ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Τμήμα Πληροφορικής

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΗ ΠΑΙΓΝΙΩΝ»

«ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ ΑΝΑΓΝΩΣΤΟΥ»

«ΜΠΣΠ 13007»

Πανεπιστήμιο Πειραιώς – Τμήμα Πληροφορικής

Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

«Προηγμένα Συστήματα Πληροφορική»

Μεταπτυχιακή Εργασία

Τίτλος Διατριβής	***ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΗ ΠΑΙΓΝΙΩΝ***
Ονοματεπώνυμο Φοιτητή	ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ ΑΝΑΓΝΩΣΤΟΥ
Πατρώνυμο	ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ
Αριθμός Μητρώου	ΜΠΣΠ 13007
Επιβλέπων	κ. ΤΣΙΧΡΙΝΤΖΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Ημερομηνία Παράδοσης **ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2016**

Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή

(υπογραφή)	(υπογραφή)	(υπογραφή)
Κ. **ΒΙΡΒΟΥ ΜΑΡΙΑ**	κ. **ΤΣΙΧΡΙΝΤΖΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ**	**ΑΛΕΠΗΣ ΕΥΘΥΜΙΟΣ**
Καθηγήτρια	Καθηγητής	Επίκουρος Καθηγητής

Επιτελική Σύνοψη

Στην εργασία θα ασχοληθούμε με τα παίγνια συγκεκριμένα με την διαπραγμάτευση παιγνίων. Θα αναφερθούμε στην θεωρία παιγνίων και στο τι είναι παίγνιο.

Επίσης θα ασχοληθούμε με την θεωρία παιγνίων κατά το John Nash και την αξιωματική του θεωρία για την διαπραγμάτευση. Υπάρχει μια μικρή αναφορά στο στρατηγικό παίγνιο. Στο τέλος αναφερόμαστε στην επιστημονική συμβολή του John Nash

Abstract

In this project we will occupy with games. In specifically we will mention to game negotiation, game theory and what it is game.

Also we will write about game theory by John Nash and Axiomatic Theory of negotiation. In addition it contains a reference to strategic game. Finally we mention to John Nash offer to the science community.

Ευχαριστίες

Ένα κεφάλαιο της ζωής μου τελειώνει εδώ, με την ολοκλήρωση της πτυχιακής μου εργασίας, η οποία υλοποιήθηκε στο Πανεπιστήμιο Πειραιά. Θα ήθελα να ευχαριστήσω όσους συνέβαλαν στην προσπάθεια μου για την ολοκλήρωση του μεταπτυχιακού μου και της μεταπτυχιακής εργασίας.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κ. Ευάγγελο Φούντα για τις γνώσεις που μου πρόσφερε στο μεταπτυχιακό, και με αφορμή το μάθημα του έγινε και η επιλογή του θέματος.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές μου στο μεταπτυχιακό και ιδιαιτέρα την πρόεδρο του μεταπτυχιακού προγράμματος κ. Βίρβου Μαρία (και καθηγήτρια στο προπτυχιακό μου) και τον κ. Τσιχριντζή Γεώργιο που ήταν πάντα «ανοιχτό» το γραφείο τους σε ότι χρειαστούμε για την ολοκλήρωση του προγράμματος και τον κ. Αλέπη Εύθυμη.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον σύζυγο μου και συμφοιτητή μου Αναστάσιο Τσαλαβούτα που με την βοήθεια του καταφέραμε να ολοκληρώσουμε το μεταπτυχιακό μας πρόγραμμα, που μάλιστα κατά την διάρκεια των σπουδών μας αποκτήσαμε και την πρώτη μας κορούλα.

Τέλος θα ήθελα να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς μου Αναγνώστου Στυλιανό και Αναγνώστου Αικατερίνη και την αδελφή μου Αναγνώστου Ευαγγελία, που με βοήθησαν να ολοκληρώσω με επιτυχία και το προπτυχιακό μου, στο Ελληνικό Ανοιχτό Πανεπιστήμιο, που χωρίς την βοήθεια τους δεν θα είχα φτάσει εδώ σήμερα.

Ιανουάριος 2016

Αναγνώστου Κωνσταντίνα

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Θεωρία παιγνίων

Η θεωρία παιγνίων (game theory) ξεκίνησε σαν κλάδος των οικονομικών με το βιβλίο των Τζον φον Νόιμαν (John von Neumann) και Όσκαρ Μόργκενστερν (Oskar Morgenstern) Theory of Games and Economic Behaviour (Θεωρία Παιγνίων και Οικονομική Συμπεριφορά) πάνω σε παιχνίδια μηδενικού αθροίσματος (zero-sum games). Το κύριο αντικείμενό της είναι η ανάλυση των αποφάσεων σε καταστάσεις (παιχνίδια) στρατηγικής αλληλεξάρτησης (strategic interdependence).

1.2 Τι είναι τα παίγνια

Τα παίγνια είναι μία μέθοδος ανάλυσης προβλημάτων που έχουν σχέση με τον τρόπο λήψης αποφάσεων σε καταστάσεις σύγκρουσης και συνεργασίας. Παίκτης μπορεί να είναι ένα πρόσωπο, μία οργάνωση, ένα κράτος ή ένας συνασπισμός. Ως αντικείμενο έρευνας μπορούν να θεωρηθούν διάφορα προβλήματα πολιτικής, ψυχολογικής, κοινωνικής, οικονομικής μορφής.

Για τη λύση των προβλημάτων αυτών θεωρείται προηγουμένως απαραίτητη η ανάλυση καταστάσεων, όπου δύο ή περισσότεροι δρώντες (παίκτες) βρίσκονται αντιμέτωποι και ακολουθούν συνεργατικές στρατηγικές. Κάθε παίκτης προσπαθεί να χρησιμοποιήσει όλα τα μέσα που διαθέτει, για να εμποδίσει τον αντίπαλό του να αποκτήσει πλεονεκτήματα που θα περιορίσουν τα κέρδη του. Επομένως, οι ενέργειές του εξαρτώνται άμεσα από τη θέση (στρατηγική) που θα επιλέξει ο αντίπαλος.

1.3 Χαρακτηρισμός ενός παιγνίου

Υποθέτουμε αρχικά ότι υπάρχει μία κατάσταση, όπου ορισμένοι δρώντες (παίκτες) παίρνουν αποφάσεις, οι οποίες οδηγούν σε ορισμένα αποτελέσματα (consequence). Οι δρώντες αυτοί μπορεί να είναι δύο ή και περισσότεροι. Στην πρώτη περίπτωση εμφανίζονται τα "δύο προσώπων παίγνια" (two-person-games), και στη δεύτερη περίπτωση τα "παίγνια ν-προσώπων" (n-person-games). Αυτοί που συμμετέχουν σε ένα παίγνιο περισσότερων προσώπων μπορούν να σχηματίσουν κατά τη διάρκεια του παιγνίου μία "συμμαχία" διαρκείας ή περιορισμένου χρόνου, οπότε μεταφερόμαστε πάλι στα "παίγνια δύο προσώπων". Φυσικά ένα παίγνιο διαφέρει από μία πραγματική κατάσταση απλού ανταγωνισμού ή σύγκρουσης στο ότι η πραγμάτωσή του γίνεται ακριβώς κάτω από ορισμένες συνθήκες και σύμφωνα με ορισμένους κανόνες. Όλα τα παίγνια περιέχουν το χαρακτηριστικό του ανταγωνισμού μεταξύ των παικτών τους και το αποτέλεσμα του οδηγεί σε "κέρδη" ή "απώλειες".

Στους περαιτέρω θεμελιωτές ανήκουν:

- ο Τζων Φορμπς Νας (John Forbes Nash) (η ζωή του έγινε θέμα της ταινίας "ένας υπέροχος άνθρωπος"), ο οποίος γενίκευσε το πρόβλημα σε παιχνίδια μη μηδενικού αθροίσματος και πρόσφερε σαν λύση την ισορροπία Νας (Nash Equilibrium)

- ο Ράινχαντ Ζέλτεν (Reinhard Selten) άνοιξε το δρόμο για ικανοποιητική λύση του προβλήματος σε δυναμικά παιχνίδια με την έννοια της ισορροπίας στα υποπαιχνίδια (Subgame Perfect Nash Equilibrium) και της ισορροπίας τρεμάμενου χεριού (trembling hand perfect equilibrium)
- ο Τζων Χαρσάνυι (John Harsanyi) ασχολήθηκε με παιχνίδια υπό μερική πληροφόρηση (Incomplete Information).

Για τις εργασίες τους τιμήθηκαν οι τρεις τελευταίοι το 1994 με το βραβείο της Σουηδικής Ακαδημίας Επιστημών στην μνήμη του Άλφρεντ Νομπέλ (Alfred Bernhard Nobel). Είναι σίγουρο βέβαια ότι αν ο Τζων φον Νόιμαν ζούσε θα μοιραζόταν και αυτός το βραβείο.

Τα τελευταία 30 χρόνια, η θεωρία παιγνίων έχει βρει ευρύτατη εφαρμογή στα οικονομικά, όπου ολόκληροι κλάδοι στηρίζονται στις μεθόδους της, όπως π.χ. η βιομηχανική οργάνωση (industrial organisation), ο σχεδιασμός μηχανισμών (mechanism design) με σπουδαιότερο υποκλάδο τον σχεδιασμό δημοπρασιών (auctions) κ.α.

Επίσης, η θεωρία παιγνίων χρησιμοποιείται και στην Πολιτική Οικονομία και ειδικά στη θεωρία της συλλογικής δράσης (Collective action), όπου εξηγεί ενδεχόμενα συνεργασίας μεταξύ των παικτών. Στη συγκεκριμένη εκδοχή, μιλάμε για παίγνια συνεργασίας (Cooperative Game Theory). Αυτό βρίσκεται σε άμεση συσχέτιση με τον ρόλο του κράτους και των θεσμών σε θέματα συνεργασίας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η παροχή δημόσιων αγαθών και η φορολογία.

Επιπρόσθετα χρησιμοποιείται όμως ευρέως και σε άλλες επιστήμες, όπως εξελικτική βιολογία, ψυχολογία, κοινωνιολογία κλπ.

Ένα γνωστό παράδειγμα στη θεωρία των παιγνίων είναι το δίλημμα του φυλακισμένου.

Μια στρατηγική επίλυσης του παιχνιδιού *«το δίλημμα του φυλακισμένου»* είναι η tit for tat. Η tit for tat παρουσιάστηκε από τον Anatol Raport στο τουρνουά που διεξήχθη από τον Robet axelod πολιτικό επιστήμονα στο Πανεπιστήμιο του Michigan στα τέλη της δεκαετίας του 1970. Η στρατηγική αναφέρει ότι η πρώτη κίνηση που κάνει ο παίκτης είναι πάντα η συνεργασία, ενώ στα επόμενα βήματα επιλέγει την στρατηγική του αντιπάλου του στον προηγούμενο γύρο. Η στρατηγική tit for tat χρησιμοποιείται στις εφαρμογές Peer-to-peer file sharing.

Το 2005 οι θεωρητικοί παιγνίων Τόμας Σέλλινγκ (Thomas Schelling) και Ρόμπερτ Άουμαν (Robert Aumann) κέρδισαν το Βραβείο Νομπέλ για τις Οικονομικές Επιστήμες.

Ο Al Tucker επινόησε το Δίλημμα του Κρατουμένου (ή φυλακισμένου) ως ένα παράδειγμα της θεωρίας παιγνίων, των ισορροπιών Nash και των παραδόξων που προκύπτουν σε εκείνους που συμμετέχουν σε μη κοινωνικά αποδεκτές.

Ο Tucker άρχισε το παράδειγμα του με μια μικρή ιστορία η οποία προγράφεται κάπως έτσι: δύο ληστές, ο Bob και ο Al, συλλαμβάνονται κοντά στο χώρο όπου έγινε μια ληστεία και οδηγούνται στην ανακριτική υπηρεσία ο καθένας χωριστά. Εκεί ο καθένας μπορεί να επιλέξει να μην ομολογήσει ή να ομολογήσει και να εμπλέξει τον άλλο. Εάν κανένας του δεν ομολογήσει ή να ομολογήσει και να εμπλέξει τον άλλο. Εάν κανένας τους δεν ομολογήσει, τότε και οι δύο τους θα φυλακιστούν για ένα χρόνο με την κατηγορία της παράνομης οπλοκατοχής. Εάν ο καθένας ξεχωριστά ομολογήσει και εμπλέξει τον άλλο, τότε και οι δύο φυλακίζονται για δέκα χρόνια. Όμως, εάν ο ένας ληστής ομολογήσει και εμπλέξει τον άλλο, και ο άλλος δεν ομολογήσει, τότε αυτός που συνεργάστηκε με την αστυνομία θα αφεθεί ελεύθερος, ενώ ο άλλος ληστής θα πάει φυλακή για 20 χρόνια με τις μέγιστες κατηγορίες.

- οι στρατηγικές σε αυτή την περίπτωση είναι: ομολογώ ή δεν ομολογώ.
- Οι αποδόσεις (οι ποινές, στην προκειμένη περίπτωση) είναι τα χρόνια φυλάκισης.
- Οι παίκτες είναι ο Bob και ο Al.

Μπορούμε να εκφράσουμε όλα τα παραπάνω σε ένα πίνακα αποδόσεων που είναι πολύ συνηθισμένος στη θεωρία παιγνίων.

Ο πίνακας διαβάζεται ως εξής: κάθε κρατούμενος επιλέγει μια από τις δύο στρατηγικές. Πρακτικά, ο Al επιλέγει στήλες ενώ ο Bob επιλέγει γραμμές. Οι δύο αριθμοί σε κάθε κελί του πίνακα μας δίνουν το αποτέλεσμα για τους δύο κρατούμενους όταν επιλέγεται κάποιο από τα τέσσερα ζεύγη στρατηγικών. Ο πρώτος αριθμός, μας δίνει την απόδοση του παίκτη που επιλέγει γραμμές (του Bob) ενώ ο δεύτερος αριθμός μας δίνει τις αποδύσεις του παίκτη που επιλέγει στήλες (του All).

		A1	
		Ομολογεί	Δεν ομολογεί
Bob	Ομολογεί	10, 10	0, 20
	Δεν ομολογεί	20, 0	1, 1

Πίνακας 1

Οπότε (διαβιβάζοντας την πρώτη στήλη), εάν και οι δύο ομολογήσουν, ο καθένας φυλακίζεται για 10 χρόνια [κελί με τους αριθμούς [10,10]], άλλα εάν ο Al ομολογήσει και ο Bod δεν ομολογήσει τότε ο Bob φυλακίζεται για 20 χρόνια, ενώ ο Al αφήνεται ελεύθερος [κελί με τους αριθμούς [20,0]].

Μα πως λύνεται αυτό το παίγνιο; Ποιες στρατηγικές είναι ορθολογικές ώστε και οι δύο παίκτες να ελαχιστοποιήσουν το χρόνο παραμονής στη φυλακή; Ο Al μπορεί να σκεφτεί ως έξης:

«Δυο πράγματα μπορεί να συμβούν: ο Bod είτε θα ομολογήσει είτε όχι. Τότε εγώ φυλακίζομαι για 20 χρόνια αν δεν ομολογήσω, είτε φυλακίζομαι για 10 χρόνια αν ομολογήσω οπότε στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι καλύτερα να… ομολογήσω. Αν όμως ο Bod δεν ομολογήσει, τότε εάν δεν ομολογήσω ούτε εγώ, φυλακίζομαι μόνο για ένα χρόνο: εάν όμως ομολογήσω θα αφεθώ ελεύθερος. Άρα σε οποιαδήποτε περίπτωση είναι καλύτερα να ομολογήσω»

Όμως ο Bob μπορεί να κάνει, και πιθανότατα θα το κάνει, τον ίδιο συλλογισμό οπότε και οι δύο καταλήγουν να ομολογήσουν και καταλήγουν να φυλακίζονται για 10 χρόνια [κελί με τους αριθμούς [10,10]] το οποίο αποτελεί μια ισορροπία Nash του παιγνίου αυτού μιας κα οι δυο παίκτες επιλέγουν αμετάκλητα τη στρατηγική «ομολογώ». Είναι προφανές πως η έλλειψη επικοινωνίας από τη μια και η ορθολογική συμπεριφορά από την άλλη, δεν επιφέρουν το βέλτιστό αποτέλεσμα για τους δύο κρατούμενους. Αυτό προκύπτει στην περίπτωση που τα άτομα πράττουν «ανορθολογικά» και δεν ομολογούν, αφού τότε φυλακίζονται και οι δυο για ένα χρόνο.

Αυτό που συνέβη, στους δύο κρατούμενους είναι ότι «έπεσαν σε μια ισορροπία κυρίαρχης στρατηγικής (dominant strategy equilibrium), μιας και στο παίγνιο αυτή η στρατηγική «ομολογώ» είναι κυρίαρχη στρατηγική (dominat sstrategy). Όταν και οι δυο κρατούμενοι την επιλέγουν, τότε προκύπτει η ισορροπία κυρίαρχης στρατηγικής.

Το εκπληκτικό αυτό αποτέλεσμα – ότι η ατομική ορθολογική δράση δεν αποφέρει το βέλτιστο αποτέλεσμα για τους παίχτες – είναι αυτό που είχε τη μεγαλύτερη επίδραση στις κοινωνικές επιστήμες. Αυτό συνέβη διότι είναι πάρα πολλές οι αλληλεπιδράσεις στον κόσμο ου διέπονται από κάποια τέτοια λογική, όπως οι εξοπλιστικοί αγώνες μεταξύ κρατών, η υπερσυγκέντρωση αυτοκινήτων, η ατμοσφαιρική ρύπανση, η εξάντληση των υδάτινων πόρων, η υπερεκμετάλλευση του θαλάσσιου πλούτου κ.α. Ό́λα αυτά διέπονται από αλληλεπιδράσεις όπου η ατομική ορθολογική δράση οδηγεί σε κατώτερα αποτελέσματα για κάθε άτομο, και ίσως το Δίλλημα του Κρατουμένου να προτείνει μια εξήγηση για το τι συμβαίνει. Αυτή είναι και η πηγή της δύναμης του.

1.4 Μορφές Παιγνίων

- Μορφή κανονική ή στρατηγική ή μήτρας. Είναι η πιο συνηθισμένη μορφή του παιγνίου. Λέγοντας στρατηγική εννοούμε ότι αυτό που περιγράφει το παίγνιο, είναι οι στρατηγικές κάθε παίκτη καθώς και τα αποτελέσματα που προκύπτουν από κάθε συνδυασμό στρατηγικών αυτό μπορεί να γίνει με τη μορφή μήτρας, όπου σε κάθε γραμμή της υπάρχει η στρατηγική του παίκτη 1, και σε κάθε στήλη της η στρατηγική του παίκτη 2. Στην περίπτωση που έχουμε 3 ή 4 ή 5 παίκτες μπορούμε να πάρουμε μέτρα περισσοτέρων διαστάσεων.

Αναλυτική μορφή ή μορφή δέντρου. Σ αυτή τη δεύτερη μορφή εμφανίζονται όλες οι λεπτομέρειες της αλληλεπίδρασης των παικτών. Στο κεφάλαιο αυτό θα προσπαθήσουμε μέσα από παραδείγματα να επεξηγήσο0υμε όσο το δυνατόν πληρέστερα τις δυο αυτές μορφές (στρατηγική μορφή και μορφή δέντρου), να περιγράψουμε τα στοιχεία που περιλαμβάνει ένα παίγνιο, καθώς και τις διαφορές που υπάρχουν μεταξύ της παράστασης ενός παιγνίου στην μορφή δέντρου και στη μορφή μήτρας

1.5 Τύποι παιγνίων

1.5.1 Συνεργατικά ή μη συνεργατικά παίγνια

Συνεργατικά καλούντα τα παίγνια στα οποία οι παίκτες είναι ικανοί να κάνουν συμφωνία μεταξύ τους, την οποία ακολουθούν πιστά. Τα συνεργατικά παίγνια επικεντρώνονται στο παίγνιο ως σύνολο. Απεναντίας, στα μη συνεργατικά παίγνια κάθε παίκτης αποφασίζει και ενεργεί «εγωιστικά» προκειμένου να μεγιστοποιήσει το προσωπικό του όφελος. Υπάρχουν και τα παίγνια που αποτελούνται από στοιχεία και των δύο προηγούμενων τύπων και ονομάζονται υβριδικά. Συχνά θεωρείται ότι στα συνεργατικά επιτρέπεται η επικοινωνία μεταξύ των παικτών, ενώ στα μη συνεργατικά όχι.

1.5.2 Παίγνια μηδενικού ή μη μηδενικού αθροίσματος

Παίγνια μηδενικού αθροίσματος ονομάζεται εκείνα στα οποία το συνολικό κέρδος όλων των παικτών για οποιοδήποτε συνδυασμό στρατηγικών είναι μηδέν. Το κέρδος του ενός παίκτη ισούται με τη ζημιά του άλλου, συνεπώς το άθροισμα των αποτελεσμάτων είναι μηδενικό. Στα παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος υπάρχουν συνδυασμοί στρατηγικών που δίνουν αποτελέσματα μεγαλύτερο ή μικρότερα του μηδενός και το κέρδος ενός παίκτη δεν ισούται απαραίτητα με τη ζημία του άλλου.

1.5.3 Διαδοχικά ή ταυτόχρονα παίγνια

Στην περίπτωση παιγνίων που οι παίκτες επιλέγουν τις στρατηγικές τους διαδοχικά, έχουμε τα δυναμικά παίγνια. Οι παίκτες στα δυναμικά παίγνια γνωρίζουν τις κινήσεις που έχουν προηγηθεί από τους αντιπάλους τους. Αντιθέτως, οι παίκτες επιλέγουν τις στρατηγικές τους ταυτόχρονα, χωρίς να γνωρίζουν ποια στρατηγική επιλέγουν οι άλλοι παίκτες την ίδια στιγμή, έχουμε ταυτόχρονα παίγνια.

1.5.4 Επαναλαμβανόμενα παίγνια

Επαναλαμβανόμενα είναι τα παίγνια στα οποία οι ενέργειες των παικτών επαναλαμβάνονται σε διαδοχικές χρονικές περιόδους – στάδια. Τα επαναλαμβανόμενα παίγνια είναι δυναμικά παίγνια και ο αριθμός των επαναλήψεων μπορεί να είναι πεπερασμένος ή άπειρος. Κάθε παίκτης λαμβάνει υπόψη το γεγονός ότι μπορεί με τη συμπεριφορά του να επηρεάσει τη μελλοντική συμπεριφορά των άλλων παικτών, γνωρίζοντας ότι το παίγνιο θα επαναληφθεί στο μέλλον με τον ίδιο τρόπο αρκετές φορές.

1.5.5 Παίγνια με τέλεια ή ατελή πληροφόρηση

Στα παίγνια τέλειας πληροφόρησης, κάθε παίκτης γνωρίζει τις προηγούμενες κινήσεις όλων των υπόλοιπων παικτών μέχρι το χρονικό σημείο στο οποίο βρίσκεται..

Χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιου παιγνίου είναι το σκάκι.

Συνήθως, όμως τα παίγνια μελετούνται είναι ατελούς πληροφόρησης, που σημαίνει ότι κάθε παίκτης, που πρέπει να λάβει μια απόφαση, δεν γνωρίζει τι έχει συμβεί προηγουμένως στο παιχνίδι κι έτσι η απόφαση του είναι ανεξάρτητη από το παρελθόν των κινήσεων των υπόλοιπών παικτών.

1.5.6 Πεπερασμένα ή μη πεπερασμένα παίγνια

Τα πεπερασμένα παίγνια είναι εκείνα στα οποία υπάρχει συγκεκριμένος αριθμός παικτών, στρατηγικών και αποτελεσμάτων. Απεναντίας, στα μη πεπερασμένα παίγνια οι παίκτες επιλέγουν τις στρατηγικές τους από ένα συνεχές σύνολο στρατηγικών.

1.5.7 Συμμετρικά ή μη συμμετρικά παίγνια

Αν σε ένα παίγνια είναι εφικτή η εναλλαγή των παικτών χωρίς να αλλάξουν τα αποτελέσματα, τότε το παίγνιο είναι συμμετρικό. Δηλαδή είναι το παίγνιο στο οποίο τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εκτέλεση μια συγκεκριμένης στρατηγικής εξαρτώνται μόνο από τις στρατηγικές που εφαρμόζονται και όχι από το ποιος παίκτης τις ακολουθεί.

1.5.8 Παίγνια συντονισμού ή ανταγωνισμού.

Στα παίγνια συντονισμού υπάρχουν περισσότερα του ενός σημεία ισορροπίας, τα οποία προκύπτουν όταν οι παίκτες επιλέγουν να ακολουθήσουν ίδιες ή ανάλογες στρατηγικές. Από την άλλη πλευρά, στα παίγνια ανταγωνισμού οι παίκτες αποκτούν βέλτιστη ωφέλεια στην περίπτωση που επιλέγουν αντίθετες στρατηγικές μεταξύ τους.

1.5.9 Παίγνια στρατηγικής ή εκτεταμένης μορφής

Τα παίγνια αυτά διαχωρίζονται από τον τρόπο αναπαράστασης τους. Ένα παίγνιο εκτεταμένης μορφής διέπεται από κανόνες που μπορούν να περιγραφούν από ένα δέντρο (game tree). Όπως έχουμε αναφέρει, σε αυτή την αναπαράσταση απεικονίζονται οι κινήσεις των παικτών και οι αμοιβές ή απώλειες τους στο τέλος του παιγνίου. Το παίγνιο στρατηγικής ή κανονικής μορφής θεωρεί δεδομένη την κατανόηση όλων των δυνατών στρατηγικών του κάθε παίκτη, γι' αυτό και αναπαρίστανται με τη βοήθεια πινάκων

1.5.10 Παίγνια αμιγών ή μικτών στρατηγικών.

Σε ένα παίγνιο αμιγών στρατηγικών, κάθε στρατηγική υπαγορεύει μια συγκεκριμένη κίνηση που πρόκειται να κάνει ο παίκτης, ανεξάρτητα από άλλες παραμέτρους του παιγνίου. Ένας παίκτης θα επέλεγε να χρησιμοποίηση μια μεικτή στρατηγική μόνο αν είχε να επιλέξει μεταξύ διαφορετικών αμιγών στρατηγικών ή στη περίπτωση που δεν θα ήθελε να φανερώσει την ακριβή του κίνηση στον αντίπαλο παίκτη.

Στα παίγνια μικτών στρατηγικών, κάθε στρατηγική απ0οτελείται από πιθανές κινήσεις. Στα συγκεκριμένα παίγνια υπάρχει μια κατανομή πιθανότητας που αντιστοιχεί στο πόσο συχνά πρόκειται να πραγματοποιηθεί μια κίνηση.

1.5.11 Παίγνια διαπραγμάτευσης

Παίγνια διαπραγμάτευσης ονομάζονται τα παίγνια που διαμορφώνονται μεταξύ παικτών, οι οποίοι επιδιώκουν να έρθουν σε συμφωνία μεταξύ τους. Σε αυτά τα παίγνια κυριαρχούν οι διαπραγματεύσεις για τη καλύτερη δυνατή λύση προς το συμφέρων όλων των παικτών. Τα παίγνια διαπραγματευτής έχουν πολλές εφαρμογές στην καθημερινότητα (πχ σε αγοροπωλησίες).

Τα περισσότερο πολύπλοκα παίγνια που αντιμετωπίζονται στην πράξη είναι συνθέσεις των παραπάνω βασικών τύπων. Επίσης είναι σημαντικό να γίνει αναφορά και στον όρο του υποπαιγνίου. Το υποπαίγνιο είναι μέρος κάποιου παιγνίου από κάποια χρονική στιγμή και έπειτα, που είναι δυνατό να απομονωθεί και να μελετηθεί και μόνο του.

1.6 Παραδείγματα θεωρεία παιγνίων

Η θεωρεία παιγνίων εξετάζει τι συμβαίνει όταν άνθρωποι = γονίδια ή έθνη αλληλεπιδρούν. Παρακάτω θα δούμε μερικά παραδείγματα:

οι παίκτες του τένις αποφασίζουν αν θα κάνουν σερβίς στην αριστερή ή την δεξιά πλευρά του γηπέδου, το μόνο αρτοποιείο στην πόλη που προσφέρει έκπτωση στην τιμή των γλυκών λίγο πριν κλείσει , οι εργαζόμενοι που αποφασίζουν πόσο σκληρά να εργαστούν όταν το αφεντικό είναι μακριά, ένας Αραβάς πωλητής χαλιών που σκέφτεται πόσο γρήγορα να ρίξει την τιμή του όταν παζαρεύει με έναν τουρίστα, ανταγωνίστριες επιχειρήσεις φαρμάκων που επενδύουν σε ένα αγώνα δρόμου για να πακετάρουν ένα νέο φάρμακο, μια εταιρία ηλεκτρονικών δημοπρασιών που μαθαίνει ποια στοιχεία να προσθέσει και πια να αφαιρέσει στην ιστοσελίδα της με δοκιμές και σφάλματα, κτηματομεσίτες που μαντεύουν πότε μια καταπιεσμένη αστική γειτονιά θα αναπηδήσει πίσω στην ζωή, οι οδηγό στο Σαν Φρανσίσκο που αποφασίζουν ποια διαδρομή προς τη δουλεία τους θα είναι πιο γρήγορη όταν η γέφυρα Bay Bridge είναι κλειστή, οι άνδρες από την Lamelara στην Ινδονησία που αποφασίζουν αν θα πάρουν μέρος στο ημερήσιο κυνήγι της φάλαινας και το πώς να μοιράσουν την φάλαινα, αν πιάσουν μια, οι εργαζόμενοι μιας αεροπορικής εταιρείας που πασχίζουν να προλάβουν ένα αεροπλάνο ενώ βρίσκονται μακριά από πύλη, φοιτητές MBA αποφασίζουν πως θα φαίνεται στους ενδεχόμενους εργοδότες το πτυχίο τους (και αν θα εγκαταλείψουν μετά το πρώτο έτος του διετούς προγράμματος τους για να ενταχθούν σε μια dot-con εκκίνηση και αν αυτό θα σημαίνει κότσια ή βλακεία), ένας άνθρωπός που κορνιζάρει μια εικόνα απ όταν πρωτογνώρισε την γυναίκα του, ως δώρο για το πρώτο επίσημο ραντεβού τους ένα χρόνο αργότερα (τώρα είναι παντρεμένοι), οι άνθρωποι που κάνουν πλειστηριασμούς για την τέχνη ή για το πετρέλαιο, ή για διακοσμητικά στο eBay. Αυτά τα παραδείγματα δείχνουν αντίστοιχα παίγνια τελεσίγραφο (φούρνος), ανταλλαγή δώρων (εργαζόμενοι), μεικτή ισορροπία (τένις), παζάρια διαπραγμάτευσης (χαλί – πωλητής) , τα διπλώματα ευρεσιτεχνίας αγωνιστικά παίγνια (διπλώματα ευρεσιτεχνίας), η μάθηση (e-commerce), παίγνια κυνηγιού (φαλαινοθήρες), παίγνια αδύναμου κρίκου (αεροπορικές εταιρίες), λογικό – στατιστικά παίγνια (προγραμματιστικές), σηματοδότησης (MBAs), δημοπρασίες (υποβολή προσφορών).

2. ΘΕΩΡΕΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΚΑΤΑ ΤΟΝ NASH

2.1 Θεωρεία διαπραγμάτευσης

Σύμφωνα με την ορθόδοξη οικονομική θεωρία, το διαπραγματευτικό πρόβλημα είναι απροσδιόριστο: ο καταμερισμός του πλεονάσματος εξαρτάται από τις διαπραγματευτικές ικανότητες των εμπλεκομένων μερών. Ο Nash έρχεται σε αντίθεση με αυτή την παράδοση. Υποθέτει ότι η διαπραγμάτευση μεταξύ ορθολογικών παικτών οδηγεί σ' ένα μοναδικό αποτέλεσμα και αναζητά τον προσδιορισμό του. Επιλύει το πρόβλημα για την περίπτωση δύο ατόμων κα εξάγει τη λύση τόσο μέσω της αξιωματικής προσέγγισης όσο και μέσω ενός μοντέλου μη – συνεργασίας.

Στο κείμενο του Nash , η αξιωματική μέθοδος περιγράφεται με τον ακόλουθο τρόπο:

« … δηλώνει κάποιος ως αξιώματα διαφορές ιδιότητες που θα φαινόταν φυσικό μια λύση να έχει και, στην συνέχεια, ανακαλύπτει ότι τα αξιώματα, στην πραγματικότητα, προσδιορίζονται τη λύση μοναδικά.»

Στην περίπτωση των σταθερών απειλών, τα βασικά αξιώματα του Nash είναι ότι οι ορθολογικοί παίκτες χαρακτηρίζονται από τις συναρτήσεις ωφέλειας / χρησιμότητας von Neumann – Morgenstern και ότι η κατάσταση της διαπραγμάτευσης αντιπροσωπεύεται πλήρως από την απεικόνιση της, B, στο διάστημα ωφελειών / χρησιμοτήτων. Τρία αξιώματα καθορίζουν τη σχέση που θα πρέπει να επικρατεί μεταξύ της λύσης και του συνόλου B:

1. Αποτελεσματικότητα κατά Pareto
2. Συμμετρία
3. Ανεξαρτησία των άσχετων εναλλακτικών

Τα αξιώματα αυτά καθορίζουν ώστε η λύση να είναι το σημείο εκείνο στο βορειοανατολικό όριο του B, όπου το γινόμενο ωφελειών / χρησιμοτήτων, u1,u2 μεγιστοποιείται.

Το αξίωμα γ δηλώνει όταν το σύνολο των εφικτών ζευγών ωφελειών / χρησιμοτήτων συρρικνώνεται αλλά η λύση εξακολουθεί να παραμένει διαθέσιμη, τότε αυτή πρέπει να παραμένει ως λύση. Αυτό το αξίωμα είναι πιο δύσκολο να υπερασπιστεί από ότι τα άλλα και έχει υπάρξει σημαντική διερεύνηση του στη βιβλιογραφία. Ο Nash γράφει ότι αυτό είναι ισοδύναμο με κάποιο αξίωμα «χωροθέτησης» συγκεκριμένα:

«Σκεπτόμενοι σε όρους διαπραγμάτευσης είναι σα να πρόκειται μια προτεινόμενη συμφωνία να συναγωνίζεται με κάποιες μικρές τροποποιήσεις της και ότι, τελικά, η διαπραγμάτευση γίνεται αντιληπτό ότι περιορίζεται σ' ένα μικρό εύρος εναλλακτικών συμφωνιών και δεν αφορά πιο απομακρυσμένες εναλλακτικές»

Πρόσφατες εξελίξεις στη θεωρία διαπραγμάτευσης μη-συνεργασίας επαληθεύουν την ερμηνεία αυτή. Δηλαδή, ας υποθέσουμε ότι οι παίκτες εναλλάσσουν τα προτεινόμενα σημεία από το B μέχρις ότου επέλθει συμφωνά. Ας υποθέσουμε ότι αν απορριφθεί κάποια προσφορά, υπάρχει μια μικρή, αλλά θετική πιθανότητα, να διακόπτουν οι διαπραγματεύσεις αμετάκλητα. Το παίγνιο αυτό αποδέχεται μια μοναδική υποπαιγνια τέλεια ισορροπία Nash και επέρχεται αμέσως συμφωνία. Η συνθήκη της ισορροπίας δηλώνει ότι κάθε φορά, κάθε ανταποκρινόμενος (παίκτης) είναι αδιάφορος μεταξύ της αποδοχής ή της απόρριψης της τρέχουσας πρότασης. Κατά συνέπεια, οι προτάσεις για την ισορροπία βρίσκονται κοντά η μία στην άλλη, όταν η πιθανότητα της διακοπής είναι μικρή και επομένως, αποκομίζουν με την δυνατότητα της «χωροθέτησης». Πράγματι, οι συνθήκες για την ισορροπία υπαινίσσονται ότι και οι δύο προτάσεις για την ισορροπία έχουν το ίδιο γινόμενο Nash, επομένως, εφόσον έχουν το ίδιο όριο, συγκλίνουν στη λύση Nash.

Φυσικά, είναι ευχάριστο να βρίσκει κάποιος ότι αυτό το φυσικό διαπραγματευτικό μοντέλο θέτει σε εφαρμογή τη διαπραγματευτική λύση του Nash. Ωστόσο, ακόμη σπουδαιότερο είναι ότι η εφαρμογή αυτή του προγράμματος Nash είναι δυνατό να αποσαφηνίζει κάποιες ασάφειες που αφορούν την επιλογή του σημείου απειλής σε εφαρμογές του διαπραγματευτικού μοντέλου του Nash.

Στην περίπτωση των μεταβλητών απειλών, κάθε διαπραγματευόμενο μέρος έχει την επιλογή του για το πόση πίεση θα ασκήσει στο άλλο. Η θεωρεία τώρα, πρέπει να προσδιορίσει τόσο τις απειλές που θα χρησιμοποιήσουν οι παίκτες σε περίπτωση που δεν συμφωνήσουν, όσο και τη συμφωνία στην οποία θα καταλήξουν. Δύο επιπρόσθετα αξιώματα επιτρέπουν αναγωγή του προβλήματος στην περίπτωση των σταθερών απειλών και, επομένως, προσδιορίζουν τη θεωρία. Το πρώτο είναι ισοδύναμο με την υπόθεση ότι κάθε παίκτης διαθέτει μια βέλτιστη στρατηγική απειλής, δηλαδή απαιτείται να έχει μια λύση. Το δεύτερο ισχυρίζεται ότι ένας παίκτης δεν μπορεί να βελτιώσει την απόδοση του εξαλείφοντας κάποιες από τις στρατηγικές του. Στη μη-συνεργατική προσέγγιση, ο Nash υποθέτει ότι οι παίκτες δεσμεύονται αναφορικά με τις απειλές τους. Οι παίκτες θα εξαναγκαστούν να εφαρμόσουν τις απειλές τους κατά το δεύτερο στάδιο εάν δεν μπορέσουν να έλθουν σε συμφωνία. Κάθε ζεύγος απειλών δημιουργεί ένα υποπαίγνιο (σταθερών διαπραγματευτικών απειλών), στο οποίο επιλέγεται η διακεκριμένη ισορροπία που μεγιστοποιεί το γινόμενο των κερδών των ωφελειών / χρησιμοτήτων. Εφαρμόζοντας την μέθοδο της προς τα πίσω επαγωγής και χρησιμοποιώντας την επιλογή αυτή (δηλαδή, αντικαθιστώντας κάθε υποπαίγνιο με την μοναδική του λύση), η επιλογή της στρατηγικής των απειλών κατά το πρώτο στάδιο, στην ουσία ανάγεται σ’ ένα αυστηρά ανταγωνιστικό παίγνιο, δηλαδή αυτό το αναγόμενο παίγνιο του πρώτου σταδίου έχει μια ισορροπία με ιδιότητες ελαχίστου – μεγίστου. Συνεπώς, ολόκληρο το παίγνιο έχει μια αξία, όπως επίσης και στρατηγικές βέλτιστων απειλών. Είναι περιττό να ειπωθεί ότι η λύση που αποκτάται από την προσέγγιση της μη-συνεργασίας συμπίπτει με εκείνη που αποκτάται μέσω των αξιωμάτων.

2.2 Πως διαμερίζεται μια πίτα σε έναν πεπερασμένο αριθμό ατόμων;

Διατυπωμένο με αυτό τον τρόπο, το πρόβλημα μοιάζει αρκετά περιοριστικό. Η κατανόηση του τρόπου επίλυσης του παρέχει πολύτιμες πληροφορίες για τον τρόπο επίλυσης πιο περίπλοκών προβλημάτων διαπραγμάτευση.

Αρχίζουμε με την εξέταση της λύσης Nash ενός προβλήματος διαπραγμάτευσης δύο ατόμων. Τέτοια προβλήματα ανακύπτουν σε πολλές περιπτώσεις. Όταν ένας αγοραστής και ένας πωλητής διαπραγματεύονται την τιμή ενός σπιτιού, αντιμετωπίζουν ένα πρόβλημα διαπραγμάτευσης. Ομοίως δύο χώρες που προσπαθούν να συνέχουν μια εμπορική συμφωνία, ένας παίκτης του μπάσκετ που συζητά σχετικά με το συμβόλαιο του με τους ιδιοκτήτες μιας ομάδας, ή δύο εταιρίες που εξετάζουν τις λεπτομέρειες μια συμμετοχικής επένδυσης, αποτελούν παραδείγματα διαπραγμάτευσης δύο ατόμων.

Σε όλες αυτές τις καταστάσεις διαπραγμάτευσης, υπάρχει συνήθως ένα σύνολο S από εναλλακτικές εκβάσεις και οι δύο πλευρές πρέπει να συμφωνήσουν σε κάποιο στοιχείο αυτού του συνόλου. Από τη στιγμή που επιτυγχάνεται μια συμφωνία, η διαπραγμάτευση τερματίζεται και οι δύο πλευρές μπορούν να πάρουν τις αντίστοιχες αποδόσεις. Στην περίπτωση που δεν καταλήγουν σε συμφωνία, το αποτέλεσα είναι συνήθως το status quo. Έτσι αν $(d_1.d_2)$ είναι οι αποδόσεις από το σημείο διαφωνίας, τότε το ενδιαφέρον τμήμα του S αποτελείται από εκείνες τις εκβάσεις που δίνουν και στις δύο πλευρές αποδόσεις μεγαλύτερες από εκείνες της διαφωνίας. Επομένως μπορούμε να ορίσουμε ένα πρόβλημα διαπραγμάτευσης ως ακολούθως

Ορισμός 1

Ένα πρόβλημα (ή παίγνιο) διαπραγμάτευσης δυο ατόμων αποτελείται από δύο άτομα ή παίκτες 1 και 2, ένα σύνολο S από εναλλακτικές εκβάσεις και μια συνάρτηση χρησιμότητας u1 στο S για κάθε παίκτη I,έτσι ώστε:

$u_1(s) \geq d_1$ και $u_2(s) \geq d2$ για κάθε $s \in S$ και

Τουλάχιστον για ένα $s \in S$ έχουμε $u_1(s) \geq d_1$ και $u_2(s) \geq d2$

Ας σημειωθεί πως η συνθήκη 2 εξασφαλίζει ότι υπάρχει μια εφικτή εναλλακτική έκβαση που αποφέρει και στους δύο παίκτες αυστηρά καλύτερες αποδόσεις σε σύγκριση με το σημείο διαφωνίας. Η συνθήκη αυτή καθιστά το πρόβλημα διαπραγμάτευσης ως:

$$\mathbf{B=(S,(u_1,d_1),(u_2,d_2))}$$

Όπου τα S* u_1,u_2*, ικανοποιούν τις ιδιότητες 1 και 2 του ορισμού 1.

Τώρα ας σημειωθεί ότι σε κάθε εναλλακτική έκβαση $s \in S$ αντιστοιχεί ένα ζεύγος συναρτήσεων χρησιμότητας $(u_1(s),u_2(s))$: $s \in S$. Ένα τέτοιο ζεύγος θα ονομάζεται *κατανομή χρησιμότητας*. Έτσι, με κάθε παίγνιο διαπραγμάτευσης μπορούμε να συνδέσουμε το σύνολο των κατανομών χρησιμότητας

$$U=\{(u_1(s),u_2(s)): s \in S\}$$

Στην περίπτωση που πρέπει να αποσαφηνίσουμε σε ποιο παίγνιο ανήκει το U θα γράφουμε Us αντί για U. Προφανώς, το U είναι υποσύνολο του επιπέδου u_1,u_2.

Όπως σε οποιαδήποτε παίγνιο, έτσι κι εδώ ενδιαφερόμαστε για την εύρεση μιας ικανοποιητικής λύσης του παιγνίου *διαπραγμάτευσης*. Τυπικά, ορίζουμε ως λύση ενός προβλήματος διαπραγμάτευσης έναν κανόνα δηλαδή μια συνάρτηση, που αντιστοιχίζει σε κάθε παίγνιο διαπραγμάτευσης B ένα υποσύνολο s(B) του συνόλου των εκβάσεων S. Μπορούμε να θεωρήσουμε το σύνολο s(B) ως το σύνολο όλων των αμοιβαία ικανοποιητικών συμφωνιών του παιγνίου διαπραγμάτευσης B ή απλά ως τις λύσεις του παιγνίου διαπραγμάτευσης. Προφανώς, κάθε τέτοιος κανόνας οφείλει να ικανοποιεί συγκεκριμένες εύλογες συνθήκες.

Ορισμός 2

Ένας κανόνας λύσης s(·) ονομάζεται *βέλτιστος κατά Pareto* αν για κάθε παίγνιο B το σύνολο s(B) αποτελείται από εκβάσεις βέλτιστες κατά Pareto.

Βελτιστοποίηση ή αποτελεσματικότητα κατά Pareto: μια έκβαση $s^* \in S$ θα ονομάζεται βέλτιστη κατά Pareto αν δεν υπάρχει άλλη έκβαση $s \in S$ που ικανοποιεί τις

- $u_1(s) \geq u_1(s^*)$ και $u_2(s) \geq u_2(s^*)$
- $u_1(s) \geq u_1(s^*)$, για τουλάχιστον έναν παίκτη i

Η έκβαση μιας διαπραγμάτευσης που είναι αποτελεσματική κατά Pareto εξασφαλίζει ότι δεν υπάρχει περαιτέρω δυνατότητα γνήσιας βελτίωσης της χρησιμότητας ενός από τους παίκτες, ενώ ο άλλος έχει απόδοση τουλάχιστον ίδια με εκείνη που είχε προηγουμένως.

Θεώρημα 1

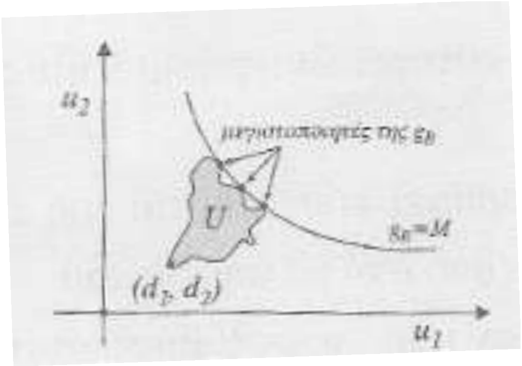
Στην κατηγορία παιγνίων διαπραγμάτευσης με συμπαγή σύνολο κατανομών χρησιμότητας ο κανόνας Nash σ(·) είναι βέλτιστος κατά Pareto, ανεξάρτητος από άσχετες επιλογές και ανεξάρτητος από γραμμικούς μετασχηματισμούς.

Απόδειξη

Υποθέτουμε ότι το B είναι ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης που έχει ένα συμπαγές σύνολο κατανομών χρησιμότητας U και έστω ότι

$M=\max\{g_B(s): s \in S\}$

Όπου $g_B(s)=[u_1(s)-d_1]\ [u_2(s)-d_2]$. Έστω $s^* \in \sigma(B)$, δηλαδή $g_B(s^*)=M$.



Σχήμα 1

Για να δούμε ότι το s* κατά Pareto, υποθέτουμε με εις άτοπου απαγωγή ότι υπάρχει κάποιος s∈ S τέτοιο ώστε $u_1(s) \geq u_1(s^*)$ και $u_2(s) \geq u_2(s^*)$. Εφόσον υπάρχει μια εφικτή εναλλακτική επιλογή t∈ S που ικανοποιεί τις $u_1(t) > d_1$ και $u_2(t) > d_2$, έπειτα ότι $g_B(s^*) \geq g_B(t) > 0$. Επομένως

$u_1(s) > u_1(s^*) > d_1$ και $u_2(s) > u_2(s^*) > d_2$

και συνεπώς

$g_B(s) = [u_1(s) - d_1][u_2(s^*) - d_2]$

$> [u_1(s^*) - d_1][u_2(s^*) - d_2]$

$= g_B(s)$

που έρχεται σε αντίθεση με το γεγονός ότι το s* είναι ένας μεγιστοποιητής της g_B

Άρα το s* είναι βέλτιστο κατά Pareto. Επομένως, καθώς έκβαση στο σ(B) είναι βέλτιστη κατά Pareto.

Για να επαληθεύσουμε ότι το σ(·)είναι ανεξάρτητο από άσχετες εναλλακτικές επιλογές, παρατηρούμε ότι αν το σ(B) αποτελείται από όλους τους μεγιστοποιήσεις της g_B στο S, τότε ασφαλώς το σύνολο αυτό δεν θα μεταβληθεί αν θεωρήσουμε το σύνολο όλων των μεγιστοποιητών της g_B σε ένα υποσύνολο T του S που ικανοποιεί τις $(d_1,d_2) \in U_T$ και $σ(B) \subseteq T$.

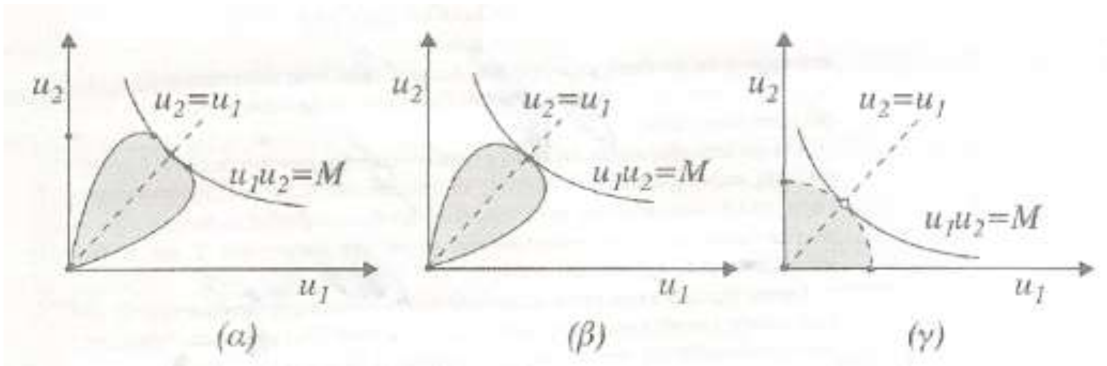
Ορισμός 3

Το σύνολο των κατανομών χρησιμότητας U ενός παιγνίου διαπραγμάτευσης ονομάζεται

Κυρτό, αν περιέχει κάθε σημείο του ευθυγράμμου τμήματος που συνδέει οποιαδήποτε δυο από τα σημεία του

Συμμετρικό, αν η $(u_1,u_2) \in u$

Από γεωμετρική άποψη, η συμμετρία σημαίνει ότι το σύνολο U είναι συμμετρικό ως προς τη διχοτόμο $u_1=u_2$.



Σχήμα 2 (α) *Ένα συμμετρικό συμπαγές και μη κυρτό σύνολο, (β) ένα συμμετρικό, συμπαγές και κυρτό σύνολο, (γ) ένα συμμετρικό, μη κλειστό, φραγμένο και κυρτό σύνολο.*

> *Ορισμός 4*
>
> Ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης B ονομάζεται
>
> *Κυρτό* αν το σύνολο των κατανομών χρησιμότητας του B είναι κυρτό και συμπαγές
>
> *Συμμετρικό,* αν d_1=d_2 και σύνολο κατανομών χρησιμότητας του B είναι συμμετρικό και συμπαγές.

Συμμετρία: ένας κανόνας λύσης s(·) ονομάζεται συμμετρικός αν για κάθε συμμετρικό παίγνιο διαπραγμάτευσης B έχουμε $u_1(s)=u_2(s)$ για κάθε $S\in s(B)$.

Δηλαδή ένας κανόνας λύσης μιας διαπραγμάτευσης είναι συμμετρικός, με την προϋπόθεση ότι σε κάθε συμμετρικό παίγνιο διαπραγμάτευσης αντιμετωπίζει και τους δύο παίκτες ισοδυναμία υπό την έννοια ότι, αν οι παίκτες παίρνουν την ίδια απόδοση μετά από μια διαφωνία, τότε πρέπει να παίρνουν ίσες αποδόσεις σε κάθε σημείο συμφωνίας.

Θεώρημα 2

Αν το B είναι ένα κυρτό παίγνιο διαπραγμάτευσης, τότε υπάρχει ακριβώς μια κατανομή χρησιμοποιώντας (u_1, u_2*) τέτοια ώστε*

*σ(B)={s∈ S}:u_1*και $u_2(s)$ u_2*}*

Αν το B είναι και συμμετρικό, τότε $u_1^*=u_2^*$.

Ειδικότερα, ο κανόνας της λύσης Nash σ(·)στην κατηγορία κυρτών και συμμετρικών παιγνίων διαπραγμάτευσης, εκτός από το να είναι βέλτιστος κατά Pareto, ανεξάρτητος από άσχετες εναλλακτικές επιλογές, και ανεξάρτητος από γραμμικούς μετασχηματισμούς, είναι επίσης συμμετρικός.

Απόδειξη

Έστω B ένα κυρτό παίγνιο διαπραγμάτευσης. Ορίζουμε τη συνεχή συνάρτηση $g:U \rightarrow \mathbb{R}$ ως εξής:

$g(u_1, u_2)=(u_1,- d_1)(u_2, d_2)$

επειδή το U είναι συμπαγές και η g είναι συνεχής, υπάρχει ένας μεγιστοποίησης της g, έστω ο **(u_1^*, u_2^*).** Τώρα υποθέτουμε ότι υπάρχει ένας άλλος μεγιστοποίησης $\overline{u_1},\overline{u_2}$της g, διαφορετικός από τον προηγούμενο. Η κυρτότητα του συνόλου των κατανομών χρησιμότητας U συνεπάγεται ότι η $((u_1^*+\overline{u_1})/ (u_2^*, \overline{u_2}/2))$ είναι επίσης μια κατανομή χρησιμότητας που ικανοποιούν την ανισότητα $g((u_1^*+\overline{u_1})/ (u_2^*, \overline{u_2}/2)) > g(u_1^*, u_2^*)$, πράγμα άτοπο.

Τέλος υποθέτουμε ότι το κυρτό παίγνιο διαπραγμάτευσης B είναι επίσης συμμετρικό. Επειδή ο κανόνας της λύσης Nash είναι ανεξάρτητος από γραμμικούς μετασχηματισμούς, μπορούμε να κοινωνικοποιήσουμε τη συνάρτηση χρησιμότητας έτσι ώστε d_1=d_2-0. Έτσι $g_B(s)$= $u_1(s)u_2(s)$. Αυτό σημαίνει ότι προκειμένου να μεγιστοποιήσουμε αυτή τη συνάρτηση, αρκεί να μεγιστοποιήσουμε τη συνάρτηση f(x,y)=xy στο συμπαγές, κυρτό και συμμετρικό σύνολο U. Οι μαθηματικές έννοιες της συμπαγές και της συνέχειας εξασφαλίζουν ότι υπάρχει ένας μεγιστοποιητής $(x_0,y_0) \in U$. Ισχυριζόμαστε ότι το (x_0,y_0) είναι επίσης μια κατανομή χρησιμότητας. Από κυρτότητα του U έπεται ότι το

$(x_0,y_0)/2)+(y_0,x_0)/2=((x_0+y_0)/2, (x_0+y_0)/2)$

Ανήκει στο U.

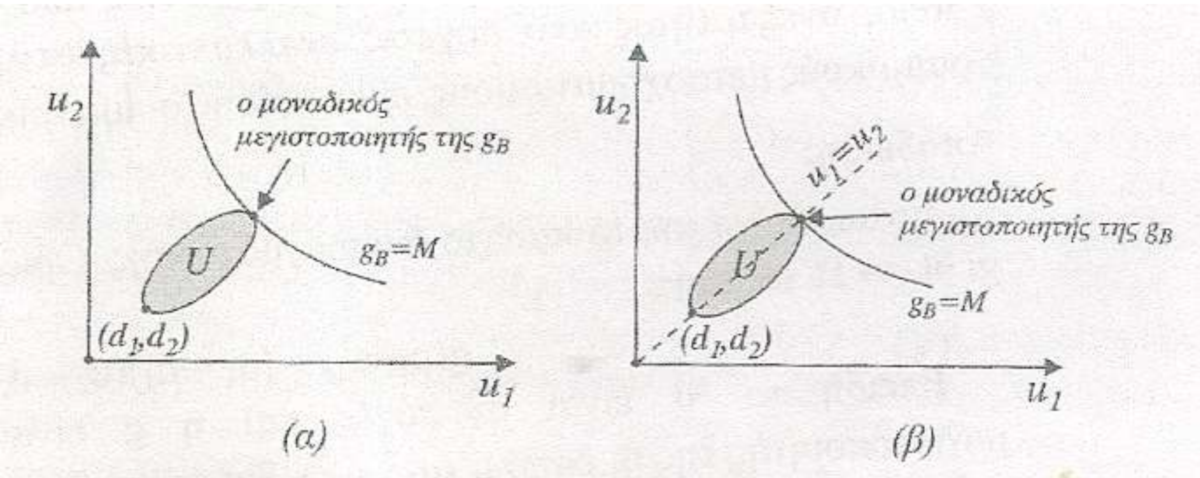
Επομένως

$(x_0,y_0)/2)\cdot(x_0+y_0)/2 \le x_0y_0$

Με λίγη άλγεβρα προκύπτει $x_0^2+2x_0y_0+y_0^2 \le 4x_0y_0$ που συνεπάγεται

$(x_0-y_0)^2=x_0^2-2x_0y_0+y_0^2 \le 0$

Και συνεπώς $(x_0-y_0)^2=0$. Άρα $x_0=y_0$.



Σχήμα 3 (α) ένα κυρτό παίγνιο διαπραγμάτευσης (β) ένα κυρτό και συμμετρικό παίγνιο διαπραγμάτευσης.

Υπενθυμίζουμε ότι μια κατανομή πιθανότητας σε ένα σύνολο από εκβάσεις $\{s_1,s_2,....s_k\}$ είναι οποιαδήποτε διάνυσμα $\{p_1,p_2,...p_k\}$, όπου $p_1 \ge 0$ για κάθε i και $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$. Ακολούθως δίνουμε τον τυπικό ορισμό της έννοιας της συσχέτισης.

Ορισμός 5

Μια συσχετισμένη κατανομή χρησιμότητας σε ένα σύνολο εκβάσεων $\{s_1,s_2,....s_k\}$ με κατανομή πιθανότητας $(p_1,p_2,....p_k)$είναι το δισδιάστατο διάνυσμα

$$\sum_{i=1}^{k} p_i, u_i(s_i), \sum_{i=1}^{k} p_i, u_2(s_i)$$

Το σύνολο όλων των συσχετισμένων κατανομών χρησιμότητας συμβολίζεται C(U).

Παρατηρούμε ότι η κατανομή πιθανότητας $(p_1,p_2,....p_k)$ τυχαιοποιεί από κοινού τις εναλλακτικές επιλογές($s_1,s_2,....s_k$). Σε μαθηματική ορολογία, το σύνολο όλων των συσχετισμένων κατανομών χρησιμότητας C(U) ονομάζεται *κυρτή θήκη του U* και είναι το μικρότερο κυρτό σύνολο που περιέχει το U. Δηλαδή, αν επιτρέπεται στα άτομα να συσχετιστούν εναλλακτικές επιλογές, τότε το σύνολο U των εφικτών κατανομών χρησιμότητας γίνεται ένα κυρτό σύνολο.

Η λύση διαπραγμάτευσης Nash που εξετάσαμε ως τώρα λειτουργεί καλά υπό τη συνθήκη της συμμετρίας. Ωστόσο, πολλά παίγνια διαπραγμάτευσης είναι ουσιωδώς ασύμμετρα είτε λόγω της διαφοράς στις αποδώσεις όταν υπάρχει διαφωνία, ή ακόμη λόγω κάποιας ασυμμετρίας στο σύνολο κατανομών χρησιμότητας U. στην περίπτωση διαφορετικών στάσεων ως προς το ρίσκο ή διαφοράς στις αποδόσεις λόγω διαφωνίας, ο κανόνας της λύσης Nash συνεχίζει να λειτουργεί αρκετά καλά. Υπενθυμίζουμε ότι το σύνολο λύσεων Nash σ(B) ενός παιγνίου διαπραγμάτευσης B αποτελείται από όλους τους μεγιστοποιητές της συνάρτησης $g_B(s)==[u_1(s)-d_1][u_2(s)-d_2]$:

$\sigma(B)=\{s\in S: g_B(s)=\max_{t\in S} g_B(t)\}$

επομένως, μια μεταβολή στη στάση ως προς το ρίσκο θα αντανακλάται στις συναρτήσεις χρησιμότητας, κι έτσι θα οδηγήσει σε ανάλογη μεταβολή της λύσης

Nash. Ομοίως, μια διαφορά στις αποδώσεις από μια διαφωνία θα μεταβάλει το d_i και συνακόλουθα τη συνάρτηση g_B, η οποία με την σειρά θα επηρεάσει την λύση Nash. Πράγματι, μπορούμε να ελέγξουμε πως όταν αυξηθεί το d_1. (πχ λόγω μιας εξωτερικής εναλλακτικής επιλογής), τότε η λύση Nash θα αυξήσει το ποσό που παίρνει ο παίκτης 1. Στην περίπτωση και των δύο ειδών ασυμμετρίας η λύση Nash εξακολουθεί να παρέχει μια λογική και διαισθητικά αποδεκτή απάντηση στις ασυμμετρίες, επειδή οι τελευταίες τροποποιούν είτε τη συνάρτηση χρησιμότητας είτε τις αποδόσεις *λόγω διαφωνίας.*

Ωστόσο η λύση Nash θα δώσει μη ικανοποιητικές απαντήσεις στην περίπτωση που το σύνολο κατανομών χρησιμότητας του παιγνίου διαπραγμάτευσης είναι μη συμμετρικό.

2.3 Μονοτονικοτητα στην διαπραγμάτευση

Προηγουμένως εξετάσαμε τον κανόνα της λύσης Nash για παίγνια διαπραγμάτευσης και είδαμε ότι παρέχει μια διαισθητικά ελκυστική λύση σε συμμετρικά παίγνια διαπραγμάτευσης. Επίσης, αναφέραμε ότι ο κανόνας αυτός λειτουργεί αρκετά καλά για παίγνια διαπραγμάτευσης με ασυμμετρίες στην αποστροφή ως προς το ρίσκο και με σημεία διαφωνίας. Ωστόσο, ενδέχεται να μη δώσει ικανοποιητική λύση σε παίγνια διαπραγμάτευσης όταν το σύνολο κατανομών χρησιμότητας είναι μη συμμετρικό. Σε ορισμένες από αυτές τις περιπτώσεις ο κανόνας της λύσης Nash μοιάζει αρκετά παράλογος. Η πιο κοινή κατάσταση στην οποία ο κανόνας αυτός αποτυγχάνει να δώσει ικανοποιητικό αποτέλεσμα, είναι εκείνη όπου η «πίττα» είτε συρρικνώνεται είτε διαστέλλεται με τέτοιο τρόπο ώστε να καταστήσει το σύνολο κατανομών χρησιμότητας μη συμμετρικό. Ένα καλό παράδειγμα είναι το ποσό που παίρνουν οι πιστωτές στην περίπτωση της πτώχευσης μια εταιρίας.

Σε τέτοιες περιπτώσεις και εφόσον η επιχείρηση είναι φερέγγυα, οι πιστωτές μπορούν να προσδοκούν ότι θα πάρουν πίσω τα δάνεια τους ανάλογα με το μέγεθος του δανείου. Ωστόσο, όταν η επιχείρηση γίνει μη φερέγγυα, ο κανόνας της λύσης Nash προδιαγράφει μια ίση διαμέριση στους πιστωτές των περιουσιακών στοιχείων που έχουν απομείνει. Όμως, αυτός ο κανόνας διαμέρισης δεν έχει και τόσο νόημα όταν τα μεγέθη των δανείων που εκκρεμούν είναι διαφορετικά . Αντίθετα, σε τέτοιες περιπτώσεις έχει αρκετό νόημα τα περιουσιακά στοιχεία να διαμεριστούν ανάλογα με το μέγεθος των δανείων.

Παρακάτω θα δούμε ένα εναλλακτικό κανόνα λύσης για παίγνια διαπραγμάτευσης, ο οποίος δεν ικανοποιεί τη συνθήκη συμμετρίας άλλα μια συνθήκη μονοτονικότητας. Θα διαπιστώσουμε ότι αυτός ο κανόνας είναι πολύ πιο ελκυστικός ως κανόνας λύσης για παίγνια διαπραγμάτευσης με ασύμμετρές. Στο παρακάτω παράδειγμα θα δούμε τι συμβαίνει στον κανόνα της λύσης Nash στην περίπτωση μιας πτώχευσης.

2.4 Παράδειγμα ένα παίγνιο πτώχευσης

Περιπτώσεις πτώχευσης προκύπτουν συνήθως όταν το ενεργητικό μιας εταιρίας έχει αξία μικρότερη από το παθητικό της. Έτσι για παράδειγμα , περιπτώσεις πτώχευσης μπορούν να προκύψουν όταν το Ταμείο Παρακαταθηκών και Δανείων χορηγεί δάνεια που καλύπτονται από παρακαταθήκες, των οποίων η αξία έχει μειωθεί, όταν η αξία μιας εταιρίας ακινήτων μειώνεται κάτω από το συνολικό ποσό των χρεών του ιδιοκτήτη της εταιρίας, ή όταν τα περιουσιακά στοιχεία μιας εταιρίας έχουν αξία μικρότερη από τα συνολικά χρέη της εταιρίας. Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις, αν με K συμβολίζουμε την αξία των περιουσιακών στοιχείων και με D, το χρέος της εταιρίας στον πιστωτή i, η πτώχευσή παρουσιάζεται όταν

$$K < \sum_{\iota} D_i$$

Επειδή η αξία των περιουσιακών στοιχείων είναι τώρα μικρότερη από το ποσό που οφείλεται στους πιστωτές, η εταιρία δεν μπορεί να εκπληρώσει τις οικονομικές της υποχρεώσεις και κηρύσσει πτώχευση. Τώρα το πρόβλημα που ανακύπτει αφορά το κλάσμα του K που δίνεται σε κάθε πίστωση.

Ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν δύο πιστωτές και ικανοποιείται η συνθήκη πτώχευσης $K<D_1+D_2$. Το παίγνιο διαπραγμάτευσης που προκύπτει έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά. Το σύνολο διαπραγμάτευσης είναι:

$S=\{(c_1,c_2):c_1+c_2\leq K\}$

Αν οι πιστωτές είναι αδιάφοροι ως προς τον κίνδυνο, μπορούμε να αναπαραστήσουμε τις χρησιμότητες τους ως

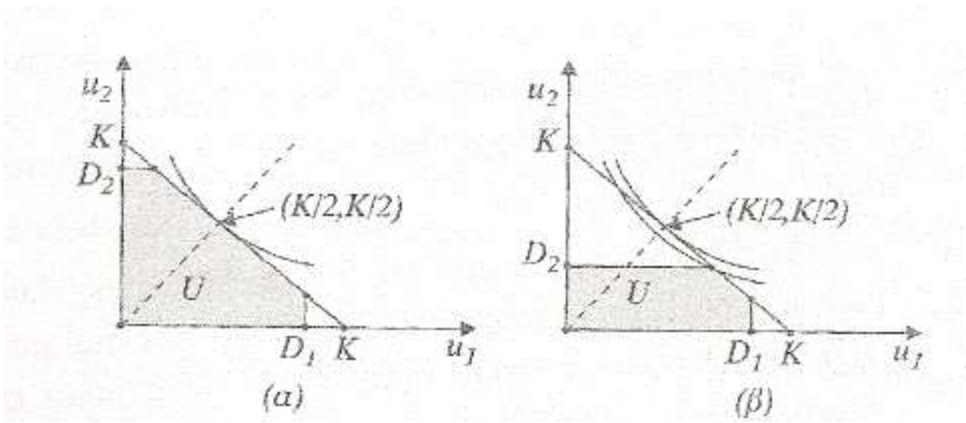
$u_1(c_1vc_2)=c_1$ και $u_2(c_1vc_2)=c_2$

δηλαδή, ως συναρτήσεις του χρηματικού ποσού που παίρνουν. Στην περίπτωση αυτή, το σημείο διαφωνίας είναι $(-D_1,-D_2)$, στο οποίο οι πιστωτές δεν παίρνουν κανένα από τα περιουσιακά στοιχεία και μένουν με δάνεια που δεν αποπληρώνοντα ποτέ. Επειδή η λύση Nash είναι αναλλοίωτη σε γραμμικούς μετασχηματισμούς, μπορούμε να μετατοπίσουμε το σημείο διαφωνίας στο (0,0). Έτσι η κατάσταση ανάγεται σε ένα πρόβλημα διαπραγμάτευσης για τη διαμέριση K ευρώ μεταξύ δύο παικτών που είναι αδιάφοροι ως προς το ρίσκο, με τον περιορισμό ότι ο παίκτης 1 δεν μπορεί να πάρει περισσότερα από D_1 και ο παίκτης 2 δεν μπορεί να πάρει περισσότερα από D_2. Μπορούμε να υποθέσουμε ότι $D_1>D_2$ και να διακρίνουμε μεταξύ δύο περιπτώσεων.

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1

$D_2>K/2$

Στην περίπτωση αυτή, ο κανόνας της λύσης Nash δίνει σε κάθε παίκτη K/2 ευρώ (σχήμα 3α).



Σχήμα 4

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2

D_2>K/2

Επειδή K<D_1+D_2, συμπεραίνουμε εύκολα ότι έχουμε το παίγνιο διαπραγμάτευσης *σχήμα 3β*. Παρατηρούμε ότι ο πιστωτής 2 την πλήρη απόδοση, ενώ ο πιστωτής 1 παίρνει K-D_2.

Η επίλυση του προβλήματος από τη λύση Nash είναι κάπως άβολη καθώς αντιμετωπίζει και τους δύο πιστωτές απολύτως ισοδύναμα, παρότι η εταιρία ίσως χρωστά ένα πολύ μεγαλύτερο ποσό σε κάποιον από τους δύο. Ωστόσο, αν D_1 > D_2 τότε μπορούμε να επιχειρηματολογήσουμε ότι ο πιστωτής 1 πρέπει να πάρει μέρισμα των περιουσιακών στοιχείων K μεγαλύτερο από εκείνο του πιστωτή 2. στην πραγματικότητα, το ποσό των περιουσιακών στοιχείων K της εταιρίας πρέπει να μοιραστεί στους δύο πιστωτές κατ' αναλογία προς τις διεκδικήσεις τους, δηλαδή, η διαμέριση (c_1*,c_2*)των περιουσιακών στοιχείων K οφείλει να ικανοποιεί τις

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{C_1}{C_2} \; και \; c_1^* + c_2^* = K$$

Η επίλυση αυτού του συστήματος δίνει $c_1^* = \frac{D_1}{D_1+D_2}K$ και $c_2^* = \frac{D_2}{D_1+D_2}K$

Με άλλο λόγια, το K διαμερίζεται στους δύο πιστωτές κατ' αναλογία προς το χρέος της εταιρίας σε καθένα από αυτούς. Για παράδειγμα, αν K=1000000 €, D_1=1000000€ και D_2=5000000 €, τότε ο πιο πάνω κανόνας δίνει 666667€ στον πιστωτή 1 και 333333€ στον πιστωτή 2. Αντίθετα, η λύση διαπραγμάτευσης Nash θα δώσει 500000€ σε καθένα από τους πιστωτές. Προφανώς, εδώ η λύση Nash θα δώσει 5000000€ σε κατευθείαν από τους πιστωτές. Προφανώς, εδώ η λύση Nash δεν φαίνεται αρκετά αποδεκτή.

Αν εξετάσουμε προσεκτικά τη λύση Nash ενός προβλήματος πτώχευσης, είναι σαφές πως όταν το πρόβλημα διαπραγμάτευσης είναι θεμελιωδώς μη συμμετρικά όπως στην περίπτωση του προηγούμενου παραδείγματος, τότε η λύση Nash θα δίνει συχνά μη λογικές απαντήσεις. Η συνθήκη που προκαλεί αυτή τη δυσκολία τη λύση Nash είναι η συμμετρία. Είναι δυνατό να αντικαταστήσουμε τη συνθήκη της συμμετρίας με μια εναλλακτική συνθήκη. Μια από τις πιο ενδιαφέρουσες εναλλακτικές συνθήκες είναι αυτή της *μονοτονίας*. Η ιδιότητα αυτή απαιτεί από μια λύση διαπραγμάτευσης να παρέχει σε έναν παίκτη, όταν το σύνολο εναλλακτικών επιλογών διαπραγμάτευσης εκτείνεται, χρησιμότητα τουλάχιστον ίδια με εκείνη του αρχικού παιγνίου διαπραγμάτευσης. Μπορούμε να διατυπώσουμε τυπικά αυτή τη συνθήκη ως ακολούθως.

Μονοτονικότητα: ένας κανόνας λύσης s(·)ονομάζεται *μονοτονικός* αν για κάθε παίγνιο διαπραγμάτευσης $B=(S,(u_1,d_1), (u_2,d_2))$ και κάθε υποσύνολο Τα του S, το σύνολο λύσεων s(B) κυριαρχεί επί του συνόλου λύσεων $s(B_T)=(T,(u_1,d_1),(u_2,d_2))$ υπό την ακόλουθη έννοια:

$u_1(s')\geq u_1(s)$ και $u_2(s')\geq u_2(s)$

θα δείξουμε πρώτα ότι ο κανόνας της λύσης Nash δεν ικανοποιεί τη μονοτονικότητα. Ας εξετάσουμε τα παίγνια διαπραγμάτευσης σχήμα 4 .Στο πρώτο σχήμα το παίγνιο διαπραγμάτευσης είναι συμμετρικό και ο κανόνας της λύσης Nash οδηγεί στο ζεύγος απόδοσης (2,2). Στο δεύτερο σχήμα, το παίγνιο διαπραγμάτευσης *δεν* είναι συμμετρικό, και ο κανόνας της λύσης Nash οδηγεί στο ζεύγος απόδοσης (1,4). Αυτό μας δείχνει πως παρ' ότι το σύνολο των κατανομών χρησιμότητας U_T του παιγνίου του πρώτου σχήματος είναι γνήσιο υποσύνολο των κατανομών χρησιμότητας U του παιγνίου του δεύτερου σχήματος, ο παίκτης 1 παίρνει λιγότερα μα τον κανόνα της λύσης Nash στο παίγνιο αυτό. Άρα, σε καταστάσεις με ασυμμετρίες, όπως σε παίγνια διαπραγμάτευσης του είδους που απεικονίζεται στο δεύτερο σχήμα, απαιτείται η χρήση ενός ελαφρώς διαφορετικού συνόλου κριτηρίων. Ένας κανόνας λύσης που λειτουργεί καλά στην περίπτωση ασυμμετριών έχει εισαχθεί από τους E. Kalai και M. Smorodinsky. Αυτός ο κανόνας λύσης είναι το αντικείμενο της μελέτης που ακολουθεί.

Για την κατανόηση αυτού του κανόνα χρειαζόμαστε ορισμένες προκαταρκτικές γνώσεις. Χάριν απλότητας, θα υποθέσουμε ότι τα σύνολα κατανομών χρησιμότητας των παιγνίων διαπραγμάτευσης βρίσκονται στα θετικά τεταρτημόρια του επιπέδου u_1u_2.

Έστω το παίγνιο διαπραγμάτευσης $B=(S,(u_1,d_1).(u_2,d_2))$ και τα μέγιστα

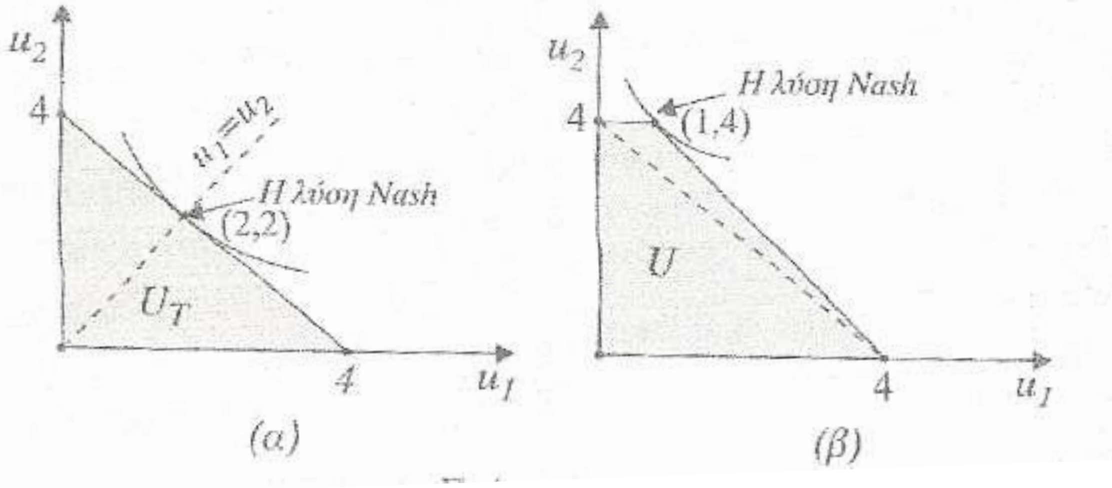
$\mu_1=\max_{s\epsilon s}u_1(s)$ και $\mu_2=\max_{s\epsilon s}u_2(s)$

οπότε αυτά υπάρχουν. (Αν το σύνολο κατανομών χρησιμότητας του B είναι συμπαγές, τότε είναι σαφές ότι τα μ_1 και μ_2 είναι καλά ορισμένα). Η *ευθεία Kalai-Smorodinsky (ή ευθεία KS) του παιγνίου διαπραγμάτευσης B* είναι η ευθεία στο επίπεδο u_1u_2 που διέρχεται από την αρχή και έχει κλίση $k=\mu_2/\mu_1$. Δηλαδή, η εξίσωση της ευθείας KS είναι

$u_2-=ku_1$

Αν $(d_1,d_2)\neq(0,0)$, τότε η ευθεία KS είναι, φυσικά, η ευθεία του επιπέδου u_1,u_2 που διέρχεται από τα σημεία (d_1,d_2) και (μ_1,μ_2). Στην περίπτωση αυτή, η ευθεία KS έχει κλίση $k = \frac{\mu_2-d_2}{\mu_1-d_1}$ και η εξίσωση της είναι

$u_2-d_2=k(u_1-d_1)$

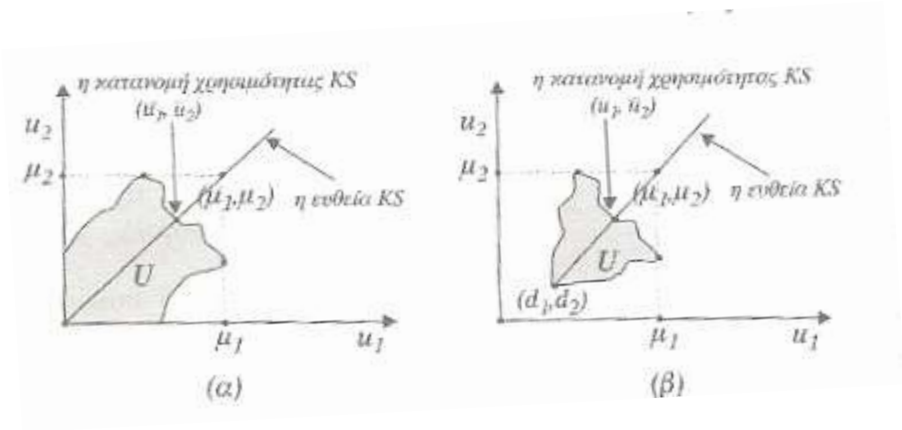


Σχήμα 5

η κατανομή χρησιμότητας *Kala-Smorodnsky* (ή κατανομή χρησιμότητας KS)του παιγνίου διαπραγμάτευσης B είναι το «πιο απομακρυσμένο βόρειο-ανατολικό σημείο $(\overline{u_1},\overline{u_2})$ πάνω στην ευθεία KS, το οποίο ανήκει στο σύνολο κατανομών χρησιμότητας U» Τυπικά, αν θεωρήσουμε το σύνολο K={ s∈S:$(u_1(s),ku_2(s))$∈U}, τότε

$$\overline{u_1} = \max_{s\epsilon K} u_1(s) \text{και} \, \overline{u_2} = k\overline{u_1}$$

Η γεωμετρική του σημασία παρουσιάζεται στο σχήμα 5. Αν $K = \emptyset$ $(\textit{το κενό σύνολο})$, τότε το παίγνιο διαπραγμάτευσης δεν διαθέτει κατανομή χρησιμότητας KS. Πρέπει επίσης να είναι σαφές, ότι ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης μπορεί να έχει το πολύ μια κατανομή χρησιμότητας KS είτε καμία. Αν ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης έχει συμπαγές σύνολο κατανομών χρησιμότητας U , τότε [με δεδομένο ότι (d_1,d_2)∈U] έπεται εύκολα ότι έχει και μια κατανομή χρησιμότητας KS. Με άλλα λόγια, ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης με ένα συμπαγές σύνολο κατανομών χρησιμότητας έχει ακριβώς μια κατανομή χρησιμότητας KS.



Σχήμα 6

Ορίζουμε τώρα τον κανόνα της λύσης Kalai-Smorodinsky (ή απλά κανόνα λύσης KS) κ(·) ως εξής:

$$\mathrm{K(B)} = \{\ \mathrm{s\epsilon S}: (\mathrm{u1(s)} = \overline{u_1}\ \kappa\alpha\iota\ u_2 = \overline{u_{2\}}}$$

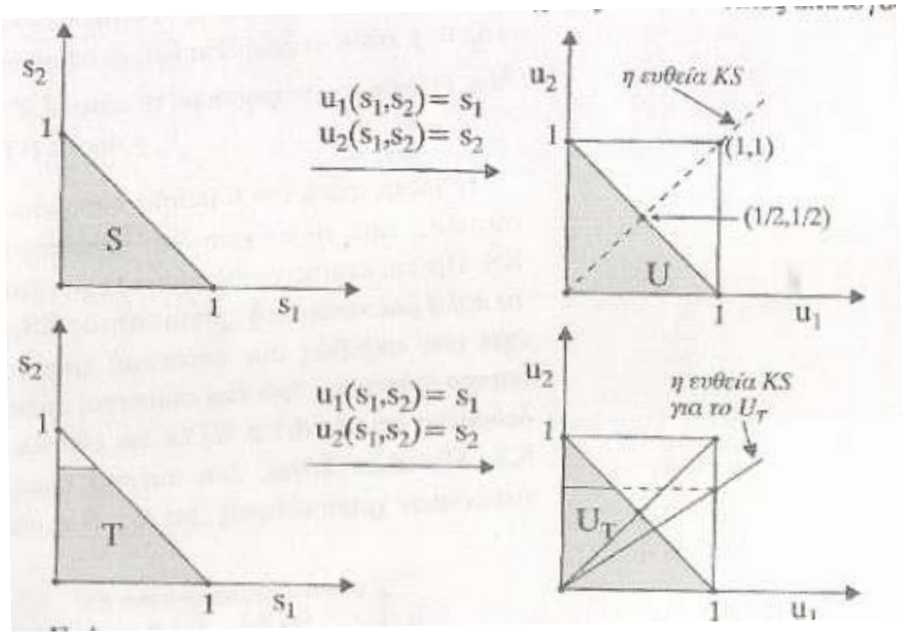
Αν το παίγνιο διαπραγμάτευσης B δεν έχει κατανομή χρησιμότητας KS τότε $K(B) = \emptyset$

Στην συνέχεια παραθέτουμε τις βασικές ιδιότητες του κανόνα της λύσης Kalai-Smorodinsky.

- Ο κανόνας της λύσης Kalai-Smorodinsky είναι ανεξάρτητος από γραμμικούς μετασχηματισμούς άλλα όχι από άσχετες εναλλακτικές πηγές.
- Κάθε κυρτό παίγνιο διαπραγμάτευσης B έχει μια κατανομή χρησιμότητας KS, ενώ το σύνολο λύσεων Kalai-Smorodinsky κ(B) δεν είναι κενό και αποτελείται από βέλτιστες εκβάσεις διαπραγμάτευσης Pareto.
- Αν B είναι κυρτό και συμμετρικό παίγνιο διαπραγμάτευσης, τότε οι λύσεις Kalai-Smorodinsky και Nash του B συμπίπτουν

K(B)=σ(B)

Το παίγνιο διαπραγμάτευσης σχήμα 6 δείχνει ότι ο κανόνας της λύσης Kalai-Smorodinsky δεν είναι ανεξάρτητος από άσχετες εναλλακτικές επιλογές.



Σχήμα 7: Ο εξάρτηση από άσχετες εναλλακτικές επιλογές.

Για να δούμε ότι ο κανόνας της λύσης Kalai-Smorodinsky Kalai-Smorodinsky είναι ανεξάρτητος από γραμμικούς μετασχηματισμούς, έστω B=(S,(u_1,d_1) ,(u_2,d_2)) ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης. Η ευθεία KS αυτού του παιγνίου έχει κλίση $k = \frac{\mu_2 - d_2}{\mu_1 - d_1}$,

Επομένως η λύση KS είναι

$$\mathrm{K(B)} = \{\, \mathrm{s\epsilon S: (u1(s)} = \overline{u_1}\ \kappa\alpha\iota\ u_2 = \overline{u_2} - d_2 = k(\overline{u_1} - d_1)\}$$

Έστω τώρα ότι B' είναι το παίγνιο διαπραγμάτευσης που προκύπτει από ένα αυθαίρετο γραμμικό μετασχηματισμό

u_1=b_1d_1 +a_1 και d_2*=b_2d_2+a_2

d_1*= b_1d_1 +a_1 και d_2*=b_2d_2+a_2

και η κλίση της ευθείας KS είναι

$$\kappa^* = \frac{\mu_2^* - \delta_2^*}{\mu_1^* - \delta_1^*} = \frac{b_2\mu_2 + a_2 - b_2d_2 + a_2}{b_1\mu_1 + a_1 - b_1d_1 + a_1} = \frac{b_2(\mu_2 - b_2)}{b_1(\mu_1 - b_1)} = \frac{b_2}{b_1}k$$

Τώρα ας υποθέσουμε ότι μια εναλλακτική επιλογή sϵS ικανοποιεί τις u_1(s)=u_1 και $u_2(s) - d_2^* = k^*(\overline{u_1} - d_1^*)$.

Τότε έχουμε u_1(s)=b_1u_1 (s)+a_1 = $\overline{u_1} = b_1\overline{u_1} + a_1$

αν και μόνον αν $u_1(s) = \overline{u_1}$.

Επιπλέον, η $u_2(s) - d_2^* = k^*(\overline{u_1} - d_1^*)$ σημαίνει $[d_2u_2(s) + a_2] - (b_2b_2 + a_2 = k^{'}[b_1\overline{u_1} + a_1(b_1d_1 + a_1)]$ ή $[d_2u_2(s) - d_2 = \frac{b_2}{b_1}k(\overline{u_1} - d_1^*)$

που ισοδυναμεί με $u_2(s) - d_2 = k(\overline{u_1} - d_1)$. Έτσι

$$\begin{aligned}\kappa(B^*) &= \{s\epsilon S: u_1(s) = \overline{u_1}\ \kappa\alpha\iota\ u_2 - d_2^* = k^*(\overline{u_1} - d_1)\} \\ &= \{s\epsilon S: u_1(s) = \overline{u_1}\ \kappa\alpha\iota\ u_2 - d_2 = k(\overline{u_1} - d_1)\} \\ &= \kappa(B)\end{aligned}$$

Αυτό μας δείχνει ότι ο κανόνας της λύσης Kalai-Smorodinsky είναι ανεξάρτητος από γραμμικούς μετασχηματισμούς.

Θεώρημα 3

Έστω $B=(S,(u_1,d_1),(u_2,d_2))$ ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης και Τα ένα υποσύνολο του S, τέτοιο ώστε το U_T να περιέχει το σημείο διαφωνίας(d_1,d_2).

Επιπλέον, έστω

$$\left(\overline{u_1}\ (S), \overline{u_2}\ (S)\right)\kappa\alpha\iota \left(\overline{u_1}\ (T), \overline{u_2}\ (T)\right)$$

Οι κατανομές χρησιμότητας Kalai-Smorodinsky των δύο παιγνίων διαπραγμάτευσης B και $B_T=(T,(u_1,d_1), (u_2,d_2))$. Αν η κλήση της ευθείας KS του B ισούται με την κλίση ευθείας KS του B_T, τότε

$$\left(\overline{u_1}\ (S) \geq\ \overline{u_1}\ (T)\right)\kappa\alpha\iota \left(\overline{u_2}\ (S), \overline{u_2}\ (T)\right)$$

Απόδειξη

Έστω k η κλίση της κοινής ευθείας KS των δύο παιγνίων διαπραγμάτευσης. Επιπλέον, έστω $K_T=\{s\epsilon T: (u_1(s),ku_2(s))\epsilon U_t$ και $K=\{s\epsilon S: (u_1(s),ku_2(s))\epsilon U_t\}$

Προφανώς $K_T \subseteq K$ οπότε

$$\overline{u_1}(T) = \max_{s\in K} u_1(s) = \overline{u_2(S)}$$

Αυτό συνεπάγεται ότι $\overline{u_2}\ (T) = K\overline{u_1}\ (T) \leq k\overline{u_1}\ (S) = K\overline{u_2}\ (S)$

Ο κανόνας της λύσης Kalai-Smorodinsky, καθώς κα ο κανόνας της λύσης Nash, μας παρέχουν λύσεις που ικανοποιούν συγκεκριμένες ρυθμιστικές ιδιότητες. Ωστόσο, σε ορισμένα παίγνια διαπραγμάτευσης ένα σύνολο συνθηκών μοιάζει να είναι περισσότερο κατάλληλο. Μέχρι τώρα περιορίσαμε τη μελέτη μας σε διαπραγματεύσεις δύο ατόμων. Συχνά η κατανομή του πλεονάσματος πραγματοποιείται μεταξύ περισσοτέρων ατόμων. Μια τέτοια κατάσταση αληθεύει ιδιαίτερα για αγορές. Σε καταστάσεις όπου το πλεόνασμα δημιουργείτε από μια ανταλλαγή αγαθών ή υπηρεσιών μεταξύ ατόμων, η κατανομή του πλεονάσματος έχει επίσης χαρακτηριστικά διαπραγμάτευσης, όμως η διαδικασία διαπραγμάτευσης είναι κάπως διαφορετική από εκείνη που αντιμετωπίσαμε ως τώρα. Σε πολλά προβλήματα διαπραγμάτευσης, τα άτομα προσπαθούν να πάρουν την καλύτερη δυνατή προσφορά χρησιμοποιώντας εναλλακτικές επιλογές.

2.5 Ο πυρήνας ενός παιγνίου διαπραγμάτευσης

Σε πολλά παίγνια διαπραγμάτευσης εμπλέκονται περισσότερα από δύο άτομα. Αυτό αληθεύει ιδιαίτερα σε αγορές, όπου τα άτομα συναλλάσσονται οικονομικά. Τέτοιες διαδικασίες συναλλαγής εμπλέκουν συνήθως περισσότερα από δύο άτομα. Παίγνια διαπραγμάτευσης πολλών ατόμων εμφανίζονται επίσης στο πλαίσιο της λήψης αποφάσεων της ομάδας. Αρκετά συχνά, τα μέλη μιας ομάδας έχουν συγκρουόμενα συμφέροντα. Σε τέτοιες περιπτώσεις, η ομάδα πρέπει να κάνει μια πρόταση που θα κριθεί αποδεκτή από όλα τα μέλη της ομάδας.

Εδώ θα αναλύσουμε παίγνια διαπραγμάτευσης πολλών ατόμων εισάγοντας την έννοια του πυρήνα. Η ιδέα του πυρήνα εισήχθη από τον F. Edgeworth και περιγράφει τις ελάχιστες προϋποθέσεις που οφείλει να πλήρη οποιοδήποτε λογική συμφωνία.

Θα αρχίσουμε με την περιγραφή του βασικού μοντέλου ενός παιγνίου διαπραγμάτευσης πολλών ατόμων. Όπως στην περίπτωση του προβλήματος διαπραγμάτευσης δύο ατόμων, υπάρχει ένα σύνολο S από εναλλακτικές επιλογές, μια συνάρτηση χρησιμότητας για κάθε άτομο, και ένα σημείο διαφωνίας που περιγράφει το status quo.

Ορισμός 6

Ένα παίγνιο ή πρόβλημα διαπραγμάτευσης n ατόμων αποτελείται από ένα σύνολο N ={1,2,…,n} n ατόμων, ένα σύνολο S εφικτών εναλλακτικών επιλογών (ή εκβάσεων της διαπραγμάτευσης ή απλά εκβάσεων), μια συνάρτηση χρησιμότητας $u1: S \rightarrow \mathbb{R}$ για κάθε παίκτη i, και ένα σημείο διαφωνίας $(d_1,\ldots.d_n)$ έτσι ώστε:

Η u_1 (s)$\geq d_1$ να ισχύει για κάθε s$\in$S και κάθε i=1, …..n και

Να υπάρχει τουλάχιστον ένα s στο S για το οποίο $u_1(s)>d_1$ για κάθε i

Με πρώτη ματιά, αυτό το πρόβλημα διαπραγμάτευσης φαίνεται να αποτελεί μια άμεση γενίκευση του προβλήματος διαπραγμάτευσης δύο ατόμων. Ωστόσο, υπάρχει μια θεμελιώδης διαφορά. Σε ένα πρόβλημα διαπραγμάτευσης n ατόμων είναι δυνατόν για κάποια ομάδα παικτών να συνεργαστούν και να σχηματίσουν ένα σιναπισμό. Ένας τέτοιος συνασπισμός παικτών μπορεί να συμφωνήσει ως προς τις εναλλακτικές επιλογές που μπορούν να πραγματοποιηθούν τα μέλη του και, στο μέτρο του δυνατού, να εξασφαλίσει υψηλότερες αποδόσεις για τα μέλη του από εκείνες που θα πετύχαιναν ως μέλη του μεγάλου συνασπισμού, δηλαδή τον συνασπισμό N όλων των n παικτών. Επομένως, όταν ο μεγάλος συνασπισμός προτείνει μια εναλλακτική επιλογή, η πρόταση πρέπει να δίνει σε κάθε παίκτη τόση ικανοποίηση όση θα μπορούσε να περιμένει ως μέλος οποιοδήποτε άλλου συνασπισμού. Κατά συνέπεια, στη μελέτη οποιοδήποτε λογικής εναλλακτικής επιλογής στο πρόβλημα διαπραγμάτευσης, είναι αναγκαίο να περιγράψουμε, τις αποδόσεις που θα έπαιρναν οι παίκτες ως μέλη ενός τυχαίου συνασπισμού.

Υποθέτουμε ότι κάθε συνασπισμό C υπάρχει ένα ειδικό, μη κενό σύνολο $Sc \subseteq S$ που αναπαριστά τις εκβάσεις της διαπραγμάτευσης οι οποίες διατίθενται στο συνασπισμό C. Έτσι, δεδομένου ενός υποσύνολο Sc του S. Το σύνολο Sc, που μπορεί να είναι κενό, είναι το σύνολο των εναλλακτικών επιλογών που μπορούν να πραγματοποιηθούν από τα μέλη του συνασπισμού C. Επειδή ο μεγάλος συνασπισμός N μπορεί να πραγματοποιήσει κάθε εναλλακτική επιλογή στο S, είναι σαφές ότι S_N =S. Το σύνολο των εφικτών εκβάσεων της διαπραγμάτευσης Sc για ένα συνασπισμό C οδηγεί στο σύνολο u(C) όλων των αποδόσεων που μπορούν να πάρουν τα μέλη του C χρησιμοποιώντας μόνο τις εναλλακτικές επιλογές στο Sc.Γενικά το σύνολο u(C)αποτελείται από όλα τα διανύσματα $(u_1, \dots . u_n) \in \mathbb{R}^n$.

Από την πιο πάνω μελέτη, πρέπει να είναι φανερό ότι κάθε παίγνιο διαπραγμάτευσης n ατόμων διαθέτει μια συνάρτηση αποτελεσματικότητας, η οποία περιγράφει αναλυτικά τις εναλλακτικές επιλογές που είναι διαθέσιμες σε κάθε συνασπισμό. Αυτό μας οδηγεί στην έννοια της χαρακτηριστικής συνάρτησης που ορίζεται ως εξής:

Ορισμός 7

Η χαρακτηριστική συνάρτηση (ή συνάρτηση συνασπισμού)ενός παιγνίου διαπραγμάτευσης n ατόμων με συνάρτηση αποτελεσματικότητας $C \longmapsto Sc$ είναι η συνάρτηση

$$u: N \to P(\mathbb{R}^n)$$

Όπου N είναι το σύνολο όλων των υποσυνόλων του N εξαιρουμένου του κενού συνόλου (δηλαδή, το σύνολο όλων των συνασπισμών), και $P(\mathbb{R}^n)$ είναι το σύνολο όλων των υποσυνόλων του $(\mathbb{R}^n)$

Σε αντίθεση με την συνάρτηση αποτελεσματικότητας που περιγράφει τις εναλλακτικές επιλογές S_c που είναι εφικτές για ένα συνασπισμό C, η χαρακτηριστική συνάρτηση περιγράφει τις αποδόσεις ή τις χρησιμότητες που τα μέλη ενός συνασπισμού C μπορούν να πάρουν από τις εναλλακτικές επιλογές στο S_c. Έτσι, για κάθε συνασπισμό C μπορούν να πάρουν από τις εναλλακτικές επιλογές στο κατανομών χρησιμότητας που ο συνασπισμός C το σύνολο u(C) περιγράφει το σύνολο όλων των κατανομών χρησιμότητας που ο συνασπισμός C μπορεί να αποκτήσει για τα μέλη του. Επειδή ένα στοιχείο του u(C) είναι n-διαστατό διάνυσμα ($u_1 \dots . u_n$), μόνο οι συνιστώσες του διανύσματος που αντιστοιχούν στους παίκτες του συνασπισμού C έχουν νόημα, καθώς οι υπόλοιπες συνιστώσες μπορούν είτε να τεθούν ίσες με μηδέν, είτε να μεταβάλλονται αυθαίρετα. Ας σημειωθεί ότι το u (C) δεν είναι κατ' ανάγκη υποσύνολο του u(N).

Συνηθίζεται να αγνοούμε τη συνάρτηση αποτελεσματικότητας $C \longmapsto Sc$ και να θεωρούμε μόνο την τη χαρακτηριστική συνάρτηση του παιγνίου διαπραγμάτευσης. Στην πραγματικότητα, από τη στιγμή που έχει προσδιοριστεί η χαρακτηριστική συνάρτηση $u: N \to P(\mathbb{R}^n)$, *οι συναρτήσεις χρησιμότητας παίζουν ελάχιστο ρόλο.*

Γι' αυτό, ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης n ατόμων ορίζεται συχνά απλώς ως μια ομάδα από n παίκτες {1,2,...n} με τη χαρακτηριστική συνάρτηση $\mathrm{u}: \mathrm{N} \to \mathrm{P}(\mathbb{R}^{\mathrm{n}})$.

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε με τη βοήθεια ενός παραδείγματος πως ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης n ατόμων μπορεί να γράφει στη μορφή της χαρακτηριστικής συνάρτησης.

2.6 Παράδειγμα

Θεωρούμε την περίπτωση τριών επιχειρήσεων παροχής ηλεκτρικής ενέργειας τοποθετημένων σε γεωγραφικά γειτονικές περιοχές. Καθεμία έχει καλά ορισμένα όρια δικαιοδοσίας εντός των οποίων είναι ο αποκλειστικός φορέας παροχής ενέργειας. Ωστόσο, η τοποθεσία των εργοστασίων και η ποιότητα της παραγόμενης ενέργειας είναι τέτοια, ώστε αν οι τρεις επιχειρήσεις συμφωνήσουν να συναλλαγούν ως προς την παροχή ενέργειας σε φθηνότερες τιμές. Ένας τρόπος να περιγράψουμε το τι θα συμβεί, στο πλαίσιο των διαφορών σεναρίων, είναι μέσω του παιγνίου διαπραγμάτευσης στη μορφή της χαρακτηριστικής συμπεριφοράς του.

Στην περίπτωση αυτή οι τιμές της χαρακτηριστικής συνάρτησης για συνασπισμούς μεγέθους 1 δίνονται από τις σχέσεις:

$$u(\{1\}) = \{(0, x = x_2, x_3): x_2, x_3 \in \mathbb{R}\}$$

$$u(\{2\}) = \{(0, x = x_2, x_3): x_2, x_3 \in \mathbb{R}\}$$

$$u(\{3\}) = \{(0, x = x_2, x_3): x_2, x_3 \in \mathbb{R}\}$$

Για παράδειγμα, το σύνολο u({1}) υποδηλώνει ότι το κέρδος της πρώτης εταιρίας, χωρίς να ανήκει σε ένα συνεταιρισμό, έχει κανονικοποιηθεί στο μηδέν, ενώ τα κέρδη των άλλων δύο εταιριών καθορίζονται από τα x_2,x_3 (τα οποία, ως άγνωστοι, μπορούν να λάβουν οποιαδήποτε τιμή). Εδώ, κέρδος μηδέν σημαίνει απλά ότι η εταιρία έχει μόνο ένα κανονικό κέρδος, δηλαδή έχει μόνο το μέσο ρυθμό κέρδους ως προς το κεφάλαιο της.

Για συνασπισμούς μεγέθους 2 έχουμε:

$$u(\{1\},2) = \{(0.5,0.5,x_3): x_3 \in \mathbb{R}\}$$

$$u(\{2,3\}) = \{(x_1, 0.5,0.5): x_1 \in \mathbb{R}\}$$

$$u(\{1,3\}) = \{(0.6, x_2, 0.4): x_2 \in \mathbb{R}\}$$

και τέλος για το μεγάλο συνασπισμό έχουμε

$$u(\{1,2,3\}) = \{(0.8,1,0.5)\}$$

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, η σύμβαση είναι να αγνοούμε τις αποδόσεις των μελών που δεν ανήκουν στο συνασπισμό. Έτσι, μια συνιστώσα που σχετίζεται με ένα παίκτη i, ο οποίος δεν ανήκει στο συνασπισμό, συμβολίζεται με την άγνωστη μεταβλητή x_i και μπορεί να πάρει οποιαδήποτε αυθαίρετη τιμή.

Ένα από τα κεντρικά χαρακτηριστικά καταστάσεων διαπραγμάτευσης ατόμων είναι ότι συχνά οι συνασπισμοί μπορούν να προσφέρουν στα μέλη τους καλύτερες αποδόσεις απ' ότι ο μεγάλος συνασπισμός. Σε τέτοιες περιπτώσεις, ένας συνασπισμός που μπορεί να εξασφαλίσει υψηλότερη απόδοση στα μέλη του, θα θέλει φυσικά να εγκαταλείψει το μεγάλο συνασπισμό. Πιο αυστηρά, μια έκβαση $s \epsilon S$ θα ονομάζεται **εμποδισμένη** από ένα συνασπισμό C αν υπάρχει κάποιο διάνυσμα $(u_1,\ldots,u_n) \epsilon u(C)$ που ικανοποιεί την ανισότητα

$U_i > u_i(s)$ για κάθε $i \epsilon C$

Το γεγονός ότι κάποιες προτάσεις του μεγάλου συνασπισμού μπορούν να εμποδιστούν, εξασφαλίζει ότι οι μόνες προτάσεις του με ρεαλιστική ελπίδα αποδοχής είναι οι εναλλακτικές επιλογές για τις οποίες κανένας συνασπισμός δεν μπορεί να προβάλλει αντίρρηση. Η ιδέα αυτή αποτελεί το κεντρικό χαρακτηριστικό γνώρισμά της έννοιας του αποτελέσματος του πυρήνα όπως ορίζεται παρακάτω:

Ορισμός 8

Κάθε έκβαση ενός παιγνίου διαπραγμάτευσης n ατόμων, η οποία δεν μπορεί να εμποδιστεί από οποιοδήποτε συνασπισμό ονομάζεται *αποτέλεσμα του πύρινα*. Το σύνολο όλων των αποτελεσμάτων του πυρήνα ονομάζεται *πυρήνας*.

Μια κατανομή χρησιμότητας της μορφής $(u_1(s^*),\ u_2(s^*),\ldots..u_3(s))$ όπου το s είναι ένα αποτέλεσμα του πυρήνα, ονομάζεται *κατανομή χρησιμότητας του πυρήνα.* Το σύνολο όλων των κατανομών χρησιμότητας του πυρήνα ενός παιγνίου διαπραγμάτευσης με χαρακτηριστική συνάρτηση u συμβολίζεται με Core(u). Προφανώς, το Core(u) είναι ένα υποσύνολο του u(N). Παρατηρούμε ότι μια κατανομή χρησιμότητας $(u_1,u_2,\ldots.u_n)$ $\epsilon u(N)$ ανήκει στο σύνολο Core(u) αν μόνο αν δεν υπάρχει συνασπισμός C και κάποιο $(u_1,u_2,\ldots.u_n)$ $\epsilon u(C)$ που ικανοποιεί την $u_i > u_i$ για κάθε $i \epsilon C$.

Τώρα θα πρέπει να έχει καταστεί σαφές ότι κάθε «λύση » ενός παιγνίου διαπραγμάτευσης n ατόμων πρέπει να ανήκει στον πυρήνα αφού, διαφορετικά, κάποιος συνασπισμός θα προβάλλει αντίρρηση στην προτεινόμενη λύση. Επίσης στο σημείο αυτό αξίζει να σημειωθεί ότι κάθε αποτέλεσμα του πυρήνα ικανοποιεί την ακόλουθη *συνθήκη αποτελεσματικότητας:* αν s* είναι ένα αποτέλεσμα του πυρήνα τότε δεν υπάρχει άλλο αποτέλεσμα s που ικανοποιεί την $u_i(s) > u_i(s^*)$για κάθε παίκτη i. (Αν υπάρχει αποτέλεσμα s που να ικανοποιεί την $u_i(s) > u_i(s^*)$για κάθε παίκτη i, τότε ο μεγάλος συνασπισμός N εμποδίζει το s*).

Ένα σημαντικό ζήτημα που πρέπει να εξετάσουμε για ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης n ατόμων είναι το κατά πόσον έχει ένα μη κενό πυρήνα. Προφανώς, το ζήτημα αυτό είναι άμεσου ενδιαφέροντος, καθώς ένα παίγνιο με κενό πυρήνα δεν έχει καμία ελπίδα να προφέρει μια αποδεκτή εναλλακτική επιλογή με την οποία να συμφωνήσει κάθε συνασπισμός. Μια συνθήκη για ένα παίγνιο n ατόμων (μαζί με ορισμένες άλλες καθιερωμένες υποθέσεις)που εξασφαλίζει ότι ο πυρήνας είναι μη κενός ονομάζεται *ισορρόπηση.*

Υπενθυμίζουμε ότι το χ_c συμβολίζει τη συνάρτηση δείκτη του C, δηλαδή, τη συνάρτηση χ_c :N → ℝ που ορίζεται ως $\chi_c(k) = 1 \; αν \; k \in C \; και \; \chi_c\,(k) = 0 \; αν \; k \notin C$

Ορισμός 9

Μια οικογένεια συνασπισμών θα ονομάζεται *ισορροπημένη* οποτεδήποτε μπορούμε να βρούμε μη αρνητικά βάρη {C∈C} (οικογένεια ισορροπημένων βαρών), τέτοια ώστε

$$\sum_{C \in C} w_C\, \chi_C = x_N$$

Ισοδύναμα, μια οικογένεια C από συνασπισμούς θα είναι ισορροπημένη οποτεδήποτε υπάρχουν μη αρνητικά βαθμωτά {W_c: C∈C} (βάρη ισορρόπησης), τέτοια ώστε αν θέσουμε C_i={C∈C:i∈C} (δηλαδή, το C_i αποτελείται από όλους τους συνασπισμούς του C στους οποίους ανήκει ο παίκτης i), τότε

$$\sum_{C \in C} w_C = 1$$

Ισχυεί για κάθε i=1,2,….,n. Δυστυχώς, δεν είναι εύκολο να ελέγξουμε αν μια δεδομένη οικογένεια συνασπισμών είναι ισορροπημένη. Για παράδειγμα αν N={1,2,3}, τότε οι οικογένειες

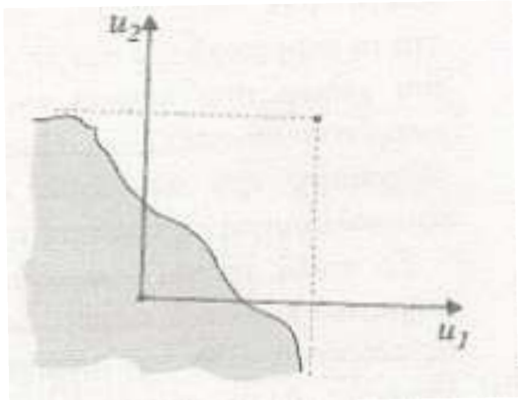
C_1={{1},{2},{3}} και C_2={{1,2},{2,3},{2,3}}

Είναι αμφότερες ισορροπημένες για το C_1 θεωρήστε τα βάρη ισορρόπησης {1,1,1} και για το C_2 τα βάρη ισορρόπησης {1/2,1/2, 1/2} ενώ η οικογένεια c_3 {{1},{1,2}{1,3}} δεν είναι ισορροπημένη.

Ορισμός 10 (Bondereva)

Ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης n ατόμων θα ονομάζεται ισορροπημένο οποτεδήποτε κάθε ισορροπημένη οικογένεια C από συνασπισμούς ικανοποιεί τη σχέση $\bigcup_{C\in C} u(C) \sqsubseteq u(N)$

Για την μελέτη της περιεκτικότητας απαιτείται και μια άλλη ιδιότητα των συνόλων. Ένα υποσύνολο A του ευκλείδειου χώρου $\mathbb{R}^n$θα ονομάζεται **περιεκτικό,** οποτεδήποτε η σχέση $(u_1,\ldots.u_n)\epsilon A$ συνεπάγεται ότι $(u_1,\ldots.u_n)$ ϵA για όλα τα διανύσματα $(u_1,\ldots.u_n)$ $\epsilon\,\mathbb{R}^n$, τα οποία ικανοποιούν την ανισότητα $u_i \leq u_n$ για κάθε i. Ένα δισδιάστατο περιεκτικό σύνολο παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα



Σχήμα 8: ένα περιεκτικό κλειστό , και άνω φραγμένο σύνολο

Στην συνέχεια θα διατυπώσουμε ένα από τα θεμελιώδη αποτέλεσμα στη βιβλιογραφία, που οφείλεται στον H.E. Scarf, και αφορά την ύπαρξη κατανομών του πυρήνα.

Θεώρημα 4 (Scarf)

Υποθέτουμε ότι η χαρακτηριστική συνάρτηση u ενός παιγνίου διαπραγμάτευσης n ατόμων ικανοποιεί τις ακόλουθες ιδιότητες:

Κάθε u(C) είναι κλειστό

Κάθε u(C) είναι περιεκτικό

Αν τα uϵu(C) και $w \in \mathbb{R}^n$ικανοποιούν την u_i=w_i για κάθε iϵC, τότε wϵu(C)

Κάθε u(C) είναι άνω φραγμένο στον $\mathbb{R}^c$δηλαδή, για κάθε συνασπισμό C υπάρχει κάποιο M_C>0 τέτοιο ώστε $u_i \leq M_c$ για κάθε συνασπισμό iϵC.

Αν το παίγνιο διαπραγμάτευσης είναι ισορροπημένο, τότε έχει ένα αποτέλεσμα πυρήνα.

Αυτό το σημαντικό θεώρημα αποδείχθηκε το 1967 από τον H.E. Scarf. Έκτοτε υπήρξαν πολλές απόπειρες παρουσίασης μιας απλής απόδειξης του αποτελέσματος αυτού. Η απλούστερη μέχρι σήμερα απόδειξη φαίνεται πως είναι εκείνη των L. Shapley και R. Vohra

Η συνθήκη ισορροπίας, που έχει ουσιώδη σημασία για την εξασφάλιση της μη κενότητας του πυρήνα, με πρώτη ματιά μοιάζε αρκετά τεχνικού χαρακτήρα. Ένας τρόπος να κατανοήσουμε αυτή τη συνθήκη είναι να σημειώσουμε, ότι τα βάρη που δίνονται σε κάθε παίκτη όταν ανήκει σε διαφορετικούς συνασπισμούς σε μια ισορροπημένη συλλογή έχουν άθροισμά 1. Έτσι, αν η ισορροπημένη συλλογή αποτελείται από δύο συνασπισμούς τότε ολικό βάρος ενός παίκτη που ανήκει και σους δύο συνασπισμούς πρέπει να ισούται με 1. Ουσιαστικά, τα βάρη σε μια ισορροπημένη συλλογή υποδηλώνουν την παρουσία και τη «σπουδαιότητα» ενός παίκτη στους συνασπισμούς. Με άλλα λόγια, η συνθήκη ισορροπίας δείχνει ότι από τη συμμετοχή του στο μεγάλο συνασπισμό ένας παίκτης αποκτά τουλάχιστον όση χρησιμότητα παίρνει και από τη συμμετοχή του σε μια ισορροπημένη οικογένεια συνασπισμών. Παρ ότι η συνθήκη ισορροπίας φαίνεται κάπως δύσχρηστή, έχει αποδειχθεί ως η πλέον χρήσιμη από τις συνθήκες που εξασφαλίζουν τη μη κενότητα του πυρήνα.

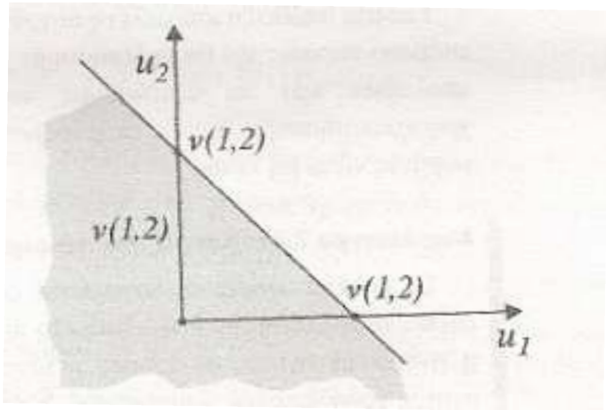
Σε πολλά παίγνια διαπραγμάτευσης, η απόδοση ενός ατόμου είναι απλά το χρηματικό ποσό που παίρνει. Σε τέτοιες περιπτώσεις, μπορούμε να προσθέσουμε τις αποδόσεις όλων των ατόμων σε ένα συνασπισμό και να αναπαραστήσουμε το άθροισμα ή τη συνολική απόδοση με ένα αριθμό αντί με ένα σύνολο διανυσμάτων. Στις καταστάσεις αυτές, απλώς συμβολίζουμε αυτόν τον πραγματικό αριθμό με u (C) και τον ερμηνεύουμε ως τη χαρακτηριστική συνάρτηση του παιγνίου διαπραγμάτευσης. Ο αριθμός u(C) είναι επίσης γνωστός ως η αξία του συνασπισμού C. Επειδή το u (C) είναι τώρα ένας αριθμός που αναπαριστά το συνολικό αθροισμάτων αποδόσεων των μελών του C, το u(C) μπορεί να διανεμηθεί στα μέλη του συνασπισμού C με οποιοδήποτε τρόπο επιλέξουμε, έτσι ώστε αν u_1 είναι το ποσόν που παίρνει ο παίκτης i, τότε

$$\sum_{i \in C} u_i = u(C)$$

Ο λόγος που το u(C) μπορεί να ερμηνευτεί ως η χαρακτηριστική συνάρτηση του συνασπισμού είναι ότι το u(C) μπορεί επίσης να ταυτιστεί με το ακόλουθο κλειστό και περιεκτικό υποσύνολο του $\mathbb{R}^n$

$$\{(u_1, \dots . u_n) \in \mathbb{R}^n : \sum_{i \in C} U_i \leq u(C)\}$$

Θα χρησιμοποιήσουμε το u(C) για να συμβολίζουμε τόσο το άθροισμα της συνολικής απόδοσης των μελών του συνασπισμού C, όσο κα το προηγούμενο σύνολο. Το νόημα του u(C)θα αποσαφηνίζεται από τα συμφραζόμενα. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζονται ο αριθμός u(C) και το σύνολο u(C)για το συνασπισμό C={1,2}.



Σχήμα 9

Εφόσον η απολαβή του μέλους ενός συνασπισμού μπορεί να αυξηθεί ή να μειωθεί δίνοντας στο άτομο λιγότερα ή περισσότερα χρήματα, δηλαδή, κάνοντας *παράπλευρες πληρωμές*, τέτοια παίγνια διαπραγμάτευσης ονομάζονται *συχνά παίγνια παράπλευρων απολαβών* , ενώ είναι επίσης γνωστά ως *παίγνια μεταβίβασης χρησιμότητας.* Παίγνια διαπραγμάτευσης που δεν επιτρέπουν παράπλευρες πληρωμές αναφέρονται στη βιβλιογραφία ως *παίγνια μη παράπλευρων απολαβών.*

Θεώρημα 5

Σε ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης u παράπλευρων απολαβών n ατόμων, ένα διάνυσμα (u_1, …. u_n)εu(N) ανήκει στον πυρήνα αν και μόνον αν η ανισότητα

$$\sum_{i \in C} u_i \geq u(C)$$

ισούται για κάθε συνασπισμό C.

Θεώρημα 6 (Bondareva)

Ένα παίγνιο διαπραγμάτευσης παραπλεύρων απολαβών n ατόμων έχει ένα μη κενό πυρήνα αν και μόνον αν για κάθε ισορροπημένη συλλογή C από συνασπισμούς υπάρχουν βάρη ισορρόπησης {w_C:C∊C} τέτοια ώστε

$$\sum_{C \in C} w_c \, u(C) \leq u(N)$$

Κανόνες κατανομής : η τιμή SHARLEY

Έστω $u: n \to \mathbb{R}$ ένα παίγνιο παράπλευρων απολαβών σε μορφή χαρακτηριστικής συνάρτησης. Θα λέμε ότι ο παίκτης i είναι εικονικός παίκτης αν για κάθε συνασπισμό ισχύει $u(C \cup \{i\}) = u(C)$. Δηλαδή, ένας παίκτης θα είναι εικονικός αν με το να είναι μέλος οποιοδήποτε δεν συνεισφέρει καθόλου σε αυτόν το συνασπισμό.

Μια μετάθεση π των παικτών είναι απλά μια ένα – προς – ένα συνάρτηση π:N→N. Δηλαδή, μια μετάθεση είναι μια αναδιάταξη των παικτών σε ένα παίγνιο. Ως συνήθως, αν C είναι ένας συνασπισμός παικτών, ορίζουμε τους δύο συνασπισμούς π(C) και π^{-1}(C) ως εξής:

π(C)={P(i):i∊C} και π^{-1}(C)={P(i):i∊C}

Τώρα, για κάθε μετάθεση π ορίζουμε ένα νέο παίγνιο $\pi\upsilon: \nu \to \mathbb{R}$ ως εξής:

πυ(C)=υ(π^{-1}(C)) ή πυ(C)=υ(π(C))

Με άλλα λόγια το παίγνιο πυ είναι ίδιο με το παίγνιο υ, όπου οι ρόλοι των παικτών έχουν εναλλαγή μέσω της μετάθεσης π. θα πρέπει να τονίσουμε το ποσόν πυ(C) που παίρνει ένας συνασπισμός C στο παίγνιο πυ είναι ίδιο με το ποσόν που παίρνει ο συνασπισμός π^{-1}(C)={i∊N:π(i)∊C} στο παίγνιο πυ. Τώρα μπορούμε να εισάγουμε την έννοια της τιμής Sharley.

Ορισμός 11

Μια τιμή Shapley (ή απλά τιμή) είναι ένας κανόνας φ που αντιστοιχίζει σε κάθε παίγνιο u παραπλεύρων απολαβών n ατόμων ένα n-διάστατο διάνυσμα $\phi(u)=\phi_1(\upsilon)$, $\phi_2(\upsilon)$,…. $\Phi_n(\upsilon))$ το οποίο ικανοποιεί τις ακόλουθες ιδιότητες:

Αποτελεσματικότητα $\sum_{i=1}^{n} \varphi_\iota(u) = \theta(N)$

Συμμετρία: για κάθε μετάθεση π του u και κάθε παίκτη i έχουμε $\phi_{\pi(i)}(\pi\upsilon)=\phi_i$δεν εξαρτάται από την αρίθμηση του παίκτη i αλλά από τη θέση του στο παίγνιο ως προς τη χαρακτηριστική συνάρτηση u.

Γραμμικότητα: Αν u και u είναι δύο βαθμωτά, τότε

Φ(αu+βu)=αφ(u)+βφ(υ)

Όπου το αu + βu συμβολίζει το παίγνιο παραπλεύρων απολαβών n ατόμων που ορίζεται ως (αυ+βu)(C)= (αυ(C)+βu(C).

Μη επιρροή των εικονικών παικτών: αν i είναι ένας εικονικός παίκτης, τότε $\phi_i(u)=0$.

Υπενθυμίζουμε ότι για κάθε ακέραιο n το παραγοντικό n! Ορίζεται ως

n!=1x2x3x…x(n-1)xn

όπου 0!=1. Ο αριθμός n! συμπίπτει με τον αριθμό όλων των δυνατών μεταθέσεων ενός συνόλου με n στοιχεία. Ως συνήθως, το |C|συμβολίζει τον αριθμό των παικτών στο συνασπισμό C. Επίσης υιοθετούμε τη σύμβαση συμφώνα με την οποία για κάθε παίγνιο διαπραγμάτευσης n ατόμων υιοθετούμε $(u(\emptyset) = 0$.

Το 1953, ο LS Shapley θεμελίωσε επίσης το ακόλουθο αξιοσημείωτο αποτέλεσμα:

Θεώρημα 7 (Shapley)

Η κλάση όλων των παιγνίων παράπλευρων απολαβών έχει μια μοναδική τιμή Shapley επιπλέον, για κάθε παίγνιο u παράπλευρων απολαβών n ατόμων οι συνιστώσες της τιμής Shapley. Επιπλέον, για κάθε παίγνιο u παράπλευρων απολαβών n ατόμων οι συνιστώσες της τιμής Shapley $\phi(u)=\phi_1(u),\phi_2(u)$…. $\Phi_n(u))$ δίνονται από τους τύπους

$$\varphi_1(u) = \sum_{C\subseteq N\{i\}} \frac{|C|!\,(|N| - |C| - 1)!}{|N|!} [u(C \cup \{i\}) - u(C)]$$

για κάθε i=1,2,…,n.

Η ποσότητα $u(C \cup \{i\}) - u(C)$ που εμφανίζεται πιο πάνω ονομάζεται *οριακή αξία του παίκτη i* όταν αυτός συμμετέχει στο συνασπισμό C.

Αν εξετάσουμε τον τύπο για την τιμή Shapley, θα παρατηρήσουμε ότι το ποσόν που δίνεται σε έναν παίκτη i είναι στην πραγματικότητα η *αναμενόμενη οριακή αξία* του παίκτη i. Φυσικά, ο αριθμός των συνασπισμών στους οποίους μπορεί να συμμετέχει ένας παίκτης i είναι ίδιος με τον αριθμό *συνασπισμών* που μπορούν να σχηματίσουν από το σύνολο παικτών N\{i}. Για κάθε συνασπισμό C που δεν περιλαμβάνει τον παίκτη i υπάρχουν |C|!(|N|-|C|-1)! τρόποι διάταξης των παικτών στο παίγνιο, έτσι ώστε οι παίκτες στο C να βρίσκονται κατά σειρά ακριβώς μπροστά από τον i, και οι παίκτες $(C \cup \{i\})$ να βρίσκονται πίσω από τον παίκτη i. Επειδή υπάρχουν |N|! τρόποι διάταξης των |N| παικτών, η πιθανότητα τα μέλη του συνασπισμού C να βρεθούν κατά σειρά ακριβώς μπροστά από τον παίκτη i είναι:

$$\frac{|C|!\,(|N| - |C| - 1)!}{|N|!}$$

Επομένως, το αποτέλεσμα αυτό μπορεί να ερμηνευθεί ως η πιθανότητα του συνασπισμού C να σχηματιστεί μπροστά από τον παίκτη i και στη συνέχεια ο i να γίνει μέλος του C. Μπορούμε να δείξουμε ότι ισχύει $\sum_{c \subseteq N\{i\}} \frac{|C|!(|N|-|C|-1)!}{|N|!} = 1.$

Άρα η τιμή του Shapley ενός παιγνίου δίνει σε κάθε παίκτη α τη *μέση τιμή* της οριακής αξίας, την οποία ο παίκτης μπροστά του με κάποια σειρά διάταξης των παικτών. Μια εναλλακτική ερμηνεία της τιμής Shapley είναι ότι υποδηλώνει την «αναμενόμενη ισχύ» ενός ατόμου σε ένα παίγνιο. Έτσι η τιμή Shapley έχει τουλάχιστον δύο διαφορετικές ερμηνείες. Η πιο κατάλληλη περιγραφή της τιμής Shapley εξαρτάται από το συγκεκριμένο πρόβλημα στο οποίο εμφανίζεται. Σε παίγνια διαπραγμάτευσης η καλύτερη ερμηνεία της τιμής Shapley είναι ως ένας κανόνας κατανομής που δίνει σε κάθε παίκτη τη μέση ή αναμενόμενη οριακή αξία του.

Στο σημείο αυτό παρουσιάζει κάποιο ενδιαφέρον να εξετάσουμε τι αποδίδει η τιμή Shapley σε κάθε παίκτη στο απλούστερο δυνατό παίγνιο διαπραγμάτευσης ένα παίγνιο στο οποίο δύο άτομα πρέπει να μοιραστούν μεταξύ τους ένα χρηματικό ποσόν. Η χαρακτηριστική συνάρτηση του παιγνίου αυτού μπορεί να γραφεί ως

u({1})=({2})=0 και u({1,2})=M

Ας σημειωθεί ότι ο παίκτης 1 μπορεί να συμμετέχει μόνο στο συνασπισμό {2} και η οριακή αξία του στην περίπτωση αυτή είναι u({1,2})-u({1}) =M . Επειδή υπάρχει μόνο ένας τρόπος με τον οποίο ο συνασπισμός {2} μπορεί να τεθεί μπροστά από τον παίκτη 1, παρατηρούμε ότι:

$$\varphi_1(u) = \frac{0!\,1!}{2!}[u(\{!\}) - u(\emptyset)] + \frac{1!\,0!}{2!}[u(\{1,2\}) - u(\{2\})] = \frac{0!\,1!}{2!}0 + \frac{0!\,1!}{2!}M = M/2$$

Μια παρόμοια συλλογιστική δείχνει ότι το $\phi_2(u)=M/2$. Στην περίπτωση αυτή η τιμή Shapley παρέχει στο παίγνιο μια απόλυτα λογική λύση.

Ας δούμε ένα αριθμητικό παράδειγμα τι είδους τέλη προσγείωσης μας δίνει η τιμή Shapley. Έστω ότι με κόστος 10 εκατομμυρίων ευρώ μπορεί να κατασκευαστεί ένας διάδρομος προσγείωσης που μπορεί να εξυπηρετήσει πέντε διαφορετικούς τύπους αεροσκαφών. Το κεφαλαιουχικό κόστος του διαδρόμου πρέπει να αποσβεστεί σε δέκα χρόνια. Σύμφωνα με εκτιμήσεις στα δέκα επόμενα χρόνια θα υπάρξουν συνολικά 10000 προσγειώσεις.

Τα κόστη κατασκευής του διαδρόμου για τους πέντε τύπους αεροσκαφών είναι:

K_1=1000000є, K_2=2000000є, K_3=3500000є, K_4=7500000є, K_5=10000000є

Από τους πέντε τύπους αεροσκαφών, αναμένεται ότι ο τύπος 1 θα έχει 5000 προσγειώσεις οπότε N_1=5000. Ομοίως N_2=1000, N_3=1000, N_4=2000, N_5=1000. Αν τώρα υπολογίσουμε την τιμή Shapley αυτού του παιγνίου προκύπτει

$$\varphi_i(u) = \frac{K_0 - K_1}{N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5} = \frac{-1000000}{10000} = -100$$

για κάθε $i \in N_1$. Για $i \in N_2$;έχουμε:

$$\varphi_i(u) = \sum_{\ell=1}^{2} \frac{K_{\ell-1} - K_\ell}{\sum_{t=\ell}^{5}|N_t|} = \frac{K_0 - K_1}{N_1 + \cdots . N_5} + \frac{K_1 - K_2}{N_2 + \cdots . N_5} = -300$$

Για $i \in N_3$ έχουμε ϕ_i =-800, για $i \in N_4$ έχουμε ϕ_i=-2800, για $i \in N_5$ έχουμε ϕ_i =-5300. Έτσι το πρόγραμμα των τελών προσγείωσης έχει ως εξής:

100€ για τον τύπο 1, 1300€ για τον τύπο 2, 2800€ για τον τύπο 3, 2800€ για τον τύπο 4, 5300€ για τον τύπο 5.

Αυτό που παρατηρούμε εδώ είναι ότι τα τέλη προσγείωσης αντανακλούν τη αύξηση του κόστους, λόγω των διαφορετικών τύπων αεροσκαφών και της συχνότητας προσγειώσεων. Έτσι, ο τύπος 5 έχει το μεγαλύτερο τέλος προσγείωσης, αφού για την εξυπηρέτηση αυτού του τύπου αεροσκάφους, η αύξηση στο κόστος κατασκευής του διαδρόμου είναι 2500000€, ενώ ο προσδοκώμενος αριθμός προσγειώσεων για τον τύπο αυτό είναι μόνο 1000.

Επομένως, η δομή των τελών που προκύπτει από την τιμή Shapley φαίνεται πως είναι αποδεκτή τόσο από διαίσθηση όσο και από λογική άποψη.

2.7 Η συμβολή του John Nash στην ισορροπία και την διαπραγμάτευση

Η πρώτη επίδειξη των δυνατοτήτων της θεωρίας παιγνίων μη- συνεργασίας σε εφαρμογές, ήταν η ανάλυση του διαπραγματευτικού προβλήματος από τον Nash. Η ανάλυση αυτή του Nash καλλιεργήθηκε από την προγενέστερη ανάλυση του, στην οποία, όπως συμβαίνει και στην ανάλυση της διαπραγμάτευσης των von Neumann και Margenstern, πραγματεύτηκε μια κατάσταση δυο παικτών που δύνανται να κάνουν δεσμευτικές συμφωνίες σχετικά με το πώς θα παιχτεί το παίγνιο. Ο Nash ήθελε να οξύνει τα συμπεράσματα των non Neumann και Morgenstern εκφράζοντας τις αποδόσεις που οι διαπραγματευτές μπορούν «ορθολογικά να προβλέψουν» ως συνάρτηση – η ανάλυση του διακρίνεται για το στόχο της να αναγνωρίσει ένα μοναδικό διαπραγματευτικό αποτέλεσμα- των δεδομένων του διαπραγματευτικού προβλήματος. (εφαρμόζοντας τη θεωρία συνεργασίας των von Neumann και Margenstern στα προβλήματα διαπραγμάτευσης, απλά αναπαράγει το συμπέρασμα του Edgeworth, ότι το αποτέλεσμα πρέπει να βρίσκεται πάνω στην καμπύλη συμβάσεων, δηλαδή το σύνολο των αποτελεσμάτων έτσι ώστε κανένα εφικτό αποτέλεσμα να μην αποφέρει υψηλότερες αποδόσεις για κανέναν από τους δύο διαπραγματευτές και η απόδοση του κάθε διαπραγματευτή να είναι τουλάχιστον η μέγιστο – ελάχιστο απόδοση του). Έδειξε ότι μια τέτοια συνάρτηση, η διαπραγματευτική λύση του Nash, χαρακτηρίζεται με μοναδικό τρόπο από εύλογά αξιώματα. Αυτά τα αξιώματα γενικεύουν την ευρύτερα παραδεκτή αρχή του μοιράσματος των κερδών από συμφωνίες τόσο σε προβλήματα διαπραγμάτευσης με μη-γραμικές ωφέλειες / χρησιμότητες όσο και σε σύνολα εφικτών αποτελεσμάτων, στα οποία η σημασία της ίσης μοιρασιάς δεν είναι επαρκώς προφανής.

Στην ανάλυση του Nash για τη διαπραγμάτευση, η καινοτομία συνίσταται στη χρησιμοποίηση της έννοιας της ισορροπίας για το χαρακτηρισμό των ορθολογικών στρατηγικών των παικτών σε ένα ρητό μοντέλο μη – συνεργασίας της διαπραγματευτικής διαδικασίας. Στο μοντέλο του, οι διαπραγματευτές έχουν ταυτόχρονες, «μια και έξω» επιδιώξεις, οι οποίες εκφράζονται ως ωφέλειες / χρησιμότητες. Ένα οι επιδιώξεις τους είναι εφικτές, θεωρούμενες συνολικά, η διαπραγμάτευση λήγει σε μια δεσμευτική συμφωνία η οποία τους αποφέρει τις ωφέλειες / χρησιμότητες που επιδίωξαν διαφορετικά, η διαδικασία καταλήγει σε διαφωνία. Ο Nash υπερασπίστηκε αυτόν τον προσδιορισμό του παιγνίου ζήτησης ως ακολούθως:

«Φυσικά δεν μπορεί κάποιος να αντιπροσωπεύσει όλα τα πιθανά διαπραγματευτικά τεχνάσματα ως κινήσεις σε ένα παίγνιο μη – συνεργασίας. Η διαπραγματευτική διαδικασία πρέπει να τυπωθεί και να περιοριστεί, αλλά με τέτοιο τρόπο ώστε από τους συμμετέχοντες να είναι ακόμα σε θέση να χρησιμοποιήσει όλες τις καίριες δυνάμεις της θέσης του.»

Αυτό υποστηρίχθηκε επίσης και από τους Schelling και Harsanyi με τη σκιαγράφηση πιο λεπτομερών δυναμικών μοντέλων.

Στο παίγνιο ζήτησης, κάθε ζεύγος επιδιώξεων στην καμπύλη συμβάσεων αποτελεί μια ισορροπία. Ένας παίκτης που μειώνει τις επιδιώξεις του, ξεκινώντας από ένα τέτοιο ζεύγος, θα μειώσει και την απόδοσή του χωρίς αποζημίωση και ένας παίκτης που αυξάνει τις επιδώσεις του προκαλεί διαφωνία, μειώνοντας και αυτός την απόδοση του. Η ανάλυση του Nash μέχρι τώρα υποδηλώνει την ακόλουθη άποψη για τη διαπραγμάτευση: υπάρχουν πολλές αποτελεσματικές συμφωνίες οι οποίες είναι καλύτερες από τη διαφωνία και για τους δύο διαπραγματευτές ωστόσο, στην επιλογή μεταξύ αυτών. Άρα, η διαπραγμάτευση μπορεί να παράγει μεγάλη αβεβαιότητα σχετικά με το πώς οι παίκτες θα ανταποκριθούν στην πολλαπλότητα ισορροπιών, ακόμα και όταν δεν υπάρχει άλλη αβεβαιότητα στο περιβάλλον διαπραγμάτευσης. Οι διαπραγματευτές είναι πιθανό να μην πραγματοποιήσουν κανένα κέρδος από το να έλθουν σε συμφωνία, εκτός και αν βρουν ένα τρόπο να επιλύσουν αυτή την αβεβαιότητα: στην καδρία του διαπραγματευτικού προβλήματος βρίσκεται ένα πρόβλημα συντονισμού. Το δυναμικό «πάρε δώσε» της πραγματικής διαπραγμάτευσης είναι σίγουρα, κατά ένα μέρος, μια ανθεκτική απόκριση σ΄ αυτό το πρόβλημα συντονισμού. Ο Nash προχώρησε στην πρόταση δύο συμπληρωματικών αναλύσεων γι' αυτό το πρόβλημα συντονισμού: υποστήριζε ότι η τυπική δύναμη της διαπραγματευτικής λύσης του θα μπορούσε να εστιάσει τις προσδοκίες των παικτών στη συναφή ισορροπία του παιγνίου ζήτησης. Και περιέγραψε ένα επιχείρημα «ομαλοποίησης» (τον προάγγελο της σύγχρονης θεωρίας των εκλεπτύνσεων ισορροπιών) που αποφέρει το ίδιο συμπέρασμα.

Η ανάλυση μη συνεργασίας της διαπραγμάτευσης του Nash είναι σπουδαία διότι εξηγεί, γιατί η διαπραγμάτευση συνιστά πρόβλημα, και επομένως παρέχει ένα πλαίσιο στο οποίο η επίδραση του περιβάλλοντος στα αποτελέσματα της διαπραγμάτευσης είναι δυνατό να εκτιμηθεί. Το πρόγραμμα Nash δηλαδή η ανάλυση των μοντέλων μη συνεργασίας για την συνεργασία έχει από τότε βελτιώσει σημαντικά την κατανόηση μας για τις αποτελεσματικές και μη αποτελεσματικές εκβάσεις στη διαπραγμάτευση και σε άλλες πτυχές της οικονομικής ζωής.

2.8 Η λύση του Nash για το διαπραγματευτικό πρόβλημα

Κάποια από τα παίγνια υποθέτουν ότι τα άτομα αδυνατούν «να τα βρούν» μεταξύ τους προτού «παίξουν». Προφανώς, εάν είχαν τη δυνατότητα να έρθουν σε μια συμφωνία για το πώς θα μοιραστούν μεταξύ τους τα οφέλη μετά το πέρας του παιγνίου, και να είναι σίγουροι ότι η συμφωνία αυτή θα τηρηθεί, τα πράγματα θα ήταν εντελώς διαφορετικά. Να δούμε ένα παράδειγμα: ας υποθέσουμε ένα παίγνιο μεταξύ n ατόμων (τα οποία είτε είναι συγκεντρωμένα σε μια αίθουσα είτε παίζουν μέσα από το Διαδίκτυο). Ο κάθε παίκτης καλείται να επιλέξει μια φορά (χωρίς μα συνεργάζονται με τους υπόλοιπους n-1 παίκτες) έναν αριθμό μεταξύ του 0 και του 100. Ο διαιτητής του παιχνιδιού σημειώνει τις επιλογές των n παικτών και παρατηρεί τη μέγιστη επιλογή (MAX) . Κατόπιν βρίσκει τον παίκτη η επιλογή του οποίου ήρθε πιο κοντά στη μέγιστη επιλογή δια του δύο (δηλαδή στο MAX/2). Αυτός ο παίκτης κερδίζει την επιλογή του σε εκατομμύρια ευρώ! Πχ εάν η μέγιστη επιλογή σε αυτή την πομάδα των n παικτών ήτα το 100, τότε ο παίκτης που επέλεξε 50 κερδίζει 50 εκατομμύρια ευρώ. [Σε περίπτωση ισοπαλίας μεταξύ δύο ή τριών παικτών (πχ δύο ή τρεις παίκτες επέλεξαν το 50), τα κέρδη διαιρούνται μεταξύ των νικητών]. Συμφώνα με την λύση του Nash οι n παίκτες θα μπορούσαν να συμφωνήσουν ότι , αντί να ισοβαθμήσουν κερδίζοντας ακριβώς μηδέν ο καθένας, να επιλέξουν όλοι τον αριθμό 100, οπότε να μοιραστούν το έπαθλο των 100 εκατομμυρίων ευρώ (100/n εκατομμύρια ευρώ ο κάθε παίκτης). Ένα άλλο παράδειγμα είναι το παρακάτω:

Δύο παίκτες καλούνται να επιλέξουν μεταξύ τριών διαφορετικών στρατηγικών

	B1		B2		B3	
A1	$^{+}100$	99	0	0	99	100^{-}
A2	0	0	$^{+}1$	1^{-}	0	0
A3	99	100^{-}	O	O	$^{+}100$	99

Πίνακας 2

Στο μενού της A έχει τις A1, A2, A3 ενώ της B τις στρατηγικές B1, B2 και B3. Αρχικά, παρατηρούμε ότι πρόκειται περί μη-μηδενικού παιγνίου (έλεγξε ότι το θεώρημα Mazimin του von Neumann δεν ισχύει). Οι A και B θα μπορούσαν να συμφωνήσουν ότι θα επιλέξουν τις στρατηγικές A1 και B3 (ή τις A3 και B1, κλπ), να εισπράξουν συνολικά όφελος 99+100=199 και μετά να το μοιραστούν μεταξύ τους όπως συμφώνησαν αρχικά. Με απλά λόγια, εάν καταφέρουν να μετατρέψουν το παίγνιο σε διαπραγμάτευση, η οποία θα οδηγήσει σε κάποια συγκεκριμένη συμφωνία, ή συμβόλαιο, τότε η ισορροπία Nash του προηγούμενου μέρους παύει να ισχύει.

Είναι εμφανές ότι οι άνθρωποι, ως ζώα πολιτικά και κοινωνικοποιημένα, έχουν αυτή τη δυνατότητα. Μάλιστα, τα πιο ενδιαφέροντα πολιτικά, κοινωνικά και οικονομικά προβλήματα αφορούν τέτοιου είδους συμβόλαια και συμφωνίες. Εάν ο Nash δεν είχε τίποτα να πει για αυτές τις περιπτώσεις, για το λεγόμενο **διαπραγματευτικό πρόβλημα** δεν θα διανοείτο να κάνεις ότι η θεωρία του Nash ίσως είναι η βάση μιας νέας ενοποιημένης, καθολικής, κοινωνικής επιστήμης. Όμως ο Nash δεν έχει μόνο «κάτι» να πει επί του θέματος επιμένει ότι έχει βρει τη μοναδική ορολογική «λύση» στο διαπραγματευτικό πρόβλημα! Πρώτον παρατηρούμε ότι η σύναψη συμφωνίας, ή συμβολαίου, μεταξύ των παικτών δεν είναι εύκολη υπόθεση. Είδαμε στα δύο παραπάνω παίγνια ότι οι παίκτες μας έχουν σοβαρό κίνητρο «να τα βρουν». Σωστά. Όμως, παράλληλα, έχουν ένα εξίσου σοβαρό κίνητρο να αθετήσουν την υπόσχεση τους, την οποιαδήποτε συμφωνία ή συμβόλαιο, αφού «τα βρουν» πχ στο πρώτο παίγνιο που αναφέραμε έστω ότι έρχονται στην συμφωνία να επιλέξουν των αριθμό 100 (με σκοπό να μοιραστούν μεταξύ τους 100 εκατομμύρια ευρώ). Όμως την στιγμή που επιλέγουν, ο κάθε παίκτης σκέφτεται ότι εάν αθετήσει το λόγο του και επιλέξει έναν αριθμό κατά λίγο μικρότερο του 100 (π.χ 100 – ε, όπου ε ένας μικρός αλλά θετικός αριθμός), τότε θα είναι ο μοναδικός νικητής και θα κρατήσει για τον εαυτό του σχεδόν 100 εκατομμύρια ευρώ (αντί να μοιραστεί ακριβώς 100 εκατομμύρια ευρώ με τους άλλους n-1 παίκτες). Μεγάλος ο πειρασμός. Αλλά ακόμα και εάν αντισταθεί στο πειρασμό, θα αρχίσουν να τον ζώνουν οι αμφιβολίες για τους υπόλοιπους n-1. Πως μπορεί να είσαι σίγουρος ότι όλοι τους ανεξαιρέτως θα αντισταθούν με το ίδιο σθένος σε ένα τέτοιο πειρασμό. Όπως έλεγε και ο Hobbes, το πρόβλημα δεν είναι τόσο ότι ο πειρασμός να αθετήσεις την υπόσχεση σου είναι ακατανίκητος, αλλά ότι την αθετείς επειδή φοβάσαι πως οι «άλλοι» δεν θα αντισταθούν στο ίδιο πειρασμό.

Δεύτερον, έστω ότι τα άτομα καταφέρνουν και ξεπερνούν τον πειρασμό της αθέτησης του λόγου τους, είτε επειδή έχουν εγκαθιδρύσει κάποιους επίσημους θεσμούς που στόχο έχουν την επιτήρηση των συμβολαίων και των συμφωνιών (πχ δικαστήρια) είτε επειδή οι κοινωνικές συμβάσεις (έθιμα), έτσι ώστε η αθέτηση του λόγου να επιφέρει σημαντικές ψυχολογικές ζημιές στα άτομα (άμεσες πχ προβλήματα συνείδησης, ή έμμεσες, πχ όταν οι υπόλοιποι περιφρονούν όσους αθετούν την υπόσχεση τους). Ακόμα λοιπόν και όταν σύναψη ισχυρών συμβολαίων ή συμφωνιών είναι εφικτή, γεννάται το ερώτημα: ποια μοιρασιά ή κατανομή των ωφελειών θα επιλέξουν; Τι θα συμφωνήσουν; Μια απλή απάντηση είναι η ισότιμη μοιρασιά. Στο πρώτο παίγνιο που αναφέραμε κάλλιστα μπορούν να συμφωνήσουν να μοιράσουν τα 100 εκατομμύρια ευρώ δια του n. Αν το καλοσκεφτούμε όμως, αυτή η απάντηση αφορά το ερώτημα «τι θα έπρεπε να συμφωνήσουν; » και όχι στο «τι θα συμφωνήσουν». Το πρώτο ερώτημα έχει κανονιστική ή ηθική χροιά. Το δεύτερο αφορά μια ψυχρή πρόβλεψη για το τι θα γίνει (σε αντίθεση με το τι θα έπρεπε να συμβεί). Ο Nash ασχολήθηκε αποκλειστικά με το δεύτερο ερώτημα τον ενδιέφερε μόνο πια συμφωνία είναι αυτή στην οποία θα καταλήξουν τα άτομα (και όχι ποια συμφωνία είναι «σωστότερη», «δικαιότερη», κλπ). Τον ενδιέφερε η πρόβλεψη των αποτελεσμάτων της ορθολογικής σκέψης και όχι το να δίνει μαθήματα ήθους και δικαιοσύνης.

Ένας λόγος για τον οποίο η ίση κατανομή δεν δύναται να θεωρηθεί ως η «λύση» του διαπραγματευτικού προβλήματος, είναι η ασάφεια για το τι είναι αυτό που κατανέμεται. Είναι τα αντικειμενικά, υλικά οφέλη (πχ τα χρήματα); Ή τα υποκειμενικά; Πχ οι n παίκτες στο πρώτο παίγνιο μπορεί να μην έχουν όλοι την ίδια ανάγκη, ή την ίδια αγάπη, για το χρήμα. Όποτε, μια ίση κατανομή (μοιρασιά) των 100 εκατομμυρίων ευρώ δεν ισοδυναμεί σε μια ίση κατανομή των υποκειμενικών οφελών. Άλλος ένας λόγος είναι ότι, στην πράξη, η κατανομή θα εξαρτάται από τη σχετική διαπραγματευτική ισχύ των μερών. Αν ένας από τους παίκτες είναι σε καλή καλύτερη θέση να εκβιάσει τους υπόλοιπους (πχ μπορεί πειστικά να τους απειλήσει ότι εάν δεν δώσουν μεγαλύτερο κομμάτι της πίτας τότε εκείνος θα υπονομεύσει την οποιοδήποτε συμφωνία), τότε είναι εύκολο να φανταστούμε ότι ο εν λόγω παίκτης θα αποκομίσει μεγαλύτερα οφέλη από τους υπόλοιπους. Όμως τι καθορίζει τι σχετική διαπραγματευτική ισχύ των μερών;

Αυτό είναι ένα ερώτημα τόσο δύσκολο που όλοι οι θεωρητικοί που καταπιάστηκαν μαζί του είχαν καταλήξει στο συμπέρασμα ότι δεν μπορεί να απαντηθεί συγκεκριμένα. Και εφόσον δεν μπορεί να οριστεί επακριβώς η διαπραγματευτική ισχύ, δεν είναι δυνατή η εξεύρεση μοναδικής λύσης του διαπραγματευτικού προβλήματος. Οι οικονομολόγοι που ενδιαφέρονταν δικαίως για μια τέτοια λύση ήταν και οι πρώτοι που είχαν αποδεχθεί την απαισιόδοξη αυτή πεποίθηση. Μάλιστα, θεώρησαν ότι το συμπέρασμα πως το διαπραγματευτικό πρόβλημα είναι και θα παραμείνει άλυτο ενισχύει την «αγάπη» τους για το μηχανισμό της αγοράς.

Ο λόγος έχει ως εξής: έστω ένα παίγνιο ανταλλαγής μεταξύ της Α και του Β. Η Α έχει 10 πορτοκάλια και ο Β 10 μήλα. Η Α αγαπά τα μήλα (και αγαπά λιγότερο τα πορτοκάλια) ενώ για το Β ισχύει το αντίθετο. Προφανώς, υπάρχει περιθώριο αμοιβαίας ωφέλειας από ανταλλαγές πορτοκαλιών (της Α) με μήλα (του Β). παράλληλα όμως, προκύπτει το πρόβλημα του καθορισμού του λόγου ανταλλαγής πορτοκαλιών προς ένα μήλο (πόσα πορτοκάλια θα δώσει η Α στο Β για κάθε μήλο;). Όσο μεγαλύτερος είναι ο λόγος αυτός, τόσο περισσότερο κερδίζει από την ανταλλαγή ο Β (σε σχέση με την Α). Άρα, η Α και ο Β έχουν δύο αντιφατικά κίνητρα. Το πρώτο είναι να συμφωνήσουν σε μια ανταλλαγή, ενώ το δεύτερο είναι να την καθυστερήσουν έτσι ώστε να πετύχουν τον καλύτερο λόγω ανταλλαγής, ο κάθε ένας για τον εαυτό του. Στο βαθμό που το διαπραγματευτικό αυτό πρόβλημα είναι άλυτο, δεν μπορεί να καθοριστεί η σχετική τιμή των πορτοκαλιών της Α (και των μήλων του Β). Άρα, στο πλαίσιο μιας απλής οικονομίας δύο ατόμων, δεν είναι εφικτή μια θεωρία τιμών. Όμως εάν αντί για την Α και τον Β είχαμε χίλιες Α (παραγωγούς πορτοκαλιών) και χίλιους Β (παραγωγούς μηλών) τότε ο κάθε πωλητής φαντάζει σα μια μικρή σταγόνα στο πέλαγος της αγοράς και έτσι μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα ποσότητα όσον αφορά τη διαδικασία καθορισμού των τιμών. Με άλλα λόγια, ο ανταγωνισμός πολλών πωλητών και αγοραστών λύνει το διαπραγματευτικό πρόβλημα γιατί εκμηδενίζει τη διαπραγματευτική ισχύ των ατόμων και αφήνει τις τιμές στο έλεος των δυνάμεων της προσφοράς και της ζήτησης. Υπό αυτό το πρίσμα, η απροσδιοριστία του διαπραγματευτικού προβλήματος θεωρήθηκε από τους οικονομολόγους ως άλλη μια ένδειξη σημαντικής συνεισφοράς του μηχανισμού της αγοράς: ο ανταγωνισμός λύνει το μη επιλύσιμο διαπραγματευτικό πρόβλημα ακριβώς επειδή το ακυρώνει μέσω της πλήρους αποδυνάμωσης των καταναλωτών και των επιχειρήσεων.

Βέβαια οι οικονομολόγοι (πχ από τον F. Edgewort έως τον J.R. Hicks) αναγνώρισαν την έλλειψη λύσης του διαπραγματευτικού προβλήματος ως αδυναμία της οικονομικής επιστήμης σε τομείς όπου σημαντικές οικονομικές καταστάσεις και φαινόμενα είναι όντως προϊόντα διαπραγμάτευσης (π.χ. συλλογικές συμβάσεις μεταξύ παραγωγών άνθρακα και καρτέλ χαλυβουργιών). Παραδέχονταν, ωστόσο, ότι το πρόβλημα αυτό δεν λύνεται. Έως ότου το 1950 ο Nash δημοσίευσε το άρθρο του στην Econometrica με το οποίο παρουσίασε μια γενική «λύση» στο διαπραγματευτικό πρόβλημα δηλαδή μια λύση που ισχύει σε όλες τις περιπτώσεις όπου n>1 άτομα πρέπει να συμφωνήσουν σε μια μεταξύ τους κατανομή κάποιας «πίτας», είτε αυτή είναι ένα χρηματικό ποσό, είτε ένα χωράφι, μια πετρελαιοπαραγωγή περιοχή στα διεθνή ύδατα, μελλοντικά κέρδη μιας επιχείρησης σύμπραξης, κλπ.

Για δεύτερη φορά μέσα στο ίδιο χρόνο (το 1950) ο Nash κατέπληξε τους πάντες λύνοντας ένα πρόβλημα το οποίο θεωρείτο άλυτο. Πως το κατάφερε, και αυτή τη φορά πέτυχε εκεί που ο ι άλλοι είχαν σηκώσει τα χέρια ψηλά επειδή δε δοκίμασε να λύσει τον ΓΔΠ (Γόρδιο Δεσμό Προσδοκιών) ότι χαρακτηρίζει τις σκέψεις των παικτών - διαπραγματευτών. Πιο συγκεκριμένα, θεωρητικοί πριν από το Nash είχαν βαλθεί να βρουν τη λύση στο διαπραγματευτικό πρόβλημα στάδιο – προς – στάδιο. Πχ ο F. Zeuthen ο οποίος κατασκεύασε ένα αξιοθαύμαστο υπόδειγμα του κάθε γύρου μιας διαπραγμάτευσης, στη διάρκεια του οποίου ο κάθε ένας από τους n διαπραγματευτές καταθέτει την πρόταση του για το πώς θα κατανεμηθεί η πίτα. Αν οι n προτάσεις συνάδουν μεταξύ τους, επέρχεται συμφωνία και τελειώνει το διαπραγματευτικό παίγνιο. Αν δεν συνάδουν (δηλαδή εάν το άθροισμα των κομματιών της πίτας που ζητούν ο κάθε ένας για τον εαυτό του είναι μεγαλύτερο του μεγέθους της πίτας) τότε ο γύρος αυτός έχει αποτύχει και ακολουθεί νέος. Για να προσομοιώσει ο Zeuthen μια πραγματική διαπραγμάτευση όπου οι «παίκτες» έχουν λόγω να βιάζονται να κλείνουν μια συμφωνία, υποθέτει ότι κάθε φορά που αποτυγχάνει ένας γύρος διαπραγμάτευσης αυξάνεται η πιθανότητα να καταρρεύσουν αμετάκλητα οι διαπραγματεύσεις , είτε ο χρόνος είναι χρήμα (και, συνεπώς, η πίτα μικραίνει με κάθε αποτυχημένο γύρο).

Το πρόβλημα στο οποίο σκόνταψε ο Zeuthen το 1930 ήταν, από αναλυτικής πλευράς, πανομοιότυπο με εκείνο του Cournot εν έτι 1833: Αν λάβουμε σοβαρά τη σχέση των προσδοκιών του ενός διαπραγματευτή με τις προσδοκίες των υπολοίπων, καταλήγουμε σε απροσδιοριστία. Για να αποφασίσει η Α με τι μερίδιο της πίτας πρέπει να απατήσει από τους Β,Γ,Δ… πρέπει πρώτα να υπολογίσει τι πιστεύουν οι Β,Γ,Δ… ότι θα είναι τα δικά τους μερίδια. Όμως η Α δεν μπορεί να υπολογίσει κάτι τέτοιο από τη στιγμή που οι σκέψεις των Β,Γ,Δ… για τα δικά τους μερίδια εξαρτώνται από τι νομίζουν ότι θα απαιτήσει η Α. Είναι σαν να έχουμε ένα σύστημα n εξισώσεων με περισσότερους από n αγνώστους. Περαιτέρω στο υπόδειγμα του κάθε διαπραγματευτικού γύρου, είναι αδύνατο να ορίσουμε ποια είναι η βέλτιστη απόκριση της Α στις απειλές και στις προτάσεις του Β ή του Γ, Δ … Ο Zeuthen «έλυσε» το πρόβλημα όπως το είχε λύσει και ο Cournot: υποθέτοντας ότι οι διαπραγματευτές – παίκτες πάσχουν από διανοητική «μυωπία» ότι είναι ανορθολογικά άτομα τα οποία δεν καταλαβαίνουν τη στρατηγική διάσταση της διαπραγμάτευσης και, απλώς, μειώνουν από γύρο σε γύρο, σταδιακά, τις απαιτήσεις τους (ανάλογα με το πόσο φοβούνται την διαφωνία) έως ότου επέλθει συμφωνία. Με άλλα λόγια, ήταν σαν ο Zeuthen να παραδέχθηκε ότι το διαπραγματευτικό πρόβλημα δεν έχει λύση όταν οι διαπραγματευτές είναι ορθολογικοί.

Ο Nash δεν παραδέχθηκε κάτι τέτοιο. Παραδέχθηκε μόνο ότι, λόγω του ΓΠΔ, δεν είναι εύκολη μια στάδιο – προς – στάδιο, γύρο – προς – γύρο, ανάλυση της διαδικασίας διαπραγμάτευσης. Παραδέχθηκε ότι δεν είναι εφικτή μια ανάλυση της πορείας των διαπραγματεύσεων από την οποία να προκύπτει μια μοναδικά σωστή καταγραφή των προσφορών, των απειλών, και των προτάσεων που μεσολαβούν μεταξύ της έναρξης και της επιτυχούς λήξης των διαπραγματεύσεων. Αν το σκεφτούμε καλύτερα , είχε δίκιο ο Nash να λάβει ως δεδομένο πως δεν είναι εφικτή μια μοναδική σωστή καταγραφή της πορείας των διαπραγματεύσεων (στο πραγματικό χρόνο). Γιατί εάν ήταν, τότε (θεωρητικά) όλοι οι διαπραγματευτές (οι οποίοι είναι εξίσου ορθολογικοί με εμάς τους θεωρητικούς) θα είχαν τη δυνατότητα να την χρησιμοποιούν έτσι ώστε να προβλέπουν την μελλοντική πορεία μεταξύ τους διαπραγματεύσεων. Ναι, αλλά αν η πορεία αυτή είναι όντως προβλέψιμη, τότε αυτό αναιρείται!

Π.χ. έστω ότι ένα συνδικάτο και ένας εργοδότης, διαπραγματεύονται το νέο επίπεδο του βασικού μισθού. Αρχικά, δηλαδή στο χρόνο t=0, ξεκινούν οι διαπραγματεύσεις οι οποίες καταλήγουν σε συμφωνία στο χρόνο t=T. Για το χρονικό διάστημα διάρκειας T επικρατεί ασυμφωνία μεταξύ των δύο μερών, με το συνδικάτο να απαιτεί βασικό μισθό M* και τον εργοδότη να προσφέρει μισθό M΄ (όπου βέβαια M*>M΄ και τον εργοδότη να προσφέρει μισθό M' (όπου βέβαια M*>M΄). Στο χρόνο t=T , εξ' ορισμού τα δύο μέρη συμφωνούν ως βασικός μισθός να ορισθεί στο επίπεδο M (όπου M*≥M≥M΄). Μέχρις ότου επέλθει η συμφωνία T, οι διαπραγματεύσεις όχι μόνο είναι επίπονες αλλά και επιστρέφουν σημαντικά κόστη και στις δύο πλευρές (π.χ. το κόστος ευκαιρίας της διαπραγμάτευσης, το κόστος από μια πιθανή ή απειλούμενη απεργία, έλλειψη συνεργασίας σε άλλα θέματα όπως στο θέμα των υπερωριών ή στην εισαγωγή νέων τεχνολογιών).

Αν υπάρχει μια μοναδικά σωστή θεωρεία που θα προέβλεπε με αρκετή ακρίβεια (α) το χρόνο T, και βεβαίως τη συμφωνία M που θα υπογράψει στο χρόνο t=T, τότε συνδικάτο και εργοδότες σε θα είχαν λόγο να κουράζονται με τις διαπραγματεύσεις, τις απεργίες, τις φωνές και τα διάφορα τεχνάσματα ου στόχο έχουν την επίτευξη επικερδούς συμφωνίας: θα συμφωνούσαν αμέσως (στο χρόνο t=0) στο μισθό M. με άλλα λόγια, αν ο θεωρητικός πετύχει να λύσει το διαπραγματευτικό πρόβλημα, τότε καταστρέφει τη διαπραγματευτική διαδικασία. Και εδώ έγκειται ένα όμορφο παράδοξο: η επιτυχία της θεωρίας διαπραγμάτευσης ακυρώνει οτιδήποτε θεωρία διαπραγμάτευσης η οποία περιγράφει εκ προοιμίου την πορεία αυτού του παράδοξου και, για αυτό το λόγο, αρνήθηκε να εξεταστεί ορθολογικά (και να μαθηματικοποιηθεί).

Ας μελετήσουμε με την βοήθεια ενός απλού με τη βοήθεια ενός απλού παραδείγματος την προσέγγιση του Nash. Η Α και ο Β πρέπει να μοιράσουν μεταξύ τους μια τούρτα. Αν δεν καταφέρουν να συμφωνήσουν σε μια συγκεκριμένη μοιρασιά (ή κατανομή) κανείς τους δεν θα φάει ούτε μια μπουκιά. Έστω ακόμα ότι την Α την ενδιαφέρει μόνο πόσο μεγάλο θα είναι το δικό της το κομμάτι και δε νοιάζεται και δε νοιάζεται για μέγεθος του κομματιού του Β (δηλαδή ούτε τον «ζηλεύει» ούτε τον «πονάει»). Το ίδιο ισχύει και για το Β. Τέλος , ας υποθέσουμε ότι το μαχαίρι είναι τέτοιο που μικρότερο κομμάτι πουν μπορεί να κοπεί, χωρίς να καταστραφεί η τούρτα, είναι ένα δέκατο της τούρτας. Στον πίνακα που ακολουθεί οι σειρές αντιπροσωπεύουν τις έντεκα π9ιθανές κατανομές. Πρώτη είναι η κατανομή που δίνει όλη την τούρτα στην Α (και καθόλου στο Β) και τελευταία εκείνη που χαρίζει όλη την τούρτα στον Β (και τίποτα στην Α). ενδιάμεσα, έχουμε όλες τις υπόλοιπες (λιγότερο άνισες) κατανομές . (αυτά είναι στην πρώτη στήλη)

Στη δεύτερη στήλη αποτυπώνεται το όφελος της Α από κάθε μια μοιρασιά (κατανομή). Στην τελευταία σειρά (όπου η Α δεν τρώει ούτε ένα κομμάτι) η ωφέλεια / χρησιμότητα της είναι μηδενική. Στην προτελευταία σειρά βλέπουμε ότι η ωφέλεια / χρησιμότητα της ισούται με 4 «μονάδες». Οι μονάδες αυτές είναι εντελώς αυθαίρετες. Αντίθετα με τους βαθμούς Κελσίου ή τα γραμμάρια, οι μονάδες ωφέλειας / χρησιμότητας δεν αντικατοπτρίζουν κάτι το πραγματικό και αντικειμενικό (όπως η θερμοκρασία ή η μάζα στη Φύση) αλλά κάτι το απόλυτα υποκειμενικό. Κάλλιστα θα μπορούσαμε αντί για 4 να γράψουμε 40 ή 1,5. Η ουσία αυτού του 4 είναι ότι μας δίνει τη δυνατότητα να το συγκρίνουμε με τα άλλα νούμερα της ίδιας στήλης. Πχ με το 12 που αντιστοιχεί στη μοιρασιά που θέλει την Α να παίρνει το 20% της τούρτας, από αυτό το 12 συμπεραίνουμε ότι η Α είναι 3 φορές περισσότερο ικανοποιημένη όταν έχει το 20% της τούρτας από ότι όταν έχει μόνο το 10%.

Αντίστοιχα, οι μονάδες στην Τρίτη στήλη αφορούν τις υποκειμενικές προτιμήσεις του Β και μας δίνουν τη δυνατότητα πχ να αποφανθούμε ότι ο Β χαίρεται το 20% της τούρτας 5 φορές περισσότερο απ' ότι θα χαιρόταν το 10% (να συγκρίνεις τις μονάδες του Β όπως εμφανίζονται στη 2^{η} και στην 3^{η} σειρά).

Μερίδιο Α %	**Μερίδιο Β %**	**Ωφέλεια / χρησιμότητα Α**	**Ωφέλεια / χρησιμότητα Β**	**Γινόμενο**
100	0	71	0	0
90	10	70	1	70
80	20	68	5	340
70	30	64	10	960
60	40	60	16	960
50	50	52	23	1.196
40	60	40	31	**1.240 (μέγιστο)**
30	70	24	40	960
20	80	12	50	600
10	90	4	61	244
0	100	0	80	0

Πίνακας 3: Παίγνιο 3: ένα απλό διαπραγματευτικό πρόβλημα . Η Α και ο Β μοιράζουν μια τούρτα

Προτού προχωρήσουμε στην σκέψη του Nash, τρείς σημαντικές παρατηρήσεις:

Α) **οι μονάδες της Α δεν είναι συγκρίσεις με εκείνες του Β.** στη Φύση, όταν λέμε ότι η θερμοκρασία στο Παρίσι είναι 10 βαθμοί Κελσίου, ενώ στην Αθηνά 23°, αυτό σημαίνει ότι στο Παρίσι έχει ψύχρα σε *σχέση με την Αθήνα.* Στην νεοκλασική οικονομική θεωρία (απ' όπου δανείστηκαν οι παιγνιοθεωρητικοί τις παραπάνω συναρτήσεις, ή μονάδες, ωφέλειας / χρησιμότητας) αντίστοιχες συγκρίσεις μεταξύ δύο ατόμων δεν επιτρέπονται. Ας πάρουμε πχ κατανομή 20%-80%. Ο πίνακας αναφέρει ότι η ωφέλεια / χρησιμότητα της Α είναι 12 μονάδες και του Β 50. Σημαίνει αυτό ότι ο Β θα είναι πιο ευτυχής από την Α αν επικρατήσει η συγκεκριμένη κατανομή: Ούτε κατά διάνοια! Οι μονάδες της Α δεν συγκρίνεται με τις μονάδες του Β γιατί είναι καθαρά υποκειμενική υπόθεση της Α. Είναι συγκρίσιμες μόνο με άλλες μονάδες της Α. Όπως και του Β είναι συγκρίσιμες μόνο με μονάδες του Β. Έτσι η παρατήρηση ότι η Α έχει 12 μονάδες οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η κατανομή 20% - 80% είναι προτιμότερη για την Α από την 10% - 90% (και χειρότερη από όλες τις άλλες που δίνουν περισσότερο από 20% στην Α). δεν μας λέει όμως τίποτα για το πώς νιώθει η Α σε σχέση με το Β. για να το πούμε απλά, οι 12 μονάδες της Α μπορεί να την κάνουν πιο ευτυχισμένη απ’ ό,τι κάνουν οι 50 μονάδες του Β.

Β) **ο σχετικός ρυθμός αύξησης των μονάδων ωφέλειας / χρησιμότητας του ατόμου αντανακλά το φόβο της / του από την προοπτική κατάρρευσης των διαπραγματεύσεων.** Παρατηρούμε ότι όταν αυξάνεται το μερίδιο της Α από 10% σε 20% η ωφέλεια / χρησιμότητα της τριπλασιάζεται (από 4 μονάδες ανέρχεται στις 12). Ο αντιστοίχως ρυθμός αύξησής του Β είναι μεγαλύτερος καθώς η ωφέλεια / χρησιμότητα του πενταπλασιάζεται όταν το μερίδιο του αυξάνεται από το 10% σε 20%. Προφανώς, η προοπτική να αυξήσουν τα κομμάτια τους από το 10% στο 20% της τούρτας χαροποιεί και τους δύο. Δεν είναι λογικό να υποθέσουμε ότι ο Β θα ήταν διατεθειμένος να αναλάβει κάπως μεγαλύτερο ρίσκο απ’ ότι η Α για να αυξήσει το μερίδιο του από το 10% στο 20%; Και τι ρίσκο υπάρχει σε αυτή την περίπτωση πέραν του να οδηγήσει (άθελα του), λόγω υπερβολικού ζήλου, τις διαπραγματεύσεις σε κατάρρευση; Ας πάρουμε ένα άλλο παράδειγμα: έστω ότι η Α προτείνει στον Β τη μοιρασιά 50% - 50%. Αξίζει ο Β να διακινδυνέψει ζητώντας παραπάνω; Βλέπουμε από την Τρίτη στήλη ότι εάν τα καταφέρει αντί για 50% να προσεταιριστεί το 60%, η ωφέλεια/χρησιμότητα του αυξάνεται κατά 34,8% (από 23 σε 31 μονάδες). Η αντίστοιχη αύξηση για την Α μόλις 15,4% (αν αντί για 50% η Α καταφέρει να αποσπάσει 60%, η ωφέλεια / χρησιμότητα της θα ισούται με 60 μονάδες μια αύξηση 8 μονάδων από 52 σε 60 (ή 15,4%)). Και πάλι παρατηρούμε πως ο Β έχει περισσότερα να κερδίσει με μια πιο «επιθετική» και «επικίνδυνη» διαπραγματευτική τακτική.

Γ) **όλες οι κατανομές αποτελούν ισορροπία Nash.** η ισορροπία του Nash είναι ένα σύνολο στρατηγικών (μια για κάθε παίκτη) έτσι ώστε (όσον αφορά αυτές τις στρατηγικές) η στρατηγική του ενός να είναι η βέλτιστη απόκριση στην στρατηγική των άλλων. Για να δούμε πως και γιατί όλες οι κατανομές στον παραπάνω πίνακα αποτελούν ισορροπίες Nash, έστω ότι η Α ήταν πεπεισμένη πως ο Β θα απαιτούσε για τον εαυτό του *x%* της τούρτας (δηλαδή ότι θα προτιμούσε να οδηγήσει τις διαπραγματεύσεις σε ναυάγιο παρά να δεχθεί κάτι λιγότερο του *x%*). Τότε η βέλτιστη απόκριση της Α σε αυτή τη στρατηγική του Β είναι να δεχθεί η ίδια (100-x)%. Μάλιστα αυτό ισχύει ανεξάρτητα της συγκεκριμένης τιμής του x. Συνεπώς, όλες οι κατανομές [(100-x)%, x%] αποτελούν ισορροπίες Nash.

Το διαπραγματευτικό πρόβλημα θεωρείτο άλυτο πριν το Nash ακριβώς επειδή υπάρχουν πολλές (άπειρες για την ακρίβεια(στο παραπάνω παράδειγμα υποθέσαμε ότι η τούρτα δεν μπορεί να κοπεί σε περισσότερα από 10 κομμάτια. Έτσι προέκυψαν 11 πιθανές κατανομές. Όταν όμως δεν υπάρχει περί στο μέγεθος του μικρότερου κομματιού, τότε ο αριθμός των πιθανών κατανομών (και συνεπώς των ισορροπιών Nash) τείνει στο άπειρο.))εξίσου ορθολογικές «λύσεις». Στην γλώσσα του Nash, κάθε πιθανή συμφωνία είναι και μια ισορροπία Nash. Ποια από όλες αυτές τις ισορροπίες θα είναι εκείνη στην οποία θα συμφωνήσουν οι διαπραγματευτές; Όπως έχω τονίσει επανειλημμένως, πριν το Nash οι θεωρητικοί των διαπραγματεύσεων είχαν σηκώσει τα χέρια ψηλά. Χρειάστηκε μια ιδιοφυής «κίνηση» από τη μεριά του Nash για να δοθεί «λύση» σε αυτό το «άλυτο» πρόβλημα. Η «κίνηση» αυτή ήταν, κατά μια έννοια, η «μαιευτική» μέθοδος. Είναι σαν ο Nash να ρώτησε το «κοινό» του: «Δεδομένου ότι δεν ξέρουμε ποια θα είναι η συμφωνία στην οποία θα κατασταλάξουν ορολογικοί διαπραγματευτές, συμφωνείτε να κοιτάξουμε μια μια όλες τις πιθανές κατανομές (όλες ισορροπίες Nash): «Συμφωνούμε» του απάντησαν. Εντάξει. Συμφωνείτε να κάποιες ιδιότητες που θα πρέπει, λογικά, να χαρακτηρίζουν τη συμφωνία / λύσης; «Συμφωνούμε» του ξαναπάτησαν. «Ωραία. Επιτρέψτε μου να προτείνω την πρώτη ιδιότητα της συμφωνίας / λύσης.»

Η πρώτη ιδιότητα της «λύσης» του διαπραγματευτικού προβλήματος(ιδιότητα γνωστή στα αγγλικά *Indinidual Rationality*): η «λύση» πρέπει να είναι μια από τις πολλές *ισορροπίες Nash*! Πως θα μπορούσαμε να διαφωνήσουμε; Τι σημαίνει η συμφωνία – λύση να αποτελεί ισορροπία Nash; σημαίνει ότι οι διαπραγματευτές θα μοιράσουν την τούρτα και δεν θα αφήσουν κανένα κομμάτι της να πάει χαμένο. Αν η Α απαιτήσει x% και ο Β συμφωνήσει, τότε ο Β θα πάρει το υπόλοιπο (100-x)%.

"Συμφωνείτε;" ρώτησε και πάλι το κοινό του ο Nash. "Μάλιστα" ήταν η αναμενόμενη απάντηση. «Ωραία, ας περάσουμε σε μια άλλη ιδιότητα και να δούμε αν συμφωνείτε και με αυτήν», συνέχισε ο Nash.

Η δεύτερη ιδιότητα της «λύσης» του διαπραγματευτικού προβλήματος (ιδιότητα γνωστή στα αγγλικά ως *innariance to Utility Calibations*) η «λύση» πρέπει να είναι ανεξάρτητη της κλίμακας μέτρησης της ωφέλειας / χρησιμότητας των διαπραγματεύσεων.

«συμφωνείτε»; Επανέρχεται ο Nash, «πως εάν, πχ πολλαπλασιάσομε όλες τις μονάδες ωφέλειας / χρησιμότητας της Α (ή του Β) με τον αριθμό 3,43 τότε δεν θα πρέπει να επηρεαστεί η συμφωνία – λύση μεταξύ των Α και Β;» «Ναι» απαντάμε εμείς, δεδομένου ότι, όπως είδαμε προηγουμένως, οι μονάδες ωφέλειας / χρησιμότητας της Α δεν είναι συγκρίσιμες με εκείνες του Β (άρα δεν πειράζει να τις πολλαπλασιάσουμε όλες, ή να τις διαιρέσουμε, με κάποια σταθερά). Για τον ίδιο λόγο, εάν θέλουμε να προσθέσουμε σε όλες τις μονάδες ωφέλειας / χρησιμότητας ενός διαπραγματευτή μια σταθερά (πχ τον αριθμό 1234)και πάλι δεν αλλάζει τίποτα. Ό λόγος είναι ότι οι μανάδες ωφέλειας / χρησιμότητας ενός διαπραγματευτή απλώς μας πληροφορούν για το μέγεθος της ωφέλειας / χρησιμότητας του συγκεκριμένου ατόμου από μια κατανομή (η ποσότητα τούρτας) συγκριτικά με την ωφέλεια / χρησιμότητα από μια άλλη κατανομή (ή ποσότητα τούρτας)(ακριβέστερα , έστω ότι $U_A(x)$η ωφέλεια χρησιμότητα της Α εκφρασμένη ως συνάρτηση του μεριδίου της τούρτας που λαμβάνει η Α (x). Η δεύτερη ιδιότητα της συμφωνίας λύσης που προτείνει ο Nash σημαίνει ότι ένας γραμματικός μετασχηματισμός της $U_A(x)$ σε $U'_A(x)= a+b\ U_A(x)$ (όπου a,b >0)δεν θα αλλάξει κάτι, μιας και οι δύο συναρτήσεις $U_A(x)$ και $U'_A(x)$ εκφράζουν τις ιδιότητες ακριβώς προτιμήσεις όσον αφορά την Α.)

Η τρίτη ιδιότητα της «λύσης» του διαπραγματευτικού προβλήματος (ιδιότητά γνωστή (στα αγγλικά) ως *Independence of Irrelenant alternatives*) Η «λύση» πρέπει να μην επηρεάζεται από την «απαγόρευση» άλλων, εναλλακτικών κατανομών στις οποίες δεν α κατέληγαν οι Α και Β ακόμα και εάν δεν ήταν «απαγορευμένες».

Ρωτά ο Nash: «Έστω ότι οι Α και Β θα κατέληγαν, μετά από παζάρι, στην συμφωνία η Α να λάβει x% της τούρτας και ο Β (100-x)%. Ωραία. Ας φανταστούμε ότι οι διαπραγματεύσεις αυτές γίνονταν υπό έναν επιπλέον περιορισμό: τους απαγορεύουν δια ροπάλου να καταλήξουν στη μοιρασιά y% για την Α και (100-y)% για τον Β. Συμφωνείτε ότι αυτή η απαγόρευση δεν θα τους επηρέαζε και ότι θα κατέληγαν και πάλι στη συμφωνία η Α να λάβει x% της τούρτας και ο Β (100-x)%; Γιατί να τους επηρεάσει, να τους αποπροσανατολίσει αν θέλετε, η απαγόρευση μιας συμφωνίας που δεν θα ήθελαν οι ίδιοι έτσι κι αλλιώς; » «Ας συμφωνήσουμε και με αυτή την ιδιότητα κ. Nash", του απαντάμε. «Γιατί όμως όλες αυτές οι ερωτήσεις; Που μας οδηγούν;» , τον ρωτάμε.

«Στη λύση του διαπραγματευτικού προβλήματος», μας αποστομώνει ο Nash. πράγματι, χρησιμοποιώντας ένα θεώρημα σταθερού σημείου, ο Nash αποδεικνύει ότι υπάρχει μόνο μια και μοναδική συμφωνία – λύση η οποία χαρακτηρίζεται *ταυτόχρονα* και από τις τρείς ιδιότητες. Μόλις τώρα όμως δε συμφωνήσαμε ότι η συμφωνία – λύση στο διαπραγματευτικό πρόβλημα θα πρέπει να χαρακτηρίζεται και από τις τρεις αυτές ιδιότητες; «Το γεγονός» καταλήγει θριαμβευτικά ο Nash. «ότι υπάρχει μόνο μια συμφωνία που πληροί και τις τρεις, αποδεικνύει ότι αυτή η συμφωνία αποτελεί και τη «λύση» του διαπραγματευτικού προβλήματος. »

Είναι σα να θέλουμε να πάμε από την πόλη 1 στην πόλη 2, αλλά αντιμετωπίζουμε το πρόβλημα ότι υπάρχουν χιλιάδες διαφορετικοί ατραποί που θα μπορούσαν να οδηγήσουν από την 1 στην 2 . θέτουμε λοιπόν στον εαυτό μας τρία κριτήρια. Πχ η διαδρομή (α) να μην ξεπερνάει τα 300 χιλιόμετρα , (β) να μην έχει πολλές στροφές, και (γ) να έχει κάποιο ενδιαφέρον. Κατόπιν εξετάζουμε όλες τις πιθανές διαδρομές και βρίσκουμε ότι τις χιλιάδες πιθανές διαδρομές μόνο μια πληροί και τις τρεις αυτές προϋποθέσεις. Αυτή, λογικά πρέπει να είναι η διαδρομή που θα επιλέξουμε! Ακριβώς αυτή είναι η λογική δομή της δεύτερης υπέροχης ιδέας του Nash. Θέτει τρεις προϋποθέσεις που συμφωνούμε όλοι ότι πρέπει να πληροί η συμφωνία και κατόπιν αποδεικνύει ότι μόνο μια από τις άπειρες πιθανές συμφωνίες ικανοποιεί και τις τρεις αυτές προϋποθέσεις. Voila!

Αυτό που καθιστά τη λύση Nash αφοπλιστική, και αισθητικά πλήρη, είναι η απλότητα της. Όχι μόνο «λύθηκε» από το Nash ένα δύστροπο πρόβλημα άλλα, πλέον, η προτεινόμενη λύση έχει μια απλότητα αντιστρόφως ανάλογη τις περιπλοκότητας του προβλήματος: Πρόκειται για την συμφωνία που μεγιστοποιεί το γινόμενο των ωφελειών των διαπραγματευτών. Για να δούμε αμέσως την ευχρηστία και την απλότητα της λύσης ενός τόσο σύνθετου, «άλυτου», προβλήματος, ας επιστρέφουμε στο Παίγνιο 3. Η λύση που θεωρεί ο Nash ως τη μοναδική ορθολογική, είναι η συμφωνία που δίνει 60% της τούρτας στο Β και το υπόλοιπο 40% στην Α. Αυτό προκύπτει από την τελευταία στήλη στον αντίστοιχο πίνακα η οποία αποτυπώνει το γινόμενο των ωφελειών των Α και Β. Προφανώς, το γινόμενο αυτό μεγιστοποιείται στην έβδομη σειρά (ή κατανομή) εκείνη που κατανέμει την τούρτα 60%-40% υπέρ του Β.

Γιατί παίρνει ο Β περισσότερο από την Α; ο λόγος είναι ότι η μεγιστοποίηση του γινομένου των ωφελειών «δείχνει» συμφωνίες που μεροληπτούν εναντίον όσων είναι λιγότερο διατεθειμένοι (σε σχέση με τους αντιπάλους τους) να «ρισκάρουν» την κατάρρευσή των συνομιλιών. Όμως είδαμε και προηγουμένως , κρίνοντας από τις μονάδες ωφέλειας / χρησιμότητας των Α και Β, η Α φαίνεται να «ποθεί» λιγότερο από τον Β μια αύξηση του μεριδίου της φαίνεται να τη φοβίζει περισσότερο η προνομιακή ασυμφωνίας (δηλαδή απώλειας όλης τα τούρτας και για τους δύο). Αυτό το βασικό χαρακτηριστικό της συμφωνίας – λύσης Nash ισχύει γενικότερα: *μεροληπτεί συστηματικά υπέρ εκείνων που φοβούνται την οριστική διαφωνία περισσότερο από ότι οι συνομιλητές τους.* (έστω ότι η συνάρτηση ωφέλειας / χρησιμότητας της Α δίδεται ως U_A=x και του Β ως U_B= $(100\text{-}x)^k$, όπου x είναι το επι τοις εκατό μερίδιο που παίρνει (μετά από συμφωνία με το Β) η Α. Η συμφωνία – λύση του Nash είναι η τιμή του x, (x*),η οποία μεγιστοποιεί το γινόμενο των δύο συναρτήσεων ωφέλειας / χρησιμότητας: $x(100\text{-}x)^k$. Παραγκωνίζοντας το γινόμενο τούτο, και θέτοντας την παράγωγο ίση με το μηδέν, λύνουμε ως προς το x* για να βρούμε: x*%=[100/(k+1)]%. Πρόσφατο μηδέν, λύνουμε ως προς το x* για να βρούμε: x*%=[100/(k+1)]%. Προφανώς, όταν το k=1, οι Α και Β έχουν τις ίδιες ακριβώς (γραμμικές) συναρτήσεις ωφέλειας/χρησιμότητας και μοιράζονται την τούρτα 50-50 (δηλ x*%=50%). Όταν όμως k<1, ο ρυθμός αύξησης της ωφέλειας / χρησιμότητας του Β είναι μικρότερος εκείνου της Α (ο οποίος σε αυτό το παράδειγμα είναι πάντα ίσος της μονάδας και, έτσι, το μερίδιο της Α x*% είναι μεγαλύτερο του 50%. Όσο πιο μεγάλο το k τόσο πιο φοβισμένος είναι ο Β σε σχέση με το Α, και τόσο πιο μεγάλο το μερίδιο x*% της τελευταίας. Αντίθετα, όταν το k>1, η Α είναι περισσότερο φοβισμένη από τον Β και το μερίδιο της πέφτει κάτω του 50%.)

	Α			Β			Γ			Γινόμενο
Κατανομές			Α			Β			Γ	$\Omega_A\Omega_B\Omega_\Gamma$
1			00						00	0
2			**0**						**00**	**18.000**
3			0						5	1.000
4										6
5			0							0
6						0			00	2.000
7						80				0
8						0			00	0
9									0	0

Πίνακας 4: Παίγνιο 4: ένα πιο σύνθετο διαπραγματευτικό παίγνιο. Τρία άτομα μοιράζονται ποσότητες δύο αγαθών.

Ένα άλλο στοιχείο της λύσης Nash το οποίο την καθιστά ακόμα εντυπωσιακότερη, είναι ότι δεν περιορίζεται σε διαπραγματεύσεις μεταξύ δύο ατόμων αλλά γενικεύεται εύκολα στις περιπτώσεις διαπραγμάτευσης μεταξύ n ατόμων. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η λύση του Nash είναι η συμφωνία που μεγιστοποιεί το γινόμενο των αντίστοιχων n συναρτήσεων ωφέλειας / χρησιμότητας. Ας πάρουμε το εξής παράδειγμα διαπραγμάτευσης: τρία άτομα, οι Α, Β και Γ, διαπραγματεύονται για το πώς θα μοιραστούν 3 μονάδες του αγαθού Χ και 3 μονάδες του αγαθού Υ.

Έστω ότι συζητούνται οι εννέα κατανομές συμφωνίες που παρουσιάζονται ως σειρές στο παραπάνω πίνακα. Κάθε μία από αυτές ισοδυναμεί με διαφορετική ωφέλεια / χρησιμότητα για τον κάθε διαπραγματευτή ($Ω_A$, $Ω_B$ και $Ω_Γ$). Το γινόμενο ωφελειών (βλέπε τελευταία στήλη) μεγιστοποιείται στη σειρά – κατανομή 2 σύμφωνα με την οποία η Α παίρνει δύο μανάδες Χ, ο Β μονάδα Χ και μια Υ και ο Γ τις δύο μανάδες Υ που απομένουν (όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα, η λύση Nash διαφέρει από την ίση κατανομή την σειρά 3 όπου ο κάθε ένας απολαμβάνει μια μονάδα Χ και μια μονάδα Υ). Πριν κλείσουμε την παρουσίαση της λύσης του Nash, δύο παρατηρήσεις:

Πρώτων, ο συνδυασμός γενικότητας και μοναδικότητας της λύσης Nash την καθιστά ίσως αναπάντεχα σημαντική έννοια της πολιτικής φιλοσοφίας. Μια κλασική θεώρηση του ρόλου του Κράτους, που νομιμοποιεί την κρατική εξουσία, είναι η αναφορά σε κάποιο νοητό Κοινωνικό Συμβόλαιο μεταξύ των πολιτών. Είναι σαν (έλεγαν οι Hobbes, Rousseau, Rawls, κλπ) οι πολίτες να καταλαβαίνουν ότι το Κοίνο τους Συμφέρον θα εξυπηρετηθεί μόνο εάν ενώσουν τις δυνάμεις τους και: (α) αποδεχθούν κανόνες κατανομής ρόλων, εισοδημάτων, παρουσιών και γενικά ωφελειών, ενώ (β) εκχωρήσουν εξουσίες (πχ το δικαίωμα άσκησης βίας) σο Κράτος. Υπό αυτή την έννοια, το Κοινωνικό Συμβόλαιο μπορεί να θεωρηθεί να το αποτέλεσμα μιας νοητής διαπραγμάτευσης μεταξύ όλων μας. Εάν μπορούμε να διανοηθούμε μια τέτοια μοναδική διαπραγμάτευση η οποία θα οδηγούσε σε μια Γενική Συμφωνία (ένα κοινωνικό συμβόλαιο) που να θυμίζει την κοινωνία στην οποία ζούμε σήμερα (καθώς και τις κριτικές εξουσίας που την κρατούν εν ζωή) τότε πράγματι νομιμοποιείται το Κράτος μας να ασκεί την εξουσία πάνω μας. Είναι σαν να είχαμε συμφωνήσει ομόφωνα ότι έτσι πρέπει να πράττει. Εάν όμως, αντίθετα, δεν μπορούμε να διανοηθούμε ότι το σημερινό Κράτος θα μπορούσε να είναι προϊόν μιας κοινωνικής, καθολικής διαπραγμάτευσης, τότε το Κράτος μας δεν νομιμοποιείται!

Η μοναδικότητα της λύσης Nash σημαίνει ότι τουλάχιστον θεωρητικά υπάρχει ανά πάσα στιγμή ένα μοναδικό νομιμοποιούμενο, ένα μοναδικό ίσως, Κράτος. Από μόνη της αυτή η παραδοχή αποτελεί σημαντική πολιτική θέση. Όταν οι ιθύνοντες, οι κυβερνήτες, ερωτούνται «τι νομιμοποιεί την εξουσία σας και τις πράξεις σας κύριες και κύριοι;», αυτοί μπορούν να επικαλεστούν τη λύση Nash και να απαντήσουν: «προσπαθούμε να αναμορφώσουμε το Κράτος έτσι ώστε να έρθει όσο πιο κοντά γίνεται στη λύση Nash μιας υποθετικής Κοινωνικής Διαπραγμάτευσης όπου οι πολίτες θα συμφωνήσουν για το πώς πρέπει να μοιράζονται μεταξύ τους τη συνολική ωφέλεια / χρησιμότητα που προκύπτει από την κοινωνική συνεργασία τόσο στον οικονομικό όσο και στον πολιτιστικό, κοινωνικό τομέα». Δεν είναι τυχαίο ότι η θεωρεία του Nash όσον αφορά τα διαπραγματευτικά παίγνια έχει πολλούς επικριτές μεταξύ της νεοφιλελεύθερης σχολής η οποία, ως γνωστό, αντιπαθεί οποιαδήποτε επιχείρημα μπορεί να νομιμοποιήσει την κρατική παρέμβασή στην κοινωνική ζωή.

Δεύτερον ο Nash παρουσίασε τη θεωρία του ως μια πραγματικά επιστημονική ανάλυση των συμφερόντων μεταξύ ορθολογικών ατόμων. Δεν έβγαλε «κήρυγμα» για το ποια συμφωνία είναι η «πρέπουσα», η ηθικά «σωστή». Απλώς πίστεψε ότι η λύση του είναι ένα καλό εργαλείο πρόβλεψης των συμφωνιών, εφόσον βέβαια οι διαπραγματευτές είναι ορθολογικοί. Αυτός ο «επιστημονικός» προσανατολισμός της θεωρίας του κατέστη και το βασικό του επιχείρημα εναντίον όσων του άσκησαν κριτική ότι η λύση του είναι άδικη γιατί «ανταμείβει» με μεγαλύτερα μερίδια όσους έχουν λιγότερα να χάσουν (δηλαδή δίνει το μεγαλύτερο κομμάτι της τούρτας σε αυτούς που το έχουν μεγαλύτερη ανάγκη). Η απάντηση του Nash θα μπορούσε να είναι ότι δεν φταίει αυτός αν η ζωή είναι άδικη. Εκείνος το μόνο που προσπάθησε να κάνει είναι να αναλύσει πως έχουν τα πράγματα και όχι να κάνει κήρυγμα σους διαπραγματευτές για το πώς θα έπρεπε να μοιράσουν τα οφέλη μεταξύ τους.

Οι δύο παρατηρήσεις που πραγματοποιήθηκαν έχουν μεγάλο ειδικό βάρος για δύο σχεδόν αντιφατικούς λόγους: (α) η «ισχύς» της λύσης Nash εκπορεύεται από το επιχείρημα ότι είναι μια θεωρία με εμπειρική αξία, και όχι ένα ακόμα ηθικό κήρυγμά προς διαπραγματευτές (όπως πχ το «ο έχων δύο χιτώνια να δώσει το ένα…»), (β) η λύση – συμφωνία του Nash της συλλογικής διαπραγμάτευσης μιας κοινωνίας n ατόμων (δηλαδή το Κοινωνικό Συμβόλαιο) χρησιμοποιείται ως σημείο αναφοράς για το καλό κ' αγαθό Κράτος. Από τη μια λοιπόν έχουμε το συμπέρασμα (α) να αναφέρεται στη λύση Nash ως καθαρά εμπειρικό ζήτημα (στερημένο οποιοδήποτε ηθικού ή πολιτικού στοιχείου) ενώ από την άλλη, έχουμε το συμπέρασμα (β) να συνδέει την έννοια του ιδεατού Κράτους με την ίδια λύση Nash.

Αν και φαίνονται αντιφατικά τα συμπεράσματα αυτά, δεν είναι. Και αυτό γιατί η φιλελεύθερη σχολή πολιτικής φιλοσοφίας στην οποία ανήκει η προσέγγιση του Nash (ίσως να το γνωρίζει ο ίδιος) δεν αναγνωρίζει την έννοια του Αγαθού αν αυτή δεν πηγάζει από το άτομο (πρόκειται για το λεγόμενο μεθοδολογικό ατομικισμό (μιας επιστημονική, φιλοσοφική έκφραση του αγγλοκελτικού φιλελευθερισμού) ο οποίος πρεσβεύει ότι όλη η γνώση για την κοινωνία και την έννοια της Ελευθερίας, του Καλού, της Αρετής, πρέπει να εκμαιεύεται από τη συστηματική μελέτη του κάθε ατόμου ξεχωριστά). Και από την στιγμή που τα άτομα συχνά άγονται από αντικρουόμενα συμφέροντα, οι συλλογικές αποφάσεις είναι «καλές» και «αγαθές» μόνο στο βαθμό που θα μπορούσαμε να τις φανταστούμε ως αποτέλεσμα διαπραγματεύσεων μεταξύ ελεύθερων και ανεξάρτητων ατόμων. Ένα η θεωρία του Nash μας πείθει ότι η «λύση» αυτού του μέγα διαπραγματευτικού προβλήματος είναι μια και μοναδική, τότε αυτή η λύση αποτελεί και τη μοναδική πηγή αρετής και ηθικά νόμιμών κοινωνικών και κρατικών θεσμών!

Στο επίπεδο λοιπόν του ατόμου, η λύση προβλέπει τι θα ζητήσει ο καθένας και, επίπεδο της κοινωνίας εξηγεί τι μπορεί να θεωρηθεί «πρέπον» όσον αφορά την κοινωνική κατανομή των κοινωνικών ρόλων και πόρων. Είναι πλέον εμφανές πως οι δύο ιδιοφυείς ιδέες του Nash μετέτρεψαν την θεωρεία παιγνίων από μια περιθωριακή ανάλυση συμπεριφοράς παικτών στη Μεγάλη Ελπίδα μιας ενοποιημένης γενικής θεωρίας του Κοινωνικού Γίγνεσθαι (ατομικής συμπεριφοράς, κοινωνικών συμβάσεων, Κρατικών θεσμών, κλπ). Είτε πρόκειται για ανταγωνιστικές καταστάσεις όπου τα άτομα δε δύναται να δεσμευτούν σε μια συμφωνημένη συμπεριφορά (όπως πχ στις αγορές), είτε πρόκειται για καταστάσεις όπου η συνεργασία μπορεί να αντικαταστήσει τη σύγκρουση στη βάση δεσμευτικών συμφωνιών (όπως πχ στην πολιτική, στη διπλωματία στις μακροπρόθεσμες σχέσεις μεταξύ ατόμων και οργανισμών) , ο Nash μας προσέφερε το κλειδί με το οποίο θα ξεκλειδώσουμε τα μυστικά της κοινωνίας (τα κλειδιά αυτά βέβαια είναι η ισορροπία Nash στην πρώτη περίπτωση, και η λύση Nash στην δεύτερη) έτσι στοιχειοθετήθηκε το «εξωφρενικό» επιχείρημα σύμφωνα με το οποίο ο Nash μπορεί να θεωρηθεί ο (ακούσιος ίσως) θεμελιωτής μιας νέας, πραγματικά επιτυχούς κοινωνικής επιστήμης. Ίσως τελικά το επιχείρημα να μην ήταν τόσο εξωφρενικό.

3. Η ΑΞΙΩΜΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ NASH ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΗ

3.1 Εισαγωγή

Πενήντα ακριβώς χρόνια πριν, ο Nash, δημοσίευσε άρθρο του πάνω σ' αυτό που σήμερα είναι γνωστό ως *αξιωματική θεωρία διαπραγμάτευσης.* Το διαπραγματευτικό πρόβλημα, όπως το μορφοποίησε, έχει γίνει αν από τα πιο επιτυχημένα μοντέλα της θεωρίας παιγνίων. Η προσέγγιση του Nash έχει εμπνεύσει γενεές ερευνητών και η μελέτη του αποτελεί το θεμέλιο λίθο της βιβλιογραφίας που σήμερα αποτελείται από αρκετές εκατοντάδες θεωρητικές εργασίες. Η λύση που εξήγαγε από τα αξιώματα και την οποία απέδειξε ότι παράγει, για κάθε ένα πρόβλημα, τα αποτελέσματα ισορροπίας ενός συγκεκριμένου στρατηγικού μοντέλου που σχετίζεται με το πρόβλημα – «η διαπραγματευτική λύση Nash»- έχει εφαρμοστεί σε αναρίθμητες εμπειρικές μελέτες. Παρουσιάζονται σε όλα τα εγχειρίδια θεωρίας παιγνίων όπως και στο κύριο εγχειρίδιο μικροοικονομίας. Μαζί με την αξία Shapley και τον πυρήνα (Core, στα αγγλικά. Ο πυρήνας είναι το σύνολο των δυνατών καταμερισμών οι οποίοι δεν μπορούν να βελτιωθούν από καμία άλλη συμμαχία) αποτελεί το υποχρεωτικό υπόβαθρο των παιγνίων συνεργασίας στα περισσότερα μεταπτυχιακά προγράμματα των οικονομικών.

Με την πάροδο των χρόνων, η διαπραγματευτική λύση Nash έχει δεχτεί πολλές προσκλήσεις, και θα ήταν υπερβολή να υποστηριχτεί ότι ο Nash «έλυσε» το διαπραγματευτικό πρόβλημα. Η αξιωματική του ανάλυση πάσχει από συγκεκριμένους περιορισμούς, και το στρατηγικό μοντέλο του δίνει το αποτέλεσμα που προβλέπεται από την αξιωματική του μορφοποίηση μόνο κάτω από συγκεκριμένες υποθέσεις, οι οποίες δεν είναι απόλυτα ακαταμάχητες.

Εντούτοις, η εργασία του Nash παραμένει στο επίκεντρο της θεωρίας παιγνίων. Ο σκοπός αυτού του κειμένου είναι για να εξηγήσει την επιτυχία του, να υποδείξει τους περιορισμούς του και τον τρόπο με τον οποίο τους διευθέτησε η επακόλουθη βιβλιογραφία και να κάνει υποθέσεις για το μέλλον της λύσης Nash και, γενικότερα, για τη θεωρία που θεμελίωσε ο Nash.

3.2 Το μοντέλο διαπραγμάτευσης κατά Nash

Δύο φορείς έχουν πρόσβαση σε όλες τις «εναλλακτικές» σε κάποιο εφικτό σύνολο εναλλακτικών. Οι προτιμήσεις τους, όσον αφορά αυτές τις εναλλακτικές διαφέρουν. Εάν έλθουν σε κάποιο συμβιβασμό σχετικά με κάποια συγκεκριμένη εναλλακτική, τότε αυτή είναι που λαμβάνουν. Διαφορετικά, καταλήγουν σε κάποια προκαθορισμένη εναλλακτική στο εφικτό σύνολο, το «σημείο διαφωνίας». Ο αντικειμενικός σκοπός είναι να αναπτυχθεί μια θεωρία που θα βοηθήσει να προβλεφθεί ο τρόπος με τον οποίο οι φορείς σε τέτοιες περιπτώσεις θα διευθετήσουν τις διαφορές τους, ή εναλλακτικά, θα βοηθήσουν έναν αμερόληπτο διαιτητή να προσδιορίσει ένα δίκαιο συμβιβασμό.

Για να επεξηγήσω, ας θεωρήσουμε μια διαπραγμάτευση μεταξύ της διοίκησης και των εργαζομένων σε μια επιχείρηση. Εδώ, οι εφικτές εναλλακτικές αποτελούνται από τον προσδιορισμό των μισθών, των επιδομάτων, των συνθηκών εργασίας κλπ. Η διαφωνία καταλήγει σε απεργία, αποτέλεσμα που κοστίζει και στις δύο πλευρές.

Ο Nash προσδιόρισε μια συγκεκριμένη κατηγορία από τέτοιες καταστάσεις σύγκρουσης, ή «προβλήματα», και ερεύνησε για την εξεύρεση «διαπραγματευτικών λύσεων», δηλαδή, κανόνες που να υπολογίζουν, για κάθε πρόβλημα της κατηγορίας αυτής, μια εναλλακτική του συγκεκριμένου προβλήματος. Η εναλλακτική αυτή ερμηνεύεται ως ο συμβιβασμός που επιτυγχάνεται από τους φορείς μόνους τους, ή τη σύσταση που γίνεται από το διαιτητή. Μορφοποίησε ένα κατάλογο από ιδιότητες, ή «αξιώματα», τα οποία θεώρησες ότι η λύση θα να ικανοποιεί, και καθιέρωσε την ύπαρξη και τη μοναδικότητα της λύσης που ικανοποιεί όλα τα αξιώματα˙ η λύση αυτή καλείται σήμερα «λύση Nash». Ο Nash εστίασε την προσοχή του στην περίπτωση των n ατόμων το ίδιο και τα αξιώματα του και το θεώρημα χαρακτηρισμού της λύσης.

Ο Nash πρότεινε επίσης κάθε διαπραγματευτικό πρόβλημα να αναλύεται ως ένα παίγνιο μη συνεργασίας. Για το σκοπό αυτό, θα ήταν δυνατό κάποιος να συνδέσει με το πρόβλημα ένα σύνολο στρατηγικών για κάθε ένα από τα άτομα, και να ορίσει μια συνάρτηση που να καθορίζει ένα αποτέλεσμα σε κάθε κατατομή στρατηγικών˙ τότε, θα μπορούσε κάποιος να ψάξει για κατατομές στρατηγικών που να ικανοποιούν κάποιες συνθήκες βέλτιστου. Ο Nash απαίτησε η στρατηγική κάθε φορέα να είναι η βέλτιστη απόκριση στην επιλεχθείσα στρατηγική του άλλου, ώστε μια τέτοια κατανομή να αποτελεί «ισορροπία (μη-συνεργασίας) Nash» του παιγνίου. Ένα ερώτημα ιδιαιτέρου ενδιαφέροντος εδώ, είναι εάν τα αποτελέσματα που επιτυγχάνονται από τις κατατομές αυτές «ανταποκρίνονται» γενικά στα αποτελέσματα που λαμβάνονται από την εφαρμογή της λύσης στην οποία ο Nash κατέληξε αξιωματικά. Ο Nash αναγνώρισε συγκεκριμένες συνθήκες κάτω από τις οποίες η απάντηση είναι καταφατική.

3.3 Η αξιωματική παραγωγή της λύσης Nash

Για σκοπούς πληρότητας, παρατίθεται εδώ μια κάπως πιο επίσημη αλλά συγχρόνως σύντομη παρουσίαση εκείνου που σήμερα αποτελεί το θεώρημα Nash.

Υπάρχει ένα σύνολο από n **φορείς.** Κάθε φορές έχει κάποιες προτιμήσεις όσον αφορά κάποιο υποκείμενο σύνολο φυσικών αποτ4ελεσμάτων (των οποίων ο προσδιορισμός δεν αποτελεί μέρος του προβλήματος), και πιθανότητες γι’ αυτό είναι δυνατό να αντιπροσωπευτούν από συναρτήσεις που ικανοποιούν ένα συγκεκριμένο τύπο προσδοκιών – αποτελούν τις συναρτήσεις ωφέλειας / χρησιμότητας von Neumann-Morgenstern. Μια **εναλλακτική** είναι απλώς ένα διάνυσμα επιπέδων ωφέλειας / χρησιμότητας, δηλαδή, ένα σημείο σε έναν Ευκλείδειο χώρο με διαστάσεις ίσες με τον αριθμό των φορέων, που αποκαλείται ο «χώρος της ωφέλειας / χρησιμότητας» τους. Το σύνολο των εναλλακτικών λαμβάνεται ως η εικόνα των φυσικών αποτελεσμάτων στο χώρο των ωφελειών / χρησιμοτήτων, και των πιθανοτήτων γι’ αυτά τα αποτελέσματα και καθορίζονται άμεσα ως το υποσύνολο αυτού.

Ένα ***διαπραγματευτικό πρόβλημα*** αποτελείται από ένα ζεύγος (S,d) όπου S, το ***εφικτό σύνολο,*** αποτελεί το σύνολο των εναλλακτικών, και d , το ***σημείο διαφωνίας*** είναι ένα σημείο του S. Οι υποθέσεις κατασκευάστηκαν έτσι ώστε το S να είναι συμπαγές και κυρτό, και να υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο του S που να κυριαρχεί αυστηρά του d. ***Μια λύση*** είναι μια συνάρτηση που ορίζεται για όλη αυτή την κατηγορία τέτοιων προβλημάτων, η οποία συνδέει με κάθε πρόβλημα (S,d)ένα σημείο στο S. Το σημείο αυτό ερμηνεύει είτε ως ένας συμβιβασμός στον οποίο θα έλθουν οι φορείς από μόνοι τους, είτε ως μια σύσταση την οποία θα κάνει ένας αμερόληπτος διαιτητής.

Τα αξιώματα του Nash είναι τα εξής:

1. **Βέλτιστο κατά Pareto:** δε θα πρέπει να υπάρχει κάποιο εφικτό αποτέλεσμα το οποίο όλοι οι φορείς να θεωρούν το ίδιο επιθετικό, και τουλάχιστον ένας φορέας να το βρίσκει πιο επιθυμητό από εκείνο που επιλέχθηκε από τη λύση: το επιλεχθέν αποτέλεσμα πρέπει να ανήκει στο σύνολο που «δεν κυριαρχείται κατά Pareto».
2. **Συμμετρία:** εάν το πρόβλημα είναι συμμετρικό σε σχέση με τη γραμμή των 45°, το αποτέλεσμα της λύσης πρέπει να έχει ίσες συντεταγμένες.
3. **Σταθερότητα σε σχέση με αλλαγές της κλίμακας:** ένα οι ωφέλειες / χρησιμότητες von Neumann – Morgenstern είναι μοναδικές κάτω από θετικούς ομοπαράλληλους μετασχηματισμούς, το επιλεγμένο αποτέλεσμα πρέπει να είναι αμετάβλητο κάτω από τέτοιους μετασχηματισμούς.
4. **Ανεξαρτησία από τη συστολή του εφικτού συνόλου:** εάν, διατηρώντας το σημείο διαφωνίας σταθερό, το εφικτό σύνολο συστέλλεται αλλά το αποτέλεσμα που επιλέχτηκε αρχικά παραμένει εφικτό, τότε αυτό θα πρέπει να παραμείνει το επιλεχθέν αποτέλεσμα για το νέο πρόβλημα.

Το παρακάτω θεώρημα ισχυρίζεται ότι μόνο μια λύση ικανοποιεί αυτά τα τέσσερα αξιώματα. Πρόκειται για τη λύση που επιλέγει, για κάθε πρόβλημα, τη μοναδική εκείνη εναλλακτική στην οποία το γινόμενο των κερδών από τις ωφέλειες / χρησιμότητες των φορέων στο σημείο διαφωνίας, είναι το μεγαλύτερο μεταξύ όλων των εναλλακτικών που κυριαρχούν επί του σημείου διαφωνίας. Η λύση αποτελεί τη *διαπραγματευτική* λύση Nash.

Θεώρημα 8: (το θεώρημα Nash): η *διαπραγματευτική λύσην Nash είναι η μόνη λύση που ικανοποιεί το βέλτιστο κατά Pareto, τη συμμετρία, τη μη μεταβλητότητα από τις αλλαγές στην κλίμακα (μέτρησης της ωφέλειας / χρησιμότητας των διαπραγματεύσεων) και την ανεξαρτησία από τη συστολή του εφικτού συνόλου.*

Η βιβλιογραφία που επακολούθησε υποκινήθηκε από διάφορες θεωρήσεις. Πρώτον, έχουν ανακύψει αντιρρήσεις εναντίον του τύπου που ορίζει τη λύση Nash: ποια οικονομική επεξήγηση πρέπει να δοθεί στο γινόμενο των κερδών των ωφελειών / χρησιμοτήτων; Έχουν προταθεί άλλες λύσεις οι ορισμοί των οποίων είναι ευκολότεροι να επεξηγηθούν. Η λύση της δίκαιης ισοκατανομής (Egalitarian solution, στο αγγλικό κείμενο) επιλέγει απλώς τη μέγιστη εναλλακτική στην οποία τα κέρδη των χρησιμοτήτων από το σημείο διαφωνίας είναι ίσα. Η λύση των Kali-

Smotodinsky (Kalai-Smorodinsky solution στο αγγλικό κείμενο) επιλέγει τη μέγιστη εναλλακτική η οποία είναι ανάλογη με την κατανομή των μέγιστων ωφελειών / χρησιμοτήτων, τις οποίες μπορούν να αποκομίσουν οι φορείς, ο καθένας ξεχωριστά, μεταξύ εκείνων των εναλλακτικών τις οποίες όλοι οι φορείς προτιμούν από το σημείο διαφωνίας. Αφότου ήλθαν αντιμέτωποι με το πρόβλημα για πρώτη φορά και κλήθηκαν να το επιλύσουν με το δικό τους τρόπο, οι φοιτητές επαναπαυτούν διαρκώς τη λύση της δίκαιης ισοκατανομής και τη λύση των Kalai-Smorodinsky,και περιστασιακά τη λύση των ωφελειών / χρησιμοτήτων (η οποία επιλέγει την εναλλακτική στην οποία το άθροισμα των χρησιμοτήτων είναι μέγιστο μεταξύ όλων των εναλλακτικών), και όχι τη λύση Nash (διεξήγαγα το πείραμα αρκετές φορές και καμία φορά δεν αναπαράχθηκε η λύση Nash) . Η λύση αυτή πράγματι δεν είναι εκείνη που αυτομάτως ανακύπτει στο μυαλό κάποιου ο οποίος δεν έχει προηγουμένως εκτεθεί στην βιβλιογραφία. Εντούτοις στο μέτρο που ο μαθηματικός τύπος προκύπτει μέσα από αξιώματα, το να έχει εύκολη επεξήγηση δε θα πρέπει να έχει καμία σημασία, ακόμη να τον κατανοούν, όπως και οι καταναλωτές σε μια αγορά δεν είναι αναγκαίο τις Βαλρασιανές εξισώσεις ώστε να έχει νήμα μια ανταγωνιστική ισορροπία.

3.4 Κάποιες άλλες κριτικές της προσέγγισης του Nash αφορούν τα αξιώματα που έθεσε.

Από κανονιστική άποψη, είναι δύσκολο να δει κάποιος γιατί τα αποτελέσματα του βέλτιστου κατά Pareto δε θα πρέπει να είναι απαιτούμενα, ωστόσο η ιδιότητα αυτή δεν παρατηρείται οπωσδήποτε στις πραγματικές διαπραγματεύσεις και δε φαίνεται να αποτελεί εύλογο μέρος της περιγραφικής θεωρίας.

Τη συμμετρία είναι δύσκολο να την αποφύγει κάποιος: εάν δεν υπάρχει κάποιο κριτήριο που να διακρίνει τους φορείς, πάνω σε ποια βάση είναι δυνατό να επιλέξει κάποιος το σημείο που δεν είναι συμμετρικό; Φυσικά, οι φορείς που εμπλέκονται συμμετρικά σ' ένα παίγνιο είναι δυνατό να μην είναι «οι ίδιοι» κάτω από συγκεκριμένες διαστάσεις που δεν έχουν μοντελοποιηθεί, ωστόσο έχουν σημασία για την πρόβλεψη των αποτελεσμάτων των συγκρούσεων. Για παράδειγμα, οι φορείς είναι δυνατό να διαφέρουν ως προς τις διαπραγματευτικές δεξιότητες τους και την εμπειρία τους. Μπορεί να υποστηρίξει κάποιος ότι εάν οι παράγοντες αυτοί έχουν σημασία, τότε πρέπει να ενσωματωθούν στο μοντέλο. Ωστόσο, πιθανό να μην είναι εύκολο να μορφοποιηθούν ή να ποσότικοποιηθούν. Αντίθετα, μπορούν να προσαρμοστούν στο μοντέλο του Nash καταργώντας απλά το αξίωμα της συμμετρίας και ερευνώντας ποιες επιπρόσθετες λύσεις γίνονται αποδεκτές. Θα περίμενε κάποιος κάθε πιθανή μεροληψία να λειτουργεί με συνεπή τρόπο σε όλα τα προβλήματα, και πράγματι αυτό δίνει η λειτουργεί με συνεπή τρόπο σε όλα τα προβλήματα, και πράγματι αυτό δίνει η θεωρία, ως μια παραμετρική οικογένεια «σταθμισμένων λύσεων Nash», που ορίζεται μεγιστοποιώντας το γινόμενο των κερδών των ωφελειών / χρησιμοτήτων υψωμένο σε δυνάμεις που διαφέρουν από φορέα σε φορέα. Το καθήκον που παραμένει τότε, σε κάθε εφαρμογή, είναι να επιλέγει η σωστή αξία αυτής της παραμέτρου. Αυτό μπορεί αρχικά να γίνει με μια «άσκηση ικανότητες»: απλώς εφαρμόζουμε τη λύση σ' ένα συμμετρικό πρόβλημα (αποδεικνύεται ότι μια μόνο άσκηση επαρκεί), και η επιλογή την οποία κάνει η λύση αποκαλύπτει την έκταση στην οποία ευνοεί συγκεκριμένους παράγοντες εις βάρος των άλλων. Οι υπερβολικές παραβιάσεις στης συμμετρίας διευθετούνται με άλλες λύσεις με «δικτατορικά» χαρακτηριστικά. Από κανονιστικής απόψεως, ο διαιτητής είναι δυνατό να μη θεωρήσει υποχρεωτικό να δεχτεί τα χαρακτηριστικά αυτά ενός φορέα που θα του παρείχαν μια λύση στις διαπραγματεύσεις πρόσωπο με πρόσωπο, και είναι δυνατό να έχει κάποιου άλλου. Για παράδειγμα, αντί να είναι πρόσωπα, οι φορείς είναι δυνατό να αντιπροσωπεύουν οντότητες όπως χώρες ή οικογένειες, οι οποίες διαφέρουν ως προς το μέγεθος τους, τις ανάγκες τους, τα δικαιώματα τους, κτλ, ώστε οι διαφορές αυτές να απαιτούν διαφορετική προσέγγιση ακόμα και αν εισέρχονται στο πρόβλημα με, σχεδόν, συμμετρικό τρόπο. Επιλέγοντας κατάλληλες σταθμίσεις, ο διαιτητής μπορεί να μεροληπτεί τη σύσταση του προς την κατεύθυνση κάποιου συγκεκριμένου φορέα, και όποια έκταση αυτός επιθυμεί.

Η σταθερότητα από τις αλλαγές στην κλίμακά (μέτρησης της ωφέλειας / χρησιμότητας των διαπραγματεύσεων) είναι εμφανές όταν η θεωρία προορίζεται να είναι περιγραφική, αλλά αποκλίνει συμβιβασμός που να βασίζονται σε συγκρίσεις ωφελειών / χρησιμοτήτων μεταξύ προσώπων. Στην καθημερινή ζωή, τέτοιες συγκρίσεις γίνονται συχνά κατά τη σύναψη συμβιβασμών. Ο διαιτητής είναι δυνατό κατά τον ίδιο τρόπο να αισθάνεται ότι έχει σημασία κάποιο μέτρο απόλυτης ικανοποίησης στο να γίνει μια σύσταση.

Η ανεξαρτησία από τη συστολή του εφικτού συνόλου έχει γίνει το αντικείμενο των οξύτερων κριτικών. Εκτιμώντας μια διαπραγματευτική κατάσταση, είναι αναπόφευκτο και πιθανόν επιθυμητό να απλοποιείται και να συνοψίζεται, ώστε να καταλήγει στα κύρια χαρακτηριστικά της. Το ζήτημα είναι πόση πληροφόρηση και τι είδους πληροφόρηση θα πρέπει να παραμεριστεί κατά τη διαδικασία, και πράγματι, είναι δυνατό κάποιος να υποθέσει μια πειστική περίπτωση όπου η ανεξαρτησία αγνοεί πάρα πολλά. Οι Luce και Raiffa, κατασκεύασαν το ακόλουθο απλό παράδειγμα για να διευκρινίσουν το σημείο αυτό: ας ξεκινήσουμε από ένα συμμετρικό πρόβλημα. Τότε, στην βάση του βέλτιστου κατά Pareto και της συμμετρίας, η μόνη πιθανή επιλογή είναι το μοναδικό σημείο που δεν κυριαρχείται με ίσες συντεταγμένες ας ονομάσουμε x. Τώρα, ας εξαλείψουμε όλες της εναλλακτικές στις οποίες η ωφέλεια / χρησιμότητα του φορέα 1 είναι μεγαλύτερη από την ωφέλεια / χρησιμότητα του στο x και το αντίστροφο ισχύει και για το φορέα 2. Η διαπραγματευτική θέση του φορέα 1 έχει εμφανώς επιδεινωθεί κατά τη διαδικασία, συνεπώς, γιατί δε θα έπρεπε να επιτρέπεται – αν όχι να απαιτείται- το αποτέλεσμα να εξελιχθεί εναντίον του;

3.5 Η επακόλουθη βιβλιογραφία

Η λύση Nash αντιμετωπίστηκε με εξαιρετική επιτυχία στα οικονομικά αν και είναι δίκαιο να απωθεί ότι σε μεγάλο βαθμό δεν υιοθετήθηκε για τις αξιωματικές θεμελιώσεις της, αλλά μάλλον για την ευκολία με την οποία είναι δυνατό να υπολογιστεί. Για να αποφασιστεί εάν μια εναλλακτική x, που δεν κυριαρχείται, είναι το σημείο Nash σ΄ ένα πρόβλημα, αρκεί να υπολογιστεί η κλίση στο ορίου του προβλήματος στο x και να ελεγχθεί ότι είναι το αρνητικό της κλίσης του ευθύγραμμου τμήματος που συνδέει το x με το σημείο διαφωνίας. Βασιζόμενη σε τοπική πληροφόρηση, η λύση Nash είναι κομμένη στα μέτρα των οικονομολόγων, εμποτισμένη στην οριακή ανάλυση.

Ωστόσο, συστήνοντας κάποιο σημείο στη βάση μόνο της οριακής πληροφόρησης μπορεί να φαίνεται παράξενο. Η διαπραγμάτευση έχει να κάνει με συμβιβασμούς, δηλαδή, με εξισορρόπηση των συμφερόντων διαφορετικών μερών. Συγκρίνοντας εκείνο που λαμβάνει ο κάθε φορέας σε σχέση με το τι λαμβάνουν οι άλλοι και με το τι θα μπορέσουν να είχαν αποκομίσει με άλλες εναλλακτικές. Τροποποιώντας τη διαμόρφωση των εφικτών εναλλακτικών, είναι να επηρεάσει κάποιος κάλλιστα την ελκυστικότητα ενός προτεινόμενου συμβιβασμού. Το γεγονός ότι το εφικτό σύνολο μπορεί να παραμένει το ίδιο στη γειτνιάσει του επιλεχθέντος σημείου για κάποιο αρχικό πρόβλημα, φαίνεται πως έχει δευτερεύουσα σημασία.

Το κύριο αντεπιχείρημα σ’ αυτή την κριτική ειπώθηκε από τον ίδιο του Nash: πρακτικά, η πληροφόρηση υστερεί ως προς το ποιες εναλλακτικές είναι πράγματι διαθέσιμες, και ο υπό εκτίμηση συμβιβασμός ανταγωνίζεται μόνο εναντίον άλλων που δεν είναι πολύ διαφορετικοί από τον ίδιο. Αυτό αποτελεί φυσικά και το κύριο επιχείρημα προς όφελος του αξιώματος της ανεξαρτησίας. Αυτό που θα έπρεπε ίσως να κάνει κάποιος ερευνητής είναι να μοντελοποιήσει ρητά την υστέρηση αυτής της πληροφόρησης, ώστε είναι ωφέλιμο να διατηρηθεί το μοντέλο απλό.

Σε απάντηση των περιορισμών του συστήματος αξιωμάτων που προτάθηκε από τον Nash, αναπτύχθηκε η βιβλιογραφία των αξιωμάτων όσον αφορά το διαπραγματευτικό πρόβλημα. το πρόβλημα έχει εξεταστεί από ένα ευρύ πεδίο άλλων προοπτικών, και έχει μορφοποιηθεί μια ποικιλία αξιωμάτων που αντανακλούν αυτούς τους εναλλακτικούς τρόπους εκτίμησης μιας κατάστασης διαπραγμάτευσης. Το μοντέλο έχει γενικευτεί έτσι ώστε να επιτρέπει στον πληθυσμό των φορέων να μεταβάλλεται, και επίσης έχουν ληφθεί υπόψη και ενδεχόμενες μεταβολές ως προς το σημείο συμφωνίας. Έχουν επίσης αναλυθεί καταστάσεις στις οποίες το εφικτό σύνολο από τη μία πλευρά, και το σημείο διαφωνίας από την άλλη, είναι αβέβαια.

Κάποιες από αυτές τις εξελίξεις έχουν οδηγήσει στη λύση Nash, άλλες όχι. Το ότι κάποιες άλλες λύσεις θα προέκυπταν από την εργασία αυτή δεν είναι φυσικά κάτι που εκπλήσσει, αλλά εκείνο που ίσως εκπλήσσει είναι, πάρα το μεγάλο αριθμό των λογικών λύσεων που μπορεί να ορίσει κάποιος, η συχνότητα με την οποία προκύπτουν οι τρείς αυτές λύσεις και οι παραλλαγές τους: επιπρόσθετα με τη λύση Nash, υπάρχει και η λύση της δίκαιης ισοκατανομής και η λύση των Kalai-smorodinsky (η τελευταία είναι μια κοινωνικοποιημένη παραλλαγή της πρώτης. Δηλαδή μια παραλλαγή που ικανοποιεί τη σταθερότητα ως προς τις αλλαγές της κλίμακας (μέτρησης ωφέλειας / χρησιμότητας των διαπραγματεύσεων)) . Οι παραλλαγές είναι προεκτάσεις αυτών των λύσεων που σχεδιάστηκαν για να προσαρμόσουν επιθυμητές μεροληψίες προς όφελος συγκεκριμένων φορέων και λαογραφικές προεκτάσεις που ορίστηκαν ώστε να εγγυηθούν το βέλτιστο κατά

Pareto (οι λύσεις αυτές δεν ικανοποιούν αυτή την ιδιότητα τόσο γενικά όσο η λύση Nash). Η κυριαρχία αυτών των τριών λύσεων είναι ένα σπουδαίο συμπέρασμα που εξάγεται από την πρόσφατη βιβλιογραφία.

Η λύση Nash εμφανίζεται λίγο συχνότερα από τις άλλες δύο, και είναι δυνατό να ισχυριστεί κάποιος ότι εφόσον τόσες πολλές προσεγγίσεις έχουν οδηγήσει σ' αυτή, η λύση είναι πράγματι ξεχωριστή η απλή συσσώρευση των αποτελεσμάτων στα οποία εμφανίζεται η λύση αυτή στη θεωρία, μπορεί από μόνη της να θεωρηθεί απόδειξη της σπουδαιότητας της. Ωστόσο, το επιχείρημα είναι λίγο παρακινδυνευμένο. Η πολλαπλότητα αυτή αποτελεί περισσότερο αντανάκλαση της φυσικής τάσης, και ανάγκης, των ερευνητών για απλοποίηση με σκοπό την ανάλυση και στην αξιωματική ανάλυση, η απλοποίηση συχνά παίρνει τη μορφή αξιωμάτων ανεξαρτησίας και σταθερότητας. Εφόσον η λύση Nash ικανοποιεί πολλές από τις συνθήκες της σταθερότητας, δεν αποτελεί και μεγάλη έκπληξη το ότι πρέπει να προκύπτει τόσο συχνά (για παράδειγμα η συνθήκη συνέπειας του μεταβλητού πληθυσμού, πάνω στην οποία βασίζεται ένας από τους πιο ενδιαφέροντες χαρακτηρισμούς της λύσης, αποτελεί συνθήκη ανεξαρτησίας. Το ίδιο και τα αξιώματα που εμπλέκουν μεταβολές του σημείου διαφωνίας πάνω στο οποίο έχει βασιστεί ένας άλλος χαρακτηρισμός της λύσης). Από την άλλη πλευρά ικανοποιεί πολύ λίγες από τις συνθήκες μονοτονίας που είναι πιο εύκολα κατανοητές από τον κοινό άνθρωπο. Είναι κυρίως πάνω στη βάση αυτών των ιδιοτήτων μονοτονίας που η λύση των Kalai- Smorodinsky θα έπρεπε να αντιμετωπιστεί ως μια σπουδαία πρόκληση για τη λύση Nash, ενώ η λύση της δίκαιης ισοκατανομής παρουσιάζει άλλη μια ελκυστική επιλογή: απολαμβάνει ακόμα πιο ισχυρές αξιώσεις ανεξαρτησίας, ενώ, σε αντίθεση με τη λύση Nash και τη λύση Kalai-Smorodinsky αποτυγχάνει όσον αφορά τη σταθερότητα στις αλλαγές της κλίμακας(μέτρησης της ωφέλειας / χρησιμότητας των διαπραγματεύσεων) κάτι που ανάλογα με το γενικότερο πλαίσιο ανάλυσης είναι δυνατό να αποτελέσει πλεονέκτημα ή περιορισμό.

4. ΤΟ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΟ ΠΑΙΓΝΙΟ

Πολλοί είναι εκείνοι που έχουν αναφερθεί στην συμβολή του Nash στη στρατηγική ανάλυση, ωστόσο λίγα λόγια είναι απαραίτητα εδώ ώστε να συνδέσουμε τα αξιωματικά και τα στρατηγικά μοντέλα Nash. το στρατηγικό παίγνιο, το οποίο ο Nash πρότεινε να προσαρτήσει στην περιληπτική περιγραφή του διαπραγματευτικού προβλήματος, είναι αρκετά απλό και φυσικό: κάθε φορέας ανακοινώνει ένα επίπεδο ωφέλειας / χρησιμότητας για τον εαυτό του, και το αποτέλεσμα αποτελεί την κατατομή αυτή ανήκει στο εφικτό σύνολο, ενώ διαφορετικά αποτελεί το σημείο διαφωνίας. Γενικά, το σύνολο των διανυσμάτων των αποδόσεων ισορροπίας αυτού του παιγνίου περιέχει ολόκληρο το βέλτιστο σύνολο κατά Pareto. Αντί να υποθέσει ότι κάθε σημείο στο χώρο των χρησιμοτήτων είναι εφικτό στα σίγουρα, ο Nash υπέθεσε ότι κάθε σημείο είναι εφικτό με κάποια συγκεκριμένη πιθανότητα. Αυτό ισοδυναμεί με αντικατάσταση του εφικτού συνόλου S από μια συνάρτηση που προσεγγίζει τη χαρακτηριστική συνάρτηση του S, όπου επιλέγει ποια στρατηγική να παίξει, κάθε φορέας κάνει μεγιστοποίηση μιας αναμενόμενης ωφέλειας / χρησιμότητας. Το αποτέλεσμά εδώ είναι ότι αν η προσέγγιση αυτή είναι ομαλή (η συνέχεια μόνη της δεν επαρκεί), και καθώς γίνεται όλο και καλύτερη, τότε το διανύσματα των αποδόσεων της ισορροπίας Nash του παιγνίου, πλησιάζουν όλο και πιο πολύ το αποτέλεσμα που επιλέχθηκε από τη διαπραγματευτική λύση Nash.

Οι Stahl και Rubinstein, μορφοποίησαν παίγνια εναλλασσόμενων προσφορών και υπολόγισαν τα αποτελέσματα ισορροπίας. Έδειξαν ότι καθώς ο συντελεστής προεξόφλησης πλησιάζει τη μονάδα, αυτά τα διανύσματα των αποδόσεων ισορροπίας πλησιάζουν το αποτέλεσμα διαπραγμάτευσης του Nash. Το αποτέλεσμα αυτό θεωρείται συχνά ως άλλη μια δικαίωση της λύσης Nash, και στην πραγματικότητα εκείνοι που δεν προσχωρούν στην αξιωματική προσέγγιση ή δεν είναι πεπεισμένοι από τη στρατηγική ανάλυση του Nash, θεωρούν ότι είναι ένας πειστικός τρόπος για την αιτιολόγηση της λύσης του. Φυσικά, στο όριο η ισορροπία αυτών των παιγνίων ικανοποιεί τα αξιώματα του Nash, και αν κάποιος δεν νιώθει άνετα με τα αξιώματα αυτά, δε θα πρέπει να κατασκευάζει μοντέλα που τα εμπλέκουν.

Επιπρόσθετα, τα συμπεράσματα αυτά καταλήγουν να μην είναι τόσο ανθεκτικά όσο θα επιθυμούσε κάποιος, ειδικά στην περίπτωση των περισσοτέρων των δύο φορέων. Εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από το συγκεκριμένο τρόπο με τον οποίο έχει προσδιοριστεί το παίγνιο μη – συνεργασίας , ποιος μιλάει πότε και τι λέει, και ποιοι κανόνες καθορίζουν τη λέξη των διαπραγματεύσεων και τις τελικές αποδόσεις.

4.1 Πρόσφατη Βιβλιογραφία

Οι κατευθύνσεις στις οποίες έχει κινηθεί η βιβλιογραφία όσον αφορά το διαπραγματευτικό πρόβλημα κατά τα τελευταία είκοσι χρόνια, μπορεί να ταξινομηθεί σύμφωνα με την έκταση στην οποία αμφισβητούν το βασικό μοντέλο.

Πρώτα έρχονται οι επαναμορφοποήσεις που διατηρούν τα συστατικά εκείνου που ορίζει ένα διαπραγματευτικό πρόβλημα ή μια λύση, αλλά έχουν χαλαρώσει ή τροποποιηθεί οι συγκεκριμένες ιδιότητες που απαιτούνται. Για παράδειγμα, αποσύρθηκε η υπόθεση της κυριότητας στο εφικτό σύνολο, ή το εφικτό σύνολο θεωρείται ότι είναι πεπερασμένο. Ή οι λύσεις επιτρέπονται να έχουν πολλές τιμές.

Το μοντέλο μπορεί επίσης να εμπλουτιστεί με την προσθήκη και άλλων στοιχείων. Προσθέτοντας ένα επιπλέον σημείο στα βορειανατολικά του βέλτιστου ορίου κατά Pareto,το οποίο να αντιπροσωπεύει τις αξιώσεις που είναι δυνατό να έχουν οι φορείς, παράγεται ένα «διαπραγματευτικό πρόβλημα με αξιώσεις». Το σημείο αυτό μπορεί επίσης να θεωρηθεί ότι αντιπροσωπεύει τις προσδοκίες των φορέων (ίσως το αποτέλεσμα στο οποίο κατέληξε μια προηγούμενη κατάσταση με καλύτερες ευκαιρίες), που θα επηρεάσει την προθυμία τους να αποδεχτούν έναν προτεινόμενο συμβιβασμό. Διαφορετικά, μπορεί να προστεθεί κάποιο σημείο μέσα στο εφικτό σύνολο. Το σημείο μπορεί να αντιπροσωπεύει ένα συμβιβασμό πρώτου γύρου, ή κάποια διευθέτηση σ΄ ένα προηγούμενο παίξιμο του παιγνίου (αυτό θα μπορούσε να είναι το αποτέλεσμα που επήλθε σε μια προηγούμενη περίπτωση με πιο δυσχερείς ευκαιρίες)

Είναι δυνατό να προστεθούν πληροφορίες σχετικά με το τι μπορούν να επιτύχουν οι ομάδες φορέων: η μορφοποίηση του Nash ορίζει ένα εφικτό σύνολο για ολόκληρο το σύνολο των φορέων, και ένα επίπεδο ωφέλειας / χρησιμότητας που μπορεί κάθε φορέας να εγγυηθεί στον εαυτό του. Αυτά αποτελούν τα εφικτά σύνολα για τη «μεγάλη συμμαχία» και τους φορείς ξεχωριστά. Σε πιο πλούσιες αλληλεπιδράσεις πολλών φορέων, είναι δυνατό να υπάρχουν κι άλλες ομάδες που να είναι ικανές να επιτύχουν κάτι. Ο τρόπος με τον οποίο θα ληφθούν υπόψη οι ευκαιρίες που έχουν οι ομάδες των φορέων, αποτελεί το αντικείμενο της θεωρίας των παιγνίων συμμαχιών.

Είναι δυνατό να θεωρηθεί και μια υψηλότερου επίπεδο προοπτική, όπου μπορεί κάποιος να φανταστεί ότι ο φορείς δε διαπραγματεύονται τόσο πολύ για τις συγκεκριμένες κατανομές ωφέλειας / χρησιμότητας, αλλά μάλλον για τις λύσεις αυτές καθαυτές. Το μοντέλο τότε θα συμπεριελάμβανε τις προτιμήσεις τους όσον αφορά τις λύσεις.

Πληροφορίες μπορούν επίσης να προστεθούν σχετικά με το σύνολο των υποκείμενων φυσικών αποτελεσμάτων. Τέτοιες πληροφορίες αγνοούνται στη μορφοποίηση του Nash, ως αποτέλεσμα του οποίου δύο καταστάσεις σύγκρουσης είναι δυνατό να έχουν την ίδια αφηρημένη αντιπροσώπευση στο χώρο των ωφελειών / χρησιμοτήτων, κι ωστόσο, να διαφέρουν κατά τρόπο που διαισθητικά νιώθει κάποιος πως πρέπει να έχει σημασία. Οι οικονομικές συγκρούσεις περιγράφονται τυπικά με μια γκάμα επιπρόσθετων λεπτομερειών που θα μπορούσαν και ενδεχομένως να πρέπει, να ληφθούν υπόψη. Οι χώροι των εφικτών εναλλακτικών (αποτελούν κατανομές σ' αυτή την περίπτωση) έχουν κυρτές τυπολογικές και σε τάξη δομές που υποβάλλουν περιορισμούς στις προτιμήσεις και στις ιδιότητες των κανόνων κατανομής, και επιτρέπουν τον προσδιορισμό κανόνων που θα μπορούσαν να μην έχουν σημασία στο χώρο των ωφελειών / χρησιμοτήτων.

Για παράδειγμα, ο κανονιστικός τρόπος κατανομής στα οικονομικά, η ανταγωνιστική ισορροπία, δεν μπορεί να συζητηθεί μέχρι να εισαχθεί η πληροφόρηση σε σχέση με τα αγαθά, τις προικοδοτήσεις, και τις προτιμήσεις για τα αγαθά. Κατά τα δέκα τελευταία χρόνια, το αξιωματικό πρόγραμμα έχει αναπτυχθεί σημαντικά ώστε να διευθετεί τη συμπληρωματική αυτή πληροφόρηση.

4.2 Συμπέρασμα

Τον μοντέλο του Nash στο κείμενο του 1950 έχει αποτελέσει ένα ιδανικό επιστημονικό εργαστήριο για την ανάπτυξή της αξιωματικής μεθόδου. Ως αποτέλεσμα του προγράμματος που ενέπνευσε, διαθέτουμε σήμερα ένα εννοιολογικό εργαλείο, τεχνικές απόδειξης, και ένα σύνολο αποτελεσμάτων που δεν παραλληλίζονται στην θεωρία παιγνίων και την κοινωνική επιλογή, εκτός ίσως από την αφηγημένη θεωρία κοινωνικής επιλογής του Arrow. Φυσικά αποτελεί μερικώς μαθηματικό ατύχημα. Το μοντέλο του Nash τυγχάνει να έχει το «σωστό πλούτο» ώστε να είναι πιθανό: το υπόδειγμα είναι πλούσιο σε επαρκή βαθμό ώστε να επιτρέπει την ανάπτυξη μιας προχωρημένης θεωρίας και από την άλλη δεν είναι τόσο πολύπλοκο ώστε να είναι απρόσιτο(συγκεκριμένα επιτρέπει τον προσδιορισμό πολλών μονοσήμαντων λύσεων. Αυτό σχεδόν πάντα οδηγεί σε περιπλοκές, τόσος στο επίπεδο αντίληψης (αυτό εξαναγκάζει σε επιλογές ποσοτικοποίησης των σχετικών αξιωμάτων που δεν είναι πάντα αποδεκτές) όσο και στο τεχνικό επίπεδο). Αναμφισβήτητα, το γεγονός ότι η αξιωματική έρευνα είναι σχετικά αργή, όπως για παράδειγμα στη μελέτη των παιγνίων συμμαχιών, έχει να κάνει σε μεγάλο βαθμό με τη μεγαλύτερη πολυπλοκότητα του μοντέλου. Το ίδιο σχόλιο είναι δυνατό να γίνει και για τα μοντέλα στα οποία συμπεριλαμβάνονται συγκεκριμένα οικονομικά χαρακτηριστικά.

Παρά τους περιορισμούς της, η εργασία του Nash συνιστά ένα σπουδαίο ορόσημο στην ανάπτυξη της θεωρίας παιγνίων. Για πολλούς νέους ερευνητές, αποτελεί την πόρτα μέσω της οποίας αποκτούν πρόσβαση στη θεωρία παιγνίων, ένα αδιαμφισβήτητο πνευματικό μνημείο στο δεύτερο μισό του $20^{ου}$ αιώνα.

5. ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΟΥ JOHN NASH

5.1 Εισαγωγή

Ο John Nash προσέφερε θεμελιώδης, καινοτόμες στη θεωρία παιγνίων και στα οικονομικά. Η έννοια της ισορροπίας που φέρει το όνομα του είναι χαρακτηριστικά η πιο σπουδαία έννοια στην οικονομική ανάλυση. Στην πραγματικότητα, η έννοια της ισορροπίας Nash είναι ανά θεμελιώδης αναλυτικό εργαλείο όχι μόνο στα οικονομικά, αλλά και σε διάφορους κλάδους της πολιτικής επιστήμης.

Η δεύτερη μνημειώδη συμβολή του John Nash έγκειται στο σπουδαίο θέμα της διαπραγμάτευσης. Η γενική προσέγγισή του στην μελέτη της διαπραγμάτευσης και το συγκεκριμένο πλαίσιο το οποίο έθεσε το 1950, βρίσκεται στην καρδία της σύγχρονης θεωρίας διαπραγμάτευσης. Ως άμεσο και έμμεσο αποτέλεσμα της συμβολής του στο θέμα της διαπραγμάτευσης είναι δυνατό να κατανοήσουμε καλύτερα, σήμερα, τις διαφορές διαπραγμάτευσης που προκύπτουν στην καθημερινή ζωή. Για παράδειγμα κατανοούμε σήμερα βαθύτερα τους παράγοντες που καθορίζουν τη διαπραγματευτική δύναμη ενός διαπραγματευτή και του παράγοντες εκείνους που δύνανται να εμποδίσουν την πιθανότητα να έρθουν σε συμφωνία οι διαπραγματευτές.

5.2 Η έννοια της ισορροπίας

Η σπουδαιότητα της έννοιας της ισορροπίας Nash στα οικονομικά είναι αυταπόδεικτη στους ακαδημαϊκούς οικονομολόγους, στους ερευνητές φοιτητές των οικονομικών και σε όλους τους κατόχους οικονομικών πτυχίων των τελευταίων δέκα χρόνων. Πραγματικά, θα γινόταν αυταπόδεικτη σε οποιονδήποτε κοιτούσε κάποιο πρόσφατο έγκυρο ακαδημαϊκό περιοδικό. Κάθε άρθρο που σκοπεύει να παράσχει μια θεωρητική ανάλυση σε κάθε σχεδόν οικονομικά πρόβλημα, περιλαμβάνει την έννοια της ισορροπίας Nash είναι τόσο θεμελιώδης στην οικονομική ανάλυση, όσο είναι οι νόμοι του Νεύτωνα στη θεωρητική φυσική.

Η έννοια της ισορροπίας του Nash λύνει με έναν ευλογοφανή και ευάγωγο τρόπο το βασικό πρόβλημα της ανθρώπινης αλληλεπίδρασης, η οποία καθορίζει τις συμπεριφορές και τις ενέργειες δύο ή περισσοτέρων ατόμων ή οργανισμών (όπως επιχειρήσεις, πολιτικά κόμματα, και κυβερνήσεις) όταν οι συμπεριφορές και οι ενέργειες όλων αυτών των ομάδων είναι δυνατό να επηρεάζουν την ευημερία της κάθε ομάδας(ή τις αποδώσεις). Οι περισσότερες ανθρώπινες αλληλεπιδράσεις (είτε οικονομικές, είτε πολιτικές είτε κοινωνικές) είναι αυτού του τύπου δηλαδή η ευημερία μιας ομάδας (ή οι αποδύσεις) εξαρτάται όχι μόνο από τις ενέργειες της αλλά επίσης από τις ενέργειές των άλλων ομάδων. Αυτός ο τύπος κατάστασης είναι γνωστός ως κατάσταση «παιγνίου» . Σε μια τέτοια στρατηγική κατάστασή, η καλύτερη (ή βέλτιστή) ενέργεια για ένα παίκτη (όπως ένα άτομο μια επιχείρηση ή μια κυβέρνηση) εξαρτάται από τις ενέργειες που έχουν επιλεγεί από τους άλλους παίχτες και αντιστρόφως. Ποια ενέργεια τότε, πρέπει να επιλέξει ο παίκτης και αναστρόφως. Ποια ενέργεια τότε, πρέπει να επιλέξει ο παίκτης για να πετύχει τους αντικειμενικούς του σκοπούς; Η έννοια της ισορροπίας Nash προσφέρει την απάντηση σ αυτό το ουσιώδες ερώτημα. Μόνο όταν δοθεί η απάντηση σ αυτό το ερώτημα είναι δυνατό να αντιμετωπίσουμε και αλλά ενδιαφέροντα και σημαντικά ερωτήματα, όπως ποιο μπορεί να είναι ο αντίκτυπος μιας πολιτικής ή μιας καινούριας νομοθεσίας.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, εάν υπάρχει θεωρητική βιβλιογραφία που προφέρει μια οικονομική ανάλυση για κάθε σχεδόν θέμα που ενδιαφέρει τους οικονομολόγους , θα χρησιμοποιήσει οπωσδήποτε την έννοια της ισορροπίας Nash. Η ανάλυση της ανθρώπινης αλληλεπίδρασης σε πεδία που ακόμα υπόκεινται σε θεωρητική ανάλυση θα βασιστούν, πολύ πιθανό, πάνω στην έννοια της ισορροπίας Nash. Για παράδειγμα, το πρόσφατο μεγάλο κίνημα των ερευνών που προσφέρουν μια οικονομική ανάλυση της διαφθοράς έχει βασιστεί πάνω σ' αυτή την έννοια της ισορροπίας.

Τα τελευταία χρόνια , η έννοια της ισορροπίας Nash έχει περιέλθει κάτω από λεπτομερή εξέταση. Ιδέες που είχαν, ίσως χωρίς έκπληξη, προταθεί από τον John Nash το 1950, έχουν επίσημα αναπτυχθεί ώστε να διερευνήσουν θεμελιώσεις αυτής της ισορροπίας. Το συμπέρασμα που προκύπτει από τη βιβλιογραφία για τη θεμελίωση της ισορροπίας John Nash (το οποίο περιλαμβάνει εξελικτικά μοντέλα και υποδείγματα μάθησης) είναι ότι η έννοια της ισορροπίας John Nash είναι πολύ πιο ανθεκτική και καλά θεμελιωμένη από τις παραλλαγές της. Ακόμα και αν υπάρχουν μερικές μικρές τροποποιήσεις, αυτή η έννοια της ισορροπίας είναι τόσο όμορφη, τόσο ελκυστική διαισθητικά και τόσο εύκολη στη χρησιμοποίηση που ακόμα και αν είναι λίγο ατελής, το πιθανότερο είναι να παραμείνει μια θεμελιώδης έννοια στην οικονομική ανάλυση. Οποιοδήποτε εναλλακτική έννοια της ισορροπίας που θα ισχυριζόταν ότι είναι «πιο σωστή» θα έπρεπε οπωσδήποτε να είναι πιο πολύπλοκή, πιο δύσκολη στη χρήση, και πιο άσχημή από την έννοια της ισορροπίας του John Nash, και για αυτό θα αποτύγχανε να την αντικαταστήσει. Κατ' ανάλογο τρόπο, οι νόμοι της κίνησης του Νεύτωνα έχουν αντέξει στο χρόνο, παρά τις μετέπειτα σπουδαίες στην θεωρητική φυσική.

5.3 Η θεωρεία διαπραγμάτευσης κατά του John Nash

Με μια σειρά άρθρων στην δεκαετία του 1950, ο John Nash έδειξε πως είναι δυνατό κάποιος να προσεγγίσει τη μελέτη της διαπραγμάτευσης με ένα συναφή, ορθολογικό και κομψό τρόπο. Η εργασία του οδήγησε στην ανάπτυξη της σύγχρονης θεωρίας διαπραγμάτευσης. Πριν τον John Nash, θεωρείτο πρακτικά αδύνατο να αναπτυχθεί μια θεωρία που θα μπόρεσε να αντιμετωπίσει το ερώτημα για το ποιοι παράγοντες καθορίζουν το αποτέλεσμα των διαπραγματεύσεων. Υποστηριζόταν ότι η διαπραγμάτευση είναι συναφώς εξαρτώμενη από παράγοντες οι οποίοι είναι δύσκολο να διατυπωθούν, όπως για παράδειγμα η ασαφής γνώση της διαπραγμάτευσης ικανότητας των διαπραγματεύσεων. Ως τέτοια, η διαπραγμάτευση – ένα πανταχού παρόν φαινόμενο- θεωρείτο μέχρι τότε έξω από τους σκοπούς της οικονομικής ανάλυσης.

Η σύγχρονη θεωρία διαπραγμάτευσης, η οποία είναι βασισμένη στην μορφοποίηση του διαπραγματευτικού προβλήματος από τν John Nash και συμπεριλαμβάνει τη συγκεκριμένη λύση που πρότεινε, βρίσκεται στην καρδία των μελετών που αφορούν διαπραγματεύσεις της πραγματικής ζωής. Ως τέτοια, η διαπραγματευτική λύση του Nash, είναι η έννοια που συχνά χρησιμοποιείται σε εφαρμογές της διαπραγματευτικής θεωρίας, όπως στις μελέτες που αφορούν μισθολογικές διαπραγματεύσεις επιχειρήσεων – σωματείων και διεθνείς διαπραγματεύσεις.

Για ακόμα μια φορά, όσον αφορά την έννοια της ισορροπίας John Nash, η δύναμη της προσέγγισης του John Nash στην μελέτη της διαπραγμάτευσης βρίσκεται στην απλότητα στην κομψότητα, στη γενικότητα και στην ευλογοφάνεια. Στην πραγματικότητα, έχουν προταθεί διάφορες εναλλακτικές λύσεις για τη διαπραγμάτευση μετά την εργασία του Nash. όλες βασίζονται στην αρχική προσέγγιση του John Nash για τη διαπραγμάτευση και στη δική του μορφοποίηση του διαπραγματευτικού προβλήματος. Ωστόσο, είναι η δική του προτεινόμενη λύση που άντεξε στο χρόνο. Αυτός είναι φυσικά ένας τρόπος να διακρίνει κάποιος την εργασία μιας μεγαλοφυΐας. Πράγματι, εάν αυτή η λέξη είναι να αποδοθεί σε κάποιον οικονομολόγο ή παιχνιοθεωρητικό, ο John Nash σίγουρα θα άξιζε να αποκληθεί έτσι.

5.4 Λίγη ακόμη Θεωρία και μερικές δόσεις πραγματικότητας

(Πηγή: www.capital.gr Του Πέτρου Λάζου)

Η «Θεωρία Παιγνίων», όπως όλες οι σοβαρές επιστημονικές διαδικασίες, για να λειτουργήσει, δέχεται ορισμένες σταθερές παραμέτρους-παραδοχές. Ο αριθμός των «αυτόνομων μονάδων απόφασης-παικτών» (ατόμων ή ομάδων), το είδος του «παιγνίου» (σταθερού ή μη σταθερού αποτελέσματος, συμμετρικό ή ασύμμετρό) είναι οι κυριότερες και αυτές που καθορίζουν από την αρχή τον τρόπο σχεδιασμού και την μορφή της στρατηγικής. Η θεμελιώδης όμως παραδοχή, που ισχύει σε όλες της μορφές εφαρμογής αυτού του εργαλείου στρατηγικής, είναι πως οι «παίκτες» είναι ορθολογιστές. Δηλαδή όλες οι αποφάσεις που καλούνται να λάβουν σε όλη την διάρκεια του «παιγνίου», λαμβάνονται με απολύτως ορθολογικά κριτήρια. Αυτή η τελευταία παραδοχή αποτελεί το δυνατό σημείο αλλά και την «αχίλλειο πτέρνα» του εργαλείου. Οι άνθρωποι, ως γνωστόν, αποφασίζουν κατά κύριο λόγο, με συναισθηματικά κριτήρια. Χρειάζεται λοιπόν, εξαιρετικά μεγάλη προσοχή στον σχεδιασμό και την εφαρμογή της όποιας στρατηγικής διότι το απροσδόκητο (συναίσθημα) παραμονεύει και ο αιφνιδιασμός δεν βοηθά εκείνον που τον υφίσταται. Άλλες παράμετροι που επηρεάζουν το σχεδιασμό μιας στρατηγικής είναι η ισχύς που διαθέτουν τα διαπραγματευόμενα μέρη, η πρακτική εμπειρία τους, ο χρόνος που έχουν στην διάθεση τους και αρκετά άλλα. Με δεδομένο πως, την ώρα που γράφονται αυτές οι γραμμές, το έκτακτο Eurogroup βρίσκεται σ’ εξέλιξη και με βάση τα παραπάνω, αυτά που η στήλη παρέθεσε εχθές και όσα- ελάχιστα και αρκετά αμφισβητούμενα -στοιχεία υπάρχουν διαθέσιμα, ας πάρουμε μια γεύση για το πώς διαμορφώνεται η κατάσταση, τόσο στην Ελληνική πλευρά όσο και σε αυτήν των Ευρωπαίων εταίρων.

Η Ελληνική διαπραγματευτική ομάδα έχει μια στρατηγική την οποία δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε, συγκεκριμένα. Αυτό αποτελεί ένα σημαντικό πλεονέκτημα στην διαδικασία (εφόσον θεωρήσουμε ότι οι εταίροι έχουν την ίδια δυσκολία στην αναγνώρισή της). Η πλευρά της Ελλάδας όμως «διαθέτει» και ένα σημαντικό μειονέκτημα: την, γνωστή σε όλους, χαμηλή ρευστότητα του Ελληνικού Δημοσίου και της οικονομίας γενικότερα. Αυτό το μειονέκτημα περιορίζει τον διαθέσιμο χρόνο της, σε περίπτωση παρατεταμένης διαπραγμάτευσης. Οι προτάσεις της -όσες και όσο γνωρίζουμε– μοιάζουν ακραίες έως (μερικές) και ανεφάρμοστες αλλά, κάλλιστα, θα μπορούσαν ν' αποτελούν κομμάτι της Ελληνικής στρατηγικής. Π.χ. το αίτημα ν' αλλάξει η απαίτηση των δανειστών για ετήσιο πρωτογενές πλεόνασμα, από το (υπερβολικό) 4,5% σε 1,5%, μοιάζει άτοπο μιας και οι χρηματοδοτικές ανάγκες που δημιουργούνται έτσι, φτάνουν τα €70 δις στα επόμενα 6 χρόνια. Το αίτημα αυτό όμως, όσο και αν μοιάζει άτοπο, αν το διαχειριστεί κανείς σωστά σε «μπουκέτο» επιχειρημάτων, όχι μόνο δεν εμποδίζει αλλά βοηθά σημαντικά στο να βρεθεί η «χρυσή τομή» στα, πολύ λογικά, επίπεδα πρωτογενούς πλεονάσματος του 2,5-3%. Οι Ευρωπαίοι εταίροι κάθονται στο τραπέζι με την στρατηγική της τήρησης των κανόνων και των ήδη συμφωνηθέντων. Τα πλεονεκτήματα τους βρίσκονται στο υπάρχον διεθνές δίκαιο, την σημαντικά μεγαλύτερη εμπειρία τους σε τέτοιες διαδικασίες και καταστάσεις(τόσο σε διαπραγματεύσεις γενικά όσο και ειδικά σε εφαρμογές της «Θεωρίας Παιγνίων») και στο ότι ελέγχουν την ροή χρήματος. Μοναδικό μειονέκτημα τους οι πιθανές συνέπειες μίας Ελληνικής επιλογής για έξοδο από το κοινό νόμισμα. Τις οποίες όμως συνέπειες, η συντριπτική πλειοψηφία των αναλυτών στο εξωτερικό, θεωρούν όχι ιδιαίτερα σημαντικές.

Όλα τα δεδομένα δείχνουν πως τα πράγματα δεν θα είναι εύκολα για καμία πλευρά και θ' απαιτηθεί σημαντικός χρόνος για την επίτευξη μίας κοινά αποδεκτής λύσης. Αυτό που όλοι πρέπει να ελπίζουμε είναι η κοινή καλή διάθεση για την αναζήτηση και επίτευξη μιας τέτοιας λύσης και το τελικό αποτέλεσμα να είναι το βέλτιστο για όλους.

6. ΤΟ ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΤΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

6.1 Εισαγωγή

Μια διμερής διαπραγμάτευση αποτελείται από δύο άτομα τα οποία έχουν την ευκαιρία να συνεργαστούν με περισσότερους από έναν τρόπους με στόχο την αμοιβαία ωφέλεια. Στην πιο απλή περίπτωση, η οποία είναι αυτή που εξετάζεται στην παρούσα εργασία, καμία ενέργεια η οποία ακολουθείται μονομερώς από ένα από τα άτομα δεν μπορεί να επηρεάσει την ευημερία του άλλου.

Οι οικονομικές καταστάσεις όπως μονοπώλιο έναντι μονοψωνίου, διακρατικού εμπορίου μεταξύ δύο εθνών, και αυτό της διαπραγμάτευσης μεταξύ εργοδότη και εργατικού συνδικάτου, μπορεί να θωρηθούν ως διαπραγματευτικά προβλήματα. Ο σκοπός αυτής της εργασίας είναι να παρουσιάσει μια θεωρητική προσέγγιση του προβλήματος αυτού που οδηγεί στη σαφή «λύση» του κάνοντας βεβαίως, μερικές εξιδανικεύσεις για να την επιτύχει. Η «λύση» εδώ σημαίνει τον καθορισμό του ποσού ωφέλειας (ωφέλεια / χρησιμότητα) που κάθε άτομα προσδοκούσε να πάρει από την κατάσταση αυτή ή καλύτερα, τον καθορισμό της αξίας που θα είχε για τον κάθε ένα η δυνατότητα να συμμετάσχει σε αυτή τη διαπραγμάτευση.

Αυτό είναι το κλασικό πρόβλημα της ανταλλαγής και, πιο συγκεκριμένα, του διμερούς μονοπωλίου όπως αυτά μελετήθηκαν από τους Cournot, Bowlwy, Tinter, Fellner και άλλους. Μια διαφορετική προσέγγιση παρατείνεται από τους von Neumann και Morgenstern στο Theory of Games and Economic Bechavior, η οποία επιτρέπει την ταύτιση (και συνεπώς, μελέτη) αυτής της τυπικής κατάστασης ανταλλαγής με ένα παίγνιο δύο ατόμων μη –μηδενικού αθροίσματος .

Σε γενικούς όρους, εξιδανικεύουμε το διαπραγματεύσιμο πρόβλημα με το να υποθέσουμε ότι τα δύο άτομα είναι πάρα πολύ ορθολογικά, έτσι ώστε κάθε ένα να μπορεί με ακρίβεια να συγκρίνει τις επιθυμίες του για διάφορα πράγματα, ότι έχουν την ίδια διαπραγματευτική ικανότητα και ότι κάθε ένα έχει πλήρη γνώση των προτιμήσεων και γούστων του άλλου.

Για να μελετήσουμε θεωρητικά τις περιπτώσεις διαπραγμάτευσης επιλέγουμε μια αφαιρετική μέθοδο ανάλυσης η οποία επιτρέπει το σχηματισμό ενός μαθηματικού μοντέλου, μέσω του οποίου αναπτύσσεται η θεωρία. Στην κατασκευή τηα ανάλυσης μας για το διαπραγματευτικό πρόβλημα, χρησιμοποιούμε ως θεμελιώδες στοιχείο τν έννοια της αριθμητικής ωφέλειας/χρησιμότητας, όπως αυτή παρουσιάστηκε στο Theory of Games των von Neumann και Morgenstern. Χρησιμοποιούμε αυτήν την έννοια της ωφέλειας/χρησιμότητας για να εκφράσουμε τις προτιμήσεις ή τα γούστα του κάθε διαπραγματευτή. Με αυτό τον τρόπο εισάγουμε στο μαθηματικό μας μοντέλο την επιθυμία του κάθε ατόμου να μεγιστοποιεί τα οφέλη του από τη διαπραγμάτευση. Θα αναφερθούμε εν συντομία στη θεωρία αυτή της ωφέλειας/χρησιμότητας, καθώς αναπτύσσουμε την ορολογία που θα χρησιμοποιηθεί στο παρόν άρθρο.

6.2 Θεωρία ωφέλειας/ χρησιμότητας

Σημιτική σε αυτή τη θεωρία είναι έννοια της πρόβλεψης. Ένα παράδειγμα θα βοηθήσει στην εξήγηση της έννοιας αυτής. Ας υποθέσουμε πως ο κ. Smith γνωρίζει πως θα του δοθεί μια νέα Buick αύριο. Μπορούμε να πούμε πως τελεί υπό μια Buick – πρόβλεψη. Με τον ίδιο τρόπο, μπορεί να τελεί υπό μια Cadillac – πρόβλεψη. Ένα γνώριζε πως θα ρίχναμε ένα νόμισμα για να αποφασίσουμε εάν θα πάρει μια Buick ή μια Cadillac, θα μπορούσαμε να πούμε ότι έχει μια πρόβλεψη για ½ Buick ½ Cadillac. Επομένως, μια πρόβλεψη ενός ατόμου είναι μια κατάσταση προσδοκιών η οποία μπορεί να εμπεριέχει κάποια αποτελέσματα που θα προκύψουν με βεβαιότητα καθώς και κάποιες πιθανότητες άλλων αποτελεσμάτων. Ως ένα άλλο παράδειγμα, ο κ. Smith είναι δυνατό να γνωρίζει πως θα πάρει μια Buick αύριο και να σκεφτεί πως έχει επίσης μισή ευκαιρία να πάρει μια Cadillac επιπλέον. Η ½ Buick – ½ Cadillac πρόβλεψη η οποία αναφέρθηκε παραπάνω, καταδεικνύει την παρακάτω ιδιότητα των προβλέψεων: εάν ν $0 \leq p \leq 1$ και Α και Β εκπροσωπούν δύο προβλέψεις , υπάρχει μια πρόβλεψη, την οποία αντιπροσωπεύουμε με $pA+(1-p)B$, η οποία είναι συνδυασμός των πιθανοτήτων δύο προβλέψεων όπου p είναι η πιθανότητα εμφάνισης του Α και 1-p του Β.

Επιβάλλοντας τις παρακάτω υποθέσεις μπορούμε να αναπτύξουμε την θεωρία ωφέλειας / χρησιμότητας του ατόμου:

1. Ένα άτομο στο οποίο προσφέρονται δύο προβλέψεις μπορεί να αποφασίσει ποια είναι η προτιμότερη ή εάν το ίδιο επιθυμητές
2. Η ταξινόμηση προτιμήσεων που προκύπτει είναι μεταβατική: Εάν η Α είναι προτιμότερο της Β και η Β προτιμότερη της Γ , τότε Α είναι προτιμότερη της Γ.
3. Έστω ότι ξεκινάμε με δύο καταστάσεις εξίσου επιθυμητές. Κάθε συνδυασμός πιθανοτήτων αυτών των καταστάσεων θα είναι εξίσου επιθυμητός όσο η καθεμία ξεχωριστά.
4. Εάν Α,Β και Γ είναι όπως στην υπόθεση (2), τότε υπάρχει ένας συνδυασμός πιθανοτήτων των Α και Γ που είναι το ίδιο επιθυμητός με το Β. αυτό ισοδυναμεί με μια υπόθεση για την συνέχεια.
5. Εάν $0 \leq p \leq 1$ και Α και Β είναι το ίδιο επιθυμητές, τότε οι $Pa+(1-p)Γ$ και $Pb+(1-p)Γ$ είναι το ίδιο επιθυμητές, τότε η Α μπορεί να αντικατασταθεί από τη Β σε οποιοδήποτε σχέση διάταξης επιθυμιών η οποία ικανοποιείται από τη Β.

Αυτές οι συνθήκες αρκούν για να δείξουμε την ύπαρξη μιας ικανοποιητικής συνάρτησης ωφέλειας δεν είναι μοναδική, δηλαδή, εάν u είναι μια τέτοια συνάρτηση, τότε επίσης είναι και η $αu+b$, εφόσον $α>0$. Χρησιμοποιώντας κεφαλαία γράμματα για τις προβλέψεις και μικρά για τους πραγματικούς αριθμούς, τότε μια τέτοια συνάρτηση θα ικανοποιεί τις παρακάτω ιδιότητες.

- U(A)u(B) ισοδυναμεί με το ότι η Α είναι προτιμότερη από τη Β, ΚΛΠ
- Αν $0 \leq p \leq 1$ τότε $u\,[Pa+(1-p)B]=pu(A)+(1-p)u(b)$.

Αυτή είναι η σημαντική ιδιότητα γραμμικότητας μιας συνάρτησης ωφέλειας / χρησιμότητας.

6.3 Θεωρία παιγνίων δυο ατόμων

Στο Theory of Games and Economic Behavior αναπτύσσεται μια θεωρία παιγνίων ή ατόμων ή οποία εμπεριέχει το διαπραγματευτικό πρόβλημα δύο ατόμων ως ειδική περίπτωση. Αλλά η θεωρεία αυτή δεν κάνει καμιά προσπάθεια για να ορίσει την αξία ενός δεδομένου παιγνίου n ατόμων, δηλαδή, να καθορίσει η αξία έχει για κάθε παίκτη το να έχει την ευκαιρία να εμπλακεί στο παίγνιο. Αυτός ο καθορισμός επιτυγχάνεται μόνο στην περίπτωση του παιγνίου δύο ατόμων μηδενικού αθροίσματος.

Η άποψη μας είναι πως και τα παίγνια n ατόμων θα πρέπει να έχουν αξίες δηλαδή, θα πρέπει να υπάρχει ένα σύνολο αριθμών οι οποίοι να εξαρτώνται κατά συνεχή τρόπο από το σύνολο των ποσοτήτων που αποτελούν τη μαθηματική περιγραφή του παιγνίου και οι οποίοι εκφράζουν τν ωφέλεια / χρησιμότητα κάθε παίκτη αν έχει τν ευκαιρία να συμμετάσχει στο παίγνιο.

Μπορούμε να ορίσουμε μια πρόβλεψη για δύο άτομα ως ένα συνδυασμό δύο προβλέψεων, κάθε μια για ένα άτομο. Οπότε έχουμε δύο άτομα, το κάθε ένα με μια συγκεκριμένη προσδοκία για το μελλοντικό του περιβάλλον. Μπορούμε να θεωρήσουμε τις συναρτήσεις ωφέλειας / χρησιμότητας ενός άτομου ως εφαρμοσμένες στις διατονικές προβλέψεις κάθε μια θα δίνει το αποτέλεσμα που θα προέκυπτε από την αντίστοιχη πρόβλεψη ενός ατόμου και η οποία αποτελεί ένα από τα δύο τμήματα της ατομικής πρόβλεψης. Ένας συνδυασμός πιθανοτήτων δύο τέτοιων δυατομικών προβλέψεων ορίζεται με τη δημιουργία των αντίστοιχων συνδυασμών των συνιστωσών τους. Οπότε, αν [Α,Β] είναι μια δυατομική πρόβλεψη και 0≤p≤1, τότε το

P[A,B]+(1-p)[Γ,Δ]

Θα ορίζεται ως

[Pa+(1-p)Γ, pB+(1-p)Δ]

Είναι προφανές πως οι ατομικές συναρτήσεις ωφέλειας / χρησιμότητας θα έχουν εδώ την ίδια γραμμική ιδιότητα όπως και στην κλασική περίπτωση του ενός ατόμου. Από αυτό το σημείο και πέρα, όταν χρησιμοποιούμε τον όρο «πρόβλεψη» θα αναφερόμαστε σε δυατομική πρόβλεψη.

Στην περίπτωση των διαπραγματεύσεων υπάρχει μια –πρόβλεψη ου ξεχωρίζει: πρόκειται για την πρόβλεψη ότι οι διαπραγματεύσεις θα αποτύχουν. Είναι εύλογο λοιπόν να χρησιμοποιούμε συναρτήσεις ωφέλειας / χρησιμότητας που θα χρησιμοποιούντα θα είναι αυτής της μορφής. Μπορούμε να κατασκευάσουμε μια γραφική παράσταση της κατάστασης που αντιμετωπίζουν οι δύο τους, επιλέγοντας μια συνάρτηση χρησιμότητας για τον κάθε ένα και σχεδιάζοντας τις ωφέλειες / χρησιμότητες όλων των πιθανών προβλέψεων σε ένα επίπεδο γράφημα.

Είναι αναγκαίο να εισάγουμε υποθέσεις σχετικά με τη φύση του σημειοσυνόλου που παίρνουμε μ' αυτό τον τρόπο. Υποθέτουμε πως το σημειοσύνολο αυτό είναι συμπαγές και κυρτό, με τη μαθηματική έννοια. Θα πρέπει να είναι κύριο, διότι μια πρόβλεψη η οποία θα απεικονίζεται σε οποιαδήποτε σημείο ενός ευθύγραμμου τμήματος, με άκρα δύο σημεία του συνόλου, μπορεί πάντοτε να προκύψει με τον κατάλληλο συνδυασμό πιθανοτήτων δύο προβλέψεων που απεικονίζονται σ’ αυτά τα δύο σημεία. Από τη συνθήκη της συμπαγείς (ένα σύνολο Χ ονομάζεται συμπαγές, εάν κάθε ακολουθία των σημείων του περιέχει μια υποακολουθία, η οποία συγκλίνει σε ένα σημείο του Χ)έπεται αφενός μεν, ότι το σύνολο των σημείων θα πρέπει να είναι φραγμένο, δηλαδή, ότι περιέχονται όλα σε ένα αρκετά μεγάλο τετράγωνο του επιπέδου. Αφετέρου δε, ότι οποιαδήποτε συνεχής συνάρτηση ωφελειών / χρησιμοτήτων παίρνει τη μέγιστη τιμή της σε κάποιο σημείο του συνόλου.

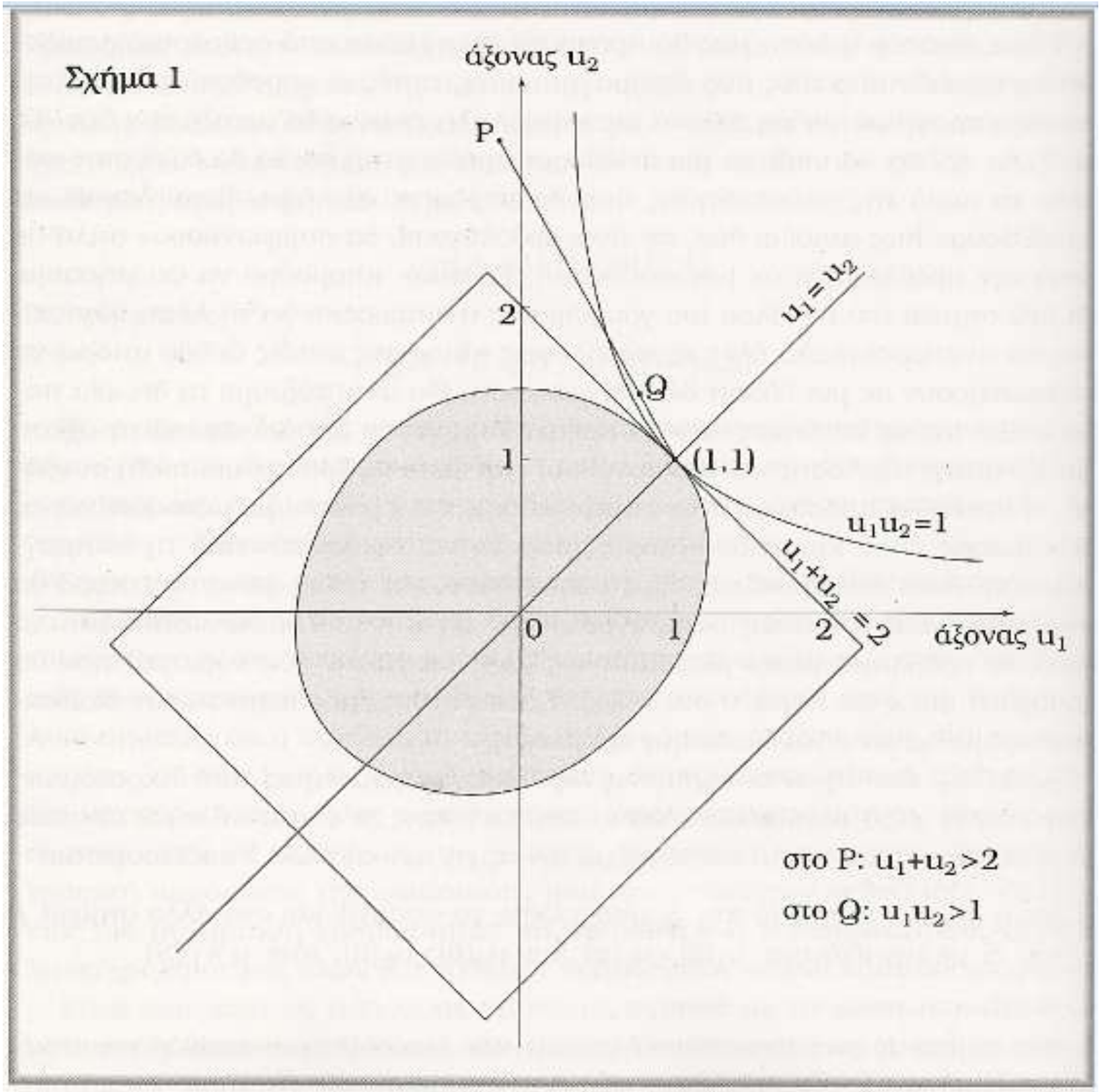
Θα θεωρήσουμε δύο προβλέψεις, οι οποίες δίνουν την ίδια ωφέλεια / χρησιμότητα για κάθε συνάρτηση ωφέλειας / χρησιμότητας που αντιστοιχεί στο κάθε άτομο, ως ισοδύναμες, έτσι ώστε το γράφημα να αποτελεί μια πλήρη παράσταση των ουσιωδών χαρακτηριστικών της κατάστασης. Φυσικά, το γράφημα καθορίζεται μόνο ως προς την επιλεγμένη κλίμακα (και αλλάζει όταν αλλάζει η κλίμακα) εφόσον δεν έχουμε ορίσει πλήρως τις συναρτήσεις ωφέλειας / χρησιμότητας.

Τώρα, εφόσον η λύση μας θα πρέπει να αποτελείται από ορθολογικές προσδοκίες κερδών από τους δυο διαπραγματευτές, αυτές οι προσδοκίες θα πρέπει να είναι πραγματοποιήσιμες από μια κατάλληλη συμφωνία μεταξύ των δύο. Γι’ αυτό θα πρέπει να υπάρχει διαθέσιμη πρόβλεψη η οποία θα δίνει στον καθένα το ποσό της ικανοποίησης που θα περίμενε να λάβει. Είναι λογικό να υποθέσουμε πως αυτοί οι δύο, αν είναι ορθολογικοί, θα συμφωνήσουν απλά σε αυτή την πρόβλεψη ή σε μια ισοδύναμη. Γι’ αυτό μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ένα σημείο του συνόλου του γραφήματος αντιπροσωπεύει τη λύση, και επίσης ότι αντιπροσωπεύει όλες τις προβλέψεις πάνω στις οποίες οι δύο μπορεί να συμφωνούν σε μια δίκαιη διαπραγμάτευση. Θα αναπτύξουμε την θεωρεία παρουσιάζοντας τις συνθήκες που θα πρέπει να ισχύουν (σε ότι αφορά τη σχέση μεταξύ αυτής της λύσης και του συνόλου) έτσι ώστε να βρούμε μια απλή συνθήκη, η οποία θα προσδιορίζει το σημείο λύσης. Θα εξετάσουμε μόνο εκείνες τις περιπτώσεις όπου και τα δύο άτομα μπορούν να ωφεληθούν από την διαπραγμάτευση. Αυτό δεν αποκλείει περιπτώσεις όπου, στο τέλος, μόνο ένα άτομο θα ωφεληθεί, γιατί η «δίκαιη διαπραγμάτευση» είναι η από κοινού απόφαση να λυθεί το πρόβλημα μέσω μια λοταρίας (π.χ. να ρίξουν ένα νόμισμα) που θα καθορίσει ποιος θα πάρει τι στο τέλος. Κάθε συνδυασμός πιθανοτήτων διαθέσιμων προβλέψεων είναι διαθέσιμη πρόβλεψη.

Έστω u_1 και u_2 οι συναρτήσεις ωφέλειας / χρησιμότητας των δύο ατόμων. Έστω ότι το c(S) αντιπροσωπεύει το σημείο λύσης σε ένα σύνολο S το οποίο είναι συμπαγές και κυρτό και περιέχει την αρχή των αξόνων. Υποθέτουμε ότι

1. Αν α είναι ανά σημείο του S τέτοιο ώστε να υπάρχει και ένα άλλο σημείο β του S με την ιδιότητα $u_1(\beta) > u_1(\alpha)$ και $u_2(\beta)>u_2(\alpha)$, τότε $\alpha \neq c(S)$.
2. Από το σύνολο Τα εμπεριέχει το σύνολο S και από το c(T) είναι το σύνολο στο S, τότε c(T)=c(S).

Θα λέμε ότι ένα σύνολο S είναι συμμετρικό εάν υπάρχουν τελεστές χρησιμότητας u_1 και u_2 τέτοιοι, ώστε όταν το (a,b) περιέχεται στο S, το (a,b) να περιέχεται επίσης στο S αυτό σημαίνει ότι το γράφημα είναι συμμετρικό ως προς την ευθεία $u_1=u_2$ (Σχήμα 1).



Σχήμα 10

3. Αν το S είναι συμμετρικό και το u_1 και u_2 είναι όπως παραπάνω, τότε c(S) είναι ανά σημείο της μορφής (α,α), δηλαδή είναι ένα σημείο της ευθείας $u_1=u_2$.

Η πρώτη υπόθεση που αναφέρθηκε στις προηγούμενες σελίδες, εκφράζει την ιδέα πως κάθε άτομο επιθυμεί να μεγιστοποιήσει τη δική του ωφέλεια / χρησιμότητα στην τελική διαπραγμάτευση. Η Τρίτη υπόθεση ισοδυναμεί με το αξίωμα πως οι δύο διαπραγματεύσεις έχουν πανομοιότυπες διαπραγματευτικές ικανότητες.

Η δεύτερη είναι πιο περίπλοκή. Η παρακάτω ερμηνεία μπορεί να βοηθήσει να φανεί το εύλογο αυτής της υπόθεσης: αν δύο ορθολογιστικά άτομα συμφωνούν ότι το c(T) θα μπορούσε να είναι μια δίκαιη συμφωνία όταν T είναι το σύνολο των πιθανοτήτων συμφωνιών, τότε θα πρέπει να μπορούν να κάνουν μια μοιρασιά λιγότερο περιοριστική και να μην επιχειρήσουν να φτάσουν σε κάποια από τις συμφωνίες που παρίστανται από σημεία εκτός του συνόλου S εφόσον το S περιέχει το c(T). Αν το S εμπεριεχόταν στο T, η κατάστασή τους ανάγεται σε μια όπου το σύνολο των πιθανών ενδεχομένων είναι το S. Έτσι το c(S) θα πρέπει να ισούται με το c (T).

Τώρα θα δείξουμε ότι αυτές οι συνθήκες απαιτούν η λύση να είναι το σημείου του συνόλου στο πρώτο τεταρτημόριο όπου μεγιστοποιείται το γινόμενο u_1=u_2. Γνωρίζουμε όμως ότι ένα τέτοιο σημείο υπάρχει, λόγω της ιδιότητας της συμπάγειας. Επίσης η ιδιότητα της κυρτότητας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το σημείο αυτό είναι και μοναδικό.

Ας επιλέξουμε τώρα τις συναρτήσεις ωφέλειας / χρησιμότητας έτσι ώστε το σημείο που αναφέραμε παραπάνω μεταφέρεται στο (1,1). Εφόσον αυτό γίνεται με τον πολλαπλασιασμό των ωφελειών / χρησιμότητας με σταθερές παραμέτρους, το (1,1) θα είναι εκείνο στο οποίο μεγιστοποιείται το γινόμενο u_1,u_2. Για κανένα σημείο του συνόλου δε θα έχουμε u_1+u_2 >2, αφού ένα υπάρχει κάποιου σημείο του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει το (1,1) με το σημείο αυτό, το γινόμενο u_1,u_2.θα έπαιρνε τιμή μεγαλύτερη του ενός. (Σχήμα 1).

Μπορούμε τώρα να κατασκευάσουμε ένα τετράγωνο μέσα στην περιοχή όπου u_1+u_2 <2 το οποίο είναι συμμετρικό ως προς την ευθεία u_1=u_2 , έχει μια πλευρά πάνω στην ευθεία u_1+u_2 =2, και εσωκλείει πλήρως όλες τις εναλλακτικές συμφωνίες.

Θεωρώντας τη δημιουργήθησαν τετράγωνη περιοχή ως το σύνολο των εναλλακτικών συμφωνιών, αντί του παλιότερου συνόλου, είναι προφανές πως το (1,1) είναι το μόνο σημείο το οποίο ικανοποιεί τις υποθέσεις (6) και (8), τώρα χρησιμοποιώντας την υπόθεση (7) μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το (1,1) πρέπει επίσης να είναι σημείο λύσεως όταν το αρχικό μας (μετασχηματισμένο) σύνολο είναι το σύνολο των εναλλακτικών συμφωνιών. Όπερ έδει δείξαι.

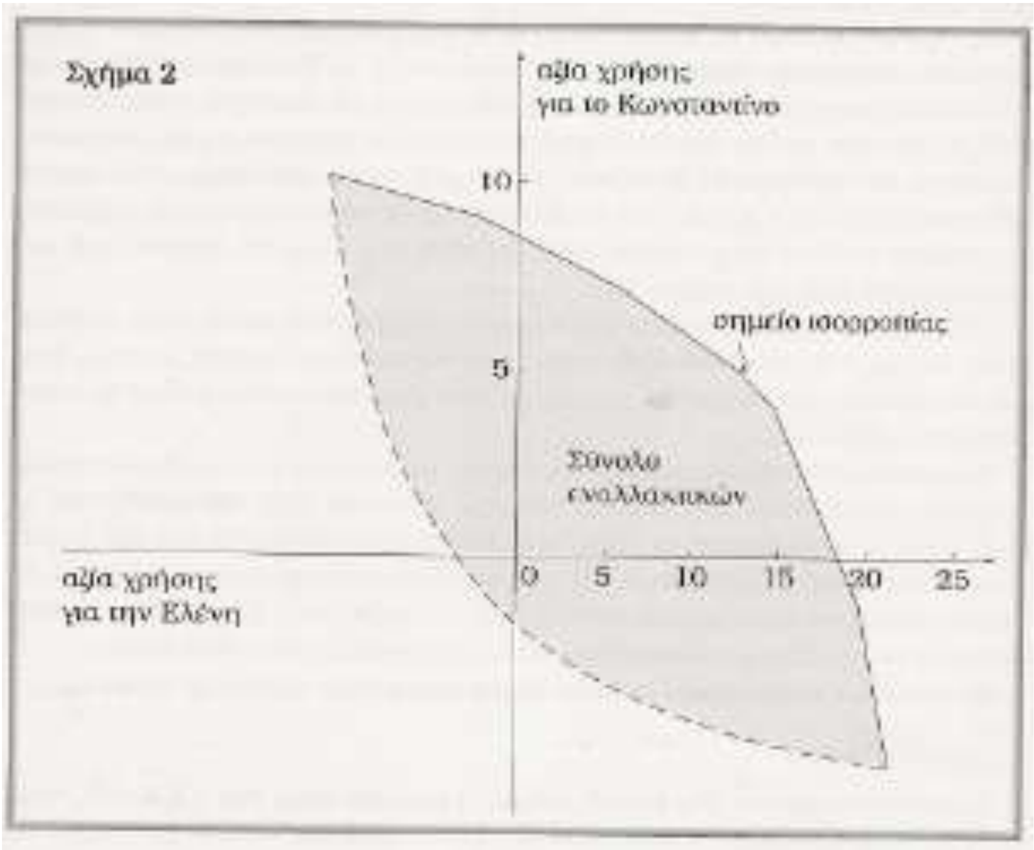
6.4 Παραδείγματα

Ας υποθέσουμε πως δύο ευφυή άτομα ο Κωνσταντίνος και η Ελένη, είναι σε θέση να ανταλλάξουν αγαθά αλλά δεν έχουν χρήματα να εξυπηρετήσουν τη συναλλαγή. Ακόμη προς απλοποίηση, ας υποθέσουμε ότι η ωφέλεια / χρησιμότητα για το κάθε άτομο, από ένα μέρος του συνόλου των αγαθών που εμπεριέχονται, είναι το άθροισμα των ωφελειών / χρησιμοτήτων (για το ίδιο άτομο) όλων των ατομικών αγαθών σ’ αυτό το μέρος του συνόλου. Δίνουμε ένα πίνακα αγαθών που κατέχει κάθε άτομο με τις αντίστοιχες ωφέλειες / χρησιμότητες (αξίες χρήσης) στο καθένα. Όπως είναι φυσικό, έχουμε ορίσει τις συναρτήσεις ωφέλειας / χρησιμότητας και των δύο τυχαία.

Αγαθά Κωνσταντίνου	***Αξία χρήσης για τον Κων/νο***	***Αξία χρήσης για την Ελένη***
Βιβλίο	2	4
Μαστίγιο	2	2
Μπάλα	2	1
Μπαστούνι	2	2
Κουτί	4	1
Αγαθά Ελένης	***Αξία χρήσης για τον Κων/νο***	***Αξία χρήσης για την Ελένη***
Στύλο	10	1
Παιχνίδι	4	1
Μαχαίρι	6	2
Καπέλο	2	2

Πίνακας 5

Παρακάτω βλέπουμε το διάγραμμα αυτής της κατάστασης διαπραγμάτευσης για την καλύτερη κατανόηση του προβλήματος.



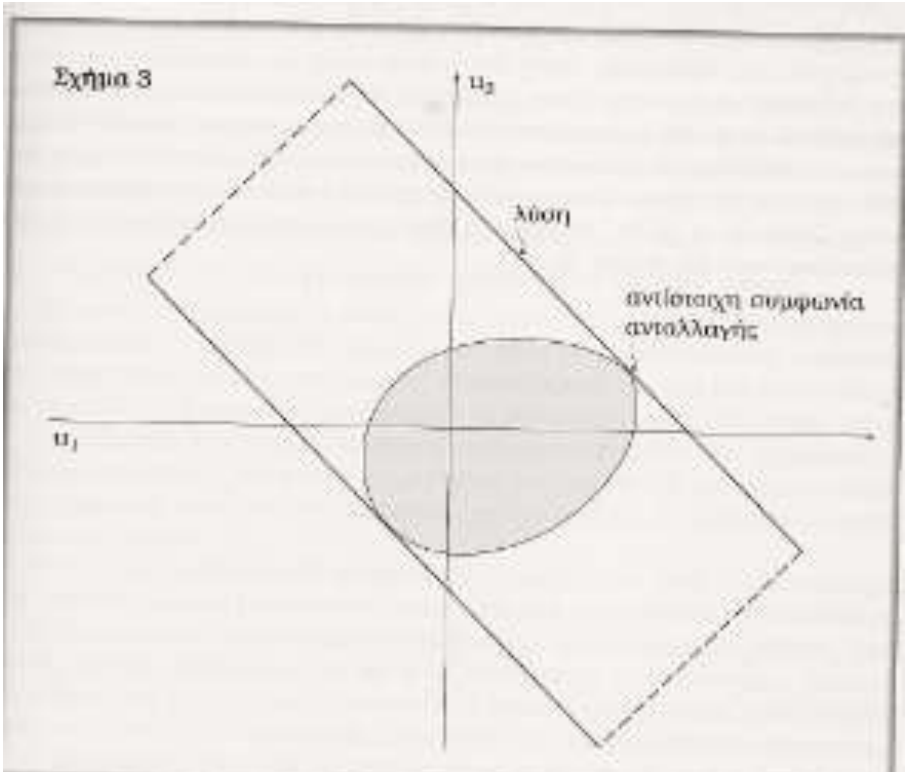
Σχήμα 11: το σημείο της λύσης βρίσκεται πάνω σε μια ορθογώνια υπερβολή που κείται στο πρώτο τεταρτημόριο και εφάπτεται στο σύνολο των εναλλακτικών σε ένα μόνο σημείο.

Φαίνεται πως είναι κύριο πολύγωνο. Το σημείο στο οποίο γινόμενο των κερδών ωφέλειας / χρησιμότητας μεγιστοποιείται είναι μια κορυφή του πολυγώνου, η οποία αντιστοιχεί σε μια μοναδική πρόβλεψη. Πρόκειται για την έξης:

Ο Κωνσταντίνος θα δώσει στην Ελένη: βιβλίο, μαστίγιο, μπάλα και μπαστούνι

Η Ελένη θα δώσει στον Κωνσταντίνο: στυλό, παιχνίδι και μαχαίρι.

Όταν οι διαπραγματευτές έχουν ένα κοινό μέσο ανταλλαγής (π.χ. χρηματικές μονάδες), τότε το πρόβλημα είναι δυνατό να πάρει μια ιδιαίτερα απλή μορφή. Σε πολλές περιπτώσεις το χρηματικό ισοδύναμο ενός αγαθού θα χρησιμοποιείται ως μια ικανοποιητική προσεγγιστική συνάρτηση ωφέλειας / χρησιμότητας (ως χρηματικό ισοδύναμο ενός αγαθού νοείται το χρηματικό ποσό το οποίο το οποίο είναι εξίσου επιθυμητό για το άτομο, όσο και το αγαθό). Αυτό συμβαίνει όταν η ωφέλεια / χρησιμότητα από ένα χρηματικό ποσό είναι κατά προσέγγιση γραμμική συνάρτηση της ποσότητας, εντός του πεδίου τιμών των σχετικών ποσοτήτων της δοθείσης κατάστασης. Όταν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα κοινό μέσο ανταλλαγής για την συνάρτηση ωφέλειας / χρησιμότητας για κάθε άτομο, τότε το σύνολο των σημείων του γραφήματος είναι τέτοιο ώστε το μέρος του που βρίσκεται στο πρώτο τεταρτημόριο σχηματίζει ένα ισοσκελές ορθογώνιο τρίγωνο. Συνεπώς, η «λύση» (συμφωνία) δίνει στον κάθε διαπραγματευτή το ίδιο χρηματικό ποσό



Σχήμα 12: η εσωτερική περιοχή αντιπροσωπεύει τις δυνατές διαπραγματεύσεις χωρίς τη χρήση χρήματος. Η περιοχή ανάμεσα στις παράλληλες γραμμές αντιπροσωπεύει τις δυνατότητες που επιτρέπουν τη χρήση χρήματος. Η ωφέλεια / χρησιμότητα και το κέρδος που μετρώνται σε χρήματα εξισώνονται εδώ για μικρά χρηματικά ποσά. Η λύση πρέπει να διαμορφωθεί χρησιμοποιώντας μια διαπραγμάτευση τύπου ανταλλαγής, για την οποία το άθροισμα των u_1+u_2 μεγιστοποιείται και χρησιμοποιώντας επίσης μια ανταλλαγή χρήματος.

Διαδοχική διαπραγματεύσιμη υπό Ασύμμετρη Πληροφόρηση(για εφαρμογές της τέλειας Μπεϋζιανης Ισορροπίας)

Θεωρούμε ότι έχουμε μια εταιρεία και ένα σωματείο που διαπραγματεύονται για τους μισθούς. Για λόγους απλότητας, υποθέτουμε πως η απασχόληση είναι δεδομένη. Ο εναλλακτικός μισθός του σωματείου (δηλαδή το ποσό που λαμβάνουν τα μέλη του σωματείου αν δεν απασχολούνται στην εταιρεία) είναι w_r. Το κέρδος της εταιρείας, που συμβολίζουμε με π, είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη στο $[\pi_l.\pi_H]$, όμως η πραγματική τιμή του π αποτελεί ιδιωτική πληροφόρηση της εταιρείας. Μια τέτοια ιδιωτική πληροφόρηση θα μπορούσε να αντανακλά την ανώτερη γνώση της εταιρείας όσον αφορά στα νέα προϊόντα που βρίσκονται σε στάδιο σχεδιασμού, για παράδειγμα. Θα απλοποιήσουμε την ανάλυση υποθέτοντας πως $w_r = \pi_l = 0$.

Το παίγνιο διαπραγμάτευσης διαρκεί το πολύ δύο περιόδους. Στην πρώτη περίοδο, το σωματείο καταθέτει μια μισθολογική προσφορά, w_r. Αν η εταιρεία αποδεχθεί αυτή την προσφορά, τότε το παίγνιο τερματίζεται: το όφελος του σωματίου είναι w_r. Και της εταιρείας είναι π- w_r. (Αυτά τα οφέλη είναι οι παρούσες αξίες των ροών μισθών και (καθαρών) κερδών που καταβάλλονται στους παίκτες κατά τη διάρκεια ισχύος της υπό διαπραγμάτευση σύμβασης – συνήθως για τρία χρόνια). Αν η εταιρία απορρίψει αυτή την προσφορά τότε το παίγνιο προχωρά στην δεύτερη περίοδο. Το σωματείο καταθέτει μια δεύτερη μισθολογική προσφορά, w_2. Αν η εταιρεία αποδεχθεί αυτή την προσφορά τότε οι παρούσες αξίες των οφελών των παικτών (όπως μετρήθηκαν στην πρώτη περίοδο) είναι δw_2 για το σωματείο και $\delta(\pi- w_2)$για την εταιρεία, όπου το δ εκφράζει τόσο το συντελεστή προεξόφλησης όσο και τη μειωμένη διάρκεια της σύμβασης που απομένει μετά την πρώτη περίοδο. Αν η εταιρεία απορρίψει τη δεύτερη προσφορά του σωματείου, τότε το παίγνιο τερματίζεται και τα οφέλη είναι μηδενικά και για τους δύο παίκτες. Ένα πιο ρεαλιστικό υπόδειγμα πιθανά θα επέτρεπε τη συνέχιση της διαπραγμάτευσης μέχρι να γίνει αποδεκτή κάποια προσφορά, ή θα ανάγκαζε τα δύο μέρη να υποβληθούν σε δεσμευτική διαιτησία μετά από μια παρατεταμένη απεργία.

Ο ορισμός και ο εντοπισμός μιας τέλειας μπεϋζιανής ισορροπίας είναι κάπως σύνθετος σε αυτό το υπόδειγμα, όμως η τελική απάντηση είναι απλή και προκύπτει διαισθητικά. Για αυτό θα ξεκινήσουμε σκιαγραφώντας τη μοναδική τέλεια μπεϋζιανή ισορροπία αυτού του παιγνίου.

- Η μισθολογική προσφορά πρώτης περιόδου του σωματείου είναι:

$$w_1^* = \frac{(2-\delta)^2}{2(4-3\delta)}\pi_{H\cdot}$$

Αν το κέρδος της εταιρείας , π, υπερβαίνει το

$$\pi_1^* = \frac{2w_1}{2-\delta} = \frac{2-\delta}{4-3\delta}\pi_{H^*}$$

Τότε η εταιρεία αποδέχεται το $w_1^*\cdot$ διαφορετικά, η εταιρεία απορρίπτει το $w_1^*\cdot$

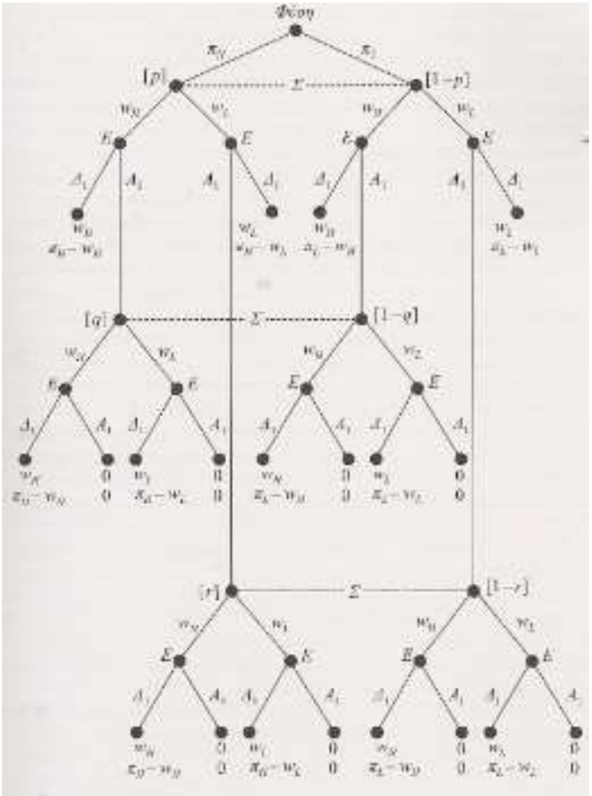
- Αν η προσφορά πρώτης περιόδου απορριφθεί, το σωματείο ανανεώνει την εκτίμησή του σχετικά με το κέρδος της εταιρείας: το σωματείο πιστεύει πως το π κατανέμεται ομοιόμορφα στο $[0, \pi_1^*]$.
- Η μισθολογική προσφορά δεύτερης περιόδου του σωματίου (δεδομένου ότι η w_1^* ·
Απορρίφθηκε) είναι:

$$w_2^* = \frac{\pi_1^*}{2} = \frac{2-\delta}{2(4-3\delta)}\pi_H < w_1^* \cdot$$

Αν το κέρδος της εταιρείας, π, υπερβαίνει το w_2^* ·, τότε η εταιρεία δέχεται την προσφορά · διαφορετικά την απορρίπτει.

Συνεπώς, σε κάθε περίοδο, οι εταιρείες υψηλού κέρδους δέχονται την προσφορά του σωματείου, ενώ οι εταιρείες χαμηλού κέρδους την απορρίπτουν, και η εκτίμηση δεύτερης περιόδου του σωματείου εκφράζει το γεγονός ότι οι εταιρείες υψηλού κέρδους δέχθηκαν την προσφορά πρώτης περιόδου. (Σημειώστε την ελαφρά αλλαγή στη χρήση εδώ: θα αναφερόμαστε χωρίς διάκριση σε μια εταιρεία με πολλούς πιθανούς τύπους κερδών και σε πολλές εταιρείες, η καθεμία εκ των οποίων έχει το δικό της επίπεδο κερδών.) στην ισορροπία, οι εταιρείες χαμηλού κέρδους ανέχονται μια απεργία μια περιόδου με σκοπό να πείσουν το σωματείο ότι είναι χαμηλού κέρδους και έτσι να αναγκάσουν το σωματείο να καταθέσει μια χαμηλότερη μισθολογική προσφορά δεύτερης περιόδου. Οι εταιρείες με πολύ χαμηλά κέρδη, όμως, βρίσκουν ακόμη και τη χαμηλότερη προσφορά δεύτερης περιόδου, εξαιρετικά υψηλή και έτσι την απορρίπτουν και αυτή.

Θα ξεκινήσουμε την ανάλυση περιγράφοντας τις στρατηγικές και τις εκτιμήσεις των παικτών και στην συνέχεια θα ορίσουμε τέλεια μπεϋζιανή ισορροπία.



Σχήμα 13

Το παραπάνω σχήμα παρέχει μια εκτεταμένη μορφής αναπαράσταση μιας απλοποιημένης εκδοχής του παιγνίου: υπάρχουν μόνο δύο τιμές του π (π_L και π_H)και το σωματείο έχει μόνο δύο πιθανές μισθολογικές προσφορές (W_l και w_H).

Σε αυτό το απλοποιημένο παίγνιο, το σωματείο έχει το δικαίωμα κίνησης σε τρία σύνολα πληροφόρησης, έτσι η στρατηγική του σωματείου αποτελείται από τρεις μισθολογικές προσφορές: την προσφορά πρώτης περιόδου, w1 και τις δύο προσφορές δεύτερης περιόδου, w_2 αφού έχει απορριφθεί η $w_1=w_H$ και w_2 αφού έχει απορριφθεί η $w_1=W_l$. Αυτές ο τρεις κινήσεις πραγματοποιούνται σε τρία μη μοναδιαία σύνολα πληροφόρησης, στα οποία οι εκτιμήσεις του σωματείου υποδηλώνονται ως (p,1-p), (q,1-q) και (r,1-r), αντίστοιχα. Στο πλήρες παίγνιο του σχήματος 4, στρατηγική για το σωματείο είναι μια προσφορά πρώτης περιόδου w1 και μια συνάρτηση προσφοράς δεύτερης περιόδου w_2 (w_1) που καθορίζει την προσφορά w_2 που πρέπει να γίνει αφού έχει απορριφθεί κάθε πιθανή προσφορά w_1. Κάθε μια από αυτές τις κινήσεις πραγματοποιείται σε ένα μη μοναδιαίο σύνολο πληροφόρησης δεύτερης περιόδου για κάθε διαφορετική μισθολογική προσφορά πρώτης περιόδου που θα μπορούσε να καταθέσει το σωματείο (έτσι υπάρχει ένα συνεχές τέτοιων συνόλων πληροφόρησης, αντί για δύο όπως στο σχήμα 4). Στο εσωτερικό τόσο του μονού συνόλου πληροφόρησης της πρώτης περιόδου όσο και του συνεχούς των συνόλων πληροφόρησης της δεύτερης περιόδου, υπάρχει ένας κόμβος απόφασης για κάθε πιθανή τιμή του π (άρα υπάρχει ένα συνεχές τέτοιων κόμβων, αντί για δύο όπως στο σχήμα 4). Σε κάθε σύνολο πληροφόρησης, η εκτίμηση της εταιρείας είναι μια κατανομή πιθανότητας πάνω σε αυτούς τους κόμβους. Στο πλήρες παίγνιο, συμβολίζουμε την εκτίμηση δεύτερης περιόδου του σωματείου (αφού έχει απορριφθεί η πρόταση της πρώτης περιόδου w_1) με μ_2 ($\pi|w_1$).

Μια στρατηγική για την εταιρεία περιλαμβάνει δύο αποφάσεις (είτε στο απλοποιημένο είτε στο πλήρες παίγνιο). Έστω ότι το $\Delta_1(w_1|\pi)$ ισούται με ένα εάν η εταιρεία δεχόταν την προσφορά πρώτης περιόδου, w1, όταν το επίπεδο κερδών της, είναι π, ενώ ισούται με μηδέν αν η εταιρεία απέρριπτε την προσφορά w1 όταν τα κέρδη της είναι π. Παρομοίως, έστω ότι το Δ_2 ($w_2|\pi,w_1$) ισούται με ένα εάν η εταιρεία απέρριπτε την w_2 σε αυτές τις περιπτώσεις. Μια στρατηγική για την εταιρεία είναι ένα ζεύγος συναρτήσεων [$\Delta_1(w_1|\pi)$, $\Delta_2(w_2|\pi,w_1)$]. Επειδή η εταιρεία έχει πλήρης πληροφόρηση καθ' όλη την διάρκεια του παιγνίου, οι εκτιμήσεις της είναι τετριμμένες .

Οι στρατηγικές [w_1,$w_2(w_1)$] και [$\Delta_1(w_1|\pi)$, $\Delta_2(w_2|\pi,w_1)$] και οι εκτιμήσεις [$\mu_1(\pi)$, μ2(π,w1)] αποτελούν τέλεια μπεϋζιανή ισορροπία αν πληρούν τις παρακάτω Απατήσεις :

- Με δεδομένες τις εκτιμήσεις τους, οι στρατηγικές των παικτών πρέπει να είναι διαδοχικά ορθολογικές (sequentially rational). Δηλαδή, σε κάθε σύνολο πληροφόρησης, η δράση στην οποία προχώρησε ο παίκτης με το δικαίωμα κίνησης (όπως και η συνεπαγόμενη στρατηγική του παίκτη) πρέπει να είναι άριστη με δεδομένη την εκτίμηση του παίκτη σε αυτό το σύνολο πληροφόρησης και τις συνεπαγόμενες στρατηγικές των άλλων παικτών (όπου «συνεπαγόμενη στρατηγική» είναι ένα πλήρες σχέδιο δράσης που καλύπτει κάθε ενδεχόμενο που μπορεί να προκύψει με δεδομένο ότι το συγκεκριμένο σύνολο πληροφόρησης έχει προσεγγιστεί).
- Στα σύνολα πληροφόρησης πάνω στη διαδρομή της ισορροποιας, οι εκτιμήσεις καθορίζονται από τον κανόνα του Bays και τις στρατηγικές ισορροπίας των παικτών.
- Στα σύνολα πληροφόρησης εκτός της διαδρομής ισορροπίας, οι εκτιμήσεις καθορίζονται από τον κανόνα τους Bays και τις στρατηγικές ισορροπίας των παικτών, όπου αυτό είναι δυνατό.

Η Απαίτηση 1 ικανοποιείται απλώς από την ύπαρξη των εκτιμήσεων του σωματείου.)

Θα δείξουμε ότι υπάρχει μια μοναδική τέλεια μπεϋζιανή ισορροπία. Το απλούστερό βήμα σε αυτό τον ισχυρισμό είναι να εφαρμόσουμε την Απαίτηση 2 στην απόφαση δεύτερης περιόδου της εταιρείας Δ2 (w2|π,w1): επειδή αυτή είναι να αποδεχθεί την w2 αν και μόνο αν $\pi \geq w2$˙ το w1 δεν επηρεάζει. Με δεδομένο αυτό το τμήμα της στρατηγικής της εταιρείας, είναι επίσης απλό να εφαρμόσουμε την Απαίτηση 2 στην επιλογή δεύτερης περιόδου του σωματείου: το w2 θα πρέπει να μεγιστοποιεί το αναμενόμενο όφελος του σωματείου , με δεδομένη την εκτίμηση του σωματείου μ2 (π|w1) και την συνεπαγόμενη της εταιρείας Δ2 (w2|π,w1). Το πιο περίπλοκο κομμάτι του ισχυρισμού είναι να καθορίσουμε την εκτίμηση μ2 (π|w1), με τον τρόπο που ακολουθεί.

Ξεκινάμε, θεωρώντας προσωρινά το εξής πρόβλημα διαπραγμάτευσης μια περιόδου. (θα χρησιμοποιήσουμε, αργότερα, τα αποτελέσματα αυτού του προβλήματος ως λύση στην δεύτερη περίοδο του προβλήματος δύο περιόδων). Στο πρόβλημα μια περιόδου, έστω ότι το σωματείο πιστεύει πως το κέρδος της εταιρείας κατανέμεται ομοιόμορφα στο [0,π1], όπου προς το παρόν, το π1 είναι αυθαίρετο. Αν το σωματείο προφέρει w, τότε η αριστερή απόκριση της εταιρείας είναι ξεκάθαρη: αποδέχεται το w αν και μόνο αν π≥w. Συνεπώς, το πρόβλημα του σωματείου μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

Max.Prob {η εταιρεία δέχεται το w} + 0 · Prob {η εταιρεία απορρίπτει το w},

Όπου η Prob {η εταιρεία δέχεται το w } = (π1-w)/π1 για το αντίστοιχο εύρος μισθολογικών προσφορών (συγκεκριμένα, 0≤w≤p1)).

Η άριστη μισθολογική προσφορά είναι συνεπώς w*(π1)=π1/2.

Επιστρέφουμε τώρα (οριστικά) στο πρόβλημα δύο περιόδων. Θα δείξουμε πρώτα ότι, για αυθαίρετες τιμές των w1 και w2 , αν το σωματείο προσφέρει w1 την πρώτη περίοδο και η εταιρεία αναμένει από το σωματείο να προσφέρει w2 στη δεύτερη περίοδο, τότε όλες οι εταιρείες με αρκετά υψηλά κέρδη θα δεχθούν το w1 και όλες οι άλλες θα το απορρίψουν. Τα πιθανά οφέλη της εταιρείας είναι π-w1, δ(π-w2) αν απορρίψει το w1 και δεχθεί το w2, ενώ αν απορρίψει και τις δύο προσφορές το όφελος είναι μηδενικό. Η εταιρεία, συνεπώς, προτιμά να δεχθεί το w1απο το να δεχθεί το w2 εάν π-w1>δ(π-w2), ή αλλιώς εάν:

$$\pi > \frac{w_1-\delta w_2}{1-\delta} \equiv \pi^*(w_1, w_2),$$

ενώ η εταιρεία προτιμά να δεχθεί το w1 από το να απορρίψει και τις δύο προσφορές εάν π-w1>0. Έτσι, για αυθαίρετες τιμές των w1 και w2, οι εταιρείες με π>max {π(w1,w2),w1} θα δεχθούν το w1 και οι εταιρείες με π<max {π*(w1,w2),w1} θα απορρίψουν το w1. Επειδή η Απαίτηση 2 ορίζει πως η εταιρεία δρα με άριστο τρόπο δεδομένων των επακόλουθων στρατηγικών των παικτών, μπορούμε να υπολογίσουμε το Δ1(w1|π) για μια αυθαίρετη τιμή του w1. Επειδή η Απαίτηση 2 ορίζει πως η εταιρεία δρα με άριστο τρόπο δεδομένων των επακόλουθων στρατηγικών των παικτών, μπορούμε να υπολογίσουμε το Δ1(w1|π)για μια αυθαίρετη τιμή του w1: οι εταιρείες με π>max {π*(w1,w2),w1} θα δεχθούν το w1 και οι εταιρείες με π>max {π*(w1,w2),w1} θα απορρίψουν το w1, όπου w2 είναι η μισθολογική προσφορά που κάνει το σωματείο στη δεύτερη περίοδο, w2(w1).*

Μπορούμε να υπολογίσουμε το μ2 (π|w1), την εκτίμηση της δεύτερης περιόδου του σωματείου στο σύνολο πληροφόρησης που φτάνει αν απορριφθεί η προσφορά πρώτης περιόδου, w1. Η Απαίτηση 4 συνεπάγεται πως η ορθή εκτίμηση είναι ότι το π κατανέμεται ομοιόμορφα στο [0,π(w1)], όπου π(w1)είναι η τιμή του π, για την οποία η εταιρεία είναι αδιάφορη μεταξύ της αποδοχής του w1 και της απόρριψης του με αποδοχή της άριστης κατά το σωματείο προσφοράς της δεύτερης περιόδου, έχοντας δεδομένη αυτήν την εκτίμηση, δηλαδή την w(π(w1))=π(w1)/2, όπως υπολογίστηκε στο πρόβλημα μιας ,περιόδου. Για να φανεί αυτό, θυμηθείτε ότι* *η Απαίτηση 4 ορίζει πως η εκτίμηση του σωματείου καθορίζεται από τον κανόνα τους Bayes* και τη στρατηγική της εταιρείας. Συνεπώς, με δεδομένο το πρώτο τμήμα της στρατηγικής της εταιρείας, Δ1(w1|π), που μόλις υπολογίσαμε, η εκτίμηση του σωματείου πρέπει να είναι ότι οι τύποι που απομένουν στη δεύτερη περίοδο κατανέμονται ομοιόμορφα στο [0,π1], όπου π1=max*{π*(w1,w2),w1} και w2 είναι η μισθολογική προσφορά που κάνει το σωματείο στη δεύτερη περίοδο, w2(w1). Με δεδομένη αυτή την εκτίμηση, η άριστη προσφορά δεύτερης περιόδου από την πλευρά του σωματείου πρέπει να είναι w*(π1)=π1/2, γεγονός που οδηγεί σε μια περιπλεγμένη εξίσωση για το π1 ως συνάρτηση του w1:*

$$\pi 1 = \max\left\{\pi^*(w_1, \frac{\pi_1}{2}\right) w1\},$$

Έχουμε τώρα περιορίσει το παίγνιο σε ένα πρόβλημα αριστοποίησης μίας περιόδου για το σωματείο: με δεδομένη τη μισθολογική προσφορά πρώτης περιόδου του σωματίου, w1, έχουμε εντοπίσει την άριστη απόκριση πρώτης περιόδου της εταιρείας, την εκτίμηση με την οποία το σωματείο ξεκινά τη δεύτερη περίοδο, την άριστη προσφορά δεύτερης περιόδου της εταιρείας και την άριστη απόκριση δεύτερης περιόδου της εταιρείας. Συνεπώς, η μισθολογική προσφορά πρώτης περιόδου του σωματείου πρέπει να επιλέγει με τέτοιο τρόπο ώστε να αποτελεί λύση του ακόλουθου προβλήματος:

$$\max_{w_1} w_1 \cdot Prob\,\{\eta\ \varepsilon\tau\alpha\iota\rho\varepsilon\acute{\iota}\alpha\ \delta\acute{\varepsilon}\chi\varepsilon\tau\alpha\iota\ w_1\ \}$$

$$+\delta w_2(w_1) \cdot$$
$$Prob\,\{\eta\ \varepsilon\tau\alpha\iota\rho\varepsilon\acute{\iota}\alpha\ \alpha\pi\rho\rho\acute{\iota}\pi\tau\varepsilon\iota\ \tau o\ w_1\ \alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\ \delta\acute{\varepsilon}\chi\varepsilon\tau\alpha\iota\ \tau o\ w2\}$$

$$+\delta \cdot 0 \cdot Prob\,\{\eta\ \varepsilon\tau\alpha\iota\rho\varepsilon\acute{\iota}\alpha\ \alpha\pi\rho\rho\acute{\iota}\pi\tau\varepsilon\iota\ \tau o\ w_1\ \kappa\alpha\iota\ \tau o\ w2\}$$

Προσέξτε ιδιαίτερα ότι η Prob {η εταιρεία δέχεται το w1} δεν είναι απλώς η πιθανότητα το π να υπερβαίνει το w1· είναι η πιθανότητα το π να υπερβαίνει το π1(w1):

$$Prob\,\{\eta\ \varepsilon\tau\alpha\iota\rho\varepsilon\acute{\iota}\alpha\ \delta\acute{\varepsilon}\chi\varepsilon\tau\alpha\iota\ \tau o\ w1\} = \frac{\pi_H - \pi_1(w_1)}{\pi_H}$$

Η λύση σε αυτό το πρόβλημα αριστοποίησης είναι η w^*_1, η οποία δόθηκε στην αρχή της ανάλυσης μας, ενώ τα π^*_1 και w^*_2 προκύπτουν αντίστοιχα από τα π1(w^*_1) και (w^*_2).

6.5 Παραδείγματα διαπραγμάτευσης

Το δίλημμα του ταξιδιώτη (θεωρία παιγνίων, ή πως ορθολογισμός είναι ότι βολεύει το αφεντικό)

Η Ελένη και ο Κώστας, επιστρέφοντας από ένα ταξίδι σε κάποιο εξωτικό νησί του Ειρηνικού διαπιστώνουν ότι οι πανομοιότυπες αντίκες / σουβενίρ που

αγόρασαν καταστράφηκαν στη μεταφορά. Η αεροπορική εταιρεία παραδέχεται την ευθύνη της και δηλώνει διατεθειμένη να τους αποζημιώσει. Πλην όμως υποστηρίζει ότι δεν μπορεί να υπολογίσει την αξία τους. Επιπλέον δεν εμπιστεύεται τους παθόντες για να τους ρωτήσει κατευθείαν «πόσο κοστίζουν» γιατί υποθέτει (βάσιμα) ότι αυτοί θα φουσκώσουν την αξία των κατεστραμμένων σουβενίρ. Γι' αυτό επινοεί το εξής σχέδιο. Ζητά από τον καθένα χωριστά, και χωρίς να επιτρέπεται η μεταξύ τους επικοινωνία και συνεννόηση, να γράψουν σ' ένα χαρτί την αξία της αντίκας, υπό την μορφή ενός ακέραιου ποσού από 2 δολάρια έως και 100 δολάρια. Και δεσμεύεται (η αεροπορική εταιρεία) πως:
- αν και οι δύο γράψουν το ίδιο ποσό (τον ίδιο αριθμό) θα τους αποζημιώσει και τους δύο καταβάλλοντας στον Κώστα και την Ελένη αυτό το ποσό·
- αν γράψουν διαφορετικά ποσά (αριθμούς) τότε θα δεχτεί σαν πραγματική αξία το μικρότερο, θα θεωρήσει ότι εκείνος ή εκείνη που έγραψε το μεγαλύτερο είπε ψέματα, και έτσι θα αποζημιώσει μεν τον / την «ειλικρινή» με το ποσό που έγραψε συν, επιπλέον, 2 δολάρια, θα τιμωρήσει δεν τον / την «ανειλικρινή» με το ίδιο ποσό μειωμένο κατά δύο δολάρια. Αν, για παράδειγμα, η Ελένη γράψει 46 δολάρια και ο Κώστας 100, τότε η Ελένη θα πληρωθεί 48 δολάρια (46+2) ενώ ο Κώστας 44 (46-2). Κατόπιν αυτής της ρύθμισης ποιά ποσά θεωρείτε (και θεωρείται...) εύλογο να γράψουν η Ελένη και ο Κώστας; Εσείς στη θέση τους τι θα κάνατε;

Κουίζ; Κάτι περισσότερο. Με τίτλο «το δίλημμα του ταξιδιώτη» το πιο πάνω τεστ επινοήθηκε το 1994 από τον οικονομολόγο Kaushik Basu, που ήταν τότε (και πιθανότατα παραμένει) διευθυντής του κέντρου αναλυτικής οικονομικής επιστήμης στο αμερικανικό πανεπιστήμιο του Cornell. Πρόκειται για μια απ' τις πιο διάσημες παγκόσμια «ασκήσεις διευθέτησης αντίθετων συμφερόντων» που απετέλεσαν (και αποτελούν) το κατά κάποιον τρόπο «οπλοστάσιο» της θεωρίας παιγνίων.
Η θεωρία παιγνίων έχει υπάρξει, ειδικά απ' την δεκαετία του '90 και μετά, ένα απ' τα πιο αγαπημένα διεθνώς παιδιά της μαθηματικής καζουϊστικής: μαθηματικές θεωρίες που σκόπευαν, αξίωναν, και κατά τους υποστηρικτές τους πετύχαιναν, να προσδιορίσουν κοινωνικές συμπεριφορές· υπό την βασική προϋπόθεση ότι αυτές οι συμπεριφορές είναι «ορθολογικές». Τα βαριά φορτωμένα με μυστικιστικές έννοιες και γρήγορους υπολογιστές μαθηματικά μοντέλα για την «πρόβλεψη των τιμών» στα χρηματιστήρια και στο παγκόσμιο εμπόριο χρήματος - που - γεννάει - χρήμα είναι μια άλλη περιοχή της ίδιας «επιστημονικής» τάσης: να μοντελοποιηθούν, με ακρίβεια «φυσικού φαινομένου» όσο το δυνατόν περισσότερες κοινωνικές, οικονομικές, πολιτικές σχέσεις. Το γιατί θα έπρεπε τέτοια εγχειρήματα να πετύχουν τους σκοπούς τους κρύβεται στην παρανοϊκή εμμονή οποιουδήποτε έχει εξουσία να προλαμβάνει κάθε τι που θα μπορούσε να θεωρηθεί «αβεβαιότητα». Αλλά και σε κάτι ακόμα: στον παρανοϊκό φετιχισμό των τεχνικών της εξουσίας που θα ήθελαν τα πάντα να είναι αναγώγιμα και διαχωρίσιμα σε συνθήκες εργαστηρίου.
Παρά, λοιπόν, τον ελαφρύ τίτλο που της έδωσαν, οι θεμελιωτές της θεωρίας παιγνίων ανέθεσαν στους εαυτούς τους ένα δύσκολο έργο. Να διατυπώσουν μια τυποποιημένη μαθηματική φόρμουλα «απεικόνισης» της αναμενόμενης αλλά και της ιδανικής συμπεριφοράς μεταξύ υποκειμένων που έχουν αντιτιθέμενα συμφέροντα. Μεταξύ υποκειμένων που, στη βάση αυτών των αντιθέσεων, κάνουν «ιδιοτελείς» υπολογισμούς. Η μόνη προϋπόθεση / απαίτηση που είχε η θεωρία παιγνίων για να εφαρμοστεί με επιτυχία (έλεγαν οι οπαδοί της) ήταν οι

υπολογισμοί των αντιπάλων να είναι «ορθολογικοί». Όπως θα δούμε στη συνέχεια (κι όπως ακριβώς συνέβη με τα περισσότερα απ' τα μοντέλα μαθηματικοποίησης των κοινωνικών συμπεριφορών που έγιναν διάσημα τις τελευταίες δεκαετίες του 20ου αιώνα) τελικά η θεωρία παιγνίων κατέληξε να είναι ένας ακόμα αυθαίρετος (και οφθαλμοφανώς παράλογος) ορισμός για το τί είναι «ορθολογισμός»... Σύμφωνα με τους ισχυρισμούς των «παιγνιοθεωρητικών» σε κάθε διαπραγμάτευση μεταξύ αντιτιθέμενων συμφερόντων υπάρχει ένα τουλάχιστον αποτέλεσμα αμοιβαίου συμβιβασμού που είναι ωφέλιμο ταυτόχρονα και για τα δύο μέρη. Το αντίθετο ακριβώς, το να συμβαίνει δηλαδή ότι τα κέρδη της μιας πλευράς είναι ζημιά της άλλης, ονομάστηκε «παιχνίδι μηδενικού αθροίσματος» - πρόκειται για μια διάσημη έκφραση που χρησιμοποιείται συνήθως με άγνοια του τι σημαίνει και, κυρίως, σε ποιές παραδοχές στηρίζεται. Αυτό το σημείο συμβιβασμού που είναι επωφελές και για τις δύο αντιτιθέμενες πλευρές ονομάστηκε στη θεωρία παιγνίων ισορροπία Nash - απ' το όνομα του μαθηματικού John Nash που «μελέτησε» την ύπαρξη τέτοιων «σημείων» Σύμφωνα λοιπόν με την θεωρία παιγνίων αυτό το σημείο, η εκάστοτε «ισορροπία Nash» οποιασδήποτε διαπραγμάτευσης, είναι εκείνο το αποτέλεσμα των αμοιβαίων συμβιβασμών που πρέπει να ψάχνουν (και να βρίσκουν) οι εμπλεκόμενοι σε μια αντίθεση συμφερόντων, οσονδήποτε ιδιοτελείς κι αν είναι... αρκεί να είναι ορθολογικοί. Υποτίθεται πως αυτή η προϋπόθεση ορθολογισμού εκ μέρους των διαπραγματευόμενων (ή «παικτών») συμπληρώνεται με τον αποκλεισμό της χρήσης βίας από το ένα μέρος στο άλλο, για να αποδεχθεί (ο αδύναμος) την «λύση» που συμφέρει μόνο τον δυνατό. Θα δούμε παρακάτω ωστόσο ότι πέρα απ' το διατυπώσει ένα παράλογο θεώρημα για την λογική, η θεωρία παιγνίων προσπάθησε να προάγει και μια δόλια άποψη για το τι και που είναι η δύναμη (δηλαδή: η εξουσία).

Τί θα απαντούσατε εσείς, στο «δίλημμα του ταξιδιώτη» αν βρισκόσασταν στη θέση της Ελένης ή του Κώστα; Την παρακάμπτουμε προς το παρόν την απάντησή σας· το ενδιαφέρον είναι η «σωστή απάντηση» που προβλέπει η θεωρία παιγνίων. Σωστή; Σωστή με την έννοια ότι αν ο Κώστας και η Ελένη σκεφτούν λογικά θα καταλήξουν να δώσουν αυτήν την απάντηση, να γράψουν αυτό το νούμερο ο καθένας στο χαρτί του, επειδή αυτό το νούμερο, ύστερα από «λογική» επεξεργασία, προσφέρει και για τους δύο σίγουρο όφελος - και πού να δείτε το όφελος της αεροπορικής εταιρείας! Λοιπόν η ισορροπία Nash για την περίπτωση, δηλαδή η ορθολογικά σωστή απάντηση του Κώστα και της Ελένης είναι: 2! Δύο δολάρια! Αυτό είναι το ποσό που θα πρέπει να ζητήσουν σαν αποζημίωση αν σκέφτονται ορθολογικά-λέει η θεωρία παιγνίων...Καγχάζετε; Βγαίνετε απ' τα ρούχα σας; Ναι - αλλά να ποιά είναι η (προτεινόμενη) λογική των παιγνιοθεωρητικών. Η πρώτη σκέψη της Ελένης (ή αντίστοιχα του Κώστα, υπάρχει εδώ «συμμετρία ορθολογικής σκέψης» υποτίθεται, οπότε όπως σκέφτεται η μία σκέφτεται και ο άλλος, οπότε για λόγους οικονομίας θα παρακολουθήσουμε μόνο την (οφειλόμενη...) σκέψη της Ελένης) είναι να γράψει στο χαρτί 100. Αν και ο Κώστας (σκέφτεται η Ελένη) κάνει το ίδιο, τότε θα πάρουν από ένα κατοστάρικο, που είναι το μάξιμουμ. 'Η μήπως όχι; Η Ελένη προβληματίζεται. Αν ο Κώστας γράψει όντως 100 και αυτή 99, τότε θα βγάλει offside τον Κώστα, γιατί εκείνος θα θεωρηθεί ψεύτης (και θα πάρει 97 δολάρια) κι αυτή θα ανταμειφτεί με το bonus ειλικρίνειας, παίρνοντας 101δολάρια! Η Ελένη συνεχίζει να σκέφτεται (πάντα με τον τρόπο που οι παιγνιοθεωρητικοί ονομάζουν «λογικό»). Μήπως άραγε δεν μπορεί να κάνει και ο Κώστας την σκέψη που μόλις έκανε η ίδια; Δεν θα ήταν λογικό να σκεφτεί να γράψει αυτός 99; Τότε λοιπόν καλύτερα γι’ αυτήν να γράψει 98.... Αλλά και πάλι, σίγουρα θα το σκεφτεί κι αυτό ο Κώστας... Όποτε 97, ναι, 97... Αλλά πάλι;... Και «πάει λέγοντας». Παρότι είστε έτοιμοι / έτοιμες να θεωρήσετε αδύνατο να συνεχίσει η Ελένη (και αντίστοιχα ο Κώστας) να σκέφτονται έτσι, τόσο ο καθένας για τον εαυτό του όσο και τον άλλον, κατεβαίνοντας συνέχεια δολάριο ώσπου τελικά να σταματήσουν στο νούμερο 2 (μήπως έχετε κάποια βλάβη στον «ορθολογισμό» σας λοιπόν;) ωστόσο αυτό ακριβώς ισχυρίζονται οι παιγνιοθεωρητικοί ότι είναι το λογικά αναμενόμενο. Έχουν μάλιστα και έναν όρο γι’ αυτό το «κατέβασμα των απαιτήσεων ύστερα από πολύ λογική σκέψη»: προς τα πίσω επαγωγή. Ο αριθμός «2», γραμμένος τόσο απ’ την Ελένη όσο και από τον Κώστα, είναι η ισορροπία Nash για το «δίλημμα του ταξιδιώτη». Οι παιγνιοθεωρητικοί μπορούν να αποδείξουν (με βάση τα αξιώματα της θεωρίας τους) ότι το ζευγάρι απαντήσεων 2 - 2 είναι το καλύτερο από κάθε άλλο, συμπεριλαμβανομένου του 100 - 100. Γιατί, λένε, όλα τα υπόλοιπα είναι λογικά ελεγχόμενα: για κάθε ένα υπάρχει σίγουρα ένα άλλο ζευγάρι απαντήσεων (ένα ενδεχόμενο δηλαδή που θα πρέπει να σκεφτεί ο καθένας χωριστά, η Ελένη και ο Κώστας) που θα ωφελήσει περισσότερο τον ένα και θα ρίξει τον άλλον. Θα πρέπει ήδη να αναρωτιέστε μήπως υπάρχει κάποια μικρή σατανική λεπτομέρεια της υπόθεσης, που σας την έχουμε κρύψει για να εκθέσουμε ευφυείς τεχνικούς (8 νόμπελ έχουν δοθεί σε παιγνιοθεωρητικούς!) από ζήλεια! Πώς στην ευχή είναι λογικότερο το 2 - 2 (μιλάμε άλλωστε για λεφτά, έτσι;) και όχι το 100 - 100 ή το 99 - 100; Αν (θεμελειώδες «αν») είτε η Ελένη είτε ο Κώστας δεν σκεφτεί με τον ολισθηρό τρόπο της προς τα πίσω επαγωγής και γράψει ξερά «100» τί «ανορθολογικό» θα έχει διαπράξει; Ναι: θα έχει σκεφτεί ότι το ποσό της αποζημίωσης που τελικά θα πάρει θα είναι είτε 100 (αν και ο/η άλλος/η έχει γράψει επίσης 100) είτε το νούμερο του άλλου μείον 2 (δολάρια). Δήλωσε ο άλλος 99; Θα πάρω 97... Δήλωσε 56; Ε, θα πάρω 54... Αυτό το «τρελό» θα έχει σκεφτεί. Ποιά «λογική» θα αναγκάσει είτε την Ελένη είτε τον Κώστα να σκεφτούν ότι ο άλλος, τελικά, θα γράψει «3» οπότε θα πάρει 3-2=1 δολάριο, άρα κατά συνέπεια το «2» και όχι το «100» είναι ότι καλύτερο...Ε; Ποιά λογική; Κι όμως: δεν σας κρύψαμε τίποτα! Έτσι ακριβώς έχουν τα πράγματα με το «δίλημμα του ταξιδιώτη» και την «θεωρία παιγνίων». Και για να γίνουν πιο ζόρικα τα πράγματα, απ’ τα μέσα της δεκαετίας του ‘90 και μετά, οι παιγνιοθεωρητικοί έδωσαν το συγκεκριμένο τεστ (σε διάφορες παραλλαγές σεναρίου και αριθμών αλλά με την ίδια λογική) σε πάμπολλους «παίκτες» - μεταξύ άλλων φοιτητές αλλά και παιγνιοθεωρητικούς συναδέλφους τους. Σε όλες τις περιπτώσεις το μεγαλύτερο ποσοστό επέλεγε να απαντήσει «100»· ένα μικρότερο αλλά σεβαστό ποσοστό απαντούσε κάπου ανάμεσα στο «95» και στο «99»· και μόνο ελάχιστοι (διότι υπήρχαν και τέτοιοι....) έδιναν σαν απάντηση την ισορροπία Nash, δηλαδή το «2»! Κι ωστόσο, ενώ κατ’ αρχήν οι παιγνιοθεωρητικοί άρχισαν να τα βάφουν μαύρα, βρήκαν γρήγορα την έξοδο: οι «παίκτες», τελικά, ΔΕΝ απαντούν σκεφτόμενοι «καθαρά ορθολογικά» συμπέραναν... αλλά εισάγουν και συναισθηματικά ή διαισθητικά στοιχεία στις αποφάσεις τους!!! Αντί, δηλαδή, η θεωρία παιγνίων να πάει στη θέση της, στα σκουπίδια, κρατιέται απ’ τα μαλλιά της! Το πρόβλημα λένε οι οπαδοί της δεν το έχει η θεωρία αλλά ο ελλείπεις ορθολογισμός σας!!! Πάρτε τα άρρωστοι!!!

Μάλιστα! Προφανώς και υπάρχουν σοβαροί λόγοι για να μείνει αυτή η θεωρία (και πολλές άλλες εξάλλου) στον υψηλό της θρόνο: κάποιοι, αρκετοί, πληρώνονται για να την υποστηρίζουν, σαν καθηγητές πανεπιστημίων, σαν ερευνητές, σαν σύμβουλοι διαπραγματεύσεων, σαν διαχειριστές συγκρούσεων, κλπ. Για τον ίδιο ακριβώς λόγο «ισχύουν» και πολλά άλλα θεωρήματα, έτσι απλά και ξετσίπωτα, για λόγους συμφέροντος: π.χ. το θεώρημα της παρθένου Μαρίας και του θεανθρώπου. Κι αν κάποιος δεν τις πιστεύει (δηλαδή δεν συμπεριφέρεται σύμφωνα με τις απαιτήσεις τους) τόσο το χειρότερο γι' αυτόν. Όμως είναι δυνατόν η θεωρία παιγνίων να είναι απλά και μόνο μια ακριβή, πολυτελής παράνοια; Το «δίλημμα του ταξιδιώτη» (όπως και ένα άλλο, το «δίλημμα του φυλακισμένου», για το οποίο γράφουμε χωριστά) σαν τόσο διάσημη επίδειξη πνεύματος είναι μια αποτυχημένη «μέτρηση της ορθολογικότητας των παικτών». Είναι όμως πετυχημένο παράδειγμα συστροφής των σχέσεων και εστίασης της προσοχής εκεί που υποδεικνύει ο ειδικός. Θα το θυμάστε: στο τεστ δεν υπάρχει μόνο ο Κώστας και η Ελένη τους οποίους φωτίζει και «μελετά» ο παιγνιοθεωρητικός. Υπάρχει και η αεροπορική εταιρεία. Σ' όλο το ξεδίπλωμα των συλλογισμών που κάνουν ή οφείλουν να κάνουν ο Κώστας και η Ελένη η αεροπορική εταιρεία είναι τυπικά απούσα. Ουσιαστικά όμως είναι εκεί: έχει ορίσει το «πλαίσιο» μέσα στο οποίο πρέπει να κινηθούν οι δύο παίκτες· έχει ορίσει το «ερώτημα» που πρέπει να απαντήσουν... Με δυο λόγια είναι η αεροπορική εταιρεία και όχι ο Κώστας ή η Ελένη που έχει φτιάξει (στα μέτρα της) το «πρόβλημα». Αεροπορική εταιρεία, σε σχέση με τους «παίκτες», σημαίνει: μια ανώτερη δύναμη. Αυτή η ανώτερη δύναμη θα ανταμείψει ή θα τιμωρήσει. Κι ενώ, σύμφωνα με τους κανόνες της θεωρίας παιγνίων, δεν επιτρέπεται η «άσκηση δύναμης» μεταξύ των «παικτών» (ανάμεσα στον Κώστα και στην Ελένη εν προκειμένω) αυτή η δύναμη βρίσκεται πάνω τους: έχοντας φτιάξει το πρόβλημα και έχοντας ορίσει τις παραμέτρους του επιτηρεί την διαδικασία(διανοητική στο παράδειγμα) με την οποία θα της απαντήσουν. Δίπλα σ' αυτή την ανώτερη δύναμη βρίσκεται και ο παιγνιοθεωρητικός: παρακολουθεί κι αυτός την εξέλιξη, σχολιάζει, κρίνει τι είναι «ορθολογικό» στη σκέψη του Κώστα και της Ελένης και τι όχι. Και παρ' ότι δεν έχει την δυνατότητα ούτε η αεροπορική εταιρεία ούτε ο ειδικός της να τους επιβάλλει απευθείας τί να απαντήσουν («2 - 2» βρε χαζά!)· παρ' ότι τους επιτρέπεται - να - το - σκεφτούν - μόνοι - τους, τόσο η ανώτερη δύναμη / εταιρεία όσο και ο παιγνιοθεωρητικός έχουν μια ορισμένη προσδοκία απ' αυτούς: ότι «θα φανούν λογικοί». Ίσως, φεύγοντας από το συγκεκριμένο παράδειγμα και βάζοντάς το δίπλα σε κάθε άλλο πεδίο εφαρμογής της θεωρίας παιγνίων, το «να φανούν λογικοί οι παίκτες», οι όποιοι κάθε φορά παίκτες, να είναι μέρος μόνο της προσδοκίας. Το υπόλοιπο; Να στρέφουν την προσοχή τους εκεί που τους υποδεικνύει η κάθε φορά «ανώτερη» και εκτός πλαισίου-συζήτησης δύναμη και όχι σ' αυτήν! Σκεφτείτε την «ισορροπία Nash» στις «διαπραγματεύσεις» μεταξύ ισραηλινού κράτους και παλαιστινίων. Αν η ανώτερη δύναμη είναι «καλή» θα εμποδίσει στη διάρκεια των διαπραγματεύσεων την άσκηση βίας μεταξύ των διαπραγματευόμενων.... και θα τους παροτρύνει να είναι «λογικοί». Η «ιδιοτέλεια» κάθε πλευράς θα πρέπει (λέει η ανώτερη δύναμη) να μπει στον στίβο γυμνή από κάθε έγνοια συσχετισμού δύναμης, εξοπλισμένη μόνο με την ικανότητα να διαβάζει σωστά την «ιδιοτέλεια» της άλλης πλευράς. Υπό την επιτήρηση και την διαιτησία της ανώτερης δύναμης οι δύο πλευρές θα μειώνουν διαδοχικά τις απαιτήσεις τους, μέχρις ότου καταλήξουν σε κάτι που θα είναι ωφέλιμο και για τους δύο... Ας πούμε: να επαναλάβουν τις εμπορικές ανταλλαγές... Συνεπώς πού μπορεί να έχει ισχύ η θεωρία παιγνίων; Πουθενά αλλού εκτός από εκεί που μια ανώτερης τάξης εξουσία μπορεί να επιβάλλει σε κατώτερης τάξης εξουσίες (και για όσο ισχύει αυτή η επιβολή) ότι οι μεταξύ τους διαφορές είναι ένα «παιχνίδι» α-δυναμίας! Τότε όμως «ορθολογικό» είναι εκείνο που η ανώτερη δύναμη / εξουσία ονομάζει έτσι! Με άλλα λόγια: η θεωρία παιγνίων δεν έχει λάθος ορισμό για το ποιά είναι η «ορθολογική συμπεριφορά»... Έχει τον σωστό ορισμό, αν το σωστό έχει προ-καθοριστεί απ' την «λογική» του πιο δυνατού που τοποθετεί εαυτόν εκτός διαπραγμάτευσης και από πάνω της. Και η λογική του πιο δυνατού σ' έναν κόσμο στον οποίο δεν μπορεί ή δεν θέλει να παρεμβαίνει για να λύνει κάθε καυγά είναι αυτή: κρατάω το μονοπώλιο της δύναμης και σας αποδίδω το καθήκον ενός ορθολογισμού - χωρίς - δύναμη. Αυτή η λογική είναι αξιωματική(κυριολεκτικά και μεταφορικά): δεν μπορεί η ίδια να τεθεί υπό έλεγχο σε κάποια παραλλαγή της θεωρίας παιγνίων. Γι' αυτήν την λογική (τελικά: την «λογική της εξουσίας») δεν υπάρχουν παιχνίδια. Αυτό που είναι ένας ανεξήγητα παράλογος ισχυρισμός εκ μέρους του παιγνιοθεωρητικού, ότι δηλαδή η απάντηση του Κώστα και της Ελένης 2-2 είναι η μόνη ακραιφνώς «λογική», γίνεται με τη σειρά του λογικό, λογικότατο, μόλις προσέξει κανείς ποιόν εξυπηρετεί αυτή η απάντηση: η αεροπορική εταιρεία ξεμπερδεύει με τέσσερα δολάρια αποζημίωση! Θα μπορούσε, στη θέση της της αεροπορικής εταιρείας, να βρίσκεται ένα πανεπιστημιακό ινστιτούτο, που στέλνει τους παιγνιοθεωρητικούς του να συμβουλέψουν δύο αντίπαλες πλευρές την παραμονή των διαπραγματεύσεών τους: αν οι συμβουλές πιάσουν τόπο και το αποτέλεσμα της διαπραγμάτευσης είναι μια «ισορροπία Nash», τότε το ινστιτούτο θα κερδίσει σίγουρα. Γιατί θα κερδίσει έξω απ' την θεωρία παιγνίων!

6.2 Το δίλημμά του Κρατουμένου

1 - Η επίσημη αυτοπαρουσίαση της θεωρίας παιγνίων μιλάει για έναν κλάδο των εφαρμοσμένων μαθηματικών, με πεδία εφαρμογής τις κοινωνικές επιστήμες, την πληροφορική, την βιολογία, τις πολιτικές επιστήμες, τις διεθνείς σχέσεις, την πληροφορική και την φιλοσοφία. Με μετριοφροσύνη (ε;) ένας παιγνιοθεωρητικός θα έλεγε ότι κατέχει κάτι ελάχιστα λιγότερο από την «Θεωρία των Πάντων»· υπό την κωδικοποίηση και επίβλεψη των μαθηματικών φυσικά, για λόγους εγκυρότητας και πρεστίζ. Μιλώντας γενικά δεν σπανίζουν καθόλου στις μέρες μας οι ειδικοί που αφιονισμένα ψάχνουν αυτό: μια θεωρία των πάντων... Συνεπώς οι παιγνιοθεωρητικοί δεν είναι οι παιγνιδιάρηδες στην παρέα των έχω-την-φόρμουλα-που-εξηγεί-τα-πάντα-όλα. Είναι κι αυτοί γνήσια τέκνα μιας εποχής τεχνο-διανοητικής παράνοιας. Και παρακμής. Κι όμως. Η γενεαλογία της θεωρίας παιγνίων πηγαίνει πίσω ως μια άλλη, προηγούμενη εποχή. Καθώς ο β παγκόσμιος πόλεμος όδευε προς το τέλος του και καθώς ο κόσμος γέμιζε όλο και περισσότερα μνήματα, το 1944, ο John von Neumann και ο Oskar Morgenstern εξέδωσαν στις ηπα ένα βιβλίο με τίτλο Θεωρία των Παιγνίων και Οικονομική Συμπεριφορά. Ο ουγγροαμερικάνος von Neumann θεωρείται απ' τους τελευταίους μεγάλους θεωρητικούς μαθηματικούς και στη διάρκεια της ζωής του εκτός απ' το να θεμελιώσει την θεωρία παιγνίων σε σχέση με την «λειτουργία της ελεύθερης

αγοράς» ήταν στην αιχμή διάφορων φυσικό-μαθηματικών εφαρμογών στις ηπα, συμπεριλαμβανομένου του «σχεδίου Μανχάταν», δηλαδή της κατασκευής της ατομικής βόμβας. Είναι χαρακτηριστικό πως όταν το 1955 ο von Neumann μπήκε στο νοσοκομείο (όπου και τελικά πέθανε) με καρκίνο του παγκρέατος, ήταν διαρκώς φρουρούμενος απ' τον στρατό μη τυχόν και λόγω της θεραπείας παραμιλήσει και πει τα (αμερικανικά) στρατιωτικά μυστικά που ήξερε: ήταν η εποχή των ψυχροπολεμικών ψυχώσεων, αν και το επικίνδυνο μυστικό δεν ήταν η θεωρία παιγνίων! Στη δεκαετία του '50 πολλοί ασχολήθηκαν με την περαιτέρω «ανάπτυξή» της, και στη δεκαετία του '70 δοκιμάστηκαν οι εφαρμογές της στη βιολογία. Ένα βασικό εργαλείο της θεωρίας είναι η κατασκευή πινάκων διπλής εισόδου - για όσους / όσες έχουν υπόψη τους το πράγμα. Ουσιαστικά η θεωρία παιγνίων είναι μια απ' τις πιο σύγχρονες παραλλαγές της αιώνιας αναζήτησης της επιστημονικής «Λυδίας λίθου» της εξουσίας. Αρκεί να συνυπολογίσει κανείς πως όταν αυτή η θεωρία έφτασε σ' εκείνο το σημείο «ανάπτυξης» ώστε να χρειάζεται, για την μυθολογία της, κι ένα ανάλογο ηρωικό παρελθόν, έφτασε εύκολα στον Carnot, τον μελετητή της ατμομηχανής, και στο έργο του (του 1838) Έρευνες πάνω στα μαθηματικά στοιχεία της θεωρίας του πλούτου. Κι ακόμα πιο πίσω: ως τον Πλάτωνα.

2 - Ο John Nash, που βραβεύτηκε το 1994 με το νόμπελ μαθηματικών για τις μελέτες του πάνω στη θεωρία παιγνίων είναι μια διεθνώς αναγνωρισμένη persona των μαθηματικών· αλλά και, παραδόξως, μια εμβληματική φιγούρα της οποίας η προσωπική ζωή φωτίζει με διαγώνιο τρόπο ένα «εκτός ελέγχου» κίνητρο για το κυνήγι της «ορθολογικότητας» και μάλιστα μαθηματικό τω τρόπω. Ο Nash, γεννημένος το 1928, υπέφερε για πολλά χρόνια (αρχής γενομένης το 1959) από παράνοια, μανία καταδίωξης, «διπολική προσωπικότητα». Μπαινόβγαινε («παρά τη θέλησή του» είπε ο ίδιος αργότερα) για μια δεκαετία σε ψυχιατρικές κλινικές στις ηπα, και αργότερα έκανε μόνος του θεραπεία με φάρμακα. Η φανερή συμπτωματολογία ξεκινούσε απ' ένα σύνδρομο μεγαλείου ότι «έχει μια σπουδαία αποστολή να φέρει σε πέρας» (μια μορφή της ήταν να φτιάξει «παγκόσμια κυβέρνηση»...) και συνέχιζε σε ένα παραλήρημα καταδίωξης ότι «διάφοροι συνωμότες και μυστικές υπηρεσίες προσπαθούν να τον εξοντώσουν». Ανάμεσα σ' αυτές τις δύο εντατικές καταστάσεις ο Nash έψαχνε σημάδια «θεϊκής επιβεβαίωσης». Αργότερα τη δεκαετία του '80 ήταν σε θέση να παραδεχθεί ότι τα σύνδρομα μεγαλείου ήταν προϊόντα του ότι ένοιωθε προσωπικά δυστυχισμένος και αποτυχημένος. Και, με δικά του λόγια: δεν θα είχα σπουδαίες επιστημονικές ιδέες αν ζούσα πιο ομαλά. Ο Nash άρχισε να αυτομετριάζει τις παραισθήσεις και τις ψευδαισθήσεις του από την στιγμή που κατάφερε να αγκιστρώνει σταθερά όλο και μεγαλύτερο μέρος της σκέψης του πάνω σ' ένα μοντέλο «τετράγωνης» (γεωμετρικής / μαθηματικής) «λογικής»: η θεωρία παιγνίων λειτούργησε σαν έξοδος / σωσίβιο για πάρτη του. Έχει ενδιαφέρον ότι ο ίδιος χαρακτήρισε εκ των υστέρων την παράνοια του και τις μανίες καταδίωξης σαν απεργία έναντι της κοινής λογικής - «με την οικονομική έννοια» της λέξης «απεργία». Θα τολμούσαμε λοιπόν να υποθέσουμε ότι τελικά η μόνη εύλογη «ισορροπία Nash» είναι η δική του ισορροπία / αποκατάσταση / αναγνώριση μέσα στο γαλαξία των τεχνοεπιστημόνων! Εντελώς διαφορετικό θέμα το πώς και γιατί άλλοι, μη

παρανοϊκοί (επίσημα τουλάχιστον), μετέτρεψαν την θεωρία παιγνίων σε εργαλείο «κοινωνικής ανάλυσης»....

Βιβλιογραφία

- http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%98%CE%B5%CF%89%CF%81%CE%AF%CE%B1_%CF%80%CE%B1%CE%B9%CE%B3%CE%BD%CE%AF%CF%89%CE%BD
- https://dspace.lib.uom.gr/dspace/bitstream/2159/14845/3/KalantzakisArgyrisMsc2012.pdf (Τύποι παιγνίων)
- http://www.capital.gr/Articles.asp?id=2227480 (Λίγη ακόμη Θεωρία και μερικές δόσεις πραγματικότητας)
- http://www.sarajevomag.gr/entipa/teuhos_34/i34_p20_games.html(το δίλημμα του ταξιδιώτη)
- ftp://ftp.soc.uoc.gr/petrakis/docs/8ewria/kefalaio1.pdf
- https://mathbooksgr.files.wordpress.com/2011/08/gt_simiwseis.pdf
- https://euclid.ee.duth.gr/courses/old/2012-13/AlgCom/DraftSlides/LecAP02-Game%20Theory%20Basics.pdf
- John Nash : θεωρεία παιγνίων αφιέρωμα στο John Nash (επιστημονική επιμέλεια Κωνσταντίνα Κοτταρίδη , Γρηγόρης Σιουρούνης)
- Εισαγωγή στην Θεωρία Παιγνίων Robert Gibbons (επιμέλεια Λαμπρός Πεχλιβάνος – Μετάφραση Νίκος Λούντος)
- Παίγνια και Λήψη Αποφάσεων (Χ.Δ. Αλιπράντης και S.K. Chakrabarti)