ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ ΝΙΚΟΛΑΟΥ ΓΕΩ. ΧΡΙΣΤΟΔΟΥΛΑΚΗ

ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΚΑΙ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΥΠΟ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ - ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΑΛΩΣ

ΠΕΙΡΑΙΑΣ 2015

Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή

(υπογραφή)	(υπογραφή)	(υπογραφή)
Ιωάννης Σίσκος	Ευάγγελος Σαμπράκος	Ιωάννης Θεοδωρίδης
Καθηγητής	Καθηγητής	Καθηγητής

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ευκαιρία της παρούσας μεταπτυχιακής διατριβής θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον Καθηγητή κ. Ιωάννη Σίσκο για την εμπιστοσύνη, την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή του στα χρόνια των προπτυχιακών και μεταπτυχιακών σπουδών μου. Οι γνώσεις και η εμπειρία που απέκτησα στα 14 αυτά χρόνια συνεργασίας θα είναι οδηγός μου για το μέλλον.

Θα ήθελα ακόμα να εκφράσω τις θερμότερες ευχαριστίες μου στον κ. Νίκο Τσότσολα, φίλο και συνεργάτη μου, για τη υποστήριξη που μου παρείχε στα πλαίσια της μελέτης και κατανόησης των μεθόδων Stochastic UTA, SMAA, UTA GMS και Extreme Ranking και για την άριστη συνεργασία που έχουμε στα πλαίσια της δουλειάς μας.

Ευχαριστώ, ακόμα, τον καθηγητή του Πολυτεχνείου Κρήτης κ. Νίκο Ματσατσίνη την υποστήριξη που μου παρείχε κατά τη διάρκεια ολοκλήρωσης της διδακτορικής μου διατριβής.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου, Γιώργο και Μαρία Χριστοδουλάκη, και τον αδερφό μου, Στέλιο, για την αμέριστη ηθική και υλική συμπαράσταση και υποστήριξη καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το ΣΥΑ που αναπτύχθηκε είναι ένα εργαλείο που βοηθάει τον αποφασίζοντα σε καταστάσεις όπου επιθυμεί να αξιολογήσει και κατατάξει (προβληματική α') διάφορες δράσεις (εναλλακτικές, προσφορές, στρατηγικές έργα, κλπ) οι οποίες ορίζονται από διάφορα κριτήρια. Η απόδοση αυτών των δράσεων σε κάθε ένα από τα κριτήρια μπορεί να είναι γνωστή με ένα βαθμό αβεβαιότητας με βάση τη λογική ότι αυτά χαρακτηρίζονται από μια πιθανοτική κατανομή σε κάθε εκτιμώμενο τμήμα του κριτηρίου. Γενικά, το ΣΥΑ δίνει τη δυνατότητα για κατάταξη όλων των δράσεων η οποία καθορίζεται από μια συνάρτηση χρησιμότητας που δημιουργείται για να προβάλλει το σύστημα προτιμήσεων του αποφασίζοντα.

Η γλώσσα που επιλέχθηκε για τον προγραμματισμό είναι η Visual C#, και χρησιμοποιήθηκε το περιβάλλον ανάπτυξης Visual Studio .NET 2012 της Microsoft. Η επιλογή της C# δεν είναι τυχαία αλλά θεωρήθηκε ως η πιο κατάλληλη γλώσσα για την ικανοποίηση των απαιτήσεών μας. Χρειάζονταν μία γλώσσα προγραμματισμού που θα χειριζόταν με ταχύτητα σημαντικό αριθμό μαθηματικών πράξεων, χωρίς να χρειάζεται η ανάπτυξη μεγάλης έκτασης κώδικα. Η C# είναι μία δομημένη γλώσσα, η οποία επιτρέπει σε μεγάλα προγράμματα να συντίθενται από μικρότερα, ευκολονόητα τμήματα κώδικα. Έχει πολλά των χαρακτηριστικών μιας γλώσσας υψηλού επιπέδου, αλλά μπορεί επίσης να χειριστεί τις ίδιες προγραμματιστικές λεπτομέρειες, σα συμβολική γλώσσα. Επίσης, η C# κάλυψε απόλυτα τις ανάγκες μας στον τομέα των γραφικών που απαιτεί μια GUI εφαρμογή.

Για την επίλυση των γραμμικών προγραμμάτων που προκύπτουν από την εφαρμογή των μεθόδων Stochastic UTA, SMAA, UTA GMS και Extreme Ranking, δημιουργήθηκε ένας LP Solver ο οποίος παίρνει σαν είσοδο έναν πίνακα Simplex και στη συνέχεια τον επιλύει. Ο Simplex Solver που δημιουργήσαμε χρησιμοποιείται επίσης κατά τη διάρκεια της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης.

Η εφαρμογή λογισμικού που αναπτύχθηκε αποτελείται από 50 φόρμες και 9 εξωτερικές κλάσεις. Ο συνολικός αριθμός των γραμμών κώδικα που χρειάστηκαν για την ολοκλήρωση της εφαρμογής είναι περίπου 20.000.

ABSTRACT

This Decision Support System is designed to help the decision-maker in situations where he wishes to rank several actions (alternatives, proposals, strategies, projects, etc.) defined on several criteria. The performance of these actions on any criterion can be known with a certain level of uncertainty in the sense that they are characterised by a probability distribution on the variation interval of the criterion. In general terms, the DSS provides a ranking of all the actions which are assessed with a so-called 'utility' function built to represent the decision-maker's system of preferences.

This DSS is programmed with Visual C# on the Microsoft Visual Studio .NET 2012. We decide to program the application with the Visual C# because this language is the most applicable to satisfy all of our requests. We needed a programming language that could do fast a large number of mathematical operations, with less lines of code. C# is a structured language, which allows to spit big programs to small classes of code. It has a lot of the characteristics of a high level language, but can also use the same programming details, like a symbolic language. Also, C# accomplished all of our requests of the part of graphics that needs a GUI application.

To solve linear programs resulting from the application of methods Stochastic UTA, SMAA, UTA GMS and Extreme Ranking, we created a LP Solver which takes as input a Simplex table, and then solve it. The Simplex Solver we created also used during post-optimal analysis.

The application has 50 forms and 9 external classes. To total number of the lines of code for the whole application is about 20.000.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ένα από τα βασικά εργαλεία για την άσκηση της επιχειρηματικής δραστηριότητας είναι η λήψη έγκαιρων και, όσο το δυνατόν, ρεαλιστικών αποφάσεων. Σήμερα επικρατεί η άποψη ότι η λήψη αποφάσεων είναι κατάσταση συνώνυμη του μάνατζμεντ. Όμως γενικότερα αυτό το πρόβλημα απασχολεί κάθε άνθρωπο σε κάθε φάση της ζωής του.

Σε γενικές γραμμές η λήψη των αποφάσεων μπορεί να βασίζεται σε παράγοντες, λιγότερο ή περισσότερο υποκειμενικούς, λιγότερο ή περισσότερο «αντικειμενικούς», όπως: ένστικτο, διαίσθηση ή έμπνευση, εκτιμήσεις και προβλέψεις, αναδρομή σε ιστορικού χαρακτήρα πληροφορίες, δειγματοληψίες, επεξεργασία πληροφοριών του παρόντος, απόψεις και γνώμες. Σε κάθε περίπτωση όμως, ο υποκειμενισμός υφίσταται, παίζει το σπουδαιότερο ρόλο και έχει τον τελευταίο λόγο.

Σε πολλές περιπτώσεις πραγματικών προβλημάτων ο αποφασίζων θα βρεθεί αντιμέτωπος με ένα σύνολο από υψηλού ρίσκου προβλήματα. Στα προβλήματα αυτά η απόφασή του θα πρέπει να εκτιμηθεί πάνω σε διάφορα κριτήρια, τα οποία μπορεί να είναι είτε ποσοτικά (χρηματικά ή όχι) είτε ποιοτικά. Κάθε ένα από αυτά τα κριτήρια μπορεί να έχει μια συγκεκριμένη κλίμακα μέτρησης. Όταν ο αποφασίζων έχει κατανοήσει καλά το πρόβλημα το οποίο αντιμετωπίζει μπορεί να υποτεθεί ότι είναι σε θέση να κάνει την κατάταξη των δράσεων αυτών.

Σε ένα τέτοιο περιβάλλον απόφασης, η αβεβαιότητα μπορεί να εμφανιστεί με διάφορους τρόπους στο πρόβλημα. Δυο τύποι αβεβαιότητας μπορεί πραγματικά να ξεχωρίσουν. Από τη μια, η αβεβαιότητα στην αντίληψη του αποφασίζοντος, η οποία αντικατοπτρίζει την διστακτικότητα που ο αποφασίζων μπορεί να έχει όταν εκφράζει προτιμήσεις. Από την άλλη, η αβεβαιότητα στην εκτίμηση της επίδρασης που πρέπει να έχει ένα κριτήριο στην τελική απόφαση. Στην περίπτωση της αβεβαιότητας ένας αναλυτής μπορεί να βοηθήσει τον αποφασίζοντα να εξωτερικεύσει ευκολότερα την άποψή του. Με την παρουσία κάποιων παραγόντων όπως οι δυσκολίες στην στατιστική εκτίμηση ή στην μοντελοποίηση σύνθετων συστημάτων, ή ακόμα απλή άγνοια για το μέλλον, τα αποτελέσματα του μοντέλου δεν μπορούν να είναι 100% σίγουρα. Με άλλα λόγια, μπορεί να υπάρχει κάποια αβεβαιότητα για τις τιμές τους. Αυτή η αβεβαιότητα καλείται “ρίσκο” και όταν αυτή παρουσιάζεται από κατανομές πιθανότητας, μπορεί να εξειδικευτεί σε κάθε κριτήριο.

Σε τέτοια προβλήματα λήψης αποφάσεων, η πολυκριτήρια αναλυτική-συνθετική προσέγγιση καλείται να βοηθήσει τον αποφασίζοντα. Η προσέγγιση αυτή χρησιμοποιείται για την εκτίμηση προσθετικών συναρτήσεων χρησιμότητας, δεδομένων των εκφρασμένων προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Στα πλαίσια αυτής της φιλοσοφίας έχουν αναπτυχθεί μοντέλα ανάλυσης της συμπεριφοράς του αποφασίζοντα. Η μέθοδος UTA, των Jacquet-Lagrèze and Siskos (1982), μαζί με τις παραλλαγές της, ανήκει στην ευρύτερη κατηγορία των «Αναλυτικών-Συνθετικών Μοντέλων Προτίμησης» και έχει χρησιμοποιηθεί με επιτυχία σε μεγάλο αριθμό πραγματικών προβλημάτων.

Μία από τις σημαντικότερες παραλλαγές της μεθόδου UTA είναι η Stochastic UTA (Siskos, 1983). Η μέθοδος αυτή προκειμένου να εκτιμήσει την προσθετική συνάρτηση που θα περιγράφει τη σκέψη ενός συγκεκριμένου αποφασίζοντα, χρειάζεται να λάβει από τον αποφασίζοντα μία κατάταξη ενός συνόλου εναλλακτικών δράσεων αναφοράς. Επίσης, χρειάζεται να καθοριστούν από τον αναλυτή τα κριτήρια εκείνα που χαρακτηρίζουν τις προς εξέταση δράσεις. Τέλος, ζητείται από τον αποφασίζοντα να δώσει την πολυκριτήρια αξιολόγηση των εναλλακτικών αυτών, αν και σε ορισμένες περιπτώσεις υπάρχει η δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν αντικειμενικές πολυκριτήριες αξιολογήσεις που δε προέρχονται από τον αποφασίζοντα.

Στη μέθοδο αυτή, η απόδοση αυτών των δράσεων σε κάθε ένα από τα κριτήρια μπορεί να είναι γνωστή με ένα βαθμό αβεβαιότητας, με βάση τη λογική ότι αυτά χαρακτηρίζονται από μια πιθανοτική κατανομή σε κάθε εκτιμώμενο τμήμα του κριτηρίου.

Η Stochastic UTA μπορεί να εφαρμοστεί σε πολλά προβλήματα λήψης αποφάσεων υπό αβεβαιότητα. Τα προβλήματα αυτά μπορεί να είναι είτε πολυκριτήρια είτε μονοκριτήρια. Παραδείγματα μονοκριτήριων προβλημάτων είναι το πολύ δημοφιλές τηλεοπτικό παιχνίδι Deal, η επιλογή πονταρίσματος σε ένα αγώνα ιπποδρομίας, η διάνοιξη μιας γεώτρησης στη θάλασσα για άντληση πετρελαίου, κλπ. Στα προβλήματα αυτά μόνο κριτήριο είναι το κέρδος. Πολυκριτήρια παραδείγματα προβλημάτων λήψης απόφασης, είναι η αγορά ενός αυτοκινήτου, με κριτήρια για παράδειγμα το κόστος, τις επιδόσεις, την ασφάλεια, κλπ, η πρόσληψη ενός νέου υπαλλήλου σε μια εταιρεία, με κριτήρια την ευφυΐα, την εργατικότητα, τις σπουδές, κλπ.

Όμως, παρόλο που προβλήματα λήψης αποφάσεων υπό αβεβαιότητα μας απασχολούν πολύ συχνά, δεν έχουν αναπτυχθεί σε μεγάλο βαθμό, συστήματα πληροφορικής υποστήριξης των αποφάσεων αυτών. Το σύστημα MUSTARD (Beuthe & Scannella, 1999) είναι ένα σύστημα τέτοιου τύπου.

Το πακέτο λογισμικού MUSTARD ενσωματώνει αρκετά μοντέλα και τεχνικές, οι οποίες σκοπεύουν στην επίλυση προβλημάτων υψηλού ρίσκου. Το MUSTARD είναι ένα καλοφτιαγμένο και φιλικό πακέτο λογισμικού. Η αξία του είναι να υλοποιεί μεθοδολογίες αποβλέποντας στην απλοποίηση των ενεργειών του αποφασίζοντα στην αποτίμηση του ρίσκου που εμπεριέχεται στις δράσεις. Η μείωση του αριθμού των παραμέτρων που πρέπει να εκτιμηθούν είναι ένα συγκριτικό πλεονέκτημα, αλλά δεν εξαιρεί τον αποφασίζοντα από κάποια σκληρή πνευματική διεργασία σχετικά με τις προτιμήσεις και προθυμίες για να αποδεχτεί το ρίσκο.

Στην παρούσα εργασία δημιουργήσαμε ένα σύστημα υποστήριξης αποφάσεων υπό αβεβαιότητα που χρησιμοποιεί και τη μέθοδο Stochastic UTA. Για να μοντελοποιηθεί ένα πρόβλημα απόφασης σε αυτό το σύστημα, ο αποφασίζων ή ο αναλυτής θα πρέπει να ακολουθήσει τα τέσσερα διακριτά και διαδοχικά βήματα που απαιτούνται από αυτό. Σε όλα τα βήματα μοντελοποίησης του προβλήματος, υπάρχει η δυνατότητα επιστροφής σε προηγούμενο βήμα για επεξεργασία των παραμέτρων. Στο σύστημα υπάρχουν ενσωματωμένες πέντε κατανομές πιθανοτήτων (direct value, discrete distribution, triangular distribution, uniform distribution και random distribution) οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να οριστούν οι αξιολογήσεις των δράσεων πάνω στα κριτήρια. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα αποθήκευσης και φόρτωσης σε αρχεία προβλημάτων απόφασης καθώς και συνόλων κριτηρίων. Οι κατανομές πιθανοτήτων των αξιολογήσεων των δράσεων στα κριτήρια μπορούν να παρασταθούν γραφικά. Γραφικά προβάλλονται ακόμα και οι συναρτήσεις χρησιμότητας των κριτηρίων που προκύπτουν μετά την επίλυση του προβλήματος. Όλη η διαδικασία επίλυσης του προβλήματος προβάλλεται σε παράθυρα διαλόγου για να μπορεί ο χρήστης να έχει μια γενική εικόνα του τρόπου λύσης του. Επίσης, μπορούν να προβληθούν τα γραμμικά προβλήματα που επιλύονται από το σύστημα. Τέλος, υπάρχει η δυνατότητα αποθήκευσης των αποτελεσμάτων σε αρχείο EXCEL για κάθε άλλη χρήση.

Το σύστημα που αναπτύξαμε, χρησιμοποιεί για την επίλυση των γραμμικών που προκύπτουν από την εφαρμογή των μεθόδων Stochastic UTA, SMAA, UTA GMS και Extreme Ranking, έναν LP Solver που δημιουργήσαμε και ο οποίος παίρνει σαν είσοδο έναν πίνακα Simplex και στη συνέχεια τον επιλύει. Ο Simplex Solver που δημιουργήσαμε χρησιμοποιείται επίσης κατά τη διάρκεια της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1º : ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

1.1 Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων

Ένα Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων είναι ένα ηλεκτρονικό σύστημα πληροφοριών που υποστηρίζει τις επιχειρήσεις ή τους οργανισμούς σε δραστηριότητες λήψης αποφάσεων. Τα DSS εξυπηρετούν τα επίπεδα της διαχείρισης, της λειτουργίας και του προγραμματισμού ενός οργανισμού (συνήθως στα μεσαία και ανώτερα διευθυντικά στελέχη) και βοηθήσουν να παίρνονται αποφάσεις οι οποίες μπορεί να είναι ταχέως μεταβαλλόμενες και δεν είναι εύκολο να καθοριστούν εκ των προτέρων (μη δομημένα και ημι-δομημένα προβλήματα απόφασης). Τα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων μπορεί να είναι είτε πλήρως μηχανογραφημένα, είτε ανθρώπινα ή ένας συνδυασμός και των δύο.

Τα ΣΥΑ εμφανίστηκαν στα τέλη του ’60, με την ανάπτυξη μιας νέας κατηγορίας Πληροφοριακών Συστημάτων των προσανατολισμένων στα μοντέλα ΣΥΑ (model-driven DSS) ή των Συστημάτων Αποφάσεων Διοίκησης (Management Decision Systems). Ακολούθησε η θεωρητική ανάπτυξη τη δεκαετία του ’70 και η ενσωμάτωση συστημάτων οικονομικού προγραμματισμού – λογιστικών φύλλων (spreadsheet DSS) και Συστημάτων Υποστήριξης της λήψης Ομαδικών Αποφάσεων (Group DSS), τα Διοικητικά Πληροφοριακά Συστήματα (Executive Information Systems),τα Συστήματα OLAP και Επιχειρηματικής Ευφυίας (Business Intelligence) εμφανίστηκαν στις αρχές του ‘’90. Τελευταία, στα μέσα του ’90 άρχισαν να εμφανίζονται τα Βασιζόμενα στη Γνώση ΣΥΑ (Knowledge-based DSS) και τα βασιζόμενα στο web ΣΥΑ (web-based DSS).

Ο όρος Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων, εμφανίζεται στη διεθνή βιβλιογραφία στα τέλη του ’70 και εκφράζει μια νέα αντίληψη του ρόλου των ηλεκτρονικών υπολογιστών στις διαδικασίες λήψης αποφάσεων. Στην αγγλική βιβλιογραφία αναφέρονται ως Decision Support Systems (DSS), ενώ στη γαλλική ως Systemes Interactifs d’Aide a la Decision (SIAD).

1.2 Ταξινόμηση Σ.Υ.Α.

Ο Ν. Ματσατσίνης στο βιβλίο του Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων αναφέρει ότι υπάρχουν πολλές προσεγγίσεις των διαφόρων παραμέτρων των ΣΥΑ. Αυτό έχει ως συνέπεια την ύπαρξη πολλών διαφορετικών κατηγοριών ΣΥΑ. Στη συνέχεια γίνεται παράθεση των διαφόρων ταξινομήσεων οι οποίες έχουν προταθεί από διάφορους ερευνητές επί τη βάση διαφορετικών προσεγγίσεων.

Ο Alter (1977, 1980), συμπεραίνει ότι τα ΣΥΑ μπορούν να κατηγοριοποιηθούν με όρους των λειτουργιών που αυτά μπορούν να υλοποιήσουν, ανεξαρτήτως του είδους του προβλήματος, της περιοχής λειτουργίας ή της απόφασης. Οι λεπτομέρειες αυτές εκτείνονται από τα πλήρως προσανατολισμένα στα δεδομένα ΣΥΑ έως τα πλήρως προσανατολισμένα στα μοντέλα. Σύμφωνα με αυτά, προτείνει τις ακόλουθες επτά διαφορετικές κατηγορίες ΣΥΑ:

- **Συστήματα Αρχείων** (File drawer systems) τα οποία παρέχουν πρόσβαση σε δεδομένα.

- **Συστήματα Ανάλυσης Δεδομένων** (Data analysis systems) τα οποία υποστηρίζουν το χειρισμό δεδομένων από υπολογιστικά εργαλεία τα οποία έχουν κατασκευαστεί για μια συγκεκριμένη εργασία ή από περισσότερα ‘γενικά’ εργαλεία και μαθηματικές συναρτήσεις.

- **Πληροφοριακά Συστήματα Ανάλυσης** (Analysis information systems), τα οποία παρέχουν προσπέλαση σε μια σειρά προσανατολισμένων στην απόφαση βάσεων δεδομένων και μικρών μοντέλων.

- **Λογιστικά και Οικονομικά Μοντέλα** (Accounting and financial models) τα οποία υπολογίζουν τις συνέπειες των πιθανών ενεργειών.

- **Μοντέλα Αναπαράστασης** (Representation models), τα οποία υπολογίζουν τις συνέπειες των ενεργειών βάσει των μοντέλων προσομοίωσης.

- **Μοντέλα Βελτιστοποίησης** (Optimization models), τα οποία παρέχουν οδηγίες για δράση, δημιουργώντας μια βέλτιστη λύση συνεπή με μια σειρά από περιορισμούς.

- **Μοντέλα Προτάσεων** (Suggestion models), τα οποία εκτελούν τη λογική επεξεργασία η οποία οδηγεί σε μια συγκεκριμένη πρόταση απόφασης για μια σαφώς δομημένης ή μια πλήρως κατανοητής εργασίας.

Μια άλλη ταξινόμηση, σε επίπεδο χρήστη, προτάθηκε από τον Hattenschwiler (1999), ο οποίος διαχωρίζει τα ΣΥΑ σε:

- **Παθητικά** (passive), τα οποία είναι συστήματα που υποβοηθούν τη διαδικασία λήψης αποφάσεων αλλά δεν μπορούν να δώσουν σαφείς προτάσεις για αποφάσεις ή για λύσεις.

- **Ενεργά** (active), είναι τα συστήματα τα οποία μπορούν να δίνουν τέτοιες σαφείς προτάσεις για αποφάσεις ή για λύσεις.

- **Συνεργατικά** (cooperative), είναι εκείνα τα συστήματα τα οποία δίνουν τη δυνατότητα στον αποφασίζοντα (ή στον αναλυτή) να τροποποιεί, συμπληρώνει ή βελτιώνει τις προτάσεις απόφασης (εναλλακτικές λύσεις) που του δίνει το σύστημα. Το σύστημα έχει τη δυνατότητα να βελτιώσει, συμπληρώσει και τελειοποιήσει τις προτάσεις του αποφασίζοντα πριν του τις επιστρέψει για επικύρωση. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να προκύψει μια αποδεκτή από τον/τους αποφασίζοντα/ντες λύση.

Σε εννοιολογικό επίπεδο (conceptual level), ο Power (2002) διαχωρίζει τα ΣΥΑ σε:

- Τα **καθοδηγούμενα από τα μοντέλα ΣΥΑ** (communication-driven DSS), είναι αυτά που δίνουν έμφαση στην προσπέλαση και στο χειρισμό στατιστικών και οικονομικών μοντέλων αλλά και μοντέλων βελτιστοποίησης, προσομοίωσης κα. Τα συστήματα αυτά χρησιμοποιούν δεδομένων και παραμέτρους που τους δίνουν οι χρήστες τους για να υποβοηθήσουν τον αποφασίζοντα να αναλύσει μια κατάσταση αλλά δεν αποδίδουν απαραίτητα έμφαση στα δεδομένα (πχ. το σύστημα Dicodess είναι ένα παράδειγμα ανοικτού λογισμικού καθοδηγούμενου από τα μοντέλα ΣΥΑ – http://dicodess.sourceforge.net/).

- Τα **καθοδηγούμενα από την επικοινωνία ΣΥΑ** (communication-driven DSS) υποστηρίζουν περισσότερους του ενός αποφασίζοντες οι οποίοι εργάζονται για την επίλυση ενός κοινού προβλήματος (πχ. το NetMeeting της Microsoft ή το Groove(Stanhope, 2002)).

- Τα **καθοδηγούμενα από τα δεδομένα ΣΥΑ** (data-driven DSS), αποδίδουν έμφαση στην προσπέλαση και τον χειρισμό σειρών δεδομένων είτε από εσωτερικές είτε από εξωτερικές της επιχείρησης πηγές.

- Τα **καθοδηγούμενα από τα κείμενα ΣΥΑ** (document-driven DSS), διαχειρίζονται αδόμητη πληροφορία σε διάφορες ηλεκτρονικές μορφές.

- Τα **καθοδηγούμενα από τη γνώση ΣΥΑ** (knowledge-driven DSS), παρέχουν εξειδικευμένη γνώση σε θέματα επίλυσης προβλημάτων η οποία αποθηκεύεται ως γεγονότα, κανόνες, πλαίσια ή άλλες μορφές αναπαράστασης της γνώσης.

Σε επίπεδο συστήματος ο Power (1997) διαχωρίζει τα ΣΥΑ σε:

- **Επιχειρησιακά ΣΥΑ** (Enterprise-wide DSS), είναι αυτά τα οποία συνδέονται με μεγάλες αποθήκες δεδομένων και εξυπηρετούν πολλούς αποφασίζοντες σε επίπεδο μια επιχείρησης.

- **ΣΥΑ Γραφείου** (Desktop DSS), είναι συστήματα εγκατεστημένα σε έναν υπολογιστή και αφορούν έναν απλό χρήστη-αποφασίζοντα.

Οι Holsapple and Whinston (1996), αναγνωρίζουν πέντε διαφορετικούς τύπους ΣΥΑ:

- **Προσανατολισμένα στο κείμενο ΣΥΑ** (text-oriented DSS), τα οποία υποστηρίζουν τους αποφασίζοντες κρατώντας ηλεκτρονική καταγραφή της αναπαριστώμενης μέσω κειμένων γνώσης η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην υποστήριξη και λήψη αποφάσεων. Τα συστήματα αυτά υποστηρίζουν τη δημιουργία, διόρθωση, παρουσίαση, αναζήτηση κειμένων και τη διασύνδεση με υπερκείμενα (hypertext links).

- **Προσανατολισμένα στις βάσεις δεδομένων ΣΥΑ** (database-oriented DSS).

- **Προσανατολισμένα στα λογιστικά φύλλα ΣΥΑ** (spreadsheet-oriented DSS).

- **Προσανατολισμένα στους επιλυτές ΣΥΑ** (solver-oriented DSS), και

- **Προσανατολισμένα στους κανόνες ΣΥΑ** (rule-oriented DSS).

Οι τέσσερις τελευταίοι τύποι ΣΥΑ ταιριάζουν πολύ καλά με τις προταθείσες από τον Alter κατηγορίες ΣΥΑ και οι οποίες παρουσιάσθηκαν στην αρχή.

Οι Donovan and Mendnick (1997), ταξινομούν τα ΣΥΑ σε δυο κατηγορίες:

- Τα **συμβατικά ΣΥΑ** (Institutional DSS), τα οποία υποστηρίζουν επαναλαμβανόμενες αποφάσεις. Τα συστήματα αυτά συνήθως είναι ενσωματωμένα στις διαδικασίες λήψης επιχειρησιακών αποφάσεων.

- Τα **εξειδικευμένα ΣΥΑ** (Ad hoc DSS), τα οποία υποστηρίζουν απαντήσεις σε συγκεκριμένα αιτήματα. Τα συστήματα αυτά υποστηρίζουν την επίλυση προβλημάτων τα οποία δεν εμφανίζονται συχνά και δεν είναι πολύ πιθανό να εμφανιστούν ξανά στο μέλλον.

Οι Hackathorn and Keen (1981), βασιζόμενοι στις διαφορές των χρηστών των ΣΥΑ, τα διαχωρίζουν σε:

- **Προσωπικά ΣΥΑ** (Personal DSS).
- **Ομαδικά ΣΥΑ** (Group DSS), και
- **Επιχειρηματικά ΣΥΑ** (Organizational DSS).

1.3 Χαρακτηριστικά των ΣΥΑ

Τα χαρακτηριστικά των ΣΥΑ, είναι και τα κύρια σημεία διαφοροποίησής των από τα άλλα συστήματα, όπως για παράδειγμα τα Πληροφοριακά Συστήματα Διοίκησης (M.I.S.). Λόγω των διαφορετικών απόψεων που επικρατούν, όσον αφορά του τι ακριβώς είναι ένα Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων (DSS), πολλές φορές είναι προτιμότερο να αναφέρουμε τα χαρακτηριστικά και τις δυνατότητες ενός τέτοιου συστήματος, παρά να υιοθετούμε κάποιον από τους ορισμούς αυτούς, ή να τα παραθέτουμε και αυτά παράλληλα με τον ορισμό.

Οι Sprague και Carlson (1982) αναφέρουν ότι τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά ενός αποτελεσματικού ΣΥΑ είναι οι δυνατότητες που έχουν για να:

- Υποστηρίζουν τις διαδικασίες λήψης ημιδομημένων ή/και αδόμητων αποφάσεων.
- Υποστηρίζουν και τις τέσσερις φάσεις λήψης αποφάσεων (νοητική, σχεδίασης, επιλογής και ολοκλήρωσης).
- Η χρήση τους βοηθά στην αύξηση της αποτελεσματικότητας και όχι της αποδοτικότητας.
- Συνδυάζου τη συνεργασία μοντέλων, βάσεων δεδομένων και τεχνικών παρουσίασης των αποτελεσμάτων.
- Δίνουν έμφαση στην ευκολία χρήσης, την ευελιξία και την προσαρμοστικότητά τους.
- Αλληλεπιδρούν με άλλα πληροφοριακά συστήματα που ήδη λειτουργούν.
- Κατασκευάζονται για να παρέχουν υποστήριξη σε όλα τα επίπεδα διοίκησης βοηθώντας και όχι υποκαθιστώντας τον αποφασίζοντα ο οποίος διατηρεί τον πλήρη έλεγχο του συστήματος καθόλη τη διάρκεια λήψης μιας απόφασης.
- Η υποστήριξη παρέχεται είτε σε ομάδες ατόμων (Group Decision Support Systems), είτε σε ξεχωριστά άτομα (DSS).
- Η αλληλεπίδραση χρήστη - ΣΥΑ οδηγεί στη βελτίωση των αποφάσεων και στη δημιουργία νέων απαιτήσεων του αποφασίζοντα από αυτό, γεγονός που οδηγεί στη βελτίωση του συστήματος. Η διαδικασία ανάπτυξης και βελτίωσης ενός DSS επαναλαμβάνεται συνεχώς ανάλογα με τη χρήση του.

Προσοχή θα πρέπει να δοθεί στη σαφή διάκριση μεταξύ των όρων αποδοτικότητα (efficiency) και αποτελεσματικότητα (effectiveness). Με τα Πληροφοριακά Συστήματα Διοίκησης (MIS) γίνεται προσπάθεια αύξησης της αποδοτικότητας ενώ με τα Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων (DSS) αυξάνεται η αποτελεσματικότητα των διαδικασιών λήψης αποφάσεων. Τα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων δεν αντικαθιστούν τα πληροφοριακά συστήματα διοίκησης αλλά τα συμπληρώνουν έχοντας ως αντικειμενικό τους σκοπό την υποβοήθηση των αποφασιζόντων ώστε να βελτιώσουν την αποτελεσματικότητά τους.

Οι Keen και Scott-Morton (1978), θεωρούν ότι οι επιδιώξεις ενός ΣΥΑ, είναι να:

- Βοηθά τους αποφασίζοντες στις ημι-δομημένες εργασίες τους, παρέχοντάς τους αλληλεπιδραστική προσπέλαση σε βάσεις δεδομένων και βάσεις μοντέλων μέσω ενός κατάλληλου συστήματος επικοινωνίας.

- Υποστηρίζει και δεν αντικαθιστά την ανθρώπινη κρίση. Οι αλληλεπιδραστικές ικανότητες και το κατάλληλο σύστημα επικοινωνίας του ΣΥΑ επιτρέπει στους αποφασίζοντες να ασκούν μεγαλύτερο έλεγχο σε όλη την εφαρμογή.

- Βελτιώνει την αποτελεσματικότητα της λήψης αποφάσεων παρά την αποδοτικότητα. Διευρύνει το πεδίο και την ικανότητα λήψης αποφάσεων των αποφασιζόντων, μέσω της ταχείας ανάλυσης προβλημάτων απόφασης, η οποία επιτυγχάνεται με τη βοήθεια φιλικών προς τον χρήστη συστημάτων επικοινωνίας.

Σύμφωνα με τους Holsapple and Whinston (1996), τα χαρακτηριστικά που θα πρέπει να διαθέτει ένα ΣΥΑ είναι:

- Ένα ΣΥΑ περιλαμβάνει γνώση που αναφέρεται σε μερικές απόψεις του αποφασίζοντα για τον κόσμο του. Αυτές αφορούν το πώς θα ολοκληρώσει διάφορες εργασίες, τι συμπεράσματα είναι αποδεκτά σε διάφορες περιπτώσεις.

- Έχει την ικανότητα να αποκτά και να συντηρεί διάφορα είδη γνώσης εκτός της περιγραφικής.

- Έχει την ικανότητα να αναπαριστά τη γνώση σε μια ad hoc βάση με διάφορους προσαρμόσιμους στις απαιτήσεις τρόπους εκτός από κλασικές αναφορές.

- Το ΣΥΑ έχει την ικανότητα να επιλέγει υποσύνολα της αποθηκευμένης γνώσης και να δημιουργεί νέα γνώση από την υφιστάμενη για να την χρησιμοποιεί κατά τη διαδικασία αναγνώρισης ‘η/και επίλυσης ενός προβλήματος.

- Έχει τη δυνατότητα να αλληλεπιδρά με τον κατά περίπτωση αποφασίζοντα με τέτοιο τρόπο ώστε ο χρήστης να έχει τη δυνατότητα επιλογής και διαχείρισης της γνώσης.

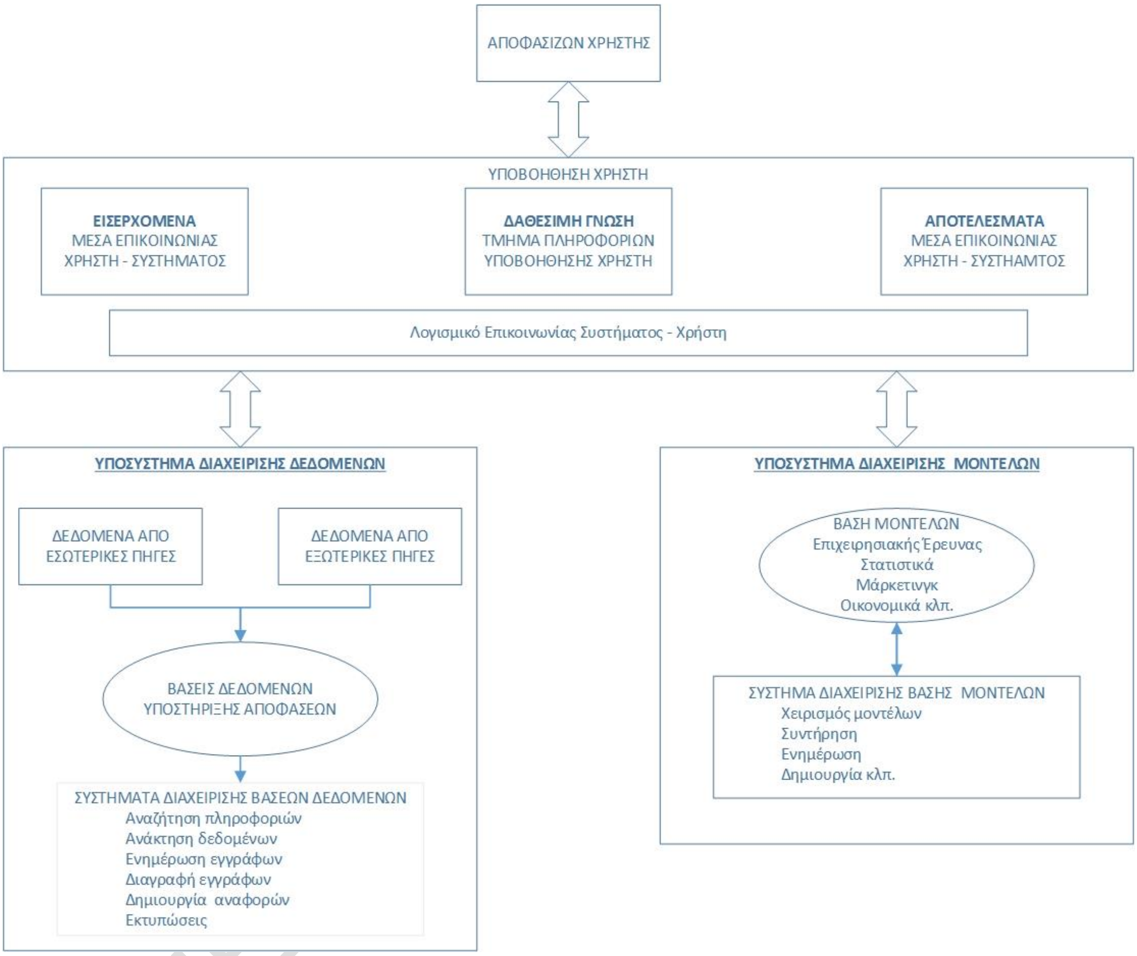
1.4 Δομή ΣΥΑ

Ένα Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων, ευρισκόμενο σε λειτουργία, αποτελείται από τα ακόλουθα υποσυστήματα:

- Αποφασίζοντα – χρήστη.

- Επικοινωνίας χρήστη – συστήματος.
- Διαχείρισης δεδομένων.
- Διαχείρισης μοντέλων.

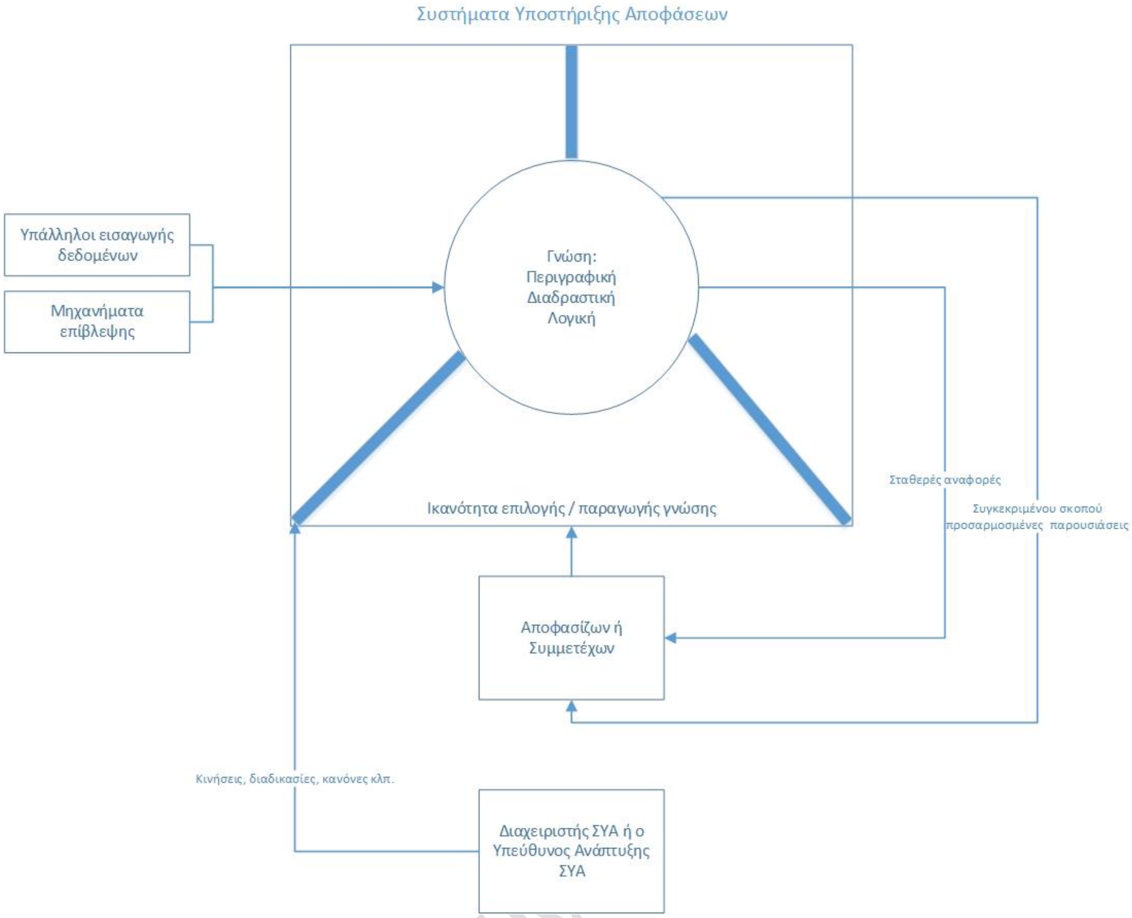
Παρατηρούμε ότι ο αποφασίζων θεωρείται τμήμα της όλης λειτουργίας του συστήματος.



Εικόνα 1-1: Συστατικά Συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων (Ματσατσίνης 2010)

Οι Turban et al. (1996), θεωρούν ότι υπάρχει άλλο ένα υποσύστημα το υποσύστημα διαχείρισης γνώσης. Το υποσύστημα αυτό μπορεί να υποστηρίζει τα άλλα υποσυστήματα ή να δρα ανεξάρτητα παρέχοντας γνώση για την επίλυση επιμέρους προβλημάτων. Τα συστήματα που διαθέτουν αυτές τις δυνατότητες τα κατατάσσουμε στη κατηγορία των ευφυών ΣΥΑ.

Οι Holsapple and Whinston (1996), προσεγγίζουν τα ΣΥΑ με διαφορετική από την κλασική οπτική αποδίδοντας ιδιαίτερη σημασία στη γνώση:



Εικόνα 1-2: Τυπικό ΣΥΑ (Holsapple and Whinston, 1996)

1.5 Κλινικά Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων

Τα κλινικά σύστημα υποστήριξης αποφάσεων (CDSS) είναι διαδραστικά σύστημα υποστήριξης αποφάσεων (DSS) τα οποία έχουν σχεδιαστεί για να βοηθούν τους γιατρούς και άλλους επαγγελματίες υγείας στη λήψη αποφάσεων, όπως είναι η διάγνωση του ασθενούς. Ένας ορισμός που έχει προταθεί από τον Robert Hayward λέει ότι τα συστήματα υποστήριξης κλινικών αποφάσεων συνδέουν παρατηρήσεις για την υγεία με τη γνώση για την υγεία με σκοπό να βοηθήσουν τους κλινικούς γιατρούς στη βελτίωση της υγειονομικής περίθαλψης. Ο ορισμός αυτός έχει το πλεονέκτημα ότι απλοποιεί τα CDSS σε μια λειτουργική έννοια. Πρόκειται για ένα σημαντικό θέμα τεχνητής νοημοσύνης στην ιατρική.

1.5.1 Ρόλος και Χαρακτηριστικά

Ένα κλινικό σύστημα υποστήριξης αποφάσεων έχει επινοηθεί ως «ενεργών σύστημα γνώσης, το οποίο χρησιμοποιεί δύο ή περισσότερα στοιχεία των ασθενών για να δημιουργήσει συγκεκριμένες συμβουλές». Αυτό σημαίνει ότι ένα CDSS είναι απλά ένα DSS επικεντρώνεται στην χρήση της διαχείρισης γνώσης κατά τέτοιο τρόπο ώστε να επιτευχθούν κλινικές συμβουλές για την φροντίδα των ασθενών με βάση κάποιο αριθμό δεδομένων του ασθενούς.

Ο κύριος σκοπός των σύγχρονων CDSS είναι να βοηθήσουν τους κλινικούς ιατρούς σε θέματα φροντίδας. Αυτό σημαίνει ότι ένας γιατρός θα αλληλεπιδρά με ένα CDSS για να τον βοηθήσει να προσδιορίσει τη διάγνωση, την ανάλυση, κλπ. του ασθενούς. Προηγούμενες θεωρίες του CDSS ήταν να χρησιμοποιούνται αυτά για να παίρνουν κυριολεκτικά αποφάσεις για τον κλινικό ιατρό. Ο κλινικός ιατρός θα εισέρεε τις πληροφορίες και θα περίμενε από το CDSS να εξάγει τη διάγνωση και ο γιατρός απλά θα ενεργούσε κατά αυτό τον τρόπο. Η νέα μεθοδολογία της χρήσης CDSS είναι για να βοηθήσει τις δυνάμεις του ο γιατρός με το αλληλεπιδρών CDSS αξιοποιώντας τόσο τη γνώση του κλινικού γιατρού όσο και το CDSS για να κάνουν μια καλύτερη ανάλυση των δεδομένων των. Συνήθως τα CDSS εξάγουν προτάσεις ή ένα σύνολο προτάσεων για το γιατρό και ο γιατρός αξιοποιεί τις χρήσιμες πληροφορίες και αφαιρεί τις λανθασμένες.

Υπάρχουν δύο κύριοι τύποι της CDSS:

- αυτά που βασίζονται στη γνώση
- αυτά που δε βασίζονται στη γνώση

Ένα παράδειγμα για το πώς ένα CDSS θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί από ένα κλινικό ιατρό προέρχεται από το υποπρόγραμμα του CDSS, το DDSS (Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων της Διάγνωσης). Ένα DDSS θα λάβει τα δεδομένα των ασθενών και να προτείνει ένα σύνολο κατάλληλων διαγνώσεις. Ο γιατρός παίρνει την έξοδο των DDSS και ελέγχει τα στοιχεία από τα οποία οι διαγνώσεις είναι σχετικές και αυτές οι οποίες δεν είναι.

Μια άλλη σημαντική ταξινόμηση ενός CDSS βασίζεται στη χρονική στιγμή της χρήσης του. Οι γιατροί χρησιμοποιούν αυτά τα συστήματα στο σημείο της φροντίδας για να τους βοηθήσει, καθώς έχουν να κάνουν με έναν ασθενή, με το χρόνο χρήσης τους είτε στην προ - διαγνώση, κατά τη διάρκεια της διάγνωσεις, ή μετά τη διάγνωση. Τα συστήματα προ-διάγνωσης CDSS χρησιμοποιούνται για να βοηθήσουν τον γιατρός να κάνει τις διαγνώσεις. Τα CDSS που χρησιμοποιούνται κατά τη διάρκεια της διάγνωσης βοηθούν να φιλτράρετε προκαταρκτική διαγνωστική του γιατρού με επιλογές που βελτιώνουν τα τελικά τους αποτελέσματα. Και τα συστήματα CDSS μετά τη διάγνωση χρησιμοποιούυνται για την εξόρυξη δεδομένων για τον υπολογισμό συνδέσεων μεταξύ των ασθενών και του ιατρικού ιστορικού τους και την κλινική έρευνα για την πρόβλεψη μελλοντικών γεγονότων. Έχει διατυπωθεί η άποψη ότι η υποστήριξης αποφάσεων θα αρχίσουν να αντικαθιστούν τους κλινικούς ιατρούς σε κοινές εργασίες στο μέλλον.

1.5.2 Αποτελεσματικότητα

Το 2005 μια συστηματική ανασκόπηση 100 μελετών από τον Garg et al κατέληξε στο συμπέρασμα ότι τα CDSS βελτιώνουν την απόδοση του επαγγελματία στο 64% των μελετών . Τα CDSS βελτίωσαν τα αποτελεσμάτων των ασθενών στο 13% των μελετών. Βιώσιμα χαρακτηριστικά των CDSS που συνδέονται με τη βελτίωση των επιδόσεων του επαγγελματία περιλαμβάνουν τα ακόλουθα :

- αυτόματες ηλεκτρονικές προτροπές αντί να απαιτεί ενεργοποίηση από το χρήστη του συστήματος

Ο Garg et al κατέληξε στο συμπέρασμα ότι ο αριθμός και η μεθοδολογική ποιότητα των μελετών έχουν βελτιωθεί από το 1973 έως το 2004.

Μια άλλη συστηματική ανασκόπηση (ποσοτική ανάλυση) 70 μελετών το 2005 από τον Kawamoto et al βρήκε ότι «Τα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων βελτίωσαν σημαντικά τις κλινικές πρακτικές κατά το 68% των δοκιμών.» Τα χαρακτηριστικά των CDSS που σχετίζονται με την επιτυχία περιλαμβάνουν τα εξής:

- τα CDSS έχουν ενσωματωθεί στην κλινική ροή εργασίας όχι ως ξεχωριστό log-in ή οθόνη.
- τα CDSS είναι ηλεκτρονικά αντί για πρότυπα χαρτιού.
- τα CDSS παρέχουν υποστήριξη αποφάσεων κατά το χρόνο και τον τόπο της περίθαλψης και όχι πριν ή μετά την συνάντηση με τον ασθενή.
- τα CDSS παρέχουν συστάσεις για τη φροντίδα, όχι μόνο εκτιμήσεις .

1.5.3 Μεθοδολογική βάση των CDSS

Υπάρχουν πολλές διαφορετικές μεθοδολογίες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν από ένα CDSS προκειμένου να παρέχει υποστήριξη στον επαγγελματία υγείας.

Τα βασικά συστατικά ενός CDSS περιλαμβάνουν μια δυναμική (ιατρική) βάση γνώσεων και ένα μηχανισμό συμπερασμάτων (συνήθως ένα σύνολο κανόνων που απορρέουν από τους εμπειρογνώμονες και τα αποδεικτικά στοιχεία-based medicine) και υλοποιείται μέσω ιατρικών λογικών μονάδων που βασίζονται σε μια γλώσσα όπως η Arden. Θα μπορούσε να βασίζεται σε συστήματα εμπειρογνωμόνων ή τεχνητά νευρωνικά δίκτυα ή και τα δύο (έμπειρα συστήματα).

Μεθοδολογίες στις οποίες βασίζονται τα CDSS είναι οι παρακάτω:

- Bayesian Networks
- Neural Networks
- Genetic Algorithms
- Ruled-Based Systems
- Logical Conditions
- Casual Probabilistic Networks

1.6 Συστήματα Υποστήριξης Οικονομικών Αποφάσεων

1.6.1 Χαρακτηριστικά FDSS

Η ανάπτυξη οικονομικών συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων (FDSS) απαιτεί συνήθως μια σειρά από αναγνωρίσιμα στάδια: προετοιμασία των δεδομένων - καθαρισμό, επιλογή, μετατροπή των δεδομένων σε κατάλληλα για πρόβλεψη, ανάπτυξη αλγορίθμων και ρύθμιση. Όμως, δεδομένου ότι η οικονομική πρόβλεψη είναι πολύ δύσκολη, απαιτούνται επιπλέον γνώσεις. Αυτή η εργασία είναι διττή με στόχο την παροχή δεδομένων τεχνικής ενίσχυσης, η βελτίωση της απόδοσης, συμβουλές αξιολόγησης και παγίδες για αποφυγή, καθώς και να τους εκμετάλλευση χρήσης ενός πρωτότυπου εργαλείου που μπορεί να αυτοματοποιήσει τη διαδικασία χρηματοοικονομικής υποστήριξης αποφάσεων.

1.6.2 Αλγόριθμοι Πρόβλεψης

Σε ένα τυπικό πρόβλημα ταξινόμησης η είσοδος συνδέεται με ένα σύνολο από k μη ταξινομημένων συνόλων που δηλώνει τη συμμετοχή της δράσης. Δεδομένου ότι οι τιμές στόχοι είναι μη ταξινομημένες, η μετρική απόσταση ανάμεσα στην πρόβλεψη και το σωστό αποτέλεσμα είναι η μη μετρική 0-1 συνάρτηση δεικτών. Σε μια τυπικό πρόβλημα παλινδρόμησης οι τιμές-στόχοι κυμαίνονται πάνω στους πραγματικούς αριθμούς κατά συνέπεια, η συνάρτηση απώλειας μπορεί να λάβει υπόψη την πλήρη μετρική δομή.

Ο Murthy (1998) παρέχει μια επισκόπηση των υφιστάμενων εργασιών σε δέντρα απόφασης, και μια γεύση από τη χρησιμότητά τους. Τα δέντρα απόφασης είναι δέντρα που ταξινομούν τις δράσεις ταξινομώντας αυτές με βάση τις τιμές παραμέτρου. Κάθε κόμβος σε ένα δέντρο απόφασης αντιπροσωπεύει ένα χαρακτηριστικό που πρόκειται να ταξινομηθεί, και κάθε κλάδος αντιπροσωπεύει μια αξία που ο κόμβος μπορεί να πάρει. Οι δράσεις ταξινομούνται ξεκινώντας από τον κόμβο της ρίζας και συνεχίζοντας τη διαλογή τους με βάση τις χαρακτηριστικές τους τιμές. Τα μοντέλα δέντρων είναι το αντίστοιχο των δέντρων απόφασης για περιπτώσεις παλινδρόμησης. Έχουν την ίδια δομή με τα δέντρα απόφασης, με μια διαφορά: ότι χρησιμοποιούν τη γραμμική συνάρτηση παλινδρόμησης σε κάθε κόμβο-φύλλο για να κάνει μια πρόβλεψη.

1.7 Σύστημα Υποστήριξης Αγροτικών Αποφάσεων

1.7.1 Πολυπλοκότητα και Κίνδυνοι

Η αγροτική γνώση, δηλαδή η συνδυασμένη εμπειρία για το πώς να αναπτυχθούν και να παραχθούν τρόφιμα, ίνες, καθώς και βιολογικά προϊόντα, εξασφαλίζοντας παράλληλα την καλή απόδοση της γης, είναι εξαιρετικά περίπλοκη, αποτελείται από πολλαπλούς κλάδους, ομάδες ατόμων , με πολλαπλά επίπεδα. Οι αποφάσεις των παραγωγών κυμαίνονται από τις λεπτομέρειες για το πώς ένα φυτό χρειάζεται προστασία από τα παράσιτα και τις ασθένειες, μέχρι το σχεδιασμό για εμπορικές συναλλαγές – όλα αυτά πρέπει να λαμβάνονται μερικές φορές σε λίγα λεπτά. Ανησυχίες άλλων παραγωγών περιλαμβάνουν ένα φάσμα από το ποιες ποικιλίες τροφίμων πρέπει να καλλιεργήσουν στο χωράφι τους, σε ποιο χωράφι να καλλιεργήσουν πρώτα, σε θέματα διαθεσιμότητας τροφίμων και εναλλακτικών πηγών εισοδήματος εάν η παραγωγή τροφίμων αποτύχει. Με τέτοια πολυπλοκότητα, αβεβαιότητα, και μεταβλητότητα στο χρόνο, το δεν είναι έκπληξη το γεγονός ότι η γεωργία ως μια επιχείρηση θεωρείται ιδιαίτερα επικίνδυνη. Πολλές συστάδες των σύγχρονων γεωργικών κινδύνων περιλαμβάνονται σε 5 ομάδες 1) κίνδυνος Παραγωγής , 2) κίνδυνοι στο Μάρκετινγκ/Τιμή, 3) Χρηματοοικονομικού Κινδύνου , 4) κίνδυνοι από τους νόμους για το Περιβάλλον, 5) κινδύνους για τον ανθρώπινο Δυναμικό. Από τους κινδύνους αυτούς κυριότερος είναι ο κίνδυνος για την παραγωγή.

1.7.2 Χρησιμότητα της Τεχνητής Νοημοσύνης στη Λήψη Αποφάσεων

Ο Rich (1983) ορίζει την τεχνητή νοημοσύνη (AI) ως «η μελέτη για το πώς να κάνουν οι υπολογιστές πράγματα στα οποία, προς το παρόν, οι άνθρωποι κάνουν καλύτερα. Οι επιστήμονες στον τομέα εργάζονταν για:

- Αναπαράσταση Γνώσης
- Αναζήτηση στρατηγικών
- Μέθοδοι Λογικής
- Θεωρία Παιγνίων
- Απόδειξη Θεωρημάτων
- Γενική επίλυση προβλημάτων

- Αντίληψη (οπτική, ομιλία)
- Φυσικά κατανόηση της γλώσσας
- Επίλυση προβλημάτων

1.8 Το Σύστημα ERGO

Το ERGO είναι ένα αυτόνομο, γενικού σκοπού σύστημα υποστήριξης αποφάσεων (DSS) που έχει σχεδιαστεί για να βοηθήσει τις εταιρείες στην απλοποίηση κάθε είδους σύνθετων αποφάσεων.

Χρησιμοποιώντας την ίδια ebestmatch μηχανή υποστήριξης αποφάσεων που υπάρχει στο σύστημα TEC (σύμβουλος αξιολόγησης), το DSS ERGO σπάει πολύπλοκες αποφάσεις σε απλά προβλήματα. Κάθε πρόβλημα κινείται πιο κοντά προς μια ορθολογική, αιτιολογημένη απόφασή, έτσι ώστε να μην χαθεί ο χρήστης στα δεδομένα ή να χάσει από τους στόχους του. Το ERGO καθιστά εύκολο να τεκμηριωθεί κάθε βήμα της διαδικασίας λήψης αποφάσεων, ώστε να μπορεί ο χρήστης να κρατήσει το ενδιαφέρον του επικεντρωμένο.

1.9 Το Σύστημα VANGUARD

1.9.1 Γενικά Χαρακτηριστικά

Το σύστημα Vanguard είναι μια ολοκληρωμένη επιχειρηματική λύση για τη βελτίωση της ποιότητας, την αξιοπιστία και την ταχύτητα των αποφάσεων διαχείρισης. Αυτό επιτυγχάνεται με το να βοηθείται η συνεργασία με συναδέλφους σε σημαντικά σχέδια, ανάλυση εναλλακτικών λύσεων χρησιμοποιώντας state-of-the-art τεχνικές μοντελοποίησης και προσομοίωσης, αυτοματοποίηση αποφάσεων ρουτίνας χρησιμοποιώντας τεχνολογία εμπειρογνωμόνων συστήματος και τη βελτίωση της συνολικής αποτελεσματικότητας της διαχείρισης με την προσθήκη δομής σε μια συνήθως χαοτική διαδικασία.

Η βελτίωση των επιχειρήσεων είναι όλα που σχετίζονται με την εξυπνότερη εργασία. Το Vanguard φέρνει σε επαφή τους ανθρώπους, τις αναλύσεις, και τα συστήματα που απαιτούνται για να βοηθηθεί η επιχείρηση να λειτουργεί εξυπνότερα.

1.9.2 Συνεργασία

Η γνώση που χρειάζεται η επιχείρησή σας για την αποτελεσματική λήψη αποφάσεων μοιράζεται μεταξύ των ατόμων που εργάζονται σε όλο τον οργανισμό. Το σύστημα Vanguard απαλλάσσει από την υποχρέωση να στηριχθεί στην ανάλυση ενός ενιαίου σχεδιασμού με γνώση από δεύτερο χέρι κρίσιμων λειτουργιών. Αντ 'αυτού, το Vanguard εμπλέκει άμεσα βασικά άτομα σε μια συνεργατική διαδικασία σχεδιασμού.

Οι ικανότητες συνεργασίας του Vanguard πάνε πολύ πιο πέρα από απλές στρατηγικές επικοινωνίας, όπως Web conferencing. Αντίθετα, το Vanguard βασίζεται στις αρχές της δέσμευσης της γνώσης. Τα άτομα σε όλο τον οργανισμό χρησιμοποιούν καινοτόμο μοντέλο προσέγγισης για να περιγράψουν στο σύστημα Vanguard πώς να λαμβάνουν αποφάσεις ή να εκτελούνται ειδικά καθήκοντα. Με τον τρόπο αυτό, οι χρήστες συλλαμβάνουν τη γνώση ή την τεχνογνωσία, που είναι ειδική για την επιχείρηση. Το σύστημα Vanguard μπορεί να συνδυάσει τη γνώση συλλαμβάνεται από πολλά άτομα για να δημιουργήσετε ένα Συλλογικής Νοημοσύνης σύστημα που είναι χρήσιμο για τον έλεγχο των επιχειρηματικών σχεδίων και την αυτοματοποίηση των εργασιών ρουτίνας.

1.9.3 Ανάλυση

Η ισχυρή τεχνολογία μοντελοποίησης και προσομοίωσης Vanguard επιτρέπει να δοκιμαστούν εναλλακτικές λύσεις των επιχειρήσεων σε ένα εικονικό περιβάλλον όπου τα λάθη είναι ανέξοδα. Αντί να βοηθήσει να μάθετε μόνο τι συμβαίνει, το Vanguard βοηθάει να καταλάβετε το γιατί. Τι περισσότερο, το Vanguard μπορεί να βοηθήσει στην πρόβλεψη μελλοτικών κινδύνων και ευκαιριών, έτσι ώστε να μπορείτε να ενεργήσετε.

Το Vanguard συνδυάζει όλα τα πιο ισχυρά και τα βασικά εργαλεία ποσοτικών μεθόδων στη διαχείριση με χαρακτηριστικά υπολογιστικών φύλλων, εργαλεία τεχνητής νοημοσύνης και εφαρμογές μαθηματικών για να παράγει ένα προηγμένο σύστημα μοντελοποίησης επιχειρήσεων. Συγκεκριμένες οι δυνατότητες του Vanguard περιλαμβάνουν :

- Πρόβλεψη: προβολή ιστορικών δεδομένων απόδοσης για να βοηθήσει στο σχεδιασμό.
- Προσομοίωση Monte Carlo: μοντελοποίηση αβεβαιότητας για να βοηθήσει στη διαχείριση του επιχειρηματικού κινδύνου και την προσομοίωση πολύπλοκων συστημάτων .
- Ανάλυση δένδρων απόφασης: επιλέγοντας την καλύτερη πορεία δράσης, όταν τα μελλοντικά αποτελέσματα είναι αβέβαια .
- Ανάλυση ευαισθησίας: τον προσδιορισμό των υποθέσεων οδηγούν τις αποφάσεις.
- Βελτιστοποίηση: βρίσκει την καλύτερη λύση σε πολύ σύνθετα προβλήματα που υπόκεινται σε περιορισμούς των επιχειρήσεων .
- Γενική μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων: αντιμετωπίζει λογικά σύνθετα προβλήματα και επικοινωνεί με σαφήνεια .
- Ανάλυση δεδομένων: λήψη πολύτιμων πληροφοριών από τα ιστορικά ή πειραματικά δεδομένα.

1.10 Το Σύστημα MUSTARD

Το σύστημα MUSTARD (Multicriteria Utility-based STochastic Aid for Ranking Decisions, Beuthe & Scannella, 1999) είναι ένα ΣΥΑ που επιτρέπει στον χρήστη την κατασκευή συναρτήσεων χρησιμότητας σε προβλήματα απόφασης υπό αβεβαιότητα. Τα κυριώτερα μέρη του συστήματος είναι: δόμηση του προβλήματος, ερωτηματολόγιο προτιμήσεων, βελτιστοποιημένη εκτίμηση παραμέτρων, τελικά αποτελέσματα.

1.10.1 Πρόταση και Μοντελοποίηση

Το πακέτο λογισμικού MUSTARD ενσωματώνει αρκετά μοντέλα και τεχνικές, οι οποίες σκοπεύουν στην επίλυση προβλημάτων υψηλού ρίσκου. Πρώτον, για να μειωθεί ο αριθμός των παραμέτρων που πρέπει να υπολογιστούν, χρησιμοποιούνται οι προδιαγραφές των μεθόδων εκτίμησης προσθετικών συναρτήσεων UTA (Jacquet-Lagréze & Siskos, 1982, 2001) ή χρησιμοποιείται η Quasi-UTA (Beuthe, Eeckhoudt, & Scannell, 2000), όταν οι μη γραμμικές μερικές συναρτήσεις χρησιμότητας αποτελούνται από ένα μικρό σύνολο από γραμμική τμήματα.

Η μέγιστη μείωση του αριθμού των παραμέτρων εξασφαλίζεται από τις προδιαγραφές της Quasi-UTA όπου οι συναρτήσεις κατασκευάζουν επαναλαμβανόμενες εκθετικές συναρτήσεις μιας και μόνο καμπυλωτής παραμέτρου. Να σημειωθεί ότι οι μέθοδοι UTA σκοπεύουν στο συμπέρασμα μιας η περισσότερων προσθετικών συναρτήσεων αξιών από μια δοσμένη κατάταξη σε ένα αναφερόμενο σύνολο δράσεων. Οι μέθοδοι χρησιμοποιούν ειδικές τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού για να εκτιμήσουν αυτές τις συναρτήσεις έτσι η κατάταξη (κατατάξεις) που λαμβάνεται (λαμβάνονται) από αυτές τις συναρτήσεις να είναι όσο το δυνατό πιο συνεπείς με την δοθείσα (γνωστό και σαν αξίωμα ανάλυσης).

Δεύτερον, διάφορες παραλλαγές των μοντέλων υποστηρίζονται από το λογισμικό. Το λογισμικό προσφέρει το βασικό ντετερμινιστικό μοντέλο UTA στο πλαίσιο του προγραμματισμού στόχων, το οποίο ελαχιστοποιεί τα αθροίσματα των σφαλμάτων με σεβασμό στις γενικές δηλώσεις προτίμησης των δράσεων (κατάταξη). Αυτό προσδιορίζει επίσης την πρώτη προγραμματισμένη έκδοση της στοχαστικής UTA όπου υπολογίζονται οι αναμενόμενες χρησιμότητες. Η προδιαγραφές της Quasi-UTA μπορούν να χρησιμοποιηθούν όταν ο αριθμός των δηλώσεων προτίμησης είναι όσο το δυνατόν μικρότερος και τότε το μοντέλο προγραμματισμού γίνεται μη γραμμικό. Στη συνέχεια, το λογισμικό προσφέρει ένα μοντέλο σύνθεσης, ακολουθώντας τις βασικές αρχές του μοντέλου MAUT, όπου οι μερικές συναρτήσεις της Quasi-UTA δημιουργούνται τμηματικά μέσα από μια συγκεκριμένη διαδικασία ερωτήσεων.

Τρίτον, ακολουθώντας μια διαδικασία προσαρμοσμένη σε ένα πολυκριτήριο πλαίσιο (Beuthe et al., 2000) το λογισμικό μπορεί να υπολογίσει την ισοδύναμη χρηματική τιμή μιας δράσης αν ένα κριτήριο είναι ορισμένο σε χρηματικές μονάδες. Αυτό επιτρέπει τον υπολογισμό της εκτίμησης του ρίσκου που είναι συνδεδεμένο με τη συγκεκριμένη δράση.

1.10.2 Προγραμματισμός

Το λογισμικό είναι φιλικό στο χρήστη και αλληλεπιδραστικό. Η περισσότερη προσπάθεια έχει γίνει για να απλοποιήσει την εργασία του αναλυτή ή του αποφασίζοντα οδηγώντας τον/την βήμα-βήμα κατά τη διάρκεια της διαδικασίας εκτίμησης των προτιμήσεων. Σε κάθε βήμα, είναι δυνατή η επιστροφή και ανάκτηση βασικών πληροφοριών σχετικά με τις δράσεις που είναι υπό μελέτη. Με την έναρξη, το λογισμικό βοηθάει στην επεξεργασία του προβλήματος απόφασης ρωτώντας έναν αριθμό ερωτήσεων σχετικά με τις δράσεις και τα κριτήρια: αν τα κριτήρια παίρνουν θετικές τιμές· ποιες είναι οι μονάδες μέτρησής τους· αν ένα κριτήριο σε χρηματικές μονάδες μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν μετατροπή σε χρηματικές τιμές· και τον αριθμό των εκτιμώμενων σημείων στο σύστημα μέτρησης κάθε κριτηρίου. Σε περίπτωση ενός στοχαστικού κριτηρίου, ο αποφασίζων ερωτάται να επιλέξει την κατανομή που χαρακτηρίζει καλύτερα το κριτήριο – τρεις εναλλακτικές προσφέρονται σαν χρήσιμες προσεγγίσεις: η τριγωνική, η ομοιόμορφη ή η διακριτή – και το λογισμικό βοηθάει να βρεθούν οι παράμετροι μέσα από κατάλληλες ερωτήσεις. Για παράδειγμα, στην περίπτωση της τριγωνικής κατανομής, το λογισμικό ζητάει να δοθεί η κατάλληλη μέγιστη και ελάχιστη τιμή και η επικρατούσα τιμή.

Σε περίπτωση που επιλεγεί το αναλυτικό μοντέλο, πρέπει να γίνει η κατάταξη του αναφερθέντος συνόλου δράσεων. Αυτό μπορεί να γίνει με μια απλή διαδικασία δυο βημάτων, η οποία ζητά από τον χρήστη να κατατάξει όλες τις αναφερθέντες δράσεις (βλ. Scanella, 2001, για παράδειγμα). Έπειτα, το πρόγραμμα προτείνει ή της προδιαγραφές της UTA ή της Quasi-UTA ανάλογα με τον αριθμό των δράσεων που εισάγονται στο σχετικό σύνολο. Επίσης, πρέπει να γίνει επιλογή ανάμεσα στους δυο τύπους μεταβλητών σφαλμάτων, και να επιλεγούν δυο παράμετροι: ένα κατώφλι προτίμησης, και μια ελάχιστο ρυθμό αύξησης της μερικής χρησιμότητας. Από το λογισμικό προτείνονται πολύ μικρές προεπιλεγμένες τιμές.

Καθώς δεν υπάρχει εγγύηση ότι θα υπάρχει μια μοναδική βέλτιστη λύση, γίνεται ανάλυση μεταβελτιστοποίησης όταν αυτό είναι απαραίτητο, και επιλέγεται μια συνάρτηση χρησιμότητας. Οι δράσεις κατατάσσονται ανάλογα και οι ισοδύναμες χρηματικές μονάδες υπολογίζονται αν χρειαστεί. Η λύση εκτιμάται από δυο τύπους: το άθροισμα των βαρών, και ένας δείκτης του Kendall ο οποίος μετράει τον βαθμό συσχέτισης ανάμεσα στην αρχική κατάταξη του δοσμένου συνόλου από τον αποφασίζοντα και αυτού που προκύπτει από την εκτίμηση των προσθετικών συναρτήσεων χρησιμότητας.

Σε περίπτωση που επιλεγεί το συνθετικό μοντέλο, κάθε μερική συνάρτηση χρησιμότητας σχηματίζεται ξεχωριστά. Για να γίνει αυτό, οι «δηλωμένης προτίμησης» ερωτήσεις σχετίζονται με κάθε κριτήριο και παρουσιάζονται στον αποφασίζοντα. Αυτές οι ερωτήσεις παράγονται αυτόματα από το σύστημα λαμβάνοντας υπ' όψη τους περιορισμούς απόκλισης των κριτηρίων και διασπορά των κατανομών. Για ένα μη στοχαστικό κριτήριο ζητείται από τον αποφασίζοντα να ορίσει την προτίμησή του σε μια κλίμακα από το χειρότερο προς το καλύτερο επίπεδο στο σύνολο δράσεων. Χρησιμοποιώντας τις προδιαγραφές της Quasi-UTA, μια απάντηση σε μια ερώτηση μπορεί να είναι επαρκής να προσδιορίσει την παράμετρο καμπύλωσης και την αντιστοιχία της μερικής συνάρτησης χρησιμότητας. Στην πραγματικότητα, δυο τέτοιες ερωτήσεις προτείνονται για προκαλέσουν μια καλά θεωρημένη εκτίμηση. Στη συνέχεια, προβάλλεται ένα γραφικό σχήμα της αντιστοίχισης των δυο μερικών συναρτήσεων. Από τη μια, μια μέση συνάρτηση, ή από την άλλη μπορεί να επιλεγεί μια βάση για αυτή την παρουσίαση. Αν υπάρχει κάποια ασυνέπεια μεταξύ των δυο απαντήσεων, ο αποφασίζων καλείται αναμφίβολα να αναγνωρίσει το πρόβλημα.

Για ένα στοχαστικό κριτήριο, προτείνονται δυο εναλλακτικές μέθοδοι. Η πρώτη οδηγεί τον αποφασίζοντα να δώσει απαντήσεις σε επίπεδο εξερχόμενων δεδομένων, ενώ η δεύτερη απαιτεί απαντήσεις σε επίπεδο πιθανοτήτων.

Τελικά, τα βάρη των κριτηρίων των προσθετικών συναρτήσεων χρησιμότητας μπορούν να βρεθούν με δυο διαφορετικές διαδικασίες: ή με γενική κατάταξη κάποιων (αυτόματα) επιλεγμένων δράσεων που να προωθηθούν στο μοντέλο της UTA II (Siskos, 1980) συμπεριλαμβάνοντας τις διαθέσιμες μερικές συναρτήσεις, ή ένα «μεταβαλλόμενου βάρους» ερωτηματολόγιο για να βρεθεί η σημαντικότητα των κριτηρίων. Αυτό το τελευταίο βήμα επιτρέπει στον χρήστη να συνθέσει τις προσθετικές συναρτήσεις χρησιμότητας, και να υπολογίσει τις τιμές των δράσεων που είναι υπό μελέτη.

1.10.3 Γενική Αποτίμηση

Δουλεύοντας με το MUSTARD με διάφορα φανταστικά παραδείγματα φάνηκε ότι αυτό ήταν κάπως καλύτερο σε διάφορες προδιαγραφές των κριτηρίων και τμήματα των προτιμήσεων. Η βηματική και προσθετική προσέγγιση του συνθετικού μοντέλου προφανώς δεν παρουσιάζει κανένα δύσκολο υπολογιστικό πρόβλημα. Όμως, ο υπολογισμός μιας λύσης για γενικά αναλυτικά προβλήματα ίσως αποδείξει κάτι περισσότερο προβληματικό όταν επιλεγούν οι προδιαγραφές της Quasi-UTA. Σαν αποτέλεσμα, αυτή η προδιαγραφή οδηγεί σε ένα περισσότερο σύνθετο μη γραμμικό πρόγραμμα το οποίο επιλύεται με όρους ενός διαδοχικού γραμμικού προγράμματος. Στα τμήματα προτιμήσεων υποθέτοντας το σύνολο αναφορών δεν παρουσιάζει επαρκή συνέπεια, το πρόγραμμα ίσως τελείως φυσικά επαναλαμβάνεται συνεχώς χωρίς να φτάνει σε κάποια λύση.

Ο προγραμματισμός των τριών πιθανοτικών κατανομών και η βοήθεια που δίνεται για να βρεθούν οι παράμετροι είναι πολύ χρήσιμο, ειδικά στην περίπτωση που η κατανομή πιθανοτήτων είναι υποκειμενικά δοσμένη. Παρά την διαθεσιμότητα της τριγωνικής κατανομής σαν μια εύκαμπτη προσέγγιση πολλών κατανομών, κάποιος θα μπορούσε να επιθυμεί την κανονική κατανομή. Επίσης η παρούσα έκδοση του λογισμικού έχει ακόμα αρκετές αδρανείς επιλογές. Για παράδειγμα, φαίνεται ότι ο Scannella σχεδιάζει να συμπεριλάβει μια επιπρόσθετη ρουτίνα για μεγιστοποίηση μιας συσχέτισης του Kendall στο αναλυτικό μοντέλο. Αυτό είναι μια ενδιαφέρουσα προσθήκη. Να σημειωθεί ότι ένας λεπτομερής οδηγός χρήστη είναι διαθέσιμος.

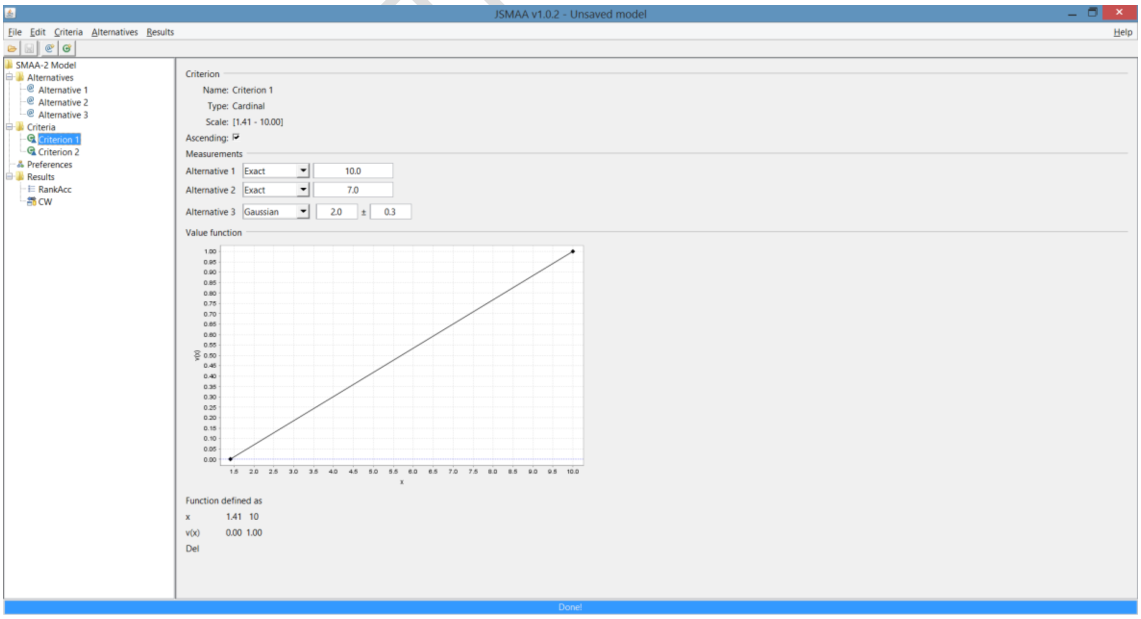
Όσο αφορά το σύνολο των επιλεγμένων μοντέλων, το MUSTARD είναι ένα καλοφτιαγμένο και φιλικό πακέτο λογισμικού. Η αξία του είναι να υλοποιεί μεθοδολογίες αποβλέποντας στην απλοποίηση των ενεργειών του αποφασίζοντα στην αποτίμηση του ρίσκου που εμπεριέχεται στις δράσεις. Η μείωση του αριθμού των παραμέτρων που πρέπει να εκτιμηθούν είναι ένα συγκριτικό πλεονέκτημα, αλλά δεν εξαιρεί τον αποφασίζοντα από κάποια σκληρή πνευματική διεργασία σχετικά με τις προτιμήσεις και προθυμίες για να αποδεχτεί το ρίσκο.

1.11 Το Σύστημα JSMAA

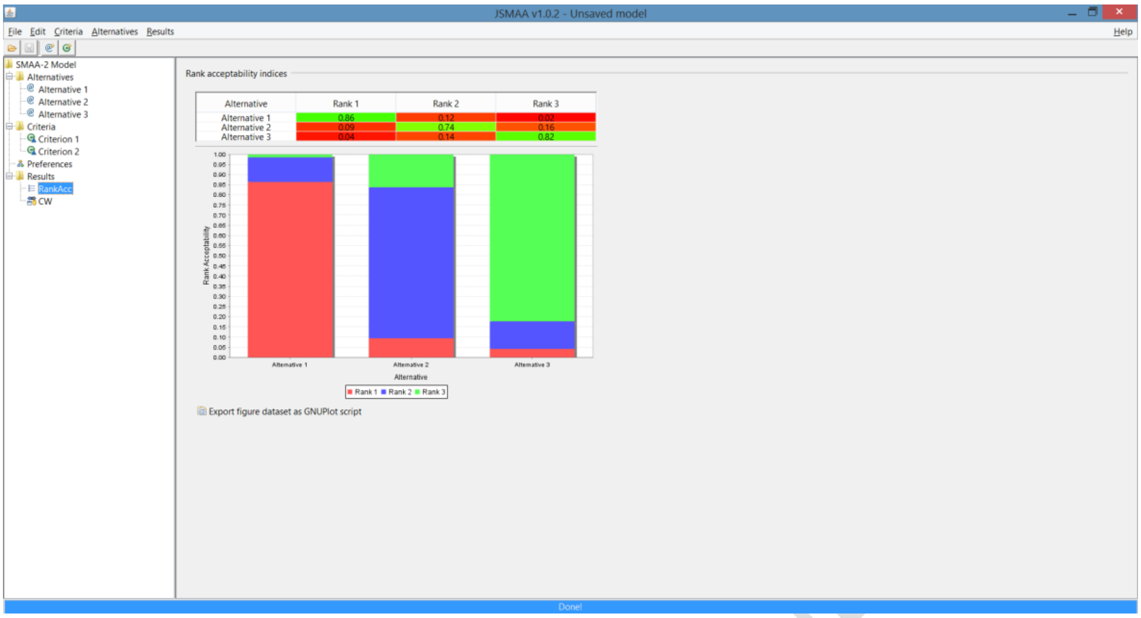
Στα πλαίσια της μεθόδου Stochastic Multiobjective Acceptability Analysis (SMAA), έχει αναπτυχθεί στη γλώσσα προγραμματισμού Java το αντίστοιχο λογισμικό.

Η SMAA είναι μια πολυκριτηριακή τεχνική υποστήριξη λήψης αποφάσεων για πολλούς αποφασίζοντες και βασίζεται στην εξερεύνηση του διαστήματος βάρος. Ανακριβή ή αβέβαια δεδομένα εισόδου μπορούν να προβάλλονται ως κατανομές πιθανότητας. Στην SMAA οι αποφασίζοντες δεν χρειάζεται να εκφράσουν τις προτιμήσεις τους ρητά ή σιωπηρά. Αντί αυτού η τεχνική αναλύει τι είδους αποτιμήσεις θα κάνει κάθε εναλλακτική λύση την προτιμότερη. Η μέθοδος παράγει για κάθε εναλλακτική λύση έναν δείκτη αποδοχής μετρώντας την ποικιλία των διαφορετικών εκτιμήσεων που υποστηρίζουν κάθε εναλλακτική λύση, ένα κεντρικό φορέα βάρους που αντιπροσωπεύει τις τυπικές αποτιμήσεις της εν λόγω απόφασης, καθώς και ένας παράγοντας εμπιστοσύνης μετράει αν τα δεδομένα εισόδου είναι αρκετά ακριβείς για να κάνει τεκμηριωμένη απόφαση .

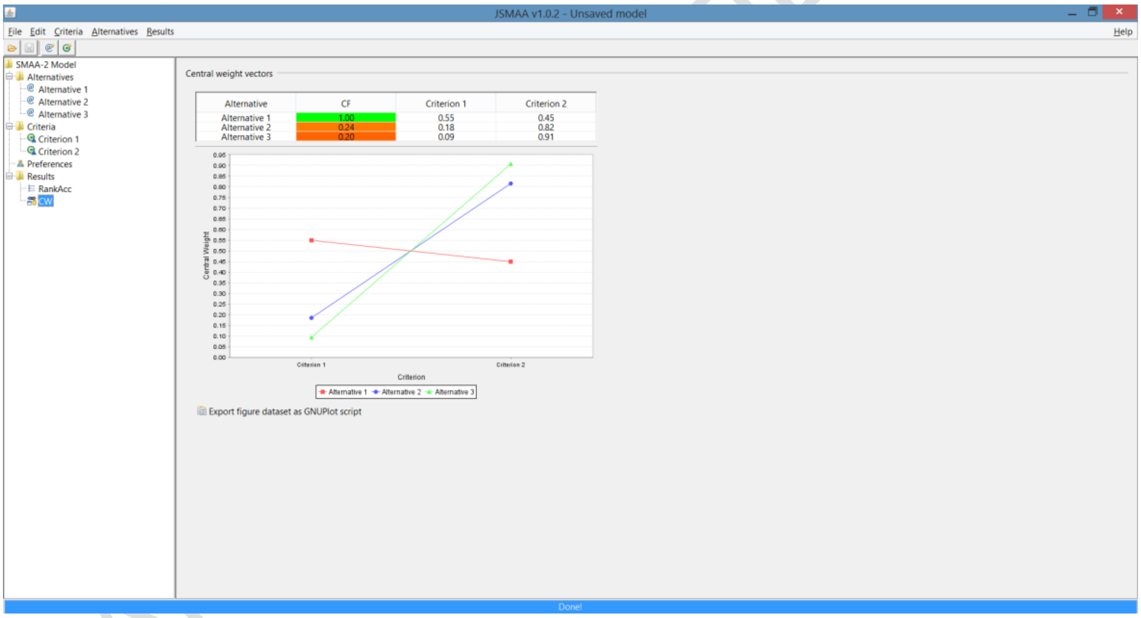
Παρακάτω φαίνονται κάποιες εικόνες του συστήματος.



Εικόνα 1-3: Κριτήρια



Εικόνα 1-4: Acceptability Indices



Εικόνα 1-5: Central Weight Vectors

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο : ΛΗΨΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΥΠΟ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

2.1 Η Ανάγκη Μοντελοποίησης της Αβεβαιότητας

Οι λήπτες αποφάσεων (decision makers) θέλουν όλο και πιο πολύ να μελετήσουν την αβεβαιότητα που σχετίζεται με τις προβλέψεις του μοντέλου απόφασης για τις επιπτώσεις των πιθανών αποφάσεων τους. Πληροφορίες για αβεβαιότητα δεν κάνουν τη λήψη αποφάσεων ευκολότερη, αλλά βοηθάει να αγνοήσει την άγνοια της πραγματικότητας. Η ενσωμάτωση αυτού που είναι γνωστό για την αβεβαιότητα σε παραμέτρους εισόδου και μεταβλητές που χρησιμοποιούνται στα μοντέλα βελτιστοποίησης και προσομοίωσης μπορεί να βοηθήσει στην ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας στις προβλέψεις του μοντέλου – τα δεδομένα εξόδου.

Ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας (uncertainty quantification) είναι η επιστήμη της ποσοτικού χαρακτηρισμού και της μείωσης των αβεβαιοτήτων στις εφαρμογές. Προσπαθεί να καθορίσει πόσο πιθανά είναι ορισμένα αποτελέσματα εάν ορισμένες πτυχές του προβλήματος δεν είναι ακριβώς γνωστές. Ένα παράδειγμα θα ήταν να προβλέψει την επιτάχυνση του ανθρώπινου σώματος σε μια μετωπική σύγκρουση με άλλο αυτοκίνητο: ακόμα κι αν γνωρίζαμε ακριβώς την ταχύτητα, μικρές διαφορές στην κατασκευή των αυτοκινήτων, πόσο σφιχτά κάθε βίδα έχει σφιχτεί, κ.λπ., θα οδηγήσει σε διαφορετικά αποτελέσματα που μπορεί να προβλεφθεί μόνο σε μια στατιστική έννοια.

Πολλά προβλήματα στις φυσικές επιστήμες και τη μηχανική είναι επίσης γεμάτα με πηγές αβεβαιότητας. Πειράματα σε υπολογιστές για προσομοίωση είναι η πιο κοινή προσέγγιση για τη μελέτη των προβλημάτων της αβεβαιότητας.

2.2 Πηγές Αβεβαιότητας

Η αβεβαιότητα μπορεί να εισέλθει σε μαθηματικά μοντέλα και πειραματικές μετρήσεις σε διάφορα πλαίσια. Ένας τρόπος για να κατηγοριοποιηθούν οι πηγές αβεβαιότητας φαίνεται παρακάτω:

- **Παραμετρική Αβεβαιότητα**, η οποία προέρχεται από τις παραμέτρους του μοντέλου που είναι είσοδοι στο μοντέλο του υπολογιστή (μαθηματικό μοντέλο), αλλά των οποίων οι ακριβείς τιμές είναι άγνωστες στους ερευνητές και δεν μπορεί να ελεγχθούν με φυσικά πειράματα, ή οι τιμές των οποίων δεν μπορεί να συναχθούν ακριβώς με στατιστικές μεθόδους. Παραδείγματα είναι η επιτάχυνση σε ελεύθερη πτώση αντικειμένου, διάφορες ιδιότητες του υλικού σε μια ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων της μηχανική, και πολλαπλασιαστής της αβεβαιότητας στο πλαίσιο της μακροοικονομικής πολιτικής βελτιστοποίησης.

- **Παραμετρική Μεταβλητότητα**, η οποία προέρχεται από τη μεταβλητότητα των μεταβλητών εισόδου του μοντέλου. Για παράδειγμα, οι διαστάσεις του τεμαχίου εργασίας σε μια διαδικασία κατασκευής μπορεί να μην είναι ακριβώς όπως σχεδιάστηκε και καθοδηγήθηκε, πράγμα που θα προκαλέσει μεταβλητότητα στην απόδοση του.

- **Δομική Αβεβαιότητα**, γνωστή και ως ανεπάρκεια μοντέλου ή διαφορά μοντέλο, η οποία προέρχεται από την έλλειψη γνώσης του υποκείμενου πραγματική και φυσική. Εξαρτάται από το πώς ακριβώς ένα μαθηματικό μοντέλο περιγράφει το αληθινή σύστημα για μια πραγματική κατάσταση ζωής, λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι τα μοντέλα είναι σχεδόν πάντα μόνο προσεγγίσεις της πραγματικότητα. Ένα παράδειγμα είναι όταν μοντελοποιείται η διαδικασία πτώσης ενός αντικειμένου χρησιμοποιώντας το μοντέλο ελεύθερη πτώση το ίδιο το μοντέλο αυτό είναι ανακριβές δεδομένου ότι πάντα υπάρχει τριβή του αέρα. Σε αυτήν την περίπτωση, ακόμη και αν δεν υπάρχει άγνωστος παράμετρος στο μοντέλο, μια διαφορά εξακολουθεί να αναμένεται μεταξύ του μοντέλου και της φυσικής πραγματικότητας.

- **Αλγοριθμική Αβεβαιότητα**, γνωστή και ως αριθμητική αβεβαιότητα, η οποία προέρχεται από αριθμητικά λάθη και αριθμητικές προσεγγίσεις κατά την εφαρμογή του μοντέλου του υπολογιστή. Τα περισσότερα μοντέλα είναι πολύ περίπλοκα για να λυθούν ακριβώς. Για παράδειγμα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων ή η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών για να προσεγγιστεί η λύση μιας μερικής διαφορικής εξίσωσης, η οποία, ωστόσο, εισάγει αριθμητικά σφάλματα.

- **Πειραματική Αβεβαιότητα**, γνωστή και ως σφάλμα παρατήρησης, η οποία προέρχεται από τη μεταβλητότητα των πειραματικών μετρήσεων. Η πειραματική αβεβαιότητα είναι αναπόφευκτη και μπορεί να παρατηρηθεί επαναλαμβάνοντας μια μέτρηση για πολλές φορές, χρησιμοποιώντας ακριβώς τις ίδιες ρυθμίσεις για όλες τις εισόδους / μεταβλητές.

- **Παρεμβολή Αβεβαιότητας**, η οποία προέρχεται από έλλειψη διαθέσιμων δεδομένων που συλλέγονται από το μοντέλο προσομοίωσης σε ηλεκτρονικό υπολογιστή ή / και πειραματικές μετρήσεις.

2.3 Τυποποίηση της Απόφασης

Σύμφωνα με τους Sebastien Azondekon και Jean-Marc Martel μπορούμε να υποθέσουμε ότι υπάρχει ένα σύνολο A με m εναλλακτικές $\alpha_i(i = 1,2, \dots, m)$ που θα ήθελε ο λήπτης των αποφάσεων να συγκρίνει σε τοπικό και γενικό επίπεδο με τη δημιουργία δυαδικών σχέσεων υπεροχής σε ένα σύνολο C από n χαρακτηριστικά $k(k = 1,2, \dots n)$. Αυτές οι εναλλακτικές λύσεις θα πρέπει να αξιολογούνται για το σύνολο των χαρακτηριστικών από το σύνολο E των αξιολογήσεων, οι οποίες είναι στην περίπτωσή μας, όλες (ή τουλάχιστον μερικές από αυτές) που χαρακτηρίζονται από τυχαία μεταβλητές X_{ik} με κατανομές πιθανότητας f_{ik} άγνωστες με βεβαιότητα. Ας συνειδητοποιήσουμε ότι έχουμε να κάνουμε εδώ με την υποκειμενική πιθανότητα εκ των προτέρων για αυτά τα χαρακτηριστικά.

Υποθέτουμε επίσης ότι η ατελής γνώση σχετικά με τις κατανομές πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών (τυχαίες αξιολογήσεις) X_{ik} από τον αποφασίζοντα εκφράζεται μόνο μέσω της γνώσης του για το σύνολο των καταστάσεων της φύσης και την αντίστοιχη πιθανότητα εμφάνισής τους. Επιπλέον, ο αποφασίζων ξέρει για κάθε ένα από τα χαρακτηριστικά, το προκύπτον αποτέλεσμα όταν επιλέγει μια εναλλακτική a_i και για την κατάσταση της φύσης $S_h^k(h = 1,2 \dots, H)$ συμβαίνει για παράδειγμα X_{ik}^h.

2.4 Μοντελοποίηση της Αβεβαιότητας στη Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Οι Ian N. Durbach και Theodor J.Stewart αναφέρονται στη μοντελοποίηση της αβεβαιότητας σε προβλήματα πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων. Συγκεκριμένα αν θεωρήσουμε ένα σύνολο από I εναλλακτικές δράσεις δηλωμένες ως $a_i, i \in \{1, \dots, I\}$, αξιολογημένες σε J χαρακτηριστικά δηλωμένα ως $c_j, j \in \{1, \dots, J\}$.Ας θεωρήσουμε ότι Z_{ij} είναι μια τυχαία μεταβλητή που δηλώνει την αποτίμηση της δράσης a_i στα c_j χαρακτηριστικά, και $u_j(Z_{ij})$ είναι η συνάρτηση χρησιμότητας. Τότε το προσθετικό μοντέλο MAUT αξιολογεί εναλλακτικές τις εναλλακτικές λύσεις από την αναμενόμενες χρησιμότητές τους $U_i = \sum_{j=1}^{J} w_j E[u_j(Z_{ij})]$ όπου U_i είναι η αναμενόμενη χρησιμότητα της εναλλακτικής α_ι και w_j είναι η χαρακτηριστική σημασία του βάρους που δείχνει τη σχετική σημασία της αλλαγής μιας μονάδας του χαρακτηριστικό c_j. Το προσθετικό μοντέλο MAUT απαιτεί προσθετική ανεξάρτητη στις προτιμήσεις, αν και μπορεί συχνά να προσεγγίζει το πολλαπλασιαστικό μοντέλο όταν η προσθετική ανεξαρτησία δεν κατέχεται.

2.5 Μέτρα της απόστασης μεταξύ δύο κατατάξεων

Σύμφωνα με τους Sebastien Azondekon και Jean-Marc Martel είναι απαραίτητο να αναπτυχθούν νέες ιδέες, νέα μέτρα που μπορεί να μας δώσουν τη δυνατότητα να εκτιμήσουμε την αξία των κατάλληλων πρόσθετων πληροφοριών, ώστε να είναι σε θέση να κάνει σύσταση, σύμφωνα με την προβληματική που πρέπει να επιλυθούν. Για παράδειγμα, για μια προβληματική κατάταξης όπου η σύσταση λαμβάνει τη μορφή μιας κατάταξης (ολική ή μερική), θα πρέπει να αναπτυχθεί ένα μέτρο για την απόσταση μεταξύ δύο κατατάξεων και να εκτιμηθεί το κόστος ενός πειράματος σε σχέση με την αξία του. Η πρώτη κατάταξη θα είναι εκείνη που αντιστοιχεί στις πληροφορίες εκ των προτέρων R_0 και τους άλλες θα συνδέονται με πρόσθετες πληροφορίες.

Αν ήμασταν στην παρουσία των δύο συνολικών κατατάξεων, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε το μέτρο που αναπτύχθηκε από τους Wang και Shen (1989) για την οικοδόμηση μιας συναίνεσης στη διαδικασία λήψης ομαδικών αποφάσεων. Το μέτρο αυτό λαμβάνει υπόψη τις ταξινομήσεις που είναι αντεστραμμένες, δηλαδή, μία αναστροφή κατά την έναρξη της κατάταξης έχει μεγαλύτερη επίδραση από ό, τι μια αντιστροφή στο τέλος. Είναι με βάση τον συντελεστή του Spearman:

$$\rho_{xy} = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{m}(x_i - y_i)^2}{m(m^2-1)} \tag{2.1}$$

ο οποίος επιτρέπει τη μέτρηση συσχέτισης μεταξύ δυο κατατάξεων.

2.6 Μια Ανατομία του Προσθετικού Μοντέλου Αξίας

Οι Christian Hurson και Yannis Siskos αναλύουν το προσθετικό μοντέλο αξίας. Συγκεκριμένα αναφέρουν ότι μια πολυκριτήρια συνάρτηση αξίας υποτίθεται ότι είναι προσθετική, εάν έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

$$u(\boldsymbol{g}) = \sum_{i=1}^{n} p_i u_i(g_i) \tag{2.2}$$

υπό τους ακόλουθους περιορισμούς κανονικοποίησης:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1 \tag{2.3}$$

$$u_i(g_{i*}) = 0, u_i(g_i^*) = 1 \ \forall \ i = 1,2, \ldots, n$$

όπου τα $u_i, i = 1,2, \ldots, n$ αντιπροσωπεύουν τις περιθώριες μη φθίνουσες συναρτήσεις που ορίζονται στα g_i κριτήρια αντίστοιχα. Τα g_{i*} και g_i^* είναι αντίστοιχα το χειρότερο και το καλύτερο σημείο της αξιολόγησης του κριτηρίου g_i. $\boldsymbol{g} = (g_1, g_2, \ldots, g_n)$ είναι το διάνυσμα πολυκριτήριας αξιολόγησης και p_i το σχετικό (θετικό) το βάρος της u_i συνάρτησης. Στη μέθοδο MACBETH οι συναρτήσεις u_i κανονικοποιούνται μεταξύ 0 και 100, δηλαδή $u_i(g_i^*) = 100$ για κάθε i.

Για κάθε ζεύγος των δράσεων a και b από ένα σύνολο δράσεων A, με αντίστοιχες πολυκριτήριες αξιολογήσεις στα n κριτήρια $\boldsymbol{g}(a)$ και $\boldsymbol{g}(b)$, η συνάρτηση αξιών u πρέπει να επαληθεύσετε τις ακόλουθες ιδιότητες:

$$\forall(a, b) \in A\colon \begin{cases} u[g(a)] > u[g(b)] \Leftrightarrow a \succ b \quad (preference) \\ u[g(a)] = u[g(b)] \Leftrightarrow a \sim b \ (indifference) \end{cases}$$

Η αναγκαία υπόθεση για την επικύρωση μια προσθετικής συνάρτησης αξίας είναι η προτιμησιακή ανεξαρτησία των κριτηρίων (βλέπε για παράδειγμα Bouyssou & Pirlot, 2005; Keeney & Raiffa, 1976; Keeney, 1980, 1992). Σχετικά με τους p_i συντελεστές στάθμισης, αυτοί οι ενδο-κριτηριακοί παράμετροι πρέπει να είναι σταθερές συναλλαγματικές ή συμβιβασμός μεταξύ των u_i και πρέπει να αξιολογηθούν ανάλογα.

Σύμφωνα με τον κοινό ορισμό ένα ποσοστό αντικατάστασης ή trade-off s_{ir}^{g} μεταξύ του g_i κριτηρίου και του κριτηρίου αναφοράς g_r είναι το ποσό των μονάδων που πρέπει να αποκτηθεί στο κριτήριο g_r έως το διάνυσμα αξιολόγησης $\boldsymbol{g}$ για να αντισταθμίσει ακριβώς την απώλεια μίας μονάδας του κριτηρίου g_i. Συνεπώς το s_{ir}^{g} ορίζεται έτσι ώστε οι ακόλουθες πλασματικές δράσεις να είναι αδιάφορες:

$$(g_1, g_2, \dots, g_i, \dots, g_r, \dots, g_n) \sim \left(g_1, g_2, \dots, g_i - 1, \dots, g_r + s_{ir}^{g}, \dots, g_n\right) \qquad (2.4)$$

Όταν το $\mathrm{u}(\mathbf{g})$ είναι διαφορίσιμο αυτός ο ορισμός αυτός θα μπορούσε να γραφτεί ως εξής:

$$s_{ir}^{g} = \frac{\dfrac{\theta u(\boldsymbol{g})}{\theta g_i}}{\dfrac{\theta u(\boldsymbol{g})}{\theta g_r}} (2)$$

Στην πραγματικότητα οι σχέσεις (2.1) και (2.2) είναι ίσες. Έτσι προκύπτει:

$$du(\boldsymbol{g}) = \textstyle\sum_{i-1}^{n} \frac{\theta u(\boldsymbol{g})}{\theta g_i} dg_i$$

από το οποίο, εφαρμόζοντας τη σχέση (2.1):

$$\frac{\theta u(\boldsymbol{g})}{\theta g_r} s_{ir}^{g} - \frac{\theta u(\boldsymbol{g})}{\theta g_i} = 0$$

Το οποίο δίνει τη σχέση (2.2).

Το trade-off διάνυσμα για την πολυκριτήρια αξιολόγηση του διανύσματος $\boldsymbol{g}$ είναι το ακόλουθο γραμμικό διάνυσμα (2.3) η οποία είναι ομοαξονική της κλίσης του u:

$$s_r^{\boldsymbol{g}} = \left(s_{1r}^{\boldsymbol{g}}, s_{2r}^{\boldsymbol{g}}, \dots, s_{ir}^{\boldsymbol{g}}, \dots, 1, \dots, s_{nr}^{\boldsymbol{g}}\right) \qquad (2.5)$$

Φυσικά, το στοιχείο rth είναι ίση με 1 $\left(s_{rr}^{\boldsymbol{g}} = 1\right)$.

Το μοντέλο απόφασης για ένα μόνο DM θεωρείται ότι είναι μια προσθετική συνάρτηση αξίας αν και μόνο αν ο συμβιβασμός $s_{ir}^{\boldsymbol{g}}$ μεταξύ g_i και g_r για κάθε i, είναι ανεξάρτητος από τις τιμές που λαμβάνονται από τα κριτήρια εντός του διανύσματος g (κριτήριο της ανεξαρτησίας προτίμησης). Από την άλλη πλευρά, αυτοί οι συμβιβασμοί θα πρέπει να παραμείνουν σταθεροί αν και θεωρούνται ως συμβιβασμοί μεταξύ του οριακών τιμών $u_i(g_i)$ εντός το σταθμισμένου αθροιστικού μοντέλου.

2.7 Κριτήρια Απόφασης υπό Αβεβαιότητα

Τα κριτήρια αυτά χρησιμοποιούνται για να επιλέγεται η καλύτερη δράση από τον αποφασίζοντα. Γενικά, μπορούν να ομαδοποιηθούν σε τέσσερις κατηγορίες όπως φαίνεται παρακάτω (Δημητριάδης και Κοίλιας και Κώστας, 2005):

- **Κριτήριο της αναμενόμενης αξίας** (αγγλ. expected value): Με βάση αυτό το κριτήριο επιλέγεται η δράση η οποία παρουσιάζει το καλύτερο αναμενόμενο θετικό αποτέλεσμα.

- **Κριτήριο της αναμενόμενης απώλειας ευκαιρίας** (αγγλ. expected opportunity loss): Με βάση αυτό το κριτήριο επιλέγεται η δράση η οποία παρουσιάζει τη μικρότερη αναμενόμενη απώλεια.

- **Κριτήριο της αναμενόμενης αξίας της τέλειας πληροφόρησης** (αγγλ. expected value of perfect information): Συχνά εμφανίζεται η ανάγκη να δαπανηθεί κάποιο ποσό ώστε να συγκεντρωθούν περισσότερες πληροφορίες οι οποίες αυξάνουν την πιθανότητα επιλογής της καλύτερης δράσης.

- **Κριτήριο της αναμενόμενης χρησιμότητας** (αγγλ. expected utility): Χρησιμοποιείται στις περιπτώσεις στις οποίες η εμφάνιση της αναμενόμενης κατάστασης της φύσης επιφέρει μεγάλη ωφέλεια και η μη εμφάνισή της μεγάλη ζημιά (αποφάσεις μεγάλου ρίσκου). Σε αυτές τις περιπτώσεις εμφανίζεται η έννοια της χρησιμότητας η οποία όμως είναι υποκειμενική (πως εκτιμά την κατάσταση ο λαμβάνων την απόφαση).

2.7.1 Κριτήριο MAXIMAX (Wald, αισιόδοξη στάση αποφασίζοντος)

Το κριτήριο αυτό εκφράζει την αισιόδοξη στάση του αποφασίζοντος. Ο αποφασίζων δεν ενδιαφέρεται για τις τυχών απώλειες, αλλά επιλέγει εκείνη τη δράση, η οποία στην καλύτερη περίπτωση τον οδηγεί στο μεγαλύτερο δυνατό κέρδος. Τούτο συμβολίζεται ως εξής (Σίσκος, 2008):

$$a^* / \frac{max}{i} \frac{max}{k} g(a_i, e_k) \tag{2.6}$$

2.7.2 Κριτήριο MAXIMIN (Wald, απαισιόδοξη στάση αποφασίζοντος)

Σε αυτό το κριτήριο ο αποφασίζων ενδιαφέρεται πρώτα να ελαχιστοποιήσει τις απώλειές του και στη συνέχεια να έχει το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος. Τούτο συμβολίζεται (Σίσκος, 2008 | Δημητριάδης 2007):

$$a^* / \frac{max}{i} \frac{min}{k} g(a_i, e_k) \tag{2.7}$$

2.7.3 Κριτήριο του Hurwicz

Η εφαρμογή αυτού του κριτηρίου λαμβάνει υπόψη και την καλύτερη αλλά και τη χειρότερη περίπτωση κάθε δράσης. Πρόκειται για έντονα υποκειμενικό κριτήριο διότι απαιτεί τον καθορισμό ενός **δείκτη αισιοδοξίας** (αγγλ. index of optimism) a για τον λαμβάνοντα την απόφαση. (Δημητριάδης, 2007)

- Όταν $a = 1$ σημαίνει πλήρη αισιοδοξία στη λήψη απόφασης (τόλμη για τη διεκδίκηση του μέγιστου κέρδους ανεξάρτητα από τις επιπτώσεις αποτυχημένης επιλογής).
- Όταν $a = 0$ σημαίνει πλήρη απαισιοδοξία στη λήψη απόφασης (επιδιώκεται ο περιορισμός των απωλειών ανεξάρτητα από το κέρδος το οποίο θα μπορούσε να προέλθει από αποτυχημένη επιλογή).

Οι τιμές μεταξύ 0 και 1 καθορίζουν αντίστοιχα «μείγματα» αισιοδοξίας και απαισιοδοξίας.

Εδώ υπολογίζεται, για κάθε δράση, ο σταθμισμένος μέσος των ακραίων τιμών του κέρδους όπως φαίνεται παρακάτω:

$$(1 - a)\, x\, m \;+\; a\, x\, M \qquad (2.8)$$

όπου, m είναι η ελάχιστη τιμή του κέρδους, M η μεγαλύτερη τιμή.

Ο αποφασίζων επιλέγει τη δράση εκείνη η οποία μεγιστοποιεί το μέσο κέρδος, ως εξής:

$$a^*/\frac{max}{a_i}\{(1-a)\; x\; m_i + a\; x\; M_i\} \qquad (2.9)$$

2.7.4 Κριτήριο του Laplace

Σύμφωνα με αυτό το κριτήριο όλες οι εμφανίσεις των καταστάσεων της φύσης (ενδεχόμενα) είναι **ισοπίθανες**. Οι δράσεις κατατάσσονται με βάση το μέσο κέρδος και ο αποφασίζων επιλέγει τη δράση a*, κατά τον τύπο (Σίσκος, 2008):

$$g(a^*) = \frac{max}{i}\frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t} g(a_i, e_k) \qquad (2.10)$$

2.7.5 Κριτήριο MINIMAX κόστους ευκαιρίας (Savage) ή Κριτήριο «θλίψης»

Πρόκειται για κριτήριο επιλογής με έντονα απαισιόδοξο και συντηρητικό χαρακτήρα δεδομένου ότι η λήψη απόφασης γίνεται στην κατεύθυνση του **περιορισμού της πιθανής απώλειας** και όχι στην κατεύθυνση μεγιστοποίησης του κέρδους. (Δημητριάδης, 2007)

Σε κάθε κελί του πίνακα κερδών, υπολογίζεται η διαφορά μεταξύ του μέγιστου κέρδους της γραμμής (του ενδεχομένου e_k) και του κέρδους του κελιού η οποία ονομάζεται **κόστος ευκαιρίας ή «θλίψη»**. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται το κριτήριο minmax και επιλέγεται η καλύτερη δράση, δηλαδή (Σίσκος, 2008):

$$a^*/\frac{min}{a_i}\frac{max}{e_k}(a_i, e_k) \qquad (2.11)$$

$$r(a_i, e_k) = \frac{max}{e_j} g(a_i, e_j) - g(a_i, e_k) \qquad (2.12)$$

Έτσι, δημιουργείται μια μήτρα «θλίψης», στην οποία επιλέγεται η δράση που παράγει τη μικρότερη «θλίψη».

2.8 Θεωρία Χρησιμότητας

2.8.1 Το κριτήριο της μέσης χρησιμότητας

Στην προηγούμενη παράγραφο, οι προτιμήσεις του αποφασίζοντος μοντελοποιήθηκαν με το κριτήριο της μαθηματικής ελπίδας κέρδους (ΜΕΚ). Επειδή όμως ο αποφασίζων βρίσκεται αντιμέτωπος με επιλογές οι οποίες ενέχουν κίνδυνο (ρίσκο), αφού το κριτήριο του κέρδους είναι πιθανοτικό, είναι καλύτερα να ανατρέξουμε σε ένα άλλο μέτρο μοντελοποίησης το οποίο θα λαμβάνει υπ' όψη του τη στάση του συγκεκριμένου αποφασίζοντος απέναντι στον κίνδυνο. (Σίσκος, 2008)

Ο νέος τρόπος μοντελοποίησης των προτιμήσεων θα βασιστεί στην κατασκευή μιας **συνάρτησης χρησιμότητας** (αγγλ. utility function) u, η οποία για κάθε δυνατή τιμή κέρδους g θα προσδιορίζει την ψυχολογική αξία $\mathrm{u(g)}$ που ο αποφασίζων αποδίδει στο χρηματικό όφελος g. Συμβατικά, μια συνάρτηση χρησιμότητας είναι αύξουσα και παίρνει τιμές στο διάστημα $[0, 1]$, με τους ίδιους περιορισμούς που διέπουν μια συνάρτηση αξίας, ως εξής:

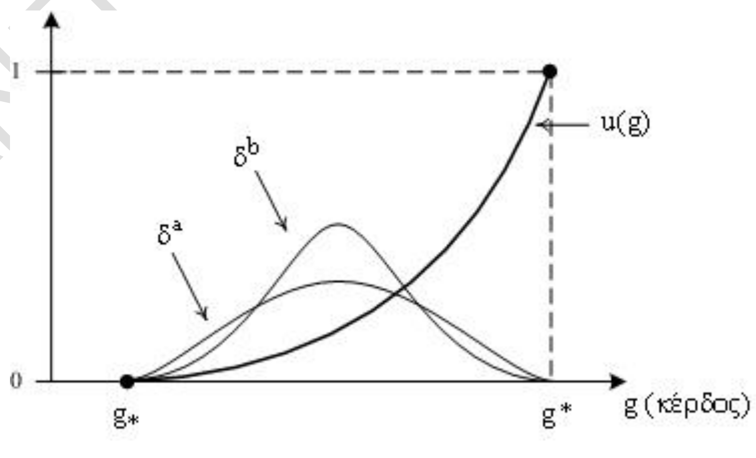
$$u: [g_*, g^*] \rightarrow [0,1] \quad (2.13)$$

$$u(g_*) = 0, u(g^*) = 1 \quad (2.14)$$

$$u(g^i) > u(g^j) \Leftrightarrow g^i > g^j \quad (2.15)$$

όπου, g_* και g^* είναι το ελάχιστο και το μέγιστο δυνατό κέρδος, αντίστοιχα και g^i και g^j δυο πιθανές τιμές του κριτηρίου κέρδους.

Τώρα λοιπόν, αντί να εργαστούμε με τη μαθηματική ελπίδα του κέρδους, θα χρησιμοποιήσουμε το **κριτήριο της μαθηματικής ελπίδας της χρησιμότητας ή μέσης χρησιμότητας** (expected utility). Το κριτήριο αυτό προτάθηκε από τους von Neumann & Morgenstern το 1947 και για να έχει ισχύ, ως μοντέλο απόφασης, πρέπει να υπακούει στα 7 περίφημα αξιώματα του Savage. Η αξιωματική αυτή βάση ξεφεύγει από τους στόχους της εργασίας αυτής (ο αναγνώστης μπορεί να την αναζητήσει στη βιβλιογραφία).



Εικόνα 2-1: Συνάρτηση χρησιμότητας u και πιθανοτικές αξιολογήσεις δυο δράσεων a και b (Σίσκος, 2008)

Η μέση χρησιμότητα ορίζεται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\mathrm{u}(\delta^a) = \int_{g_*}^{g^*} \delta^a(g) u(g) dg \qquad (g\ \mu\varepsilon\tau\rho\iota\kappa\acute{o}\ \kappa\rho\iota\tau\acute{\eta}\rho\iota o) \tag{2.16}$$

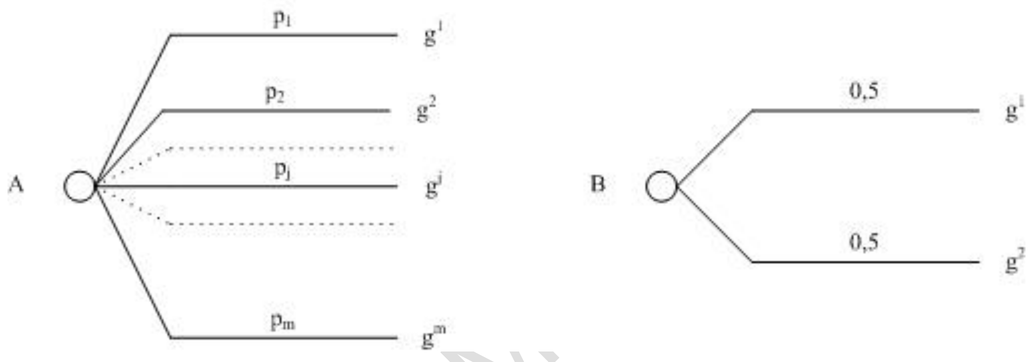
$$u(\delta^a) = \sum_j \delta^a(g^j) u(g^j) \qquad (g\ \kappa\rho\iota\tau\acute{\eta}\rho\iota o\ \delta\iota\acute{\alpha}\tau\alpha\xi\eta\varsigma) \tag{2.17}$$

$$u(\delta^a) > u(\delta^b) \Leftrightarrow a\ \pi\rho o\tau\iota\mu\acute{\alpha}\tau\alpha\iota\ \tau\eta\varsigma\ b\ \ (a \succ b) \tag{2.18}$$

$$u(\delta^a) = u(\delta^b) \Leftrightarrow\ a\ \alpha\delta\iota\acute{\alpha}\varphi o\rho\eta\ \tau\eta\varsigma\ b\ \ (a \sim b) \tag{2.19}$$

2.8.2 Στάση αποφασίζοντος

Ας θεωρήσουμε την περίπτωση μιας δράσης A (**λοταρία**, lottery) της οποίας η πιθανοτική αξιολόγηση περιγράφεται ως εξής (Σχήμα 2.2): δίνει κέρδος g^1 με πιθανότητα p_1, g^2 με πιθανότητα $p_2, \ldots, g^j$, με πιθανότητα $p_j, \ldots, g^m$ με πιθανότητα p_m. (Σίσκος, 2008)



Εικόνα 2-2: Λοταρία Α και λοταρία Β τύπου 50-50 (Σίσκος, 2008)

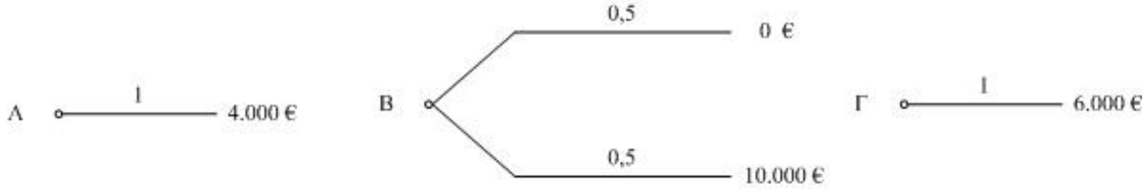
Ονομάζουμε μέση τιμή (MT) μιας λοταρίας, τη μαθηματική ελπίδα του κέρδους (ΜΕΚ) της δράσης που της αντιστοιχεί.

Σύμφωνα με τον ορισμό, οι δυο λοταρίες του σχήματος 2.2 δίνουν:

$$MT(A) = \sum_{j=1}^{m} p_j g_j\, , MT(B) = 0{,}5g^1 + 0{,}5g^2 \tag{2.20}$$

Συντηρητική στάση αποφασίζοντος

Ας θεωρήσουμε τώρα μια κατάσταση που ένας αποφασίζων έχει να επιλέξει μεταξύ δυο επενδύσεων A και B (Σχήμα 2.3). Η επένδυση A του αποφέρει με βεβαιότητα 4.000 €, ενώ η επένδυση Β μπορεί να του αποφέρει 10.000 € με πιθανότητα $0{,}5$ ή τίποτε με πιθανότητα επίσης $0{,}5$. Η επένδυση Β είναι μια λοταρία (αγγλ. lottery) $50-50$ (κορώνα-γράμματα).



Εικόνα 2-3: Λοταρίες βέβαιες Α και Γ και λοταρία Β 50-50 (Σίσκος, 2008)

Βέβαια αν το κριτήριο απόφασης είναι η μαθηματική ελπίδα κέρδους, ο αποφασίζων θα έπρεπε να προτιμήσει την επένδυση B της οποίας η ΜΤ είναι: $MT(B) = 0 \times 0{,}5 + 10.000 \times 0{,}5 = 5.000 > 4.000 = MT(A)$. Εάν, παρά ταύτα, ο αποφασίζων επιλέξει την επένδυση Α, λόγω του βέβαιου κέρδους, ο αποφασίζων αυτός τηρεί **συντηρητική στάση απέναντι στον κίνδυνο** (αγγλ. risk aversion). Ο ισχύων ορισμός είναι:

Ορισμός: Ένας αποφασίζων ο οποίος προτιμά συστηματικά τη μέση τιμή (ΜΤ) μιας λοταρίας από την ίδια τη λοταρία λέγεται **συντηρητικός αποφασίζων** (αγγλ. risk averse).

Η συνάρτηση χρησιμότητας του αποφασίζοντος αυτού είναι κοίλη (αγγλ. concave). Τούτο αποδεικνύεται εύκολα στο σχήμα 2.4, στη συνάρτηση (Σίσκος, 2008):

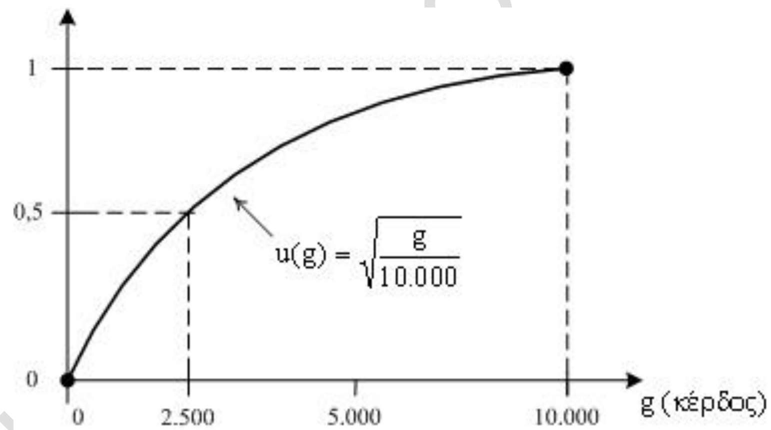
$$u(g) = \left(\frac{g}{10.000}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{g}{10.000}} \qquad (2.21)$$

όπου: $u(0) = 0$, $u(4.000) = 0{,}63$, $u(10.000) = 1$, οπότε:

$$u(\delta^A) = 1 \times u(4.000) = 0{,}63$$

$$u(\delta^B) = 0{,}5 \times u(0) + 0{,}5 \times u(10.000) = 0{,}5, \kappa\alpha\iota$$

$$u(\delta^A) > u(\delta^B) \Longrightarrow A \succ B \ (\pi\rho o\tau\acute{\iota}\mu\eta\sigma\eta\ \tau\eta\varsigma\ A).$$



Εικόνα 2-4: Κοίλη συνάρτηση χρησιμότητας (Σίσκος, 2008)

Ριψοκίνδυνη στάση αποφασίζοντος

Στον αντίποδα, ο αποφασίζων ο οποίος θα προτιμούσε την επένδυση Β από την επένδυση Γ, παρά το γεγονός ότι το βέβαιο ισοδύναμο της Β είναι κατά 1.000 € μικρότερο του κέρδους της Γ (6.000 € με βεβαιότητα), χαρακτηρίζεται ως **ριψοκίνδυνος** (αγγλ. risk prone).

Ορισμός: Ένας αποφασίζων ο οποίος προτιμά συστηματικά τις λοταρίες από τη μέση τιμή τους λέγεται **ριψοκίνδυνος αποφασίζων** (αγγλ. risk prone).

Η συνάρτηση χρησιμότητας του αποφασίζοντος αυτού είναι κυρτή (αγγλ. convex), όπως στην περίπτωση του σχήματος 2.5 (Σίσκος, 2008):

$u(g) = \left(\frac{g}{10.000}\right)^2$ (2.22)

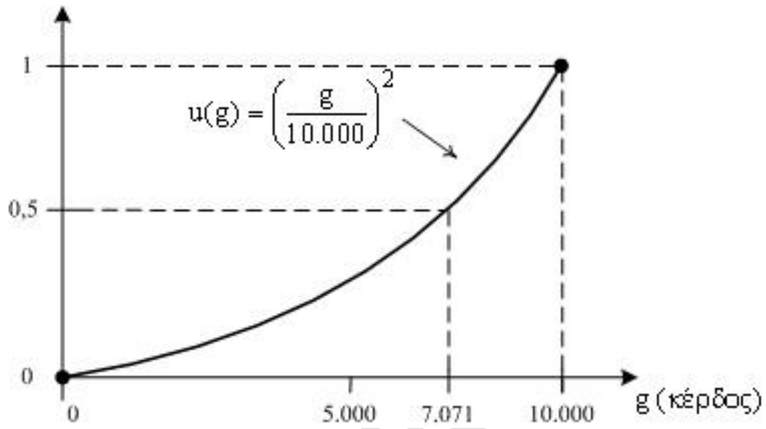
όπου έχουμε:

$u(0) = 0, u(600) = 0{,}36, u(10.000) = 1$

$u(\delta^B) = 0{,}5$ $(όπως\ προηγουμένως)$

$u(\delta^\Gamma) = 1 \times u(6.000) = 0{,}63$

$u(\delta^B) > u(\delta^\Gamma) \Rightarrow B \succ \Gamma$ $(προτίμηση\ της\ B)$



Εικόνα 2-5: Κυρτή συνάρτηση χρησιμότητας (Σίσκος, 2008)

Ας σημειώσουμε τέλος, ότι $u(7.071) = 0{,}5$ που σημαίνει ότι, ένας αποφασίζων για τον οποίο η u μοντελοποιεί τη στάση του απέναντι στον κίνδυνο είναι αδιάφορος ανάμεσα στην επένδυση-λοταρία B και μια επένδυση που αποφέρει με βεβαιότητα κέρδος 7.071€. Το σημείο $g = 7.071$ λέγεται **βέβαιο ισοδύναμο** (αγγλ. certainty equivalent) της λοταρίας B.

Γενικότερα, ο αναλυτής πρέπει να επιλέξει μια συνάρτηση χρησιμότητας κοίλη για να ερμηνεύσει μια συντηρητική στάση απέναντι στον κίνδυνο ή μια κυρτή συνάρτηση για να μοντελοποιήσει μια ριψοκίνδυνη στάση απέναντι στον κίνδυνο. Η ενδιάμεση στάση, μεταξύ των δυο παραπάνω αντιστοιχεί σε μια συνάρτηση χρησιμότητας γραμμική, η οποία μοντελοποιεί μια **ουδέτερη στάση** του αποφασίζοντος απέναντι στον κίνδυνο (αγγλ. neutral attitude). Το κριτήριο απόφασης συμπίπτει στην περίπτωση αυτή με το κριτήριο της ΜΕΚ.

Στο παράδειγμα που προηγήθηκε, η ουδέτερη στάση του αποφασίζοντος αντιστοιχεί στη γραμμική συνάρτηση:

$u(g) = \frac{g}{10.000}$ (2.23)

2.8.3 Μέθοδοι κατασκευής συναρτήσεων χρησιμότητας

Η κυριότερη δυσκολία στην εφαρμογή της θεωρίας χρησιμότητας βρίσκεται στη φάση κατασκευής της συνάρτησης χρησιμότητας, η οποία μοντελοποιεί τη στάση του αποφασίζοντος απέναντι στον κίνδυνο.

Οι συνήθεις τεχνικές λειτουργούν μέσα από μια διαδικασία τριών βημάτων (Σίσκος, 2008):

- **Βήμα 1**: Επαλήθευση των αξιωμάτων (αξιώματα του Savage) για τη νομιμοποίηση της εφαρμογής της θεωρίας χρησιμότητας.

- **Βήμα 2**: Διάλογος αναλυτή-αποφασίζοντος για τον υπολογισμό μερικών σημείων συνάρτησης χρησιμότητας, υπό το καθεστώς κανονικοποίησης μεταξύ 0 και (σχέσεις 1.14-1.15).

- **Βήμα 3**: Προσαρμογή μιας αναλυτικής συνάρτησης η οποία διέρχεται με το σφάλμα από τα σημεία του προηγούμενου βήματος.

Στην πράξη, το βήμα 1 προσπερνάται εύκολα από τους αναλυτές και υποκαθίσταται από διερευνητικές ερωτήσεις προς τον αποφασίζοντα, προκειμένου να διαπιστωθεί αν ο τελευταίος διατίθεται να «παίξει» με τη θεωρία της χρησιμότητας και το κριτήριο της μέσης χρησιμότητας.

Αναπτύσσουμε παρακάτω δυο από τις πιο γνωστές τεχνικές που υλοποιούν το βήμα 2.

2.8.4 Μέθοδος του μετακινούμενου βέβαιου ισοδύναμου

Ονομάζουμε **βέβαιο ισοδύναμο** (αγγλ. certainty equivalent) μιας λοταρίας τύπου $50-50$ (κορώνα-γράμματα) την τιμή g^{β}, η οποία είναι τέτοια ώστε ο αποφασίζων να δηλώνει αδιάφορος ανάμεσα στο να παίξει στη λοταρία και στο να κερδίσει g^{β} με βεβαιότητα. (Σίσκος, 2008)

Η μέθοδος συνίσταται στην αναζήτηση του βέβαιου ισοδύναμου g^{β} μιας λοταρίας $50-50$ της οποίας τα κέρδη g^{+} και g^{-} $(g^{+} > g^{-})$ έχουν γνωστές χρησιμότητες. Η διαδικασία αρχίζει με τα άκρα της κλίμακας κέρδους $(g^{+} = g^{*}, g^{-} = g_{*})$. Η χρησιμότητα του g^{β} θα είναι:

$$u(g^{\beta}) = 0.5u(g^{*}) + 0.5u(g_{*}) = 0.5x1 + 0.5x0 = 0.5$$

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται, συνήθως δυο φορές ακόμη, με λοταρίες $50-50$ για τα επιμέρους διαστήματα (g_{*}, g^{β}) και (g^{β}, g^{*}) και την αναζήτηση δυο ακόμη βέβαιων ισοδύναμων $g^{\beta 1}$ και $g^{\beta 2}$ αντίστοιχα. Τα νέα βέβαια ισοδύναμα θα έχουν τις εξής χρησιμότητες:

$$u(g^{\beta 1}) = 0.5u(g_{*}) + 0.5u(g^{\beta}) = 0.5x0 + 0.5x0.5 = 0.25 \quad (2.24)$$

$$u(g^{\beta 2}) = 0.5u(g^{\beta}) + 0.5u(g^{*}) = 0.5x0.5 + 0.5x1 = 0.75 \quad (2.25)$$

Στο βήμα 3, απομένει να βρεθεί η αναλυτική συνάρτηση που διέρχεται από τα πέντε σημεία:

$$(g_{*}, 0), (g^{\beta 1}, 0.25), (g^{\beta}, 0.5), (g^{\beta 2}, 0.75), (g^{*}, 1)$$

2.9 Παίγνια

Η λήψη απόφασης σε συνθήκες αβεβαιότητας, εφόσον αυτή αφορά προβλήματα ανταγωνισμού, συχνά αντιμετωπίζεται σαν «παίγνιο» (αγγλ. game). Τα «παίγνια» διακρίνονται στις ακόλουθες κατηγορίες:

- **«Παίγνια» ανθρώπου – φύσης**: Στην περίπτωση αυτή ο άνθρωπος ανταγωνίζεται τις αντιξοότητες οι οποίες εμποδίζουν την επίτευξη του στόχου του και οι οποίες προέρχονται από ανεξέλεγκτους, από αυτόν παράγοντες (π.χ. η παρεμπόδιση της ομαλής παραγωγής μιας επιχείρησης από βλάβες εξοπλισμού, ασθένειες του προσωπικού, κοινωνικές αναστατώσεις, κλπ). Σ’ αυτήν την περίπτωση ο ανταγωνιστής του λαμβάνοντος την απόφαση δεν είναι «έξυπνος», δηλαδή δεν αντιστρατεύεται συνειδητά τις ανθρώπινες επιδιώξεις. Τα εμπόδια τα οποία παρεμβάλλονται στις ανθρώπινες επιδιώξεις θεωρούνται τυχαία και υπακούουν στους νόμους των πιθανοτήτων.

- **«Παίγνια» μεταξύ ατόμων**: Σ’ αυτήν την περίπτωση οι ανταγωνιστές είναι «έξυπνοι», δηλαδή ενεργούν αναλύοντας κάθε ένας τις ενέργειες του άλλου, προσπαθώντας να αποκομίσουν όφελος, ο ένας σε βάρος του άλλου (π.χ. ανταγωνίστριες εταιρείες οι οποίες παράγουν προϊόντα τα οποία απευθύνονται στην ίδια αγορά).

  Στην κατηγορία αυτή το «παίγνιο» έχει τις ακόλουθες ιδιότητες:

    - Υπάρχει πεπερασμένος αριθμός ανταγωνιστών.
    - Κάθε ανταγωνιστής διαθέτει πεπερασμένο αριθμό εναλλακτικών ενεργειών ο οποίος διαφέρει για κάθε ανταγωνιστή.
    - Το «παίγνιο» ολοκληρώνεται όταν κάθε ανταγωνιστής υλοποιήσει τις ενέργειές του.
    - Το αποτέλεσμα (αμοιβή) για κάθε παίκτη αποτελεί συνέπεια των επιλεγμένων ενεργειών του συνόλου των ανταγωνιστών και μπορεί να είναι αρνητικό (απώλεια), μηδέν ή θετικό (κέρδος).
    - Κάθε ανταγωνιστής διατάσσει τις εναλλακτικές ενέργειές του σε στρατηγικές (δράσεις). Η καθαρή (αγγλ. pure) στρατηγική επιλέγεται πριν από την έναρξη του «παιγνίου» και δεν λαμβάνει υπόψη τις επιλογές των άλλων ανταγωνιστών.
    - Η μεικτή στρατηγική περιλαμβάνει προεπιλεγμένους τρόπους ενεργειών αλλά και εναλλακτικές ενέργειες οι οποίες θα πρέπει να γίνουν όταν εκδηλώνονται οι προθέσεις των άλλων ανταγωνιστών.

  Ουσιαστικά κάθε ανταγωνιστής προσπαθεί να μαντέψει τις κινήσεις των άλλων ανταγωνιστών του και να προσαρμόσει σ’ αυτές τις δικές του ενέργειες.

  Αυτή η κατηγορία «παιγνίων» διαιρείται σε δυο υποκατηγορίες:

    - «Παίγνια» με συνολικό αποτέλεσμα μηδέν (αγγλ. zero-sum games). Το αλγεβρικό άθροισμα των απωλειών και των κερδών των ανταγωνιστών είναι μηδέν. Δηλαδή, όσα χάνουν κάποιοι ανταγωνιστές τα κερδίζουν οι υπόλοιποι.
    - «Παίγνια» με συνολικό άθροισμα διάφορο του μηδενός (αγγλ. non zero-sum games). Σ’ αυτήν την περίπτωση παράγοντες εκτός των ανταγωνιστών παράγουν κέρδη ή ζημιές τα οποία διαφοροποιούν το συνολικό αποτέλεσμα.

(Δημητριάδης & Κοίλιας & Κώστας, 2005)

2.10 Ασαφή Σύνολα

Στα μαθηματικά, τα ασαφή σύνολα είναι σύνολα των οποίων τα στοιχεία έχουν βαθμούς ιδιότητας μέλους. Τα ασαφή σύνολα εισήχθησαν από τους Lotfi A. Zadeh και Dieter Klaua το 1965 ως επέκταση της κλασικής έννοιας του συνόλου. Ταυτόχρονα, ο Salii (1965) καθόρισε μια γενικότερη δομή που ονομάζεται L-σχέσεων (L-relations), η οποία μελετήθηκε σε ένα αφηρημένο αλγεβρικό πλαίσιο. Οι ασαφείς σχέσεις, οι οποίες χρησιμοποιούνται σήμερα σε διάφορες περιοχές, όπως γλωσσολογία (De Cock, et al., 2000), στη λήψη αποφάσεων (Kuzmin, 1982) και ομαδοποίηση (Bezdek, 1978), είναι ειδικές περιπτώσεις των L-σχέσεων όταν το L είναι το διάστημα μονάδας $[0,1]$.

Στην κλασική θεωρία των συνόλων, η ένταξη των στοιχείων σε ένα σύνολο εκτιμάται σε δυαδικούς όρους σύμφωνα με δισθενή κατάσταση - ένα στοιχείο είτε ανήκει ή δεν ανήκει στο σύνολο. Αντίθετα, η συγκεχυμένη καθορισμένη θεωρία επιτρέπει τη σταδιακή αξιολόγηση των μελών του σε μια σύνολο. Αυτό περιγράφεται με τη βοήθεια μιας συνάρτησης μελών που αποτιμώνται στο διάστημα του πραγματικού μοναδιαίου $[0,1]$ Τα ασαφή σύνολα γενικεύουν τα κλασικά σύνολα, δεδομένου ότι οι λειτουργίες των κλασικών συνόλων είναι ειδικές περιπτώσεις των λειτουργιών των ασαφών συνόλων, εφόσον τα τελευταία μπορεί να λαμβάνουν μόνο τιμές 0 ή 1. Στην ασαφή θεωρία των συνόλων, τα κλασικά δισθενή σύνολα ονομάζονται συνήθως $crisp$ σύνολα .Η ασαφής θεωρία των συνόλων μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ένα ευρύ φάσμα τομέων στους οποίους οι πληροφορίες είναι ελλιπείς ή ανακριβείς, όπως η βιοπληροφορική.

Ένα ασαφές σύνολο είναι ένα ζευγάρι (U,m) όπου U είναι ένα σύνολο και $m: U \rightarrow [0,1]$.

Για κάθε $x \in U$, η τιμή $m(x)$ καλείται βαθμός συσχέτισης του x στο (U,m). Για κάθε πεπερασμένο σύνολο $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, το ασαφές σύνολο (U,m) συμβολίζεται συνήθως από $\{m(x_1) \,/\, x_1, \dots, m(x_n) \,/\, x_n\}$.

Έστω $x \in U$. Τότε το x δεν περιλαμβάνεται στο ασαφές σύνολο (U,m) αν $m(x) = 0$, το x περιλαμβάνεται πλήρως αν $m(x) = 1$, και το x καλείται ασαφές μέλος του συνόλου αν $0 < m(x) < 1$. Το σύνολο $\{x \in U | m(x) > 0\}$ καλείται η υποστήριξη του (U,m) και το σύνολο $\{x \in U | m(x) = 1\}$ καλείται πυρήνας. Η συνάρτηση m καλείται συνάρτηση συμμετοχής του συνόλου (U,m).

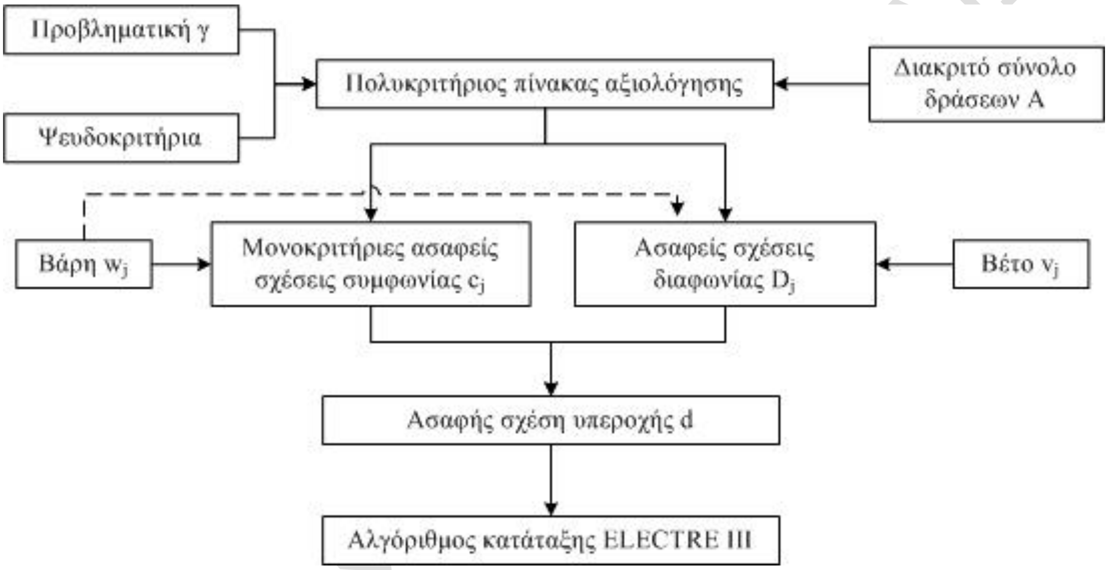
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο : ΜΟΝΤΕΛΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΥΠΟ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

3.1 Μονοκριτήρια και Πολυκριτήρια Μοντέλα

3.1.1 Η Μέθοδος ELECTRE III

Η μέθοδος ELECTRE III σχεδιάστηκε για να βελτιώσει την μέθοδο ELECTRE II και γι' αυτό το λόγο σχετίζεται με ανακριβή, αβέβαια ή δύσκολο να εννοηθούν ντετερμινιστικά δεδομένα. Αυτός ο σκοπός πραγματικά επιτεύχθηκε, και η ELECTRE III εφαρμόζεται με επιτυχία για δυο τουλάχιστον δεκαετίες, σε ένα μεγάλο εύρος πραγματικών εφαρμογών. (Figueira and Mouseau and Roy, Springer 2005)

Το οργανόγραμμα της μεθόδου δίνεται στο σχήμα 3.1.



Εικόνα 3-1: Λογικό διάγραμμα της μεθόδου ELECTRE III (Σίσκος, 2008)

Στη μέθοδο ELECTRE III έχουμε ψευδοκριτήρια και προβληματική γ (κατάταξη). Οι σχέσεις υπεροχών μεταξύ των δράσεων είναι σχέσεις ασάφειας (αγγλ. fuzzy relation). Γι' αυτό το λόγο, η μέθοδος δανείζεται εργαλεία της **θεωρίας ασαφών συνόλων** (αγγλ. fuzzy set theory). (Σίσκος, 2008)

Η κατασκευή αυτής της σχέσης απαιτεί τον ορισμό ενός δείκτη αξιοπιστίας (αγγλ. credibility index), ο οποίος εκφράζει την αξιοπιστία του ισχυρισμού «η δράση α υπερέχει της δράσης b», αSb. Η σχέση αυτή εκφράζεται μέσω του τύπου $\rho(\alpha Sb)$. Αυτός ορίζεται χρησιμοποιώντας τον δείκτη συμφωνίας (αγγλ. concordance index), $c(\alpha Sb)$, και τον δείκτη ασυμφωνίας για κάθε κριτήριο g_j στην F, ο οποίος είναι, $d_j(aSb)$.

Η ασυμφωνία ενός κριτηρίου g_j σκοπεύει στο να λαμβάνεται υπόψη το γεγονός ότι αυτό το κριτήριο είναι λιγότερο ή περισσότερο ασύμφωνο με τον ισχυρισμό αSb. Ο δείκτης ασυμφωνίας παίρνει τη μέγιστη τιμή όταν το κριτήριο g_j βάζει βέτο στην σχέση υπεροχής, και την ελάχιστη τιμή όταν το κριτήριο g_j δεν είναι ασύμφωνο με αυτή τη σχέση. Για να οριστεί η τιμή του δείκτη ασυμφωνίας σε ενδιάμεσες ζώνες, απλά γίνεται η παραδοχή ότι αυτή η τιμή μεγαλώνει την διάσταση της διαφοράς $g_j(b) - g_j(a)$. Ο δείκτης ασυμφωνίας ορίζεται όπως φαίνεται παρακάτω:

$$D_j(a,b) = \begin{cases} 1 \; \varepsilon \acute{\alpha} \nu \; g_j(b) > g_j(a) + v_j[g_j(a)] \\ 0 \; \varepsilon \acute{\alpha} \nu \; g_j(b) \leq g_j(a) + p_j[g_j(a)] \\ \dfrac{g_j(b) - g_j(a) - p_j[g_j(a)]}{v_j[g_j(a)] - p_j[g_j(a)]} \; \alpha\lambda\lambda\iota\acute{\omega}\varsigma \end{cases}$$

Ο δείκτης αξιοπιστίας ορίζεται όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\rho(aSb) = c(aSb) \prod_{\{j \in J: d_j(aSb > c(aSb))\}} \frac{1 - d_j(aSb)}{1 - c(aSb)}$$

Όταν $d_j(aSb) = 1$, αυτό συνεπάγεται ότι $\rho(aSb) = 0$, αφού $c(aSb) < 1$.

Ο ορισμός $\rho(aSb)$ βασίζεται στις παραπάνω κύριες ιδέες:

1. Όταν δεν υπάρχει κανένα ασύμφωνο κριτήριο, η αξιοπιστία της σχέσης υπεροχής είναι ίση με τον μέγιστο δείκτη συμφωνίας.

2. Όταν το κριτήριο ασυμφωνίας ενεργοποιεί τη δύναμη του βέτο που έχει, ο ισχυρισμός δεν είναι καθόλου αξιόπιστος, άρα ο δείκτης είναι κενός (null).

3. Για τις υπόλοιπες περιπτώσεις στις οποίες ο μέγιστος δείκτης συμφωνίας είναι ελάχιστα χαμηλότερος από τον δείκτη ασυμφωνίας στο ασύμφωνο κριτήριο, ο δείκτης αξιοπιστίας είναι μικρότερος από τον μέγιστο δείκτη συμφωνίας, εξαιτίας της αντίδρασης του κριτηρίου.

Ο δείκτης $\rho(aSb)$ αντιστοιχεί στον δείκτη $c(aSb)$ εξασθενιζόμενος από τα αποτελέσματα του βέτο.

Για περεταίρω ανάπτυξη της μεθόδου ELECTRE III μπορείτε να ανατρέξετε στη βιβλιογραφία (Figueira and Mouseau and Roy, Springer 2005) και (Σίσκος, 2008).

3.1.2 Η Μέθοδος MACBETH

Η μέθοδος MACBETH (Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique) οφείλεται από κοινού στον Πορτογάλο Carlos Bana e Costa και τον Βέλγο Jean-Claude Vansnick και αποτελεί μια αναβάθμιση-διόρθωση της **αναλυτικής ιεραρχικής διαδικασίας** (analytic hierarchy process, AHP) του Thomas Saaty.

Η μέθοδος αναζητά τις περιθώριες αξίες των δράσεων του συνόλου Α σε καθένα από τα κριτήρια και στην κλίμακα $0-100$ (αντί $0-1$). Οι αξίες ερμηνεύονται ως **βαθμοί ελκυστικότητας** (attractiveness) των δράσεων. Για το λόγο αυτό, η μέθοδος προτείνει στον αποφασίζοντα να συγκρίνει ανά δύο τις δράσεις ως προς την ελκυστικότητα τους. Όταν εκτιμηθούν όλες οι περιθώριες αξίες των δράσεων, η μέθοδος προτείνει και τη σύγκριση των κριτηρίων ανά δύο, μόνο που αυτή τη φορά οι βαθμοί ελκυστικότητας που υπολογίζονται ερμηνεύονται ως τα βάρη των κριτηρίων με άθροισμα τη μονάδα. Τελικά, το μοντέλο ολικής προτίμησης που χρησιμοποιείται για την κατάταξη των δράσεων είναι μια προσθετική συνάρτηση αξίας. (Σίσκος, 2008)

Έστω A ένα πεπερασμένο σύνολο δυνατών δράσεων, για τις οποίες ένας αποφασίζων D θέλει να ποσοτικοποιήσει τον βαθμό ελκυστικότητας. Η μέθοδος MACBETH αποσκοπεί στην κατασκευή μιας αριθμητικής κλίμακας:

$\nu: A \rightarrow R: \alpha \rightarrow \nu(a)$

με τις εξής ιδιότητες:

- Ο αριθμός $\nu(a)$ αναπαριστά αριθμητικά την ελκυστικότητα της δράσης a για τον D με τέτοιο τρόπο ώστε: $\forall a, b \in A, \nu(a) > \nu(b)$ σημαίνει ότι το άτομο D κρίνει την δράση a πιο ελκυστική από την b, δηλαδή: αPb.

- Η θετική διαφορά $\nu(a) - \nu(b)$ αναπαριστά αριθμητικά τη διαφορά ελκυστικότητας ανάμεσα στις δράσεις a και b με τέτοιο τρόπο ώστε:

  $\forall\, a, b, c, d \in A$ με aPb και aPd, ο λόγος $[\nu(a) - \nu(b)]/[\nu(c) - \nu(d)]$ να αναπαριστά το λόγο της διαφοράς ελκυστικότητας του α από το b προς την διαφορά ελκυστικότητας του c από το d.

Από τα παραπάνω είναι προφανές ότι: $\forall\, a, b, c, d$ με αPb και cPd, $\nu(a) - \nu(b) > \nu(c) - \nu(d)$ ισχύει αν και μόνο αν η διαφορά ελκυστικότητας του α από το b είναι μεγαλύτερη από τη διαφορά ελκυστικότητας του c από το d.

Για την αντιμετώπιση του παραπάνω προβλήματος και την κατασκευή μιας τέτοιας συνάρτησης αξίας έχουν προταθεί αρκετές μέθοδοι. Ένα βασικό πρόβλημα όμως είναι η πρακτική δυσλειτουργικότητα που παρουσιάζει η διαδικασία ερωταποκρίσεων με τον αποφασίζοντα.

Ένα από τα πλεονεκτήματα της μεθόδου MACBETH είναι το γεγονός ότι η διαδικασία ερωταποκρίσεων αναλυτή-αποφασίζοντος είναι ευθύτατη και χρησιμοποιεί συστηματικά την έννοια της «διαφοράς ελκυστικότητας» ανάμεσα σε δυο δράσεις ή δυο κριτήρια.

Πρακτικά, $\forall\, a, b \in A$ με aPb, η MACBETH ζητά από τον αποφασίζοντα D να εκφράσει μια απόλυτη κρίση της διαφοράς ελκυστικότητας της a από την b, κατατάσσοντας αυτή τη διαφορά σε μια από τις 7 κατηγορίες:

- $C_0 \rightarrow$ Καμία Διαφορά

- $C_1 \rightarrow$ Πολύ Ασθενής Διαφορά

- $C_2 \rightarrow$ Ασθενής Διαφορά

- $C_3 \rightarrow$ Μέτρια Διαφορά

- $C_4 \rightarrow$ Ισχυρή Διαφορά

- $C_5 \rightarrow$ Πολύ Ισχυρή Διαφορά

- $C_6 \rightarrow$ Ακραία Διαφορά

Για περεταίρω ανάπτυξη της μεθόδου MACBETH μπορείτε να ανατρέξετε στη βιβλιογραφία (Σίσκος, 2008) και (Costa and Corte and Vansnick, Springer 2005).

3.2 Πολυκριτήρια Θεωρία Χρησιμότητας

Η θεωρία αυτή βασίζεται στην ακόλουθη υπόθεση: για κάθε πρόβλημα απόφασης υπάρχει μία πραγματική συνάρτηση u, που ορίζεται στο A, της οποίας ο αποφασίζων, συνειδητά ή όχι, επιθυμεί την βελτιστοποίησή της. Η συνάρτηση αυτή συνθέτει τα κριτήρια $\mathrm{g_1, g_2, \dots, g_n}$. Ο ρόλος του αναλυτή είναι να καθορίσει τη συνάρτηση αυτή. (Roy and Vincke, 1981)

Η νέα αυτή συνάρτηση καλείται συνάρτηση χρησιμότητας (ή αξιών):

$$u(\boldsymbol{g}) = u(g_1, g_2, \dots, g_n) \tag{3.1}$$

Ας ονομάσουμε P την αυστηρή προτιμησιακή σχέση και I την σχέση αδιαφορίας ανάμεσα σε δύο εναλλακτικές δραστηριότητες a και b.

Αν το διάνυσμα $\boldsymbol{g}(a) = [g_1(a), g_2(a), \dots, g_n(a)]$ είναι η πολυκριτήρια αξιολόγηση της δραστηριότητας a, τότε οι ακόλουθες ιδιότητες χαρακτηρίζουν τη συνάρτηση χρησιμότητας u:

$$u[\boldsymbol{g}(a)] > u[\boldsymbol{g}(b)] \Leftrightarrow aPb \tag{3.2.α}$$

$$u[\boldsymbol{g}(a)] = u[\boldsymbol{g}(b)] \Leftrightarrow aIb \tag{3.2.β}$$

και η σχέση $R = P \cup I$ δηλώνει μια ασθενής κατάταξη. (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1984)

Η ύπαρξη της συνάρτησης $u(.)$, υπό καθεστώς βεβαιότητας, θεμελιώνεται με βάση τις εξής παραδοχές:

- πλήρης συγκρισιμότητα των εναλλακτικών ενεργειών
- μεταβατικότητα των προτιμήσεων των εναλλακτικών ενεργειών

  (Γρηγορούδης και Σίσκος, 2000)

Επιπρόσθετα, η ύπαρξη αθροιστικής συνάρτησης χρησιμότητας, υπό καθεστώς βεβαιότητας, προϋποθέτει την αμοιβαία ανεξαρτησία προτιμήσεων για το σύνολο των κριτηρίων. Θεωρώντας ότι έχουμε ένα σύνολο κριτηρίων $F = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ οι δύο παρακάτω ορισμοί των Keeney and Raiffa (1976) θα μας βοηθήσουν στην κατανόηση της έννοιας αυτής.

- **Ορισμός 1** (ανεξαρτησία προτιμήσεων – preferential independence): Οι προτιμήσεις για ένα ζεύγος κριτηρίων $\{g_1, g_2\}$ είναι ανεξάρτητες των προτιμήσεων για τα υπόλοιπα κριτήρια $\{g_3, g_4, \dots, g_n\}$ για $n \geq 3$, αν και μόνο αν η υποθετική δομή των προτιμήσεων πάνω στα κριτήρια g_1 και g_2 δεν εξαρτάται από τις τιμές των άλλων κριτηρίων.

- **Ορισμός 2** (αμοιβαία ανεξαρτησία προτιμήσεων – mutual preferential independence): Αν οι προτιμήσεις για κάθε ζεύγος κριτηρίων $\{g_i, g_j\}$ είναι ανεξάρτητες των προτιμήσεων του συμπληρωματικού συνόλου των κριτηρίων $F/\{g_i, g_j\} \forall\, i, j$ τότε ισχύει για το σύνολο των κριτηρίων αμοιβαία ανεξαρτησία προτιμήσεων.

Σε συνέχεια των προηγουμένων ο Σίσκος (1998) αναφέρει το ακόλουθο θεώρημα: Η συνάρτηση αξιών ενός αποφασίζοντος είναι γραμμική όταν για κάθε ζεύγος κριτηρίων $(g_i, g_j), i = 1,2, \dots, n$ οι βαθμοί παραχωρήσεων (βάρη) είναι ανεξάρτητοι των τιμών που παίρνουν τα υπόλοιπα κριτήρια στο χώρο των κριτηρίων και σταθεροί.

Η συνάρτηση χρησιμότητας είναι προσθετική αν είναι της μορφής:

$$u[\boldsymbol{g}(a)] = \sum_{i=1}^{n} u_i\big(g_i(a)\big) \tag{3.3}$$

όπου $a \in A$, $u(a)$ η συνάρτηση χρησιμότητας της a και $g_i(a)$ αύξουσα συνάρτηση του κριτηρίου g_i.

Στην πράξη η πιο συνηθισμένη μορφή είναι:

$$u[\boldsymbol{g}(a)] = \sum_{i=1}^{n} p_i g_i(a) \tag{3.4}$$

όπου κάθε μερική χρησιμότητα $u_i\big(g_i(a)\big)$ καθορίζεται από το κριτήριο g_i και από το βάρος p_i.

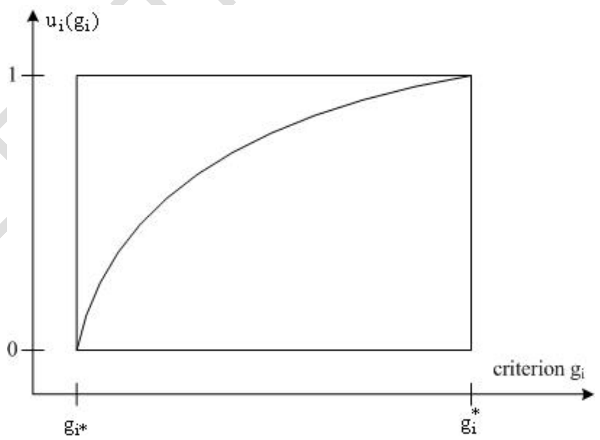
Σε πολλές περιπτώσεις, κανονικοποιούμε τη συνάρτηση χρησιμότητας. Ας υποθέσουμε ότι (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982):

$$u[\boldsymbol{g}(a)] = \sum_{i=1}^{n} p_i w_i\big(g_i(a)\big), \acute{o}\pi o\upsilon\ w_i\big(g_i(a)\big) = \frac{1}{p_i} u_i\big(g_i(a)\big)\ \forall\ \kappa\rho\iota\tau\acute{\eta}\rho\iota o\ i \tag{3.5}$$

Έστω g_i^* και g_{i*}, είναι αντίστοιχα η καλύτερη και η χειρότερη τιμή του κριτηρίου i. Οι πιο συνηθισμένες συνθήκες κανονικοποίησης είναι οι επόμενες:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} p_i = 1 \\ w_i(g_{i*}) = 0\ \forall\ i \\ w_i(g_i^*) = 1\ \forall\ i \end{cases} \tag{3.6}$$

Οπότε έχουμε κανονικοποίηση στο διάστημα [0,1] (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982). Στο Σχήμα 2.2 που ακολουθεί δίνεται η κανονικοποιημένη μερική συνάρτηση χρησιμότητας ενός κριτηρίου i:



Εικόνα 3-2: Κανονικοποιημένη συνάρτηση μερικής χρησιμότητας (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982)

Αν υποθέσουμε ότι κάθε κριτήριο έχει μη-φθίνουσα χρησιμότητα, που είναι και το πιο σύνηθες, οι μερικές χρησιμότητες u_i και w_i είναι τότε μονότονες μη-φθίνουσες συναρτήσεις του g_i. Όταν χρησιμοποιούμε την προσθετική μορφή (3.3), οι συνθήκες κανονικοποίησης γράφονται ως εξής:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} u_i(g_i^*) = 1 \\ u_i(g_{i*}) = 0 \ \forall \ i \end{cases} \tag{2.7}$$

Είναι σημαντικό να τονιστεί η φυσική σημασία των συντελεστών σημαντικότητας – βαρών p_i (σχέση 3.4). Το βάρος ενός κριτηρίου είναι η ποσότητα που παραχωρείται σε κάποιο κριτήριο αναφοράς για να υπάρξει κέρδος ακριβώς μίας μονάδας στο συγκεκριμένο κριτήριο. Συνεπώς, τα βάρη είναι βαθμοί παραχωρήσεων (αγγλ. trade-offs) μεταξύ των κριτηρίων και του κριτηρίου αναφοράς. (Σίσκος, 1998)

Οπότε ο υπολογισμός των βαρών είναι μία διαδικασία πολύ σημαντική αφού πρέπει να αποτυπώνει την πραγματική σημασία του κάθε κριτηρίου, ώστε το τελικό αποτέλεσμα να είναι συμβατό με τις στάσεις του αποφασίζοντα. Σε αρκετές περιπτώσεις ακολουθούνται αναλυτικοί αλληλεπιδραστικοί διάλογοι για την κατά το δυνατή ορθή εκτίμηση του συνόλου των βαρών. Μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζουν και οι μέθοδοι που ανήκουν στην αναλυτική – συνθετική προσέγγιση και που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση των βαρών μέσα από εκφρασμένες συνολικές αξιολογήσεις ή δράσεις των καταναλωτών.

3.3 Προσέγγιση Υπεροχής

Η προσέγγιση αυτή, όπως και στην περίπτωση της βεβαιότητας, μοντελοποιεί τις προτιμήσεις του αποφασίζοντος με διμερείς σχέσεις, τόσο στο επίπεδο του ενός κριτηρίου όσο και συνολικά.

3.3.1 Η μέθοδος των Martel & d’ Avignon

Οι Καναδοί Martel και d’ Avignon προσπάθησαν το 1982 να προσαρμόσουν τη μέθοδο ELECTRE III του Roy στην περίπτωση πιθανοτικών κριτηρίων.

Αλγοριθμικά, η μέθοδος «τρέχει» σε τέσσερα βήματα:

Βήμα 1: Για κάθε κριτήριο g_i και κάθε ζεύγος δράσεων $(a, b) \in AxA$, υπολογίζουμε δυο δείκτες:

- **Μονοκριτήριος δείκτης συμφωνίας**

$$d_i = \sum_j \delta_i^b\left(g_i^j\right) \sum_{k \geq j} \delta_i^a\left(g_i^k\right) \tag{3.11}$$

Εκφράζει τη σχετική συχνότητα των τιμών $g_i^j \in [g_{i*}, g_i^*]$ οι οποίες είναι τουλάχιστον εξ’ ίσου υψηλές στη δράση α απ’ ότι στη δράση b.

- **Δείκτης διαφωνίας**

$$D_i(a, b) = \frac{1}{g_i^* - g_{i*}} \sum_j \delta_i^a\left(g_i^j\right) \sum_{k > j}\left(g_i^k - g_i^j\right) \delta_i^b\left(g_i^k\right) \tag{3.12}$$

Εκφράζει τη «μέση» διαφωνία του κριτηρίου g_i στην υπεροχή της α έναντι της b. Ο δείκτης αυτός, ο οποίος δεν χρησιμοποιεί κάποιο κατώφλι βέτο, αλλά δίνει έμφαση στη διαφορά $g_i^* - g_{i*}$ (έκταση της κλίμακας), προϋποθέτει ότι **τα κριτήρια πρέπει να είναι μετρικά.**

Βήμα 2: Υπολογίζουμε τον συνολικό δείκτη συμφωνίας, κάνοντας χρήση των βαρών των κριτηρίων $k_1, k_2, \ldots, k_n$, με $\sum_i k_i = 1$:

$C(a,b) = \sum_{i=1}^{n} k_i d_i(a,b)$ (3.13)

Ο δείκτης αυτός εκφράζει τη σταθμισμένη συμφωνία όλων των κριτηρίων στην υπεροχή της α έναντι της b.

Βήμα 3: Υπολογίζουμε τον δείκτη πιστότητας $d(a,b)$ της υπεροχής της α έναντι της b, συνθέτοντας τους δείκτες συμφωνίας και διαφωνίας:

$$d(a,b) = \begin{cases} C(a,b), \varepsilon\acute{\alpha}\nu\ C(a,b) \geq D_i(a,b)\ \forall\ i = 1,2,\dots,n \\ \frac{C(a,b)}{1-C(a,b)} \prod_{i*}[1 - D_{i*}(a,b)], i\ \in\ \{i\ /\ D_i(a,b) > C(a,b)\} \end{cases} \quad (3.14)$$

Βήμα 4: Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο κατάταξης ELECTRE III στη σχέση ασαφούς υπεροχής $d(a,b)$, όπως στην κλασσική μέθοδο ELECTRE III.

(Σίσκος, 2008 | Scannella, 2001)

3.3.2 Η μέθοδος του Jacquet-Lagrèze

Μια άλλη μέθοδος που εντάσσεται στις μεθόδους διάταξης (ordinal methods) είναι εκείνη που αναπτύχθηκε από τον Jacquet-Lagrèze το 1977 και βασίζεται και αυτή στην έννοια της πιθανοτικής διμερούς σχέσης. Η μέθοδος δεν δέχεται τη διαφωνία των κριτηρίων. Κατά συνέπεια, το βήμα 3 της προηγούμενης μεθόδου παραλείπεται, αφού $d(a,b) = C(a,b)$. Τα βήματα 2 και 4 παραμένουν ίδια και μόνο το βήμα 1 παρουσιάζει διαφορές με την προηγούμενη μέθοδο.

Για να υπολογίσει τους δείκτες $d_i(a,b)$, ο Jacquet-Lagrèze κατασκευάζει μια πιθανοτική σχέση προτίμησης $P_i(a,b)$ και μια πιθανοτική (συμμετρική) σχέση αδιαφορίας $I_i(a,b)$, οι οποίες συνδέονται με τη σχέση:

$P_i(a,b) + P_i(b,a) + I_i(a,b) = 1$ (3.15)

Η ιδέα είναι απλή: ο δείκτης $I_i(a,b)$ παίρνει υπ' όψη του το κοινό εμβαδό των δυο κατανομών πιθανότητας δ_i^a και δ_i^b (βλ. σχήμα 3.1), ενώ ο δείκτης $P_i(a,b)$ το μη κοινό μέρος της δ_i^a που είναι σε καλύτερη θέση (δεξιά) από την δ_i^b πάνω στην κλίμακα $[g_{i*}, g_i^*]$.

Οι $P(a,b)$ και $I(a,b)$ υπολογίζονται για κάθε κριτήριο g από τον αλγόριθμο:

1. Θέσε $p_i = min[\delta^a(g^i), \delta^b(g^i)]$
2. Θέσε $p_a^i = \delta^a(g^i) - p_{ii}, p_s^i = \delta^b(g^i) - p_{ii}, \forall\ \sigma\eta\mu\varepsilon\acute{\iota}o\ g^i$
3. $i\ =\ 1,\ j\ =\ 1$
4. Εάν $p_a^i = 0$, θέσε $i\ =\ i\ +\ 1$ και επανάλαβε το 4, αλλιώς πήγαινε στο 5.
5. Εάν $p_s^j = 0$, θέσε $j\ =\ j\ +\ 1$ και επανάλαβε το 5, αλλιώς πήγαινε στο 6.
6. Θέσε $p_{ij} = min(p_a^i, p_s^j)\ \kappa\alpha\iota\ p_a^i = p_a^j - p_{ij}, p_s^i = p_s^j - p_{ij}$
7. Εάν $g^i = g^*$ και $g^j = g^*$ (τέλος της κλίμακας), πήγαινε στο 8, αλλιώς πήγαινε στο 4.

8. Θέσε $I(a,b) = \sum_i p_{ij}$, $P(a,b) = \sum_{i>j} p_{ij}$, $P(b,a) = \sum_{i<j} p_{ij}$, Τέλος.

Το μέγεθος p_{ij} αναπαριστά τον βαθμό ανωτερότητας του σημείου g^i της μιας κατανομής επί του g^j της άλλης.

Ο δείκτης πιστότητας της υπεροχής της δράσης a επί της b υπολογίζεται μέσω των θετικών συντελεστών βαρύτητας $k_1, k_2, \dots, k_n$ $\sum_i k_i = 1$ και του τύπου:

$$d(a,b) = \sum_{i=1}^{n} k_i \{I_i(a,b) + max[P_i(a,b) - P_i(b,a), 0]\} \qquad (3.16)$$

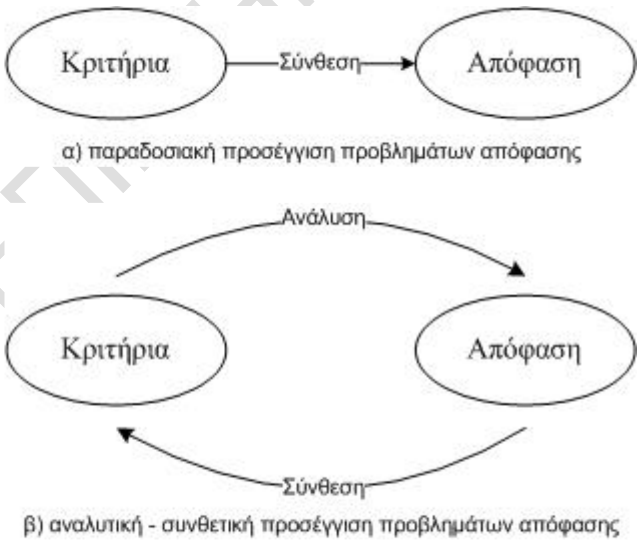
Η μέθοδος ολοκληρώνεται με την εφαρμογή του αλγορίθμου κατάταξης ELECTRE III επί του πίνακα $d(a,b)$.

(Σίσκος, 2008)

3.4 Αναλυτική - Συνθετική Προσέγγιση

3.4.1 Γενικό Μεθοδολογικό Πλαίσιο

Τα μοντέλα της πολυκριτήριας ανάλυσης, στη μεγαλύτερη πλειοψηφία τους, απεικονίζουν μια παραδοσιακή αντίληψη του ορθολογισμού που βασίζεται στις αρχές της γραμμικότητας και της αιτιότητας, δηλαδή στη λογική ότι η απόφαση καθορίζεται από τα κριτήρια (**συνθετική προσέγγιση**, aggregation approach). Η **αναλυτική-συνθετική προσέγγιση** (αγγλ. aggregation-disaggregation approach), από τη δική της πλευρά, δέχεται ότι η απόφαση και τα κριτήρια επιδέχονται προοδευτική επεξεργασία αλληλοδομούμενα μέσα στο χρόνο όπως φαίνεται παραστατικά στο Σχήμα 3.3. (Γρηγορούδης και Σίσκος, 2000)



Εικόνα 3-3: (α) Παραδοσιακή και (β) αναλυτική-συνθετική προσέγγιση προβλημάτων απόφασης (Σίσκος, 1981)

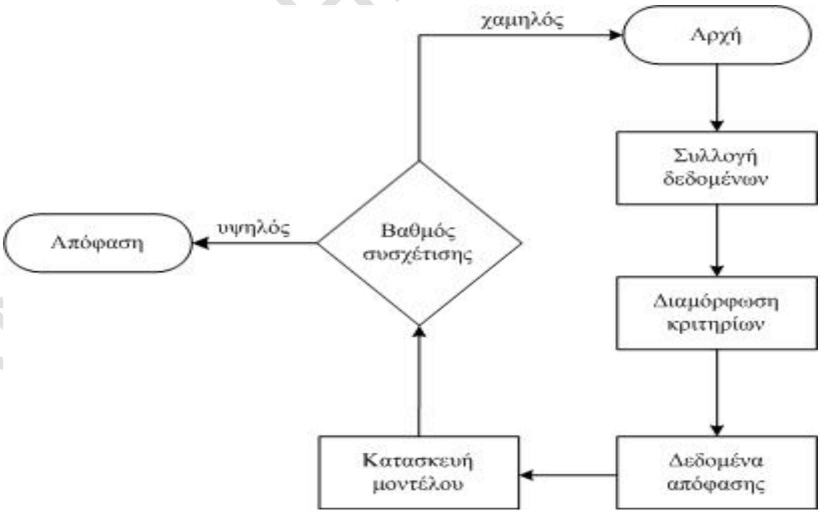
Η φιλοσοφία της αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης στα πλαίσια της πολυκριτήριας ανάλυσης έγκειται στην εκτίμηση ενός μοντέλου προτίμησης, που προκύπτει ως συμπέρασμα από μία δοσμένη έκφραση συνολικής προτίμησης πάνω σε εναλλακτικές δραστηριότητες. Στόχος είναι η παροχή υποστήριξης σε δράσεις λήψης απόφασης μέσα από τη χρήση επιχειρησιακών μοντέλων στα πλαίσια της παραπάνω προβληματικής που θέσαμε. (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 2001)

Στην παραδοσιακή μορφή της συνθετικής προσέγγισης που ακολουθείται στην πλειοψηφία των προβλημάτων πολυκριτήριας ανάλυσης, το μοντέλο σύνθεσης των επιμέρους κριτηρίων είναι a priori γνωστό, ενώ η συνολική προτίμηση είναι άγνωστη. Σύμφωνα με αυτή τη προσέγγιση ισχύει η αρχή της γραμμικότητας και της αιτιότητας, δηλαδή η λογική ότι η απόφαση καθορίζεται από τα κριτήρια και τον τρόπο σύνθεσης αυτών. (Γρηγορούδης και Σίσκος, 2000)

Η αναλυτική-συνθετική ή απλά **αναλυτική προσέγγιση** (αγγλ. disaggregation approach) εστιάζεται στη συσχέτιση των πραγματικών δεδομένων απόφασης και του μοντέλου απόφασης, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η μεγαλύτερη δυνατή συμβατότητα μοντέλου-αποφασίζοντος. Ουσιαστικά, στις μεθόδους της συγκεκριμένης προσέγγισης, εκτιμώνται ή συμπεραίνονται οι παράμετροι εκείνες ενός μοντέλου απόφασης οι οποίες επιτρέπουν την βέλτιστη ανασύσταση μιας απόφασης. Σε τελική ανάλυση, πρόκειται για το γνωστό στους στατιστικολόγους **παράδειγμα της επαγωγής** (αγγλ. inference paradigm). (Γρηγορούδης και Σίσκος, 2000)

Η φιλοσοφία αυτή προϋποθέτει ότι το αποτέλεσμα μιας απόφασης μπορεί, είτε να παρατηρηθεί (σε περιπτώσεις αποφάσεων με επαναληπτικό χαρακτήρα), είτε να εξωτερικευτεί από τον αποφασίζοντα μέσα από διαλογικές διαδικασίες. Βέβαια, όταν προσδιοριστεί το μοντέλο απόφασης, ο απώτερος σκοπός είναι η **επέκτασή** του (extrapolation) στο υπό μελέτη σύνολο A των δράσεων του προβλήματος. (Σίσκος, 2008)

Η αρχή της αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.4, όπου πρέπει να σημειωθεί ότι, σε περίπτωση που διαπιστωθεί ασυνέπεια ανάμεσα στον αποφασίζοντα και το εκτιμώμενο μοντέλο απόφασης, αναθεωρείται είτε η συνεπής οικογένεια κριτηρίων είτε η αξιοπιστία των δεδομένων της απόφασης.



Εικόνα 3-4: Αρχή της αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης (Σπυριδάκος 1996)

3.4.2 Δράσεις αναφοράς

Προκειμένου να αποσαφηνιστεί η ολική προτίμηση του αποφασίζοντα υπάρχει η ανάγκη για την χρήση ενός συνόλου δραστηριοτήτων αναφοράς A_R. Συνήθως αυτό το σύνολο μπορεί να είναι:

- ένα σύνολο παρελθουσών εναλλακτικών απόφασης (A_R – past actions)

- ένα υποσύνολο εναλλακτικών απόφασης, ειδικά όταν το σύνολο του συνόλου των εναλλακτικών Α είναι μεγάλο ($A_R \subset A$)

- ένα σύνολο φανταστικών δράσεων, τέτοιων ώστε οι αξιολογήσεις πάνω στα διαφορετικά κριτήρια να βοηθούν τον αποφασίζοντα να πραγματοποιήσει ολικές συγκρίσεις (A_R – fictitious actions)

Σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις ζητείται από τον αποφασίζοντα να εξωτερικεύσει ή/και να επιβεβαιώσει τις ολικές του προτιμήσεις πάνω στο σύνολο A_R, λαμβάνοντας υπόψη τις αξιολογήσεις των εναλλακτικών του συνόλου πάνω σε όλα τα κριτήρια. Συνήθως η ολική προτίμηση εφαρμόζεται με τις παρακάτω μορφές:

- μετρήσιμες κρίσεις για τις εναλλακτικές του A_R

- κατάταξη (ασθενής) (weak order relation) στο A_R, προβληματική γ

- σύγκριση κατά ζεύγη εναλλακτικών

- ταξινόμηση των εναλλακτικών αναφοράς, προβληματική β

  (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 2001)

Η αναλυτική-συνθετική προσέγγιση εστιάζεται στη συσχέτιση των πραγματικών δεδομένων και του μοντέλου απόφασης, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η μεγαλύτερη δυνατή συμβατότητα μοντέλου-πραγματικότητας. Ουσιαστικά, στις διαδικασίες των μεθόδων της συγκεκριμένης προσέγγισης, γνωστού όντως του μοντέλου απόφασης, εκτιμώνται οι παράμετροι του μοντέλου με τις οποίες θα επιτευχθεί μία βέλτιστη ανασύσταση των δεδομένων της απόφασης. (Σίσκος, 1981)

Τα μοντέλα της συγκεκριμένης κατηγορίας βασίζονται στην αρχή ότι το αποτέλεσμα μίας απόφασης μπορεί είτε να παρατηρηθεί (σε περιπτώσεις αποφάσεων με επαναληπτικό χαρακτήρα), είτε να συλλεχθεί από τον αποφασίζοντα (μέσα από διαλογικές διαδικασίες). Ο απώτερος σκοπός είναι η επέκταση (extrapolation) γνωστών καταστάσεων συμπεριφοράς από το σύνολο A_R στο υπό μελέτη σύνολο Α των ενεργειών απόφασης. (Γρηγορούδης και Σίσκος, 2000)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο : ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ - ΣΥΝΘΕΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΤΗΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

4.1 Η Μέθοδος UTA

4.1.1 Βασικές αρχές

Η μέθοδος UTA (UTilités Additives) η οποία προτάθηκε από τους Jacquet-Lagrèze and Siskos (1982) έχει ως στόχο την εκτίμηση μιας ή περισσότερων προσθετικών συναρτήσεων αξίας από μία προδιάταξη ενός συνόλου αναφοράς A_R. Η μέθοδος χρησιμοποιεί ειδικές τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού για να καθορίσει τις συγκεκριμένες συναρτήσεις, έτσι ώστε η(οι) κατάταξη(εις) που αποκτάται(ώνται) μέσω αυτών των συναρτήσεων στο A_R να είναι όσο το δυνατό πιο συμβατή(ές) με την αρχική προδιάταξη. Η μέθοδος πρωτοεμφανίστηκε το 1978 σε ένα τεύχος της σειράς τετραδίων του Εργαστηρίου LAMSADE (Cahiers du LAMSADE) και σηματοδοτεί την έναρξη της αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης ως ρεύμα της πολυκριτήριας ανάλυσης. Αργότερα, δημοσιεύτηκε επίσημα το 1982, στο έγκριτο διεθνές περιοδικό European Journal of Operational Research. Σύμφωνα με έκθεση του περιοδικού, το άρθρο αυτό συγκαταλέγεται σήμερα μέσα στα δέκα άρθρα με τις περισσότερες μνημονεύσεις (αγγλ. citations) στην ιστορία του περιοδικού.

Το μοντέλο σύνθεσης των κριτηρίων (μοντέλο απόφασης) στη μέθοδο UTA είναι μία προσθετική συνάρτηση αξίας της ακόλουθης μορφής (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982):

$$u(\boldsymbol{g}) = \sum_{i=1}^{n} p_i u_i(g_i) \tag{4.1}$$

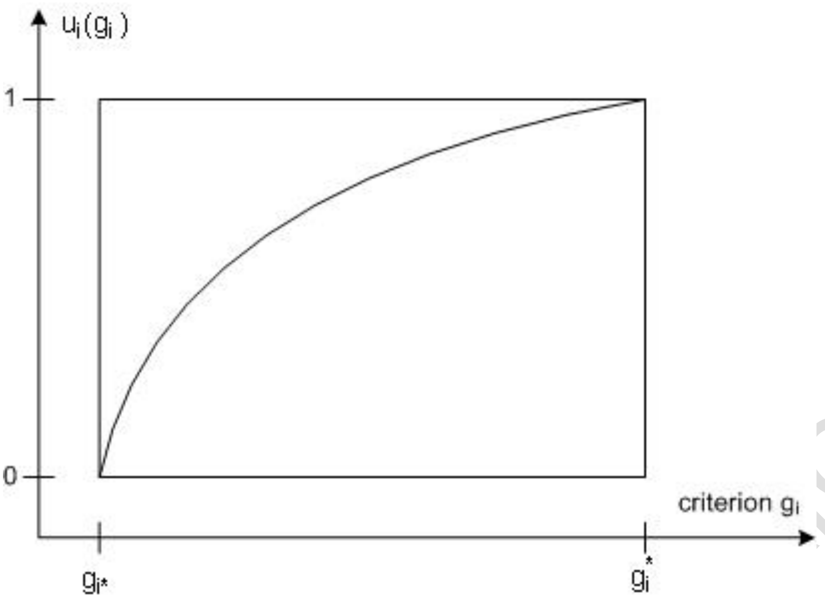
υπό τους περιορισμούς κανονικοποίησης (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982):

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} p_i = 1 \\ u_i(g_{i*}) = 0, u_i(g_i^*) = 1, \forall\ i = 1,2,\dots,n \end{cases} \tag{4.2}$$

όπου $u_i, i = 1,2,\dots,n$ είναι αύξουσες συναρτήσεις των g_i που καλούνται **περιθώριες ή μερικές συναρτήσεις αξίας** (αγγλ. marginal value functions) (Σχήμα 4.1).

Η ύπαρξη ενός τέτοιου μοντέλου προϋποθέτει φυσικά την **προτιμησιακή ανεξαρτησία των κριτηρίων** (preferential independence) για τον αποφασίζοντα. Η ιδιότητα της συνέπειας ή μονοτονίας θα πρέπει να ισχύει, τόσο για τις περιθώριες όσο και για την ολική συνάρτηση αξίας. Στην τελευταία περίπτωση, θα πρέπει να ισχύουν οι ιδιότητες:

$$\begin{cases} \boldsymbol{g}(a) > \boldsymbol{g}(b) \Leftrightarrow a \succ b\ (a\ \pi\rho o\tau\iota\mu\acute{\alpha}\tau\alpha\iota\ \tau\eta\varsigma\ b) \\ \boldsymbol{g}(a) = \boldsymbol{g}(b) \Leftrightarrow a \sim b\ (a\ \iota\sigma o\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\mu\eta\ \tau\eta\varsigma\ b) \end{cases} \tag{4.3}$$



Εικόνα 4-1: Περιθώρια συνάρτηση αξίας

Η μέθοδος UTA μπορεί να εκφραστεί και σαν προσθετική συνάρτηση αξιών χωρίς βάρη με βάση τις σχέσεις 4.1 και 4.2, όπως φαίνεται παρακάτω (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982):

$$\mathrm{u}(\boldsymbol{g}) = \sum_{i=1}^{n} u_i(g_i) \tag{4.4}$$

υπό τους περιορισμούς κανονικοποίησης (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982):

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} u_i(g_i^*) = 1 \\ u_i(g_{i*}) = 0, \forall\, i = 1,2,\ldots,n \end{cases} \tag{4.5}$$

4.1.2 Μαθηματική ανάπτυξη

Χρησιμοποιώντας το προσθετικό μοντέλο (4.4) - (4.5) και λαμβάνοντας υπόψη τις σχέσεις προτίμησης (4.3), η αξία κάθε εναλλακτικής $a \in A_R$ μπορεί να γραφεί ως εξής (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982):

$$u'[g(a)] = \sum_{i=1}^{n} u_i[g_i(a)] + \sigma(a) \ \ \forall\, a \in A_R \tag{4.6}$$

Όπου $\sigma(a)$ είναι το ενδεχόμενο σφάλμα σε σχέση με το $u'[g(a)]$.

Ακόμα, για να εκτιμηθούν οι αντίστοιχες περιθώριες συναρτήσεις αξιών σε μια γραμμική κατά τμήματα μορφή, οι Jacquet-Lagrèze & Siskos (1982) προτείνουν τη χρήση της γραμμικής παρεμβολής. Έτσι, για κάθε κριτήριο, το διάστημα $[g_{i*}, g_i^*]$ χωρίζεται σε $(a_i - 1)$ ίσα διαστήματα και τα τελικά σημεία g_i^j δίνονται από τη σχέση (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982):

$$g_i^j = g_{i*} + \frac{j-1}{a_i-1}(g_i^* - g_{i*}) \ \forall\, j = 1,2,\ldots,a_i \tag{4.7}$$

Η περιθώρια αξία μιας εναλλακτικής α υπολογίζεται με χρήση γραμμικής παρεμβολής (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982):

$$u_i[g_i(a)] = u_i(g_i^j) + \frac{g_i(a)-g_i^j}{g^{j+1}-g_i^j}\left[u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j)\right] \; \gamma\iota\alpha \; g_i(a) \in \left[g_i^j, g_i^{j+1}\right] \quad (4.8)$$

Το σύνολο δράσεων αναφοράς $A_R = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ «ανακατατάσσεται» με τέτοιο τρόπο, ώστε οι δράσεις να είναι διατεταγμένες σε μια σειρά προτίμησης, δηλαδή η a_1 αποτελεί την κεφαλή και η a_n την ουρά της κατάταξης. Δεδομένου ότι η συγκεκριμένη κατάταξη έχει τη μορφή μιας προδιάταξης R, για κάθε ζεύγος διαδοχικών δράσεων (a_k, a_{k+1}) ισχύει, είτε $a_k \succ a_{k+1}$ (προτίμηση) είτε $a_k \sim a_{k+1}$ (αδιαφορία). Έτσι, αν τεθεί (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982):

$$\Delta(a_k, a_{k+1}) = u'[g(a_k)] - u'[g(a_{k+1})] \quad (4.9)$$

τότε ισχύει μια από τις ακόλουθες περιπτώσεις (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982):

$$\begin{cases} \Delta(a_k, a_{k+1}) \geq \delta \; \alpha\nu \; a_k \succ a_{k+1} \\ \Delta(a_k, a_{k+1}) = 0 \; \alpha\nu \; a_k \sim a_{k+1} \end{cases} \quad (4.10)$$

όπου δ είναι ένας μικρός θετικός αριθμός που διαχωρίζει σημαντικά δύο διαδοχικές κλάσεις ισοδυναμίας της R.

Λαμβάνοντας υπόψη την υπόθεση σχετικά με την μονοτονία των προτιμήσεων, οι περιθώριες αξίες $u_i(g_i)$ πρέπει να ικανοποιούν το σύνολο των ακόλουθων περιορισμών (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982):

$$u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq s_i \; \forall \; j = 1,2, \dots, a_{i-1}, i = 1,2, \dots, n \quad (4.11)$$

όπου $s_i \geq 0$ είναι τα κατώφλια αδιαφορίας που ορίζονται για κάθε κριτήριο g_i. Τα συγκεκριμένα κατώφλια δεν είναι απαραίτητο να χρησιμοποιούνται σε κάθε περίπτωση εφαρμογής της μεθόδου UTA, αλλά είναι ιδιαίτερα χρήσιμα για την αποφυγή φαινομένων, όπου $u_i(g_i^{j+1}) = u_i(g_i^j) \; \acute{o}\tau\alpha\nu \; g_i^{j+1} \succ g_i^j$.

Οι περιθώριες συναρτήσεις αξίας υπολογίζονται τελικά μέσω του ακόλουθου γραμμικού προγράμματος (γ.π.), όπου ως περιορισμοί χρησιμοποιούνται οι σχέσεις (4.4), (4.5), (4.10) και (4.11), ενώ η αντικειμενική συνάρτηση είναι το συνολικό προκαλούμενο σφάλμα (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982):

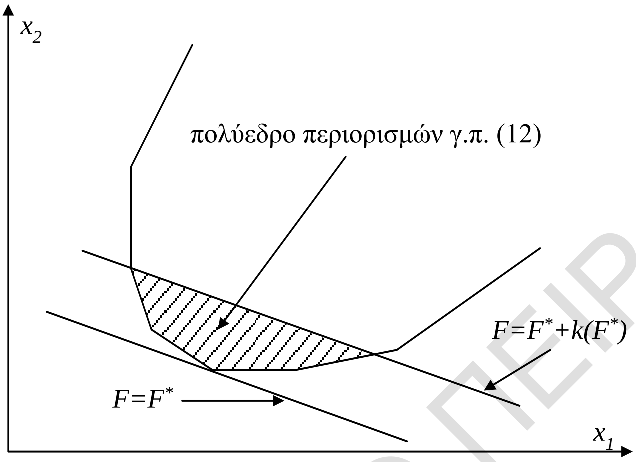
$$\begin{cases} [min]F = \sum_{a \in A_R} \sigma(a) \\ \upsilon\pi\acute{o} \; \tau o\upsilon\varsigma \; \pi\epsilon\rho\iota o\rho\iota\sigma\mu o\acute{\upsilon}\varsigma \\ \Delta(\alpha_k, \alpha_{k+1}) \geq \delta \; \alpha\nu \; a_k \succ a_{k+1} \\ \Delta(a_k, a_{k+1}) = 0 \; \alpha\nu \; a_k \sim a_{k+1} \\ u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq 0 \; \forall \; i \; \kappa\alpha\iota \; j \\ \sum_{i=1}^n u_i(g_i^*) = 1 \\ u_i(g_{i*}) = 0, u_i(g_i^j) \geq 0, \sigma(a) \geq 0 \; \forall \; a \in A_R, \forall \; i \; \kappa\alpha\iota \; j \end{cases} \quad (4.12)$$

Η ανάλυση ευστάθειας των αποτελεσμάτων του γ.π. (4.12) αντιμετωπίζεται ως ένα πρόβλημα ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης. Πράγματι, αν η βέλτιστη λύση δώσει $F^* = 0$, τότε το υπερπολύεδρο των αποδεκτών λύσεων για τα $u_i(g_i)$ δεν είναι κενό, αλλά υπάρχουν πολλαπλές συναρτήσεις αξίας που είναι απόλυτα συνεπείς με την προδιάταξη R. Ακόμη και στην περίπτωση που η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι μη μηδενική, υπάρχουν άλλες λύσεις, λιγότερο καλές για την F, που είναι σε θέση να βελτιώσουν άλλα εναλλακτικά κριτήρια βελτιστοποίησης (π.χ. τον συντελεστή συσχέτισης $\tau \; \tau o\upsilon \; Kendall$).

όπως φαίνεται στο σχήμα 4.2, ο χώρος των μεταβέλτιστων λύσεων καθορίζεται από το υπερπολύεδρο (4.13) (Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982):

$$\begin{cases} F \leq F^* + k(F^*) \\ \text{όλοι οι περιορισμοί του } \gamma.\pi.\, 3.14 \end{cases} \tag{4.13}$$

όπου $k(F^*)$ είναι ένα θετικό (ή μηδέν) κατώφλι, το οποίο καθορίζεται ως ένα μικρό ποσοστό του σφάλματος F^*.



Εικόνα 4-2: Ανάλυση ευστάθειας στη μέθοδο UTA

Υπάρχει ένας σημαντικός αριθμός αλγορίθμων που είναι σε θέση να εξετάσουν τις λύσεις-κορυφές του υπερπολυέδρου (4.10), όπως μέθοδοι κλάδου και φράγματος, η μέθοδος αντίστροφης simplex και η μέθοδος των Manas & Nedoma (βλ. Γραμμικός Προγραμματισμός του συγγραφέα). Οι Jacquet-Lagrèze & Siskos, στην αρχική μορφή της μεθόδου UTA, προτείνουν τη διερεύνηση του πολυέδρου (4.13), μέσω μιας ευρετικής μεθόδου αναζήτησης (ημι)βέλτιστων λύσεων, επιλύοντας τα ακόλουθα γ.π.:

$$\begin{cases} [min]u_i(g_i^*) \text{ και } [max]u_i(g_i^*) \\ \text{στο πολύεδρο } 3.15 \end{cases} \tag{4.14}$$

Ως τελική λύση του προβλήματος, υπολογίζεται η μέση τιμή των λύσεων των προηγούμενων γ.π., που είναι και αυτή (ημι)βέλτιστη, λόγω της κυρτότητας του υπερπολυέδρου. Σε περίπτωση αστάθειας, οι λύσεις των γ.π. (4.14) εμφανίζουν μεγάλη απόκλιση μεταξύ τους και η εκτιμώμενη μέση λύση είναι λιγότερο αντιπροσωπευτική. Σε κάθε περίπτωση, οι επιμέρους αυτές λύσεις υποδεικνύουν τη διακύμανση των βαρών των κριτηρίων g_i και συνεπώς δίνουν μια ιδέα της σημαντικότητας αυτών των κριτηρίων στο σύστημα προτιμήσεων του αποφασίζοντος.

4.2 Η Μέθοδος Stochastic UTA

Οι αλγόριθμοι που παρουσιάστηκαν έως τώρα θεωρούσαν τις αξιολογήσεις των εναλλακτικών πάνω στα κριτήρια ως ντετερμινιστικές. Όμως σε πολλές περιπτώσεις θα πρέπει να κληθούμε να αντιμετωπίσουμε προβλήματα υπό αβεβαιότητα όπου οι αξιολογήσεις μπορεί να δίνονται ως κατανομές πιθανότητας. Για την αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων θα αναφερθούμε στη Στοχαστική UTA (Siskos,1983), όπως την παρουσιάζουν οι Jacquet-Lagrèze and Siskos (2001).

Στα προβλήματα υπό αβεβαιότητα η προσθετική συνάρτηση χρησιμότητας που θέλουμε να εκτιμήσουμε είναι της μορφής:

$$u(\boldsymbol{\delta}^a) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{a_i} \delta_i^a(g_i^k) u_i(g_i^k) \tag{4.15}$$

που κανονικοποιείται σύμφωνα με τις σχέσεις (4.5) κάνοντας χρήση των παρακάτω ορισμών:

- δ_i^a: συνάρτηση κατανομής της αξιολόγησης της εναλλακτικής a πάνω στο κριτήριο i,
- $\delta_i^a(g_i^k)$: η πιθανότητα η αξιολόγηση της εναλλακτικής a πάνω στο κριτήριο i να είναι g_i^k,
- $u_i(g_i^k)$: μερική χρησιμότητα του αξιολόγησης g_i^k,
- $\boldsymbol{\delta}^a$: το διάνυσμα των συναρτήσεων κατανομής της αξιολόγησης της εναλλακτικής a και,
- $u(\boldsymbol{\delta}^a)$: η συνολική χρησιμότητα της εναλλακτικής a.

Φυσικά, για την προσθετική συνάρτηση χρησιμότητας (4.15) ισχύουν παρακάτω ιδιότητες:

$$u(\boldsymbol{\delta}^a) > u(\boldsymbol{\delta}^b) \Leftrightarrow a \succ b \ (\pi\rho o\tau\acute{\iota}\mu\eta\sigma\eta) \tag{4.16}$$

$$u(\boldsymbol{\delta}^a) = u(\boldsymbol{\delta}^b) \Leftrightarrow a \sim b \ (\alpha\delta\iota\alpha\varphi o\rho\acute{\iota}\alpha) \tag{4.17}$$

Τα βήματα του αλγορίθμου έχουν ως παρακάτω (Σίσκος, 2008):

Βήμα 1: Γράφουμε, με τη σειρά της κατάταξης, τις ολικές χρησιμότητες των δράσεων αναφοράς σύμφωνα με τον τύπο 4.19 καθώς και τον περιορισμό κανονικοποίησης των βαρών:

$$\sum_{i=1}^{n} u_i(g_i^*) = 1 \tag{4.18}$$

Βήμα 2: Εφαρμόζουμε στις εξισώσεις (4.15) και (4.18) τον μετασχηματισμό:

$$w_{ij} = u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq 0 \ \forall \ i \ \kappa\alpha\iota \ j \tag{4.19}$$

ο οποίος παίρνει αυτόματα υπ' όψη του τη μονοτονία των περιθώριων χρησιμοτήτων. Ας σημειωθεί ότι, για $j = 1 \ w_{i1} = u_i(g_i^2)$, διότι $u_i(g_i^1) = u_i(g_{i*}) = 0 \ \forall \ i = 1,2,\dots,n$. Αντίστροφα: $u_i(g_i^j) = \sum_{t=1}^{j-1} w_{it}, \forall \ i \ \kappa\alpha\iota \ j > 1$. Ο αριθμός των βαθμίδων g_i^j της κλίμακας του κριτηρίου g_i ορίζεται σε σχέση με την κατανομή της διαθέσιμης πληροφορίας μέσα στην κλίμακα $[g_{i*}, g_i^*]$.

Βήμα 3: Διατρέχουμε την προδιάταξη των δράσεων αναφοράς, από πάνω προς τα κάτω, και γράφουμε για κάθε ζεύγος διαδοχικών δράσεων (πρώτη, δεύτερη), (δεύτερη, τρίτη), κλπ τις ανισώσεις ή εξισώσεις:

$$u(\boldsymbol{\delta}^a) - u(\boldsymbol{\delta}^b) + \sigma^+(a) - \sigma^-(\alpha) - \sigma^-(b) + \sigma^+(b) \geq \delta \ \varepsilon\acute{\alpha}\nu \ (a \succ b) \tag{4.20}$$

$$u(\boldsymbol{\delta}^a) - u(\boldsymbol{\delta}^b) + \sigma^+(a) - \sigma^-(\alpha) - \sigma^-(b) + \sigma^+(b) = 0 \ \varepsilon\acute{\alpha}\nu \ (a \sim b) \tag{4.21}$$

όπου, $\sigma^+(a) \geq 0, \sigma^-(a) \geq 0$ είναι συναρτήσεις σφαλμάτων υποεκτίμησης και υπερεκτίμησης, αντίστοιχα, των δράσεων αναφοράς και δ μια μικρή θετική τιμή που προορίζεται να διαχωρίσει τις θέσεις της κατάταξης (συνήθως παίρνει τιμές στο διάστημα $\left(\frac{1}{10Q}, \frac{1}{Q}\right)$, με Q τον αριθμό θέσεων της κατάταξης).

Επιλύουμε το γραμμικό πρόγραμμα:

$$[min]z = \sum_{a \in A_R}[\sigma^+(a) + \sigma^-(a)] \quad (4.22)$$

υπό τους περιορισμούς:

Περιορισμοί (4.20) – (4.21), ∀ ζεύγος διαδοχικών δράσεων (4.23)

$$\sum_i \sum_j w_{ij} = 1 \quad (4.24)$$

$$w_{ij} \geq 0 \; \forall \; i \; \kappa\alpha\iota \; j, \sigma^+(a) \geq 0, \sigma^-(a) \geq 0 \; \forall \; a \in A_R \quad (4.25)$$

Βήμα 4: Σε περίπτωση έλλειψης ευστάθειας της βέλτιστης λύσης, αναζητούμε ένα σύστημα πολλαπλών βέλτιστων ή ημιβέλτιστων λύσεων (ανάλυση ευστάθειας), προσθέτοντας στο υπερπολύεδρο (4.23) – (4.25) τον περιορισμό:

$$\sum_{a \in A_R}[\sigma^+(a) + \sigma^-(a)] \leq z^* + \varepsilon \quad (4.26)$$

και αναζητώντας n νέες λύσεις που βελτιστοποιούν στο νέο, αυξημένο υπερπολύεδρο τις γραμμικές συναρτήσεις $u_i(g_i^*) = \sum_j w_{ij}, i = 1,2, \ldots, n$. Εφόσον η ευστάθεια (διακυμάνσεις τιμών) το επιτρέπει, επιλέγουμε ως μοντέλο απόφασης τη μέση συνάρτηση χρησιμότητας (βαρύκεντρο) των n μεταβέλτιστων λύσεων.

4.3 Stochastic Multiobjective Acceptability Analysis

4.3.1 Βασικές αρχές

Η Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis (SMAA) είναι μια οικογένεια μεθόδων για την υποστήριξη της λήψης πολυκριτήριων αποφάσεων, πολλές φορές ομαδικών, σε προβλήματα με αβέβαια, ανακριβή ή μερικώς ελλιπή στοιχεία. Αυτές οι μέθοδοι βασίζονται στην εξερεύνηση του χώρου των βαρών των κριτηρίων, προκειμένου να περιγράψουν ένα σύνολο συναρτήσεων προτίμησης (ή χρησιμότητας) που καθιστούν κάθε εναλλακτική λύση την πλέον προτιμώμενη, ή εναλλακτικά αποδίδουν μία συγκεκριμένη θέση κατάταξης σε μια συγκεκριμένη εναλλακτική λύση. Τα βασικά αποτελέσματα της ανάλυσης αυτής είναι ο υπολογισμός δεικτών αποδοχής ανά θέση κατάταξης (rank acceptability indices), κεντροβαρικά διανύσματα βαρών και συντελεστές εμπιστοσύνης για τις διάφορες εναλλακτικές λύσεις (Lahdelma et al. 1998).

Οι δείκτες αποδοχής ανά θέση κατάταξης περιγράφουν την ποικιλία των διαφορετικών προτιμήσεων που οδηγούν σε ένα συγκεκριμένη θέση κατάταξης κάθε εναλλακτική λύση, τα κεντροβαρικά διανύσματα βαρών αντιπροσωπεύουν ένα σύνολο από μέσες συναρτήσεις προτίμησης για κάθε εναλλακτική λύση, και οι συντελεστές εμπιστοσύνης μετρούν το κατά πόσον οι τιμές των κριτηρίων είναι επαρκώς ακριβείς για τη λήψη βέβαιων αποφάσεων σε ότι αφορά την ποιότητας της χρησιμοποιούμενης πληροφορίας. Μια γενική προσέγγιση για την εφαρμογή των μεθόδων SMAA σε πραγματικά προβλήματα λήψης είναι να χρησιμοποιούνται μέσα από μια επαναληπτική διαδικασία όπου σε κάθε επανάληψη να παρέχονται περισσότερες και πιο ακριβείς πληροφορίες, μέχρι οι πληροφορίες είναι επαρκείς για τη λήψη απόφασης. Σε κάθε επανάληψη, οι πληροφορίες που προστίθενται μπορούν να καθιστούν περισσότερο ακριβείς τις τιμές των κριτηρίων, μειώνοντας την αβεβαιότητα, ή να υπολογίζουν με μεγαλύτερη ακρίβεια τις προτιμήσεων των αποφασιζόντων με βάση τις διάφορες παραμέτρους προτίμησης (π.χ. τα βάρη των κριτηρίων).

Η κεντρική συνιστώσα οποιασδήποτε πολυκριτήριος μεθόδου (MCDA) είναι το μοντέλο λήψης αποφάσεων που συνθέτει τις τιμές των κριτηρίων με τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων, προκειμένου να αξιολογήσει τις εναλλακτικές λύσεις. Διαφορετικές μέθοδοι χρησιμοποιούν διαφορετικά πολυκριτήρια μοντέλα αποφάσεων, όπως συναρτήσεις αξίας / χρησιμότητας, σχέσεις υπεροχής ή αναλυτικά-συνθετικά μοντέλα. Η SMAA μπορεί να εφαρμοστεί στο πλαίσιο οποιουδήποτε μοντέλου αποφάσεων, και να καλύψει τις ανάγκες διαφορετικών προβληματικών: επιλογή, ταξινόμηση ή κατάταξη εναλλακτικών λύσεων. Βασίζεται στην προσομοίωση διαφορετικών συνδυασμών τιμών των αβέβαιων παραμέτρων, καθώς στον υπολογισμό των στατιστικών σχετικά με το πώς αξιολογούνται οι εναλλακτικές λύσεις. Ανάλογα με τον τύπο του προβλήματος, αυτό μπορεί να σημαίνει τον υπολογισμό πόσο συχνά κάθε εναλλακτική λύση είναι η πλέον προτιμώμενη, πόσο συχνά λαμβάνει μια συγκεκριμένη τάξη ή ταξινομείται σε συγκεκριμένη κλάση.

Η SMAA αναπτύχθηκε αρχικά για ένα πραγματικό πρόβλημα πολυκριτήριας ανάλυσης όπου δεν ήταν εφικτό να ληφθούν πληροφορίες σχετικά με τη βαρύτητα των κριτηρίων από ένα μεγάλο αριθμό αποφασιζόντων στο χώρο της πολιτικής. Χωρίς τις απαραίτητες πληροφορίες σχετικά με τα βάρη δεν ήταν δυνατή η εφαρμογή κάποιας παραδοσιακής μεθόδου πολυκριτήριας ανάλυσης όπου η "καλύτερη" (περισσότερο προτιμώμενη) εναλλακτική προκύπτει με βάση τις τιμές των κριτηρίων και τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων. Αυτό οδήγησε στην ιδέα της αντιστρόφου ανάλυσης των χώρου των βαρών (inverse weight space analysis). Αντί για κάποια παραδοσιακή προσέγγιση, εφαρμόστηκε διαδικασία προσομοίωσης με τυχαία βάρη, προκειμένου να προκύψει ποια διανύσματα βαρών, καθιστούν την κάθε εναλλακτική λύση ως την πλέον προτιμώμενη. Συχνά, τα αποτελέσματα από την αντίστροφη ανάλυση έχουν περιγραφικό χαρακτήρα, δηλαδή, χαρακτηρίζουν τι είδους προτιμήσεις αντιστοιχούν σε κάθε εναλλακτική λύση. Η προσέγγιση της αντιστρόφου ανάλυσης δεν μπορεί σε γενικές γραμμές να καθορίσει μία μοναδική καλύτερη λύση. Ωστόσο, συχνά κάποιες υποδεέστερες λύσεις μπορούν να εξαλειφθούν, επειδή δεν αντιστοιχούν σε πιθανές προτιμήσεις. Επίσης, είναι δυνατόν να προσδιοριστούν ευρέως αποδεκτές λύσεις που ευνοούνται από ένα μεγάλο αριθμό διαφορετικών συναρτήσεων αξίας που εκφράζουν προτιμήσεις πάνω στις εναλλακτικές.

Ο σκοπός της ιδέας της αντιστρόφου ανάλυσης του χώρου των βαρών είναι να περιγράψει τις προτιμήσεις, οι οποίες εκφράζονται μέσω των βαρών των κριτηρίων, που κάνουν κάθε εναλλακτική περισσότερο προτιμητέα έναντι των υπολοίπων, ή να οδηγήσει σε μια συγκεκριμένη κατάταξη διαφορετικών κλάσεων βαρών. Ο χώρος των βαρών απεικονίζεται μέσω της υπόθεσης ύπαρξης γραμμικής συνάρτησης αξίας. Ωστόσο, η ανάλυση του χώρου των βαρών μπορεί να λειτουργήσει επίσης με μη γραμμικές συναρτήσεις χρησιμότητας ή αξίας, καθώς και με άλλα μοντέλα λήψης αποφάσεων που βασίζονται σε κάποια μορφή βαρών (Lahdelma & Salminen 2010).

Μια γραμμική συνάρτηση χρησιμότητας καθορίζει τη συνολική χρησιμότητα μιας εναλλακτικής ως ένας σταθμισμένος μέσος της μερικής (ανά κριτήριο) χρησιμότητας. Ας θεωρήσουμε ότι έχουμε ένα σύνολο από m εναλλακτικές $\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ οι οποίες έχουν αξιολογηθεί σε n κριτήρια, όπου $\boldsymbol{x} = [x_{ij}]$ είναι ο πίνακας των τιμών των κριτηρίων, όπου i η εναλλακτική και j το κριτήριο. Τότε μια γραμμική συνάρτηση χρησιμότητας έχει την εξής μορφή:

$$u(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{w}) = w_1 * u_{i1} + w_2 x * + \cdots + w_n * u_{in}$$

Οι μερικές χρησιμότητες u_{in} υπολογίζονται από τις πραγματικές τιμές x_{ij} μέσω γραμμικής κανονικοποίησης, ώστε η χειρότερη τιμή του κριτηρίου να αντιστοιχεί στο 0 και η καλύτερη στο 1. Τα w_j είναι τα βάρη των κριτηρίων. Συνήθως τα βάρη θεωρούνται μη αρνητικά και κανονικοποιούνται ώστε το άθροισμά τους να ισούται με 1. Στις περιπτώσεις έλλειψης περεταίρω πληροφοριών μια μέθοδος αντιστρόφου ανάλυσης του χώρου των βαρών υποθέτει ότι κάθε σετ μη αρνητικών και κανονικοποιημένων βαρών είναι ισοπίθανα δυνατό.

Μολονότι η SMAA αναπτύχθηκε αρχικά για περιπτώσεις ύπαρξης ελλιπών πληροφοριών αναφορικά με την έκφραση της προτίμησης των αποφασιζόντων πάνω στις εναλλακτικές ή/και τα βάρη των κριτηρίων, δεν είναι μια καθαρή μέθοδος αντιστρόφου ανάλυσης των χώρου των βαρών. Στην πλειονότητα των διαδικασιών λήψης αποφάσεων των πραγματικών προβλημάτων, κάποια ποσότητα πληροφοριών προτίμησης είναι διαθέσιμες, καθώς επίσης και οι τιμές των κριτηρίων στις διάφορες εναλλακτικές μπορεί να είναι ακριβείς μέχρι ένα ορισμένο βαθμό. Στην SMAA, τα διάφορα είδη των αβέβαιων τιμών των κριτηρίων και οι όποιες πληροφορίες σχετικά με τις προτιμήσεις μπορούν να μοντελοποιηθούν χρησιμοποιώντας κατάλληλες κατανομές πιθανότητας. Η πραγματική δύναμη των μεθόδων της οικογένειας SMAA είναι ότι σε τέτοιες περιπτώσεις είναι σε θέση να χειριστούν με ευελιξία το σύνολο των αβέβαιων, ανακριβών ή μερικώς ελλειπόντων στοιχείων.

Συνήθως, μια διαδικασία λήψης απόφασης με χρήση της SMAA σε προβλήματα του πραγματικού κόσμου θα μπορούσε να ξεκινήσει με πολύ ασαφή και αβέβαια κριτήρια και πληροφορίες για τις προτιμήσεις, και στη συνέχεια στα επαναλήψεων να λαμβάνονται από τους αποφασίζοντες πιο ακριβείς πληροφορίες. Στο πλαίσιο μιας τέτοιας διαδικασίας η SMAA μπορεί να χρησιμοποιηθεί επαναληπτικά μετά από κάθε γύρο συλλογής πληροφοριών, έως ότου οι πληροφορίες είναι αρκετά ακριβείς για τη λήψη της απόφασης. Επίσης η SMAA παρέχει τους κατάλληλους δείκτες που μπορούν να βοηθήσουν να προσδιοριστεί εάν οι πληροφορίες είναι αρκετά ακριβείς για τη λήψη της απόφασης, καθώς επίσης και να εντοπίσει ποια μέτρα χρειάζεται ακόμη να γίνουν πιο ακριβή και αξιόπιστα κάποια τμήματα των πληροφοριών. Η ικανότητα αυτή της SMAA αφενός προστατεύει τους αποφασίζοντες από να κάνουν λανθασμένες αποφάσεις λόγω της ανεπαρκούς πληροφόρησης και αφετέρου έχει ως αποτέλεσμα σημαντική εξοικονόμηση στη συλλογή πληροφοριών αν κάποιες λιγότερο ακριβείς πληροφορίες μπορούν να θεωρηθούν επαρκείς για την ορθή λήψη αποφάσεων.

4.3.2 Μαθηματική ανάπτυξη

Για την μαθηματική ανάπτυξη της βασικής μεθόδου SMAA θα ακολουθηθεί η τυπολογία που χρησιμοποιήθηκε από τους εισηγητές της μεθόδου Lahdelma et al. (1998).

Σταθερές: m ο αριθμός των εναλλακτικών, n ο αριθμός των κριτηρίων

Δείκτες: $i \in \{1, \dots, m\}$ δείκτες για εναλλακτικές, $j \in \{1, \dots, n\}$ δείκτες για κριτήρια

Άλλα σύμβολα:

a_i δείκτης αποδοχής της εναλλακτικής i

g_{ij} τιμή του κριτηρίου j για την εναλλακτική i

u_i συνολική χρησιμότητα της εναλλακτικής i

$u_j(g_{ij})$ συνάρτησης χρησιμότητας του κριτηρίου j στο διάστημα $[0,1]$

u_{ij} μερική χρησιμότητα του κριτηρίου j για την εναλλακτική i

$\boldsymbol{w}$ διάνυσμα βαρών $[w_1, \ldots, w_n]$

w_j βάρος του κριτηρίου j

$\boldsymbol{w}_i^b$ βασικά προτιμητέα βάρη για την εναλλακτική i

$\boldsymbol{w}_i^c$ κεντροβαρικό διάνυσμα βαρών για την εναλλακτική i

$\boldsymbol{W}$ σύνολο εφικτών διανυσμάτων βαρών

$\boldsymbol{W_i}$ σύνολο εφικτών διανυσμάτων βαρών για την εναλλακτική i

p_i^c δείκτης εμπιστοσύνης της εναλλακτικής i

Η ανάπτυξη της μεθόδου SMAA που θα παρατεθεί αφορά την ντετερμινιστική περίπτωση, όπου οι τιμές g_{ij} για κάθε κριτήριο j κάθε εναλλακτικής i είναι δεδομένες. Επίσης, θα χρησιμοποιηθούν προσθετικές συναρτήσεις χρησιμότητας. Φυσικά, στη SMAA μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορες μη γραμμικές συναρτήσεις χρησιμότητας στις οποίες θα μπορούσαν να συμφωνήσουν οι αποφασίζοντες.

Οι τιμές των κριτηρίων απεικονίζονται στο διάστημα $[0,1]$ μέσω των μερικών συναρτήσεων χρησιμότητας:

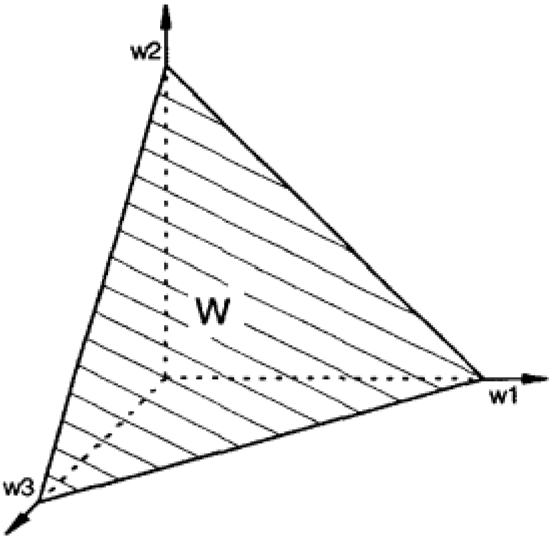
$$u_{ij} = u_j\left(g_{ij}\right) \tag{4.27}$$

Η συνολική χρησιμότητα κάθε εναλλακτικής i εκφράζεται τότε ως ένας κυρτός συνδυασμός των μερικών χρησιμοτήτων μέσω της χρήσης αγνώστων κανονικοποιημένων βαρών w_j:

$$u_i = \sum_j w_j u_{ij}\,, \;\; w \in \boldsymbol{W}, \tag{4.28}$$

$$\boldsymbol{W} = \left\{w \in R^n : w \geq 0 \wedge \sum_j w_j = 1\right\} \tag{4.29}$$

Οι συνθήκες κανονικοποίησης (4.29) ορίζουν το σύνολο των εφικτών διανυσμάτων των βαρών $\boldsymbol{W}$, το οποίο είναι ένα $(n-1)$ διαστάσεων $simplex$ στο n-διάστατο χώρο των βαρών. Στην περίπτωση τριών κριτηρίων, το $\boldsymbol{W}$ είναι μια 2-διάστατη περιοχή όπως φαίνεται στην εικόνα 4.3.



Εικόνα 4-3: Το σύνολο των εφικτών διανυσμάτων βαρών W για 3 κριτήρια

Τα εφικτά διανύσματα βαρών αντιπροσωπεύουν διαφορετικές δυνατές εκτιμήσεις των αποφασιζόντων. Με δεδομένο κάποιο διάνυσμα βαρών, το πολυκριτήριο πρόβλημα λύνεται με τον υπολογισμό των τιμών u_i και επιλέγοντας την εναλλακτική λύση με τη μεγαλύτερη συνολική χρησιμότητα. Τα βάρη, για διάφορους λόγους, δεν είναι πάντα γνωστά. Στις διαδικασίες λήψης ομαδικών αποφάσεων συχνά οι αποφασίζοντες έχουν διαφορετικές απόψεις για το τι βάρη θα πρέπει να χρησιμοποιούνται για κάθε κριτήριο. Ακόμα και ένας μόνο αποφασίζων μπορεί να μην είναι σε θέση ή να μην επιθυμεί να καθορίσει τα βάρη των κριτηρίων.

Για το λόγο αυτό, έχει επιλεγεί η παρούσα διαφορετική προσέγγιση. Για κάθε εναλλακτική λύση i καθορίζεται το σύνολο των διανυσμάτων $\boldsymbol{W}_i$ των βαρών, με τέτοιο τρόπο ώστε να καθίσταται η συνολική χρησιμότητα της εναλλακτικής i μεγαλύτερη ή ίση από χρησιμότητα οποιασδήποτε άλλης εναλλακτικής λύσης. Καλούμε $\boldsymbol{W}_i$ το σύνολο των προτιμητέων διανυσμάτων βαρών για την εναλλακτική i, γιατί η εναλλακτική i γίνεται η καλύτερη επιλογή (όχι απαραίτητα και η μοναδικά καλύτερη) με οποιοδήποτε $\boldsymbol{w} \in \boldsymbol{W}$. Το σύνολο των προτιμητέων διανυσμάτων βαρών είναι ένα υποσύνολο του συνόλου των εφικτών διανυσμάτων των βαρών που ικανοποιεί τους γραμμικούς περιορισμούς

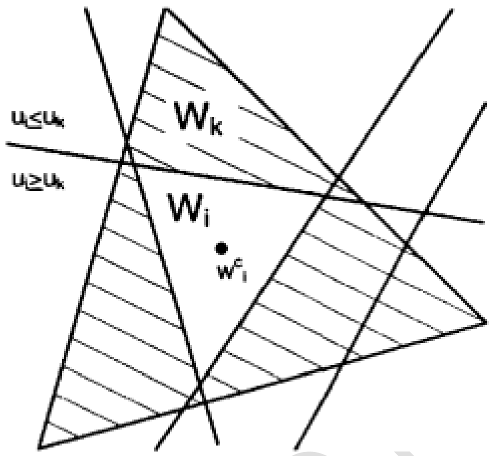
$$u_i \geq u_k, \;\; k = 1, \dots, m; k \neq i \tag{4.30}$$

Επιλύοντας το σύστημα των περιορισμών (4.28-4.30) μαζί με μια αυθαίρετη αντικειμενική συνάρτηση σα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού (ΓΠ) ως εξής:

$$\begin{cases} \max 0 \\ \text{υπό τους περιορισμούς} \\ \sum_j w_j u_{ij} \geq \sum_j w_j u_{kj}, \;\; k = 1, \dots, m; k \neq i \\ \sum_j w_j = 1 \\ w_j \geq 0 \end{cases} \tag{4.31}$$

Η επίλυση του παραπάνω γραμμικού προβλήματος έχει δύο πιθανές εκβάσεις. Βρίσκοντας μια βέλτιστη λύση υποδεικνύει ότι υπάρχει τουλάχιστον ένα διάνυσμα βαρών το οποίο καθιστά την εναλλακτική i καλύτερη ή τουλάχιστον εξίσου καλή με τις άλλες εναλλακτικές λύσεις. Αν το γραμμικό πρόβλημα δεν έχει εφικτή λύση, η εναλλακτική i κυριαρχείται από μία ή περισσότερες από τις άλλες εναλλακτικές λύσεις. Τέτοιες μη αποτελεσματικές (inefficient η no-pareto optimal) εναλλακτικές λύσεις μπορούν να εξαλειφθούν από το σύνολο των εναλλακτικών, διότι υπάρχουν σίγουρα καλύτερες εναλλακτικές λύσεις. Σε ορισμένες περιπτώσεις, οι αποφασίζοντες μπορεί να θέλουν να εξετάσουν μη αποτελεσματικές εναλλακτικές λύσεις, αν δεν είναι πολύ χειρότερες σε σχέση με τις άλλες εναλλακτικές λύσεις.

Στην περίπτωση των 3 κριτηρίων το $\boldsymbol{W}_i$ είναι ένα πολύγωνο όπως αποτυπώνεται στην εικόνα 4.4. Ανάλογα με τους περιορισμούς (4.30), το πολύγωνο θα μπορούσε να εκφυλισμένο ή το $\boldsymbol{W_i}$ να είναι κενό.



Εικόνα 4-4 Το σύνολο των προτιμητέων διανυσμάτων βαρών W_i της εναλλακτικής i και του κεντροβαρικού διανύσματος βαρών w_i^c για 3 κριτήρια

Στη συνέχεια μπορεί να εκτελεστεί μια πιο λεπτομερή ανάλυση σχετικά με τα σύνολα των προτιμητέων διανυσμάτων βαρών των αποτελεσματικών (efficient) εναλλακτικών λύσεων. Υπάρχει ενδεχομένως ένας άπειρος αριθμός προτιμητέων διανυσμάτων των βαρών. Ωστόσο, επειδή το σύνολο $\boldsymbol{W}_i$ είναι ένα κυρτό πολύτοπο, μπορεί να αναπαρασταθεί ως ένα κυρτός συνδυασμός των κορυφών του, οι οποίες αντιστοιχούν στα βασικά προτιμητέα διανύσματα βαρών $\boldsymbol{w}_I^b$ ως εξής:

$$\boldsymbol{W}_i = \{w \in R^n \colon w = \sum_b a^b w_i^b \geq 0 \ \wedge \ \sum_b a^b = 1 \ \wedge \ a^b \geq 0\} \tag{4.32}$$

Όπου b το πλήθος των βασικών λύσεων και a^b άγνωστοι συντελεστές. Οι κορυφές του παραπάνω πολύτοπου αντιστοιχούν με τις βασικές εφικτές λύσεις του αντίστοιχου ΓΠ. Ειδικές τεχνικές ΓΠ μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εύρεση όλων αυτών των λύσεων, όπως είναι ο αλγόριθμος των Manas-Nedoma (1968). Επειδή οι a^b είναι τυχαίοι αριθμοί, που συνήθως ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή, θα μπορούσαν επίσης να παραχθούν μέσω κάποιας διαδικασίας $Monte\ Carlo$. Προφανώς, οι τυχαίοι αυτοί αριθμοί είναι μη αρνητικοί και αθροίζουν στη μονάδα.

Ο όγκος του $\boldsymbol{W}_i$ υπολογίζεται ως το $(n-1)$ διάστασης ολοκλήρωμα ως εξής:

$$vol(\boldsymbol{W}_i) = \int_{w_i} dw \tag{4.33}$$

Αντίστοιχα, το κεντροβαρικό διάνυσμα βαρών για την εναλλακτική i ορίζεται ως το κέντρο βάρους του πολύτοπου και υπολογίζεται ως εξής:

$$\mathbf{w}_i^c = \int_{\mathbf{W}_i} w \,\mathrm{d}w \Big/ \int_{\mathbf{W}_i} \mathrm{d}w . \quad (4.34)$$

Χρησιμοποιείται μια ομοιόμορφη, τυχαία κατανομή των διανυσμάτων των βαρών κατά τον υπολογισμό των ολοκληρωμάτων. Υποστηρίζεται ότι, χωρίς προηγούμενη γνώση σχετικά με τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων, το κεντροβαρικό διάνυσμα βάρους είναι το πλέον αντιπροσωπευτικό διάνυσμα βαρών του προτιμησιακού μοντέλου κάθε αποφασίζοντα που προτιμάει την εναλλακτική i έναντι των υπολοίπων. Στην περίπτωση που είναι διαθέσιμες πληροφορίες σχετικά με μερικές προτιμήσεις, αυτές μπορούν να μοντελοποιηθούν με χρήση κατάλληλων κατανομών πιθανοτήτων.

Ένας ακόμα χρήσιμος δείκτης που υπολογίζεται είναι ο δείκτης αποδοχής της εναλλακτικής i, ο οποίος ορίζεται ως ο λόγος του όγκου του πολύτοπου $\boldsymbol{W}_i$ προς το λόγο του όγκου του συνολικού χώρου των βαρών $\boldsymbol{W}$:

$$a_i = \mathrm{vol}(\mathbf{W}_i) \Big/ \mathrm{vol}(\mathbf{W}) \quad (4.35)$$

Ο δείκτης αποδοχής είναι ένα μέτρο για την ποικιλία των διαφορετικών εκτιμήσεων, όπως αυτή εκφράζεται μέσω των εφικτών διανυσμάτων των βαρών, τα οποία καθορίζουν μια εναλλακτική υπερτερεί των υπολοίπων. Ο δείκτης αποδοχής μπορεί επίσης να ερμηνευθεί ως η πιθανότητα για μια συγκεκριμένη εναλλακτική λύση να είναι η καλύτερη, με δεδομένη την κατανομή πιθανοτήτων του βάρους που έχει χρησιμοποιηθεί στους υπολογισμούς. Στην περίπτωση που ο δείκτης πάρει την τιμή μηδέν υποδεικνύεται ότι το πολύτοπο είναι εκφυλισμένο (διάσταση μικρότερη από $n-1y$), και προκειμένου να καταστεί η εναλλακτική λύση η καλύτερη, τουλάχιστον δύο βάρη πρέπει να εξαρτώνται γραμμικά από τα υπόλοιπα (η πρώτη εξάρτηση αφορά τη συνθήκη κανονικοποίησης (4.29)). Κάποιος αποφασίζων που θα επιλέξει μία εναλλακτική με το μηδενικό δείκτη αποδοχής θα πρέπει πράγματι να είναι σε θέση να δικαιολογήσει γιατί τα βάρη πρέπει να πληρούν τις εν λόγω πρόσθετες εξαρτήσεις. Επιπλέον, θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον μία άλλη εναλλακτική λύση με ένα μη μηδενικό δείκτη αποδοχής, για τις οποίες το ίδιο διάνυσμα βαρών είναι προτιμητέο. Ο αποφασίζων θα πρέπει επίσης να είναι σε θέση να δικαιολογήσει γιατί να μην επιλέξει την εξίσου καλή, αλλά «πιο αποδεκτή» εναλλακτική λύση. Η επιλογή μιας εναλλακτικής με μηδενικό δείκτη αποδοχής δεν μπορεί επομένως να δικαιολογηθεί, χωρίς να γίνει κάποια αναφορά σε κριτήρια που δεν έχουν συμπεριληφθεί στο μοντέλο.

Τα εύρη των τιμών των προτιμητέων βαρών μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν από τον αποφασίζοντα. Μπορούν εύκολα να υπολογισθούν από τα βασικά διανύσματα των προτιμητέων βαρών ως εξής:

$$\frac{min}{b} w_{ij}^b \le w_j \le \frac{max}{b} w_{ij}^b \quad (4.36)$$

Όταν ο αριθμός των κριτηρίων είναι μεγάλος, το ΓΠ μπορεί να έχει ένα πολύ μεγάλο αριθμό βασικών βέλτιστων λύσεων, και ο υπολογισμός τους μπορεί να είναι πολύ χρονοβόρος. Επίσης ο υπολογισμός του όγκου ενός πολυδιάστατου κυρτού πολύτοπου συνεπάγεται σημαντικό υπολογιστικό φόρτο. Για το λόγο αυτό μπορούν να χρησιμοποιηθούν πιο αποτελεσματικές τεχνικές για την πιο εύκολη απόκτηση κάποιων από τις παραπάνω πληροφορίες. π.χ. τα εύρη των τιμών των προτιμητέων βαρών μπορούν να υπολογιστούν από την επίλυση ενός αριθμού $2n$ ΓΠ με αντικειμενικές συναρτήσεις την ελαχιστοποίηση και μεγιστοποίηση της τιμής του βάρους κάθε κριτηρίου. Τα ΓΠ θα έχουν την εξής μορφή:

$$
\begin{cases}
\max(min)\ w_j \\
\text{υπό τους περιορισμούς} \\
\sum_j w_j u_{ij} \geq \sum_j w_j u_{kj}\,, \quad k = 1, \dots, m;\, k \neq i \\
\sum_j w_j = 1 \\
w_j \geq 0
\end{cases}
\tag{4.37}
$$

για κάθε κριτήριο j. Εάν τα άνω και κάτω όρια για κάποιο βάρος συμπίπτουν, ο αντίστοιχος δείκτης όγκου βάρους και αποδοχής πρέπει να είναι μηδέν, και δεν χρειάζεται να γίνουν περαιτέρω υπολογισμοί. Επίσης, είναι δυνατός ο κατά προσέγγιση υπολογισμός των τιμών για τους δείκτες a_i και τα κεντροβαρικά διανύσματα των βαρών $\boldsymbol{w}_i^c$ μέσω της χρήσης αριθμητικών μεθόδων.

Η παραπάνω μεθοδολογία της βασικής SMAA εφαρμόζεται με τις κατάλληλες προσαρμογές και σε περιπτώσεις στοχαστικών τιμών για τα κριτήρια (Lahdelma et al. 1998).

4.3.3 Εναλλακτικές προσεγγίσεις SMAA

Ένας σημαντικός αριθμός διαφορετικών παραλλαγών των μεθόδων SMAA έχουν προταθεί (Lahdelma & Salminen 2010). Στην βασική μέθοδο SMAA, που παρουσιάστηκε παραπάνω, υλοποιήθηκε η ιδέα της αντιστρόφου ανάλυσης του χώρου των βαρών με χρήση προσθετικών συναρτήσεων χρησιμότητας ή αξιών ώστε να προκύψουν εκείνα τα διανύσματα των βαρών που καθιστούν κάθε εναλλακτική ως την πλέον προτιμητέα. Η παραλλαγή SMAA-2 γενίκευσε την ανάλυση μέσω της εφαρμογής γενικών συναρτήσεων χρησιμότητας ή αξιών, ώστε να συμπεριλάβει διάφορα είδη πληροφοριών προτίμησης και να εξετάσει ολιστικά όλες τις σειρές κατάταξης κάθε εναλλακτικής παράγοντας καινούργιους χρήσιμους δείκτες.

Στη συνέχεια η παραλλαγή SMAA-3 αναπτύχθηκε προκειμένου να καλύψει την ανάγκη χρήσης ψευδο-κριτηρίων σύμφωνα με τις προσεγγίσεις της μεθόδου υπεροχής ELECTRE III. Επίσης στη SMAA-D εφαρμόζεται, αντί της συνάρτησης αξίας, το σκορ αποτελεσματικότητας της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων (Data Envelopment Analysis, DEA). Η μέθοδος SMAA-O επέκτεινε τη SMAA-2 ώστε να μπορέσει να ανταποκριθεί στις ανάγκες χειρισμού μικτών κριτηρίων κλίμακας (cardinal) και κατάταξης (ordinal) με συγκρίσιμο τρόπο.

Οι πρόσφατες εξελίξεις της SMAA περιλαμβάνουν εκδόσεις που βασίζονται σε διαφορετικά είδη μοντέλα αποφάσεων. Η SMAA-P βασίζεται σε μια προσέγγιση της τμηματικά γραμμικής θεωρίας προοπτικής (piecewise linear prospect theory), όπου οι εναλλακτικές λύσεις αξιολογούνται σε σχέση με τα κέρδη και τις ζημίες από τα σημεία αναφοράς. Από την άλλη μεριά η μέθοδος SMAA-DS βασίζεται στην Dempster-Shafer θεωρία των αποδεικτικών στοιχείων που προσπαθεί να αποτυπώσει την απουσία των πληροφοριών με ένα πιο συνεπή τρόπο. Η οικογένεια μεθόδων SMAA-A συγκρίνει τις εναλλακτικές λύσεις με την εφαρμογή των σημείων αναφοράς και της μεθόδου Wierzbicki Achievement scalarizing function. Παράλληλα η μέθοδος SMAA-III βασίζεται στην πλήρη διαδικασία της μεθόδου υπεροχής ELECTRE III με αβέβαια κριτήρια, βάρη και κατώφλια. Η SMAA-NC είναι μια μέθοδος ταξινόμησης που ταξινομεί εναλλακτικές λύσεις σε μη διατεταγμένη προκαθορισμένες κατηγορίες χρησιμοποιώντας κατηγορικά (nominal) κριτήρια. Η SMAA-OC είναι μία μέθοδος ταξινόμησης που κατατάσσει εναλλακτικές λύσεις σε προκαθορισμένες κατηγορίες χρησιμοποιώντας κριτήρια κατάταξης (ordinal). Τέλος, η SMAA-TRI είναι επίσης μία μέθοδος ταξινόμησης με βάση την ELECTRE-TRI με χρήση αβέβαιων κριτηρίων, κατωφλίων και βαρών. Περαιτέρω έρευνα σε σχέση με τις διαφορετικές SMAA μεθόδους παρατίθεται από τους Tervonen και Figueira (2008).

Πολλές από τις παραπάνω προσεγγίσεις της SMAA έχουν υλοποιηθεί αλγοριθμικά (Tervonen & Lahdelma, 2006)

4.4 Ευσταθής Ποιοτική Ανάλυση Παλινδρόμησης

Εντός του πλαισίου της αναλυτικής–συνθετικής προσέγγισης, η διαδικασία της ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης (ordinal regression), δηλαδή ανάλυση παλινδρόμησης χρήση διατακτικών (ιεραρχικών) παραμέτρων, στοχεύει στην επαγωγή των παραμέτρων ενός μοντέλου προτίμησης, για παράδειγμα, των παραμέτρων μιας συνάρτησης αξίας, οι οποίες αντιπροσωπεύουν κάποιες ολιστικές συγκρίσεις προτίμησης των εναλλακτικών λύσεων που έχουν δοθεί από τον αποφασίζοντα. Συνήθως, μεταξύ πολλών συνόλων παραμέτρων ενός μοντέλου προτίμησης που περιγράφουν την εκφρασμένη προτίμηση του αποφασίζοντα, μόνο ένα συγκεκριμένο σύνολο επιλέγεται και χρησιμοποιείται για να περιγραφεί το μοντέλο προτίμησης. Για παράδειγμα, ενώ υπάρχουν πολλές συναρτήσεις αξίας που είναι συμβατές με τις ολικές προτιμήσεις που έχουν εκφραστεί από τον αποφασίζοντα, μόνο μια συνάρτηση αξίας χρησιμοποιείται συνήθως για να για την εκτίμηση της καλύτερης επιλογής, της ταξινόμησης, ή της κατάταξης των εναλλακτικών λύσεων, ανάλογα με την προβληματική απόφασης (Greco et al. 2010).

Δεδομένου ότι η επιλογή ενός και μόνου συνόλου παραμέτρων του μοντέλου προτίμησης από το συνολικό πλήθος αυτών που είναι συμβατά με τις εκφρασμένες προτιμήσεις του αποφασίζοντα είναι μάλλον αυθαίρετη, η προσέγγιση της Ευσταθούς Ποιοτικής Ανάλυσης Παλινδρόμησης (Robust Ordinal Regression), προτείνει να λαμβάνονται υπόψη όλα τα διαφορετικά σύνολα παραμέτρων που είναι συμβατά με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Με αυτόν τον τρόπο είναι δυνατή η παροχή πληροφοριών που αφορούν τις σίγουρες αλλά και τις πιθανές συνέπειες της εφαρμογής όλων των συμβατών μοντέλων προτίμησης πάνω στο εξεταζόμενο σύνολο των εναλλακτικών λύσεων.

Οι πληροφορίες προτίμησης μπορεί να είναι είτε άμεσες είτε έμμεσες, ανάλογα με το αν καθορίζουν απευθείας τις τιμές κάποιων παραμέτρων που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο προτίμησης (π.χ. μοναδιαίες παραχωρήσεις (trade-off) βαρών, επίπεδα προσδοκίας, κατώφλια διάκρισης κατηγοριών, κ.λπ.) ή, στην αντίθετη περίπτωση, αν οι παράμετροι προσδιορίζονται μέσω ορισμένων παραδειγμάτων ολικής προτίμησης μέσω των οποίων προκύπτουν οι αντίστοιχες συμβατές τιμές των παραμέτρων του μοντέλου προτίμησης. Η άμεση εκμαίευση πληροφοριών προτίμησης από τον αποφασίζοντα μπορεί να είναι αντιπαραγωγική σε πραγματικές καταστάσεις λήψης αποφάσεων λόγω του υψηλής γνωστικής προσπάθεια που απαιτείται από τον αποφασίζοντα. Κατά συνέπεια, ζητώντας άμεσα από τον αποφασίζοντα να καθορίσει τιμές για τις παραμέτρους μπορεί να δυσαρεστηθεί. Από την άλλη μεριά, η έμμεση εκμαίευση πληροφορικών προτίμησης είναι λιγότερο απαιτητική σε ότι αφορά στην απαιτούμενη γνωστική προσπάθεια. Έμμεσες πληροφορίες για τις προτιμήσεις χρησιμοποιούνται κυρίως στα μοντέλα ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης. Σύμφωνα με αυτές τις μεθόδους, αρχικά εκφράζεται από τον αποφασίζοντα μια ολική προτίμηση πάνω σε ένα υποσύνολο αναφοράς κάποιων εναλλακτικών λύσεων και, στη συνέχεια, το μοντέλο προτίμησης που προκύπτει και το οποίο είναι συμβατό με τις πληροφορίες προτίμησης που έχουν δοθεί εφαρμόζεται στο σύνολο των εναλλακτικών λύσεων, προκειμένου να τις κατατάξει.

Στο πλαίσιο της Ευσταθούς Ποιοτικής Ανάλυσης Παλινδρόμησης Πρόσφατα, η διαδικασία της ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης έχει αναθεωρηθεί με στόχο την εξέταση ολόκληρου του συνόλου των συναρτήσεων αξίας οι οποίες είναι συμβατές με τις πληροφορίες προτίμησης που έχουν παρασχεθεί από τον αποφασίζοντα, αντί της υιοθέτησης μιας και μοναδικής συνάρτησης αξίας η οποία είναι συμβατή με τις πληροφορίες προτίμησης που έχουν εκφραστεί. Η αναθεώρηση αυτή έχει ήδη υλοποιηθεί όπως θα δούμε και στο § 4.6 σε μεθόδους UTA.

4.5 Ανάλυση Ακραίων Κατατάξεων

Όπως ήδη αναφέρθηκε στην § 4.4 η χρήση μεθόδων αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης, δεν εγγυάται μια και μοναδική ενιαία λύση σε ότι αφορά το εκτιμώμενο μοντέλο προτίμησης.. Αντίθετα, τις περισσότερες φορές προκύπτουν σύνολα πολλών παραμέτρων σύνθεσης των κριτηρίων, όλων των συμβατών με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα, η οποία θα πρέπει να εξετάζονται πριν από την επίτευξη των τελικών αποτελεσμάτων. Συνεπώς, απαιτείται ένας προσεκτικός σχεδιασμός κατά την εφαρμογή τέτοιων μεθόδων, ώστε πάντα να συνοδεύονται από συγκεκριμένες διαδικασίες ανάλυσης της ευστάθειας των αποτελεσμάτων. Προς το σκοπό αυτό, η τελική κατάταξη των υπό εξέταση εναλλακτικών λύσεων, που λαμβάνεται με την εφαρμογή ενός προσθετικού μοντέλου αξίας (additive value model), πρέπει να αναλύεται επί της σταθερότητας του. Συγκεκριμένα, θα πρέπει να υλοποιούνται διαδικασίες οι οποίες θα οδηγούν στον ακριβή υπολογισμό των καλύτερων αλλά και των χειρότερων δυνατών θέσεων κατάταξης της κάθε εναλλακτική λύση.

Η διαδικασία αυτή ονομάζεται Ανάλυση Ακραίων Κατατάξεων (Extreme Ranking Analysis) (Kadzniksi et al. 2012). Στο τέλος, τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την ανάλυση αυτή αξιολογούνται από την άποψη της ευστάθειάς τους και συζητούνται με τον αποφασίζοντα προτού οριστικοποιηθεί το τελικό μοντέλο απόφασης που πρόκειται να υιοθετηθεί. Σε περίπτωση που ο αποφασίζων δεν είναι ικανοποιημένος από μια πιθανή χαμηλή ευστάθεια του μοντέλου, η μέθοδος αναλυτικής-συνθετικής προσέγγισης πρέπει να εφαρμοστεί ξανά. Η νέα εφαρμογή της μεθόδου πρέπει να επικεντρωθεί πλέον στην ενίσχυση της διακριτικής ικανότητα της μεθόδου, με την εξαγωγή των προτιμήσεων του DM περισσότερο ρητά, δηλαδή με στόχο την μείωση του εύρους των διαφορετικών κατατάξεων που παίρνει κάθε εναλλακτική μέσω των διαφορετικών συμβατών ως προς τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα μοντέλων, και επομένως της ευστάθειας της λύσης.

Οι ακραίες θέσεις που μπορεί να πάρει κάθε εναλλακτική λύση υπολογίζονται με χρήση ειδικών τεχνικών γραμμικού προγραμματισμού χρησιμοποιώντας τις κορυφές του κυρτού υπερ-πολυέδρου το οποίο ορίζει το χώρο παραμέτρων που οδηγούν σε συμβατές ως προς τι εκφρασμένες προτιμήσεις του αποφασίζοντα προσθετικές συναρτήσεις αξίας. Η υψηλότερη πιθανή θέση που μπορεί να λάβει μια εναλλακτική a συμβολίζεται με $P^*(a)$ και υπολογίζεται μέσω επίλυσης γραμμικών προγραμμάτων ελαχιστοποίησης του αριθμού των εναλλακτικών $b \in A \setminus \{a\}$ οι οποίες, σε οποιαδήποτε περίπτωση, έχουν καλύτερη κατάταξη από την εναλλακτική a. Η έκφραση «οποιαδήποτε περίπτωση» ορίζει το σύνολο των εφικτών λύσεων εντός του υπερπολυέδρου που ορίζει τις συμβατές προσθετικές συναρτήσεις αξίας.

Από την άλλη μεριά, η χαμηλότερη πιθανή θέση που μπορεί να λάβει μια εναλλακτική a συμβολίζεται με $P_*(a)$ και υπολογίζεται μέσω επίλυσης γραμμικών προγραμμάτων ελαχιστοποίησης του αριθμού των εναλλακτικών $b \in A \setminus \{a\}$ οι οποίες ταυτόχρονα έχουν χαμηλότερη κατάταξη από την εναλλακτική a.

Με στόχο την παροχή πληρέστερης ενημέρωσης προς τον αποφασίζοντα έχει προταθεί από τους Siskos & Mastorakis (2015) ο Μέσος Δείκτης Εύρους Κατάταξης (Average Rank Range Index) R_r ο οποίος υπολογίζεται για το σύνολο των υπό εξέταση εναλλακτικών. Ο δείκτης αυτός υπολογίζει το μέσο εύρος των ακραίων κατατάξεων των εναλλακτικών και αποτελεί είναι καλό μέτρο της ευστάθειας της συνολικής προκύπτουσας κατάταξης των εναλλακτικών. Υπολογίζεται ως εξής:

$$R_r = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}|P^*(a_k) - P_*(a_k)| \quad (4.38)$$

όπου m είναι το πλήθος των υπό εξέταση εναλλακτικών. Στην περίπτωση της πλήρους ευστάθειας της κατάταξης, ο δείκτης R_r παίρνει την βέλτιστη τιμή του που είναι ίση με 1. Στην παράγραφο 4.7 θα παρουσιαστεί η διαδικασία σύνδεσης της προσέγγισης της Ανάλυσης Ακραίων Κατατάξεων με την προσέγγιση της Ευσταθούς Ποιοτικής Ανάλυσης Παλινδρόμησης στις μεθόδους UTA.

4.6 Η χρήση της Ευσταθούς Ποιοτικής Ανάλυσης Παλινδρόμησης στη UTA

Πρόσφατα στη βιβλιογραφία προτάθηκαν δύο νέες μέθοδοι που ανήκουν στην ευρύτερη οικογένεια των μεθόδων UTA. Πρόκειται για τη UTA^{GMS} (Greco et al. 2008) και την $GRIP$ (Figueira et al. 2009), οι οποίες κατά κάποιο τρόπο γενικεύουν την προσέγγιση της ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης της UTA σύμφωνα με τα παρακάτω:

- Λαμβάνοντας υπόψη όλες τις προσθετικές συναρτήσεις αξίας που είναι συμβατές με τις πληροφορίες προτίμησης του αποφασίζοντα, ενώ η UTA χρησιμοποιεί μόνο μία αντιπροσωπευτική συνάρτηση αξίας (μέση ή κεντροβαρική λύση).

- Λαμβάνοντας υπόψη μερικές συναρτήσεις αξίας ως γενικές μη φθίνουσες συναρτήσεις και όχι τμηματικά γραμμικές, όπως στην UTA.

- Ζητώντας από τον αποφασίζοντα να δώσει μια κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων του συνόλου αναφοράς, η οποία δεν είναι απαραίτητα πλήρης (μόνο κατά ζεύγη συγκρίσεις).

- Λαμβάνοντας υπόψη πρόσθετες πληροφορίες για τις προτιμήσεις σχετικά με την ένταση της προτίμησης του αποφασίζοντα, που εκφράζεται τόσο συνολικά όσο και σε σχέση με το κάθε κριτήριο ξεχωριστά.

- Αποφεύγοντας τη χρήση της εξωγενούς, και όχι τόσο ουδέτερης για το αποτέλεσμα, παραμέτρου δ (σχέση 4.10) στη μοντελοποίηση της αυστηρής προτίμησης μεταξύ των εναλλακτικών λύσεων.

Οι μέθοδοι UTA^{GMS} και $GRIP$ παράγουν δύο ειδών κατατάξεις του συνόλου A των εναλλακτικών λύσεων, τέτοιες ώστε για κάθε ζεύγος εναλλακτικών $a, b \in A$ να ισχύουν τα εξής:

- Στην αναγκαία κατάταξη (necessary ranking), η εναλλακτική a κατατάσσεται ως τουλάχιστον εξίσου καλή με την εναλλακτική b αν και μόνο αν, $U(a) \geq U(b)$ για όλες τις προσθετικές συναρτήσεις αξίας που είναι συμβατές με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα

- Στην πιθανή κατάταξη (possible ranking), η εναλλακτική a κατατάσσεται ως τουλάχιστον εξίσου καλή με την εναλλακτική b αν και μόνο αν, $U(a) \geq U(b)$ για τουλάχιστον μία από τις προσθετικές συναρτήσεις αξίας που είναι συμβατές με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα

Η αναγκαία κατάταξη μπορεί να θεωρηθεί ως “ευσταθής” σε σχέση με τις ληφθείσες πληροφορίες προτίμησης. Η ευστάθεια της αναγκαίας κατάταξη αναφέρεται στο γεγονός ότι κάθε ζεύγος των εναλλακτικών κατατάσσεται στην ίδια σειρά ανεξάρτητα από την προσθετική συνάρτηση αξίας που είναι συμβατές με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Πράγματι, στην περίπτωση που δεν παρέχονται πληροφορίες σχετικά με την προτίμηση του αποφασίζοντα, η αναγκαία κατάταξη ταυτίζεται με την έννοια της σχέσης κυριαρχίας (dominance), και η πιθανή κατάταξη είναι μία πλήρης σχέση. Επίσης επιτρέπεται να λαμβάνεται υπόψη η ασυγκρισιμότητα μεταξύ των εναλλακτικών λύσεων. Κάθε νέα διμερής σύγκριση των εναλλακτικών λύσεων του συνόλου αναφοράς, για την οποία δεν ισχύει σχέση κυριαρχίας, εμπλουτίζει την αναγκαία κατάταξης και φτωχαίνει την πιθανή κατάταξη, έτσι ώστε οι δύο κατατάξεις να συγκλίνουν με την αύξηση των πληροφοριών προτίμησης.

Επιπλέον, μια τέτοια προσέγγιση ενισχύει την αλληλεπίδραση με τον αποφασίζοντα. Η παρουσίαση της αναγκαίας κατάταξης, που προκύπτει από πληροφορίες προτίμησης που παρέχονται από τον αποφασίζοντα, παρέχει μια καλή υποστήριξη για τη δημιουργία αντιδράσεων από μέρους του αποφασίζοντος. Δηλαδή, θα μπορούσε να επιθυμεί να εμπλουτίσει την κατάταξη ή να αντικρούσει ένα μέρος της. Μία τέτοια αντίδραση θα μπορούσε να ενσωματωθεί μέσω της παροχής πρόσθετων πληροφοριών προτίμησης και να εξεταστεί η επίπτωσή τους στην κατάταξη και την επόμενη επανάληψη της μεθόδου.

Η ιδέα της εξέτασης ολόκληρου του συνόλου των προσθετικών συναρτήσεων αξίας που είναι συμβατές με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα εισήχθη αρχικά με την πρόταση της μεθόδου UTA^{GMS}. Η $GRIP$ θα μπορούσε να θεωρηθεί ως επέκταση της UTA^{GMS} η οποία επιτρέπει να ληφθούν υπόψη πρόσθετες πληροφορίες για τις προτιμήσεις, με τη μορφή των συγκρίσεων της έντασης των προτιμήσεων μεταξύ ορισμένων ζευγών των εναλλακτικών λύσεων του συνόλου αναφοράς. Για εναλλακτικές λύσεις $x, y, w, z \in A$, αυτές οι συγκρίσεις εκφράζονται με δύο πιθανούς τρόπους (όχι αποκλειστικά): (i) συνολικά, με όλα τα κριτήρια, όπως η x προτιμάται συνολικά της y τουλάχιστον όσο η w προτιμάται συνολικά της z και, (ii) εν μέρει, για οποιοδήποτε κριτήριο, όπως η x προτιμάται της y τουλάχιστον όσο η w προτιμάται της z για το κριτήριο $g_i \in F$, όπου F η συνεπής οικογένεια κριτηρίων. Στην συνέχεια θα παρουσιαστεί η μέθοδος UTA^{GMS} η οποία ήταν ιστορικά η πρώτη μέθοδος μεταξύ των δύο.

4.7 Η Μέθοδος UTA^{GMS}

Η μέθοδος UTA^{GMS}, η οποία προτάθηκε από τους Greco et al (2008), έχει ως βασικό χαρακτηριστικό ότι λαμβάνει υπόψη της όλες συναρτήσεις αξίας οι οποίες είναι συμβατές με τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα. Επίσης, ένα ακόμα χαρακτηριστικό της είναι ότι διαχειρίζεται γενικές μη-φθίνουσες μερικές συναρτήσεις αξίας και όχι μόνο τμηματικά γραμμικές όπως η *UTA*. Στη μέθοδο UTA^{GMS} όπως και στη UTA (§ 4.1) υποθέτουμε ότι ο αποφασίζων εκφράζει τις προτιμήσεις του στις εναλλακτικές εκείνες που ανήκουν σε ένα σύνολο αναφοράς $A^R \subseteq A$ μέσω μιας μερικής προδιάταξης (partial preorder), η οποία συμβολίζεται ως $\gtrsim$. Μία συνάρτηση αξίας καλείται “συμβατή” για ένα συγκεκριμένο σύνολο αναφοράς A^R αν είναι σε θέση να παράξει (αναδομήσει) τη δοσμένη μερική προδιάταξη $\gtrsim$. Το σύνολο των συμβατών αυτών συναρτήσεων αξίας δηλώνεται ως U_{A^R}. Επιπλέον, κάθε συμβατή συνάρτηση αξίας επιφέρει κατάταξη στο σύνολο των εναλλακτικών του συνόλου A.

Πιο συγκεκριμένα, για οποιεσδήποτε δύο εναλλακτικές $a, b \in A$, μία συμβατή συνάρτηση U κατατάσσει τις a και b σύμφωνα με κάποιους από τους ακόλουθους τρόπους:

- η a προτιμάται της b επειδή $U(a) > U(b)$
- η b προτιμάται της a επειδή $U(a) < U(b)$
- η a είναι αδιάφορη της b επειδή $U(a) = U(b)$

Δεδομένου ότι $a, b \in A$, προκύπτουν εύλογα οι ακόλουθες δύο ερωτήσεις:

- οι εναλλακτικές a και b κατατάσσονται με τον ίδιο τρόπο από το σύνολο των συμβατών συναρτήσεων αξίας;
- υπάρχει τουλάχιστον μία συμβατή συνάρτηση αξίας που να κατατάσσει την a ως τουλάχιστον εξίσου καλή με τη b (ή αντίστροφα την b ως τουλάχιστον εξίσου καλή με τη a);

Οι απαντήσεις στις δύο παραπάνω ερωτήσεις για κάθε ζεύγος εναλλακτικών $(a, b) \in A \times A$ μας δίνουν πληροφορία σχετικά με την ύπαρξη $\alpha\nu\alpha\gamma\kappa\alpha\acute{\iota}\alpha\varsigma$ κατάταξης $.^N$, στην περίπτωση που $U(a) \geq U(b)$ για το σύνολο των συμβατών συναρτήσεων αξιών, ή την ύπαρξη *πιθανής* κατάταξης $.^P$, στην περίπτωση που $U(a) \geq U(b)$ για τουλάχιστον μία εκ των συμβατών συναρτήσεων αξιών. Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι για οποιαδήποτε εναλλακτική $c, d \in A^R$ ισχύουν τα εξής:

$$c.d \Rightarrow c.^N d \;\kappa\alpha\iota\; c \succ d \Rightarrow not(d.^P c) \tag{4.39}$$

Μέσω των δύο παραπάνω ασθενών προτιμησιακών σχέσεων $.^N$ και $.^P$ μπορούμε να ορίσουμε σχέσεις προτίμησης, αδιαφορίας ή ασυγκρισιμότητας ως εξής:

- από την *αναγκαία* κατάταξη $.^N$ μπορούμε να ορίσουμε:
    - προτίμηση: a $\succ^N b \Leftrightarrow a.^N b \;\kappa\alpha\iota\; not(b.^N a)$
    - αδιαφορία: $a \sim^N b \Leftrightarrow a.^N b \;\kappa\alpha\iota\; b.^N a$
    - ασυγκρισιμότητα: $a?^N b \Leftrightarrow not\;(a.^N b) \;\kappa\alpha\iota\; not\;(b.^N a)$
- από την *πιθανή* κατάταξη $.^P$ μπορούμε να ορίσουμε:
    - προτίμηση: $a \succ^P b \Leftrightarrow a.^P b \;\kappa\alpha\iota\; not\;(b.^P a)$
    - αδιαφορία: $a \sim^P b \Leftrightarrow a.^P b \;\kappa\alpha\iota\; b.^P a$

Έστω X_i η κλίμακα αξιολόγησης του κριτηρίου $g_i \in G$. Τότε, $X = \prod_{i=1}^{n} X_i$ είναι ο χώρος των αξιολογήσεων, και $x = [x_1, \dots, x_n] \in X$ ένα προφίλ στο χώρο των αξιολογήσεων. Χωρίς βλάβη της γενικότητας και λόγους διευκόλυνσης της διαδικασίας μπορούμε να θεωρήσουμε ότι $X_i = [a_i, \beta_i]$ είναι η φραγμένη κλίμακα αξιολόγησης σε κάθε κριτήριο g_i έτσι ώστε $a_i < \beta_i$ η χειρότερη και η καλύτερη τιμή της κλίμακας αντίστοιχα. Έτσι, $g_i: A \to X_i, i \in G$, οπότε κάθε εναλλακτική $a \in A$ συνδέεται με ένα προφίλ πολυκριτήριας αξιολόγησης $[g_1(a), \dots, g_n(a)]$ στο χώρο των αξιολογήσεων X.

Τυπικά, μια γενική συμβατή συνάρτηση αξίας είναι μια προσθετική συνάρτηση αξίας $U(a) = \sum_{i=1}^{n} u_i(a)$, η οποία ικανοποιεί τους παρακάτω περιορισμούς:

$$\left.\begin{array}{c} \left.\begin{array}{c} U(c) > U(d) \Leftrightarrow c \succ d, \\ U(c) = U(d) \Leftrightarrow c \sim d, \end{array}\right\} \gamma\iota\alpha\ \acute{o}\lambda\alpha\ \tau\alpha\ c, d \in A^R, \\ u_i\left(g_i\left(a_{\tau_i(j)}\right)\right) - u_i\left(g_i\left(a_{\tau_i(j-1)}\right)\right) \geq 0, i = 1, \dots, n, j = 2, \dots, m \\ u_i\left(g_i\left(a_{\tau_i}\right)\right) \geq 0, u_i\left(g_i\left(a_{\tau_i(m)}\right)\right) \leq u_i(\beta_i), i = 1, \dots, n \\ u_i(a_i) = 0,\ i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^{n} u_i(\beta_i) = 1 \end{array}\right\} \left(E^{A^R}\right) \tag{4.40}$$

όπου τ_i είναι η αντιμετάθεση των δεικτών των εναλλακτικών που ανήκουν στο σύνολο αναφοράς A^R η οποία τους αναδιατάσσει κατά αύξουσα τάξη αξιολόγησης πάνω στο κριτήριο g_i ως εξής:

$$g_i\left(a_{\tau_i(1)}\right) \leq g_i\left(a_{\tau_i(2)}\right) \leq \cdots \leq g_i\left(a_{\tau_i(m-1)}\right) \leq g_i\left(a_{\tau_i(m)}\right) \tag{4.41}$$

Ας σημειωθεί ότι σύμφωνα με την παραπάνω μοντελοποίηση του προβλήματος ανάλυσης ποιοτικής παλινδρόμησης δεν απαιτείται διαδικασία γραμμικής παρεμβολής (σχέση 4.8) για την έκφραση της μερικής συνάρτησης αξίας κάθε εναλλακτικής του συνόλου αναφοράς.

Προκειμένου να υπολογισθούν η δυαδικές σχέσεις $.^N$ και $.^P$ υλοποιούνται τα παρακάτω. Για όλες τις εναλλακτικές $a, b \in A$ έστω π_i η αντιμετάθεση των δεικτών των εναλλακτικών από το σύνολο αναφοράς $A^R \cup \{a, b\}$ που αναδιατάσσει τις εναλλακτικές κατά αύξουσα τάξη σύμφωνα με την αξιολόγηση στο κριτήριο g_i ως εξής:

$$g_i\left(a_{\pi_i(1)}\right) \leq g_i\left(a_{\pi_i(2)}\right) \leq \cdots \leq g_i\left(a_{\pi_i(\omega-1)}\right) \leq g_i\left(a_{\pi_i(\omega)}\right) \tag{4.42}$$

όπου:

- αν $A^R \cap \{a, b\} = \emptyset, \tau\acute{o}\tau\varepsilon\ \omega = m + 2$
- αν $A^R \cap \{a, b\} = \{a\}$ ή $A^R \cap \{a, b\} = \{b\}, \tau\acute{o}\tau\varepsilon\ \omega = m + 1$
- αν $A^R \cap \{a, b\} = \{a, b\}, \tau\acute{o}\tau\varepsilon\ \omega = m$

Έτσι δημιουργούνται τα χαρακτηριστικά σημεία των συναρτήσεων $u_i, i = 1, \dots, n$ ως εξής:

$$g_i^0 = a_i, g_i^j = g_i\left(a_{\pi_i(j)}\right) \gamma\iota\alpha\ j = 1, \dots, \omega, g_i^{\omega+1} = b_i \tag{4.43}$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω ορίζεται το ακόλουθο σύνολο $E(a, b)$ περιορισμών του προβλήματος ανάλυσης ποιοτικής παλινδρόμησης, με ενσωμάτωση των $u_i(g_i^j)$, με $i = 1, \dots, n, \kappa\alpha\iota\ j = 1, \dots, \omega + 1$ ως μεταβλητές απόφασης:

$$\left.\begin{array}{c} \left.\begin{array}{c} U(c) \geq U(d) + \delta \Leftrightarrow c \succ d, \\ U(c) = U(d) \Leftrightarrow c \sim d, \end{array}\right\} \gamma\iota\alpha\ \acute{o}\lambda\alpha\ \tau\alpha\ c, d \in A^R, \\ u_i(g_i^j) - u_i(g_i^{j-1}) \geq 0, i = 1, \dots, n, j = 2, \dots, \omega + 1, \\ u_i(g_i^0) = 0, i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^{n} u_i(g_i^{\omega+1}) = 1 \end{array}\right\} \left(E(a, b)\right) \tag{4.44}$$

όπου δ ένας αυθαίρετα μικρός θετικός αριθμός όπως στη σχέση 4.10.

Το παραπάνω σύνολο περιορισμών εξαρτάται από το συγκεκριμένο ζευγάρι εναλλακτικών $a, b \in A$ γιατί οι αξιολογήσεις τους $g_i(a)$ και $g_i(b)$ δίνουν τις συντεταγμένες για δύο από τα $(\omega + 1)$ χαρακτηριστικά σημεία των μερικών συναρτήσεων αξίας u_i, για κάθε $i = 1, \dots, n$.

Ας υποθέσουμε ότι το υπερπολύεδρο που ορίζεται από το σύνολο περιορισμών $E(a, b)$ δεν είναι κενό. Σε αυτή την περίπτωση ισχύει ότι:

$$a.^N b \Leftrightarrow d(a,b) \geq 0, \tag{4.45}$$

όπου

$$d(a,b) = Min\{U(a) - U(b)\} \geq 0, υπο\ το\ σύνολο\ E(a,b)\ των\ πτεριορισμών,$$

και

$$a.^P b \Leftrightarrow D(a,b) \geq 0, \tag{4.46}$$

όπου

$$D(a,b) = Max\{U(a) - U(b)\} \geq 0, υπό\ το\ σύνολο\ E(a,b)\ των\ περιορισμών.$$

Οι Greco et al (2008) αποδεικνύουν ότι δεν απαιτείται να υπολογιστούν όλα τα $d(a, b)$ και $D(a, b)$ για όλα τα $a, b \in A$. Συγκεκριμένα, για όλα τα $a, b \in A$ ισχύουν οι παρακάτω ισοδυναμίες:

$$d(a,b) \geq 0 \Leftrightarrow D(a,b) \leq 0,$$

$$D(a,b) \geq 0 \Leftrightarrow d(a,b) \leq 0,$$

$$d(a,b) = 0 \Leftrightarrow D(a,b) = 0. \tag{4.47}$$

Όπως φαίνεται στους πίνακες 4.1 και 4.2, για τη αναγκαία κατάταξη $.^N$ μπορούν να υπολογιστούν είτε μόνο το $d(a, b)$ είτε μόνο το $D(a, b)$. Το ίδιο ισχύει και για την πιθανή κατάταξη $.^P$ (Πίνακες 4.3 και 4.4).

		$b \cdot^N a$		$\text{not}(b \cdot^N a)$
		$d(b,a) > 0$	$d(b,a) = 0$	$d(b,a) < 0$
$a \cdot^N b$	$d(a,b) > 0$			$a \succ^N b$
	$d(a,b) = 0$		$a \square^N b$	$a \succ^N b$
$\text{not}(a \cdot^N b)$	$d(a,b) < 0$	$b \succ^N a$	$b \succ^N a$	$a ?^N b$

Πίνακας 4.1: Υπολογισμός αναγκαίας κατάταξης με χρήση του $d(a,b)$

		$\text{not}(a \cdot^N b)$	$a \cdot^N b$	
		$D(b,a) > 0$	$D(b,a) = 0$	$D(b,a) < 0$
$\text{not}(b \cdot^N a)$	$D(a,b) > 0$	$a ?^N b$	$a \succ^N b$	$a \succ^N b$
$b \cdot^N a$	$D(a,b) = 0$	$b \succ^N a$	$a \square^N b$	
	$D(a,b) < 0$	$b \succ^N a$		

Πίνακας 4.2: Υπολογισμός αναγκαίας κατάταξης με χρήση του $D(a,b)$

		$b \cdot^{P} a$		$\text{not}\left(b \cdot^{P} a\right)$
		$d(b,a)>0$	$d(b,a)=0$	$d(b,a)<0$
$a \cdot^{P} b$	$d(a,b)>0$			$a \succ^{P} b$
	$d(a,b)=0$		$a \,\square^{P} b$	$a \,\square^{P} b$
$\text{not}\left(a \cdot^{P} b\right)$	$d(a,b)<0$	$b \succ^{P} a$	$a \,\square^{P} b$	$a \,\square^{P} b$

Πίνακας 4.3: Υπολογισμός πιθανής κατάταξης με χρήση του $d(a,b)$

		$\text{not}\left(a \cdot^{P} b\right)$	$a \cdot^{P} b$	
		$D(b,a)>0$	$D(b,a)=0$	$D(b,a)<0$
$\text{not}\left(b \cdot^{P} a\right)$	$D(a,b)>0$	$a \,\square^{P} b$	$a \,\square^{P} b$	$a \succ^{P} b$
$b \cdot^{P} a$	$D(a,b)=0$	$a \,\square^{P} b$	$a \,\square^{P} b$	
	$D(a,b)<0$	$b \succ^{P} a$		

Πίνακας 4.4: Υπολογισμός πιθανής κατάταξης με χρήση του $D(a,b)$

Το επόμενο βήμα είναι η σύνδεση της προσέγγισης της Ανάλυσης Ακραίων Κατατάξεων με την προσέγγιση της Ευσταθούς Ποιοτικής Ανάλυσης Παλινδρόμησης. Υπολογίζουμε αρχικά την υψηλότερη κατάταξη που μπορεί να πάρει η εναλλακτική $a \in A$ στις κατατάξεις που προκύπτουν από το σύνολο των συμβατών προτιμησιακών μοντέλων $U \in U_{A^R}$ που προκύπτουν από τα σημεία του υπερπολυέδρου που ορίζεται από το σύνολο περιορισμών $E(a,b)$. Προκειμένου να υπολογιστεί η υψηλότερη κατάταξη σύμφωνα με τα όσα ορίστηκαν στην § 4.5:

$$P^*(a) = max\{θέση\ στις\ κατατάξεις\ που\ προκύπτουν\ από\ όποια\ εκ\ των\ U \in U_{A^R}\}$$

$$= min\{του\ αριθμού\ των\ εναλλλακτικών\ b \in A \setminus \{a\}\ τέτοιες\ ώστε\ U(b) > U(a), από\ όποια\ εκ\ των\ U \in U_{A^R}\} + 1,$$

πρέπει να λυθεί το παρακάτω μεικτό ακέραιο ΓΠ:

$$\left.\begin{array}{c} Min\colon \sum_{b \in A \setminus \{a\}} v_b \\ υπό\ τους\ περιορισμούς \\ E(a,b)_{max} \begin{cases} E(a,b) \\ U(a) \geq U(b) - Mv_b, για\ όλα\ τα\ b \in A \setminus \{a\} \end{cases} \end{array}\right\}$$

όπου M είναι ένας βοηθητικός συντελεστής που παίρνει πολύ μεγάλες θετικές τιμές και v_b μία νέα δυική μεταβλητή που σχετίζεται με τη σύγκριση της a με την εναλλακτική b. Ας σημειωθεί ότι στο παραπάνω ΓΠ υπάρχουν $|A| - 1$ τέτοιες μεταβλητές, και κάθε μία αντιστοιχεί σε $b \in A \setminus \{a\}$.

Η ιδέα στην οποία βασίζεται το παραπάνω μικτό ακέραιο ΓΠ είναι η επιλογή από τις συμβατές εκδόσεις των προτιμησιακών μοντέλων εκείνο στο οποίο η εναλλακτική a παίρνει την υψηλότερη θέση στην κατάταξη. Ως εκ τούτου θεωρούμε ότι η συνολική απόδοση της a δεν θα είναι μικρότερη από καμία από τις υπόλοιπες εναλλακτικές. Οι δυικές μεταβλητές v_b θα παίρνουν τιμή 0 εκτός και αν ο αντίστοιχος περιορισμός $U(a) \geq U(b) - Mv_b$ δεν μπορεί να ικανοποιηθεί παρά μόνο αν η v_b πάρει την τιμή 1 το οποίο θα συμβαίνει στις περιπτώσεις που $U(a) < U(b)$. Αν το ΓΠ μας δώσει $\sum_{b \in A \setminus \{a\}} v_b = 1$ σημαίνει ότι μια τέτοια περίπτωση ισχύει, δηλαδή μια μεταβλητή b είναι καλύτερη από την a. Σε αυτή την περίπτωση η καλύτερη κατάταξη της a θα ήταν στη θέση 2. Στη γενική περίπτωση η καλύτερη θέση στην κατάταξη της a υπολογίζεται ως εξής:

$$P^{*}(a)1 + \sum_{b \in A \backslash \{a\}} \nu_b$$

Από την άλλη μεριά, προκειμένου να υπολογιστεί η χαμηλότερη κατάταξη σύμφωνα με τα όσα ορίστηκαν στην § 4.5:

$$P_{*}(a) = min\{\theta έ\sigma\eta\ \sigma\tau\iota\varsigma\ \kappa\alpha\tau\alpha\tau ά\xi\varepsilon\iota\varsigma\ \pi o\upsilon\ \pi\rho o\kappa ύ\pi\tau o\upsilon\nu\ \alpha\pi ό\ ό\pi o\iota\alpha\ \varepsilon\kappa\ \tau\omega\nu\ U \in U_{A^R}\}$$

$$= |A| - min\{\tau o\upsilon\ \alpha\rho\iota\theta\mu o ύ\ \tau\omega\nu\ \varepsilon\nu\alpha\lambda\lambda\alpha\kappa\tau\iota\kappa ώ\nu\ b \in A \backslash \{a\}\ \tau έ\tau o\iota\varepsilon\varsigma\ ώ\sigma\tau\varepsilon\ U(b) \leq$$
$$U(a), \alpha\pi ό\ ό\pi o\iota\alpha\ \varepsilon\kappa\ \tau\omega\nu\ U \in U_{A^R}\},$$

πρέπει να λυθεί το παρακάτω μεικτό ακέραιο ΓΠ:

$$\left.\begin{array}{c} Min: \sum_{b \in A \backslash \{a\}} \nu_b \\ \upsilon\pi ό\ \tau o\upsilon\varsigma\ \pi\varepsilon\rho\iota o\rho\iota\sigma\mu o ύ\varsigma \\ E(a,b)_{min} \begin{cases} E(a,b) \\ U(b) \geq U(a) + \varepsilon - M\nu_b, \gamma\iota\alpha\ ό\lambda\alpha\ \tau\alpha\ b \in A \backslash \{a\} \end{cases} \end{array}\right\}$$

όπου M είναι ένας βοηθητικός συντελεστής που παίρνει πολύ μεγάλες θετικές τιμές, ν_b μία νέα δυική μεταβλητή που σχετίζεται με τη σύγκριση της a με την εναλλακτική b και ε ένας θετικός μικρός αριθμός. Ας σημειωθεί ότι στο παραπάνω ΓΠ υπάρχουν $|A| - 1$ τέτοιες μεταβλητές, και κάθε μία αντιστοιχεί σε $b \in A \backslash \{a\}$.

Και σε αυτή την περίπτωση η ιδέα στην οποία βασίζεται το παραπάνω μικτό ακέραιο ΓΠ είναι η επιλογή από τις συμβατές εκδόσεις των προτιμησιακών μοντέλων εκείνο στο οποίο η εναλλακτική a παίρνει την χαμηλότερη θέση στην κατάταξη. Ως εκ τούτου θεωρούμε ότι η συνολική απόδοση της a θα είναι μικρότερη από κάθε καμία από τις υπόλοιπες εναλλακτικές. Οι δυικές μεταβλητές ν_b θα παίρνουν τιμή 0 εκτός και αν ο αντίστοιχος περιορισμός $U(b) \geq U(a) + \varepsilon - M\nu_b$ δεν μπορεί να ικανοποιηθεί παρά μόνο αν η ν_b πάρει την τιμή 1 το οποίο θα συμβαίνει στις περιπτώσεις που $\mathrm{U}(a) \geq U(b)$. Αν το ΓΠ μας δώσει $\sum_{b \in A \backslash \{a\}} \nu_b = 1$ σημαίνει ότι μια τέτοια περίπτωση ισχύει, δηλαδή μια μεταβλητή b είναι χειρότερη από την a. Σε αυτή την περίπτωση η καλύτερη κατάταξη της a θα ήταν μία θέση πάνω από την τελευταία η οποία είναι η $|a|$. Στη γενική περίπτωση η χειρότερη θέση στην κατάταξη της a υπολογίζεται ως εξής:

$P_{*}(a) = |A| - \sum_{b \in A \backslash \{a\}} \nu_b$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο : ΜΕΤΡΑ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΤΑΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

5.1 Η Ανάγκη για Ανάλυση Μεταβελτιστοποίησης στο Γραμμικό Προγραμματισμό

Ο γραμμικός προγραμματισμός αποτελεί αναμφίβολα το δημοφιλέστερο εργαλείο της επιχειρησιακής έρευνας αλλά και γενικότερα της διοικητικής επιστήμης. Η μεγάλη επιτυχία των εφαρμογών του σε προβλήματα λήψης αποφάσεων θα πρέπει να αποδοθεί, από τη μια πλευρά, στα επιτεύγματα της έρευνας των μαθηματικών και των οικονομολόγων σε θεωρητικό επίπεδο και , από την άλλη πλευρά, στην επαναστατική ανάπτυξη της πληροφορικής επιστήμης και τεχνολογίας.

Στη μαθηματική γλώσσα ο γραμμικός προγραμματισμός ορίζεται σαν το μοντέλο το οποίο στοχεύει στη βελτιστοποίηση (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση) μιας γραμμικής συνάρτησης αγνώστων, υπό εκτίμηση, πραγματικών μεταβλητών, των οποίων το πεδίο τιμών οριοθετείται έμμεσα από γραμμικούς περιορισμούς (ανισοεξισώσεις), που είναι συναρτήσεις των μεταβλητών αυτών. Η βελτιστοποίηση είναι πηγή τεχνητής ευφυΐας με την έννοια του προσδιορισμού βέλτιστων λύσεων σε πολύπλοκα προβλήματα. Οι άγνωστες μεταβλητές πρέπει να επιλέγονται από τον μελετητή με τρόπο ώστε να αντανακλούν απόλυτα (να μοντελοποιούν) το αντικείμενο της απόφασης στο εκάστοτε συγκεκριμένο πρόβλημα και ονομάζονται γι' αυτό μεταβλητές απόφασης. (Σίσκος, 1998)

Γενικά, μπορούμε να πούμε ότι ο γραμμικός προγραμματισμός μοντελοποιεί προβλήματα κατανομής περιορισμένων πόρων, μέσων ή χρήσιμων αγαθών σε διάφορες εναλλακτικές και ανταγωνιστικές μεταξύ τους δραστηριότητες, με τρόπο ώστε να βελτιστοποιείται το τελικό αποτέλεσμα.

Η αντιμετώπιση ενός πραγματικού προβλήματος με τη μέθοδο του γραμμικού προγραμματισμού δεν τελειώνει με το προσδιορισμό της βέλτιστης λύσης. Η απλή επίλυση-εύρεση της βέλτιστης λύσης, με εφαρμογή κάποιας μεθόδου όπως της Simplex, προσκρούει στις εξής παρακάτω κριτικές:

1. Από τη μαθηματική του φύση ένα γραμμικό πρόβλημα που περιλαμβάνει l μεταβλητές και m περιορισμούς, γεγονός που συνεπάγεται την εισαγωγή m μεταβλητών απόκλισης, θα έχει βέλτιστη λύση που περιλαμβάνει τουλάχιστον:

$$(l + m) - m = l$$

μηδενικές μεταβλητές. Συνεπάγεται λοιπόν, ότι από τις αρχικά προτεινόμενες δραστηριότητες ένας σημαντικός αριθμός ίσως αγνοηθεί, κάτι που ενδέχεται σε ορισμένες περιπτώσεις να προκαλέσει οικονομικές δυσχέρειες σε μια επιχείρηση.

2. Η αποκαλούμενη «βέλτιστη λύση» θεωρείται συχνά ότι είναι μια λύση προνομιούχα, απομονωμένη από κάθε γειτονική της λύση, χωρίς αυτό να είναι κοινά αποδεκτή θέση από τον κόσμο της επιχείρησης.

3. Οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές έχουν συγκεκριμένη ακρίβεια και στην περίπτωση διαχείρισης πολύ μικρών τιμών που αντιστοιχούν στα οριακά καθαρά εισοδήματα της μεθόδου Simplex μπορούν να δώσουν αποτελέσματα που δεν ανταποκρίνονται επακριβώς στην πραγματικότητα.

4. Κατά τη διαμόρφωση του προβλήματος γίνονται ορισμένες παραδοχές, ανάμεσα στις οποίες είναι και η προϋπόθεση των ντετερμινιστικών συντελεστών. Σύμφωνα με αυτή την προϋπόθεση οι συντελεστές c_i, b_i και a_{ij} του προβλήματος είναι γνωστές σταθερές. Στην πραγματικότητα όμως, οι συντελεστές αυτοί δεν είναι συνήθως ούτε γνωστοί, ούτε σταθεροί, αλλά συνήθως προσδιορίζονται κατά προσέγγιση. Με άλλα λόγια, η διαμόρφωση ενός πραγματικού προβλήματος σε μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού αποτελεί, σχεδόν πάντα μια προσέγγιση της πραγματικότητας. Είναι σαφές πως κάθε τροποποίηση των τιμών των συντελεστών της αντικειμενικής συνάρτησης (c_j), του δεύτερου μέλους (b_i) ή της τεχνολογικής μήτρας (a_{ij}) είναι ικανή να επιφέρει κάποια αλλαγή της βέλτιστης λύσης.

Οι αριθμητικοί αυτοί συντελεστές είναι συνήθως:

- στοιχεία λογιστικών καταλόγων (μοναδιαίο κέρδος ή κόστος, ποσότητες πρώτης ύλης, ...)
- αποτελέσματα ειδικών τεχνικών αναλύσεων (χρόνος κατασκευής, χημικής αντίδρασης, ...)
- στοιχεία δημοσκοπήσεων ή ερευνών αγοράς (προτιμήσεις των καταναλωτών, κατώτερα ή ανώτερα φράγματα ζήτησης, ...).

Είναι λοιπόν προφανές ότι τα χρησιμοποιούμενα στην πράξη αριθμητικά δεδομένα δεν μπορούν με κανένα τρόπο να θεωρηθούν ως απόλυτα, ακριβή ή βέβαια ώστε να εγγυηθούν την ύπαρξη μιας και μόνης, απομονωμένης λύσης, με τη σφραγίδα της βέλτιστης (Σίσκος, 1992, Ξηρόκωστας, 1991).

Προκειμένου να αντιμετωπίσουμε τις παραπάνω κριτικές μπορούμε να προχωρήσουμε μετά τη λήψη της βέλτιστης λύσης, σε ανάλυση ευαισθησίας και ανάλυση ευστάθειας. Η δεύτερη είναι το βασικό αντικείμενο που θα διαπραγματευτούμε στο παρόν κεφάλαιο.

Με την ανάλυση μεταβελτιστοποίησης (ή ανάλυση ευστάθειας) ελέγχουμε τόσο τη μοναδικότητα της λύσης όσο και το ενδεχόμενο ύπαρξης εναλλακτικών λύσεων, των οποίων οι τιμές z της αντικειμενικής συνάρτησης δε διαφέρουν της βέλτιστης τιμής z^* παρά κατά μια μικρή (αμελητέα) ποσότητα.

Στη συνέχεια και αφού αναφερθούμε σε κάποιες βασικές παραμέτρους και έννοιες της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης, θα εξετάσουμε δύο μεθόδους-αλγορίθμους που μπορούν να θεωρηθούν ως ενδεικτικές προσεγγίσεις αντιμετώπισης του προβλήματος της μεταβελτιστοποίησης. Θα ξεκινήσουμε με την εξέταση του αλγορίθμου των Manas - Nedoma (1968). Στη συνέχεια θα ακολουθήσει η παρουσίαση μιας ευρεστικής μεθόδου (Siskos, 1982) που αποτελεί μία ρεαλιστική προσέγγιση του προβλήματος της μεταβελτιστοποίησης με τη χρήση ενός αλγορίθμου που είναι οικονομικός από άποψη υπολογιστικού χρόνου.

5.2 Το Φαινόμενο των Πολλαπλών και Ημιβέλτιστων Λύσεων

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, με τον όρο ‘ανάλυση ευστάθειας’ ή τον ισοδύναμό του ‘ανάλυση μεταβελτιστοποίησης’ εννοούμε τη διαχείριση των πολλαπλών βέλτιστων και ημιβέλτιστων λύσεων ενός γραμμικού προγράμματος, όπως αυτές ορίζονται παρακάτω.

5.2.1 Πολλαπλές Βέλτιστες Λύσεις

Η βέλτιστη λύση ενός γραμμικού προβλήματος που επιτυγχάνεται με τη χρήση της μεθόδου Simplex θεωρείται ότι είναι μοναδική μόνο στην περίπτωση που όλα τα οριακά καθαρά εισοδήματα του βέλτιστου πίνακα Simplex που αντιστοιχούν σε μη βασικές μεταβλητές δεν ισούνται με μηδέν. Στην αντίθετη περίπτωση έχουμε πολλαπλές βέλτιστες λύσεις. (Siskos, 1984).

Ας θεωρήσουμε το εξής γραμμικό πρόγραμμα :

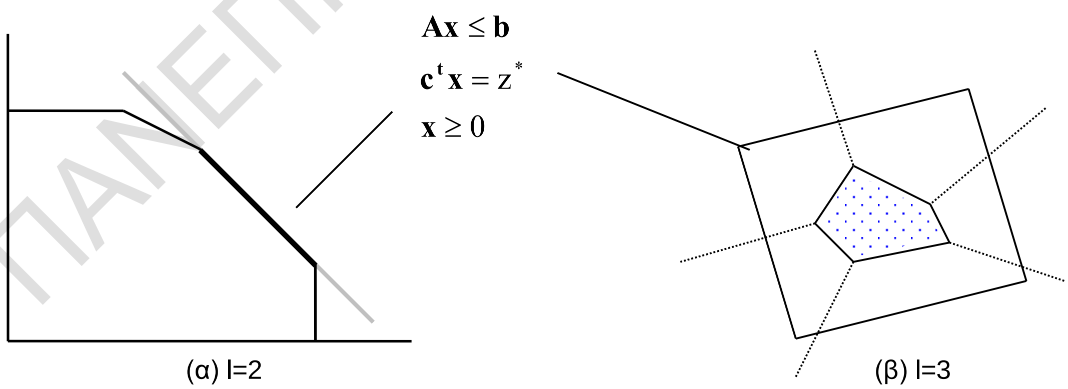
$$\Gamma.\Pi.5.1 \begin{cases} [max]z = \boldsymbol{c}^t\boldsymbol{x} \\ \upsilon\pi ό\ \tau ο\upsilon\varsigma\ \pi\varepsilon\rho\iota ο\rho\iota\sigma\mu ο ύ\varsigma \\ \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0} \end{cases}$$

όπου $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{b}$ και $\boldsymbol{c}$ είναι πίνακες διαστάσεων $m\ x\ n, n\ x\ 1, m\ x\ 1$ και $n\ x\ 1$ αντίστοιχα.

Το πρόβλημα των πολλαπλών βέλτιστων λύσεων (multiple optimal solutions) πιστοποιείται, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, όταν εμφανίζονται μηδενικά καθαρά οριακά εισοδήματα στον βέλτιστο πίνακα Simplex για μη βασικές μεταβλητές.

Γεωμετρικά, το φαινόμενο αντιστοιχεί στην περίπτωση που το υπερπολύεδρο της αντικειμενικής συνάρτησης z είναι παράλληλο μιας πλευράς του υπερπολυέδρου των δυνατών λύσεων (Εικόνα 5.1).

Σε αυτή τη συγκεκριμένη περίπτωση είναι γνωστό ότι η εισαγωγή στη βάση μιας μεταβλητής j μας δίνει μια καινούργια λύση, με $z = z^*$. Όμως δεν μπορούμε εκ των προτέρων να υπολογίσουμε τον αριθμό και τον τύπο των πολλαπλών βέλτιστων λύσεων του γ.π.. Η αυθαίρετη εξακολούθηση του αλγορίθμου Simplex, μετά την εύρεση της πρώτης βέλτιστης λύσης, μπορεί να μας δώσει άλλες βέλτιστες λύσεις αλλά αυτή η ενέργεια σε καμία περίπτωση δε μπορεί να θεωρηθεί σαν μια μέθοδο συστηματικού ελέγχου όλων των βέλτιστων λύσεων.



(α) I=2 (β) I=3

Εικόνα 5-1: Πολλαπλές βέλτιστες λύσεις σε 2 και 3 διαστάσεις (Σίσκος, 1998)

Το σύνολο των πολλαπλών βέλτιστων λύσεων οριοθετείται μαθηματικά από το υπερπολύεδρο του Γ.Π. 5.1:

$$\Upsilon.\Pi.5.1 \begin{cases} \boldsymbol{Ax} \le \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{c^t x} = z^* \\ \boldsymbol{x} \ge \boldsymbol{0} \end{cases}$$

που προκύπτει από την προσθήκη του περιορισμού $z = z^*$ (z^* η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης) στο σύνολο των δυνατών λύσεων.

Στην περίπτωση που η βέλτιστη λύση είναι μοναδική το ΥΠ 5.1 δεν περιέχει παρά μόνο ένα σημείο. Στην αντίθετη περίπτωση, περιέχει άπειρα σημεία (άπειρες λύσεις) και αρκεί να υπολογίσουμε όλες τις κορυφές του ΥΠ 5.1 (δυνατές βασικές βέλτιστες λύσεις). Κάθε άλλη λύση είναι κυρτός συνδυασμός των λύσεων που αντιστοιχούν στις κορυφές. (Siskos, 1984, Ξηρόκωστας, 1991).

5.2.2 Ημιβέλτιστες ή Σχεδόν Βέλτιστες Λύσεις

Σε μεγάλο αριθμό περιπτώσεων η βέλτιστη ή οι βέλτιστες λύσεις δεν είναι οι μόνες που ενδιαφέρουν τον αποφασίζοντα. Απεναντίας, ενδεχομένως ο αποφασίζων να ενδιαφέρεται εξίσου και για τις ημιβέλτιστες λύσεις. Αυτό ισχύει, επειδή συχνά είναι αδύνατον να ορίσουμε με μεγάλη ακρίβεια τις τιμές των συντελεστών του γραμμικού μας προβλήματος. Ακόμη, η αντικειμενική συνάρτηση δεν αντικατοπτρίζει πάντα επακριβώς τις προτιμήσεις του αποφασίζοντος (Van de Panne, 1975).

Γενικά, μπορεί να λεχθεί ότι το μοντέλο του γραμμικού προγραμματισμού ενός προβλήματος εκφράζει τους πλέον βασικούς στόχους και περιορισμούς, ενώ κάποιοι παράγοντες συχνά μένουν έξω από το μοντέλο, είτε γιατί είναι δύσκολο να τους διαχειριστεί κανείς, είτε γιατί ο αποφασίζων έχει μόνο μια γενική ιδέα σχετικά με αυτούς. Γι΄ αυτό το λόγο η βέλτιστη λύση μπορεί να χαρακτηριστεί είτε ως αδύνατη να πραγματοποιηθεί είτε, αρκετές φορές, έως και επικίνδυνη.

Ο μόνος τρόπος να αντιμετωπίσουμε την παραπάνω προβληματική κατάσταση είναι να θέσουμε υπόψη του αποφασίζοντα εναλλακτικές λύσεις και να του δώσουμε τη δυνατότητα να αποφασίσει ποια τελικά θα επιλέξει. Το ερώτημα είναι ποιες θα είναι αυτές οι εναλλακτικές λύσεις. Μια ενδιαφέρουσα προσέγγιση που θα μας βοηθήσει να δώσουμε απάντηση στο παραπάνω ερώτημα είναι η ακόλουθη.

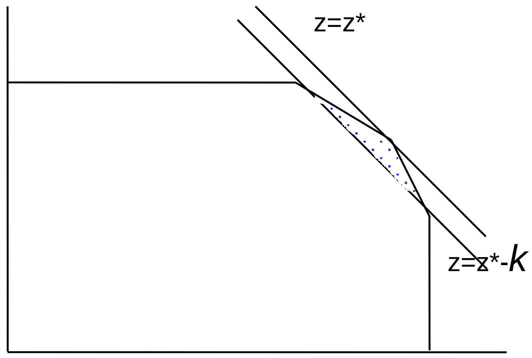
Αρχικά υπολογίζουμε τη βέλτιστη λύση. Στη συνέχεια βρίσκουμε όλες τις βασικές δυνατές λύσεις για τις οποίες η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης διαφέρει της βέλτιστης τιμής z^* κατά μία μικρή (πρακτικά αμελητέα) προκαθορισμένη ποσότητα $\boldsymbol{k}$. Οι λύσεις αυτές ονομάζονται σχεδόν βέλτιστες ή ημιβέλτιστες λύσεις (near optimal solutions). Ο αποφασίζων είναι ο υπεύθυνος τόσο για την επιλογή της ποσότητας $\boldsymbol{k}$, όσο και για την τελική επιλογή ανάμεσα από τις ημιβέλτιστες λύσεις, αυτής που τον ικανοποιεί περισσότερο.(Siskos, 1984, Van de Panne, 1975, Σίσκος, 1992)

Ο χώρος των ημιβέλτιστων λύσεων οριοθετείται από το σύνολο - υπερπολύεδρο (ΥΠ) 5.2

$$\Upsilon.\Pi.5.2 \begin{cases} \boldsymbol{Ax} \le \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{c^t x} = z^* - k \\ \boldsymbol{x} \ge \boldsymbol{0} \end{cases}$$

όπου $\boldsymbol{k}$ μικρή θετική ποσότητα (αναφερόμαστε πάντα για την περίπτωση μεγιστοποίησης)

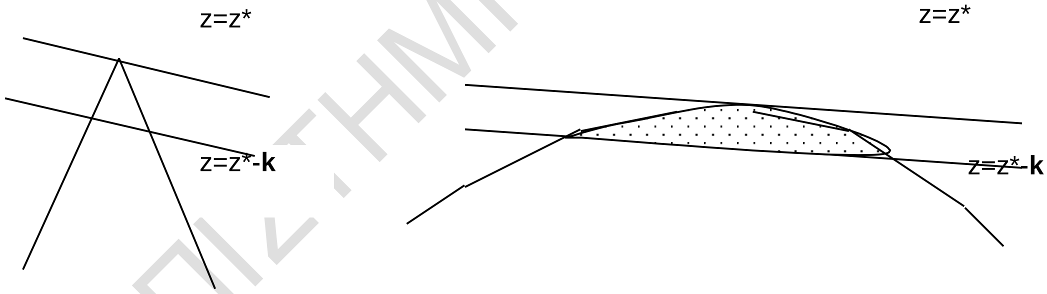
Το ΥΠ 5.2 προκύπτει από το ΥΠ 5.1 με την αντικατάσταση του περιορισμού $z = z^*$ με τον περιορισμό $z \geq z^* - \boldsymbol{k}$. Στο παρακάτω σχήμα το γραμμοσκιασμένο κομμάτι αντιστοιχεί στο σύνολο των ημιβέλτιστων λύσεων.(στις 2 διαστάσεις)



Εικόνα 5-2: Σύνολο ημιβέλτιστων λύσεων σε 2 διαστάσεις (Σίσκος, 1998)

Για $\boldsymbol{k} = 0$ έχουμε $z = z^*$ και το πρόβλημά μας ταυτίζεται με αυτό των πολλαπλών βέλτιστων λύσεων.

Η αναζήτηση των ημιβέλτιστων λύσεων βοηθάει στην ανάλυση της ευστάθειας της βέλτιστης λύσης.



(α) ευσταθής λύση (β) ασταθής λύση

Εικόνα 5-3: Αρχή ανάλυσης ευστάθειας (Σίσκος, 1998)

Όταν το εύρος των τιμών που παίρνουν οι μεταβλητές στις διάφορες ημιβέλτιστες λύσεις είναι μεγάλο, τότε λέμε ότι η βέλτιστη λύση μας είναι ευσταθής ενώ στην αντίθετη περίπτωση, ότι η λύση μας είναι ασταθής ή μη ευσταθής. Το φαινόμενο της αστάθειας της βέλτιστης λύσης είναι αρκετά συνηθισμένο στις πρακτικές εφαρμογές. Αρκεί να παρατηρήσει κανείς ότι πολλά οριακά καθαρά εισοδήματα μη βασικών μεταβλητών της βέλτιστης λύσης, βρίσκονται σε ελάχιστη απόσταση από το μηδέν, σε σημείο μάλιστα που να δημιουργεί αμφιβολίες ακόμη και για τη βελτιστότητα της αρχικής λύσης (Σίσκος, 1992).

5.3 Μέθοδοι Εύρεσης Λύσεων Κυρτών Πολυέδρων

Η αναζήτηση και εύρεση των σχεδόν βέλτιστων ή πολλαπλών βέλτιστων λύσεων κατά την ανάλυση μεταβελτιστοποίησης αντιμετωπίζεται με σειρά αλγορίθμων που ακολουθούν διαφορετικές κατά περίπτωση προσεγγίσεις.

Όπως ειπώθηκε στις § 5.2.1 και § 5.2.2 το σύνολο των πολλαπλών ή σχεδόν βέλτιστων λύσεων οριοθετείται μαθηματικά από κυρτά υπερπολύεδρα τύπου (ΥΠ) 5.2 στο χώρο με διάσταση n:

$$Y.\Pi.5.2 \begin{cases} \boldsymbol{Ax} \leq \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{c^t x} = z^* - k \\ \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0} \end{cases}$$

όπου k μικρή θετική ποσότητα και στην περίπτωση των πολλαπλών βέλτιστων λύσεων $k = 0$ (αναφερόμαστε πάντα για την περίπτωση μεγιστοποίησης)

Το πρόβλημα της εύρεσης των κορυφών των υπερπολυέδρων αυτών που ουσιαστικά αντιστοιχούν σε εφικτές (δυνατές) βασικές λύσεις του αντίστοιχου γραμμικού προβλήματος έχει εκτενώς μελετηθεί ήδη από τη δεκαετία του ’50. Οι Kaibel και Pfetsch (2003) θεωρούν ως πιθανότερη αιτία της ραγδαίας αύξησης του ερευνητικού ενδιαφέροντος για τη θεωρία των πολυέδρων το δεύτερο μισό του 20ου αιώνα την εξέλιξη του γραμμικού προγραμματισμού ως ένα δημοφιλές εργαλείο για την επίλυση πρακτικών προβλημάτων στη βιομηχανία και το στρατό. Ο αλγόριθμος Simplex του Dantzig που αναπτύχθηκε στα τέλη του ’40 ανέδειξε τη χρησιμότητα της γεωμετρικής και συνδυαστικής γνώσης των πολυέδρων στην αναζήτηση και ανάλυση των λύσεων των γραμμικών προβλημάτων.

Μέχρι την ανάπτυξη του αλγόριθμου Simplex η μελέτη των πολυέδρων παρέμενε στο πεδίο της αφηρημένης σκέψης και της φαντασίας. Η έρευνα του Dantzig έφερε την υπολογιστική διάσταση στη μελέτη αυτών (Grunbaum, 1967). Πριν από την έρευνά του, η αποτύπωση ήταν εφικτή μόνο για 2-διάστατα πολύεδρα. Οι τεχνικές που ξεκίνησαν να εφαρμόζονται στη Simplex έκαναν εφικτό τον υπολογισμό οποιουδήποτε μέρους ενός κυρτού πολυέδρου και την αποτύπωση αυτού. Από το 1947 και μετά το πρόβλημα της αναζήτησης του συνόλου των κορυφών ενός κυρτού πολυέδρου που ορίζεται από γραμμικούς περιορισμούς θεωρήθηκε ως πολύ σημαντικό.

Έχει αναπτυχθεί πληθώρα αλγορίθμων για την επίλυση του προβλήματος, οι περισσότεροι εκ των οποίων βασίζονται στην απαρίθμηση όλων των διαθέσιμων εφικτών βάσεων του Γ.Π. 4.1. Ωστόσο σε όλους αυτούς τους αλγόριθμους, μετά τον υπολογισμό των r πρώτων κορυφών, ο υπολογιστικό φόρτος υπολογισμού της επόμενης κορυφής αυξάνεται εκθετικά κατά r στην χειρότερη περίπτωση. Ένας αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος θεωρείται ως αποδοτικός, ή πολυωνυμικού χρόνου, αν ικανοποιεί τις εξής συνθήκες:

1. Θα πρέπει να υπολογίζει τα ακραία σημεία ενός πολυέδρου K διαδοχικά το ένα μετά το άλλο και να δημιουργεί μία λίστα.

2. Όταν η λίστα των γνωστών κορυφών του $K, \{d_1, \ldots, d_r\}$, περιλαμβάνει r κορυφές, ο φόρτος ελέγχου για το αν η λίστα περιλαμβάνει όλες τις κορυφές του K, και αν όχι, ο φόρτος υπολογισμού της νέας κορυφής, θα πρέπει να φράσσεται άνω από πολυώνυμο βαθμού r εξαρτώμενου και από το μέγεθος του Γ.Π.

Σύμφωνα με τον Murty (2009) ο στόχος της ανάπτυξης ενός αποδοτικού αλγορίθμου για το πρόβλημα της εύρεσης των κορυφών είναι περισσότερο μία μαθηματική πρόκληση παρά μία πρακτική.

Οπότε ένα από τα βασικά θέματα του προβλήματος της εύρεσης των κορυφών είναι ο τεράστιος αριθμός των κορυφών των υπερπολυέδρων ακόμα και για μικρά μεγέθους προβλήματα. Έτσι το ερευνητικό ενδιαφέρον εστιάστηκε στην ανάπτυξη αλγορίθμων που λειτουργούσαν αποδοτικά από άποψη υπολογιστικής πολυπλοκότητας, συνδέοντας την απόδοση με το υπερμέγεθες του εγχειρήματος. Η εκτίμηση της πολυπλοκότητας των αλγορίθμων αυτών έχει απασχολήσει πολύ την ερευνητική κοινότητα και εν τέλει έχει αποδειχθεί ότι το πρόβλημα της εύρεσης του συνόλου των κορυφών ενός πολυέδρου είναι NP-hard, σε κάθε περίπτωση (Khachiyan et al., 2006). Ένα πρόσθετο θέμα εκτός της πολυπλοκότητας των σχετικών αλγορίθμων είναι οι τεράστιες απαιτήσεις σε μνήμη από τη στιγμή που όχι μόνο οι κορυφές αλλά και πληροφορίες για αυτές, π.χ. ποιες είναι οι γειτονικές αυτών, πρέπει να διατηρούνται κατά την δημιουργία των λιστών των κορυφών (Provan, 1994).

Παράλληλα με το πρόβλημα της εύρεσης όλων των εφικτών λύσεων του γραμμικού συστήματος μελετήθηκε και το σχετιζόμενο πρόβλημα της κατάταξης κατά φθίνουσα ή αύξουσα τάξη των τιμών των λύσεων σε σχέση με μία πρόσθετη αντικειμενική συνάρτηση οριζόμενη στο ίδιο υπερπολύεδρο. Το πρόβλημα αυτό παρουσιάζει επιπρόσθετο ενδιαφέρον στο πλαίσιο της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης όπου το ρόλο της αντικειμενικής συνάρτησης μπορεί να παίξει η αρχική αντικειμενική συνάρτηση του γραμμικού προγράμματος. Ανάλογα με τον τρόπο που προσεγγίζουν το πρόβλημα οι διαφορετικοί αλγόριθμοι μπορούν να καταταχθούν δύο βασικές κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι αναλυτικοί αλγόριθμοι που υπόσχονται πλήρη αναζήτηση όλων των βασικών εφικτών λύσεων ενός υπερπολυέδρου. Εντός της πρώτης αυτής κατηγορίας συναντάμε δύο υποκατηγορίες αλγορίθμων. Στη μεν πρώτη οι αλγόριθμοι χρησιμοποιούν περιστροφικές μεθόδους (pivoting) ενώ στη δεύτερη υποκατηγορία μη περιστροφικές ή γεωμετρικές.

Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν μέθοδοι που δεν σκοπεύουν στην εύρεση όλων των βασικών δυνατών λύσεων ενός υπερπολυέδρου αλλά ενός αντιπροσωπευτικού συνόλου αυτών με χρήση ευρετικών προσεγγίσεων.

Ο αριθμός των κορυφών ενός υπερπολυέδρου που αντιπροσωπεύει ένα γραμμικό πρόγραμμα είναι συχνά μεγάλος και η εξαντλητική αναζήτησή τους απαιτεί πολύ χρόνο. Οι ευρετικές μέθοδοι μας προσφέρουν μια πολύ καλή διέξοδο στο πρόβλημα αναζήτησης των χιλιάδων λύσεων που πολλές φορές μας είναι αδιάφορες. Συχνότερα μπορεί να υπάρχει ενδιαφέρον για πληροφορίες όπως για παράδειγμα: για την ευστάθεια μιας εκφυλισμένης λύσης, τη στατιστική διασπορά των μεταβλητών των πολλαπλών ή σχεδόν βέλτιστων λύσεων, την επιλογή ενός συνόλου λύσεων αντιπροσωπευτικών κατά κάποια έννοια του υπό μελέτη υπερπολυέδρου, η πιθανή συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών του γραμμικού προγράμματος. Είναι γεγονός όμως, ότι δεν υπάρχουν παρά ελάχιστες αναφορές σε τέτοιες ευρετικές προσεγγίσεις.

Μία τέτοια ευρετική μέθοδος προτάθηκε από τον Winkels (1982), σύμφωνα με την οποία η αναζήτηση των λύσεων δεν περιορίζεται στις κορυφές του υπερπολυέδρου αλλά προχωράει σε πιο συστηματικό τρόπο υπολογισμού των λύσεων μέσα από τη διακριτοποίηση των μεταβλητών χρησιμοποιώντας σταθερό βήμα. Θα μπορούσε το βήμα αυτό να καθοριστεί αυτόματα εφόσον ο επιθυμητός αριθμός των μεταβέλτιστων λύσεων είναι γνωστός στον αναλυτή εξ αρχής.

Μία δεύτερη ευρετική μέθοδος προτάθηκε το 1984 από τον Siskos με στόχο τη μελέτη της ευστάθειας της λύσης και της μελέτης της στατιστικής συμπεριφοράς των μεταβλητών ενός γραμμικού προγράμματος. Βασικό στοιχείο της μεθόδου είναι με απαρχή τη βέλτιστη λύση ενός γραμμικού προγράμματος η επίλυση σειράς γραμμικών προγραμμάτων με κοινή περιοχή εφικτών λύσεων και με αντικειμενικές συναρτήσεις που μεγιστοποιούν και ελαχιστοποιούν έναν ή περισσότερους κυρτούς συνδυασμούς των μεταβλητών του προβλήματος.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο αλγόριθμος των Manas-Nedoma που ανήκει στην κατηγορία των αναλυτικών περιστροφικών μεθόδων και η ευρετική μέθοδος του Siskos (1984).

5.3.1 Η Μέθοδος των Manas-Nedoma

Ένα κυρτό υπερπολύεδρο του τύπου ΥΠ 5.2 μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα **συνεκτικό γράφημα** (graph connected) (V, U) όπου V είναι το σύνολο των κόμβων και U το σύνολο των τόξων που συνδέουν ανά δύο τους κόμβους, και που μπορούμε να τα διαβούμε ακολουθώντας τα βήματα της Simplex. Έτσι, δύο κόμβοι είναι γειτονικοί αν αντιστοιχούν σε δύο βάσεις της Simplex που διαφέρουν κατά μία και μόνη μεταβλητή. Σε αυτή την περίπτωση μπορούμε να διαβούμε το τόξο που συνδέει τους δύο γειτονικούς κόμβους κατά τις δύο, αντίθετες, κατευθύνσεις, αφού όπως έχουμε ήδη αποδείξει, κάθε βήμα της Simplex είναι αντιστρέψιμο.

Το γράφημα που αντιστοιχεί σε κάποιο κυρτό υπερπολύεδρο του τύπου ΥΠ 5.2 (έστω με 12 μεταβέλτιστες λύσεις) δίνεται στο σχήμα Εικόνα 5.4

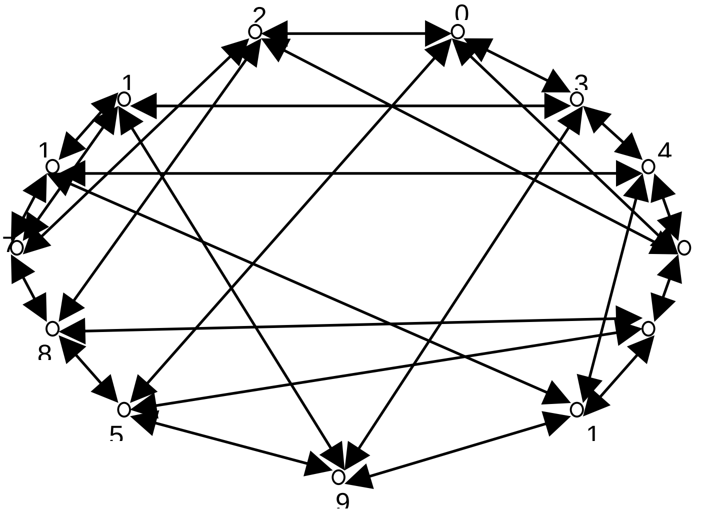
Η αναζήτηση όλων των κορυφών του υπερπολυέδρου ισοδυναμεί με την εξερεύνηση όλων των κόμβων του γραφήματος (V, U). Προκειμένου να μοντελοποιήσουμε σε κάποιο βαθμό αυτές τις γενικές ιδέες πρέπει να ορίσουμε κάποια μεγέθη:

- Το V (σύνολο των κόμβων του γραφήματος) περιέχει διανύσματα διάστασης m των οποίων τα στοιχεία είναι ακέραιοι αριθμοί (δείκτες των βάσεων της Simplex) $u = (i_1, i_2, \ldots, i_m)$ με $1 \leq i_j \leq m, j = 1,2, \ldots, m$.

- Δύο διαφορετικοί κόμβοι $u_1 = (i_1, i_2, \ldots, i_m)$ και $u_2 = (k_1, k_2, \ldots, k_m)$ απέχουν μεταξύ τους κατά μία απόσταση $d \leq m$ αν d ακριβώς στοιχεία του u_2 είναι διαφορετικά από αυτά του u_1. Οι u_1 και u_2 είναι γειτονικές εφόσον έχουν $d = 1$.

- Ένα τόξο $(u_1, u_2) \in U$ αν και μόνο αν u_1 και u_2 είναι γειτονικοί. Αν $M \subset V$, θέτουμε ως $\Gamma(M)$ το σύνολο που παίρνουμε από την πρόσθεση στο M όλων των κόμβων που έχουν ένα γειτονικό κόμβο στο σύνολο M. Με άλλα λόγια, οι γειτονικοί κόμβοι του u_i απαρτίζουν το σύνολο $\Gamma(u_i)$.

Το πρόβλημα της αναζήτησης όλων των κόμβων ενός γραφήματος (V, U) τίθεται πλέον διαφορετικά. Αρκεί να βρούμε ένα ‘μονοπάτι’ που περνάει από όλους τους κόμβους ενός γραφήματος χωρίς να χρειάζεται να κρατάμε στον υπολογιστή, παρά ένα και μοναδικό πίνακα Simplex, προκειμένου να παράξουμε τους νέους κόμβους (Manas and Nedoma, 1968).



Εικόνα 5-4: Γράφημα (V,U) ενός υπερπολυέδρου

(Siskos, 1984)

Οι Manas και Nedoma το 1968 μας έδωσαν ένα αλγόριθμο του οποίου σκοπός είναι η πραγματοποίηση ενός ‘περιπάτου’ μέσα στο γράφημα (V,U) που θα έχει δύο χαρακτηριστικές ιδιότητες:

1. να αποφεύγει την αναπαραγωγή (εφόσον αυτό είναι δυνατό) λύσεων που έχουν ήδη υπολογιστεί,

2. να κρατάει στη μνήμη του υπολογιστή ένα και μοναδικό πίνακα Simplex.

Ο αλγόριθμος, που μας δίνει τη δυνατότητα εύρεσης όλων των κόμβων του συνεκτικού γραφήματος δουλεύει ως ακολούθως:

Ξεκινάμε από ένα αρχικό κόμβο - λύση (u_0), που δεν είναι άλλη από τη βέλτιστη λύση του γραμμικού μας προγράμματος, και κατασκευάζουμε δύο πεπερασμένες ακολουθίες συνόλων που περιέχουν κόμβους του γραφήματος.

Η πρώτη ακολουθία συνόλων $(R_1, R_2, \dots, R_s)$ περιλαμβάνει τους κόμβους που έχουν ήδη υπολογιστεί (με τον όρο «υπολογισμό κόμβων» εννοούμε τον καθορισμό των συντεταγμένων των αντίστοιχων διανυσμάτων των βασικών δυνατών λύσεων του γραμμικού μας προγράμματος).

Η δεύτερη ακολουθία συνόλων $(W_1, W_2, \dots, W_s)$ περιλαμβάνει τους κόμβους που δεν έχουμε ακόμα υπολογίσει αλλά που μπορούν να υπολογιστούν ξεκινώντας από ένα ή περισσότερους κόμβους που ανήκουν στο σύνολο R_s πραγματοποιώντας μία και μόνη επανάληψη της μεθόδου Simplex. Ο αλγόριθμος περατώνεται όταν αναπόφευκτα μετά από την εκτέλεση ενός πεπερασμένου αριθμού βημάτων θα φτάσουμε στο σημείο, όπου για το σύνολο W_s θα ισχύει $W_s = \emptyset$, δηλαδή θα έχουμε υπολογίσει το σύνολο των σχεδόν βέλτιστων λύσεων.

Ο συνολικός αριθμός των επαναλήψεων της Simplex που πρέπει να πραγματοποιήσουμε προκειμένου να ολοκληρωθεί η εφαρμογή του αλγορίθμου των Manas-Nedoma για ένα γραμμικό πρόγραμμα με r βασικές δυνατές λύσεις, m περιορισμούς και n κύριες μεταβλητές απόφασης ($l = n + m$ οι συνολικές μεταβλητές απόφασης όπου έχουμε προσθέσει και m μεταβλητές απόκλισης, οπότε ο n εκφράζει παράλληλα και των αριθμό των μεταβλητών εκτός βάσης), κυμαίνεται από r μέχρι $m\,x\,r$, στην περίπτωση που υποθέσουμε ότι δεν έχουμε εκφυλισμένες λύσεις. (Siskos, 1984)

Από άποψη υπολογιστικού φόρτου ο αλγόριθμος των Manas-Nedoma κάνει οικονομία στη χρήση μνήμης αφού χρειάζεται κάθε στιγμή να υπάρχει αποθηκευμένος ένας μόνο πίνακας Simplex και ένας πίνακας διαστάσεων r×m για τα σύνολα R_s και W_s. (Manas and Nedoma, 1968)

Επίσης ο αλγόριθμος στηρίζεται στην αποτελεσματική διαχείριση μιας λίστας αυξανόμενου μεγέθους. Ο αριθμός των στοιχείων της λίστας θα αυξάνεται μέχρι να γίνει ίσος με το συνολικό αριθμό των κορυφών του υπερπολυέρδου (Mattheis and Rubin, 1980).

Ο υπολογιστικός φόρτος του αλγορίθμου είναι μεγαλύτερος σε σύγκριση με τη μέθοδο της αντίστροφης simplex (Van de Panne, 1975) από τη στιγμή που συνολικά χρειάζεται να υπολογίσουμε s πίνακες Simplex, όπου $r \leq s \leq r \, x \, m$ με $\boldsymbol{r}$ τον αριθμό των βασικών δυνατών λύσεων του γραμμικού προγράμματος και **m** το πλήθος των περιορισμών του (Siskos, 1984).

Ο αλγόριθμος όπως υλοποιήθηκε στο ΣΥΑ που παρουσιάζεται στο Κεφάλαιο 3 αποτελείται από έξι βασικά βήματα που απαιτούνται για την εξερεύνηση του συνόλου κορυφών του υπερπολυέδρου του ΓΠ:

Βήμα 0: Επίλυση του ΓΠ και εύρεση της βέλτιστης λύσης u_0.

Βήμα 1: Διαβάζουμε τις διαστάσεις του προβλήματος (αριθμός περιορισμών, μεταβλητών) και υπολογίζουμε το μέγιστο αριθμό λύσεων (κορυφές υπερπολυέδρου) σύμφωνα με τη σχέση 4.2. Ορίζουμε τους απαραίτητους πίνακες και διαβάζουμε τα στοιχεία του πίνακα Simplex της λύσης u_0. Επίσης προσθέτουμε τον νέο περιορισμό που ορίζει το ΥΠ 4.2:

$$\boldsymbol{c^t x} - Y = Z^* - \boldsymbol{k}$$

όπου Y είναι η μεταβλητή απόκλισης του περιορισμού. Οι συντελεστές των στοιχείων του νέου περιορισμού στον επαυξημένο πίνακα υπολογίζονται εύκολα (Siskos, 1984).

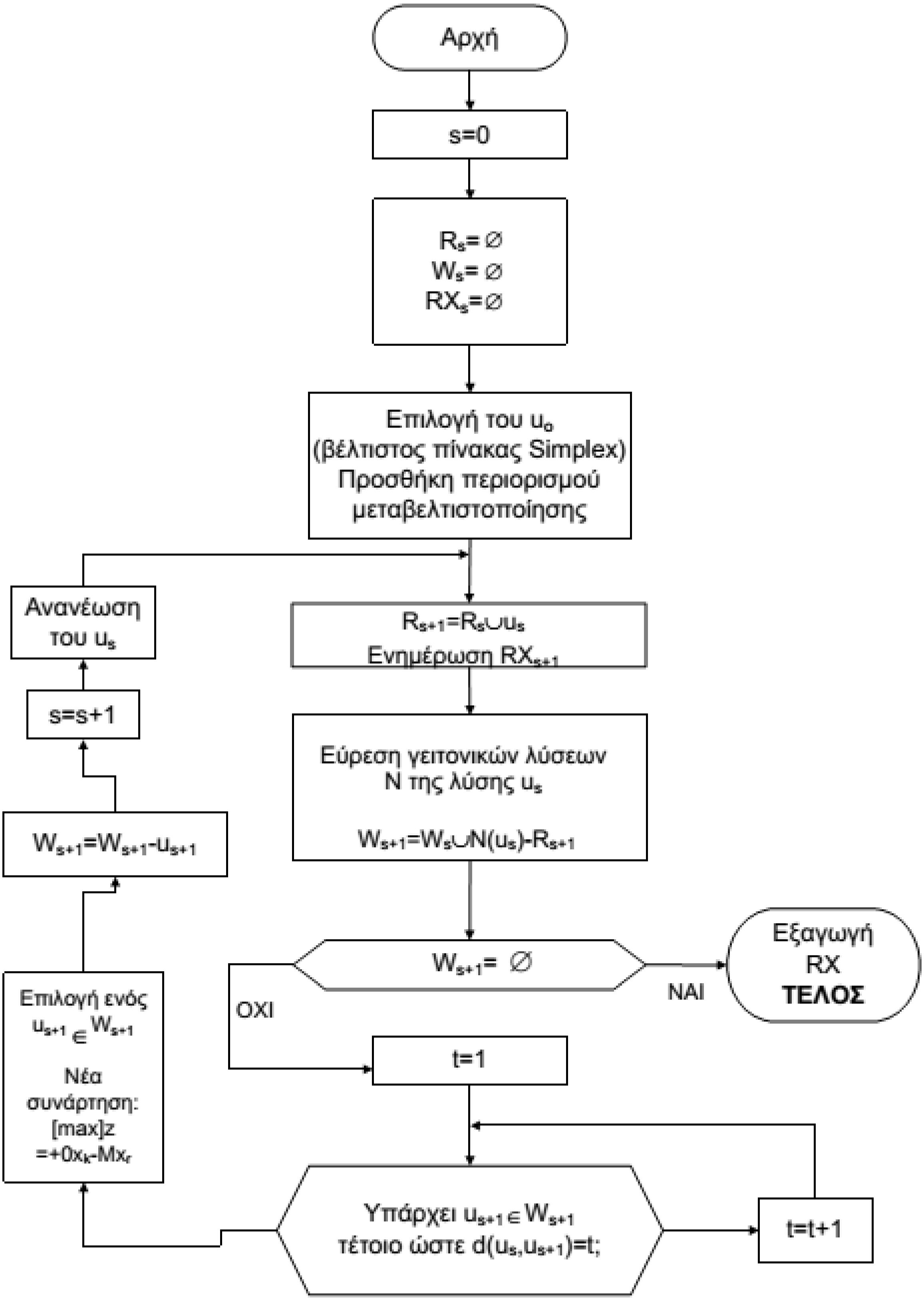
Βήμα 2: Ενημερώνουμε το σύνολο λύσεων R με το διάνυσμα των δεικτών των βασικών μεταβλητών της τρέχουσας λύσης καθώς και το σύνολο RX με το διάνυσμα των τιμών x_B.

Βήμα 3: Προχωράμε στην εύρεση των γειτονικών λύσεων – κορυφών της τρέχουσας λύσης και ενημερώνουμε την ακολουθία W.

Βήμα 4: Ελέγχουμε αν ο πίνακας W είναι κενός. Αν όχι, επιλέγουμε την επόμενη λύση-κορυφή. Προκειμένου να οδηγηθούμε στην επιλεγμένη κορυφή ορίζουμε νέα αντικειμενική συνάρτηση. Δίνοντας πολύ μεγάλες αρνητικές τιμές (M) στα στοιχεία που είναι εκτός βάσης και μηδέν στα στοιχεία της βάσης.

Βήμα 5: Τέλος, αφαιρούμε την νέα λύση u_{new} από την ακολουθία W και προχωράμε στην παραγωγή της νέας λύσης και επιστρέφουμε στο βήμα 2.

Στο επόμενο σχήμα παρουσιάζεται το λογικό διάγραμμα του αλγορίθμου:



Εικόνα 5-5: Λογικό Διάγραμμα Αλγόριθμου Manas-Nedoma

5.4 Η Ανάγκη για Ανάλυση Μεταβελτιστοποίησης στις Μεθόδους UTA

Η μέθοδος UTA, όπως και κάθε άλλη πολυκριτήρια μέθοδος πρέπει να θεωρείται απλά ως ένα εργαλείο που βοηθά στη λήψη αποφάσεων, και σε καμία περίπτωση οι προτεινόμενη λύση δεν πρέπει να θεωρείται ως η μοναδική καλή λύση, ενώ και σε κάποιες περιπτώσεις δεν πρέπει να θεωρείται ούτε ως η καλύτερη. Το σωστότερο είναι να θεωρείται ως μία ενδεικτικά καλή λύση που θα μπορεί να αποτελέσει τη βάση για ένα σύνολο λύσεων εξίσου καλών, ή και καλύτερων, σύμφωνα με κάποια κριτήρια τα οποία δεν είχαν συμπεριληφθεί στο αρχικό πρόβλημα.

Η μαθηματική μοντελοποίηση ενός πολυκριτήριου προβλήματος εμπεριέχει και τον καθορισμό των κριτηρίων τα οποία θα πρέπει να βελτισποποιηθούν συνολικά. Κάποια όμως κριτήρια δεν έχουν συμπεριληφθεί στο σχηματισμό του ολικού κριτηρίου είτε γιατί ήταν δύσκολη η μοντελοποίησή τους, είτε γιατί δεν είναι άμεσα αντιληπτά και παίζουν το ρόλο των παράπλευρων συνεπειών, είτε τέλος γιατί σε ορισμένες περιπτώσεις είναι αρκετά τεχνικά με δυσδιάκριτη φυσική ερμηνεία, όπως για παράδειγμα διάφοροι στατιστικοί δείκτες.

Παράλληλα, πρέπει να σημειωθεί ότι ένα πολυκριτήριο πρόβλημα απόφασης ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων χαμηλού βαθμού δόμησης (ill-structured), είναι δηλαδή πρόβλημα στο οποίο η ορθολογική λύση δεν προϋπάρχει αλλά αποτελεί αντικείμενο προοδευτικής αναζήτησης (Σίσκος, 1998)

Στη UTA υπάρχουν πρόσθετοι λόγοι που καθιστούν την ανάλυση μεταβελτιστοποίησης επιτακτική. Οι λόγοι αυτοί πηγάζουν από τη χρήση προχωρημένων τεχνικών γραμμικού προγραμματισμού προκειμένου να εκτιμηθούν οι προσθετικές συναρτήσεις χρησιμότητας με τη βοήθεια της ποιοτικής ανάλυσης παλινδρόμησης. Στις προηγούμενες παραγράφους, αναφερθήκαμε στους βασικούς λόγους που επιτάσσουν την ανάλυση μεταβελτιστοποίησης για την ολοκληρωμένη επίλυση γραμμικών προγραμμάτων.

Οπότε στις αναλύσεις μεταβελτιστοποίησης στη UTA θα πρέπει να ικανοποιήσουμε τόσο τις ανάγκες που προκύπτουν από τη θεωρία της πολυκριτήριας ανάλυσης, που σχετίζονται με την ελλιπή μοντελοποίηση κριτηρίων, όσο και τις ανάγκες της θεωρίας του γραμμικού προγραμματισμού, που σχετίζονται με την ποιότητα της πληροφορίας καθώς και προβλήματα μαθηματικής υφής.

Οι διάφοροι αλγόριθμοι που ανήκουν την οικογένεια UTA οδηγούν στην εκτίμηση μίας βέλτιστης προσθετικής συνάρτησης χρησιμότητας $u^*(\boldsymbol{g}) = \sum_{i=1}^{n} u_i[g_i(a)]$ η οποία είναι μία ‘βέλτιστη’ αριθμητική αναπαράσταση της προτιμησιακής σχέσης R που έχει δοθεί από τον αποφασίζοντα. Η επίλυση ενός γραμμικού προγράμματος μας οδηγεί στην εύρεση της λύσης ελαχιστοποιώντας μια αντικειμενική συνάρτηση υπό συγκεκριμένους περιορισμούς. Όμως, αν η βέλτιστη τιμή z^* της αντικειμενικής συνάρτησης που ελαχιστοποιεί τα σφάλματα $\sigma(a)$ είναι ίση με μηδέν, αυτό σημαίνει ότι το πολύεδρο των παραδεκτών λύσεων του γραμμικού προγράμματος για τα $u_i(g_i)$ δεν είναι κενό και ότι πολλές άλλες προσθετικές συναρτήσεις χρησιμότητας μας δίνουν μία ακριβή αναπαράσταση της σχέσης R (Jaquet-Lagrèze and Siskos, 1982).

Ακόμα όμως και στην περίπτωση που η βέλτιστη τιμή z^* είναι αυστηρά θετική είναι δυνατόν τιμές για την z, χειρότερες από την z^* να μπορούν να βελτιώσουν άλλα τεχνικά κριτήρια που ανήκουν στο χώρο της στατιστικής όπως για παράδειγμα το συντελεστή συσχέτισης του Spearman ή το συντελεστή συσχέτισης του Kendal ($\tau\ \tau o \upsilon\ Kendal$).

Αναφορικά με το συντελεστή συσχέτισης του Spearman, έστω ότι έχουμε μία ομάδα εναλλακτικών τα οποία έχουμε κατατάξει κατά δύο διαφορετικούς τρόπους ($R\ και\ R'$). Ο συντελεστής συσχέτισης του Spearman ρ_s, όταν έχουμε m εναλλακτικές δίνεται από τη σχέση:

$$\rho_S = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{m}\delta_i^2}{m^3 - m} \tag{5.5}$$

όπου δ_i οι διαφορές που υπάρχουν ανάμεσα στις δύο τάξεις της i εναλλακτικής στις R και R':

$$\delta = R(i) - R'(i) \tag{5.6}$$

Στην περίπτωση που η κατάταξη των εναλλακτικών στην R ή/και στην R' δεν είναι διακριτές (δηλ. υπάρχουν δύο ή περισσότερες εναλλακτικές στην ίδια θέση) τότε η παραπάνω σχέση (5.5) δε δίνει σωστά αποτελέσματα. Σε αυτές τις περιπτώσεις υλοποιείται η εξής περισσότερο πολύπλοκη σχέση:

$$\rho_s = \frac{\sum_{i=1}^{m}\left[R(i) - \frac{m+1}{2}\right]\left[R'(i) - \frac{m+1}{2}\right]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left[R(i) - \frac{m+1}{2}\right]^2 \sum_{i=1}^{m}\left[R'(i) - \frac{m+1}{2}\right]^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} R(i)R'(i) - m\left[\frac{m+1}{2}\right]^2}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^{m} R(i)^2 - m\left(\frac{m+1}{2}\right)^2\right]\left[\sum_{i=1}^{m} R'(i)^2 - m\left(\frac{m+1}{2}\right)^2\right]}} \tag{5.7}$$

Ο συντελεστής συσχέτισης του Spearman ρ_s παίρνει τιμές στο πεδίο $[-1, 1]$, με $\rho_S = 1$ όταν η προκύπτουσα διάταξη R' ταιριάζει απόλυτα με την αρχική διάταξη R και $\rho_S = 0$, όταν έχουμε πλήρη αντιστροφή της κατάταξης.

Ο συντελεστής συσχέτισης $\tau\ του\ Kendall$ μοιάζει με τον συντελεστή $\rho\ του\ Spearman$ αλλά χρησιμοποιεί την έννοια των εναρμονισμένων ή συσχετισμένων (concordant) ζευγών τιμών (θέσεις κατάταξης στην περίπτωσή μας) και μη εναρμονισμένων ή μη συσχετισμένων (discordant) ζευγών τιμών, όπως αυτά ορίζονται στην συνέχεια.

Δύο παρατηρήσεις, έστω (R_j, R'_j) και (R_k, R'_k), ονομάζονται εναρμονισμένες ή συσχετισμένες (concordant), αν και τα δύο μέλη της μίας παρατήρησης είναι μεγαλύτερα (ή μικρότερα) από τα αντίστοιχα μέλη της άλλης παρατήρησης. Δηλαδή, αν $R_j > R_k$ (αντίστοιχα, $R_j < R_k$), τότε $R'_j > R'_k$ (αντίστοιχα, $R'_j < R'_k$).

Οι παρατηρήσεις (R_j, R'_j) και (R_k, R'_k) θα ονομάζονται μη εναρμονισμένες ή μη συσχετισμένες (discordant), αν η διάταξη των πρώτων μελών τους είναι αντίθετη από την διάταξη των δεύτερων μελών τους, δηλαδή, αν $R_j > R_k$ (αντίστοιχα, $R_j < R_k$), τότε $R'_j < R'_k$ (αντίστοιχα, $R'_j > R'_k$).

Ισοδύναμα, δύο ζεύγη παρατηρήσεων (R_j, R'_j) και (R_k, R'_k) θα ονομάζονται εναρμονισμένα αν οι διαφορές $R_j - R_k$ και $R'_j - R'_k$ έχουν το ίδιο πρόσημο (αν $(R_j - R_k)\ (R'_j - R'_k) > 0$). Τα ζεύγη (R_j, R'_j) και (R_k, R'_k) θα ονομάζονται μη εναρμονισμένα αν οι διαφορές $R_j - R_k$ και $R'_j - R'_k$ έχουν αντίθετο πρόσημο (αν $(R_j - R_k)\ (R'_j - R'_k) < 0$).

Έστω m_c και m_d οι αριθμοί των εναρμονισμένων και μη εναρμονισμένων ζευγών παρατηρήσεων, αντίστοιχα. Τα ζεύγη των παρατηρήσεων (R_j, R'_j) και (R_k, R'_k), για τα οποία ισχύει ότι $R_j = R_k$ ή/και $R'_j = R'_k$, δεν είναι ούτε εναρμονισμένα ούτε μη εναρμονισμένα. Τα ζεύγη αυτά ονομάζονται ισοβαθμούντα (tied). Έστω m_0 ο αριθμός των ισοβαθμούντων ζευγών παρατηρήσεων. Επειδή οι n παρατηρήσεις μπορούν να συνδυασθούν ανά δύο με $\binom{m}{2} = m(m-1)/2$ διαφορετικούς τρόπους, έπεται ότι:

$$m_c + m_d + m_0 = \binom{m}{2}$$

Ο συντελεστής συσχέτισης του $Kendal$ δίνεται από τη σχέση:

$$\tau = \frac{m_c - m_d}{\binom{m}{2}} = \frac{m_c - m_d}{m(m-1)/2} \qquad (5.8)$$

Ο συντελεστής τ, δηλαδή, παριστάνει την διαφορά μεταξύ των ποσοστών των εναρμονισμένων και μη εναρμονισμένων ζευγών παρατηρήσεων.

Στην περίπτωση που η κατάταξη των εναλλακτικών στην R ή/και στην R' δεν είναι διακριτές (δηλ. υπάρχουν δύο ή περισσότερες εναλλακτικές στην ίδια θέση) τότε η παραπάνω σχέση (4.8) δε δίνει σωστά αποτελέσματα. Σε αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιείται ο διαφοροποιημένος δείκτης τ_b:

$$\tau_b = \frac{m_c - m_d}{\sqrt{\left[\frac{m(m-1)}{2} - \sum_{i=1}^{t} t_i(t_i-1)/2\right]\left[\frac{m(m-1)}{2} - \sum_{i=1}^{u} u_i(u_i-1)/2\right]}} \qquad (5.9)$$

όπου t_i είναι ο αριθμός των εναλλακτικών που ισοβαθμούν σε μια συγκεκριμένη θέση στην κατάταξη R, t ο αριθμός των διαφορετικών θέσεων στην κατάταξη R και αντίστοιχα u_i είναι ο αριθμός των εναλλακτικών που ισοβαθμούν σε μια συγκεκριμένη θέση στην κατάταξη R', u ο αριθμός των διαφορετικών θέσεων στην κατάταξη R'. Όταν δεν έχουμε ισοπαλίες μεταξύ των εναλλακτικών τότε $\tau = \tau_b$. Ο συντελεστής συσχέτισης του $Kendal$ παίρνει τιμές στο πεδίο $[-1, 1]$.

Στην περίπτωση που $z^* = 0$ η προκύπτουσα διάταξη R' ταιριάζει απόλυτα με την αρχική διάταξη R, γεγονός που συνεπάγεται ότι $\tau(R', R) = 1$. Στην περίπτωση όμως που έχουμε $z^* > 0$ αξίζει να εξετάσουμε την συμπεριφορά ημιβέλτιστων λύσεων (§ 5.2.2) που πιθανόν να δίνουν $\tau(R'_i, R) > \tau(R'_o, R)$, όπου R'_i η διάταξη που προκύπτει από την j λύσης του προβλήματος κατά τη φάση της μεταβελτιστοποίησης, και R'_0 η διάταξη που προκύπτει από την επίλυση του αρχικού γραμμικού προγράμματος.

Ο συντελεστής συσχέτισης του $Kendal$ θεωρείται ως κριτήριο προς βελτιστοποίηση στον αλγόριθμο UTAKMEN. Όμως η επίλυση του γραμμικού προγράμματος που προκύπτει απαιτεί τη χρήση τεχνικών μικτού γραμμικού προγραμματισμού γεγονός που οδηγεί σε υπερβολική αύξηση του υπολογιστικού φόρτου, τόσο από άποψη υπολογισμών όσο και από άποψη αποθήκευσης της πληροφορίας. Έτσι παρατηρούμε ότι η ανάλυση μεταβελτιστοποίησης αποτελεί λύση και στις περιπτώσεις που η μοντελοποίηση ενός κριτηρίου, παρότι εφικτή, δημιουργεί άλλα προβλήματα.

Η εμπειρία που έχει αποκτηθεί από τη χρήση του μοντέλου της UTA επιβεβαιώνει ότι μπορεί να υπάρχουν μη βέλτιστες τιμές της συνάρτησης $u(\boldsymbol{g})$, για τις οποίες $z > z^*$, μας δίνουν ασθενείς διατάξεις R', που πλησιάζουν περισσότερο στην R (σύμφωνα με την απόσταση του $Speerman$ ή του $Kendal$) από ότι η ασθενής διάταξη που συνάγεται από τις βέλτιστες τιμές

$$u^*(\boldsymbol{g}) = \sum_{i=1}^{n} u_i[g_i(a)]$$

Επίσης μερικά κλασσικά φαινόμενα στο μαθηματικό προγραμματισμό, όπως ο πρωτεύον και ο δυϊκός εκφυλισμός, καθώς και φαινόμενα κριτηρίων συσχέτισης στη στατιστική, δε λαμβάνονται υπόψη κατά την αναζήτηση της βέλτιστης λύσης. Οπότε είναι απαραίτητο να εξετάσουμε τις σχεδόν βέλτιστες λύσεις.

5.4.1 Εφαρμογή της Ανάλυσης Μεταβελτιστοποίησης

Σε προηγούμενο κεφάλαιο περιγράψαμε την αλγοριθμική διαδικασία της UTA βασιζόμενοι στους Jacquet-Lagrèze and Siskos (2001) οι οποίοι την χωρίζουν σε τέσσερα διακριτά βήματα. Στο κεφάλαιο αυτό θα εστιάσουμε στο 4º βήμα.

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει η UTA εκτιμάει ένα σύνολο από προσθετικές συναρτήσεις χρησιμότητας, και αυτό επιτυγχάνεται στο 4º και τελευταίο αυτό βήμα το οποίο ουσιαστικά αποτελεί μία ανάλυση μεταβελτιστοποίησης, η οποία είναι αναπόσπαστο κομμάτι της όλης διαδικασίας. Ανάλογα με την αρχική βέλτιστη λύση z* που θα υπολογίσουμε με την επίλυση του γραμμικού προγράμματος στο 3º βήμα αναζητούμε πολλαπλές ή/και ημιβέλτιστες λύσεις.

Οι νέες λύσεις αναζητούνται σε μία υποπεριοχή του νέου υπερπολυέδρου που οριοθετείται από το νέο περιορισμό:

$$z \leq z^* + \varepsilon \qquad (5.10)$$

όπου z^* η αρχική βέλτιστη λύση και ε μία πολύ μικρή θετική ποσότητα παραχώρησης από τη z^*, επιλογής του αποφασίζοντα, πολλές φορές εκφρασμένη ως ποσοστό της z^*. Το z εξαρτάται από τον αλγόριθμο που θα χρησιμοποιηθεί για την εύρεση της αρχικής βέλτιστης λύσης. Για παράδειγμα για τον αλγόριθμο UTASTAR η (5.10) γίνεται:

$$z = \sum_{j=1}^{m}\left[\sigma^-(a_j) + \sigma^+(a_j)\right] \leq z^* + \varepsilon(z^*) \qquad (5.11)$$

όπου το ε εκφράζεται ως συνάρτηση της z^*.

Οπότε τον νέο υπερπολύεδρο (ΥΠ 5.4) αναζήτησης των λύσεων περιγράφεται από το επόμενο γραμμικό πρόγραμμα (ΓΠ. 5.4):

$$\sum_{j=1}^{m}\left[\sigma^-(a_j) + \sigma^+(a_j)\right] \leq z^* + \varepsilon(z^*)$$

$$\Delta(a_j, a_{j+1}) \geq \delta \ \alpha\nu \ a_j \succ a_{j+1}$$

$$\Delta(a_j, a_{j+1}) = 0 \ \alpha\nu \ a_j \sim a_{j+1}, \forall\, j = 1,2,\dots,m-1 \qquad (5.12)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{a_i-1} w_{ik} = 1, k = 1,2,\dots,a_i - 1, i = 1,2,\dots,n \qquad (5.13)$$

$$w_{ik} \geq 0, \forall\, i = 1,2,\dots,n \ \kappa\alpha\iota \ k = 1,2,\dots,a_i - 1$$

$$\sigma^-(a_j) \geq 0, \sigma^+(a_j) \geq 0 \ \forall\, j = 1,2,\dots,m$$

όπου $\Delta(a_j, a_{j+1}) = u[\boldsymbol{g}(a_j)] + \sigma^-(a_j) - \sigma^+(a_j) - u[\boldsymbol{g}(a_{j+1})] - \sigma^-(a_{j+1}) + \sigma^+(a_{j+1})$ (5.14)

Στην περίπτωση που έχουμε $z^* = 0$ έχουμε τη δυνατότητα να αναζητήσουμε τις πολλαπλές βέλτιστες λύσεις θέτοντας $\varepsilon = 0$.

Από την άλλη μεριά, μεταβάλλοντας την τιμή του ε σε ένα διάστημα τιμών που θα ορίσει ο αναλυτής θα μπορέσει να αποκτήσει μία σαφή εικόνα για την ευστάθεια της $u^*(\boldsymbol{g}) = \sum_{i=1}^{n} u_i[g_i(a)]$. Όσο μικρότερο είναι το διάστημα των τιμών των μεταβλητών κατά την επίλυση των γραμμικών προγραμμάτων της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης, τόσο πιο ευσταθής θεωρείται η αρχική μας βέλτιστη λύση.

Στη συνέχεια του παρόντος Κεφαλαίου θα εξετάσουμε αναλυτικότερα τις διαφορετικές προσεγγίσεις που σχετίζονται με το τελευταίο βήμα των αλγορίθμων της UTA και θα εστιάσουμε στα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της κάθε μίας. Οι διαφορές στις προσεγγίσεις συνίστανται κυρίως στην επιλογή διαφορετικών αντικειμενικών συναρτήσεων για τα γραμμικά προγράμματα που δημιουργούνται κατά τις διαδικασίες της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης. Η αξία της κάθε προσέγγισης ελέγχεται με βάση συγκεκριμένους δείκτες που αναπαριστούν αντίστοιχα κριτήρια που θέτει ο αναλυτής.

5.5 Μοντέλα Ανάλυσης Μεταβελτιστοποίησης στη UTA

Μία πρώτη προσέγγιση στην ανάλυση μεταβελτιστοποίησης της UTA έχουμε από τους Jaquet-Lagrèze and Siskos (1982), και την οποία θα ονομάσουμε MAXMIN για λόγους ευκολίας αναφοράς σε αυτή παρακάτω στο κεφάλαιο. Σύμφωνα με την προσέγγισή τους επιδιώκεται η ανάλυση μεταβελτιστοποίησης μέσα από την επίλυση γραμμικών προγραμμάτων που μεγιστοποιούν και ελαχιστοποιούν διαδοχικά για κάθε κριτήριο i ξεχωριστά την χρησιμότητα $u_i(g_i^*)$ της ακραίας τιμής αξιολόγησης του κριτηρίου:

$[min]u_i(g_i^*)$ και $[max]u_i(g_i^*), i = 1,2,\dots,n$

Η γενική μορφή των $2 * n$, όπου n ο αριθμός των κριτηρίων, μεταβέλτιστων γραμμικών προγραμμάτων έχει ως εξής:

$$Γ.Π.5.5 \begin{cases} [mn] \sum_{i=1}^{n} p_i \sum_{k=1}^{a_i-1} w_{ik} \\ Υ.Π.4.4 \end{cases} \quad Γ.Π.5.6 \begin{cases} [max] \sum_{i=1}^{n} p_i \sum_{k=1}^{a_i-1} w_{ik} \end{cases}$$

Για κάθε κριτήριο j με $j = 1,2,\dots,n$ θέτουμε $p_i = 1$ για $i = j$ και $p_i = 0$ για $i \neq j$. Οπότε σε κάθε περίπτωση ελαχιστοποιούμε ή μεγιστοποιούμε τη χρησιμότητα $\sum_{k=1}^{a_i-1} w_{ik} = u_i(g_i^*)$ της βέλτιστης τιμής g_i^* του κριτηρίου j.

Από την παραπάνω διαδικασία μπορούμε να ορίσουμε τα διαστήματα μέσα στα οποία θα κυμαίνονται οι τιμές $u_i[g_i(a)]$, και ως βέλτιστες τιμές που θα συνθέτουν την προσθετική συνάρτηση χρησιμότητας $u^*(\boldsymbol{g}) = \sum_{i=1}^{n} u_i[g_i(a)]$, θα θεωρήσουμε το μέσο όρο των τιμών που θα βρούμε από την επίλυση των $2 * n$ παραπάνω γραμμικών προγραμμάτων.

Μία παραλλαγή του παραπάνω μοντέλου είναι η επίλυση μόνο n γραμμικών προγραμμάτων της γενικής μορφής ΓΠ 1.6 κατά τη διαδικασία της ανάλυσης μεταβελτιστοποίηση. Δηλαδή, βρίσκουμε μόνο εκείνες τις μεταβέλτιστες λύσεις που μεγιστοποιούν τις χρησιμότητες $u_i(g_i^*)$ των ακραίων τιμών αξιολόγησης των n κριτηρίων. Η προσέγγιση έχει υιοθετηθεί τόσο σε θεωρητικό επίπεδο (Siskos & Yannacopoulos, 1985, Jaquet_Lagrèze & Siskos, 2001) όσο και σε πρακτικές εφαρμογές όπως για παράδειγμα στο Έμπειρο Πληροφοριακό Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων MARKEX (Ματσατσίνης, 1995).

Μια αρκετά διαφορετική προσέγγιση έχουμε από τους Despotis, Yannacopoulos and Zopounidis (1990), που χρησιμοποιείται μόνο στην περίπτωση που $z^* > 0$, είναι η προσπάθεια ελαχιστοποίησης των μέγιστων και ελάχιστων λαθών $\sigma(a)$ του αρχικού γραμμικού προγράμματος. Για το μοντέλο αυτό θα χρησιμοποιήσουμε το όνομα MIME από τους Beuthe and Scannela, (1996).

Στα παραδείγματα που εφαρμόστηκε η MIME επιβεβαιώθηκε ότι η διασπορά των επιμέρους λαθών είναι καθοριστικός παράγοντας για τη διαμόρφωση του $\tau(R', R)$ (Despotis et al, 1990). Για το λόγο αυτό η προσέγγιση αυτή εξετάζει ημιβέλτιστες λύσεις που ελαχιστοποιούν τη διαφορά d μεταξύ του μέγιστου και του ελάχιστου σφάλματος. Από τη στιγμή που τα σφάλματα σ(a) παίρνουν τιμές μη αρνητικές η απαίτηση για ελαχιστοποίηση της διαφοράς ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση του μέγιστου σφάλματος σ(a) σύμφωνα με το παρακάτω γραμμικό πρόγραμμα:

$$\Gamma.\Pi. 5.7 \begin{cases} [min]d \\ \upsilon\pi\acute{o}\ \tau o\upsilon\varsigma\ \pi\varepsilon\rho\iota o\rho\iota\sigma\mu o\acute{\upsilon}\varsigma \\ \tau o\upsilon\ 4.4 \\ d - \sigma^{+}(a_j) \geq 0 \\ d - \sigma^{-}(a_j) \geq 0, j = 1,2, \dots, m, d \geq 0 \end{cases}$$

Στη UTA είδαμε ότι χρησιμοποιούμε στους περιορισμούς των γραμμικών προγραμμάτων δύο πολύ μικρές αριθμητικές ποσότητες, τις δ και s_i, όπου i το κάθε κριτήριο. Οι ποσότητες αυτές μπορούν έχουν συγκεκριμένη φυσική σημασία.

Η ποσότητα δ δηλώνει την ελάχιστη διαφορά ανάμεσα στις ολικές χρησιμότητες δύο οποιονδήποτε, διαδοχικών στην κατάταξη R, εναλλακτικών του συνόλου αναφοράς. Έτσι, για δύο διαδοχικές εναλλακτικές a_i και a_{i+1} ισχύει:

$$u'[\boldsymbol{g}(a_j)] - u'[\boldsymbol{g}(a_{j+1})] \geq \delta \qquad (5.15)$$

Η ποσότητα s_i δηλώνει την ελάχιστη διαφορά ανάμεσα στις χρησιμότητες δύο διαδοχικών τιμών αξιολόγησης του κριτηρίου. Έτσι, για δύο διαδοχικές τιμές g_i^k και g_i^{k+1} του διαστήματος i έχουμε:

$$u_i(g_i^{k+1}) - u_i(g_i^k) \geq s, k = 1,2, \dots, a_i - 1, i = 1,2, \dots, n \qquad (5.16)$$

Η επιλογή των δ και s_i σε κάποιο βαθμό μπορεί να θεωρηθεί ως αυθαίρετη από τη στιγμή που κατά την επιλογή τους από τον αποφασίζοντα δεν μπορεί να προβλεφθεί με ακρίβεια η επίδρασή του επιπέδου τους στις λύσεις που θα προκύψουν.

Μία από τις προσεγγίσεις, η οποία καλείται MP1 από τους Beuthe and Scannela (1996), θέτει ως κριτήριο την μεγιστοποίηση του δ, με στόχο τον καλύτερο διαχωρισμό των διαδοχικών εναλλακτικών. Οπότε το γραμμικό πρόγραμμα θα έχει ως εξής:

$$\Gamma.\Pi. 5.8 \begin{cases} [max]\delta \\ \Upsilon\Pi\ 4.4 \\ \delta \geq 0 \end{cases}$$

Οι Beuthe and Scannela (1996) πρότειναν ένα ακόμα μοντέλο ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης που κινείται στην ίδια φιλοσοφία με το MP1. Πρόκειται για το μοντέλο MP2 στα πλαίσια του οποίου επιδιώκεται η μεγιστοποίηση του αθροίσματος $(\delta + s)$, με στόχο τον καλύτερο διαχωρισμό τόσο των διαδοχικών εναλλακτικών, όσο και των διαδοχικών τιμών αξιολόγησης των κριτηρίων. Στην προσέγγιση αυτή θεωρούμε ότι $s = s_i\ \forall i = 1,2, \dots, n$. Η απλή άθροιση, χωρίς ύπαρξη βαρών, των δύο παραμέτρων είναι εφικτή από μαθηματικής άποψης από τη στιγμή που εκφράζονται σε ίδιες μονάδες χρησιμότητας.

Στην περίπτωση που έχουμε $z^* = 0$, οι δύο τελευταίες προσεγγίσεις μεταβελτιστοποίησης δικαιολογούνται από τη δυϊκή σχέση της αντικειμενικής συνάρτησης του πρωτεύοντος προβλήματος της UTA και της αντικειμενικής συνάρτησης του δυϊκού προβλήματος σε κατάσταση βελτιστότητας:

$$z^* = \sum_{j=1}^{m}\left[\sigma^{-*}(a_j) + \sigma^{+*}(a_j)\right] = \delta \sum_j y_i * + s \sum_k x_k * + r^* = 0 \qquad (5.17)$$

όπου y_i είναι οι δυϊκές μεταβλητές που αντιστοιχούν στους περιορισμούς αυστηρής προτίμησης (4.12), x_i οι δυϊκές μεταβλητές των περιορισμών (5.16) και r η δυϊκή μεταβλητή του περιορισμού $\sum_{i=1}^{n} u_i(g_i^*) = 1$. Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση αυτή $(z^* = 0)$ οι διαφορετικές τιμές των δ και s δεν αυξάνουν την τιμή του z^*. Ωστόσο, στις περιπτώσεις που $z^* > 0$, κάποιες από τις δυϊκές τιμές θα είναι θετικές με αποτέλεσμα οι διαφορετικές τιμές των δ και s να δίνουν χειρότερο αποτέλεσμα για το z^*.

Το γραμμικό πρόγραμμα αυτής της προσέγγισης θα έχει την εξής μορφή:

$$\Gamma.\Pi. 5.9 \begin{cases} [max](\delta + s) \\ \quad Y\Pi\ 4.4 \\ \delta \geq 0, s \geq 0 \end{cases}$$

Στον επόμενο πίνακα δίνονται ο αριθμός των πρόσθετων μεταβλητών, ο αριθμός των πρόσθετων περιορισμών, καθώς και ο αριθμός των γραμμικών προγραμμάτων που θα πρέπει να επιλυθούν στα πλαίσια των διαφορετικών προσεγγίσεων (συμπεριλαμβανομένου και του αναλυτικού αλγόριθμο των Manas-Nedoma) που απαιτούνται για την υλοποίηση της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης:

Μοντέλο	**Πρόσθετος Αριθμός Μεταβλητών**	**Πρόσθετος Αριθμός Περιορισμών**	**Αριθμός Γραμμικών Προγραμμάτων**
MAXMIN	-	1	2*n
Manas-Nedoma	1	1	-

Οι Beuthe and Scannella (2001) πραγματοποίησαν μία μελέτη διαφορετικών αλγορίθμων της οικογένειας των UTA σε συνδυασμό με την εφαρμογή διαφορετικών μοντέλων ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης και κατέληξαν σε συγκεκριμένα συμπεράσματα.

Αρχικά, διαπίστωσαν ότι στην περίπτωση που έχουμε $z^* = 0$ η UTAMAXMIN των Jaquet-Lagrèze and Siskos (1982) παρέχει μία πρακτική και αποδοτική μέθοδος εκτίμησης. Καλά αποτελέσματα παρουσίασε επίσης και η UTAMP2. Στην περίπτωση που έχουμε $z^* = 0$, η UTASTARMAXMIN παρουσιάζει τα καλύτερα αποτελέσματα.

Τέλος, διαπίστωσαν ότι οι παράμετροι δ, s και ε παίζουν καθοριστικό ρόλο στην ικανότητα παροχής σωστών εκτιμήσεων από τα γραμμικά προγράμματα. Μέσα από ένα σημαντικό αριθμό προσομοιώσεων κατέληξαν στο γενικό συμπέρασμα ότι μικρές τιμές για τις δ, s και ε οδηγούν σε καλύτερα αποτελέσματα στις περιπτώσεις που έχουμε $z^* > 0$.

Αντιθέτως, όταν $z^* = 0$, μεγαλύτερες τιμές για τα δ και s δίνουν καλύτερα αποτελέσματα. Στην περίπτωση αυτή η χρήση των μοντέλων MP1 και MP2 μπορεί να μας παράσχει με πρακτικό τρόπο τα άνω όρια των τιμών που θα μπορούσαν να πάρουν οι παράμετροι αυτές.

Παρατηρώντας τα μοντέλα ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης που εξετάσαμε στο Κεφάλαιο αυτό καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι εφαρμόζοντας αυτές τις προσεγγίσεις δε βρίσκουμε όλες τις πολλαπλές ή σχεδόν βέλτιστες λύσεις του υπερπολυέδρου ΥΠ 5.1 αλλά μόνο κάποιες ακραίες τιμές με αποτέλεσμα να υπάρχει ο κίνδυνος εξαγωγής λάθος συμπερασμάτων αφού υπάρχει ελλιπής πληροφορία. Ο κίνδυνος αυτός είναι σημαντικός αν παρατηρήσουμε ότι γενικά η μέση τιμή, που χρησιμοποιούμε για παράδειγμα στην MIME, είναι ευαίσθητη στην ύπαρξη λίγων ασυνήθιστα μικρών ή μεγάλων μετρήσεων. (Παπαϊωάννου & Λουκά, 1990)

Θα ήταν ίσως χρήσιμη η εφαρμογή κάποιων από τις μεθόδους ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης που εξετάσαμε στο Κεφάλαιο 3 που πιθανόν θα μας επιτρέπαν να υπολογίσουμε, αν όχι όλες, τουλάχιστον ένα μεγάλο αριθμό πολλαπλών ή σχεδόν βέλτιστων λύσεων, ώστε η μέση τιμή που θα προέκυπτε από αυτές να ανταποκρινόταν περισσότερο στην πραγματικότητα. Με άλλα λόγια η ασθενής διάταξη R΄ που θα υπολογίζαμε θα μπορούσε να είναι πιο κοντά στην αρχική διάταξη R. Τελικός στόχος μας θα ήταν η αύξηση της ποσότητας και της ποιότητας της διαθέσιμης πληροφορίας χωρίς σημαντική αύξηση του υπολογιστικού φόρτου.

5.6 Μέτρα Ευστάθειας των Αποτελεσμάτων Μεταβελτιστοποίησης

Η ευστάθεια του μοντέλου προτιμήσεων επηρεάζεται τόσο από τις εκφρασμένες προτιμήσεις του αποφασίζοντος όσο και από τις επιλογές που έχουν γίνει στο πλαίσιο των διαδικασιών κατασκευής του μοντέλου προτιμήσεων (μοντελοποίηση κριτηρίων, βαθμολόγηση των εναλλακτικών στα κριτήρια, επιλογή συνόλου αναφοράς). Σε κάθε περίπτωση επίλυσης του Πολυκριτήριου Γραμμικού προβλήματος απαιτείται να εκτιμηθεί η ευστάθεια του ν-διάστατου υποχώρου των λύσεων. Ένας σημαντικός στόχος είναι να προσδιορισθούν δείκτες που να μπορούν να εκφράσουν το βαθμό της ευστάθειας του ν-διάστατου υποχώρου. Αυτοί μπορεί να είναι οι εξής:

Α) Μία αρχική ένδειξη για το μέτρο της αστάθειας των λύσεων είναι η τυπική απόκλιση των λύσεων που προκύπτει από την τετραγωνική ρίζα της μέσης τετραγωνικής απόκλισης (Μπένος, 1997; Παπαϊωάννου & Λουκά, 1990).

Ο τύπος τυπικής απόκλισης των εκτιμώμενων τιμών κάποιας παραμέτρου k ορίζεται ως εξής:

$$S_k = \sqrt{\frac{1}{n_{sol}-1}\sum_{j=1}^{n_{sol}}\left(par_k^j - \frac{\sum_{j=1}^{n_{sol}} par_k^i}{n_{sol}}\right)^2} \quad for\ k = 1,2,\dots,n_{par} \tag{5.18}$$

όπου S_k η τυπική απόκλιση των εκτιμώμενων τιμών του παραμέτρων k, par_k^j η τιμή της k παραμέτρου που προκύπτει από την επίλυση του j γραμμικού προγράμματος μεταβελτιστοποίησης, n_{par} το πλήθος των παραμέτρων και τέλος n_{sol} ο συνολικός αριθμός των προς επίλυση γραμμικών προγραμμάτων στα πλαίσια της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης.

Η σχέση (5.18) έπειτα από πράξεις καταλήγει στην παρακάτω μορφή:

$$S_k = \sqrt{\frac{1}{n_{sol}-1}\left(\left(\sum_{j=1}^{n_{sol}}\left(par_k^j\right)^2\right) - \frac{\left(\sum_{j=1}^{n_{sol}} par_k^j\right)^2}{n_{sol}}\right)}\ for\ k = 1,2,\ldots,n_{par} \quad (5.19)$$

Ένας δείκτης που θα μπορούσε να υπολογισθεί είναι ο μέσος δείκτης ευστάθειας (Average Stability Index - ASI) για κάθε κριτήριο i ο οποίος θα μπορούσε να οριστεί ως η μέση τιμή της κανονικοποιημένης τυπικής απόκλισης των τιμών του παραμέτρων k του κριτηρίου i του προβλήματος που θα προκύπτουν κατά τη μεταβελτιστοποίηση:

$$ASI(i) = 1 - \frac{1}{n_{par}}\sum_{k=1}^{n_{par}}\frac{S(i)}{Norm} \quad (5.20)$$

όπου S_k η τυπική απόκλιση των εκτιμώμενων τιμών του παραμέτρων k του κριτηρίου i, n_{par} ο αριθμός των παραμέτρων και $Norm$ ένας συντελεστής κανονικοποίησης, τέτοιος ώστε να επιτρέπει στο δείκτη ASI να λάβει τιμές στο διάστημα $[0,1]$. Ο τύπος έπειτα από πράξεις (Τσότσολας, 2009) γράφεται ως εξής:

$$ASI(i) = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{n_{par}}\sqrt{n_{sol}\left(\sum_{j=1}^{n_{sol}}\left(par(i)_k^j\right)^2\right) - \left(\sum_{j=1}^{n_{sol}} par(i)_k^j\right)^2}}{n_{sol}\sqrt{\left(n_{par}-1\right)}} \quad (5.21)$$

Όπου, par_k^j η τιμή της παραμέτρου k που προκύπτει από την επίλυση του j γραμμικού προγράμματος μεταβελτιστοποίησης και τέλος n_{sol} ο συνολικός αριθμός των προς επίλυση γραμμικών προγραμμάτων στα πλαίσια της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης. Στην περίπτωση που εφαρμόζουμε τον ευρετικό αλγόριθμο Max-Min ο αριθμός των λύσεων n_{sol} ισούται με $2\ x\ n_{par}$.

Ειδικότερα στην περίπτωση που οι παράμετροι είναι οι μερικές χρησιμότητες του κριτηρίου i για κάθε σημείο της κλίμακας του κριτηρίου i, η οποία κλίμακα έχει χωριστεί σε $(a_i - 1)$ ίσα διαστήματα, έχουμε $n_{par} = a_i - 1$. Για παράδειγμα, u_k^j είναι η μερική χρησιμότητα του σημείου k της κλίμακας του κριτηρίου, με$k = 2,\ldots,a_i$, που προκύπτει από την επίλυση του j γραμμικού προγράμματος μεταβελτιστοποίησης. Για $k = 1$ ισχύει πάντα $u_1^j = 0\ \forall\ j$ γραμμικό πρόγραμμα. Σε αυτή την περίπτωση η παραπάνω σχέση γράφεται ως εξής:

$$ASI(i) = 1 - \frac{\sum_{k=2}^{a_1}\sqrt{a_{sol}\left(\sum_{j=1}^{n_{sol}}\left(u(i)_k^j\right)^2\right) - \left(\sum_{j=1}^{n_{sol}} u(i)_k^j\right)^2}}{n_{sol}\sqrt{a_i-2}} \quad (5.22)$$

Επίσης στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται οι μεταβλητές μετασχηματισμού $w(i)_k^j = u(i)_{k+1}^j - u(i)_k^j \geq 0\ \forall\ i = 1,2.,,,.n_{cr}, \forall\ j = 1,2,\ldots,n_{sol}\ και\ \forall\ k = 1,2,\ldots,a_i - 1$ της UTASTAR ο $ASI(i)$ υπολογίζεται ως εξής:

$$ASI(i) = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{a_i-1}\sqrt{n_{sol}\left(\sum_{j=1}^{n_{sol}}\left(w(i)_k^j\right)^2\right) - \left(\sum_{j=1}^{n_{sol}} w(i)_k^j\right)^2}}{n_{sol}\sqrt{a_i-2}} \quad (5.23)$$

Ο συνολικός ASI για το κάθε πρόβλημα υπολογίζεται ως η μέση τιμή των $ASI(i)$ του κάθε κριτηρίου i:

$$ASI = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} ASI(i) \quad (5.24)$$

Τέλος, υπάρχει δυνατότητα απευθείας υπολογισμού του ASI θεωρώντας ως παραμέτρους τα βάρη των κριτηρίων b_i τα οποία ισούνται με $u(i)_{a_i}^{j}\ \forall\, j$ γραμμικό πρόγραμμα. Τότε ο ASI υπολογίζεται ως εξής:

$$ASI = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n_{cr}} \sqrt{n_{sol}\left(\sum_{j=1}^{n_{sol}}\left(u(i)_{a_i}^{j}\right)^2\right) - \left(\sum_{j=1}^{n_{sol}} u(i)_{a_i}^{j}\right)^2}}{n_{sol}\sqrt{n_{cr}-2}} \quad (5.25)$$

Β) Οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές της βαρύτητας των κριτηρίων που προκύπτουν από την ανάλυση μεταβελτιστοποίησης μπορούν να δείξουν το εύρος των τιμών που μπορεί να πάρει η βαρύτητα του κάθε κριτηρίου. Στην περίπτωση που το εύρος είναι μεγάλο (για πολλά από τα κριτήρια) τότε έχουμε και χαμηλό βαθμό ευστάθειας στο εκτιμημένο μοντέλο προτιμήσεων.

Η διερεύνηση ενός τέτοιου δείκτη μπορεί να δώσε μια πρώτη εικόνα της δομής του συνόλου των λύσεων, παρέχοντας τα όρια στα οποία μπορούν να κινηθούν οι τιμές των βαρών των κριτηρίων από την επίλυση του γραμμικού προβλήματος.

Το εύρος της διακύμανσης βαρών παρέχει ένα διάστημα τιμών για την εκτίμηση της σημαντικότητας των κριτηρίων ικανοποίησης. Το εύρος WV υπολογίζεται για το κάθε βάρος i ως εξής:

$$WV_i = max\{b_i^j\} - min\{b_i^j\}\ for\ j = 1,2,\ldots,n_{sol} \quad (5.26)$$

όπου b_i^j το βάρος του i κριτηρίου που προκύπτει από την επίλυση του j γραμμικού προγράμματος μεταβελτιστοποίησης και τέλος n_{sol} ο συνολικός αριθμός των προς επίλυση γραμμικών προγραμμάτων στα πλαίσια της ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης. Το εύρος αυτό μπορεί να αποτυπωθεί και γραφικά παρέχοντας ένα διάγραμμα διακύμανσης βαρών. Επίσης μέσα από την επίλυση των διαφορετικών γραμμικών προγραμμάτων και τον υπολογισμό των διαφορετικών b_i^j προκύπτει ο πίνακας διακύμανσης βαρών στον οποίο αποτυπώνονται το σύνολο των τιμών για κάθε κριτήριο i (στήλες) ανά γραμμικό πρόγραμμα j (γραμμές).

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι εκτός από το μέσο δείκτη ευστάθειας ASI το εύρος διακύμανσης των βαρών WV_i είναι σε θέση να δώσει πολύτιμες πληροφορίες για την ανάλυση της ευστάθειας των αποτελεσμάτων της μεθόδου UTA. Πιο συγκεκριμένα ο δείκτης υπολογίζει ένα «διάστημα εμπιστοσύνης» για τα εκτιμώμενα βάρη των κριτηρίων. Από την άλλη μεριά ο πίνακας διακύμανσης των βαρών δίνει τη δυνατότητα προσδιορισμού πιθανής ανταγωνιστικότητας των κριτηρίων.

Γ) Ένα άλλο μέτρο ευστάθειας είναι οι κανονικοποιημένες ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ των κορυφών του υπερ-πολύεδρου (ο υπολογισμός των κορυφών μπορεί να γίνει με την επίλυση αλγορίθμου Manas-Nedoma). Αν οι αποστάσεις είναι μικρές και δεν υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ τους, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι υπάρχει υψηλός βαθμός ευστάθειας του εκτιμημένου ν-διάστατου χώρου του μοντέλου προτιμήσεων. Σημαντικές διαφοροποιήσεις στις αποστάσεις σημαίνει ότι το υπερ-πολύεδρο εμφανίζει ένα ακανόνιστο σχήμα και συνεπώς η Κεντροβαρική λύση δεν αντιστοιχεί σε ένα αντιπροσωπευτικό μοντέλο προτιμήσεων και απαιτείται περαιτέρω διερεύνηση.

$DK_iK_j\ i,j = 1,2,\ldots,\rho\ \kappa\alpha\iota\ i \neq j$ (Κανονικοποιημένες Ευκλείδειες Αποστάσεις των Κορυφών)

Δ) Τέλος η ευστάθεια θα μπορούσε να αξιολογηθεί μέσα από τον υπολογισμό του όγκου του υπερ-πολύεδρου που προκύπτει από την επίλυση του αλγόριθμου Manas Nedoma. Ο Όγκος του Υπερ-πολύεδρου $(0\ V\ 1)$ αποτελεί έναν δείκτη της Ευστάθειας του εκτιμημένου μοντέλου προτιμήσεων, ο οποίος συνδυαζόμενος με τις αποστάσεις τω κορυφών του υπερ-πολυέδρου από το βαρύκεντρο (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, μέγιστη και ελάχιστη τιμή) δίνουν μια συνολική εικόνα της κανονικότητας ή όχι του υπερ-πολυέδρου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6ο : ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΤΑΛΩΣ

6.1 ΣΥΑ Αρθρωτής Αρχιτεκτονικής

6.1.1 Η Φιλοσοφία της Αρθρωτής Αρχιτεκτονικής

Σύμφωνα με τους Leonardo Gulalano και Paul Young, τα Αρθρωτά Κατανεμημένα Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων (Modular Distributed Decision Support Systems - MDDSS) είναι μια σύνθεση ανθρώπινης συνεργασίας και μηχανικής ευφυΐας. Είναι ένα σύνολο υποσυστημάτων, κάθε ένα από τα οποία εκτελεί διαφορετική στοχευμένη εργασία, τα οποία αλληλοεπιδρούν μεταξύ τους και ανταλλάσσουν πληροφορίες. Κάθε ένα υποσύστημα είναι, επίσης, κατασκευασμένο από υποσυστήματα τα οποία εκτελούν διαφορετικές λειτουργίες.

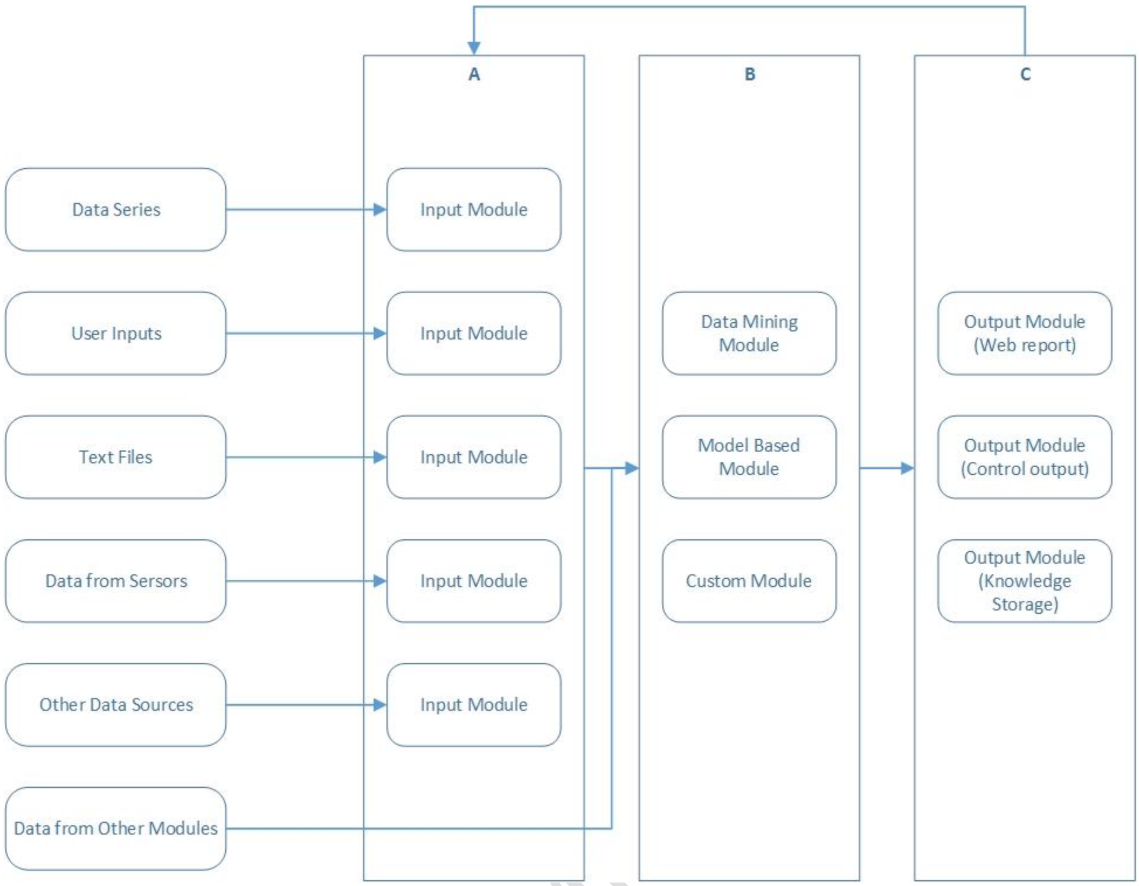
Τα βασικά στοιχεία ενός MDDSS είναι τα modules. Κάθε module παράγει κάποια εξερχόμενα εκτελώντας κάποια λειτουργία χρησιμοποιώντας τα εισερχόμενα δεδομένα. Κάθε module είναι ανεξάρτητο από το υπόλοιπο σύστημα. Επειδή διαφορετικοί χρήστες έχουν διαφορετικές απαιτήσεις από το σύστημα, τα modules χρειάζεται συχνά να παραμετροποιούνται και αυτό σημαίνει ότι κάθε χρήστης θα πρέπει να είναι ελεύθερος να προγραμματίζει τα δικά του modules και να τα προσθέτει στο σύστημα χωρίς αυτό να επηρεάζει την όλη δομή ή συμπεριφορά του MDDSS. Ως εκ τούτου, κάποια γενικά χαρακτηριστικά πρέπει να αναπτυχθούν, ορίζοντας τους κανόνες για όλα τα modules έτσι ώστε να επικοινωνούν μεταξύ τους.

Αν και τα γενικά και τα παραμετροποιήσιμα modules αλληλοεπιδρούν στο ίδιο σύστημα, αυτά μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε τρείς κύριες κατηγορίες όπως φαίνεται στην εικόνα παρακάτω:

1. Εισερχόμενα modules (Input modules), A, έχουν σαν σκοποί να αποκτούν τη γνώση, έχουν το δικό τους τρόπο να εξάγουν χρήσιμη πληροφορία από διαφορετικές πηγές (Αρχεία κειμένου κλπ.) και στη συνέχεια να προωθούν τα εισερχόμενα δεδομένα, κάτω από δομημένες κατασκευές, σε ένα σύνολο από εσωτερικά modules (Inner modules). Στο πρώτο στάδιο κατασκευής ενός MDDSS, μόνο δυο ή τρείς διαφορετικοί τύποι γνώσης μπορεί να διοχετευθεί. Αυτό μπορεί να αποδείξει τη λειτουργικότητα ενός προτεινόμενου πλαισίου. Όμως, η χρησιμοποίηση των modules με άλλους τύπους γνώσης μπορεί πάντα να προστεθεί στο μέλλον.

2. Εσωτερικά modules (Inner modules), B, (τα οποία μπορεί να είναι Επαναστατικής Ευφυΐας Modules – Intelligent Evolutionary Modules) λαμβάνουν δεδομένα από τα εισερχόμενα modules και εκτελούν κάποιες απαιτούμενες εργασίες πάνω στα δεδομένα (εξόρυξη γνώσης, μοντελοποίηση, ….)

3. Εξερχόμενα modules (Output modules), C, μετατρέπουν τη γνώση που αποκτήθηκε από τα εσωτερικά modules σε πρότυπες φόρμες (web reports, εξερχόμενα δεδομένα, …) για χρήση στη διαδικασία λήψης απόφασης.



Εικόνα 6-1: Δομή ενός MDDSS

Σύμφωνα με τους D. Deodhare et al. η αρχιτεκτονική του συστήματος χαρακτηρίζεται από τρία στρώματα.

Στρώμα 1 αποτελείται από ποικίλες πηγές δεδομένων όπως RDBMS, spread-sheets, GIS, βάσεις δεδομένων κλπ. Το στρώμα 1 προμηθεύει τη στρώμα 2 με δεδομένα σε μορφή XML.

Στρώμα 2 είναι ο πυρήνας του ΣΥΑ. Αποτελείται από δομές δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν στο στρώμα 3 και επίσης από μηχανισμούς να δημοσιεύσει τις δομές δεδομένων από XML μορφή που παρέχονται από το στρώμα 1 και ανάποδα.

Στρώμα 3 αποτελείται από τη μηχανή διεπαφής. Η μηχανή διεπαφής είναι ευέλικτη αρκετά για να επιλέξει από μια ποικιλία αλγορίθμων. Η μηχανή διεπαφής είναι επεκτάσιμη με την έννοια ότι μπορεί να συμπεριλάβει νέους αλγορίθμους ή να επετείνει τους παλιούς χωρίς να χρειάζεται να ξαναχτιστεί η μηχανή η ίδια.

6.1.2 Σχεδιάζοντας ΣΥΑ με Αρθρωτή Αρχιτεκτονική

Οι D. Deodhare et al. υποστηρίζουν ότι για να σχεδιαστεί ο πυρήνας ενός Συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων (DSS Shell) θα πρέπει να ακολουθηθούν οι παρακάτω κανόνες:

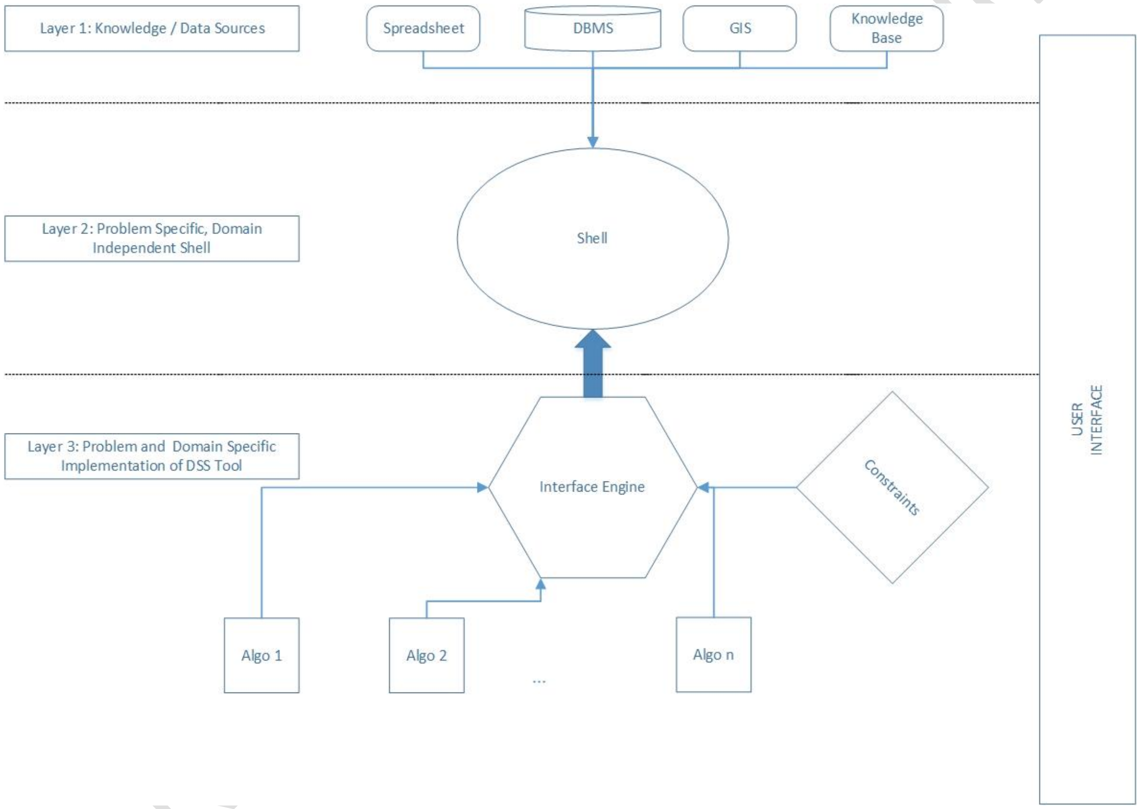
- Απόκτηση ενός ισχνού και λεπτού πυρήνα έτσι ώστε να είναι εύκολη η συντήρησή του.
- Προτυποποίηση της αρχιτεκτονικής του πυρήνα ώστε να παρέχει μια γενική διεπαφή χωρίς να απαιτεί περιορισμούς στις πηγές των δεδομένων.

- Ευελιξία να ενσωματώνει νέους αλγορίθμους στην μηχανή διεπαφής του ΣΥΑ.

- Δυνατότητα περεταίρω ανάπτυξης του πυρήνα, χωρίς να απαιτείται επαναχτίσιμο των υπαρχόντων modules.

Για να επιτευχθούν αυτοί οι στόχοι είναι απαραίτητο να προσδιοριστούν τρείς κατηγορίες στο σχεδιασμό και τη χρήση ενός εργαλείου ΣΥΑ.

Σχεδιαστής Πυρήνα: Ο πυρήνας είναι ένα εργαλείο, το οποίο συλλαμβάνει τις εννοιολογικές δομές του προβλήματος. Ο σχεδιαστής πυρήνα παρέχει ένα περιβάλλον διεπαφής μεταξύ διαφόρων πηγών δεδομένων και της διεπαφής της μηχανής. Ένα γενικό Appplication Process Interface (API) παρέχεται από το σχεδιαστή πυρήνα στο εργαλείο σχεδίασης για να προσπελαύνει διάφορες πηγές δεδομένων.



Εικόνα 6-2: Γενική σχεδίαση ενός Πυρήνα

Σχεδιαστής Εργαλείου: Ο σχεδιαστής εργαλείου είναι υπεύθυνος για τη σύλληψη της πραγματικής ζωής. Η πηγή δεδομένων στην κλασσική της μορφή παρέχεται από το σχεδιαστή εργαλείου. Βασιζόμενοι στην κύρια γνώση, αλγόριθμοι για τη μηχανή διεπαφής παρέχονται επίσης.

Τελικός Χρήστης: Ο τελικός χρήστης είναι ένα άτομο το οποίο τελικά χρησιμοποιεί το σύστημα.

6.1.3 Εξελικτική Υπολογιστική

Η **εξελικτική υπολογιστική** (Evolutionary Computation) είναι συστήματα που λύνουν προβλήματα τα οποία χρησιμοποιούν υπολογιστικά μοντέλα και εξελικτικές διαδικασίες σαν στοιχεία κλειδιά στο σχεδιασμό και την υλοποίησή τους. Ένας αριθμός εξελικτικών υπολογιστικών μοντέλων έχει υλοποιηθεί, συμπεριλαμβανομένων και των εξελικτικών αλγορίθμων, γενετικών αλγορίθμων, εξελικτικής στρατηγικής, εξελικτικού προγραμματισμού και της τεχνητής νοημοσύνης.

Οι **εξελικτικοί αλγόριθμοι** (Evolutionary Algorithms) είναι αλγόριθμοί που ενσωματώνουν ιδέες από τη φυσική επιλογή ή την επιβίωση του καλύτερου. Ένας επαναστατικός αλγόριθμος περιέχει έναν αριθμό από δομές που εξελίσσονται σύμφωνα με τους κανόνες της επιλογής, της μετάλλαξης και της επιλογής αναφερόμενοι και ως γενετικοί τελεστές. Ένα διαμοιράσιμο περιβάλλον καθορίζει την καταλληλόλητα ή την απόδοση ενός ατόμου μέσα στον πληθυσμό.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι διαφέρουν από τους γενετικούς αλγορίθμους. Ένας γενετικός αλγόριθμος παράγει ένα άτομο από κάποια κωδικοποιημένη φόρμα γνωστή και ως χρωμόσωμα. Τα χρωμοσώματα συνδυάζονται ή μεταλλάσσονται για τη δημιουργία νέων ατόμων.

Η **Εξελικτική στρατηγική** (Evolutionary Strategy) είναι ένας αλγόριθμος όπου τα άτομα (πιθανές λύσεις) κωδικοποιούνται από ένα σύνολο πραγματικών τιμών. Για κάθε μεταβλητή αντικειμένου ένα άτομο έχει μια μεταβλητή στρατηγική που προσδιορίζει το βαθμό της μετάλλαξης που πρέπει να εφαρμοστεί στην αντίστοιχη μεταβλητή του αντικειμένου. Οι μεταβλητές στρατηγικής μεταλλάσσονται, επιτρέποντας ο ρυθμός μετάλλαξης των μεταβλητών αντικειμένου να ποικίλει. Μια ΕΣ χαρακτηρίζεται από το μέγεθος του πληθυσμού και τον αριθμό των απογόνων που παράγονται από κάθε γενιά.

6.2 Αρχές σχεδιασμού του ΣΥΑ

Γενικά, ο σχεδιασμός ενός Συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων αφορά στην ανάπτυξη βάσεων δεδομένων και εργαλείων για τη διαχείριση αυτών, τα οποία προσφέρουν πρόσβαση σε εσωτερικά και εξωτερικά δεδομένα, πληροφορία και γνώση, μοντέλα για την ανάλυση ή/και λήψη αποφάσεων και διεπαφών οι οποίες επιτρέπουν αλληλεπιδραστικές αναζητήσεις, αναφορές και γραφικές αναπαραστάσεις σχετικές με την απόφαση (Sprague & Carlson, 1982; Gerrity, 1971).

Σύμφωνα με τον Σίσκο (2008) τα βασικά ερωτήματα που τίθενται κατά τον σχεδιασμό ενός ΣΥΑ είναι:

- Ποιοι είναι οι στόχοι που πρέπει να επιτευχθούν;
- Πώς θα διαπιστωθεί ότι το σύστημα έχει ολοκληρωθεί, δηλαδή πότε η διαδικασία σχεδιασμού έχει προσεγγίσει τους τεθέντες στόχους;

Ο σχεδιασμός ενός ΣΥΑ είναι μία σύνθετη διαδικασία που περιλαμβάνει το ρόλο της ανάλυσης και της τεχνικής σχεδίασης. Οι αναλυτές ΣΥΑ παίρνοντας ως αφετηρία παραστατικά μοντέλα καλούνται να προτείνουν αναλυτικές μεθόδους και τακτικές στα προβλήματα των αποφασιζόντων, χωρίς να τα παραβιάζουν ή να τα εξιδανικεύουν. Έτσι, ένας αναλυτής ΣΥΑ πρέπει από τη μία πλευρά να είναι τεχνικά καταρτισμένος, από την άλλη να αντιλαμβάνεται και ο ίδιος ότι ο ρόλος του είναι να υποστηρίζει τους αποφασίζοντες κατανοώντας τις ανάγκες και το περιβάλλον τους. Η σχεδίαση περιλαμβάνει τα εξής στάδια:

- Σχεδιασμός βάσεων δεδομένων: Τα δεδομένα που απαιτούνται για τις υποστηριζόμενες αποφάσεις αποτελούν συνήθως μέρος ενός ευρύτερου συνόλου δεδομένων. Έτσι, απαιτείται συλλογή των δεδομένων αυτών και η κατάλληλη οργάνωσή τους.

- Σχεδιασμός και σύνθεση υποσυστήματος διαχείρισης των δεδομένων, με τρόπο που να εξασφαλίζει αμεσότητα στην προσπέλαση και ευελιξία στο χειρισμό τους.

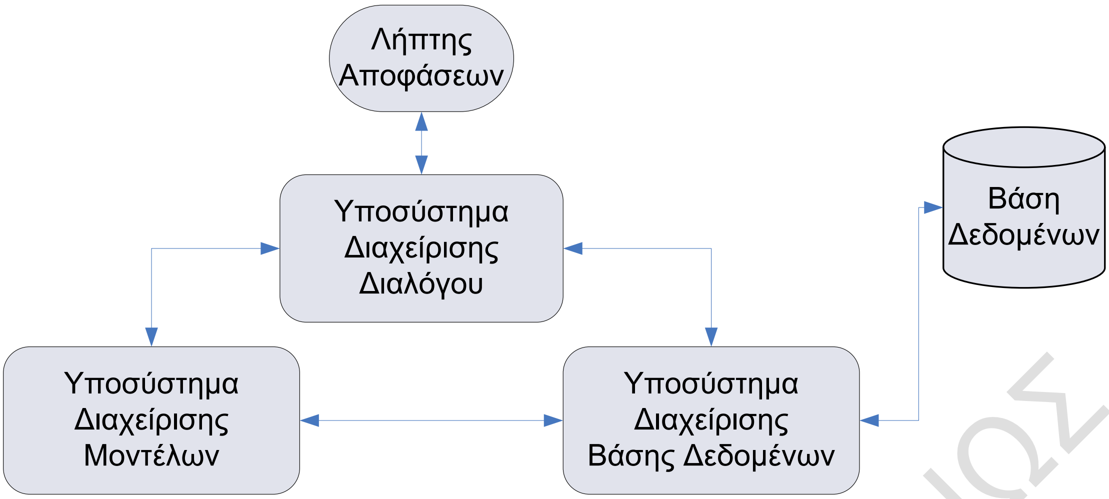
- Επιλογή υπαρχόντων ή/και επινόηση και σχεδιασμός νέων μοντέλων ικανών να βοηθήσουν στη λήψη των αποφάσεων (model base). Τα ΣΥΑ είναι περισσότερο συνδεδεμένα με μικρά και ευέλικτα μοντέλα (heuristic models) παρά με τα κλασσικά μοντέλα βελτιστοποίησης.

- Σχεδιασμός και σύνθεση υποσυστήματος διαχείρισης των μοντέλων που να εγγυάται την αποτελεσματική χρησιμοποίηση τους.

- Σχεδιασμός και σύνθεση υποσυστήματος διαχείρισης διαλόγου: Το στάδιο αυτό είναι ίσως το σημαντικότερο στον σχεδιασμό ενός ΣΥΑ. Το λογισμικό διαχείρισης διαλόγου είναι το μέσο που επιτρέπει την αμφίδρομη επικοινωνία χρήστη-συστήματος. Συνεπώς, ο κατάλληλος σχεδιασμός του συμβάλλει αποφασιστικά στην αύξηση της αποτελεσματικότητας του όλου συστήματος.

Το **Error! Reference source not found.** παρουσιάζει ένα κλασσικό δομικό διάγραμμα των βασικών ψηφίδων (modules) που απαρτίζουν ένα ΣΥΑ. Αυτό απαρτίζεται από τη Βάση Δεδομένων, το Υποσύστημα Διαχείρισης Βάσης Δεδομένων, το Υποσύστημα Διαχείρισης Μοντέλων και το Υποσύστημα Διαχείρισης Διαλόγου.

Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με την Ευαγγέλου (2005), η Βάση Δεδομένων είναι μια συλλογή από αρχεία εγγραφών και αρχεία τα οποία είναι οργανωμένα έτσι ώστε να εξυπηρετούν ένα συγκεκριμένο σκοπό. Για παράδειγμα, μια Βάση Δεδομένων μπορεί να περιέχει ένα σύνολο αρχείων στοιχεία ερευνών ικανοποίησης, τα οποία περιέχουν πληροφορία σχετική με τη λήψη αποφάσεων. Το Υποσύστημα Διαχείρισης Βάσης Δεδομένων είναι το τμήμα εκείνο του συστήματος που διαχειρίζεται τη Βάση Δεδομένων. Μέσω αυτού ο χρήστης αποκτά πρόσβαση στις πληροφορίες που του είναι απαραίτητες για να διαμορφώσει και να αναλύσει μία απόφαση. Το Σύστημα Διαχείρισης Βάσης Δεδομένων πρέπει να είναι ικανό να διαχειρίζεται εσωτερικά και εξωτερικά δεδομένα του ΣΥΑ. Το Υποσύστημα Διαχείρισης Μοντέλων είναι το τμήμα εκείνο του συστήματος που διαχειρίζεται τα μοντέλα απόφασης και υποστηρίζει το λήπτη της απόφασης με σχετικές μεθόδους ανάλυσης και αλγορίθμους αξιολόγησης. Η κύρια λειτουργία του Συστήματος Διαχείρισης Μοντέλων είναι διαχείριση των μοντέλων από το χώρο των μαθηματικών για την ανάλυση, επεξεργασία και αξιολόγηση προβλημάτων απόφασης.



Εικόνα 6-3: Δομικό διάγραμμα ενός Συστήματος Υποστήριξης Λήψης Αποφάσεων (Sage, 1991)

Τέλος, το Υποσύστημα Διαχείρισης Διαλόγου είναι υπεύθυνο για την παρουσίαση των εξόδων πληροφορίας του Υποσυστήματος Διαχείρισης Βάσης Δεδομένων και του Υποσυστήματος Διαχείρισης Μοντέλων στο λήπτη αποφάσεων και, αντίστροφα, για την εισαγωγή των απαιτήσεων και των αποφάσεων του χρήστη ως εισόδων σε αυτά. Καθώς το Υποσύστημα Διαχείρισης Διαλόγου είναι αυτό που επιτρέπει την επικοινωνία του χρήστη με το σύστημα θεωρείται ως το σπουδαιότερο κομμάτι του, γιατί καθορίζει το πόσο εύκολη και αποδοτική είναι η διαχείριση του συστήματος, και κατά συνέπεια η εκμετάλλευση των δυνατοτήτων που παρέχει. Γι' αυτό το λόγο θα πρέπει να είναι σχεδιασμένο για να αναπαριστά γνώση και να ελέγχει τις λειτουργίες του συστήματος μέσα από κατάλληλα σχεδιασμένα παράθυρα διαπροσωπείας (user interfaces). Ακόμη, θα πρέπει να είναι φιλικό στο χρήστη και να παρέχει βοήθεια σχετικά με τις λειτουργίες που υποστηρίζει.

Ο χρήστης συνήθως δεν γνωρίζει τίποτε ούτε για την δομή του ΣΥΑ, ούτε για τους αλγορίθμους, ούτε για τις τεχνικές προγραμματισμού, ούτε για τις δομές, την οργάνωση και τους τρόπους επεξεργασίας των βάσεων δεδομένων του. Η γνώμη, επομένως, που σχηματίζει για ένα πρόγραμμα εξαρτάται κυρίως από το Υποσύστημα Διαχείρισης Διαλόγου και λιγότερο από την τελειότητα της σχεδίασης και της ανάπτυξης των αλγορίθμων του (Matsatsinis & Siskos, 2003).

Επομένως, οι ιδιότητες που θα πρέπει να διαθέτει ένα Υποσύστημα Διαχείρισης Διαλόγου συνοψίζονται στα ακόλουθα (Σίσκος, 2008):

1. Φιλικότητα – Ευκολία στη χρήση: Κατάλληλα σχεδιασμένα και περιεκτικά menus θα πρέπει να επιτρέπουν τη μετάβαση του χρήστη σε όλες τις περιοχές του συστήματος. Το σύστημα να πληροφορεί τον χρήστη με σχετικά διαγνωστικά μηνύματα για ενδεχόμενους εσφαλμένους χειρισμούς του. Ενσωματωμένα βοηθητικά προγράμματα (on-line help functions) να παρέχουν κάθε στιγμή τη δυνατότητα στον χρήστη να ανατρέχει σε πληροφορίες, συνοπτικές ή λεπτομερείς, σχετικά με τον χειρισμό, την εισαγωγή και την διευθέτηση δεδομένων.

2. Προσανατολισμός: Ο χρήστης να πληροφορείται κάθε στιγμή για την περιοχή του συστήματος στην οποία βρίσκεται και τον τρόπο με τον οποίο θα μεταβεί σε «λογικά» επόμενες περιοχές.

3. Ευρωστία – αξιοπιστία: Οι χειρισμοί του χρήστη, οι απαντήσεις του σε διάφορα ερωτήματα και τα δεδομένα που εισάγει να ελέγχονται από το σύστημα ώστε να αποφεύγονται εμπλοκές που ενδεχομένως θα οδηγούσαν σε «πτώση» του συστήματος ή σε εξαγωγή εσφαλμένων και άτοπων αποτελεσμάτων.

Τέλος, η εφαρμογή και η αξιολόγηση ενός ΣΥΑ, με παρεμβολή του στις διαδικασίες λήψης αποφάσεων, δεν μπορούν να θεωρηθούν στάδια ανεξάρτητα του σχεδιασμού. Η ανάλυση των προβλημάτων που εμφανίζονται κατά την εφαρμογή-χρήση ενός ΣΥΑ αποτελεί σημαντική πηγή πληροφορίας για ένα νέο και αποτελεσματικότερο σχεδιασμό.

6.3 Ανάλυση Απαιτήσεων του ΣΥΑ

Κατασκευάζουμε ένα ΣΥΑ (DSS) το οποίο ασχολείται με την ανάλυση ευστάθειας στις αναλυτικές-συνθετικές μεθόδους πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων (MCDA) χρησιμοποιώντας αρθρωτές τεχνικές προγραμματισμού λογισμικού.

Η ανάλυση ευστάθειας είναι ένα θέμα που πρέπει να αντιμετωπιστεί μέσω των ΣΥΑ, ως ένα μέσο για την παροχή με κατανοητό τρόπο στον αναλυτή και στον αποφασίζοντα μιας σαφής εικόνας για την αξιοπιστία και τη σταθερότητα των μοντέλων και των παραγόμενων αποτελεσμάτων.

Τρεις διαφορετικές προσεγγίσεις βρίσκονται πίσω από τη λέξη «ευστάθεια».

- Ευσταθή συμπεράσματα - ισχύει σε όλα ή τα περισσότερα ζεύγη (δημιουργίας, διαδικασίας) - που ασχολούνται με αξίες του συστήματος και τη διαφορά από την πραγματικότητα.

- Ευσταθής λύση - καλή σε όλες ή στις περισσότερες περιπτώσεις- που ασχολούνται με την αβεβαιότητα του εξωτερικού περιβάλλοντος και των εξωτερικών παραγόντων.

- Ευσταθή απόφαση σε δυναμικό πλαίσιο – κρατάει ανοικτά όσο περισσότερα καλά σχέδια είναι δυνατόν να συμβούν στο μέλλον – ασχολούμενη με το αβέβαιο μέλλον.

Βασιζόμενος στα ευσταθή μέτρα ο αποφασίζων μπορεί να δεχτεί, απορρίψει ή σε ορισμένες περιπτώσεις προσαρμόσει το προτεινόμενο μοντέλο απόφασης.

Διάφορες τεχνικές ανάλυσης ευστάθειας εφαρμόζονται σε διάφορες μεθόδους επιχειρησιακής έρευνας και, μεταξύ άλλων, σε αυτές που ανήκουν στην οικογένεια των MCDA μεθόδων.

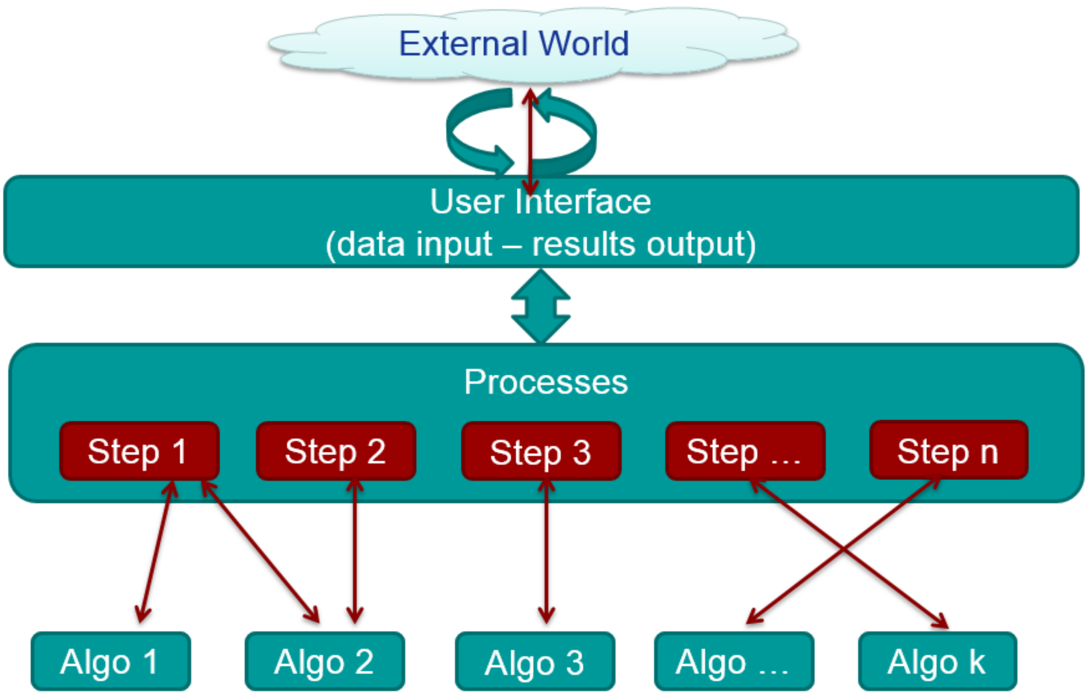
Θα μπορούσε κανείς να βρει παρόμοιες τεχνικές όταν ασχολείται με την ανάλυση ευστάθειας σε διαφορετικές μεθόδους MCDA και, κατά συνέπεια, θα πρέπει να είναι λογικό να είναι σε θέση να επαναχρησιμοποιήσει τμήματα λογισμικού κατά την κατασκευή των αντίστοιχων βημάτων ενός DSS.

Το DSS υλοποιεί σημαντικό αριθμό των αλγορίθμων για να εξυπηρετήσει το ρόλο τους στην υποστήριξη αποτελεσματικά πολύπλοκων διαδικασιών λήψης αποφάσεων.

Εστιάζουμε σε αυτά τα βήματα σε ένα DSS, τα οποία να μπορεί να υλοποιηθούν από ένα ευέλικτο σύνολο γενικών ή λιγότερο γενικών αλγορίθμων που μπορεί να κατασκευαστούν ως αρθρωτά μέρη του συστήματος.

6.4 Σχεδίαση Δομής του ΣΥΑ

Το DSS έχει κατασκευαστεί με τη χρήση επαναχρησιμοποιήσιμων τμημάτων (υπορουτίνες, λειτουργίες). Η έξοδος του ενός στοιχείου μπορεί να είναι η είσοδος του μετέπειτα τμήματος και ούτω καθεξής.



Εικόνα 6-4: Δομή DSS

Τα βασικά τμήματα που έχουν αναπτυχθεί είναι:

- Μονάδες εισόδου και μετασχηματισμός δεδομένων
  - Πολυκριτήριος πίνακας αξιολόγησης
  - Προτιμήσεις (βαθμολογίες, συγκρίσεις ανά ζεύγη, περιορισμοί)
  - Παράμετροι Μοντέλων
- Τμήματα ανάλυσης μοντέλων
  - LP Solver
  - Stochastic UTA
  - SMAA
  - UTA GMS
  - Extreme ranking
- Τμήματα ανάλυσης μεταβελτιστοποίησης
  - Maximum UTA
  - Max-Min UTA
  - Maximum W
  - Max-Min W
  - Manas-Nedoma

6.5 Γλώσσα Προγραμματισμού

Η γλώσσα προγραμματισμού που χρησιμοποιήθηκε για την σύνθεση του προγράμματος είναι η Visual C# η οποία μεταγλωττίσθηκε στον compiler Microsoft Visual Studio .NET 2012.

Η C# είναι μια σχετικά καινούργια γλώσσα προγραμματισμού η οποία αποτελεί απόγονο της γλώσσας C. Παρέχει τη δυνατότητα δημιουργίας πινάκων πολλών διαστάσεων και μεταβαλλόμενου μήκους. Στην εφαρμογή, έχουν χρησιμοποιηθεί αρκετοί πίνακες στους οποίους, για παράδειγμα, αποθηκεύονται τα κριτήρια (με όλα τα χαρακτηριστικά τους) καθώς και οι δράσεις (με όλα τα χαρακτηριστικά τους) του προβλήματος απόφασης.

Η γλώσσα αυτή δίνει τη δυνατότητα για «μοίρασμα» του κώδικα σε εξωτερικές κλάσεις, έτσι είναι ευκολότερη η διαχείριση των συναρτήσεων και των μεταβλητών ειδικά σε περιπτώσεις όπου υπάρχουν αρκετές χιλιάδες γραμμές κώδικα (για το σύστημα Τάλως χρησιμοποιήθηκα περίπου 20.000 γραμμές).

Η δυνατότητα χρησιμοποίησης μεταβλητών και συναρτήσεων που έχουν οριστεί σε μια εξωτερική κλάση, από άλλες κλάσεις, μειώνει το πλήθος των γραμμών κώδικα, γιατί συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται από πάνω από μια κλάσεις δεν χρειάζεται να γράφονται πολλές φορές αλλά μόνο μία.

Η C# δίνει τη δυνατότητα δημιουργίας λογικών loop τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί αρκετές φορές μέσα στο πρόγραμμα.

Η άριστη λειτουργία IO (Input - Output), δηλαδή η δημιουργία, επεξεργασία και διαγραφή αρχείων από το δίσκο του λειτουργικού συστήματος, βοήθησε στο να δημιουργηθούν δυο νέοι τύποι αρχείων για την αποθήκευση και φόρτωση προβλημάτων και συνόλων δράσεων αναφοράς (*.uta και *.ref αντίστοιχα), τα οποία είναι ιδιαιτέρως χρήσιμα γιατί βοηθούν το χρήστη στο να μπορεί να δημιουργεί backup σε προβλήματα και σύνολα δράσεων αναφοράς που έχει δημιουργήσει στην εφαρμογή και να ανατρέχει σε αυτά σε κάποια στιγμή στο μέλλον.

6.6 Περιβάλλον Διεπαφής

Το σύστημα Τάλως είναι μια εύχρηστη GUI εφαρμογή. Δηλαδή, μια εφαρμογή που αποτελείται από γραφικές φόρμες (συνολικά 50) πάνω στις οποίες υπάρχουν διάφορα components.

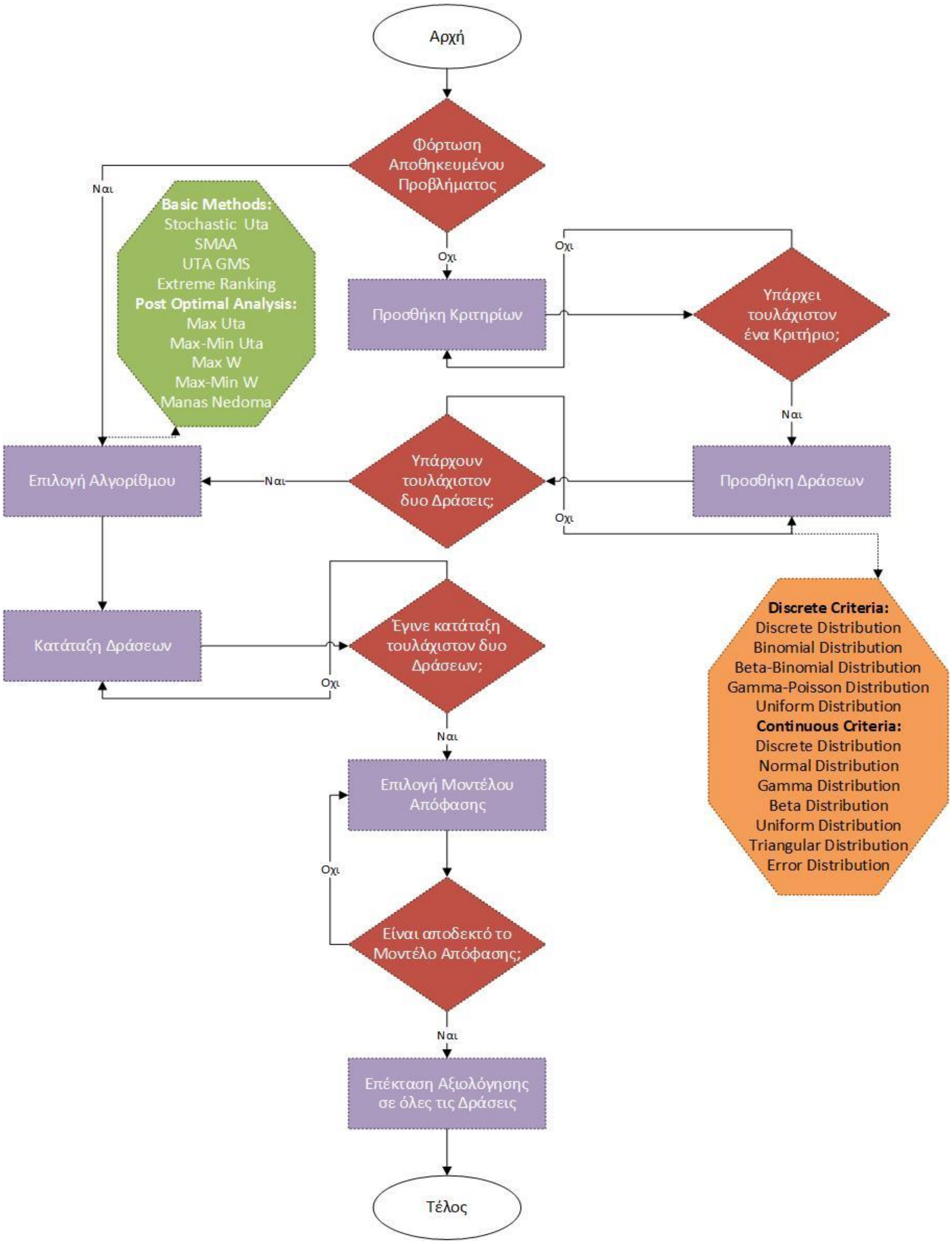
Η λογική πάνω την οποία βασίστηκε η δημιουργία του προγράμματος, είναι να υπάρχει μια κύρια φόρμα (MDI Parent) και μέσα στην οποία να εμφανίζονται σαν «παιδιά» όλες οι λειτουργίες (MDI Child) που υποστηρίζονται.

Η κύρια φόρμα αποτελείται από μια εικόνα με το λογότυπο του συστήματος στο πάνω μέρος, ένα μενού επιλογών με όλες τις λειτουργίες της εφαρμογής ακριβώς κάτω από το λογότυπο, μια εργαλειοθήκη με συντομεύσεις του κύριου μενού οι οποίες προβάλλονται σαν μικρά εικονίδια, μια εικόνα στο κέντρο της φόρμας η οποία προβάλλει ένα σχέδιο όταν δεν υπάρχουν ενεργές λειτουργίες και, τέλος, μια γραμμή κατάστασης στο κάτω μέρος όπου προβάλλονται διάφορες πληροφορίες για τη λειτουργία του συστήματος.

Για τη δημιουργία όλων των άλλων φορμών, έχουν χρησιμοποιηθεί πεδία κειμένου (Textboxes), κείμενα προβολής (Labels), κουμπιά πολλαπλών ή μονής επιλογής (Radio buttons), λίστες προβολής (List views), απλά κουμπιά (Buttons), ανοιγόμενες λίστες (Drop down lists), σελιδοποιήσεις (Tab pages), κουτιά ομαδοποιήσεων (Group boxes), πλαίσια (Panels), πλαίσια προβολής κειμένων (Rich text boxes), πλαίσια προβολή εικόνων (Image boxes), αναδυόμενα κείμενα (Tool tips) και εργαλειοθήκες (Tool bars).

6.7 Λογική Σχεδίαση

Το σύστημα Τάλως χρησιμοποιεί τις μεθόδους Stochastic UTA, SMAA, GTA GMS και Extreme Ranking για να λύνει προβλήματα απόφασης υπό αβεβαιότητα. Στο Σχήμα 6.5, παρουσιάζεται η αρχή λειτουργίας του συστήματος.



Εικόνα 6-5: Αρχή Λειτουργίας Συστήματος Τάλως

6.8 Ανάπτυξη ΣΥΑ

Το σύστημα Τάλως σχεδιάστηκε για να βοηθήσει τον αναλυτή ή τον αποφασίζοντα στην διαδικασία λήψης αποφάσεων υπό αβεβαιότητα. Είναι μια εφαρμογή φιλική προς τον χρήστη

(GUI, Graphical User Interface) καθώς αποτελείται από αρκετές φόρμες και η δομή του συστήματος αποτελείται από πέντε διακριτά βήματα τα οποία «οδηγούν» το χρήστη κατά την εισαγωγή του προβλήματος στο σύστημα. Τα πέντε αυτά βήματα είναι τα παρακάτω:

1. Ορισμός των κριτηρίων: Εισάγονται τα κριτήρια του προβλήματος. Για κάθε κριτήριο πρέπει να οριστούν το όνομα, η μονάδα μέτρησης, ο τύπος, το πρόσημο, ο αριθμός των εκτιμώμενων σημείων καθώς και οι τίτλοι αυτών (αν το κριτήριο είναι ποσοτικό) και η βέλτιστη τιμή (αν το κριτήριο είναι ποσοτικό).

2. Ορισμός των δράσεων: Εισάγονται οι δράσεις του προβλήματος. Για κάθε δράση θα πρέπει να οριστούν οι κατανομές πιθανοτήτων για τα εκτιμώμενα σημεία όλων των κριτηρίων.

3. Επιλογή αλγορίθμου: Γίνεται η επιλογή του κύριου αλγορίθμου (Stochastic UTA, SMAA, UTA GMS, Extreme Ranking) και της μεθόδου μεταβελτιστοποίησης (Max UTA, Max-Min UTA, Max W, Max-Min W, Manas-Nedoma).

4. Κατάταξη των δράσεων: Γίνεται η κατάταξη των δράσεων κατά την οποία ο χρήστης εξωτερικεύει την άποψή του (κατατάσσει) για τις δράσεις που εισήγαγε στο προηγούμενο βήμα.

5. Επιλογή μοντέλου απόφασης: Επιλύεται το πρόβλημα υπό αβεβαιότητα που εισήχθη στο σύστημα. Παρέχεται και γραφική υποστήριξη των συναρτήσεων χρησιμότητας που προέκυψαν από την λύση, των βαρών των κριτηρίων κ.ά.

Καθ’ όλη τη διάρκεια δημιουργίας του προβλήματος απόφασης υπάρχουν αυτοματοποιημένοι έλεγχοι οι οποίοι διευκολύνουν το χρήστη στο να συμπληρώνει τα πεδία με σωστό τρόπο. Για παράδειγμα, κατά το βήμα ορισμού των κριτηρίων, υπάρχει η ένδειξη “Incomplete criterion” όταν το κριτήριο δεν έχει οριστεί πλήρως· η οποία, όμως, αλλάζει σε “Complete criterion” όταν το κριτήριο είναι πλήρως ορισμένο και έτοιμο να μπει στη λίστα κριτηρίων.

Γενικά, προσπαθήσαμε να δημιουργήσουμε μια εφαρμογή που θα είναι όσο το δυνατόν πιο απλή για το χρήστη, γρήγορη στην επίλυση προβλημάτων και να απαιτεί λίγους πόρους από τον υπολογιστή στον οποίο εκτελείται. Είναι σχεδιασμένη για να λειτουργεί στο λειτουργικό σύστημα των Windows (για εκδόσεις παλαιότερες των Windows 7 απαιτείται η εγκατάσταση του Framework 4.5).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^{0} : ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΩΣΤΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΑΛΩΣ

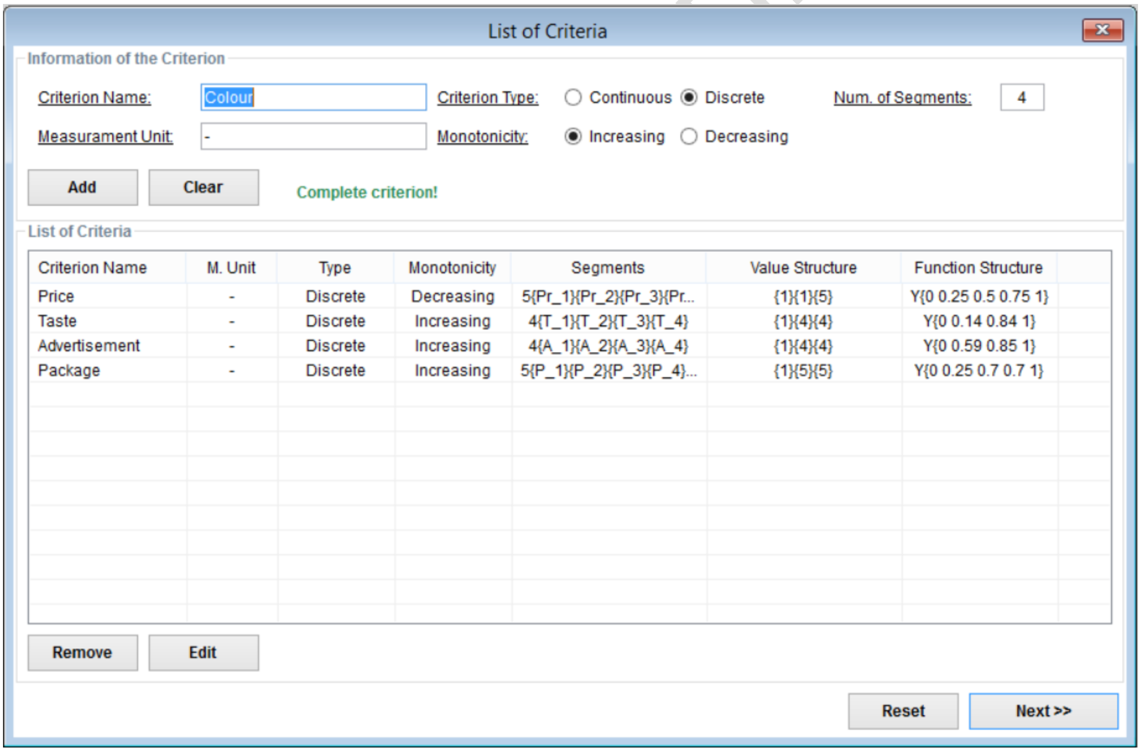
7.1 Παρουσίαση του Προβλήματος

Το πρόβλημα αφορά τη δημιουργία ενός νέου προϊόντος χυμού που θέλει να λανσάρει μεγάλη βιομηχανία.

Τα κριτήρια με βάση τα οποία θα αξιολογηθούν οι εναλλακτικές διαδρομές, όπως τα όρισαν οι ειδικοί, παρουσιάζονται παρακάτω:

- **Price** (Τιμή)
- **Taste** (Γεύση)
- **Advertisement** (Διαφήμιση)
- **Package** (Συσκευασία)
- **Colour** (Χρώμα)

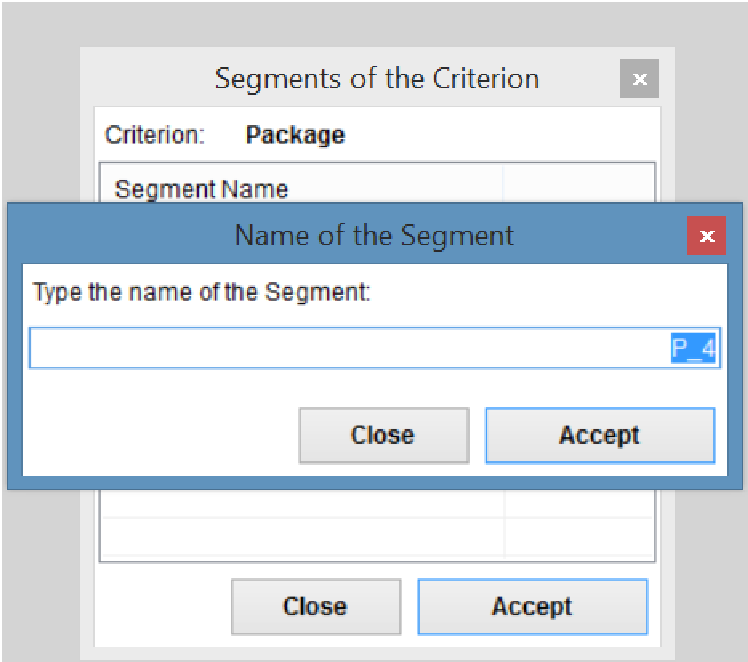
7.2 Προσθήκη Κριτηρίων



Εικόνα 7-1: Φόρμα προσθήκης κριτηρίων

Ακολουθώντας την διαδικασία που φαίνεται στην Εικόνα 7.1, προστίθενται όλα τα κριτήρια του προβλήματος. Για να προστεθεί ένα κριτήριο, ο χρήστης θα πρέπει να πληκτρολογήσει το όνομα του κριτηρίου στο πεδίο «Criterion name». Ακολουθεί η επιλογή της μονάδας μέτρησης «Measurement unit», ο τύπος «Criterion Type» και το πρόσημο «Monotonicity». Τέλος, ορίζεται ο αριθμός των εκτιμώμενων σημείων.

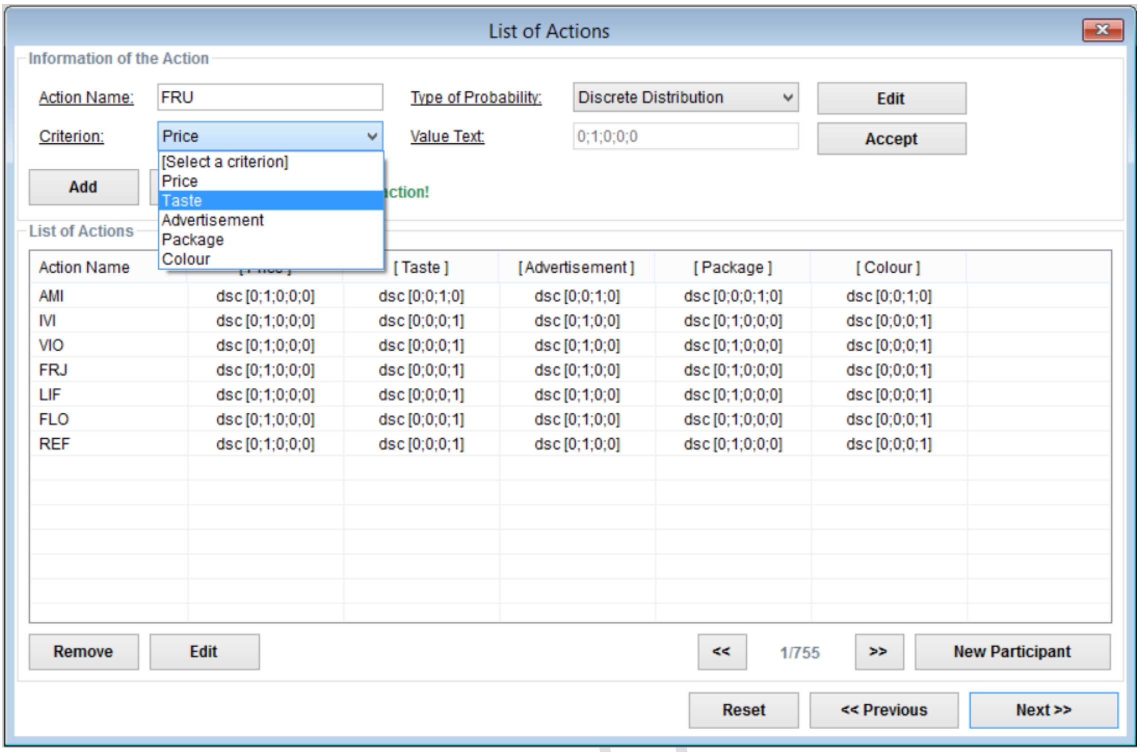
Στη συνέχεια, και αφού έχει προστεθεί το κριτήριο στη λίστα κριτηρίων, κάνοντας διπλό κλικ αλλάζουμε τους τίτλους των εκτιμώμενων σημείων του κάθε κριτηρίου από τα προεπιλεγμένα σε αυτά που επιθυμούμε (όπως φαίνεται στην εικόνα 7.2).



Εικόνα 7-2: Παράθυρο διαλόγου αλλαγής των τίτλων εκτιμώμενων σημείων του κριτηρίου

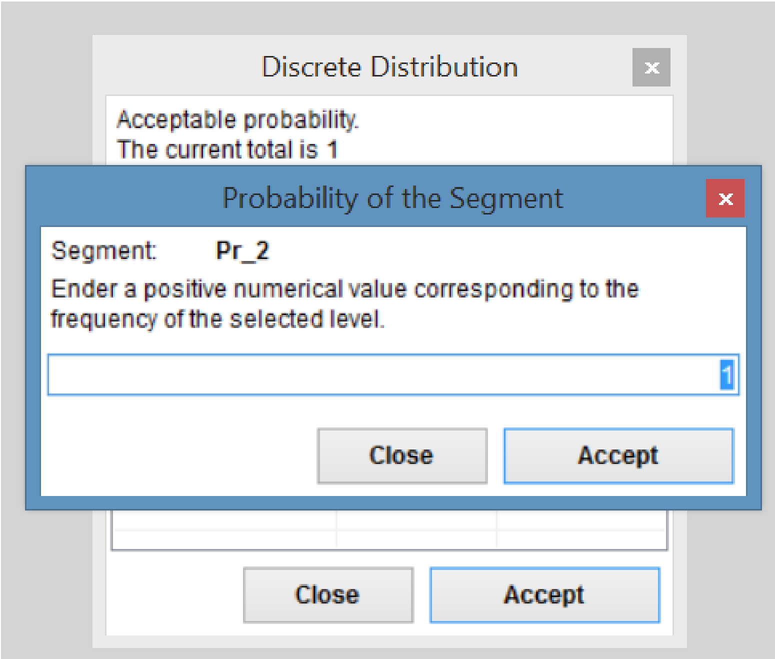
Στη συνέχεια πατώντας κλικ στο κουμπί «Next», περνάμε στο δεύτερο βήμα της διαδικασίας ορισμού των παραμέτρων του προβλήματος.

7.3 Προσθήκη Δράσεων



Εικόνα 7-3: Φόρμα προσθήκης δράσεων

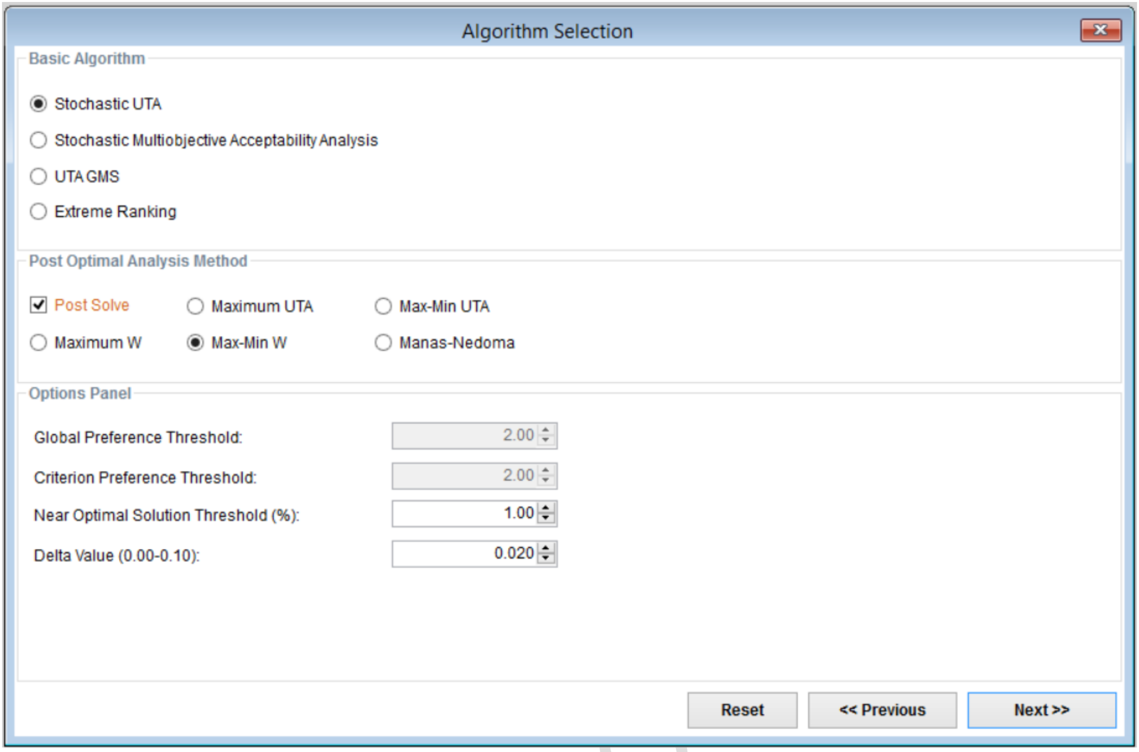
Ακολουθώντας την διαδικασία που φαίνεται στην εικόνα 7.3, προστίθενται όλες οι δράσεις του προβλήματος. Για να προστεθεί μια δράση ο χρήστης θα πρέπει να πληκτρολογήσει το όνομα της δράσης στο πεδίο «Action name». Στη συνέχεια, επιλέγοντας από τη λίστα κριτηρίων («Criterion») κάθε ένα κριτήριο θα πρέπει να ορισθεί ο τύπος της κατανομής («Type of probability») για τις πιθανότητες των εκτιμώμενων σημείων του κριτηρίου. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα επιλέγεται ο τύπος «Discrete distribution». Στην εικόνα 7.4 φαίνεται ο τρόπος ορισμού των πιθανοτήτων των εκτιμώμενων σημείων με βάση της κατανομή «Discrete distribution».



Εικόνα 7-4: Παράθυρο διαλόγου ορισμού των πιθανοτήτων για τα εκτιμώμενα σημεία του κριτηρίου

Στη συνέχεια πατώντας κλικ στο κουμπί «Next», περνάμε στο τρίτο βήμα της διαδικασίας ορισμού των παραμέτρων του προβλήματος.

7.4 Επιλογή Αλγορίθμου



Εικόνα 7-5: Επιλογή Αλγορίθμου

Στο βήμα αυτό γίνεται η επιλογή των αλγορίθμων που θα λύσουν το πρόβλημα. Οι αλγόριθμοι χωρίζονται σε βασικούς και σε αλγορίθμους μεταβελτιστοποίησης.

Ως βασικοί αλγόριθμοι έχουν επιλεγεί οι:

- Stochastic UTA,
- Stochastic Multiobjective Acceptability Analysis (SMAA)
- UTA GMS
- Extreme Ranking.

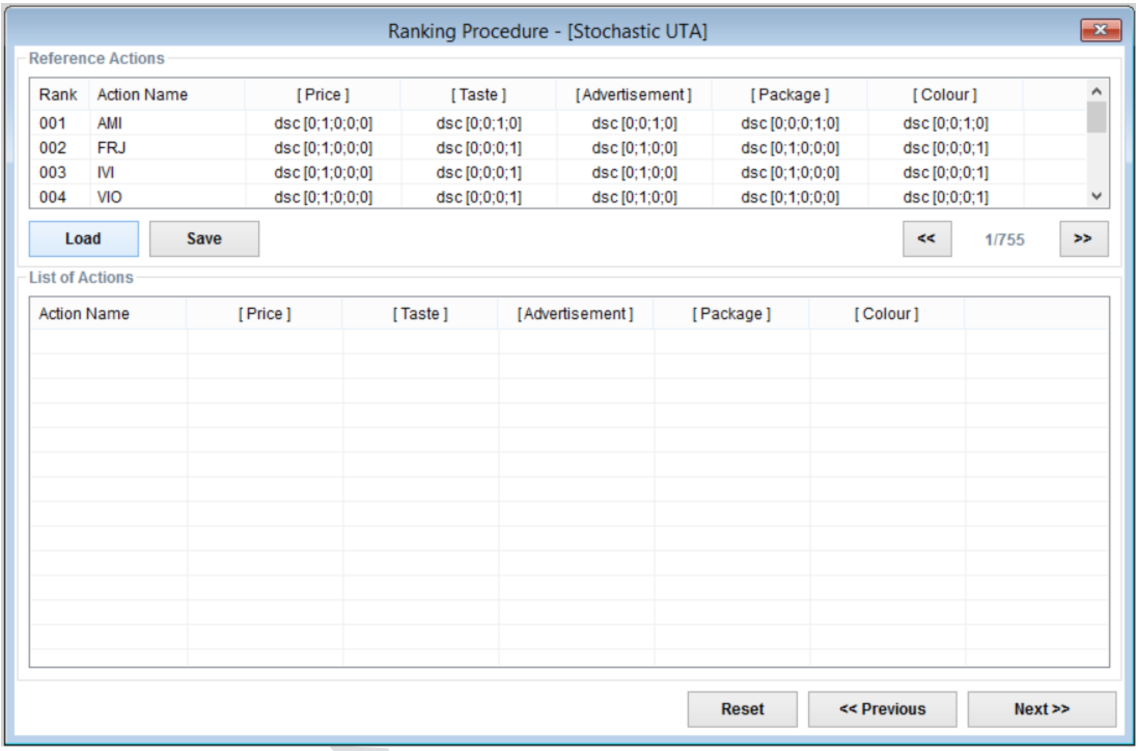
Όταν επιλεγεί η μέθοδος Stochastic UTA υπάρχει η δυνατότητα εύρεσης μεταβέλτιστων λύσεων με μια από τις παρακάτω μεθόδους:

- Maximum UTA
- Max-Min UTA
- Maximum W
- Max-Min W
- Manas-Nedoma

Η μέθοδος Stochastic Multiobjective Acceptability Analysis κάνει ανάλυση μεταβελτιστοποίησης με τη μέθοδο Manas-Nedoma.

Η μέθοδος SMAA δε χρειάζεται κατάταξη δράσεων, και μετεφέρεται κατευθείαν στα αποτελέσματα πατώντας το κουμπί Next.

7.5 Κατάταξη Δράσεων



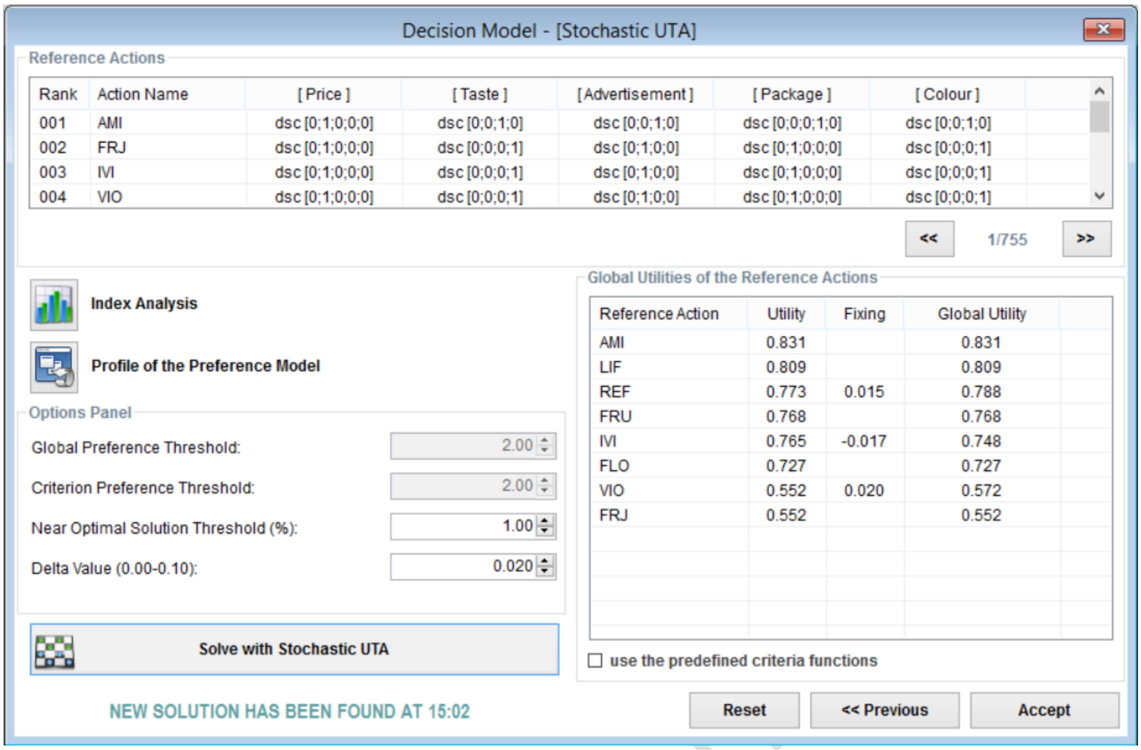
Εικόνα 7-6: Φόρμα κατάταξης δράσεων

Για να γίνει η κατάταξη των δράσεων, ο χρήστης θα πρέπει να κάνει drag ‘n’ drop σε κάθε μια δράση.

Στη συνέχεια πατώντας κλικ στο κουμπί «Next», περνάμε στο πέμπτο βήμα της διαδικασίας ορισμού των παραμέτρων του προβλήματος.

7.6 Επιλογή Μοντέλου Απόφασης

Αφού εισήχθησαν τα δεδομένα του προβλήματος στο σύστημα, ο χρήστης μπορεί να προχωρήσει στην επίλυση αυτού. Η εικόνα παρακάτω δείχνει την τελική φόρμα στην οποία παρουσιάζονται όλα τα στοιχεία του προβλήματος.

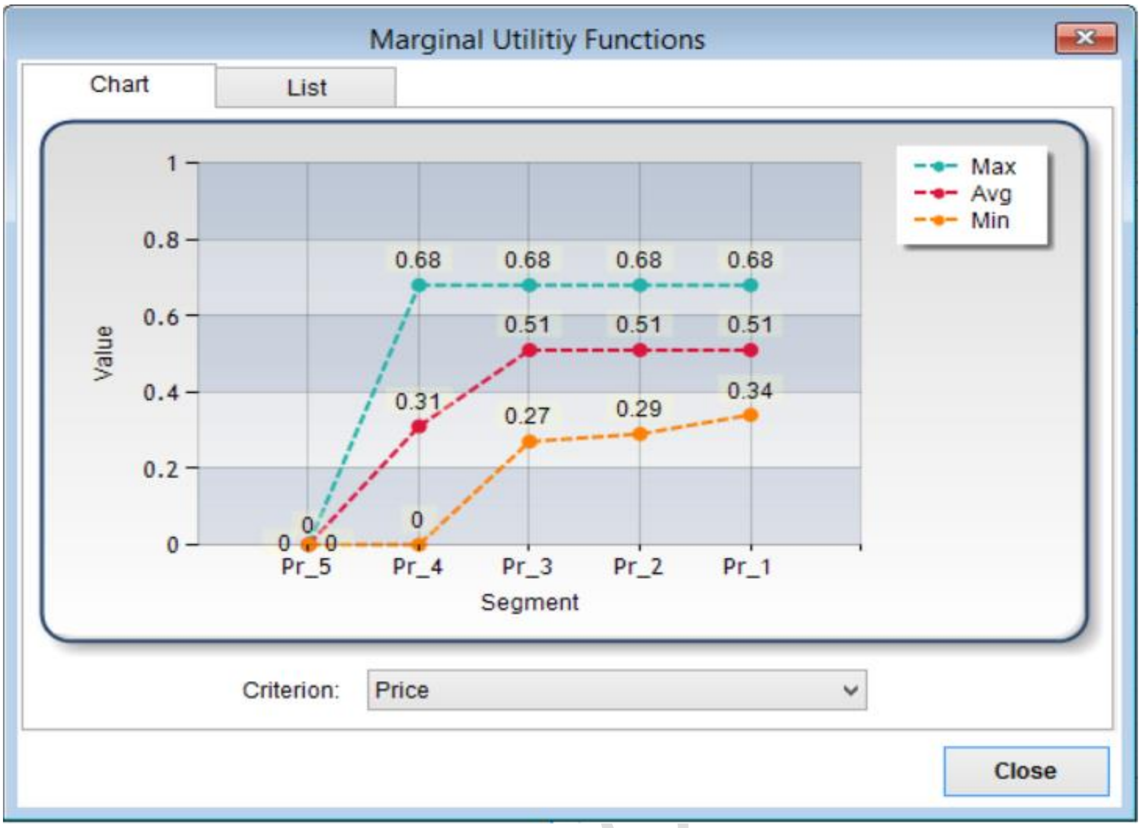


Εικόνα 7-7: Επιλογή Μοντέλου Απόφασης

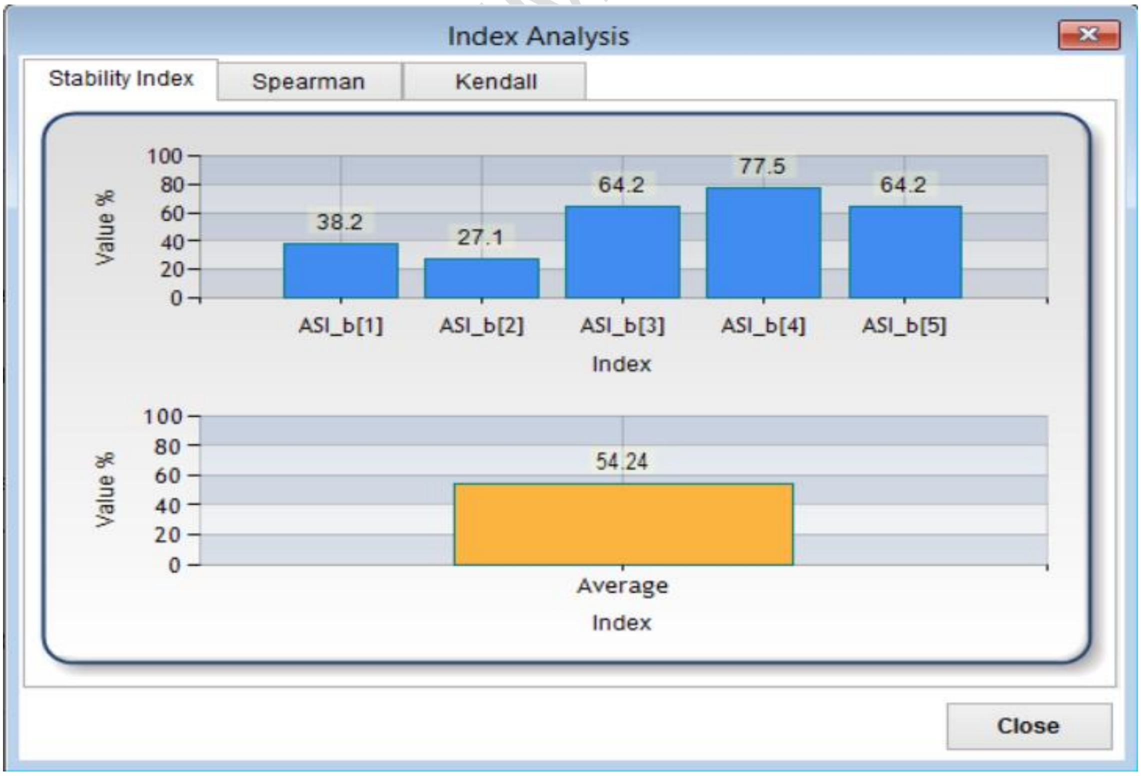
Για να επιλυθεί το πρόβλημα, ο χρήστης θα πρέπει να πατήσει το κουμπί «Solve» (δ = 0.02, k = 1%). Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των κριτηρίων παρουσιάζονται στην εικόνα 7.7.

Στη μέθοδο Stochastic UTA εμφανίζονται τα κουμπιά Index Analysis και Profile of the Preference Model.

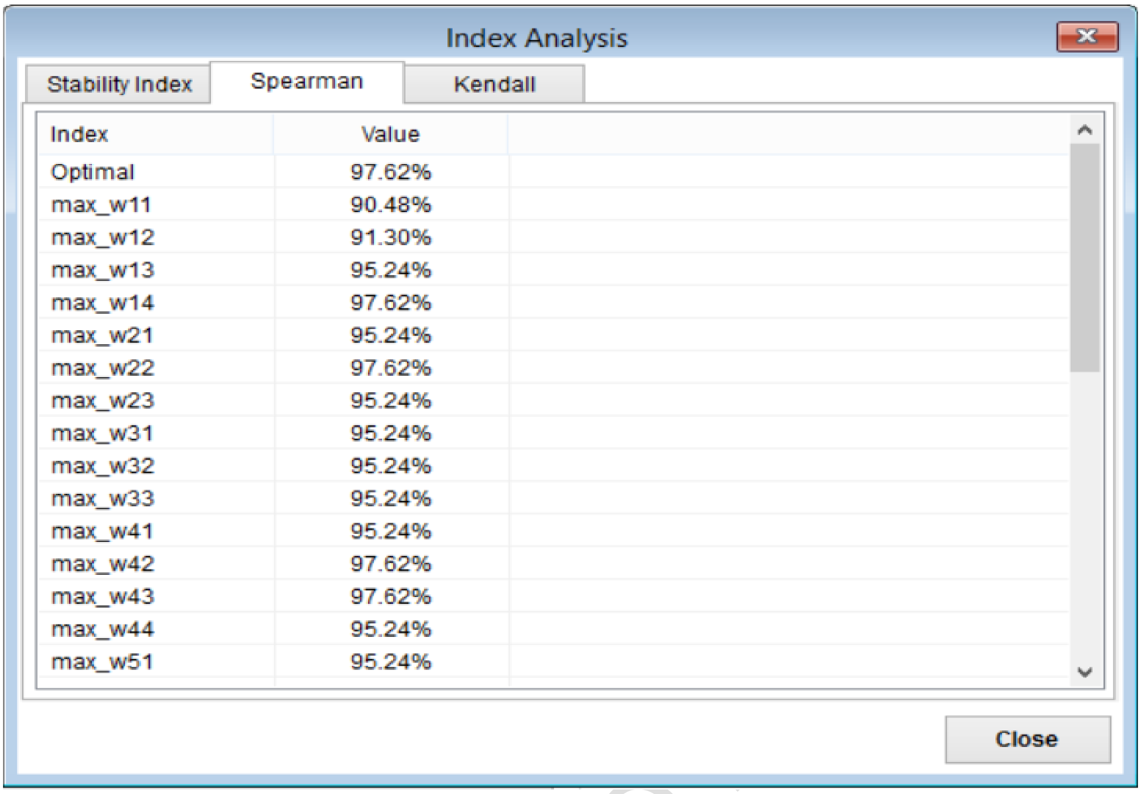
Το Index Analysis, προβάλει αντίστοιχη φόρμα με τους δείκτες Stability Index, Spearman και Ταu του Kendall.



Εικόνα 7-8: Συναρτήσεις χρησιμότητας των κριτηρίων

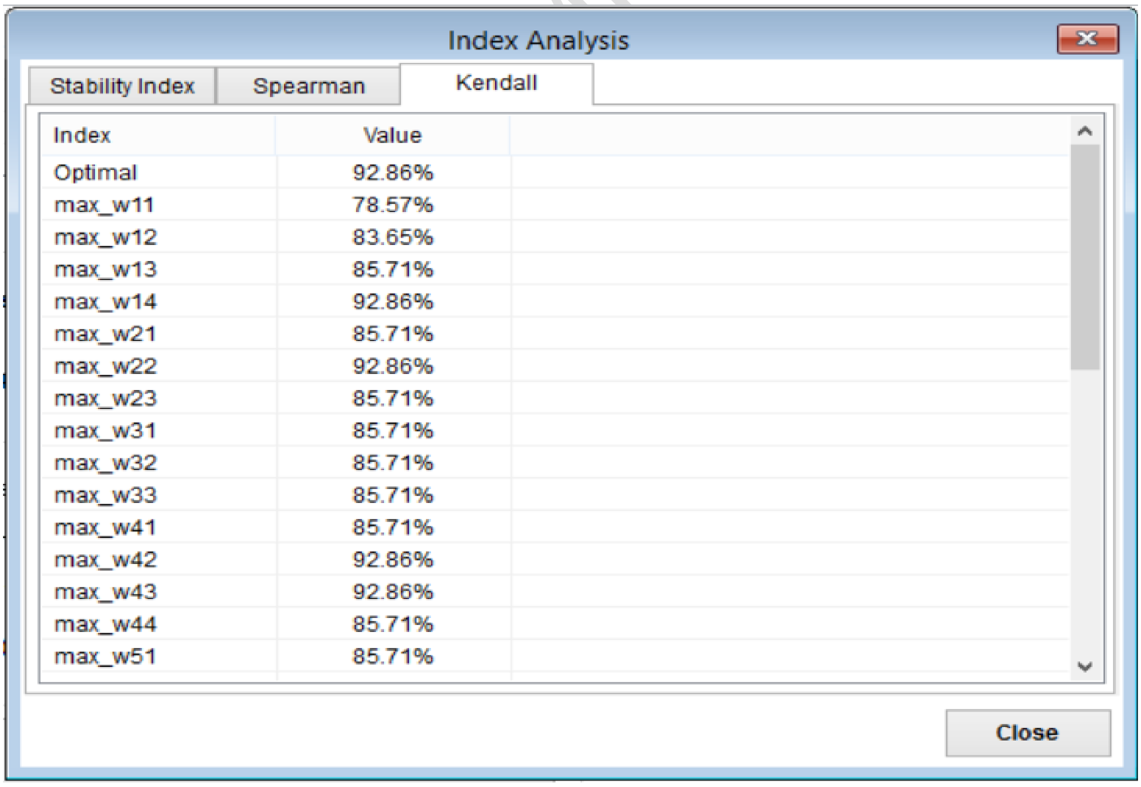


Εικόνα 7-9: Stability Index



Index	Value
Optimal	97.62%
max_w11	90.48%
max_w12	91.30%
max_w13	95.24%
max_w14	97.62%
max_w21	95.24%
max_w22	97.62%
max_w23	95.24%
max_w31	95.24%
max_w32	95.24%
max_w33	95.24%
max_w41	95.24%
max_w42	97.62%
max_w43	97.62%
max_w44	95.24%
max_w51	95.24%

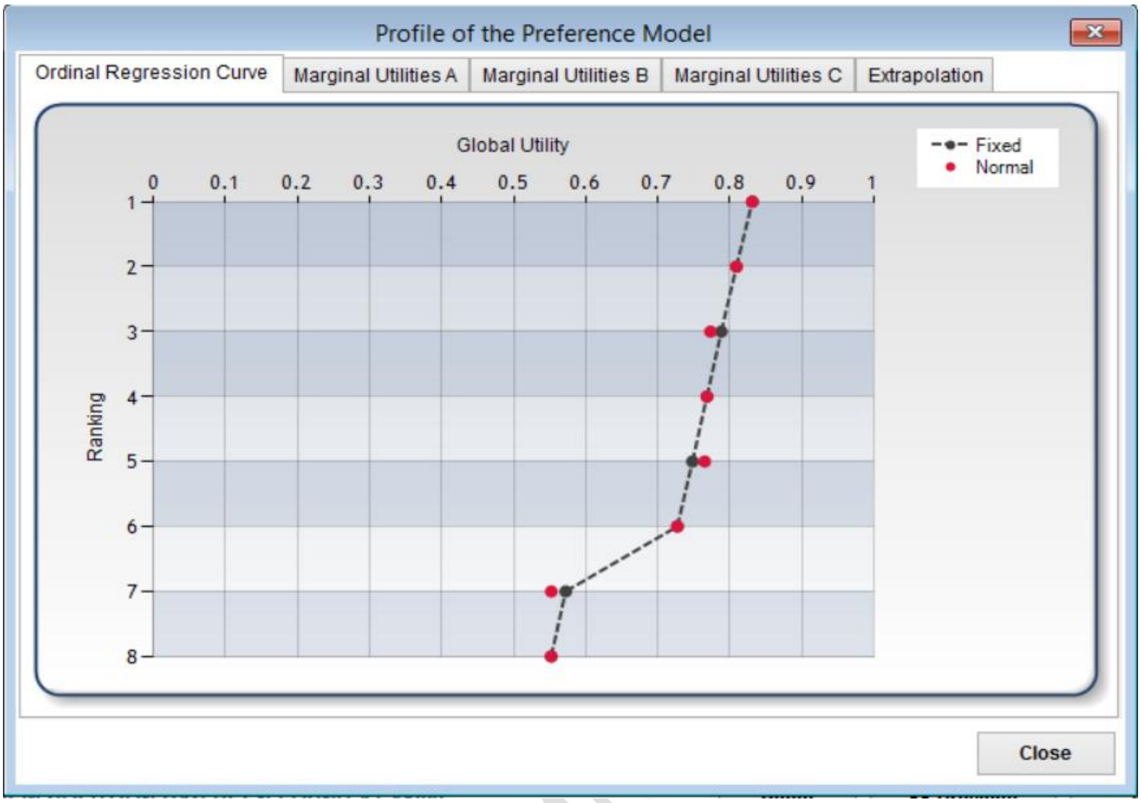
Εικόνα 7-10: Spearman Index



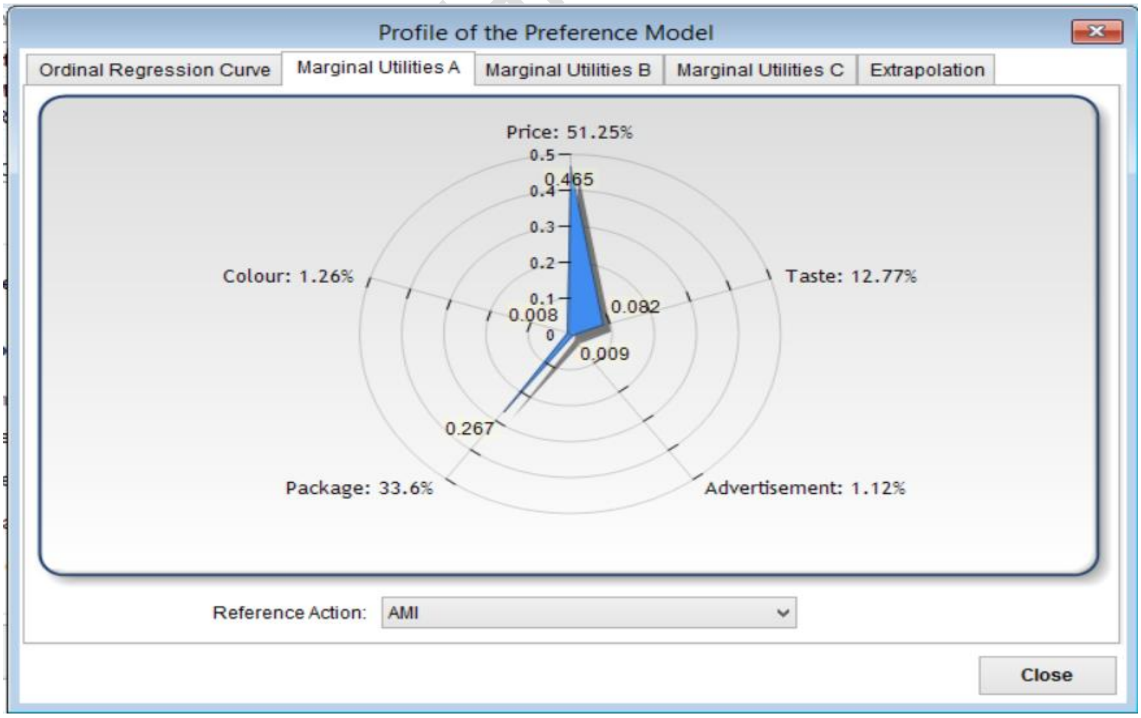
Index	Value
Optimal	92.86%
max_w11	78.57%
max_w12	83.65%
max_w13	85.71%
max_w14	92.86%
max_w21	85.71%
max_w22	92.86%
max_w23	85.71%
max_w31	85.71%
max_w32	85.71%
max_w33	85.71%
max_w41	85.71%
max_w42	92.86%
max_w43	92.86%
max_w44	85.71%
max_w51	85.71%

Εικόνα 7-11: Kendall’s τ Index

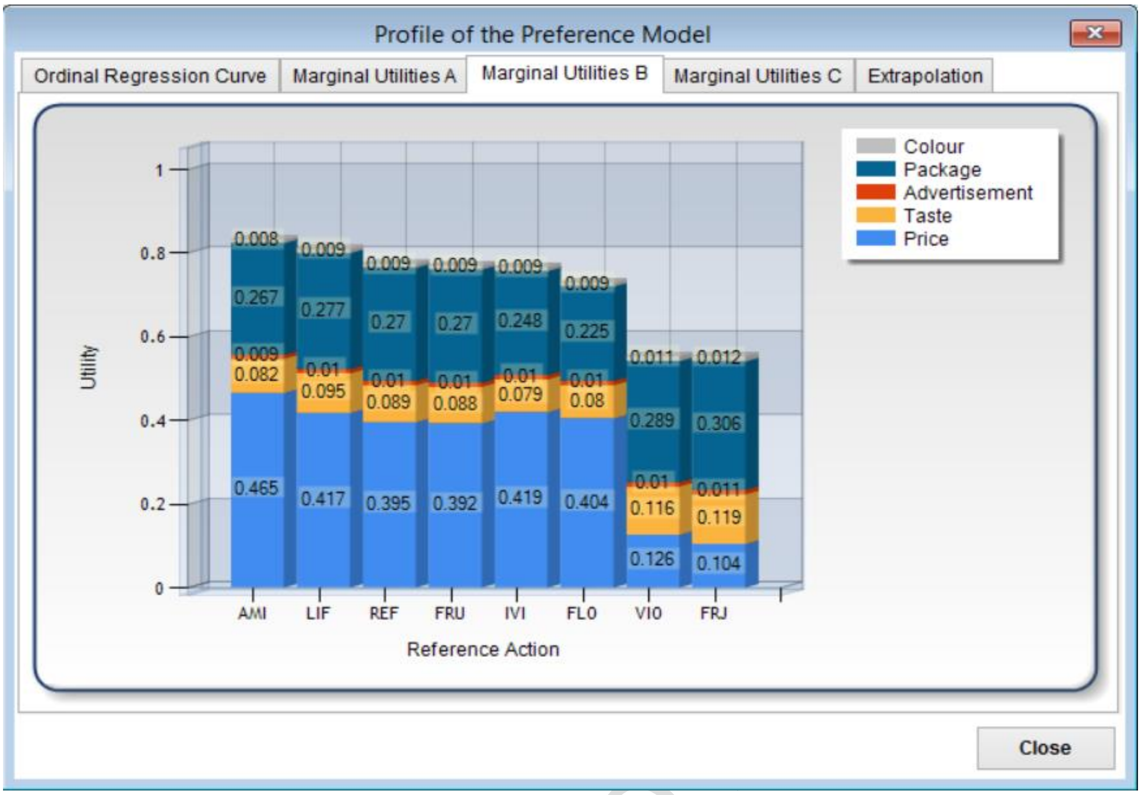
Το Profile of the Preference Model, προβάλει το μοντέλο απόφασης του αποφασίζοντα.



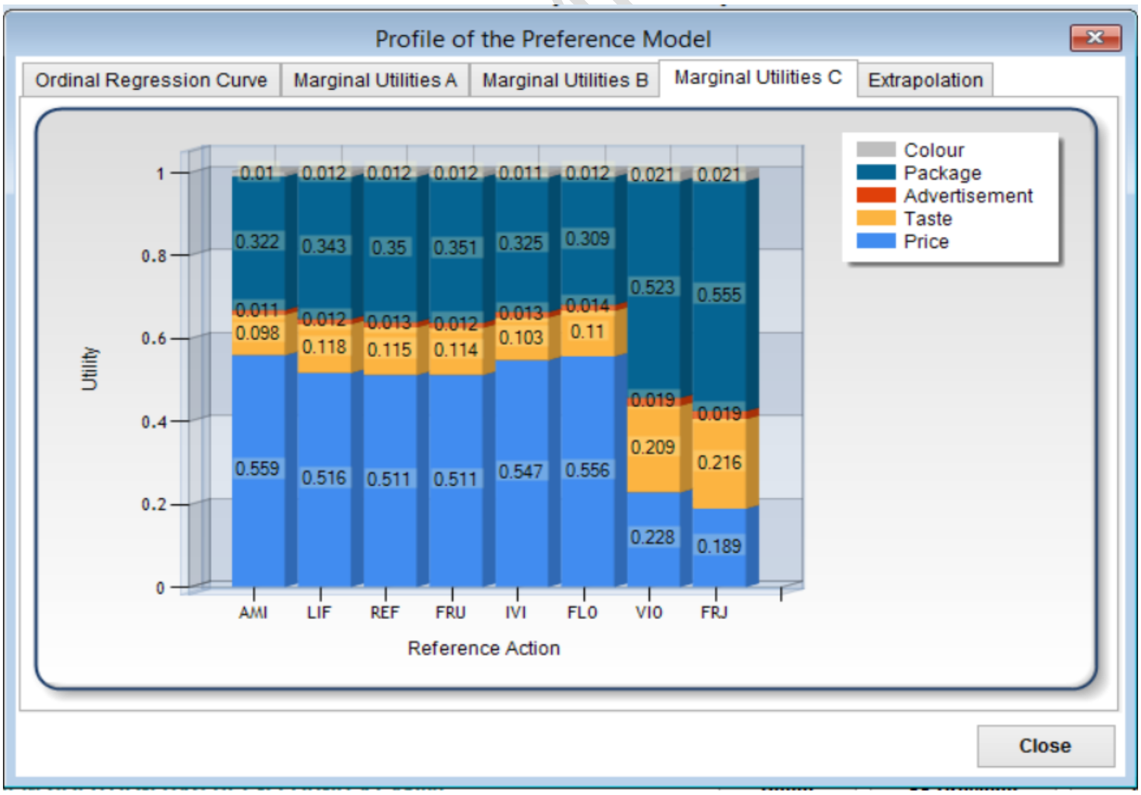
Εικόνα 7-12: Ordinal Regression Curve



Εικόνα 7-13: Marginal Utilities A (Radar Chart)

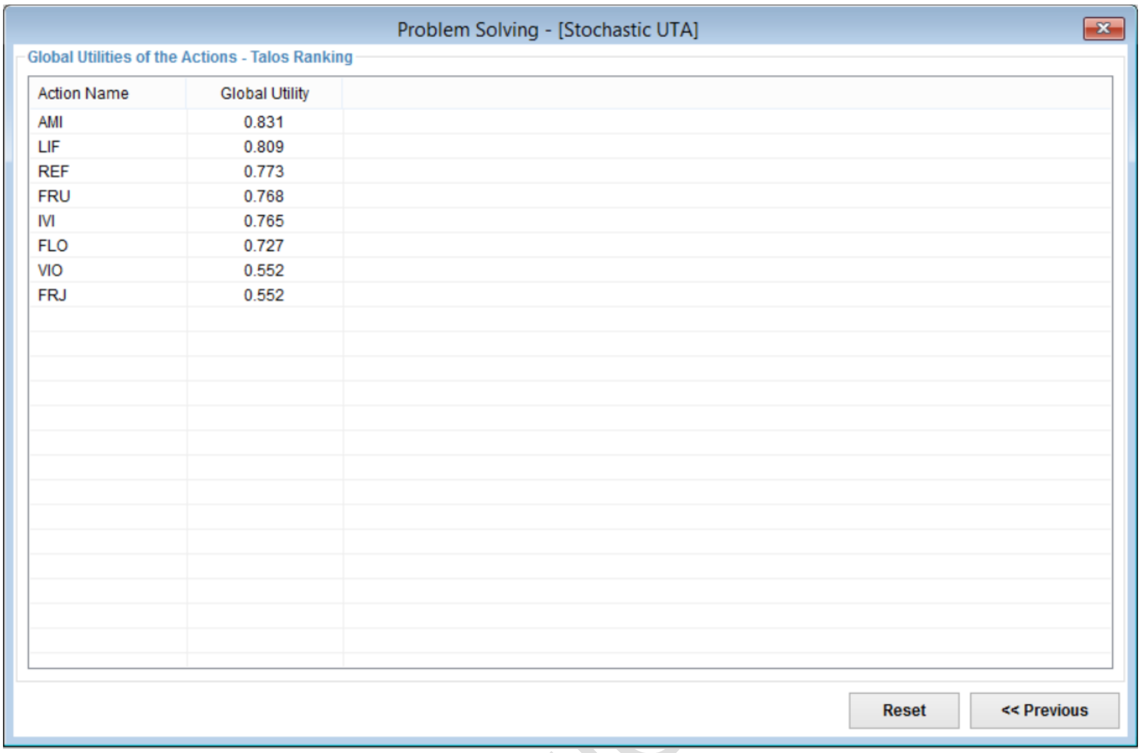


Εικόνα 7-14: Marginal Utilities B



Εικόνα 7-15: Marginal Utilities C (Κανονικοποιημένες στη μονάδα)

Αφού γίνει accepted το μοντέλο απόφασης, η τελευταία φόρμα δείχνει την ολική χρησιμότητα όλων των εναλλακτικών δράσεων.



Action Name	Global Utility
AMI	0.831
LIF	0.809
REF	0.773
FRU	0.768
IVI	0.765
FLO	0.727
VIO	0.552
FRJ	0.552

Εικόνα 7-16: Επέκταση Αξιολόγησης Δράσεων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8ο : ΜΙΑ ΠΙΛΟΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

8.1 Παρουσίαση του Προβλήματος

Σύμφωνα με μια σειρά περιβαλλοντικών κανόνων που έχουν γίνει αποδεκτές από την Γαλλική Δημοκρατία, για να κατασκευαστεί ένας νέος δρόμος, θα πρέπει πρώτα να έχει γίνει περιβαλλοντική μελέτη για τις επιπτώσεις που θα έχει η νέα χάραξη στο τοπικό περιβάλλον. Για να γίνει σωστή περιβαλλοντική μελέτη, οι αναλυτές του προβλήματος (Marchet & Siskos), χώρισαν την περιοχή ανάμεσα στις δυο πόλεις σε 58 ομοιογενείς ζώνες, όπως φαίνεται στην εικόνα 8.1. Κάθε εναλλακτική διαδρομή ανάμεσα στις δυο αυτές πόλεις, αποτελείται από ένα σύνολο ζωνών. Συνολικά μετρήθηκαν 4040 εναλλακτικές διαδρομές.

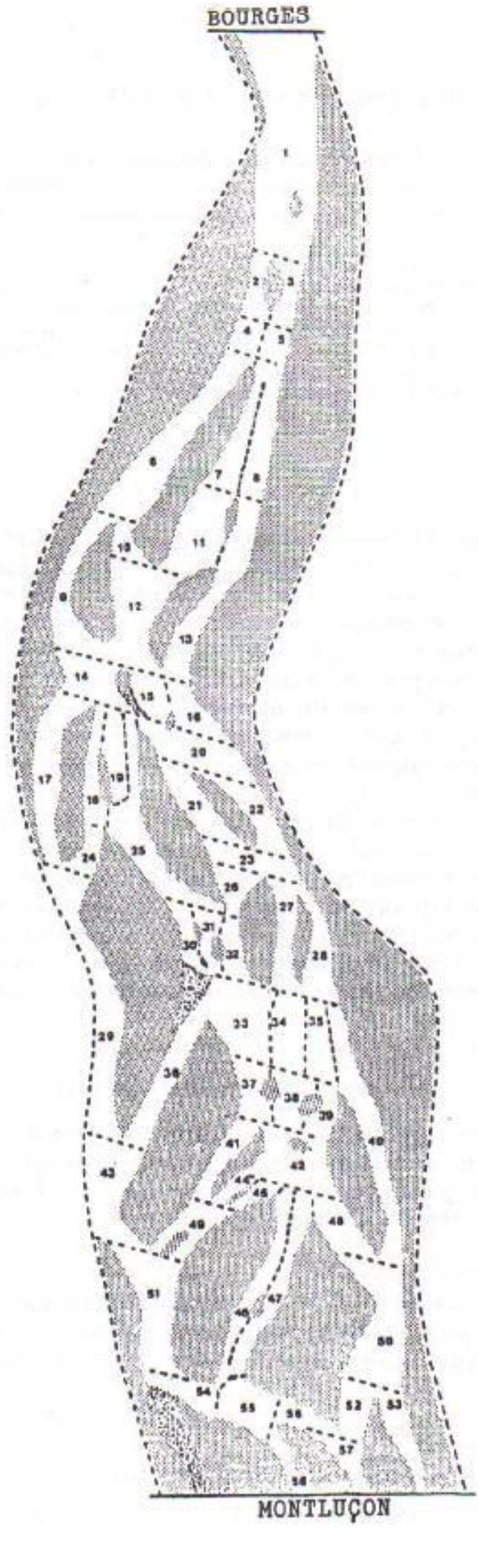
Τα κριτήρια με βάση τα οποία θα αξιολογηθούν οι εναλλακτικές διαδρομές, όπως τα όρισαν οι ειδικοί, παρουσιάζονται παρακάτω:

- **Human Occupation** (Ανθρώπινη δραστηριότητα): Αναφέρεται στις ανθρώπινες δραστηριότητες που έχουν σχέση με το περιβάλλον (π.χ. γραμμές μεταφορών, κτηριακά συγκροτήματα κλπ).
- **Protection of the natural environment** (Προστασία του φυσικού περιβάλλοντος): Για παράδειγμα επιφανειακά νερά, χλωρίδα, πανίδα, κλπ.
- **Production** (Παραγωγή): Η παραγωγή αγροτικών προϊόντων και ξυλείας.
- **Landscape** (Τοπίο): Ένα κριτήριο που αφορά ζώνες οι οποίες έχουν ιδιαίτερη ευαισθησία ή προσελκύουν τουρίστες.

Στη συνέχεια οι ειδικοί εκτίμησαν κάθε ζώνη με βάση τα κριτήρια χρησιμοποιώντας την παρακάτω ποιοτική κλίμακα:

+++++:	πολύ ευαίσθητο περιβάλλον
++++:	ευαίσθητο περιβάλλον
+++:	αρκετά ευαίσθητο περιβάλλον
++:	λίγο ευαίσθητο περιβάλλον
+:	πολύ λίγο ευαίσθητο περιβάλλον
0:	μη ευαίσθητο περιβάλλον

Για να μπορέσουν οι ειδικοί να εκτιμήσουν τις συναρτήσεις χρησιμότητας των τεσσάρων κριτηρίων, και κατά συνέπεια να υπολογίσουν τις ολικές χρησιμότητες των εναλλακτικών διαδρομών, δημιούργησαν επτά υποθετικές διαδρομές τις οποίες κατέταξαν με βάση την περιβαλλοντική καταστροφή που θα προκαλούσαν (από την καλύτερη στη χειρότερη).



Εικόνα 8-1: Χάρτης της περιοχής

Οι επτά υποθετικές εναλλακτικές διαδρομές παρουσιάζονται στον πίνακα 8.1:

Πίνακας 8.1: Υποθετικές εναλλακτικές διαδρομές

Τίτλος	Διαδρομή
u_1	1-3-5-7-11-12-15-20-21-23-26-32-33-37-41-49-51-54-55-58
u_2	1-2-4-7-11-12-15-20-21-23-26-32-33-37-41-49-51-54-55-58
u_3	1-3-5-7-11-12-15-20-21-23-27-33-37-41-49-51-54-55-58
u_4	1-3-5-7-11-12-15-20-21-23-26-32-33-37-42-45-49-51-54-55-58
u_5	1-3-5-7-11-12-15-20-21-23-24-32-33-37-42-46-55-58
u_6	1-3-5-7-11-12-14-25-32-33-37-41-49-51-54-55-58
u_7	1-3-5-6-9-15-20-21-23-26-32-33-37-41-49-51-54-55-58

Στη συνέχεια ακολουθεί η μοντελοποίηση του παραπάνω προβλήματος και η εισαγωγή του στο σύστημα Τάλως. Το σύστημα Τάλως χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Stochastic UTA θα υπολογίσει τις συναρτήσεις χρησιμότητας των κριτηρίων, και έτσι οι αναλυτές θα έχουν τη δυνατότητα να κατατάξουν τις εναλλακτικές διαδρομές του προβλήματος και να επιλέξουν την καλύτερη.

8.2 Εισαγωγή των Δεδομένων

Παρακάτω παρουσιάζονται τα δεδομένα που θα εισαχθούν στο σύστημα Τάλως. Το σύστημα Τάλως θα μας επιστέψει τις συναρτήσεις χρησιμότητας των κριτηρίων και στη συνέχεια ο αναλυτής θα μπορέσει να εκτιμήσει τις ολικές χρησιμότητες όλων των εναλλακτικών διαδρομών και να επιλέξει την καλύτερη.

Στον πίνακα 8.2 παρουσιάζονται τα κριτήρια, στον πίνακα 8.3 παρουσιάζονται οι υποθετικές δράσεις και στον πίνακα 8.4 παρουσιάζεται η κατάταξη των δράσεων του προβλήματος.

Πίνακας 8.2: Κριτήρια

Κριτήριο	Τύπος	Αριθμός εκτιμώμενων σημείων
Human occupation	Ποιοτικό	6 {+++++,++++,+++,++,+,0}
Protection of the natural environment	Ποιοτικό	6 {+++++,++++,+++,++,+,0}
Production	Ποιοτικό	6 {+++++,++++,+++,++,+,0}
Landscape	Ποιοτικό	6 {+++++,++++,+++,++,+,0}

Πίνακας 8.3: Υποθετικές διαδρομές

Δράση	Κατανομή πιθανοτήτων			
	Human occupation	Protection of the natural environment	Production	Landscape
u_1	{0, 0, 0,2, 0,425, 0,275, 0,1}	{0, 0, 0,225, 0,325, 0,2, 0,25}	{0, 0,15, 0,325, 0,175, 0,1, 0,25}	{0, 0,05, 0,4, 0,35, 0,1, 0,1}
u_2	{0, 0, 0,2, 0,425, 0,275, 0,1}	{0, 0,05, 0,225, 0,3, 0,175, 0,25}	{0, 0,15, 0,325, 0,175, 0,1, 0,25}	{0, 0,05, 0,1, 0,3, 0,1, 0,15}
u_3	{0, 0, 0,158, 0,421, 0,316, 0,105}	{0, 0, 0,237, 0,343, 0,21, 0,21}	{0, 0,158, 0,318, 0,156, 0,105, 0,263}	{0, 0,079, 0,395, 0,368, 0,105, 0,053}

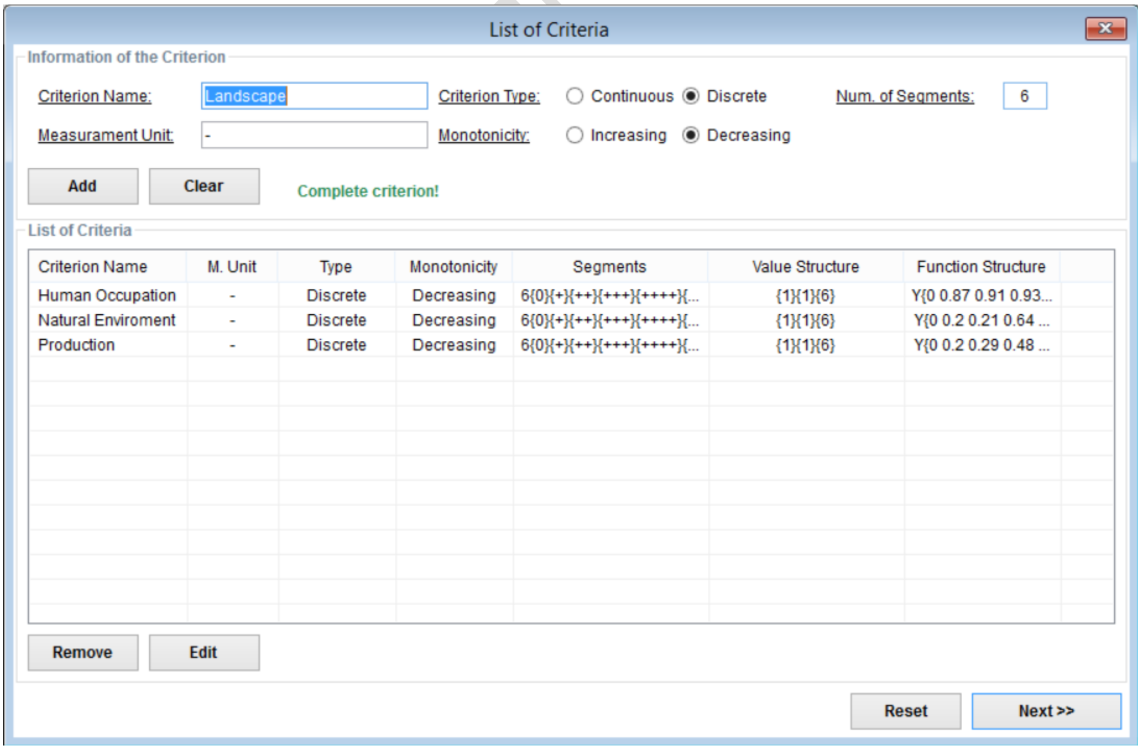
u_4	{0, 0,191, 0,452, 0,262, 0,095, 0}	{0, 0, 0,214, 0,334, 0,214, 0,238}	{0, 0,143, 0,286, 0,143, 0,19, 0,238}	{0, 0,048, 0,429, 0,357, 0,071, 0,095, 0,053}
u_5	{0, 0, 0,167, 0,417, 0,305, 0,111}	{0, 0,028, 0,278, 0,278, 0,194, 0,222}	{0, 0,167, 0,333, 0,139, 0,167, 0,194}	{0, 0,056, 0,444, 0,389, 0, 0,111}
u_6	{0, 0, 0,235, 0,471, 0,235, 0,059}	{0, 0,059, 0,206, 0,324, 0,235, 0,176}	{0, 0,176, 0,294, 0,118, 0,294}	{0, 0, 0,353, 0,353, 0,235, 0,059}
u_7	{0, 0, 0,263, 0,421, 0,211, 0,105}	{0, 0,105, 0,132, 0,29, 0,21, 0,263}	{0, 0,158, 0,237, 0,105, 0,263}	{0, 0,052, 0,369, 0,369, 0,105, 0,105}

Πίνακας 8.4: Κατάταξη υποθετικών διαδρομών

Δράση	Κατάταξη
u_1	1
u_2	2
u_3	3
u_4	4
u_5	5
u_6	6
u_7	7

Τα δεδομένα των πινάκων 8.2 – 8.4 εισάγονται στο σύστημα Τάλως και στη συνέχεια επιλύεται το πρόβλημα.

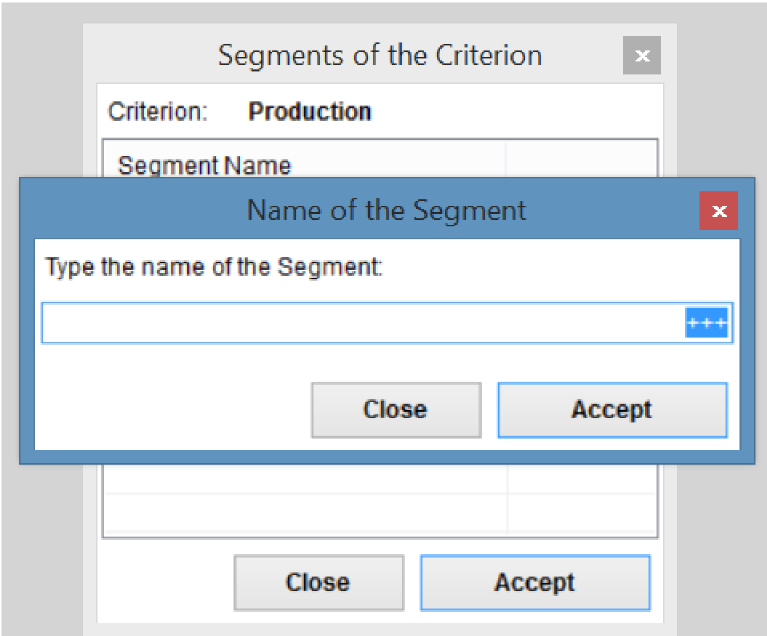
8.3 Προσθήκη Κριτηρίων



Εικόνα 8-2: Φόρμα προσθήκης κριτηρίων

Ακολουθώντας την διαδικασία που φαίνεται στην Εικόνα 8.2, προστίθενται όλα τα κριτήρια του προβλήματος. Για να προστεθεί ένα κριτήριο, ο χρήστης θα πρέπει να πληκτρολογήσει το όνομα του κριτηρίου στο πεδίο «Criterion name». Ακολουθεί η επιλογή της μονάδας μέτρησης «Measurement unit», ο τύπος «Criterion Type» και το πρόσημο «Monotonicity». Τέλος, ορίζεται ο αριθμός των εκτιμώμενων σημείων.

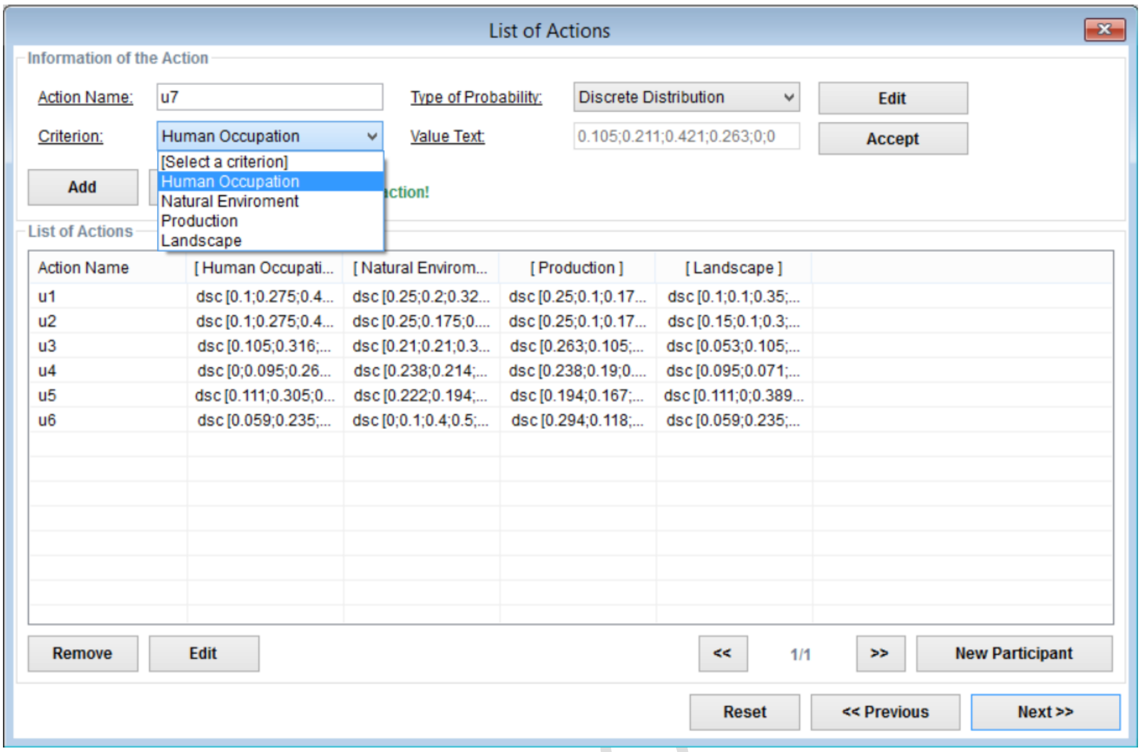
Στη συνέχεια, και αφού έχει προστεθεί το κριτήριο στη λίστα κριτηρίων, κάνοντας διπλό κλικ αλλάζουμε τους τίτλους των εκτιμώμενων σημείων του κάθε κριτηρίου από τα προεπιλεγμένα σε αυτά που επιθυμούμε (όπως φαίνεται στην εικόνα 8.3).



Εικόνα 8-3: Παράθυρο διαλόγου αλλαγής των τίτλων εκτιμώμενων σημείων του κριτηρίου

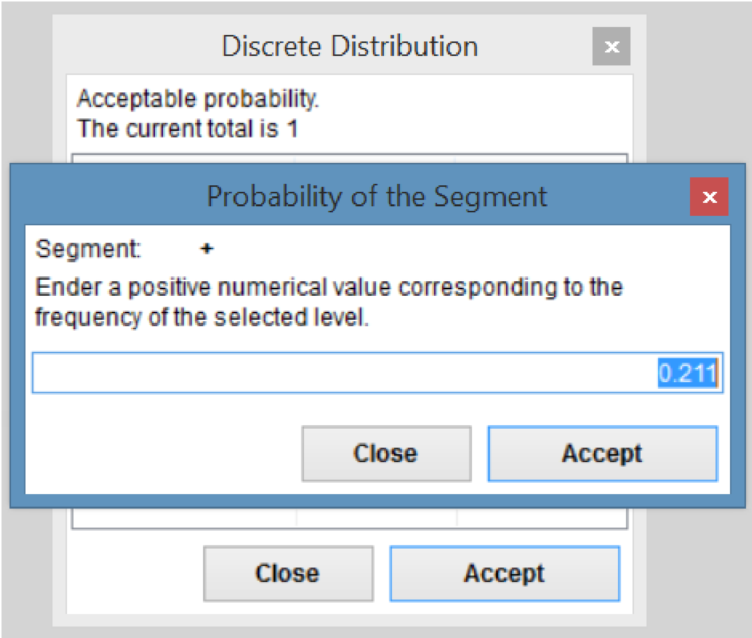
Στη συνέχεια πατώντας κλικ στο κουμπί «Next», περνάμε στο δεύτερο βήμα της διαδικασίας ορισμού των παραμέτρων του προβλήματος.

8.4 Προσθήκη Δράσεων



Εικόνα 8-4: Φόρμα προσθήκης δράσεων

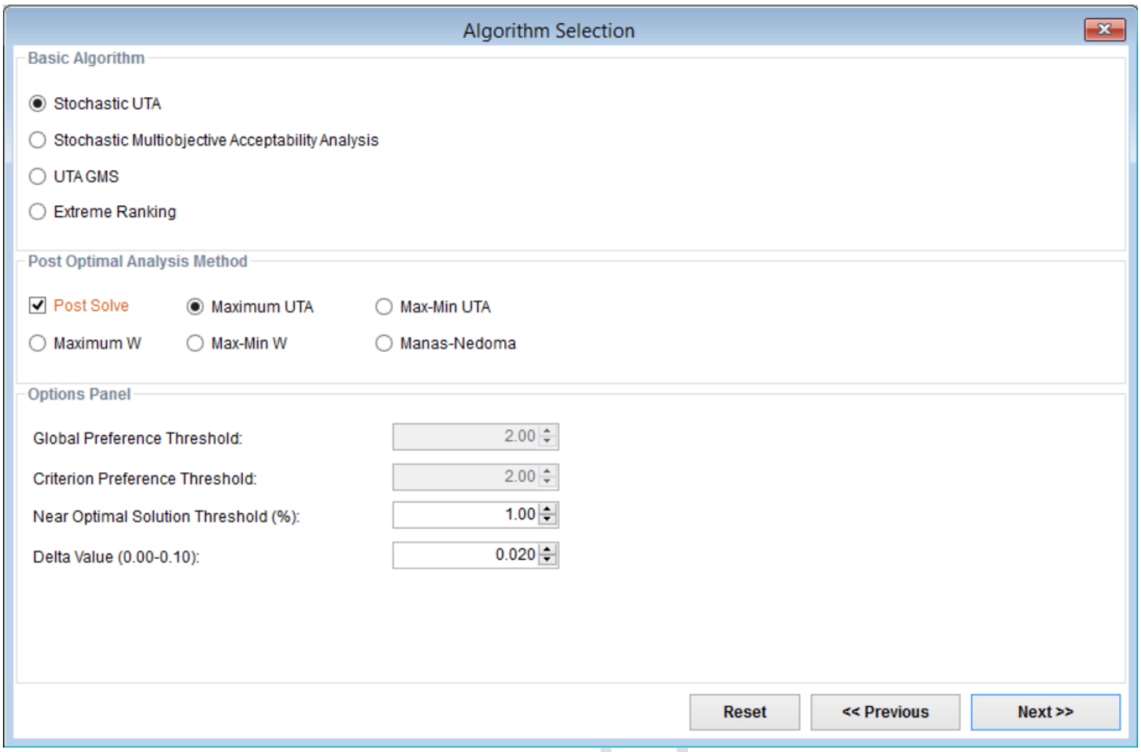
Ακολουθώντας την διαδικασία που φαίνεται στην εικόνα 8.4, προστίθενται όλες οι δράσεις του προβλήματος. Για να προστεθεί μια δράση ο χρήστης θα πρέπει να πληκτρολογήσει το όνομα της δράσης στο πεδίο «Action name». Στη συνέχεια, επιλέγοντας από τη λίστα κριτηρίων («Criterion») κάθε ένα κριτήριο θα πρέπει να ορισθεί ο τύπος της κατανομής («Type of probability») για τις πιθανότητες των εκτιμώμενων σημείων του κριτηρίου. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα επιλέγεται ο τύπος «Discrete distribution». Στην εικόνα 8.5 φαίνεται ο τρόπος ορισμού των πιθανοτήτων των εκτιμώμενων σημείων με βάση της κατανομή «Discrete distribution».



Εικόνα 8-5: Παράθυρο διαλόγου ορισμού των πιθανοτήτων για τα εκτιμώμενα σημεία του κριτηρίου

Στη συνέχεια πατώντας κλικ στο κουμπί «Next», περνάμε στο τρίτο βήμα της διαδικασίας ορισμού των παραμέτρων του προβλήματος.

8.5 Επιλογή Αλγορίθμου



Εικόνα 8-6: Επιλογή Αλγορίθμου

Στο βήμα αυτό γίνεται η επιλογή των αλγορίθμων που θα λύσουν το πρόβλημα. Οι αλγόριθμοι χωρίζονται σε βασικούς και σε αλγορίθμους μεταβελτιστοποίησης.

Ως βασικοί αλγόριθμοι έχουν επιλεγεί οι:

- Stochastic UTA,
- Stochastic Multiobjective Acceptability Analysis (SMAA)
- UTA GMS
- Extreme Ranking.

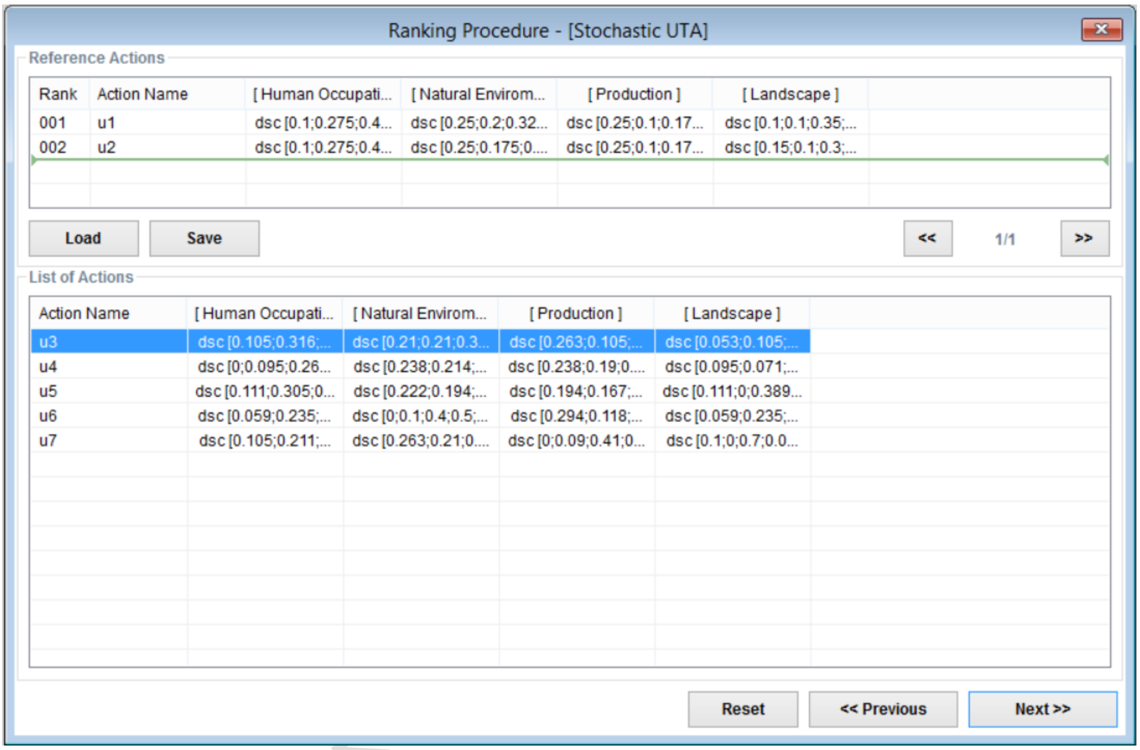
Όταν επιλεγεί η μέθοδος Stochastic UTA υπάρχει η δυνατότητα εύρεσης μεταβέλτιστων λύσεων με μια από τις παρακάτω μεθόδους:

- Maximum UTA
- Max-Min UTA
- Maximum W
- Max-Min W
- Manas-Nedoma

Η μέθοδος Stochastic Multiobjective Acceptability Analysis κάνει ανάλυση μεταβελτιστοποίησης με τη μέθοδο Manas-Nedoma.

Η μέθοδος SMAA δε χρειάζεται κατάταξη δράσεων, και μετεφέρεται κατευθείαν στα αποτελέσματα πατώντας το κουμπί Next.

8.6 Κατάταξη Δράσεων



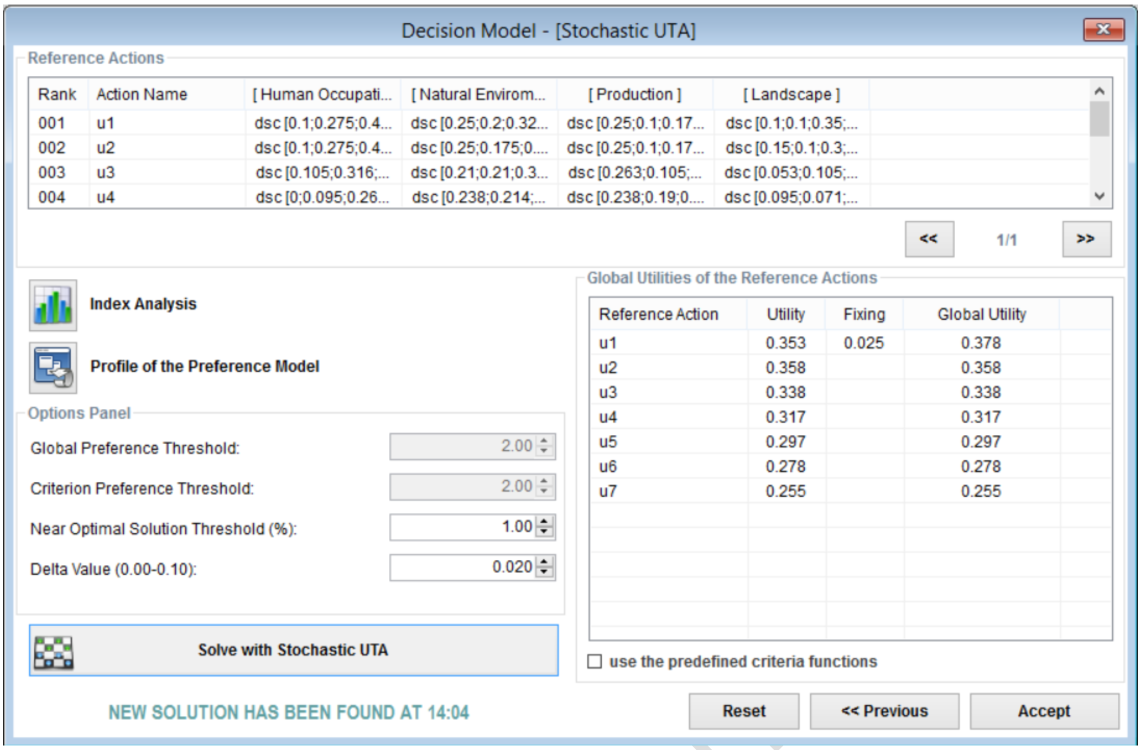
Εικόνα 8-7: Φόρμα κατάταξης δράσεων

Για να γίνει η κατάταξη των δράσεων, ο χρήστης θα πρέπει να κάνει drag ‘n’ drop σε κάθε μια δράση.

Στη συνέχεια πατώντας κλικ στο κουμπί «Next», περνάμε στο πέμπτο βήμα της διαδικασίας ορισμού των παραμέτρων του προβλήματος.

8.7 Επιλογή Μοντέλου Απόφασης

Αφού εισήχθησαν τα δεδομένα του προβλήματος στο σύστημα, ο χρήστης μπορεί να προχωρήσει στην επίλυση αυτού. Η εικόνα παρακάτω δείχνει την τελική φόρμα στην οποία παρουσιάζονται όλα τα στοιχεία του προβλήματος.

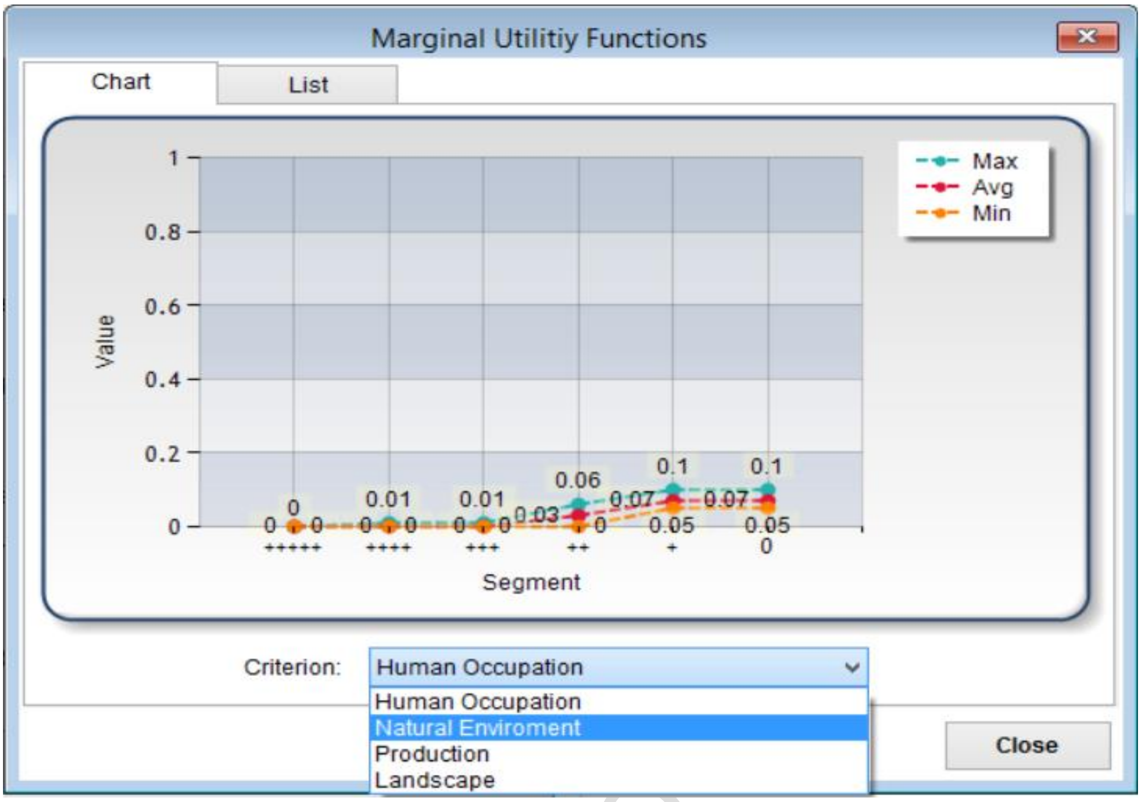


Εικόνα 8-8: Επιλογή Μοντέλου Απόφασης

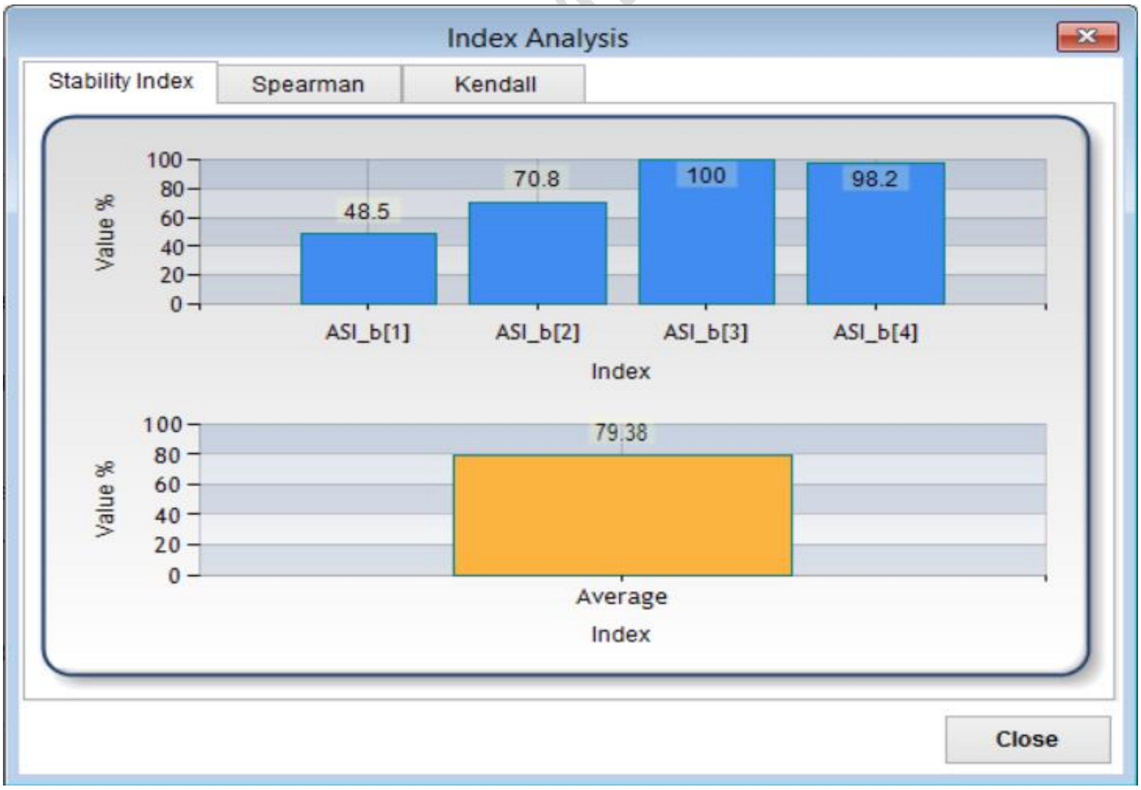
Για να επιλυθεί το πρόβλημα, ο χρήστης θα πρέπει να πατήσει το κουμπί «Solve» (δ = 0.02, k = 1%). Οι συναρτήσεις χρησιμότητας των κριτηρίων παρουσιάζονται στην εικόνα 8.8.

Στη μέθοδο Stochastic UTA εμφανίζονται τα κουμπιά Index Analysis και Profile of the Preference Model.

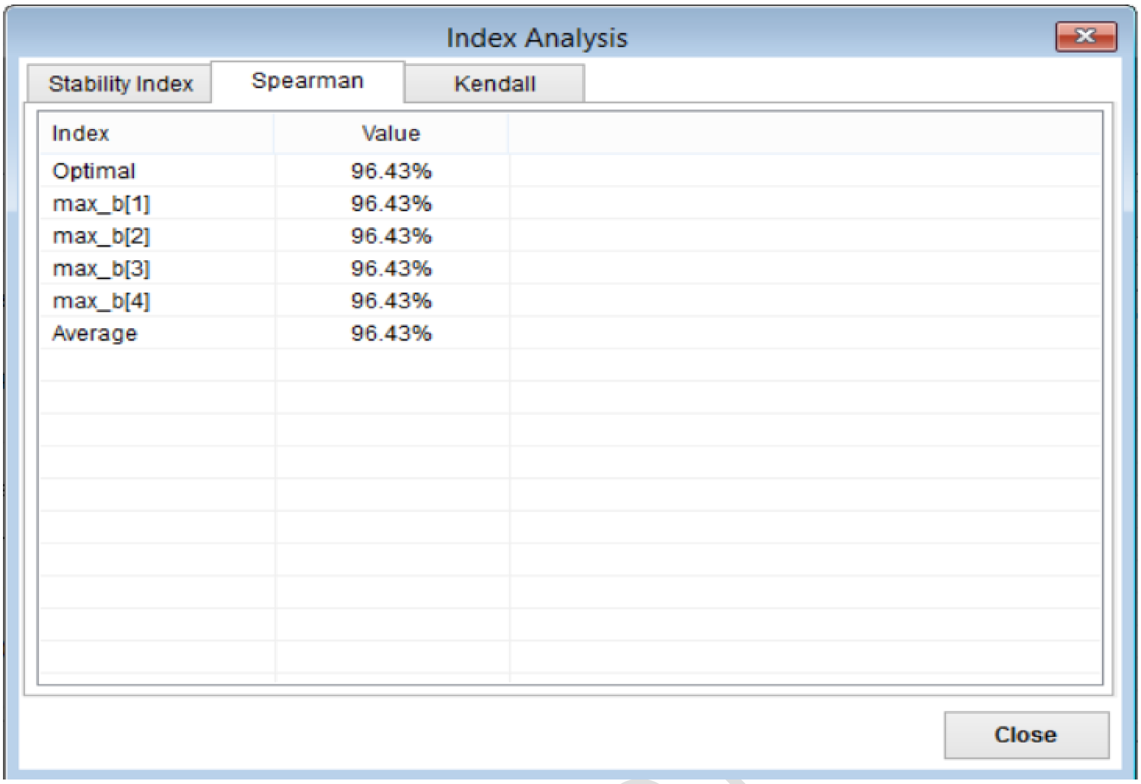
Το Index Analysis, προβάλει αντίστοιχη φόρμα με τους δείκτες Stability Index, Spearman και Ταu του Kendall.



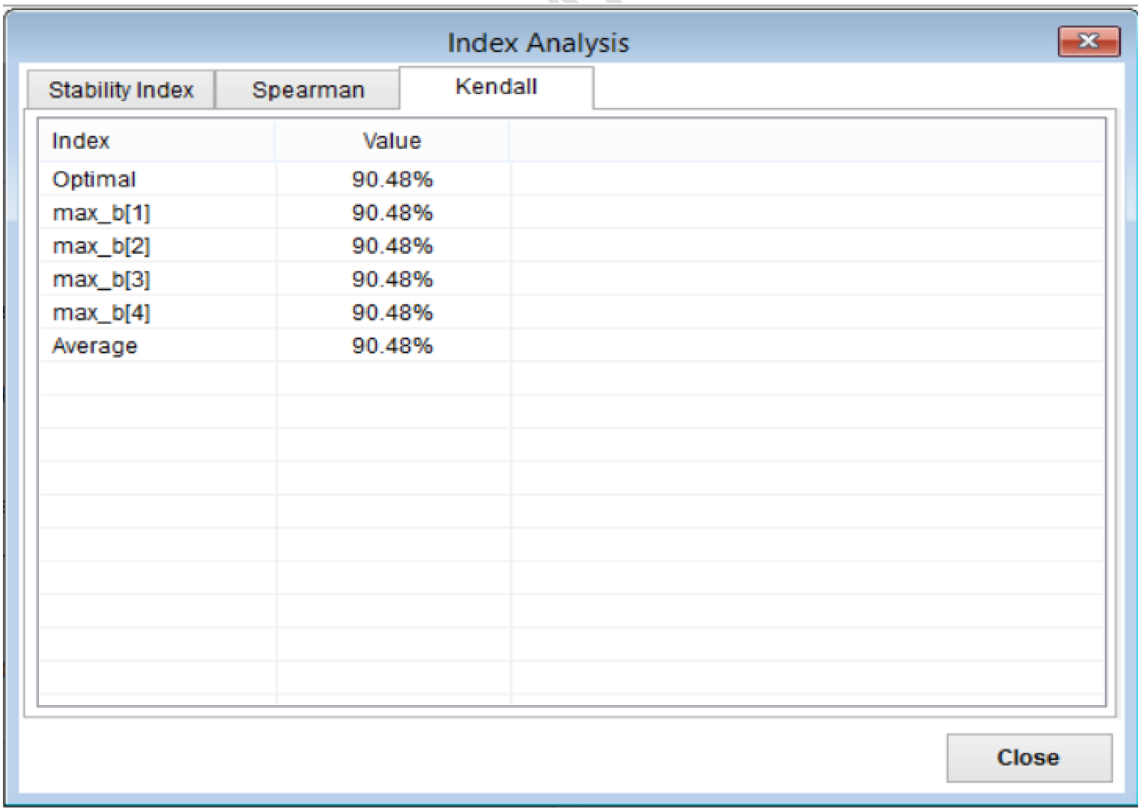
Εικόνα 8-9: Συναρτήσεις χρησιμότητας των κριτηρίων



Εικόνα 8-10: Stability Index

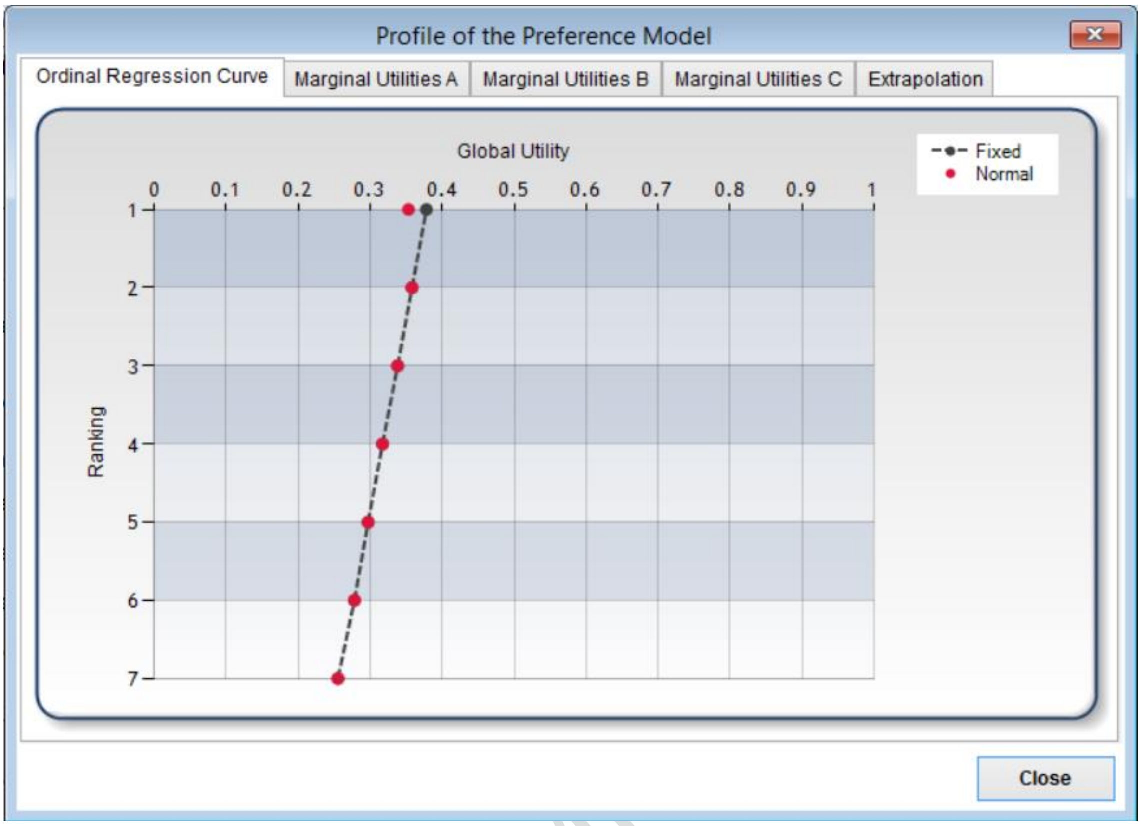


Εικόνα 8-11: Spearman Index

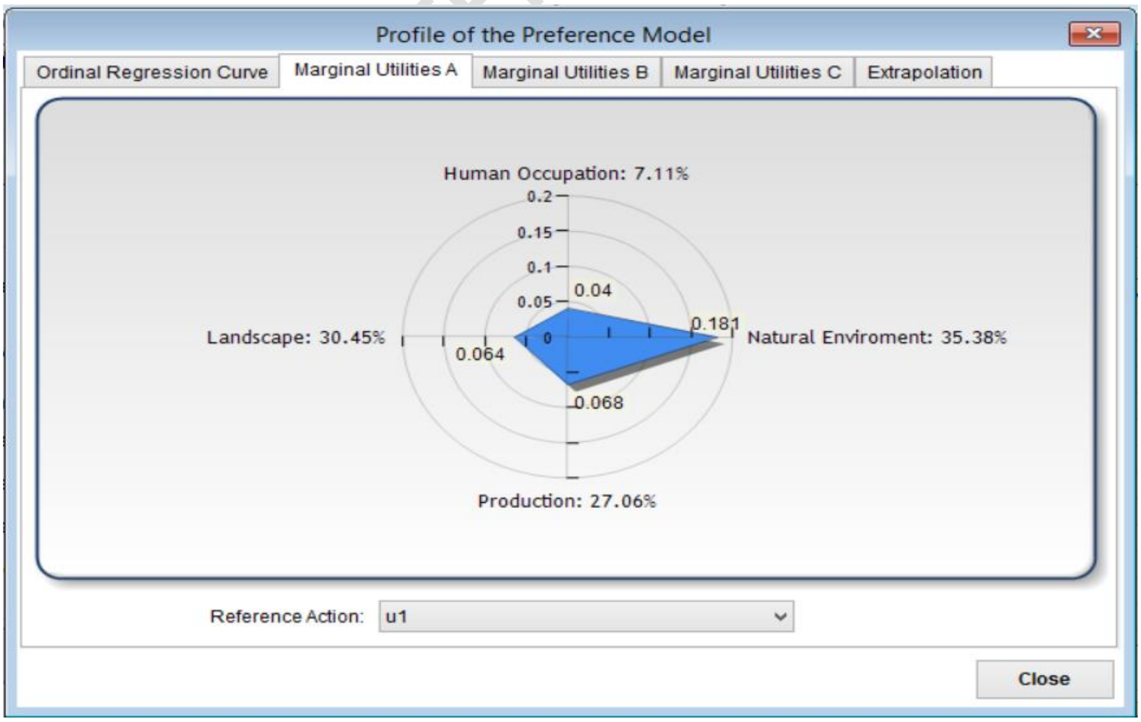


Εικόνα 8-12: Kendall's τ Index

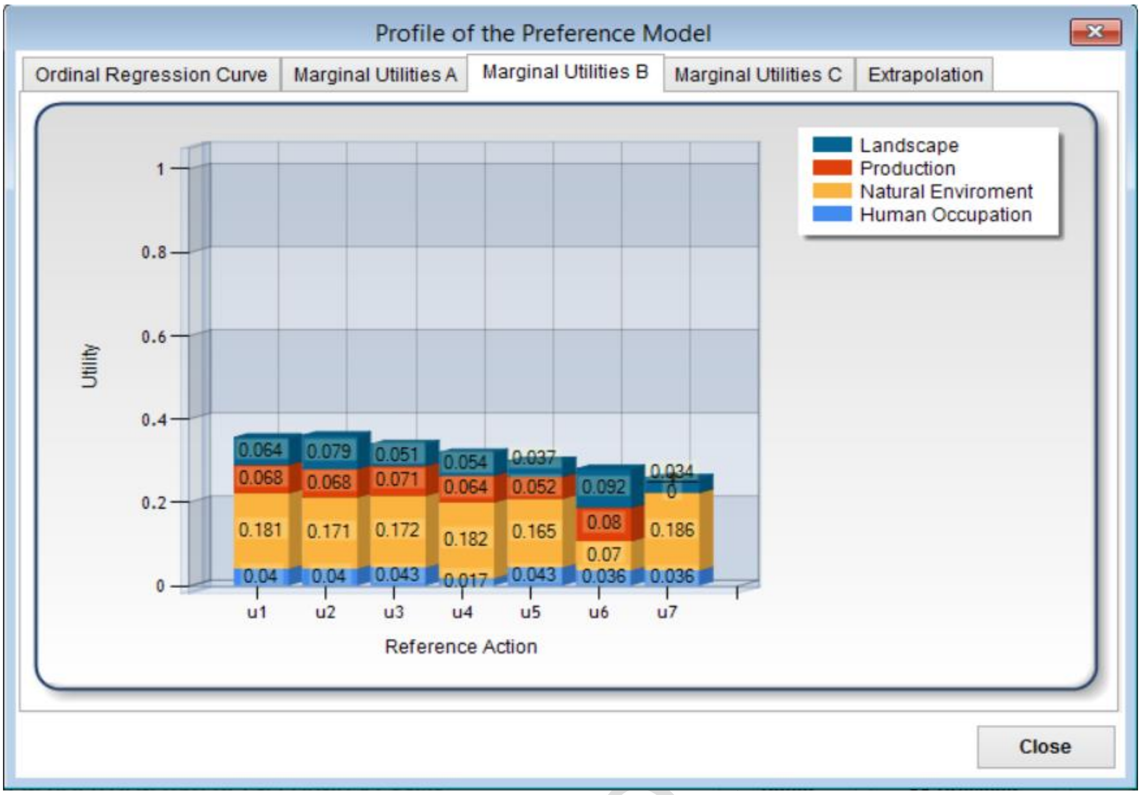
Το Profile of the Preference Model, προβάλει το μοντέλο απόφασης του αποφασίζοντα.



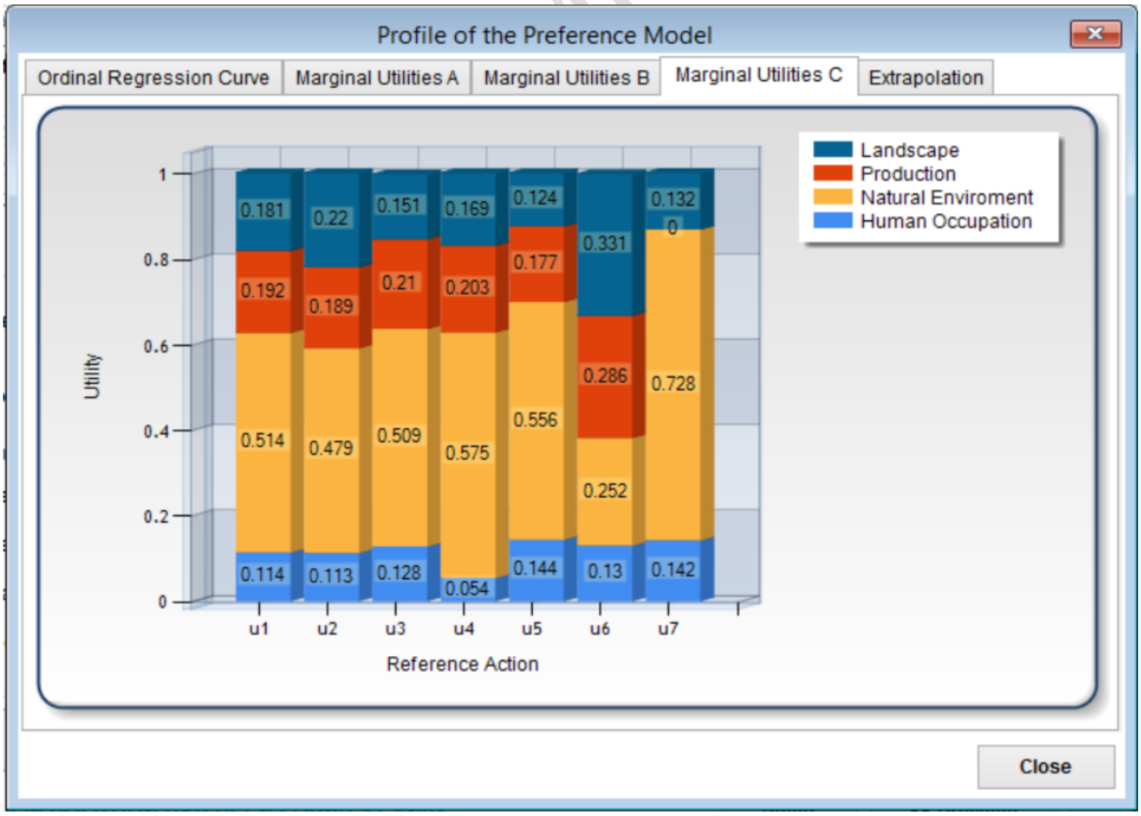
Εικόνα 8-13: Ordinal Regression Curve



Εικόνα 8-14: Marginal Utilities A (Radar Chart)

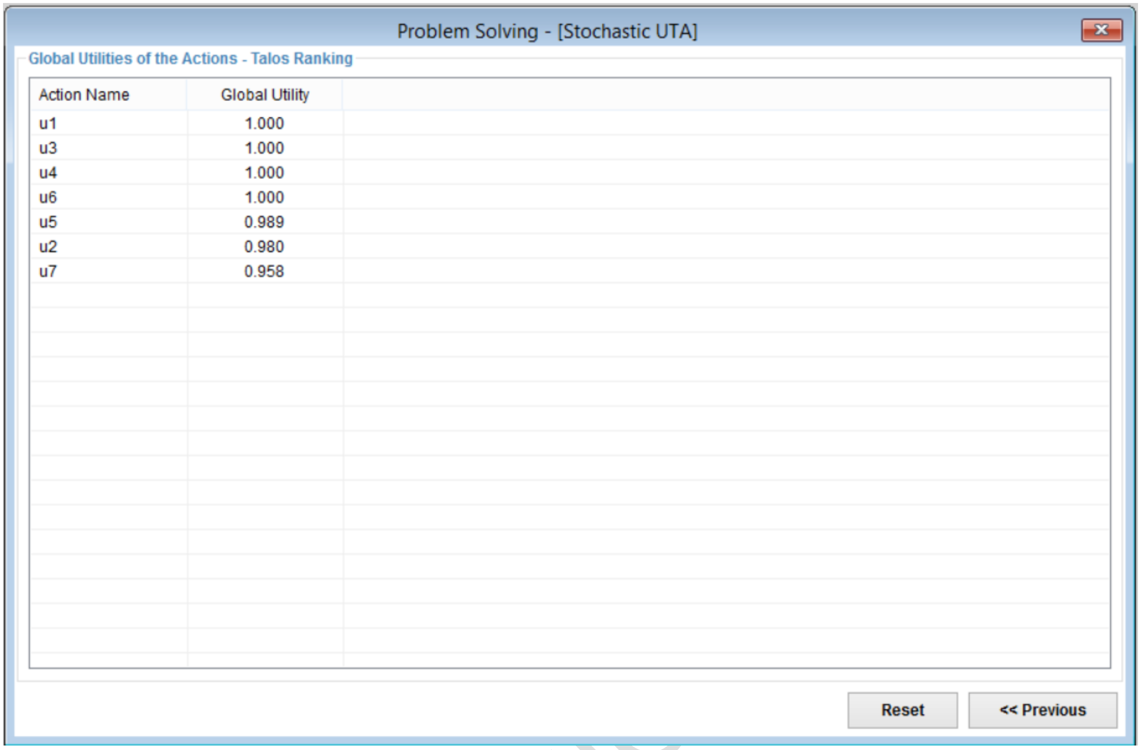


Εικόνα 8-15: Marginal Utilities B



Εικόνα 8-16: Marginal Utilities C (Κανονικοποιημένες στη μονάδα)

Αφού γίνει accepted το μοντέλο απόφασης, η τελευταία φόρμα δείχνει την ολική χρησιμότητα όλων των εναλλακτικών δράσεων.



Εικόνα 8-17: Επέκταση Αξιολόγησης Δράσεων

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΒΕΛΤΙΩΣΕΙΣ

Η εφαρμογή λογισμικού που αναπτύξαμε μπορεί να αποτελέσει ένα πολύ ισχυρό εργαλείο υποστήριξης του αναλυτή ή του αποφασίζοντα κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων υπό αβεβαιότητα.

Δημιουργήσαμε μια εύχρηστη εφαρμογή έτσι ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί και από άτομα που μπορεί να μην έχουν εξειδικευμένες γνώσεις του αντικειμένου. Σε όλα τα στάδια της μοντελοποίησης του προβλήματος, υπάρχουν αυτοματοποιημένου έλεγχοι αν η διαδικασία προχωράει σωστά. Σε αντίθετη περίπτωση, εμφανίζονται μηνύματα (message boxes ή κείμενα πάνω στην εφαρμογή) που προειδοποιούν το χρηστή για το λάθος του και του δίνουν οδηγίες για το τι πρέπει να κάνει για να μπορεί να προχωρήσει.

Υπάρχει η δυνατότητα αποθήκευσης και φόρτωσης προβλημάτων που έχουν δημιουργηθεί στην εφαρμογή καθώς επίσης και η δυνατότητα αποθήκευσης και φόρτωσης σετ με κριτήρια.

Οι γραφικές παραστάσεις για την προβολή των κατανομών πιθανοτήτων των κριτηρίων στις δράσεις καθώς και οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων αξιών των κριτηρίων δίνουν μια πολύ καλή δυνατότητα στο χρήστη να κατανοήσει πλήρως το πρόβλημα και τη λύση αυτού.

Τα παράθυρα διαλόγου με τα γραμμικά προγράμματα καθώς και των τιμών που αυτά επιστέφουν ουσιαστικά προβάλλουν στο χρήστη τις εσωτερικές πράξεις που κάνει η εφαρμογή επιλύονται μέχρι την τελική λύση. Επίσης, υπάρχει πλήρης προβολή των βημάτων της στοχαστικής UTA (προσθετικές συναρτήσεις αξιών, μεταφορές, υπεροχές) για να μπορεί ο χρήστης να κατανοεί τη διαδικασία που ακολουθεί η μέθοδος για την επίλυση προβλημάτων υπό αβεβαιότητα.

Υπάρχει η δυνατότητα αποθήκευσης της λύσης σε ένα αρχείο Excel για οποιαδήποτε άλλη χρήση επιθυμεί ο χρήστης.

Τέλος, έχουν ενσωματωθεί στην εφαρμογή δυο solver (MPS Solver, LP Solver) για εξωτερική χρήση για να μπορεί να γίνεται επίλυση γραμμικών προγραμμάτων εκτός της αυτόματης λύσης που κάνει η εφαρμογή.

Στα μελλοντικά σχέδια είναι η δημιουργία ενός ευρύτερου συστήματος υποστήριξης αποφάσεων το οποίο θα χρησιμοποιεί και άλλες μεθόδους επίλυσης προβλημάτων. Σκοπός είναι να ενσωματωθούν και άλλες παραλλαγές της μεθόδου UTA όπως επίσης και μέθοδοι τύπου ELECTRE.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική Βιβλιογραφία

- Ε. Γρηγορούδης, Γ. Σίσκος, Ν.Φ. Ματσατσίνης. Η αναλυτική-συνθετική προσέγγιση και οι μέθοδοι UTA. 1η συνάντηση πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων.
- Γρηγορούδης, Ε., Σίσκος, Ι., 2000. Ποιότητα Υπηρεσιών και Μέτρηση Ικανοποίησης του Πελάτη, Αθήνα.
- Δημητριάδης Α., 2007. Διοίκηση – Διαχείρηση Πληροφοριακών Συστημάτων, Αθήνα.
- Α. Δημητριάδης, Χ. Κοίλιας, Α. Κώστας. Οι Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνίας στη Σύγχρονη Επιχείρηση. 2η Έκδοση. Αθήνα 2005.
- Ευαγγέλου, Χ., 2005. Ολοκλήρωση Συστημάτων Υποστήριξης Ομαδικών Αποφάσεων και Διαχείρισης Οργανωσιακής Γνώσης. Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα.
- Ματσατσίνης,Ν.Φ., 1995. Ένα Έμπειρο Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων Μάρκετινγκ: Μεθοδολογία Υποστήριξης και Ολοκληρωμένη Αρχιτεκτονική. Διδακτορική Διατριβή, Χανιά.
- Ματσατσίνης Ν., 2010. Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων. Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών. Αθήνα
- Μπένος,Β., 1997. Στατιστική Τόμος Α΄ Περιγραφική Στατιστική, Εκδόσεις Σταμούλη, Πειραιάς
- Ξηρόκωστας Δημήτρης, Επιχειρησιακή Έρευνα, Αθήνα, 1991.
- Παπαϊωάννου,Τ., Λουκά,Σ., 1990. Εισαγωγή στη Στατιστική, Ιωάννινα
- Σίσκος Ι., 2008. Μοντέλα αποφάσεων, Αθήνα.
- Σίσκος Ι., 2002. Γραμμικός Προγραμματισμός, Αθήνα.
- Σπυριδάκος Α. (1996). Ένα ολοκληρωμένο ευφυές και αλληλεπιδραστικό πολυκριτήριο σύστημα υποστήριξης αποφάσεων, Διδακτορική Διατριβή, Πολυτεχνίο Κρήτης, Χανιά
- Σίσκος, Ι., 2001. Συμπληρωματικές Σημειώσεις Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων, Πειραιάς.
- Τσότσολας Ν. 2009. Αλγόριθμοι Μεταβελτιστοποίησης σε Γραμμικά Συστήματα: Εφαρμογή στα Συστήματα Ποιότητα, Διδακτορική Διατριβή, Πειραιάς.

Ξένη Βιβλιογραφία

- Alter S. 1977. A taxonomy of decision support systems., Management Review, vol. 19, no. 1, (39-56).
- Alter L 1980. Decsion Support Sytems: Current practicies and continuing challenges, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts.
- Amani,O., 1977. Finding all extreme points and extremerays of a convex polyhedral set. Ekonomicko-Matematicky, 3, 331-342.
- Anestis, G., Grigoroudis, E., Krassadaki, E, Matsatsinis, N., Siskos, Y., Skills Evaluator : A multicriteria decision support system for the evaluation of qualifications and skills in information technology, Chania.
- D' Avignon G.R. and PH. Vincke (1988).
- Barnette,D. W., 1971. The Minimum Number of Vertices of a Simple Polytope. Israel J. Math, X, 121-125.
- Beuthe, M., Eeckhoudt, L., & Scannella G., 2000. A practical multicriteria methodology for assesing risky public investments. Socio-Economic Planning Sciences, 34, 121-139
- Beuthe,M., Scannella,G., 1996. Applications comparées des méthodes d'analyse multicritère UTA. . R.A.I.R.O. Operations Research , 30 (3), 293-315.
- Beuthe,M., Scannella,G., 2001. Comparative analysis of UTA multicriteria methods. European Journal of Operational Research, 130 (2), 246-262.
- Burton,R.O., Gidley,J.S., Baker,B.S., Reda-Wilson K.J., 1987. Nearly Optimal Linear Programming Solutions: Some Conceptual Issues and a Farm Management Application. American Journal of Agricultural Economics, 69 (4, Nov.,1987), 813-818.
- C.A.B. Costa and J-M. Corte and J-C. Vansnick, Multiply Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys. Springer's International Series, Chapter 10 (On the mathematical foundations of MACBETH). United States of America, 2005.
- Charnes,A., 1952. Optimality and Degeneracy in Linear Programming. Econometrica, 20, 160-170.
- Charnes,A., Cooper,W.W., 1961. Management Models and Industrial Applications of Linear Programing, Wiley, New York
- Charnes,A., Cooper,W.W., Henderson,A., 1953. An Introduction to Linear Programming, Wiley, New York
- Despotis,D., Yannacopoulos,D., Zopounidis,C., 1990. A Review of the UTA Multicriteria Method and Some Improvements. Foundation of computing and Decision Science,, 15 (2), 63-76.
- Dipti Deodhare, Shekhar S S, Satwik V, Sangeeta Kumari. AADARSHA – A FlexibleDecision Support System Shell Architecture. 1st Indian International Conference on Artificial Intelligence.

- Donovan J.J., S.E. Madnick, 1977. Institutional and ad-hoc decision support systems and their effective use, Database, vol. 8,no. 3, pp. 79-88.
- J. Figueira, S. Greco, M. Ehrgott. Multiply Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys. Springer's International Series. United States of America, 2005.
- J. Figueira and V. Mouseau and B. Roy, Multiply Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys. Springer's International Series, Chapter 4 (ELECTRE Methods). United States of America, 2005.
- Gerrity,T. P., 1971. The design of man-machine Decision Systems. Sloan Management Review, 12 (2), 59-75.
- Grunbaum,B., 1967. Convex Polytopes, Wiley, New York
- Leonardo Gualano, Paul Young. A Modular Distributed Decision Support System with Data Mining Capabilities
- Hackathorn R.D., P.G.W. Keen, 1981. Organizational strategies for personal computongindecision supportsystems, MIS Quartely, vol. 5, no. 3, pp. 21-27.
- Hattenschwiler P. 1999. Neue Konzepte der Entscheidungunterstutzung, WorkingPaper 99-4, Institute of Informatics, University of Fribourg, March 1999.
- Holsapple C.W. A.B. Whinston, 1996. Decision Support Systems: A knowledge-based approach, West Publishing Company, Minneapolis.
- Hurson C, Siskos Y. A Synergy of Multicriteria Techniques to Assess Additive Value Models. European Journal of Operational Research.
- Ian N.Durbach, Theodor J.Stewart. A comparison of simplified value function approaches for treating uncertainty in multi-criteria decision analysis. Omega. Volume 40, Issue 4, August 2012, pp. 456–464.
- Jacquet-Lagrèze, E., Siskos, Y., 2001. Preference disaggregation: 20 years of MCDA experience. European Journal of Operational Research, 130, (2), 233-245
- Jacquet-Lagrèze, E., Siskos, Y., 2001. Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: The UTA method. European Journal of Operational Research, 10(2): 151-164, 1982
- Greco, S., Ehrgott, M., & Figueira, J. R. (2010). Trends in multiple criteria decision analysis (Vol. 142). Springer Science & Business Media.
- Greco, S., Mousseau, V., & Słowiński, R. (2008). Ordinal regression revisited: Multiple criteria ranking using a set of additive value functions. European Journal of Operational Research, 191(2), 416-436.
- Sprague R.H., E.D. Carlson, 1982. Building effective decision support systems, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- Kaibel, V., Pfetsch, M.E., 2003. Some algorithmic problems in polytope theory. In: Joswig, M., Takayama, N. (ed.). Algebra, Geometry, and Software Systems. Springer-Verlag, 23-47.

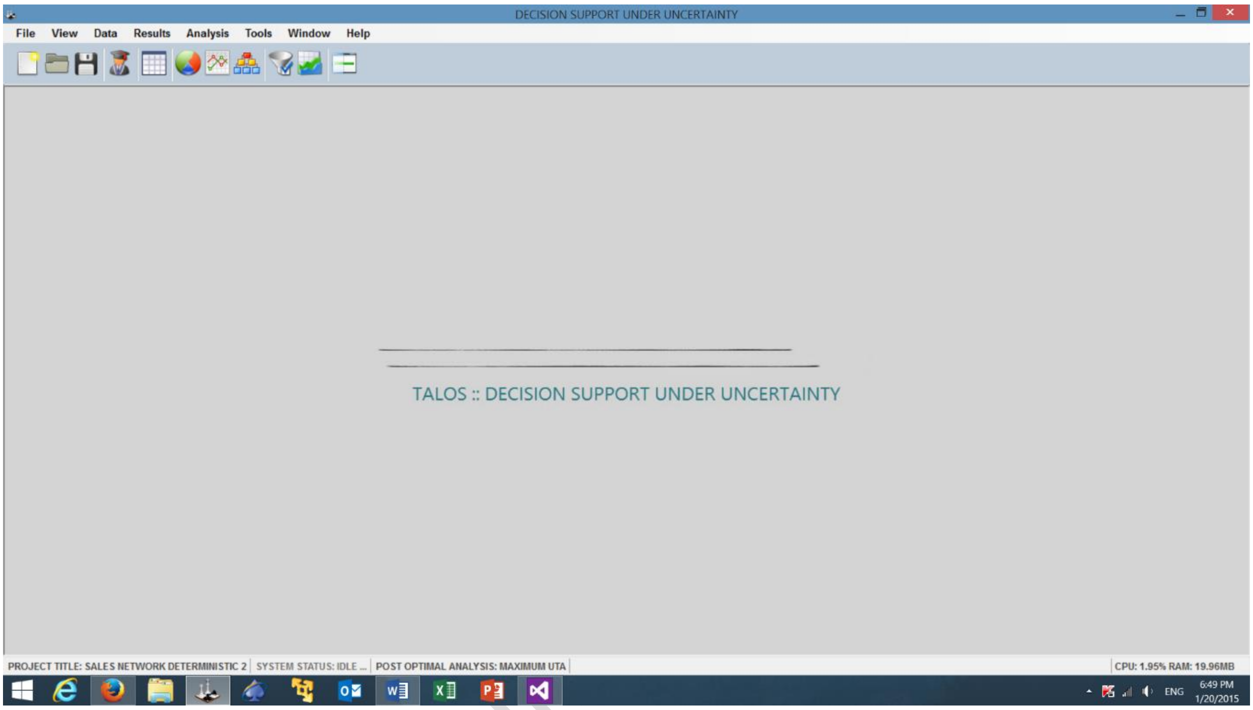
- Keen P.G.E., M.S. Scott-Morton, 1978. Decision Support Systems: An organizational perspective, Reading, MA: Addison-Wesley.
- Keeney, R, L., & Raiffa, H., 1976. Decisions with multiply objectives: Preferences and value tradeoffs. New York: Wiley.
- Khachiyan,L., Boros,E., Borys,K., Elbassioni,K., 2006. Generating all vertices of a polyhedron is hard. In: SODA ’06, January 22-26, Miami.
- Klee,V., 1964. On the Number of Vertices of a Convex Polytope. Canadian Journal of Mathematics, 16, 701-720.
- Lahdelma, R., Hokkanen, J., & Salminen, P. (1998). SMAA-Stochastic multiobjective acceptability analysis. European Journal of Operational Research, 106(1), 137-143.
- Lahdelma, R., & Salminen, P. (2010). Stochastic multicriteria acceptability analysis (SMAA). In Trends in Multiple Criteria Decision Analysis (pp. 285-315). Springer US.
- Manas,M., Nedoma,J., 1968. Finding all Vertices of a Convex Polyedron. Numerische Mathematik, 12, 226-229.
- Mareschal B. (1986)
- Murty,K.G., 1971. Adjacency on Convex Polyhedra. In: SIAM. 377-386 p.
- Matsatsinis,N.F., Siskos,Y., 2003. Intelligent Support Systems for Marketing Decision, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht
- Power D., 2002. Decision Support Systems: Concepts and Resources for Managers, Greenwood Publishing Group.
- Power D.J., 1997. What is a DSS? DsSTAR, The On-Line Excecutive Journal for Data-Intensive Decision Support, Octobег 21, vol. 1, no. 3.
- Provan,J.S., 1994. Efficient enumeration of the vertices of polyhedra associated with network LP' s. Mathematical Programming, 63, 47-64.
- Roy, B,. Vincke, P., 1981. Multicriteria analysis: Survey and new directions. European Journal of Operational Research, 8, 207-218
- Saaty,T.L., 1955. The Number of Vertices of a Polyhedron. The American Mathematical Monthly, 62, 326-331.
- Sage,A.P., 1991. Decision Support Systems Engineering, Wiley, New York
- Scannella, G., 2001. Multicriteria assessment of uncertain projects with UTA and Quasi-UTA approaches. PhD thesis, FUCAM, Belgium.
- Sebastien H. Azondekon, Jean-Marc Martel. “Value” of additional information in multicriterion analysis under uncertainty. European Journal of Operational Research (1999) pp. 45-62.
- Siskos, J., 1984. Le Traitement des Solutions Quasi Optimales en Programmation Linéaire Continue: Une Synthèse. R.A.I.R.O., Recherche Opérationnelle vol. 18 (4), 381-401
- Siskos, Y., 1980. Comment modéliser les préférences au moyen de fonctions d’ utilité additives. RAIRO Recherche Opérationnelle, 14, 53-82.

- Siskos, Y., 1982. A way to deal with fuzzy preferences in multicriteria decision problems. European Journal of Operation Research 10, 314-324.
- Siskos, Y., Asimakopoulos, N., 1989. Multictiretia Highway planning: A case study.
- Siskos Y, E. Grigoroudis, N.F. Matsatsinis. UTA Methods.
- Siskos, Y., Grigoroudis, E., Matsatsinis, N., Chapter 7 : UTA Methods, Chania.
- Siskos Y., A Spyridakos and D. Yannacopoulos (1993). MINORA: A multicriteria decision aiding for discrete alternatives, Journal of Information Science and Technology, 2, 136-149
- Siskos,Y., Yannacopoulos,D., 1985. UTASTAR: An Ordinal Regression Method for Building Additive Value Functions. Investigacao Operacional, 5 (1), 39-53.
- Tervonen, T., & Figueira, J. R. (2008). A survey on stochastic multicriteria acceptability analysis methods. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 15(1-2), 1-14.
- Turban E., E. Mclean, J. Wetherbe, 1996. Information technology for management: Improving quality and productivity, JohnWiley & Sons, New York.
- Van de Panne, C., 1975. Methods for Linear and Quadratic Programming, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
- Wang, H.F., Shen, S.Y., 1989. Group decision support with MOLP applications. IEEE Transactions on Systems, Management and Cybernetics 11 (1), 143-153.
- Winkels, H.M., 1982. A Flexible Decision Aid Method for Linear Multicriteria Systems.In: Grauer, M., Lewandowski, A; Wierzbicki, A.P. (ed.). Multiobjective and Stochastic Optimization, I.I.A.S.A. Collaborative Series CP-82-182, Laxenburg (Austria), 377-410.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1 : ΑΡΧΙΚΗ ΣΕΛΙΔΑ ΚΑΙ MENU ΕΠΙΛΟΓΩΝ

Αρχική Σελίδα

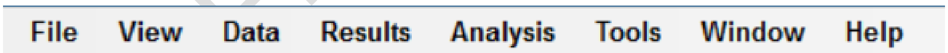
Η κεντρική σελίδα του συστήματος Τάλως αποτελείται από ένα menu και ένα toolbar στο πάνω μέρος και ένα status bar στο κάτω μέρος της φόρμας.



Εικόνα: Κεντρική Φόρμα

Menu Επιλογών

Στο menu επιλογών υπάρχουν 8 κύριες κατηγορίες οι οποίες είναι File, View, Data, Results, Analysis, Tools, Window και Help.

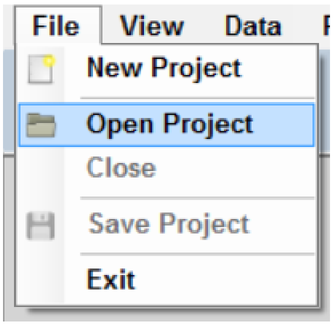


Εικόνα: Menu Επιλογών

Αναλυτικά παρακάτω προβάλλονται όλες οι επιλογές του menu.

Menu File

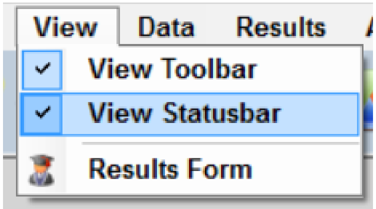
Το menu file περιέχει ότι σχετίζεται με τη δημιουργία, το άνοιγμα και την αποθήκευση ενός καινούριου project στο σύστημα Τάλως. Επίσης, έχει τις επιλογές “Close”και “Exit” για κλείσιμο του ανοικτού project και κλείσιμο του συστήματος αντίστοιχα.



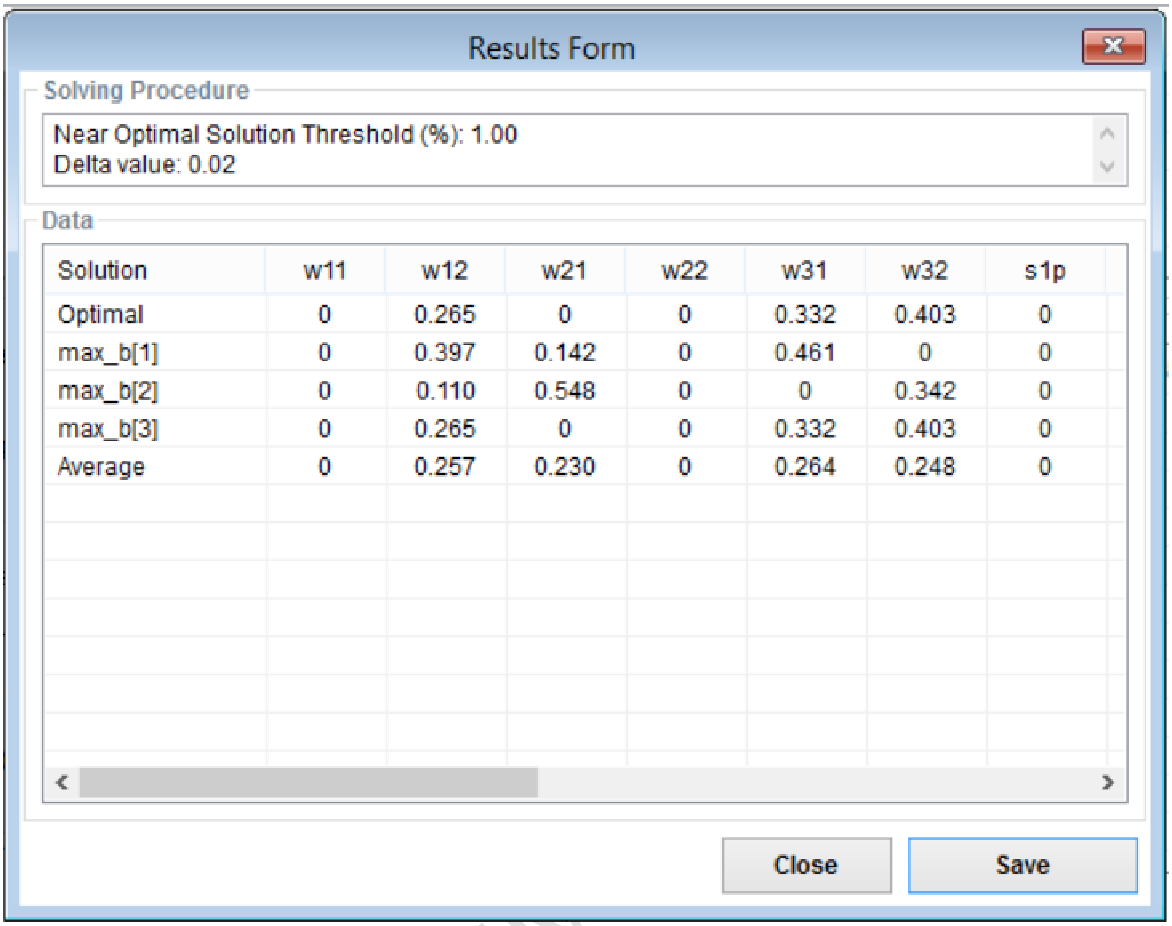
Εικόνα: Menu File

Menu View

Το menu view έχει τις επιλογές “View Toolbar” και “View Statusbar” που αποκρύπτουν ή εμφανίζουν τα αντίστοιχα control στην κεντρική φόρμα. Υπάρχει, ακόμα, η επιλογή “View Results” για την προβολή της φόρμας με τα αποτελέσματα από την επίλυση ενός προβλήματος στο Τάλως.



Εικόνα: Menu View

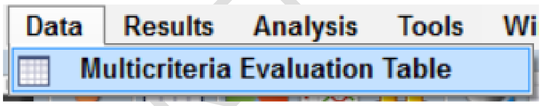


Solution	w11	w12	w21	w22	w31	w32	s1p
Optimal	0	0.265	0	0	0.332	0.403	0
max_b[1]	0	0.397	0.142	0	0.461	0	0
max_b[2]	0	0.110	0.548	0	0	0.342	0
max_b[3]	0	0.265	0	0	0.332	0.403	0
Average	0	0.257	0.230	0	0.264	0.248	0

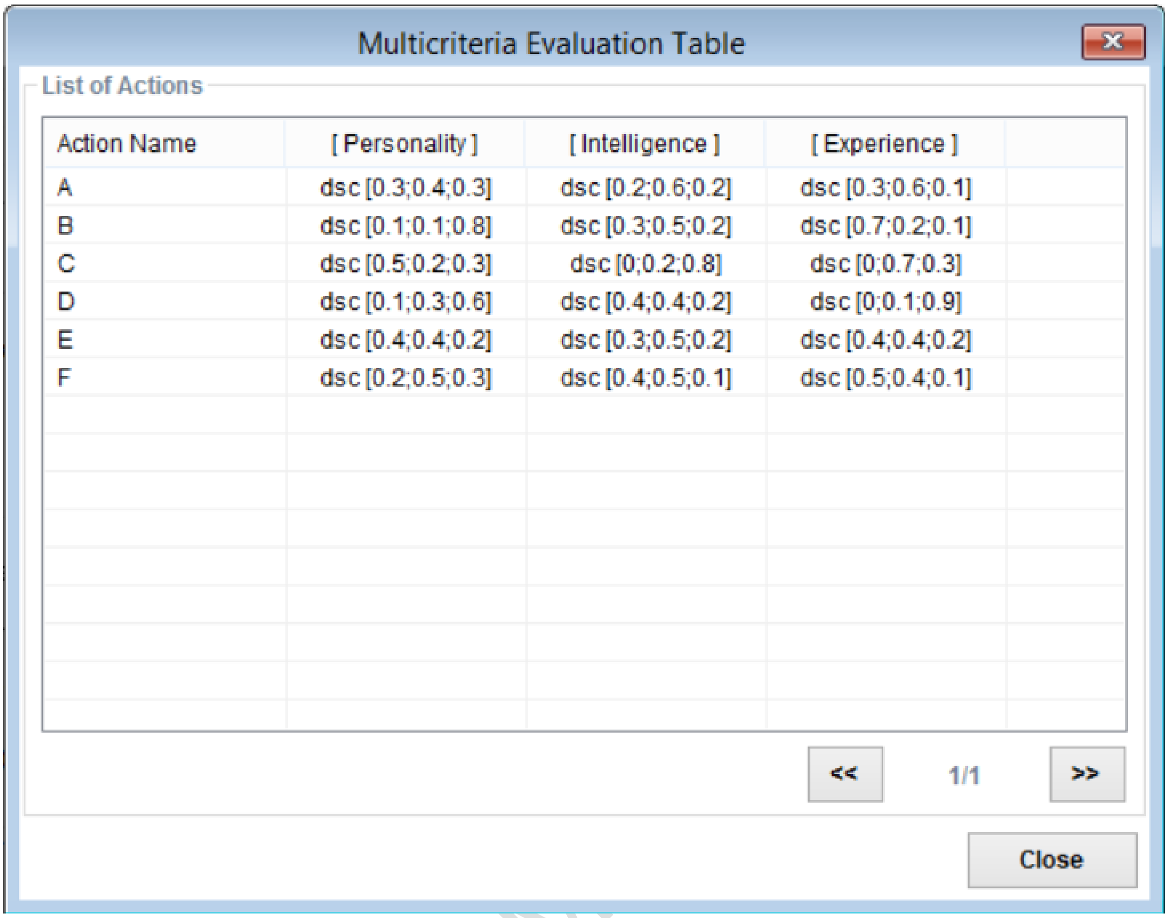
Εικόνα: Results Form

Menu Data

Το menu data περιέχει την επιλογή Multicriteria Evaluation Table η οποία ανοίγει την αντίστοιχη φόρμα με τον πολυκριτήριο πίνακα αξιολόγησης.



Εικόνα: Menu Data



Multicriteria Evaluation Table

List of Actions

Action Name	[Personality]	[Intelligence]	[Experience]
A	dsc [0.3;0.4;0.3]	dsc [0.2;0.6;0.2]	dsc [0.3;0.6;0.1]
B	dsc [0.1;0.1;0.8]	dsc [0.3;0.5;0.2]	dsc [0.7;0.2;0.1]
C	dsc [0.5;0.2;0.3]	dsc [0;0.2;0.8]	dsc [0;0.7;0.3]
D	dsc [0.1;0.3;0.6]	dsc [0.4;0.4;0.2]	dsc [0;0.1;0.9]
E	dsc [0.4;0.4;0.2]	dsc [0.3;0.5;0.2]	dsc [0.4;0.4;0.2]
F	dsc [0.2;0.5;0.3]	dsc [0.4;0.5;0.1]	dsc [0.5;0.4;0.1]

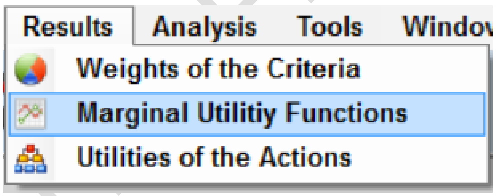
<< 1/1 >>

Close

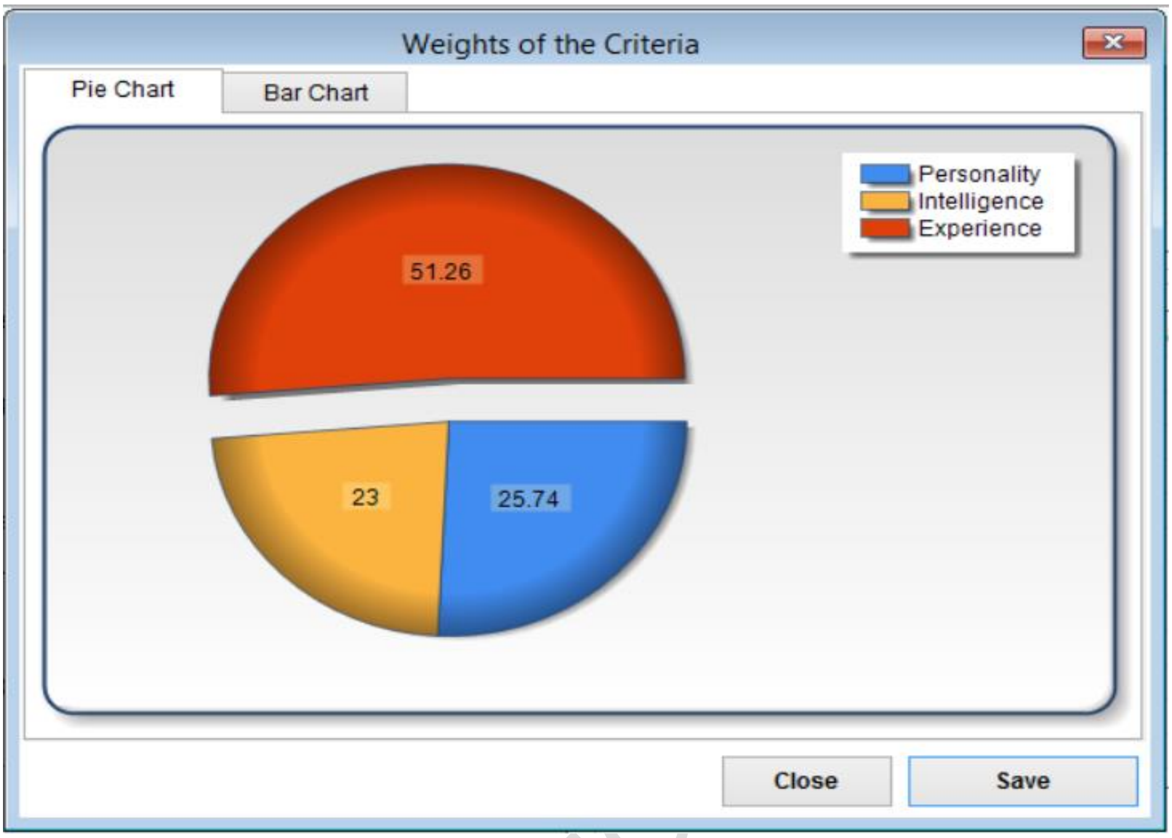
Εικόνα: Multicriteria Evaluation Table

Menu Results

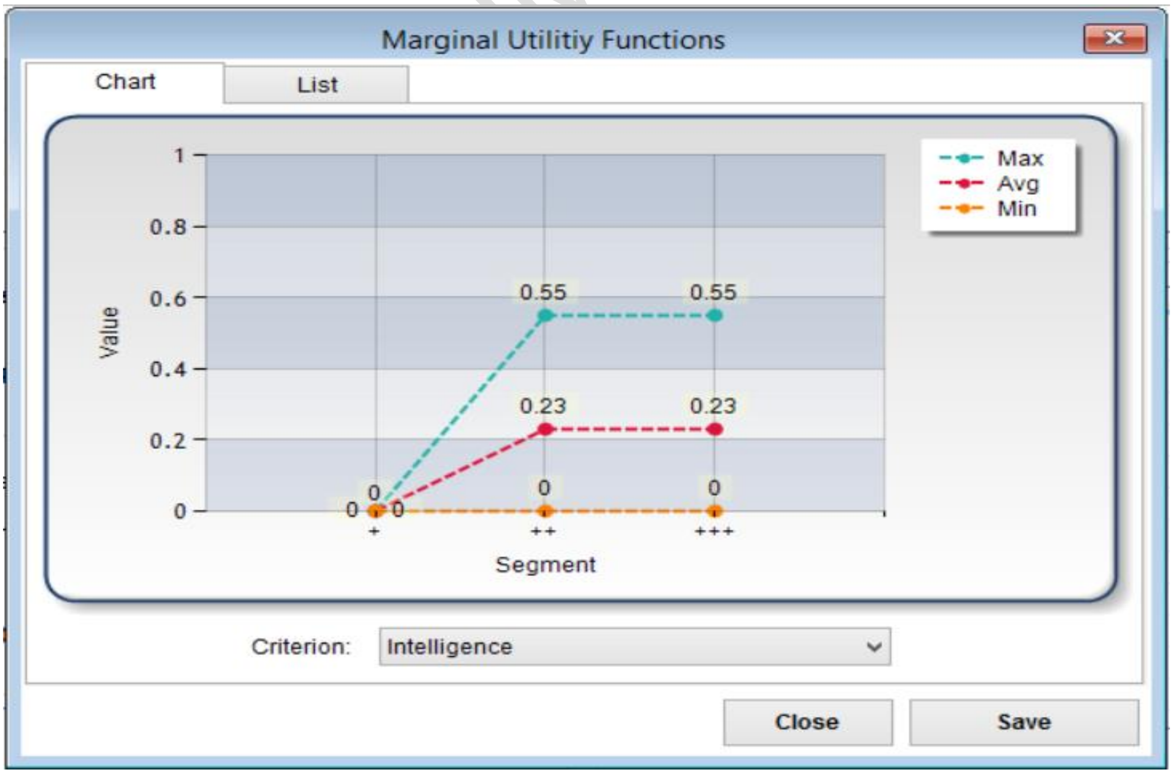
Το menu results περιέχει τις επιλογές για προβολή των όλων των αποτελεσμάτων από την επίλυση ενός προβλήματος στο σύστημα. Αναλυτικά περιέχει τις επιλογές: Weights of the Criteria, Marginal Utility Functions και Utilities of the Actions.



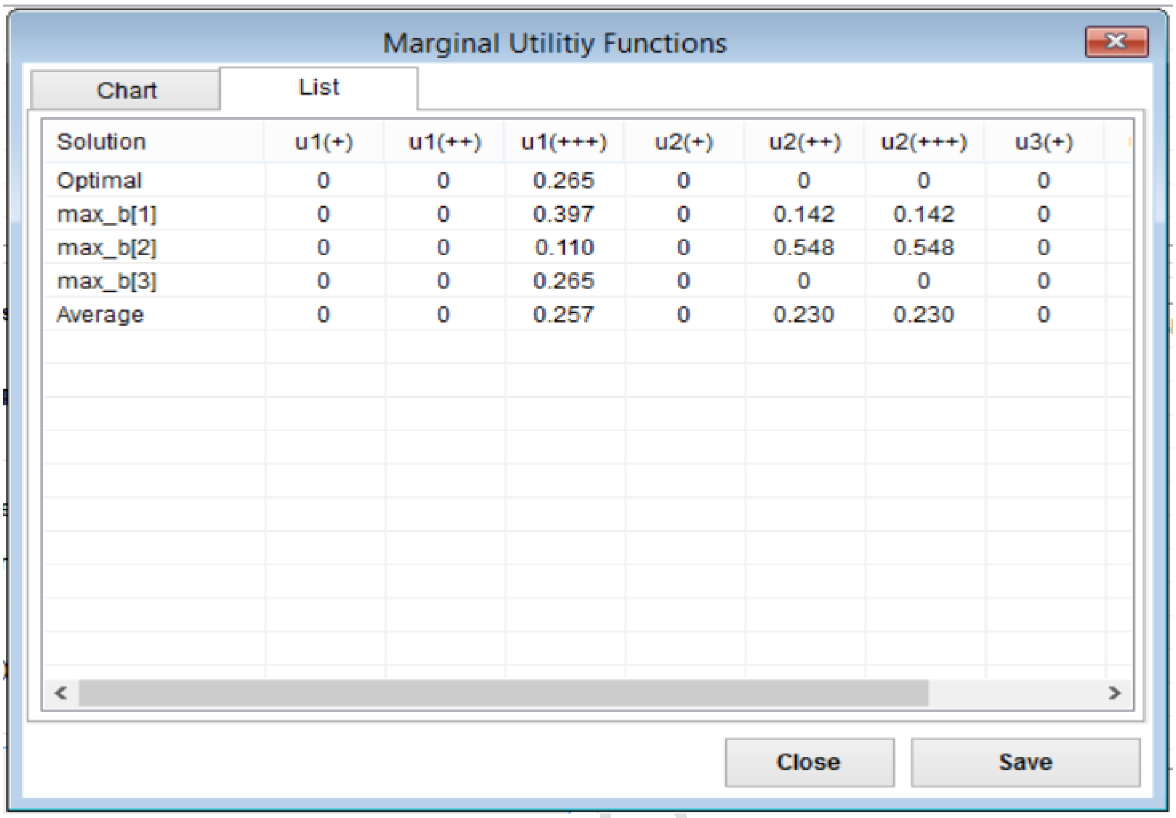
Εικόνα: Menu Results



Εικόνα: Weights of the Criteria



Εικόνα: Marginal Utility Functions #1 (Γράφημα)



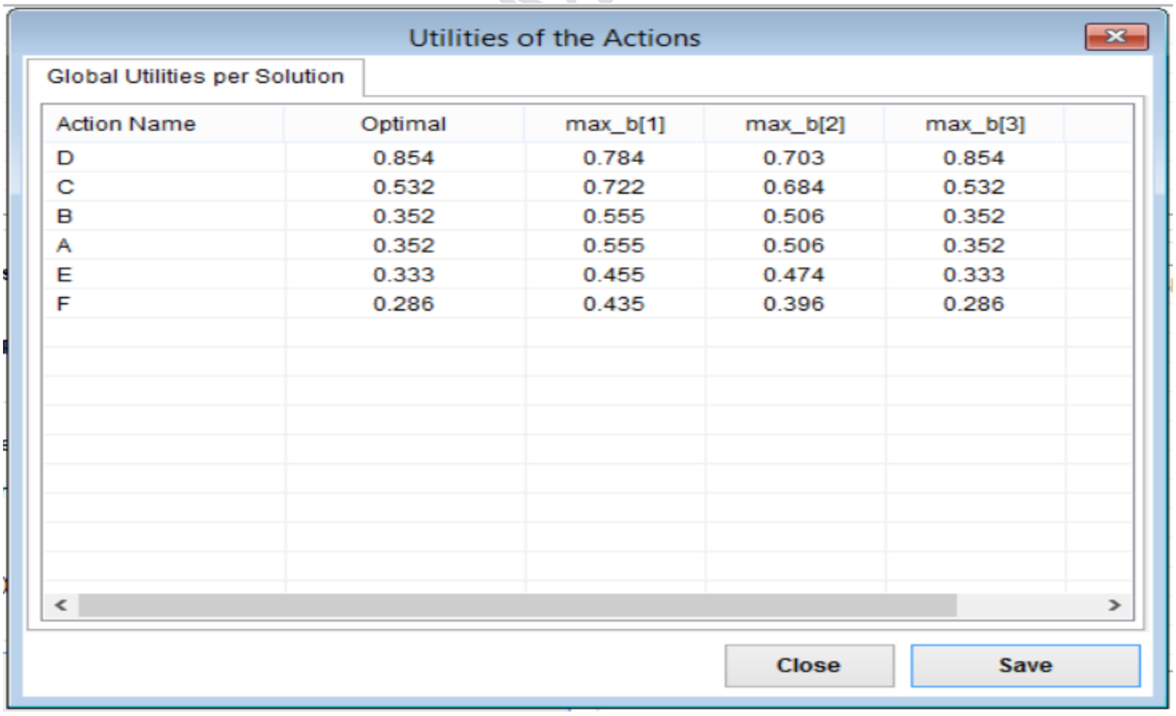
Marginal Utilitiy Functions

Chart | List

Solution	u1(+)	u1(++)	u1(+++)	u2(+)	u2(++)	u2(+++)	u3(+)
Optimal	0	0	0.265	0	0	0	0
max_b[1]	0	0	0.397	0	0.142	0.142	0
max_b[2]	0	0	0.110	0	0.548	0.548	0
max_b[3]	0	0	0.265	0	0	0	0
Average	0	0	0.257	0	0.230	0.230	0

Close Save

Εικόνα: Marginal Utility Functions #1 (Λίστα)



Utilities of the Actions

Global Utilities per Solution

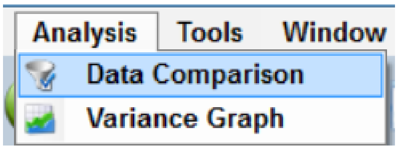
Action Name	Optimal	max_b[1]	max_b[2]	max_b[3]
D	0.854	0.784	0.703	0.854
C	0.532	0.722	0.684	0.532
B	0.352	0.555	0.506	0.352
A	0.352	0.555	0.506	0.352
E	0.333	0.455	0.474	0.333
F	0.286	0.435	0.396	0.286

Close Save

Εικόνα: Utilities of the Actions

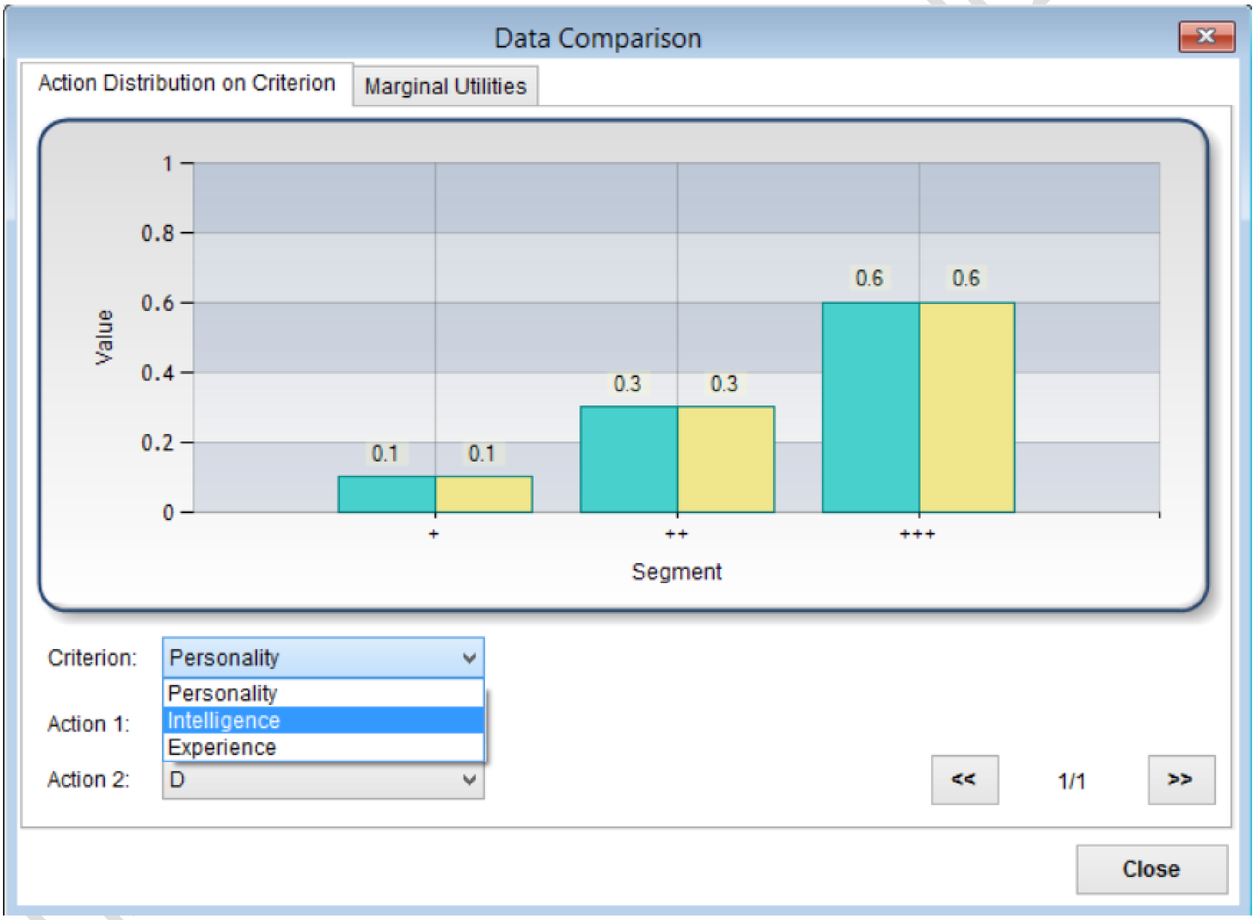
Menu Analysis

Το menu analysis περιέχει τις επιλογές Data Comparison και Variance Graph.

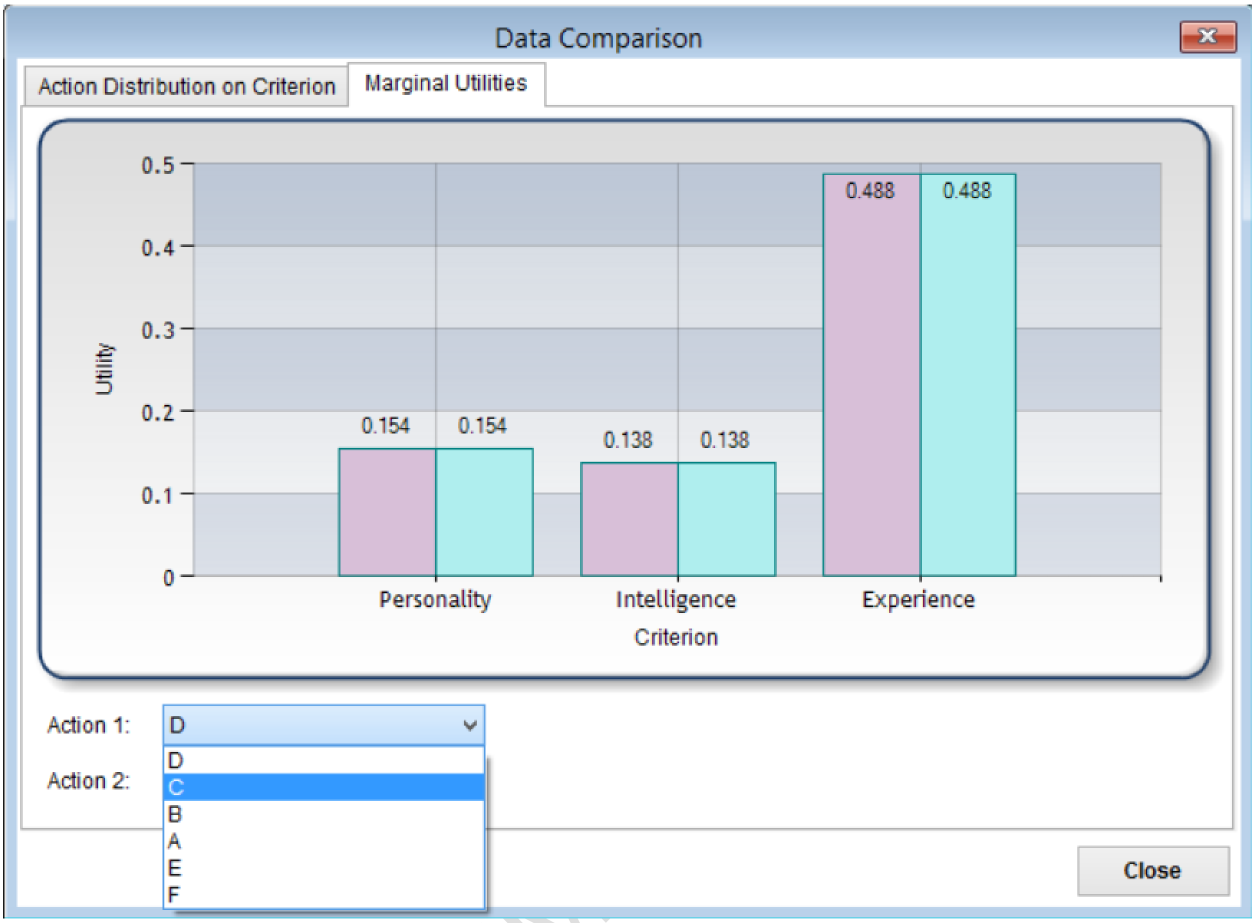


Εικόνα: Menu Analysis

Από την επιλογή Data Comparison, ανοίγει η φόρμα που προβάλλονται συγκριτικά οι κατανομές των δράσεων σε κάθε κριτήριο και οι περιθώριες χρησιμότητες των δράσεων ανά δυο.

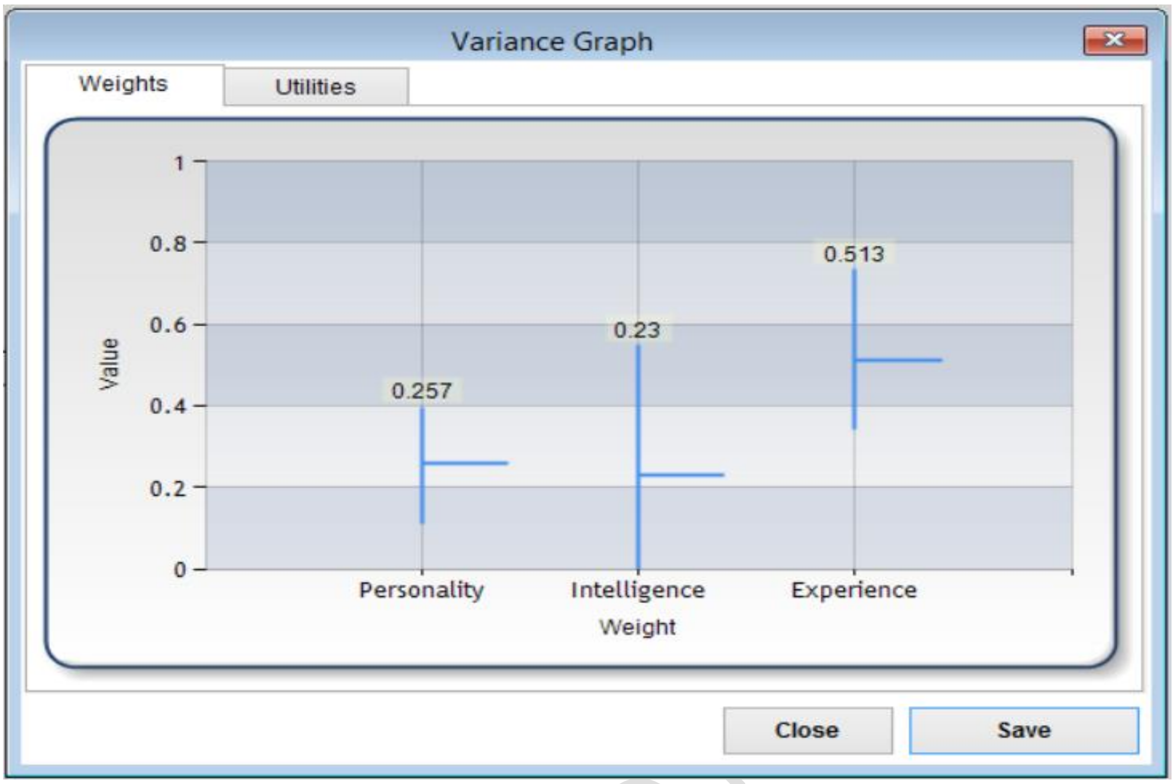


Εικόνα: Data Comparison #1 (Κατανομές των Δράσεων ανά Κριτήριο)

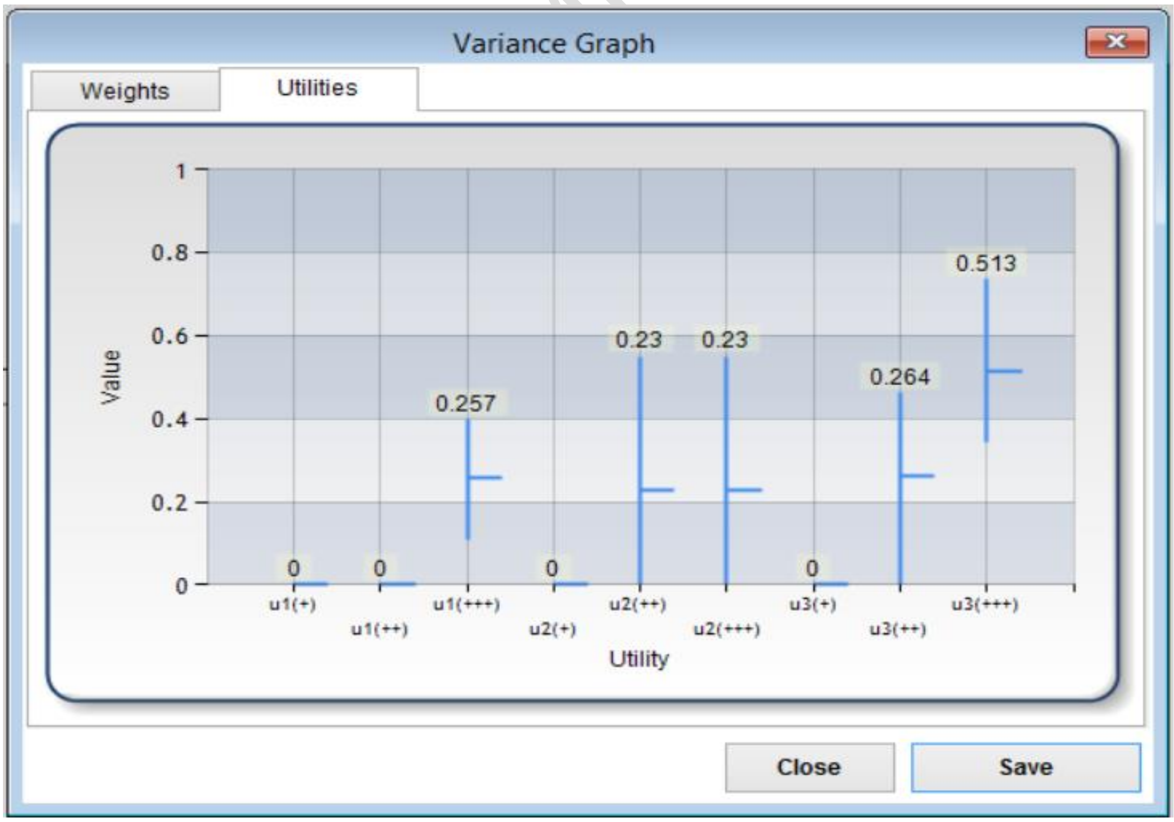


Εικόνα: Data Comparison #2 (Περιθώριες Χρησιμότητες των Δράσεων ανά δυο)

Το Variance Graph ανοίγει την αντίστοιχη φόρμα όπου προβάλλεται η διακύμανση των βαρών των κριτηρίων και των περιθώριων χρησιμοτήτων.



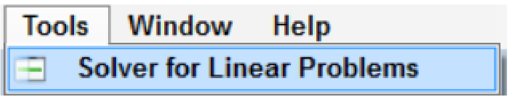
Εικόνα: Variance Graph #1 (Διακύμανση Βαρών των Κριτηρίων)



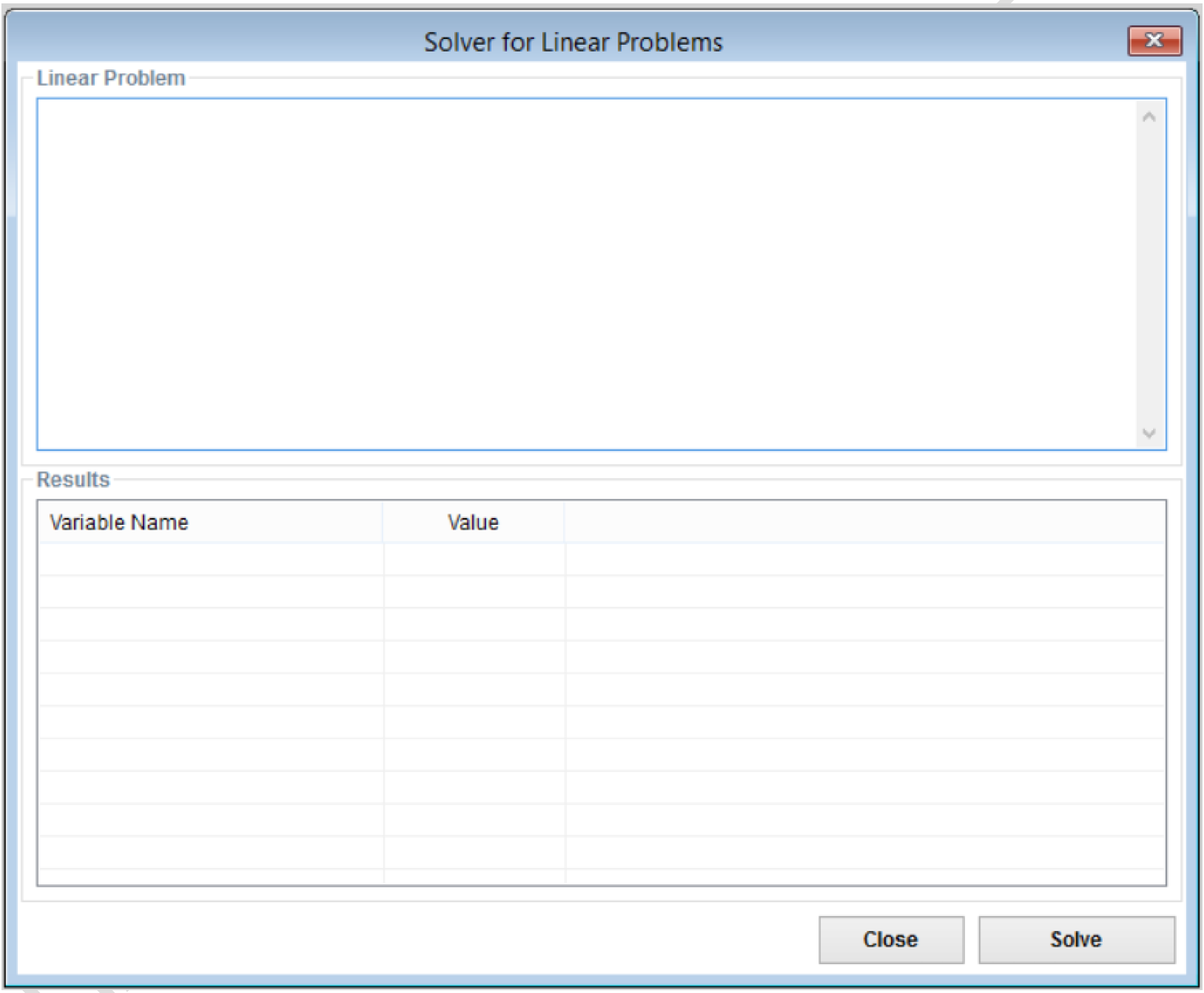
Εικόνα: Variance Graph #2 (Διακύμανση Περιθώριων Χρησιμοτήτων)

Menu Tools

Στο menu tools υπάρχει μια επιλογή που αφορά το άνοιγμα solver που επιλύει οποιαδήποτε γραμμικά προβλήματα.



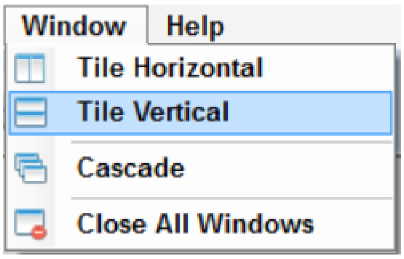
Εικόνα: Menu Tools



Εικόνα: Solver for Linear Problems

Menu Window

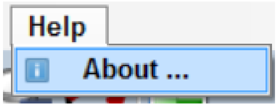
Στο menu window υπάρχουν οι κλασικές επιλογές των παραθύρων: Tile Horizontal, Tile Vertical, Cascade και Close all Windows.



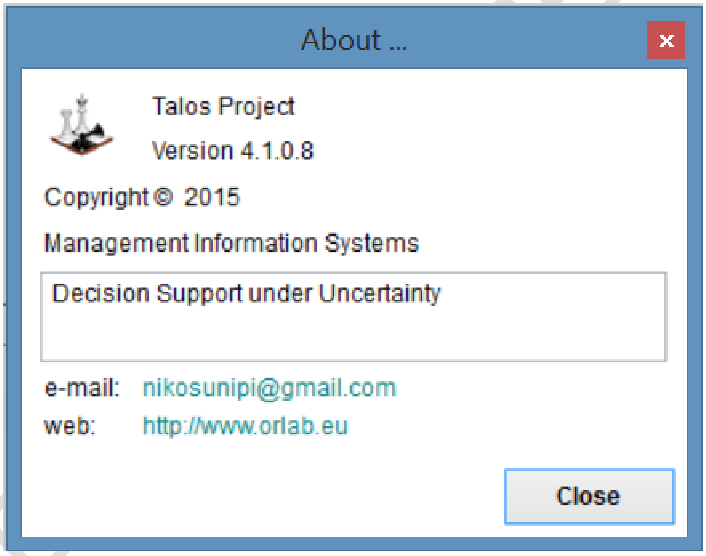
Εικόνα: Menu Windows

Menu Help

Το menu help είναι η τελευταία επιλογή και περιέχει τη φόρμα About.



Εικόνα: Menu Help



Εικόνα: About Form

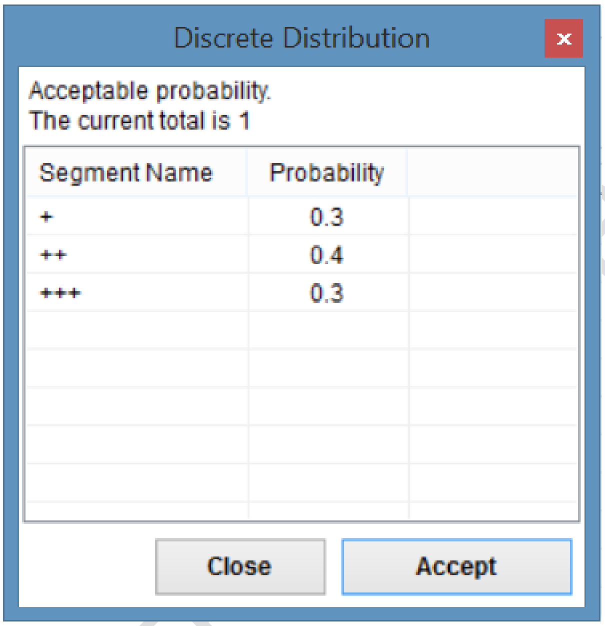
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2 : ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΔΡΑΣΕΩΝ ΠΑΝΩ ΣΤΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ

Διακριτά Κριτήρια

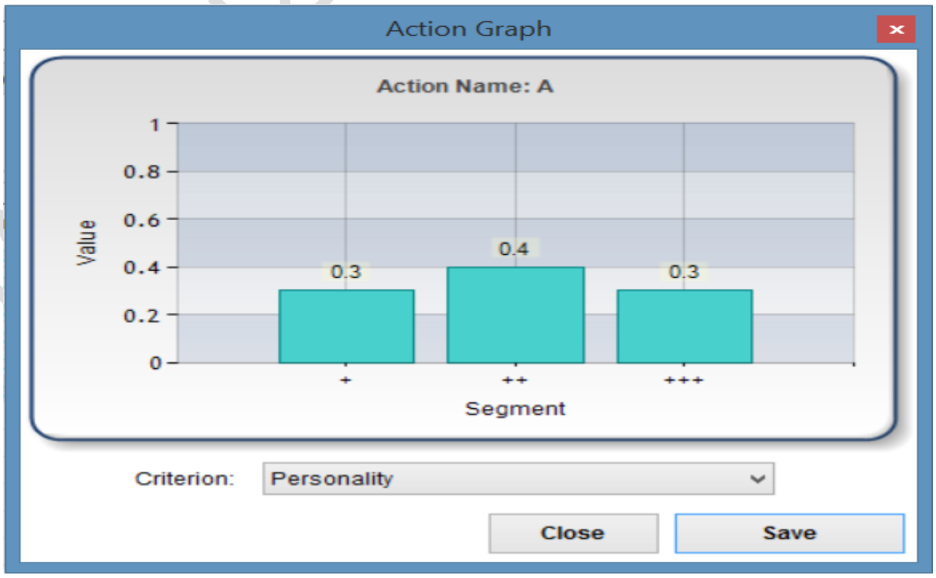
Οι κατανομές βάσει των οποίων μπορούν να αξιολογηθούν πάνω στα διακριτά κριτήρια οι δράσεις είναι:

Discrete Distribution

Διακριτή κατανομή με άθροισμα πιθανοτήτων ίσο με τη μονάδα.



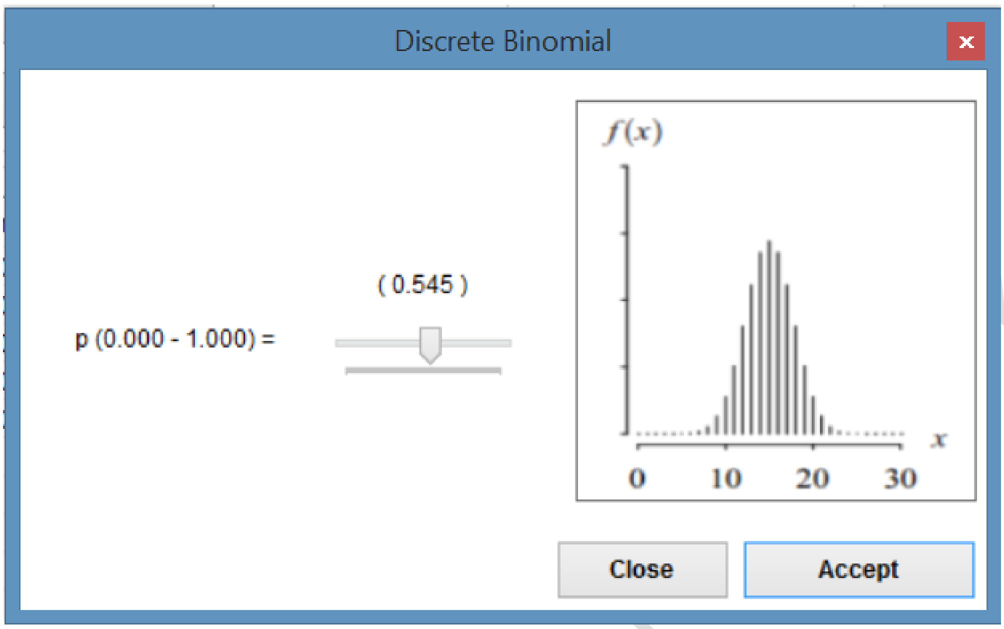
Εικόνα: Discrete Distribution



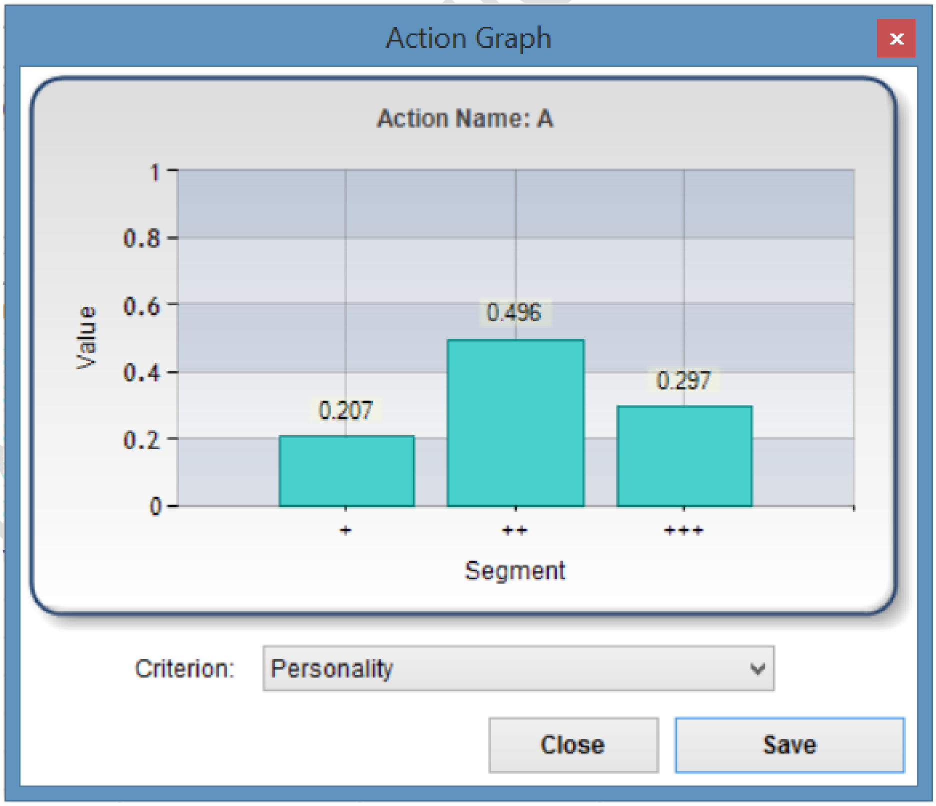
Εικόνα: Γράφημα Κατανομής

Binomial Distribution

Διωνυμική κατανομή.



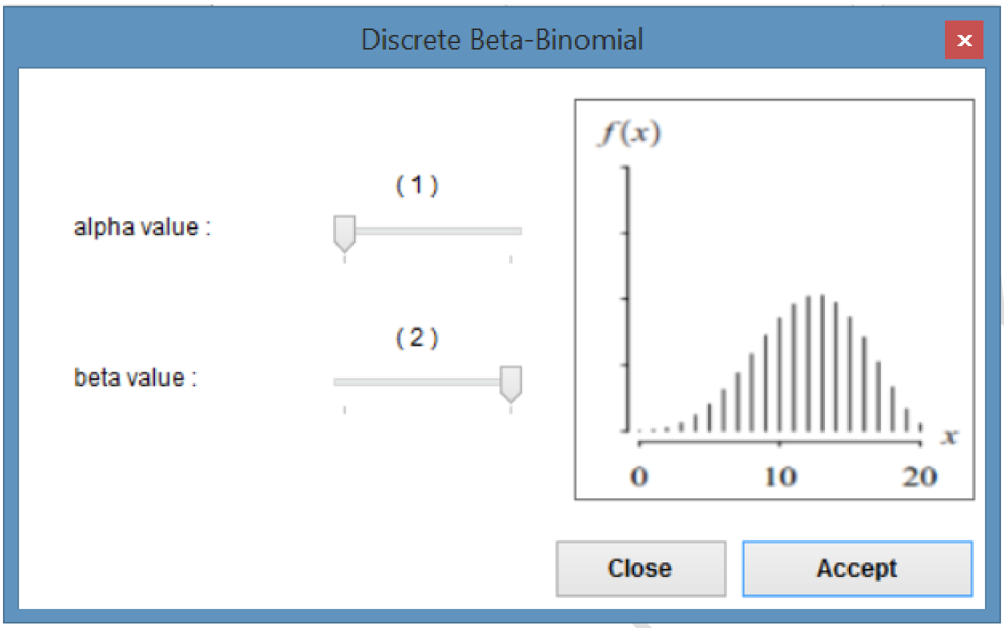
Εικόνα: Binomial Distribution



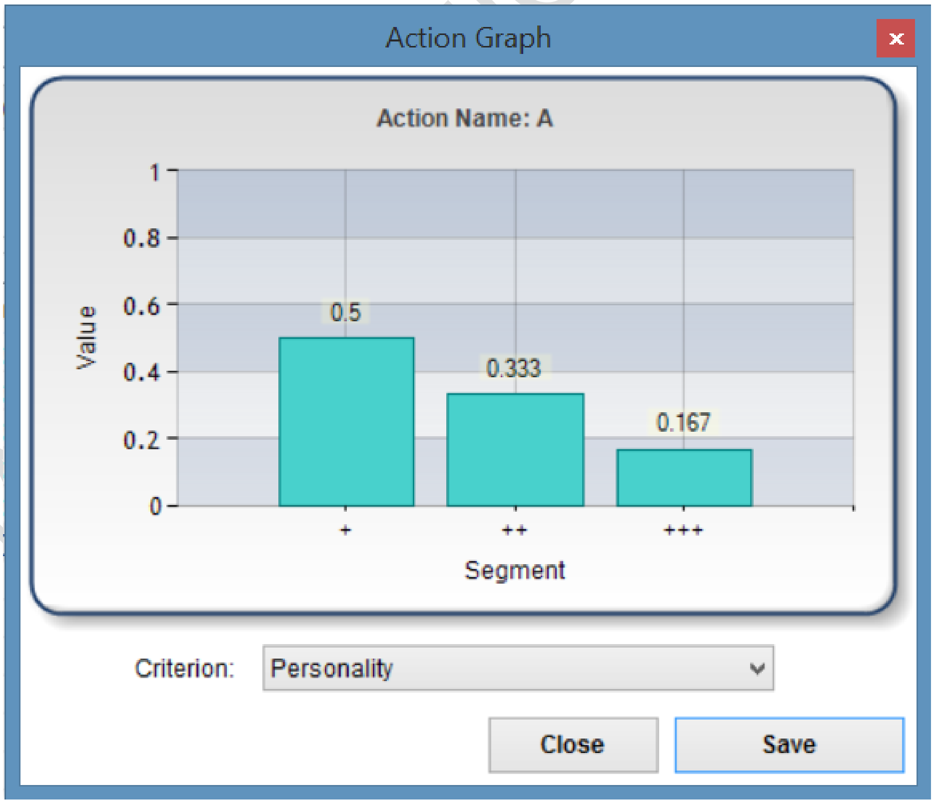
Εικόνα: Γράφημα Κατανομής

Beta-Binomial Distribution

Βήτα-διωνυμική κατανομή.



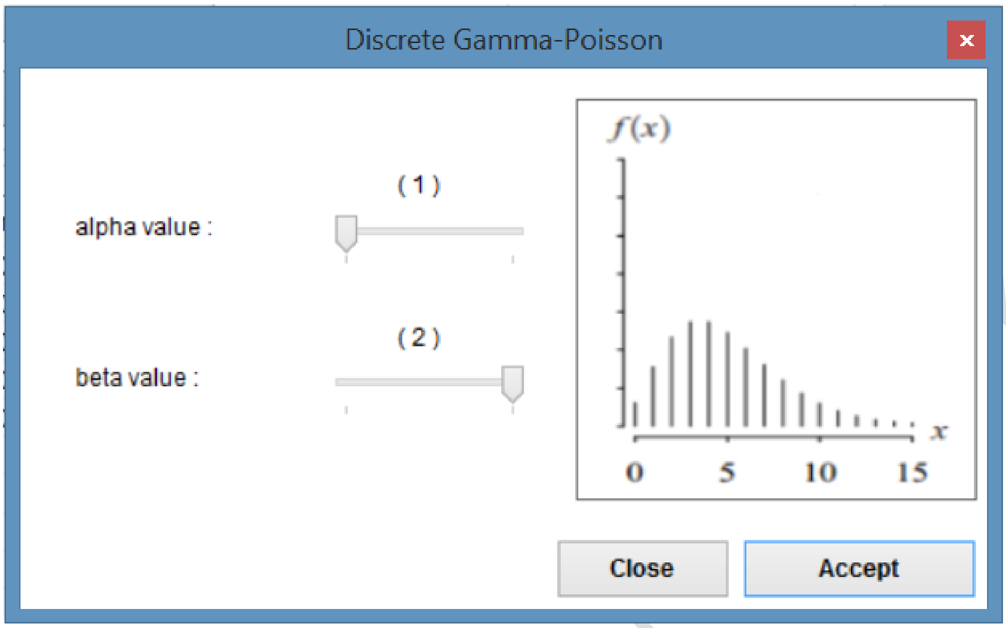
Εικόνα: Beta-Binomial Distribution



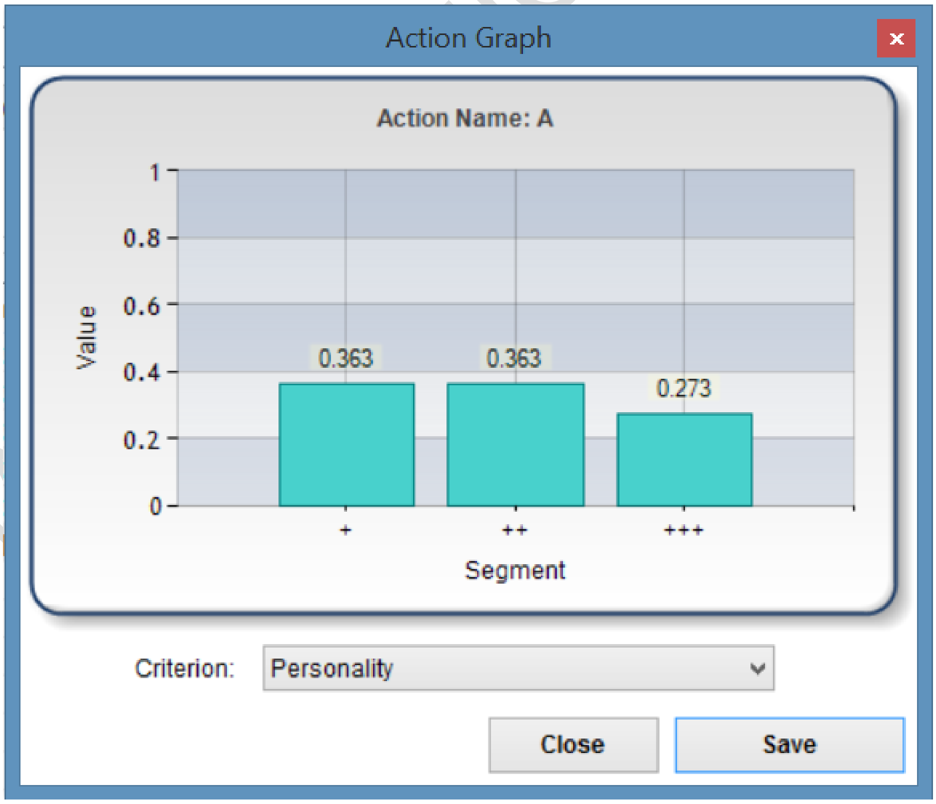
Εικόνα: Γράφημα Κατανομής

Gamma-Poisson Distribution

Γάμμα-πουασόν κατανομή.



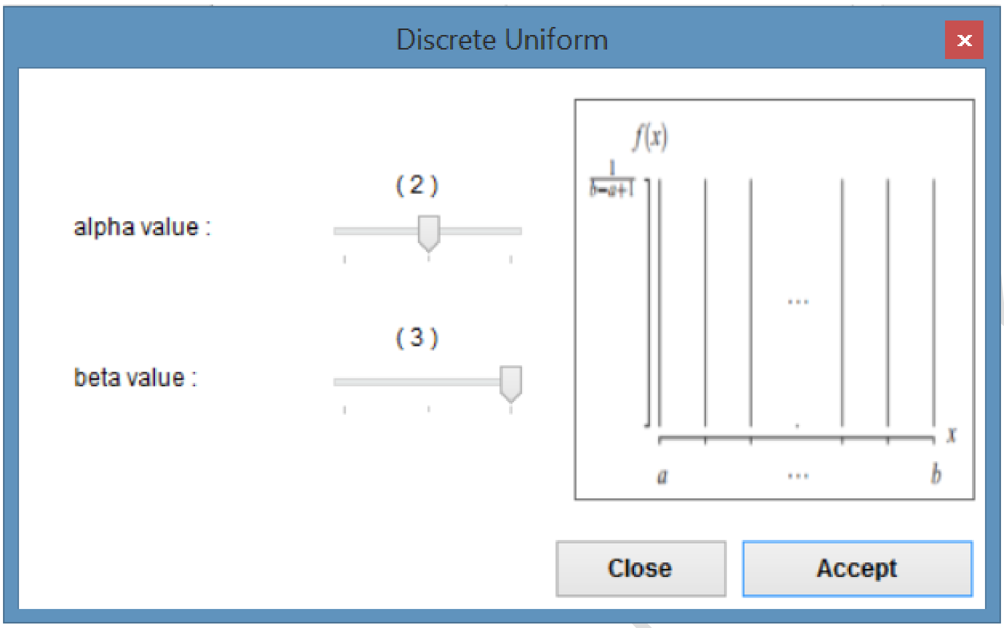
Εικόνα: Gamma-Poisson Distribution



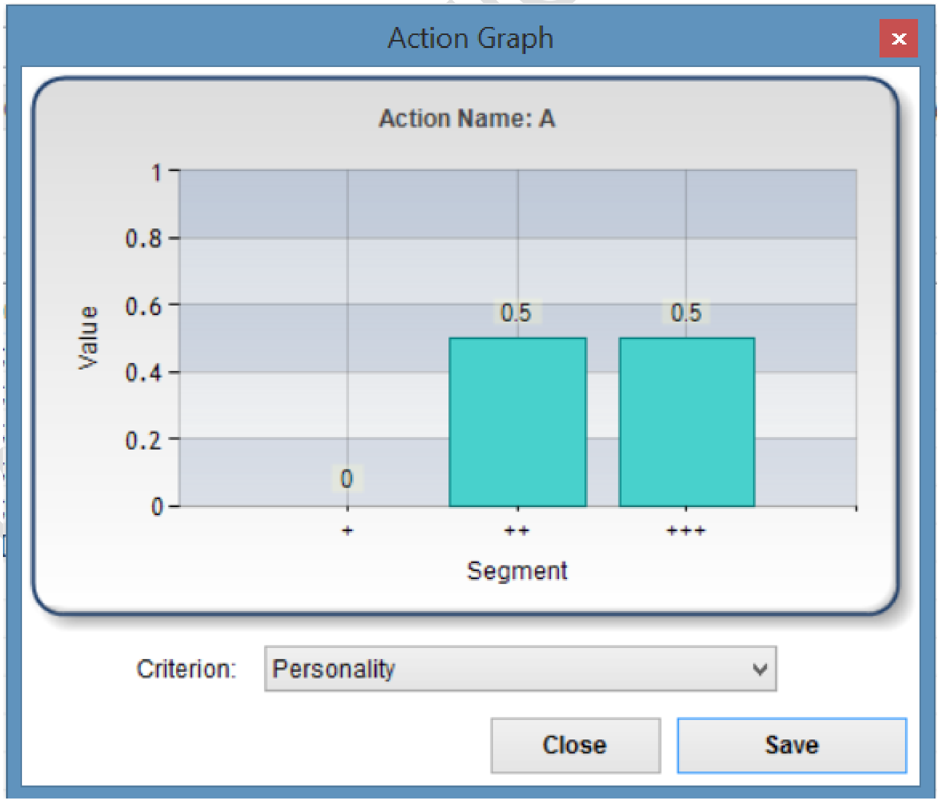
Εικόνα: Γράφημα Κατανομής

Uniform Distribution

Ομοιόμορφη κατανομή.



Εικόνα: Uniform Distribution



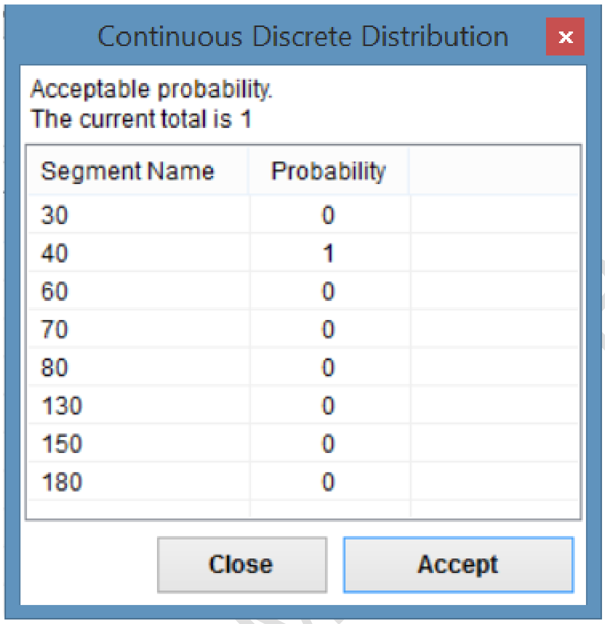
Εικόνα: Γράφημα Κατανομής

Συνεχή Κριτήρια

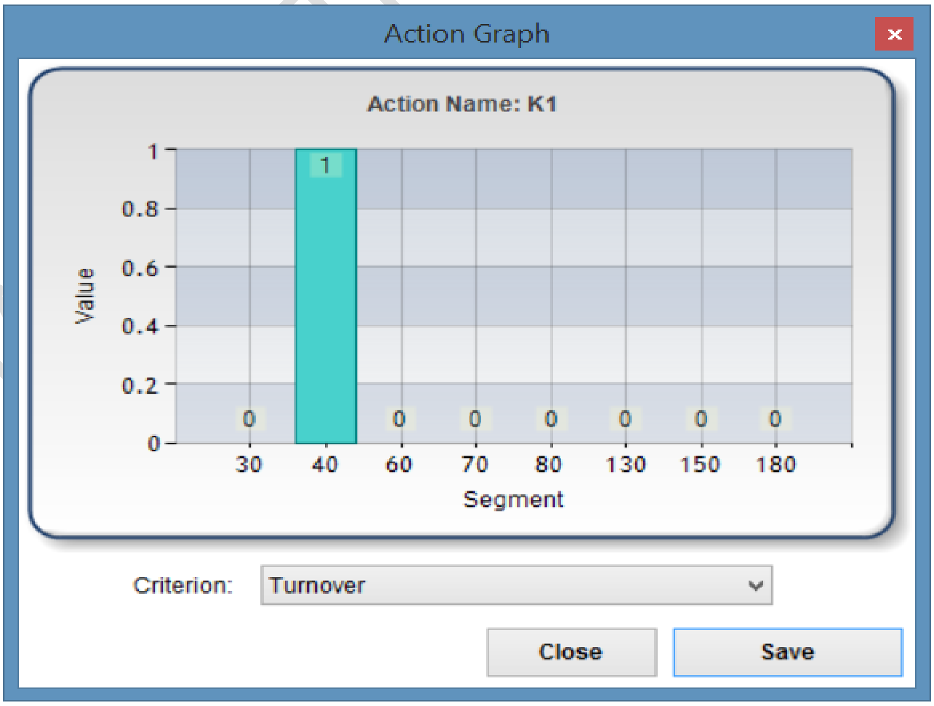
Οι κατανομές βάσει των οποίων μπορούν να αξιολογηθούν πάνω στα συνεχή κριτήρια οι δράσεις είναι:

Discrete Distribution

Διακριτή κατανομή με άθροισμα πιθανοτήτων ίσο με τη μονάδα.



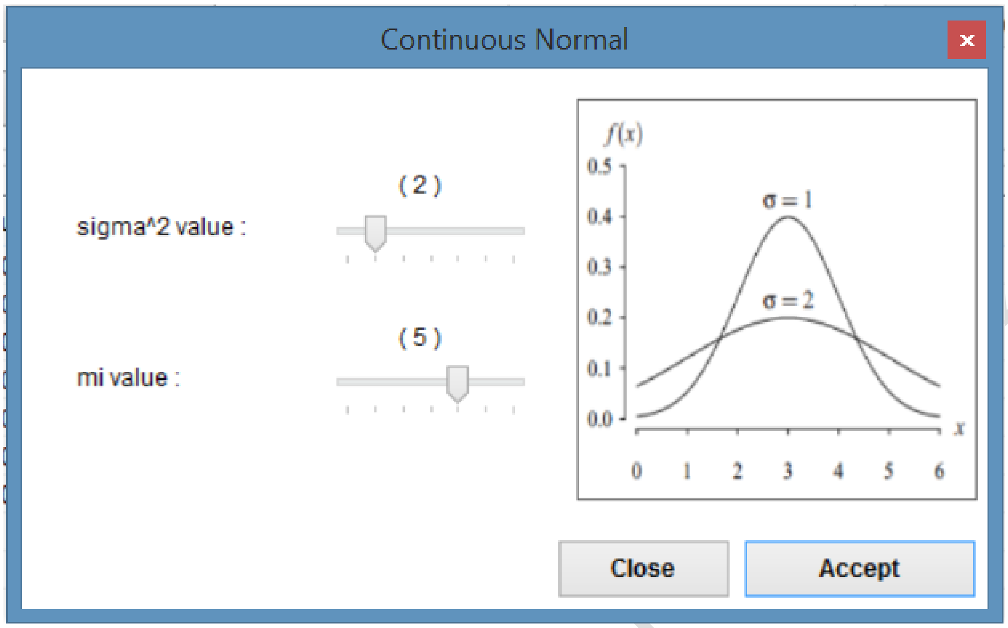
Εικόνα: Discrete Distribution



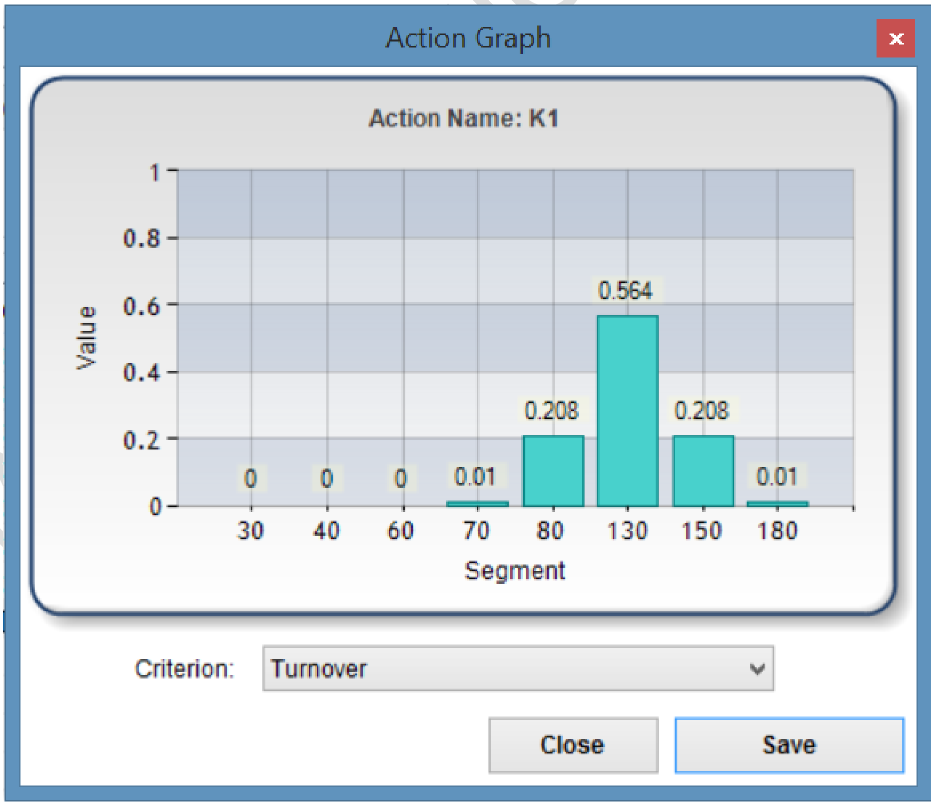
Εικόνα: Γράφημα Κατανομής

Normal Distribution

Κανονική κατανομή.



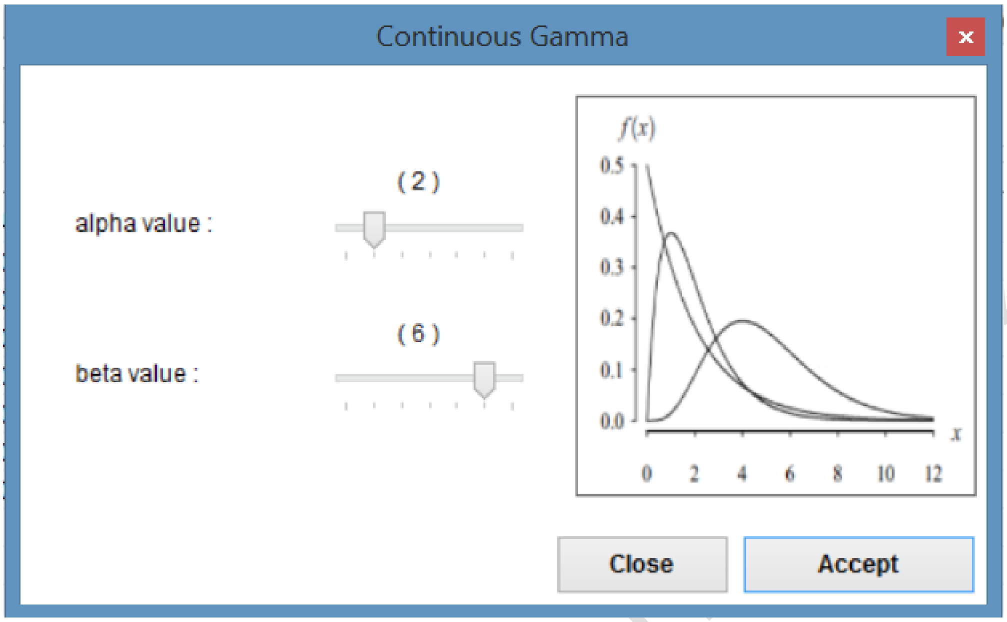
Εικόνα: Normal Distribution



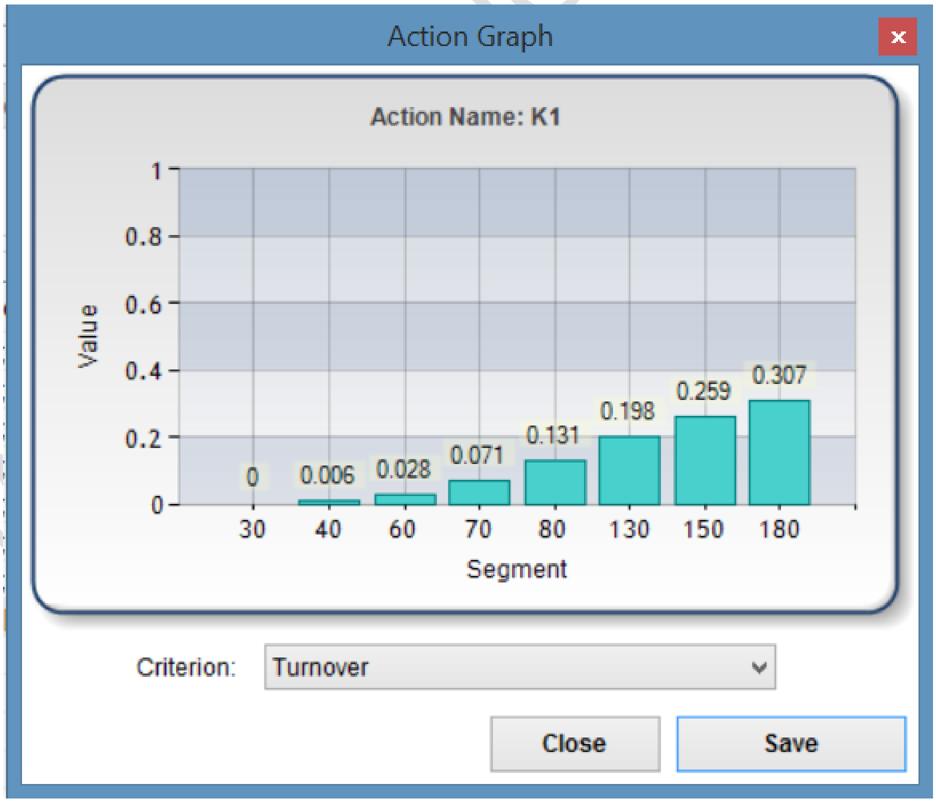
Εικόνα: Γράφημα Κατανομής

Gamma Distribution

Γάμμα κατανομή.



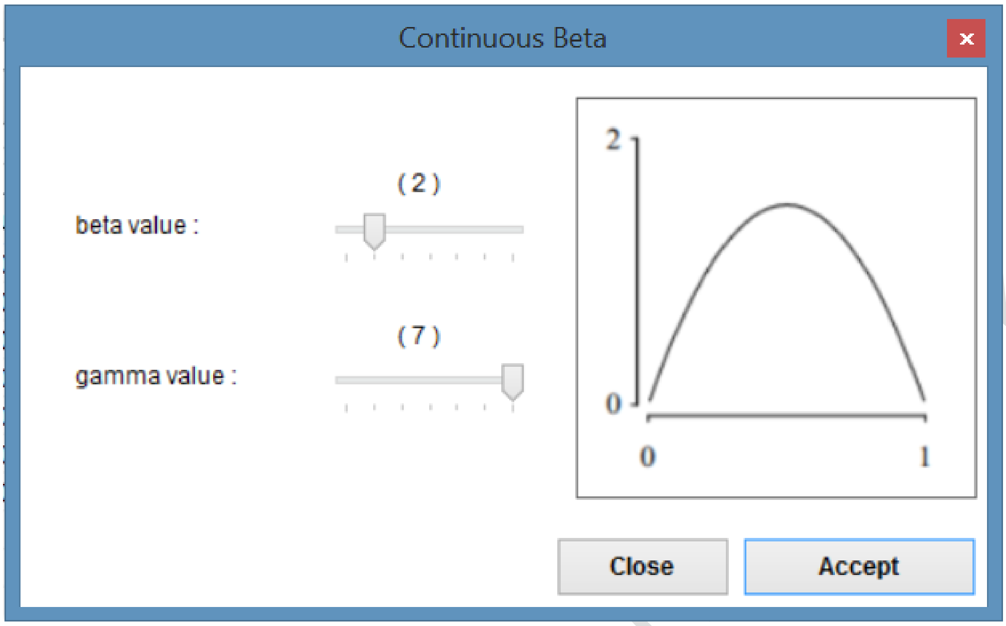
Εικόνα: Gamma Distribution



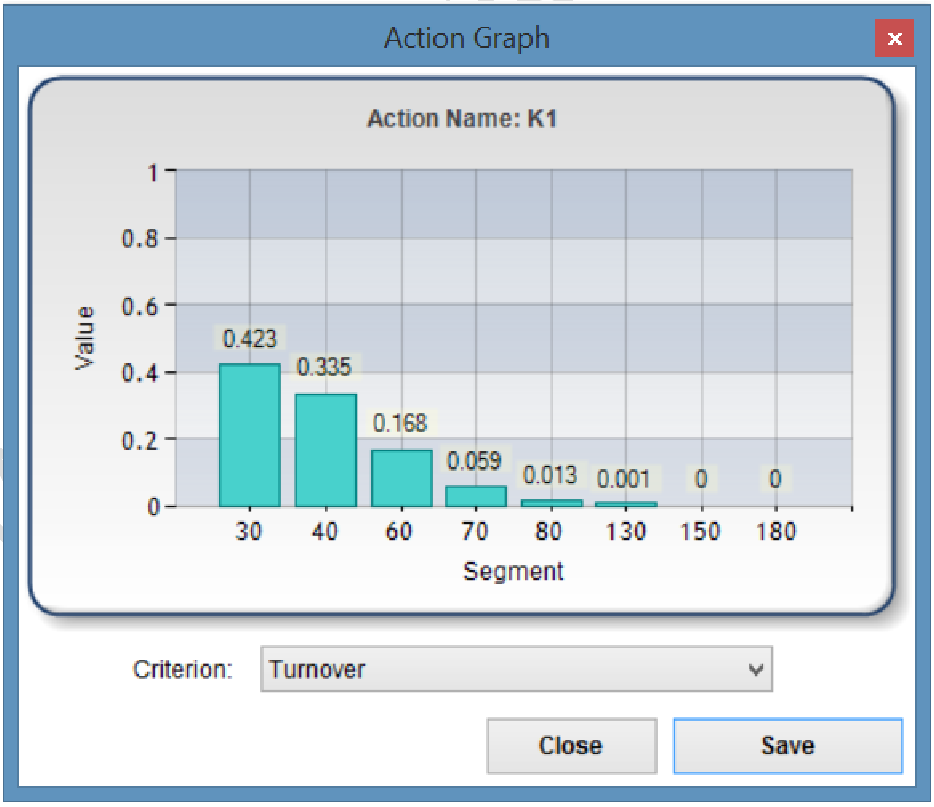
Εικόνα: Γράφημα Κατανομής

Beta Distribution

Βήτα κατανομή.



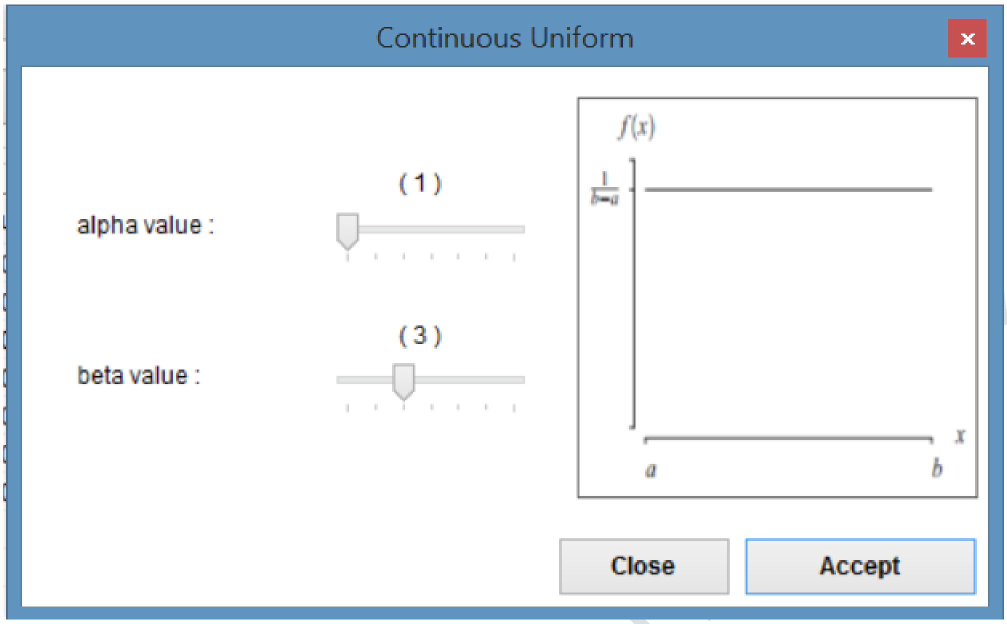
Εικόνα: Beta Distribution



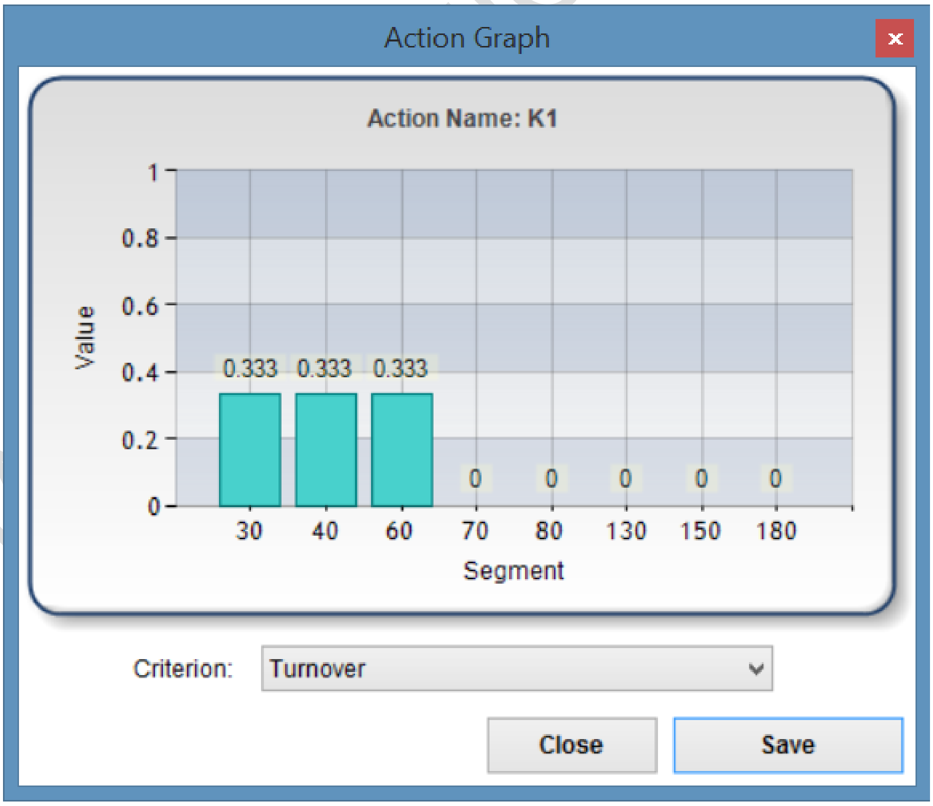
Εικόνα: Γράφημα Κατανομής

Uniform Distribution

Ομοιόμορφη κατανομή.



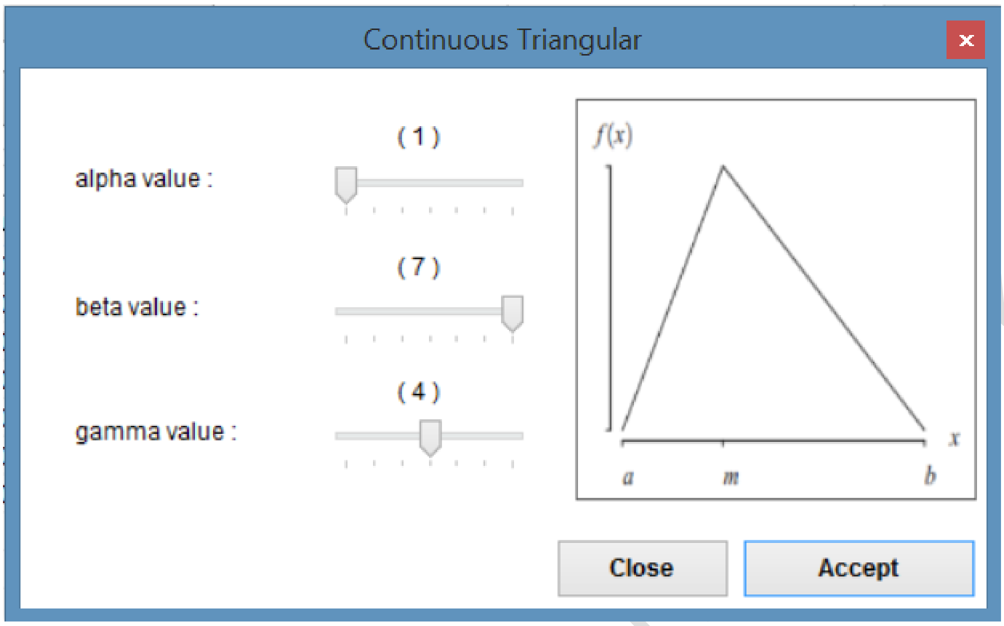
Εικόνα: Uniform Distribution



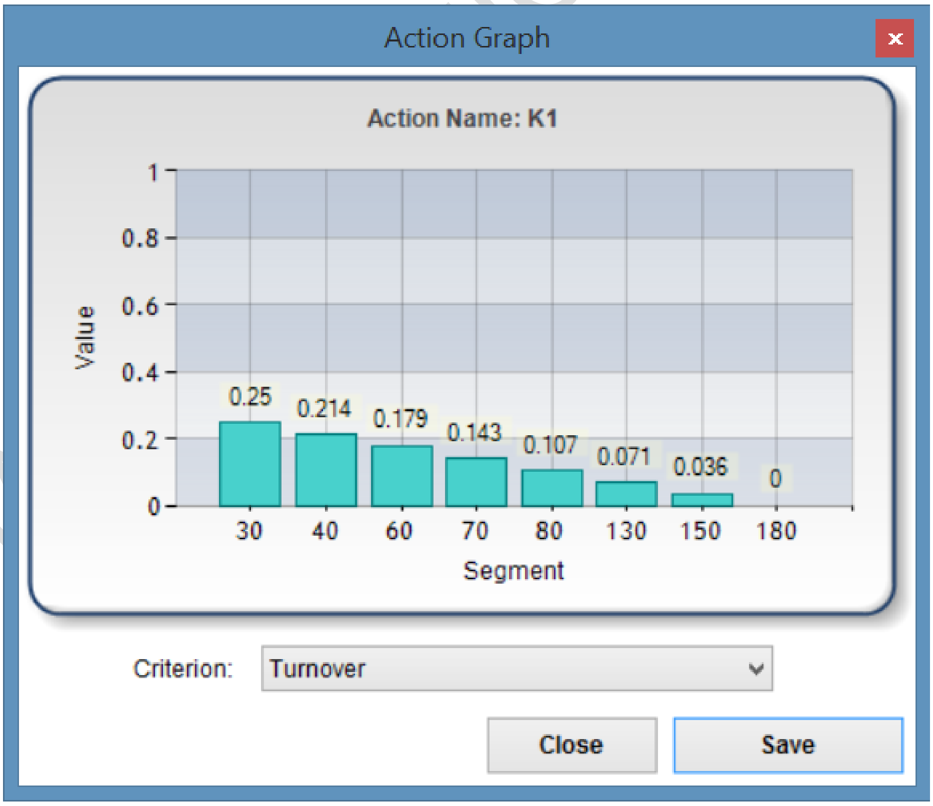
Εικόνα: Γράφημα Κατανομής

Triangular Distribution

Τριγωνική κατανομή.



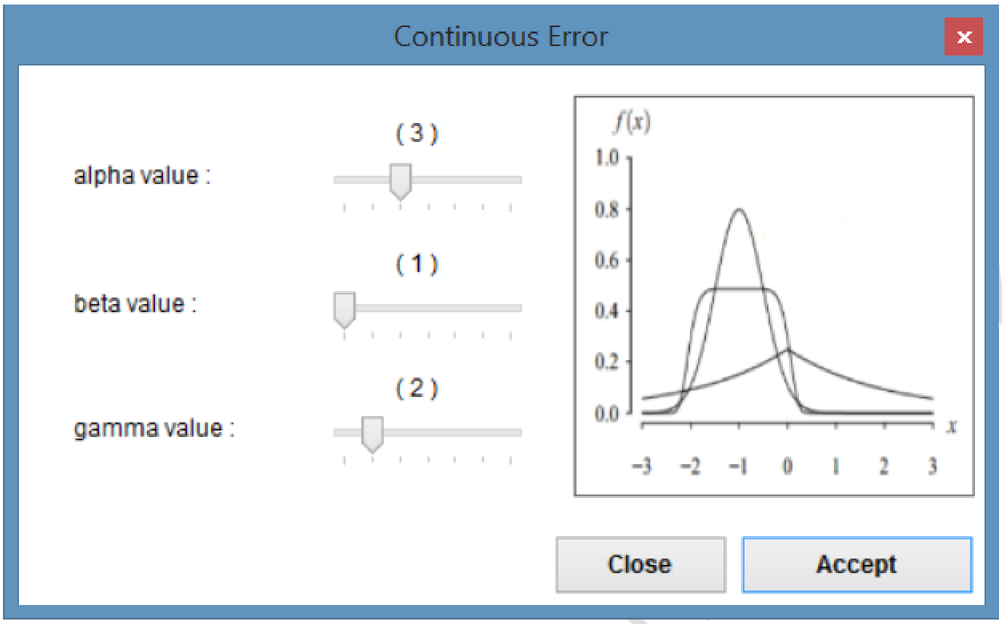
Εικόνα: Triangular Distribution



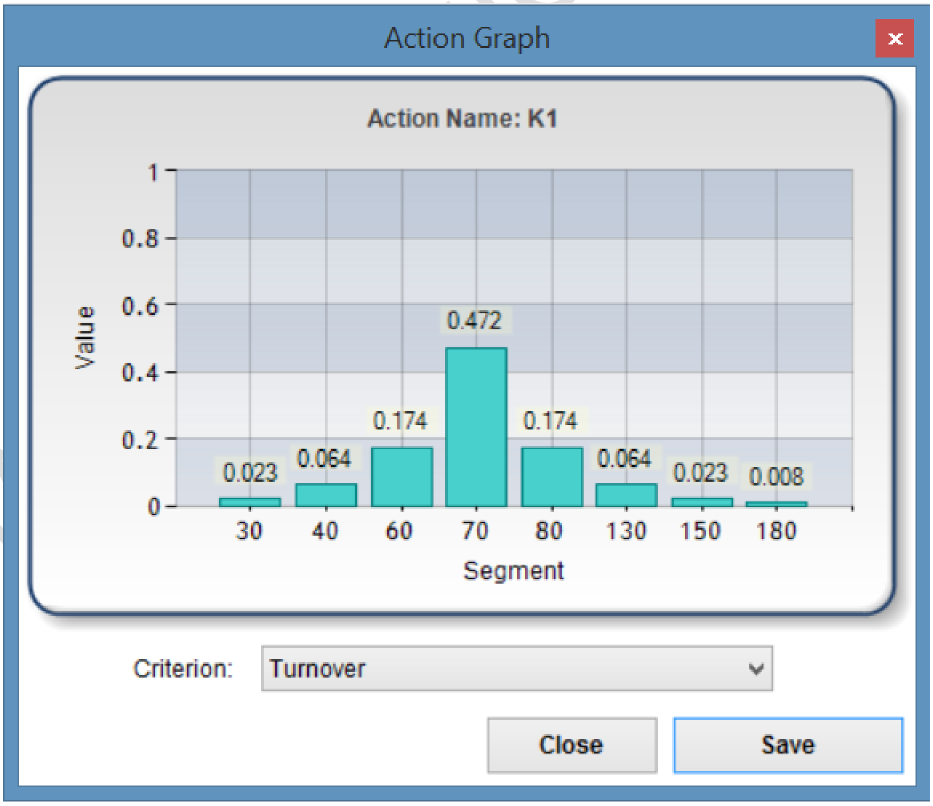
Εικόνα: Γράφημα Κατανομής

Error Distribution

Error κατανομή.



Εικόνα: Error Distribution



Εικόνα: Γράφημα Κατανομής

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3 : ΑΛΛΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΕΣ

Τύποι Κριτηρίων

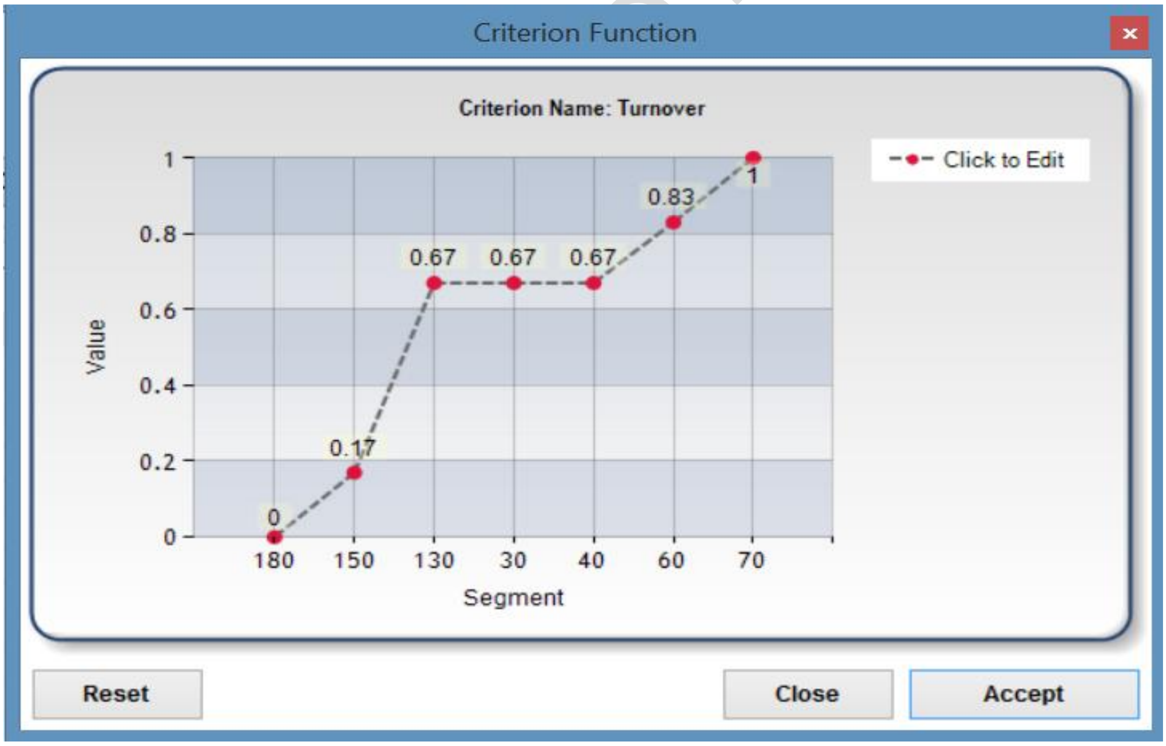
Το σύστημα Τάλως υποστηρίζει δυο τύπους κριτηρίων, τα συνεχή και τα διακριτά. Για τα συνεχή κριτήρια δίνεται εύρος από-έως και αριθμός εκτιμώμενων τμημάτων (segments). Επίσης, τα συνεχή κριτήρια έχουν την επιλογή Define Best Value για τον ορισμό καλύτερης τιμής του κριτηρίου. Για τα διακριτά κριτήρια δίνεται μόνο ο αριθμός των εκτιμώμενων τμημάτων.

Μονοτονία Κριτηρίου

Στο Τάλως μπορεί να επιλεγεί το κριτήριο να είναι αύξων ή φθίνων. Δηλαδή, από το 1 έως το 5 η καλύτερη τιμή να είναι το 5 και από το 1 έως το 5 η καλύτερη τιμή να είναι το 1. Εσωτερικά το σύστημα, όταν έρθει η φάση της επίλυσης του προβλήματος, τα αντιμετωπίζει όλα τα κριτήρια σαν αύξοντα.

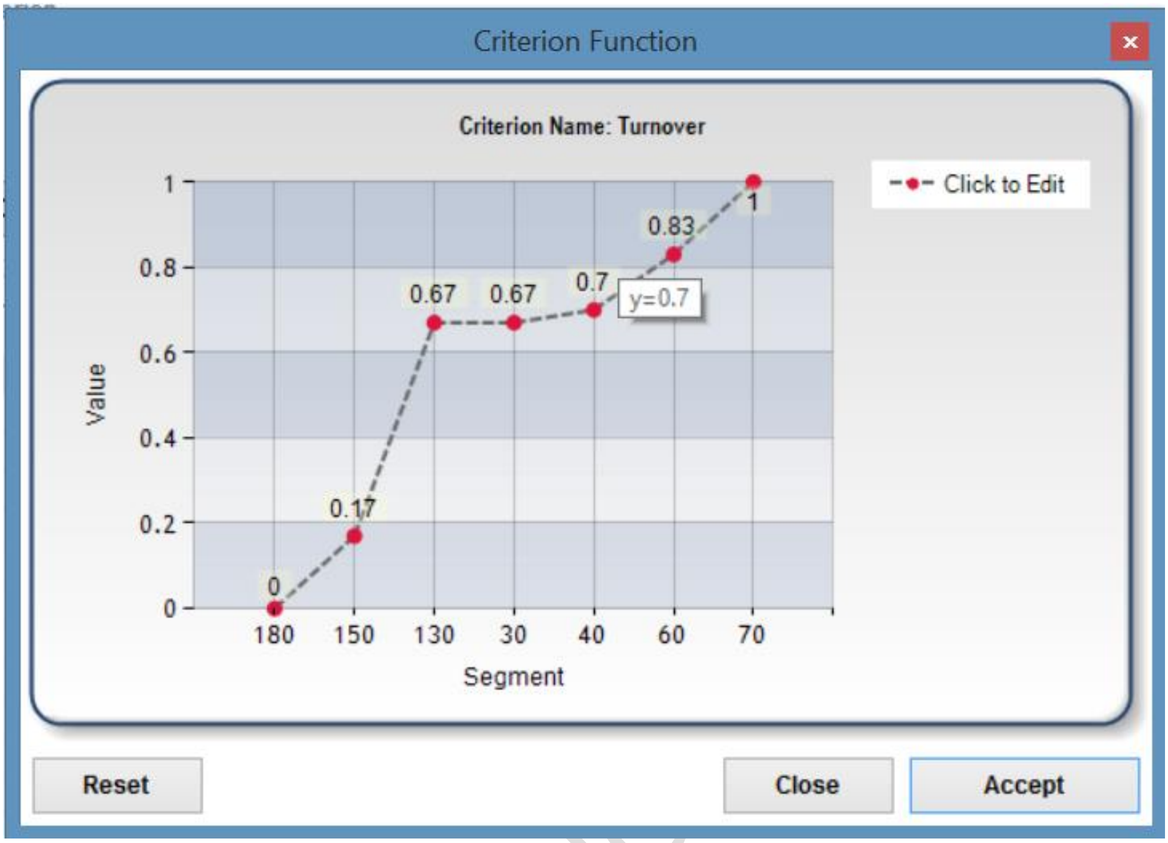
Συνάρτηση Κριτηρίου

Από τη φόρμα List of Criteria και κάνοντας δεξί κλικ πάνω στη λίστα των κριτηρίων εμφανίζεται η επιλογή Define Criterion Function. Με την επιλογή αυτή γίνεται ο ορισμός εκ των προτέρων της μερικής συνάρτησης χρησιμότητας του κριτηρίου. Η επιλογή αυτή ανοίγει την αντίστοιχη φόρμα όπως φαίνεται και παρακάτω.



Εικόνα: Criterion Function #1

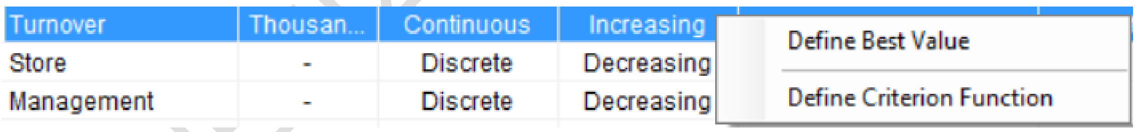
Πατώντας το αριστερό κουμπί του ποντικιού πάνω σε μία από τις κόκκινες κουκίδες των segments του κριτηρίου και σέρνοντας το αλλάζει η τιμή της συνάρτησης.



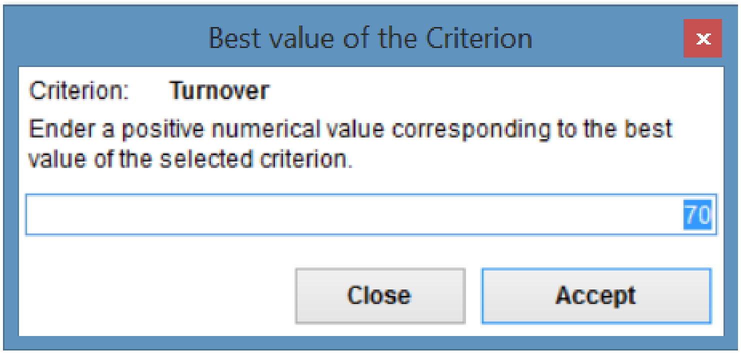
Εικόνα: Criterion Function #2

Επιλογή Καλύτερης Τιμής ενός Κριτηρίου

Στη φόρμα Criteria List, πατώντας δεξί κλικ στη λίστα με τα κριτήρια, αν το κριτήριο είναι συνεχές, ανοίγει η φόρμα για την επιλογή της καλύτερης τιμής ενός κριτηρίου.



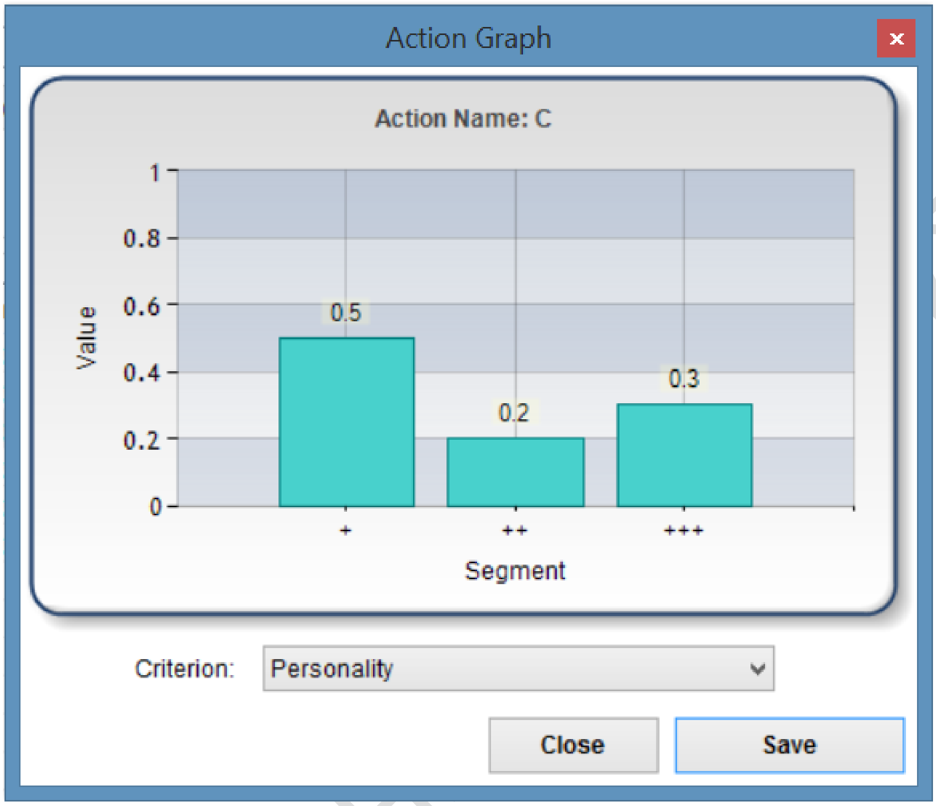
Εικόνα: Ορισμός Καλύτερης Τιμής ενός Κριτηρίου



Εικόνα: Φόρμα Καλύτερης Τιμής ενός Κριτηρίου

Γράφημα Δράσης

Σε όλες τις λίστες με δράσεις, πατώντας διπλό αριστερό κλικ με το ποντίκι, εμφανίζεται το Action Graph που προβάλει την αξιολόγηση της κάθε δράσης πάνω σε όλα τα κριτήρια.



Εικόνα: Action Graph