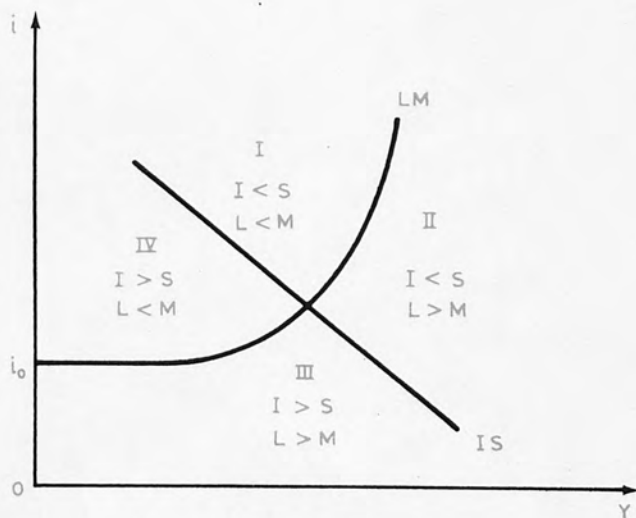


ΓΙΑΝΝΗ ΠΑΛΑΙΟΛΟΓΟΥ

Έπιστ. βοηθού της Β' Έδρας της Οικονομικής Αναλύσεως της  
Ανωτάτης Βιομηχανικής Σχολής Πειραιώς

# ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΑΚΡΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΕΩΣ



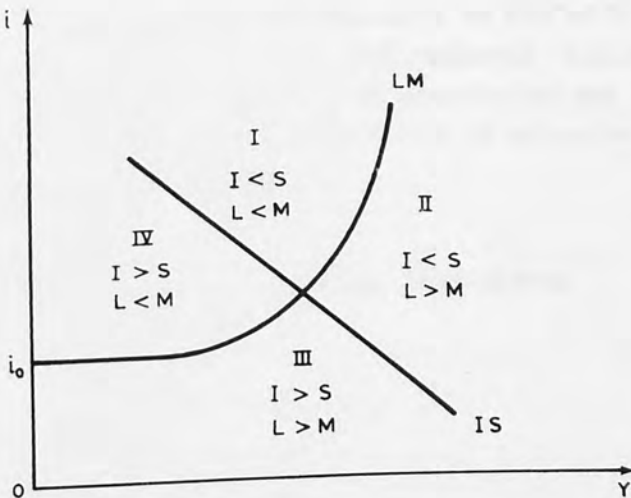
ΕΚΔΟΤΗΣ: ΣΤΑΥΡΟΣ ΚΑΡΑΜΠΕΡΟΠΟΥΛΟΣ  
ΠΕΙΡΑΙΕΥΣ 1978



ΓΙΑΝΝΗ ΠΑΛΑΙΟΛΟΓΟΥ

Έπιστ. βοηθού τής Β' Έδρας τής Οικονομικής Αναλύσεως τής  
Ανωτάτης Βιομηχανικής Σχολής Πειραιώς

# ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΑΚΡΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΕΩΣ



ΕΚΔΟΤΗΣ: ΣΤΑΥΡΟΣ ΚΑΡΑΜΠΕΡΟΠΟΥΛΟΣ  
ΠΕΙΡΑΙΕΥΣ 1978

Πάν γνήσιον αντίτυπον φέρει τήν υπογραφήν  
 του συγγραφέως.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΜΑΚΡΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ





## Π Ρ Ο Λ Ο Γ Ο Σ

Τό βιβλίο αυτό προορίζεται διά τούς φοιτητάς Οίκο-  
μικῶν Σχολῶν καί εἰδικώτερα διά τούς φοιτητάς τῆς Ἄνω-  
τάτης Βιομηχανικῆς Σχολῆς Πειραιῶς. Σκοπός του εἶναι νά ἐ-  
ξοικειωθοῦν οἱ φοιτηταί μέ τήν λύσιν προβλημάτων ἀναφερο-  
μένων εἰς τόν κλάδον τῆς Οἰκονομικῆς Ἀναλύσεως, ὃ ὁποῖος  
ἀσχολεῖται μέ τά προβλήματα τῆς Οἰκονομίας, πού ἀφοροῦν τήν  
συμπεριφορᾶν συνολικῶν μεγεθῶν, δηλ. εἰς τήν Μακροοικονο-  
μικήν θεωρίαν ἢ Μακροοικονομικήν Ἀνάλυσιν.

Κατέβαλα προσπάθεια νά περιορίσω ὅσον ἦτο δυνατόν τό  
μαθηματικόν μέρος κατά τήν λύσιν τῶν ἀσκήσεων, χωρίς ὅμως  
τοῦτο νά σημαίνει ὅτι διά τήν λύσιν ὠρισμένων ἀσκήσεων πού  
ἀναφέρονται εἰς τό βιβλίον αυτό, δέν εἶναι ἀπαραίτητος ἡ  
γνώσις στοιχείων διαφορικοῦ λογισμοῦ.

Μέρος τῶν ἀσκήσεων ἐδίδαξα κατά τά ἔτη 1975 καί 1976  
εἰς τούς ἐπί πτυχίῳ φοιτητάς τοῦ τμήματος Διοικήσεως Ἐ-  
πιχειρήσεων τῆς Α.Β.Σ.Π. εἰς τά φροντιστηριακά μαθήματα,  
τό ἐνδιαφέρον τῶν ὁποίων ἀπετέλεσεν τό κίνητρον διά τήν  
συγγραφὴν τοῦ βιβλίου αὐτοῦ.

Γιάννης Παλαιολόγος



## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Σελ.
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 1ον Προσδιορισμός του έπιπέδου του Είσοδήματος εις 'Υπόδειγμα δύο τομέων	7 - 13
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 2ον 'Υπόδειγμα Πολλαπλασιαστού Δύο Τομέων	14 - 21
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 3ον Δημόσιος Τομεύς	22 - 39
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 4ον 'Εξωτερικός Τομεύς	40 - 46
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 5ον 'Υπόδειγμα Πολλαπλασιαστού Τεσσάρων Τομέων	47 - 54
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 6ον Περί Καταναλώσεως	55 - 69
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 7ον Περί 'Επενδύσεων	70 - 82
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 8ον 'Ισορροπία εις τήν 'Αγοράν Προϊόντος	83 - 100
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 9ον Νομισματικός Τομεύς	101 - 105
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 10ον 'Ισορροπία εις τήν 'Αγοράν Χρήματος	106 - 117
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 11ον Ταυτόχρονος 'Ισορροπία εις τας 'Αγοράς Χρήματος και Προϊόντος	118 - 132
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 12ον 'Αποτελεσματικότης τής Δημοσιονομικής και Νομισματικής Πολιτικής	133 - 144

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 13ον	Ἡ Ἀγορά Ἐργασίας	145 - 163
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 14ον	Ὁ Ρόλος τῶν Τιμῶν εἰς τὴν Εἰσο- δηματικὴν Ἴσορροπίαν	164 - 177
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 15ον	Προσδιοριστικοί Παράγοντες τοῦ Ἐπιπέδου τῶν Τιμῶν	178 - 194

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ιον Προσδιορισμός του επιπέδου του Είσοδήματος εις Ὑπόδειγμα δύο τομέων

### 1. Γραφική Ἀνάλυσις τοῦ ἐπιπέδου τοῦ εἰσοδήματος εἰς ὑπόδειγμα δύο τομέων:

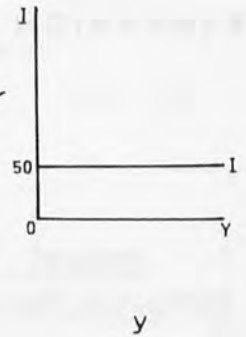
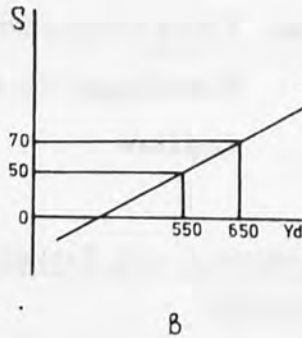
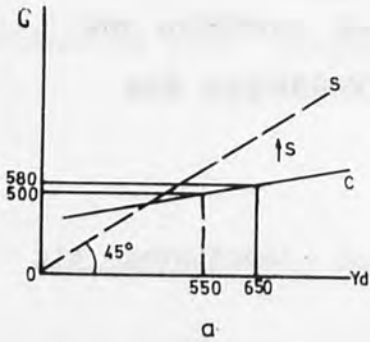
Ὁ προσδιορισμός τοῦ ἐπιπέδου τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος ἀπαιτεῖ τόν προσδιορισμόν τῆς ἐπιθυμητῆς (προγραμματιζομένης) καταναλώσεως, ἀποταμιεύσεως καί ἐπενδύσεως. Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι (α) εἰς κάθε ἐπίπεδον χρηματικοῦ εἰσοδήματος  $Y$  ὑφίσταται σταθερόν ἐπίπεδον ἐπιθυμητῆς ἐπενδύσεως  $I$ , (β) ἡ συνολική κατανάλωσις  $C$  εἶναι γραμμική συνάρτησις τοῦ ἐπιπέδου διαθέσιμου εἰσοδήματος  $Y_d$  καί (γ) ἡ συνολική ἀποταμίευσις  $S$  εἶναι γραμμική συνάρτησις τοῦ συνολικοῦ διαθέσιμου εἰσοδήματος. Ὄταν δέ ὁ ἰδιωτικὸς τομεὺς λαμβάνῃ τὴν συνολικὴν ἀξίαν τοῦ προϊόντος, τὸ συνολικὸν διαθέσιμον εἰσόδημα  $Y_d$  ἴσούται μέ τὸ μέγεθος τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος  $Y$ .

#### Παράδειγμα 1.

Εἰς τὰ κατωτέρω διαγράμματα ἀπεικονίζονται αἱ συναρτήσεις καταναλώσεως, ἐπενδύσεως καί ἀποταμιεύσεως:

Εἰς τὸ (α) διάγραμμα, ἡ συνολική κατανάλωσις εἶναι 500 μον, ὅταν τὸ διαθέσιμο εἰσόδημα εἶναι 550 μον καί 580 μον ὅταν τὸ  $Y_d$  εἶναι 650 μον. Ἡ συνολική ἀποταμίευσις  $S$  εἶναι ἴση μέ  $Y_d - C$ . Ἐπομένως ἡ  $S$  δύναται νά εὐρεθῇ - εἴτε ἀπὸ αὐτὸ τὸ διάγραμμα, εἴτε ἀπὸ τὸ (β) διάγραμμα καί εἶναι 50 μον ὅταν τὸ  $Y_d = 550$  καί 70 μον ὅταν  $Y_d = 650$  μον, ἐνῶ ἡ ἐπένδυσις εἶναι μέγεθος σταθερόν (ἐξωγενὴς μεταβλη-

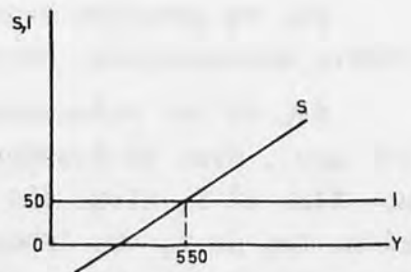
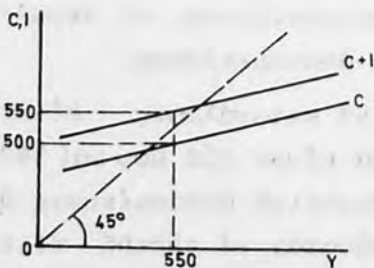
τή), μή επηρεαζομένη από τό ύψος τοῦ εἰσοδήματος.



Ἀπό τὰ ἀνωτέρω διαγράμματα καθίσταται σαφές ὅτι τό επίπεδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος συμβαίνει ὅταν ἡ προγραμματιζομένη συνολική δαπάνη  $C + I$  ἰσοῦται μέ τήν ἀξία τοῦ προϊόντος  $Y$  ἢ ὅταν ἡ *ex ante* ἀποταμίωση  $S$  ἰσοῦται μέ τήν *ex ante* ἐπένδυσιν  $I$ .

### Παράδειγμα 2.

Εἰς τό κατωτέρω διάγραμμα (α) ἡ ἰσορροπία συμβαίνει εἰς εἰσόδημα 550 μον, ὅπου ἡ ἐπιθυμητή συνολική δαπάνη ( $Z = 500 + I = 550$ ) ἰσοῦται μέ τήν ἀξίαν τοῦ προϊόντος ἀλλά καί τό (β) διάγραμμα δεικνύει τό επίπεδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος.



(α)

(β)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ίσορροπία εις έν υπόδειγμα δύο τομέων έπιτυγχάνεται όταν:

α) Ή άποταμίευσις (S) ίσοϋται μέ τήν έπένδυσιν (I).

β) Ή κατανάλωσις (C) σύν τήν έπένδυσιν (I) ίσοϋται μέ τήν άξίαν τοϋ προϊόντος (Y).

γ) Αί προγραμματιζόμεναι άποταμιεύσεις ίσοϋνται μέ τάς προγραμματιζόμενας έπενδύσεις.

δ) Ή συνολική δαπάνη (C + I) ίσοϋται μέ τήν συνολικήν πρόσοδον τών έπιχειρήσεων.

Άπάντησις: Όταν συμβαίη ή (γ) περίπτωσις.

2. Μία οίκονομία εύρίσκεται έν ίσορροπία όταν:

α) Ή προγραμματιζομένη κατανάλωσις (C) ύπερβαίη τήν προγραμματιζομένην άποταμίευσιν.

β) Ή προγραμματιζομένη κατανάλωσις ύπερβαίη τήν προγραμματιζομένην έπένδυσιν (I).

γ) Ή προγραμματιζομένη δαπάνη (C + I) ίσοϋται μέ τήν άξίαν τοϋ προϊόντος Y.

δ) Ή προγραμματιζομένη δαπάνη ίσοϋται μέ τήν πρόσοδον τών έπιχειρήσεων.

Άπάντησις: Όταν συμβαίη ή (γ) περίπτωσις.

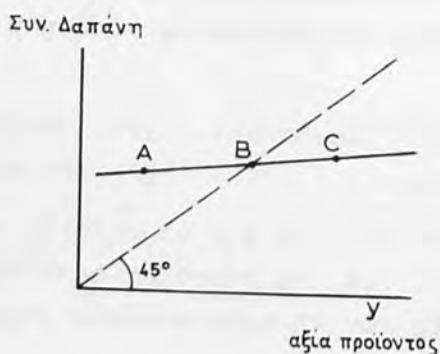
3. Έάν ή ex ante άποταμίευσις ( $S_{\alpha}$ ) εΐναι μεγαλυτέρα τών ex ante έπενδύσεων ( $I_{\alpha}$ ):

α) Τό προϊόν θ' αύξηθῆ.

β) Τό προϊόν θά μειωθῆ.

γ) Τό προϊόν δέν θά μεταβληθῆ.

Άπάντησις: θά συμβῆ ή (β) περίπτωσις.



Απάντησις: Τό σημειον Α δεικνύει άνισορροπία, διότι ή προγραμματιζομένη δαπάνη ( $C + I$ ) εΐναι μεγαλυτέρα της αξίας του προϊόντος.

Τό σημειον Β δεικνύει ίσορροπία, επειδή προγραμματιζομένη δαπάνη = 'Αξία προϊόντος.

Τέλος τό σημειον C εΐναι σημειον άνισορροπίας, διότι 'Αξία προϊόντος > έπιθυμητή Δαπάνη.

10. 'Υποθέτομεν ότι  $C = 40 + 0,75 Y$  καί ex ante  $I = μ.60$ . Ζητοϋνται:

- Τό επίπεδον ίσορροπίας του  $Y$ .
- Τό μέγεθος της καταναλώσεως εις τό επίπεδον της ίσορροπίας καί,
- Τό μέγεθος της αποταμιεύσεως εις τό επίπεδον της ίσορροπίας.

Απάντησις:

α) 'Ως γνωστόν ή συνθήκη ίσορροπίας εΐναι: Προγραμματιζομένη συνολική Δαπάνη = 'Αξία Προϊόντος,  
 ή  $Y = C + I$ , ώστε  $Y = 40 + 0,75 Y + 60 \Rightarrow Y = 400$  = 'Επίπεδον ίσορροπίας εισοδήματος.



β) Διά  $Y = \mu.400$  έχουμε  $C = 40 + 0,75 (400) = 340$ .

γ) 'Η αποταμίευσις ως έξ' υπολοίπου μέγεθος λισούται  $S = Y - C = 400 - 340 = 60$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 2ον Ὑπόδειγμα Πολλαπλαστοῦ δύο τομέων

Παράδειγμα:

Ἐστω ἡ δαπάνη ἐπενδύσεως  $I_0$  καὶ ἡ συνάρτησις καταναλώσεως  $C = C_0 + bY_d$  καὶ ὅτι ἡ ἀξία τοῦ παραγομένου προϊόντος ἰσοῦται μέ τὸ χρηματικόν εἰσόδημα τοῦ ἰδιωτικοῦ τομέως ὥστε  $Y_d = Y$ .

Συνθήκη ἰσοροπίας: Συνολικὴ Δαπάνη = Ἀξία Προϊόντος ἢ  $Y = C + I$

$$\text{ἢ } Y = C_0 + bY + I \Rightarrow \boxed{Y = \frac{C_0 + I_0}{1 - b}} \quad \text{ἢ} \quad \boxed{Y = K_e (C_0 + I_0)}$$

Ἐάν ὑπάρξῃ αὐτόνομος (ἐξωγενής) μεταβολή εἰς τὴν ἐπένδυσιν, *ceteris paribus*, ἡ μεταβολή εἰς τὸ ἐπίπεδον ἰσοροπίας τοῦ  $Y$  εἶναι:

$\Delta Y = \frac{\Delta I}{1 - b}$ , ὁπότε ἡ τιμὴ τοῦ πολλαπλασιαστοῦ εὐρίσκειται ἐκ τοῦ λόγου:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta I} = \frac{1}{1 - b} = K_e$$

Συμπέρασμα: Ἡ τιμὴ τοῦ πολλαπλασιαστοῦ  $K_e$  θετικῶς ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ  $b$ , ἥτοι τῆς ὀριακῆς ροπῆς πρὸς καταναλώσιν (MPC).

## 2. Δυναμικοί Πολλαπλασιαστές

Έστω ότι είς τήν χρονικήν περίοδον  $t$  τό εισόδημα  $i$ -σορροπίας είναι  $\bar{Y} = \mu.450$ . Επίσης  $C = 40 + 0,80 Y_d$  καί  $I = \mu.50$ . Ο ιδιωτικός τομέυς λαμβάνει ολόκληρον τήν άξίαν προϊόντος, ώστε  $Y_d = Y$ . Η άξία τοϋ προϊόντος είς έκάστην περίοδον ίσοϋται μέ τήν συνολικήν δαπάνην αύτῆς τῆς περιόδου.

### Περίπτωσης I.

Δέν ύφίσταται ύστέρησις μεταξύ  $C$  καί  $Y_d$ , ώστε  $C_{t+1} = 40 + 0,80 Y_{d,t+1}$ .

Είς τήν περίοδον  $t+1$  λαμβάνει χώραν αύξησις κατά  $\mu.10$  είς τήν έπένδυσιν (αυτόνομον μέρος έπενδύσεως).

Περίοδος  $t+1$ :  $Y_{t+1} = C_{t+1} + I_{t+1} = 40 + 0,80 Y_{t+1} + 60 = 500$ .

### Περίπτωσης II.

Υποθέτομεν ύστέρησιν μεταξύ  $C$  καί  $Y_d$  μιās περιόδου, ώστε:  $C_{t+1} = 40 + 0,80 Y_{d,t}$ .  $C_t = f(Y_{d,t-1}) =$  'Υστέρησις Δαπάνης.

Είς τήν περίοδον  $t+1$  συμβαίνει αύξησις τῆς έπενδύσεως κατά  $\mu.10$ .

Περίοδος  $t+1$ :  $Y_{t+1} = C_{t+1} + I_{t+1} = 40 + 0,80 Y_t + 60$

Άλλά  $Y_t = \mu.450$ , ώστε  $Y_{t+1} = \mu.460$ .

Περίοδος  $t+2$ :  $Y_{t+2} = C_{t+2} + I_{t+2} = 40 + 0,80 Y_{t+1} + 60$

Άλλά  $Y_{t+1} = \mu.460$ , ώστε  $Y_{t+2} = \mu.468$

Περίοδος  $t+3$ :  $Y_{t+3} = C_{t+3} + I_{t+3} = 40 + 0,80 Y_{t+2} + 60$

Άλλά  $Y_{t+2} = \mu.468$ , ώστε  $Y_{t+3} = \mu.474,40$

Συμπέρασμα: Ἡ τιμὴ τοῦ δυναμικοῦ πολλαπλασιαστοῦ ( $K_{de}$ ) μετὰ ἡ περιόδους ἰσοῦται μὲ τὴν φθίνουσαν γεωμετρικὴν πρόδοον.

Δηλ.  $\boxed{\Delta Y/\Delta I = K_{de} = (1 + b + b^2 + \dots + b^n)}$  (dynamic multiplier)

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ποῖα ἡ σχέσις μεταξὺ MPC καὶ MPS ;

Ἀπάντησις: Τὸ μέρος ἐκεῖνο τοῦ διαθέσιμου εἰσοδήματος πού δέν καταναλίσκεται, ἀποταμιεύεται ὥστε:

$$MPC + MPS = 1$$

2. Δοθείσης τῆς σχέσεως ἰσορροπίας  $Y = (C_0 + I_0)/(1 - b)$ , προσδιορίσατε:

α) Τὴν μεταβολὴν τοῦ εἰσοδήματος λόγω μεταβολῆς τοῦ αὐτονόμου μέρους τοῦ C δηλ. τῆς  $C_0$  καί,

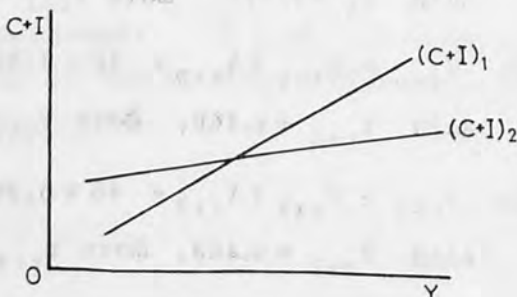
β) Τὴν τιμὴν τοῦ πολλαπλασιαστοῦ.

Ἀπάντησις:

α)  $\Delta Y = \Delta C/(1 - b)$

β)  $\Delta Y/\Delta C = K_e = 1/(1 - b)$

3.  $Y = (C + I)/(1 - b)$



Είς ποίαν από τας δύο καμπύλας συνολικῆς δαπάνης θά συμβῆ μεγαλύτερα μεταβολή εἰς τό επίπεδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος, ὡς ἀποτέλεσμα αὐτονόμου μεταβολῆς τῆς δαπάνης;

Ἀπάντησις: Εἰς τήν (C + 1), διότι ἔχει τήν μεγαλύτεραν ροπήν πρὸς δαπάνην.

4. Ἐάν ἡ ἐπένδυσις μειοῦται κατὰ μ.20 καί  $MPC = 0,60$ , νά εὐρεθῇ:

α) Ἡ μεταβολή εἰς τό επίπεδον τοῦ εἰσοδήματος ( $\Delta Y$ ).

β) Ἡ αὐτόνομος μεταβολή δαπάνης καί,

γ) Ἡ παράγωγος μεταβολή εἰς τήν κατανάλωσιν.

Ἀπάντησις:

α)  $\Delta Y = K_e \Delta I$ , ἀλλά  $K_e = \frac{1}{1 - 0,60} = 2,5$  καί

$$\Delta Y = \mu.50.$$

β) Ἡ κατὰ μ.20 μείωσις τῆς I εἶναι ἡαὐτόνομος μεταβολή δαπάνης.

γ) Ἡ παράγωγος μεταβολή τῆς καταναλωτικῆς δαπάνης ἴσοῦται μέ τήν διαφοράν μεταξὺ τῆς μεταβολῆς εἰς τό επίπεδον τοῦ Y καί τῆς μεταβολῆς τῆς αὐτονόμου δαπάνης.

Δηλ.  $\frac{\Delta Y - \Delta I}{\Delta C} = \eta$  ἢ  $\Delta C = b \Delta Y = 0,60 \cdot (50) = 30$

ἦτοι:  $50 - 20 = \mu.30$

5. Τό επίπεδον ἰσορροπίας εἰσοδήματος εἶναι μ. 500 ὅταν  $C = 40 + 0,80 Y_d$  καί  $I = \mu.60$ .

Ἐξωγενεῖς δυνάμεις μεταβάλλουν τὰς ἐξισώσεις δαπάνης, ὥστε  $C = 30 + 0,80 Y_d$  καί  $I = \mu.70$ .

α) Ποῦεν τό νέον επίπεδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος ;

β) Ἡ αὐτόνομος μεταβολή δαπάνης ;

Ἀπάντησις:

α) Δέν μεταβάλλεται τό επίπεδον ἰσορροπίας τοῦ  $Y$ .

β) Ἡ αὐτόνομος μεταβολή δαπάνης εἶναι μηδενική.

6. Ἐάν ἡ κατανάλωσις εἶναι συνάρτησις τοῦ διαθεσίμου εἰσοδήματος μέ χρονικήν ὑστέρησιν μιᾶς περιόδου, νά εὔρεθῇ ὁ δυναμικός πολλαπλασιαστής διά τέσσαρας περιόδους ὅταν ἡ MPC εἶναι 0,50, 0,80 καί 0,90.

Ἀπάντησις: Διά τέσσαρας περιόδους εἶναι :

$$\Delta Y / \Delta I = K_{de} = 1 + b + b^2 + b^3$$

Συνεπῶς: α)  $K_{de} = 1 + 0,50 + 0,25 + 0,125 = 1,875$

β)  $K_{de} = 1 + 0,80 + 0,64 + 0,512 = 2,952$

γ)  $K_{de} = 1 + 0,90 + 0,81 + 0,729 = 3,439$

7. Ὑποθέτομεν ὅτι  $C_t = f(Y_{d-1})$  καί ὅτι ὑφίσταται σταθερά αὔξεισις τῆς ἐπενδύσεως.

Πόσαι χρονικάί περίοδοι ἀπαιτοῦνται διά νά πραγματοποιηθῇ τό 50% ἐκ τοῦ ἀποτελέσματος τοῦ πολλαπλασιαστοῦ ἐάν MPC εἶναι (α) 0,50 καί β) 0,90 ;

Ἀπάντησις:

α) Ἐπειδή ἐπιθυμοῦμεν νά πραγματοποιηθῇ τό 50% τῆς τελικῆς μεταβολῆς εἰς τό επίπεδον τοῦ  $Y$ ,  $K_{de}/K_e = 0,5$ ,  $K_e = 1/(1 - MPC) = 2$ , ἐπειδή  $K_{de}/K_e = 0,5 \Rightarrow K_{de} = 1$ .

χρόνος: 1 (μία) περίοδος.

β)  $K_e = 1/(1 - MPC) = 10$ , ἐπειδή  $K_{de}/K_e = 0,5 \Rightarrow$

$\Rightarrow K_{de} = 5$ . Χρόνος: 7 (έβδομη) περίοδος.

8. Υποθέτομεν ότι (1) τό επίπεδον Ισορροπίας του είσοδήματος είναι  $\mu 500$ , (2) ή  $MPC = 0,80$  καί (3) ή κατανάλωσις είναι συνάρτησις του  $Y_d$  μέ χρονικήν ύστέρησιν μιᾶς περιόδου (1 περίοδος = 3 μῆνες):

α) Ποία πρέπει νά είναι ή διαρκής αύξησις τῆς ἐπενδύσεως ( $\Delta I$ ), ὥστε τό επίπεδον του είσοδήματος ν'ἀνέλθῃ εἰς  $\$550$  ἐντός ἐνός (1) ἔτους ;

β) Ποία είναι ή τελική μεταβολή εἰς τό επίπεδον Ισορροπίας του είσοδήματος ;

Ἀπάντησις:

α)  $\frac{\Delta Y}{\Delta I} = K_{de}$  ἢ  $\frac{59}{\Delta I} = K_{de}$ . Ὁ δυναμικός πολλαπλασιαστής ( $K_{de}$ ) διὰ τέσσαρας περιόδους εἶναι:

$$(1 + b + b^2 + b^3) = 2,95$$

Συνεπῶς:  $2,95 \Delta I = 59 \Rightarrow \Delta I = \mu 20$

β) Ἡ τελική μεταβολή εἰς τό επίπεδον Ισορροπίας του είσοδήματος εἶναι 100 μον.

9. Δίδεται τό υπόδειγμα  $Y = C + I$ ,  $C = C_0 + C_y Y$ . Ζητεῖται ὁ ὑπολογισμός του πολλαπλασιαστοῦ ἐπενδύσεων καί νά δειχθῇ ὁ τρόπος μεταβολῆς αὐτοῦ ὅταν ή  $MPC$  μεταβάλλεται.

Ἀπάντησις:

$$\frac{\partial Y}{\partial I} = \frac{1}{1 - C_y} \quad \text{καί} \quad \frac{\partial (\partial Y / \partial I)}{\partial C_y} = \frac{1}{(1 - C_y)^2} > 0$$

10. Ἐστω τό δυναμικό υπόδειγμα:

$$Y_t = C_t + I_t$$

$$C_t = c_y Y_{t+1}$$

Νά εὑρεθῆ ὁ πολλαπλασιαστής ὁ δεικνύων τὰς μεταβολάς:

α) τοῦ  $I_t$  ἐπὶ τοῦ  $Y_t$ ,

β) τοῦ  $I_{t-1}$  ἐπὶ τοῦ  $Y_t$ ,

γ) τοῦ  $I_{t-2}$  ἐπὶ τοῦ  $Y_t$  καί,

δ) γενικῶς αἱ μεταβολαί τοῦ  $I_{t-n}$  ἐπὶ τοῦ  $Y_t$ .

Ἀπάντησις:

α) Ἀντικαθιστῶντες τὴν δευτέραν ἐξίσωσιν τοῦ ὑποδείγματος εἰς τὴν πρώτην, ἔχομεν:

$$Y_t = c_y Y_{t-1} + I_t \quad \text{ὁπότε} \quad \frac{\partial Y_t}{\partial I_t} = 1 = C_y^0$$

$$\beta) Y_t = C_y (C_{t-1} + I_{t-1}) + I_t$$

$$\eta) Y_t = C_y C_{t-1} + C_y I_{t-1} + I_t \Rightarrow \frac{\partial Y_t}{\partial I_{t-1}} = C_y$$

$$\gamma) Y_t = C_y (C_y Y_{t-2} + I_{t-1}) + I_t = C_y^2 Y_{t-2} + C_y I_{t-1} + I_t$$

ἀλλὰ

$$\begin{aligned} Y_{t-2} &= C_{t-2} + I_{t-2} \Rightarrow Y_t = \\ &= C_y^2 (C_{t-2} + I_{t-2}) + C_y I_{t-1} + I_t = \\ &= C_y^2 C_{t-2} + C_y^2 I_{t-2} + C_y I_{t-1} + I_t \end{aligned}$$

ὁπότε:

$$\frac{\partial Y_t}{\partial I_{t-2}} = C_y^2$$

$$\delta) \text{ Καί γενικῶς } \frac{\partial Y_t}{\partial I_{t-n}} = C_y^n$$

11. Ὑποθέτομεν ὅτι τὸ Κράτος ἀναλαμβάνει τὴν διενέργειαν μεταβιβαστικῶν πληρωμῶν πρὸς τὰ ἄτομα διὰ κοινωνικὴν ἀσφάλισιν καὶ ἀντιστάθμισιν τῆς ὑποαπασχολήσεως. Παριστῶμεν δέ τὰς πληρωμὰς αὐτάς μὲ (F). Ἐπειδὴ πολλοὶ τῶν πληρωμῶν αὐτῶν μεταβάλλονται ἀντιστρόφως πρὸς τὸ εἰσόδημα, ὑποθέτομεν  $F = f_0 - f_y Y$ .



Παραλλήλως όμως, έπειδή αι κυβερνητικά πληρωμαί (F) έπαυξάνουν τό προσωπικόν εισόδημα, είναι  $Y_d = Y - T + F$ .

Ζητεΐται:

α) Νά ύπολογισθῆ ὁ πολλαπλασιαστῆς έπενδύσεων.

β) Νά εϋρεθοῦν  $\frac{\partial Y}{\partial t_o}$  καί  $\frac{\partial Y}{\partial f_o}$ .

Απάντησις:

α) Τό διαθέσιμον εισόδημα είναι  $Y_d = Y - T + F$

Αλλά  $T = t_y Y - t_o$  καί  $C = C_o + C_y (Y - T)$

ἢ  $C = C_o + C_y Y - C_y t_y Y + C_y t_o$ .

Επίσης  $C = C_o + C_y (Y - t_y Y + t_o + f_o - f_y Y) =$

$$= C_o + C_y Y - C_y t_y Y + C_y t_o + C_y f_o - C_y f_y Y$$

$$Y = C_o + C_y (Y - t_y Y - f_y Y) + C_y (t_o + f_o) + I$$

$$\frac{\partial Y}{\partial I} = \frac{1}{1 - C_y (1 - t_y + f_y)}$$

$$\beta) \frac{\partial Y}{\partial t_o} = \frac{-C_y}{1 - C_y (1 - t_y + f_y)}, \quad \frac{\partial Y}{\partial f_o} = \frac{C_y}{1 - C_y (1 - t_y + f_y)}$$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 3ον Δημόσιος Τομεύς

1. Ἡ ἀξία τοῦ προϊόντος ( $Y$ ) πίπτει ὅταν ἡ συνολικὴ δαπάνη ( $C + I + G$ ) εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τὴν ἀξία τῶν παραγομένων ἀγαθῶν καὶ αὐξάνει ὅταν ἡ συνολικὴ δαπάνη εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν ἀξία τοῦ προϊόντος.

Συνεπῶς, ἡ ἀξία τοῦ προϊόντος πίπτει ὅταν ἡ διαρροὴ ἐκ τοῦ εἰσοδηματικοῦ κυκλώματος (φόροι + ἀποταμιεύσεις) ὑπερβαίνει τὰς ἐπενδύσεις + δημοσίᾳ δαπάνη, ἀντιθέτως δὲ αὐξάνει ὅταν ἡ διαρροὴ εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τὸ ἄθροισμα  $I + G$ .

Εἰς τὸ ὑπόδειγμα μὲ τρεῖς τομεῖς, ἡ ἰσορροπία τοῦ  $Y$  ἐπιτυγχάνεται ὅταν  $Y = C + I + G$  εἰς ὄρους συνολικῆς δαπάνης, ἢ  $T_x + S = I + G$  εἰς ὄρους διαρροῶν - ἐπανεκχύσεων.

Παράδειγμα:

Ἔστω  $C = 40 + 0,80 Y_d$  καὶ  $I = \mu.60$ ,  
 $S = Y - 40 - 0,80 Y$ , ἐπειδὴ  $S = Y_d - C$  καὶ  $Y_d = Y$  ὅταν δὲν ὑφίστανται φόροι. Τὸ εἰσόδημα ἰσορροπίας ὑπολογίζεται εἰς  $\mu.500$ .

Περίπτωσης I.

Ἡ Δημοσίᾳ Δαπάνη εἶναι  $G = \mu.10$ .

Ἐξίσωσις Δαπάνης

$$Y = C + I + G$$

$$Y = 40 + 0,80 Y + 60 + 10$$

$$Y = \mu.550$$

Ἐξίσωσις  $S = I$

$$S = I + G$$

$$0,20 Y - 40 = 60 + 10$$

$$Y = \mu.550$$

## Περίπτωσης ΙΙ.

Όταν υποθέσωμεν τήν ὕπαρξιν φόρων, τότε  $Y_d = Y - T_x$

### Ἐξίσωσις Δαπάνης

$$Y = C + I + G \rightarrow Y = \\ = 40 + 0,80(Y - 10) + 60 + 10$$

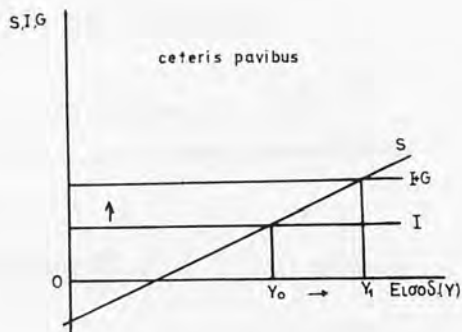
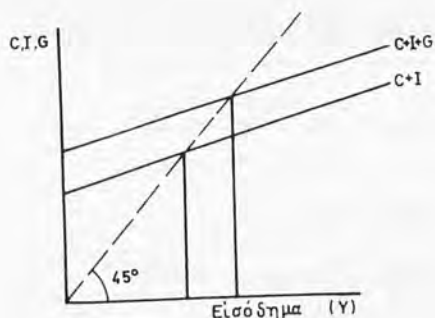
$$Y = \mu.510$$

### Ἐξίσωσις $S = I$

$$S + T_x = I + G \\ Y - 10 - 40 - 0,80(Y - 10) + 10 = \\ = 60 + 10$$

$$Y = \mu.510$$

### Διαγραμματική Παρουσίασις



## 2. Φόροι καί θεώρημα τοῦ Ἐξισωμένου Προϋπολογισμοῦ.

Ἐάν εἰς τό ὑπόδειγμά μας λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τοὺς φόρους  $\Rightarrow C = f(Y - T)$  ἢ  $C = f(Y_d)$ , ὅπου  $Y_d =$  Διαθέσιμον εἰσόδημα, ὁπότε ἡ σχέση  $Y = C + I + G$  γράφεται:

$$Y = f(Y - T) + I + G = g(I, G, T)$$

θεωροῦμεν τοὺς φόρους ὡς ἐξωγενή μεταβλητή ( $dT/dY = 0$ )  
δηλ. ὡς δεδομένους.

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἐξισώσεως διὰ παραγωγίσεως ἔχομεν:

$$\frac{\partial Y}{\partial I} = f'(Y-T) \cdot \frac{\partial Y}{\partial I} + 1 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial Y}{\partial I} = \frac{1}{1-f'(Y-T)}} =$$

= Πολλαπλασιαστής επενδύσεων

$$\text{Όμοίως } \frac{\partial Y}{\partial T} = f'(Y-T) \cdot \frac{\partial Y}{\partial T} - 1 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial Y}{\partial T} = -\frac{1}{1-f'(Y-T)}} < 0 =$$

= Πολλαπλασιαστής φόρου

Έκ τῆς συναρτήσεως:

$$Y = g(I, G, T) \Rightarrow \boxed{dY = \frac{\partial Y}{\partial I} dI + \frac{\partial Y}{\partial G} dG + \frac{\partial Y}{\partial T} dT}$$

Κατά τὰς ὑποθέσεις μας θεωροῦμεν τὰς ἐπενδύσεις ὡς αὐτονόμους, δηλ.

$$dI = 0 \quad \text{καί} \quad dG = dT$$

$$\text{ὥστε} \quad dY = \frac{\partial Y}{\partial G} dG + \frac{\partial Y}{\partial T} dG = \left( \frac{\partial Y}{\partial G} + \frac{\partial Y}{\partial T} \right) dG$$

$$\text{Ἀλλά} \quad \frac{\partial Y}{\partial G} + \frac{\partial Y}{\partial T} = \frac{1}{1-f'(Y-T)} - \frac{f'(Y-T)}{1-f'(Y-T)} = 1$$

$$\text{καί} \quad dY = dG$$

Τό συμπέρασμα πού προκύπτει ἀπό τήν ἀνωτέρω ἀνάλυσιν εἶναι:

"Τό ἄθροισμα τῶν πολλαπλασιαστῶν δημοσίων δαπανῶν καί φόρων ἰσοῦται μέ τήν μονάδα καί ἡ ταυτόχρονος ἰσόποσος μεταβολή δαπανῶν καί φόρων, δηλ.  $dG = dT \Rightarrow$  ἰσόποσον αύξησιν τοῦ εἰσοδήματος  $Y$ ,  $dY = dG$ "

Ἡ ἀνάλυσις αὐτή μᾶς περιγράφει τό "θεώρημα τοῦ ἐξισωμένου προϋπολογισμοῦ" ἢ τό "θεώρημα τοῦ μοναδιαίου πολλαπλασιαστοῦ" (unit-multiplier theorem).

Κατόπιν τῶν ἀνωτέρω, ἄς εἶναι:

$$C = c_0 + c_y(Y - T) \quad \text{ἢ} \quad C = c_0 + c_y Y_d$$

ὁπότε ἡ ἐξίσωσις εἰσοδήματος γίνεται:

$$Y = c_0 + c_y(Y - T) + I + G = c_0 + c_y Y - c_y T + I + G$$

$$\text{ἢ} \quad Y = \left( \frac{1}{1 - c_y} \right) (c_0 + I + G - c_y T)$$

$$\boxed{\frac{\partial Y}{\partial I} = \frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{1}{1 - c_y}} \quad , \quad \boxed{\frac{\partial Y}{\partial T} = - \frac{c_y}{1 - c_y}}$$

$$\text{ὥστε} \quad \frac{\partial Y}{\partial G} + \frac{\partial Y}{\partial T} = \frac{1}{1 - c_y} - \frac{c_y}{1 - c_y} = \frac{1 - c_y}{1 - c_y} = 1$$

Παράδειγμα:

$$\text{Ἔστω } C = c_0 + c_y(Y - T) = 20 + 0,80(Y - 30) ,$$

$$I = 50, \quad G = 50$$

$$\text{Τότε } Y = 20 + 0,80(Y - 30) + 50 + 50 \Rightarrow Y = 480 \text{ μον.}$$

$$\text{καί} \quad C = 380 \text{ μον.}$$

$$\text{Πράγματι:} \quad Y = 380 + 50 + 50 = 480$$

Ἔστω τώρα ὅτι λαμβάνει χώραν αὐξησις τῶν δημοσίων δαπανῶν καί τῶν φόρων κατά 10, ἦτοι:

$$dG = dT = 10 \quad \text{καί} \quad dI = 0$$

$$\text{τότε} \quad dY = \frac{\partial Y}{\partial I} dI + \frac{\partial Y}{\partial G} dG + \frac{\partial Y}{\partial T} dT = \frac{\partial Y}{\partial G} dG + \frac{\partial Y}{\partial T} dT$$

$$\text{ἀλλά} \quad \frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{1}{1 - c_y} = \frac{1}{1 - 0,80} ,$$

$$\frac{\partial Y}{\partial T} = - \frac{0,80}{1 - 0,80} \cdot dY =$$

$$= \frac{1}{1 - 0,80} \cdot 10 - \frac{0,80}{1 - 0,80} \cdot 10 = 10(5 - 4) =$$

$$= \underline{10.} = \underline{dG.} \quad \text{ὥστε τό } Y \text{ αὐξάνει κατά 10 δηλ.}$$

$$490 = 480 + 10.$$

Έπειδή τό  $Y$  καί  $T$  αύξάνονται κατά τό αύτό ποσό, ή άρχική τιμή τής  $C$  καί  $I$  δέν μεταβάλλεται.

Μεταβλητή Φορολογία καί τό θεώρημα του έξιτωμένου Προϋπολογισμού

A) Προηγουμένως έθεωρήσαμεν τούς φόρους άνεξαρτήτους του  $Y$  δηλ.  $dT/dY = 0$ . Είς τήν παροῦσαν φάσιν τής άναλύσεως θεωρούμεν τούς φόρους ώς συνάρτησιν του  $Y$  δηλ.  $T = g(Y)$ .

Άς είναι συνεπώς  $T = t_y Y - t_o$

καί

$$C = c_o + c_y (Y - T)$$

Η ταυτολογική έξίσωσις του  $Y$  γράφεται πάλιν:

$$Y = C + I + G = c_o + c_y (Y - t_y Y + t_o) + I + G \Rightarrow Y = \frac{c_o + I + G + c_y t_o}{1 - c_y (1 - t_y)}$$

Έκ τής τελευταίας έξίσωσεως διά παραγωγίσεως έχομεν τούς πολλαπλασιαστάς, δηλ.

$$\frac{\partial Y}{\partial I} = \frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{1}{1 - c_y (1 - t_y)}, \text{ όπου } MPC = c_y (1 - t_y)$$

Παρατηρούμεν όμως ότι οί πολλαπλασιασταί είς τήν περίπτωση τής μεταβλητής φορολογίας είναι μικρότεροι από τούς πολλαπλασιαστάς τής σταθεράς φορολογίας, ήτοι:

$$\frac{1}{1 - c_y (1 - t_y)} < \frac{1}{1 - c_y}$$

B) Καί ένταῦθα ίσχύει τό θεώρημα του έξιτωμένου προϋπολογισμού. Υποθέτομεν ότι αύξάνουν αι δημόσιαι δαπάναι κατά  $dG$  καί ότι πρός άντιστάθμισιν τό Κράτος αύξάνει τούς φόρους κατά ποσό  $dT = dG$ .

### 3. Μεταβιβαστικά Πληρωμαί (Tr)

Αι μεταβιβαστικά πληρωμαί θεωρούνται ως άρνητικοί φόροι.

$$\text{Όταν } C = 40 + 0,80 Y_d, \quad I = 60, \quad G = 10,$$

$$Y_d = Y - T_x$$

ευρέθη ότι τό επίπεδον ίσορροπίας του εισοδήματος είναι μον.510.

#### Περίπτωσης I.

$$\text{Εάν } T_r = \mu.5, \quad \text{τό } Y_d = Y - T_x + T_r$$

$$\begin{aligned} \text{καί} \quad Y &= C + I + G \rightarrow Y = 40 + 0,80(Y - 10 + 5) + 60 + 10 \rightarrow \\ &\rightarrow Y = 530 \end{aligned}$$

#### Περίπτωσης II.

Υποθέτομεν τήν μείωσιν τών φόρων κατά 5 μον.

$$Y = C + I + G = 40 + 0,80(Y - 5) + 60 + 10 \Rightarrow Y = \mu.530$$

Συμπέρασμα: Ἡ αύξησις τών μεταβιβαστικῶν πληρωμῶν ἢ ἡ μείωσις τών φόρων, ἔχει τό αὐτό ἀποτέλεσμα ἐπί τοῦ ἐπιπέδου ίσορροπίας τοῦ εισοδήματος.

$$\text{Τοῦτο δέ συμβαίνει ἐπειδή } K_{tr} = K_{tx}.$$

Παράδειγμα:

$$\text{Ἔστω } C = c_0 + bY_d, \quad Y_d = Y - T_x + T_r,$$

$$I = I_0, \quad G = G_0, \quad T_x = T_{x_0}, \quad T_r = T_{r_0}$$

Συνθήκη ίσορροπίας:

$$Y = C + I + G, \quad Y = C_0 + b(Y - T_{x_0} + T_{r_0}) + I_0 + G_0 \Rightarrow$$

$$Y = \frac{C_0 + I_0 + G_0 - bT_{x_0} + bT_{r_0}}{1 - b}$$

Πολ/στής Δημοσίας Δαπάνης:

Υποθέτομεν αυτόνομον μεταβολήν εἰς τὴν δημοσίαν δαπάνην  $G_0$ . Ἡ ἀντίστοιχος μεταβολή εἰς τὸ ἐπίπεδον ἰσοροπίας τοῦ εἰσοδήματος θὰ εἶναι:

$$\Delta Y = \frac{\Delta G}{1-b} \Rightarrow K_e = \frac{\Delta Y}{\Delta G} = \frac{1}{1-b}$$

Πολ/στής Φόρων καὶ Μεταβιβ.Πληρωμῶν:

Ἡ μεταβολή εἰς τὸ εἰσόδημα, λόγω μεταβολῆς τῶν αὐτόνομων φόρων ( $T_{x0}$ ) εἶναι:

$$\Delta Y = \frac{-b\Delta T_{x0}}{1-b} \Rightarrow K_{tx} = \frac{\Delta Y}{\Delta T_x} = \frac{-b}{1-b}$$

Ἐνῶ  $K_{tr} = \frac{\Delta Y}{\Delta T_r} = \frac{b}{1-b} = \text{Πολ/στής Μεταβ.Πληρωμῶν.}$

Πολ/στής Ἐξισωμένου Προϋπολογισμοῦ:

Υποθέτομεν ταυτόχρονον μεταβολήν (ἴσην) εἰς τὰ μεγέθη  $G_0$  καὶ  $T_{x0}$ , ὁπότε ἡ ἀντίστοιχος μεταβολή εἰς τὸ ἐπίπεδον ἰσοροπίας τοῦ εἰσοδήματος θὰ εἶναι:

$$\Delta Y = \frac{\Delta G - b\Delta T_x}{1-b}$$

ἀλλὰ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν,  $\Delta G = \Delta T_x$  (Ἐξισωμένος Προϋπολογισμός - Balanced Budget).

Ἐπομένως  $\Delta Y = \frac{\Delta G - b\Delta G}{1-b} \Rightarrow \Delta Y = \Delta G$

Ὡστε ὁ Πολ/στής διὰ ταυτόχρονον ἴσην μεταβολήν εἰς τὰ  $G$  καὶ  $T_x$  εἶναι:  $K_b = \Delta Y/\Delta G = 1$ . (Θεώρημα τοῦ ἐξισωμένου Προϋπολογισμοῦ ἢ τοῦ μοναδιαίου Πολ/στοῦ ἢ ἀποτέλεσμα τῶν *Gelting* καὶ *Haavelmo*).

## 4. Ἀναλογικὴ Φορολογία (Συνάρτησις τοῦ Εἰσοδήματος)

Ἐστω ὅτι οἱ φόροι εἶναι  $T = T_{x0} + tY$  (ἔνθα  $t = \text{στα-}$



θερό - αναλογική φορολογία).

Ἡ φορολογία τοῦ εἰσοδήματος ἐπηρεάζει τὸ πολλαπλασιαστικὸν ἀποτέλεσμα αὐτονόμου μεταβολῆς ἐπὶ τοῦ εἰσοδήματος ἰσορροπίας.

Παράδειγμα 1.

$$\text{Ἔστω } C = 40 + 0,80 Y_d, \quad I = 60, \quad G = 40$$

$$Y_d = Y - tY, \quad \delta\text{που } t = 0,10$$

Μὲ τὰ δεδομένα αὐτά εἶναι:

$$Y = \mu.500 \quad \text{καί} \quad \text{Φόροι} = \mu.50$$

Ἐπιπέδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος εἶναι:

$$Y = C + I + G = 40 + 0,80(Y - 0,10 Y) + 60 + 40 \Rightarrow Y_1 = 571,43$$

καί οἱ φόροι αὐξάνονται εἰς 57,14.

Ὅταν ὁμως οἱ φόροι εἶναι αὐτόνομοι (ἀνεξάρτητοι τοῦ Y) τὸ ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ Y θὰ εἶναι:

$$Y = C + I + G = 40 + 0,80(Y - 50) + 60 + 40 \Rightarrow Y_2 = 600,$$

δηλ. μέγεθος μεγαλύτερον

$$Y_2 = 600 > Y_1 = 571,43$$

Παράδειγμα 2.

$$\text{Ἔστω } C = 20 + 0,80(Y - T), \quad I = 50, \quad G = 50$$

$$T = 0,25 Y - 100.$$

$$\text{Ἔστω } C = 20 + 0,80(Y - 0,25 Y + 100) = 100 + 0,6 Y$$

$$\text{καί } Y = 100 + 0,6 Y + 50 + 50 \Rightarrow Y = 500$$

$$T = 0,25 \cdot 500 - 100 = 25$$

Ἐπιπέδον ἰσορροπίας τῶν αἰδημόσιων δαπάνων εἶναι 150 = G καί ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος φορολογίας γίνεται  $dT/dY = 0,375$ , ἐνῶ  $dI = 0$ .

$$\text{Επομένως } C = 20 + 0,80(Y - 0,375Y + 100)$$

$$\text{καί } Y = 100 + 0,5Y + 50 + 150 = 600$$

$$\text{καί } T = (0,375) \cdot 600 - 100 = 125$$

$$\text{Δηλ. } dG = dT = 100 \quad \text{καί} \quad dY = dG$$

5. Πώς Διαμορφούνται οι Πολ/σταί Δημοσίου Τομέως όταν οι Φόροι είναι Συνάρτησις του  $Y$ .

Παράδειγμα 1.

$$\text{Έστω } C = C_0 + bY_d, \quad Y_d = Y - T_x + T_r, \quad T_x = T_0 + tY, \\ T_r = T_{r0}, \quad I = I_0, \quad G = G_0$$

Συνθήκη Ισορροπίας:  $Y = C + I + G = \text{Συνολική Δαπάνη}$ .

$$Y = C_0 + b(Y - T_{x0} - tY + T_{r0}) + I_0 + G_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y = \frac{C_0 + I_0 + G_0 - bT_{x0} + bT_{r0}}{1 - b + bt}$$

Πολ/στής Δαπάνης (Expenditure Multiplier):

Έστω αυτόνομος μεταβολή δημοσίων δαπανών  $G_0$ .

$$\text{Τότε: } \Delta Y = \frac{\Delta G}{1 - b + bt} \quad \eta \quad K_e = \frac{\Delta Y}{\Delta G} = \frac{1}{1 - b + bt}$$

Πολ/στής Μεταβ.Πληρωμών

Έστω αυτόνομος μεταβολή των μεταβιβαστικών πληρωμών  $T_{r0}$ .

$$\text{Τότε: } \Delta Y = \frac{b\Delta T_r}{1 - b + bt} \quad \eta \quad K_{tr} = \frac{\Delta Y}{\Delta T_r} = \frac{b}{1 - b + bt}$$

Πολ/στής Φόρου:

Ο Πολ/στής Φόρου, ως γνωστόν, θά έχη την αυτήν τιμήν μέ τον  $K_{tr}$ , αλλά μέ πρόσημον άρνητικόν, ητοι:

$$K_{t,x} = \frac{\Delta Y}{\Delta T_x} = \frac{-b}{1-b+bt}$$

Πολ/σitis 'Εξισωμένου Προϋπολογισμού:

Έστω μία Ισόποσος ταυτόχρονος μεταβολή των αυτόνομων μεγεθών  $T_{x0}$  και  $G_0$ . Όπότε:

$$\Delta Y = \frac{\Delta G - b\Delta T_x}{1-b+bt}$$

Άλλά έξ' υποθέσεως:

$$\Delta G = \Delta T_x, \quad \Delta Y = \frac{\Delta G - b\Delta G}{1-b+bt} \Rightarrow K_b = \frac{\Delta Y}{\Delta G} = \frac{1-b}{1-b+bt} < 1$$

#### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Έστω ότι η φορολογία είναι προοδευτική και ότι ο δημόσιος Προϋπολογισμός είναι εξισωμένος  $G = T$ . Μία αυτόνομος αύξησης επενδύσεων αυξάνει τό επίπεδο ισορροπίας του εισοδήματος.

Ερωτάται, ο Προϋπολογισμός:

- θα παραμείνη εξισωμένος,
- θα έχη πλεόνασμα, ή
- θα έχη έλλειμμα.

Απάντησις: Ό Προϋπολογισμός θα έμφανίση πλεόνασμα, δηλ.  $T > G$ .

2. Έάν τό Κράτος μειώση συγχρόνως κατά μ10 τούς φόρους (T) και τήν G, έρωτάται μέ  $MPC = 0,90$ , τό εισόδημα θα μειωθῆ:

- κατά μ.9,
- κατά μ.80, ή
- κατά μ.10.

Απάντησις: Σύμφωνα μέ τό θεώρημα του εξισωμένου

Προϋπολογισμού, θά ισχύη ή (γ) περίπτωσης.

3. Έστω υπόδειγμα τριών τομέων  $(C + I + G)$ , έρωτάται τό επίπεδον ίσορροπίας τοϋ εισοδήματος έξασφαλίζεται από τας σχέσεις:

$$\alpha) I + S = T_x + G,$$

$$\beta) I + G = S + T_x,$$

$$\gamma) I + T_x = S + G, \quad \eta$$

$$\delta) S = I + T_x + G$$

Απάντησις: Η συνθήκη ίσορροπίας έξασφαλίζεται από τήν σχέσηιν  $I + G = S + T_x$  δηλ. έκχύσεις = διαρροαί.

4. Έάν ή φορολογία είναι αναλογική προς τό εισόδημα τότε:

α) ό πολ/στής έξισωμένου Προϋπολογισμού ( $K_b$ ) έχει μηδενικήν τιμήν,

β) ό πολ/στής δημοσίων δαπανών έχει τιμήν μεγαλύτεραν,

γ) ό πολ/στής μεταβιβαστικῶν πληρωμῶν ( $K_{tr}$ ) έχει τιμήν μεγαλύτεραν, η τέλος

δ) ή τιμή τοϋ πολ/στοϋ δημοσίων δαπανῶν ( $K_e$ ) μειοϋται.

Απάντησις: Ισχύει ή (δ) περίπτωσης, δηλ. ό πολ/στής λαμβάνει μικροτέραν τιμήν:

$$\frac{1}{1-b} > \frac{b}{1-b+bt}$$

5. Έάν ό πολλαπλασιαστής επενδύσεων είναι 5 καί ή φορολογία είναι συνάρτησις τοϋ εισοδήματος  $T_x = T(Y)$ , τότε:

$$\alpha) \text{ ό πολ/στής φόρου } (K_{t_x}) = 4,$$

$$\beta) \text{ ό πολ/στής δημοσίων δαπανῶν } K_e = 4,$$

γ) ο πολ/στής φόρου  $K_{Tx} < 4$ , ή

δ)  $K_{Tx} > 4$ .

Απάντηση: Η τιμή του πολ/στοῦ φορολογίας είναι μεγαλύτερα του 4.

6. Εάν υφίσταται πλήρης άπασχόλησις με σταθερότητα τιμών, ενώ οι φόροι και η δημοσία δαπάνη αύξάνονται κατά τό αυτό ποσόν (έξισωμένος Προϋπολογισμός), ή οίκονομία:

α) θά παραμείνη είς τήν πλήρη άπασχόλησιν, με σταθερότητα τιμών,

β) θά εύρεθῆ είς επίπεδον κάτω τῆς πλήρους άπασχολήσεως, ή

γ) θά ἔχη ὡς άποτέλεσμα τήν εμφάνισιν πληθωριστικῶν τάσεων.

Απάντηση: Ἀφοῦ ὄλον τό ἐργατικόν δυναμικόν άπασχολεῖται, ή συνεχῆς αύξησις  $G$  καί  $T_x$  κατά τό αυτό ποσόν, σύμφωνα με τό θεώρημα τοῦ έξισωμένου Προϋπολογισμοῦ, ὀδηγεῖ είς αύξησιν τοῦ  $Y$  κατά τό ποσόν αυτό, ἀλλά ή αύξησις αὕτη, θά ὀφείλεται πλέον είς αύξησιν τῶν τιμῶν  $Y = Q \cdot P$  ἀφοῦ  $Q =$  σταθερόν (πλήρης άπασχόλησις). Δηλ. ἔχομεν αύξησιν τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος ἤτοι πληθωριστικῆς τάσεως.

7. Εάν λάβη χώραν αύησις είς τούς φόρους καί τήν δημοσίαν δαπάνην, τότε:

α) ή καμπύλη  $S + T_x$  μετατοπίζεται πρὸς τά ἄνω καί ή  $I + G$  πρὸς τά ἄνω,

β) ή καμπύλη  $S + T_x$  μετατοπίζεται πρὸς τά κάτω καί ή  $I + G$  πρὸς τά κάτω,

γ) ή καμπύλη  $S + T_x$  μετατοπίζεται πρὸς τά κάτω καί ή  $I + G$  πρὸς τά ἄνω, ή τέλος

δ) ή καμπύλη  $S + T_x$  μετατοπίζεται πρὸς τά ἄνω καί ή  $I + G$  πρὸς τά κάτω.

Απάντησις: Θά συμβῆ ἡ (α) περίπτωσηις.

8. Ἐάν λαμβάνη χώραν ἰσόποσος αὐξησις εἰς τοὺς φόρους καὶ τὴν δημοσίαν δαπάνην, ἡ καμπύλη συνολικῆς ζητήσεως:

α)  $C + I + G$  μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἄνω,

β)  $C + I + G$  μετατοπίζεται πρὸς τὰ κάτω, καὶ

γ)  $C + I + G$  δέν μετατοπίζεται.

Απάντησις: Σύμφωνα πρὸς τὸ θεώρημα τοῦ ἐξισωμένου Προϋπολογισμοῦ, ἡ ἰσόποσος αὐξησις  $T_x$  καὶ  $G$  ὀδηγεῖ εἰς αὐξησιν τοῦ  $Y$  κατὰ τὸ ποσὸν αὐτὸ καὶ κατὰ συνέπειαν ἡ καμπύλη συνολικῆς δαπάνης  $C + I + G$  μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἄνω.

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Προβῆτε εἰς τὴν κατάταξιν τῶν κατωτέρω προτάσεων βάσει τῆς δυνατότητος αὐξήσεως τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος:

α) Ἡ Δημοσία Δαπάνη ( $G$ ) καὶ οἱ φόροι ( $T_x$ ) αὐξάνουν κατὰ τὸ ποσὸν  $x$ .

β) Ἡ Δημοσία Δαπάνη ( $G$ ) καὶ οἱ φόροι ( $T_x$ ) μειοῦνται κατὰ τὸ ποσὸν  $x$ .

γ) Ἡ Δημοσία Δαπάνη ( $G$ ) αὐξάνει κατὰ  $x$ . Καί,

δ) Οἱ φόροι αὐξάνουν κατὰ  $x$ .

Λύσις:

Ὅταν αὐξηθῇ ἡ Δημοσία Δαπάνη ( $G$ ) κατὰ  $x$ , τότε ἡ αὐξησις τοῦ  $Y$ , ( $\Delta Y$ ) θά εἶναι:

$$\Delta Y = \frac{\Delta G}{1 - b} = K_e (\Delta G)$$

Δηλαδή θά εἶναι ἡ μεγαλύτερα ἀπ' ὅλας τὰς ἄλλας περιπτώσεις ἡ αὐξησις τοῦ  $Y$ .

Ένϕ ἡ ἀύξησης κατά τό αὐτό ποσό τῶν  $G$  καί  $T_x$  θά ὀδηγήσῃ εἰς ἀύξησην τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροπίας τοῦ  $Y$  κατά  $x$  σύμφωνα πρὸς τό θεώρημα τοῦ "ἐξισωμένου Προϋπολογισμού" ἢ ἄλλως τοῦ "μοναδιαίου πολ/στοῦ"  $K_b = \Delta Y / \Delta G = 1$ .

Ένϕ ἡ ἐφαρμογή τῶν προτάσεων (β) καί (δ) ὀδηγοῦν εἰς μείωσιν τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος.

2. Ὑποθέτοντες ὅτι  $MPC = 0,75$ , νά εὑρεθῇ ἡ μεταβολή εἰς τό ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος, ἔάν:

α) ἡ Δημοσία Δαπάνη ἀύξάνῃ κατά  $\mu.10$ ,  $\Delta G = 10$ ,

β) οἱ φόροι ἀύξάνουν κατά  $\mu.15$ ,  $\Delta T_x = 15$ , καί

γ) αἱ μεταβιβαστικαί πληρωμαί ἀύξάνουν κατά  $\mu.10$ ,

$\Delta T_r = 10$ .

Λύσεις:

$$\alpha) \quad \Delta Y = \frac{1}{1-b} \Delta G = K_e \Delta G = \frac{1}{1-0,75} \cdot 10 = 40$$

$$\beta) \quad \Delta Y = \frac{-b \Delta T_x}{1-b} = K_{tx} (\Delta T_x) = 45$$

$$\gamma) \quad \Delta Y = \frac{b \Delta T_r}{1-b} = K_{tr} \Delta T_r = 30$$

3. Ὄταν  $MPC = 0,75$  καί ὑφίσταται φορολογία εἰσοδήματος\* μέ  $t = 0,20$ , τότε νά εὑρεθῇ ἡ μεταβολή τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος, ἔάν:

α)  $\Delta G = 10$ ,

β)  $\Delta T_x = 15$ , καί

γ)  $\Delta T_r = 10$ .

Λύσεις:

$$\alpha) \quad \Delta Y = \frac{\Delta G}{1-b+bt} = 10 \cdot 2,5 = 25$$

---

\* Ὁ πολ/στής φορολογίας εἰσοδήματος καλεῖται καὶ πολ/στής ἀμέσων φόρων.

$$\beta) \quad \Delta Y = \frac{-b\Delta T_x}{1-b+bt} = -1,875 \cdot 15 = -28,12$$

$$\gamma) \quad \Delta Y = 18,75 \text{ μον.}$$

4. Ξηγήσατε διατί ή φορολογία είσοδήματος (άναλογική ή προοδευτική) μειώνει τήν τιμήν τών πολλαπλασιαστών.

Λύσις:

Έπειδή όταν ή φορολογία συνδέεται μέ τό επίπεδον του Y, υπάρχει παράγωγος άποταμειυτική διαρροή, ήτις έπηρεάζει τό πολλαπλασιαστικόν άποτέλεσμα τής άυτονόμου μεταβολής τής δαπάνης.

Ό όριακός συντελεστής φορολογικής έπιβαρύνσεως (t) μειώνει τήν τιμήν του πολ/στου.

$$5. \quad \text{Έστω } C = 20 + 0,50 Y_d, \quad I = \mu.40, \quad G = \mu.10, \\ Y_d = Y - T_x \text{ και } T_x = \mu.5.$$

Νά προσδιορισθοῦν:

- α) Τό επίπεδον ίσορροπίας του είσοδήματος.  
 β) Τά μεγέθη τής καταναλώσεως και άποταμειύσεως και,  
 γ) Η έξίσωσις άποταμειύσεων-έπενδύσεων.

Λύσις:

α) Τό είσόδημα ίσορροπίας εύρίσκεται από τήν βασικήν σχέσηιν:  $Y = C + I + G = 20 + 0,50 Y_d + 40 + 10$

$$\eta \quad Y = 20 + 0,50(Y - 5) + 40 + 10 \Rightarrow Y = \mu.135$$

$$\beta) \quad C = 20 + 0,50(135 - 5) \Rightarrow C = \mu.85,$$

$$S = Y_d - C = 130 - 85 = 45$$

$$\gamma) \quad S + T_x = I + G \quad \eta \quad 45 + 5 = 40 + 10,$$

ήτοι διαρροαί = έκχύσεις.



6. Τό τρέχον επίπεδο εισοδήματος είναι μ.500. Ἡ πλήρης ὄμως ἀπασχόλησις ὀρίζεται ἀπὸ εἰσόδημα μ.550. Ἐάν οἱ φόροι εἶναι αὐτόνομοι (ἀνεξάρτητοι τοῦ Y) καὶ  $MPC = 0,80$ , πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ αὐξησις τοῦ G, δηλ. τό  $\Delta G$ , ὥστε ἡ οἰκονομία νὰ ἐπιτύχη τό ἐπίπεδο πλήρους ἀπασχολήσεως, ὁ δὲ Προϋπολογισμὸς τοῦ Κράτους νὰ παραμένῃ ἔξισωμένους:

$$(\Delta G = \Delta T_x)$$

Λύσις:

$$\Delta Y = 50, \quad MPC = 0,80$$

Τό εἰσόδημα δέον ν'αὐξηθῇ κατὰ μ.50. Σύμφωνα μέ τό θεώρημα τοῦ ἔξισωμένου Προϋπολογισμοῦ,  $K_b = \Delta Y / \Delta G = 1$ , θὰ εἶναι  $\Delta G = \Delta T_x = 50$ .

7. Ἐς ὑποθέσωμεν ὅμως ὅτι τό Κράτος ἐπιθυμεῖ νὰ λειτουργῇ μέ ἔλλειμμα ( $G > T$ ), δηλ. νὰ ἐφαρμόζη πολιτική ἐλλειμματικῆς χρηματοδοτήσεως. Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ μεταβολή εἰς:

α) τοὺς φόρους, ἢ

β) τήν Δημοσίαν Δαπάνην, ὥστε ἡ οἰκονομία νὰ ὀδηγηθῇ εἰς πλήρη ἀπασχόλησιν ;

Λύσις:

$$\alpha) \Delta Y = \mu.50, \quad \Delta Y = \frac{-b \Delta T_x}{1 - b}$$

$$\eta \quad \Delta Y = K_{tx} (\Delta T_x) \Rightarrow \Delta T_x = \Delta Y / K_{tx}$$

$$\alpha \lambda \lambda \acute{\alpha} \quad K_{tx} = -4$$

$$\omega \sigma \tau \epsilon \quad \Delta T_x = -12,50$$

$$\beta) \Delta Y = \frac{1}{1 - b} \Delta G = K_e \Delta G = 5 \cdot \Delta G \Rightarrow \Delta G = \\ = 50 : 5 = 10$$

8. Έστω ότι η οικονομία ευρίσκεται εις επίπεδον πλήρους απασχολήσεως. Υποθέτοντες έναν έφ'άπαξ φόρον ( lump-sum tax), εάν τό κράτος μειώση τάς δαπάνας του, αλλά χωρίς νά επιθυμή ή πολιτική του αυτή νά είναι αντιπληθωριστική, ποία μείωσις τών φόρων άπαιτεΐται, ώστε νά διατηρηθῆ ή σταθερότης τών τιμών ;

Λύσις:

Υποθέτομεν ότι ή συνθήκη ίσορροπίας δίδεται από τήν σχέσηιν:

$$Y = \frac{C_o + I_o + G_o - bT_{x_o} + bT_{r_o}}{1 - b}$$

Εάν ύπάρχη ίσόποσος μείωσις τών G και  $T_x$  και:

$$\Delta Y = 0, \quad \Delta C = 0, \quad \Delta I = 0, \quad \Delta T_r = 0$$

έχομεν:

$$0 = \frac{\Delta G - b\Delta T_x}{1 - b} \Rightarrow \Delta G = b\Delta T_x \Rightarrow \frac{\Delta G}{b} = \Delta T$$

ή άπαιτουμένη μείωσις τών φόρων.

9. Η πλήρης απασχόλησις ορίζεται από τό εισόδημα τών μ.600; Η συνάρτησις καταναλώσεως είναι  $C = 10 + 0,90 Y_d$ ,  $I = \mu.60$  Δημόσιαι Δαπάναι  $(G + T_r) = \mu.35$ ,  $T_x = 5 + 0,10 Y$ .

α) Ποϊον είναι τό τρέχον επίπεδον ίσορροπίας του εισοδήματος ;

β) Ποία τά C, I και  $T_x$  εις τό επίπεδον αυτό του εισοδήματος ;

γ) Είναι τό επίπεδον αυτό του εισοδήματος πληθωριστικόν ή αντιπληθωριστικόν ;

δ) Ποία πρέπει νά είναι ή μεταβολή τῆς δημοσίας δαπάνης ( $\Delta G$ ) ώστε νά επιτευχθῆ ό στόχος τῆς πλήρους απασχολήσεως και τῆς σταθερότητος τών τιμών ;

Λύσις:

α) Από τήν σχέσηιν  $Y = C + I + G$  διά τῆς έκτελέσεως

των αναγκαίων πράξεων, εύρισκομεν ότι  $Y = \mu.528,95$ .

$$\beta) C = 10 + 0,90(Y - 5 - 0,10 Y) = 433,95$$

$$T_x = \mu.57,89 \text{ και } I = \mu.60$$

$\gamma)$  Τό εύρεθέν επίπεδον εισοδήματος είναι άντι-πληθωριστικόν, διότι εύρσκεται κάτω του επιπέδου τής πλήρους απασχολήσεως ( $\mu.600$ )\*.

$\delta)$   $\Delta G = ;$  ,  $\Delta Y = 71,05$ . Κατά τά γνωστά θά είναι:

$$\Delta Y = \frac{\Delta G}{1 - b + bt} \text{ , } \text{όπότε } K_e = \frac{\Delta Y}{\Delta G} = \frac{1}{1 - b + bt}$$

Δι' έκτελέσεως των πράξεων προκύπτει ότι  $\Delta G = \$13,50$ .

\*τό δέ άντιπληθωριστικόν κενόν είναι 71 μον.

10. 'Η πλήρης απασχόλησις ορίζεται από τό εισόδημα των  $\mu.800$ . 'Η κατανάλωσις είναι  $C = 10 + 0,90 Y_d$ ,  $I = \mu.60$ ,  $G = \mu.15$ , οί δέ φόροι άνεξάρτητοι του  $Y$ ,  $T_x = \mu.12$ .

$\alpha)$  Νά εύρεθῆ τό επίπεδον ίσορροπίας του εισοδήματος.

$\beta)$  Τό επίπεδον αυτό, είναι πληθωριστικόν ἢ άντιπληθωριστικόν ;

$\gamma)$  Νά εύρεθῆ ἡ απαιτουμένη μεταβολή τής  $G$ , ( $\Delta G$ ) ὥστε νά έπιτευχθῆ τό επίπεδον πλήρους απασχολήσεως.

$\delta)$  'Ο Κρατικός Προϋπολογισμός είναι έλλειμματικός ;

#### Λύσις:

$$\alpha) Y = \mu.742$$

$\beta)$  Τό εύρεθέν επίπεδον εισοδήματος είναι άντιπληθωριστικόν, διότι κείται κάτω του επιπέδου πλήρους απασχολήσεως ( $\mu.800$ ).

$$\gamma) \Delta Y = \mu.58. \quad \Delta Y = \frac{\Delta G}{1 - b} = K_e \Delta G \Rightarrow \Delta G = \mu.5,80$$

$\delta)$  'Ο Κρατικός Προϋπολογισμός είναι έλλειμματικός, διότι  $G > T$  κατά μον.  $3,80$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 4ον Εξωτερικός Τομέυς

### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Όταν η αύξησης των εξαγωγών υπερβαίνει την αύξησης των εισαγωγών, *ceteris paribus*, τό επίπεδο του εισοδήματος:

- α) θά μειωθῆ,
- β) θά αύξηθῆ, ἢ
- γ) θά παραμείνῃ σταθερόν.

Ἀπάντησις: Τό επίπεδο του εισοδήματος θά αύξηθῆ.

2. Μία αυτόνομος αύξησης των εξαγωγών θά ἐπιφέρῃ:

α) Ἴσην αύξησης εἰς τάς εισαγωγάς ὅταν αἱ εισαγωγαί εἶναι συνάρτησις του εισοδήματος.

β) Αἱ εισαγωγαί θά αύξηθούν περισσότερον ἀπό τάς εξαγωγάς ὅταν αἱ εισαγωγαί εἶναι συνάρτησις του  $Y$ .

γ) Αἱ εισαγωγαί θά αύξηθούν ὀλιγώτερον ἀπό τάς εξαγωγάς ὅταν αἱ εισαγωγαί εἶναι συνάρτησις του  $Y$ .

Ἀπάντησις: Ἰσχύει ἡ (γ) πρότασις.

3. Ἡ τιμή του πολλαπλασιαστοῦ:

α) Δέν ἐπηρεάζεται ἀπό τάς μεταβολάς τῆς ὀριακῆς ροπῆς πρός εισαγωγάς.

β) Αύξάνει ὅταν αύξάνῃ ἡ ὀριακή ροπή δι' εισαγωγάς.

γ) Μειοῦται ὅταν αύξάνῃ ἡ ὀριακή ροπή δι' εισα-

γωγάς.

Απάντησις: Ἀληθής εἶναι ἡ (γ) πρότασις.

4. Ἐάν αἱ εἰσαγωγαί ἰσοῦνται πρὸς τὰς ἔξαγωγάς καὶ ἡ συνάρτησις εἰσαγωγῶν εἶναι  $Z = Z_0 + zY$  :

α) αἱ εἰσαγωγαί θά ὑπερβαίνουν τὰς ἔξαγωγάς ὅταν τὸ ἐπίπεδον τοῦ εἰσοδήματος αὐξάνη καὶ αἱ ἔξαγωγαί καθορίζονται ἔξωγενῶς ,

β) αἱ εἰσαγωγαί θά ὑπερβαίνουν τὰς ἔξαγωγάς ὅταν τὸ ἐπίπεδον τοῦ εἰσοδήματος πίπτῃ καὶ αἱ ἔξαγωγαί καθορίζονται ἔξωγενῶς ,

γ) αἱ ἔξαγωγαί θά ὑπερβαίνουν τὰς εἰσαγωγάς ὅταν τὸ ἐπίπεδον τοῦ εἰσοδήματος αὐξάνη καὶ αἱ ἔξαγωγαί καθορίζονται ἔξωγενῶς , ἢ

δ) αἱ ἔξαγωγαί θά ὑπερβαίνουν τὰς εἰσαγωγάς ὅταν λαμβάνη χώραν αὐτόνομος αὐξησις εἰς τὰς ἐπενδύσεις καὶ αἱ ἔξαγωγαί καθορίζονται ἔξωγενῶς (ἔξωγενῆς μεταβλητή).

Απάντησις: Ἰσχύει ἡ (α) πρότασις.

5. Ἐάν αἱ ἔξαγωγαί ἰσοῦνται πρὸς τὰς εἰσαγωγάς καὶ ἡ συνάρτησις τῶν εἰσαγωγῶν εἶναι  $Z = Z_0 + zY$ , τότε ἡ περικοπή φόρου:

α) θά αὐξήσῃ τὰς εἰσαγωγάς,

β) θά μειώσῃ τὰς εἰσαγωγάς,

γ) δέν θά ἐπηρεάσῃ τὸ μέγεθος τῶν εἰσαγωγῶν, ἢ

δ) θά μειώσῃ τὸ ἐπίπεδον τοῦ  $Y$ .

Απάντησις: Εἶναι ἀληθής ἡ (α) πρότασις.

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ὑποθέτομεν ὅτι: (1) ἡ ὀριακὴ ροπή πρὸς κατανάλωσιν εἶναι 0,80, (2) ἀμφότερα τὰ μεγέθη τῶν εἰσαγωγῶν καὶ ἔξα-

γωγών προσδιορίζονται έξωγενώς και (3) αϊ έξαγωγαι ίσοϋνται πρὸς τὰς εισαγωγάς.

Νά προσδιορισθῆ ἡ μεταβολή τοῦ εισοδήματος και τοῦ έμπορικῡ ίσοζυγίου, όταν:

α) αϊ εισαγωγαι και αϊ έξαγωγαι αύξάνονται κατά 10 μον ,

β) αϊ εισαγωγαι μειοϋνται κατά 10 μον , ένῳ αϊ έξαγωγαι μειοϋνται κατά 12 μον , και

γ) αϊ εισαγωγαι μειοϋνται κατά 10 μον , ένῳ αϊ έξαγωγαι μειοϋνται κατά 7 μον.

#### Λύσεις:

α) Δέν μεταβάλλεται τό επίπεδο του εισοδήματος έπειδή  $K_e \Delta Z = K_e \Delta X$ . ( $\Delta Z$  = Μεταβολή εις τὰς εισαγωγάς,  $\Delta X$  = Μεταβολή εις τὰς έξαγωγάς). Επίσης τό έμπορικόν ίσοζύγιον δέν μεταβάλλεται άφοῦ  $\Delta Z = \Delta X$ .

β) Τό επίπεδο του εισοδήματος θά μειωθῆ κατά 10 μον, ένῳ τό έμπορικόν ίσοζύγιον θά έμφανίση έλλειμμα 2 μον.

γ) Τό επίπεδο του εισοδήματος θά αύξηθῆ κατά 15 μον, ένῳ τό έμπορικόν ίσοζύγιον θά έμφανίση πλεόνασμα 3 μον.

2. Αϊ έξαγωγαι τῆς Χώρας Α ίσοϋνται πρὸς τὰς εισαγωγάς και καθορίζονται έξωγενώς . Ἡ όριακή ροπή πρὸς εισαγωγάς είναι 0,10, ένῳ ἡ όριακή ροπή πρὸς κατανάλωσιν είναι 0,60.

Τί θά συμβῆ εις τό έμπορικόν ίσοζύγιον τῆς Χώρας Α και εις τό επίπεδο του εισοδήματος, όταν:

α) Ἡ δημοσία δαπάνη αύξάνη κατά 10 μον.

β) Αϊ έξαγωγαι μειοϋνται κατά 10 μον.

και γ) Αϊ έπενδύσεις μειοϋνται κατά 10 μον.

Λύσεις:

α) Κατά τὰ γνωστά, εὐρίσκομεν τὴν τιμὴν τοῦ πολλαπλασιαστοῦ δαπάνης:

$$K_e = \frac{1}{1 - MPC + MPZ} = \frac{1}{1 - 0,6 + 0,1} = 2$$

ὁπότε:  $\Delta Y = K_e \Delta I = 2 \cdot 10 = 20$

Τὸ ἐμπορικὸν ἰσοζύγιον τῆς Χώρας Α ἐμφανίζει ἔλλειμμα, ἐπειδὴ αἱ εἰσαγωγαὶ αὐξάνονται, ἐνῶ ἀντιθέτως αἱ ἐξαγωγαὶ δὲν μεταβάλλονται.

β) Τὸ ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος πίπτει κατὰ 20 μον. Τὸ ἔλλειμμα εἰς τὸ ἐμπορικὸν ἰσοζύγιον αὐξάνει ἐπειδὴ αἱ εἰσαγωγαὶ μειοῦνται κατὰ 2 μον, ἐνῶ αἱ ἐξαγωγαὶ μειοῦνται κατὰ 10 μον.

γ) Τὸ ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος μειοῦται κατὰ 20 μον. Ἐμφανίζεται πλεόνασμα εἰς τὸ ἐμπορικὸν ἰσοζύγιον, ἐπειδὴ αἱ εἰσαγωγαὶ μειοῦνται κατὰ 2 μον, ἐνῶ αἱ ἐξαγωγαὶ δὲν μεταβάλλονται.

3. Νὰ ὑπολογισθοῦν οἱ πολλαπλασιασταὶ δαπάνης: (1) μέ καί (2) ἀνευ τῆς ὀριακῆς ροπῆς πρὸς εἰσαγωγάς, ὅταν:

α)  $MPC = 0,90$ ,  $MPZ = 0,10$ ,

β)  $MPC = 0,80$ ,  $MPZ = 0,20$ , καί

γ)  $MPC = 0,80$ ,  $MPZ = 0,05$ .

Λύσεις:

α) Ὃταν δὲν λαμβάνεται ὑπ'ὄψιν ἡ ὀριακὴ ροπὴ πρὸς εἰσαγωγάς, ὁ πολ/στῆς ἰσοῦται, ὡς γνωστόν, μέ  $1/(1-b)$  ὁπότε δι' ἀπλῆς ἀντικατάστασως εἰς τὸν τύπον αὐτὸν εὐρίσκομεν ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ πολλαπλασιαστοῦ εἶναι ἀντιστοίχως: 10, 5, καί 3.

β) Ὃταν ὑπεισέρχεται ὁ ἐξωτερικὸς τομεύς, ἡ τιμὴ τοῦ πολ/στοῦ εὐρίσκεται ἀπὸ τὴν σχέσιν  $1/(1-b+z)$ , ἔνθα

$z$  = όριακή ροπή προς εισαγωγάς και  $b$  = όριακή ροπή προς κατανάλωσιν. Από τήν σχέσιν αúτὴν εὐρίσκομεν ἀντιστοίχως τὴν τιμὴν τοῦ πολλαπλασιαστοῦ, ἥτις εἶναι 5, 2,5 καὶ 4.

4. Ὑποθέτομεν ὅτι αἱ ἐξαγωγαὶ ἰσοῦνται πρὸς τὰς εἰσαγωγάς καὶ ὅτι αἱ εἰσαγωγαὶ εἶναι συνάρτησις τοῦ μεγέθους τοῦ εἰσοδήματος (ένδογενῆς μεταβλητή), ἐνῶ αἱ ἐξαγωγαὶ θεωροῦνται αὐτόνομοι (ἀνεξάρτητοι τοῦ εἰσοδήματος).

Τί θά συμβῆ εἰς τὸ μέγεθος τοῦ εἰσοδήματος καὶ εἰς τὸ ἐμπορικὸν ἰσοζύγιον τῆς χώρας, ὅταν:

α) Αὐξάνεται ἡ δημοσία δαπάνη ( $G$ ).

β) Μειοῦνται οἱ φόροι.

καὶ γ) Μειοῦνται αἱ ἐξαγωγαὶ.

#### Λύσις:

α) θά αὐξηθῆ τὸ ἐπίπεδον τοῦ  $Y$ . Ἐπίσης θά αὐξηθῆ τὸ ἔλλειμμα τοῦ ἐμπορικοῦ ἰσοζυγίου, ἐπειδὴ αἱ ἐξαγωγαὶ δέν μεταβάλλονται, ἐνῶ αἱ εἰσαγωγαὶ αὐξάνονται.

β) θά αὐξηθῆ τὸ ἐπίπεδον τοῦ  $Y$ . Τὸ ἐμπορικὸν ἰσοζύγιον ἐμφανίζει ἔλλειμμα ἐπειδὴ αὐξάνονται αἱ εἰσαγωγαὶ, ἐνῶ αἱ ἐξαγωγαὶ δέν μεταβάλλονται.

γ) Τὸ ἐπίπεδον τοῦ εἰσοδήματος θά μειωθῆ. Ἡ μείωσις τῶν ἐξαγωγῶν εἶναι μεγαλυτέρας ἐκτάσεως ἀπὸ τὴν παράγωγον μείωσιν τῶν εἰσαγωγῶν, λόγῳ ἀκριβῶς τῆς μειώσεως τοῦ εἰσοδήματος.

5. Ἐστω ὅτι ἡ πλήρης ἀπασχόλησις ὀρίζεται εἰς ἐπίπεδον εἰσοδήματος μον. 600, ἐνῶ τὸ τρέχον ὕψος τοῦ εἰσοδήματος εἶναι 550 μον. Ἡ ὀριακή ροπή πρὸς κατανάλωσιν εἶναι 0,90, ἐνῶ ἡ ὀριακή ροπή πρὸς εἰσαγωγάς εἶναι 0,10. Ποία ἡ ἀπαιτουμένη ἀξίησις τῆς δημοσίας δαπάνης ( $G$ ), ὥστε τὸ εἰσοδήμα νά φθάσῃ εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς πλήρους ἀπασχολήσεως ;



Λύσεις:

Ο πολ/στής δαπάνης είναι:

$$K_p = 1/(1 - b + z) = 1/(1 - 0,90 + 0,10) = 5$$

όποτε εύκολως εύρισκομεν ότι:

$$550 = 5 \times \Delta G_1 \rightarrow \Delta G_1 = 110 \text{ μον, και } 600 = 5 \times \Delta G_2 \rightarrow \Delta G_2 = 120$$

ώστε  $\Delta G_2 - \Delta G_1 = 10 \text{ μον.}$ , είναι η απαιτούμενη αύξησης της δημοσίας δαπάνης ώστε τό εισόδημα νά αύξηθῆ από 550 μον, εἰς 600 μον.

6. Ἐρωτᾶται ἐάν εἰς τὴν προηγουμένην ἀσκησιν, ἡ αὐξησης τῆς δημοσίας δαπάνης ἰσοῦται μὲ τὴν αὐξησην τῆς ἰδιωτικῆς ἀποταμιεύσεως, ποῖα ἀποτελέσματα θά προκύψουν ;

Λύσεις:

Ἡ κατὰ 10 μον. ἀπαιτούμενη αὐξησης τῆς δημοσίας δαπάνης προέρχεται ἀπὸ τὴν αὐξησην τῆς ἰδιωτικῆς ἀποταμιεύσεως καὶ ἀπὸ τὴν μεταβολὴν εἰς τὰς εἰσαγωγὰς ( $\Delta Z + \Delta S = \Delta G$ ). Ἡ μεταβολὴ εἰς τὰς εἰσαγωγὰς εἶναι ( $0,10 \times 50 = 5 \text{ μον}$ ), ἐνῶ ἡ μεταβολὴ εἰς τὴν ἰδιωτικὴν ἀποταμίευσιν εἶναι:  $\Delta S = 0,10 \times 50 = 5 \text{ μον}$ , ὥστε  $\Delta G = 5 + 5 = 10$ . Κατὰ συνέπειαν  $\Delta G \neq \Delta S$ .

7. Ποία ἡ ἔννοια τοῦ ἀνατροφοδοτικοῦ ἀποτελέσματος (feedback effect) εἰς τὴν περίπτωσιν ὑποδείγματος δύο χωρῶν.

Λύσεις:

Ὅταν π.χ. ἡ χώρα Α αὐξάνῃ τὰς εἰσαγωγὰς ἀπὸ τὴν χώραν Β, τότε αὐξάνονται αἱ ἐξαγωγαί τῆς Β καὶ ἐπομένως τό ἐπίπεδον τοῦ εισοδήματος. Ἀφοῦ ὁμως αἱ εἰσαγωγαί (Z) εἶναι συνάρτησις τοῦ ὕψους τοῦ Y, ἡ Β θά αὐξήσῃ τὰς εἰσαγωγὰς ἀγαθῶν ἀπὸ τὴν Α. Κατ'αὐτόν τὸν τρόπον μεταβολὴ εἰς τὰς εἰσαγωγὰς εἰς τὴν χώραν Α, ἔχει ἀνατροφοδοτικὸν ἀπο-

τέλεσμα επί του μεγέθους των εξαγωγών.

8. Έστω ότι εκάστη εκ των χωρών A και B έχει την αὐτήν ὀριακὴν ροπήν πρὸς κατανάλωσιν ( $MPC = 0,75$ ). Ἡ ὀριακὴ ροπή πρὸς εἰσαγωγὰς τῆς A εἶναι  $Z_A = 0,15$ , ἐνῶ τῆς B εἶναι  $Z_B = 0,25$ . Ἐάν αὐξηθῇ ἡ ἐπένδυσις εἰς τὴν A, ἐρωτᾶται ποῖα ἐκ τῶν δύο χωρῶν θὰ ἔχη τὴν μεγαλυτέραν αὐξησιν τοῦ εἰσοδήματος ;

Λύσις:

Προφανῶς εἰς τὴν χώραν A ἡ αὐξησις τοῦ εἰσοδήματος εἶναι μεγαλυτέρα, ἐπειδὴ ἡ εἰσοδηματικὴ διαρροή ἐκ τῶν εἰσαγωγῶν εἶναι μικροτέρα εἰς αὐτήν, ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν B. (Ἡ ὀριακὴ ροπή πρὸς εἰσαγωγὰς εἰς τὴν A, εἶναι μικροτέρα ἐν σχέσει πρὸς τὴν ὀριακὴν ροπήν πρὸς εἰσαγωγὰς εἰς τὴν B).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 5ον Ὑπόδειγμα Πολλαπλαστοῦ Τεσσάρων Τομέων

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ποίαν επίδρασιν ἄσκοῦν ἐπὶ τῆς τιμῆς τοῦ πολλαπλασιαστοῦ δαπάνης, αἱ κατωτέρω συναρτήσεις δαπάνης καὶ ἀποταμιεύσεως ; Ποῖον τὸ πρόσημον τοῦ συντελεστοῦ συμπεριφορᾶς εἰς τὸν τύπον τοῦ πολλαπλασιαστοῦ ;

α) Ὅριακὴ ροπή πρὸς δαπάνην, θετικῶς συνδέεται μὲ τὸ εἰσόδημα.

β) Ὅριακὴ ροπή πρὸς δαπάνην, ἀρνητικῶς συνδέεται μὲ τὸ εἰσόδημα.

γ) Ὅριακὴ ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν, θετικῶς συνδέεται μὲ τὸ εἰσόδημα.

δ) Ὅριακὴ ροπή πρὸς ἀποταμίευσιν, ἀρνητικῶς συνδέεται μὲ τὸ εἰσόδημα.

### Δύσεις:

α) Ἡ τιμὴ τοῦ πολ/στοῦ δαπάνης αὐξάνει ὅταν ἡ δαπάνη θετικῶς συνδέεται μὲ τὸ εἰσόδημα. Ὁ συντελεστὴς δαπάνης ἔχει ἀρνητικὸν πρόσημον εἰς τὸν τύπον τοῦ πολ/στοῦ.

β) Ἡ τιμὴ τοῦ πολ/στοῦ δαπάνης μειοῦται ὅταν ἡ δαπάνη ἀρνητικῶς συνδέεται μὲ τὸ εἰσόδημα. Ὁ συντελεστὴς δαπάνης ἔχει θετικὸν πρόσημον εἰς τὸν τύπον τοῦ πολ/στοῦ.

γ) Ἡ τιμὴ τοῦ πολ/στοῦ δαπάνης μειοῦται ὅταν ἡ ἀποταμίευσιν θετικῶς συνδέεται μὲ τὸ εἰσόδημα. Ὁ συντελεστὴς ἀποταμιεύσεως ἔχει θετικὸν πρόσημον εἰς τὸν τύπον

του πολ/στου.

δ) Η τιμή του πολ/στου δαπάνης αύξάνει όταν η αποταμίευσις αρνητικώς συνδέεται με τό εισόδημα. Ο συντελεστής αποταμίευσεως έχει αρνητικόν πρόσημον εις τον τύπον του πολ/στου.

2. Γνωρίζομεν ότι ο άπλους πολ/στής, όταν αι επενδύσεις είναι αυτόνομοι ( $I = I_0$ ) παρέχεται από την σχέσιν:  
 $K_e = 1/(1-b)$ . Ερωτάται, όταν αι επενδύσεις είναι συνάρτησις του  $Y$ , ήτοι  $I = I_0 + aY$  ποία θά είναι η τιμή του πολ/στου ;

#### Λύσις:

Είς την περίπτωσιν των αυτόνομων επενδύσεων, τό επίπεδον ίσορροπίας του  $Y$  δίδεται από την σχέσιν:

$$Y = \frac{C_0 + I_0}{1-b}$$

Όταν όμως εις τό υπόδειγμά μας αι επενδύσεις είναι συνάρτησις του εισοδήματος, τό εισόδημα ίσορροπίας είναι:

$$Y = C_0 + bY + I_0 + aY \Rightarrow Y = \frac{C_0 + I_0}{1-b-a}$$

όποτε ο πολ/στής δαπάνης εις τας αυτόνομους μεταβολάς των  $C_0$  και  $I_0$  είναι:  $K_e = 1/(1-(b+a))$ . Τό άθροισμα των συντελεστών ( $b+a$ ), δηλ. της ροπής προς κατανάλωσιν και της όριακής ροπής προς επένδυσιν, καλεΐται όριακή ροπή προς δαπάνην, ο δε εύρεθείς πολ/στής καλεΐται συνήθως "σύνθετος πολ/στής", ή "ένισχυμένος πολ/στής", ή "ύπερ-πολ/στής".

Συγκρίνοντες τας σχέσεις  $K_e = \frac{1}{1-b}$  και  $K_e = \frac{1}{1-b-a}$ , παρατηρούμεν ότι ο πολ/στής εις την περίπτωσιν των παραγών επενδύσεων (αι επενδύσεις είναι συνάρτησις του  $Y$ ) είναι μεγαλύτερος από τον πολ/στήν των αυτόνομων επενδύ-

σεων, ήτοι:  $1/1 - b - \alpha > 1/1 - b$ .

3. Ζητείται:

- α) τό επίπεδον ίσορροπίας του είσοδήματος, και  
β) ή τιμή του πολ/στού δαπάνης,

όταν:

- (1) ή επένδυσις θετικώς εξαρτάται από τό εισόδημα,  
(2) ή κατανάλωσις θετικώς εξαρτάται από τό διαθέσιμον εισόδημα  $Y_d$ ,  
(3) οί φόροι λαμβάνονται ως αυτόνομον μέγεθος,  
(4) ή δημοσία δαπάνη καθορίζεται έξωγενώς,  
(5) αί έξαγωγαί επίσης καθορίζονται έξωγενώς,  
(6) αί εισαγωγαί θετικώς συνδέονται μέ τό επίπεδον του είσοδήματος.

Λύσις:

α) Αί σχέσεις συμπεριφοράς υπό μορφήν εξισώσεων είναι:

$$(1) I = I_o + \alpha Y, \quad (2) C = C_o + bY_d, \quad (3) T_x = T_{x_o},$$

$$(4) G = G_o \quad (5) X = X_o \quad (6) Z = Z_o + zY$$

Τό επίπεδον ίσορροπίας του  $Y$  θά εύρεθῆ από τήν σχέσηιν:  $Y + Z = C + I + G + X$  ή  $Y = C + I + G + X - Z$ , όποτε δι' άπλης άντικαταστάσεως είς τήν σχέσηιν αύτήν, εύρίσκομεν ότι:

$$Y = \frac{I_o + G_o + C_o + X_o - Z_o - bT_{x_o}}{1 - b - \alpha + z}$$

β) Από τήν τελευταίαν εξίσωσιν, ή όποία παρέχει τό επίπεδον ίσορροπίας του  $Y$ , εύρίσκομεν ότι ό πολ/στής δαπάνης είναι:

$$K_e = \frac{1}{1 - b - \alpha + z}$$

4. Νά εϋρεθῆ:

α) Ὁ πολ/στής δαπάνης ὅταν:

$$C = C_o + bY_d, \quad Y_d = Y - T_x, \quad T_x = T_{x_o} + tY,$$

$G = G_o$ ,  $I = I_o + \alpha Y$ ,  $\alpha > 0$  ὅταν ἡ ὑποαπασχόλησις εἶναι μικροτέρα τοῦ 5% καὶ  $\alpha = 0$  ὅταν ἡ ὑποαπασχόλησις ὑπερβαίνει τὸ 5%.

β) Ὁ πολ/στής δαπάνης εἶναι μεγαλύτερος ὅταν ἡ οἰκονομία πλησιάζει τὸ ἐπίπεδον τῆς πλήρους ἀπασχολήσεως ἢ ὅταν εὐρίσκεται εἰς τὸ στάδιον τῆς ὑφέσεως;

Λύσις:

α) Γνωρίζομεν ὅτι ἰσορροπία ἐπιτυγχάνεται ὅταν:  
 $Y = C + I + G$ , ὁπότε δι' ἀπλῆς ἀντικαταστάσεως τῶν μεταβλητῶν μέ τὰς συγκεκριμένους ἐξισώσεις, καταλήγομεν εἰς τὴν ἐξίσωσιν:

$$Y = \frac{C_o + I_o + G_o - bT_{x_o}}{1 - b - \alpha + bt} \Rightarrow K_e = \frac{1}{1 - b - \alpha + bt}$$

β) Ἐπειδὴ ὅταν ἡ οἰκονομία εὐρίσκεται εἰς τὸ στάδιον τῆς ὑφέσεως, ἡ ὀριακὴ ροπή πρὸς ἐπένδυσιν ἰσοῦται μέ τὸ μηδέν ( $\alpha = 0$ ), ὁ πολ/στής δαπάνης λαμβάνει μεγαλύτεραν τιμὴν ὅταν ἡ οἰκονομία εὐρίσκεται ἐγγύς τῆς πλήρους ἀπασχολήσεως.

5. Ἐάν  $\alpha$  εἶναι ἡ ὀριακὴ ροπή πρὸς ἐπένδυσιν,  $b$  εἶναι ἡ ὀριακὴ ροπή πρὸς κατανάλωσιν καὶ  $\lambda$  ὁ συντελεστὴς ὁ ὁποῖος ἐπιδρᾷ ἀρνητικῶς ἐπὶ τοῦ μεγέθους τῆς δαπάνης (καὶ ἐπομένως ἡ προσθήκη του εἰς τὸ ὑπόδειγμα μειώνει τὴν τιμὴν τοῦ πολ/στοῦ) νά ὑπολογισθοῦν:

α) ἡ τιμὴ τοῦ πολ/στοῦ δαπάνης ( $K_e$ ),

β) ἡ τιμὴ τοῦ πολ/στοῦ φορολογίας ( $K_{t_x}$ ), καὶ

γ) ἡ τιμὴ τοῦ πολ/στοῦ ἐξισωμένου προϋπολογισμοῦ, ὅταν:

$$(1) \alpha = 0,10, \quad b = 0,70, \quad \lambda = -0,30$$

$$(2) \alpha = 0,25, \quad b = 0,75, \quad \lambda = -0,25$$

$$(3) \alpha = 0,25, \quad b = 0,50, \quad \lambda = -0,15$$

### Λύσεις:

α) 'Ο πολ/στής δαπάνης θα εύρεθῆ από τήν βασικήν ἐξίσωσιν προσδιορισμοῦ τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδή-  
ματος, ἥτοι:

$$Y = \frac{C_o + I_o + G_o + X_o - Z_o - bU_o - bT_{x_o} + bT_{r_o}}{1 - b - \alpha + bu + bt + br + g + z}$$

ἢ θέτοντες  $\lambda = bu + bt + br + g + z$ , ἡ ἐξίσωσις γράφεται:

$$Y = \frac{C_o + I_o + G_o + X_o - Z_o - bU_o - bT_{x_o} + bT_{r_o}}{1 - b - \alpha + \lambda}$$

'Από τήν τελευταίαν ἐξίσωσιν προκύπτει ὅτι:

$$K_e = \frac{1}{1 - b - \alpha + \lambda}$$

ὁπότε δι' ἀπλῆς ἀντικαταστάσεως εἰς τόν τύπον τοῦ πολ/στοῦ  
εὐρίσκομεν ἀντιστοίχως  $K_e = 2$ ,  $K_e = 4$ , καί  $K_e = 2,5$ .

β) 'Από τήν ἐξίσωσιν προσδιορισμοῦ τοῦ ἐπιπέδου  
ἰσορροπίας τοῦ  $Y$ , εὐρίσκομεν ὅτι ὁ πολ/στής φορολογίας εἶ-  
ναι:

$$K_{t_x} = \frac{-b}{1 - b - \alpha + \lambda}$$

ὁπότε πάλιν δι' ἀπλῆς ἀντικαταστάσεως, προκύπτουν ἀντιστοι-  
χως αἱ τιμαί τοῦ πολ/στοῦ:

$$K_{t_x} = -1,4, \quad K_{t_x} = -3, \quad \text{καί} \quad K_{t_x} = -1,25$$

γ) Γνωρίζομεν ὅτι τό ἄθροισμα τῶν πολ/στῶν δαπά-  
νης καί φορολογίας μάς δίδει τόν πολ/στήν τοῦ ἐξισωμένου  
προϋπολογισμοῦ, ἥτοι:  $K_e + K_{t_x} = K_b$ , ὁπότε εύκόλως προ-  
κύπτει ὁ τύπος τοῦ πολ/στοῦ τοῦ ἐξισωμένου προϋπολογισμοῦ

$$K_b = \frac{1 - b}{1 - b - \alpha + \lambda} \quad .$$

Έκ τῆς τελευταίας σχέσεως ἔχομεν ἀντιστοίχως:

$$K_b = 0,6, \quad K_b = 1, \quad K_b = 1,25$$

6. Νά εὑρεθοῦν:

α) Τό ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ  $Y$  εἰς τό κάτωθι ὑπόδειγμα:

$$C = C_o + bY_d, \quad Y_d = Y - T_x, \quad T_x = T_{x_o} + tY, \quad I = I_o + \alpha Y, \quad G = G_o$$

β) Οἱ πολ/σταί δαπάνης, φόρου καί ἐξισωμένου προϋπολογισμοῦ.

### Λύσις:

α) Ἴσορροπία ἐπιτυγχάνεται ὅταν:

$$Y = C + I + G \quad \eta \quad Y = C_o + b(Y - T_{x_o} - tY) + I_o + \alpha Y + G_o \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y = \frac{C_o + I_o + G_o - bT_{x_o}}{1 - b - \alpha + bt} =$$

= ἐξίσωσις ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος.

β) Ἀπό τήν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν προκύπτει ὅτι:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta I} = \frac{1}{1 - b - \alpha + bt} = K_e = \text{Πολ/στής Δαπάνης.}$$

$$\text{Ἐπίσης εἶναι: } \frac{\Delta Y}{\Delta T_x} = \frac{-b}{1 - b - \alpha + bt} = K_{tx} =$$

= Πολ/στής Φορολογίας.

Τέλος δέ, ὁ πολ/στής ἐξισωμένου προϋπολογισμοῦ, κατά τό θεώρημα τοῦ ἐξισωμένου προϋπολογισμοῦ, προκύπτει ἀπό τό ἄθροισμα τῶν πολ/στῶν δαπάνης καί φορολογίας, ἦτοι:

$$K_b = K_e + K_{tx} = \frac{1 - b}{1 - b - \alpha + bt}$$

7. Τό τρέχον ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος τό ὁποῖον προσδιορίζεται ἀπό τās ἐξισώσεις:  $C = 10 + 0,75 Y_d$ ,  $I = 20 + 0,20 Y$ ,  $T_x = 0,20 Y$  καί  $G = 70$ , εἶναι 500 μον.



Ερωτάται:

α) Ποῖον εἶναι τὸ νέον ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος, ὅταν λαμβάνη χώραν αὐξήσεις τῆς δημοσίας δαπάνης κατὰ 10 μον. ;

καί β) Ποῖον εἶναι τὸ ἐπίπεδον τοῦ εἰσοδήματος κατὰ τὴν περίοδον  $t+3$  ὅταν λαμβάνη χώραν αὐξήσεις τῆς δημοσίας δαπάνης εἰς τὴν περίοδον  $t+1$ , καί ὑφίσταται χρονικὴ ὑστέρησις μιᾶς περιόδου εἰς τὰς συναρτήσεις καταναλώσεως, ἐπενδύσεων καί φόρων.

Λύσις:

α) Προκειμένου νά εὐρωμεν τὸ νέον ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος, ἀπαιτεῖται ὁ ὑπολογισμὸς τῆς τιμῆς τοῦ πολλαπλασιαστοῦ, ὅστις προκύπτει ἐκ τῆς βασικῆς σχέσεως:

$$Y = \frac{C_0 + I_0 + G_0 - bT_{x0}}{1 - b - \alpha + bt} \quad \text{ἤτοι} \quad K_e = \frac{1}{1 - b - \alpha + bt} = 5,$$

ὁπότε:  $\Delta Y = K_e \Delta G = 5 \cdot 10 = 50$  μον. Ἄρα τὸ νέον ἐπίπεδον ἰσορροπίας εἶναι 550 μον.

β) Ὄταν ὑφίσταται ὑστέρησις μιᾶς χρονικῆς περιόδου εἰς τὴν κατανάλωσιν, ἐπένδυσιν καί φόρους, ἡ μεταβολὴ εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ εἰσοδήματος δι' ἐκάστην περίοδον εἶναι:

$$\Delta Y_{t+1} = \Delta G(1)$$

$$\Delta Y_{t+2} = \Delta G[1 + (b - bt + \alpha)]$$

$$\Delta Y_{t+3} = \Delta G[1 + (b - bt + \alpha) + (b - bt + \alpha)^2]$$

Ἐπομένως αἱ αὐξήσεις τοῦ εἰσοδήματος ἀπὸ τὴν περίοδον  $t+1$  μέχρι τὴν περίοδον  $t+3$  εἶναι:  $\Delta Y_{t+1} = 10$  μον,  $\Delta Y_{t+2} = 18$  μον,  $\Delta Y_{t+3} = 24,40$  μον.

8. Τὸ εἰσόδημα ἰσορροπίας εἶναι 500 μον, προσδιοριζόμενον ἀπὸ τὰς ἐξῆς ἐξισώσεις συμπεριφορᾶς:  $C = 10 + 0,75 Y_d$ ,  $I = 20 + 0,20 Y$ ,  $T_x = 0,20 Y$  καί  $G = 70$ . Ἐστω ὅτι ἡ δη-

μοσία δαπάνη αύξάνεται κατά 10 μον. και ότι  $C_t = f(Y_{d,t-1})$ ,  
 $I_t = f(Y_{t-1})$  και  $T_x = f(Y_t)$ .

Ερωτάται ποια τά επίπεδα του εισοδήματος κατά τās  
 περιόδους  $t+1$  έως  $t+3$  ;

Αύσις:

Αι είσοδηματικά μεταβολάι κατά τās περιόδους  $t+1$   
 έως  $t+3$  είναι:

$$\Delta Y_{t+1} = \Delta G \cdot \left( \frac{1}{1+bt} \right), \quad \Delta Y_{t+2} = \Delta G \left[ \frac{1}{1+bt} + \frac{b+\alpha}{(1+bt)^2} \right],$$

$$\Delta Y_{t+3} = \Delta G \left[ \frac{1}{1+bt} + \frac{b+\alpha}{(1+bt)^2} + \frac{(b+\alpha)^2}{(1+bt)^3} \right]$$

Από τās σχέσεις αυτές εύκόλως προκύπτει ότι αι αύξή-  
 σεις του είσοδήματος κατά τās περιόδους  $t+1$  έως  $t+3$  εί-  
 ναι:  $\Delta Y_{t+1} = 8,70$ ,  $\Delta Y_{t+2} = 15,88$ ,  $\Delta Y_{t+3} = 21,81$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 6ον Περί Καταναλώσεως

1. Ὡς γνωστόν  $Y = C + I + G$ , ἤτοι τὸ ἀκαθάριστον ἐθνικὸν προϊόν (GNP) ἢ (Y) ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῆς καταναλώσεως (C), ἐπενδύσεως (I) καὶ δημοσίων δαπανῶν (G). Ἡ ἀνωτέρω σχέσις ἀποτελεῖ μίαν ταυτολογικὴν ἐξίσωσιν ἢ λογιστικὴν ἐξίσωσιν ἢ ἐξίσωσιν ὀρισμοῦ, ἣτις δεικνύει τὴν ὑφισταμένην λογιστικὴν συνδεσμολογίαν μεταξὺ τῶν μεγεθῶν C, I, G καὶ Y. Πλὴν ὅμως, ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις δέν μᾶς λέει ποῖαι ἰδιαίτεροι σχέσεις δέον νά ὑφίστανται μεταξὺ τῶν μεγεθῶν αὐτῶν. Δι' αὐτὸν ἀκριβῶς τὸν λόγον εἶναι ἀνάγκη αἱ ταυτολογικαὶ ἐξισώσεις νά συμπληρωθοῦν μὲ τὰς ἐξισώσεις συμπεριφορᾶς.

Ὁ Keynes τὸ 1936 εἰς τὴν "Γενικὴν θεωρίαν περὶ Χρήματος" καθώρισεν τὴν ἀτομικὴν C ὡς συνάρτησιν τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος (Y).

Ὡστε  $C = f(Y)$ . Ἡ σχέσις αὐτὴ καλεῖται συνάρτησις καταναλώσεως.

Πρὸς τὸ παρὸν θεωροῦμεν ὅτι δέν ὑφίστανται φόροι.

### Ὅρισμός:

Μέση ροπή πρὸς κατανάλωσιν (APC) ὠρίσθη ὡς ὁ λόγος συνολικῆς καταναλώσεως πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος. Ἦτοι:

$$APC = \frac{C}{Y} = \frac{f(Y)}{Y}$$

Όριακή ροπή προς κατανάλωσιν (MPC) ωρίσθη ως η μεταβολή της καταναλώσεως, εν σχέσει προς μίαν μεταβολήν του εισοδήματος. Ήτοι:

$$MPC = \frac{dC}{dY} = f'(Y)$$

Ως γνωστόν  $Y = C + S \rightarrow S = Y - C$  ήτοι ένα έξ' υπολείπου μέγεθος  $Y - C$ .

Όρίζομεν:

$$APS = \frac{S}{Y} = \frac{Y - C}{Y} = 1 - APC \quad (\text{μέση ροπή προς αποταμίευσιν})$$

Όρίζομεν:

$$MPS = \frac{dS}{dY} = \frac{d(Y - C)}{dY} = 1 - \frac{dC}{dY} = 1 - MPC \quad (\text{όριακή ροπή προς αποταμίευσιν})$$

I. 'Ο Keynes υπεστήριξεν ότι ισχύει ο "ψυχολογικός νόμος", ώστε  $0 < dC/dY < 1$ .

Έξ' άλλου αν θεωρήσωμεν ότι οι καταναλωταί δαπανούν εν σταθερόν μέρος του εισοδήματος  $K$ , ανεξαρτήτως του μεγέθους του  $Y$ , τότε:

$$APC = \frac{C}{Y} = K$$

('Η μέση ροπή προς κατανάλωσιν είναι σταθερά)

όποτε θά είναι:

$$MPC = \frac{dC}{dY} = K \quad \text{ώστε} \quad \frac{C}{Y} = \frac{dC}{dY}$$

'Η σχέσις αυτή φανερώνει ότι εάν  $APC = \text{σταθερά} \rightarrow MPC = APC$

II. 'Ο μόνος τύπος της συναρτήσεως, όστις συμμορφούται προς τό κριτήριον αυτό, είναι ό της άπλης αναλογικότητος: ήτοι της μορφής  $C = c_y Y$  + ή κατανάλωσις αποτελεί σταθερόν ποσοστόν του  $Y$ .

Έξ' αούτης +  $APC = \frac{C}{Y} = c_y$  και  $MPC = \frac{dC}{dY} = c_y$  "ώστε:

$$APC = MPC.$$

Παράδειγμα:

$$\text{Έστω } C = 0,80 Y, \quad APC = \frac{0,80 Y}{Y} = 0,80,$$

$$MPC = \frac{dC}{dY} = 0,80$$

Έάν τώρα  $Y = 400 \Rightarrow C = 0,80 \times 400 = 320 \Rightarrow S = Y - C = 80$

Έπειδή θεωρούμεν τήν ύπαρξιν δημοσίου τομέως, ως γνωστόν,  
 $Y = C + I + G \Rightarrow I + G = 80$  ή τό 20% τοῦ  $Y$ .

Έάν τώρα  $Y = 500 \Rightarrow C = 0,80 \times 500 = 400, \quad S = 100$  καί  
 $I + G = 100$  ή τό 20% τοῦ  $Y$ .

Έκ τοῦ παραδείγματος αὐτοῦ βλέπομεν ὅτι ἡ  $(I + G)$ , εἶναι ἕνα σταθερόν ποσοστόν τοῦ  $Y$ , ἀνεξαρτήτως τοῦ μεγέθους αὐτοῦ.

### III. Μή ἀναλογική σχέσις

Μία ἑτέρα υπόθεσις ἥτις δύναται νά γίνη, εἶναι ὅτι τό APC δέν παραμένει σταθερόν ( $K$ ), ἀλλά αὐξανόμενου τοῦ  $Y$  διατίθεται ὀλοέν καί ὀλιγώτερον ποσόν διὰ  $C$ , τοῦ ὑπολοίπου διατιθεμένου διὰ ἐπενδύσεις. Τοῦτο δυνατόν νά λαμβάνη χώραν, διότι εἰς μικρά ἐπίπεδα  $Y$ , ἕνα μεγάλο ποσόν διατίθεται διὰ  $C$ , ἐνῶ ὅσον περισσότερον τά άτομα οἰκονομικῶς εὐημεροῦν, τόσον ὀλιγώτερον ποσόν τοῦ  $Y$  καταναλίσκουν. Ἄν καί ὑπάρχουν πολλά ἐξισώσεις περιγράφουσαι τήν σχέσιν αὐτήν, ἐν τούτοις ἡ ἀπλουστερά εἶναι ἐκεῖνη τῆς γραμμικῆς μορφῆς ὅπως:

$$C = c_0 + c_y Y \quad \text{Έξ' αὐτῆς } +$$

$$+ \quad APC = \frac{C_0}{Y} + C_y \quad \text{καί} \quad \frac{d(APC)}{dY} = -\frac{C_0}{Y^2} < 0 \quad \text{δηλ. ἡ APC}$$

μεταβάλλεται ἀντιστρόφως πρός τό  $Y$ .

$$\text{Έπίσης} \quad MPC = \frac{dC}{dY} = C_y \quad \text{καί συνεπῶς} \quad MPC \neq APC$$

Είς τό υπόδειγμα αὐτό παρατηροῦμεν ὅτι ἐνῶ ἡ MPC ἀποτελεῖ ἕνα σταθερόν μέγεθος τοῦ  $Y$ , ἡ APC μεταβάλλεται μεταβαλλομένου τοῦ  $Y$  καί μάλιστα κατ'ἀντίθετον φοράν ἐκείνης τοῦ  $Y$ , δηλ. ἡ συμμετοχή τῆς καταναλώσεως  $C$  εἰς τό GNP συνεχῶς μειοῦται, ἐφ'ὅσον τό  $Y$  αὐξάνει.

Συνεπῶς, ἡ οἰκονομική ἀνάπτυξις κατὰ τό υπόδειγμα αὐτό πραγματοποιεῖται δι' αὐξήσεως τόσον τῆς ἰδιωτικῆς, ὅσον καί τῆς δημοσίας ἐπενδύσεως.

Παράδειγμα 1.

$$\text{Ἔστω } C = 100 + 0,80 Y \Rightarrow APC = \frac{100}{Y} + 0,80 \quad \text{καί}$$

$$MPC = 0,80$$

Ἐάν  $Y = 600$ , τότε  $C = 580$  καί  $S = 20$ .  $MPC = 0,80$  καί  $APC = 0,97$

Ἐπομένως  $I + G = 20$

Ἐάν  $Y = 700$ , τότε  $C = 660$ ,  $S = 40$ ,  $MPC = 0,80$  καί  $APC = 0,94 \Rightarrow I + G = 40$

Ἐάν  $Y = 800$ , τότε  $C = 740$ ,  $S = 60$ ,  $MPC = 0,80$  καί  $APC = 0,92 \Rightarrow I + G = 60$

Ἄλλη μορφή ἣτις ἐκφράζει τήν μὴ ἀναλογικότητα μεταξύ  $C$  καί  $Y$  εἶναι ἡ ἐξίσωσις μὴ γραμμικῆς μορφῆς ὅπως

π.χ.  $C = c_0 + c_y Y - c_{yy} Y^2$  Ἐνταῦθα ὑφίσταται ὁ περιορισμός  $C_y > 0$ ,  $0 < C_{yy} < C_y$ .

$$\text{Τότε: } APC = \frac{C_0}{Y} + C_y - C_{yy} Y \quad \text{καί} \quad \frac{d(APC)}{dY} = \frac{C_0}{Y^2} - C_{yy} < 0,$$

$$MPC = \frac{dC}{dY} = C_y - 2C_{yy} Y, \quad \frac{d(MPC)}{dY} = 2C_{yy} < 0.$$

Ὅποτε καί ἡ APC καί ἡ MPC μεταβάλλονται ἀντιστρόφως εἰς τὰς μεταβολὰς τοῦ  $Y$ .

Παράδειγμα 2.

$$\text{Έστω } Y = 100 + 0,80 Y - 0,0001 Y^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow APC = \frac{100}{Y} + 0,80 - 0,0001 Y,$$

$$MPC = 0,80 - 0,0002 Y$$

$$\text{Έάν } Y = 500 \Rightarrow C = 475, S = 25, MPC = 0,70, APC = 0,95, I + G = 25$$

$$\text{Έάν } Y = 600 \Rightarrow C = 544, S = 56, MPC = 0,68, APC = 0,91, I + G = 56$$

$$\text{Έάν } Y = 700 \Rightarrow C = 611, S = 89, MPC = 0,66, APC = 0,87, I + G = 89$$

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ποῦται αἱ MPC καί APC δι' ἕκαστον οἰκονομοῦν ἄτομον ὄταν:

α) τὸ ἄτομον Α σχεδιάζει νά καταναλώσῃ μόν.370

ὄταν  $Y_d =$  μόν.400, μόν.450 ὄταν  $Y_d =$  μόν.500 καί μόν.530

ὄταν  $Y_d =$  μόν.600, καί

β) τὸ ἄτομον Β σχεδιάζει νά καταναλώσῃ μόν.400

ὄταν  $Y_d =$  μόν.500, μόν.480 ὄταν  $Y_d =$  μόν.600 καί μόν.560

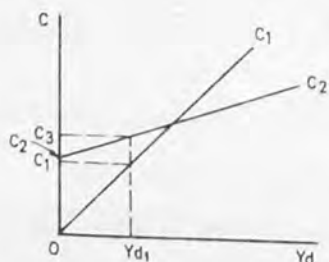
ὄταν  $Y_d =$  μόν.700.

#### Λύσεις:

α) Ἡ MPC εἶναι σταθερά = 0,80 εἰς ὄλα τὰ ἐπίπεδα διαθεσίμου εἰσοδήματος ( $\Delta C / \Delta Y =$  σταθερά), ἐνῶ ἡ APC εἶναι 0,92 ὄταν  $Y_d =$  μόν.400, 0,90 ὄταν  $Y_d =$  μόν.500 καί 0,88 ὄταν  $Y_d =$  μόν.600.

β) Ἡ  $MPC = 0,80 = \Delta C / \Delta Y$  δηλ. σταθερά εἰς ὄλα τὰ ἐπίπεδα  $Y_d$ , ἐνῶ ἡ  $APC = C / Y_d = 0,80 =$  σταθερά εἰς ὄλα τὰ ἐπίπεδα  $Y_d$ .

2.



Από τό παραπλεύρωσ σχήμα ν'άποδει-  
χθῆ ὅτι

α) ἡ  $C_1$  εἶναι ἀναλογικὴ, καὶ

β) ἡ  $C_2$  εἶναι μὴ ἀναλογικὴ.

Λύσις:

α) Ἐάν  $\Delta Y_d = OY_{d1}$

ἢ  $MPC = OC_1/OY_{d1}$ . Ἡ  $APC = OC_1/OY_{d1}$

Καὶ ἐπειδὴ  $MPC = APC$ , ἡ  $APC$  θά εἶ-

ναι σταθερὰ εἰς ὅλα τὰ ἐπίπεδα  $Y_d$  καὶ ἡ  $C_1$  εἶναι ἀναλογι-  
κὴ.

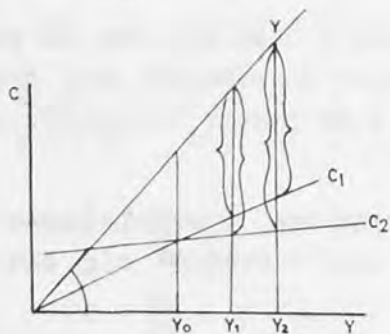
β) Ἐάν  $\Delta Y_{d1} = OY_{d1}$ ,

ἢ  $MPC = (OC_3 - OC_2)/OY_{d1}$ , ἐνῶ ἡ  $APC = OC_3/OY_{d1}$ , ἀλλὰ τότε  
 $MPC < APC$ .

Ἐπειδὴ  $MPC < APC$ , ἡ  $APC$  θά πύπτῃ καθὼς τό ἐπίπεδον  $Y_d$  θά  
αὐξάνῃ καὶ ἡ  $C_2$  θά εἶναι μὴ ἀναλογικὴ.

3. Ὑποθέτομεν μίᾳ ἀναπτυσσομένη οἰκονομία εἰς τὴν ὁ-  
ποίαν τό προϊόν πλήρους ἀπασχολήσεως μετακινεῖται πρὸς τὰ  
δεξιὰ διαχρονικῶς. Ἡ ἀναλογικὴ ἢ ἡ μὴ ἀναλογικὴ συνάρτη-  
σις καταναλώσεως ἀπαιτεῖ τὰς μεγαλυτέρας ἐπενδύσεις διαχρο-  
νικῶς.

Λύσις:



Ἡ μὴ ἀναλογικὴ συνάρτησις  
καταναλώσεως  $C_2$  ἀπαιτεῖ  
μεγαλυτέρας αὐξήσεις εἰς  
τὴν δαπάνην ἐπενδύσεως κα-  
θὼς τό ἐπίπεδον πλήρους ἀ-  
πασχολήσεως αὐξάνει ἀπὸ  $Y_0$   
εἰς  $Y_1$  καὶ  $Y_2$  διαχρονικῶς.  
Αὐτό ὀφείλεται εἰς τὴν



πτώσιν τοῦ APC τῆς μὴ ἀναλογικῆς συναρτήσεως καταναλώσεως  $C_2$ .

4. Ἐστω ὅτι μίᾳ οἰκονομίᾳ ἀποτελεῖται ἀπὸ τρία ἄτομα (A, B καὶ C). Αἱ συναρτήσεις καταναλώσεως εἶναι ἀντιστοιχῶς:  $C_A = 10 + 0,80 Y_d$ ,  $C_B = 40 + 0,80 Y_d$ , καὶ

$$C_C = 50 + 0,80 Y_d.$$

Νά προσδιορισθῇ ἡ συνολικὴ συνάρτησις καταναλώσεως, διὰ τὴν ἓν λόγῳ ὑποθετικὴν οἰκονομίαν.

Λύσις:

Ἡ συνολικὴ συνάρτησις καταναλώσεως εἶναι:

$$C_{A+B+C} = 100 + 0,80 Y_d$$

5. Ἡ νομισματικὴ ἀρχὴ τῆς Κεντρικῆς Τραπεζῆς ἀποφασίζει τὴν μείωσιν τῶν χορηγουμένων πιστώσεων εἰς ὅλους τοὺς τομεῖς. Πῶς θὰ ἐπιδράσῃ ἡ ἐνέργεια αὐτῆ, εἰς τὴν συνολικὴν συνάρτησιν καταναλώσεως;

Λύσις:

Ἡ συνολικὴ συνάρτησις καταναλώσεως θὰ μετατεθῇ πρὸς τὰ κάτω.

6. Συμφώνως πρὸς τὴν θεωρίαν τοῦ ἀπολύτου εἰσοδήματος:

α) Ἡ APC πίπτει ὅταν τὸ  $Y_d$  αὐξάνη.

β) Ἡ APC παραμένει σταθερά.

γ) Τὸ εἰσόδημα τοῦ παρελθόντος, ὡς καὶ τὸ τρέχον ἐπίπεδον τοῦ εἰσοδήματος ἐπηρεάζουν τὴν τρέχουσαν κατανάλωσιν.

ἢ δ) Ἡ C εἶναι ἀναλογικὴ πρὸς τὸ  $Y_d$  μακροχρονίως.

Λύσεις:

Ίσχύει ή (α) περίπτωσης βραχυχρονίως. Ένψ μακροχρο-  
νίως ή καμπύλη καταναλώσεως έκκινεί από τήν άρχήν τών άξό-  
νων και καθίσταται ο Γ Τ σημείων άνηκόντων είς τάς βραχυ-  
χρονίους καμπύλας καταναλώσεως, αι όποϊαι διαχρονικώς με-  
τατοπίζονται πρός τά άνω, λόγω τής έπιδράσεως τών μή είσο-  
δηματικών μεταβλητών (υποκειμενικοί - άντικειμενικοί παρά-  
γοντες).

7. Συμφώνως πρός τήν θεωρίαν του σχετικού είσοδήματος:
- ή APC είναι σταθερά,
  - ή APC είναι συνεχώς αύξουσα,
  - ή APC είναι συνεχώς φθίνουσα, ή
  - ή APC είναι δυνατόν νά αύξομειούται όταν ύφί-  
στανται διακυμάνσεις είς τό επίπεδον του είσοδήματος.

Λύσεις:

Ίσχύει ή (δ) περίπτωσης.

8. Συμφώνως πρός τήν θεωρίαν του σχετικού είσοδήματος:
- ή APC είναι μεγαλύτερα τής MPC όταν τό είσό-  
δημα αίχμης τής προηγούμενης περιόδου ( $Y_{pp}$ ) ύπερβαίνη τό  
τρέχον είσόδημα ( $Y_c$ ),
  - ή  $APC = APS$  μακροχρονίως,
  - ή APC πίπτει όταν τό  $Y_{pp}$  ύπερβαίνη τό  $Y_c$ , ή
  - όταν συμβαίνουν όλα τ' άνωτέρω.

Λύσεις:

Ίσχύει ή (α) περίπτωσης.

9. Ποϊαι από τάς κάτωθι προτάσεις είναι άληθεϊς ;
- Τό επίπεδον τής καταναλώσεως δέν μεταβάλλε-  
ται όταν τό παροδικόν είσόδημα ( $Y_t$ ) αύξάνη.

β) Τό επίπεδο της καταναλώσεως δέν μεταβάλλεται όταν μειούται τό  $Y_t$ .

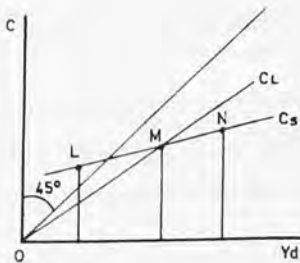
γ) Τό επίπεδο της καταναλώσεως αύξάνει όταν αύξάνη τό διαρκές εισόδημα ( $Y_p$ ).

δ) Όλοι αϊ άνωτέρω προτάσεις.

### Αύσις:

Είναι άληθεις όλοι αϊ προτάσεις.

10.



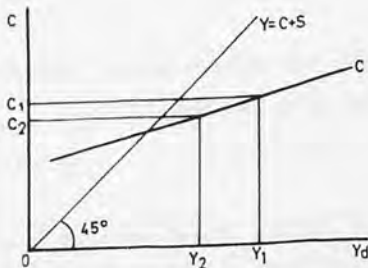
Άπό τό παραπλεύρωσ σχήμα νά δειχθῆ ότι ἡ APC εἰς τά σημεῖα L, M, N, ὑπερβαίνει τήν μακροχρόνιον μέση ροπήν πρός κατανάλωσιν.

### Αύσις:

Όσ γνωστόν ἡ APC διά τήν μακροχρόνιον συνάρτησιν καταναλώσεως  $C_L$  εἶναι σταθερά.

Ένῳ ἡ APC εἰς τήν  $C_S$  πίπτει καθώσ αύξάνει τό  $Y_d$ . Έπειδή τό M άνήκει καί εἰς τάσ δύο καμπύλασ, ἡ APC εἰς τό L ὑπερβαίνει τήν μακροχρόνιον APC, ένῳ εἰς τό N ἡ βραχυχρόνιος APC εἶναι μικροτέρα τῆσ μακροχρονίου APC.

11.



Υποθέτομεν ότι ἡ κατανάλωσις εἶναι συνάρτησις τοῦ τρέχοντος  $Y_d$  καί τοῦ πλοῦτου.

Εἰς τό σχήμα, ἡ τρέχουσα κατανάλωσις εἶναι  $C_1$ . Έάν τό  $Y_d$  πίπτῃ εἰς  $Y_2$ , ποῖον εἶναι τό επίπεδο τῆσ καταναλώσεωσ ;

Λύσεις:

Όταν υποθέσωμεν ότι ο πλούτος (εύημερία) δέν μεταβάλλεται, ή κατανάλωσις θά μειωθῆ εἰς  $C_2$ . Όταν ὁμως καί ὁ πλούτος μειοῦται μαζί μέ τό εἰσόδημα, τότε μετακινεῖται πρός τά κάτω ἡ καμπύλη  $C$ , ὁπότε ἡ κατανάλωσις εἶναι μικρότερα ἀπό  $C_2$ . Όταν ὁ πλούτος αὐξάνη καθώς τό  $Y_d$  μειοῦται, τότε μετακινεῖται πρός τά ἄνω ἡ καμπύλη καταναλώσεως καί ἡ κατανάλωσις εἶναι μεγαλύτερα ἀπό τήν  $C_2$ .

12. Δοθέντος ὅτι  $C = 0,80 Y_d + 0,10 W$  καί  $Y_d = \text{μον.}400$ ,  $W = \text{μον.}400$  :

α) Τί θά συμβῆ εἰς τήν APC ἐάν τό  $Y_d$  αὐξάνει εἰς  $\text{μον.}600$  χωρίς νά μεταβάλλεται ἡ  $W$  ;

β) Τί θά συμβῆ εἰς τήν APC ὅταν αὐξηθοῦν ἀντιστοίχως τό  $Y_d$  εἰς  $\text{μον.}600$  καί ὁ πλούτος ( $W$ ) εἰς  $\text{μον.}480$  ;

Λύσεις:

α) Ἐάν  $Y_d = \text{μον.}400$  καί  $W = \text{μον.}400 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow C = \text{μον.}360$  καί  $APC = C/Y_d = 0,90$ .

Ἐάν  $Y_d = \text{μον.}600$  καί  $W = \text{μον.}400$ ,  
 ἡ  $C = \text{μον.}520 \Rightarrow APC = 0,87$ .

Δηλαδή ἡ APC μειοῦται.

β) Διά  $Y_d = \text{μον.}600$  καί  $W = \text{μον.}480 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow C = \text{μον.}528$  καί  $APC = 0,88$ .

Δηλαδή πάλιν ἡ APC μειοῦται.

13. Νά ἐξηγηθῆ διατί ἡ θεωρία τοῦ Duesenberry ὑπερτερεῖ τῆς θεωρίας τοῦ ἀπολύτου ὕψους τοῦ εἰσοδήματος.

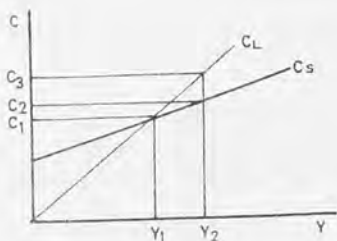
Λύσεις:

Ὁ Keynes ὑπεστήριξεν ὅτι τόσον βραχυχρονίως ὅσον καί μακροχρονίως, ἡ  $C$  ἐξαρτᾶται ἀμέσως ἀπό τό τρέχον ἐπίπεδον τοῦ

$Y_d$ , ή σχέσις όμως είναι μη αναλογική και έθεώρησεν τούς λοιπούς παράγοντας (υποκειμενικούς - αντικειμενικούς), ως μη σημαντικούς. 'Η θεωρία του απόλυτου εισοδήματος, απέδειχθη ως μη ικανοποιητική, διότι δέν ήδυνήθη νά εξηγήση θεωρητικώς τήν αναλογικότητα μεταξύ  $C$  καί  $Y_d$  μακροχρονίως, θεωρήσασα τήν σχέσιν ταύτην ως ένα τυχαῖον φαινόμενον. Κατά τήν θεωρίαν όμως του J. Duesenberry, τά άτομα καταναλίσκουν ένα σταθερόν μέρος του διαθέσιμου εισοδήματός των. Βεβαίως αὐτή ή αναλογικότητα διαταράσσεται βραχυχρονίως όταν τό τρέχον 'απόλυτον εισόδημα πίπτει κάτω του προηγούμενου εισοδήματος αιχμής ( $Y_{PP}$ ). Συνεπώς τόσον βραχυχρονίως ὅσον καί μακροχρονίως ή καταναλωτική συμπεριφορά διαφέρει λόγω τών διακυμάνσεων εἰς τό επίπεδον του εισοδήματος.

14. 'Η καταναλωτική δαπάνη είναι περισσότερον σταθερά εάν ή συνάρτησις καταναλώσεως είναι αναλογική ή μη αναλογική:

Λύσις:



'Η MPC διά τήν  $C_S$  είναι:

$$\left[ \frac{C_2 - C_1}{Y_2 - Y_1} \right]$$

ένῶ διά τήν  $C_L$  είναι:

$$\left[ \frac{C_3 - C_2}{Y_2 - Y_1} \right]$$

'Αλλά ή MPC διά τήν  $C_S$  είναι μικρότερα τής MPC διά τήν  $C_L$ , ήτοι αἱ μεταβολαί εἰς τήν κατανάλωσιν ( $\Delta C$ ), είναι μικρότεροι διά τήν  $C_S$  καί

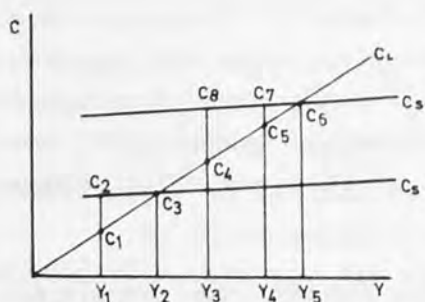
επομένως ή καταναλωτική δαπάνη είναι περισσότερον σταθερά όταν ή συνάρτησις καταναλώσεως είναι μη αναλογική.

15. Χρησιμοποιούντες τήν θεωρίαν του σχετικοῦ εισοδήματος, νά εὔρεθῇ ή μεταβολή εἰς τήν κατανάλωσιν, καθώς τό έ-

πίπεδον εισοδήματος μεταβάλλεται από:

- α)  $Y_2$  εἰς  $Y_1$  ,
- β)  $Y_1$  εἰς  $Y_3$  ,
- γ)  $Y_3$  εἰς  $Y_5$  , καί
- δ)  $Y_5$  εἰς  $Y_4$  .

Λύσεις:



- α) Ἡ κατανάλωσις πίπτει ἀπὸ  $C_3$  εἰς  $C_2$ .
- β) Ἡ κατανάλωσις αὐξάνει ἀπὸ  $C_2$  εἰς  $C_4$ .
- γ) Ἡ κατανάλωσις αὐξάνει ἀπὸ  $C_4$  εἰς  $C_6$ .
- δ) Ἡ κατανάλωσις πίπτει ἀπὸ  $C_6$  εἰς  $C_7$ .

16. Ἡ μακροχρόνιος σχέσηις μεταξύ  $C$  καὶ  $Y_d$  εἶναι  $0,90$ . Χρησιμοποιοῦντες τὴν θεωρίαν τοῦ διαρκοῦς (μονίμου) εἰσοδήματος, νά εὑρεθῇ τὸ ἐπίπεδον καταναλώσεως διὰ τὰ ἑξῆς ἐπίπεδα μετροῦμένου (τρέχοντος) διαθέσιμου εἰσοδήματος:

- α)  $Y_m = \text{μον.}600$  καὶ  $Y_t = 0$  ,
- β)  $Y_m = \text{μον.}650$  καὶ  $Y_t = \text{μον.}30$  ,
- γ)  $Y_m = \text{μον.}700$  καὶ  $Y_t = -\text{μον.}20$  , καί
- δ)  $Y_m = \text{μον.}800$  καὶ  $Y_t = \text{μον.}50$  .

Λύσεις:

Γνωρίζομεν ὅτι:  $Y_m = Y_p + Y_t$  καὶ  $C_p = f(Y_p)$ . Κατὰ τὴν ἀσκήσιν εἶναι:  $C_p = 0,90 Y_p$  , ἐπομένως εὐκόλως ὑπολογίζομεν:

- α)  $C_p = \text{μον.}540$  ,
- β)  $C_p = \text{μον.}558$  ,

$$\gamma) C_p = \text{μον.} 648, \text{ και}$$

$$\delta) C_p = \text{μον.} 675,$$

$$\text{άφοϋ } APC = C_p / Y_p = 0,90.$$

17. Δίδεται ή συνάρτησις καταναλώσεως:

$$C = 10 + 0,6 Y - 0,01 Y^2$$

Νά εύρεθοϋν αι μεταβολαί τών APC και MPC τās όποιās προκαλοϋν αι μεταβολαί τοϋ Y.

Λύσις:

Ύπολογίζομεν κατ'άρχας τήν μέσην ροπήν πρός κατανάλωσιν, ήτοι:

$$APC = \frac{C}{Y} = \frac{10}{Y} + 0,6 - 0,01 Y$$

και έν συνεχείᾳ ύπολογίζομεν τήν μεταβολήν τοϋ APC όταν μεταβάλλεται τό Y, ήτοι:

$$\frac{\partial (APC)}{\partial Y} = -\frac{10}{Y^2} - 0,01 < 0$$

Όμοίως

$$MPC = \frac{\partial C}{\partial Y} = 0,6 - 0,02 Y$$

$$\frac{\partial (MPC)}{\partial Y} = -0,02 < 0$$

Όστε τόσον ή APC όσον και ή MPC μεταβάλλονται αντίστροφως πρός τās μεταβολάς τοϋ Y.

Τά άνωτέρω βεβαίως ίσχύουν μόνον είς περιπτώσεις μή γραμμικής συναρτήσεως καταναλώσεως.

18. Ύποθέτομεν ότι ή πραγματική συνάρτησις καταναλώσεως είναι  $C = c_0 + c_y Y$ , όπου C και Y είναι άντιστοιχως, αι καταναλωτικαί δαπάναι και τό GNP μετρούμενον είς τρεχούσας νομισματικās μονάδας. Περαιτέρω, ύποθέτομεν ότι ύπελογίση έμπειρικώς συνάρτησις καταναλώσεως τής μορφής:

$$\frac{C}{P} = C_o + C_y \frac{Y}{P}$$

ένθα  $P$  = δείκτης τιμών. Έάν ή τελευταία συνάρτησις ύπελογίση κατά τήν περίοδον γενικήσ αύξήσεωσ τιμών καί είσοδήματοσ, νά γίνη σύγκρισις τήσ MPC τήσ δευτέρασ έξισώσεωσ πρόσ τήν MPC τήσ πρώτησ έξισώσεωσ.

### Λύσις:

Ή άκριβήσ συνάρτησις καταναλώσεωσ είναι:

$$C = c_o + c_y Y$$

ή δέ ύπολογισθεύσα συνάρτησις είσ όρουσ "πραγματικήσ" καταναλώσεωσ καί "πραγματικού" είσοδήματοσ, είναι:

$$\frac{C}{P} = c_o + c_y^* \frac{Y}{P} \Rightarrow C = c_o P + c_y^* Y$$

Έξ'αύτῆσ συνάγεται ότι μεταβαλλομένων τών τιμών καί του είσοδήματοσ, μεταβάλλεται τό επίπεδον τῆσ  $C$ .

Συνεπώς  $c_y^* < c_y$  ή MPC δευτέρασ συναρτήσεωσ  $<$  MPC πρώτησ έξισώσεωσ.

### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ό θεμελιώδης ψυχολογικός νόμος του Keynes δηλοῖ ότι:
  - α) ή μεταβολή είσ τό είσόδημα είναι μεγαλύτερα από τήν μεταβολήν είσ τήν  $C$ ,
  - β) ή μεταβολή είσ τήν  $C$  είναι μεγαλύτερα από τήν μεταβολήν του  $Y$ ,
  - γ) τά οίκονομοῦντα άτομα παύουν νά καταναλίσκουν όταν τό είσόδημά των αύξηθῆ άρκετά, ή
  - δ) τά οίκονομοῦντα άτομα παύουν ν' άποταμιεύουν όταν καταστοῦν άρκετά πλούσια.



Απάντησις: Ίσχύει ή (α) περίπτωσης.

2. Ήάν ή συνάρτησις καταναλώσεως γραμμικής μορφής τέμνη τόν κάθετον άξονα :

α) ή MPC είναι σταθερά και ή APC αύξάνει όταν τό επίπεδον του  $Y_d$  αύξάνη,

β) αι MPC και APC αύξάνουν όταν αύξάνη τό  $Y_d$ ,

γ) ή MPC είναι σταθερά και ή APC πίπτει όταν αύξάνη τό  $Y_d$ , ή τέλος

δ) αι MPC και APC πίπτουν όταν αύξάνη τό  $Y_d$ .

Απάντησις: Ίσχύει ή (γ) περίπτωσης.

3. Ήφίσταται αναλογική (proportional) σχέσις μεταξύ C και  $Y_d$  :

α) όταν ή APC είναι ή αύτή είς όλα τά επίπεδα του  $Y_d$ , ( $C/Y_d =$  σταθερά),

β) ή συνάρτησις καταναλώσεως είναι εύθύγραμμος και διέρχεται από την άρχήν των άξόνων,

γ) ή  $MPC = APC$  είς όλα τά επίπεδα του  $Y_d$ , ή

δ) όταν ίσχύουν όλα τά άνωτέρω

Απάντησις: Όταν ίσχύουν όλα τά άνωτέρω στοιχεΐα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 7ον Περί Επενδύσεων

### 1. Ἡ Ἐπένδυσις ὡς συνάρτησις καταναλώσεως

Ἐπιθέσειν πού γίνεται σχετικὰ μέ τὰς δαπάνας ἐπενδύσεως, εἶναι ὅτι οἱ ἐπενδυταί ἐπιθυμοῦν νά διατηροῦν σταθερόν τόν λόγον μετοχικοῦ κεφαλαίου πρός τὰς πωλήσεις πρός τοὺς καταναλωτάς (C)

Ὅθεν  $\frac{K}{C} = k_c = \text{σταθερόν}$

ἢ

$$K_t = k_c C_t$$

$$\begin{aligned} \text{Ἐξ' αὐτῆς ἔχομεν } \Delta K_t^{\text{ὄρσ}} = I_t &= k_c \Delta C_t = k_c (C_t - C_{t-1}) = \\ &= K_t - K_{t-1} = \alpha (K_t^* - K_{t-1})^1 \end{aligned}$$

Ἐξ' αὐτῆς τῆς σχέσεως προκύπτει ὅτι ἡ  $I_t$  εἶναι ποσοστόν τῆς μεταβολῆς τῆς  $C_t$ .

Μέ ἄλλα λόγια, ἡ ἐπένδυσις οἰασδήποτε περιόδου μεταβάλλεται εὐθέως μέν ὡς πρός τήν κατανάλωσιν τῆς αὐτῆς περιόδου, ἀντιστρόφως δέ ὡς πρός τήν C τῆς προηγουμένης περιόδου.

### II. Ἡ Ἐπένδυσις ὡς συνάρτησις τοῦ εἰσοδήματος (Y)

Ἡ ἐπένδυσις δέν δύναται νά θεωρηθῆ ὡς συνάρτησις μόνον τῆς καταναλώσεως, ἀλλά καί τοῦ ἐπιπέδου τοῦ συνολικοῦ εἰσοδήματος. Συνεπῶς εἶναι:

$$\frac{K_t}{Y_{t-1}} = k_y \Rightarrow K_t = k_y Y_{t-1} \quad \text{ὑπό δυναμικὴν μορφήν.}$$

\* Τό ὑπόδειγμα αὐτό ὁ Goodwin ὀνόμασεν ὑπόδειγμα εὐκάμπτου ἐπιταχυντοῦ (flexible accelerator).

Λαμβάνοντας την διαφοράν της εξισώσεως αούτης  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta K_t^{\text{όρος}} = I_t = K_t - K_{t-1} = k_y (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

Ένω λοιπόν έκ τής:  $I_t = k_c (C_t - C_{t-1})$  άπορρέει ότι ή I έξαρτάται άπό τήν τρέχουσαν αύξησιν τής C, έκ τής:

$$I_t = k_y (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

άπορρέει ότι ή I έξαρτάται άπό τήν αύξησιν του Y τής προηγούμενης περιόδου. Δηλ. ένφ είς τήν πρώτην περίπτωσιν δέν ύφίσταται χρονική ύστέρησις, είς τήν δευτέραν ύπεισέρχεται χρονική ύστέρησις μιās περιόδου.

Συμπέρασμα:

$$I_t = k_c (C_t - C_{t-1}) \quad , \quad C_t = c_0 + c_y Y_{t-1}$$

όπότε:

$$I_t = k_c c_y (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

Άκριβώς οι άνωτέρω χρησιμοποιηθέντες συντελεσταί  $k_c$   $k_y$  μάς παρέχουν τήν έννοιαν τών έπιταχυντών καταναλώσεως καί είσοδήματος αντίστοίχως.

1. Ό έπιταχυντής ως μικροοικονομική έννοια:

Είς τήν άπλουστάτην μορφήν, ό έπιταχυντής στηρίζεται επί τής ύποθέσεως ότι ή έπιχείρησις ή ό βιομηχανικός κλάδος είς έκαστον επίπεδον διανομής, έπιθυμεί τήν διατήρησιν σταθεροϋ λόγου μεταξύ άποθέματος κεφαλαίου καί πωλήσεων, όπως έμφαίνεται είς τās έξισώσεις  $I_t = K_c (C_t - C_{t-1})$  καί  $I_t = k_y (Y_{t-1} - Y_{t-2})$ . θεωρούμεν δύο στάδια διανομής του προϊόντος είς τούς καταναλωτάς, τόν άρχικόν κατασκευαστήν καί τόν λιανικόν πωλητήν, ήτοι διά νά φθάση τό άγαθόν άπό τόν άρχικόν παραγωγόν είς τόν τελικόν καταναλωτήν μεσολαβοϋ, δύο στάδια, έν άλλοις λόγοις, ή πώλησις δέν γίνεται άμέσως άπό τόν παραγωγόν είς τόν καταναλωτήν. Υποθέτον-

τες επίσης ότι έκαστος προσαρμόζει τό απόθεμα κεφαλαίου εἰς τήν παροῦσαν περίοδον συμφώνως πρός τὰς πραγματοποιηθείσας πωλήσεις κατά τήν προηγουμένην περίοδον, λαμβάνομεν τό ὑπόδειγμα:  $K_{rt} = k_c C_{t-1}$  (1)

$$K_{mt} = k_w W_{t-1} \quad (2)$$

ὅπου  $K_{rt}$  = απόθεμα κεφαλαίου καί ἔμπορεύματα τοῦ λιανοπωλητοῦ.  $K_{mt}$  = απόθεμα κεφαλαίου καί ἀπογραφή ἔμπορευμάτων τοῦ βιομηχανοῦ.  $C_t$  = πωλήσεις εἰς τοὺς καταναλωτάς ὑπό τοῦ λιανοπωλητοῦ.  $W_t$  = πωλήσεις εἰς τοὺς λιανοπωλητάς ὑπό τοῦ ἀρχικοῦ παραγωγοῦ.

Ἐξ ὀρισμοῦ ἔχομεν:  $I_t = \Delta K_{rt} + \Delta K_{mt}$  (3)

$$W_t = \Delta K_{rt} + C_t \quad (4)$$

Ἐκ τῶν (1) καί (2) ἐξισώσεων λαμβάνομεν:

$$\Delta K_{rt} = k_c \Delta C_{t-1} = k_c (C_{t-1} - C_{t-2}) \quad (5)$$

καί  $\Delta K_{mt} = k_w \Delta W_{t-1} = k_w (W_{t-1} - W_{t-2})$  (6)

Ἀντικαθιστῶντες τήν (4) εἰς τήν (6) ἔχομεν:

$$\Delta K_{mt} = k_w \left[ (\Delta K_{rt-1} + C_{t-1}) - (\Delta K_{rt-2} + C_{t-2}) \right] \quad (7)$$

Ὁμοίως ἀντικαθιστῶντες τήν (5) εἰς τήν (7) ἔχομεν:

$$\Delta K_{mt} = k_w \left[ (k_c C_{t-2} - k_c C_{t-3} + C_{t-1}) - (k_c C_{t-3} - k_c C_{t-4} + C_{t-2}) \right] \quad (8)$$

Ἡ ἐξίσωσις (5) ἀνωτέρω δεικνύει τὰς ἐπενδύσεις τοῦ λιανοπωλητοῦ ὡς συνάρτησιν τῶν πωλήσεων εἰς τοὺς καταναλωτάς, ἐνῶ ἡ (8) δεικνύει τὰς ἐπενδύσεις τοῦ ἀρχικοῦ παραγωγοῦ ὡς συνάρτησιν τῶν πωλήσεων τοῦ λιανοπωλητοῦ. Ἀντικαθιστῶντες ἀμφοτέρας τὰς ἐξισώσεις εἰς τήν (3), λαμβάνομεν:

$$I_t = (k_c + k_w) C_{t-1} + (k_c k_w - k_c - k_w) C_{t-2} - 2k_c k_w C_{t-3} + k_c k_w C_{t-4} \quad (9)$$

Εἶναι σημαντικόν ν' ἀναφέρωμεν ὅτι οἱ συντελεσταί εἰς

τήν (9) άθροιζόμενοι ίσοϋνται μέ μηδέν, άνεξαρτήτως τών τιμών τών  $k_c, k_w$ .

Έάν θεωρήσωμεν σταθεράς τάς συνολικάς πωλήσεις, διά τάς τέσσαρας περιόδους  $C_{t-1} = C_{t-2} = C_{t-3} = C_{t-4}$ , ή έπένδυσις καθίσταται μηδενική.

Παράδειγμα:

Έστω :

$k_c = 2, k_w = 10, I_t = 12C_{t-1} + 8C_{t-2} - 40C_{t-3} + 20C_{t-4}$ , ώς προκύπτει δι' άντικαταστάσεως τών δεδομένων είς τήν (9). Επίσης έστω ότι αι πωλήσεις αύξάνουν από 10 μ. είς τήν περίοδον ο είς 11 μ. κατά τήν περίοδον 1' έν συνεχεία πίπτουν είς τό άρχικόν επίπεδον τών 10 μ. δι' όλας τάς μετέπειτα περιόδους. Ούτως έχομεν τήν κάτωθι χρονολογικήν κλίμακα:

t	$C_t$	$I_t$
0	10	0
1	11	0
2	10	$12 = (k_c + k_w) \Delta C$
3	10	$8 = (k_c k_w - k_c - k_w) \Delta C$
4	10	$-40 = (-2k_c k_w) \Delta C$
5	10	$20 = (k_c k_w) \Delta C$
6	10	0

Είναι δυνατόν όμως νά λαμβάνη χώραν σταθερά αύξησις τών πωλήσεων είς όλας τάς χρονικάς περιόδους.

Παράδειγμα 1.

Έστω:

$k_c = 2, k_w = 10, I_t = 12C_{t-1} + 8C_{t-2} - 40C_{t-3} + 20C_{t-4}$ .

Έστω επίσης ότι αύξάνουν αι πωλήσεις από 10 μ. κατά τήν

περίοδον ο είς 11 μ. Ἡ διαμόρφωσις τῆς ἐπενδύσεως κατά τήν διαδρομήν τοῦ χρόνου, ἔχει ὡς κάτωθι:

t	$C_t$	$I_t$
0	10	0
1	11	0
2	11	12
3	11	20
4	11	-20
5	11	0

Τό μέγεθος τῶν διακυμάνσεων ἐξαρτᾶται ἀπό τό μέγεθος τῶν λόγων κεφαλαίου - προϊόντος  $k_c$  καί  $k_w$  ἢ ἄλλως ἀπό τοῦς συντελεστάς κεφαλαιακῆς ἐπιβαρύνσεως καί εἰς οὐδεμίαν περίπτωσηί αἱ διακυμάνσεις αὗται εἶναι ἐκρηκτικῆς μορφῆς.

Τά ὑποδείγματα εἰς τά ὁποῖα ἐμφανίζεται ὁ ἐπιταχυντής, αἱ παράγωγοι ἐπενδύσεις (induced investment) πάντοτε πλησιάζουν τό μηδέν ὕστερα ἀπό τόν ἀπαιτούμενον ἀριθμόν περιόδων.

### Παράδειγμα 2.

Ἐστω ὅτι αἱ κάτωθι τρεῖς ἐξισώσεις εἶναι ἡ ἀπλοποιημένη παρουσίασις τῆς οἰκονομίας:

$$C_t = c_o + c_y Y_{t-1} \quad (1)$$

$$I_t = I_o + k_y (Y_{t-1} - Y_{t-2}) \quad (2)$$

$$Y_t = G_t + C_t + I_t \quad (3)$$

Ἐπιθέτομεν ὅτι ἡ συμπεριφορά τῆς οἰκονομίας περιγράφεται ὑπό τῆς κάτωθι ἐξισώσεως:

$$Y_t = G_t + 20 + 1,70 Y_{t-1} - 0,90 Y_{t-2}$$

- α) Νά υπολογισθῆ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ ἐπιταχυ-  
τοῦ  $k_y$ .
- β) Νά υπολογισθῆ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς MPC,  $c_y$ .

Λύσεις:

Ἀντικαθιστώντες τὰς (1), (2) ἐξισώσεις εἰς τὴν (3)  
ἔχομεν:

$$Y_t = C_o + C_y Y_{t-1} + I_o + k_y (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

$$Y_t = C_o + I_o + (c_y + k_y) Y_{t-1} - k_y Y_{t-2} + G_t +$$

$$+ Y_t = G_t + 20 + 1,70 Y_{t-1} - 0,90 Y_{t-2}$$

Ἐπομένως: α)  $k_y = 0,90 =$  ἐπιταχυτῆς.

$$\beta) c_y + k_y = 1,70 \Rightarrow c_y = 1,70 - 0,90 = 0,80 = \text{MPC.}$$

2. Ὁ ἐπιταχυτῆς ὡς μακροοικονομικὴ ἔννοια:

Ὁ ἐπιταχυτῆς εἰς τὰ μακροοικονομικὰ ὑποδείγματα ἀ-  
ποβαίνει ἡ σχέσις ἐπενδύσεως καὶ μεταβολῶν τῆς καταναλώ-  
σεως ἢ τοῦ συνολικοῦ εἰσοδήματος (προϊόντος).

Συνεπῶς αἱ σχέσεις:

$I_t = k_c (C_t - C_{t-1})$  καὶ  $I_t = k_y (Y_{t-1} - Y_{t-2})$ , ὡς διε-  
τυπώθησαν ἀνωτέρω, δίδουν τὰς προαναφερθείσας σχέσεις.

Ὁ ἐπιταχυτῆς εἰς ἕν ἀπλοῦν μακροοικονομικόν ὑπό-  
δειγμα εἰς τὸ ὁποῖο χρησιμοποιεῖται ἡ ἐξίσωσις:

$I_t = k_c (C_t - C_{t-1})$  δίδεται ὡς ἀκολούθως:

$$Y_t = C_t + I_t = C_t + k_c C_t - k_c C_{t-1} \Rightarrow Y_t = (1 + k_c) C_t - k_c C_{t-1}$$

Ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ δαπάνη καταναλώσεως εἶναι στα-  
θερά εἰς τὰς δύο περιόδους ( $C_t = C_{t-1}$ ), τότε τὸ ὑπόδειγμα  
εὐρίσκεται ἐν ἰσορροπία ὅταν  $I_t = 0$  καὶ  $Y_t = C_t$ .

Ἡ δυναμικὴ τοῦ ὑποδείγματος εἶναι ἐπίσης τελείως ἀπλή. Μία ἀρχικὴ διατάραξις εἰς τὸ ἐπίπεδον ἰσορροπίας δημιουργεῖ τὴν κάτωθι χρονολογικὴν κλίμακα:

$t$	$C_t$	+	$I_t$	=	$Y_t$
0	$C_0$		0		$C_0$
1	$C_0 + \Delta C$		$k_c \Delta C$		$C_0 + (1 + k_c) \Delta C$
2	$C_0$		$-k_c \Delta C$		$C_0 - k_c \Delta C$
3	$C_0$		0		$C_0$

Παράδειγμα:

Ἐστω:  $k_c = 2$ ,  $I_t = 2(C_t - C_{t-1})$ ,  $Y_t = 3C_t - 2C_{t-1}$ .

Ἐπιθέτομεν ὅτι ἡ κατανάλωσις αὐξάνει εἰς 11 μ. κατὰ τὴν περίοδον 1 καὶ ἐν συνεχείᾳ πίπτει εἰς τὸ ἀρχικόν της ἐπίπεδον. Συνεπῶς:

$t$	$C_t$	+	$I_t$	=	$Y_t$
0	10		0		10
1	11		2		13
2	10		-2		8
3	10		0		10

Χρησιμοποιοῦντες τώρα τὴν σχέσιν μεταξύ συνολικοῦ προϊόντος καὶ ἐπενδύσεως, ὁ ἐπιταχυντὴς δίδει τὴν κάτωθι ἐξίσωσιν, καθ' ὅσον ἡ κατανάλωσις εἶναι σταθερὰ (ἐξωγενῶς καθοριζομένη  $dC/dY = 0$ ):

$$I_t = k_y (Y_{t-1} - Y_{t-2}) \quad , \quad Y_t = C_t + I_t = C_t + k_y Y_{t-1} - k_y Y_{t-2}$$

Ἡ δυναμικὴ ὁμῶς ἀνάλυσις αὐτοῦ τοῦ ὑποδείγματος καθίσταται κάπως περιπεπλεγμένη. Ἡ ἐξίσωσις:

$$Y_t = C_t + k_y Y_{t-1} - k_y Y_{t-2} \quad \text{δύναται νὰ λάβῃ τὴν μορφήν τῆς}$$



μή ομογενοῦς δευτέρου βαθμοῦ γραμμικῆς ἐξισώσεως διαφορῶν:

$$Y_t - k_y Y_{t-1} + k_y Y_{t-2} - C_t = 0$$

Κατωτέρω παρουσιάζομεν τὰς μεταβολὰς (διακυμάνσεις) τοῦ εἰσοδήματος λόγω τῆς ἐπενεργείας τοῦ ἐπιταχυντοῦ.

Πίναξ 1ος ἐμφαίνων τὴν δυναμικὴν τοῦ ἀπλοῦ ὑποδείγματος ἐπιταχυντοῦ, ὅταν ἡ ἐπένδυσις εἶναι συνάρτησις τοῦ συνολικοῦ εἰσοδήματος καὶ ἡ κατανάλωσις ἐξωγενῶς καθοριζομένη.

$$\text{Ἐξίσωσις } I_t = k_y (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

$$Y_t - k_y Y_{t-1} + k_y Y_{t-2} - C_t = 0$$

Τιμὴ τοῦ ἐπιταχυντοῦ ( $k_y$ )	Χρονικὴ διαδρομὴ τοῦ συνολικοῦ εἰσοδήματος ( $Y_t$ )
α. $1 > k_y > 0$	Φθίνουσαι διακυμάνσεις συγκλίνουσαι εἰς τὴν ἰσορροπίαν.
β. $k_y = 1$	Διακυμάνσεις σταθεροῦ μεγέθους.
γ. $4 > k_y > 1$	Ἐκρηκτικαὶ διακυμάνσεις διερχόμεναι ἀπὸ τό σημ. ἰσορροπίας.
δ. $k_y > 4$	Μονοτονικῶς αὐξουσαι διακυμάνσεις.

Πίναξ 2ος ἐμφαίνων τὴν ἐπένδυσιν ὡς συνάρτησιν τοῦ συνολικοῦ εἰσοδήματος, ὅταν ἡ κατανάλωσις καθορίζεται ἐξωγενῶς διὰ τῆς χρησιμοποίησεως ἀριθμητικῶν δεδομένων.

$$\text{Ἐξίσωσις } I_t = k_y (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

$$\text{" } Y_t = C_t + k_y Y_{t-1} - k_y Y_{t-2}$$

(α) $K_Y = 0,05$				(β) $K_Y = 1$				(γ) $K_Y = 2$				(δ) $K_Y = 9$			
t	$C_t + I_t = Y_t$			t	$C_t + I_t = Y_t$			t	$C_t + I_t = Y_t$			t	$C_t + I_t = Y_t$		
0	10	0	10	0	10	0	10	0	10	0	10	0	10	0	10
1	11	0	11	1	11	0	11	1	11	0	11	1	11	1	11
2	11	0,5	11,5	2	11	1	12	2	11	2	13	2	11	4	15
				3	11	1	12	3	11	4	15	3	11	16	27
4	11	-0,12	10,88	4	11	0	11								
6	11	-0,03	10,97					15	11	-256	-245	6	11	320	331
				8	11	1	12								
∞	11	0	11	9	11	1	12	∞	11	±∞	±∞	∞	11	∞	∞

### 3. ‘Αλληλεπίδρασις ἐπιταχυντοῦ - πολλαπλασιαστοῦ:

Εἰς τὸ προηγούμενον ὑπόδειγμα (model) ἐθεωρήσαμεν τὴν κατανάλωσιν ὡς ἐξωγενή (αὐτόνομον) μεταβλητὴν μὴ ἐπηρεαζομένη ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον τοῦ  $Y$  ( $dC/dY = 0$ ) καὶ ὅτι ἡ δαπάνη δι' ἐπένδυσιν ἦτο συνάρτησις τῶν αὐτονόμων δαπανῶν καταναλώσεως.

Εἰς τὰ προηγούμενα ὑπεθέσαμεν αὐτονόμους τὰς ἐπενδύσεις ( $I = I_0$ ) καὶ τὰς δημοσίας δαπάνας ( $G$ ) καὶ εἰδομεν ὅτι μίᾳ αὐτόνομος αὔξησις τῶν δημοσίων δαπανῶν εἶχεν ὡς ἀποτέλεσμα τὴν αὔξησιν τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος κατὰ ποσὸν ἴσον πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ πολλαπλασιαστοῦ ἐπενδύσεων  $1/(1 - C_Y)$  ἐπὶ τὸ ποσὸν τῆς αὔξεσεως τῶν αὐτονόμων δαπανῶν ( $dG$ ).

Ἐάν αἱ ἐπενδύσεις εἶναι συνάρτησις τοῦ  $C$  καὶ ἡ κατανάλωσις δέν εἶναι πλέον αὐτόνομος, ἀλλὰ συνάρτησις τοῦ συνολικοῦ εἰσοδήματος, τὸ προκείμενον ὑπόδειγμα καλεῖται ὑπόδειγμα "πολλαπλασιαστοῦ - ἐπιταχυντοῦ" (multiplier - accelerator model).

π.χ.

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad (1)$$

$$C_t = c_o + c_y Y_{t-1} \quad (2)$$

$$I_t = k_c (C_t - C_{t-1}) \quad (3)$$

Λύνοντας τό σύστημα τών τριών έξισώσεων άς πρός  $Y_t$  λαμβάνομεν:

$$Y_t = (1 + k_c) c_y Y_{t-1} - k_c c_y Y_{t-2} + c_o + G_t \quad (4)$$

Είς κατάστασιν ίσορροπίας είναι:  $Y_t = Y_{t-1} = Y_{t-2}$

όποτε ή (4) γράφεται:

$$Y_t = \frac{c_o + G_t}{1 - c_y} \quad (5)$$

• Η (5) μάς δίδει τό επίπεδον ίσορροπίας του είσοδήματος χωρίς όμως νά ύπάρχη είς τόν άριθμητήν ό όρος  $I_t$ , διότι είνε δομεν ότι έν ίσορροπία  $I_t = 0$ . Συνεπώς, έπειδή ή παράγωγος έπένδυσις έν ίσορροπία ίσοϋται μέ μηδέν, ή έμφάνισις του έπιταχυντου ( $k_c$ ) δέν μεταβάλλει τήν συγκριτικήν στατικήν του ύποδειγματος του πολλαπλασιαστου.

Τό άνωτέρω ύπόδειγμα διευτυπώθη ύπό του Paul Samuelson είς τό έργον του: "Interaction Between Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration".

• Υποθεθείσθ ότι λαμβάνει χώραν μία διατάραξις του άρχικου επιπέδου ίσορροπίας του  $Y$ , λόγω μιās μεταβολής είς τόν σταθερόν όρον  $c_o$  ή είς τόν όρον  $G_t$ . Τότε ή μεταβολή του επιπέδου του συνολικου είσοδήματος διαχρονικώς έξαρτάται άπό τάς τιμάς τών παραμέτρων  $k_c$  και  $c_y$ . • Επειδή όμως, ώς γνωστόν,  $c_y$  είναι ή όριακή ροπή πρός κατανάλωσιν ( $dC/dY$ ), ή τιμή του όρου αϋτου θά κεΐται μεταξύ του μηδένος και της μονάδος  $0 < c_y < 1$ .

Κατωτέρω παρουσιάζομεν είς πίνακα τήν διαμορφουμένην άξίαν του  $Y$  διαχρονικώς, λόγω της έμφάνισεως καταστάσεως άνισορροπίας έκ του λόγου της μεταβολής τών δημοσί-

ων δαπανῶν ἀπό 5 μ. εἰς 6 μ.

Πίναξ 1ος

Δυναμική τοῦ ὑποδείγματος Πολλαπλασιαστοῦ-Ἐπιταχυντοῦ

$$C_t = c_o + c_y Y_{t-1}$$

$$I_t = k_c (C_t - C_{t-1})$$

$$Y_t = (1 + k_c) c_y Y_{t-1} - k_c c_y Y_{t-2} + c_o + G_t$$

Τιμαί τῆς ὀριακῆς ροπῆς πρὸς κατανάλωσιν ( $c_y$ ) καί τοῦ ἐπιταχυντοῦ ( $k_c$ )

Μεταβολή τοῦ  $Y_t$  διαχρονικῶς

α.  $c_y > \frac{4}{(1 + k_c)^2} \quad k_c < 1$

Κίνησις μονοτονικῶς πρὸς τὸ ἐπίπεδον ἰσορροπίας.

β.  $c_y > \frac{4}{(1 + k_c)^2} \quad k_c > 1$

Τὸ  $Y$  διέρχεται ἀπὸ τὸ νέον ἐπίπεδον ἰσορροπίας καί ἐξακολ. νά ἀπομ. συνεχῶς.

γ.  $\frac{1}{k_c} < c_y < \frac{4k_c}{(1 + k_c)^2}$

Διακυμάνσεις ἐκρηκτικῆς μορφῆς (ἀποκλίνουσαι ἐκ τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροπίας τοῦ  $Y$ ).

δ.  $c_y = 1/k_c$

Διακυμάνσεις (κύκλοι) σταθεροῦ εὗρους.

ε.  $c_y < 1/k_c$

Διακυμάνσεις φθινούσης μορφῆς (συγκλίνουσαι).

Ἐκτός τοῦ ἀνωτέρω ὑποδείγματος, ὅπου ἡ κατανάλωσις εἶναι συνάρτησις τοῦ εἰσοδήματος καί αἱ ἐπενδύσεις ( $I_t$ ) συνάρτησις τῆς  $C$ , εἶναι δυνατόν νά ἔχωμεν ὑπόδειγμα εἰς τὸ ὁποῖον ὅμως, αἱ ἐπενδύσεις νά εἶναι συνάρτησις τοῦ συνολικοῦ εἰσοδήματος. Οὕτως ἔχομεν τὸ ὑπόδειγμα:

$$A. \begin{cases} Y_t = C_t + I_t + G_t & (1) \\ C_t = c_o + c_y Y_{t-1} & (2) \\ I_t = k_y (Y_{t-1} - Y_{t-2}) & (3) \end{cases}$$

Λύοντας τó άνωτέρω σύστημα (A) ώς πρός  $Y_t$  λαμβάνομεν:

$$Y_t = (k_y + c_y)Y_{t-1} - k_y Y_{t-2} + c_o + G_t. \text{ 'Εν ίσορροπία είναι:}$$

$$Y_t = Y_{t-1} = Y_{t-2}, \text{ ώστε νά έχωμεν:}$$

$$Y_t = \frac{c_o + G_t}{1 - c_y}$$

Παρατηρούμεν ότι τó εύρεθέν επίπεδον ίσορροπίας τού  $Y$  είναι τó αυτό πρός τó επίπεδον ίσορροπίας όπερ ύπελογίσθη όταν ύπήρχε μόνον ό πολλαπλασιαστής ( $c_y$ ). Δηλ. ό επιταχυτής ( $k_y$ ) δέν άσκει σημαντικήν μεταβολήν έπειδή  $I_t = 0$ .

### Πίναξ 2ος

Δυναμική τού ύποδείγματος Πολλαπλασιαστού-Επιταχυντού

$$C_t = c_o + c_y Y_{t-1}$$

$$I_t = k_y (Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

$$Y_t = (k_y + c_y)Y_{t-1} - k_y Y_{t-2} + c_o + G_t$$

Τιμαί τής όριακής ροπής πρός κατανάλωσιν ( $c_y$ ) καί τού επιταχυντού ( $k_y$ )

Μεταβολαί τού επιπέδου ίσορροπίας ( $Y_t$ ) διαχρονικώς

α.  $k_y < 1, c_y > 2\sqrt{k_y} - k_y$

Κίνησις μονοτονικώς πρός τó επίπεδον ίσορροπίας.

β.  $k_y > 1, c_y > 2\sqrt{k_y} - k_y$

Άπομάκρυνσις μονοτονικώς άπό τó επίπεδον ίσορροπίας.

γ.  $k_y > 1, c_y < 2\sqrt{k_y} - k_y$

Άποκλίνουσαι διακυμάνσεις κατά ρυθμόν έκρηκτικόν.

Τιμαί τῆς ὀριακῆς ροπῆς πρὸς  
κατανάλωσιν ( $c_y$ ) καί τοῦ ἐπι-  
ταχυντοῦ ( $k_y$ )

Μεταβολαί τοῦ ἐπιπέδου ἰ-  
σορροπίας ( $Y_t$ ) διαχρονικῶς

δ.  $k_y = 1, c_y < 2\sqrt{k_y} - k_y$

Διακυμάνσεις σταθεροῦ εὐ-  
ρους (regular) ὀμαλαί.

ε.  $k_y < 1, c_y < 2\sqrt{k_y} - k_y$

Διακυμάνσεις συγκλίνουσαι  
πρὸς τὸ ἐπίπεδον ἰσορροπί-  
ας (φθινοῦσης μορφῆς).

Θά ἦτο δυνατόν νά παρακολουθήσωμεν τήν ἐξέλιξιν  
τοῦ συνολικοῦ εἰσοδήματος ( $Y_t$ ) κατά τήν διάρκειαν τοῦ χρό-  
νου κεχωρισμένως δι' ἑκάστην περίπτωσιν τιμῶν τῆς ὀ.ρ.κ.  
( $c_y$ ) καί τοῦ ἐπιταχυντοῦ ( $k_y$ ) στηριζόμενοι εἰς τόν ἀνωτέ-  
ρω πίνακα 2. Τό αὐτό θά ἦτο δυνατόν νά γίνη καί εἰς τήν  
προηγούμενην περίπτωσιν τοῦ ἐπιταχυντοῦ καταναλώσεως ( $k_c$ )  
στηριζόμενοι εἰς τόν πίνακα 1.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 8ον Ίσορροπία εις τήν Ἀγοράν Προϊόντος

### 1. Ἡ καμπύλη IS εις τό ὑπόδειγμα δύο τομέων

Εἶδομεν ὅτι τό ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος, πραγματοποιεῖται ὅταν  $I = S$  ἢ ὅταν ἡ ἀξία τοῦ προϊόντος εἶναι ἴση μέ τήν συνολικήν δαπάνην, ἡ ὁποία προγραμματίζεται. Ἐάν εἶναι  $C = C_0 + bY$  καί  $I = I_0$ , τότε τό εἰσοδήμα ἰσορροπίας εἶναι:

$$Y = \frac{C_0 + I_0}{1 - b}$$

Ὅταν ὁμως ἡ ἐπένδυσις δέν καθορίζεται ἔξωγενῶς, ἀλλά εἶναι  $I = I_0 - gi$ , τό εἰσοδήμα ἰσορροπίας εἶναι:

$$Y = \frac{C_0 + I_0 - gi}{1 - b}$$

Δηλ. τό ἐπίπεδον ἰσορροπίας εἰσοδήματος μεταβάλλεται ἀντιστρόφως πρός τό ἐπιτόκιον ( $i$ ). Ὁ Γ.Τ τῶν σημείων πού δεικνύουν διάφορα ἐπίπεδα εἰσοδήματος ἰσορροπίας εις τά διάφορα ἐπίπεδα ἐπιτοκίου, καλεῖται καμπύλη IS.

Τό κάτωθι παράδειγμα δεικνύει τόν τρόπον καθ' ὃν προκύπτει ἡ IS.

Παράδειγμα:

$$\text{Ἔστω } I = 55 - 200i \text{ καί } S = -40 + 0,20Y$$

Περίπτωσης I: Ὅταν  $i = 0,09$ , τότε  $I = \text{μον.}37$ . Τό εἰσοδήμα ἰσορροπίας εἶναι μον.385, διότι τότε ἡ ex ante  $I$  εἶ-

ναι ίση με την *ex ante*  $S$ .

$$S = I \quad \eta \quad -40 + 0,20 Y = 37 \Rightarrow Y = 385$$

Περίπτωσης II: Όταν  $i = 0,07$ ,  $I = \text{μον.}41$  και εισόδημα  
 ισορροπίας είναι μον.405, διότι:

$$S = I \quad \eta \quad -40 + 0,20 Y = 41 \Rightarrow Y = 405$$

Περίπτωσης III: Όταν  $i = 0,05$ ,  $I = \text{μον.}45$  και εισόδημα  
 ισορροπίας είναι μον.425, διότι:

$$S = I \quad \eta \quad -40 + 0,20 Y = 45 \Rightarrow Y = 425$$

Περίπτωσης IV: Όταν  $i = 0,03$ ,  $I = \text{μον.}49$  και εισόδημα  
 ισορροπίας είναι μον.445, διότι:

$$S = I \quad \eta \quad -40 + 0,20 Y = 49 \Rightarrow Y = 445$$

Αί άνωτέρω περιπτώσεις δεικνύουν ότι καθώς τό  $i$  πί-  
 πτει από 0,09 είς 0,07, ή επένδουςις αύξάνει από μον.37 είς  
 μον.41, ή δέ αύξησις αύτή μέση του πολλαπλασιαστού οδηγεί  
 είς αύξησιν του  $Y$  από μον.385 είς μον.405.

Δυνάμεθα νά κατασκευάσωμεν την καμπύλην  $IS$  έκ της έ-  
 ξισώσεως  $IS$ ,                    'Αφοϋ  $I = 55 - 200 i$  και  $S = -40 + 0,20 Y$

τό εισόδημα ισορροπίας επιτυγχάνεται όταν:

$$S = I \quad \eta \quad -40 + 0,20 Y = 55 - 200 i \Rightarrow Y = 475 - 1000 i \quad \eta \text{τοι}$$

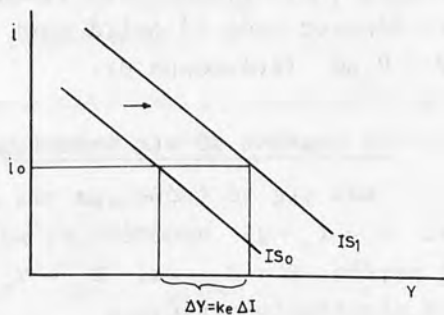
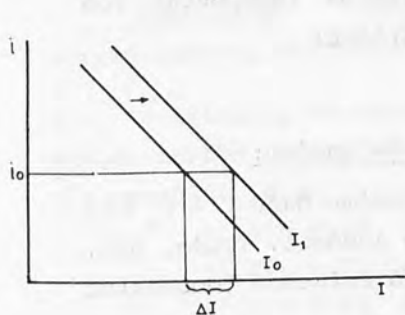
προέκυψεν ή έξίσωσις  $IS$ .

## 2. Μετατοπίσεις της καμπύλης $IS$ :

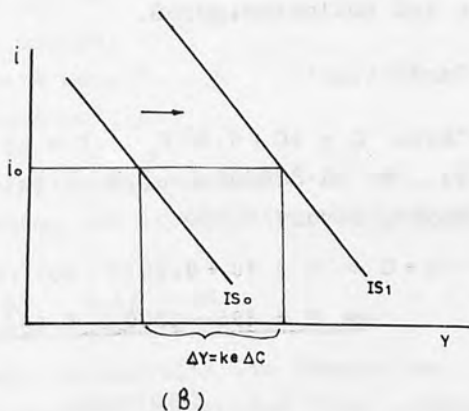
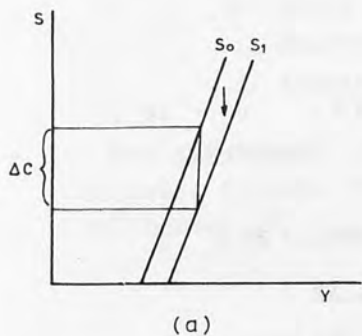
Αυτόνομοι μεταβολαί είς την δαπάνην, επιφέρουν παραλ-  
 λήλους μετατοπίσεις της  $IS$ . Τό μέγεθος της μετατοπίσεως έ-  
 ξαρτάται από την αυτόνομον μεταβολήν της δαπάνης και από  
 τόν πολλαπλασιαστήν δαπάνης.

Παράδειγμα:





Ἡ μετατόπισις τῆς καμπύλης  $I$ , ὁδηγεῖ εἰς μεγαλύτε-  
ραν μετατόπισιν τῆς  $IS$  κατὰ  $\Delta Y = k_e \Delta I$ .



Εἰς τὸ διάγραμμα (α) δεικνύεται μία αὐτόνομος ἀξή-  
σις τῆς καταναλώσεως, ἥτις ἀντιστοιχεῖ εἰς ἀνάλογον μείω-  
σιν τῆς αὐτονομῆς ἀποταμιεύσεως. Δι' ἐπιτόκιον  $i_0$ , ἡ ἀξή-

σις τῆς  $C$ , ὀδηγεῖ εἰς παράλληλον μετατόπισιν τῆς  $IS$ , ἡ ὁποία, ὡς γνωστόν, δεικνύει διάφορα ἐπίπεδα ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος πρὸς τὰ δεξιὰ κατὰ τὸ μέγεθος:

$$\Delta Y = \kappa_e \Delta C \quad (\text{διάγραμμα } \beta).$$

### 3. Ἡ καμπύλη $IS$ εἰς ὑπόδειγμα τριῶν τομέων:

Ἐάν εἰς τὸ ὑπόδειγμα τῶν δύο τομέων ὅπου  $C = C_o + bY$  καὶ  $I = I_o - gi$  προσθέσωμεν καὶ τὸν Δημόσιον Τομέα, δηλ. τὰ μεγέθη  $G = G_o$  καὶ  $T_x = T_{x_o}$ , τὸ ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος γίνεται:

$$Y = \frac{C_o + I_o - gi + G_o - bT_{x_o}}{1 - b}$$

Καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν τριῶν τομέων, ἡ καμπύλη  $IS$  μετατοπίζεται παραλλήλως, λόγφ μεταβολῶν τῆς αὐτονόμου δαπάνης καὶ τῶν φόρων, τὸ μέγεθος δὲ τῆς μετατοπίσεως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ μέγεθος τῶν αὐτονόμων μεταβολῶν τῆς δαπάνης καὶ ἐκ τοῦ πολλαπλασιαστοῦ.

Παράδειγμα:

Ἐστὼ  $C = 40 + 0,80 Y_d$ ,  $I = 55 - 200 i$ ,  $G = 20$ ,  $T_x = 20$ . Μὲ τὰ δεδομένα αὐτὰ τὸ ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος εἶναι:

$$Y = C + I + G \Rightarrow Y = 40 + 0,80(Y - 20) + 55 - 200 i + 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y = 495 - 1000 i \quad \text{ἢ ἐξίσωσις } IS$$

### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ἡ καμπύλη  $IS$  δεικνύει:

α) θετικὴν σχέσιν μεταξύ ἐπιτοκίου καὶ εἰσοδήματος,

β) ἀρνητικὴν σχέσιν ἐπιτοκίου καὶ εἰσοδήματος,

γ) θετικὴν σχέσιν ἐπιτοκίου καὶ ἐπενδύσεως, ἢ

δ) αρνητικήν σχέσιν έπιτοκίου καί έπενδύσεως.

Απάντησις: Όρθή είναι ή (β) πρότασις, δηλ. ή αρνητική σχέσεις έπιτοκίου καί εισοδήματος.

2. Η έξίσωσις IS είναι:  $Y = 500 - 2000i$ . Ποια από τά κάτωθι μεγέθη έπιτοκίου καί εισοδήματος δέν ανήκουν είς τήν καμπύλην IS ;

- α)  $i = 0,02$  καί  $Y = 450$ ,
- β)  $i = 0,05$  καί  $Y = 400$ ,
- γ)  $i = 0,07$  καί  $Y = 360$ , καί
- δ)  $i = 0,10$  καί  $Y = 300$ .

Απάντησις: Η (α) περίπτωσης, διότι διά  $i = 0,02$  είναι  $Y = 460$  καί όχι  $Y = 450$ .

3. Εάν ή  $MPC = 0,80$  καί ή αυτόνομος αύξησις έπενδύσεων  $\Delta I = \text{μον.}10$ , ή IS μετατοπίζεται:

- α) δεξιά κατά μον.50,
- β) δεξιά κατά μον.10,
- γ) άριστερά κατά μον.50, ή
- δ) άριστερά κατά μον.10.

Απάντησις: Η μετατόπισις τής καμπύλης IS, ήτις δεικνύει επίπεδα ίσορροπίας του εισοδήματος προς τά δεξιά θά ίσοϋται μέ:

$$\underline{\Delta Y = K_e \Delta I = 50}$$

4. Ποιαί από τάς κάτωθι προτάσεις είναι έσφαλμένα ;

- α) Η IS μετατοπίζεται άριστερά όταν αύξάνωνται οί φόροι.
- β) Η IS μετατοπίζεται δεξιά όταν αύξάνωνται οί φόροι καί ή δημοσία δαπάνη.
- γ) Η IS μετατοπίζεται δεξιά εάν τό έπιτόκιο

πίπτει

δ) Ἡ IS μετατοπίζεται δεξιά εάν αὐξάνεται ἡ ἐπένδυσις.

Ἀπάντησις: Ἡ (γ) πρότασις εἶναι ἐσφαλμένη.

5. Ἡ ἰσόποσος αὐξησις φόρων καὶ δημοσίας δαπάνης:

α) Δέν μετατοπίζει τὴν IS.

β) Μετατοπίζει τὴν IS πρὸς τὰ δεξιά κατὰ  $K_b \Delta G$ .

γ) Μετατοπίζει τὴν IS πρὸς τὰ ἀριστερά κατὰ  $K_b \Delta G$ .

Ἀπάντησις: Ἰσχύει ἡ (β) πρότασις σύμφωνα μὲ τὸ θεώρημα τοῦ ἐξισωμένου προϋπολογισμού ἢ τοῦ μοναδιαίου πολλαπλασιαστοῦ ( $K_b$ ).

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ἐάν  $C = 40 + 0,80 Y$  καὶ  $I = 70 - 200 i$  νά εὐρεθοῦν:

α) ἡ ἐξίσωσις IS, καὶ

β) τὰ ἐπίπεδα ἰσορροπίας τοῦ εἰσοδήματος, ὅταν:  
 $i = 0,10$  καὶ  $i = 0,05$ .

Λύσις:

α) Ὡς γνωστόν, ἰσορροπία ὑφίσταται ὅταν  $S = I$ , ἢ ὅταν ἡ ἀξία τοῦ προϊόντος ἰσοῦται μὲ τὴν συνολικὴν δαπάνην, ἥτοι ὅταν  $Y = C + I$ ,

ἢ  $Y = 40 + 0,80 Y + 70 - 200 i \Rightarrow Y = 550 - 1000 i$  (ἐξίσωσις IS)

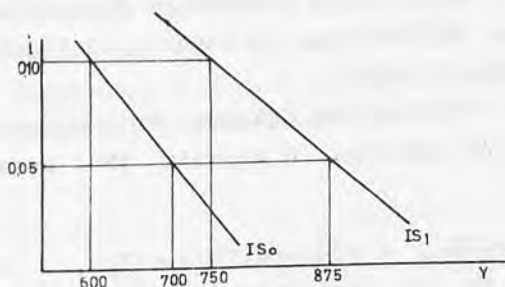
β) Διὰ  $i = 0,10$  εἶναι  $Y = 450$ ,

ἐνῶ διὰ  $i = 0,05$  εἶναι  $Y = 500$ .

2. Μία αὐτόνομος μεταβολὴ τῆς δαπάνης προκαλεῖ τὴν μετατόπισιν τῆς IS, ἡ μετατόπισις δέ αὕτη ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τοῦ πολλαπλασιαστοῦ ἐπὶ τὴν αὐτόνομον μεταβολὴν τῆς δαπάνης.

Ἐρωτᾶται τί θά συμβῆ εἰς τήν IS ἐάν μεταβληθῆ ἕνας συντελεστής συμπεριφοῶς, ἔστω ἡ ὀριακή ροπή πρὸς καταναλώσιν ;

Λύσις:



Ἡ καμπύλη  $IS_0$  παριστᾷ εἰσόδημα ἰσορροπίας εἰς ὑπόδειγμα δύο τομέων μέ ἐξισώσεις συμπεριφοῶς  $C = 50 + 0,75 Y$  καί  $I = 150 - 500 i$ . Ἐάν ἡ MPC ἀύξηθῆ εἰς 0,80, ἡ IS μετατοπίζεται πρὸς τὰ δεξιὰ εἰς τήν θέσιν  $IS_1$ . Ἡ πρὸς τὰ δεξιὰ μετατόπισις τῆς IS εἶναι μον.150 εἰς ἐπιτόκιον 0,10, καί μον.175 εἰς ἐπιτόκιον 0,05. Συνεπῶς, μία μεταβολή συντελεστοῦ συμπεριφοῶς ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τήν μὴ παράλληλον μετατόπισιν τῆς IS.

3. Τί θά συμβῆ εἰς τήν καμπύλην IS ἐάν ἀύξηθοῦν:

- α) αἱ εἰσαγωγαί,
- β) οἱ φόροι,
- γ) αἱ ἐπενδύσεις, καί
- δ) αἱ ἐξαγωγαί.

Λύσις:

α) Ἡ ἀύξησις τῶν εἰσαγωγῶν ἰσοδυναμεῖ μέ ἀύξη-

σιν τῆς ἀποταμιευτικῆς διαρροῆς. Ἡ καμπύλη IS ἐπομένως, μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἀριστερά.

β) Ἡ αὔξεις τῶν φόρων ἐνισχύει τὸ σκέλος τῶν διαρροῶν. Ἡ καμπύλη IS ἐπομένως, μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἀριστερά.

γ) Ἡ αὔξεις τῶν ἐπενδύσεων ἀντιπροσωπεύει αὐτόνομον αὔξισιν τῆς δαπάνης. Ἡ καμπύλη IS ἐπομένως, μετατοπίζεται πρὸς τὰ δεξιὰ.

δ) Ἡ αὔξεις τῶν ἐξαγωγῶν ἀντιπροσωπεύει αὐτόνομον αὔξισιν τῆς δαπάνης. Ἡ καμπύλη IS, μετατοπίζεται πρὸς τὰ δεξιὰ.

4. Ὑποθέτομεν ὅτι  $C = 40 + 0,75(Y - tY)$ ,  $t = 0,20$ ,  $T_x = 0$ ,  $G = 90$  καὶ  $I = 150 - 500i$ . Νά ἐξηγηθῇ ἡ κατεύθυνσις καὶ τὸ μέγεθος τῆς μετατοπίσεως τῆς IS ὅταν:

α) αὐξάνεται ἡ G κατὰ μον.10,

β) αὐξάνονται οἱ φόροι  $T_x$  κατὰ μον.10, καὶ

γ) αὐξάνονται κατὰ μον.10 ἡ G καὶ  $T_x$ .

#### Λύσις:

Ὁ πολλαπλασιαστὴς δαπάνης ὅταν οἱ φόροι εἶναι συνάρτησις τοῦ Y εἶναι  $K_e = 1/(1 - b + bt) = 2,5$ , ὁ πολλαπλασιαστὴς φορολογίας εἶναι  $K_{tx} = -b/(1 - b + bt) = -1,875$ , ὁ δέ πολλαπλασιαστὴς ἐξισωμένου προϋπολογισμοῦ εἶναι:

$$K_D = \frac{\Delta Y}{\Delta G} = (1 - b)/(1 - b + bt) = 0,625 < 1$$

Συνεπῶς: α) Ἡ IS μετατοπίζεται δεξιὰ κατὰ μον.25.

β) Ἡ IS μετατοπίζεται ἀριστερά κατὰ μον.18,75.

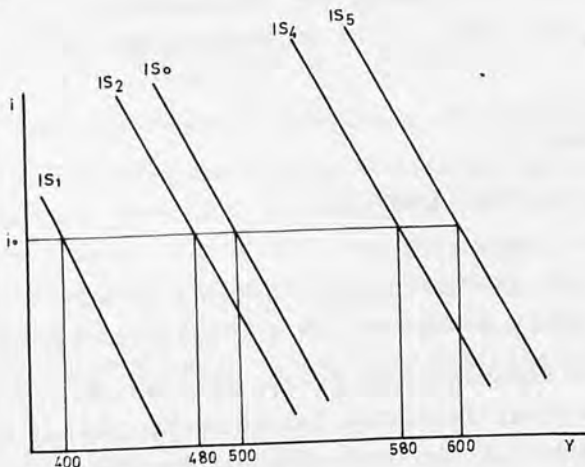
καὶ γ) Ἡ IS μετατοπίζεται δεξιὰ κατὰ μον.6,25

Δηλαδή εἰς ἐκάστην περίπτωσιν πολλαπλασιάζομεν τὴν τιμὴν τοῦ πολ/στοῦ ἐπὶ τὸ μέγεθος τῆς μεταβολῆς.

5. Ὁ πολλαπλασιαστής δαπάνης εἶναι 5, ὁ πολλαπλασιαστής φορολογίας εἶναι 4, ὁ πολλαπλασιαστής ἐξισωμένου προϋπολογισμοῦ εἶναι 1 καὶ ἡ καμπύλη IS εἶναι  $IS_0$  ὡς δεικνύεται εἰς τὸ κάτωθι σχῆμα. Νά προσδιορισθῇ ἡ νέα καμπύλη IS ὅταν:

- οἱ φόροι μειοῦνται κατὰ μον.20 ,
- μειοῦνται κατὰ μον.20 οἱ φόροι καὶ ἡ  $G$  ,
- αὐξάνεται ἡ  $G$  κατὰ μον.20 , καί
- μειοῦται ἡ  $I$  κατὰ μον.20.

Λύσις:



α) Ἡ μείωσις τῶν φόρων ὁδηγεῖ εἰς παράλληλον μετατόπισιν πρὸς τὰ δεξιὰ εἰς τὴν θέσιν  $IS_4$  κατὰ  $\Delta Y = \text{μον.}80$  ( $\Delta Y = 4 \times 20$ ).

β) Μετατόπισις πρὸς τὰ ἀριστερά εἰς τὴν θέσιν  $IS_2$  κατὰ μον.20 ,  $\Delta Y = K_b \cdot \Delta G = 1 \cdot (-20) = -20$ .

γ) Μετατόπισις προς τὰ δεξιά εἰς τὴν θέσιν  $IS_5$  κατὰ μον.100 ,  $\Delta Y = K_e \cdot \Delta G = 5 \cdot 20 = 100$ .

δ) Μετατόπισις προς τὰ ἀριστερά εἰς τὴν θέσιν  $IS_1$  κατὰ μον.100 ,  $\Delta Y = K_e \cdot \Delta G = 5 \cdot (-20) = -100$ .

6. Ὑποθέτομεν:

$$C = 20 + 0,80(Y - T)$$

$$I = 350 - 30i$$

$$T = 0,20Y - 40 = g(Y)$$

$$G = 42$$

Νά εὐρεθῆ:

α) Ἡ ἐξίσωσις τῆς  $IS$  καμπύλης.

καί β) Ἐάν  $i = 10\%$  νά ὑπολογισθοῦν αἱ  $C, I, T, Y$ ,  
καί  $S$ .

Λύσις:

α) Γνωρίζομεν ὅτι:

$$Y = C + I + G$$

$$\eta \quad Y = 20 + 0,80(Y - 0,20Y + 40) + 350 - 30i + 42$$

$$\eta \quad 0,36Y = 444 - 30i \Rightarrow Y = 1233,33 - 83,33i$$

Ἡ  $IS$  καμπύλη εἶναι ἐκεῖνη ἣτις συνδέει τὸ εἰσόδημα, τὸ ὁποῖον εἶναι ἀναγκαῖον ἵνα αἱ σχεδιαζόμεναι ἀποταμιεύσεις ἴσονται μέ τὰς σχεδιαζόμενας ἐπενδύσεις, μέ τὸ ἐπιτόκιον.

β) Ἐάν:  $i = 10 \Rightarrow Y = 400$  ,  $T = 40$  ,  
 $C = 308$  ,  $I_n = 50$  ,  $G = 42$  ,

$$S_n = 52 = -20 + 0,20(Y - 0,20Y + 40) , S_p = Y - C = 92 \text{ (ex post)}$$

7. Ἐστω τὸ κάτωθι ὑπόδειγμα:

Συνθήκη ἰσορροπίας:  $I = S$  (1)

Συνάρτησις καταναλώσεως:  $C = c_o + c_y Y$  (2)

" ἐπενδύσεως:  $I = i_o - i_r r^*$  (3)

Λογιστικὴ ταυτότης:  $Y = C + I$  (4)

\* Ἐπειδὴ συμβολίσαμεν τὴν κλίσιν τῆς καμπύλης ἐπενδύσεων μέ τὸ γράμμα  $i_r$  , τὸ ἐπιτόκιον, πρὸς ἀποφυγὴν συγχύσεων, τὸ συμβολίσαμεν μέ



Ἐπί τῆ βάσει τῶν ἐξισώσεως αὐτῶν, προβῆτε εἰς τὴν διατύπωσιν τῶν ἐξισώσεων τῆς καμπύλης IS καὶ ἐν συνεχείᾳ νά ἐξετασθοῦν αἱ ἐπιδράσεις τῶν μεταβολῶν τῶν παραμέτρων τῶν διαρθρωτικῶν ἐξισώσεων ἐπὶ τῆς καμπύλης IS. Τέλος νά εὐρεθῇ ἡ κλίσις τῆς καμπύλης IS.

### Λύσις:

Δι' ἀντικατάστασιν τῶν (2) καὶ (3) εἰς τὴν (4) ἔχομεν:

$$Y = \left( \frac{1}{1 - c_y} \right) (c_o + i_o - i_r r) \quad (5)$$

$$\eta \quad r = \left( \frac{1}{i_r} \right) \left[ c_o + i_o - (1 - c_y) Y \right] \quad (6)$$

Αἱ (5) καὶ (6) εἶναι αἱ ἐξισώσεις τῆς καμπύλης IS.

Εἰς ἕκαστον ἐπίπεδον ἐπιτοκίου ἀντιστοιχεῖ ὠρισμένος ὄγκος ἐπενδύσεων, δοθείσης τῆς καμπύλης ζήτησεως ἐπενδυτικῶν ἀγαθῶν ἢ ἄλλως τῆς ὀριακῆς ἀποδοτικότητος τῶν ἐπενδύσεων. Εἰς κατάστασιν ἰσοροπίας τὸ ἐπίπεδον τῶν ἐπενδύσεων ἰσοῦται πρὸς τὰς ex ante ἀποταμιεύσεως ( $I_n = S_n$ ). Ἡ κλίσις τῆς IS εὐρίσκεται ἐκ τῆς παραγώγου τῆς (5), ἥτοι:

$$\frac{dY}{dr} = \frac{-i_r}{1 - c_y} < 0 \quad (7)$$

Ἐπειδὴ  $0 < c_y < 1$ , ἡ κλίσις εἶναι ἀρνητικὴ καὶ ἐπομένως μειώσεις τοῦ ἐπιτοκίου ὁδηγοῦν εἰς αὐξήσεις τοῦ Y. Ἡ (7) δύναται νά γραφῇ:

$$\frac{dY}{dr} = (-i_r) \frac{1}{1 - c_y}$$

ἀλλὰ ὁ ὅρος  $(-i_r)$  εἶναι ἡ παράγωγος τῆς συναρτήσεως ἐπενδύσεων ὡς πρὸς τὸ ἐπιτόκιο ( $dI/dr$ ), ἐνῶ ὁ ὅρος  $(1/1 - c_y)$  ὡς γνωστόν, εἶναι ὁ τύπος τοῦ ἀπλοῦ πολ/στοῦ ( $dY/dI$ ).

Συνεπῶς ἡ (7) γράφεται:

$$\frac{dY}{dr} = \left( \frac{dY}{dI} \right) \left( \frac{dI}{dr} \right) = \frac{-i_r}{1 - c_y} \quad (8)$$

Χαμηλά επίπεδα επιτοκίου αύξάνουν τό κίνητρον προς επένδυσιν, και ηύξημένοι επενδύσεις άσκειν πολλαπλασιαστικήν επίδρασιν επί του Y μέσω του πολ/στού επενδύσεων. Έπομένως εις χαμηλά επιτόκια αντιστοιχοϋν ύψηλά επίπεδα εισοδήματος, οθεν η καμπύλη IS έχει άρνητικήν κλίσιν. Άς εξετάσωμεν όμως και τας επιδράσεις των μεταβολών των παραμέτρων ( $i_r$  και  $c_y$ ) επί της καμπύλης IS.

$$\text{Έκ της (5)} \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial i_r} = - \frac{r}{1 - c_y} < 0 \quad (9)$$

$$\text{και} \quad \frac{\partial Y}{\partial c_y} = \frac{c_o + i_o - i_r r}{(1 - c_y)^2} > 0 \quad (10)$$

Η παράγωγος της (5) ως προς  $i_r$  είναι άρνητική, οπερ σημαίνει οτι εάν τό  $i_r$  αύξάνη μέ  $i_o = \text{σταθερόν}$ , η κλίσις της καμπύλης Ο.Α.Ε αύξάνει.

Κάθε επίπεδον επιτοκίου θά συνοδεύεται μέ χαμηλότερον επίπεδον επενδύσεων. Γνωρίζομεν όμως οτι η επένδυσις άσκει επί του Y επίδρασιν πολλαπλασιαστικήν, ώστε η μείωσις της επενδύσεως νά οδηγη εις πολ/στικήν μείωσιν του εισοδήματος. Ένϋ η παράγωγος της (5) ως προς  $c_y$  είναι θετική, διότι η οριακή ροπή προς κατανάλωσιν ( $c_y$ ) συνδέεται θετικώς μέ τον πολ/στήν, ητοι οσον μεγαλυτέρα η δ.ρ.κ. τόσοον μεγαλυτέρα καθίσταται η τιμή του πολ/στού, ώστε ν'αύξάνη τό Y και αντιθέτως. Όταν η δ.ρ.κ. αύξάνη, η δ.ρ.ά. μειοϋται, ώστε η καμπύλη άποταμιεύσεως νά μετατίθεται προς τά κάτω, μέ αποτέλεσμα την δημιουργίαν ύψηλοτέρου επιπέδου εισοδήματος.

8. Έστω οτι εις τό υπόδειγμά μας υπεισέρχεται ο δημόσιος τομεύς, ώστε νά έχωμεν τας κάτωθι εξισώσεις:

$$\text{Συνθήκη Ισορροπίας: } S + T = I + G \quad (1)$$

$$\text{Συνάρτησις Καταναλώσεως: } C = c_o + c_y(Y - T) \quad (2)$$

$$\text{" Έπενδύσεως: } I = i_o - i_r r \quad (3)$$

$$\text{" Φόρων: } T = t_y Y - t_o \quad (4)$$

$$\text{Λογιστική Ταυτότης: } Y = C + I + G \quad (5)$$

$$\text{Συνάρτησις Δημοσίας Δαπάνης: } G = G_o \quad (6)$$

Έπί τῆ βάσει τῶν ἀνωτέρω ἐξισώσεων:

α) Προβῆτε εἰς τὴν ἀλγεβρικήν διατύπωσιν τῶν ἐξισώσεων τῆς καμπύλης IS.

β) Νά εὑρετε τὴν κλίσιν τῆς IS (θετικήν ἢ ἀρνητικήν).

γ) Νά ἐξετάσετε τὰς ἐπιδράσεις ἐπὶ τῆς καμπύλης IS τὰς ὁποίας ἀσκοῦν αἱ μεταβολαὶ τῶν παραμέτρων τῶν διαρθρωτικῶν ἐξισώσεων ( $c_y$ ,  $i_r$ ,  $t_y$ ).

Λύσις:

α) Δι' ἀντικαταστάσεως τῶν ἐξισώσεων (2), (3), (4) καὶ (6) εἰς τὴν (5) προκύπτει ἡ ἐξίσωσις:

$$Y = \frac{c_o + i_o + G + c_y t_o - i_r r}{1 - c_y + c_y t_y} \quad (7)$$

$$\text{ἢ } r = \frac{Y(-1 + c_y - c_y t_y) + c_o + i_o + G + c_y t_o}{i_r} \quad (8)$$

(ἐξίσωσις καμπύλης IS).

β) Λαμβάνοντες τὴν παράγωγον τῆς (7) ὡς πρὸς  $r$  εὐρίσκομεν τὴν κλίσιν τῆς IS.

$$\frac{dY}{dr} = - \frac{i_r}{1 - c_y + c_y t_y} < 0 \quad (\text{ἀρνητικὴ κλίσις})$$

γ) Ἐξετάσωμεν κατ' ἀρχὴν τὰς ἐπιδράσεις ἐπὶ τῆς IS λόγῳ μεταβολῶν τῆς MPC. Εἶναι:

$$\frac{\partial Y}{\partial c_y} = \frac{(1 - c_y + c_y t_y)(t_o) + (c_o + c_y t_o + i_o - i_r r + G)(1 - t_y)}{(1 - c_y + c_y t_y)^2} =$$

$$= \frac{(1 - t_y)(c_o + i_o - i_r r + G) + t_o}{(1 - c_y + c_y t_y)^2} > 0$$

Όστε αύξανόμενη της MPC αύξάνεται τό επίπεδο του  $Y$ .  
καί ή καμπύλη IS μετακινείται πρός τά άνω. Έν συνεχεία έξετάζομεν τήν επίδρασιν επί τής IS, λόγω μεταβολής τής  $i_r$  (κλίσις τής καμπύλης όριακής άποδοτικότητας του κεφαλαίου). Είναί:

$$\frac{\partial Y}{\partial i_r} = - \frac{r}{1 - c_y + c_y t_y} < 0$$

δηλ. όταν αύξάνεται π.χ. ή κλίσις τής καμπύλης ζήτησεως έπενδυτικών αγαθών, ή IS μετατοπίζεται πρός τά κάτω. Όταν ή κλίσις τής καμπύλης αύξάνη ( $i_o = \text{σταθερόν}$ ), έκαστον ύψος έπιτοκίου άντιστοιχεί είς χαμηλότερον επίπεδο έπενδύσεων καί συνεπώς μέσω του πολ/στού τό εισόδημα μειούται. Εάν αι Δημόσιαι Δαπάναι αύξηθούν, *ceteris paribus*, τό  $Y$  αύξάνεται, διότι εάν υποθέσωμεν ότι αι έπενδύσεις διατηρούνται σταθεραί ( $dI = 0$ ), αι ex ante άποταμιεύσεις άναγκαστικώς θ' αύξηθούν, ώστε νά διατηρηθῆ ή ίσορροπία καί τό ύψηλότερον επίπεδο άποταμιεύσεως θ' άντιστοιχῆ όπωσδήποτε είς ύψηλότερον εισόδημα, υποθέτοντες ότι ή όριακή ροπή πρός άποταμίευσιν δέν μεταβάλλεται. Μάλιστα δέ, ή αύξησις του  $G$  έχει πολ/στικόν άποτέλεσμα επί του  $Y$ . Είναί:

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{1}{1 - c_y + c_y t_y} > 0 \text{ (πολ/στικής δημοσίων δαπανών)}$$

Τέλος έξετάζομεν τήν επίδρασιν τής αύξήσεως τής ροπής πρός φορολογίαν ( $t_y$ ) επί τής IS. Είναί:

$$\frac{\partial Y}{\partial t_y} = \frac{(-c_y)(c_o + i_o + G + c_y t_o - i_r r)}{(1 - c_y + c_y t_y)^2} = \frac{-c_y Y}{1 - c_y + c_y t_y} < 0$$

Μία αύξησης των φόρων θά μειώσει το διαθέσιμο εισόδημα ( $Y_d = Y - T$ ) και επομένως και τας ex ante αποταμιεύσεως ( $S_n = Y_d - C$ ). Αυτό το επίπεδο των αποταμιεύσεων, εν ισορροπία, θά ικανοποιηθῆ από χαμηλότερον επίπεδον ἔθνικοῦ εισοδήματος, ὥστε νά ἔχωμεν πτώσιν τῆς καμπύλης IS.

9. Δίδονται αἱ κάτωθι ἐξισώσεις:

α. Συνάρτησις ἐπενδύσεων:  $I = 100 - 10r$

β. Συνθήκη ἰσορροπίας:  $S = I$

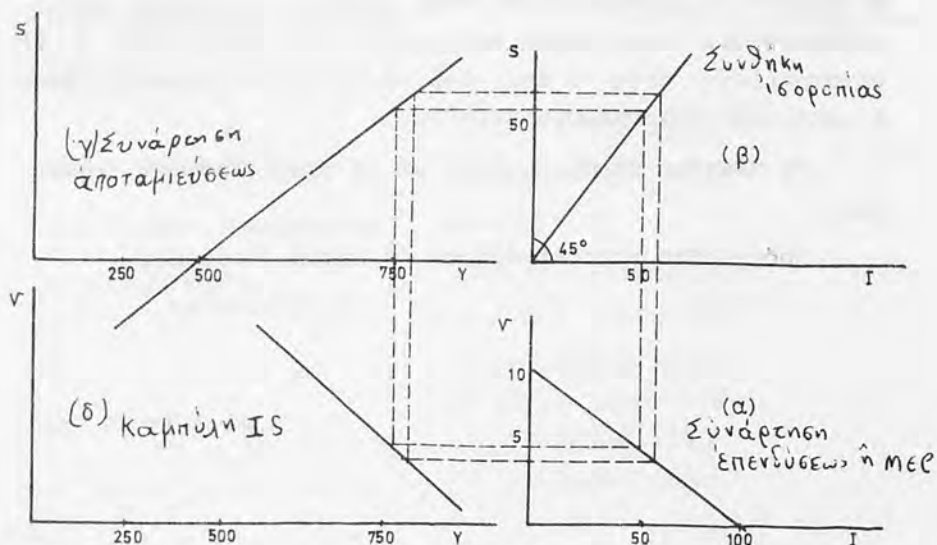
γ. Συνάρτησις ἀποταμιεύσεως:  $S = -100 + 0,2Y$

Ἐπί τῆ βάσει των ἀνωτέρω ἐξισώσεων:

α) Νά γίνῃ γραφικὴ ἀπεικόνισις τῆς IS.

καί β) Νά δειχθῆ διαγραμματικῶς ἡ ἐπίδρασις των μεταβολῶν των παραμέτρων  $i_r$  καὶ  $c_y$  ἐπὶ τῆς καμπύλης IS.

Λύσις:



Ἐκτείνοντες τὴν ὀριζοντίαν γραμμὴν ἀπὸ τὸ γράφημα (β) εὐρίσκομεν τὸ ἐπίπεδον τοῦ εἰσοδήματος ὅπερ εἶναι ἀναγκαῖον διὰ νὰ ἔχωμεν τὴν ἰσότητα  $S_n = I_n$ . Αὐτὸ τὸ ἐπίπεδον τοῦ Y εἶναι μον.750. Τελικῶς ἡ καμπύλη IS εὐρίσκεται ἐάν φέρωμεν τὴν κάθετον γραμμὴν ἀπὸ τὸ γράφημα (γ) καὶ τὴν ὀριζοντίαν ἀπὸ τὸ γράφημα (α). Τὸ σημεῖον εἰς τὸ ὁποῖον αἱ δύο εὐθεῖαι τέμνονται ἀποτελεῖ σημεῖον τῆς καμπύλης IS. Ἐπαναλαμβάνοντες τὴν αὐτὴν διαδικασίαν ὑποθέτοντες διάφορα ἐπίπεδα ἐπιτοκίου, λαμβάνομεν ἀρκετὰ σημεῖα ἅτινα ὀρίζουν τὴν IS. Ἐπειδὴ ὅμως ὅλαι αἱ ληφθεῖσαι διαρθρωτικαὶ ἐξιιώσεις εἶναι γραμμικαί, δύο μόνον σημεῖα εἶναι ἀρκετὰ διὰ νὰ μᾶς δώσουν τὴν καμπύλην IS. Ἄς ἴδωμεν ὅμως, ποίαν θέσιν λαμβάνει ἡ καμπύλη IS ὅταν μεταβάλλονται αἱ παράμετροι  $i_r$  καὶ  $c_y$ , ἥτοι ἡ κλίσις τῆς MEC καὶ ἡ ὀριακὴ ροπή πρὸς κατανάλωσιν.

Προηγουμένως μέ τὴν βοήθειαν τῶν παραγῶγων διεπιστώσαμεν ὅτι μεταβολαί τῆς κλίσεως τῆς καμπύλης ζητήσεως ἐπενδυτικῶν ἀγαθῶν μετατοπίζουν τὴν καμπύλην IS πρὸς τὰ κάτω ὅταν αὐξάνη ἡ κλίσις  $i_r$ , ἐνῶ ὅταν μειοῦται ἡ κλίσις  $i_r$  ἡ καμπύλη IS μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἄνω. Ἐπὶ πλέον διεπιστώσαμεν ὅτι ὅταν ἡ ροπή πρὸς κατανάλωσιν αὐξάνεται ἡ IS μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἄνω, ἐνῶ τὸ ἀντίθετον συμβαίνει ὅταν ἡ ροπή πρὸς κατανάλωσιν μειοῦται.

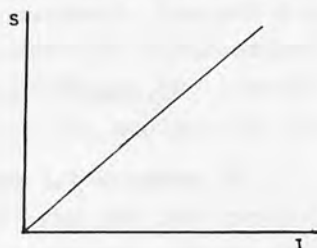
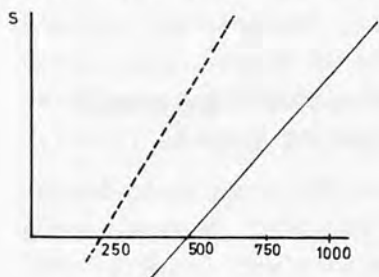
Τὰ ἄνωτέρω εἶναι δυνατόν νὰ τὰ παρουσιάσωμεν γραφικῶς.

Πρὸς τοῦτο κατασκευάζομεν τὰ κάτωθι γραφήματα:

Μετατοπίσεις καμπύλης IS

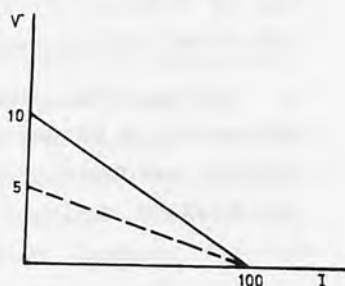
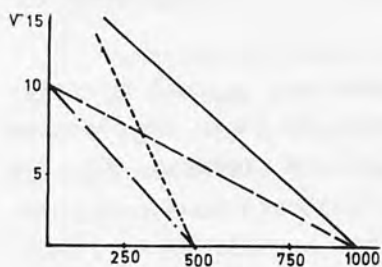
(γ) Συνάρτησις άποταμιεύσεως

(β) Συνθήκη ίσορροπίας



(δ) Καμπύλη IS

(α) Καμπύλη MEC ή ζήτησε-  
ως έπενδυτικων αγαθων



(α) Καμπύλη MEC:

—  $I = 100 - 10 r$

- -  $I = 100 - 20 r$

(β) Συνθήκη ίσορροπίας:

—  $S = I$

(γ) Συνάρτησις  
άποταμιεύσεως :

—  $S = -100 + 0,2 Y$

....  $S = -100 + 0,4 Y$

—  $Y = 1000 - 50 r$

- -  $Y = 1000 - 100 r$

....  $Y = 500 - 25 r$

-.-  $Y = 500 - 50 r$

(δ) Καμπύλη IS :

Έστω ότι αύξάνει ή κλίσις τῆς καμπύλης MEC (ἢ καμπύλης ζήτησεως ἐπενδυτικῶν ἀγαθῶν) ἀπὸ  $i_r=0,10$  εἰς  $i_r=0,20$ . Γνωρίζομεν ἤδη ὅτι ἡ αὐξησις αὕτη θὰ ὀδηγήσῃ εἰς μείωσιν τοῦ ἐθνικοῦ εἰσοδήματος ( $Y$ ) λόγῳ τῆς ἐπενεργείας τοῦ πολλαπλασιαστοῦ ἐπενδύσεων καὶ συνεπῶς θὰ ἔχωμεν μίαν μετατόπισιν τῆς καμπύλης IS πρὸς τὰ κάτω. Τοῦτο ἀπεικονίζεται εἰς τὸ γράφημα (δ) διὰ τῆς διακεκομμένης γραμμῆς (----).

Τὸ γράφημα (γ) παριστᾷ αὐξησιν τῆς ροπῆς πρὸς ἀποταμίευσιν διὰ τῆς μετατοπίσεως τῆς καμπύλης ἀποταμιεύσεως πρὸς τὰ ἄνω ἀπὸ 0,2 εἰς 0,4 καὶ ἀντιστοίχως μείωσιν τῆς ροπῆς πρὸς κατανάλωσιν ἀπὸ 0,8 εἰς 0,6. Ἡ μείωσις τῆς ροπῆς πρὸς κατανάλωσιν θὰ ὀδηγήσῃ εἰς μείωσιν τοῦ  $Y$  καὶ συνεπῶς εἰς μετακίνησιν τῆς IS πρὸς τὰ κάτω, ὡς ἐμφαίνεται εἰς τὸ γράφημα (δ) διὰ τῆς γραμμῆς ..... , ἥτις κεῖται κάτωθεν τῆς ἀρχικῆς καμπύλης IS.

Τέλος, ὅταν ἀμφότεραι αἱ παράμετροι  $c_y$  καὶ  $i_r$  μεταβάλλωνται, ἡ κατασκευαζομένη καμπύλη IS εἶναι τὸ ἄθροισμα ἐκάστης μεταβολῆς, ὡς ἐμφαίνεται εἰς τὸ γράφημα (δ) διὰ τῆς γραμμῆς -.-.-.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 9ον Νομισματικός Τομέυς

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Νά συγκριθοῦν τὰ ὑποδείγματα:  $Y = C + I + G$  καί  $M = kY$ .

#### Λύσεις:

Ἐμφότερα τὰ ὑποδείγματα εἶναι δυνατόν νά χρησιμοποιηθοῦν ὡς θεωρίαι τοῦ εἰσοδήματος, διαφέρουν ὁμως εἰς τό ὅτι, ἡ ἐξίσωσις ἀνταλλαγῶν τονίζει τό ἀποτέλεσμα τῶν αὐτονόμων μεταβολῶν τοῦ ἀποθέματος χρήματος ἐπί τοῦ ἐπιπέδου χρηματικοῦ εἰσοδήματος, ἐνῶ τό κεῦνσιανόν ὑπόδειγμα ἀναλύει τό ἀποτέλεσμα αὐτονόμων μεταβολῶν δαπάνης ἐπί τοῦ εἰσοδήματος.

2. Νά ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης κυκλοφορίας τοῦ χρήματος ὁ-  
ταν:

$$\alpha) C = \text{μον.}525, \quad I = \text{μον.}130, \quad G = \text{μον.}80, \\ X = \text{μον.}15, \quad M_s = \text{μον.}150.$$

$$\beta) C = \text{μον.}525, \quad I = \text{μον.}130, \quad G = \text{μον.}80, \\ X = \text{μον.}15, \quad M_s = \text{μον.}100.$$

καί  $\gamma) C = \text{μον.}500, \quad I = \text{μον.}110, \quad G = \text{μον.}75, \\ X = \text{μον.}15, \quad M_s = \text{μον.}100.$

Λύσεις:

α)  $Y = C + I + G + X = \text{μον.}750$ , ὥστε  $V = Y/M = 5$ .

β)  $V = 7,5$ .

γ)  $V = 7$ .

Ὡς γνωστόν εἶναι  $V = 1/k$ , ἔνθα τό  $k$  παριστᾷ τήν ἀναλογία τῶ χρηματικοῦ εἰσοδήματος, τήν ὁποίαν τά άτομα ἐπιθυμοῦν νά κατέχουν, διά τήν διενέργειαν τῶν συναλλαγῶν. Τό  $1/k$  εἶναι γνωστόν καί ὡς Μαρσαλλιανόν  $k$ .

3. Νά εὑρεθῆ:

α) ἡ τιμή τοῦ  $k$ , καί

β) ἡ ποσότης τοῦ χρήματος πού ζητεῖται εἰς ἐκά-

στην περίπτωσιν τοῦ ἀνωτέρω προβλήματος.

Λύσεις:

$$\alpha) \quad k = \frac{1}{V} = 1/5 \quad \text{εἰς τήν (α) περίπτωση,}$$

$$1/7,5 \quad \text{εἰς τήν (β) " " , καί}$$

$$1/7 \quad \text{εἰς τήν (γ) " " .}$$

β) Ἡ ζήτησις χρήματος ἐκφράζεται ἀπό τήν ἐξίσωσιν  $M = kY$ , ἐξίσωσις ζήτησεως χρήματος διά συναλλαγᾶς

( $L_t$ ), ὥστε εἰς τήν (α) περίπτωση εἶναι μον.150,

" " (β) " " μον.100, καί

" " (γ) " " μον.100.

4. Ὑποθέτοντες ὅτι  $M_s = \text{μον.}100$  καί  $M_d = 0,20 Y$ , νά εὑρεθοῦν:

α) ἡ τιμή τοῦ χρηματικοῦ πολλαπλασιαστοῦ,

β) τό ἐπίπεδον τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος, καί

γ) τό ἐπίπεδον τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος εἰάν

αὔξηθῆ ἡ προσφορά χρήματος κατά μον.10.

Λύσεις:

α) 'Ο πολλαπλασιαστής χρήματος είναι ίσος μέ:

$$\Delta Y / \Delta M = 1/K = 5$$

β)  $M_s = M_d$  ή  $100 = 0,20 Y \Rightarrow Y = 500$

γ)  $M_s = M_d$  ή  $110 = 0,20 Y \Rightarrow Y = 550$

"Ωστε μία κατά μον.10 αύξεις της προσφοράς χρήματος άσκει πολλαπλασιαστικόν αποτέλεσμα επί του χρηματικού εισοδήματος, ήτοι αύξάνει τούτο κατά μον.50.

5. Νά εξηγηθῆ διατί ἡ μεταβολή τῆς προσφοράς χρήματος άσκει πολλαπλασιαστικὴν μεταβολήν επί του ἐπιπέδου του χρηματικού εισοδήματος.

Λύσεις:

'Η αύξεις τῆς προσφοράς χρήματος θά πρέπει από κάποιον νά διακρατηθῆ. Δοθέντος ὅτι  $M_d = kY$  (σταθερά ζήτησις χρήματος), ἡ ἡύξημένη προσφορά χρήματος ζητεῖται ἐάν ὑπάρχη αύξεις εἰς τό ἐπίπεδον του χρηματικού εισοδήματος. 'Επειδὴ  $K$  δηλ. ἡ ἀναλογία του χρηματικού εισοδήματος τό ὁποῖον διακρατεῖται ὑπό μορφήν χρήματος εἶναι μικρότερα τῆς μονάδος ( $k < 1$ ), ἡ αύξεις του εισοδήματος θά πρέπει νά ὑπερβαῖνη τήν αύξισιν τῆς προσφοράς χρήματος.

6. Μία μεταβολή εἰς τήν προσφοράν χρήματος πάντοτε άσκει πολλαπλασιαστικὴν μεταβολήν επί του ἐπιπέδου του χρηματικού εισοδήματος ;

Λύσεις:

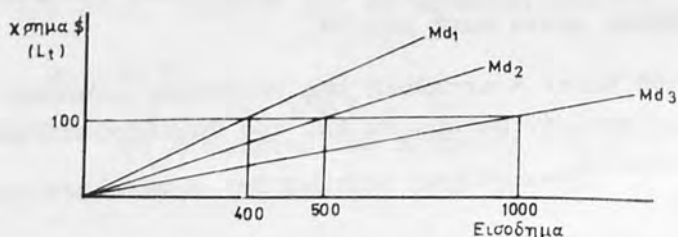
'Η μεταβολή εἰς τό χρηματικόν εισόδημα ἰσοῦται μέ:  $\Delta Y = \Delta M/K$ . 'Η μεταβολή του χρηματικού εισοδήματος ἔξαρτᾶται από τό μέγεθος καί από τήν κατεύθυνσιν τῆς μεταβολῆς

της τιμής του  $k$ .

7. Από το κάτωτι σχήμα να εύρεθῆ ἡ τιμὴ τοῦ  $K$  ὅταν ἡ ζήτησις χρήματος παρίσταται :

- α) ὑπὸ τῆς  $M_{d1}$  ,  
 β) ὑπὸ τῆς  $M_{d2}$  , ἢ  
 γ) ὑπὸ τῆς  $M_{d3}$  .

Λύσις:



$M_d = kY$ . Δι'ἀντικαταστάσεως ἔχομεν:

α)  $M_{d1}$ :  $100 = k400 \Rightarrow K = 0,25$

β)  $M_{d2}$ :  $100 = k500 \Rightarrow K = 0,20$

γ)  $M_{d3}$ :  $100 = k1000 \Rightarrow K = 0,10$

8. Ὑποθέτομεν ὅτι:

$$M_s = \text{μον.}100, \quad M_d = 0,25 Y, \quad Y = \text{μον.}400 \quad \text{καί} \quad k_e^* = 5$$

Ποία ἡ ἀΐξησις τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος ἐάν ἡ δημοσία δαπάνη ( $G$ ) ἀΐξηθῆ κατὰ μον.15, ἐνῶ δέν μεταβάλλονται ἡ προσφορά καί ζήτησις χρήματος ;

Λύσις:

Ὡς γνωστόν  $\Delta Y = K_e \Delta G$ . Δι'ἀντικαταστάσεως εἰς τόν

\* Ὑπενθυμίζομεν ὅτι μέ τό  $K_e$  συμβολίζομεν τόν ἀπλόν πολλαπλασιαστήν ἐπενδύσεων (πολλαπλασιαστήν δημοσίων δαπανῶν)

τύπον εύρισκομεν ότι τό εισόδημα θά αύξηθῆ κατά μον.75 από τήν αύξησιν τῆς  $G$  κατά μον.15.

Εἶδομεν ὅμως ὅτι εἰς τήν ἐγχρήματον οἰκονομίαν , θά πρέπει εἴτε νά αύξηθῆ ἡ προσφορά χρήματος εἴτε νά μειωθῆ τό  $k$  ὥστε νά αύξηθῆ τό χρηματικόν εισόδημα ( $\Delta Y = \Delta M/K$ ). Ἐπειδή ὅμως τά  $M_S$  καί  $K$  παραμένουν σταθερά, δέν θά συμβῆ πολλαπλασιαστική αύξησις εἰς τό ἐπίπεδον τοῦ χρηματικοῦ εισοδήματος ἀπό τήν αύξησιν τῆς  $G$ .

Κατά συνέπειαν ἡ αύξησις τῆς δημοσίας δαπάνης ἀντι-σταθμίζεται ἀπό ἰσόποσον μείωσιν τῆς ἐπενδύσεως ὅταν τά  $M_S$  καί  $k$  εἶναι σταθερά.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 10ον Ἴσορροπία εἰς τὴν ἀγορὰν Χρήματος

### 1. Ἡ Καμπύλη LM.

Διὰ νά εὐρίσκεται ἡ ἀγορά χρήματος ἐν ἰσορροπία δέον ὅπως ἡ ζήτησις χρήματος εἶναι ἴση πρὸς τὴν προσφοράν χρήματος. Ἐάν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ὅτι ἡ προσφορά χρήματος καθορίζεται ἐξωγενῶς ὑπὸ τῶν νομισματικῶν (τραπεζιτικῶν) ἀρχῶν, τοῦτο σημαίνει ὅτι κάποιος συνδυασμός (σχέσις) εἰσοδήματος καὶ ἐπιτοκίου πρέπει νά δημιουργηθῇ ὥστε τὰ ἄτομα νά ἐπιθυμοῦν τόσην διακράτησιν ρευστῶν διαθεσίμων ὅσην καὶ ἡ προσφορά.

Ἡ συνολικὴ ζήτησις χρήματος εἶναι:

$M = M_s + M_t$  ἢ  $M = m_o - m_r r + m_y Y$ , ἀφοῦ  $M_s^* = m_o - m_r r$  καὶ  $M_t = m_y Y$ . Λύομεν τὴν τελευταίαν ἐξίσωσιν ὡς πρὸς  $Y$ , ὁπότε:

$$\boxed{Y = \frac{M + m_r r - m_o}{m_y}} \quad (1) \quad \Rightarrow \quad \boxed{r = \frac{m_y Y - M + m_o}{m_r}} \quad (2)$$

Συνήθως τὴν συνολικὴν ζήτησιν χρήματος παριστῶμεν μὲ τὸ σύμβολον:  $M_d = L(Y, r)$ .

Ἐπολογίζομεν ἐν συνεχείᾳ ἐκ τῶν (1) καὶ (2) τὰς μερικὰς παραγώγους ὡς κάτωθι:

$$\frac{\partial Y}{\partial M} = \frac{1}{m_y} > 0, \quad \frac{\partial Y}{\partial r} = \frac{m_r}{m_y} > 0, \quad \frac{\partial r}{\partial M} = -\frac{1}{m_r} < 0, \quad \frac{\partial r}{\partial Y} = \frac{m_y}{m_r} > 0$$

Ἐκ τῶν μερικῶν παραγῶγων  $\frac{\partial Y}{\partial r}$ ,  $\frac{\partial r}{\partial Y}$  ἐξάγεται τὸ συμπέ-

\* Εἰς πολλὰ ἔγχειρίδια Μακροοικονομικῆς θεωρίας ἡ ζήτησις χρήματος διὰ κερδοσκοπῶν συμβολίζεται μὲ  $M_a$ , ἀντὶ τοῦ συμβόλου  $M_s$ , πρὸς ἀποφυγὴν συγχύσεως μὲ τὴν προσφοράν χρήματος, ἥτις πάντοτε παρίσταται διὰ τοῦ συμβόλου  $M_s$ .

ρασμα ότι η καμπύλη LM έχει θετική κλίση, εν αντιθέσει προς την καμπύλην IS. Ο δικαιολογητικός λόγος τούτου είναι ο εξής: η αύξηση του επιτοκίου συνεπάγεται την μείωση των κερδοσκοπικών ρευστών διαθεσίμων ή όπερ τό αυτό, μείωση της ζήτησεως χρήματος δι'οικονομικές επενδύσεις. Έφ'όσον όμως η προσφορά χρήματος είναι σταθερά, η μείωση των ρευστών κερδοσκοπικών διαθεσίμων οδηγεί εις αύξησης της ζήτησεως χρήματος διά συναλλακτικούς σκοπούς.

Εάν η σχέση των συναλλακτικών διαθεσίμων και εισοδήματος διατηρείται σταθερά, η αύξησης των συναλλακτικών ρευστών διαθεσίμων συνοδεύεται μέ αύξησην του εισοδήματος.

Ωστε, εν ισορροπία (εις την αγοράν χρήματος), μία αύξησης του επιτοκίου συνεπάγεται αύξησην του επιπέδου του εισοδήματος.

Αφ'έτερου τά πρόσημα των μερικών παραγώγων  $\frac{\partial Y}{\partial M}$ , και  $\frac{\partial r}{\partial M}$  δεικνύουν τάς μεταβολάς επί του εισοδήματος και του επιτοκίου, τάς οποίας άσκει ή μεταβολή του M, ήτοι ή μεταβολή της έξωγενώς καθοριζομένης προσφοράς χρήματος.

Π.χ. μία αύξησης της προσφοράς χρήματος σημαίνει ότι διατίθεται περισσότερο χρήμα διά συναλλαγάς (κίνητρον συναλλαγών) και διά κερδοσκοπίαν (κερδοσκοπικόν κίνητρον). Όταν αύξάνη ή ζήτησις χρήματος διά συναλλαγάς, πρέπει νά αύξάνη συγχρόνως και τό επίπεδον εισοδήματος (Y) συμφώνως προς την σχέσηιν:  $M_t = m_y Y$  και συνεπώς τό πρόσημον της παραγώγου  $\partial Y / \partial M$  είναι θετικόν.

Προσέτι, κερδοσκοπικά διαθέσιμα ( $M_s$ ) θά ζητούνται εις μεγαλύτερας ποσότητας μόνον εάν τό επιτόκιον πίπτει, συμφώνως προς την σχέσηιν:  $M_s = m_o - m_r r$ . Έπομένως τό πρόσημον της παραγώγου  $\partial r / \partial M$  καθίσταται άρνητικόν.

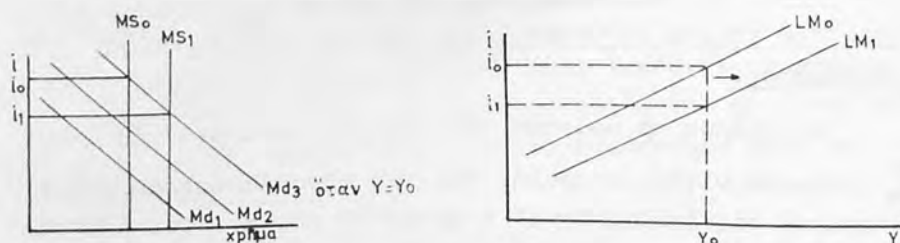
## 2. Μετατοπίσεις της καμπύλης LM.

Η καμπύλη LM μετατοπίζεται έφ'όσον μετατοπίζονται ή

προσφορά ή η ζήτηση χρήματος.

Συγκεκριμένως η LM μετατοπίζεται (1) προς τα δεξιά έφ'όσον αύξάνει η προσφορά χρήματος ή μειούται η ζήτηση χρήματος και (2) προς τα άριστερά έφ'όσον μειούται η προσφορά χρήματος ή αύξάνει η ζήτηση χρήματος. Η μετατόπιση της LM από μίαν μεταβολήν της προσφοράς χρήματος ίσοϋται με τον πολλαπλασιαστήν χρήματος ( $1/k$ ) επί την μεταβολήν εις την προσφοράν χρήματος  $\Delta M$

Παράδειγμα 1.



Η αύξησης της προσφοράς χρήματος εις την θέσιν  $M_{S1}$  μεταθέτει προς τα δεξιά την LM εις την θέσιν  $LM_1$ .

Παράδειγμα 2.

Έστω ότι η έξίσωσις LM είναι  $Y = 600 + 800 i$ , άφοϋ  $M_S = 200$ ,  $M_a = 50 - 200 i$  και  $M_t = 0,25 Y$ .

Περίπτωσης I.

Υποθέτομεν ότι η προσφορά χρήματος αύξάνει από μον. 200 εις μον. 220. Η έξίσωσις LM τότε γίνεται:

$$Y = 600 + 800 i + \Delta M(1/K) \Rightarrow Y = 680 + 800 i$$



Περίπτωσης ΙΙ.

Υποθέτομεν ότι η προσφορά χρήματος αύξάνει από μον. 220 εις μον. 240. Ἡ LM τότε γίνεται:

$$Y = 680 + 800 i + \Delta M(1/K) \quad \text{ἢ} \quad Y = 760 + 800 i$$

Παρατήρησις:

Μεταβολαί εις τήν προσφοράν χρήματος δέν μεταβάλλουν τό ὀριζόντιον καί τό κάθετον τμήμα τῆς καμπύλης LM, ἐνῶ ἡ προσφορά χρήματος αύξάνει κατά μήκος τό ὀριζόντιον τμήμα καί μετατοπίζει τό κάθετον τμήμα τῆς καμπύλης LM κατά:

$$\Delta M(1/K)$$

Μόνον ἐάν μεταβληθῇ ἡ ζήτησις διά κερδοσκοπικούς σκοπούς θά μεταβληθῇ τό ὀριζόντιον καί τό κάθετον τμήμα τῆς καμπύλης LM.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ὑποθετόμεν ὅτι ἡ προσφορά χρήματος εἶναι σταθερά καί ἡ ζήτησις χρήματος συνάρτησις τοῦ  $Y$  καί τοῦ  $i$ . Ἐάν τό ἐπίπεδον τοῦ  $Y$  αύξάνη:

α) αύξάνει ἡ ζητουμένη ποσότης χρήματος καί αύξάνει τό ἐπιτόκιον,

β) αύξάνει ἡ ζητουμένη ποσότης χρήματος καί μειοῦται τό ἐπιτόκιον,

γ) μειοῦται ἡ ζητουμένη ποσότης χρήματος, καί μειοῦται τό ἐπιτόκιον, καί

δ) μειοῦται ἡ ζητουμένη ποσότης χρήματος καί αύξάνει τό ἐπιτόκιον.

Ἀπάντησις: Ἰσχύει ἡ (α) περίπτωσις.

2. Ποία ἀπό τὰς κάτωθι προτάσεις εἶναι ὀρθή ;

α) Ἡ LM εἶναι κάθετος ὅταν δέν ὑπάρχη ζήτησις

διά κερδοσκοπικούς σκοπούς.

β) Ἡ LM εἶναι ὀριζόντιος ὅταν δέν ὑπάρχει ζή-  
τησις διά κερδοσκοπικούς σκοπούς.

γ) Ἡ προσφορά χρήματος δέν ἔχει ἀποτέλεσμα ἐπί  
τῆς LM εἰάν ἡ LM ἔχει θετικήν κλίσιν.

δ) Ἡ προσφορά χρήματος δέν ἔχει ἀποτέλεσμα ἐπί  
τῆς LM εἰάν ἡ LM εἶναι κάθετος.

Ἀπάντησις: Ἰσχύει ἡ (α) περίπτωσης.

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ἡ ζήτησις διά συναλλαγᾶς εἶναι  $M_t = 0,20 Y$ , ἐνῶ ἡ  
ζήτησις χρήματος διά κερδοσκοπίαν εἶναι  $M_a = 100 - 500 i$ .

Νά εὐρεθῆ ἡ ἐξίσωσις ζητήσεως χρήματος.

Λύσις:

$$\text{Εἶναι: } M_d = M_t + M_a = 0,20 Y + 100 - 500 i = f(Y, i)$$

δηλ. συνάρτησις τοῦ  $Y$  καί τοῦ ἐπιτοκίου.

2. Τί συμβαίνει εἰς τήν ζητούμενη ποσότητα χρήματος ὅ-  
ταν αὐξάνη τό ἐπίπεδον τοῦ εἰσοδήματος ;

Λύσις:

Ἡ αὐξησις τοῦ εἰσοδήματος αὐξάνει τήν ζητούμενη πο-  
σότητα χρήματος διά συναλλακτικούς σκοπούς.

3. Ἐάν ἡ προσφορά χρήματος ἰσοῦται μέ μον.250, καί:  
 $M_t = 0,20 Y$  καί  $M_a = 150 - 500 i$ , ποία ποσότης χρήμα-  
τος εἶναι διαθέσιμος διά κερδοσκοπίαν, εἰάν τό εἰσόδημα ἰ-  
σοῦται :

α) μέ μον.700,

β) μέ μον.800,

γ) μέ μον.900.

Λύσεις:

α) Ἡ ποσότης χρήματος διὰ κερδοσκοπίαν εἶναι:  
 $M_{\alpha} = M_S - M_T$ . Ἐπομένως  $M_{\alpha} = 250 - 140 = 110$ .

β)  $M_{\alpha} = 250 - 160 = 90$ .

γ)  $M_{\alpha} = 250 - 180 = 70$ .

3. Ἐξηγήσατε τὴν θετικὴν σχέσιν μεταξύ εἰσοδήματος καὶ ἐπιτοκίου εἰς τὴν νομισματικὴν ἰσορροπίαν.

Λύσεις:

Καθὼς τὸ ἐπίπεδον τοῦ  $Y$  αὐξάνει, ἡ ζήτησις διὰ συναλλαγὰς καὶ διὰ λόγους ἐξασφαλίσεως αὐξάνει, ὁπότε μένει μικρότερα ποσότης χρήματος διὰ κερδοσκοπίαν. Ἀλλὰ μικρότεροι ποσότητες χρήματος διὰ κερδοσκοπίαν συνεπάγονται ὑψηλότερα ἐπιτόκια.

$$L(i, Y) = T(Y) + A(i), \quad L(i, Y) = M$$

ἄρα  $A(i) = M - T(Y) \rightarrow i = i(Y)$

5. Νά εὐρεθῇ ἡ ἐξίσωσις LM ὅταν:

α)  $M_S = \text{μον.}200$ ,  $M_T = 0,25 Y$ ,  $M_{\alpha} = 40 - 500 i$

καὶ β)  $M_S = \text{μον.}180$ ,  $M_T = 0,20 Y$ ,  $M_{\alpha} = 50 - 200 i$

Λύσεις:

α)  $200 = 0,25 Y + 40 - 500 i \Rightarrow Y = 640 + 2000 i$  ἐξίσωσις LM

β)  $180 = 0,20 Y + 50 - 200 i \Rightarrow Y = 650 + 1000 i$  ἐξίσωσις LM

6. Νά ὑπολογισθοῦν ἡ κατεύθυνσις καὶ τὸ μέγεθος τῆς μετατοπίσεως τῆς LM ὅταν:

α)  $k = 0,20$  καὶ ἡ προσφορά χρήματος αὐξάνη κατὰ μον.20,

β)  $k = 0,50$  και η προσφορά χρήματος μειούται κατά μον.10,

γ)  $k = 0,20$  ενώ η σταθερά ζήτησεως χρήματος διά κερδοσκοπίαν μειούται κατά μον.20, και

δ)  $k = 0,20$  και η προσφορά χρήματος αύξάνη κατά μον.10, ενώ η ζήτησις διά κερδοσκοπίαν μειούται κατά μον.20.

### Λύσις:

α) Ἡ LM μετατίθεται δεξιά κατά:

$$\frac{1}{K}(\Delta M) = \frac{1}{0,20} \cdot 20 = \text{μον.}100$$

β) Ἡ LM μετατίθεται ἀριστερά κατά:

$$\frac{1}{K}(\Delta M) = \frac{1}{0,50} \cdot 10 = \text{μον.}20$$

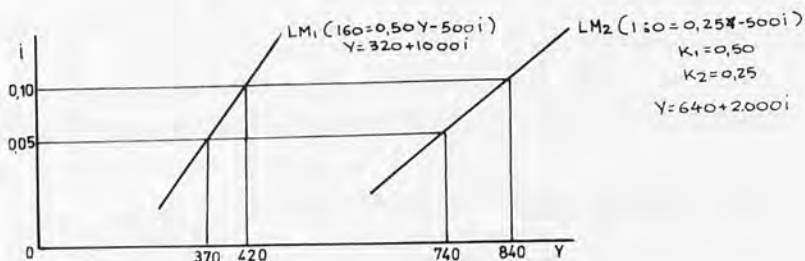
γ) Ἀφοῦ μειούται ἡ σταθερά ζήτησεως χρήματος διά κερδοσκοπίαν θά ὑπάρξη αὐτόνομος μείωσις εἰς τήν ζήτησιν χρήματος. Ἀλλά ἡ μείωσις τῆς ζήτησεως χρήματος μεταθέτει πρὸς τὰ δεξιά τήν καμπύλην LM. Ἡ πρὸς τὰ δεξιά μετάθεσις τῆς LM ἰσοῦται μέ  $\Delta D(1/K)$ , ἔνθα D παριστᾶ τήν σταθεράν τῆς ἐξισώσεως ζήτησεως χρήματος διά κερδοσκοπίαν. Συνεπῶς ἡ μετάθεσις πρὸς τὰ δεξιά θά εἶναι μον.100. Ἡ μετάθεσις τῆς LM θά εἶναι παράλληλος.

δ) Εὐκόλως εὐρίσκεται ὅτι ἡ πρὸς τὰ δεξιά μετάθεσις τῆς LM εἶναι μον.150.

7. Τί θά συμβῆ εἰς τήν LM ὅταν μειωθῇ ἡ ζήτησις χρήματος διά συναλλαγᾶς καί διά ἐξασφάλισιν ;

### Λύσις:

Τό σχῆμα δεικνύει ὅτι ἡ μείωσις τῆς ζήτησεως χρήματος διά συναλλαγᾶς-ἐξασφάλισιν ἀπό  $M_t = 0,50$  γ εἰς  $M_t = 0,25$  γ



μετατοπίζει την LM προς τα δεξιά εις την θέσιν  $LM_2$ . Θά πρέπει όμως νά παρατηρηθῇ ὅτι ἡ μετατόπισις αὕτη δέν εἶναι παράλληλος, ἀλλὰ ἡ κλίσις μεταβάλλεται, ἀφοῦ ἡ μετατόπισις εἰς ἐπιτόκιον 0,10 εἶναι μον.420, ἐνῶ εἰς ἐπιτόκιον 0,05 εἶναι μον.370.

8. Ποῖον τό σχῆμα τῆς LM ὅταν δέν ὑφίσταται ζήτησις χρήματος διὰ κερδοσκοπίαν ;

#### Δύσις:

Ὅταν δέν ὑπάρχη ζήτησις χρήματος διὰ κερδοσκοπίαν ( $M_a = 0$ ), ἡ ζήτησις χρήματος τότε ( $M_d$ ) εἶναι συνάρτησις μόνον τοῦ ἐπιπέδου τοῦ  $Y$ , δηλ.  $M_d = f(Y)$ . Τότε ὅμως ἡ καμπύλη LM καθίσταται κάθετος, ἐκφράζουσα τὴν σχέσιν ἐπιτοκίου καί εἰσοδήματος.

9. Ὑποθέτομεν:

$M_t = 0,333 Y$  ὅπου  $M_t =$  ζήτησις χρήματος διὰ συναλλαγᾶς

$M_s = 150 - 10 r$  "  $M_s =$  " " " κερδοσκοπικούς λόγους

$M = M_t + M_s = 180$

α) Νά ὑπολογισθῇ ἡ ἐξίσωσις τῆς LM καμπύλης.

β) Ἐάν  $r = 10\%$  νά εὑρεθοῦν τὰ  $Y, M_t, M_s$ .

α) Είναι:

$$M = M_t + M_s \quad \eta \quad M = 0,333 Y + 150 - 10 r = 180 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,333 Y = 180 - 150 + 10 r = 30 + 10 r$$

$$\eta \quad Y = 90 + 30 r$$

β) Εάν  $r = 10 \Rightarrow Y = 390, \quad M_t = 130, \quad M_s = 50$

10. Χρησιμοποιώντας τās εξισώσεις:

$$Y = \frac{M + m_r r - m_o}{m_y} \quad \text{καί} \quad r = \frac{m_y Y - M + m_o}{m_r}$$

υπολογίσατε τās μερικές παραγώγους του  $Y$  και  $r$  ως προς:  $m_o$ ,  $m_r$ , και  $m_y$ .

Λύσεις:

$$\frac{\partial Y}{\partial m_o} = -\frac{1}{m_y}, \quad \frac{\partial Y}{\partial m_r} = \frac{r}{m_y}, \quad \frac{\partial Y}{\partial m_y} = -\frac{M + m_r r - m_o}{m_y^2} \quad M_t = m_y Y$$

$$\frac{\partial r}{\partial m_o} = \frac{1}{m_r}, \quad \frac{\partial r}{\partial m_r} = -\frac{m_y Y - M + m_o}{m_r^2}, \quad \frac{\partial r}{\partial m_y} = \frac{Y}{m_r} \quad M_s = m_o - m_r r$$

11. Δίδονται αι κάτωθι εξισώσεις:

$M^s = 200$  (1) = Έξισωσις Προσφοράς Χρήματος

$M_t = 0,20 Y$  (2) = Συνάρτησις Ζητήσεως Χρήματος διά συναλλαγάς

$M_s = 250 - 2000 r$  η  $M_a = 250 - 2000 r$  (3) = Συνάρτησις Ζητήσεως Χρήματος διά κερδοσκοπιάν\*

$M^s = M_d$  (4) = Συνθήκη Ίσοροπίας εις τήν Άγοράν Χρήματος - Προσφορά Χρήματος = Ζήτησις Χρήματος  
( $M_d = M_t + M_s$  η  $M_d = M_t + M_a = L(Y, r)$ )

\*Επί τῆ βάσει τῶν άνωτέρω εξισώσεων:

α) Νά γίνῃ ἡ γραφικὴ παρουσίασις τῆς καμπύλης

LM.

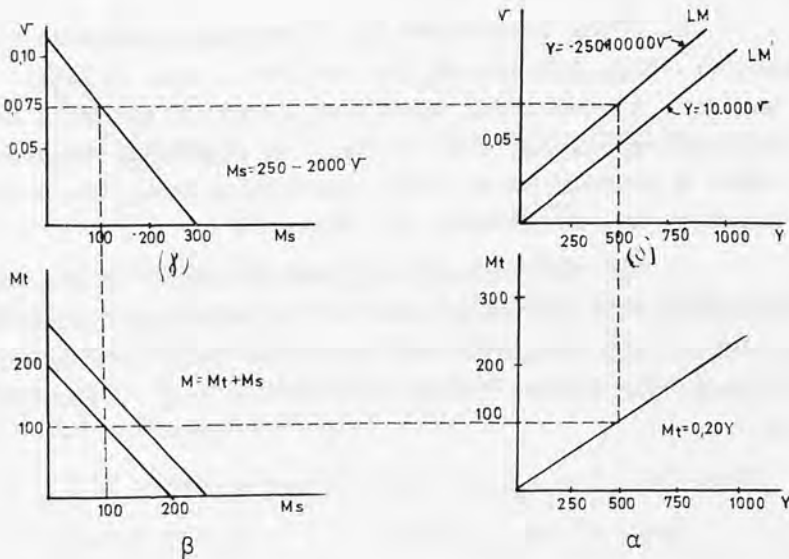
\* Ἡ ζήτησις χρήματος διά κερδοσκοπιάν παρίσταται μετὰ σύμβολα  $M_s$  καί  $M_a$ . Τό ὀρθότερον ὅμως εἶναι νά παρίσταται μετὰ τό  $M_a$ , διότι διά τοῦ συμβόλου  $M_s$  παρίσταται πάντοτε ἡ προσφορά χρήματος.

β) Νά δειχθῆ διαγραμματικῶς ἡ επίδρασις ἐπὶ τῆς καμπύλης LM, λόγω μεταβολῆς τῆς προσφορᾶς χρήματος, ἀπὸ μον.200 εἰς μον.250.

γ) Πῶς διαμορφοῦνται τὰ ἀρχικὰ διαγράμματα ὅταν εἰς τὸ ὑπόδειγμα ὑπεισέλθουν ἐξισώσεις ἀναφερόμεναι εἰς τὸ κατώτατον καὶ ἀνώτατον ὕψος ἐπιτοκίου (περίπτωσης παγίδος ρευστότητος ἢ τοῦ βραχῶδους πυθμένος).

π.χ. Νά εἶναι  $r = r_{\min} = 0,05$  ὅταν  $M_s > M^* = 150$   
καὶ  $M_s = M_{s,\min} = 50$  "  $r > r^* = 0,10$

Δύσεις:



α) Ὑποθέτομεν ὅτι ἡ προσφορὰ χρήματος, εἶναι σταθερὸν μέγεθος, ἔστω  $M = \text{μον.}200$ . Διὰ νὰ κατασκευάσωμεν τὴν καμπύλην LM ἐκκινούμεν ἀπὸ ἓν αὐθαίρετον ἐπίπεδον εἰ-

σοδήματος, έστω  $Y = 500$ , όποτε ή ζήτηση χρήματος διά συναλλαγές ( $M_t$ ) ως έμφαίνεται εις τό τμήμα (α) είναι 100. Έπειδή  $M = \text{σταθερά} = 200$ , και  $M_t = 100 \Rightarrow M_s = 100$ . Πράγματι τούτο έμφαίνεται εις τό τμήμα (β). Όταν  $M_s = 100$ , τό έπιτόκιον πρέπει νά διαμορφούται εις ύψος ίσον 0,075 συμφώνως πρός τήν σχέσηιν  $M_s = 250 - 2000r$  και πρός τό διάγραμμα γ.

Άλλά  $r = 7,5\%$  και  $Y = 500$  τέμνονται εις έν σημείον, τό όποιον άποτελει σημείον τής καμπύλης LM ως έμφαίνεται εις τό τμήμα (δ). Λαμβάνοντες και άλλα σημεία κατασκευάζομεν τήν καμπύλην LM, έπειδή όμως αι σχέσεις είναι γραμμικαι, άρκοϋν δύο μόνον σημεία.

β) Όταν υποθέσωμεν ότι ή προσφορά χρήματος μεταβάλλεται, ήτοι ένφ άρχικώς ήτο μον.200, τώρα γίνεται:  $M = \text{μον.250}$ , ή συνάρτησις συνολικής προσφοράς χρήματος μετατοπίζεται παραλλήλως πρός τά άνω, τό εισόδημα ( $Y$ ) αύξάνει, ώστε ή καμπύλη LM κινείται παραλλήλως πρός τήν άρχικην καμπύλην LM, λαμβάνουσα τήν θέσιν LM'.

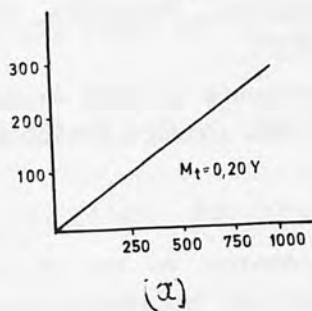
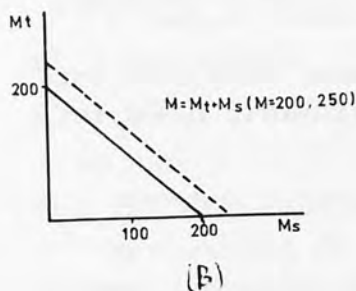
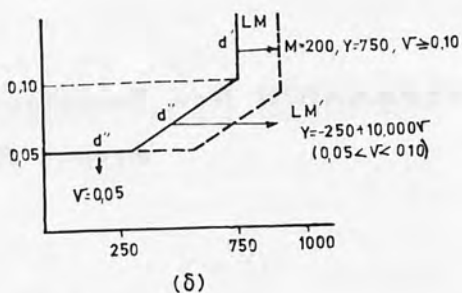
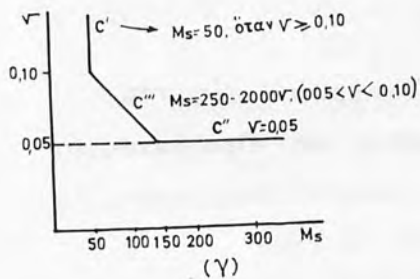
γ) Άς ίδωμεν όμως πώς διαμορφούται τό άνωτέρω σχεδιάγραμμα όταν υπεισέρχονται εις τό υπόδειγμα έξισώσεις άναφερόμεναι εις κατώτατον και άνώτατον ύψος έπιτοκίου, περίπτωσις ήτις έκλήθη "παγίς ρευστότητος" ή "βραχώδης πυθμήν".

Έστω ότι  $r = r_{\min} = 0,05$  όταν  $M_s > M^* = 150$

και  $M_s = M_{s,\min} = 50$  "  $r > r^* = 0,10$

Τό τμήμα (γ) του κατωτέρω διαγράμματος περιλαμβάνει τρία διαφορετικά τμήματα διά τήν ζήτησιν χρήματος διά κερδοσκοπικούς λόγους. Όταν  $r > 0,10$  τά κερδοσκοπικά διαθέσιμα είναι τελείως άνελαστικά εις έπίπεδον  $M_{s,\min} = 50$ . Όταν  $r = 0,05$  τά κερδοσκοπικά διαθέσιμα είναι τελείως έλαστικά.





Τό γράφημα (δ) παρέχει τήν καμπύλην  $LM$ .

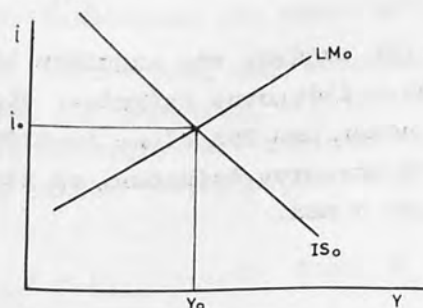
Ἐφ' ὅσον  $r = 0,05 =$  ἐλάχιστον ἐπίπεδον, οἷονδήποτε ἐπίπεδον εἰσοδήματος μέχρι μον.250 εἶναι δυνατόν.

Ὅταν  $r > 0,10 =$  μέγιστον ἐπίπεδον, τό εἰσόδημα εἶναι :  $Y = 750 =$  σταθερόν  $= \max$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ IIον Ταυτόχρονος Ίσορροπία εις τας Άγορας Χρήματος και Προϊόντος

### 1. Ταυτόχρονος Ίσορροπία εις τας Άγορας Χρήματος και Προϊόντος

Ἡ ἰσορροπία εις τας αγορας χρηματος και προϊόντος εὐρίσκεται ἐάν λύσωμεν συγχρόνως τας ἐξισώσεις IS και LM.



Παράδειγμα 1.

Ἐστω  $C = 90 + 0,625 Y_d$ ,  $Y_d = Y$ ,  $I = 150 - 100 i$ ,  $M_t = 0,25 Y$

$M_a = 50 - 200 i$  και  $M_s = 180$

Νομισματική ἰσορροπία ὑπάρχει ὅταν:

$$M_s = M_a + M_t \quad \eta \quad 180 = 0,25 Y + 50 - 200 i \rightarrow$$

$$\rightarrow 100 i = 0,125 Y - 65 \quad (\text{ἐξίσωσις LM})$$

Ίσορροπία εἰς τὴν ἀγορὰν προϊόντος ὑπάρχει ὅταν:

$$Y = C + I \quad \text{ἢ} \quad Y = 90 + 0,625 Y + 150 - 100 i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 i = 240 - 0,375 Y \quad (\text{ἔξισώσεις IS})$$

Ταυτόχρονος ἰσορροπία ὑφίσταται καὶ εἰς τὰς δύο ἀγορὰς ὅταν  $IS = LM$ .

Λύομεν τὸ σύστημα:

$$100 i = 240 - 0,375 Y \quad \Rightarrow Y = 610$$

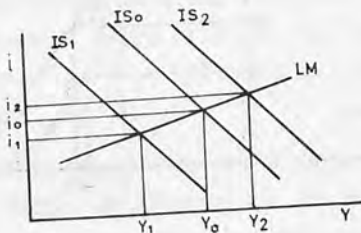
$$-100 i = -65 + 0,125 Y$$

Δι' ἀντικαταστάσεως τῆς τιμῆς αὐτῆς εἰς τὰς ἔξισώσεις  $IS$  ἢ  $LM$  ἔχομεν:

$$i = 0,1125, \quad I = 138,75, \quad C = 471,25, \quad M_t = 152,50$$

## 2. Αὐτόνομοι μεταβολαὶ εἰς τὴν ζήτησιν ἐπενδύσεων

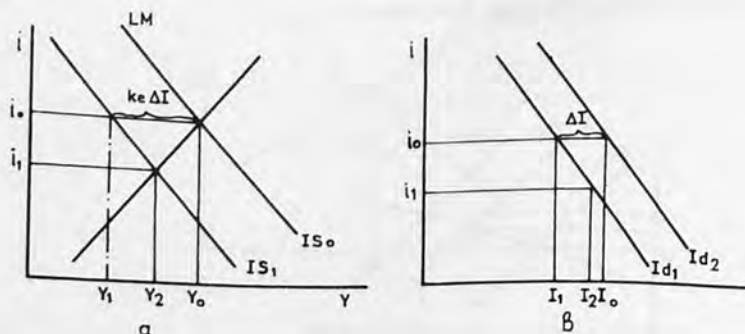
Μετατοπίσεις τῶν καμπύλων  $IS$  καὶ  $LM$  μεταβάλλουν τὰς συνθήκας ἰσορροπίας εἰς ἐκάστην ἀγορὰν καὶ συνεπῶς τὸ εἰσόδημα ἰσορροπίας καὶ τὸ ἐπιτόκιον.



Π.χ. ἡ πρὸς τὰ ἀριστερὰ μετάθεσις τῆς καμπύλης  $IS$  μετὰ βλάστητον τὴν  $LM$ , μειώνει τὸ εἰσόδημα καὶ τὸ ἐπιτόκιον. Ἐνῶ ἡ πρὸς τὰ δεξιὰ μετάθεσις τῆς  $IS$  αὐξάνει τὸ  $Y$  καὶ τὸ  $i$ .

Είς τό κάτωθι σχήμα (α) ἡ πραγματική μεταβολή εἰς τό επίπεδον ἰσορροπίας τοῦ  $Y$  εἶναι μικροτέρα ἀπό τήν μεταβολήν τῆς  $IS$ . Ἐστω ὅτι ἡ πρὸς τά ἀριστερά μετάθεσις τῆς  $IS$  ὀφείλεται εἰς μείωσιν τῶν ἐπενδύσεων κατὰ  $I_0 - I_1$ , ὅπως ἐμφαίνεται εἰς τό διάγραμμα (β). Οὕτως ἐάν τό ἐπιτόκιον παραμένῃ σταθερόν εἰς  $i_0$  αἱ ἐπενδύσεις μειοῦνται κατὰ  $I_0 - I_1$ . Τώρα ἐάν τό ἐπιτόκιον μειωθῇ εἰς  $i_1$  καθὼς ἡ καμπύλη ζήτησεως ἐπενδύσεων μετακινεῖται ἀριστερά, ὁ ὄγκος τῶν ἐπενδύσεων μειοῦται κατὰ  $I_0 - I_2$  παρά  $I_0 - I_1$ .

Ἐπομένως, ἐνῶ μία αὐτόνομος μείωσις τῶν ἐπενδύσεων προκαλεῖ μετάθεσιν τῆς  $IS$  πρὸς τά ἀριστερά κατὰ  $k_e \Delta I$  (μέ ἐπιτόκιον σταθερόν), ἡ μείωσις τοῦ ἐπιτοκίου ἀπό  $i_0$  εἰς  $i_1$  ἀντισταθμίζει μέρος τῆς ἀρχικῆς μειώσεως τῶν ἐπενδύσεων καί τό επίπεδον ἰσορροπίας τοῦ  $Y$  πίπτει εἰς  $Y_2$  παρά εἰς τό  $Y_1$ .



### Παράδειγμα 2.

Διὰ τοῦ παραδείγματος αὐτοῦ, θά δείξωμεν τήν ἐπίδρασιν τῆς μειώσεως τῶν αὐτονόμων ἐπενδύσεων ἐπὶ τοῦ εἰσοδήματος ἰσορροπίας, χρησιμοποιοῦντες τὰς παραμέτρους τοῦ πα-

ραδείγματος 1, με μόνη την διαφοράν ότι τώρα υποθέτομεν μείωσιν τῶν αὐτονόμων ἐπενδύσεων κατά μον.10, ὁπότε θὰ γίνῃ  $I = 140 - 100 i$ .

Ἡ ἐξίσωσις νομισματικῆς ἰσορροπίας εἶναι:

$$100 i = 0,125 Y - 65$$

Ὡς γνωστόν ἰσορροπία εἰς τὴν ἀγοράν προϊόντος ὑπάρχει ὅταν:

$$Y = C + I \Rightarrow Y = 90 + 0,625 Y + 140 - 100 i \Rightarrow \\ \Rightarrow 100 i = 230 - 0,375 Y \text{ (ἐξίσωσις καμπύλης IS)}$$

Ταυτόχρονος ἰσορροπία εἰς τὰς ἀγοράς χρήματος καὶ προϊόντος ὑπάρχει ὅταν  $IS = LM$ .

Ἐκ τῆς λύσεως τοῦ συστήματος:

$$100 i = 0,125 Y - 65 \quad \Rightarrow \quad Y = 590 \\ 100 i = -0,375 Y + 230$$

Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὰς ἐξισώσεις IS ἢ LM ἔχομεν:

$$i = 0,0875, \quad C = \text{μον.}458,75, \quad I = \text{μον.}131,25, \\ M_t = \text{μον.}147,50, \quad \text{καὶ} \quad M_a = \text{μον.}32,50$$

Παρατηροῦμεν ἐπομένως ὅτι εἰς ἐπιτόκιον 0,1125 αἱ ἐπενδύσεις ἦσαν  $I = \text{μον.}138,75$  εἰς τὸ Παράδειγμα 1, καὶ ὅτι αὗται γίνονται  $I = 128,75$  ὅταν αἱ αὐτόνομοι ἐπενδύσεις μειωθοῦν κατά μον.10.

Εἰς τὸ ἀνωτέρω ὅπως παράδειγμα, τὸ ἐπιτόκιον ἐμειώθη εἰς 0,0875 ὅταν ἐμειώθησαν αἱ αὐτόνομοι ἐπενδύσεις, ὥστε ἡ πραγματικὴ μείωσις τῶν ἐπενδύσεων εἶναι μον.7,50, παρὰ μον.10 καὶ ἡ πραγματικὴ μείωσις τοῦ εἰσοδήματος ἰσορροπίας μον.20 ἀντὶ μον.26,67.

Συμπέρασμα: Αἱ μεταβολαὶ τοῦ  $i$  μετριάξουν τὴν ἐπίδρασιν τὴν ὁποῖαν ἀσκεῖ ἐπὶ τοῦ εἰσοδήματος ἰσορροπίας ἡ μεταβολὴ τῶν αὐτονόμων ἐπενδύσεων.

Παράδειγμα 3.

Αι παράμετροι του Παραδείγματος 1 διατηρούνται με μόνην εξαίρεσιν ότι είναι  $I = 195 - 500 i$ .

Ἡ ἐξίσωσις νομισματικῆς ἰσορροπίας παραμένει:

$$100 i = 0,125 Y - 65 + \text{ἐξίσωσις LM}$$

Ἴσορροπία εἰς τὴν ἀγορὰν ἀγαθῶν ὑπάρχει ὅταν:

$$Y = C + I \quad \text{ἢ} \quad Y = 90 + 0,625 Y + 195 - 500 i \Rightarrow \\ \Rightarrow 100 i = -0,075 Y + 57$$

Ταυτόχρονος ἰσορροπία ὑπάρχει ὅταν  $IS = LM$ . Λύοντες τὰς ἐξισώσεις  $IS$  καὶ  $LM$  εὐρίσκομεν:

$$Y = 610, \quad \text{καὶ} \quad i = 0,1125$$

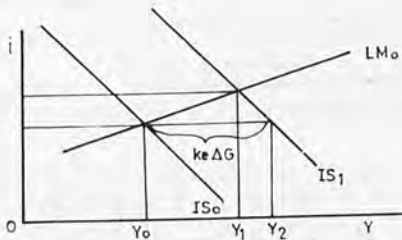
3. Μεταβολαί εἰς τὰς Δαπάνας τοῦ Δημοσίου καὶ Φορολογία

Ὡς γνωστὸν, μεταβολαί εἰς τὰς δαπάνας τοῦ Δημοσίου καὶ Φορολογίαν (Δημοσιονομικὴ πολιτικὴ) μεταβάλλουν τὴν θέσιν τῆς  $IS$ . Οὕτω ἀξησις τοῦ  $G$ , μεταθέτει πρὸς τὰ δεξιὰ τὴν  $IS$  κατὰ  $k_e \Delta G$ . Πλήν ὅμως ἡ μεταβολὴ εἰς τὸ εἰσόδημα ἰσορροπίας εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τὴν ἔκτασιν  $k_e \Delta G$ . Τοῦτο ἐξηγεῖται διότι καθὼς τὸ εἰσόδημα αὐξάνει, τὸ ποσὸν τοῦ χρήματος πού ζητεῖται διὰ συναλλαγὰς αὐξάνει, ὥστε νά ἀπομένῃ μικροτέρα ποσότης χρήματος διὰ κερδοσκοπίαν. Ἡ ἠλαττωμένη ὅμως ζήτησις χρήματος διὰ κερδοσκοπίαν αὐξάνει τὸ ἐπιτόκιον, ἡ ἀξησις τοῦ ὁποίου μειώνει τὰς ἐπενδύσεις καὶ ἐπομένως ἀντισταθμίζει μέρος τοῦ ἀύξητικου ἀποτελέσματος τῆς ἠύξημένης δαπάνης τοῦ δημοσίου.

Τὰ ἄνωτέρω δεικνύονται εἰς τὸ διάγραμμα τῆς ἐπομένης σελίδος.

Παράδειγμα 1.

$$C = 90 + 0,625 Y_d, \quad Y_d = Y, \quad I = 150 - 100 i, \quad M_t = 0,25 Y,$$



$$M_{\alpha} = 50 - 200 i, \quad M_S = 180, \quad G = 10.$$

Ἡ ἐξίσωσις νομισματικῆς ἰσορροπίας εἶναι:

$$100 i = 0,125 Y - 65$$

ἐνῶ ἰσορροπία εἰς τὴν ἀγορὰν προϊόντος ὑπάρχει ὅταν:

$$Y = C + I + G \Rightarrow Y = 90 + 0,625 Y + 150 - 100 i + 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 i = 250 - 0,375 Y \rightarrow \text{ἐξίσωσις IS}$$

Λύοντες τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων IS καὶ LM ἔχομεν:

$$Y = \text{μον.}630. \text{ Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὰς ἐξισώσεις IS ἢ LM}$$

$$\text{ἔχομεν: } i = 0,1375, \quad C = 483,75, \quad I = 136,25,$$

$$G = 10, \quad M_t = 157,50 \text{ καὶ } M_{\alpha} = 22,50$$

Συγκρίνοντας τὰ ἀποτελέσματα τοῦ 1ου Παραδείγματος καὶ τοῦ παραδείγματος αὐτοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ  $Y$  ἠύξηθη ἀπὸ 610 εἰς 630 καὶ τὸ ἐπιτόκιον ἀπὸ 0,1125 εἰς 0,1375. Ἡ ὕψωσις τοῦ ἐπιτοκίου μειώνει τὸ ὕψος τῶν ἐπενδύσεων ἀπὸ 138,75 εἰς 136,25 καὶ ἐπομένως ἀντισταθμίζει μέρος τοῦ ἐπικτατικοῦ ἀποτελέσματος τῆς ἠύξημένης δημοσίας δαπάνης.

Παράδειγμα 2.

Ἐπιθέτομεν τώρα καὶ τὴν ὕπαρξιν φόρων μον.10. Ἡ ἐξίσωσις νομισματικῆς ἰσορροπίας εἶναι:

$$100 i = 0,125 Y - 65$$

Ίσορροπία εις τήν αγοράν προϊόντος υπάρχει όταν:

$$Y = C + I + G \quad \eta \quad Y = 90 + 0,625(Y - 10) + 150 - 100i + 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{100i = 243,75 - 0,375Y + \text{έξισωσις IS}}$$

Λύοντες τας IS καί LM έχομεν  $Y = 617,50$ . Δι' άντικα-  
ταστάσεως λαμβάνομεν:

$$i = 0,1219, \quad C = 469,69, \quad I = 137,81,$$

$$G = T_x = 10, \quad M_t = 154,38, \quad M_a = 25,62$$

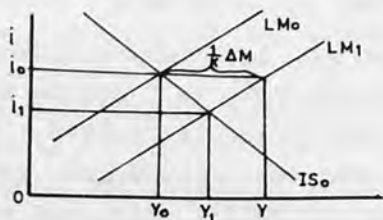
Ώστε ή αύξησις του  $Y$  είναι μικρότερα της αύξήσεως  $K_b \Delta G$   
ένθα  $K_b$  ό πολ/στής έξισωμένου προϋπολογισμού.

#### 4. Μεταβολά εις τήν Ποσότητα Χρήματος

Ή LM μετατίθεται όταν μεταβάλλονται:

1. ή ζήτησις χρήματος διά συναλλαγάς, δηλ. τό  $k$ ,
2. ή ζήτησις χρήματος διά κερδοσκοπίαν, καί
3. ή προσφερομένη ποσότης χρήματος.

Εις τό κατωτέρω παράδειγμα θά έξετάσωμεν τήν μετατό-  
πισιν της LM, λόγω μεταβολής της προσφορας χρήματος.



Ή LM καμπύλη μετατίθε-  
ται δεξιά κατά  $(1/k)\Delta M$   
άπό μίαν αύξησιν προσφο-  
ρας χρήματος.

Άλλά ή αύξησις εις τό  
είσόδημα άπό  $Y_0$  εις  $Y_1$   
είναι μικρότερα άπό:  
 $Y_2 - Y_0$  όση δηλ. είναι ή  
μετατόπισις της LM.

#### Παράδειγμα

Εις τό προηγούμενον Πράδειγμα εύρέθη είσόδημα ίσορρο-  
πίας μον. 617,50 καί έπιτόκιον 0,1219. Έστω όμως ότι αύξά-



νεταί ή προσφορά χρήματος από 180 είς 200. 'Η έξίσωσις IS είναι:

$$100 i = 243,75 - 0,375 Y$$

Νομισματική ίσορροπία ύπάρχει όταν:

$$M_s = M_a + M_t \quad \eta \quad 200 = 0,25 Y + 50 - 200 i \Rightarrow \\ \Rightarrow 100 i = 0,125 Y - 75 + \text{έξίσωσις LM}$$

Λύοντες τάς έξισώσεις IS καί LM έχομεν:

$$Y = 637,50 \quad \text{καί} \quad i = 0,0469, \quad C = 482,19, \quad I = 145,31, \\ M_t = 159,38, \quad \text{καί} \quad M_a = 40,62$$

'Εκ του Παραδείγματος αυτού βλέπομεν ότι ή νομισματική πολιτική έπηρεάζει τό επίπεδον του είσοδήματος μέσω της έπενδυτικής δαπάνης. Αί έπενδύσεις αύξάνονται από μον.137,81 είς μον.145,31 καθώς αύξάνεται ή προσφορά χρήματος καί τό έπιτόκιον πίπτει από 0,1219 είς 0,0469.

'Αλλά αυτό πού πρέπει νά προσεχθί είναι ότι ή αύξησις του Y, δέν είναι  $\frac{1}{K} \Delta M$ , άλλα μικροτέρα της έκτάσεως αυτής ένθα:

$\frac{1}{K}$  = πολλαπλασιαστής χρήματος =  $Y/M$  = τό αντίστρογον του ποσοστού είσοδήματος πού διατίθεται δι'άγοράν χρήματος διά συναλλακτικούς σκοπούς (είσοδηματική ταχύτης κυκλοφορίας χρήματος).

### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Μία αυτόνομος αύξησις έπενδύσεων θά έπιφέρει:
  - α) ύψηλότερον είσόδημα καί ύψηλότερον έπιτόκιον,
  - β) χαμηλότερον είσόδημα καί χαμηλότερον έπιτόκιον,
  - γ) ύψηλότερον είσόδημα καί χαμηλότερον έπιτόκιον, ή

δ) χαμηλότερον εισόδημα και ύψηλότερον έπιτόκιον.

Απάντησις: 'Ισχύει ή (α) περίπτωσηις.

2. 'Η αύξησις τών φόρων έπιφέρει:

α) ύψηλότερον εισόδημα και ύψηλότερον έπιτόκιον,

β) χαμηλότερον εισόδημα και χαμηλότερον έπιτόκιον,

γ) ύψηλότερον εισόδημα και χαμηλότερον έπιτόκιον, ή

δ) χαμηλότερον εισόδημα και ύψηλότερον έπιτόκιον.

Απάντησις: 'Ισχύει ή (β) πρότασις.

3. 'Η αυτόνομος αύξησις τών έπενδύσεων θά έπιφέρει:

α) αύξησιν εις τό εισόδημα κατά  $K_e \Delta I$ ,

β) θά αύξηση τό εισόδημα μικρότερον από  $K_e \Delta I$ ,

γ) θά αύξηση τό εισόδημα περισσότερον από  $K_e \Delta I$ ,

ή δ) δέν θά αύξηση τό  $Y$ .

Απάντησις: 'Η αύξησις του  $Y$  δέν θά είναι της έκτάσεως  $K_e \Delta I$ , αλλά μικρότερα.

4. 'Εάν ύφίσταται ίσόποσος μείωσις τών φόρων και του  $G$ :

α) τό εισόδημα θά μειωθῆ έκ της μεταβολῆς του  $G$ ,

β) τό  $Y$  θά μειωθῆ, αλλά ή κατανάλωσις θά αύξηθῆ,

γ) τό εισόδημα θά μειωθῆ, αλλά αι έπενδύσεις θά αύξηθούν, ή

δ) τό  $Y$  θά μειωθῆ, αλλά ή κατανάλωσις και αι έπενδύσεις θά αύξηθούν:

Απάντησις: 'Ισχύει ή (γ) πρότασις.

5. Ἡ αὐξησις τῶν φόρων θά ἔχη ὡς ἀποτέλεσμα:
- μικροτέρας ἐπενδύσεις,
  - μεγαλυτέρας ἐπενδύσεις,
  - αὐξησιν τῆς ὀριακῆς ροπῆς πρὸς κατανάλωσιν,
- ἢ
- αὐξησιν τῆς προσφορᾶς χρήματος.

Ἀπάντησις: Ἰσχύει ἡ (β) πρότασις.

6. Μία αὐξησις τῆς προσφορᾶς χρήματος θά ἐπιφέρῃ:
- αὐξησιν τοῦ ἐπιτοκίου καί τοῦ  $Y$ ,
  - αὐξησιν τοῦ  $Y$  κατὰ  $\Delta Y = \Delta M(1/K)$ ,
  - αὐξησιν τοῦ  $Y$  μεγαλυτέραν τοῦ  $\Delta M(1/K)$ , ἢ
  - αὐξησιν τοῦ  $Y$  μικροτέραν τοῦ  $\Delta M(1/K)$ .

Ἀπάντησις: Ἰσχύει ἡ (δ) πρότασις.

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ἐστω ὑπόδειγμα δύο τομέων, ὅπου:

$$C = 100 + 0,80 Y, \quad I = 150 - 600 i, \quad M_s = 200,$$

$$M_t = 0,20 Y, \quad M_a = 50 - 400 i.$$

Νά εὐρεθοῦν:

- τό εἰσόδημα ἰσορροπίας, καί
- τά ἀντιστοιχοῦντα ἐπίπεδα  $C$  καί  $I$  εἰς τό εἰσόδημα ἰσορροπίας.

Λύσις:

Ἐξίσωσις IS

$$Y = C + I$$

$$Y = 100 + 0,80 Y + 150 - 600 i$$

$$0,20 Y = 250 - 600 i$$

Ἐξίσωσις LM

$$M_s = M_t + M_a$$

$$200 = 0,20 Y + 50 - 400 i$$

$$0,20 Y = 150 + 400 i$$

α) Εισόδημα ισορροπίας υπάρχει όταν  $IS = LM$

$$0,20 Y = 250 - 600i$$

$$0,20 Y = 150 + 400i$$

---


$$i = 0,10 \quad Y = 950$$

β) Δι'άντικαταστάσεως έχουμε:

$$C = 860, I = 90$$

2. Έάν εις τό άνωτέρω υπόδειγμα υπεισελέθη ο δημόσιος τομεύς, όπου  $G = 10$  και  $T_x = 0$ , τότε:

α) Ποία θά είναι ή κατεύθυνσις και ή έκτασις τής μετακινήσεως τών  $IS$  και  $LM$  ;

β) Νά εύρεθῆ τό νέον επίπεδον ισορροπίας του  $Y$ , και  
 γ) Νά εξηγηθῆ τί θά συμβῆ εις τά επίπεδα καταναλώσεως και επενδύσεων.

Αύσις:

α) Ἡ καμπύλη  $LM$  δέν μεταβάλλεται. Ἡ καμπύλη  $IS$  μετατίθεται δεξιά κατά μον.50 ( $K_e \Delta G$ ).

β) Ἡ  $IS$  εξίσωσις γίνεται  $0,20 Y = 260 - 600i$ .  
 Τό επίπεδον ισορροπίας του  $Y$  είναι μον.970.

γ) Ἡ κατανάλωσις αύξάνεται εις μον.876, άφοῦ αύξάνεται τό  $Y$ . Ἐνῶ αἱ επενδύσεις μειοῦνται εις μον.84 έπειδή τό έπιτόκιον αύξάνεται άπό 0,10 εις 0,11.

3. Ὄταν:  $C = 150 + 0,50 Y$ ,  $I = 200 - 400 i$ ,  $M_t = 0,25 Y$ ,  
 $M_a = 50 - 100 i$  και  $M_s = 180$

εύρίσκομεν ότι διά  $Y = 580$  και  $i = 0,15$  υφίσταται:

$IS = LM$ . Ἐστω ότι τώρα έπέρχεται αύξησις τής προσφορᾶς χρήματος κατά μον.20. Ἐρωτᾶται:

α) Ποία είναι ή έκτασις και ή κατεύθυνσις τών μετατοπίσεων τών  $IS$  και  $LM$  ;

- β) Νά εὑρεθῆ τὸ νέον ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ  $Y$ ,  
καί  
γ) Νά ἐξηγηθῆ τί θά συμβῆ εἰς τὴν  $C$  καί τὴν  $I$ .

Λύσεις:

α) Ἡ αὔξησης τῆς προσφοράς χρήματος, μεταθέτει τὴν  $LM$  πρὸς τὰ δεξιὰ, ἐνῶ δέν μεταβάλλει τὴν  $IS$ . Εἰς ἐπιτόκιον  $i = 0,15$  καί  $Y = \text{μον.}580$ , ἡ τιμὴ τοῦ χρηματικοῦ πολλαπλασιαστοῦ εἶναι  $1/K = Y/M = 3,22$ . Ὅποτε ἡ  $LM$  μετατίθεται κατὰ  $(1/K)\Delta M = 64,44$ .

β) Ἡ νέα καμπύλη  $LM$  εἶναι τώρα:  
 $0,50 Y = 300 + 200 i$ . Λύοντες τὰς ἐξισώσεις  $IS$  καί  $LM$  ἔχομεν εἰσόδημα ἰσορροπίας εἰς τὸ νέον ἐπίπεδον  $\text{μον.}633,33$ .

γ) Ἀποτέλεσμα αὐτῆς τῆς νομισματικῆς πολιτικῆς εἶναι ἡ αὔξησης τῆς  $C$  εἰς  $\text{μον.}466,66$  καί τῶν ἐπενδύσεων, λόγῳ πτώσεως τοῦ ἐπιτοκίου, εἰς  $\text{μον.}166,67$ .

4. Πῶς ἡ μεταβολὴ τῆς ποσότητος τοῦ χρήματος (ἄσκησις νομισματικῆς πολιτικῆς) ἐπιδρᾷ ἐπὶ τοῦ μεγέθους τοῦ  $Y$ ;

Λύσεις:

Ἐπιπέδον ὅτι ἡ προσφορά χρήματος μεταβάλλει τὸ ὄψος τοῦ ἐπιτοκίου καί κατὰ συνέπειαν τὸν ὄγκον τῶν ἐπενδύσεων καί μέσῳ τοῦ πολλαπλασιαστοῦ ἐπενδύσεων ( $K_e$ ), τὸ ἐπίπεδον τῆς καταναλώσεως καί τοῦ εἰσοδήματος. Τώρα ὅσο μεγαλύτερα εἶναι ἡ ἐλαστικότης τῶν ἐπενδύσεων ὡς πρὸς τὸ  $i$ , τόσο μεγαλύτερα θά εἶναι ἡ αὔξησης τοῦ εἰσοδήματος.

5. Ἐστὼ πάλιν τὸ ὑπόδειγμα:

$$C = 150 + 0,50 Y, \quad I = 200 - 400 i, \quad M_t = 0,25 Y,$$

$$M_a = 50 - 100 i, \quad M_s = 180.$$

Μέ τὰ δεδομένα αὐτὰ εὑρέθη προηγουμένως ὅτι  $i = 0,15$  καί  $Y = 580$ . Τροποποιούμεν τὸ ὑπόδειγμα, ὑποθέτοντες ὅτι ἡ ὁ-

ριακή ροπή προς κατανάλωσιν  $MPC = 0,60$ . Έρωτάται:

α) Προς ποίαν κατεύθυνσιν θά μετακινήθῃ ἡ IS ἢ LM καμπύλη ;

β) Ποῖον εἶναι τὸ νέον ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ Y ;

γ) Νά εὑρεθοῦν τὰ νέα ἐπίπεδα C καὶ I.

δ) Τί δέον νά πράξῃ ἡ Κεντρικὴ Τράπεζα ἵνα διατηρήσῃ τὰς ἐπενδύσεις εἰς μον.140 ;

ε) Ποία μεταβολὴ εἰς τὴν προσφορὰν χρήματος απαιτεῖται ἵνα διατηρηθοῦν αἱ ἐπενδύσεις εἰς μον.140 ;

### Λύσις:

α) Κατ'ἀρχὴν ἡ αὐξησης τῆς ροπῆς πρὸς κατανάλωσιν μετατοπίζει πρὸς τὰ δεξιὰ τὴν IS.

β) Ἐκτελοῦντες τὰς ἀναγκαίας πράξεις, εὐρίσκομεν ὅτι τὸ νέον ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ Y εἶναι μον.621,43

γ) Εἶναι:  $C = \text{μον.}522,86$  καὶ  $I = \text{μον.}98,68$ , λόγῳ ὑψώσεως τοῦ ἐπιτοκίου.

δ) Ἡ Κεντρικὴ Τράπεζα πρέπει νά αὐξήσῃ τὴν προσφορὰν χρήματος, ὥστε νά διατηρήσῃ σταθερόν τὸ ἐπιτόκιον.

ε) Ἐάν τὸ ἐπιτόκιον παραμένῃ εἰς  $0,15$ , αἱ ἐπενδύσεις εἶναι μον.140.

Ὅταν ὁμοῦς:  $I = \text{μον.}140$  καὶ  $C = 150 + 0,60 Y$  εὐρίσκομεν ὅτι τὸ εἰσόδημα ἰσορροπίας εἶναι:

$Y = C + I \Rightarrow Y = 725$ . Διὰ  $Y = \text{μον.}725$  καὶ  $i = 0,15$  ὑπάρχει ἰσορροπία ζητουμένης καὶ προσφερομένης ποσότητος χρήματος, ἐάν ἡ προσφορὰ χρήματος αὐξηθῇ εἰς μον.216,25, ἐπειδὴ:

$$M_s = M_t + M_a \quad \text{ἢ} \quad M_s = 0,25(725) + 50 - 100(0,15) = 216,25$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ προσφορὰ χρήματος πρέπει νά αὐξηθῇ κατὰ μον.36,25.

6. Πώς πρέπει να αντιδράση το Δημόσιον, ώστε να επιτύχη το πλήρες επέκτατικό αποτέλεσμα τής ηύξημένης δαπάνης του Δημοσίου ;

Λύσις:

Ὡς γνωστόν, ἡ αὐξησις τῆς Δημοσίας Δαπάνης (G) μεταθέτει πρὸς τὰ δεξιὰ τὴν IS, πρᾶγμα πού ὀδηγεῖ εἰς αὐξησιν τοῦ Y καὶ συγχρόνως αὐξησιν τοῦ i. Ἡ μετατόπισις τῆς IS θὰ εἶναι ἴση μὲ  $K_e \Delta G$ . Ἀλλὰ ἡ αὐξησις τοῦ εἰσοδήματος ( $\Delta Y$ ) δέν θὰ εἶναι τῆς ἐκτάσεως  $K_e \Delta I$ , ἐπειδὴ ὑψηλότερον ἐπιτόκιον, λόγφ ἀσκήσεως δημοσιονομικῆς πολιτικῆς, μειώνει τὸν ὄγκον τῶν ἐπενδύσεων καὶ τοῦτο ὀδηγεῖ εἰς μικροτέραν αὐξησιν τοῦ Y. Ἐπομένως δέν ἐπιτυγχάνεται τὸ πλήρες επέκτατικὸν ἀποτέλεσμα τῆς ηύξημένης Δημοσίας Δαπάνης. Διὰ νὰ ἐπιτευχθῆ τοῦτο, θὰ πρέπει ἡ Κεντρικὴ Τράπεζα νὰ προβῆ εἰς αὐξησιν τῆς προσφορᾶς χρήματος ὥστε τὸ ἐπιτόκιον νὰ διατηρηθῆ εἰς τὸ τρέχον ἐπίπεδον. Ὡστε ἡ νομισματικὴ πολιτικὴ εἶναι ἀνάγκη νὰ συμπληρῶνῃ τὴν δημοσιονομικὴν τοιαύτην.

7. Ἐστω:  $C = 100 + 0,80 Y_d$ ,  $I = 150 - 600 i$ ,  
 $Y_d = Y - T_x$ ,  $T_x = 0,25 Y$  ( $0,25 =$  ὀριακὸς συντελεστὴς φορολογικῆς ἐπιβαρύνσεως),  $G = 100$ ,  $M_t = 0,20 Y$ ,  
 $M_a = 50 - 200 i$  καὶ  $M_s = 200$  :

α) Νὰ εὑρεθῆ τὸ εἰσόδημα ἰσορροπίας.

β) Ὁ Δημόσιος Τομεὺς λειτουργεῖ μὲ ἔλλειμμα ἢ πλεόνασμα ;

Λύσις:

α) Κατὰ τὰ γνωστά εἶναι ἡ ἐξίσωσις τῆς IS:

$$0,40 Y = 350 - 600 i \quad \text{καὶ ἐξίσωσις LM: } 0,20 Y = 150 + 200 i \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{Εἰσόδ. Ἴσορρ.} = 800.$$

β) Ὄταν  $Y = \text{μον.} 800 \Rightarrow T_x = \text{μον.} 200$  καὶ ἐπει-

δη  $G = \text{μον.}100 \Rightarrow$  προκύπτει πλεόνασμα μον.100.

8. Αι Δημόσιαι Δαπάναι εις τό προηγούμενον πρόβλημα αύξάνονται κατά μον.100 :

α) Πρός ποίαν κατεύθυνσιν θά μετακινηθοῦν ἡ IS ἢ ἡ LM ;

β) Νά εὐρεθῆ τό ἐπίπεδον ἰσορροπίας τοῦ Y.

γ) Αἱ ἐπενδύσεις ἠύξηθησαν ἢ ἐμειώθησαν ;

δ) Ὁ Προϋπολογισμός εἶναι τώρα ἐξισωμένος ;

Λύσις:

α) Ἡ IS μετακινεῖται δεξιὰ, χωρίς νά μεταβάλλεται ἡ LM.

β) Ἐκτελοῦντες τὰς ἀναγκαίας πράξεις εὐρίσκομεν  $Y = \text{μον.}900$ .

γ) Αἱ ἐπενδύσεις ἐμειώθησαν ἀπό μον.120 εἰς μον.60.

δ) Ὑφίσταται ἀκόμη πλεόνασμα, ἐπειδή:

$T_x = \text{μον.}225$  καί  $G = \text{μον.}200$ .



## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 12ον Ἀποτελεσματικότης τῆς Δημοσιονομικῆς καὶ Νομισματικῆς Πολιτικῆς

Ἡ Ἀποτελεσματικότης τῆς Νομισματικῆς καὶ Δημοσιονομικῆς Πολιτικῆς ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς κλίσεις τῶν καμπύλων IS καὶ LM.

### 1. Ἡ κλίσις τῆς Καμπύλης IS

Ἡ ἐξίσωσις ἰσορροπίας εἰς τὴν ἀγορὰν προϊόντος γενικῶς εἶναι τῆς μορφῆς  $Y = \text{σταθερά} - \phi i$ , ὅπου ἡ κλίσις τῆς εἶναι  $1/\phi$ . Ἡ τιμὴ τῆς  $\phi$  εἰς τὴν IS ἐξαρτᾶται ἀπὸ:

1. τὸν βιωτὸν ἐξαρτήσεως τῶν ἐπενδύσεων ἀπὸ τὰς μεταβολὰς τοῦ ἐπιτοκίου καὶ

2. τὴν τιμὴν τῆς ὀριακῆς ροπῆς πρὸς κατανάλωσιν.

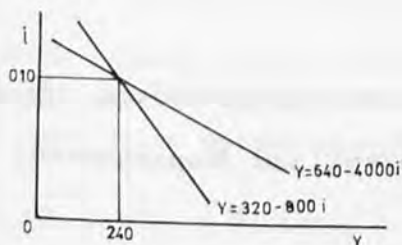
Παράδειγμα 1.

Ἐστω  $C = 10 + 0,75 Y$ , ἐπίσης ἔστω  $I = 150 - 1000 i$ .  
Με τὰ δεδομένα αὐτά, ἡ IS εἶναι  $Y = 640 - 4000 i$ . Ἐάν ἡ ἐπένδυσις εἶναι ὀλιγώτερον ἐλαστικὴ ὡς πρὸς τὸ ἐπιτόκιον, ἔστω  $I = 70 - 200 i$ , ἡ IS γίνεται  $Y = 320 - 800 i$ .

Συμπέρασμα: Ἡ κλίσις τῆς IS εἶναι μεγαλύτερα, ὅταν αἱ ἐπενδύσεις ἐξαρτῶνται ὀλιγώτερον ἀπὸ τὸ ἐπιτόκιον.

Ἐάν ὁμως αἱ ἐπενδύσεις εἶναι τελειῶς ἀνελαστικὲς ὡς πρὸς τὸ ἐπιτόκιον,  $\frac{\partial I}{\partial i} \cdot \frac{i}{I} = 0$  ἡ IS καμπύλη εἶναι κάθετος πρὸς τὸν ἄξονα τῶν  $Y$  (δηλ. κλίσις ἀπειρος).

(βλ. διάγραμμα εἰς ἐπομένην σελίδα).

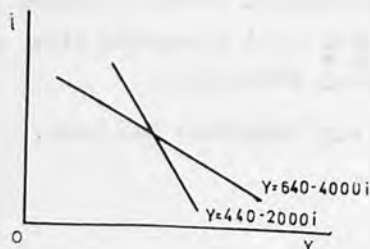


### Παράδειγμα 2.

Έστω  $I = 150 - 1000i$ . Έστω ότι η  $C = 70 + 0,50Y$ , ήτοι  $MPC = 0,50$ . Με τα δεδομένα αυτά η εξίσωση IS είναι:  $Y = 440 - 2000i$ . Εάν η  $MPC = 0,75$  και  $C = 10 + 0,75Y$ , η IS γίνεται  $Y = 640 - 4000i$ . Κατασκευάζοντας τās δύο καμπύλες IS, παρατηρούμεν ότι η κλίσις τής IS είναι μεγαλύτερα όταν η MPC είναι μικρότερα.

Όστε η απόλυτος τιμή τής κλίσεως ( $1/\varphi$ ) τής καμπύλης IS μεταβάλλεται αντιστρόφως πρός τό μέγεθος του πολλαπλασιαστού. Εάν  $MPC = 0$ , η απόλυτος κλίσις τής IS είναι μεγάλη, αλλά όχι άπειρος, εκτός και εάν η συνάρτησις επενδύσεων είναι τελείως ανελαστική ως πρός τό έπιτόκιον. Εάν  $MPC = 1$ , η IS έχει μηδενικήν κλίσιν (είναι οριζοντία), μέ τήν προϋπόθεσιν ότι αι επενδύσεις δέν θά είναι τελείως ανελαστικές ως πρός τό έπιτόκιον.

Τά άνωτέρω έμφαίνονται είς τό κάτωθι διάγραμμα:



2. Ἡ κλίσις τῆς Καμπύλης LM

Ἡ ἐξίσωσις ἰσορροπίας εἰς τὴν ἀγορὰν χρήματος γενικῶς εἶναι τῆς μορφῆς  $Y = \text{σταθερά} + \psi i$  μέ κλίσιν ἴσην μέ  $1/\psi$ . Ὁ συντελεστής  $\psi$  καί συνεπῶς καί ἡ κλίσις  $(1/\psi)$  ἐξαρτῶνται:

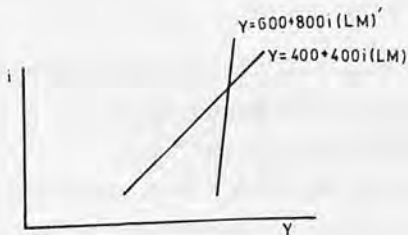
1. ἀπὸ τὰς μεταβολὰς τῆς ζήτησεως χρήματος διὰ κερδοσκοπιαν λόγῳ μεταβολῶν τοῦ ἐπιτοκίου, καί
2. ἀπὸ τὴν σχέσιν μεταξύ ζήτησεως χρήματος διὰ συναλλαγὰς καί ἐπιπέδου τοῦ  $Y$ , ἢ ἄλλως ἐκ τοῦ ποσοστοῦ  $k$ .

Παράδειγμα 1.

Ἐστω  $M_t = 0,25 Y$  καί  $M_s = \text{μον.}200$ ,  
 ἔστω καί  $M_a = 100 - 1000 i$ . Μέ βάσιν τὰ δεδομένα αὐτὰ ἐ-  
 χομεν: Ἐξίσωσις LM:  $Y = 400 + 4000 i$ . Ἐάν ἡ ζήτησις χρή-  
 ματος διὰ κερδοσκοπιαν εἶναι ὀλιγώτερον ἐλαστικὴ ὡς πρὸς  
 τὸ  $i$ , π.χ.  $M_a = 50 - 200 i$ , ἡ LM εἶναι:  $Y = 600 + 800 i$ .

Τὸ κάτωθι διάγραμμα δεικνύει ὅτι ἡ LM ἔχει μεγαλυτέ-  
 ραν κλίσιν ὅταν ἡ ζήτησις διὰ κερδοσκοπιαν εἶναι ὀλιγώτε-  
 ρον ἐλαστικὴ ὡς πρὸς τὸ  $i$ , ἐνῶ ἀντιθέτως ἡ ἀπόλυτος κλίσις  
 $1/\psi$  τῆς LM μειοῦται ὅταν ἡ ζήτησις διὰ κερδοσκοπιαν εἶναι  
 περισσότερον ἐλαστικὴ ὡς πρὸς τὸ  $i$ .

Κατὰ συνέπειαν ἡ LM εἶναι ὀριζοντία (κλίσις 0) ὅταν  
 ἡ ζήτησις χρήματος διὰ κερδοσκοπιαν εἶναι ἀπείρως ἐλαστι-



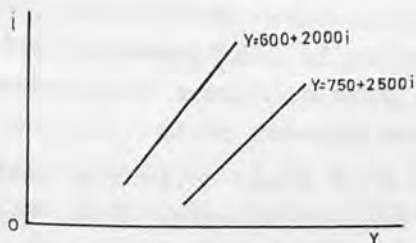
κή και είναι κάθετος (κλίσεις άπειρος) όταν η ζήτηση διά κερδοσκοπία είναι άνελαστική.

Παράδειγμα 2.

Έστω  $M_s = \text{μον.} 200$ ,  $M_a = 50 - 500i$ ,  $M_t = 0,25Y \Rightarrow$

$\Rightarrow$  Έξίσωση LM:  $Y = 600 + 2000i$ .

Εάν  $M_t = 0,20Y \rightarrow$  Η LM είναι  $Y = 750 + 2500i$ . Όσο μεγαλύτερο τό ποσοστόν ζήτησεως χρήματος διά συναλλαγάς, τόσο μεγαλύτερα η κλίσις της LM. Δηλ. η απόλυτος κλίσις της LM σχετίζεται θετικώς προς τό μέγεθος ζήτησεως χρήματος διά συναλλαγάς, δεδομένης της ζήτησεως χρήματος διά κερδοσκοπία. Ένῳ όταν η ζήτηση χρήματος ἐξ'όλοκλήρου ἐξαρτᾶται ἀπό τό  $Y$ , ὁπότε η ἔλαστικότης ζήτησεως χρήματος διά κερδοσκοπία ὡς πρὸς τό  $i$  εἶναι μηδέν ( $dM_a/di=0$ ) ἡ LM εἶναι κάθετος ἐπὶ τοῦ ἄξονος τοῦ  $Y$  (κλίσις ἀπειρος).

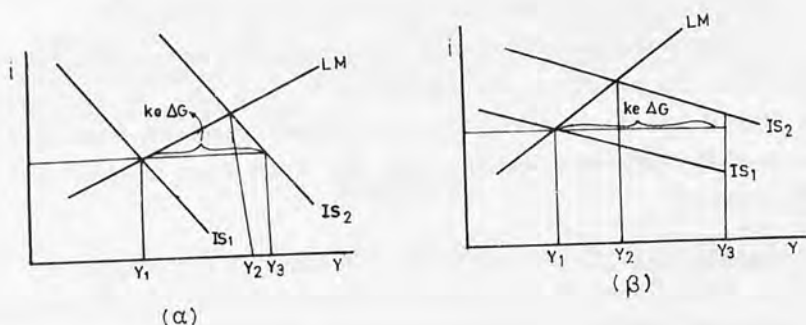


### 3. Αποτελεσματικότης της Δημοσιονομικῆς Πολιτικῆς

Ἡ ἀποτελεσματικότης της δημοσιονομικῆς ἢ νομισματικῆς πολιτικῆς ἐξαρτᾶται, ὅπως ἐλέχθη, ἀπό τὰς κλίσεις τῶν καμπύλων IS καί LM. Συγκεκριμένως, ὅσο μεγαλύτερα ἡ κλίσις της IS (δηλ.  $1/\varphi$ ), καί (ἢ) μικρότερα ἡ κλίσις της LM

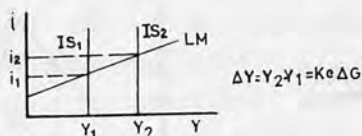
τόσον περισσότερο αποτελεσματική είναι η δημοσιονομική πολιτική.

Παράδειγμα:



Είς τό άνωτέρω διάγραμμα (α) ή αύξησις τοϋ G μετατοπίζει τήν IS άπό  $IS_1$  εις  $IS_2$  κατά τήν έκτασιν  $K_e \Delta G$ , ήτις ίσοϋται μέ  $Y_1 Y_3$ . Άλλά ή τελική αύξησις τοϋ Y κατά  $Y_1 Y_2$  είναι μεγαλύτερα εις τό (α) διάγραμμα, όπου ή κλίσις τής IS είναι μεγαλύτερα εις άπόλυτον τιμήν, άπ'ό,τι εις τό (β) διάγραμμα.

Τέλος, όταν ή IS έχει κλίσιν άπειρον (κάθετος στόν όριζόντιον άξονα), τότε ή αύξησις τοϋ Y θά ίσοϋται μέ  $K_e \Delta G$ . Επίσης όταν ή LM είναι όριζόντιος (κλίσις μηδέν) πάλιν ή αποτελεσματικότητα τής αύξήσεως δημοσίων δαπανών είναι πλήρης, δηλ. τό εισόδημα αύξάνει κατά  $K_e \Delta G$ .



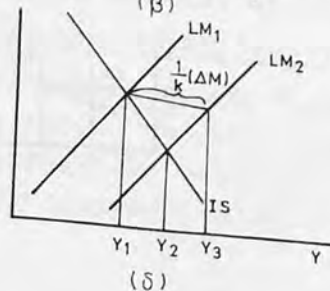
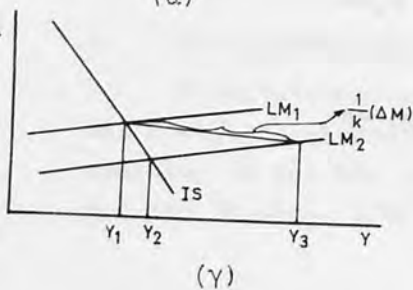
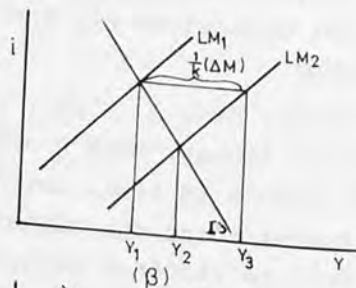
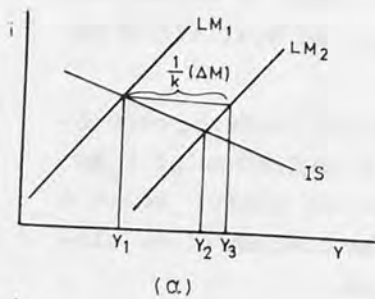
Αντιθέτως η αύξησης της δημοσίας δαπάνης ( $\Delta G$ ) ούδέν αποτέλεσμα έχει επί της αύξησης του  $Y$ , όταν η  $LM$  είναι κάθετος ή η  $IS$  είναι οριζοντία.

#### 4. Αποτελεσματικότητα της Νομισματικής Πολιτικής

Η αποτελεσματικότητα της νομισματικής πολιτικής εξαρτάται από τας κλίσεις των καμπύλων  $IS$  και  $LM$ . Η νομισματική πολιτική είναι περισσότερο αποτελεσματική όταν η  $IS$  έχει μικράν απόλυτον κλίσιν και (ή) η  $LM$  έχει μεγάλην απόλυτον κλίσιν.

#### Παράδειγμα

Είς τὰ κάτωθι διαγράμματα, μία αύξησης της προσφοράς χρήματος μεταθέτει τήν  $LM$  πρὸς τὰ δεξιὰ κατά  $\Delta M/K$  ἢ κατά  $Y_1 Y_3$  (ὡς γνωστόν εἶναι  $1/K = Y/M$ ). Εἰς τὰ διαγράμματα (α) καὶ (β) παρατηροῦμεν ὅτι ἡ αύξησης τοῦ  $Y$  ἀπὸ  $Y_1$  εἰς  $Y_2$ ,



είναι μεγαλύτερα εἰς τό (α), ὅπου ἡ IS ἔχει μικροτέραν κλίσιν. Εἰς τὰ διαγράμματα (γ) καί (δ) ἡ κλίσις τῆς LM μεταβάλλεται καί παρατηροῦμεν ὅτι ἡ διαφορά  $Y_1Y_2$  εἶναι μεγαλύτερα εἰς τό (δ), ὅπου ἡ LM ἔχει μεγαλύτεραν κλίσιν.

Τέλος, ἐάν ἡ IS εἶναι κάθετος, ἢ ἡ LM εἶναι ὀριζόντιος (κλίσις μηδέν), ἡ αὔξησις τῆς προσφορᾶς χρήματος δέν ἔχει ἀποτέλεσμα ἐπὶ τοῦ  $Y$ .

### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ἡ αὔξησις τῆς δημοσίας δαπάνης μεταθέτει τὴν IS δεξιὰ κατὰ  $K_e \Delta G$ . Αὐτό τό δημοσιονομικόν μέτρον αὐξάνει τό ἐπίπεδον τοῦ  $Y$  κατὰ  $K_e \Delta G$  ἐάν:

- α) δέν ὑπάρχει ζήτησις χρήματος διὰ κερδοσκοπίαν,
- β) ἡ LM εἶναι κάθετος,
- γ) ἡ LM εἶναι ὀριζόντιος, ἢ
- δ) ἡ LM ἔχει κλίσιν μεγαλύτεραν τοῦ μηδενός.

Ἀπάντησις: Ἰσχύει ἡ (γ) πρότασις. Ἐλέχθη ὅτι ἡ ἀποτελεσματικότης τῆς δημοσιονομικῆς πολιτικῆς ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς κλίσεις τῆς IS καί LM. Ὅσον μεγαλύτερα ἡ κλίσις τῆς IS καί (ἢ) μικρότερα ἡ ἀπόλυτος κλίσις τῆς LM, τόσο περισσότερο ἀποτελεσματικὴ εἶναι ἡ δημοσιονομικὴ πολιτικὴ, δηλ. τόσο περισσότερο αὐξάνει τό  $Y$ .

2. Ἡ αὔξησις τῆς προσφορᾶς χρήματος μεταθέτει τὴν LM δεξιὰ κατὰ  $\frac{1}{K}(\Delta M)$ . Τό ἐπίπεδον τοῦ  $Y$  αὐξάνει κατὰ  $\frac{1}{K}(\Delta M)$  ἐάν:

- α) ἡ ἐλαστικότης ζητήσεως χρήματος ὡς πρὸς τό ἐπιτόκιον εἶναι μηδέν (δηλ. ἡ ζήτησις χρήματος ἀποκλειστικῶς ἐξαρτᾶται ἀπὸ τό μέγεθος τοῦ  $Y$ ),
- β) ἡ δαπάνη δέν σχετίζεται μὲ τό ἐπιτόκιον,
- γ) ἡ LM ἔχει κλίσιν μηδέν, ἢ
- δ) ἡ LM ἔχει θετικὴν κλίσιν.

Απάντησις: 'Ισχύει ή (α) πρότασις, έφ' όσον τότε δέν έκδηλοϋται ζήτησις χρήματος διά κερδοσκοπίαν.

3. 'Η αύξησις τής προσφοράς χρήματος δέν έχει κανένα άποτέλεσμα επί του Y, εάν:

α) ή ζήτησις χρήματος δέν σχετίζεται μέ τό έπιτόκιον (δέν ύπάρχει ζήτησις χρήματος διά κερδοσκοπίαν),

β) ή IS έχει κλίσιν μηδενικήν,

γ) ή LM έχει θετικήν κλίσιν, ή

δ) ή IS έχει κλίσιν άπειρον (κάθετος).

Απάντησις: 'Ελέχθη ότι όσον μεγαλύτερα ή κλίσις τής LM καί μικρότερα ή κλίσις τής IS τόσο περισσότερο άποτελεσματική είναι ή άσκησις νομισματικής πολιτικής. Κατά συνέπειαν, όταν ή IS έχει άπεριόριστον κλίσιν (κάθετος) ή νομισματική πολιτική δέν έπηρεάζει τό επίπεδον του Y. Άρα ίσχύει ή (δ) πρότασις.

4. Είς ποιά από τάς κάτωθι καταστάσεις ή νομισματική πολιτική είναι περισσότερο άποτελεσματική:

α) 'Η IS έχει άπεριόριστον κλίσιν' ή LM έχει θετικήν κλίσιν αλλά όχι άπειρον.

β) 'Η IS έχει θετικήν κλίσιν αλλά όχι άπειρον' ή LM έχει κλίσιν μηδενικήν.

γ) 'Η IS έχει άπεριόριστον κλίσιν' ή LM έχει μηδενικήν κλίσιν.

δ) 'Η IS έχει κλίσιν μεγαλύτεραν του μηδένος, αλλά όχι άπειρον' ή LM έχει άπροσδιόριστον κλίσιν.

Απάντησις: 'Ισχύει ή (δ) πρότασις.

5. 'Η κλίσις τής IS είναι μεγάλη όταν ή ζήτησις δι' έπένδυσιν είναι:

α) τελείως άνελαστική ως προς τό έπιτόκιον καί ό πολλαπλασιαστής λαμβάνει μεγάλην τιμήν,



β) ελαστική ως προς τό επιτόκιο και ό πολλαπλασιαστής λαμβάνει μικράν τιμήν,

γ) ελαστική ως προς τό επιτόκιο και ό πολλαπλασιαστής είναι μεγάλος, ή

δ) άνελαστική ως προς τό επιτόκιο και ό πολλαπλασιαστής είναι μικρός.

Απάντησις: Ίσχύει ή (δ) πρότασις.

6. Ποίαι από τάς κάτωθι προτάσεις δέν είναι άληθεϊς ;

α) Δημοσιονομική πολιτική είναι άποτελεσματική εάν ή ζήτησις χρήματος είναι πλήρως ελαστική ως προς τό  $i$ .

β) Δημοσιονομική πολιτική είναι άρκούντως άποτελεσματική εάν ή ζήτησις χρήματος είναι άνελαστική ως προς τό  $i$  και ή ελαστικότητα των δαπανών ως προς τό επιτόκιο μεγάλη.

γ) Νομισματική πολιτική είναι άρκούντως άποτελεσματική εάν ή δαπάνη σχετίζεται εις μεγάλον βαθμόν προς τό  $i$ .

καί δ) Νομισματική πολιτική είναι πλήρως άποτελεσματική εάν ή ζήτησις χρήματος δέν σχετίζεται μέ τό  $i$  και ή δαπάνη σχετίζεται εις μεγάλον βαθμόν προς τό επιτόκιο.

Απάντησις: Ή άνωτέρω (β) πρότασις δέν είναι άληθής.

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Δίδονται κατωτέρω αι συναρτήσεις καταναλώσεως και έπενδύσεως εις έν υπόδειγμα δύο τομέων της οίκονομίας.

α) Νά εύρεθούν αι έξισώσεις IS, και

β) Νά ταξινομηθούν ανάλογα μέ τον βαθμόν έξαρτήσεως τούτων από τό επιτόκιο.

$$1. C = 50 + 0,80 Y \quad \text{και} \quad I = 60 - 200 i$$

2.  $C = 50 + 0,80 Y$  και  $I = 70 - 100 i$   
 3.  $C = 50 + 0,80 Y$  και  $I = 100 - 1000 i$

Λύσεις:

α) Ἡ IS ἐξίσωσις προκύπτει ἀπὸ τὴν σχέσιν  $C + I$

$$(1) Y = 50 + 0,80 Y + 60 - 200 i \Rightarrow Y = 550 - 1000 i$$

$$(2) Y = 50 + 0,80 Y + 70 - 100 i \Rightarrow Y = 600 - 500 i$$

$$(3) Y = 50 + 0,80 Y + 100 - 1000 i \Rightarrow Y = 750 - 5000 i$$

β) Ἡ κατάταξις τούτων ἀνάλογα μετὸν βαθμὸν ἐξαρτήσεως ἀπὸ τὸ  $i$  εἶναι: (3), (1), (2).

2. Κατωτέρω παρατίθενται ἐξισώσεις προσφορᾶς καὶ ζητήσεως χρήματος.

α) Νά εὑρεθοῦν αἱ ἐξισώσεις LM.

καὶ β) Νά ταξινομηθοῦν αὗται ἀνάλογα μετὰς σχέσεις τούτων πρὸς τὸ  $i$ .

$$(1) M_s = 200, M_t = 0,20 Y, M_a = 80 - 1000 i$$

$$(2) M_s = 200, M_t = 0,20 Y, M_a = 80 - 500 i$$

$$(3) M_s = 200, M_t = 0,20 Y, M_a = 80 - 2000 i$$

Λύσεις:

α) Ἡ LM ἐξίσωσις προκύπτει ἀπὸ τὴν σχέσιν  $M_s = M_t + M_a$

$$(1) 200 = 0,20 Y + 80 - 1000 i \Rightarrow Y = 600 + 5000 i$$

$$(2) 200 = 0,20 Y + 80 - 500 i \Rightarrow Y = 600 + 2500 i$$

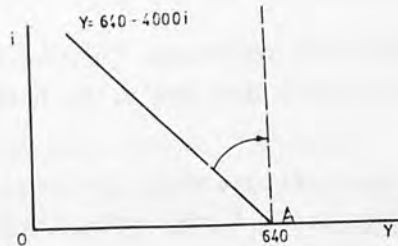
$$(3) 200 = 0,20 Y + 80 - 2000 i \Rightarrow Y = 600 + 10000 i$$

β) Ἡ κατάταξις τούτων ἀνάλογα μετὸν βαθμὸν ἐξαρτήσεως ἀπὸ τὸ  $i$  εἶναι: (3), (1), (2).

3. Δίδονται: Ὑπόδειγμα δύο τομέων τῆς οἰκονομίας, ὅπου  $C = 10 + 0,75 Y$  καὶ  $I = 150 - 1000i$ . Ἡ ἐξίσωσις IS εἶναι  $Y = 640 - 4000 i$ , ὅπως δεικνύεται εἰς τὸ κάτωθι διάγραμμα.

Τί θα συμβῆ εἰς τὴν καμπύλην IS ὅταν ὁ συντελεστής τοῦ  $i$  εἰς τὴν συνάρτησιν ἐπενδύσεων, καταστῆ μηδέν, δηλ.  $\frac{dI}{di} = 0$ ;

Λύσις:

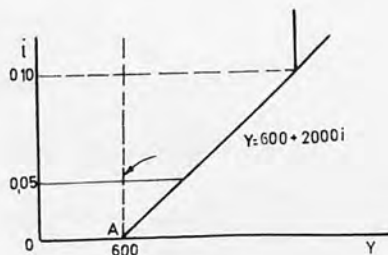


4. Ὑποθέτομεν ὅτι:

1. ἢ  $M_s = 200$ ,
2. ἢ  $M_t = 0,25 Y$ , καί
3. ἢ  $M_\alpha = 50 - 500 i$

Ἡ LM εἶναι  $Y = 600 + 2000 i$ , ὅπως δεικνύει τὸ κάτω-θεῖ διάγραμμα. Ἐξηγήσατε τί θα συμβῆ εἰς τὴν LM ἐάν:

α) δέν ὑπάρχει ζήτησις διὰ κερδοσκοπία (  $M_\alpha = 0$  ) ἢ ἄλλως ἢ ἐλαστικότης ζητήσεως χρήματος ὡς πρὸς τὸ  $i$  εἶναι



- μηδέν,  $dM_{\alpha}/di = 0$ ), όταν τό επιτόκιο είναι άνω του 0,10,  
 β) ή ελαστικότης ζήτησεως χρήματος ως προς τό  $i$   
 είναι άπειρος εις επιτόκιο 0,05, και  
 γ) ό συντελεστής του  $i$  πλησιάζει τό μηδέν.

Λύσεις:

α) Όταν δέν ύφίσταται ζήτησις χρήματος διά κερδοσκοπίαν εις επιτόκιο άνω του 0,10, ή LM καθίσταται κάθετος.

β) Όταν ή ελαστικότης ζήτησεως χρήματος ως προς τό  $i$  είναι άπειρος (δηλ. ή εξάρτησις ζήτησεως χρήματος διά κερδοσκοπίαν ως προς τό  $i$  είναι άπροσδιόριστος) εις  $i=0,05$  ή LM καθίσταται όριζόντιος.

γ) Όταν όμως  $i = 0$  ή LM μετατοπίζεται προς άριστερά και καθίσταται κάθετος εις μον.600 του  $Y$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 13ον Ἡ Ἀγορά Ἐργασίας

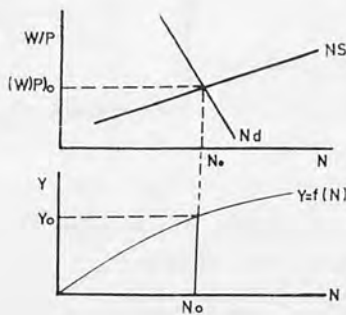
### 1. Ἰσορροπία εἰς τὴν Ἀγοράν Ἐργασίας

Ἰσορροπία εἰς τὴν ἀγοράν ἐργασίας ὑφίσταται ὅταν ἡ ζητούμενη ποσότης ἐκ τοῦ συντελεστοῦ "ἐργασία", ἰσοῦται πρὸς τὴν προσφερομένην ποσότητα ἐκ τοῦ συντελεστοῦ αὐτοῦ.

Θὰ ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ ἐπίπεδον προϊόντος, τὸ ὁποῖον προσδιορίζεται ἀπὸ τὴν συνθήκην ἰσορροπίας εἰς τὴν ἀγοράν ἐργασίας, ἀντιστοιχεῖ εἰς ἐπίπεδον πλήρους ἀπασχολήσεως.

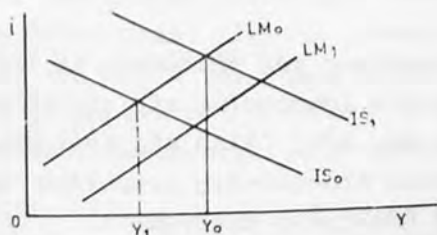
#### Παράδειγμα 1.

"Ἐστω ὅτι δίδονται αἱ συναρτήσεις ζήτησεως καὶ προσφορᾶς ἐργασίας  $N_d$  καὶ  $N_s$ , τότε ἡ ἰσορροπία θὰ συμβῇ εἰς τὸν πραγματικὸν μισθὸν  $(W/p)_0$ . Εἰς τὴν πραγματικὴν αὐτὴν ἀμοιβὴν, ἀντιστοιχεῖ ἀπασχολήσις  $N_0$  μον. ἐργασίας,



σφοδῆς χρήματος μετατίθεται ἡ LM ἀπὸ τὴν  $LM_0$  εἰς  $LM_1$ . Προφανῶς, ἰσορροπία πλήρους ἀπασχολήσεως δύναται νὰ ἐπιτευχθῆ διὰ διαφόρων συνδυασμῶν νομισματικῶν καὶ δημοσιονομικῶν μέτρων.

Τὰ ἀνωτέρω δεικνύονται εἰς τὸ κάτωθι διάγραμμα:



### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ἐάν ἡ συνάρτησις τοῦ ὀριακοῦ φυσικοῦ προϊόντος τῆς ἐργασίας εἶναι  $MPP_N = 800 - 2N$ , ἡ τιμὴ τῶν ἀγαθῶν εἶναι  $p = \text{μον.}2$  καὶ ἡ ἀμοιβὴ τῆς ἐργασίας ἀνά μονάδα εἶναι  $W = \text{μον.}4$ , ἡ ἀπασχολουμένη ποσότης ἐργασίας εἶναι:

- α) μον.20 ,
- β) μον.399 ,
- γ) μον.800 , ἢ
- δ) μον.80 ;

Ἀπάντησις: Ἰσχύει ἡ (β) πρότασις, διότι:

$$MPP_N \times p = W \quad \text{ἢ} \quad (800 - 2N)2 = 4 \Rightarrow N = \text{μον.}399.$$

Δηλ. ἐν προκειμένῳ, ἰσχύει ὁ γνωστός νόμος τῆς παραγωγικότητος, ὅπου ἡ ἀμοιβὴ τοῦ συντελεστοῦ παραγωγῆς ἰσοῦται μέ τὴν ἀξίαν τοῦ ὀριακοῦ φυσικοῦ προϊόντος αὐτοῦ.

2. Μία αύξησης του χρηματικοῦ μισθοῦ, θά:

- α) μετατοπίση τήν καμπύλην ζητήσεως ἐργασίας πρός τά δεξιά,
- β) μετατοπίση τήν καμπύλην ζητήσεως ἐργασίας πρός τά ἀριστερά,
- γ) αύξήση τήν ζητουμένην ποσότητα ἐργασίας, ἢ
- δ) μειώση τήν ζητουμένην ποσότητα ἐργασίας.

Ἀπάντησις: Ἰσχύει ἡ (δ) πρότασις, δηλ. μειοῦται ἡ ζητουμένη ποσότης ἐργασίας.

3. Δοθείσης τῆς καμπύλης ζητήσεως ἐργασίας, ἡ ζητουμένη ποσότης ἐργασίας:

- α) μειοῦται ὅταν αύξάνη τό ἐπίπεδον τῶν τιμῶν,
- β) αύξάνει ὅταν αύξάνη τό ἐπίπεδον τῶν τιμῶν,
- γ) αύξάνει ὅταν κατά τήν αὐτήν ἀναλογίαν αύξάνουν αἱ τιμαί καί οἱ χρηματικοί μισθοί, ἢ
- δ) μειοῦται ὅταν κατά τήν αὐτήν ἀναλογίαν αύξάνουν αἱ τιμαί καί οἱ χρηματικοί μισθοί.

Ἀπάντησις: Ἰσχύει ἡ (β) πρότασις.

4. Ποῖαι ἀπό τάς κάτωθι προτάσεις εἶναι ἀληθεῖς ;

α) Ἰσορροπία πλήρους ἀπασχολήσεως ὑφίσταται ὅταν ὑπάρχη ταυτόχρονος ἰσορροπία εἰς τάς ἀγοράς χρήματος, προϊόντος καί ἐργασίας.

β) Ὑφίσταται μή ἠθελημένη ὑποαπασχόλησις ἐάν ἡ ἰσορροπία εἰς τάς ἀγοράς χρήματος καί προϊόντος λαμβάνει χώραν εἰς ἐπίπεδον εἰσοδήματος ὑψηλότερον ἀπό ἐκεῖνο τό ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς ἐπίπεδον ἰσορροπίας εἰς τήν ἀγοράν ἐργασίας.

γ) Ἡ μόνη αἰτία μή ἠθελημένης ὑποαπασχολήσεως εἶναι ἡ ὑψηλή πραγματική ἀμοιβή ( $W/P$ ).

Ἀπάντησις: Ἀληθής εἶναι μόνον ἡ (α) πρότασις.

5. Ἐάν ὑφίσταται μὴ ἠθελημένη ὑποαπασχόλησις λόγω ἀνεπαρκoῦς δαπάνης, ἰσορροπία πλήρους ἀπασχολήσεως δύναται νὰ ἐπιτευχθῆ διὰ:

- α) μειώσεως τοῦ πραγματικοῦ μισθοῦ ( $W/P$ ),
- β) μειώσεως τοῦ χρηματικοῦ μισθοῦ ( $W$ ),
- γ) μειώσεως τῶν φόρων, ἢ
- δ) μειώσεως τῆς ποσότητος χρήματος.

Ἀπάντησις: Ἰσχύει ἡ (γ) πρότασις.

6. Ποῖαι ἀπὸ τὰς κάτωθι προτάσεις δέν εἶναι ἀληθεῖς ;

α) Ἡ ἐργασία ἠθελημένως ὑποαπασχολεῖται ὅταν ὑφίσταται ταυτόχρονος ἰσορροπία εἰς τὰς ἀγοράς χρήματος, προϊόντος καὶ ἐργασίας, ἀλλὰ οἱ ἐργάται ἐπιθυμοῦν νὰ ἐργασθοῦν εἰς ὑψηλότερον μισθόν.

β) Ἡ ἐργασία μὴ ἠθελημένως ὑποαπασχολεῖται ἐάν ἡ προσφερομένη ποσότης ἐργασίας εἰς τὸν ὑφιστάμενον πραγματικόν μισθόν ὑπερβαίνει τὴν ζητουμένην ποσότητα ἐργασίας.

γ) Ἡ ἐργασία μὴ ἠθελημένως ὑποαπασχολεῖται ἐάν ἡ προσφορά ἀγαθῶν ὑπερβαίνει τὴν ζήτησιν ἀγαθῶν.

δ) Ἡ ἐργασία μὴ ἠθελημένως ὑποαπασχολεῖται ἐάν ὑφίσταται ταυτόχρονος ἰσορροπία εἰς τὰς ἀγοράς χρήματος, προϊόντος καὶ ἐργασίας, ἀλλὰ οἱ ἐργάται ἐπιθυμοῦν νὰ ἐργασθοῦν εἰς χαμηλότερον πραγματικόν μισθόν.

Ἀπάντησις: Ἡ (δ) πρότασις δέν εἶναι ἀληθής.

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Τὸ ὀριακόν φυσικόν προϊόν τῆς ἐργασίας ἔστω ὅτι εἶναι  $MPP_N = 1500 - 8N$ , ἔνθα  $N$  αἱ μονάδες τοῦ ἀπασχολουμένου συντελεστοῦ "ἐργασία". Ποία ποσότης ἐκ τῆς ἐργασίας θὰ ζητηθῆ, ἐάν:



- α) οί χρηματικοί μισθοί είναι μον.4 κατά μον. και ή τιμή  $p = 2$ ,  
 β) οί χρηματικοί μισθοί είναι  $W = \text{μον.4}$  κατά μον. και ή τιμή  $p = 1$ , ή  
 γ) οί χρηματικοί μισθοί είναι μον.6 κατά μον. και ή τιμή  $p = 1,5$  ;

Λύσεις:

Από τήν μικροοικονομικήν θεωρίαν είναι γνωστόν ότι είς μίαν ανταγωνιστικήν αγοράν ή επιχείρησις προκειμένου νά μεγιστοποιήση τά κέρδη της, θά άπασχολήση ποσότητα συντελεστοῦ ἕως ὅτου ή κατά μονάδα άμοιβή αὐτοῦ, ἔξισωθῆ πρός τήν άξίαν τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος τοῦ συντελεστοῦ ( $MRP_N$ ). Ὅμως ή ὀριακή χρηματική πρόσσοδος  $MRP$  ἔξαρτᾶται από τήν τιμήν ( $p$ ) καί τό ὀριακόν φυσικόν προϊόν ( $MPP$ ). Ἦτοι:  
 $MRP = p(1500 - 8N)$ , ἔνῳ ή κατά μον. άμοιβή τοῦ συντελεστοῦ είναι  $W$ . Ὡστε  $p(1500 - 8N) = W$  ή  $(1500 - 8N) = W/p$ .

$$\alpha) 1500 - 8N = 2 \Rightarrow N = 187,25 .$$

$$\beta) 1500 - 8N = 4 \Rightarrow N = 187 .$$

$$\gamma) 1500 - 8N = 4 \Rightarrow N = 187 .$$

2. Δοθείσης τῆς καμπύλης ζητήσεως, τί θά συμβῆ είς τήν ζητούμενην ποσότητα ἔργασίας, εάν:

- α) ὁ χρηματικός μισθός ανά μονάδα ἔργασίας μειοῦται,  
 β) τό επίπεδον τῶν τιμῶν πίπτει, ή  
 γ) λαμβάνει χώραν ποσοστιαία μείωσις, είς τόν χρηματικόν μισθόν καί είς τό επίπεδον τιμῶν ;

Λύσεις:

α) Ὄταν μειοῦται ὁ χρηματικός μισθός χωρίς νά μεταβάλλεται τό επίπεδον τῶν τιμῶν, μειοῦται ὁ πραγματικός

μισθός και επομένως αυξάνει ή ζητούμενη ποσότητα εργασίας.

β) Όταν μειούται τό επίπεδο των τιμών, *ceteris paribus*, ό πραγματικός μισθός αυξάνει και ή ζητούμενη ποσότητα εργασίας μειούται.

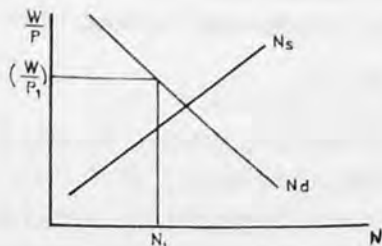
γ) Η αναλογική μεταβολή είς τόν  $W$  και  $p$  δέν μεταβάλλει τήν ζητούμενην ποσότητα εργασίας, έπειδή δέν μεταβάλλεται ό πραγματικός μισθός.

3. Είς τό κάτωθι διάγραμμα, ό πραγματικός μισθός είναι:  $(W/p)_1$ . Τί θά συμβή είς τό επίπεδο της μή ήθελημένης ύποαπασχόλησεως, εάν:

α) ή μή ώφελιμότητα έκ της εργασίας μειούται, ή

β) ή όριακή φυσική παραγωγικότητα της εργασίας

αυξάνει ;



#### Αύσεις:

α) Η μείωση είς τήν μή ώφελιμότητα της εργασίας μεταθέτει τήν καμπύλην προσφοράς της εργασίας προς τά δεξιά, αυξάνουσα τήν μή ήθελημένην ύποαπασχόλησιν.

β) Η αύξησης της όριακής παραγωγικότητας της εργασίας, μεταθέτει τήν καμπύλην

ζητήσεως προς τά δεξιά, μειώνουσα τήν μή ήθελημένην ύποαπασχόλησιν.

4. Η ζήτηση εργασίας  $N_d$  ίσοϋται μέ  $175 - 12,5W$ , ένθα  $W$  παριστά τόν πραγματικόν μισθόν. Η προσφορά εργασίας  $N_s$  ίσοϋται μέ  $140 + 5W$ .

α) Εάν ό πραγματικός μισθός ( $W$ ) είναι μον.3 ύφίσταται ίσορροπία είς τήν άγοράν εργασίας ;

β) Ποιος είναι ο πραγματικός μισθός ισορροπίας;

Λύσεις:

α) Όταν ο πραγματικός μισθός είναι  $W = \text{μον. } 3$ , οι συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς εργασίας είναι αντίστοιχως:

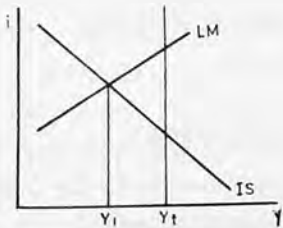
$$N_d = 175 - 12,5(3) = 137,5 \quad \text{καί} \quad N_s = 140 + 5(3) = 155$$

Άρα υφίσταται μὴ ήθελημένη ύποαπασχόλησις 17,5 μον.

β) Ο πραγματικός μισθός ισορροπίας, προκύπτει διά τῆς ἐξισώσεως :

$$N_d = N_s, \quad \text{ἤτοι} \quad 175 - 12,5W = 140 + 5W \Rightarrow W = 12$$

5. Εἰς τὸ κάτωθι διάγραμμα,  $Y_f$  παριστᾷ ἰσορροπίαν εἰς τὴν ἀγορὰν ἐργασίας,  $Y_1$  παριστᾷ ἰσορροπίαν εἰς τὰς ἀγορὰς χρήματος καὶ προϊόντος (ἐξίσωσις IS καὶ LM). Ἐρωτᾶται ἐάν υφίσταται πλήρης ἀπασχόλησις εἰς τὸν συντελεστήν "ἐργασία".



Λύσεις:

Ἡ πλήρης ἀπασχόλησις τῆς ἐργασίας ἀπαιτεῖ τὴν ταυτόχρονον ἰσορροπίαν τῶν ἀγορῶν χρήματος, προϊόντος καὶ ἐργασίας.

Ἐπειδὴ τὸ  $Y_1$  ( χρηματικὸν εἰσόδημα ) εἶναι μικρότερον τοῦ  $Y_f$  (εἰσόδημα πλήρους ἀπασχολήσεως), υφίσταται μὴ ήθελημένη ύποαπασχόλησις (ἀνεργία).

6. Ἐστω ὅτι:  $C = 60 + 0,75 Y_d$ ,  $Y_d = Y - T_x$ ,

$$I = 250 - 2000 i, \quad T_x = G = 24, \quad M_t = 0,25 Y, \quad M_\alpha = 134 - 500 i,$$

$M_s = 250$  καὶ ἰσορροπία μεταξὺ ζήτησεως καὶ προσφορᾶς ἐρ-

γασίας επιτυγχάνεται όταν απασχολούνται  $N_0 = \text{μον.} 375$  και τό αντίστοιχοῦν ἐπίπεδον προϊόντος εἶναι  $\text{μον.} 624$ . Νά εὐρεθῇ ἐάν ὑφίσταται ταυτόχρονος ἰσορροπία εἰς τὰς ἀγορὰς χρήματος, προϊόντος καὶ ἐργασίας.

Λύσις:

Κατ'ἀρχὴν εὐρίσκομεν τὴν ἐξίσωσιν IS (δηλ. τὴν ἰσορροπίαν εἰς τὴν ἀγορὰν προϊόντος):

$$Y = C + I + G \Rightarrow Y = 60 + 0,75(Y - 24) + 250 - 2000i + 24 \Rightarrow \\ \Rightarrow Y = 1264 - 8000i \text{ (ἐξίσωσις IS)}$$

Ἐν συνεχείᾳ εὐρίσκομεν τὴν LM (ἰσορροπία εἰς τὴν ἀγορὰν χρήματος):

$$M_s = M_t + M_a \Rightarrow 250 = 0,25Y + 134 - 500i \Rightarrow Y = 464 + 2000i \\ \text{(ἐξίσωσις LM)}$$

Ἡ ἰσορροπία εἰς τὰς ἀγορὰς χρήματος καὶ προϊόντος εὐρίσκεται διὰ τῆς ἐπιλύσεως τοῦ συστήματος:

$$Y = 1264 - 8000i \Rightarrow i = 0,08 \text{ καὶ } Y = \text{μον.} 624 \\ Y = 464 + 2000i$$

Κατὰ συνέπειαν ὑφίσταται ταυτόχρονος ἰσορροπία εἰς τὰς τρεῖς ἀγορὰς (χρήματος, προϊόντος καὶ ἐργασίας).

7. Δίδονται:

$$(1) C = 40 + 0,80 Y_d, Y_d = Y - T_x, I = 150 - 500i, \\ T_x = G = 20.$$

(2) ἡ ἐξίσωσις διὰ τὴν ἰσορροπία προϊόντος εἶναι:

$$Y = 970 - 2500i \text{ (ἐξίσωσις IS)}$$

$$(3) M_s = 250, M_t = 0,20Y, M_a = 146 - 400i$$

(4) ἡ ἐξίσωσις διὰ τὴν ἰσορροπία εἰς τὴν ἀγορὰν χρήματος εἶναι:

$$Y = 520 + 2000i \text{ (ἐξίσωσις LM)}$$

(1) Ισορροπία μεταξύ ζήτησης και προσφοράς εργασίας (Ισορροπία εις τήν αγοράν εργασίας) υφίσταται εις επίπεδον εισοδήματος μον.750 , καί

(6) Ισορροπία ταυτόχρονος εις τας αγοράς χρήματος καί προϊόντος υφίσταται εις επίπεδον εισοδήματος μον. 720 .

Ποία μεταβολή εις τήν δημοσίαν δαπάνην ή εις τούς φόρους απαιτείται ίνα ή οίκονομία εύρεθῆ εις επίπεδον πλήρους άπασχολήσεως (δηλ. ταυτόχρονος ίσορροπία καί εις τας τρεῖς αγοράς) ;

### Λύσεις:

Μέσω τῆς δημοσιονομικῆς πολιτικῆς, ή IS καμπύλη μετατίθεται δεξιά, ὥστε νά τμήσῃ τήν καμπύλην LM εις τό επίπεδον πλήρους άπασχολήσεως μον. 750. 'Αντικαθιστώντες τας μ.750 εις τήν έξίσωσιν LM ἔχομεν:

$$750 = 520 + 2000 i \Rightarrow i = 0,115$$

'Αλλά ἐνῶ τό ἀρχικόν επίπεδον ἐπιτοκίου ἦτο  $i_0 = 0,10$ , τώρα εις τό νέον επίπεδον ίσορροπίας (μον.750) προκύπτει ὑψηλότερον ἐπιτόκιον. Πλήν ὅμως, διὰ τῆς ἐπεκτατικῆς δημοσιονομικῆς πολιτικῆς, ἐπετεύχθη ταυτόχρονος ίσορροπία καί εις τας τρεῖς αγοράς εις ἐπιτόκιον  $i = 0,115$ . Γνωρίζομεν ὅμως ὅτι αἱ ἐπενδύσεις θά μειωθοῦν αύξανομένου τοῦ ἐπιτοκίου ἀπό 0,10 εις 0,115, συγκεκριμένως, θά μειωθοῦν κατά μον.7,5 καί ἐφ' ὅσον μειοῦνται αἱ ἐπενδύσεις θά μειωθῆ καί τό εἰσόδημα. θά πρέπει ἐπομένως ή δημοσιονομική πολιτική νά ἐξουδετερώσῃ τήν μείωσιν τῶν ἐπενδύσεων, ὥστε νά δυνηθῆ τό εἰσόδημα ν' ἀνέλθῃ κατά μον.30.

Αἱ δυνατάί ἐναλλακτικάί λύσεις τῆς δημοσιονομικῆς πολιτικῆς εἶναι:

1. ν' αύξηθῆ ή δημοσία δαπάνη ( $\Delta G$ ). Γνωρίζομεν ἐπίσης ὅτι ή  $\Delta G$  (αύξεις δημοσίας δαπάνης), μεταθέτει παραλλήλως τήν

IS προς τὰ δεξιά κατά  $K_e \Delta G$ , όπως επίσης η μείωσις τῶν ἐπενδύσεων ( $\Delta I$ ) μεταθέτει προς τὰ ἀριστερά τὴν IS κατά  $K_e \Delta I$  ὅπου:

$$K_e = \frac{1}{1-b} = \text{πολλαπλασιαστικῆς δημοσίων δαπανῶν} = \\ = \text{πολλαπλασιαστικῆς ἐπενδύσεων}$$

Ἐπομένως ἡ συνισταμένη αὐτῶν τῶν δύο μετατοπίσεων θὰ πρέπει νὰ ἰσοῦται μέ τὴν ἐπιθυμητὴν ἀξίωσιν τοῦ  $Y$  δηλ.  $\Delta Y$ .

Ἔστω: 
$$K_e \Delta G - K_e \Delta I = \Delta Y$$
 καί

2. νὰ μειωθοῦν οἱ φόροι. Πράγματι ἡ μείωσις τῶν φόρων ( $\Delta T_x$ ) μεταθέτει προς τὰ δεξιά τὴν IS κατά  $K_{tx} \Delta T_x$ , ἔνθα:

$$K_{tx} = \frac{-b}{1-b} = \text{πολλαπλασιαστικῆς αὐτονομῶν φόρων}$$

Ἔστω: 
$$K_{tx} \Delta T_x - K_e \Delta I = \Delta Y$$

Κατὰ τὸν πρῶτον τρόπον (1) εἶναι:

$$K_e \Delta G - K_e \Delta I = \Delta Y \\ 5 \Delta G - 37,5 = 30 \Rightarrow \Delta G = 13,50$$

Κατὰ τὸν δεῦτερον τρόπον (2) εἶναι:

$$K_{tx} \Delta T_x - K_e \Delta I = \Delta Y \\ 4 \Delta T_x - 37,5 = 30 \Rightarrow \Delta T_x = 16,875$$

8. Ἔστω τὸ κάτωθι μακροοικονομικὸ ὑπόδειγμα:

$C = 20 + 0,80 Y$  (1) Συνάρτησις καταναλώσεως

$I = 120 - 20 r$  (2) " ἐπενδύσεων

$M_t = 0,10 Y$  (3) " ζήτησεως χρήματος διὰ συναλλαγῆς - ἐξασφάλισιν

$M_a = 200 - 25 r$  (4) " ζήτησεως χρήματος διὰ κερδοσκοπίαν

$M = 200$  (5) Προσφορά χρήματος (ἐξωγενῶς καθορισμένη ὑπὸ τῶν νομισματικῶν ἀρχῶν)

$$Y = 50 L^{0,5} \quad (6) \quad \text{Συνάρτησις παραγωγῆς προϊόντος}$$

$$\frac{25}{\sqrt{L}} = \frac{W_m}{P} \quad (7) \quad \text{" ζητήσεως ἐργασίας}$$

$$W_m = 10 = \bar{W} \quad (8) \quad \text{Χρηματικὸς μισθὸς (καθορισμένος καὶ σταθερὸς)}$$

Ὑποθέτομεν ὅτι ἡ πλήρης ἀπασχόλησις, ἐπιτυγχάνεται εἰς τὸ ἐπίπεδον  $L^* = 144$  μον. ἐργασίας. Ζητοῦνται:

α) Ἡ οἰκονομία εὐρίσκεται ἐν ἰσορροπία εἰς ἐπίπεδον πλήρους ἀπασχολήσεως, ἢ ἐν ἰσορροπία εἰς ἐπίπεδον μὴ πλήρους ἀπασχολήσεως (ἀνεργία);

β) Πῶς εἶναι δυνατόν διὰ τῆς ἀσκήσεως Δημοσιονομικῆς Πολιτικῆς νὰ ἐξαλειφθῇ ἡ τυχόν ὑφισταμένη ἀνεργία εἰς τὴν οἰκονομίαν;

#### Λύσις:

α) Εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ καὶ πρὶν προβῶμεν εἰς τὴν λύσιν τῆς ἀσκήσεως, νομίζομεν ὅτι εἶναι ἀπαραίτητον νὰ παραθέσωμεν τὰς βασικὰς ἐξισώσεις τοῦ κλασσικοῦ ὑποδείγματος καὶ τοῦ κεϋνσιανοῦ ὑποδείγματος.

#### Κλασσικὸ Ὑπόδειγμα

$$(1) \quad N_d = N_d \frac{W}{P}$$

$$(2) \quad N_s = N_s \frac{W}{P}$$

$$(3) \quad Y = Y(N)$$

$$(4) \quad MV = PY$$

$$(5) \quad S = S(r)$$

$$(6) \quad I = I(r)$$

$$(7) \quad S = I$$

#### Κεϋνσιανὸν Ὑπόδειγμα

$$(1)' \quad N_d = N_d \frac{\bar{W}}{P}$$

$$(2)' \quad N_s = N_s \frac{\bar{W}}{P}$$

$$(3)' \quad Y = Y(N)$$

$$(4)' \quad M = kY + (L)r$$

$$(5)' \quad S = S(Y)$$

$$(6)' \quad I = I(r)$$

$$(7)' \quad S = I$$

$$(8)' \quad W = \bar{W}$$

Αι εξισώσεις (4)' - (7)' προσδιορίζουν τό επίπεδον τοῦ  $Y$ ,  $r$ , τῆς  $C$ ,  $S$  καί  $I$ . Προσδιοριζομένου τοῦ  $Y$ , μέσφ τῆς συναρτήσεως παραγωγῆς (3)', προσδιορίζεται ἡ ἀπασχόλησις ( $N$ ). Προσδιοριζομένης τῆς ἀπασχολήσεως  $N$  καί γνωστοῦ ὄντος τοῦ χρηματικοῦ μισθοῦ  $\bar{w}$ , ἡ ἀγορά ἐργασίας προσδιορίζει τό επίπεδον τῶν τιμῶν.

Αἱ ἐξισώσεις (1) καί (2) τοῦ κλασσικοῦ ὑποδείγματος προσδιορίζουν τήν ἀπασχόλησιν  $N$  καί τόν πραγματικόν μισθόν ( $W_r = W/P$ ). Προσδιοριζομένης τῆς ἀπασχολήσεως  $N$ , μέσφ τῆς (3) προσδιορίζεται τό επίπεδον τοῦ προϊόντος  $Y$  (ἐπίπεδον πλήρους ἀπασχολήσεως κατὰ τούς κλασσικούς).

Ἀπό τήν (4), γνωστήν ὡς ἐξίσωσιν Fisher, ὑποθέτοντες  $M$  καί  $V$  σταθερά μεγέθη, προσδιορίζομεν τό επίπεδον τῶν τιμῶν ( $P$ ) καί ἐπομένως ἀφοῦ ἔχει προσδιορισθῆ ὁ πραγματικός μισθός ( $W/P$ ), εὐκόλως προσδιορίζομεν τόν χρηματικόν μισθόν ( $W_m$ ).

Τέλος, ἀπό τὰς (5) - (7) προσδιορίζομεν τό  $r$ , τήν  $S$ ,  $I$  καί  $C$ .

Τά ἀνωτέρω λεχθέντα θά βοηθήσουν εἰς τήν εὑρεσιν τῶν μεταβλητῶν  $C$ ,  $I$ ,  $M_t$ ,  $M_a$ ,  $Y$ ,  $r$ ,  $W_r$ ,  $P$ , καί  $L$ .

Ἀπό τὰς ἐπί μέρους συναρτήσεις ζητήσεως χρήματος διὰ συναλλαγῆς καί κερδοσκοπίαν, λαμβάνομεν τήν συνάρτησιν συνολικῆς ζητήσεως χρήματος:

$$M_d = M_t + M_a = kY + L(r) \quad , \quad \text{δηλ.} \quad M_d = 0,10Y + 200 - 25r \quad (1)$$

Ἐλέχθη ὅτι ἰσορροπία εἰς τήν ἀγοράν χρήματος ὑφίσταται ὅταν πληροῦται ἡ συνθήκη:

$$M_d = M_s \quad (\text{Ζήτησις χρήματος} = \text{Προσφορά χρήματος})$$

Ἀφοῦ μᾶς δίδεται ἡ συνάρτησις καταναλώσεως, ἐξ' αὐτῆς λαμβάνομεν τήν συνάρτησιν ἀποταμιεύσεως, ἀφοῦ  $S = Y - C$ .

Ἦτοι:

$$S = -20 + 0,20Y \quad (2)$$



Αφ' ετέρου γνωρίζομεν ότι ἡ πλήρωσις τῆς συνθήκης  $S = I$  (ὡς ex ante μεγέθη) ἐξασφαλίζει τὴν ἰσορροπίαν εἰς τὴν ἀγορὰν προϊόντος.

Ἐξισοῦμεν ἐπομένως τὴν  $M_d$  μὲ τὴν προσφοράν χρήματος  $M_s$  καὶ τὴν  $S$  μὲ τὴν  $I$  καὶ ἔχομεν:

$$\begin{aligned} 0,10 Y + 200 - 25 r &= 200 & \rightarrow & 0,10 Y - 25 r = 0 & \rightarrow & Y = 500 \\ -20 + 0,20 Y &= 120 - 20 r & \rightarrow & 0,20 Y + 20 r = 140 & & \text{καὶ} \\ & & & & & r = 2\% \end{aligned}$$

Δι' ἀπλῆς ἀντικαταστάσεως λαμβάνομεν:

$$\begin{aligned} C &= 20 + 0,80(500) = 420, & I = S &= 120 - 20(2) = 80, \\ M_t &= 0,10(500) = 50, & M_a &= 200 - 25(2) = 150 \end{aligned}$$

Δι' ἀντικαταστάσεως τῆς τιμῆς  $Y_E = 500$  (εἰσόδημα ἰσορροπίας) εἰς τὴν ἐξίσωσιν παραγωγῆς, ἔχομεν:

$$500 = 50 \cdot L^{0,5} \rightarrow L_E = 100 \text{ μον.}$$

Διὰ νὰ εὐρωμεν τὸ ἐπίπεδον τῶν τιμῶν, ἀντικαθιστῶμεν τὴν τιμὴν  $L_E = \text{μον.}100$  εἰς τὴν ἐξίσωσιν (7) τοῦ ὑποδείγματος, ὁπότε:

$$\frac{25}{\sqrt{100}} = \frac{10}{P} \rightarrow P_E = 4$$

Ἄρα τὸ ἐπίπεδον τῶν τιμῶν ποῦ συνδέει τὰς δύο ἀγορὰς μὲ τὴν ἀγορὰν ἐργασίας, εἶναι  $P_E = 4$ .

Ἀφοῦ ὅμως ἡ πλήρης ἀπασχόλησις ἀνέρχεται εἰς:  $L^* = \text{μον.}144$ , ὑφίσταται ἰσορροπία μὲ ταυτόχρονον ὑπαρξιν ἀνεργίας ( $144 - 100 = 44$ ).

β) Διὰ τῆς ἀσκήσεως Δημοσιονομικῆς Πολιτικῆς ἐπιτυγχάνεται ἡ ἐξάλειψις τῆς ἀνεργίας, δηλ. ἡ ἀπορρόφησις τῶν 44 μον. Μὲ ἄλλα λόγια, θὰ πρέπει τὸ Κράτος νὰ προβῇ εἰς αὐξήσιν τῆς συνολικῆς ἐνεργοῦ ζήτησεως.

$$\begin{aligned} \text{Ἀφοῦ: } L^* &= 144 \rightarrow Y^* = 50 \cdot L^{0,5} = 50 \cdot 144^{0,5} = \\ &= 50 \cdot \sqrt{144} = 600 = \text{εἰσόδημα πλήρους ἀπασχολήσεως} \end{aligned}$$

όποτε διά  $Y^* = 600$ , είναι  $C = 20 + 0,80 \cdot 600 = 500$

Ἡ ἐξίσωσις IS εὐρίσκεται ἐκ τῆς σχέσεως:

$$Y^* - C = I + G \quad \eta \quad 600 - 500 = 120 - 20r + G \quad \eta \quad 20r - G = 20$$

Ἡ προκύψασα ἐξίσωσις ἐκφράζει τὴν ἰσορροπίαν εἰς τὴν ἀγορὰν προϊόντος (νέα καμπύλη IS).

Ἐρχόμεθα εἰς τὴν ἀγορὰν χρήματος:

$$0,10 Y^* + 200 - 25r = 200 + r = 2,4$$

Ἀντικαθιστῶντες τὴν τιμὴν αὐτὴν ( $r = 2,4$ ) εἰς τὴν νέαν συνάρτησιν IS μετὰ τὴν ἀσκήσιν δημοσιονομικῆς πολιτικῆς λαμβάνομεν:

$$20 \cdot 2,4 - G = 20 + G = 28$$

Τὸ κράτος προβαίνει εἰς δαπάνας μον.28. Ἡ συνολικὴ ἐνεργὸς ζήτησις τότε θὰ εἶναι:  $C + I + G = Y^*$ .

$$\text{Πράγματι: } C = 20 + 0,80 \cdot 600 = 500, \quad I = 120 - 20 \cdot 2,4 = 72 \\ G = 28, \quad \omega\sigma\tau\epsilon \quad C + I + G = 600$$

Αἱ τιμαὶ τῶν λοιπῶν μεταβλητῶν, εὐρίσκονται εὐκόλως δι' ἀπλῶν ἀντικαταστάσεων. Εἶναι ἀνάγκη εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ νὰ κάνωμεν τὴν ἐξῆς παρατήρησιν: Γνωρίζομεν ὅτι ἡ αὐξησις τοῦ εἰσοδήματος ( $\Delta Y$ ), ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τῶν Δημοσίων Δαπανῶν ἐπὶ τὸν Πολλαπλασιαστικὴν Δαπάνης, ἥτοι:  $\Delta Y = K_e \cdot \Delta G$ . Ἀλλὰ  $100 \neq \frac{1}{1-0,8} \cdot 28 = 5 \cdot 28 = 140$ . Τοῦτο συνέβη ἐπειδὴ τὸ ἐπιτόκιον ἠϋξήθη ἀπὸ 2% εἰς 2,4%, ὥστε αἱ ἐπενδύσεις αἱ ὅποια ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὸ ἐπιτόκιον, νὰ μειωθοῦν ἀπὸ  $I = 80$  εἰς  $I = 72$ , καὶ ἐπομένως τὸ εἰσόδημα νὰ μειωθῇ πολ/στικῶς κατὰ  $8 \cdot \frac{1}{1-0,8} = 40$ . Δι' αὐτὸ ἀκριβῶς τὸ εἰσόδημα ἠϋξήθη κατὰ μον.100 καὶ ὄχι κατὰ μον.140 ὡς ἀνεμένετο.

9. Δίδεται ἡ συνάρτησις παραγωγῆς  $Q = K^b L^{(1-b)}$  καὶ ὑποθέτομεν ὅτι οἱ ἐπιχειρηματῆαι ἐνεργοῦν κατὰ τοιοῦτον τρό-

πον ώστε να μεγιστοποιούν τα κέρδη των.

Νά εūρεθῆ ἡ συνάρτησις ζητήσεως δι' ἔργασίαν. Δοθείσης τῆς συναρτήσεως συνολικῆς προσφορᾶς  $Q_s = p^{1/2}$ , ποῖα τὰ πιθανὰ ἀποτελέσματα τῆς ποσοστιαίας μεταβολῆς τῶν δαπάνων  $Y$ , ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροπίας τοῦ προϊόντος, τιμῶν, καὶ ἀπασχολήσεως ;

### Λύσις:

Ἐφ' ὅσον  $Q = K^b L^{(1-b)}$  γνωρίζομεν ὅτι ὑπὸ συνθήκας ἐλευθέρου ἀνταγωνισμοῦ καὶ σταθερῶν ἀποδόσεων κλίμακος, ἡ ἀμοιβὴ τοῦ συντελεστοῦ "ἐργασία" εἶναι τὸ ὀριακὸν προϊόν αὐτοῦ, ἥτοι:

$$W = p \cdot \frac{\partial Q}{\partial L} \quad \text{ἢ} \quad \frac{W}{p} = \frac{\partial Q}{\partial L} \quad \text{ἢ} \quad \frac{W}{p} = (1-b) \cdot K^b / L^b = (1-b) \cdot \left(\frac{K}{L}\right)^b$$

$$\text{ἢ} \quad L^b \cdot W = p(1-b) \cdot K^b \quad \text{ἢ} \quad L^b = \frac{p}{W}(1-b) \cdot K^b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_d = \sqrt[b]{\frac{p}{W} \cdot (1-b) \cdot K^b} \Rightarrow (1-b)^{1/b} \cdot K \cdot \left(\frac{W}{p}\right)^{-1/b} = L_d$$

(συνάρτησις ζητήσεως ἐργασίας)

Διὰ νά ἴδωμεν τὰ ἀποτελέσματα, τὰ ὁποῖα προκαλεῖ ἡ μεταβολὴ τοῦ  $Y$  ἐπὶ τοῦ προϊόντος, ἐργαζόμεθα ὡς ἐξῆς:

$$\text{Ἐκ τῆς} \quad Q_s = p^{1/2} \Rightarrow p = Q_s^2, \quad \text{ὁπότε} \quad Q_s = \frac{Y}{p} \quad \text{ἢ} \quad Y = Q_s^3.$$

Ἐν συνεχείᾳ ὑπολογίζομεν τὴν ἐλαστικότητα τοῦ προϊόντος ὡς πρὸς τὸ  $Y$ , ἥτοι:

$$n_{Q,Y} = \frac{dQ}{dY} \cdot \frac{Y}{Q} = \frac{1}{p} \cdot \frac{Q_s^3}{Q_s} = \frac{1}{Q_s^2} \cdot \frac{Q_s^3}{Q_s} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Ὁμοίως} \quad n_{p,Y} = \frac{dp}{dY} \cdot \frac{Y}{p} = 1 - n_{Q,Y} = \frac{2}{3}$$

Τέλος ἡ ἐλαστικότης ἀπασχολήσεως ὡς πρὸς τὰς συνολικὰς δαπάνας  $= 1/(3-3b) = n_{L,Y}$ .

10. 1. Δίδεται η συνάρτησις παραγωγής  $Q = 10 L^{1/2}$ , να εύρεθῃ ἡ συνάρτησις ζητήσεως ἐργασίας.

2. Δοθέντων τῶν δύο καμπύλων προσφοράς ἐργασίας εἰς τὰ κατωτέρω ὑποδείγματα, να εύρεθῶν αἱ ἐξισώσεις διὰ τὸ ἐπίπεδον ἰσορροπίας τῆς ἀπασχολήσεως καὶ προϊόντος (παραγωγῆς) εἰς ἕκαστον ὑπόδειγμα:

Ἐπίδειγμα I

$$L_s = 10 W$$

Ἐπίδειγμα II

$$L_s = 10 \frac{W}{P}$$

3. Δι' ἕκαστον τῶν ἀνωτέρω ὑποδειγμάτων, να ὑπολογισθοῦν αἱ ἐλαστικότητες:

i. τοῦ προϊόντος,  $Q$ , ὡς πρὸς τὰς συνολικὰς δαπάνας, (ζήτησιν)  $Y$ ,

ii. ἀπασχολήσεως,  $L$ , ὡς πρὸς τὰς συνολικὰς δαπάνας  $Y$ ,

iii. τοῦ ἐπιπέδου τιμῶν,  $P$ , ὡς πρὸς τὰς συνολικὰς δαπάνας,  $Y$ .

Λύσις:

$$1. \quad \text{Εἶναι: } \frac{W}{P} = \frac{\partial Q}{\partial L} = 1/2 \cdot 10 \cdot L^{-(1/2)} = 5 \cdot \frac{1}{L^{1/2}} = \frac{5}{\sqrt{L}}$$

ὅπου  $\partial Q / \partial L =$  ὀριακὸν φυσικὸν προϊόν τῆς ἐργασίας.

$$\text{Ἐκ τῆς ἀνωτέρω σχέσεως} \rightarrow \frac{W^2}{P^2} = \frac{25}{L} \Rightarrow 25 - P^2 = L \cdot W^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L_d = 25 \frac{W}{P}^{-2}, \quad \text{ἤτοι ἡ συνάρτησις ζητήσεως ἐργασίας.}$$

2. Ἐπίδειγμα I

$$L_s = L_d \Rightarrow L_e = (2600)^{1/3} \cdot P^{2/3}$$

$$Q_e = (10)(2500)^{1/6} (P)^{1/3}$$

$Q_e$  εἰς τὸ ὑπόδειγμα I ὡς συνάρτησις τῆς τιμῆς  $P$  θεωρεῖται

Ἐπίδειγμα II

$$L_e = (2500)^{1/3}$$

$$Q_e = (2500)^{1/6}$$

ως μία συνολική καμπύλη προσφοράς.

3. Υπόδειγμα I

i.  $n_{Q,Y} = \frac{dQ}{dY} \cdot \frac{Y}{Q} = \frac{1}{4}$

ii.  $n_{L,Y} = \frac{1}{2}$

iii.  $n_{P,Y} = \frac{3}{4}$

Υπόδειγμα II

$n_{Q,Y} = 0$

$n_{L,Y} = 0$

$n_{P,Y} = 1$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 14ον Ὁ Ρόλος τῶν Τιμῶν εἰς τὴν Εἰσο- δηματικὴν Ἴσορροπίαν

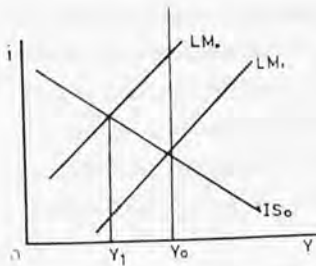
### 1. Ὁ Ρόλος τῶν τιμῶν καὶ ἡ ἰσορροπία εἰς τὴν ἀγορὰν χρή- ματος

Ἡ πραγματικὴ προσφορὰ χρήματος ( $m$ ) ἰσοῦται μέ τόν λόγον τῆς ὀνομαστικῆς προσφορᾶς χρήματος ( $M$ ) διὰ τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν ( $p$ ). Ὄταν τό γενικόν ἐπίπεδον τῶν τιμῶν πίπτῃ, ἡ πραγματικὴ προσφορὰ χρήματος ( $M/P$ ) αὐξάνει καί ἡ  $LM$  μετακινεῖται πρὸς τὰ δεξιὰ. Ἀντιθέτως ὅταν ἡ τιμὴ αὐξάνῃ, ἡ πραγματικὴ προσφορὰ χρήματος πίπτει καί ἡ  $LM$  μετατίθεται πρὸς τὰ ἀριστερά. Κατὰ συνέπειαν διὰ τῶν αὐξομειώσεων τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν, ἐπιτυγχάνεται ἡ ταυτόχρονος ἰσορροπία καί εἰς τὰς τρεῖς ἀγοράς.

Συγκεκριμένως, ὅταν τό εἰσόδημα ἰσορροπίας εἰς τὰς ἀγοράς χρήματος καί προϊόντος ὑπερβαίνῃ τό εἰσόδημα τό ἀντιστοιχοῦν εἰς πλήρη ἀπασχόλησιν (ἰσορροπία εἰς τὴν ἀγορὰν ἐργασίας), τότε διὰ τῆς αὐξήσεως τῶν τιμῶν ἐπιτυγχάνεται ἰσορροπία εἰσοδήματος εἰς ἐπίπεδον πλήρους ἀπασχολήσεως. Τό ἀντίθετον συμβαίνει ὅταν τό εἰσόδημα ἰσορροπίας εἰς τὰς ἀγοράς χρήματος καί προϊόντος κεῖται κάτω τοῦ ἐπιπέδου πλήρους ἀπασχολήσεως.

Παράδειγμα:

Διὰ τοῦ μικροῦ γράμματος  $y$  συμβολίζομεν τό πραγματικόν εἰσόδημα. Ἐστω  $y_0$  τό εἰσόδημα πλήρους ἀπασχολήσεως (δηλ. εἰσόδημα ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν ἰσορροπίαν ἀγορᾶς ἐργα-



σίας) και  $y_1$  εισόδημα ισορροπίας εἰς τὰς ἀγορὰς χρήματος καὶ προϊόντος, κάτω τοῦ ἐπιπέδου πλήρους ἀπασχολήσεως (ὑπαρξίς ὑποαπασχολήσεως).

Διὰ νὰ ἐπιτευχθῇ τὸ εἰσόδημα πλήρους ἀπασχολήσεως προβαίνομεν εἰς τὴν μείωσιν τῶν τιμῶν, ὁπότε αὐξάνει ἡ πραγματικὴ προσφορά χρήματος:

( $m = M/P$ ), ἄρα ἔχομεν παράλληλον μετάθεσιν τῆς LM εἰς τὴν θέσιν  $LM_1$ . Εἰς τὸ εἰσόδημα  $y_0$  ἐπιτυγχάνεται ταυτόχρονος ἰσορροπία καὶ εἰς τὰς τρεῖς ἀγορὰς.

## 2. Ὁ ρόλος τῶν τιμῶν καὶ ἡ ἰσορροπία εἰς τὴν ἀγορὰν προϊόντος

Αἱ μεταβολαὶ τῶν τιμῶν, ἐπιδροῦν ἐπὶ τῶν συνολικῶν δαπανῶν. Ἡ πτώσις τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν, θὰ αὐξήσῃ τὴν συνολικὴν δαπάνην, μὲ ἀποτέλεσμα τὴν μετάθεσιν τῆς IS καμπύλης πρὸς τὰ δεξιὰ· ἀντιθέτως ἡ αὐξήσις τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν θὰ μείωσῃ τὴν συνολικὴν δαπάνην καὶ ἡ IS θὰ μετατεθῇ πρὸς τὰ ἀριστερά.

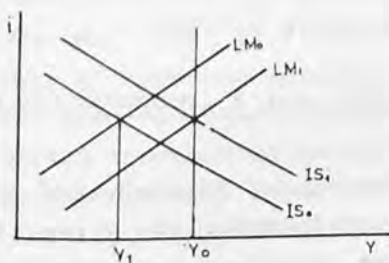
Παράδειγμα:

Ἐστω  $y_0$  ἐπίπεδον ἰσορροπίας πραγματικοῦ εἰσοδήματος, ἀντιστοιχοῦν εἰς πλήρη ἀπασχόλησιν καὶ  $y_1$  εἰσόδημα ἰσορροπίας τὸ ὁποῖον σχηματίζεται ἀπὸ τὰς καμπύλας  $IS_0$  καὶ  $LM_0$  εἰς τὰς ἀγορὰς προϊόντος καὶ χρήματος. Ἰσχύουσι αἱ ὑποθέσεις ὅτι:

1. τὰ ἀγαθὰ καὶ αἱ ὑπηρεσίαι προσφέρονται μόνον ἐφ' ὅσον ὑφίσταται ζήτησις δι' αὐτά, καὶ
2. οἱ χρηματικοὶ μισθοὶ καὶ αἱ τιμαὶ πίπτουν ἀναλογικῶς

Όταν υφίσταται υποαπασχόλησις, ώστε ο πραγματικός μισθός, να μην μεταβάλλεται. Υποαπασχόλησις υπάρχει εις εισόδημα  $Y_1$ . Αι τιμαί θα έπρεπε να μειωθούν, ώστε να αύξηθουν η πραγματική προσφορά χρήματος και αι πραγματικά πληρωμαί. Διά τής μειώσεως του επιπέδου των τιμών, μετατίθενται προς τα δεξιά αι καμπύλαι IS και LM, έως ότου επιτευχθῆ ταυτόχρονος ίσορροπία εις τας αγοράς χρήματος, προϊόντος και εργασίας, εις τό πραγματικόν εισόδημα  $Y_0$ .

Τό κάτωθι διάγραμμα δεικνύει τά άνωτέρω:



### 3. Αύταπότη του χρήματος και Κατώτερος Χρηματικός Μισθός εις τήν 'Αγοράν 'Εργασίας

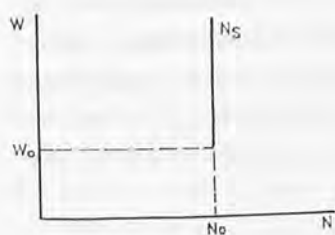
Εις ένα Κεϋνσιανόν υπόδειγμα, ο συντελεστής "έργασια" προσφέρει τας υπηρεσίας του επί τῆ βάσει του χρηματικού μισθοῦ και ούχί του πραγματικοῦ μισθοῦ, ἐφ' ὅσον υφίσταται υποαπασχόλησις του συντελεστοῦ.

Εις τό διάγραμμα (α), ἡ συνάρτησις προσφοράς εργασίας  $N_S$  ἔχει κατώτερον χρηματικόν μισθόν  $W_0$ , δηλ. ἡ ἐργατική δύναμις δέν εἶναι διατεθειμένη νά προσφέρῃ τας υπηρεσίας της κάτω του ἐλαχίστου αὐτοῦ χρηματικοῦ μισθοῦ  $W_0^*$ . Τό ἐπίπεδον ἀπασχολήσεως  $N_0$ , παριστᾶ πλήρη ἀπασχόλησιν

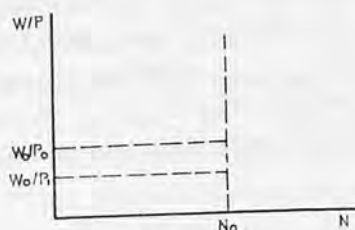
\* Δυνάμεθα κατά συνέπειαν νά διατυπώσωμεν τήν συνάρτησιν προσφοράς εργασίας ὡς ἐξῆς:  $N_S = W_0 + \phi(W_0)$  ὅταν  $N > N_0$  καί  $N_S = W_0$ , ὅταν  $N < N_0$ .



καί εἶναι τό σημεῖον εἰς τό ὅποιον λαμβάνει τέλος ἡ αὐταπάτη τοῦ χρήματος (money illusion).



(α)



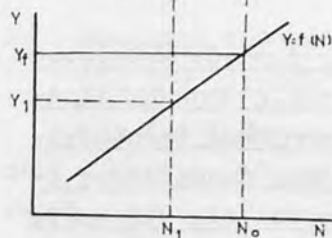
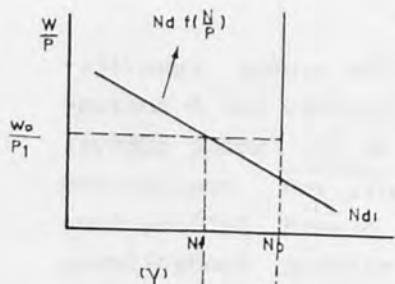
(β)

Εἰς τό διάγραμμα (β), ὁ χρηματικός μισθός ἐμφανίζεται εἰς πραγματικούς ὄρους καί παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πραγματικός μισθός πίπτει ἀπό  $W_0/P_0$  εἰς  $W_0/P_1$  καθώς αὐξάνει ἡ τιμή ἀπό  $p_0$  εἰς  $p_1$ . Τοιαύτη μείωσις τοῦ πραγματικοῦ μισθοῦ μέσφ αὐξήσεως τῆς τιμῆς εἶναι δυνατή, ἐφ' ὅσον ἀπασχολεῖται ἐργασία κάτω τοῦ ἐπιπέδου πλήρους ἀπασχολήσεως  $N_0$ .

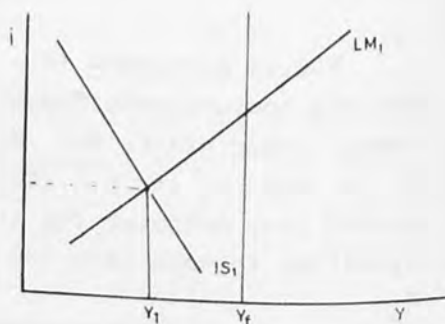
Κατά τήν Κεϋνσιανήν θεωρίαν, εἶναι δυνατόν νά ὑφίσταται ταυτόχρονος ἰσορροπία καί εἰς τās τρεῖς ἀγοράς (χρήματος, προϊόντος, ἐργασίας) μέ ὑπαρξιν συγχρόνως ὑποαπασχολήσεως· ἐνῶ κατά τούς κλασσικούς, ἡ πλήρης ἀπασχόλησις ἐταυτίζεται μέ τήν ταυτόχρονον ἰσορροπίαν καί εἰς τās τρεῖς ἀγοράς. Ἰσορροπία μέ ὑποαπασχόλησιν εἶναι σταθερά ἰσορροπία, ἐφ' ὅσον δέν λαμβάνει χώραν ἐπικτατική οἰκονομική πολιτική ἀφ' ἑνός, καί ἀφ' ἑτέρου οὐδεμία μεταβολή εἰς τόν χρηματικόν μισθόν.

## Παράδειγμα:

Υποθέτομεν εις τό κατωτέρω διάγραμμα (α) χρηματικών μισθόν  $W_0$ , επίπεδον τιμών  $p_1$ , επίπεδον πλήρους απασχολήσεως  $N_0$ , ένφ εις τό διάγραμμα (β) έμφαίνεται ή νομισματική ίσορροπία καί ή ίσορροπία προϊόντος υπό τών καμπύλων  $LM_1$  καί  $IS_1$  άντιστοίχως. Δοθείσης τής καμπύλης ζήτησεως εργασίας  $N_{d_1}$ ,  $N_1$  μονάδες εργασίας ζητούνται, τό δέ παραγόμενον προϊόν είναι  $Y_1$ . Τό επίπεδον προϊόντος  $Y_1$  είναι επίσης τό επίπεδον ίσορροπίας εις τας άγοράς χρήματος καί



(α)



(β)

προϊόντος\* ώστε τό πραγματικόν εισόδημα  $Y_1$  είναι επίπεδον ταυτοχρόνου ίσορροπίας καί εις τας τρεις άγοράς, καίτοι

συνυπάρχει άνεργία  $N_0 - N_1$  μονάδων.

Τό εισόδημα  $y_1$  είναι σημείον εισοδηματικής ισορροπίας μέ υποαπασχόλησιν. Μία πτώσις τῆς τιμῆς θά αύξήσῃ τόν πραγματικόν μισθόν, μέ ἀποτέλεσμα νά δημιουργηθῆ πρόσθετος μή ἠθελημένη άνεργία. Μία αύξησις τῆς τιμῆς θά ἐμείωνε τόν πραγματικόν μισθόν μέ ἀποτέλεσμα νά μειωθῆ ἡ υποαπασχόλησις. Δοθείσης ὁμως τῆς μή ἠθελημένης υποαπασχολήσεως καί τῆς ταυτοχρόνου ισορροπίας καί εἰς τὰς τρεῖς ἀγοράς, αἱ δυνάμεις τῆς ἀγοράς δέν θά δημιουργήσουν τοιαύτην ὕψωσιν τῶν τιμῶν. Συνεπῶς, ἐν τῇ ἀπουσίᾳ τῶν μεταβολῶν εἰς τὰς δυνάμεις τῆς ἀγοράς, ἢ εἰς τό ἐπίπεδον τῶν χρηματικῶν μισθῶν, τό προῖόν θά παραμείνῃ σταθερόν εἰς  $y_1$ .

Ὅταν ὁμως δεχθῶμεν ἐπεκτατικὴν νομισματικὴν καί δημοσιονομικὴν πολιτικὴν, αἱ καμπύλαι  $IS_1$  καί  $LM_1$  θά μετατοπισθοῦν δεξιὰ, ὥστε νά εἶναι δυνατόν νά ἐπιτευχθῆ τό ἐπίπεδον πλήρους ἀπασχολήσεως.

### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Μία αύξησις τοῦ ἐπιπέδου τῆς τιμῆς:

α) μειώνει τήν πραγματικὴν προσφορὰν χρήματος :  
( $m = M/P$ ) καί μεταθέτει τήν  $LM$  πρὸς τὰ δεξιὰ,

β) μειώνει τήν πραγματικὴν προσφορὰν χρήματος :  
( $m$ ) καί μεταθέτει τήν  $LM$  πρὸς τὰ ἀριστερά,

γ) αύξάνει τήν πραγματικὴν προσφορὰν χρήματος καί μεταθέτει τήν  $LM$  πρὸς τὰ δεξιὰ, καί

δ) αύξάνει τήν πραγματικὴν προσφορὰν χρήματος καί μεταθέτει τήν  $LM$  πρὸς τὰ ἀριστερά.

Ἀπάντησις: Ἰσχύει ἡ (β) πρότασις.

2. Ἡ μείωσις εἰς τό ἐπίπεδον τῶν τιμῶν, αύξάνει τήν πραγματικὴν προσφορὰν χρήματος, ἀλλὰ ὄχι καί τό ἐπίπεδον

του εισοδήματος:

- α) εάν η LM έχει άπεριόριστον κλίσην,
- β) εάν η LM έχει θετικήν κλίσην, αλλά μικροτέραν του άπειρου,
- γ) εάν η LM έχει κλίσην μηδενικήν, ή
- δ) ούδέν εκ των άνωτέρω.

Απάντησις: Ίσχύει ή (γ) πρότασις.

3. Η πτώσις των τιμών, ήτις αύξάνει την πραγματικήν προσφοράν χρήματος και τας πραγματικάς πληρωμάς:

- α) μεταθέτει την IS δεξιά και την LM άριστερά,
- β) μεταθέτει την IS άριστερά και την LM δεξιά,
- γ) μεταθέτει τας IS και LM καμπύλας δεξιά, ή
- δ) μεταθέτει τας IS και LM καμπύλας άριστερά.

Απάντησις: Ίσχύει ή (γ) πρότασις.

4. Εάν τό επίπεδον του εισοδήματος τό άντιστοιχοϋν εις πλήρη άπασχόλησιν είναι μεγαλύτερον εκείνου τό όποιον άντιστοιχει εις εισόδημα ίσορροπίας εις τας άγοράς χρήματος και προϊόντος:

- α) ή πτώσις των τιμών θά μεταθέση τας IS και LM καμπύλας δεξιά, ώστε νά έπιτευχθῆ ταυτόχρονος ίσορροπία εις όλας τας άγοράς,
- β) ή πτώσις των τιμών θά μεταθέση άριστερά τας καμπύλας IS και LM, ώστε νά έπιτευχθῆ ταυτόχρονος ίσορροπία εις όλας τας άγοράς,
- γ) ή αύξησις των τιμών θά μεταθέση άριστερά τας IS και LM καμπύλας, έπιτυγχάνουσα ταυτόχρονον ίσορροπίαν εις όλας τας άγοράς, και
- δ) ή αύξησις των τιμών θά μεταθέση δεξιά τας IS και LM καμπύλας, έπιτυγχάνουσα ταυτόχρονον ίσορροπίαν και εις τας τρεΐς άγοράς.

Απάντησις: Ίσχύει ή (α) πρότασις.

5. 'Εάν υφίσταται κατώτερος χρηματικός μισθός (money wage floor) και άνισορροπία εις τήν αγοράν εργασίας:

α) μία αύξηση εις τόν χρηματικόν μισθόν θά έπιφέρη ταυτόχρονον ίσορροπίαν εις όλας τάς αγοράς,

β) μία μείωσις τής τιμής θά έπιφέρη ταυτόχρονον ίσορροπίαν εις όλας τάς αγοράς,

γ) ή προσαρμογή τών τιμών δέν δύναται νά οδηγήσῃ τήν οίκονομίαν εις επίπεδον πλήρους άπασχολήσεως, και

δ) ή οίκονομική πολιτική δέν δύναται νά οδηγήσῃ τήν οίκονομίαν εις επίπεδον πλήρους άπασχολήσεως.

Απάντησις: 'Ισχύει ή (γ) πρότασις.

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Νά έξηγηθῇ ή άρνητική σχέση εις μεταξύ επιπέδου τιμής και πραγματικής προσφοράς χρήματος.

#### Λύσις:

Μία δοθεῖσα ποσότης χρήματος δύναται νά θεωρηθῇ ώς άπόθεμα αγοραστικής δυνάμεως. 'Η αγοραστική δύναμις τοῦ χρήματος αύξάνει, όταν αι τιμαί πίπτουν και μειούται όταν αι τιμαί αύξάνουν. Συνεπώς ή αγοραστική δύναμις τοῦ χρήματος (πραγματική προσφορά χρήματος) σχετίζεται άρνητικώς με τό επίπεδον τιμών.

2. 'Η έξίσωσις ίσορροπίας εις τήν αγοράν προϊόντος εἶναι:  $y = 850 - 2500i$  ·  $y = -500 + 5m + 1000i$  εἶναι ή έξίσωσις ίσορροπίας εις τήν αγοράν χρήματος. 'Ισορροπία πλήρους άπασχολήσεως υφίσταται εις πραγματικόν εισόδημα:  $(y) = \text{μον.}650$ . 'Εάν ή όνομαστική προσφορά χρήματος εἶναι μον.200 και τό επίπεδον τιμών εἶναι 1,

α) υφίσταται πληθωρικόν ή αντιπληθωρικόν κενόν;

β) εις ποῖον επίπεδον τιμών θά έπιτευχθῇ ταυτό-

χρονος Ισορροπία καί εἰς τὰς τρεῖς ἀγοράς ;

Λύσεις:

α) Ἡ πραγματική προσφορά χρήματος ἰσοῦται μέ:  
 $m = M/P = 200 = 200/1$  (Αὕτη δηλ. εἶναι ἡ ἀγοραστική δύνα-  
μις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας τοῦ χρήματος. Ἀντικαθιστῶντες  
 τὴν τιμὴν  $m = 200$  εἰς τὴν ἐξίσωσιν LM ἔχομεν:

$$y = 500 + 1000 i$$

Ταυτόχρονος ἰσορροπία εἰς τὰς ἀγοράς χρήματος καί προ-  
 ῦδοντος, συμβαίνει ὅταν ἰσχύη :  $IS = LM$ .

$$\begin{array}{l} IS \text{ ἐξίσωσις} \\ LM \text{ ἐξίσωσις} \end{array} \quad \begin{array}{l} y = 850 - 2500 i \\ y = 500 + 1000 i \end{array} \Rightarrow i = 0,10, \quad y = \text{μον.} 600$$

Ἐπειδὴ ἐπίπεδον εἰσοδήματος μον.650 παριστᾷ πλήρη ἀ-  
 πασχόλησιν, ὕφίσταται ἀντιπληθωρικόν κενόν εἰς τὴν οἰκονο-  
μίαν.

β) Εἶναι γνωστὸν ὅτι διὰ νὰ ἐπιτευχθῆ τὸ ἐπίπε-  
 δον πλήρους ἀπασχολήσεως,  $y = \text{μον.} 650$ , θά πρέπει αἱ κα-  
 μύλαι IS καί LM νὰ μετατεθοῦν δεξιὰ εἰς τὸ σημεῖον πού  
 νὰ ἀντιστοιχῆ εἰς τὴν πλήρη ἀπασχόλησιν. Γνωρίζομεν ἀπὸ  
 τὴν θεωρίαν ὅτι τοῦτο ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς μειώσεως τοῦ  
 ἐπιπέδου τῆς τιμῆς (μηχανισμὸς τιμῶν).

Ἀντικαθιστῶμεν  $y = \text{μον.} 650$  εἰς τὴν ἐξίσωσιν IS καί  
 εὐρίσκομεν ὅτι τὸ ἐπιτόκιον πού ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ ἐπίπε-  
 δον πλήρους ἀπασχολήσεως, εἶναι:  $i = 0,08$ . Ἐάν ἀντικα-  
 ταστήσωμεν  $y = \text{μον.} 650$  καί  $i = 0,08$  εἰς τὴν LM, εὐρί-  
 σκομεν τὴν πραγματικὴν προσφορὰν χρήματος πού ἀντιστοιχεῖ  
 εἰς τὴν ἰσορροπία πλήρους ἀπασχολήσεως.

$$\begin{array}{l} \text{Ἐξίσωσις LM:} \\ \Rightarrow \end{array} \quad y = -500 + 5m + 1000 i \Rightarrow 650 = -500 + 5m + 80 \Rightarrow m = M/P = 214$$

Δηλ. ἡ πραγματικὴ προσφορὰ χρήματος ἠῤῥῆθη καί ἐπειδὴ ἡ ὀ-  
 νομαστικὴ προσφορὰ χρήματος παραμένει σταθερὰ  $M_s = \text{μον.} 200$

σημαίνει ότι έμειώθη τό επίπεδο τιμής από 1 εις 0,934.

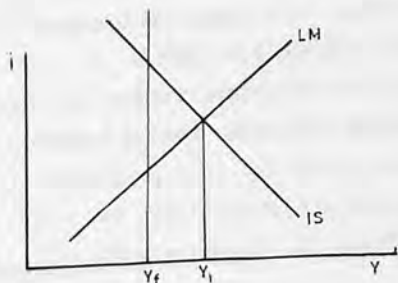
Όστε μέσω του μηχανισμού των τιμών έπετεύχθη ταυτό-  
χρονος ίσορροπία (ίσορροπία πλήρους άπασχολήσεως) καί εις  
τάς τρεις άγοράς.

3. Έάν ύφίσταται ύποαπασχόλησις, μία αύξησις τής πραγ-  
ματικής προσφοράς χρήματος μέσω του μηχανισμού των τιμών  
όδηγει πάντοτε εις εισόδημα πλήρους άπασχολήσεως ;

Αύσις:

Η αύξησις τής πραγματικής προσφοράς χρήματος διά τής  
μειώσεως των τιμών οδηγεί εις πλήρη άπασχόλησιν εάν ή κλί-  
σις τής LM είναι θετική. Δηλ. έν προκειμένω ό κρίσιμος πα-  
ράγων είναι ή κλίσις τής LM. Έάν ή LM είναι όριζόντιος,  
μία αύξησις τής πραγματικής προσφοράς χρήματος διά τής μει-  
ώσεως τής τιμής, δέν έχει κανένα άποτέλεσμα επί του πραγ-  
ματικού εισοδήματος.

4. Είς τό κάτωθι διάγραμμα,  $y_f$  παριστά τό επίπεδο εί-  
σοδήματος, όπου ύφίσταται ίσορροπία εις τήν άγοράν έργα-  
σίας· ταυτόχρονος ίσορροπία εις τάς άγοράς χρήματος καί  
προϊόντος ύφίσταται εις επίπεδο  $y_1$ . Τίνι τρόπω θά έπι-  
τευχθῆ ταυτόχρονος ίσορροπία εις όλας τάς άγοράς ;



Λύσεις:

Από τό σχήμα παρατηρούμεν ότι εἰς τήν οἰκονομίαν ὑφίσταται πληθωρικόν κενόν, ἥτοι ὑπερβάλλουσα ζήτησις. Ὄταν ὑποθέσωμεν ὅτι δέν ἀσκειῖται οἰκονομική πολιτική, αἱ τιμαί θά πρέπει νά αὐξηθοῦν καί κατ'αὐτόν τόν τρόπον θά μειωθῇ ἡ πραγματική προσφορά χρήματος. Αἱ τιμαί θά αὐξηθοῦν, ἕως ὅτου ἡ πῶσις τῶν πραγματικῶν διαθεσίμων καί τῆς πραγματικῆς προσφορᾶς χρήματος, ὠθήσουν πρός τά ἀριστερά τᾶς καμπύλας IS καί LM εἰς τό ἐπίπεδον  $y_F$ . Ἀλλά καί διὰ τῆς ἀσκήσεως συσταλτικῆς νομισματικῆς καί δημοσιονομικῆς πολιτικῆς, εἶναι δυνατόν νά ἐπιτευχθῇ τό ἐπίπεδον  $y_F$ .

5. Ἐστω ὅτι ἡ ἐξίσωσις διὰ τήν ἰσορροπίαν τοῦ προϊόντος εἰς πραγματικούς ὄρους, εἶναι:

$$y = 640 + 0,40 rb - 4000 i$$

ἡ ἐξίσωσις διὰ τήν νομισματικήν ἰσορροπίαν εἰς πραγματικούς ὄρους εἶναι:

$$y = -410 + 5m + 1000 i$$

καί ἡ ἰσορροπία εἰς τήν ἀγοράν ἐργασίας ὑφίσταται εἰς ἐπίπεδον πραγματικοῦ εἰσοδήματος μον.600.

α) Εἰς ποῖον ἐπίπεδον πραγματικοῦ εἰσοδήματος ὑφίσταται ἰσορροπία εἰς τᾶς ἀγοράς χρήματος καί προϊόντος ἐάν ἡ ὀνομαστική προσφορά χρήματος εἶναι:  $M_S = \text{μον. } 200$ , τό ἐπίπεδον τιμῶν εἶναι 1, καί τά πραγματικά διαθέσιμα τοῦ ἰδιωτικοῦ τομέως εἶναι μον.500;

β) Εἰς ποῖον ἐπίπεδον τιμῶν ἐπιτυγχάνεται ταυτόχρονος ἰσορροπία καί εἰς τᾶς τρεῖς ἀγοράς;

Λύσεις:

α) Εἰς ἐπίπεδον τιμῶν 1, ἡ πραγματική προσφορά χρήματος εἶναι:  $m = M_S / p = 200$ , καί τά πραγματικά δια-



θέσιμα είναι μον.500 =  $rb^*$ . Δι' αντικαταστάσεως τῶν τιμῶν  $m = 200$  καὶ  $rb = 500$  εἰς τὰς ἐξισώσεις IS καὶ LM ἔχομεν:

$$y = 840 - 4000i \Rightarrow y = 640, \quad i = 0,05$$

$$y = 590 + 1000i$$

Παρατηροῦμεν ὅτι ὑπάρχει ὑπερβάλλουσα δαπάνη εἰς τὴν οἰκονομίαν, ἀφοῦ τὸ ἐπίπεδον εἰσοδήματος, τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς πλήρη ἀπασχόλησιν, εἶναι μον.600.

β) Δι' αντικαταστάσεως:

$y = \text{μον.}600$ ,  $rb = \text{μον.}500/p$ ,  $m = \text{μον.}200/p$   
εἰς τὰς ἐξισώσεις IS καὶ LM ἀντιστοίχως, ἔχομεν:

$$600 = 640 + \frac{200}{p} - 4000i \Rightarrow i = 0,0576, \quad p = 1,05$$

$$600 = -410 + \frac{1000}{p} + 1000i$$

Ἡ τιμὴ  $\theta$ αεν, πρέπει νὰ αὐξηθῆ ἀπὸ 1 εἰς 1,05 ὥστε νὰ ἐξαλειφθῆ ἡ ὑπερβάλλουσα δαπάνη εἰς τὴν οἰκονομίαν. Ὡστε εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ πληθωρικοῦ κενοῦ, θὰ αὐξηθοῦν αἱ τιμαί, ὁ τόκος καὶ ὁ ἐργατικὸς μισθὸς καὶ ἔτσι θὰ ἀποκατασταθῆ ἡ ἰσορροπία εἰς ὑψηλότερον ἐπίπεδον τιμῶν καὶ ἀμοιβῶν. Ἐνῶ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ ἀντιπληθωρικοῦ κενοῦ, ἡ ἰσορροπία θὰ ἀποκατασταθῆ διὰ τῆς μειώσεως τῶν τιμῶν, τοῦ τόκου καὶ τοῦ ἐργατικοῦ μισθοῦ.\*

β. Εἰς τὸ κάτωθι διάγραμμα,  $N_{d1}$  εἶναι ἡ καμπύλη ζήτησεως ἐργασίας καὶ  $N_0$  εἶναι ὁ βαθμὸς πλήρους ἀπασχολήσεως τῆς ἐργασίας:

α) Ἐάν  $W_0/p_0$  εἶναι ὁ τρέχων πραγματικὸς μισθός, ποία μεταβολὴ πρέπει νὰ λάβῃ χώραν ἐπὶ τοῦ πραγματικοῦ μισθοῦ, ὥστε νὰ ἐπιτευχθῆ ἡ πλήρης ἀπασχόλησις;

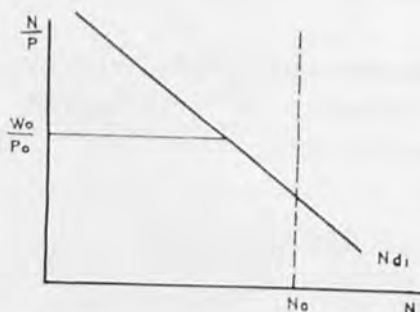
β) Πῶς θὰ ἐπιτευχθῆ ἡ μεταβολὴ τοῦ πραγματικοῦ μισθοῦ;

\* Ὁ συμβολισμὸς  $rb$  προέκυψεν ἐκ τῶν ἀρχικῶν τῶν λέξεων real balance.

\*\* Βλ. σχετικῶς Σ. Σαραντιδῆ, Ἀνάλυσις Ἐνικοῦ Εἰσοδήματος καὶ ἰσορροπιῶν Δοχ/συν., σελ. 121-125.

γ) . Εάν  $W_0$  είναι ο κατώτερος χρηματικός μισθός, ποια επιλογαί (δυνατότητες) έναπομένουν ;

Λύσις:



α) 'Ο πραγματικός μισθός πρέπει νά μειωθῆ.

β) 'Ο πραγματικός μισθός θά μειωθῆ εάν:

1) δοθέντος τοῦ ἐπιπέδου τιμῶν, ὁ χρηματικός μισθός μειωθῆ,

2) δοθέντος τοῦ σταθεροῦ ἐπιπέδου χρηματικοῦ μισθοῦ αὐξηθῆ τό ἐπίπεδον τιμῶν,

3) οἱ χρηματικοί μισθοί μειοῦνται καί τό ἐπίπεδον

τιμῶν αὐξάνει, ἢ

4. οἱ χρηματικοί μισθοί μειοῦνται μέ ρυθμόν μεγαλύτερον ἀπό ἐκεῖνον τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν.

γ) 'Εάν ὁ χρηματικός μισθός δέν μειοῦται (money wage floor), ἡ αὐξησις τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν ἀποτελεῖ τόν μόνον τρόπον μειώσεως τοῦ πραγματικοῦ μισθοῦ.

7. Εἰς τό κάτωθι σχῆμα:

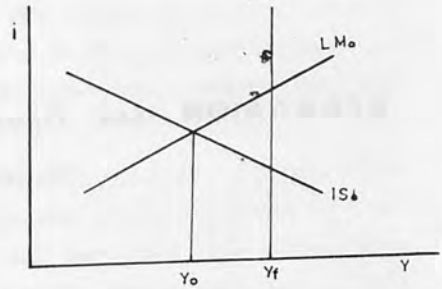
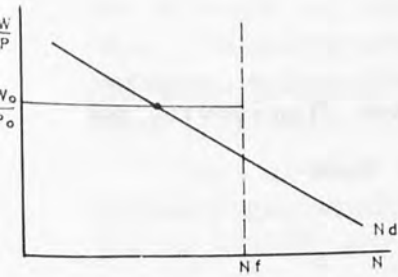
1.  $N_F$  καί  $Y_F$  παριστοῦν πλήρη ἀπασχόλησιν εἰς τήν ἀγοράν ἐργασίας,

2. ὁ κατώτερος χρηματικός μισθός εἶναι  $W_0$ ,

3. τό ἐπίπεδον τιμῶν εἶναι  $P_0$ , καί

4.  $LM_0$  καί  $IS_0$  παριστοῦν τήν ἰσορροπίαν εἰς τάς ἀγοράς χρήματος καί προϊόντος ἀντιστοίχως.

Ποία μεταβολή εἰς τήν τιμήν, θά ὀδηγήσῃ τήν οἰκονομίαν εἰς τό ἐπίπεδον πλήρους ἀπασχολήσεως ;



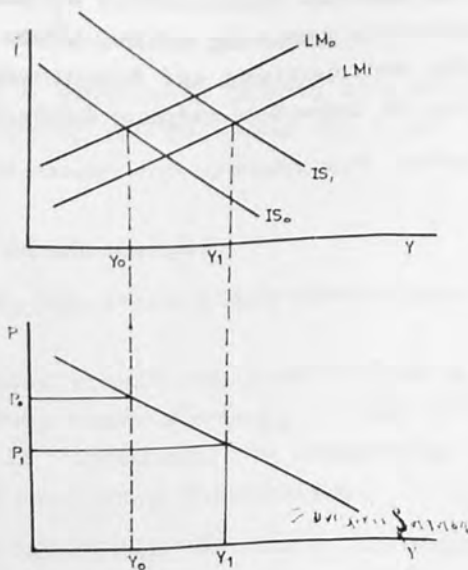
### Λύσις:

Δοθέντος του κατωτέρου χρηματικού μισθοῦ τὸ  $Y_f$  δέν εἶναι δυνατόν νά ἐπιτευχθῆ μέσφ τῶν μεταβολῶν τοῦ ἐπιπέδου τιμῶν. Μία μείωσις τῆς τιμῆς θά ὠθήσῃ τὸ εἰσόδημα ἰσορροπίας εἰς τὸ  $Y_f$ , ἐνῶ μία αὐξησις τῆς τιμῆς, θά μειώσῃ τὸν πραγματικόν μισθόν, ἄστε νά ἀπασχοληθοῦν  $N_f$  μονάδες ἐργασίας. Εἰς τὴν περίπτωσιν ἐπομένως αὐτὴν, μόνον διὰ τῆς ἀσκήσεως ἐπεκτατικῆς νομισματικῆς καὶ δημοσιονομικῆς πολιτικῆς ἐπιτυγχάνεται τὸ ἐπίπεδον πλήρους ἀπασχολήσεως.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 15ον Προσδιοριστικοί Παράγοντες του Έπιπέδου τῶν τιμῶν

### 1. Ἡ Καμπύλη Συνολικῆς Ζητήσεως

Εἶδομεν ὅτι αἱ μεταβολαί τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν ὁδηγοῦν εἰς μεταβολάς τῆς συνολικῆς δαπάνης. Συγκεκριμένως ἡ πτώσις τοῦ ἐπιπέδου τιμῶν αὐξάνει τὴν πραγματικὴν προσφορὰν χρήματος καὶ τὰ πραγματικὰ διαθέσιμα· ἡ πτώσις αὕτη ὁδηγεῖ εἰς παράλληλον μετάθεσιν τῶν καμπύλων IS καὶ LM πρὸς τὰ δεξιὰ, μέ ἀποτέλεσμα νά αὐξηθῇ ἡ συνολικὴ ζήτησις καὶ



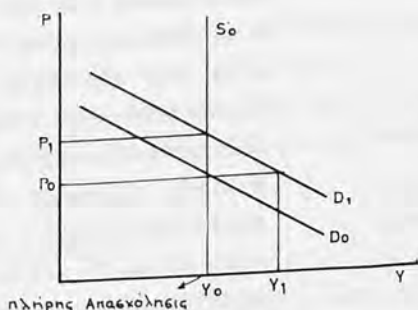
νά επιτύχωμεν τό επίπεδον πλήρους απασχολήσεως. Τό αντίθετον θά συμβῆ εἰς μίαν αὐξησιν τῶν τιμῶν (πληθωριστικά τάσεις). Ἡ σχέσηισ μεταξὺ ἐπιπέδου τιμῶν καί πραγματικοῦ εἰσοδήματος ἀπεικονίζεται εἰς τήν καμπύλην συνολικῆς ζήτησεως.

Ὅταν αἱ τιμαί μειοῦνται ἀπό  $p_0$  εἰς  $p_1$ , ἔχομεν μετακινήσεις πρὸς τὰ δεξιὰ τῶν καμπύλων LM καί IS ἀπό τήν θέσιν  $LM_0$  καί  $IS_0$  εἰς τήν θέσιν  $LM_1$  καί  $IS_1$  καί συγχρόνως αὐξησιν τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος ἀπό  $y_0$  εἰς  $y_1$ . Ὡστε λοιπόν τό ἐπίπεδον τιμῶν  $p_0$  ἀντιστοιχεῖ εἰς πραγματικόν εἰσόδημα  $y_0$ , ἐνῶ χαμηλότερον ἐπίπεδον τιμῶν  $p_1$ , ἀντιστοιχεῖ εἰς μεγαλύτερον πραγματικόν εἰσόδημα  $y_1$ .

## 2. Προσδιοριστικοί Παράγοντες τοῦ Ἐπιπέδου Τιμῶν μέ τήν Κλασσικήν Καμπύλην Συνολικῆς Προσφοῆς

Τό ἐπίπεδον τιμῶν προσδιορίζεται ἀπό τήν τομήν τῶν καμπύλων συνολικῆς προσφοῆς καί συνολικῆς ζήτησεως. Μετατοπίσεις τῶν καμπύλων τούτων, μεταβάλλουν τό ἐπίπεδον τιμῶν.

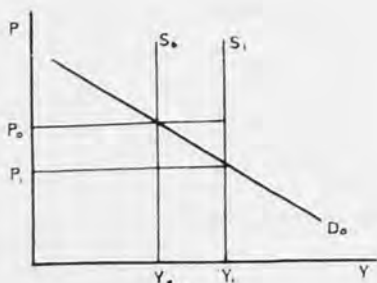
Παράδειγμα 1.



Είναι γνωστόν, ότι αι μεταβολαί εις τας παραμέτρους τών καμπύλων IS και LM επιφέρουν μετατοπίσεις της καμπύλης συνολικής ζήτησεως. Π.χ. αύξεις τών επενδύσεων, της δημοσίας δαπάνης, ή της προσφορᾶς χρήματος, θά μετατοπίσουν δεξιά τήν καμπύλην συνολικής ζήτησεως, ενώ μειώσεις τών άνωτέρω παραγόντων, θά μετατοπίσουν άριστερά τήν καμπύλην. Τώρα τό μέγεθος της μετατοπίσεως εξαρτάται από τας μεταβολάς τών παραμέτρων, ως και από τας κλίσεις τών καμπύλων IS και LM.

Ἐστω λοιπόν ότι αύξάνεται ή προσφορά χρήματος, πράγμα τό ὁποῖον θά μεταθέση δεξιά και παραλλήλως τήν καμπύλην συνολικής ζήτησεως εις τήν θέσιν  $D_1$ . Ἡ μετάθεσις εις τήν θέσιν  $D_1$  δημιουργεῖ ὑπερβάλλουσαν ζήτησιν κατά  $y_1 - y_0$  εις επίπεδον τιμών  $p_0$ . Ἡ αύξησης τών τιμών εις  $p_1$ , θά ἐξάλειψη τήν ὑπερβάλλουσαν ζήτησιν μέσθ της μειώσεως τών πραγματικῶν διαθεσίμων και της πραγματικῆς προσφορᾶς χρήματος. Ἐπειδή τό πραγματικόν εἰσόδημα δέν μεταβάλλεται, ή αύξησης τών τιμών εἶναι ανάλογος της αύξησεως της συνολικῆς ζήτησεως.

### Παράδειγμα 2.



Ἐστω ότι ή καμπύλη συνολικῆς προσφορᾶς μετατοπίζεται παραλλήλως εις τήν θέσιν  $S_1$ . Ἡ μετάθεσις αὐτή, ὀφείλεται εἴτε εις τήν αύξησην της παραγωγικότητος, εἴτε εις τήν μετατόπισιν της καμπύλης συνολικῆς προσφορᾶς ἐργασίας. Ἀποτέλεσμα αὐτῶν τών αύξήσεων εἶναι ή αύξησης τοῦ ἐπιπέδου πλήρους ἀπασχολήσεως.

Εἰς τὴν τιμὴν  $p_0$  ὑφίσταται ὑπερβάλλουσα προσφορά προϊόντος. Ὄταν μειωθῇ ἡ τιμὴ εἰς  $p_1$ , θὰ αὐξηθῇ ἡ ἀξία τῶν πραγματικῶν διαθεσίμων καὶ τῆς πραγματικῆς προσφορᾶς χρήματος καὶ ὡς ἐκ τούτου θὰ παρατηρηθῇ αὐξήσεις τῆς συνολικῆς δαπάνης εἰς τὸ ἐπίπεδον πραγματικοῦ εἰσοδήματος  $y_1$ .

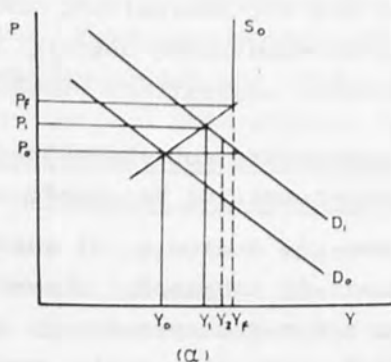
### 3. Προσδιοριστικοὶ Παράγοντες τοῦ Ἐπιπέδου Τιμῶν μετὰ τὴν Κεῦνσιανὴν Καμπύλην Συνολικῆς Προσφορᾶς

Ἐνῶ κατὰ τὴν κλασσικὴν ἀνάλυσιν, αἱ καμπύλαι συνολικῆς ζήτησεως καὶ συνολικῆς προσφορᾶς τέμνονται πάντοτε εἰς ἐπίπεδον προϊόντος πλήρους ἀπασχολήσεως, κατὰ τὴν Κεῦνσιανὴν θεωρίαν εἶναι δυνατόν αἱ καμπύλαι συνολικῆς προσφορᾶς καὶ συνολικῆς ζήτησεως νὰ τέμνονται εἰς ἐπίπεδον τιμῶν κάτω τοῦ ἐπιπέδου προϊόντος πλήρους ἀπασχολήσεως.

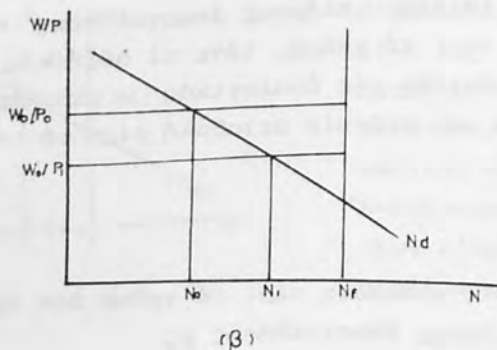
Βεβαίως, κατὰ τὴν Κεῦνσιανὴν ἀνάλυσιν, εἰς τὴν καμπύλην προσφορᾶς ἐργασίας, ὑπεισέρονται ἡ αὐταπάτη τοῦ χρήματος καὶ ὁ κατώτερος χρηματικὸς μισθός (money wage floor). Ὄταν αἱ καμπύλαι συνολικῆς ζήτησεως καὶ συνολικῆς προσφορᾶς τέμνονται εἰς ἐπίπεδον προϊόντος κάτω τοῦ ἐπιπέδου πλήρους ἀπασχολήσεως, ἡ αὐξήσις τῆς συνολικῆς ζήτησεως θὰ ὀδηγήσῃ εἰς αὐξήσιν τοῦ προϊόντος, ἀλλὰ καὶ τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν. Πλὴν ὅμως, εἰς τὸ Κεῦνσιανόν ὑπόδειγμα, αἱ μεταβολαὶ τῆς συνολικῆς ζήτησεως δέν εἶναι ἀνάλογοι τῶν μεταβολῶν εἰς τὸ ἐπίπεδον προϊόντος ἢ εἰς τὸ ἐπίπεδον τιμῶν. Ὄταν ἐπιτευχθῇ τὸ ἐπίπεδον πλήρους ἀπασχολήσεως καὶ ἐξαλειφθῇ ἡ αὐταπάτη περὶ τὸ χρῆμα, τότε αἱ αὐξήσεις τῆς συνολικῆς ζήτησεως ὀδηγοῦν εἰς ἀναλογικὰς μεταβολὰς εἰς τὸ ἐπίπεδον τῶν τιμῶν καὶ οὐδεμία μεταβολὴ εἰς τὸ ἐπίπεδον προϊόντος.

#### Παράδειγμα 1.

Ἐπιθέτομεν ὅτι αὐταπάτη περὶ τὸ χρῆμα δέν ὑφίσταται εἰς τὸ ἐπίπεδον πλήρους ἀπασχολήσεως  $y_f$ .



Αι καμπύλαι  $D_0$  και  $S_0$  τέμνονται εις την τιμήν  $p_0$  και επίπεδον προϊόντος  $y_0$ , όποτε ύφίσταται ύποαπασχόλησις:  $N_f - N_0$  μον. Έάν, μέσφ έπεκτατικής οίκονομικής πολιτικής, αύξηθῆ ἡ συνολική ζήτησις εις  $D_1$ , ύφίσταται υπερβάλλουσα ζήτησις κατά  $y_2 - y_0$  εις την τιμήν  $p_0$ . Έ υπερβάλλουσα ζήτησις ώθει εις αύξησιν την τιμήν εις  $p_1$ , μειώνοντας τόν πραγματικόν μισθόν εις  $w_0/p_1$  όπως δεικνύεται εις τό (β)





διάγραμμα. Διά της αύξησης της τιμής, εξαλείφεται τό πλεόνασμα ζήτησεως μέσφ της μειώσεως τών πραγματικών διαθεσίμων καί της πραγματικής προσφορᾶς χρήματος, ὥστε νά μειωθῆ ὁ ὄγκος της συνολικῆς δαπάνης καί ἐπομένως τό πραγματικόν εἰσόδημα εἰς  $y_1$ . Ἀποτέλεσμα της μειώσεως τοῦ πραγματικοῦ μισθοῦ, εἶναι ἡ αὐξησις της ἀπασχολήσεως εἰς  $N_1$  καί τό ἐπίπεδον προϊόντος εἰς  $y_1$ .

Ἄξιοσημείωτον εἶναι ὅτι ἡ αὐξησις τοῦ προϊόντος καί της ἀπασχολήσεως εἶναι μικροτέρα της αὐξήσεως της συνολικῆς ζήτησεως.

#### Παράδειγμα 2.

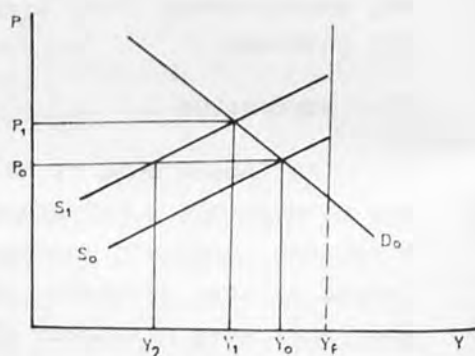
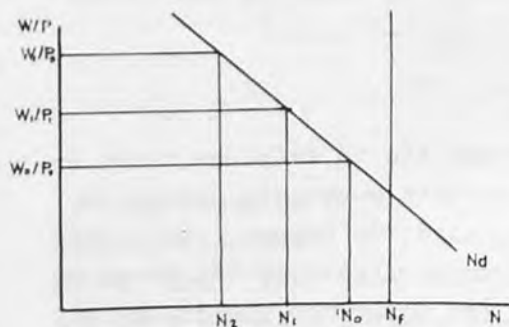
Ἄς ἴδωμεν ὅμως τί θά συμβῆ εἰς τό ἐπίπεδον τιμῶν ὅταν μετατοπισθῆ ἡ κεϋνσιανή καμπύλη συνολικῆς προσφορᾶς. Ἡ Καμπύλη συνολικῆς προσφορᾶς κατά τόν Keynes, μετατοπίζεται: α) λόγφ μεταβολῶν της παραγωγικότητος της ἐργασίας καί β) λόγφ μεταβολῶν εἰς τόν κατώτερον χρηματικόν μισθόν.

Ἡ αὐξησις της παραγωγικότητος μετατοπίζει πρὸς τὰ δεξιὰ ὁλόκληρον τήν καμπύλην συνολικῆς προσφορᾶς, ἐνῶ ἡ αὐξησις εἰς τόν κατώτερον χρηματικόν μισθόν μεταθέτει μόνον τό τμήμα της καμπύλης πού ἔχει θετικὴν κλίσιν πρὸς τὰ ἀριστερά.

Εἰς τό κάτωθι διάγραμμα δεικνύεται ἡ επίδρασις της αὐξήσεως τοῦ κατωτέρου χρηματικοῦ μισθοῦ ἐπὶ τοῦ προϊόντος καί τών τιμῶν.

Κατ'ἀρχὴν ὑποθέτομεν ὅτι ἡ συνολικὴ ζήτησις καί συνολικὴ προσφορὰ  $D_0$  καί  $S_0$  ἀντιστοίχως, τέμνονταί εἰς τό ἐπίπεδον τιμῶν  $P_0$  καί πραγματικόν εἰσόδημα  $y_0$ . Μία αὐξησις τοῦ κατωτέρου χρηματικοῦ μισθοῦ ἀπὸ  $w_0$  εἰς  $w_1$  θά αὐξήσῃ τόν πραγματικόν μισθόν ἀπὸ  $w_0/P_0$  εἰς  $w_1/P_0$ , καί τοῦτο θά μεταθέσῃ πρὸς τὰ ἀριστερά τό θετικῆς κλίσεως τμήμα της κα-

μπύλης συνολικής προσφοράς εις  $S_1$ . Άλλα εις τήν αρχικήν τιμήν  $p_0$ , ύφίσταται τώρα υπερβάλλουσα ζήτησις  $y_0 - y_2$ . Ἡ αύξησις τῆς τιμῆς εις  $p_1$ , μειώνει τόν πραγματικόν μισθόν εις  $w_1/p_1$ . Ταυτόχρονος ἰσορροπία εις τήν ζήτησιν καί προσφοράν ἀγαθῶν συμβαίνει εις ἐπίπεδον πραγματικοῦ εἰσοδήματος  $y_1$ .



Ὡστε ἡ αύξησις τοῦ κατωτέρου (ἐλαχίστου) χρηματικοῦ μισθοῦ, ὡθεῖ εις αύξησιν τὰς τιμὰς, μείωσιν εις τήν ἀπασχόλησιν ἐργασίας καί μείωσιν εις τό ἐπίπεδον προϊόντος.

"Ὅταν ὁμως ἡ σχετική αύξησις τοῦ χρηματικοῦ μισθοῦ ἀντιμετωπίζεται ἀπό τήν αὐτήν ποσοστιαίαν αύξησιν τῆς παραγωγικότητος τῆς ἐργασίας, τότε ἡ καμπύλη συνολικῆς προσφοράς δέν μετατοπίζεται καί ἐπομένως οὔτε αἱ τιμαί, οὔτε τό ἐπίπεδον προϊόντος μεταβάλλονται".

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. 'Εάν υποθέσωμεν τήν ὑπαρξιν πλήρους ἀνταγωνισμοῦ εἰς τήν ἀγοράν ἐργασίας (κλασσική περίπτωση), ἡ συνολική προσφορά:

α) θετικῶς σχετίζεται μέ τό ἐπίπεδον τῶν τιμῶν, ἐπειδή ἡ μείωσις τῶν τιμῶν ἔχει θετικόν ἀποτέλεσμα ἐπί τῆς ἀπασχολήσεως τῆς ἐργασίας,

β) θετικῶς σχετίζεται μέ τό ἐπίπεδον τῶν τιμῶν ἐπειδή ἡ πτώσις τῶν τιμῶν ἀσκεῖ ἀρνητικήν ἐπίδρασιν ἐπί τῆς ἀπασχολήσεως,

γ) εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν, ἐπειδή ὁ πραγματικός μισθός δέν ἐπηρεάζεται ἀπό τάς μεταβολάς τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν, ἢ τέλος

δ) ἀρνητικῶς συνδέεται μέ τάς τιμάς, ἐπειδή οἱ ἐργάται δέν ἐργάζονται εἰς χαμηλότερον χρηματικόν μισθόν.

Ἀπάντησις: Ἰσχύει ἡ (γ) πρότασις, διότι κατά τήν κλασσικήν θεωρίαν, οἱ χρηματικοί μισθοί καί αἱ τιμαί εἶναι τελείως εὐκαμπτοί καί ἐξ' ὑποθέσεως, ὁ πραγματικός μισθός ἀντιστοιχεῖ πάντοτε εἰς τό ἐπίπεδον προϊόντος πλήρους ἀπασχολήσεως. Ἀποτέλεσμα τῆς εὐκαμψίας αὐτῆς, εἶναι αἱ μεταβολαί εἰς τοὺς χρηματικούς μισθοὺς καί εἰς τάς τιμάς νά εἶναι ἀνάλογοι, ὥστε ὁ πραγματικός μισθός ( $W_f$ ) νά διατηρῆται ἀμετάβλητος.

2. Δοθεῖσῶν τῆς κλασσικῆς καμπύλης συνολικῆς προσφορᾶς καί τῆς ἀρνητικῆς καμπύλης συνολικῆς ζητήσεως, ποῖαι ἀπό τάς κάτωθι προτάσεις εἶναι ἐσφαλμέναι ;

α) Αἱ τιμαί μειοῦνται καί τό πραγματικόν ἐπίπεδον τοῦ εἰσοδήματος αὐξάνει ὅταν λαμβάνη χώραν αὐξησις τῆς παραγωγικότητος τῆς ἐργασίας.

β) Αἱ τιμαί καί τό προϊόν δέν μεταβάλλονται ἐάν αὐξάνη ἡ δημοσία δαπάνη καί ἡ ζήτησις χρήματος εἶναι τε-

λείως άνελαστική ως προς τό έπιτόκιο (ή LM έχει κλίσην άπειρον).

γ) Αί αύξήσεις τών τιμών είναι αναλογικάί προς τήν αύξησην του όνομαστικού αποθέματος χρήματος εάν ή ζήτησις χρήματος είναι τελείως άνελαστική ως προς τό έπιτόκιο.

δ) Ύφίσταται αύξησης τών τιμών καί μείωσις του πραγματικού εισοδήματος όταν ύπάρχη αύξησης της προσφοράς έργασίας.

Άπάντησις: Έσφαλμένα είναι ή (δ) πρότασις.

3. Κατά τήν Κεϋνσιανήν άνάλυσιν της άγοράς έργασίας, μία αύξησης του κατωτέρου χρηματικού μισθοϋ μετατοπίζει:

α) όλόκληρον τήν καμπύλην συνολικής προσφοράς προς τά άριστερά,

β) όλόκληρον τήν καμπύλην συνολικής προσφοράς προς τά δεξιά,

γ) τό θετικής κλίσεως τμήμα της καμπύλης συνολικής προσφοράς προς τά δεξιά, ή

δ) τό θετικής κλίσεως τμήμα της καμπύλης συνολικής προσφοράς προς τά άριστερά.

Άπάντησις: Ίσχύει ή (δ) πρότασις.

4. Είς τήν Κεϋνσιανήν καμπύλην συνολικής προσφοράς, ή αύξησης του κατωτέρου χρηματικού μισθοϋ, οδηγεί:

α) είς αύξησην του προΐόντος καί τών τιμών,

β) είς μείωσιν του προΐόντος καί τών τιμών,

γ) είς αύξησην του προΐόντος καί μείωσιν τών τιμών, ή

δ) είς μείωσιν του προΐόντος καί αύξησην τών τιμών.

Άπάντησις: Ίσχύει ή (δ) πρότασις.

5. Ἡ καμπύλη συνολικῆς ζήτησεως (aggregate demand) τέμνει τὴν καμπύλην συνολικῆς προσφορᾶς εἰς τὸ θετικῆς κλίσεως τμήμα τῆς· ποῖαι ἐκ τῶν κατωτέρω προτάσεων εἶναι ἐσφαλμέναι ;

α) Ἐάν ἡ ζήτηση χρήματος διὰ κερδοσκοπίαν εἶναι ἐλαστικὴ ὡς πρὸς τὸ ἐπιτόκιον (ἡ LM καμπύλη εἶναι περὶ τοῦ ὀριζοντίου), ἡ μείωσις τῆς δημοσίας δαπάνης μειώνει τὰς τιμὰς καὶ τὸ προϊόν.

β) Ἐάν ἡ ζήτηση προϊόντος εἶναι ἐλαστικὴ ὡς πρὸς τὸ ἐπιτόκιον, ἡ αὔξησις τῆς προσφορᾶς χρήματος αὐξάνει τὰς τιμὰς καὶ τὸ προϊόν.

γ) Ἡ αὔξησις τῆς παραγωγικότητος τῆς ἐργασίας μειώνει τὰς τιμὰς καὶ αὐξάνει τὸ προϊόν.

Ἀπάντησις: Ὅλαι αἱ προτάσεις εἶναι ὀρθαί.

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ποῖον εἶναι τὸ μέγεθος τῆς μετατοπίσεως τῆς συνολικῆς ζήτησεως:

α) ὅταν αὐξάνῃ ἡ ὀνομαστικὴ προσφορὰ χρήματος, ἡ LM καμπύλη ἔχει θετικὴν κλίσιν καὶ ἡ IS ἀρνητικὴν κλίσιν;

β) ὅταν αὐξάνουν οἱ φόροι, ἡ LM καμπύλη ἔχει θετικὴν κλίσιν καὶ ἡ IS ἀρνητικὴν κλίσιν ;

γ) ὅταν αὐξάνῃ ἡ δημοσία δαπάνη, ἡ LM καμπύλη ἔχει ἀπειρον κλίσιν καὶ ἡ IS ἀρνητικὴν κλίσιν ;

Δύσις:

α) Ἡ συνολικὴ ζήτηση μετατοπίζεται δεξιὰ εἰς ἕκτασιν μικροτέραν τῆς  $\Delta M/k$ .

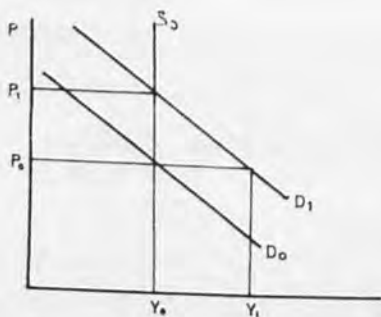
β) Ἡ συνολικὴ ζήτηση μετατοπίζεται ἀριστερὰ εἰς ἕκτασιν μικροτέραν τῆς  $k_{tx} \Delta T_x$ .

γ) Δέν μετατοπίζεται ἡ καμπύλη συνολικῆς ζήτη-

σεως, έπειδή ή αύξησης τών δημοσίων δαπανών δέν έχει άποτέλεσμα επί του έπίπεδου του είσοδήματος όταν ή LM είναι κάθετος.

2. Έχοντες ύπ'όψιν τό κάτωθι σχήμα:

α) τί θά συμβή είς τό έπίπεδον τών τιμών και του προϊόντος εάν ή συνολική ζήτηση αύξηθ ή από  $D_0$  είς  $D_1$ ; και, β) πώς ή αύξησης τών τιμών έξαλείφει τήν υπεράβλλουσαν ζήτησην;



Αύσεις:

α) Η αύξησης τής συνολικής ζήτησεως (έστω π.χ. λόγω αύξήσεως τής προσφοράς χρήματος) δημιουργεί υπεράβλλουσαν ζήτησην  $Y_1 - Y_0$  είς τήν τιμήν  $P_0$ . Τό αποτέλεσμα θά είναι ή αύξησης τής τιμής είς  $P_1$ , ώστε διά τής μειώσεως τών πραγματικών διαθεσίμων και τής πραγματικής προσφοράς χρή-

ματος, νά μειωθ ή συνολική δαπάνη είς τό έπίπεδον πραγματικού είσοδήματος  $Y_0$ .

β) Τά πραγματικά διαθέσιμα μειούνται όταν αύξάνουν αι τιμαί και έπομένως μειούται ή καταναλωτική δαπάνη. Άλλά και αι επενδύσεις μειούνται, καθώς ή μείωσις τής πραγματικής προσφοράς χρήματος (συσταλτική νομισματική πολιτική) αύξάνει τό έπιτόκιο.

Έτσι ο όγκος τής συνολικής δαπάνης μειούται, όταν αύξάνη τό έπίπεδον τών τιμών.

3. Δίδονται:

1.  $D_0$  και  $S_0$  αι αρχικά καμπύλαι συνολικής ζήτησεως και συνολικής προσφορας αντίστοιχως.

2. αρνητική κλίσις της IS, και

3. θετική κλίσις της LM.

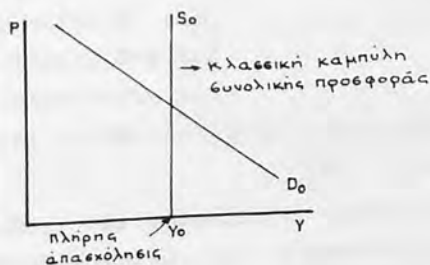
Έρωτάται τί θά συμβή είς τήν συνολικήν προσφοράν, συνολικήν ζήτησιν, τό επίπεδον τών τιμών, και είς τό πραγματικόν προϊόν, εάν λάβη χώραν:

α) αύξεις της όνομαστικής προσφορας χρήματος,

β) αύξεις του G,

γ) αύξεις των αυτόνομων επενδύσεων, ή

δ) αύξισιν του μεγέθους της εργατικής δυνάμεως;



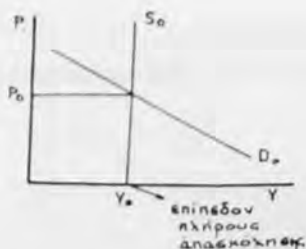
### Λύσις:

Είς τας περιπτώσεις (α), (β), (γ), έχομεν μετατόπισιν της  $D_0$ . Η αύξισις της τιμής θά είναι αναλογικώς ίση μέ τήν αύξισιν της  $D$ , ενώ τό προϊόν δέν θά μεταβληθῆ. Ένῃ είς τήν (δ) περίπτωσιν ή καμπύλη  $S_0$  μετατίθεται δεξιά, ὥστε νά αύξάνεται τό επίπεδον προϊόντος πλήρους απασχολήσεως, ενώ τό προϊόν μειούται.

4. Δοθεισών της κλαστικής καμπύλης συνολικής προσφοράς και της άρνητικής καμπύλης συνολικής ζήτησης, τί θά συμβῆ εἰς τό επίπεδον τῶν τιμῶν, τόν χρηματικόν μισθόν, καί τόν πραγματικόν μισθόν, ἐάν αὐξηθῇ:

- ἡ προσφορά ἐργασίας,
- ἡ παραγωγικότης της ἐργασίας, ἢ
- ἡ συνολική ζήτηση.

Λύσεις:



α) θά μειωθῇ τό επίπεδον τιμῶν, ἐπειδὴ ἡ καμπύλη προσφοράς ἐργασίας μετατοπίζεται δεξιὰ, αὐξάνεται τό επίπεδον προϊόντος πλήρους ἀπασχόλησης, ὁ δέ πραγματικὸς μισθὸς μειοῦται. Ἡ μείωσις ὁμως τοῦ χρηματικοῦ μισθοῦ ( $W$ ) δέον νά εἶναι μεγαλύτερα της μείωσης

τοῦ ἐπιπέδου τῶν τιμῶν, ὥστε τελικῶς νά μειωθῇ ὁ πραγματικὸς μισθός ( $W/P = w$ ).

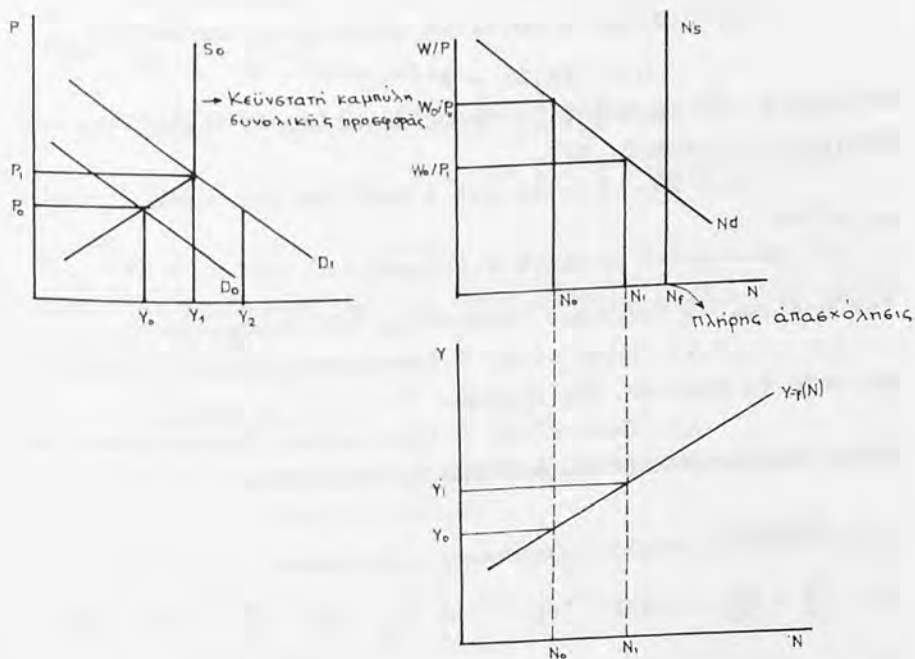
β) Μειοῦται τό επίπεδον τῶν τιμῶν ( $P$ ). Ἐπειδὴ ἡ καμπύλη ζήτησης ἐργασίας ( $N_d$ ) μετατοπίζεται δεξιὰ, αὐξάνει ὁ πραγματικὸς μισθός ( $W/P$ ).

γ) Αὐξάνει τό επίπεδον τῶν τιμῶν. Ἐπειδὴ ὁμως δέν μεταβάλλονται αἱ καμπύλαι προσφοράς καί ζήτησης ἐργασίας, ὁ πραγματικὸς μισθός δέν μεταβάλλεται. Ἡ αὐξηση τοῦ χρηματικοῦ μισθοῦ εἶναι ἀνάλογος της αὐξήσεως τῶν τιμῶν, ὥστε  $W/P = \text{σταθερός}$ .

5. Ἐχοντες ὑπ' ὄψιν τὰ κάτωθι διαγράμματα:

- τί θά συμβῆ εἰς τό επίπεδον τῶν τιμῶν καί τοῦ προϊόντος, ἐάν αὐξηθῇ ἡ συνολική ζήτηση ἀπὸ  $D_0$  εἰς  $D_1$ , καί,
- πῶς θά ἐξαλειφθῇ ἡ ὑπερβάλλουσα ζήτηση;





### Αύσις:

α) Όταν αύξησθῆ ἡ ζήτησις ἀπὸ  $D_0$  εἰς  $D_1$ , δημιουργεῖται ὑπερβάλλουσα ζήτησις  $Y_2 - Y_0$  εἰς τὴν τιμὴν  $P_0$ . Τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι ἡ ὑψώσις τῆς τιμῆς εἰς  $P_1$ .

β) Ἡ ὑπερβάλλουσα ζήτησις ἐξαλείφεται διὰ τῆς ὑψώσεως τῆς τιμῆς εἰς  $P_1$ . Διὰ τῆς ὑψώσεως τῆς τιμῆς, μειοῦνται τὰ πραγματικά διαθέσιμα ( $rb$ ) καὶ ἡ πραγματικὴ προσφορά χρήματος ( $m = M/P$ ), ὥστε νὰ μειωθῆ ὁ συνολικὸς ὄγκος συνολικῆς δαπάνης καὶ ἐπομένως τὸ ἐπίπεδον τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος. Ἀλλὰ ἡ ὑψώσις τῆς τιμῆς μειώνει τὸν πραγματικὸν μισθὸν ( $W/P$ ) ἀπὸ  $W_0/P_0$  εἰς  $W_1/P_1$ , ὥστε νὰ ἀυξηθῆ ἡ

άπασχόλησις από  $N_0$  εις  $N_1$ , ὥστε καί οἱ ἐπιχειρηματίαι νά αὐξήσουν τήν προσφοράν προϊόντος εις  $Y_1$ .

6. α) Δίδεται ἡ συνολική συνάρτησις παραγωγῆς:

$$Q = f(K, L) = K^{1/4} \cdot L^{3/4}$$

Νά εὑρετε τήν καμπύλην ζητήσεως ἐργασίας ὡς συνάρτησιν τοῦ πραγματικοῦ μισθοῦ,  $W/P$ .

- β) Ἐάν  $K = 32$  καί ἡ καμπύλη προσφορᾶς ἐργασίας εἶναι:

$$L_s = (1\frac{1}{3})(W/P)$$

ποῖον εἶναι τό ἐπίπεδον ἰσορροπίας τῆς ἀπασχολήσεως;

- γ) i. Ποία εἶναι ἡ ἐλαστικότης ἀπασχολήσεως,  $L$ , ὡς πρός τό σύνολον τῶν δαπανῶν  $Y$ ;

- ii. Ποία εἶναι ἡ ἐλαστικότης ἀπασχολήσεως ὡς πρός τās μεταβολάς τοῦ ἀποθέματος κεφαλαίου;

Λύσις:

α)  $\frac{W}{P} = \frac{\partial Q}{\partial L} = 3/4 \cdot K^{1/4} \cdot L^{-1/4} \Rightarrow L_d = \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{W}{P}\right)^{-4} \cdot K = f\left(\frac{W}{P}\right)$

- β) Ἐχοντες ὡς βάσιν τήν συνθήκην  $L_d = L_s$  εὐρίσκομεν  $L_e = 2$ .

- γ) i.

$$n_{L, Y} = \frac{dL}{dY} \cdot \frac{Y}{L} = 0$$

- ii.

$$n_{L, K} = \frac{1}{5} = 0,20$$

7.

- α) Δίδεται ἡ συνάρτησις συνολικῆς προσφορᾶς:

$$P = Q^3$$

- β) Δίδονται αἱ ἐλαστικότητες συνολικῆς ζητήσε-

ως:

$$n_{Y, M} = \frac{1}{2}, \quad n_{Y, G} = 2$$

Νά εὑρεθοῦν τά:  $n_{Q, Y}$ ,  $n_{Q, M}$ ,  $n_{Q, G}$

Λύσεις:

$$\text{Όπως γνωστόν: } Y = PQ = Q^4 \Rightarrow Q = Y^{1/4}$$

$$\text{Όθεν: } n_{Q,Y} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{4}$$

$$n_{Q,M} = (n_{Y,M}) (n_{Q,Y}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} = 0,125 \quad \eta \quad 12\frac{1}{2}\%$$

$$n_{Q,G} = (n_{Y,G}) (n_{Q,Y}) = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} = 0,50 \quad \eta \quad 50\%$$

8. Νά εύρεθοϋν άλγεβρικῶς τὰ επίπεδα ίσορροπίας τῶν τιμῶν, τῆς παραγωγῆς καί τῆς ἀπασχολήσεως, εἰς τὰς κάτωθι δύο περιπτώσεις:

Περίπτωσης 1η:

$Y_d = 100$ , συνολική καμπύλη ζητήσεως μέ αὐταπάτη περί περί τό χρῆμα.

$Q_s = 10$ , συνάρτησις προσφορᾶς πλήρους ἀπασχολήσεως.

Περίπτωσης 2α:

$Q_d = 10$ , καμπύλη συνολικῆς ζητήσεως, ἄνευ αὐταπάτης περί τό χρῆμα καί μέ παγίδα ρευστότητος.

$Q_s = (P + 110)^{1/2}$ , Κεϋνσιανή καμπύλη προσφορᾶς θετικῆς κλίσεως

Λύσεις:Περίπτωσης 1η:

$$Y = PQ = 100 \Rightarrow Q_d = \frac{100}{P} \quad Q_s = Q_d \quad \eta \quad 10 = \frac{100}{P} \Rightarrow P = 10$$

Ἡ συγκριτική στατική θά ἐδείκνυεν ἕνα θετικόν επίπεδον τιμῆς καί πιθανῶς πλήρη ἀπασχόλησιν, ἡ ὁποία θά ἤδύνατο

νά επιτευχθῆ.

Περίπτωσης 2η:

$$Q_s = Q_d \quad \eta \quad (P + 110)^{1/2} = 10 \Rightarrow P + 110 = 100 \Rightarrow P = -10 ;$$

Ἡ συγκριτική στατική δεικνύει ὅτι ἕνα ἀρνητικὸν ἐπίπεδον τιμῶν ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἰσορροπία, πρᾶγμα πού φανερώνει ὅτι εἰς οἰονδήποτε θετικὸν ἐπίπεδον τιμῶν ἡ προσφερομένη ποσότης θά εἶναι διάφορος ἀπὸ τὴν ζητουμένην εἰς πραγματικούς ὄρους. Πιθανῶς ἡ οἰκονομία αὐτή θά εὐρίσκεται εἰς μίαν διαρκή κατάστασιν ὑποαπασχολήσεως (μὴ ἐπαρκῆς πραγματικῆ συνολικῆ ζήτησις), μέ μίαν τάσιν πρὸς τὰ κάτω τῶν τιμῶν.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- (1) Anthony S.Campagna, *Macroeconomics Theory and Policy*, Houghton Mifflin Boston.
- (2) K.C.Kogiku, *An Introduction to Macroeconomic Models*, McGraw-Hill Book Company.
- (3) Joseph P.Mckenna, *Aggregate Economic Analysis*, Fourth ed. The Dryden Press Inc. 1971.
- (4) Frank C.Wykoff, *Macroeconomics, Theory, Evidence and Policy*, Prentice-Hall, Inc.
- (5) Α.Α.Αάζαρη, *Θεωρία Ἀπασχολήσεως καί Ἐθνικοῦ Εἰσοδήματος*, Ἀθήναι 1967.
- (6) Θ.Διανοῦ καί Θ.Μπένου, *Εἰσαγωγή στήν Μακροοικονομική Ἀνάλυση καί Δημοσιονομική Πολιτική*, Ἀθήναι 1975.
- (7) Σ.Α.Σαραντίδη, *Ἀνάλυσις Ἐθνικοῦ Εἰσοδήματος καί Ἐθνικῶν Λογαριασμῶν - Εἰσαγωγική Ἀνάλυσις*, Πειραιεύς 1973.