

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο : ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- 1.1 Περιεχόμενα εργασίας
- 1.2 Σκοποί εργασίας
- 1.3 Διάρθρωση εργασίας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο : ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ ΔΕΙΟΓΡΑΦΩΝ

- 2.1 Εισαγωγή
- 2.2 Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα : Το υπόδειγμα της αγοράς
 - 2.2.1 Υποθέσεις Υποδείγματος
 - 2.2.2 Παράμετροι Υποδείγματος
 - 2.2.3 Εκτίμηση των παραμέτρων του Υποδείγματος
 - 2.2.4 Ο συντελεστής βήτα
 - 2.2.5 Υπολογισμός και διόρθωση των ιστορικών βήτα
 - 2.2.6 Θεμελιώδη βήτα
 - 2.2.7 Χρήσεις του Υποδείγματος της Αγοράς
- 2.3 Πολυπαραγοντικά Υποδείγματα
 - 2.3.1 Γενικό Πολυπαραγοντικό Υπόδειγμα
 - 2.3.2 Υποδείγματα βιομηχανικών δεικτών
 - 2.3.3 Υποδείγματα Μέσης Συσχέτισης
 - 2.3.4 Μεικτά Υποδείγματα
 - 2.3.5 Θεμελιώδη Πολυπαραγοντικά Υποδείγματα
 - 2.3.6 Εκτίμηση Υποδειγμάτων με πολλούς παράγοντες

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο : ΕΜΠΕΙΡΙΚΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ ΤΟΥ ΜΟΝΟΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ

- 3.1 Έλεγχοι καταστρατήγησης των βασικών υποθέσεων του Υποδείγματος της Αγοράς
 - 3.1.1 Έλεγχοι Ετεροσκεδαστικότητας
 - 3.1.2 Έλεγχοι Εξειδίκευσης
 - 3.1.3 Έλεγχοι Σταθερότητας

- 3.1.4 Έλεγχοι Κανονικότητας
- 3.1.5 Έλεγχοι Αυτοσυσχέτισης
- 3.1.6 Έλεγχοι για την Αυτοπαλίνδρομη υπο συνθήκη ετεροσκεδάση.
Το κριτήριο ARCH
- 3.2 Χρησιμότητες του υποδείγματος της αγοράς
 - 3.2.1 Μέθοδοι εκτίμησης του συντελεστή βήτα
 - 3.2.2 Παράγοντες που επηρεάζουν την διαχρονική αστάθεια του συντελεστή βήτα
 - 3.2.3 Υπολογισμός του Αποδοτικού Συνόρου

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο :ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

- 4.1 Γενικά Συμπεράσματα
- 4.2 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η παρούσα εργασία έχει τίτλο «Γραμμικά Υποδείγματα Παραγωγής Αποδόσεων Αξιογράφων».

Ο τίτλος αυτός μας παραπέμπει στο πλαίσιο της Θεωρίας του Χαρτοφυλακίου που πραγματεύεται τη διαδικασία επιλογής του άριστου χαρτοφυλακίου υπό συνθήκες αβεβαιότητας.

Η επιλογή του άριστου χαρτοφυλακίου που αντιμετωπίζει ο εκάστοτε επενδυτής δηλαδή ο προσδιορισμός εκείνου του επενδυτικού σχεδιασμού που του προσφέρει με δεδομένο κίνδυνο την υψηλότερη δυνατή απόδοση και το οποίο μεγιστοποιεί την αναμενόμενη ωφελιμότητα του με ορίζοντα μιας μόνο περιόδου, αποτελεί ένα βασικό πρόβλημα.

Μια απάντηση στο πρόβλημα αυτό δόθηκε από τον **Harry Markowitz (1952-1959)** και θεωρείται ως η απαρχή της θεωρίας του χαρτοφυλακίου. Ο **Markowitz** στην ανάλυσή του, υποθέτει ότι οι επενδυτές έχουν ένα συγκεκριμένο και μεμονωμένο επενδυτικό ορίζοντα όπως και ότι κάθε μεμονωμένη μετοχή αντιπροσωπεύεται από μια κατανομή πιθανοτήτων των αναμενόμενων αποδόσεων. Η αναμενόμενη τιμή αυτής της κατανομής είναι ένα μέτρο της αναμενόμενης απόδοσης της μετοχής και η διακύμανση των αποδόσεων παρέχει ένα μέτρο του κινδύνου της. Επιπλέον η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου και η διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου περιγράφουν απόλυτα ένα χαρτοφυλάκιο μεμονωμένων

μετοχών. Μια άλλη υπόθεση στο μοντέλο του **Markowitz** είναι ότι οι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο δηλαδή ότι απαιτούν μεγαλύτερη απόδοση προκειμένου να δεχτούν να αναλάβουν μεγαλύτερο κίνδυνο. Κατά αυτόν τον τρόπο οι ορθολογικοί επενδυτές προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν την αναμενόμενη χρησιμότητα τους αντί απλά να επιδιώκουν την μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης. Η χρησιμότητα είναι ένα μέτρο ικανοποίησης και λαμβάνει υπόψη τόσο την απόδοση όσο και τον κίνδυνο.

Ο **Markowitz** λοιπόν δημιούργησε ένα μοντέλο ανάλυσης του χαρτοφυλακίου το οποίο περιληπτικά αναλύεται σε τρία στάδια ενεργειών. Το πρώτο στάδιο, ασχολείται με τα δύο χαρακτηριστικά ενός χαρτοφυλακίου που είναι η αναμενόμενη απόδοση του και ο κίνδυνος όπως αυτός μετριέται με την διακύμανση των αποδόσεων γύρω από την μέση τιμή τους καθώς και ο βαθμός συσχέτισης όλων των εξεταζόμενων χρεογράφων. Στο δεύτερο στάδιο, οι ορθολογικοί επενδυτές θα αναλύσουν τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια, δηλαδή τη μέγιστη απόδοση για εναλλακτικά επίπεδα κινδύνου και αντίστροφα τον ελάχιστο κίνδυνο για εναλλακτικά επίπεδα απόδοσης. Ο γεωμετρικός τόπος όλων των αποδοτικών χαρτοφυλακίων ονομάζεται μέτωπο των αποδοτικών συνδυασμών ή *αποδοτικό σύνορο* (**efficient frontier**). Στο τρίτο στάδιο, είναι δυνατόν να αναγνωρισθούν τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια αν είναι γνωστές οι αναμενόμενες αποδόσεις και οι διακυμάνσεις των χρεογράφων που θα περιληφθούν στο χαρτοφυλάκιο καθώς και οι συνδιακυμάνσεις μεταξύ κάθε ζεύγους χρεογράφων. Επομένως θα επιλεγεί εκείνος ο συνδυασμός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου που μεγιστοποιεί την αναμενόμενη ωφελιμότητα του επενδυτή ή ταιριάζει πιο πολύ στην συνάρτηση ωφελιμότητας (**utility function**) του επενδυτή.

Βασιζόμενοι στην προσέγγιση του **Markowitz** δημιουργήθηκαν και άλλα υποδείγματα, που διαπραγματεύονταν το πρόβλημα της επιλογής άριστου χαρτοφυλακίου, και προσπάθησαν να βελτιώσουν το αρχικό υπόδειγμα και κυρίως να μειώσουν το πλήθος των παραμέτρων που ήταν απαραίτητοι για την εμπειρική εκτίμησή του.

Η πιο διαδεδομένη τεχνική υποθέτει ότι η ταυτόχρονη μεταβολή προς την ίδια κατεύθυνση κάποιων χρεογράφων οφείλεται στην επιρροή διαφόρων παραγόντων ή δεικτών. Τα μοντέλα αυτά είναι γνωστά ως υποδείγματα με παράγοντες (**factor models**) και είναι διαδικασίες δημιουργίας αποδόσεων (**return generating process**), δηλαδή στατιστικά μοντέλα που προσπαθούν να προσδιορίσουν τους οικονομικούς παράγοντες που μεταβάλλουν συστηματικά τις τιμές των χρεογράφων. Τα υποδείγματα αυτά μπορούν να προσδιορίσουν όχι μόνο τις αποδόσεις, διακυμάνσεις και συνδιακυμάνσεις που είναι απαραίτητες για την επιλογή του άριστου χαρτοφυλακίου αλλά και την ευαισθησία του χαρτοφυλακίου στις μεταβολές των παραγόντων. Έτσι δημιουργήθηκαν υποδείγματα συσχέτισης των αποδόσεων των χρεογράφων με έναν ή περισσότερους παράγοντες (**One-multi factor models**).

Πολλοί ερευνητές υποστηρίζουν ότι η διαδικασία δημιουργίας αποδόσεων περιλαμβάνει ένα μόνο παράγοντα. Έχει επίσης παρατηρηθεί ότι όταν μεταβάλλεται η απόδοση της αγοράς οι περισσότερες μετοχές τείνουν να μεταβάλλονται προς την ίδια κατεύθυνση. Δηλαδή, όταν ο δείκτης κινείται ανοδικά οι τιμές των μετοχών θα τείνουν να αυξάνονται επηρεαζόμενες από την κίνηση της αγοράς. Όταν ο δείκτης της αγοράς ακολουθεί καθοδική πορεία και πάλι οι τιμές των μετοχών θα συμπαρασυρθούν από αυτή την κίνηση του δείκτη. Το υπόδειγμα επομένως που θεωρεί ότι οι αποδόσεις των μετοχών επηρεάζονται από την συνολική συμπεριφορά της αγοράς ονομάζεται *μοντέλο της αγοράς* (**Market model**).

Αντίθετα τα υποδείγματα με πολλούς παράγοντες μελετούν επιπλέον παράγοντες – εκτός των μεταβολών της αγοράς- που επηρεάζουν τις τιμές των μετοχών ελπίζοντας ότι θα αντλήσουν περισσότερες πληροφορίες. Δυστυχώς όμως αυτού του είδους τα υποδείγματα εμπεριέχουν κινδύνους πρόσθεσης «θορύβων» (**random noises**) αντί για πραγματικές πληροφορίες. Τα υποδείγματα με πολλούς παράγοντες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση των συντελεστών συσχέτισης, για τη διαμόρφωση προσδοκιών σχετικά με τις αποδόσεις και την μελέτη των επιδράσεων κάποιων γεγονότων σε αυτές, σαν μέθοδος για την προσαρμογή της κατανομής των αποδόσεων

ενός χαρτοφυλακίου στις συγκεκριμένες ανάγκες του επενδυτή και σαν μέθοδος για τον προσδιορισμό της αιτίας για την καλή ή κακή απόδοση του χαρτοφυλακίου. Δύο διαφορετικές εκδοχές υποδειγμάτων με πολλούς παράγοντες έχουν χρησιμοποιηθεί στην προσπάθεια να εντοπιστούν τα αίτια που επηρεάζουν τις τιμές των μετοχών πέραν από τις μεταβολές της αγοράς. Έτσι έχουμε τα *γενικά υποδείγματα με πολλούς παράγοντες* και τα *υποδείγματα με κλαδικούς δείκτες*.

Όλα αυτά που αναφέραμε καθώς και το επόμενο κεφάλαιο που θα ακολουθήσει και που θα γίνει μια διεξοδική ανάλυση των υποδειγμάτων αυτών, αποτελούν το θεωρητικό κομμάτι της εργασίας αυτής. Πέρα από αυτό το τμήμα υπάρχει και το πρακτικό κομμάτι που αναφέρεται στις εμπειρικές μελέτες του Μονοπαραγοντικού υποδείγματος της αγοράς.

Στο τέλος της εργασίας γίνεται μελέτη των συμπερασμάτων καθώς επίσης και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

1.2 ΣΚΟΠΟΙ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να προσεγγίσει ένα βασικό υπόδειγμα της χρηματοοικονομικής ιστορίας. Το υπόδειγμα αυτό αποτελεί το «Υπόδειγμα της Αγοράς» και αρχικά παρουσιάζεται σε θεωρητικό επίπεδο και έπειτα προσεγγίζεται από μια γκάμα εμπειρικών ελεγχών που εξετάζουν τις υποθέσεις πάνω στις οποίες βασίζεται.

Οι υποθέσεις αυτές αναλύονται διεξοδικά και αναφέρονται οι συνέπειες καταστρατήγησής τους που οδηγούν σε λανθασμένα και αναξιόπιστα αποτελέσματα.

Εκτός από την εκτεταμένη παρουσίαση του υποδείγματος της αγοράς εισάγονται εναλλακτικά νέες μελέτες που εξαλείφουν κάποιες από τις αδυναμίες του προαναφερθέντος υποδείγματος και εισάγουν νέα στοιχεία για περαιτέρω έρευνα.

1.3 ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Το υπόλοιπο μέρος της εργασίας, ακολουθεί την παρακάτω διάρθρωση:

Το *δεύτερο κεφάλαιο* αποτελεί το θεωρητικό κομμάτι της εργασίας και αναλύεται διεξοδικά τόσο η έννοια του υποδείγματος της αγοράς με τις υποθέσεις, τις παραμέτρους, την εκτίμηση των παραμέτρων του υποδείγματος, το θεώρημα των **Gauss-Markov**, τον συντελεστή βήτα, και τις χρήσεις του υποδείγματος της αγοράς όσο και τα πολυπαραγοντικά υποδείγματα και ειδικότερα αυτά των βιομηχανικών δεικτών, μέσης συσχέτισης, μεικτά, θεμελιώδη παραγοντικά ενώ στο τέλος του κεφαλαίου αυτού παρουσιάζονται τρόποι εκτιμήσής τους.

Στο *τρίτο κεφάλαιο* παρουσιάζονται εμπειρικές έρευνες που αναφέρονται αφετέρου στις παραβιάσεις του υποδείγματος της αγοράς και ειδικότερα στις μεθόδους εκτίμησης του συντελεστή βήτα, στους παράγοντες που επηρεάζουν την διαχρονική αστάθεια του συντελεστή βήτα και τέλος στον υπολογισμό του αποδοτικού συνόρου.

Στο *τέταρτο κεφάλαιο* εκμαίονται τα συμπεράσματα της παρούσας εργασίας καθώς και νέες μελέτες ως προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

2^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ ΑΞΙΟΓΡΑΦΩΝ

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναφερθήκαμε στην προσέγγιση του **Markowitz** για τον εντοπισμό του αποτελεσματικού μετώπου και την επιλογή του άριστου χαρτοφυλακίου.

Το πλήθος όμως των προς εκτίμηση δεδομένων έκανε δυσκολότερη την εφαρμογή των αναπτυγμένων θεωριών στην πράξη που κυρίως προερχόταν από την εκτίμηση των συνδιακυμάνσεων μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών και όχι τόσο από την εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης ή του κινδύνου των μεμονωμένων μετοχών. Για το σκοπό αυτό υπήρξαν δύο κατηγορίες μοντέλων.

Η πρώτη κατηγορία μοντέλων έχει ως σκοπό την απλοποίηση των εκτιμητών των συνδιακυμάνσεων που στηρίζεται σε τεχνικές ομαδοποίησης (**Grouping Techniques**). Τα μοντέλα της κατηγορίας αυτής χρησιμοποιούνται για την εξομάλυνση του «θορύβου» και στην σωστή διεξαγωγή των αποτελεσμάτων. Πολλοί όμως είναι αυτοί που υποστηρίζουν ότι η ομαδοποίηση αυτή συντελεί στην εξαφάνιση κρίσιμων και απαραίτητων πληροφοριών.

Για το λόγο αυτό κατασκευάστηκαν τα Απλά και τα Πολλαπλά μοντέλα Δεικτών (**Single-Multi index models**) που θα αναλύσουμε σε αυτό το

κεφάλαιο διεξοδικά. Τα μοντέλα αυτά επηρεάζονται από τις αποδόσεις ενός ή περισσότερων δεικτών. Τα Απλά μοντέλα δεικτών (**Single-index model**) είναι εκείνα τα οποία επηρεάζονται από αλλαγές στην γενική αγορά. Από την άλλη πλευρά τα Πολλαπλά μοντέλα δεικτών (**Multi-index model**) είναι μια προσπάθεια αιχμαλώτισης εκείνων των επιρροών που δεν σχετίζονται με την αγορά και προκαλούν την «συνμετακίνηση» των τίτλων. Τα αποτελέσματα όμως του μοντέλου αυτού κρίνονται ανικανοποίητα δεδομένου ότι η αύξηση των δεικτών που σκοπό έχει την αύξηση της πληροφορίας μπορεί να συντελέσει στην αύξηση του «θορύβου», συνεκτιμώντας και ένα ποσοστό σφάλματος στα συμπερασματά μας.

Ο **William Sharp (1963)** προς απλούστευση και αποφυγή μεγάλου πλήθους υπολογισμών πρότεινε ένα υπόδειγμα που επιτρέπει μεγάλο περιορισμό του αριθμού των παραμέτρων που χρειάζεται να εκτιμηθούν. Το Υπόδειγμα αυτό είναι γνωστό ως το Υπόδειγμα της αγοράς (**Market Model**) και ανήκει στην κατηγορία των Απλών Μοντέλων Δεικτών.

2.2 ΜΟΝΟΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ: ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ

Σύμφωνα με το υπόδειγμα της αγοράς που αναπτύχθηκε από τον **William Sharpe (1963)**, περιγράφεται μια γραμμική σχέση όπου οι αποδόσεις των μεμονωμένων μετοχών σχετίζονται με της αποδόσεις της συνολικής αγοράς και ειδικότερα με τις αποδόσεις ενός χρηματιστηριακού δείκτη.

Η διμεταβλητή κανονικότητα των αποδόσεων των μετοχών και του χαρτοφυλακίου αποτελεί τη βάση της σχέσης του υποδείγματος της αγοράς ανάμεσα στις αποδόσεις των μετοχών και στην απόδοση ενός χαρτοφυλακίου μετοχών που θεωρείται αντιπροσωπευτικό της αγοράς.

Ειδικότερα αν R_i είναι η απόδοση σε μια οποιαδήποτε μετοχή i και R_m είναι η απόδοση σε ένα χαρτοφυλάκιο της αγοράς, το οποίο αντιπροσωπεύει όλες τις μετοχές της αγοράς και αν η από κοινού κατανομή που ακολουθούν οι αποδόσεις αυτές ακολουθούν την κανονική κατανομή, τότε η δεσμευμένη κατανομή της απόδοσης σε μια μετοχή έχει μια ιδιαίτερη απλή μορφή. Δηλαδή η σχέση που συνδέει τις αποδόσεις R_i και R_m έχει όμοια μια απλή μορφή.

Αρχικά θα ορίσουμε την αναμενόμενη τιμή της απόδοσης μιας μετοχής i R_i με δεδομένη την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς R_m . Αυτή η αναμενόμενη τιμή αποτελεί το σταθμισμένο άθροισμα όλων των πιθανών τιμών της τυχαίας μεταβλητής R_i και εκφράζεται ως εξής :

$$E(R_i / R_m) = \int_{R_{it}} R_{it} f(R_{it} / R_m) dR_{it} \quad (1)$$

Καθώς αναφερόμαστε σε μία δεσμευμένη αναμενόμενη τιμή $E(R_i / R_m)$, το βάρος που δίνεται σε κάθε δεδομένη τιμή της απόδοσης R_{it} είναι ίσο με τη δεσμευμένη κατανομή $f(R_{it} / R_m)$ αντί για την περιθωριακή κατανομή

ποκνότητας $f(R_{it})$, η οποία χρησιμοποιείται για τον ορισμό της μη-δεσμευμένης αναμενόμενης μέσης τιμής $E(R_{it})$.

Καθώς η δεσμευμένη κατανομή ποκνότητας $f(R_{it}/R_{mt})$ είναι εν μέρει διαφορετική για διαφορετικές τιμές της απόδοσης της αγοράς R_{mt} , η δεσμευμένη αναμενόμενη μέση τιμή εξαρτάται από την τιμή της απόδοσης της αγοράς. Επομένως, διαφορετικές αποδόσεις της αγοράς, προσδίδουν επίσης διαφορετικές δεσμευμένες αναμενόμενες αποδόσεις. Εάν η από κοινού κατανομή των R_{it} και R_{mt} ακολουθεί τη διμεταβλητή κανονικότητα, τότε μπορούμε να προσδιορίσουμε τη γενική μορφή που θα προσλάβει η αναμενόμενη δεσμευμένη μέση τιμή και η οποία δίδεται από τον εξής τύπο :

$$E(R_{it}/R_{mt}) = a_i + b_i R_{mt} \quad (2)$$

όπου η αναμενόμενη δεσμευμένη μέση τιμή είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των a_i και των $b_i R_{mt}$ όπου $a_i = E(R_{it}) - b_i E(R_{mt})$ και $b_i = Cov(R_{it}, R_{mt}) / S^2(R_{mt})$. (3)

Επιπλέον εάν η από κοινού κατανομή των R_{it} και R_{mt} είναι διμεταβλητή κανονική τότε η δεσμευμένη κατανομή της R_{it} δοθέντος της τιμής της απόδοσης της αγοράς R_{mt} είναι επίσης κανονική. Συνεπώς, η δεσμευμένη συνάρτηση ποκνότητας $f(R_{it}/R_{mt})$ είναι αυτή μιας κανονικής κατανομής, με μέσο και διακύμανση που δίνονται ως εξής :

$$S^2(R_{it}/R_{mt}) = \int_{R_{it}} [R_{it} - E(R_{it}/R_{mt})]^2 f(R_{it}/R_{mt}) dR_{it} \quad (4)$$

$$S^2(R_{it}/R_{mt}) = S^2(R_{it})(1 - r_{im}^2) \quad (5)$$

όπου r_{im} εκφράζει το συντελεστή συσχέτισης ανάμεσα στις αποδόσεις της μετοχής i και της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς και δίνεται από τον τύπο :

$$r_{im} = Cov(R_{it}, R_{mt}) / S(R_{it})S(R_{mt}) \quad (6)$$

Η δεσμευμένη διακύμανση περιλαμβάνει τη στάθμιση των τετραγωνικών αποκλίσεων της απόδοσης της μετοχής i από την αναμενόμενη δεσμευμένη μέση τιμή της απόδοσης της μετοχής i από τη δεσμευμένη κατανομή πυκνότητας $f(R_{it} / R_{mt})$. Αντίθετα, η μη δεσμευμένη διακύμανση σταθμίζει τις τετραγωνικές αποκλίσεις της απόδοσης της μετοχής i από τη μη δεσμευμένη αναμενόμενη μέση τιμή της απόδοσης της μετοχής i με την περιθωριακή κατανομή $f(R_{it})$. Από την εξίσωση (5) γίνεται φανερό ότι όταν έχουμε διμεταβλητή κανονικότητα, η δεσμευμένη διακύμανση $S^2(R_{it} / R_{mt})$ έχει την ίδια τιμή για όλες τις τιμές της απόδοσης της αγοράς R_{mt} . Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι $S^2(R_{it})$ και r_{im} προσλαμβάνουν την ίδια ακριβώς τιμή για κάθε τιμή της απόδοσης της αγοράς.

Η απόκλιση της απόδοσης της μετοχής i από τη δεσμευμένη αναμενόμενη μέση τιμή ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή μηδέν και διακύμανση που δίνεται από την εξίσωση (5) τονίζοντας ότι οι δεσμευμένες κατανομές της απόδοσης της μετοχής i είναι κανονικές με διακυμάνσεις ανεξάρτητες της απόδοσης της αγοράς. Άρα η δεσμευμένη κατανομή για κάθε τιμή της απόδοσης της αγοράς θα είναι

$$e_{it} = R_{it} - (a_i + b_i R_{mt}) \quad (7).$$

Η μέση τιμή $E(e_{it} / R_{mt}) = E(e_{it}) = 0 \quad (8)$

και διακύμανση $S^2(e_{it} / R_{mt}) = S^2(R_{it} / R_{mt}) = S^2(R_{it})(1 - r_{im}^2) = S^2(e_{it}) \quad (9)$

όπου η απόκλιση e_{it} έχει την ίδια δεσμευμένη κατανομή για κάθε τιμή της απόδοσης της αγοράς δηλαδή τα e_{it} και R_{mt} είναι ανεξάρτητα.

Συνεπώς εάν η από κοινού κατανομή της απόδοσης της μετοχής i και της απόδοσης της αγοράς είναι διμεταβλητή κανονική, τότε η σχέση ανάμεσα στις αποδόσεις R_{it} και R_{mt} θα πάρει την μορφή :

$$R_{it} = a_i + b_i R_{mt} + e_{it}$$

R_{it} : η τυχαία απόδοση της μετοχής i κατά την χρονική περίοδο t .

R_{mt} : η τυχαία απόδοση Γενικού δείκτη (της αγοράς) m κατά την χρονική περίοδο t .

a_i : παράμετρος που δείχνει το ύψος της απόδοσης της μετοχής i που δεν οφείλεται στον χρηματιστηριακό δείκτη και παραμένει διαχρονικά σταθερό.

b_i : παράμετρος, που εκφράζει στην προσδωκόμενη μεταβολή της απόδοσης της μετοχής i δεδομένης μιας μεταβολής της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της Αγοράς. Επομένως $b_i R_{mt}$ εκφράζει τη συστηματική συνιστώσα. Αντίθετα το $a_i + e_{it}$ εκφράζει την τυχαία συνιστώσα δηλαδή την επίδραση που ασκείται κατά τρόπο τυχαίο στην απόδοση της μετοχής i ανεξάρτητα από την επίδραση της αγοράς.

e_{it} : το σφάλμα της αποδόσης της μετοχής i την χρονική στιγμή t

Το υπόδειγμα αυτό βασίζεται στην υπόθεση ότι η απόδοση ενός χαρτοφυλακίου έχει την τάση να κυμαίνεται όμοια με την απόδοση του δείκτη της αγοράς. Επιπλέον παρατηρούμε ότι με τη διμεταβλητή κανονικότητα υπάρχει μια γραμμική σχέση ανάμεσα στις από κοινού κατανεμημένες μεταβλητές R_{it} και R_{mt} με συντελεστές τα a_i και b_i . Η γραμμική αυτή σχέση υπόκειται στο κατάλοιπο e_{it} το οποίο ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή και διακύμανση με τύπους που αναφέραμε

προηγούμενως και το οποίο είναι ανεξάρτητο της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Η απόδοση ενός χρεογράφου υπολογίζεται για την χρονική περίοδο $[t-1, t)$ ως

εξής :

$$R_{it} = \frac{P_{it} + D_{it} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}$$

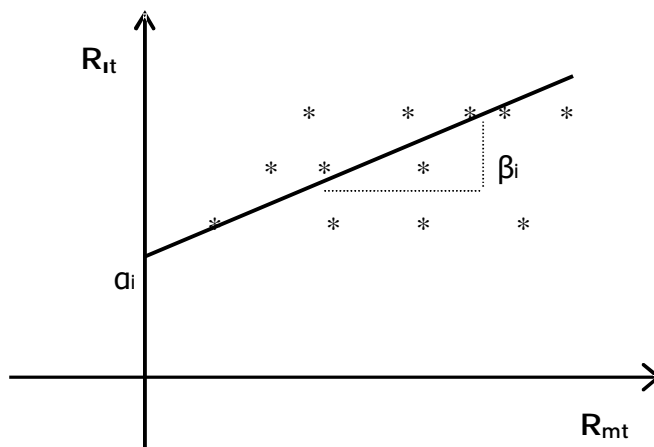
Με

$P_{i,t-1}$ είναι η τιμή του χρεογράφου την χρονική στιγμή $t-1$

P_{it} είναι η τιμή του χρεογράφου την χρονική στιγμή t

D_{it} είναι το μέρισμα που διανέμει η εταιρεία το χρονικό διάστημα $[t-1, t)$

Το υπόδειγμα της αγοράς μπορεί διαγραμματικά να παρουσιαστεί ως εξής :



2.2.1 ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Το Υπόδειγμα της αγοράς εκτιμάται εφαρμόζοντας την απλή μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, η χρησιμοποίηση της οποίας απαιτεί την υιοθέτηση κάποιων αρκετά περιοριστικών υποθέσεων, οι οποίες ελέγχονται εμπειρικά και οι οποίες είναι οι εξής:

1. $E(e_{it}) = 0$, για κάθε t και για κάθε $i = 1, 2, \dots, N$, δηλαδή η αναμενόμενη τιμή του στοχαστικού όρου του σφάλματος είναι μηδέν για κάθε χρονική στιγμή. Για να δούμε αν η υπόθεση αυτή ισχύει υποθέτουμε ότι το $E(e_{it}) = c$. Τότε το υπόδειγμα της αγοράς θα γίνει $R_{it} = a_i + c + b_i R_{mt} + e_{it}$ όπου αποδεικνύεται και πάλι ότι ισχύει $E(e_{it}) = 0$.

2. $Cov(e_{it}, e_{it+k}) = 0$, με $k \neq 0$. Η υπόθεση αυτή σημαίνει ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση μεταξύ των τιμών του στοχαστικού όρου. Αυτή η υπόθεση μας πιστοποιεί ότι η μόνη αιτία για την οποία οι αποδόσεις των μετοχών κινούνται μαζί είναι η επίδραση που δέχονται από τις κινήσεις της αγοράς.

3. $Cov(e_{it}, R_{mt}) = 0$, για κάθε t και για κάθε $i = 1, 2, \dots, N$. Η υπόθεση αυτή μας λέει ότι η τυχαία μεταβλητή η οποία εκφράζει την επίδραση των τυχαίων, μη συστηματικών παραγόντων είναι ανεξάρτητη από τις μεταβολές του συστηματικού παράγοντα R_{mt} .

4. $Var(e_{it}) = s^2(e_{it})$ είναι διαχρονικά σταθερή. Η υπόθεση αυτή είναι η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας σύμφωνα με την οποία η διακύμανση των καταλοίπων είναι σταθερή για όλη την περίοδο. Η υπόθεση αυτή διαδραματίζει σημαντικό ρόλο διότι επηρεάζει την εγκυρότητα όλων των αποτελεσμάτων χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα της αγοράς.

Οι παραπάνω υποθέσεις πρέπει να πληρούνται διότι τότε οι εκτιμητές των ελαχίστων τετραγώνων είναι αμερόληπτες και έχουν την μικρότερη διακύμανση μεταξύ όλων των γραμμικών και αμερόληπτων εκτιμητών. Η δε παραβίαση των υποθέσεων αυτών θα οδηγήσει σε σοβαρά προβλήματα αξιοπιστίας της τιμής του συντελεστή βήτα. Για το λόγο αυτό κάνουμε μια επιπλέον υπόθεση θεωρώντας τους συντελεστές a_i και b_i διαχρονικά σταθερούς.

2.2.2 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Πριν την δημιουργία του Υποδείγματος της Αγοράς, υπήρχε το πρόβλημα του μεγάλου όγκου των προς εκτίμηση παραμέτρων $\left(\frac{N^2 + 3N}{2}\right)$. Με την χρησιμοποίηση του Υποδείγματος της Αγοράς όμως ο αριθμός αυτός ελαττώνεται σημαντικά.

Σύμφωνα με το υπόδειγμα της αγοράς η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου δίνεται από τον τύπο

$$E(R_{it}) = a_i + b_i E(R_{mt})$$

όπου $E(R_{it})$ είναι η αναμενόμενη απόδοση του χρεογράφου i

και $E(R_{mt})$ είναι η αναμενόμενη απόδοση του Γενικού Δείκτη

Απόδειξη

$$E(R_{it}) = E(a_i + b_i R_{mt} + e_{it}) \Rightarrow$$

$$E(R_{it}) = a_i + b_i E(R_{mt}) + E(e_{it}) \Rightarrow$$

$$E(R_{it}) = a_i + b_i E(R_{mt})$$

Δεδομένου ότι $E(e_{it}) = 0$

Συνεπώς η αναμενόμενη απόδοση ενός χρεογράφου διαιρείται σε δύο μέρη:

- A) Την αναμενόμενη απόδοση που συσχετίζεται με την αναμενόμενη απόδοση του Γενικού δείκτη και φαίνεται από το μέρος της εξίσωσης $b_i E(R_m)$ (συστηματικό μέρος) και
- B) Την αναμενόμενη απόδοση που είναι ανεξάρτητη από την αναμενόμενη απόδοση του Γενικού δείκτη και φαίνεται από το μέρος της εξίσωσης a_i (μη συστηματικό μέρος).

Η διακύμανση της απόδοσης ενός χρεογράφου σύμφωνα με το υπόδειγμα της αγοράς δίνεται από τον τύπο :

$$s_i^2 = b_i^2 s_m^2 + s_{ei}^2$$

όπου s_m^2 είναι η διακύμανση της απόδοσης του Γενικού δείκτη

και s_{ei}^2 είναι η διακύμανση του στοχαστικού όρου e_i ($i = 1, 2, \dots, N$)

Απόδειξη

$$Var(R_{it}) = Var(a_i + b_i R_{mt} + e_{it}) \Rightarrow$$

$$Var(R_i) = Var(a_i) + b_i^2 Var(R_{mt}) + Var(e_{it}) + 2Cov(R_{mt}, e_{it}) \Rightarrow$$

$$Var(R_i) = b_i^2 Var(R_{mt}) + Var(e_{it})$$

Δεδομένου ότι $V(a_i) = 0$ διότι a_i σταθερά

Το πρώτο μέρος του συνολικού κινδύνου του χρεογράφου i είναι ο συστηματικός κίνδυνος και δίνεται από το $b_i^2 s_m^2$. Ο πρώτος όρος b_i^2 δείχνει πόσο ευαίσθητη είναι η απόδοση του χρεογράφου i στις κινήσεις της απόδοσης του Γενικού δείκτη. Ο δεύτερος όρος δείχνει το μη συστηματικό μέρος του κινδύνου που εκφράζεται από την τυπική απόκλιση s_{ei} .

Η συνδιακόμανση δίνεται από τον τύπο :

$$Cov(R_i, R_j) = b_{im} b_{jm} Var(R_m)$$

Απόδειξη

$$Cov(R_i, R_j) = Cov(a_i + b_i R_{m_t} + e_{it}, a_j + b_j R_{m_t} + e_{jt}) \Rightarrow$$

$$Cov(R_i, R_j) = b_i b_j Cov(R_{m_t}, R_{m_t}) + b_i Cov(R_{m_t}, e_{jt}) + b_j Cov(e_{it}, R_{m_t}) + Cov(e_{it}, e_{jt}) \Rightarrow$$

$$Cov(R_i, R_j) = b_{im} b_{jm} Var(R_m)$$

Σύμφωνα με την θεωρία του χαρτοφυλακίου του **Markowitz** χρειαζόμαστε $\frac{N^2 + 3N}{2}$ εκτιμήσεις, ενώ με το υπόδειγμα της αγοράς ο αριθμός αυτός μειώθηκε σημαντικά σε $3N + 2$ εκτιμήσεις. Κάτι τέτοιο μπορεί να επιτευχθεί παλινδρομώντας τις ιστορικές τιμές της μετοχής i για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα πάνω στις αποδόσεις του χρηματιστηριακού δείκτη για το ίδιο διάστημα. Από την διαδικασία αυτή θα προκύψει το a_i , b_i και το $Var(e_i)$. Έπειτα ακολουθούμε την ίδια μέθοδο για N μετοχές. Το $Var(R_m)$ και το $E(R_m)$ εκτιμούνται αμέσως, παρατηρώντας τις ιστορικές τιμές του χρηματιστηριακού δείκτη για το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα που ήδη αναφέραμε.

Επιφανειακά φαίνεται λοιπόν ότι το πρόβλημα της επιλογής ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου από τον επενδυτή λύθηκε. Στην πραγματικότητα όμως για να χρησιμοποιήσουμε το Υπόδειγμα της Αγοράς θα πρέπει να πιστοποιήσουμε την εγκυρότητα των υποθέσεων βάσει των οποίων στηρίζεται το υπόδειγμά μας. Θα πρέπει λοιπόν να ελένξουμε κατά πόσο αυτές οι υποθέσεις αυτές παραβιάζονται δίνοντας λανθασμένα και ανακριβή αποτελέσματα.

2.2.3 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Η χρησιμοποίηση του υποδείγματος της αγοράς $R_{it} = a_i + b_i R_{mt} + e_{it}$ προϋποθέτει την εκτίμηση των παραμέτρων a_i , b_i , s_{e_i} η οποία γίνεται βάσει των ιστορικών στοιχείων.

Η απόδοση της μετοχής i υπολογίζεται βάσει του τύπου :

$$R_{it} = \frac{P_{it} - P_{it-1} + D_{it}}{P_{it-1}}$$

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς υπολογίζεται με βάσει το άθροισμα της ποσοστιαίας μεταβολής του δείκτη τιμών και του συνόλου των διανεμηθέντων μερισμάτων D_t στην συνολική αξία της χρηματιστηριακής αγοράς P_{t-1} στην αρχή της περιόδου όπως διαφαίνεται από τον τύπο :

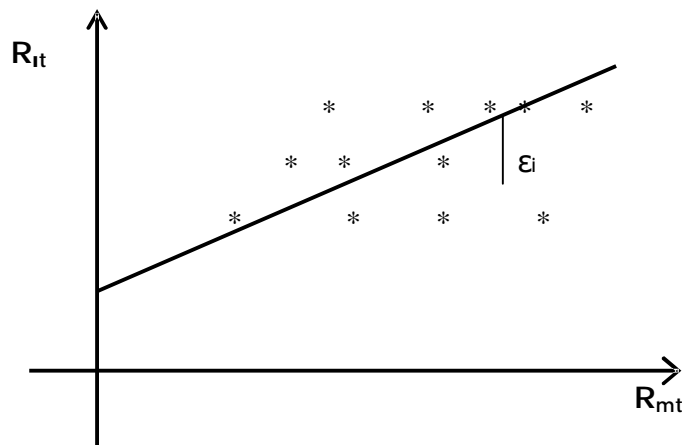
$$R_{mt} = \frac{I_t - I_{t-1}}{I_{t-1}} + \frac{D_t}{P_{t-1}}$$

Η απόκλιση εκφράζεται από το e_{it} όπου R_{it} είναι η απόδοση της μετοχής i που σημείωσε κατά την χρονική περίοδο t και αντιπροσωπεύεται από το αντίστοιχο σημείο της ευθείας :

$$R_{it} = b_i R_{mt} + a_i$$

Η σχέση αυτή ισχύει οποιαδήποτε χρονική στιγμή εφόσον έχουμε υποθέσει ότι οι παράμετροι a_i , b_i , $s_{e_i}^2$ παραμένουν διαχρονικά σταθεροί. Εάν η $s_{e_i}^2$ ήταν ίση με το μηδέν θα αρκούσαν δύο παρατηρήσεις των R_i, R_m , για να εκτιμηθούν οι παράμετροι a_i και b_i . Εκτός των άλλων η ύπαρξη της τυχαίας μεταβλητής e_i σημαίνει ότι η απόδοση αποκλίνει από εκείνη που

αντιπροσωπεύεται από σημείο της ευθείας γραμμής. Υπάρχουν αρκετοί τυχαίοι παράγοντες που επιδρούν και προκύπτουν από αυτήν την απόκλιση. Έτσι οι αποδόσεις δεδομένου τίτλου, απεικονίζονται σε συνάρτηση με τις αποδόσεις της αγοράς όπως φαίνεται και από το παρακάτω διάγραμμα :



Οι αποδόσεις που παρατηρούνται δεδομένου της μετοχής i κατανέμονται γύρω από την ευθεία γραμμή, της οποίας η τετμημένη επί την αρχή εκφράζει την παράμετρο a_i και η κλίση εκφράζει την παράμετρο b_i . Η $s_{\epsilon_i}^2$ αντιπροσωπεύει την διακύμανση των αποκλίσεων των αποδόσεων από την ευθεία γραμμή.

Οι εκτιμήσεις των παραμέτρων a_i και b_i επιτυγχάνονται με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων και με την παραδοχή ότι οι υποθέσεις του υποδείγματος επαληθεύονται δίδονται από τις ακόλουθες σχέσεις .

$$b_i = \frac{\sum_{t=1}^T [(R_{it} - \bar{R}_{it})(R_{mt} - \bar{R}_{mt})]}{\sum_{t=1}^T (R_{mt} - \bar{R}_{mt})^2}$$

$$a_i = \bar{R}_{it} - b_i \bar{R}_{mt}$$

Υπολογίζουμε επίσης τον συντελεστή προσδιορισμού R^2

$$\text{Όπου } R^2 = \frac{[\sum_{t=1}^T (R_{it} - \bar{R}_{it})(R_{mt} - \bar{R}_{mt})]^2}{\sum_{t=1}^T (R_{it} - \bar{R}_{it})^2 \sum_{t=1}^T (R_{mt} - \bar{R}_{mt})^2} = \frac{[(Cov(r, r_m))]^2}{S_r^2 S_{rm}^2}$$

Ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 εκφράζει το βαθμό εξάρτησης των αποδόσεων των μετοχών από τις αποδόσεις της αγοράς δηλαδή το ποσοστό της συνολικής διακύμανσης των αποδόσεων των μετοχών που εξηγείται από τις μεταβολές του δείκτη της αγοράς. Εάν $R^2 = 1$ η εξάρτηση είναι τέλεια ενώ εάν $R^2 = 0$ υπάρχει τέλεια ανεξαρτησία των αποδόσεων των μετοχών από τις μεταβολές του δείκτη της αγοράς.

Όσον αφορά την παράμετρο a_i για κάποια μετοχή i , μπορεί να είναι θετική, αρνητική ή μηδενική. Αντίθετα η παράμετρος b_i είναι συνήθως μεγαλύτερη του μηδενός. Μετά την εκτίμηση των παραμέτρων αυτών οι αποκλίσεις e_t που επαληθεύουν $E(e_t) = 0$, και η διακύμανση υπολογίζεται ως εξής:

$$e_t = r_t - a_i - b_i r_{mt}.$$

$$\text{Και } s_e^t = \frac{1}{T-2} \sum_{t=1}^T (R_{it} - (a_i + b_i R_{mt}))^2 \quad \text{για κάθε μετοχή.}$$

Σύμφωνα με το θεώρημα των **Gauss-Markov**, οι εκτιμητές της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων, με βάση τις υποθέσεις του απλού γραμμικού υποδείγματος, έχουν τη μικρότερη διακύμανση από όλους εκείνους τους εκτιμητές που είναι γραμμικοί και αμερόληπτοι εκτιμητές των παραμέτρων

τους, δηλαδή είναι άριστοι. Οι εκτιμητές αυτοί ονομάζονται **BLUE (Best Linear Unbiased Estimators)**.

Το θεώρημα αυτό τεκμηριώνει με τον καλύτερο τρόπο τον λόγο για τον οποίο θα πρέπει η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων να χρησιμοποιείται για την εκτίμηση του απλού γραμμικού υποδείγματος. Είναι αξιοσημείωτο ότι τα αποτελέσματα που προέκυψαν βασίστηκαν αποκλειστικά και μόνο στις υποθέσεις του απλού γραμμικού υποδείγματος για τις τιμές του τυχαίου σφάλματος. Στην περίπτωση εντούτοις που παραβιάζεται κάποια από τις υποθέσεις του τυχαίου σφάλματος, τότε τα αποτελέσματα του θεωρήματος δεν έχουν ισχύ. Επομένως το θεώρημα αυτό έχει ισχύ μόνο για την κατηγορία εκείνη των εκτιμητών που είναι αμερόληπτοι και γραμμικοί και οι οποίοι φυσικά παρουσιάζουν και το μεγαλύτερο ενδιαφέρον.

2.2.4 Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΒΗΤΑ

Η διακύμανση της απόδοσης ενός χρεογράφου σύμφωνα με το υπόδειγμα της αγοράς αποδείξαμε ότι δίνεται από τον τύπο :

$$Var(R_i) = b_i^2 Var(R_m) + Var(e_{it})$$

Αναφέραμε ότι ο κίνδυνος μιας μετοχής χωρίζεται σε δύο κινδύνους. Το πρώτο κομμάτι που ονομάζεται συστηματικός κίνδυνος ή κίνδυνος της αγοράς προκύπτει από γεγονότα τα οποία επηρεάζουν ολόκληρη την αγορά. Το πόσο μεγάλη ή μικρή είναι αυτή η επίδραση εξαρτάται από την ευαισθησία της μετοχής της συγκεκριμένης εταιρείας στις μεταβολές της αγοράς, και αποτελεί το βήτα της μετοχής. Επιπλέον πρέπει να τονιστεί ότι ο συστηματικός κίνδυνος υπάρχει πάντοτε δηλαδή δεν μπορεί να μειωθεί ούτε να εξαλειφθεί με την διαφοροποίηση και οφείλεται σε όλους εκείνους τους πολιτικούς, οικονομικούς και άλλους παράγοντες, οι οποίοι επηρεάζουν συνολικά όλες τις επενδύσεις. Τέτοιοι παράγοντες είναι οι διαρθρωτικές

μεταβολές στην οικονομία, οι μεταβολές της παγκόσμιας ενεργειακής κατάστασης κ.α.

Από την άλλη πλευρά το δεύτερο μέρος του κινδύνου προκύπτει από γεγονότα τα οποία είναι μοναδικά για κάθε επιχείρηση και είναι ανεξάρτητοι των οικονομικών, πολιτικών αλλά και των άλλων παραγόντων οι οποίοι επηρεάζουν κατά συστηματικό τρόπο τις επενδύσεις. Οι παράγοντες αυτοί που καθορίζουν το συγκεκριμένο επίπεδο κινδύνου μπορεί να είναι η μερισματική πολιτική, η κεφαλαιακή της διάρθρωση, οι τεχνολογικές καινοτομίες, η αποτελεσματικότητα της διοίκησης καθώς και άλλα έκτακτα γεγονότα. Ο μη συστηματικός κίνδυνος ή ειδικός κίνδυνος μπορεί να μειωθεί ή να εξαλειφθεί με τη διαφοροποίηση και μπορεί να μετρηθεί από το υπόδειγμα της αγοράς.

Ειδικότερα αν υποθέσουμε ότι κάθε τίτλος συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο κατά το ίδιο ποσοστό $x_i = \frac{1}{n}, \forall i$ τότε η διακύμανση θα είναι :

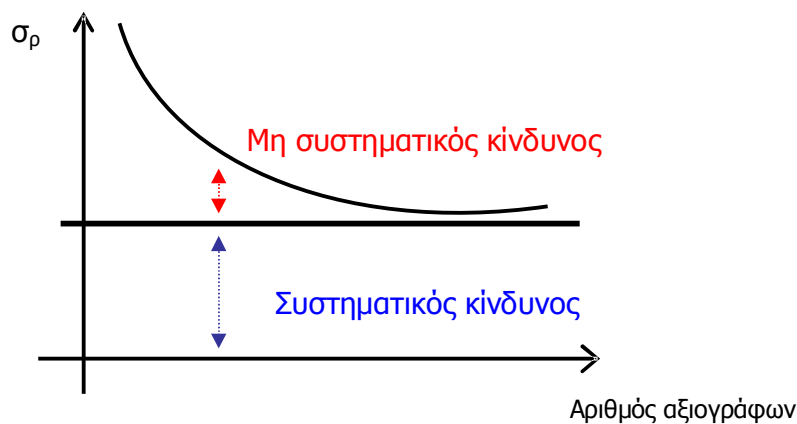
$$s_p^2 = b_p^2 s_m^2 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{n^2} s_{ei}^2 = b_p^2 s_m^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} s_{ei}^2$$

Ο δεύτερος όρος του αθροίσματος γίνεται μικρότερος όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός n τίτλων που αντανakλά τον μη συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου και ο οποίος μειώνεται δραστικά καθώς ο αριθμός των τίτλων αυξάνεται. Το μεγαλύτερο μέρος του κινδύνου αυτού εξαλείφεται ακόμη και εάν ο αριθμός των τίτλων του χαρτοφυλακίου δεν είναι αρκετά μεγάλος. Έτσι η συμβολή του s_{ei} στο συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου μειώνεται έως το μηδέν όταν ο αριθμός των τίτλων που απαρτίζεται είναι αρκετά υψηλός. Εάν υποθέσουμε ότι το μέγεθος του χαρτοφυλακίου είναι τέτοιο ώστε ο μη συστηματικός κίνδυνος να πλησιάζει το μηδέν ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα είναι :

$$s_p = \sqrt{b_p^2 s_m^2} = b_p s_m = s_m \sum_{i=1}^n x_i b_i$$

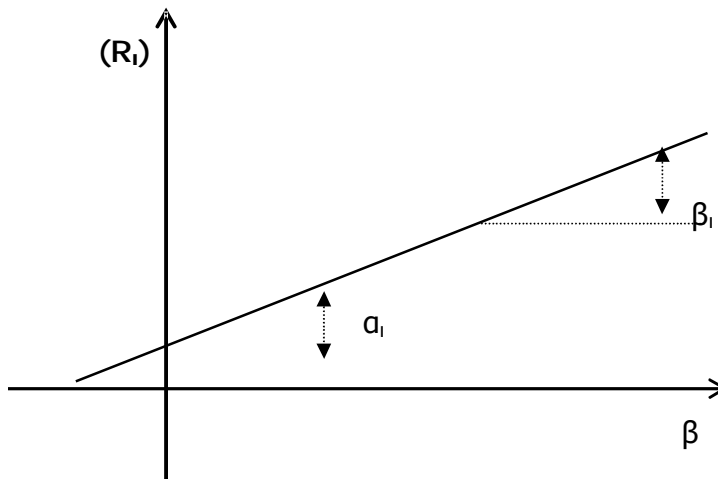
Επομένως ο συστηματικός κίνδυνος που καλείται και κίνδυνος της αγοράς και μετράται με τον συντελεστή βήτα δεν εξαλείφεται με την διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου. Αντίθετα ο μη συστηματικός κίνδυνος ή ειδικός κίνδυνος μπορεί να εξαλειφθεί με τον κατάλληλο συνδυασμό τίτλων και με την διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου.

Στο διάγραμμα που ακολουθεί απεικονίζεται η σχέση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου με τον αριθμό των αξιογράφων που περιλαμβάνονται σε αυτό. Στον κάθετο άξονα απεικονίζεται ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου, ενώ στον οριζόντιο απεικονίζεται ο αριθμός των μετοχών που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο. Παρατηρούμε η εισαγωγή περισσότερων μετοχών στο χαρτοφυλάκιο δεν φαίνεται να μειώνει το μη συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.



Το υπόδειγμα της Αγοράς προϋποθέτει ότι δεν υπάρχουν άλλοι παράγοντες που να επηρεάζουν τα χρεόγραφα παρά μόνο η απόδοση της αγοράς. Το υπόδειγμα μπορεί να παρουσιαστεί με μία παλινδρόμηση της απόδοσης του χρεογράφου (μετοχής) i στην απόδοση του δείκτη m . Η γραμμή αυτή περιγράφει την σχέση μεταξύ μεταβολών στις αποδόσεις μιας μετοχής και των μεταβολών στις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς και ονομάζεται Χαρακτηριστική Γραμμή. Η κλίση της γραμμής αυτής είναι ο συντελεστής παλινδρόμησης και ειδικότερα ο συντελεστής βήτα.

Το διάγραμμα της χαρακτηριστικής Γραμμής έχει ως εξής :



Μέσω του συντελεστή βήτα μπορούμε να χωρίσουμε τις μετοχές σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με τις τιμές τις οποίες παίρνει κάθε φορά ο εν λόγω συντελεστής.

Ø $B < 1$

Οι μετοχές της κατηγορίας αυτής ονομάζονται αμυντικές και το κύριο χαρακτηριστικό τους είναι ότι ακολουθούν τις κινήσεις του χρηματιστηριακού δείκτη . Δηλαδή σε μία άνοδο του χρηματιστηριακού δείκτη, η μετοχή θα παρουσιάσει και αυτή άνοδο αλλά με λιγότερη ένταση. Αντίστοιχα το ίδιο θα συμβεί σε μια ενδεχόμενη πτώση του χρηματιστηριακού δείκτη.

Ø $B = 1$

Οι μετοχές της κατηγορίας αυτής κινούνται με ένταση όπως και ο χρηματιστηριακός δείκτης. Δηλαδή σε μια άνοδο του χρηματιστηριακού δείκτη θα παρατηρήσουμε ταυτόσημη άνοδο της μετοχής ενώ σε μία ενδεχόμενη πτώση του θα παρατηρήσουμε ταυτόσημη πτώση της μετοχής.

Ø $B > 1$

Οι μετοχές της κατηγορίας αυτής ονομάζονται επιθετικές και το κύριο χαρακτηριστικό τους είναι ότι ακολουθούν τον χρηματιστηριακό τους δείκτη αλλά με μεγαλύτερη ένταση. Δηλαδή σε μία άνοδο του χρηματιστηριακού

δείκτη θα παρατηρήσουμε μεγαλύτερη άνοδο της μετοχής. Αντίστοιχα το ίδιο θα συμβεί σε μια ενδεχόμενη πτώση του χρηματιστηριακού δείκτη.

Είναι φανερό ότι οι επενδυτές προτιμούν να επενδύουν σε επιθετικά αξιόγραφα όταν η αγορά ανεβαίνει και σε αμυντικά όταν η αγορά πέφτει. Αφού η διακύμανση του δείκτη της αγοράς είναι σταθερή σε σχέση με τα άλλα αξιόγραφα του δείκτη, ο συντελεστής βήτα παρέχει ένα μέτρο του συστηματικού κινδύνου του αξιογράφου. Ο συστηματικός κίνδυνος ονομάζεται και μη διαφοροποιήσιμος κίνδυνος.

Ο τύπος υπολογισμού του συστηματικού κινδύνου δίνεται από τον εξής τύπο :

$$b_i = \frac{S_{im}}{S_m^2}$$

Όπου ,

S_{im} είναι η συνδιακύμανση μεταξύ των αποδόσεων της μετοχής i και του Γενικού Δείκτη της αγοράς m

S_m^2 είναι η διακύμανση της απόδοσης του Γενικού Δείκτη της αγοράς m .

2.2.5 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΤΩΝ ΙΣΤΟΡΙΚΩΝ ΒΗΤΑ

Το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα απαιτεί την εκτίμηση των βήτα για κάθε μετοχή. Κάτι τέτοιο επιτυγχάνεται με την χρησιμοποίηση δεδομένων του παρελθόντος υπολογίζοντας τα ιστορικά βήτα τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν και σαν εκτιμήσεις των μελλοντικών βήτα. Θα εξετάσουμε δηλαδή μεθόδους εκτίμησης των ιστορικών βήτα, τεχνικές για την διόρθωση των ιστορικών βήτα έτσι ώστε οι εκτιμήσεις για τις μελλοντικές τους τιμές να τείνουν στον μέσο όπως και τεχνικές για την διόρθωση των ιστορικών βήτα που χρησιμοποιούν θεμελιώδη μεγέθη εταιρειών.

Η μέθοδος για την εκτίμηση των ιστορικών βήτα επιτυγχάνεται με την χρησιμοποίηση απλής παλινδρόμησης για την εκτίμηση της σχέσης που συνδέει την απόδοση της μετοχής και την απόδοση της αγοράς και η οποία δίνεται από την παρακάτω σχέση :

$$R_{it} = a_i + b_i R_{mt} + e_{it}$$

Με την μέθοδο της απλής παλινδρόμησης μπορούμε να εκτιμήσουμε τόσο το b_i όσο και το a_i . Επίσης η μέθοδος αυτή μας επιτρέπει να υπολογίσουμε τις διακυμάνσεις του σφάλματος s_{e_i} και της απόδοσης της αγοράς s_m . Οι εκτιμήσεις αυτές ενδέχεται να διαφέρουν από τις πραγματικές τιμές και η διαδικασία εκτίμησης τους περιπλέκεται ακόμη περισσότερο εφόσον τα a_i και b_i δεν είναι εντελώς στάσιμα διαχρονικά. Διάφοροι χρηματοοικονομικοί οίκοι όπως ο **Merrill Lynch**, χρησιμοποιούν στατιστικές μεθόδους προσαρμογής για την αντιστάθμιση των λαθών στην εκτίμηση του βήτα του κάθε χρεογράφου. Η βασική ιδέα είναι ότι γενικά υπάρχει μία τάση υπερτίμησης των βήτα των μετοχών με υψηλό βήτα και υποτίμησης των βήτα μετοχών με χαμηλά βήτα. Σε διαδοχικές περιόδους παρατηρούμε την τάση των βήτα να παλινδρομούν προς το ένα που είναι ο μέσος όλων των

αξιογράφων. Έτσι μετοχές με υψηλό βήτα θα τείνουν να έχουν χαμηλό βήτα σε μία επακόλουθη περίοδο και μετοχές με χαμηλό βήτα θα έχουν υψηλότερο βήτα.

Ο **Blume (1975)** και ο **Levy (1971)** πραγματοποίησαν έρευνες σχετικά με τον έλεγχο ακρίβειας των ιστορικών βήτα και έδειξαν ότι τα βήτα πολύ μεγάλων χαρτοφυλακίων περιέχουν σημαντική πληροφόρηση για τα μελλοντικά βήτα του χαρτοφυλακίου ενώ τα βήτα των επιμέρους μετοχών περιέχουν λιγότερη πληροφόρηση για τα μελλοντικά βήτα των μετοχών. Κάτι τέτοιο οφείλεται, διότι τα λάθη που περιέχονται στις εκτιμήσεις των μετοχών τείνουν να αλληλοεξουδετερώνονται όταν συνδυασθούν σ' ένα χαρτοφυλάκιο. Παρατηρήθηκε επίσης ότι τα βήτα για την περίοδο πρόβλεψης τείνουν να είναι πιο κοντά στην μονάδα απ' ό,τι οι εκτιμήσεις που προκύπτουν από την χρησιμοποίηση ιστορικών δεδομένων. Ο **Blume (1975)** πρότεινε μία τεχνική διόρθωσης των βήτα προσεγγίζοντας την τάση που έχουν προς την μονάδα. Η τεχνική αυτή στηρίζεται στην υπόθεση ότι η διόρθωση σε μία περίοδο είναι καλή εκτίμηση για την διόρθωση σε επόμενη περίοδο. Στην πράξη δηλαδή ο **Blume (1975)** εκτίμησε τα ιστορικά βήτα κάποιων μετοχών για δύο ξεχωριστές χρονικές περιόδους και κατόπιν παλινδρομεί τα βήτα της τελευταίας περιόδου με αυτά της πρώτης καταλήγοντας σε μια σχέση που έχει την παρακάτω μορφή :

$$b_{i2} = 0,343 + 0,677 b_{i1}$$

Όπου b_{i1} είναι η εκτίμηση του ιστορικού βήτα της πρώτης περιόδου και

b_{i2} είναι η εκτίμηση του ιστορικού βήτα της δεύτερης περιόδου.

Έχοντας λοιπόν μια ιστορική εκτίμηση για το βήτα της προηγούμενης περιόδου μπορούμε να κάνουμε μια εκτίμηση για την μελλοντική τιμή του βήτα που θα είναι πιο κοντά στην πραγματική.

Μια άλλη τεχνική που χρησιμοποιείται για την διόρθωση των ιστορικών βήτα, είναι εκείνη η οποία προσεγγίζει το μέσο τους και εξαρτάται

από το μέγεθος της αβεβαιότητας για το βήτα. Ο **Vasicek(1973)** πρότεινε μια τέτοια τεχνική η οποία έχει την παρακάτω μορφή :

$$b_{i2} = \frac{s_{bi1}^2}{s_{b1}^2 + s_{bi1}^2} \bar{b}_1 + \frac{s_{b1}^2}{s_{b1}^2 + s_{bi1}^2} b_{i1}$$

Όπου b_1 ο μέσος των ιστορικών βήτα

Με την τεχνική αυτή ο **Vasicek (1973)** απέδειξε ότι ο παραπάνω εκτιμητής για τα βήτα είναι μια **Bayesian** τεχνική εκτίμησης.

Οι έλεγχοι που έγιναν για την προβλεπτική ικανότητα των διορθωμένων βήτα έδειξαν ότι υπερτερούν των ιστορικών στη δυνατότητα πρόβλεψης των μελλοντικών τιμών. Ωστόσο τα βήτα εκτός των άλλων χρησιμοποιούνται και για τον υπολογισμό της συσχέτισης μεταξύ των μετοχών και επομένως ένας τρόπος για την μέτρηση της χρησιμότητας των διορθωμένων βήτα είναι ο έλεγχος του πόσο καλά προβλέπουν την συσχέτιση μεταξύ των μετοχών σε σχέση με τα ιστορικά βήτα.

Η έρευνα των **Elton - Gruber** και **Urich (1978)** έδειξε ότι τα διορθωμένα βήτα συμπεριφέρονται καλύτερα στον υπολογισμό της διακύμανσης - συνδιακύμανσης από ότι τα ιστορικά. Ωστόσο δεν κατέληξαν στο ποια μέθοδος διόρθωσης υπερτερεί αφού κάθε μια περιέχει το ενδεχόμενο σφάλματος.

2.2.6 ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΒΗΤΑ

Στο Υπόδειγμα της Αγοράς το βήτα είναι ένα μέτρο κινδύνου που προκύπτει από τη σχέση μεταξύ της απόδοσης της μετοχής και της απόδοσης αγοράς. Ωστόσο ο κίνδυνος μιας επιχείρησης καθορίζεται από ένα συνδυασμό των θεμελιωδών μεγεθών της και των χαρακτηριστικών της που σχετίζονται από την αγορά. Μια τέτοια σχέση θα μας βοηθούσε να κατανοήσουμε καλύτερα τα βήτα αλλά και να κάνουμε καλύτερες προβλέψεις.

Μια από τις μελέτες που έχουν διενεργηθεί και προσπαθούν να καθορίσουν το βήτα μιας μετοχής (που προκύπτει από το υπόδειγμα της αγοράς) με θεμελιώδη μεγέθη της εταιρείας είναι αυτή των **Beaver, Kettler, και Scholes (1970)**. Οι παραπάνω αναφερόμενοι προσπάθησαν να συσχετίσουν το βήτα μιας μετοχής με θεμελιώδη χαρακτηριστικά της σχετιζόμενης επιχείρησης. Πιο συγκεκριμένα εξέτασαν την σχέση του βήτα μιας μετοχής με επτά τέτοια χαρακτηριστικά της επιχείρησης.

Οι μεταβλητές που χρησιμοποίησαν είναι τα εξής :

- 1) Διανεμόμενο μέρισμα (Μερίσματα προς Κέρδη)
- 2) Ανάπτυξη κεφαλαίων (Ετήσια μεταβολή στα συνολικά κέρδη)
- 3) Μόχλευση (Μετοχές προς συνολικά κεφάλαια)
- 4) Ρευστότητα (Κυκλοφορούν ενεργητικό προς Βραχυπρόθεσμες Υποχρεώσεις)
- 5) Μέγεθος κεφαλαίων (Σύνολο Κεφαλαίων)
- 6) Διακύμανση κερδών (Τυπική απόκλιση του λόγου P/E)
- 7) Λογιστικό βήτα (Το βήτα που προκύπτει από την παλινδρόμηση των κερδών της επιχείρησης με τον μέσο των κερδών της οικονομίας)

Η εξέταση των παραπάνω μεταβλητών μας οδηγεί στα ακόλουθα συμπεράσματα :

Σε ότι αφορά το λόγο Μέρισμα προς Κέρδη η σχέση με το βήτα ενδέχεται να είναι αρνητική διότι η διοίκηση της επιχείρησης είναι περισσότερο διστακτική στο να μειώσει το μέρισμα παρά να το αυξήσει. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα ο λόγος Μέρισμα προς Κέρδη να είναι υψηλός και να εκφράζει την πεποιήτηση της διοίκησης ότι το ύψος των κερδών στο μέλλον θα είναι υψηλό. Ο ρυθμός αύξησης των κεφαλαίων σχετίζεται θετικά με το βήτα γιατί συνήθως επιχειρήσεις με υψηλό ρυθμό αύξησης θεωρούνται περισσότερο επικίνδυνες. Η μόχλευση αυτή τείνει να αυξάνει την διακύμανση των κερδών και επομένως και τον κίνδυνο αλλά και το βήτα. Μια επιχείρηση με μεγάλη ρευστότητα θεωρείται λιγότερο επικίνδυνη από μια με μικρή ρευστότητα με αποτέλεσμα η ρευστότητα να σχετίζεται αρνητικά με το βήτα.

Επίσης το μέγεθος της επιχείρησης σχετίζεται και αυτό αρνητικά με το βήτα διότι οι μεγάλες επιχειρήσεις θεωρούνται ότι έχουν καλύτερη πρόσβαση στις κεφαλαιαγορές. Τέλος, υπάρχει θετική σχέση μεταξύ λογιστικού βήτα και του βήτα μιας μετοχής, γιατί όσο πιο μεταβλητά είναι τα κέρδη μιας εταιρείας τόσο πιο πολύ σχετίζονται με την αγορά.

Το επόμενο βήμα στην δημιουργία θεμελιωδών βήτα είναι η ταυτόχρονη ενσωμάτωση όλων των σχετικών μεταβλητών στην ανάλυση και αυτό επιτυγχάνεται αν συσχετίσουμε τα βήτα με τις θεμελιώδεις μεταβλητές χρησιμοποιώντας την μέθοδο της πολυμεταβλητής παλινδρόμησης :

$$b_i = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + \dots + a_N X_N + e_i$$

Όπου X_i είναι ένας από τους N παράγοντες που υποθέσαμε ότι επηρεάζουν τα βήτα.

Το βασικό πλεονέκτημα των ιστορικών βήτα είναι ότι μετρούν την αντίδραση των αποδόσεων των μετοχών σε μεταβολές της αγοράς. Το μειονέκτημα τους είναι ότι αντανακλούν την μεταβολή ενός χαρακτηριστικού της επιχείρησης μετά από πολύ χρόνο από την πραγματοποίηση της. Από την άλλη πλευρά τα θεμελιώδη βήτα αντιδρούν άμεσα και μεταβάλλονται σχεδόν ταυτόχρονα όταν μεταβληθεί κάποιο χαρακτηριστικό της επιχείρησης αφού υπολογίζονται κατευθείαν από αυτά. Το πρόβλημα που εστιάζεται για τα θεμελιώδη βήτα είναι ότι υποθέτουν ότι τα βήτα όλων των μετοχών έχουν την ίδια ευαισθησία στη μεταβολή κάποιας μεταβλητής.

Ο **Barr Rosenberg (1976)** συνδύασε τις τεχνικές των ιστορικών και θεμελιωδών βήτα προσπαθώντας να εκμεταλλευτεί τα πλεονεκτήματα τους στη διαδικασία ανάπτυξης θεμελιωδών βήτα και αποφεύγοντας ταυτόχρονα τα μειονεκτήματα τους. Επιπλέον ο **Barr Rosenberg (1976)** διαπιστώνοντας ότι υπάρχουν σημαντικές συστηματικές διαφορές των βήτα μεταξύ εταιρειών που ανήκουν σε διαφορετικούς βιομηχανικούς κλάδους εισήγαγε στην ανάλυση του ένα σύνολο βιομηχανικών ψευδομεταβλητών. Το σύστημα του **Barr Rosenberg (1976)** έχει ως εξής:

$$b_i = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_7x_7 + a_8x_8 + \dots + a_{46}x_{46}$$

Όπου

x_1 αντιπροσωπεύει **14** παράγοντες σχετικούς με την διακύμανση της αγοράς μεταξύ των οποίων περιλαμβάνονται ιστορικές τιμές για τα βήτα καθώς και άλλα χαρακτηριστικά της μετοχής που σχετίζονται με την αγορά όπως η εμπορευσιμότητα της μετοχής, το μέγεθος και το εύρος της διακύμανσης της τιμής της μετοχής.

x_2 αντιπροσωπεύει **7** παράγοντες για την διακύμανση των κερδών. Δηλαδή περιλαμβάνει παράγοντες όπως η διακύμανση των κερδών, τα **earnings betas** και μέτρα για το μέγεθος των μη αναμενόμενων κερδών.

x_3 αντιπροσωπεύει **8** παράγοντες για την αποτυχία και την χαμηλή αξιολόγηση. Περιλαμβάνει παράγοντες όπως η ανάπτυξη των κερδών ο λόγος **BV/P** καθώς και άλλους για την σχετική ευρωστία και την επιτυχία της επιχείρησης.

x_4 αντιπροσωπεύει **9** παράγοντες για την ωριμότητα και το μέγεθος. Περιλαμβάνει παράγοντες όπως συνολικά κεφάλαια, μερίδιο στην αγορά και άλλους που αφορούν το μέγεθος και τη διάρκεια της εταιρείας.

x_5 αντιπροσωπεύει **9** παράγοντες για την ανάπτυξη. Τέτοιοι δείκτες περιλαμβάνουν την μερισματική απόδοση, τον λόγο **P/E** και άλλους που αφορούν την ιστορική και αναμενόμενη ανάπτυξη.

x_6 αντιπροσωπεύει **6** παράγοντες για τον χρηματοοικονομικό κίνδυνο. Περιλαμβάνονται μέτρα για την μόχλευση, την ρευστότητα και την μέτρηση της κάλυψης των τόκων.

x_7 αντιπροσωπεύει **6** παράγοντες για τα χαρακτηριστικά της επιχείρησης. Περιλαμβάνει δείκτες για την γενική επιχειρηματική δραστηριότητα καθώς και **stock listing**.

x_8 έως x_{46} είναι ψευδομεταβλητές για τον κλάδο που ανήκει κάθε επιχείρηση ώστε να λαμβάνεται υπόψη ότι διαφορετικές επιχειρήσεις έχουν διαφορετικό **beta** όταν όλοι οι υπόλοιποι παράγοντες θεωρούνται σταθεροί.

Ο λόγος χρησιμοποίησης ενός τέτοιου πολύπλοκου υποδείγματος είναι ότι φωτογραφίζει άμεσα αλλαγές που συμβαίνουν στο βήτα διότι χρησιμοποιεί δεδομένα που αντανakλούν την τωρινή κατάσταση προκειμένου να

διαμορφώσει τα ιστορικά βήτα σε προβλέψεις για το μέλλον. Δηλαδή το σύστημα του **Barr Rosenberg (1976)** βελτιώνει την προβλεπτική ικανότητα. Πράγματι, έλεγχοι που έγιναν στο υπόδειγμα δείχνουν ότι το σύστημα αυτό δίνει καλύτερες προβλέψεις των μελλοντικών βήτα από κάποια άλλα υποδείγματα που χρησιμοποιούν μόνο ιστορικά ή μόνο θεμελιώδη βήτα. Το σύστημα όμως αυτό είναι πολύ δύσκολο να πραγματοποιηθεί για όλους τους παράγοντες και για αυτό το λόγο μπορούν να δημιουργηθούν πιο απλά υποδείγματα με λιγότερες μεταβλητές.

2.2.7 ΧΡΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ

Στην εμπειρική βιβλιογραφία της χρηματοοικονομικής το υπόδειγμα της αγοράς κατέχει σημαντικό ρόλο. Αναφέραμε ότι το υπόδειγμα της αγοράς είναι εφαρμογή της υπόθεσης του υποδείγματος δύο παραμέτρων, σύμφωνα με την οποία η από κοινού κατανομή των αποδόσεων των μετοχών είναι πολυμεταβλητή κανονική. Όμως υπάρχουν και άλλα υποδείγματα που περιγράφουν την σχέση ανάμεσα στην απόδοση μιας μετοχής i και ενός χαρτοφυλακίου.

Το υπόδειγμα της αγοράς στην εμπειρική βιβλιογραφία παρουσιάζεται περισσότερο σαν μία στατιστική περιγραφή της σχέσης ανάμεσα σε διμεταβλητές κανονικές τυχαίες μεταβλητές.

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς κάνει την υπόθεση ότι περιλαμβάνει τα αποτελέσματα των μεταβλητών που επηρεάζουν τις αποδόσεις όλων ή των περισσότερων μεταβλητών, ενώ ο διαταρακτικός όρος e_{it} οφείλεται στη επίδραση μεταβλητών της μετοχής i . Ένα λοιπόν μέρος της απόδοσης της μετοχής i το $b_i R_{mt}$ οφείλεται σε παράγοντες της αγοράς κοινούς για όλες τις μετοχές. Βάση των παραπάνω, ο συντελεστής r_{im}^2 μετράει την αναλογία της διακύμανσης της απόδοσης της μετοχής i που ερμηνεύεται

από παράγοντες της αγοράς ($b_i^2 s^2(R_{m_i})$), ενώ η διακύμανση $s^2 e_{it}$ είναι το τμήμα της διακύμανσης της απόδοσης της μετοχής i που οφείλεται σε μεταβλητές πιο άμεσα σχετιζόμενες με την ίδια την μετοχή i . Επομένως ο συντελεστής b_i ερμηνεύεται ως η ευαισθησία της απόδοσης της μετοχής i (R_{it}) σε παράγοντες που συνδέονται με την αγορά.

Εάν το $b_i > 1$ υποδηλώνει μια μετοχή με ευαισθησία στην αγορά μεγαλύτερη από τον μέσο όρο και υψηλότερο κίνδυνο στο m , ενώ αντίστοιχα το αντίστροφο συμβαίνει για μια μετοχή με $b_i < 1$.

Άλλες χρήσεις του υποδείγματος της αγοράς αναφέρονται στον υπολογισμό του βήτα και στον εντοπισμό του αποδοτικού συνόρου ενώ άλλες εμφανίζονται σε μελέτες για την προσαρμογή των τιμών των μετοχών σε νέες πληροφορίες. Οι περισσότερες από αυτές επικεντρώνονται στην αντίδραση των αποδόσεων σε πληροφορίες που σχετίζονται με την επιχείρηση, π.χ **splits**, ανακοινώσεις κερδών. Οι έρευνες αυτές χρησιμοποιούν τους διαταρακτικούς όρους του υποδείγματος της αγοράς για να απομονώσουν τις επιδράσεις των παραγόντων της αγοράς στις αποδόσεις των μετοχών, προκειμένου να μελετηθεί η αντίδραση των αποδόσεων σε παράγοντες σχετικούς με την κάθε επιχείρηση.

2.3 ΠΟΛΥΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ (MULTI INDEX MODELS)

Ο King το 1966 παρουσίασε κάποιες αποδείξεις ότι όχι μόνο η αγορά αλλά και κάποιοι άλλοι παράγοντες, όπως βιομηχανικοί, κάνουν τις τιμές των μετοχών να «κινούνται μαζί».

Σήμερα, εκτός από το υπόδειγμα του ενός παράγοντα είναι διαθέσιμες και άλλες προσεγγίσεις οι οποίες χρησιμοποιούνται για να εξηγήσουν και να εκτιμήσουν την δομή συσχέτισης των αποδόσεων των διαφόρων τίτλων, όπως είναι τα πολυπαραγοντικά υποδείγματα και οι τεχνικές του μέσου όρου (Averaging).

Τα πολυπαραγοντικά υποδείγματα είναι μια προσπάθεια αιχμαλώτισης εκείνων των επιρροών που δεν σχετίζονται με την αγορά και προκαλούν την «συνμετακίνηση» των τίτλων. Από την άλλη πλευρά οι τεχνικές του μέσου όρου χρησιμοποιούνται για την εξάλειψη του τυχαίου θορύβου (random noise) και κατά συνέπεια την δημιουργία καλύτερων προβλέψεων.

2.3.1 ΓΕΝΙΚΟ ΠΟΛΥΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ

Υποθέτουμε ότι η απόδοση της μετοχής i είναι μια συνάρτηση της απόδοσης της αγοράς, των μεταβολών στα επιτόκια και ενός συνόλου βιομηχανικών δεικτών :

$$R_i = a_i^* + b_{i1}^* I_1^* + b_{i2}^* I_2^* + \dots + b_{iL}^* I_L^* + c_i$$

σε αυτή την εξίσωση το I_j^* είναι το πραγματικό επίπεδο του δείκτη j και b_{ij}^* είναι ένα μέτρο της ευαισθησίας της μετοχής i σε μεταβολές του δείκτη j δηλαδή το b_{ij}^* έχει το ίδιο νόημα με τον αντίστοιχο δείκτη του υποδείγματος του ενός παράγοντα. Η απόδοση ενός τίτλου που δεν σχετίζεται με τους παράγοντες που χρησιμοποιούνται χωρίζεται σε δύο τμήματα, όπως αυτό

γίνεται και στο μονοπαραγοντικό υπόδειγμα. Το πρώτο τμήμα είναι το a_i^* που είναι η αναμενόμενη αξία της ειδικής απόδοσης ενώ το δεύτερο τμήμα είναι το c_i το οποίο αποτελεί το τυχαίο τμήμα της ειδικής απόδοσης, με μέσο μηδέν και διακύμανση $s_{c_i}^2$.

Το υπόδειγμα αυτό προκειμένου να χρησιμοποιηθεί και να έχει κάποιες επιθυμητές ιδιότητες θα πρέπει οι παράγοντες που χρησιμοποιούνται κάθε φορά να είναι ασυσχέτιστοι ή ορθογώνιοι μεταξύ τους. Αυτό θα μας επιτρέψει να απλοποιήσουμε τη διαδικασία υπολογισμού του κινδύνου και την επιλογή του άριστου χαρτοφυλακίου. Ευτυχώς όμως, ακόμα και αν οι παράγοντες που θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε συσχετίζονται μεταξύ τους μπορούμε πολύ εύκολα να τους μετατρέψουμε σε ασυσχέτιστους. Ακολουθώντας αυτή τη διαδικασία ορθογωνοποίησης θα αλλάξει μόνο η σημασία των δεικτών και το υπόδειγμα γίνεται:

$$R_i = a_i + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + \dots + b_{iL}I_L + c_i$$

όπου οι παράγοντες I_j τώρα είναι ασυσχέτιστοι και εξακολουθούν να έχουν οικονομική ερμηνεία: αν για παράδειγμα το I_1^* είναι ο δείκτης της αγοράς και ο I_2^* είναι ο δείκτης των επιτοκίων, μετά την ορθογωνοποίηση το I_2 είναι ο δείκτης της διαφοράς μεταξύ των πραγματικών επιτοκίων και των αναμενόμενων επιτοκίων με δεδομένη την απόδοση της αγοράς (I_1). Επιπλέον και το b_{i2} αποτελεί μέτρο της ευαισθησίας της μετοχής i στην διαφορά αυτή.

Επίσης είναι επιθυμητό όπως τα κατάλοιπα να μη συσχετίζονται με τους δείκτες $E[c_i(I_j - \bar{I}_j)] = 0$ για όλα τα j . Η ιδιότητα αυτή εξασφαλίζει την ικανότητα του υποδείγματος να περιγράφει την απόδοση οποιουδήποτε τίτλου ανεξάρτητα από την αξία των χρησιμοποιηθέντων δεικτών.

Με βάση το παραπάνω υπόδειγμα για όλες τις μετοχές $i=1, \dots, N$ ισχύουν τα ακόλουθα :

A) $E(c_i) = 0$ για όλες τις μετοχές, όπου $i = 1, \dots, N$

B) $E[(I_j - \bar{I}_j)(I_k - \bar{I}_k)] = 0$, η συνδιακύμανση μεταξύ των δεικτών είναι μηδέν για όλους τους δείκτες όπου $j = 1, \dots, L$ και $k = 1, \dots, L$.

Γ) $E[c_i(I_j - \bar{I}_j)] = 0$, όπου $i = 1, \dots, N$ και $j = 1, \dots, N$, $j \neq i$ η συνδιακύμανση μεταξύ των καταλοίπων και των δεικτών είναι μηδέν για όλες τις μετοχές και για όλους τους δείκτες.

Δ) $E(c_i c_j) = 0$ όπου $i = 1, \dots, N$ και $j = 1, \dots, N$, $j \neq i$. Η συνδιακύμανση μεταξύ των καταλοίπων για όλες τις μετοχές είναι μηδέν.

Η τελευταία αυτή υπόθεση σημαίνει ότι ο μόνος λόγος για τον οποίο οι μετοχές μεταβάλλονται μαζί είναι η κοινή συνεμετακίνηση (**co-movement**) με το σύνολο των δεικτών που χρησιμοποιούνται στο υπόδειγμα. Ουσιαστικά αυτή η υπόθεση αποτελεί μια απλοποίηση, η οποία προσεγγίζει την πραγματικότητα.

Χρησιμοποιώντας λοιπόν το υπόδειγμα των πολλών παραγόντων η αναμενόμενη απόδοση, η διακύμανση και η συνδιακύμανση της απόδοσης μιας μετοχής είναι οι εξής :

$$\bar{R}_i = a_i + b_{i1} \bar{I}_1 + \dots + b_{iL} \bar{I}_L$$

$$S_i^2 = b_{i1}^2 S_{I1}^2 + \dots + b_{iL}^2 S_{iL}^2 + S_{c_i}^2$$

$$S_{ij} = b_{i1} b_{j1} S_{I1}^2 + \dots + b_{iL} b_{jL} S_{iL}^2$$

Η συνολική απόδοση του χαρτοφυλακίου θα είναι ο σταθμικός μέσος των αποδόσεων των επιμέρους μετοχών ενώ ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα είναι ο σταθμισμένος μέσος του κινδύνου των επιμέρους μετοχών εξαιτίας

της υπόθεσης ότι οι μετοχές σχετίζονται μόνο μέσω της κοινής επίδρασης των υπό εξέταση παραγόντων.

Από τις παραπάνω εξισώσεις γίνεται φανερό ότι μπορούμε να εκτιμήσουμε τις αναμενόμενες αποδόσεις και τον κίνδυνο κάθε χαρτοφυλακίου αν έχουμε εκτιμήσεις για το a_i κάθε μετοχής, για το b_{ik} για κάθε μετοχή για κάθε δείκτη, για το s_{ci}^2 για κάθε μετοχή και τέλος μια εκτίμηση για τον μέσο I_j και την διακύμανση s_{ij}^2 για κάθε δείκτη. Συνολικά χρειαζόμαστε $(2N+2L+LN)$ εκτιμήσεις ή π.χ για ένα σύνολο **100** μετοχών και **10** δεικτών χρειαζόμαστε **1220** εκτιμήσεις, που είναι περισσότερες σε σύγκριση με το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα (έχουμε όμως την δυνατότητα να εξετάσουμε την επίδραση πολλών παραγόντων οικονομικών και βιομηχανικών στην διαμόρφωση των αποδόσεων) αλλά σαφώς λιγότερες απ'ότι απαιτεί η προσέγγιση του **Markowitz**.

2.3.2 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ (INDUSTRY INDEX MODELS)

Αρκετοί συγγραφείς έχουν ασχοληθεί με τα υποδείγματα πολλών παραγόντων ξεκινώντας με το υπόδειγμα ενός παράγοντα και προσθέτοντας στη συνέχεια και άλλους παράγοντες ή δείκτες, προκειμένου να συλλάβουν τις βιομηχανικές επιδράσεις. Το 1966 ο King παρουσίασε κάποιες αποδείξεις για το ότι όχι μόνο η αγορά αλλά και βιομηχανικοί παράγοντες επηρεάζουν τη κοινή κίνηση των μετοχών. Αν υποθέσουμε ότι η συσχέτιση μεταξύ των μετοχών προκαλείται όχι μόνο από τις επιδράσεις της αγοράς αλλά και από βιομηχανικές επιδράσεις τότε το υπόδειγμα μας θα έχει ως εξής :

$$R_i = a_i + b_{im}I_m + b_{i1}I_1 + \dots + b_{iL}I_L + c_i$$

όπου I_m είναι ο δείκτης της αγοράς και I_j αντιπροσωπεύει τους βιομηχανικούς δείκτες οι οποίοι είναι ασυσχέτιστοι και με τον δείκτη της αγοράς αλλά και μεταξύ τους. Το υπόδειγμα υποθέτει ότι η απόδοση κάθε μετοχής σχετίζεται με την αγορά και πολλούς κλαδικούς δείκτες αφού μια εταιρεία μπορεί να έχει μεγάλο εύρος δραστηριοτήτων.

Ωστόσο ορισμένες επιχειρήσεις δραστηριοποιούνται και αποκομίζουν κέρδη από ένα και μόνο βιομηχανικό κλάδο. Σαν αποτέλεσμα, αν χρησιμοποιηθούν στο υπόδειγμα δείκτες βιομηχανικών κλάδων στους οποίους δεν ανήκει η συγκεκριμένη επιχείρηση, τότε η επίδραση των δεικτών αυτών στην απόδοση της μετοχής της επιχείρησης θα είναι μικρή προκαλώντας μόνο τυχαίο θόρυβο. Με αφορμή την παραπάνω διαπίστωση κάποιοι συγγραφείς ανέπτυξαν υποδείγματα τα οποία περιλαμβάνουν μόνο τον δείκτη της αγοράς και ένα βιομηχανικό δείκτη, ο οποίος αντιπροσωπεύει το κλάδο στον οποίο ανήκει η υπό εξέταση επιχείρηση. Σε ένα τέτοιο μοντέλο η εξίσωση της απόδοσης θα είναι :

$$R_i = a_i + b_{im}I_m + b_{ij}I_j + c_i$$

Ενώ η συνδιακύμανση μεταξύ δύο μετοχών θα είναι :

$$b_{im}b_{km}S_m^2 + b_{ij}b_{kj}S_{ij}^2$$

για επιχειρήσεις που ανήκουν σε ίδιο κλάδο, και :

$$b_{im}b_{km}S_m^2$$

για επιχειρήσεις που ανήκουν σε διαφορετικούς κλάδους. Οι παράμετροι που πρέπει να εκτιμηθούν είναι $(4N+2L+2)$.

✚ 2.3.3 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΕΣΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ (AVERAGE CORRELATION MODELS)

Στα υποδείγματα αυτά γίνεται η υπόθεση ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον μέσο των ιστορικών δεδομένων μιας μεταβλητής ως πρόβλεψη της μελλοντικής τιμής. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται ο ιστορικός μέσος όρος όλων των συντελεστών συσχέτισης μεταξύ κάθε ζεύγους μετοχών ως πρόβλεψη της μελλοντικής τιμής κάθε συντελεστή συσχέτισης. Το υπόδειγμα αυτό ονομάζεται υπόδειγμα του γενικού μέσου (**overall mean model**). Η παραπάνω μέθοδος είναι ταυτόσημη με την υπόθεση ότι η ιστορική μήτρα των συντελεστών συσχέτισης περιέχει πληροφορίες για την μελλοντική μέση συσχέτιση όχι όμως και για την απόκλιση που θα έχει κάθε συντελεστής συσχέτισης από την μέση τιμή του. Τα υποδείγματα αυτού του τύπου μπορούν να θεωρηθούν απλοϊκά υποδείγματα και βάση για την αξιολόγηση πιο περίπλοκων υποδειγμάτων.

Ένα πιο περίπλοκο υπόδειγμα αυτού του τύπου είναι να υποθέσουμε ότι ισχύουν όμοιοι συντελεστές συσχέτισης μέσα σε ένα σύνολο μετοχών και μεταξύ των συνόλων των μετοχών. Τέτοια σύνολα μετοχών μπορεί να υποθέσουμε ότι δημιουργεί η παραδοσιακή κατηγοριοποίηση των μετοχών, οπότε θα έχουμε το «παραδοσιακό μέσο μοντέλο» (**traditional mean model**). Μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε αυτήν την τεχνική για σύνολα μετοχών που δημιουργούνται με στατιστικές μεθόδους κατηγοριοποίησης των μετοχών (**cluster analysis**).

2.3.4 ΜΕΙΚΤΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ (MIXED MODELS)

Ένα ακόμα υπόδειγμα το οποίο παρουσιάζει ενδιαφέρον είναι αυτό το οποίο αποτελεί συνδυασμό του πολυπαραγοντικού υποδείγματος με αυτό του ενός παράγοντα και ονομάζεται μεικτό υπόδειγμα.

Το σημείο εκκίνησης ενός τέτοιου υποδείγματος αποτελεί το υπόδειγμα της αγοράς και κατόπιν προκειμένου να εξηγηθεί η επιρροή παραγόντων κατασκευάζεται ένα δεύτερο υπόδειγμα για τον υπολογισμό της συνδιακύμανσης που δεν οφείλεται σε μεταβολές της απόδοσης της αγοράς. Η ουσία του υποδείγματος μπορεί να θεωρηθεί παρόμοια με αυτή ενός γενικού υποδείγματος με πολλούς παράγοντες όπου ο ένας είναι η απόδοση της αγοράς ωστόσο εδώ παρουσιάζει ενδιαφέρον ο τρόπος που χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη της συνδιακύμανσης που δεν οφείλεται στην αγορά. Το πιο γνωστό υπόδειγμα αυτού του τύπου παρουσιάστηκε από τον **Rosenberg (1974)** ο οποίος χρησιμοποίησε την ίδια μέθοδο με αυτή που περιγράψαμε για την διόρθωση των βήτα της αγοράς προκειμένου να προβλέψει την συνδιακύμανση που δεν οφείλεται στην αγορά (**extra market covariance**). Στη συνέχεια, συσχετίζει την συνδιακύμανση που δεν οφείλεται στην αγορά με τους ίδιους παράγοντες που χρησιμοποίησε για την διόρθωση των βήτα της αγοράς. Μετά την αφαίρεση του δείκτη της απόδοσης της αγοράς ο **Rosenberg (1974)** παλινδρομεί την συνδιακύμανση που δεν οφείλεται στην αγορά με 114 παράγοντες οι οποίες περιλαμβάνουν τη παραδοσιακή κατηγοριοποίηση κατά βιομαχανικό κλάδο, όπως και μεταβλητές που σχετίζονται με χαρακτηριστικά των επιχειρήσεων.

2.3.5 ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΠΟΛΥΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ (FUNDAMENTAL MULTI-INDEX MODELS)

Εκτός από τα υποδείγματα που εξετάσαμε, έχουν δημιουργηθεί και άλλα που σχετίζουν την απόδοση των μετοχών με τις μεταβολές μακροοικονομικών παραγόντων.

Η πρώτη έρευνα αυτής της μορφής δημοσιεύθηκε από τους **Chen, Roll** και **Ross (1986)** όπου σκοπός τους ήταν αρχικά να εξηγήσουν τις αποδόσεις στην ισορροπία στη συνέχεια όμως αποτέλεσε την βάση για την δημιουργία πολλών υποδειγμάτων. Η πρώτη βασική υπόθεση που έκαναν ήταν ότι η αξία ή η τιμή μιας μετοχής ισούτε με την παρούσα αξία των μελλοντικών χρηματικών ροών που θα αποδώσει στον μεριδιούχο. Έτσι οποιοσδήποτε παράγοντας που μπορεί να επηρεάσει τις μελλοντικές χρηματοροές ή το επιτόκιο με το οποίο προεξοφλούνται θα επηρεάζει την αξία ή την τιμή της μετοχής. Η δεύτερη υπόθεση που κάνουν είναι ότι επειδή οι αναμενόμενες τιμές για τις παραμέτρους που επηρεάζουν τις τιμές των μετοχών έχουν ενσωματωθεί σε αυτές, εκείνο που τελικά θα επηρεάσει τις τιμές των μετοχών θα είναι μη αναμενόμενες μεταβολές των παραμέτρων.

Ο **Burmeister** και ο **Mc Elroy (1987)** συνεχίζοντας την εργασία των **Chen, Roll** και **Ross (1986)** βρήκαν ότι μόνο 5 μεταβλητές είναι αρκετές για την περιγραφή των αποδόσεων μιας μετοχής.

Αυτές οι μεταβλητές είναι:

A) Η μη αναμενόμενη διαφορά στην απόδοση των 20-ετών κυβερνητικών ομολογιών και των 20-ετών ομολογιών των επιχειρήσεων.

B) Η μεταβλητή **term structure** που είναι η απόδοση των μακροχρόνιων κυβερνητικών ομολογιών μείον την απόδοση των βραχυχρόνιων κυβερνητικών ομολογιών.

Γ) Ο αναμενόμενος πληθωρισμός στην αρχή του μήνα μείον τον πραγματικό στο τέλος του μήνα.

Δ) Ο αναμενόμενος ρυθμός αύξησης των τελικών πωλήσεων στην αρχή του μήνα μείον τον αναμενόμενο ρυθμό αύξησης των τελικών πωλήσεων στο τέλος του μήνα.

Ε) Μια μεταβλητή που μετρά την επίδραση των μεταβολών της αγοράς.

Ένα πρόσφατο υπόδειγμα που κινείται στο ίδιο πνεύμα με το προηγούμενο είναι εκείνο που αναπτύχθηκε από την εταιρεία επενδύσεων **Salomon Brothers (1989)** χρησιμοποιώντας 7 μεταβλητές που εξηγούν τις αποδόσεις των μετοχών. Οι παράγοντες που χρησιμοποίησαν είναι :

- 1) **Οικονομική Ανάπτυξη.** Σαν προσέγγιση της μακροχρόνιας τάσης της ανάπτυξης της οικονομίας χρησιμοποίησαν την ετήσια μεταβολή της βιομηχανικής παραγωγής
- 2) **Επιχειρηματικός κύκλος.** Υποστήριξαν ότι η κυκλική διακύμανση της οικονομίας προσεγγίζεται από την διαφορά στις αποδόσεις των επιχειρηματικών και κυβερνητικών ομολογιών.
- 3) **Μακροχρόνια επιτόκια.** Χρησιμοποίησαν τις μεταβολές των αποδόσεων δεκαετών ομολογιών.
- 4) **Βραχυχρόνια επιτόκια.** Χρησιμοποίησαν τις μεταβολές των αποδόσεων μηνιαίων ομολογιών.
- 5) **Μη αναμενόμενος πληθωρισμός.** Διαφορά μεταξύ πραγματοποιημένου και αναμενόμενου πληθωρισμού.
- 6) **Διακύμανση συναλλαγματικών ισοτιμιών.** Την υπολογίζουν μετρώντας την σταθμισμένη (με βάση τον όγκο συναλλαγών) μεταβολή των τιμών 15 νομισμάτων.
- 7) **Παράγοντας της αγοράς .** Εφαρμόζοντας το υπόδειγμα για κάποια χρονική περίοδο και χρησιμοποιώντας μηνιαία στοιχεία στους υπολογισμούς τους κατέληξαν ότι το υπόδειγμα εξηγεί, κατά μέσο όρο, το **41%** των διακυμάνσεων των αποδόσεων **1.000** μετοχών που εξέτασαν.

2.3.6 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΜΕ ΠΟΛΛΟΥΣ ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ

Αν και χρησιμοποιούνται πολλές μέθοδοι για την εκτίμηση των μοντέλων με πολλούς παράγοντες, αυτοί μπορούν να καταταχθούν σε τρεις βασικές κατηγορίες :

1) Ανάλυση χρονολογικών σειρών (time series approaches)

Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούν ανάλυση χρονολογικών σειρών για την εκτίμηση των υποδειγμάτων με πολλούς παράγοντες είναι οι πιο συνηθισμένες στους αναλυτές. Ο αναλυτής αρχικά κάνει την υπόθεση ότι τους παράγοντες τους επηρεάζουν οι αποδόσεις των μετοχών. Η αναγνώριση των παραγόντων αυτών προέρχεται από την οικονομική ανάλυση των επιχειρήσεων γεγονός που απαιτεί εξοικείωση με θέματα μακροοικονομικής και μικροοικονομικής θεωρίας, βιομηχανικής οργάνωσης και ανάλυσης χρηματοοικονομικών καταστάσεων.

Για παράδειγμα ορισμένοι μακροοικονομικοί δείκτες, όπως πληθωρισμός, τα επιτόκια και η ανάπτυξη του ΑΕΠ, ενδέχεται να επηρεάζουν την συμπεριφορά των αποδόσεων των μετοχών. Όταν προσδιοριστούν αυτοί οι παράγοντες απαιτείται η συλλογή ιστορικών δεδομένων που αφορούν μια σειρά χρονικών περιόδων για τις τιμές αυτών των παραγόντων και για τις αποδόσεις των μετοχών που εξετάζονται. Με τα δεδομένα αυτά ο αναλυτής μπορεί να υπολογίσει την ευαισθησία των αποδόσεων των μετοχών στους διάφορους παράγοντες, την τυπική απόκλιση των παραγόντων καθώς και τους συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των παραγόντων. Σε αυτού του είδους την προσέγγιση μεγάλη σημασία έχει η ακρίβεια στην συλλογή των ιστορικών δεδομένων για τις τιμές των παραγόντων, πράγμα όχι πάντα εύκολο.

2) Διαστρωματική ανάλυση (cross sectional approaches)

Η μέθοδος ανάλυσης διαστρωματικών στοιχείων είναι λιγότερο συνηθισμένη αλλά μπορεί να αποδειχθεί εξίσου ισχυρή μέθοδος ανάλυσης. Ο αναλυτής ξεκινά με την παρατήρηση δεδομένων που αφορούν την ευαισθησία των μετοχών σε κάποιους παράγοντες. Στην συνέχεια για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο υπολογίζονται οι τιμές των παράγοντων που μας ενδιαφέρουν με βάση τις αποδόσεις των μετοχών που εξετάζουμε και τις ευαισθησίες των μετοχών σε αυτούς τους παράγοντες. Η ανάλυση επαναλαμβάνεται για πολλές χρονικές περιόδους παρέχοντας έτσι εκτιμήσεις για τις τιμές των παραγόντων. Στη συνέχεια οι εκτιμήσεις αυτές χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των τυπικών αποκλίσεων και των συσχετίσεων των παραγόντων. Έτσι ενώ με την ανάλυση χρονολογικών σειρών η ανάλυση γίνεται για μία μετοχή για μια σειρά χρονολογικών περιόδων και κατόπιν για άλλη μετοχή και ούτω κάθεξης, με την ανάλυση διαστρωματικών στοιχείων η διαδικασία πραγματοποιείται για ένα σύνολο μετοχών σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο κατόπιν σε μια επόμενη χρονική περίοδο για το ίδιο σετ μετοχών και ούτω κάθεξης.

Για παράδειγμα η συνάρτηση παλινδρόμησης για ένα μοντέλο με δύο παράγοντες θα είναι :

$$R_{it} = a_t + b_{i1t}I_{1t} + b_{i2t}I_{2t} + e_{it}$$

R_{it} Η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής i την περίοδο t

a_t Η απόδοση όταν η τιμή του παράγοντα μηδενίζεται

b_{i1t} Η μερισματική απόδοση της μετοχής i την περίοδο t

b_{i2t} Το μέγεθος της εταιρείας i την περίοδο t

I_{1t} Η πραγματική τιμή του παράγοντα 1 την περίοδο t

I_{2t} Η πραγματική τιμή του παράγοντα 2 την περίοδο t

3) Ανάλυση παραγόντων (factor Analysis)

Με την ανάλυση παραγόντων ο δημιουργός του υποδείγματος δεν γνωρίζει ούτε τις τιμές των παραγόντων ούτε την ευαισθησία των μετοχών σχετικά με αυτούς τους παράγοντες. Στην περίπτωση αυτής της ανάλυσης ακολουθείται μια στατιστική μέθοδος η οποία μας ενημερώνει για τον αριθμό των παραγόντων που επηρεάζουν τις αποδόσεις καθώς και την ευαισθησία των μετοχών απέναντι σε αυτούς τους παράγοντες χρησιμοποιώντας μόνο δεδομένα για τις ιστορικές αποδόσεις των μετοχών. Η μέθοδος χρησιμοποιεί ένα σετ πληροφοριών για τις ιστορικές αποδόσεις κάποιων μετοχών και προσπαθεί να αναγνωρίσει έναν ή περισσότερους στατιστικά σημαντικούς παράγοντες που ενδεχομένως να έχουν δημιουργήσει τις συνδιακυμάνσεις των αποδόσεων των μετοχών. Κατ'ουσία η ανάλυση αυτή μας πληροφορεί για τη δομή του μοντέλου χρησιμοποιώντας μόνο τις ιστορικές αποδόσεις όμως η αδυναμία της εγκείται στο γεγονός ότι δεν αναγνωρίζει ποιες οικονομικές μεταβλητές αντιπροσωπεύουν οι παράγοντες.

3^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΕΜΠΕΙΡΙΚΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ ΤΟΥ ΜΟΝΟΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ

3.1 ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΡΑΤΗΓΗΣΗΣ ΤΩΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΤΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ

Από τη στιγμή που υπάρχουν σοβαρές συνέπειες λόγω της καταστρατήγησης και της καταπάτησης, των βασικών υποθέσεων της γραμμικής παλινδρόμησης, καλό θα ήταν να ερευνήσουμε το υπόδειγμα της αγοράς για πιθανές αλλοιώσεις και παρεκκλίσεις.

Συγκεκριμένα, θα ερευνήσουμε τα παρακάτω θέματα:

- 1.Ελεγχοι Ετεροσκεδάσης (**Heteroscedasticity**)
- 2.Ελεγχοι Εξειδίκευσης (**Specification Tests**)
- 3.Ελεγχοι Σταθερότητας (**Tests for the stability**)
- 4.Ελεγχοι Κανονικότητας (**Normality Tests**)
- 5.Ελεγχοι Αυτό - Συσχέτισης (**Autocorrelation**)
- 6.Ελεγχοι της Αυτοπαλινδρομης υπό συνθήκη ετεροσκεδάσης (**ARCH**)

Η διεθνή βιβλιογραφία είναι πλούσια από εμπειρικές μελέτες που έχουν γίνει και αναφέρονται στην ορθότητα ή μη του υποδείγματος της αγοράς. Όπως έχουμε ήδη επισημάνει προκειμένου να μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε το υπόδειγμα της αγοράς θα πρέπει να είμαστε σίγουροι ότι οι υποθέσεις στις οποίες στηρίζεται το μοντέλο αυτό είναι αληθείς. Εάν κάτι τέτοιο συμβαίνει τότε θα μας προσφέρει αξιόπιστες πληροφορίες και αποτελέσματα. Σε αντίθετη περίπτωση δηλαδή αν κάποια ή κάποιες υποθέσεις

στις οποίες στηρίζεται το υποδείγμά μας κριθούν αναξιόπιστες τότε αυτό θα έχει σοβαρές συνέπειες τόσο για τον μεμονωμένο επενδυτή όσο και για τις επιχειρήσεις.

3.1.1 ΕΛΕΓΧΟΙ ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΗΣ

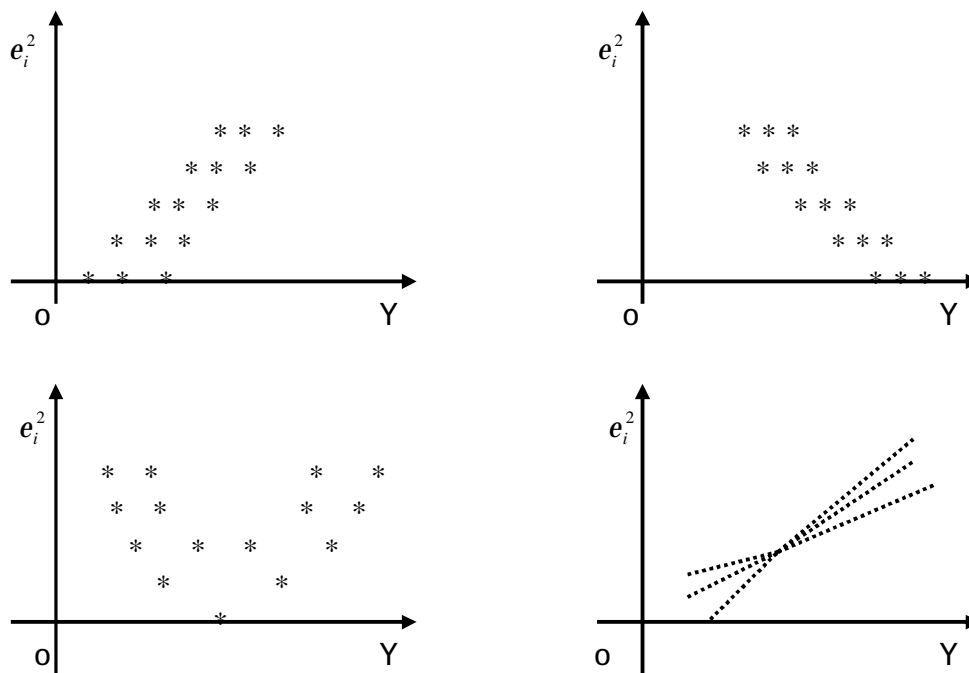
Στην ανάλυση της παλινδρόμησης χρησιμοποιούμε την υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας (**homoscedasticity**), σύμφωνα με την οποία η διακύμανση των τιμών του τυχαίου σφάλματος είναι σταθερή και ίση με s^2 . Αυτό σημαίνει ότι οι τιμές της ανεξάρτητης ή των ανεξάρτητων μεταβλητών του υποδείγματος δεν επηρεάζουν τη διακύμανση s^2 των τιμών του τυχαίου σφάλματος και κατα συνέπεια επιτυγχάνεται ο στόχος της ανάλυσης της παλινδρόμησης. Όταν όμως η διακύμανση των τιμών του τυχαίου σφάλματος δεν είναι σταθερή, τότε εμφανίζεται στην ανάλυση της παλινδρόμησης το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας (**heteroscedasticity**).

Αν και η εμφάνιση της ετεροσκεδαστικότητας δεν επηρεάζει την αμεροληψία και τη γραμμικότητα των εκτιμητών των συντελεστών ενός υποδείγματος που προκύπτουν με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων εντούτοις οι εκτιμητές αυτοί δεν είναι αποδοτικοί, ή διαφορετικά δεν έχουν πλέον τη μικρότερη διακύμανση. Αυτό σημαίνει ότι οποιαδήποτε μορφή στατιστικής αναφοράς για τους συντελεστές του υποδείγματος, είτε με την μορφή ενός διαστήματος εμπιστοσύνης, είτε με την μορφή ενός στατιστικού ελέγχου, θα είναι προβληματική. Ειδικότερα εφόσον οι διακυμάνσεις των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος θα είναι μεγαλύτερες από ότι θα έπρεπε να είναι, έπεται ότι το εύρος των διαστημάτων εμπιστοσύνης θα είναι ανεπιθύμητα μεγαλύτερο και ταυτόχρονα η μηδενική υπόθεση για τον έλεγχο της στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών θα απορρίπτεται πολύ πιο συχνά με αποτέλεσμα να καταλήγουμε σε λανθασμένα συμπεράσματα.

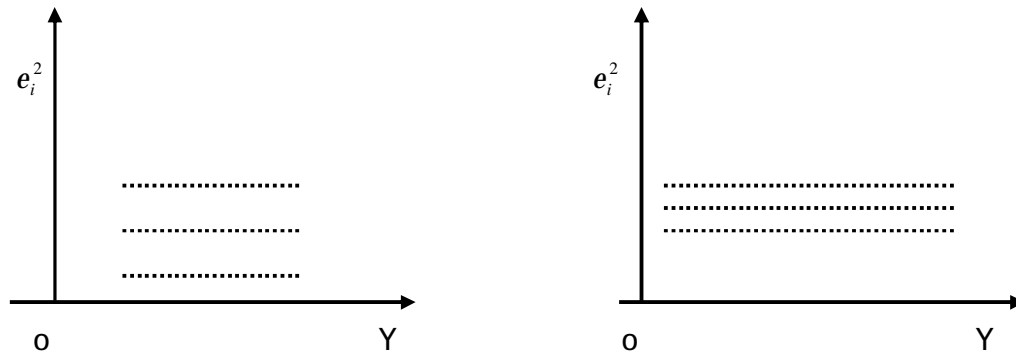
Οι λόγοι για τους οποίους εμφανίζεται το φαινόμενο της ετεροσκεδαστικότητας επικεντρώνονται είτε στο είδος των παρατηρήσεων των μεταβλητών, είτε σε άλλους γενικά παράγοντες. Συνήθως όμως η

ετεροσκεδαστικότητα εμφανίζεται στην ανάλυση της παλινδρόμησης, όταν κατά την διερεύνηση ενός φαινομένου χρησιμοποιούνται ανεξάρτητες μεταβλητές, οι τιμές των οποίων εμπεριέχουν μεγάλη μεταβλητότητα. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι τιμές των διακυμάνσεων του τυχαίου σφάλματος του υποδείγματος να διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους και έτσι να παραβιάζεται η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας.

Η διαπίστωση της ετεροσκεδαστικότητας δεν επιτυγχάνεται εκ των προτέρων αλλά εκ των υστέρων. Μια απόκτηση κάποιας μορφής ένδειξης για την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας μπορεί να επιτευχθεί με τη γραφική παράσταση των τετραγώνων των τιμών των καταλοίπων. Ενδεικτικές περιπτώσεις τέτοιων γραφικών παραστάσεων εμφανίζονται στα παρακάτω διαγράμματα.



Ενδεικτικές περιπτώσεις ετεροσκεδαστικότητας



Ενδεικτικές περιπτώσεις ομοσκεδαστικότητας

Όσον αφορά τις εμπειρικές μελέτες που έχουν γίνει για την ύπαρξη ή μη της ετεροσκεδαστικότητας ξεκινάμε χρονολογικά με αυτή του **P. Praetz (1969)** ο οποίος χρησιμοποίησε εβδομαδιαία στοιχεία για **16** δείκτες μετοχών από το Χρηματιστήριο του Σίνδεϋ για την περίοδο από το **1958-1966**, εβδομαδιαία στοιχεία για **20** μετοχές με την μεγαλύτερη εμπορευσιμότητα από τα Χρηματιστήρια της Μελβούρνης και του Σίνδεϋ για την περίοδο **1958-1966** και μηνιαία στοιχεία για **2** δείκτες μετοχών από το Χρηματιστήριο του Σίνδεϋ για την χρονική περίοδο **1875-1966**.

Η μεθοδολογία στην οποία βασίστηκε ο **P. Praetz (1969)** για την εξέταση της υπόθεσης της ομοσκεδαστικότητας ήταν του **Bartlett**. Με βάση αυτό το κριτήριο ελέγχου ο ερευνητής κατέληξε στην ύπαρξη της ετεροσκεδαστικότητας σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας **1%** σε **35** από τις **37** αποδόσεις των μετοχών. Η ετεροσκεδαστικότητα αυτή εισβάλλει και στα σφάλματα μιας που η κατανομή των αποδόσεων των μετοχών ταυτίζεται με την κατανομή των σφαλμάτων η οποία προσαρμόζεται στο να έχει μηδενικό μέσο.

Επομένως η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας του υποδείγματος της αγοράς καταρρέει σύμφωνα με τον **P. Praetz**.

Οι **Jonh Martin και Robert Klemkosky (1975)** διεξήγαγαν μια στατιστική ανάλυση της υπόθεσης της ομοσκεδαστικότητας χρησιμοποιώντας

ένα δείγμα όπου αποτελείται από μηνιαίες αποδόσεις 355 κοινών μετοχών του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης (NYSE). Οι μηνιαίες αποδόσεις υπολογίστηκαν για μια περίοδο 112 μηνών από τον Απρίλιο του 1964 έως τον Ιούλιο του 1973 υπολογίζοντας τις πρώτες διαφορές των φυσικών λογαρίθμων των αλλαγών των τιμών που είναι :

$$R_{it} = \ln(P_{it}) - \ln(P_{i(t-1)})$$

όπου P_{it} είναι η τιμή του χρεογράφου της μετοχής i για το μήνα t .

και $P_{i(t-1)}$ είναι η τιμή του χρεογράφου της μετοχής i για τον προηγούμενο μήνα.

Οι λογαριθμικές τιμές χρησιμοποιήθηκαν για να μετρήσουν τις αποδόσεις των αξιογράφων και της αγοράς διότι αυτός ο σχεδιασμός πλησιάζει τον ρυθμό απόδοσης κάτω από τον συνεχή ανατοκισμό και βελτιώνει την κανονικότητα της δειγματικής κατανομής.

Τα τεστ που χρησιμοποιήθηκαν ήταν :

- Ø Υπολογισμός των συντελεστών συσχέτισης του **Spearman** μεταξύ των $|e_{it}|$ και R_{mt} .
- Ø Χρησιμοποίηση του κριτηρίου του **Bartlett**.
- Ø Και το πιο ισχυρό τεστ από τα προηγούμενα δύο είναι το **Goldfeld-Quandt**.

Αναλυτικότερα στο πρώτο τεστ οι **Jonh Martin** και **Robert Klemkosky** (1975) υπέθεσαν την ύπαρξη ομοσκεδαστικότητας δηλαδή $Cov(e_{it}, R_{mt}) = 0$. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή υπολογίζοντας τον συντελεστή συσχέτισης **Spearman** μεταξύ των απόλυτων τιμών των καταλοίπων $|e_{it}|$ του υποδείγματος της αγοράς και αντίστοιχα τις τιμές των αποδόσεων της αγοράς R_{mt} για κάθε μια από τις 355 μετοχές παρατηρήθηκε θετική (αρνητική) συσχέτιση

αποδεικνύοντας μια τάση για μεγάλο (μικρό) $|e_{it}|$ που συμβαδίζει με ένα μεγάλο R_{mt} . Τα αποτελέσματα του παραπάνω τεστ έδειξε ότι μόνο **24** από τις **355** μετοχές παρουσίασε έντονη ετεροσκεδαστικότητα.

Σύμφωνα με το τεστ του **Bartlett** τα δεδομένα του δείγματος περιέχουν πολλαπλές παρατηρήσεις των e_{it} για κάθε R_{mt} απόδοση της αγοράς. Το τεστ συνεχίστηκε να χρησιμοποιείται ακόμα και όταν τα στοιχεία του δεν πληρούσαν όλες τις προϋποθέσεις με τυχαία επιλογή υποδειγμάτων e_{it} σε όρους εύρους των τιμών της απόδοσης της αγοράς R_{mt} . Ένας βασικός περιορισμός είναι ότι επιλέγεται μεταβολή της απόδοσης της αγοράς R_{mt} καθώς και μεταβολή στον όρο e_{it} . Ειδικότερα τα αποτελέσματα του τεστ του **Bartlett** έδειξε ότι μόνο **12** από τις **355** μετοχές παρουσίασαν σημαντική μεταβολή στην διασπορά των αποδόσεων τους. Δηλαδή μόνο το **10%** αποδέχεται την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας.

Το **Bartlett** τεστ μπορεί να υπολογιστεί ως εξής :

$$V = \frac{A}{B}$$

$$A = f \ln S^2 - \sum (f_i \ln S_i^2)$$

$$B = 1 + \frac{1}{3(K-1)} \left[\sum \left\{ \frac{1}{f_i} - \frac{1}{f} \right\} \right], f = \sum f_i$$

Το **Goldfield** και **Quandt** τεστ είναι μια εναλλακτική μέθοδος της ύπαρξης της ετεροσκεδαστικότητας .

Ειδικότερα το τεστ αυτό περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα :

1. Διάταξη του R_{mi} από την υψηλότερη τιμή στην χαμηλότερη τιμή
2. Παραλείπονται c κεντρικές παρατηρήσεις από την διάταξη του R_{mi} . Η δύναμη του τεστ μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με την αξία του c .
3. Μεμονωμένες παλινδρομήσεις γίνονται με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων για τις πρώτες $n-c/2$ παρατηρήσεις και για τις τελευταίες $n-c/2$ παρατηρήσεις όπου πρέπει να υπερβαίνουν τον αριθμό των παραμέτρων που εκτιμώνται (m).
4. S_1 και S_2 είναι το άθροισμα των τετραγωνικών αποκλίσεων

από τις δύο παλινδρομήσεις. Έτσι το στατιστικό τεστ γίνεται :

$$R = \frac{S_2}{S_1}$$

όπου το R έχει F κατανομή κάτω από τις υποθέσεις των ίσων διακυμάνσεων $(n-c-2m)/2$ και $n-c-2m/2$ βαθμών ελευθερίας.

Το τεστ αυτό έδειξε ότι μόνο **30** μετοχές από τις **355** παρουσίασαν μεταβολή στην διασπορά των αποδόσεων. Παράλληλα όμως με το παραπάνω ποσοστό λιγότερο του **15%** των αξιογράφων που εξετάστηκαν έδωσαν ενδείξεις ετεροσκεδαστικότητας. Εάν αυτά τα αποτελέσματα ήταν αντιπροσωπευτικά όλων των μετοχών του Χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης τότε λιγότερο από **225** μετοχές από τις περίπου **1500** μετοχές θα επιδείκνυαν σημαντική ετεροσκεδαστικότητα. Τα τεστ αυτά επαληθεύουν τα ευρήματα των **Fama, Fischer, Jensen, Roll (1969)**, οι οποίοι δεν βρήκαν σημαντική παραβίαση της υπόθεσης της ομοσκεδαστικότητας του υποδείγματος της αγοράς.

Προσθέτουν όμως ότι και η μικρή ένδειξη ετεροσκεδαστικότητας μπορεί να συμβάλλει στην αστάθεια του βήτα του μεμονωμένου αξιογράφου.

Το βασικό συμπέρασμα της μελέτης τους είναι ότι το υπόδειγμα της αγοράς είναι ένα δυνατό υπόδειγμα με σεβασμό στην υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας των ελαχίστων τετραγώνων.

Ο **Stephen J. Brown (1977)** σε ένα σχόλιο πάνω στο άρθρο των **Jonh Martin** και **Robert Klemkosky (1975)** που αναφέραμε προηγουμένως υποστηρίζει σχετικά με την μέθοδο της συσχέτισης τάξεως μεταξύ των $|e_{it}|$ και R_{mt} ότι το $Cov(e_{it}, R_{mt})=0$ δεν ταυτίζεται με την ύπαρξη ή όχι ομοσκεδαστικότητας. Επιπλέον δεν είναι απαραίτητο και δεν παρέχει κανένα επιπρόσθετο στοιχείο για την συμπεριφορά των σφαλμάτων e_{it} . Χρησιμοποιώντας ο **Stephen J. Brown (1977)** τα δεδομένα των **Fama** και **Mc Beth (1973) 683** μεμονωμένων μετοχών του Χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης (NYSE) και **20** χαρτοφυλάκια μετοχών για την περίοδο **90** μηνών από τον Ιανουάριο του **1961** έως τον Ιούνιο του **1968** με βάση την μέθοδο των **Goldfeld-Quandt** κατάφερε να δείξει υψηλότερες ενδείξεις απόρριψης της ύπαρξης ομοσκεδαστικότητας. Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής έδειξαν την ισχυρή ύπαρξη της ετεροσκεδαστικότητας τόσο για μεμονωμένες μετοχές (**1%** στατιστικής σημαντικότητας) όσο και για τα χαρτοφυλάκια μετοχών (**5%**).

Ο **Ahmed Belkaoui (1977)** διεξήγαγε παραμετρικά και μη παραμετρικά τέστς ομοσκεδαστικότητας βασιζόμενος σε ένα δείγμα δεκαπενθήμερων αποδόσεων **45** τυχαίων επιλεγμένων καναδικών μετοχών που διαπραγματεύονταν στο Χρηματιστήριο του Τορόντο για ένα διάστημα **48** μηνών από τον Ιανουάριο του **1971** έως τον Δεκέμβριο του **1974**. Ο **Ahmed Belkaoui (1977)** χρησιμοποίησε δισεβδομαδιαίες αποδόσεις των μετοχών αυτών ενώ παράλληλα θεώρησε ως δείκτη απόδοσης της αγοράς τον βιομηχανικό δείκτη του Χρηματιστηρίου του Τορόντο.

Η Μεθοδολογία την οποία ακολούθησε ήταν η εξής :

Ø **The Spearman Rank Correlation Coefficient**

⇒ Το 91% των μετοχών παρουσίασε ετεροσκεδαστικότητα

Ø **The Bartlett Test**

⇒ Το 62% των μετοχών παρουσίασε ετεροσκεδαστικότητα

Ø **The Goldfeld-Quandt**

⇒ Το 40% των μετοχών παρουσίασε ετεροσκεδαστικότητα

Ειδικότερα το πρώτο τεστ έδειξε ότι 41 από τις 45 μετοχές είχαν στατιστική σημαντικότητα της τάξεως του 10%. Το δεύτερο τεστ έδειξε ότι 28 μετοχές έχουν υπολλειματική διαφορά σε επίπεδο του 10%. Από αυτές οι 16 έχουν ήδη απορριφθεί από την μέθοδο των Goldfeld-Quandt και 26 μετοχές έχουν απορριφθεί από την μέθοδο Spearman Rank Correlation Coefficient. Και τέλος το τρίτο τεστ έδειξε ότι 18 μετοχές απορρίφθηκαν σε επίπεδο 10% και από αυτές οι 15 απορρίφθηκαν με την μέθοδο Spearman Rank Correlation Coefficient.

Το συμπέρασμα της έρευνας αυτής ήταν ότι η ετεροσκεδαστικότητα αποτελεί ένα σοβαρό πρόβλημα για το υπόδειγμα της αγοράς για την πλειονότητα των καναδικών μετοχών που εξετάστηκαν. Το συμπέρασμα αυτό συμβαδίζει με τις μετοχές της Αυστραλίας αλλά όχι και της Αμερικής. Το αποτέλεσμα αυτό έρχεται σε αντίθεση με την ύπαρξη της ομοσκεδαστικότητας από την χρησιμοποίηση της αποτελεσματικότητας των εκτιμητών των ελαχίστων τετραγώνων.

Οι D.Fowler και H.Rorke (1979) για τον έλεγχο της ετεροσκεδαστικότητας χρησιμοποίησαν μηνιαίες αποδόσεις για την περίοδο Ιουνίου 1965 έως Ιουνίου 1976, 69 επιχειρήσεων και δύο δεικτών, τον TSE 300 και τον Global. Επιπλέον οι μετοχές χωρίστηκαν σε τρεις κατηγορίες (Fat almost fat, moderate, infrequent) ενώ οι αποδόσεις υπολογίστηκαν με δύο τρόπους αριθμητικά και λογαριθμικά.

Τα τεστ τα οποία χρησιμοποιήθηκαν ήταν τα εξής :

Ø **The Spearman Rank Correlation Coefficient**

Ø **The Bartlett Test**

Ø *The Goldfeld-Quandt*

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το τεστ **Goldfeld-Quandt** επιδεικνύει υψηλότερα επίπεδα ετεροσκεδαστικότητας από το **Bartlett Test**. Σε 5% στατιστικής σημαντικότητας κατά μέσο όρο η άστοχη υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας δεν γίνεται δεκτή σε 31% των μετοχών για αριθμητικές αποδόσεις σε σχέση με τον δείκτη. Το ποσοστό πέφτει στο 26% όταν οι λογαριθμικές αποδόσεις χρησιμοποιούνται. Γενικότερα τα αποτελέσματα δείχνουν ότι τα ποσοστά μετοχών που επιδεικνύουν ετεροσκεδαστικότητα κυμαίνονται 30-93%.

Οι **Roger P. Bey και George E Pinches (1980)** χρησιμοποίησαν σε σύγκριση με τους προηγούμενους ερευνητές περισσότερα κριτήρια για τον έλεγχο της ύπαρξης της ετεροσκεδαστικότητας.

Τα κριτήρια αυτά ήταν τα εξής :

Ø *Bartlett*

Ø *Goldfeld-Quandt*

Ø *Kendall*

Ø *Peak*

Ø *Glejser*

Ø *Modified Glejser*

Το δείγμα τους περιελάμβανε 665 αποδόσεις μετοχών εταιρειών εισηγμένων στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης καλύπτοντας την περίοδο από τον Ιανουάριο του 1962 έως τον Δεκέμβριο του 1976.

Το διάστημα αυτό το χώρισαν σε 3 υποπεριόδους 1962-1966, 1967-1971 και 1972-1976. Ο έλεγχος για την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας έγινε τόσο για μεμονωμένες μετοχές όσο και για συγκεκριμένα χαρτοφυλάκια. Ο κύριος δείκτης που χρησιμοποιήθηκε ήταν ο σταθμισμένος μέσος όλων των υπο εξέταση μετοχών με σταθμά την αγοραία αξία της κάθε μετοχής. Σκοπός των **Roger P. Bey και George E Pinches (1980)** ήταν να λύσουν τις διαφορές προηγούμενων μελετών σχετικών με την ετεροσκεδαστικότητα, να προσδιορίσουν την ύπαρξη του φαινομένου αυτού στις μετοχές, και τέλος να

εξηγήσουν την οικονομική ερμηνεία του φαινομένου της ετεροσκεδαστικότητας στο υπόδειγμα της αγοράς.

Το **t** του **Bartlett** και του **Goldfeld-Quandt** εξετάστηκαν κυρίως στην εμπειρική μελέτη των **Jonh Martin** και **Robert Klemkosky(1975)**. Στην συνέχεια θα αναλύσουμε τα επόμενα τεστ του **kendall**, **Peak**, **Glejser** και **Modified Glejser**.

Το **t** του **Kendall** αποτελείται από τα εξής βήματα :

1. Χρησιμοποιούμε την εξίσωση του υποδείγματος της αγοράς για τις **60** παρατηρήσεις ανά χρονική περίοδο.
2. Κατατάσσουμε τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς κατά αύξουσα σειρά και παίρνουμε τις απόλυτες τιμές των αντίστοιχων καταλοίπων $|u_{it}|$.
3. Μετατρέπουμε τις τιμές αυτές R_{mt} και $|u_{it}|$ σε αντίστοιχη τάξη
4. Παρατηρούμε ποιες από τις τιμές αυτές είναι **concordant** και ποιες **discordant**
5. Υπολογίζουμε το **Kendall's t-statistic** που ορίζεται ως εξής :

$$t = \frac{N_c - N_d}{N(N-1)/2}$$

όπου $N=60$ για $N>10$ χρησιμοποιούν τον τύπο :

$$z = \frac{T}{\left[\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}\right]^{1/2}}$$

Το **peak** **t** που δεν απαιτεί κανονικότητα και που δημιουργήθηκε από τους **Goldfeld-Quandt** αποτελείται από τα εξής βήματα:

1. Χρησιμοποιούμε την εξίσωση του υποδείγματος της αγοράς για τις **60** παρατηρήσεις ανά χρονική περίοδο.
2. Κατατάσσουμε κατά αύξουσα σειρά τα κατάλοιπα u_{it}

3. Προσπαθούμε να βρούμε ένα **peak** στα διατεταγμένα κατάλοιπα για το $|U_{ip}| \geq |U_{ip-k}|$
4. Καθορίζουμε την σημαντικότητα συγκρίνοντας τον αριθμό των παρατηρούμενων **peaks** με μια κριτική τιμή που έχουν καθορίσει οι **Goldfeld-Quandt**.

Αν τα κατάλοιπα παρουσιάζουν ετεροσκεδαστικότητα η διακύμανση θα αυξάνει ανάλογα με την απόδοση της αγοράς R_{mt} και ο αριθμός των παρατηρούμενων **peaks** θα τείνει να μεγαλώσει.

Ο **Glejser** πρότεινε μια διαφορετική προσέγγιση της εξέτασης της ετεροσκεδαστικότητας.

Το **Glejser Test** αποτελείται από τα εξής βήματα :

1. Χρησιμοποιούμε την εξίσωση του υποδείγματος της αγοράς για τις **60** παρατηρήσεις ανά χρονική περίοδο.
2. Παλινδρομούμε την απόλυτη τιμή του καταλοίπου $|u_{it}|$ στην ανεξάρτητη μεταβλητή R_{mt} ή $|u_{it}| = a_0 + a_1 R_{mt} + e_i$

Το **Modified Glejser test** ακολουθεί την ίδια διαδικασία με τον **Glejser test** με την εξαίρεση ότι χρησιμοποιούμε το τετράγωνο της απόλυτης τιμής των καταλοίπων.

$$u_{it}^2 = a_0 + a_1 R_{mt} + e_i$$

Τα αποτελέσματά των **Roger P. Bey** και **George E Pinches (1980)** απέδειξαν έντονα την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας στο υπόδειγμα της αγοράς τόσο για τις μεμονωμένες μετοχές όσο και για τα χαρτοφυλάκια μετοχών για τις μετοχές του Χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι η εφαρμογή και των έξι κριτηρίων έδωσε διαφορετικά ποσοστά ετεροσκεδαστικότητας τα οποία οφείλονται στην αύξηση της διακύμανσης της αγοράς. Επιπλέον ο δείκτης της αγοράς φαίνεται να επηρεάζει ουσιαστικά την ετεροσκεδαστικότητα ενώ ο ίδιος ποικίλει από την περίοδο την οποία

εξετάζουμε. Τα αποτελέσματα αυτά συγκρούονται με αυτά των **Jonh Martin** και **Robert Klemkosky (1975)** αλλά συμβαδίζουν με αυτά του **Stephen J. Brown (1977)** και του **Ahmed Belkaoui (1977)** όπου βρήκαν ουσιαστική απόδειξη της ετεροσκεδαστικότητας στο υπόδειγμα της αγοράς.

Οι **Carmello Giaccotto και Mukhtar M. Ali (1982)** ισχυροποίησαν την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας στο υπόδειγμα της αγοράς. Έλεξαν **384** αξιόγραφα τυχαία επιλεγμένα από την **Compustat Tapes**. Η περίοδος για την οποία εξετάστηκαν τα αξιόγραφα αυτά ήταν **156** μηνών από τον Ιανουάριο του **1965** έως το Δεκέμβριο του **1977**. Ο δείκτης που χρησιμοποιήθηκε ήταν ο **SP 425**. Στην μελέτη τους εκτός των παραμετρικών τεστ **Kendall** και **peak** εισήγαγαν άλλες δύο κατηγορίες βέλτιστων κατανομής-ελεύθερων τεστ για την ετεροσκεδαστικότητα που είναι τα **robust** για μη κανονικότητα και τα δυναμικά ασυμπτωτικά **Rank Tests** και **Bickel Tests** παρέχοντας μια ευχέρεια εναλλακτικών υποθέσεων .

Τα τεστ αυτά θεωρούνται πιο δυνατά από αυτά των **Bartlett, Goldfeld-Quandt, Glejser** τα οποία οι παραπάνω ερευνητές θεωρούν αναξιόπιστα εαν η βασική υπόθεση της κανονικότητας για το κατάλοιπο στο υπόδειγμα της αγοράς παραβιάζεται και όπου απαιτείται τα κατάλοιπα να είναι ανεξάρτητα. Για το λόγο αυτό οι ερευνητές εισήγαγαν την χρήση αναδρομικών καταλοίπων όπου εξασφαλίζουν από την κατασκευή τους την ανεξάρτητη κατανομή τους αντι για τα **OLS** (ελαχίστων τετραγώνων) κατάλοιπα που χρησιμοποιούνται συνήθως για να εκτιμήσουν τα κατάλοιπα. Τα αποτελέσματα στα οποία κατέληξαν έδειξαν ότι η υπόθεση της σταθερής διακύμανσης δεν ευσταθεί και για τα τέσσερα τεστ για την πλειονότητα των μετοχών και πιθανώς η διακύμανση αυξάνει με το R_{mt}^2 (τετράγωνο της απόδοσης της αγοράς) επηρεάζοντας την εκτίμηση των παραμέτρων του υποδείγματος της αγοράς.

Οι **Καραθανάσης και Φίλιππας (1993)** ερεύνησαν την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας στο υπόδειγμα της αγοράς που αφορά το

Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών. Τα δεδομένα τα οποία χρησιμοποιήσαν ήταν οι μηνιαίες αποδόσεις 43 εμπορεύσιμων μετοχών του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών από ένα σύνολο 110 μετοχών για χρονική περίοδο 12 μηνών από τον Ιανουάριο του 1985 έως τον Δεκέμβριο του 1989. Ο δείκτης που πάρθηκε ήταν ο γενικός δείκτης του ΧΑΑ ο οποίος είναι ένας ισοδύναμα σταθμισμένος δείκτης ενώ τα μερίσματα δεν περιλαμβάνονται στον υπολογισμό του δείκτη. Τα τεστ που χρησιμοποιήσαν ήταν:

- Ø *Glejser*
- Ø *Modified Glejser*
- Ø *Breusch-Pagan*
- Ø *White*

Ειδικότερα το κριτήριο του **Breusch-Pagan** δείχνει ότι ο εκτιμητής **Lagrange** δίνεται από τον τύπο :

$$I = \frac{q' z' (z' z)^{-1} z' q}{2S^4}$$

όπου $q = \mathfrak{E} - S^2 j$.

\mathfrak{E} είναι άνυσμα των τετραγώνων των ελαχίστων τετραγώνων των καταλοίπων \mathfrak{E} του υποδείγματος της αγοράς.

$j = (1, 1, \dots, 1)'$, $Z' = (z_1, z_2, \dots, z_T)$ και $S^2 = e'e/T$.

Κάτω από το πρίσμα του H_0 το I κατανέμεται ασυμπτωτικά όπως X_1^2 .

Στατιστικά το I μπορεί να υπολογιστεί έχοντας υπόψιν ότι ο αριθμός που θα προκύψει από την παραπάνω εξίσωση είναι ίσος με το άθροισμα των τετραγώνων της παλινδρόμησης των q και z .

Αν η υπολογιστική αξία του I είναι μικρότερη από αυτή του X_1^2 για ένα δοσμένο επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας τότε υιοθετούμε το H_0 (το μοντέλο είναι ομοσκεδαστικό). Αντίστροφα αν η αξία αυτή είναι μεγαλύτερη από την κριτική του αξία απορρίπτουμε το H_0 και δεχόμαστε την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας.

Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής έδειξαν την ύπαρξη της ετεροσκεδαστικότητας στο υπόδειγμα της αγοράς. Ειδικότερα με το κριτήριο του **Glejser 42%** των **43** μετοχών με επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας **5%** παρουσίασε ετεροσκεδαστικότητα, **39%** με το **Modified Glejser**, **49%** με το **Breusch-Pagan**, και **44%** με το κριτήριο του **White**. Όταν το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας είναι **1%** τα ποσοστά αλλάζουν και γίνονται με το κριτήριο του **Glejser 26%**, **28%** με το **Modified Glejser**, **32%** με το **Breusch-Pagan**, και **30%** με το κριτήριο του **White**.

Η ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας του υποδείγματος της αγοράς χρησιμοποιώντας **43** μετοχές του ΧΑΑ φάνηκε ιδίως με το κριτήριο του **Breusch-Pagan** που αναλύσαμε προηγουμένως. Επιπλέον καθώς η ετεροσκεδαστικότητα αποτελεί πρόβλημα, η χρήση των εκτιμητών των ελαχίστων τετραγώνων κρίνεται ακατάλληλη.

Σε μια άλλη μελέτη οι **Καραθανάσης Γ. και Πατσός Κ. (1993)** παρατήρησαν το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας και γενικότερα τα λάθη προσδιορισμού του υποδείγματος της αγοράς χρησιμοποιώντας μηνιαίες αποδόσεις και μερίσματα **43** μετοχών του ΧΑΑ. Η δειγματική περίοδος άρχιζε τον Δεκέμβριο του **1986** και τελείωνε τον Δεκέμβριο του **1990**. Χρησιμοποιήθηκε ένας δείκτης σταθμισμένος με βάση την αξία κάθε μετοχής.

Τα τεστ που περιέλαβαν στην μελέτη τους ήταν :

- Ø **Glejser**
- Ø **Modified Glejser**
- Ø **Breusch-Pagan**
- Ø **White**
- Ø **Goldfeld-Quandt**
- Ø **Kendall**
- Ø **Spearman Rank Correlation Coefficient**

Ιδιαίτερα ο έλεγχος του **White** είναι πολύτιμος από την άποψη του ότι επιτρέπει την εξέταση της άτοπης, κενής υπόθεσης έναντι ενός μεγάλου αριθμού εναλλακτικών. Επιπλέον, βασίζεται σε έναν εκτιμητή μήτρας συνδιακόμανσης συμβατό με ετεροσκεδάση. Αυτή η ιδιότητα είναι σημαντική ως το βαθμό εκείνο που επιτρέπει σε κάποιον να εφαρμόσει τακτικούς ελέγχους σημαντικότητας ακόμη και σε περιπτώσεις όπου δεν υπάρχει προηγούμενη γνώση σχετικά με τη μορφή της ετεροσκεδάσης. Επίσης, ο έλεγχος του **White** δεν υποθέτει κανονικότητα των υπολοίπων, έτσι μπορεί να χρησιμοποιηθεί στα υποδείγματα της αγοράς με μη κανονικά υπόλοιπα. Θα έπρεπε επίσης να προσθέσουμε ότι η εκτίμηση του **White** βρέθηκε να είναι έγκυρη ακόμη και όταν οι ανεξάρτητες μεταβλητές είναι παραληφθείσες εξαρτημένες μεταβλητές.

Συγκεκριμένα ο **Halbert White (1980)** παρουσίασε μια παράμετρο μήτρα διακόμανσης ενός εκτιμητή όπου είναι συνέπεια ακόμα και όταν οι διαταραχές του μοντέλου της γραμμικής παλινδρόμησης παρουσιάζουν ετεροσκεδαστικότητα. Αυτός ο εκτιμητής δεν εξαρτάται από ένα επίσημο μοντέλο μιας εξίσωσης της ετεροσκεδαστικότητας. Συγκρίνοντας τα στοιχεία του νέου εκτιμητή με αυτά του συνηθισμένου εκτιμητή της διακόμανσης, κανείς αποκτά ένα απευθείας τεστ της ετεροσκεδαστικότητας, αφού στην απουσία της ετεροσκεδαστικότητας οι δυο εκτιμητές θα είναι σχεδόν ίσοι αλλά γενικότερα θα αποκλίνουν. Το τεστ αυτό επικαλείται την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

Χρησιμοποιώντας το τεστ του **White** ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία :

1. Υπολογισμός των καταλοίπων του υποδείγματος της αγοράς
2. Παλινδρομούμε (u_i^2) σε σταθερούς όρους, την απόδοση της αγοράς RM και το $(RM)^2$.
3. Υπολογίζουμε το στατιστικό nR^2 όπου το n είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων και R^2 είναι ο συντελεστής της αποφασιστικότητας

της προαναφερθείσας παλινδρόμησης. Αν η εκτιμώμενη αξία είναι μικρότερη του X_2^2 για ένα δοσμένο επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας τότε καταλήγουμε ότι το μοντέλο είναι ομοσκεδαστικό.

Πρέπει να αναφέρουμε ότι το τεστ αυτό είναι ένα γενικότερο κριτήριο μια που καθορίζει πότε ή όχι η χρησιμοποίηση της λειτουργικής φόρμας της εξειδίκευσης είναι σωστή.

Με την ύπαρξη της ετεροσκεδαστικότητας-που κυμαίνεται από **27,9%** έως **69,77%** ανάλογα με το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας - οι εκτιμητές των ελαχίστων τετραγώνων δεν είναι αποτελεσματικοί ενώ θα είναι μεροληπτικοί και ασυνεπείς εάν το υπόδειγμα της αγοράς είναι λανθασμένα προσδιορισμένο.

Η ετεροσκεδαστικότητα ήταν διάσπαρτη ανάλογα του επιπέδου στατιστικής σημαντικότητας. Το βασικό όμως στοιχείο της μελέτης των Καραθανάσης και Πατσός (1993) ήταν ότι προτιμούν εναλλακτικές μορφές του υποδείγματος της αγοράς χρησιμοποιώντας μεταβλητό συντελεστή αντι σταθερού αποφεύγοντας κατά αυτό τον τρόπο την μη στασιμότητα, την μη σταθερότητα του βήτα και την μη γραμμικότητα των καταλοίπων του βήτα.

Οι έλεγχοι για την ισχύ της υπόθεσης της ομοσκεδαστικότητας του υποδείγματος της αγοράς συνοψίζεται στον **3.1** πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1
ΕΛΕΓΧΟΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΙΣΧΥ ΤΗΣ ΥΠΟΘΕΣΗΣ ΤΗΣ
ΟΜΟΣΚΕΔΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΕΡΕΥΝΗΤΗΣ/ΕΣ ΕΤΟΣ	ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΜΠΕΙΡΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ
P.PRAEZ (1969)	1875-1966 Εβδομαδιαία στοιχεία για 37 μετοχές Σύνδευ	Bartlett	Ετεροσκεδαστικότητα
J.MARTIN & R.KLEMKOSKY (1975)	4/1964-7/1973 Μηνιαία στοιχεία για 355 μετοχές NYSE	Spearman Bartlett Goldfeld-Quandt	Ομοσκεδαστικότητα
S.BROWN (1977)	1/1961-6/1968 Μηνιαία στοιχεία για 683 μετοχές & 20 χαρτ. NYSE	Goldfeld-Quandt	Ετεροσκεδαστικότητα
A.BELKAOUI (1977)	1/1971-12/1974 Διαεβδομαδιαία στοιχεία για 45 μετοχές Τορόντο	Spearman Bartlett Goldfeld-Quandt	Ετεροσκεδαστικότητα
D.FOWLER & H.RORKE (1979)	6/1965-6/1975 Μηνιαία στοιχεία για 69 μετοχές TSE300 & Global	Spearman Bartlett Goldfeld-Quandt	Ετεροσκεδαστικότητα
R.BEY & G.PINCES (1980)	1/1962-12/1976 Μηνιαία στοιχεία για 655 μετοχές NYSE	Bartlett Goldfeld-Quandt Kendall Peak Glejser Modified Glejser	Ετεροσκεδαστικότητα
C.GIACCOTO &M.ALI (1982)	1/1965-12/1977 Μηνιαία στοιχεία για 384 μετοχές SP425	Kendall Peak Rank Tests BicKel Tests	Ετεροσκεδαστικότητα
ΚΑΡΑΘΑΝΑΣΗΣ & ΦΙΛΙΠΠΑΣ (1993)	1/1985-12/1989 Μηνιαία στοιχεία για 43 μετοχές ΧΑΑ	Glejser Modified Glejser Breusch-Pagan White	Ετεροσκεδαστικότητα
ΚΑΡΑΘΑΝΑΣΗΣ & ΠΑΤΣΟΣ (1993)	12/1986-12/1990 Μηνιαία στοιχεία για 43 μετοχές ΧΑΑ	Glejser Modified Glejser Breusch-Pagan White Goldfeld-Quandt Kendall Spearman	Ετεροσκεδαστικότητα

3.1.2 ΕΛΕΓΧΟΙ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ

Η εκτίμηση του υποδείγματος της αγοράς προϋποθέτει την ύπαρξη της εξειδίκευσης (**specification**). Πιο συγκεκριμένα προϋποθέτει :

- 1) Οι μεταβλητές του υποδείγματος να μετρούνται επακριβώς δηλαδή να μην έχουν σφάλματα μέτρησης των τιμών αυτών των μεταβλητών,
- 2) Το υπόδειγμα να περιλαμβάνει όλες εκείνες τις ανεξάρτητες μεταβλητές που θεωρούνται σχετικές για την ερμηνεία της εξαρτημένης μεταβλητής και αποκλείει όλες τις άσχετες μεταβλητές και
- 3) Το υπόδειγμα να έχει την ορθή μαθηματική μορφή.

Στην πράξη όμως μια ή περισσότερες προϋποθέσεις μπορεί να μην ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα (**Specification errors**). Συγκεκριμένα θα μπορούσαμε να διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις που θα μπορούσαν να επηρεάσουν δυσμενώς τα αποτελέσματα μιας εμπειρικής εργασίας:

1) Σφάλματα μέτρησης των μεταβλητών του υποδείγματος που περιλαμβάνουν: Σφάλματα μέτρησης της εξαρτημένης μεταβλητής, σφάλματα μέτρησης της ανεξάρτητης μεταβλητής και σφάλματα μέτρησης της εξαρτημένης και ανεξάρτητης μεταβλητής.

2) Σφάλματα εξειδίκευσης του υποδείγματος που περιλαμβάνουν: Παραλειπόμενες σχετικές μεταβλητές από το υπόδειγμα, συμπεριλαμβανόμενες άσχετες μεταβλητές, λανθασμένη μαθηματική μορφή και έλεγχο ανταγωνιστικών θεωριών.

Οι συνέπειες του φαινομένου της εξειδίκευσης είναι να προκύπτουν συντελεστές μεροληπτικοί και ασυνεπείς και αναξιόπιστα αποτελέσματα. Επιπλέον θα πρέπει να τονιστεί ότι δεν είναι πάντοτε εφικτή η αντιμετώπισή τους.

Μια συνδυαστική μελέτη για την ετεροσκεδαστικότητα και για την εσφαλμένη εξειδίκευση (**misspecification**) υπόθηκε από τους **R.D Huang και H.Jo (1988)**. Χρησιμοποιώντας τέστ που πρότειναν οι **Hausman (1978)** και **White(1980)** καθόρισαν τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα και το μέγεθος των δύο φαινομένων. Το δείγμα τους περιείχε όλες τις εταιρείες (452) του **CRSP 1984** των μηνιαίων αρχείων μεταξύ του Ιανουαρίου του **1960** και του Δεκεμβρίου του **1983**. Οι αποδόσεις που χρησιμοποιήθηκαν ήταν οι σταθμισμένες και οι ισοδύναμα σταθμισμένες αποδόσεις του δείκτη της αγοράς των εταιρειών που απαρτίζουν το Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης (**NYSE**).

Τα αποτελέσματα τους δείχνουν καταρχάς ότι η υπόθεση της ετεροσκεδαστικότητας παραβιάζεται συχνά ενώ παρατηρείται ότι τα περισσότερα **misspecifications** πραγματοποιούνται σε συνδυασμό με την ετεροσκεδαστικότητα. Η ετεροσκεδαστικότητα και το **misspecification** παρατηρούνται σε διαφορετικά μεγέθη εταιρειών και για τις αποδόσεις τόσο του Ιανουαρίου όσο και των υπολοίπων μηνών. Ωστόσο πιο συχνά παρατηρείται σε μικρότερες εταιρείες και στις αποδόσεις του Ιανουαρίου.

Οι ενδείξεις μάλιστα υποδεικνύουν ότι όταν το παραδοσιακό υπόδειγμα της αγοράς διευρύνεται ώστε να συμπεριλάβει μια τετραγωνική απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, τότε οδηγείται σε μια μείωση της συχνότητας της ετεροσκεδαστικότητας. Παράλληλα και η χρησιμοποίηση ισοδύναμα σταθμισμένων αποδόσεων της αγοράς και όχι απλών σταθμισμένων αποδόσεων μειώνει και αυτή με τη σειρά της τη συχνότητα της ετεροσκεδαστικότητας. Αυτή όμως η βελτίωση των αποτελεσμάτων που παρατηρείται ακολουθείται από μια ταυτόχρονη αύξηση των λαθών προσδιορισμού. Ο αριθμός των **misspecifications** αυξάνει όταν χρησιμοποιούνται ισοδύναμα σταθμισμένες αποδόσεις αγοράς και όταν για την εκτίμηση του τετραγωνικού υποδείγματος της αγοράς χρησιμοποιούνται σταθμισμένες αποδόσεις αγοράς. Η συχνή εμφάνιση ετεροσκεδαστικότητας απαιτεί την χρησιμοποίηση ενός πίνακα εκτιμητή ετεροσκεδαστικότητας-συνεπής συνδιακόμενης **White**. Η παραβίαση της υπόθεσης της

ετεροσκεδαστικότητα δεν πρέπει να αποτελεί λόγο αποφυγής των διαφορετικών εφαρμογών των υποδειγμάτων αγοράς πράγμα που εξηγείται από την διαθέσιμη προσαρμογή για τις γενικές μορφές ετεροσκεδαστικότητα. Σημαντικό είναι να αναφέρουμε ότι εάν η αστάθεια των βήτα παραμένει σημαντική ακόμη και με την χρησιμοποίηση του εκτιμητή **White** τότε η υπόθεση πρέπει να απορριφθεί.

Παράλληλα η εφαρμογή του **Hausman test** σημαίνει ότι τα **misspecifications** μπορούν να εμφανιστούν σε ένα ποσοστό πάνω του **50%** και όχι λιγότερο του **10%** του δείγματος για μικρές εταιρείες και αποδόσεις Ιανουαρίου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ότι τα υπάρχοντα υποδείγματα της αγοράς ίσως να μην είναι ακριβή υπογραμμίζοντας την ανάγκη να πειραματιστούμε με νέα υποδείγματα τιμολόγησης αξιογράφων. Το γεγονός αυτό περιορίζει την χρησιμότητα τους για την ανάλυση του χαρτοφυλακίου.

Τα τέστς που προτείνουν οι **R.D Huang** και **H.Jo (1988)** είναι έγκυρα για ένα πλήθος εναλλακτικών περιπτώσεων και έτσι αποφεύγουν την υιοθέτηση ενός λανθασμένου εναλλακτικού υποδείγματος. Το λάθος προσδιορισμού που αναφέρεται σε αυτήν την μελέτη είναι έγκυρο μόνο στην περίπτωση που ο περιορισμός της ορθογωνιότητας ανάμεσα στον όρο ενόχλησης και στους εκτιμητές παραβιάζεται.

Οι ερευνητές λοιπόν καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι οι περιπτώσεις ετεροσκεδαστικότητα ή **misspecification** είναι συχνές με βάση τα προαναφερθέντα.

Οι **Καραθανάσης Γ. και Πατσός Κ. (1993)** χρησιμοποιώντας μηνιαίες αποδόσεις και μερίσματα **43** μετοχών του ΧΑΑ παρατήρησαν προβλήματα εξειδίκευσης του υποδείγματος της αγοράς. Η δειγματική περίοδος άρχισε τον Δεκέμβριο του **1986** και τελείωσε τον Δεκέμβριο του **1990**. Χρησιμοποιήθηκε ένας δείκτης σταθμισμένος με βάση την αξία κάθε μετοχής. Στην έρευνα αυτή οι περιπτώσεις της εμφάνισης της ετεροσκεδαστικότητα μαζί με την εσφαλμένη εξειδίκευση, που προκαλούνται από παραλειπόμενες μεταβλητές

ή/και εσφαλμένο τύπο αλγεβρικής συνάρτησης εξετάζονται με εφαρμογή συνδυασμού των **White (1980)** και **Hausman tests(1978)**.

Το **Hausman test (1978)** αποτελεί μια ολοκληρωμένη προσέγγιση για τη διερεύνηση του **orthogonality** μεταξύ **X** και **u** και συνίσταται σε περιπτώσεις παραλειπόμενων μεταβλητών ή και εσφαλμένου αλγεβρικού τύπου, σφαλμάτων σε μεταβλητές και μεροληπτικού σφάλματος ταυτόχρονης συσχέτισης σε υποδείγματα με αυτοσυσχέτιση εξαιτίας της παρουσίας τιμών υστέρησης εξαρτημένης μεταβλητής. Ειδικότερα ο **J.A Hausman (1978)** χρησιμοποιεί μια παλινδρόμηση της μορφής :

$$y = Xb + e$$

Οι δύο στοχαστικές εξειδικεύσεις είναι ότι καταρχήν η αναμενόμενη κατάσταση του e δοσμένου X είναι μηδέν και e έχει μια σφαιρική μήτρα διακύμανσης.

$$E(e/X) = 0$$

$$V(e/X) = s^2 I$$

Αποτυχία της πρώτης υπόθεσης, ορισμένες φορές ονομάζεται ορθογωνική υπόθεση και οδηγεί σε ασυνεπής υπολογισμούς καθώς η αποτυχία της δεύτερης υπόθεσης που ορισμένες φορές ονομάζεται σφαιρική υπόθεση οδηγεί σε απώλεια της αποτελεσματικότητας αν και η κεντρική τάση του εκτιμητή είναι σωστή.

Τα προβλήματα που αναπτύσσονται είναι τόσο σημαντικά αυξάνοντας την προσοχή που πρέπει να δοθεί ειδικότερα αφού οι αποτελεσματικοί εκτιμητές κάτω από την πρώτη υπόθεση είναι διαθέσιμη για όλες τις καταστάσεις και αυτοί οι εκτιμητές είναι συχνά ευαίσθητοι σε αποτυχίες της πρώτης υπόθεσης. Ο **J.A Hausman (1978)** ανέπτυξε μια γενική φόρμα τέστ εξειδίκευσης προσπαθώντας να παρέχει δυναμικά τέστ της πρώτης υπόθεσης παρουσιάζοντας μια προσέγγιση των λαθών του τέστ εξειδίκευσης.

Σε ορισμένες περιπτώσεις περιλαμβάνοντας χρονολογικές σειρές εξειδίκευσης, λάθη σε μεταβλητές εξειδίκευσης και προσομοιώσεις σε εξισώσεις εξειδίκευσης, η πρώτη υπόθεση αποτυγχάνει.

Η βασική ιδέα που ακολουθείται από την ύπαρξη ενός εναλλακτικού εκτιμητή ο οποίος είναι συνεπής και με την άτοπο αλλά και από την εναλλακτική υπόθεση. Συγκρίνοντας τους υπολογισμούς του εκτιμητή με τον αποτελεσματικό εκτιμητή (κάτω από την πρώτη υπόθεση) και λαμβάνοντας υπόψιν ότι η διαφορά τους είναι ασυσχετίστη με τον αποτελεσματικό εκτιμητή όταν η άτοπη υπόθεση αληθής χρησιμοποιώντας την παλινδρόμηση:

$$y = XB + \tilde{X}a + u$$

όπου \tilde{X} είναι η μεταφορά του X . Τα τέστ της συγκεκριμενοποίησης έχουν σχεδιαστεί για να κατασκευαστεί τέστ της υπόθεσης , $H_0 : \alpha_i = 0$.

Ο **J.A Hausman (1978)** λοιπόν, χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα υπό την άτοπη υπόθεση της μη ύπαρξης συγκεκριμενοποίησης βρήκε ότι ένας ασύμπτωτα αποτελεσματικός εκτιμητής πρέπει να έχει μηδενική συνδιακόμανση με δεδομένη τη διαφορά του από ένα συμβατό, αλλά ασύμπτωτικά αναποτελεσματικό εκτιμητή και ότι οι έλεγχοι συγκεκριμενοποίησης εξάγονται από ένα σύνολο σημαντικών συγκεκριμενοποιήσεων υποδειγμάτων στην οικονομετρία.

Ο συνδυασμός των **White** και **Hausman test** συνδυάστηκαν με τρεις τρόπους αρχίζοντας κάθε φορά με το **White test** για ανίχνευση ετεροσκεδαστικότητας με τους ακόλουθους τρεις τρόπους :

- Ø Για μετοχές που επιτυγχάνουν το **Hausman test** και αποτυγχάνουν το **White test**
- Ø Για μετοχές που επιτυγχάνουν το **White test** και αποτυγχάνουν το **Hausman test**
- Ø Με μετοχές που δεν επιτυγχάνουν σε κανένα από τα δύο τέστ

Ταυτόχρονα χρησιμοποιήθηκαν ως **instruments** μια σταθερά και διαβαθμίσεις των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου της αγοράς στο απλό υπόδειγμα και επιπρόσθετα στο υπόδειγμα **quadratic** μορφής τα τετράγωνα των διαβαθμίσεων.

Με τον συνδυασμό των δύο παραπάνω τεστ και λαμβάνοντας υπόψιν τόσο τη χρήση του υποδείγματος των **Kraus** και **Lintzenberger (1976)** λόγω υψηλής παρουσίας ασυμμετρίας στα κατάλοιπα σειρών όσο και τη χρήση σταθμισμένων κατ'αξίαν και ίσης στάθμισης δεικτών αγοράς για έλεγχο σφαλμάτων στις μεταβλητές οι Καραθανάσης Γ. και Πατσός Κ. (1993) κατέληξαν στα εξής αποτελέσματα : Ένα μεγάλο ποσοστό μετοχών εμφανίζουν συγχρόνως πρόβλημα εσφαλμένης εξειδίκευσης και ετεροσκεδαστικότητας η οποία ετεροσκεδαστικότητα είναι εντονότερη σε σχέση με την εσφαλμένη εξειδίκευση. Επιπλέον η χρήση σταθμισμένων κατ'αξίαν και ίσης στάθμισης δεικτών αγοράς για έλεγχο σφαλμάτων στις μεταβλητές οδηγεί σε μείωση των ετεροσκεδαστικών μετοχών, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι η μείωση της ετεροσκεδαστικότητας ενός τεστ να καθιστά ανώτερο ως προς τα άλλα. Η χρήση ενός **quadratic** μοντέλου τέλος οδηγεί σε μείωση των μετοχών με εσφαλμένη εξειδίκευση σε σύγκριση με το απλό υπόδειγμα της αγοράς.

Οι **Φίλλιπας Ν. και Καραθανάσης Γ. (1994)** εξέτασαν τις **22** πιο εμπορεύσιμες μετοχές εταιρειών οι οποίες είναι εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών ως προς την υπόθεση της κατάλληλης εξειδίκευσης. Η δειγματική περίοδος για την διεξαγωγή της συγκεκριμένης έρευνας εκτείνεται για την περίοδο που ξεκινά από τον Ιανουάριο του **1988** έως τα τέλη του Δεκεμβρίου του **1991**. Ο έλεγχος της κατάλληλης εξειδίκευσης του υποδείγματος της αγοράς έγινε με το κριτήριο του **Ramsey (1969)**. Πιο συγκεκριμένα ο **Ramsey (1969)** διακρίνει τρεις ομάδες σφαλμάτων ανακριβούς τοποθέτησης:

Ομάδα Α, περιλαμβάνει παραλείψεις μεταβλητών λανθασμένης συναρτησιακής φόρμας ή στοχαστική εξάρτηση των X και u (υπόθεση μη

ορθογωνίας). Αυτά τα σφάλματα προκαλούν μεροληψία ή αυθαιρεσίες ή ασυμβατότητα.

Ομάδα Β, περιλαμβάνει περιπτώσεις ετεροσκεδάσης και αυτοσυσχέτισης που επηρεάζουν τη διακύμανση και τη συσχέτιση των υπολοίπων

Ομάδα C, περιλαμβάνει την περίπτωση της μη κανονικότητας στα υπόλοιπα που επηρεάζουν την κατανομή των εκτιμητών.

Ο **Ramsey (1969)** έχει δείξει ότι οποιοδήποτε από τα προαναφερθέντα σφάλματα συγκεκριμενοποίησης, καταλήγει σε ένα μη μηδενικό μέσο για τον όρο στοχαστικού σφάλματος. Συμπερασματικά, η άτοπη υπόθεση και η εναλλακτική της εκφράζονται ως ακολούθως: $H_0 = \mathbf{u} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 I)$

$$H_1 = \mathbf{u} \sim N(\mu, \sigma^2 I), \mu \text{ διάφορο του μηδενός.}$$

Η άτοπη υπόθεση ελέγχεται χρησιμοποιώντας τη **statistic LR** (Αναλογία Πιθανοτήτων) η οποία κατανέμεται ως χ^2_1 .

Τα αποτελέσματα των ερευνητών σχετικά με την υπόθεση της εξειδίκευσης του υποδείγματος της αγοράς επιδεικνύουν παραβίαση της υπόθεσης αυτής σε **9** από τις **22** εταιρείες δηλαδή σε ποσοστό **41%** για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας **0,05** ενώ για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας **0,01** ο αριθμός των εταιρειών μειώνεται σε **6** δηλαδή σε **27%**. Από τα παραπάνω βλέπουμε ότι η υπόθεση αυτή παραβιάζεται στην παρούσα έρευνα.

Ο **Πατσός Κ. (1995)** για να ερευνήσει την υπόθεση εξειδίκευσης στο υπόδειγμα της αγοράς χρησιμοποίησε ένα δείγμα στο οποίο περιλάμβανε **43** μετοχές οι οποίες στην χρηματοοικονομική ορολογία χαρακτηρίζονται «καλά χαρτιά» και εμφανίζονται αντιπροσωπευτικές και «**leaders**» στην διαμόρφωση της πορείας της αγοράς. Η χρονική περίοδος του δείγματος τοποθετείται από **31/12/1980** έως **31/12/1990** ενώ το σύνολο των παρατηρήσεων είναι **121**.

Χρησιμοποιήθηκε ο δείκτης του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών όπου το **1992** από τις **48** μετοχές που περιείχε οι **32** δηλαδή το **67%** περιλαμβάνεται στο δείγμα της έρευνας. Ο δείκτης της αγοράς είναι σταθμικός ως προς την

αξία (**value-weighted market index**) και όχι ισοσταθμισμένος (**equally-weighted market index**) δηλαδή είναι πλέον κατάλληλος για μεταβολές σε επίπεδο αθροιστικής αγοραίας αξίας (**aggregate market value of the stocks**) και όχι για κινήσεις στις τιμές «τυπικών» ή «μέσων» **stocks**. Το γεγονός ότι ο δείκτης αυτός θα υπολογιζόταν ως ο μέσος όρος των αποδόσεων των εισηγμένων στο ΧΑΑ χρεωγράφων, θα συντελούσε σαφώς στην αποφυγή κάποιου σφάλματος εκτίμησης (**estimation bias**). Το τεστ που χρησιμοποίησε στην έρευνά του ο Πατσός Κ. (1995) είναι του **Ramsey's RESET test** ορθής εξειδίκευσης του αλγεβρικού τύπου του υποδείγματος το οποίο έδειξε ότι σε όλες τις περιπτώσεις πλην μιας μετοχής δεν υπήρχε σφάλμα εξειδίκευσης. Για όλες αυτές τις μετοχές δεν προκύπτει στατιστικά θέμα εκ νέου εξειδίκευσης του αλγεβρικού τύπου αυτών όπως και αναζήτησης παραλειπομένων μεταβλητών.

Αξιοσημείωτο είναι με αφορμή χρησιμοποίησης του τεστ του **J.B Ramsey (1969)** από τον Κ. Πατσό (1995) να αναφερθούμε στο ότι ο **J.B Ramsey (1969)** εξάγει τις κατανομές των κλασσικών υπολοίπων των γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων υπό μία ποικιλία σφαλμάτων περιγραφών. Τα σφάλματα που έλαβε υπόψη είναι παραληφθείσες μεταβλητές, λανθασμένη συναρτησιακή φόρμα, ταυτόχρονα προβλήματα εξισώσεων και ετεροσκεδάση. Υπέθεσε λοιπόν ότι οι όροι παρεμβολών είναι ανεξάρτητα και κανονικά κατανεμημένοι και ταυτόχρονα έδειξε ότι η επίδραση των σφαλμάτων προδιαγραφών που λήφθηκαν υπόψη ανωτέρω, με την εξαίρεση του σφάλματος ετεροσκεδάσης, επιφέρει υπόλοιπα τα οποία αν και κανονικά κατανεμημένα δεν έχουν μηδενικούς μέσους. Έτσι η κατανομή των τετραγωνισμένων υπολοίπων είναι μη κεντρική χ^2 . Για το σκοπό αυτό ο **J.B Ramsey** εξάγει διαδικασίες για να ελέγξει την παρουσία σφαλμάτων προδιαγραφών. Οι έλεγχοι αναπτύσσονται με τη σύγκριση της κατανομής των υπολοίπων υπό την υπόθεση ότι οι προδιαγραφές του υποδείγματος είναι σωστές σε αυτήν την κατανομή των υπολοίπων που προέκυψε υπό την εναλλακτική υπόθεση ότι υπάρχει ένα σφάλμα προδιαγραφών.

Τέσσεροι είναι οι έλεγχοι που αναπτύσσονται.

- Ø **RESET (Regression Specification Error Test)**
- Ø **RASET (Rank Specification Error Test)**
- Ø **KOMSET (Kolmogorov Specification Error Test)**
- Ø **BAMSET (Bartlett's M Specification Error Test)**

Το **RESET** ελέγχει τη σημαντικότητα μίας παλινδρόμησης των υπολοίπων σε μία γραμμική συνάρτηση των διανυσμάτων \mathbf{q}_j , όπου $j = 1, 2, \dots$

$$\hat{u}_i = a_0 + a_1 q_{i1} + a_2 q_{i2} + \dots + e_i \quad (i = 1, 2, \dots, N - K)$$

Το **RASET** είναι ένας έλεγχος ταξικής συσχέτισης ανάμεσα στο \mathbf{q}_i και την ταξινόμηση των τετραγωνισμένων υπολοίπων.

Το **KOMSET** είναι η εφαρμογή της **statistic** ελέγχου του **Kolmogorov** για να διακρίνουμε τις κεντρικές και τις μη κεντρικές **F** κατανομές.

Και τέλος το **BAMSET** είναι μία προσαρμογή του ελέγχου **M** του **Bartlett** για τη μη ομογένεια της διακύμανσης.

Οι έλεγχοι αυτοί είναι σε μία σημαντική έκταση συμπληρωματικοί παρά υποκαθιστούν ο ένας τον άλλο.

Το **RESET** είναι ικανό να διερευνήσει περιπτώσεις όπου η δύναμη του **RASET** είναι μειωμένη, π.χ. όπου η παλινδρόμηση του \mathbf{u}^2_i στο \mathbf{q}_{i1} δεν είναι μονοτονική. Η δύναμη του **RESET**, εντούτοις, βασίζεται στις πλήρεις ιδανικές συνθήκες που ισχύουν για την παλινδρόμηση του \mathbf{u}_i σε ένα γραμμικό σύνολο των διανυσμάτων \mathbf{q}_j , όπου $j = 1, 2, \dots$. Η δύναμη του **KOMSET**, από την άλλη πλευρά, δεν μειώνεται από τη μη μονοτονία της σχέσης ανάμεσα στα \mathbf{u}^2_i και \mathbf{q}_{i1} , ούτε χρειάζεται τις υποθέσεις που απαιτούνται από το **RESET**. Το **BAMSET**, φυσικά, δεν σχεδιάζεται για να ανιχνεύσει σφάλματα προδιαγραφών που επιτρέπουν να κατανέμονται τα υπόλοιπα ως μη κεντρικά χ^2 .

Αν η εναλλακτική υπόθεση είναι αυτή της μη κανονικότητας στους όρους σφάλματος, τότε τα **RESET** και **BAMSET** δεν είναι πλέον καλώς ορισμένα. Το **RASET** θα έδειχνε να είναι μη ευαίσθητο σε μία τέτοια λάθος

τοποθέτηση. Εντούτοις, το **KOMSET** είναι ακόμη καλώς ορισμένο κάτω από αυτές τις συνθήκες και με σημαντικούς βαθμούς ανεξαρτησίας θα έπρεπε να είναι ικανό να ανιχνεύσει την παρουσία μίας τέτοιας λανθασμένης τοποθέτησης.

Όσον αφορά το πρόβλημα της ετεροσκεδάσης, έχει φανεί ότι το **RESET** είναι εντελώς μη ευαίσθητο στην απόκλιση από τις πλήρεις ιδανικές συνθήκες. Τα **RAMSET** και **KOMSET** μπορούν να ξεχωρίσουν έναντι σε τέτοιες εναλλακτικές σε βέβαιες συνθήκες, αλλά κατά πάσα πιθανότητα δεν είναι τόσο αποτελεσματικοί όπως το **BAMSET** το οποίο είναι ένας παραμετρικός έλεγχος που σχεδιάστηκε για να ανιχνεύσει αυτό το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Αν όχι μία, αλλά πολλές λάθος τοποθετήσεις (**mis-specification**) γίνονται, η κατάσταση δεν είναι τόσο ξεκάθαρη. Από την άλλη πλευρά, αν οι λάθος τοποθετήσεις ενδυναμώνουν η μία ή η άλλη τους ελέγχους, γίνονται ακόμη πιο ισχυρές. Εντούτοις, αν αλληλεπιδρούν, οι έλεγχοι θα τείνουν να αποδεχτούν την άτοπη υπόθεση. Αν η αμιγής επίδραση στην κατανομή των υπολοίπων είναι να τα αφήσει κανονικά με μηδενικό μέσο, τότε οι έλεγχοι που αναλύθηκαν παραπάνω, τα **RASET**, **RESET** και **KOMSET**, δεν θα ανιχνεύσουν κανένα λάθος προδιαγραφών. Εντούτοις, το **BAMSET** μπορεί να είναι ενδεικτικό της παρουσίας ετεροσκεδάσης.

Ο **A.Coutts, T.Mills** και **J.Roberts (1995)** διεξήγαγαν μια έρευνα για την εξειδίκευση του υποδείγματος της αγοράς σε σχέση με κάποια σημαντικά γεγονότα (**event studies**). Τα γεγονότα αυτά αποτελούν μια εμπειρική ανακάλυψη της σχέσης μεταξύ των τιμών των χρεογράφων και ενός γεγονότος της αγοράς όπως για παράδειγμα η ανακοίνωση των εσόδων καθώς επίσης αναλύουν την αντίδραση της αγοράς σε σημαντικά γεγονότα και ερευνούν την αποτελεσματικότητα της αγοράς. Ερευνώντας λοιπόν το υπόδειγμα της αγοράς στο πλαίσιο της υπόθεσης της εξειδίκευσης παρατηρείται ότι αν αυτή παραβιάζεται τότε οδηγούμαστε σε λανθασμένα αποτελέσματα μη κανονικών αποδόσεων και κάτι τέτοιο θα συντελέσει σε εσφαλμένα αποτελέσματα που αφορούν τον αντίκτυπο ενός γεγονότος.

Ειδικότερα οι ερευνητές για το δείγμα τους χρησιμοποίησαν εβδομαδιαίες αποδόσεις **56** εταιρειών του δείκτη **FTSE 100**. Η δειγματική περίοδος είναι **10**ετής ξεκινώντας από τον Ιανουάριο του **1984** έως τον Δεκέμβριο του **1993** και η οποία καλύπτει συγκεκριμένα οικονομικά γεγονότα που δεν σχετίζονται με την επιχείρηση όπως το **Big bang(1986)** το **crash(1987)** το **ERM crisis(1992)** και δύο εκλογές.

Τα αποτελέσματά τους απέδειξαν σοβαρά προβλήματα εξειδίκευσης. Γύρω στα **2/3** των παλινδρομήσεων έδειξαν αυτοσυσχέτιση καταλοίπων σύμφωνα με το κριτήριο του **Bresch** και **Godfrey**, ετεροσκεδαστικότητα με το κριτήριο του **White**, μη κανονικότητα με το κριτήριο **Jarque and Bera**, ενώ το **1/3** παρουσίασε μη γραμμικότητα σύμφωνα με το κριτήριο του **Ramsey RESET**. Συμπεράναν ότι τα αποτελέσματα των σημαντικών γεγονότων πρέπει να αντιμετωπιστούν με πολύ σκεπτικισμό αλλιώς το μοντέλο της αγοράς υπόκειται σε αυστηρά εξειδικευμένα τεστ.

Ο **N.Φίλιππας (1998)** στο δείγμα του περιλαμβάνει **111** εταιρείες εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών για την χρονική περίοδο από τις **1/1/91- 31/12/1995**. Για την συγκεκριμένη έρευνα χρησιμοποιήθηκαν δύο εναλλακτικοί δείκτες ένας χωρίς μερίσματα ο βασικός και ένας άλλος με μερίσματα.

Το τεστ το οποίο χρησιμοποιήθηκε για την υπόθεση της εξειδίκευσης του υποδείγματος της αγοράς ήταν του **Ramsey (1969)** όπως αυτό αναλύθηκε σε προηγούμενη εμπειρική έρευνα.

Τα αποτελέσματα της έρευνας του **N.Φίλιππα (1998)** έδειξαν ότι η υπόθεση της εξειδίκευσης παραβιάζεται από τις **26** σε σύνολο **111** εταιρειών δηλαδή σε ποσοστό **23,42%**. Το αποτέλεσμα αυτό ισχύει τόσο όταν χρησιμοποιείται ο γενικός δείκτης χωρίς μερίσματα όσο και ο δείκτης με μερίσματα.

Οι **T.Mills** και **R.Markellos (1999)** χρησιμοποιούν κάποιες οικονομετρικές διαδικασίες για να προσδιορίσουν και να διορθώσουν τα προβλήματα εξειδίκευσης που παρουσιάζονται στο υπόδειγμα της

αγοράς. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήσαν δεδομένα εβδομαδιαίων παρατηρήσεων του **London Stock Exchange FTSE 100** για μια περίοδο που εκτείνεται από τον Ιανουάριο του **1984** έως τον Δεκέμβριο του **1993** δηλαδή σε ένα σύνολο **522** παρατηρήσεων.

Τα αποτελέσματα της έρευνας απέδειξαν προβλήματα εξειδίκευσης και ειδικότερα αυτοσυσχέτιση καταλοίπων σύμφωνα με το κριτήριο των **Bresch** και **Godfrey**, ετεροσκεδαστικότητα με το κριτήριο του **White**, μη κανονικότητα με το κριτήριο **Jarque and Bera**, εσφαλμένη εξειδίκευση σύμφωνα με το κριτήριο του **Ramsey**. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος της εσφαλμένης εξειδίκευσης επανυπολογίζονται τα υποδείγματα της αγοράς χρησιμοποιώντας μόνο παρατηρήσεις μετά από τον πιο πρόσφατο **structural break** το οποίο ανακαλύπτεται από το **Chow** ή **Dufour test**. Ακολουθώντας την διαδικασία αυτή τα αποτελέσματα καλυτερεύουν.

Οι έλεγχοι για την υπόθεση της εξειδίκευσης συνοψίζονται στον πίνακα **3.2**

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.2

ΕΛΕΓΧΟΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ

ΕΡΕΥΝΗΤΗΣ/ΕΣ ΕΤΟΣ	ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΜΠΕΙΡΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ
R.HUANG & H.JO (1988)	1/1960-12/1983 Μηνιαία στοιχεία απο 452 μετοχές του NYSE	Hausman test White test	Παρουσιάστηκαν προβλήματα εσφαλμένης εξειδίκευσης
Γ.ΚΑΡΑΘΑΝΑΣΗΣ & Κ.ΠΑΤΣΟΣ (1993)	12/1986-12/1990 Μηνιαία στοιχεία για 43 μετοχές του ΧΑΑ	Hausman test White test	Παρουσιάστηκαν προβλήματα εσφαλμένης εξειδίκευσης
Ν.ΦΙΛΙΠΠΙΑΣ & Γ.ΚΑΡΑΘΑΝΑΣΗΣ (1994)	1/1988-12/1991 Μηνιαία στοιχεία για 22 μετοχές του ΧΑΑ	Ramsey	Παρουσιάστηκαν προβλήματα εσφαλμένης εξειδίκευσης
Κ.ΠΑΤΣΟΣ (1995)	12/1988-12/1991 Μηνιαία στοιχεία για 32 μετοχές του ΧΑΑ	Ramsey	Δεν παρουσιάστηκαν προβλήματα εσφαλμένης εξειδίκευσης
A.COUTTS, T.MILLS & J.ROBERTS (1995)	1/1984-12/1993 Εβδομαδιαία στοιχεία για 56 μετοχές του LSE	Ramsey	Παρουσιάστηκαν προβλήματα εσφαλμένης εξειδίκευσης
Ν.ΦΙΛΙΠΠΙΑΣ (1998)	1/1991-12/1995 Μηνιαία στοιχεία για 111 μετοχές του ΧΑΑ	Ramsey	Δεν παρουσιάστηκαν προβλήματα εσφαλμένης εξειδίκευσης
T.MILLS & R.MARKELLOS (1999)	1/1984-12/1993 Εβδομαδιαία στοιχεία για 56 μετοχές του LSE	Ramsey	Παρουσιάστηκαν προβλήματα εσφαλμένης εξειδίκευσης

3.1.3 ΕΛΕΓΧΟΙ ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑΣ

Οι έλεγχοι σταθερότητας (**tests for stability**) αποσκοπούν στην διερεύνηση της εγκυρότητας του υποδείγματος στηριζόμενοι στην σταθερότητα των συντελεστών του είτε μεταξύ δύο διαφορετικών δειγμάτων, αν τα δεδομένα προέρχονται από διαστρωματικά στοιχεία, είτε μεταξύ δύο διαφορετικών χρονικών περιόδων, αν τα δεδομένα των μεταβλητών προέρχονται από χρονοσειρές. Οι συνέπειες της μη σταθερότητας των συντελεστών του υποδείγματος οδηγούν σε αποτελέσματα αναξιόπιστα.

Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που δημιουργήθηκαν κατά την εφαρμογή του υποδείγματος της αγοράς για την εκτίμηση του κινδύνου μεμονωμένων μετοχών αλλά και χαρτοφυλακίων ήταν ειδικότερα η διαχρονική αστάθεια του συντελεστή βήτα. Το πρόβλημα αυτό παρατηρήθηκε από πολλούς ερευνητές που θέλησαν να στηρίξουν την εφαρμογή του υποδείγματος της αγοράς προτείνοντας μεθόδους για την αποτελεσματική αντιμετώπιση του εντοπίζοντας την διαχρονική αστάθεια του συντελεστή βήτα και προσδιορίζοντας τους παράγοντες εκείνους που επηρεάζουν τον συστηματικό κίνδυνο των μετοχών.

Ο **Marshall E. Blume (1971)** ήταν από τους πρώτους που ερεύνησε το πρόβλημα της διαχρονικής αστάθειας του συντελεστή βήτα. Η μελέτη του βασίστηκε σε μετοχές του Χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης (**NYSE**) για την χρονική περίοδο που ξεκινά τον Ιούλιο **1926** και τελειώνει τον Ιούνιο του **1968**. Η απόδοση του δείκτη ορίστηκε σύμφωνα με αυτόν που έχει κατασκευαστεί από τον **Fisher (1966)**. Ο **Marshall E. Blume (1971)** χώρισε το εξεταζόμενο διάστημα σε **6**-περιόδους. Εκτίμησε τους συντελεστές βήτα για κάθε μετοχή και τις κατέταξε κατά αύξουσα σειρά ξεκινώντας από τις μετοχές που είχαν χαμηλό βήτα. Στη συνέχεια κατασκεύασε χαρτοφυλάκια των **n** μετοχών διατείθοντας το κεφάλαιο του ισόποσα στις **n** μετοχές. (Το **n** μπορούσε να πάρει τις τιμές **1,2,4,7,10,20,35,50,75,100**). Το βήτα κάθε χαρτοφυλακίου ήταν ο μέσος όρος των συντελεστών βήτα των μεμονωμένων

μετοχών. Δημιουργήθηκαν λοιπόν χαρτοφυλάκια για τις επόμενες 4 περιόδους. Για κάθε ομάδα χαρτοφυλακίων υπήρχαν δύο υπολογισμοί του συντελεστή βήτα βάσει των οποίων εκτιμήθηκε ο μεταξύ τους συντελεστής συσχέτισης. Τα συμπεράσματα του ερευνητή ήταν ότι οι ιστορικές τιμές του συντελεστή βήτα για την εκτίμηση των μελλοντικών βήτα χαρτοφυλακίων δίνει καλύτερα αποτελέσματα όταν τα χαρτοφυλάκια αυτά περιέχουν μεγάλο αριθμό μετοχών ενώ αντίστοιχα δίνει ανικανοποίητα αποτελέσματα όταν τα χαρτοφυλάκια περιέχουν μικρό αριθμό μετοχών. Επιπλέον ο **Marshall E. Blume (1971)** δημιουργώντας χαρτοφυλάκια που αποτελούνταν από 100 μετοχές παρατήρησε την τάση του συντελεστή βήτα να παλινδρομεί προς την μονάδα. Αυτή η μεροληψία των εκτιμήσεων οφείλεται σύμφωνα με τον ερευνητή είτε στην λανθασμένη εκτίμηση του συντελεστή βήτα είτε στην διαχρονική αστάθεια του. Μια από τις αιτίες της μη στασιμότητας του συντελεστή βήτα που παρατηρείται στις επιχειρήσεις μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι οι εταιρείες αναλαμβάνουν επενδυτικούς σχεδιασμούς είτε με περισσότερο είτε με λιγότερο κίνδυνο με το πέρασμα του χρόνου. Κάτι τέτοιο μπορεί να αντιμετωπιστεί με την προσαρμογή των εκτιμήσεων των συντελεστών βήτα μέσω παλινδρόμησης των τιμών του βήτα μιας περιόδου με βάση τις τιμές του βήτα της προηγούμενης περιόδου. Συμπερασματικά διορθώνοντας την τάση της παλινδρόμησης, τα αποτελέσματα προσφέρουν μια πιο ακριβή διατίμηση των μελλοντικών τιμών του κινδύνου.

Ο **M.E. Baesel (1971)** εξετάζοντας την σταθερότητα των συντελεστών βήτα σε σχέση με το μέγεθος του χρόνου εκτίμησης κατέληξε ότι η αστάθεια του βήτα μειώνεται όσο μεγαλύτερη είναι η χρονική περίοδος την οποία χρησιμοποιούμε για να εκτιμήσουμε τον συντελεστή βήτα μεμονωμένων μετοχών. Επιπρόσθετα τα αποτελέσματά του έδειξαν ότι οι συντελεστές βήτα είναι πολύ σταθεροί για χαρτοφυλάκια που περικλείουν μεγάλο αριθμό μετοχών και αντίθετα ασταθή για μεμονωμένες μετοχές. Για την έρευνα αυτή ο **Baesel (1971)** χρησιμοποίησε 160 μετοχές του Χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης (NYSE) για την περίοδο 1950-1967.

Σε μια άλλη έρευνα που διεξήγαγε ο **M.E Baesel** το (1974) με τα ίδια χαρακτηριστικά, χρησιμοποίησε μηνιαία δεδομένα και υπολόγισε τους συντελεστές βήτα με την βοήθεια υπολογιστικών διαστημάτων των **1,2,4,6** και **9** χρόνων. Τα αποτελεσματα του υπέδειξαν ότι η σταθερότητα του βήτα αυξάνεται καθώς αυξάνεται η εκτίμηση των διαστημάτων. Άλλο ένα αξιοσημείωτο αποτέλεσμα ήταν ότι η σταθερότητα του βήτα εξαρτάται από την ακραία επιλογή του βήτα. Αν δηλαδή κάποιος επιλέξει υψηλό ή χαμηλό βήτα θα λάβει αντίστοιχα το ίδιο. Αντίθετα αν επιλέξει ένα μεσαίο βήτα τότε η πιθανότητα θα είναι ότι τα αποτελέσματα θα διαφέρουν ουσιαστικά από τις προβλέψεις. Με άλλα λόγια η σταθερότητα του βήτα εξαρτάται και από το υπολογιστικό διάστημα που χρησιμοποιείται αλλά και από την ακραία επιλογή του βήτα. Τα συμπεράσματα αυτά μας προτείνουν ότι οι προβλέψεις θα είναι πιο χρήσιμες επιλέγοντας πολύ υψηλό ή χαμηλό βήτα. Όμοια, εκείνος που κάνει προβλέψεις θα είναι σε καλύτερη θέση χρησιμοποιώντας το μεγαλύτερο διάστημα υπολογισμού.

Μια άλλη έρευνα για την εξέταση της στασιμότητας των συντελεστών βήτα σε περιόδους άνθησης, ύφεσης ή σταθερότητας της αγοράς παρουσιάστηκε από τους **Arthur E. Gooding και Terence P O'Malley** (1977). Η μέθοδος τους περιλαμβάνει την χρησιμοποίηση των ζευγαριών **t-tests** (που δείχνει χωριστά τον βαθμό της στασιμότητας για κάθε χαρτοφυλάκιο βήτα) αλλά και την ανάλυση συσχέτισης.

Τα μη προσαρμοσμένα και τα προσαρμοσμένα **betas** των χαρτοφυλακίων αναλύθηκαν διεξοδικά και υπολογίστηκαν διεξοδικά. Τα μη προσαρμοσμένα βήτα υπολογίστηκαν με βάση το Υπόδειγμα της αγοράς του **Sharpe** (1963). Τα συμβατικά βήτα προσαρμόστηκαν ώστε το λάθος μέτρησης να είναι μικρότερο σύμφωνα με μια τροποποίηση που πρότεινε ο **Blume** (1971).

Τα εμπειρικά αποτελέσματα δηλώνουν ότι τόσο τα μη προσαρμοσμένα όσο και τα προσαρμοσμένα υψηλά ή χαμηλά βήτα επέδειξαν σημαντική μη στασιμότητα η οποία οφείλεται στην τάση παλινδρόμησης που διαπιστώθηκε

για πρώτη φορά από τον **Blume**. Για κάποια αιτία τα βήτα επιδεικνύουν λιγότερο ακραίες τιμές με την πάροδο του χρόνου.

Η μη στασιμότητα ενισχύεται από την τάση της συνολικής αγοράς. Εάν δηλαδή τα βήτα του χαρτοφυλακίου υπολογιστούν σε περιόδους που η αγορά σημειώνει μεγάλη άνοδο ή ύφεση ή σταθερότητα, τότε η στασιμότητα φαίνεται πως επηρεάζεται.

Στην εμπειρική τους μελέτη οι **Arthur E. Gooding** και **Terence P O'Malley (1977)** χρησιμοποίησαν **200** από τις μεγαλύτερες αμερικάνικες βιομηχανικές κοινές μετοχές **27** από τις **30** του **Dow Jones Industrials** και **169** από τις **425** αντίστοιχα της **Standard & Poor's** για την περίοδο **1967-1974**. Τα βήτα των μετοχών αυτών ήταν υψηλά σε περιόδους άνοδου παρά σε περιόδους ύφεσης. Δηλαδή, οι μετοχές αυτών των εταιρειών ήταν πιο επιθετικές επενδύσεις κατά τη διάρκεια της ανόδου της αγοράς παρά από την πτώση της αγοράς. Εάν τα βήτα του χαρτοφυλακίου τείνουν να αλλάζουν ανάλογα με την πορεία της αγοράς τότε ο διαχειριστής της εταιρείας που πιστεύει ότι μπορεί να προβλέψει τις κινήσεις της αγοράς μπορεί να οφηληθεί αν εξισορροπήσει τα βήτα τόσο για την προβλεπόμενη τάση της αγοράς όσο και για την τάση της παλινδρόμησης. Εάν πάλι η στασιμότητα οφείλεται σε αλλαγές της εταιρικής πολιτικής τότε ο επενδυτής που επιλέγει χαρτοφυλάκια με υψηλό ή χαμηλό κίνδυνο θα πρέπει να αναμένει τόσο τον κίνδυνο όσο και τις αποδόσεις του να πλησιάζουν μακροπρόθεσμα τα μέσα επίπεδα. Με άλλα λόγια ο επενδυτής αυτός θα πρέπει να εξετάζει τον βραχυπρόθεσμο επενδυτικό του ορίζοντα και να ανανεώνει το χαρτοφυλάκιο του πιο συχνά από τον επενδυτή εκείνο που ζητά μέσο κίνδυνο και αποδόσεις.

Οι **Frank J. Fabozzi** και **Jack Clark Francis (1977)** μελέτησαν κάτω από το πρίσμα στατιστικών τεστ κατά πόσο ένα δείγμα **700** μετοχών εισηγμένων στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης διαφέρει όταν αυτό εξετάζεται σε περιόδους επέκτασης και συρρίκνωσης. Η περίοδος του δείγματος είχε διάρκεια **72** μήνες από τον Ιανουάριο του **1966** έως τον Δεκέμβριο του **1971**. Ειδικότερα εξετάστηκε κατά πόσο τα a_i και b_i είναι

σταθερά. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποίησαν το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα της αγοράς.

$$R_{it} = a_i + b_i R_{mt} + e_{it}$$

Για να εξεταστεί η σταθερότητα των a_i και b_i το υπόδειγμα της αγοράς τροποποιείται και παίρνει την εξής μορφή

$$R_{it} = A_i + A_{2i}d_t + B_i R_{mt} + B_{2i}d_t R_{mt} + u_{it}$$

όπου $E(u_{it}) = 0$. Το d_t είναι μια δυαδική μεταβλητή. Οι συντελεστές των δυαδικών μεταβλητών A_{2i} και B_{2i} μετρούν την διαφορετική επίδραση σε καταστάσεις επέκτασης της αγοράς στο άλφα, A_i , και στο βήτα B_i για την i μετοχή. Μόνο στην κατάσταση αυτή της αγοράς η δεύτερη εξίσωση απλοποιείται και γίνεται σαν την πρώτη (μονοπαραγοντικό υπόδειγμα της αγοράς) όπου $a_i = A_i$, $b_i = B_i$ και $e_{it} = u_{it}$ διότι $A_{2i}d_t = B_{2i}d_t = 0$. Αν τα άλφα και βήτα της i μετοχής διαφέρουν είτε στην αγορά επέκτασης και συρρίκνωσης τότε τα A_{2i} και B_{2i} θα είναι ουσιαστικά διαφορετικά από το μηδέν. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι χρησιμοποιήθηκαν τρεις διαφορετικοί ορισμοί για τον προσδιορισμό της άνοξης και της ύφεσης της αγοράς. Η πρώτη είναι Άνοξη Ύφεση αγορών (**Bull and Bear Markets BB**) η δεύτερη είναι Άνοδος και Κάθοδος των αγορών (**Up and Down Markets UD**) και τρίτον Ουσιαστική Άνοδος και Κάθοδος των αγορών (**Substantial Up and Down Months SUD**). Για την εμπειρική τους μελέτη χρησιμοποίησαν το **F-test** για την παράλληλη εξέταση των άλφα και βήτα και το **T-test** για την μεμονωμένη εξέταση των άλφα και βήτα.

Τα αποτελέσματα της μελέτης των **Frank J. Fabozzi** και **Jack Clark Francis (1977)** δείχνουν ότι κάποια επενδυτική ανάλυση έπεσε στην παγίδα της κακής εφαρμογής οικονομετρικών μοντέλων και αυτό έχει ως συνέπεια να προμηθεύονται εσφαλμένες πληροφορίες. Ούτε το άλφα ούτε το βήτα

στατιστικά στο μονοπαραγοντικό υπόδειγμα της αγοράς εμφανίζονται να είναι ουσιαστικά επηρεασμένα από τις εναλλακτικές δυνάμεις της άνησης και της ύφεσης της αγοράς. Βέβαια στο μονοπαραγοντικό υπόδειγμα της αγοράς το άλφα το βήτα και τα στατιστικά όλων των οικονομετρικών μοντέλων αλλάζουν από δείγμα σε δείγμα. Το ερώτημα που τίθεται είναι πότε ή όχι αυτά τα κανονικά δειγματικά λάθη ήταν περισσότερα από αυτά που χρησιμοποιήθηκαν από τα κλασσικά οικονομετρικά σταθερότητας τεστ. Μια τέτοια αστάθεια θα έχει την τάση να υποτιμά την αξία της λαμβάνουσας απόδοσης-κινδύνου της κεφαλαιακής θεωρίας της αγοράς. Τέλος, διαφαίνεται ότι το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα της αγοράς δεν επηρεάζεται από τις καταστάσεις ανόδου ή καθόδου της αγοράς.

Οι **J.Coutts και J.Roberts (1997)** γνωρίζοντας ότι το υπόδειγμα της αγοράς δημιουργεί αποδόσεις ισορροπίας, προβλέπει τις αναμενόμενες αποδόσεις, απαιτεί όμως και την σταθερότητα των παραμέτρων την οποία και εξέτασαν. Για την εξέτασή τους χρησιμοποίησαν μηνιαίες αποδόσεις **56** επιχειρήσεων που παραμένουν στο **FT-SE 100** δείκτη **LSE** από τον Ιανουάριο του **1984** έως το τέλος της δειγματικής περιόδου Δεκέμβριος του **1993** ενώ για τα γνήσια δεδομένα για την τιμή των μετοχών αυτά αποκτήθηκαν από την **Datastream**. Το γεγονός ότι υπάρχουν επιχειρήσεις από την αρχή της λειτουργίας του **FT-SE 100** υποδεικνύει ότι η μελέτη βασίζεται σε λιγότερο άστατη μα περισσότερη συνεχής συναλλαγή χρεογράφων **blue chip** εταιρειών που επιπλέον ελαχιστοποιούν το πρόβλημα του **thin trading**. Η περίοδος των **10** ετών της δειγματικής περιόδου καλύπτει πολλά σημαντικά γεγονότα όπως **Big Bang(1986)**, το **crash (1987)**, το **European exchange rate mechanism crisis (1992)** και δυο εκλογές. Τα τεστ τα οποία χρησιμοποίησαν για να εξετάσουν την σταθερότητα των παραμέτρων του υποδείγματος της αγοράς ήταν τα εξής:

Ø Cumulative sum of squares (CUSUMSQ) statistic

$$s_t = \sum_{i=3}^t v_i^2 / \sum_{i=3}^T v_i^2$$

Το τεστ αυτό είναι ένα απλό τεστ για την σταθερότητα των παραμέτρων. Αν το s_t αγγίζει την σειρά $c_0 \pm t/(T-2)$ όπου το c_0 εξαρτάται από την επιλογή του επιπέδου σημαντικότητας τότε υπάρχει απόδειξη για αστάθεια των παραμέτρων του υποδείγματος της αγοράς. Επίσης το τεστ έχει καλές ιδιότητες κατά της ετεροσκεδαστικότητας.

Ø White

Όπου X_t και X_t^2 έχουν μια επεξηγηματική σημασία στην παλινδρόμηση των OLS καταλοίπων e_t .

Ø LM για ARCH

Όπου διατιμά ποτέ $e_{t-1}^2, \dots, e_{t-p}^2$ είναι σημαντικές οριζουσες του e_t^2 . Παράλληλα η αστάθεια των παραμέτρων μπορεί να οδηγήσει σε μια σειριακή συσχέτιση στα αναδρομικά κατάλοιπα.

Ø Ploberger et al (1989) S

Το τεστ αυτό βασίζεται σε αναδρομικούς συντελεστές παρά σε αναδρομικά κατάλοιπα. Το κομινόμενο αυτό τεστ για την σταθερότητα του συντελεστή βήτα βασίζεται

$$S = \max_{\frac{T}{2}} \left(\frac{T}{S_T^{1/2}} s_x \left| \hat{\beta}^{(t)} - \hat{\beta} \right| \right)$$

όπου

$$s_x^2 = \sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})^2 / (T-1)$$

Το τεστ αυτό προτιμάτε από το CUSUM τεστ διότι έχει καλύτερα τοπικά δυναμικές ιδιότητες. Αυτά τα τεστ είναι τεστ που ανταποκρίνονται στην γενική φόρμα για αστάθεια παραμέτρων.

Ø Farley et al (1975)

Οι παράμετροι αλλάζουν σαν πολυωνυμικοί παράγοντες του χρόνου. Το τέστ βασίζεται σε μια απλή προέκταση της εξίσωσης του υποδείγματος της αγοράς

$$y_t = a + b x_t + g_1 x_t t + \dots + g_q x_t t^q + e_t$$

άρα η άστοχη υπόθεση για σταθερούς παραμέτρους είναι $g_1 = \dots = g_q = 0$ τα οποία εξετάζονται για **F-statistic** για **q** που παίρνει την τιμή **1** ή **3**.

Ø Dufour D(1982)

Τα αναδρομικά κατάλοιπα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να ανακαλύψουν την αστάθεια των παραμέτρων σε μια παλινδρόμηση.

Τα τέστ είναι δημοφιλή και ευκόλως υπολογίσιμα.

Οι ερευνητές χρησιμοποιώντας τα παραπάνω τέστς για την υπόθεση της σταθερότητας των παραμέτρων του υποδείγματος της αγοράς συμπέραναν μια αστάθεια των παραμέτρων και ειδικότερα του βήτα για πολλά **blue chip** χρεόγραφα. Η αστάθεια αυτή παρουσιάζεται σε γεγονότα όπως το **Big-Bang (1986)**, το **crash (1987)** και πολύ περισσότερο στις εκλογές και στο **ERM crisis (1992)**. Η σταθερότητα όμως του υποδείγματος της αγοράς συσχετίζεται και από ποικίλους οικονομικούς παράγοντες όπως π.χ **effect of mergers, stock splits**, ανακοινώσεις μερισμάτων κτλ. Μπορεί όμως να οφείλεται και σε συμπτώματα εξειδίκευσης όπου μπορεί να εμπεριέχονται παραβιάσεις συγκεκριμένων σχεδίων εξωγένειας καθώς και επιβολή χρησιμοποίησης πιο εύκαμπτων δυναμικά κατασκευασμάτων.

Αν το υπόδειγμα της αγοράς χρησιμοποιεί για τον υπολογισμό αποδόσεις ισορροπίας και το ίδιο μοντέλο χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό ανώμαλων αποδόσεων η αστάθεια του συντελεστή βήτα σημαίνει ότι οι αποδόσεις ισορροπίας είναι ερωτηματικές και ότι ο υπολογισμός των ανώμαλων αποδόσεων κρίνονται ως ανευ σημασίας.

Ο **Deepak Chawla (2001)** για να ερευνήσει την διαχρονική σταθερότητα του συντελεστή βήτα χρησιμοποίησε μηνιαία στοιχεία για **36** μετοχές του Χρηματιστηρίου της Βομβάης και ειδικότερα του δείκτη **BSE-100**.

Για την ερευνά του χρησιμοποίησε ένα υπόδειγμα τυχαίων συντελεστών με βάση το Υπόδειγμα της αγοράς και δύο εναλλακτικές οικονομετρικές μεθόδους που στηρίζονται στο Μονοπαραγοντικό υπόδειγμα.

Η δειγματική περίοδος της έρευνας αυτής ξεκινά από τον Μάρτιο του **1996** έως τον Μάρτιο του **2000**. Η περίοδος αυτή χωρίστηκε σε τέσσερις ετήσιες περιόδους για τις οποίες υπολογίστηκαν **48** αποδόσεις για τις **36** αυτές μετοχές. Η εκτίμηση του συντελεστή βήτα έγινε για κάθε έτος της παραπάνω εξεταστικής περιόδου.

Ο ερευνητής για να ερευνήσει την σταθερότητα του συντελεστή βήτα εισήγαγε στο αρχικό υπόδειγμα της αγοράς μια νέα ψευδομεταβλητή την οποία και συμβολίζει με tR_{mt} . Το υπόδειγμα τότε της αγοράς θα πάρει την μορφή :

$$R_{it} = a_i + b_i R_{mt} + c(tR_{mt}) + e_{it}$$

Ο χρόνος που παρουσιάζεται στο μοντέλο αποτελεί επηξηγηματική μεταβλητή ενώ ο συντελεστής c ελέγχεται από την **t-statistic**.

Σύμφωνα με τα παραπάνω ο συντελεστής βήτα θα εμφανίζει διαχρονική αστάθεια αν ο συντελεστής της μεταβλητής tR_{mt} εμφανίζεται στατιστικά σημαντικός σε δεδομένο επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας.

Μια εναλλακτική μέθοδος ελέγχου της σταθερότητας του βήτα είναι και η εισαγωγή ψευδομεταβλητών για τους συντελεστές κλίσεως στο μοντέλο της παλινδρόμησης.

Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας απέδειξαν την παραβίαση της υπόθεσης της στασιμότητας του συντελεστή βήτα. Πιο συγκεκριμένα σύμφωνα με το δείγμα των **36** αποδόσεων ο συντελεστής της μεταβλητής βήτα βρέθηκε στατιστικά σημαντικός για **27,6** και **1** σε επίπεδο σημαντικότητας **1%,5%** και **10%**. Η μη διαχρονική στασιμότητα του συντελεστή βήτα εμφανίζεται και για την εναλλακτική μέθοδο που αναφέραμε εκείνη της εισαγωγής ψευδομεταβλητών για τους συντελεστές κλίσεως στο μοντέλο της παλινδρόμησης διότι σε **23** από τις **36** αποδόσεις που χρησιμοποιήθηκαν στο

δείγμα τουλάχιστον ένας από τους συντελεστές εμφανίζονται στατιστικά σημαντικοί. Επομένως και για τους δύο ελέγχους παρατηρούμε μη διαχρονική σταθερότητα για είκοσι μετοχές.

Αξίζει να αναφέρουμε τέλος μια σύγκριση μεταξύ του μεταβλητού και του σταθερού βήτα που διενεργήθηκε από τους **Amihud Dotan και Aharon Ofer (1984)**. Η υπόθεση για την σταθερότητα του βήτα στα πλαίσια του υποδείγματος της αγοράς και της εκτιμήσής του έχουν επικριθεί αρκετά. Η χρηματοοικονομική θεωρία αποδεικνύει ότι καταστάσεις όπως αλλαγές στην κεφαλαιακή διάρθρωση ή αλλαγές της επιχείρησης στον επιχειρηματικό κίνδυνο μπορούν να οδηγήσουν σε μια μετακίνηση του συστηματικού κινδύνου. Έτσι το βήτα μπορεί να αλλάξει από πολλούς παράγοντες κατά την πάροδο του χρόνου. Επιπλέον κανείς μπορεί να αντικαταστήσει την υπόθεση της στασιμότητας του βήτα με την εναλλακτική υπόθεση σχετικά με την στοχαστική διαδικασία του βήτα που αναφέρεται ως μεταβαλλόμενο βήτα ή αλλιώς **V Beta** και επιτρέπει στο βήτα να μεταβάλλεται στο χρόνο. Τα δύο αυτά μοντέλα, της στασιμότητας του βήτα και του μεταβλητού βήτα, υπολογίστηκαν σε μια βάση της προβλεπτικής τους δύναμης. Χρησιμοποιώντας τα δύο αυτά μοντέλα εξετάστηκαν δύο διαφορετικοί περίοδοι **1967-1971** και **1970-1974** όπου τα τέσσερα πρώτα έτη κάθε περιόδου περιέχουν την αρχική εκτίμηση και ο πέμπτος χρόνος την περίοδο πρόβλεψης. Το δείγμα των **Amihud Dotan και Aharon Ofer (1984)** περιλαμβάνει **93** εταιρείες για την περίοδο **1967-1971** και **100** εταιρείες για την περίοδο **1970-1974** καλύπτοντας όλη το εύρος των βήτα κάθε περιόδου. Για την σύγκριση των μοντέλων χρησιμοποιήθηκαν μεταβλητοί παράμετροι παλινδρόμησης. Και για τις δυο περιόδους, τα μοντέλα δεν παρουσιάζουν καθαρό πλεονέκτημα έναντι του άλλου. Ακόμα και αν πραγματοποιούνται μεγάλες αλλαγές για το βήτα οι διαφορές στα λάθη προβλεψιμότητας είναι μικρές. Επιπλέον αν το κριτήριο επιλογής ανάμεσα στα δύο μοντέλα είναι το μέγεθος της μείωσης του λάθους πρόβλεψης, φαίνεται ότι δεν υπάρχει προσαρμογή χρησιμοποιώντας το μεταβλητό υπόδειγμα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.3
ΕΛΕΓΧΟΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑΣ

ΕΡΕΥΝΗΤΗΣ/ΕΣ ΕΤΟΣ	ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΜΠΕΙΡΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ
M.BLUME (1971)	7/1926-6/1968 Μηνιαία στοιχεία για 100 μετοχές NYSE	Συντελεστής συσχέτισης βήτα διαδοχικών επταετιών για χαρτοφυλάκια μετοχών	Μη στασιμότητα και τάση του βήτα να παλινδρομεί στη μονάδα . Αύξηση της σταθερότητας του βήτα για χαρτοφυλάκια με μεγάλο αριθμό μετοχών και μη στασιμότητα για μεμονωμένες μετοχές
M.BAESEL (1974)	1950-1967 Μηνιαία στοιχεία για 160 μετοχές NYSE	Υπολογισμός βήτα με την βοήθεια υπολογιστικών διαστημάτων	Η σταθερότητα του βήτα αυξάνεται καθώς αυξάνεται η εκτίμηση των διαστημάτων. Η σταθερότητα του βήτα εξαρτάται και από την ακραία επιλογή του βήτα
A.GOODING & T.O'MALLEY (1977)	1967-1974 Μηνιαία στοιχεία για 200 μετοχές S&P425	T-Tests ανάλυση συσχέτισης	Μη στασιμότητα του συντελεστή βήτα
F.J.FABOZZI & J.C.FRANCIS (1977)	1/1966-12/1972 Μηνιαία στοιχεία για 700 μετοχές NYSE	F-Test T-Test	Στασιμότητα των συντελεστών α,β
J.COUTTS, J.ROBERTS & T.MILLS (1997)	1/1984-12/1993 Εβδομαδιαία στοιχεία για 56 μετοχές του LSE	White LM S.Ploberger et al Farley et al Cusumsq Box-Pierce Dufour	Μη στασιμότητα του συντελεστή βήτα
D.CHAWLA (2001)	3/1996-3/2000 Μηνιαία στοιχεία για 36 μετοχές από το Χρηματιστήριο της Βομβάης BSE-100	Εισαγωγή ψευδομεταβλητών	Μη στασιμότητα του συντελεστή βήτα

3.1.4 ΕΛΕΓΧΟΙ ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑΣ

Μια από τις βασικές υποθέσεις του υποδείγματος της αγοράς αφορά την κατανομή των τιμών του τυχαίου σφάλματος, σύμφωνα με την οποία θεωρείται ότι οι τιμές τους ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Η παρουσία μη κανονικότητας στους διαταρακτικούς όρους δεν έχει αποσχολήσει συστηματικά τους εμπειρικούς ερευνητές, όπως οι άλλες μορφές παραβιάσεων των κλασικών υποθέσεων, επειδή πιστεύεται ότι σε μεγάλα δείγματα είναι δυνατόν να υπολογισθούν ασυμπτωτικοί εκτιμητές μέγιστης πιθανοφάνειας ή ότι οι συνέπειες μη κανονικότητας δεν είναι σημαντικές. Ωστόσο, η υπόθεση αυτή είναι απαραίτητη για την ισχύ των **t** και **F tests** και του **Breusch-Pagan test (1979)** για ετεροσκεδαστικότητα.

Αν και στο κλασικό γραμμικό υπόδειγμα η κανονικότητα των διαταρακτικών όρων συνεπάγεται και την κανονικότητα της κατανομής της εξαρτημένης μεταβλητής, στην περίπτωση στοχαστικών ερμηνευτικών μεταβλητών δεν διασφαλίζεται αυτό το συμπέρασμα. Επίσης, η υπόθεση της κανονικότητας μπορεί να παραβιάζεται σε περιπτώσεις που υπεισέρχεται εσφαλμένη εξειδίκευση του υποδείγματος, μικρό μέγεθος του δείγματος ή ακραίες τιμές και μετασχηματισμοί του υποδείγματος ή των στοιχείων.

Στις συνέπειες της μη κανονικότητας περιλαμβάνονται :

Αμερόληπτοι, συνεπείς και **BLUE OLS** και **GLS** εκτιμητές, αλλά μη αποτελεσματικοί ακόμη και ασυμπτωτικά. Αμερόληπτοι ή συνεπείς, αλλά μη αποτελεσματικοί, ακόμη και ασυμπτωτικά, **OLS** εκτιμητές διακυμάνσεων. Σε μικρά δείγματα η κατανομή των **OLS** και **GLS** εκτιμητών είναι μη κανονική ενώ η κατανομή των **OLS** εκτιμητών διακυμάνσεων δεν είναι X^2 και επομένως σε μικρά δείγματα τα **t** και **F tests** δεν έχουν ισχύ.

Επομένως χωρίς την ισχύ αυτής της υπόθεσης κανένα διάστημα εμπιστοσύνης ή κανένας στατιστικός έλεγχος για τις παραμέτρους του υποδείγματος δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί. Στην περίπτωση αυτή ο ερευνητής θα πρέπει να αρκεστεί μόνο στις εκτιμήσεις των συντελεστών του υποδείγματος, οι οποίες βέβαια δεν αποτελούν ουσιαστική πληροφόρηση, εφόσον η ύπαρξή τους δεν

μπορεί να επιβεβαιωθεί στατιστικά. Επομένως για να μπορεί ο ερευνητής να είναι σε θέση να υποστηρίξει και στατιστικά την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων του, θα πρέπει να γνωρίζει αν οι τιμές του τυχαίου σφάλματος κατανέμεται κανονικά.

Για τον έλεγχο της κανονικότητας έχουν αναπτυχθεί πολλά **tests** των οποίων ωστόσο η ισχύς έναντι διαφόρων εναλλακτικών υποθέσεων προκύπτει μέσω πειραμάτων **Monte-Carlo**.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι σε αντίθεση με τα άλλα προβλήματα της ανάλυσης της παλινδρόμησης του υποδείγματος της αγοράς το πρόβλημα της κανονικότητας των τιμών του τυχαίου σφάλματος δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί. Ο μόνος τρόπος ενδεχόμενης αντιμετώπισης του είναι η εκτίμηση του ίδιου γραμμικού υποδείγματος σε λογαριθμική μορφή έτσι ώστε να μειωθεί το μέγεθος των τιμών των παρατηρήσεων όλων των μεταβλητών με την πιθανότητα ότι αυτό θα συντελέσει στην αντιμετώπιση της κανονικότητας των τιμών του τυχαίου σφάλματος. Αν αυτή η πρακτική μέθοδος δεν θεραπεύσει το πρόβλημα της κανονικότητας, τότε ο ερευνητής το μόνο που μπορεί να κάνει είναι να αρκεστεί απλά στην εκτίμηση των συντελεστών του υποδείγματος χωρίς να είναι σε θέση να πραγματοποιήσει οποιαδήποτε μορφή στατιστικής αναφοράς ως προς τις παραμέτρους του υποδείγματος.

Οι **S.S Sharipo ο M.B Wilk και η H.J Chen (1968)** εξέτασαν σε μια συγκριτική μελέτη την ευαισθησία **9** στατιστικών διαδικασιών που υπολογίζονται για την κανονικότητα ενός ολοκληρωμένου δείγματος που καλύπτει μια σειρά εναλλακτικών κατανομών και αρκετά δειγματικά μεγέθη (**n=10,15,20,35,50**).

Τα **9** στατιστικά tests είναι τα εξής :

Ø Sharipo & Wilk(1965)	⇒ W
Ø Απόκλιση 3 ^{ου} Βαθμού	⇒ $\sqrt{b_1}$
Ø Απόκλιση 4 ^{ου} βαθμού	⇒ b_2
Ø Kolmogorov-Smirnov(1933)	⇒ KS
Ø Cramer-Von Mises(1928)	⇒ CM

- Ø **Weighted Cramer-Von Mises(1954)** ⇒ **WCM**
- Ø **Durbin (1961)** ⇒ **D**
- Ø **Chi-squared** ⇒ **CS**
- Ø **Studentized range(1954)** ⇒ **U**

Τα W , $\sqrt{b_1}$, b_2 και U είναι ικανά τέστ για να εξετάσουν την σύνθετη υπόθεση της κανονικότητας. Τα υπόλοιπα τέστ **KS, CM, WCM, D, CS** απαιτούν την πλήρη συγκεκριμενοποίηση της μηδενικής κατανομής. Για όλα τα τέστ (εκτός **W**) οι εμπειρικές μηδενικές κατανομές βασίστηκαν $M=500$ δειγμάτων για κάθε μέγεθος δείγματος. Το **W** βασίζεται στο $M=5000$ για $n \leq 20$ και $M=[100.000/n]$ για $20 < n \leq 50$.

Γενικότερα το **W-statistic** παρουσιάζει μια μη κανονικότητα πάνω από μια πλατιά σειρά από εναλλακτικές κατανομές. Στις περισσότερες περιπτώσεις το τέστ αυτό έχει την ίδια δύναμη ή καλύτερη σε σχέση με τις άλλες 8 στατιστικές διαδικασίες. Ουσιαστικά είναι το μόνο τέστ το οποίο δεν έχει χαμηλή δυναμικότητα όταν παράλληλα άλλο τέστ επιδεικνύει μεγαλύτερη δύναμη. Ακόμα και για διαχωρισμένες εναλλακτικές φαίνεται φτωχό σε σύγκριση με τα αποτελέσματα από το **D** τέστ και το **CS statistic**.

Το $\sqrt{b_1}$ **-statistic** είναι ένας καλός μετρητής της μη κανονικότητας εναντίον υψηλών ασυμμετρικών κινήσεων και επίσης μακριών ακραίων κατανομών. Συχνά έχει χαμηλή ευαισθησία σε σχέση με συμμετρικά και ασυμμετρικά περιορισμένες σειρές κατανομών και συνήθως είναι μεροληπτικό. Επιπλέον έχει μια χαμηλής ποιότητας παρουσίαση μαζί με διαχωρισμένες κατανομές.

Το b_2 **-statistic** παρουσιάζεται συγκριτικά καλά μαζί με περιορισμένη σειρά κατανομών όπως και με συμμετρικές μακριές ακραίες μη περιορισμένες σειρές κατανομών. Δεν επιδρά εναντίον ασυμμετρικών κινήσεων και διαχωρισμένων κατανομών. Το τέστ αυτό δεν παρουσιάζεται να κόβει καθαρά την ανωτερότητα του $\sqrt{b_1}$ εναντίον b_2 . Γενικότερα το $\sqrt{b_1}$ ανταπεξέρχεται την

ασυμμετρία ενώ το b_2 την κύρτωση αλλά σε πολλές περιπτώσεις οι δυνάμεις τους είναι σχεδόν ίδιες.

Τα tests **KS, CM, WCM** και **D** παρουσιάζονται με μια ξαφνικά χαμηλή δύναμη με κάποιες εξαιρέσεις που σχετίζονται με διαχωρισμένες εναλλακτικές της περίπτωση του **D-statistic**. Γενικότερα η διαδικασία του **D** βελτιώνει την δύναμη του **KS** test για υψηλή ασυμμετρία συνεχόμενων κατανομών αλλά όχι έως το επίπεδο που επιτυγχάνεται με τα άλλα tests. Το **D-statistic** έχει εξαιρετική παρουσίαση για τις διαχωρισμένες κατανομές. Ενδεχομένως αυτό θα δείξει μια σχέση για κάθε μηδενική συνεχιζόμενη κατανομή. Μια απλή εξήγηση είναι ότι οι μεταφορές που περιέχουν τον υπολογισμό **D** οδηγούν σε έναν μεγάλο αριθμό **exact zero** στην περίπτωση των δειγμάτων από διαχωρισμένες κατανομές.

Όσον αφορά το **CS** test αυτό παρουσιάζεται καλά σε σχέση με υψηλές ασυμμετρικές κατανομές αλλά γενικότερα δεν παρουσιάζει ευαισθησία.

Το **U-statistic** έχει ευαισθησία εναντίον συμμετρικών κοντών ακραίων εναλλακτικών και αντιπροσωπεύεται από ομοιόμορφες κατανομές. Το test αυτό αποτυγχάνει πολύ άσχημα στην περίπτωση των ασύμμετρων κατανομών, έχοντας χαμηλή δύναμη.

Οι κατανομές που χρησιμοποιούνται σε αυτή την μελέτη των **S.S Sharipo** ο **M.B Wilk** και η **H.J Chen (1968)** είναι : **Bήτα, Binomial, Chi-squared, Double Chi-squared, Johnson, Logistic, lognormal, Non central chi-squared, Poisson, Student t, Tukey** και **Welbull**.

Σύμφωνα με τα παραπάνω δεδομένα η έρευνα τους οδήγησε στα παρακάτω συμπεράσματα :

1. Το **W-statistic** προσφέρει ένα ανώτερο συλλογικό δείκτη μη κανονικότητας που κρίνεται ανάμεσα σε πολλά συμμετρικά και ασυμμετρικά κοντά-μακριά άκρα και για όλα τα χρησιμοποιημένα μεγέθη δειγμάτων.
2. Τα **distance tests (KS, CM, WCM, D)** είναι τοπικά κατώτερης ευαισθησίας σε σχέση με τις συνεχιζόμενες εναλλακτικές κατανομές με λίγες εξαιρέσεις.

3. Το **U-statistic** έχει καλές ιδιότητες σε σχέση με τα συμμετρικά ιδίως κοντές-μακριές κατανομές αλλά δείχνουν ότι δεν έχουν δύναμη και σεβασμό στην ασυμμετρία.
4. Καθώς είναι συνήθως αλήθεια ότι το $\sqrt{b_1}$ και το b_2 θα είναι ευαίσθητα το **W-statistic** είναι καλύτερο και σε μερικές περιπτώσεις μεγαλύτερης δύναμης από τα άλλα.
5. Τα αποτελέσματα του **CS** τεστ δείχνουν αστάθεια σε σχέση με το τμήμα της δυσκολίας που επιβάλλεται από τις απαιτήσεις αυθαίρετης επιλογής της τάξης των διαστημάτων.
6. Μια μεγάλη ανακάλυψη ήταν ότι η σειρά για τις διαδικασίες των τεστ (σχετικά με την δύναμη) ήταν όμοια με μια σειρά ελέγχων σε συγκεκριμένα επίπεδα.
7. Οι δυνάμεις των διαδικασιών των τεστ ποικίλουν γραμμικά με $\log n$. Όμως η κλίση και η περιοχή ήταν διαφορετικά εξαρτώμενα από το τεστ και από την εναλλακτική κατανομή.
8. Σε αντίθεση με την κοινή γνώμη της αξιολόγησης της ευαισθησίας ακόμα και τροποποιημένης μη κανονικότητας είναι δυνατή για δείγματα $n=20$. Επιπλέον πολύ δυνατή μη κανονικότητα μπορεί να παρουσιαστεί σε δείγματα όπου είναι μικρότερα του 10.
9. Τέλος τα «δυναμικά» τεστ (**KS, CM, WCM, D** και **CS**) με μικρό **misspecification** των παραμέτρων οδηγούν σε αμφιβολία την χρησιμότητά τους ως στατιστικές πρακτικές διαδικασίες.

Βεβαίως τα τεστ αυτά υπόκεινται σε ποίκιλα δειγματικά λάθη και αβεβαιότητες.

Μια από τις πρώτες εμπειρικές μελέτες που εξέτασαν την υπόθεση της κανονικότητας ήταν του **E.F.Fama (1976)**. Χρησιμοποίησε για την μελέτη του το τεστ **Studentized range (SR)** όπου

$$SR = (X_{(T)} - X_{(1)}) / [\sum (x_i - \bar{x})^2 / (T-1)]^{1/2}$$

$X_{(T)}$ είναι το T th στατιστική σειρά (υψηλή) και

$X_{(1)}$ είναι η πρώτη στατιστική σειρά (χαμηλή)

Η δειγματική περίοδος ξεκίνησε το **1951** και τελείωσε το **1968** και αφορούσε **30** μηνιαίες αποδόσεις από τον δείκτη **Dow Jones Industrial**. Τα αποτελέσματα της έρευνας του έδειξαν απόρριψη της κανονικής κατανομής σε **14** από τις **30** μηνιαίες αποδόσεις των μετοχών δηλαδή περίπου το **50 %** του συνολικού δείγματος.

Στην συνέχεια οι **J.Affleck-Graves και B.McDonald (1989)** χρησιμοποίησαν για την εξέταση της κανονικότητας στα κατάλοιπα του υποδείγματος της αγοράς εκτός του **Studentized range (SR)** τρία άλλα tests **Sharipo-Francia (1972) test (W')**, **Sample ratio test for Skewness (Ασυμμετρία) ($\sqrt{b_1}$)** και το **Sample ratio test of Kurtosis (Κύρτωση)(b_2)**. Αναλυτικότερα το test του **Sharipo-Francia (1972) test (W')** έχει ως εξής :

$$W' = (\sum b_i x_{(i)})^2 / \sum (x_i - \bar{x})^2$$

όπου x_i είναι **ith** στατιστική σειρά και b_i εξαρτάται μόνο από τις αναμενόμενες αξίες της κανονικής στατιστικής σειράς. Το test αυτό αποτελεί μια τροποποίηση του **Sharipo-Wilk W test** για δείγματα όπου το μέγεθος των παρατηρήσεων ξεπερνά τις **50**. Τα tests της ασυμμετρίας και της κύρτωσης έχουν αντίστοιχα τους παρακάτω τύπους:

$$\sqrt{b_1} = \left[\frac{n^2}{(n-1)(n-2)} \right] \left(\frac{m_3}{s^3} \right)$$

$$b_2 = \left[\frac{n^2}{(n-1)(n-2)(n-3)} \right] \left[\frac{((n+1)m_4 - 3(n-1)m_2^2)}{s^4} \right]$$

όπου

n ο αριθμός των παρατηρήσεων

m_4 η 4^η ροπή της κατανομής των καταλοίπων

m_3 η 3^η ροπή της κατανομής των καταλοίπων

s^4 τυπική απόκλιση της κατανομής καταλοίπων στην 4^η δύναμη

s^3 τυπική απόκλιση στον κύβο της κατανομής καταλοίπων

m_2^2 2^η ροπή (διακύμανση) στο τετράγωνο της κατανομής καταλοίπων

Τα δεδομένα τα οποία χρησιμοποίησαν οι ερευνητές για την μελέτη τους αποτελούνταν από μηνιαίες αποδόσεις της **CRSP**. Σε μια δειγματική περίοδο που εκτεινόταν από τον Ιανουάριο του **1931** έως τον Δεκέμβριο του **1985** όπου διαιρέθηκε σε **11** περιόδους, **60** μηνιαίες παρατηρήσεις χρησιμοποιήθηκαν για να υπολογιστούν τα τέσσερα tests για την άστοχη υπόθεση της κανονικότητας. Επιπλέον ο αριθμός των μεμονωμένων χρεογράφων αλλάζει για κάθε από τις **11** περιόδους.

Θα πρέπει να επισημανθεί ότι για κάθε περίοδο και για τα τέσσερα tests απέδειξαν μη κανονικότητα σε ποσοστό **5%** στατιστικής σημαντικότητας. Βεβαίως το ποσοστό των χρεογράφων που παρουσίασαν στατιστική σημαντικότητα μη κανονικότητας διαφέρει από περίοδο σε περίοδο. Ειδικότερα τα αποτελέσματα αυτά είναι παρομοιότυπα με αυτά του **E.F.Fama (1976)** που παρουσιάσαμε προηγουμένως.

Επιπρόσθετα τα αποτελέσματα επιδεικνύουν ότι τα **Sharipo-Francia (1972) test (W')**, **Sample ratio test for Skewness** (Ασυμμετρία) ($\sqrt{b_1}$) και το **Sample ratio test of Kurtosis** (Κύρτωση) (b_2) παράγουν μεγαλύτερο αριθμό απόρριψης από το **SR** test όταν εξετάζουν την κανονικότητα χρησιμοποιώντας δεδομένα από τις αποδόσεις μετοχών.

Οι **Γ. Καραθανάσης και Κ. Πατσός (1993)** χρησιμοποίησαν μηνιαίες τιμές κλεισίματος **43** μετοχών για την περίοδο **1986-1990** στο **ΧΑΑ**. Χρησιμοποιήθηκε σταθμισμένης αξίας δείκτης αγοράς. Επιπλέον τα μερίσματα συμπεριελήφθησαν στις μετοχές και στο δείκτη και οι αποδόσεις προσαρμόσθησαν για μεταβολές κεφαλαίου και **splits**. Για την εξέταση τους οι ερευνητές χρησιμοποίησαν τα τεστ ασυμμετρίας και κύρτωσης.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι ένας μεγάλος αριθμός μετοχών εμφανίζει μη κανονικότητα. Σε επίπεδο $\alpha=5\%$ περισσότερο από **50%** των μετοχών εμφανίζουν μη κανονικότητα. Σε $\alpha=1\%$ περίπου **46%** των μετοχών εμφανίζουν ασυμμετρία και **51%** κύρτωση, ενώ **49%** των μετοχών εμφανίζουν ταυτόχρονα ασυμμετρία και κύρτωση σε επίπεδα **5%** και **1%**. Από τα αποτελέσματα αυτά οι κατανομές έχουν θετική ασυμμετρία ενώ όλες οι μετοχές έχουν λεπτόκυρτη κατανομή με μεγάλες απολήξεις (**long tails**).

Η παρατηρημένη λεπτοκύρτωση είναι πιθανόν να οφείλεται στην παρουσία ακραίων τιμών (σχετικά με το μέσο των κατανομών) ή ίσως είναι αποτέλεσμα π.χ μιας διαχρονικά μεταβαλλόμενης διακύμανσης που καθιστά κανονική την κατανομή των αποδόσεων μόνον κατα τα βραχεία διαστήματα ή μπορεί να οφείλεται σε μια σταθερή κατανομή με άπειρη διακύμανση που προκύπτει από το γεγονός ότι πληροφορίες έφθαναν σωρευτικά κατά την θεωρημένη περίοδο.

Φαίνεται λοιπόν ότι η μη κανονικότητα που παρουσιάζεται επηρεάζει τα **statistics** που χρησιμοποιούνται σε ελέγχους υποθέσεων και στους υπολογισμούς των διαστημάτων εμπιστοσύνης των εκτιμητών.

Οι **Ν. Φίλιππας και Γ. Καραθανάσης (1994)** εξέτασαν τις **22** πιο εμπορεύσιμες μετοχές εταιρειών οι οποίες είναι εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών για την περίοδο που ξεκινά από τον Ιανουάριο του **1988** έως τα τέλη του Δεκεμβρίου του **1991**. Για τον έλεγχο της κανονικότητας χρησιμοποίησαν το τεστ των **C.M. Jarque και A.K Bera (1981,1987)**.

Το τεστ αυτό βασίστηκε στην αρχή ότι οι συντελεστές ασυμμετρίας και κύρτωσης μιας κανονικής κατανομής λαμβάνουν αντίστοιχα τις τιμές μηδέν

και τρία. Ειδικότερα ο έλεγχος αυτός εφαρμόζεται με βάση την στατιστική **LM**.

Το **LM Test** το οποίο έχει κερδίσει την αποδοχή πολλών οικονομολόγων και που παρουσιάστηκε από τους **C.M. Jarque** και **A.K Bera** (1981,1987) είναι του πολλαπλασιαστή του **Lagrange** :

$$LM = n \left(\frac{(b_1^{1/2})^2}{6} + \frac{(b_2 - 3)^2}{24} \right)$$

όπου

n είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων

$$b_1^{1/2} = m_3 / m_2^{3/2},$$

$b_2 = m_4 / m_2^2$, m_i είναι i ην κεντρική λεπτέμερεια των παρατηρήσεων.

Επομένως αν η υπόθεση μηδέν είναι αληθής, τότε η στατιστική **LM** ακολουθεί την κατανομή X^2 με δύο βαθμούς ελευθερίας δηλαδή ισχύει η σχέση :

$$LM \square X_2^2$$

Αυτό σημαίνει ότι για επίπεδο σημαντικότητας α δεχόμαστε την υπόθεση μηδέν, αν ισχύει η σχέση :

$$LM \square X_{2,\alpha}^2$$

όπου $X_{2,\alpha}^2$ είναι η κριτική τιμή της κατανομής X^2 με δύο βαθμούς ελευθερίας. Στην αντίθετη περίπτωση η υπόθεση μηδέν απορρίπτεται.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η ασυμπτωτική συμπεριφορά της στατιστικής **LM** ισχύει μόνο όταν πρόκειται για δείγματα μεγάλου μεγέθους, ενώ για δείγματα μικρού μεγέθους δεν επαληθεύεται. Στο συμπέρασμα αυτό

κατέλειξαν οι **C.M. Jarque** και **A.K Bera (1987)** οι οποίοι αφού μελέτησαν την συμπεριφορά της στατιστικής **LM** για δείγματα μικρού μεγέθους, προσδιόρισαν κριτικές τιμές για την εφαρμογή αυτού του στατιστικού ελέγχου.

Τα αποτελέσματα της μελέτης των Ν.Φίλιππα και Γ. Καραθανάση έδειξαν ότι σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας **0,05** και **0,01** οι **9** από τις **22** εταιρείες παρουσιάζουν προβλήματα παραβίασης της υπόθεσης της κανονικότητας του στοχαστικού όρου σε ποσοστό **41%**.

Ο **Ν.Φίλιππας (1998)** έλεγξε την κανονικότητα των καταλοίπων του υποδείγματος της αγοράς σε ένα δείγμα του περιλαμβάνει **111** εταιρείες εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών για την χρονική περίοδο από τις **1/1/91- 31/12/1995**. Το τεστ το οποίο χρησιμοποιήθηκε ήταν των **C.M. Jarque** και **A.K Bera (1987)**.

Τα αποτελέσματα που προκύψανε από την παραπάνω μελέτη δείξαν ότι σε στατιστική σημαντικότητα **0,05** η υπόθεση της κανονικότητας απορρίπτεται σε πολύ σημαντικό ποσοστό κατά **73%**. Ειδικότερα οι εταιρείες που χρησιμοποιήθηκαν στο δείγμα και απέρριψαν την υπόθεση της μη κανονικότητας προέρχονταν από τον τραπεζικό κλάδο κατά **42,86%**, ασφαλιστικό κλάδο κατά **73,33%**, βιομηχανικό κλάδο κατά **77,19%**, και εμπορικό κατά **64%**. Παρατηρούμε ότι ο βιομηχανικός κλάδος παρουσίασε την μεγαλύτερη μη κανονικότητα στα κατάλοιπα του υποδείγματος της αγοράς.

Οι έλεγχοι για την υπόθεση της κανονικότητας συνοψίζονται στον **3.4** Πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.4

ΕΛΕΓΧΟΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑΣ

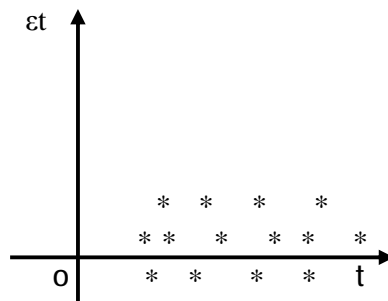
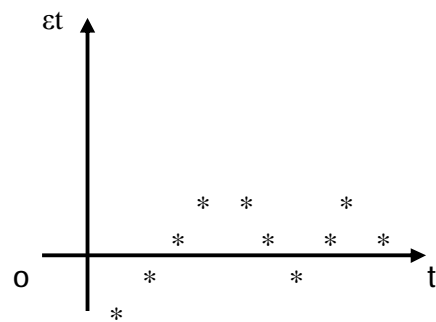
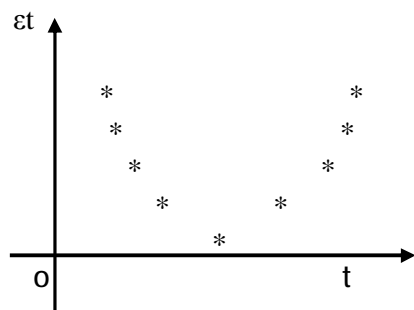
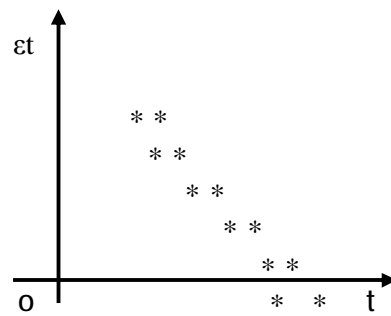
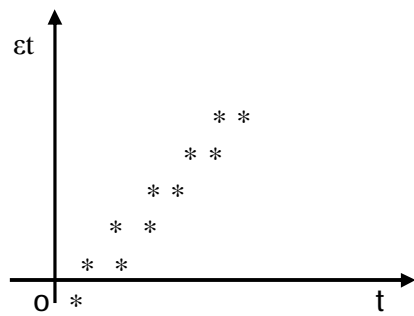
ΕΡΕΥΝΗΤΗΣ/ΕΣ ΕΤΟΣ	ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΜΠΕΙΡΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ
F.E.FAMA (1976)	1951-1968 Μηνιαία στοιχεία για 30 μετοχές NYSE	Studentized range	Μη κανονικότητα
J.AFFLECK-GRAVES & B.MCDONALD (1989)	1/1931-12/1985 Μηνιαία στοιχεία για 30 μετοχές του CRSP	Studentized range Sharipo-Francia Skewness Kurtosis	Μη κανονικότητα
Γ.ΚΑΡΑΘΑΝΑΣΗΣ& Κ.ΠΑΤΣΟΣ (1993)	1986-1990 Μηνιαία στοιχεία για 43 μετοχές του ΧΑΑ	Skewness Kurtosis	Μη κανονικότητα
Ν.ΦΙΛΙΠΠΑΣ & Γ.ΚΑΡΑΘΑΝΑΣΗΣ (1994)	1/1988-12/1991 Μηνιαία στοιχεία για 22 μετοχές του ΧΑΑ	Jarque-Bera	Μη κανονικότητα
Ν.ΦΙΛΙΠΠΑΣ (1998)	1/1991-12/1995 Μηνιαία στοιχεία για 111 μετοχές του ΧΑΑ	Jarque-Bera	Μη κανονικότητα

3.1.5 ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗ

Ο όρος αυτοσυσχέτιση (**autocorrelation**) φανερώνει την ύπαρξη κάποιου βαθμού συσχέτισης μεταξύ των τιμών μιας μεταβλητής, ανεξάρτητα αν οι παρατηρήσεις της προέρχονται από χρονοσειρές ή απο διαστρωματικά στοιχεία. Γεγονός όμως είναι ότι αν οι παρατηρήσεις των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση ενός υποδείγματος αποτελούν δεδομένα ενός τυχαίου δείγματος, τότε η εμφάνιση του προβλήματος αυτού δεν θα πρέπει να αναμένεται. Η εμφάνιση του φαινομένου αυτού μπορεί να οφείλεται σε διάφορους λόγους, όπως για παράδειγμα στην μη χρησιμοποίηση σημαντικών ανεξάρτητων μεταβλητών σε ένα υπόδειγμα, στην λανθασμένη αλγεβρική μορφή του υποδείγματος, στην ύπαρξη χρονικών υστερήσεων, αλλά κυρίως στη φύση των οικονομικών μεταβλητών οι παρατηρήσεις των οποίων προέρχονται από χρονοσειρές. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εκτίμηση του γραμμικού υποδείγματος με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων κρίνονται ως μη αναξιόπιστα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η ύπαρξη του προβλήματος αυτού επηρεάζει σημαντικά τις τιμές των τυπικών σφαλμάτων των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος, με αποτέλεσμα όλοι οι στατιστικοί έλεγχοι που διενεργούνται να είναι αμφιβόλου αξίας. Για το λόγο αυτό θα πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης στην ανάλυση της παλινδρόμησης, έτσι ώστε να μην αμφισβητείται η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων εκτίμησης.

Παρακάτω παρουσιάζονται διαγραμματικά ορισμένες από τις πλέον χαρακτηριστικές περιπτώσεις αυτοσυσχέτισης με εξαίρεση το τελευταίο διάγραμμα.

Σε όλα τα διαγράμματα η ύπαρξη αυτοσυσχέτισης στις τιμές του τυχαίου σφάλματος εκδηλώνεται με κάποιο συστηματικό πρότυπο τρόπου συμπεριφοράς.



Οι **Robert A.Schwartz** και **David K. Whitcomb** (1977) στην μελέτη τους περιέλαβαν αποδόσεις του **Scholes tapes** παίρνοντας ημερήσιες, 2-ημερών, 3-ημερών, 5-ημερών, 10-ημερών και 20-ημερών αποδόσεις χρησιμοποιώντας για κάθε περίπτωση δεδομένα που εκτείνονται από τις 26 Ιουνίου 1964 έως τις 18 Ιουνίου του 1968. Το δείγμα τους περιλαμβάνει 20 επιχειρήσεις του Χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης **NYSE** που επιλέχθηκαν από τον **S&P 500**. Για την αγορά χρησιμοποιείται ο δείκτης **Fisher** ένας απλός μέσος όλων των αποδόσεων για κάθε μέρα προσαρμοσμένος για μερίσματα σε μορφή μετρητών.

Για την μελέτη τους επιπλέον έλαβαν τις εκτιμήσεις της αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης και της επίδρασης στο R^2 χρησιμοποιώντας, στη θέση των κανονικών ελαχίστων τετραγώνων, την **Cochrane - Orcutt** τεχνική της επαναληπτικής παλινδρόμησης. Αυτή η τεχνική απομονώνει τα υπόλοιπα από τη αυτοσυσχέτιση πρώτης τάξης (αν και δεν ισχύει για συσχέτιση υψηλότερων τάξεων) και δίνει μία διαφορετική (αλλά όχι συστηματικά διαφορετική) εκτίμηση του βήτα. Πρώτα, έλαβαν υπόψη τα στοιχεία σχετικά με τη συστηματική πτώση που R^2 και ότι τα ημερήσια βήτα δεν είναι μόνο υψηλά σημαντικά αλλά έχουν και χαμηλότερα τυπικά, σταθερά, σφάλματα σε σχέση με αυτά για μεγαλύτερα κριτικά διαστήματα. Ως R^2 χρησιμοποίησαν την λογαριθμική φόρμα του υποδείγματος της αγοράς ,

$$R^2 = \frac{b_i^2 \text{var } R_m^N}{b_i^2 \text{var } R_m^N + \text{var } e_i^N}$$

Επιπρόσθετα έλαβαν υπόψιν τους ότι οι **Pogue** και **Solnik (1974)** συστήνουν ότι η επίδραση του β προκαλείται από τις παραληφθείσες με χρονική υστέρηση του δείκτη της αγοράς από την εξίσωση παλινδρόμησης όταν η προσαρμογή μίας μετοχής σε μία μεταβολή στην αγορά δεν είναι πλήρως ολοκληρωμένη μέσα σε μία ημέρα συναλλαγής. Οι **Levhari** και **Levy (1977)** αναπτύσσουν θεωρητικά τη θέση του ότι το εκτιμημένο β θα πρέπει να αυξάνεται καθώς αυξάνεται το κριτικό διάστημα για μετοχές με πραγματικό β μεγαλύτερο από το ένα και να μειώνεται για μετοχές με β μικρότερο από το ένα. Διακόσιες **CRSP** μετοχές ταξινομήθηκαν με βάση το β σε μία πρωτότερη περίοδο μοιράστηκαν σε **10** χαρτοφυλάκια. Για όλα τα **10** χαρτοφυλάκια το μέσο β ανέβηκε μονοτονικά καθώς το μήκος του κριτικού διαστήματος ανέβηκε από τον ένα στους τρεις μήνες. Το β συνέχισε να αυξάνει για τα χαρτοφυλάκια με υψηλό β , αλλά όσον αφορά τα χαρτοφυλάκια με χαμηλό β , το β σταθεροποιήθηκε και στη συνέχεια μειώθηκε (για διαστήματα που ξεπέρασαν του **12** μήνες). Αυτό δίνει ασαφή υποστήριξη στην υπόθεση των **Levhari** και **Levy(1977)** καθώς εφαρμόζεται σε διαστήματα πολύ μεγάλου μήκους. Τα αποτελέσματα των **Robert A.Schwartz** και **David K. Whitcomb (1977)** για πολύ μικρά κριτικά διαστήματα δεν παρέχουν υποστήριξη στην

υπόθεση των **Levhari** και **Levy (1977)** οι οποίοι ασχολούνται με το διάστημα απόδοσης (και όχι την απόδοση με χρονική υστέρηση) και υποθέτουν ενδο - χρονολογική ανεξαρτησία.

Στη συνέχεια λαμβάνουν υπόψη την αυτοσυσχέτιση στα υπόλοιπα του υποδείγματος της αγοράς. Οι παλινδρομήσεις των **Cochrane - Orcutt** συστήνουν ένα προκαθορισμένο υπόδειγμα σειριακής συσχέτισης πρώτου βαθμού. Τα ημερήσια δεδομένα δείχνουν θετική συσχέτιση, ενόσω όλα τα άλλα διαστήματα δίνουν αρνητικό ρ , και το ρ γίνεται πιο ισχυρά αρνητικό κατά τη διάρκεια του κριτικού διαστήματος των **20** ημερών. Όταν κοιτάζουμε τη σειριακή συσχέτιση του υποδείγματος της αγοράς για την περίοδο των **1000** ημερών, ο λόγος της παρατηρημένης πώσης του R^2 γίνεται αρκετά προφανής. Η συσχέτιση πρώτου βαθμού του δείκτη της αγοράς είναι θετική. Δεν υπάρχει αμφιβολία για το ότι το R^2 πέφτει κάθε φορά που συντομεύεται το κριτικό διάστημα - σχεδόν κάθε επωνυμία έχει συσχέτιση υπολοίπων που είναι αριθμητικά μικρότερη από τη συσχέτιση του δείκτη αγοράς για κάθε κριτικό διάστημα.

Δυστυχώς, παρ' όλα αυτά, ενώ οι παλινδρομήσεις των **Cochrane - Orcutt** βοηθούν στο να αποσαφηνιστεί ένα υπόδειγμα συσχέτισης, βελτιώνουν τη συνάφεια του υποδείγματος της αγοράς μόνο ελαφρά.

Το προσαρμοσμένο R^2 αυξάνει λίγο κατά μέσο όρο και οι συντελεστές α και β δεν επηρεάζονται συστηματικά (όπως και δεν θα έπρεπε άλλωστε), αλλά η επιδείνωση του R^2 καθώς το κριτικό διάστημα συντομεύεται εξακολουθεί να είναι έντονη. Δύο βασικοί λόγοι εξηγούν κάτι τέτοιο: Πρώτον, έχουν απαλλάξει τα υπόλοιπα από την αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού, αλλά η θετική συσχέτιση του δείκτη αγοράς παραμένει και συνεχίζει να ωθεί το R^2 προς τα κάτω. Δεύτερον, σημαντικά αρνητική συσχέτιση υψηλότερου βαθμού στα ημερήσια υπόλοιπα συστήνεται ισχυρά από την αυξανόμενα αρνητική συσχέτιση πρώτου βαθμού καθώς το κριτικό διάστημα αυξάνει, και, όπως σημειώθηκε, η τεχνική των **Cochrane - Orcutt** δεν εξαλείφει αυτήν τη συσχέτιση.

Συμπερασματικά, οι αποδείξεις σχετικά με την αυτοσυσχέτιση των υπολοίπων συστήνει αρκετά ισχυρά ότι τα ημερήσια υπόλοιπα είναι θετικά συσχετιζόμενα, τη στιγμή που η συσχέτιση πρώτης τάξης για δεδομένα μεγαλύτερων περιόδων είναι σημαντικά αρνητική. Τα στοιχεία σχετικά με την αυτοσυσχέτιση των υπολοίπων, σε συνάρτηση με την παρατηρημένη θετική αυτοσυσχέτιση των αποδόσεων του δείκτη της αγοράς ερμηνεύει ξεκάθαρα την επιδείνωση του R^2 . Έλαβαν υπόψη μία πληθώρα παραγόντων οι οποίοι μπορεί να εξηγήσουν τα υποδείγματα παρατηρημένης αυτοσυσχέτισης.

Οι ερευνητές συμπερασματικά έδειξαν ότι η αυτοσυσχέτιση των αποδόσεων των υπολοίπων και του δείκτη της αγοράς εξηγεί την παρατηρημένη επιδείνωση του R^2 καθώς η εξίσωση παλινδρόμησης του υποδείγματος της αγοράς εκτιμάται από δεδομένα μίας βραχύτερης περιόδου. Γνωρίζοντας ότι η αυτοσυσχέτιση των αποδόσεων των υπολοίπων και του δείκτη της αγοράς είναι η αιτία του χαμηλού R^2 που έχει παρατηρηθεί για βραχυπρόθεσμα δεδομένα συστήνουν ότι, μέσω της χρήσης των ανάλογων οικονομετρικών τεχνικών, αιτιωδώς καλή εκτίμηση του υποδείγματος της αγοράς μπορεί να προκύψει από τα εβδομαδιαία και ίσως ακόμη και από τα ημερήσια δεδομένα. Η ικανότητα της χρησιμοποίησης τέτοιων δεδομένων θα διευκόλυνε την ανάλυση θεμάτων όπως είναι η στασιμότητα του βήτα. Και, με δεδομένο τον κάποιο βαθμό στασιμότητα, αυτό ενθάρρυνε τους επενδυτές να υπολογίσουν αμιγείς, σύγχρονες εκτιμήσεις του βήτα.

Η έρευνά τους σχετικά με τις ποικίλες αιτίες της αυτοσυσχέτισης λαμβάνει υπόψη τόσο τους τεχνικούς όσο και οικονομικούς παράγοντες. Έχουμε φτάσει στα ακόλουθα συμπεράσματα:

1. Οι τεχνικοί παράγοντες όπως είναι τα σφάλματα δεδομένων και το φαινόμενο του 1/8 εξηγεί κάποια από τα υποδείγματα αυτοσυσχέτισης που παρατήρησαν.

2. Η επίδραση αυτών που διαμορφώνουν, κατευθύνουν, την αγορά (**market makers**) και των αναγνωρισμένων επενδυτών ερμηνεύει τη γενικά θετική αυτοσυσχέτιση των υπολοίπων για το 1 - ημέρας κριτικό διάστημα.

Υπάρχουν αξιοσημείωτες αποδείξεις υπέρ ενός βραχυπρόθεσμου φαινομένου του **Fischer**. Η παρατηρημένη θετική τιμαριθμική αυτοσυσχέτιση θα μπορούσε κάλλιστα να προκύψει από το βραχυπρόθεσμο φαινόμενο του **Fischer** που επιδρά πάνω σε περιορισμένα θέματα (τα οποία αντανακλώνται πάνω στον δείκτη του **Fischer**). Η παρουσία του φαινομένου του **Fischer** είναι επίσης ενδεικτική της γενικά αρνητικής αυτοσυσχέτισης υπολοίπων που παρατηρήθηκε για τα κριτικά διαστήματα των 2 - ημερών και άνω.

Στοιχεία υποστηρικτικά της υπόθεσης της καθυστερημένης αναδιοργάνωσης χαρτοφυλακίου δίνονται από την «επιμονή», τη συνέχεια, της θετικής τιμαριθμικής αυτοσυσχέτισης πάνω σε δεδομένα μεγαλύτερων κριτικών διαστημάτων (τουλάχιστον ενός μήνα) και από την παρουσία αρνητικής υψηλότερης τάξης συσχέτισης υπολοίπων πάνω σε ημερήσια δεδομένα (όπως παρατηρήθηκε από την ισχύ της αρνητικής συσχέτισης πρώτης τάξης για μεγαλύτερα κριτικά διαστήματα).

Η περαιτέρω διερεύνηση των αιτιών της αυτοσυσχέτισης των υπολοίπων θα ήταν σαφέστατα επιθυμητή. Για παράδειγμα, μία ταυτόχρονη πολυεπίπεδη ανάλυση της σχέσης μεταξύ στενότητας της αγοράς και αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης πάνω σε ημερήσιες αποδόσεις υπολοίπων, και περαιτέρω σύγκριση των υποδειγμάτων συσχέτισης ευρέως γνωστές με σταθμισμένους βάσει αξίας δείκτες της αγοράς σύμφωνα με τη γραμμή που άραξε ο **Dimson**, μπορεί να βοηθήσει στο να εξάγουν ένα πιο ακριβές συμπέρασμα σχετικά με την υπόθεση των βραχύτερης επίδρασης φαινομένων του **Fischer**. Επίσης, επιπρόσθετη εμπειρική έρευνα θα πρέπει να ληφθεί υπόψη στον απευθείας έλεγχο της υπόθεσης αναδιοργάνωσης χαρτοφυλακίου.

Τέλος υποστήριξαν ότι οι οικονομικοί παράγοντες όπως είναι η επίδραση των **market makers** και η καθυστερημένη αναδιοργάνωση χαρτοφυλακίου δείχνουν να παρέχουν τις καλύτερες επεξηγήσεις των υποδειγμάτων. Εντούτοις, η υπόθεση αναδιοργάνωσης χαρτοφυλακίου είναι ιδιαίτερος υποθετική και χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση όπως παρατήρησαν.

Οι **R.Copley, P.Cooley και R.Roenfeldt (1984)** είχαν ως σκοπό της μελέτης τους να αποδείξουν την επικράτηση της υπόθεσης της αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα του υποδείγματος της αγοράς των μεμονωμένων μετοχών χρησιμοποιώντας μηνιαίες αποδόσεις. Ειδικότερα χρησιμοποίησαν για να υπολογίσουν το υπόδειγμα της αγοράς την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων μεταξύ της περιόδου Ιανουαρίου **1926** έως Δεκεμβρίου του **1980**. Η περίοδος αυτή διαιρέθηκε σε **11** υποπεριόδους όπου για κάθε περίοδο αλλάζει το μέγεθος του δείγματος. Αναλυτικότερα :

ü **1/26-12/30:462,**

ü **1/31-12/35:643,**

ü **1/36-12/40:667,**

ü **1/41-12/45:767,**

ü **1/46-12/50:858,**

ü **1/51-12/55:964,**

ü **1/56-12/60:959**

ü **1/61-12/65:990**

ü **1/66-12/70:1005**

ü **1/71-12/75:1195**

ü **1/76-12/80:1264**

Χρησιμοποιώντας την μέθοδο των **Durbin-Watson (1950)** και για τις **11** υποπεριόδους **867** από τις **9774** παλινδρομήσεις ή **8,9%** επιδεικνύει αρνητική αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα ενώ **99** ή **1,00%** των μετοχών επιδεικνύουν θετική αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα. Παρατηρούμε λοιπόν ότι σχετικά μικρός αριθμός καταλοίπων περιέχουν θετική αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα σε αντίθεση με την αρνητική αυτοσυσχέτιση που ο αριθμός είναι αρκετά μεγαλύτερος χρησιμοποιώντας μηνιαία διαφορετικά διαστήματα.

Γενικότερα όμως τα αποτελέσματα δεν οδηγούν σε σημαντική ύπαρξη της αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων του υποδείγματος της αγοράς.

Οι λόγοι εμφάνισης αυτοσυσχέτισης επισημάνθηκαν από τον **Fisher (1966)** ο οποίος ανταποδεικνύει ότι η σημαντική θετική αυτοσυσχέτιση που παρατήρησε στις αποδόσεις του δείκτη της αγοράς μπορεί να προέρχεται από

σχετικά ασυνήθιστες συναλασσόμενες μετοχές που κλείνουν πριν τις αλλαγές του δείκτη της αγοράς. Αυτό βεβαίως μπορεί να ισχύσει όταν έχουμε αρνητική αυτοσυσχέτιση. Επιπλέον η αρνητική αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα συσχετίζεται θετικά με την επίδραση του **1/8**. Αυτή η επίδραση αναφέρεται κυρίως σε μετοχές με μικρή χρηματιστηριακή αξία.

Οι ερευνητές καταλήγουν ότι από την στιγμή που η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων κρίνεται ακατάλληλη για τον υπολογισμό του βήτα λόγω παραβίασης της υπόθεσης της αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα του υποδείγματος της αγοράς τότε οι παλινδρομήσεις πρέπει να ακολουθήσουν μια α' βαθμού αυτοσυσχέτιση χρησιμοποιώντας την γενική μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (GLS).

Οι **Γ.Καραθανάσης και Κ.Πατσός (1993)** ανέλυσαν και ερεύνησαν την αξιοπιστία της υπόθεσης της αυτοσυσχέτισης του υποδείγματος της αγοράς στην αναδυόμενη ελληνική αγορά και ειδικότερα στην αγορά μετοχών του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (ΧΑΑ). Η εξεταζόμενη περίοδος είναι αυτή των ετών **1986-1990**, που διακρίνεται από ένα ευνοϊκά διαμορφωμένο οικονομικό κλίμα με αναπτυξιακές τάσεις και παροχή οικονομικών κινήτρων σε επιχειρήσεις και επενδυτές. Στην έρευνά τους χρησιμοποίησαν μηνιαίες τιμές κλεισίματος **43** μετοχών ενώ χρησιμοποιήθηκε ο σταθμισμένης αξίας δείκτης της αγοράς.

Για τον έλεγχο της αυτοσυσχέτισης υψηλού βαθμού χρησιμοποιήθηκε το **Lagrange multiplier test** που προτάθηκε από τους **Breusch και Godfrey (1978)** για ανίχνευση ύπαρξης **AR(q)** ή **MA(q)** σφαλμάτων οποιασδήποτε τάξεως **q** στις σχέσεις που μπορεί να περιέχουν ακόμη και εξαρτημένες μεταβλητές υστέρησης.

Η κύρια υπόθεση αυτού του τεστ είναι η ακόλουθη:

$$H_0 : u \approx N(0, S_u^2)$$

Η εναλλακτική πρόταση χρησιμοποιεί τις δύο παρακάτω διαδικασίες:

$$u_t + a_1 u_{t-1} + \dots + a_q u_{t-q} = e_t \quad \text{ή}$$

$$u_t = e_t + a_1 e^{t-1} + \dots + a_q u_{t-q}$$

και e_t είναι **iid**.

Το κριτήριο του **test** είναι nR^2 (n είναι το μέγεθος δείγματος και R^2 είναι πολλαπλός συντελεστής προσδιορισμού) κατανέμεται ως X_q^2 και προκύπτει από την ακόλουθη γραμμική παλινδρόμηση :

$$\hat{u}_t = a'_1 R_m + a'_2 \hat{u}_{t-1} + \dots + a'_{q+1} \hat{u}_{t-q} + u_t$$

Η διαδικασία **AR(q)** που χρησιμοποιήθηκε ήταν τάξεως **q=15**.

Η αξιοπιστία και εγκυρότητα των αποτελεσμάτων εξαρτάται από πολλές υποθέσεις και περιορισμούς στην παλινδρόμηση του **Breusche** και **Godfrey (1978)** όπως π.χ:

• Η χρήση του ίδιου **statistic** X^2 και στα δύο εναλλακτικά τέστς δεν βοηθά στη διάκριση μεταξύ των δύο τύπων αυτοσυσχέτισης.

• Πιθανόν μια γραμμική σχέση να υπάρχει ανάμεσα στα σφάλματα λόγω των πολύ δραστικών μεταβολών στις τιμές και την αυξημένη διακύμανση αυτών κατά τα έτη **1989-90**.

• Η τάξη της εξελικτικής διαδικασίας επιλέχθηκε κατα κάποιο τρόπο υψηλή, αλλά ωστόσο αυθαίρετη.

• Δεν είναι ευχερής η διάγνωση αυτοσυσχέτισης που προκαλείται από κάποιες πιθανές άγνωστες παραλειπόμενες μεταβλητές στην χρησιμοποιημένη εξίσωση και επομένως απαιτείται προσοχή όταν συνίσταται η χρήση μεθόδων διαδικασίας **AR(p)** ή **MA(q)** και συναφή **statistics** .

Επιπλέον αν οι παραλειπόμενες μεταβλητές έχουν κάποια διαχρονική τάση, εκτός της αυτοσυσχέτισης, θα υπάρχει και ετεροσκεδαστικότητα στα κατάλοιπα.

Όσο αφορά τον έλεγχο **Ljung** και **Box (1978)** έδειξε ότι η στατιστική συμπεριφορά της στατιστικής **Q** των **Box** και **Pierce** για μικρά δείγματα δεν είναι ικανοποιητική. Για το λόγο αυτό, ο έλεγχος εφαρμόζεται με βάση τη στατιστική **Q'** των **Ljung** και **Box (1978)** και η οποία στηρίζεται ως εξής:

$$Q' = n(n+2) \sum_{j=1}^p \frac{r_j^2}{n-j}$$

και η οποία ακολουθεί την κατανομή X^2 με $(p-k)$ βαθμούς ελευθερίας.

Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι μόνον **5** μετοχές (**11,6%**) σε $\alpha=5\%$ και **3** μετοχές (**7%**) σε $\alpha=1\%$ έδειξαν αυτοσυσχέτιση, γεγονός που δεν υποδεικνύει σημαντική παρουσία αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα.

Παρόμοια αποτελέσματα **4** μετοχές (**9,3%**) με γενική σειριακή συσχέτιση, προέκυψαν μέσω του **Ljung-Box Q-statistic (1978)** για τα κατάλοιπα του υποδείγματος της αγοράς.

Ο **Γ. Διακογιάννης (1993)** παράλληλα με την εξέταση για την ικανότητα πρόβλεψης των συντελεστών συστηματικού κινδύνου καθώς και για να αποφασίσει πότε οι προβλέψεις των συντελεστών συστηματικού κινδύνου μπορούν να αποδειχθούν με εναλλακτικούς τρόπους εξομαλύνσεως, εξέτασε και την υπόθεση της αυτοσυσχέτισης στις τιμές του τυχαίου σφάλματος του υποδείγματος της αγοράς. Η μελέτη του χρησιμοποιεί όρους από το Χρηματιστήριο Αξιών του Λονδίνου. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή την μελέτη λήφθηκαν από την βάση δεδομένων μετοχικής αξίας του Λονδίνου (**LSPD**). Το αρχείο εισπραξιών του **LSPD** περιείχε μηνιαίες ημερολογιακές καταχωρήσεις εισπραξιών μιας πλειψηφίας κοινών μετοχών οι οποίες έχουν συναλλαχθεί στο Χρηματιστήριο Αξιών του Λονδίνου από τον Ιανουάριο του **1955**.

Το δείγμα που χρησιμοποιήθηκε σε αυτή την μελέτη περιείχε διακόσιες εταιρείες. Η πλήρης δειγματική περίοδος χωρίστηκε σε τρεις διαδοχικές υποπεριόδους ίδιου μήκους εξήντα μηνών η κάθε μια (**1/69-12/73**, **1/74-12/78**

και 1/79-12/83). Χρησιμοποιώντας το κριτήριο των **Durbin-Watson (1950)** για κάθε υποπερίοδο του δείγματος μόνο 22,5% των χρεογράφων παρουσίασε σημαντική αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων. Παρόλο που η υπόθεση της αυτοσυσχέτισης δεν παραβιάστηκε σε μεγάλο βαθμό για να θεραπευθεί το πρόβλημα αυτό χρησιμοποιήθηκε η διαδικασία των **Beach-MacKinnon(1978)**.

Οι **Γ.Καραθανάσης και Ν.Φίλιππας (1994)** παρουσιάζοντας ορισμένα εμπειρικά αποτελέσματα αναφορικά με την συμπεριφορά του υποδείγματος της αγοράς στην Χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών εξέτασαν την υπόθεση της αυτοσυσχέτισης σε 22 εμπορεύσιμες μετοχές εταιριών οι οποίες είναι εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών για την περίοδο 1/1/1988-31/12/1991.

Για τον έλεγχο της ανεξαρτησίας του στοχαστικού όρου χρησιμοποιήθηκαν τα κριτήρια του **Durbin-Watson (1950)**, **Breusch-Godfrey(1978)** και **Box-Pierce(1970)**.

Ειδικότερα ο στατιστικός έλεγχος των **Darbin-Watson (1950)** εφαρμόζεται στην οικονομετρική ανάλυση για τη διερεύνηση της ύπαρξης του προβλήματος της αυτοσυσχέτισης, όταν οι τιμές του τυχαίου σφάλματος ακολουθούν αποκλειστικά ένα αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα πρώτου βαθμού. Αυτό οφείλεται στο γεγονός, τόσο διότι η εφαρμογή του ελέγχου αυτού είναι σχετικά εύκολη όσο και διότι η μορφή αυτή αυτοσυσχέτισης είναι η πλέον συχνά εμφανιζόμενη μορφή, ειδικότερα για τις περιπτώσεις μελέτης οικονομικών φαινομένων. Ο έλεγχος για την διαπίστωση αυτοσυσχέτισης στηρίζεται στην ακόλουθη μηδενική υπόθεση:

$$H_0 : r = 0$$

ενώ η εναλλακτική μορφή υπόθεσης καθορίζεται ανάλογα με το σκοπό του συγκεκριμένου ελέγχου.

Κατα συνέπεια ο έλεγχος αυτός εφαρμόζεται με τη στατιστική **d** ή **DW** η τιμή της οποίας υπολογίζεται με βάση τις τιμές των καταλοίπων που προκύπτουν από την εκτίμηση του υποδείγματος με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Αν οι τιμές των καταλοίπων σχετίζονται θετικά μεταξύ τους

δηλαδή $\rho > 0$, τότε αυτό σημαίνει ότι δύο διαδοχικές τιμές τους δεν θα πρέπει να διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους ως προς το μέγεθος τους και έτσι η διαφορά αυτών των δύο διαδοχικών τιμών θα είναι σε μέγεθος μικρότερη από το μέγεθος της τρέχουσας τιμής τους. Αντίθετα αν οι τιμές των καταλοίπων σχετίζονται αρνητικά μεταξύ τους δηλαδή $\rho < 0$, τότε αυτό υποδηλώνει ότι υπάρχει τάση έτσι ώστε διαδοχικές τιμές να εμφανίζουν αντίθετο πρόσημο και κατά συνέπεια η διαφορά τους να έχει μέγεθος μεγαλύτερο από το μέγεθος της τρέχουσας τιμής τους. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η τιμή της στατιστικής d θα είναι «μικρή» για θετική αυτοσυσχέτιση και «μεγάλη» για αρνητική αυτοσυσχέτιση μεταξύ των τιμών των καταλοίπων.

Αυτό σημαίνει ότι η τιμή της στατιστικής d εξαρτάται από την τιμή του δειγματικού συντελεστή συσχέτισης r που προκύπτει από τις τιμές των καταλοίπων. Έτσι έχουμε ότι το $d \approx 2(1 - r)$ με $0 \leq d \leq 4$.

Εφόσον έχουμε τέλεια θετική αυτοσυσχέτιση, δηλαδή $r = 1$ τότε $d = 0$ ενώ αν έχουμε τέλεια αρνητική αυτοσυσχέτιση, δηλαδή $r = -1$ τότε το $d = 4$. Αν δεν έχουμε αυτοσυσχέτιση δηλαδή $r = 0$ τότε $d = 2$.

Από τα παραπάνω συνάγεται ότι όσο πλησιέστερα είναι η τιμή της στατιστικής d στην τιμή δύο, τόσο εντονότερες είναι οι ενδείξεις ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού στις τιμές των καταλοίπων. Αντίθετα, όσο πλησιέστερα είναι η τιμή της στατιστικής d στην τιμή μηδέν ή αντίστοιχα στην τιμή τέσσερα, τόσο εντονότερες είναι οι ενδείξεις ότι υπάρχει θετική ή αρνητική αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού στις τιμές των καταλοίπων και επομένως και στις τιμές του τυχαίου σφάλματος του υποδείγματος.

Αξίζει πάντως να σημειωθεί ότι για την εφαρμογή του συγκεκριμένου ελέγχου θα πρέπει να ικανοποιούνται οι ακόλουθες δύο βασικές προϋποθέσεις. Πρώτο, να υπάρχει απαραίτητα σταθερός όρος κατά την εκτίμηση του αρχικού υποδείγματος και δεύτερο, οι ανεξάρτητες μεταβλητές που χρησιμοποιούνται να είναι μη στοχαστικές μεταβλητές. Η δεύτερη αυτή προϋπόθεση δηλώνει ότι ο στατιστικός έλεγχος των **Durbin-Watson (1950)** δεν μπορεί να εφαρμοστεί αν κατά την εκτίμηση του υποδείγματος

χρησιμοποιούνται ως ανεξάρτητες μεταβλητές χρονικές υστερήσεις της εξαρτημένης μεταβλητής.

Τα εμπειρικά αποτελέσματα των Γ.Καραθανάση και Φίλιππα(1994) έδειξαν ότι δεν υπάρχουν σοβαρά προβλήματα αυτοσυσχέτισης πρώτου ή άλλου βαθμού. Για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας **0,05** ο αριθμός των παραβιάσεων σύμφωνα με το κριτήριο των **Durbin-Watson (1950)** ήταν **7** εταιρείες, για το κριτήριο των **Breusch-Godfrey (1978)** **3**, ενώ ήταν **0** χρησιμοποιώντας το κριτήριο των **Box-Pierce (1970)**. Για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας **0,01** ο αριθμός των παραβιάσεων σύμφωνα με το κριτήριο των **Durbin-Watson (1950)** ήταν **5** εταιρείες, με το κριτήριο των **Breusch-Godfrey (1978)** **5**, ενώ ήταν πάλι **0** με το κριτήριο των **Box-Pierce (1970)**.

Ο **Ν.Φίλιππας (1998)** χρησιμοποίησε για τον έλεγχο της υπόθεσης της αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων του υποδείγματος της αγοράς τα κριτήρια των **Durbin-Watson (1950)**, **Breusch-Godfrey(1978)** και **Box-Pierce(1970)**.

Σε αντίθεση με τον μέχρι τώρα τρόπο εφαρμογής των στατιστικών ελέγχων, που αφορούν το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης, ο έλεγχος της ανεξαρτησίας των τιμών του τυχαίου σφάλματος ενός υποδείγματος μπορεί να εφαρμοστεί και με βάση τις δειγματικές αυτοσυσχετίσεις των τιμών των καταλοίπων. Αυτό συμβαίνει διότι αν υπάρχει κάποια μορφή αυτοσυσχέτισης, τότε αυτή θα πρέπει να εμφανίζεται και στις τιμές των δειγματικών αυτοσυσχετίσεων. Ο έλεγχος αυτός των **Box-Pierce (1970)** βασίζεται στα τετράγωνα των τιμών των δειγματικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης των τιμών των καταλοίπων. Ειδικότερα ο έλεγχος εφαρμόζεται με βάση τη στατιστική **Q**, η οποία ορίζεται ως εξής :

$$Q = n \sum_{j=1}^p r_j^2$$

όπου r_j είναι η j βαθμού δειγματική αυτοσυσχέτιση των τιμών των καταλοίπων.

Όλες οι επιχειρήσεις που χρησιμοποιήθηκαν για την εμπειρική μελέτη ήταν **111** και ήταν εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών. Η δειγματική περίοδος ξεκίναγε την **1/1/1991** έως **31/12/1995**. Επιπλέον το υπόδειγμα της αγοράς υπολογίστηκε με δύο εναλλακτικούς δείκτες έναν χωρίς μερίσματα και ο άλλος με μερίσματα.

Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής δεν έδειξε παραβίαση της υπόθεσης της αυτοσυσχέτισης για όλα τα εξεταζόμενα κριτήρια και για τους δύο εναλλακτικούς δείκτες αφού ο αριθμός των επιχειρήσεων που επέδειξαν αυτοσυσχέτιση ήταν μικρός και συγκεκριμένα **20** από το σύνολο **111** δηλαδή **18%**.

Οι μελέτες για την υπόθεση της αυτοσυσχέτισης συνοψίζονται στον **3.5** Πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.5

ΕΛΕΓΧΟΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ

ΕΡΕΥΝΗΤΗΣ/ΕΣ ΕΤΟΣ	ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΜΠΕΙΡΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ
R.SCHWARTZ & D.WHITCOMB (1977)	26/6/1964-18/6/1968 1,2,3,5,10,20 ημερών στοιχεία για 20 επιχειρήσεις του NYSE	Cochrane-Orcutt	Αυτοσυσχέτιση
R.COPLEY , P.COOLEY & R.ROENFELDT (1984)	1/1926-12/1980 Μηνιαία στοιχεία από τον CRSP	Durbin-Watson	Μη Αυτοσυσχέτιση
G.DIAKOGIANNIS (1993)	1/1969-12/1983 Μηνιαία στοιχεία για 200 μετοχές του LSE	Durbin-Watson	Μη Αυτοσυσχέτιση
Γ.ΚΑΡΑΘΑΝΑΣΗΣ & Κ.ΠΑΤΣΟΣ (1993)	1986-1990 Μηνιαία στοιχεία για 43 μετοχές του ΧΑΑ	Breusch-Godfrey Ljung-Box	Μη Αυτοσυσχέτιση
Ν.ΦΙΛΙΠΠΑΣ & Γ.ΚΑΡΑΘΑΝΑΣΗΣ (1994)	1/1988-12/1991 Μηνιαία στοιχεία για 22 μετοχές του ΧΑΑ	Durbin-Watson Breusch-Godfrey Box-Pierce	Μη Αυτοσυσχέτιση
Ν.ΦΙΛΙΠΠΑΣ (1998)	1/1991-12/1995 Μηνιαία στοιχεία για 111 μετοχές του ΧΑΑ	Durbin-Watson Breusch-Godfrey Box-Pierce	Μη Αυτοσυσχέτιση

3.1.6 ΕΛΕΓΧΟΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗ ΥΠΟ ΣΥΝΘΗΚΗ ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΗ. ΤΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ ARCH .

Υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες η ετεροσκεδαστικότητα μπορεί να εμφανιστεί υπό μορφή αυτοσυσχέτισης, όταν οι τιμές των παρατηρήσεων των μεταβλητών του υποδείγματος προέρχονται από χρονοσειρές. Τη διαπίστωση της ύπαρξης αυτού του φαινομένου ανέφερε αρχικά ο **Engle (1982)**. Παρουσιάζοντας το υπόδειγμα **ARCH** ο ερευνητής έκρινε ότι είναι απαραίτητως μία επέκταση του γραμμικού μοντέλου όταν η υπό συνθήκης διακύμανση του όρου σφάλματος μπορεί να αλλάζει με την πάροδο του χρόνου.

Τα παραδοσιακά οικονομετρικά μοντέλα υποθέτουν μία συνεχή μίας περιόδου μεταβλητή προβλέψεων. Για να γενικεύσουμε αυτήν την αμφιλεγόμενη υπόθεση, εισάγεται μία νέα τάξη στοχαστικών διαδικασιών που καλούνται αυτοπαλινδρομες υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικές (**ARCH**) διαδικασίες. Αυτές είναι ουδέτερου μέσου, σειριακά μη συσχετιζόμενες διαδικασίες με μη σταθερές μεταβλητές υπό συνθήκης στο παρελθόν, αλλά συνεχείς χωρίς περιορισμούς μεταβλητές. Για τέτοιες διαδικασίες, το πρόσφατο παρελθόν δίνει πληροφορίες σχετικά με την μίας περιόδου προβλέψεων μεταβλητή.

Ένα μοντέλο παλινδρόμησης εισάγεται στη συνέχεια με παρεμβολές να ακολουθούν μία **ARCH** διαδικασία. Οι εκτιμητές μεγίστων πιθανοτήτων περιγράφονται και σχηματίζεται μία απλή επανάληψη μεγέθους απόδοσης. Τα κανονικά ελάχιστα τετράγωνα διατηρούν τις ιδιότητες βελτιστοποίησης τους σε αυτήν την αρχική θέση, αλλά οι μέγιστες πιθανότητες είναι περισσότερο αποτελεσματικές. Η σχετική αποτελεσματικότητα υπολογίζεται και μπορεί να είναι απεριόριστη. Για να ελέγξουμε το αν οι παρεμβολές, «ενοχλήσεις», ακολουθούν μία **ARCH** διαδικασία, εφαρμόζεται η διαδικασία του πολλαπλασιαστή του **Lagrange**. Ο έλεγχος βασίζεται απλώς στην αυτοσυσχέτιση των τετραγωνισμένων **OLS** (Ελαχίστων Τετραγώνων) υπολοίπων. Το **ARCH** μοντέλο παλινδρόμησης διαθέτει μία ποικιλία χαρακτηριστικών που το καθιστούν κατάλληλο για οικονομετρικές

εφαρμογές. Οι οικονομετρικοί αναλυτές προβλέψεων έχουν διαπιστώσει ότι η ικανότητά τους να προβλέπουν το μέλλον ποικίλλει από τη μία περίοδο στην άλλη. Ο **McNees** συστήνει ότι, «η έμφυτη αβεβαιότητα η τύχη που σχετίζεται με διαφορετικές περιόδους προβλέψεων δείχνει να ποικίλλει ευρέως με την πάροδο του χρόνου.» Επίσης, παρατηρεί ότι τα «μεγάλα και μικρά σφάλματα τείνουν να προκύπτουν μαζί (σε κοντινές χρονικές περιόδους)». Αυτή η ανάλυση αμέσως συστήνει τη χρησιμότητα του **ARCH** μοντέλου όπου η βασική μεταβλητή προβλέψεων μπορεί να αλλάξει με την πάροδο του χρόνου και προβλέπεται από τα παρελθοντικά σφάλματα προβλέψεων. Τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν από τον **MacNees** δείχνουν επίσης κάποια σειριακή συσχέτιση στις περιπτώσεις μεγάλης διακύμανσης.

Ένα δεύτερο παράδειγμα βρίσκεται στη νομισματική θεωρία και την οικονομική θεωρία. Υπό τις απλούστερες υποθέσεις, τα χαρτοφυλάκια των οικονομικών περιουσιακών στοιχείων συστήνονται ως συνάρτηση των αναμενόμενων μέσων και των διακυμάνσεων των τιμών απόδοσης. Κάθε μεταβολή στη ζήτηση των κεφαλαίων πρέπει να συνδέεται με τις αλλαγές στους αναμενόμενους μέσους και τις διακυμάνσεις του τιμών αποδόσεις. Αν ο μέσος υποτίθεται ότι ακολουθεί μία τυπική απόκλιση του μοντέλου χρονικών σειρών, η διακύμανση περιορίζεται αμέσως ως προς το να είναι συνεχής στην πάροδο του χρόνου. Η χρήση μίας εξωγενούς μεταβλητής για να εξηγηθούν οι αλλαγές στη διακύμανση συχνά δεν είναι απαραίτητη.

Μία τρίτη ερμηνεία είναι ότι το **ARCH** μοντέλο παλινδρόμησης είναι μία προσέγγιση μίας περισσότερο σύνθετης παλινδρόμησης η οποία έχει μη - **ARCH** παρεμβολές. Η **ARCH** συγκεκριμενοποίηση μπορεί στη συνέχεια να σηκώσει την επίδραση των μεταβλητών που παραλήφθηκαν από το εκτιμημένο μοντέλο. Η ύπαρξη ενός **ARCH** φαινομένου θα ερμηνευόταν ως απόδειξη της λανθασμένης τοποθέτησης, είτε με τις παραληφθείσες μεταβλητές είτε μέσω δομικής αλλαγής. Αν αυτό είναι το θέμα, το **ARCH** μπορεί να είναι μία καλύτερη προσέγγιση της πραγματικότητας από τη δημιουργία τυπικών υποθέσεων σχετικά με τις παρεμβολές, αλλά το να

προσπαθήσουμε να βρούμε την παραληφθείσα μεταβλητή ή να αποφασίσουμε τη φύση της δομικής αλλαγής θα ήταν ακόμη καλύτερο.

Το μοντέλο **ARCH** πλησιάζει τα πραγματικά τυχαία υπόλοιπα μετά τη σταθεροποίηση για τις υπό συνθήκες κατανομές τους. Μέσω του μοντέλου **ARCH** επιτυγχάνεται η βελτίωση της απόδοσης ενός μοντέλου ελαχίστων τετραγώνων και η απόκτηση περισσότερο ρεαλιστικών υποθέσεων προβλέψεων.

Τα βήματα που προτάθηκαν από τον **Engle (1982)** για τον έλεγχο των **ARCH** υπολοίπων είναι ως ακολούθως .

- Ø Πρώτον, λαμβάνουμε τα **OLS** (μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων) υπόλοιπα από το υπόδειγμα αγοράς.
- Ø Δεύτερον, παλινδρομούμε τα τετράγωνα των υπολοίπων u_{it} πάνω στη σταθερά c και πάνω στις p χρονικές υστερήσεις τους όπως φαίνεται παρακάτω:

$$U^2_t = c + \alpha_1 u^2_{it-1} + \alpha_2 u^2_{it-2} + \dots + \alpha_p u^2_{it-p}$$

Για να ελέγξουμε την έκταση στην οποία οι ενοχλήσεις, οι παρεκκλίσεις, ακολουθούν μία **ARCH** διαδικασία, ο **Engle (1982)** συστήνει τη χρήση της $t - \text{statistic } nR^2$ (μία απλοποίηση του ελέγχου του πολλαπλασιαστή του **Lagrange**) όπου το R^2 είναι ο τετραγωνισμένος πολλαπλός συντελεστής συσχέτισης, και το n είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων. Αυτή η **statistic** έχει μία ασύμπτωτη χ^2_p κατανομή υπό την υπόθεση, $H_0 = \alpha_i = 0$. Θα αναφέρουμε ενδεικτικά δύο εμπειρικές μελέτες που έχουν πραγματοποιηθεί για τον έλεγχο ύπαρξης ετεροσκεδαστικότητας όπου χρησιμοποιείται το κριτήριο **ARCH** σε διάφορες παραλλαγές του.

Οι **Ν.Φίλιππας και Γ. Καραθανάσης (1994)** εξέτασαν τις 22 πιο εμπορεύσιμες μετοχές εταιρειών οι οποίες είναι εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών για την περίοδο που ξεκινά από τον Ιανουάριο του 1988 έως τα τέλη του Δεκεμβρίου του 1991. Για τον έλεγχο της ύπαρξης αυτοσυσχέτισης

υπό την προϋπόθεση ύπαρξης ετεροσκεδαστικότητας χρησιμοποιήθηκε το κριτήριο **ARCH(1), ARCH(2), ARCH(3), ARCH(4)**.

Τα αποτελέσματα της ερευνάς τους δεν έδειξαν σημαντικές παραβιάσεις της υπόθεσης αυτής. Αναλυτικότερα τα στοιχεία σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας **0,05** έδειξαν ότι στο **ARCH(1)** υπήρξε παραβίαση σε ποσοστό της τάξεως του **9%** και αντίστοιχα του **ARCH(2)** σε ποσοστό **18%**, **ARCH(3)** σε ποσοστό **14%**, και **ARCH(4)** σε ποσοστό **14%**. Όσο αφορά τα στοιχεία σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας **0,01** στο **ARCH(1)** υπήρξε παραβίαση σε ποσοστό της τάξεως του **5%** και αντίστοιχα του **ARCH(2)** σε ποσοστό **5%**, **ARCH(3)** σε ποσοστό **5%**, και **ARCH(4)** σε ποσοστό **0%**.

Ο **Ν.Φίλιππας (1998)** ελέγχοντας την αυτοπαλίνδρομη υπο συνθήκη ετεροσκεδάση στο υπόδειγμα της αγοράς χρησιμοποίησε δείγμα το οποίο περιλάμβανε **111** εταιρείες εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών για την χρονική περίοδο από τις **1/1/91- 31/12/1995**.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν σε στατιστική σημαντικότητα **0,05** δείχνουν ότι μικρός αριθμός εταιρειών-συγκεκριμένα **16** και αντίστοιχα σε ποσοστό **14,41%**-παραβιάζει την υπόθεση αυτή. Τα ίδια αποτελέσματα προκύπτουν όταν χρησιμοποιείται ο δείκτης με ή χωρίς μερίσματα.

Οι μελέτες για την υπόθεση της αυτοσυσχέτισης κατά **ARCH** συνοψίζονται στον **3.6** Πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.6

ΕΛΕΓΧΟΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΚΑΤΑ ARCH

ΕΡΕΥΝΗΤΗΣ/ΕΣ ΕΤΟΣ	ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΜΠΕΙΡΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ
Ν.ΦΙΛΙΠΠΑΣ & Γ.ΚΑΡΑΘΑΝΑΣΗΣ (1994)	1/1988-12/1991 Μηνιαία στοιχεία για 22 μετοχές του ΧΑΑ	ARCH (1) ARCH (2) ARCH (3) ARCH (4)	Μη Αυτοσυσχέτιση κατά ARCH
Ν.ΦΙΛΙΠΠΑΣ (1998)	1/1991-12/1995 Μηνιαία στοιχεία για 111 μετοχές του ΧΑΑ	ARCH (1)	Μη Αυτοσυσχέτιση κατά ARCH

✚ 3.2 ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΕΣ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ

Το υπόδειγμα της αγοράς χρησιμοποιείται για την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου ενός χρεογράφου ή ενός χαρτοφυλακίου. Ο πιο απλός τρόπος προσέγγισης του κινδύνου της αγοράς μέσα σε μια χρηματιστηριακή αγορά γίνεται με τη χρήση του συντελεστή βήτα. Ο συντελεστής **beta** (βήτα) μιας μετοχής όπως έχουμε αναφέρει εκφράζει την ευαισθησία της τιμής της μετοχής σε κάθε μεταβολή του Γενικού Δείκτη Τιμών. Πρέπει να σημειωθεί ότι η εκτίμηση του συντελεστή βήτα θα πρέπει να γίνεται προσεκτικά με τη χρήση κατάλληλων οικονομετρικών τεχνικών.

Ωστόσο έχουν εμφανιστεί αρκετά προβλήματα που σχετίζονται τόσο με τον τρόπο εύρεσης του βήτα, όσο και με την αξιοπιστία του. Σε ότι αφορά τον τρόπο εύρεσης του βήτα, τα κυριότερα προβλήματα που έχουν εμφανιστεί είναι τα εξής :

- 1) Ο χρονικός ορίζοντας (**The time Horizon**) στον οποίο θα υπολογίζεται ο συντελεστής (πέντε χρόνια ή τρία χρόνια κτλ). Πολύ συχνά παρατηρείται το φαινόμενο το βήτα μιας μετοχής να μεταβάλλεται ριζικά όταν μεταβάλλεται η χρονική περίοδος υπολογισμού του.
- 2) Το διάστημα υπολογισμού των αποδόσεων (**The return interval**) δηλαδή το εάν η παλινδρόμηση θα γίνεται με ημερήσιες ή εβδομαδιαίες ή μηνιαίες κτλ τιμές.
- 3) Την επιλογή κατάλληλου χρηματιστηριακού Δείκτη για την εκτίμηση των αποδόσεων του Χαρτοφυλακίου της αγοράς.
- 4) Το πρόβλημα της αδράνειας στις συναλλαγές των μετοχών (**Thin trading**) δηλαδή το πρόβλημα που προκύπτει όταν οι μετοχές δεν εμπορεύονται στο τέλος κάθε εξεταζόμενης περιόδου.

Σε ότι αφορά την αξιοπιστία του συντελεστή βήτα τα κυριότερα προβλήματα που έχουν ανακύψει είναι τα εξής :

- 1) Οι μεγάλες τυπικές αποκλίσεις
- 2) Η χαμηλή συνήθως εμπορευσιμότητα πολλών μετοχών
- 3) Το γεγονός ότι ενώ ο επενδυτής θα έπρεπε να προϋπολογίζει το μελλοντικό βήτα, στην πράξη στηρίζει τις επενδυτικές του επιλογές στο παρελθοντικό βήτα, ελπίζοντας ότι αυτό θα διατηρηθεί σταθερό στο μέλλον
- 4) Κάθε φορά που μεταβάλλεται το αντικείμενο δραστηριότητας ή ο τρόπος λειτουργίας της εταιρείας κτλ. ή το γενικότερο οικονομικό περιβάλλον, τότε αλλάζει αυτόματα και το **beta** της μετοχής
- 5) Το γεγονός ότι το βήτα στην πράξη δεν είναι ο μόνος παράγοντας που επηρεάζει τον κίνδυνο των μετοχών, πράγμα που οδηγεί συχνά σε υπερεκτίμηση ή υποεκτίμηση των πραγματικών δεικτών βήτα.

Τέλος το υπόδειγμα της αγοράς εκτός από την χρησιμοποίηση του ως εργαλείο απλοποίησης του πλήθους των εκτιμητών, μπορεί εύκολα να υπολογίσει τις αναμενόμενες αποδόσεις, τις διακυμάνσεις και τις συνδιακυμάνσεις των αξιογράφων έτσι ώστε να υπολογιστεί το σύνολο των αποδοτικών χαρτοφυλακίων. Ένα χαρτοφυλάκιο είναι αποδοτικό όταν δεν υπάρχει κανένα χαρτοφυλάκιο με την ίδια αναμενόμενη απόδοση, που να έχει μικρότερη τυπική απόκλιση και όταν δεν υπάρχει άλλο χαρτοφυλάκιο με την ίδια ή μικρότερη τυπική απόκλιση, που να έχει μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση.

Στην συνέχεια λοιπόν του κεφαλαίου αυτού θα δούμε αναλυτικότερα τις χρήσεις του υποδείγματος της αγοράς και ειδικότερα τις μεθόδους εκτίμησης του συντελεστή βήτα, τους παράγοντες που επηρεάζουν την μη στασιμότητα του καθώς και τον υπολογισμό του αποδοτικού συνόρου.

3.2.1 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΒΗΤΑ

Ο **W.F Sharpe (1971)** ήταν από τους πρώτους που χρησιμοποίησε μια εναλλακτική μέθοδο εκτίμησης του συντελεστή βήτα μέσω της μέσης απόλυτης απόκλισης (**Mean absolute deviation M.A.D**). Με την μέθοδο αυτή επιτυγχάνεται η μείωση της διασποράς των υπολογιζόμενων τιμών των συντελεστών βήτα δίνοντας λιγότερη βαρύτητα στις ακραίες παρατηρήσεις σε αντίθεση με την κλασική μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (**Least Squares**) η οποία παρουσιάζει πολλά οικονομικά προβλήματα. Η νέα αυτή μέθοδος συντελείται με την ελαχιστοποίηση του μέσου του αθροίσματος των απόλυτων τιμών των σφαλμάτων. Αν η μέθοδος αυτή πετύχει να μειώσει το δειγματικό σφάλμα και αυξήσει την αποτελεσματικότητα του συντελεστή βήτα τότε θα οδηγηθούμε σε μια καλύτερη πρόβλεψη του συντελεστή βήτα η οποία εκμείει περισσότερα στάσιμα βήτα.

Τα δεδομένα τα οποία χρησιμοποίησε ο **W.F Sharpe (1971)** χωρίστηκαν σε δύο κατηγορίες : Η πρώτη περιλαμβάνει αποδόσεις για κάθε μια από τις **30** κοινές μετοχές που χρησιμοποιούνται για να υπολογιστεί ο μέσος **Dow Jones Industrial** και η δεύτερη περιλαμβάνει αποδόσεις για κάθε μια από τις **30 open-end mutual funds**. Οι αποδόσεις υπολογίζονται σε τριμηνιαία βάση ξεκινώντας από το πρώτο τρίμηνο του **1965** έως το πρώτο τρίμηνο του **1970 (21** παρατηρήσεις στο σύνολο). Ο **S&P** δείκτης των **425** κοινών μετοχών χρησιμοποιήθηκε αντιπροσωπεύοντας της αγορά. Και τα μερίσματα και οι αλλαγές των τιμών χρησιμοποιήθηκαν για να προσδιορίσουν τις αποδόσεις του πρώτου τριμήνου του **1965** έως το πρώτο τρίμηνο του **1970**.

Ωστόσο, η μελέτη του **W.F Sharpe (1971)** δεν έδειξε - μεταξύ της μέσης απόλυτης απόκλισης (**Mean absolute deviation M.A.D**) και των ελαχίστων τετραγώνων (**Least Squares**) - να υπερτερεί η μια μέθοδος έναντι της άλλης. Κατέληξε δε σε αυτό το συμπέρασμα μελετώντας απλά και παρουσιάζοντας γραφικά τα αποτελέσματα του αδυνατώντας να χρησιμοποιήσει στατιστικές μεθόδους.

Οι **Cornell Bradford** και **J.Kimball (1978)** όπως και ο **W.F Sharpe (1971)** χρησιμοποίησαν ως μέθοδο εκτίμησης του συντελεστή βήτα την μέση απόλυτη απόκλιση (**Mean absolute deviation M.A.D**). Ο αριθμός των μετοχών που περιλαμβάνονταν στην μελέτη τους ήταν **100** επιλεγμένες μετοχές από τον δείκτη της **Standard & Poor's 500** για την περίοδο που ξεκινά από τον Ιούλιο του **1962** και τελειώνει τον Ιούνιο του **1975**. Συνέλεξαν εβδομαδιαία στοιχεία και σύγκριναν τα αποτελεσματά τους τόσο με την μέθοδο της μέσης τυπικής απόκλισης όσο και με αυτήν των ελαχίστων τετραγώνων (**Least Squares**). Οι **Cornell Bradford** και **J.Kimball (1978)** θεώρησαν ότι το **M.A.D** βήτα ήταν το «πραγματικό» βήτα που υπολογίζεται ως εξής .

$$b_{actual} = a_0 + b_0 b_{estimated} + u$$

Χρησιμοποιώντας **13** βήτα για κάθε μετοχή χρησιμοποίησαν τις εκτιμήσεις τους για να κάνουν προβλέψεις για τα μελλοντικά βήτα.

Τα αποτελέσματά τους από τις παραπάνω μεθόδους κρίθηκαν ανικανοποίητα αφού με την νέα μέθοδο παρατηρήθηκε μεγαλύτερη τυπική απόκλιση (**10** από το σύνολο των **13** περιόδων) από αυτήν των ελαχίστων τετραγώνων. Η σύγκριση των εκτιμήσεων των συντελεστών βήτα των δύο μεθόδων πραγματοποιήθηκε με την χρησιμοποίηση απλής γραμμικής παλινδρόμησης με σκοπό να εξετάσουν την προβλεπτική ικανότητα τους. Στην παλινδρόμηση αυτή εκτιμήθηκε το βήτα με την μέθοδο της μέσης τυπικής απόκλισης ως εξαρτημένη μεταβλητή και ως ανεξάρτητη μεταβλητή με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Και πάλι τα συμπεράσματα τους ήταν απογοητευτικά. Παρατηρήθηκε λοιπόν ότι τα βήτα της **M.A.D** παλινδρόμησης η οποία είναι λιγότερο ευαίσθητη από εκείνη της **LS** απέδειξε ότι έχει μια στοιχειώδη σταθερότητα του βήτα. Στην ουσία αυτή η λεπτομερή μελέτη που διενεργήθηκε απέτυχε στην εύρεση κάποιου κριτηρίου στην οποία τα βήτα που υπολογίζονται με την μέση τυπική απόκλιση να υπερτερούν έναντι των βήτα των ελαχίστων τετραγώνων. Στα συμπεράσματα αυτά καταλήγει και ο **Sargent's (1969)** προτείνοντας την μελέτη του **Monte-Carlo**

όπου για συγκεκριμένα τμήματα σταθερών **paretial** κατανομών η **LS** είναι το ίδιο αποδοτική όσο και η **M.A.D.**

Σε μια έρευνα ο **Barr Rosenberg** μαζί με τον **James Ohlson (1982)** χρησιμοποίησαν στοχαστικούς συντελεστές για την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου.Ειδικότερα εισήγαγαν την έννοια της στοχαστικής παραμέτρου παλινδρόμησης η οποία επιτρέπει τον στατιστικό προσδιορισμό και τον υπολογισμό του βήτα και η οποία είναι τόσο πραγματοποιήσιμη όσο και πρακτική.Η μέθοδος εκτίμησης που χρησιμοποίησαν ήταν αυτή της μέγιστης πιθανοφάνειας (**maximum-likelihood**) ενώ θεώρησαν ότι έμπιστες περιοχές των παραμέτρων μπορούν να ολοκληρωθούν χρησιμοποιώντας μικτές κλασσικές **baysian** πρακτικές.

Τα δεδομένα της εμπειρικής τους μελέτης περιελάμβανε την χρονική περίοδο από τον Ιανουάριο του **1926** έως τον Δεκέμβριο του **1975** χρησιμοποιώντας λογαριθμικές αποδόσεις από τον δείκτη **CRSP**.

Σύμφωνα με τα δεδομένα, η συμπεριφορά του συντελεστή βήτα μπορεί να αποδοθεί σε δύο ακριβής στοχαστικούς παράγοντες.Υπάρχει η τάση των βήτα να συγκλίνουν αργά σε ένα πρότυπο (στάσιμος μέσος) και υπό αυτήν την έννοια είναι ξεκάθαρο ότι το μοντέλο του συντελεστή βήτα θα πρέπει να εμφανίζει κάποιο κατάλληλο είδος μνήμης και αυτό διαφαίνεται από μια αυτοπαλινδρομη διαδικασία πρώτης τάξεως που θα περικλείει την πιθανότητα μια τυχαίας μεταβολής του συντελεστή για κάθε περίοδο.

Οποιοσδήποτε και αν είναι οι οικονομικές αποφάσεις για την στοχαστική συμπεριφορά των παραμέτρων κανείς μπορεί να υποθέσει ότι οι επιδράσεις των παραμέτρων αυτών μπορούν να συλληφθούν από μερικές στοχαστικές μεταβλητές.Με άλλα λόγια κάποιος μπορεί να κατασκευάσει ένα μοντέλο το οποίο να είναι υπολογιστικός πραγματοποιήσιμο και την ίδια στιγμή να μπορεί να συλλάβει οποιαδήποτε μόνιμη και/ή πρόσκαιρη επίδραση η οποία δημιουργείται στις παραμέτρους.

Η δεύτερη τάξης αυτοπαλίνδρομη διαδικασία με παραμέτρους f και f' :

$$b_t = b_0 + fb_{t-1} + f'b_{t-2} + d_t$$

όπου d_t τυχαία μεταβολή σειριακά ανεξάρτητη με μέσο μηδέν σε όλες τις περιόδους και διακύμανση Q . Το μοντέλο αυτό μπορεί να ξαναγραφτεί λαμβάνοντας υπόψιν ότι $f + f' < 1$, $f' - f < 1$ και $|f| < 1$, ως εξής :

$$b_t = \bar{b} + f(b_{t-1} - \bar{b}) + f'(b_{t-2} - \bar{b}) + d_t$$

όπου $\bar{b} = b_0 / (1 - f - f')$. Όταν $b_0 = f' = 0$ και $f = 1$ τότε το μοντέλο παράγει τυχαίο περίπατο (**random walk**) και θα έχουμε :

$$b_t = b_{t-1} + d_t$$

Οι **Καραθανάσης και Φίλιππας** επισήμαναν τα προβλήματα που παρουσιάζονται κατά την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου κοινών μετοχών σύμφωνα με το υπόδειγμα της αγοράς. Και αυτό διότι η εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου απαιτεί όπως ο στοχαστικός όρος του υποδείγματος να πληρεί τις υποθέσεις του κλασσικού γραμμικού υποδείγματος. Η παραβίαση των υποθέσεων αυτών μπορεί να οδηγήσει σε αναξιόπιστες τιμές του συστηματικού κινδύνου. Στην συνέχεια έδωσαν ιδιαίτερη έμφαση στις μετοχές οι οποίες εμπορεύονται κάτω από καταστάσεις αδράνειας (**thin trading problem**) διότι οδηγούν σε μεροληπτικές και ασυνεπείς εκτιμήσεις και πρότειναν ως κατάλληλη μέθοδο εκτίμησης εκείνη του **Dimson (1979)**.

Ειδικότερα ο **Dimson** προτείνει την εκτίμηση του παρακάτω υποδείγματος :

$$R_t = a + \sum_{k=-m}^m b_k M_{t+k} + W_t$$

R_t η απόδοση του χρεογράφου κατά την περίοδο t

M_t η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς με κατάλληλες χρονικές προηγήσεις (**leads**) και υστερήσεις (**lags**).

a σταθερά

W_t τυχαίος στοχαστικός όρος ο οποίος υποθέτουμε ότι πληρεί τις υποθέσεις του γραμμικού υποδείγματος. Ο εκτιμητής του συστηματικού κινδύνου κατά τον **Dimson** ορίζεται ως το άθροισμα των συντελεστών παλινδρόμησης :

$$b_p = \sum_{k=-m}^m b_k$$

Ο εκτιμητής του **Dimson** αποτελεί γενίκευση του εκτιμητή του υποδείγματος της αγοράς (Είναι το ίδιο για $m=0$).

Στην εμπειρική μελέτη τους οι δύο ερευνητές χρησιμοποίησαν μηνιαίες αποδόσεις για μια περίοδο 5 ετών (Ιανουάριος 1984-Δεκέμβριος 1988) για 40 εταιρείες εισηγμένες στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών. Από τις 40 εταιρείες οι 21 είχαν καλύτερη προσαρμογή σύμφωνα με το υπόδειγμα **Dimson**. Από τις 21 εταιρείες όπου $k \neq 0$ οι 19 περιλαμβάνουν την απόδοση της αγοράς με χρονική υστέρηση γεγονός που αποκαλύπτει την σημαντικότητα της μεταβλητής αυτής. Ενώ οι 6 εκ αυτών έχουν στατιστικά σημαντικούς συντελεστές στις προηγήσεις (**leaders**) των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Ένα άλλο σημαντικό σημείο που προκύπτει από τα εμπειρικά αποτελέσματα είναι οι υψηλές τιμές του R^2 που παρουσιάζουν οι εμπορικές τράπεζες σε σύγκριση με τις τράπεζες των βιομηχανικών και εμπορικών εταιρειών.

Οι Καραθανάσης και Φίλιππας θεωρούν ότι η σωστή εκτίμηση του συντελεστή βήτα των χρεογράφων είναι επιβεβλημένη χρησιμεύοντας τόσο στον προσδιορισμό της απόδοσης που απαιτεί η αγορά από τα διάφορα χρεώγραφα που διακινούνται σε αυτή όσο και στον προσδιορισμό του κόστους κεφαλαίου για αξιολόγηση των επενδύσεων. Τέλος, επισήμαναν ότι οι ιστορικοί συντελεστές των βήτα αποτελούν ικανοποιητικές προσεγγίσεις των μελλοντικών τιμών τους καθώς επίσης θα πρέπει να προσαρμόζονται για την αναστροφή της τάσης τους να τείνουν στην μονάδα.

Μια άλλη μέθοδος εκτίμησης του συντελεστή βήτα είναι το επαυξημένο Υπόδειγμα της Αγοράς (**Augmented market model**) το οποίο χρησιμοποιήθηκε από τους **G.W.Schewert και P.J Seguin (1990)**. Το μοντέλο τους έχει την παρακάτω μορφή :

$$R_{it} = a_i + b_{it}R_{mt} + e_{it}$$

και αντικαθιστώντας όπου $b_{it} = b_i + \frac{d_i}{S_{mt}^2}$ τότε η παραπάνω σχέση θα πάρει την

μορφή
$$R_{it} = a_i + b_{it}R_{mt} + R_{mt} \frac{d_i}{S_{mt}^2} + e_{it}.$$

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων υπολογίζει τον συντελεστή d_i . Όταν ο συντελεστής αυτός είναι θετικός αυτό σημαίνει ότι ο συστηματικός κίνδυνος της συγκεκριμένης μετοχής ή του χαρτοφυλακίου μεταβάλλεται αντίστροφα σε σχέση με την μεταβλητικότητα (**Volatility**) της αγοράς υπολογισμένη μέσω ενός μοντέλου **GARCH** για μεγάλες επιχειρήσεις χαρτοφυλακίου. Αντίθετα όταν ο συντελεστής είναι αρνητικός τότε ο συστηματικός κίνδυνος σχετίζεται θετικά με την μεταβλητικότητα της αγοράς και αναφέρεται σε μικρές επιχειρήσεις χαρτοφυλακίου.

Οι **Schewert και Seguin (1990)** χρησιμοποίησαν το επαυξημένο υπόδειγμα της αγοράς που βασίζεται στην υπόθεση της

ετεροσκεδαστικότητας των καταλοίπων των αποδόσεων της αγοράς και ενσωματώνοντας την μεταβλητικότητα του χρηματιστηριακού δείκτη ως μια επιπρόσθετη ανεξάρτητη μεταβλητή του υποδείγματος της αγοράς. Για την ερευνά τους χρησιμοποιούν καθημερινές αποδόσεις από τον γνωστό δείκτη **Standard & Poor's 500** την χρονική περίοδο **1928-1986** για να μετρήσουν συνολικά την μεταβλητικότητα των μηνιαίων αποδόσεων των μετοχών.

Αξιοσημείωτο είναι το άρθρο του **Γ. Διακογιάννη (1994)** που εξετάζει την ικανότητα πρόβλεψης των συντελεστών συστηματικού κινδύνου καθώς και να αποφασίσει πότε οι προβλέψεις των συντελεστών συστηματικού κινδύνου μπορούν να αποδειχθούν εξετάζοντας τους ακόλουθους τρεις εναλλακτικούς τρόπους εξομαλύνσεως :

Ø Μέθοδος ακανόνιστης πρόβλεψης

Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή οι συντελεστές του συστηματικού κινδύνου για κάθε χρεόγραφο ή χαρτοφυλάκιο υπολογίζονται εφαρμόζοντας τη γνωστή μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων πάνω στην πρώτη και την δεύτερη υποπερίοδο του δείγματος. Για να προβλεφθούν οι τιμές των συστηματικών κινδύνων για τις υποπεριόδους δυο και τρία αντίστοιχα χρησιμοποιούνται οι εκτιμώμενοι συστηματικοί κίνδυνοι των υποπεριόδων.

Ø Blume (1975)

Στην μέθοδο αυτή αρχικά υπολογίζονται οι συστηματικοί κίνδυνοι για κάθε χρεόγραφο ή χαρτοφυλάκιο και έπειτα εφαρμόζεται η ακόλουθη διατμηματική παλινδρόμηση :

$$\beta_{ie,2} = q_1 + q_2 \beta_{ie,1} + \varepsilon_t$$

Οι εκτιμώμενοι συντελεστές της παλινδρόμησης q_1 και q_2 χρησιμοποιούνται για να παράγουν τον προβλεπόμενο συστηματικό κίνδυνο για την τρίτη υποπερίοδο ως ακολούθως :

$$b_{ip,3} = q_1 + q_2 b_{ie,2}$$

Ø Bayesian τεχνική (1973)

Η μέθοδος αυτή προτάθηκε από τον **Vasicek (1973)** και προβλέπει το συστηματικό κίνδυνο χρησιμοποιώντας τον τύπο :

$$b_{ip,t} = \frac{(\bar{b}_{e,t-1} / S_{e,t-1}^2) + (b_{ie,t-1} / S_{ie,t-1}^2)}{(1 / S_{e,t-1}^2) + (1 / S_{ie,t-1}^2)}$$

όπου $b_{ie,t-1}$ ο συντελεστής συστηματικού κινδύνου χρεογράφου ή χαρτοφυλακίου i υπολογιζόμενο χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα της αγοράς και την υποπερίοδο $t-1$

$S_{ie,t-1}$ το τυπικό σφάλμα του $b_{ie,t-1}$

$\bar{b}_{e,t-1}$ οι εκτιμώμενοι μέσοι όροι του διατμηματικού συστηματικού κινδύνου στην περίοδο $t-1$

$S_{e,t-1}$ οι εκτιμώμενες τυπικές αποκλίσεις του συστηματικού κινδύνου στην περίοδο $t-1$.

Ø Lynch,Pierce,Fenner και Smith

Η μεσιτική εταιρεία των **Merill Lynce,Pierce,Fenner**, και **Smith** χρησιμοποίησε την μέθοδο που προβλέπει τον συστηματικό κίνδυνο εφαρμόζοντας τον τύπο :

$$b_{ip,3} = 1 + k_{12}(b_{ie,2} - 1)$$

όπου k_{12} η κλίση της παλινδρόμησης ανάμεσα στο εκτιμώμενο συστηματικό κίνδυνο πάνω στην πρώτη και στη δεύτερη υποπερίοδο.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι για τις μεθόδους **Blume** και **MLPFS** χρειάζονται 3 συνεχείς υποπερίοδοι ενώ οι τεχνικές της ακανόνιστης πρόβλεψης και της **Bayesian** απαιτούν δυο συνεχείς υποπεριόδους. Η σταθερότητα του συστηματικού κινδύνου ενός χρεογράφου ή χαρτοφυλακίου εκτιμάται συγκρίνοντας τους προβλεπόμενους συστηματικούς κινδύνους κάθε μεθόδου με τους υπολογιζόμενους συστηματικούς κινδύνους που έχουν

εμφανιστεί μέσα στην εξεταζόμενη υποπερίοδο. (Οι τελευταίοι συστηματικοί κίνδυνοι υπολογίζονται χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα της αγοράς).

Η μελέτη χρησιμοποιεί δεδομένα από τη Βάση Δεδομένων Μετοχικής Αξίας του Λονδίνου (**LSPD**) το οποίο περιέχει μηνιαίες ημερολογιακές καταχωρήσεις εισπράξεων μιας πλειοψηφίας κοινών μετοχών οι οποίες έχουν συναλλαχθεί στο Χρηματιστήριο Αξιών του Λονδίνου από το Ιανουάριο του **1955**. Το δείγμα που χρησιμοποιείται περιέχει τις **200** εταιρείες ενώ η δειγματική περίοδος που χρησιμοποιήθηκε χωρίστηκε σε τρεις διαδοχικές υποπεριόδους ίδιου μήκους εξήντα μηνών η κάθε μια (**1/69-12/73, 1/74-12/78**, και **1/79-12/83**).

Γνωρίζοντας ότι ο συστηματικός κίνδυνος για κάθε αξιόγραφο ή χαρτοφυλάκιο στο δείγμα εκτιμάται από το υπόδειγμα της αγοράς, η ικανότητα πρόβλεψης του συστηματικού κινδύνου πραγματοποιείται με βάση του Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (**MSE**) ανάμεσα στον εκτιμώμενο και τον προβλεπόμενο συστηματικό κίνδυνο.

Τα αποτελέσματα αυτής της έρευνας έδειξε ότι οι εκτιμήσεις του συστηματικού κινδύνου του ατομικού χρεογράφου μιας περιόδου δεν είναι καλοί προφήτες του αντίστοιχου συστηματικού κινδύνου της επόμενης περιόδου. Επιπλέον οι συστηματικοί κίνδυνοι του χαρτοφυλακίου που εκτιμούνται σε μια περίοδο είναι σχετικά προβλέψιμοι χρησιμοποιώντας τον αντίστοιχο συστηματικό κίνδυνο της προηγούμενης περιόδου. Οι προβλέψεις του συστηματικού κινδύνου μπορούν γενικά να βελτιωθούν όταν οι τεχνικές εξομάλυνσης του συστηματικού κινδύνου χρησιμοποιούνται και στην περίπτωση των χαρτοφυλακίων με επιπρόσθετη ανάπτυξη αυξάνοντας το μέγεθος του χαρτοφυλακίου. Πρόσθετη απόδειξη επιβεβαιώνει ότι αυτές οι τεχνικές εξομάλυνσης του συστηματικού κινδύνου είναι πολύ αποτελεσματικές στην μείωση των λαθών πρόβλεψης που σχετίζονται με τους υψηλότερους ή χαμηλότερους συστηματικούς κινδύνους χρεωγράφων ,αλλά είναι λιγότερο αποτελεσματικοί για τους συστηματικούς κινδύνους που είναι κοντά στο μέσο του καθενός.

Οι **Brooks,Faff και Mc Kenzie (1998)** χρησιμοποίησαν τρεις διαφορετικές μεθόδους εκτίμησης του συντελεστή βήτα. Το δείγμα τους περιελάμβανε μηνιαίες αποδόσεις 24 κλαδικών χαρτοφυλακίων του Χρηματιστηρίου της Αυστραλίας. Η δειγματική περίοδος που πραγματοποιήθηκε η μελέτη τους εκτείνεται από τον Ιανουάριο του 1974 έως τον Μάρτιο του 1996. Ως δείκτης, χρησιμοποιήθηκε ο σταθμισμένος με βάση την χρηματιστηριακή αξία εγχώριος χρηματιστηριακός δείκτης. Οι τρεις εναλλακτικές μεθοδολογίες που πραγματοποιήθηκαν για τον υπολογισμό του συντελεστή βήτα ήταν οι εξής :

- ∅ Ο υπολογισμός του συντελεστή βήτα πραγματοποιείται με βάση το υπόδειγμα της αγοράς χρησιμοποιώντας ένα υπόδειγμα **M-Garch** .
- ∅ Ο υπολογισμός του συντελεστή βήτα πραγματοποιείται με βάση το επαυξημένο υπόδειγμα της αγοράς όπως αυτό αναλύθηκε σε προηγούμενη εμπειρική έρευνα των **G.W.Schewert και P.J Seguin (1990)**.
- ∅ Ο υπολογισμός του συντελεστή βήτα πραγματοποιείται με βάση ενός **state space** και φίλτρου του **Kalman**.

Πραγματοποιώντας και τις τρεις μεθόδους εκτίμησης του μεταβαλλόμενου συντελεστή βήτα οι ερευνητές τους αξιολόγησαν με βάση το μέσο απόλυτο τυπικό σφάλμα (**MSE**) και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα.

Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης αυτής επέδειξαν ότι η τελευταία μέθοδος του φίλτρου **Kalman** παράγει τα πιο ακριβή αποτελέσματα στην εκτίμηση του συντελεστή βήτα.

Οι μέθοδοι εκτίμησης του συντελεστή βήτα συνοψίζονται στον **3.7 Πίνακα**.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.7

ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΒΗΤΑ

ΕΡΕΥΝΗΤΗΣ/ΕΣ ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ	ΣΚΟΠΟΣ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ/ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ
W.SHARP 1965-1970	Παρουσίαση της MAD μεθόδου	Μέση Τυπική Απόκλιση/ Τριμηνιαίες αποδόσεις για κάθε μια από τις 30 κοινές μετοχές που χρησιμοποιούνται για να υπολογιστεί ο μέσος Dow Jones Industrial και αποδόσεις για κάθε από μια από τις 30 open-end mutual fund	Δεν υπερτερεί καμία μέθοδος έναντι της άλλης (MAD-LS)
C.BRADFORD& J.KIMBALL 7/1962-6/1975	Αν η μέθοδος MAD είναι ικανή για την εκτίμηση του συντελεστή βήτα	Μέση Τυπική Απόκλιση/ Εβδομαδιαία στοιχεία για 100 μετοχές του S&P500	Η σύγκριση Μέσης Απόλυτης Απόκλισης, με αυτή της μέσης τυπικής απόκλισης και ελαχίστων τετραγώνων έδωσε ανικανοποίητα αποτελέσματα
B.ROSENBERG& J.OHLSON 1/1926-12/1975	Να παρουσιάσουν μια στοχαστική παραμετρική παλινδρόμηση	Μοντέλο με στοχαστικούς συντελεστές (Μέγιστη Πιθανοφάνεια)/ Χρησιμοποιήθηκαν Μηνιαίες Λογαριθμικές Αποδόσεις CRSP	Η συμπεριφορά του συντελεστή βήτα μπορεί να αποδοθεί σε δυο ακριβής στοχαστικούς παράγοντες
Γ.ΚΑΡΑΘΑΝΑΣΗΣ Γ& Ν.ΦΙΛΙΠΠΑΣ. 1/1984-12/1988	Επισημάνση βασικών προβλημάτων που παρουσιάζονται κατά την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου σύμφωνα με το υπόδειγμα της αγοράς	DIMSON / Μηνιαίες αποδόσεις 40 εταιρειών εισηγμένων στο ΧΑΑ	Η εκτίμηση του συντελεστή βήτα χρησιμεύει τόσο στον προσδιορισμό της απόδοσης όσο και στον προσδιορισμό του κόστους κεφαλαίου

ΣΥΝΕΧΕΙΑ			
ΕΡΕΥΝΗΤΗΣ/ΕΣ ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ	ΣΚΟΠΟΣ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ/ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ
ΔΙΑΚΟΠΙΑΝΝΗΣ Γ. 1/1969-12/1983	Η εξέταση της ικανότητας πρόβλεψης των συντελεστών του συστηματικού κινδύνου	Το υπόδειγμα της αγοράς/ Μηνιαίες Βάσει Δεδομένων 200 εταιρειών του LSE .	Οι εκτιμήσεις του συστηματικού κινδύνου του ατομικού χρεογράφου μιας περιόδου δεν είναι καλοί προφήτες του συστηματικού κινδύνου της επόμενης περιόδου ενώ οι συστηματικοί κίνδυνοι του χαρτοφυλάκιου σε μια περίοδο είναι προβλέψιμοι χρησιμοποιώντας τον αντίστοιχο συστηματικό κίνδυνο της προηγούμενης περιόδου
G.SCHEWERT & P.SEGUIN 1928-1986	Εξέταση της σχέσης της μεταβλητικότητας και της διακύμανσης σε μηνιαίες αποδόσεις και επίδραση του χαρτοφυλάκιου ετεροσκεδαστικότητας σε κοινά εμπειρικά τέστ	Επαυξημένο υπόδειγμα της αγοράς Μηνιαίες αποδόσεις του S&P 500	Η ετεροσκεδαστικότητα του στοχαστικού όρου μπορεί να προκαλέσει σοβαρά προβλήματα στην εκτίμηση του συντελεστή βήτα
BROOKS, FAFF & MCKENZIE 1/1974-3/1996	Αξιολόγηση διαφορετικών μεθόδων εκτίμησης του συντελεστή βήτα	Υπόδειγμα της αγοράς, Επαυξημένο Υπόδειγμα της αγοράς, Kalman / Μηνιαία στοιχεία από 24 κλαδικά χαρτοφυλάκια του Χρηματιστηρίου της Αυστραλίας	Οι πιο ακριβείς μετρήσεις του συντελεστή βήτα επιτυγχάνονται με την μέθοδο Kalman

3.2.2 ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΠΟΥ ΕΠΗΡΕΑΖΟΥΝ ΤΗΝ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗ ΑΣΤΑΘΕΙΑ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΒΗΤΑ

Κάποιες από τις έρευνες που έχουν γίνει για να διευκρινιστούν οι παράγοντες που επηρεάζουν την μη στασιμότητα του συντελεστή βήτα είναι και οι παρακάτω :

Ο **Ronald W. Melicher (1974)** για να ερευνήσει την σχέση μεταξύ του συντελεστή βήτα μεμονωμένων μετοχών και των οικονομικών μεταβλητών για εταιρείες ηλεκτρικής ενέργειας χρησιμοποίησε την μέθοδο της ανάλυσης παραγόντων. Για την μελέτη του βασίστηκε σε **28** διαφορετικές οικονομικές μεταβλητές για τις **84** εταιρείες όπου οι **26** βασίστηκαν σε ετήσια δεδομένα μιας πενταετίας **1967-1971**. Οι παράγοντες που ανακάλυψε εξηγούσαν το **85%** του συστηματικού κινδύνου των εταιρειών και ήταν οι εξής :

- 1) Χρηματοοικονομική μόχλευση
- 2) Μέγεθος
- 3) Τάση και σταθερότητα εσόδων
- 4) Λειτουργική αποτελεσματικότητα
- 5) Χρηματοοικονομική πολιτική
- 6) Απόδοση Επένδυσης
- 7) Αγοραία δραστηριότητα

Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής έδειξαν μια σημαντική θετική σχέση μεταξύ του συντελεστή βήτα και του μεγέθους της εταιρείας. Επιπλέον υπάρχει μια σημαντική μη γραμμική σχέση μεταξύ του εκτιμώμενου συντελεστή βήτα και του βαθμού χρηματοοικονομικής μόχλευσης.

Η έρευνα επίσης έδειξε ότι οι εκτιμώμενοι συντελεστές βήτα συσχετίζονται θετικά και σημαντικά με την απόδοση των ιδίων κεφαλαίων και την αγοραία δραστηριότητα της κοινής μετοχής ενώ αντίστοιχα υπάρχει μια σημαντικά αρνητική συσχέτιση μεταξύ του εκτιμημένου συντελεστή βήτα και της μερισματικής πολιτικής η οποία αντανακλά την τάση των κερδών και την σταθερότητα των εταιρειών.

Οι **John S. Bilderssee και Gordon S. Roberts (1974)** συμπέραναν ότι μια συστηματική μετατόπιση των επιτοκίων θα προκαλέσει μια συστηματική μετατόπιση του συντελεστή βήτα κατά την διάρκεια των περιόδων. Η ανάλυσή τους βασίστηκε σε προηγούμενη μελέτη των **Lanstein και Sharpe (1978)** για την περίοδο μεταξύ **1972-1977** περιέχοντας χρεόγραφα διάρκειας **12-80** ετών. Η ανάλυση των **John S. Bilderssee και Gordon S. Roberts (1974)** πρόσθεσε στην παραπάνω έρευνα κάποια στοιχεία για τα βήτα και την τάση παλινδρόμησης τους. Ειδικότερα, τα βήτα που υπολογίζονται σε περιόδους όπου τα επιτόκια αλλάζουν θα ποικίλουν συστηματικά με βάση την αξία που είναι σχετική με την αγορά και το υπόδειγμα των επιτοκιακών μεταβολών. Αν για παράδειγμα το b_i είναι τυπικά μικρότερο του ενός για ένα χρεόγραφο με διάρκεια μικρότερη από την διάρκεια της αγοράς τότε οι επιτοκιακές μεταβολές θα αυξάνουν με την αύξηση των βήτα ενώ αντίθετα θα μειώνονται όταν οι τιμές των βήτα πέφτουν.

Οι **C.B. Barry και R.L. Wikler (1976)** χρησιμοποίησαν την μέθοδο **bayes** για την προσαρμογή των ιστορικών συντελεστών βήτα στην πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών των μετοχών. Επιπλέον υποστήριξαν ότι η αστάθεια του συντελεστή βήτα μπορεί να οφείλεται στα χαρακτηριστικά των επιχειρήσεων όπως είναι η κεφαλαιακή διάρθρωση, η πολιτική των πωλήσεων, στρατηγική παραγωγής, μάνατζμεντ όπως και το γενικότερο οικονομικό περιβάλλον στο οποίο η επιχείρηση λειτουργεί. (Π.χ απόψεις για το σύνολο της οικονομίας και τα χαρακτηριστικά των ανταγωνιστών, προμηθευτές, και πελάτες της επιχείρησης). Καθώς τα χαρακτηριστικά μιας επιχείρησης και το οικονομικό περιβάλλον μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια του χρόνου τα προβλεπόμενα κέρδη της επιχείρησης αλλάζουν και η αξία του χαρτοφυλακίου της επιχείρησης από την αγορά μετοχών μπορεί να επηρεαστεί.

Στην βραχυχρόνια περίοδο η επίδραση της αστάθειας του βήτα είναι να δημιουργήσει ένα ριψοκίνδυνο αξιόγραφο λιγότερο ελκυστικό. Αυτό γίνεται διότι ο κεντρικός επηρεασμός της μη στασιμότητας είναι να αυξάνει

την διαφορά της απόδοσης από το ριψοκίνδυνο αξιόγραφο αφήνοντας παράλληλα την αναμενόμενη απόδοση ανεπηρέαστη.

Στην μακροχρόνια περίοδο η επίδραση της αστάθειας του βήτα είναι να δημιουργήσει ένα ριψοκίνδυνο αξιόγραφο στο οποίο ένας αδιάφορος επενδυτής είναι απaráλλακτος από μια μακροχρόνια επίδραση στην περίπτωση μιας γραμμικής ωφέλιμης κατάστασης. Τέλος, ο ερευνητής υποστήριξε ότι η αναθεώρηση του χαρτοφυλακίου μπορεί να είναι ιδανική αφού ο επενδυτής πιστεύει ότι η εκτίμηση του ριψοκίνδυνου χρεογράφου μπορεί να συνεχίζει να αλλάζει εξαρτημένο από το πως ο επενδυτής συνεχίζει να ακολουθεί το χρεόγραφο αυτό. Γενικότερα για την μη στασιμότητα οι ερευνητές θεωρούν ότι αυτή επιδρά στις αποφάσεις του χαρτοφυλακίου και στην λειτουργία της κεφαλαιακής αγοράς.

Οι **Frank J. Fabozzi και Jack Clark Francis** το **(1979)** διεξήγαγαν μια έρευνα σύμφωνα με την οποία μελέτησαν κατά πόσο και εάν το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα είναι ισχυρό ή εάν το άλφα και το βήτα του υπόκειται σε επιρροές που στηρίζονται σε μακροοικονομικές αλλαγές. Τα δεδομένα που χρησιμοποίησαν ήταν **694** μετοχές εισηγμένες στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης για την χρονική περίοδο που ξεκίναγε τον Δεκέμβριο του **1965** έως τον Δεκέμβριο του **1971**. Το συνολικό δείγμα των έξι αυτών ετών χωρίστηκε σε δυο υποσύνολα κατά επτά διαφορετικούς τρόπους. Χρησιμοποιήθηκαν εναλλακτικά το **F-test** και το **T-test**.

Τα αποτελέσματα των δύο ερευνητών έδειξαν ότι τα άλφα και βήτα και γενικότερα το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα της αγοράς τείνουν να επιδεικνύουν σημαντικές στατιστικές αλλαγές πιο συχνά από ότι η θεωρία υποδεικνύει κατά τη διάρκεια της περιόδου άνθησης-ύφεσης της αγοράς που μελετάται. Εκτός από την ύφεση που παρατηρείται το **1967**, όλες οι υπόλοιπες περιοδοί δεν παρουσιάζουν περισσότερες αλλαγές στις παραμέτρους από το αναμενόμενο του μονοπαραγοντικού υποδείγματος της αγοράς. Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής υποστηρίζουν την υπόθεση ότι το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα της αγοράς επηρεάζεται από τις

μακροοικονομικές συνθήκες. Συνεπώς , η αστάθεια του βήτα που παρατηρείται από πολλούς ερευνητές φαίνεται να καταλήγει τουλάχιστον εν μέρει σε αλλαγές που συνδέονται με τα οικονομικά του επιχειρηματικού κύκλου.

Συνάγεται επομένως το συμπέρασμα ότι υπάρχει μια σημαντική τάση για αλλαγή σε περιόδους ύφεσης ή άνθησης του επιχειρηματικού κύκλου. Οι στατιστικές τους επιβεβαιώνουν το συμπέρασμα ότι αλλαγές σε μακροοικονομικούς παράγοντες σηματοδοτούν σημαντικές αλλαγές στις στατιστικές του μονοπαραγοντικού υποδείγματος της αγοράς.

Οι Alexander A. Robichek και Richard A. Cohn (1981) διεξήγαγαν μια έρευνα βάση της οποίας ένας μικρός αλλά στατιστικά σημαντικός αριθμός επιχειρήσεων εμφανίζεται να έχει επιδείξει επίπεδα συστηματικού κινδύνου που ποικίλουν σαν λειτουργίες μακροοικονομικών μεταβλητών δηλαδή τα βήτα εξαρτώνται από τις μακροοικονομικές κινήσεις.

Οι ερευνητές θέτοντας τους βασικούς στόχους της νομισματικής και οικονομικής πολιτικής (σταθερή πορεία ανάπτυξης , ο χαμηλός πληθωρισμός , η υψηλή απασχόληση κτλ.) και τις προσπάθειες της κυβέρνησης να αντιμετωπίσουν κάθε έναν από αυτούς τους στόχους διαπίστωσαν ότι κάτι τέτοιο θα έχει διαφορετική επίδραση στον κίνδυνο των επιχειρήσεων. Στην συγκεκριμένη εμπειρική τους μελέτη αναλύεται ο βαθμός σταθερής ανάπτυξης και ο βαθμός του πληθωρισμού. Συγκεκριμένα υποθέτουν ότι η κυβερνητική πολιτική εμπιστεύεται σε έναν δοσμένο μήνα ότι εξαρτάται μόνο από το πότε η πραγματική άνοδος και ο πληθωρισμός είναι υψηλότερα ή χαμηλότερα από ένα αποδεκτό επίπεδο. Το δείγμα τους περιλαμβάνει **814** επιχειρήσεις που εξετάζονται για μια περίοδο **90** μηνών από τον Ιανουάριο του **1963** έως τον Ιούνιο του **1970** και τα δεδομένα των συνολικών τους αποδόσεων μπορεί να έχουν αποκτηθεί από το Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης. Τα τέστ που πραγματοποιήθηκαν χωρίστηκαν σε δύο στάδια. Η πρώτη εξίσωση παλινδρόμησης που υπολογίστηκε για κάθε επιχείρηση είχε την εξής μορφή :

$$R_{i,t} = a_0 + a_1 D_2 + a_2 D_3 + a_3 D_4 + B_i R_{m,t} + e_t$$

όπου $R_{i,t}$ η απόδοση (της τιμής της αλλαγής συν το μέρισμα διαιρεμένο από αρχική τιμή) των μετοχών της επιχείρησης i το μήνα t .

$R_{m,t}$ η απόδοση του δείκτη της αγοράς την περίοδο t .

Η δεύτερη εξίσωση που χρησιμοποιείται έχει την εξής μορφή :

$$R_{i,t} = a_0 + a_1 D_2 + a_2 D_3 + a_3 D_4 + B_0 R_{m,t} + B_1 D_2 R_{m,t} + B_2 D_3 R_{m,t} + B_3 D_4 R_{m,t} + e_t$$

Εκείνο που εξετάζεται στην ανάλυση της διακύμανσης είναι τότε

$$B_1 = B_2 = B_3 = 0$$

Αρχικά παρουσιάζεται μια δυναμική έλλειψη ως προς των αριθμό των παρατηρήσεων κάθε εταιρείας και για κάθε τύπο οικονομικού περιβάλλοντος.

Επιπλέον η εμπειρική αυτή μελέτη συμπεριφέρεται στους συντελεστές βήτα σαν σταθερές μεταβλητές. Μια τέτοια υπόθεση μπορεί να μην ισχύει γιατί κάποιος ενδεχομένως να περιμένει τα βήτα να ποικίλουν συνεχώς σαν μια λειτουργία αλλαγών των μακροοικονομικών μεταβλητών. Τα τέστ που πραγματοποιήθηκαν έχουν λάβει υπόψιν τους την σχέση μεταξύ των βήτα δύο μόνο μακρομεταβλητών. Άλλες μακρομεταβλητές σαν την προσφορά χρήματος, ισολογισμός πληρωμών κτλ μπορούν επίσης να επηρεάσουν την σχέση μεταξύ των αποδόσεων μεμονωμένων μετοχών και των αποδόσεων της αγοράς.

Τέλος τα αποτελέσματα επιδεικνύουν ότι για ορισμένες επιχειρήσεις, ο συστηματικός κίνδυνος των μετοχών τους έχει σχέση με τις αλλαγές στο μακροοικονομικό περιβάλλον.

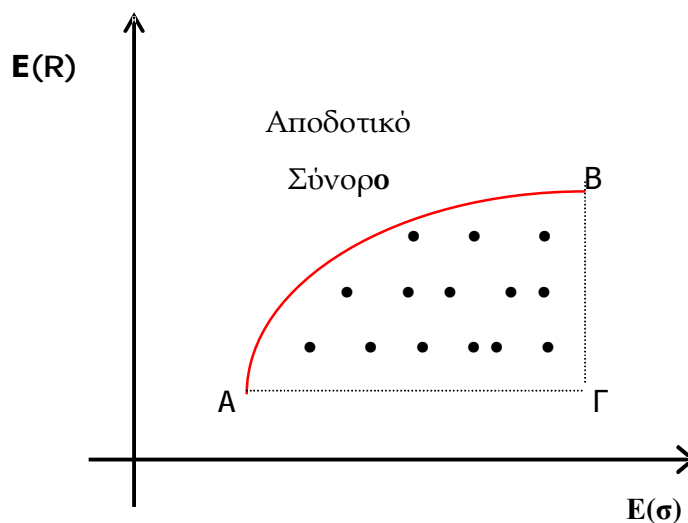
ΠΙΝΑΚΑΣ 3.8
ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΠΟΥ ΕΠΗΡΕΑΖΟΥΝ ΤΗΝ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗ ΑΣΤΑΘΕΙΑ
ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΒΗΤΑ

ΕΡΕΥΝΗΤΗΣ/ΕΣ ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ	ΣΚΟΠΟΣ	ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ/ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ
R.MELICHER 1967-1971	Έρευνα της σχέσης μεταξύ του συντελεστή βήτα και των οικονομικών μεταβλητών για εταιρείες ηλεκτρικής ενέργειας	Μέθοδος ανάλυσης παραγόντων χρησιμοποιώντας 28 διαφορετικές οικονομικές μεταβλητές για τις 84 εταιρείες όπου οι 26 βασίστηκαν σε ετήσια δεδομένα	Ο συντελεστής βήτα επηρεάζεται από την χρηματοοικονομική μόχλευση, το μέγεθος της επιχείρησης, την τάση και την σταθερότητα του εσόδων, την λειτουργική αποτελεσματικότητα, την χρηματοοικονομική πολιτική, την απόδοση της επένδυσης και την αγοραία δραστηριότητα.
J.BILDERSEE& G.ROBERTS 1972-1977	Έρευνα του επηρεασμού του συντελεστή βήτα από επιτοκιακές μεταβολές	Livingstone's formulation χρησιμοποιώντας χρεόγραφα 18-20 ετών	Ο συντελεστής βήτα επηρεάζεται από τις επιτοκιακές μεταβολές
C.BARRY& R.WILKWER 1976	Η πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών των μετοχών υπό συνθήκες μη στασιμότητας	Μέθοδο bayes	Ο συντελεστής βήτα επηρεάζεται από τα χαρακτηριστικά της επιχείρησης (κεφαλαιακή διάρθρωση, πολιτική των πωλήσεων, στρατηγική παραγωγής μανάτζμεντ) καθώς και από το γενικότερο οικονομικό περιβάλλον
F.FABOZZI& J.FRANCIS 12/1965-12/1971	Εξετάζει αν οι συντελεστές του υποδείγματος της αγοράς αλλάζουν σύμφωνα με τις επιχειρηματικές καταστάσεις	T-Tests και F-Tests Μηνιαία στοιχεία για 694 μετοχές από το NYSE	Το μονομεταβλητό υπόδειγμα της αγοράς (α,β) επηρεάζεται από τις μακροοικονομικές συνθήκες
A.ROBICHEK & R.COHN 1/1963-6/1970	Έρευνα της σχέσης μεταξύ συντελεστή βήτα και του μακροοικονομικού περιβάλλοντος	Υποθέτουμε ότι εξαρτόμαστε από το πότε ο ρυθμός ανάπτυξης και ο πληθωρισμός είναι πάνω ή κάτω από ένα αποδεκτό επίπεδο. Εισάγεται ένα τετραπλός χωρισμός οικονομικών μεταβλητών και αναλύονται οι επιδράσεις τους στα βήτα	Ο συντελεστής βήτα επηρεάζεται από τις μακροοικονομικές μεταβλητές

3.2.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΥ ΣΥΝΟΡΟΥ

Η θεωρία του χαρτοφυλακίου λύνει το πρόβλημα της ανάλυσης του χαρτοφυλακίου δηλαδή το πρόβλημα του προσδιορισμού του αποδοτικού συνόρου. Ως αποδοτικό σύνορο ορίζουμε το σύνολο των χαρτοφυλακίων εκείνων τα οποία για δεδομένη απόδοση δίνουν τον ελάχιστο κίνδυνο ή αλλιώς για δεδομένο επίπεδο κινδύνου δίνουν μέγιστη αναμενόμενη απόδοση.

Γραφικά το αποδοτικό μέτωπο απεικονίζεται ως εξής :



Τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται πάνω στο αποδοτικό σύνορο ονομάζονται αποδοτικά.

Ο **Markowitz** διατύπωσε το πρόβλημα επιλογής γενικού χαρτοφυλακίου ως ένα πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού. Η προέλευση αυτής της διατύπωσης ήταν η υπόθεση μέσης - διακύμανσης η οποία υποστήριξε ότι ένα χαρτοφυλάκιο είναι αποτελεσματικό αν (και μόνο αν):

- (1) έχει λιγότερη διακύμανση σε σχέση με οποιοδήποτε άλλο εφικτό χαρτοφυλάκιο με ίδια απόδοση και
- (2) έχει μεγαλύτερη απόδοση σε σχέση με οποιοδήποτε άλλο εφικτό χαρτοφυλάκιο με την ίδια διακύμανση.

Τα υποδειγματικά μοντέλα σχηματίστηκαν για να απλοποιήσουν τόσο την πληροφοριακή όσο και την υπολογιστική πολυπλοκότητα του γενικού μοντέλου.

Ο **Markowitz** χρησιμοποίησε για τον προσδιορισμό του αποδοτικού συνόρου ιστορικές εκτιμήσεις για την αναμενόμενη απόδοση, τον κίνδυνο και την συνδιακύμανση των επενδύσεων. Προκειμένου να βρούμε τα άριστα ποσοστά επένδυσης με την μέθοδο του **Markowitz** υπολογίζονται πρώτα οι μέσες αποδόσεις κάθε αξιογράφου του χαρτοφυλακίου και έπειτα ο πίνακας διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων **V**. Η κατασκευή του συνόρου των αποδοτικών χαρτοφυλακίων γίνεται με την χρήση ενός προγράμματος το οποίο χρησιμοποιεί ως δεδομένα τα βασικά χαρακτηριστικά των επενδύσεων και ο επενδυτής λαμβάνει ποσοστά επένδυσης εκείνα τα οποία επιτυγχάνεται ο άριστος συνδυασμός κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης.

Ο **Sharpe** παρατηρεί, «Αν η ουσία του προβλήματος ανάλυσης χαρτοφυλακίου μπορούσε να συληφθεί επαρκώς σε μία μορφή κατάλληλη για μεθόδους γραμμικού προγραμματισμού, οι προοπτικές για πρακτική εφαρμογή θα βελτιώνονταν σημαντικά.»

Με την βοήθεια του υποδείγματος της αγοράς που αναπτύχθηκε από τον ίδιο το αποδοτικό σύνολο υπολογίζεται ευκολότερα αφού το πλήθος προς εκτίμηση παραμέτρων μειώνεται. Αυτό οφείλεται κυρίως στην μήτρα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων **V** ή αλλιώς διαγώνιος στην οποία τα μη διαγώνια στοιχεία παίρνουν μια πιο απλουστευμένη μορφή.

Η μήτρα αυτή παίρνει την εξής μορφή :

$$V = \begin{pmatrix} \text{Apotel esmata _ diakumansewn} \\ \text{kai _ sundiakumansewn _ me _ bash} \\ \text{to _ monoparagontiko _ upodeigma} \end{pmatrix}$$

Γνωρίζοντας ότι η απόδοση του χαρτοφυλακίου δίνεται από τον τύπο :

$$R_p = \sum x_i r_i = \sum x_i (a_i + b_{iM} R_{M_i} + e_{ii}) = \sum x_i a_i + \sum x_i b_{iM} R_{M_i} + \sum x_i e_{ii}$$

Οι όροι $\sum x_i a_i$ και $\sum x_i b_{im}$ είναι σταθεροί

$$s^2(R_r) = (\sum x_i b_{im})^2 \text{Var}(R_{mi}) + \sum x_i^2 \text{Var}(e_{ii})$$

Το πρόβλημα του προσδιορισμού του αποδοτικού συνόρου λύνεται μέσω της ελαχιστοποίησης του κινδύνου του χαρτοφυλακίου $s^2(R_r)$, λαμβάνοντας υπόψη τις δύο συνθήκες του αθροίσματος των ποσοστών επένδυσης στην μονάδα και της δεδομένης αναμενόμενης απόδοσης.

$$\min s^2(R_r) = \min(\sum x_i b_{im})^2 \text{Var}(R_{mi}) + \sum x_i^2 \text{Var}(e_{ii})$$

Η λύση της εξίσωσης αυτής θα μας δώσει ένα διάνυσμα στήλη που θα έχει ως στοιχεία τα ποσοστά επένδυσης κεφαλαίου σε κάθε επιλεγμένη μετοχή του χαρτοφυλακίου, ώστε αυτό να βρίσκεται στην καμπύλη των χαρτοφυλακίων ελάχιστης διακύμανσης.

Με αυτόν τον τρόπο μειώνονται οι προς εκτίμηση παράμετροι από $(N^2 + 3N)/2$ σε $3N + 2$

Ο **B.K Stone (1973)** αναφέρθηκε στην παρουσίαση δύο **LP** (Γραμμικού Προγραμματισμού) μοντέλα του **Sharpe**. Υποστηρίζει ότι η αγοραία ευαισθησία ενός χαρτοφυλακίου είναι μία αντικατάσταση κινδύνου για ένα καλώς διεσπαρμένο χαρτοφυλάκιο. Το **LP** που προκύπτει από τη χρήση της αγοραίας ευαισθησίας καθώς η μέτρηση του κινδύνου και η επιβολή ενός ανώτερου ορίου επένδυσης σε κάθε μετοχή είναι:

$$\text{Max OBJ} = \sum_{i=1}^{N_i} X_i (E_i - \theta B_i)$$

$$\text{ST: } \sum_{i=1}^{N_i} X_i = 1$$

Το X_i ίσο ή μεγαλύτερο του μηδενός και ίσο ή μικρότερο του **P**

όπου X_i = μέρος του χαρτοφυλακίου που επενδύθηκε στη μετοχή i

E_i = αναμενόμενη απόδοση της μετοχής i

B_i = αντίδραση της αγοράς στη μετοχή i

P = μέγιστο μέρος του χαρτοφυλακίου που μπορεί να συσταθεί σε κάθε μετοχή, και

θ = μία παράμετρος που αντανακλά το βαθμό επιφυλακτικότητας απέναντι στον κίνδυνο

Αυτή η προσέγγιση, υπολογιστικά πολύ απλή, είναι ένα πρόβλημα που μπορεί να λυθεί πρακτικά. Έχει επίσης απλοποιήσει δραστικά τις πληροφοριακές απαιτήσεις του προβλήματος επιλογής χαρτοφυλακίου. Τα μειονεκτήματά του εμφανίζονται να είναι το ότι αγνοεί τις ανεξάρτητες μεταβλητές και εξαρτάται από ένα μονού – δείκτη μοντέλο.

O Sharpe (1967) προσεγγίζει το πρόβλημα σύλληψης της ουσίας της επιλογής μέσης – διακύμανσης χαρτοφυλακίου σε ένα σχηματισμό γραμμικού προγραμματισμού από:

1. Τη δημιουργία ενός διαγώνιου μετασχηματισμού των μεταβλητών που θα μετατρέψει τη γενική έκφραση για τη διακύμανση σε μία διαγώνια μορφή, και
2. Τη χρήση μίας «έξυπνης» γραμμικής προσέγγισης για καθέναν από τους όρους στη διαγώνια έκφραση της διακύμανσης.

Αυτή η προσέγγιση έχει το προφανές κέρδος του να μην εξαρτάται από το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα. Λόγω του ότι βασίζεται στη «διαγωνιοποίηση» της μήτρας συνδιακύμανσης, είναι εκ των πραγμάτων περιορισμένο ως προς το πλαίσιο μέσης – διακύμανσης και άρα και ως προς τους περιορισμούς της διακύμανσης ως μέτρηση κινδύνου.

Ο σκοπός του **B.K Stone (1973)** ήταν να παρουσιάσει μία εναλλακτική απόπειρα να συλληφθεί η ουσία της επιλογής χαρτοφυλακίου ως ένα γραμμικό πρόγραμμα. Για το σκοπό αυτό αρχικά γενικεύει το κριτήριο μέσης-διακύμανσης ώστε να διαφοροποιείται ανάμεσα στον αγοραίο και στον μη αγοραίο κίνδυνο και έπειτα παρουσιάζει έναν γραμμικό προγραμματισμό σε ένα παραμετρικό τετραγωνικό πρόγραμμα που εκμαίεται από το κριτήριο της μέσης-διακύμανσης. Στην συνέχεια παρουσιάζει το κριτήριο της ασυμμετρίας της μέσης-διακύμανσης και δείχνει πως το κυβικό πρόγραμμα που βγαίνει από αυτό το κριτήριο μπορεί να προσεγγιστεί από μια φόρμουλα γραμμικού προγραμματισμού. Λαμβάνοντας υπόψιν την ισχύς της απόκρισης της αγοράς ως αντιπροσωπευτικός κίνδυνος στην παρουσία ασυμμετρίας της αγοράς ο ερευνητής συγκρίνει τα γραμμικά προγραμματισμένα μοντέλα με αυτά του **Sharpe (1967)**.

Με την πρόσθεση λοιπόν τόσο της ασυμμετρίας της αγοράς όσο και της ανεξάρτητης ασυμμετρίας στην $M - V - S$ (μέσης-διακύμανσης ασυμμετρίας) εκδοχή, η οποία είναι ακόμα εξαρτώμενη στο μονοπαραγοντικό μοντέλο διαφαιίνεται ότι έχει συμπεριληφθεί στο πρόβλημα, μία νέα διάσταση κινδύνου.

Μέσα στα $M - V$ (μέσης -διακύμανσης) πλαίσια, ο τελευταίος γραμμικός σχηματισμός του **Sharpe (1967)** είναι καθαρά πιο γενικός σε σχέση με το μοντέλο αυτού του άρθρου λόγω του ότι δεν απαιτεί τη χρήση ενός μονοπαραγοντικού μοντέλου αλλά εξελίσσεται με τη χρησιμοποίηση ενός μετασχηματισμού στη διαγωνιοποίηση τη μήτρα συνδιακύμανσης και στη συνέχεια με το να κάνει μία έξυπνη γραμμική προσέγγιση στη μετασχηματισμένη μήτρα. Όταν χρησιμοποιείται ένα μονοπαραγοντικό μοντέλο, δεν χρειάζεται μετασχηματισμός για τη διαγωνιοποίηση της μήτρας συνδιακύμανσης παρά μόνο η αξιοποίηση μίας έξυπνης γραμμικής προσέγγισης.

Οι διαφορές ανάμεσα στην προσέγγιση του **Sharpe (1967)** και σε αυτή που περιλαμβάνεται σε αυτό το άρθρο του **B.K Stone (1973)** είναι οι εξής :

- (1) Ο **Sharpe(1967)** περιλαμβάνει τη διακύμανση της αγοράς ως μία τετραγωνική φόρμα παρά ως μία χρήση της τυπικής απόκλισης της αγοράς, και
- (2) Ο **Sharpe (1967)** επειδή το μοντέλο είναι πρακτικό δεν έχει να απαιτήσει περιορισμούς ενός ανώτερου ορίου .

Η χρήση της τυπικής απόκλισης της αγοράς είναι ένα τέχνασμα που εξαλείφει την ανάγκη για κάθε είδους προσέγγιση για αυτόν τον όρο όπως επίσης και την ανάγκη να εισάγει την αντίδραση της αγοράς ως μία επιπλέον βοηθητική μεταβλητή. Από τη στιγμή που η διακύμανση της αγοράς θα είναι σημαντικά μεγαλύτερη από τη μη αγοραία διακύμανση, αποφεύγοντας της αναγκαιότητα προσέγγισης αυξάνει την ακρίβεια και μειώνει το πρόβλημα μεγέθους. Από τη στιγμή που οι πρακτικές εφαρμογές της επιλογής χαρτοφυλακίου απαιτούν κάποιο ανώτατο όριο στο σύνολο μίας μετοχής σε ένα χαρτοφυλάκιο, η χρήση περιορισμών ανώτατου ορίου δεν αποτελούν σημαντικούς περιορισμούς. Αν οι έξυπνες γραμμικές προσεγγίσεις είναι να χρησιμοποιηθούν, αυτοί οι περιορισμοί μειώνουν τον αριθμό των προσεγγίσεων. Καθώς το κόστος επιβολής ενός περιορισμού ανώτατου ορίου μπορεί να ληφθεί κατευθείαν από τις ανάλογες τιμές, είναι εύκολο να εξαχθεί το κόστος αυτών των περιορισμών.

Συμπερασματικά λοιπόν, για την περίπτωση του μονοπαραγοντικού μοντέλου, ο **B.K Stone (1973)** πιστεύει ότι οι δύο σχηματισμοί είναι απαραίτητως ισοδύναμοι.

Το γενικό κυβικό πρόγραμμα είναι υπολογιστικά ανέφικτο για την $M - V - S$ (μέσης -διακύμανση ασυμμετρία) περίπτωση. Η διαγωνιοποίηση των μετασχηματισμών δεν θα βοηθήσει από τη στιγμή που η αναλογία της «θετικής βεβαιότητας» δεν θα ισχύει για την ασυμμετρία.

Έτσι θα έχουμε ως αποτέλεσμα, την χρήση ενός υποδειγματικού μοντέλου που φαίνεται να είναι απαραίτητη , αν κάποιος θέλει μία διαγώνια αντικειμενική

συνάρτηση. Η τεχνική του διαχωρισμού της ασυμμετρίας της αγοράς από την ανεξάρτητη ασυμμετρία διασφαλίζει ότι η μέγιστη συνεισφορά στην ασυμμετρία του χαρτοφυλακίου μεταχειρίζεται ακριβώς τη στιγμή που το ανεξάρτητο συστατικό μέρος είναι με ακρίβεια προσεγγισμένο.

Οι **Stone** και **Reback (1971)** έχουν γενικεύσει το μοντέλο που αναφέραμε του **Sharpe LP** για να αντιμετωπίσουν την περίληψη ενός υπαρκτού χαρτοφυλακίου που υπόκειται σε κόστη συναλλαγών. Η ισοδύναμη αντικειμενική συνάρτηση βεβαιότητας αυτού του μοντέλου μπορεί να συμπεριληφθεί εύκολα στη δομή του μοντέλου των παραπάνω ερευνητών.

Μία τέτοια προοπτική έχει τα εξής πλεονεκτήματα:

- ∅ Τη σαφή αντιμετώπιση της ασυμμετρίας της αγοράς η οποία ήταν κατανοητή στα πλαίσια του ρυθμού της αντικατάστασης της απόδοσης για την ευαισθησία της αγοράς
- ∅ Την προσθήκη της ανεξάρτητης μεταβλητότητας και της ανεξάρτητης ασυμμετρίας στο μοντέλο.

Μία εκτίμηση της ασυμμετρίας της αγοράς και της ανεξάρτητης ασυμμετρίας για κάθε μετοχή προέρχεται από την αύξηση των πληροφοριακών αναγκών που είναι απαραίτητη για να χειριστούμε την ασυμμετρία. Ο αριθμός των τεμαχίων, $N + 1$ (όπου το N είναι ο αριθμός των μετοχών), δεν είναι μεγάλος. Εντούτοις, όπως και στην περίπτωση της διακύμανσης, η μετατροπή των υποκειμενικών εντοπίσεων ενός αναλυτή σε εκτιμήσεις της ασυμμετρίας δεν είναι εύκολη. Οι εκτιμήσεις της ιστορικής ασυμμετρίας δεν είναι δύσκολο να ληφθούν, παρά το ότι η αξία τους μπορεί να είναι υπό αμφισβήτηση.

Τέλος ο μεγαλύτερος περιορισμός της προσέγγισης θα φαινόταν να εξαρτάται στο μονοπαραγοντικό μοντέλο και στη συνδεδεμένη εξαίρεση των «βιομηχανικών επιδράσεων».

Οι **E.Elton** ,**M.Gruber** και **M.Padberg** (1976) παρουσίασαν κάποια απλά κριτήρια επιλογής του άριστου χαρτοφυλακίου.

Αρχικά παρατήρησαν ότι υπάρχουν τρεις βασικοί λόγοι γιατί η θεωρία χαρτοφυλακίου δεν έχει εφαρμοστεί. Αυτοί είναι οι εξής:

- Ø Η δυσκολία στην εκτίμηση του τύπου των δεδομένων που είναι αναγκαίο να χρησιμοποιηθούν (συγκεκριμένα οι μήτρες συσχέτισης).
- Ø Ο χρόνος και το κόστος που είναι απαραίτητα για να παραχθούν αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια (λύση ενός προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού) .
- Ø Η δυσκολία στην εκπαίδευση των διαχειριστών χαρτοφυλακίου να σχετίσουν τις συναλλαγές κινδύνου απόδοσης που εκφράζονται σε όρους συνδιακυμάνσεων όπως επίσης και σε αποδόσεις και τυπικές αποκλίσεις.

Έχουν υπάρξει δύο προσεγγίσεις στη βιβλιογραφία για να λυθεί το πρώτο από αυτά τα προβλήματα. Η μία είναι να χρησιμοποιηθεί ένα τιμαριθμικό μοντέλο για να παραχθούν δομές διακύμανσης – συνδιακύμανσης. Η δεύτερη είναι να υποθέσουμε μία απλή δομή για τη μήτρα διακύμανσης – συνδιακύμανσης. Συγκεκριμένα, η υπόθεση ότι όλα τα ζευγάρια συσχέτισεων είναι τα ίδια έχει αποδειχτεί ότι λειτουργεί εξαιρετικά ως προς την πρόβλεψη μελλοντικών δομών συσχέτισης. Σε αυτό το άρθρο οι **E.Elton** ,**M.Gruber** και **M.Padberg** (1976) εφάρμοσαν αυτές τις δύο προσεγγίσεις, οι οποίες διαμορφώθηκαν για να λυθεί το πρώτο πρόβλημα, με έναν τρόπο που θα εξάλειφε το δεύτερο και τρίτο πρόβλημα.

Συγκεκριμένα, έδειξαν ότι αν κάποιος είναι πρόθυμος να αποδεχτεί την ύπαρξη ενός περιουσιακού στοιχείου άνευ κινδύνου και είναι πρόθυμος να υποθέσει είτε ότι ισχύει η πρώτη υπόθεση τότε το μονοπαραγοντικό μοντέλο περιγράφει επαρκώς τη δομή διακύμανσης – συσχέτισης. Αν αντί

αυτού ισχύει η δεύτερη υπόθεση τότε οδηγούμαστε σε μία καλή εκτίμηση όλων των ζευγαριών συντελεστών συσχέτισης δηλαδή είναι ένα μονός αριθμός. Έπειτα ένα απλό κριτήριο απόφασης (που δεν περιλαμβάνει μαθηματικό προγραμματισμό) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να φτάσει κανείς σε μία βέλτιστη λύση στο πρόβλημα χαρτοφυλακίου. Επιπλέον, αυτό το απλό κριτήριο απόφασης έχει μία φυσική ερμηνεία. Αυτή η απλή μέθοδος όχι μόνο επιτρέπει να αποφασιστεί ποιες μετοχές περιλαμβάνονται σε ένα βέλτιστο χαρτοφυλάκιο αλλά και σε τι βαθμό πρέπει να επενδύσουμε σε κάθε μία. Επιπροσθέτως, η τεχνική επιτρέπει τον ορισμό ενός διακεκομμένου ρυθμού που έχει οριστεί μόνο σε όρους των χαρακτηριστικών κάθε μεμονωμένης μετοχής, όπως είναι το ότι η επίδραση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου της εισαγωγής κάθε νέας μετοχής στα πλαίσια λήψης αποφάσεων του μάνατζερ μπορεί γρήγορα και εύκολα να διαπιστωθεί. Τέλος, η τεχνική καθιστά σαφές στο μάνατζερ ποια είναι τα επιθυμητά χαρακτηριστικά μίας μετοχής.

Οι ερευνητές λοιπόν υποθέτουν ότι η μόνη πηγή συνδυαστικής κίνησης των δύο μετοχών βγαίνει στην επιφάνεια μόνο λόγω μίας κοινής αντίδρασης στις κινήσεις της αγοράς και εξάγουν μία τεχνική απλής αριθμητικής λύσης όταν ο συντελεστής συσχέτισης ανάμεσα σε όλα τα ζευγάρια μετοχών μπορεί να υποθεθεί ότι είναι ο ίδιος. Εντωμεταξύ, υποθέτουν την ύπαρξη ενός άνευ κινδύνου περιουσιακού στοιχείου. Αυτό υπονοεί ότι το θεώρημα διαίρεσης ισχύει και ότι ο επενδυτής θα πρέπει να μεγιστοποιήσει την αναλογία της έξτρα απόδοσης σε ένα χαρτοφυλάκιο διαιρεμένο από την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου. Επιπλέον κάνουν τη διευρυμένη υπόθεση ότι υπάρχει τουλάχιστον μία μετοχή στο σύνολο όλων των επενδυτικών ευκαιριών των οποίων η αναμενόμενη απόδοση είναι αυστηρά μεγαλύτερη από την απόδοση του άνευ κινδύνου περιουσιακού στοιχείου. Σε κάθε περίπτωση τέλος λαμβάνουν υπόψη τόσο την περίπτωση όπου οι μικρές πωλήσεις επιτρέπονται όσο και την περίπτωση που είναι απαγορευμένες.

Ο **A.Lewis (1988)** χρησιμοποίησε έναν απλό αλγόριθμο για την επιλογή του χαρτοφυλακίου.

(α) Σε κάθε παράδειγμα του τετραγωνικού υπο - προβλήματος μεγιστοποιεί το αυθεντικό διάνυσμα των σταθμών του χαρτοφυλακίου .

(β) Προτείνει τη χρήση του αλγορίθμου του **Markowitz** για το συναρτησιακό υπο - πρόβλημα.

Η χρήση αυτού του αλγορίθμου έχει συγκεκριμένα πλεονεκτήματα. Πέρα από την ευρεία κατανομή του, προβολή και κατανόηση, χειρίζεται άμεσα τη σημαντική τεχνική περίπτωση μίας θετικής ημι - συγκεκριμένης μήτρας συνδιακόμανσης. Αυτή η περίπτωση προκύπτει όποτε μία άνευ κινδύνου μετοχή εισάγεται στον επενδυτικό κόσμο. Από τη στιγμή λοιπόν που κάποιος έχει συγκεντρώσει τις πηγές για να λύσει το πρόβλημα συναρτησιακής χρησιμότητας μπορεί στη συνέχεια πιο εύκολα να λύσει το γενικό πρόβλημα χρησιμότητας μίας περιόδου σε πολλές περιπτώσεις.

Ο **A.Lewis (1988)** χρησιμοποίησε λοιπόν μία μέθοδο χρησιμοποίησης επαναληπτικού τετραγωνικού προγραμματισμού για να λύσει μία πολύ γενική εκδοχή του προβλήματος επιλογής χαρτοφυλακίου. Όταν η μέθοδος ολοκληρώνεται, αυτό συμβαίνει αμέσως (ως προς τα τεταρτημόρια) αναφορικά με τη σωστή λύση.

4^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

4.1 ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η επιλογή του άριστου χαρτοφυλακίου που αντιμετωπίζει ο εκάστοτε επενδυτής δηλαδή ο προσδιορισμός εκείνου του επενδυτικού σχεδιασμού που του προσφέρει με δεδομένο κίνδυνο την υψηλότερη δυνατή απόδοση και το οποίο μεγιστοποιεί την αναμενόμενη ωφελιμότητα του με ορίζοντα μιας μόνο περιόδου, αποτελεί ένα βασικό πρόβλημα.

Μια απάντηση στο πρόβλημα αυτό δόθηκε από τον **Harry Markowitz (1952-1959)** και θεωρείται ως η απαρχή της θεωρίας του χαρτοφυλακίου.

Βασική ιδέα του μοντέλου είναι η επιλογή ενός «άριστου» χαρτοφυλακίου που αποτελείται από μετοχές ή από άλλες επενδύσεις που εμπεριέχουν κίνδυνο, το οποίο να προσφέρει στον επενδυτή την καλύτερη δυνατή σχέση κινδύνου απόδοσης. Εν συνέχεια, ο συνδυασμός του χαρτοφυλακίου που εμπεριέχει κίνδυνο με ένα χαρτοφυλάκιο μηδενικού κινδύνου, έτσι ώστε να βελτιωθεί περαιτέρω η σχέση κινδύνου απόδοσης του χαρτοφυλακίου που θα προκύψει από τη συνένωση των δύο παραπάνω χαρτοφυλακίων. Και μάλιστα, τη φορά αυτή τα προτεινόμενα από το μοντέλο χαρτοφυλάκια είναι πολύ περισσότερα του ενός, καθώς κάθε ένα από αυτά παρουσιάζει μια διαφορετική σχέση κινδύνου και προσδωκόμενης απόδοσης. Τέλος η επιλογή από τα παραπάνω προτεινόμενα χαρτοφυλάκια, εκείνου που ανταποκρίνεται στη συμπεριφορά του επενδυτή απέναντι στον κίνδυνο. Βασιζόμενοι στην προσέγγιση του **Markowitz** δημιουργήθηκαν και άλλα υποδείγματα, που διαπραγματεύονταν το πρόβλημα της επιλογής άριστου

χαρτοφυλακίου, και προσπάθησαν να βελτιώσουν το αρχικό υπόδειγμα και κυρίως να μειώσουν το πλήθος των παραμέτρων που ήταν απαραίτητοι για την εμπειρική εκτίμησή του.

Ο **William Sharp (1963)** προς απλούστευση και αποφυγή μεγάλου πλήθους υπολογισμών πρότεινε ένα υπόδειγμα που επιτρέπει μεγάλο περιορισμό του αριθμού των παραμέτρων που χρειάζεται να εκτιμηθούν. Το Υπόδειγμα αυτό είναι γνωστό ως το Υπόδειγμα της αγοράς (**Market Model**) και ανήκει στην κατηγορία των Απλών Μοντέλων Δεικτών.

Σύμφωνα με το υπόδειγμα της αγοράς περιγράφεται μια γραμμική σχέση όπου οι αποδόσεις των μεμονωμένων μετοχών σχετίζονται με τις αποδόσεις της συνολικής αγοράς και ειδικότερα με τις αποδόσεις ενός χρηματιστηριακού δείκτη. Το Υπόδειγμα της αγοράς εκτιμάται εφαρμόζοντας την απλή μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, η χρησιμοποίηση της οποίας απαιτεί την υιοθέτηση κάποιων αρκετά περιοριστικών υποθέσεων, οι οποίες ελέγχονται εμπειρικά και οι οποίες είναι οι εξής :

- 1.Έλεγχος Ετεροσκεδάσης (**Heteroscedasticity**)
- 2.Έλεγχος Εξειδίκευσης (**Specification Tests**)
- 3.Έλεγχος Σταθερότητας (**Tests for the stability**)
- 4.Έλεγχος Κανονικότητας (**Normality Tests**)
5. Έλεγχος Αυτό - Συσχέτισης (**Autocorrelation**)
- 6.Έλεγχος της Αυτοπαλίνδρομης υπό Συνθήκη Ετεροσκεδάσης (**ARCH**)

Επιφανειακά φαίνεται λοιπόν ότι το πρόβλημα της επιλογής ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου από τον επενδυτή λύθηκε. Στην πραγματικότητα όμως για να χρησιμοποιήσουμε το Υπόδειγμα της αγοράς θα πρέπει να πιστοποιήσουμε την εγκυρότητα των υποθέσεων βάσει των οποίων στηρίζεται το υπόδειγμά μας. Ελένξαμε μέσα από μια γκάμα εμπειρικών ελέγχων κατά πόσο αυτές οι υποθέσεις αυτές παραβιάζονται δίνοντας λανθασμένα και ανακριβή αποτελέσματα.

Ξεκινώντας από την υπόθεση της ετεροσκεδαστικότητας παραθέτουμε εμπειρικές έρευνες που στην πλειονότητά τους επιβεβαιώνουν την ύπαρξη της. Τα άρθρα τα οποία ερευνήθηκαν ,και ήταν αυτά του **P.Praez (1969),S.Brown(1977),A.Belkaoui(1977),R.Bey&G.Pinces(1980),C.Giaccoto&M. Ali(1982),Καραθανάσης & Πατσός(1993)** έδειξαν στα αποτελέσματά τους ετεροσκεδαστικότητα ενώ το άρθρο του **J Martin & R.Klemkosky(1975)**,έδειξε ομοσκεδαστικότητα. Τα τέστ τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για το σκοπό αυτό ήταν των **Bartlett, Spearman, Goldfeld-Quandt, Kendall, Peak, Glejser, Modified Glejser, Bickel, White** και **Breush-Pagan**.Τα δεδομένα που χρησιμοποίησαν οι παραπάνω ερευνητές ήταν εβδομαδιαία και μηνιαία ενώ παράλληλα η ερευνά τους εκτελούνταν σε διαφορετικές χρηματιστηριακές αγορές όπως του **NYSE,Τορόντο, SP425, TSE300, ΧΑΑ**.

Όσο αφορά την υπόθεση της εξειδίκευσης εξετάστηκαν επτά άρθρα. Οι **R.Huang** και **H.Jo (1988)** , και ο **Γ.Καραθανάσης** και **Κ.Πατσός(1993)** χρησιμοποίησαν τα **White** και **Hausman tests** καταλήγοντας στην παρουσία της εσφαλμένης εξειδίκευσης. Όσο αφορά το τέστ του **Hausman (1978)** ο ίδιος χρησιμοποίησε το αποτέλεσμα υπο την άτοπη υπόθεση της μη ύπαρξης συγκεκριμενοποίησης και κατέληξε ότι οι παρατηρούμενοι μεμονωμένοι παράγοντες δεν είναι ορθογώνιοι στις συμπεριλαμβανόμενες δεξιάς πλευράς μεταβλητές σε μια κοινή οικονομετρική συγκεκριμενοποίηση.

Οι **Ν.Φίλιππας** και **Γ.Καραθανάσης(1994)**, **Κ.Πατσός (1995)**, **A.Coutts,T.Mills & J.Roberts (1995)**,**Ν.Φίλιππας(1998)**, και **T.Mills** και **R. Markellos(1999)** χρησιμοποίησαν το τέστ που προτάθηκε από τον **Ramsey (1969)**. Ειδικότερα ο **J.Ramsey (1969)** χρησιμοποίησε ως μέθοδο τα **RESET,RASET, COMSET,BAMSET**,έλεγχοι που αναπτύσσονται με τη σύγκριση κατανομής των υπολοίπων υπο την υπόθεση ότι οι προδιαγραφές του υποδείγματος είναι σωστές στην κατανομή των υπολοίπων που προέκυψε υπό την εναλλακτική υπόθεση ότι υπάρχει σφάλμα προδιαγραφών.Στο συμπέρασμα στο οποίο κατέληξε ήταν σε ένα μη μηδενικό μέσο και σε μια κατανομή των τετραγωνισμένων υπολοίπων που είναι μη κεντρική c^2 .

Τα αποτελέσματα των ερευνητών όσο αφορά την υπόθεση της εσφαλμένης εξειδίκευσης του υποδείγματος της αγοράς ήταν αντιφατικά. Οι Ν.Φίλιππας και Γ.Καραθανάσης(1994), **A.Coutts,T.Mills & J.Roberts (1995)**, και **T.Mills** και **R. Markellos(1999)** βρήκαν προβλήματα εσφαλμένης εξειδίκευσης στις μελέτες τους σε αντίθεση με τους Κ.Πατσό (1995) και Ν.Φίλιππα (1998) που δεν εντόπισαν το φαινόμενο αυτό. Τα αποτελέσματα μπορούν να διαφέρουν διότι χρησιμοποιούνται διαφορετικά στοιχεία εβδομαδιαία και μηνιαία , διαφορετικές χρηματιστηριακές αγορές και διαφορετικοί χρονικοί περίοδοι διεξαγωγής των εμπειρικών μελετών.

Ένα από τα σοβαρότερα προβλήματα όμως που παρατηρήθηκε κατά την εφαρμογή του υποδείγματος της αγοράς ήταν ότι ο υπολογισμός του συντελεστή βήτα δεν ήταν διαχρονικά σταθερός.Κάτι τέτοιο αποτελεί παραβίαση μιας από τις υποθέσεις επάνω στις οποίες στηρίζεται το υπόδειγμα της αγοράς και δημιουργεί σημαντικά προβλήματα αξιοπιστίας στην τιμή του συντελεστή βήτα. Για την μη στασιμότητα του βήτα ο **M.Blume (1971)** χρησιμοποιώντας συντελεστή συσχέτισης βήτα διαδοχικών επταετιών για χαρτοφυλάκια μετοχών είδε την τάση του βήτα να παλινδρομεί στη μονάδα, την αύξηση της σταθερότητας του βήτα για χαρτοφυλάκια με μεγάλο αριθμό μετοχών και την μη στασιμότητα του για μεμονωμένες μετοχές. Ο **M.Baesel (1971)** υπολόγισε το βήτα σε σχέση με το μέγεθος του χρόνου εκτίμησης και συμπέρανε σταθερά βήτα για τα χαρτοφυλάκια με μεγάλο αριθμό μετοχών και ασταθή βήτα για μεμονωμένες μετοχές. Τρία χρόνια αργότερα υπολόγισε το βήτα με την βοήθεια υπολογιστικών διαστημάτων και βρήκε σταθερότητα του βήτα που αυξάνεται καθώς αυξάνεται η εκτίμηση των διαστημάτων. Η σταθερότητα του βήτα βρήκε ότι εξαρτάται και από την ακραία επιλογή του βήτα. Οι **A. Gooding&T. O'Malley (1977)** χρησιμοποίησαν **t-tests** τα οποία δείχνουν ξεχωριστά το βαθμό στασιμότητας για κάθε βήτα χαρτοφυλακίου και την ανάλυση συσχέτισης και διαπίστωσαν μη στασιμότητα για τους μη προσαρμοσμένους συντελεστές βήτα για καλά διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια.Επιπλέον είδαν ότι η μη στασιμότητα ενισχύεται από την τάση

της συνολικής αγοράς. Οι **F.Fabozzi & J.Francis** το (1977) μέσω **F-test** και **T-test** παρατήρησαν ότι το μονομεταβλητό υπόδειγμα δεν επηρεάζεται από καταστάσεις ανόδου ή καθόδου της αγοράς . Οι **J.Coutts, J.Roberts,** και **T.Mills (1997)** μέσω των **White, LM, S.Ploberger et al, Farley et al, Cusumsg, Box-Pierce, Dufour** τέστς οδηγήθηκαν στην μη στασιμότητα του συντελεστή βήτα όπως και ο **D.Chawla (2001)** με την εισαγωγή ψευδομεταβλητών.Χρησιμοποιήθηκαν και εδώ διαφορετικά δεδομένα και διαφορετικές χρηματιστηριακές αγορές.

Τέλος αναφέρουμε μια έρευνα των **A. Dotan & A. Ofer (1984)** όπου με την χρησιμοποίηση μεταβλητών παραμέτρων παλινδρόμησης διεξήγαγαν μια σύγκριση μεταξύ στάσιμου και μεταβλητού βήτα καταλήγοντας ότι κανένα υπόδειγμα δεν παρουσιάζει καθαρό πλεονέκτημα έναντι του άλλου.

Εξετάζοντας την υπόθεση της κανονικότητας θεωρήθηκε σημαντικό να περιληφθεί μια μελέτη των **S.Sharipo,M.Wilk** και **H.Chen (1968)** οι οποίοι χρησιμοποίησαν πληθώρα τέστ κανονικότητας παρουσιάζοντας τα μειονεκτήματα και τα πλεονεκτήματα τους. Τα τέστ τα οποία χρησιμοποίησαν ήταν τα εξής :

Sharipo&Wilk ,Απόκλιση 3^{ου} Βαθμού,Απόκλιση 4^{ου} Βαθμού,**Kolmogorov-Smirnov,Cramer-VonMises,WeightedCramerVonMises,Durbin,Chi-squared,Studentized range** και οι κατανομές Βήτα ,**Binomial,Chi-squared, Double-Chi-squared, Johnson, Logistic, Lognormal, Non central-Chi-squared, Poisson, Student t, Tukey, Welbull.**

Τα αποτελέσματα του ελέγχου έδειξαν ότι τα **W, $\sqrt{b_1}, b_2, U$** είναι ικανά τέστ για να εξετάσουν την σύνθετη υπόθεση της κανονικότητας ενώ τα **KS,CM,WCM,D,CS** απαιτούν πλήρη συγκεκριμενοποίηση της μηδενικής κατανομής.

Οι εμπειρικές μελέτες που χρησιμοποιήθηκαν για την εξέταση της υπόθεσης της κανονικότητας ήταν των **F.Fama (1976)** που χρησιμοποίησε την **Studentized range** μεθοδολογία, **J,Affleck-Graves& B.Mcdonald (1989)** που χρησιμοποίησαν την **Studentized range, Sharipo-Francia, Skewness** και

Kurtosis μεθοδολογία, οι Γ.Καραθανάσης και Κ.Πατσός (1993) που χρησιμοποίησαν την **Skewness** και **Kurtosis** μεθοδολογία, οι Ν.Φίλιππας και Γ.Καραθανάσης (1994) και Ν.Φίλιππας (1998) που χρησιμοποίησαν την **Jarque & Bera** μεθοδολογία. Οι παραπάνω ερευνητές βρήκαν στα αποτελέσματα των ερευνών τους την ένδειξη της μη κανονικότητας κατά ένα μεγάλο ποσοστό.

Οι έλεγχοι για την υπόθεση της αυτοσυσχέτισης στο υπόδειγμα της αγοράς εξετάστηκαν στην παρούσα διπλωματική εργασία από έξι άρθρα. Οι **R. Schwartz & D. Whitcomb (1977)** προσπάθησαν να εξηγήσουν τα ευρεία υποδείγματα της αυτοσυσχέτισης των υπολοίπων στα δεδομένα και οι εμπειρικές αποδείξεις έδειξαν ότι είναι αρκετά συμβατές και παρουσιάζεται ότι η πραγματική επιδείνωση του R^2 είναι απόδειξη ενός συστηματικού και περιεκτικού υποδείγματος αυτοσυσχέτισης στα δεδομένα απόδοσης.

Οι **R. Copley, P. Cooley** και **R. Roenfeldt (1984)** χρησιμοποιώντας την μεθοδολογία των **Durbin-Watson (1978)** κατέληξαν στην μη αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων του υποδείγματος της αγοράς. Επιπλέον παρουσίασαν τους λόγους εμφάνισης αυτοσυσχέτισης οι οποίοι επισημάνθηκαν από τον **Fisher (1966)** ο οποίος ανταποδεικνύει ότι η σημαντική θετική αυτοσυσχέτιση που παρατήρησε στις αποδόσεις του δείκτη της αγοράς μπορεί να προέρχεται από σχετικά ασυνήθιστες συναλασσόμενες μετοχές που κλείνουν πριν τις αλλαγές του δείκτη της αγοράς. Αυτό βεβαίως μπορεί να ισχύσει όταν έχουμε αρνητική αυτοσυσχέτιση. Επιπλέον η αρνητική αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα συσχετίζεται θετικά με την επίδραση του $1/8$. Αυτή η επίδραση αναφέρεται κυρίως σε μετοχές με μικρή χρηματιστηριακή αξία.

Οι ερευνητές κατέληξαν ότι από την στιγμή που η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων κρίνεται ακατάλληλη για τον υπολογισμό του βήτα λόγω παραβίασης της υπόθεσης της αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα του υποδείγματος της αγοράς τότε οι παλινδρομήσεις πρέπει να ακολουθήσουν μια α' βαθμού αυτοσυσχέτιση χρησιμοποιώντας την γενική μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (**GLS**).

Οι Γ.Καραθανάσης και Κ.Πατσός (1993) χρησιμοποίησαν την μέθοδο των **Breusch-Godfrey** και **Ljung-Box** σύμφωνα με τις οποίες ανέλυσαν και ερεύνησαν την αξιοπιστία της υπόθεσης της αυτοσυσχέτισης του υποδείγματος της αγοράς στην αναδυόμενη ελληνική αγορά και ειδικότερα στην αγορά μετοχών του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών (ΧΑΑ). Τα αποτελέσματα τους έδειξαν μηδαμινή παρουσίαση αυτοσυσχέτισης στο δείγμα τους.

Ο Γ.Διακογιάννης (1993) χρησιμοποιώντας την μεθοδολογία των **Durbin-Watson** κατέληξε σε μη αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων. Παρόλο που η υπόθεση της αυτοσυσχέτισης δεν παραβιάστηκε σε μεγάλο βαθμό για να θεραπευθεί το πρόβλημα αυτό χρησιμοποιήθηκε η διαδικασία των **Beach-MacKinnon(1978)**.

Τέλος οι Ν.Φίλιππας και Γ.Καραθανάσης (1994) και Ν.Φίλιππας (1998) χρησιμοποίησαν για την έρευνα τους την μεθοδολογία των **Durbin-Watson**, **Breusch-Godfrey**, **Box-Pierce** και βρήκαν μη αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα του υποδείγματος της αγοράς.

Για τον έλεγχο της υπόθεσης της αυτοσυσχέτισης κατά **ARCH** εξετάστηκαν δύο άρθρα τα οποία δεν έδειξαν σημαντικές παραβιάσεις της υπόθεσης αυτής. Το πρώτο άρθρο ήταν των Ν.Φίλιππα και Ν.Καραθανάση (1994) οι οποίοι χρησιμοποίησαν ως μεθοδολογία το κριτήριο **ARCH(1)**, **ARCH(2)**, **ARCH(3)**, **ARCH(4)** και το δεύτερο ήταν του Ν.Φίλιππα (1998) ο οποίος χρησιμοποίησε το κριτήριο **ARCH(1)**.

Πέρα όμως από την εξέταση των υποθέσεων του υποδείγματος της αγοράς μεγάλη σημασία στην παρούσα εργασία δίνεται στον συντελεστή βήτα.

Το υπόδειγμα της αγοράς χρησιμοποιείται για την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου ενός χρεογράφου ή ενός χαρτοφυλακίου. Ο πιο απλός τρόπος προσέγγισης του κινδύνου της αγοράς μέσα σε μια χρηματιστηριακή αγορά γίνεται με τη χρήση του συντελεστή βήτα. Ο συντελεστής **beta** (βήτα)

μιας μετοχής όπως έχουμε αναφέρει εκφράζει την ευαισθησία της τιμής της μετοχής σε κάθε μεταβολή του Γενικού Δείκτη Τιμών. Πρέπει να σημειωθεί ότι η εκτίμηση του συντελεστή βήτα θα πρέπει να γίνεται προσεκτικά με τη χρήση κατάλληλων οικονομετρικών τεχνικών.

Ωστόσο έχουν εμφανιστεί αρκετά προβλήματα που σχετίζονται τόσο με τον τρόπο εύρεσης του βήτα, όσο και με την αξιοπιστία του. Αρκετοί ήταν εκείνοι που προσπάθησαν να παρέμβουν στον τρόπο υπολογισμού του, θέτοντας και άλλες παραμέτρους. Από τους πρώτους που προσπάθησε να εκτιμήσει τον συντελεστή βήτα ήταν ο **W.Sharpe (1971)** ο οποίος χρησιμοποιώντας την μέθοδο της μέσης απόλυτης απόκλισης κατέληξε ότι η μέθοδος αυτή δεν υπερτερεί έναντι εκείνης των ελαχίστων τετραγώνων. Οι **C. Bradford**, και **J.Kimball (1978)** σύγκριναν την μέση απόλυτη απόκλιση με αυτή της μέσης τυπικής απόκλισης και των ελαχίστων τετραγώνων και έδωσε ανικανοποίητα αποτελέσματα. Οι **B.Rosenberg** και **J.Ohlsion (1982)** με την μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας κατέληξαν ότι η συμπεριφορά του συντελεστή βήτα μπορεί να αποδοθεί σε δυο ακριβής στοχαστικούς παράγοντες. Οι Γ.Καραθάνασης και Ν.Φίλιππα ως μέθοδο εκτίμησης του συντελεστή βήτα χρησιμοποίησαν του **Dimson** και κατέληξαν ότι η εκτίμηση του συντελεστή βήτα χρησιμεύει τόσο στον προσδιορισμό της απόδοσης όσο και στον προσδιορισμό του κόστους κεφαλαίου.

Ενώ ο Γ. Διακογιάννης χρησιμοποιώντας ως βάση την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων χρησιμοποίησε μεθόδους εξομάλυνσης όπως την ακανόνιστη Πρόβλεψη, **Blume, Bayesian**, και **Lynch, Pierce, Fenner, Smith** και συμπέρανε ότι οι εκτιμήσεις του συστηματικού κινδύνου του ατομικού χρεογράφου μιας περιόδου δεν είναι καλοί προφήτες του συστηματικού κινδύνου της επόμενης περιόδου ενώ οι συστηματικοί κίνδυνοι του χαρτοφυλάκιου σε μια περίοδο είναι προβλέψιμοι χρησιμοποιώντας τον αντίστοιχο συστηματικό κίνδυνο της προηγούμενης περιόδου. Οι **G.Schewert & P.Seguin (1990)** χρησιμοποιώντας το επαυξημένο υπόδειγμα της αγοράς ενσωματώνοντας την μεταβλητικότητα του χρηματιστηριακού δείκτη βρήκαν ότι η ετεροσκεδαστικότητα του στοχαστικού όρου μπορεί να προκαλέσει σοβαρά προβλήματα στην εκτίμηση

του συντελεστή βήτα. Τέλος οι **Brooks ,Faff & Mc Kenzie (1998)** χρησιμοποιώντας ως μεθοδολογία το επαυξημένο υπόδειγμα της αγοράς, το υπόδειγμα της αγοράς και την μέθοδο **Kalman** κατέλειξαν ότι οι πιο ακριβείς μετρήσεις του συντελεστή βήτα επιτυγχάνονται με την μέθοδο **Kalman**.

Πολλοί ήταν αυτοί που προσπάθησαν να ανακαλύψουν ποιοι ήταν οι παράγοντες που επηρεάζουν την διαχρονική αστάθεια του βήτα. Ένας από αυτούς ήταν και ο **R.Melicher (1974)** ο οποίος με την μέθοδο ανάλυσης παραγόντων και χρησιμοποιώντας χρησιμοποιώντας **28** διαφορετικές οικονομικές μεταβλητές για τις **84** εταιρείες όπου οι **26** βασίστηκαν σε ετήσια δεδομένα διαπίστωσε ότι η εκτίμηση του συντελεστή βήτα συσχετίζεται θετικά με το μέγεθος της επιχείρησης, απόδοση Ιδίων κεφαλαίων, την αγοραία δραστηριότητα κοινών μετοχών, ενώ συσχετίζεται αρνητικά με την μερισματική πολιτική. Επιπρόσθετα βρήκε ότι υπάρχει μη γραμμική σχέση με τον βαθμό χρηματοοικονομικής μόχλευσης. Οι **J.Bildersee & G.Roberts (1974)** παίρνοντας ως μέθοδο την **Livingstone's formulation** εξήγησαν αυτή την συστηματική μετατόπιση του συντελεστή βήτα στην συστηματική μετατόπιση των επιτοκίων. Οι **C.Barry & R.Wilkwer (1976)** χρησιμοποιώντας την Μέθοδο **bayes** για την προσαρμογή των ιστορικών συντελεστών βήτα στην πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών των μετοχών κατέληξαν ότι η αστάθεια του βήτα οφείλεται στα χαρακτηριστικά της επιχείρησης (κεφαλαιακή διάρθρωση, πολιτική των πωλήσεων, στρατηγική παραγωγής μανάτζμεντ) καθώς και στο γενικότερο οικονομικό περιβάλλον. Οι **F.Fabozzi** και **J.Francis (1979)** χρησιμοποιώντας τα **T-tests** και **F-Tests** κατέληξαν ότι το μονομεταβλητό υπόδειγμα της αγοράς επηρεάζεται από τις μακροοικονομικές συνθήκες. Ενώ οι **A.Robichek & R.Cohn (1981)** υπέθεσαν ότι εξαρτόμαστε από το πότε ο ρυθμός ανάπτυξης και ο πληθωρισμός είναι πάνω ή κάτω από ένα αποδεκτό επίπεδο. Έτσι εισήγαγαν ένα τετραπλό χωρισμό οικονομικών μεταβλητών αναλύοντας τις επιδράσεις τους στα βήτα. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν έδειξαν ότι ένας μικρός αλλά στατιστικά σημαντικός αριθμός επιχειρήσεων

εμφανίζεται να έχει επιδείξει επίπεδα συστηματικού κινδύνου που ποικίλουν σαν λειτουργίες μακροοικονομικών μεταβλητών.

Στο τέλος του τρίτου κεφαλαίου αναφερθήκαμε στον υπολογισμό του αποδοτικού συνόρου. Αρχικά αναφερθήκαμε στον **Markowitz** ο οποίος χρησιμοποίησε για τον προσδιορισμό του αποδοτικού συνόρου ιστορικές εκτιμήσεις για την αναμενόμενη απόδοση, τον κίνδυνο και την συνδιακύμανση των επενδύσεων. Προκειμένου να βρούμε τα άριστα ποσοστά επένδυσης με την μέθοδο του **Markowitz** υπολογίζονται πρώτα οι μέσες αποδόσεις κάθε αξιογράφου του χαρτοφυλακίου και έπειτα ο πίνακας διακυμάνσεων συνδιακυμάνσεων. Η κατασκευή του συνόρου των αποδοτικών χαρτοφυλακίων γίνεται με την χρήση ενός προγράμματος το οποίο χρησιμοποιεί ως δεδομένα τα βασικά χαρακτηριστικά των επενδύσεων και ο επενδυτής λαμβάνει ποσοστά επένδυσης εκείνα τα οποία επιτυγχάνεται ο άριστος συνδυασμός κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης.

Έπειτα αναφερθήκαμε σε μελέτες που εξετάζουν το θέμα αυτό ξεκινώντας από τον **B.K Stone (1973)** ο οποίος αναφέρθηκε στην παρουσίαση δύο **LP** (Γραμμικού Προγραμματισμού) μοντέλα του **Sharpe** υποστηρίζοντας ότι η αγοραία ευαισθησία ενός χαρτοφυλακίου είναι μία αντικατάσταση κινδύνου για ένα καλώς διεσπαρμένο χαρτοφυλάκιο. Ο σκοπός του **B.K Stone (1973)** ήταν να παρουσιάσει μία εναλλακτική απόπειρα να συλληφθεί η ουσία της επιλογής χαρτοφυλακίου ως ένα γραμμικό πρόγραμμα. Στην συνέχεια παρουσιάστηκε η μελέτη των **E.Elton ,M.Gruber και M.Padberg (1976)** οι οποίοι παρουσίασαν κάποια απλά κριτήρια επιλογής του άριστου χαρτοφυλακίου. Οι ερευνητές υποθέτουν ότι η μόνη πηγή συνδυαστικής κίνησης των δύο μετοχών βγαίνει στην επιφάνεια μόνο λόγω μίας κοινής αντίδρασης στις κινήσεις της αγοράς και εξάγουν μία τεχνική απλής αριθμητικής λύσης όταν ο συντελεστής συσχέτισης ανάμεσα σε όλα τα ζευγάρια μετοχών μπορεί να υποθεθεί ότι είναι ο ίδιος. Εντωμεταξύ, υποθέτουν την ύπαρξη ενός άνευ κινδύνου περιουσιακού στοιχείου. Αυτό υπονοεί ότι το θεώρημα διαίρεσης ισχύει και ότι ο επενδυτής θα πρέπει να

μεγιστοποιήσει την αναλογία της έξτρα απόδοσης σε ένα χαρτοφυλάκιο διαιρεμένο από την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου. Επιπλέον κάνουν τη διευρυμένη υπόθεση ότι υπάρχει τουλάχιστον μία μετοχή στο σύνολο όλων των επενδυτικών ευκαιριών των οποίων η αναμενόμενη απόδοση είναι αυστηρά μεγαλύτερη από την απόδοση του άνευ κινδύνου περιουσιακού στοιχείου. Σε κάθε περίπτωση τέλος λαμβάνουν υπόψη τόσο την περίπτωση όπου οι μικρές πωλήσεις επιτρέπονται όσο και την περίπτωση που είναι απαγορευμένες. Τέλος παρουσιάστηκε η μελέτη του **A.Lewis (1988)** ο οποίος χρησιμοποίησε έναν απλό αλγόριθμο για την επιλογή του χαρτοφυλακίου. Η χρήση αυτού του αλγορίθμου έχει συγκεκριμένα πλεονεκτήματα. Πέρα από την ευρεία κατανομή του, προβολή και κατανόηση, χειρίζεται άμεσα τη σημαντική τεχνική περίπτωση μίας θετικής ημι - συγκεκριμένης μήτρας συνδιακόμανσης.

Το υπόδειγμα της αγοράς που μελετήθηκε στην παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί βασικό εργαλείο ανάλυσης και επιλογής μετοχών και κατασκευής χαρτοφυλακίων από τους επενδυτές. Για τους λόγους αυτούς υπάρχει μεγάλο ενδιαφέρον για την πλέον ορθή τήρηση των υποθέσεων του υποδείγματος της αγοράς και την πλέον αξιόπιστη και πρακτικά αποδοτική εκτίμηση του συντελεστή βήτα. Το υπόδειγμα της αγοράς το οποίο έχει αναπτυχθεί και ελεγχθεί εμπειρικά έχει διαπιστωθεί η ισχύς του και η καταλληλότητά του σε πολλές περιπτώσεις. Ωστόσο το υπόδειγμα της αγοράς δεν έχει επαρκώς ελεγχθεί σε αναδυόμενες αγορές μετοχών ή σε καταστάσεις της αγοράς όπως υπεραντίδραση της αγοράς, υπερβολική ευαισθησία των τιμών, κερδοσκοπικές τάσεις των τιμών κτλ. Για το λόγο αυτό είναι προφανές ότι χρειαζόμαστε εναλλακτικές μορφές υποδειγμάτων που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν ως πλέον κατάλληλες. Μια τέτοια απόπειρα αναλύεται στην συνέχεια του κεφαλαίου.



4.2 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

Σύμφωνα με την θεωρία του χαρτοφυλακίου (**Markowitz**) χρειαζόμασταν $\frac{N^2 + 3N}{2}$ εκτιμήσεις, ενώ με το υπόδειγμα της αγοράς ο αριθμός αυτός μειώθηκε σημαντικά σε $3N + 2$ εκτιμήσεις. Επιφανειακά φαίνεται λοιπόν ότι το πρόβλημα της επιλογής ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου από τον επενδυτή λύθηκε. Για να χρησιμοποιηθεί όμως το Υπόδειγμα της αγοράς θα πρέπει να πιστοποιήσουμε την εγκυρότητα των υποθέσεων που ήδη αναφέραμε βάσει των οποίων στηρίζεται το υπόδειγμά .Αν λοιπόν οι υποθέσεις αυτές παραβιάζονται συνάγεται ότι το υπόδειγμα θα μας δώσει λανθασμένα και ανακριβή αποτελέσματα.

Πρόσφατα ο **Γ.Διακογιάννης** και **Π.Διαμαντής (1995)** ανέπτυξαν ένα νέο θεωρητικό πολυπαραγοντικό υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιουχικών στοιχείων σε συνθήκες ισορροπίας εξισορροπητικής αγοραπωλησίας, που στηρίζεται σε παρατηρήσιμους μακροοικονομικούς παράγοντες που αντιπροσωπεύουν τους καθοριστικούς παράγοντες που επηρεάζουν τις αποδόσεις των μετοχών. Αυτή η πολυπαραγοντική σχέση υποθέτει την ανυπαρξία ευκαιριών εξισορροπητικής αγοραπωλησίας, δηλαδή οι επενδυτές δεν μπορούν να δημιουργήσουν χαρτοφυλάκια με οριακό μηδενικό κίνδυνο και θετική αναμενόμενη απόδοση.

Υπάρχει επιπλέον επικέντρωση στην προέλευση των τριών συντελεστών σχέσεων κινδύνου - απόδοσης κάθε μια από τις οποίες χρησιμοποιεί μακροοικονομικές μεταβλητές, που μπορούν να παρατηρηθούν, στον ορισμό των συντελεστών.

Η πρώτη σχέση κινδύνου - απόδοσης υποθέτει ότι τα κέρδη των μετοχών παράγονται από μια διαδικασία γραμμικού συντελεστή και ότι η υπονοούμενη πλασματική αγορά αναμένεται να είναι αποτελεσματική ως προς την τυπική απόκλιση απόδοσης και καλώς διασπαρμένη στη δεδομένη

δομή συντελεστών. Μία άμεση επισήμανση αυτών των υποθέσεων είναι ότι υπάρχει μία σχέση κινδύνου - απόδοσης ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση της μετοχής και στους συντελεστές βήτα της. Η δεύτερη σχέση κινδύνου - απόδοσης είναι έγκυρη όταν η υπονοούμενη αντικατάσταση εισχωρεί στο αποτελεσματικό όριο αναμενόμενης τυπικής απόκλισης απόδοσης. Η τρίτη σχέση απόδοσης - κινδύνου υποθέτει ότι οι μετοχικές αποδόσεις κυβερνώνται από μία πολλαπλών παραγόντων γραμμική διαδικασία, ότι οι ευκαιρίες αρμπιτράζ δεν είναι διαθέσιμες στην αγορά και η υπονοούμενη αντικατάσταση της αγοράς είναι καλώς διαφοροποιημένη στη δεδομένη δομή συντελεστών. Έπειτα η γραμμική σχέση ανάμεσα στις αναμενόμενες μετοχικές αποδόσεις και τους συντελεστές βήτα ισχύει κατά προσέγγιση.

Με τη χρησιμοποίηση ενός δείγματος μετοχών και ένα δείγμα μακροοικονομικών μεταβλητών που μπορούν να παρατηρηθούν οι σχέσεις κινδύνου - απόδοσης μπορούν να διερευνηθούν εμπειρικά. Συμπερασματικά, μία τέτοια σχέση μπορεί να ελεγχθεί με τον έλεγχο της σημαντικότητας των τιμών κινδύνου που συνδέονται με τους παράγοντες που περιλαμβάνονται στην παραγωγική διαδικασία μετοχικής απόδοσης.

Το νέο υπόδειγμα στηρίζεται στην ύπαρξη του πιο κάτω πολυπαραγοντικού γραμμικού υποδείγματος διαμόρφωσης των αποδόσεων μετοχών :

$$R_i = E(R_i) + b_{i1}f_1 + \dots + b_{ik}f_k + e_i$$

όπου $i = 1, 2, \dots, n$

- Ø $E(R_i)$ είναι η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου i
- Ø b_{is} είναι το μέτρο ευαισθησίας των μεταβολών της απόδοσης του αξιογράφου i σε σχέση με τις μεταβολές του κοινού παράγοντα s , όπου $s = 1, 2, \dots, k$ (αυτές οι ποσότητες ονομάζονται συντελεστές βήτα των παραγόντων)

- ∅ f_s η τιμή του κοινού παράγοντα s που έχει μέση τιμή ίση με το μηδέν
- ∅ e_i ο διαταρακτικός όρος που συνδέεται με το αξιόγραφο i .

Υποθέτουμε ότι οι κοινοί παράγοντες είναι ασυσχέτιστοι μεταξύ τους. Και επιπλέον υποθέτουμε ότι οι διαταρακτικοί όροι έχουν μηδενικούς μέσους, και είναι ασυσχέτιστοι μεταξύ τους και ασυσχέτιστοι με τους κοινούς παράγοντες. Με τη βοήθεια των ανωτέρω υποθέσεων αποδείχτηκε η πιο κάτω πολύ παραγοντική σχέση ισορροπίας :

$$E(R_i) = E(R_0) + b_i d_{i1} + \dots + b_{ik} d_k$$

όπου η αποτίμηση του κινδύνου συνδέεται με τον παράγοντα s δίνεται από τον πιο κάτω τύπο, με $s = 1, 2, \dots, k$:

$$d_s = (E(R_p) - E(R_0)) b_{ps} \text{Var}(f_s) / \text{Var}(R_p)$$

όπου

$E(R_p)$ η αναμενόμενη απόδοση ενός πλήρως διαφοροποιημένου παρατηρήσιμου χαρτοφυλακίου

$E(R_0)$ η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου μηδενικού κινδύνου ή η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου που έχει μηδενικό συστηματικό κίνδυνο

b_{ps} ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου σε σχέση με το κοινό παράγοντα s

$\text{Var}(f_s)$ η διακύμανση του κοινού παράγοντα s και

$\text{Var}(R_p)$ η διακύμανση του χαρτοφυλακίου.

Το υπόδειγμα του Υποδείγματος Αποτίμησης Εξισορροπητικών Αγοραπωλησιών στηρίζεται σε μη παρατηρήσιμους παράγοντες ενώ το προαναφερθέν υπόδειγμα προσδίδει οικονομική υπόσταση στους κοινούς παράγοντες που επηρεάζουν την απόδοση των αξιογράφων.

Ο **Γ. Διακογιάννης (1997)** προχώρησε σε μια άλλη μελέτη της οποίας τα εμπειρικά αποτελέσματα στηρίζονται στο θεωρητικό υπόδειγμα που αναπτύξαμε προηγουμένως και αποτελούν την πρώτη προσπάθεια εμπειρικού ελέγχου. Εξετάζεται ειδικότερα αν οι μακροοικονομικοί παράγοντες που έχουν κριθεί σαν σημαντικοί στον καθορισμό των αποδόσεων των αξιογράφων διαφέρουν ανάμεσα σε δυο διαφορετικές, απο πλευράς θεσμικού πλαισίου, περιόδους λειτουργίας του Χ.Α.Α. Έτσι ερευνάται η σταθερότητα του συστήματος επηρεασμού των αποδόσεων διαχρονικά σε σχέση με πολύ σημαντικές αλλαγές που έχουν επέλθει στην ελληνική χρηματαγορά και κεφαλαιαγορά, σαν συνέπεια της προσπάθειας σύγκλισης της Ελληνικής οικονομίας με τις οικονομίες των ανεπτυγμένων χωρών της Ε.Ε.

Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν τριμηνιαία δεδομένα με δεκαεννέα μακροοικονομικές μεταβλητές για την περίοδο **1980-1992**. Οι μεταβλητές αυτές επιλέχθηκαν ώστε να αντιπροσωπεύουν όλους τους τομείς της οικονομίας. Στο δείγμα της μελέτης χρησιμοποιήθηκαν αποδόσεις **70** εταιρειών εισηγμένων στο Ελληνικό Χρηματιστήριο. Οι εταιρείες αυτές επιλέχθηκαν με κριτήριο την συνεχή παρουσία τους στο χρηματιστήριο για την περίοδο **1980-1992**, να έχουν μεγάλη εμπορευσιμότητα και να αντιπροσωπεύουν όσο το δυνατό περισσότερους κλάδους. Έγιναν **140** παλινδρομήσεις (**70** για κάθε περίοδο) με διαχρονικά δεδομένα (**28** παρατηρήσεις) στην πρώτη φάση.

Στη φάση αυτή χρησιμοποιήθηκαν οι αποδόσεις των μεμονωμένων μετοχών και εκτιμήθηκαν οι συντελεστές βήτα των τριών παραγόντων για τις δύο περιόδους. Στις παλινδρομήσεις της δεύτερης φάσης που χρησιμοποιούνται διαστρωματικά δεδομένα η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι μέσες αποδόσεις των μετοχών. Οι ανεξάρτητες μεταβλητές είναι οι συστηματικοί κίνδυνοι (βήτα) των τριών παραγόντων.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι δυο στους τρεις παράγοντες είναι στατιστικά σημαντικοί για την πρώτη περίοδο και ότι και τρεις παράγοντες είναι στατιστικά σημαντικοί για την δεύτερη περίοδο.

Το βασικότερο συμπέρασμα της μελέτης αυτής που εξάγεται από τον ερευνητή είναι η μη επιβεβαίωση του απλού υποδείγματος αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (ΥΑΚΣ) και στις δυο μορφές του, αφού στα πλαίσια αυτού του υποδείγματος ένας είναι ο συστηματικός παράγοντας κινδύνου αυτός του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Επιπροσθέτα, η χρησιμότητα του εναλλακτικού υποδείγματος ΥΕΑΕ είναι αμφίβολη. Δηλαδή τα εμπειρικά αποτελέσματα του υποδείγματος που χρησιμοποιήθηκε συγκλίνουν περισσότερο προς μια εκδοχή του ΥΕΑΕ που βασιζείται στην ύπαρξη των ανεξάρτητων μακροοικονομικών παραγόντων.

Άλλες έρευνες που επιδεικνύουν νέες τάσεις όπως η χρήση του μεγέθους και η βαρύτητα στην αγορά για την περιγραφή της σταυροειδούς και πολυεπίπεδης σχέσης των μέσων μετοχικών αποδόσεων, πραγματοποιήθηκε από τους **E.F.Fama** και **K.R.Frence (1992)**.

Ειδικότερα οι **E.F.Fama** και **K.R.Frence (1992)** βλέπουν ότι δύο εύκολα μετρήσιμες μεταβλητές, το μέγεθος και η βαρύτητα, η σημαντικότητα της μετοχής στην αγορά, συνδυάζονται για να συλλάβουν τη σταυροειδή και πολυεπίπεδη διακύμανση στις μέσες μετοχικές αποδόσεις που συνδέονται με το β της αγοράς, το μέγεθος, την επίδραση, τη βαρύτητα στην αγορά, και τις αναλογίες κερδών - τιμής (**E/ P**). Επιπροσθέτως, όταν οι έλεγχοι αφορούν τη διακύμανση στο β που είναι άσχετη ως προς το μέγεθος, η σχέση ανάμεσα στο β της αγοράς και τη μέση απόδοση είναι επίπεδη, ακόμη και όταν το β είναι η μόνη επεξηγηματική μεταβλητή.

Ο στόχος των ερευνητών ήταν να αξιολογήσουν τους αλληλεπιδραστικούς ρόλους του β της αγοράς, του μεγέθους, του **E/ P**, του δανεισμού και της βαρύτητας της μετοχής στην αγορά στα σταυροειδή και πολυεπίπεδα στατιστικά δεδομένα των μέσων αποδόσεων των **NYSE**, **AMEX** και **NASDAQ** μετοχών.

Οι κυμαινόμενες σχέσεις ανάμεσα στη μέση απόδοση και το μέγεθος αντίθετα από την απλή σχέση ανάμεσα στο β και τη μέση απόδοση, το

δανεισμό, τη βαρύτητα της μετοχής στην αγορά και το E/P είναι ισχυρές. Στους πολυδιάστατους ελέγχους, η αρνητική σχέση ανάμεσα στο μέγεθος και τη μέση απόδοση είναι δυναμική ως προς τη συμμετοχή άλλων μεταβλητών. Η θετική σχέση ανάμεσα στη βαρύτητα της μετοχής στην αγορά και τη μέση απόδοση είναι ένδειξη ανταγωνισμού με άλλες μεταβλητές. Επιπλέον, παρά το ότι η επίδραση του μεγέθους έχει προσελκύσει περισσότερη προσοχή, η βαρύτητα της μετοχής στην αγορά έχει έναν συνεχώς ισχυρό ρόλο στις μέσες αποδόσεις. Τα τελικά αποτελέσματά ήταν :

- Ø το β δεν φαίνεται να βοηθά στην επεξήγηση της σταυροειδούς και πολυεπίπεδης ανάλυσης των μέσων μετοχικών αποδόσεων
- Ø ο συνδυασμός του μεγέθους και της βαρύτητας της μετοχής στην αγορά δείχνει να ενέχει τους ρόλους του δανεισμού και του E/P στις μέσες μετοχικές αποδόσεις, τουλάχιστον κατά την περίοδο **1963 – 1990** του δείγματος.

Αν τα κεφάλαια είναι λογικά τιμολογημένα, τα αποτελέσματά συστήνουν ότι οι κίνδυνοι των μετοχών είναι πολυδιάστατοι. Μία διάσταση κινδύνου προσδιορίζεται από το μέγεθος, το ME . Μία άλλη διάσταση του κινδύνου προσδιορίζεται από τα BE/ME , την αναλογία της αξίας των κοινών μετοχών της προς την αγοραία της αξία.

Είναι πιθανό ότι ο κίνδυνος που συλλήφθηκε από τα BE/ME είναι ο σχετικός παράγοντας σύγχυσης, αναστάτωσης, των **Chan και Chen (1991)** όπου έθεσαν ότι οι προοπτικές κέρδους των επωνυμιών συνδέονται με έναν παράγοντα κινδύνου στις αποδόσεις. Οι επωνυμίες που η αγορά κρίνει ότι έχουν άσχημες προοπτικές έχουν υψηλότερες αναμενόμενες μετοχικές αποδόσεις (τιμωρούνται με υψηλότερα κόστη κεφαλαίου) σε σχέση με τις επωνυμίες που έχουν καλές προοπτικές. Είναι επίσης πιθανό, εντούτοις, ότι τα BE/ME απλά συλλαμβάνουν την έκταση (παλινδρόμηση έναντι στο μέσο) των μη λογικών εντυπώσεων της αγοράς για τις προοπτικές των επωνυμιών.

Άσχετα από το ποιες είναι οι οικονομικές αιτίες που υπονοούνται, το βασικό αποτέλεσμα είναι άμεσο. Δύο εύκολα μετρήσιμες μεταβλητές, η βαρύτητα της μετοχής στην αγορά (BE/ME), και το μέγεθος (ME) παρέχουν

έναν απλό και δυνατό χαρακτηρισμό της σταυροειδούς και πολυεπίπεδης ανάλυσης των μέσων μετοχικών αποδόσεων για την περίοδο **1963 – 1990**.

Αναλυτικότερα τα αποτελέσματα μπορούν να συνοψισθούν:

1. Όταν έχουμε διακύμανση στο β που δεν συνδέεται ως προς το μέγεθος, δεν υπάρχει αξιόπιστη σχέση ανάμεσα στο β και την αναμενόμενη απόδοση.
2. Οι αντίθετοι ρόλοι της επίδρασης της αγοράς και της επίδρασης της βαρύτητας στις μέσες αποδόσεις συλλαμβάνονται καλώς από τη βαρύτητα στην αγορά.
3. Η σχέση ανάμεσα στα E/P και τη μέση απόδοση δείχνει να περικλείεται στο συνδυασμό του μέγεθος και της βαρύτητας στην αγορά.

Μεταβλητές όπως το μέγεθος, το E/P , ο δανεισμός και η βαρύτητα στην αγορά είναι όλες ταξινομημένες των τιμών των συνόλων των μετοχών μιας επωνυμίας. Μπορούν να θεωρηθούν ως διαφορετικοί τρόποι απόσπασης πληροφοριών από τιμές μετοχών σχετικά με τη σταυροειδή και πολυεπίπεδη σχέση των αναμενόμενων μετοχικών αποδόσεων. Από τη στιγμή που όλες αυτές οι μεταβλητές είναι διαβαθμισμένες εκδοχές της τιμής, είναι δικαιολογημένο να αναμένουμε ότι κάποιες από αυτές είναι περιττές για να εξηγήσουμε τις μέσες αποδόσεις. Γενικά για την περίοδο **1963 – 1980**, το μέγεθος και η βαρύτητα στην αγορά συλλαμβάνουν τη σταυροειδή και πολυεπίπεδη διακύμανση στις μέσες μετοχικές αποδόσεις που συνδέονται με το μέγεθος, τα E/P , τη βαρύτητα στην αγορά και την επίδραση.

Είναι πιθανό το ότι αν, από τύχη, το μέγεθος και η βαρύτητα στην αγορά περιγράφουν τη σταυροειδή και πολυεπίπεδη σχέση των μέσων αποδόσεων στο δείγμα, αλλά παράλληλα συμβαίνει να μην έχουν καμία σχέση ως προς τις αναμενόμενες αποδόσεις.

Οι **E.F.Fama** και **K.R.Frence (1992)** δίνουν λίγο βάρος σε αυτήν την πιθανότητα, ειδικά της περίπτωσης της βαρύτητας της μετοχής στην αγορά. Αν τα αποτελέσματά δεν είναι μόνο τύχη τότε έχουν πρακτικές επισημάνσεις

για τη διαμόρφωση του χαρτοφυλακίου και την αξιολόγηση από επενδυτές των οποίων βασικό ενδιαφέρον είναι οι μακροχρόνιες μέσες αποδόσεις. Αν η τιμολόγηση των περιουσιακών στοιχείων είναι λογική τότε το μέγεθος και η **BE/ ME** πρέπει να αντικαθιστούν τον κίνδυνο. Τα αποτελέσματά τότε υπονοούν ότι η απόδοση των ελεγχόμενων χαρτοφυλακίων (π.χ. κεφάλαια συνταξιοδότησης και αμοιβαία κεφάλαια) μπορεί να αξιολογηθεί με τη σύγκριση των μέσων αποδόσεών τους με τις μέσες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων που λειτουργούν ως σημεία ελέγχου με παρόμοιο μέγεθος και **BE/ ME** χαρακτηριστικά. Ομοίως, οι αναμενόμενες αποδόσεις για τις διαφορετικές στρατηγικές χαρτοφυλακίων μπορούν να αξιολογηθούν από τις ιστορικές μέσες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων με ταιριαστό μέγεθος και **BE/ ME** ιδιότητες.

Τέλος καταλήγουν ότι αν η τιμολόγηση των περιουσιακών στοιχείων είναι παράλογη και το μέγεθος και η **BE/ ME** δεν αντικαθιστούν τον κίνδυνο, τα αποτελέσματά τους μπορεί να εξακολουθήσουν να χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση των εναλλακτικών επενδυτικών στρατηγικών. Αν οι τιμές των μετοχών είναι παράλογες, αδικαιολόγητες, εντούτοις, η πιθανή συνέχεια των αποτελεσμάτων είναι πιο υποθετική.

Τα υποδείγματα τυχαίων συντελεστών και σχέσεων συνολοκλήρωσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν νέα υποδείγματα διότι τα πλεονεκτήματά τους και οι δυνατότητές τους ενσωματώνουν διαρθρωτικές ή αιφνίδιες μεταβολές του οικονομικού περιβάλλοντος με μεταβολές των παραμέτρων ή αναπαράγουν με λιγότερη ανακρίβεια εξειδικεύσεις μιας ασταθούς πραγματικότητας. Επιπλέον μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εξέταση της ισχύς των ανωμαλιών της αγοράς εφόσον τα φαινόμενα αυτά οφείλονται σε χρήση ακατάλληλου υποδείγματος ή παραβίαση των βασικών υποθέσεων του. Επιπρόσθετα τα υποδείγματα αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε στάσιμες ή μη στάσιμες σειρές για την αποσύνθεση ή αντίθετα την κατασκευή χαρτοφυλακίων όπου μπορούμε να έχουμε καλύτερα αποτελέσματα εξαιτίας της αναμενόμενης μεγαλύτερης διαφοροποίησης του κινδύνου με επιλογές

τυχαίων συντελεστών ή με την χρήση των βήτα απο συνολοκληρούμενες σειρές που θα παρουσιάζουν μεγαλύτερη στατιστική αξιοπιστία.

Επιπλέον η χρήση των υποδειγμάτων αυτών μπορεί να οδηγήσει σε αποτελεσματικές επιθετικές πολιτικές επενδυτικών αποφάσεων και συναλλαγών με επιθετικά χρεώγραφα που θα συντελέσουν σε υψηλές αναμενόμενες αποδόσεις. Το συγκεκριμένο κομμάτι θα μπορούσε να αποτελέσει αντικείμενο για περαιτέρω έρευνα όπως επίσης και η ικανότητα των υποδειγμάτων που αναφέραμε προηγουμένως για προβλέψεις.

Επιπλέον θα ήταν αξιοσημείωτο να αναφέρουμε ότι οι ερευνητές θα πρέπει να επαναπροσδιορίσουν τις προσεγγίσεις τους επαναξετάζοντας λεπτομερέστερα τις υποθέσεις του υποδείγματος της αγοράς μέσω πολλαπλών και αποδεκτών τέστς.

Οι παραπάνω προτάσεις παρουσιάστηκαν ενδεικτικά και παράγουν νέες ιδέες και τάσεις για την εξεύρεση και εφαρμογή αποτελεσματικών υποδειγμάτων .

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Affleck-Graves John and Mc Donald Bill. «Nonnormalities and Tests of Asset Pricing Theories», Journal of finance, Vol 44 , No4 ,September 1989, pp.889-908.
2. Ali Mukhtar and Giaccotto Carmello «Optimum Destribution-Free Tests and Further Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model» Journal of finance, Vol 37, No5 ,December 1982, pp.1247-1258.
3. Baesel Jerome. «On the assessment of risk: Some further considerations», Journal of finance, Vol. IX, No5 ,December 1976,pp.1491-1494.
4. Barry Christopher and Winkler Robert. «Nonstationarity and Portofolio Choice», Journal of financial and quantitative analysis, Vol.XI, No2, June 1976, pp. 217-235.
5. Belkaoui Ahmed. « Canadian Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model», Journal of finance, Vol XXXII, No 4, September 1977 , pp. 1320-1324.
6. Bey Roger and Pinches George. «Additional Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model», Journal of financial and quantitative analysis, Vol. XV,No2, June 1980, pp.299-322.
7. Bildersee John and Roberts Gordon. «Beta Instability When Interest Rate Levels Change» Journal of financial and quantitative analysis, Vol. XVI, No3, September 1981, pp.375-380.

8. Blume Mercall. «On the Assessment of Risk», *Journal of finance*, Vol. VI, No 1, March 1971 , pp. 1-10.
9. Brown Steve. «Heteroscedasticity in the Market Model: A Comment» *Journal of business*, Vol.50, No1, January 1977, pp.80-83.
10. Copley Ronald, Cooley Philip and Roenfeldt Rodney. «Autocorrelation in the Market Model Residuals» *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol.11(3), Autumn 1984, pp.409-417.
11. Cornell Bradford and Dietrich Kimball. «Mean-Absolute Deviation versus Least-Squares Regression Estimation of beta Coefficients» *Journal of financial and quantitative analysis*, Vol. XIII, No1, March 1978, pp.123-131.
12. Coutts Andrew, Mills Terence and Roberts Jennifer. « Misspecification of the Market Model : the implications of event studies» *Applied Economics Letters*, Vol.2, 1995, pp.163-165.
13. Coutts Andrew, Mills Terence and Roberts Jennifer. « Parameter Stability in the Market Model: tests and time varying parameter estimation with UK data» *The Statistician*, Vol.46, No1, 1997, pp.57-70.
14. Diagogiannis G. (1993) «Stationarity of Beta and Forecast:Some Evidence for the London Stock Exchange» *School of Management University of Bath*.
15. Diagogiannis G. (1995) «Multi-Factor Risk-Return Relationships»
16. Diagogiannis G. (1997) «Μακροοικονομικοί παράγοντες και οι αποδόσεις των μετοχών του ΧΑΑ»

17. Elton Edwin, Gruber J, Padberg W. «Simple Criteria for optimal portfolio selection» *Journal of finance*, Vol XXXI, No 5, December 1976, pp. 1341-1355.
18. Elton Edwin, Gruber Martin ., Brown Stephen and Goetzmann William . «Modern Portfolio Theory and Investment Analysis» Sixth Edition.
19. Fabozzi Frank and Francis Jack. « Stability Tests for Alphas and Betas over the Bull and Bear market conditions» *Journal of finance*, Vol XII, No 4, September 1977, pp. 1093-1099.
20. Fabozzi Frank and Francis Jack. « The effects of changing macroeconomic conditions on the parameters of the single index market model» *Journal of financial and quantitative analysis*, Vol XIV, No 2, June 1979, pp. 351-360.
21. Fama Eugene and French K. « The cross-section of Expected Stock Returns» *Journal of finance*, Vol XLVII, No 2, June 1992, pp. 427-465.
22. Filippas N. « An Analysis of the Market Model using data from fledging market» *RICEC* , Vol.45,(1998) No4, 745-768.
23. Fowler David, Rorke Harvey and Jog Vijay. «Heteroscedasticity, R, and Thin Trading on the Toronto Stock Exchange» *Journal of finance*, Vol 34, No 5, December 1979, pp. 1201-1210.
24. Gooding Arhur and O'Malley Terence «Market Phase and the stationarity of beta» *Journal of financial and quantitative analysis*, Vol. XII, No4, December 1977, pp.833-857.

25. Hausman J. « Specification tests in the econometrics» *Econometrica* , Vol. 46, No7, November 1978, pp.1251- 1271.
26. Huang R. and Jo H. « Tests of Market Models :Heteroscedasticity or Misspecification?» *Journal of Banking and Finance* , 1988 , pp.439-455.
27. Jarque Carlos and Bera Anil « A Test for Normality of Observations and Regression Residuals» *International Statistical Review* , 1987, pp.163-172.
28. Karathanasis G. and Patsos K . « Evidence of Heteroscedasticity and Misspecification issues in the Market Model: Results from the Athens Stock Exchange» *Applied Economics* , (1993), 25, pp. 1423-1438.
29. Karathanasis G. and Filippas N. « Έλεγχοι παραβίασης των Υποθέσεων του Υποδείγματος της αγοράς στην Χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών» *Σπουδαί* , Vol.44, No1-2, University of Piraeus.
30. Karathanasis G. and Filippas N. « Note: Heteroscedasticity in the Market Model: Some Evidence from the Athens Stock Exchange» *Managerial and Decision Economics*, Vol.14, 1993, 563-567.
31. Karathanasis G. and Filippas N. « Η εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου κοινών μετοχών εισηγμένων στο Χρηματιστήριο των Αθηνών» *Οικονομικός Ταχυδρόμος* .
32. Lewis Alan. « A Simple Algorithm for the portfolio Selection Problem» *Journal of finance*, Vol 43, No 1, March 1988, pp. 71-88.

33. Martin John and Klemkosky Robert. «Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model» *The Journal of Business* , Vol.48, No1, January 1975, pp.81-86.
34. Melicher Ronald . «Financial Factors whice Influence Beta Variations within an Homogeneous Industry Environment» *Journal of financial and quantitative analysis*, Vol. IX, No2, March 1974, pp.231-241.
35. Ohlson James and Rosenberg Barr. « Systematic Risk of the CRSP Equal-weighted Common Stock Index: A History Estimated by Stochastic-Parameter Regression» *Journal of Business* ,Vol.55, No1, 1982, 121-145.
36. Patsos K. « Οικονομετρικοί έλεγχοι Εξειδίκευσης του Υποδείγματος αγοράς μετοχών και οικονομετρικά υποδείγματα μεταβλητών συντελεστών, **Co-intergration** και **Error-Correction**: Μια νέα προσέγγιση σε Αναδυόμενες και Υπερκινητικές Αγορές. Η Περίπτωση του ΧΑΑ», **Doctoral Thesis**.
37. Praez . « Australian Share Prices and the Random Walk Hypothesis» *Australian Journal of Statistics*, pp .917-944.
38. Ramsey B. «Tests for Specification Errors in Classical Linear Least-squares Regression Analysis» *Journal of the Royal Statistical Society*, pp.350-371.
39. Robichek Alexander and Cohn Richard « The economic Determinants of Systematic Risk» *Journal of finance*, Vol XXIX, No 2,May 1974, pp. 439-447.

40. Schwartz Robert and Whitcomb David « Evidence on the Presence and causes of serial correlation in Market Model Residuals» Journal of financial and quantitative analysis, Vol. 12, No2, June 1977, pp.291-313.
41. Schwert William and Deguin Paul « Heteroscedasticity in Stock Returns» » Journal of finance, Vol XLV, No 4, September 1990 , pp.1129-1153.
42. Sharipo S, Wilk, Chen H. «A comparative study of various tests for normality» American Statistical Association Journal, December 1968, pp.1343-1372.
43. Sharpe William . «Mean –Absolute-Deviation Characteristic Lines for Securities and Portfolios» Management Science, Vol.18,No2, October 1971, pp.B1-B13.
44. Stone Bernell . « A linear programming formulation of the General portfolio selection problem» Journal of financial and quantitative analysis, Vol. 9, No2, September 1973, pp.621- 636.
45. White H. «A Heteroscedasticity –consistent covariance matrix estimator and a direct test for Heteroscedasticity» Econometrica , Vol.48, May 1980, pp.817-838.

