κ. κ.

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΟΜΟΣ Ι

ΒΡΑΧΥΠΡΟΘΕΣΜΟΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

ΚΑΤΑ ΤΑΣ ΠΑΡΑΔΟΣΕΙΣ ΤΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ
ΤΗΣ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΧΟΛΗΣ
κ. Ε. Δ. ΜΑΡΓΑΡΙΤΗ

ΑΘΗΝΑΙ, 1966

'Εκδόσεις πολυγράφου Σ. Ν. Κλουκίνα
'Ακαδημίας 98 ∗ ΑΘΗΝΑΙ ∗ Τηλέφ. 622.110

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ
ΑΠΛΟΥΣ ΤΟΚΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ
ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΣΙΣ ΕΠΙ ΑΠΛΩ ΤΟΚΩ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ
ΓΡΑΜΜΑΤΙΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ, ΚΟΙΝΗ ΚΑΙ ΜΕΣΗ ΛΗΞΙΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ
ΑΛΛΗΛΟΧΡΕΟΙ ΤΟΚΟΦΟΡΟΙ ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΙ

Δ' ΠΡΑΞΕΙΣ ΕΠΙ ΠΡΟΘΕΣΜΙΑ

Ε' ΠΡΑΞΕΙΣ ΕΠΙ ΔΩΡΩ

Τ έ λ ο ς

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ

ΑΠΛΟΥΣ ΤΟΚΟΣ

1.1.- Ἀρχικαί ἔννοιαι καί ὁρισμοί.

Πολλάκις οἱ διάφοροι ἐπιχειρηματίαι, ἔμποροι, βιομήχανοι κλπ. ἔχουν ἀνάγκην ἀπό χρηματικά ποσά διά νά ἐπεκτείνουν τάς ἐπιχειρήσεις των καί νά αὐξήσουν οὕτω τά κέρδη των. Ἄν δέν διαθέτουν οἱ ἴδιοι τά πρόσθετα αὐτά χρηματικά ποσά, θά καταφύγουν εἰς τούς τυχόν διαθέτοντας χρήματα καί θά ζητήσουν νά δανεισθοῦν ἀπό αὐτούς. Οἱ κάτοχοι ὅμως τῶν χρημάτων πρός τούς ὁποίους θά ἀπευθυνθοῦν, θά ἀπαιτήσουν καί θά λάβουν ἀπό αὐτούς ἕν εἶδος ἐνοικίου ἤ εἰσοδήματος διά τά ποσά τά ὁποῖα θά τούς δανείσουν. Ἀποτελεῖ οὕτω ἐν τῇ καθ'ἡμέραν ζωῇ γεγονός τό ὅτι ἄν δανεισθῇ τις ἕν οἱονδήποτε ποσόν χρημάτων ὀφείλει, μετά παρέλευσιν ὡρισμένου χρόνου, νά ἐπιστρέψῃ σύν τῷ ποσῷ τούτῳ καί ἀποζημίωσίν τινα εἰς τόν δανείσαντα. Ἡ ἀποζημίωσις αὕτη θεμελιοῦται θεωρητικῶς ἐπί τῆς ἀρχῆς ὅτι τό δανεισθέν ποσόν καί τό ἐπιστραφέν εἶναι οἰκονομικῶς ἰσοδύναμα καί ἡ ἰσοδυναμία αὕτη ὑφίσταται μόνον ἄν τό ἐπιστρεφόμενον ποσόν ὑπερβαίνῃ τό δανεισθέν κατά τό ἀντίτιμον τοῦ παραχωρηθέντος δικαιώματος χρήσεως. Αὐτονόητον τυγχάνει ὅτι διά τήν θεωρητικήν αὐτήν ἀρχήν τῆς ἰσορροπίας ὑπάρχει ἡ βασική προϋπόθεσις ὅτι πᾶν χρηματικόν ποσόν δανειζόμενον ἔχει παραγωγικήν ἱκανότητα. Τό οἰκονομικόν φαινόμενον, τό ὁποῖον δίδει ἀφορμήν εἰς τήν καταβολήν τῆς ἀποζημιώσεως αὐτῆς διά τό δανεισθέν ποσόν καί ἥτις λέγεται τόκος, ὀνομάζεται ἔντοκον δάνειον. Ὑπό ὁμαλάς συνθήκας ἐν τῇ Οἰκονομίᾳ οἱ δανειζόμενοι τά χρήματα ἐπιχειρηματίαι δέχονται προθύμως νά καταβάλουν τόν τόκον εἰς τούς πιστωτάς των, διότι αὐτός ἀποτελεῖ συνήθως μέρος τῶν προσθέτων κερδῶν, ἅτινα θά καρπωθοῦν διά τῆς ἐπεκτάσεως τῶν ἐργασιῶν των.

Τό ἔντοκον δάνειον δέν εἶναι φαινόμενον τῆς συγχρόνου μόνον οἰκονομικῆς ζωῆς. Ἴσχυε τόσον εἰς τήν Ἀρχαιότητα, ὅσον καί εἰς τόν Μεσαίωνα, ἀλλά ὑπό διάφορον μορφήν. Τότε δέν ἐδανείζοντο, ὅπως σήμερον, οἱ ἔμποροι, βιομήχανοι καί ἐπιχειρηματίαι ἐν γένει ἀλλ' οἱ πτωχοί διά νά ἀγοράσουν τροφήν καί λοιπά χρειώδη εἰς τήν ζωήν των ὡς καί οἱ κατά κανόνα πτωχοί ἱππόται διά νά ἀγοράσουν τόν ὁπλισμόν των. Τά δάνεια δηλαδή δέν ἐγίνοντο διά παραγωγικούς σκοπούς, ἀλλά κυρίως διά καταναλωτικούς. Διά τόν λόγον αὐτόν οἱ τόκοι τῶν δανείων ἐπίεζον δεινῶς τούς χρεώστας καί τούς κατέστρεφον, κατεδικάζοντο δέ ἀπό τούς σοφούς καί τήν Ἐκκλησίαν. Τό φαινόμενον τοῦτο τῆς καταθλιπτικῆς ἐπί τῶν δανειζομένων ἐπιδράσεως τῶν ἐντόκων δανείων δέν ἔλειψεν ἀτυχῶς καί εἰς τήν νεωτέραν κοινωνίαν. Συμβαίνουν πολλάκις διαταραχαί εἰς τήν οἰκονομίαν τοιαύτης ἐκτάσεως, ὥστε καθίσταται προβληματική ἡ καταβολή τόκων ἀπό τούς ὀφειλέτας, οἱ ὁποῖοι ἀδυνατοῦν νά ἐπιστρέψουν ἐνίοτε καί αὐτά τά ληφθέντα ὑπ' αὐτῶν ἀρχικά ποσά δανείων. Ἔχομεν σειράν προσφάτων παραδειγμάτων τόσον πρό τοῦ τελευταίου παγκοσμίου πολέμου, ὅσον καί μετ' αὐτόν, κατά τά ὁποῖα οὐ μόνον οἱ ἰδιῶται ἀλλά καί ὁλόκληρα κράτη εὑρέθησαν εἰς ἀδυναμίαν ἐκπληρώσεως τῶν συμβατικῶν αὐτῶν ὑποχρεώσεων εἰς περιπτώσεις δανείων.

Τό χρηματικόν ποσόν, τό ὁποῖον δανείζεταί τις ὀνομάζεται κεφάλαιον, ἡ δέ χρονική διάρκεια τοῦ δανείου χρόνος. Ὁ ὑπολογισμός τοῦ τόκου γίνεται ἐπί τῇ βάσει τοῦ εἰσοδήματος τῶν 100 δραχμῶν εἰς ἕν ἔτος, τό δέ εἰσόδημα αὐτό ὀνομάζεται ἐπιτόκιον. Ὁμοίως ὡς ἐπιτόκιον λαμβάνεται καί ὁ τόκος μιᾶς νομισματικῆς μονάδος καί ἰσοῦται προφανῶς πρός τό ἑκατοστόν τοῦ προηγουμένου.

Τό ὕψος τοῦ ἐπιτοκίου ρυθμίζεται ἀπό τήν προσφοράν καί τήν ζήτησιν κεφαλαίων. Ἄν ἡ ζήτησις κεφαλαίων εἰς μίαν ἐποχήν εἶναι πολύ μεγάλη ἐν σχέσει μέ τήν προσφοράν, τό ἐπιτόκιον εἶναι ὑψηλόν. Τό ἀντίθετον συμβαίνει ἄν ἡ ζήτησις εἶναι μικρά. Τό ὕψος τοῦ ἐπιτοκίου ἐξαρτᾶται ἐπίσης καί ἀπό τήν φερεγγυότητα τοῦ δανειζομένου. Ἐάν ἡ φερεγγυότης του εἶναι μικρά, ὁ δανειστής θά ἀπαιτήσῃ μεγαλύτερον ἐπιτόκιον τοῦ τρέχοντος. Τό ἐπί πλέον ἀποτελεῖ εἶδος ἀσφαλίστρου, ὅπερ καταβάλλει ὁ χρεώστης εἰς τόν δανειστήν. Γενικώτερον τό ἐπιτόκιον οἰκονομικῶς περιέχει ἀφ' ἑνός ἕν ποσοστόν παραγωγικότητος κεφαλαίου καί ἀφ' ἑτέρου ἀσφάλιστρον διά τήν περίπτωσιν ἀπωλείας τοῦ κεφαλαίου ἐν ὅλῳ ἤ ἐν μέρει. Ἐπί πλέον εἰς τό ἐπιτόκιον ἐνσωματοῦνται αἱ ἐπιδράσεις τῆς ζητήσεως καί προσφορᾶς κεφαλαίων ὡς καί αἱ τοιαῦται ἐκ τῆς πολιτικῆς, κοινωνικῆς καί οἰκονομικῆς καταστάσεως μιᾶς χώρας.

Ὡς βασικόν ἐπιτόκιον διά τάς συναλλαγάς λαμβάνεται τό προεξοφλητικόν ἐπιτόκιον τό ὁριζόμενον ἑκάστοτε παρά τῆς

Π ί ν α ξ I

Ἐμφανίζων τήν διακύμανσιν, ἀπό τῆς συστάσεως τῆς Τραπέζης τῆς Ἑλλάδος, τοῦ προεξοφλητικοῦ ἐπιτοκίου, ὡς καί τόν ἑκάστοτε ἰσχύσαντα συμβατικόν, νόμιμον καί ὑπερημερίας τόκον:

Χρόνος ἰσχύος		Προεξοφλητικόν ἐπιτόκιον	Τόκος	
Ἀπό	Μέχρι		Συμβατικ.	νόμιμ. καί ὑπερημερ.
14. 5.28	29.11.28	10%	13%	12%
30.11.28	15. 2.29	9%	15%	15%
16. 2.29	25. 7.31	9%	13%	12%
26. 7.31	25. 9.31	9%	12%	11%
26. 9.31	28.10.31	12%	15%	14%
29.10.31	11. 1.32	11%	14%	13%
12. 1.32	19. 2.32	12%	15%	14%
20. 2.32	7. 8.32	11%	14%	13%
8. 8.32	2.12.32	10%	13%	12%
3.12.32	5. 6.33	9%	12%	11%
6. 6.33	13.10.33	7 1/2%	10 1/2%	99 1/2%
14.10.33	3. 1.37	7%	10%	9%
4. 1.37	13. 7.41	6%	9%	8%
14. 7.41	8.12.41	5%	7%	8%
9.12.41	28. 2.42	5%	8%	9%
1. 3.42	30.11.44	6%	6%	6%
1.12.44	10. 2.45	11%	11%	11%
11. 2.45	20. 8.46	7%	9%	10%
21. 8.46	11. 7.48	10%	10%	12%
12. 7.48	31.12.53	12%	10%	12%
1. 1.54	31.12.54	10%	10%	12%
1. 1.55	30. 4.56	9%	10%	12%
1. 5.56	ἐν ἰσχύϊ	10%	10%	12%

Τραπέζης τῆς Ἑλλάδος, ἀσκούσης ὡς γνωστόν τό ἐκδοτικόν προνόμιον. Εἰς τήν προηγουμένην σελίδα παρεθέσαμεν πίνακα τῶν ἰσχυόντων ἐπιτοκίων ἀπό τῆς ἱδρύσεως τῆς Τραπέζης τῆς Ἑλλάδος.

Συνήθως ὁ δανειζόμενος πλήν τοῦ συμπεφωνημένου ἐπιτοκίου ὑπόκειται καί εἰς ἄλλας ἐπιβαρύνσεις ὡς προμήθειαν τήν ὁποίαν λαμβάνουν αἱ τράπεζαι κατά τήν παροχήν δανείων, μεσιτικά ἅτινα πληρώνονται, ὁσάκις κατά τήν σύναψιν δανείου μεσολαβεῖ τρίτος, συμβολαιογραφικά δικαιώματα, τέλη, φόρους κλπ. Αἱ ἐπιβαρύνσεις αὗται αὐξάνουσιν οὐσιωδῶς τό ἐπιτόκιον, ὅπερ καταντᾶ πλέον ὀνομαστικόν τοιοῦτον. Αἱ ἐπιβαρύνσεις αὗται, ποικίλλουν κατά χώρας. Ἐν Ἑλλάδι αὗται εἶναι λίαν ὑψηλαί, ἰδίως μετά τόν δεύτερον παγκόσμιον πόλεμον ὅτε ἐδημιουργήθη πολύ ἀνώμαλος οἰκονομική κατάστασις καί σημαντική διαταραχή εἰς τήν ἐν γένει χρηματαγοράν.

1.2.- Τύποι τοῦ ἁπλοῦ τόκου.

Εἰς τά προβλήματα τοῦ τόκου ὑπεισέρχονται τέσσαρα ποσά: ἤτοι ὁ τόκος παριστάμενος μέ τό σύμβολον I, τό ἐπιτόκιον i ὅπερ ἐκφράζει τόν τόκον μιᾶς νομισματικῆς μονάδος εἰς ἕν ἔτος καί εἶναι τό ἑκατοστόν τοῦ συνήθους ἐκ τῆς πρακτικῆς Ἀριθμητικῆς ἐπιτοκίου ὅπερ ἐκφράζει τόν τόκον τῶν 100 νομισματικῶν μονάδων εἰς ἕν ἔτος, τό κεφάλαιον ὅπερ παρίσταται μέ τό σύμβολον K καί ὁ χρόνος παριστάμενος διά τοῦ n ἄν ὁρίζεται εἰς ἔτη, διά τοῦ μ ἄν ὁρίζεται εἰς μῆνας καί διά τοῦ ν ἄν ὁρίζεται εἰς ἡμέρας.

Βασιζόμενοι ἐπί τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ ἐπιτοκίου θά ἔχωμεν τήν ἀκόλουθον θεμελιώδη ἐξίσωσιν τοῦ τόκου:

$$\boxed{I = Kni} \qquad (1)$$

Ἐκ ταύτης προκύπτει ὅτι ὁ ἁπλοῦς τόκος εἶναι ἀνάλογος τοῦ κεφαλαίου ἄν τά ἄλλα ποσά μένουν ἀμετάβλητα. Ὁμοίως εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἐπιτοκίου καί τοῦ χρόνου.

Ἐάν ὁ χρόνος ὁρίζεται εἰς μῆνας ὁ τύπος (1) γίνεται:

$$\boxed{I = \frac{K.\mu.i}{12}} \qquad (2)$$

καθ'ὅσον οἱ μ μῆνες ἀποτελοῦν τά μ/12 τοῦ ἔτους.

'Εάν δέ ὁ χρόνος ὁρίζεται εἰς ἡμέρας, ὁ τύπος (1) γίνεται:

$$\boxed{I = \frac{K.\nu.i}{365}} \qquad (3)'$$

(ἄν τό ἔτος εἶναι πολιτικόν), ἤ

$$\boxed{I = \frac{K.\nu.i}{360}} \qquad (3)''$$

(ἄν τό ἔτος εἶναι ἐμπορικόν ἤ μικτόν).

Τό πολιτικόν ἔτος ἀποτελεῖται ἐκ 365 ἡμερῶν τό κοινόν καί 366 ἡμερῶν τό δίσεκτον, ἕκαστος δέ μήν ἀπό τόν πραγματικόν ἀριθμόν ἡμερῶν αὐτοῦ. Τό πολιτικόν ἔτος ἐφαρμόζεται εἰς 'Αγγλίαν καί κτήσεις αὐτῆς, εἰς Βόρειον Ἀμερικήν καί Λισσαβῶνα.

Τό ἐμπορικόν ἔτος ἀποτελεῖται ἀπό 360 ἡμέρας καί ἕκαστος μήν ἀπό 30 ἡμέρας, ἐφαρμόζεται δέ εἰς Γερμανίαν, Σκανδιναυϊκάς Χώρας καί Ἑλβετίαν (πλήν Γενεύης).

Τό μικτόν ἔτος ἀποτελεῖται ἀπό 360 ἡμέρας καί ἕκαστος μήν λαμβάνεται μέ τόν πραγματικόν ἀριθμόν ἡμερῶν αὐτοῦ. Τοῦτο ἐφαρμόζεται εἰς Ἑλλάδα, Γαλλίαν, Ἰταλίαν, Ἰσπανίαν, Αὐστρίαν, Ὁλλανδίαν, Βέλγιον καί Γενεύην.

'Εφαρμογαί

Παράδειγμα 1ον: Πόσον τόκον φέρουν 11.200 δραχμαί εἰς 3 ἔτη πρός 7%;

Ἔχομεν ἐνταῦθα: $K = 11.200$, $n = 3$, $i = 0,07$.
'Εφαρμόζοντες τόν τύπον (1) λαμβάνομεν:

$$I = 11.200 \cdot 3 \cdot 0,07 = 2.352 \text{ δρχ.}$$

Παράδειγμα 2ον: Πόσον τόκον φέρουν 7000 δρχμ. εἰς 4 μῆνας πρός 9%;

Ἔχομεν: $K = 7000$, $\mu = 4$, $i = 0,09$.
'Εφαρμόζοντες τόν τύπον (2) λαμβάνομεν:

$$I = \frac{7000 \cdot 4 \cdot 0,09}{12} = 210 \text{ δρχ.}$$

Παράδειγμα 3ον: Πόσον τόκον φέρουν 6300 δρχμ. εἰς 70 ἡμέρας πρός 5%;

Ἔχομεν: $K = 6300$, $\nu = 70$, $i = 0,05$.
'Εκ τοῦ πρώτου τῶν τύπων (3) διά πολιτικόν ἔτος λαμβάνομεν:

$$I = \frac{6300 \cdot 70 \cdot 0,05}{365} = 60,40 \text{ δρχ.}$$

'Εάν ἐφαρμοσθῇ ὁ δεύτερος τύπος (3) δι' ἔτος μικτόν ἔχομεν:

$$I = \frac{6300 \cdot 70 \cdot 0,05}{360} = 61,25 \text{ δρχ.}$$

Παρατήρησις: 'Εάν παραστήσωμεν τόν τόκον μέ ἔτος πολιτικόν $I\pi$ καί τόν τόκον μέ ἔτος μικτόν $I\mu$ ἔχομεν τάς δύο ἰσότητας:

$$I\pi = \frac{K \cdot \nu \cdot i}{365} \quad \text{καί} \quad I\mu = \frac{K \cdot \nu \cdot i}{360}$$

Διαιροῦντες ταύτας κατά μέλη λαμβάνομεν:

$$\frac{I\pi}{I\mu} = \frac{K\nu i}{365} : \frac{K\nu i}{360} = \frac{K\nu i}{365} \times \frac{360}{K\nu i} = \frac{360}{365} = \frac{72}{73}$$

ἤτοι:

$$I_\pi = I_\mu \cdot \frac{72}{73} = I_\mu \cdot \left(\frac{73}{73} - \frac{1}{73}\right) = I_\mu - \frac{I_\mu}{73}$$

καί $$I_\mu = I_\pi \cdot \frac{73}{72} = I_\pi \cdot \left(\frac{72}{72} + \frac{1}{72}\right) = I_\pi + \frac{I_\pi}{72}$$

'Εκ τῶν ἰσοτήτων τούτων συμπεραίνομεν ὅτι:

α) Ὁ τόκος μέ πολιτικόν ἔτος ἰσοῦται μέ τόν τόκον ἔτους μικτοῦ μειούμενον κατά τό 1/73 αὐτοῦ.

β) Ὁ τόκος μέ ἔτος μικτόν ἰσοῦται μέ τόν τόκον ἔτους πολιτικοῦ αὐξανόμενον κατά τό 1/72 αὐτοῦ.

1.3.- Εὕρεσις τοῦ τόκου διά τῆς μεθόδου τῶν σταθερῶν διαιρετῶν.

'Εάν εἰς τόν γενικόν τύπον τοῦ τόκου, ὅταν ὁ χρόνος ὁρίζεται εἰς ἡμέρας, διαιρέσωμεν καί τούς δύο ὅρους τοῦ κλάσματος διά i λαμβάνομεν:

$$I = \frac{K\nu i}{360} = \frac{K\nu i : i}{360 : i} = \frac{K\nu}{360 : i}$$

Παριστῶντες δέ τόν μέν ἀριθμητήν μέ τό σύμβολον N τόν δέ παρονομαστήν μέ τό Δ ἔχομεν μίαν ἁπλοποιημένην μορφήν τοῦ προηγουμένου τύπου ἤτοι:

$$\boxed{I = \frac{N}{\Delta}}$$

ἔνθα τό σύμβολον N εἶναι γινόμενον τοῦ κεφαλαίου ἐπί τάς ἡμέρας καί καλεῖται τοκάριθμος (Nombre) καί τό σύμβολον Δ τό πηλίκον τοῦ 360 διά τοῦ ἐπιτοκίου καί καλεῖται σταθερός διαιρέτης (Diviseur), ἐπειδή δι'ἕκαστον ἐπιτόκιον εἶναι πράγματι σταθερός.

'Εκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν τόν ἀκόλουθον κανόνα:

Διά νά εὕρωμεν τόν τόκον, ὅταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς ἡμέρας, διαιροῦμεν τόν τοκάριθμον διά τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.

Πρός εὐχερῆ εὕρεσιν τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου παρέχομεν τόν ἀκόλουθον πίνακα δι'ὅλα τά ἐπιτόκια τά ὁποῖα δίδουν πηλίκον ἀκέραιον ἀριθμόν

Πίναξ II

i	Δ	i	Δ	i	Δ
0,01	36000	0,03	12000	0,075	4800
0,0125	28800	0,04	9000	0,08	4500
0,015	24000	0,045	8000	0,09	4000
0,02	18000	0,05	7200	0,10	3600
0,025	14400	0,06	6000	0,12	3000

Παρατήρησις. Ὅταν ἀντί τοῦ ἀριθμοῦ τῶν τοκοφόρων ἡμερῶν μᾶς δοθοῦν αἱ δύο ἡμερομηνίαι -ἀρχική καί τελική-τῆς τοκοφόρου περιόδου ὑπολογίζομεν πρῶτον τάς ἡμέρας αἱ ὁποῖαι μεσολαβοῦν μεταξύ τῶν δύο ἡμερομηνιῶν.

Διά νά εὕρωμεν τώρα τόν ἀριθμόν τῶν ἡμερῶν, αἱ ὁποῖαι μεσολαβοῦν μεταξύ δύο δοθεισῶν ἡμερομηνιῶν,ἐργαζόμεθα ὡς εἰς τά κατωτέρω παραδείγματα:

Παράδειγμα 1ον: Πόσαι ἡμέραι μεσολαβοῦν μεταξύ 17 Φεβρουαρίου καί 24 Μαΐου;

α) Ἔτος ἐμπορικόν:

Ἀπό 17ης Φεβρουαρίου	μέχρι 17ης	Μαΐου	ἡμέραι	90
+ " 17ης Μαΐου	" 24ης	"	"	7
			ἐν ὅλῳ ἡμέραι	97

β) Ἔτος πολιτικόν ἤ μικτόν

Ἀπό 17ης Φεβρουαρίου	μέχρι 17ης	Μαΐου	ἡμέραι	90
+ " 17ης Μαΐου	" 24ης	"	"	7
			ἡμέραι	97
	+ μία ἡμέραν ἀπό Μάρτιον		"	1
	- δύο ἡμέραι Φεβρουαρίου		"	2
			Σύνολον ἡμερῶν	96

Παράδειγμα 2ον: Πόσαι ἡμέραι μεσολαβοῦν μεταξύ 17

Φεβρουαρίου καί 11 Μαΐου;

α) Ἔτος ἐμπορικόν:

Ἀπό 17ης Φεβρουαρίου	μέχρι 17ης Μαΐου	ἡμέραι	90
– " 17ης Μαΐου	" 11ης	" "	6
	ἐν ὅλῳ	ἡμέραι	84

β) Ἔτος πολιτικόν ἤ μικτόν

Ἀπό 17ης Φεβρουαρίου	μέχρι 17ης Μαΐου	ἡμέραι	90
– " 17ης Μαΐου	" 11ης	" ἡμέραι	6
		ἡμέραι	84
	+ μία ἡμέρα ἀπό Μαρτ.	"	1
		ἡμέραι	85
	– δύο ἡμέραι Φεβρουαρ.	"	2
	Σύνολον	"	83

Σημείωσις: Πρός εὕρεσιν τῶν ἡμερῶν αἱ ὁποῖαι μεσολαβοῦν μεταξύ μιᾶς ἡμέρας ἑνός μηνός καί τῆς ἰδίας ἡμέρας ἑπομένου τινός μηνός μέ ἔτος πολιτικόν ἤ μικτόν δυνάμεθα νά χρησιμοποιήσωμεν καί τόν κάτωθι πίνακα:

Πίναξ III

Μῆνες	Ιαν.	Φεβ	Μάρ.	Ἀπρ	Μάϊ.	Ἰούν.	Ἰούλ.	Αὔγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοέ.	Δεκ.
Ἰανουαρ.	-	334	306	275	245	214	184	153	122	92	61	31
Φεβρου.	31	-	337	306	276	245	215	184	153	123	92	62
Μάρτιος	59	28	-	335	304	273	243	212	181	151	120	90
Ἀπρίλ.	90	59	31	-	335	304	274	243	212	181	151	121
Μάϊος	120	89	61	30	-	334	304	273	242	212	181	151
Ἰούνιος	151	120	92	61	31	-	335	304	273	243	212	182
Ἰούλιος	181	150	122	91	61	30	-	334	303	273	242	212
Αὔγουστ.	212	181	153	122	92	61	31	-	334	304	273	243
Σεπτέμβ.	243	212	184	153	123	92	62	31	-	335	304	274
Ὀκτώβρ.	273	242	214	183	153	122	92	61	30	-	334	304
Νοέμβρ.	304	273	245	214	184	153	123	92	61	31	-	335
Δεκέμβ.	334	303	275	244	214	184	153	122	91	61	30	-

Παράδειγμα 1ον: Πόσαι ἡμέραι μεσολαβοῦν μεταξύ 17 Φεβρουαρίου καί 24 Μαΐου;

Λύσις: Ἀνατρέχομεν εἰς τήν στήλην "Φεβρουάριος" τοῦ ἀνωτέρω πίνακος καί εἰς τήν σειράν "Μάϊος" καί εὑρίσκομεν τόν ἀριθμόν 89. Εἰς αὐτόν προσθέτομεν καί τάς 7 ἡμέρας αἱ ὁποῖαι μεσολαβοῦν μεταξύ 17ης Μαΐου καί 24ης Μαΐου καί εὑρίσκομεν 96 ὡς τόν ζητούμενον ἀριθμόν ἡμερῶν.

Παράδειγμα 2ον: Πόσαι ἡμέραι μεσολαβοῦν μεταξύ 17ης Φεβρουαρίου καί 11ης Μαΐου;

Λύσις: Ἀνατρέχομεν εἰς τήν στήλην "Φεβρουάριος" τοῦ ἀνωτέρω πίνακος καί εἰς τήν σειράν "Μάϊος" καί εὑρίσκομεν τόν ἀριθμόν 89. Ἀπό αὐτόν ἀφαιροῦμεν 6 ἡμέρας διά νά κατέλθωμεν ἀπό τήν 17ην Μαΐου εἰς τήν 11ην καί εὑρίσκομεν 83 ὡς τόν ζητούμενον ἀριθμόν.

1.4.- Εὕρεσις τοῦ τόκου ὅταν τό κεφάλαιον δίδεται εἰς λίρας

Ὅταν τό κεφάλαιον δίδεται εἰς συμμιγῆ ἀριθμόν λιρῶν, διά νά εὕρωμεν τόν τόκον πρέπει πρῶτον νά τρέψωμεν τόν συμμιγῆ ἀριθμόν τῶν λιρῶν εἰς δεκαδικόν. Ἡ μετατροπή αὐτή γίνεται ὡς ἑξῆς:

Ἄς λάβωμεν τόν συμμιγῆ ἀριθμόν λίρ. 5-7-6 καί ἄς ζητήσωμεν νά τόν μετατρέψωμεν εἰς δεκαδικόν.

Ἐπειδή ἡ λίρα ἔχει 20 σελίνια ἤ 240 πέννες, ἕκαστον σελίνιον θά ἰσοῦται μέ τό 1/20 ἤ τά 50 χιλιοστά τῆς λίρας. Ἑκάστη δέ πέννα ἰσοδυναμεῖ μέ τό $\frac{1}{240}$ ἤ μέ $4\frac{1}{6}$ χλστ. τῆς λίρας.

ἤτοι: Λίρ. 5-7-6 = Λίρ. 5+7.50 χιλιοστά +6.4 $\frac{1}{6}$ χιλιοστά =

= λίρ. 5+0,350+0,025

= λίρ. 5,375

Οἱ ὑπολογισμοί αὐτοί δέον νά γίνωνται ἀπό μνήμης οὕτως ὥστε νά γράφωμεν ἀμέσως τό τελικόν ἐξαγόμενον.

Μετά τόν ὑπολογισμόν τοῦ τόκου τρέπομεν τόν τυχόν δεκαδικόν ἀριθμόν λιρῶν τόν ὁποῖον θά εὕρωμεν πάλιν εἰς συμμιγῆ, διαιροῦντες πρῶτον τό σύνολον τῶν χιλιοστῶν διά τοῦ 50 (ἤ μόνον τά ἑκατοστά διά τοῦ 5) διά νά εὕρωμεν τά σελλίνια καί τά ὑπόλοιπα χιλιοστά διά τοῦ 4.1/6 (ἤ χάριν συντομίας μόνον διά τοῦ 4) διά νά εὕρωμεν τάς πέννας. Οὕτω εἰς τό ἀνωτέρω παράδειγμα, ὁ ἀριθμός λιρ. 5,375 θά τραπῇ εἰς συμμιγῆ ὡς ἑξῆς:

$$\begin{array}{r|l} 375 & 50 \\ \hline & 7 \text{ σελλίνια} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 25 & 4 \\ \hline & 6 \text{ πένναι} \end{array}$$

ὁπότε θά ἔχωμεν:

Λιρ. 5,375 = Λιρ. 5-7-6

Ὁμοίως καί ἐδῶ αἱ διαιρέσεις γίνονται ἀπό μνήμης

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α: Πόσον τόκον φέρουν Λίρ.185-8-10 είς 2 ἔτη πρός 5%;

Λ ύ σ ι ς: Λίρ. 185-8-10 = Λιρ. 185,442

ἄρα $I = \dfrac{185,442.5.2}{100} = 18,544$ ἤ

I = λίρ. 18,544 = λίρ. 18-10-11.

'Ασκήσεις

Πόσον τόκον φέρουν είς ἕν ἔτος;

1) Λίρ. 456-17-6 πρός 5%
2) Λίρ 12-2-10 " $3^1/_3$%
3) Λίρ 63-7-8 " $2^1/_2$%
4) Λίρ. 14-8- 6 " $4^1/_2$%

Πόσον τόκον φέρουν:

5)	Λίρ. 837- 4-6	πρός	6%	είς 5	ἔτη
6)	Λίρ. 216-16-4	"	$4^1/_2$%	" 3	"
7)	Λίρ.1038- 6-8	"	6%	" $2^1/_2$	"
8)	Λίρ. 319-18-1	"	4%	" $4^1/_4$	"
9)	Λίρ.1230-16-4	"	$3^1/_2$%	" 7	"
10)	Λίρ. 872- 6-7	"	$4^3/_8$	" $5^1/_3$	"

1.5.- Εὕρεσις τόκου πολλῶν κεφαλαίων.

Ὑποθέσωμεν ὅτι ἔχομεν τά κεφάλαια:

$K_1 , K_2 , K_3 \ldots\ldots\ldots\ldots K_\mu$

τοκιζόμενα: ἀντιστοίχως ἐπί

$\nu_1 , \nu_2 , \nu_3 \ldots\ldots\ldots\ldots \nu_\mu$

ἡμέρας μέ τό αὐτό ἐπιτόκιον

Ὁ συνολικός τόκος τούτων θά ἀποτελῆται ἀπό τό ἄθροισμα τῶν τόκων τῶν διαφόρων κεφαλαίων ἤτοι:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots\ldots\ldots + I_\mu$$

ἤ

$$I = \frac{K_1 \nu_1}{\Delta} + \frac{K_2 . \nu_2}{\Delta} + \ldots\ldots\ldots \frac{K_\mu . \nu_\mu}{\Delta}$$

ἤ

$$\boxed{I = \frac{N_1 + N_2 + \ldots\ldots\ldots + N_\mu}{\Delta}} \qquad (4)$$

ὥστε:

Διά νά εὕρωμεν τόν συνολικόν τόκον πολλῶν κεφαλαίων πρός τό αὐτό ἐπιτόκιον διαιροῦμεν τό ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων διά τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 1ον: Καταθέτει τις εἰς μίαν Τράπεζαν τήν 30ήν Ἰουλίου 1400 δρχ., τήν 15ην Σεπτεμβρίου 1800, τήν 1ην Ὀκτωβρίου 600 καί τήν 20ήν Νοεμβρίου 1500 δρχ. Ποῖον τόκον θά λάβη τήν 31ην Δεκεμβρίου ὅταν τό ἐπιτόκιον εἶναι 4%; (ἔτος μικτόν).

Λ ύ σ ι ς: Τό πρῶτον κεφάλαιον θά τοκισθῇ ἐπί 154 ἡμέρας τό δεύτερον ἐπί 107 ἡμέρας, τό τρίτον ἐπί 91 ἡμέρας καί τό τέταρτον ἐπί 41 ἡμέρας. Ἄρα ὁ συνολικός τόκος θά εἶναι:

$$I = \frac{1400.154}{9000} + \frac{1800.107}{9000} + \frac{600.91}{9000} + \frac{1500.41}{9000}$$

ἤ

$$I = \frac{215600+192600+54600+61500}{9000} = \frac{524300}{9000}$$

ἤ

$$I = 58,26 \text{ δρχ.}$$

Ἡ διάταξις τῆς πράξεως, γίνεται χάριν συντομίας, ὡς ἑξῆς:

Ποσά		ἡμέραι		Τοκάριθμοι
δρχ.	1400	154	=	215600
"	1800	107	=	192600
"	600	91	=	54600
"	1500	41	=	61500

I = 524300 : 9000

I = 58,26 δρχ.

Παράδειγμα 2ον: Ποῖος ὁ συνολικός τόκος δραχμῶν 8200 εἰς 61 ἡμέρας, δρχ. 8900 εἰς 52 ἡμέρας καί δρχμ. 5400, εἰς 45 ἡμέρας πρός 7%;

Λύσις:

Ποσά		ἡμέραι		Τοκάριθμοι
δρχ	8200	61	=	500200
"	8900	52	=	462800
"	5400	45	=	243000

1206000 : 6000 = 201 δρχ.

Ἐπειδή τό 7% δέν ἔχει σταθερόν διαιρέτην, λαμβάνομεν ὡς βοηθητικόν ἐπιτόκιον τό 6% καί αὐξάνομεν τόν τόκον ὁ ὁποῖος ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐτό κατά τό 1/6.

Τόκος πρός 6% 201 δρχ.
\+ " " 1% 33,50 " (τό 1/6 τοῦ 201)

Τόκος πρός 7% 234,50 δρχ.

Παράδειγμα 3ον: Ποῖος θά ἦτο ὁ τόκος εἰς τό ἀνωτέρω πρόβλημα ἄν τό ἐπιτόκιον ἦτο $3^5/_8$

Λύσις: Ὅπως καί ἀνωτέρω εὑρίσκομεν:

Τόκος πρός 6%	201 δρχ.		
Τόκος πρός 3%	100,50	"	
+ " " $\frac{4}{8}$%	16,75	"	(1/6 τοῦ 100,50)
+ " " $\frac{1}{8}$%	4,19	"	(1/4 τοῦ 16,75)
Τόκος $3^5/_8$%	121,44 δρχ		

ὥστε:

> Ὅταν τό δοθέν ἐπιτόκιον δέν ἔχει σταθερόν διαιρέτην, διά νά εὕρωμεν τόν συνολικόν τόκον πολλῶν κεφαλαίων, εὑρίσκομεν πρῶτον τόν τόκον μέ ἕν βοηθητικόν ἐπιτόκιον (συνήθως τό 6%) καί ἐξ αὐτοῦ τό πραγματικόν ἀναλύοντες τό βοηθητικόν ἐπιτόκιον εἰς ἁπλᾶ μέρη.

Ἀσκήσεις

1) Καταθέτει τις εἰς μίαν τράπεζαν τά κάτωθι ποσά:
Δρχ. 1200 τήν 6ην Φεβρουαρίου
Δρχ. 670 " 20ήν Μαΐου
Δρχ. 1930 " 30ήν Αὐγούστου
Δρχ. 790 " 5ην Νοεμβρίου
Ποῖος εἶναι ὁ συνολικός τόκος τήν 31ην Δεκεμβρίου πρός $2^1/_2$% ἤ πρός 4%; Ἡ ἡμέρα καταθέσεως εἶναι τοκοφόρος. Ἔτος μικτόν.

2) Ὁμοίως:
Δρχ 725 τήν 30ήν Ἰανουαρίου
Δρχ. 1460 " 28ην Ἀπριλίου
Δρχ 450 " 1ην Ἰουλίου
Δρχ. 1375 " 10ην Ὀκτωβρίου
Ἔτος ἐμπορικόν. Ἐπιτόκιον $4^1/_2$%. Ποῖον τόκον θά λάβη τήν 31ην Δεκεμβρίου;

3) Ἀποσύρει τις ἀπό τήν τράπεζαν τά κάτωθι ποσά:

Δρχ. 1800 τήν 19ην 'Ιανουαρίου
Δρχ. 850 " 16ην Φεβρουαρίου
Δρχ. 2375 " 30ήν Μαρτίου
Δρχ. 725 " 7ην Μαΐου
Δρχ. 1650 " 1ην 'Ιουλίου
Ποῖον εἶναι τό συνολικόν του χρέος πρός τήν Τράπεζαν, τήν 30ήν 'Ιουνίου;"Ετος ἐμπορικόν. Ἐπιτόκιον 8%.

4) Ποῖος ὁ τόκος τῶν κάτωθι ποσῶν πρός 5% τήν 31 Μαρτίου.
Λίρ. 612-10-6 ἀπό 30'Ιανουαρίου
Λίρ. 302-15-6 " 3 Φεβρουαρίου
Λίρ. 923-0-0 " 11 Μαρτίου
"Ετος πολιτικον.

5) Αἱ ἀσκήσεις 1- νά λυθῶσι μέ ἕν τῶν ἐπιτοκίων:7%,11% $5^1/_2$%, $3^3/_8$%, $7^1/_4$%, $2^5/_8$%.

Κατά τόν αὐτόν τρόπον νά εὑρεθῶσι καί οἱ τόκοι(ἔτος πολιτικόν).

6) Δρχ. 3664,40 πρός $3^3/_5$% εἰς 55 ἡμέρας.

7) Δρχ. 5685 " $3^3/_4$% " 54 "

8) Λίρ. 409-16-3 " $2^2/_6$% " 11 "

9) Δρχ. 5328,80 " $4^5/_{16}$% ἀπό 27'Ιουνίου μέχρι 31'Ιουλίου.

10) Δρχ. 8375 " $4^3/_8$% ἀπό 21 Φεβρουαρίου μέχρι 15 Νοεμβρίου.

1.6.- Συντομίαι κατά τήν εὕρεσιν τοῦ τόκου.

α) Μέθοδος ἀναλόγων μερῶν τοῦ κεφαλαίου ἤ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.

'Εάν εἰς τόν τύπον $I = \frac{K.\nu}{\Delta}$ ὑποθέσωμεν Κ = Δ,τότε ὁ τόκος Ι = ν, ἤτοι ὁ τόκος ἰσοῦται μέ τόν ἀριθμόν τῶν ἡμερῶν. 'Εάν τό κεφάλαιον δέν ἰσοῦται ἀκριβῶς μέ τόν σταθερόν διαιρέτην ἀναλύομεν αὐτόν εἰς ἁπλᾶ μέρη οὕτως ὥστε νά ὑπολογίζεται ὁ τόκος εἰ δυνατόν, ἀπό μνήμης.

Παράδειγμα 1ον: Πόσον τόκον φέρουν 6000 δρχ. εἰς 50 ἡμέρας πρός 6% ἤ 9000 δρχ. εἰς 80 ἡμέρας πρός 4% ἤ 12000 δρχ. εἰς 70 ἡμέρας πρός 3%;

Ἔχομεν ἀμέσως τούς τόκους Ι = 50 δρχ., ἤ Ι = 80, ἤ Ι = = 70 δρχ.

Παράδειγμα 2ον: Πόσον τόκον φέρουν 15.000 δρχ. εἰς 90 ἡμέρας πρός 4%; (ἔτος μικτόν).

Λύσις: Ἀναλύομεν τό κεφάλαιον εἰς ἁπλᾶ μέρη τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου, ἤτοι 15000 = 9000+4500+1500 καί ἔχομεν τήν ἀκόλουθον διάταξιν διά τόν ὑπολογισμόν τοῦ τόκου:

Κεφάλαιον	9000 δρχ.	δίδει	τόκον	90 δρχ.	
"	4500 "	"	"	45 "	(τό $^1/_2$ τοῦ προηγουμένου)
"	1500 "	"	"	15 "	(τό $^1/_3$ τοῦ προηγουμένου).
Κεφάλαιον	15000 δρχ.	δίδει	τόκον	150 δρχ.	

β) Μέθοδος ἀναλόγων μερῶν τοῦ χρόνου.

Ἐάν εἰς τόν τύπον $I = \frac{K.\nu}{\Delta}$ ὑποτεθῇ ὅτι $\nu = \frac{\Delta}{100}$ τότε ἔχομεν:

$$I = \frac{K.\frac{\Delta}{100}}{\Delta} = \frac{K}{100}$$

ἤτοι ὁ τόκος ἰσοῦται μέ τό ἑκατοστόν τοῦ κεφαλαίου. Ἐάν ὅμως ὁ χρόνος εἶναι διάφορος τοῦ ἑκατοστοῦ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου, ἀναλύομεν τοῦτον εἰς ἁπλᾶ μέρη, οὕτως ὥστε νά καθίσταται εὐχερής ὁ ἀπό μνήμης ὑπολογισμός τοῦ τόκου.

Παράδειγμα 1ον: Πόσον τόκον φέρουν 16350 δρχ. τοκιζόμεναι πρός 6% ἐπί 60 ἡμέρας ἤ πρός 9% ἐπί 40 ἡμέρας, ἤ πρός 12% ἐπί 30 ἡμέρας;

Λύσις: Συμφώνως πρός τά ἀνωτέρω ἔχομεν:

$\nu = 60 = \frac{6000}{100}$ καί κατά συνέπειαν

$I = \frac{K}{100} = \frac{16350}{100} = 163,50$

Ὁμοίως διά ν = 40 ἡμ. πρός 9% ἔχομεν I = 163,50 δρχ.
καί διά ν = 30 ἡμ. πρός 12% " I = 163,50 "

Παράδειγμα 2ον: Ποσον τόκον φέρουν α) Δρχ. 835,75 πρός 4% εἰς 108 ἡμέρας, β) δρχ. 614 πρός $4^1/_2$% εἰς 36 ἡμέρας, γ) δρχ. 8424 πρός 6% εἰς 80 ἡμέρας;

Λύσις:

α) Ἐάν τό κεφάλαιόν μας δέν τοκίζεται 108 ἡμέρας, ἀλλά μόνον 90 (τό $\frac{1}{100}$ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου τοῦ 4%), συμφώνως μέ τόν ἀνωτέρω κανόνα θά ἔχωμεν:

Εἰς 90 ἡμέρας τόκος = 8,36 δρχ.
\+ " 18 " " = 1,67 " (τό $^1/_5$ τοῦ 8,36)

Εἰς 108 ἡμέρας τόκος = 10,03 δρχ.

Διότι, αἱ 18 ἡμέραι αἱ ὁποῖαι ὑπολείπονται ἀπό τάς 90 διά νά γίνουν 108 εἶναι τό $^1/_5$ τοῦ 90 καί ὁ τόκος τῶν 18 ἡμερῶν θά εἶναι τό $^1/_5$ τοῦ τόκου τῶν 90 ἡμερῶν.

β) Μέ τήν σκέψιν αὐτήν ἔχομεν:

Εἰς 80 ἡμέρας τόκος = 6,14 δρχ.

Εἰς 40 ἡμέρας τόκος = 3,07 δρχ. (τό $^1/_2$ τοῦ 6,14)
\- 4 ἡμέρας τόκος = 0,31 " (τό $^1/_{10}$ τοῦ 3,07)

εἰς 36 ἡμέρας τόκος = 2,76 δρχ.

γ) Ὁμοίως ἔχομεν:

Εἰς 60 ἡμέρας τόκος = 84,24 δρχ.
\+ " 20 " " = 28,08 " (τό $^1/_3$ τοῦ 84,24)

εἰς 80 ἡμέρας τόκος = 112,32 δρχ.

Παράδειγμα 3ον: Πόσον τόκον φέρουν μέ πολιτικόν ἔτος λιρ. 524-11-10 πρός 3% εἰς 252 ἡμέρας;

Λύσις: Λίρ. 524-11-10 = λίρ. 524,592.
Εὑρίσκομεν πρῶτον τόν τόκον μέ μικτόν ἔτος:

Εἰς 120 ἡμέρας τόκος	= λίρ. 5,246	
+ " 120 " "	= λίρ. 5,246	
+ " 12 " "	= λίρ. 0,525	
εἰς 252 ἡμέρας τόκος	= λίρ. 11,017	
	- λίρ. 0,151	(τό $^1/_{73}$ τοῦ προηγουμ)
	λιρ 10,866 = λιρ. 10-17-4	

Παράδειγμα 4ον: Πόσον τόκον φέρουν δρχ. 1305,50 πρός $3^1/_2\%$ εἰς 127 ἡμέρας;

Λύσις: Ἐπειδή τό $3^1/_2\%$ δέν ἔχει σταθερόν διαιρέτην, εὑρίσκομεν τόν τόκον πρός τό βοηθητικόν ἐπιτόκιον 3% καί ἔχομεν:

	εἰς 120 ἡμέρας τόκος	= 13,06 δρχ.	
	" 6 " "	= 0,65 "	(τό $^1/_{20}$ τοῦ 13,06)
	" 1 " "	= 0,11 "	
3%	εἰς 127 ἡμέρας τόκος	= 13,82 δρχ.	
$/_2\%$	+	2,30 "	
$3^1/_2\%$	εἰς 127 ἡμέρας τόκος πρός $3^1/_2\%$	16,12 δρχ.	

Παρατήρησις: Πολλάκις εἶναι ἁπλουστέρα ἡ εὕρεσις τοῦ τόκου ὅταν λάβωμεν τό χιλιοστόν τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου, ὡς βοηθητικόν ἀριθμόν ἡμερῶν, ὁπότε ὁ τόκος εἶναι τό χιλιοστόν τοῦ κεφαλαίου, ὡς εἰς τό κατωτέρω παράδειγμα.

Ποῖος ὁ τόκος 24600 δρχ πρός 6% εἰς 21 ἡμέρας;

Λύσις:

τόκος εἰς 6 ἡμέρας	= δρχ 24,60	
τόκος εἰς 18 ἡμέρας	= δρχ. 73,80	(τό τριπλ. 24,60)
+ " " 3 "	= " 12,30	(τό $^1/_2$ τοῦ 24,60)
τόκος εἰς 21 ἡμέρας	= δρχ. 86,11.	

γ) Μέθοδος τοῦ 5% διά πολιτικόν ἔτος.

Ὅταν τό ἐπιτόκιον εἶναι 5% ὁ σταθερός διαιρέτης εἶναι

7300 καί ὁ τύπος τοῦ τόκου γίνεται:

$$I = \frac{K\nu}{7300}$$

διά πολλαπλασιασμοῦ δέ ἀμφοτέρων τῶν ὅρων τοῦ κλάσματος ἐπί 10000, ὁ τύπος λαμβάνει τήν μορφην:

$$I = \frac{K\nu}{10000} \cdot \frac{10000}{7300} = \frac{K\nu}{10000} \cdot \frac{100}{73}$$

'Αλλά τό κλάσμα $\frac{100}{73} = 1 + \frac{27}{73}$ ἤ κατά προσέγγισιν $1 + \frac{37}{100}$ ἤ

$$\frac{100}{73} = 1 + \frac{111}{300} = 1 + \frac{100}{300} + \frac{10}{300} + \frac{1}{300} =$$

$$= 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}$$

Κατά συνέπειαν ὁ τόκος δύναται νά εὑρεθῇ μέ μεγίστην προσέγγισιν, ἐάν ὁ τύπος λάβῃ τήν μορφήν:

$$I = \frac{K\nu}{10000} \cdot \left[1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}\right]$$

ἤ

$$\boxed{I = \left(N + \frac{N}{3} + \frac{N}{30} + \frac{N}{300}\right) : 10000} \qquad (5)$$

Ἤτοι, πρός εὕρεσιν τοῦ τόκου, πρῶτον ὑπολογίζομεν τόν τοκάριθμον εἰς τόν ὁποῖον προσθέτομεν τό τρίτον αὐτοῦ, εἰς τό εὑρισκόμενον ἄθροισμα προσθέτομεν τό δέκατον τοῦ προηγουμένου (ἑνός τρίτου) καί τέλος τό δέκατον τοῦ ἑνός τριακοστοῦ. Τοῦ τελικοῦ ἀθροίσματος λαμβάνομεν τό ἕν δεκάκις χιλιοστόν. Ἡ μέθοδος αὕτη καλεῖται Ἀγγλική μέθοδος ἤ μέθοδος τοῦ τρίτου, δεκάτου καί δεκάτου (third, tenth and tenth rule) χρησιμοποιεῖται δέ κυρίως ἐν Ἀγγλίᾳ.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 1ον: Πόσον τόκον φέρουν λίρ.52-6-6 πρός 5% εἰς 80 ἡμέρας;

Λ ύ σ ι ς:

Τοκάριθμος = 4186

+ 1395 (τό $\frac{1}{3}$ τοῦ 4186)

+ 139 (τό $\frac{1}{10}$ τοῦ $\frac{1}{3}$)

+ 14 (τό $\frac{1}{100}$ τοῦ $\frac{1}{3}$ ἤ τό $\frac{1}{10}$ τοῦ 139)

5734

ὁπότε ὁ τόκος θά εἶναι 5734 : 10000 = λίρ.0,573 =

= λίρ. 0-11-5½

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 2ον: Ποῖος ὁ τόκος λιρ. 63-8-4 πρός 6¼ εἰς 60 ἡμέρας;

Λ ύ σ ι ς: Εὑρίσκομεν πρῶτον τόν τόκον πρός 5%.

Τοκάριθμος 63,425.60 = 3805

+ 1268 (τό $\frac{1}{3}$ τοῦ 3805)

+ 127 (τό $\frac{1}{10}$ τοῦ 1268)

+ 13 (τό $\frac{1}{10}$ τοῦ 127)

5213

Ἄρα τόκος πρός	5%	= 5213 : 10000	= λίρ.0,521
" "	1%		= λίρ.0,104
" "	1/4%		= λίρ.0,026
Τόκος πρός	6¼%		= λίρ.0,651 ἤ
			λίρ. 0-13-0

δ) Μ έ θ ο δ ο ς τ ο ῦ 4% δ ι' ἔ τ ο ς μ ι κ τ ό ν.

Ἐκ τοῦ τύπου: $I = \frac{K.\nu}{\Delta}$ ὅταν τό ἐπιτόκιον εἶναι 4%, λαμβάνομεν:

$$I = \frac{K\nu}{9000} = \frac{K\nu}{1000} \cdot \frac{1}{9} = \frac{K\nu}{1000} \cdot 0,111$$

ή

$$I = \frac{K.\nu}{1000} \cdot (0,1+0,01+0,001+\dots\dots\dots)$$

Ὅθεν:

$$\boxed{I = \frac{N}{10000} + \frac{N}{100000} + \frac{N}{1000000} + \dots\dots} \qquad (6)$$

Παράδειγμα 1ον: Ποῖος ὁ τόκος κεφαλαίου 42100 δρχ. διά 50 ἡμέρας πρός 4%;

Λύσις: Ὁ τόκος πρός 4% εἶναι:

$$I = \frac{42100\times50}{10.000} + \frac{42100\times50}{100.000} + \frac{42100\times50}{1000000} + \dots = 233{,}65 \text{ δρχ.}$$

Παράδειγμα 2ον: Ποῖος ὁ τόκος τοῦ προηγουμένου προβλήματος πρός 7%;

Λύσις:

Τόκος πρός 4%	I = 233,65
" " 2%	I = 116,82
" " 1%	I = 58,41
"Ἄρα Τόκος πρός 7%	I = 408,88

ε) Συνδυασμένη μέθοδος τῶν ἁπλων μερῶν

Οἱ ὑπολογισμοί τῶν τραπεζῶν καί τῶν ἐμπορικῶν ἐπιχειρήσεων συνδυάζουν γενικῶς τήν μέθοδον τῶν ἁπλῶν μερῶν τοῦ χρόνου καί τήν τοιαύτην τῶν ἁπλῶν μερῶν τοῦ ἐπιτοκίου. Ὑπολογίζουν τόν τόκον πρός 6% κατά προτίμησιν, διά τῆς μεθόδου τῶν ἁπλῶν μερῶν τοῦ χρόνου καί κατοπιν εὑρίσκουν τόν πραγματικόν τόκον διά τῆς μεθόδου τῶν ἁπλῶν μερῶν τοῦ ἐπιτοκίου.

Παράδειγμα: Νά εὑρεθῇ ὁ τόκος 5875 δρχ. πρός 4 1/2% εἰς 75 ἡμέρας.

Λ ύ σ ι ς:

Τόκος πρός 6% διά 60 ἡμέρας				58,75
" " 6% " 15 "			(¼)	14,6875
" " 6% " 75 "				73,4375
Τόκος πρός 3% διά 75 ἡμέρας	(½ τοῦ 73,4375)			36,718
" " 1½% " 75 "	(½ τοῦ 36,718)			18,359
Τόκος " 4½% " 75 "				55,077

Ἡ μέθοδος αὕτη καλεῖται μ έ θ ο δ ο ς τ ο ῦ 6%. Κατ' ἀνάλογον τρόπον ἐφαρμόζεται ἡ μέθοδος, ὅταν τό ἐπιτόκιον εἶναι 5%.

Σ η μ ε ί ω σ ι ς: Ἐάν ὁ ζητούμενος τόκος εἶναι I_1 καί τό πραγματικόν ἐπιτόκιον Ε καί παραστήσωμεν μέ I_2 τόν βοηθητικόν τόκον, ὁ ὁποῖος ἀντιστοιχεῖ εἰς τό σταθερόν βοηθητικόν ἐπιτόκιον (6% ἤ 5%) καί τό ὁποῖον παριστῶμεν μέ τό ε θά ἔχωμεν τήν σχέσιν:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{E}{\varepsilon}$$

Ἐπειδή οἱ τόκοι εἶναι ἀνάλογοι πρός τά ἐπιτόκια, τότε ἔχομεν:

$$I_1 = I_2 \cdot \frac{E}{\varepsilon}$$

Διά νά εὕρωμεν δηλαδή τόν πραγματικόν τόκον, ἀρκεῖ νά πολλαπλασιάσωμεν τόν εὑρεθέντα βοηθητικόν τόκον ἐπί τόν λόγον $\frac{E}{\varepsilon}$ I ἔνθα ε παριστᾶ, ὡς εἴδομεν, τό σταθερόν ἐπιτόκιον 5% ἤ 6%.

Οἱ λόγοι $\frac{E}{\varepsilon}$ διά τά πλεῖστα τῶν ἐν χρήσει ἐπιτοκίων περιέχονται εἰς τόν πίνακα IV.

Γ ε ν ι κ ή π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς: Ἀπό τάς μεθόδους αὐτάς θά χρησιμοποιοῦμεν ἑκάστοτε ἐκείνην ἡ ὁποία παρουσιάζει τήν μεγαλυτέραν εὐχέρειαν καί δίδει τόν ταχύτερον καί ἁπλούστερον

Π ί ν α ξ IV

Πραγματικόν ἐπιτόκιον	Λόγος πρός 5%	Λόγος πρός 6%
$^1/_2$%	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$
1%	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$
1 $^1/_2$%	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{4}$
2%	$\frac{4}{10}$	$\frac{1}{3}$
2 $^1/_2$%	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$
3%	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{2}$
3 $^1/_2$%	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$
4%	$\frac{8}{10}$	$1-\frac{1}{3}$
4 $^1/_2$%	$\frac{9}{10}$	$1-\frac{1}{4}$
5%	1	$1-\frac{1}{6}$
5 $^1/_2$%	$1+\frac{1}{10}$	$1-\frac{1}{12}$
6%	$1+\frac{1}{5}$	1

τρόπον. Τοῦτο ἐξαρτᾶται ἀπό τήν ἀξίαν τοῦ ὑπολογισμοῦ καί τήν δεξιότητα αὐτοῦ εἰς το νά διακρίνῃ τήν καταλληλοτέραν μέθοδον εἰς κάθε περίπτωσιν. Πάντως ἡ μᾶλλον εὔχρηστος εἶναι ἡ μέθοδος τῶν ἁπλῶν μερῶν τοῦ χρόνου.

Κατά τήν ἐφαρμογήν τῆς ἀνωτέρω μεθόδου θά προσέχωμεν νά μή κάνωμεν πολυπλόκους διαιρέσεις (ποτέ μέ διψήφιον ἀριθμόν) καί ν'ἀποφεύγωμεν τάς ἀναλύσεις αἱ ὁποῖαι ἀπαιτοῦν προσθέσεις καί ἀφαιρέσεις μαζί. Τέλος ἄς προσθέσωμεν ὅτι αἱ τρεῖς μέθοδοι τῶν ἁπλῶν μερῶν ἤ τῶν ὑποπολλαπλασίων αὐξάνουν τάς πιθανότητας τῶν σφαλμάτων, ἐάν ὁ ἐφαρμόζων τάς μεθόδους δέν ἔχει ἀσκηθῆ ἀρκετά εἰς αὐτά.

1.7.- Εὕρεσις τοῦ τόκου διά τῶν σταθερῶν πολλαπλασίων.

Ὁ τύπος τοῦ τόκου ὅταν ὁ χρόνος ὁρίζεται εἰς ἡμέρας δι' ἔτος μικτόν ἤ πολιτικόν δύναται νά γραφῆ καί ὡς ἑξῆς:

$$I = \frac{K\nu i}{360} = K\nu . \frac{i}{360} \qquad \text{δι' ἔτος μικτόν}$$

καί

$$I = \frac{K\nu i}{365} = K\nu . \frac{i}{365} \qquad \text{δι' ἔτος πολιτικόν}$$

Οἱ παράγοντες $\frac{i}{360}$ καί $\frac{i}{365}$ καλοῦνται σταθεροί πολλαπλασιασταί καί παρέχονται εἰς εἰδικούς πίνακας. Δυνάμεθα, οὕτω νά λάβωμεν τόν τόκον μόνον διά πολλαπλασιασμοῦ καί οὐχί διά διαιρέσεως μέ τό 360 ἤ 365. Ἐπειδή ὅμως οἱ σταθεροί πολλαπλασιασταί εἶναι ἀριθμοί δεκαδικοί μέ πολλά δεκαδικά ψηφία, ἡ μέθοδος αὕτη χρησιμοποιεῖται εὐκόλως ὅταν ἔχωμεν εἰς τήν διάθεσίν μας πολλαπλασιαστικήν μηχανήν, ἥτις παρέχει ταχύτερον τό ἐξαγόμενον ἑνός πολλαπλασιασμοῦ παρά μιᾶς διαιρέσεως.

Ἐάν εἰς οἱονδήποτε τῶν ἀνωτέρω τύπων ὑποθέσωμεν ὅτι:

$K = 1$ καί $\nu = 1$ θά ἔχωμεν:

$$I = \frac{i}{360} \quad \text{ἤ} \quad \frac{i}{365}$$

Τοῦτο δεικνύει ὅτι ὁ σταθερός πολλαπλασιαστής παριστᾶ τόν τόκον μιᾶς νομισματικῆς μονάδος εἰς μίαν ἡμέραν πρός τό δοθέν ἐπιτόκιον.

Κατωτέρω δίδομεν πίνακα σταθερῶν πολλαπλασιαστῶν διά τινα τῶν ἐπιτοκίων.

Π ί ν α ξ V

Σταθεροί πολλαπλασιασταί

%	ἔτος 360 ἡμέρας	ἔτος 365 ἡμέρας	%	ἔτος 360 ἡμέρας	ἔτος 360 ἡμέρας
1	0,0000278	0,0000274	4	0,0001111	0,0001096
$1^1/_2$	0,0000417	0,0000411	$4^1/_2$	0,0001250	0,0001233
2	0,0000556	0,0000548	5	0,0001389	0,0001370
$2^1/_2$	0,0000694	0,0000685	$5^1/_2$	0,0001528	0,0001507
3	0,0000833	0,0000822	6	0,0001667	0,0001644
$3^1/_2$	0,0000972	0,0000959	$6^1/_2$	0,0001781	0,0001805

'Ασκήσεις

Νά ὑπολογισθοῦν οἱ τόκοι διά τῆς μεθόδου τῶν σταθερῶν πολλαπλασιαστῶν.

1) 185 δρ. πρός $3^3/_4$% εἰς 15 ἡμέρας
2) 283,17 " " 4% " 29 "
3) 4081,11 " " 6% " 9 "
4) 23887,50 " " 5% " 16 "
5) 48906,21 " " $5^1/_2$% " 23 "
6) 51806, " " 2% " 26 "
7) λίρ. 12-6-7 " 3% " 70 "
8) λίρ. 148-2-3 " $4^1/_2$% " 61 "
9) λίρ. 248-8-8 " 5% " 73 "
10) λίρ. 128-0-0 " $1^1/_2$% " 152 "

1.8.- Εὕρεσις τοῦ τόκου δι' εἰδικῶν πινάκων.

'Επειδή ὅλαι αἱ ἐξετασθεῖσαι ἀνωτέρω μέθοδοι πρός εὕρεσιν τοῦ τόκου, πλήν τῆς χρήσεως τῶν σταθερῶν πολλαπλασιαστῶν καί μηχανῶν, διά τήν ἐκτέλεσιν τῶν πράξεων δέν εἶναι ἀρκετά ταχεῖαι διά τάς ἀνάγκας τῶν τραπεζῶν, ὅπου καθ' ἑκάστην παρουσιάζεται πλῆθος περιπτώσεων ὑπολογισμοῦ τόκων, κατεσκεύασθησαν εἰδικοί πίνακες -τά τοκολόγια-, διά τῶν ὁποίων δύναται νά εὑρεθῇ εὐχερῶς ὁ τόκος παντός κεφαλαίου πρός διάφορα ἐπιτόκια καί διά διάφορα χρονικά διαστήματα.

Π ί ν α ξ VI

(Ἔτος ἐμπορικόν)

Ἡμέραι	3 %	3½ %	4 %	4½ %	5 %	5½ %	6 %	7 %	Ἡμέραι
	Τόκος τῆς 1 μονάδος πρός:								
1	0,00008	0,00010	0,00011	0,00013	0,00014	0,00015	0,00017	0,00019	1
2	0,00017	0,00019	0,00022	0,00025	0,00028	0,00033	0,00036	0,00039	2
...	....	....	....	....	....	....	....	....	...
...	....	....	....	....	....	....	... ...	....	...
27	0,00225	0,00263	0,00300	0,00338	0,00375	0,00413	0,00450	0,00525	27
...	....	....	....	....	....	....	....	....	...

Μῆνες	3 %	3½ %	4 %	4½ %	5 %	5½ %	6 %	7 %	Μῆνες
	Τόκος τῆς 1 μονάδος πρός:								
2	0,00500	0,00583	0,00667	0,00750	0,00833	0,00917	0,01000	0,01167	2
3	0,00750	0,00875	0,01000	0,01125	0,01250	0,01375	0,01500	0,01750	3
...	....	....	....	....	....	....	....	....	...
...	....	....	....	....	....	....	....	....	...
8	0,02000	0,02333	0,02667	0,03000	0,03333	0,03667	0,04000	0,04667	8
...	....	....	....	....	....	....	....	....	...

Ἔτη	3 %	3½ %	4 %	4½ %	5 %	5½ %	6 %	7 %	Ἔτη
	Τόκος τῆς 1 μονάδος πρός:								
1	0,03	0,035	0,04	0,045	0,05	0,055	0,06	0,07	1
2	0,06	0,070	0,08	0,090	0,10	0,110	0,12	0,14	2
3	0,09	0,105	0,12	0,135	0,15	0,165	0,18	0,21	3
4	0,12	0,140	0,16	0,180	0,20	0,220	0,24	0,28	4
...	....	....	....	....	....	....	....	....	

Πίναξ VII

Ἀριθμοί	3 %	3½ %	4 %	4½ %	5 %	5½ %	6 %	Ἀριθμοί
10.000	82.192	95.890	109.589	123.288	136.986	150.685	164.383	10.000
9.000	73.973	86.301	98.630	110.959	123.288	135.616	147.945	9.000
8.000	65.753	76.712	87.671	98.630	109.589	120.548	131.507	8.000
7.000	57.534	67.123	76.712	86.301	95.890	105.479	115.068	7.000
6.000	49.315	57.534	65.753	73.973	82.192	90.411	98.630	6.000
5.000	41.096	47.945	54.794	61.644	68.493	75.342	82.192	5.000
4.000	32.877	38.356	43.835	49.315	54.794	60.274	65.753	4.000
3.000	24.657	28.767	32.877	36.986	41.096	45.205	49.315	3.000
2.000	16.437	19.178	21.918	24.657	27.397	30.137	32.877	2.000
1.000	8.219	9.589	10.959	12.329	13.699	15.068	16.438	1.000
900	7.397	8.630	9.863	11.096	12.329	13.562	14.795	900
800	6.575	7.671	8.767	9,863	10.959	12.055	13.151	800
700	5.753	6.712	7.671	8.630	9.589	10.548	11.507	700
600	4.931	5.753	6.575	7.397	8.219	9.041	9.863	600
500	4.110	4.794	5.479	6.164	6.849	7.534	8.219	500
400	3.288	3.835	4.383	4.931	5.479	6.027	6.575	400
300	2.466	2.877	3.288	3.699	4.110	4.521	4.932	300
200	1.644	1.918	2.192	2.466	2.740	3.014	3.288	200
100	0.822	0.959	1.096	1.233	1.370	1.507	1.644	100
90	0.740	0.863	0.986	1.110	1.233	1.356	1.480	90
80	0.657	0.767	0.877	0.986	1.096	1.205	1.315	80
70	0.575	0.671	0.767	0.863	0.959	1.055	1.151	70
60	0.493	0.575	0.658	0.740	0.822	0.904	0.986	60
50	0.411	0.479	0.548	0.616	0.685	0.753	0.822	50
40	0.329	0.384	0.438	0.493	0.548	0.603	0.658	40
30	0.247	0.288	0.329	0.370	0.411	0.452	0.493	30
20	0.164	0.192	0.219	0.247	0.274	0.301	0.329	20
10	0.082	0.096	0.110	0.123	0.137	0.151	0.164	10
9	0.074	0.086	0.098	0.111	0.123	0.136	0.148	9
8	0.066	0.077	0.088	0.099	0.110	0.121	0.132	8
7	0.057	0.067	0.077	0.086	0.096	0.106	0.115	7
6	0.049	0.057	0.066	0.074	0.082	0.090	0.099	6
5	0.041	0.048	0.055	0.062	0.068	0.075	0.082	5
4	0.033	0.038	0.044	0.049	0.055	0.060	0.066	4
3	0.023	0.029	0.033	0.037	0.041	0.045	0.049	3
2	0.016	0.019	0.022	0.025	0.027	0.030	0.033	2
1	0.008	0.009	0.011	0.012	0.014	0.015	0.016	1

Οἱ πίνακες οὗτοι, οἱ ὁποῖοι χρησιμοποιοῦνται παντοῦ ὅπου δέν διαθέτουν μηχανάς, εἶναι κυρίως δύο εἰδῶν:1) Ἐκεῖνοι οἱ ὁποῖοι δίδουν ἀμέσως τόν τόκον τῆς μιᾶς νομισματικῆς μονάδος πρός διάφορα ἐπιτόκια, μέ ἐμπορικόν ἤ πολιτικόν ἔτος, διά διάφορα χρονικά διαστήματα (ἔτη, μῆνας, ἡμέρας)καί 2) ἐκεῖνοι οἱ ὁποῖοι δίδουν, πρός διάφορα ἐπιτόκια, τόν τόκον πού ἀντιστοιχεῖ εἰς ὡρισμένον τοκάριθμον.

Ἡ χρῆσις τῶν πινάκων αὐτῶν εἶναι ἁπλουστάτη, ὅπως φαίνεται ἐκ τῶν κατωτέρω δύο παραδειγμάτων.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 1ον: Ποσον τόκον δίδουν δολ. 300 πρός 5% εἰς 2 ἔτη, 8 μῆνας καί 27 ἡμέρας μέ ἐμπορικόν ἔτος;

Λ ύ σ ι ς: Ἀνατρέχοντες εἰς τόν πίνακα V εὑρίσκομεν ὅτι ὁ τόκος τοῦ ἑνός δολλαρίου πρός 5% εἶναι:

	εἰς 2 ἔτη	δολ.	0,10
	" 8 μῆνας	"	0,03333
	καί " 27 ἡμέρας	"	0,00375
ἤτοι	εἰς 2 ἔτη, 8 μῆνας καί 27 ἡμέρας	"	0,13708

καί κατά συνέπειαν ὁ τόκος τῶν 300 δολλαρίων θά εἶναι:

$0,13708 \times 300 =$ δολ. 41,12

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 2ον: Ποῖος εἶναι ὁ τόκος 9576 δραχμῶν πρός $3^1/_2$% εἰς 50 ἡμέρας;Ἔτος πολιτικόν.

Λ ύ σ ι ς: Τό ἑκατοστόν τοῦ τοκαρίθμου:

$$\frac{9576.50}{100} = 4788$$

τό ἀναλύομεν εἰς τό ἄθροισμα: 4000+700+80+8 καί ἀνατρέχοντες εἰς τήν στήλην τοῦ $3^1/_2$% τοῦ κάτωθι πίνακος,εὑρίσκομεν:

τόκος ἀντιστοιχῶν εἰς τοκάριθμόν	4000	δρχ.	38,356
" " " "	700	"	6,712
" " " "	80	"	0,767
" " " "	8	"	0,077
τόκος ἀντιστοιχῶν εἰς τοκάριθμον	4788	δρχ.	45,912

ἤτοι δρχ. 45,91

'Ασκήσεις

Νά εὑρεθῇ ὁ τόκος:

1)	δρχ.	6750	πρός $1^1/_2\%$	ἡμέραι	32
2)	δρχ.	9752	" $2^1/_2\%$	"	27
3)	δρχ.	6752	" $4^1/_2\%$	"	42
4)	δρχ.	8763	" 6%	"	17
5)	δρχ.	4128	" $4^1/_2\%$	"	43
6)	δολ.	532,25	" 2%	"	83
7)	δολ.	148,45	" $1^1/_4\%$	"	47
8)	λίρ.	42-7-6	" $3^1/_2$	"	63
9)	λίρ.	38-6-6	" $5^1/_2\%$	"	53
10)	λίρ.	142-7-3	" 3%	"	83

Εὑρεῖν τόν τόκον τῶν ἑξῆς κεφαλαίων:

11)	7650,30 δρχ.	εἰς 70 ἡμ.	πρός	$5^3/_4\%$
12)	6829,35 "	" 64 "	"	$2^3/_4\%$
13)	7873,25 "	" 179 "	"	$3^7/_8\%$
14)	6970 "	" 87 "	"	$8^1/_4\%$
15)	2965,75 "	" 37 "	"	$6^3/_4\%$
16)	4780 "	" 93 "	"	$7^3/_4\%$
17)	2763,50 "	" 87 "	"	$5^3/_4\%$
18)	7460 "	" 49 "	"	$7^3/_8\%$

1.9.- Εὕρεσις τοῦ κεφαλαίου.

Χρησιμοποιοῦντες τούς τύπους τῆς παρ. 2 δυνάμεθα νά εὕρωμεν τό κεφάλαιον ὅταν τά τρία ἄλλα ποσά εἶναι γνωστά. Οὕτω ἐκ τῆς ἐξισώσεως $I = Kni$ ἔχομεν λύοντες αὐτήν ὡς πρός K.

$$\boxed{K = \frac{I}{ni}} \qquad (7)$$

'Ομοίως δυνάμεθα νά λύσωμεν ὡς πρός K οἱναδήποτε ἐκ τῶν ἐξισώσεων:

$$I = \frac{K.\mu.i}{12}, \quad I = \frac{K.\nu.i}{360}, \quad I = \frac{K.\nu.i}{365}, \quad I = \frac{K\nu}{\Delta}$$

καί νά λάβωμεν τούς ἀκολούθους τύπους τοῦ κεφαλαίου:

$$\boxed{K = \frac{12.I}{\mu.i},\ K = \frac{360.I}{\nu.i},\ K = \frac{365.I}{\nu i},\ K = \frac{\Delta.I}{\nu}} \qquad (8)$$

τῶν ὁποίων ἡ ἀπομνημόνευσις εἶναι ἄσκοπος, διότι εἶναι προτιμώτερον νά λύωμεν ἐπ'εὐκαιρίᾳ τάς ἀρχικάς ἐξισώσεις ὡς πρός Κ.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 1ον. Ποῖον κεφάλαιον φέρει τόκον 1200 δραχμῶν πρός 5% εἰς τρία ἔτη;

Λ ύ σ ι ς: Ἐφαρμόζοντες τόν τύπον $K = \frac{I}{ni}$ ἔνθα θέτομεν $I = 1200$, $n = 3$ καί $i = 0,05$ λαμβάνομεν:

$$K = \frac{1200}{3.0,05} = \frac{120000}{3.5} = 8000 \text{ δρχ.}$$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 2ον: Ποῖον κεφάλαιον τοκιζόμενον ἐπί 6 μῆνας πρός 9% φέρει τόκον 450 δραχμάς;

Λ ύ σ ι ς: Ἐδῶ ἔχομεν: $\mu = 6$, $i = 0,09$ καί $I = 450$.
Ἐφαρμόζοντες τόν τύπον $K = \frac{12.I}{\mu.i}$ λαμβάνομεν:

$$K = \frac{12.450}{6.0,09} = \frac{12.450.100}{6.9} = 2.50.100 = 10000 \text{ δρχ.}$$

ὥστε τό ζητούμενον κεφάλαιον εἶναι 10000 δρχ.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 3ον. Ποῖον κεφάλαιον τοκιζόμενον ἐπί 120 ἡμέρας πρός 10% δίδει τόκον 240 δραχμάς;

Λ ύ σ ι ς: $K = ;$, $I = 240$, $i = 0,10$, $\nu = 120$
Ἐφαρμόζοντες τόν τύπον $K = \frac{360.I}{\nu.i}$ λαμβάνομεν:

$$K = \frac{360.240}{120.0,10} = \frac{360.240.10}{120} = 7200$$

Ὥστε τό ζητούμενον κεφάλαιον εἶναι 7200 δραχμαί.

Παρατήρησις: Ἐάν τό ἔτος εἶναι πολιτικόν διά τήν εὕρεσιν τοῦ κεφαλαίου χρειάζεται νά ἐφαρμοσθῇ ὁ τύπος:

$$K = \frac{365.I}{\nu.i}$$

Πολλαπλασιάζοντες δέ καί τούς δύο ὅρους τοῦ κλάσματος τοῦ β΄ μέλους ἐπί 360, λαμβάνομεν:

$$K = \frac{365.I.360}{\nu.i.360} = [\frac{360.I}{\nu.i}].\frac{365}{360} = [\frac{360.I}{\nu.i}].\frac{73}{72} =$$

$$= \frac{360.I}{\nu.i}[1+\frac{1}{72}]$$

Ἤτοι: διά νά εὕρωμεν τό κεφάλαιον μέ πολιτικόν ἔτος ὑπολογίζομεν αὐτό μέ ἔτος μικτόν καί εἰς τό ἐξαγόμενον προσθέτομεν τό 1/72 αὐτοῦ.

Οὕτω εἰς τό προηγούμενον παράδειγμα θά ἔχωμεν ὡς κεφάλαιον τό εὑρεθέν ηὐξημένον κατά τό 1/72 αὐτοῦ, ἤτοι:

K = 7200+100 = 7300 δρχ.

Παράδειγμα 4ον: Ποῖον κεφάλαιον ἀπό 30 Σεπτεμβρίου μέχρι 31 Δεκεμβρίου δίδει τόκον λίρ. 8-2-4, τοκιζόμενον πρός 4,5%; (ἔτος πολιτικόν).

Λύσις:

$$K = \frac{8,117.360}{92.0,045} = \text{λίρ. } 705,800 \text{ (μέ ἔτος μικτόν)}$$

Τό κεφάλαιον μέ ἔτος πολιτικόν εἶναι:

$$\begin{array}{rl} & 705,800 \\ + & \underline{9,803} \text{ (τό } \frac{1}{72} \text{ τοῦ προηγουμένου)} \\ K = & 715,603 = \text{λίρ. } 715\text{-}12\text{-}1. \end{array}$$

Ἀσκήσεις

Νά ὑπολογισθοῦν μέ ἔτος μικτόν καί ἔτος πολιτικόν τά κεφάλαια τά όποῖα δίδουν τόκους:

1) Ἀπό 25 Ἀπριλίου μέχρι 11 Αὐγούστου πρός 6% δρχ. 128
2) Ἀπό 1 Φεβρουαρίου μέχρι 25 Ἰουνίου πρός 12% λίρ.7-6-8.

1.10.- Εὕρεσις τοῦ ἐπιτοκίου.

Ἐκ τῶν βασικῶν ἐξισώσεων τοῦ τόκου, λύοντες ὡς πρός i, λαμβάνομεν τούς τύπους τοῦ ἐπιτοκίου:

$$\boxed{\begin{array}{l} i = \dfrac{I}{K.n}, \quad i = \dfrac{12.I}{K.\mu}, \quad i = \dfrac{360.I}{K.\nu} \\ \text{ἤ } \Delta = \dfrac{K\nu}{I} \text{ ἐξ οὗ } i = \dfrac{360}{\Delta} \end{array}} \qquad (9)$$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 1ον: Ποῖον τό ἐπιτόκιον κεφαλαίου δρχ. 12000, τοκισθέντος ἐπί 4 ἔτη καί φέροντος τόκον 2400 δρχ.;

$$i = \frac{2400}{12000.4} = \frac{2400}{48000} = \frac{24}{480} = \frac{1}{20} = 0,05$$

ἤτοι τό ἐπιτόκιον εἶναι 5%.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 2ον: Ποῖον τό ἐπιτόκιον πρός τό ὁποῖον ἐτοκίσθη κεφάλαιον 12000 δρχ. ἐπί 123 ἡμέρας καί ἔφερε τόκον 164 δραχμάς;

Ἔχομεν ἐδῶ $K = 12000$, $\nu = 123$, $I = 164$. Κατά συνέπειαν:

$$i = \frac{164.360}{12000.123} = 0,04$$

Τό αὐτό ἐξαγόμενον προκύπτει ἄν ἐφαρμόσωμεν τόν τύπον:

$$\Delta = \frac{K\nu}{I} \quad \text{ὅτε } \Delta = \frac{12000.123}{164} = 9000$$

καί $i = \frac{360}{9000} = 0,04$

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς: Ἐάν τό ἔτος εἶναι πολιτικόν, διά τήν εὕρεσιν τοῦ ἐπιτοκίου ἐφαρμόζεται ὁ τύπος:

$$i = \frac{365.I}{K.\nu}$$

ὅστις διά πολλαπλασιασμοῦ ἀμφοτέρων τῶν ὅρων τοῦ κλάσματος ἐπί 360 γίνεται:

$$i = \frac{365.I.360}{K.\nu.360} = \frac{360.I}{K.\nu}.\frac{365}{360} = \frac{360.I}{K.\nu}.\frac{73}{72}$$

ἤτοι: Διά νά εὕρωμεν τό ἐπιτόκιον μέ πολιτικόν ἔτος ὑπολογίζομεν τοῦτο μέ ἔτος μικτόν καί προσθέτομεν εἰς τό ἐξαγόμενον τό 1/72 αὐτοῦ.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α: Πρός ποῖον ἐπιτόκιον κεφάλαιον ἐκ λιρῶν 927-15-6 φέρει τόκον ἀπό 26 Ἰανουαρίου μέχρι 31 Μαρτίου λίρ. 4-1-4;

Λ ύ σ ι ς:

$$i = \frac{360.\ 4,067}{927,775.64} = 0,02466$$

ὅπερ αὐξανόμενον κατά τό 1/72 αὐτοῦ γίνεται:

$$0,02466+0,00034 = 0,025$$

Ὥστε τό ζητούμενον ἐπιτόκιον μέ ἔτος πολιτικόν, εἶναι 2,5%.

Ἀσκήσεις:

Πρός πόσον τοῖς ἑκατόν ἐτοκίσθησαν μέ ἔτος μικτόν:

1) 36000 δρχ ἀπό 20 Φεβρουαρίου μέχρι 14 Σεπτεμβρίου καί ἔδωκαν τόκον 224,50 δραχμάς;

2) 19200 δρχ. ἀπό 15 Σεπτεμβρίου μέχρι 20 Δεκεμβρίου καί

ἔφεραν τόκον 144 δραχμάς;

3) 8750 δρχ. ἀπό 11 Ἰουλίου μέχρι 5 Δεκεμβρίου καί ἔγιναν μετά τοῦ τόκου των 9012,50 δραχμαί;

4) Λίραι 1650 ἀπό 17 Φεβρουαρίου μέχρι 12 Ἀπριλίου καί ἔδωκαν τόκον λίρ. 7-6-5 $^1/_2$;

5) Λίραι 2348-13-6 ἀπό 1 Ἰουλίου μέχρι 30 Νοεμβρίου καί ἔδωκαν τόκον λίρας 24-9-1 $^1/_2$;

1.11.- Εὕρεσις τοῦ χρόνου.

Ἐργαζόμενοι ὁμοίως εἰς τάς θεμελιώδεις ἐξισώσεις τοῦ τόκου εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως τύπους πρός εὕρεσιν τοῦ χρόνου ὅταν τά τρία ἄλλα ποσά εἶναι γνωστά. Ἔχομεν οὕτω:

$$n = \frac{I}{K.i}, \quad \mu = \frac{12.I}{K.i}, \quad \nu = \frac{360.I}{K.i} \text{ ἤ } \nu = \frac{365.I}{K.i} \text{ ἤ}$$

$$\nu = \frac{I.\Delta}{K}$$

Καί εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν, ἄν τό ἔτος διά τόν ὑπολογισμόν τοῦ τόκου εἶναι πολιτικόν, ἰσχύουν αἱ προηγούμεναι παρατηρήσεις καί ἐργαζόμεθα ὁμοίως, ἤτοι εὑρίσκομεν πρῶτον τόν χρόνον μέ ἔτος μικτόν καί εἰς τό ἐξαγόμενον προσθέτομεν τό 1/72 αὐτοῦ.

Παράδειγμα 1ον: Κεφάλαιον 15000 δρχ. τοκισθέν πρός 9% ἔδωκε τόκον 2700 δρχ. Ἐπί πόσα ἔτη εἶχε τοκισθῆ τοῦτο;

Λύσις:

$$n = \frac{2700}{15000.0,09} = \frac{2700.100}{15000.9} = \frac{300.100}{15000} = \frac{30}{15} = 2 \text{ ἔτη}$$

Παράδειγμα 2ον: Ἐπί πόσους μῆνας ἐτοκίσθη κεφάλαιον 10000 δρχ. καί ἀπέφερε τόκον 400 δρχ. πρός 12%;

Λύσις:

$$\mu = \frac{12.400}{10000.0,12} = \frac{12.400.100}{10000.12} = 4 \text{ μῆνες.}$$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 3ον: Ἐπί πόσας ἡμέρας ἐτοκίσθη κεφάλαιον 20000 δρχ. πρός 9% καί ἔφερε τόκον 360 δραχμάς;

Λ ύ σ ι ς:

$$\nu = \frac{360.360}{20000.0,09} = \frac{360.360.100}{20000.9} = \frac{36.36}{2.9} = 72 \text{ ἡμ.}$$

Ἄν τό ἔτος εἶναι πολιτικόν, ὁ ζητούμενος ἀριθμός ἡμερῶν εἶναι:

$\nu = 72+1 = 73$ ἡμ.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 4ον: Εἰς πόσας ἡμέρας κεφάλαιον λιρῶν 1440 τοκισθέν πρός 5% φέρει τόκον λίρας 22-17-8; (Ἔτος πολιτικόν).

Λ ύ σ ι ς:

$$\nu = \frac{22,884\times 360}{1440\times 0,05} = \begin{array}{rl} 127,1 & \text{μέ ἔτος μικτόν} \\ +\ \underline{1,8} & \text{(τό 1/72 τοῦ προηγουμένου)} \\ 128,9 = 129 & \text{ἡμέραι} \end{array}$$

Ἀσκήσεις

1) Κεφάλαιον 15000 δραχμῶν δίδει τόκον 687,5 δρχ. πρός 5%. Ἐπί πόσον χρόνον ἐτοκίσθη;

2) Ἔμπορος κατέβαλεν εἰς τό ταμεῖον μιᾶς τραπέζης τήν 3ην Ἰουλίου δρχ. 55,90 διά τόκους χρέους του ἐξ 8220 δρχμ. πρός 5%. Ἀπό ποίας ἡμερομηνίας ὑπελογίσθησαν οἱ τόκοι;(ἔτος μικτόν).

3) Δανεισθείς τις ποσόν 24000 δρχ. πρός 10% ἐπλήρωσε τήν 20ὴν Ὀκτωβρίου διά κεφάλαιον καί τόκους 10350 δρχ. Πότε εἶχε δανεισθῆ τό κεφάλαιον τοῦτο;

5) Εἰς πόσας ἡμέρας μέ ἔτος πολιτικόν λίραι 786-17-6, φέρουν πρός 5,5% τόκον λιρ. 7-7-5;

1.12.- Χρόνος καθ'ὅν διπλασιάζεται, τριπλασιάζεται κλπ. κεφάλαιόν τι ἐπί ἁπλῷ τόκῳ.

'Εάν εἰς τόν τύπον:

$$n = \frac{I}{K.i}$$

ὑποθέσωμεν ὅτι ὁ τόκος εἶναι ἴσος πρός τό κεφάλαιον, τότε ἔχομεν:

$$n = \frac{K}{K.i} = \frac{1}{i} = \frac{100}{E}$$

ἤτοι πρός εὕρεσιν τοῦ ἀπαιτουμένου χρόνου ἀρκεῖ νά διαιρέσωμεν τό 100 διά τοῦ ἐπιτοκίου. Οὕτω ἄν τό ἐπιτόκιον εἶναι 5% χρειάζεται χρόνος $\frac{100}{5}$ = 20 ἐτῶν διά νά διπλασιασθῇ τό κεφάλαιον. Ἄν τό ἐπιτόκιον εἶναι 4% ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος εἶναι 25 ἔτη. Ἄν τό ἐπιτόκιον εἶναι 8% ὁ ἀπαιτούμενος χρόνος εἶναι 12,5 ἔτη. Ἄν ζητοῦμεν τόν χρόνον καθ'ὅν τριπλασιάζεται κεφάλαιόν τι ἐπί ἁπλῷ τόκῳ εἶναι προφανές ὅτι θά διαιρέσωμεν τό 200 διά τοῦ ἐπιτοκίου κ.ο.κ.

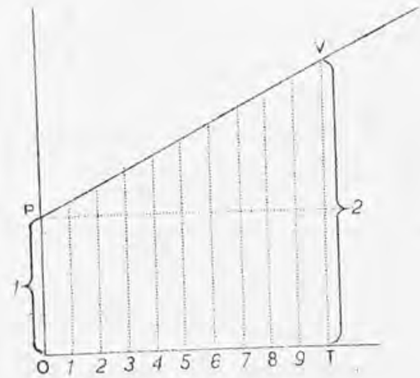
'Εάν γενικῶς ὁ ἐτήσιος τόκος ἑνός κεφαλαίου y εἶναι y/n εἰς τό τέλος τῶν n ἐτῶν οἱ τόκοι καί τό κεφάλαιον μαζί γίνονται:

$$y + n.\frac{y}{n} = 2y$$

'Η γραφική ἀπεικόνισις τῶν μεταβολῶν τῆς τελικῆς ἀξίας ἑνός κεφαλαίου, τοκιζομένου ἐπί ἁπλῷ τόκῳ, φαίνεται εἰς τό σχ. 1, ἔνθα ΟΡ παριστᾶ τήν ἀρχικήν ἀξίαν καί ΟΤ τόν χρόνον καθ'ὅν διαρκεῖ ἡ παραγωγή τοῦ τόκου καί συνεπῶς ἡ αὔξησις τοῦ κεφαλαίου. Ἄν τό ἐπιτόκιον εἶναι 10% διαιροῦμεν τό ΟΤ εἰς δέκα ἴσας περιόδους, ἑκάστη τῶν ὁποίων ἀντιστοιχεῖ εἰς μίαν ἰσοδύναμον βαθμίδα αὐξήσεως.

'Εάν ἕκαστον τμῆμα τεταγμένης ἄνω τοῦ ΟΡ εἶναι τό 1/10 τοῦ ΟΡ μετά τήν δεκάτην χρονικήν βαθμίδα τό ὕψος τοῦ ΟΡ ἔχει διπλασιασθῆ.

'Εάν τό ΟΤ διαιρεθῇ εἰς 20 χρονικάς βαθμίδας, τό ὕψος τῆς τελικῆς τεταγμένης θά καθίστατο καί πάλιν διπλάσιον τῆς ἀρχικῆς OP. Καί γενικῶς, διά n χρονικάς βαθμίδας, ἑκάστη τῶν ὁποίων θά παρεῖχεν αὔξησιν ἴσην πρός τό 1/n τοῦ ἀρχικοῦ κεφαλαίου θά εἴχομεν εἰς τό τέλος διπλασιασμόν αὐτοῦ.



Σχ. 1

'Εάν τό Κο εἶναι τό ἀρχικόν κεφάλαιον, ὁπότε ὁ τόκος αὐτοῦ εἰς χρόνον x εἶναι Κο.x.i ἡ ἑκάστοτε τελική ἀξία θά εἶναι Κο+Κο.x.i= Κο(1+xi) καί ἄν τοῦτο κληθῇ y ἔχομεν τήν συνάρτησιν y = Κο(1+xi), τῆς ὁποίας ἡ πρώτη παράγωγος $\frac{dy}{dx}$ εἶναι σταθερά καί ἐπομένως ἡ συνάρτησις παριστᾶ εὐθεῖαν γραμμήν τῆς ὁποίας ὁ γωνιακός συντελεστής παριστᾶ τήν σταθεράν αὔξησιν τοῦ ἀρχικοῦ κεφαλαίου, τήν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς ἑκάστην μονάδα χρόνου.

Παρατήρησις: Οἱ τύποι διά τήν εὕρεσιν τοῦ κεφαλαίου, τοῦ χρόνου καί τοῦ ἐπιτοκίου ἀπορρέουν ἐκ τῶν ἀρχικῶν τύπων εὑρέσεως τοῦ τόκου διά τῆς λύσεως μιᾶς ἐξισώσεως ὡς πρός ἄγνωστον ποσόν. Εἰς τάς βραχυπροθέσμους οἰκονομικάς πράξεις ὁ χρόνος εἶναι πάντοτε μικρότερος τοῦ ἔτους καί μετατρέπεται εὐκόλως εἰς ἡμέρας. Διά τήν εὕρεσιν λοιπόν τοῦ τόκου ἐφαρμόζεται κατά κανόνα ἡ μέθοδος τῶν τοκαρίθμων, ἤτοι ὁ τύπος:

$$I = \frac{K\nu}{\Delta}$$

Δυνάμεθα λοιπόν νά λύσωμεν ταύτην ὡς πρός Κ καί νά λάβωμεν τό κεφάλαιον:

$$\boxed{K = \frac{I.\Delta}{\nu}} \qquad (10)$$

ἤ ὡς πρός ν καί νά λάβωμεν τόν χρόνον εἰς ἡμέρας,

$$\boxed{\nu = \frac{I.\Delta}{K}} \qquad (11)$$

ἤ ὡς πρός Δ καί νά λάβωμεν τόν σταθερόν διαιρέτην

$$\boxed{\Delta = \frac{K.\nu}{I}} \qquad (12)$$

ἐκ τούτου δέ τό ἐπιτόκιον i διαιροῦντες τό 360 διά Δ.

Εἰς τήν πρᾶξιν λοιπόν χρειάζεται νά ἐνθυμούμεθα μόνον τον τύπον αὐτόν:

$$I = \frac{K.\nu}{\Delta}$$

...ὶ βάσει αὐτοῦ νά εὑρίσκωμεν οἱοδήποτε ποσόν ἄν τά τρία ἄλλα εἶναι γνωστά.

1.13.- Εὕρεσις τοῦ ἀρχικοῦ κεφαλαίου συναρτήσει τῆς τελικῆς ἀξίας τούτου.

Εἰς τόν ἁπλοῦν τόκον καλοῦμεν τελικήν ἀξίαν ἤ κτηθεῖσαν ἀξίαν ἑνός κεφαλαίου, τοκισθέντος ἐπί n χρονικάς περιόδους, τό ἄθροισμα τοῦ ἀρχικοῦ κεφαλαίου καί τῶν παραχθέντων τόκων μέχρι τῆς λήξεως τῶν n περιόδων.

'Εάν τό ἀρχικόν κεφάλαιον παραστήσωμεν μέ τό σύμβολον Ko καί τήν τελικήν ἀξίαν τούτου μετά n χρονικάς περιόδους, μέ Kn θά ἔχωμεν, βάσει τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ ἁπλοῦ τόκου:

$$K_n = K_o + K_o ni = K_o(1+ni)$$

ἤ

$$K_n = K_o + \frac{K_o \nu}{\Delta} = K_o\left(1+\frac{\nu}{\Delta}\right) \qquad (13)$$

Λύοντες ὡς πρός K_o δυνάμεθα νά εὕρωμεν τό ἀρχικόν κεφάλαιον συναρτήσει τῆς κτηθείσης ἀξίας του εἰς τό τέλος τῶν n περιόδων, ἤτοι:

$$K_o = \frac{K_n}{1+ni}$$

ἤ

$$K_o = \frac{K_n}{1+\frac{\nu}{\Delta}} = \frac{K_n \cdot \Delta}{\Delta+\nu} \qquad (14)$$

'Ομοίως δυνάμεθα νά λύσωμεν τάς ἀνωτέρω ἐξισώσεις καί ὡς πρός οἱονδήποτε ἄλλον ἄγνωστον ἄν δοθοῦν τρία ἐκ τῶν τεσσάρων ποσῶν, ἅτινα ὑπεισέρχονται εἰς τούς τύπους.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 1ον: Ποῖον κεφάλαιον αὐξηθέν κατά τούς τόκους 3 ἐτῶν πρός 6% γίνεται μαζί μέ τούς τόκους του 59000 δρχ.;

Λ ύ σ ι ς: $K_o = ;$, $K_n = 59000$, $n = 3$, $i = 0{,}06$. Ὥστε:

$$K_o = \frac{59000}{1+3 \cdot 0{,}06} = \frac{59000}{1+0{,}18} = \frac{59000}{1{,}18} = 50000 \text{ δρχ.}$$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 2ον: Κεφάλαιον τοκισθέν ἐπί 105 ἡμέρας πρός 4,5% έγινε μετά τῶν τόκων του 5803,13 δρχμ. Ποῖον τό τοκισθέν κεφάλαιον καί ποῖος ὁ τόκος;

Λύσις: K_o = ; I = ; Kn = 5803,13, ν = 105, Δ =8000

Ὥστε:

$$K_o = \frac{5803,13.8000}{8000+105} = \frac{46425040}{8105} = 5727,95 \text{ δρχ.}$$

καί

$$I = 5803,13 - 5727,95 = 75,18 \text{ δρχ.}$$

Παράδειγμα 3ον: Κεφάλαιον ἐτοκίσθη ἐπί 30 ἡμέρας πρός 6% καί έγινε μαζί μέ τούς τόκους του 3618 δρχ. Ποῖον τό ἀρχικόν κεφάλαιον καί ποῖος ὁ τόκος;

Λύσις: Τό πρόβλημα τοῦτο δυνάμεθα νά λύσωμεν ἄνευ χρήσεως οἱουδήποτε τύπου βάσει τῆς γνωστῆς συντομίας ὑπολογισμοῦ τοῦ τόκου διά τῆς μεθόδου τῶν ἀναλόγων μερῶν τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου. Ἤτοι ἄν θεωρήσωμεν ὡς ἀρχικόν κεφάλαιον ποσόν ἴσον πρός τόν σταθερόν διαιρέτην, ἤτοι 6000 δρχ., ὁ τόκος του θά ἰσοῦται μέ τόν ἀριθμόν τῶν ἡμερῶν δηλ. 30 δρχμ. καί τό ηὐξημένον κατά τόν τόκον του κεφάλαιον θά εἶναι 6030 δρχ. Διατάσσομεν οὕτω τήν λύσιν τοῦ προβλήματος ὡς ἑξῆς:

ἀρχικόν κεφ.	τελικον κεφ.
6000	6030
x	3618

$$x = \frac{6000.3618}{6030} = 3600 \text{ δρχ.}$$

Ὅπως φαίνεται ἐκ τῆς διατάξεως τῆς λύσεως τοῦ προβλήματος, τό ἐξαγόμενον ταυτίζεται τελείως μέ τόν τύπον:

$$K_o = \frac{Kn\Delta}{\Delta+\nu}$$

ὅπου Kn = 3618, Δ = 6000 καί Δ+ν = 6030.

Διά νά εὕρωμεν τώρα τόν τόκον ἀρκεῖ ἀπό τό Kn νά ἀφαιρέσωμεν τό K_o ἤτοι I = Kn-K_o = 3618-3600 = 18 δρχ.

Δυνάμεθα ὅμως νά εὕρωμεν καί κατ'εὐθεῖαν τόν τόκον διατάσσοντες τήν πρᾶξιν ὡς ἑξῆς:

Τελικόν κεφ.	Τόκος
6030	30
3618	x

$$x = 30 \times \frac{3618}{6030} = 18 \text{ δρχ.}$$

'Αλλά ἄν ἀντί τῶν ἀριθμῶν μεταχειρισθῶμεν γενικά σύμβολα εἰς τήν προηγουμένην κατάταξιν ὁδηγούμεθα εἰς τόν ἑξῆς τύπον:

$$I = \frac{Kn.\nu}{\Delta + \nu}$$

ὅστις παρέχει τόν τόκον κατ'εὐθεῖαν ἐκ τῶν δεδομένων τοῦ προβλήματος.

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς: 'Εάν εὕρωμεν τόν τόκον λαμβάνοντες ὡς κεφάλαιον τό ηὐξημένον κεφάλαιον εἰς τό παράδειγμά μας τῶν 3618 δρχ. πρός 6% εἰς 30 ἡμέρας, θά ἔχωμεν:

εἰς 60 ἡμ. τόκον 36,18 δρχ.

εἰς 30 ἡμ. τόκον 18,09 δρχ.

'Ο τόκος αὐτός εἶναι προφανῶς ἀνώτερος τοῦ πραγματικοῦ, κατά τόν τόκον τοῦ πραγματικοῦ τόκου, διότι εἰς τάς 3618 δρ. περιέχεται τό ἀρχικόν κεφάλαιον καί ὁ τόκος του.

'Εάν ἀφαιρέσωμεν ἀπό τάς 18,09 δρχ. τόν τόκον τοῦ πραγματικοῦ τόκου ἡ διαφορά θά ἰσοῦται ἀκριβῶς μέ τόν ζητούμενον τόκον. 'Επειδή ὅμως δέν γνωρίζομεν τόν πραγματικόν τόκον ὡς τόκον του λαμβάνομεν κατά π ρ ο σ έ γ γ ι σ ι ν τόν τόκον τῶν 18,09 καί αὐτόν ἀφαιροῦμεν ἀπό τό 18,09. Οὕτω εἰς τό παράδειγμά μας ἔχομεν:

εἰς 60 ἡμ. τόκον 0,1809
εἰς 30 ἡμ. " 0,09

ὁπότε ὁ πραγματικός τοκος I = 18,09-0.09 = 18 δρχ. Ὥστε:

Διά νά εὕρωμεν τόν τόκον, ὅταν δίδεται τό ηὐξημένον κατά τόν τόκον του κεφάλαιον, εὑρίσκομεν τόν τόκον τοῦ ηὐξημένου κεφαλαίου καί ἀπό αὐτόν ἀφαιροῦμεν τόν τόκον τοῦ εὑρεθέντος τόκου.

Ἡ μέθοδος αὕτη δικαιολογεῖται καί θεωρητικῶς ὡς ἑξῆς: Εἴδομεν ἀνωτέρω ὅτι τό ἀρχικόν κεφάλαιον εὑρίσκεται ἐκ τοῦ τελικοῦ τοιούτου διά τοῦ τύπου:

$$K_o = \frac{K_n \Delta}{\Delta+\nu}$$

Ἐάν ἐκτελέσωμεν τήν διαίρεσιν τοῦ ἀριθμητοῦ διά τοῦ παρονομαστοῦ εἰς τό β΄ μέλος τῆς ἀνωτέρω ἰσότητος, θά ἔχωμεν:

$$K_o = K_n - \frac{K_n\nu}{\Delta} + \frac{K_n\nu^2}{\Delta^2} - \frac{K_n\nu^3}{\Delta^3} + \dots\dots$$

ἤ $$K_n - K_o = \frac{K_n\nu}{\Delta} - \frac{K_n\nu^2}{\Delta^2} + \frac{K_n\nu^3}{\Delta^3} - \dots\dots$$

δηλαδή:

$$\boxed{I = \frac{K_n\nu}{\Delta} - \left[\frac{K_n\nu}{\Delta}\right] \cdot \frac{\nu}{\Delta} + \left[\frac{K_n\nu^2}{\Delta^2}\right] \cdot \frac{\nu}{\Delta} - \dots} \qquad (15)$$

ἔνθα ὁ πρῶτος ὅρος τοῦ β΄ μέλους παριστᾶ τόν τόκον τοῦ ηὐξημένου κεφαλαίου, ὁ δεύτερος ὅρος τόν τόκον τοῦ προηγουμένου τόκου, ὁ τρίτος τόν τόκον τοῦ προηγουμένου καί καθεξῆς οὕτω. Ἐπειδή δέ ἀπό τοῦ τρίτου ὅρου καί ἐφεξῆς φθάνομεν εἰς ἀσήμαντα ποσά, περιοριζόμεθα μέχρι τοῦ δευτέρου ὅρου καί ἔχομεν οὕτω τόν προηγούμενον κανόνα ὅστις μᾶς δίδει τόν ζητούμενον τόκον μέ ἀρκετήν προσέγγισιν.

Εἶναι δέ ἡ μέθοδος αὕτη τόσον χρήσιμος διά τάς πρακτικάς ἀνάγκας, ὥστε ἐφαρμόζεται καί ὅταν ἀκόμη ζητῆται τό ἀρχικόν κεφάλαιον, ὁπότε εὑρίσκομεν πρῶτον τόν τόκον καί ἀφαιροῦμεν τοῦτον ἀπό τό ηὐξημένον κατά τόν τόκον του κεφάλαιον (κτηθεῖσαν ἀξίαν).

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α: Κεφάλαιον αὐξηθέν κατά τόν τόκον 65 ἡμερῶν πρός 4% ἔγινε 5136,83 δρχ. Ποῖον τό ἀρχικόν κεφάλαιον;

Λ ύ σ ι ς:

Ἡμέραι	Τόκος	Τόκος τοῦ τόκου
90	51,37	0,37
30	17,12	0,12
30	17,12	0,12
5	2,85	0,02
65	37,09	0,26
μεῖον	0,26	
πραγματικός τόκος	36,83 δρχ.	

Ὥστε: $K_o = K_n - I = 5136{,}83 - 36{,}83 = 5100$ δρχ.

1.14.- Κεφάλαιον ἠλαττωμένον κατά τόν τόκον του.

Π ρ ό β λ η μ α: Τήν 10ην Μαρτίου δανειζόμεθα ποσόν τι μέ τήν συμφωνίαν νά τό ἐξοφλήσωμεν τήν 30ήν Ἰουνίου. Ὁ πιστωτής κρατᾶ τούς τόκους πρός $4\,^1/_2\%$ καί μᾶς μετρᾶ τό ὑπόλοιπον ἐκ δρχ. 2761,50. Ποῖον τό ὀφειλόμενον ποσόν; Ἔτος ἐμπορικόν.

Λ ύ σ ι ς: Ὅπως καί εἰς την περίπτωσιν τοῦ ηὐξημένου κατά τόν τόκον του κεφαλαίου χρησιμοποιοῦμεν καί ἐδῶ βοηθητικόν κεφάλαιον τόν σταθερόν διαιρέτην. Καί ἔχομεν:

$K_o = 8000$ δρχ. $\qquad (K_o - I) = (8000-110)$ ἤ 7890 δρ.

$x \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 2761{,}50$ δρ.

$$x = \frac{8000 \cdot 2761{,}50}{7880} = 2800 \text{ δρχ.}$$

Ἄν ἀντικαταστήσωμεν τά ποσά, τά ὁποῖα παριστάνουν οἱ ἀριθμοί, διά γραμμάτων ἔχομεν τόν τ ύ π ο ν τ ο ῦ ἠ λ α τ τ ω μ έ ν ο υ κ ε φ α λ α ί ο υ:

$$\boxed{K_o = \frac{\Delta . (K - I)}{\Delta - \nu}} \qquad (16)$$

ὁ ὁποῖος μᾶς λέγει ὅτι:

Διά νά εὕρωμεν τό ἀρχικόν κεφάλαιον, ὅταν μᾶς δίδεται τό ἠλαττωμένον κατά τόν τόκον του κεφάλαιον καί ὁ χρόνος εἰς ἡμέρας, πολλαπλασιάζομεν τό ἠλαττωμένον κεφάλαιον ἐπί τόν σταθερόν διαιρέτην καί διαιροῦμεν διά τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου ἠλαττωμένου κατά τόν ἀριθμόν τῶν ἡμερῶν.

Παρατήρησις I. Ἐάν ζητοῦμεν τόν τόκον καί ὄχι τό ἀρχικόν κεφάλαιον, εἰς τήν μέθοδον τῶν τριῶν ἀντί τοῦ ἠλαττωμένου βοηθητικοῦ κεφαλαίου θά θέσωμεν τόν τόκον, δηλ. τόν ἀριθμόν τῶν ἡμερῶν καί θά ἔχωμεν:

$$\begin{array}{ll} (K-I) = 7880 & I = 110 \\ \underline{2761,50} & \underline{x} \end{array}$$

$$x = \frac{120.\ 2761,50}{7890} = 38,50 \text{ δρχ.}$$

ὁπότε ἔχομεν τόν τύπον:

$$\boxed{I = \frac{\nu.\,(K_0 - I)}{\Delta - \nu}} \qquad (17)$$

ὁ ὁποῖος μᾶς λέγει:

Διά νά εὕρωμεν τόν τόκον, ὅταν μᾶς δίδεται τό ἠλαττωμένον κεφάλαιον, πολλαπλασιάζομεν τό ἠλαττωμένον κεφάλαιον ἐπί τόν ἀριθμόν τῶν ἡμερῶν καί διαιροῦμεν τό ἐξαγόμενον διά τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου ἠλαττωμένου κατά τόν ἀριθμόν τῶν ἡμερῶν.

Παρατήρησις II. Τόν τόκον δυνάμεθα ἐπίσης νά τόν εὕρωμεν προσθέτοντες εἰς τόν τόκον τοῦ ἠλαττωμένου κεφαλαίου τόν τόκον αὐτοῦ. Ὁ τόκος ὅμως κατ' αὐτόν τόν τρόπον εὑρίσκεται κατά προσέγγισιν. Ἡ θεωρητική δικαιολογία εἶναι ἀνάλογος πρός τήν ἐκτεθεῖσαν ἀνωτέρω, προκειμένου περί ηὐξημένου κατά τόν τόκον του κεφαλαίου.

Οὕτω εἰς τό παράδειγμά μας θά ἔχωμεν:

	Τόκος	Τόκος τοῦ τόκου
εἰς 80 ἡμ.	27,62 δρχ.	0,38 δρχ.
20 "	6,90 "	0,10 "
10 "	3,45 "	0,05 "
	37,97 "	0,53 "
	+ 0,53	
	38,50 δρχ. πραγματικός τόκος	

Ὥστε:

Διά νά εὕρωμεν τόν τόκον, ὅταν δίδεται τό ἠλαττωμένον κατά τόν τόκον του κεφάλαιον εὑρίσκομεν τόν τόκον τοῦ ἠλαττωμένου κεφαλαίου καί εἰς αὐτόν προσθέτομεν τόν τόκον τοῦ τόκου.

1.15.- Περί μέσου ἐπιτοκίου.

Πολλάκις εἶναι ἀνάγκη νά γνωρίζωμεν τό μέσον ἐπιτόκιον διαφόρων κεφαλαίων τοποθετηθέντων πρός διάφορα ἐπιτόκια, δηλαδή τό ἐπιτόκιον πρός τό ὁποῖον ὅταν τοποθετηθοῦν ὅλα τά κεφάλαια αὐτά θά φέρουν τόν αὐτόν συνολικόν τόκον. Εἰς τά προβλήματα τοῦ μέσου ἐπιτοκίου διακρίνομεν τάς κάτωθι περιπτώσεις:

I. Ἴσα κεφάλαια καί ἴσα χρονικά διαστήματα.

Πρόβλημα: Ποῖον εἶναι τό μέσον ἐπιτόκιον τεσσάρων ἴσων κεφαλαίων (ἔστω ἐκ 10000 δρχ. ἕκαστον) τά ὁποῖα ἐτοποθετήθησαν ἐπί ἴσα χρονικά διαστήματα (ἔστω ἐπί 3 μῆνας) κατά σειράν πρός 3%, $3^1/_2$, 4% καί 5%;

Λύσις: Οἱ συνολικοί τόκοι τῶν κεφαλαίων αὐτῶν θά εἶναι:

$$I = \frac{10000.3.3+10000.3.3,5+10000.3.4+10000.3.5}{1200}$$

ἤ, ἐάν ἐξάγάγωμεν τούς κοινούς παράγοντας ἐκτός παρενθέσεως:

$$I = \frac{10000.3}{1200}(3+3,5+4+5)$$

ἤ $$I = \frac{10000.3}{1200}.15,5$$

ὁπότε, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τοῦ μέσου ἐπιτοκίου, τό ζητούμενον μέσον ἐπιτόκιον θά εἶναι τό ἐπιτόκιον τό ὁποῖον θά δώσῃ ὡς τόκον:

$$\frac{10000.3}{1200}.15,5 \text{ δρχ.}$$

ὅταν τό σύνολον τῶν δοθέντων κεφαλαίων (4.10000) δρχ. τοκισθῇ πρός αὐτό. Ἤτοι τό μέσον ἐπιτόκιον θά εἶναι τό:

$$E = \frac{\frac{10000.3}{1200}.15,5.1200}{(4.10000).3}$$

καί μετά τάς ἁπλοποιήσεις:

$$E = \frac{15,5}{4} = 3^7/_8\%$$

Ἐάν τώρα καλέσωμεν E_1, E_2, E_3 καί E_4 τά δοθέντα ἐπιτόκια καί ν τόν ἀριθμόν τῶν δοθέντων κεφαλαίων καί ἀντικαταστήσωμεν εἰς τήν ἀνωτέρω τιμήν τοῦ μέσου ἐπιτοκίου θά ἔχωμεν, διά την εὕρεσιν τοῦ μέσου ἐπιτοκίου, ὅταν ὅλα τά κεφάλαια καί οἱ χρόνοι των εἶναι ἴσοι, τόν τύπον:

$$\boxed{E = \frac{E_1+E_2+.....E_\nu}{\mu}} \qquad (18)$$

ὅστις μᾶς λέγει ὅτι;:

Τό μέσον ἐπιτόκιον, ὅταν ἴσα κεφάλαια τοκίζονται ἐπί ἴσα χρονικά διαστήματα, εἶναι ἀνεξάρτητον τοῦ ποσοῦ τῶν κεφαλαίων καί τοῦ χρόνου καί ἰσοῦται μέ τόν ἀριθμητικόν μέσον ὅρον τῶν δοθέντων ἐπιτοκίων.

'Ασκήσεις

1) Ποῖον τό μέσον ἐπιτόκιον πέντε ἴσων κεφαλαίων, τά ὁποῖα τοκίζονται ἐπί ἴσα χρονικά διαστήματα, κατά σειράν πρός 6%, 5%, $4^3/_4$%, $4^1/_2$% καί 4%;

2) Ποῖον τό μέσον ἐπιτόκιον τεσσάρων ἴσων κεφαλαίων τοκισθέντων ἐπί ἴσα χρονικά διαστήματα πρός $3^1/_3$%, $3^3/_5$% καί $4^3/_4$%;

3) Ποῖον τό μέσον ἐπιτόκιον τριῶν ἴσων κεφαλαίων ἐξ 8000 δρχ. ἕκαστον τοποθετηθέντων, ἐπί ἴσα χρονικά διαστήματα κατά σειράν, πρός 2,75%, 3,10% καί 4%;

II. Ἄνισα κεφάλαια καί ἴσα χρονικά διαστήματα.

Πρόβλημα. Ποῖον τό μέσον ἐπιτόκιον δρχ. 2000 τοποθετηθέντων πρός 3% δρχ. 4000 πρός 4%, δρχ. 6000 πρός $4^1/_3$% καί δρχ. 1500 πρός 6% ἐάν εἰς ὅλα τά ποσά αὐτά ἡ διάρκεια τοποθετήσεως εἶναι 3 μῆνες;

Λύσις: Ὁ συνολικός τόκος τῶν κεφαλαίων αὐτῶν θά εἶναι:

$$I = \frac{2000.3.3.+4000.4.3+6000.4^1/_3.3+1500.6.3}{1200}$$

ἤ, ἐάν ἐξαγάγωμεν ἐκτός παρενθέσεως τούς κοινούς παράγοντας

$$I = \frac{3}{1200}(2000.3+4000.4+6000.4^1/_3+1500.6)$$

ἤ $$I = \frac{3}{1200}.57000$$

καί κατά συνέπειαν τό ζητούμενον μέσον ἐπιτόκιον θά εἶναι, ἐκεῖνο τό ὁποῖον θά δώσῃ τόν τόκον αὐτόν, ὅταν τό συνολικόν κεφάλαιον:

2000+4000+6000+1500 = 13500 δρχ.

τοκισθῇ πρός αὐτό, ἤτοι τό:

$$E = \frac{\frac{3}{1200}.57000.1200}{13500.3}$$

ἤ $E = \frac{57000}{13500} = 4^2/_9\%$

Ἐάν τώρα ἀντικαταστήσωμεν τά δοθέντα κεφάλαια διά τῶν γραμμάτων $K_1, K_2 \ldots K_\nu$ καί τά δοθέντα ἐπιτόκια διά τῶν γραμμάτων $E_1, E_2 \ldots E_\nu$ θά ἔχωμεν τόν τύπον:

$$\boxed{E = \frac{K_1 . E_1 + K_2 . E_2 + \ldots + K_\nu . E_\nu}{K_1 + K_2 + \ldots + K_\nu}} \qquad (19)$$

ὅστις μᾶς λέγει ὅτι:

Διά νά εὕρωμεν τό μέσον ἐπιτόκιον διαφόρων κεφαλαίων, τοποθετημένων πρός διάφορα ἐπιτόκια, είς ἴσα χρονικά διαστήματα, πολλαπλασιάζομεν ἕκαστον κεφάλαιον ἐπί τό ἀντίστοιχον ἐπιτόκιον καί διαιροῦμεν το ἄθροισμα τῶν προκυπτόντων γινομένων διά τοῦ ἀθροίσματος τῶν κεφαλαίων.

Παρατήρησις: Τό γινόμενον τοῦ κεφαλαίου ἐπί τό ἐπιτόκιον τό ὀνομάζομεν πολλάκις τοκάριθμον ἐπιτοκίου κατ'ἐπέκτασιν τοῦ γινομένου τοῦ κεφαλαίου ἐπί τῶν ἀριθμόν τῶν ἡμερῶν, ὅπερ ὀνομάζεται ὡς γνωστόν τοκάριθμος χρόνου.

Ἀσκήσεις

1)Ποῖον τό μέσον ἐπιτόκιον δρχ. 5000 τοκισθεισῶν πρός $4^1/_2\%$, δρχ. 1800 πρός 6% καί δρχ. 4700 πρός 5% ἐπί ἕν ἔτος;

2) Τοποθετεῖ τις ἐν'Αγγλίᾳ λίρ. 300 πρός $3^1/_2\%$, λίρ. 200 πρός 5% καί λίρ. 400 πρός $4^1/_4\%$. Ποῖον τό μέσον ἐπιτόκιον, ἐάν ἡ διάρκεια τῶν τοποθετήσεων αὐτῶν εἶναι 5 μῆνες δι'ὅλας;

III. Ἴσα κεφάλαια καί ἄνισα χρονικά διαστήματα.

Πρόβλημα Τέσσαρα ἴσα κεφάλαια (ἔστω ἐκ 5000 δρχ. ἕκαστον) τοποθετοῦνται κατά σειράν πρός 4% ἐπί 6 μῆνας, πρός 3% ἐπί 5 μῆνας, πρός $4^1/_2\%$ ἐπί 4 μῆνας καί πρός 5% ἐπί 3 μῆνας. Ποῖον τό μέσον ἐπιτόκιον τῶν τοποθετήσεων αὐτῶν;

Λύσις: Ὁ τόκος τοῦ πρώτου κεφαλαίου ἐπί 6 μῆνας πρός 4% εἶναι προφανῶς ἴσος πρός τόν τόκον τοῦ ἑξαπλασίου κεφαλαίου ἐπί 1 μῆνα πρός τό αὐτό ἐπιτόκιον, ὁμοίως ὁ τόκος τοῦ δευτέρου εἶναι ἴσος πρός τόν τόκον τοῦ πενταπλασίου κεφαλαίου ἐπί 1 μῆνα, τοῦ τρίτου ἴσος πρός τόν τόκον τοῦ τετραπλασίου κεφαλαίου ἐπί ἕνα μῆνα καί τοῦ τετάρτου ἴσος πρός τόν τόκον τοῦ τριπλασιου κεφαλαίου ἐπί 1 μῆνα. Ὥστε οἱ τόκοι τῶν δοθέντων κεφαλαίων διά τά δοθέντα χρονικά διαστήματα θά ἰσοῦνται πρός τούς τόκους:

Δρχ.	(6.5000)	πρός	4%	ἐπί ἕνα μῆνα
"	(5.5000)	"	3%	
"	(4.5000)	"	$4^1/_2$%	
"	(3.5000)	"	5%	

ἐπανήλθομεν δηλαδή εἰς τήν προηγουμένην περίπτωσιν ἀνίσων κεφαλαίων τοποθετουμένων εἰς ἴσα χρονικά διαστήματα καί κατά συνέπειαν, τό ζητούμενον μέσον ἐπιτόκιον θά εἶναι τό:

$$E = \frac{(6.5000).4+(5.5000).3+(4.5000).4^1/_2+(3.5000).5}{(6.5000)+(5.5000)+(4.5000)+(3.5000)}$$

$$ἤ \quad E = \frac{5000(6.4+5.3+4.4^1/_2+3.5)}{18.5000}$$

$$ἤ \; E = \frac{6.4+5.3+4.4^1/_2+3.5}{18}$$

καί ἐάν καλέσωμεν H_1, H_2.... H_ν τούς χρόνους καί E_1, E_2.... E_ν τά ἐπιτόκια τῶν ἀντιστοίχων κεφαλαίων καί ἀντικαταστήσωμεν, θά λάβωμεν τόν τύπον:

$$\boxed{E = \frac{H_1.E_1+H_2.E_2....+H_\nu.E_\nu}{H_1+H_2+....+H_\nu}} \qquad (20)$$

ὅστις μᾶς λέγει ὅτι:

Διά νά εὕρωμεν τό μέσον ἐπιτόκιον ἴσων κεφαλαίων τοποθετημένων πρός διάφορα ἐπιτόκια εἰς διάφορα χρονικά διαστήματα, πολλαπλασιάζομεν ἕκαστον ἐπιτόκιον ἐπί τό χρονικόν διάστημα τοποθετήσεως τοῦ ἀντιστοίχου κεφαλαίου καί διαιροῦμεν τό ἄθροισμα τῶν προκυπτόντων γινομένων διά τοῦ ἀθροίσματος τῶν χρονικῶν διαστημάτων (ἐκπεφρασμένων ἐννοεῖται ὅλων, μέ τήν αὐτήν χρονικήν μονάδα)

'Ασκήσεις

1) Τρία ἴσα κεφάλαια τοποθετοῦνται κατά σειράν ἐπί 8 μῆνας πρός $4^1/_2$%, ἐπί 5 μῆνας πρός 3% καί ἐπί 1 ἔτος πρός 6% Ποῖον τό μέσον ἐπιτόκιον;

2) Τέσσαρα ἴσα κεφάλαια τοποθετοῦνται τό πρῶτον ἐπί 2 ἔτη πρός 3%, τό δεύτερον ἐπί 3 ἔτη πρός 4%, τό τρίτον ἐπί 5 ἔτη πρός $4^1/_2$% καί τό τέταρτον ἐπί 6 ἔτη πρός 5%. Ποῖομ τό μέσον ἐπιτόκιον;

Ι. Διάφορα κεφάλαια καί διάφοροι χρόνοι.

Πρόβλημα. Τοποθετεῖ τις δολ.3000 πρός 6% ἐπί 120 ἡμέρας, δολ. 1500 πρός 4% ἐπί 90 ἡμέρας καί δολ. 900 πρός 3% ἐπί 240 ἡμέρας. Ζητεῖται πρός ποῖον κοινόν ἐπιτόκιον πρέπει νά τοποθετηθοῦν τά τρία αὐτά κεφάλαια κατά τούς χρόνους τῆς τοποθετήσεώς των διά νά ἔχωμεν τό αὐτό σύνολον τόκων.

Λύσις: Ὁ ὁλικός τόκος τῶν ποσῶν αὐτῶν εἶναι:

$$I = \frac{3000.120.6+1500.90.4+900.240.3}{36000}$$

ἤ $$I = \frac{3348000}{36000}$$

'Εάν τώρα καλέσωμεν Ε το ζητούμενον μέσον ἐπιτόκιον θά ἔχωμεν:

$$I = \frac{3000.120.E+1500.90.E+900.240.E}{36000}$$

ἤ, ἐάν ἐξαγάγωμεν τό Ε ἐκτός παρενθέσεως:

$$I = \frac{(3000.120+1500.90+900.240).E}{36000}$$

ἤ $$I = \frac{711000.E}{36000}$$

Ὁ τόκος ὅμως αὐτός, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τοῦ μέσου ἐπιτοκίου, θά εἶναι ὁ ἴδιος μέ τόν προηγούμενον καί κατά συνέπειαν θά ἔχωμεν:

$$\frac{711000.E}{36000} = \frac{3348000}{36000}$$

καί τώρα οἱ παρονομασταί τῶν ἴσων αὐτῶν κλασμάτων εἶναι ἴσοι, ἄρα θά εἶναι καί οἱ ἀριθμηταί, δηλαδή θά ἔχωμεν:

$$711000.E = 3348000$$

καί ἐπειδή γνωρίζομεν τήν τιμήν τῶν πολλῶν μονάδων (δηλ. τῶν 711000.E) καί ζητοῦμεν τῆς μιᾶς, θά κάνωμεν διαίρεσιν καί θά εὕρωμεν τό ζητούμενον μέσον ἐπιτόκιον:

$$E = \frac{3348000}{711000} = 4,709\%$$

Ἐάν καλέσωμεν K_1, K_2.....K_ν τά δοθέντα κεφάλαια, H_1, H_2.....H_ν τούς δοθέντας χρόνους καί E_1, E_2.....E_ν τά ἐπιτόκια θά ἔχωμεν τόν τύπον:

$$\boxed{E = \frac{K_1.H_1.E_1 + K_2.H_2.E_2 + \ldots + K_\nu.H_\nu.E_\nu}{K_1.H_1 + K_2.H_2 + \ldots + K_\nu.H_\nu}} \qquad (21)$$

ὁ ὁποῖος, ὅταν παραστήσωμεν τούς τοκαρίθμους διά τοῦ N, θά λάβῃ τήν μορφήν:

$$\boxed{E = \frac{N_1.E_1 + N_2.E_2 + \ldots + N_\nu.E_\nu}{N_1 + N_2 + \ldots + N_\nu}} \qquad (22)$$

καί μᾶς λέγει ὅτι:

| Διά νά εὕρωμεν τό μέσον ἐπιτόκιον, ὅταν χρόνοι καί κε-

φάλαια εἶναι διάφορα, πολλαπλασιάζομεν τούς τοκαρίθμους ἐπί τά ἀντίστοιχα ἐπιτόκια καί προσθέτομεν τά εὑρεθέντα γινόμενα, διαιροῦμεν δέ τό προκῦπτον ἄθροισμα διά τοῦ ἀθροίσματος τῶν τοκαρίθμων.

Γενικαί ἀσκήσεις ἐπί τοῦ τόκου.

I. Ἀσκήσεις πρός ἐφαρμογήν τῶν διαφόρων μεθόδων συντομίας.

Εὑρεῖν τόν τόκον τῶν ἑξῆς κεφαλαίων:

1)	3565	δρ. εἰς	69 ἡμ. πρός	$8^3/_4\%$
2)	2775,35	" "	109 " "	$7^3/_4\%$
3)	5800	" "	74 " "	$7^1/_2\%$
4)	293,50	" "	97 " "	$6^3/_4\%$
5)	9260	" "	100 " "	$5^3/_4\%$
6)	532 λιρ.	"	71 " "	$4^1/_8\%$
7)	693-17 "	"	19 " "	$4^3/_8\%$
8)	7367,50	" "	50 " "	$6^7/_8\%$
9)	9563,75	" "	91 " "	$5^7/_8\%$
10)	297,65	" "	108 " "	$8^3/_4\%$

11) Πόσον τοκον φέρουν 570 δρχ. εἰς 78 ἡμ. πρός $8^3/_4\%$;

12) Εὑρεῖν τόν τόκον 1070 δρχ. εἰς 77 ἡμ. πρός $5^7/_8\%$.

13) Πόσον τόκον φέρουν 12560 δρχ. εἰς 3 μ. 17 ἡμ. πρός $6^1/_2\%$;

14) Πόσον τόκον φέρουν 765 δρ. εἰς 2 μ. 19 ἡμ. πρός $4^3/_4\%$;

15) Πόσον τόκον φέρουν ὁμοῦ πρός $6^1/_2\%$ τά ἑξῆς κεφάλαια: 500 δρχ. εἰς 75 ἡμ., 675 δρχ. εἰς 58 ἡμ. καί 1710 δρχ. εἰς 69 ἡμ ;

16) Εὑρεῖν τόν τόκον 375 δρχ. εἰς 93 ἡμ., 695 δρχ. εἰς 64 ἡμ., 290 δρχ. εἰς 95 ἡμ. καί 1128 δρχ. εἰς 43 ἡμερ. πρός 8%.

17) Πόσον τοκον φέρουν πρός 9% 2050 δρχ. εἰς 70 ἡμ. 368 δρχ. εἰς 80 ἡμ. καί 3560 δρχ. εἰς 67 ἡμ. Ποσον πρός 6%. Πόσον πρός 7,25%;

18) Κεφάλαιόν τι ἔφερεν εἰς 45 ἡμ. πρός ἐπιτόκιόν τι, τόκον 79,15. Πόσον τόκον θά φέρῃ πρός τό αὐτό ἐπιτόκιον εἰς 10 ἡμ.; Πόσον εἰς 55 ἡμ.;

19) Εὑρεῖν τόν τόκον λίρ. 245-13-6 ἀπό 1 Ἰανουαρίου μέχρις 7 Ἰουνίου 1924 πρός $5^1/_2\%$.

20) Κατέθεσα είς τράπεζαν 500 δρχ. τήν 20 Ἰουλίου, 600 δρχ. τήν 16 Αὐγούστου καί 700 τήν 10 Σεπτεμβρίου. Ἡ Τράπεζα ἐξ ἄλλου μοί κατέβαλε 300 δρχ. τήν 12 Αὐγούστου καί 400 δρχ. τήν 5 Ὀκτωβρίου. Πόσα μοί ὀφείλει ἡ Τράπεζα τήν 31 Δεκεμβρίου, λογιζομένου δι' ἕκαστον ποσόν τόκου πρός 4% ἀπό τῆς ἐπομένης τῆς καταβολῆς του.

21) Πόσον τόκον φέρουν λίρ. 273-17 πρός $6^{3}/_{4}$% ἀπό 3 Μαΐου μέχρις 27 Αὐγούστου;

22) Εὑρεῖν τόν τόκον 15360 δρχ. εἰς 7 μ. 19 ἡμέρ. πρός 8,75%. Ἐπίσης πρός $6^{3}/_{4}$%. Ἐπίσης πρός $5^{3}/_{4}$%.

II. Ἀ σ κ ή σ ε ι ς π ρ ό ς ε ὕ ρ ε σ ι ν τ ο ῦ κ ε φ α λ α ί ο υ, τ ο ῦ χ ρ ό ν ο υ ἤ τ ο ῦ ἐ π ι τ ο κ ί ο υ.

1) Ποῖον κεφάλαιον πρός 6% εἰς 4 ἔτη φέρει τόκον 180 δραχμῶν;

2) Ποῖον κεφάλαιον πρός 7% εἰς 5 ἔτη φέρει τόκον 577,50 δραχμῶν;

3) Πόσα πρέπει νά τοκίσῃ τις πρός 8%, διά νά ἔχῃ ἐτήσιον εἰσόδημα 300 δρχ.;

4) Ποῖον κεφάλαιον πρός $6^{1}/_{2}$% εἰς 8 ἔτη ἔφερε τόκον 650 δραχμῶν;

5) Εὑρεῖν τό κεφάλαιον ὅπερ πρός $5^{3}/_{4}$% εἰς 3 ἔτη φέρει τόκον 172,50 δρχ.;

6) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 4 μῆνας πρός 7% ἔφερε τόκον 35 δραχμῶν;

7) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 5 μῆνας πρός $6^{1}/_{2}$% ἔφερε τόκον 227,50 δρχ.;

8) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 75 ἡμέρας πρός $5^{1}/_{2}$% ἔφερε τόκον 137,50 δρχ.;

9) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 72 ἡμέρας πρός 8% ἔφερε τόκον 28 δραχμῶν;

10) Ἐδάνεισέ τις κεφάλαιόν τι ἐπί 7 μῆνας πρός 9% καί ἔλαβε τόκον 147 δρχ. Ποῖον τό δανεισθέν κεφάλαιον;

11) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 47 ἡμέρας πρός 8% ἔφερε τόκον 141 δρχ. α) μέ ἔτος ἐμπορικόν, β) μέ ἔτος πολιτικόν;

12) Πρός ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθησαν 3500 δρχ. καί ἔ-

φεραν εἰς 3 ἔτη τόκον 630 δρχ.;

13) Πρός ποῖον ἐπιτόκιον τοκίζεται κεφάλαιον 7500 δρχ. ἵνα φέρῃ εἰς 7 ἔτη τόκον 3018,75;

14) Πρός πόσον % δέον νά τοκίσῃ τις 15000 δρχ., ἵνα ἔχῃ ἐτήσιον εἰσόδημα 1125 δρχ.;

15) Πρός πόσον % 8400 δραχμαί εἰς 5 μῆνας φέρουν τόκον 227,50 δρχ.;

16) Πρός ποῖον ἐπιτόκιον 3000 δρχ. εἰς 42 ἡμ. φέρουν τόκον 28 δρχ.;

17) Πρός ποῖον ἐπιτόκιον 2100 δρχ. εἰς 36 ἡμέρ. φέρουν τόκον 157,50 δρχ.;

18) Πρός πόσον % 2800 δραχμαί εἰς 17 ἡμέρας ἔφεραν τόκον 11,52 δρχ;

19) Πρός πόσον % 5600 δρχ. εἰς 35 ἡμ. ἔφεραν τόκον 49 δρχ (μέ ἔτος α΄ἐμπορικόν, β΄πολιτικόν).

20) Οἰκία τις ἀγορασθεῖσα ἀντί 75000 δρχ φέρει ἐτησίως καθαρόν εἰσόδημα 3759 δρχ. Πρός πόσον % ἔχουν τοποθετηθῆ τά χρήματα διά τῶν ὁποίων ἠγοράσθη ἡ οἰκία;

21) Οἰκία ἀντιπροσωπεύουσα κεφάλαιον 470000 δρχ. ἔδωσε κατά τινα πενταετίαν καθαρόν εἰσόδημα 112000 δρχ. Πρός ποῖον ἐπιτόκιον ἀντιστοιχεῖ τό εἰσόδημά της;

22) Εἰς πόσον χρόνον 450 δρχ. πρός 6% φέρουν τόκον 189 δραχμάς;

23) Εἰς πόσον χρόνον 5600 δρχ. πρός 6% φέρουν τόκον 2688 δρχ.;

24) Εἰς πόσον χρόνον 1650 δρχ. πρός 7% φέρουν τόκον 577,50 δρχ.;

25) Εἰς πόσον χρόνον 7500 δρχ. πρός $5^3/_4$% φέρουν τόκον 431,25;

26) Εἰς πόσον χρόνον 7500 δρχ. πρός $5^3/_4$% φέρουν τόκον 3018,75 δρχ.;

27) Εἰς πόσον χρόνον 1500 δρχ. πρός 7% φέρουν τόκον 35 δραχμάς;

28) Εἰς πόσον χρόνον κεφάλαιον 1200 δρχ. πρός $5^1/_2$% φέρει τόκον 137,50 δρχ.;

29) Είς πόσας ἡμέρας 4200 δρχ. πρός $7^1/_2$ φέρουν τόκον 157,50 δραχμάς;

30) Είς πόσας ἡμέρας 6300 δρχ. πρός 8% φέρουν τόκον 63 δραχμάς;

31) Είς πόσας ἡμέρας 2700 δρχ. πρός 6% φέρουν τόκον 67,50 δραχμάς;

32) Είς πόσους μῆνας κεφάλαιον 6785 δρχ. πρός $8^1/_2$% φέρει τόκον 336,42 δρχ.;

33) Είς πόσον χρόνον 6500 δρχ. πρός 7% ἔφεραν τόκον 1046,50 δραχμάς;

34) Ποῖον κεφάλαιον δίδει πρός 6% τόν αὐτόν τόκον, ὅν δίδει κεφάλαιον 4200 δρχ. πρός 5%;

35) Κεφάλαιόν τι ἔφερεν ἀπό 20 Μαΐου μέχρι 2 Ὀκτωβρίου πρός $4^1/_2$% τόκον 64,35 δρχ.;Ποῖον τό κεφάλαιον;

36) Ἡ καθαρά πρόσοδος οἰκίας τινός εἶναι 2150 δρχ. Τί κεφάλαιον ἀντιπροσωπεύει ἡ οἰκία, ἐάν ληφθῇ ἐπιτόκιον $7^1/_2$% Ποῖον ἐάν ληφθῇ ἐπιτόκιον 9%;

37) Ποῖον κεφάλαιον θά μᾶς ἔδιδεν εἰς 6 ἔτη πρός 4% τόν αὐτόν τόκον ὅν φέρει κεφάλαιον 3500 δρχ. εἰς 5 ἔτη πρός $4^1/_2$%;

38) Κεφαλαίου τινός τό μέν ἥμισυ ἔχει τοποθετηθῆ πρός 4%, τό δέ ἕτερον ἥμισυ πρός $4^1/_2$%. Οἱ μηνιαῖοι τόκοι εἶναι 687,50. Ποῖον τό κεφάλαιον;

39) Ποῖον κεφάλαιον ἀπό 11 Ὀκτωβρίου 1921 μέχρι 13 Ἀπριλίου 1922 πρός $4^1/_2$% ἔφερε τόκον 252,50; (μέ ἔτος α΄ ἐμπορικόν, β΄ μικτόν, γ΄ πολιτικόν).

40) Ἐδανείσθη τις τήν 3 Μαρτίου χρηματικόν τι ποσόν, πρός 5%, ἐπέστρεψε δέ αὐτό τήν 15 Σεπτεμβρίου μετά τοῦ τόκου του, ὅστις ἦτο 54,44. Πόσα ἐμέτρησεν ἐν ὅλῳ εἰς τόν δανειστήν κατά τήν ἐξόφλησιν;

41) Πρός ποῖον ἐπιτόκιον 480 δρχ. φέρουν τόν αὐτόν τόκον, ὅν 420 δρχ. πρός 6% εἰς τόν αὐτόν χρόνον;

42) 2000 δρχ. πρός 5% ἔφεραν τόκον 125 δρχ. Πρός πόσον % 3000 δρχ. εἰς τόν αὐτόν χρόνον φέρουν 225 δρχ.;

43) Οἰκία τις ἔχει ἀξίαν 120000 δρχ. εἶναι ὅμως βεβαρυμένη δι' ἐνυποθήκου χρέους 45000 δρχ. διά τό ὁποῖον κατα-

βάλλεται τόκος πρός 6%. Τό ἐτήσιον ἀκαθάριστον εἰσόδημα τῆς οἰκίας εἶναι 13735 δρχ., δι' ἐπισκευάς ἀπαιτοῦνται ἐτησίως δρ. 1125 καί διά φόρους περίπου 1850 δρχ. Πρός ποῖον ἐπιτόκιον ἔχει τοποθετηθῇ τό κεφάλαιον;

144) Εἰς πόσον χρόνον πρός 6% κεφάλαιόν τι θά φέρῃ τόκον ὅσον πρός 5% εἰς $4^1/_2$ ἔτη.

III. Ἀσκήσεις ὅταν δίδεται τό ηὐξημένον κατά τόν τόκον του κεφάλαιον.

1) Ποῖον κεφάλαιον αὐξηθέν κατά τούς τόκους 4 ἐτ. 6 μ. πρός 8% ἔγινεν 1800 δρχ.;

2) Ποῖον κεφάλαιον τοκισθέν ἐπί 3 μ. πρός 6% γίνεται, μετά τοῦ τόκου, 5075 δρχ.;

3) Εὑρεῖν κεφάλαιον, ὅπερ τοκισθέν πρός $6^1/_2\%$ ἐπί 3 ἔτη ἔγινε μετά τοῦ τόκου του 3764,25 δρχ.;

4) Εὑρεῖν τό κεφάλαιον, ὅπερ τοκισθέν πρός 8% ἐπί $5^1/_2$ ἔτη ἔγινε μετά τῶν τόκων του 1440 δρχ.;

Εὑρεῖν τό ἀρχικόν κεφάλαιον K_o ὅταν τό K ἔχῃ τήν κάτωθι τιμήν:

5)	6400	δρχ.	6%	75 ἡμ.
6)	2890	"	5%	48 "
7)	9280	"	$7^1/_2\%$	69 "
8)	3275	"	8%	92 "
9)	19740	"	8%	70 "
10)	2653,50	"	$6^3/_4\%$	47 "
11)	1560	"	$7^1/_4\%$	103 "
12)	2940	"	$6^1/_2\%$	93 "

13) Μετά πόσον χρόνον κεφάλαιον 300 δρχ. πρός 6% γίνεται μετά τῶν τόκων του 354 δρχ.;

14) Μετά πόσον χρόνον 1500 δρχ. τοκιζόμεναι πρός 7% γίνονται μετά τοῦ τόκου των 1535 δρχ ;

15) Πρός πόσον % τοκιζόμεναι 12000 δρχ. ἐπί 75 ἡμέρας γίνονται μετά τοῦ τόκου των 12137,50 δρχ.;

16) Ἐάν τό κεφάλαιον μετά τῶν τόκων του εἶναι 711,20 δρ τό ἐπιτόκιον 6% καί ὁ χρόνος $4^1/_2$ ἔτη, ποῖον εἶναι τό κεφάλαιον καί πόσοι οἱ τόκοι;

17) Πρός ποῖον ἐπιτόκιον ἐτοκίσθη κεφάλαιον 3000 δρχ.

ἐπί 42 ἡμέρας καί ἐγένετο μετά τοῦ τόκου του 3028 δρχ.;

18) Ἐτόκισέ τις ποσόν τι πρός 5% καί μετά παρέλευσιν 3 ἐτῶν καί 3 μηνῶν ἔλαβεν ἐν ὅλῳ 11625 δρχ. Ποῖον ἦτο τό τοκισθέν ποσόν καί πόσοι οἱ ληφθέντες τόκοι;

19) Μετά πόσον χρόνον 8400 δρχ. πρός $6^1/_2$% γίνονται μετά τοῦ τόκου των 8627,50 δρχ.;

20) Ἐτοποθέτησέ τις ποσόν τι πρός 9%, ἴσον δέ ποσόν, πρός 10%. Μετά παρέλευσιν 8 μηνῶν ἔλαβεν ἐν ὅλῳ κεφάλαιον καί τόκους 6380 δρχ. Πόσα εἶχε τοποθετήσει καί πόσοι οἱ τόκοι ἑκάστης τοποθετήσεως;

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΣΙΣ ΕΠΙ ΑΠΛΩ ΤΟΚΩ

2.1.- Βασικαί ἔννοιαι ἐπί τῆς προεξοφλήσεως

Εἰς τάς ἐμπορικάς ἰδίως σχέσεις αἱ χρηματικαί πληρωμαί δέν γίνονται πάντοτε τοῖς μετρητοῖς. Ὅταν ὁ ἀγοράζων, ἐπί παραδείγματι, ἐμπορεύματα δέν δύναται νά καταβάλῃ τό ἀντίτιμον ἀμέσως ἀναβάλλει τήν πληρωμήν δι'εὐθετώτερον χρόνον, συναινοῦντος καί τοῦ πωλητοῦ. Ἡ ὑποχρέωσις τῆς μελλοντικῆς πληρωμῆς τοῦ ὀφειλομένου ποσοῦ ἀναλαμβάνεται ἐγγράφως. Πρός τοῦτον ὁ ὀφειλέτης ὑπογράφει εἰδικόν κατά νόμον ἔγγραφον ὅπερ καλεῖται γραμμάτιον εἰς διαταγήν. Εἰς τό γραμμάτιον ὑπάρχουσι δύο πρόσωπα, ὁ ἐκδότης ἤτοι ὁ ὀφειλέτης καί ὁ λήπτης, ἤτοι ὁ πιστωτής.

Ἀντί γραμματίου, ὅπερ, ὡς ἐλέχθη ἀνωτέρω, ὑπογράφει ὁ ὀφειλέτης εἰς διαταγήν τοῦ πωλητοῦ ἐμπορευμάτων ἤ τοῦ δανείζοντος γενικώτερον ἕν ποσόν, πολλάκις χρησιμοποιεῖται καί ἕτερον εἶδος ἐγγράφου, ὅπερ καλεῖται συναλλαγματική. Λέγομεν τότε, ὅτι ὁ ὀφειλέτης ἀποδέχεται συναλλαγματικήν τήν ὁποίαν ἐκδίδει ὁ πωλῶν εἰς αὐτόν ἐμπορεύματα ἤ ὁ δανείζων αὐτόν χρήματα.

Τόσον τό γραμμάτιον, ὅσον καί ἡ συναλλαγματική, ἀποτελοῦν τίτλους πιστωτικούς καί δύνανται νά ἐκδοθοῦν κατά τήν ἀγοράν ἐμπορευμάτων ἤ καί πρός τακτοποίησιν ἀμοιβαίων πιστώσεων, ὅτε ἀποτελοῦν μέσα πληρωμῆς εἰς ἀντικατάστασιν τοῦ χαρτονομίσματος

Εἰς τήν ἑπομένην σελίδα παρέχομεν ὑποδείγματα γραμματίου καί συναλλαγματικῆς

Οὐδεμίαν οὐσιαστική διαφορά ὑφίσταται μεταξύ γραμματίου καί συναλλαγματικῆς κατά Νόμον, πρέπει ὅμως ἀμφότερα τά ἔγγραφα ταῦτα νά συμπληροῦνται μέ ὅλα τά τυπικά στοιχεῖα διά νά ἔχουν ἰσχύν. Τά τυπικά αὐτά στοιχεῖα εἶναι ἡ χρονολογία ἐκδόσεως, ὁ τόπος ἐκδόσεως, τό πληρωτέον ποσόν, τό ὄνομα τοῦ ὀφειλέτου ἤ πληρωτοῦ, τό ὄνομα τοῦ λήπτου ἤ ἐκδότου, ὁ τό-

Α: Ὑπόδειγμα γραμματίου

’Εν’Αθήναις τῇ 10ῃ’Απριλίου 1958 Διά δραχμάς 18000

Τήν 2ο’Ιουλίου ἐ.ἔ. ὑπόσχομαι νά πληρώσω εἰς τόν κ.Κ. Γεωργιάδην ἤ εἰς διαταγήν αὐτοῦ τό ἄνω ποσόν τῶν δέκα ὀκτώ χιλιάδων δραχμῶν, ἀξίαν ληφθεῖσαν εἰς ἐμπορεύματα.

Ε Δημητριάδης,ὁδός..............

Β; Ὑπόδειγμα συναλλαγματικῆς

Λῆξις................ Συναλλαγματική διά δραχ. 100.000

Τήν..................................πληρώσατε δυνάμει τῆς παρούσης καί μόνης Συναλλαγματικῆς εἰς διαταγήν ..μ...... τ...... ἰδί.. καί εἰς τό ἐν.............. Κατάστημα τῆς........................... τάς ἄνω

ΔΡΧ. ....

ὧν τό ἰσότιμον ἐλάβατε παρ’..μ...εἰς..........................

Πρός τ...Κ........................ ’Εν..........τῇ............195..

.. ..

ὁδός... ΝΙΟΒΗΣ 30 .... ΔΕΚΤΗ Ο ΕΚΔΟΤΗΣ

Εἰς... ΦΙΛΟΘΕΗ ΑΘΗΝΩΝ ....

’Αριθ. ....

πος καί ὁ χρόνος τῆς πληρωμῆς.

Ὁ κατέχων τό γραμμάτιον ἤ τήν συναλλαγματικήν φυλάττει αὐτά, ἐάν δέν ἔχῃ ἀνάγκην χρημάτων, καί τά παρουσιάζει κατά τήν λῆξιν των, ὁπότε ὁ ὀφειλέτης ὑποχρεοῦται νά τά ἐξοφλήσῃ πληρώνων τήν ἀξίαν των.

Τό ποσόν ὅπερ εἶναι πληρωτέον κατά τήν λῆξιν του καλεῖται ὀ ν ο μ α σ τ ι κ ή ἀ ξ ί α τοῦ γραμματίου ἤ τῆς συναλλαγματικῆς καί τοῦτο ἀκριβῶς ἀναγράφεται ἐπ’αὐτῶν.Παρίσταται δέ ἡ ὀνομαστική ἀξία με τό σύμβολον Κ.

Ἐάν ὁ κάτοχος γραμματίου ἤ συναλλαγματικῆς ἔχῃ ἀνάγκην χρημάτων πρό τῆς λήξεως αὐτῶν, τότε διαπραγματεύεται ταῦτα εἰς τινα τράπεζαν ἤ προεξοφλητικόν γραφεῖον ἤ καί ἰδιώτην ἀκόμη καί εἰσπράττει, πρό τῆς λήξεως, ποσόν κατά τι κατώτερον τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας, καθόσον ὁ προεξοφλῶν τό γραμμάτιον θά στερηθῇ διά τινα χρόνον τοῦ κεφαλαίου ὅπερ θά διαθέσῃ διά τήν ἀγοράν τοῦ γραμματίου. Οὕτω τό γραμμάτιον προεξοφλούμενον ὑφίσταται μίαν ἔκπτωσιν. Τό μετά τήν ἔκπτωσιν καταβαλλόμενον ποσόν καλεῖται παροῦσα ἀξία ἤ πραγματική ἀξία τοῦ γραμματίου καί παρίσταται μέ τό σύμβολον Α.

Προεξόφλησις ὅθεν καλεῖται ἡ πρᾶξις ἀντικαταστάσεως κεφαλαίου τινος Κ πληρωτέου μετά τινα χρόνον δι' ἄλλου Α πληρωτέου προγενεστέρως.

Κατά τήν προεξόφλησιν ἐπεμβαίνουσι συνήθως τρία πρόσωπα, ὁ ὀφειλέτης τοῦ ποσοῦ Κ, ὁ πιστωτής ὅστις ἀντί τοῦ ποσοῦ Κ, ὅπερ ἔχει λαμβάνειν κατά τήν λῆξιν του, εἰσπράττει τό ποσόν Α < Κ καί ὁ προεξοφλητής, ὅστις πληρώνει κατά τήν ἐποχήν τῆς προεξοφλήσεως τό ποσόν Α καί εἰσπράττει τό Κ κατά τήν λῆξιν του. Ἡ διαφορά μεταξύ Κ καί Α, ἤτοι τό ποσόν Κ - Α καλεῖται ὑφαίρεσις ἤ προεξόφλημα καί παρίσταται μέ το σύμβολον Ε. Ἡ ὑφαίρεσις ὑπολογίζεται βάσει ἐπιτοκίου ὁριζομένου ἑκάστοτε ὑπό τῆς Τραπέζης τῆς Ἑλλάδος ἤ τῆς ἑκασταχοῦ Ἐκδοτικῆς Τραπέζης. Τό ἐπιτόκιον τοῦτο, καλεῖται προεξοφλητικόν ἐπιτόκιον, αἱ διακυμάνσεις τοῦ ὁποίου ἐμφαίνονται εἰς τόν πίνακα Ι τοῦ κεφαλαίου περι τόκου.

Σημειωτέον ὅτι, ἐάν ὁ προεξοφλήσας τό γραμμάτιον λάβῃ ἀνάγκην χρημάτων πρό τῆς λήξεώς του, δύναται νά τό διαπραγματευθῇ, νά τό πωλήσῃ δηλαδή εἰς ἄλλο πρόσωπον. Οὕτω γραμμάτιόν τι δύναται νά τύχῃ διαπραγματεύσεως ἐπανειλημμένως, μέχρι τῆς λήξεώς του.

Προεξοφλητής δύναται νά εἶναι καί αὐτός οὗτος ὁ ὀφειλέτης. Ἡ μεταβίβασις τῆς κυριότητος γραμματίου ἤ συναλλαγματικῆς γίνεται δι' εἰδικῆς πράξεως, ἥτις καλεῖται ὀπισθογράφησις συντάσσεται δέ αὕτη συνήθως ὄπισθεν τῆς συναλλαγματικῆς οὕτω:

Πληρώσατε εἰς διαταγήν τοῦ κ. Α (νέος λήπτης καλούμενος κομιστής).

Χρονολογία καί ὑπογραφή
τοῦ μεταβιβάζοντος.

Ἐάν ἡ ὀπισθογράφησις περιέχῃ τήν ὑπογραφήν μόνον τοῦ μεταβιβάζοντος καλεῖται ὀπισθογράφησις ἐν λευκῷ καί εἶναι συνηθεστάτη ἐν τῇ πράξει, διευκολύνουσα τήν κυκλοφορίαν τῆς συναλλαγματικῆς.

Ἐάν ὁ πληρωτής κατά τήν λῆξιν ἀρνηθῇ νά πληρώσῃ, πρέπει ὁ κομιστής ν' ἀποδείξῃ τήν μή πληρωμήν διά συμβολαιογραφικῆς πράξεως συντασσομένης μετά παρέλευσιν τριῶν ἡμερῶν ἀπό τῆς λήξεως. Τό ἐκδιδόμενον οὕτω ἔγγραφον καλεῖται διαμαρτυρικόν.

Ἡ προεξόφλησις γραμματίων καί συναλλαγματικῶν εἶναι πρᾶξις βραχυπρόθεσμος, γίνεται δέ συνήθως διά λήξεις μέχρις 90 ἡμερῶν, σπανιώτερον μέχρις 120 ἡμερῶν καί οὐδέποτε διά λήξεις πέραν τοῦ ἔτους. Ἡ Τράπεζα τῆς Ἑλλάδος προεξοφλεῖ ἐμπορικά γραμμάτια λήξεως τό πολύ μέχρις 90 ἡμερῶν, ἀπαιτεῖ δέ πρός τοῦτο μίαν ὑπογραφήν πιστούχου αὐτῆς καί μίαν ἑνός ἑτέρου φερεγγύου προσώπου κατ' ἀπόλυτον αὐτῆς κρίσιν. Αἱ ἐμπορικαί ἐν γένει τράπεζαι ἀρκοῦνται συνήθως εἰς δύο φερεγγύους, κατά τήν κρίσιν των, ὑπογραφάς καί προεξοφλοῦν μέ ἐπιτόκιον μεγαλύτερον τοῦ ὑπό τῆς Ἐκδοτικῆς Τραπέζης ὁριζομένου ἑκάστοτε προεξοφλητικοῦ ἐπιτοκίου. Ἐκτός δέ τοῦ προεξοφλήματος κρατοῦν καί ποσόν τι ὡς προμήθειαν, ἥτις ὑπολογίζεται ἐπί τοῖς ἑκατόν ἤ τοῖς χιλίοις ἐπί τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας. Ὁμοίως κρατοῦν τό ἐκ τοῦ Νόμου κεκανονισμένον χαρτόσημον, ὡς καί ταχυδρομικά καί ἄλλα ἔξοδα.

Εἰδικῶς ἡ Τράπεζα τῆς Ἑλλάδος δέν ὑπολογίζει προμήθειαν διά τάς προεξοφλήσεις, ἀλλά ὅταν πρόκειται περί γραμματίων ἐκτός ἕδρας κρατεῖ ἔξοδα μεταφορᾶς χρημάτων.

Ὅταν ἡ προεξόφλησις γίνεται δι' ἐλαχίστας ἡμέρας πρό τῆς λήξεως, αἱ τράπεζαι συνήθως ὑπολογίζουν τό προεξόφλημα διά 10 τοὐλάχιστον ἡμέρας διά τά ἐντός τῶν Ἀθηνῶν πληρωτέα γραμμάτια καί διά 15 ἡμέρας διά τά ἐκτός τῶν Ἀθηνῶν τοιαῦτα.

Διά τόν ὑπολογισμόν τῶν τοκοφόρων ἡμερῶν ὑπάρχουν παρά ταῖς τραπέζαις ὡρισμέναι συνήθειαι ἀποβλέπουσαι εἰς τό συμφέρον των. Κατά κανόνα προκειμένου περί προεξοφλήσεως γραμματίου ἤ συναλλαγματικῆς, αἱ τράπεζαι ὑπολογίζουν ὡς τοκοφόρους ἡμέρας καί τήν ἡμέραν τῆς προεξοφλήσεως καί τήν ἡμέραν τῆς λήξεως. Ἡ Τράπεζα τῆς Ἑλλάδος ὑπολογίζει τήν μίαν ἐκ τῶν δύο ἡμερῶν. Τό ἔτος τοῦ ὁποίου γίνεται χρῆσις ἐν Ἑλλάδι εἶναι τό μ ι κ τ ό ν.

2.2.- Μέθοδοι προεξοφλήσεως.

Εἴδομεν ἀνωτέρω ὅτι τό ἀναγραφόμενον εἰς τό γραμμάτιον ἤ τήν συναλλαγματικήν ποσόν, ὅπερ εἶναι πληρωτέον κατά τήν λῆξιν του, καλεῖται ὀνομαστική ἀξία ἤ μέλλουσα ἀξία. Τό ποσόν ὅμως, ὅπερ εἰσπράττει ὁ κάτοχος τοῦ γραμματίου ὅταν τό προεξοφλήσῃ, καλεῖται παροῦσα ἀξία τούτου. Πρός ἀποφυγήν συγχύσεως περί τήν ἔννοιαν τῆς παρούσης ἀξίας θά ἔδει νά τονισθῇ εὐθύς ἐξ ἀρχῆς ὅτι κατά τήν σύνταξιν τοῦ γραμματίου, ἤτοι κατά τήν ἡμέραν τοῦ δανεισμοῦ ἡ παροῦσα ἀξία ἰσοδυναμεῖ μέ τό δανεισθέν ποσόν, ἄνευ οἱασδήποτε ἐπιβαρύνσεως λόγῳ τόκου καί ἄλλων ἐξόδων. Τό ποσόν τοῦτο (παροῦσα ἀξία) μεταβάλλεται, αὐξανόμενον διά τοῦ χρόνου καί κατά τήν λῆξιν γίνεται ἴσον μέ τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν, ταυτίζεται δηλ. μέ αὐτήν. Ἡ αὔξησις αὕτη δικαιολογεῖται διότι ὑποτίθεται ὅτι προστίθεται ὁ ἀντιστοιχῶν ἀπό τῆς ὑπογραφῆς τόκος. Ἐάν ἑπομένως γραμμάτιόν τι ἔχῃ ὑπογραφῇ τήν 1ην Ἰανουαρίου π.χ. καί λήγῃ τήν 31ην Μαρτίου τοῦ αὐτοῦ ἔτους καί ἐρωτηθῶμεν ποία εἶναι ἡ παροῦσα ἀξία αὐτοῦ κατά τήν 15ην Φεβρουαρίου π.χ. δυνάμεθα νά ἀπαντήσωμεν ὑπό δύο διαφόρους ἐκδοχάς, ἤτοι:

1. Π α ρ ο ῦ σ α   ἀ ξ ί α εἶναι τό ποσόν ὅπερ αὐξανόμενον κατά τόν τόκον του ἀπό 15ης Φεβρουαρίου μέχρι τῆς 31ης Μαρτίου καθίσταται ἴσον μέ τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν. Θεωρεῖται δηλαδή ἡ παροῦσα ἀξία ὡς κεφάλαιον ἐπί τοῦ ὁποίου ὑπολογίζεται ἁπλοῦς τόκος ἀπό τῆς 15ης Φεβρουαρίου (ἡμερομηνίας προεξοφλήσεως) μέχρι 31ης Μαρτίου (ἡμερομηνίας λήξεως). Κατά τήν ἐκδοχήν ταύτην ὑπάρχει ἡ σχέσις:

Ὀνομαστική ἀξία = παροῦσα ἀξία(κεφάλαιον)+τόκος αὐτῆς.

2. Π α ρ ο ῦ σ α   ἀ ξ ί α εἶναι τό ποσόν ὅπερ προκύπτει ἀπό τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν ἄν ἀφαιρέσωμεν ἀπό ταύτης τόν τόκον διά τάς ἡμέρας αἱ ὁποῖαι μεσολαβοῦν μεταξύ προεξοφλήσεως καί λήξεως. Κατά τήν ἐκδοχήν ταύτην ὑπάρχει ἡ σχέσις:

Παροῦσα ἀξία = ὀνομαστική(κεφάλαιον)-τόκος αὐτῆς.

Εἶναι προφανές, ὅτι ἡ παροῦσα ἀξία ἡ ὁριζομένη κατά τήν πρώτην ἐκδοχήν εἶναι διάφορος τῆς τοιαύτης κατά τήν δευτέραν ἐκδοχήν. Καί εἰς τάς δύο περιπτώσεις ἡ παροῦσα ἀξία εἶναι μικροτέρα τῆς ὀνομαστικῆς, ἀλλά εἰς τήν πρώτην περίπτωσιν ἡ παροῦσα ἀξία προκύπτει ἀπό τήν ὀνομαστικήν ἄν ἀφαιρεθῇ ἀπ' αὐτῆς ὁ τόκος τῆς παρούσης ἀξίας δηλ. κεφαλαίου μή ἀναγραφομένου εἰς τό γραμμάτιον καί ἑπομένως ἀγνώστου μικροτέρου πάντως τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ἐνῷ εἰς τήν δευτέραν, ἡ παροῦσα ἀξία ὑπολογίζεται ἄν ἀφαιρεθῆ ἀπό τήν ὀνομαστικήν (ποσόν ἀναγραφόμενον ἐν τῷ γραμματίῳ) ὁ τόκος αὐτῆς. Τό κεφάλαιον πρός ὑπολογισμόν τοῦ τόκου κατά τήν πρώτην ἐκδοχήν εἶναι, οὕτως εἰπεῖν, ἐσωτερικόν (ἐντός τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας), ἐνῷ κατά τήν δευτέραν ἐκδοχήν εἶναι ἐμφανές ἐξωτερικόν.

Κατ'ἀκολουθίαν τῶν ἀνωτέρω σκέψεων ἡ παροῦσα ἀξία κατά τήν πρώτην ἐκδοχήν εἶναι μεγαλυτέρα τῆς παρούσης ἀξίας κατά τήν δευτέραν ἐκδοχήν.

'Εάν ἡ προεξόφλησις γίνη βάσει τῆς πρώτης ἀπόψεως, ἤτοι ὁ ὑπολογισμός τοῦ τόκου γίνη ἐπί κεφαλαίου ἴσου πρός τήν παροῦσαν ἀξίαν, τότε καλεῖται ἐ σ ω τ ε ρ ι κ ή ἤ π ρ α γ μ α τ ι κ ή π ρ ο ε ξ ό φ λ η σ ι ς. Ἀνακύπτει ὅμως ἐνταῦθα ἡ δυσκολία τοῦ ἀγνώστου κεφαλαίου. Θά ἴδωμεν κατωτέρω πῶς αἴρεται ἡ δυσκολία αὕτη. Ὁ τρόπος οὗτος τῆς προεξοφλήσεως θεωρεῖται ὡς δικαιότερος, καθόσον ἡ ἐπερχομένη οὕτως ἔκπτωσις ἤ ὑφαίρεσις εἶναι μικροτέρα καί πλέον λογική ἀπό τήν ὑφαίρεσιν ἥτις προκύπτει ἄν ὁ τόκος ὑπολογισθῆ ἐπί κεφαλαίου ἴσου πρός τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τοῦ γραμματίου, ὁπότε ἡ προεξόφλησις καλεῖται ἐ ξ ω τ ε ρ ι κ ή ἤ ἐ μ π ο ρ ι κ ή. Ἐν τῇ πράξει ἐφαρμόζεται ἡ δευτέρα μέθοδος λόγῳ τοῦ ὅτι παρέχει εὐκολίας κατά τάς πράξεις τοῦ ὑπολογισμοῦ. Ἐν Εὐρώπῃ (πλήν Ἀγγλίας καί Ὀλλανδίας) ἐφαρμόζουν τήν ἐξωτερικήν προεξόφλησιν.

Θεωρητικῶς θέλομεν ἐξετάσει κατωτέρω καί τούς δύο τρόπους προεξοφλήσεως. Διά τήν θεωρητικήν ταύτην ἐξέτασιν βασική προϋπόθεσις, ἀπορρέουσα ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἐκτεθέντων, εἶναι ὅτι καί εἰς τά δύο εἴδη προεξοφλήσεως ἰσχύει ἡ συνθήκη:

Παροῦσα ἀξία σύν τῷ προεξοφλήματι = Ὀνομαστική ἀξία,

ἐκφραζομένη συμβολικῶς διά τῆς σχέσεως $A+E = K$, ἔνθα A ἡ παροῦσα ἀξία, E τό προεξόφλημα ἐξωτερικῶς καί K ἡ ὀνομαστική ἀξία καί διά τῆς σχέσεως $A_1+E_1 = K$ ὅταν ἡ προεξόφλησις γίνεται ἐσωτερικῶς, ἔνθα πρός διάκρισιν ἡ παροῦσα ἀξία παρίσταται διά τοῦ A_1 καί τό ἐσωτερικόν προεξόφλημα διά E_1.

'Επειδή καί εἰς τούς δύο τρόπους προεξοφλήσεως πρόκειται οὐσιαστικῶς περι τόκου, ὅλα τά σχετικά προβλήματα τῆς ὑφαιρέσεως ἀνάγονται εἰς προβλήματα τόκου καί λύονται ὁμοίως. Ἡ ἀναγωγή τῶν προβλημάτων τῆς προεξοφλήσεως ἤ ὑφαιρέσεως εἰς τά τοιαῦτα τοῦ τόκου γίνεται ἀμέσως ἐάν ἔχωμεν ὑπ' ὄψιν μας τήν κάτωθι ἀντιστοιχίαν.

A. Διά τήν ἐξωτερικήν προεξόφλησιν

Ὀνομαστική ἀξία	=	Κεφάλαιον
Ἐξωτερικόν προεξόφλημα	=	Τόκος ὀνομαστικῆς ἀξίας
Παροῦσα ἀξία	=	Κεφάλαιον – τόκος
Χρόνος προεξοφλήσεως	=	Χρόνος
Ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως	=	Ἐπιτόκιον

B. Διά τήν ἐσωτερικήν προεξόφλησιν

Ὀνομαστική ἀξία	=	Κεφάλαιον + τόκος
Ἐσωτερικόν προεξόφλημα	=	Τόκος παρούσης ἀξίας
Παροῦσα ἀξία	=	Κεφάλαιον
Χρόνος προεξοφλήσεως	=	Χρόνος
Ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως	=	Ἐπιτόκιον

Τά συνήθως παρουσιαζόμενα προβλήματα προεξοφλήσεως εἶναι: α) Νά εὑρεθῇ τό προεξόφλημα ὅταν δίδεται ἡ ὀνομαστική ἤ παροῦσα ἀξία, γνωστῶν ὄντων τοῦ ἐπιτοκίου καί τοῦ χρόνου. β) Νά εὑρεθῇ ἡ παροῦσα ἀξία ὅταν δίδεται ἡ ὀνομαστική, τό ἐπιτόκιον καί ὁ χρόνος. γ) Νά εὑρεθῇ ἡ ὀνομαστική ἀξία ὅταν δίδεται ἡ παροῦσα, τό ἐπιτόκιον καί ὁ χρονος.

Διά τήν ἐξέτασιν τῶν ἀνωτέρω προβλημάτων μεταχειριζόμεθα τά αὐτά σύμβολα, ἅτινα ἐχρησιμοποιήθησαν καί εἰς τό κεφάλαιον τοῦ ἁπλοῦ τόκου, ἤτοι διά τό ἐπιτόκιον τό σύμβολον i, διά τόν χρόνον τά σύμβολα n, μ, ν καί διά τόν σταθερόν διαιρέτην καί τοκάριθμον τά σύμβολα Δ καί N.

2.3.- Εὕρεσις τοῦ προεξοφλήματος συναρτήσει τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας.

Βάσει τῶν ἐν τῇ προηγουμένῃ παραγράφῳ ἐκτεθέντων διακρίνομεν ἐνταῦθα δύο περιπτώσεις, ἤτοι:

I. Δίδονται τά K, ν, i καί ζητεῖται τό E. Τό ἐξωτερικόν προεξόφλημα ἰσοῦται πρός τόν τόκον κεφαλαίου K νομισματικῶν μονάδων, τοκιζομένων ἐπί ν ἡμέρας μέ ἐτήσιον ἐπιτόκιον i. Κατά συνέπειαν:

$$\boxed{E = \frac{K\nu}{\Delta} = \frac{N}{\Delta}} \qquad (1)$$

Δυνατόν νά χρησιμοποιηθῆ καί οἱοσδήποτε ἐκ τῶν γνωστῶν τύπων τοῦ τόκου, ἤτοι:

$$E = \frac{K\nu i}{360} \quad \text{ἤ} \quad E = \frac{K\nu i}{365} \quad \text{ἤ} \quad E = \frac{K.\mu.i}{12}$$

II. Δίδονται τά K, ν, i καί ζητεῖται τό E_1. Κατά τόν ἀνωτέρω πίνακα ἀντιστοιχίας διά τήν ἐσωτερικήν προεξόφλησιν, ἔχομεν:

Παροῦσα ἀξία+ἐσωτερ.προεξόφλημα ='Ονομαστική ἀξία

'Επομένως διά τῆς χρησεως τῶν ἀντιστοίχων συμβόλων, προκύπτουν αἱ σχέσεις:

$$A_1+E_1 = K \quad \text{ἤ} \quad A_1+\frac{A_1.\nu}{\Delta} = K \quad \text{ἤ} \quad A_1(1+\frac{\nu}{\Delta}) = K$$

'Εκ τῆς τελευταίας δέ ταύτης σχέσεως ἔχομεν:

$$A_1 = \frac{K.\Delta}{\Delta+\nu} \quad \text{καί} \quad E_1 = K-A_1 = K-\frac{K\Delta}{\Delta+\nu} = K(1-\frac{\Delta}{\Delta+\nu})$$

"Οθεν:

$$\boxed{E_1 = \frac{K\nu}{\Delta+\nu} = \frac{N}{\Delta+\nu}} \qquad (2)$$

Δυνατόν νά χρησιμοποιηθοῦν ὁμοίως οἱ τύποι:

$$E_1 = \frac{K\nu i}{\frac{360}{i}+\nu} = \frac{K\nu i}{360+\nu i} \quad \text{ἤ} \quad E_1 = \frac{K\nu i}{365+\nu i} \quad \text{ἤ} \quad E_1 = \frac{K\mu i}{12+\mu i}$$

'Εκ τῶν τύπων (1) καί (2) προκύπτει ὁ ἀκόλουθος πρακτικός κανών:

"Οταν γνωρίζωμεν τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν K, τό προεξόφλημα ἐξωτερικῶς μέν εἶναι ὁ τοκάριθμος τοῦ K διά τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου, ἐσωτερικῶς δέ ὁ αὐτός τοκάριθμος διά τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου ηὐξημένου κατά τάς ἡμέρας.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 1ον: Νά εὑρεθῇ τό προεξόφλημα ἐξωτερικῶς καί ἐσωτερικῶς διά γραμμάτιον 5000 δρχ. προεξοφλούμενον 3 μῆνας πρό τῆς λήξεώς του πρός 8%.

Λ ύ σ ι ς: α) Διά τό ἐξωτερικόν προεξόφλημα ἔχομεν:

$$E = \frac{K\mu i}{12} = \frac{5000.3.0,08}{12} = 100 \text{ δρχ.}$$

β) Διά τό ἐσωτερικόν προεξόφλημα ἔχομεν:

$$E_1 = \frac{K\mu i}{12+\mu i} = \frac{5000.3.0,08}{12+0,24} = 98 \text{ δρχ. (κατ'ἔλλειψιν)}$$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 2ον: Νά εὑρεθῇ τό προεξόφλημα ἐξωτερικῶς καί ἐσωτερικῶς διά γραμμάτιον 12000 δρχ. προεξοφλούμενον 75 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του πρός 6%.

Λ ύ σ ι ς: α) Διά τήν εὕρεσιν τοῦ ἐξωτερικοῦ προεξοφλήματος ἐφαρμόζομεν τήν μέθοδον τῶν ὑποπολλαπλασίων τοῦ χρόνου ὡς ἀκολούθως:

Τόκος	60 ἡμ.	=	δρχ.	120
"	15 "	=	"	30
"	75 "	=	"	150

Ὥστε Ε = 150 δρχ.

β) Διά τήν εὕρεσιν τοῦ ἐσωτερικοῦ προεξοφλήματος, δέν δυνάμεθα νά ἐφαρμόσωμεν τήν ἀνωτέρω μέθοδον. Ἐργαζόμεθα λοιπόν μέ τόν τύπον (2), ἤτοι:

$$E_1 = \frac{K\nu}{\Delta+\nu} = \frac{12000.75}{6000+75} = \frac{900000}{6075} = 148,15 \text{ δρχ. (καθ'ὑπεροχήν)}$$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 3ον: Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 8000 δρχ. λῆγον τήν 12 Αὐγούστου, προεξοφλεῖται τήν 29ην Ἰουνίου πρός 4%. Νά εὑρεθῇ τό προεξόφλημα ἐξωτερικῶς καί ἐσωτερικῶς. (Ἔτος μικτόν).

Λ ύ σ ι ς: Εὑρίσκομεν πρῶτον τάς τοκοφόρους ἡμέρας. Ἔχομεν οὕτω:

Ἐκ τοῦ	Ἰουνίου	ἡμ.	2
" "	Ἰουλίου	"	31
" "	Αὐγούστου	"	12
	Σύνολον	"	45

Ὅθεν:

$$E = \frac{8000.45}{9000} = 40 \text{ δρχ. καί } E_1 = \frac{8000.45}{9045} = 38{,}40 \text{ δρ}$$

Παράδειγμα 4ον: Γραμμάτιον λιρῶν 220-7-10, λῆγον τήν 24ην Φεβρουαρίου προεξοφλεῖται τήν 15ην Ἰανουαρίου τοῦ αὐτοῦ ἔτους πρός 7 ½ %. Ποῖον τό προεξόφλημα ἐξωτερικῶς καί ἐσωτερικῶς; (Ἔτος πολιτικόν).

Λύσις: Τρέπομεν τόν συμμιγῆ ἀριθμόν εἰς ἁπλοῦν:

K = 220,392 λίρ.

Τό ἐξωτ. προεξόφλημα $E = \frac{K\nu i}{365} = \frac{220{,}392.40.0{,}075}{365} =$

$= 1{,}811$ λίρ. = λίρ. 1-16-3

Τό ἐσωτ. προεξόφλημα $E_1 = \frac{K\nu i}{365+\nu i} = \frac{220{,}392.40.0{,}075}{365+3} =$

$= 1{,}795$ λίρ. = λίρ. 1-15-11

Παρατηρήσεις ἐπί τῶν τύπων (1) καί (2).

Ἡ προεξόφλησις γίνεται, ὡς ἀνωτέρω ἐλέχθη, διά χρόνον μικρότερον τοῦ ἔτους, συνήθως μέχρις 90 ἡμερῶν καί σπανιώτερον μέχρις 120 ἡμερῶν. Ἕνεκα τούτου ἡ διαφορά μεταξύ τῶν δύο προεξοφλημάτων φαίνεται ἀσήμαντος. Ἐν τούτοις, ἄν ὑποθέσωμεν θεωρητικῶς, ὅτι $\nu = \Delta$, τότε εἰς τόν τύπον $E = \frac{K.\nu}{\Delta}$ ἔχομεν $E = K$, ἤτοι τό ἐξωτερικόν προεξόφλημα εἶναι ἴσον μέ τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τοῦ γραμματίου. Ἄν δέ $\nu > \Delta$ τότε $K.\frac{\nu}{\Delta} > K$ ἤτοι $E > K$, ἤτοι τό ἐξωτερικόν προεξόφλημα ὑπερβαίνει τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν. Ἤτοι ἄν προεξοφλήσῃ τις γραμμάτιον πρός 12%, 3000 ἡμ. πρό τῆς λήξεώς του δέν θά λάβῃ τίποτε διότι τό ἐξωτερικόν προεξόφλημα ἰσοῦται πρός τήν ὀνομαστικήν ἀξίαμ. Διά τό έσωτερικόν προεξόφλημα έχομεν πάντοτε έκ τοῦ τύπου $E_1 = \frac{K\nu}{\Delta+\nu}$ ἤ $E_1 = K.\frac{\nu}{\Delta+\nu}$ ὅτε $E_1 < K$ καί εἰς τήν περίπτωσιν ἀκόμη, καθ'ἥν τοῦ ν τείνοντος πρός τό ἄπειρον τό $\frac{\nu}{\Delta+\nu}$ τείνει πρός τήν μονάδα, ἡ τιμή τοῦ E_1 τείνει πρός τό Κ ἐκ τιμῶν μικροτέρων.

Βάσει τῶν ἀνωτέρω θεωρητικῶν ἐντελῶς συλλογισμῶν συνάγομεν το συμπέρασμα, ὅτι τό ἐσωτερικόν προεξόφλημα εἶναι δικαιότερον τοῦ ἐξωτερικοῦ τοιούτου.

2.4.- Σύγκρισις τῶν δύο προεξοφλημάτων.

Στηριζόμενοι ἐπί τῶν τύπων (1) καί (2) δυνάμεθα νά ὑπολογίσωμεν τήν διαφοράν τῶν δύο προεξοφλημάτων ὡς ἀκολούθως:

α) Διαιροῦμεν κατά μέλη τάς δύο ἰσότητας

$$E = \frac{K\nu}{\Delta} \quad \text{καί} \quad E_1 = \frac{K\nu}{\Delta+\nu}$$

ὅτε λαμβάνομεν:

$$\frac{E}{E_1} = \frac{K\nu}{\Delta} : \frac{K\nu}{\Delta+\nu} = \frac{\Delta+\nu}{\Delta} = 1+\frac{\nu}{\Delta}$$

καί κατά συνέπειαν:

$$\boxed{E = E_1\left(1+\frac{\nu}{\Delta}\right) = E_1+\frac{E_1\nu}{\Delta} \text{ ἤ } E-E_1 = \frac{E_1\nu}{\Delta}} \qquad (3)$$

ὥστε:

Ἡ διαφορά τῶν δύο προεξοφλημάτων ἰσοῦται μέ τόν τόκον τοῦ ἐσωτερικοῦ προεξοφλήματος διά τόν χρόνον ὅστις μεσολαβεῖ μεταξύ προεξοφλήσεως καί λήξεως καί μέ τό αὐτό ἐπιτόκιον.

Παρατήρησις: Ὁ εὑρεθείς τύπος $E-E_1 = \frac{E_1 \nu}{\Delta}$ εἶναι ἀντίστοιχος τοῦ (1). Ἐδῶ ὅμως ὡς ὀνομαστική ἀξία εἶναι τό E_1 ἀντί τοῦ Κ. Ὁ προηγούμενος λοιπόν κανών δύναται νά διατυπωθῇ καί ὡς ἑξῆς: Ἡ διαφορά τῶν δύο προεξοφλημάτων ἰσοῦται πρός τό ἐξωτερικόν προεξόφλημα τοῦ ἐσωτερικοῦ τοιούτου.

β) Λαμβάνοντες τάς δύο ὡς ἄνω ἰσότητας $E = \frac{K\nu}{\Delta}$ καί $E_1 = \frac{K\nu}{\Delta+\nu}$ ἔχομεν δι' ἀφαιρέσεως:

$$E-E_1 = \frac{K\nu}{\Delta} - \frac{K\nu}{\Delta+\nu} = \frac{K\nu(\Delta+\nu)}{\Delta(\Delta+\nu)} - \frac{K\Delta\nu}{\Delta(\Delta+\nu)} = \frac{K\Delta\nu+K\nu\nu-K\Delta\nu}{\Delta(\Delta+\nu)} =$$

$$= \frac{K\nu}{\Delta} \cdot \frac{\nu}{\Delta+\nu} \quad ἤ$$

$$\boxed{E - E_1 = \frac{E.\nu}{\Delta+\nu}} \qquad (4)$$

διότι τό $\frac{K\nu}{\Delta} = E$.

Ἔχομεν οὕτω μίαν ἄλλην ἔκφρασιν διά τήν διαφοράν τῶν 2 προεξοφλημάτων, διότι ὁ τύπος (4) εἶναι ἀντίστοιχος τοῦ τύπου (2) καί παρέχει ἐσωτερικόν προεξόφλημα δι' ὀνομαστικήν ἀξίαν, ἴσην μέ Ε.

Ὥστε:

> Ἡ διαφορά τῶν δύο προεξοφλημάτων ἰσοῦται πρός τό ἐσωτερικόν προεξόφλημα τοῦ ἐξωτερικοῦ τοιούτου.

Παράδειγμα 1ον: Νά εὑρεθῇ ἡ διαφορά τῶν δύο προεξοφλημάτων ἄν: α) $E_1 = 148,15$ $\nu = 75$ καί $i = 0,06$
β) $E = 150$ $\nu = 75$ καί $i = 0,06$

Λύσις:

α) $E-E_1 = \frac{148,15.75}{6000} = 1,85$ δρχ. (τύπος 3)

β) $E-E_1 = \frac{150.75}{6075} = 1,85$ δρχ. (τύπος 4).

Παράδειγμα 2ον: Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία γραμματίου προεξοφληθέντος 60 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του πρός 6% μέ διαφοράν τῶν δύο προεξοφλημάτων ἴσην πρός 1,86 δρχ.;

Λύσις: Ἐφαρμόζοντες τόν τύπον (3) ἔχομεν:

$$E-E_1 = \frac{E_1.\nu}{\Delta} \text{ ἤτοι } 1,86 = \frac{E_1.60}{6000} \text{ ἐξ οὗ}$$

$$E_1 = \frac{1,86.6000}{60} = 186$$

ὅθεν:

$$E = 186+1,86 = 187,86 \text{ δρχ.}$$

ὅτε ἐκ τοῦ τύπου $E = \frac{K.\nu}{\Delta}$ εὑρίσκομεν δι'ἀντικαταστάσεως ὅτι:

$$K = \frac{187,86 \times 6000}{60} = 18786 \text{ δρχ.}$$

Παράδειγμα 3ον: Ἡ διαφορά μεταξύ τῶν δύο προεξοφλημάτων γραμματίου προεξοφληθέντος τήν 20 Φεβρουαρίου καί λήγοντος τήν 20 Ἀπριλίου πρός 6% εἶναι 0,50 δρχ. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ γραμματίου; (Ἔτος ἐμπορικόν)

Λύσις:

$$E-E_1 = \frac{K\nu}{\Delta}.\frac{\nu}{\Delta+\nu} \text{ ἤτοι } 0,50 = \frac{K.60}{6000}.\frac{60}{6060} =$$

$$= \frac{K}{1000}.\frac{1}{101}$$

ὅθεν:

$$K = 0,50.100.101 = 5050 \text{ δρχ.}$$

Πρόβλημα: Νά εὑρεθῇ ἡ διαφορά τῶν δύο προεξοφλημάτων ἄν $\nu = 90$ καί $i = 0,09$ δι'οἱονδήποτε γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας K καί νά διατυπωθῇ γενικόν συμπέρασμα ἐπί τῆς ὑπεροχῆς τοῦ ἐξωτερικοῦ προεξοφλήματος ἔναντι τοῦ ἐσωτερικοῦ (χρησιμοποιήσατε τόν τύπον $E-E_1 = \frac{K\nu}{\Delta}\cdot\frac{\nu}{\Delta+\nu}$).

Παρατήρησις ΙΙ. 'Εάν γνωρίζωμεν τά δύο προεξοφλήματα εἶναι πολύ εὔκολον νά εὕρωμεν τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τοῦ γραμματίου. Πράγματι ἐκ τῶν τύπων (1) καί (2) προκύπτουν αἱ σχέσεις:

$$E-E_1 = \frac{K\nu^2}{\Delta(\Delta+\nu)} \quad \text{καί} \quad E.E_1 = \frac{K^2\nu^2}{\Delta(\Delta+\nu)}$$

διαιροῦντες δέ τήν δευτέραν ἰσότητα διά τῆς πρώτης κατά μέλη λαμβάνομεν:

$$\frac{E.E_1}{E-E_1} = \frac{K^2\nu^2}{\Delta(\Delta+\nu)} : \frac{K\nu^2}{\Delta(\Delta+\nu)} = K$$

$$\boxed{K = \frac{E\cdot E_1}{E-E_1}}$$

ὥστε:

'Η ὀνομαστική ἀξία ἑνός γραμματίου εὑρίσκεται, ἄν διαιρέσωμεν τό γινόμενον τῶν δυο προεξοφλημάτων διά τῆς διαφορᾶς αὐτῶν.

'Εφαρμογή: Νά εὑρεθῇ τό Κ ἄν $E = 187{,}86$ καί $E_1 = 186$.

Ἔχομεν:

$$K = \frac{187{,}86.186}{187{,}86-186} = \frac{34941{,}96}{1{,}86} = 18786 \text{ δρχ.}$$

2.5.- Εὕρεσις τοῦ προεξοφλήματος συναρτήσει τῆς παρούσης ἀξίας.

'Εάν γνωρίζωμεν τήν παροῦσαν ἀξίαν γραμματίου, τόν χρόνον καί τό ἐπιτόκιον, εἶναι δυνατόν νά εὕρωμεν τό προεξόφλημα ἐξωτερικῶς καί ἐσωτερικῶς συναρτήσει τῆς παρούσης ἀξίας στηριζόμενοι εἰς τούς βασικούς ὁρισμούς καί εἰς τόν πίνακα ἀντιστοιχίας τῆς παραγράφου 2.

α) 'Εξωτερικῶς: Βάσει τῆς σχέσεως:

Παροῦσα ἀξία = ὀνομαστική - προεξόφλημα

ἔχομεν:

$$A = K - E = K - \frac{K\nu}{\Delta}$$, ἤ λύοντες ὡς πρός K

$$K = \frac{A\Delta}{\Delta-\nu}$$

καί κατ'ἀκολουθίαν

$$E = \frac{K\nu}{\Delta} = \frac{A\Delta}{\Delta-\nu}.\frac{\nu}{\Delta} = \frac{A\nu}{\Delta-\nu}$$

ὁ τύπος:

$$\boxed{E = \frac{A\nu}{\Delta-\nu}} \qquad (5)$$

παρέχει τό προεξόφλημα ἐξωτερικῶς συναρτήσει τῆς παρούσης ἀξίας.

Διά πολιτικόν ἔτος, ὁ τύπος οὗτος τροποποιεῖται ὡς ἑξῆς:

$$\boxed{E = \frac{A\nu}{\frac{365}{i} - \nu} = \frac{A\nu i}{365-\nu i}} \qquad (6)$$

Ἄν ὁ χρόνος ὁρίζεται εἰς μῆνας ἔχομεν $E = \dfrac{A\mu i}{12-\mu i}$ καί ἄν εἰς ἔτη, ἔχομεν $E = \dfrac{Ani}{1-ni}$

Σ η μ ε ί ω σ ι ς: Ἐκ τῶν ἀνωτέρω τύπων μόνον οἱ ὑπ'ἀριθ. (5) καί (6) ἔχουν ἐφαρμογήν ἐν τῇ πράξει, καθόσον ὁ χρόνος, ἐκφράζεται πάντοτε κατά τήν προεξόφλησιν εἰς ἡμέρας.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 1ον: Ποία ἡ ἐξωτερική ὑφαίρεσις γραμματίου ὅπερ προεξοφλήθη ἀντί 1690 δρχ. 60 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του πρός 5%;

Λ ύ σ ι ς: Ἐφαρμόζοντες τόν τύπον (5) ἔνθα $A = 1690, \nu=60$ $\Delta = 7200$, λαμβάνομεν:

$$E = \frac{1690.60}{7200-60} = 14,21 \text{ δρχ.}$$

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς: Εἰς τήν πρᾶξιν δυνάμεθα νά εὕρωμεν τό ἐξαγόμενον μέ ἱκανήν προσέγγισιν ἐφαρμόζοντες τήν μέθοδον, τῶν ἁπλῶν μερῶν τοῦ χρόνου ἐν συνδυασμῷ πρός τά λεχθέντα εἰς τό κεφάλαιον περί τόκου διά τήν εὕρεσιν τοῦ τόκου ἐκ τοῦ ἠλαττωμένου κατά τόν τόκον του κεφαλαίου. Ἡ πρᾶξις ὑπολογισμοῦ διατάσσεται ὡς ἑξῆς:

			Τόκος τοῦ τόκου
	Τόκος παρούσης ἀξίας εἰς 72 ἡμέρας	= 16,90	0,14
μεῖον	" " " " 12 "	= 2,81	0,02
	Τόκος παρούσης ἀξίας εἰς 60 ἡμέρας	= 14,09	0,12
σύν	" τοῦ τόκου " 60 "	= 0,12	
	Ἐξωτερικόν προεξόφλημα δραχμαί:	= 14,21	

β) Ἐ σ ω τ ε ρ ι κ ῶ ς: Βάσει τοῦ ὁρισμοῦ καθ'ὅν τό ἐσωτερικόν προεξόφλημα ἰσοῦται μέ τόν τόκον τῆς παρούσης ἀξίας, ἔχομεν:

$$\boxed{E_1 = \frac{A_1 . \nu}{\Delta} \text{ ἤ } E_1 = \frac{A_1 . \nu . i}{360} \text{ ἤ } E_1 = \frac{A_1 . \nu . i}{365}} \qquad (7)$$

Ἄν ὁ χρόνος ἐκφράζεται εἰς μῆνας ἤ ἔτη ἔχομεν ἀντιστοίχως:

$$E_1 = \frac{A_1 \mu i}{12} \quad \text{ἤ} \quad E_1 = A_1 ni$$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α: Ποῖον τό ἐσωτερικόν προεξόφλημα διά γραμμάτιον προεξοφληθέν 50 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς πρός 8%, ἄν ἡ παροῦσα ἀξία του κατά την ἡμέραν τῆς προεξοφλήσεως εἶναι 3726 δρχ.;

Λ ύ σ ι ς: Δι'ἐφαρμογῆς τοῦ πρώτου τῶν τύπων (7) λαμβάνομεν:

$$E_1 = \frac{3726.50}{4500} = 41,40 \text{ δρχ.}$$

2.6.- Εὕρεσις τῆς παρούσης ἀξίας ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς.

Τήν παροῦσαν ἀξίαν δυνάμεθα νά εὕρωμεν κατά τρόπον ἔμμεσον ἄν ὑπολογίσωμεν τό προεξόφλημα καί ἀφαιρέσωμεν τοῦτο ἀπό τήν διδομένην ὀνομαστικήν ἀξίαν τοῦ γραμματίου καθόσον ἰσχύουν πάντοτε αἱ σχέσεις $A = K-E$ καί $A_1 = K-E_1$.

Δυνάμεθα ὅμως νά εὕρωμεν τήν παροῦσαν ἀξίαν ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς ἀπ'εὐθείας, κατά τρόπον ἄμεσον, ἐργαζόμενοι ὡς ἑξῆς:

α) Ἐξωτερικῶς: Βάσει τῆς σχέσεως $A = K-E$ καί γνωστοῦ ὄντος ὅτι $E = \frac{K\nu}{\Delta}$ ἔχομεν $A = K-\frac{K\nu}{\Delta}$ ἤ $A = K(1-\frac{\nu}{\Delta})$. Δυνάμεθα οὕτω νά συναγάγωμεν τόν τύπον:

$$\boxed{A = K(1-\frac{\nu}{\Delta})} \qquad (8)$$

ὁ ὁποῖος εἶναι εὐκολομνημόνευτος ἄν τήν παράστασιν $\boxed{(1-\frac{\nu}{\Delta})}$ τήν καλέσωμεν διώνυμον τῆς ἐξωτερικῆς ὑφαιρέσεως.

Ὥστε:

> Διά νά εὕρωμεν τήν παροῦσαν ἀξίαν ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς εἰς τήν ἐξωτερικήν προεξόφλησιν ἀρκεῖ νά πολλαπλασιάσωμεν τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν ἐπί τό διώνυμον τῆς ἐξωτερικῆς ὑφαιρέσεως.

Ὁ τύπος (8) γράφεται καί ὑπό τήν μορφήν:

$$\boxed{A = \frac{K(\Delta-\nu)}{\Delta}} \qquad (9)$$

Όταν ὁ χρονος ἐκφράζεται εἰς ἔτη ἤ μῆνας δυνάμεθα νά χρησιμοποιήσωμεν τούς τύπους $A = K\text{-}Kni = K(1\text{-}ni)$ καί $A = K - \frac{K\mu i}{12} = K(1 - \frac{\mu i}{12})$. Ἄν διά τό διδόμενον ἐπιτόκιον δέν ὑπάρχει σταθερός διαιρέτης ἀντί τῶν τύπων (8) ἤ (9) δύνανται νά χρησιμοποιηθοῦν οἱ τύποι:

$$A = K - \frac{K\nu i}{360} = K(1 - \frac{\nu i}{360})$$ δι'ἔτος ἐμπορικόν ἤ μικτόν

καί

$$A = K - \frac{K\nu i}{365} = K(1 - \frac{\nu i}{365})$$ δι'ἔτος πολιτικόν.

β) ~~Ἐ σ ω τ ε ρ ι κ ῶ ς~~: Βάσει τῆς γνωστῆς σχέσεως καθ'ἥν εἰς τήν ἐσωτερικήν προεξόφλησιν:

Ὀνομαστική ἀξία = παροῦσα + τόκος παρούσης

λαμβάνομεν τήν ἰσότητα:

$$A_1 + \frac{A_1 . \nu}{\Delta} = K$$

Ἐκ ταύτης δέ προκύπτει εὐκόλως ὁ τύπος:

$$\boxed{A_1 = \frac{K.\Delta}{\Delta + \nu}} \qquad (10)$$

ὅστις παρέχει τήν παροῦσαν ἀξίαν συναρτήσει τῆς ὀνομαστικῆς κατά τήν ἐσωτερικήν προεξόφλησιν.

Ὁ τύπος αὐτος γράφεται καί ὑπό τήν μορφήν:

$$\boxed{A_1 = \frac{K}{(1 + \frac{\nu}{\Delta})}} \qquad (11)$$

ἡ ὁποία εἶναι εὐκολομνημόνευτος, ἄν τήν παράστασιν $(1 + \frac{\nu}{\Delta})$

καλέσωμεν διώνυμον τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαιρέσεως.
Ἤτοι:

> Κατά τήν ἐσωτερικήν προεξόφλησιν δυνάμεθα νά εὕρωμεν τήν παροῦσαν ἀξίαν ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς διαιροῦντες αὐτήν μέ τό διώνυμον τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαιρέσεως.

Ὅταν ὁ χρονος ἐκφράζεται εἰς ἔτη ἤ μῆνας γίνεται χρῆσις τῶν τύπων:

$$A_1 = \frac{K}{1+ni} \quad \text{καί} \quad A_1 = \frac{12 \cdot K}{12+\mu i}$$

οἱ ὁποῖοι οὐδόλως ἐν τῇ πράξει ἐφαρμόζονται.

<u>Σημείωσις</u>: Πρός εὕρεσιν τοῦ καθαροῦ προϊόντος τῆς προεξοφλήσεως δέον νά ἀφαιρέσωμεν ἀπό τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τό προεξόφλημα ἐξωτερικόν ἤ ἐσωτερικόν καί τά τυχόν ὑπάρχοντα ἔξοδα. Ἐάν τά ἔξοδα παραστήσωμεν μέ τό ε, τήν προμήθειαν μέ τό θ καί τό χαρτόσημον μέ τό x, ἔνθα τό ε καί θ ὑπολογίζονται εἰς ἑκατοστά ἐπί τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας, τό καθαρόν προϊόν τῆς προεξοφλήσεως δύναται νά προκύψῃ διά τῶν τύπων:

1. $\Pi = K(1-ni)-K.\frac{\theta+\varepsilon}{100}-x = K(1-ni-\frac{\theta+\varepsilon}{100})-x$

2. $\Pi = \frac{K(\Delta-\nu)}{\Delta}-K.\frac{\theta+\varepsilon}{100}-x = K(\frac{\Delta-\nu}{\Delta}-\frac{\theta+\varepsilon}{100})-x$

3. $\Pi = \frac{K}{1+ni}-K.\frac{\theta+\varepsilon}{100}-x = K(\frac{1}{1+ni}-\frac{\theta+\varepsilon}{100})-x$

4. $\Pi = \frac{K\Delta}{\Delta+\nu}-K.\frac{\theta+\varepsilon}{100}-x = K(\frac{\Delta}{\Delta+\nu}-\frac{\theta+\varepsilon}{100})-x$

οἱ ὁποῖοι ὅμως οὐδέποτε ἐφαρμόζονται ἐν τῇ πράξει ὡς λίαν δύσχρηστοι.

Παράδειγμα 1ον: Ποία ἡ παροῦσα ἀξία γραμματίου 975,50 δρχ. λήγοντος τήν 10ην Ἰουλίου καί προεξοφλουμένου ἐξωτερικῶς τήν 20ήν Μαΐου ἄν τό ἐπιτόκιον τῆς προεξοφλήσεως, εἶναι 5% (ἔτος ἐμπορικόν).

Λύσις: Ἐνταῦθα ἔχομεν $K = 975,50$, $i = 0,05$, $\nu = 50$, $\Delta = 7200$. Ἐφαρμόζοντες ὅθεν τόν τύπον (8) λαμβάνομεν:

$$A = 975,50\left(1-\frac{50}{7200}\right) = 968,73 \text{ δρχ.}$$

Παράδειγμα 2ον: Ποία ἡ παροῦσα ἀξία γραμματίου 5481 δρχ. προεξοφλουμένου ἐσωτερικῶς 90 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του πρός 6%;

Λύσις: Ἐφαρμόζοντες τόν τύπον (11) ἔνθα θέτομεν $K = 5481$, $\Delta = 6000$, $\nu = 90$ ἔχομεν:

$$A_1 = \frac{5481}{1+\frac{90}{6000}} = \frac{5481 . 6000}{6090} = 5400 \text{ δρχ.}$$

Παράδειγμα 3ον: Τί ποσόν θά εἰσπράξωμεν ἐάν διαπραγματευθῶμεν τήν 15ην Ἰουλίου γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 1675,50 δρχ. λήξεως 13ης Σεπτεμβρίου; Ἐπιτόκιον 4%, προμήθεια 1/4%, χαρτόσημον 1 δρχ. ἀνά χιλιάδα καί κλάσμα αὐτῆς Ἔτος μικτόν.

Λύσις: Ἐφαρμόζομεν τόν τύπον (8) θέτοντες $K = 1675,50$ $\Delta = 9000$ καί $\nu = 60$ καί εὑρίσκομεν τήν παροῦσαν ἀξίαν.

$$A = 1675,50\left(1-\frac{60}{9000}\right) = 1664,33$$

Ἀπό ταύτης δέ ἀφαιροῦμεν τήν προμήθειαν 4,19 δρχ. καί τό χαρτόσημον, ὁπότε εὑρίσκομεν 1658,14 δρχ ἤτοι τό καθαρόν προϊόν τῆς προεξοφλήσεως. Συνήθως διατάσσεται ἡ πρᾶξις ὡς ἑξῆς:

Ἀθῆναι 15 Ἰουλίου 1957

Γραμμάτιον λήξεως 13 Σεπτεμβρίου		δρχ. 1675,50
Ἐξωτερική ὑφαίρεσις 60/4%	δρχ. 11,17	
Προμήθεια 1/4%	" 4,19	
Χαρτόσημον	" 2	17,36
	Ἀξία σήμερον	δρ. 1658,14

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 4ον: Γραμμάτιον 10200 δρχ. προεξοφλεῖται ἐξωτερικῶς 70 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του δι'ἔτος πολιτικόν πρός 7%. Ἐκρατήθησαν ἔξοδα 1 δραχμή κατά χιλιάδα, καί δι'ὁλόκληρον χιλιάδα, προμήθεια 1/4% κατά μῆνα καί δι' ὁλόκληρον μῆνα καί χαρτόσημον 20 δρχ. Ζητεῖται ποῖον τό καθαρόν εἰσπραχθέν ποσόν.

Λ ύ σ ι ς: $K = 10200$, $i = 0{,}08$, $\nu = 70$, $\varepsilon = 1\%$, $\theta = 1/4\%$, $x = 20$. Ἐφαρμόζομεν τόν τύπον:

$$\Pi = K - \frac{K\nu i}{365+\nu i} - \frac{K(\theta+\varepsilon)}{100} - x$$

καί εὑρίσκομεν

$$\Pi = 10200 - \frac{10200.70.0{,}07}{365+70.0{,}07} - \frac{10200.0{,}75}{100} - \frac{11000.1}{1000} - 20$$

$$= 10200-(135{,}11+76{,}5+11+20) = 9957{,}39 \text{ δρχ.}$$

ὅπερ εἶναι τό καθαρόν προϊόν τῆς προεξοφλήσεως καί ὄχι ἡ παροῦσα ἀξία τῆς ὁποίας ἡ ἔννοια εἶναι διάφορος καί ἐντελῶς καθωρισμένη

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 5ον: Γραμμάτιον 5304 δρχ προεξοφλεῖται ἐσωτερικῶς 73 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του πρός 10%. Ποία ἡ παροῦσα ἀξία τούτου; (Ἔτος πολιτικόν).

Λ ύ σ ι ς: Ἐπειδή τό ἔτος εἶναι πολιτικόν θά χρησιμοποιήσωμεν τόν τύπον:

$$A_1 = \frac{K.365}{365+\nu i}$$

ἔνθα $K = 5304$, $\nu = 73$, $i = 0{,}1$.

Ἔχομεν οὕτω:

$$A_1 = \frac{5304.365}{365+73.0{,}1} = \frac{5304.365}{365+7{,}3} = 5200 \text{ δρχ.}$$

2.7.- Σύγκρισις τῶν παρουσῶν ἀξιῶν ἐσωτερικῶς καί ἐξωτερικῶς.

Εἴδομεν ἀνωτέρω πῶς ὑπολογίζεται ἡ παροῦσα ἀξία εἰς τήν ἐσωτερικήν καί ἐξωτερικήν προεξόφλησιν. Ἄς λάβωμεν τούς δύο σχετικούς τύπους καί ἄς ὑπολογίσωμεν τήν διαφοράν αὐτῶν. Ἔχομεν:

$$A_1 = \frac{K.\Delta}{\Delta+\nu} \quad \text{καί} \quad A = \frac{K(\Delta-\nu)}{\Delta}$$

δι'ἀφαιρέσεως δέ κατά μέλη λαμβάνομεν:

$$A_1 - A = \frac{K\Delta}{\Delta+\nu} - \frac{K(\Delta-\nu)}{\Delta} = \frac{K\Delta^2 - K\Delta^2 + K\nu^2}{\Delta(\Delta+\nu)} = \frac{K\nu.\nu}{\Delta(\Delta+\nu)} = \frac{E.\nu}{\Delta+\nu}$$

ἤτοι ἡ διαφορά τῶν δύο παρουσῶν ἀξιῶν ἰσοῦται πρός τήν διαφοράν τῶν δύο προεξοφλημάτων. Καί ἐπειδή τό ν εἶναι πολύ μικρόν ἐν σχέσει μέ τό Δ ἡ διαφορά αὕτη γράφεται ἴση πρός $\frac{E.\nu}{\Delta}$ κατά προσέγγισιν, ἤτοι ἡ παροῦσα ἀξία ἐσωτερικῶς ὑπερέχει τῆς παρούσης ἀξίας ἐξωτερικῶς περίπου κατά τόν τόκον τοῦ ἐξωτερικοῦ προεξοφλήματος.

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς: Διά τάς βραχυπροθέσμους οἰκονομικάς πράξεις τό Δ εἶναι μεγαλύτερον τοῦ 4000 (δι'ἐπιτόκιον 9% ἰσοῦται μέ 4000) καί τό ν δέν ὑπερβαίνει τό 90.

Ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι Δ καί ν λαμβάνουν τάς ἀκραίας αὐτάς τιμάς, ἤτοι $\Delta = 4000$ καί $\nu = 90$ εἰς τόν εὑρεθέντα προηγουμένως τύπον τόν παρέχοντα τήν διαφοράν τῶν δύο παρουσῶν ἀξιῶν ἔχομεν:

$$A_1 - A = \frac{K.90.90}{4000.4090} = \frac{K}{2020} \quad \text{περίπου.}$$

Ἤτοι ἄν $K = 2020$ δρχ ἔχομεν $A_1 - A = 1$ δρχ. Ἄν $K = 2.2020$ ἡ διαφορά $A_1 - A = 2$ δρχ κ.ο.κ. δηλαδή διά 2020 δρχ.ὀνομαστικῆς ἀξίας ἔχομεν διαφοράν κατά 1 δραχμήν τόσον μεταξύ τῶν παρουσῶν ἀξιῶν ὅσον καί μεταξύ τῶν δύο προεξοφλημάτων. Λόγῳ ἀκριβῶς αὐτῆς τῆς μικρᾶς διαφορᾶς αἱ τράπεζαι ἐφαρμόζουν ἐν τῇ πράξει τήν ἐξωτερικήν προεξόφλησιν.

2.8.- Εὕρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ἐκ τῆς παρούσης

Π ρ ό β λ η μ α. Ἔχει τις νά λάβῃ τήν 5ην Μαρτίου δραχμάς 16900. Διά νά εἰσπράξῃ τό ποσόν αὐτό σύρει ἐπί τοῦ ὀφειλέτου συναλλαγματικήν λήξεως 5 Μαΐου. Ποία πρέπει νά εἶναι ἡ ὀνομαστική ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ἐάν τήν διαπραγματευθῇ τήν 5ην Μαρτίου εἰς τήν τράπεζαν Ἀθηνῶν πρός 10%;

Παρόμοια προβλήματα ἔχουν μεγάλην σπουδαιότητα ἐν τῇ πράξει καί θά δώσωμεν ἀφ' ἑνός μέν τήν μαθηματικήν λύσιν βάσει σχετικοῦ τύπου ἀφ' ἑτέρου δέ τήν ἐν τῇ πράξει ἐφαρμοζομένην μέθοδον ὑπολογισμοῦ.

Λ ύ σ ι ς: α) Ὑποτιθεμένου ὅτι ἡ προεξόφλησις γίνεται ἐξωτερικῶς δυνάμεθα νά λύσωμεν τήν ἐξίσωσιν τοῦ τύπου (8) ὡς πρός Κ καί νά λάβωμεν:

$$\boxed{K = \frac{A}{1-\frac{\nu}{\Delta}} \text{ ἤ } K = \frac{A.\Delta}{\Delta-\nu}} \qquad (12)$$

Θέτοντες δέ $A = 16900$, $\nu = 60$ καί $\Delta = 3600$ ἔχομεν:

$$K = \frac{16900\times3600}{3600-60} = \frac{16900\times3600}{3540} = 17186{,}44 \text{ δρχ.}$$

Ἐπειδή ὅμως ἡ παροῦσα ἀξία εἶναι, τό ἠλαττωμένον, κατά τόν τόκον του, κεφάλαιον δυνάμεθα, βάσει σχετικῆς παρατηρήσεως εἰς τήν ἀντίστοιχον περί τόκου παράγραφον, νά ὑπολογίσωμεν τόν τόκον τῆς παρούσης ἀξίας καί τόν τόκον τοῦ τόκου ὁπότε φθάνομεν ταχύτερον εἰς τό ἐξαγόμενον. Ἡ κατά προσέγγισιν αὕτη μέθοδος ὑπολογισμοῦ στηρίζεται θεωρητικῶς, ὡς ἀνεπτύχθη εἰς τό περί τόκου κεφάλαιον, εἰς τήν παρατήρησιν ὅτι τό κλάσμα

$$\frac{A}{1-\frac{\nu}{\Delta}} = A\left(1+\frac{\nu}{\Delta}+\frac{\nu^2}{\Delta^2}+\frac{\nu^3}{\Delta^3}+\ldots\ldots\right)$$

καί κατ' ἀκολουθίαν

$$K = A + \frac{A\nu}{\Delta} + \frac{A\nu}{\Delta}\cdot\frac{\nu}{\Delta} + \frac{A\nu}{\Delta}\cdot\frac{\nu}{\Delta}\cdot\frac{\nu}{\Delta} + \ldots$$

Εἰς τό προηγούμενον παράδειγμα θά ἔχωμεν οὕτω:

$$K = 16900 + \frac{16900\times 60}{3600} + \frac{16900\times 60}{3600}\cdot\frac{60}{3600} +$$

$$+ \frac{16900\times 60}{3600}\cdot\frac{60}{3600}\cdot\frac{60}{3600} + \ldots$$

$= 16900 + 281{,}67 + 4{,}69 + 0{,}08 = 17186{,}44$ δρχ.

β) Ἄν ἡ προεξόφλησις γίνεται ἐσωτερικῶς τότε ἐφαρμόζεται ὁ τύπος:

$$\boxed{K = A_1 + \frac{A_1\nu}{\Delta} = A_1\left(1+\frac{\nu}{\Delta}\right) = \frac{A_1\cdot(\Delta+\nu)}{\Delta}} \qquad (13)$$

Εἰς τό προηγούμενον πρόβλημα θά ἔχωμεν:

$$K = 16900 + \frac{16900\times 60}{3600} = 16900 + 281{,}67 = 17181{,}67 \text{ δρχ.}$$

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς: Ἐάν κατά τόν ὑπολογισμόν τοῦ K, ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν τυχόν ὑπάρχοντα ἔξοδα καί χαρτόσημον οἱ τύποι (12) καί (13) ὑφίστανται σχετικήν τροποποίησιν.

Οὕτω ὁ τύπος μετ' ἐξόδων ἐν τῇ ἐξωτερικῇ προεξοφλήσει εἶναι:

$$K = \frac{A+x}{1-\frac{\nu}{\Delta}-\frac{\theta+\varepsilon}{100}} = (A+x)\cdot\frac{1}{1-\left(\frac{\nu}{\Delta}+\frac{\theta+\varepsilon}{100}\right)}$$

ἤ ἀναλύοντες τό κλάσμα $\dfrac{1}{1-\left(\frac{\nu}{\Delta}+\frac{\theta+\varepsilon}{100}\right)}$ κατά τά γνωστά ἐκ τῆς Ἀλγέβρας λαμβάνομεν:

$$K = A+x+(A+x)\frac{\nu}{\Delta}+(A+x)\frac{\theta+\varepsilon}{100}+\left[(A+x)\frac{\nu}{\Delta}+(A+x)\frac{\theta+\varepsilon}{100}\right]\frac{\nu}{\Delta}+\ldots$$

Ήτοι ἡ ὀνομαστική ἀξία ἰσοῦται μέ τήν παροῦσαν σύν τῷ χαρτοσήμῳ πλέον τοῦ τόκου αὐτῶν, πλέον τά ἔξοδά των, πλέον τόν τόκον τοῦ τόκου καί τῶν ἐξόδων πλέον τά ἔξοδα τοῦ τόκου καί τῶν ἐξόδων.

Ὁμοίως ὁ τύπος ἐν τῇ ἐσωτερικῇ προεξοφλήσει μετ' ἐξόδων κλπ. εἶναι:

$$K = A+x+(A+x)\frac{\nu}{\Delta}+\left[A+x+(A+x)\frac{\nu}{\Delta}\right]\frac{\theta+\varepsilon}{100}$$

Ήτοι ἡ ὀνομαστική ἀξία ἰσοῦται μέ τήν παροῦσαν ἀξίαν ηὐξημένην κατά τό χαρτόσημον πλέον τοῦ τόκου αὐτῶν, πλέον τά ἔξοδα τοῦ εὑρεθησομένου ποσοῦ.

Οἱ ἀνωτέρω τύποι δέν εἶναι εὔχρηστοι καί διά τοῦτο εἰς τήν πρᾶξιν ἀκολουθεῖται ἡ μέθοδος ἥτις ἐμφαίνεται κατά τήν λύσιν τῶν δύο ἀκολούθων προβλημάτων:

Π ρ ό β λ η μ α Ι. Θέλομεν νά εἰσπράξωμεν χρέος δρ.4625, λῆγον τήν 3ην Ἀπριλίου διά συναλλαγματικῆς ληγούσης τήν 21 Μαΐου. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ἐάν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6% ἡ δέ προμήθεια 1/4%;

Λ ύ σ ι ς: Κατατάσσομεν πρῶτον τό πρόβλημα ὡς ἐάν ἦτο γνωστή ἡ ὀνομαστική ἀξία καί ἐζητεῖτο νά εὕρωμεν τήν ἀξίαν σήμερον ἤ τό καθαρόν προϊόν.

Ἀθῆναι 3 Ἀπριλίου 19...

Συναλλαγματική λήξεως 21 Μαΐου		δρχ.	....
- ἐξωτερ.ὑφαίρεσις 48/6%	δρχ.		
- προμήθεια 1/4%	"	"	....
Ἀξία σήμερον		δρχ.	4625.-

Τό καθαρόν προϊόν ἐκ τῆς προεξοφλήσεως τῆς συναλλαγματικῆς δέον νά εἶναι δρχ. 4625. Διά νά εὑρεθῇ τό ποσόν αὐτό ἡ ὀνομαστική ἀξία ἠλαττώθη, πρῶτον κατά τήν ὑφαίρεσιν 48 ἡμερῶν πρός 6% καί δεύτερον κατά τήν προμήθειαν 1/4%. Διά νά προσθέσωμεν τάς δύο αὐτάς κρατήσεις, καί νά τάς μετατρέψωμεν εἰς μίαν, ἀνάγομεν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἰς ἁπλοῦν ποσοστόν. Ἡ ἀναγωγή αὐτή γίνεται διά τῆς μεθόδου τῶν τριῶν ὡς ἑξῆς:

εἰς 360 ἡμ. ποσοστόν 6%
" 48 " " x%

$$x = \frac{6.48}{360} = \frac{4}{5}\,\%$$

ὁπότε ἡ ὁλική κράτησις εἶναι τά $\frac{4}{5}\% + \frac{1}{4}\% = 1\frac{1}{20}\%$ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας. Τό ποσόν λοιπόν τῶν δραχμῶν 4625 εἶναι ποσόν ἠλαττωμένον κατά τό $1\frac{1}{20}\%$ τῆς ἀρχικῆς του ἀξίας, ἰσοῦται δηλαδή μέ τά $98\frac{19}{20}\%$ αὐτῆς καί συνεπῶς ἡ ἀρχική ἀξία, εὑρίσκεται διά τῆς μεθόδου τῶν τριῶν οὕτω:

τά $98\frac{19}{20}\%$ δρχ 4625
100% x

$$x = \frac{4625.100}{98\frac{19}{20}} = 4674,07$$

Ἡ ὀνομαστική ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς θά εἶναι K=4674,07 δρχ. Συμπληρώνομεν κατόπιν τήν ἀρχικήν κατάταξιν τοῦ προβλήματος μέ τό ποσόν αὐτό καί ἐπαληθεύομεν τήν λύσιν ἐκτελοῦντες τάς σημειουμένας κρατήσεις:

Συναλλαγματική λήξεως 21 Μαΐου		δρχ. 4674,07
- ἐξωτερ. ὑφαίρεσις 48/6%	δρχ. 37,39	
- προμήθεια 1/4%	" 11,68	49,07
	Ἀξία τήν 3ην Ἀπριλίου δρχ.:	4625.-

Ὥστε:

Διά νά εὕρωμεν τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν συναλλαγματικῆς ἤ γραμματίου, ὅταν γνωρίζωμεν τό καθαρόν προϊόν τῆς προεξοφλήσεως αὐτῶν, μετατρέπομεν τό ἐπιτόκιον τῆς ὑφαιρέσεως εἰς ποσοστόν, τό προσθέτομεν μέ τά ποσοστά τῶν κρατήσεων καί λύομεν κατόπιν πρόβλημα ποσοστῶν, ἔνθα γνωρίζομεν τήν ἠλαττωμένην ἀξίαν καί ζητοῦμεν τήν ἀρχικήν.

$$i' = \frac{360.i}{360-\nu i}$$

ἤ ἄν διαιρέσωμεν ἀμφοτέρους τούς ὅρους διά τοῦ i

$$i' = \frac{360}{\Delta-\nu}$$

ἤτοι:

> Διά νά εὕρωμεν τό ἰσοδύναμον ἐπιτόκιον τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαιρέσεως διαιροῦμεν τό 360 διά τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου ἠλαττωμένου κατά τόν ἀριθμόν τῶν ἡμερῶν.

Οὕτω εἰς τό ἀνωτέρω παράδειγμα θά ἔχωμεν:

$$i' = \frac{360}{6000-30} = 0{,}0603, \text{ ἤτοι } 6{,}03\%$$

2.10.- Εὕρεσις τοῦ πραγματικοῦ ἐπιτοκίου.

Πρόβλημα. Γραμμάτιον 8466,50 δρχ. λήγον τήν 17η Μαρτίου προεξοφλεῖται τήν 11 Ἰανουαρίου πρός 8% καί 1/5 % κατά μῆνα προμήθειαν. Ποῖον τό πραγματικόν ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως;

Λύσις:

Ἐν Ἀθήναις τῇ 11ῃ Ἰανουαρίου 19...

Γραμμάτιον λήξεως 17ης Μαρτίου		δρχ 8466,50
- ἐξωτερική ὑφαίρεσις 65/8%	δρχ 122,30	
- προμήθεια 1/5% κατά μῆνα	" 50,80	173,10
Ἀξία τήν 11ην Ἰανουαρίου		δρχ. 8293,40

Τό καθαρόν προϊόν 8293,40 τό ἐδάνεισεν ὁ προεξοφλῶν τό γραμμάτιον ἀφοῦ ἐκράτησε τό ποσόν τῶν 173,10 δρχ. Ἐάν τώρα θεωρήσωμεν τό ποσόν αὐτό ὡς τόκον τῶν 8293,40 δρχ θά ἔχωμεν τό πραγματικόν ἐπιτόκιον:

$$\text{Ἐπιτόκιον} = \frac{173{,}10.36000}{8293{,}40.65} = 11{,}5\%$$

ὥστε:

Διά νά εὕρωμεν τό πραγματικόν ἐπιτόκιον πρός τό ὁποῖον ἐγένετο ἡ προεξόφλησις, ὅταν ὑπάρχουν καί διάφορα ἔξοδα, ὡς προμήθειαι, εἰσπρακτικά κλπ. Θεωροῦμεν ὡς τόκον τό σύνολον τῶν κρατήσεων (πλήν τοῦ χαρτοσήμου) καί εὑρίσκομεν τό ἐπιτόκιον λαμβάνοντες ὡς κεφάλαιον τό καθαρόν προϊόν τῆς προεξοφλήσεως.

Παρατήρησις: Ἐάν εἰς τό ἀνωτέρω παράδειγμα ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ προεξόφλησις γίνεται ὄχι τήν 11ην Ἰανουαρίου ἀλλά τήν 2αν Μαρτίου θά ἔχωμεν:

Ἐν Ἀθήναις τῇ 2ᾳ Μαρτίου 19....

Γραμμάτιον λήξεως 17ης Μαρτίου		δρχ. 8466,50
- ἐξωτερική ὑφαίρεσις 15/8%	δρχ. 28,22	
- προμήθεια 1/5% κατά μῆνα	" 16,93	45,15
	Ἀξία σήμερον δρχ.	8421,35

ὁπότε τό πραγματικόν ἐπιτόκιον θά εἶναι:

$$\text{Ἐπιτόκιον} = \frac{45,15 \cdot 36000}{8421,35 \cdot 15} = 12,8\%$$

Ἐκ τοῦ παραδείγματος αὐτοῦ βλέπομεν, ὅτι ὅταν ὁ χρόνος προεξοφλήσεως εἶναι μικρότερος ἡ αὔξησις τοῦ ἐπιτοκίου ἡ προερχομένη ἐκ τῆς προμηθείας καί τῶν λοιπῶν ἐξόδων εἶναι μεγαλυτέρα.

2.11.- Εὕρεσις τοῦ χρόνου προεξοφλήσεως.

Ὁ χρόνος ὑπεισέρχεται εἰς πάντας τούς ἐξετασθέντας τύπους τῆς προεξοφλήσεως, ἐπομένως δύναται νά εὑρεθῇ διά τῆς λύσεως τῆς πρός τοῦτο καταλλήλου ἐξισώσεως βάσει τῶν δεδομένων τοῦ προβλήματος

Παράδειγμα. Γραμμάτιον 3600 δρχ. προεξοφλεῖται πρός 6% ἀντί 3582 δρχ. Πόσον χρόνον πρό τῆς λήξεώς του ἐγένετο ἡ προεξόφλησις;

Λύσις:

α) Ἐξωτερικῶς. Ἔχομεν $K = 3600$, $A = 3582$, $i = 0,06$

καί $E = 3600-3582 = 18$. Δυνάμεθα νά ἐφαρμόσωμεν τόν τύπον $E = \frac{K\nu}{\Delta}$ λύοντες αὐτόν ὡς πρός ν. Οὕτω λαμβάνομεν:

$$\nu = \frac{E.\Delta}{K} = \frac{18.6000}{3600} = 30 \text{ ἡμέραι}$$

β) Ἐ σ ω τ ε ρ ι κ ῶ ς. Ἐφαρμόζομεν τόν τύπον $E_1 = \frac{A_1.\nu}{\Delta}$, τόν ὁποῖον λύομεν ὡς πρός ν καί λαμβάνομεν:

$$\nu = \frac{E_1.\Delta}{A_1} = \frac{18.6000}{3582} = 31 \text{ ἡμέραι}$$

2.12.- Εὕρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ἐκ τοῦ προεξοφλήματος.

Ἡ εὕρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ὅταν γνωρίζωμεν τό προεξόφλημα ἐξωτερικῶς εἶναι λίαν εὐχερής δι'ἐφαρμογῆς τοῦ τύπου $E = \frac{K\nu}{\Delta}$ τόν ὁποῖον λύομεν ὡς πρός K καί λαμβάνομεν:

$$K = \frac{E.\Delta}{\nu}$$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία γραμματίου ὅπερ προεξοφληθέν 30 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του πρός 8% ἔδωκεν ἐξωτερικόν προεξόφλημα 15,20 δρχ.;

Λ ύ σ ι ς: Ἔχομεν K = ;, E = 15,20, $\nu = 30$, $\Delta = 4500$. Ὅθεν:

$$K = \frac{15,20.4500}{30} = 2280 \text{ δρχ.}$$

Ὅταν ὅμως γνωρίζωμεν τό προεξόφλημα ἐσωτερικῶς εὑρίσκομεν (ὡς κεφάλαιον) τήν παροῦσαν ἀξίαν καί εἰς αὐτήν προσθέτομεν τό προεξόφλημα.

Ἐνταῦθα θά ἔχωμεν μέ τά δεδομένα τοῦ προβλήματος ἄν $E_1 = 15,20$ δρχ.

$$A_1 = \frac{15,20.4500}{30} = 2280$$

$$\text{καί} \quad K = A_1 + E_1 = 2280 + \frac{2280 \cdot 30}{4500} = 2280 + 15,20 = 2295,20$$

2.13.- Πινάκια προεξοφλήσεως.

Ὁ παρουσιάζων εἰς τήν τράπεζαν ἤ προεξοφλητικόν γραφεῖ-
ον γραμμάτια ἤ συναλλαγματικάς πρός προεξόφλησιν ὑπογράφει
εἰδικόν ἔντυπον καλούμενον πινάκιον προεξοφλήσε-
ως ἔνθα ἀναγράφονται οἱ ὅροι τῆς προεξοφλήσεως καί αἱ διά-
φοροι πράξεις πρός εὕρεσιν τοῦ καθαροῦ προϊόντος
τῆς προεξοφλήσεως, ἤτοι τοῦ ποσοῦ τό ὁποῖον θά προκύψῃ ἄν ἀ-
φαιρεθοῦν ἡ ὑφαίρεσις καί ἡ προμήθεια τῆς Τραπέζης.

Πρόβλημα. Ὁ ἔμπορος Κ. Πετρόπουλος παρουσιάζει τήν 15ην Σεπτεμβρίου εἰς τήν Ἐμπορικήν Τράπεζαν τῆς Ἑλλάδος τά ἑξῆς γραμμάτια πρός προεξόφλησιν:

δρχ.	4720	λήξεως	18 Ὀκτωβρίου
"	5200	"	25 Ὀκτωβρίου
"	3710	"	2 Νοεμβρίου

Τί καθαρόν προϊόν θά εἰσπράξῃ ἐκ τῆς προεξοφλήσεως αὐτῆς ἐάν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6% καί ἡ προμήθεια 1/4%. Χαρτόσημον 1% καί ἔτος ἐμπορικόν.

Λύσις: Ὁ Κ. Πετρόπουλος θά παραδώσῃ τά γραμμάτιά του εἰς τόν ὑπάλληλον τῆς Τραπέζης καί θά ὑπογράψῃ τό πινάκιον προεξοφλήσεως διά νά πληρωθῇ ἀπό τόν ταμίαν τῆς τραπέζης τό ἀναγραφόμενον καθαρόν προϊόν. Εἰς τούς ὑπολογισμούς δέν ἀναγράφεται τό χαρτόσημον διότι αὐτό τό κρατᾶ συνήθως ὁ ταμίας ὁ ὁποῖος καί τό ἐπικολλᾷ. Κατωτέρω δίδομεν συνοπτικῶς τούς ὑπολογισμούς τοῦ πινακίου.

Ὀνομ. ἀξία	Λῆξις	Ἡμέρ.	Τοκάριθμοι
δρχ. 4720	18 Ὀκτωβρίου	33	1558
" 5200	25 Ὀκτωβρίου	40	2080
" 3710	2 Νοεμβρίου	48	1781
			5419 : 60
δρχ. 13630			= 90,32 δρχ.
90,32	ἐξωτερική ὑφαίρεσις		
34,07	προμήθεια πρός 1/4%		
13505,61	καθαρόν πληρ. ποσόν τήν 15 Σεπτεμβρίου		

'Αριθ. ....

Προεξοφλήσας ὁ ὑποφαινόμενος τά κάτωθι γραμμάτια ἔλαβον τό ἀντίτιμον κατά τόν κάτωθι λ)σμόν:

Δρχ. 13630.—

μεῖον τόκων καί προμηθείας " 124,39

Δρχ. 13505,61

Δηλῶ δ' ὅτι ἐν περιπτώσει μή ἐγκαίρου διαμαρτυρήσεως ἐκ μέρους τῆς Τραπέζης δι' οἱονδήποτε λόγον, φέρω πάντοτε ἀκεραίαν τήν εὐθύνην ὡς ὀπισθογράφος.

'Ε ξ ω φ λ ή θ η

Κ. Πετρόπουλος

ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ, Α.Ε.

ΠΙΝΑΚΙΟΝ ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΣΕΩΣ

Κ. Πετροπούλου

'Εγκρίνεται διά δραχμάς: Δέκα τρεῖς χιλιάδας πεντακοσίας πέντε, 66/100

'Εν 'Αθήναις τῇ 15 Σ/βρίου 19...

'Αριθ.	Ποσά είς Δρχ.	'Αποδέκται ἤ ὀφειλέται	'Εγγυηταί	Προμήθ.		Τόπος πληρωμῆς	Λῆξις	Προθ.	Τοκάρ.
				Δρχ.	Λ.				
31	4720.—	Κ. Γεωργίου	Α. Σταύρου	11	80	'Αθῆναι	18 'Οκτ.	33	1558
4	5200.—	Γ. 'Ακριβός	Α. Σταύρου	13	—	"	25 "	40	2080
13	3710.—	Π. Πετρόπουλος	Ν. Νικολάου	9	27	"	2 Νοεμ.	48	1781
	13630.—			34	07				5419
	90,32	ὑφαίρεσις 5419:60							
	34,07	προμήθεια 1 1/4 %							
	13505,61								

Τό εἰς τήν σελ. 90 ὑπόδειγμα δίδει τούς αὐτούς ὑπολογισμούς μέ ὅλας τάς λεπτομερείας ὅπως γίνονται εἰς τήν πραγματικότητα.

2.14.- Πινάκια προεξοφλήσεως ἐν Ἀγγλίᾳ.

Ὁ πληρωτής γραμματίων ἤ συναλλαγματικῶν ἐν Ἀγγλίᾳ δύναται νά ἐξοφλήσῃ τήν συναλλαγματικήν ἤ τό γραμμάτιόν του, ἐντός τριῶν ἡμερῶν ἀπό τῆς λήξεώς του. Ἐπειδή ἕκαστος πληρωτής κάνει χρῆσιν τοῦ δικαιώματος αὐτοῦ καί ἐξοφλεῖ τάς συναλλαγματικάς του τήν τελευταίαν ἡμέραν τῆς τριημέρου χάριτος, ὁ προεξοφλῶν λαμβάνει ὑπ'ὄψιν του τάς ἡμέρας αὐτάς, καί αὐξάνει κατά τρεῖς ἡμέρας τήν προθεσμίαν ἑκάστου γραμματίου.

Π ρ ό β λ η μ α. Νά συνταχθῇ πινάκιον προεξοφλήσεως 10 Αὐγούστου διά τά κάτωθι γραμμάτια:

Λίρ. 2882- 7-2 λήξεως 3'Οκτωβρίου
Λίρ. 1187-14-4 " 29'Οκτωβρίου
Λίρ. 2160- 3-0 " 1 Νοεμβρίου

Ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως 6%. Προμήθεια 1/8%.

10 Αὐγούστου 19... 6%

Ὀνομαστ. ἀξία	Λήξεις	Ἡμέρ.	Τοκάριθμοι
λίρ. 2882- 7-2	3'Οκτωβρίου	55	1585,30
λίρ. 1187-14-4	29 "	81	962,05
λίρ. 2160- 3-0	1 Νοεμβρίου	84	1814,53
			4361,88
λίρ. 6230- 4-6	+ τρεῖς	ἡμέραι	χάρις 186,90
			4548,78
	λίρ. 75-16-3	ὑφαίρ. 6%	
λίρ. 83-12-0	λίρ. 7-15-9	προμ. 1/8%	
λίρ. 6146-12-6	Ἀξία τήν	10ην	Αὐγούστου

2.15.-'Επαλήθευσις πινακίων προεξοφλήσεως. Μέθοδος Thoyer.

'Εκάστη τράπεζα ἤ ὑποκατάστημα τραπέζης ἐκτελεῖ καθ' ἑκάστην μεγάλον ἀριθμόν προεξοφλήσεων καί κατά συνέπειαν πρέπει νά γίνεται τακτικῶς ἔλεγχος ὅλων αὐτῶν τῶν προεξοφλήσεων. Ἐπειδή ὅμως ὁ ἔλεγχος ἑκάστου πινακίου προεξοφλήσεως ἰδιαιτέρως καί κοπιαστικός εἶναι καί χρόνον πολύν ἀπαιτεῖ, χρησιμοποιοῦμεν τήν κάτωθι μέθοδον πρός ἔλεγχον τοῦ συνολικοῦ ἀριθμοῦ τῶν προεξοφλήσεων, αἵτινες ἐγένοντο ἐν μιᾷ ἡμέρᾳ. Ἡ μέθοδος αὕτη φέρει τό ὄνομα "μέθοδος τοῦ Thoyer"ἐκ τοῦ ὀνόματος τοῦ ὑπαλλήλου τῆς Τραπέζης τῆς Γαλλίας Jules Thoyer ὅστις τήν ἀνεκάλυψεν τό 1841 καί πρῶτος αὐτός τήν ἐχρησιμοποίησεν. Ἡ μέθοδος Thoyer τελειοποιηθεῖσα παρά τοῦ διασήμου μαθηματικοῦ Thoyer ἔχει ὡς ἑξῆς:

"Ας ὑποθέσωμεν ὅτι σήμερον εἰς τό ὑποκατάστημα τῆς Τραπέζης εἰς τό ὁποῖον ἐργαζόμεθα ἐγένοντο αἱ ἑξῆς προεξοφλήσεις πρός 6%:

	δρχ.	5800	12	ἡμέρας	πρό	τῆς	λήξεώς	των
	"	450	30	"	"	"	"	"
	"	723	15	"	"	"	"	"
	"	1165	86	"	"	"	"	"
καί	"	131	45	"	"	"	"	"

Εἰς ἕνα ἔντυπον πίνακα, ὡς ὁ κατωτέρω,γράφομεν ἕκαστον ποσόν εἰς τήν θέσιν ἔνθα διασταυρώνεται ἡ σειρά τοῦ ψηφίου τῶν δεκάδων τοῦ χρόνου προεξοφλήσεως μέ τήν στήλην τοῦ ψηφίου τῶν μονάδων τοῦ ἰδίου χρόνου. Οὕτω τό ποσόν τῶν 5800 δρχ. θά γραφῇ εἰς τήν σειράν τοῦ 1 καί εἰς τήν στήλην τοῦ 2 τό ποσόν τῶν 450 δρχ. εἰς τήν σειράν τοῦ 3 καί εἰς τήν στήλην τοῦ 0 καί οὕτω καθ' ἑξῆς.

Κατόπιν προσθέτομεν τά ποσά ὁ ρ ι ζ ο ν τ ί ω ς καί κ α τ α κ ο ρ ύ φ ω ς καί γράφομεν τά ἀθροίσματα εἰς τήν στήλην καί τήν σειράν μέ τόν τίτλον "ἄθροισμα".

Μετά ταῦτα κάτωθι τῆς σειρᾶς μέ τόν τίτλον "ἄθροισμα" γράφομεν τό δ ε κ α π λ ά σ ι ο ν τῶν ὁριζοντίων ἀθροισμάτων, εἰς τήν ἀντίστοιχον μέ τήν σειράν στήλην καί τέλος προσθέτομεν καθέτως τά δύο τελευταῖα ἐξαγόμενα καί τά πολλαπλασιάζομεν μέ τόν ἀριθμόν τῆς στήλης εἰς τήν ὁποίαν εὑρίσκονται. Τά γινόμενα τά γράφομεν εἰς τήν σειράν μέ τόν τίτλον N (τοκάριθμος). Προσθέτοντες τώρα τούς ἀριθμούς αὐτούς ὁριζοντί-

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8	Άθροισμ.
0											
1			5800			723					6523
2											
3	450										450
4						131					131
5											
6											
7											
8							1165				1165
9											
Άθρ.	450		5800			854	1165				8269
Κ		65230		4500	1310				11650		
Λ	450	65230	5800	4500	1310	854	1165		11650		
Ν	0	65230	11600	13500	5240	4270	6990		93200		200030

Καί ἡ συνολική ὑφαίρεσις θά εἶναι:

$$E = \frac{200030}{6000} = 33,34 \text{ δρχ.}$$

ως καί διαιροῦντες τό ἄθροισμα διά τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου(ἤ χρησιμοποιοῦντες τό τοκολόγιον τοκαρίθμων) ἔχομεν τόν συνολικόν τόκον ἤ τήν συνολικήν ὑφαίρεσιν τῆς ἡμέρας αὐτῆς καί τήν συγκρίνομεν πρός ἐπαλήθευσιν μέ τά σχετικά βιβλία μας.

Ἡ ἀπόδειξις τῆς μεθόδου αὐτῆς εἶναι ἁπλουστάτη. Ἄς ὑποθέσωμεν, ὅτι ἔχομεν ἕνα μόνον κεφάλαιον λ.χ. τάς 1165 δρ. λήξεως 86 ἡμερῶν. Ὁ τοκάριθμος τοῦ ποσοῦ αὐτοῦ θά εἶναι 1165 × 86 = 100190 ἤ ἄν ἐκτελέσωμεν τόν πολλαπλασιασμόν:

$$
\begin{array}{r}
1165 \\
86 \\
\hline
6990 \\
93200 \\
\hline
100190
\end{array}
$$

Βλέπομεν ὅτι τό πρῶτον μερικόν γινόμενον 6990 εἶναι ἴσον μέ τό γινόμενον τοῦ ἀθροίσματος τῆς κατακορύφου στήλης 1165 ἐπί τόν ἀριθμόν τῆς στήλης αὐτῆς 6 καί τό δεύτερον μερικόν γινόμενον 93200 εἶναι ἴσον μέ το γινόμενον τοῦ ἀθροίσματος τῆς ὁριζοντίας γραμμῆς 1165 ἐπί 10 καί ἐπί τόν ἀριθμόν τῆς ἰδίας ὁριζοντίας γραμμῆς 8, ὁπότε τό ὁλικόν ἄθροισμα 100190 θά εἶναι τό ἄθροισμα τῶν ποσῶν ἅτινα εἶναι ἐγγεγραμμένα εἰς τήν ὁριζοντίαν σειράν Ν.

Ἡ μέθοδος δηλαδη τοῦ Thoyer εἶναι εἷς ἰδιαίτερος τρόπος διά τήν κατάταξιν τῶν διαφόρων γινομένων ὁ ὁποῖος μᾶς ἐπιτρέπει νά εὕρωμεν τό ὁλικόν ἄθροισμα ὅλων τῶν τοκαρίθμων, διά μιᾶς ὁριζοντίου προσθέσεως.

Ἀσκήσεις

1) Νά συνταχθῇ κατά τό παράδειγμα τῆς σελ. 89 πινάκιον προεξοφλήσεως τήν 28ην Νοεμβρίου μέ τά κάτωθι γραμμάτια:

δρχ.	5400	λήξεως	13 Δεκεμβρίου
"	1250	"	8 Ἰανουαρίου
"	3725	"	24 Ἰανουαρίου

ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως $4^1/_2\%$. Προμήθεια 1/8% κατά μῆνα.

2) Νά συνταχθῇ τήν 28ην Νοεμβρίου πινάκιον προεξοφλήσεως μέ τά ἑξῆς γραμμάτια:

δρχ. 1820 λήξεως 21 Δεκεμβρίου
" 822,40 " 1 Φεβρουαρίου
" 2375 " 14 Φεβρουαρίου

ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως 4%. Προμήθεια 1/6% κατά μῆνα.

3) Τήν 30ήν Ἰουλίου διαπραγματευόμεθα τά ἑξῆς γραμμάτια:

δρχ. 25300 λήξεως 23 Αὐγούστου
" 5500 " 17 Σεπτεμβρίου
" 12320 " 27 Σεπτεμβρίου
" 9750 " 8 Ὀκτωβρίου

ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως $4^1/_8$%. Προμήθεια 1% κατά μῆνα. Ποῖον τό καθαρόν προϊόν;

4) Τήν 30ήν Ἰουλίου διαπραγματεύεταί τις τά ἑξῆς γραμμάτια:

δρχ. 1334,25 λήξεως 28 Σεπτεμβρίου
" 967,50 " 31 Σεπτεμβρίου
" 2865 " 7 Ὀκτωβρίου καί
" 925 " 12 Ὀκτωβρίου

Ἐπιτόκιον προεξοφλητέον $5^1/_4$%. Προμήθεια 1% κατά μῆνα. Ποῖον τό καθαρόν προϊόν. Ἔτος μικτόν.

5) Τήν 24 Ἰανουαρίου διαπραγματευόμεθα πρός $5^1/_2$% καί 1/4% προμήθειαν τά ἑξῆς γραμμάτια:

δρχ. 2428 λήξεως 1 Μαρτίου
" 769,20 " 18 Μαρτίου
" 682,30 " 3 Ἀπριλίου
" 1735 " 11 Ἀπριλίου.

Ποῖον τό καθαρόν προϊόν;

6) Ὁ κ. Γεωργίου ἐκ Πειραιῶς ἀποστέλλει εἰς τόν κ. Κωστόπουλον εἰς Ἀθήνας τά κάτωθι γραμμάτια πρός ἐξόφλησιν χρέους του ἐκ δρχ. 4775 λήγοντος τήν 3ην Ὀκτωβρίου.

δρχ. 1620 λήξεως 17 Ὀκτωβρίου
" 945 " 31 Ὀκτωβρίου
" 2025 " 9 Νοεμβρίου

Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ του, ἐάν ὁ κ. Κωστόπουλος διαπραγματευθῇ τά γραμμάτια αὐτά τήν 3 Ὀκτωβρίου εἰς τήν Τράπεζαν Ἀθηνῶν μέ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως $5^1/_4$% καί προμήθειαν 1/4%;

7) Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία γραμματίου προεξοφληθέντος ἐσωτερικῶς τρεῖς μῆνας πρό τῆς λήξεώς του πρός 6%, ἀντί 873,60;

8) Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία γραμματίου προεξοφληθέντος ἐσωτερικῶς 60 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του πρός 4% ἀντί 7635,50 δρχ.;

Νά εὑρεθῇ ἡ ὀνομαστική ἀξία τῶν ἑξῆς γραμματίων, τῶν ὁποίων ἡ παροῦσα ἀξία εἶναι:

9) λίρ. 562-7-8 30 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς των πρός 8%
10) λίρ. 373-5-3 40 " " " " " " $4\frac{1}{2}$%
11) λίρ. 8273,60 35 " " " " " " 9%
12) λίρ. 2763 90 " " " " " " $6\frac{1}{2}$%

13) Ποία ἡ ἐσωτερική ὑφαίρεσις γραμματίου προεξοφληθέντος 3 μῆνας πρό τῆς λήξεώς του πρός 8% ἀντί δρχ. 5832,20;

14) Ποία ἡ ἐσωτερική ὑφαίρεσις γραμματίου προεξοφληθέντος 80 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του πρός 4% ἀντί λίρ. 82-7-6

15) Ποία ἡ παροῦσα ἀξία γραμματίου ἔχοντος ἐσωτερικήν ὑφαίρεσιν 2 μῆνας πρό τῆς λήξεώς του πρός 6% 82,35 δρχ.;

16) Ποία ἡ παροῦσα ἀξία γραμματίου ἔχοντος ἐσωτερικήν ὑφαίρεσιν 2 μῆνας πρό τῆς λήξεώς του πρός 7% 35,20 δρχ.;

17) Ποία ἡ παροῦσα ἀξία γραμματίου ἔχοντος ἐσωτερικήν ὑφαίρεσιν 38 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του πρός 5% λίρ. 2-3-6;

18) Ἡ ἐσωτερική ὑφαίρεσις γραμματίου τινός εἶναι 161,62 δρχ. δύο μῆνας πρό τῆς λήξεώς του πρός 4%. Ποία ἡ διαφορά τῶν δύο ὑφαιρέσεων;

19) Ἐάν ἡ ἐσωτερική ὑφαίρεσις γραμματίου 40 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του εἶναι 84 δρχ. πρός 6%, ποία ἡ ἐξωτερική ὑφαίρεσις;

20) Ἡ ἐσωτερική ὑφαίρεσις γραμματίου τινός 90 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του πρός 9% εἶναι λίρ. 1-6-5. Ποία ἡ ἐξωτερική ὑφαίρεσις;

21) Ἡ διαφορά μεταξύ τῶν δύο ὑφαιρέσεων γραμματίου εἶναι 1,60 δρχ. τρεῖς μῆνας πρό τῆς λήξεώς του πρός 6%. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ γραμματίου;

22) Ἡ διαφορά μεταξύ τῆς ἐξωτερικῆς καί ἐσωτερικῆς ὑφαιρέσεως δύο μῆνας πρό τῆς λήξεως γραμματίου εἶναι λίρ. 0-1-5

Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ γραμματίου ἐάν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 4%;

23) Ποία εἶναι ἡ λῆξις γραμματίου 2220 δρχ. τοῦ ὁποίου ἡ ἐξωτερική ὑφαίρεσις πρός 6% εἶναι 44,40;

24) Ποία εἶναι ἡ ὀνομαστική ἀξία γραμματίου τοῦ ὁποίου ἡ παροῦσα ἀξία 27 ἡμέρας πρό τῆς λήξεως πρός 3% εἶναι 1955 δρχ.;

25)'Οφείλει τις 5000 σήμερον καί ἀποστέλλει εἰς τόν πιστωτήν του γραμμάτιον 4000 δρχ προθεσμίας 4 μηνῶν καί τό ὑπόλοιπον εἰς μετρητά. Εἰς τί ποσόν ἀνέρχονται τά μετρητά ἐάν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6% ἡ δέ προμήθεια 1/2%;

26)"Εμπορος δανείζεται 15000 δρχ. ἀπό ἕνα τραπεζίτην, καί ὑπογράφει γραμμάτιον προθεσμίας 20 ἡμερῶν. Ποία εἶναι ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ γραμματίου ἐάν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6% καί ἡ προμήθεια 1/2%;

27) Γραμμάτιον 1200 δρχ. προεξοφλεῖται 45 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του ἀντί 1194 δρχ. Ποῖον ἦτο τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως;

28) Προεξοφλοῦμεν γραμμάτιον ἀντί 496,25 πρός 3% 70 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ γραμματίου;

29) Δύο γραμμάτια 1500 δρχ ἕκαστον λήγουν τό ἕν μετά 45 ἡμέρας καί τό ἕτερον μετά 60 ἡμέρας. Ποία ἡ παροῦσα ἀξία καί τῶν δύο σήμερον ἐάν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι $4\frac{1}{2}$% και ἡ προμήθεια 1/4%;

30) Γραμμάτιον 5000 δρχ. προεξοφλεῖται 60 ἡμέρας, πρό τῆς λήξεώς του ἀντί 4975 δρχ Ποῖον τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως;

31) Τήν 19ην'Ιουνίου διαπραγματευόμεθα γραμμάτιον 9000 δρχ ἀντί 8845,50 δρχ. Ποία ἡ ἡμερομηνία λήξεως ἐάν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6%;

32) Γραμματίου τινός ἡ ὀνομαστική ἀξία εἶναι 3397,20 τό γραμμάτιον προεξοφλεῖται ἐσωτερικῶς πρός 6%. Ποία ἡ παροῦσα ἀξία τοῦ γραμματίου ἐάν ἡ προεξόφλησις γίνῃ 35 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του;

33)'Οφείλει τις 30000 δρχ καί ἀποστέλλει εἰς τόν πιστωτήν του γραμμάτιον 15000 δρχ προθεσμίας 90 ἡμερῶν, γραμμάτιον 10000 δρχ. προθεσμίας 120 ἡμερῶν καί τό ὑπόλοιπον εἰς μετρητά. Ποῖον τό ποσόν τῶν μετρητῶν ἐάν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 4 ½%;

34) Δύο γραμμάτια, τό ἕν 840 δρχ. προθεσμίας 84 ἡμερῶν καί τό ἕτερον 820 δρχ. προθεσμίας 48 ἡμερῶν προεξοφλοῦνται τήν αὐτήν ἡμέραν. Ὁ κομιστής τῶν γραμματίων αὐτῶν λαμβάνει διά τό πρῶτον 16,10 δρχ. περισσοτέρας ἀπό τό δεύτερον. Ποῖον τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως (Ἔτος ἐμπορικόν)

35) Τρία γραμμάτια, ἕν 500 δρχ. προθεσμίας 49 ἡμερῶν, δεύτερον 1224 δρχ. προθεσμίας 62 ἡμερῶν καί τρίτον 915 δρ. προθεσμίας 80 ἡμερῶν παρουσιάζονται πρός προεξόφλησιν, ὑπό τοῦ κατόχου των ὁ ὁποῖος εἰσπράττει ἐν ὅλῳ 2612,96 δρχ. Ποῖον τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως;

36) Γραμμάτιον 2450 δρχ. προεξοφλεῖται 38 ἡμέρας πρό τῆς λήξεώς του πρός 6%. Ποῖον τό πραγματικόν ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως ἐάν ἐκτός τῆς ὑφαιρέσεως ἐκρατήθη 1/4% προμήθεια καί 1/10% εἰσπρακτικά;

37) Ἡ διαφορά μεταξύ τῆς ἐσωτερικῆς καί τῆς ἐξωτερικῆς ὑφαιρέσεως ἑνός γραμματίου προεξοφληθέντος 4 μῆνας πρό τῆς λήξεώς του εἶναι 0,60 δρχ. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ γραμματίου;

38) Γραμμάτιον πληρωτέον μετα 120 ἡμέρας προεξοφλεῖται ἐξωτερικῶς ὑπό τινος τραπεζίτου πρός 6%. Ἐάν ἡ προεξόφλησις ἐγένετο ἐσωτερικῶς, ὁ κομιστής θά ἐλάμβανεν 10,94 δρχμ. ἐπί πλέον. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ γραμματίου;

39) Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία γραμματίου λήγοντος τήν 19 Μαΐου ὅταν τήν 1ην Ἀπριλίου ἡ ἐξωτερική ὑφαίρεσις εἶναι 27,72 πρός 4 ½%;

40) Γραμμάτιον λήξεως 24 Ὀκτωβρίου προεξοφλεῖται τήν 8 Αὐγούστου πρός 4 ½%. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ γραμματίου ἐάν ἡ ἐσωτερική ὑφαίρεσις ἦτο λίρ. 9-4-6.

50) Πρός πόσον τοῖς ἑκατόν προεξοφλήθη τήν 27 Φεβρουαρίου ἀντί 3784,10 δρχ. γραμμάτιον 3815,26 δρχ. λήξεως 17ης Ἀπριλίου;

51) Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας δρχ. 12400 λήξεως 1ης Δεκεμβρίου προεξωφλήθη τήν 15 Ὀκτωβρίου ἀντί δρχ. 12271,87, μέ προμήθειαν 1/4%. Ποῖον τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως;

52) Ποία ἡ λῆξις γραμματίου δρχ. 5440 ὅταν ἡ ἐξωτερική

του ὑφαίρεσις τήν 15ην Ἰουλίου πρός $4\,^1/_2\%$ ἦτο 18,36;

53) Γραμμάτιον δρχ. 852,20 λήξεως 11 Μαρτίου προεξωφλήθη πρός 6% καί προμήθειαν 1/4%. Πότε ἐγένετο ἡ προεξόφλησις ὅταν τό καθαρόν προϊόν τῆς προεξοφλήσεως ἦτο δρχ. 8145,24;

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ

ΓΡΑΜΜΑΤΙΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ, ΚΟΙΝΗ ΚΑΙ ΜΕΣΗ ΛΗΞΙΣ

3.1.-Ὁρισμοί

Δύο ἤ περισσότερα γραμμάτια ὀνομάζονται ἰσοδύναμα μεταξύ των κατά τινα καθωρισμένην χρονολογίαν, ἐάν ἡ παροῦσα ἀξία τῶν γραμματίων αὐτῶν ὑπολογιζομένη μέ τό αὐτό εἶδος ὑφαιρέσεως καί πρός τό αὐτό ἐπιτόκιον εἶναι ἡ αὐτή δι'ὅλα.

Ἡ ἡμερομηνία καθ'ἥν τά γραμμάτια ἔχουν τήν αὐτήν παροῦσαν ἀξίαν ὀνομάζεται ἡμέρα ἤ ἐποχή ἰσοδυναμίας.

Εἰς τήν πρᾶξιν τά ζητήματα ἰσοδυναμίας γραμματίων παρουσιάζονται κυρίως ὡς προβλήματα ἀντικαταστάσεως γραμματίων. Εἰς τά προβλήματα αὐτά ζητεῖται ἡ ὀνομαστική ἀξία ἤ ἡ λῆξις τοῦ γραμματίου τοῦ ἰσοδυνάμου πρός ἕτερον ἤ ἕτερα δοθέντα.

Βάσει τοῦ ἀνωτέρω ὁρισμοῦ τῶν ἰσοδυνάμων γραμματίων διά τήν λύσιν οἱουδήποτε προβλήματος θά ἔχωμεν ἐξίσωσιν τῆς ὁποίας τό α΄μέλος θά εἶναι ἡ παροῦσα ἀξία τοῦ ἑνός γραμματίου, ἀντικαθιστῶντος ἤ ἀντικαθισταμένου ὑπό ἄλλων, καί τό β΄ μέλος θά εἶναι τό ἄθροισμα τῶν παρουσῶν ἀξιῶν τῶν ἄλλων γραμματίων, ἀντικαθισταμένων ἤ ἀντικαθιστώντων.

Ὡς ἐποχή ἰσοδυναμίας δύναται νά ὁρισθῇ 1) ἡ κοινή λῆξις καί 2) ἡ ἡμέρα ὑπολογισμοῦ, ἥτις δύναται νά εἶναι τυχοῦσα ἡμέρα.

Ἡ ἐποχή ἰσοδυναμίας δέον νά ὁρισθῇ ὑπό τῶν ἀντισυμβαλλομένων κατά τήν ἀντικατάστασιν, διότι ὅταν αὐτη εἶναι διάφορος τά ἀποτελέσματα εἶναι διάφορα.

Ἀπό οἰκονομικῆς ἀπόψεως εἶναι ὀρθοτέρα ἡ λῆψις τῆς ἡμέρας ὑπολογισμοῦ ὡς ἐποχῆς ἰσοδυναμίας, διότι εἶναι δυνατόν, προεξοφλούμενα κατά τήν ἡμέραν ταύτην πάντα τά γραμμάτια πρός τό ἰσχῦον ἐν τῇ ἀγορᾷ ἐπιτόκιον, νά ἐπιτευχθῇ παροῦσα ἀξία τοῦ ἀντικαθιστῶντος γραμματίου ἴση πρός τό ἄθροισμα τῶν παρουσῶν ἀξιῶν τῶν ἀντικαθισταμένων.

Ἐνῷ ἐάν ἐλαμβάνετο ὡς ἐποχή ἰσοδυναμίας ἡ κοινή λῆξις δέν εἶναι γνωστόν ἐάν τότε θά ἴσχυε τό αὐτό ἐπιτόκιον ὥστε νά ἐπραγματοποιεῖτο παροῦσα ἀξία τοῦ ἀντικαθιστῶντος γραμματίου ἴση πρός τό ἄθροισμα τῶν παρουσῶν ἀξιῶν τῶν ἀντικαθισταμένων δηλαδή ἡ ἰσοδυναμία. Πάντως ἐν τῇ πράξει προτιμᾶται ὡς ἐποχή ἰσοδυναμίας ἡ κοινή λῆξις διότι παρέχει εὐκολίαν ὑπολογισμῶν καί διότι προκειμένου περί βραχυπροθέσμων πράξεων λήξεως μέχρις 90 ἡμερῶν δέν εἶναι πιθανή ἡ μεταβολή τοῦ ἐπιτοκίου ἤ καί ἄν μεταβληθῇ μεταβάλλεται ἐλάχιστον, οὕτως ὥστε ἡ ἐκ τῆς μεταβολῆς διαφορά νά εἶναι μικρά.

Τό γενικόν πρόβλημα ἰσοδυνάμων γραμματίων εἶναι: Γραμμάτια K_1, K_2, K_3.....K_μ λήγοντα ἀντιστοίχως μετά ν_1, ν_2, ν_3 .....ν_μ ἡμέρας ἀντικαθίστανται δι'ἄλλου ἰσοδυνάμου πρός αὐτά κατά δοθεῖσαν στιγμήν, ὀνομαστικῆς ἀξίας Κ λήξεως μετά ν ἡμέρας πρός ἐπιτόκιον i, ἤ καί ἀντιστρόφως.

Τά προβλήματα τά ὁποῖα γεννῶνται εἶναι 1) ἡ εὕρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας τοῦ ἀντικαθιστῶντος γραμματίου, 2) ἡ εὕρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ἤ τῆς λήξεως ἑνός τῶν ἀντικαθισταμένων γραμματίων, 3) ἡ εὕρεσις τῆς κοινῆς λήξεως, ἤτοι αἱ ἡμέραι καθ'ἅς ἀπό τῆς ἡμέρας ὑπολογισμοῦ δέον νά λήγῃ τό ἀντικαθιστῶν γραμμάτιον, 4) ἡ εὕρεσις τοῦ ἐπιτοκίου πρός ὅ ὑπελογίσθη ἡ ἀντικατάστασις.

3.2.-'Ισοδυναμία δύο γραμματίων.

Καλέσωμεν μέ K_1, K_2 τάς ὀνομαστικάς ἀξίας δύο γραμματίων, τά ὁποῖα λήγουν ἀντιστοίχως μετά ν_1, ν_2 ἡμέρας. Τά δύο ταῦτα γραμμάτια θά εἶναι ἰσοδύναμα σήμερον πρός δοθέν ἐπιτόκιον i, ὅπερ ἔχει σταθερόν διαιρέτην Δ, συμφώνως πρός τόν τεθέντα ἀνωτέρω ὁρισμόν, ἐάν ἀληθεύουν αἱ σχέσεις:

1. Διά προεξόφλησιν ἐξωτερικήν

$$\boxed{K_1 - \frac{K_1 \cdot \nu_1}{\Delta} = K_2 - \frac{K_2 \cdot \nu_2}{\Delta}} \qquad (1)$$

2. Διά προεξόφλησιν ἐσωτερικήν

$$\boxed{K_1 - \frac{K_1 \cdot \nu_1}{\Delta + \nu_1} = K_2 - \frac{K_2 \cdot \nu_2}{\Delta + \nu_2}} \qquad (2)$$

Θ ε ώ ρ η μ α Ι. Δύο γραμμάτια δέν δύνανται νά εἶναι ἰσοδύναμα τήν αὐτήν ἡμέραν καί διά τά δύο εἴδη ὑφαιρέσεως.

Ἀρκεῖ ν'ἀποδείξωμεν, ὅτι αἱ ἀνωτέρω δύο ἰσότητες δέν δύνανται ν'ἀληθεύουν συγχρόνως. Πράγματι ἡ πρώτη τούτων δύναται νά γραφῇ ὡς ἑξῆς:

$$\frac{K_1(\Delta-\nu_1)}{\Delta} = \frac{K_2(\Delta-\nu_2)}{\Delta}$$

ἤ $K_1(\Delta-\nu_1) = K_2(\Delta-\nu_2)$

ἤ

$$\boxed{\frac{K_1}{K_2} = \frac{\Delta-\nu_2}{\Delta-\nu_1}} \qquad (3)$$

ἡ δευτέρα δέ γράφεται οὕτω:

$$\frac{K_1\Delta}{\Delta+\nu_1} = \frac{K_2\Delta}{\Delta+\nu_2}$$

$$\boxed{\frac{K_1}{K_2} = \frac{\Delta+\nu_1}{\Delta+\nu_2}} \qquad (4)$$

Ἐπειδή τά πρῶτα μέλη τῶν δύο ἰσοτήτων (3) καί (4) εἶναι ἴσα, θά ἔπρεπε καί τά δεύτερα μέλη νά εἶναι ἴσα. Θά εἴχωμεν οὕτω:

$$\frac{\Delta-\nu_2}{\Delta-\nu_1} = \frac{\Delta+\nu_1}{\Delta+\nu_2}$$

ἤ $(\Delta-\nu_2)(\Delta+\nu_2) = (\Delta-\nu_1)(\Delta+\nu_1)$

ἤ $\Delta^2-\nu_2^2 = \Delta^2-\nu_1^2$ $\nu_1^2 = \nu_1^2$

ἤ $\nu_2 = \pm\nu_1$

Διερεύνησις.

1. Ἄν $\nu_2 = \nu_1$ θά ἔχωμεν καί $K_2 = K_1$, ὁπότε τά δύο γραμμάτια ταυτίζονται καί κατά συνέπειαν εἶναι ἰσοδύναμα εἰς οἱανδήποτε ἡμερομηνίαν, ἐφ' ὅσον πρόκειται οὐσιαστικῶς περί ἑνός μόνου γραμματίου.

2. Ἄν $\nu_2 = -\nu_1$ τό γραμμάτιον K_2 ἔχει λήξει πρό ν_1 ἡμερῶν, τό δέ γραμμάτιον K_1 ἔχει νά διατρέξῃ τόν αὐτόν ἀριθμόν ν_1 ἡμερῶν. Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ ἡ ἰσοδυναμία μέ ἐξωτερικήν προεξόφλησιν συνεπάγεται τήν ἰσοδυναμίαν μέ ἐσωτερικήν προεξόφλησιν. Ἀλλ' ἡ περίπτωσις αὐτή δέν ἀπαντᾶται ἐν τῇ πράξει, καθ' ὅσον ἕν γραμμάτιον δέν δύναται νά ἐπιβιώσῃ τῆς λήξεώς του.

3. Ἄν $\nu_2 \neq \pm\nu_1$ τά δύο γραμμάτια εἶναι προφανῶς διάφορα καί κατ' ἀκολουθίαν δέν δύναται νά ὑπάρχῃ ἡ τεθεῖσα ἰσότης.

Θεώρημα II. Ἐάν δύο γραμμάτια εἶναι ἰσοδύναμα κατά μίαν δοθεῖσαν ἡμερομηνίαν, δέν δύνανται νά εἶναι ἰσοδύναμα εἰς οἱανδήποτε ἄλλην προγενεστέραν ἤ μεταγενεστέραν ταύτης.

α) Ἐξωτερικῶς. Πράγματι, ἐάν δύο γραμμάτια εἶναι ἰσοδύναμα ἐξωτερικῶς ἀληθεύει ἡ ἀνωτέρω εὑρεθεῖσα σχέσις (3) ἤτοι:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\Delta-\nu_2}{\Delta-\nu_1}$$

Ἐάν ταῦτα εἶναι ἰσοδύναμα καί εἰς μίαν ἄλλην ἡμερομηνίαν προγενεστέραν ἤ μεταγενεστέραν κατά p ἡμέρας θά ἀληθεύῃ κατ' ἀνάγκην καί ἡ σχέσις:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\Delta-\nu_2-p}{\Delta-\nu_1-p}$$

ἤ $$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\Delta-\nu_2+p}{\Delta-\nu_1+p}$$

ὁπότε συνάγεται ἡ ἰσότης

$$\frac{\Delta-\nu_2}{\Delta-\nu_1}=\frac{\Delta-\nu_2-p}{\Delta-\nu_1-p}$$

ἤ $$\frac{\Delta-\nu_2}{\Delta-\nu_1}=\frac{\Delta-\nu_2+p}{\Delta-\nu_1+p}$$

ἀλλά αἱ ἰσότητες αὗται εἶναι ἄτοποι, καθ'ὅσον ἐάν εἰς τούς δύο ὅρους ἑνός κλάσματος προσθέσωμεν τόν αὐτόν ἀριθμόν ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος μεταβάλλεται, πλήν τῆς περιπτώσεως,καθ'ἥν τό κλάσμα ἰσοῦται μέ τήν μονάδα, δηλαδή $K_1 = K_2$,ὁπότε θά ἐπρόκειτο περί τοῦ αὐτοῦ γραμματίου. Τό αὐτό συμβαίνει καί ὅταν ἀφαιροῦμεν ἀπό τούς δύο ὅρους τοῦ κλάσματος τόν αὐτόν ἀριθμόν. Ἄρα δέν δύνανται τά γραμμάτια νά εἶναι ἰσοδύναμα προγενεστέρως ἤ μεταγενεστέρως δοθείσης ἡμερομηνίας (ἰσοδυναμίας).

β)'Εσωτερικῶς. Θά ἔχωμεν κατ'ἀναλογίαν τήν αὐτήν ἀπόδειξιν.

3.3.- Προβλήματα ἰσοδυναμίας δύο γραμματίων.

Εἰς τάς ἰσότητας (1) καί (2) αἱ ὁποῖαι ἐκφράζουν τήν ἰσοδυναμίαν δύο γραμματίων ἐξωτερικῶς καί ἐσωτερικῶς ὑπεισέρχονται τρία ποσά: ὀνομαστική ἀξία, ἀριθμός ἡμερῶν ὁ ὁποῖος μεσολαβεῖ μεταξύ ἐποχῆς ἰσοδυναμίας καί λήξεως καί ἐπιτόκιον. Ὅθεν ἀπορρέουν τρία εἴδη προβλημάτων.

Πρόβλημα 1ον. Ζητεῖται νά ἀντικατασταθῇ γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας K_1, λῆγον μετά ν_1 ἡμέρας δι'ἄλλου γραμματίου ἀγνώστου ὀνομαστικῆς ἀξίας λήγοντος μετά ν_2 ἡμέρας.Ποία θά εἶναι ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ δευτέρου τούτου γραμματίου;

α) Λύσις δι'ἐξωτερικῆς προεξοφλήσεως:

Δοθέντος, ὅτι τό ἐπιτόκιον εἶναι τό αὐτό καί διά τά δύο γραμμάτια, ἄν καλέσωμεν x τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τοῦ δευτέρου γραμματίου, θά ἔχωμεν βάσει τῆς σχέσεως (1) τήν ἀκόλουθον ἐξίσωσιν:

$$K_1-\frac{K_1\cdot\nu_1}{\Delta}=x-\frac{x\cdot\nu_2}{\Delta}$$

Λύοντες ταύτην ὡς πρός x λαμβάνομεν:

$$\boxed{x = K_1 \cdot \frac{\Delta - \nu_1}{\Delta - \nu_2}} \qquad (5)$$

β) Λύσις δι'ἐσωτερικῆς προεξοφλήσεως.

Βάσει τῆς σχέσεως (2) ἔχομεν τήν ἐξίσωσιν:

$$K_1 - \frac{K_1 \cdot \nu_1}{\Delta + \nu_1} = x - \frac{x \cdot \nu_2}{\Delta + \nu_2}$$

ἡ ὁποία, λυομένει ὡς πρός x, δίδει:

$$\boxed{x = K_1 \cdot \frac{\Delta + \nu_2}{\Delta + \nu_1}} \qquad (6)$$

Παράδειγμα. Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 5830 δρχ. προθεσμίας 60 ἡμερῶν, ἀντικαθίσταται ὑπό ἄλλου προθεσμίας 90 ἡμερῶν. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ νέου γραμματίου ἐάν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6%;

Λύσις: α)'Εξωτερικῶς.

Συμφώνως πρός τόν τύπον (5) ἔχομεν:

$$x = K_1 \cdot \frac{\Delta - \nu_1}{\Delta - \nu_2} = 5830 \cdot \frac{6000-60}{6000-90}$$

ἤ $\quad x = 5830 \cdot \frac{5940}{5910} = 5859{,}60$ δρχ.

β)'Εσωτερικῶς.

Συμφώνως πρός τόν τύπον (6) ἔχομεν:

$$x = K_1 \cdot \frac{\Delta + \nu_2}{\Delta + \nu_1} = 5830 \cdot \frac{6000+90}{6000+60}$$

ἤ $x = 5830 \cdot \frac{6090}{6060} = 5858{,}86$ δρχ.

Πρόβλημα 2ον. Ποία θά εἶναι ἡ λῆξις ἑνός γραμματίου ὀνομαστικῆς ἀξίας K_2 ὅπερ ἀντικαθιστᾶ ἄλλο γραμμάτιον, ὀνομαστικῆς ἀξίας K_1 λήγοντος μετά ν_1 ἡμέρας;

Λύσις α) Ἐξωτερικῶς

Ἐάν καλέσωμεν μέ x τάς ἡμέρας βάσει τῆς σχέσεως ἰσοδυναμίας (1) θά ἔχωμεν τήν ἐξίσωσιν:

$$K_1 - \frac{K_1 \cdot \nu_1}{\Delta} = K_2 - \frac{K_2 \cdot x}{\Delta}$$

τήν ὁποίαν λύομεν ὡς πρός x καί ἔχομεν

$$\boxed{x = \frac{K_1 \cdot \nu_1 - \Delta(K_1 - K_2)}{K_2}} \qquad (7)$$

β) Ἐσωτερικῶς.

Βάσει τῆς σχέσεως ἰσοδυναμίας (2) θά ἔχωμεν τήν ἐξίσωσιν:

$$K_1 - \frac{K_1 \cdot \nu_1}{\Delta + \nu_1} = K_2 - \frac{K_2 x}{\Delta + x}$$

ἤ $$\frac{K_1 \Delta}{\Delta + \nu_1} = \frac{K_2 \Delta}{\Delta + x}$$

ἤ $$\Delta + x = \frac{K_2(\Delta + \nu_1)}{K_1}$$

ἤ $$\boxed{x = \frac{K_2(\Delta + \nu_1) - K_1 \Delta}{K_1}} \qquad (8)$$

Παράδειγμα. Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 2500 δρχ.

προθεσμίας 80 ἡμερῶν ἀντικαθίσταται ὑπό ἄλλου γραμματίου ὀνομαστικῆς ἀξίας 2495 δρχ. Ποία ἡ λῆξις τοῦ νέου γραμματίου ἐάν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6%;

Λύσις: α)'Εξωτερικῶς.

Συμφώνως πρός τόν τύπον (7) ἔχομεν:

$$x = \frac{2500.80-6000(2500-2495)}{2495}$$

ἤ $x = 68,13$ ἡμ. ἤ <u>69</u> ἡμέραι

β)'Εσωτερικῶς.

Συμφώνως προς τόν τύπον (8) ἔχομεν:

$$x = \frac{2495(6000+80)-2500.6000}{2500}$$

ἤ $x = 67,8$ ἡμ. ἤ <u>68</u> ἡμέραι

Παρατήρησις. Παρ'ὅλον ὅτι οἱ ἀνωτέρω τύποι(5) καί (6) καθώς καί οἱ (7) καί (8), ἀπορρέοντες ἀπό τήν βασικήν σχέσιν τῆς ἰσότητος τῶν παρουσῶν ἀξιῶν τῶν δύο γραμματίων εἶναι εὔκολος ἐν τούτοις, καλόν θά εἶναι εἰς τάς ἐφαρμογάς νά διατηρῶμεν εἰς τήν μνήμην μας τήν θεμελιώδη ἔννοιαν τῆς παρούσης ἀξίας ἡ ὁποία ἐκφράζεται συναρτήσει τῆς ὀνομαστικῆς, ὁπότε δυνάμεθα νά ἐργασθῶμεν καί πρακτικῶς διά τήν λύσιν τῶν ἀνωτέρω προβλημάτων, πρός ἀποφυγήν λαθῶν λόγῳ χρήσεως τῶν τύπων.

Οὕτω ἐν τῇ πράξει τά προβλήματα ἅτινα ἐλύθησαν ἀνωτέρω διά τῶν ἀλγεβρικῶν ἐξισώσεων, λύονται πρακτικώτερον ὡς ἑξῆς:

1ον. Εὑρίσκομεν πρῶτον ἐξωτερικῶς τήν παροῦσαν ἀξίαν τοῦ δοθέντος γραμματίου:

'Αξία μετά 60 ἡμέρας	δρχ. 5830
μεῖον ἐξωτερική ὑφαίρεσις 60/6%	" 58,30
Παροῦσα ἀξία σήμερον	δρχ. 5771,70

Μετά ταῦτα εὑρίσκομεν τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τοῦ δευτέρου ἐκ τῆς ἀνωτέρω παρούσης ἀξίας αὐτοῦ, κατά τά γνωστά.

$$K_2 = \frac{A.\Delta}{\Delta-\nu} = \frac{5771,70.6000}{6000-60} = 5859,60 \text{ δρχ.}$$

2ον. Εὑρίσκομεν ἐσωτερικῶς τήν παροῦσαν ἀξίαν τοῦ πρώτου:

$$A_1 = \frac{K_1.\Delta}{\Delta+\nu} = \frac{5830.6000}{6000+60} = 5772,28 \text{ δρχ.}$$

Εἶτα δέ τήν ζητουμένην ὀνομαστικήν ἀξίαν ὡς ἑξῆς:

Ἀξία σήμερον	δρχ.	5772,28
σύν ἐσωτερική ὑφαίρεσις 90/6%	"	86,58
Ἀξία μετά 90 ἡμέρας	δρχ.	5858,86

Πρόβλημα 3ον: Δύο γραμμάτια μέ ὀνομαστικάς ἀξίας K_1 καί K_2 λήγοντα μετά ν_1 καί ν_2 ἡμέρας ἀντιστοίχως εἶναι ἰσοδύναμα. Πρός ποῖον ἐπιτόκιον ὑφίσταται ἡ ἰσοδυναμία;

α) Λύσις ἐξωτερικῶς.

Ἡ σχέσις ἰσοδυναμίας εἶναι κατά τά ἀνωτέρω:

$$K_1 - \frac{K_1\nu_1}{\Delta} = K_2 - \frac{K_2\nu_2}{\Delta}$$

ἤ $\quad K_1\Delta - K_1\nu_1 = K_2\Delta - K_2\nu_2$

ἤ $\quad K_1\Delta - K_2\Delta = K_1\nu_1 - K_2\nu_2$

ἐκ τῆς ὁποίας λαμβάνομεν:

$$\boxed{\Delta = \frac{K_1\nu_1 - K_2\nu_2}{K_1 - K_2}} \qquad (9)$$

Ὑπολογισθέντος τοῦ Δ προκύπτει εὐκόλως τό ἐπιτόκιον ἐκ τῆς σχέσεως:

$$i = \frac{360}{\Delta} = \frac{360.(K_1-K_2)}{K_1\nu_1 - K_2\nu_2}$$

β) Λ ύ σ ι ς   ἐ σ ω τ ε ρ ι κ ῶ ς.

Σκεπτόμενοι ἀναλόγως ἔχομεν:

$$K_1 - \frac{K_1 \nu_1}{\Delta+\nu_1} = K_2 - \frac{K_2 \nu_2}{\Delta+\nu_2}$$

ἤ $$\frac{K_1 \Delta}{\Delta+\nu_1} = \frac{K_2 \Delta}{\Delta+\nu_2}$$

ἤ $$K_1(\Delta+\nu_2) = K_2(\Delta+\nu_1)$$

$$K_1\Delta + K_1\nu_2 = K_2\Delta + K_2\nu_1$$

$$\Delta(K_1 - K_2) = K_2\nu_1 - K_1\nu_2$$

$$\boxed{\Delta = \frac{K_2\nu_1 - K_1\nu_2}{K_1 - K_2}} \qquad (10)$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει τό ζητούμενον ἐπιτόκιον.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α: Νά γίνῃ ἐφαρμογή τῶν τύπων (9) καί (10) διά τά δεδομένα τῶν προηγουμένων προβλημάτων ἔνθα

$K_1 = 5830$, $K_2 = 5859{,}60$, $\nu_1 = 60$, $\nu_2 = 90$ (ἐξωτερικῶς)

καί $K_1 = 5830$, $K_2 = 5858{,}86$, $\nu_1 = 60$, $\nu_2 = 90$ (ἐσωτερικῶς)

Π ρ ό β λ η μ α 4ον: Δίδονται δύο γραμμάτια ἔχοντα ὀνομαστικάς ἀξίας K_1 καί K_2 λήγοντα μετά ν_1 καί ν_2 ἡμέρας. Ζητεῖται μετά πόσας ἡμέρας ἀπό σήμερον τά γραμμάτια ταῦτα θά εἶναι ἰσοδύναμα, τοῦ ἐπιτοκίου ὄντος ὡρισμένου.

α) Λ ύ σ ι ς   ἐ ξ ω τ ε ρ ι κ ῶ ς.

Καλέσωμεν μέ x τόν ἄγνωστον ἀριθμόν τῶν ἡμερῶν. Τά δύο γραμμάτια θά ἔχουν νά διατρέξουν ἀντιστοίχως $\nu_1 - x$ καί $\nu_2 - x$ ἡμέρας ἀπό τῆς ἡμέρας ἰσοδυναμίας. Ὅθεν, βάσει τῆς ἰσότητος τῶν παρουσῶν ἀξιῶν, θά ἔχωμεν:

$\nu_1 - x$
$\nu_2 - x$

$$K_1 - \frac{K_1(\nu_1 - x)}{\Delta} = K_2 - \frac{K_2(\nu_2 - x)}{\Delta}$$

λύοντες δέ ταύτην ὡς πρός x λαμβάνομεν:

$$x = \frac{K_1 \nu_1 - K_2 \nu_2 - \Delta(K_1 - K_2)}{K_1 - K_2}$$

ἤ

$$\boxed{x = \frac{K_1 \nu_1 - K_2 \nu_2}{K_1 - K_2} - \Delta} \qquad (11)$$

β) Λύσις ἐσωτερικῶς:

Ἐργαζόμενοι ἀναλόγως, λαμβάνομεν διαδοχικῶς:

$$K_1 - \frac{K_1(\nu_1 - x)}{\Delta + \nu_1 - x} = K_2 - \frac{K_2(\nu_2 - x)}{\Delta + \nu_2 - x}$$

ἤ $$\frac{K_1 \Delta}{\Delta + \nu_1 - x} = \frac{K_2 \Delta}{\Delta + \nu_2 - x}$$

ἤ $$K_1(\Delta + \nu_2 - x) = K_2(\Delta + \nu_1 - x)$$

$$K_1 \Delta + K_1 \nu_2 - K_1 x = K_2 \Delta + K_2 \nu_1 - K_2 x$$

$$x(K_1 - K_2) = K_1 \Delta - K_2 \Delta + K_1 \nu_2 - K_2 \nu_1$$

καί

$$\boxed{x = \Delta + \frac{K_1 \nu_2 - K_2 \nu_1}{K_1 - K_2}} \qquad (12)$$

Διερεύνησις:

α) Ἐάν $K_1 = K_2$, τότε τό πρόβλημα εἶναι ἀδύνατον, πλήν τῆς περιπτώσεως καθ' ἥν $\nu_1 = \nu_2$ ὁπότε πρόκειται περί τοῦ αὐτοῦ γραμματίου καί τό κλάσμα:

$$x = \frac{K_1 \nu_1 - K_2 \nu_2 - \Delta(K_1 - K_2)}{K_1 - K_2} = \frac{0}{0} \text{ (ἀπροσδιόριστον)}$$

Ὁμοίως καί τό κλάσμα:

$$x = \frac{K_1\Delta - K_2\Delta + K_1\nu_2 - K_2\nu_1}{K_1 - K_2} = \frac{0}{0}$$

ὁπότε ἔχομεν εἰς πᾶσαν χρονικήν στιγμήν ἰσοδυνάμίαν.

β) Ἄν ὁ ὑπολογισμός τοῦ x δώσῃ τιμήν ἀρνητικήν τό πρόβλημα δέν ὑφίσταται ἐν τῇ πράξει.

γ) Ἵνα τό πρόβλημα ἔχῃ ἐφαρμογήν πρέπει τό x νά εἶναι θετικός ἀριθμός καί μικρότερος τοῦ ν_1 καί ν_2 διότι ἀντικατάστασις ἑνός γραμματίου δι'ἄλλου ἔχει ἔννοιαν πρό τῆς λήξεως ἑκατέρου τούτων.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Γραμμάτια 10200 δρχ. καί 10140 λήγοντα ἀντιστοίχως μετά 90 καί 69 ἡμέρας ἀπό σήμερον μετά πόσας ἡμέρας θά εἶναι ἰσοδύναμα τοῦ ἐπιτοκίου ὄντος 10%;

Λ ύ σ ι ς:

α) Δι'ἐξωτερικήν προεξόφλησιν ἔχομεν:

$$x = \frac{K_1\nu_1 - K_2\nu_2}{K_1 - K_2} - \Delta = \frac{10200.90 - 10140.69}{10200 - 10140} - 3600$$

ἤ $$x = \frac{918000 - 699660}{60} - 3600 = \frac{218340}{60} - 3600 =$$

$$= 3639 - 3600 = 39 \text{ ἡμέραι}$$

Κατά συνέπειαν τό πρῶτον γραμμάτιον λήγει 90-39 = 51 ἡμέρας ἀπό τῆς ἡμέρας ἰσοδυναμίας καί τό δεύτερον 69-39 = 30 ἡμέρας.

β) Δι'ἐσωτερικήν προεξόφλησιν ἔχομεν:

$$x = \frac{K_1\nu_2 - K_2\nu_1}{K_1 - K_2} + \Delta = \frac{10200.69 - 10140.90}{10200 - 10140} + 3600$$

ἤ $$x = \frac{703800 - 912600}{60} + 3600 = -3473 + 3600 = +127 \text{ ἡμέραι.}$$

Ἤτοι ἡ ἡμέρα ἰσοδυναμίας εἶναι μεταγενεστέρα καί τῶν 2 λήξεων, ὁπότε ἀντικατάστασις δέν νοεῖται.

Σ η μ ε ί ω σ ι ς. Ἐάν κατά τήν λύσιν ἑνός τοιούτου προβλήματος εὑρεθῇ ὁ x ἀρνητικός σημαίνει ὅτι ἡ ἰσοδυναμία ἔλαβε λύοντες δέ ταύτην ώς πρός x λαμβάνομεν:

$$x = \frac{K_1\nu_1 - K_2\nu_2 - \Delta(K_1 - K_2)}{K_1 - K_2}$$

ή

$$\boxed{x = \frac{K_1\nu_1 - K_2\nu_2}{K_1 - K_2} - \Delta} \qquad (11)$$

β) Λ ύ σ ι ς ἐ σ ω τ ε ρ ι κ ῶ ς:

Ἐργαζόμενοι ἀναλόγως, λαμβάνομεν διαδοχικῶς:

$$K_1 - \frac{K_1(\nu_1 - x)}{\Delta + \nu_1 - x} = K_2 - \frac{K_2(\nu_2 - x)}{\Delta + \nu_2 - x}$$

ή $$\frac{K_1\Delta}{\Delta + \nu_1 - x} = \frac{K_2\Delta}{\Delta + \nu_2 - x}$$

ή $$K_1(\Delta + \nu_2 - x) = K_2(\Delta + \nu_1 - x)$$

$$K_1\Delta + K_1\nu_2 - K_1 x = K_2\Delta + K_2\nu_1 - K_2 x$$

$$x(K_1 - K_2) = K_1\Delta - K_2\Delta + K_1\nu_2 - K_2\nu_1$$

καί

$$\boxed{x = \Delta + \frac{K_1\nu_2 - K_2\nu_1}{K_1 - K_2}} \qquad (12)$$

Δ ι ε ρ ε ύ ν η σ ι ς:

α) Ἐάν $K_1 = K_2$, τότε τό πρόβλημα εἶναι ἀδύνατον, πλήν τῆς περιπτώσεως καθ' ἥν $\nu_1 = \nu_2$ ὁπότε πρόκειται περί τοῦ αὐτοῦ γραμματίου καί τό κλάσμα:

$$x = \frac{K_1\nu_1 - K_2\nu_2 - \Delta(K_1 - K_2)}{K_1 - K_2} = \frac{0}{0} \text{ (ἀπροσδιόριστον)}$$

Ὁμοίως καί τό κλάσμα:

$$x = \frac{K_1\Delta - K_2\Delta + K_1\nu_2 - K_2\nu_1}{K_1 - K_2} = \frac{0}{0}$$

ὁπότε ἔχομεν εἰς πᾶσαν χρονικήν στιγμήν ἰσοδυναμίαν.

β) Ἄν ὁ ὑπολογισμός τοῦ x δώσῃ τιμήν ἀρνητικήν τό πρόβλημα δέν ὑφίσταται ἐν τῇ πράξει.

γ) Ἵνα τό πρόβλημα ἔχῃ ἐφαρμογήν πρέπει τό x νά εἶναι θετικός ἀριθμός καί μικρότερος τοῦ ν_1 καί ν_2 διότι ἀντικατάστασις ἑνός γραμματίου δι' ἄλλου ἔχει ἔννοιαν πρό τῆς λήξεως ἑκατέρου τούτων.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Γραμμάτια 10200 δρχ. καί 10140 λήγοντα ἀντιστοίχως μετά 90 καί 69 ἡμέρας ἀπό σήμερον μετά πόσας ἡμέρας θά εἶναι ἰσοδύναμα τοῦ ἐπιτοκίου ὄντος 10%;

Λ ύ σ ι ς:

α) Δι' ἐξωτερικήν προεξόφλησιν ἔχομεν:

$$x = \frac{K_1\nu_1 - K_2\nu_2}{K_1 - K_2} - \Delta = \frac{10200.90 - 10140.69}{10200 - 10140} - 3600$$

ἤ $$x = \frac{918000 - 699660}{60} - 3600 = \frac{218340}{60} - 3600 =$$

$$= 3639 - 3600 = 39 \text{ ἡμέραι}$$

Κατά συνέπειαν τό πρῶτον γραμμάτιον λήγει 90-39 = 51 ἡμέρας ἀπό τῆς ἡμέρας ἰσοδυναμίας καί τό δεύτερον 69-39 = 30 ἡμέρας.

β) Δι' ἐσωτερικήν προεξόφλησιν ἔχομεν:

$$x = \frac{K_1\nu_2 - K_2\nu_1}{K_1 - K_2} + \Delta = \frac{10200.69 - 10140.90}{10200 - 10140} + 3600$$

ἤ $$x = \frac{703800 - 912600}{60} + 3600 = -3473 + 3600 = +127 \text{ ἡμέραι.}$$

Ἤτοι ἡ ἡμέρα ἰσοδυναμίας εἶναι μεταγενεστέρα καί τῶν 2 λήξεων, ὁπότε ἀντικατάστασις δέν νοεῖται

Σ η μ ε ί ω σ ι ς. Ἐάν κατά τήν λύσιν ἑνός τοιούτου προβλήματος εὑρεθῇ ὁ x ἀρνητικός σημαίνει ὅτι ἡ ἰσοδυναμία ἔλαβε χώραν πρό τῆς συντάξεως τῶν γραμματίων καί κατά συνέπειαν, στερεῖται οἱασδήποτε ἐννοίας ὁ ὑπολογισμός οὗτος.

3.4.- Εὕρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας γραμματίου ἀντικαθιστῶντος πολλά δοθέντα.

Θεωρήσωμεν μ γραμμάτια μέ ὀνομαστικάς ἀξίας K_1, K_2.... K_μ λήγοντα μετά ν_1, ν_2....ν_μ ἡμέρας ἀντιστοίχως. Ἐάν θέλωμεν νά ἀντικαταστήσωμεν πάντα τά γραμμάτια ταῦτα μέ ἕν μόνον λῆγον μετά ν ἡμέρας, ποία θά εἶναι ἡ ὀνομαστική ἀξία αὐτοῦ, τοῦ ἐπιτοκίου ὄντος ὡρισμένου;

Διά νά εἶναι τό γραμμάτιον τοῦτο ἰσοδύναμον πρός τά δοθέντα, πρέπει ἡ παροῦσα ἀξία του νά ἰσοῦται πρός τό ἄθροισμα τῶν παρουσῶν ἀξιῶν πάντων τῶν δοθέντων. Ἄς καλέσωμεν τήν ἄγνωστον ὀνομαστικήν ἀξίαν τοῦ ἑνιαίου γραμματίου μέ τό Κ. Διά νά διαμορφώσωμεν τήν ἐξίσωσιν ἰσοδυναμίας δυνάμεθα νά διακρίνωμεν δύο περιπτώσεις, ἤτοι νά λάβωμεν ὡς ἐποχήν ἰσοδυναμίας τήν λῆξιν τοῦ ἑνιαίου γραμματίου, δηλ. τήν κοινήν λῆξιν ἤ τήν ἡμέραν ὑπολογισμοῦ.

Α.' Ἐποχή ἰσοδυναμίας ἡ κοινή λῆξις

Ἐξωτερικῶς

Ἡ βασική ἐξίσωσις ἰσοδυναμίας, ἤτοι ἡ ἰσότης τῶν παρουσῶν ἀξιῶν γίνεται:

$$K = K_1 - \frac{K_1(\nu_1-\nu)}{\Delta} + K_2 - \frac{K_2(\nu_2-\nu)}{\Delta} + \ldots + K_\mu - \frac{K_\mu(\nu_\mu-\nu)}{\Delta}$$

καθ'ὅσον τό μέν ἑνιαῖον γραμμάτιον ἔχει παροῦσαν ἀξίαν ἴσην μέ τήν ὀνομαστικήν τοῦ Κ κατά τήν λῆξιν του, ἕκαστον δέ τῶν ἄλλων K_1, K_2.... .K_μ ἔχει παροῦσαν ἀξίαν ἴσην μέ τήν διαφοράν τοῦ ἐξωτερικοῦ τοῦ προεξοφλήματος ἀπό τῆς ἀντιστοίχου ὀνομαστικῆς του ἀξίας. Αἱ ἡμέραι πρός ὑπολογισμόν τοῦ προεξοφλήματος δι'ἕκαστον γραμμάτιον εἶναι ἀντιστοίχως $\nu_1-\nu$, $\nu_2-\nu$ ....$\nu_\mu-\nu$, ἔνθα αἱ διαφοραί εἶναι ἀριθμοί θετικοί μέν ἄν τό ἑνιαῖον γραμμάτιον λήγῃ προγενεστέρως ἄλλου τινός γραμματίου καί ἀρνητικός ἄν λήγῃ μεταγενεστέρως. Ἡ προηγουμένη ἰσότης γράφεται καί ὡς ἑξῆς:

$$K = K_1+K_2+\ldots+K_\mu - \frac{K_1(\nu_1-\nu)+K_2(\nu_2-\nu)+\ldots+K_\mu(\nu_\mu-\nu)}{\Delta} \qquad (13)$$

Εἶναι προφανές, ὅτι ἡ παροῦσα ἀξία γραμματίου τινος, ἄν μέν λήγῃ πρό τῆς κοινῆς λήξεως, θά εὑρεθῇ διά προσθέσεως εἰς τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τοῦ τόκου της ἀπό τῆς ἡμέρας τῆς λήξεώς του μέχρι τῆς ἡμέρας τῆς κοινῆς λήξεως καί δι' ἀφαιρέσεως ἀπό τῆς ὀνομαστικῆς του ἀξίας τοῦ τόκου της ἀπό τῆς κοινῆς λήξεως μέχρι τῆς λήξεως τοῦ γραμματίου.

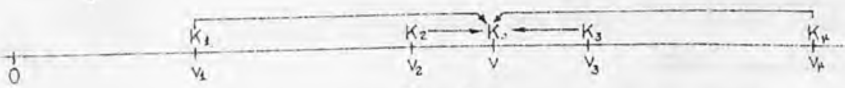
Ἐσωτερικῶς.

Δι' ἐσωτερικήν προεξόφλησιν δέον νά ἐφαρμοσθῇ ὁ ἀντίστοιχος τύπος εὑρέσεως τῆς παρούσης ἀξίας συναρτήσει τῆς ὀνομαστικῆς, ἤτοι ὁ τύπος τῆς μορφῆς $A_1 = \frac{K\nu}{\Delta+\nu}$ δι' ἕκαστον γραμμάτιον.

Ἐνταῦθα αἱ προθεσμίαι τῶν γραμματίων εἶναι $\nu_1-\nu$, $\nu_2-\nu$, ... $\nu_\mu-\nu$ καί ἑπομένως ἡ γενική ἐξίσωσις θά λάβῃ τήν μορφήν:

$$K = K_1 - \frac{K_1(\nu_1-\nu)}{\Delta+\nu_1-\nu} + K_2 - \frac{K_2(\nu_2-\nu)}{\Delta+\nu_2-\nu} + \ldots + K_\mu - \frac{K_\mu(\nu_\mu-\nu)}{\Delta+\nu_\mu-\nu} \qquad (14)$$

Ἡ σχηματική παράστασις τῆς ἀνωτέρω θεωρίας φαίνεται εἰς τό σχ. 2.



Σχ. 1

Παράδειγμα: Γραμμάτια 5200 δρχ., 8400 δρχ. καί 2000 δρχ. λήγοντα ἀντιστοίχως τήν 25ην Ἰουλίου, τήν 20ήν Αὐγούστου καί τήν 10ην Σεπτεμβρίου, ἀντικαθίστανται κατά τήν 10ην Ἰουλίου δι' ἑνός μόνου γραμματίου, λήγοντος τήν 10ην Αὐγούστου. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ γραμματίου τούτου, ἄν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6%; Ἔτος μικτόν.

Λύσις. α) Ἐξωτερικῶς.

Ἔχομεν $K_1 = 5200$, $K_2 = 8400$, $K_3 = 2000$, $K = ;$
$\nu_1 = 15$ ἡμ., $\nu_2 = 41$ ἡμ., $\nu_3 = 62$ ἡμ., $\nu = 31$
$\nu_1 - \nu = -16$, $\nu_2 - \nu = 10$, $\nu_3 - \nu = 31$

ὥστε

$$K = 5200+8400+2000-\frac{5200.(-16)+8400.10+2000.31}{6000}$$

ἤ $$K = 15600-\frac{62800}{6000} = 15600-10,47 = \underline{\underline{15589,53}} \text{ δρχ.}$$

β) Ἐσωτερικῶς.

Ἔχομεν ὁμοίως:

$$K = 5200-\frac{5200.(-16)}{6000-16}+8400-\frac{8400.10}{6000+10}+2000-\frac{2000.31}{6000+31} =$$

$$= 5200+8400+2000+\frac{83200}{5984}-\frac{84000}{6010}-\frac{62000}{6031}$$

καί $$K = 15600+13,90-13,97-10,28 = \underline{\underline{15589,65}} \text{ δρχ.}$$

Ἐν τῇ πράξει ἡ διάταξις τοῦ ὑπολογισμοῦ, προκειμένου περί ἐξωτερικῆς προεξοφλήσεως, γίνεται ὡς ἀκολούθως:

	Ποσά	Λήξεις	Ἡμέραι	Τοκάριθμοι +	Τοκάριθμοι −
Δρχ.	5200	25/7 (κοινή λῆξις)	+ 16	832	
"	[illegible]				
"	8400	20/8 10/8	−10		840
"	2000	10/9	−31		620
Δρχ.	15600				−628 : 60 = −10,47
μεῖον	10,47				
Δρχ.	15589,53	Ὀνομαστική ἀξία ἀντικαθιστῶντος γραμματίου.			

Β. Ἐποχή ἰσοδυναμίας ἤ ἡμέρα ὑπολογισμοῦ

Ἐξωτερικῶς. Τά γραμμάτια K, K_1, K_2, ..., K_μ ἔχουν προθεσμίας ν, ν_1, ν_2,...,ν_μ καί κατά συνέπειαν ἡ ἐξίσωσις, ἥτις ἐκφράζει τήν ἰσότητα τῶν παρουσῶν ἀξιῶν, εἶναι:

$$K-\frac{K\nu}{\Delta} = K_1-\frac{K_1\nu_1}{\Delta}+K_2-\frac{K_2\nu_2}{\Delta}+\ldots+K_\mu-\frac{K_\mu\nu_\mu}{\Delta}$$

ἤ $$K(1-\frac{\nu}{\Delta}) = K_1+K_2+\ldots+K_\mu-\frac{K_1\nu_1+K_2\nu_2+\ldots+K_\mu\nu_\mu}{\Delta}$$

ἤ $$\boxed{K(1-\frac{\nu}{\Delta}) = K_1+K_2+\ldots+K_\mu-\frac{N_1+N_2+\ldots+N_\mu}{\Delta}} \qquad (15)$$

Ἡ τελευταία αὐτη ἐξίσωσις λύεται εὐκόλως ὡς πρός K μετά τήν ἐκτέλεσιν τῶν πράξεων εἰς τό δεύτερον μέλος. Εἰς τήν πρᾶξιν ἐργαζόμεθα ὡς ἑξῆς:

Σχ. 2

Εὑρίσκομεν τήν παροῦσαν ἀξίαν ἑκάστου γραμματίου κατά τήν ἡμέραν ὑπολογισμοῦ. Ἀθροίζοντες τάς παρούσας ἀξίας ὅλων τῶν ἀντικαθισταμένων γραμματίων εὑρίσκομεν τήν παροῦσαν ἀξίαν τοῦ ἀντικαθιστῶντος ἐκ τῆς ὁποίας ὑπολογίζεται ἡ ὀνομαστική κατά τά γνωστά.

Ἐσωτερικῶς. Σκεπτόμενοι ἀναλόγως εὑρίσκομεν τήν ἐξίσωσιν:

$$K-\frac{K\nu}{\Delta+\nu} = K_1-\frac{K_1\nu_1}{\Delta+\nu_1}+K_2-\frac{K_2\nu_2}{\Delta+\nu_2}+\ldots+K_\mu-\frac{K_\mu\nu_\mu}{\Delta+\nu_\mu}$$

ἤ $$\boxed{K-\frac{K\nu}{\Delta+\nu} = K_1+K_2+\ldots+K_\mu-(\frac{K_1\nu_1}{\Delta+\nu_1}+\frac{K_2\nu_2}{\Delta+\nu_2}+\ldots+\frac{K_\mu\nu_\mu}{\Delta+\nu_\mu})} \qquad (16)$$

Παράδειγμα. Δεδομένα τοῦ προηγουμένου προβλήματος. Ἡμέρα ὑπολογισμοῦ: 10 Ἰουλίου. Ἑπομένως διά τό α΄ γραμμάτιον λῆγον τήν 25ην Ἰουλίου ἔχομεν $\nu_1 = 15$ ἡμ. προεξοφλήσεως, διά τό β΄ γραμμάτιον $\nu_2 = 41$ ἡμ. καί διά τό γ΄ γραμμάτιον $\nu_3 = 62$ ἡμ. καί $\nu = 31$. Ἐφαρμόζοντες τόν τύπον λαμβάνομεν:

$$K\left(1-\frac{31}{6000}\right) = 5200+8400+2000-\frac{5200.15+8400.41+2000.62}{6000}$$

$$K\left(\frac{6000-31}{6000}\right) = 15600-91,07 = 15508,93 \text{ δρχ.}$$

$$\text{καί } K = 15508,93 : \frac{6000}{5969} = 15589,48 \text{ δρχ.}$$

Τό πρόβλημα δύναται νά λυθῇ καί δι' ἐσωτερικῆς προεξοφλήσεως.

Σημείωσις: Ἐάν ἔχωμεν πολιτικόν ἔτος ἀντικαθιστῶμεν εἰς τάς ἀνωτέρω ἐξισώσεις τό Δ μέ τό $\frac{365}{i}$

Παρατήρησις: Ἐάν ἡ κοινή λῆξις εἶναι προγενεστέρα τῶν λήξεων ὅλων τῶν ἀντικαθισταμένων γραμματίων, τότε τά γραμμάτια ἀναγόμενα εἰς τήν κοινήν λῆξιν ὑφίστανται ὑφαίρεσιν καί κατά συνέπειαν τό ἄθροισμα τῶν παρουσῶν ἀξιῶν αὐτῶν εἶναι μικρότερον τοῦ ἀθροίσματος τῶν ὀνομαστικῶν των ἀξιῶν, ὅπερ θά εἶναι καί ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ ἀντικαθιστῶντος γραμματίου. Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν θά ἔχωμεν $K < K_1+K_2+..+K_\mu$. Ἐάν ἡ κοινή λῆξις εἶναι μεταγενεστέρα τῶν λήξεων ὅλων τῶν ἀντικαθισταμένων γραμματίων, τότε θά ἔχωμεν ἀντιθέτως $K>K_1+K_2+...+K\nu$ διότι ἕκαστον γραμμάτιον ἀναγόμενον εἰς τήν κοινήν λῆξιν ἔχει πραγματικήν ἀξίαν μεγαλυτέραν τῆς ὀνομαστικῆς του κατά τόν τόκον διά τάς ἡμέρας αἱ ὁποῖαι μεσολαβοῦν μεταξύ τῆς λήξεως αὐτοῦ καί τῆς κοινῆς λήξεως. Ἐάν μμεταξύ τῶν γραμματίων περιλαμβάνονται καί μετρητά ἤ ἐπιταγαί αἱ λήξεις αὐτῶν συμπίπτουν μέ τήν ἡμέραν ὑπολογισμοῦ.

3.5.-Εὕρεσις τῆς κοινῆς λήξεως πολλῶν γραμματίων.

Ἐάν ἔχωμεν πολλά γραμμάτια μέ ὀνομαστικάς ἀξίας $K_1, K_2, \ldots, K_\mu$ λήγοντα μετά $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_\mu$ ἡμέρας ἀπό σήμερον, δυνατόν νά ζητῆται μετά πόσας ἡμέρας θά λήγῃ ἕν γραμμάτιον ἰσοδύναμον πρός τά δοθέντα καί ὀνομαστικῆς ἀξίας Κ.

Τό πρόβλημα τοῦτο δύναται νά λυθῇ κατ'ἀνάλογον τρόπον πρός τό προηγούμενον, λαμβανομένης πρῶτον ὡς ἐποχῆς ἰσοδυναμίας τῆς κοινῆς λήξεως καί δεύτερον τῆς ἡμέρας ὑπολογισμοῦ. Καί εἰς τάς δύο ταύτας περιπτώσεις δυνατόν νά λυθῇ μέ ἐξωτερικήν ἤ ἐσωτερικήν προεξόφλησιν.

Α: Ἐποχή ἰσοδυναμίας ἡ κοινή λῆξις

α) Ἐ ξ ω τ ε ρ ι κ ῶ ς.

Ἄς ὑποθέσωμεν, ὅτι τό ἑνιαῖον γραμμάτιον λήγει μετά ν ἡμέρας ἀπό σήμερον, ὁπότε ἡ παροῦσα ἀξία του εἶναι Κ, ὅπως καί ἡ ὀνομαστική του. Αἱ προθεσμίαι διά τά ἀντικαθιστάμενα γραμμάτια εἶναι ἀντιστοίχως $\nu_1-\nu$, $\nu_2-\nu$,...,$\nu_\mu-\nu$ καί ἡ παροῦσα ἀξία τυχόντος ἐξ αὐτῶν εἶναι $\frac{K_\mu(\nu_\mu-\nu)}{\Delta}$ ὅπου μ ὁ δείκτης ὁ ἀντιστοιχῶν εἰς τό τυχόν γραμμάτιον ($\mu=1, 2, 3, \ldots \mu$). Ἔχομεν ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει τήν ἐξίσωσιν ἰσοδυναμίας:

$$K = K_1 - \frac{K_1(\nu_1-\nu)}{\Delta} + K_2 - \frac{K_2(\nu_2-\nu)}{\Delta} + \ldots + K_\mu - \frac{K_\mu(\nu_\mu-\nu)}{\Delta}$$

μετά τήν ἐκτέλεσιν τῶν ἀναγκαιουσῶν πράξεων ἡ ἐξίσωσις λύεται ὡς πρός ν καί δίδει:

$$\nu = \frac{K_1\nu_1+K_2\nu_2+\ldots+K_\mu\nu_\mu}{K_1+K_2+\ldots+K_\mu} + \Delta.\frac{K-(K_1+K_2+\ldots+K_\mu)}{K_1+K_2+\ldots+K_\mu}$$

ἤ

$$\boxed{\nu = \frac{N_1+N_2+\ldots+N_\mu}{K_1+K_2+\ldots+K_\mu} + \Delta.\frac{K-(K_1+K_2+\ldots+K_\mu)}{K_1+K_2+\ldots+K_\mu}} \qquad (17)$$

Ἐάν ὁ σταθερός διαιρέτης Δ δέν εἶναι ἀκέραιος ἀριθμός, ἀντικαθίσταται μέ $\frac{360}{i}$ ἄν τό ἔτος εἶναι μικτόν ἤ ἐμπορικόν καί μέ $\frac{365}{i}$ ἄν τό ἔτος εἶναι πολιτικόν.

Προφανῶς τά $\nu_1-\nu$, $\nu_2-\nu$,...,$\nu_\mu-\nu$ λαμβάνονται ἀλγεβρικῶς.

Διερεύνησις.

1. Ἵνα δύναται ἡ ἀντικατάστασις νά ἔχῃ ἐφαρμογήν ἐν τῇ πράξει πρέπει τό ν νά εἶναι θετικόν, ὁπότε ἔχομεν τήν ἀνισότητα:

$$\frac{N_1+N_2+\ldots+N_\mu}{K_1+K_2+\ldots+K_\mu}+\Delta\frac{K-(K_1+K_2+\ldots+K_\mu)}{K_1+K_2+\ldots+K_\mu} > 0$$

δεδομένου δέ ὅτι $K_1+K_2+\ldots+K_\mu > 0$ ἡ προηγουμένη ἀνισότης γίνεται:

$$(N_1+N_2+\ldots+N_\mu)+\Delta[K-(K_1+K_2+\ldots+K_\mu)] > 0$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει

$$\boxed{K > K_1+K_2+\ldots+K_\mu-\frac{N_1+N_2+\ldots+N_\mu}{\Delta}} \qquad (18)$$

Ἄρα ἄν ἡ ὀνομαστική ἀξία Κ τοῦ ἑνιαίου γραμματίου εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ ἀθροίσματος τῶν παρουσῶν ἀξιῶν τῶν ἀντικαθισταμένων γραμματίων κατά τήν ἡμέραν ὑπολογισμοῦ ἡ κοινή λῆξις πίπτει μετά τήν ἡμέραν ὑπολογισμοῦ. Ἐάν Κ εἶναι μικρότερον τοῦ ἀθροίσματος τῶν παρουσῶν ἀξιῶν τότε τό ν εἶναι ἀρνητικόν καί ἡ κοινή λῆξις πίπτει πρό τῆς ἡμέρας ὑπολογισμοῦ ὁπότε δέν ἔχει ἔννοιαν ἐν τῇ πράξει ἡ ἀντικατάστασις. Ἐάν, τέλος, τό Κ ἰσοῦται πρός τό ἄθροισμα τῶν παρουσῶν ἀξιῶν, τότε τό ἑνιαῖον τοῦτο γραμμάτιον πρέπει νά πληρωθῇ κατά τήν ἡμέραν ὑπολογισμοῦ. Ἐάν τό $K > K_1+K_2+\ldots+K_\mu$ τότε ἐκ τοῦ τύπου (17) προκύπτει ὅτι τό ν εἶναι πάντοτε θετικόν.

2. Ἐάν πᾶσαι αἱ προθεσμίαι τῶν ἀντικαθισταμένων γραμματίων αὐξηθῶσιν ἢ ἐλαττωθῶσιν κατά p ἡμέρας, τότε ἡ κοινή λῆξις αὐξάνεται ἢ ἐλαττοῦται ὁμοίως κατά p ἡμέρας, διότι ἔχομεν εὐκόλως ἐκ τοῦ τύπου (17) ὅτι:

$$\boxed{\nu = \frac{N_1+N_2+\ldots+N_\mu}{K_1+K_2+\ldots+K_\mu}+\Delta\cdot\frac{K-(K_1+K_2+\ldots+K_\mu)}{K_1+K_2+\ldots+K_\mu}\pm p} \qquad (19)$$

β) Ἐσωτερικῶς

Ἡ ἐξίσωσις ἰσοδυναμίας θά εἶναι:

$$\boxed{K = K_1 - \frac{K_1(\nu_1-\nu)}{\Delta+\nu_1-\nu} + K_2 - \frac{K_2(\nu_2-\nu)}{\Delta+\nu_2-\nu} + \dots + K_\mu - \frac{K_\mu(\nu_\mu-\nu)}{\Delta+\nu_\mu-\nu}} \qquad (20)$$

ἥτις εἶναι μ βαθμοῦ καί δέν εἶναι εὔκολον νά λυθῇ μέ τάς συνήθεις ἀλγεβρικάς μεθόδους.

Παράδειγμα 1ον: Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 4600 δρχ. ἀντικαθιστᾶ τήν 20ήν Δεκεμβρίου δύο γραμμάτια ὧν τό πρῶτον ἔχει ὀνομαστικήν ἀξίαν 2000 δρχ. καί λήγει τήν 15ην Ἰανουαρίου ἑπομένου ἔτους, τό δέ δεύτερον 2550 δρχ. καί λήγει τήν 28ην Φεβρουαρίου. Ποία ἡ λῆξις τοῦ γραμματίου, ἐάν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 9%; Ἔτος μικτόν.

α) Λύσις (ἐξωτερικῶς)

Ἔχομεν $\nu_1 = 26$, $\nu_2 = 70$, $K = 4600$, $K_1 = 2000$, $K_2 = 2550$, $\Delta = 4000$.

Ἐάν ἐφαρμόσωμεν τόν τύπον (17) λαμβάνομεν:

$$\nu = \frac{2000.26+2550.70}{2000+2550} + 4000.\frac{4600-(2000+2550)}{2000+2550}$$

ἤ $$\nu = \frac{230500+200000}{4550} = 95 \text{ ἡμ. περίπου}$$

Ἡ λῆξις τοῦ ἑνιαίου γραμματίου θά εἶναι 95 ἡμέρας ἀπό τῆς 20ῆς Δεκεμβρίου, ἤτοι τήν 25ην Μαρτίου.

β) Λύσις (ἐσωτερικῶς)

Ἡ ἐξίσωσις (20) βάσει τῶν δεδομένων μας γίνεται:

$$4600 = 2000 - \frac{2000(26-\nu)}{4000+26-\nu} + 2550 - \frac{2550(70-\nu)}{4000+70-\nu}$$

Ἡ λύσις τῆς δευτεροβαθμίου ταύτης ἐξισώσεως εἶναι λίαν δυσχερής λόγῳ τῶν μεγάλων ἀριθμῶν.

Β΄ Ἐποχή ἰσοδυναμίας ἡ ἡμέρα ὑπολογισμοῦ

α) Ἐξωτερικῶς

Ἡ ἐξίσωσις ἥτις ἐκφράζει τήν ἰσότητα τῶν παρουσῶν ἀξιῶν τοῦ ἑνιαίου γραμματίου καί τῶν ἀντικαθισταμένων εἶναι κατά τά γνωστά,

$$K-\frac{K\nu}{\Delta}=K_1-\frac{K_1\nu_1}{\Delta}+K_2\ldots+K_\mu-\frac{K_\mu\nu_\mu}{\Delta}$$

ἤ

$$\boxed{K-\frac{K\nu}{\Delta}=K_1+K_2\ldots+K_\mu-\frac{N_1+N_2+\ldots+N_\mu}{\Delta}} \qquad (21)$$

Ἐάν ἐκτελεσθοῦν αἱ πράξεις εἰς τό δεύτερον μέλος προκύπτει εὐκόλως ἡ ἄγνωστος τιμή ν. Δυνατόν νά δώσωμεν εἰς τόν προηγούμενον τύπον (21) καί τήν μορφήν:

$$\boxed{\nu=\frac{N_1+N_2+\ldots+N_\mu}{K}+\Delta.\frac{K-(K_1+K_2+\ldots+K_\mu)}{K}} \qquad (22)$$

β) Ἐσωτερικῶς

Ἡ ἐξίσωσις ἰσοδυναμίας εἶναι:

$$K-\frac{K\nu}{\Delta+\nu}=K_1-\frac{K_1\nu_1}{\Delta+\nu_1}+K_2-\frac{K_2\nu_2}{\Delta+\nu_2}+\ldots+K_\mu-\frac{K_\mu\nu_\mu}{\Delta+\nu_\mu}$$

ἡ ὁποία, λυομένη ὡς πρός ν, παρέχει τήν τιμήν τοῦ ν, ἤτοι:

$$\boxed{\nu=\frac{K}{\frac{K_1}{\Delta+\nu_1}+\frac{K_2}{\Delta+\nu_2}+\ldots+\frac{K_\mu}{\Delta+\nu_\mu}}-\Delta} \qquad (23)$$

β) Λ ύ σ ι ς (ἐ σ ω τ ε ρ ι κ ῶ ς)

Ἐφαρμόζομεν τόν τύπον (23) καί ἔχομεν:

$$\nu = \frac{4600}{\frac{2000}{4000+26}+\frac{2550}{4000+70}} - 4000 = 4095-4000=95 \text{ ἡμ.}$$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 2ον: Πότε λήγει γραμμάτιον 6060 δρχ. ὅπερ λήγει τήν 1ην Σεπτεμβρίου ἀντικαθιστᾶ γραμμάτιον 2500δρ. λῆγον τήν 11ην Ὀκτωβρίου καί ἄλλο γραμμάτιον 3500 δρχ. λῆγον τήν 20ήν Νοεμβρίου. Ἐπιτόκιον 9%. Ἔτος πολιτικόν.

<u>Α.´ Ἐποχή ἰσοδυναμίας ἡ κοινή λῆξις</u>

Λ ύ σ ι ς (ἐ ξ ω τ ε ρ ι κ ῶ ς)

$$\nu = \frac{2500.40+3500.80}{2500+3500} + \frac{365}{0,09} \cdot \frac{6060-(2500+3500)}{2500+3500} =$$

$$= 103,88 \text{ ἤ } 104 \text{ ἡμ.}$$

<u>Β.´ Ἐποχή ἰσοδυναμίας ἡ ἡμέρα ὑπολογισμοῦ</u>

α) Ἐ ξ ω τ ε ρ ι κ ῶ ς

$$\nu = \frac{2500.40+3500.80}{6060} + \frac{365}{0,09} \cdot \frac{6060-(2500+3500)}{6060}$$

$$\nu = 102,86 \text{ ἤ } 103 \text{ ἡμ.}$$

β) Ἐ σ ω τ ε ρ ι κ ῶ ς

$$\nu = \frac{6060}{\frac{2500}{\frac{365}{0,09}+40}+\frac{3500}{\frac{365}{0,09}+80}} - \frac{365}{0,09} = 104,45 \text{ ἤ } 104 \text{ ἡμ.}$$

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς. Ἡ ἐφαρμογή τῶν ἀνωτέρω τύπων δημιουργεῖ δυσκολίας. Ἐν τῇ πράξει ἐφαρμόζονται εὐκολώτεραι μέθοδοι ὑπολογισμοῦ.

Οὕτω, εἰς τό πρόβλημα τοῦ 1ου παραδείγματος δυνάμεθα νά ἐργασθῶμεν ὡς ἑξῆς προκειμένου περί ἐξωτερικῆς προεξοφλήσεως. Εὑρίσκομεν πρῶτον τήν παροῦσαν ἀξίαν τῶν δύο ἀντικαθισταμένων γραμματίων:

	Ποσά	Ἡμέραι	Τοκάριθμοι	
	2000	26	52000	
	2550	70	178500	
	4550		230500	4000
μεῖον	57,62			57,62
παροῦσα ἀξία	4492,38 καί ὀνομαστική 4600 ἤτοι ὑφαίρεσις 107,62			

Ἐκ τοῦ τύπου: $E = \frac{K.\nu}{\Delta}$ ἔχομεν $\nu = \frac{\Delta.E}{K} = \frac{4000.107,62}{4600} =$

$= \underline{\underline{93,6}}$ ἤ 94 ἡμ.

Ἐάν ἡ προεξόφλησις γίνεται ἐσωτερικῶς εὑρίσκομεν ὁμοίως τήν παροῦσαν ἀξίαν ἑκάστου τῶν ἀντικαθισταμένων γραμματίων, ἐφαρμόζοντες τόν τύπον $A_1 = \frac{K.\Delta}{\Delta+\nu}$, εἶτα τό ἄθροισμα τῶν παρουσῶν ἀξιῶν, ὅπερ θά εἶναι καί ἡ παροῦσα ἀξία τοῦ ἀντικαθιστῶντος γραμματίου. Ἐκ ταύτης δέ ὑπολογίζομεν τό ἐσωτερικόν προεξόφλημα καί ἐν συνεχείᾳ τό ν.

3.6.- Μέση λῆξις.

Ἐάν ἀντικαταστήσωμεν πολλά γραμμάτια (ἤ ἄλλας ὑποχρεώσεις) διαφόρων λήξεων καί ποσῶν δι'ἑνός μόνον γραμματίου ἰσοδυνάμου πρός αὐτά καί ἔχοντος ὀνομαστικήν ἀξίαν ἴσην πρός τό ἄθροισμα τῶν ὀνομαστικῶν ἀξιῶν τῶν δοθέντων γραμματίων, ἡ λῆξις τοῦ γραμματίου αὐτοῦ θά ὀνομάζεται μέση λῆξις.

Κατά συμέπειαν ἡ μέση λῆξις εἶναι μερική περίπτωσις τῆς κοινῆς λήξεως γραμματίων $K_1, K_2, K_3, \ldots K_\mu$, ἀντικαθισταμένων ὑπό ἑνός Κ εἰς τρόπον ὥστε $K = K_1+K_2+K_3+\ldots+K_\mu$.

Ὁμοίως μέση λῆξις εἶναι ὁ χρόνος καθ'ὅν τοκιζόμενα δοθέντα κεφάλαια φέρουσι τόκον τόν αὐτόν ὅν φέρουσι τοκιζόμενα κατά τούς ἀντιστοίχους χρόνους.

3.7.-Τύποι δι'ὧν ὑπολογίζεται ἡ μέση λῆξις.

α)'Εξωτερικῶς

'Εάν εἰς τόν τύπον (17) τῆς κοινῆς λήξεως θέσωμεν:

$K = K_1+K_2+\ldots+K_\mu$ προκύπτει ὁ τύπος:

$$\boxed{\nu = \frac{N_1+N_2+\ldots+N_\mu}{K_1+K_2+\ldots+K_\mu} = \frac{N_1+N_2+\ldots+N_\mu}{K}} \qquad (24)$$

'Ο αὐτός τύπος προκύπτει καί ἄν εἰς τόν τύπον (22) τῆς κοινῆς λήξεως θέσωμεν $K = K_1+K_2+\ldots+K_\mu$.

Ὥστε:

'Η μέση λῆξις πολλῶν γραμματίων εὑρίσκεται,ἐάν διαιρέσωμεν τό ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων αὐτῶν διά τοῦ ἀθροίσματος τῶν ὀνομαστικῶν των ἀξιῶν.

Παράδειγμα. Ἔμπορος ὀφείλει τήν 5ην Σεπτεμβρίου τά ἑξῆς γραμμάτια: α) δρχ. 1000 πληρωτέων τήν 25ην Σεπτεμβρίου β) δρχ. 1500 πληρωτέων τήν 9ην Νοεμβρίου, γ) δρχ.2000 πληρωτέων τήν 8ην Ἰανουαρίου ἐπομένου ἔτους. Ἐάν συμφωνήση νά ἐξοφλήση τάς ὑποχρεώσεις του ταύτας δι'ἑνός γραμματίου ὀνομαστικῆς ἀξίας 4500 δρχ., πότε θά λήγῃ τό γραμμάτιον τοῦτο; Ἔτος μικτόν.

Λύσις

'Εφαρμόζοντες τόν τύπον (24) λαμβάνομεν:

$$\nu = \frac{N_1+N_2+\ldots+N_\mu}{K} = \frac{1000.20+1500.65+2000.125}{4500}$$

ἤ $\nu = 81{,}7 = 82$ ἡμέρας.

Ἤτοι ἡ ἡμερομηνία τῆς μέσης λήξεως εἶναι ἡ 26η Νοεμβρίου.

'Η πρᾶξις διατάσσεται συνήθως ὡς ἑξῆς:

	Ποσά	Ἡμέραι	Τοκάριθμοι
δρχ.	1000	20	20000
"	1500	65	97500
"	2000	125	250000
δρχ.	4500		367500

$$367500 : 4500 = 81,7 \text{ ἤ } \underline{\underline{82 \text{ ἡμ.}}}$$

Παρατηρήσεις:

I. Εἰς τόν τύπον τῆς μέσης λήξεως δέν ὑπάρχει ὁ σταθερός διαιρέτης Δ. Συνεπῶς ἡ μέση λῆξις εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐπιτοκίου.

II. Ἐάν $K_1 = K_2 = \ldots = K_\mu$ ὁ τύπος γίνεται:

$$\nu = \frac{K_1\nu_1+K_1\nu_2+\ldots+K_1\nu_\mu}{K_1+K_1+\ldots+K_1} = \frac{K_1(\nu_1+\nu_2+\ldots+\nu_\mu)}{\mu . K_1}$$

ἤ

$$\boxed{\nu = \frac{\nu_1+\nu_2+\ldots+\nu_\mu}{\mu}} \qquad (25)$$

Ὥστε:

Ἐάν αἱ ὀνομαστικαί ἀξίαι τῶν ὑποχρεώσεων (ἤ γραμματίων) εἶναι ὅλαι ἴσαι μεταξύ των, ἡ μέση λῆξις των, εἶναι ἴση μέ τόν μέσον ὅρον τῶν προθεσμιῶν των.

Παράδειγμα. Νά εὑρεθῇ ἡ μέση λῆξις τῶν ἑξῆς γραμματίων: δρχ. 5000 προθεσμίας 30, δρχ. 5000 προθεσμίας 40 ἡμερῶν καίδρχ. 5000 προθεσμίας 50 ἡμερῶν.

Λύσις:

$$\nu = \frac{30+40+50}{3} = \underline{\underline{40}} \text{ ἡμέραι}$$

III. Ἐάν ὡς ἡμέραν ὑπολογισμοῦ λάβωμεν μίαν ἄλλην, ἀπέχουσαν p ἡμέρας ἀπό σήμερον, ἡ νέα μέση λῆξις θά δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως:

$$\nu = \frac{K_1(\nu_1-p)+K_2(\nu_2-p)+\ldots+K_\mu(\nu_\mu-p)}{K_1+K_2+\ldots+K_\mu}$$

ἤ $$\nu = \frac{K_1\nu_1+K_2\nu_2+\ldots+K_\mu\nu_\mu}{K_1+K_2+\ldots+K_\mu} - p\frac{K_1+K_2+\ldots+K_\mu}{K_1+K_2+\ldots+K_\mu}$$

ἤ $$\nu = \frac{K_1\nu_1+K_2\nu_2+\ldots+K_\mu\nu_\mu}{K_1+K_2+\ldots+K_\mu} - p$$

Ἤτοι ἡ νέα μέση λῆξις θά εἶναι μικροτέρα τῆς πρώτης κατά p ἡμέρας. Κατά συνέπειαν ἡ μέση λῆξις εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ἡμέρας ὑπολογισμοῦ της, ἐν ἄλλοις λόγοις εἰς τήν μέσην λῆξιν ὑπάρχει διαρκής ἰσοδυναμία.

β) Ἐ σ ω τ ε ρ ι κ ῶ ς.

Ἐφαρμόζοντες τόν τύπον (23) τῆς κοινῆς λήξεως λαμβάνομεν:

$$\nu = \frac{K_1+K_2+\ldots+K_\mu}{\frac{K_1}{\Delta+\nu_1}+\frac{K_2}{\Delta+\nu_2}+\ldots+\frac{K_\mu}{\Delta+\nu_\mu}} - \Delta$$

$$\nu = \frac{\frac{K_1(\Delta+\nu_1)}{\Delta+\nu_1}+\frac{K_2(\Delta+\nu_2)}{\Delta+\nu_2}+\ldots+\frac{K_\mu(\Delta+\nu_\mu)}{\Delta+\nu_\mu}}{\frac{K_1}{\Delta+\nu_1}+\frac{K_2}{\Delta+\nu_2}+\ldots+\frac{K_\mu}{\Delta+\nu_\mu}} - \Delta$$

ἤ $$\nu = \frac{\frac{K_1\nu_1}{\Delta+\nu_1}+\frac{K_2\nu_2}{\Delta+\nu_2}+\ldots+\frac{K_\mu\nu_\mu}{\Delta+\nu_\mu}}{\frac{K_1}{\Delta+\nu_1}+\frac{K_2}{\Delta+\nu_2}+\ldots+\frac{K_\mu}{\Delta+\nu_\mu}} + \frac{\frac{K_1\Delta}{\Delta+\nu_1}+\frac{K_2\Delta}{\Delta+\nu_2}+\ldots+\frac{K_\mu\Delta}{\Delta+\nu_\mu}}{\frac{K_1}{\Delta+\nu_1}+\frac{K_2}{\Delta+\nu_2}+\ldots+\frac{K_\mu}{\Delta+\nu_\mu}} - \Delta$$

ἤ $$\boxed{\nu = \frac{\frac{N_1}{\Delta+\nu_1}+\frac{N_2}{\Delta+\nu_2}+\ldots+\frac{N_\mu}{\Delta+\nu_\mu}}{\frac{K_1}{\Delta+\nu_1}+\frac{K_2}{\Delta+\nu_2}+\ldots+\frac{K_\mu}{\Delta+\nu_\mu}}} \qquad (26)$$

3.8.- Εὕρεσις τῆς προθεσμίας τῆς τελευταίας καταβολῆς.

Π ρ ό β λ η μ α. 'Οφείλει τις 20000 δρχ. πληρωτέας τήν 20 Αὐγούστου. Ἔναντι τοῦ χρέους αὐτοῦ καταβάλλει 3000 δρχ. τήν 15 Ἰουνίου, 5000 δρχ. τήν 10ην Ἰουλίου καί 6000 δρχ. τήν 10 Αὐγούστου. Πότε πρέπει νά καταβάλῃ τάς ὑπολοίπους 6000 δρχ;

Λ ύ σ ι ς. Διά νά ὑπολογίσωμεν τάς προθεσμίας τῶν διαφόρων καταβολῶν λαμβάνομεν ὡς ἀφετηρίαν τήν προγενεστέραν πασῶν, ἤτοι τήν 15ην Ἰουνίου. Ἐπειδή αἱ 20000 δρχ. τοῦ ἀρχικοῦ χρέους πρέπει νά ἰσοδυναμοῦν μέ ὅλας τάς ἄλλας καταβολάς, δύνανται νά θεωρηθοῦν ὡς ἡ ὀνομαστική ἀξία τῆς μέσης λήξεως αὐτῶν καί κατά συνέπειαν ὁ τοκάριθμός των 20000 ὡς ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων ὅ λ ω ν τῶν ἄλλων καταβολῶν. Ὁ τοκάριθμος τῆς τελευταίας καταβολῆς τῶν 6000 δρχ. δέν εἶναι γνωστός, ἀφοῦ δέν εἶναι γνωστή ἡ ἡμερομηνία πληρωμῆς των. Εἶναι ὅμως εὔκολον νά εὑρεθῇ ἐάν ἀπό τό συνολικόν ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων ὅπερ ἰσοῦται μέ τόν τοκάριθμον τῆς μέσης λήξεως:

$$20000.66 = 1320000$$

ἀφαιρεθοῦν ὅλοι οἱ γνωστοί τοκάριθμοι, ὁπότε ὁ τοκάριθμος τῆς τελευταίας καταβολῆς θά ἰσοῦται πρός τήν διαφοράν:

$$1320000-411000 = 909000$$

καί κατά συνέπειαν ἡ ζητουμένη προθεσμία θά εἶναι τό πηλίκον:

909000 : 6000 = 151,5 ἤ <u>152 ἡμέραι</u>

ἤτοι, ἡ τελευταία καταβολή θά λάβῃ χώραν τήν 14 Νοεμβρίου.

Ἡ πρακτική κατάταξις τῆς λύσεως αὐτῆς τοῦ προβλήματος εἶναι ἡ ἀκόλουθος:

	Ποσά	λήξεως	ἡμέραι	τοκάριθμοι
δρχ.	3000	15 Ἰουνίου	0	
"	5000	10 Ἰουλίου	25	75000
"	6000	10 Αὐγούστου	56	336000
"	6000	;	Χ	......
δρχ.	20000	20 Αὐγούστου	66	1320000
				- 411000
				909000

909000 : 6000 = 151,5 ἤ 152 ἡμ.

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς I. 'Εάν αἱ διάφοραι καταβολαί γίνωνται πρός ἐξόφλησιν οὐχί μιᾶς μόνον ὑποχρεώσεως, ἀλλά πολλῶν ἄλλων, ἡ λύσις τοῦ προβλήματος τῆς τελευταίας καταβολῆς εἶναι ἡ ἰδία, μέ μόνην τήν διαφοράν, ὅτι τώρα ὁ τοκάριθμος τῆς μέσης λήξεως τῶν διαφόρων καταβολῶν θά ἰσοῦται μέ τό ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων τῶν παλαιῶν ὑποχρεώσεων.

Π ρ ό β λ η μ α. 'Οφείλει τις 8000 δρχ. πληρωτέας τήν 10ην Μαρτίου καί 12000 δρχ. πληρωτέας τήν 20ήν 'Απριλίου. 'Αντί τούτων καταβάλλει 6000 δρχ. τήν 15ην 'Ιανουαρίου, 4000 δρχ. τήν 18ην Φεβρουαρίου καί 3000 δρχ. τήν 5ην Μαρτίου. Πότε πρέπει νά καταβάλη τάς ὑπολοίπους 7000 δρχ.;

	Ποσά	λήξεως	ἡμέραι	τοκάριθμοι
δρχ.	6000	15 'Ιανουαρίου	0	
"	4000	18 Φεβρουαρ.	34	136000
"	3000	5 Μαρτίου	49	147000
"	7000	;	X	....
δρχ.	8000	10 Μαρτίου	54	432000
"	12000	20 'Απριλίου	95	1140000

$$\begin{array}{r|l} 1572000 & \\ -\ 283000 & \\ \hline 1289000 & 7000 \\ & \overline{184\ \text{ἡμ.}} \end{array}$$

ἄρα αἱ ὑπόλοιποι 7000 δρχ. πρέπει νά καταβληθοῦν 184 ἡμέρας μετά τήν 15ην 'Ιανουαρίου, ἤτοι τήν 18ην 'Ιουλίου.

3.9.- 'Αντικατάστασις μιᾶς ὑποχρεώσεως ὑπό πολλῶν ἄλλων ἴσων ποσῶν.

Π ρ ό β λ η μ α. 'Οφείλομεν 8000 δρχ. πληρωτέας τήν 20 'Απριλίου καί ζητοῦμεν νά ἐξοφλήσωμεν τό χρέος μας αὐτό διά 4 ἰσοπόσων καταβολῶν. Πότε θά γίνουν αἱ καταβολαί αὐταί;

Λ ύ σ ι ς: Τό πρόβλημα τοῦτο ἔχει ἀπείρους λύσεις. Διά νά εὕρωμεν μίαν ἐξ αὐτῶν προσδιορίζομεν τό ποσόν ἑκάστης καταβολῆς διαιροῦντες τάς 8000 διά τοῦ ἀριθμοῦ τῶν δόσεων καί κατόπιν ὁρίζομεν τήν λῆξιν τῆς μιᾶς τόσας ἡμέρας μετά τήν 20 'Απριλίου, ὅσας ἡμέρας ὡρίσωμεν τήν ἄλλην πρό τῆς 20ῆς 'Απριλίου. Οὕτω ἔχομεν:

Ἑκάστη καταβολή θά ἰσοῦται πρός 8000:4 = 2000 δρχ. Ἐάν ἡ πρώτη γίνῃ, ἔστω τήν 10ην Φεβρουαρίου, ἤτοι 69 ἡμέρας πρό τῆς 20ῆς Ἀπριλίου καί ἡ δευτέρα τήν 15ην Μαρτίου ἤτοι 36 ἡμέρας πρό τῆς 20'Απριλίου ἡ τρίτη πρέπει νά γίνῃ τήν 26 Μαΐου, ἤτοι 36 ἡμέρας μετά τήν 20ήν Ἀπριλίου καί ἡ τετάρτη τήν 28ην Ἰουνίου, ἤτοι 69 ἡμέρας μετά τήν 20ήν Ἀπριλίου. Ἐάν κατά τόν ὑπολογισμόν τῶν λήξεων δέν ἐγένοντο λάθη θά πρέπει ἡ μέση λῆξις τῶν καταβολῶν αὐτῶν νά ταυτίζεται μέ τάς 8000 δρ. τάς πληρωτέας τήν 20ήν Ἀπριλίου. Καί πράγματι ἔχομεν:

	Ποσά	λήξεις	ἡμέραι	
δρχ.	2000	10 Φεβρουαρίου	0	
"	2000	15 Μαρτίου	33	
"	2000	26 Μαΐου	105	
"	2000	28'Ιουνίου	138	
δρχ.	8000		276	4
				69 ἡμέραι

ἤ 20'Απριλίου

Παρατήρησις: Διά νά ἔχωμεν περισσότερον καθωρισμένην τήν λύσιν, πρέπει εἰς τό πρόβλημα νά δοθοῦν καί ἄλλοι περιορισμοί, ὅπως λ.χ. εἰς τό:

Πρόβλημα. Γραμμάτιον 60000 δρχ. λῆγον τήν 18'Ιουλίου ἀντικαθίσταται ὑπό τριῶν ἄλλων ἰσοπόσων τῶν ὁποίων αἱ λήξεις πρέπει νά ἀπέχουν ἕνα μῆνα μεταξύ των. Ποῖαι αἱ λήξεις αὐταί;

Λύσις. Ἡ ὀνομαστική ἀξία ἑκάστου γραμματίου θά εἶναι

60000 : 3 = 20000 δρχ.

Τό ἕν ἐξ αὐτῶν ἄς λήγῃ τήν ἰδίαν ἡμέραν μέ τό παλαιόν γραμμάτιον καί ἕκαστον τῶν ἄλλων ἕνα μῆνα ἑκατέρωθεν τῆς ἡμερομηνίας αὐτῆς, ἤτοι τό ἕν τήν 18ην Ἰουνίου καί τό ἕτερον τήν 18ην Αὐγούστου.

Σημείωσις: Ἐάν καλέσωμεν Ο τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν, καί Η τήν προθεσμίαν τοῦ δοθέντος γραμματίου καί ζητήσωμεν νά τό ἀντικαταστήσωμεν μέ ν ἰσόποσα γραμμάτια μέ ἀγνώστους τάς ἀντιστοίχους προθεσμίας $x_1, x_2, x_3 \ldots\ldots$ θά ἔχωμεν τήν ἐξίσωσιν:

$$\frac{0}{\nu}x_1+\frac{0}{\nu}x_2+\ldots\frac{0}{\nu}x_\nu = 0.H.$$

διότι ἡ λῆξις τοῦ δοθέντος ἀρχικῶς γραμματίου θά εἶναι ἡ μέση λῆξις ὅλων τῶν ἰσοπόσων γραμματίων, ἅτινα θά τό ἀντικαταστήσουν.

Ἡ ἐξίσωσις ὅμως αὐτή ἔχει ν ἀγνώστους καί συνεπῶς ἔχει ἀπείρους λύσεις.

Διά νά ἔχωμεν ὡρισμένας λύσεις πρέπει νά δοθοῦν τόσα ἄλλα στοιχεῖα εἰς τό πρόβλημα ὥστε εἶναι ἀρκετά νά δώσουν ἕνα σύστημα μέ ν ἐξισώσεις καί ν ἀγνώστους.

3.10.- Προβλήματα κοινῆς λήξεως λυόμενα τῇ βοηθείᾳ τῆς μέσης λήξεως.

Εἴδομεν, ὅτι ἡ μέση λῆξις ἀποτελεῖ μερικήν περίπτωσιν τῆς κοινῆς λήξεως. Ἐπειδή, ὅμως ἡ εὕρεσις τῆς μέσης λήξεως εἶναι εὐχερής χρησιμοποιεῖται ὡς βοηθητική μέθοδος πρός λύσιν τῶν προβλημάτων τῆς κοινῆς λήξεως.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 1ον: Διά νά καλυφθοῦν αἱ ἀπαιτήσεις:

δρχ.	5200	λήξεως	25 Ἰουλίου
"	8400	"	20 Αὐγούστου
"	2000	"	10 Σεπτεμβρίου

ἐκδίδεται τήν 10ην Ἰουλίου συναλλαγματική λήξεως 10ης Αὐγούστου. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς αὐτῆς ἐάν τό ἐπιτόκιον εἶναι 6%; Ἔτος μικτόν. Προεξόφλησις ἐξωτερική.

Λ ύ σ ι ς: Αἱ τρεῖς ὡς ἄνω ὑποχρεώσεις ἰσοδυναμοῦν, εἰς πᾶσαν στιγμήν, μέ τήν μέσην λῆξιν, ἥτις ὑπολογίζεται ὡς ἑξῆς:

	Ποσά	λήξεις	Ἡμέραι ἀφετηρία	Τοκάριθμοι	
δρχ.	5200	25 Ἰουλίου			
"	8400	20 Αὐγούστου	26	218400	
"	2000	10 Σεπτεμβρίου	47	94000	
δρχ.	15600			312400	15600
					20 ἡμέραι

Μέση λῆξις τήν 14ην Αὐγούστου.

Ἤτοι αἱ τρεῖς ὑποχρεώσεις ἰσοδυναμοῦν μέ μίαν ἐκ 15600 δρχ. λήξεως 14 Αὐγούστου. Τό γραμμάτιον ὅμως ὅπερ λήγει τήν 10ην Αὐγούστου θά ἔχῃ ὀνομαστικήν ἀξίαν τήν παροῦσαν τοιαύτην τοῦ γραμματίου τῶν 15600 λήξεως 14ης Αὐγούστου. Ἑπομένως ἔχομεν:

$$15600 - \frac{15600.4}{6000} = \underline{\underline{15589,60}} \text{ δρχ.}$$

ὡς ὀνομαστικήν ἀξίαν τῆς ἀντικαθιστώσης τάς τρεῖς ὑποχρεώσεις συναλλαγματικῆς.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α 2ον: Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 4600 δρχ. ἀντικαθιστᾶ τήν 20ήν Δεκεμβρίου τά ἑξῆς γραμμάτια:

δρχ. 2000 λήξεως 15'Ιανουαρίου ἑπομένου ἔτους
" 2550 " 28 Φεβρουαρίου " "

Ποία ἡ λῆξις τοῦ νέου γραμματίου ἐάν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 9%;Ἔτος μικτόν. Προεξόφλησις ἐξωτερική.

Λ ύ σ ι ς: Εὑρίσκομεν τήν μέσην λῆξιν τῶν ἀνωτέρω γραμματίων διατάσσοντες πρακτικῶς τούς ὑπολογισμούς ὡς ἑξῆς:

Ποσά	Λήξεις	Ἡμέραι	Τοκάριθμοι
δρχ.2000	15'Ιανουαρ.	-	-
" 2550	28 Φεβρουαρ.	44	112200
δρχ.4550			112200:4550=24,6 ἤ 25 ἡμ.

Ἤτοι δρχ. 4550 λήξεως 9 Φεβρουαρίου.

Τό γραμμάτιον τοῦτο θά εἶναι ἰσοδύναμον μέ τό γραμμάτιον τῶν 4600 δρχ., οὗτινος ζητεῖται ἡ λῆξις. Ἡ διαφορά 4600 - 4550 = 50 δρχ. θά εἶναι ὁ τόκος τῶν 4600 δρχ.διά τό χρονικόν διάστημα ἀπό 9 Φεβρουαρίου μέχρι λήξεως τοῦ ἀντικαθιστῶντος γραμματίου. Ἤτοι, χρησιμοποιοῦντες τόν τύπον:

$$I = \frac{K.\nu}{\Delta}$$

καί λύοντες αὐτόν ὡς πρός ν, λαμβάνομεν:

$$\nu = \frac{I.\Delta}{K} = \frac{50.4000}{4600} = 43 \text{ ἡμέραι.}$$

'Η ζητουμένη ὅθεν λῆξις θά εἶναι 43 ἡμέρας ἀπό τῆς 9ης Φεβρουαρίου, ἤτοι ἡ 24η Μαρτίου.

Σημείωσις: Συγκρίνοντες τάς δοθείσας ἐνταῦθα λύσεις τῇ βοηθείᾳ τῆς μέσης λήξεως, πρός τάς τοιαύτας τάς ὁποίας ἀνωτέρω εἴδομεν ἐφαρμόζοντες τούς γενικούς τύπους συμπεραίνομεν, ὅτι ἡ τοιαύτη πρακτική διάταξις τῶν ὑπολογισμῶν πλεονεκτεῖ ἀναμφισβητήτως.

'Ασκήσεις

1) Δίδονται τά ἑξῆς γραμμάτια: α) 900 δρχ. λῆγον μετά 40 ἡμέρας, β) 1340 δρχ. λῆγον μετά 55 ἡμέρας καί γ)2120 δρ. λῆγον μετά 98 ἡμέρας. Ζητεῖται ἡ ὀνομαστική ἀξία γραμματίου ὅπερ, λῆγον μετά 63 ἡμέρας, θά ἀντικαταστήσῃ τά ἄνω γραμμάτια, τοῦ ἐπιτοκίου ὄντος 4%.

2) Τήν 15 Ἰουνίου πρόκειται ν'ἀντικατασταθῶσι δι'ἑνός μόνου γραμματίου λήγοντος τήν 2 Αὐγούστου δύο γραμμάτια, ἐκ τῶν ὁποίων τό πρῶτον λῆγον τήν 20 Ἰουλίου εἶναι 700 δρχ.,τό δέ δεύτερον λῆγον τήν 24 Αὐγούστου εἶναι 1050 δρχ.Εὑρεῖν τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τοῦ νέου γραμματίου, τοῦ ἐπιτοκίου ὄντος 6%.

3) Νά λυθῇ διά τῆς ἐμπορικῆς μεθόδου τό ἑξῆς πρόβλημα: Νά ἀντικατασταθῶσι δι'ἑνός μόνου γραμματίου λήγοντος μετά 73 ἡμέρας τά ἑξῆς τέσσαρα γραμμάτια: α) 1000 δρχ. λῆγον μετά 45 ἡμέρας, β) 1300 δρχ. λῆγον μετά 56 ἡμέρας, γ) 750 δρχ. λῆγον μετά 67 ἡμέρας καί δ) 1600 δρχ. λῆγον μετά 88 ἡμέρας(ἐπιτόκιον 5%).

4) Νά εὑρεθῇ ἡ λῆξις γραμματίου 1700 δρχ. ὅπερ θά ἀντικαταστήσῃ τά ἑξῆς δύο γραμμάτια: α) 750 δρχ. λῆγον μετά 48 ἡμέρας καί β) 940 δρχ. λῆγον μετά 63 ἡμέρας, τοῦ ἐπιτοκίου ὄντος 6%.

5)"Εστωσαν τά ἑξῆς τρία γραμμάτια: α) 1000 δρχ. λῆγον τήν 20 Ὀκτωβρίου, β) 1500 δρχ. λῆγον τήν 12 Νοεμβρίου καί γ) 760 δρχ. λῆγον τήν 15 Δεκεμβρίου. Νά ἀντικατασταθῶσι ταῦτα σήμερον, 6 Σεπτεμβρίου, δι'ἑνός μόνου 3250 δρχ. τοῦ ἐπιτοκίου ὄντος 4%. Νά ὁρισθῇ ἡ λῆξις τοῦ νέου γραμματίου (ἤτοι ἡ κοινή λῆξις τῶν δοθέντων γραμματίων).

6) Δύο γραμμάτια, τό πρῶτον 5000 δρχ. λῆγον μετά 48 ἡ-

μέρας καί τό δεύτερον 7500 δρχ. λῆγον μετά 78 ἡμέρας θά ἀντικατασταθῶσι δι'ἑνός μόνου 12600 δρχ. Ποία πρέπει νά εἶναι ἡ λῆξις τοῦ νέου γραμματίου, τοῦ ἐπιτοκίου ὄντος 9%;

7) Νά ἀντικατασταθῶσι διά γραμματίου 3500 δρχ.δύο γραμμάτια, ἐκ τῶν ὁποίων τό μέν πρῶτον 1260 δρχ. λήγει μετά 90 ἡμέρας, τό δέ δεύτερον 2260 δρχ. λήγει μετά 120 ἡμέρας. Εὑρεῖν τήν κοινήν λῆξιν τῶν ἀντικαθισταμένων γραμματίων (ἐπιτόκιον 8%).

8) Γραμμάτιον 40000 δρχ. ἀντεκατεστάθη διά δύο ἄλλων, ἐκ τῶν ὁποίων τό πρῶτον 15000 δρχ. λήγει μετά 74 ἡμέρας, τό δέ δεύτερον 25100 δρχ. λήγει μετά 100 ἡμέρας. Ποία ἦτο ἡ λῆξις τοῦ ἀρχικοῦ γραμματίου; (ἐπιτόκιον 6%).

9) Νά ἀντικατασταθῶσι σήμερον (10 Νοεμβρίου) διά γραμματίου 8000 δρχ. τά ἑξῆς τρία γραμμάτια: 1500 δρχ. λήξεως 2 Ἰανουαρίου, 3000 δρχ. λήξεως 20 Ἰανουαρίου καί 3600 δρ. λήξεως 7 Φεβρουαρίου. Πότε θά λήγῃ τό γραμμάτιον(ἐπιτ. 5%).

10) Γραμμάτιον 3175 δρχ. λῆγον μετά 70 ἡμέρας ἀντεκατέστησε δύο γραμμάτια, ἐκ τῶν ὁποίων τό μέν πρῶτον εἶχεν ὀνομαστικήν ἀξίαν 2000 δρχ. καί ἔληγε μετά 60 ἡμέρας,τό δέ δεύτερον εἶχεν ὀνομαστικήν ἀξίαν 1180 δρχ. λῆξιν δέ ἄγνωστον. Νά ὁρισθῇ ἡ ἄγνωστος λῆξις, τοῦ ἐπιτοκίου ὄντος 6%.

11) Δύο γραμμάτια, τό μέν 900 δρχ. λῆγον τήν 25 Ὀκτωβρίου, τό δέ 1250 δρχ. λῆγον τήν 18 Νοεμβρίου, ἀντικαθίστανται τήν 10 Σεπτεμβρίου δι'ἑνός μόνου 2150 δρχ. Νά ὁρισθῇ ἡ λῆξις αὐτοῦ, τοῦ ἐπιτοκίου ὄντος 4%.

12) Νά ἀντικατασταθῶσι διά γραμματίου 3800 δρχ. τά ἑξῆς γραμμάτια: α) 700 δρχ. λῆγον μετά 50 ἡμέρας, β) 1300 δρ. λῆγον μετά 65 ἡμέρας, γ) 1800 δρχ. λῆγον μετά 80 ἡμέρας. Εὑρεῖν τήν λῆξιν τοῦ νέου γραμματίου.

13) Εὑρεῖν τήν μέσην λῆξιν τῶν ἑξῆς γραμματίων:α)1256,75 δρχ. λήξεως 20 Μαΐου, β) 369,45 δρχ. λήξεως 12 Ἰουνίου γ) 1267,50 λήξεως 29 Ἰουλίου καί δ) 740,90 λήξεως 4 Αὐγούστου.

14) Ὀφείλει τις νά πληρώσῃ τήν 1ην Ἀπριλίου £ $37^{4}/_{9}$, τήν 7 Μαΐου £ $60^{12}/_{6}$ καί τήν 25 Ἰουνίου £ $115^{17}/_{4}$, θέλει δέ νά ἐξοφλήσῃ τάς ὑποχρεώσεις ταύτας καταβάλλων τό σύνολον αὐτῶν ἐφ'ἅπαξ. Πότε πρέπει νά κάμῃ τήν μοναδικήν καταβολήν;

15) Εὑρεῖν τήν μέσην λῆξιν τριῶν συναλλαγματικῶν, αἵτινες ἔχουσι πᾶσαι τήν αὐτήν ὀνομαστικήν ἀξίαν (200 δρχ.), λή-

γει δέ ἡ μέν πρώτη μετά 40 ἡμέρας, ἡ δευτέρα μετά 57 ἡμέρας καί ἡ τρίτη μετά 83 ἡμέρας.

16) Εὑρεῖν τήν μέσην λῆξιν τῶν ἑξῆς γραμματίων: α) 1000 δρχ. λήγοντος μετά 40 ἡμέρας, β) 2000 δρχ. λήγοντος μετά 60 ἡμέρας καί γ) 12500 δρχ. λήγοντος μετά 74 ἡμέρας.

17) Εὑρεῖν τήν μέσην λῆξιν τῶν ἑξῆς γραμματίων: α) 1500 δρχ. λήγοντος τήν 17ην Ἰουνίου, β) 784,50 δρχ. λήγοντος τήν 20ήν Ἰουνίου, γ) 693,75 δρχ. λήγοντος τήν 27ην Ἰουλίου καί δ) 1456,45 δρχ. λήγοντος τήν 25 Σεπτεμβρίου.

18) Νά ἐξοφληθῶσι διά μιᾶς μόνης καταβολῆς αἱ ἑξῆς ὑποχρεώσεις: 1200 δρχ. πληρωτέαι τήν 1ην Μαΐου, 3720,15 πληρωτέαι τήν 17ην Ἰουνίου καί 398,75 πληρωτέαι τήν 20ήν Ἰουλίου.

19) Γραμμάτιον 5100 δρχ. ἀντεκατέστησε τά ἑξῆς πέντε γραμμάτια: α) 500 δρχ. λῆγον τήν 5 Φεβρουαρίου, β) 1000 δρ. λῆγον τήν 10 Μαρτίου, γ) 2000 δρχ. λῆγον τήν 25 Ἀπριλίου, δ) 1500 δρχ. λῆγον τήν 20 Μαΐου καί ε) 100 δρχ. λῆγον τήν 31 Μαΐου. Ποία η λῆξις τοῦ νέου γραμματίου;

20) Ἐκ τριῶν γραμματίων ἕκαστον τῶν ὁποίων ἔχει ὀνομαστικήν ἀξίαν 1200 δρχ. τό πρῶτον λήγει μετά 27 ἡμέρας, τό δεύτερον μετά 38 ἡμέρας καί τό τρίτον μετά 87 ἡμέρας. Ποία εἶναι ἡ μέση λῆξις αὐτῶν;

21) Ὀφείλει τις ἡμῖν 5000 δρχ. πληρωτέας τήν 25 Μαΐου, ζητεῖ δέ παρ' ἡμῶν νά σύρωμεν πρός διακανόνισιν τοῦ χρέους του τέσσαρας ἴσας συναλλαγματικάς εἰς βάρος του. Ποῖαι θά εἶναι αἱ λήξεις τούτων;

22) Ὁ κ. Α ὀφείλει ἡμῖν 3000 δρχ. πληρωτέας τήν 20 Σεπτεμβρίου, ζητεῖ δέ παρ' ἡμῶν νά σύρωμεν εἰς βάρος του τρεῖς ἴσας συναλλαγματικάς πληρωτέας τήν 5 Σεπτεμβρίου, τήν 10 Νοεμβρίου καί τήν 20 Δεκεμβρίου. Ποία θά εἶναι η ὀνομαστική ἀξία ἑκάστης συναλλαγματικῆς, χρησιμοποιουμένου, ἐάν παραστῇ ἀνάγκη, ἐπιτοκίου 8%;

23) Ὀφείλομεν εἴς τινα 10000 δρχ. πληρωτέας τήν 20 Αὐγούστου. Καταβάλλομεν ἀπέναντι 2000 δρχ. τήν 10 Ἰουνίου καί 3500 τήν 17 Ἰουλίου. Ζητοῦμεν παρά τοῦ πιστωτοῦ νά σύρῃ ἐφ' ἡμῶν διά τό ὑπόλοιπον. Ποία, πρέπει νά εἶναι ἡ λῆξις τῆς τραβηκτικῆς;

24) Ὀφείλει τις νά κάμῃ τρεῖς πληρωμάς: 1000 δρχ. μετά

3 μῆνας, 1750 δρχ. μετά 4 μῆνας καί 2000 δρχ. μετά 5 μῆνας. Ἀντί τούτων καταβάλλει σήμερον 1500 δρχ., διά δέ τό ὑπόλοιπον ἀποδέχεται συναλλαγματικήν. Ποία θά εἶναι ἡ λῆξις ταύτης;

25) Ὀφείλει τις νά πληρώση 70000 δρχ. μετά 8 μῆνας. Ἐν συνεννοήσει μετά τοῦ πιστωτοῦ καταβάλλει μετά 2 μῆνας 10000 δρχ., θέλει δέ νά καταβάλη τό ὑπόλοιπον εἰς τρεῖς ἴσας δόσεις εἰς ἐποχάς ἀπεχούσας ἀπ' ἀλλήλων ἕνα μῆνα.

26) Ἔμπορος πτωχεύσας συνεβιβάσθη νά καταβάλη 70% τῶν ὀφειλομένων καί δή 10% ἀμέσως, 20% μετά δύο μῆνας, 15% μετά 4 μῆνας, 20% μετά $6^1/_2$ μῆνας καί 5% μετά 10 μῆνας. Εὑρεῖν τήν μέσην λῆξιν τῶν ἀναληφθεισῶν ὑποχρεώσεων καί β) πόσον % χάνουσιν οἱ πιστωταί, ἐάν τό ἐπιτόκιον εἶναι 6%.

27) Ἔμπορος ὀφείλων 150000 δρχ. ἔκλεισε συμβιβασμόν νά καταβάλη μόνον 60% τοῦ χρέους του καί δή 20% μετά 45 ἡμέρας τά δέ λοιπά μετά 75 ἡμέρας. Δέκα πέντε ἡμέρας μετά τό κλείσιμον τοῦ συμβιβασμοῦ καταβάλλει μετρητά 20000 δρχ. παραδίδει συναλλαγματικήν 15000 δραχμῶν λήγουσαν 25 ἡμέρας βραδύτερον, διά δέ τό ὑπόλοιπον ἀποδέχεται συναλλαγματικήν. Ποία πρέπει νά εἶναι ἡ λῆξις τῆς τελευταίας συναλλαγματικῆς;

28) Ὀφείλομεν εἴς τινα 1000 δρχ. πληρωτέας τήν 10 Μαΐου, 2000 δρχ. πληρωτέας τήν 29 Μαΐου καί 1750 δρχ. πληρωτέας τήν 20 Ἰουλίου. Ἐξ ἄλλου μᾶς ὀφείλονται ὑπό τοῦ ἄνω προσώπου 500 δρχ. πληρωτέαι τήν 6 Μαΐου, 1800 δρχμ. πληρωτέαι τήν 7 Ἰουνίου καί 1000 δρχ. πληρωτέαι τήν 28 Ἰουνίου. Πότε εἴμεθα ὑποχρεωμένοι νά καταβάλωμεν τό ὑπόλοιπον;

29) Ὁ ἔμπορος Α ὀφείλει εἰς τόν ἔμπορον Β 1800 δρ. πληρωτέας τήν 20 Ἰουνίου καί 4000 πληρωτέας τήν 18 Αὐγούστου. Ἐξ ἄλλου ὁ Β ὀφείλει εἰς τόν Α 1000 δρχ. πληρωτέας τήν 5 Ἰουνίου, 1200 τήν 20 Ἰουλίου καί 3000 τήν 6 Σεπτεμβρίου. Πότε εἶναι ὑποχρεωμένος νά καταβάλη τό ὑπόλοιπον ὁ Α;

30) Ὁ Α ὀφείλει εἰς τόν Β 1000 δρχ. πληρωτέας τήν 10 Σεπτεμβρίου καί 2000 δρχ. πληρωτέας τήν 20 Ὀκτωβρίου. Ἐξ ἄλλου ὁ Β ὀφείλει εἰς τόν Α 800 δρχ. πληρωτέας τήν 5 Ὀκτωβρίου καί 1200 πληρωτέας τήν 30 Ὀκτωβρίου. Εὑρεῖν, πότε εἶναι πληρωτέον τό ὑπόλοιπον.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ

ΑΛΛΗΛΟΧΡΕΟΙ ΤΟΚΟΦΟΡΟΙ ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΙ

4.1.-'Αλληλόχρεοι ἤ τρεχούμενοι λογαριασμοί.

'Αλληλόχρεος ἤ τρεχούμενος λογαριασμός καλεῖται ὁ ἀνοικτός λογαριασμός, ὁ τηρούμενος μεταξύ δύο προσώπων εὑρισκομένων εἰς συνεχεῖς οἰκονομικάς σχέσεις. Τά πρόσωπα αὐτά δυνατόν νά εἶναι καί τά δύο ἔμποροι ἤ βιομήχανοι ἤ τραπεζῖται ἤ ἔμπορος καί τραπεζίτης, κεφαλαιοῦχος καί τραπεζίτης, βιομήχανος καί τραπεζίτης κλπ.

'Ο ἀλληλόχρεος λογαριασμός χαρακτηρίζεται ὡς χρεωστικός ἤ πιστωτικός μόνον κατά τήν ἐποχήν τοῦ κλεισίματος αὐτοῦ(ἀνά ἑξάμηνον)καί εἰς εἰδικάς περιπτώσεις ἀνά τρίμηνον)ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑπολοίπου του. Ἐάν λ.χ. τό ὑπόλοιπον εἶναι χρεωστικόν, ὁ λογαριασμός θά εἶναι χρεωστικός, ἐάν εἶναι πιστωτικόν, ὁ λογαριασμός θά εἶναι πιστωτικός καί θά ἀναγράφεται εἰς τήν οἰκείαν ἑκάστοτε θέσιν ἐν τῷ ἰσολογισμῷ.

4.2.-'Αλληλόχρεοι τοκοφόροι λογαριασμοί.

'Εάν, κατόπιν συμφωνίας μεταξύ τῶν ἐνδιαφερομένων,τά ποσά τῆς χρεώσεως καί τῆς πιστώσεως φέρουν τόκον πρός τι καθωρισμένον ἐπιτόκιον, κοινόν δι'ἀμφοτέρους τούς ἐνδιαφερομένους, ἀπό μιᾶς ὡρισμένης ἡμέρας μέχρι τῆς ἡμέρας καθ' ἥν κλείει ὁ λογαριασμός, ὁ λογαριασμός θά ὀνομάζεται ἀλληλόχρεος τοκοφόρος μέ ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον.

'Η σπουδαιοτέρα χρῆσις τῶν ἀλληλοχρέων τοκοφόρων λογαριασμῶν εἶναι ἡ τραπεζική. Τό "δάνεια εἰς τρεχούμενον λογαριασμόν" ἀποτελοῦν ἕνα σοβαρόν μέρος τῶν τραπεζικῶν ἐργασιῶν. Εἰς τά δάνεια αὐτά αἱ τράπεζαι ἐπιτρέπουν εἰς ὡρισμένους πελάτας των νά δανείζωνται ἔναντι ἁπλῆς ἀποδείξεως μέ τήν διαφοράν, ὅτι οἱ τόκοι τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως εἰς τούς λογαριασμούς τῶν πελατῶν τῆς τραπέζης ὑπολογίζονται μέ ἐπιτόκιον μεγαλύτερον τοῦ ἐπιτοκίου πρός τό ὁποῖον ὑπολογίζονται οἱ τόκοι τῶν ποσῶν τῆς πιστώσεως. Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν ὁ ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός ὀνομάζεται λογαριασμός μέ μή ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον.

Τό ἐπιτόκιον, εἴτε εἶναι ἀμοιβαῖον, εἴτε ὄχι, δυνατόν νά ἰσχύῃ, δίχως καμμίαν μεταβολήν, καθ'ὅλην τήν διάρκειαν τῆς χρήσεως τοῦ λογαριασμοῦ. Δυνατόν ὅμως καί νά μεταβάλλεται κατά τήν διάρκειαν αὐτῆς. Ἐάν λ.χ. συνεφωνήθη μεταξύ τῶν ἐνδιαφερομένων νά λαμβάνεται τό ἐπιτόκιον, τό κατά μονάδα μεγαλύτερον τοῦ ἑκάστοτε ἰσχύοντος ἐπιτοκίου προεξοφλήσεως τῆς Τραπέζης τῆς Ἑλλάδος τό ἐπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ θά μεταβάλλεται ὁσάκις μεταβάλλεται τό ἐπιτόκιον τῆς τραπέζης. Εἰς τήν περίπτωσιν καθ'ἥν τό ἐπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ μεταβάλλεται κατά τήν διάρκειαν τῆς χρήσεώς του, ὁ λογαριασμός ὀνομάζεται: ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός μέ μεταβλητόν ἐπιτόκιον.

Ἐάν τέλος τό ἐπιτόκιον εἶναι καί διαφορετικόν εἰς τήν χρέωσιν ἀπό ὅτι εἶναι εἰς τήν πίστωσιν καί μεταβλητόν, ὁ λογαριασμός ὀνομάζεται: ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός μέ μεταβλητόν μή ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον.

Κατά ταῦτα, οἱ ἀλληλόχρεοι τοκοφόροι λογαριασμοί διακρίνονται ὡς πρός τό ἐπιτόκιον εἰς τά ἑξῆς τέσσερα εἴδη:

1. Λογαριασμοί μέ ἀμοιβαῖον σταθερόν ἐπιτόκιον.
2. Λογαριασμοί μέ μή ἀμοιβαῖον σταθερόν ἐπιτόκιον.
3. Λογαριασμοί μέ ἀμοιβαῖον μεταβλητόν ἐπιτόκιον.
4. Λογαριασμοί μέ μή ἀμοιβαῖον μεταβλητόν ἐπιτόκιον.

Ἡ ἡμέρα, ἀφ'ἧς τά διάφορα ποσά τοῦ λογαριασμοῦ ἀρχίζουν νά δίδουν τόκον ὀνομάζεται λῆξις (ἤ συνήθως valeur) καί εἶναι διά μέν τά μετρητά ἡ ἡμέρα τῆς ἐγγραφῆς των εἰς τόν λογαριασμόν, διά δέ τά γραμμάτια, τάς συναλλαγματικάς κλπ. ἡ ἡμέρα πληρωμῆς αὐτῶν. Ἐάν ὅμως ὁ λογαριασμός τηρῆται μεταξύ τραπέζης καί πελάτου της, ὡς valeur θεωρεῖται, διά μέν τά εμβαζόμενα ποσά, ἡ ἑπομένη τῆς λήξεώς των, ἐφ'ὅσον αὕτη εἶναι ἐργάσιμος διά τήν τράπεζαν, ἄλλως ἡ μεθεπομένη, διά δέ τά ἀποσυρόμενα ποσά ἡ προτεραία τῆς λήξεώς των, ἐφ'ὅσον αὕτη εἶναι ἐργάσιμος, ἄλλως ἡ πρό τῆς προτεραίας.

Τό ὑπόλοιπον εἰς νέον ἑκάστου λογαριασμοῦ ἔχει ὡς valeur τήν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος τοῦ παλαιοῦ λογαριασμοῦ, ἤτοι τήν προτεραίαν τοῦ ἀνοίγματος τῆς νέας χρήσεως.

Τό καθαρόν τέλος, πληρωτέον ποσόν ἑνός Πινακίου Προεξοφλήσεως φέρεται ὑπό τῆς τραπέζης εἰς πίστωσιν τοῦ πελάτου της τήν ἐπομένην ἤ μεθεπομένην τῆς διαπραγματεύσεως αὐτοῦ.

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς

Πολλάκις εἰς τούς ἀλληλοχρέους τοκοφόρους λογαριασμούς ὑπολογίζονται, ἐκτός τῶν τόκων, καί διάφοροι προμήθειαι, ὑπολογιζόμεναι εἰς τό τέλος τοῦ λογαριασμοῦ, μετά τήν εὕρεσιν καί ἀναγραφήν τῶν τόκων. Αἱ προμήθειαι ἐπί πωλήσεως ἤ ἀγορᾶς ἐμπορευμάτων, ἐπί εἰσπράξεως συναλλαγματικῶν καί γραμματίων, ἐπί διαθέσεως μετρητῶν κλπ. ἀνήκουν εἰς ἐκεῖνον ἐκ τῶν συμβαλλομένων, ὅστις διενήργησεν τάς πράξεις αὐτάς διά λογαριασμόν τοῦ ἄλλου. Διά τοῦτο, διά νά εὕρωμεν ἄν θά χρεώσωμεν ἤ θά πιστώσωμεν ἕνα λογαριασμόν μέ τήν προμήθειαν ποσοῦ τινος, ἀρκεῖ νά ἐρωτήσωμεν ποῖος ἐκ τῶν δύο προσέφερεν εἰς τόν ἄλλον ὑπηρεσίαν.

Ἐάν ὁ ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρῆται μεταξύ τραπέζης καί πελάτου της, αἱ προμήθειαι φέρονται πάντοτε εἰς χρέωσιν τοῦ πελάτου, διότι μόνον ἡ τράπεζα εἰσπράττει τάς προμηθείας διά τάς ὑπηρεσίας, ἅς προσέφερεν εἰς αὐτόν. Αἱ προμήθειαι τῶν τραπεζῶν, ποικίλλουν ἀναλόγως τῆς φύσεως τῶν διενεργηθεισῶν πράξεων, ἀπό χώρας εἰς χώραν καί ἀπό ἐποχῆς εἰς ἐποχήν. Οὐσιαστικῶς δέν ἔχουν ἄλλον σκοπόν, ἀπό τήν συγκεκαλυμμένην αὔξησιν τοῦ ἐπιτοκίου τῶν πιστώσεων.

Ἐπί τῶν προμηθειῶν οὐδέποτε ὑπολογίζεται τόκος.

4.3.- Μέθοδοι τηρήσεως τῶν ἀλληλοχρέων τοκοφόρων λογαριασμῶν.

Διά νά εὕρωμεν τόν τόκον καί τό ὑπόλοιπον εἰς τούς ἀλληλοχρέους τοκοφόρους λογαριασμούς χρησιμοποιοῦμεν διαφόρους τρόπους, ἀναλόγως τοῦ εἴδους τῶν διενεργουμένων οἰκονομικῶν πράξεων καί τῆς φύσεως τῶν ἐργασιῶν τῶν τηρούντων τούς λογαριασμούς αὐτούς. Ἅπαντες ὅμως οἱ τρόποι αὐτοί εἰς τήν βάσιν των εἶναι μόνον παραλλαγαί τῆς μιᾶς ἤ τῆς ἄλλης τῶν ἑξῆς μεθόδων:

1. τῆς Εὐθείας ἤ Παλαιᾶς Μεθόδου
2. τῆς Ἀντιστρόφου ἤ Νέας Μεθόδου ἤ Μεθόδου τοῦ Laffitte.
3. τῆς Ἀμβουργικῆς ἤ Κλιμακωτῆς ἤ Μεθόδου τῶν Ὑπολοίπων.

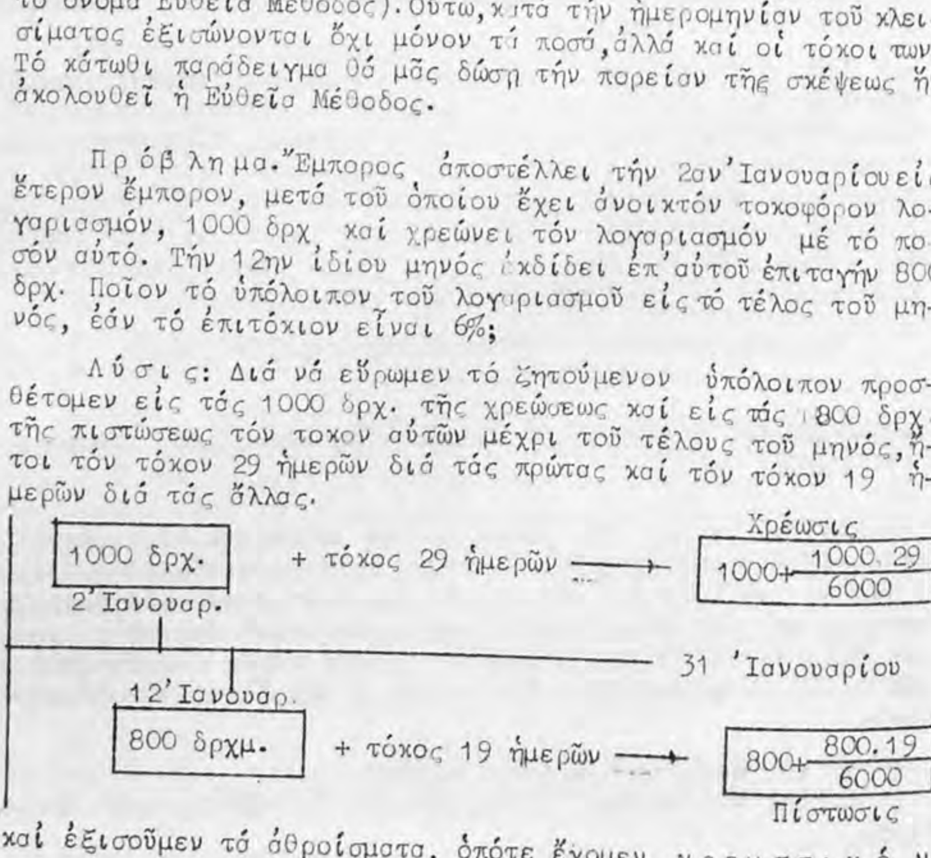
Ὡς πρός τόν ὑπολογισμόν τῶν τόκων δυνάμεθα νά ἀναγράψωμεν, εἴτε ἀπ'εὐθείας τούς τόκους εἰς δραχμάς καί ἑκατοστά εἴτε τούς τοκαρίθμους, ὅπως καί εἰς τά Πινάκια Προεξοφλήσεως. Ἐπίσης, ἀντί τοῦ δοθέντος ἐπιτοκίου δυνάμεθα νά χρησιμοποιήσωμεν τό 6% ὡς βοηθητικόν καί νά μετατρέψωμεν,διά τῆς μεθόδου τῶν ἁπλῶν μερῶν, τούς εὑρεθέντας τόκους εἰς τόκους οἱουδήποτε δοθέντος ἐπιτοκίου.

4.4.- Πῶς τηρεῖται ὁ λογαριασμός κατά τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον.

Εἰς τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον μεταφέρομεν τήν λῆξιν ἑκάστου ποσοῦ εἰς τήν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ. Ἡ μεταφορά αὕτη γίνεται διά τῆς προσθέσεως ἀπ'εὐθείας εἰς ἕκαστον ποσόν τοῦ ἀντιστοιχοῦντος εἰς αὐτό τόκου (ἐξ οὗ καί τό ὄνομα Εὐθεῖα Μέθοδος).Οὕτω,κατά τήν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος ἐξισώνονται ὄχι μόνον τά ποσά,ἀλλά καί οἱ τόκοι των. Τό κάτωθι παράδειγμα θά μᾶς δώση τήν πορείαν τῆς σκέψεως ἥν ἀκολουθεῖ ἡ Εὐθεῖα Μέθοδος.

Π ρ ό β λ η μ α. Ἔμπορος ἀποστέλλει τήν 2αν Ἰανουαρίου εἰς ἕτερον ἔμπορον, μετά τοῦ ὁποίου ἔχει ἀνοικτόν τοκοφόρον λογαριασμόν, 1000 δρχ. καί χρεώνει τόν λογαριασμόν μέ τό ποσόν αὐτό. Τήν 12ην ἰδίου μηνός ἐκδίδει ἐπ'αὐτοῦ ἐπιταγήν 800 δρχ. Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ εἰς τό τέλος τοῦ μηνός, ἐάν τό ἐπιτόκιον εἶναι 6%;

Λ ύ σ ι ς: Διά νά εὕρωμεν τό ζητούμενον ὑπόλοιπον προσθέτομεν εἰς τάς 1000 δρχ. τῆς χρεώσεως καί εἰς τάς 800 δρχ. τῆς πιστώσεως τόν τοκον αὐτῶν μέχρι τοῦ τέλους τοῦ μηνός, ἤτοι τόν τόκον 29 ἡμερῶν διά τάς πρώτας καί τόν τόκον 19 ἡμερῶν διά τάς ἄλλας.



καί ἐξισοῦμεν τό ἀθροίσματα, ὁπότε ἔχομεν χ ρ ε ω σ τ ι κ ό ν ὑπόλοιπον:

$$Y = [1000 + \frac{1000.29}{6000}] - [800 + \frac{800.19}{600}] =$$

$$= 200 + \frac{1000.29 - 800.19}{6000}$$

$$Y = 200 + \frac{13800}{6000} = 202,30 \text{ δρχ.}$$

Διά νά εὕρωμεν δηλαδή τούς τόκους καί τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ μέ τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον εὑρίσκομεν τούς τόκους τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καί τῶν ποσῶν τῆς πιστώσεως ἀπό τήν ἡμέραν τῆς λήξεως αὐτῶν μέχρι τῆς ἡμέρας καθ'ἥν κλείεται ὁ λογαριασμός. Πρός τοῦτο ἀναγράφομεν τούς τοκαρίθμους(ἤ τούς τόκους, ὁσάκις ἀντί τῶν τοκαρίθμων ἀναγράφονται ἀπ'εὐθείας οἱ τόκοι) τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καί τῆς πιστώσεως καί κατά τήν ἡμέραν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ εὑρίσκομεν τήν διαφοράν αὐτῶν. Ἐκ τῆς διαφορᾶς αὐτῆς εὑρίσκομεν τούς τόκους διαιροῦντες διά τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου καί τούς ἀναγράφομεν εἰς τήν οἰκείαν σελίδα τοῦ λογαριασμοῦ. Μετά ταῦτα κλείομεν τόν λογαριασμόν κανονικῶς, ἀφοῦ ὑπολογίσωμεν καί τάς τυχόν προμηθείας, μέ τόν αὐτόν τρόπον μέ τόν ὁποῖον κλείονται καί οἱ ὑπόλοιποι λογαριασμοί τοῦ Καθολικοῦ μας.

Διά τήν κανονικήν ὅμως ἐκτέλεσιν τῆς ἐργασίας αὐτῆς εἶναι ἀνάγκη νά προστεθοῦν εἰς ἑκάστην σελίδα τοῦ Καθολικοῦ μας καί ἄλλαι βοηθητικαί στῆλαι. Αἱ στῆλαι αὐταί εἶναι αἱ ἑξῆς:

1. Μία στήλη διά τάς λήξεις (valeur) τῶν ποσῶν μέ τόν τίτλον "λήξεις" Ἡ στήλη αὐτή εὑρίσκεται συνήθως μετά τήν στήλην "αἰτιολογία" ἐν τῇ ὁποίᾳ ὁρίζεται τό εἶδος ἑκάστης πράξεως.

2. Μία στήλη ἀμέσως μετά τήν προηγουμένην καί πρό τῆς στήλης τῶν ποσῶν μέ τόν τίτλον "ἡμέραι", ὅπου ἀναγράφονται αἱ τοκοφόροι ἡμέραι.

3. Μία στήλη, τέλος, μετά τήν στήλην τῶν ποσῶν, μέ τόν τίτλον "τοκάριθμοι" (ἤ τόκοι) διά τούς τοκαρίθμους (ἤ τόκους) τῶν ἐγγραφομένων ποσῶν.

Παρατήρησις: Εἰς τούς ἀλληλοχρέους τοκοφόρους λογαριασμούς άναγράφεται πάντοτε τό έκατοστόν τῶν τοκαρίθμων καί κατά συνέπειαν διά νά εὕρωμεν τούς τόκους διαιροῦμεν τήν διαφοράν τῶν τοκαρίθμων διά τοῦ έκατοστοῦ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.

4.5.- Λογαριασμοί μέ άμοιβαῖον σταθερόν έπιτόκιον.

α)Ὅλα τά ποσά λήγουν πρό τῆς ἡμερομηνίας τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ.

Πρόβλημα.Ἡ Ἐμπορική Τράπεζα άναγράφει έν τῷ παρ'αὐτῇ τηρουμένῳ τοκοφόρῳ λογαριασμῷ τοῦ πελάτου της Α τάς άκολούθους πράξεις, γενομένας άπάσας μετά τήν 31 Δεκεμβρίου,ἡμέραν καθ'ἥν ἔκλεισεν ὁ προηγούμενος λογαριασμός του.

Ἰανουαρίου	1	πιστωτικόν ὑπόλοιπον είς νέον	δρχ. 800
"	6	άποστέλλει γραμμ λήξ.9'Ιαν.	" 3000
"	0	κατάθεσίς του	" 10000
"	26	έπιταγή του	" 1500
Φεβρουαρίου	14	είσπράττομεν διά λ/σμόν του	" 6000
"	17	έπιταγή του	" 2000
Μαρτίου	3	άποσύρει είς μετρητά	" 5000

Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τήν 31ην Μαρτίου έάν τό έπιτόκιον εἶναι 4% καί ἡ προμήθεια τῆς Τραπέζης διά τά είσπραττόμενα γραμμάτια 1/4%; (Ἔτος μικτόν).

Λύσις: Διά νά εὕρωμεν τούς τόκους καί τό ὑπόλοιπον τῶν άνωτέρω πράξεων καταστρώνομεν, συμφώνως πρός τά άνωτέρω, τόν έπόμενον λογαριασμόν.

Διά νά καταστρώσωμεν τόν λογαριασμόν καί εὕρωμεν τούς τόκους καί τό ζητούμενον ὑπόλοιπον αὐτοῦ, ὑπολογίζομεν πρῶτον τάς τοκοφόρους ἡμέρας καί τούς τοκαρίθμους τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καί τῆς πιστώσεως. Κατόπιν έξισώνομεν τούς τοκαρίθμους τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καί τῆς πιστώσεως καί ἔχομεν τό πιστωτικόν ὑπόλοιπον 10575 δρχ Διαιροῦμεν τό ὑπόλοιπον αὐτό διά τοῦ έκατοστοῦ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου, ἤτοι διά τοῦ 90 καί ἔχομεν τούς τόκους 117,50 δρχ. Οἱ τόκοι θά άναγραφοῦν είς τήν πίστωσιν διότι τό ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων τῆς πιστώσεως εἶναι μεγαλύτερον τοῦ άθροίσματος τῶν τοκαρίθμων τῆς χρεώσεως. Μετά τήν άναγραφήν τῶν τόκων, ὑπολογίζομεν τήν προμήθειαν 1/4% έπί τῆς όνομαστικῆς άξίας τῶν 3000 δρχ. τοῦ είσπραχθέντος τήν 9ην Φεβρουαρίου ὑπό τῆς τραπέ-

Λ Ο Γ Α Ρ Ι Α Σ Μ Ο Σ   Ι

Εὐθεῖα Μέθοδος

Χρέωσις   Κος Α. Ἀλληλοχρ. τοκοφ. λ/σμός του κλειόμενος τήν 31 Μαρτίου πρός 4%   Πίστωσις

ἡμέρα ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις valeur	Ἡμ.	Ποσά	Τοκάρ.	ἡμέρα ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις valeur	ἡμ.	Ποσά	Τοκαρ.
Ἰαν. 26	Ἐπιταγή	Ἰαν. 25	65	1500.-	975	Ἰαν. 1	Ὑπόλοιπον εἰς νέον	Δεκ. 31	90	800.-	720
Φεβρ. 17	Ἐπιταγή	Φεβρ. 16	43	2000.-	860	" 6	Γραμμάτ.	Ἰαν. 10	80	3000.-	2400
Μαρτ. 3	Ἀνάληψ.	Μαρ. 2	29	5000.-	1450	" 8	Κατάθεσις	Ἰαν. 9	81	10000.-	8100
Μαρτ. 31	Διαφορά τοκαρ.				10575	Φεβρ. 14	Ἔμβασμα κ. Λ.	Φεβρ. 15	44	6000.-	2640
" 31	Προμ. 1/4% ἐπί 3000			7,50		Μαρτ. 31	τόκοι: 10575/90			117,50	
" 31	Πρός ἐξίσωσιν			11410.--							
				19917,50	13860					19917,50	13860
						Ἀπρ. 1	Ὑπολ. εἰς νέον	Μαρτ. 31		11410.--	

ζης γραμματίου καί τήν καταχωροῦμεν είς τήν χρέωσιν,διότι ἡ προμήθεια αὐτή ἀνήκει εἰς τήν τράπεζαν ἥτις ἐνήργησε τήν εἴσπραξιν διά λογαριασμόν τοῦ Α.

Μετά ταῦτα ἐξισώνομεν τά ποσά καί κλείομεν τόν λογαριασμόν εὑρίσκοντες 11410 δρχ. π ι σ τ ω τ ι κ ό ν ὑπόλοιπον εἰς νέον.

β) Μ ε ρ ι κ ά π ο σ ά τ ο ῦ λ ο γ α ρ ι α σ μ ο ῦ λ ή γ ο υ ν μ ε τ ά τ ή ν ἡ μ ε ρ ο μ η ν ί α ν τ ο ῦ κ λ ε ι σ ί μ α τ ο ς τ ο ῦ λ ο γ α ρ ι α σ μ ο ῦ.

Π ρ ό β λ η μ α. Μετά τοῦ ἐμπόρου Α τηροῦμεν ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν κατά τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον πρός 4%. Εἰς τόν λογαριασμόν περιέχονται αἱ ἑξῆς πράξεις:

Χ ρ έ ω σ ι ς

Ἀπριλίου	10	Μετρητά	λῆξις	Ἀπριλίου 10	δρχ.	4500
Μαΐου	20	Γραμμάτιον	"	Ἰουνίου 5	"	800
Ἰουνίου	20	"	"	Αὐγούστου 5	"	1200

Π ί σ τ ω σ ι ς

Ἰανουαρ.	11	Μετρητά	λῆξις	Ἰανουαρ. 11	δρχ.	2000
Μαρτίου	5	Γραμμάτιον	"	Μαρτίου 20	"	1400
Ἰουνίου	10	"	"	Ἰουλίου 25	"	900

Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τήν 30 Ἰουνίου; (ἔτος ἐμπορικόν).

Λ ύ σ ι ς: Εἰς τόν λογαριασμόν αὐτόν τό γραμμάτιον τῶν 1200 δρχ. τῆς χρεώσεως καί τό γραμμάτιον τῶν 900 δρχ. τῆς πιστώσεως λήγουν μετά τήν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ καί κατά συνέπειαν η ἀξία αὐτῶν τήν ἡμέραν αὐτήν θά εἶναι μικροτέρα τῆς ὀνομαστικῆς των ἀξίας κατά τούς τόκους 35 ἡμερῶν διά τό πρῶτον καί 25 ἡμερῶν διά τό δεύτερον.Διά νά μεταφέρωμεν λοιπόν τά ποσά αὐτά εἰς τήν ἡμέραν κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ θά πρέπει ὄ χ ι ν ά π ρ ο σ θ έ σ ω μ ε ν, ἀλλά ν ά ἀ φ α ι ρ έ σ ω μ ε ν, τούς τοκαρίθμους των ἀπό τήν ἀντίστοιχον στήλην.

Οἱ τοκάριθμοι δηλαδή τῶν γραμματίων αὐτῶν δέν θά εἶναι τοκάριθμοι τόκων ἀλλά τοκάριθμοι ὑ φ α ι ρ έ σ ε ω ν. Διά τόν λόγον τοῦτον ἀναγράφονται (ὅπως καί αἱ ἀντίστοιχοι ἡμέραι), μέ ἐ ρ υ θ ρ ά ν μ ε λ ά ν η ν καί ὀνομάζονται ἐ ρ υ θ ρ ο ί τ ο κ ά ρ ι θ μ ο ι.

Κατά τήν ἡμέραν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ ἀντί νά ἀφαιρέσωμεν τούς ἐρυθρούς τοκαρίθμους ἑκάστης σελίδος, τούς προσθέτομεν εἰς τήν ἀντίθετον σελίδα, δηλαδή τούς ἀναγράφωμεν εἰς αὐτήν μέ μαύρην μελάνην ἤ ἀντί τούτων,προσθέτομεν εἰς τήν σελίδα τοῦ μικροτέρου ἀθροίσματος τῶν ἐρυθρῶν τοκαρίθμων τήν διαφοράν αὐτῶν, ὡς μαῦρον τοκάριθμον. Οὕτως ἔχομεν τόν λογαριασμόν II.

Μετά τήν ἀναγραφήν τῆς διαφορᾶς τῶν ἐρυθρῶν τοκαρίθμων μέ μαύρην μελάνην εἰς τήν πίστωσιν, προχωροῦμεν εἰς τό κλείσιμον τοῦ λογαριασμοῦ κατά τόν ἴδιον, ὅπως καί προηγουμένως τρόπον. Ἐννοεῖται ὅτι, κατά τήν ἐξίσωσιν τῶν τοκαρίθμων δέν λαμβάνομεν πλέον καθόλου ὑπ'ὄψιν μας τούς ἐρυθρούς τοκαρίθμους, ὡς νά μήν ὑπῆρχον οὗτοι.

Διά νά εὕρωμεν λοιπόν τούς τόκους καί τό ὑπόλοιπον ἑνός ἀλληλοχρέου τοκοφόρου λογαριασμοῦ κατά τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον μέ σταθερόν ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον, ἀκολουθοῦμεν τήν ἀκόλουθον πορείαν:

1. Ὑπολογίζομεν τάς τοκοφόρους ἡμέρας ἀπό τήν λῆξιν ἤ valeur ἑκάστου ποσοῦ μέχρι τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ.

2. Εὑρίσκομεν τούς τοκαρίθμους τῶν ποσῶν. Ἐάν ἡ λῆξις ἤ ἡ valeur ἑνός ποσοῦ εἶναι μεταγενεστέρα τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ, ὁ τοκάριθμος γράφεται μέ ἐρυθρόν χρῶμα καί εἶναι τοκάριθμος ὑφαιρέσεως.

3. Γράφομεν μέ μαύρην μελάνην τήν διαφοράν τῶν ἐρυθρῶν τοκαρίθμων εἰς τήν σελίδα μέ τό ἀσθενέστερον ἄθροισμα ἐρυθρῶν τοκαρίθμων.

4. Ἐξισώνομεν τούς τοκαρίθμους χωρίς νά ὑπολογίζωμεν πλέον τούς τυχόν ὑπάρχοντας ἐρυθρούς τοκαρίθμους καί εὑρίσκομεν τόν τόκον διαιροῦντες τό πρός ἐξίσωσιν τῶν τοκαρίθμων ποσόν διά τοῦ ἑκατοστοῦ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.

5. Ἐγγράφομεν τόν τόκον εἰς τήν σελίδα τοῦ μεγαλυτέρου ἀθροίσματος τῶν τοκαρίθμων, ἤτοι εἰς τήν σελίδα τήν ἀντίθετον τῆς σελίδος ἔνθα ἐγράφη τό πρός ἐξίσωσιν τῶν τοκαρίθμων ποσόν.

6. Εὑρίσκομεν καί ἐγγράφομεν τάς προμηθείας εἰς τήν οἰκείαν θέσιν.

7. Ἐξισώνομεν τά ποσά τοῦ λογαριασμοῦ καί εὑρίσκομεν τό ὑπόλοιπον εἰς νέον.

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ II

Εύθεΐα Μέθοδος

Χρέωσις Κος Α. 'Αλληλοχρ. τοκοφ. λ/σμός του κλειόμενος τήν 30 'Ιουνίου πρός 4% Πίστωσις

ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις valeur	ἡμ.	Ποσά	Τοχάρ.	ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις valeur	ἡμ.	Ποσά	Τοχαρ.
'Απρ. 10	Μετρητά	'Απρ. 10	80	4500.--	3600	'Ιαν. 11	Μετρητά	'Ιαν. 11	169	2000.--	3380
Μαΐου 20	Γραμμάτ.	'Ιουν. 5	25	800.--	200	Μαρτ. 5	Γραμμάτ.	Μαρ. 20	100	1400.--	1400
'Ιουν. 20	"	Αὐγ. 5	(35)	1200.--	(420)	'Ιουν. 10	"	'Ιουλ. 25	25	900.--	(225)
'Ιουν. 30	Διαφορά τοχαρ.				1175	'Ιουν. 30	Διαφορά ἐρυθροῦ τοχαριθ.				195
						" 30	τόκος 1175/90			13,06	
						" 30	Πρός ἐξίσωσιν			2186,94	
				6500.--	4975					6500.--	4975
'Ιουλ. 1	'Υπολ. εἰς νέον	'Ιουν. 30		2186,94							

4.6.- Πῶς κλείεται λογαριασμός τηρούμενος κατά τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον ἐνωρίτερον τῆς καθορισθείσης ἡμερομηνίας.

Εἰς ἐξαιρετικάς περιστάσεις (διάλυσις τῆς ἐπιχειρήσεως, πτώχευσις, συγχώνευσις αὐτῆς μετ'ἄλλης, θάνατος τοῦ ἰδιοκτήτου, ἀλλαγή τοῦ ἐπιτοκίου κλπ.), εἴμεθα ἀναγκασμένοι νά κλείσωμεν ἕνα λογαριασμόν ἐκτάκτως πρίν τῆς καθορισθείσης ἡμερομηνίας κλεισίματος, διά τήν ὁποίαν ἔχουν ὑπολογισθεῖ ὅλοι οἱ τοκάριθμοι (ἤ τόκοι). Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν θά διορθώσωμεν τόν λογαριασμόν πρίν κλείσωμεν αὐτόν κατά τό κατωτέρω παράδειγμα:

Π ρ ό β λ η μ α. Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατά τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον πρός 6% κλείεται τήν 31 Μαρτίου. Τήν 15 Μαρτίου διατασσόμεθα νά κλείσωμεν ἐκτάκτως τόν λογαριασμόν. Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ἄν περιέχῃ τάς πράξεις:

Χρέωσις		
Ἰανουαρίου 5 Μετρητά	δρχ.	4200
Μαρτίου 10 Γραμμάτιον 15 Μαΐου	"	6300
Πίστωσις		
Ἰανουαρίου 1 ὑπόλοιπον εἰς νέον	δρχ.	2500

Λ ύ σ ι ς: Ἐπειδή ὁ λογαριασμός κανονικῶς θά ἔπρεπε νά κλείσῃ τήν 31 Μαρτίου, ὅλοι οἱ τοκάριθμοι ἔχουν ὑπολογισθεῖ μέχρι τῆς ἡμερομηνίας αὐτῆς. Διά νά κλείσωμεν ἄρα τόν λογαριασμόν τήν 15 Μαρτίου θά πρέπει νά ἀφαιρέσωμεν ἀπό τούς τοκαρίθμους τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καί τῆς πιστώσεως τοκαρίθμους 15 ἡμερῶν. Ἡ ἀφαίρεσις αὐτή γίνεται, ὡς γνωστόν, διά τῆς ἀναγραφῆς εἰς μέν τήν χρέωσιν τοῦ ἐ ρ υ θ ρ ο ῦ τοκαρίθμου 10500.15 εἰς δέ τήν πίστωσιν τοῦ ἐ ρ υ θ ρ ο ῦ τοκαρίθμου 2500.30 ἤ εἰς μόνην τήν χρέωσιν τῆς διαφορᾶς τῶν ἐρυθρῶν τοκαρίθμων

$$\delta = 10500.15 - 2500.15 = 8000.15$$

ἤ $\delta = 120000$

δηλαδή τοῦ τοκαρίθμου 15 ἡμερῶν τῆς διαφορᾶς τῶν ποσῶν 8000.

Ἀντί ὅμως νά προσθέσωμεν εἰς τήν χρέωσιν τόν ἐ ρ υ θ ρ ό ν τοκάριθμον 120000 προσθέτομεν ἀμέσως εἰς τήν πίστωσιν, ἤτοι εἰς τήν ἀσθενεστέραν σελίδα τῶν ποσῶν, τόν μ α ῦ ρ ο ν τοκάριθμον 120000, ὥστε:

Διά νά κλείσωμεν ἕνα λογαριασμόν τηρούμενον κατά τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον ἐνωρίτερον τῆς καθορισθείσης ἡμερομηνίας, ἀναγράφομεν εἰς τήν σελίδα τοῦ μικροτέρου ἀθροίσματος τῶν ποσῶν, μαῦρον διορθωτικόν τοκάριθμον τῆς διαφορᾶς τῶν ποσῶν διά τάς ἡμέρας κατά τάς ὁποίας κλείει ἐνωρίτερον ὁ λογαριασμός.

Μετά τήν ἀναγραφήν αὐτήν τοῦ διορθωτικοῦ τοκαρίθμου, κλείομεν κανονικῶς τόν λογαριασμόν. Οὕτω ἔχομεν τόν ἔναντι λογαριασμόν III.

4.7.- Λογαριασμός μέ ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον μεταβαλλόμενον κατά τήν διάρκειαν τῆς χρήσεως.

Πρόβλημα. Τό ἐπιτόκιον τοῦ "Λογαριασμοῦ ΙΙ" γίνεται τήν 30 Μαΐου 7%. Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τήν 30 Ἰουνίου;Ἔτος ἐμπορικόν

Λύσις: Διά τήν τήρησιν ἑνός ἀλληλοχρέου τοκοφόρου λογαριασμοῦ μέ μεταβαλλόμενον ἐπιτόκιον,ὑπάρχουν διάφοροι τρόποι. Ὁ ἁπλούστερος ὅμως ὅλων εἶναι νά κλείσωμεν τόν λογαριασμόν προσωρινῶς τήν ἡμέραν καθ'ἥν μεταβάλλεται τό ἐπιτόκιον καί νά ἀνοίξωμεν αὐτόν ἐκ νέου, ὑπολογίζοντες εἰς τό τμῆμα τῆς χρήσεως, τό ὁποῖον ἀκολουθεῖ τόν τόκον πρός τό νέον ἐπιτόκιον. Ἐπειδή,ὅμως δέν ἐπιτρέπεται νά γίνῃ ὁ τόκος τοκοφόρος ἐντός τῆς αὐτῆς χρήσεως, δέν τόν ἀναγράφομεν εἰς τήν στήλην τῶν ποσῶν ὅπου ἀνήκει, ἀλλά εἰς ἰδιαιτέραν στήλην. Κατά τό ὁριστικόν κλείσιμον τοῦ λογαριασμοῦ, ἐξισώνομεν τούς μερικούς τόκους ἑκάστου τμήματος τῆς χρήσεως, ἀναγράφομεν τήν διαφοράν τῶν τόκων εἰς τήν στήλην τῶν ποσῶν εἰς τήν ὁποίαν ἀνήκει καί κλείομεν κατόπιν τόν λογαριασμόν κανονικῶς. Οὕτω ἔχομεν τόν λογαριασμόν IV.

Παρατήρησις 1) Ὁ ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός, εἰς τήν περίπτωσιν καθ'ἥν μεταβάλλεται τό ἐπιτόκιόν του κατά τήν διάρκειαν τῆς χρήσεώς του, δύναται νά τηρηθῇ καί δίχως νά εἶναι ἀνάγκη εἰς ἑκάστην μεταβολήν τοῦ ἐπιτοκίου νά κλείωμεν αὐτόν καί νά ἀναγράφωμεν τούς τόκους εἰς ἰδιαιτέρα στήλην. Πρός τοῦτο ἐξισώνομεν τούς τοκαρίθμους εἰς ἕκαστον τμῆμα τοῦ λογαριασμοῦ, ἀφοῦ προσθέσωμεν, ὅπου ἀνήκει, τόν διορθωτικόν τοκάριθμον τῆς μεταφορᾶς τοῦ κλεισίματος, ἀλλά

Λ Ο Γ Α Ρ Ι Α Σ Μ Ο Σ III

Εὐθεῖα Μέθοδος

Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός
Χρέωσις κλειόμενος τήν 31 Μαρτίου καί κλεισθείς ἐκτάκτως τήν 15 Μαρτίου πρός 6% Πίστωσις

ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις	ἡμ.	Ποσά	Τοκαρ.	ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις	ἡμ.	Ποσά	Τοκάρ.
Ἰαν. 5	Μετρητά	Ἰαν. 5	85	4200.--	3570	Ἰαν. 1	Ὑπόλ. εἰς νέον	Δεκ. 31	90	2500.--	2250
Μαρτ. 10	Γραμμάτ.	Μαΐου 15	45	6300.-	(2835)	Μαρτ. 15	Διορθωτ. τοκαρ.				1200
" 15	Διαφορά τοκαρ.				2715	" 15	Ὑπεροχή ἐρυθροῦ				2835
						" 15	τόκος 2715/60			45,25	
						" 15	Πρός ἐξίσωσι ὑποσῶν			7954,75	
				10500	6285					10500.--	6285
Μαρτ. 16	Ὑπόλ. εἰς νέον	Μάρ. 15		7954,75							

Λ Ο Γ Α Ρ Ι Α Σ Μ Ο Σ IV

Εὐθεῖα Μέθοδος

Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λ/σμός Κ.Α. κλειόμενος τήν 30 Ἰουνίου πρός 4% μέχρι 30 Μαΐου καί πρός 7% μέχρι 30 Ἰουνίου

Χρέωσις | Πίστωσις

Ἡμερ. ἐγγρ.	Αἰτιολογία	Λῆξις	Ἡμ.	Ποσά	Τοκάρ.	Τόκοι	Ἡμερ. ἐγγρ.	Αἰτιολογία	Λῆξις	Ἡμ.	Ποσά	Τοκάρ.	Τόκοι
Ἀπρ.10	Μετρητά	Ἀπρ.10	80	4500.--	3600		Ἰαν.11	Μετρητά	Ἰαν.11	169	2000.--	3380	
Μαΐ.20	Γραμμάτιον	Ἰουν. 5	25	800.--	200		Μαρ. 5	Γραμμάτιον	Μαρ.20	100	1400.--	1400	
" 20	Διαφ.τοκαρ.				1550		Μαΐ.30	Διαφθ.τοκάρ.				570	
							" 30	Τόκ.1550/90					17,22
							" 30	Πρός ἐξίσ.			1900.--		
	Πρός 7%			5300.--	5350			Πρός 7%			5300.--	5350	
Ἰουν. 1	Ὑπ.εἰς νέον	Μαΐ.30	30	1900.--	570		Ἰουν.10	Γραμμάτιον	Ἰουλ.25	(25)	900.--	(225)	
" 20	Γραμμάτιον	Αὐγ. 5	35	1200.--	(420)		" 30	Διαφ.ἐρυθρ.				195	
" 30	Τόκος 375/360/7					7,29	" 30	Διαφ.τοκαρ.				375	
							" 30	Διαφ. τόκων			9,93		
" 30	Πρός ἐξίσ. τόκων					9,93	" 30	Πρός ἐξίσ. ποσῶν			2190,07		
				3100.--	570	17,22					3100.--	570	17,22
Ἰουλ. 1	Ὑπ.εἰς νέον	Ἰουν.30		2190,07									

δέν ἐξισώνομεν τά ποσά, οὔτε κλείομεν τόν λογαριασμόν. Εἰς τό δεύτερον τμῆμα τοῦ λογαριασμοῦ, τό ὁποῖον θά τηρηθῇ πρός τό νέον ἐπιτόκιον, πρίν ἀρχίσωμεν τήν ἀναγραφήν ποσῶν, γράφομεν πρῶτον εἰς τήν στήλην τῶν τοκαρίθμων τῆς σελίδος τοῦ μεγαλυτέρου ἀθροίσματος τῶν ποσῶν, τόν τοκάριθμον τῆς διαφορᾶς τῶν ποσῶν διά τάς ἡμέρας αἱ ὁποῖαι ὑπολοίπονται μέχρι τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ. Κατά τήν ἡμέραν τοῦ ὁριστικοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ ἐξισώνομεν τούς τοκαρίθμους καί τοῦ τελευταίου τμήματος τῆς χρήσεως καί ἀναγράφομεν εἰς τήν στήλην τῶν ποσῶν εἰς τήν ὁποίαν ἀνήκουν ὅλους τούς τόκους τούς ἀντιστοιχοῦντας εἰς τάς τμηματικάς διαφοράς τῶν τοκαρίθμων. Οὕτω ἔχομεν τόν λογαριασμόν V.

Παρατήρησις II. Ἡ Εὐθεῖα Μέθοδος ἐγκαταλείπεται, ὁλονέν καί περισσότερον εἰς τήν πρᾶξιν. Οἱ λόγοι, προκειμένου περί ἀμοιβαίου ἐπιτοκίου, εἶναι κυρίως δύο: πρῶτον, ὅτι διά νά καταστρώσωμεν ἕνα ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν κατά τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον εἶναι ἀπαραίτητον νά γνωρίζωμεν ἐκ τῶν προτέρων τήν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ καί δεύτερον, διότι συχνά παρουσιάζονται εἰς αὐτήν ἐρυθροί τοκάριθμοι, οἱ ὁποῖοι περιπλέκουν τούς ὑπολογισμούς διά τήν εὕρεσιν τοῦ τόκου καί αὐξάνουν τάς πιθανότητας σφαλμάτων.

Πρός θεραπείαν τῶν μειονεκτημάτων αὐτῶν χρησιμοποιοῦνται πολλοί τρόποι. Οὕτω, διά νά ἀποφύγωμεν τούς ἐρυθρούς τοκαρίθμους χρησιμοποιοῦμεν κυρίως τούς ἑξῆς δύο τρόπους:

α) Ἀναγράφομεν εἰς τόν λογαριασμόν τήν παροῦσαν ἀξίαν ἑκάστου ποσοῦ κατά τήν ἡμέραν τῆς ἐγγραφῆς του. Πρός τοῦτο ἀφαιροῦμεν ἀπό τήν ὀνομαστικήν του ἀξίαν τόν τόκον της διά τάς ἡμέρας αἵτινες μεσολαβοῦν μεταξύ τῆς ἡμερομηνίας ἐγγραφῆς τοῦ ποσοῦ καί τῆς λήξεώς του. Ὁ τόκος ὑπολογίζεται βεβαίως πρός τό ἐπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ. Οὕτω ὅλα τά ποσά μετατρέπονται εἰς μετρητά καί δέν παρουσιάζονται πλέον ἐρυθροί τοκάριθμοι.

β) Καταστρώνομεν τόν λογαριασμόν λαμβάνοντες ὡς ἡμερομηνίαν κλεισίματος αὐτοῦ οὐχί τήν πραγματικήν, ἀλλά ἄλλην τινα εἰκονικήν μεταγενεστέραν πάσης πιθανῆς λήξεως. Συνήθως εἰκονική ἡμερομηνία κλεισίματος τρεῖς μῆνας μεταγενεστέρως τῆς πραγματικῆς εἶναι ἀρκετή νά ὑπερβῇ ὅλας τάς πιθανάς λήξεις καί νά ἐμποδίσῃ τήν ἐμφάνισιν εἰς τόν λογαριασμόν μας ἐρυθρῶν τοκαρίθμων.

Τήν ἡμέραν τοῦ πραγματικοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ κλείομεν αὐτόν κατά τόν αὐτόν τρόπον κατά τόν ὁποῖον κλεί-

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ V

Εὐθεῖα Μέθοδος

Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός

Χρέωσις Κ.Α κλειόμ. τήν 30 Ἰουν. πρός 4% μέχρι 30 Μαΐου καί πρός 7% μέχρι 30 Ἰουν. Πίστωσις

ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις	ἡμ	Ποσά	Τοκάρ.	ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις	ἡμ	Ποσά	Τοκάρ.
Ἀπρ. 10	Μετρητά	Ἀπρ. 10	80	4500.--	3600	Ἰαν. 11	Μετρητά	Ἰαν. 11	169	2000.--	3380
Μαΐου 20	Γραμμάτ.	Ἰουν. 5	25	800 --	200	Μαρτ 5	Γραμματ.	Μαρ. 20	100	1409.--	1400
" 30	Πρός ἐξ τοκαρ.				1550	Μαΐου 30	Διορθωτ. τοκαρ.				570
					5350						5350
	7%						7%				
Ἰουν. 1	Ὑπολ. 1900	Μαΐου 30	30		570	Ἰουν. 10	Γραμμάτ.	Ἰουλ. 25	25	900.--	(225)
" 20	Γραμμάτ.	Αὐγ. 5	35	1200.--	(420)	" 30	Διαφορά ἐρυθροῦ				195
" 30	τόκοι 375 / 360/7			7,29		" 30	Πρός ἐξίσ τοκαρ.				375
						" 30	τόκοι 1550/90			17,22	
						" 30	Πρός ἐξίσ. ποσῶν			2190,07	
				6507,29	570					6507,29	570
Ἰουλ 1	Ὑπόλ εἰς νέον			2190,07							

ομεν ἕνα λογαριασμόν ἐκτάκτως, ἐνωρίτερον τῆς καθοριζομένης
ἡμερομηνίας κλεισίματος.

Παρατήρησις III. Εἰς ὅλα τά μέχρι τοῦδε ἐξετα-
σθέντα παραδείγματα, οἱ λογαριασμοί ἐτηροῦντο μέ ἀμοιβαῖον
ἐπιτόκιον. Ἡ περίπτωσις ὅμως αὐτή δέν εἶναι ἡ συνήθης, ὅταν
οἱ λογαριασμοί τηροῦνται μεταξύ τραπεζῶν καί πελατῶν των. Εἰς
τήν περίπτωσιν αὐτήν οἱ λογαριασμοί τηροῦνται, σχεδόν πάν-
τοτε, μέ μή ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον. Ἡ τήρησις ὅμως τοι-
ούτων λογαριασμῶν μέ τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον ὁδηγεῖ, ἀπό ἀδυνα-
μίαν τῆς Μεθόδου, εἰς λανθασμένα ἐξαγόμενα, πρός διόρθωσιν
τῶν ὁποίων ἀπαιτοῦνται συμπληρωματικαί διορθωτικαί πράξεις
αἵτινες καθιστοῦν τόσον πολύπλοκον τήν τήρησιν τοῦ λογαρια-
σμοῦ, ὥστε νά εἶναι ἐντελῶς ἄχρηστος εἰς τήν πρᾶξιν. Διά τόν
λόγον αὐτόν δέν θά ἀσχοληθῶμεν καθόλου μέ τήν περίπτωσιν τοῦ
μή ἀμοιβαίου ἐπιτοκίου εἰς τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον. Θά δώσωμεν
μόνον ἕνα παράδειγμα τό ὁποῖον θά μᾶς παρουσιάσῃ σαφῶς τήν
ἀδυναμίαν τῆς Εὐθείας Μεθόδου εἰς τήν τήρησιν ἀλληλοχρέων
τοκοφόρων λογαριασμῶν μέ μή ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον.

Πρόβλημα. Ὁ πελάτης μας Α καταθέτει εἰς τήν Τράπε-
ζάν μας τήν 28 Φεβρουαρίου δρχ. 15000. Τήν 12 ἰδίου μηνός
ἐξοφλοῦμεν ἐπιταγήν του ἐπί τῆς Τραπέζης ἐκ δρχ. 15000. Ποῖον
τό ὑπόλοιπον τοῦ παρ' ἡμῖν λογαριασμοῦ του τήν 31 Μαρτίου, ἐ-
άν τό ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως εἶναι 9% καί τῆς πιστώσεως 4%;
Ἔτος μικτόν.

Λύσις: Καταστρώνομεν ὡς συνήθως τόν ἀλληλόχρεον το-
κοφόρον λογαριασμόν μέ τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον καί κατά τό κλεί-
σιμον αὐτοῦ δέν ἐξισώνομεν τούς τοκαρίθμους, διότι ἑκάστη σε-
λίς ἔχει τό ἰδιαίτερόν της ἐπιτόκιον, καί κατά συνέπειαν τό
ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων εἰς ἑκάστην σελίδα τόν ἀντιστοιχοῦν-
τα εἰς τόν τοκάριθμον αὐτῆς τόκον. Οὕτω ἔχομεν τόν λογαρια-
σμόν VI, ἐκ τοῦ ὁποίου προκύπτει ὅτι τήν 1ην Ἀπριλίου ὁ πε-
λάτης μας Α ὀφείλει εἰς τήν Τράπεζαν διαφοράν τόκων 25 δρχ.
Τό ἀποτέλεσμα ὅμως τοῦτο εἶναι προφανῶς λανθασμένον, διότι ὁ
πελάτης μας κατέθεσε τήν 28 Φεβρουαρίου 15000 δρχ. τάς ὁποίας
ας ἀπέσυρε μετά 12 ἡμέρας καί κατά συνέπειαν ὄχι μόνον δέν
μᾶς ὀφείλει τόκους, ἀλλ' ἀντιθέτως δικαιοῦται νά εἰσπράξῃ τόν
τόκον τῶν 15000 δρχ. τῆς καταθέσεώς του ἀπό 1ης Μαρτίου μέ-
χρι 11 Μαρτίου πρός τό ἐπιτόκιον τῆς Τραπέζης 4%. Ὁ λογαρια-
σμός θά ἔπρεπε δηλαδή νά παρουσιάζῃ πιστωτικόν ὑπόλοιπον 1500
: 90 = 16,67 δρχ καί ὄχι χρεωστικόν ὑπόλοιπον 25 δρχ.

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ VI

Εὐθεῖα Μέθοδος

Χρεωσις 9% Λογαριασμός πελάτου μας Α κλειόμενος τήν 31 Μαρτίου Πίστωσις 4%

ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις	ἡμ.	Ποσό	Τκάρ.	ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις	ἡμ.	Ποσό	Τοκάρ.
Μαρτ. 12	Ἐπιταγή	Μαρ. 11	20	15000 -	3000	Φεβρ. 28	Κατάθεσις	Μαρ. 1	30	15000.--	4500
" 31	τόκοι 3000/40			75		Μαρτ. 31	τόκοι 4500/90			50	
						" 31	Πρός ἐξίσ. ποσῶν			25	
				15075.--						15075.--	
Ἀπρ. 1	Ὑπόλ. εἰς νέον			25							

Σημείωσις: Συνήθως, ὡς πρόχειρος διόρθωσις προτείνεται ἡ ἐξίσωσις τῶν τοκαρίθμων καί ὁ ὑπολογισμός τοῦ τόκου ἐπί τῆς διαφορᾶς αὐτῶν πρός τό ἐπιτόκιον τῆς σελίδος τοῦ μεγαλυτέρου ἀθροίσματος τῶν τοκαρίθμων. Ὁ τρόπος αὐτός βελτιώνει κάπως, καί πολλάκις ἐξαλείφει, τό λάθος. Ἐν τούτοις οὔτε αὐτός δίδει πάντοτε τό ὀρθόν ἀποτέλεσμα.

Διά νά ἔχωμεν ὀρθά ἐξαγόμενα μέ τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον θά ἔπρεπε νά χωρίσωμεν τόν λογαριασμόν εἰς πολλά μέρη, ἕκαστον τῶν ὁποίων νά κλείῃ τήν στιγμήν καθ'ἥν τό ὑπόλοιπον εἰς νέον ἀλλάζει σελίδα. Εἶναι προφανές, ὅτι μία τοιαύτη μέθοδος εἶναι ἐντελῶς ἀνεφάρμοστος εἰς τήν λογιστικήν, ἥτις ἀπαιτεῖ σαφήνειαν εἰς τήν τήρησιν τῶν λογαριασμῶν.

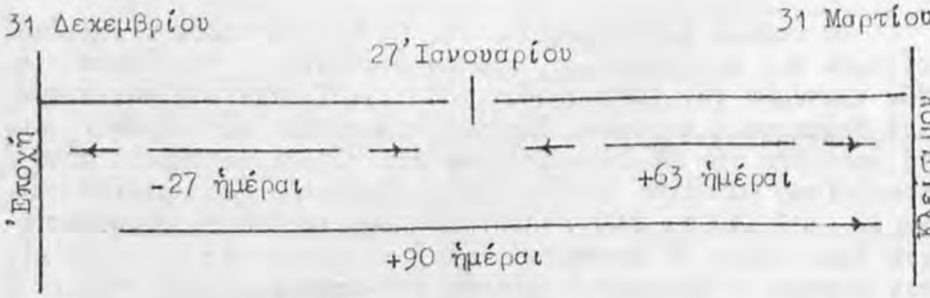
4.8.- Πῶς τηρεῖται ὁ λογαριασμός κατά τήν Ἀντίστροφον Μέθοδον.

Τά σοβαρά μειονεκτήματα τῆς Εὐθείας Μεθόδου εἶναι, ὅπως εἴδομεν καί προηγουμένως, πρῶτον ἡ ἀνάγκη νά γνωρίζωμεν ἐκ τῶν προτέρων τήν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος τῶν λογαριασμῶν καί δεύτερον ἡ παρουσία ἐρυθρῶν τοκαρίθμων εἰς αὐτούς. Διά νά ἀπαλλάξῃ τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον ἀπό τά μειονεκτήματα αὐτά ὁ τραπεζίτης Laffitte (1767-1844), ἔλαβεν ὡς ἡμερομηνίαν εἰκονικοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ τήν προγενεστέραν ὅλων λῆξιν. Ἡ ἡμερομηνία αὐτή καλεῖται ἐποχή καί εἶναι συνήθως ἡ ἡμερομηνία λήξεως τοῦ ὑπολοίπου εἰς νέον. Ἡ οὕτω βελτιωθεῖσα Εὐθεῖα Μέθοδος καλεῖται Νέα ἤ Ἀντίστροφος Μέθοδος ἤ Μέθοδος τοῦ Laffitte ἐκ τοῦ ὀνόματος τοῦ πρώτου χρησιμοποιήσαντος αὐτήν.

Ἡ Ἀντίστροφος Μέθοδος εἶναι οὐσιαστικῶς ἡ αὐτή μέ τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον, μέ τήν διαφοράν ὅτι ἕκαστον τῶν ἐγγεγραμμένων ποσῶν ἀνάγεται διά προεξοφλήσεως εἰς τήν ἐποχήν. Ἡ προεξόφλησις γίνεται διά τῆς ἀναγραφῆς μόνον εἰς ἕκαστον ποσόν τῆς χρεώσεως ἤ τῆς πιστώσεως ἐρυθροῦ τοκαρίθμου διά τάς ἡμέρας αἵτινες μεσολαβοῦν μεταξύ λήξεως τοῦ ποσοῦ καί ἐποχῆς. Τοιουτοτρόπως ὅλοι οἱ τοκάριθμοι θά εἶναι ἐρυθροί καί κατά συνέπειαν δέν θά παρίσταται καμμία πλέον ἀνάγκη νά τούς διακρίνωμεν μεταξύ των ὅπως συμβαίνει εἰς τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον, ὅπου ἄλλοι δίδουν τόκον καί ἄλλοι ὑφαίρεσιν. Κατά συνέπειαν τούς γράφομεν μέ μαύρην καί οὐχί μέ ἐρυθράν μελάνην. Οὕτω διά τῆς μετατροπῆς ἀκριβῶς ὅλων τῶν τοκαρίθμων εἰς ἐρυθρούς, ἀπαλλασσόμεθα ἀπό τούς ἐρυθρούς τοκαρίθμους.

'Εννοεῖται, ὅτι οἱ τοκάριθμοι διατηροῦν ὅλην τήν σημασίαν τῶν ἐρυθρῶν τοκαρίθμων μολονότι εἶναι γραμμένοι μέ μαύρην μελάνην.

Τήν ἡμέραν καθ'ἥν διαταχθῶμεν νά κλείσωμεν τόν λογαριασμόν καί τήν ὁποίαν δέν εἶναι ἀνάγκη νά γνωρίζωμεν ἐκ τῶν προτέρων, μεταφέρομεν τό σύνολον τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καί τῆς πιστώσεως —ἤ καλύτερον τήν διαφοράν αὐτῶν— ἀπό τήν ἡμερομηνίαν τοῦ εἰκονικοῦ κλεισίματος (δηλαδή ἀπό τήν ἐποχήν) εἰς τήν ἡμερομηνίαν τοῦ πραγματικοῦ κλεισίματος. Πρός τοῦτο προσθέτομεν τοκάριθμον τόκου τῆς διαφορᾶς τῶν ποσῶν εἰς τήν ἰσχυροτέραν σελίδα αὐτῶν διά τῆς μεταξύ ἐποχῆς καί κλεισίματος ἡμέρας. Διά τῆς προσθέσεως τοῦ τοκαρίθμου αὐτοῦ ἕκαστον τῶν ἐγγεγραμμένων ποσῶν τοκίζεται, ὅπως φαίνεται καί ἐκ τοῦ κατωτέρω σχήματος, ἐπί τόσας ἀκριβῶς ἡμέρας ὅσας ἔπρεπε νά τοκισθῆ, ἤτοι ἀπό τῆς λήξεώς του μέχρι τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ.



'Επειδή ὅμως ὅλοι οἱ τοκάριθμοι εἰς τήν 'Αντίστροφον Μέθοδον παριστάνουν ὑφαίρεσιν καί ὄχι τόκον, ἀντί νά προσθέσωμεν τοκάριθμον τόκου, εἰς τήν ἰσχυροτέραν σελίδα τῶν ποσῶν καί νά ἔχωμεν ἀνάγκην διακρίσεως τοῦ τοκαρίθμου αὐτοῦ, προσθέτομεν εἰς τήν ἀσθενεστέραν σελίδα τοκάριθμον ὑφαιρέσεως. Κατόπιν προχωροῦμεν εἰς τό κλείσιμον τοῦ λογαριασμοῦ, ὑπολογίζοντες τόν τόκον ἐκ τῆς διαφορᾶς τῶν τοκαρίθμων, ἡ ὁποία θά προκύψῃ ἐκ τῆς ἐξισώσεως αὐτῶν. Ὁ τόκος αὐτός παριστάνει ὅμως ὑφαίρεσιν καί κατά συνέπειαν πρέπει νά ἀφαιρεθῆ ἀπό τά ποσά τῆς σελίδος τοῦ μεγαλυτέρου ἀθροίσματος τῶν τοκαρίθμων, ἄρα νά προστεθῆ εἰς τά ποσά τῆς ἀντιθέτου σελίδος. Ὥστε ὁ τόκος ἀναγράφεται εἰς τά ποσά τῆς ἰδίας σελίδος μέ ἐκείνην εἰς τήν ὁποίαν ἐγράφη ὁ πρός ἐξίσωσιν τῶν τοκαρίθμων ἀριθμός.

Οὕτω διά νά τηρήσωμεν ἕνα ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν μέ τήν Ἀντίστροφον Μέθοδον:

1. Ὑπολογίζομεν τάς ἡμέρας μεταξύ λήξεως ἑκάστου ποσοῦ καί ἐποχῆς τοῦ λογαριασμοῦ.

2. Εὑρίσκομεν τούς ἀντιστοιχοῦντας τοκαρίθμους

3. Ἀναγράφομεν εἰς τήν ἀσθενεστέραν σελίδα τῶν ποσῶν, διορθωτικόν τοκάριθμον τῆς διαφορᾶς τῶν ποσῶν διά τάς ἡμέρας μεταξύ ἐποχῆς καί κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ.

4. Ἐξισώνομεν τούς τοκαρίθμους καί ὑπολογίζομεν τόν τόκον ἐκ τῆς διαφορᾶς αὐτῶν καί τόν ἀναγράφομεν εἰς τήν στήλην τῶν ποσῶν τῆς σελίδος ἔνθα ἐγράφη τό πρός ἐξίσωσιν τῶν τοκαρίθμων ποσόν.

5. Ἀναγράφομεν εἰς τήν οἰκείαν σελίδα τάς τυχόν προμηθείας καί λοιπά ἔξοδα. καί

6. Ἐξισώνομεν τά ποσά καί εὑρίσκομεν τό ὑπόλοιπον εἰς νέον.

Πρόβλημα. Ὁ λογαριασμός ὑπ' ἀριθ. II νά τηρηθῇ κατά τήν Ἀντίστροφον Μέθοδον.

Λύσις: Τήν λύσιν τοῦ προβλήματος αὐτοῦ τήν δίδει ὁ λογαριασμός VII, ὅστις συνετάγη συμφώνως πρός τόν ἀνωτέρω κανόνα.

Παρατήρησις I. Παρ' ὅλον, ὅτι γενικῶς ἀποφεύγονται εἰς τήν Ἀντίστροφον Μέθοδον οἱ ἐρυθροί τοκάριθμοι, συμβαίνει ἐνίοτε νά παρουσιασθοῦν καί εἰς αὐτήν ἐρυθροί τοκάριθμοι. Ἐάν λ.χ. ἔχωμεν νά ἀναγράψωμεν εἰς τόν λογαριασμόν παράλειψίν τινα προηγουμένης χρήσεως, τό ποσόν αὐτῆς θά λήγῃ κατά πᾶσαν πιθανότητα πρό τῆς ἐποχῆς καί κατά συνέπειαν διά νά ἀναχθῇ εἰς αὐτήν θά πρέπει νά τοκισθῇ καί ὄχι νά προεξοφληθῇ. Διά τοῦτο ὁ τοκάριθμος τοῦ ποσοῦ αὐτοῦ θά γραφῇ πρός διάκρισιν δι' ἐρυθρᾶς μελάνης. Κατά τό κλείσιμον λογαριασμοῦ εἰς τήν ἀρκετά σπανίαν περίπτωσιν ἐρυθρῶν τοκαρίθμων εἰς τήν Ἀντίστροφον Μέθοδον ἐργαζόμεθα ἐντελῶς μέ τόν ἴδιον τρόπον μέ τόν ὁποῖον ἐργαζόμεθα εἰς τήν ἀνάλογον περίπτωσιν τῆς Εὐθείας Μεθόδου.

Παρατήρησις II. Ἐάν τό ἐπιτόκιον τοῦ ἀλληλοχρέου τοκοφόρου λογαριασμοῦ μεταβάλλεται κατά τήν διάρκειαν τῆς χρήσεως, ἡ τήρησις τοῦ λογαριασμοῦ μέ τήν Ἀντίστροφον Μέθοδον εἶναι ἐντελῶς ἀνάλογος μέ τήν ἀντίστοιχον περίπτωσιν τῆς Εὐθείας Μεθόδου. Κλείομεν δηλαδή τόν λογαριασμόν τήν ἡμέραν τῆς μεταβολῆς τοῦ ἐπιτοκίου καί ἀνοίγομεν αὐτόν ἐκ νέου μέ

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ VII

'Αντίστροφος Μέθοδος

Χρέωσις Κος Α. 'Αλληλ. τοκοφ. λογ/σμός του κλειόμενος τήν 30 'Ιουνίου πρός 4% Πίστωσις

ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις valeur	ἡμ.	Ποσά	Τοκάρ.	ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις valeur	ἡμ.	Ποσά	Τοκάρ.
'Απρ. 10	Μετρητά	'Απρ. 10	89	4500.--	4005	'Ιαν. 11	Μετρητά	'Ιαν. 11	--	2000.--	ἐποχή
Μαΐου 20	Γραμμάτ.	'Ιουν. 5	144	800.--	1152	Μαρτ. 5	Γραμματ.	Μαρ. 20	69	1400.--	966
'Ιουν. 20	"	Αὐγ. 5	(204)	1200.--	2448	'Ιουν. 10	"	'Ιουλ. 25	194	900	1746
						" 30	διορθωτ. τοκαριθ.				3718
						" 30	Πρός ἐξίσ. τοκαρ.				1175
						" 30	τόκοι 1175/90			13,06	
						" 30	Πρός ἐξίσ. ποσῶν			2186,94	
				6500 -	7605					6500.--	7605
'Ιουλ. 1	'Υπόλ. εἰς νέον			2186,94							

τό νέον ἐπιτόκιον. Ἐννοεῖται ὅτι καί ἐδῶ δέν συμπεριλαμβάνομεν τόν τόκον εἰς τό ὑπόλοιπον κατά τά μερικά κλεισίματα, ἀλλά μόνον κατά τό τελευταῖον κλείσιμον διά νά μή καταστήσωμεν τοκοφόρον τόν τόκον κατά τήν διάρκειαν τῆς χρήσεως τοῦ λογαριασμοῦ. Τά κατωτέρω δύο παραδείγματα λογαριασμῶν, ὁ λογαριασμός VIII καί IX, μᾶς δεικνύουν τούς τρόπους τηρήσεως τοῦ λογαριασμοῦ τούς ἀντιστοιχοῦντας μέ τούς ἀναλόγους τρόπους τῆς Εὐθείας Μεθόδου.

Προκειμένου νά εὕρωμεν τόν διορθωτικόν τοκάριθμον 660 τοῦ δευτέρου μέρους τῆς χρεώσεως, τό ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τό νέον ἐπιτόκιον 7%, ἐλάβομεν τήν διαφοράν τοῦ συνόλου τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καί πιστώσεως.

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς III. Ἐπειδή ἡ Ἀντίστροφος Μέθοδος οὐσιαστικῶς εἶναι ἡ ἰδία μέ τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον, εἶναι προφανές, ὅτι καί εἰς τήν Ἀντίστροφον θά παρουσιάζεται ἡ αὐτή ἀδυναμία προκειμένου νά τηρηθοῦν λογαριασμοί μέ μή ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον. Περί αὐτοῦ δυνάμεθα νά βεβαιωθῶμεν τηροῦντες μέ τήν Ἀντίστροφον Μέθοδον τό παράδειγμα τῆς Παρατηρήσεως III καί τῆς § 4.7 ὁπότε θά εὕρωμεν, ὅτι ὁ πελάτης τῆς τραπέζης ὀφείλει εἰς αὐτήν τόκον 33,33 δρχ. ἀντί νά λάβῃ ἀπό αὐτήν τόκον 16,67 δρχ. ὅπως εἶναι τό σωστόν.

4.9.- Πῶς τηρεῖται ὁ λογαριασμός κατά τήν Ἀμβουργικήν Μέθοδον.

Εἰς τήν Ἀμβουργικήν Μέθοδον δέν τοκίζονται, ὅπως εἰς τάς δύο προηγουμένας, τά ποσά τῆς χρεώσεως καί τῆς πιστώσεως ἰδιαιτέρως, ἀλλά μόνον τό ἑκάστοτε ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ὅπερ προσδιορίζεται ἀμέσως μετά κάθε νέαν ἐγγραφήν. Τό ὑπόλοιπον αὐτό δίδει τόκον ἀπό τῆς λήξεως (valeur) τῆς μιᾶς πράξεως μέχρι τῆς λήξεως τῆς ἑπομένης.

Ἐπειδή ὅμως ἡ κατ'αὐτόν τόν τρόπον τήρησις τοῦ λογαριασμοῦ δέν εἶναι εὔκολος εἰς τό Καθολικόν μας, ἡ Ἀμβουργική Μέθοδος ἀπαιτεῖ δ ύ ο β ι β λ ί α ἀντί ἑνός: τό Καθολικόν, ὅπου ἀναγράφεται ὁ λογαριασμός μέ τήν συνήθη μορφήν τῶν "τρεχουμένων λογαριασμῶν" καί τό φ ύ λ λ ο ν τ ό κ ο υ, ὅπου γίνονται αἱ πράξεις διά τόν ὑπολογισμόν τοῦ τόκου. Εἶναι προφανές, ὅτι τά ὑπόλοιπα τῶν δύο αὐτῶν βιβλίων πρέπει νά συμφωνοῦν.

Τό κάτωθι παράδειγμα θά μᾶς δώσῃ τήν γενικήν γραμμήν

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ VIII

'Αντίστροφος Μέθοδος

'Αλληλόχρεος τοκοφόρος λ/σμός Κου Α. κλειόμενος τήν 30'Ιουνίου πρός 4% μέχρι 30 Μαΐου καί 7% μέχρι τέλους τής χρήσεως

Χρέωσις — Πίστωσις

Ἡμερ. ἐγγρ.	Αἰτιολογία	Λῆξεις	Ἡμ.	Ποσά	Τοκάρ.	Τόκοι	Ἡμερ. ἐγγρ.	Αἰτιολογία	Λῆξεις	Ἡμ.	Ποσά	Τοκάρ.	Τόκοι
'Απρ.10	Μετρητά	'Απρ.10	89	4500.--	4005		'Ιαν. 11	Μετρητά	'Ιαν.11	--	2000.--	ἐποχή	
Μαΐ.20	Γραμμάτιον	'Ιουν. 5	~~44~~	800.--	1152		Μαρ. 5	Γραμμάτιον	Μαρ.20	69	1400.--	966	
							" 30	διόρθ. τοκάρ.				2641	
							" 30	Πρός ἐξίσ.					
								τοκαρ.				1550	
							" 30	τόκ. 1550/90					17,22
							" 30	Πρός ἐξίσ.					
								ποσῶν			1900.--		
	Πρός 7%			5300.--	5157			Πρός 7%			5300.--	5157	
'Ιουν. 1	Ὑπ.εἰς νέον	Μαΐ.30	--	1900.--	ἐποχή		'Ιουν.10	Γραμμάτιον	'Ιουλ.25	55	900.--	495	
" 20	Γραμμάτιον	Αὐγ. 5	65	1200.--	780		" 30	διορθ. τοκαρ.				660	
" 30	Πρός ἐξίσ.						" 30	Διαφ. τόκων			9,93		
	τοκαρ.				375		" 30	Πρός ἐξίσ.					
" 30	τόκοι 375							ποσῶν			2190,07		
	360/7					7,29							
" 30	Πρός ἐξίσ.												
	τόκων					9,93							
				3100.--	1155	17,22					3100.--	1155	17,22
'Ιουλ. 1	Ὑπ.εἰς νέον	'Ιουν.30		2190,07									

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ IX

'Αντίστραφος Μέθοδος

'Αλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός

Χρέωσις τοῦ Α. κλειόμ. τήν 30 'Ιουν. πρός 4% μέχρι 30 Μαΐου καί 7% μέχρι 30 'Ιουνίου Πίστωσις

ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις valeur	ἡμ.	Ποσά	Τοκάρ.	ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις valeur	ἡμ.	Ποσά	Τοκάρ.
'Απρ. 1	Μετρητά	'Απρ. 10	89	4500.--	4005	'Ιαν. 11	Μετρητά	'Ιαν. 11	--	2000.--	ἐποχή
Μαΐου 20	Γραμμάτ.	'Ιουν. 5	144	800.--	1152	Μαρτ. 5	Γραμμάτ.	Μαρ. 20	69	1400.--	966
						" 30	διορθωτ. τοκάριθ.				2641
						" 30	Πρός ἐξίσ. τοκαριθ.				1550
					5157						5157
'Ιουν. 31	7% Ὑπόλ. 1900	Μαΐου 30			ἐποχή	'Ιουν. 10	7% Γραμμάτ.	'Ιουλ. 25	55	900	495
" 20	Γραμμάτ.	Αὐγ. 5	65	1200	780	" 30	διορθωτ. τοκαριθ.				660
" 30	Πρός ἐξίσ. τοκαριθ.				375	" 30	τόκοι 1550/90			17,22	
" 30	τόκοι 375/360/7			7,29		" 30	Πρός ἐξίσ. ποσῶν			2190,07	
				6507,29	1155					6507,29	1155
'Ιουλ. 1	Ὑπόλ. εἰς νέον			2190,07							

σκέψεως ἥν ἀκολουθεῖ ἡ Ἀμβουργική Μέθοδος.

Π ρ ό β λ η μ α. Ἔμπορος ἀποστέλλει τήν 2αν Ἰανουαρίου εἰς ἕτερον ἔμπορον, μετά τοῦ ὁποίου ἔχει ἀνοικτόν τοκοφόρον λογαριασμόν 1000 δρχ. Τήν 12 ἰδίου μηνός ἐκδίδει ἐπ' αὐτοῦ ἐπιταγήν 800 δρχ. Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ εἰς τό τέλος τοῦ μηνός ἐάν τό ἐπιτόκιον εἶναι 6%;

Λ ύ σ ι ς: Τήν 2αν Ἰανουαρίου ὁ δεύτερος ἔμπορος ὀφείλει εἰς τόν πρῶτον δρχ. 1000

Τήν 12ην Ἰανουαρίου ὀφείλει:

α) τό παλαιόν ὑπόλοιπον:		" 1000
β) τόκους 10 ἡμερῶν		" 1,67
		δρχ. 1001,67
γ) — τό ποσόν τῆς ἐπιταγῆς		" 800.-
	Ἐν ὅλῳ	δρχ. 201,67

Τήν 31ην Ἰανουαρίου ὀφείλει:

α) τό παλαιόν ὑπόλοιπον		δρχ. 201,67
β) τόκους 19 ἡμερῶν		" 0,64
	Ἐν ὅλῳ	δρχ. 202,31

Ὥστε τό ζητούμενον εἰς τό τέλος τοῦ μηνός ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ εἶναι δρχ 202,31 τάς ὁποίας ὀφείλει ὁ δεύτερος ἔμπορος εἰς τόν πρῶτον.

Ὁ τρόπος αὐτός τηρήσεως τῶν ἀλληλοχρέων τοκοφόρων λογαριασμῶν εἶναι ὁ ἀρχαιότερος ὅλων καί εἶναι, ὅπως βλέπομεν, ἁπλούστατος καί εἰς τήν σκέψιν καί εἰς τήν πρᾶξιν. Ἔχει ὅμως τό μειονέκτημα νά κεφαλαιοποιῇ τούς τόκους κατά τήν διάρκειαν τοῦ λογαριασμοῦ καί νά τούς ἀνατοκίζῃ (ὁ τόκος λ.χ. 1,67 δρχ. τῶν 1000 δρχ. ἐτοκίσθη εἰς τό ἀνωτέρω παράδειγμα, μαζί μέ τάς 200 δρχ. ἀπό τῆς 12ης Ἰανουαρίου μέχρι τῆς 31). Διά νά ἀποφύγωμεν τό μειονέκτημα αὐτό, τό ὁποῖον παρουσίαζε ἡ ἀνωτέρω Π α λ α ι ά Ἀ μ β ο υ ρ γ ι κ ή Μ έ θ ο δ ο ς, ἀντί νά κεφαλαιοποιοῦμεν τούς τόκους μετά κάθε ἐξίσωσιν, τούς γράφομεν εἰς εἰδικήν στήλην τόκων μέ τήν μορφήν τοκαρίθμων-χρεωστικῶν ἤ πιστωτικῶν ἀναλόγως τοῦ τοκιζομένου ἑκάστοτε ὑπολοίπου- καί τήν ἡμέραν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμου συμψηφίζομεν τό ὑπόλοιπον τῶν τόκων μετά τοῦ ὑπολοίπου τῶν ποσῶν καί ἔχομεν οὕτω τήν Ν έ α ν Ἀ μ β ο υ ρ γ ι κ ή ν Μ έ θ ο δ ο ν. Ἐπειδή ὅμως αἱ λήξεις ἐν γένει τῶν ποσῶν δέν ἀκολουθοῦν τήν αὐτήν χρονολογικήν σειράν μέ τήν ἐγγραφήν ἔχομεν δύο τρόπους τηρήσεως τοῦ Φύλλου Τόκου.

α) κατά χρονολογικήν σειράν λήξεως τῶν ποσῶν.
β) κατά χρονολογικήν σειράν ἐγγραφῆς τῶν πράξεων.

4.10.- Λογαριασμοί μέ ἀμοιβαῖον σταθερόν ἐπιτόκιον

α) Κατά χρονολογικήν σειράν λήξεων τῶν ποσῶν.

Πρόβλημα. Ἡ Ἐμπορική Τράπεζα ἀναγράφει ἐν τῷ παρ' αὐτῇ τηρουμένῳ ἀλληλοχρέῳ τοκοφόρῳ λογαριασμῷ τοῦ πελάτου της Α τάς ἀκολούθους πράξεις, γενομένας ἁπάσας μετά τήν 31 Δεκεμβρίου, ἡμέραν καθ'ἥν ἔκλεισεν ὁ προηγούμενος λογαριασμός του:

'Ιαν.	1 Πιστωτικόν ὑπόλοιπον εἰς νέον	δρχ.	800
"	6 'Αποστέλλει γραμμ. λήξεως 9 'Ιανουαρίου	"	3000
"	8 Κατάθεσις του	"	10000
"	26 'Εξοφλοῦμεν ἐπιταγήν του	"	1500
Φεβρ.	14 Εἰσπράττομεν διά λογαριασμόν του	"	6000
"	17 'Εξοφλοῦμεν ἐπιταγήν του	"	2000
Μαρτ.	3 'Αποσύρει εἰς μετρητά	"	5000

Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τήν 31 Μαρτίου ἐάν τό ἐπιτόκιον εἶναι 4% και ἡ προμήθεια τῆς Τραπέζης διά τά εἰσπραττόμενα γραμμάτια 1/4% (ἔτος μικτόν).

Λύσις: Ἡ κατάστρωσις τῶν πράξεων πρός ὑπολογισμόν τοῦ τόκου εἰς τό Φύλλον Τόκου, εἶναι ἐντελῶς ὁμοία μέ τό παράδειγμα τῆς προηγουμένης παραγράφου μέ τήν μόνην διαφοράν, ὅτι οἱ τόκοι ἀναγράφονται μέ τήν μορφήν τοκαρίθμων εἰς ἰδιαιτέραν στήλην.

Ὥστε διά νά εὕρωμεν τούς τόκους κατά τήν 'Αμβουργικήν Μέθοδον ἀκολουθοῦμεν τόν ἀκόλουθον κανόνα:

1. Κατατάσσομεν τά ποσά κατά σειράν λήξεως αὐτῶν
2. Ὑπολογίζομεν τάς ἡμέρας αἵτινες μεσολαβοῦν μεταξύ ἑκάστης λήξεως καί τῆς ἑπομένης καί εὑρίσκομεν τόν τοκάριθμον ἑκάστου ὑπολοίπου διά τάς ἡμέρας αὐτάς.
3. Εὑρίσκομεν τόν τοκάριθμον τοῦ τελευταίου ὑπολοίπου διά τάς ἡμέρας αἵτινες ὑπολείπονται μέχρι τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ.
4. Καθορίζομεν τήν διαφοράν τῶν τοκαρίθμων καί ἐξ αὐ-

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ Χ

Φύλλον τόκου κ. Α.

4%

Λήξεις	Χ ή Π	Ποσό	ἡμ	Τοκάριθμοι Χρέωσ.	Τοκάριθμοι Πιστ.
Δεκ. 31	Π	800.--	9		72
'Ιαν. 9	Π	10000.--			
	Π	10800.--	1		108
'Ιαν.10	Π	3000.--			
	Π	13800 --	15		2070
'Ιαν. 25	Χ	1500.--			
	Π	12300.--	21		2583
Φεβρ.15	Π	6000.--			
	Π	18300.--	1		183
Φεβρ.16	Χ	2000.--			
	Π	16300.--	14		2282
Μαρτ. 2	Χ	5000.--			
	Π	11300.--	29		3277
Μαρτ.31			—	10575	
			90	10575	10575
Μαρτ.31	Π	117,50			
		11417,50			
Μαρτ.31	Χ	7,50			
	Π	11410.--			

τόκοι $\frac{10575}{90}$

προμήθεια 1/4% ἐπί 3000 δρχ.

'Εν'Αθήναις τῆ 31 Μαρτίου 19......

'Η Έμπορική Τράπεζα

Παρατήρησις. Τό Φύλλον Τόκου κατεστρώθη κατά τήν ἡμέραν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ διότι τότε μόνον εἴμεθα εἰς θέσιν νά τακτοποιήσωμεν τάς λήξεις κατά χρονολογικήν σειράν. Τά γράμματα Χ ἤ Π χαρακτηρίζουν ἄν τά έγγραφόμενα ποσά εἶναι Χρεωστικά ἤ Πιστωτικά.

'Ο τόκος 117,50 καί ἡ προμήθεια 7,50 καταχωρεῖται ἐκ τοῦ φύλλου τόκου εἰς τόν λογαριασμόν τοῦ κου Α καί εἰς τούς ἀντιστοίχους λογαριασμούς τοῦ Καθολικοῦ μας.

Τό ἄθροισμα τῆς στήλης τῶν ἡμερῶν πρέπει νά εἶναι ἴσον μέ τάς ἡμέρας χρήσεως τοῦ λογαριασμοῦ.

Τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ 11410 δρχ. εἶναι ἴδιον μέ τό ὑπόλοιπον τό ὁποῖον εὑρέθη μέ τάς ἄλλας δύο Μεθόδους τῆς τούς τόκους.

5. Γράφομεν τούς τόκους εἰς τήν στήλην τῶν ποσῶν μέ τό σημεῖον τῆς χρεώσεως ἐάν ἡ διαφορά τῶν τοκαρίθμων εἶναι χρεωστική ἤ μέ τό σημεῖον τῆς πιστώσεως ἐάν ἡ διαφορά εἶναι πιστωτική καί εὑρίσκομεν τό νέον ὑπόλοιπον.

6. Εὑρίσκομεν τάς προμηθείας καί τάς ἀναγράφομεν εἰς τήν στήλην τῶν ποσῶν μέ τό οἰκεῖον σημεῖον τῆς χρεώσεως ἤ πιστώσεως καί τότε

7. Εὑρίσκομεν τό ὁριστικόν ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ, ὅπερ δέον νά συμφωνῇ μέ τό ὑπόλοιπον τό ὁποῖον θά μᾶς δώσῃ ὁ ἀντίστοιχος λογαριασμός τοῦ Καθολικοῦ μας.

Παρατήρησις. Ἐπειδή ἡ ἐγγραφή τῶν ποσῶν εἰς τό Φύλλου Τόκου ἐγένετο κατά τήν χρονολογικήν σειράν τῶν λήξεων δεν εἶναι δυνατόν κατά τήν διάρκειαν τοῦ λογαριασμοῦ νά παρουσιασθοῦν ἐρυθροί τοκάριθμοι. Δυνατόν ἐν τούτοις τό τελευταῖον ποσόν νά λήγῃ μετά τήν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος, ὁπότε διά νά τό ἀναγάγωμεν εἰς αὐτήν εἶναι ἀνάγκη, ὄχι νά τό τοκίσωμεν, ἀλλά νά τό προεξοφλήσωμεν καί κατά συνέπειαν ὁ τελευταῖος τοκάριθμος θά εἶναι προφανῶς ἐρυθρός καί θά πρέπει νά ἀφαιρεθῇ ἀπό τήν ἀντίστοιχον στήλην τῶν τοκαρίθμων. Ἀντί ὅμως νά τόν ἀφαιρέσωμεν, εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν, τόν ἀναγράφομεν ἀμέσως εἰς τήν ἀντίθετον στήλην τοκαρίθμων ἐκείνης εἰς τήν ὁποίαν ἀνήκει, διότι ἐρυθρός λ.χ. τοκάριθμος εἰς τήν πίστωσιν σημαίνει ὅτι οἱ τόκοι τούς ὁποίους δικαιοῦται ὁ πελάτης μας πρέπει νά ἐλαττωθοῦν κατά τό ἀντιστοιχοῦν εἰς τόν τοκάριθμον αὐτόν ποσόν, καί διά νά γίνῃ ἡ ἐλάττωσις αὐτή ἀρκεῖ ὁ τοκάριθμος νά γραφῇ εἰς τήν χρέωσιν.

Οὕτω εἰς τήν Ἀμβουργικήν Μέθοδον ἀπαλασσόμεθα πλέον ὁριστικῶς τῶν ἐρυθρῶν τοκαρίθμων, διότι ὁσάκις παρουσιάζονται τούς γράφομεν ἀμέσως εἰς τήν ἀντίθετον στήλην ἐκείνης εἰς τήν ὁποίαν ἀνήκουν. Κατόπιν τούτου εἶναι δυνατόν νά καταστρώσωμεν τό Φύλλον Τόκου χωρίς νά περιμένωμεν τό τέλος τῆς χρήσεως, καί τότε ἡ τήρησις τοῦ Φύλλου Τόκου γίνεται παραλλήλως μέ τόν ἀντίστοιχον λογαριασμόν τοῦ Τόκου γίνεται παραλλήλως μέ τόν ἀντίστοιχον λογαριασμόν τοῦ Καθολικοῦ καί ἔχομεν οὕτω τόν δεύτερον τρόπον τηρήσεως τοῦ Φύλλου Τόκου.

β) Κατά χρονολογικήν σειράν ἐγγραφῆς.

Πρόβλημα. Νά εὑρεθῇ τό ὑπόλοιπον τοῦ ἀνωτέρω λογαριασμοῦ, ὅταν τό Φύλλον Τόκου τοῦ λογαριασμοῦ αὐτοῦ τηρεῖται κατά χρονολογικήν σειράν ἐγγραφῆς.

Λύ σι ς: Αἱ ἐγγραφαί τῶν πράξεων γίνονται καί εἰς τό Φύ λ λ ο ν Τό κ ο υ κατά τήν σειράν ἐγγραφῆς αὐτῶν εἰς τό Καθολικόν, ὁπότε ἔχομεν τόν ὄπισθεν λογαριασμόν XI.

Ὥστε:

Ἡ τήρησις τοῦ ἀλληλοχρέου τοκοφόρου λογαριασμοῦ κατά τήν Ἀμβουργικήν Μέθοδον, ὅταν τό ἐπιτόκιον εἶναι ἀμοιβαῖον δύναται νά γίνῃ καί χωρίς νά εἶναι ἀνάγκη νά κατατάξωμεν τά ποσά εἰς τό Φύ λ λ ο ν Τ ό κ ο υ κατά τήν χρονολογικήν σειράν λήξεως αὐτῶν ἀλλά κατά χρονολογικήν σειράν ἐγγραφῆς αὐτῶν εἰς τό Καθολικόν. Τούς τυχόν παρουσιαζομένους ἐρυθρούς τοκαρίθμους τούς γράφομεν ἀμέσως εἰς τήν ἀντίθετον στήλην.

Σ η μ ε ί ω σι ς: Τά ποσά K_1, K_2, K_3 καί K_4 ἑνός ἀλληλοχρέου τοκοφόρου λογαριασμοῦ τηρουμένου κατά τήν Ἀμβουργικήν Μέθοδον εἶναι τεταγμένα κατά σειράν λήξεων. Μεταξύ τῶν λήξεών των παρεμβάλλονται κατά σειράν αἱ ἡμέραι H_1, H_2, H_3 καί H_4 μεταξύ τῆς λήξεως τοῦ τελευταίου ποσοῦ καί τῆς ἡμερομηνίας κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ, συμφώνως πρός τό σχῆμα.

$$K_1 \overset{H_1}{\text{———}} K_2 \overset{H_2}{\text{———}} K_3 \overset{H_3}{\text{———}} K_4 \overset{H_4}{\text{———}}\!\!\rightarrow$$

Ἐάν εἰς τό Φύ λ λ ο ν Τό κ ο υ κατατάξωμεν τά ποσά κατά σειράν λήξεων, θά ἔχωμεν, ὅπως φαίνεται καί ἐκ τοῦ σχήματος, ὡς ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων τό:

$$\Sigma = K_1H_1 + (K_1 + K_2)H_2 + (K_1 + K_2 + K_3)H_3 + (K_1 + K_2 + K_3 + K_4)H_4$$

συμφώνως πρός τόν τρόπον ἐργασίας τῆς Ἀμβουργικῆς Μεθόδου. Ἐκ τοῦ ἀθροίσματος αὐτοῦ ὑπολογίζομεν τούς τόκους τοῦ λογαριασμοῦ, διότι ἰσοῦται πρός τήν διαφοράν τῶν τοκαρίθμων, μεταξύ χρεώσεως καί πιστώσεως, ἐάν θεωρήσωμεν τά ποσά τῆς χρεώσεως θετικά καί τά ποσά τῆς πιστώσεως ἀρνητικά.

Ἐάν τώρα κατατάξωμεν τά ποσά αὐτά οὐχί κατά σειράν λήξεως ἀλλά κατά τινα ἄλλον τρόπον, ἔστω τόν ἀκόλουθον:

$K_1 \quad K_3 \quad K_4 \quad K_2$

τό ἄθροισμα των τοκαρίθμων, ἐκ τοῦ ὁποίου θά ὑπολογίσωμεν τόν νέον τόκον τοῦ λογαριασμοῦ, θά εἶναι ὅπως φαίνεται εὐκόλως

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ XI

Φύλλον τόκου κ. Α 4%

Λήξεις	Χ ἤ Π	Ποσά	ἡμ.	Τοκάριθμοι Χρέωσ.	Τοκάριθμοι Πιστ.
Δεκ. 31	Π	800.--	10		80
'Ιαν.10	Π	3000.--			
	Π	3800.--	(1)	38	
" 9	Π	10000.--			
	Π	13800.--	16		2208
" 25	Χ	1500.--			
	Π	12300.--	21		2583
Φεβρ.15	Π	6000.--			
	Π	18300.--	1		183
" 16	Χ	2000.--			
	Π	16300.--	14		2282
Μαρτ. 2	Χ	5000.--			
Μαρτ.31	Π	11300.--	29		3277
" 31			--	10575	
			90	10613	10613
" 31	Π	117,50			
	Π	11417,50			
	Χ	7,50			
	Π	11410.--			

τόκοι $\frac{10575}{90}$

προμήθεια $^{1}/_{4}$% ἐπί 3000 δρχ.

'Εν 'Αθήναις τῇ 31η Μαρτίου 19....

'Η 'Εμπορική Τράπεζα

Παρατήρησις. Τό ὑπόλοιπον 3800 δρχ. πρέπει νά μεταφερθῇ ἀπό τήν 10 'Ιανουαρίου εἰς τήν 9 ἤτοι νά προεξοφληθῇ 1 ἡμέρα. 'Ο τοκάριθμος τοῦ 38 θά εἶναι κατά συνέπειαν ἐ ρ υ θ ρ ό ς εἰς τήν πίστωσιν ἤ μ έ λ α ς εἰς τήν χρέωσιν.

Τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ εἶναι ὅπως βλέπομεν τό αὐτό μέ τό προηγούμενον. Ἄρα μέ ὁποιονδήποτε τρόπον καί ἄν τηρήσωμεν τό Φ ύ λ λ ο ν Τ ό κ ο υ τό ὑπόλοιπον δέν μεταβάλλεται.

'Η (1) ἡμέρα εἶναι ἐρυθρά καί ὁ τοκάριθμος ἐγράφη εἰς τήν χρέωσιν ἀντί νά γραφῇ εἰς τήν πίστωσιν.

καί ἐκ τοῦ σχήματος:

$$\Sigma' = K_1(H_1+H_2)+(K_1+K_3)H_3-(K_1+K_3+K_4)(H_3+H_2)+$$
$$+(K_1+K_3+K_4+K_2)(H_2+H_3+H_4)$$

ἤ ἄν ἐκτελέσωμεν τάς πράξεις καί ἐξαγάγωμεν τάς ἡμέρας ὡς κοινούς παράγοντας ἐκτός παρενθέσεως θά ἔχωμεν:

$$\Sigma = K_1H_1+(K_1+K_2)H_2+(K_1+K_2+K_3)H_3+(K_1+K_2+K_3+K_4)H_4$$

Ἤτοι τό αὐτό ἄθροισμα Σ τῆς προηγουμένης περιπτώσεως.

Ὥστε:

Καθ'οιανδήποτε σειράν καί ἄν κατατάξωμεν τάς πράξεις ἑνός λογαριασμοῦ εἰς τό Φύλλον τόκου θά ἔχωμεν πάντοτε τό αὐτό ἐξαγόμενον.

4.11.- Λογαριασμοί μέ ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον μεταβαλλόμενον κατά τήν διάρκειαν τῆς χρήσεως.

Π ρ ό β λ η μ α. Μετά τοῦ ἐμπόρου Α ἔχομεν ἀνοικτόν τοκοφόρον λογαριασμόν εἰς τόν ὁποῖον ἀναγράφονται αἱ ἑξῆς πράξεις:

Χρέωσις						
Ἀπριλίου	10	Μετρητά	λῆξις Ἀπριλίου	10	δρχ.	4500
Μαΐου	20	Γραμμάτιον	" Ἰουνίου	5	"	800
Ἰουνίου	20	"	" Αὐγούστου	5	"	1200
Πίστωσις						
Ἰανουαρίου	11	Μετρητά	λῆξις Ἰανουαρίου	11	"	2000
Μαρτίου	5	Γραμμάτιον	" Μαρτίου	20	"	1400
Ἰουνίου	10	"	" Ἰουλίου	25	"	900

Τό ἐπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ μέχρι τῆς 30 Μαΐου εἶναι 4% καί ἀπό 1 Ἰουνίου μέχρι τέλους τοῦ μηνός, ὁπότε κλείεται ὁριστικῶς ὁ λογαριασμός γίνεται 7%. Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ; Ἔτος ἐμπορικόν. Μέθοδος Ἀμβουργική.

Λ ύ σ ι ς: Διά νά εὕρωμεν τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ αὐτοῦ κατά τήν Ἀμβουργικήν Μέθοδον εἶναι ἀνάγκη, ὅπως καί εἰς τάς λοιπάς, νά κλείσωμεν τόν λογαριασμόν τήν ἡμέραν τῆς με-

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ XII

Φύλλον τόκου κ. Α 4%

Λήξεις	Χ ή Π	Ποσά	ήμ.	Τοκάριθμοι Χρέωσ	Τοκάριθμοι Πίστ.
'Ιαν. 11	Π	2000.--	69		1380
Μαρτ. 20	Π	1400.--			
	Π	3400.--	20		680
'Απρ. 10	Χ	4500.--			
	Χ	1100.--	55	605	
'Ιουν. 5	Χ	800.--			
	Χ	1900.--	(5)		95
Μαΐου 30				1550	
			139	2155	2155
		7%			
Μαΐου 30	Χ	1900.--	55	1045	
'Ιουλ. 25	Π	900.--			
	Χ	1000.--	10	100	
Αύγ. 5	Χ	1200.--			
	Χ	2200.--	(35)		770
'Ιουν. 30					375
			29	1145	1145
	Π	9,93			
	Χ	2190,07			

τόκοι πρός 4% Π 17,22
τόκοι πρός 7% Χ 7,29

διαφορά τόκων Π 9,93
ὑπόλοιπον εἰς νέον

Παρατήρησις. Ἡ κατάταξις ἐγένετο κατά χρονολογικήν σειράν ἐγγραφῶν. Τό αὐτό ἐξαγόμενον θά εὑρίσκετο καί ἄν ἡ κατάταξις ἐγένετο κατά χρονολογικήν σειράν λήξεων.

Ὁ λογαριασμός ἔκλεισε τήν 30ήν Μαΐου, χωρίς νά ὑπολογισθῇ τόκος καί ἤνοιξεν ἐκ νέου τήν 1ην Ἰουνίου.

Κατά τό ὁριστικόν κλείσιμον τήν 30 Ἰουνίου ἀναγράφομεν εἰς τόν λογαριασμόν τοῦ Α τό πιστωτικόν ὑπόλοιπον τῶν τόκων 9,93 καί κλείομεν τόν λογαριασμόν. Εὑρίσκομεν καί ἐδῶ τό αὐτό ὑπόλοιπον εἰς νέον ὅπερ εὑρέθη καί κατά τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον.

Αἱ (5) καί (35) ἡμέραι εἶναι ἐρυθραί καί διά τοῦτο οἱ τοκάριθμοι 95 καί 770 ἐγράφησαν εἰς τήν πίστωσιν καί ὄχι εἰς τήν χρέωσιν.

ταβολῆς καί νά ἀνοίξωμεν αὐτόν ἐκ νέου τήν ἑπομένην πρός τό νέον ἐπιτόκιον. Ἐννοεῖται ὅτι εἰς τήν Ἀμβουργικήν Μέθοδον, τό κλείσιμον δέν γίνεται εἰς τό Καθολικόν ἀλλά μόνον εἰς τό Φύλλον Τόκου. Οὕτω θά ἔχωμεν τόν λογαριασμόν XII.

Ὥστε:

Ἐάν τό ἐπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ μεταβάλλεται κατά τήν διάρκειαν τῆς χρήσεως, κλείομεν τό Φύλλον Τόκου τήν ἡμέραν τῆς μεταβολῆς καί τό ἀνοιγομεν ἐκ νέου τήν ἑπομένην.

Εἰς τό τέλος τῆς χρήσεως ἀναγράφομεν εἰς τά ποσά τήν διαφοράν τῶν τόκων μέ τό οἰκεῖον σημεῖον καί κλείομεν τόν λογαριασμόν.

4.12.- Λογαριασμοί μέ μή ἀμοιβαῖον σταθερόν ἐπιτόκιον.

α) Ἄνευ ἐρυθρῶν τοκαρίθμων.

Πρόβλημα. Ὁ ἔμπορος Α ἔχει παρά τῇ Ἐμπορικῇ Τραπέζῃ ἀνοικτόν τρεχούμενον λογαριασμόν ἀναγράφοντα τάς ἑξῆς πράξεις:

Χρέωσις

Ἰανουαρίου	20 Ἐπιταγή	δρχ.	3800
Φεβρουαρίου	12 Μετρητά	"	4600
Μαρτίου	7 Ἐπιταγή	"	5200

Πίστωσις

Ἰανουαρίου	1 Ὑπόλοιπον εἰς νέον	"	3900
Φεβρουαρίου	17 Κατάθεσις	"	10000
Μαρτίου	12 Γραμμάτιον εἰσπραχθέν τήν 15 Μαρτίου	"	5000

Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τήν 31 Μαρτίου ἐάν τό ἐπιτόκιον εἶναι διά τά ποσά τῆς χρεώσεως 8% καί διά τά ποσά τῆς πιστώσεως 3%; Ἔτος ἐμπορικόν.

Λύσις: Διά νά ἀποφύγωμεν τούς ἐρυθρούς τοκαρίθμους, τακτοποιοῦμεν τάς πράξεις εἰς τό Φύλλον Τόκου κατά σειράν λήξεων ὅπως καί εἰς τό Φύλλον Τόκου τοῦ λογαριασμοῦ X. Κατά τό κλείσιμον τοῦ λογαριασμοῦ ὑπολογίζομεν ἰδιαιτέρως τόν τόκον τῆς χρεώσεως καί ἰδιαιτέρως τόν τόκον τῆς πιστώσεως καί ἀναγράφομεν εἰς τόν λογαριασμόν τήν διαφοράν τῶν τόκων αὐτῶν. Οὕτω ἔχομεν τόν λογαριασμόν XIII.

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ XIII

Φύλλον τόκου κ.Α

Λήξεις	Χ ή Π	Ποσά	ἡμ.	Τοκάριθμοι Χρέωσ. 8%	Πίστ. 3%
Δεκ. 31	Π	3900.--	19		741
'Ιαν.19	Χ	3800.--			
	Π	100.--	22		22
Φεβρ.11	Χ	4600.--			
	Χ	4500.--	7	315	
Φεβρ.18	Π	10000.--			
	Π	5500.--	18		990
Μαρτ. 6	Χ	5200.--			
	Π	300.--	10		30
Μαρτ.16	Π	5000.--			
	Π	5300.--	14		742
			90	315	2525
Μαρτ.31	Π	21,04	Πιστωτικοί τόκοι $\frac{2525}{120}$		
		5321,04			
Μαρτ.31	Χ	7.--	Χρεωστικοί τόκοι $\frac{315}{45}$		
Μαρτ.31	Π	5314,04	ὑπόλοιπον εἰς νέον		

Παρατήρησις. Εἰς τό τέλος τῆς χρήσεως δέν ἐξισώνομεν τούς τοκαρίθμους ὅπως κάνομεν ὅταν τό ἐπιτόκιον εἶναι ἀμοιβαῖον, ἀλλά εὑρίσκομεν τούς τόκους τούς ἀντιστοιχοῦντας εἰς τό ἄθροισμα 315 τῶν τοκαρίθμων τῆς χρεώσεως διαιροῦντες αὐτό διά τοῦ ἀντιστοίχου σταθεροῦ διαιρέτου 45, καί τούς ἀντιστοιχοῦντας εἰς τό ἄθροισμα 2525 τῶν τοκαρίθμων τῆς πιστώσεως διαιροῦντες αὐτό διά τοῦ 120.

'Εν 'Αθήναις τῇ 31 Μαρτίου 19....
'Η 'Εμπορική Τράπεζα

β) Μετά ἐρυθρῶν τοκαρίθμων

Πρόβλημα. Ὁ ἔμπορος Α ἔχει παρά τῇ Ἐμπορικῇ Τραπέζῃ ἀνοικτόν τρεχούμενον λογαριασμόν ἀναγράφοντα τά ἑξῆς ποσά:

Χρέωσις			
Ἰανουαρίου	5 Ἐπιταγή ἐπί τῆς Τραπέζης	δρχ	4600
Μαρτίου	7 Γραμμάτιον πρός εἴσπραξιν λήξεως 15 Μαρτίου	"	5200
Πίστωσις			
Ἰανουαρίου	1 Ὑπόλοιπον εἰς νέον Δεκεμβρ. 31	"	3500
Φεβρουαρίου	8 Συν/κή λήξεως Μαρτίου 18	"	2100
Μαρτίου	20 " " Μαΐου 19	"	3100

Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τήν 31ην Μαρτίου ἐάν τό ἐπιτόκιον εἶναι 9% διά τά ποσά τῆς χρεώσεως καί 4% διά τά ποσά τῆς πιστώσεως (ἔτος ἐμπορικόν)

Λύσις: Κατατάσσομεν τά ποσά κατά χρονολογικήν σειράν λήξεως καί ἔχομεν οὕτω τό Φύλλον Τόκου τοῦ λογαριασμοῦ XIV.

Ὥστε:

Διά νά εὕρωμεν τούς τόκους καί τό ὑπόλοιπον ἑνός ἀλληλοχρέου τοκοφόρου λογαριασμοῦ κατά τήν Ἀμβουργικήν Μέθοδον, ὅταν τό ἐπιτόκιον δέν εἶναι ἀμοιβαῖον κατατάσσομεν τά ποσά κατά χρονολογικήν σειράν λήξεως καί ἐργαζόμεθα ὅπως καί ὅταν τά ἐπιτόκια εἶναι ἀμοιβαῖα. Ἐάν τό τελευταῖον ποσόν λήγῃ μετά τήν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ, τόν παρουσιαζόμενον ἐρυθρόν τοκάριθμον ἤ τόν ἀφαιροῦμεν ἀπό τό ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων τῆς στήλης εἰς τήν ὁποίαν ἀνήκει, ἤ τόν προσθέτομεν εἰς τήν ἀντίθετον στήλην. Μετά ταῦτα διαιροῦμεν ἰδιαιτέρως τό ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων τῆς χρεώσεως καί ἰδιαιτέρως τό ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων τῆς πιστώσεως μέ τούς ἀντιστοίχους σταθερούς διαιρέτας καί κλείομεν τόν λογαριασμόν, ἀναγράφοντες τούς τόκους καί τάς τυχόν προμηθείας, ἤ ἄλλα ἔξοδα.

4.12.- Λογαριασμοί μέ μεταβλητόν μή ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον.

Ὁ ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός εἰς τήν περίπτωσιν κατά τήν ὁποίαν τά μή ἀμοιβαῖα ἐπιτόκια μεταβάλλονται κατά

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ XIV

Ἀμβουργική Μέθοδος

Φύλλον τόκου

Λήξεις	Χ ἤ Π	Ποσά	ἡμ.	Τοκάριθμοι Χρέωσ. 9%	Πίστ. 6%
Δεκ. 31	Π	3500.--	4		140
Ἰαν. 4	Χ	4600.--			
	Χ	1100.--	70	770	
Μαρτ. 14	Χ	5200.--			
	Χ	6300.--	5	315	
Μαρτ. 19	Π	2100.--			
	Χ	4200.--	61	2562	
Μαΐου 20	Π	3100.--			
Μαρτ. 31	Χ	1100.--	(50)	-(550)	
			90	3097	140
	Χ	77,42	τόκος $\frac{3097}{40}$		
	Χ	1177,42			
	Π	2,33	τόκος $\frac{140}{60}$		
	Χ	1174,09	ὑπόλ. εἰς νέον.		
Μαρτ. 31	Χ	1100.--	(50)		550
			90	3647	690
	Χ	91,17	τόκος $\frac{3647}{40}$		
		1191,17			
	Π	11,50	τόκος $\frac{690}{60}$		
		1179,67	ὑπόλ. εἰς νέον.		

Παρατήρησις. Διά νά εὕρωμεν τούς τόκους καί τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ εἰς τό Φύλλον Τόκου εἰργάσθημεν οὕτω:

Α΄. Ὁ ἐρυθρός τοκάριθμος 550 ἀφηρέθη ἀπό τά ποσά τῆς χρεώσεως.

Β΄. Ὁ ἐρυθρός τοκάριθμος 550 μετεφέρθη ἐκ τῆς χρεώσεως εἰς τήν πίστωσιν ὡς μαῦρος τοκάριθμος μέ τήν δικαιολογίαν ὅτι ο τόκος ὅστις ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐτόν εἶναι τόκος πληρωτέος ὑπό τῆς τραπέζης καί κατά συνέπειαν πρέπει νά ὑπολογισθῇ πρός 6% καί ὄχι πρός 9%.

Τά ἐξαγόμενα τῶν πρακτικῶν αὐτῶν τρόπων ὅπως βλέπομεν, δέν συμφωνοῦν μεταξύ των. Καί τά δύο δύνανται νά θεωρηθοῦν ὡς σωστά ἀναλόγως τῆς σκέψεως τήν ὁποίαν κάνομεν ἑκάστοτε.

τήν διάρκειαν τῆς χρήσεως τηρεῖται ὡς καί ἀνωτέρω μέ μόνην τήν διαφοράν ὅτι κατά τήν ἡμέραν τῆς ἀλλαγῆς τῶν ἐπιτοκίων κλείεται ὁ λογαριασμός καί ἀνοίγεται νέος τήν ἐπομένην μέ τά νέα ἐπιτόκια. Ἐννοεῖται, ὅτι οἱ εὑρισκόμενοι τόκοι κατά τήν ἡμέραν τοῦ προσωρινοῦ κλεισίματος δέν συμπεριλαμβάνονται εἰς τά ὑπόλοιπα τῶν ποσῶν ἀλλά ἀναγράφονται ἰδιαιτέρως καί συν-υπολογίζονται μετά τῶν τόκων τῆς χρεώσεως καί πιστώσεως τοῦ τελευταίου κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ.

Σημείωσις I. Ὅπως εἴδομεν ἀνωτέρω τά ἐξαγόμενα καί τῶν τριῶν μεθόδων τηρήσεως τῶν ἀλληλοχρέων τοκοφόρων λογαριασμῶν εἶναι εἰς ὅλα τά παραδείγματα τά αὐτά. Αὐτό δύναται νά ἀποδειχθῇ καί ἀλγεβρικῶς ὡς ἑξῆς:

Ὑποθέτομεν ὅτι ὁ ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός περιέχει τά ποσά X_1 καί X_2 εἰς τήν χρέωσιν, τά ὁποῖα ἀπέχουν H_1 καί (H_1+H_2) ἡμέρας ἀπό τήν ἀρχήν τῆς χρήσεως τοῦ λογαριασμοῦ καί τά ποσά Π_1 καί Π_2 εἰς τήν πίστωσιν, τά ὁποῖα ἀπέχουν $(H_1+H_2+H_3)$ καί $(H_1+H_2+H_3+H_4)$ ἡμέρας ἀπό τήν ἀρχήν καί αὐτά τῆς χρήσεως τοῦ λογαριασμοῦ. Τό τελευταῖον ποσόν Π_2 ἀπέχει ρ ἡμέρας ἀπό τήν ἡμέραν κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ, ὅπως δεικνύει τό κάτωθι σχῆμα:

Ἀρχή | X_1 | X_2 | Π_1 | Π_2 | Τέλος

H_1 H_2 H_3 H_4 ρ

Ἐάν θεωρήσωμεν θετικά τά ποσά τῆς χρεώσεως καί τούς μαύρους τοκαρίθμους καί ἀρνητικά τά ποσά τῆς πιστώσεως καί τούς ἐρυθρούς τοκαρίθμους θά ἔχωμεν ὡς διαφοράν τόκων:

α) Εἰς τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον

$$T = \frac{X_1(H_2+H_3+H_4+\rho)+X_2(H_2+H_4+\rho)-\Pi_1(H_4+\rho)-\Pi_3\,\rho}{\Delta}$$

ἔνθα Δ ὁ σταθερός διαιρέτης.

β) Εἰς τήν ἀντίστροφον Μέθοδον, ὅπου ὅλοι οἱ τοκάριθμοι εἶναι ἐρυθροί καί κατά συνέπειαν μέ ἀντίθετα σημεῖα, πλήν τοῦ διορθωτικοῦ ὅστις εἶναι μαῦρος, θά ἔχωμεν:

$$T = \frac{-X_1H_1-X_2(H_1+H_2)+\Pi_1(H_1+H_2+H_3)+\Pi_2(H_1+H_2+H_3+H_4)}{\Delta}+$$

$$+\frac{(X_1+X_2-\Pi_1-\Pi_2)(H_1+H_2+H_3+H_4+\rho)}{\Delta}$$

ή άν έκτελέσωμεν τάς σημειουμένας πράξεις καί έξαγάγωμεν έκτός παρενθέσεως ώς κοινούς παράγοντας τό X_1, X_2, $-\Pi_1$ καί $-\Pi_2$ θά έχωμεν πάλιν:

$$T = \frac{X_1(H_2+H_3+H_4+\rho)+X_2(H_3+H_4+\rho)-\Pi_1(H_4+\rho)-\Pi_2\rho}{\Delta}$$

γ) Είς τήν 'Αμβουργικήν Μέθοδον

$$T = \frac{X_1H_2+(X_1+X_2)H_3+(X_1+X_2-\Pi_1)H_4+(X_1+X_2-\Pi_1-\Pi_2)\rho}{\Delta}$$

ή άν έκτελέσωμεν τάς πράξεις καί έξαγάγωμεν έκτός παρενθέσεως ώς κοινούς παράγοντας τό X_1, X_2, $-\Pi_1$ καί $-\Pi_2$ θά έχωμεν πάλιν:

$$T = \frac{X_1(H_2+H_3+H_4+\rho)+X_2(H_3+H_4+\rho)-\Pi_1(H_4+\rho)-\Pi_2\rho}{\Delta}$$

Ήτοι:

Ή διαφορά τῶν τόκων, καί κατά συνέπειαν, καί τό ὑπόλοιπον είς νέον, θά εἶναι ἡ αὐτή καί είς τάς τρεῖς μεθόδους τηρήσεως τῶν ἀλληλοχρέων τοκοφόρων λογαριασμῶν.

Σημείωσις II. Έπειδή εἶναι δυνατόν νά συμβῆ νά μή γνωρίζωμεν τό έπιτόκιον ένός ἀλληλοχρέου τοκοφόρου λογαριασμοῦ, θά ζητήσωμεν νά εὕρωμεν μία μέθοδον προσδιορισμοῦ του.

α) Άμοιβαῖον σταθερόν έπιτόκιον

Τό πρόβλημα ἀνάγεται είς τήν εὕρεσιν τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου. Πρός τοῦτο ἀρκεῖ νά καταστρώσωμεν τόν λογαριασμόν, νά εὕρωμεν τήν διαφοράν τῶν τοκαρίθμων καί έπειδή ὁ τόκος εἶναι γνωστός, νά τήν διαιρέσωμεν διά τοῦ τόκου.

Πρόβλημα. Άς ὑποθέσωμεν, ὅτι τό έπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ Ι(ἀδιάφορον κατά ποίαν τῶν τριῶν μεθόδων τηρεῖται οὗτος) εἶναι ἄγνωστον καί ζητεῖται νά προσδιορισθῆ (οί τόκοι εἶναι βεβαίως γνωστοί καί ἰσοῦνται πρός 117,50 δρχ.).

Λύσις: Καταστρώνομεν έκ νέου τόν λογαριασμόν καί εὑρίσκομεν τήν διαφοράν τῶν τοκαρίθμων 10575 ἥτις εἶναι ἡ αὐτή καί είς τάς τρεῖς μεθόδους. Τήν διαφοράν αὐτήν διαιροῦμεν διά τοῦ τόκου 117,50 καί ἔχομεν τόν σταθερόν διαιρέτην.

$$\Delta = \frac{10575}{117,50} = 90, \quad \text{ἄρα } E = 4\%.$$

β) Μή ἀμοιβαῖον σταθερόν ἐπιτόκιον

Π ρ ό β λ η μ α. Λογαριασμός κλειόμενος τήν 30ήν Ἰουνίου, παρουσιάζει τήν ἡμερομηνίαν αὐτήν πιστωτικόν ὑπόλοιπον εἰς νέον 1723,77 δρχ. καί περιέχει τάς ἑξῆς πράξεις:

Χρέωσις

λῆξις 15 Φεβρουαρίου	δρχ.	1200
" 29 Μαρτίου	"	3000

Πίστωσις

λῆξις 31 Δεκεμβρίου	"	1500
" 22 Ἰανουαρίου	"	800
" 10 Ἀπριλίου	"	2000
" 26 Μαΐου	"	1600

Ποῖον τό ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως καί ποῖον τῆς πιστώσεως γνωστοῦ ὄντος, ὅτι καθ' ὅλην τήν διάρκειαν τοῦ λογαριασμοῦ τό ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως ἦτο κατά 1% ἀνώτερον τοῦ ἐπιτοκίου τῆς πιστώσεως;

Λ ύ σ ι ς: Εὑρίσκομεν τό ὑπόλοιπον εἰς νέον τοῦ λογαριασμοῦ ὡς ἐάν ἦτο ἁπλός καί οὐχί τοκοφόρος. Τό ὑπόλοιπον αὐτό εἶναι 1700 δρχ., ἄρα οἱ τόκοι εἶναι:

$$1723,77 - 1700 = 23,77 \text{ δρχ.}$$

ὁπότε, ἐάν καλέσωμεν x τό ἐπιτόκιον τῆς πιστώσεως καί (x+1) τό ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως, θά ἔχωμεν:

$$23,77 = \frac{1985}{360 : x} - \frac{228}{360 : (x+1)}$$

ὅπου 1985 καί 228 εἶναι τό ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων τῆς πιστώσεως καί τῆς χρεώσεως. Λύοντες τώρα τήν ἐξίσωσιν αὐτήν, ὡς πρός x εὑρίσκομεν:

$$x = 5\%$$

ὁπότε τό ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως θά εἶναι 6%.

1) Νά εὑρεθῆ τό ὑπόλοιπον τοῦ παρ' ἡμῖν λογαριασμοῦ τοῦ πελάτου μας Κ. Γεωργίου τήν 30ήν 'Απριλίου. 'Επιτόκιον 4%.

Φεβρουαρίου	1	'Υπόλοιπον εἰς νέον	δρχ.	3750
"	25	'Ο Γεωργίου σύρει ἐφ' ἡμῶν ἐπιταγήν		1350
"	25	Μᾶς ἀποστέλλει γραμ/τιον λήξ. 31 Μαρτ.	"	6725
Μαρτίου	6	'Αποστέλλομεν γρ/τιον λήξεως 15 'Απρ.	"	2750
'Απριλίου	15	Μᾶς ἀποστέλλει μετρητά	"	1970
"	20	Εἰσπράττομεν διά λογ/σμόν του	"	870

2) Νά καταστρωθῆ τοκοφόρος λογαριασμός κατά τήν Εὐθεῖαν Μέθοδον ὑπό τῆς 'Εμπορικῆς Τραπέζης ἐπ' ὀνόματι τοῦ πελάτου της κ. Λεβαντῆ κλειόμενος τήν 31 Μαρτίου πρός 7% καί μέ προμήθειαν 1/4% διά τά πρός εἴσπραξιν γραμμάτια, διά τά ἑξῆς ποσά:

'Ιανουαρίου	1	'Υπόλοιπον εἰς νέον	δρχ.	8200
'Ιανουαρίου	20	'Επιταγή Νο 8163 ἐπί Τραπ. πληρωθ. σήμερον	"	4900
Φεβρουαρίου	12	Κατάθεσις κ. Λεβαντῆ	"	11270
Φεβρουαρίου	28	Εἰσπράττομεν διά λ/σμόν Λεβαντῆ	"	6275
Μαρτίου	3	Λαμβάνομεν πρός εἴσπραξιν γραμ. λήξ. 15 Μαρτίου	"	3250
Μαρτίου	18	'Εξοφλοῦμεν ἐπιταγήν	"	3800

3) 'Η Λαϊκή Τράπεζα τηρεῖ ἐπ' ὀνόματι τοῦ πελάτου της κ. Λ. τόν ἀνοικτόν λογαριασμόν μέ τάς ἀκολούθους πράξεις:

1 'Ιουλίου	πιστωτικόν ὑπόλοιπον	δρχ	17556
14 'Ιουλίου	ὁ Λ. ἐμβάζει εἰς τήν Τράπεζαν γραμ. λήξεως 9 Αὐγούστου	"	9000
1 Αὐγούστου	ἐξοφλοῦμεν ἐπιταγήν Νο 143	"	13500
9 'Οκτωβρίου	ὁ Λ ἀποσύρει εἰς μετρητά	"	5000
15 Νοεμβρίου	σύρει ἐπί τῆς τραπέζης συν/κήν λήξεως 15 Δεκεμβρίου	"	3500
15 Δεκεμβρίου	καταθέτει μετρητά	"	12000
20 Δεκεμβρίου	ἀποσύρει μετρητά	"	8000

Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ του τήν 31ην Δεκεμβρίου. 'Επιτόκιον 3% καί 1/4% προμήθεια ἐπί τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καί 18 δρχ. ἔξοδα εἰς βάρος τοῦ κ. Λ.

4) 'Ο Κοέν ἔμπορος 'Αθηνῶν καί ὁ Πετρόπουλος ἔμπορος Κα-...ῶν, ἔχουν ἀνοικτόν τοκοφόρον λογαριασμόν εἰς τόν ὁποῖον γράφονται αἱ πράξεις:

'Ιουνίου	1	ὑπόλοιπον εἰς νέον ὑπέρ τοῦ Κοέν λῆξις 31 Μαΐου	δρχ.	4678

'Ιουνίου	3	ὁ Κοέν ἀποστέλλει συν/κήν λῆξις 3 Σεπτεμβρίου	δρχ. 1200
"	14	ὁ Κοέν πληρώνει διά λ/σμόν Πετροπ. λῆξις 14 Ἰουνίου	" 2000
"	16	ὁ Πετρόπουλος ἀποδέχεται συν/κήν λῆξις 16 Σεπτεμβρίου	" 2500
'Ιουλίου	13	ὁ Κοέν ἐξοφλεῖ ἐπιταγήν ἐπ'αὐτοῦ λῆξις 13 Ἰουλίου	" 4000
"	27	ὁ Πετρόπουλος ἀποστέλλει πρός εἴσπρ. γρ/τιον λῆξις 15 Ὀκτωβρίου	" 5000

Τήν 31ην Ἰουλίου κλείει ὁ λογαριασμός πρός 5%. Ποῖον τό ὑπόλοιπον είς νέον;

5) Εἴς τινα ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν ἀνοιχθέντα τήν 21 Ἰανουαρίου ἀναγράφονται αἱ πράξεις:

Χρέωσις

'Ιανουαρίου	21	δρχ.	800	λῆξις	'Ιανουαρίου	21
Φεβρουαρίου	25	"	400	"	Φεβρουαρίου	25
Μαρτίου	14	"	1600	"	Μαΐου	14
"	29	"	2000	"	'Ιουλίου	30

Πίστωσις

Φεβρουαρίου	10	"	600	"	Φεβρουαρίου	10
"	2	"	1200	"	'Ιουνίου	2
Μαρτίου	17	"	420	"	Αὐγούστου	12
"	27	"	750	"	Σεπτεμβρίου	25

Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τήν 31ην Μαρτίου πρός 6%;

6) Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατά τή Ἀμβουργικήν Μέθοδον καί κλειόμενος τήν 30 Ἰουνίου ἀναγράφει τάς ἑξῆς πράξεις:

Χρέωσις

Μαρτίου	1	Μετρητά	λῆξις	Μαρτίου	11	δρχ.	2925
Μαρτίου	5	Συν/κή	"	'Απριλίου	30	"	1728
'Απριλίου	28	Ἐμπορεύματα	"	'Ιουνίου	28	"	6643
'Ιουνίου	4	Ἐπιταγή Νο 16538	"	'Ιουλίου	3	"	3600

Πίστωσις

'Ιανουαρίου	1	Ὑπόλοιπον είς νέον	"	Δεκεμβρ.	31	"	2613
Φεβρουαρίου	1	Μετρητά	"	Φεβρουαρ.	1	"	6000
Μαΐου	17	Ἔμβασμα	"	Μαΐου	17	"	4916
'Ιουνίου	4	Συν/κή	"	'Ιουλίου	24	"	746

Τό ἐπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ εἶναι 4% μέχρι τῆς 12ης Ἀπριλίου καί 6 1/2% μέχρι τοῦ κλεισίματος αὐτοῦ. Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ. Ἔτος ἐμπορικόν.

7) 'Αλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατά τήν 'Αμβουργικήν Μέθοδον πρός 9% μέχρις 24 Σεπτεμβρίου καί πρός 8% μέχρι 31 Δεκεμβρίου, ὁπότε κλείεται, ἀναγράφει τάς ἑξῆς πράξεις:

Χρέωσις

'Ιουλίου	1	'Υπόλοιπον εἰς νέον	λῆξις	'Ιουνίου 30	δρ.	3462
"	25	Τιμολόγιον	"	'Ιουλίου 25	"	4658
Αὐγούστου	18	Συναλλαγματική	"	Σ/βρίου 28	"	2750
Σεπτεμβρ.	29	Τιμολογιον	"	" 29	"	6125
Νοεμβρίου	2	Συναλλαγματική	"	Δ/βρίου 21	"	987

Πίστωσις

'Ιουλίου	30	Μετρητά	"	'Ιουλίου 30	"	5636
Αὐγούστου	29	'Επιταγή	"	Σ/βρίου 1	"	2385
'Οκτωβρ.	16	Μετρητά	"	'Οκτωβρ. 16	"	4000

Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ; ("Ετος μικτόν).

8) 'Αλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατά τήν 'Αμβουργικήν Μέθοδον περιέχει τάς κάτωθι πράξεις:

Χρέωσις:

'Ιουλίου	1	'Υπόλοιπον εἰς νέον λήξεως 'Ιουνίου 30	δρχ	8964
"	24	'Επιταγή	"	2117
Σ/βρίου	16	"	"	4800

Πίστωσις

'Ιουλίου	26	Συναλ/τική λήξεως 'Ιουλίου 31	"	3800
Σ/βρίου	5	Μετρητά	"	3100
"	21	Συναλ/τική λήξεως Σεπτεμβρίου 23	"	4000

Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τήν 30ήν Σεπτεμβρίου ἐάν τό ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως εἶναι 8 ½% καί τῆς πιστώσεως 4%. Προμήθεια διά τήν εἴσπραξιν γραμματίου 1°/οο, καί διά τάς πιστώσεις τῆς Τραπέζης ½°/οο καθ' ἑκάστην.

9) Νά καταστρωθῇ ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός κατά τήν 'Αμβουργικήν Μέθοδον περιέχων τάς ἑξῆς πράξεις:

Χρέωσις

'Ιανουαρ.	1	'Υπόλοιπον εἰς νέον λήξεως	Δεκεμβρ.	31	δρχ.	4290
"	18	Μετρητά	"		"	1800
"	29	Συναλλαγματική	" Φεβρ.	18	"	3725
Φεβρουαρ.	10	'Επιταγή	" "	10	"	2240
Μαρτίου	7	'Επιταγή	" Μαρτίου	7	"	3150
'Απριλίου	14	Συναλλαγματική	" 'Ιουνίου	15	"	3400
'Ιουνίου	7	Συναλλαγματική	" 'Ιουλίου	27	"	1900

Πίστωσις

'Ιανουαρ.	11	Γραμμάτιον	" Φεβρ.	15	"	3000
"	24	"	" "	12	"	6100

'Απριλίου 10 Συναλλαγματική λήξεως Μαΐου 10 δρχ. 4050
'Ιουνίου 3 Γραμμάτιον " 'Ιουλίου 10 " 2500

Ποῖον τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τήν 30'Ιουνίου ὅταν τό ἐπιτόκιον διά τά ποσά τῆς χρεώσεως εἶναι 9% καί τῆς πιστώσεως $4^1/_2$%; Προμήθεια ἐπί τῆς εἰσπράξεως γραμματίων 1/8%.

10) Εἰς ἕνα ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν μέ μή ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον, ὁ ὁποῖος ἀνοίγει τήν 3ην Μαΐου καί κλείει τήν 15ην Σεπτεμβρίου περιέχονται αἱ ἑξῆς πράξεις:

Χρέωσις			Πίστωσις		
λῆξις 3 Μαΐου	δρχ.	1620	λῆξις 8'Ιουνίου	δρχ.	1200
" 18 "	"	340	" 1'Ιουλίου	"	1000
2 Αὐγούστου	"	500	" 21 "	"	600
27 "	"	200			
5 Σεπτεμβρίου	"	648			

Κατά τό κλείσιμον τοῦ λογαριασμοῦ ἔχομεν χρεωστικόν ὑπόλοιπον εἰς νέον 514,70 δρχ. Τό ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως εἶναι $4^1/_2$%. Ποῖον τό ἐπιτόκιον τῆς πιστώσεως;

11) Τράπεζά τις ἤνοιξεν εἰς ἕνα πελάτην της τήν 10 'Απριλίου, ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν μέ ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον 6%. Τήν ἡμέραν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ, ὁ τραπεζίτης ὀφείλει εἰς τόν πελάτην του 505,55 δρχ. Πότε ἔκλεισεν ὁ λογαριασμός, ἐάν ἔγιναν αἱ ἑξῆς πράξεις εἰς αὐτόν;

Χρέωσις
δρχ. 800 λήξεως 15 Μαΐου
" 1400 " 8'Ιουλίου

Πίστωσις
δρχ. 950 λήξεως 10'Απριλίου
" 1100 " 2'Ιουνίου
" 640 " 9 Αὐγούστου.

12) Εἰς ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν μέ ἐπιτόκιον μή ἀμοιβαῖον, ὁ ὁποῖος ἤνοιξε τήν 13ην Μαΐου καί ἔκλεισε τήν 25 Σεπτεμβρίου ἀναγράφονται αἱ ἑξῆς πράξεις:

Χρέωσις
δρχ. 1620 λήξεως 19 Μαΐου
" 340 " 22 Μαΐου
" 1500 " 2 Αὐγούστου
" 200 " 27 Αὐγούστου
" 640 " 5 Σεπτεμβρίου

Πίστωσις
δρχ. 1200 λήξεως 8'Ιουνίου
" 1000 " 1'Ιουλίου

δρχ. 600 λήξεως 21 Ἰουλίου

Κατά τό κλείσιμον τοῦ λογαριασμοῦ τό ὑπόλοιπον ἦτο χρεωστικόν: 512,80 δρχ. Τό ἐπιτόκιον τῆς τραπέζης εἶναι 9%. Ποῖον εἶναι τό ἐπιτόκιον τοῦ πελάτου; Ἔτος ἐμπορικόν.

13) Ἡ Τράπεζα Τ συντάσσει τόν ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν τοῦ πελάτου Π, ἀρχόμενον τήν 1ην Ἰανουαρίου καί λήγοντα τήν 31 Μαρτίου. Τά ποσά τῆς χρεώσεως καί τῆς πιστώσεως φέρουσι τόκον ἀπό τῆς ἐπομένης τῆς λήξεώς των. Συμφωνεῖται ἐπιτόκιον ἀμοιβαῖον 6%. Προμήθεια $^1/_2$% ἐπί τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως. Πράξεις ἐγένοντο αἱ ἑξῆς:

Ὑπόλοιπον ἐκ παλαιοῦ λογαριασμοῦ χρεωστικόν 20000 λήξεως 31/12. Τήν 10/1 ἐπιστρέφεται συναλλαγματική ἀνείσπρακτος δοθεῖσα παρά τοῦ πελάτου εἰς τήν Τράπεζαν πρός εἴσπραξιν 9000 λήξεως 11/12, ἐγένοντο δι' αὐτήν ἔξοδα διαμαρτυρήσεως 300. Τήν 20/1 χορηγοῦμεν ἐπιταγήν εἰς διαταγήν τοῦ πελάτου 12000 δρχ. Τήν 9/2 ὁ πελάτης καταθέτει 16000 δρχ. Τήν 19/2 ὁ πελάτης δίδει συν/κήν πρός εἴσπραξιν 24.000, λήξεως 11/3. Τήν 1/3 ὁ πελάτης δίδει συν/κήν του πρός εἴσπραξιν δρχ 10250, λήγουσαν τήν 20/5 τήν ὁποίαν ἡ τράπεζα προεξοφλεῖ ἐξωτερικῶς πρός 9% καί τήν παροῦσαν ἀξίαν φέρει εἰς μετρητά μέ ἔξοδα 22,50 δρχ. $A = 10250 - \frac{10250.80}{4000} - 22,5 = 10000$. Τήν 11/3 ἐξοφλοῦμεν συν/κήν ἀποδοχῆς τοῦ πελάτου 18000 δρχ. Τήν 15/3 ὁ πελάτης δίδει συν/κήν του πρός εἴσπραξιν 14000 λήξεως 20 Ἀπριλίου. Τήν 22/3 ἀποδεχόμεθα συν/κήν ἐκδοθεῖσαν παρά τοῦ πελάτου εἰς βάρος μας 32000 λήξεως 30 Ἀπριλίου.

14) Ἡ Τράπεζα Τ συντάσσει τόν ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν τοῦ πελάτου της Π ἀρχόμενον τήν 1/1 καί λήγοντα τήν 30/6. Τά ποσά τῆς χρεώσεως φέρουσι τόκον καί κατά τήν ἡμέραν τῆς λήξεώς των τά δέ ποσά τῆς πιστώσεως ἀπό τῆς ἐπομένης τῆς λήξεώς των. Συμφωνεῖται ἐπιτόκιον ἀμοιβαῖον 7$^3/_4$% Ἔτος μικτόν. Προμήθεια $^1/_2$% τοῦ μέσου ἀκαλύπτου χρεωστικοῦ ποσοῦ ὅπερ ἐχρησιμοποίησεν ὁ πελάτης καθ' ὅλην τήν διάρκειαν τοῦ λογαριασμοῦ. Πράξεις ἐγένοντο αἱ ἑξῆς:

1 Ἰανουαρίου. Ὑπόλοιπον χρεωστικόν 20000 λήξεως 31/12

21 Ἰανουαρίου. Ἐπιστρέφεται ἀπλήρωτος συν/κή 16000 δοθεῖσα παρά τοῦ πελάτου εἰς τήν τράπεζαν πρός εἴσπραξιν λήξεως 21/12 ἐγένοντο δέ παρά τῆς Τ. δι' αὐτήν ἔξοδα 200 δρχ.

31 Ἰανουαρίου. Χορηγοῦμεν ἐπιταγήν εἰς διαταγήν τοῦ πελάτου 12000 δρχ.

20 Φεβρουαρίου. Ὁ πελάτης καταθέτει 30000 δρχ.

1 Μαρτίου. Ὁ πελάτης δίδει συν/κήν του πρός εἴσπραξιν

10000 λήξεως 20/4.
31 Μαρτίου. Ἀλλάσσει τό ἐπιτόκιον εἰς 8,5%.
22 Μαΐου. Ἐξοφλοῦμεν γραμμάτιον ἐκδόσεως τοῦ πελάτου δρχ. 14000.
31 Μαΐου Ὁ πελάτης καταθέτει 18000 δρχ.
10 Ἰουνίου. Ὁ πελάτης δίδει συναλλαγματικήν του πρός εἴσπραξιν 40000 λήξεως 20/7.

Τῶν ποσῶν τῶν ἐχόντων λῆξιν πίπτουσαν πέραν τοῦ κλεισίματος μεταφερομένων εἰς ὑπολοίπων μή ληξάντων εἰς νέον.

15) Ἡ Τράπεζα Τ συντάσσει τόν ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν τοῦ πελάτου της Π, ἀρχόμενον τήν 1 Ἰανουαρίου καί λήγοντα τήν 30 Ἰουνίου ἰδίου ἔτους. Τά ποσά φέρουσι τόκους ἀπό τῆς ἐπομένης τῆς λήξεώς των. Συμφωνεῖται ἐπιτόκιον 8,25% διά τήν χρέωσιν καί 5,25% διά τήν πίστωσιν. Μέθοδος ἡ εὐθεῖα. Προμήθεια 0,50% ἐπί τοῦ μέσου ἀκαλύπτου χρεωστικοῦ ποσοῦ δι' ὅλην τήν διάρκειαν τοῦ λογαριασμοῦ. Ἔτος δι' ὅλας τάς πράξεις πολιτικόν. Πράξεις ἐγένοντο αἱ ἑξῆς:

1 Ἰανουαρίου. Ὑπόλοιπον πιστωτικόν 14000 λήξεως 31/12.
21 Ἰανουαρίου. Ὁ Π δίδει εἰς τήν Τ συν/κήν πρός εἴσπραξιν δρ. 7440, λήγουσαν τήν 1/4 τήν ὁποίαν ἡ Τράπεζα προεξοφλεῖ ἐσωτερικῶς πρός 10% καί τήν παροῦσαν ἀξίαν φέρει εἰς μετρητά 20 Φεβρουαρίου. Ἡ Τ ἀγοράζει διά λογαριασμόν τοῦ Π πλίνθον ἀργύρου 6,22 χιλιογρ. τίτλου 0,740 πρός 36 d τήν ΟΖ STANDARD (1 ΟΖ = 31,1 γραμ)πρός 550 δρχ. εκάστην λίραν καί ἔξοδα 800 δρχ. καί τήν ἀξίαν φέρει εἰς μετρητά.
11 Ἀπριλίου. Ἡ Τ χορηγεῖ ἐπιταγήν εἰς διαταγήν τοῦ Π δρχ. 16000.
21 Μαΐου Ὁ Π δίδει εἰς τήν Τ συν/κήν λιρ. 7-6-0 λήγουσαν τήν 20 Ἰουνίου τήν ὁποίαν ἡ Τ προεξοφλεῖ ἐξωτερικῶς πρός 10% καί ἔξοδα 100, δρχ. καί τήν ἀξίαν των πρός 1000 δρχ. τήν λίραν φέρει εἰς μετρητά
10 Ἰουνίου. Ἀποθνήσκει ὁ Π καί κλείει ὁ λογαριασμός.

Σημείωσις: Νά ἐμφαίνωνται ἰδιαιτέρως εἰς τό καθαρόν αἱ πράξεις κατά σειράν ὑπολογισμοῦ τῶν ἄρθρων τοῦ λογαριασμοῦ.

1) $A = K.\frac{K.\nu}{\Delta+\nu}$ $\qquad A = 7440 - \frac{7440.70}{7300+70} = 7300.$

16) Ἡ ἐν Ἀθήναις τράπεζα Τ συντάσσει τόν ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν τοῦ ἀνταποκριτοῦ της Π εὑρισκομένου ἐν Ν. Ὑόρκη, ἀρχόμενον τήν 1 Ἰανουαρίου καί λήγοντα τήν 30 Ἰουνίου. Μέθοδος εὐθεῖα. Ἐπιτόκιον ἀμοιβαῖον 5,25%. Ἔτος πολιτικόν. Πάντα τά ποσά φέρουσι τόκον ἀπό τῆς ἑπομένης τῆς λήξεώς των. Ὑπολογισμός τῶν τοκοφόρων ἡμερῶν ἁπανταχοῦ κατά τόν κανόνα. Πράξεις ἐγένοντο αἱ ἑξῆς:

1 Ἰανουαρίου. Ὑπόλοιπον πιστωτικόν δολλάρια 80 τιμή δολ.500

31 " Ἡ Τ ἐξοφλεῖ ἐπιταγήν τοῦ Π δολλ. 200 τιμή δολ. 510.

20 Φεβρουαρίου. Ἡ Τ λαμβάνει πρός εἴσπραξιν συν/κήν τοῦ Π δολλαρίων 1470,80 λήγουσαν τήν 1ην Ἀπριλίου, τήν ὁποίαν προεξοφλεῖ ἐσωτερικῶς πρός 6,75%, ἔτος πολιτικόν καί τήν παροῦσαν ἀξίαν φέρει εἰς μετρητά τιμή δολ. 480.

2 Μαρτίου Ὁ ἐν Ν. Ὑόρκη ἔμπορος χ ἔχων νά καταβάλη εἰς τόν ἐν Ἀθήναις ἔμπορον ψ σήμερον δολ.1966 τηλεγραφεῖ εἰς τόν ψ νά ἐκδώση συν/κήν ἐπ' αὐτοῦ 60 ἡμερῶν τήν ὁποίαν ἡ ἐν Ἀθήναις τράπεζα προεξοφλεῖ αὐθημερόν ἐξωτερικῶς πρός 7,30% ἔτος πολιτικόν, ἡμέραι κατά κανόνα, προμήθεια 0,50% καί εἰσπράττει τά 1966 δολλάρια, ἡ δέ Τ ἀποστέλλει τήν συν/κήν πρός εἴσπραξιν εἰς τόν Π λήγουσαν τήν 1 Μαΐου καί ἐγγράφουσα ταύτην εἰς τόν λ/σμόν εἰς τήν ὀνομαστικήν της ἀξίαν μέ τιμήν δολλ. 500.

Τήν 30 Ἰουνίου κλείει ὁ λ/σμός μέ τιμήν δολλ. 500.

17) Ἡ τράπεζα Τ τηροῦσα τά βιβλία της εἰς δρχ. συντάσσει τόν ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν τοῦ ἐν Βερολίνῳ ἀνταποκριτοῦ της, ἀρχόμενον τήν 1ην Ἰανουαρίου καί λήγοντα τήν 30 Ἰουνίου τοῦ ἰδίου ἔτους. Τά ποσά φέρουσι τόκον ἀπό τῆς ἑπομένης τῆς λήξεώς των. Ἐπιτόκιον ἀμοιβαῖον 4,75%. Ἔτος μικτόν. Τά ποσά ἐγγράφονται ἐν τῷ λογαριασμῷ εἰς τήν τιμήν συν/τος τῆς ἡμέρας. Προμήθεια δέν ὑπολογίζεται. Μέθοδος ἡ ἀντίστροφος. Νά ἀνοιχθῇ καί ὁ νέος λογ/σμός. Πράξεις ἐγένοντο αἱ ἑξῆς:

1 Ἰανουαρίου. Ὑπόλοιπον χρεωστικόν 4000 μάρκα (Μ.Κ.) τιμή 60 δρχ.

15 " Ἡ Τράπεζα ἀποστέλλει εἰς Βερολῖνον συναλλαγματικήν πρός εἴσπραξιν Μ.Κ. 6000 λήγουσα τήν 31 Μαρτίου. Τιμή Μ.Κ. 58 δρχ.

9 Φεβρουαρίου. Ἡ Τράπεζα ἐξοφλεῖ ἐπιταγήν τοῦ ἀνταποκριτοῦ της 4000 Μ.Κ. τιμή Μ.Κ. 52 δρχ.

1 Μαρτίου.	Ἡ Τράπεζα εἰσπράττει γραμμάτιον τοῦ ἐν Βερολίνῳ ἀνταποκριτοῦ Μ.Κ.8000 τιμή Μ.Κ.60 δρχ.
20 Ἀπριλίου.	Ὁ ἐμ. Βερολίνῳ πληρώνει ἐπιταγήν τῆς Τραπέζης Μ.Κ.6000 τιμή Μ.Κ. 61 δρχ.
10 Μαΐου	Ἡ Τράπεζα ἀποστέλλει ἐν Βερολίνῳ φορτωτικήν πρός εἴσπραξιν Μ.Κ.4000 εἰσπραχθέντων τήν 9 Ἰουνίου. Τιμή Μ.Κ.59 δρχ.
30 Ἰουνίου.	Κλείει ὁ λογαριασμός. Τιμή Μ.Κ.62 δρχ. (Ὀκτώβριος 1954).

18) Ἡ Τράπεζα Τ συντάσσει τόν ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν τοῦ πελάτου της Π ἀρχόμενον τήν 1 Ἰανουαρίου καί λήγοντα τήν 30 Ἰουνίου. Ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως 6,25% καί τῆς πιστώσεως 3,75%. Ἔτος μικτόν. Τά ποσά τῆς χρεώσεως καί πιστώσεως φέρουσι τόκον ἀπό τῆς ἐπομένης τῆς λήξεώς των. Ὑπολογίζεται προμήθεια 0,75% ἐπί τοῦ μέσου ἀκαλύπτου χρεωστικοῦ ποσοῦ οὗτινος ὁ πελάτης ἐποιήσατο χρῆσιν καθ' ὅλην τήν διάρκειαν τοῦ λογαριασμοῦ. Μέθοδος ἡ τῶν ὑπολοίπων (Ἀμβουργική) μετά φύλλου τόκου. Πράξεις ἐγένοντο αἱ ἑξῆς:

1 Ἰανουαρίου.	Ὑπόλοιπον πιστωτικόν 20000
10 Ἰανουαρίου.	Ὁ Π δίδει εἰς τήν Τ συναλλαγματικήν του πρός εἴσπραξιν 40000 λήξεως 9 Φεβρουαρίου.
19 Φεβρουαρ.	Ἡ Τ δίδει εἰς τόν Π ἐπιταγήν εἰς διαταγήν του 80000
27 Φεβρουαρ.	Ὁ Π δίδει εἰς τήν Τ συναλλαγματικήν του πρός εἴσπραξιν 30000 δρχ. λήξεως 30 Ἀπριλίου.
31 Μαρτίου	Ἀλλάσσει τό ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως εἰς 4,25%
10 Μαΐου	Ὁ Π λαμβάνει εἰς μετρητά 60000 δρχ.
30 Μαΐου	Ὁ Π δίδει εἰς τήν Τ συναλλαγματικήν του πρός εἴσπραξιν 40000 λήξεως 20 Ἰουλίου
9 Ἰουνίου	Ὁ Π καταθέτει εἰς μετρητά 20000 δρχ.

Τήν 30 Ἰουνίου κλείει ὁ λογαριασμός τῶν ποσῶν τῶν ἐχόντων λῆξιν πίπτουσαν πέραν τοῦ κλεισίματος μεταφερομένων ὡς ὑπολοίπων μή ληξάντων εἰς νέον. (Ἰούνιος 1955).

19) Ἡ τράπεζα Τ συντάσσει τόν ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν τοῦ πελάτου της Π ἀρχόμενον τήν 1 Ἰανουαρίου. Τά ποσά τῆς χρεώσεως φέρουσι τόκον καί κατά τήν ἡμέραν τῆς λήξεώς των. Τά ποσά τῆς πιστώσεως φέρουσι τόκον ἀπό τῆς ἐπομένης τῆς λήξεώς των. Ὁ λογαριασμός ἄρχεται πρός ἐπιτόκιον διά μέν τήν χρέωσιν 7,25%, διά δέ τήν πίστωσιν 4,75%. Συμφωνεῖται προμήθεια 0,50% δι' ὅλην τήν διάρκειαν τοῦ λογαριασμοῦ ἐπί τοῦ μέσου ἀκαλύπτου ὅπερ ἐχρησιμοποίησεν ὁ πελάτης. Ἔτος μικτόν. Μέθοδος ἡ κλιμακωτή μετά φύλλου τόκου. Πράξεις ἐ-

γένοντο αἱ ἑξῆς:

1 'Ιανουαρίου.	Ὑπόλοιπον χρεωστικόν 12000 λήξεως 31 Δεκεμβρίου
15 'Ιανουαρίου	Ὁ Π δίδει εἰς τήν Τ συναλλαγματικήν του πρός εἴσπραξιν δρχ. 18000 λήξεως 1 Μαρτίου
31 'Ιανουαρίου.	Ἡ Τ δίδει εἰς τόν Π ἐπιταγήν εἰς διαταγήν του 24000 δρχ.
28 Φεβρουαρ.	Ὁ Π δίδει εἰς τήν Τ συναλλαγματικήν του πρός εἴσπραξιν δρχ 16000 λήξεως 20 'Απριλίου.
31 Μαρτίου	Συμφωνεῖται ἀπό τῆς ἑπομένης ἐπιτόκιον διά μέν τήν χρέωσιν 9,25% διά δέ τήν πίστωσιν 4,50%.
1 Μαΐου	Ὁ πελάτης λαμβάνει εἰς μετρητά 40000
14 Μαΐου	Ὁ πελάτης δίδει εἰς τήν Τ συναλλαγματικήν του πρός εἴσπραξιν 20000 λήγουσαν τήν 29 'Ιουνίου
20 Μαΐου	Ὁ Π καταθέτει εἰς μετρητά 56000 δρχ.
30 Μαΐου	'Αποθνήσκει ὁ πελάτης καί κλείει ὁ λογαριασμός

Ζητεῖται ἀπόλυτος ἀκρίβεια. (

4.14.-Νομική ἄποψις ἀλληλοχρέων λογαριασμῶν

Ἀπό νομικῆς ἀπόψεως ἡ σύμβασις ἀλληλοχρέου λογαριασμοῦ εἶναι ἐμπορικῆς ἤ ἀστικῆς φύσεως, ἀναλόγως τοῦ εἴδους τῶν πράξεων, δι'ἅς ἐγένετο.

Ἱκανότητα πρός σύστασιν ἀλληλοχρέου λογαριασμοῦ ἔχει πᾶς ὁ ἔχων τήν ἱκανότητα νά συνάψῃ πράξεις δυναμένας νά περιληφθῶσιν εἰς τόν λογαριασμόν, νά μεταβιβάζῃ τήν κυριότητα τῶν ἐγγραπτέων ἀξιῶν καί νά ἀνανεώσῃ τάς ἐγγραπτέας ἀπαιτήσεις.

Ἡ κατά τό ἄνοιγμα τοῦ λογαριασμοῦ συμφωνία ὁρίζει τόν ἀριθμόν καί τήν φύσιν τῶν πράξεων. Δυνατόν νά περιλαμβάνῃ πάσας τάς πράξεις μεταξύ δύο προσώπων ἤ καί ὡρισμένας,δυνατόν ὅμως νά λειτουργῶσι διάφοροι λογαριασμοί διά τάς διαφόρους κατηγορίας πράξεων, μεταξύ δύο προσώπων.

Ἰσχύουν ἐπί τῶν ἀλληλοχρέων οἱ ἑξῆς κανόνες:

1. Μεταβιβάζεται εἰς τόν χρεούμενον ἡ κυριότης τοῦ τίτλου ἅμα τῇ ἐγγραφῇ τοῦ ποσοῦ εἰς τόν λογαριασμόν.

2. Ἀποσβέννυται ἡ ἀρχική αἰτία, δι'ἥν γίνεται τό ἔμβασμα ἅμα τῇ ἐγγραφῇ τοῦ ποσοῦ εἰς τόν λογαριασμόν καί συνεπῶς ἄρχεται νέα παραγραφή ἐφ'ὅσον ἀνανεοῦται ἡ ἀπαίτησις.Ὁμοίως ἀποσβέννυται καί ἡ τυχόν δοθεῖσα ἐγγύησις τῆς παλαιᾶς ἀπαιτήσεως.

3. Δέν δύναται νά γίνῃ κατάσχεσις ποσοῦ εἰσελθόντος εἰς τόν λογαριασμόν.

4. Πᾶν ποσόν ἐγγραφόμενον εἰς τόν λογαριασμόν φέρει τόκον ἀπό τῆς ἡμέρας καθ'ἥν ὁ λήπτης ἔχει τήν ἀπόλαυσιν τῶν ἀξιῶν τῶν εἰσελθουσῶν εἰς τόν λογαριασμόν ἐκτός εἰδικῆς συμφωνίας.

5. Ἐπιτρέπεται δι'ἐθίμου ὅπως οἱ τόκοι μετατρέπωνται εἰς κεφάλαιον καί ἀποφέρουν τόκον ἀπό τοῦ νέου λογαριασμοῦ,ἔστω καί ἄν ὁ λογαριασμός κλείῃ πολλάκις ἐντός τοῦ ἔτους.

Τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ εἶναι ἀμέσως ἀπαιτητόν,χωρεῖ κατάσχεσις καί συμψηφισμός, ἐπ'αὐτοῦ καί ἡ ἀπαίτησις, ἐπ'αὐτοῦ παραγράφεται μετά 30 ἔτη ἀπό τῆς κλείσεως τοῦ λογαριασμοῦ.

Ὁ ἔχων καταθέσει παρά τραπέζῃ ποσόν δύναται δι' ἐγγράφου ἐντολῆς εἰδικοῦ τύπου νά διατάξῃ πληρωμήν μέρους ἤ ὁλοκλήρου τοῦ ποσοῦ. Αἱ εἰδικοῦ τύπου ἐντολαί εἶναι ἐπιταγαί. Ἡ ἐπιταγή εἶναι ἔγγραφον δι'οὗ ὁ ἐκδίδων τοῦτο Χ ἐντέλλεται εἰς ἕτερον Ψ νά πληρώσῃ εἰς τρίτον ἤ εἰς τόν ἐκδότην ἤ εἰς διαταγήν αὐτοῦ ἤ εἰς τόν κομιστήν μέρος ἤ τό ὅλον χρηματικόν ποσόν, παρά τοῦ Ψ κατατεθειμένου ἤ διαθεσίμου διά λογαριασμόν τοῦ Χ, ἐπί τῇ συμφωνίᾳ πληρωμῆς του δι'ἐπιταγῆς.

Ἡ ἐπιταγή ὁμοιάζει πρός τήν συναλλαγματικήν πλήν ὅμως ἡ συναλλαγματική εἶναι ὄργανον πίστεως, ἐνῷ ἡ ἐπιταγή εἶναι μέσον πληρωμῆς ἀντικαθιστῶν τό νόμισμα. Αἱ ἐπιταγαί ἐκδίδονται κατ'ἀρχήν ἐπί τραπεζῶν καί διά τοῦτο καλοῦνται τραπεζιτικαί ἐπιταγαί. Αἱ ἐπιταγαί μεταβιβάζονται δι' ὀπισθογραφήσεως, ἥτις καί δύναται νά γίνῃ ἐν λευκῷ. Ἡ ἐπιταγή ὑπόκειται εἰς χαρτοσήμανσιν, ἀλλ'οὐχί ἀναλογικήν ὡς ἡ συναλλαγματική.

Ἡ ἐπιταγή εἶναι πάντοτε πληρωτέα ἐν ὄψει.

Πρός ἀποφυγήν τῶν κινδύνων ἐξ ἀπωλείας, ἐδημιουργήθησαν αἱ δίγραμμοι ἐπιταγαί (chèque barré, crossed check), αἵτινες φέρουσι δύο παραλλήλους γραμμάς διηκούσας κατά πλάτος τῆς ἐπιταγῆς, ἐντός τῶν ὁποίων ἀναγράφεται ἡ λέξις CIE ἤ Banquier, ὁπότε μόνον τράπεζα δύναται νά τήν εἰσπράξῃ, ἤ ἀναγράφεται τό ὄνομα μιᾶς τραπέζης ὁπότε πρόκειται περί εἰδικοῦ περιορισμοῦ καί δύναται νά εἰσπραχθῇ μόνον παρά τῆς τραπέζης τῆς ἀναγραφομένης ἐντός τῶν γραμμῶν.

Ἡ προθεσμία εἰσπράξεως τῆς ἐπιταγῆς εἶναι 8 ἡμέραι ἀρχόμεναι ἀπό τῆς ἐπομένης τῆς ἐκδόσεως καί 20 ἡμέραι ἐάν εἶναι πληρωτέα εἰς διάφορον κράτος ἀνῆκον εἰς τήν αὐτήν ἤπειρον ἐνῷ εἰς ἄλλην ἤπειρον ἡ προθεσμία εἶναι 70 ἡμέραι.

4.15.- Οἰκονομική ἄποψις τῶν ἀλληλοχρέων

Οἱ ἀλληλόχρεοι λογαριασμοί χρησιμεύουν 1) εἰς τόν περιορισμόν τῆς κυκλοφορίας τοῦ νομίσματος καί 2) εἰς τήν ἐπέκτασιν τῆς πίστεως. Αἱ τράπεζαι τηροῦσιν ἀλληλοχρέους τῶν κάτωθι κατηγοριῶν:

1. Λογαριασμός καταθέσεων εἰς ἀνοικτόν λογαριασμόν.

Εἰς αὐτούς κατατίθενται ποσά οἱουδήποτε ποσοῦ καί ἐνεργοῦνται πληρωμαί διά λογαριασμόν τοῦ πελάτου. Τά χρήματα εἶναι διαρκῶς παραγωγικά πρός ἐπιτόκιον κατά κανόνα μικρόν ἰσχῦον διά τά ποσά τοῦ δοῦναι καί τοῦ λαβεῖν καί τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ εἶναι πάντοτε πιστωτικόν.

2. Λογαριασμούς προκαταβολῶν

Εἰς αὐτούς, ἐπί παρεχομένῃ ἐκ μέρους τοῦ πελάτου ἐγγυήσει αἱ τράπεζαι ἀνοίγουσι πίστωσιν, τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ εἶναι πάντοτε χρεωστικόν καί τό ἐπιτόκιον κατά κανόνα ὑψηλόν, ἰσχῦον διά τά ποσά τοῦ δοῦναι καί τοῦ λαβεῖν.

3. Λογαριασμούς τρέχοντας

Κατ'αὐτούς τό ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ δύναται νά εἶναι χρεωστικόν ἤ πιστωτικόν. Τό ἐπιτόκιον τοῦ δοῦναι εἶναι μεγαλύτερον τοῦ ἐπιτοκίου τοῦ λαβεῖν καί ἐφ'ὅσον ὁ λογαριασμός εἶναι χρεωστικός ἰσχύει τό ἐπιτόκιον τοῦ δοῦναι, ἐφ'ὅσον πιστωτικός τό ἐπιτόκιον τοῦ λαβεῖν. Ἡ τράπεζα τῆς Ἑλλάδος διά τούς πελάτας της τηρεῖ λογαριασμούς καταθέσεων ἀτόκους, λογαριασμούς προκαταβολῶν ἐπί ἐγγυήσει χρεωγράφων ἤ γραμματίων ἐπί ἐπιτοκίῳ ἀμοιβαίῳ καί τρέχοντας μόνον διά τάς τραπέζας καί τούς ἀνταποκριτάς αὐτῆς.

Αἱ τράπεζαι διά τάς παρ'αὐτῶν παρεχομένας ὑπηρεσίας πλήν τῶν κερδῶν ἐκ τῆς διαφορᾶς τῶν ἐπιτοκίων χρεοῦσι τούς πελάτας διά διαφόρων ἐξόδων καί προμηθείας. Τά ἔξοδα εἶναι:

1. Ἔξοδα ἀλλαγῆς θέσεως, δικαιολογούμενα ὡς ἔξοδα μεταφορᾶς χρημάτων εἰσπραχθέντων εἰς διάφορον τόπον.
2. Χαρτόσημα, ταχυδρομικά κλπ.

Αἱ προμήθειαι εἶναι:
1. Προμήθεια διά πᾶσαν πληρωμήν ἤ εἴσπραξιν ἤ συμψηφισμόν γενόμενον παρά τραπεζῶν διά λογαριασμόν τοῦ πελάτου.
2. Προμήθεια διά πᾶσαν ἀποδοχήν συναλλαγματικῆς ἐκδοθείσης παρά τοῦ πελάτου εἰς βάρος τῆς τραπέζης.
3. Προμήθεια ἐπί τοῦ συνόλου τῆς ἀνοιχθείσης πιστώσεως ἔσω καί ἄν ὁ πελάτης ἐχρησιμοποίησε μέρος αὐτῆς.
4. Προμήθεια ἐπί τοῦ ἀκαλύπτου ποσοῦ ὅπερ ἐχρησιμοποίησεν ὁ πελάτης, ἥτις καί ὑπολογίζεται διά ποσοστοῦ ἤ α) ἐπί τοῦ ἀθροίσματος τῶν ποσῶν τοῦ δοῦναι, ἤ β) ἐπί τοῦ ὑπολοίπου τοῦ λογαριασμοῦ, ἤ γ) ἐπί τοῦ μεγαλυτέρου ἀκαλύπτου ποσοῦ τοῦ λογαριασμοῦ καί ἤ δ) ἐπί τοῦ μέσου χρεωστικοῦ ποσοῦ ὑπολογιζομένου διά τῆς μέσης σταθμικῆς τιμῆς (Moyenne Ponderee).

Ἑκάστη τράπεζα ἔχει τάς συνηθείας της ὡς πρός τά ἔξοδα καί τάς προμηθείας της, μεταβαλλομένας ἀναλόγως τοῦ πελάτου κατόπιν συμφωνίας.

Ἡ Τράπεζα τῆς Ἑλλάδος ἔχει τάς ἑξῆς συνηθείας:

1. Ὑπολογίζει ἔξοδα ἀλλαγῆς θέσεως, τέλη χαρτοσήμου καί ταχυδρομικά.

2. Δέν ὑπολογίζει προμήθειαν διά τάς καταθέσεις εἰς ἀνοικτόν λογαριασμόν.

3. Ὑπολογίζει προμήθειαν διά τούς χρεωστικούς εἰς ἀνοικτόν λογαριασμόν ἐπί ἐγγυήσει λογιζομένης ἐπί τοῦ συνόλου τῆς χορηγηθείσης πιστώσεως ἔστω καί ἄν ὁ πελάτης δέν χρησιμοποιήσῃ ταύτην, ὅπως εἰσπράξῃ τά φύλακτρα τῶν χρεωγράφων καί τήν ἀμοιβήν τῆς ὑπηρεσίας του νά ἔχῃ τό ποσόν διαθέσιμον διά τόν πελάτην ἀνά πᾶσαν στιγμήν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ

ΠΟΛΥΤΙΜΑ ΜΕΤΑΛΛΑ ΚΑΙ ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ

Α΄. ΠΟΛΥΤΙΜΑ ΜΕΤΑΛΛΑ

5.1.-Ὁρισμοί

Κατά κανόνα τά πολύτιμα μέταλλα -ὁ χρυσός καί ὁ ἄργυρος- δέν προσφέρονται ποτέ καθαρά εἰς τό ἐμπόριον, ἀλλά διά νά εἶναι σκληρότερα καί εὐχρηστότερα, ὡς κράματα μετ᾿ ἄλλων μή πολυτίμων μετάλλων, συνήθως τοῦ χαλκοῦ.

Τό βάρος τοῦ ἐν τῷ κράματι περιεχομένου χρυσοῦ ἤ ἀργύρου ὀνομάζεται καθαρόν βάρος. Ὁ τίτλος ἐκφράζεται εἴτε εἰς χιλιοστά, εἴτε εἰς εἰκοστά τέταρτα (καράτια), εἴτε καί εἰς διακοσιοστά τεσσαρακοστά, προκειμένου περί ἀργύρου.

Ὡς μονάς βάρους τῶν πολυτίμων μετάλλων χρησιμεύει, εἰς μέν τάς χώρας τοῦ δεκαδικοῦ μετρικοῦ συστήματος τό χιλιόγραμμον εἰς δέ τήν Ἀγγλίαν καί τάς Η.Π. τῆς Ἀμερικῆς ἡ λίβρα τρόϋ (Troypound) ἡ ὁποία ἰσοδυναμεῖ πρός 373,242 γραμ. καί ὑποδιαιρεῖται ὡς ἑξῆς:

1 Troy-lb=12oz (οὐγγιές)	= 373,242	γρ.
1oz = 20 dwts (δηνάρια)	= 31,1035	"
1 dwt = 24 grs (κόκκοι)	= 1,5552	"
1 gr	= 0,0648	

Συνήθως ὅμως εἰς τάς ἀγοράς πολυτίμων μετάλλων τῶν Η.Π.Α. καί τῆς Ἀγγλίας τό βάρος τοῦ χρυσοῦ ἐκφράζεται εἰς οὐγγίας καί χιλιοστά αὐτῆς καί τοῦ ἀργύρου εἰς οὐγκίας καί δέκατα αὐτῆς.

5.2.-Ἀγορά καί πώλησις πολυτίμων μετάλλων

Ἡ ἐμπορική τιμή τῶν πολυτίμων μετάλλων καθορίζεται ὅπως καί ἡ τιμή παντός ἄλλου ἐμπορεύματος, ὑπό τοῦ νόμου προσφορᾶς καί ζητήσεως. Τά πολύτιμα μέταλλα συγκεντρώνονται εἰς ὡρισμένας ἀγοράς καί διοχετεύονται μέσῳ αὐτῶν εἰς τήν κατανάλωσιν. Αἱ σπουδαιότεραι ἀγοραί σήμερον εἶναι ἡ Νέα Ὑόρκη καί τό Λονδῖνον.

α) Ἀγορά Νέας Ὑόρκης

Ἡ τιμή τοῦ χρυσοῦ εἰς τήν ἀγοράν τῆς Νέας Ὑόρκης δίδεται εἰς δολλάρια δι' ἑκάστην οὐγγίαν τρόϋ καθαροῦ μετάλλου. Παλαιότερον ἐλαμβάνετο ὡς βάσις οὐχί ἡ οὐγγία καθαροῦ μετάλλου, ἀλλά αἱ 43 οὐγγίαι τίτλου 900 χιλιοστῶν. Κατ' ἀνάλογον τρόπον καθορίζεται καί ἡ τιμή τοῦ ἀργύρου. Διά νά εὕρωμεν τήν τιμήν τοῦ ὑπό διαπραγμάτευσιν πολυτίμου μετάλλου, τό μετατρέπομεν πρῶτον εἰς τό ἀντίστοιχον βάρος καθαροῦ μετάλλου, καί κατόπιν τό πολλαπλασιάζομεν μέ τήν τιμήν τῆς ἀγορᾶς.

Πρόβλημα I. Εἰς τό χρηματιστήριον τῆς Νέας Ὑόρκης πωλοῦνται 420,550 oz χρυσοῦ, τίτλου 940 χιλιοστῶν πρός δολ. 20,64 καί 1°/oo προμήθειαν. Τί θά εἰσπράξῃ ὁ πωλητής;

Λύσις: Εἰς τάς 420,550 οὐγγίας τοῦ πωλουμένου πολυτίμου μετάλλου, περιέχονται:

$$420,550 \times 0,940 = 395,317$$

καθαροῦ χρυσοῦ, ὁπότε ἔχομεν:

395,317 oz πρός δολ. 20,64	= δολ	8159,35
- προμήθεια 1°/oo	= "	8,16
	δόλ.	8151,19

Πρόβλημα II. Εἰς τό χρηματιστήριον Νέας Ὑόρκης ὁ ἄργυρος τιμᾶται σήμερον $56^1/_2$ σέντς. Ποία ἡ σχέσις τῆς τιμῆς τοῦ ἀργύρου πρός τήν τιμήν τοῦ χρυσοῦ ἐάν ὁ χρυσός τιμᾶται δολ. 800 αἱ 43 oz τίτλου 900 χιλιοστῶν;

Λύσις: Θά εὕρωμεν ἐν πρώτοις τήν τιμήν τῆς μιᾶς οὐγγίας καθαροῦ χρυσοῦ, ἡ οποία εἶναι:

$$\frac{800}{43} \times \frac{1000}{900} = \text{δολ. } 20,671 \text{ ἤ } 2067 \text{ σέντς}$$

ὁπότε ἡ ζητουμένη σχέσις θά εἶναι:

$$\frac{2067}{56^{1}/_{2}} = \underline{\underline{36,58}} \text{ περίπου}$$

β)'Αγορά Λονδίνου

Ἡ τιμή τοῦ χρυσοῦ εἰς τήν ἀγοράν τοῦ Λονδίνου δίδεται εἰς σελλίνια καί πέννας δι'ἑκάστην οὐγγίαν τρόϋ καθαροῦ μετάλλου. Παλαιότερον ὡς βάσις ἐλαμβάνετο ἡ οὐγγία τρόϋ χρυσοῦ τίτλου standard ἤτοι 22 καρατίων. Ἡ τιμή τοῦ ἀργύρου ἐξακολουθεῖ συνήθως νά δίδεται εἰς πέννας δι'ἑκάστην οὐγγίαν standard δηλαδή $^{222}/_{240}$.

Πρόβλημα I. Εἰς τό χρηματιστήριον τοῦ Λονδίνου ἀγοράζονται 802,520 oz χρυσοῦ, τίτλου 900 χιλιοστῶν πρός 139/ /9 (δηλ. σελλίνια καί πέννας). Προμήθεια 1°/οο. Τί θά πληρώση ὁ ἀγοραστής;

Λύσις: Εἰς τάς 802,520 oz χρυσοῦ τίτλου 900 χιλιοστῶν περιέχονται:

802,520 0,900 = 722,268 oz

καθαροῦ μετάλλου, ὁπότε ἡ τιμή του εἶναι:

722,268 oz πρός $^{139}/_{9}$ =	λίρ. 5046-16-11
+ προμήθεια 1°/οο =	λίρ. 5- 0 -11
	λίρ. 5051-17-10

Πρόβλημα II. Ποία ἡ τιμή ἐν Λονδίνῳ ράβδου ἀργύρου βάρους 1055 oz καί τίτλου 972 χιλιοστῶν πρός $26^{9}/_{16}$ d τήν οὐγγίαν standard.

Λύσις: Θά ὑπολογίσωμεν πρῶτον τό ἰσοδύναμον πρός τάς 1055 oz, 972 χιλιοστῶν, βάρος ἀργύρου standard καί θά ἔχωμεν:

$$1055.0,972.\frac{240}{222} = 1055.0,972.\frac{40}{37} = 1108,6 \text{ oz standard}$$

Εἰς τό αὐτό καταλήγομεν καί ὡς ἑξῆς:

Εὑρίσκομεν τό βάρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου καί τό μετατρέπομεν εἰς ἰσοδύναμον βάρος standard. Πρός τοῦτο ἀντί νά πολλαπλασιάσωμεν τό καθαρόν βάρος ἐπί $\frac{240}{222}$ ἤ $\frac{40}{37}$ προσθέτομεν εἰς αὐτό τά $^{3}/_{37}$ αὐτοῦ καί ἔχομεν:

$$\begin{array}{ll} 1055 \text{ oz}.9,972 = & 1025,46 \text{ oz} \\ + \text{ τά } \frac{3}{37} & \underline{\quad 83,14} \\ & 1108,6 \text{ oz standard πρός } 26\,^{9}/_{16}\text{ d} = \\ & \qquad\qquad\qquad \underline{\text{λίρ}.122\text{-}13\text{-}11} \end{array}$$

Ὥστε:

Διά νά εὕρωμεν τήν τιμήν ἑνός τῶν πολυτίμων μετάλλων, μετατρέπομεν πρῶτον τό ὑπό διαπραγμάτευσιν πολύτιμον μέταλλον εἰς ἰσοδύναμον βάρος καθαροῦ μετάλλου (ἤ μετάλλου standard) καί τό πολλαπλασιάζομεν κατόπιν ἐπί τήν ἀναγραφομένην τιμήν τῆς μονάδος τοῦ καθαροῦ μετάλλου (ἤ τοῦ μετάλλου standard).

5.3.- Μετατροπή τῶν τιμῶν χρυσοῦ καί μετάλλου

Πολλάκις εἶναι ἀνάγκη νά συγκρίνωμεν μεταξύ των τάς τιμάς τῶν διαφόρων ἀγορῶν διά τά πολύτιμα μέταλλα. Πρός τοῦτο ὑπολογίζομεν τήν τιμήν τῆς αὐτῆς μονάδος βάρους πρός τό αὐτό νόμισμα. Ὁ καταλληλότερος τρόπος νά ἐπιτύχωμεν συντόμως τόν ὑπολογισμόν αὐτόν εἶναι ἡ συνεζευγμένη μέθοδος.

Π ρ ό β λ η μ α. Τό χρηματιστήριον Λονδίνου σημειώνει σήμερον διά τόν χρυσόν τήν τιμήν $^{77}/_{9}$ κατά οὐγγίαν standard, καί τό χρηματιστήριον Βερολίνου 2783,97 Rm.κατά χιλιόγραμμον καθαροῦ μετάλλου. Ποῦ εἶναι ἀκριβώτερος ὁ χρυσός, ἐάν ἡ λίρα τιμᾶται ἐν Βερολίνῳ 20,43 Rm;

Λ ύ σ ι ς: Διά νά εὕρωμεν ποῦ εἶναι ἀκριβώτερος ὁ χρυσός ἀρκεῖ νά μετατρέψωμεν τήν τιμήν τοῦ Λονδίνου εἰς ἰσοδύναμον τιμήν Βερολίνου (ἤ καί ἀντιστρόφως) καί νά συγκρίνωμεν κατόπιν τήν τιμήν πού θά εὕρωμεν μέ τήν δοθεῖσαν. Οὕτω ἔχομεν:

$$\begin{array}{rcl} x\text{Rm} & = & 1000 \text{ γραμμάρια καθαροῦ χρυσοῦ} \\ 31,1035 & = & 1 \text{ oz καθαροῦ χρυσοῦ} \\ 11 & = & 12 \text{ oz standard} \\ 1 & = & 77\,^{3}/_{4}\text{ s} \\ \underline{20} & = & \underline{20,43} \text{ Rm} \end{array}$$

$$x = \frac{1000.12.77,75.20,43}{31,1035.11.20} = 2785,60 \text{ Rm}$$

ἄρα ὁ χρυσός εἶναι ἀκριβώτερος ἐν Λονδίνῳ, ἐάν δέν ληφθοῦν ὑπ'ὄψιν τά διάφορα ἄλλα ἔξοδα.

Β. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΑΞΙΑΣ ΝΟΜΙΣΜΑΤΩΝ

5.4.- Ὁρισμοί

Τό σύνολον τῶν κανόνων οἱ ὁποῖοι ρυθμίζουν τό νόμισμα μιᾶς χώρας ἀποτελοῦν τό νομισματικόν σύστημα τῆς χώρας. Οἱ κανόνες αὐτοί περιλαμβάνουν:

1. Τό ὄνομα τῆς νομισματικῆς μονάδος, τό βάρος τοῦ πολυτίμου μετάλλου τό ὁποῖον ἀντιπροσωπεύει, τάς ὑποδιαιρέσεις του καί τόν τίτλον του.

2. Τό εἶδος τοῦ πολυτίμου μετάλλου ὅπερ χρησιμεύει ὡς βάσις τοῦ νομίσματος. Ἐάν ἡ βάσις αὐτή ἀποτελεῖται ἀπό ἕν μόνον πολύτιμον μέταλλον, τό σύστημα ὀνομάζεται μονομεταλλικόν. Ἐάν ἀποτελεῖται ἀπό δύο (χρυσόν καί ἄργυρον μαζί), τό σύστημα ὀνομάζεται διμεταλλικόν. Εἰς τήν περίπτωσιν διμεταλλικοῦ νομισματικοῦ συστήματος, ἡ σχέσις τοῦ βάρους τῶν δύο μετάλλων, τά ὁποῖα παριστοῦν τήν μονάδα καθορίζεται ὑπό τοῦ νόμου.

Ὁ ἀριθμός τῶν νομισμάτων τά ὁποῖα ἀπαιτοῦνται διά νά ἀποτελεσθῇ ἕν ὡρισμένον βάρος ὀνομάζεται κοπή. Οὕτω ἡ κοπή τοῦ γαλλικοῦ εἰκοσιφράγκου εἶναι 155 τό χιλιόγραμμον.

Ὁ ἀριθμός πάλιν τῶν νομισμάτων τά ὁποῖα ἀπαιτοῦνται διά νά σχηματισθῇ ἕν ὡρισμένον βάρος καθαροῦ μετάλλου ὀνομάζεται πούς. Οὕτω ὁ πούς τοῦ ὁλλανδικοῦ χρυσοῦ νομίσματος τῶν 10 φλωρινίων εἶναι 165,344 τό χιλιόγραμμον.

Τά νομίσματα κατά τήν κυκλοφορίαν αὐτῶν φθείρονται. Ἐάν ἡ φθορά ὑπερβῇ ἕν ὡρισμένον ὅριον, δηλαδή ἐάν τό νόμισμα χάσῃ ἕν ὡρισμένον ποσοστόν τοῦ βάρους του, ἀποσύρεται τῆς κυκλοφορίας καί κόπτεται ἐκ νέου.

Σημείωσις: Ἐάν καλέσωμεν B τό βάρος τοῦ νομίσματος f τό βάρος τοῦ περιεχομένου καθαροῦ μετάλλου καί α τοῦ τίτλου του, θά ἔχωμεν κατά τά γνωστά:

$$\alpha = \frac{\beta}{B} \quad \acute{\eta} \quad \beta = \alpha . B$$

'Εάν τώρα καλέσωμεν δ τήν κοπήν τοῦ νομίσματος καί φ τόν πόδα αὐτοῦ, ὁπότε θά εἶναι:

$$\delta = \frac{1}{B} \quad \acute{\eta} \quad B.\delta = 1$$

ἡ τιμή τοῦ ποδός θά δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως:

$$\varphi = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha . B}$$

καί ἄν πολλαπλασιάσωμεν ἀμφοτέρους τούς ὅρους τοῦ κλάσματος ἐπί δ:

$$\varphi = \frac{\delta}{\alpha . B . \delta} = \frac{\delta}{\alpha}$$

Ἄρα:

Ὁ πούς νομίσματος τινός ἰσοῦται μέ τό πηλίκον τῆς κοπῆς αὐτοῦ διά τοῦ τίτλου.

Πρόβλημα. Ποῖος εἶναι ὁ πούς τοῦ γαλλικοῦ εἰκοσαφράγκου ἐάν ἡ κοπή αὐτοῦ εἶναι 155 καί ὁ τίτλους του 0,900;

Λύσις:

$$\varphi - \frac{155}{9.000} = 172\frac{2}{9}$$

5.5.- Ὑπολογισμός τοῦ βάρους νομίσματός τινος.

Πρόβλημα I. Ποῖον τό βάρος εἰς γραμμάρια τοῦ χρυσοῦ νομίσματος τῶν 20 Rm ἐάν ἡ κοπή αὐτοῦ εἶναι 125,55 καί ὁ τίτλος του 0,900; Ποῖον τό βάρος τοῦ περιεχομένου καθαροῦ μετάλλου;

Λύσις: Ἡ κοπή 125,55 δηλοῖ ὅτι μέ ἕν χιλιόγραμμον κράματος κόπτονται 125,55 νομίσματα τῶν 20 μάρκων Ἄρα ἕκαστον θά ἔχῃ βάρος:

$$B = \frac{10000}{125,55} = \underline{\underline{7,965}} \text{ γραμμ.}$$

ὁπότε τό βάρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου εἶναι:

$$7,965 \times 0,900 = \underline{\underline{7,1685}} \text{ γραμμ.}$$

Π ρ ό β λ η μ α II. Ποῖον τό βάρος εἰς γραμμάρια τῆς χρυσῆς ἀγγλικῆς λίρας, ἐάν ἡ κοπή αὐτῆς εἶναι λίρ. 1869 ἀνά 40 λίβρας τρόϋ τίτλου 22 καρατίων; Ποῖον τό βάρος τοῦ περιεχομένου καθαροῦ μετάλλου;

Λ ύ σ ι ς. Εὑρίσκομεν πρῶτον διά τῆς συνεζευγμένης μεθόδου τό βάρος τοῦ νομίσματος:

x γραμμ.	=	1 λίρ.
1869	=	40 λίβρες τρόϋ 22 καρατίων
1	=	373,242 γραμμ.

$$x = \frac{40 \times 373,242}{1869} = \underline{\underline{7,9881}} \text{ γραμμ.}$$

ὁπότε διά τό καθαρόν βάρος ἔχομεν:

βάρος νομίσματος	=	7,9881 γραμμ.
$-$ χαλκός $\frac{1}{12}$	=	0,6657 "
βάρος καθαροῦ μετάλλου	=	$\underline{\underline{7,3224}}$ γραμμ.

Π ρ ό β λ η μ α III. Νά εὑρεθῇ τό βάρος τοῦ χρυσοῦ ὁλλανδικοῦ νομίσματος τῶν 10 hfl. (φλωρινίων), καθώς καί τό βάρος τοῦ περιεχομένου καθαροῦ μετάλλου, ὅταν εἶναι γνωστόν ὅτι ὁ ποῦς αὐτοῦ εἶναι 165,344 ἀνά χιλιόγραμμον καί ὁ τίτλος του 0,900;

Λ ύ σ ι ς: Ὁ ἀριθμός 165,344 δηλοῖ ὅτι μέ ἕν χιλιόγραμμον καθαροῦ μετάλλου κόπτονται 165,344 χρυσᾶ νομίσματα τῶν 10 φλωρινίων. Ἄρα ἕκαστον ἐξ αὐτῶν θά περιέχῃ καθαρόν μέταλλον βάρους:

$$\beta = \frac{1000}{165,344} = 6,048 \text{ γραμμ.}$$

ὁπότε τό βάρος τοῦ νομίσματος θά εἶναι:

Βάρος καθαροῦ μετάλλου	= 6,048 γραμμ.
+ $\frac{1}{9}$ χαλκός	= 0,672 "
Βάρος νομίσματος	= 6,720 γραμμ.

Ὥστε:

Ἐάν γνωρίζωμεν τήν κοπήν νομίσματός τινος ὑπολογίζομεν πρῶτον τό βάρος τοῦ νομίσματος καί ἐξ αὐτοῦ τό βάρος τοῦ περιεχομένου καθαροῦ μετάλλου. Ἐάν πάλιν γνωρίζωμεν τόν πόδα τοῦ νομίσματος, ὑπολογίζομεν πρῶτον τό βάρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου καί ἐξ αὐτοῦ τό βάρος τοῦ νομίσματος.

5.6.- Ὑπολογισμός τιμῆς νομίσματός τινος.

Ἕκαστον νόμισμα ἔχει τρία εἴδη τιμῶν: 1ον) τήν τιμήν τοῦ ἀ ρ τ ί ο υ ἤ ἐσωτερικήν τιμήν, ἡ ὁποία ἰσοῦται μέ τόν λόγον τῶν καθαρῶν βαρῶν τῶν περιεχομένων μετάλλων, 2ον) τήν τιμήν νομισματοκοπείου, ἡ ὁποία ἰσοῦται μέ τήν τιμήν τοῦ ἀρτίου μειωμένην κατά τά ἔξοδα νομισματοκοπῆς καί 3ον) τήν ἐμπορικήν τιμήν, ἥτις ἐξαρτᾶται ἀπό τάς διακυμάνσεις τῆς ἀξίας ἤ τῆς τιμῆς τοῦ πολυτίμου μετάλλου ὅπερ ἐλήφθη ὡς βάσις τοῦ νομισματικοῦ συστήματος μιᾶς χώρας. Εἰς τήν παροῦσαν παράγραφον θά ζητήσωμεν νά προσδιορίσωμεν τήν τιμήν τοῦ ἀρτίου ἑνός νομίσματος ἐκφραζομένην εἰς νομισματικάς μονάδας ἄλλης τινός χώρας.

Π ρ ό β λ η μ α I. Ποία εἶναι ἡ τιμή τοῦ ἀρτίου τῆς ἀγγλικῆς χρυσῆς λίρας εἰς χρυσᾶς δραχμάς, ὅταν ἡ κοπή τῆς ἀγγλικῆς λίρας εἶναι 1869 ἀνά 40 λίρας τρόϋ τίτλου standard (22 καρατίων) καί τῆς χρυσῆς δραχμῆς 3100 δρχ. ἀνά χιλιόγραμμον χρυσοῦ τίτλου 0,900;

Λ ύ σ ι ς: Διά νά εὕρωμεν τήν τιμήν τοῦ ἀρτίου τῆς ἀγγλικῆς λίρας εἰς δραχμάς, ἀρκεῖ νά διαιρέσωμεν τό βάρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου τό ὁποῖον περιέχεται εἰς τήν λίραν διά τοῦ βάρους τοῦ καθαροῦ μετάλλου, τό ὁποῖον περιέχεται εἰς τήν δραχμήν ἐκφραζομένων καί τῶν δύο διά τῆς αὐτῆς μονάδος.

Βάρος καθαροῦ μετάλλου περιεχομένου εἰς μίαν λίραν:

x γραμμ. καθαροῦ χρυσοῦ	= 1 λίρα
1869	= 40 λίτρες τρόϋ St.
1	=373,242 γραμμ. St.
12	= 11 γραμμ. καθ. χρυσοῦ

$$x = \frac{40.373,242.11}{1869.12} = 7{,}3224 \text{ γραμμ.}$$

Βάρος καθαροῦ μετάλλου περιεχομένου εἰς τήν δραχμήν:

x γραμμ. καθαροῦ μετάλλου	= 1 δρχ.
3100	= 1000 γραμμ. 0,900
1000	= 900 γραμμ καθ.μετ.

$$x = \frac{1000.900}{3100.1000} = 0{,}2903 \text{ γραμμ}$$

ὁπότε ἡ ζητουμένη τιμή τοῦ ἀρτίου εἶναι:

$$1 \text{ λίρ.} = \frac{7{,}3234}{0{,}2903} = \underline{\underline{25{,}22}} \text{ χρ δρχ.}$$

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς: Τά μικρά ποσά νομισμάτων ἀγοράζονται κατά τεμάχιον σύμφων· μέ τήν τιμήν τοῦ ἀρτίου αὐτῶν. Μεγάλα ποσά νομισμάτων ἀγοράζονται συμφώνως πρός τό βάρος αὐτῶν ὡς κατωτέρω:

Π ρ ό β λ η μ α. Ποία ἡ τιμή εἰς δραχμάς 1500 χρυσῶν λιρῶν, ἐάν τό βάρος αὐτῶν κατά τήν στιγμήν τῆς πωλήσεώς των ἦτο 11,965 χιλιόγραμμα;

Λ ύ σ ι ς: Τό κανονικόν βάρος τῶν λιρῶν 1500 εἶναι:

$$1500.7{,}9881 = 11982{,}1 \text{ γραμμ.}$$

ὁπότε ἡ τιμή τους θά ἦτο:

$$1500.25{,}22 = 37830 \text{ δρχ.}$$

Ἐπειδή ὅμως τό βάρος τους εἶναι μόνον τά 11965 : 11982 τοῦ κανονικοῦ καί ἡ τιμή τους θά εἶναι:

$$37830.\frac{11965}{11982} = 37773{,}25 \text{ δρχ.}$$

Ἀσκήσεις

I Ἐπί τῶν πολυτίμων μετάλλων

1. Εἰς τό χρηματιστήριον Λονδίνου ἀγοράζονται 210,630

oz χρυσοῦ, τίτλου 810 χιλιοστῶν πρός 139/6.Προμήθεια 1⁰/oo. Τί θά πληρώση ὁ ἀγοραστής;

2. Εἰς τό χρηματιστήριον Λονδίνου ἀγοράζονται 2109,5 oz ἀργύρου τίτλου 950 χιλιοστῶν πρός $19^3/_4$ d ἡ οὐγγιά Standard Ἔξοδα $^1/_4$%. Τί θά πληρώση ὁ ἀγοραστής;

3. Τράπεζά τις ἀγοράζει ἐν Λονδίνῳ 2300 oz χρυσοῦ, τίτλου 900 χιλιοστῶν, πρός 140/6 μέ 1⁰/oo προμήθειαν καί λίρ. 12-15-0 διάφορα μικροέξοδα. Τί ποσόν θά πληρώση;

4. Πωλοῦνται ἐν Νέᾳ Ὑόρκῃ 422,522 oz χρυσοῦ,τίτλου 940 χιλιοστῶν πρός δολ. 21,10 καί $1^1/_2$⁰/oo προμήθειαν. Τί ποσόν θά εἰσπραχθῇ ἐκ τῆς πωλήσεως αὐτῆς;

5. Κατά τήν διάρκειαν τῶν τελευταίων δεκαετιῶν ἡ τιμή τοῦ χιλιογράμμου καθαροῦ ἀργύρου ἦτο ἐν Βερολίνῳ:

1871 : 178,75 M	1895 : 87,50 M
1881 : 151,95 "	1901 : 75,75 "
1885 : 137,45 "	1906 : 91,35 "
1891 : 127,25 "	1912 : 65,45 "

Ποία ἡ σχέσις του πρός τόν χρυσόν ἐάν ἡ τιμή τοῦ χρυσοῦ ἦτο 2783,97 χρυσᾶ μάρκα κατά χιλιόγραμμον καθαροῦ μετάλλου;

6. Τό Λονδῖνον σημειώνει τήν 5ην Φεβρουαρίου 1938 τιμήν διά τόν χρυσόν 139/9 κατά οὐγγίαν καθαροῦ μετάλλου.Ποία ἔπρεπε νά εἶναι ἡ τιμή τοῦ χιλιογράμμου καθαροῦ μετάλλου τήν αὐτήν ἡμέραν ἐν Ἀθήναις, διά νά ἔχωμεν ἰσοτιμίαν, ἐάν ἡ τιμή τῆς λίρας ἦτο 453 δρχ.

7. Ὁ ἄργυρος σημειοῦται τήν αὐτήν ἡμέραν εἰς μέν τό Λονδῖνον μέ $19^3/_4$ d εἰς δέ τό Βερολῖνον μέ 36,75 Rm. Τιμή λίρας ἐν Βερολίνῳ 12,20 Rm. Ποῦ εἶναι ὁ ἄργυρος ἀκριβώτερος;

8. Τό 1936 ὁ χρυσός ἐτιμᾶτο ἐν Νέᾳ Ὑόρκῃ δολλάρια 35 ἡ οὐγγία καθαροῦ μετάλλου + $^1/_4$% ἔξοδα. Ποια ἔπρεπε νά εἶναι ἡ τιμή τοῦ χρυσοῦ ἐν Παρισίοις (1 δολ. = 30,65 frs) καί ἐν Λονδίνῳ (1 λίρ. = 5 δολ.), διά νά ἔχωμεν ἰσοτιμίαν καί εἰς τάς τρεῖς ἀγοράς (συμπεριλαμβανομένων ἐν Ν. Ὑόρκῃ τῶν ἐξόδων;).

II. Ἐπί τῶν νομισμάτων

Νά προσδιορισθῇ τό βάρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου καθώς καί τό βάτος τοῦ ἰδίου νομίσματος εἰς τά ἀκόλουθα νομίσματα:

1. Τοῦ ἰαπωνικοῦ χρυσοῦ νομίσματος τῶν 20 γιέν (τίτλος 0,900 καί κοπή 60 γιέν ἀνά χιλιόγραμμον).

2. Τοῦ μεξικανικοῦ χρυσοῦ νομίσματος τῶν 10 πέζος (τίτλος 0,900 καί κοπή 60 πέζος ἀνά χιλιόγραμμον).

3. Τῆς χρυσῆς τουρκικῆς λίρας (τίτλος 22 καρατίων καί ποῦς 151,171 ἀνά χιλιόγραμμον).

4. Τῆς αἰγυπτιακῆς λίρας (τίτλος 0,875 καί ποῦς 134,454 ἀνά χιλιόγραμμον).

5. Τοῦ γερμανικοῦ χρυσοῦ νομίσματος τῶν 20 Rm (τίτλος 0,900 καί ποῦς $139^1/_2$ ἀνά χιλιόγραμμον).

6. Τοῦ γαλλικοῦ χρυσοῦ εἰκοσαφράγκου (τίτλος 0,900 καί κοπή 3100 φράγκα ἀνά χιλιόγραμμον).

7. Ποῖον εἶναι τό βάρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου ὅπερ περιέχεται εἰς ἕν χρυσοῦν νόμισμα τῶν 20 Rm ὅταν τοῦτο εἶναι ἐλαφρότερον κατά $2^1/_2$ °/οο λόγῳ φθορᾶς;

8. Ποῖον τό βάρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου ὅπερ περιέχεται εἰς ἕν χρυσοῦν νόμισμα τῶν 10 δολ.(Eagle) ὅταν ὁ τίτλος του εἶναι 0,900 καί ἡ κοπή αὐτοῦ 960 ἀνά troy-lbs;

9. Τό χρυσοῦν ἀμερικανικόν δολλάριον περιέχει 23,22 κόκκους καθαροῦ χρυσοῦ. Τό ἀργυροῦν δολλάριον, ἔχει βάρος $412^1/_2$ κόκκων καί τίτλον 0,900. Ποία εἶναι ἡ νόμιμος σχέσις ἀξιῶν μεταξύ χρυσοῦ καί ἀργύρου;

10. Ποία ἡ τιμή τοῦ ἀρτίου τῆς ἀγγλικῆς χρυσῆς λίρας εἰς χρυσᾶ μάρκα, ὅταν ἡ κοπή τῆς λίρας εἶναι 1896 ἀνά 40 λίτρα τρόϋ τίτλου standard καί ὁ ποῦς τοῦ χρυσοῦ εἰκοσαμάρκου 139 $^1/_2$ ἀνά χιλιόγραμμον;

11. Νά εὑρεθῇ ἡ τιμή τοῦ ἀρτίου τῆς αἰγυπτιακῆς λίρας εἰς δραχμάς ὅταν ο ποῦς τῆς αἰγυπτιακῆς λίρας εἶναι 134,454 ἀνά χιλιόγραμμον καί ἡ κοπή τῆς δραχμῆς 3100 ἀνά χιλιόγραμμον;

12. Ποία ἡ τιμή τοῦ ἀρτίου τοῦ ἀμερικανικοῦ δολλαρίου εἰς γαλλικά φράγκα, ὅταν τό χρυσοῦν νόμισμα τῶν 10 δολλαρίων (Eagle) ἔχει κοπήν 960 ἀνά 43 λίτρας τρόϋ τίτλου 0,900 καί τό γαλλικόν φράγκον 3100 ἀνά χιλιόγραμμον τίτλου 0,900;

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΚΤΟΝ

ΠΕΡΙ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ ΣΥΝΑΛΛΑΓΜΑΤΟΣ

6.1.- Ὁρισμοί

Μέ τήν φράσιν "ἐξωτερικόν συνάλλαγμα" ἐννοοῦμεν πᾶν μέσον διά τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νά μεταφέρωμεν κεφάλαια ἄνευ τῆς μεσολαβήσεως χρυσοῦ ἤ ἐμπορευμάτων ἀπό μιᾶς χώρας εἰς ἄλλην. Τά μέσα αὐτά εἶναι τό γραμμάτιον ἤ ἡ συναλλαγματική ἐπί τοῦ ἐξωτερικοῦ καί ἡ τραπεζιτική ἐπιταγή (chéque).

Ἄς ὑποθέσωμεν, ὅτι ὁ ἔμπορος Ἀθηνῶν Α ἐπώλησεν εἰς τόν ἔμπορον Λονδίνου Β σταφίδα ἀντί λιρ.1000. Διά νά εἰσπράξῃ τό ποσόν τοῦτο θά πρέπει ὁ ἔμπορος τοῦ Λονδίνου νά ἀποστείλῃ εἰς Ἀθήνας χρυσόν ἴσης ἀξίας. Τήν αὐτήν ἡμέραν ὁ ἔμπορος Ἀθηνῶν Γ ἠγόρασε ἀπό τόν ἔμπορον Λονδίνου Δ ὑφάσματα ἀξίας λιρ. 1000 καί διά νά πληρώσῃ τό ποσόν αὐτό θά πρέπει νά ἀποστείλῃ καί αὐτός εἰς τό Λονδῖνον χρυσόν ἴσης ἀξίας. Ἀντί νά γίνουν αἱ δύο αὐταί χρηματαποστολαί, αἱ ὁποῖαι ἀπαιτοῦν δαπάνας, δυνάμεθα νά τακτοποιήσωμεν τάς προκυψάσας χρεωπιστώσεις ἄνευ οὐδεμιᾶς μεσολαβήσεως χρυσοῦ.

Ὁ ἔμπορος Ἀθηνῶν Α σύρει ἐπί τοῦ ἐμπόρου Λονδίνου Β συναλλαγματικήν λιρ.1000, τήν ὁποίαν πωλεῖ εἰς τόν ἔμπορον Ἀθηνῶν Γ καί εἰσπράττει οὕτω τό ποσόν ὅπερ εἶχε νά λάβῃ. Ὁ ἔμπορος Ἀθηνῶν Γ διά τῆς ἀγορᾶς τῆς συναλλαγματικῆς ἀπό τόν Α ἐξώφλησε τό χρέος του πρός τόν ἔμπορον τοῦ Λονδίνου Δ διότι θά ἀποστείλῃ εἰς αὐτόν τήν συναλλαγματικήν, ἥν θά εἰσπράξῃ οὗτος ἀπό τόν ἔμπορον Λονδίνου Β.

Ἡ συναλλαγματική λοιπόν τῶν λιρ.1000 ἐπωλήθη εἰς τήν ἀγοράν ἀπό ἐκεῖνον ὅστις εἶχε νά εἰσπράξῃ ἀπό τό ἐξωτερικόν χρήματα καί ἠγοράσθη ἀπό ἐκεῖνον ὅστις εἶχε νά πληρώσῃ εἰς τό ἐξωτερικόν χρήματα. Ὁ πρῶτος ἦτο πωλητής ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος, διότι ἐδικαιοῦτο νά εἰσπράξῃ ἀπό τό ἐξωτερικόν. Ὁ δεύτερος ἦτο ἀγοραστής ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος, διότι εἶχε νά πληρώσῃ εἰς τό ἐξωτερικόν. Ὁ πρῶτος προσέφερε εἰς τήν ἀγοράν συνάλλαγμα καί ὁ δεύτερος ζητοῦσε ἀπό τήν ἀγοράν συνάλλαγμα. Τό προσφερόμενον καί ζητούμενον ἀντικείμενον ἦτο τό ἐξωτερικόν συνάλλαγμα. Τό ἐξωτερικόν λοιπόν συνάλλαγμα μετατρέπεται κατ' αὐτόν τόν τρόπον εἰς ἕν εἶδος εἰδικοῦ ἐμπορεύματος καί κατά συνέπειαν ἡ τιμή του δέν ρυθμίζεται πλέον μόνον ἀπό τήν ἐσωτερικήν του ἀξίαν, δηλαδή ἀπό τήν τιμήν τοῦ ἀρτίου τοῦ νομίσματος ὅπερ ἐκπροσωπεῖ, ἀλλά καί ἀπό τόν νόμον τῆς προσφορᾶς καί τῆς ζητήσεως, ὅπως καί αἱ τιμαί ὅλων τῶν ἄλλων ἐμπορευμάτων.

Ἐν τούτοις, αἱ τιμαί τοῦ συναλλάγματος δέν εἶναι δυνατόν νά ἀνέλθουν ἤ νά κατέλθουν πέραν ἑνός ὡρισμένου ὁρίου ἑκατέρωθεν τῆς τιμῆς τοῦ ἀρτίου. Καί πράγματι, ἐάν ἡ τιμή τοῦ συναλλάγματος εἰς τό χρηματιστήριον ἀνέλθῃ πολύ ἄνω τοῦ ἀρτίου Α οἱ ἀγορασταί θά προτιμήσουν νά ὑποβληθῶσιν εἰς τά ἔξοδα τῆς ἀποστολῆς χρυσοῦ καί θά σταματήσῃ οὕτω πᾶσα ζήτησις συναλλάγματος, ὁπότε ἡ τιμή του θά κατέλθῃ πάλιν. Ὥστε ἡ τιμή τοῦ συναλλάγματος δέν εἶναι δυνατόν νά ὑπερβῇ τήν (Α+θ). Ἀντιθέτως, ἐάν λόγῳ ὑπερβολικῆς προσφορᾶς ἡ τιμή τοῦ συναλλάγματος κατέλθῃ κάτω τῆς (Α-θ), οἱ κάτοχοι συναλλάγματος θά προτιμήσουν νά ἐπιβαρυνθοῦν οἱ ἴδιοι μέ τά ἔξοδα ἀποστολῆς χρυσοῦ καί θά παραγγείλουν εἰς τούς χρεώστας νά τούς ἀποστείλουν αὐτούσιον χρυσόν.

Οὕτω ἡ τιμή τοῦ συναλλάγματος θά κυμαίνεται μεταξύ δύο σημείων ἑκατέρωθεν τῆς τιμῆς ἀρτίου τοῦ Α τοῦ νομίσματος ὅπερ ἀντιπροσωπεύει τό συνάλλαγμα. Τά σημεῖα αὐτά τό (Α + θ) καί τό Α-θ), ὀνομάζονται χρυσᾶ σημεῖα (gold points) καί μάλιστα τό μέν κατώτερον (Α-θ): κάτω χρυσοῦν σημεῖον ἤ σημεῖον εἰσόδου τοῦ χρυσοῦ, τό δέ ἀνώτερον (Α+θ): ἄνω χρυσοῦν σημεῖον ἤ σημεῖον ἐξόδου τοῦ χρυσοῦ.

Ἐννοεῖται, ὅτι διά νά λειτουργοῦν τά χρυσᾶ σημεῖα καί νά συγκρατοῦν τήν τιμήν τοῦ συναλλάγματος ἐντός ὡρισμένων ὁρίων πρέπει ἀπαραιτήτως νά εἶναι ἐλευθέρα ἡ ἀγορά καί πώλησις χρυσοῦ, δηλαδή νά μήν ὑπάρχῃ ἀναγκαστική κυκλοφορία εἰς μίαν χώραν. Ἄλλως, η τιμή τοῦ συναλλάγματος δύναται νά ἀνέλθῃ πέραν παντός ὁρίου.

6.2.- Δελτίον συναλλάγματος

Ἡ μαθηματική πλευρά τοῦ συναλλάγματος συνίσταται εἰς τήν ἐξέτασιν τῶν πράξεων, αἵτινες ἔχουν ὡς σκοπόν ἤ τήν ἐξόφλησιν χρέους εἰς ξένον νόμισμα ἤ τήν ἀνάληψιν πιστώσεως εἰς ξένον νόμισμα ἤ ἁπλῶς τήν καθαράν κερδοσκοπίαν διά τῆς δημιουργίας εἰκονικῶν χρεωπιστώσεων.

Βάσις ὅλων αὐτῶν τῶν ὑπολογισμῶν εἶναι τό δ ε λ τ ί ο ν σ υ ν α λ λ ά γ μ α τ ο ς. Τοῦτο εἶναι πίναξ εἰς τόν ὁποῖον ἀναγράφονται αἱ κατά τινα χρόνον ἔν τινι ἀγορᾷ τιμαί τοῦ ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος, ὅπως αὐταί καθωρίσθησαν ἐπί τῇ βάσει τοῦ νόμου προσφορᾶς καί ζητήσεως. Το δελτίον τῶν τιμῶν συναλλάγματος καταρτίζεται κατά δύο διαφόρους τρόπους. Εἰς ἄλλας μέν χώρας ἀναγράφεται τό μ ε τ α β λ η τ ό ν π ο σ ό ν ἐ γ χ ω ρ ί ο υ ν ο μ ί σ μ α τ ο ς, τό ὁποῖον προσφέρεται ἔναντι ἑνός σταθεροῦ καί ὡρισμένου ποσοῦ ξένου συναλλάγματος (σήμερον μιᾶς νομισματικῆς μονάδος), εἰς ἄλλας δέ ἀντιστρόφως, τό μ ε τ α β λ η τ ό ν π ο σ ό ν τ ο ῦ ξ έ ν ο υ σ υ ν α λ λ ά γ μ α τ ο ς τό ὁποῖον λαμβάνεται ἔναντι ὡρισμένης καί σταθερᾶς ποσότητος ἐγχωρίου νομίσματος (μιᾶς νομισματικῆς μονάδος). Εἰς τήν πρώτην περίπτωσιν λέγομεν, ὅτι τό δελτίον δίδει τό Ἀ β έ β α ι ο ν καί εἰς τήν δευτέραν τό Β έ β α ι ο ν. Ἐάν τό δελτίον Ἀθηνῶν, τό ὁποῖον δίδει τό Ἀβέβαιον, ἀναγράφῃ λ.χ. τιμήν συναλλάγματος ἐπί Παρισίων 7,15 ὄψεως, σημαίνει ὅτι μέ 7,15 δραχμάς ἀγοράζομεν συνάλλαγμα ὀνομαστικῆς ἀξίας 1 φράγκου, πληρωτέου ἐν Παρισίοις ἅμα τῇ ἐμφανίσει. Πᾶσα αὔξησις τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ δηλοῖ αὔξησιν τῆς τιμῆς τοῦ συναλλάγματος καί ἀντιστρόφως. Ὅθεν, ὅσον ὑψηλοτέρα εἶναι ἡ τιμή τοῦ δελτίου τόσον ἀκριβώτερον εἶναι τό ἐξωτερικόν συνάλλαγμα. Ἀντιθέτως ἐάν τό δελτίον τοῦ Λονδίνου, τό ὁποῖον δίδει τό Βέβαιον ἀναγράφῃ τιμήν συναλλάγματος ἐπί Παρισίων 135 ὄψεως, αὐτό σημαίνει, ὅτι μέ μίαν λίραν τοῖς μετρητοῖς ἀγοράζεται εἰς τό Λονδῖνον συνάλλαγμα 135 φράγκων πληρωτέων ἐν Παρισίοις ἐπί τῇ ἐμφανίσει. Πᾶσα αὔξησις τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ δεικνύει πτῶσιν τῆς τιμῆς τοῦ συναλλάγματος, διότι μέ 1 λίραν ἀγοράζομεν τώρα περισσότερα φράγκα καί ἀντιστρόφως. Κατά συνέπειαν ὅσον ὑψηλοτέρα εἶναι η τιμή τοῦ δελτίου -ὅταν τοῦτο δίδει τό Βέβαιον- τόσον εὐθηνότερον εἶναι τό ἐξωτερικόν συνάλλαγμα.

Εἰς τήν ἑπομένην σελίδα δίδομεν δύο παραδείγματα προπολεμικῶν δελτίων. Τό πρῶτον εἶναι δελτίον τοῦ χρηματιστηρίου Ἀθηνῶν καί δίδει τό Ἀβέβαιον καί τό δεύτερον τοῦ χρηματιστηρίου Λονδίνου καί δίδει τό Βέβαιον.

Δελτίον χρηματιστηρίου Ἀθηνῶν

Συνάλλαγμα ἐπί:	Ἀγορά	Πώλησις	Ἐπιτόκιον
Λονδίνου	546,--	550,--	4%
Ν. Ὑόρκης	116,50	117,60	4%
Παρισίων	3,09	3,13	6%
Ζυρίχης	26,30	26,55	4 1/2%
Ἄμστερνταμ	61,90	62,35	5%
Ἀλεξανδρείας	556,--	564,--	6%

Δελτίον χρηματιστηρίου Λονδίνου

Συνάλλαγμα ἐπί:	Ἀγορά	Πώλησις	Ἐπιτόκιον
Ν. Ὑόρκης	4,6818	4,60	5%
Παρισίων	176,73	175,--	7%
Βερολίνου	11,667	11,50	4%
Ἄμστερνταμ	8,80	8,75	3%
Βρυξελλῶν	27,567	27,35	2 1/2%

Ὁμοίως παρέχομεν πίνακα τιμῶν συναλλαγμάτων ἐν Ἀθήναις καί τοιοῦτον περιέχοντα τήν τιμήν 1 δολλαρίου Ἡνωμένων Πολιτειῶν Ἀμερικῆς εἰς ἐγχώρια νομίσματα διαφόρων ξένων χωρῶν.

6.3.- Μετατροπή τῆς προθεσμίας τοῦ Δελτίου

Σήμερον κατά κανόνα αἱ τιμαί τῶν δελτίων ὅλων τῶν χρηματιστηρίων δίδουν τιμάς συναλλάγματος ὄψεως. Παλαιότερον τά δελτία ἀνέγραφον καί τιμάς συναλλάγματος διαφόρων προθεσμιῶν, ὡς λ.χ. 8 ἡμερῶν, 40 ἡμερῶν ἤ 3 μηνῶν.

Π ί ν α ξ Ι

Τιμαί συναλλαγμάτων ἐν Ἀθήναις εἰς δραχμάς

Ἔτη καί μῆνες (μέση τιμή)	Τιμαί πωλήσεως τῆς Τραπέζης τῆς Ἑλλάδος ἐπί:							
	Λονδίνου	Ν. Ὑόρκης	Παρισίων	Ζυρίχης	Στοκχόλμης	Πράγας	Βρυξελλῶν	Κοπεγχάγης
1956								
Ἰούλιος	84,50	30,10	0,086	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Αὔγουστ.	84,50	30,10	0,086	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Σεπτεμβ.	84,50	30,10	0,086	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Ὀκτωβρ.	84,50	30,10	0,086	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Νοέμβρ.	84,50	30,10	0,086	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Δεκέμβρ.	84,50	30,10	0,086	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
1957								
Ἰανουαρ.	84,50	30,10	0,086	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Φεβρουαρ.	84,50	30,10	0,086	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Μάρτιος	84,50	30,10	0,086	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Ἀπρίλ.	84,50	30,10	0,086	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Μάϊος	84,50	30,10	0,086	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Ἰούνιος	84,50	30,10	0,086	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Ἰούλιος	84,50	30,10	0,0717	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Αὔγουστ.	84,50	40,10	0,0717	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Σεπτέμβρ.	84,50	30,10	0,0717	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Ὀκτώβρ.	84,50	30,10	0,0717	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Νοέμβρ.	84,50	30,10	0,0717	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Δεκέμβρ.	84,50	30,10	0,0717	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
1958								
Ἰανουαρ.	84,50	30,10	0,0717	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Φεβρουάρ.	84,50	30,10	0,0717	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357
Μάρτιος	84,50	30,10	0,0717	6,883	5,818	4,18	0,602	4,357

Π ί ν α ξ II

Τιμαί Συναλλάγματος

Τιμή δολλ.Η.Π.Α.είς έγχώρια νομίσματα

Χ ῶ ρ α ι	1957	1958		
		Ίανουαρ.	Φεβρουαρ.	Μάρτ.
Αἴγυπτος(λίρα Αίγ.)	0,3482	0,3482	0,3482	......
Άργεντινή(πέζο)				
Έπίσημος	18,00	18,00	18,00	......
Έλευθέρα	37,0	37,4	38,2	......
Αὐστρία(σελλίνιον)	26,00	26,00	26,00	......
Βέλγιον(φράγκον)	50,00	50,00	50,00	......
Βραζιλία(κρουζέϊρο)				
Έξαγωγαί καφέ	37,06	37,06	37,06	......
Λοιπαί έξαγωγαί	43,06 67,00	43,06 67,00	43,06 67,00	......
Έλευθέρα	90,50	97,50	99,50	......
Γαλλία(φράγκον)	420,0	420,0	420,0	......
Γερμανία, Δυτική (Μάρκον)	4,200	4,200	4,200	......
Γιουγκοσλαβία(Δηνάριον)	300,00	300,0	300,0	......
Δανία(Κορώνα)	6,907	6,907	6,907	......
Έλβετία(φράγκον)	4,285	4,284	4,284	......
Έλλάς(δραχμή)	30,00	30,00	30,00	......
Ήνωμ.Βασίλειον(λίρα)	0,3571	0,3571	0,3571	......
Ίαπωνία (γιέν)	360,0	360,0	360,0	......
Ίνδίαι (ρούπι)	4,762	4,762	4,762	......
Ίσραήλ (λίρα Ι)				
Κυρία	1,80	1,80	1,80	......
Λοιπαί	1,50	1,50	1,50	......
Ίταλία(λίρα)	625,0	625,0	625,0	......
Καναδᾶς(δολλ.)	0,985	0,982	0,979	......
Μεξικόν(πέζο)	12,50	12,50	12,50	......
Νορβηγία(κορώνα)	7,143	7,143	7,143	......
Όλλανδία(γκίλντερ)	3,800	3,800	3,800	......
Πορτογαλία(έσκοῦντο)	28,75	28,75	28,75	......
Σουηδία (κορώνα)	5,173	5,173	5,173	......
Τουρκία (λίρα)	2,800	2,800	2,800	......
Φιλλανδία(μάρκον)	320,0	320,0	320,0	

Τό ὑπό διαπραγμάτευσιν ὅμως συναλλάγματα ἔχουσι συνήθως διαφόρους προθεσμίας, αἱ ὁποῖαι δέν συμπίπτουν πάντοτε μέ τήν προθεσμίαν τοῦ δελτίου. Εἴμεθα λοιπόν πολλάκις ἠναγκασμένοι νά μετατρέπωμεν τήν ἀναγραφομένην τιμήν ὄψεως τοῦ δελτίου καί νά τήν ἀνάγωμεν εἰς τήν προθεσμίαν τοῦ συναλλάγματος. Ἐννοεῖται, ὅτι ἡ μετατροπή αὐτή γίνεται μέ βάσιν, μόνον τήν δοθεῖσαν ἤδη τιμήν τοῦ συναλλάγματος ὄψεως καί ἔχει μόνον λογιστικόν σκοπόν. Εἰς τήν πραγματικότητα ἡ τιμή τοῦ δελτίου διά συνάλλαγμα προθεσμίας θά ἐξηρτᾶτο ὄχι μόνον ἀπό τήν τιμήν ὄψεως καί τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως τῆς χώρας, ὅπου θά πληρωθῆ τό συνάλλαγμα, ἀλλά καί ἀπό τήν εἰδικήν προσφοράν καί ζήτησιν συναλλάγματος τῆς προθεσμίας αὐτῆς, ἡ ὁποία πιθανόν νά μήν εἶναι ἡ αὐτή μέ τήν προσφοράν καί ζήτησιν τοῦ συναλλάγματος ὄψεως.

Πάντως διά τόν μαθηματικόν ὑπολογισμόν, δεχόμεθα ὅτι ἡ διαφορά τῆς τιμῆς μιᾶς μονάδος συναλλάγματος προθεσμίας H_1 ἡμερῶν ἀπό τήν τιμήν μιᾶς μονάδος συναλλάγματος H_2 ἡμερῶν, εἶναι ἴση μέ τόν τόκον ($H_1 - H_2$) ἡμερῶν τῆς τιμῆς τοῦ δελτίου. Ὁ τόκος κατά τούς ὑπολογισμούς αὐτούς ὑπολογίζεται πάντοτε συμφώνως πρός τάς συνηθείας τῆς χώρας ἐπί τῆς ὁποίας εἶναι τό συνάλλαγμα.

α) Περίπτωσις δελτίου δίδοντος τό Ἀβέβαιον.

Πρόβλημα Ι. Ποία πρέπει νά εἶναι ἡ τιμή τοῦ δελτίου Ἀθηνῶν ἐπί Παρισίων διά συνάλλαγμα 3 μηνῶν, ἐάν ἡ τιμή τοῦ δελτίου ὄψεως εἶναι 3,15; Ἐπιτόκιον ἐν Παρισίοις 6%.

Λύσις: Ἐάν ἀγοράσωμεν 1 φράγκον πληρωτέον ἀμέσως, θά καταβάλωμεν εἰς τόν πωλητήν 3,15 δρχ. Ἐάν τό φράγκον αὐτό δέν πρόκειται νά πληρωθῆ ἀμέσως, ἀλλά μετά τρεῖς μῆνας, εἶναι φανερόν, ὅτι πρέπει νά καταβάλωμεν ὄχι 3,15 δρχ., ἀλλά ὀλιγωτέρας κατά τόν τόκον τῶν τριῶν μηνῶν, κατά τούς ὁποίους θά καθυστερήσῃ ἡ πληρωμή τοῦ φράγκου. Οὕτω ἔχομεν:

Δελτίον ὄψεως	δρχ. 3,15
- τόκος 90/6%	" 0,04725
Δελτίον 3 μηνῶν	δρχ. 3,10275

Πρόβλημα ΙΙ. Τό δελτίον χρηματιστηρίου τοῦ Βερολίνου ἀναγράφει σήμερον τιμήν συναλλάγματος ἐπί Λονδίνου προθεσμίας 3 μηνῶν 20,45. Ποία ἡ τιμή τοῦ συναλλάγματος ὄψεως ἐπί Λονδίνου, ἄν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως ἐν Λονδίνῳ εἶναι 3%;

Λ ύ σ ι ς: Μέ ἀνάλογον σκέψιν πρός τήν σκέψιν τοῦ προηγουμένου προβλήματος εὑρίσκομεν, ὅτι εἰς τήν περίπτωσιν τῆς μετατροπῆς τοῦ δελτίου ἀπό δελτίον προθεσμίας εἰς δελτίον ὄψεως, πρέπει νά προσθέσωμεν τόν τόκον, ὁπότε ἔχομεν:

Δελτίον 3 μηνῶν	Rm 20,45
+ τόκος 90/3%	" 0,15337
Δελτίον ὄψεως	Rm 20,60337

Ὥστε:

Διά νά εὑρεθῇ ἡ τιμή τοῦ δελτίου προθεσμίας ἐκ τῆς τιμῆς ὄψεως, ὅταν τό δελτίον δίδει τό Ἀβέβαιον, ἀφαιρεῖται ἐξ αὐτῆς ὁ τόκος της. Διά νά εὑρεθῇ ἀντιστρόφως ἡ τιμή δελτίου ὄψεως ἐκ τῆς τιμῆς δελτίου προθεσμίας, προστίθεται εἰς αὐτήν ὁ τόκος της.

β) Π ε ρ ί π τ ω σ ι ς δ ε λ τ ί ο υ δ ί δ ο ν τ ο ς τ ό Β έ β α ι ο ν.

Π ρ ό β λ η μ α I. Ποία πρέπει νά εἶναι ἡ τιμή τοῦ δελτίου Λονδίνου ἐπί Παρισίων διά συνάλλαγμα προθεσμίας 40 ἡμερῶν, ἐάν τό δελτίον ὄψεως εἶναι 135. Ἐπιτόκιον ἐν Παρισίοις 4%.

Λ ύ σ ι ς: Εἰς τήν περίπτωσιν τοῦ δελτίου τοῦ χρηματιστηρίου τοῦ Λονδίνου, τό ὁποῖον δίδει εἰς Παρισίους τό Βέβαιον μέ λίρα 1 τοῖς μετρητοῖς, θά ἀγοράσωμεν φράγκα τά ὁποῖα δέν πρόκειται νά πληρωθοῦν ἀμέσως, ἀλλά μετά 40 ἡμέρας. Εἶναι λοιπόν προφανές, ὅτι τό ποσόν τῶν 135 φράγκων αὐτῶν θά αὐξηθῇ ἐν τῷ μεταξύ κατά τόν τόκον τῶν 40 ἡμερῶν καί κατά συνέπειαν τό ποσόν τό ὁποῖον θά ἀγορασθῇ μέ τήν λίρα 1 θά εἶναι:

Δελτίον ὄψεως	frs 135
+ τόκος 40/4%	" 0,60
Δελτίον 40 ἡμερῶν	frs 135,60

Π ρ ό β λ η μ α II. Τό δελτίον συναλλάγματος 3 μηνῶν Λονδίνου ἐπί Παρισίων εἶναι 176. Ποῖον τό δελτίον ὄψεως ὅταν τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως ἐν Παρισίοις εἶναι $2^1/_2$%;

Λ ύ σ ι ς: Ἐδῶ με μίαν λίραν μετρητήν ἀγοράζομεν frs 176 πληρωτέα μετά τρεῖς μῆνας, καί κατά συνέπειαν μέ μίαν λίραν θά άγοράσωμεν σήμερον τήν παροῦσαν ἀξίαν αὐτῶν, ὁπότε ἔχομεν:

Δελτίον 3 μηνῶν		176
- τόκος 90/2 $^{1}/_{2}$%	"	1,10
Δελτίον ὄψεως		174,90

Ὥστε:

Διά νά εὑρεθῇ ἡ τιμή δελτίου προθεσμίας ἐκ τῆς τιμῆς δελτίου ὄψεως, ὅταν τό δελτίον δίδῃ τό Βέβαιον, προστίθεται εἰς αὐτήν ὁ τόκος της, διά νά εὑρεθῇ δέ ἀντιστρόφως ἡ τιμή δελτίου ὄψεως ἐκ τῆς τιμῆς δελτίου προθεσμίας,ἀφαιρεῖται ἀπό αὐτήν ὁ τόκος της.

6.4.- Προβλήματα ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος.

Τά προβλήματα τά ἐξεταζόμενα εἰς τό κεφάλαιον "Περί ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος" εἶναι κυρίως δύο:

α) Προβλήματα μετατροπῆς ὡρισμένου ξένου συναλλάγματος εἰς ἐγχώριον νόμισμα καί

β) Προβλήματα μετατροπῆς ὡρισμένου ἐγχωρίου νομίσματος εἰς ξένον συνάλλαγμα.

Ἡ μετατροπή εἰς ἀμφοτέρας τάς περιπτώσεις αὐτάς δυνατόν νά γίνῃ, εἴτε ἀπ'εὐθείας μεταξύ τῶν ἐνδιαφερομένων χωρῶν, διά τῆς χρησιμοποιήσεως τοῦ δελτίου τῆς μιᾶς μόνον ἐξ αὐτῶν, ὁπότε ἡ συναλλαγή ὀνομάζεται ἄ μ ε σ ο ς, εἴτε διά τῆς παρεμβολῆς μεταξύ τῶν ἐνδιαφερομένων χωρῶν καί ἄλλης τρίτης τινός χώρας (ἤ καί ἄλλων περισσοτέρων), ὁπότε χρησιμοποιοῦμεν δύο δελτία (ἤ καί περισσότερα) καί ἡ συναλλαγή ὀνομάζεται ἔ μ μ ε σ ο ς.

Ἐκτός τῶν δύο ἀνωτέρω προβλημάτων ἔχομεν καί τάς καθαρῶς κερδοσκοπικάς πράξεις ἐπί τοῦ συναλλάγματος, τάς ὁποίας θά ἐξετάσωμεν εἰς τό περί π ρ ο κ ρ ί σ ε ω ς μέρος τοῦ κεφαλαίου τούτου.

Α: ΑΜΕΣΟΣ ΣΥΝΑΛΛΑΓΗ

6.5.- Μετατροπή ξένου συναλλάγματος είς έγχώριον νόμισμα.

α)Όταν τό δελτίον δίδει τό Άβέβαιον.

Πρόβλημα Ι. Τί θά είσπράξωμεν έν Άθήναις έκ τῆς πωλήσεως frs 3000 ὄψεως, έάν ἡ τιμή τοῦ δελτίου Άθηνῶν έπί Παρισίων εἶναι 3,20 ὄψεως. Προμήθεια 2ο/οο.

Λύσις: Ἡ περίπτωσις αὐτή εἶναι ἡ άπλουστέρα ὅλων, διότι ἡ προθεσμία τοῦ συναλλάγματος συμπίπτει πρός τήν προθεσμίαν τοῦ δελτίου καί κατά συνέπειαν δέν ἔχομεν νά ὑπολογίσωμεν καθόλου τόκους.

frs 3000 πρός 3,20 ἕκαστον	δρχ.	9600
- προμήθεια 2ο/οο	"	19,20
	δρχ.	9580,80

Πρόβλημα ΙΙ. Τί θά κοστίσῃ έν Άθήναις ἡ άγορά frs. 3000 προθεσμίας 48 ἡμερῶν, ὅταν ἡ τιμή τοῦ δελτίου Άθηνῶν έπί Παρισίων εἶναι 3,20 ὄψεως, 6%; Προμήθεια 2ο/οο.

Λύσις: Είς τήν περίπτωσιν αὐτήν, κατά τήν όποίαν ἡ προθεσμία τοῦ συναλλάγματος δέν συμπίπτει πρός τήν προθεσμίαν τοῦ δελτίου, πρέπει νά άναγάγωμεν τήν μίαν προθεσμίαν είς τήν ἄλλην, οὕτως ὥστε αί δύο προθεσμίαι νά συμπέσουν καί νά ἔχωμεν νά λύσωμεν ἕνα άπλοῦν πλέον πρόβλημα, ὅπως καί τό άνωτέρω. Ἡ άναγωγή αὐτή γίνεται κατά διαφόρους μεθόδους, τάς όποίας θά έξετάσωμεν άμέσως κατωτέρω:

1. Μετατρέπομεν τήν προθεσμίαν τοῦ δελτίου καί άπό ὄψεως τήν κάνομεν 48 ἡμερῶν:

Δελτίου ὄψεως	δρχ.	3,20
- τόκος 48/6%	"	0,0256
Δελτίον 48 ἡμερῶν δρχ.		3,1744

όπότε θά ἔχωμεν:

frs. 3000 48 ἡμ. πρός δρχ. 3,1744 ἕκαστον	=	δρχ.	9523,20
+ προμήθεια 2ο/οο	=	"	19,05
		δρχ.	9542,25

2ον) Μετατρέπομεν τήν προθεσμίαν τοῦ συναλλάγματος, προεξοφλοῦντες αὐτό διά 48 ἡμέρας, ὁπότε ἔχομεν:

Συν/γμα 48 ἡμερῶν	frs 3000			
- τόκος 48/6%	" 24			
Συν/γμα ὄψεως	frs 2976 πρός δρχ. 3,20	=	δρχ.	9523,20
	+ προμήθεια 2^{o}/oo	=	"	19,05
			δρχ.	9542,25

3ον) Ἐκτός τῶν ἀνωτέρω δύο μεθόδων χρησιμοποιεῖται πολύ καί μία τρίτη. Κατ' αὐτήν, δεχόμεθα πρός στιγμήν, ὅτι ἡ προθεσμία τοῦ συναλλάγματος εἶναι ἡ αὐτή μέ τήν προθεσμίαν τοῦ δελτίου καί ἐπί τῇ βάσει τῆς ὑποθέσεως αὐτῆς εὑρίσκομεν κατά τά γνωστά τήν τιμήν τοῦ συναλλάγματος. Ἐπειδή ὅμως τό συνάλλαγμα δέν εἶναι ὄψεως, ὅπως τό συνάλλαγμα τοῦ δελτίου, ἀλλά προθεσμίας 48 ἡμερῶν, ἡ τιμή του θά πρέπει νά εἶναι μικροτέρα τῆς εὑρεθείσης κατά τόν τόκον τῶν 48 ἡμερῶν πρός 6% ὁπότε ἔχομεν:

Συν/γμα προθεσμ. 48 ἡμ.	frs 3000 πρός 3,20 ὄψεως	=δρχ.	9600.-
	- τόκος 48/6%	= "	76,80
	Τιμή συν/τος 48 ἡμερῶν	=δρχ.	9523,20
	+ προμήθεια 2^{o}/oo	= "	19,05
	Τιμή συναλλάγματος	δρχ.	9542,25

Ὥστε:

Διά νά εὕρωμεν τήν τιμήν τοῦ συναλλάγματος, ὅταν τό δελτίον δίδει τό Ἀβέβαιον, ἀνάγομεν τήν τιμήν τοῦ δελτίου καί τό συνάλλαγμα εἰς τήν αὐτήν προθεσμίαν καί τό π ο λ λ α π λ α σ ι ά ζ ο μ ε ν ἤ πολλαπλασιάζομεν πρῶτον τήν τιμήν τοῦ δελτίου ἐπί τό συνάλλαγμα καί ἀνάγομεν κατόπιν τό ἐξαγόμενον εἰς τήν προθεσμίαν τοῦ συναλλάγματος.

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς I. Τό ἀνωτέρω πρόβλημα δύναται νά λυθῇ καί διά τῆς συνεζευγμένης μεθόδου ὡς ἑξῆς:

x δρχ.	= frs	3000	48 ἡμερῶν
6000	= "	5952	ὄψεως
1	= δρχ.	3,20	ἄνευ τῶν ἐξόδων
1000	= "	1002	μετά τῶν ἐξόδων

$$x = \frac{3000 \cdot 5952 \cdot 3,20 \cdot 1002}{6000 \cdot 1000} = \text{δρχ. } 9542,25$$

Παρατήρησις ΙΙ. Ἐάν καλέσωμεν Κ τό ποσόν τοῦ ξένου συναλλάγματος προθεσμίας Η ἡμερῶν Σ_o τήν τιμήν τοῦ δελτίου ὄψεως, καί Δ τόν σταθερόν διαιρέτην, ἡ τιμή τοῦ δελτίου Η ἡμερῶν θά εἶναι (ἐξωτερικῶς)

$\Sigma_H = \Sigma_o(1 - \frac{H}{\Delta})$ ὁπότε θά ἔχωμεν τόν γενικόν τύπον:

$$\boxed{X = K.\Sigma_o.(1 - \frac{H}{\Delta})}$$

ὅστις δίδει τήν τιμήν τοῦ συναλλάγματος εἰς τήν περίπτωσιν τοῦ Ἀβεβαίου. Ἤ ἄν συμπεριλάβωμεν καί τά ἔξοδα:

$$\boxed{X = K.\Sigma_o.(1 - \frac{H}{\Delta})(1 \pm \frac{\varepsilon}{1000})}$$

ὅπου τό ε εἶναι τό ποσοστόν ἐπί τοῖς χιλίοις τῶν ἐξόδων. Τό ποσοστόν αὐτό θά τό λάβωμεν μέ τό σημεῖον + ἐάν πρόκειται περί ἀγορᾶς, ὁπότε τά ἔξοδα προστίθενται καί μέ τό σημεῖον - ἐάν πρόκειται περί πωλήσεως, ὁπότε τά ἔξοδα ἀφαιροῦνται. Οὕτω εἰς τό ἀνωτέρω παράδειγμα, θά ἔχωμεν:

$$X = 3000.3,20(1 - \frac{48}{6000})(1 + \frac{2}{1000}) = \text{δρχ. } 9542,25.$$

Σημείωσις Ι. Ὁ ἀνωτέρω εὑρεθείς τύπος:

$$X = K.\Sigma_o(1 - \frac{H}{\Delta})$$

δύναται νά γραφῇ:

1ον) $X = K.[\Sigma_o.(1 - \frac{H}{\Delta})]$

ἡ ἐφαρμογή τοῦ τύπου τούτου εἶναι ἡ πρακτική μέθοδος λύσεως τήν ὁποίαν ἐφηρμόσαμεν εἰς τήν πρώτην μέθοδον τοῦ ἀνωτέρω προβλήματος, δηλαδή τήν μετατροπήν τῆς προθεσμίας τοῦ δελτίου.

2ον) $X = \Sigma_o \cdot [K \cdot (1 - \frac{H}{\Delta})]$

ὁπότε ἡ ἐφαρμογή του ὁδηγεῖ εἰς τήν δευτέραν μέθοδον πρακτικῆς λύσεως τοῦ ἀνωτέρω προβλήματος, δηλαδή τήν μετατροπήν τῆς προθεσμίας τοῦ ξένου συναλλάγματος.

3ον) $X = [K \cdot \Sigma_o \cdot (1 - \frac{H}{\Delta})]$

ὁπότε ἔχομεν τήν τρίτην πρακτικήν μέθοδον.

Σημείωσις ΙΙ. Ἐάν ἡ χώρα ἐπί τῆς ὁποίας εἶναι τό συνάλλαγμα, χρησιμοποιῇ ἐσωτερικήν ὑφαίρεσιν, ὁ ἀνωτέρω τύπος θά γίνῃ:

$$X = \frac{K \cdot \Sigma_o}{1 + \frac{H}{\Delta}}$$ Διατί;

β) Ὅταν τό δελτίον δίδει τό βέβαιον.

Πρόβλημα Ι. Πόσον θά εἰσπράξωμεν ἐν Λονδίνῳ, ἐκ τῆς πωλήσεως ἐπιταγῆς, ὅταν ἡ τιμή τοῦ δελτίου Λονδίνου ἐπί Παρισίων εἶναι 127 ὄψεως. Ἔξοδα ἐν Λονδίνῳ 1ο/οο.

Λύσις: Καί ἐδῶ ἔχομεν τήν ἁπλουστέραν περίπτωσιν, διότι ἡ προθεσμία τοῦ συναλλάγματος συμπίπτει πρός τήν προθεσμίαν τοῦ δελτίου καί δέν ἔχομεν νά ὑπολογίσωμεν τόκους. Ἐπειδή συνάλλαγμα frs 127 τιμᾶται 1 λίρ. μετρητήν, τά frs 2700 θά τιμῶνται:

2700 : 127	= λίρ. 21-5-2
+ προμήθεια 1ο/οο	= λίρ. 0-0-5
	λίρ. 21-4-9

Πρόβλημα ΙΙ. Ποία ἡ τιμή ἐν Λονδίνῳ Rm 4450 προθεσμίας 12 ἡμερῶν, ὅταν τό δελτίον Λονδίνου ἐπί Βερολίνου, εἶναι $12{,}10^{1}/_{4}$ ὄψεως, 3%;

Λύσις: Τό δελτίον δίδει τό βέβαιον, ἄρα ἡ τιμή ἐν Λονδίνῳ τῶν 12,10 ¼ μάρκων πληρωτέων ἅμα τῇ ἐμφανίσει, θά εἶναι μία λίρα μετρητή, καί κατά συνέπειαν, ἡ τιμή τῶν Rm 4450 ἐάν αὐτά ἦσαν ὄψεως, θά ἔπρεπε νά εἶναι ἴση πρός τό πηλίκον

Rm 4450 - : Rm 12,10¼

'Επειδή ὅμως τά Rm 4450 δέν εἶναι ὄψεως θά πρέπει ν'ἀναγάγωμεν τάς προθεσμίας, οὕτως ὥστε νά συμπέσουν καί νά ἔχωμεν ἕν ἁπλοῦν πλέον πρόβλημα, ὅπως καί τό προηγούμενον. Ἡ ἀναγωγή αὐτή γίνεταικατά διαφόρους μεθόδους ἅς θά ἐξετάσωμεν ἀμέσως κατωτέρω:

1ον) Μετατρέπομεν τήν προθεσμίαν τοῦ δελτίου (μέ ἐξωτερικήν ὑφαίρεσιν):

Δελτίον ὄψεως	Rm	12,1025
+ τόκος 12/3%	"	0,0121
Δελτίον 12 ἡμερῶν	Rm	12,1146

ὁπότε ἡ τιμή τοῦ συναλλάγματος θά εἶναι:

$$\text{λίρ.}\ \frac{4450}{12{,}1146} = \text{λίρ.}\ \underline{\underline{367\text{-}6\text{-}6}}$$

2ον) Μετατρέπομεν τήν προθεσμίαν τοῦ συναλλάγματος προεξοφλοῦντες αὐτό διά 12 ἡμέρας, ὁπότε ἔχομεν:

Συν/γμα προθεσμίας 12 ἡμερῶν	Rm	4450
- τόκος 12/3%	"	4,45
Συνάλλαγμα ὄψεως	Rm	4445,55

ὁπότε ἡ τιμή τοῦ συναλλάγματος εἶναι:

$$\text{λίρ.}\ \frac{4445{,}55}{12{,}1025} = \text{λίρ.}\ \underline{\underline{367\text{-}6\text{-}6}}$$

3ον) Εὑρίσκομεν τήν τιμήν τῶν μάρκων, ὡς ἐάν ἡ προθεσμία αὐτῶν νά ἦτο ὄψεως, ὅπως καί ἡ προθεσμία τοῦ δελτίου, καί κατόπιν μετατρέπομεν τήν τιμήν αὐτήν εἰς τιμήν μάρκων, προθεσμίας 12 ἡμερῶν, ἀφαιροῦντες τόν τόκον 12 ἡμερῶν ἀπό τήν εὑρεθεῖσαν τιμήν.

Συνάλλαγμα προθεσμίας 12 ἡμερῶν:

Rm 4450 πρός 12,10 ¼ ὄψεως	= λίρ.	367-13-10
+ τόκος 12/3%	= "	0- 7- 4
Τιμή συναλλάγματος 12 ἡμερῶν	= λίρ.	367- 6- 6

Ὥστε:

Διά νά εὕρωμεν τήν τιμήν τοῦ συναλλάγματος, ὅταν τό δελτίον δίδει τό Βέβαιον, ἀνάγομεν τήν τιμήν τοῦ δελτίου καί τό συνάλλαγμα εἰς τήν αὐτήν προθεσμίαν καί διαιροῦμεν τό ποσόν τοῦ συναλλάγματος διά τῆς τιμῆς τοῦ δελτίου, ἤ διαιροῦμεν πρῶτον τό ποσόν τοῦ συναλλάγματος διά τῆς τιμῆς τοῦ δελτίου καί ἀνάγομεν κατόπιν αὐτό εἰς τήν προθεσμίαν τοῦ συναλλάγματος.

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς I. Τό ἀνωτέρω πρόβλημα δύναται νά λυθῇ καί διά τῆς συνεζευγμένης μεθόδου, ὡς ἑξῆς:

x	λίρ.	= Rm 4450 12 ἡμερῶν
12000		= Rm 11988 ὄψεως
12,1025		= λίρ. 1

$$x = \frac{4450 \cdot 11988}{12000 \cdot 12{,}1025} = \text{λίρ.}\ \underline{\underline{367\text{-}6\text{-}6}}$$

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς II. Ἐάν καλέσωμεν K τό ποσόν τοῦ ξένου συναλλάγματος προθεσμίας H ἡμερῶν, Σ_O τήν τοῦ δελτίου ὄψεως καί Δ τόν σταθερόν διαιρέτην, ἡ τιμή τοῦ δελτίου H ἡμερῶν θά εἶναι μέ ἐξωτερικήν ὑφαίρεσιν:

$$\Sigma_H = \frac{\Sigma_O}{1 - \frac{H}{\Delta}}$$

ὁπότε θά ἔχωμεν τόν γενικόν τύπον:

$$X = \frac{K}{\frac{\Sigma_O}{1 - \frac{H}{O}}}$$

ὅστις δίδει τήν τιμήν τοῦ συναλλάγματος εἰς περίπτωσιν τοῦ Βεβαίου, ἤ ἄν συμπεριλάβωμεν καί τά ἔξοδα ε τοῖς χιλίοις:

$$\boxed{X = \frac{K.(1-\frac{H}{\Delta}).(1\pm\frac{\varepsilon}{1000})}{\Sigma_o}}$$

Οὕτω εἰς τό ἀνωτέρω παράδειγμα θά ἔχωμεν:

$$X = \frac{4450(1-\frac{12}{12000})}{12,1025} = \text{λίρ. } 367\text{-}6\text{-}6$$

Σημείωσις: Ὁ τύπος:

$$X = \frac{K.(1-\frac{H}{\Delta})}{\Sigma_o}$$

δύναται νά γραφῆ:

1ον) $X = \dfrac{K}{\Sigma_o:(1-\frac{H}{\Delta})}$

ὁπότε ἔχομεν τήν πρώτην πρακτικήν μέθοδον λύσεως τοῦ ἀνωτέρω προβλήματος.

2ον) $X = \dfrac{[K.(1-\frac{H}{\Delta})]}{\Sigma_o}$

ὁπότε ἔχομεν τήν δευτέραν πρακτικήν μέθοδον. Καί

3ον) $X = [\dfrac{K}{\Sigma_o}].(1-\dfrac{H}{\Delta})$

ὁπότε ἔχομεν τήν τρίτην πρακτικήν μέθοδον.

Σημείωσις II. Ἐάν ἡ χώρα ἐπί τῆς ὁποίας εἶναι τό συνάλλαγμα, οὗτινος ζητεῖται ἡ τιμή, χρησιμοποιῇ ἐσωτερικήν ὑφαίρεσιν, ὁ ἀνωτέρω γενικός τύπος γίνεται:

$$X = \frac{K}{\Sigma_o \cdot \left(1 + \frac{H}{\Delta}\right)}$$

Διατί;

6.6.- Περίπτωσις περισσοτέρων συναλλαγμάτων ἐπί τῆς αὐτῆς χώρας.

Ἐάν πρόκειται νά εὕρωμεν τήν τιμήν περισσοτέρων τοῦ ἑνός συναλλαγμάτων, ὅλων ἐπί τῆς αὐτῆς χώρας, προτιμοῦμεν γενικῶς τήν β΄ μέθοδον κατατάσσοντες τήν λύσιν τοῦ προβλήματος ὅπως καί εἰς τό πινάκια προεξοφλήσεως.

Π ρ ό β λ η μ α. Τί θά εἰσπράξωμεν ἐν Ἀθήναις ἐκ τῆς πωλήσεως τῶν ἑξῆς συναλλαγματικῶν ἐπί Παρισίων:

Frs 3200 προθεσμίας 50 ἡμερῶν
" 1200 " 35 "
" 4600 " 15 "

ὅταν τό δελτίον εἶναι 3,15 ὄψεως, τό ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως ἐν Παρισίοις 4% καί τά ἔξοδα $^3/_4\%$;

Λ ύ σ ι ς:

Ὀνομαστική ἀξία	Ἡμέραι	Τοκάριθμος	
frs 3200	50	160000	
" 1200	35	42000	
" 4600	15	69000	
frs 9000		271000	9000
" 30,11	ὑφαίρ. πρός 4%		30,11
frs 8969,89	ὄψεως πρός 3,15 = δρχ.	28255,15	
	+ ἔξοδα $^3/_4\%$ =	211,91	
	Ἀξία τοῖς μετρητοῖς δρχ.	28043,24	

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς I. Εἰς τούς διαφόρους ὑπολογισμούς, πρός μετατροπήν τῶν προθεσμιῶν ἐφαρμόζεται εἰς τήν πρᾶξιν κατά κανόνα ἡ καλουμένη ἐ μ π ο ρ ι κ ή μέθοδος. Κατά τήν μέθοδον αὐτήν προστίθεται ἤ ἀφαιρεῖται ὁ τόκος, ἀνεξαρτήτως τοῦ χρησιμοποιουμένου εἴδους ὑφαιρέσεως. Ἐκ τῆς ἐφαρμογῆς τῆς μεθόδου ταύτης προκύπτουν, ὡς εἶναι ἑπόμενον, διαφοραί μεταξύ τῶν ἐξαγομένων ταύτης καί ἐκείνων ἅτινα θά εἴχομεν ἐάν ἐχρησιμοποιεῖτο τό εἶδος τῆς ὑφαιρέσεως, τό ὁποῖον εἶναι ἐν χρήσει ἐν τῇ χώρᾳ ἐπί τῆς ὁποίας εἶναι τό συνάλλαγμα. Αἱ διαφοραί ὅμως αὐταί εἶναι τόσον μικραί, ὥστε δύναται ἄνευ ζημίας νά παραλειφθοῦν.

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς II. Ἐκ τῶν μεθόδων τάς ὁποίας δίδομεν ἀνωτέρω, διά τήν εὕρεσιν τῆς τιμῆς τοῦ ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος ἡ μᾶλλον εὔχρηστος εἶναι ἡ τρίτη καί αὐτή ἀκολουθεῖται γενικῶς εἰς τήν πρᾶξιν. Ἡ πρώτη μέθοδος οὐδέποτε ἀκολουθεῖται καθ' ὅσον αὕτη ἀπαιτεῖ ὅπως ἡ νέα τιμή τοῦ δελτίου ὑπολογίζεται μέ μέγαν ἀριθμόν δεκαδικῶν ψηφίων, διά νά εὑρεθῇ ἐξαγόμενον μέ καλήν προσέγγισιν. Ἐπίσης οὐδέποτε χρησιμοποιεῖται καί ἡ συνεζευγμένη μέθοδος, διότι ἔχει τό μειονέκτημα νά συγκεντρώνῃ ὅλας τάς πράξεις μαζί εἰς τό τέλος.

6.7.- Μετατροπή ὡρισμένου ποσοῦ ἐγχωρίου νομίσματος εἰς ξένον συνάλλαγμα.

Εἰς τήν οἰκονομικήν ζωήν παρίσταται πολλάκις ἀνάγκη ὅπως εὑρεθῇ τό ποσόν τοῦ ξένου συναλλάγματος ὅπερ ἀντιστοιχεῖ εἰς ὡρισμένον ποσόν ἐγχωρίων νομισματικῶν μονάδων, ἐπί τῇ βάσει τῆς τρεχούσης τιμῆς τοῦ δελτίου. Ἡ συνηθεστέρα περίπτωσις τοῦ προβλήματος αὐτοῦ παρουσιάζεται, ὅταν ὁ ἔμπορος μιᾶς ἀγορᾶς σύρῃ συναλλαγματικήν εἰς βάρος τοῦ πιστωτοῦ του εἰς ἐγχώριον νόμισμα, ἀπαιτητήν σήμερον (netto appunto) ἤ, ἀντιθέτως ὅταν ζητῇ νά ἐξοφλήσῃ χρέος του εἰς ἐγχώριον νόμισμα ἀποστέλλων εἰς τόν πιστωτήν του ἐξωτερικόν συνάλλαγμα.

α) Ὅ τ α ν τ ό δ ε λ τ ί ο ν δ ί δ ε ι τ ό Ἀ β έ β α ι ο ν

Π ρ ό β λ η μ α I. Πόσα φράγκα ὄψεως θά ἀγορασθοῦν ἐν Ἀθήναις μέ 13266 δρχ. ὅταν τό δελτίον Ἀθηνῶν ἐπί Παρισίων εἶναι 3,20 ὄψεως. Ἔξοδα ἐν Ἀθήναις $^1/_2\%$.

Λ ύ σ ι ς: Μέ τό ποσόν τῶν 13266 δρχ. θά πληρωθοῦν καί ἡ τιμή τοῦ συναλλάγματος ὅπερ θά ἀγορασθῇ καί τά ἔξοδα τῆς ἀγορᾶς αὐτοῦ. Εἶναι λοιπόν ποσόν ηὐξημένον κατά τό ποσοστόν $^1/_2\%$. Τό ποσόν λοιπόν ὅπερ θά διατεθῇ μόνον πρός ἀγοράν τοῦ συναλλάγματος θά εἶναι:

$$\frac{13266.100}{100,50} = 13200 \text{ δρχ.}$$

καί μέ τό ποσόν αὐτό θά ἀγορασθοῦν:

$$\frac{13200}{3,20} = \underline{\underline{4125}} \text{ frs ὄψεως}$$

Πρόβλημα II. Ποία θά εἶναι ἡ ὀνομαστική ἀξία συναλλαγματικῆς προθεσμίας ἑνός μηνός ἐπί Βελιγραδίου, τήν ὁποίαν θά σύρωμεν διά νά καλύψωμεν πίστωσίν μας ἐκ δρχ.31500 ἀπαιτητήν σήμερον, ὅταν τό δελτίον Ἀθηνῶν ἐπί Βελιγραδίου εἶναι 1,692 ὄψεως 4%; Ἔξοδα ἐν Ἀθήναις $^1/_2$%.

Λύσις: Τό ποσόν τῶν 31500 δρχ. εἶναι τό καθαρόν ποσόν τό ὁποῖον θά ἀποφέρῃ ἡ πώλησις τῆς συναλλαγματικῆς ἀφοῦ προηγουμένως κρατηθοῦν τά ἔξοδα πωλήσεως. Θά εἶναι δηλ. ἀρχική ἀξία μειωμένη κατά $^1/_2$% καί κατά συνέπειαν ἡ ἀμείωτος ἀρχική ἀξία θά εἶναι:

$$\frac{31500.100}{99,5} = 31658,29 \text{ δρχ.}$$

Ἐπειδή τώρα ἡ προθεσμία τοῦ δελτίου διαφέρει ἀπό τήν προθεσμίαν τῆς συναλλαγματικῆς, τήν ὁποίαν θέλομεν νά εὕρωμεν θά φροντίσωμεν νά ἀναγάγωμεν τήν μίαν προθεσμίαν εἰς τήν ἄλλην, διά νά ἐργασθῶμεν κατόπιν ὅπως καί εἰς τό προηγούμενον πρόβλημα. Διά νά κάνωμεν τήν ἀναγωγήν αὐτήν χρησιμοποιοῦμεν μίαν τῶν ἑξῆς μεθόδων:

1. Μετατρέπομεν τήν προθεσμίαν τοῦ δελτίου:

Δελτίον ὄψεως	δρχ.1,692
- τόκος 30/4%	" 0,00564
δελτίον 30 ἡμερῶν	δρχ.1,68636

ὁπότε ἡ ζητουμένη ὀνομαστική ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς θά εἶναι:

$$\frac{31658,29}{1,68636} = \underline{\underline{18773,15}} \text{ δηνάρια 30 ἡμερῶν.}$$

2. Μετατρέπομεν τήν προθεσμίαν τοῦ συναλλάγματος.

Πρός τοῦτο διαιροῦμεν τάς 31658,29 δρχ. διά τῆς τιμῆς τοῦ δελτίου ὄψεως καί ἔχομεν:

$$\frac{31658,29}{1,692} = 18710,57 \text{ δηνάρια ὄψεως}$$

ὁπότε ἡ ὀνομαστική ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς θά εἶναι:

$$\frac{18710,57 \cdot 9000}{8970} = \underline{\underline{18773,15}} \text{ δηνάρια 30 ἡμερῶν.}$$

ἤ καί πρακτικῶς:

Συνάλλαγμα.ὄψεως	δην.	18710,57
+ τόκος 30/4%	"	62,37
+ τόκος τοῦ τόκου	"	0,21
Συναλλαγματική 30 ἡμερ.	δην.	18773,15

3. Τέλος ὑποθέτομεν, ὅτι ἡ ζητουμένη ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς εἶναι ἤδη γνωστή καί ὅτι ζητεῖται νά ὑπολογισθῇ ἡ τιμή αὐτῆς διά τῆς τρίτης μεθόδου τοῦ προηγουμένου γενικοῦ προβλήματος τῆς ἀμέσου συναλλαγῆς. Καταστρώνομεν λοιπόν τήν κατάταξιν τῆς λύσεως:

Συν/κή δην....(ε)	προθ.30 ἡμερῶν πρός 1.692 ὄψ.	= δρχ.	....(δ)
-	τόκος 30/4%	= "	....(γ)
	Τιμή συν/τος 30 ἡμερῶν	δρχ.	....(β)
	- ἔξοδα $^1/_2$%	"	....(α)
	ἀξία τοῖς μετρητοῖς	δρχ.	31500

καί προβαίνομεν εἰς τόν ὑπολογισμόν τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας(ε) ἀρχόμενοι ἐκ τῶν κάτω δεξιά διά διαδοχικῆς συμπληρώσεως τῶν κενῶν. Εὑρίσκομεν πρῶτον τό ποσόν (α) διά τοῦ γνωστοῦ τύπου τῶν ποσοστῶν:

$$\frac{31500 \cdot 0,50}{99,50} = 158,29$$

προσθέτομεν τό ποσόν αὐτό εἰς τάς 31500 δρχ.καί ἔχομεν τό ποσόν (β) 31658,29 δρχ.

Αἱ 31658,29 δρχ. εἶναι ἡ παροῦσα ἀξία ἥτις ἀντιστοιχεῖ εἰς τήν ζητουμένην ὀνομαστικήν ἀξίαν (δ) καί κατά συνέπειαν ἡ ἐξωτερική ὑφαίρεσις (γ) θά εἶναι:

τόκος 30/4% 31658,29	= δρχ. 105,53
+ τόκος τοῦ τόκου	= " 0,35
ἐξωτερική ὑφαίρεσις	= δρχ. 105,88

ὁπότε ἡ ὀνομαστική ἀξία (δ) εἶναι:

31658,29 + 105,88 = 31764,17 δρχ.

καί τό ζητούμενον ποσόν (ε) τοῦ συναλλάγματος ἐπί Βελιγραδίου:

$$\frac{31764,17}{1,692} = \underline{\underline{18773,15}} \text{ δηνάρια 30 ἡμερῶν}$$

Ὥστε:

Διά νά εὕρωμεν τό ποσόν τοῦ συναλλάγματος ὅπερ ἀντιστοιχεῖ εἰς ὡρισμένον ποσόν ἐγχωρίου νομίσματος, ὅταν τό δελτίον δίδει τό Α β έ β α ι ο ν, ἀνάγομεν τήν τιμήν τοῦ δελτίου καί τό συνάλλαγμα εἰς τήν αὐτήν προθεσμίαν καί δ ι α ι ρ ο ῦ μ ε ν διά τῆς τιμῆς τοῦ δελτίου ἤ ἀνάγομεν πρῶτον τό ἐγχώριον νόμισμα εἰς τήν προθεσμίαν τοῦ συναλλάγματος καί κατόπιν διαιροῦμεν διά τοῦ δελτίου.

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς: Τό ἀνωτέρω πρόβλημα δύναται νά λυθῇ καί διά τῆς συνεζευγμένης μεθόδου ὡς ἑξῆς:

δην. x 30 ἡμερῶν	=	31500 δρχ. μετ' ἐξόδων
99,5	=	100 " ἄνευ ἐξόδων
1,692	=	1 δην. ὄψεως
8970	=	9000 δην. 30 ἡμερῶν

$$x = \frac{31500.100.9000}{99,5.1,692.8970} = \underline{\underline{18773,15}} \text{ δην.30 ἡμερῶν}$$

Σ η μ ε ί ω σ ι ς Ι. Ἐάν λύσωμεν τήν ἐξίσωσιν:

$$X = K.\Sigma_0.(1 - \frac{H}{\Delta})$$

ὡς πρός τό ποσόν τοῦ συναλλάγματος Κ θά ἔχωμεν τόν τύπον:

$$\boxed{K = \frac{X}{\Sigma_o(1 - \frac{H}{\Delta})}}$$

ὅστις δίδει τήν λύσιν τοῦ δευτέρου γενικοῦ προβλήματος τῆς ἀμέσου συναλλαγῆς ἤ ἄν λάβωμεν ὑπ'ὄψιν μας τά ἔξοδα ε ἐπί τοῖς χιλίοις:

$$K = \frac{X}{\Sigma_o(1 - \frac{H}{\Delta})(1 \pm \frac{\varepsilon}{1000})}$$

ἤ $$K = \frac{X.1000}{\Sigma_o(1 - \frac{H}{\Delta})(1000 \pm \varepsilon)}$$

Οὕτω είς τό ἀνωτέρω παράδειγμα θά ἔχωμεν:

$$K = \frac{31500.100}{1,662(1 - \frac{30}{9000}).99,5} = 18679,29 \text{ δην.30 ἡμερῶν}$$

Σημείωσις ΙΙ. Ὁ ἀνωτέρω τύπος:

$$K = \frac{X}{\Sigma_o(1 - \frac{H}{\Delta})}$$

δύναται νά γραφῇ καί ὡς ἑξῆς:

1ον) $K = X:[\Sigma_o(1 - \frac{H}{\Delta})]$

καί ὁδηγεῖ ἐφαρμοζόμενος εἰς τήν πρώτην πρακτικήν μέθοδον λύσεως τοῦ σχετικοῦ προβλήματος, ἤ

2ον) $K = [\frac{X}{\Sigma_o}]:(1 - \frac{H}{\Delta})$

καί μετά τήν έκτέλεσιν τῆς διαιρέσεως:

$$K = [\frac{X}{\Sigma_0}].(1 + \frac{H}{\Delta} + \frac{H^2}{\Delta^2} + \frac{H^3}{\Delta^3} + \ldots)$$

καί έάν περιορισθῶμεν, χάριν συντομίας, είς τούς τρεῖς πρώτους ὅρους τῆς σειρᾶς ἔχομεν μέ μεγίστην προσέγγισιν:

$$K = [\frac{X}{\Sigma_0}](1 + \frac{H}{\Delta} + \frac{H^2}{\Delta^2})$$

δηλαδή τήν δευτέραν πρακτικήν μέθοδον ἔνθα είς τό πηλίκον X/Σ_0 ὅπερ παριστᾷ τό ποσόν τοῦ ξένου συναλλάγματος ὄψεως, προσθέτομεν τόν τόκον αὐτοῦ καί τόν τόκον τοῦ τόκου του.

3ον) Ὁ τύπος δύναται νά γραφῇ καί

$$K = [\frac{X}{1 - \frac{H}{\Delta}}] : \Sigma_0$$

ἤ κατά προσέγγισιν έάν έκτελέσωμεν τήν διαίρεσιν:

$$K = [X + \frac{X.H}{\Delta} + \frac{X.H}{\Delta^2}] : \Sigma_0$$

λαμβάνομεν δηλαδή τήν τρίτην πρακτικήν μέθοδον λύσεως, ἔνθα είς τήν άξίαν X τοῦ ξένου συναλλάγματος προσθέτομεν τόν τόκον καί τόν τόκον τοῦ τόκου της καί διαιροῦμεν τό έξαγόμενον διά τῆς τιμῆς τοῦ δελτίου.

Σ η μ ε ί ω σ ι ς III. Ἐάν ἡ χώρα έπί τῆς ὁποίας εἶναι τό ζητούμενον συνάλλαγμα χρησιμοποιῇ έ σ ω τ ε ρ ι κ ή ν ὑφαίρεσιν ὁ άνωτέρω τύπος γίνεται:

$$K = \frac{X(1 + \frac{H}{\Delta})}{\Sigma_0} \qquad \text{Διατί;}$$

β) Ὅ τ α ν τ ό δ ε λ τ ί ο ν δ ί δ ε ι τ ό Β έ β α ι ο ν.

Π ρ ό β λ η μ α I. Πόσα φράγκα ὄψεως θά άγορασθοῦν έν Λονδίνῳ μέ λίρ.12-7-4 ὅταν ἡ τιμή τοῦ δελτίου Λονδίνου έπί Παρισίων εἶναι 130 ὄψεως;

Λύσις: Ἐπειδή μέ 1 λίρ.μετρητήν ἀγοράζονται frs 130 ὄψεως, μέ λίρ. 12-7-4 θά ἀγορασθοῦν:

12,367 × 130 = frs 1607,71 ὄψεως.

Πρόβλημα II. Ὁ Α ἐν Λονδίνῳ ἔχει νά εἰσπράξῃ ἀπό τόν Β ἐν Βερολίνῳ λίρ.3628-6-1 πληρωτέας σήμερον.Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τραβηκτικῆς 30 ἡμ. τήν ὁποίαν θά σύρῃ διά νά εἰσπράξῃ ἐκ τῆς πωλήσεως αὐτῆς τό ὡς ἄνω ποσόν,ἐάν τό δελτίον Λονδίνου ἐπί Βερολίνου εἶναι 20,43½ ὄψεως 6%.

Λύσις: Καί εἰς τήν περίπτωσιν καθ'ἥν τό δελτίον δίδει τό Βέβαιον θά ἔχωμεν τάς αὐτάς ἀκριβῶς μεθόδους λύσεως, τάς ὁποίας ἔχομεν καί εἰς τήν περίπτωσιν τοῦ Ἀβεβαίου μέ τήν διαφοράν ὅτι ἀντί νά διαιροῦμεν ὅπως πρίν μέ τήν τιμήν τοῦ δελτίου, θά πολλαπλασιάζωμεν, ὅπως καί εἰς τό ἀμέσως προηγούμενον πρόβλημα. Οὕτω:

1. Μετατρέπομεν τήν προθεσμίαν τοῦ δελτίου

δελτίον ὄψεως	20,435
+ τόκος 30/6%	0,102175
+ τόκος τοῦ τόκου	0,000511
δελτίον 30 ἡμερῶν	20,537686

ὁπότε ἡ ζητουμένη ὀνομαστική ἀξία θά εἶναι:

λίρ.3628,304 × 20,537689 = Rm 74516,96 προθεσμίας 30 ἡμερῶν

2. Μετατρέπομεν τήν προθεσμίαν τοῦ συναλλάγματος. Πρός τοῦτο πολλαπλασιάζομεν τάς λίρ. 3628-6-1 ἐπί τήν τιμήν τοῦ δελτίου ὄψεως καί ἔχομεν:

λίρ. 3628,304 × 20,435 = Rm 74144,29 ὄψεως

ὁπότε ἡ ὀνομαστική ἀξία θά εἶναι:

συνάλλαγμα ὄψεως	Rm	74144,39
+ τόκος 30/6%	"	370,72
+ τόκος τοῦ τόκου	"	1,85
συνάλλαγμα 30 ἡμ.	Rm	74516,96

3. Τέλος ὑποθέτομεν, ὅτι εἶναι γνωστή ἡ ζητουμένη ὀνομαστική ἀξία, ὁπότε ἔχομεν:

Rm ....προθ. 30 ἡμερῶν πρός $20,43\frac{1}{2}$ ὄψεως	=	λίρ.........
- τόκος 30/6%	=	" ....
'Αξία συναλλάγματος σήμερον	=	λίρ.2628-6-1

καί ἐξ αὐτοῦ συμπληροῦντες ἐκ τῶν κάτω τά κενά:

Rm 74516,96 προθ.30 ἡμ.πρός $20,43\frac{1}{2}$ ὄψ.	=	λίρ.3646-10-$8\frac{1}{2}$
- τόκος 30/6%	=	λίρ. 18- 4-$7\frac{1}{2}$
'Αξία σήμερον		λίρ.3628- 6-1

Ὥστε:

Διά νά εὕρωμεν τό ποσόν τοῦ συναλλάγματος, ὅπερ ἀντιστοιχεῖ εἰς ὡρισμένον ποσόν ἐγχωρίου νομίσματος, ὅταν τό δελτίον δίδει τό Βέβαιον, ἀνάγομεν τήν τιμήν τοῦ δελτίου καί τοῦ συναλλάγματος εἰς τήν αὐτήν προθεσμίαν καί πολλαπλασιάζομεν ἐπί τήν τιμήν τοῦ δελτίου ἤ ἀνάγομεν πρῶτον τό ἐγχώριον νόμισμα εἰς τήν προθεσμίαν τοῦ ζητουμένου συναλλάγματος καί κατόπιν πολλαπλασιάζομεν ἐπί τήν τιμήν τοῦ δελτίου.

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς I. Τό ἀνωτέρω πρόβλημα λύεται καί διά τῆς συνεζευγμένης μεθόδου ὡς ἑξῆς:

x Rm 30 ἡμερῶν	=	λίρ. 3628,304 μετρητάς
1	=	Rm 20,435 ὄψεως
5970	=	Rm 6000 30 ἡμερῶν

$$x = \frac{3628,304 . 20,435 . 6000}{5975} = \text{Rm } 74516,96$$

Σ η μ ε ί ω σ ι ς I. Ἐάν λύσωμεν τήν ἐξίσωσιν:

$$X = \frac{K.(1 - \frac{H}{\Delta})}{\Sigma o}$$

ἥτις μᾶς δίδει τήν τιμήν τοῦ συναλλάγματος εἰς τήν περίπτωσιν τοῦ Βεβαίου, ὡς πρός τό ποσόν τοῦ συναλλάγματος K θά ἔχωμεν τόν τύπον:

$$\boxed{K = \frac{X \cdot \Sigma_o}{(1 - \frac{H}{\Delta})}}$$

ὅστις μᾶς δίδει τό ποσόν τοῦ συναλλάγματος, ὅπερ ἀντιστοιχεῖ εἰς ὡρισμένον ποσόν ἐγχωρίου νομίσματος εἰς τήν περίπτωσιν τοῦ Βεβαίου ἤ ἄν λάβωμεν ὑπ'ὄψιν μας καί τά ἔξοδα ε ἐπί τοῖς χιλίοις.

$$K = \frac{X \cdot \Sigma_o}{(1 - \frac{H}{\Delta})(1 \pm \frac{\varepsilon}{1000})}$$

ἤ

$$\boxed{K = \frac{X \cdot \Sigma_o \cdot 1000}{(1 - \frac{H}{\Delta})(1000 \pm \varepsilon)}}$$

Οὕτω εἰς τό προηγούμενον παράδειγμα ἔχομεν:

$$K = \frac{3628,304 \cdot 20,435}{1 - \frac{30}{6000}} = \text{Rm } 74516,92$$

Σημείωσις II. Ἐάν ἡ χώρα ἐπί τῆς ὁποίας εἶναι τό ζητούμενον συνάλλαγμα χρησιμοποιῆ ἐσωτερικήν ὑφαίρεσιν ὁ ἀνωτέρω τύπος γίνεται:

$$K = X \cdot \Sigma_o \cdot (1 + \frac{H}{\Delta})$$

6.8.- Εὕρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας τῆς τελευταίας καταβολῆς πρός ἐξόφλησιν χρέους εἰς τό ἐξωτερικόν.

Πρόβλημα. Τό Βερολῖνον ὀφείλει τήν 8ην Νοεμβρίου εἰς Ἄμστερνταμ Rm 2546Ꮞ μετρητά καί ἀποστέλλει hfl 3500 λήξεως

29 Δεκεμβρίου, hfl 1950 λήξεως 3 Ἰανουαρίου καί hfl 4000 λήξεως 24 Ἰανουαρίου. Πόσα φλωρίνια λήξεως 31 Ἰανουαρίου πρέπε, νά άποστείλη άκόμη διά νά έξοφλήση τό χρέος αὐτό, ὅταν τό δελτίον Βερολίνου ἐπί Ἄμστερνταμ εἶναι 1,679 ὄψεως 3%; Ἔξοδα ἐν Βερολίνῳ $^1/_2$ °/oo καί Rm 5 διά χαρτόσημον.

Λύσις: α) Ὑπολογισμός τοῦ ἐξοφληθέντος ποσοῦ.

Εὑρίσκομεν τήν παροῦσαν ἀξίαν τῶν ἀποσταλέντων συναλλαγματικῶν συντάσσοντες πινάκιον προεξοφλήσεως, ὁπότε ἔχομεν:

8 Νοεμβρίου 19...

Ὀνομαστ.ἀξία	Λήξεις	Ἡμ.	Τοκάριθμοι
hfl 3500	29 Δεκεμβρίου	51	178500
" 1950	3 Ἰανουαρίου	56	109200
" 4000	24 "	77	308000
hfl 9450			595700 : 12000 =
" 49.50	ὑφαίρεσις πρός 3%		= hfl 49,65
hfl 9400,36			

β) Ὑπολογισμός τοῦ ὅλου χρέους:

Ὑπολογίζομεν πόσα hfl ὄψεως χρειάζεται νά στείλωμεν σήμερον διά νά ἐξοφλήσωμεν ὁλόκληρον τό χρέος μας.

hfl 1516,21 ὄψεως πρός 1,679 ὄψεως	=	Rm	25447,28
+ ἔξοδα $^1/_2$ °/oo	=	"	12,72
+ χαρτόσημον	=	"	5.-
		Rm	25465.-

γ) Ὑπολογισμός τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας τοῦ συναλλάγματος ὅπερ θά ἀποσταλῇ πρός ἐξόφλησιν τοῦ ὑπολοιπομένου μέρους τοῦ χρέους.

Ἀφαιροῦμεν ἀπό τό σύνολον τῶν ὀφειλομένων φλωρινίων τήν παροῦσαν ἀξίαν hfl 9400,36 τῶν ἀποσταλέντων καί ἔχομεν τό ὀφειλόμενον ἀκόμη ποσόν τήν 8ην Νοεμβρίου. Τό ποσόν αὐτό τό μετατρέπομεν εἰς ποσόν πληρωτέον τήν 31ην Ἰανουαρίου, εὑρίσκοντες κατά τά γνωστά τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν αὐτοῦ ἐκ τῆς παρούσης.

	hfl 15156,21	ὁλικόν χρέος
	- " 9400,36	ἐξοφληθέν μέρος
	hfl 5755,85	λήξεως 8 Νοεμβρίου
+ τόκος 84/3%	" 40,30	
+ τόκος τοῦ τόκου	" 0,28	
	hfl 5796,43	λήξεως 31 'Ιανουαρίου.

δ) 'Επαλήθευσις:

'Εάν δέν ἔγινε λάθος πρέπει ἡ τιμή τῶν τριῶν πρώτων συναλλαγμάτων ὁμοῦ μετά τοῦ εὑρεθέντος νά ἰσοῦται ἀκριβῶς πρός τό ὀφειλόμενον ποσόν. Καί πράγματι ἔχομεν:

8 Νοεμβρίου 19....

'Ονομαστ.ἀξία	Λήξεως	'Ημ.	Τοκάριθμοι
hfl 3500	29 Δεκεμβρίου	51	178500
" 1950	3 'Ιανουαρίου	56	109200
" 4000	24 "	77	308000
" 5796,43	31 "	84	486898
hfl 15246,43			1082598 : 12000 =
" 90,20	ὑφαίρεσις πρός 3%		= hfl 90,20
" 15156,21 πρός 1,679 = Rm 23447,28			
+ ἔξοδα $^1/_2$% = " 12,72			
+ χαρτόσημον = " 5			
Rm 23465			

'Ασκήσεις

1) Ποῖον τό δελτίον ὄψεως Λονδίνου ἐπί Βρυξελλῶν, ὅταν τό δελτίον τριῶν μηνῶν εἶναι 180,50; 'Επιτόκιον 3 $^1/_2$%.

2) Ποῖον τό δελτίον 3 μηνῶν Λονδίνου ἐπί Βρυξελλῶν, ὅταν τό δελτίον ὄψεως εἶναι 158,62; 'Επιτόκιον 5%.

3) Ποῖον τό δελτίον 40 ἡμερῶν 'Αθηνῶν ἐπί Ρώμης, ὅταν τό δελτίον ὄψεως εἶναι 5,40; 'Επιτόκιον 4%.

4) Πόσον κοστίζουν ἐν 'Αθήναις frs 8500 προθεσμίας 40 ἡ-

μερῶν ἐάν τό δελτίον Ἀθηνῶν ἐπί Παρισίων εἶναι 3,65 ὄψεως 4%;

5) Πόσον κοστίζουν τήν 2 Ἰουνίου ἐν Βερολίνῳ frs 1850 πληρωτέα τήν 8 Ἰουλίου, ὅταν τό δελτίον Βερολίνου ἐπί Παρισίων εἶναι 169 ὄψεως, 6% (τά 100 frs).

6) Τί ποσόν θά εἰσπράξωμεν ἐν Ἀθήναις τήν 25 Ἀπριλίου ἐκ τῆς πωλήσεως λιρ.185 λήξεως 13 Μαΐου, ὅταν τό δελτίον Ἀθηνῶν ἐπί Λονδίνου εἶναι 550, ὄψεως τά δέ ἔξοδα ἐν Ἀθήναις; (Ἔτος πολιτικόν, ὑφαίρεσις ἐσωτερική, χάρις 3 ἡμερῶν).

7) Τί θά κοστίση ἐν Ἀθήναις ἡ ἀγορά frs 4272,60 προθεσμίας 44 ἡμερῶν, ὅταν τό δελτίον Ἀθηνῶν ἐπί Παρισίων εἶναι 3,40 ὄψεως, 6%; Ἔξοδα 5/8%.

8) Ἀγοράζει τις ἐν Παρισίοις τήν 10 Ἰανουαρίου συναλλαγματικήν ἐπί Βερολίνου Rm 7650 λήξεως 5 Μαρτίου μέ τιμήν δελτίου 14,80 ὄψεως 4%. Ἔξοδα 1/4%. Τί θά πληρώση;

9) Πωλοῦνται ἐν Λονδίνῳ τήν 10ην Αὐγούστου frs 3454,50 λήξεως 20 Ὀκτωβρίου. Ποία ἡ τιμή των ἐάν τό δελτίον εἶναι 129 ὄψεως 6% τά δέ ἔξοδα 1°/οο;

10) Ἀγοράζονται ἐν Λονδίνῳ τήν 15 Μαρτίου 370000 δρχ. λήξεως 15 Ἀπριλίου μέ δελτίον Λονδίνου ἐπί Ἀθηνῶν 540 ὄψεως 8%. Ἔξοδα 1°/οο. Ποία ἡ τιμή των;

11) Πωλεῖ τις ἐν Παρισίοις τήν 10 Μαρτίου hfl 2420 λήξεως 5 Μαΐου, hfl 950 λήξεως 5 Ἰουνίου καί hfl 3200 λήξεως 15 Ἰουνίου. Τί θά εἰσπράξη ἄν τό δελτίον Παρισίων ἐπί Ἄμστερνταμ εἶναι 20,8 ὄψεως 3%;

12) Πωλεῖ τις σήμερον ἐν Ἀθήναις λίρ. 700 προθεσμίας 30 ἡμερῶν, λίρ. 830 προθεσμίας 45 ἡμερῶν καί λίρ.985 προθεσμίας 60 ἡμερῶν. Νά εὑρεθῇ τό ποσόν ὅπερ θά εἰσπράξη ὅταν τό δελτίον Ἀθηνῶν ἐπί Λονδίνου εἶναι 560 ὄψεως 4%. Ἔξοδα $2^1/_2$ τοῖς χιλίοις (ἔτος πολιτικόν, ὑφαίρεσις ἐσωτερική).

13) Πόσων δολλαρίων συναλλαγματικήν ἐπί Νέας Ὑόρκης θά σύρη τό Βερολῖνον τήν 27 Μαΐου διά νά εἰσπράξη ἐκ τῆς πωλήσεως αὐτῆς πίστωσιν Rm 15600, ὅταν τό δελτίον εἶναι 2,45 ὄψεως, τά δέ ἔξοδα 1%;

14) Διά νά ἐξοφληθῇ χρέος μας ἐκ δρχ. 4760 πληρωτέον σήμερον, ἀγοράζομεν συνάλλαγμα ἐπί Βερολίνου καί τό ἀποστέλλομεν εἰς τόν πιστωτήν μας. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ συν-

αλλάγματος, εάν ή προθεσμία του είναι 60 ήμερῶν καί τό δελτίον Ἀθηνῶν ἐπί Βερολίνου 4%;"Ἔξοδα ἐν Ἀθήναις 1/2%.

15) Αἱ Ἀθῆναι ἔχουν νά εἰσπράξουν σήμερον 35670 δρχ.ἐκ Λονδίνου. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία συναλλαγματικῆς προθεσμίας 40 ἡμερῶν, ὅταν τό δελτίον Ἀθηνῶν ἐπί Λονδίνου εἶναι 550 ὄψεως 4%, τά δέ ἔξοδα ἐν Ἀθήναις 3/8%; (ὑφαίρεσις ἐσωτερική, ἔτος πολιτικόν).

16) Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία συναλλαγματικῆς τήν ὁποίαν ἐκδίδει τό Βερολῖνον, ἵνα εἰσπράξῃ τήν 11ην Ὀκτωβρίου Rm. 62013,50 ἐκ Νέας Ὑόρκης, ὅταν τό δελτίον εἶναι 2,15 ὄψεως 4% καί ἡ προμήθεια 1/4%;

17) Τό Λονδῖνον σύρει τραβηκτικήν 2 μηνῶν ἐπί Βερολίνου ἵνα εἰσπράξῃ λίρ.3622-16-6 μετρητάς. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τῆς τραβηκτικῆς ὅταν τό δελτίον εἰναι 11,69 1/2 ὄψεως 3 1/2%;"Ἔξοδα 1/2 ο/οο.

18) Τό Λονδῖνον διά νά ἐξοφλήσῃ χρέος λῆγον τήν 30ήν Ὀκτωβρίου ἐκ λίρ.407-19-3 ἀποστέλλει εἰς Παρισίους τήν 14 Σεπτεμβρίου γραμμάτιον προθεσμίας 3 μηνῶν. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τοῦ γραμματίου ὅταν τό δελτίον Λονδίνου ἐπί Παρισίων εἰναι 162,15 ὄψεως 6%;"Ἔξοδα ἐν Λονδίνῳ σελλίνια 3 1/2 ἀνά λίρ. 100.

19) Διά νά ἐξοφλήσουν οἱ Παρίσιοι χρέος frs 8975,50 πληρωτέων σήμερον ἐν Ἀθήναις, ἀποστέλλουν τάς ἑξῆς συναλλαγματικάς ἐπί Ἀθηνῶν, δρχ. 37500 προθεσμίας 40 ἡμερῶν καί δρχ. 18550 προθεσμίας 60 ἡμερῶν. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία γραμματίου δραχμῶν προθεσμίας 90 ἡμερῶν, τό ὁποῖον θά ἀποσταλῇ πρός ἐξόφλησιν τοῦ χρέους; Δελτίον Παρισίων ἐπί Ἀθηνῶν 0,35 ὄψεως 6%."Ἔξοδα 3/8 ο/οο.

20) Πρός ἐξόφλησιν χρέους Rm 17245,85 ἀποστέλλει τό Βερολῖνον εἰς Βέρνην τήν 1ην Ἰουνίου frs 2400 λήξεως 17 Ἰουνίου, frs 3000 λήξεως 11 Ἰουνίου, frs 1176,50 λήξεως 24 Ἰουλίου καί frs 4200 λήξεως 15 Αὐγούστου. Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία γραμματίου λήξεως 20 Αὐγούστου, τό ὁποῖον θά ἀποσταλῇ πρός ἐξόφλησιν τοῦ ὑπολοίπου χρέους, ὅταν τό δελτίον εἶναι 81,05 ὄψεως 4%;

Β΄ ΕΜΜΕΣΟΣ ΣΥΝΑΛΛΑΓΗ

6.9.-'Ορισμοί.

'Εάν ή συναλλαγή μεταξύ δύο χωρῶν δέν ένεργεῖται άπ'εύθείας μεταξύ αύτῶν, άλλά μεσολαβεῖ, εἴτε τό συνάλλαγμα τρίτης τινός χώρας, εἴτε αύτή ή ίδία ή τρίτη χώρα, ή συναλλαγή όνομάζεται ἔμμεσος.

'Η παρεμβολή τῆς τρίτης χώρας γίνεται,ἄλλοτε διότι τό χρηματιστήριον τῆς μιᾶς τῶν δύο ένδιαφερομένων χωρῶν, δέν διαθέτει συνάλλαγμα έπί τῆς ἄλλης καί ἄλλοτε διότι κρίνεται άπό τούς ένδιαφερομένους ώς οίκονομικῶς συμφέρουσα ή τοιαύτη παρεμβολή, παρ'ὅλα τά μεγαλύτερα ἔξοδα,ἅτινα πολλάκις συνεπάγεται.

'Η ἔμμεσος συναλλαγή παρουσιάζει έν τῇ πράξει τάς άκολούθους περιπτώσεις προκειμένου περί έξοφλήσεως χρέους.

1.'Η ένδιαφερομένη χώρα άγοράζει συνάλλαγμα έπί τῆς ένδιαμέσου, τό όποῖον άποστέλλει είς τήν δευτέραν χώραν,ἥτις τό πωλεῖ καί τό μετατρέπει είς έγχώριον νόμισμα.'Η μέθοδος αύτή όνομάζεται σύνθετος ἰσοτιμία ἤ ἔμμεσον ἔμβασμα (parité composée) καί δέν άπαιτεῖ πρόσθετα ἔξοδα, έκτός τῶν έξόδων πωλήσεως τοῦ άποσταλέντος ξένου συναλλάγματος.

2.'Η ένδιαφερομένη χώρα άγοράζει συνάλλαγμα τῆς ένδιαμέσου χώρας, ὅπερ άποστέλλει είς τόν έν αύτῇ εύρισκόμενον άνταποκριτήν της.'Ο άνταποκριτής πωλεῖ τό άποσταλέν συνάλλαγμα έπί τῆς δευτέρας χώρας καί άποστέλλει τοῦτο είς αύτήν.'Η μέθοδος αύτή καλεῖται μέθοδος τῶν δύο έμβασμάτων (Pris de Revient) καί συνεπάγεται, έκτός άπο τά ἔξοδα πωλήσεως καί άγορᾶς τοῦ συναλλάγματος καί ἄλλα ἔξοδα (προμήθεια άνταποκριτοῦ κλπ.).

3.'Η ένδιαφερομένη χώρα δίδει έντολήν είς τόν άνταποκριτήν της έν τῇ ένδιαμέσῳ χώρᾳ, νά άγοράσῃ συνάλλαγμα έπί τῆς δευτέρας χώρας, νά τό άποστείλῃ είς αύτήν καί διά νά καλυφθῇ, νά σύρῃ νέαν τραβηκτικήν έπί τῆς ένδιαφερομένης χώρας.'Η μέθοδος αύτή καλεῖται τραπεζική έντολή((ordre de Banque) καί άπαιτεῖ άνάλογα μέ τήν προηγουμένην ἔξοδα.

4.'Η ένδιαφερομένη χώρα παραγγέλλει είς τόν πιστωτήν της νά σύρη ἐπί τοῦ ἀνταποκριτοῦ ἐν τῇ ἐνδιαμέσῳ χώρᾳ, ὅστις διά νά καλυφθῇ σύρει νέαν τραβηκτικήν ἐπί τῆς ἐνδιαφερομένης χώρας. Ἡ μέθοδος αὐτή καλεῖται μέθοδος τῶν δ ύ ο τ ρ α β η γ μ ά τ ω ν (Prix de vent).

Ἐκ τῶν μεθόδων αὐτῶν ἡ ἁπλουστέρα καί εὐθηνοτέρα ὅλων εἶναι ἡ πρώτη, ἡ ὁποία εὑρίσκεται καί εἰς τήν διάθεσιν παντός. Αἱ λοιπαί παρουσιάζουν τήν δυσχέρειαν, ὅτι ἀπαιτοῦν τήν ὕπαρξιν ἀνταποκριτοῦ εἰς τήν ἐνδιάμεσον χώραν, γνωστάς ὑπογραφάς καί μεγαλύτερα ἔξοδα.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω γίνεται φανερόν, ὅτι τά προβλήματα τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς, λύονται διά τῆς ἀναλύσεως αὐτῶν εἰς δύο προβλήματα τῆς ἀμέσου συναλλαγῆς.

6.10.- Πρώτη περίπτωσις τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς.

Π ρ ό β λ η μ α I. Τό Λονδῖνον πωλεῖ τήν 18 Ἀπριλίου διά λογαριασμόν τῆς Βιέννης δολ. 5328,30 ὄψεως μέ τιμήν δελτίου Λονδίνου ἐπί Νέας Ὑόρκης 4,8628 μέ 1/4% ἔξοδα καί 1/8% προμήθειάν του. Τό καθαρόν προϊόν τό ἐμβάζει κατ' ἐντολήν τοῦ δικαιούχου εἰς Βιέννην ἀποστέλλων συναλλαγματικήν ἐπί Ζυρίχης προθεσμίας 30 ἡμερῶν, τήν ὁποίαν ἀγοράζει πρός 25,11 ὄψεως 3% καί 1/8 προμήθειάν του. Νά ὑπολογισθῇ:

α) Ποῖον τό καθαρόν προϊόν ἐκ τῆς πωλήσεως τήν 20 Ἀπριλίου ἐν Βιέννῃ τῆς συναλλαγματικῆς ἐπί Ζυρίχης ἐάν τό δελτίον Βιέννης ἐπί Ζυρίχης εἶναι 1,368 ὄψεως 3% καί 25 σελλίνια (αὐστριακά) ἔξοδα.

β) Πόσον κοστίζει κατ' αὐτόν τόν τρόπον ἕκαστον δολλάριον ἐν Βιέννῃ;

Λ ύ σ ι ς: α) Θά εὕρωμεν τό καθαρόν προϊόν τῆς πωλήσεως τῆς συναλλαγματικῆς ἐπί Νέας Ὑόρκης ἐν Λονδίνῳ τήν 18ην Ἀπριλίου:

δολλ. 5328,30 ὄψεως	πρός 4,8628	=	λίρ. 1095-14-7
- ἔξοδα 1/4%	λίρ. 2-14-9		
- προμήθειά μας 1/8%	" 1- 7-5	=	" 4- 2-2
	Καθαρόν προϊόν		λίρ. 1091-12-5

β) Μέ τό ποσόν αὐτό θά ἀγορασθοῦν ἐν Λονδίνῳ, ἀφοῦ κρατηθοῦν τά διάφορα ἔξοδα, ἑλβετικά φράγκα ἐπί Ζυρίχης προθεσμίας 30 ἡμερῶν. Ἐδῶ ἔχομεν νά μετατρέχωμεν εἰς ξένον συνάλλαγμα ὡρισμένον ποσόν ἐγχωρίου νομίσματος καί κατά συνέπειαν θά ἔχωμεν τήν 18 Ἀπριλίου:

frs 27444,08 λήξεως 18 Μαΐου πρός 25,11 ὄψ.=	λίρ.1092-19- 1
- τόκος 30/3%	= " 2-13-11
	λίρ.1090- 5- 2
+ προμήθειά μας 1/8%	" 1- 7- 3
	λίρ.1091-12- 5

γ) Ἡ συναλλαγματική αὐτή πωλουμένη ἐν Βιέννῃ τήν 20 Ἀπριλίου θά ἀποφέρῃ:

frs 27444,08 λήξεως 18 Μαΐου πρός 1,368 ὄψεως =	δολ.37543,49
- τόκος 28/3%	= " 87,60
	δολ.37455,89
- ἔξοδα	" 25.-
	δολ.37430,89

δ) Ἡ τιμή ἑκάστου δολλαρίου κατ' αὐτόν τόν τρόπον εἶναι:

$$\frac{37430,89}{5328,30} = \text{δολ. } \underline{\underline{7,0249}}$$

Πρόβλημα II. Αἱ Ἀθῆναι ὀφείλουν εἰς Λονδῖνον λίρ. 137-11-8 πληρωτέας σήμερον. Πόσα φράγκα προθεσμίας 21 ἡμερῶν θά ἀποστείλουν εἰς Λονδῖνον πρός ἐξόφλησιν τοῦ χρέους των ἐάν τό δελτίον Λονδίνου ἐπί Παρισίων εἶναι 175 ὄψεως 4% καί τά ἔξοδα ἐν Λονδίνῳ 1/4%. Ποία ἡ τιμή ἑκάστης λίρας;

Λύσις: α) Θά ὑπολογίσωμεν τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τῆς συναλλαγματικῆς φράγκων προθεσμίας 21 ἡμερῶν, τήν ὁποίαν θά ἀποστείλωμεν εἰς Λονδῖνον. Ἡ συναλλαγματική αὐτή πωλουμένη σήμερον ἐν Λονδίνῳ, πρέπει νά ἀποφέρῃ καθαρόν προϊόν λίρ. 137-11-8. Γνωρίζομεν λοιπόν τό ἐγχώριον ἐν Λονδίνῳ νόμισμα καί ζητοῦμεν νά εὕρωμεν τό ποσόν τοῦ συναλλάγματος, ὅπερ ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐτό. Κατά τά γνωστά, θά ἔχωμεν:

frs 24193,75 προθεσμ. 21 ἡμ. πρός 175 ὄψ. =	λίρ. 138- 5- 0
- τόκος 21/4%	" 0- 6- 5 1/2
	λίρ. 137-18- 6 1/2
- ἔξοδα 1/4%	" 0- 6-10 1/2
Καθαρόν προϊόν	λίρ. 137-11- 8

β) Θά ὑπολογίσωμεν τήν ἀξίαν σήμερον ἐν Ἀθήναις συναλλαγματικῆς frs 24193,75 προθεσμίας 21 ἡμερῶν:

frs 24193,75 προθεσμίας 21 ἡμερῶν πρός 3,50 ὄψ.	δρχ. 84678,12
- τόκος 21/4%	" 197,59
	δρχ. 84480,53
+ ἔξοδα 1/2%	" 422,40
Ἀξία τοῖς μετρητοῖς	δρχ. 84902,93

γ) Εὑρίσκομεν τήν τιμήν ἑκάστης λίρας ἐξοφλουμένης κατ' αὐτόν τόν τρόπον:

$$\frac{84902,93}{137,583} = \text{δρχ. } 617,25$$

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς: Δυνάμεθα νά εὕρωμεν τό κόστος τῆς ἐξοφλήσεως τοῦ χρέους μας κατά τόν ἀνωτέρω τρόπον καί ἀπ' εὐθείας διά τῆς συνεζευγμένης μεθόδου, ὡς ἑξῆς:

X δρχ.	= λίρ. 137,583	ὄψεως ἄνευ ἐξόδων
99,75	= " 100	μετ' ἐξόδων 1/4%
1	= frs 175	ὄψεως
8979	= frs 9000	21 ἡμερῶν
9000	= frs 8976	ὄψεως
1	= δρχ. 3,50	ἄνευ ἐξόδων
100	= " 100,50	μετ' ἐξόδων

$$X = \frac{137,583 \cdot 100 \cdot 175 \cdot 3,50 \cdot 100,50}{99,75 \cdot 100} = \text{δρχ. } 84902,93$$

Σημείωσις I. Ἐάν καλέσωμεν Σ_γ^α τό δελτίον τῆς ἐνδιαφερομένης χώρας Α ἐπί τῆς ἐνδιαμέσου Γ καί Σ_γ^β τό δελτίον τῆς δευτέρας χώρας Β ἐπί τῆς ἐνδιαμέσου, τότε ἡ ἐξόφλησις κατά τήν πρώτην μέθοδον τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς χρέους Κ μονάδων Β θά κοστίση, ὅταν καί τά δύο δελτία δίδουν τό Ἀβέβαιον:

$$\begin{array}{ll} X \text{ μονάδες } A & = K \text{ μονάδες } B \\ \Sigma_\gamma^\beta & = 1 \text{ μονάς } \Gamma \\ 1 & = \Sigma_\gamma^\alpha \text{ μονάδες } A \\ \hline \end{array}$$

$$X = \frac{K.\Sigma_\gamma^\alpha}{\Sigma_\gamma^\beta}$$

Σημείωσις II. Προκειμένου νά εὕρωμεν τί ποσόν θά ἀποφέρῃ ἡ ἀνάληψις πιστώσεως Κ μονάδων ἐκ τῆς χώρας Β μέσῳ τῆς Γ ἔχομεν πάλιν:

$$\begin{array}{ll} X \text{ μον. } A & = K \text{ μονάδες } B \\ \Sigma_\gamma^\beta & = 1 \text{ μονάς } \Gamma \\ 1 & = \Sigma_\gamma^\alpha \text{ μονάδες } A \\ \hline \end{array}$$

$$X = \frac{K.\Sigma_\gamma^\alpha}{\Sigma_\gamma^\beta}$$

Σημείωσις III. Ἐάν ἓν ἐκ τῶν δελτίων δίδῃ τό Βέβαιον τό μετατρέπομεν εἰς Ἀβέβαιον λαμβάνοντες τό ἀντίστροφον αὐτοῦ. Οὕτω ἐάν εἰς τούς ἀνωτέρω τύπους τό δελτίον Σ_γ^β, ἔδιδε τό Βέβαιον θά τό ἀντικαταστήσωμεν μέ τό $\frac{I}{\Sigma_\gamma^\beta}$ καί ὁ τύπος θά γίνῃ:

$$X = K.\Sigma_\gamma^\alpha.\Sigma_\gamma^\beta$$

6.11.- Δευτέρα περίπτωσις τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς.

Πρόβλημα. Αἱ Ἀθῆναι ὀφείλουν εἰς Λονδῖνον λίρ. 137-8-11 ὄψεως. Πόσα φράγκα προθεσμίας 21 ἡμερῶν θά ἀποστείλουν εἰς τόν ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτήν των, διά νά ἀγοράσῃ ἐκ τοῦ προϊόντος τῆς πωλήσεώς των ἐπιταγήν λιρῶν ἴσης ἀξίας πρός τό ὀφειλόμενον ποσόν καί νά τήν ἀποστείλῃ εἰς Λονδῖνον ὅταν τό δελτίον Παρισίων ἐπί Λονδίνου εἶναι 176 ὄψεως $4^1/_2\%$, ἔξοδα 3/8%; Πόσον θά κοστίσουν τά φράγκα αὐτά ἐν Ἀθήναις, ὅταν τό δελτίον Ἀθηνῶν ἐπί Παρισίων εἶναι 3,50 ὄψεως 4%, τά δέ ἔξοδα 1/2%; Πόσον ἐκόστισεν ἐν Ἀθήναις ἑκάστη λίρα ἐξοφληθεῖσα οὕτω;

Λ ύ σ ι ς: α) Θά ὑπολογίσωμεν τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τοῦ συναλλάγματος ἐπί Παρισίων προθεσμίας 21 ἡμερῶν, τό ὁποῖον πρέπει νά ἀποστείλωμεν εἰς Λονδῖνον. Ἡ παροῦσα ἀξία τοῦ συναλλάγματος αὐτοῦ θά εἶναι τόσα ἀκριβῶς φράγκα, ὅσα χρειάζονται διά νά ἀγορασθοῦν ἐν Παρισίοις αἱ λίρ. 137-8-11 ὄψεως πρός τήν τιμήν τοῦ δελτίου Παρισίων ἐπί Λονδίνου. Οὕτω ἔχομεν:

λίρ. 137,583 ὄψεως πρός 176 ὄψεως	= frs	24214,60
+ ἔξοδα 3/8%	= "	90,81
	frs	24305,41

β) Θά εὕρωμεν τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τοῦ συναλλάγματος τῶν αὐτῶν μετά 21 ἡμέρας.

ἀξία σήμερον	frs	24305,41
+ τόκος 21/4%	"	56,71
+ τόκος τοῦ τόκου	"	0,13
ἀξία μετά 21 ἡμ.	frs	24362,25

ἄρα θά ἀποστείλωμεν εἰς τόν ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτήν μας συναλλαγματικήν 24362,25 frs 21 ἡμερῶν.

γ) Θά εὕρωμεν τήν ἀξίαν τῆς συναλλαγματικῆς αὐτῆς ἐν Ἀθήναις:

frs 24362,25 προθεσμίας 21 ἡμερῶν πρός 3,50	= δρχ.	85267,87
- τόκος 21/4%	"	198,95
	δρχ.	85068,92
+ ἔξοδα 1/2%		425,34
Ἀξία τοῖς μετρητοῖς	δρχ.	85494,26

δ) Ὁπότε ἡ τιμή ἑκάστης λίρας θά εἶναι:

$$\frac{85494,26}{137,583} = \text{δρχ. } 621,40$$

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς: Διά τῆς συνεζευγμένης μεθόδου θά ἔχωμεν:

X δρχ.	= λίρ.	137,583	
1	= frs	176	ἄνευ ἐξόδων
100	= "	100,375	μετ' ἐξόδων 3/8%
8979	= "	9000	21 ἡμερῶν
9000	= "	8979	ὄψεως
1	= δρχ.	3,50	ἄνευ ἐξόδων
100	= "	100,50	μετ' ἐξόδων 1/2%

$$X = \frac{137,583 \cdot 176 \cdot 100,375 \cdot 3,50 \cdot 100,50}{100 \cdot 100} = \text{δρχ. } \underline{\underline{85494,26}}$$

Σ η μ ε ί ω σ ι ς I. Ἐάν καλέσωμεν Σ^{α}_{γ} τό δελτίον τῆς ἐνδιαφερομένης χώρας Α ἐπί τῆς ἐνδιαμέσου Γ, Σ^{γ}_{β} τό δελτίον τῆς ἐνδιαμέσου ἐπί τῆς δευτέρας χώρας Β καί Κ τό ὀφειλόμενον ποσόν μονάδων Β, θά ἔχωμεν τήν γενικήν λύσιν, ὅταν τά δελτία δίδουν τό Ἀβέβαιον:

X μονάδες Α	=	Κ μονάδες Β
1	=	Σ^{γ}_{β} μονάδες Γ
1	=	Σ^{α}_{γ} μονάδες Α

$$X = K \cdot \Sigma^{\gamma}_{\beta} \cdot \Sigma^{\alpha}_{\gamma}$$

Σ η μ ε ί ω σ ι ς II. Εἰς τήν περίπτωσιν πιστώσεως Κ μονάδων Β θά ἔχωμεν:

X μονάδες Α	=	Κ μονάδες Β
Σ^{β}_{γ}	=	1 μονάς Γ
Σ^{α}_{γ}	=	1 μονάς Α

$$X = \frac{K}{\Sigma^{\beta}_{\gamma} \cdot \Sigma^{\gamma}_{\alpha}}$$

ὅπου Σ^{β}_{γ} τό δελτίον τῆς Β ἐπί τῆς Γ καί Σ^{γ}_{α} τό δελτίον τῆς Γ ἐπί τῆς Α.

6.12.- Τρίτη περίπτωσις τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς.

Πρόβλημα. Ἡ Λειψία ἔχει νά πληρώση μετά τρεῖς μῆνας 23300 πεσέτες εἰς Βαρκελῶνα. Πρός τοῦτο παραγγέλλει εἰς τόν ἐν Ζυρίχῃ ἀνταποκριτήν της νά ἐμβάσῃ εἰς Βαρκελῶνα συνάλλαγμα ἐπί Βαρκελῶνος προθεσμίας 3 μηνῶν καί διά νά καλυφθῇ νά σύρῃ ἐπί Λειψίας συναλλαγματικήν 2 μηνῶν. Δελτίον Ζυρίχης ἐπί Μαδρίτης 0,82 ὄψεως 5%. Ἔξοδα $1\,{}^1/_8$% καί προμήθεια ἀνταποκριτοῦ 1%. Δελτίον Ζυρίχης ἐπί Βερολίνου $1{,}23\,{}^1/_4$ ὄψεως $5\,{}^1/_2$%. Προμήθεια 1°/oo. Τί θά κοστίσῃ ἡ ἐξόφλησις αὐτή;

Λύσις: α) Θά εὕρωμεν τό ποσόν ὅπερ θά κοστίσῃ ἐν Ζυρίχῃ τό ἔμβασμα τῶν πεσετῶν προθεσμίας 3 μηνῶν:

πεσέτες 23300 προθ. 3 μηνῶν πρός 0,82 ὄψεως		= frs	19106
- τόκος 90/5%		"	238,83
		frs	18867,17
+ ἔξοδα 1/8%	23,58		
+ προμ. ἀνταποκρ. 1°/oo	" 18,87	"	42,45
		frs	18909,62

β) Ὑπολογίζομεν τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τῆς συναλλαγματικῆς ἐπί Βερολίνου προθεσμίας 2 μηνῶν.

Rm 18499,93 προθεσμ. 2 μην. πρός 1,2325	= frs	19103,66
- τόκος $60/5\,{}^1/_2$%	"	175,11
	frs	18928,55
- προμήθεια ἀνταποκριτοῦ 1°/oo	"	18,93
	frs	18909,62

Παρατήρησις: Διά τῆς συνεζευγμένης μεθόδου ἔχομεν

X Rm	=		23300 πεσέτες 3 μηνῶν
7200	=		7110 ὄψεως
1	=	frs	0,82 ἄνευ ἐξόδων
100	=		100,225 μετά τῶν ἐξόδων ἀγορᾶς
100	=		99,900 μετά τῶν ἐξόδων πωλήσεως
1,2525	=	Rm	1 ὄψεως

$$X = \frac{23300 \cdot 7110 \cdot 0{,}82 \cdot 100{,}225 \cdot 99{,}900}{7200 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 1{,}2525} = \underline{\underline{15357{,}84}}\ \text{Rms}$$

Σημείωσις Ι. Ἐάν καλέσωμεν Σ_{α}^{γ} Σ_{β}^{γ} τά δελτία τῆς ἐνδιαμέσου χώρας ἐπί τῆς ἐνδιαφερομένης διά τήν συναλλαγήν Α καί τῆς δευτέρας Β καί Κ τό ποσόν τοῦ χρέους εἰς μονάδας τῆς Β, θά ἔχωμεν τήν γενικήν λύσιν, ὅταν τά δελτία δίδουν τό Ἀβέβαιον:

$$\begin{array}{lcl} X \text{ μονάδες } A & = & K \text{ μονάδες } B \\ 1 & = & \Sigma_{\beta}^{\gamma} \text{ μονάδες } \Gamma \\ \Sigma_{\alpha}^{\gamma} & = & 1 \text{ μονάς } A \\ \hline \end{array}$$

$$X = \frac{K.\Sigma_{\beta}^{\gamma}}{\Sigma_{\alpha}^{\gamma}}$$

Σημείωσις ΙΙ. Καί εἰς τήν περίπτωσιν τοῦ πιστωτοῦ θά ἔχωμεν πάλιν:

$$X = \frac{K.\Sigma_{\beta}^{\gamma}}{\Sigma_{\alpha}^{\gamma}}$$

6.13.- Τετάρτη περίπτωσις τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς.

Πρόβλημα. Αἱ Ἀθῆναι ὀφείλουν εἰς Παρισίους 5000 frs πληρωτέα σήμερον καί παραγγέλλουν εἰς τόν πιστωτήν τους ἐν Παρισίοις νά σύρῃ ἐπί τοῦ ἀνταποκριτοῦ τῶν Ἀθηνῶν ἐν Βερολίνῳ μάρκα ὄψεως. Ὁ ἀνταποκριτής διά νά καλυφθῇ σύρει συναλλαγματικήν ὄψεως ἐπί Ἀθηνῶν. Ζητεῖται:

α) Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ἐπί Βερολίνου, ὅταν τό δελτίον Παρισίων ἐπί Βερολίνου εἶναι 1,25 ὄψεως 4%.

β) Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ἐπί Ἀθηνῶν, ὅταν τό δελτίον Βερολίνου ἐπί Ἀθηνῶν εἶναι 0,75 ὄψεως 6%.

γ) Πόσον κοστίζει τό φρᾶγκον ἐξοφλούμενον κατ'αὐτόν τόν τρόπον.

Λύσις: α) Εὑρίσκομεν τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τῆς συναλλαγματικῆς ἐπί Βερολίνου τήν ὁποίαν θά σύρουν οἱ Παρίσιοι καί ἡ ὁποία εἶναι:

$$\frac{5000}{1,25} = 4000 \text{ frs ὄψεως}$$

β) Εὑρίσκομεν τήν ὀνομαστικήν ἀξίαν τῆς συναλλαγματικῆς ἐπί Ἀθηνῶν, τήν ὁποίαν θά ἐκδώσῃ ὁ ἀνταποκριτής μας ἐν Βερολίνῳ διά νά καλυφθῇ καί ἡ ὁποία εἶναι:

$$\frac{4000}{1,75} = 5333,33 \text{ δρχ.}$$

γ) Ἕκαστον φράγκον θά κοστίσῃ:

$$\frac{5333,33}{5000} = 1,076 \text{ δρχ.}$$

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς: Διά τῆς συνεζευγμένης μεθόδου ἔχομεν τήν λύσιν:

$$\begin{array}{lll} X \text{ δρχ.} & = \text{frs } 5000 & \text{ὄψεως} \\ 1,25 & = \text{Rm } \quad 1 & \text{"} \\ 0,75 & = \text{δρχ. } \quad 1 & \text{"} \\ \hline \end{array}$$

$$X = \frac{5000}{1,25 . 0,75} = \text{δρχ. } \underline{\underline{5333,33}}$$

Σ η μ ε ί ω σ ι ς I. Ἐάν καλέσωμεν Σ^{β}_{γ} τό δελτίον τῆς δευτέρας χώρας Β ἐπί τῆς ἐνδιαμέσου Γ, Σ^{γ}_{α} τό δελτίον τῆς ἐνδιαμέσου χώρας Γ καί Κ τό ποσόν τῶν μονάδων Β τάς ὁποίας ὀφείλει ἡ χώρα Α εἰς τήν Β, ἡ ἐξόφλησις τοῦ χρέους θά κοστίσῃ:

$$\begin{array}{lll} X \text{ μονάδες Α} & = \text{Κ μονάδες} & \text{Β} \\ \Sigma^{\beta}_{\gamma} & = 1 \text{ μονάς} & \text{Γ} \\ \Sigma^{\gamma}_{\alpha} & = 1 \text{ μονάς} & \text{Α} \\ \hline \end{array}$$

$$X = \frac{K}{\Sigma^{\beta}_{\gamma} . \Sigma^{\gamma}_{\alpha}}$$

Σ η μ ε ί ω σ ι ς II. Εἰς τήν περίπτωσιν πιστώσεως θά ἔχωμεν:

$$\begin{array}{lll} X \text{ μονάδες Α} & = \text{Κ μονάδες} & \text{Β} \\ 1 & = \Sigma^{\gamma}_{\beta} \text{ μονάδες} & \text{Γ} \\ 1 & = \Sigma^{\alpha}_{\gamma} \text{ μονάδες} & \text{Α} \\ \hline \end{array}$$

$$X = K . \Sigma^{\gamma}_{\beta} . \Sigma^{\alpha}_{\gamma}$$

ὅπου $Σ^{γ}_{β}$ τό δελτίον τῆς Γ ἐπί τῆς Β καί $Σ^{α}_{γ}$ τό δελτίον τῆς Α ἐπί τῆς Γ.

6.14.- Ὑπολογισμός τῆς τιμῆς τοῦ δελτίου συναλλάγματος χώρας τινός μέσῳ τοῦ δελτίου τρίτης χώρας.

Ἐάν τό δελτίον χρηματιστηρίου μιᾶς χώρας δέν ἀναγράφῃ τήν τιμήν συναλλάγματος ἐπί ἄλλης τινός χώρας, διότι δέν γίνονται πράξεις ἐπί τοῦ συναλλάγματος αὐτῆς, εἶναι δυνατόν νά προσδιορίσωμεν, ἐάν παραστῇ ἀνάγκη, τήν τιμήν τήν ὁποίαν θά ὤφειλε νά εἶχε τό δελτίον διά τό συνάλλαγμα τῆς χώρας αὐτῆς, δηλαδή τήν ἰσοτιμίαν αὐτοῦ, ἐπί τῇ βάσει τῶν τιμῶν τοῦ δελτίου τρίτης τινός χώρας.

Πρόβλημα. Ποία ὤφειλε νά εἶναι ἡ τιμή τοῦ δελτίου Ἀθηνῶν ἐπί Τόκιο, ἐάν τό δελτίον Ἀθηνῶν ἐπί Λονδίνου εἶναι 550 ὄψεως 5% καί τό δελτίον Λονδίνου ἐπί Τόκιο σελλίνια 1--11 ὄψεως 6%.

Λύσις: Ἡ καταλληλοτέρα μέθοδος πρός λύσιν τοῦ προβλήματος αὐτοῦ εἶναι ἡ συνεζευγμένη διά τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν:

Χ δρχ.	= 1	γιέν ὄψεως
1	= 0,096	λίρ. ὄψεως
1	=550	δρχ.

$$X = 550.0,096 = 5,28 \text{ δρχ.}$$

6.15.- Περί τοῦ ἐκτελεστοῦ ἤ μή δοθείσης ἐντολῆς.

Ὁ χρεώστης, ἤ ὁ πιστωτής ξένου νομίσματος ἤ ἁπλῶς καί ὁ κερδοσκοπῶν ἐπί τῶν τιμῶν τοῦ συναλλάγματος, ὅστις δίδει ἐντολάς εἰς τόν ἀνταποκριτήν αὐτοῦ διά πράξεις ἐπί τοῦ συναλλάγματος καθορίζει ἀπαραιτήτως καί τά ὅρια τῶν τιμῶν ἐντός τῶν ὁποίων δύναται νά κινηθῇ καί τοῦτο, διότι αἱ τιμαί τῶν δελτίων δέν μένουν σταθεραί ἀλλά μεταβάλλονται κάθε στιγμήν ἀναλόγως τῆς προσφορᾶς καί τῆς ζητήσεως τοῦ συναλλάγματος.

Ἐάν λοιπόν ἐν τῷ μεταξύ αἱ τιμαί τοῦ συναλλάγματος μετεβλήθησαν, ἐναπόκειται εἰς τόν ἀνταποκριτήν πλέον νά κρίνῃ ἐάν θά ἐκτελέσῃ ἤ ὄχι τήν δοθεῖσαν εἰς αὐτόν ἐντολήν. Ἡ ἐντολή κατά κανόνα ἐκτελεῖται ὁσάκις αἱ μεταβολαί τῶν τιμῶν τοῦ δελτίου δέν ζημιώνουν τόν ἐντολέα καί δέν ἐκτελεῖται ὁσάκις τόν ζημιώνουν.

Πρόβλημα I. Ἀνταποκριτής ἐν Βερολίνῳ λαμβάνει ἐντολήν νά ἀγοράσῃ συνάλλαγμα ἐπί Ἄμστερνταμ μέ ἀνωτάτην τιμήν ἀγορᾶς ἐλευθέραν ἐξόδων (franco tout, netto) 169,40. Θά ἐκτελεσθῇ ἤ ὄχι ἡ ἐντολή ἐάν ἡ τιμή τοῦ δελτίου Βερολίνου ἐπί Ἄμστερνταμ εἶναι 168,95 καί τά ἔξοδα 1/4%;

Λύσις: Πρῶτος τρόπος

Ἀνωτάτη τιμή δελτίου	= 169,40
- ἔξοδα 1/4%	= 0,422
ὅριον ἐκτελεστοῦ ἐντολῆς	= 168,978

Ἐπειδή ἡ τιμή δελτίου εἶναι μόνον 168,95 ἡ ἐντολή θά ἐκτελεσθῇ μέ κέρδος διά τόν ἐντολέα.

Δεύτερος τρόπος

Τιμή δελτίου σήμερον	= 168,95
+ ἔξοδα 1/4%	= 0,422
Δελτίον μετ'ἐξόδων	= 169,372

Ἐπειδή ἡ τιμή αὐτή εἶναι μικροτέρα τοῦ δοθέντος ὁρίου 169,40 ἡ ἐντολή θά ἐκτελεσθῇ μέ κέρδος.

Πρόβλημα II. Ὁ ἐν Ἄμστερνταμ εὑρισκόμενος ἀνταποκριτής μας λαμβάνει ἐντολήν νά πωλήσῃ συνάλλαγμα ἐπί Βερολίνου ἐφ'ὅσον ἡ τιμή του εἶναι ἄνω τῶν 59,05 καί νά ἀγοράσῃ μέ τό προϊόν τῆς πωλήσεως συνάλλαγμα ἐπί Ζυρίχης ἐφ'ὅσον ἡ τιμή του εἶναι κάτω τῶν 47,75. Κατά τήν λῆψιν τῆς ἐντολῆς τό δελτίον τοῦ Ἄμστερνταμ ἔδιδε τιμήν συναλλάγματος ἐπί Βερολίνου 59,10 καί ἐπί Ζυρίχης 47,80. Θά ἐκτελεσθῇ ἤ ὄχι ἡ ἐντολή;

Λύσις: Πρῶτος τρόπος.
Ἡ πραγματική τιμή πωλήσεως εἶναι κατά 0,05 ἀνωτέρα τῆς δοθείσης καί κατά συνέπειαν εὐνοϊκωτέρα αὐτῆς διά τόν ἐντολέα. Τό κέρδος τοῦ ἐντολέως εἶναι:

$$\frac{59,05 \qquad 0,05}{100}$$

$$= \frac{100.0,95}{59,05} = 0,085\ \%.$$

Ἡ πραγματική τιμή ἀγορᾶς εἶναι κατά 0,05 ἀνωτέρα καί κατά συνέπειαν ζημιώνει τόν ἐντολέα. Ἡ ζημία τοῦ ἐντολέως εἶναι:

$$\frac{\begin{array}{ll} 47,75 & 0,05 \\ 100 & x \end{array}}{}$$

$$x = \frac{100.0,05}{47,75} = 0,105\%$$

Ἐπειδή τό ποσοστόν τῆς ζημίας εἶναι ἀνώτερον τοῦ ποσοστοῦ τοῦ κέρδους ἡ ἐντολή δέν θά ἐκτελεσθῆ.

Δεύτερος τρόπος

Ἡ ὕψωσις τοῦ ἑνός δελτίου ἐξουδετερώνει μίαν ἀνάλογον ὕψωσιν τοῦ ἄλλου δελτίου. Θά εὕρωμεν λοιπόν ποῖον σημεῖον δύναται νά φθάσῃ ἡ τιμή τοῦ δευτέρου δελτίου δίχως ζημίαν διά τόν ἐντολέα:

$$\frac{\begin{array}{ll} 59,05 & 59,10 \\ 47,75 & x \end{array}}{}$$

$$x = \frac{59,10.47,75}{59,05} = 47,79$$

Ὥστε ἡ ἀνωτέρα τιμή τοῦ δευτέρου δελτίου εἶναι 47,79. Ἐπειδή ἡ τιμή τοῦ δελτίου εἶναι 47,80 δηλαδή ὑπερβαίνει τό ἀνώτερον αὐτό ὅριον, ἡ ἐντολή δέν θά ἐκτελεσθῆ.

Ὥστε:

Διά νά εὕρωμεν ἐάν δοθεῖσα ἐντολή εἶναι ἐκτελεστή ἤ ὄχι, ὑπολογίζομεν τό κέρδος καί τήν ζημίαν τοῦ ἐντολέως καί τά συγκρίνομεν καί ἐκτελοῦμεν τήν ἐντολήν μόνον ὅταν ὁ ἐντολεύς ἔχει κέρδος ἤ τοὐλάχιστον δέν ἔχει ζημίαν.

Γ. ΠΡΟΚΡΙΣΙΣ

6.16.- Ὁρισμοί.

Πρόκρισις (Arbitrage) καλεῖται ἡ σύγκρισις διαφόρων οἰκονομικῶν πράξεων ἐχουσῶν τόν αὐτόν σκοπόν καί ἡ ἐκλογή ἐκείνης μεταξύ αὐτῶν, ἡ ὁποία θά ἀποφέρῃ μεγαλύτερον κέρδος ἐν συγκρίσει πρός τάς λοιπάς.

Ἡ πρόκρισις γενικῶς συνίσταται εἰς τήν σύγκρισιν τῶν τιμῶν μιᾶς καί τῆς αὐτῆς ἀξίας εἰς δύο ἤ περισσοτέρας θέσεις ἤ τῶν τιμῶν δύο ἤ περισσοτέρων ἀξιῶν εἰς τήν αὐτήν θέσιν καί εἰς τήν διεμέργειαν ταυτοχρόνων ἀγορῶν καί πωλήσεων πρός τόν σκοπόν πραγματοποιήσεως κέρδους.

Ἡ πρόκρισις δύναται νά γίνῃ εἰς διαφόρους ἀξίας, ὅπως τό συνάλλαγμα, τά διάφορα χρεώγραφα καί αἱ λοιπαί χρηματιστηριακαί ἀξίαι, τά πολύτιμα μέταλλα, τά ἐμπορεύματα κλπ.

6.17.- Ἡ πρόκρισις εἰς τό ἐξωτερικόν συνάλλαγμα.

Ἡ ἐξόφλησις χρέους εἰς τό ἐξωτερικόν ἤ ἡ ἀνάληψις πιστώσεως ἐκ τοῦ ἐξωτερικοῦ ἐν τῇ ἀμέσῳ συναλλαγῇ δύναται νά γίνῃ κατά δύο διαφόρους τρόπους. Ὁ χρεώστης δύναται νά ἐμβάσῃ συνάλλαγμα τῆς χώρας τοῦ πιστωτοῦ του, τό ὁποῖον θά ἀγοράσῃ εἰς τήν εἰδικήν του ἀγοράν, ἤ θά παραγγείλῃ εἰς αὐτόν νά σύρῃ τραβηκτικήν ἐπ' αὐτοῦ τήν ὁποίαν θά πωλήσῃ ὁ πιστωτής εἰς τήν ἀγοράν του καί θά εἰσπράξῃ οὕτω τό ποσόν ὅπερ δικαιοῦται.

Ὁμοίως προκειμένου περί ἀναλήψεως πιστώσεως ἐκ τοῦ ἐξωτερικοῦ, ὁ πιστωτής δύναται ἤ νά σύρῃ τραβηκτικήν ἐπί τοῦ χρεώστου του ἤ νά παραγγείλῃ εἰς αὐτόν νά τοῦ ἐμβάσῃ συνάλλαγμα.

Καί εἰς τάς δύο ἀνωτέρω περιπτώσεις τῆς ἐξοφλήσεως ὀφειλῆς ὑπό χρεώστου ἀφ' ἑνός καί τῆς ἀναλήψεως πιστώσεως ὑπό πιστωτοῦ ἀφ' ἑτέρου, δύνανται νά ἐφαρμοσθοῦν τόσον ἡ μέθοδος τοῦ ἐμβάσματος, ὅσον καί ἡ μέθοδος τοῦ τραβήγματος. Κατά τήν πρώτην χρησιμοποιεῖται τό δελτίον τῆς μιᾶς χώρας καί κατά τήν δευτέραν τό δελτίον τῆς ἄλλης χώρας. Ἐπειδή ὅμως τά δύο αὐτά δελτία δέν εὑρίσκονται, ἐν γένει, ἐν ἰσοτιμίᾳ μεταξύ των, ἕπεται ὅτι ἡ ἐξόφλησις χρέους θά κοστίσῃ διάφορον ποσόν ἐγχωρίου νομίσματος, ἐάν χρησιμοποιηθῇ ἡ μία ἤ ἡ ἄλλη μέθοδος. Ὁμοίως καί ἡ ἀνάληψις πιστώσεως θά ἀποφέρῃ διάφορον ποσόν ἐγχωρίου νομίσματος διά τοῦ ἑνός τρόπου καί διάφορον διά τοῦ ἄλλου.

Προφανῶς τό δικαίωμα τῆς ἐκλογῆς τοῦ ἑνός ἤ τοῦ ἄλλου τρόπου τό ἔχει ὁ χρεώστης ἤ πιστωτής ξένου συναλλάγματος διότι εἰς τόν χρεώστην ἤ πιστωτήν ἐγχωρίου νομίσματος εἶναι ἐντελῶς ἀδιάφορον μέ ποῖον τρόπον θά τακτοποιήσῃ τό χρέος ἤ τήν πίστωσίν του, άφοῦ ὑποχρεοῦται νά καταβάλη ἤ νά εἰσπράξη τό αὐτό πάντοτε ποσόν ἐγχωρίων μονάδων.

Ἡ σύγκρισις τώρα τῶν ἐξαγομένων τῶν δύο ἀνωτέρω τρόπων καί ἡ ἐκλογή τοῦ πλέον συμφέροντος ἀποτελεῖ τήν πρόκρισιν ἐν τῇ ἀμέσῳ συναλλαγῇ.

Διά τήν τακτοποίησιν ὅμως μιᾶς χρεωπιστώσεως είς τό ἐξωτερικόν, δύναται νά χρησιμοποιηθῇ καί τρίτη ἐνδιάμεσος χώρα, συμφώνως πρός τάς μεθόδους τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς. Ἡ ἐκλογή τῆς καταλλήλου χώρας ὡς ἐνδιαμέσου καθώς καί τῆς καταλλήλου μεθόδου, ἀποτελεῖ τήν πρόκρισιν ἐν τῇ ἐμμέσῳ συναλλαγῇ.

Τῶν διαφορῶν ὅμως τῶν δελτίων δέν ἐπωφελοῦνται μόνον οἱ χρεῶσται ἤ οἱ πιστωταί ξένου νομίσματος, ἀλλά καί ὅσοι θέλουν ἁπλῶς νά κερδοσκοπήσουν ἀγοράζοντες καί πωλοῦντες συνάλλαγμα εἰς διαφόρους ἀγοράς. Ὅθεν ἡ πρόκρισις ἐν τῇ συναλλαγῇ ἔχει ὡς σκοπόν τήν ἀναζήτησιν τοῦ πλέον συμφέροντος μέσου:

1. Διά τήν ἐξόφλησιν χρέους εἰς τό ἐξωτερικόν.
2. Διά τήν ἀνάληψιν πιστώσεως ἐκ τοῦ ἐξωτερικοῦ. καί
3. Πρός καθαράν κερδοσκοπίαν διά τῆς ἀγορᾶς συναλλάγματος εἴς τινα θέσιν καί μεταπώλησιν αὐτοῦ εἰς ἑτέραν πρός πραγματοποίησιν κέρδους.

6.18.- Πρόκρισις ἐν τῇ ἀμέσῳ συναλλαγῇ.

α) Περίπτωσις χρεώστου.

Πρόβλημα Ι. Τό δελτίον Ἀθηνῶν ἐπί Παρισίων εἶναι 3,20 ὄψεως, τό δέ δελτίον Παρισίων ἐπί Ἀθηνῶν εἶναι κατά τήν αὐτήν στιγμήν 0,33 ὄψεως. Τί θά κοστίση ἐν Ἀθήναις ἡ ἐξόφλησις χρέους 1 φράγκου διά τῆς ὁδοῦ τοῦ τραβήγματος ἤ ἡ διά τῆς ὁδοῦ τοῦ ἐμβάσματος.

Λύσις: Συνάλλαγμα 1 fr ἀγοραζόμενον ἐν Ἀθήναις διά νά ἀποσταλῇ εἰς Παρισίους θά κοστίση 3,20 δρχ. Ἐάν οἱ Παρίσιοι σύρουν τραβηκτικήν δραχμῶν, ἡ ὀνομαστική ἀξία αὐτῆς θά πρέπει νά εἶναι 1/0,33 διά νά εἰσπραχθῇ ἐκ τῆς πωλήσεώς της 1 fr. Ἦτοι ἡ ἐξόφλησις τοῦ χρέους θά κοστίση:

Διά τοῦ ἐμβάσματος		δρχ. 3,20
" " τραβήγματος 1/0,33	ἤ	" 3,03

Ὅθεν συμφέρει τό τράβηγμα.

β) Περίπτωσις πιστωτοῦ

Πρόβλημα. Πόσας δραχμάς θά εἰσπράξουν αἱ Ἀθῆναι ἐκ τῆς ἀναλήψεως πιστώσεως 1 fr, ὅταν αἱ τιμαί δελτίου εἶναι: Ἀθηνῶν ἐπί Παρισίων 3,20 καί Παρισίων ἐπί Ἀθηνῶν 0,33.

Λύσις: Ἐάν αἱ Ἀθῆναι σύρουν τραβηκτικήν ἑνός φράγκου καί τήν πωλήσουν θά εἰσπράξουν 3,20. Ἐάν παραγγείλουν εἰς Παρισίους νά ἐμβάσουν συνάλλαγμα θά εἰσπράξουν ἐκ τῆς πωλήσεως αὐτοῦ 1/0,33 δρχ. Ἡ ἀνάληψις λοιπόν πιστώσεως 1 fr θά ἀποφέρῃ

διά τοῦ ἐμβάσματος	1/0,33 ἤ δρχ. 3,03
" " τραβήγματος	" 3,20

ὅθεν συμφέρει τό τράβηγμα.

Παρατήρησις I. Ἐπειδή εἰς τό ἀνωτέρω παράδειγμα ἔχομεν:

$$3,20 > \frac{1}{0,33} \quad ἤ \quad 3,20 \times 0,33 > 1$$

συμφέρει τό τράβηγμα.

Ἐάν ὅμως ἡ τιμή τοῦ δελτίου Παρισίων ἐπί Ἀθηνῶν εἶναι ὄχι 0,33 ἀλλά 0,30, τότε, ἐργαζόμενοι ὡς καί ἀνωτέρω, θά εὕρωμεν ὅτι ἡ συμφερωτέρα ὁδός, τόσον εἰς τήν ἐξόφλησιν χρέους, ὅσον καί εἰς τήν ἀνάληψιν πιστώσεως εἶναι ἡ ὁδός τοῦ ἐμβάσματος. Εἰς τήν περίπτωσιν ὅμως αὐτήν εἶναι

$$3,20 < \frac{1}{0,30} \quad ἤ \quad 3,20 \times 0,30 < 1$$

Ὥστε: Ὅταν τό γινόμενον τῶν τιμῶν τοῦ δελτίου δύο χωρῶν, διδουσῶν τό Ἀβέβαιον, εἶναι μεγαλύτερον τῆς μονάδος (ἤ τοῦ γινομένου τῶν βάσεων) συμφέρει τό τράβηγμα διά τήν ἐξόφλησιν χρέους καθώς καί διά τήν ἀνάληψιν πιστώσεως. Ἐάν πάλιν τό γινόμενον εἶναι μικρότερον τῆς μονάδος (ἤ τοῦ γινομένου τῶν βάσεων) συμφέρει τό ἔμβασμα. Ἐάν εἶναι ἴσον πρός τήν μονάδα, ἔχομεν μεταξύ τῶν δελτίων ἰσοτιμίαν καί εἶναι τελείως ἀδιάφορον ποῖον τρόπον θά χρησιμοποιήσωμεν.

Ὁ κανών αὐτός διατυπουται συνήθως ἐπί τό συντομώτερον οὕτω:

Ὅταν δύο θέσεις δίδουν τό Ἀβέβαιον, σύρομεν εἰς τά ὑψηλά καί ἐμβάζομεν εἰς τά χαμηλά.

Παρατήρησις II. Όταν τό δελτίον μιᾶς χώρας δίδει τό Βέβαιον, δυνάμεθα νά μετατρέψωμεν αὐτό εἰς Ἀβέβαιον, λαμβάνοντες τό ἀντίστροφον τῆς τιμῆς του καί νά ἐφαρμόσωμεν τόν αὐτόν κανόνα, μέ τήν περίπτωσιν τοῦ Ἀβεβαίου.

γ) Περίπτωσις καθαρᾶς κερδοσκοπίας

Πρόβλημα. Κερδοσκόπος ἐν Ἀθήναις θέλει νά ἐπωφεληθῇ τῆς διαφορᾶς τιμῶν μεταξύ τῶν δελτίων Ἀθηνῶν καί Παρισίων καί νά κερδοσκοπήσῃ. Ποίαν μέθοδον κερδοσκοπίας θά ἀκολουθήσῃ ἐάν τά δελτία εἶναι:

Ἀθηνῶν ἐπί Παρισίων 3,20
Παρισίων ἐπί Ἀθηνῶν 0,33

Λύσις: Ἐπειδή εἰς τήν περίπτωσιν τῶν τιμῶν αὐτῶν τοῦ δελτίου ἔχομεν

$$3,20 \cdot 0,33 > 1$$

συμφέρει τό τράβηγμα. Αἱ Ἀθῆναι θά σύρουν τραβηκτικήν ἐπί τοῦ ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτοῦ των τήν ὁποίαν θά πωλήσουν ἐν Ἀθήναις καί ὁ ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτής διά νά καλυφθῇ θά σύρῃ καί αὐτός τραβηκτικήν ἐπί Ἀθηνῶν τήν ὁποίαν θά πωλήσῃ ἐν Παρισίοις. Οὕτω αἱ Ἀθῆναι πραγματοποιοῦν κέρδος εἰς ἕκαστον φράγκον:

$$3,20 - \frac{1}{0,33} = 0,1697 \text{ δρχ.}$$

Ἐάν τά δελτία εἶχον γινόμενον μικρότερον τῆς μονάδος, αἱ Ἀθῆναι θά ἠγόραζον συνάλλαγμα ἐπί Παρισίων τό ὁποῖον θά ἀπέστελον εἰς τόν ἀνταποκριτήν των καί αὐτός θά ἠγόραζε συνάλλαγμα ἐπί Ἀθηνῶν καί θά τό ἀπέστελεν εἰς Ἀθήνας.

Παρατήρησις III. Εἰς ὅλα τά ἀνωτέρω παραδείγματα δέν ἐλήφθησαν ὑπ' ὄψιν τά διάφορα ἔξοδα καί αἱ προμήθειαι τῶν ἀνταποκριτῶν, αἱ ὁποῖαι εἰς τάς πράξεις προκρίσεως δέον νά λαμβάνωνται μετά μεγίστης προσοχῆς ὑπ' ὄψιν, διότι εἶναι δυνατόν νά ἀλλοιώσουν τόσον πολύ τά ἀνωτέρω ἀποτελέσματα, ὥστε ὄχι μόνον νά μήν προκύψῃ τό κέρδος ὅπερ ἀναμένει τις, ἀλλ' ἀντιθέτως νά προκύψῃ καί ζημία.

Γενικῶς πρέπει νά ἔχωμεν ὑπ' ὄψιν μας, ὅτι τά ἔξοδα ἐπιδροῦν δυσμενῶς εἰς τήν πρόκρισιν. Δηλαδή εἰς τήν περίπτωσιν καθ' ἥν τό δελτίον δίδει τό Ἀβέβαιον αὐξάνουν τό κόστος ἐξοφλήσεως χρέους διά τοῦ ἐμβάσματος καί ἐλαττώνουν τό ποσραγγείλουν εἰς τόν χρεώστην τους νά τούς ἐμβάσῃ συνάλλαγμα ἐπί Ἑλβετίας.

Τέλος προκειμένου περί καθαρᾶς κερδοσκοπίας θά παραγγείλουν εἰς τόν ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτήν των νά ἀποστείλῃ συνάλλαγμα ἐπί Ἑλβετίας, ἀξίας ἑνός φράγκου καί διά νά καλυφθῇ νά πωλήσῃ τραβηκτικήν ἐπί Ἀθηνῶν. Οὕτω αἱ Ἀθῆναι θά πραγματοποιήσουν κέρδος 3,33 - 3,03 = 0,30 κατά φράγκον, μή λαμβανομένων ὑπ'ὄψιν τῶν ἐξόδων. Πράγματι ὁ ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτής τῶν Ἀθηνῶν θά ἀγοράσῃ μέ ἕν φράγκον συνάλλαγμα ἐπί Ἑλβετίας.

$$\frac{1}{6,30} = 0,1587 \text{ frs}$$

τό ὁποῖον πωλούμενον ἐν Ἀθήναις θά ἀποφέρῃ

$$0,1587 \times 21 = 3,33 \text{ δρχ.}$$

Ἀφ'ἑτέρου ὁ ἀνταποκριτής τῶν Ἀθηνῶν θά σύρῃ διά νά καλυφθῇ, τραβηκτικήν ὀνομαστικῆς ἀξίας $\frac{1}{0,33} = 3,03$, ὅθεν ἀπομένει εἰς τάς Ἀθήνας κέρδος 3,33 - 3,03 = 0,3ο δρχ.

Π ρ ό β λ η μ α II. Ποία ἡ πλέον συμφέρουσα μέθοδος ἐξοφλήσεως χρέους μιᾶς λίρας, ὅταν ἐκτός τῶν μεθόδων τῆς ἀμέσου συναλλαγῆς εἶναι δυνατόν νά ἀποστείλουν αἱ Ἀθῆναι ἐπί Λονδίνου καί συνάλλαγμα ἐπί Ρώμης ἤ ἐπί Βερολίνου ἤ ἐπί Ἑλβετίας, ὅταν τά δελτία εἶναι:

Ἀθηνῶν	ἐπί Λονδίνου	555	
	" Ρώμης	5,40	
	" Βερολίνου	42	
	" Ἑλβετίας	24	καί
Λονδίνου	ἐπί Ἀθηνῶν	548	
	" Ρώμης	101,50	
	" Βερολίνου	13	
	" Ἑλβετίας	22,50	

Λ ύ σ ι ς: Αἱ Ἀθῆναι θά καταρτίσωσι ὡς ἀνωτέρω τόν πίνακα προκρίσεως. Ἐπειδή ὅμως τό Λονδῖνον δίδει τό Βέβαιον θά μετατραπῇ τό δελτίον του εἰς Ἀβέβαιον, ὅταν ληφθῇ ἡ ἀντίστροφος τιμή του, ὁπότε θά ἔχωμεν:

$$X = \frac{\Sigma_\gamma^\alpha}{1:\Sigma_\gamma^\beta} = \Sigma_\gamma^\alpha \cdot \Sigma_\gamma^\beta$$

δηλαδή διά νά εὕρωμεν τήν ἰσοτιμίαν θά πολλαπλασιάσωμεν τάς δύο ἀντιστοίχους τιμάς.

Συνάλλαγμα ἐπί	Δελτίον Λονδίνου.	Δελτίον Ἀθηνῶν	Ἰσοτιμία
Λονδίνου	-	545	545
Ἀθηνῶν	548,50	-	548
Ρώμης	101	5,40	548,10
Βερολίνου	13	42	546
Ἑλβετίας	22,50	24	540

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πίνακος γίνεται ἀμέσως φανερόν, ὅτι συμφέρει διά νά ἐξοφλήσωμεν τό χρέος μας νά ἀποστείλωμεν εἰς Λονδῖνον συνάλλαγμα ἐπί Ἑλβετίας.

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς: Ἡ ἀνάλογος ἐργασία δύναται νά γίνῃ καί εἰς τάς ἄλλας μεθόδους τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς καί νά συνταχθῇ πίναξ προκρίσεως δι᾽ ἑκάστην ἐξ αὐτῶν, δυνάμει τοῦ ὁποίου νά δυνάμεθα νά ἐκλέξωμεν τήν καταλληλοτέραν ἐνδιάμεσον χώραν.

Β) Ἐ κ λ ο γ ή τ ῆ ς κ α τ α λ λ η λ ο τ έ ρ α ς Μ ε θ ό δ ο υ

Εἰς τήν ἔμμεσον συναλλαγήν ἡ πρόκρισις δύναται νά γίνῃ ὄχι μόνον μεταξύ τῶν διαφόρων θέσεων, αἵτινες θά χρησιμοποιηθῶσιν ὡς ἐνδιάμεσοι, ἀλλά καί μεταξύ τῶν διαφόρων μεθόδων αὐτῆς.

Π ρ ό β λ η μ α Ι. Ἔμπορος Ἀθηνῶν ὀφείλει εἰς Παρισίους, φράγκα καί διά νά ἐξοφλήσῃ τό χρέος του χρησιμοποιεῖ ὡς ἐνδιάμεσον τό Βερολῖνον. Ζητεῖται νά εὑρεθῇ ποία ἡ πλέον συμφέρουσα ἐκ τῶν τεσσάρων μεθόδων τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς, ὅταν τά δελτία εἶναι:

Ἀθηνῶν ἐπί Βερολίνου ὄψεως 42
Βερολίνου " Ἀθηνῶν " 0,024

Βερολίνου ἐπί Παρισίων ὄψεως 0,077
Παρισίων " Βερολίνου " 13,35

Ἐπί τῇ βάσει τῶν προηγουμένως εὑρεθέντων τύπων τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς, συντάσσεται πίναξ δίδων τό κόστος τῆς μονάδος εἰς ἑκάστην μέθοδον μεταξύ τῶν ὁποίων ἐκλέγεται ἡ πλέον συμφέρουσα.

Μ έ θ ο δ ο ς	Κόστος μονάδος	
Σύνθετος ἰσοτιμία (Parité composée)	$\frac{42}{13,35}$	= 3,146
Δύο ἐμβάσματα (Prix de revient)	0,077 × 42	= 3,234
Ἔμβασμα τράβηγμα (Ordre de Banque)	$\frac{0,077}{0,024}$	= 3,209
Δύο τραβήγματα (Prix de Vente)	$\frac{1}{0,024 \times 13,35}$	= 3,121

Ἐκ τοῦ πίνακος τούτου ἀντιλαμβάνεταί τις ἀμέσως, ὅτι ἡ πλέον συμφέρουσα μέθοδος ἐξοφλήσεως χρέους εἶναι τῶν δύο τραβηγμάτων, ἐφ' ὅσον εἶναι δυνατόν νά τήν χρησιμοποιήσῃ ὁ ὀφειλέτης.

Ἀναλόγως ἐργάζεται καί ὁ πιστωτής ξένων μονάδων διά νά εὕρῃ τήν πλέον συμφέρουσαν καί εἰς αὐτόν μέθοδον, σχηματίζει δηλαδή καί αὐτός πίνακα τιμῶν κατά τά γνωστά.

Γ ε ν ι κ ο ί τ ύ π ο ι: Ἐκ τῶν τεσσάρων μεθόδων τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς λαμβάνομεν τούς σχετικούς τύπους:

	Διά χρεώστην	Διά πιστωτήν
1. Σύνθετος ἰσοτιμία	$X_1 = \frac{\Sigma_\gamma^\alpha}{\Sigma_\gamma^\beta}$	$X_1 = \frac{\Sigma_\gamma^\alpha}{\Sigma_\gamma^\beta}$
2. Δύο ἐμβάσματα	$X_2 = \Sigma_\beta^\alpha \Sigma_\beta^\gamma$	$X_2 = \frac{1}{\Sigma_\gamma^\beta \Sigma_\alpha^\gamma}$

3. Έμβασμα-Τράβηγμα $X_3 = \dfrac{\Sigma_\beta^\gamma}{\Sigma_\alpha^\gamma}$ $\qquad X_3 = \dfrac{\Sigma_\beta^\gamma}{\Sigma_\alpha^\gamma}$

4. Δύο τραβήγματα $X_4 = \dfrac{1}{\Sigma_\alpha^\gamma \Sigma_\gamma^\beta}$ $\qquad X_4 = \Sigma_\beta^\gamma \Sigma_\gamma^\alpha$

Προφανῶς μεταξύ τῶν τεσσάρων μεθόδων θά εἶναι ἰσοτιμία ἄν εἶναι:

$$X_1 = X_2 = X_3 = X_4$$

ἤτοι διά τόν χρεώστην ὅταν

$$\frac{\Sigma_\gamma^\alpha}{\Sigma_\gamma^\beta} = \Sigma_\gamma^\alpha \Sigma_\beta^\gamma = \frac{\Sigma_\beta^\gamma}{\Sigma_\alpha^\gamma} = \frac{1}{\Sigma_\alpha^\gamma \Sigma_\gamma^\sigma}$$

καί διά τόν πιστωτήν ὅταν

$$\frac{\Sigma_\gamma^\alpha}{\Sigma_\gamma^\beta} = \frac{1}{\Sigma_\gamma^\beta \Sigma_\alpha^\beta} = \frac{\Sigma_\beta^\gamma}{\Sigma_\alpha^\gamma} = \Sigma_\beta^\gamma \Sigma_\gamma^\alpha$$

ἀπαλείφοντες νῦν τούς παρονομαστάς λαμβάνομεν καί ἀπό ἀμφοτέρας τάς περιπτώσεις τήν αὐτήν σχέσιν, ἤτοι:

$$\Sigma_\gamma^\alpha \Sigma_\alpha^\gamma = \Sigma_\gamma^\alpha \Sigma_\alpha^\gamma \Sigma_\beta^\gamma \Sigma_\gamma^\beta = \Sigma_\beta^\gamma \Sigma_\gamma^\beta = 1$$

αἱ ἀνωτέρω ἰσότητες θά ἰσχύουν προφανῶς ὅταν

$$\Sigma_\alpha^\gamma \Sigma_\gamma^\alpha = 1 \quad \text{καί} \quad \Sigma_\beta^\gamma \Sigma_\gamma^\beta = 1 \qquad (1)$$

ὅθεν ἕπεται ὁ γενικός κανών:

"Γενική ἰσοτιμία μεταξύ τῶν τεσσάρων μεθόδων τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς ὑφίσταται, ὅταν ὑπάρχῃ ἰσοτιμία μεταξύ πρώτης θέσεως καί ἐνδιαμέσου καθώς καί μεταξύ δευτέρας καί ἐνδιαμέσου".

Εἰς τήν περίπτωσιν καθ' ἥν δέν ὑφίστανται αἱ ἰσότητες(1) δέν ὑπάρχει πλέον ἰσοτιμία καί μία ἐκ τῶν μεθόδων τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς θά εἶναι πλέον συμφέρουσα τῶν λοιπῶν. Ἐκ τῆς διερευνήσεως ὅλων τῶν δυνατῶν περιπτώσεων προκύπτει ὁ πίναξ:

Δυναταί περιπτώσεις	Διά χρεώστην	Διά πιστωτήν
$\Sigma_{\alpha}^{\gamma}\Sigma_{\gamma}^{\alpha} = 1 \quad \Sigma_{\beta}^{\gamma}\Sigma_{\gamma}^{\beta} = 1$	'Ισοτιμία	'Ισοτιμία
$\Sigma_{\alpha}^{\gamma}\Sigma_{\gamma}^{\alpha} < 1 \quad \Sigma_{\gamma}^{\beta}\Sigma_{\beta}^{\gamma} < 1$	Δύο έμβάσματα Δύο τραβήγματα	Δύο έμβάσματα Δύο τραβήγματα
$\Sigma_{\alpha}^{\gamma}\Sigma_{\gamma}^{\alpha} > 1 \quad \Sigma_{\gamma}^{\beta}\Sigma_{\beta}^{\gamma} > 1$	"Εμβασμα-Τράβηγμα	Σύνθετος ίσοτιμία
$\Sigma_{\alpha}^{\gamma}\Sigma_{\gamma}^{\alpha} > 1 \quad \Sigma_{\beta}^{\gamma}\Sigma_{\gamma}^{\beta} < 1$		
$\Sigma_{\alpha}^{\gamma}\Sigma_{\gamma}^{\alpha} < 1 \quad \Sigma_{\beta}^{\gamma}\Sigma_{\gamma}^{\beta} > 1$	Σύνθετος ίσοτιμία	"Εμβασμα-Τράβηγμα
$\Sigma_{\gamma}^{\alpha}\Sigma_{\alpha}^{\gamma} = 1 \quad \Sigma_{\beta}^{\gamma}\Sigma_{\gamma}^{\beta} > 1$	Σύνθετος ίσοτιμία καί δύο τραβηγμ.	"Εμβασμα-Τράβηγμα καί δύο τραβηγμ.
$\Sigma_{\gamma}^{\alpha}\Sigma_{\alpha}^{\gamma} = 1 \quad \Sigma_{\beta}^{\gamma}\Sigma_{\gamma}^{\beta} < 1$	Δύο έμβάσματα καί "Εμβασμα-τράβηγμα	Σύνθετος ίσοτιμία καί δύο έμβάσματα
κλπ.		

6.20.- Πράξεις κυκλοφορίας.

Π ρ ό β λ η μ α Ι. Αί Βρυξέλλαι έμβάζουν είς "Αμστερνταμ, τό "Αμστερνταμ είς Παρισίους καί οί Παρίσιοι είς Βρυξέλλας μέ τιμάς δελτίου:

Βρυξελλῶν	ἐπί	"Αμστερνταμ	287,85
"Αμστερνταμ	"	Παρισίων	9,75
Παρισίων	"	Βρυξελλῶν	356

Ποῖον τό κέρδος ἀνά 100 μονάδας ἐν Βρυξέλλαις;

Λύσις:

$$\begin{array}{rl} \text{blg } X & = 100 \text{ blg} \\ 287,85 & = 100 \text{ hfl} \\ 9,75 & = 100 \text{ frs} \\ \underline{352} & = 100 \text{ blg} \end{array}$$

$$X = \frac{100.100.100.100}{287,85.9,75.356} = 0,09 \text{ blg}$$

"Αρα τό κέρδος θά εἶναι 0,09%.

Πρόβλημα II. Αἱ Βρυξέλλαι σύρουν ἐπί Ἄμστερντάμ, τό Ἄμστερνταμ ἐπί Λονδίνου καί τό Λονδῖνον ἐπί Βρυξελλῶν. Πόσον τοῖς ἑκατόν εἶναι τό κέρδος ἐκ τῆς κυκλοφορίας αὐτῆς ἐάν τά δελτία εἶναι:

Βρυξελλῶν	ἐπί Ἄμστερνταμ	288
Ἄμστερνταμ	" Λονδίνου	12
Λονδίνου	" Βρυξελλῶν	34

Λύσις:
$$\begin{array}{rcl} X \text{ blg} & = & 100 \text{ blg} \\ 288 & = & 100 \text{ hfl} \\ 12 & = & 1 \text{ λιρ.} \\ 1 & = & 35 \text{ blg} \end{array}$$

$$X = \frac{100.100.35}{288.12} = 101,57$$

Ἄρα τό κέρδος θά εἶναι 1,57%.

Γενικαί παρατηρήσεις ἐπί τῆς προκρίσεως.

Διά νά δύναται ὁ προκρίνων καί ἰδίᾳ ὁ κερδοσκοπῶν εἰς τό συνάλλαγμα νά ὑπολογίζῃ εἰς κέρδος τι, πρέπει αἱ διάφοροι πράξεις τῆς προκρίσεως νά γίνωνται ἀμέσως καί ταυτοχρόνως. Χρονικόν διάστημα ἡμέρας, πολλάκις καί ὀλίγων ὡρῶν, ἀρκεῖ ὄχι μόνον νά ἐξατμίσῃ τό κέρδος, ὅπερ ὑπολογίζει, ἀλλά καί νά προκαλέσῃ σημαντικάς ζημίας. Διά τόν λόγον αὐτόν ὁ προκρίνων πρέπει νά ἔχῃ εἰς τήν διάθεσίν του τά πλέον ταχέα μέσα συγκοινωνίας διά νά πληροφορῆται ἀνά πᾶσαν στιγμήν τάς τιμάς καί νά δίδῃ τάς δεούσας ὁδηγίας ἀμέσως. Τά ἴδια ὅμως μέσα συγκοινωνίας τά ὁποῖα εὐκολύνουν τόν προκρίνοντα, ἐμποδίζουν ὅσον γίνονται ταχύτερα τήν πρόκρισιν, διότι μεταβάλλουν ἀμέσως τάς τιμάς, τείνοντα νά ἐπαναφέρουν ἀκαριαίως τήν ἰσοτιμίαν μεταξύ τῶν διαφόρων ἀγορῶν, μόλις αὕτη διαταραχθῇ. Συνεπῶς αἱ πράξεις προκρίσεως ἐπί τοῦ συναλλάγματος, ἀσχέτως τῶν διαφόρων περιοριστικῶν μέσων, γίνονται πλέον σπανιώτεραι, διότι λόγῳ τῶν συγχρόνων μέσων συγκοινωνίας, δέν εἶναι δυνατόν νά παρουσιάζωνται εὐκόλως τόσον σημαντικαί διαφοραί, μεταξύ τῶν διαφόρων τιμῶν ὥστε νά μένῃ περιθώριον πρός κερδοσκοπίαν.

Δυναταί περιπτώσεις	Διά χρεώστην	Διά πιστωτήν
$\Sigma_\alpha^\gamma\Sigma_\gamma^\alpha = 1 \quad \Sigma_\beta^\gamma\Sigma_\gamma^\beta = 1$	Ἰσοτιμία	Ἰσοτιμία
$\Sigma_\alpha^\gamma\Sigma_\gamma^\alpha < 1 \quad \Sigma_\gamma^\beta\Sigma_\beta^\gamma < 1$	Δύο ἐμβάσματα Δύο τραβήγματα	Δύο ἐμβάσματα Δύο τραβήγματα
$\Sigma_\alpha^\gamma\Sigma_\gamma^\alpha > 1 \quad \Sigma_\gamma^\beta\Sigma_\beta^\gamma > 1$	Ἔμβασμα-Τράβηγμα	Σύνθετος ἰσοτιμία
$\Sigma_\alpha^\gamma\Sigma_\gamma^\alpha > 1 \quad \Sigma_\beta^\gamma\Sigma_\gamma^\beta < 1$		
$\Sigma_\alpha^\gamma\Sigma_\gamma^\alpha < 1 \quad \Sigma_\beta^\gamma\Sigma_\gamma^\beta > 1$	Σύνθετος ἰσοτιμία	Ἔμβασμα-Τράβηγμα
$\Sigma_\gamma^\alpha\Sigma_\alpha^\gamma = 1 \quad \Sigma_\beta^\gamma\Sigma_\gamma^\beta > 1$	Σύνθετος ἰσοτιμία καί δύο τραβηγμ.	Ἔμβασμα-Τράβηγμα καί δύο τραβηγμ.
$\Sigma_\gamma^\alpha\Sigma_\alpha^\gamma = 1 \quad \Sigma_\beta^\gamma\Sigma_\gamma^\beta < 1$	Δύο ἐμβάσματα καί Ἔμβασμα-τράβηγμα	Σύνθετος ἰσοτιμία καί δύο ἐμβάσματα
κλπ.		

6.20.- Πράξεις κυκλοφορίας.

Πρόβλημα I. Αἱ Βρυξέλλαι ἐμβάζουν εἰς Ἄμστερνταμ, τό Ἄμστερνταμ εἰς Παρισίους καί οἱ Παρίσιοι εἰς Βρυξέλλας μέ τιμάς δελτίου:

Βρυξελλῶν	ἐπί	Ἄμστερνταμ	287,85
Ἄμστερνταμ	"	Παρισίων	9,75
Παρισίων	"	Βρυξελλῶν	356

Ποῖον τό κέρδος ἀνά 100 μονάδας ἐν Βρυξέλλαις;

Λύσις:

$$\begin{aligned} \text{blg } X &= 100 \text{ blg} \\ 287,85 &= 100 \text{ hfl} \\ 9,75 &= 100 \text{ frs} \\ \underline{352} &= \underline{100 \text{ blg}} \end{aligned}$$

$$X = \frac{100.100.100.100}{287,85.9,75.356} = 0,09 \text{ blg}$$

Ἄρα τό κέρδος θά εἶναι 0,09%.

Πρόβλημα II. Αἱ Βρυξέλλαι σύρουν ἐπί Ἄμστερνταμ, τό Ἄμστερνταμ ἐπί Λονδίνου καί τό Λονδῖνον ἐπί Βρυξελλῶν. Πόσον τοῖς ἑκατόν εἶναι τό κέρδος ἐκ τῆς κυκλοφορίας αὐτῆς ἐάν τό δελτίο εἶναι:

Βρυξελλῶν	ἐπί	Ἄμστερνταμ	288
Ἄμστερνταμ	"	Λονδίνου	12
Λονδίνου	"	Βρυξελλῶν	34

Λύσις:

$$\begin{array}{rcl} X \text{ blg} & = & 100 \text{ blg} \\ 288 & = & 100 \text{ hfl} \\ 12 & = & 1 \text{ λιρ.} \\ 1 & = & 35 \text{ blg} \\ \hline \end{array}$$

$$X = \frac{100.100.35}{288.12} = 101,57$$

Ἄρα τό κέρδος θά εἶναι 1,57%.

Γενικαί παρατηρήσεις ἐπί τῆς προκρίσεως.

Διά νά δύναται ὁ προκρίνων καί ἰδίᾳ ὁ κερδοσκοπῶν εἰς τό συνάλλαγμα νά ὑπολογίζῃ εἰς κέρδος τι, πρέπει αἱ διάφοροι πράξεις τῆς προκρίσεως νά γίνωνται ἀμέσως καί ταυτοχρόνως. Χρονικόν διάστημα ἡμέρας, πολλάκις καί ὀλίγων ὡρῶν, ἀρκεῖ ὄχι μόνον νά ἐξατμίσῃ τό κέρδος, ὅπερ ὑπολογίζει, ἀλλά καί νά προκαλέσῃ σημαντικάς ζημίας. Διά τόν λόγον αὐτόν ὁ προκρίνων πρέπει νά ἔχῃ εἰς τήν διάθεσίν του τά πλέον ταχέα μέσα συγκοινωνίας διά νά πληροφορῆται ἀνά πᾶσαν στιγμήν τάς τιμάς καί νά δίδῃ τάς δεούσας ὁδηγίας ἀμέσως. Τά ἴδια ὅμως μέσα συγκοινωνίας τά ὁποῖα εὐκολύνουν τόν προκρίνοντα, ἐμποδίζουν ὅσον γίνονται ταχύτερα τήν πρόκρισιν, διότι μεταβάλλουν ἀμέσως τάς τιμάς, τείνοντα νά ἐπαναφέρουν ἀκαριαίως τήν ἰσοτιμίαν μεταξύ τῶν διαφόρων ἀγορῶν, μόλις αὕτη διαταραχθῇ. Συνεπῶς αἱ πράξεις προκρίσεως ἐπί τοῦ συναλλάγματος, ἀσχέτως τῶν διαφόρων περιοριστικῶν μέσων, γίνονται πλέον σπανιώτεραι, διότι λόγῳ τῶν συγχρόνων μέσων συγκοινωνίας, δέν εἶναι δυνατόν νά παρουσιάζωνται εὐκόλως τόσον σημαντικαί διαφοραί, μεταξύ τῶν διαφόρων τιμῶν ὥστε νά μένῃ περιθώριον πρός κερδοσκοπίαν.

'Ασκήσεις

1)"Εμπορος ἐν Βομβάη ὀφείλει εἰς Ἄμστερνταμ hfl 6750 πληρωτέα σήμερον. Πόσων λιρῶν ἐπιταγήν θά ἀποστείλη πρός ἐξόφλησιν τοῦ χρέους του, ἐάν τό δελτίον Ἄμστερνταμ ἐπί Λονδίνου εἶναι 12,125 ὄψεως καί τί θά κοστίση ἡ ἐπιταγή αὐτή εἰς τόν ἔμπορον Βομβάης, ἐάν τό δελτίον Βομβάης ἐπί Λονδίνου εἶναι $15\frac{15}{16}$ πέννες ἡ ρουπία;

2) Αἱ Ἀθῆναι πωλοῦν διά λογαριασμόν Παρισίων λίρ. 417,25 προθεσμίας 60 ἡμερῶν μέ τιμήν δελτίου 105,25 ὄψεως 4%. Μέ τό προϊόν τῆς πωλήσεως ἀγοράζουν μάρκα προθεσμίας 30 ἡμερῶν μέ τιμήν δελτίου 42 ὄψεως 6% καί τά ἀποστέλλουν εἰς Βερολῖνον. Τό Βερολῖνον ἀγοράζει ἐπιταγήν ἐπί Παρισίων μέ τιμήν δελτίου Βερολίνου ἐπί Παρισίων 0,08 ὄψεως 8%. Νά εὑρεθῆ:

α) Πόσα μάρκα προθεσμίας 30 ἡμερῶν θά ἀγοράσουν αἱ Ἀθῆναι.

β) Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τῆς ἐπιταγῆς ἐπί Παρισίων.

γ) Πόσα φράγκα κοστίζει ἕκαστον δολλάριον κατ' αὐτόν τόν τρόπον.

3) Αἱ Ἀθῆναι ὀφείλουν εἰς Λονδῖνον λίρ. 315-6-7 ὄψεως καί παραγγέλλουν εἰς τόν ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτήν των νά ἐμβάση δι' ἐπιταγῆς τό ποσόν αὐτό εἰς Λονδῖνον καί διά νά καλυφθῆ νά σύρη ἐπί Ἀθηνῶν τραβηκτικήν δραχμῶν προθεσμίας τριῶν μηνῶν. Ζητεῖται:

α) Πόσον θά κοστίση ἡ ἐπιταγή λιρῶν ἐν Παρισίοις ἐάν τό δελτίον Παρισίων ἐπί Λονδίνου εἶναι 135 ὄψεως 4%. Ἔξοδα 1/4%.

β) Ποία ἡ ὀνομαστική ἀξία τῆς τραβηκτικῆς ἐπί Ἀθηνῶν ἐάν τό δελτίον Παρισίων ἐπί Ἀθηνῶν εἶναι (αἱ 100 δρχ.) 30 ὄψεως 6% ἔξοδα 1/8%. Προμήθεια ἀνταποκριτοῦ 1‰.

4) Ἔμπορος Παρισίων ὀφείλει εἰς Βερολῖνον Rm 1000 ἀπαιτητά σήμερον καί ζητεῖ νά ἐξοφλήση τό χρέος του μέσῳ Λονδίνου. Τί θά κοστίση ἡ ἐξόφλησις αὐτή ἐάν τό δελτίον Παρισίων ἐπί Λονδίνου εἶναι 176 ὄψεως 4%, ἔξοδα 1/4% καί τό δελτίον Λονδίνου ἐπί Βερολίνου 11,50 ὄψεως 5%, ἔξοδα 3/8%;

5) Ποία ἡ τιμή δελτίου Ἀθηνῶν ἐπί Στοκχόλμης, ἐάν τό δελτίον Ἀθηνῶν ἐπί Λονδίνου εἶναι 550 ὄψεως καί τό δελτίον Λονδίνου ἐπί Στοκχόλμης 8,75 Κ.

6) Ἡ Λειψία λαμβάνει ἐντολήν νά ἀγοράση συνάλλαγμα ἐπί Βιέννης εἰς τήν τιμήν 0,5965 ἐλεύθερον ἐξόδων. Θά ἐκτελέση τήν ἐντολην ἐάν τό δελτίον Λειψίας ἐπί Βιέννης εἶναι 0,594 καί τά ἔξοδα 1/8%;

7)'Οφείλομεν 12500 frs ὄψεως εἰς τόν ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτήν μας. Ποία ἡ πλέον συμφέρουσα ὁδός ἐξοφλήσεως τοῦ χρέους αὐτοῦ καί ποία ἡ διαφορά μεταξύ τῶν δύο τρόπων ὅταν τά δελτία εἶναι:

'Αθηνῶν ἐπί Παρισίων 3,15
Παρισίων ἐπί 'Αθηνῶν 32,15 (αἱ 100 δρχ.).

8) Ποία ὁδός εἶναι προτιμωτέρα διά νά εἰσπράξωμεν ἐκ Βερολίνου πίστωσιν Rm 2384 ὄψεως, ὅταν τά δελτία εἶναι:

'Αθηνῶν ἐπί Βερολίνου 42
Βερολίνου ἐπί 'Αθηνῶν 2,38 (αἱ 100 δρχ.).

9) Τό 'Αμβοῦργον ἔχει νά πληρώση εἰς Βέρνην frs 30.000 μετρητά. Τό συμφέρει νά ἐμβάση τό ποσόν αὐτό ἀμέσως μέ δελτίον ἐπί Παρισίων 1,20 (τά 100 frs) ἤ νά ἀποστείλη συνάλλαγμα ἐπι Λονδίνου, Παρισίων,"Αμστερνταμ ὅταν τά δελτία εἶναι ἐπί Λονδίνου 12,86, ἐπί Παρισίων 9,12 (τά 100 frs) καί ἐπί "Αμστερνταμ 1,03;

10)"Εμπορος Παρισίων ὀφείλει 2000 λιρέττας εἰς Μιλᾶνον. Ποία τῶν τεσσάρων μεθόδων τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς μέσῳ Βερολίνου εἶναι πλέον συμφέρουσα διά τήν ἐξόφλησιν τοῦ χρέους αὐτοῦ ὅταν τά δελτία εἶναι:

Παρισίων	ἐπί	Βερολίνου	14,85
Βερολίνου	"	Παρισίων	0,075
Ρώμης	"	Βερολίνου	7,425
Βερολίνου	"	Ρώμης	0,16

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ
ΠΡΑΞΕΙΣ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ

Α. ΓΕΝΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

7.1.- Κινηταί ἀξίαι.Ὁρισμοί.

"Κινηταί ἀξίαι" ἤ ἁπλῶς "ἀξίαι" (πάντοτε εἰς τόν πληθυντικόν ἀριθμόν) ὀνομάζονται κυρίως διάφορα χρηματόγραφα: ὁμολογίαι, δημόσια χρεώγραφα, μετοχαί ἑταιριῶν, τά ὁποῖα ἀποτελοῦν ἀντικείμενον εἰδικοῦ ἐμπορίου.

Αἱ κινηταί ἀξίαι διακρίνονται εἰς δύο:

1. Εἰς τάς ἀξίας, αἵτινες ἀντιπροσωπεύουν ποσά δανεισθέντα ὑπό τῶν κομιστῶν εἰς τόν ἐκδώσαντα τούς τίτλους,ὁπότε ὁ μέν ἐκδώσας εἶναι ὁ χρεώστης καί ὁ κομιστής πιστωτής. Αἱ ἀξίαι αὐταί ἔχουν σταθερόν εἰσόδημα, τόν τόκον τοῦ ποσοῦ ὅπερ ἀντιπροσωπεύουν, ἐπί τῇ βάσει ἐπιτοκίου καθορισθέντος ἐκ τῶν προτέρων. Τοιαῦται ἀξίαι εἶναι τά δημόσια ἤ δημοτικά χρεώγραφα, καθώς καί αἱ ὁμολογίαι διαφόρων ἐπιχειρήσεων.

2. Εἰς ἀξίας αἱ ὁποῖαι ἀντιπροσωπεύουν χρηματικά ποσά, τοποθετηθέντα ὡς κεφάλαιον εἰς διαφόρους ἐπιχειρήσεις καί αἱ ὁποῖαι κατά συνέπειαν ἔχουν μεταβλητόν εἰσόδημα, ἐξαρτώμενον ἐκ τοῦ κέρδους τῆς ἐπιχειρήσεως. Τοιαῦται ἀξίαι εἶναι αἱ μετοχαί τῶν τραπεζικῶν, βιομηχανικῶν,σιδηροδρομικῶν κλπ. ἐπιχειρήσεων.

7.2.- Τοποθέτησις κεφαλαίων εἰς κινητάς ἀξίας.

Διά νά τοποθετήσωμεν τά διαθέσιμα κεφάλαιά μας εἰς κινητάς ἀξίας θά ζητήσωμεν νά προμηθευθῶμεν αὐτάς ἀπό ἐκείνους τούς κατόχους αὐτῶν, οἱ ὁποῖοι ἔχουν ἀνάγκην χρηματικῶν ποσῶν καί ζητοῦν νά "ρευστοποιήσουν" τάς ἀξίας των, δηλαδή νά τά μετατρέψουν εἰς χρηματικά ποσά. Οἱ πρῶτοι ζητοῦν νά ἀποκτήσουν καί οἱ δεύτεροι νά διαθέσουν κινητάς ἀξίας. Οὕτω αἱ κινηταί ἀξίαι μετατρέπονται εἰς εἰδικόν ἐμπόρευμα ζητούμενον καί προσφερόμενον, ὅπως ὅλα τά ὑπόλοιπα ἐμπορεύματα καί ἀποκτοῦν κατά συνέπειαν, ὡς αὐτά, ἰδιαιτέραν τιμήν. Ἡ τιμή αὐτή εἶναι διάφορος τῆς ἀξίας, ἥτις ἀναγράφεται ἐπ' αὐτῶν(τῆς ὀνομαστικῆς των ἀξίας) καί καθορίζεται συμφώνως πρός τόν νόμον τῆς προσφορᾶς καί ζητήσεως.

'Εάν αἱ ὑπό διαπραγμάτευσιν ἀξίαι ἀνήκουν εἰς τήν κατηγορίαν τῶν τίτλων μέ σταθερόν εἰσόδημα, εἶναι προφανές ὅτι τό ἐπ' αὐτῶν ἀναγραφόμενον ἐπιτόκιον εἶναι μόνον ὀ ν ο μ α σ τ ι κ ό ν καί ἀφορᾷ οὐχί τήν τιμήν τῆς ἀγορᾶς τοῦ τίτλου, ἀλλά τήν ὀνομαστικήν αὐτοῦ ἀξίαν εἰς τήν ὁποίαν διατίθεται ἐν γένει εἰς τό κοινόν κατά τήν ἀρχικήν ἔκδοσιν αὐτοῦ. Οὕτω διά τόν ἀγοραστήν τίτλων μέ σταθερόν εἰσόδημα δημιουργοῦνται δύο προβλήματα:

1. Εὕρεσις τοῦ πραγματικοῦ ἐπιτοκίου πρός τό ὁποῖον ἐτοποθέτησε τά χρήματά του καί

2. Εὕρεσις τῆς τιμῆς εἰς τήν ὁποίαν πρέπει νά ἀγοράσῃ ἀξίαν τινά διά νά τοποθετήσῃ τά χρήματά του πρός δοθέν ἐπιτόκιον.

7.3.- Εὕρεσις τοῦ πραγματικοῦ ἐπιτοκίου.

Π ρ ό β λ η μ α I. 'Αγοράζει τις τίτλους ἔχοντας ὀνομαστικόν ἐπιτόκιον $4\,^1/_2\%$ ἀντί 76,50 δρχ. ἕκαστον. Ποῖον τό πραγματικόν ἐπιτόκιον τοποθετήσεως τῶν χρημάτων του ἐάν τά ἔξοδα ἀγορᾶς εἶναι: προμήθεια 0,4% καί φόρος $1\,^1/_2\,^0/oo$;

Λ ύ σ ι ς:

Τιμή ἀγορᾶς ἑκάστου τίτλου	δρχ.	76,50
+ προμήθεια 0,4%	"	0,306
+ φόρος $1\,^1/_2\,^0/oo$	"	0,115
'Εν ὅλῳ	δρχ.	76,921

'Επειδή ὅμως τό καθαρόν ἐτήσιον εἰσόδημα τοῦ ποσοῦ αὐτοῦ εἶναι δρχ. 4,50, τό πραγματικόν ἐπιτόκιον θά εἶναι:

$$E = \frac{4,50.100}{76,921} = \underline{\underline{5,85\%}}$$

Π ρ ό β λ η μ α II. 'Αγοράζει τις τήν 15ην 'Οκτωβρίου μετοχάς ἑταιρίας τινός ἀντί δρχ. 148,50. Πρός πόσον τοῖς ἑκατόν ἐτοποθέτησε τά χρήματά του ἐάν ὑποτεθῇ ὅτι τό μέρισμα τοῦ τρέχοντος ἔτους θά εἶναι τό αὐτό μέ τό μέρισμα τοῦ προηγουμένου, ἤτοι δρχ. 10 κατά τίτλον καί ὅτι τό μέρισμα αὐτό καταβάλλεται εἰς τό τέλος Δ)βρίου ἑκάστου ἔτους; Ἔξοδα ἀγορᾶς δρχ. 0,79 κατά τίτλον καί φόρος καθαροῦ εἰσοδήματος 10%

Λύσις: α) Κόστος ἑκάστου τίτλου:

Τιμή ἀγορᾶς ἑκάστου τίτλου	δρχ.	148,50
- τόκος 285 ἡμ.(ἀπό 31 Δ/βρίου-15 Ο/βρίου ἐ.ἔ.).	"	7,92
	"	140,58
+ ἔξοδα ἀγορᾶς	"	0,79
	"	141,37

β) Ἐτήσιον εἰσόδημα κατά τίτλον:

Μέρισμα	δρχ.	10.-
- φόρος καθ.προσόδου 10%	"	1.-
Καθαρόν εἰσόδημα	"	9.-

γ) Πραγματικόν ἐπιτόκιον:

$$E = \frac{9.100}{141.37} = 6{,}37\%.$$

Πρόβλημα III. Τήν 31ην Μαρτίου 1926 ἀγοράζομεν τίτλους δανείου ἔχοντας ὀνομαστικόν ἐπιτόκιον 8%, ἀντί δραχμῶν 92,50. Τό τέλος Δεκεμβρίου 1929 τό ἐπιτόκιον τοῦ δανείου μειοῦται εἰς 6% καί τήν 30ήν Ἰουνίου 1932 ἐξοφλεῖται εἰς τό ἄρτιον (δρχ. 100). Ποῖον τό πραγματικόν ἐπιτόκιον τοποθετήσεως τῶν χρημάτων μας, ἐάν τό εἰσόδημα ὑπόκειται εἰς φορολογίαν πρός 10%;

Λύσις: α) Ὑπολογισμός συνολικοῦ εἰσοδήματος κατά τίτλον:

Τόκοι πρός 8% ἀπό 1.4.1926 - 31.12.1929	δρχ.	30.-
" " 6% " 1.1.1930 - 30. 6.1932	"	15.-
Συνολικοί τόκοι	"	45.-
- φόρος καθαροῦ εἰσοδήματος	"	4,50
	"	40,50
+ κέρδος ἐξοφλήσεως εἰς τό ἄρτιον	"	7,50
Συνολικόν εἰσόδημα $6^1/_4$ ἐτῶν ἤ 75 μηνῶν	"	48.-

$$E = \frac{48.1200}{92.50.75} = 8{,}303\%$$

7.4.- Εὕρεσις τῆς τιμῆς τίτλου τινός.

Πρόβλημα Ι. Ποία πρέπει νά εἶναι ἡ τιμή τίτλου ὀνομαστικῆς ἀξίας 100 δρχ. διά νά ἀποφέρη εἰσόδημα πρός 6%, ἐάν τό ὀνομαστικόν ἐπιτόκιον αὐτοῦ εἶναι 4%;

Λύσις: Ἐπειδή τό ὀνομαστικόν ἐπιτόκιον εἶναι 4%, τό εἰσόδημα ἑκάστου τίτλου θά εἶναι 4 δρχ. καί κατά συνέπειαν αἱ αὐταί δρχ. θά εἶναι καί εἰσόδημα τοῦ ζητουμένου κεφαλαίου πρός 6%. Οὕτω ἡ ζητουμένη τιμή τοῦ τίτλου θά εἶναι:

$$K = \frac{4.100}{6} = 66,67 \text{ δρχ.}$$

Πρόβλημα ΙΙ. Πρός πόσον πρέπει νά ἀγοράσωμεν τίτλους τῶν 5% διά νά τοποθετήσωμεν τά χρήματά μας πρός 8% ἐάν τά ἔξοδα ἀγορᾶς τῶν τίτλων εἶναι $1\,^1/_4$ ‰ καί ὁ φόρος καθαροῦ εἰσοδήματος 10%;

Λύσις: Διά νά ἔχωμεν καθαρόν εἰσόδημα 8% μετά τήν ἀφαίρεσιν τοῦ φόρου καθαρᾶς προσόδου πρός 10% θά πρέπει τό ἀκαθάριστον εἰσόδημα νά εἶναι:

$$\frac{8.100}{100 - 10} = 8,89\%$$

ὁπότε αἱ 5 δρχ., τάς ὁποίας δίδει ὡς τόκον ἕκαστος τίτλος θά εἶναι τό εἰσόδημα πρός 8,89% τῆς ζητουμένης τιμῆς ἀγορᾶς ηὐξημένης κατά $1\,^1/_4\,^0/_{00}$, ἤτοι τῶν:

$$\frac{5.100}{8,89} = 56,25 \text{ δρχ.}$$

καί ἐπειδή ἡ τιμή αὐτή εἶναι ηὐξημένη κατά $1\,^1/_4\,^0/_{00}$ ἡ τιμή ἀγορᾶς θά πρέπει νά εἶναι:

$$\frac{56,25.1000}{1000+1,25} = \underline{\underline{56,18}} \text{ δρχ.}$$

Ἐπαλήθευσις:

α) Τιμή ἀγορᾶς ἑκάστου τίτλου	δρχ.	56,18
+ ἔξοδα $1\,^1/_4\,^0/_{00}$	"	0,07
	"	56,25

β) Εἰσόδημα	δρχ.	5.-
- Φ.Κ.Π.	"	0,50
Καθαρόν εἰσόδημα	"	4,50

γ) Ἄρα τό πραγματικόν ἐπιτόκιον εἶναι:

$$E = \frac{4,50 \cdot 100}{56,25} = \underline{\underline{8\%}}$$

7.5.- Εὕρεσις τῆς Μέσης Τιμῆς τίτλου τινός.

Π ρ ό β λ η μ α. Ἀγοράζει τις διαδοχικῶς 225 τίτλους πρός 68 δρχ., 350 τίτλους πρός 72 δρχ. καί 425 τίτλους πρός 73 δρχ. Ποία ἡ μέση τιμή ἀγορᾶς τῶν τίτλων αὐτῶν;

Λ ύ σ ι ς: Εἶναι προφανές, ὅτι θά εὕρωμεν τήν μέσην τιμήν λύοντες ἕν πρόβλημα μείξεως α΄ εἴδους. Οὕτω ἔχομεν:

225 τίτλοι πρός	δρχ.	68	=	δρχ.	15300
350 " "	"	72	=	"	25200
425 " "	"	73	=	"	31025
1000 τίτλοι				δρχ.	71525

ἄρα ἡ μέση τιμή ἑκάστου τίτλου εἶναι:

$$X = \frac{71525}{1000} = \underline{\underline{71,52}} \text{ δρχ.}$$

Ἡ μέση αὐτή τιμή ὀνομάζεται καί Moyenne Ponderée.

Β΄ ΤΟ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΝ ΚΑΙ ΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ ΑΥΤΟΥ

7.6.- Ὁρισμοί.

Χρηματιστήριον καλεῖται τό μέρος ἤ τό δημόσιον ἵδρυμα, ὅπου συνέρχονται πρός διαπραγμάτευσιν τῶν ὑποθέσεών των καί διενέργειαν ἀγοραπωλησιῶν ἐπί διαφόρων ἀξιῶν οἱ ἀσχολούμενοι μέ ἐμπορικάς ἤ τραπεζικάς ἐργασίας. Εἰς τήν πραγματικότητα διακρίνομεν δύο εἴδη χρηματιστηρίων: τά χ ρ η μ α τ ι σ τ ή ρ ι α ἀ ξ ι ῶ ν καί τά χ ρ η μ α τ ι σ τ ή ρ ι α ἐ μ π ο ρ ευμάτων.

Εἰς τά πρῶτα διαπραγματευόμεθα διαφόρους κινητάς ἀξίας ἤτοι μετοχάς, ὁμολογίας, συνάλλαγμα, χρυσᾶ νομίσματα κλπ., καί εἰς τά δεύτερα διάφορα ἐμπορεύματα, ὡς σῖτον, ἄλευρα, βάμβακα, σίδηρον κλπ.

Ὁ σχετικός νόμος ἐν Ἑλλάδι ὁρίζει τά χρηματιστήρια ἀξιῶν ὡς ἑξῆς: "Χρηματιστήρια ἀξιῶν εἶναι τά νομικά πρόσωπα δημοσίου δικαίου, παρ' οἷς ἀποκλειστικῶς καταρτίζονται αἱ χρηματιστηριακαί συναλλαγαί ἐπί κινητῶν ἀξιῶν".

Διά τῆς φράσεως "πράξεις χρηματιστηρίου" ἐννοοῦμεν εἰδικῶς τάς διαφόρους μορφάς διαπραγματεύσεων τῶν κινητῶν ἀξιῶν. Τάς διαπραγματεύσεις αὐτάς τάς διακρίνομεν εἰς δύο μεγάλας κατηγορίας: τάς πράξεις τοῖς μετρητοῖς καί τάς πράξεις ἐπί προθεσμίᾳ.

Αἱ πράξεις τοῖς μετρητοῖς εἶναι ἐκεῖναι, εἰς τάς ὁποίας ἡ παράδοσις τῶν τίτλων καί ἡ πληρωμή αὐτῶν γίνεται ἀμέσως. Αἱ πράξεις αὗται ἔχουν ἐν γένει ὡς σκοπόν τήν τοποθέτησιν ἤ τήν ρευστοποίησιν κεφαλαίων καί δέν ἀποτελοῦν καθ' αὐτό κερδοσκοπικάς πράξεις.

Αἱ πράξεις ἐπί προθεσμίᾳ εἶναι ἐκεῖναι αἱ πράξεις, αἱ ὁποῖαι πραγματοποιοῦνται κατά μίαν ὡρισμένην ἐποχήν, ἡ ὁποία ὀνομάζεται "Τακτική Χρηματιστηριακή Ἐκκαθάρισις" καί γίνεται συνήθως δίς τοῦ μηνός. Ἐκτός τῶν τακτικῶν αὐτῶν ἐκκαθαρίσεων ἔχομεν καί ἐκτάκτους ἐκκαθαρίσεις, ὁσάκις χρηματιστής τις ἀδυνατεῖ νά ἐκπληρώσῃ τάς χρηματιστηριακάς ὑποχρεώσεις αὐτοῦ, ὁπότε αὗται ἐκκαθαρίζονται ἀναγκαστικῶς μεσολαβήσει τοῦ ἐπόπτου διά χρηματιστηριακῆς ἀγοραπωλησίας.

7.7.- Τό Χρηματιστήριον Ἀθηνῶν.

Τό πρῶτον Ἑλληνικόν Χρηματιστήριον (ἀνεπίσημον κατ' ἀρχάς) ἐλειτούργησεν εἰς τόν ἄνω ὄροφον τοῦ ἱστορικοῦ καφφενείου "Ἡ ὡραία Ἑλλάς" εἰς τήν διασταύρωσιν τῶν ὁδῶν Αἰόλου καί Ἑρμοῦ. Τό πρῶτον ἐπίσημον χρηματιστήριον συνεστήθη κατά τό 1875 διά Β.Δ., ἐν Πειραιεῖ. Κατόπιν τό χρηματιστήριον τοῦτο κατηργήθη καί ἱδρύθη τό Χρηματιστήριον Ἀθηνῶν διά τοῦ Β. Δ. ἀπό 30 Σεπτεμβρίου 1916. Τό χρηματιστήριον Ἀθηνῶν κατ' ἀρχάς ἦτο ἰδιωτικόν νομικόν πρόσωπον ἄνευ ἀναμίξεως τοῦ Κράτους καί διείπετο ὑπό τῶν ἄρθρων 71 - 75 τοῦ ἐμπορικοῦ νόμου. Ἀπό τοῦ 1918 ὅμως (Νόμος 1308 τῆς 16ης Ἀπριλίου 1918) τό Χρηματιστήριον Ἀθηνῶν κατέστη νομικόν πρόσωπον δημοσίου δικαίου.

Ὄργανα τοῦ Χρηματιστηρίου Ἀθηνῶν εἶναι ὁ κρατικός ἐπόπτης, ὅστις εἶναι δημόσιος λειτουργός, ἀσκῶν τήν κρατικήν ἐποπτείαν, ἡ ἐπιτροπεία τοῦ Χρηματιστηρίου, οἱ χρηματισταί καί οἱ ἀντικρυσταί. Οἱ χρηματισταί ἀσκοῦν δημόσιον λειτούργημα καί διορίζονται ὑπό τοῦ Κράτους. Οἱ χρηματισταί θεωροῦνται ἔμποροι καί ἔχουν τό ἀποκλειστικόν δικαίωμα τῆς ἐκτελέσεως χρηματιστηριακῶν συναλλαγῶν κατόπιν καταθέσεως ὑπ' αὐτῶν ἐγγυήσεως. Ἐκτέλεσις ὑπ' αὐτῶν πράξεως δι' ἴδιον λογαριασμόν ἀπαγορεύεται ἀπολύτως.

Ὁ χρηματιστής τηρεῖ τά ἑξῆς βιβλία: Ἡμερολόγιον, Βιβλίον ἀπογραφῶν, Βιβλίον ἀντιγραφῆς ἐπιστολῶν, Ἀρχεῖον ἐπιστολῶν καί Καθολικόν. Ἐπί πλέον δέ: Σημειωματάριον, Βιβλιάριον τριπλοτύπων πινακιδίων, Βιβλίον καταθέσεων ἐγγυήσεων, Βιβλίον μερίδων χρηματιστῶν καί πελατῶν, Βιβλίον 150ημέρων ἐκκαθαρίσεων πελατῶν καί Ταμεῖα τίτλων καί μετρητῶν.

Ὁ ἀντικρυστής εἶναι βοηθός τοῦ χρηματιστοῦ, προσλαμβανόμενος ἤ ἀπολυόμενος ὑπ' αὐτοῦ καί διεξάγων τήν ὑπηρεσίαν τοῦ γραφείου. Ὁ ἀντικρυστής εἰς τόν ὁποῖον ἐχορηγήθη συμφώνως τῷ νόμῳ συμβολαιογραφική πληρεξουσιότης ἀποκτᾷ τό δικαίωμα ἐκφωνήσεως, ὁπότε συμβάλλεται ἐν τῷ Χρηματιστηρίῳ ἐν ὀνόματι τοῦ χρηματιστοῦ του. Οἱ τοιοῦτοι ἀντικρυσταί ὀνομάζονται ἐ κ φ ω ν η τ α ί.

Χρηματιστηριακά "πράγματα" εἶναι οἱ ἀνώνυμοι τίτλοι τῶν ἐθνικῶν μας δανείων καθώς καί αἱ μετοχαί καί ὁμολογίαι ἑταιριῶν, αἵτινες ἔτυχον εἰδικῆς ἀδείας βάσει τοῦ ἄρθρ. 17 τοῦ νόμου 3632/1928. Χρηματιστηριακαί διαφοραί μεταξύ χρηματιστῶν λύονται ὑπό τοῦ Α' Χρημ. Δικαστηρίου, ἀπαρτιζομένου ἐκ τῶν μελῶν τῆς ἐπιτροπῆς τοῦ Χρηματιστηρίου, ἐπιτρεπομένης τῆς ἐφέσεως εἰς τό Β' Χρηματιστηριακόν Δικαστήριον. Αἱ διαφοραί μεταξύ χρηματιστῶν καί ἰδιωτῶν ἐπιδικάζονται ὑπό τοῦ Χρηματιστηριακοῦ Δικαστηρίου μόνον. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐξ ἑνός ἐφέτου, ἑνός πρωτοδίκου, ἐκ τοῦ κυβερνητικοῦ ἐπόπτου, ἑνός τραπεζικοῦ ὑπαλλήλου καί ἑνός χρηματιστοῦ. Κατά τῶν ἀποφάσεων τοῦ Χρηματιστηριακοῦ Δικαστηρίου ἐπιτρέπεται ἔφεσις ἐνώπιον τοῦ ἐφετείου.

Μεθ' ἑκάστην συνεδρίασιν τό Χρηματιστήριον ἐκδίδει δελτίον, εἰς τό ὁποῖον ἀναγράφονται αἱ τιμαί τῶν διαφόρων χρηματιστηριακῶν πραγμάτων, ὅπως αὐταί καθωρίσθησαν κατά τήν συνεδρίασιν. Εἰς τό δελτίον ἀναγράφεται 1) ἡ τιμή τῶν πράξεων τοῖς μετρητοῖς (κατωτέρα, ἀνωτέρα καί ἡ τελευταία), 2) ἡ τιμή τῶν πράξεων ἐπί προθεσμίᾳ (κατωτέρα, ἀνωτέρα καί τελευταία), 3) ἡ προτελευταία τιμή τῶν τίτλων, ἐπί τῶν ὁποίων δέν ἐγένοντο πράξεις καί 4) στήλη διά τιμάς προσφορᾶς ἤ ζητήσεως μή εὑρούσας ἀντισυμβαλλόμενον.

Αἱ χρηματιστηριακαί ἐντολαί δέον νά δίδωνται γραπτῶς, καί νά καθορίζουν:

1. Ἐάν πρόκειται περί ἀγορᾶς ἤ πωλήσεως καί ἄν αἱ πράξεις αὐταί εἶναι τοῖς μετρητοῖς ἤ ἐπί προθεσμίᾳ.
2. Τό εἶδος τῶν τίτλων.
3. Τήν τιμήν, εἰς ἥν θά ἐκτελεσθῇ ἡ πρᾶξις (ἡ τιμή αὕτη καθορίζεται οὕτω: Εἰς τήν τιμήν ἀνοίγματος, εἰς τήν τελευταίαν, τήν μέσην, εἰς τήν τιμήν ἥν θά εὕρῃ ἡ ἐντολή, εἰς ὡρισμένην καί ἐπί τό καλύτερον, εἰς τήν τιμήν ἐπί τό καλύτερον, περίπου εἰς τιμήν α).

Εἰς τό Χρηματιστήριον Ἀθηνῶν ἡ ἐκκαθάρισις γίνεται δίς τοῦ μηνός διαρκοῦσα δύο ἡμέρας ἕκαστον δεκαπενθήμερον, ἤτοι τήν 1ην καί 2αν καθώς καί τήν 16ην καί 17ην ἑκάστου μηνός, ὁπότε τό Χρηματιστήριον δέν συνεδριάζει. Τήν πρώτην ἡμέραν μέχρι τῆς μεσημβρίας γίνονται αἱ συμβάσεις μεταφορῶν καί τήν δευτέραν ἡ παράδοσις καί παραλαβή τῶν χρηματιστηριακῶν πραγμάτων καθώς καί ἡ πληρωμή τῶν διαφορῶν. Μέχρι τῆς μεσημβρίας τῆς πρώτης ἡμέρας ἕκαστος χρηματιστής παραδίδει εἰς τό γραφεῖον ἐκκαθαρίσεως κατάστασιν τῶν εἰσπρακτέων καί πληρωτέων παρ' αὐτοῦ διαφορῶν, τό δέ γραφεῖον ἐκκαθαρίσεως ἐπί τῇ βάσει τῶν καταστάσεων τούτων συντάσσει τόν γενικόν κατάλογον διαφορῶν. Πᾶν λάθος τοῦ γραφείου βαρύνει τό Χρηματιστήριον.

Γ. ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΟΙΣ ΜΕΤΡΗΤΟΙΣ

Πράξεις τοῖς Μετρητοῖς καλοῦνται, ὅπως εἴδομεν καί ἀνωτέρω, αἱ χρηματιστηριακαί συμβάσεις, αἵτινες ὀφείλουν νά ἐκτελεσθοῦν ἀμέσως. Ἡ παράδοσις τῶν χρηματιστηριακῶν πραγμάτων καί ἡ καταβολή τοῦ ἀντιτίμου αὐτῶν γίνεται ἀμέσως. Αἱ πράξεις τοῖς μετρητοῖς συνοδεύονται ὑπό σχετικῶν πινακίων ἐκδιδομένων ὑπό τῶν χρηματιστῶν, οἵτινες ἔλαβον τήν σχετικήν ἐντολήν.

7.8.- Πινάκιον ἀγορᾶς.

Π ρ ό β λ η μ α. Τήν 19 Μαρτίου 1926 ἀγοράζονται 25 τίτλοι ὀνομαστικῆς ἀξίας 1000 δρχ. 3%. Ποία ἡ τιμή τῶν τίτλων αὐτῶν, ἐάν ἡ πληρωμή τῶν τοκομεριδίων γίνεται τήν 1ην Μαΐου καί 1ην Νοεμβρίου ἑκάστου ἔτους καί ἐάν ἡ προμήθεια εἶναι 2⁰/οο καί τό χαρτόσημον 12 δρχ.; Τιμή δελτίου 435.

Λ ύ σ ι ς: Ὁ χρηματιστής, ὅστις ἔλαβε τήν ἐντολήν αὐτήν θά συντάξῃ τό κάτωθι πινάκιον ἀγορᾶς:

Χ.Γ.Π. Χρηματιστής		'Εν'Αθήναις τῇ 19ῃ Μαρτίου 1926 'Αγορά διά λογαριασμόν τοῦ κ. Α. τήν 19ην Μαρτίου 1926		
Ποσόν	11166,67	25 τίτλοι τῶν 1000 δρ. 3%	435 δρ. ἕκαστος	δρ. 10875.-
Χαρτ.	12		+ τόκος 140 ἡμερῶν 3%	" 126,87
			Προμ. 2⁰/οο 21,80	" 11001,87
			Χαρτοσ. 12.-	" 33,80
			Καθαρόν ποσόν	11035,67

7.9.- Πινάκιον πωλήσεως.

Π ρ ό β λ η μ α. Τήν 19 Μαρτίου 1926 ἐπωλήθησαν 60 τίτλοι (ὀνομ. ἀξίας 1000 δρχ. $2^1/_2$%) πρός 350 δραχμάς ἕκαστος. Προμήθεια 2⁰/οο. Χαρτόσημον 22 δρχ. Τί θά εἰσπράξωμεν; (Πληρωμή τοκομεριδίων τέλος Δεκεμβρίου καί Ἰουνίου.

Λ ύ σ ι ς: Ὁ χρηματιστής θά συντάξῃ τό πινάκιον πωλήσεως τῆς ἑπομένης σελίδος.

Δ: ΠΡΑΞΕΙΣ ΕΠΙ ΠΡΟΘΕΣΜΙΑ

7.10.- Ὁρισμοί.

Πράξεις ἐπί προθεσμίᾳ καλοῦνται ἐκεῖναι αἱ πράξεις τοῦ χρηματιστηρίου, εἰς τάς ὁποίας οἱ συμβαλλόμενοι, συμφωνοῦν

Χ.Γ.Π. Χρηματιστής		'Εν 'Αθήναις τῇ 19ῃ Μαρτίου 1926 Πώλησις διά λογαριασμόν τοῦ κ.Α. τήν 19ην Μαρτίου 1926		
Τιμή τίτλων	21333,33	60 τίτλοι τῶν 1000 δρ. 2½%	πρός 350 δρ. ἕκαστος + τόκος 80 ἡμερ.	δρ. 21000.- " 116,67
Χαρτ.	22		Προμ. 2⁰/οο 42,24 Χαρτόσημον 22	" 21116,67 " 64,24
			Καθαρόν ποσόν	" 21180,91

μίαν τιμήν ἀγορᾶς καί πωλήσεως μέ τόν ὅρον ἡ παράδοσις τῶν τίτλων καί ἡ καταβολή τῆς τιμῆς αὐτῶν νά μή γίνῃ ἀμέσως, ὡς εἰς τάς πράξεις τοῖς μετρητοῖς, ἀλλά μεταγενεστέρως εἰς ὡρισμένην τινά ἡμερομηνίαν, ἥτις ὀνομάζεται Χρηματιστηριακή Λῆξις ἤ Ἐκκαθάρισις.

Κατά βάσιν αἱ ἐπί προθεσμίᾳ πράξεις εἶναι πράξεις καθαρῶς κερδοσκοπικαί. Ὁ ἀγοραστής πιστεύει ὅτι μελλοντικῶς ἡ τιμή ὡρισμένων τίτλων θά ὑψωθῇ καί μή διαθέτων τά ἀπαιτούμενα χρήματα διά τήν ἀγοράν αὐτῶν, τούς ἀγοράζει "στά ἀνοικτά" (à decouvert, in blanco), ὑπολογίζων νά τούς πωλήσῃ, πάλιν ἐπί προθεσμίᾳ, μόλις ἡ τιμή αὐτῶν ὑψωθῇ ἐν τῷ μεταξύ καί νά κερδίσῃ οὕτω κατά τήν ἐκκαθάρισιν τήν διαφοράν. Κερδοσκοπεῖ δηλαδή "πρός τά πάνω" (à la hausse, εἶναι ὑψωτής, haussier, ἀγγλιστί Bull). Ἐννοεῖται ὅτι ἡ πραγματοποίησις τῶν προβλέψεων ἐξαρτᾶται ἀπό πολλά καί διάφορα αἴτια, ἄγνωστα γενικῶς εἰς αὐτόν οὕτως, ὥστε ἡ ἱκανοποίησις τῶν ἐλπίδων του εἶναι ζήτημα ὡρισμένης πιθανότητος, ὅπως εἰς ὅλα τά τυχερά παιγνίδια.

Ὁ πωλητής πάλιν πιστεύει ἀντιθέτως ὅτι αἱ τιμαί τῶν τίτλων θά κατέλθουν καί μή διαθέτων καί αὐτός τούς τίτλους αὐτούς, τούς πωλεῖ "στά ἀνοικτά" ἐλπίζων νά πέσουν αἱ τιμαί ἐν τῷ μεταξύ καί νά τούς ἀγοράσῃ εἰς συμφέρουσαν τιμήν ὥστε τήν ἡμέραν τῆς ἐκκαθαρίσεως νά τούς παραδώσῃ καί νά κερδίσῃ τήν διαφοράν. Ὁ πωλητής κερδοσκοπεῖ δηλαδή "πρός τά κάτω" (à la Baisse, εἶναι ὑποτιμητής, Baissier καί ἀγγλιστί Beer). Καί ἐδῶ ἡ ἐκπλήρωσις τῶν προβλέψεων τοῦ πωλητοῦ στηρίζεται εἰς ὡρισμένας πιθανότητας, ὡς εἰς πᾶν τυχερόν τομεν ὅτι μέχρι τῆς 31ης Μαΐου οἱ τίτλοι ἀντί νά ὑψωθοῦν πίπτουν καί ὅτι τήν 31ην Μαΐου τιμῶνται δρχ. 500. Ἐπειδή ὅμως ὁ κ. Πετρόπουλος ἐλπίζει τό ἐπόμενον δεκαπενθήμερον νά ὑψωθοῦν αἱ τιμαί ὥστε νά καλύψουν τήν ζημίαν, ἐπιθυμεῖ νά ἐξακολουθήσῃ νά εἶναι ἀγοραστής καί κατά τό δεκαπενθήμερον αὐτό. Πράγματι αἱ τιμαί τῶν τίτλων ὑψώθησαν καί τήν 15ην Ἰουλίου τούς πωλεῖ πρός 528 διά τό τέλος τοῦ δεκαπενθημέρου. Νά εὑρεθῇ ἐάν ὁ κ. Πετρόπουλος ἐκέρδισεν ἤ ἔχασεν ἐκ τῆς πράξεως αὐτῆς καί πόσον. Report 2.

Λ ύ σ ι ς: Ἐάν ὁ κ. Πετρόπουλος ἐπώλει τούς τίτλους του τήν 31ην Μαΐου πρός 500 δρχ. ἕκαστον, θά εἶχε ζημίαν 15×250 = δρχ. 3750 μαζί μέ τά ἔξοδα τῶν πράξεων αὐτῶν. Μεταφέρει λοιπόν τήν πρᾶξιν διά τό ἐπόμενον δεκαπενθήμερον ἐλπίζων νά καλύψῃ τήν ζημίαν καί νά κερδίσῃ ἐκ τῆς προσδοκωμένης ὑψώσεως τῶν τιμῶν. Ἐπειδή ὅμως δέν διαθέτει τά ἀπαιτούμενα χρήματα διά νά παραλάβῃ ὁ ἴδιος τούς τίτλους καί νά ἀναμείνῃ τήν ὕψωσιν διά νά τούς μεταπωλήσῃ, ἀπευθύνεται μέσῳ τοῦ χρηματιστοῦ Χ εἴς τινα κεφαλαιοῦχον, ὅστις διαθέτει τά κεφάλαιά του διά μεταφοράς εἰς τό χρηματιστήριον (reporteur) καί δανείζεται τό ποσόν τό ὁποῖον ἀπαιτεῖται διά νά παραλάβῃ τούς τίτλους, δηλαδή τάς 125000 δρχ. Ὁ κεφαλαιοῦχος δίδει τάς 125000 δρχ. καί ἀγοράζει τ ο ῖ ς μ ε τ ρ η τ ο ῖ ς τούς τίτλους, τούς ὁποίους δέν εἶναι εἰς θέσιν νά ἀγοράσῃ ὁ κ. Πετρόπουλος, πρός 500 δρχ. ἕκαστον καί τούς μεταπωλεῖ ἀμέσως εἰς αὐτόν ἐ π ί π ρ ο θ ε σ μ ί ᾳ, ἔστω πρός 502 δρχ. ἕκαστον. Οὕτω ὁ κ. Πετρόπουλος παραμένει ἀγοραστής διά τό ἐπόμενον δεκαπενθήμερον. Ἡ διαφορά μεταξύ τῆς τιμῆς ἐπί προθεσμίᾳ τῶν 502 δρχ. καί τῆς τιμῆς τοῖς μετρητοῖς τῶν 500 δρχ., δηλαδή αἱ 2 δραχμαί, ὀνομάζεται report καί ἀποτελοῦν τό κέρδος τοῦ κεφαλαιούχου, ἤ τόν τόκον τῶν κεφαλαίων του διά τό δεκαπενθήμερον μέχρι τῆς προσεχοῦς ἐκκαθαρίσεως.

Ὥστε:

Report εἶναι ἡ ὑπεροχή τῆς τιμῆς ἐπί προθεσμίᾳ τῶν τίτλων ἐν συγκρίσει πρός τήν τιμήν αὐτῶν τοῖς μετρητοῖς.

Τό κέρδος τοῦ κ. Πετροπούλου καθώς καί τάς διατυπώσεις τῆς μεταφορᾶς μᾶς τάς δίδουν οἱ κάτωθι λογαριασμοί ἐκκαθαρίσεως.

Λογαριασμός ἐκκαθαρίσεως τήν 1'Ιουνίου
κ.Πετροπούλου

Χρέωσις					Πίστωσις
17 Μαΐ.	250 τίτλοι Α πρός 515	δρ.128750,--	17 Μαΐ.	προκαταβολή.	δρ.10000.--
17 "	Προμήθεια 1 ½ ⁰/oo	" 193,15	31 "	250 τίτλ. πρός 500	" 125000.--
17 "	Φόρος 0,15⁰/oo	" 19,35		Συμπλήρ. πρ/βολῆς	" 3962,50
31 Μαΐου	Πρός ἐξίσωσιν	" 10000,--			
		δρ.138962,50			δρ.138962,50

'Ο κ. Πετρόπουλος θά καταβάλῃ εἰς τόν χρηματιστήν τήν 31 Μαΐου δρχ.3962,50 πρός συμπλήρωσιν τῆς προκαταβολῆς του καί θά παραμείνῃ ἀγοραστής. Αἱ 3962,50 δρχ. ἀποτελοῦν τήν ζημίαν του ἐκ τῆς πτώσεως τῶν τιμῶν τῶν τίτλων. Τήν 13 'Ιουνίου πωλεῖ ἐπί προθεσμίᾳ τούς τίτλους του πρός 528 δρχ. καί ἔχομεν κατά τήν ἐκκαθάρισιν τόν κάτωθι λογαριασμόν:

Λογαριασμός ἐκκαθαρίσεως τήν 16'Ιουνίου
κ.Πετροπούλου

Χρέωσις					Πίστωσις
31 Μαΐ.	250 τίτλοι πρός 502	δρ.125500.--	31 Μαΐ.	προκαταβολή.	δρ.10000.
31 "	Προμήθεια 1 ½ ⁰/oo	" 188.25	13'Ιουν.	250 τίτλ. Α πρός 528	" 132000
31 "	Φόρος 0,15⁰/oo	" 18,85			
16 Ἰουν.	Πρός ἐξίσωσιν	" 16292,90			
		δρ.142000.--			δρ.142000

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς I. 'Ο κερδοσκοπῶν δύναται νά μεταφέρῃ συνεχῶς τήν ἐκκαθάρισίν του καί μάλιστα ὄχι μόνον ὅταν ἔχῃ ζημίαν, ἀλλά καί ὅταν ἔχῃ κέρδος, δηλαδή ὅταν αἱ τιμαί τῶν ἀξιῶν ἀνέρχονται συμφώνως πρός τάς προσδοκίας του. Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν θά ἔχῃ εἰς τό παθητικόν του τά ἔξοδα μεταφορᾶς προμηθείας, φόρους, report καί εἰς τό ἐνεργητικόν του τό προϊόν τῶν τοκομεριδίων καί τάς διαφοράς ἐπί τῆς ὑψώσεως τῶν τιμῶν.

Παρατήρησις II. Εἰς τό ἀνωτέρω παράδειγμα μεταφορᾶς, ὁ κεφαλαιοῦχος εἶχε κέρδος 2 δραχμῶν κατά τίτλον εἰς 15 ἡμέρας. Ἄρα τό ἐπιτόκιον τοποθετήσεως τῶν χρημάτων του ἦτο:

$$E = \frac{2.36000}{500.15} = 9,6\%$$

7.12.- Ἡ σημασία τοῦ report εἰς τάς χρηματιστηριακάς πράξεις.

Ὅπως εἴδομεν ἀνωτέρω, report παρουσιάζεται εἰς μίαν πώλησιν τοῖς μετρητοῖς ὡρισμένων τίτλων συνοδευομένης ἀμέσως ἀπό μίαν ἀγοράν ἐπί προθεσμίᾳ ἴσου ἀριθμοῦ τίτλων τοῦ αὐτοῦ εἴδους. Ὁ ἀγοραστής μή διαθέτων ὁ ἴδιος τό ἀπαιτούμενον ποσόν διά τήν πληρωμήν τῶν ἀγορασθέντων τίτλων καταφεύγει μέσῳ τοῦ χρηματιστοῦ του εἴς τινα κεφαλαιοῦχον ὅστις δέχεται νά πληρώσῃ τό ποσόν αὐτός καί νά παραλάβῃ τούς τίτλους μέ τήν συμφωνίαν νά τούς πωλήσῃ ἀμέσως εἰς τόν ἀγοραστήν ἐπί προθεσμίᾳ μέ μίαν τιμήν ἀνωτέραν. Ἡ διαφορά αὐτή μεταξύ τῶν δύο τιμῶν εἶναι τό report καί ἀποτελεῖ τήν ἀμοιβήν τοῦ κεφαλαιούχου διά τά κεφάλαια τά ὁποῖα ἐδάνεισεν, εἶναι δηλαδή κατ᾽οὐσίαν ὁ τόκος τῶν χρημάτων του δι᾽ἕνα δεκαπενθήμερον. Εἶναι λοιπόν φανερόν ὅτι καί τό report θά ὑπάγεται εἰς τούς αὐτούς μέ τά ἐπιτόκια νόμους. Ὅταν κατά τήν ἐκκαθάρισιν ὑπάρχουν εἰς τό χρηματιστήριον, πολλά διαθέσιμα κεφάλαια, τό report θά εἶναι μικρόν. Τό ἀντίθετον θά συμβαίνῃ ὅταν ὑπάρχῃ σπάνις διαθεσίμων κεφαλαίων. Τό report ὅπως βλέπομεν εἶναι τό ἐνδεικτικόν σημεῖον τῆς καταστάσεως εἰς τό χρηματιστήριον ἀπό ἄποψιν κεφαλαίων καί διά τοῦτο οἱ κερδοσκοποῦντες τό παρακολουθοῦν μετά μεγάλης προσοχῆς καί ἐξάγουν ἐξ αὐτοῦ συμπεράσματα περί τῆς μελλοντικῆς πορείας τῶν τιμῶν τῶν ἀξιῶν. Οὕτω πολύ ἀκριβά report ἐμφανίζουν μίαν πολύ τεταμένην ὑψωτικήν κατάστασιν καί προαγγέλλουν μίαν ταχεῖαν ἀντίδρασιν, μίαν ὑποτιμητικήν δηλαδή τάσιν. Ἀντιθέτως πολύ εὐθηνά report σημαίνουν πολλά διαθέσιμα κεφάλαια εἰς τό χρηματιστήριον καί κατά συνέπειαν, προαναγγέλλουν μίαν ὑψωτικήν τάσιν.

Ἐννοεῖται, ὅτι εἰς τά πρᾶξιν θά καταφύγωμεν εἰς τόν κεφαλαιοῦχον, μόνον ὅταν δέν δυνάμεθα νά εὕρωμεν ἄλλον χρηματιστήν ἐπιθυμοῦντα νά μεταφέρῃ μίαν ἀντίστροφον πρᾶξιν μέ report. Ἀπευθυνόμενα δηλαδή εἰς τόν κεφαλαιοῦχον μόνον διά τά ὑπόλοιπα τῆς ἐκκαθαρίσεως.

7.13.- Θέσις τοῦ πωλητοῦ κατά τάς ὁριστικάς πράξεις ἐπί προθεσμίᾳ.

Ὁ πωλητής, ὅπως καί ὁ ἀγοραστής, δύναται νά ἐκκαθαρίσῃ τάς ἐπί προθεσμίᾳ πράξεις του κατά τρεῖς διαφόρους τρόπους.

1. Νά παραδώσῃ τούς τίτλους. Ὁ τρόπος αὐτός ἐκκαθαρίσεως παρουσιάζεται, ὅταν ὁ πωλῶν ἐπί προθεσμίᾳ δέν ἀποβλέπει εἰς κερδοσκοπίαν, ἀλλά ἔχει εἰς τήν διάθεσίν του τούς τίτλους καί θέλει νά τούς πωλήσῃ.

Π ρ ό β λ η μ α I. Ὁ κ. Γεωργίου πωλεῖ τήν 3' Ἰουλίου ἐν Ἀθήναις μέσῳ τοῦ χρηματιστοῦ Χ 100 τίτλους Α πρός δρχ. 1735 ἕκαστον διά τήν προσεχῆ ἐκκαθάρισιν. Τί θά εἰσπράξῃ ἐκ τῆς πωλήσεως αὐτῆς; Προμήθεια $1\,{}^{1}/_{2}\,{}^{0}/_{00}$. Φόρος $0{,}15\,{}^{0}/_{00}$.

Λ ύ σ ι ς: Τήν 15' Ἰουλίου ὁ κ. Γεωργίου δηλώνει ὅτι θά παραδώσῃ τούς τίτλους καί μετά τήν ἐκκαθάρισιν εἰσπράττει δρχ. 173213,65 συμφώνως πρός τόν κάτωθι λογαριασμόν:

Λογαριασμός ἐκκαθαρίσεως 16 'Ἰουλίου
κ. Γεωργίου

Χρέωσις | | | | | Πίστωσις

3' Ἰουλ.	Προμήθεια $1\,{}^{1}/_{2}\,{}^{0}/_{00}$	δρ. 260,25	1' Ἰουλ.	100 τίτλ. Α πρός 1735	δρ. 173500
	Φόρος $0{,}15\,{}^{0}/_{00}$	" 26,70			
	Πρός ἐξίσωσιν	" 173213,05			
		δρ. 173500.--			δρ. 173500

2. Δέν ἔχει τούς τίτλους, ἀλλά θά ζητήσῃ νά τούς ἀγοράσῃ ἐν τῷ μεταξύ εἰς μικροτέραν τιμήν καί νά τούς παραδώσῃ κατά τήν ἐκκαθάρισιν εἰς τόν ἀγοραστήν. Ὁ πωλητής δέν ἔχει δηλαδή τούς τίτλους, ἀλλά πωλεῖ "εἰς τά ἀνοικτά" ἐλπίζων ὅτι αἱ τιμαί θά πέσουν μέχρι τῆς ἐκκαθαρίσεως διά νά ἀγοράσῃ τούς τίτλους μέ μικροτέραν τιμήν καί νά κερδίσῃ τήν διαφοράν.

Π ρ ό β λ η μ α II. Εἰς τό ἀνωτέρω πρόβλημα, ἡ τιμή τῶν ἀξιῶν Α κατέρχεται συμφώνως πρός τάς προβλέψεις τοῦ κ. Γεωργίου καί τήν 11'Ιουλίου τιμῶνται 1725 δρχ. Ὁ κ.Γεωργίου δίδει τότε ἐντολήν εἰς τόν χρηματιστήν Χ νά ἀγοράσῃ τούς τίτλους. Ποῖον τό κέρδος τοῦ κ. Γεωργίου ἐκ τῆς πράξεως αὐτῆς;

Λύσις: Ὁ κάτωθι λογαριασμός ἐκκαθαρίσεως δίδει τήν ζητουμένην ἀπάντησιν.

Λογαριασμός ἐκκαθαρίσεως 16'Ιουλίου
κ. Γεωργίου

Χρέωσις Πίστωσις

3'Ιουλ.	Προμήθεια $1\frac{1}{2}$°/οο	δρ. 260,25	3'Ιουλ.	100 τίτλ. Α πρός 1735	δρ.173500
3 "	Φόρος 0,15°/οο	" 26,70			
11'Ιουλ.	100 τίτλ. Α πρός 1725	" 172500,--			
11 "	Προμήθεια $1\frac{1}{2}$ °/οο	" 258,75			
11 "	Φόρος 0,15°/οο	" 25,90			
16 "	Πρός ἐξίσωσιν	" 428,40			
		δρ.173500.--			δρ.173500

Ὥστε τό καθαρόν κέρδος τοῦ κ.Γεωργίου θά εἶναι δρχ.439.

3. Νά μεταφέρῃ τήν πρᾶξιν διά τήν ἑπομένην ἐκκαθάρισιν δηλαδή νά ἀναβάλῃ τήν ὁριστικήν ἐκκαθάρισιν ἐπί ἕν δεκαπενθήμερον.

Πρόβλημα ΙΙΙ. Ὁ κ.Γεωργίου πωλεῖ τήν 2'Απριλίου ἐν 'Αθήναις μέσῳ τοῦ χρηματιστοῦ Χ "στά ἀνοικτά" διά τήν προσεχῆ ἐκκαθάρισιν 100 τίτλους Α πρός 1420. Τήν 15 'Απριλίου, αἱ προβλέψεις του δέν ἐπραγματοποιήθησαν ἀκόμη καί οἱ τίτλοι τιμῶνται 1425 δρχ. Ὁ κ. Γεωργίου ἐλπίζων εἰς μελλοντικήν πτῶσιν θέλει νά παραμείνῃ πωλητής καί μεταφέρει τήν ἐκκαθάρισιν διά τό ἑπόμενον δεκαπενθήμερον, ὁπότε πράγματι οἱ τίτλοι πίπτουν στά 1385 καί δίδει ἐντολήν εἰς τόν χρηματιστήν νά ἀγοράσῃ ἐπί προθεσμίᾳ. Νά γίνῃ ἡ μεταφορά καί νά εὑρεθῇ ἄν ὁ κ.Γεωργίου ἐκέρδισεν καί πόσον ἐκ τῆς πράξεως αὐτῆς. Προμήθεια 1°/οο. Φόρος 0,15ο/οο καί déport δρχ.35 κατά τίτλον.

Λύσις: Ἐπειδή ὁ κ.Γεωργίου θέλει νά παραμείνη πωλητής καί εἰς τό προσεχές δεκαπενθήμερον καί ἐπειδή δέν διαθέτει κανένα τίτλον διά νά παραδώση εἰς τόν ἀγοραστήν του, ἀπευθύνεται μέσῳ τοῦ χρηματιστοῦ του εἴς τινα κάτοχον τίτλων καί ζητεῖ νά τοῦ "ἐνοικιάση" τούς τίτλους Α δι' ἕν δεκαπενθήμερον, δίδων ὡς ἐνοίκιον (déport) 5 δρχ. κατά τίτλον. Ἡ "ἐνοικίασις" αὐτή γίνεται ὡς ἑξῆς: Ὁ κ.Γεωργίου ἀγοράζει τοῖς μετρητοῖς ἀπό τόν κάτοχον τῶν τίτλων τούς 100 τίτλους Α μέ τιμήν 1430 (1425 + 5) καί τούς πωλεῖ ἀμέσως εἰς αὐτόν ἐπί προθεσμίᾳ πρός 1425 καί παραμένει οὕτω ἐκ νέου πωλητής.

Τό déport, ὅπως βλέπομεν, εἶναι ἡ ὑπεροχή τῶν 5 δρχμ. τῆς τιμῆς τοῖς μετρητοῖς, ἐν συγκρίσει πρός τήν τιμήν ἐπί προθεσμίᾳ καί ἀποτελεῖ τό κέρδος τοῦ κατόχου τῶν τίτλων διά τήν διάθεσιν αὐτῶν ἐπί ἕν δεκαπενθήμερον. Οἱ κάτωθι λογαριασμοί δίδουν τώρα τήν λύσιν τοῦ προβλήματος.

Λογαριασμός ἐκκαθαρίσεως 15'Ἀπριλίου
κ. Γεωργίου

Χρέωσις			Πίστωσις		
2'Ἀπρ.	Προμήθεια 1⁰/οο	δρ. 142,--	2'Ἀπρ.	100 τίτλ. Α πρός 1420	δρ.142000
"	Φόρος 0,15⁰/οο	" 21,30		Πρός ἐξίσωσιν	" 1163,30
15 "	100 τίτλ. Α πρός 1430	" 143000,--			
		δρ.143163,30			δρ.143163,30

Ὁ κ. Γεωργίου θά καταβάλη εἰς τόν χρηματιστήν του δρχ. 1163,30 πρός ἐξίσωσιν τοῦ λογαριασμοῦ του. Τό ποσόν αὐτό ἀποτελεῖ ζημίαν του διά τό πρῶτον δεκαπενθήμερον τοῦ μηνός Ἀπριλίου.

Παρατήρησις Ι. Ἡ μεταφορά δέν γίνεται μόνον ὅταν δέν πραγματοποιηθοῦν αἱ προβλέψεις τοῦ πωλητοῦ καί αἱ τιμαί τῶν ἀξιῶν δέν κατέλθουν, ἀλλά καί ὅταν αἱ τιμαί πίπτουν. Ὁ πωλητής μεταφέρων τήν πώλησιν ἀπό δεκαπενθήμερον εἰς δεκαπενθήμερον, παραμένει διαρκῶς πωλητής καί κερδίζει οὕτω τάς παρουσιαζομένας ἑκάστοτε διαφοράς.

Λογαριασμός ἐκκαθαρίσεως τέλος Ἀπριλίου
κ. Γεωργίου

Χρέωσις					Πίστωσις
27 Ἀπρ.	100 τίτλ. Α πρός 1385	δρ.138500.--	16 Ἀπρ.	100 τίτλ. Α πρός 1425	δρ.142500
27 "	Προμήθεια 1°/oo	" 281,00			
27 "	Φόρος 0,15°/oo	" 42,15			
30 Ἀπρ.	Πρός ἐξίσωσιν	" 3676,85			
		δρ.142500.--			δρ.142500

Ὥστε τό καθαρόν κέρδος τοῦ κ. Γεωργίου θά εἶναι δρχμ. 3676,85 - 1163,30 δρχ. = δρχ.2513,55

7.14.- Ἡ σημασία τοῦ déport εἰς τάς χρηματιστηριακάς πράξεις.

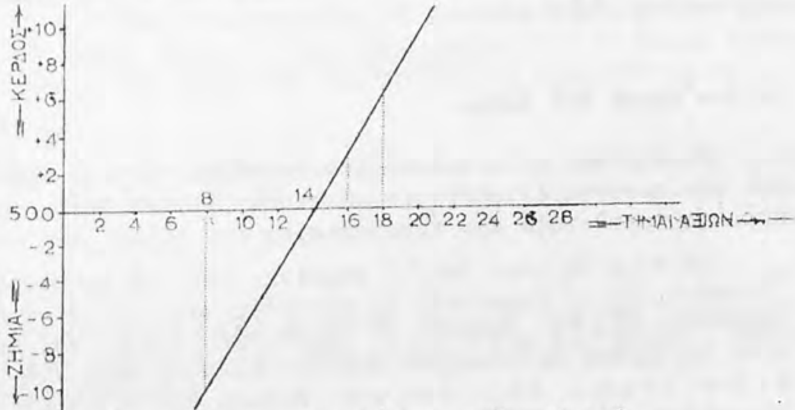
Ἡ ὕπαρξις déport εἰς τό χρηματιστήριον -πρᾶγμα οὐχί σύνηθες- σημαίνει, ὅτι ἡ ἀφθονία τῶν κεφαλαίων εἶναι τόσον μεγάλη, ὥστε οἱ ὑπάρχοντες τίτλοι δέν ἀρκοῦν νά καλύψουν τήν προσφοράν. Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν ὁ πωλητής ἀξιῶν "εἰς τά ἀνοικτά" διά νά εὕρῃ τίτλους κατά τήν ἐκκαθάρισιν εἶναι ὑποχρεωμένος νά τούς πληρώσῃ εἰς ἀνωτέραν τιμήν. Οὕτω ἡ τιμή τῶν τίτλων τοῖς μετρητοῖς γίνεται μεγαλυτέρα τῆς τιμῆς των ἐπί προθεσμίᾳ, παρουσιάζεται δηλαδή déport. Τό déport εἶναι χαρακτηριστικόν σημεῖον μεγάλης ὑποτιμητικῆς τάσεως καί τῆς ὑπάρξεως πολλῶν πωλητῶν "εἰς τά ἀνοικτά" οἱ ὁποῖοι ζητοῦν τίτλους διά νά καλυφθοῦν καί προσφέρουν περισσότερα διά νά πείσουν τούς κατόχους τῶν τίτλων νά τούς φέρουν εἰς τήν ἀγοράν.

7.15.- Γραφική παράστασις τῶν πράξεων ἐπί προθεσμίᾳ.

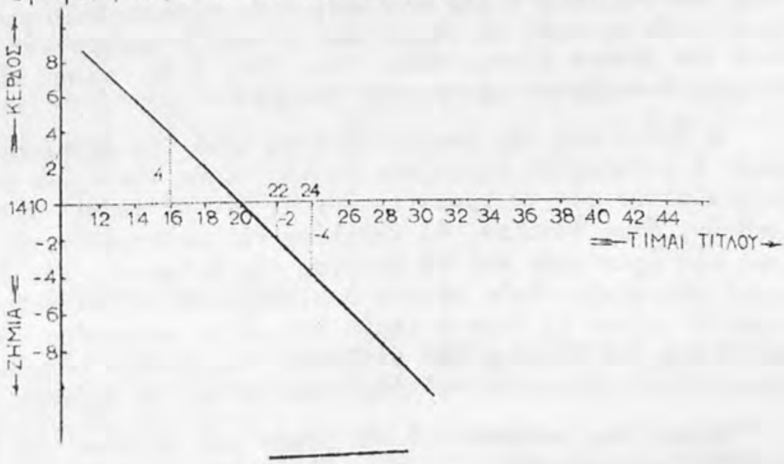
Αἱ πράξεις ἐπί προθεσμίᾳ δύνανται νά παρασταθοῦν καί γραφικῶς, ὁπότε ἔχομεν μίαν ἄμεσον καί σαφῆ εἰκόνα τῆς καταστάσεως καί τοῦ κέρδους ἤ τῆς ζημίας, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς ἑκάστην τιμήν δελτίου.

1. Γραφική παράστασις τῆς θέσεως τοῦ ἀγοραστοῦ.

Πρός τοῦτο ἐπί ἑνός ὁριζοντίου ἄξονος σημειοῦμεν, λαμβάνοντες ὡς μονάδα ὡρισμένον μῆκος λ.χ. 5 χιλιοστά δι' ἑκάστην χρηματικήν μονάδα, τάς πιθανάς τιμάς ὡρισμένου τίτλου. Ἐπί ἑνός ἄλλου πάλιν ἄξονος, καθέτου πρός τόν πρῶτον σημειοῦμεν μέ τήν αὐτήν μονάδα τό κέρδος -πρός τά ἄνω- καί τήν ζημίαν -πρός τά κάτω. Οὕτω ἔχομεν μίαν εὐθεῖαν γραμμήν, ἥτις μᾶς δίδει τό κέρδος ἤ τήν ζημίαν ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς ἑκάστην πιθανήν τιμήν τῶν ἀξιῶν εἰς τό χρηματιστήριον.



2. Γραφική παράστασις τῆς θέσεως τοῦ πωλητοῦ



Ε: ΠΡΑΞΕΙΣ ΕΠΙ ΔΩΡΩ

7.16.-'Ορισμός.

Αἱ πράξεις ἐπί δώρῳ εἶναι χρηματιστηριακαί συμβάσεις ἐπί προθεσμίᾳ εἰς τάς ὁποίας, ὁ ὑπό τῆς συμβάσεως ὁριζόμενος ἐκ τῶν συμβαλλομένων, ἔχει τό δικαίωμα κατά τήν ἐκκαθάρισιν νά διαλύσῃ ἐάν θέλῃ τήν σύμβασιν πληρώνων εἰς τόν ἀντισυμβαλλόμενον ἀποζημίωσίν τινα καθοριζομένην ἐν τῇ συμβάσει καί καλουμένην δῶρον.

7.17.-'Αγορά ἐπί δώρῳ.

Πρόβλημα. Ὁ κ.Γεωργίου ἀγοράζει τίτλους Α ἐπί δώρῳ διά τήν προσεχῆ ἐκκαθάρισιν μέ τιμήν 560/10. Ποία ἡ θέσις τοῦ ἀγοραστοῦ κατά τήν ἐκκαθάρισιν;

Λύσις: Ἡ τιμή 560/10 σημαίνει (εἰς τό χρηματιστήριον 'Αθηνῶν), ὅτι ὁ ἀγοραστής θά καταβάλῃ κατά τήν στιγμήν τῆς συμβάσεως εἰς τόν πωλητήν τό δῶρον τῶν 10 δρχ. καί ἐάν εἰς μίαν ὡρισμένην ἡμερομηνίαν πρό τῆς ἐκκαθαρίσεως -τήν ἡμέραν βεβαιώσεως τῶν δώρων- δηλώσῃ ὅτι θά ἐκτελέσῃ τήν συμφωνίαν, θά καταβάλῃ καί τάς ὑπολοίπους 560. 'Εάν πάλιν διαλύσῃ τήν σύμβασιν ἤ δέν παραλάβῃ τούς τίτλους θά ἐγκαταλείψῃ εἰς τόν πωλητήν τό δῶρον τῶν 10 δρχ. Ἡ πραγματική λοιπόν τιμή τῶν τίτλων εἶναι: 560 + 10 = 570, ἡ δέ τιμή τῶν 560 δραχμῶν ὀνομάζεται βασική τιμή.

Ἡ ἀπάντησις τήν ὁποίαν θά δώσῃ κατά τήν βεβαίωσιν τῶν δώρων ὁ κ.Γεωργίου ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς τιμῆς τῶν ἀξιῶν κατά τήν ἡμέραν αὐτήν εἰς τό χρηματιστήριον. 'Εάν αἱ τιμαί τῶν ἀξιῶν ὑψωθοῦν, ὅπως ἤλπιζεν, θά ἐκτελέσῃ τήν μετατροπήν τῆς πράξεως εἰς ὁριστικήν καί θά κερδίσῃ τήν διαφοράν. 'Εάν ὅμως αἱ τιμαί τῶν ἀξιῶν αὐτῶν πέσουν ὁ κ.Γεωργίου θά ἐκτελέσῃ τήν σύμβασιν μόνον ἐφ' ὅσον ἡ ζημία του εἶναι μικροτέρα τοῦ δώρου, ἄλλως θά διαλύσῃ τήν σύμβασιν, περιορίζων οὕτω τήν ζημίαν του εἰς τό ποσόν τοῦ δώρου μόνον καί τά διάφορα ἔξοδα.

Ὥστε: 'Εάν καλέσωμεν Σ τήν τιμήν τοῦ δελτίου θά ἔχωμεν τάς ἑξῆς περιπτώσεις:

1. $Σ > 560 + 10 = 570$. Ὁ κ.Γεωργίου εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν θά ἐκτελέσῃ τήν σύμβασιν, μετατρέπων αὐτήν εἰς ὁριστι-

κήν καί ἐκκαθαρίζει τόν λογαριασμόν του μέ κέρδος (Σ - 570), ἄν δέν ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν τά ἔξοδα.

2. Σ = 570. Ὁ κ.Γεωργίου είς τήν περίπτωσιν αὐτήν ἐκτελεῖ τήν σύμβασιν δίχως κέρδος ἤ ἄλλην ζημίαν πλήν τῶν ἐξόδων.

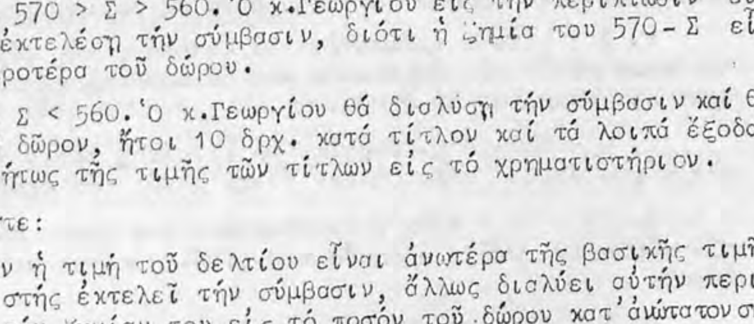
3. 570 > Σ > 560. Ὁ κ.Γεωργίου είς τήν περίπτωσιν αὐτήν θά ἐκτελέση τήν σύμβασιν, διότι ἡ ζημία του 570 - Σ εἶναι μικροτέρα τοῦ δώρου.

4. Σ < 560. Ὁ κ.Γεωργίου θά διαλύση τήν σύμβασιν καί θά χάση τό δῶρον, ἤτοι 10 δρχ. κατά τίτλον καί τά λοιπά ἔξοδα, ἀνεξαρτήτως τῆς τιμῆς τῶν τίτλων είς τό χρηματιστήριον.

Ὥστε:

Ἐάν ἡ τιμή τοῦ δελτίου εἶναι ἀνωτέρα τῆς βασικῆς τιμῆς ὁ ἀγοραστής ἐκτελεῖ τήν σύμβασιν, ἄλλως διαλύει αὐτήν περιορίζων τήν ζημίαν του είς τό ποσόν τοῦ δώρου κατ' ἀνώτατον σημεῖον.

Παρατήρησις: Συμφώνως πρός τά λεχθέντα ἀνωτέρω, ἡ θέσις τοῦ ἀγοραστοῦ ἐπί δώρῳ δίδεται ὑπό τῆς κάτωθι γραφικῆς παραστάσεως.



7.18.- Πώλησις ἐπί δώρῳ.

Πρόβλημα. Ὁ κ.Γεωργίου πωλεῖ τίτλους Α ἐπί δώρῳ διά τήν προσεχῆ ἐκκαθάρισιν μέ τιμήν 140/15. Ποία ἡ θέσις αὐτοῦ κατά τήν ἐκκαθάρισιν;

Λύσις: Ἡ τιμή 140/15 σημαίνει ὅτι, ἐάν ἐκτελέση τήν σύμβασιν καί μετατρέψη αὐτήν είς ὁριστικήν θά πωλήση τούς τίτλους είς τήν τιμήν τῶν 140 δραχμῶν, ἄλλως ἐάν δέν ἐκτελέση τήν σύμβασιν καί διαλύση αὐτήν θά πληρώση ἀποζημίωσιν (δῶρον) είς τόν ἀγοραστήν ἐκ 15 δρχ. Ἡ βασική λοιπόν τιμή ἐδῶ εἶναι ἡ 140 + 15 = 155 δρχ.

Ἐάν αἱ τιμαί τῶν ἀξιῶν κατέλθουν, ὅπως προσδοκᾷ ὁ κ. Γεωργίου, οὗτος θά ἐκτελέσῃ τήν σύμβασιν μέ κέρδος. Ἐάν ὅμως ὑψωθοῦν θά τήν ἐκτελέσῃ μόνον ἐφ'ὅσον ἡ ἐκ τῆς ὑψώσεως ζημία του εἶναι μικροτέρα τοῦ δώρου, ἄλλως θά διαλύσῃ τήν σύμβασιν περιορίζων τήν ζημίαν του εἰς τό ποσόν τοῦ δώρου μόνον. Οὕτω θά ἔχωμεν τάς ἑξῆς δυνατάς περιπτώσεις:

1. Σ < 140. Ὁ κ.Γεωργίου θά ἐκτελέσῃ τήν σύμβασιν μεταβάλλων αὐτήν εἰς ὁριστικήν καί θά κερδίσῃ ἐξ αὐτῆς(140-Σ) κατά τίτλον μεῖον τά ἔξοδα.

2. Σ = 140. Ὁ κ.Γεωργίου θά ἐκτελέσῃ πάλιν τήν σύμβασιν δίχως κέρδος οὔτε ζημίαν ἄλλην ἐκτός τῶν ἐξόδων.

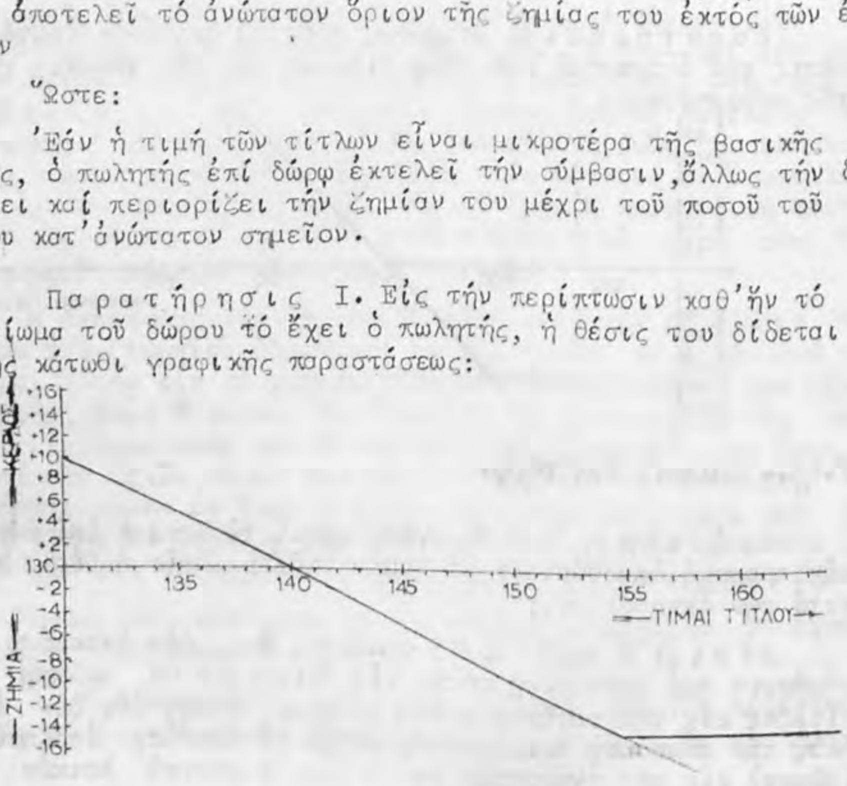
3. 140 < Σ < 155. Ὁ κ. Γεωργίου καί τώρα θά ἐκτελέσῃ τήν σύμβασιν, διότι ἡ ζημία του (155-Σ) εἶναι μικροτέρα τοῦ δώρου.

4. Σ > 155. Ὁ κ.Γεωργίου θά διαλύσῃ τήν σύμβασιν περιορίζων οὕτω τήν ζημίαν του εἰς τό ποσόν τοῦ δώρου, τό ὁποῖον ἀποτελεῖ τό ἀνώτατον ὅριον τῆς ζημίας του ἐκτός τῶν ἐξόδων

Ὥστε:

Ἐάν ἡ τιμή τῶν τίτλων εἶναι μικροτέρα τῆς βασικῆς τιμῆς, ὁ πωλητής ἐπί δώρῳ ἐκτελεῖ τήν σύμβασιν,ἄλλως τήν διαλύει καί περιορίζει τήν ζημίαν του μέχρι τοῦ ποσοῦ τοῦ δώρου κατ'ἀνώτατον σημεῖον.

Π α ρ α τ ή ρ η σ ι ς I. Εἰς τήν περίπτωσιν καθ'ἥν τό δικαίωμα τοῦ δώρου τό ἔχει ὁ πωλητής, ἡ θέσις του δίδεται ὑπό τῆς κάτωθι γραφικῆς παραστάσεως:



Παρατήρησις ΙΙ. Όπως βλέπομεν από τά ανωτέρω δύο προβλήματα, είς τάς επί δώρω συμβάσεις τό κέρδος τοῦ έχοντος τό δικαίωμα τοῦ δώρου είναι απεριόριστον, ενῷ ή ζημία του είναι περιωρισμένη καί ούδέποτε υπερβαίνει τό ποσόν τοῦ δώρου.

7.19.-"Εκδοσις νέων μετοχῶν.

Οσάκις αί ανώνυμοι εταιρίαι αυξάνουν τά κεφάλαια αυτῶν εκδίδουν νέας μετοχάς, τάς οποίας διαθέτουν κατά προτίμησιν είς τούς κατόχους παλαιῶν μετόχων καί μέ ίδιαιτέρους δι'αυτούς όρους. Έκαστος παλαιός κάτοχος θά υπολογίση πρῶτον τί τόν συμφέρει, αναλόγως τῆς τιμῆς τοῦ δικαιώματος αυτοῦ είς τό χρηματιστήριον. Θά κάμη δηλαδή χρῆσιν τοῦ δικαιώματος αυτοῦ; Θά αγοράση καί άλλους παλαιούς τίτλους διά νά αυξήση τά δικαιώματά του; Ή, τέλος, θά πωλήση είς άλλους τά ειδικά ευεργετήματα διά τήν αγοράν τῶν νέων τίτλων;

Πρόβλημα Ι. Μία εταιρία μέ κεφάλαιον 20 εκατομμυρίων φράγκων διηρημένον είς 200000 μετοχάς τῶν 100 φράγκων διπλασιάζει τό κεφάλαιόν της εκδίδουσα 200000 νέας μετοχάς τῶν 100 φράγκων μέ τιμήν πωλήσεως 125 φράγκα. Αί νέαι μετοχαί προσφέρονται κατά προτίμησιν είς τούς παλαιούς μετόχους είς ίσον αριθμόν μέ τάς μετοχάς εκάστου. Ή τιμή τῶν παλαιῶν μετοχῶν είναι είς τό χρηματιστήριον 935 φράγκα. Τί συμφέρει νά κάνη ό κάτοχος παλαιῶν μετοχῶν;

Λύσις: Έκαστος παλαιός τίτλος τιμᾶται 935 φράγκα καί έκαστος νέος τίτλος 125 φράγκα. Ούτω ό κάτοχος παλαιοῦ τίτλου θά έχη δύο τίτλους αντί 1060 φράγκων δηλαδή αντί 530 φράγκων έκαστον. Τό δικαίωμα εγγραφῆς αξίζει λοιπόν:

$$935 - 530 = 530 - 125 = 405 \text{ φράγκα.}$$

Εάν τό δικαίωμα αυτό τιμᾶται είς τό χρηματιστήριον κάτω τῶν 405 φράγκων, ό κάτοχος παλαιῶν τίτλων έχει μεγαλύτερον συμφέρον νά εγγραφῆ είς τούς νέους τίτλους πρός 125 φράγκα παρά νά πωλήση τό δικαίωμά του. Τό αντίθετον θά τόν συμφέρη εάν ή τιμή τοῦ δικαιώματος είναι είς τό χρηματιστήριον άνω τῶν 405 φράγκων.

Πρόβλημα ΙΙ. Εταιρία τις μέ κεφάλαιον 75 εκατομμυρίων δραχμῶν διηρημένον είς 150000 μετοχάς τῶν 500 δραχμῶν ἐκδίδει 50000 νέας μετοχάς πρός 500 δρχ. ἑκάστην, τάς ὁποίας προσφέρει κατά προτίμησιν εἰς τούς κατόχους παλαιῶν μετοχῶν ὑπό τούς ἑξῆς ὅρους:

1 μετοχή τοῦ νέου κεφαλαίου εἰς 6 παλαιάς μετοχάς. Ἡ τιμή πωλήσεως ἑκάστου νέου τίτλου ὡρίσθη εἰς 525 δρχ. Ἡ τιμή τοῦ χρηματιστηρίου εἶναι τήν στιγμήν αὐτήν 1505 δρχ. Τί συμφέρει τόν κάτοχον παλαιῶν τίτλων;

Λύσις:

150000 μετοχαί	πρός	1505 δρχ.	ἑκάστη	= 225.750.000 δρχ.
50000	"	525	"	= 26.250.000 "
200000 μετοχαί				= 252.000.000 χιλ.

ἄρα ἡ μέση τιμή τῆς μετοχῆς θά εἶναι:

$$\frac{252.000.000}{200.000} = 1260 \text{ δρχ.}$$

Ὁ κάτοχος 6 παλαιῶν μετοχῶν δύναται νά ἀγοράσῃ 1 νέαν μετοχήν ἀξίας 1260 δρχ. ἀντί 525 δρχ. πραγματοποιῶν οὕτω κέρδος 735 δρχ. ἤ 122,50 δρχ. κατά παλαιόν τίτλον.

Τό ποσόν αὐτό πρέπει εἰς τό χρηματιστήριον νά εἶναι ἡ τιμή τοῦ δικαιώματος κατά τίτλον κεφαλαίου.

Ἐάν τώρα τό δικαίωμα ἐγγραφῆς τιμᾶται εἰς τό χρηματιστήριον κάτω τῶν 122,50 δρχ. θά προτιμήσῃ νά ἐγγραφῇ εἰς τούς νέους ἀντί νά πωλήσῃ τό δικαίωμά του. Τό ἀντίθετον ἐάν τό δικαίωμα ἐγγραφῆς τιμᾶται ἄνω τῶν 122,50 δρχ.

Παρατήρησις: Καί εἰς τά δύο ἀνωτέρω προβλήματα, ἡ εὕρεσις τῆς τιμῆς τοῦ δικαιώματος εἰς τό χρηματιστήριον, ἐγένετο μέ τήν προϋπόθεσιν, ὅτι αἱ τιμαί τῶν παλαιῶν τίτλων εἰς τό χρηματιστήριον εἶναι ὅπως διεμορφώθησαν μετά τήν ἔκδοσιν τῶν τίτλων καί τήν ηὐξημένην κατά συνέπειαν προσφοράν.

Ἀσκήσεις.

1) Τόν Φεβρουάριον τοῦ 1946 ἠγοράσθησαν τίτλοι τῶν 7% ἀντί 83 δρχ. καί τῶν 8% ἀντί 90 δρχ. Ποῖον τό πραγματικόν ἐπιτόκιον ἑκάστου τίτλου, ἐάν τά ἔξοδα ἀγορᾶς εἶναι 1‰ καί ὁ φόρος καθαροῦ εἰσοδήματος 10‰;

2) Ποίους τίτλους συμφέρει νά άγοράσωμεν έπί τῶν κάτωθι σημειουμένων;

α) τῶν 5% άντί 87 δρχ. γ) τῶν 8% άντί 98,9 δρχ. ή
β) " 6% " 92 " δ) " 18% " 109 "

3)'Αγοράζομεν τήν 1 Νοεμβρίου 1935 τίτλους δανείου τῶν 6% πρός 91,50 δρχ. καί τούς πληρώνομεν τήν 1 Δεκεμβρίου 1942 είς τό ἄρτιον. Πρός πόσον τοῖς έκατόν έτοποθετήθη τό κεφάλαιόν μας; (ἔξοδα άγορᾶς $1 \frac{1}{4}$%. Φόρος καθαροῦ είσοδήματος 12%).

4.)'Αγοράζει τις τίτλους τῶν 7% τήν 1 Μαρτίου 1926 πρός 83 δρχ., έλευθέρους έξόδων. Τήν 1 Σεπτεμβρίου 1930 τό έπιτόκιον τοῦ δανείου μειοῦται είς 5%. Πρός πόσον τοῖς έκατόν έτόκισε τά χρήματά του, έάν έπώλησε τούς τίτλους του την 1 Μαρτίου 1936 πρός 79 δρχ.;

5) Πόσον πρέπει νά άγοράσωμεν τίτλους όνομαστικῆς άξίας 500 δραχμῶν διά νά ἔχωμεν είσόδημα πρός 10%, έάν τό όνομαστικόν έπιτόκιον αύτῶν είναι 8% καί τά ἔξοδα άγορᾶς $1 \frac{1}{2}$ ‰;

6) Είς ποίαν τιμήν συμφέρει νά άγοράσωμεν τίτλους Α ἔχοντας όνομαστικόν έπιτόκιον 6% διά νά ἔχωμεν τό αύτό είσόδημα μέ τίλους Β τιμωμένους 78 δρχ. καί ἔχοντας όνομαστικόν έπιτόκιον 4%;

7) Πωλοῦμεν 150 τίτλους προς 1647,80,350 τίτλους πρός 1563 καί 300 τίτλους πρός 1630 δρχ. ἕκαστον.Ποία ή μέση τιμή πωλήσεως αύτῶν;

8) Νά συνταχθῆ τήν 25'Απριλίου 1939 πινάκιον άγορᾶς 175 τίτλων όνομαστικῆς άξίας 500 δρχ. πρός 6%. Ποία ή τιμή τῶν τίτλων αύτῶν, έάν ή πληρωμή τῶν τοκομεριδίων γίνεται τήν 1 Μαρτίου καί τήν 1 Σεπτεμβρίου ἑκάστου ἔτους; Προμήθεια $1 \frac{1}{2}$ ‰. Χαρτόσημον 25 δρχ. καί τιμή δελτίου 368.

9) Νά συνταχθῆ τήν 12 Σεπτεμβρίου πινάκιον πωλήσεως 250 τίτλων όνομαστικῆς άξίας 100 δρχ.πρός 4%. Τί θά είσπράξωμεν έκ τῆς πωλήσεως αύτῆς, έάν οί τόκοι καταβάλλωνται τήν 1 Ίανουαρίου καί τήν 1 Ίουλίου ἑκάστου ἔτους καί έάν ή τιμή τοῦ δελτίου τῶν τίτλων εἶναι 76,50; Προμήθεια 1‰.Φόρος 0,1‰.

Τέλος