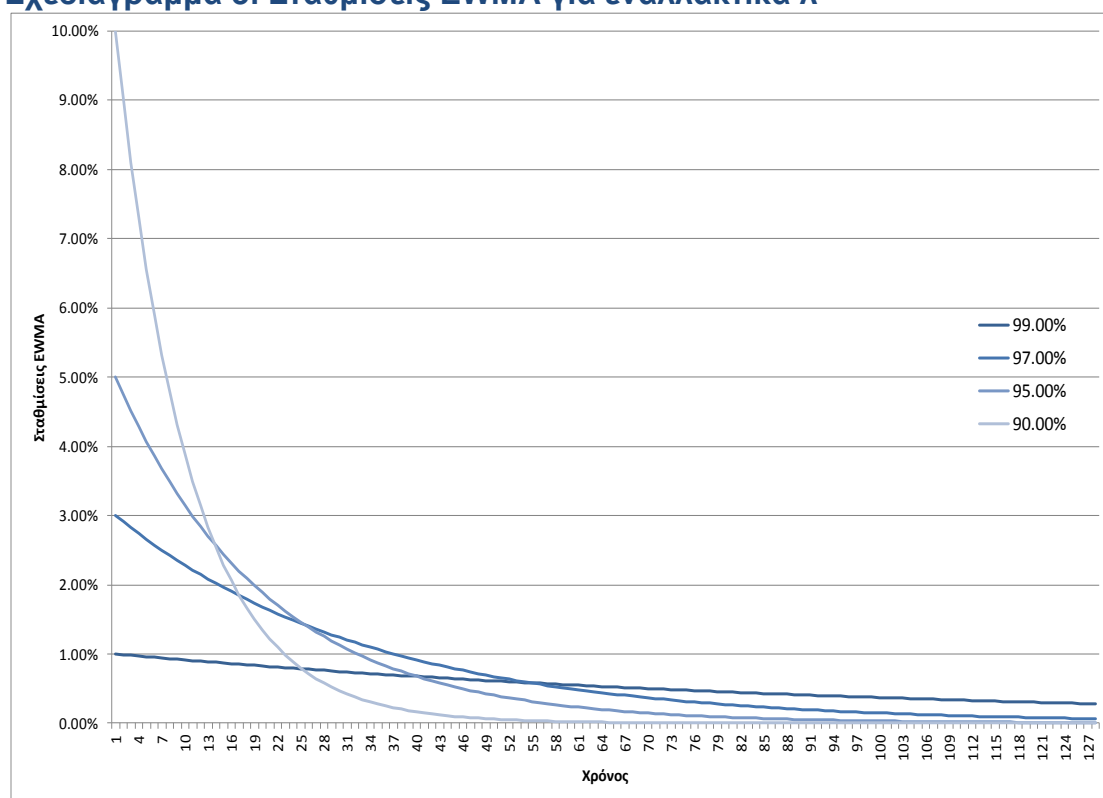
Η VAR υπολογίζεται ως το γινόμενο του ποσοστημορίου επί τη δεσμευμένη τυπική απόκλιση για να εκφραστεί ως ποσοστό και πολλαπλασιάζεται με το ποσό που έχει επενδυθεί στο περιουσιακό στοιχείο για να εκφραστεί σε όρους χρήματος.

Σύμφωνα με τον Jorion (2000) για τον υπολογισμό της VAR, στο πλαίσιο των Risk Metrics με τη χρήση ημερήσιων δεδομένων για ορίζοντα ενός έτους, το λ λαμβάνει την τιμή 0,94. Στο παράδειγμά μας επειδή εξετάζουμε την Αξία σε Κίνδυνο για μεγαλύτερο ορίζοντα και περίοδο, θα υποθέσουμε ότι η τιμή

του συντελεστή λ είναι ίση με 0.97, για την εκτίμηση της αξίας σε κίνδυνο, ώστε να είναι πιο αντιπροσωπευτική η εκτίμηση.

Στο σχεδιάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι διάφορες τιμές του λ και οι σταθμίσεις που προκύπτουν για τις αποδόσεις των μετοχών, με ιδιαίτερη έμφαση να δίνεται στις πιο πρόσφατες τιμές του περιουσιακού στοιχείου.

Σχεδιάγραμμα 3: Σταθμίσεις EWMA για εναλλακτικά λ



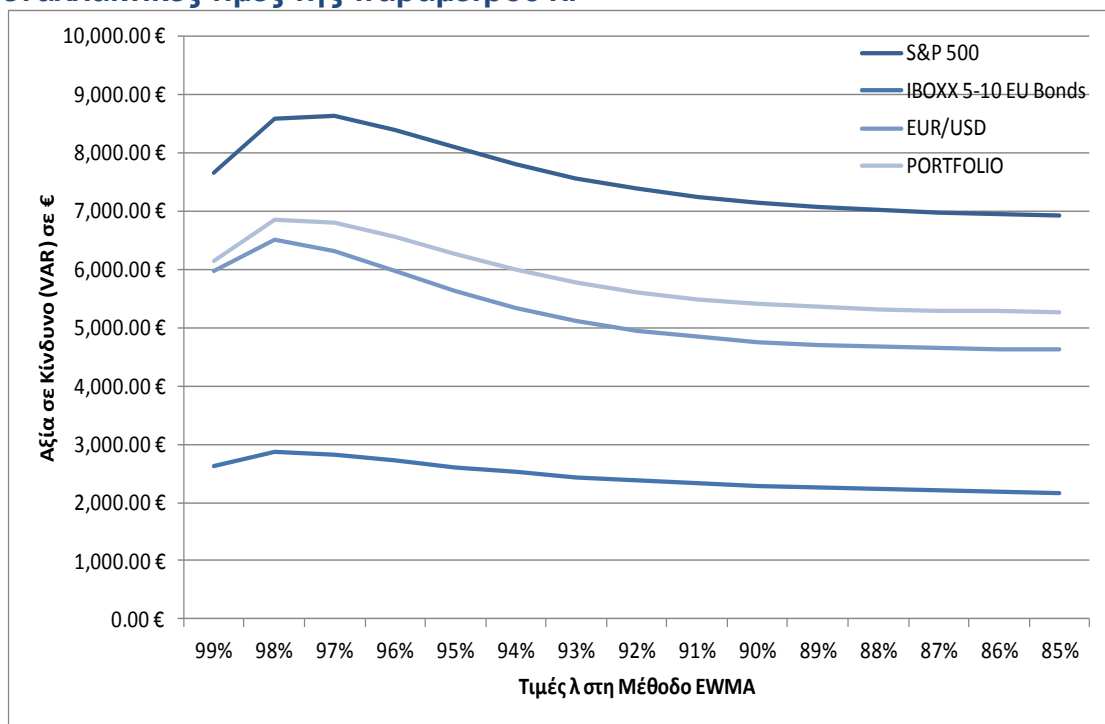
Αντίστοιχα, στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζεται η σχέση μεταξύ της αξίας σε κίνδυνο και του λ . Παρατηρούμε ότι όσο το λ αυξάνεται, τόσο μεγαλύτερη είναι η αξία σε κίνδυνο. Για να επιτύχουμε μια επαρκή εκτίμηση του VAR εξετάζουμε την πρόταση του Jorion (2000) και των RiskMetrics (1996) για την εκτίμηση της Αξίας σε Κίνδυνο VAR για το δείγμα μας και επιλέγουμε $\lambda=0.97$.

Από έναν έλεγχο της ευαισθησία του VAR σε σχέση με εναλλακτικές τιμές του λ , διαπιστώθηκε, ότι με τη χρήση μηνιαίων δεδομένων, σε ίσες σταθμίσεις των 7 περιουσιακών στοιχείων και ενός ισοσταθμισμένου χαρτοφυλακίου. Ο λόγος της χρήσης του ισοσταθμισμένου χαρτοφυλακίου με όλα τα περιουσιακά στοιχεία, γίνεται ώστε να είναι σταθερές οι σταθμίσεις

(δεδομένου ότι τα χαρτοφυλάκια που εξετάζονται είναι random, γεγονός που αλλοιώνει την επίδραση των δοκιμών του λ).

Στο Σχεδιάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται ότι για το δείγμα μας επιβεβαιώνεται ότι για ενδεικτικές τιμές του λ , από 0.99 έως και 0.85, η μέγιστη απώλεια για όλα τα περιουσιακά στοιχεία παρατηρείται στο $\lambda=0.97$. Αντίστοιχα, στον πίνακα που ακολουθεί, παρουσιάζονται αναλυτικά οι τιμές της ανάλυσης ευαισθησίας.

Σχεδιάγραμμα 4: Αξία σε Κίνδυνο (VAR) σε € με τη μέθοδο EWMA, για εναλλακτικές τιμές της παραμέτρου λ .



Πίνακας 6: Αξία σε Κίνδυνο (VAR) σε € με τη μέθοδο EWMA, για εναλλακτικές τιμές του λ.

λ	S&P 500	IBOXX 5-10 EU Bonds	EUR/USD	DAX 30 PERFORMANCE
99%	7,663.03 €	2,618.81 €	5,981.93 €	6,139.77 €
98%	8,594.33 €	2,867.89 €	6,497.05 €	6,838.51 €
97%	8,626.75 €	2,827.75 €	6,317.70 €	6,798.97 €
96%	8,390.27 €	2,721.14 €	5,974.50 €	6,545.73 €
95%	8,090.66 €	2,611.13 €	5,631.71 €	6,253.40 €
94%	7,806.89 €	2,515.43 €	5,342.39 €	5,988.20 €
93%	7,567.97 €	2,437.03 €	5,117.83 €	5,772.54 €
92%	7,380.28 €	2,374.19 €	4,952.82 €	5,609.00 €
91%	7,239.77 €	2,324.02 €	4,836.43 €	5,491.33 €
90%	7,138.22 €	2,283.66 €	4,756.99 €	5,410.13 €
89%	7,066.56 €	2,250.64 €	4,704.20 €	5,355.87 €
88%	7,016.45 €	2,223.02 €	4,669.80 €	5,320.21 €
87%	6,980.93 €	2,199.28 €	4,647.59 €	5,296.51 €
86%	6,954.56 €	2,178.29 €	4,633.08 €	5,279.76 €
85%	6,933.23 €	2,159.20 €	4,623.12 €	5,266.36 €
λ	DJ EUROSTOXX 50	RUSSELL MIDCAP VALUE	RUSSELL MIDCAP GROWTH	PORTFOLIO
99%	10,007.37 €	9,351.63 €	9,509.28 €	6,139.77 €
98%	10,929.13 €	10,498.77 €	10,767.36 €	6,838.51 €
97%	10,679.82 €	10,496.54 €	10,912.25 €	6,798.97 €
96%	10,130.87 €	10,146.66 €	10,725.93 €	6,545.73 €
95%	9,555.85 €	9,725.37 €	10,465.34 €	6,253.40 €
94%	9,049.16 €	9,341.47 €	10,226.20 €	5,988.20 €
93%	8,637.37 €	9,033.52 €	10,040.19 €	5,772.54 €
92%	8,318.75 €	8,807.21 €	9,910.93 €	5,609.00 €
91%	8,080.08 €	8,653.15 €	9,830.40 €	5,491.33 €
90%	7,904.75 €	8,556.47 €	9,786.90 €	5,410.13 €
89%	7,776.74 €	8,501.86 €	9,768.94 €	5,355.87 €
88%	7,682.35 €	8,475.91 €	9,766.79 €	5,320.21 €
87%	7,610.67 €	8,467.91 €	9,772.93 €	5,296.51 €
86%	7,553.46 €	8,469.80 €	9,781.82 €	5,279.76 €
85%	7,504.76 €	8,475.79 €	9,789.63 €	5,266.36 €

Όσον αφορά τον αναλυτικό υπολογισμό του EWMA VAR, ορίστηκε ένα κελί, όπου ο χρήστης του Excel δηλώνει το συντελεστή λ. Πέραστηκαν στο φύλλο υπολογισμού οι αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων και υπολογίστηκαν και οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου, με βάση τα τυχαία weights. Εν συνεχεία, ακολουθώντας τη μεθοδολογία υπολογισμού, υπολογίστηκαν τα τετράγωνα των αποδόσεων και οι σταθμίσεις ως το 1-λ για

την πρώτη τιμή και η φθίνουσα κατά 1-λ% για τα υπόλοιπα. Υπολογίστηκαν τα γινόμενα των τετραγώνων των αποδόσεων επί τα w. Τέλος, υπολογίστηκε όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα η διακύμανση EWMA που αποτελεί το άθροισμα των τετραγώνων των αποδόσεων επί τα w και η τυπική της απόκλιση που είναι η τετραγωνική ρίζα της.

Όπως και στις άλλες μεθοδολογίες υπολογίστηκαν τα επίπεδα εμπιστοσύνης και η αξία σε κίνδυνο σε € και ποσοστό και η αξία του χαρτοφυλακίου.

Πίνακας 7: Εκτίμηση Αξίας σε Κίνδυνο (VAR) με τη μέθοδο EWMA

Assets	S&P 500	IBOXX 5-10 EU Bonds	EUR/USD	DAX 30 PERFORMANCE
EWMA Variance	0.001375133	0.000147752	0.000737511	0.000857118
EWMA τυπική απόκλιση	3.7083%	1.2155%	2.7157%	2.9277%
Confidence Level	0.01	0.01	0.01	0.01
Επένδυση	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €
Quantile	2.326	2.326	2.326	2.326
Value at Risk	8.6267%	2.8277%	6.3177%	6.8108%
Value at Risk €	8,626.75 €	2,827.75 €	6,317.70 €	6,810.75 €
Value of Portfolio	91,373.25€	97,172.25 €	93,682.30€	93,189.25 €
Assets	DJ EURO STOXX 50	RUSSELL MIDCAP VALUE	RUSSELL MIDCAP GROWTH	PORTFOLIO
EWMA Variance	0.002107554	0.002035838	0.002200287	0.000857118
EWMA τυπική απόκλιση	4.5908%	4.5120%	4.6907%	2.9277%
Confidence Level	0.01	0.01	0.01	0.01
Επένδυση	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €
Quantile	2.326	2.326	2.326	2.326
Value at Risk	10.6798%	10.4965%	10.9122%	6.8108%
Value at Risk €	10,679.82 €	10,496.54 €	10,912.25 €	6,810.75 €
Value of Portfolio	89,320.18 €	89,503.46 €	89,087.75 €	93,189.25 €

4.2.2. Το Υπόδειγμα GARCH

Το υπόδειγμα αυτό προτάθηκε για πρώτη φορά στη διεθνή βιβλιογραφία από τον Bollerslev (1986) και τον Taylor (1986) και ονομάστηκε GARCH(p,q). Εάν το άθροισμα των β_i και των γ_i είναι μικρότερο της μονάδας, τότε το υπόδειγμα είναι στάσιμο και συνεπώς είναι υπόδειγμα λευκού θορύβου. Στην πλειονότητα της διεθνούς εμπειρικής βιβλιογραφίας, χρησιμοποιούνται υποδείγματα GARCH τάξεων μικρότερης της (2,2), δηλαδή $p \leq 2$ και $q \leq 2$, για την εκτίμηση της μεταβλητότητας, ενώ πολύ σπανιότερα, χρησιμοποιούνται υποδείγματα GARCH μεγαλύτερης τάξης. Το Υπόδειγμα GARCH Τάξης p,q Εκφράζεται ως εξής:

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t$$

$$\mu_t = \varphi_0 + \varphi_1 r_{t-1} + \varphi_2 r_{t-2} + \dots + \varphi_s r_{t-s}$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{p=1}^p a_p \varepsilon_{t-p}^2 + \sum_{q=1}^q \beta_q \sigma_{t-q}^2$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t e_t$$

$$e_t \sim N(0,1) i. i. d.$$

Κατά συνέπεια το υπόδειγμα GARCH(p,q) κατασκευάζεται από το απλό υπόδειγμα ARCH(p) πλέον την προσθήκη q υστερήσεων της δεσμευμένης διακύμανσης $\sigma_{t-1}^2, \sigma_{t-2}^2, \dots, \sigma_{t-q}^2$. Η επίδραση της προσθήκης της δεσμευμένης διακύμανσης στην πραγματικότητα ισοδυναμεί με ένα υπόδειγμα ARCH(∞).

Στο γενικό υπόδειγμα GARCH(p,q) η δεσμευμένη διακύμανση εκτιμάται ως εξής:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{\omega}{1 - \sum_{p=1}^p a_p + \sum_{q=1}^q \beta_q}$$

Η κυρτότητα ενός υποδείματος GARCH(p,q) υπολογίζεται ως εξής:

$$kurtosis = \frac{3(1 - a_1 - \beta_1)(1 + \alpha_1 + \beta)}{1 - 2\alpha_1\beta_1 - 3\alpha_1^2 - \beta_1^2} > 3$$

Για την εύρεση του VAR πολλαπλασιάζουμε την τυπική απόκλιση με το ποσοστημόριο, όπως σε όλες τις μεθοδολογίες. Η VAR υπολογίζεται ως το

γινόμενο του ποσοστημορίου επί τη δεσμευμένη τυπική απόκλιση για να εκφραστεί ως ποσοστό και πολλαπλασιάζεται με το ποσό που έχει επενδυθεί στο περιουσιακό στοιχείο για να εκφραστεί σε όρους χρήματος.

4.2.3. Η Μέθοδος Monte Carlo

Η Προσομοίωση Monte Carlo σε σύγκριση με τις εναλλακτικές μεθοδολογίες, παρουσιάζει δύο βασικά πλεονεκτήματα:

α) υπερिशύει της παραμετρικής μεθόδου στην ικανότητα αποτύπωσης μη γραμμικών σχέσεων, μεταξύ των παραγόντων κινδύνου και της αξίας του χαρτοφυλακίου, ενώ

β) υπερिशύει της μεθόδου της ιστορικής προσομοίωσης διότι προσφέρει τη δυνατότητα παραγωγής μεγάλου αριθμού σεναρίων και αποδόσεων.

Για τον υπολογισμό της VAR με την προσομοίωση Monte Carlo απαιτείται ο υπολογισμός του πίνακα διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων, που στη συνέχεια αποσυντίθεται ώστε να διασφαλιστεί ότι παράγοντες κινδύνου θα είναι συσχετισμένοι σε κάθε σενάριο.

Εν συνεχεία αναπτύσσονται τα σενάρια για τις τιμές των περιουσιακών στοιχείων και ο υπολογισμός της αξίας του χαρτοφυλακίου για κάθε σενάριο, μέχρι να επιτευχθεί ένας ικανοποιητικός αριθμός σεναρίων, όπως οι 1000 προσομοιώσεις. Τέλος, κατασκευάζεται η κατανομή της αξίας του χαρτοφυλακίου και υπολογίζεται η τιμή της VAR, όπως και σε όλες τις άλλες μεθόδους.

Πίνακας 7: Εκτίμηση Αξίας σε Κίνδυνο (VAR) με τη μέθοδο Monte Carlo

	S&P 500	IBOXX 5-10 EU Bonds	EUR/USD	DAX 30 PERFORMANCE
Portfolio Value	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €
Drift(μ)	6.049%	1.969%	-1.637%	7.538%
Volatility (σ)	13.24%	4.64%	10.70%	18.83%
Initial Price	1720.07	119.86	1.12	9660.44
Steps	100	100	100	100
Local expected return, $\mu\Delta t$	0.0006049	0.0001969	-0.0001637	0.0007538
Volatility, $0.20 \times \text{Sqrt}(1/100)$	0.0132371	0.0046411	0.0107004	0.0188299
VaR	2,800.17 €	1,101.60 €	2,537.84 €	4,456.77 €

	DJ EURO STOXX 50	RUSSELL MIDCAP VALUE	RUSSELL MIDCAP GROWTH	PORTFOLIO
Portfolio Value	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €
Drift(μ)	0.130%	7.006%	8.754%	5.330%
Volatility (σ)	17.84%	16.02%	16.19%	12.42%
Initial Price	3100.67	1404.92	1373.83	100000.00
Steps	100	100	100	100
Local expected return, $\mu\Delta t$	0.0000130	0.0007006	0.0008754	0.0005330
Volatility, $0.20 \times \text{Sqrt}(1/100)$	0.0178401	0.0160214	0.0161933	0.0124179
VaR	4,227.22 €	3,794.72 €	3,835.02 €	2,942.63 €

Για τον υπολογισμό της αξίας σε κίνδυνο με τη μέθοδο Monte Carlo, σχεδιάστηκε στο Excel ένα υπόδειγμα εκτίμησης των μελλοντικών τιμών των περιουσιακών στοιχείων σε 100 βήματα. Στον υπόδειγμα εκτίμηση του VAR με τη μέθοδο Monte Carlo, όπως φαίνεται στον ανωτέρω πίνακα εκτιμήθηκαν οι μέση απόδοση και η τυπική απόκλιση των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων. Η τελευταία τιμή του κάθε περιουσιακού στοιχείου, ορίστηκε, ώστε να γίνουν οι υπολογισμοί. Εν συνεχεία, ορίστηκαν τα βήματα υπολογισμού, ως 100 για όλα τα περιουσιακά στοιχεία και υπολογίστηκαν τα $\mu\Delta t$ και $\sigma\Delta z$ για κάθε περιουσιακό στοιχείο.

Για τον υπολογισμό, πραγματοποιήθηκε η δημιουργία μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών με τη χρήση της συνάρτησης RAND() στο αρχείο Excel για 100 βήματα. Ακολουθώντας, με τη χρήση της συνάρτησης “=ROUND(NORMINV(“RAND()”; $\mu\Delta t$; $\sigma\Delta z$);4)” για τις μεταβολές της τιμής. Το ποσό αυτό πολλαπλασιάστηκε με την τιμή του περιουσιακού στοιχείου και μας έδωσε τη μεταβολή της τιμής του περιουσιακού στοιχείου. Για κάθε βήμα υπολογίστηκε το άθροισμα της προηγούμενης τιμής με τη μεταβολή αυτή και εν συνεχεία υπολογίστηκαν οι αποδόσεις. Τα βήματα παρουσιάζονται στο παρακάτω γράφημα, για το δείκτη S&P 500:

Step	Uniform	Normal	Price	Price
I	ui	$\mu\Delta t + \sigma\Delta z$	Increment	S_{t+1}
	=RAND()	=NORMINV(ui, $\mu\Delta t + \sigma\Delta z$)	ΔS_i	
0				1,720 €
1	0.8143	0.0124	21.328	1,741 €
2	0.9768	0.027	46.44	1787.839669
3	0.6955	0.0074	12.728	1800.567669
4	0.2707	-0.0075	-12.9	1787.667669
5	0.6833	0.0069	11.868	1799.535669
6	0.6687	0.0064	11.008	1810.543669
7	0.7916	0.0114	19.608	1830.151669
8	0.1040	-0.0161	-27.692	1802.459669
9	0.8567	0.0147	25.284	1827.743669
10	0.1427	-0.0135	-23.22	1804.523669
11	0.0045	-0.034	-58.48	1746.043669
12	0.5102	0.0009	1.548	1747.591669
13	0.8017	0.0118	20.296	1767.887669
14	0.9295	0.0201	34.572	1802.459669
15	0.7691	0.0103	17.716	1820.175669
16	0.4330	-0.0016	-2.752	1817.423669
17	0.8782	0.016	27.52	1844.943669
18	0.6144	0.0045	7.74	1852.683669
19	0.7696	0.0104	17.888	1870.571669
20	0.8641	0.0152	26.144	1896.715669
21	0.8864	0.0166	28.552	1925.267669
22	0.7567	0.0098	16.856	1942.123669
23	0.5340	0.0017	2.924	1945.047669
24	0.5544	0.0024	4.128	1949.175669
25	0.4078	-0.0025	-4.3	1944.875669
26	0.7751	0.0106	18.232	1963.107669
27	0.0471	-0.0215	-36.98	1926.127669

Η αξία σε κίνδυνο ισούται με την τυπική απόκλιση των αποδόσεων επί το επενδεδυμένο κεφάλαιο, επί το συντελεστή της κανονικής κατανομής, που προκύπτει από τον πίνακα της κατανομής για κάθε επίπεδο εμπιστοσύνης, π.χ. =NORMSINV(1%).

4.2.4. Η Μέθοδος του Modified VaR

Το τροποποιημένο VAR υπολογίζεται, ακριβώς με τον ίδιο τρόπο, όπως και το ιστορικό VAR, εντούτοις δεν υποθέτει την κανονική κατανομή των αποδόσεων. Σε αντίθεση με παραδοσιακό VAR, "διορθώνει" την κανονικότητα, με τη χρήση της ασυμμετρίας και της κύρτωσης της κατανομής των αποδόσεων.

Ο υπολογισμός του modified VAR (ή MVAR), προσαρμόζει την τυπική απόκλιση, ώστε να λαμβάνει υπόψη την ασυμμετρία και κύρτωση της κατανομής κατανομή των αποδόσεων (μεγαλύτερη αρνητική ασυμμετρία και η κύρτωση πρακτικά αυξάνει την τιμή της VAR).

Η κλασική μέθοδος για τον υπολογισμό της VaR δεν είναι κατάλληλη για κατανομές αποδόσεων που παρουσιάζουν ασυμμετρία, ή εμφανίζουν παχιές ουρές. Η τροποποιημένη VAR ορίζεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$Z = (z_c + 1)/6(z_c^2 - 1)skew + 1/24(z_c^3 - 2z_c)kurt - 1/36(2z_c^3 - 5z_c)skew^2$$

όπου μ και σ είναι η μέση τιμή και την τυπική απόκλιση, το *skew* είναι ο δείκτης ασυμμετρίας, *kurt* η κυρτότητα, z_c το ποσοστημόριο της κατανομής και το Z είναι η ασυμπτωτική επέκταση των Cornish-Fisher για το ποσοστημόριο μιας μη κανονικής κατανομής. Τα μέτρα για την εκτίμηση, υπολογίζονται από τις αποδόσεις. Η μέση τιμή, τυπική απόκλιση, η κλίση και κύρτωση υπολογίζονται από τις παρατηρούμενες αποδόσεις.

Ο ορισμός της MVAR δεν προϋποθέτει την ύπαρξη κανονικής κατανομής, και διορθώνει το πρόβλημα της μη-κανονικότητας των αποδόσεων, με τη χρήση της ασυμμετρίας και της κυρτότητας της κατανομής αποδόσεων.

Η MVAR είναι το ίδιο εύκολη στην κατανόηση βάση το πρότυπο υπολογισμού VaR, αλλά εξακολουθεί να μοιράζεται μερικά από τα ίδια μειονεκτήματα. Επιπλέον, οι Cavenaile & Lejeune (2010) καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι τα επίπεδα εμπιστοσύνης κάτω από 95,84% δεν θα πρέπει να χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της MVAR έτσι ώστε να διατηρείται η προτίμηση κινδύνου των επενδυτών για την κύρτωση.

Στον πίνακα που ακολουθεί, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εκτίμησης.

Πίνακας 9: Εκτίμηση Αξίας σε Κίνδυνο (VAR) με τη μέθοδο Modified VAR

Παράμετροι	S&P 500	IBOXX 5-10 EU Bonds	EUR/USD	DAX 30
Portfolio Value	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €
Mean Return	6.0494%	1.9692%	-1.6366%	7.5378%
Standard Deviation	13.24%	4.64%	10.70%	18.83%
Skew	-0.609	0.295	-0.386	-0.971
Kurtosis	0.444	-0.127	1.292	2.495
Zcf	-2.739	-2.047	-2.856	-3.269
Value at Risk €	4,415.18 €	773.59 €	10,459.17 €	10,231.09 €
Value of Portfolio	95,584.82 €	99,226.41 €	89,540.83 €	89,768.91 €
Παράμετροι	DJ EURO STOXX 50	RUSSELL MIDCAP VALUE	RUSSELL MIDCAP GROWTH	PORTFOLIO
Portfolio Value	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €
Mean Return	0.1300%	7.0064%	8.7536%	5.0934%
Standard Deviation	17.84%	16.02%	16.19%	11.45%
Skew	-0.721	-0.488	-0.443	-0.747
Kurtosis	0.880	1.550	0.842	1.564
Zcf	-2.856	-2.958	-2.775	-3.031
Value at Risk €	14,579.33 €	6,673.65 €	4,218.01 €	9,592.38 €
Value of Portfolio	85,420.67 €	93,326.35 €	95,781.99 €	90,407.62 €

4.3. Εμπειρική Εφαρμογή της Μεθοδολογίας και Αποτελέσματα

Σκοπός της παρούσας ενότητας είναι η ολοκληρωμένη παρουσίαση του υπολογισμού του μεγέθους της VAR για μια σειρά από θέσεις σε περιουσιακά στοιχεία, καθώς επίσης και για συνδυασμούς επαυξημένων χαρτοφυλακίων που μπορεί να συνθέτουν οι διάφορες θέσεις των περιουσιακών αυτών στοιχείων.

Για την υλοποίηση αυτού θα χρησιμοποιηθεί το MS Excel για τους αναγκαίους υπολογισμούς, με τη χρήση μηνιαίων πραγματικών δεδομένων για τα περιουσιακά στοιχεία. Τα δεδομένα αντλήθηκαν από τις βάσεις δεδομένων Bloomberg και Thomson Reuters Datastream. Για το σκοπό αυτό θα διαμορφωθεί ένα αρχείο Excel στο οποίο θα μπορεί να εφαρμοστεί το σύνολο των μεθοδολογιών που αναπτύχθηκαν εκτενώς στα κεφάλαια 2 και 3 της παρούσης διπλωματικής εργασίας.

Πιο αναλυτικά, για τον υπολογισμό του VAR ξεχωρίζουν δύο τρόποι για την εκτίμηση του VAR (α) το μη-παραμετρικό VAR και (β) το παραμετρικό VAR, για τα μικτά χαρτοφυλάκια του δείγματος.

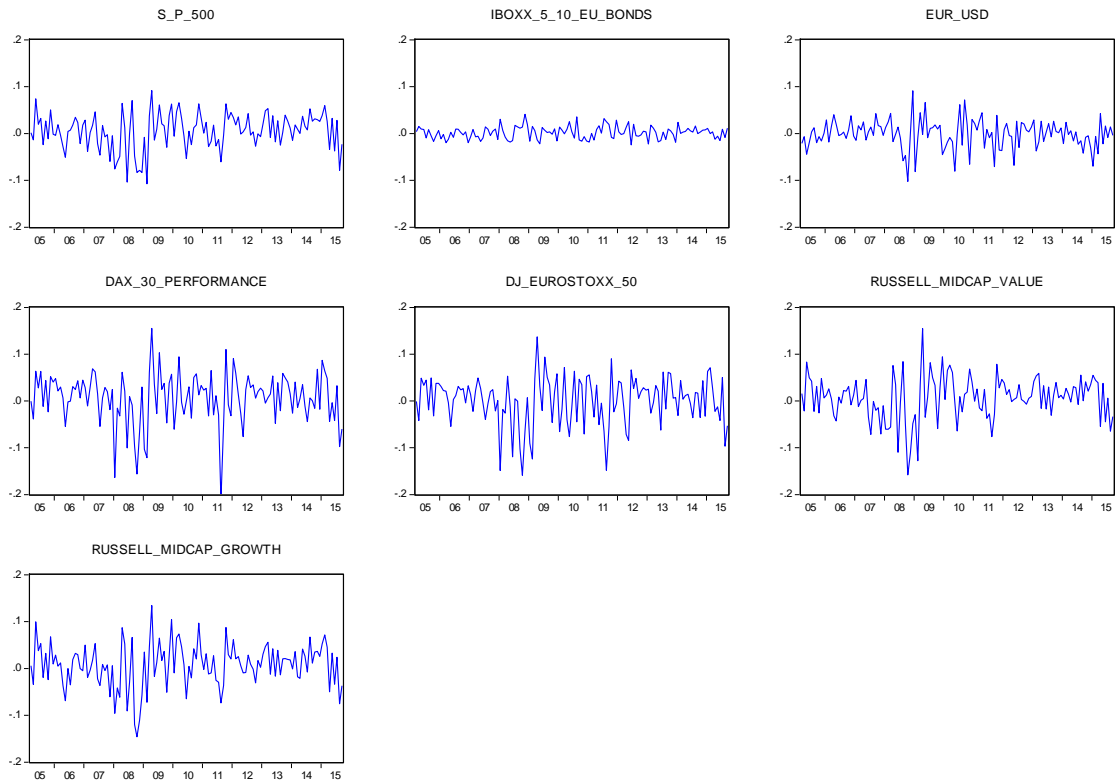
Για την ανάλυση των εναλλακτικών μέτρων VAR χρησιμοποιήθηκαν 7 διαφορετικά περιουσιακά στοιχεία:

1. ο χρηματιστηριακός δείκτης S&P 500 Composite
2. ο δείκτης ομολόγων IBOXX 5-10 EU Bonds, που δείχνει την εξέλιξη των ομολόγων των χωρών της ΕΕ ληκτότητας 5-10 έτη
3. η ισοτιμία €/€
4. ο χρηματιστηριακός δείκτης της Γερμανίας DAX-30 Performance
5. ο χρηματιστηριακός δείκτης DJ EUROSTOXX 50
6. ο χρηματιστηριακός δείκτης RUSSELL MIDCAP VALUE (EOD) - PRICE INDEX, για μετοχές αξίας στην αγορά των ΗΠΑ και
- (ζ) ο χρηματιστηριακός δείκτης RUSSELL MIDCAP GROWTH (EOD) - PRICE INDEX, για μετοχές μικρής κεφαλαιοποίησης των ΗΠΑ

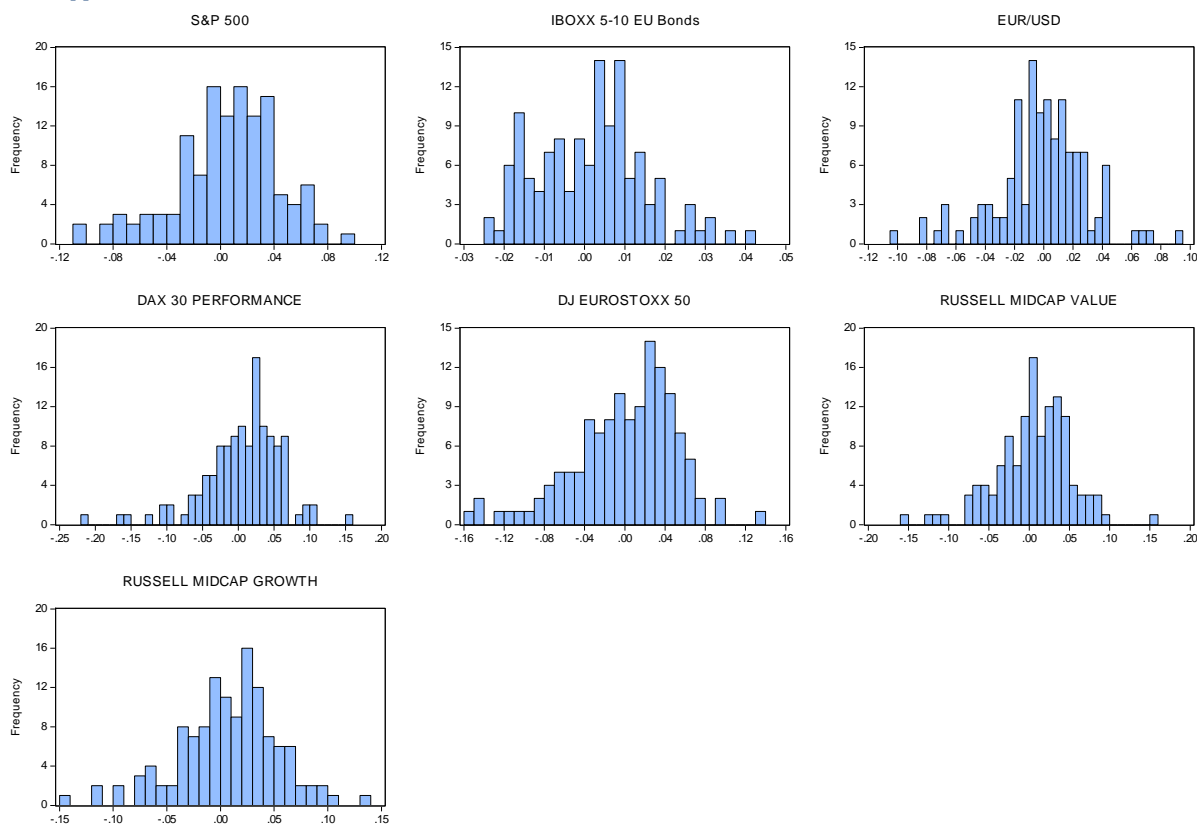
Τα δεδομένα αντλήθηκαν από τη βάση δεδομένων Thomson Datastream, για την περίοδο 2005 έως 30 Σεπτεμβρίου 2015 και έχουν μηνιαία συχνότητα. Συνολικά εξετάστηκαν 129 μηνιαίες παρατηρήσεις αποδόσεων.

Στο Σχεδιάγραμμα που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι αποδόσεις των επτά περιουσιακών στοιχείων, για το σύνολο της περιόδου, όπως επεξεργάστηκαν από το οικονομετρικό πακέτο E-views 8.0.

Σχεδιάγραμμα 5: Εξέλιξη Αποδόσεων των επτά περιουσιακών στοιχείων, 2005-2015



Σχεδιάγραμμα 6: Κατανομή Αποδόσεων των επτά περιουσιακών στοιχείων, 2005-2015



Θα πρέπει να σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι για όλα τα περιουσιακά στοιχεία, πραγματοποιήθηκε η προσαρμογή του νομίσματος τους στο ευρώ. Αυτό έγινε ώστε να αφαιρεθεί η επίδραση του συναλλαγματικού κινδύνου από τον υπολογισμό της VAR και να είναι συγκρίσιμα τα μεγέθη, για όλα τα περιουσιακά στοιχεία.

Στο πλαίσιο της ανάλυσης υπολογίστηκαν οι αποδόσεις των επτά περιουσιακών στοιχείων, σε ένα φύλλο, με τη χρήση του τύπου:

$$R_{it} = \ln(P_t - P_{t-1})$$

όπου R_{it} η απόδοση του κάθε περιουσιακού στοιχείου για τη χρονική περίοδο t και P_t και P_{t-1} η τιμή του περιουσιακού στοιχείου σε ευρώ (€) τη χρονική στιγμή t και $t-1$ αντίστοιχα.

Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζονται οι τιμές των δεικτών που χρησιμοποιούνται ως περιουσιακά στοιχεία και οι υπολογισμοί των αποδόσεων, από το αρχείο Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Historical Data (Source: Thomson Reuters Datastream)								
2									
3									
4									
5									
6	Historical Prices and returns (monthly)								
	Date	S&P 500	Asset1 % change	IBOXX 5-10 EU Bonds	Asset2 % change	EUR/USD	Asset3 % change	DAX 30 PERFORMANCE	Asset4 % change
8	28/2/2005	906.7691265		97.3148		1.32735		4350.49	
9	31/3/2005	908.3907206	0.1787%	97.6915	0.3863%	1.29965	-2.1089%	4348.77	-0.0395%
10	29/4/2005	896.1230102	-1.3597%	99.1885	1.5208%	1.29095	-0.6717%	4184.84	-3.8425%
11	31/5/2005	964.9726665	7.4022%	100.152	0.9667%	1.23475	-4.4510%	4460.63	6.3822%
12	30/6/2005	984.0416305	1.9568%	101.0091	0.8522%	1.25065	-1.9711%	4586.28	2.7779%
13	29/7/2005	1016.078706	3.2038%	100.0319	-0.9721%	1.21465	0.3299%	4886.5	6.3407%
14	31/8/2005	992.2592186	-2.3722%	100.8424	0.8020%	1.22985	1.2436%	4829.69	-1.1694%
15	30/9/2005	1019.209555	2.6798%	100.3215	-0.5129%	1.20565	-1.9873%	5044.12	4.3441%
16	31/10/2005	1007.731163	-1.1326%	98.633	-1.6974%	1.19775	-0.6574%	4929.07	-2.3073%
17	30/11/2005	1059.82442	5.0402%	98.1608	-0.4799%	1.17895	-1.5821%	5193.4	5.2238%
18	30/12/2005	1058.276461	-0.1462%	98.7548	0.6033%	1.17955	0.0509%	5408.26	4.0539%
19	31/1/2006	1054.171127	-0.3887%	97.6217	-1.1540%	1.2143	2.9035%	5674.15	4.7993%
20	28/2/2006	1074.153911	1.8778%	97.4313	-0.1952%	1.19225	-1.8326%	5796.04	2.1254%
21	31/3/2006	1069.974797	-0.3898%	95.5358	-1.9646%	1.21015	1.4902%	5970.08	2.9585%
22	28/4/2006	1040.455682	-2.7926%	94.352	-1.2469%	1.25965	4.0090%	6009.89	0.6646%
23	31/5/2006	988.8201176	-5.0902%	94.5793	0.2406%	1.28445	1.9697%	5692.86	-5.4194%
24	30/6/2006	993.3914676	0.4612%	93.803	-0.8242%	1.27865	-0.4526%	5683.31	-0.1679%
25	31/7/2006	1000.39964	0.7030%	94.6964	0.9479%	1.27615	-0.1957%	5681.97	-0.0236%
26	31/8/2006	1018.569587	1.8000%	95.576	0.9246%	1.28005	0.3051%	5859.57	3.0778%
27	29/9/2006	1054.549043	3.4714%	95.774	0.2070%	1.26675	-1.0445%	6004.33	2.4405%
28	31/10/2006	1079.594155	2.3472%	95.468	-0.3200%	1.27635	0.7550%	6268.92	4.3123%
29	30/11/2006	1056.64064	-2.1491%	95.8092	0.3568%	1.32555	3.7823%	6309.19	0.6403%

Για την ανάπτυξη της εφαρμογής στο Excel θεωρείται ότι επενδύεται σε κάθε περιουσιακό στοιχείο το ποσό των €100.000, ως ποσό αναφοράς και αντίστοιχα για το συνολικό χαρτοφυλάκιο, ώστε οι τιμές των VAR να είναι άμεσα συγκρίσιμες για κάθε χρήστη.

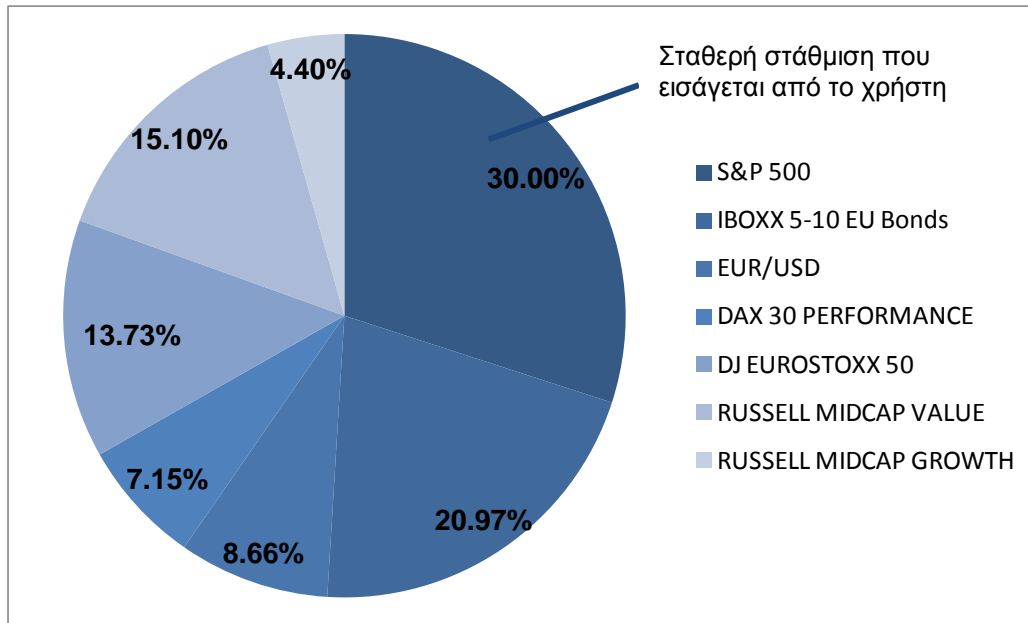
Επίσης, στο πλαίσιο του σχεδιασμού χαρτοφυλακίων επενδύσεων, σχεδιάστηκε ένα generator για τα ποσοστά επένδυσης για όλα τα περιουσιακά στοιχεία, ώστε να δημιουργούνται τυχαίες σταθμίσεις των περιουσιακών στοιχείων στο χαρτοφυλάκιο. Όσον αφορά τη δημιουργία των τυχαίων σταθμίσεων, αυτό μας βοηθά να μπορούμε να εξετάζουμε διαφορετικά χαρτοφυλάκια, ενώ δίνει μια δυναμική στην εφαρμογή. Εντούτοις, θα πρέπει να σημειωθεί ότι λόγω της τυχαιότητας των σταθμίσεων που δημιουργούνται, πολλά χαρτοφυλάκια μπορεί να μην είναι αντιπροσωπευτικά.

Το σημαντικό πλεονέκτημα της δημιουργία του generator είναι ότι παρουσιάζει μια ιδιαίτερη ευελιξία στις επιλογές δημιουργίας χαρτοφυλακίων. Για παράδειγμα, όπως θα δούμε στις μεθοδολογίες που θα ακολουθήσουμε και περιγράφονται παρακάτω, είναι πολύ χρήσιμο εργαλείο, για μεμονωμένες επενδύσεις, σε περίπτωση που κάποιος ιδιώτης επενδυτής επιθυμεί να επενδύσει σε ένα ή περισσότερα περιουσιακά στοιχεία, για την ανάλυση ευαισθησίας του επαυξημένου χαρτοφυλακίου του.

Για παράδειγμα, πέραν της δημιουργίας εξ ολοκλήρου τυχαίων χαρτοφυλακίων, μπορούμε να δηλώσουμε ένα ή περισσότερα περιουσιακά στοιχεία σε μια σταθερή αναλογία και να εξετάσουμε το πώς η προσθήκη νέων περιουσιακών στοιχείων μπορεί να επηρεάσει την αναμενόμενη απόδοση, τον κίνδυνο και την αξία σε κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Ταυτόχρονα, μας παρέχεται πολύτιμη πληροφόρηση για τη διαφοροποίηση του νέου χαρτοφυλακίου, σε σχέση με το υπάρχον ή εναλλακτικά, για διαφορετικές σταθμίσεις.

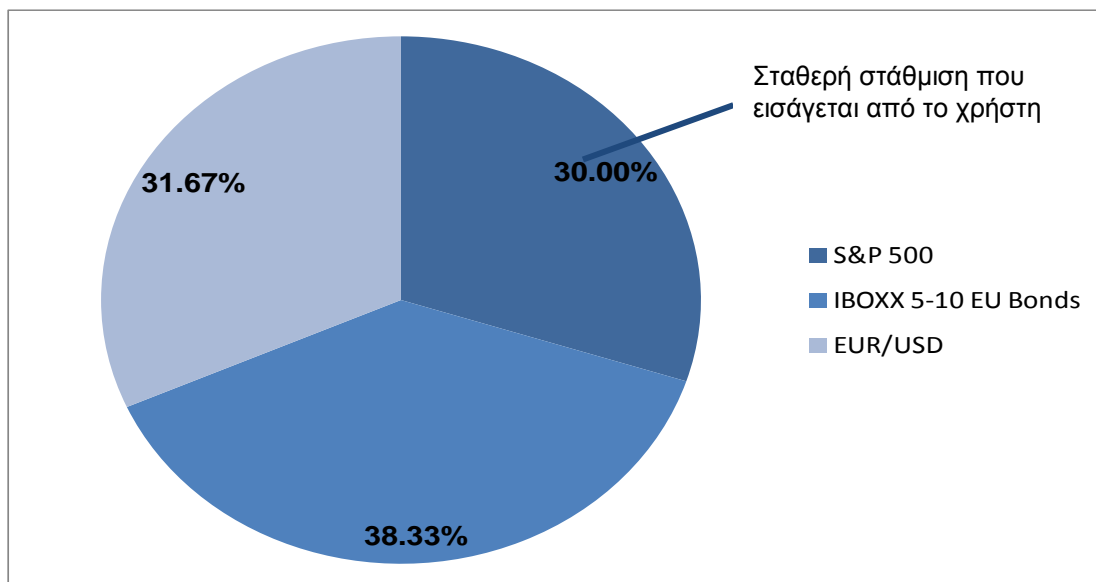
Χαρακτηριστικό του generator είναι ότι επιτρέπει μόνο θετικές τιμές των σταθμίσεων, δηλαδή δεν πραγματοποιείται short-selling και οι σταθμίσεις (weights) αθροίζουν στη μονάδα, δηλαδή στο 100% για το χαρτοφυλάκιο. Στο Σχεδιάγραμμα XX που ακολουθεί παρουσιάζεται μια ενδεικτική διάρθρωση του χαρτοφυλακίου με τις τυχαίες σταθμίσεις.

Σχεδιάγραμμα 7: Ενδεικτική Διάρθρωση Χαρτοφυλακίου Τυχαίων με σταθερό το w_1 , Σταθμίσεων των 7 Περιουσιακών Στοιχείων



Αντίστοιχα σχεδιάστηκε για τη διευκόλυνση του χρήστη η δυνατότητα ορισμού ενός βασικού περιουσιακού στοιχείου, του δείκτη S&P 500 Composite σταθερή ($w_1 = \text{fixed as registered}$) και ο τυχαίος ορισμός σταθμίσεων για δύο περιουσιακά στοιχεία που επιλέχτηκαν να είναι ο δείκτης ευρωπαϊκών ομολόγων (w_2) και η ισοτιμία $\text{€}/\text{\$}$ (w_3). Στο σχεδιάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζεται μια ενδεικτική διάρθρωση.

Σχεδιάγραμμα 8: Ενδεικτική Διάρθρωση Χαρτοφυλακίου Τυχαίων με σταθερό το w_1 , Σταθμίσεων των 3 Περιουσιακών Στοιχείων



Για τα επτά περιουσιακά στοιχεία, υπολογίστηκαν τα βασικά στατιστικά δεδομένα, όπως η μέγιστη και ελάχιστη μηνιαία απόδοση, ο διάμεσος και ο μέσος όρος των αποδόσεων, η τυπική απόκλιση, η λοξότητα και κυρτότητα των αποδόσεων και ο δείκτης για τον έλεγχο του Jarque-Bera, που παρουσιάζονται στον παρακάτω Πίνακα. Οι σχετικοί υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν με τη χρήση του Excel⁵.

⁵ Οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές των αποδόσεων υπολογίζονται με τις συναρτήσεις `max(·)` και `min(·)` στο Excel. Αντίστοιχα, η μέση απόδοση και η διάμεσος με τις συναρτήσεις `AVERAGE(·)` και `MEDIAN(·)`, αντίστοιχα. Η φόρμουλα της τυπικής απόκλισης είναι `STDEV(·)`, ενώ για τον υπολογισμό της λοξότητας (ασυμμετρίας) χρησιμοποιήθηκε η φόρμουλα `SKEW(·)` και για την κυρτότητα η φόρμουλα `KURT(·)`.

Πίνακας 10: Περιγραφή Βασικών Στατιστικών Δεδομένων των επτά (7) Περιουσιακών Στοιχείων, με τη χρήση του Excel

	S&P 500	IBOXX 5-10 EU Bonds	EUR/USD	DAX 30 PERFORMANCE
Min	-10.748%	-2.452%	-10.231%	-21.310%
Average	0.504%	0.164%	-0.136%	0.628%
Median	0.928%	0.304%	0.067%	1.549%
Portfolio VAR 95%	-7.112%	-1.847%	-6.328%	-9.715%
Max	9.173%	4.126%	9.119%	15.497%
Standard deviation	3.806%	1.334%	3.077%	5.414%
Skewness	-0.61	0.29	-0.39	-0.97
kurtosis	0.44	-0.13	1.29	2.50
Jarque-Bera Test	43.09	54.43	18.88	21.62
	DJ EURO STOXX 50	RUSSELL MIDCAP VALUE	RUSSELL MIDCAP GROWTH	PORTFOLIO with random weights
Min	-15.893%	-15.778%	-14.610%	-10.024%
Average	0.011%	0.584%	0.729%	0.309%
Median	0.722%	0.828%	1.140%	0.813%
Portfolio VAR 95%	-9.451%	-6.891%	-7.320%	-5.319%
Max	13.705%	15.485%	13.429%	8.419%
Standard deviation	5.130%	4.607%	4.656%	2.908%
Skewness	-0.72	-0.49	-0.44	-0.84
kurtosis	0.88	1.55	0.84	1.66
Jarque-Bera Test	35.34	16.42	29.25	24.76

Η μέση απόδοση (mean return), αποτελεί ένα μέτρο κεντρικής τάσης των αποδόσεων ενός περιουσιακού στοιχείου. Η τιμή του προκύπτει εάν διαιρέσουμε το συνολικό άθροισμα των αποδόσεων, στο δείγμα μας με τον αριθμό των παρατηρήσεων της μεταβλητής. Αντίστοιχα, η διάμεσος (median) ορίζεται ως η κεντρική τιμή των αποδόσεων όταν αυτές κατατάσσονται σε αύξουσα σειρά. Πρακτικά η διάμεσος διαχωρίζει τις αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων σε δύο ισοπληθή μέρη.

Η τυπική απόκλιση αποτελεί ένα μέτρο του συνολικού κινδύνου και ορίζεται ως η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων. Ως μέτρο διασποράς εκφράζει τη διασπορά των αποδόσεων γύρω από τη μέση τιμή, σε όρους των τετραγώνων των αποκλίσεων τους. Το μέτρο της τυπικής απόκλισης αποτελεί μια από τις σημαντικότερες παραμέτρους της κατανομής. Ο τύπος υπολογισμού της τυπικής απόκλισης είναι:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_{it} - \bar{R})^2}{n-1}}$$

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η διακύμανση σ^2 μετράει τη διασπορά γύρω από το μέσο σε όρους των τετραγώνων των αποκλίσεων των επιμέρους αποδόσεων. Επομένως, η διακύμανση δεν εκφράζεται στις ίδιες μονάδες στις οποίες μετρούνται οι αποκλίσεις και γι' αυτό δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μέτρο σύγκρισης αυτών και για το λόγο αυτό χρησιμοποιούμε την τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης

Έλεγχος της κανονικότητας της σειράς μπορεί να πραγματοποιηθεί και με την στατιστική των Jarque and Bera (JB-statistic):

$$JB = n \left[\frac{Skewness^2}{6} + \frac{(Kurtosis - 3)^2}{24} \right]$$

όπου το *Skewness* εκφράζει το συντελεστή ασυμμετρίας και *Kurtosis* είναι ο συντελεστής κύρτωσης. Στην κανονική κατανομή είναι οι δείκτες αυτοί λαμβάνουν τις τιμές 0 και 3, αντίστοιχα. Η στατιστική JB ακολουθεί την κατανομή χ^2 με 2 βαθμούς ελευθερίας. Εάν $JB > \chi^2$, τότε απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση ότι, η σειρά κατανέμεται κανονικά.

Επιπροσθέτως, όσον αφορά τις αποδόσεις, υπολογίστηκαν οι συντελεστές συσχέτισης των μεταξύ των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων. Ο συντελεστής συσχέτισης ρ είναι ένα στατιστικό μέτρο που μετρά τη γραμμική κίνηση, μεταξύ δύο μεταβλητών. Ο συντελεστής συσχέτισης λαμβάνει τιμές εντός των ορίων $[-1, +1]$, με τους συντελεστές συσχέτισης που τείνουν στη μονάδα (+1) να εκφράζουν ισχυρή, παράλληλη και ομόρροπη κίνηση μεταξύ των εξεταζομένων μεταβλητών, ενώ αντίστοιχοι όταν οι τιμές του τείνουν στο -1, υπάρχει ισχυρή, παράλληλη, αλλά αντίθετης κατεύθυνσης κίνηση. Τέλος, οι τιμές του συντελεστή συσχέτισης ρ πλησίον του μηδενός, δείχνουν ότι οι δύο μεταβλητές είναι ανεξάρτητες.

Όσον αφορά την ανάλυση χαρτοφυλακίου, αυτό σημαίνει ότι εάν $\rho = +1$, η τυπική απόκλιση του ενός χαρτοφυλακίου λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της και ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου ισούται με την τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των διακυμάνσεων των επιμέρους περιουσιακών στοιχείων, ενώ

στην περίπτωση αυτή δεν έχουμε τα οφέλη της διαφοροποίησης. Αντιθέτως, εάν $\rho = -1$, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου εκμηδενίζεται, δεδομένου ότι υπάρχει τέλεια αρνητική συσχέτιση μεταξύ αποδόσεων.

Εάν η τιμή του συντελεστή συσχέτισης $\rho = 0$, τότε η διακύμανση του χαρτοφυλακίου μειώνεται δραστικά και η διαφοροποίηση μειώνει τον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου δραστικά και ως εκ τούτου ενδείκνυται.

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι συντελεστές συσχέτισης των περιουσιακών στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν στην ανάλυση. Από τα αποτελέσματα αυτά, παρατηρούμε ότι μεταξύ ορισμένων περιουσιακών στοιχείων, όπως ο δείκτης S&P 500 Composite και του δείκτη ευρωπαϊκών ομολόγων και της ισοτιμίας €/€ υπάρχει αρνητική συσχέτιση. Αντίστοιχα, η ισοτιμία €/€ έχει αρνητική συσχέτιση με τους δείκτες των ΗΠΑ.

Χαρακτηριστικό είναι ότι ο δείκτης ευρωπαϊκών ομολόγων IBOXX 5-10 EU Bonds έχει αρνητική σχέση με το σύνολο των χρηματιστηριακών δεικτών και την ισοτιμία €/€ σε ένα εύρος της τάξης του -0,18 έως -0,35 για το σύνολο της περιόδου. Το γεγονός αυτό ισοδυναμεί με την προσδοκία η εισαγωγή του συγκεκριμένου περιουσιακού στοιχείου σε ένα χαρτοφυλάκιο να συμβάλλει στη μείωση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

Στην πρόσθετη στήλη παρουσιάζονται οι μέσοι όροι των συντελεστών συσχέτισης των τεσσάρων περιουσιακών στοιχείων⁶ με τα άλλα τρία βασικά περιουσιακά στοιχεία⁷ που επελέγησαν.

⁶ Το δείκτη DAX-30 Performance, το δείκτη DJ EUROSTOXX 50, το δείκτη RUSSELL MIDCAP VALUE και το δείκτη RUSSELL MIDCAP GROWTH.

⁷ Το δείκτη S&P 500 Composite, το δείκτη ομολόγων IBOXX 5-10 EU Bonds, και την ισοτιμία €/€.

Πίνακας 11: Συντελεστές Συσχέτισης μεταξύ των εξεταζόμενων περιουσιακών στοιχείων

	S&P 500	IBOXX 5-10 EU Bonds	EUR/USD	DAX 30	DJ EURO STOXX 50	RUSSELL MIDCAP VALUE	RUSSELL MIDCAP GROWTH	
S&P 500	1.000							
IBOXX 5-10 EU Bonds	-0.168	1.000						
EUR/USD	-0.248	-0.318	1.000					Average correlation
DAX 30 PERFORMANCE	0.703	-0.358	0.258	1.000				0.201
DJ EUROSTOXX 50	0.660	-0.371	0.344	0.935	1.000			0.211
RUSSELL MIDCAP VALUE (EOD) - PRICE INDEX	0.946	-0.179	-0.155	0.719	0.676	1.000		0.204
RUSSELL MIDCAP GROWTH (EOD) - PRICE INDEX	0.923	-0.251	-0.144	0.737	0.668	0.936	1.000	0.176

	S&P 500	IBOXX 5-10 EU Bonds	EUR/USD
S&P 500	1.000		
IBOXX 5-10 EU Bonds	-0.168	1.000	
EUR/USD	-0.248	-0.318	1.000

Για την εκτίμηση της VAR και της διαφοροποίησης στα χαρτοφυλάκια χρησιμοποιήθηκαν οι μηνιαίες αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων και οι συντελεστές συσχέτισης των περιουσιακών στοιχείων ανωτέρω. Εν συνεχεία υπολογίστηκαν οι μέσες αποδόσεις, οι τυπικές αποκλίσεις και ο πίνακας των συντελεστών συσχέτισης όπως ανωτέρω, για τη μελέτη της διαφοροποίησης. Με βάση αυτά τα μεγέθη υπολογίστηκαν οι μηνιαίες αποδόσεις του χαρτοφυλακίου, η τυπική απόκλιση και η VAR.

Τέλος, υπολογίστηκε η σχετική VaR του χαρτοφυλακίου και των επιμέρους επενδύσεων που το απαρτίζουν. Ειδικά η σχετική VaR του χαρτοφυλακίου μπορεί να υπολογιστεί και με ένα δεύτερο τρόπο, μέσω των σχετικών VaR των επιμέρους επενδύσεων, ενώ η απόλυτη VaR του χαρτοφυλακίου δεν μπορεί να υπολογιστεί με αυτή την προσέγγιση.

Το όφελος της διαφοροποίησης μπορεί να προκύψει και από τις σχετικές VaR. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

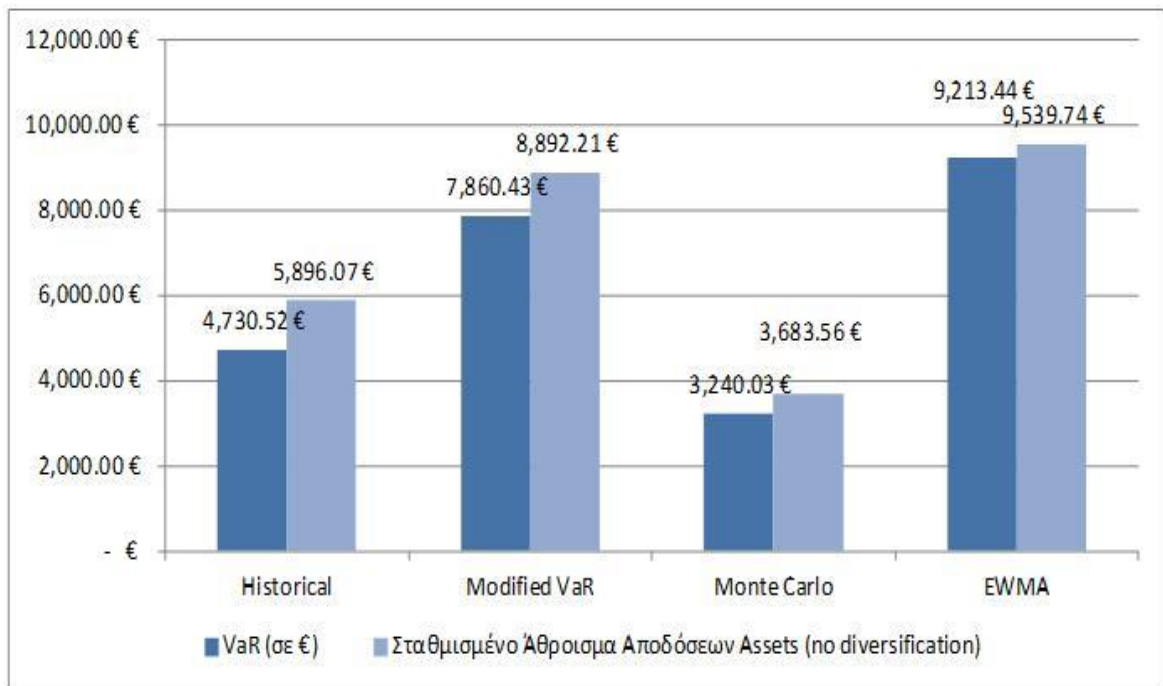
Πίνακας 12: Σύγκριση τεσσάρων Μεθοδολογιών

	Historical VAR	Modified VaR	Monte Carlo	EWMA
Αξία χαρτοφυλακίου (σε €)	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €	100,000.00 €
VaR (σε €)	940.25 €	2,445.35 €	1,684.47 €	4,511.60 €
Cutoff Χαρτοφυλακίου	87,417.82 €	97,554.65 €	98,315.53 €	95,488.40 €
Σταθμισμένο Άθροισμα Αποδόσεων Assets (no diversification)	2,921.64 €	4,927.23 €	3,007.19 €	7,052.58 €
Όφελος διαφοροποίησης σε €	1,981.39 €	2,481.87 €	1,322.72 €	2,540.98 €
Όφελος διαφοροποίησης ως %	1.98%	2.48%	1.32%	2.54%

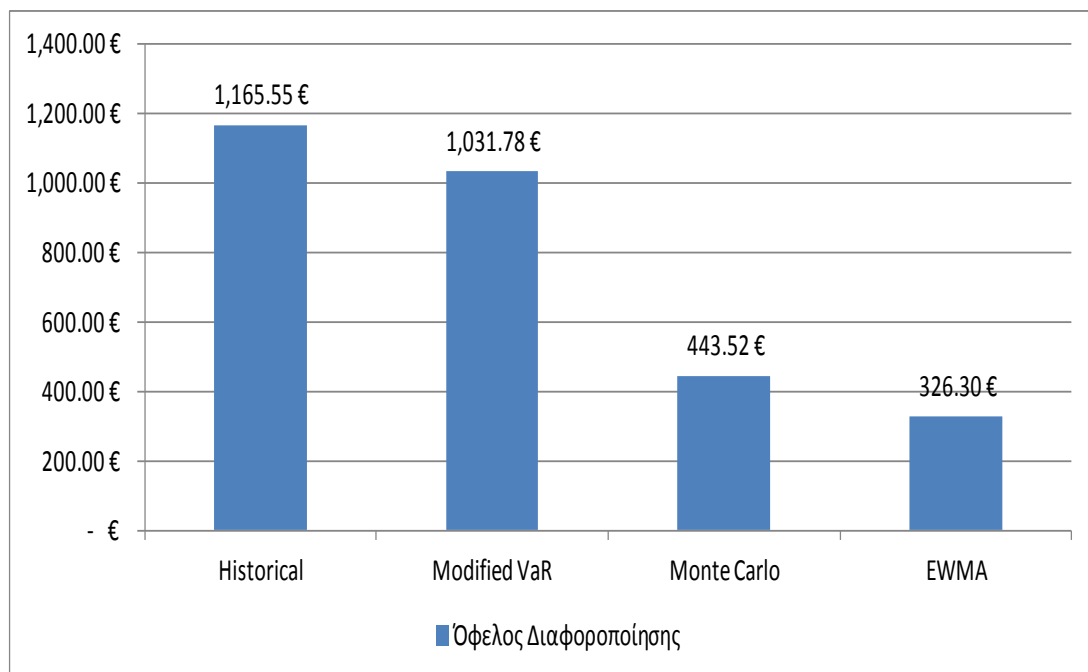
Στα διαγράμματα που ακολουθούν παρουσιάζονται συνοπτικά, για χαρτοφυλάκια που σχεδιάστηκαν τυχαία με βάση το random portfolio generator για τα επτά περιουσιακά στοιχεία οι εκτιμήσεις της VAR και αντίστοιχα το οικονομικό όφελος της διαφοροποίησης για τις τέσσερις μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται.

Αυτό που παρατηρείται είναι ότι η μεθοδολογία Monte Carlo φαίνεται να υποεκτιμά το ύψος της Αξίας-σε-Κίνδυνο (VAR) σε σχέση με τις άλλες μεθοδολογίες. Αντίστοιχα, η υψηλότερη εκτίμηση παράγεται από τη μέθοδο EWMA. Για τα τυχαία χαρτοφυλάκια.

Σχεδιάγραμμα 9: Εκτίμηση της VAR για το τυχαίο χαρτοφυλάκιο των 7 επενδύσεων και της ισοσταθμισμένης VAR



Σχεδιάγραμμα 10: Όφελος Διαφοροποίησης για το τυχαίο χαρτοφυλάκιο των 7 επενδύσεων και του ισοσταθμισμένου



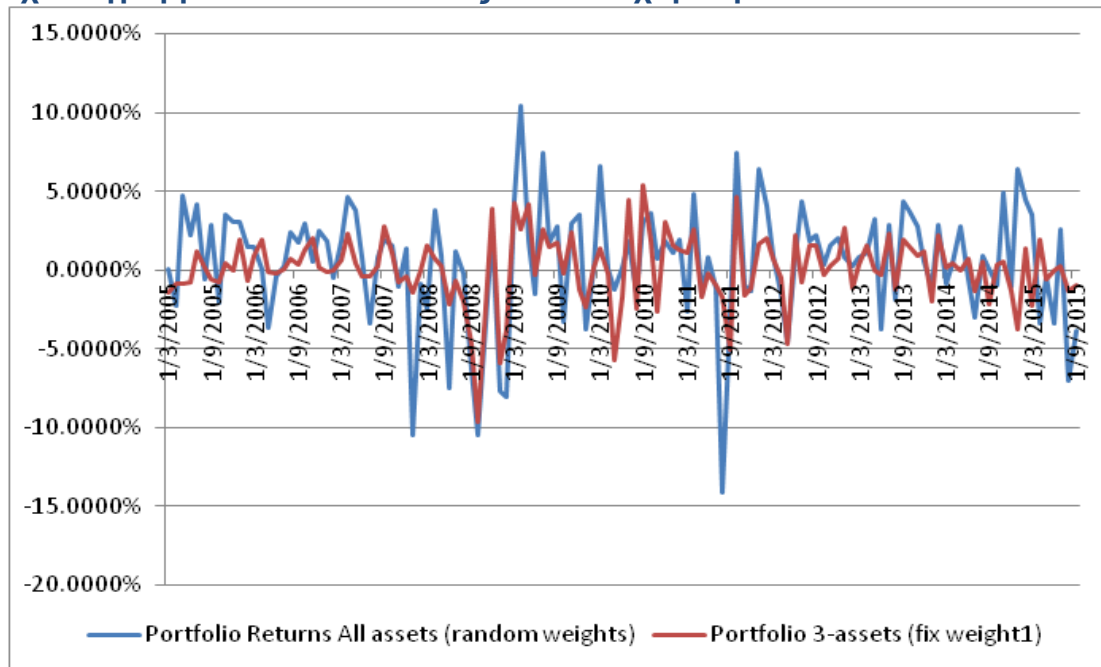
Historical
Modified VaR
Monte Carlo
EWMA

	PORTFOLIOS VAR									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Historical	2132,52	3864,31	2200,22	2438,28	2475,96	2565,82	2668,31	2428,65	2317,81	2471,23
Modified VaR	6024,69	3259,37	2492,56	3064,28	2864,11	2957,47	3350,76	2848,12	2523,37	3465,97
Monte Carlo	7921,80	6304,52	4483,60	5259,183	4899,10	4874,11	5850,38	4922,75	4634,86	5770,77
EWMA	6142,88	8433,68	6124,48	6780,52	6428,89	7346,74	7564,51	6891,17	6763,22	7044,80
D.Effect	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Historical	2969,56	587,70	1094,13	811,25	1317,63	482,59	766,73	671,45	911,14	910,61
Modified VaR	968,71	1053,56	1364,16	1178,72	1071,86	641,61	915,04	1033,43	1188,23	1053,10
Monte Carlo	1282,76	1163,70	1923,09	1191,35	1716,46	1153,87	932,57	1152,17	1441,47	1134,09
EWMA	2076,77	1191,88	2016,49	1942,41	1940,64	1384,83	1704,25	1793,54	1918,42	1893,62

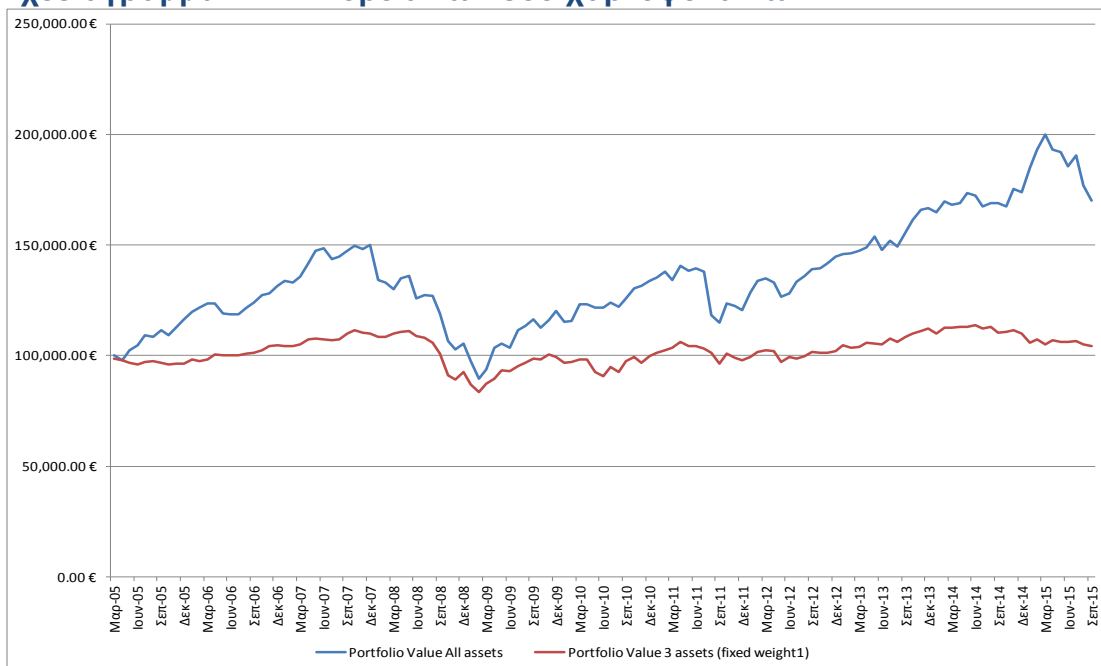
Στον ανωτέρω πίνακα παρουσιάζεται για κάθε μια μέθοδο και για 10 τυχαία χαρτοφυλάκια μια εμπειρική σύγκριση των τεσσάρων μεθόδων, ώστε να εντοπιστεί ποια μέθοδος υποεκτιμά ή υπερεκτιμά την Αξία σε Κίνδυνο (VAR). Στον πίνακα κάθε μέθοδος περιγράφεται από ένα διαφορετικό χρώμα. Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα και στα σορταρίσματα των 10 χαρτοφυλακίων, η μέθοδος EWMA, με συντελεστή $\lambda=0.97$, όπως προέκυψε από την ανάλυση ευαισθησίας και συνιστά και η υπάρχουσα βιβλιογραφία, φαίνεται να δίνει τη μέγιστη τιμή της VAR, ενώ η μικρότερη φαίνεται στις μεθόδους της ιστορικής VAR και της MVAR. Αυτό ενδεχομένως σημαίνει ότι οι επενδυτές για να εκτιμήσουν τη μέγιστη δυνατή απώλεια θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν διαφορετικές σταθμίσεις για τα δεδομένα, ενώ η παραδοσιακή μέθοδος που χρησιμοποιείται ευρέως στην αγορά, μπορεί να είναι παραπληθητική κατά τη διαδικασία επιλογής επενδύσεων.

Το χαρτοφυλάκιο με τις τυχαίες σταθμίσεις φαίνεται να έχει σημαντικά μεγαλύτερη μεταβλητότητα, σε σχέση με το χαρτοφυλάκιο των τριών περιουσιακών στοιχείων. Για το χαρτοφυλάκιο υπολογίστηκαν οι μηνιαίες αποδόσεις, καθώς και για το χαρτοφυλάκιο με τα τρία περιουσιακά στοιχεία, όπου ο δείκτης S&P 500 Composite έχει σταθερή στάθμιση και τα ευρωπαϊκά ομόλογα και η ισοτιμία €/ \$ τυχαίες.

Σχεδιάγραμμα 11: Οι αποδόσεις των δύο χαρτοφυλακίων

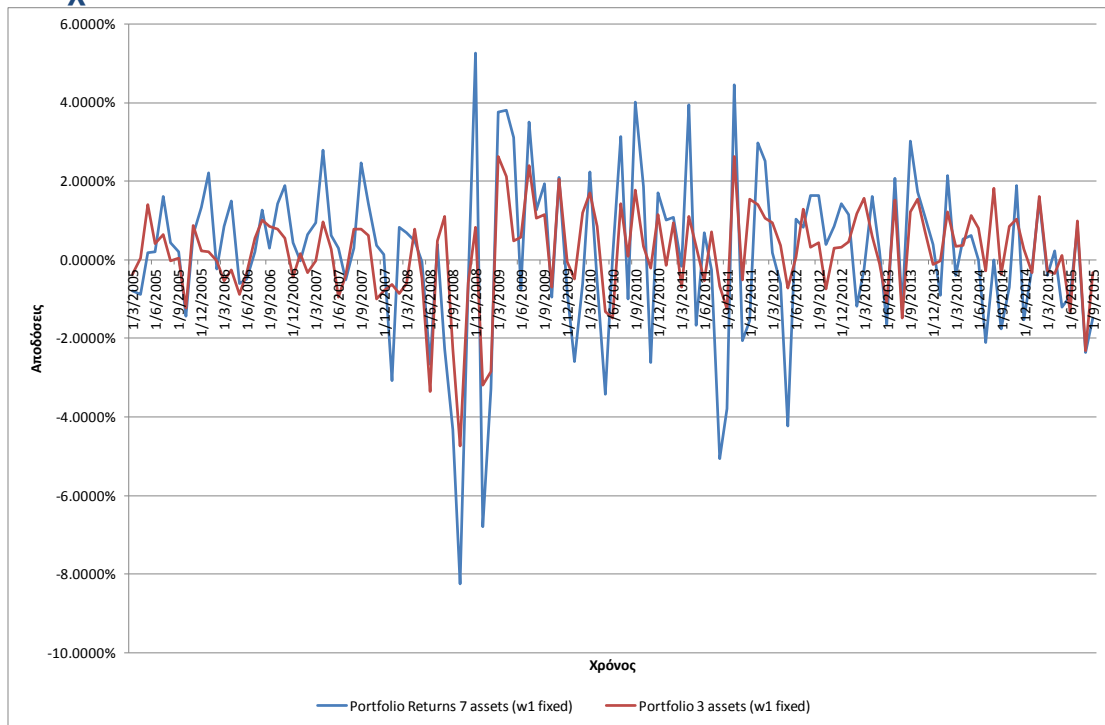


Σχεδιάγραμμα 12: Η πορεία των δύο χαρτοφυλακίων

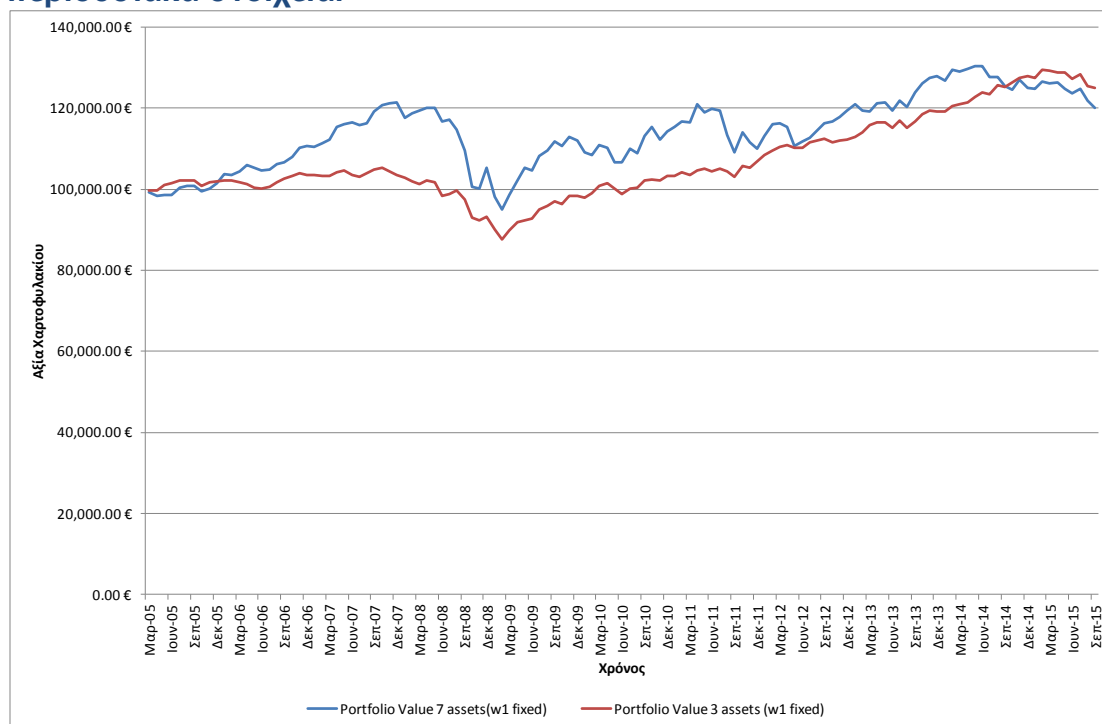


Αντίστοιχα παρουσιάζεται και η εξέλιξη της αξίας των χαρτοφυλακίων και οι μηνιαίες αποδόσεις δύο χαρτοφυλακίων όπου το πρώτο περιλαμβάνει σε σταθερή στάθμιση $w_1=30\%$ το πρώτο περιουσιακό στοιχείο, που είναι ο χρηματιστηριακός δείκτης S&P 500 και σε τυχαίες αναλογίες τα άλλα έξι (6) περιουσιακά στοιχεία και το δεύτερο περιλαμβάνει και πάλι με στάθμιση 30% το δείκτη S&P 500 και σε τυχαίες αναλογίες το δείκτη ευρωπαϊκών ομολόγων και την ισοτιμία €/\\$.

Σχεδιάγραμμα 13: Οι αποδόσεις των δύο χαρτοφυλακίων με σταθερή τη στάθμιση του w_1 που περιλαμβάνουν τα 7 και τα 3 βασικά περιουσιακά στοιχεία.



Σχεδιάγραμμα 14: Η εξέλιξη της αξίας των δύο χαρτοφυλακίων με σταθερή τη στάθμιση του w_1 που περιλαμβάνουν τα 7 και τα 3 βασικά περιουσιακά στοιχεία.



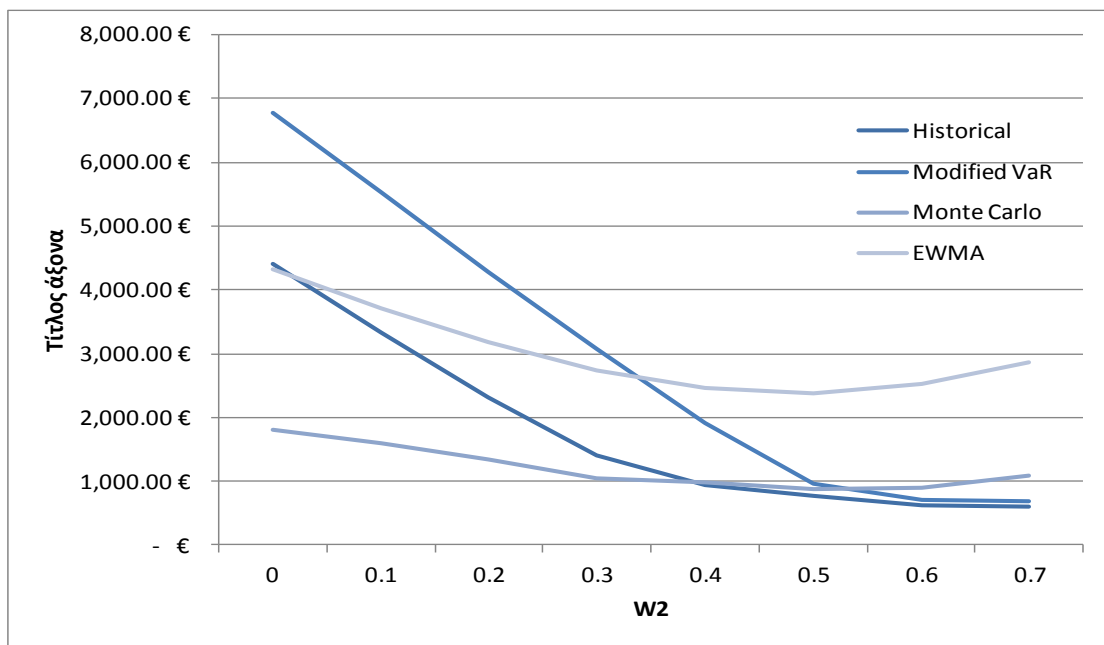
Παράλληλα, στο εργαλείο Excel που δημιουργήθηκε, εξετάστηκε και η σχέση μεταξύ της στάθμισης του δείκτη ευρωπαϊκών ομολόγων και της VAR, για διαφορετικές τιμές του w_2 και για ένα χαρτοφυλάκιο που περιελάμβανε τα 3 βασικά περιουσιακά στοιχεία, με το δείκτη S&P 500 να έχει σταθερή στάθμιση 30%. Σαφώς, λόγω αυτών των περιορισμών το w_2 μπορεί να λάβει από 0 έως 70%, δεδομένου ότι δεν μπορεί να πραγματοποιεί short-selling.

Στα διαγράμματα που ακολουθούν, παρουσιάζονται οι σχέσεις μεταξύ της VAR και της επίδρασης της διαφοροποίησης για εναλλακτικές τιμές του w_2 και επομένως για γνωστές τις τιμές του w_3 που αφορά την ισοτιμία €/\$. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται η στάθμιση των ευρωπαϊκών ομολόγων στο χαρτοφυλάκιο με τα 3 περιουσιακά στοιχεία, η αξία σε κίνδυνο μειώνεται σημαντικά, λόγω και της διαφοροποίησης.

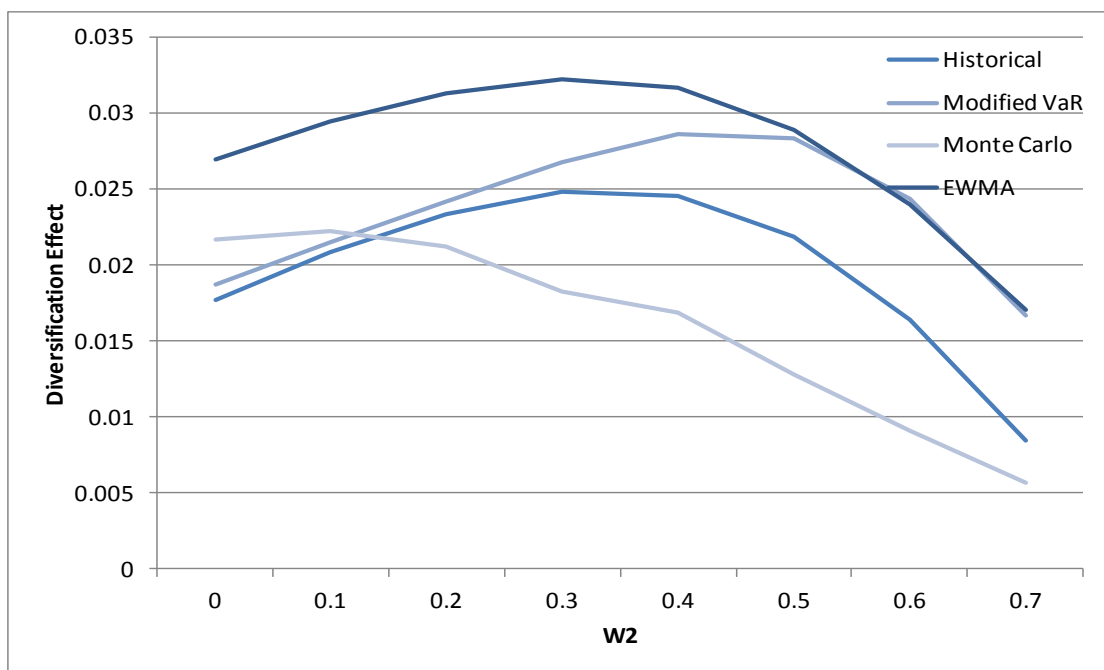
Αντίστοιχα η επίδραση της διαφοροποίησης σε σχέση με το ισοσταθμισμένο χαρτοφυλάκιο δείχνει για μικρές τιμές του w_2 να αυξάνεται για όλες τις μεθόδους, πλην της Monte Carlo και εν συνεχεία να μειώνεται σημαντικά. Οι καμπύλες για τις τρεις μεθοδολογίες στρέφουν τα κοίλα προς τα κάτω, δείχνοντας ότι το όφελος της διαφοροποίησης μειώνεται όσο το

χαρτοφυλάκιο γίνεται από μετοχικό μικρό και εν συνεχεία ομολογιακό, με τη χαμηλότερη αξία σε κίνδυνο των ομολόγων να κυριαρχεί σε όρους αξίας σε κίνδυνο.

Σχεδιάγραμμα 15: Η σχέση του w_2 σε σχέση με την Αξία σε Κίνδυνο, σε ένα χαρτοφυλάκιο των τριών βασικών περιουσιακών στοιχείων



Σχεδιάγραμμα 16: Η σχέση του w_2 και Diversification Effect, σε ένα χαρτοφυλάκιο των τριών βασικών περιουσιακών στοιχείων



Από τα ανωτέρω σχεδιαγράμματα παρατηρούμε τη σχέση της αξίας σε κίνδυνο (VAR) και της επίδρασης της διαφοροποίησης, σε σχέση με τη στάθμιση του δείκτη ευρωπαϊκών ομολόγων. Η αύξηση των ομολόγων σε ένα χαρτοφυλάκιο που εκ κατασκευής έχει σταθερή τοποθέτηση στο δείκτη S&P 500 ($w_1=30\%$) δείχνει ότι η προσθήκη του δείκτη ομολόγων μειώνει σημαντικά τη VAR, καθώς η αναλογία αυξάνεται έως και τη μέγιστη στάθμιση της, δηλαδή το 70%.

Η πλέον έντονη μείωση φαίνεται να παρουσιάζεται με τη μέθοδο Historical VAR και Modified VAR, ενώ η αξία σε κίνδυνο με τη μέθοδο EWMA φαίνεται να είναι σημαντική. Το γεγονός αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα, που απαιτεί και περαιτέρω έλεγχο ότι η μέθοδος της Historical VAR φαίνεται να υποεκτιμά τα αποτελέσματα, ενώ η υψηλότερη στάθμιση των πιο πρόσφατων παρατηρήσεων για την πορεία των ομολόγων, φαίνεται να δίνει πιο αυξημένο επίπεδο δυνητικής απώλειας σε σχέση με τις άλλες μεθόδους. Παράλληλα, ενδέχεται η χρήση της historical VAR να μην είναι η πλέον ενδεδειγμένη για μικτά ή ομολογιακά χαρτοφυλάκια, σε σχέση με ανταγωνιστικές.

Το όφελος της διαφοροποίησης που προκύπτει σε σχέση με την ισοσταθμισμένη αξία σε κίνδυνο, φαίνεται να αυξάνεται και εν συνεχεία να μειώνεται. Αυτό μπορεί να ερμηνευτεί λόγω των διαφοροποιήσεων των συντελεστών συσχέτισης μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων. Δηλαδή, θα περιμέναμε μονοτονικότητα εάν το χαρτοφυλάκιο περιελάμβανε μόνο τα ομόλογα και το δείκτη S&P 500, πλέον το χαρτοφυλάκιο εξαρτάται από τη σχέση που έχει η ισοτιμία €/€ που περιλαμβάνεται επίσης, σε σχέση με τα άλλα δύο περιουσιακά στοιχεία.

5. Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε η διερεύνηση τεσσάρων εναλλακτικών μεθοδολογιών για την εκτίμηση του VAR. Οι μέθοδοι υπολογισμού της VAR διακρίνονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες τις παραμετρικές και τις μη-παραμετρικές. Οι μέθοδοι που αναπτύχθηκαν είναι η παραμετρική, η μέθοδος της τροποποιημένης VAR, η προσομοίωση Monte Carlo και η μεθοδολογία EWMA.

Στον υπολογισμό της VAR για τα χαρτοφυλάκια, η επίδραση της διαφοροποίησης είναι πολύ σημαντική, με το όφελος της διαφοροποίησης να είναι σημαντική. Παράλληλα, τα αποτελέσματα μπορούν να βοηθήσουν σημαντικά επενδυτές που θα χρησιμοποιούσουν αυτό το εργαλείο για την εκτίμηση της VAR με τα εναλλακτικά μέτρα και τον υπολογισμό του οφέλους της διαφοροποίησης με τη χρήση ή αγορά ή πώληση διαφόρων περιουσιακών στοιχείων.

Επιπροσθέτως, με το συγκεκριμένο εργαλείο, μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε την μέγιστη αναμενόμενη απώλεια των περιουσιακών στοιχείων και να υπολογιστούν metrics και analytics για επενδυτικά χαρτοφυλάκια που περιλαμβάνουν διαφορετικά περιουσιακά στοιχεία, όπως μετοχικούς δείκτες και ΟΣΕΚΑ, δείκτες ομολόγων και τοποθετήσεις σε ξένο νόμισμα. Παράλληλα, το εργαλείο αυτό μπορεί να αυτοματοποιήσει σημαντικά τους πολύπλοκους υπολογισμούς της VAR που απαιτούνται για διαφορετικές κατανομές.

Το βασικό συμπέρασμα της εργασίας είναι ότι τα μέτρα VAR παραμένουν ευμετάβλητα ακόμα και σε μεγάλες περιόδους, με τη χρήση μηνιαίων δεδομένων αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων. Το γεγονός αυτό αποτελεί ένα σημαντικό μειονέκτημα για το μέτρο κινδύνου.

Η τεχνική της παραμετρικής VAR με την υπόθεση ότι οι αποδόσεις ακολουθούν κανονική κατανομή, φαίνεται ως αξιόπιστη μέθοδος, εντούτοις, η αξία σε κίνδυνο, δεν μπορεί να θεωρηθεί αξιόπιστη, δεδομένου ότι οι αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων δεν ακολουθούν κανονική κατανομή. Η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται και υποθέτει μεταβαλλόμενη διακύμανση των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων, όπως αποτελεί η εκτίμηση του VaR όπως στην εκτίμηση με τη μέθοδο EWMA, παρουσιάζει αποτελέσματα με μεγαλύτερες δυνητικές απώλειες.

Αντίθετα, η μέθοδος Monte Carlo φαίνεται να υποεκτιμά τα αποτελέσματα σε σχέση με τις άλλες μεθόδους. Τα αποτελέσματα της VAR είναι σημαντικά μικρότερα σε σχέση με τις εναλλακτικές μεθόδους. Αυτό ενδεχομένως και να είναι αναμενόμενο, δεδομένου ότι η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo φαίνεται να είναι πιο αξιόπιστη σε χαρτοφυλάκια που περιλαμβάνουν παράγωγα χρηματοοικονομικά μέσα. Ακόμα και με την αύξηση των ομολόγων στο χαρτοφυλάκιο, η μέθοδος EWMA τείνει να υπερεκτιμά τη VAR, ενώ όλες οι άλλες μέθοδοι συγκλίνουν στην ίδια VAR με μικρές αποκλίσεις.

Η αύξηση των σταθμίσεων των ομολογιακών δεικτών αναφοράς, τείνει στην μείωση της VAR, εντούτοις, η σχέση δεν είναι μονότονη και εξαρτάται από τη VAR και των άλλων περιουσιακών στοιχείων. Τέλος, από την ανάλυση φαίνεται να υπάρχει σημείο βελτιστοποίησης για diversification effect.

Στο πλαίσιο περαιτέρω μελλοντικής ανάλυσης, μπορούν να εξεταστούν και να εκτιμηθούν πρόσθετες μέθοδοι εκτίμησης της VAR, όπως με τη μέθοδο GARCH και τις προσεγγίσεις της Extreme Value Theory. Επιπλέον, το εργαλείο, μπορεί να εμπλουτιστεί με την ανάλυση περισσοτέρων περιουσιακών στοιχείων που θα μπορέσει να επιτευχθεί με τη σύνδεσή του με κάποια επίσημη πηγή άντλησης ιστορικών δεδομένων, για τιμές περιουσιακών στοιχείων. Αντίστοιχα, το αντικείμενο της ανάλυσης κινδύνων απώλειας μπορεί να εμπλουτιστεί με άλλα μέτρα και να κατασκευαστεί ένα ολοκληρωμένο δυναμικό real-time dashboard για την ενημέρωση στελεχών πιστωτικών ιδρυμάτων.

Επιπροσθέτως, θα μπορούσαν να εξεταστούν σε χρονικά διαστήματα και να ελεγχθεί η ικανότητα προσαρμογής και η μείωση των αποκλίσεων και να ελεγχθεί η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων για διάφορες καταστάσεις.

Βιβλιογραφία

- 1) Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., and Heath, D. (1998). Coherent measures of risk. *Math. Fin.* 6: 203–228.
- 2) Bessis, J. (2015). Risk management in banking. John Wiley & Sons.
- 3) Best, P. (2000). Implementing value at risk. John Wiley & Sons.
- 4) Bohdalová, M. (2007). A comparison of Value-at-Risk methods for measurement of the financial risk. Faculty of Management, Comenius University, E-learning working paper
- 5) Brooks, C., Clare, A. D., Dalle Molle, J. W., & Persaud, G. (2005). A comparison of extreme value theory approaches for determining value at risk. *Journal of Empirical Finance*, 12(2), 339-352.
- 6) Cheung, Y. H., & Powell, R. J. (2012). Anybody can do value at risk: a nonparametric teaching study. *Australasian Accounting, Business and Finance Journal*, 6(1), 111-123.
- 7) Christoffersen, P., Hahn, J., & Inoue, A. (2001). Testing and comparing value-at-risk measures. *Journal of empirical finance*, 8(3), 325-342.
- 8) Cornish, E. A. and Fisher, R. (1938). Moments and cumulants in the specification of distribution. *Review of the International Statistical Institute*, 5(4):307– 320.
- 9) Cutler, D. M., Poterba, J. M., & Summers, L. H. (1989). What moves stock prices?. *The Journal of Portfolio Management*, 15(3), 4-12
- 10) Dempster, M. A. H. (Ed.). (2002). Risk management: value at risk and beyond. Cambridge University Press.
- 11) Duffie, D., & Pan, J. (1997). An overview of value at risk. *The Journal of derivatives*, 4(3), 7-49.
- 12) Embrechts, P., Klüppelberg, C., & Mikosch, T. (1997). Modelling extremal events (Vol. 33). Springer Science & Business Media.
- 13) Favre, L. and Galeano, J.-A. (2002). Mean-modified value-at-risk optimization with hedge funds. *Journal of Alternative Investments*, 5(2):21–25.
- 14) Embrechts, P., Resnick, S. I., & Samorodnitsky, G. (1999). Extreme value theory as a risk management tool. *North American Actuarial Journal*, 3(2), 30-41.

- 15) Föllmer, H., & Schied, A. (2002). Convex measures of risk and trading constraints. *Finance and stochastics*, 6(4), 429-447.
- 16) Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The journal of finance*, 48(5), 1779-1801.
- 17) Gnedenko, B. (1943). Sur la distribution limite du terme maximum d'une serie aleatoire. *Annals of mathematics*, 423-453.
- 18) Hendricks, D. (1996). Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data (Digest Summary). *Economic Policy Review Federal Reserve Bank of New York*, 2(1), 39-67.
- 19) Holton, C., & Glyn, A. *Value-at-Risk: Theory and Practice*. 2nd.
- 20) Holton, G. A. (2002). *History of Value-at-Risk*.
- 21) Holton, Glyn A. (2014). *Value-at-Risk: Theory and Practice*, second edition, e-book at <http://value-at-risk.net>.
- 22) Hull, J. C. (2009). *Options, Futures, and Other Derivatives-7/E*.
- 23) Iglesias, E. M. (2015). Value at Risk and expected shortfall of firms in the main European Union stock market indexes: A detailed analysis by economic sectors and geographical situation. *Economic Modelling*, 50, 1-8.
- 24) Iglesias, E. M., & Lagoa Varela, M. D. (2012). Extreme movements of the main stocks traded in the Eurozone: an analysis by sectors in the 2000's decade. *Applied Financial Economics*, 22(24), 2085-2100.
- 25) Iglesias, E. M., & Linton, O. (2009). Estimation of tail thickness parameters from GJR-GARCH models.
- 26) Jorion, P. (2007). *Value at risk: the new benchmark for managing financial risk (Vol. 3)*. New York: McGraw-Hill.
- 27) Kaplanski, G., & Levy, H. (2015). Value-at-risk capital requirement regulation, risk taking and asset allocation: a mean–variance analysis. *The European Journal of Finance*, 21(3), 215-241.
- 28) Krämer, W., & Wied, D. (2015). A simple and focused backtest of value at risk. *Economics Letters*, 137, 29-31.
- 29) Lamantia, F., Ortobelli, S., and Rachev, S. (2006a). An empirical comparison among VAR models and time rules with elliptical and stable distributed returns. *Investment Management and Financial Innovations* 3: 8–29.

- 30) Lamantia, F., Ortobelli, S., and Rachev, S. (2006b). VAR, CVAR and time rules with elliptical and asymmetric stable distributed returns. *Investment Management and Financial Innovations* 4: 19–39.
- 31) Linsmeier, T. J., & Pearson, N. D. (2000). Value at risk. *Financial Analysts Journal*, 56(2), 47-67.
- 32) Litterman, R. (1996). Hot spots™ and hedges. *The Journal of Portfolio Management*, 23(5), 52-75.
- 33) McNeil, A.J. (1999). Extreme value theory for risk managers. Departement Mathematik ETH Zentrum.
- 34) Morgan, J.P. (1996). RiskMetrics. Technical report, JP Morgan/Reuters. New York.
- 35) Morgan, J. P. (1998). Annual Report
- 36) Neftci, S. N. (2000). Value at risk calculations, extreme events, and tail estimation. *The Journal of Derivatives*, 7(3), 23-37.
- 37) Pritsker, M. (1997). Evaluating value at risk methodologies: accuracy versus computational time. *Journal of Financial Services Research*, 12(2-3), 201-242.
- 38) Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of banking & finance*, 26(7), 1443-1471.
- 39) S.R. Jaschke (2002), “The Cornish-Fisher-Expansion in the Context of Delta-Gamma-Normal Approximations” *The Journal of Risk*, 4 (4), 33 – 52
- 40) Smitson και Minton, *Risk* (November 1997), chapter 3: “How to Calculate Value-at-Risk”, “An Introduction to Value-at-Risk” -Moorad Choudhry.
- 41) Terpezan-Tabara, O. A., The Importance of Value at Risk Method in the Management of Banking Risk, 4th International Conference of ASECU: “Development Cooperation and Competitiveness”, Bucharest, Romania, 22-24 May 2008
- 42) Tsay, A. A. (2002). Risk sensitivity in distribution channel partnerships: implications for manufacturer return policies. *Journal of Retailing*, 78(2), 147-160.
- 43) Van den Goorbergh, R. W., & Vlaar, P. J. (1999). Value-at-Risk analysis of stock returns historical simulation, Variance techniques or tail index estimation?. De Nederlandsche Bank NV.

44) <http://www.quantatrisk.com/2015/01/18/applied-portfolio-value-at-risk-decomposition-1-marginal-and-component-var/>

45) https://www.blackwellpublishing.com/content/BPL_Images/Content_store/Sample_chapter/0631227091/Allen_C01.pdf