

# ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

## ΒΡΑΧΥΠΡΟΘΕΣΜΟΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

(ΤΟΚΟΣ — ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΣΙΣ — ΑΛΛΗΛΟΧΡΕΟΙ ΤΟΚΟΦΟΡΟΙ  
ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΙ — ΝΟΜΙΣΜΑ — ΣΥΝΑΛΛΑΓΜΑ — ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑ)

ΚΑΤΑ ΤΑΣ ΠΑΡΑΔΟΣΕΙΣ ΤΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ  
ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ Δ. ΜΑΡΓΑΡΙΤΗ



ΑΘΗΝΑΙ 1948  
ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ  
ΠΟΥΛΒΙΟΥ Χ. ΑΛΕΞΑΚΗ  
ΚΑΡΑΓΕΩΡΓΗ ΣΕΡΒΙΑΣ 14

8

MIDLAND DISTRICT  
 1901  
 1902  
 1903  
 1904  
 1905

# MINERAL RIGHTS

THE UNITED STATES DEPARTMENT OF THE INTERIOR  
 BUREAU OF LAND MANAGEMENT  
 WASHINGTON, D. C.

THE UNITED STATES DEPARTMENT OF THE INTERIOR  
 BUREAU OF LAND MANAGEMENT  
 WASHINGTON, D. C.


APRIL 1908  
 EXACTLY AS SHOWN  
 PROPERTY OF A. A. ...  
 BUREAU OF LAND MANAGEMENT

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α.

### ΠΕΡΙ ΤΟΚΟΥ

---

#### 1. Τι είναι ὁ τόκος.

Πολλάκις οἱ διάφοροι ἐπιχειρηματῆαι : ἔμποροι, βιομήχανοι κ.τ.λ. ἔχουν ἀνάγκην ἀπὸ χρηματικὰ ποσὰ διὰ νὰ ἐπεκτείνουν τὰς ἐπιχειρήσεις των καὶ νὰ αὐξήσουν οὕτω τὰ κέρδη των. Ἄν δὲν διαθέτουν οἱ ἴδιοι τὰ πρόσθετα αὐτὰ χρηματικὰ ποσὰ, θὰ καταφύγουν εἰς τοὺς τυχόν διαθέτοντας χρήματα καὶ θὰ ζητήσουν νὰ δανεισθοῦν ἀπὸ αὐτοὺς. Οἱ κάτοχοι ὁμοῦ τῶν χρημάτων πρὸς τοὺς ὁποίους θὰ ἀπευθινθοῦν, θὰ ἀπαιτήσουν καὶ θὰ λάβουν, ἀπὸ αὐτοὺς ἐν εἶδος ἐνοικίου ἢ εἰσοδήματος διὰ τὰ ποσὰ τὰ ὁποῖα θὰ τοὺς δανείσουν. Τὸ ἐνοίκιον αὐτὸ ἢ τὸ εἰσόδημα, τὸ ὁποῖον λαμβάνει ὁ δανειζων χρήματα, ὀνομάζεται **τόκος** τὸ δὲ οικονομικὸν φαινόμενον τὸ ὁποῖον δίδει ἀφορμὴν εἰς τὴν καταβολὴν τόκου ὀνομάζεται **ἐντοκον δάνειον**. Οἱ δανειζόμενοι τὰ χρήματα ἐπιχειρηματῆαι δέχονται προθύμως νὰ καταβάλουν τὸν τόκον εἰς τοὺς πιστωτὰς των, διότι αὐτὸς δὲν ἀποτελεῖ, παρὰ ἓν μικρὸν συνήθως μέρος τῶν προσθέτων κερδῶν, ἅτινα θὰ καρποῦντο διὰ τῆς ἐπεκτάσεως τῶν ἐργασιῶν των.

Τὸ ἐντοκον δάνειον δὲν εἶναι φαινόμενον τῆς συγχρόνου μόνον οικονομικῆς ζωῆς. Ἰσχυε τόσον εἰς τὴν ἀρχαιότητα, ὅσον καὶ εἰς τὸν Μεσαίωνα, ἀλλὰ ἐπὶ διαφορετικὴν μορφήν. Τότε δὲν ἔδανειζοντο, ὡς σήμερον, οἱ πλούσιοι ἐπιχειρηματῆαι, διότι τοιοῦτοι ἐν γένει δὲν ἔπληγον. Ἐδανειζοντο οἱ πτωχοὶ διὰ νὰ ἀγοράσουν τροφήν ἢ οἱ πτωχοὶ ἱππῶται διὰ νὰ ἀγοράσουν τὸν ὄπλισμόν των. Τὰ δάνεια δηλαδή δὲν ἐγίνοντο διὰ παραγωγικοὺς σκοποὺς, ἀλλὰ κυρίως διὰ καταναλωτικούς. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν οἱ τόκοι τῶν δανείων ἐπέβλεπον φοβερὰ τοὺς χρεώστας καὶ τοὺς κατέστρεφον καὶ κατεδικάσθησαν ἀπὸ τοὺς σοφοὺς καὶ τὴν ἐκκλησίαν.

Τὸ χρηματικὸν ποσόν, τὸ ὁποῖον δανεῖζεται τις ὀνομάζεται **κεφάλαιον**, ἢ δὲ χρονικὴ διάρκεια τοῦ δανείου **χρόνος**.

Ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ τόκου γίνεται ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ εἰσοδήματος τῶν 100 δραχμῶν εἰς ἓν ἔτος, τὸ δὲ εἰσόδημα αὐτὸ ὀνομάζεται **ἐπιτόκιον**.

Τὸ ὕψος τοῦ ἐπιτοκίου ρυθμίζεται ἀπὸ τὴν προσφορὰν καὶ τὴν ζήτησιν τῶν κεφαλαίων. Ἄν ἡ ζήτησις κεφαλαίων εἰς μίαν ἐποχὴν εἶναι πολὺ μεγάλη ἐν σχέσει μετὰ τὴν προσφορὰν, τὸ ἐπιτόκιον εἶναι ὑψηλόν. Τὸ ἀντίθετον συμβαίνει ἂν ἡ ζήτησις εἶναι μικρά. Τὸ ὕψος τοῦ ἐπιτοκίου ἐξαρτᾶται ἐπίσης καὶ ἀπὸ τὴν φερεγγυότητα τοῦ δανειζομένου. Ἐάν ἡ φερεγγυότης του εἶναι μικρά, ὁ δανειστής θὰ ἀπαιτήσῃ μεγαλύτερον ἐπιτόκιον τοῦ τρέχοντος. Τὸ ἐπὶ πλέον ἀποτελεῖ εἶδος ἀσφαλίστρου, ὅπερ καταβάλλει ὁ χρεώστης εἰς τὸν δανειστήν. Συνήθως ὁ νόμος καθορίζει ἓν ἐπιτόκιον—τὸ νόμιμον ἐπιτόκιον—πέραν τοῦ ὁποίου δὲν ἐπιτρέπεται νὰ ζητῆ τις. Τὸ νόμιμον ἐπιτόκιον παρακολουθεῖ καὶ αὐτὸ τὰς συνθήκας τῆς ἀγορᾶς κεφαλαίων.

Εἰς τὴν Ἀριθμητικὴν τὸ κεφάλαιον «περὶ τόκου» ἀσχολεῖται μετὰ προβλήματα εἰς τὰ ὁποῖα δίδονται τρία ἀπὸ τὰ τέσσαρα ποσά: **κεφάλαιον (K)**, **χρόνος (X)**, **ἐπιτόκιον (E)** καὶ **τόκος (T)** καὶ ζητεῖται τὸ τέταρτον. Ἐπειδὴ ὁμοίως διὰ τὸν ἔμπορον ἔχει ἰδιαιτέραν σημασίαν ὁ εὐκόλος καὶ ταχὺς ὑπολογισμὸς τοῦ τόκου διὰ χρονικὰ διαστήματα συνήθως ὄχι μεγαλύτερα τῶν τριῶν μηνῶν, εἰς τὸ κεφάλαιον τοῦτο θὰ ἐπιμείνωμεν κυρίως εἰς τὴν εὐρεσιν μεθόδων συντόμου ὑπολογισμοῦ τοῦ τόκου διὰ χρονικὰ διαστήματα ὄχι πλέον τῶν 90 ἡμερῶν.

2. Ὑπολογισμὸς τοῦ τόκου ὅταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς ἔτη.

**Πρόβλημα.** Πόσον τόκον φέρουν 35000 δραχμαὶ πρὸς 6% εἰς ἓν ἔτος;

**Λύσις:** Τὸ ἐπιτόκιον 6% μᾶς λέγει ὅτι ὁ τόκος ἑνὸς ἑκατοντάδραχμου εἰς ἓν ἔτος εἶναι 6 δραχμαί. Εἰς τὰς 35000 δραχμὰς περιέχονται  $\frac{35000}{100}$  ἑκατοντάδραγμα καὶ κατὰ συνέπειαν ὁ



τόκος εις ἓν ἔτος θὰ εἶναι :

$$T = \frac{35000}{100} \cdot 6 = \frac{35000 \cdot 6}{100}$$

καὶ ὁ τόκος τῶν τεσσάρων, ἔτων, τέσσαρας φορές μεγαλύτερες δηλαδή :

$$T = \frac{35000 \cdot 6}{100} \cdot 4 = \frac{35000 \cdot 6 \cdot 4}{100} = 840 \text{ δραχ.}$$

Ἐάν τώρα ἀντὶ τῶν ἀριθμῶν θέσωμεν τὰ ἀρχικά γράμματα τῶν ποσῶν, τὰ ὅποια παριστοῦν οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ τοῦ ἀριθμητοῦ, θὰ ἔχωμεν τὸν **γενικὸν τύπον** :

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100}$$

ὁ ὁποῖος μᾶς λέγει ὅτι :

*Διὰ νὰ εὗρωμεν τὸν τόκον, όταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς ἔτη, πολλαπλασιάζομεν τὸ κεφάλαιον, τὸ ἐπιτόκιον καὶ τὸν χρόνον καὶ διαιροῦμεν τὸ ἐξαγόμενον διὰ τοῦ 100.*

**Παρατήρησις I.** Ὅταν ζητοῦμεν τὸν τόκον ἑνὸς ἔτους, ὁ χρόνος εἰς τὸν τύπον τοῦ τόκου θὰ ἰσοῦται μὲ τὴν μονάδα καὶ κατὰ συνέπειαν θὰ παραλειφθῇ, ὅποτε θὰ ἔχωμεν

$$T = \frac{K \cdot E}{100} \quad \eta \quad T = \frac{K}{100} \cdot E$$

Ὡστε : Διὰ νὰ εὗρωμεν τὸν τόκον ἑνὸς ἔτους, πολλαπλασιάζομεν τὸ ἑκατοστὸν τοῦ κεφαλαίου ἐπὶ τὸ ἐπιτόκιον. Π. X.

Ποῖος εἶναι ὁ τόκος 8500 δραχ. εἰς ἓν ἔτος πρὸς 5 % :

$$T = \frac{8500}{100} \cdot 5 = 85 \cdot 5 = 425 \text{ δραχ.}$$

**Παρατήρησις II.**— Ὅταν τὸ κεφάλαιον περιέχει καὶ ἑκατοστὰ τῆς δραχμῆς, παραλείπομεν εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ τόκου τὰ ἑκατοστὰ καὶ αὐξάνομεν κατὰ μίαν μονάδα τὸ ποσὸν τῶν

δραχμῶν, ἂν τὰ ἑκατοστὰ τὰ ὀλοῖα παραλείπομεν εἶναι 50 ἢ ὑπερβαίνουν τὰ 50.

Π. γ. Ποῖος εἶναι ὁ τόκος 3765,65 δραχμῶν εἰς 2 ἔτη πρὸς 8 ο)ο :

$$T = \frac{3765 \cdot 2 \cdot 8}{100} = 602,56 \text{ δραχμ.}$$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νὰ ἐπολογισθοῦν οἱ ἐτήσιοι τόκοι :

- |                          |                             |
|--------------------------|-----------------------------|
| 1) Δρχ. 1793 πρὸς 4 %    | 2) Δρχ. 942,50 πρὸς 3 1/2 % |
| 3) " 2560 " 4 1/2 %      | 4) " 726,30 " 2 %           |
| 5) frs 1168,35 " 3 2/3 % | 6) frs 884,50 " 3 2/3 %     |
| 7) " 4675.— " 6 2/3 %    | 8) " 414,80 " 5 7/8 %       |
| 9) \$ 614,80 " 3 1/2 %   | 10) \$ 186,70 " 4 2/3 %     |

Πόσον τόκον φέρουν :

- |                                    |
|------------------------------------|
| 11) Δρχ. 1871 πρὸς 3 % εἰς 7 ἔτη   |
| 12) " 3324 " 3 1/2 % " 6 "         |
| 13) " 2400 " 5 2/3 % " 5 "         |
| 14) " 8224,50 " 4 1/2 % " 4 "      |
| 15) " 605,65 " 5 % " 8 1/2 "       |
| 16) " 1735,30 " 6 1/2 % " 3 2/3 "  |
| 17) frs 872,60 " 3 5/8 % " 3 1/2 " |
| 18) " 8630 " 4 % " 2 "             |
| 19) \$ 812,30 " 5 1/2 % " 7 "      |
| 20) " 724,55 " 4 1/2 % " 6 2/3 "   |
| 21) " 1250 " 5 2/3 % " 3 1/2 "     |
| 22) lfl 8630 " 3 1/4 % " 2 1/2 "   |

3. Εὑρεῖς τοῦ τόκου ὅταν τὸ κεφάλαιον δίδεται εἰς λίρας.

\*Ὅταν τὸ κεφάλαιον δίδεται εἰς συμμιγῆ ἀριθμῶν λιρῶν,

διὰ νὰ εὐρωμεν τὸν τόκον πρέπει πρῶτον νὰ τρέψωμεν τὸν συμμιγῆ ἀριθμὸν τῶν λιρῶν εἰς δεκαδικόν. Ἡ μετατροπὴ αὐτὴ γίνεται ὡς ἑξῆς :

Ἄς λάβωμεν τὸν συμμιγῆ ἀριθμὸν £ 5—7—6 καὶ ἄς ζητήσωμεν νὰ τὸν μετατρέψωμεν εἰς δεκαδικόν.

Ἐπειδὴ ἡ λίρα ἔχει 20 σελίνια ἢ 240 πέννια, ἕκαστον σελίνιον θὰ ἰσοῦται μὲ τὸ  $\frac{1}{20}$  ἢ τὰ 50 χιλιοστὰ τῆς λίρας καὶ ἕκαστη πέννα μὲ τὸ  $\frac{1}{240}$  ἢ τὰ  $4\frac{1}{6}$  χιλιοστὰ τῆς λίρας. Ὅποτε θὰ ἔχωμεν :

$$\begin{aligned} \text{£ } 5-7-6 &= \text{£ } 5 + 7.50 \text{ χιλιοστὰ} + 6.4 \frac{1}{6} \text{ χιλιοστὰ} \\ &= \text{£ } 5 + 0,350 + 0,025 \\ &= \text{£ } 5,375. \checkmark \end{aligned}$$

Οἱ ὑπολογισμοὶ αὐτοὶ δεῖν νὰ γίνωνται ἀπὸ μνήμης οὕτως, ὥστε νὰ γράφωμεν ἀμέσως τὸ τελικὸν ἐξαγόμενον.

Μετὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ τόκου τρέπομεν τὸν τυχόν δεκαδικὸν ἀριθμὸν λιρῶν τὸν ὁποῖον θὰ εὐρωμεν πάλιν εἰς συμμιγῆ, διαιροῦντες πρῶτον τὸ σύνολον τῶν χιλιοστῶν διὰ τοῦ 50 [ἢ μόνον τὰ ἑκατοστὰ διὰ τοῦ 5] διὰ νὰ εὐρωμεν τὰ σελίνια καὶ τὰ ὑπόλοιπα χιλιοστὰ διὰ τοῦ  $4\frac{1}{6}$  [ἢ χάριν συντομίας μόνον διὰ τοῦ 4] διὰ νὰ εὐρωμεν τὰς πέννας. Οὕτω εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα ὁ ἀριθμὸς £ 5,375 θὰ τραπῆ εἰς συμμιγῆ ὡς ἑξῆς :

$$\begin{array}{r} 375 \quad | \quad \underline{\text{£}50} \\ \qquad \qquad \qquad 7 \text{ σελίνια} \\ 25 \quad | \quad \underline{4} \\ \qquad \qquad \qquad 6 \text{ πέννια} \end{array}$$

ὁπότε θὰ ἔχωμεν

$$\text{£ } 5,375 = \text{£ } 5-7-6$$

Ὅμοιως καὶ ἐδῶ αἱ διαιρέσεις γίνονται ἀπὸ μνήμης.

**Πρόβλημα.** Πόσον τόκον φέρουν £ 185—8—10 εἰς 2 ἔτη πρὸς 5 %;

**Λύσις:** £ 185—8—10 = £ 185,442

$$\text{ἄρα } T = \frac{185,442.5.2}{100} = 18,544$$

$$\text{ἢ } T = \text{£ } 18,544 = \text{£ } 18-10-11$$

**Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ**

Πόσον τόκον φέρουν εἰς ἓν ἔτος :

23) £ 456—17—6 πρὸς 5  $\frac{1}{2}$ %

24) £ 12—2—10 > 3  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$ %

25) £ 63—7—8 > 2  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$ %

26) £ 14—8—6 > 4  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$ %

Πόσον τόκον φέρουν

27) £ 837—4—6 πρὸς 4  $\frac{1}{2}$ % εἰς 5 ἔτη

28) £ 216—16—4 > 4  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$ % > 3 >

29) £ 1033—6—8 > 6  $\frac{1}{2}$ % > 2  $\frac{1}{2}$  >

30) £ 319—18—1 > 4  $\frac{1}{2}$ % > 4  $\frac{1}{2}$  >

31) £ 1230—16—4 > 3  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$ % > 7 >

32) £ 872—6—7 > 4  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$ % > 5  $\frac{1}{2}$  >

4. Ὑπολογισμὸς τοῦ τόκου ὅταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς μῆνας.

**Πρόβλημα.** Πόσον τόκον φέρουν 3600 δραχμαὶ εἰς 8 μῆνας πρὸς 5  $\frac{1}{2}$ %;

**Λύσις:** Ἐπειδὴ τὸ ἔτος ἔχει 12 μῆνας, οἱ 8 μῆνες θὰ εἶναι τὰ  $\frac{8}{12}$  τοῦ ἔτους καὶ κατὰ συνέπειαν ὁ τύπος τοῦ τόκου θὰ μᾶς δώσει :

$$T = \frac{3600.5. \frac{8}{12}}{100}$$

$$\text{ἢ } T = \frac{3600.5.8}{100.12} = \frac{3600.5.8}{1200} = 120 \text{ δραχ.}$$

ὁπότε ὁ γενικὸς τύπος τοῦ τόκου γίνεται :

$$T = \frac{K.E.X}{1200}$$

καὶ μᾶς λέγει ὅτι :

*Διὰ τὰ εὑρωμεν τὸν τόκον, ὅταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς μῆνας, πολλαπλασιάζομεν τὸ κεφάλαιον, τὸ ἐπιτόκιον καὶ τὸν χρόνον καὶ διαιροῦμεν τὸ ἐξαγόμενον διὰ τοῦ 1200.*

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Πόσον τόκον φέρουν

33) Δρχ.	1492.—	πρὸς 4 %	εἰς 7 μῆνας
34) "	905.—	" 5 %	" 9 "
35) "	1551,50	" 3 %	" 8 "
36) "	164,25	" 2 %	" 11 "
37) "	720.—	" 12 %	" 5 1/2 "
38) frs.	856,60	" 3 1/2 %	" 1 ἔτος καὶ 7 μῆνας
39) "	675,80	" 4 %	" 4 μῆνας
40) "	873,20	" 4 1/2 %	" 4 ἔτη καὶ 5 μῆνας
41) "	1256,50	" 2 1/4 %	" 2 ἔτη καὶ 7 μῆνας
42) \$	5000.—	" 8 %	" 2 1/2 μῆνας
43) "	148,65	" 6 %	" 5 1/2 "
44) "	731,35	" 5 1/2 %	" 4 1/2 "
45) "	837,65	" 3 1/2 %	" 8 "
46) £	3436-5-6	" 5 %	" 17 "
47) £	72-15-6	" 2 1/2 %	" 5 ἔτη καὶ 2 μῆνας
48) £	725-12-6	" 2 1/4 %	" εἰς 6 μῆνας
49) £	926-5-7	" 5 %	" 6 μῆνας
50) £	529-7-3	" 6 %	" 10 μῆνας

5. Ὑπολογισμὸς τοῦ τόκου ὅταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς ἡμέρας.

*Πρόβλημα. Πόσον τόκον φέρουν 12.000 δρχ. εἰς 60 ἡμέρας πρὸς 6 % ;*

*Λύσις:* Ἐπειδὴ τὸ ἔτος ἔχει 365 ἡμέρας αἱ 60 ἡμέραι εἶναι τὰ  $\frac{60}{365}$  τοῦ ἔτους καὶ κατὰ συνέπειαν ὁ τύπος τοῦ τόκου θὰ μᾶς δώσῃ :

$$T = \frac{12000 \cdot \frac{60}{365}}{100}$$

$$\eta \quad T = \frac{12000 \cdot 60}{100 \cdot 365} = \frac{12000 \cdot 60}{36500} = 118,36 \text{ δαχ.}$$

όποτε ο γενικός τύπος του τόκου γίνεται :

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{36500}$$

και μᾶς λέγει ότι :

*Διὰ τὴν εὐρωμεν τὸν τόκον, διὰ τὸν χρόνον δίδεται εἰς ἡμέρας, πολλαπλασιάζομεν τὸ κεφάλαιον, τὸ ἐπιτόκιον καὶ τὸν χρόνον καὶ διαιροῦμεν τὸ ἐξαγόμενον διὰ τοῦ 36500.*

**Παρατήρησις I.** Ἐπειδὴ εἰς τὰς ἐμπορικὰς συναλλαγὰς ἔχομεν νὰ ὑπολογίσωμεν πάντοτε τὸν τόκον ἡμερῶν, διὰ τὴν νὰ κάνομεν εὐκολώτερον τὸν ὑπολογισμόν θεωροῦμεν συνήθως τὸ ἔτος ἔχον 12 μῆνας ἀπὸ 30 ἡμέρας ἕκαστος, ἧτοι 360 μόνον ἡμέρας. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγομεν ὅτι χρησιμοποιοῦμεν τὸ *ἐμπορικὸν ἢ λογιστικὸν ἔτος* καὶ ὁ τύπος τοῦ τόκου γίνεται τότε :

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{36000}$$

Εἰς τὴν Ἑγγλίαν ὁμοίως, τὴν Β. Ἀμερικὴν, τὴν Ὀλλανδίαν καὶ τινὰς ἄλλας χώρας τὸ ἔτος ὑπολογίζεται πάντοτε μὲ 365 ἡμέρας [ἢ 366 ὅταν εἶναι δίσεκτον] καὶ οἱ μῆνες μὲ τὰς πραγματικὰς ἡμέρας ἕκαστος. Τὸ ἔτος αὐτὸ ὀνομάζεται *πολιτικόν*.

Εἰς τὴν Κεντρικὴν Εὐρώπην πάλιν, ἐπικρατεῖ ἕνας μικτὸς τρόπος ὑπολογισμοῦ τοῦ ἔτους. Οἱ μῆνες ὑπολογίζονται μὲ τὰς πραγματικὰς ἡμέρας ἕκαστος καὶ τὸ ἔτος μὲ 360 ἡμέρας μόνον. Τὸ ἔτος αὐτὸ ὀνομάζεται *μικτόν*.

Εἰς τὴν Ἑλλάδα ἄλλοτε χρησιμοποιεῖται τὸ λογιστικὸν ἔτος (εἰς τοὺς ἀλληλοχρεῶς λ.χ. λογαριασμοὺς) καὶ ἄλλοτε τὸ πολιτικόν, ὅπως εἰς τὰς καταθέσεις τῶν τραπεζῶν.

**Παρατήρησις II.** Διὰ τὴν εὐρωμεν τὸν πραγματικὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν, αἱ ὁποῖαι μεσολαβοῦν μεταξὺ δύο ἡμερομηνιῶν ἐξαγόμεθα ὡς ἑξῆς :

1) Πόσαι ἡμέραι μεσολαβοῦν ἀπὸ τῆς 17ης Φεβρουαρίου μέχρι τῆς 24ης Μαΐου :

α') Έτος εμπορικόν.

Από 17ης Φεβρουαρίου μέχρι 17ης Μαΐου	= 3 μήνες ἢ 90 ἡμ.
» 17ης Μαΐου μέχρι 24ης Μαΐου	+ 7 »
Ἐν ὅλῳ	97 ἡμ.

β') Έτος πολιτικόν ἢ μικτόν.

Από 17ης Φεβρουαρίου μέχρι 17ης Μαΐου	= 3 μήνες ἢ 90 ἡμ.
» 17ης Μαΐου μέχρι 24ης Μαΐου	+ 7 »
	97 ἡμ.
ἀπὸ Φεβρουάριον	- 2 »
	95
ἀπὸ Μάρτιον	+ 1 »
Ἐν ὅλῳ	96 ἡμ.

2) Πόσαι ἡμέραι μεσολαμβάνονται ἀπὸ τῆς 17ης Φεβρουαρίου μέχρι τῆς 11ης Μαΐου :

α') Έτος εμπορικόν.

Από 17ης Φεβρουαρίου μέχρι 17ης Μαΐου	= 3 μήνες ἢ 90 ἡμ.
» 17ης Μαΐου » 11ης Μαΐου	= - 6 »
Ἐν ὅλῳ	84 ἡμ.

β') Έτος πολιτικόν ἢ μικτόν.

Από 17ης Φεβρουαρίου μέχρι 17ης Μαΐου	= 3 μήνες ἢ 90 ἡμ.
» 17ης Μαΐου » 11ης Μαΐου	= - 6 »
	84 ἡμ.
ἀπὸ Φεβρουάριον	- 2 »
	82 ἡμ.
ἀπὸ Μάρτιον	+ 1 »
Ἐν ὅλῳ	83 ἡμ.

Οἱ ἀνωτέρω ὑπολογισμοὶ δεόν να γίνονται ἀπὸ μνήμης.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Πόσον τόκον φέρουν με εμπορικόν έτος.

- 51) Δρχ. 8113,50 πρὸς 6 % εἰς 85 ἡμέρας
- 52) » 308,60 » 4 1/2 % » 2 μήνας καὶ 7 ἡμέρας
- 53) » 18670.— » 5 % » 1 έτος 3 μήνας καὶ 8 ἡμέρας
- 54) » 8672.— » 4 % » 148 ἡμέρας :
- 55) £ 112-6-8 » 6 1/2 % » 72 ἡμέρας :

Πόσον τόκον φέρουν με πολιτικών έτος

56)	Δρχ.	1812.—	πρός	8 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	εις	71	ημέρας
57)	"	3311,50	"	9 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	13	"
58)	"	909,75	"	10 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	25	"
59)	£	813-15-6	"	5 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	68	"
60)	"	240-0-4	"	6 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	27	"
61)	"	66-11-8	"	3 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	100	"
62)	"	21-10-0	"	4 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	80	"
63)	Δολ.	9540,60	"	2 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	84	"
64)	"	750,30	"	5 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	17	"
65)	"	1860.—	"	3 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	75	"
66)	"	1125 60	"	3 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	63	"

Πόσον τόκον φέρουν με μικτών έτος

47)	Δρχ.	3518,30	πρός	4 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	από	12	Φεβρουαρίου—3	Μαρτίου
68)	"	6521,25	"	3 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	23	Σεπτεμβ.—31	Δεκεμβρίου
69)	"	8400.—	"	6 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	2	Ιανουαρίου—3	Ιουλίου
70)	"	3887,40	"	5 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	15	Δεκεμβρίου—1	Μαρτίου
71)	frs.	9215.—	"	5 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	24	Νοεμβρίου—3	Ιανουαρίου
72)	"	4378,60	"	4 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	6	Μαΐου—31	Δεκεμβρίου
73)	"	8965.—	"	6 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	1	Όκτωβρ.—4	Φεβρουαρίου
74)	"	7698,20	"	5 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	30	Μαρτίου—30	Ιουνίου

Πόσον τόκον φέρουν με έμπορικόν έτος

75)	Rm.	953,50	πρός	4 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	από	1	Ιουλίου—31	Όκτωβρίου
76)	frs.	877,20	"	3 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	15	Μαΐου—1	Αύγουστου
77)	Δρχ.	865.—	"	5 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	24	Ιουλίου—31	Αύγουστου
78)	"	593.—	"	3 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	5	Όκτωβρίου—11	Δεκεμ.
79)	"	6128.—	"	5 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	24	Φεβρουαρίου—15	Μαρτ.
80)	"	9118,80	"	6 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	11	Ιανουαρι.—17	Απριλίου
81)	frs.	8140.—	"	9 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	15	Φεβρουαρίου—25	Μαρτ.

Πόσον τόκον φέρουν με πολιτικών έτος

82)	Δρχ.	8560.—	πρός	6 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	από	17	Μαρτίου—22	Ιουνίου
83)	"	840,60	"	4 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	11	Ιανουαρίου—17	Μαρτίου
84)	"	6720,30	"	5 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	12	Φεβρουαρι.—25	Απριλίου
85)	"	11120.—	"	3 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	12	Ιουλίου—25	Σεπτεμβρ.
86)	£	198-17-6	"	4 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	22	Ιουλίου—5	Όκτωβρίου
87)	"	1344-0-0	"	3 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>	"	1	Απριλίου—18	Ιουλίου



- 88) £ 1450-15-9 πρὸς  $4\frac{1}{2}\%$  ἀπὸ 19 Φεβρ.—21 Ἀπριλίου  
 89) " 279-16-2 "  $2\frac{1}{2}\%$  " 3 Ἰανουαρ.—31 Μαρτίου  
 90) " 84-13-10 "  $2\frac{1}{2}\%$  " 30 Νοεμβρ.—28 Φεβρ.

**6. Μετατροπὴ τοῦ τόκου ἀπὸ μικτοῦ ἔτους εἰς  
 τόκον πολιτικοῦ ἔτους** *(ἔμωρον)*

Ἐπειδὴ ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ τόκου γίνεται πολὺ ἀπλούστερον ὅταν ὁ παρανομαστής τοῦ γενικοῦ τύπου εἶναι 36000 καὶ ὄχι 36500, ὁ ὁποῖος δὲν ἔχει τόσους διαιρέτους ὅσους ὁ πρῶτος, προκειμένου νὰ εὑρωμεν τὸν τόκον μὲ πολιτικὸν ἔτος, εὐρίσκομεν πρῶτον τὸν τόκον μὲ μικτὸν ἔτος καὶ τὸν μετατρέπομεν κατόπιν εἰς τόκον πολιτικοῦ ἔτους. Ἡ μετατροπὴ αὕτη γίνεται οὕτω :

**Πρόβλημα.** Πόσον τόκον φέρουν μὲ πολιτικὸν ἔτος 8400 δραχ. ἀπὸ 10 Φεβρουαρίου ἕως 22 Μαρτίου πρὸς  $6\%$ ;

**Λύσις:** Ἀπὸ 10 Φεβρ.—22 Μαρτίου=40 ἡμέραι, ὁπότε

$$T = \frac{8400 \cdot 6 \cdot 40}{36500}$$

Πολλαπλασιάζομεν ἀμφοτέρους τοὺς ὄρους τοῦ κλάσματος ἐπὶ 36000, ὁπότε ἡ ἀξία του δὲν μεταβάλλεται, καὶ ἔχομεν :

$$T = \frac{8400 \cdot 6 \cdot 40 \cdot 36000}{36500 \cdot 36000}$$

$$\eta \quad T = \frac{8400 \cdot 6 \cdot 40 \cdot 36000}{36000 \cdot 36500}$$

$$\eta \quad T = \left[ \frac{8400 \cdot 6 \cdot 40}{36000} \right] \cdot \frac{36000}{36500}$$

τὸ ἐντὸς τοῦ ὀρθογωνίου μέρους εἶναι ὡς γνωστὸν ὁ τόκος τῶν 8400 δραχ. μὲ μικτὸν ἔτος, ἧτοι 56 δραχ. ὁπότε ὁ τόκος μὲ πολιτικὸν ἔτος ἴσούται μὲ :

$$T = 56 \cdot \frac{36000}{36500}$$

ἢ ἂν ἀπλοποιήσωμεν τὸ κλάσμα, μέ :

$$T = 56 \cdot \frac{72}{73} = 55,23 \text{ δρχ.}$$

Διὰ νὰ εὔρωμεν ὁμῶς τὰ  $\frac{72}{73}$  τοῦ 56 δυνάμεθα ἀπλοῦστέρων  
νὰ ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τὸ 56 τὸ  $\frac{1}{73}$  αὐτοῦ. Ὅποτε θὰ ἔχωμεν :

Τόκος μὲ μικτὸν ἔτος Δρχ. 56.—

$$- \quad \frac{1}{73} \text{ τοῦ } 56 \quad \approx \quad 0,77$$

ὥστε :

Τόκος μὲ πολιτικὸν ἔτος Δρχ. 55,23

*Διὰ νὰ εὔρωμεν τὸν τόκον μὲ πολιτικὸν ἔτος ἀρκεῖ*

*νὰ ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τὸν τόκον μὲ μικτὸν ἔτος τὸ  $\frac{1}{73}$*   
*αὐτοῦ.*

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νὰ ὑπολογισθῶσι οἱ τόκοι μὲ πολιτικὸν ἔτος.

- |          |          |                                   |                              |
|----------|----------|-----------------------------------|------------------------------|
| 91) Δρχ. | 563,50   | πρὸς 5 $\frac{1}{2}$ %            | εἰς 81 ἡμέρας                |
| 92) "    | 8593,75  | " 4 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ % | " 96 "                       |
| 93) "    | 296,50   | " 7 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ % | " 70 "                       |
| 94) £    | 168-6-6  | " 8 $\frac{1}{2}$ %               | " 72 "                       |
| 95) "    | 190-12-0 | " 3 $\frac{1}{2}$ %               | " 47 "                       |
| 96) "    | 63-2-7   | " 5 $\frac{1}{2}$ %               | " 73 "                       |
| 97) "    | 914-7-6  | " 3 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ % | ἀπὸ 1 Ἰουλίου—29 Σεπτεμβρίου |
| 98) \$   | 3475,60  | " 3 $\frac{1}{2}$ %               | " 25 Μαρτίου—18 Ἀπριλίου     |
| 99) "    | 687,30   | " 4 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ % | " 17 Ἰανουαρίου—8 Ἀπριλίου   |
| 100) "   | 6225     | " 7 $\frac{1}{2}$ %               | " 24 Ἀπριλίου—31 Δεκεμβρίου  |

**7. Ὑπολογισμὸς τοῦ τόκου διὰ τῶν τοκαριθμῶν καὶ τῶν σταθερῶν διαιρητῶν.**

Ἐάν εἰς τὸν γενικὸν τύπον τοῦ τόκου, δοῦν ὁ χρόνος δίδεται εἰς ἡμέρας (H) :

$$T = \frac{K \cdot E \cdot H}{36000}$$

διαιρέσωμεν ἀμφοτέρους τοὺς ὄρους τοῦ κλάσματος διὰ τοῦ ἐπιτοκίου Ε, ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος δὲν θὰ μεταβληθῇ ὡς γνωστὸν καὶ θὰ ἔχωμεν

$$T = \frac{K \cdot H}{36.000 : E}$$

Τὸ γινόμενον Κ · Η τοῦ κεφαλαίου ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν ὀνομάζεται **τοκαρίθμος**, τὸ δὲ πηλίκον τοῦ 36000 διὰ τοῦ ἐπιτοκίου Ε, **σταθερὸς διαιρέτης** καὶ ὁ γενικὸς τύπος τοῦ τόκου, ὅταν ὁ χρόνος ἐκφράζεται εἰς ἡμέρας, λαμβάνει τὴν μορφήν :

$$\text{Τόκος} = \frac{\text{Τοκαρίθμος}}{\text{Σταθερὸς Διαιρέτης}}$$

ἦτοι :

**Διὰ νὰ εὗρωμεν τὸν τόκον, ὅταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς ἡμέρας, διαιροῦμεν τὸν τοκαρίθμον διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.**

Ἐννοεῖται ὅτι διὰ νὰ ἔχη πρακτικὴν ἀξίαν ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ τόκου διὰ τῶν τοκαρίθμων πρέπει τὸ πηλίκον 36000 : Ε νὰ εἶναι στρογγυλὸς ἀριθμὸς. Ὅταν ὁ σταθερὸς διαιρέτης δὲν εἶναι στρογγυλὸς ἀριθμὸς λέγομεν ὅτι τὸ ἐπιτόκιον αὐτὸ δὲν ἔχει σταθερὸν διαιρέτην. Κατωτέρω δίδομεν πίνακα σταθερῶν διαιρητῶν :

### ΠΙΝΑΞ Ι

$\%$	Σταθ. Διαιρέτ.	$\%$	Σταθ. Διαιρέτ.	$\%$	Σταθ. Διαιρέτ.
1	36000	3	12000	$7 \frac{1}{2}$	4800
$1 \frac{1}{4}$	28800	4	9000	8	4500
$1 \frac{1}{2}$	24000	$4 \frac{1}{2}$	8000	9	4000
2	18000	5	7200	10	3600
$2 \frac{1}{2}$	14400	6	6000	12	3000

**Πρόβλημα.** Πόσον τόκον φέρουν 1393 δρχ. εις 47 ημέρας πρὸς 6<sup>0</sup>/<sub>10</sub> ἢ 5<sup>0</sup>/<sub>10</sub> ἢ 4<sup>0</sup>/<sub>10</sub>;

Δύσεις : τοκαριθμὸς = 1393.47 = 65471

$$T = \frac{65471}{6000} \quad \text{ἢ} \quad T = \frac{65471}{7200} \quad \text{ἢ} \quad T = \frac{65471}{9000}$$

δηλαδή  $T = 10,91$  δρχ. ἢ  $T = 9,09$  δρχ. ἢ  $T = 7,27$  δρχ.

**Παρατήρησις.** Συνήθως, [εἰς τοὺς ἀλληλοχρέους τοκοφόρους λογαριασμοὺς πάντοτε], λαμβάνομεν τὸ ἑκατοστὸν τοῦ τοκαριθμοῦ, παραλείπομεν τὸ δεκαδικὸν μέρος, καὶ τὸ διαφοῦμεν διὰ τοῦ ἑκατοστοῦ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου. Οὕτω εἰς τὸ ἄνω τέρω παράδειγμα θὰ ἔχωμεν :

$$T = \frac{655}{60} = 10,92 \text{ δρχ.} \quad \text{ἢ} \quad T = \frac{655}{72} = 9,12 \text{ δρχ.} \quad \text{ἢ} \quad T = \frac{655}{90} = 7,29 \text{ δρχ.}$$

### Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Νὰ εὑρεθῶσι διὰ τῶν τοκαριθμῶν αἱ τόκοι :

101) 1628	Δρχ. πρὸς 3 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	εἰς 81	ἡμέρας
102) 2364,80	" " 8 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 51	"
103) 296,50	" " 2 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 145	"
104) 725.—	" " 5 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 39	"
105) 2605.—	" " 4 <sup>1</sup> / <sub>10</sub> <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 102	"
106) 672,40	" " 9 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 27	"
107) 1375.—	" " 1 <sup>1</sup> / <sub>10</sub> <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 158	"
108) 367,00	" " 12 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 47	"
109) 2083,40	" " 10 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 64	"
110) 728,25	" " 6 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 28	"
111) 1839,80	" " 2 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 216	"
112) 8313.—	" " 6 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 25	"

Ὅμοιως μὲ μικτὸν ἔτος αἱ τόκοι :

113) 3518,20	Δρχ. πρὸς 4 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	ἀπὸ 12	Φεβρουαρίου.—3	Μαρτίου.
114) 6512.—	frs. " 2 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 23	Σεπτεμβρίου.—31	Δεκεμβρίου.
115) 3887,40	£ " 6 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 2	Ἰανουαρίου.—3	Ἰουνίου.
116) 8400.—	" " 5 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	" 15	Δεκεμβρίου.—1	Μαρτίου.

117) 9215.—	frs. πρὸς 5 %	ἀπὸ 3 Ἀυγούστου—17 Νοεμβρίου
118) 4378,60	" " 12 %	" 6 Μαΐου—31 Δεκεμβρίου
119) 7698.—	" " 10 %	" 1 Ὀκτωβρ.—4 Φεβρουαρίου
120) 593,30	" " 4 1/2 %	" 5 Ὀκτωβρ.—11 Δεκεμβρίου

**Σημείωσις.** Ἐάν καλέσωμεν  $T$  τὸν τόκον τοῦ κεφαλαίου  $K$  πρὸς  $E\%$  εἰς  $X$  χρόνον καὶ  $T'$  τὸν τόκον τοῦ κεφαλαίου  $K'$  πρὸς  $E'\%$  εἰς  $X'$  χρόνον θὰ ἔχωμεν

$$T : T' = \frac{K.E.X}{100} : \frac{K'.E'.X'}{100} \quad \eta$$

$$\frac{T}{T'} = \frac{K.E.X}{K'.E'.X'}$$

Ἐάν τώρα υποθέσωμεν :

α')  $K=K'$ ,  $X=X'$  καὶ  $E \neq E'$ , θὰ ἔχωμεν :

$$\frac{T}{T'} = \frac{E}{E'}$$

ἦτοι :

*Οἱ τόκοι ἴσων κεφαλαίων τοκισομένων ἐπὶ ἴσα χρονικὰ διαστήματα πρὸς διάφορα ἐπιτόκια εἶναι ἀνάλογοι τῶν ἐπιτοκίων.*

β')  $K=K'$ ,  $E=E'$  καὶ  $X \neq X'$ , θὰ ἔχωμεν :

$$\frac{T}{T'} = \frac{X}{X'}$$

ἦτοι :

*Οἱ τόκοι ἴσων κεφαλαίων τοκισομένων πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπιτόκιον εἶναι ἀνάλογοι τῶν χρόνων.*

γ')  $X=X'$ ,  $E=E'$  καὶ  $K \neq K'$ , θὰ ἔχωμεν :

$$\frac{T}{T'} = \frac{K}{K'}$$

ἦτοι :

*Οἱ τόκοι διαφόρων κεφαλαίων τοκισομένων πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπιτόκιον ἐπὶ ἴσα χρονικὰ διαστήματα εἶναι ἀνάλογοι τῶν κεφαλαίων.*

καὶ δ')  $E=E'$  καὶ  $K \neq K'$ ,  $X \neq X'$  θὰ ἔχωμεν :

$$\frac{T}{T'} = \frac{K.X}{K'.X'}$$

ἦτοι :

*Οἱ τόκοι δύο διαφόρων κεφαλαίων τοκισομένων πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπιτόκιον εἰς ἴσα χρονικὰ διαστήματα εἶναι ἀνάλογοι τῶν τοκαρίθμων.*

8. Ὑπολογισμὸς τοῦ συνολικοῦ τόκου πολλῶν κεφαλαίων πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπιτόκιον.

Πρόβλημα. Καταθέτει εἰς εἰς μίαν τράπεζαν τὴν 30ην Ἰουλίου 1400.— δραχ., τὴν 15ην Σεπτεμβρίου 1800.—, τὴν 1ην Ὀκτωβρίου 600.— καὶ τὴν 20ην Νοεμβρίου 1500.— δραχ. Ποῖον τόκον θὰ λάβῃ τὴν 31 Δεκεμβρίου, διαὶ τὸ ἐπιτόκιον εἶναι  $4\frac{1}{10}$ ; (Ἔτος μικτόν).

Λύσις: Τὸ πρῶτον κεφάλαιον θὰ τοκισθῇ ἐπὶ 154 ἡμέρας, τὸ δεύτερον ἐπὶ 107 ἡμέρας, τὸ τρίτον ἐπὶ 91 ἡμέρας καὶ τὸ τέταρτον ἐπὶ 41 ἡμέρας. Ἄρα ὁ συνολικὸς τόκος θὰ εἶναι:

$$T = \frac{1400 \cdot 154}{9000} + \frac{1800 \cdot 107}{9000} + \frac{600 \cdot 91}{9000} + \frac{1500 \cdot 41}{9000}$$

$$\text{ἢ } T = \frac{215600 + 192600 + 54600 + 61500}{9000} = \frac{524300}{9000}$$

$$\text{ἢ } T = 58,26 \text{ δραχ.}$$

Ὅπως βλέπομεν ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα ἡ εὐρωσις τοῦ συνολικοῦ τόκου πολλῶν κεφαλαίων πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπιτόκιον ἀνάγεται εἰς τὴν πρόσθεσιν ὁμονόμων κλασμάτων. Ἡ διάταξις τῆς πράξεως γίνεται χάριν συντομίας ὡς ἐξῆς:

Ποσὴ	ἡμ.	Τοκάρθμοι
Δραχ 1400.—	154	= 215600
» 1800.—	107	= 192600
» 600.—	91	= 54600
» 1500.—	41	= 61500

$$T = 524300 : 9000$$

$$T = 58,26 \text{ δραχ.}$$

ὥστε:

Διὰ νὰ εὐρωμεν τὸν συνολικὸν τόκον πολλῶν κεφαλαίων πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπιτόκιον, διαιροῦμεν τὸ ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

121) Καταθέτει τις εις μίαν τράπεζαν τὰ κάτωθι ποσά :

Δρχ.	1200	τὴν	6ην	Φεβρουαρίου
"	670	"	20ην	Μαΐου
"	1930	"	30ην	Αγούστου
"	790	"	5ην	Νομβρίου

Ποῖος εἶναι ὁ συνολικὸς τόκος τὴν 31 Δεκεμβρίου πρὸς  $2\frac{1}{2}\%$  ἢ πρὸς  $4\%$  ; Ἡ ἡμέρα καταθέσεως εἶναι τοκοφόρος. Ἔτος μικτόν.

122) Ὅμοιος :

Δρχ.	725	τὴν	30	Ἰανουαρίου
"	1460	"	28	Ἀπριλίου
"	450	"	1	Ἰουλίου
"	1375	"	10	Ὀκτωβρίου

Ἔτος ἐμπορικόν. Ἐπιτόκιον  $4\frac{1}{2}\%$ . Ποῖον τόκον θὰ λάβῃ τὴν 31 Δεκεμβρίου ;

123) Ἀποσφραττίζει ἀπὸ τὴν τράπεζαν τὰ κάτωθι ποσά :

Δρχ.	1800	τὴν	19ην	Ἰανουαρίου
"	850	"	16ην	Φεβρουαρίου
"	2375	"	30ην	Μαρτίου
"	725	"	7ην	Μαΐου
"	1650	"	1ην	Ἰουλίου

Ποῖον εἶναι τὸ συνολικόν του χρέους πρὸς τὴν τράπεζαν τὴν 30 Ἰουλίου. Ἔτος ἐμπορικόν. Ἐπιτόκιον  $8\%$ .

124) Ποῖος ὁ τόκος τῶν κάτωθι ποσῶν πρὸς  $5\%$  τὴν 31 Μαρτίου

£	612—10—6	ἀπὸ	30	Ἰανουαρίου
£	302—15—6	"	3	Φεβρουαρίου
£	923—0—0	"	1	Μαρτίου

Ἔτος πολιτικόν

125) Ἐνας ἔμπορος ἀφίλει 986.50 δρχ. πληρωτέας τὴν 18 Ἀπριλίου. Πληρώνει 350 δρχ. τὴν 31 Μαΐου, 250 δρχ. τὴν 5 Ἰουλίου καὶ τὸ ὑπόλοιπον μετὰ τῶν τόκων πρὸς  $6\%$  τὴν 15 Ἀγούστου. Τί θὰ πληρώσῃ ;

126) Ὁ ἔμπορος Β ἀποσφραττίζει ἐπὶ τῇ βίσει πιστώσεως τὴν ὁποίαν παρεχώρησεν εἰς αὐτὸν ἡ Τράπεζα Ἀθηνῶν, τὰ ἑξῆς ποσά : δρχ. 3512.20 τὴν 20ην Σεπτεμβρίου, δρχ. 2400.—τὴν 24ην Ὀκτωβρίου, δρχ. 2955.50 τὴν 31 Νομβρίου καὶ δρχ. 876.25 τὴν 2ην Δεκεμβρίου. Τί ποσὸν δεῖον νὰ καταβάλῃ εἰς τὴν Τράπεζαν τὴν 31 Δεκεμβρίου ἢ ἔ. διὰ νὰ ἐξοφλήσῃ τὸ χρέος του καὶ τοὺς τόκους πρὸς  $9\%$ . Ἔτος μικτόν.

127) Ὁ Α. Ἀντωνίου καταθέτει εἰς τὴν Τράπεζαν Πειραιῶς τὴν

29ην Μαρτίου £ 612—10—10, την 19ην Ἀπριλίου £ 302—15—8, την 6ην Μαρτίου £ 64—17—6, την 2αν Ἰουνίου £ 824—5—9. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τοῦ εἰς τὴν Τράπεζαν, ἂν ἡ Τράπεζα πληρῶνῃ τόκον πρὸς 3<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%. Ἔτος μιανόν.

128) Ὁ Γ. Γεωργίου καταθέτει τὴν 31ην Μαρτίου εἰς τὴν Τράπεζαν δρχ. 8122 καὶ τὴν 7ην Ἀπριλίου δρχ. 7466,75. Τὴν 9ην Ἰουνίου ἀποσφύρει 9121,60. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τοῦ τὴν 31ην Ἰουνίου. Ἐπιτόκιον 4<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%. Ἔτος μιανόν.

129) Ἐβάσαμεν εἰς τὸν Α τὰ ἐξῆς ποσά : δρχ. 14279,25 τὴν 7ην Ὀκτωβρίου, δρχ. 32449,70 τὴν 8ην Νοεμβρίου, δρχ. 43594,65 τὴν 12ην Δεκεμβρίου. Ὁ Α. ἔχει ἐμβάσει εἰς ἡμᾶς δρχ. 27245,60 τὴν 27 Ὀκτωβρίου καὶ δρχ. 11215,40 τὴν 19 Νοεμβρίου. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ μας τὴν 31 Δεκεμβρίου ; Ἐπιτόκιον 6%. Ἔτος ἐμπορικόν.

130) Ποία ἡ διαφορὰ τόκων πρὸς 5% 4256,70 δρχ. εἰς 64 ἡμ. καὶ 2735 δρχ. εἰς 86 ἡμέρας. Ἔτος ἐμπορικόν.

9. Συνολικὸς τόκος ὅταν τὸ ἐπιτόκιον δὲν ἔχει σταθερὸν διαιρέτην.

**Πρόβλημα I.** Ποῖος ὁ συνολικὸς τόκος δρχ. 8200 εἰς 61 ἡμέρας, δρχ. 8900 εἰς 52 ἡμέρας καὶ δρχ. 5400 εἰς 45 ἡμέρας πρὸς 7<sup>1</sup>/<sub>10</sub> :

	<i>Τόκος Ἡμερ.</i>	<i>Τοκάριθμοι</i>
Δύσεις : Δρχ. 8200.— 61	=	500 200
» 8900.— 52	=	462 800
» 5400.— 45	=	243 600

1206 000 : 6000 = 201 δρ.

Ἐπειδὴ τὸ 7% δὲν ἔχει σταθερὸν διαιρέτην λαμβάνομεν ὡς **βοηθητικὸν** ἐπιτόκιον τὸ 6% καὶ αὐξάνομεν τὸν τόκον ὃ ὁποῖος ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐτὸ κατὰ τὸ 1/10, δηλαδὴ κατὰ 1% ἀκόμα.

Τόκος πρὸς 6%	201	δρχ.	
+ » » 1%	33,50	»	(τὸ 1/10 τοῦ 201)

Τόκος πρὸς 7% 234,50 δρχ.

**Πρόβλημα II.** Ποῖος θὰ ἦτο ὁ τόκος εἰς τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα ἂν τὸ ἐπιτόκιον ἦτο 3<sup>5</sup>/<sub>8</sub> % :



**Λύσις :** Ὅπως καὶ ἀνωτέρω εὐρίσκομεν :

Τόκος πρὸς 6 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	201 δρχ.	
Τόκος πρὸς 3 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	100,50	
+ » » $\frac{4}{8}$ <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	16,75	[1/8 τοῦ 100,50]
+ » » $\frac{1}{8}$ <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	4,19	[1/4 τοῦ 16,75]
Τόκος πρὸς 3 <sup>5</sup> / <sub>8</sub> <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	121,44	

ὥστε :

Ὅταν τὸ δοθὲν ἐπιτόκιον δὲν ἔχει σταθερὸν διαιρέτην, διὰ τὰ εὐρωμεν τὸν συνολικὸν τόκον πολλῶν κεφαλαίων, εὐρίσκομεν πρῶτον τὸν τόκον μὲ ἐν βοηθητικὸν ἐπιτόκιον [συνήθως τὸ 6<sup>0</sup>/<sub>0</sub>] καὶ ἐξ αὐτοῦ τὸν πραγματικὸν ἀναλύοντες τὸ βοηθητικὸν ἐπιτόκιον εἰς ἀπλὰ μέρη.

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

131) Λί ἀσκήσεις 121—130 νὰ λυθῶσι μὲ ἐν τῶν ἐπιτοκίων 7<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, 11<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, 5<sup>1</sup>/<sub>2</sub><sup>0</sup>/<sub>0</sub>, 3<sup>2</sup>/<sub>0</sub><sup>0</sup>/<sub>0</sub>, 7<sup>1</sup>/<sub>4</sub><sup>0</sup>/<sub>0</sub>, 2<sup>0</sup>/<sub>8</sub><sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον νὰ εὐρεθῶσι καὶ οἱ τόκοι ἑξ ἑποχικῶν.

132) Δρχ. 3664,40 πρὸς 3<sup>1</sup>/<sub>2</sub><sup>0</sup>/<sub>0</sub> εἰς 55 ἡμέρας.

133) \* 5685,— \* 3<sup>1</sup>/<sub>4</sub><sup>0</sup>/<sub>0</sub> \* 54 \*

134) £ 409-16-3 \* 2<sup>2</sup>/<sub>8</sub><sup>0</sup>/<sub>0</sub> \* 11 \*

135) frs 5328,80 \* 4<sup>1</sup>/<sub>16</sub><sup>0</sup>/<sub>0</sub> ἀπὸ 24 Ἰουνίου μέχρι 31 Ἰουλίου.

136) \* 8375,— \* 4<sup>1</sup>/<sub>8</sub><sup>0</sup>/<sub>0</sub> \* 21 Φεβρ. \* 15 Νοεμβρ.

#### 10. Συντομίαι εἰς τὴν εὐρεσιν τοῦ τόκου.

α') Μέθοδος τῶν ἀπλῶν μερῶν ἢ τῶν ὑποπολλαπλασιῶν τοῦ χρόνου.

Πρόβλημα I. Πόσον τόκον φέρουν 8630 δρχ. πρὸς 6<sup>0</sup>/<sub>0</sub> εἰς 60 ἡμέρας, ἢ πρὸς 4<sup>0</sup>/<sub>0</sub> εἰς 90 ἡμέρας, ἢ πρὸς 5<sup>0</sup>/<sub>0</sub> εἰς 72 ἡμέρας.

**Λύσεις.** Συμφώνως πρὸς τὴν § 7 ἔχομεν :

$$T = \frac{8630.60}{6000} = \frac{8630}{100} = 86,30$$

$$\eta \quad T = \frac{8630.90}{9000} = \frac{8630}{100} = 86,30$$

$$\eta \quad T = \frac{8630.72}{7200} = \frac{8630}{100} = 86,30$$

Ὡστε :

Ὅταν ὁ ἀριθμὸς τῶν ἡμερῶν ἰσοῦται μὲ τὸ ἑκατοστὸν τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου ὁ τόκος ἰσοῦται μὲ τὸ ἑκατοστὸν τοῦ κεφαλαίου.

**Πρόβλημα II.** Πόσον τόκον φέρουν α') δρχ. 835,75 πρὸς 4<sup>0</sup>/<sub>100</sub> εἰς 108 ἡμέρας β') δρχ. 613, πρὸς 4<sup>1</sup>/<sub>2</sub><sup>0</sup>/<sub>100</sub> εἰς 36 ἡμέρας γ') δρχ. 8424 πρὸς 6<sup>0</sup>/<sub>100</sub> εἰς 80 ἡμέρας :

**Λύσεις :** α') Ἐὰν τὸ κεφάλαιόν μας δὲν τοκίζεται 108 ἡμέρας ἀλλὰ μόνον 90  $\left[ \text{τὸ } \frac{1}{100} \text{ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου τοῦ } 4\frac{0}{100} \right]$

συμφώνως μὲ τὸν ἀνωτέρω κανόνα θὰ εἶχωμεν :

εἰς 90 ἡμ. τόκος = 8,36 δρχ.

+ » 18 » » = 1,67 » [τὸ <sup>1</sup>/<sub>5</sub> τοῦ 8,36]

εἰς 108 ἡμ. τόκος = 10,03 δρχ.

Διότι αἱ 18 ἡμέραι ὁποῖα ὑπολείπονται ἀπὸ τὰς 90 διὰ τὰ γίνουσι 108 εἶναι τὸ <sup>1</sup>/<sub>5</sub> τοῦ 90 καὶ ὁ τόκος τῶν 18 ἡμερῶν θὰ εἶναι τὸ <sup>1</sup>/<sub>5</sub> τοῦ τόκου τῶν 90 ἡμερῶν.

β') Μὲ τὴν αὐτὴν σκέψιν ἔχομεν :

εἰς 80 ἡμ. τόκος = 6,14 δρχ.

εἰς 40 ἡμ. τόκος = 3,07 δρχ. [τὸ <sup>1</sup>/<sub>2</sub> τοῦ 6,14]

÷ 4 » » = 0,31 » [τὸ <sup>1</sup>/<sub>10</sub> τοῦ 3,07]

εἰς 36 ἡμ. τόκος = 2,76 δρχ.

γ') Ὁμοίως ἔχομεν :

εἰς 60 ἡμ. τόκος = 84,24 δρχ.

+ » 20 » » = 28,08 » [τὸ <sup>1</sup>/<sub>3</sub> τοῦ 84,24]

εἰς 80 ἡμ. τόκος = 112,32 δρχ.

**Πρόβλημα III.** Πόσον τόκον φέρουν με πολιτικὸν ἔτος  
 £ 524-11-10 πρὸς 3% εἰς 252 ἡμέρας :

**Δύσις :** £ 524-11-10 = £ 524,592,

Εὐρίσκομεν πρῶτον τὸν τόκον με μικτὸν ἔτος :

εἰς 120 ἡμ. τόκος = £ 5,246

+ » 120 » » = £ 5,246

+ » 12 » » = £ 0,525

εἰς 252 ἡμ. τόκος = £ 11,017

÷ £ 0,151 [ τὸ  $\frac{1}{73}$  συμφώνως πρὸς § 6 ]

£ 10,866 = £ 10-17-4

**Πρόβλημα IV.** Πόσον τόκον φέρουν frs. 1305,50  
 πρὸς 3½% εἰς 127 ἡμέρας :

**Δύσις :** Ἐπειδὴ τὸ 3½% δὲν ἔχει σταθερὸν διαιρέτην,  
 εὐρίσκομεν τὸν τόκον πρὸς τὸ βοηθητικὸν ἐπιτόκιον 3% καὶ  
 ἔχομεν.

εἰς 120 ἡμ. τόκος = 13,06 frs.

» 6 » » = 0,65 » [τὸ  $\frac{1}{20}$  τοῦ 13,06]

» 1 » » = 0,11 »

3% εἰς 127 ἡμ. τόκος = 13,82 frs.

$\frac{1}{2}$ % + 2,30 » [τὸ  $\frac{1}{6}$  τοῦ 13,82]

3½% εἰς 127 ἡμ. τόκος πρὸς 3½% 16,12 frs.

**Παρατήρησις.** Πολλάκις εἶναι ἀπλουστερά ἢ εὐρεσις τοῦ  
 τόκου ὅταν λάβωμεν τὸ χιλιοστὸν τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου ὡς  
 βοηθητικὸν ἀριθμὸν ἡμερῶν ὅποτε ὁ τόκος εἶναι τὸ χιλιοστὸν  
 τοῦ κεφαλαίου, ὡς εἰς τὸ κατωτέρω παράδειγμα :

Ποῖος ὁ τόκος 24600 δρχ. πρὸς 6% εἰς 21 ἡμέρας :

**Δύσις :** τόκος εἰς 6 ἡμ. = δρχ. 24,60

τόκος εἰς 18 ἡμ. = δρχ. 73,80 [τὸ τριπλ. τοῦ 24,60]

+ » » 3 » = » 12,30 [τὸ  $\frac{1}{2}$  τοῦ 24,60]

τόκος εἰς 21 ἡμ. = δρχ. 86,11

Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Νὰ ὑπολογισθῶσι οἱ τόκοι πρὸς 6 % διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀπλῶν μερῶν τοῦ χρόνου.

137) δρχ. 3566.— εἰς 17 ἡμέρας	138) δρχ. 8952,90 εἰς 30 ἡμέρας
139) > 8242.— > 23 >	140) > 7482,35 > 117 >
141) > 6945.— > 67 >	142) > 12546.— > 142 >
143) > 9538,30 > 32 >	144) > 8732,90 > 88 >
145) > 7946,50 > 15 >	140) > 16345,80 > 35 >

Νὰ ὑπολογισθῶσι οἱ τόκοι πρὸς 4 % διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀπλῶν μερῶν τοῦ χρόνου.

147) δρχ. 3825.— εἰς 47 ἡμέρας	148) δρχ. 10520.— εἰς 54 ἡμέρας
149) > 6748.— > 73 >	150) > 7685.— > 45 >
151) > 9445.— > 77 >	152) > 13365,50 > 126 >
153) > 7650,65 > 112 >	154) > 2945,70 > 13 >
155) > 12540.— > 97 >	156) > 37222,85 > 47 >

Νὰ εἰρεθῶσι διὰ τῆς αὐτῆς μεθόδου οἱ κάτωθι τόκοι πρὸς 3 %

157) δρχ. 2648.— εἰς 19 ἡμέρας	158) δρχ. 2755.— εἰς 75 ἡμέρας
159) > 5342,50 > 31 >	160) > 6920.— > 15 >
161) > 6928,75 > 43 >	162) > 9945.— > 40 >
163) > 7233,50 > 152 >	164) > 8788.— > 133 >
165) > 9548,60 > 55 >	166) > 5945.— > 36 >

Πόσον τόκον φέρουν τὰ κάτωθι κεφάλαια πρὸς 9 % :

167) δρχ. 13320.— εἰς 36 ἡμέρας	168) δρχ. 2950,50 εἰς 80 ἡμέρ.
169) > 1920.— > 108 >	170) > 4736.— > 18 >
171) > 3548.— > 125 >	172) > 8110.— > 27 >
173) > 3785,60 > 84 >	174) > 11560,90 > 24 >
175) > 12630.— > 86 >	176) > 7630,65 > 21 >

Πόσον τόκον φέρουν με πολιτικῶν ἔτος τὰ κάτωθι ποσά :

177) £ 1259— 5— 6 πρὸς 5 % εἰς 27 ἡμέρας
178) > 531— 15— 10 > 2 1/2 > 39 >
179) > 615— 3— 0 > 6 % > 144 >
180) > 409— 2— 4 > 8 % > 92 >
181) > 309— 16— 3 > 4 % > 11 >
182) > 98— 17— 6 > 4 % ἀπὸ 22 Ἰουλίου — 3 Ὀκτωβρ.

183)	£	1344—	0—	4	πρός	3 <sup>1</sup> / <sub>10</sub>	ἀπό	1	Ἀπριλίου—18	Ἰουλίου
184)	*	1450—	15—	9	*	4 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	19	Φεβρουαρίου—21	Ἀπριλίου
185)	*	279—	16—	2	*	5 <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	3	Ἰανουαρίου—31	Μαρτίου
186)	*	84—	13—	10	*	6 <sup>1</sup> / <sub>10</sub>	*	30	Νοεμβρίου—28	Φεβρ.
187)	*	914—	7—	6	*	8 <sup>1</sup> / <sub>10</sub>	*	1	Ἰουλίου—29	Σεπτεμβρ.
188)	*	2637—	2—	3	*	10 <sup>1</sup> / <sub>10</sub>	*	28	Δεκεμβρ.—8	Ἀπριλίου
189)	*	35—	6—	7	*	8 <sup>1</sup> / <sub>10</sub>	*	5	Ἰανουαρίου—17	Μαρτίου
190)	§	3150,60			*	2 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	15	Αὐγούστ.—27	Ὀκτωβρ.
191)	*	512—			*	9 <sup>1</sup> / <sub>10</sub>	*	13	Δεκεμβρ.—15	Μαρτίου
192)	*	698,65			*	3 <sup>1</sup> / <sub>10</sub>	*	17	Ἰανουαρίου—27	Μαΐου

Νά υπολογισθῶσιν οἱ τόκοι με ἐμπορικόν ἔτος :

193)	δρχ.	2556.—			πρός	2 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	εἰς	25	ἡμέρας
194)	*	3947,50			*	2 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	127	*
195)	*	4583,20			*	3 <sup>3</sup> / <sub>10</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	153	*
196)	*	7242.—			*	4 <sup>1</sup> / <sub>10</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	25	*
197)	*	1942.—			*	3 <sup>1</sup> / <sub>10</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	72	*
198)	frs.	4852,90			*	1 <sup>7</sup> / <sub>16</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	13	*
199)	*	6590.—			*	1 <sup>1</sup> / <sub>16</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	11	*
200)	*	7242,60			*	11 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	17	*
201)	*	2565.—			*	5 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	23	*
202)	*	15248.—			*	1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	26	*
203)	Rm.	2986,50			*	3 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	35	*
204)	*	8582.—			*	5 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	46	*
205)	*	12580.—			*	4 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	122	*
206)	δρχ.	13877,90			*	5 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	37	*

Ὅμοιος με μικτόν ἔτος

207)	δρχ.	6525			πρός	6 <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	ἀπό	25	Ὀκτωβρίου—7	Ἰουνίου
208)	*	2948,75			*	5 <sup>3</sup> / <sub>4</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	11	Νοεμβρίου—5	Μαΐου
209)	*	7248,35			*	3 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	13	Σεπτεμβρ.—2	Φεβρουαρίου
210)	frs.	2856.—			*	2 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	18	Ἰανουαρίου—31	Μαΐου
211)	*	12945,60			*	3 <sup>3</sup> / <sub>10</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	31	Μαρτίου—31	Ὀκτωβρίου

Ὅμοιος με πολιτικόν ἔτος

212)	£	148—	10—	0	πρός	5 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	ἀπό	13	Αὐγούστου—13	Νοεμβρ.
213)	*	75—	10—	6	*	4 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	22	Φεβρουαρίου—18	Ἰουνίου
214)	*	228—	15—	10	*	3 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> <sup>3</sup> / <sub>10</sub>	*	13	Ἀπριλίου—16	Ἰουνίου

215)	£	35—9—5	•	$4 \frac{1}{4} \%$	•	13 Αύγουστ.—12 Σεπτεμβρ.
216)	•	165—10—3	•	$3 \frac{1}{2} \%$	•	16 Σεπτεμβρ.—28 Δεκεμβρ.
217)	•	225—0—0	•	$2 \frac{1}{2} \%$	•	7 Ιουνίου—19 Οκτωβρίου
218)	•	316—15—5	•	$7 \frac{1}{2} \%$	•	18 Ιανουαρίου—2 Μαρτίου
219)	•	450—0—0	•	$3 \frac{1}{4} \%$	•	15 'Απριλίου—18 Σεπτεμβρ.
220)	•	365—15—9	•	$3 \frac{1}{2} \%$	•	16 Μαΐου—2 Ιουνίου
221)	•	145—15—3	•	$11 \%$	•	25 Φεβρουαρι.—12 Ιουνίου
222)	•	52—6—5	•	$4 \frac{1}{2} \%$	•	13 Μαρτίου—22 Μαΐου

β') Μέθοδος τῶν ἀπλῶν μερῶν ἢ τῶν ὑποπολλαπλασίων τοῦ κεφαλαίου

Πρόβλημα I. Πόσον τόκον φέρουν 6000 δραχ. πρὸς  $8 \frac{1}{2} \%$  εἰς 73 ἡμέρας ἢ 4500 δραχ. εἰς 127 ἡμ. ἢ 9000 δραχ. πρὸς  $4 \%$  εἰς 71 ἡμέρας ;

Λύσις : Συμφώνως πρὸς τὴν § 7 ἔχομεν :

$$T = \frac{6000 \cdot 73}{6000} = 73 \text{ δραχ.}$$

$$\text{ἢ } T = \frac{4500 \cdot 127}{4500} = 127 \text{ δραχ. } \quad T_2 = 73 \quad 8 \frac{1}{2} \%$$

$$\text{ἢ } T = \frac{9000 \cdot 71}{9000} = 71 \text{ δραχ.}$$

Ἔστω :

Ἢταν τὸ κεφάλαιον εἶναι ἴσον μὲ τὸν σταθερὸν διαιρέτην ὁ τόκος ἰσοῦται μὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν.

Πρόβλημα II. Ποῖος ὁ τόκος 8440 δραχ. πρὸς  $4 \frac{1}{2} \%$  εἰς 186 ἡμέρας ;

Λύσις : Ἀναλύομεν τὸ κεφάλαιον εἰς ἀπλᾶ μέρη τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου, ὅπως προηγουμένως τὸν χρόνον καὶ ἔχομεν :

Δραχ. 8000 ἔχουν τόκον 186 δραχ.

• 400 » » 9,30 » [ τὸ  $\frac{1}{20}$  τοῦ προηγουμ. ]

Δραχ. 40 ἔχουν τόκον 0,93 » [ τὸ  $\frac{1}{10}$  τοῦ προηγουμ. ]

Δραχ. 8440 ἔχουν τόκον 196,23 δραχ.

**Πρόβλημα III. Ποίος είναι ο τόκος δρχ. 19500 πρὸς  $3\frac{1}{2}\%$  εἰς 68 ἡμέρας.**

*Λύσις:* Ἐπειδὴ τὸ  $3\frac{1}{2}\%$  δὲν ἔχει σταθερὸν διαιρέτην λαμβάνομεν τὸ  $3\%$  ὡς βοηθητικὸν ἐπιτόκιον καὶ ἔχομεν:

$$\begin{array}{r}
 \text{Δρχ. 12000 ἔχουν τόκον 68 δρχ.} \\
 \text{» 6000 » » 34 » } \left[ \text{τὸ } \frac{1}{2} \text{ τοῦ προηγουμ.} \right] \\
 \text{» 1500 » » 8,50 » } \left[ \text{τὸ } \frac{1}{4} \text{ τοῦ προηγουμ.} \right] \\
 \hline
 \text{Δρχ. 19500 ἔχουν τόκον 110,50 δρχ. πρὸς } 3\% \\
 \text{+ 18,42 » » } 1\frac{1}{2}\% \\
 \hline
 \left[ \text{τὸ } \frac{1}{6} \text{ τοῦ 110,50} \right] \\
 \hline
 \text{128,92 δρχ. πρὸς } 3\frac{1}{2}\%
 \end{array}$$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Πόσον τόκον φέρουν :

- 223) Δρχ. 15000 πρὸς  $6\%$  εἰς 178 ἡμέρας  
 224) » 20540 »  $8\%$  » 230 »  
 225) » 14200 »  $5\%$  » 68 »  
 226) » 13500 »  $4\%$  » 146 »  
 227) » 11640 »  $4\frac{1}{2}\%$  » 246 »  
 228) » 7500 »  $6\%$  » 98 »

γ) Μέθοδος τοῦ  $5\%$  διὰ πολιτικὸν ἔτος ἢ ἀγγλικὴ μέθοδος.

**Πρόβλημα I. Πόσον τόκον φέρουν £ 52-6-6 πρὸς  $5\%$  εἰς 80 ἡμέρας;**

*Λύσις:* Ὁ σταθερὸς διαιρέτης τοῦ  $5\%$  διὰ πολιτικὸν ἔτος εἶναι 7300 ἄρα συμφώνως πρὸς τὴν § 7 θὰ ἔχομεν

$$T = \frac{52,325.80}{7300} = \frac{4186}{7300} = \text{£ } 0,573$$

ή £ 0—11—5 1/2

**Παρατήρησις.** Εάν διαιρέσωμεν ἀμοιότροπος τοὺς ὄρους τοῦ κλάσματος  $\frac{4186}{7300}$  διὰ τοῦ 10000 ἢ ἀξία τοῦ κλάσματος, ὡς γνωστόν, δὲν μεταβάλλεται καὶ θὰ ἔχωμεν :

$$T = \frac{4186:10000}{7300:10000} = \frac{4186:10000}{73} = \frac{4186}{73/100} : 10000$$

$$\text{ἢ } T = \left[ 4186 \cdot \frac{100}{73} \right] : 10000$$

Ἐπειδὴ ὁμοίως τὸ κλάσμα  $\frac{100}{73}$  ἰσοῦται *κατὰ προσέγγισιν* μὲ τὸ ἄθροισμα

$$\left[ 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300} \right] \text{ ἢ } \left[ 1 + \frac{1}{3} + \left( \frac{1}{10} \text{ τοῦ } \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{100} \text{ τοῦ } \frac{1}{3} \right) \right]$$

ὁ πολλαπλασιασμὸς τοῦ τοκαριθμοῦ 4186 ἐπὶ  $\frac{100}{73}$  δύναται νὰ γίνη καὶ διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀπλῶν μερῶν

ὡς ἑξῆς :

$$\begin{array}{r} 4186 \\ + 1395 \left[ \text{τὸ } \frac{1}{3} \text{ τοῦ } 4186 \right] \\ + 139 \left[ \text{τὸ } \frac{1}{10} \text{ τοῦ } \frac{1}{3} \right] \\ + 14 \left[ \text{τὸ } \frac{1}{100} \text{ τοῦ } \frac{1}{3} \text{ ἢ τὸ } \frac{1}{10} \text{ τοῦ } 139 \right] \\ \hline 5734 \end{array}$$

ὁπότε ὁ τόκος θὰ εἶναι  $5734:10000 = \text{£ } 0,573 = \text{£ } 0—11—5 1/2$ .



Ἡ μέθοδος αὐτὴ εὐρέσεως τοῦ τόκου μὲ πολιτικὸν ἔτος πρὸς 5% ὀνομάζεται ἄγγλικὴ μέθοδος ἢ μέθοδος τοῦ «τρίτου, δεκάτου καὶ δεκάτου» [Third tenth and tenth rule] καὶ χρησιμοποιεῖται συνήθως ἐν Ἀγγλίᾳ.

**Πρόβλημα II.** Ποῖος εἶναι ὁ τόκος £ 63—8—6 πρὸς  $6\frac{1}{4}\%$  εἰς 60 ἡμέρας;

**Λύσις:** Τοκάριθμος  $63,425.60 = 3805$

$$\begin{aligned} &+ 1268 \left[ \text{τὸ } \frac{1}{3} \text{ τοῦ } 3805 \right] \\ &+ 127 \left[ \text{τὸ } \frac{1}{10} \text{ » } 1268 \right] \\ &+ 13 \left[ \text{τὸ } \frac{1}{10} \text{ » } 127 \right] \\ &\hline &5213 \end{aligned}$$

\*Ἄρα τόκος πρὸς 5% =  $5213 : 10000 = \text{£ } 0,521$

» » 1% =  $\text{£ } 0,104$

» »  $\frac{1}{4}\%$  =  $\text{£ } 0,026$

Τόκος πρὸς  $6\frac{1}{4}\%$  =  $\text{£ } 0,651$  ἢ  $\text{£ } 0.13.0$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Πόσον τόκον φέρουν μὲ πολιτικὸν ἔτος.

229) £ 820.—, — πρὸς 5% ἀπὸ 12 Μαρτίου — 28 Μαΐου

230) » 65—3—2 » 5% » 3 Ἰανουαρίου — 17 Μαρτίου

231) » 253—5—7 »  $6\frac{1}{2}\%$  » 15 Φεβρουαρίου — 29 Ἰουνίου

232) » 75—2—6 »  $7\frac{1}{2}\%$  » 4 Μαΐου — 13 Ἀπριλίου

233) » 560—4—8 »  $5\frac{1}{4}\%$  » 16 Ἰουνίου — 6 Σεπτεμβρίου

234) » 35—10—0 »  $4\frac{1}{2}\%$  εἰς 85 ἡμέρας

235) » 93—0—8 » 4% » 172 »

236) » 115 6—4 » 3% » 65 »

**δ) Συνδυασμένη μέθοδος τῶν ἀπλῶν μερῶν.**

Οἱ ὑπολογισταὶ τῶν τραπεζῶν καὶ τῶν ἐμπορικῶν ἐπιχειρήσεων συνδυάζουν γενικῶς τὴν μέθοδον τῶν ἀπλῶν μερῶν τοῦ χρόνου καὶ τὴν τοιαύτην τῶν ἀπλῶν μερῶν τοῦ ἐπιτοκίου. Ὑπολογίζουν τὸν τόκον πρὸς 6 % κατὰ προτίμησιν, διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀπλῶν μερῶν τοῦ χρόνου καὶ κατόπιν εὐρίσκουν τὸν πραγματικὸν τόκον διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀπλῶν μερῶν τοῦ ἐπιτοκίου.

**Πρόβλημα.** Νὰ εὐρεθῇ ὁ τόκος 5875 δραχ. πρὸς 4 1/2 % εἰς 75 ἡμέρας.

**Λύσις.** Τόκος πρὸς 6 % : διὰ 60 ἡμέρας . . . . . 58,75

» » » » 15 » ...  $\left(\frac{1}{4}\right)$  14,6875

» » 6 % : διὰ 75 » ..... 73,4375

Τόκος πρὸς 3 % διὰ 75 ἡμέρας  $\left(\frac{1}{2}\right)$  τοῦ 73,4375 ... 36,718

» » 1 1/2 % » » »  $\left(\frac{1}{2}\right)$  τοῦ 36,718 ... 18,359

Τόκος » 4 1/2 % » 75 » ..... 55,077

Ἡ μέθοδος αὕτη καλεῖται **μέθοδος τοῦ 6 %**. Κατ' ἀνάλογον τρόπον ἐφαρμόζεται ἡ μέθοδος, ὅταν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι 5 %.

**Σημείωσις.** Ἐὰν ὁ ζητούμενος τόκος εἶναι  $T$  καὶ τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον  $E$  καὶ παραστήσωμεν μὲ  $\tau$  τὸν βοηθητικὸν τόκον, ὁ ὅποιος ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ σταθερὸν βοηθητικὸν ἐπιτόκιον (6 % ἢ 5 %) καὶ τὸ ὅποιον κοριστώμεν μὲ τὸ  $\epsilon$  θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν:

$$\frac{T}{\tau} = \frac{E}{\epsilon}$$

Ἐπειδὴ οἱ τόκοι εἶναι ἀνάλογοι πρὸς τὰ ἐπιτόκια (σημείωσις σελ. 14) τότε ἔχομεν

$$T = \tau \cdot \frac{E}{\epsilon}$$

Διὰ τὰ εὐρωμεν δηλ. τὸν πραγματικὸν τόκον, δεῖκεῖ νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὸν εὐρεθέντα βοηθητικὸν τόκον ἐπὶ τὸν λόγον  $\frac{E}{\epsilon}$ . Ἐνθα  $\epsilon$  κοριστᾶ, ὡς εἶδομεν, τὸ σταθερὸν ἐπιτόκιον 5 % ἢ 6 %.

Οἱ λόγοι  $\frac{E}{\tau}$  διὰ τὰ πλείοστα τῶν ἐν χρήσει ἐπιτοκίων περιέχονται εἰς τὸν ἀκόλουθον πίνακα :

ΠΙΝΑΞ II.

Προγματικὸν ἐπιτόκιον	Λόγος πρὸς		Προγματικὸν ἐπιτόκιον	Λόγος πρὸς	
	5 %	4 %		5 %	4 %
$\frac{1}{2} \%$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$3 \frac{1}{2} \%$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$
$1 \%$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$4 \%$	$\frac{8}{10}$	$1 - \frac{1}{3}$
$1 \frac{1}{2} \%$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{4}$	$4 \frac{1}{2} \%$	$\frac{9}{10}$	$1 - \frac{1}{4}$
$2 \%$	$\frac{4}{10}$	$\frac{1}{3}$	$5 \%$	1	$1 - \frac{1}{6}$
$2 \frac{1}{2} \%$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$	$5 \frac{1}{2} \%$	$1 + \frac{1}{10}$	$1 - \frac{1}{12}$
$3 \%$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{2}$	$6 \%$	$1 + \frac{1}{5}$	1.

**Γενικὴ παρατήρησις.** Ἀπὸ τῶς μεθόδους αὐτὰς θὰ χρησιμοποιούμεν ἑκάστοτε ἐκείνην ἢ ὁποία παρουσιάζει τὴν μεγαλύτεραν εὐχέρειαν καὶ δίδει τὸν ταχύτερον καὶ ἀπλούστερον τρόπον. Τοῦτο ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ἀξίαν τοῦ ὑπολογιστοῦ καὶ τὴν δεξιότητα αὐτοῦ εἰς τὸ νὰ διακρίνη τὴν καταλληλοτέραν μέθοδον εἰς κάθε περίπτωσιν. Πάντως ἢ μᾶλλον εὐχρηστος εἶναι ἡ μέθοδος τῶν ἀπλῶν μερῶν τοῦ χρόνου.

Κατὰ τὴν ἐφαρμογὴν τῶν ἀνωτέρω μεθόδων θὰ προσέχωμεν νὰ μὴ κάνομεν πολυπλόκους διαιρέσεις [ποτὲ μὲ διψήφιον ἀριθμὸν] καὶ νὰ ἀποφεύγωμεν τὰς ἀναλύσεις αἱ ὁποῖαι ἀπαιτοῦν προσθέσεις καὶ ἀφαιρέσεις μαζί. Τέλος ἄς προσθέσωμεν ὅτι καὶ αἱ τρεῖς μέθοδοι τῶν ἀπλῶν μερῶν ἢ τῶν ὑποκολληπλασιῶν ἀυξάνουν τὰς πιθανότητας τῶν σφαλμάτων, ἐὰν ὁ ἐφαρμόζων τὰς μεθόδους δὲν ἔχει ἀσκηθεῖ ἀρκετὰ εἰς αὐτάς.

11. Εύρεσις τοῦ κεφαλαίου.

Πρόβλημα. Ποῖον κεφάλαιον ἔφερε τόκον 1200 δραχμὰς εἰς τρεῖς ἔτη πρὸς 5% ;

Λύσις : Ὁ ἐτήσιος τόκος τοῦ ζητουμένου κεφαλαίου θὰ εἴναι  $\frac{1200}{3}$  δραχμὰς.

ὥστε : τὰ 5% τοῦ κεφαλαίου εἶναι  $\frac{1200}{3}$

τὸ 1<sup>ο</sup>/<sub>10</sub> » » »  $\frac{1200}{3,5}$

καὶ τὰ 100% » » »  $\frac{1200 \cdot 100}{3,5}$

Ἐὰν τώρα ἀντὶ τῶν ἀριθμῶν θέσωμεν τὰ ἀρχικά γράμματα τῶν ποσῶν τὰ ὁποῖα παριστοῦν οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ θὰ ἔχωμεν τὸν τύπον τοῦ κεφαλαίου.

$$K = \frac{T \cdot 100}{X \cdot E}$$

ὁ ὁποῖος μᾶς λέγει ὅτι :

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ κεφάλαιον ὅταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς ἔτη, πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 100 καὶ διαίρομεν τὸ γινόμενον διὰ τοῦ γινομένου τοῦ χρόνου ἐπὶ τὸ ἐπιτόκιον.

Παρατήρησις I. Ὅταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς μῆνας ἢ ἡμέρας ὁ τύπος τοῦ κεφαλαίου γίνεται ἀντιστοίχως :

$$K = \frac{T \cdot 1200}{X \cdot E}$$

$$K = \frac{T \cdot 36000}{X \cdot E} \quad \text{ἢ} \quad K = \frac{T \cdot 36500}{X \cdot E}$$

Διὰτί :

Παρατήρησις II. Ἄν ὁ τόκος  $K = \frac{T \cdot 36000}{X \cdot E}$

ἀπλοποιηθῆ διὰ τοῦ ἐπιτοκίου E θὰ γίνῃ :

$$K = \frac{T \cdot (36000 : E)}{X} \quad \eta \quad K = \frac{T \cdot \Delta}{X}$$

ὅπου τὸ Δ παριστᾷ τὸν σταθερὸν διαιρέτην.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Λιὰ ποῖον κεφάλαιον πληρώνει ὁ ὀφειλέτης ἑτησίως τοὺς τόκους :

237) 75.— δρχ. πρὸς 5 % , 112.—δρχ. πρὸς 4 %

238) 105.— » » 6 % , 222,50 » » 4 1/2 %

239) 46,20 » » 5 1/2 % , 92,50 » » 6 1/4 %

Λιὰ ποῖον κεφάλαιον πληρώνει ὁ ὀφειλέτης τόκους :

240) πρὸς 6 % ἀπὸ 20 Φεβρουαρίου—20 Ὀκτωβρίου δρχ. 34.—

241) » 5 % » 12 Ἀπριλίου—30 Ἰουνίου » 19,60

242) » 5 1/2 % » 5 Αὐγούστου—17 Δεκεμβρίου » 53,24

243) » 4 1/2 % » 19 Μαρτίου—1 Δεκεμβρίου » 20,16

244) » 4 3/4 % » 1 Αὐγούστου—13 Νοεμβρίου » 181,01

245) Ὁ A σκοπεῖ νὰ ἀγοράσῃ μίαν οἰκίαν. Πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν δανεῖζεται 225000 δρχ. πρὸς 4 1/2 %. Οἱ φόροι καὶ τὰ διάφορα ἔξοδα συντηρήσεως τῆς οἰκίας εἶναι 7250 δρχ. ἑτησίως. Τὸ μηνιαῖον ἐνοίκιον τῆς οἰκίας εἶναι 3150 δρχ. Πόσον πρέπει νὰ ἀγορασθῇ ἡ οἰκία εἰν θέλῃ νὰ τοποθετήσῃ τὰ χρηματὰ του πρὸς 7 % [τιμὴ ἀγορᾶς=ἀτομικὸν κεφάλαιον+χρὸς].

246) Ποῖον κεφάλαιον ἔδωκεν μὲ πολιτικὸν ἔτος £ 25—7—2 τόκον ἀπὸ 7 Ἰανουαρίου μέχρι 23 Μαΐου πρὸς 5 % ;

247) Ποῖον κεφάλαιον εἰς 45 ἡμέρας μᾶς δίδει πρὸς 5 % τόκον ὅσον 90000 δρχ. πρὸς 6 % εἰς 90 ἡμέρας ;

**Παρατήρησις.** Ἐάν πολλαπλασιάσωμεν ἀμφοτέρους τοὺς ὄρους τοῦ κλάσματος, τὸ ὁποῖον μᾶς δίδει τὸ κεφάλαιον μὲ πολιτικὸν ἔτος, ἐπὶ τὸν 36000 θὰ ἔγωμεν :

$$K = \frac{T \cdot 36500 \cdot 36000}{X \cdot E \cdot 36000} = \frac{T \cdot 36000 \cdot 36500}{X \cdot E \cdot 36000}$$

$$K = \left[ \frac{T \cdot 36000}{X \cdot E} \right] \cdot \frac{36500}{36000} = \left[ \frac{T \cdot 36000}{X \cdot E} \right] \cdot \frac{73}{72}$$

$$\eta \quad K = \left[ \frac{T \cdot 36000}{X \cdot E} \right] \cdot \left[ 1 + \frac{1}{72} \right]$$

Ἐπειδὴ τὸ ἐντὸς τῶν πρώτων ἀγκυλῶν ποσὸν εἶναι τὸ κεφάλαιον ὑπολογισμένον μὲ μικτὸν ἔτος, ἔπεται ὅτι :

*Διὰ νὰ εὐρωμεν τὸ κεφάλαιον μὲ πολιτικὸν ἔτος, ὑπολογίζομεν τὸ κεφάλαιον μὲ μικτὸν ἔτος καὶ προσθέτομεν εἰς τὸ ἐξαγόμενον τὸ  $\frac{1}{72}$  αὐτοῦ.*

**Πρόβλημα.** Ποῖον κεφάλαιον ἀπὸ 30 Σεπτεμβρίου μέχρι 31 Δεκεμβρίου δίδει πρὸς  $4\frac{1}{2}\%$  τόκον £ 8—2—4. Ἔτος πολιτικόν.

$$\text{Λύσις : } \frac{8,117 \cdot 36000}{92 \cdot 4,5} = \text{£ } 705,800$$

$$+ \frac{9,803}{\text{£ } 715,603} \left[ \text{τὸ } \frac{1}{72} \text{ τοῦ } 705,800 \right] \\ = \underline{\text{£ } 715-12-1}$$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νὰ ὑπολογισθοῦν μὲ πολιτικὸν ἔτος τὰ κεφάλαια τὰ ὁποῖα δίδουν τόκους :

248)	ἀπὸ 25 Ἀπριλίου—11 Ἀγούστου	πρὸς 3 $\frac{1}{2}\%$	£ 11—18—7
249)	> 17 Ἰουλίου—15 Ὀκτωβρίου	> 3 $\frac{1}{4}\%$	£ 7—6—7
250)	> 1 Φεβρουαρίου—3 Ἀπριλίου	> 4 $\frac{1}{4}\%$	£ 15—10—2
251)	> 9 Ἀγούστου—21 Ὀκτωβρίου	> 4 $\frac{1}{2}\%$	\$ 13,13
252)	> 12 Φεβρουαρίου—3 Μαρτίου	> 6 $\frac{1}{2}\%$	\$ 73,25
253)	> 3 Ἰανουαρίου—3 Μαρτίου	> 7 $\frac{1}{2}\%$	\$ 126.—

**12. Εὐρεσις ἐπιτοκίου. Πρόβλημα.** *Κεφάλαιον 12000 δρχ. δίδει εἰς 4 ἔτη 2400 δρχ. τόκον. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐποθετήθη ;*

*Λύσις :* Ὁ ἐτήσιος τόκος :

$$\text{τῶν } 12000 \text{ δρχ. εἶναι } \frac{2400}{4} \text{ δρχ.}$$

τῆς 4 δρχ. εἶναι  $\frac{2400}{4.12000}$  δρχ.

καὶ τῶν 100 » »  $\frac{2400 \cdot 100}{4 \cdot 12000}$  δρχ. ἢ 5%.

Ὅποτε ἂν ἀντικαταστήσωμεν τοὺς ἀριθμοὺς διὰ γραμμάτων  
θὰ ἔχωμεν τὸν τύπον τοῦ ἐπιτοκίου :

$$E = \frac{T \cdot 100}{X \cdot K}$$

ὁ ὁποῖος μᾶς λέγει ὅτι :

*Διὰ τὰ εὐρωμεν τὸ ἐπιτόκιον διὰ τὸν χρόνον δίδεται εἰς εἰη, πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 100 καὶ διαιροῦμεν τὸ ἐξαγόμενον διὰ τοῦ γινομένου τοῦ χρόνου ἐπὶ τὸ κεφάλαιον.*

**Παρατήρησις I.** Ἐὰν ὁ χρόνος δίδεται εἰς μῆνας ἢ ἡμέρας ὁ ἀνωτέρω τύπος τοῦ ἐπιτοκίου γίνεται :

$$E = \frac{T \cdot 1200}{X \cdot K}, \quad E = \frac{T \cdot 36000}{X \cdot K} \quad \text{ἢ} \quad E = \frac{T \cdot 36500}{X \cdot K}$$

Διὰτί :

### Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Πρὸς πόσον ταῖς ἐκατὸν ἐτοκίσθησαν μὲ ἔτος ἑμπορικόν :

254) 3600 δρχ. ἀπὸ 20 Φεβρουαρίου—14 Σεπτεμβρίου καὶ ἔδωκαν τόκον 224,50 δρχ. :

255) 1920 δρχ. ἀπὸ 15 Σεπτεμβρίου—27 Ἰανουαρίου καὶ ἔδωκαν τόκον 144.— δρχ.

256) 8750 δρχ. ἀπὸ 11 Ἰουλίου—5 Δεκεμβρίου καὶ ἔγιναν μετὰ τοῦ τόκου τιν 9012,50.

257) 650 δρχ. ἀπὸ 3 Ἀπριλίου—9 Ἰουλίου καὶ ἔγιναν μετὰ τοῦ τόκου τιν 658,30 δρχ.

258) 14800 δρχ. ἀπὸ 27 Ὀκτωβρ.—9 Ἀγούστου καὶ ἔγιναν μετὰ τοῦ τόκου τιν 16380 δρχ.

259) 2760 δρχ. ἀπὸ 19 Φεβρουαρίου—31 Δεκεμβρ. καὶ ἔγιναν μετὰ τοῦ τόκου τιν 2842,40 δρχ.

260) Έπιχείρησις με κεφάλαιον 13600 δρχ. Ήρθε εις τέσσαρα διαδοχικά έτη κέρδη : 760 δρχ., 290 δρχ., 425 δρχ. και 390 δρχ. Ποιον τό επιτόκιον έκάστου έτους ; Ποιον τό μέσον επιτόκιον ;

361) Ο Γ. αγοράζει μετοχάς μιᾶς εταιρίας και πληρώνει δρ. 317561. Εισπράττει δὲ τὰ ἀκόλουθα μερίσματα κατ' έτος : 15426.— δρχ., 12778.— δρχ., 10394.— δρχ., 18937.— δρχ. και 27242 δρχ. Μετά 5 1/2 έτη πωλεί τὴς μετοχάς αντί 364825 δρχ. Πόσον τοῖς έκάτον εἶναι τὸ έτήσιον εἰσόδημά του ; Ποιον τό μέσον επιτόκιον τῶν 5 1/2 έτῶν ἂν ὑπολογισθῆ και τὸ κέρδος έκ τῆς πωλήσεως τῶν μετοχῶν ;

262) Έμπορος ἠγόρασεν οἰκίαν αντί 196833 δρχ. και τὴν μετεπόλησε μετὰ 8 1/4 έτη αντί 211288 δρχ. Κατὰ τὸ διάστημα τῶν έτῶν αὐτῶν εἰσέπραξεν ἀπὸ ἐνοίκια 77849 δρχ. Πρὸς πόσον τοῖς έκάτον έποθετήσῃ τὰ χρήματά του ;

263) Έμπορος ἠγόρασεν ἐπιχείρησιν αντί 83764.— δρχ. και τὴν μετεπόλησε μετὰ 1 έτος 8 μήνας και 21 ἡμέρας αντί 81936.— δρχ. Κατὰ τὸ διάστημα αὐτὸ εἶχε κέρδη 3378 δρχ. Πρὸς πόσον % έποθετήσῃ τὰ κεφάλαιά του ;

**Παρατήρησις II.** Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν ἀμφοτέρους τοὺς ὄρους τοῦ κλάσματος τὸ ὁποῖον μᾶς δίδει τὸ επιτόκιον με πολιτικὸν έτος ἐπὶ τὸν 36000 θὰ ἔχωμεν, ὅπως και εἰς τὴν «Παρατήρησιν III» τῆς προηγουμένης παραγράφου :

$$E = \left[ \frac{T \cdot 36000}{X \cdot K} \right] \cdot \left[ 1 + \frac{1}{72} \right]$$

ὁπότε :

Διὰ τὰ εὔρωμεν τὸ επιτόκιον με πολιτικὸν έτος, ὑπολογίζομεν τὸ επιτόκιον με μικτὸν έτος και προσθέτομεν εἰς τὸ ἐξαγόμενον τὸ  $\frac{1}{72}$  αὐτοῦ.

**Πρόβλημα.** Πρὸς ποῖον επιτόκιον κεφάλαιον £ 927-15-6 φέρει τόκον ἀπὸ 26 Ἰανουαρίου μέχρι 31 Μαρτίου £ 4-1-4 ;

$$\text{Δύσις} \quad \frac{4,067,36000}{64 \cdot 927,776} = 2,466 \%$$

$$\frac{+0,034}{2,5\%} \left[ \text{τὸ } \frac{1}{72} \text{ τοῦ } 2,46 \right]$$



Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Πρός ποῖον ἐπιτόκιον

264) £ 1650, δίδουν τόκον ἀπὸ 17 Φεβρ.—12 Ἀπριλίου £ 7-6-5½

265) £ 912-10-0 " " " 28 Ὀκτωβρ.—1 Φεβρουαριῶν £ 9-17-0

266) £ 2348-13-6 " " " 1 Ἰουλίου—30 Νοεμβρ. £ 24-9-1½

13 Εὐρεσις τοῦ χρόνου. Πρόβλημα. *Εἰς πόσον χρόνον 2400 δρχ. δίδουν τόκον 480 δρχ. πρὸς 5 %;*

Λύσις: Ἐπειδὴ ὁ ἐτήσιος τόκος τῶν 2400 δρχ. πρὸς 5 % εἶναι  $\frac{2400 \cdot 5}{100}$  ὁ ζητούμενος χρόνος θὰ εἶναι τόσα ἔτη ὅσας φορές εἰσχωρεῖ τὸ ποσὸν αὐτὸ εἰς τὰς 480 δρχ. ἦτοι :

$$X = 480 : \frac{2400 \cdot 5}{100} = 480 \cdot \frac{100}{2400 \cdot 5}$$

$$\eta \quad X = \frac{480 \cdot 100}{2400 \cdot 5} = 4 \text{ ἔτη.}$$

καὶ ἂν ἀντικαταστήσωμεν τὰ ποσὰ τὰ ὁποῖα παριστῶσιν οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ διὰ γραμμάτων θὰ ἔχωμεν τὸν τύπον ὁ ὁποῖος δίδει τὸν χρόνον εἰς ἔτη.

$$X = \frac{T \cdot 100}{K \cdot E}$$

καὶ ὁ ὁποῖος μᾶς λέγει ὅτι :

*Διὰ τὰ εὐρωμεν τὸν χρόνον εἰς ἔτη, πολλαπλασιάζομεν τὸν τόκον ἐπὶ 100 καὶ διαιροῦμεν τὸ ἐξαγόμενον διὰ τοῦ γινομένου τοῦ κεφαλαίου ἐπὶ τὸ ἐπιτόκιον.*

Παρατήρησις I. Ἐάν εἰς τὴν θέσιν τοῦ 100 θέσωμεν τὸ 1200 ὁ χρόνος ὅστις θὰ προκύψῃ ἐκ τοῦ τύπου αὐτοῦ θὰ εἶναι πολλαπλασιασμένος ἐπὶ 12 καὶ συνεπῶς θὰ παριστάνῃ μῆνας. Ἐάν δὲ θέσωμεν 36000 ἢ 36500 ὁ χρόνος ὅστις θὰ προκύψῃ θὰ εἶναι πολλαπλασιασμένος ἐπὶ 360 ἢ 365 καὶ κατὰ συνέπειαν θὰ παριστάνῃ ἡμέρας. Ὡστε :

$$x = \frac{T \cdot 1200}{K \cdot E} \text{ μῆνες, } x = \frac{T \cdot 36000}{K \cdot E} \text{ ἢ } \frac{T \cdot 36500}{K \cdot E} \text{ ἡμέρας.}$$

Παρατήρησις II. Ἐάν ὁ τύπος :

$$X = \frac{T \cdot 36000}{K \cdot E}$$

ἀπλοποιηθῆ διὰ τοῦ ἐπιτοκίου E θά ἔχωμεν

$$X = \frac{T \cdot \Delta}{K}$$

ὅπου ὁ Δ παριστᾷ τὸν σταθερὸν διαιρέτην.

Παρατήρησις III. Ὁ τύπος ὁ ὁποῖος μᾶς δίδει τὰς ἡμέρας μὲ πολιτικὸν ἔτος εὐρίσκειται μὲ τὸν ἴδιον τρόπον ὅπως καὶ εἰς τὴν § 11.

$$X = \left[ \frac{T \cdot 36000}{K \cdot E} \right] \cdot \left[ 1 + \frac{1}{72} \right]$$

ὁπότε

Διὰ νὰ εὐρωμεν τὸν χρόνον μὲ πολιτικὸν ἔτος, ὑπολογίζομεν τὸν χρόνον μὲ μικρὸν ἔτος καὶ προσθέτομεν εἰς τὸ ἐξογόμενον τὸ  $\frac{1}{72}$  αὐτοῦ.

Πρόβλημα. Εἰς πόσας ἡμέρας κεφάλαιον £ 1440 φέρει τόκον £ 11-8-10 πρὸς  $2\frac{1}{4}\%$ :

$$\frac{11,442,36000}{1440 \cdot 2,25} = 127,1$$

$$+ \frac{1,8}{72} \text{ τοῦ } 127,1 \text{ ]}$$

χρόνος = 129 ἡμέραι.

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

267) Κεφάλαιον 1500 δραχμ. δίδει τόκον 68,75 δραχμ. πρὸς  $5\%$ . Ἐπί πόσους μῆνας ἐτοκίσθη;

268) Ἐκλήρωσέ τις 233,75 δραχμ. τόκους διὰ πρῶτον ἐνυπόθηκον χρέος του ἐκ 32000 δραχμ. πρὸς  $4\frac{1}{2}\%$  καὶ 371,25 δραχμ. διὰ δεύτερον ἰσόποσον ἐνυπόθηκον χρέος του πρὸς  $5\%$ . Διὰ πόσον χρόνον;

269) Ὁ πελάτης μας Α κατέβαλεν εἰς τὸ ταμεῖον μας τὴν 3ην Ἰουλίου 55,80 δραχμ. διὰ τόκους χρέους του ἐκ δραχμ. 8220 πρὸς  $5\%$ . Ἀπὸ πότε ὑπολογισθήσαν οἱ τόκοι;



### ΓΕΝΙΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

278) Χρέος 4240 δρχ. εξοφλήθη μετά τοῦ τόκου τοῦ πρὸς  $7\frac{1}{2}\%$  τὴν 7ην Αὐγούστου ἀντὶ 4306,78 δρχ. Πότε ἔγινε τὸ χρέος αὐτό;

279) Ἐτόκισέ τις τὸ ἥμισυ τῆς περιουσίας τοῦ πρὸς  $4\frac{1}{2}\%$  καὶ τὸ ἕτερον ἥμισυ πρὸς  $3\frac{1}{4}\%$ . Ποία ἦτο ἡ περιουσία τοῦ ὅταν τὸ μηνιαῖον τοῦ εἰσόδημα ἀνέρχεται εἰς 2850;

280) Μέρος ἐκ 17000 δρχ. κεφαλαίου 24000 δρχ. ἐποθετήθη πρὸς  $4\frac{1}{2}\%$ . Πόσον τῆς  $\frac{1}{3}$  ἐποθετήθη τὸ ὑπόλοιπον ἐάν τὸ συνολικὸν εἰσόδημα τοῦ κεφαλαίου μας εἶναι 248 δρχ. τὴν τριμηνίαν;

281) Δάνειον συναφθέν τὴν πρώτην Ἀπριλίου ἐξοφλήθη τὴν 7ην Αὐγούστου. Οἱ τόκοι τοῦ πρὸς  $4\frac{1}{2}\%$  εἶναι 88,20 δρχ. Πόσον εἶναι τὸ ποσὸν τοῦ δανείου;

282) Χρέος μας 27000 εἶχε μέχρι σήμερον  $6\frac{1}{2}\%$  ἐπιτόκιον. Μετὰ νέαν συμφωνίαν τὸ ἐπιτόκιον ἠλαττώθη καὶ οἱ τόκοι ἐλαττώθησαν κατὰ 120,75 δρχ. τὴν τριμηνίαν. Ποῖον τὸ νέον ἐπιτόκιον; Μετὰ τινα χρόνον ἐξοφλήσαμεν ἐν μέρος τοῦ χρέους μας καὶ οἱ τριμηνιαῖοι τόκοι ἠλλάττωθησαν ἐκ νέου κατὰ 168,75 δρχ. Τί ποσὸν ἐξοφλήσαμεν;

283) Οἰκία ἠγοράσθη ἀντὶ 800000 δρχ. μετὰ τὴν συμφωνίαν νὰ καταβληθοῦν ἀμέσως 350000 δρχ. καὶ τὸ ὑπόλοιπον νὰ ἀρτίζεται ὡς ἐναπόθηκον δάνειον πρὸς  $4\frac{1}{2}\%$ . Τὰ ἐτήσια ἐξοδα συντηρήσεως τῆς οἰκίας εἶναι 13725 δρχ. Ποῖον πρέπει νὰ εἶναι τὸ μηνιαῖον ἐνοίκιον τῆς οἰκίας, ἂν ὁ ἠγοραστὴς θέλῃ νὰ ἔχει τελικῶς εἰσόδημα  $6\frac{1}{4}\%$  ἐπὶ τοῦ κεφαλαίου τῶν 350000 δρχ.;

284) Τὸ δημόσιον χρέος κράτους τίνος ἀπαιτεῖ διὰ τόκου 2,1 δεσκατομμ. δραχμῶν ἐτήσιως. Ποῖον τὸ χρέος ἂν τὰ  $\frac{2}{3}$  αὐτοῦ ἔχουν γίνει πρὸς  $5\%$  καὶ τὸ  $\frac{1}{3}$  πρὸς  $4\frac{1}{2}\%$ ;

#### 14. Κεφάλαιον ηὔξημένον κατὰ τὸν τόκον του.

**Πρόβλημα.** *Κεφάλαιον ἐτοκίσθη ἐπὶ 30 ἡμέρας καὶ ἔγινε μαζί με τοὺς τόκους τοῦ 3618 δρχ. Ποῖον τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον;*

**Λύσις.** Διὰ νὰ λύσωμεν τὸ πρόβλημα τοῦτο δὲν δυνάμεθα οὔτε τὸν τύπον τοῦ κεφαλαίου νὰ χρησιμοποιήσωμεν, διότι εἶναι ἀγνωστος ὁ τόκος, οὔτε τὸν τύπον τοῦ τόκου, διότι εἶναι ἀγνωστος τὸ κεφάλαιον. Θὰ ζητήσωμεν λοιπὸν τὴν λύσιν σκεπτόμενοι ὡς ἑξῆς:

Ἐάν εἴχωμεν ἀρχικὸν κεφάλαιον 100 δραχμ., ὁ τόκος τοῦ πρὸς 6% εἰς 30 ἡμέρας θὰ ἦτο :

$$T = \frac{100 \cdot 30}{6000} = 0,50 \text{ δραχμ.}$$

καὶ συνεπῶς τὸ κεφάλαιον τῶν 100 δραχμ. μετὰ τῶν τόκων τοῦ πρὸς 6% θὰ ἐγίνετο 100,50 δραχμ. Ἐάν τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον δὲν ἦτο 100 δραχμ., ἀλλὰ διπλάσιον ἢ τριπλάσιον ποσόν, τὸ ἠϋξημένον κεφάλαιον θὰ ἦτο προφανῶς δύο ἢ τρεῖς φορές μεγαλύτερον τοῦ 100,50 δραχμ. Ἄρα τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον καὶ τὸ ἠϋξημένον εἶναι ποσὰ εὐθέως ἀνάλογα μεταξὺ τῶν καὶ κατὰ συνέπειαν δυνάμεθα διὰ τὴν λύσιν τοῦ προβλήματός μας νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὸ **βοηθητικὸν** κεφάλαιον τῶν 100 δραχμ. καὶ τὴν μέθοδον τῶν τριῶν, ὅποτε θὰ ἔχωμεν :

Κεφάλαιον 100 δραχμ. γίνεται μετὰ τῶν τόκων τοῦ 100,50 δραχμ.

»            χ   »   »   »   »   »   »   »   »   » 3618.— »

$$\chi = \frac{100 \cdot 3618}{100,50} = \underline{\underline{3600 \text{ δραχμ.}}}$$

Ἐπειδὴ ὁμοίως ὁ τόκος τῶν 100 δραχμ., ὅταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς ἡμέρας, καὶ κόπον χρειάζεται διὰ νὰ ὑπολογισθῇ καὶ δὲν εἶναι πάντα στρογγυλὸς ἀριθμὸς, λαμβάνομεν ἀντ' αὐτοῦ, ὡς βοηθητικὸν κεφάλαιον, τὸν σταθερὸν διαιρέτην, ὁ ὁποῖος ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὸ ἐπιτόκιον τοῦ προβλήματος, ὅποτε ὁ τόκος τοῦ θὰ εἶναι ἴσος [§ 10 περίπτωσης β'] πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν. Καὶ τότε θὰ ἔχωμεν τὴν λύσιν :

$$\frac{6000 \text{ δραχμ.}}{\chi \text{ »}} = \frac{6030 \text{ δραχμ.}}{3618 \text{ »}}$$

$$\chi = \frac{6000 \cdot 3618}{6030} = \underline{\underline{3600 \text{ δραχμ.}}}$$

Καὶ ἂν ἀντικαταστήσωμεν τὰ ποσὰ τὰ ὁποῖα παριστάνουν οἱ ἀριθμοὶ μὲ γράμματα λαμβάνομεν τὸν **τύπον τοῦ ἠϋξημένου κεφαλαίου**.

$$K = \frac{\Delta \cdot (K+T)}{\Delta+H}$$

ἔπου Δ σημαίνει τὸν σταθερὸν διαιρέτην καὶ Η τὰς ἡμέρας. Ὁ τύπος αὐτὸς μᾶς λέγει ὅτι :

*Διὰ τὴν εὐρωμεν τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον, όταν μᾶς δίδεται τὸ ἠύξημένον κατὰ τὸν τόκον του κεφάλαιον καὶ ὁ χρόνος εἰς ἡμέρας πολλαπλασιάζομεν τὸ ἠύξημένον κεφάλαιον ἐπὶ τὸν σταθερὸν διαιρέτην καὶ διαιροῦμεν τὸ γινόμενον διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου ἠύξημένου κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν.*

Ἐάν ὁ χρόνος δίδεται εἰς ἔτη ἢ καὶ μῆνας εἶναι προτιμώτερον νὰ χρησιμοποιοῦμεν τὸ 100 ὡς βοηθητικὸν κεφάλαιον, διότι εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἔχομεν πολὺ μικροτέρους ἀριθμοὺς εἰς τὰς πράξεις.

#### Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

285) Ποῖον κεφάλαιον τοκισθὲν ἐπὶ 7 μῆνας πρὸς 5% ἔγινε μετὰ τῶν τόκων του δρχ. 2902,25 ;

286) Κεφάλαιον κατατέθη εἰς Τράπεζαν τὴν 13 Ὀκτωβρ. πρὸς 3% καὶ ἔγινε τὴν 21 Μαΐου ἐ.ε. δρχ. 1588,60. Ποῖον τὸ κεφάλαιον ;

287) Δάνειον πρὸς 4%, εἰς ἔτη ἔγινε μετὰ τῶν τόκων του ἀπὸ 15 Ἰανουαρίου μέχρι 30 Ἀπριλίου δρχ. 5803,18 ἔτος ἐμπορικόν. Ποῖον τὸ δάνειον ;

Ποῖον τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον ἂν τὸ ἠύξημένον εἶναι :

288) 2902,25 δρχ. πρὸς 5% μετὰ 7 μῆνας

289) 3703,75 \* \* 5% ἀπὸ 26 Ἰουλίου μέχρι 20 Ὀκτωβρίου

290) 2505,90 \* \* 4% \* 5 Μαρτίου \* 17 Ἀυγούστου

291) 1588,70 \* \* 3% \* 13 Ἰανουαρίου \* 21 \* (μικτόν)

292) £ 848-8-0 \* 2% \* 18 Μαΐου \* 21 Ὀκτωβρ. (πολιτ.)

**Παρατήρησις I.** Ἐάν εἰς τὸ πρόβλημά μας δέν ζητεῖται τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον ἀλλὰ ὁ τόκος, δυνάμεθα νὰ τὸν εὐρωμεν καὶ ἀπ' εὐθείας διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν :

$$\begin{array}{r}
 (K+T) \frac{6030}{\quad} \delta\sigma\chi. \qquad (T) 30 \delta\sigma\chi. \\
 * \quad 3618 * \qquad * \quad \chi \\
 \hline
 \chi = \frac{30 \cdot 3618}{6030} = 18 \delta\sigma\chi.
 \end{array}$$

ὅποτε ἔχομεν τὸν τύπον :

$$T = \frac{H(K+T)}{\Delta+H}$$

ὁ ὁποῖος μᾶς λέγει ὅτι :

*Διὰ τὴν εὐρωμεν τὸν τόκον, διὰ μᾶς δίδεται τὸ ἠϋξημένον κεφάλαιον, πολλαπλασιάζομεν τὸ ἠϋξημένον κεφάλαιον ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν καὶ διαιροῦμεν τὸ γινόμενον διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου ἠϋξημένου κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν.*

### Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Νὰ εὐρεθῇ ὁ τόκος ἀπ' εὐθείας, ὅταν τὸ ἠϋξημένον κεφάλαιον εἶναι :
293) 3013 δρχ. πρὸς 4% μετὰ 30 ἡμέρας :
294) 2890 " " 5% " 48 "
295) 3275 " " 4% " 184 "
296) 19740 " " 8% " 70 "
297) 3135,50 " " 5% " 162 "

**Παρατήρησις II.** Ἐὰν εὐρωμεν τὸν τόκον λαμβάνοντες ὡς κεφάλαιον τὸ ἠϋξημένον κεφάλαιον, εἰς τὸ παράδειγμά μας τῶν 3618 δρχ. πρὸς 6% εἰς 30 ἡμέρας, θὰ ἔχομεν τόκον :

εἰς 60 ἡμ.	36,18 δρχ.
εἰς 30 ἡμ.	18,09 δρχ.

Ὁ τόκος αὐτὸς εἶναι προφανῶς ἀνώτερος τοῦ πραγματικοῦ κατὰ τὸν τόκον τοῦ πραγματικοῦ τόκου, διότι εἰς τὰς 3618 δρχ. περιέχεται τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον καὶ ὁ τόκος του. Ἐὰν ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τὰς 18,09 δρχ. τὸν τόκον τοῦ πραγματικοῦ τόκου ἡ διαφορὰ θὰ ἰσοῦται ἀκριβῶς μετὰ τὸν ζητούμενον τόκον. Ἐπειδὴ ὁμοίως δὲν γνωρίζομεν τὸν πραγματικὸν τόκον, ὡς τόκον του λαμβάνομεν *κατὰ προσέγγισιν* τὸν τόκον τοῦ 18,09 καὶ αὐτὸν ἀφαιροῦμεν ἀπὸ τὸν τόκον 18,09. Οὕτω εἰς τὸ παράδειγμά μας

έχομεν :

$$\begin{array}{r} \text{εἰς 60 ἡμ.} \quad 0,18 \text{ δρχ.} \\ \text{εἰς 30 ἡμ.} \quad 0,09 \text{ δρχ.} \end{array}$$

ὁπότε ὁ πραγματικὸς τόκος εἶναι  $18,9 - 0,09 = 18, -$  δρχ.

Ἡ ὅλη διάταξις τῆς λύσεως τοῦ προβλήματος γίνεται ὡς ἑξῆς :

	Τόκος	Τόκος τοῦ τόκου
Δύσας :	60 ἡμ.	36,18
	30 ἡμ.	18,09
	+	0,09
	πραγματικὸς τόκος	18, - δρχ.

ὥστε :

*Διὰ τὴν εὐρωμεν τὸν τόκον, διὰ δίδεται τὸ ἠϋξημένον κατὰ τὸν τόκον τοῦ κεφάλαιον, εὐρίσκομεν τὸν τόκον τοῦ ἠϋξημένου κεφαλαίου καὶ ἀπὸ αὐτὸν ἀφαιροῦμεν τὸν τόκον τοῦ εὐρεθέντος τόκου.*

**Παρατήρησις III.** Ἡ ἀνωτέρω μέθοδος δίδει ἀπλούστατα τὸν ζητούμενον τόκον καὶ μὲ προσέγγισιν ἀρκετὴν διὰ τὰς πρακτικὰς ἀνάγκας. Διὰ τοῦτο δεόν νὰ χρησιμοποιηθῆται εἰς ὅλας τὰς περιπτώσεις καὶ ὅταν δηλαδὴ ζητῆται ὄχι ὁ τόκος ἀλλὰ τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εὐρίσκομεν τὸν τόκον καὶ τὸν ἀφαιροῦμεν ἀπὸ τὸ ἠϋξημένον κεφάλαιον.

**Πρόβλημα.** *Κεφάλαιον ἀϋξηθὲν κατὰ τὸν τόκον 65 ἡμερῶν πρὸς 4 % ἔγινε 5136,83. Ποῖον τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον ;*

Δύσας :	τόκος	90 ἡμ.	51,37	0,37
		30 ἡμ.	17,12	0,12
		30 »	17,12	0,12
		5 »	2,85	0,02
		+	37,09	0,26
		+	0,26	
	πραγμ.	τόκος	26,83	δρχ.

ἄρα Κεφάλαιον =  $5136,83 - 36,83 = 5100$  δρχ.





κεφαλαίου :

$$K = \frac{\Delta (K-T)}{\Delta - \Pi}$$

ὁ ὁποῖος μᾶς λέγει ὅτι :

*Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον, διὰν μᾶς δίδεται τὸ ἠλαττωμένον κατὰ τὸν τόκον τοῦ κεφαλαίου καὶ ὁ χρόνος εἰς ἡμέρας, πολλαπλασιάζομεν τὸ ἠλαττωμένον κεφάλαιον ἐπὶ τὸν σταθερὸν διαιρέτην καὶ διαιροῦμεν διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου ἠλαττωμένου κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν*

**Παρατήρησις I.** Ἐὰν ζητοῦμεν τὸν τόκον καὶ ὄχι τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον, εἰς τὴν μέθοδον τῶν τριῶν ἀντὶ τοῦ ἠλαττωμένου βοηθητικοῦ κεφαλαίου θὰ θέσωμεν τὸν τόκον, δηλαδὴ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν καὶ θὰ ἔχομεν :

$$\begin{aligned} (K-T) &= 7880 & T &= 120 \\ &2761,50 & & \chi \end{aligned}$$


---


$$\chi = \frac{120 \cdot 2761,50}{7880} = 38,50 \text{ δοχ.}$$

ὅποτε ἔχομεν τὸν τύπον :

$$T = \frac{\Pi (K-T)}{\Delta - \Pi}$$

ὁ ὁποῖος μᾶς λέγει :

*Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸν τόκον, διὰν μᾶς δίδεται τὸ ἠλαττωμένον κεφάλαιον, πολλαπλασιάζομεν τὸ ἠλαττωμένον κεφάλαιον ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν καὶ διαιροῦμεν τὸ ἐξαγόμενον διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου ἠλαττωμένου κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν.*

**Παρατήρησις II.** Τὸν τόκον δυνάμεθα ἐπίσης νὰ τὸν εὕρωμεν *προθέτοντες* εἰς τὸν τόκον τοῦ ἠλαττωμένου κεφαλαίου τὸν τόκον αὐτοῦ. Ὁ τόκος ὁμοίως κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εὕρεσκειται κατὰ προσέγγισιν. Διὰτί :

Οὕτω εἰς τὸ παράδειγμα μας θὰ ἔχωμεν :

	Τόκος	Τόκος τοῦ τόκου
εἰς	80 ἡμ. 27,62 δραχ.	0,38 δραχ.
	20 » 6,90 »	0,10 »
	10 » 3,45 »	0,05 »
	37,97 »	0,53 δραχ.
	+ 0,53	
	38,50 δραχ.	

πραγματικὸς τόκος

Ὅστε :

*Διὰ τὰ εὗρωμεν τὸν τόκον, διὰν δίδεται τὸ ἠλαττωμένον κατὰ τὸν τόκον τοῦ κεφάλαιον εὗρισκομεν τὸν τόκον τοῦ ἠλαττωμένου κεφαλαίου καὶ εἰς αὐτὸν προσθέτομεν τὸν τόκον τοῦ τόκου.*

Σημείωσις. Ἐάν εἰς τὸν τόκον :

$$K = \frac{\Delta(K+T)}{\Delta+T}$$

διαιρέσωμεν τὸν ἀριθμητὴν διὰ τοῦ παρονομαστοῦ θὰ ἔχωμεν :

$$K = (K+T) - \frac{(K+T)H}{\Delta} + \frac{(K+T)H^2}{\Delta^2} - \frac{(K+T)H^3}{\Delta^3} + \dots$$

$$\text{ἢ } K - (K+T) = -\frac{(K+T)H}{\Delta} + \frac{(K+T)H^2}{\Delta^2} - \frac{(K+T)H^3}{\Delta^3} + \dots$$

$$\text{ἢ } T = \frac{(K+T)H}{\Delta} - \frac{(K+T)H^2}{\Delta^2} + \frac{(K+T)H^3}{\Delta^3} - \dots$$

Ὁ ἀριθμητὴς τοῦ πρώτου κλάσματος εἶναι ὁ τοκάρθμος τοῦ ἠϋξημένου κεφαλαίου καὶ ὁ παρονομαστής ὁ σταθερὸς διαιρέτης, ἄρα, τὸ πρῶτον κλάσμα δίδει τὸν τόκον τοῦ ἠϋξημένου κεφαλαίου. Τὸ δεύτερον

κλάσμα  $\frac{(K+T)H^2}{\Delta^2} = \left[ \frac{(K+T)}{\Delta} H \right] H$  δίδει τὸν τόκον τοῦ τόκου, τὸ τρίτον

τὸν τόκον τοῦ τόκου τοῦ προηγουμένου τόκου κ.τ.λ. κ.τ.λ. Ὅστε διὰ τὰ εὗρωμεν τὸν τόκον, διὰν δίδεται τὸ ἠϋξημένον κεφάλαιον, εὗρισκομεν τὸν τόκον τοῦ ἠϋξημένου κεφαλαίου, ἀπὸ αὐτὸν ἀφαιροῦμεν τὸν τόκον τοῦ, εἰς τὸ ἐξαγόμενον προσθέτομεν τὸν τόκον τοῦ τόκου τοῦ προηγουμένου τόκου καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς ἐπ' ἄπειρον.

Κατὰ τὸν ἴδιον ἀκριβῶς τρόπον ἔχομεν καὶ διὰ τὴν εὕρεσιν τοῦ τόκου, διὰν δίδεται τὸ ἠλαττωμένον κεφάλαιον :

$$T = \frac{(K-T)H}{\Delta} + \frac{(K-T)H^2}{\Delta^2} + \frac{(K-T)H^3}{\Delta^3} + \dots$$

Ὅταν διὰ τὰ εἰρημεν τὸν τόκον ὅταν δίδεται τὸ ἡλιτισμένον κεφάλαιον, εἰρίσχομεν τὸν τόκον τοῦ ἡλιτισμένου κεφαλαίου, εἰς αὐτὸν προσθέτομεν τὸν τόκον τοῦ τόκου, εἰς τὸ ἐξαγόμενον τὸν τόκον τοῦ τόκου τοῦ προηγουμένου τόκου καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς ἐπ' ἀλείρων.

Ἐπιπὴ ὁμοίως μετὰ τὸν τόκον τοῦ τόκου φθάνομεν συνήθως εἰς ἀσημαντά ποσά, περιοριζόμεθα μόνον εἰς τὸν τόκον τοῦ τόκου καὶ ἔχομεν οὕτω τὸν πρακτικὸν κανόνα, τὸ ὁποῖον ἐδώσαμεν ἀνωτέρω, ὅστις μᾶς δίδει τὸν ζητούμενον τόκον μὲ ἀρκετὴν διὰ τὴν πράξιν προσέγγισιν.

### Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

304) Δάντιον συνήφθη τὴν 24 Μαΐου καὶ ἐκρτήθησαν προκαταβολικῶς οἱ τόκοι μέχρι 30ης Σεπτεμβρίου πρὸς 4%. Ποῖον τὸ δάντιον ἂν τὸ ὑπόλοιπον ἦτο 1528,30 δρχ. Ἔτος ἐμπορικόν.

Ποῖον εἶναι τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον ἂν τὸ ἡλιτισμένον κατὰ τὸν τόκον τοῦ εἶναι :

- 305) 3740,15 δρχ. πρὸς 4½%, ἀπὸ 12 Ἰουνίου—18 Ὀκτωβρίου
- 306) 910,20 " " 5 % " 1 Ἰανουαρίου—7 Δεκεμβρίου
- 307) 6139,22 " " 4 % " 29 Ἰουλίου—17 Νοεμβρίου
- 308) 8505,— " " 6 % " 14 Ἀπριλ.—29 Σεπτεμ. (ἔτος μικτὸν)
- 309) £ 1082,15 " " 3 % " 8 Μαΐου—25 Σεπτεμ. (ἔτος πολιτικ.)

310) Μία Τράπεζα ἐξοφλεῖ γραμματίον ἀντὶ 16002 δρχ. Ποῖον τὸ ποσὸν τοῦ δανείου ἂν ἐκράτησε τόκον δι' 80 ἡμέρας πρὸς 5½% :

Μία εἰταιρία ἐξοφλεῖ χρέος τῆς 1½ ἔτος πρὸ τῆς ἡμερομηνίας πληρωμῆς τοῦ καὶ κρατᾷ τοὺς τόκους πρὸς 6%. Ποῖον τὸ ποσὸν τοῦ δανείου ἂν πλήρωσε δρχ. 49950.

311) Ποῖον τὸ ποσὸν δανείου τὸ ὁποῖον ἔγινε 6154,50 δρχ. μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν 200 ἡμερῶν τόκου πρὸς 4½% :

312) Ποῖον κεφάλαιον ἡλιτισθῆ κατὰ τοὺς τόκους 126 ἡμ. πρὸς 4% καὶ ἔγινε 1528,30 δρχ. :

### 19. Μέσον ἐπιτόκιον.

Πρόβλημα. Ἐποθετήσῃ τις 2000 δρχ. πρὸς 3% τὸ ἔτος, 4000 πρὸς 4%, τὸ ἔτος, 6000 πρὸς 4½% τὸ ἔτος καὶ 1500 πρὸς 6%. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἔπρεπε νὰ τοποθετήσῃ καὶ τὰ τέσσαρα κεφάλαιά του διὰ νὰ ἔχη τὸ αὐτὸ εἰσόδημα :

**Λύσις :** Ὁ συνολικὸς τόκος :

$$T = \frac{2000 \cdot 3}{100} + \frac{4000 \cdot 4}{100} + \frac{6000 \cdot 4\frac{1}{2}}{100} + \frac{1500 \cdot 6}{100} =$$

$$= \frac{57000}{100} = 570 \text{ θὰ εἶναι καὶ τόκος τοῦ συνολικοῦ κεφαλαίου}$$

13500 δραχ. Καὶ τὸ ἐπιτόκιον τὸ ὁποῖον δίδει τὸν τόκον αὐτὸν θὰ εἶναι τό :

$$E = \frac{570 \cdot 100}{13500} = \frac{57000}{13500} = 4\frac{2}{3} \%$$

Τὸ ἐπιτόκιον  $4\frac{2}{3}\%$  πρὸς τὸ ὁποῖον ἂν ἐτοκίζοντο δια τὰ ποσὰ θὰ ἐδίδον τὸ αὐτὸ ὄπως καὶ πρότερον εἰσόδημα ὀνομάζεται **μέσον ἐπιτόκιον**.

Ἡ εὔφρεσις τοῦ μέσου ἐπιτοκίου γίνεται ἀπλουστέρα μετὰ τὴν κατάταξιν :

$$\begin{array}{r} 2000 \cdot 3 = 6000 \\ 4000 \cdot 4 = 16000 \\ 6000 \cdot 4\frac{1}{2} = 26000 \\ 1500 \cdot 6 = 9000 \\ \hline 13500 \cdot \phantom{=} = 57000 \end{array} \left| \begin{array}{l} 13500 \\ 4\frac{2}{3}\% \text{ μέσον ἐπιτόκιον} \end{array} \right.$$

Νὰ γίνῃ ἡ ἐπαλήθευσις !

\* Ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω κατάταξιν ἔπεται :

**Διὰ τὰ εὗρωμεν τὸ μέσον ἐπιτόκιον, πολλαπλασιάζομεν ἕκαστον κεφάλαιον ἐπὶ τὸ ἐπιτόκιόν του καὶ διαιροῦμεν τὸ ἄθροισμα τῶν γινομένων αὐτῶν διὰ τοῦ ἄθροισματος τῶν κεφαλαίων.**

**Παρατήρησις.** Ἐὰν τὰ κεφάλαια καὶ οἱ χρόνοι εἶναι ἴσα τὸ μέσον ἐπιτόκιον θὰ ἴσῃται μετὰ τὸν μέσον ὄρον τῶν ἐπιτοκίων.

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

313) Πέντε ἴσα κεφάλαια τοκίζονται πρὸς  $6\%$ ,  $5\frac{1}{2}\%$ ,  $4\frac{1}{2}\%$ ,  $4\frac{1}{3}\%$  καὶ  $3\frac{1}{2}\%$ . Ποῖον τὸ μέσον ἐπιτόκιον ;

314) Ὅμοιος τεσσάρων ἴσων κεφαλαίων μετὰ τὰ ἐπιτόκια  $3\frac{1}{2}\%$ ,  $3\frac{1}{3}\%$ ,  $4\frac{1}{3}\%$  καὶ  $4\frac{1}{2}\%$ .

315) Έποποθετήθησαν 5500.— δρχ. προς  $4\frac{1}{2}\%$ , 1800 δρχ. προς  $6\%$  και 4700.— προς  $5\%$ ; Ποιον τὸ μέσον ἐπιτόκιον;

316) Έποποθετήθησαν £ 30000 προς  $3\frac{1}{2}\%$ , £ 20000.— προς  $5\%$  και £ 40000 προς  $4\frac{1}{2}\%$ . Ποιον τὸ μέσον ἐπιτόκιον;

317) Υφάρξει τις τρία ἐνοπόθημα χρέη α') 18000 δρχ. προς  $6\%$ , β) 52000 δρχ. προς  $6\frac{1}{2}\%$  και 32000 δρχ. προς  $7\frac{1}{4}\%$ . Ποιον τὸ μέσον ἐπιτόκιον;

### ΓΕΝΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΚΟΥ

318) Ποιον κεφάλαιον τοποθετήθην προς  $4,5\%$  ἐπὶ 7 μῆνας και 9 ἡμέρας και κατόπιον προς  $5,40\%$  ἐπὶ 1 ἔτος 5 μῆνας και 12 ἡμέρας ἔγινε 12681 δρχ.;

319) Δύο κεφάλαια δίδουν ὁμοῦ 2640 δρχ. τόκους κατ' ἔτος. Τὸ ἐν εἶναι τοκοθετημένον προς  $6\%$  και τὸ ἕτερον προς  $4\frac{1}{2}\%$ . Τὸ δευτέρον φέρει 900 δρχ. τόκον περισσότερον τοῦ πρώτου. Ποία εἶναι τὰ κεφάλαια;

320) Τα  $\frac{1}{2}$  ενός ποσού τοποθετημένου προς  $4\frac{1}{2}\%$  πρέπει νὰ δίδουν 1200 δρχ. τόκον εἰς 8 μῆνας. Ἐπὶ πόσον χρόνον πρέπει νὰ τοποθετηθῶσιν τὸ ὑπόλοιπον προς  $5\frac{1}{2}\%$  διὰ νὰ ἔχωσιν 1500 δρχ. ὀλικούς τόκους;

321) Ἡ περιουσία ἐνὸς ἀτόμου διηρέσθη εἰς δύο μέρη: τὸ πρῶτον μέρος ἐποποθετήθη προς  $6\%$  και δίδει τόκον 60 δρχ. περισσότεράς τοῦ δευτέρου τὸ ὅποιον εἶναι τοποθετημένον προς  $4\frac{1}{2}\%$ . Ποία εἶναι ἡ περιουσία τοῦ ἀτόμου αὐτοῦ;

322) Κεφάλαιον τοκοζόμενον ἐπὶ 18 μῆνας γίνεται ἴσον προς τὰ  $\frac{7}{6}$  αὐτοῦ ἡλιτισμένα κατὰ δρχ. 1010 και μετὰ 26 μῆνας προς τὰ  $\frac{7}{6}$  τοῦ ἡλιτισμένα κατὰ 570 δρχ. Ποιον τὸ κεφάλαιον και οἱ τόκοι;

323) Ἐδανείσθη τις, τὴν 1ην Ἰουλίου 1940, 3850 δρχ. προς  $4\%$ , με τὴν συμφωνίαν νὰ ἐξοφλήσῃ τόκους και κεφάλαιον τὴν 1ην Δεκεμβρίου 1944. Τί θὰ πληρώσῃ προς ἐξοφλήσῃν τοῦ χρέους του;

324) Παντοπωλὴς ἐπώλησεν 180 σάκκους ἀλεύρου προς 25.000 δρχ. ἑκαστον. Τί τόκους θὰ εἰσπράττῃ κατ' ἔτος εἰάν τοκίσῃ τὰ χρήματα πού ἔλαβεν προς  $5\frac{1}{2}\%$ ;

325) Οἰκία ἡγοράσθη ἀντὶ 35000 δρχ. Τὰ διάφορα ἔξοδα ἐπιδιορθώσεως ἀνήλθον εἰς 25000 δρχ. Τί ἐνοίκιον δέον νὰ εἰσπράττῃ κατὰ μῆνα διὰ νὰ τοκοθετηθοῦν τὰ χρήματά του προς  $7\%$  κατ' ἔτος;

326) Κεφάλαιον 483500 δρχ. ἐποποθετήθη προς  $5\%$  ἐπὶ 7 μῆνας.

Με τούς τόκους τοῦ ποσού αὐτοῦ θέλομεν νά ἀγοράσωμεν οἰκάτερον 230 τ. μ. Ποσόν πρέπει νά τμηᾶται τὸ τετραγωνικόν μέτρον :

327) Ἐγόρασε τις οἰκίαν ἀντί 150000 δραχ. καί ἐξόδευσε 30000 δραχ. δι' ἐπισκευάς. Ἐνοικιάζει τὴν οἰκίαν ἀντί 810 δραχ. μηνιαίως. Πρὸς ποσόν ταῖς ἐκατὸν ἐτόκους τὰ χρήματά του :

328) Βιομηχάνος τοποθετεῖ τὰ  $\frac{1}{3}$  τῆς περιουσίας του εἰς μίαν ἐπιχείρησιν καὶ τὸ ὑπόλοιπον εἰς ἑτέραν. Ἡ πρώτη τοῦ ἀποφέρει 6% εἰσόδημα καὶ ἡ δευτέρα 5%. Οὕτω ἔχει 120000 δραχ. εἰσόδημα κατ' ἔτος. Ποία ἦτο ἡ περιουσία τοῦ βιομηχάνου :

329) Ἐτοποθετήσαμεν πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπιτόκιον κατ' ἀρχάς 120000 δραχ. ἐπὶ 60 ἡμέρας καὶ κατόπιν 80000 δραχ. ἐπὶ 30 ἡμέρας. Τὸ πρῶτον κεφάλαιον ἔδωκεν 800 δραχ. τόκον ἐπὶ πλέον τοῦ δευτέρου. Ποῖον εἶναι τὸ ἐπιτόκιον αὐτό :

330) Κεφαλαιοῦχος δανεῖζει εἰς τινὰ καλλιεργητὴν 80000 πρὸς 6% καὶ εἰς τινὰ βιομηχάνον 61000 δραχ. πρὸς 8%. Ποῖον θὰ ἦτο τὸ ἐπιτόκιον ἂν καὶ τὰ δύο κεφάλαια ἐτοποθετοῦντο πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπιτόκιον καὶ ἀπέφερον τὸ αὐτὸ εἰσόδημα :

331) Κεφάλαιον τοποθετηθέντος πρὸς 3% ἐπὶ 10 ἔτη καὶ 5 μῆνας οἱ τόκοι ἐχρησίμευσαν πρὸς ἀγορὰν οἰκοπέδου 378 τ. μ. τοῦ ὁποίου τὸ τετραγωνικόν μέτρον τμηᾶται 450 δραχ. Ποῖον τὸ κεφάλαιον :

332) Κεφάλαιον τοποθετηθέν ἐπὶ 3 ἔτη καὶ 4 μῆνας πρὸς 5% ἔγινε μετὰ τῶν τόκων του 28520 δραχ. Ποῖον τὸ ἀρχικόν κεφάλαιον :

333) Κεφαλαιοῦχος ἐδάνεισεν ποσόν τι πρὸς 5%. Μετὰ 2 ἔτη τοῦ ἐπιστροφῆν τὸ ποσόν αὐτὸ μετὰ τῶν τόκων του. Τὸ οὕτω σχηματισθέν κεφάλαιον τὸ τοποθετεῖ κατόπιν εἰς τινὰ βιομηχανικὴν ἐπιχείρησιν ἣτις τοῦ ἀποφέρει 7  $\frac{1}{2}$  κατ' ἔτος. Ποῖον τὸ ἀρχικόν κεφάλαιον ἂν τὸ εἰσόδημα αὐτὸ εἶναι 14500 δραχ. :

334) Ἐξοδεύει τις τὰ  $\frac{1}{2}$  τοῦ εἰσοδήματός του διὰ τροφήν καὶ τὸ  $\frac{1}{7}$  διὰ τὰς ὑπολοίτους ἀνάγκας του. Ὅτι τοῦ ἀπομένουν τὰ τοποθετεῖ πρὸς 4  $\frac{1}{2}$  % καὶ λαμβάνει οὕτω 2250 δραχ. κατ' ἔτος τόκους. Ποῖον τὸ ἀρχικόν εἰσόδημά του :

335) Κεφαλαιοῦχος τινὸς ἐκρατήθησαν προκαταβολικῶς οἱ τόκοι δύο μηνῶν καὶ ἡμετρήθη εἰς τὸν δανειζόμενον τὸ ὑπόλοιπον ἐξ 994 δραχ. Ποῖον τὸ ἀρχικόν κεφάλαιον ἂν τὸ ἐπιτόκιον ἦτο 6% :

336) Ποῖον τὸ ἀρχικόν ποσόν δανείου τινὸς ἂν τὸ ἐλαττωμένον κατὰ τὸν τόκον του ποσόν εἶναι 17832 δραχ. διὰ 48 ἡμέρας πρὸς 7% :

337) Ἐτοποθετήσῃ τις χρήματα πρὸς 4  $\frac{1}{2}$  % καὶ τὰ ἀποσύρει ὁμοῦ μετὰ τῶν τόκων των μετὰ 8 μῆνας εἰσπράττων οὕτω 46350 δραχ. Κρατᾷ τοῖς τόκοις καὶ τοποθετεῖ τὸ κεφάλαιον πρὸς 5%. Μετὰ πόσον χρόνον ἢ νέα τοποθέτησις θὰ τοῦ ἀποφέρει τὸν αὐτὸν τόκον μὲ τὴν προηγουμένην :

338) Έν ὀρισμένον ποσὸν ἐποθετήθη πρὸς τι ἐπιτόκιον ἐπὶ 3 ἔτη. Τὸ ἐτήσιον εἰσόδημα ἦτο ἴσον πρὸς τὸ εἰκοστὸν τοῦ κεφαλαίου. Ἐάν προσθέσωμεν εἰς τὸ κεφάλαιον αὐτὸ τοὺς τόκους 3 ἐτῶν τὸ ἄθροισμα θὰ εἶναι ἴσον πρὸς 40250 δρχ. Ποῖον τὸ ἐπιτόκιον καὶ ποῖον τὸ κεφάλαιον;

339) Κεφάλαιον τοποθετηθὲν ἐπὶ 8 μῆνας πρὸς τι ἐπιτόκιον γίνεται μὲ τοὺς τόκους του 12772 δρχ. Τὸ αὐτὸ κεφάλαιον τοποθετηθὲν ἐπὶ 25 μῆνας πρὸς τὸ ἴδιον ἐπιτόκιον ἔγινε 13097,50. Ποῖον τὸ κεφάλαιον καὶ ποῖον τὸ ἐπιτόκιον;

340) Τοποθετεῖ τις τὰ  $\frac{1}{4}$  τῆς περιουσίας του πρὸς 6%, καὶ λαμβάνει 93960 δρχ. κατ' ἔτος ὡς τόκον. Τὸ ὑπόλοιπον τὸ τοποθετεῖ πρὸς 4 $\frac{1}{2}$ %. Ποῖον τὸ ὅλκον εἰσόδημα;

341) Τοποθετοῦμεν ἓν κεφάλαιον 600000 δρχ. πρὸς 4 $\frac{1}{4}$  $\frac{1}{2}$  καὶ μετὰ 17 $\frac{1}{2}$  μῆνας τοποθετοῦμεν ἕτερον κεφάλαιον 640000 δρχ. πρὸς 5%. Μετὰ πόσον χρόνον ἀπὸ τὴν πρώτην τοποθέτησιν τὰ δύο κεφάλαια θὰ δώσουν ἴσους τόκους;

342) Κεφαλαιόχος ἔχει 780000 δρχ. Ἐν μέρος αὐτῶν τὸ διαθέτει πρὸς ἀγορὰν οἰκίας. Τὸ  $\frac{1}{6}$  τοῦ ὑπολοίπου τὸ τοποθετεῖ πρὸς 4 $\frac{1}{2}$ % καὶ τὰ  $\frac{2}{3}$  πρὸς 5 $\frac{1}{2}$ %. Τὸ ἐτήσιον εἰσόδημα ἐκ τῶν τοποθετήσεων αὐτῶν ἀνέρχεται εἰς 28700 δρχ. Ποία ἡ τιμὴ τῆς οἰκίας;

343) Τοποθετεῖ τις ἓν ποσὸν πρὸς 5%. Τὸ ἀποσίμα προσθέτει εἰς αὐτὸ ἑτέρας 8500 δρχ. καὶ τοποθετεῖ τὸ ὅλον πρὸς 4 $\frac{1}{2}$ %. Τὸ εἰσόδημά του οὕτως ἡλαττώθη κατὰ 800 δρχ. ἐτησίως. Ποῖον τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιόν του;

344) Τοποθετεῖ τις δύο κεφάλαια τὸ ἓν πρὸς 5% καὶ τὸ ἕτερον, τὸ ὁποῖον εἶναι διπλάσιον τοῦ πρώτου, πρὸς 4%. Μετὰ 6 ἔτη καὶ 8 μῆνας εἰσπράττει διὰ κεφάλαια καὶ τόκους 64724 δρχ. Ποία τὰ κεφάλαια;

345) Ἐχομεν δύο κεφάλαια ταυτῆς ὥστε τὰ  $\frac{2}{3}$  τοῦ πρώτου νὰ ἰσοῦνται μὲ τὰ  $\frac{1}{3}$  τοῦ δευτέρου. Ἐάν τοποθετήσωμεν τὰ  $\frac{2}{3}$  τοῦ πρώτου καὶ τὸ  $\frac{1}{3}$  τοῦ δευτέρου πρὸς 4 $\frac{1}{2}$ % ἐπὶ 4 μῆνας θὰ εἰσπράξωμεν 5905 ἔν ὄλφ δρχ. διὰ τόκους. Ποία τὰ κεφάλαια;

346) Κεφάλαιον αὐξήθην κατὰ τοὺς τόκους του πρὸς 3% ἔγινεν 11293,10 δρχ. Ἐάν εἶχε τοποθετηθῆ πρὸς 3 $\frac{1}{2}$ % καὶ ἐπὶ ἓν ἔτος ἀκόμα οἱ τόκοι του θὰ ἀνέρχοντο εἰς 1609,65 δρχ. Ποῖον τὸ κεφάλαιον καὶ ποῖος ὁ χρόνος;

347) Δύο κεφάλαια ἔχοντα ἄθροισμα 149870 δρχ. ἐποθετήθησαν ἐπὶ ἓν ἔτος πρὸς δύο ἐπιτόκια διαφέροντα μεταξὺ των κατὰ  $\frac{1}{8}$ % καὶ ἔδωσαν 55196,80 δρχ. τόκους. Ἐάν τὸ πρῶτον κεφάλαιον ἐποθετεῖτο πρὸς τὸ ἐπιτόκιον τοῦ δευτέρου καὶ τὸ δευτέρον πρὸς τὸ ἐπιτόκιον τοῦ



πρώτου οι τόκοι θα ησαν 54208,30. Ποία τὰ δύο κεφάλαια καὶ ποία τὰ ἐπιτόκια ;

348) Ὑπόκειται κεφάλαιον τὸ ὁποῖον τοποθετηθὲν πρὸς 5% ἐπὶ 4 ἔτη καὶ δίδῃ τόσον τόκον ὅσον καὶ ἂν τοποθετηθῆ πρὸς 3% ἐπὶ 6 ἔτη ;

349) Τοποθετεῖ τις τὸ ἓν μέρος τῆς περιουσίας του πρὸς 5%, τὸ δεύτερον μέρος πρὸς 4  $\frac{1}{2}$  καὶ τὸ τρίτον πρὸς 3%. Μετὰ ἓν ἔτος ἀποσύρει καὶ τὰ τρία μέρη μετὰ τῶν τόκων των καὶ εἰσπράττει αὐτὰ 159264 δρχ. Ποία τὰ τρία μέρη τῆς περιουσίας του ἂν τὸ πρῶτον ἴσούται πρὸς τὰ  $\frac{1}{2}$  τοῦ δευτέρου καὶ τὸ τρίτον πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν δύο πρώτων.

350) Ἔχει τις δύο κεφάλαια. Τὸ δεύτερον εἶναι κατὰ 600 δρχ. μικρότερον ἀπὸ τὸ τριπλάσιον τοῦ πρώτου. Ἐὰν τοποθετήσῃ τὸ πρῶτον ἐπὶ 9 μῆνας πρὸς 3  $\frac{1}{2}$ %, καὶ τὸ δεύτερον ἐπὶ 7 μῆνας πρὸς 3%, τὸ ἄθροισμα τῶν τόκων θὰ εἶναι 1155 δρχ. Ποία τὰ κεφάλαια ;

351) Δύο κεφάλαια ἐκ 12000 δρχ. ἕκαστον ἐτοποθετήθησαν πρὸς 4  $\frac{1}{2}$ %, εἰς διαφόρους ἔτους. Τὸ πρῶτον ἔδωκεν 295,56 καὶ τὸ δεύτερον 65,50 δρχ. ὡς τόκον. Εἰς πόσον χρόνον ὁ τόκος τοῦ πρώτου θὰ ἴσούται πρὸς τὸ διπλάσιον τοῦ τόκου τοῦ δευτέρου κεφαλαίου ;

352) Κληρονομία 314000 δρχ. διανέμεται μεταξὺ τριῶν προσώπων κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε ἂν εἰς τὸ μερίδιον ἑκάστου προστεθῆ ὁ τόκος ἑνὸς ἔτους, τοῦ α' πρὸς 4%, τοῦ β' πρὸς 5%, καὶ τοῦ γ' πρὸς 6% καὶ γίνωνται καὶ τὰ 3 ἴσα. Ποῖον τὸ μερίδιον ἑκάστου ;

353) Εἰσοδηματίας τοποθετεῖ τὸ  $\frac{1}{2}$  τοῦ κεφαλαίου του πρὸς 5% καὶ ταυτόλοιστα  $\frac{1}{2}$  πρὸς 4  $\frac{1}{2}$  καὶ εἰσπράττει κατ' ἔτος ἀπὸ τὸ δεύτερον μέρος 60000 περισσότερον τόκον παρὰ ἀπὸ τὸ πρῶτον. Ποῖον τὸ ὅλκιον κεφάλαιον ;

354) Δύο κεφάλαια ἔχουν ἄθροισμα 27740 δρχ. καὶ ἐτοποθετήθησαν τὸ μὲν πρὸς 4  $\frac{1}{2}$ % ἐπὶ 6 μῆνας τὸ δὲ πρὸς 3% ἐπὶ 10 μῆνας. Οἱ τόκοι τοῦ πρώτου εἶναι κατὰ 17,10 δρχ. μικρότεροι τῶν τόκων τοῦ δευτέρου. Ποία τὰ κεφάλαια ;

355) Δύο κεφάλαια τὸ ἓν 28725 δρχ. καὶ τὸ ἕτερον 42125 δρχ. τοποθετηθέντα πρὸς διάφορα ἐπιτόκια ἔδωσαν (ὁμοῦ εἰς ἓν ἔτος 2696,15 δρχ. εἰσόδημα. Ὁ τόκος τοῦ δευτέρου κεφαλαίου ὑπερβαίνει τὸν τόκον τοῦ πρώτου κατὰ 168,35 δρχ. Ποία τὰ ἐπιτόκια ;

356) Τοποθετεῖ τις 5500 δρχ. πρὸς 4% καὶ 8000 δρχ. πρὸς 5%. Τὸ δεύτερον κεφάλαιον ἐτοποθετήθη μετὰ 4  $\frac{1}{2}$  ἔτη ἀπὸ τῆς τοποθετήσεως τοῦ πρώτου. Πόσον χρόνον μετὰ τὴν πρώτην κατάθεσιν τὰ δύο αὐτὰ κεφάλαια θὰ δώσουν ἴσους τόκους ;

357) Τοποθετεῖ τις ἓν κεφάλαιον μετὰ τῶν τόκων του καὶ ἀγοράζει κτήμα 87 στρέμ. πρὸς 32 δρχ. τὸ τετραγωνικὸν μέτρον. Ποῖον κεφάλαιον διέθετεν ἀρχικῶς τὸ ἄτομον αὐτό ;

358) Χωρίζομεν κεφάλαιον 36000 εἰς δύο μέρη καὶ τοποθετοῦμεν τὸ α' πρὸς 3% καὶ τὸ β' πρὸς 3½%. Μετὰ 15 μῆνας τὸ ἀθροισμὰ τῶν τόκων τῶν δύο μερῶν τοῦ κεφαλαίου εἶναι 1837,50. Νὰ εὑρεθῶν τὰ δύο μέρη τοῦ κεφαλαίου.

## 17. Συμπλήρωμα τοῦ κεφαλαίου περὶ τόκου

**Πρόβλημα.** Πόσον τόκον φέρουν 635 δραχ. πρὸς 4½% εἰς 86 ἡμέρας μὲ μικτὸν ἔτος ;

*Λύσις:* Ὁ τύπος τοῦ τόκου μᾶς δίδει :

$$T = \frac{635,86 \cdot 4 \frac{1}{2}}{36000} = 635,86 \cdot \left[ \frac{4 \frac{1}{2}}{36000} \right]$$

καὶ ἐπειδὴ εἶναι :

$$\frac{4 \frac{1}{2}}{36000} = 0,000125$$

ὁ τύπος γίνεται :

$$T = 635 \cdot 86 \cdot 0,000125 = 6,83$$

Ὁ ἀριθμὸς  $4 \frac{1}{2} : 36000 = 0,000125$  ὀνομάζεται *σταθερὸς πολλαπλασιαστικῆς* τοῦ ἐπιτοκίου  $4 \frac{1}{2} \%$ . Ἐὰν τώρα ἀντικαταστήσωμεν τοὺς ἀριθμοὺς μὲ γράμματα καὶ καλέσωμεν Π τὸν σταθερὸν πολλαπλασιαστικὴν ὅστις ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ ἐπιτόκιον Ε θὰ ἔχωμεν τὸν τόκον :

$$T = [K \cdot \Pi] \cdot \Pi$$

ὅστις μᾶς λέγει ὅτι :

*Διὰ τὰ εὑρωμεν τὸν τόκον ὅταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς ἡμέρας, πολλαπλασιαζόμεν τὸν τοκαριθμὸν ἐπὶ τὸν σταθερὸν πολλαπλασιαστικὴν.*

Ἐκαστὸν ἐπιτόκιον ἔχει τὸν ἰδικὸν τοῦ σταθερὸν πολλαπλασιαστικὴν

$\frac{E}{36000}$  ὁ ὁποῖος εἶναι ὁ ἀντίστροφος ἀριθμὸς τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου

$\frac{36000}{E}$ . Διὰ τὰ ἐφαρμόσωμεν λοιπὸν τὴν μέθοδον τῶν σταθερῶν πολλα-

πλασιαστικῶν πρέπει νὰ ἐτοιμάσωμεν πίνακα δίδοντα τοὺς σταθεροὺς πολλαπλασιαστικὰς τοὺς ἀντιστοιχοῦντας εἰς διάφορα ἐπιτόκια. Ἐπειδὴ ἡ μέθοδος τῶν σταθερῶν πολλαπλασιαστικῶν εἶναι εὐχρηστικὴ μόνον ὅταν οἱ πράξεις ἐκτελοῦνται ἐπὶ εἰδικῶν μηχανῶν, αἱ μηχαναὶ αὐτὰ συνδυάζονται συνήθως καὶ ὑπὸ λεπτομερῶν πινάκων σταθερῶν πολλαπλασιαστικῶν τόσον μὲ ἐμπορικῶν ὅσον καὶ μὲ πολιτικῶν ἔτος. Παράδειγμα τοιοῦτου πίνακος εἶναι καὶ ὁ κατωτέρω :

**Π Ι Ν Α Κ Η Ι V.**  
 Σταθεροί πολλαπλασιαστικοί

$\frac{\sigma}{\delta}$	*Έτος 300 ήμερ.	*Έτος 303 ήμερ.	$\frac{\sigma}{\delta}$	*Έτος 300 ήμερ.	*Έτος 303 ήμερ.
1	0,0000278	0,0000274	4	0,0001111	0,0001096
1 $\frac{1}{2}$	0,0000417	0,0000411	4 $\frac{1}{2}$	0,0001250	0,0001233
2	0,0000556	0,0000548	5	0,0001389	0,0001370
2 $\frac{1}{2}$	0,0000694	0,0000685	5 $\frac{1}{2}$	0,0001528	0,0001507
3	0,0000833	0,0000822	6	0,0001667	0,0001644
3 $\frac{1}{2}$	0,0000972	0,0000959	6 $\frac{1}{2}$	0,0001784	0,0001805

Επειδή ο τόκος του τόκου, όταν θέσωμεν  $K=1$  δρχ. και  $X=1$  ημέρα γίνεται :

$$T = \frac{E}{36000} = \Pi$$

Επεται πως ο σταθερός πολλαπλασιαστικός παριστά των τόκων μιάς μονάδος εις μίαν ημέραν πρὸς τὸ δοθὲν ἐπιτόκιον.

**Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ**

Νά ὑπολογισθοῦν οἱ τόκοι διὰ τῆς μεθόδου τῶν σταθερῶν πολλαπλασιαστικῶν.

359) 185 δρχ. πρὸς 3 $\frac{3}{4}$   $\frac{\sigma}{\delta}$  εἰς 15 ἡμέρας

360) 283,17 \* \* 4  $\frac{\sigma}{\delta}$  \* 29 \*

361) 4081,11 \* \* 6  $\frac{\sigma}{\delta}$  \* 9 \*

362) 23887,50 \* \* 5  $\frac{\sigma}{\delta}$  \* 10 \*

363) 48906,21 \* \* 5 $\frac{1}{2}$  \* 23 \*

364) 51806,— \* \* 2  $\frac{\sigma}{\delta}$  \* 26 \*

365) £ 12—6—7 πρὸς 3  $\frac{\sigma}{\delta}$  εἰς 70 ἡμέρας

366) £ 148—2—3 \* 4 $\frac{1}{2}$   $\frac{\sigma}{\delta}$  \* 61 \*

367) £ 248—8—8 \* 5  $\frac{\sigma}{\delta}$  \* 73 \*

368) £ 128—0—0 \* 1 $\frac{1}{2}$   $\frac{\sigma}{\delta}$  \* 152 \*

**18. Εὑρεσις τοῦ τόκου δι' εἰδικῶν πινάκων.**

Ἐπειδὴ αἱ μέθοδοι, αἱ ὅποια ἐξητάσθησαν ἀνωτέρω, δύνεσθαι ἄρκετὰ ταχέως διὰ τὰς καθημερινὰς ἀνάγκας τῶν τραπεζιῶν, ὅπου καθημερινῶς παρουσιάζεται πλῆθος περιπτώσεων ὑπολογισμοῦ τόκου, κα-



Μην.	2 <sup>1</sup> / <sub>6</sub>	2 <sup>1</sup> / <sub>12</sub> <sup>5</sup> / <sub>6</sub>	4 <sup>1</sup> / <sub>6</sub>	4 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	5 <sup>1</sup> / <sub>6</sub>	5 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	6 <sup>1</sup> / <sub>6</sub>
2	0,00500	0,00583	0,00667	0,00750	.....	.....	1
3	0,00750	0,00875	0,01000	.	.	.	2
4	0,01000	0,01467	.	.	.	.	.
5	0,01250	.	.	.	.	.	.
6	0,01500	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
11							11

Εκ του πίνακος τούτου έχομεν τὸν τόκον :

1 δρχ. εἰς 2 μῆνας 0,00500 δρχ.

1 \* \* 12 ἡμέρας 0,00100

1 δρχ. εἰς 2 μην. καὶ 12 ἡμ. 0,006 δρχ.

καὶ κατὰ συνέπειαν ὁ τόκος τῶν 3200 δρχ. πρὸς 3% εἰς 2 μῆνας καὶ 12 ἡμέρας θὰ εἶναι :

$$T = 3200 \times 0,006 = 19,20 \text{ δρχ.}$$

**Παράδειγμα II.** Νὰ εὑρεθῇ ὁ τόκος τοῦ προηγουμένου παραδείγματος διὰ πίνακον διδόντων τὸν τόκον ὅστις ἀντιστοιχεῖ εἰς ὀρισμένον τοκᾶριθμὸν.

*Λύσις.* Οἱ πίνακες αὗτοι ἔχουν συνήθως τὴν κατωτέρω μορφήν καὶ δίδουν τὸ ἑκατοστὸν τοῦ τοκᾶριθμοῦ.

Ἐπειδὴ ὁ τοκᾶριθμὸς τῶν 3200 δρχ. εἰς 72 ἡμέρας εἶναι :

$$3200 \times 72 = 230400$$

καὶ τὸ ἑκατοστὸν τοῦ 2304, ὁ τόκος θὰ εἶναι :

εἰς τοκᾶριθμὸν 2000 τόκος : 16,667 δρχ.

\* \* \* 300 \* : 2,500 \*

\* \* \* 4 \* : 0,033 \*

εἰς τοκᾶριθμὸν 2304 τόκος : 19,20 δρχ.

*Παρατήρησις :* Οἱ ἀνωτέρω πίνακες εἶναι κατασκευασμένοι διὰ ἑμπορικῶν ἔτος. Ἀντίστοιχοι πίνακες ὑπάρχουν καὶ διὰ πολιτικῶν ἔτος.

Ἐπιτόκιον 3<sup>9</sup>/<sub>10</sub>

Ἔτος ἐμπορευζών

Τοκῶριθμοι	Τόκος	Τοκῶρ.	Τόκος	Τοκῶρ.	Τόκος	Τοκῶρ.	Τόκος
9000	75.—	900	7,500	90	0,750	9	0,075
8000	66,667	800	6,667	80	0,667	8	0,067
7000	58,333	700	5,833	70	0,583	7	0,058
6000	50.—	600	5.—	60	0,500	6	0,05
5000	41,667	500	4,167	50	0,417	5	0,041
4000	33,333	400	3,333	40	0,333	4	0,033
3000	25.—	300	2,500	30	0,250	3	0,025
2000	16,667	200	1,667	20	0,167	2	0,017
1000	8,333	100	0,833	10	0,083	2	0,008

**Ἱστορικαὶ σημειώσεις.** Οἱ πρότεροι γνωστοὶ εἰς ἡμᾶς ὑπολογισμοὶ τόκου προέρχονται ἀπὸ τὴν Βαβυλωνίαν τῆς 3ης χιλιετηρίδος π. χ. Τὸ ἀξίωσιμαίωτον εἰς τοὺς ὑπολογισμοὺς αὐτοὺς, οἱ ὅποιοι διαφέρουν οὐκ ὀλίγως τῶν σημερινῶν, εἶναι ὅτι καὶ τότε ἐξηρημασιεύτο διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ τόκου τὸ ἔτος τῶν 360 ἡμερῶν, καίτοι τοῦτο διαφέρει σημαντικῶς τοῦ πολιτικοῦ ἔτους τῆν Βαβελωνίαν.

Ἀπὸ τὴν κλασσικὴν ἀρχαιότητα δὲν διεσώθη δυστυχῶς οὐδὲν παρὰδειγμα ὑπολογισμοῦ τόκου καὶ οὕτω ἀγνοοῦμεν τὰς μεθόδους τὰς ὁποίας ἐκολούθησαν τότε. Τὸ μόνον τὸ ὅποιον γνωρίζομεν ἀπὸ τὰς ἐπιγραφὰς τῆς Δέλου εἶναι, ὅτι τὸ ἐπιτόκιον κατὰ τὸν 5ον καὶ 4ον π. χ. αἰῶνα ἐκυμαίνετο μεταξὺ 10 καὶ 12<sup>9</sup>/<sub>10</sub>.

Ἀρθρα παρὰδείγματα ὑπολογισμοῦ τόκου συναντοῦμεν πάλιν εἰς τὴν Ἰνδικὴν μαθηματικὴν φιλολογοίαν ἀπὸ τοῦ 5ου μ. χ. αἰῶνος μέχρι τοῦ 12ου. Εἰς τὴν Εὐρώσῃν ἡ συστηματικὴ διδασκαλία τοῦ τόκου ἀρχίζει μαζί με τὴν ἀνάπτυξιν τοῦ ἐμπορίου, κατὰ τὰς παραμονὰς τῆς Ἀναγεννήσεως. Τὰς πρώτας ἀσχήσεις τόκου εὐρίσκομεν εἰς τὸ βιβλίον «Liber abhaci» (1228) τοῦ Λεονάρδου ἐκ Πίζης. Ἐκεῖ χρησιμοποιεῖται διὰ πρώτην φοράν καὶ ἡ λέξις **κεφάλαιον** (capitale) μετὰ τὴν σημερινὴν σημασίαν διὰ νὰ πολιτογραφηθῇ κλίον ὁριστικῶς ἀπὸ τὸν Ρεζιουμοντίνου (1436—1476).

Ἀπ' ὅλας τὰς ἀριθμητικὰς τοῦ 15ου καὶ 16ου αἰῶνος ἐκεῖναι αἰτινὲς περᾶλλον τὰ περισσότερα στοιχεῖα ἐμπορικῶν μαθηματικῶν εἶναι αἱ ἰταλικά. Μεταξὺ αὐτῶν ἐξέχουσα θέσιν ἔχει ἡ «Summa» (1494) τοῦ Λουκά Πατσιόλι. Ἐκεῖ ἀναφέρονται διὰ πρώτην φοράν καὶ οἱ Πίνακες τόκου» τοὺς ὁποίους ἐξηρημασιεύσαν οἱ ἐμποροὶ καὶ τῶν ὁποίων ἡ γρηθὸς ἀποτελοῦσε εἶδος ἐπαγγελματικοῦ μυστικοῦ.

Τοὺς *τοκαρίθμους* τοὺς χρησιμοποιοῦν ἤδη ὁ Βίνημαν (1489) καὶ ὁ Ταρτάλια (1556) ἀν καὶ εἰς τὴν διδασκαλίαν τοῦ τόκου εἰσάγονται μόνον τὸ 1732 ἀπὸ τὸ Κλάουμπεργκ. Ὁ μαθηματικὸς αὐτὸς εἶναι ὁ πρῶτος ὁ ὁποῖος ἐξήτασε συστηματικὰ καὶ τακτοποίησε ὅλα τὰ σχετικά μὲ τὸν τόκον προβλήματα. Ἐν τούτοις ἀγνοεῖ τὸν τύπον τοῦ τόκου  $T = \frac{KEX}{100}$  ὅπως τὸν χρησιμοποιοῦμεν σήμερον καθὼς καὶ ὅλοι οἱ μαθηματικοὶ ὡς τὸ μῆσα τοῦ παρελθόντος αἰῶνος. Φαίνεται ὅτι ὁ τύπος αὐτός ἐχρησιμοποιήθη διὰ πρώτην φοράν εἰς τὴν Αὐστρίαν (Πράγα) τὸ 1821.

Ὅσον ἀφορᾷ τώρα τὸ σῆμα τοῦ ἐπιτοκίου, καὶ ἐν γένει τῶν ποσοστῶν,  $\frac{1}{100}$  τοῦτο προέρχεται ἀπὸ τὰς συντομίας τῶν Ἰταλικῶν χειρῶν γράφων τοῦ 15ου αἰῶνος καὶ καθιεροῦται ὀριστικὰ εἰς τὴν ἀριθμητικὴν ἀπὸ τὰ μῆσα τοῦ 17ου αἰῶνος.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

### Περὶ ὑφαιρέσεως.

19. Ὅρισμοί. Ὁ κάτοχος γραμματίου ἢ συναλλαγματικῆς δύναται ἂν ἔχη ἀνάγκην χρημάτων, νὰ *διαπραγματευθῆ* τὸ γραμμάτιον ἢ τὴν συναλλαγματικὴν του εἰς τινὰ τράπεζαν ἢ προεξοφλητικὸν γραφεῖον.

Ἐὰν ἡ τράπεζα ἢ τὸ προεξοφλητικὸν γραφεῖον δεχθῶν νὰ *προεξοφλήσουν* τὸ γραμμάτιον θὰ κρατήσουν ἀπὸ τὴν ἀξίαν, ἢ ὅποια ἀναγράφεται ἐπ' αὐτοῦ καὶ ἥτις ὀνομάζεται *ὀνομαστικὴ ἀξία*, ἔν ποσὸν ὡς τόκον τῶν χρημάτων τὰ ὅποια θὰ διαθέσουν διὰ νὰ προεξοφλήσουν τὸ γραμμάτιον καὶ τὰ ὅποια θὰ εἰσπράξουν μόνον κατὰ τὴν λήξιν τοῦ γραμματίου ἀπὸ τὸν πληρωτὴν αὐτοῦ. Τὸ ποσὸν αὐτὸ ὀνομάζεται *ὑφαίρεσις*, τὸ δὲ ὑπόλοιπον, ὅπερ θὰ μετρήσουν εἰς τὸν διαπραγματευόμενον τὸ γραμμάτιον ὀνομάζεται *παροῦσα ἢ πραγματικὴ ἀξία*.

Ἡ ὑφαίρεσις ὑπολογίζεται ὡς καὶ ὁ τόκος ἐπὶ τῇ βάσει ὀρισμένου ἐκάστοτε ἐπιτόκιου, τὸ ὅποion ὀνομάζεται ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως. Ὡς κεφάλαιον λαμβάνεται ἄλλοτε ἢ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου καὶ ἄλλοτε ἢ παροῦσα. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ἡ ὑφαίρεσις καλεῖται *ἐξωτερικὴ* καὶ εἰς τὴν δευτέραν *ἐσωτερικὴ*. Εἰς τὴν Ἑλλάδα καθὼς καὶ εἰς τὰς περισσότερας Εὐρωπαϊκὰς χώρας ἡ προεξοφλήσις βραχυπροθέσμων χρεῶν γίνεται μὲ ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν. Εἰς τὴν Ἀγγλίαν, τὰς Ἡν. Πολιτείας τῆς Ἀμερικῆς, τὴν Ὀλλανδίαν, καὶ τινὰς ἄλλας ἀκόμη, γίνεται μὲ ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν.

Ἐπειδὴ καὶ εἰς τὰς δύο ὑφαίρεσις πρόκειται οὐσιαστικῶς περὶ τόκου, ὅλα τὰ προβλήματα τῶν ὑφαιρέσεων ἀνάγονται εἰς προβλήματα τόκου καὶ λύονται ἐντελῶς ὁπως καὶ ἐκεῖνα. Ἡ ἀναγωγή γίνεται ἀμέσως ἂν ἔχωμεν ὑπ' ὄψιν μας τὴν κάτωθι ἀντιστοιχίαν.



Α') εἰς τὴν ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν :

- Ὀνομαστικὴ ἀξία = **Κεφάλαιον**  
 Ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις = Τόκος *ὀνομαστικῆς ἀξίας*.  
 Παροῦσα ἀξία = Κεφάλαιον—τόκος  
 Χρόνος προεξοφλήσεως = Χρόνος  
 Ἐπιτόκον » = Ἐπιτόκιον

Β') Εἰς τὴν ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν :

- Ὀνομαστικὴ ἀξία = Κεφάλαιον + τόκος  
 Ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις = Τόκος *παρούσης ἀξίας*.  
 Παροῦσα ἀξία = **Κεφάλαιον**  
 Χρόνος προεξοφλήσεως = Χρόνος  
 Ἐπιτόκιον » = Ἐπιτόκιον

Α. ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΥΦΑΙΡΕΣΙΣ

20. Εὑρεσις τῆς παρούσης ἀξίας ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας.

Πρόβλημα. Ὁ ἔμπορος Α. Γεωργίου ἐκδίδει τὴν <sup>10</sup>21ην Μαΐου ἐπὶ τοῦ πελάτου τοῦ Κ. Ἀντωνίου τὴν κάτωθι συναλλαγματικὴν 975,50 δραχ. πληρωτέαν μετὰ δύο μηνῶν, ἣν οὗτος ἀποδέχεται.

Ληξίς τῆ 10 Ἰουλίου 1948

Συναλλαγματικὴ διὰ δραχ. 975,50

Μετὰ μηνῶν δύο ἀπὸ σήμερον πληροῦσατε δυνάμει τῆς παρούσης μόνης συναλλαγματικῆς εἰς διαταγὴν ἐμοῦ τοῦ ἰδίου Α. Γεωργίου δραχ. (ἑνεακοσίας ἑβδομήκοντα πέντε καὶ <sup>10</sup>100) δι' ἴσον ποσὸν τὸ ὅποιον ἐλάβετε εἰς ἐμπορεύματα τῆς τελείας ἀρεσκείας σας.

Πρὸς τὸν κ. Κ. Ἀντωνίου

Α. Γεωργίου

ὁδὸς Ἁγ. Σοφίας 19

Ἀγκη

Ἐρμού 140

Πειραιῶ

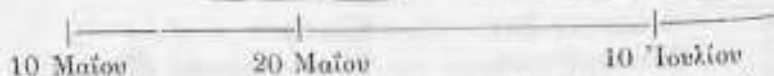
Κ. Ἀντωνίου

Ἐπειδὴ ὁμοῦ ὁ Α. Γεωργίου ἔχει ὁμοῦ ἀνάγκην χρημάτων διαπραγματεύεται τὴν συναλλαγματικὴν αὐτὴν εἰς τὴν Τράπεζαν Ἀθηνῶν τὴν 20ην Μαΐου. Τί ποσὸν θὰ καταβάλλῃ ἡ Τρά-

πειρα εἰς τὸν Α. Γεωργίου ἂν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι  $5\%$  ; (ἔτος ἡμοροικόν)

**Δύσις :**

Προεξοφλ. 50 ἡμ. πρὸ τῆς λήξεως



Ἐπειδὴ ἡ ὑφαίρεσις εἶναι ἐξωτερικὴ ἢ Τράπεζα θὰ κρατήσῃ τὸν τόκον τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας καὶ θὰ καταβάλῃ τὸ ὑπόλοιπον ποσὸν συμφώνως πρὸς τὸν ἀκόλουθον ὑπολογισμόν.

Ἀθῆναι 20 Μαΐου 1947

Συναλλαγματικὴ λήξεως 10ης Ἰουλίου . . . . . δραχ. 975,50

+ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις  $50/5\%$  . . . . . \* 6,77

Ἀξία σήμερον . . . . . δραχ. 968,73

ὥστε :

*Διὰ νὰ εὐρωμεν τὴν παρούσαν ἀξίαν γραμματίου ἐξωτερικῶς, ἀφαιροῦμεν ἀπὸ τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τοῦ γραμματίου τὸν τόκον αὐτῆς διὰ τὸ χρονικὸν διάστημα τῆς προεξοφλήσεως πρὸς τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως*

**Σημείωσις.** Ἐάν καλέσωμεν Ο τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν, Π τὴν παρούσαν, **H** τὸν χρόνον προεξοφλήσεως καὶ Δ τὸν σταθερὸν διαιρέτην θὰ ἔχωμεν τὸν τύπον :

$$\Pi = O - \frac{OH}{\Delta} \quad \eta \quad \left[ \Pi = O \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right) \right]$$

τὸ διώνυμον  $\left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right)$  ὀνομάζεται *διώνυμον τῆς ἐξωτερικῆς ὑφαίρεσεως*, καὶ τότε ὁ κανὼν τῆς εὐρέσεως τῆς παρούσης ἀξίας γίνεται :

*Διὰ νὰ εὐρωμεν τὴν παρούσαν ἀξίαν ἀρκεῖ νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν ἐπὶ τὸ διώνυμον τῆς ἐξωτερικῆς ὑφαίρεσεως.*

Ὅττω εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα θὰ ἔχωμεν :

$$\Pi = 975,50 \left( 1 - \frac{50}{7200} \right) = 968,73$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νὰ ἐνεργῇ ἡ παροῦσα ἀξία τῶν κάτωθι γραμματίων :

373)	1425,—	δρχ. λήξ. 31ης Μαΐου.	Προεξ. τὴν 12ην Ἀπρ.	πρὸς 5%
374)	682,50	» » 18ης Ἀγούστου.	» » 31ην Μαΐου	> 4 1/2%
375)	3627,80	» » 28ης Φεβρ.	» » 27ην Δεκεμ.	> 6%
376)	1763,20	» » 26ης Νοεμ.	» » 13ην Σεπτ.	> 4 3/4%
377)	547,60	» » 1ης Μαρτ.	» » 18ην Ἰαν.	> 5 1/4%

Ποία ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις τῶν ἑξῆς γραμματίων :

378)	2703,50	δρχ. λήξ. 15 Μαρτίου.	Προεξ. τὴν 1 Φεβρ.	πρὸς 8%
379)	2427,00	» » 20 Ἀγούστου	» » 12 Μαΐου	> 6%

**Παρατήρησις I.** Κατὰ κανόνα ὅλαι αἱ τράπεζαι ὅταν προεξοφλοῦν γραμμάτια ἢ συναλλαγματικὰ κρατοῦν ἐκτός ἀπὸ τὴν ὑφαίρεσιν καὶ προμήθειαν. Ἡ προμήθεια ὑπολογίζεται ἐπὶ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας τοῦ γραμματίου καὶ συνήθως δι' ὀρισμένον χρονικὸν διάστημα: μῆνα, τριμηνίαν κ.τ.λ. Κλάσμα τοῦ χρονικοῦ αὐτοῦ διαστήματος λαμβάνεται ὡς ὀλόκληρον διάστημα. Οὕτω, προκειμένου νὰ ὑπολογίσωμεν προμήθειαν πρὸς 1/8% κατὰ μῆνα διὰ 70 ἡμέρας θὰ λάβωμεν τὰ 3/8% τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας διότι αἱ 70 ἡμέραι θὰ θεωρηθοῦν ὡς τρεῖς μῆνες ἀφοῦ ὑπερβαίνουν τὰς 60 ἡμέρας.

**Πρόβλημα I.** Ἐμπορος διαπραγματεύεται τὴν 18ην Μαΐου πρὸς 3 1/2% καὶ 1/8% προμήθειαν κατὰ μῆνα γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 5621,60 δρχ. λήξεως 4ης Ἀγούστου. Τί ποσὸν θὰ εἰσπράξῃ; (ἔτος ἐμπορικόν)

Λύσις :

Ἀθῆναι 18 Μαΐου 19....

Γραμμάτιον λήξεως 4ης Ἀγούστου..... δρχ. 5621,60

→ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις 80/3 1/2%... δρχ. 43,73

→ προμήθεια 1/8% κατὰ μῆνα..... » 42,17 » 85,90

Ἀξία σήμερον δρχ. 5535,70

**Πρόβλημα II.** Τί ποσὸν θὰ εἰσπράξωμεν ἐὰν διαπραγματευθῶμεν τὴν 15 Ἰουλίου γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 1675,50 δρχ. λήξεως 13ης Σεπτεμβρίου. Ἐπιτό-

κιον προεξοφλήξεως  $4\frac{0}{10}$ , προμήθεια  $1\frac{0}{10}$ , χαρτόσημον 1  
δρχ. ἀνά χιλιάδα καὶ κλάσμα αὐτῆς. Ἔτος μικτόν.

Λύσις :

	Ἀθῆναι 15 Ἰουλίου 19....
Γραμματίων λήξεως 13ης Σεπτεμβρίου.....	δρχ. 1675,50
+ ἔξωτερικὴ ὑφαίρεσις $60\frac{0}{10}$ .....	δρχ. 11,17
-   προμήθεια $1\frac{0}{10}$ .....	» 4,19
-   χαρτόσημον .....	» 2.—
	17,36
	Ἀξία σήμερον ..... δρχ. 1658,14

21. Εὐρεσις τῆς ἔξωτερικῆς ὑφαίρεσεως ἐκ τῆς  
ονομαστικῆς ἀξίας.

Πρόβλημα.— Ποία ἡ ἔξωτερικὴ ὑφαίρεσις γραμμα-  
τίου ονομαστικῆς ἀξίας 5240 δρχ. 30 ἡμ. πρὸς τῆς λή-  
ξεως τοῦ πρὸς  $6\frac{0}{10}$ .

Λύσις. Ἐνταῦθα γνωρίζομεν τὴν ονομαστικὴν ἀξίαν, ἧτοι  
τὸ κεφάλαιον καὶ ζητοῦμεν τὴν ἔξωτ. ὑφαίρεσιν, ἧτοι τὸν τόκον.  
Ἄρα θὰ ἔχωμεν

$$Y = \frac{5240,30}{6000} = 26,20 \text{ δρχ.}$$

#### Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

Ποία ἡ ἀξία σήμερον τῶν κάτωθι γραμματίων :

- 369) 1620.— δρχ. λήξεως 28 Φεβρουαρίου  
Προεξοφλεῖται τὴν 13ην Ἰαν. πρὸς  $5\frac{0}{10}$  καὶ  $1\frac{0}{10}$  προμήθειαν
- 370) 974,30 δρχ. λήξεως 5 Μαΐου  
Προεξοφλεῖται τὴν 1ην Μαρτ. πρὸς  $6\frac{0}{10}$  καὶ  $1\frac{0}{10}$  » κατὰ μῆνα
- 371) 2667,40 δρχ. λήξεως 19 Ἀπριλίου  
Προεξοφλεῖται τὴν 28 Φεβρ. »  $4\frac{0}{10}$  »  $1\frac{0}{10}$  προμήθειαν
- 372) 783,50 δρχ. λήξεως 31 Ὀκτωβ.  
Προεξοφλεῖται τὴν 1 Ὀκτωβρίου »  $6\frac{0}{10}$  »  $1\frac{0}{10}$  »
- 373) 3075.— δρχ. λήξεως 2 Φεβρ.  
Προεξοφλεῖται τὴν 27 Νοεμβρ. »  $5\frac{1}{2}\frac{0}{10}$  »  $1\frac{0}{10}$  προμ. κατὰ τριμ.
- 374) 2390.— δρχ. λήξεως 1 Σεπτεμ.  
Προεξοφλεῖται τὴν 17 Μαΐου »  $4\frac{1}{4}\frac{0}{10}$  »  $1\frac{0}{10}$  προμ. κατὰ μῆνα

375) 458.— δραχ. λήξεως 26 Ἰουνίου

Προεξοφλείται τὴν 8 Μαΐου πρὸς  $3\frac{1}{2}\%$  \* καὶ  $1\frac{1}{2}\%$  προμ. κατὰ μῆνα

376) 4545.— δραχ. λήξεως 3 Φεβρ.

Προεξοφλείται τὴν 21 Δεκεμβ. \*  $3\frac{1}{2}\%$  \*  $1\frac{1}{2}\%$  \* \*

377) Πελάτης μας μᾶς ὀφείλει 1345 δραχ. πληρωτέας τὴν 27ην Ἰουλίου. Τὴν ἡμέραν τῆς λήξεως τῆς προθεσμίας μᾶς ἀποστέλλει συνῆκην λήξεως 5 Σεπτεμβρίου καὶ ὀνομαστικῆς ἀξίας 1024,40 δραχ. τὸ δὲ ὑπόλοιπον εἰς μετρητά. Εἰς τί ποσὸν ἀνέρχονται τὰ μετρητά ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι  $5\%$ , ἡ προμήθεια  $1\frac{1}{2}\%$  κατὰ μῆνα καὶ τὸ χαρτόσημον  $1\frac{1}{100}$ ; \* Ἔως μικτόν.

378) \* Ἐναντι ἀπαιτήσεώς μας 978 δραχ. πληρωτέων τὴν 3ην Σεπτεμβρίου λαμβάνομεν γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 646,30 δραχ. λήξεως 8ης Ὀκτωβρίου καὶ τὸ ὑπόλοιπον εἰς μετρητά. Ποῖον τὸ ποσὸν τῶν μετρητῶν ἂν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι  $5\frac{1}{2}\%$ , ἡ προμήθεια  $1\frac{1}{2}\%$  καὶ τὸ χαρτόσημον 1 δραχμῆ; \* Ἔως μικτόν.

379) Πρὸς ἐξοφλήσιν χρέως μας 9475 δραχ. ἀποστέλλομεν τὴν 24 Φεβρουαρίου γραμμάτιον 5076,20 δραχ. λήξεως 30 Ἀπριλίου. Τί μετρητά θὰ ἀποστείλωμεν ἀκόμα ἂν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι  $6\frac{1}{2}\%$  ἡ δὲ προμήθεια  $1\%$  κατὰ μῆνα;

## 22. Πινάκια προεξοφλήσεως.

Ὁ παρουσιάζων εἰς τὴν τράπεζαν ἢ προεξοφλητικὸν γραφεῖον γραμμάτια ἢ συναλλαγματικὰς πρὸς προεξοφλήσιν ὑπογράφει εἰδικὸν ἔντυπον καλούμενον *πινάκιον προεξοφλήσεως* ἐνθα ἀναγράφονται οἱ ὅροι τῆς προεξοφλήσεως καὶ αἱ διάφοροι πράξεις πρὸς εὔρεσιν τοῦ *καθαροῦ προῖδντος* τῆς προεξοφλήσεως, ἦτοι τοῦ ποσοῦ τὸ ὅποιον θὰ προκίψη ἂν ἀφαιρεθοῦν ἡ ὑφαίρεσις καὶ ἡ προμήθεια τῆς Τραπεζῆς.

**Πρόβλημα.** Ὁ ἔμπορος Κ. Πετρόπουλος παρουσιάζει τὴν 15ην Σεπτεμβρίου εἰς τὴν Ἐμπορικὴν τράπεζαν τῆς Ἑλλάδος τὰ ἑξῆς γραμμάτια πρὸς προεξοφλήσιν :

δραχ. 4620.— λήξεως 18 Ὀκτωβρίου

» 5200.— » 25 Ὀκτωβρίου

» 3610.— » 2 Νοεμβρίου

Τί καθαρὸν προῖδν θὰ εἰσπράξη ἐκ τῆς προεξοφλήσεως αὐτῆς ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι  $6\%$  καὶ ἡ προμήθεια  $1\frac{1}{4}\%$ . Χαρτόσημον  $1\%$  καὶ ἔως ἔμπορικόν-

Δύσις. Ὁ Κ. Πετρόπουλος θὰ παραδώσῃ τὰ γραμμάτια

Ἄριθ. \_\_\_\_\_

## ΕΜΠΟΡΙΚΗ

Προεξοφλήσας ὁ ὑποφαινόμενος τὰ κάτωθι γραμμάτια ἔλαβον τὸ ἀντίτιμον κατὰ τὸν κάτωθι λογαριασμὸν

	Δραχ. 13630.—
μείον τόκων καὶ προμηθείας	» 124,34
	Δραχ. 13505,66

Δηλῶ δ' ὅτι ἐν περιπτώσει μὴ ἐγκαίρου διαμαρτυρήσεως ἐκ μέρους τῆς Τραπεζῆς δι' οἰονδήποτε λόγον, φέρω πάντοτε ἀκεραίαν τὴν εὐθύνην ὡς ὀπισθογράφος.

**Ἐξωφλήθη**  
**Κ. Πετρόπουλος**

Ἄριθ.	Ποσὰ εἰς δραχ.	Ἀποδέκται ἢ ὀφειλέται
31	4720.—	Κ. Γεωργίου
4	5200.—	Γ. Ἀκριβός
13	3710.—	Π. Πετρόπουλος
	13630.—	
	90,27	ὑφαίρεσις 5419 : 60
	34,07	Προμήθεια 1 καὶ $\frac{1}{4}$ %
	13505,66	Καθαρὸν πληρωτέον ποσὸν

# ΤΡΑΠΕΖΑ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ Α. Ε.

## ΠΙΝΑΚΙΟΝ ΠΡΟΞΟΦΛΗΣΕΩΣ Κ. Πετροπούλου

Ἐγκρίνεται διὰ Δραχ. δέκα τρεῖς χιλιάδες

πεντακοσίας πέντε καὶ 66/100

Ἐν Ἀθήναις τῇ 15 Σεπτεμβρίου 19...

Ἐγγυηται	Προμηθεῖαι		Τόπος Πληρωμῆς	Λῆξις	Προθ.	Τοκῶρ.
	Δραχμαὶ	Λ.				
Α. Σταύρου	11	80	Ἀθήναι	18 Ὀκτωβ.	33	1558
Α. Σταύρου	13	—	»	25 »	40	2080
Ν. Νικολαίου	9	27	»	2 Νοεμβ.	48	1781
	34	07				5413

του εἰς τὸν ὑπάλλληλον τῆς Τραπεζῆς καὶ θὰ ὑπογράψῃ τὸ πινάκιον προεξοφλήσεως διὰ νὰ πληρωθῇ ἀπὸ τὸν ταμίαν τῆς τραπεζῆς τὸ ἀναγραφόμενον καθαρὸν προϊόν. Εἰς τοὺς ὑπολογισμοὺς δὲν ἀναγράφεται τὸ χαρτόσημον διότι αὐτὸ τὸ κρατῆ συνήθως ὁ ταμίαις ὁ ὁποῖος καὶ τὸ ἐπικολλῆ. Κατωτέρω δίδομεν συνοπτικῶς τοὺς ὑπολογισμοὺς τοῦ πινακίου.

Ἄξια	Λήξις	Ἦμ.	Τοκάρθμοι
δρχ. 4720.—	18 Ὀκτωβρίου	33	1558
» 5200.—	25 »	40	2080
» 3710.—	2 Νοεμβρίου	48	1781
δρχ. 13630.—			5419 : 60
90,27 ἔξωτερικὴ ὑφαίρεσις			=90,27 δρχ.
34,07 προμήθεια Δ' $\frac{1}{4}$ %			
13505,66 Καθαρὸν πληρ. ποσὸν τὴν 15 Σεπτεμβρίου			

Τὸ εἰς τὰς σελ. 66-67 ὑπόδ. δίδει τοὺς αὐτοὺς ὑπολογισμοὺς μὲ ἄλλας τὰς λεπτομερείας ὅπως γίνονται εἰς τὴν πραγματικότητά.

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

380) Νὰ συνταχθῇ κατὰ τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα πινάκιον προεξοφλήσεως τὴν 28ην Νοεμβρίου μὲ τὰ κάτωθι γραμμάρια :

δρχ. 5400.— ἤλξεως 13 Δεκεμβρίου  
 » 1250.— » 8 Ἰανουαρίου  
 » 3725.— » 24 Ἰανουαρίου

ἑπιτόκιον προεξοφλήσεως  $4\frac{1}{2}$ %. Προμήθεια  $\frac{1}{8}$ % κατὰ μῆνα.

381) Νὰ συνταχθῇ τὴν 28ην Νοεμβρίου πινάκιον προεξοφλήσεως μὲ τὰ ἑξῆς γραμμάρια :

δρχ. 1820.— λήξεως 21 Δεκεμβρίου  
 » 822,40 » 1 Φεβρουαρίου  
 » 2375.— » 14 Φεβρουαρίου

ἑπιτόκιον προεξοφλήσεως 4%. Προμήθεια  $\frac{1}{8}$ % κατὰ μῆνα.

382) Τὴν 30ην Ἰουλίου διαπραγματευόμεθα τὰ ἑξῆς γραμμάρια :

δρχ. 25300.— λήξεως 23 Αὐγούστου  
 » 5500.— » 17 Σεπτεμβρίου  
 » 12320.— » 27 Σεπτεμβρίου  
 » 9750.— » 8 Ὀκτωβρίου

ἑπιτόκιον προεξοφλήσεως  $4\frac{1}{8}$ %. Προμήθεια 1% κατὰ μῆνα. Ποῖον τὸ καθαρὸν προϊόν :





10 Αύγουστου 19...6 <sup>9</sup>/<sub>10</sub>

Όνομαστ., αξία	Λήξεις	Ήμεραι	Τοκάριθμοι
£ 2882— 7— 2	3 'Οκτωβρίου	55	1585.30
£ 1187—14— 4	29 " "	81	962.05
£ 2160— 3— 0	1 Νοεμβρίου	83	2537.31
			5084.66
£ 6230— 4— 6	+ τρεῖς	ἡμέραι	χάρις 186.90
	£ 87—17—2	ὑφαίρ. 6 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	5271.56
£ 95—12—11	£ 7—15—9	προμ. 1 <sup>9</sup> / <sub>10</sub>	
£ 6134—18— 7			
	'Αξία τὴν	10ην	Αύγουστου

**Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ**

386) Νά συνταχθῆ πινάκιον προεξοφλήσεως τὴν 15 Ἰανουαρίου τῶν ἑξῆς γραμματίων.

£ 128--3--4 λήξεως 12 Μαρτίου

£ 634--7--2 " 18 Ἀπριλίου καὶ

£ 472--1--8 " 2<sup>9</sup> Ἀπριλίου

Ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως 8 <sup>9</sup>/<sub>10</sub>. Προμήθεια 1<sup>9</sup>/<sub>10</sub>. Χαρτόσημα 1 ἀνά 100 £ ἢ κλάσμα αὐτῶν.

387) Νά συνταχθῆ πινάκιον προεξοφλήσεως τὴν 7 Μαΐου μὲ τὰς ἑξῆς συναλλαγματικὰς ἐπὶ Λονδίνου.

£ 2134-- 6-- 8 λήξεως 8 Ἰουλίου

£ 8735--16-- 1 " 12 Αύγουστου

£ 895-- 8--10 " 15 Αύγουστου

Ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως 5 <sup>9</sup>/<sub>10</sub> προμήθεια 1<sup>9</sup>/<sub>10</sub>. Χαρτόσημα 2 <sup>1</sup>/<sub>2</sub> ἀνά 100 λίρας καὶ κλάσμα αὐτῶν.

**22. Ἐπαλήθευσις πινακίων προεξοφλήσεως. Μέθοδος τοῦ Thayer.**

Ἐκάστη τράπεζα ἢ ὑποκατάστημα τραπεζικῆς ἐκτελεῖ καθ' ἑκάστην

μεγάλον ἀριθμὸν προσεοφλήσεων καὶ κατὰ συνέπειαν πρέπει νὰ γίνεται τεκτικῶς ἔλεγχος ὅλων αὐτῶν τῶν προσεοφλήσεων. Ἐπειδὴ ὁμοίως ὁ ἔλεγχος ἐκάστου πινακίου προσεοφλήσεως ἰδιαιτέρως καὶ κοπιαστικὸς εἶναι καὶ χρόνον πολὺν ἀπαιτεῖ, χρησιμοποιοῦμεν τὴν κάτωθι μεθόδον πρὸς ἔλεγχον τοῦ συνολικοῦ ἀριθμοῦ τῶν προσεοφλήσεων αὐταῖς ἐγένοντο ἐν μῆ ἡμέρᾳ. Ἡ μέθοδος αὕτη φέρει τὸ ὄνομα «μεθόδου τοῦ Thoyer» ἐκ τοῦ ὀνόματος τοῦ ἑκαλλήλου τῆς Τρουαίης τῆς Γαλλίας Jules Thoyer ὅστις τὴν ἀπεκάλειρεν τὸ 1841 καὶ πρῶτος αὐτὸς τὴν ἐχρησιμοποίησεν. Ἡ μέθοδος Thoyer, τελειοποιηθεῖσα παρὰ τοῦ διασημοῦ μαθηματικοῦ Cauchy ἔχει ὡς ἐξῆς :

Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι σήμερον εἰς τὸ ὑποκατάστημα τῆς Τρουαίης εἰς τὸ ὁποῖον ἐργαζόμεθα ἐγένοντο αἱ ἐξῆς προσεοφλήσεις πρὸς 6<sup>ο</sup>.

ἡμ. 5800. — 12 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεως τῶν

•	450.	—	30	•	•	•	•	•	•
•	723.	—	15	•	•	•	•	•	•
•	1165.	—	86	•	•	•	•	•	καὶ
•	131.	—	45	•	•	•	•	•	•

Εἰς ἓνα ἔντυπον πινάκι, ὡς ὁ κατωτέρω, γράφομεν ἐκάστον ποσὴν εἰς τὴν θέσιν ἐνθα διασταυρῶνται ἡ σειρὰ τοῦ ψηφίου τῶν δεκάδων τοῦ χρόνου προσεοφλήσεως μετὰ τὴν στήλην τοῦ ψηφίου τῶν μονιῶν τοῦ ἰδίου χρόνου. Οὕτω τὸ ποσὸν τῶν 5800 ἡμ. θὰ γραφῆ εἰς τὴν σειρὰν τοῦ 1 καὶ εἰς τὴν στήλην τοῦ 2, τὸ ποσὸν τῶν 150 ἡμ. εἰς τὴν σειρὰν τοῦ 3 καὶ εἰς τὴν στήλην τοῦ 0 καὶ οὕτω καθ' ἐξῆς.

Κατόπιν προσθέτομεν τὰ ποσὰ *ὀριζοντίως* καὶ *κατακορύφως* καὶ γράφομεν τὰ ἀθροίσματα εἰς τὴν στήλην καὶ τὴν σειρὰν μετὰ τὸν τίτλον «ἀθροισμα».

Μετὰ ταῦτα κάτωθι τῆς σειρᾶς μετὰ τὸν τίτλον «ἀθροισμα» γράφομεν τὸ *δεκακλάσιον* τῶν ὀριζοντίων ἀθροισμάτων εἰς τὴν ἀντίστοιχον μετὰ τὴν σειρὰν στήλην καὶ τέλος προσθέτομεν καθέτως τὰ δύο τελευταῖα ἐξαγόμενα καὶ τὰ πολλαπλασιάζομεν μετὰ τὸν ἀριθμὸν τῆς στήλης εἰς τὴν ὁποῖαν ἐφύρασκονται. Τὰ γινόμενα τὰ γράφομεν εἰς τὴν σειρὰν μετὰ τὸν τίτλον N (τοκαρίθμος). Προσθέτοντες τώρα τοὺς ἀριθμοὺς αὐτοὺς ὀριζοντίως καὶ διαιροῦντες τὸ ἀθροισμα διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου (ἢ χρησιμοποιῶντες τὸ *τοκαλόγιον* τοκαρίθμων) ἔχομεν τὸν συνολικὸν τόκον ἢ τὴν συνολικὴν ὀφείραν τῆς ἡμέρας αὐτῆς καὶ τὴν συγκρίνομεν πρὸς ἐπαλήθευσιν μετὰ τὰ σχετικὰ βιβλία μας.

Ἡ ἀπόδειξις τῆς μεθόδου αὐτῆς εἶναι ἀπλοαστάτη. Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ἔχομεν ἓνα μόνον κεφάλαιον λ. χ. τὰς 1165 ἡμ. λήξεως 86 ἡμέ-

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Άθροισμ.
0											
1			5800			720					6520
2											
3	450										450
4						131					131
5											
6											
7											
8								1165			1165
9											
Άθρο	450		5800			854	1165				8269
		6520		4500	1310				11650		
	450	6520	5800	4500	1310	854	1165		11650		
N	0	6520	11500	13500	<del>2550</del> 5360	4270	6990		<del>9330</del> 5500		20000

και η συνολική όφραση θα είναι :

$$T = \frac{20000}{6000} = 3,34 \text{ δεχ.}$$

γῶν. Ὁ τοκάριθμος τοῦ ποσοῦ αὐτοῦ θά εἶναι  $1165 \times 85 = 100190$  ἢ ἀν ἐκτελέσωμεν τὸν πολλαπλασιασμὸν :

$$\begin{array}{r} 1165 \\ \quad 85 \\ \hline 6990 \\ 93200 \\ \hline 100190 \end{array}$$

Βλέπομεν ὅτι τὸ πρῶτον μερικὸν γινόμενον 6990 εἶναι ἴσον μὲ τὸ γινόμενον τοῦ ἀθροίσματος τῆς κατακόρυφου στήλης 1165 ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῆς στήλης αὐτῆς 6 καὶ τὸ δεύτερον μερικὸν γινόμενον 93200 εἶναι ἴσον μὲ τὸ γινόμενον τοῦ ἀθροίσματος τῆς ὀριζοντίας γραμμῆς 1165 ἐπὶ 10 καὶ ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῆς ἰδίας ὀριζοντίας γραμμῆς 8, ὅποτε τὸ ὅλικόν ἀθροίσμα 100190 θά εἶναι τὸ ἀθροίσμα τῶν ποσῶν ὅτινα εἶναι ἐγγραμμένα εἰς τὴν ὀριζοντίαν σιρᾶν N.

Ἡ μέθοδος δηλαδὴ τοῦ Thoyer εἶναι εἰς ἰδιαιτέρως κράτος διὰ τὴν κατάταξιν τῶν διαφορῶν γινομένων ὃ ὅποιοι μᾶς ἐπιτρέπει νὰ εἰσάγωμεν τὸ ὅλικόν ἀθροίσμα ὅλον τῶν τοκάριθμων διὰ μᾶς ὀριζοντίου προσθέσεως.

25. Εὔρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ἐκ τῆς παρούσης ἀξίας.

*Πρόβλημα.* Ἔχει τις νὰ λάβῃ τὴν 5ην Μαρτίου δεχ. 1690. Διὰ νὰ εἰσπράξῃ τὸ ποσοῦν αὐτὸ σύρει ἐπὶ τοῦ ὀφειλέτου του συναλλαγματικὴν λήξεως 5 Μαΐου. Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ἐὰν τὴν διαπραγματευθῇ τὴν 5ην Μαρτίου εἰς τὴν Τράπεζαν Ἀθηνῶν πρὸς 5 % :

*Λύσις.* Ἡ συναλλαγματικὴ πρέπει νὰ ἔχῃ παροῦσαν ἀξίαν τὴν 5ην Μαρτίου δεχ. 1690. Γνωρίζομεν λοιπὸν τὴν παροῦσαν ἀξίαν, ἦτοι τὸ ἡλαττωμένον κατὰ τὸν τόκον τοῦ κεφάλαιον, καὶ ζητοῦμεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν, ἦτοι τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον. Κατὰ συνέπειαν συμφώνως πρὸς τὴν § 15 θά ἔχωμεν τὴν λύσιν :

$$K = \frac{1690.7200}{7200 - 60} = \frac{1690.7200}{7140} = 1706,02 \text{ δεχ.}$$

Ἐάν τώρα καλέσωμεν  $\theta$  τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τοῦ ζητουμένου γραμματίου,  $\Pi$  τὴν παρούσαν,  $\Delta$  τὸν σταθερὸν διαιρέτην καὶ  $H$  τὰς ἡμέρας, θὰ ἔχωμεν τὸν τύπον :

$$\theta = \frac{\Pi \cdot \Delta}{\Delta - H}$$

ὁ ὁποῖος μᾶς λέγει ὅτι :

*Διὰ νὰ εὕρωμεν ἐξωτερικῶς ἐκ τῆς παρούσης ἀξίας τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν γραμματίου, πολλαπλασιάζομεν τὴν παρούσαν ἀξίαν ἐπὶ τὸν σταθερὸν διαιρέτην καὶ διαιροῦμεν τὸ γινόμενον διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου ἡλατωμένου κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν.*

*Σημείωσις I.* Ἐάν εἰς τὸν τύπον :

$$\theta = \frac{\Pi \cdot \Delta}{\Delta - H}$$

διαιρέσωμεν τοὺς ὄρους τοῦ κλάσματος διὰ τοῦ  $\Delta$  θὰ ἔχωμεν :

$$\theta = \frac{\Pi}{\left(1 - \frac{H}{\Delta}\right)}$$

ἦτοι :

*Διὰ νὰ εὕρωμεν ἐκ τῆς παρούσης ἀξίας τὴν ὀνομαστικὴν ἀρκεὶ νὰ διαιρέσωμεν τὴν παρούσαν ἀξίαν διὰ τοῦ διωνόμενου τῆς ἐξωτερικῆς ὑφαίρεσεως.*

**Παρατήρησις I.** Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας δύναται νὰ γίνῃ καὶ πρακτικῶς διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀπλῶν μερῶν τοῦ χρόνου. Πρὸς τοῦτο κατατάσσομεν πρῶτον τὸ πρόβλημα ὡς ἐάν γνωρίζομεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν καὶ ζητοῦμεν τὴν παρούσαν ἀφίροντες κενὰς τὰς θέσεις τῶν ἀγνώστων ποσῶν. Ἦτοι:

Ἀθῆναι 15 Μαΐου 19 . . .

Συναλλαγματικὴ λήξιος 5 Μαΐου

δρχ . . . . .

—ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις 60/5 %

» . . . . .

Ἀξία σήμερον δρχ. 1690.—

Κατόπιν υπολογίζομεν τὸν τόκον τοῦ ἠλαττωμένου κεφαλαίου κατὰ τὴν γνωστὴν μέθοδον (§ 15)

τόκος ἡμ. 72 δρχ	16,90	0,14
— » » 12 »	2,81	0,02
<hr/>		
τόκος ἡμ. 60 δρχ.	14,09	0,12
+ τόκος τοῦ τόκου	» 0,11	

δρχ. 14,21 ἔξωτερικὴ ὑφαίρεσις

καὶ συμπληρώνομεν τὴν κατάταξιν ἀρχόμενοι ἐκ τῶν κάτω, ὁπότε ἔχομεν :

\* Ἀθῆναι 15 Μαΐου 19....

Συναλλαγματικὴ λήξεως 5 Μαΐου	δρχ. 1704,21	↑
— ἔξωτερικὴ ὑφαίρεσις 60/5%	» 14,21	↑
	<hr/>	

\* Ἄξια σήμερον δρχ. .... 1690.—

26. Εὕρεσις τῆς ἐξωτ. ὑφαίρεσεως ἐκ τῆς παρούσης ἀξίας.

*Πρόβλημα. Ποία ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις γραμματίου ὅπερ προεξοφλήθη ἀντὶ 1690 δρχ. 60 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 5%.*

*Δύσις.* Ἐνταῦθα γνωρίζομεν τὸ ἠλαττωμένον κατὰ τὸν τόκον τοῦ κεφαλαίου καὶ ζητοῦμεν τὸν τόκον. Ἄρα (§ 15)

$$Y = \frac{1690 \cdot 60}{7200 - 60} = 14,21$$

καὶ θὰ ἔχωμεν οὕτω τὸν τύπον :

$$Y = \frac{PH}{\Delta - H}$$

Καὶ πρακτικῶς διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀπλῶν μερῶν τοῦ χρόνου

τόκος παρουσίας ἀξίας εἰς 72 ἡμέρ.	δρχ. 16,90	0,14
÷ » » » » 12 » » » 2,81		0,02
<hr/>		
τόκος παρουσίας ἀξίας εἰς 60 ἡμέρ.	δρχ. 14,09	0,12
+ τόκος τοῦ τόκου	» 0,12	
	<hr/>	
	ἔξωτερικὴ ὑφαίρεσις δρχ. 14,21	

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

388) Έμπορος Κ. οφείλει νὰ πληρώσῃ εἰς τὸν προμηθευτὴν του Α. δρχ. 2875 τὴν 31 Αὐγούστου. Πρὸς ἐξόφλησιν τοῦ χρέους του ἀποστέλλει γραμματίον λήξεως 30 Νοεμβρίου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 5 %.

389) Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμμ. προεξοφληθέντος πρὸς 5 % 40 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεως ἔτιοι ἀντὶ 3768,20 δρχ. ;

390) Έμπορος ἐν Πάτραις διὰ νὰ εἰσπράξῃ οφειλὴν ἑμποροῦ Ἀθηνῶν ἐκ 15739,75 λήγουσαν σήμερον σύρει ἀπ' αὐτοῦ συναλλαγματικὴν προθεσμίας 3 μηνῶν. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι  $6\frac{1}{3}\%$ .

391) Ἐναντὶ χρέους λήγοντος σήμερον σύρμεν ἐπὶ τοῦ οφειλέτου μας συναλλαγματικὴν προθεσμίας δύο μηνῶν. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ἐάν τὸ οφειλόμενον ποσὸν εἶναι δρχ. 2429,25 καὶ τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως 8 %.

392) Τράπεζα ἐν Πειραιεὶ προεξοφλεῖ τὴν 3 Φεβρουαρίου γραμματίον λήγον τὴν 6 Ἀπριλίου καὶ κρατᾷ ὑπαίρεισιν πρὸς 8 %. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ἐάν ἡ παρούσα ἀξία του εἶναι 4598,10.

393) Πρὸς ἐξόφλησιν χρέους δρχ. 11600 λήγοντος τὴν 11ην Φεβρουαρίου, ἀποστέλλομεν εἰς τὸν πιστωτὴν μας γραμματίον λήξεως 31 Μαρτίου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 4 %.

394) Πρὸς διακανονισμόν οφειλῆς ληγουσῆς τὴν 20 Αὐγούστου ἰστογραφοῦμεν γραμματίον λήγον τὴν 20 Νοεμβρίου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ἐάν τὸ χρέος ἦτο 12650 δρχ. καὶ τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως 7 %.

395) Μὴ θανάμικοι νὰ ἐξοφλήσωμεν σήμερον 15 Μαΐου χρέος 32720 δρχ. ἀποδεχόμεθα συναλλαγματικὴν προθεσμίας δύο μηνῶν. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6 %.

396) Διὰ ποῖον ποσὸν θὰ σύρῃ τὴν 17 Ἰανουαρίου ὁ ἔμπορος Κ συναλλαγματικὴν λήξεως 27 Φεβρουαρίου ἐάν ἔχη νὰ λάβῃ τὴν 25 Ἰανουαρίου 37608 δρχ. Ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως 8 %.

397) Ποῖον γραμματίον προεξοφλήθη 70 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 5 %, ἀντὶ 3728,60 δρχ. ;

27. Εὑρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ὅταν εἶναι γνωστὸν, τὸ καθαρὸν προῖον τῆς προεξοφλήσεως.

Πρόβλημα I. Θέλουμεν νὰ εἰσπράξωμεν χρέος δρχ. 4625.—λήγον τὴν 3 Ἀπριλίου διὰ συναλλαγματικῆς λη-



γούσης τὴν 21 Μαΐου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι  $6\%$  ἢ δὲ προμήθεια  $\frac{1}{4}\%$ .

**Λύσις.** Κατατάσσομεν πρῶτον τὸ πρόβλημα ὡς ἐὰν ἦτο γνωστὴ ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία καὶ ἐζητεῖτο νὰ εὑρωμεν τὴν ἀξίαν σήμερον ἢ τὸ καθαρὸν προϊόν.

Ἀθῆναι 3 Ἀπριλίου 19 . . .

Συναλλαγματικὴ λήξεως 21 Μαΐου	δρχ. . . . .	+
— ἔξωτερ. ὑφαίρεσις $48/6\%$	δρχ. . . . .	
— προμήθεια $\frac{1}{4}\%$	» . . . . . » . . . . .	
ἀξία σήμερον	δρχ. 4625.—	

Τὸ καθαρὸν προϊόν ἐκ τῆς προεξοφλήσεως τῆς συναλλαγματικῆς δέον νὰ εἶναι δρχ. 4625. Διὰ νὰ εὑρεθῇ τὸ ποσὸν αὐτὸ ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία ἠλαττώθη, πρῶτον κατὰ τὴν ὑφαίρεσιν 48 ἡμερῶν πρὸς  $6\%$  καὶ δευτέρον κατὰ τὴν προμήθειαν  $\frac{1}{4}\%$ . Διὰ νὰ προσθέσωμεν τὰς δύο αὐτὰς κρατήσεις, καὶ νὰ τὰς μετατρέψωμεν εἰς μίαν, ἀνάγωμεν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἰς ἀπλοῦν ποσοστὸν. Ἡ ἀναγωγή αὐτὴ γίνεται διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν ὡς ἑξῆς :

$$\begin{array}{r} \text{εἰς 360 ἡμ. ποσοστὸν } 6\% \\ \text{» 48 » » } \chi\% \\ \hline \chi = \frac{6 \cdot 48}{360} = \frac{4}{5}\% \end{array}$$

ὁπότε ἡ ὀλικὴ κράτησις εἶναι τὰ  $\frac{4}{5}\% + \frac{1}{4}\% = 1\frac{1}{20}\%$  τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας. Τὸ ποσὸν λοιπὸν τῶν δραχμῶν 4625 εἶναι ποσὸν ἠλατωμένον κατὰ τὸ  $1\frac{1}{20}\%$  τῆς ἀρχικῆς του ἀξίας, ἰσοῦται δηλαδὴ μὲ τὰ  $98\frac{19}{20}\%$  αὐτῆς καὶ συνεπῶς ἡ ἀρχικὴ ἀξία εὑρίσκεται διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν οὕτω :

$$\begin{array}{r} \text{τὰ } 98 \frac{19}{20} \% \quad \text{δρχ. } 4625 \\ \text{» } \quad \quad \quad 100 \% \quad \quad \quad \chi \end{array}$$


---


$$\chi = \frac{4625 \cdot 100}{98 \frac{19}{20}} = 4674.07$$

Ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς θὰ εἶναι δρχ. 4674,07. Συμπληρώνομεν κατόπιν τὴν ἀρχικὴν κατάταξιν τοῦ προβλήματος μὲ τὸ ποσὸν αὐτὸ καὶ ἐπαληθεύομεν τὴν λύσιν ἐκτελοῦντες τὰς σηματούμενος κρατήσεις :

Συναλλαγματικὴ λήξεως 21 Μαΐου	δρχ. 4674,07
— ἔξωτερο ὑφαίρεσις 48'6 %	δρχ. 37,39
— προμήθεια 1/4 %	» 11,68 » 49,07
Ἀξία τὴν 3 Ἀπριλίου	δρχ. 4625.—

Ἔστω :

Διὰ τὰ εὐρωμεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν συναλλαγματικῆς ἢ γραμματίου, διὰν γνωρίζωμεν τὸ καθαρὸν πρὸν τῆς προεξοφλήσεως αὐτῶν μειαιρέπομεν τὸ ἐπιτόκιον τῆς ὑφαίρεσεως εἰς ποσοστὸν, τὸ προσθέτομεν μὲ τὰ ποσοστὰ τῶν κρατήσεων καὶ λύομεν κατόπιν πρόβλημα ποσοστῶν, ἐνθα γνωρίζομεν τὴν ἡλατωμένην ἀξίαν καὶ ζητοῦμεν τὴν ἀρχικὴν.

Πρόβλημα II. Ἐπειδὴ δὲν ἐπληρώθη κατὰ τὴν λήξιν τῆς συναλλαγματικῆς 3600.— δρχ. ὁ τελευταῖος κομιστῆς σύρει ἐπὶ τοῦ πληρωτοῦ ἐπισυναλλαγματικὴν 3 μηνῶν. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς ἐπισυναλλαγματικῆς διὰν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 8 % ἢ προμήθεια 1/2 % καὶ τὰ ἐξόδα διαμαρτυρήσεως μετὰ τοῦ χαρτοσήμου δρχ. 35.—

Λύσις: Ὁ ἐκδότης τῆς ἐπισυναλλαγματικῆς πρέπει νὰ εἰσπράξῃ κατὰ τὴν ἡμέραν τῆς ἐκδόσεώς της τὰς 3600 δρχ. καὶ τὰ ἐξόδα διαμαρτυρήσεως καὶ χαρτοσήμου, ἥτοι ἐν ὅλῳ δρχ. 3635.— Οὕτω ἔχομεν τὴν γενικὴν κατάταξιν τῆς λύσεως τοῦ προβλήματος τὴν

ὅποιαν κάμνομεν ὑποθέτοντες πρὸς στιγμὴν γνωστὴν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τῆς ἐπισυναλλαγματικῆς.

Ἐπισυναλλαγματικὴ	δρχ. . . . .	
— τόκος $50/8\%$	δρχ. . . . .	↑
— προμήθεια $1/2\%$	» . . . . .	
Ἀξία ἐπισυναλλαγματικῆς σήμερον δρχ. 3635.—		
— ἔξοδα διαμαρτ. καὶ χροτοσήμου » 35.—		
καθαρὸν προϊόν δρχ. 3600.—		↓

Ἐπειδὴ τὸ ποσοστὸν τῆς ὑφαίρεσεως εἰς τοὺς 3 μῆνας εἶναι  $8 \cdot 3/12 = 2\%$  ἢ ὀλικὴ κράτησις ἀνέρχεται εἰς  $2\frac{1}{2}\%$  ὁπότε τὸ ποσὸν τῶν δροχμῶν 3635.— εἶναι ἀρχικὴ ἀξία ἠλαττωμένη κατὰ  $2\frac{1}{2}\%$  καὶ ἔχομεν τὴν ἀρχικὴν ἀξίαν, ἣτις εἶναι καὶ ἡ ζητουμένη ὀνομαστικὴ ἀξία :

$$O = \frac{3635 \cdot 100}{97,5} = \underline{\underline{3728,20 \text{ δρχ.}}}$$

Ἡ συμπλήρωσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας εἰς τὴν ἀνωτέρω κατάταξιν καὶ ἡ ἐπαλήθευσις μᾶς δίδει :

Ἐπισυναλλαγματικὴ	δρχ. 3728,20	
— τόκος $90/8\%$	δρχ. 74,56	
— προμήθεια $1/2\%$	» 18,64	93,20
Ἀξία συναλλαγμ. σήμερον δρχ. 3635.—		↓

**28. Εὐρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ἐκ τῆς ἐξωτερικῆς ὑφαίσεως.**

**Πρόβλημα :** Γραμματίον προεξοφληθὲν 30 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς  $8\%$  εἶχεν ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν 15,20. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου.

**Λύσις :** Εἰς τὸ πρόβλημα τοῦτο γνωρίζομεν τὸν τόκον 15,20 δρχ. καὶ ζητοῦμεν τὸ κεφάλαιον. Ὅθεν (§ 11) :

$$O = \frac{15,20 \cdot 36000}{30 \cdot 8} = \underline{\underline{2280 \text{ δρχ.}}}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

398) Ο έμπορος Κωστόπουλος οφείλει να πληρώσει την 15 Σεπτεμβρίου το ποσό των 20000 δραχ. Προς εξόφλησίν του αποστέλλει εις τον πιστωτήν του τὰ ἑξῆς γραμμάτια :

Δρχ. 1560.— λήξεως 25 Σεπτεμβρίου  
 \* 5000.— \* 30 Σεπτεμβρίου  
 \* 5720.— \* 15 Ὀκτωβρίου

καὶ διὰ τὸ ὑπόλοιπον ὑποδέχεται συναλλαγματικὴν λήξεως 30 Ὀκτωβρίου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ὅταν θέλῃ νὰ καλύψῃ ἑφάερσιν πρὸς 5% καὶ προμήθειαν  $\frac{1}{2}\%$ ; Ἔτος μικτόν.

399) Ο κ. Ρούτας αποστέλλει εἰς τὸν πιστωτήν του 3640 δραχ. λήξεως 8 Ἀπριλίου, 4275 δραχ. λήξεως 21 Μαΐου καὶ διὰ τὸ ὑπόλοιπον τοῦ χρέους του γραμματίων λήξεως 31 Μαΐου. Ἐπιτόκιον 4%, Προμήθεια  $\frac{1}{2}\%$ . Ἔτος μικτόν.

400) Γραμματίων 6240 δραχ. λήξεως 23 Σεπτεμβρίου παρατίθενται μέγιστον τῆς 23 Νοεμβρίου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ νέου γραμματίου εἰς τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 4  $\frac{1}{2}\%$  ἢ προμήθεια  $\frac{1}{2}\%$  καὶ τὰ ἔσοδα 7,80 δραχ.;

401) Οφείλομεν τὴν 15 Σεπτεμβρίου δραχ. 20000.— Πρὸς εξόφλησιν τοῦ χρέους μας αποστέλλομεν εἰς τὸν πιστωτήν μας τὰ κάτωθι γραμμάτια :

Δρχ. 2545,50 λήξεως 20 Σεπτεμβρίου  
 \* 5000.— \* 28 Σεπτεμβρίου  
 \* 3260.— \* 1 Ὀκτωβρίου  
 \* 1875,50 \* 12 Ὀκτωβρίου

διὰ τὸ ὑπόλοιπον ὑποδεχόμεθα συναλλαγματικὴν λήξεως 15 Ὀκτωβρίου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς εἰάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 4  $\frac{1}{2}\%$  καὶ ἡ προμήθεια  $\frac{1}{2}\%$ ; Ἔτος ἐμπορικόν.

402) Τῆς ἡμέρας τῆς λήξεως γραμματίου 8275,60 δραχ. καταβάλλομεν εἰς τὸν κομιστήν τοῦ γραμματίου 3000.— δραχ. καὶ ἀνανεώνομεν διὰ 2 μῆνας τὸ γραμμάτιον διὰ τὸ ὑπόλοιπον ποσόν. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου εἰάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6% καὶ ἡ προμήθεια  $\frac{1}{2}\%$ ; Ἔτος μικτόν.

403) Ἐπειδὴ συναλλαγματικὴ 8266,70 δραχ. δὲν ἐπληρώθη τὴν ἡμέραν τῆς λήξεώς της, ὁ τελευταῖος κομιστὴς ἐκδίδει ἐπισυναλλαγματικὴν προήθεσίαν 2 μηνῶν. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς ἐπισυναλλαγματικῆς εἰάν θέλῃ νὰ καλύψῃ ἔσοδα διημαρτορήσεως 30 δραχ., χαρτοσημοῦ 9 δραχ. ἑφάερσιν πρὸς 8%, καὶ προμήθειαν πρὸς  $\frac{1}{2}\%$ ;

404) Ποίαν ἐπισυναλλαγματικὴν 3 μηνῶν θὰ ἐκδόσῃ ὁ τελευταῖος κομιστὴς συναλλαγματικῆς 6230 δραχ. διὰ νὰ καλύψῃ ἔσοδα 35 δραχ. χαρτοσημοῦ 7 δραχ., ἑφάερσιν πρὸς 6%, προμήθειαν πρὸς  $\frac{1}{2}\%$  καὶ εἰσπρακτικὰ πρὸς 1%;

405) Έχει τις νύ εισπράξη 16380 δραχ. την 5 Ιουλίου και σφύρει την αὐτὴν ἡμέραν ἐπὶ τοῦ χαρτοσίου τοῦ συναλλαγματικῆν λήξεως 15 Σεπτεμβρίου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι  $4\frac{1}{2}\%$ , καὶ ἡ προμήθεια  $\frac{1}{8}\%$  κατὰ μῆνα;

406) Τὴν ἡμέραν τῆς λήξεως γραμματίου 8260.— δραχ. καταβάλλομεν εἰς τὸν κομιστὴν τὸ  $\frac{1}{4}$  τοῦ ποσοῦ καὶ διὰ τὸ ὑπόλοιπον ἀποδεχόμεθα συναλλαγματικὴν προθεσίμιας δύο μηνῶν. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι  $8\%$ , καὶ ἡ προμήθεια  $\frac{1}{8}\%$ ;

407) Πρὸς ἐξοφλήσιν χρεῖσες 80500 δραχ. λήγοντος τὴν 12 Μαΐου ἀποστέλλομεν εἰς τὸν πιστωτὴν μας τὰ ἑξῆς γραμμάτια :

Δραχ.	6782,60	λήξεως	17	Ἰουλίου
"	12672,30	"	20	Ἰουλίου
"	35000.—	"	25	Ἰουλίου
"	8237,10	"	25	Ἰουλίου

καὶ διὰ τὸ ὑπόλοιπον ὑπογράφομεν γραμμάτιον λήξεως 18 Ἰουλίου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι  $7\%$ , ἡ προμήθεια  $\frac{1}{8}\%$  καὶ τὰ εἰσπρακτικὰ  $1\%$ ;

**Παρατήρησις III.** Ἐπειδὴ εἰς τὴν ἑξωτερικὴν ὑφαίρεσιν ὁ τόκος δὲν ὑπολογίζεται ἐπὶ τοῦ ποσοῦ τὸ ὁποῖον πραγματικῶς δανείζει ὁ προεξοφλῶν τὸν διαπραγματευόμενον τὸ γραμμάτιον, ἀλλὰ ἐπὶ ἄλλου μεγαλυτέρου, ἐπὶ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ἣν δὲν κατέβαλεν, εἶναι προφανές ὅτι ἡ ἑξωτερικὴ ὑφαίρεσις δὲν εἶναι δίκαια. Τὸ τοιοῦτον δὲν συμβαίνει εἰς τὴν ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν, ὅπου ὁ τόκος ὑπολογίζεται οὐχὶ ἐπὶ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ἀλλὰ ἐπὶ τῆς παρούσης, ἵτοι ἐπὶ τοῦ ποσοῦ τὸ ὁποῖον πραγματικῶς δανείζει ὁ προεξοφλῶν.

## B. ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΥΦΑΙΡΕΣΙΣ

29. Εὔρεσις τῆς Παρούσης ἀξίας ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς.

**Πρόβλημα.** Ποία ἡ παρούσα ἀξία γραμματίου 5481 δραχ. λήγοντος τὴν 30ην Σεπτεμβρίου καὶ προεξοφλουμένου ἐσωτερικῶς τρεῖς μῆνας πρὸ τῆς λήξεως τοῦ πρὸς  $6\%$ . Ἔτος μικτόν.

**Λύσις :** Ἐπειδὴ ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις εἶναι ὁ τόκος τῆς παρούσης ἀξίας, ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία θὰ εἶναι ἡ παρούσα ἀξία

ηῤξημένη κατὰ τὴν ὑφαίρεσιν, ἦτοι κεφάλαιον ηῤξημένον κατὰ τὸν τόκον του. Κατὰ συνέπειαν συμφώνως πρὸς τὴν § 14 θὰ ἔχωμεν τὴν λύσιν :

$$K = \frac{6000 \cdot 5481}{6000 + 90} = 5400. - \delta\sigma\chi.$$

Ἐάν τώρα καλέσωμεν  $O$  τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τοῦ γραμματίου,  $\Pi$  τὴν παροῦσαν,  $\Delta$  τὸν σταθερὸν διαιρέτην καὶ  $H$  τὴν ἡμέραν τῆς προεξοφλήσεως, θὰ ἔχωμεν τὸν τύπον :

$$\Pi = \frac{O \cdot \Delta}{\Delta + H}$$

ὅστις μᾶς λέγει ὅτι :

*Διὰ νὰ εὔρωμεν ἐσωτερικῶς τὴν παροῦσαν ἀξίαν γραμματίου ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας αὐτοῦ, πολλαπλασιάζομεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν ἐπὶ τὸν σταθερὸν διαιρέτην καὶ διαιροῦμεν τὸ γινόμενον διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου ηῤξημένου καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν.*

*Σημείωσις.* Ἐάν εἰς τὸν τύπον :

$$\Pi = \frac{O \cdot \Delta}{\Delta + H}$$

διαιρέσωμεν ἀμφότερους τοὺς ὄρους τοῦ κλάσματος διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου  $\Delta$  θὰ ἔχωμεν τὸν τύπον :

$$\Pi = \frac{O}{\left(1 + \frac{H}{\Delta}\right)}$$

τὸ διώνυμον τοῦ παρονομαστοῦ  $\left(1 + \frac{H}{\Delta}\right)$  ὀνομάζεται *διώνυμον τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως* ὁπότε ὁ ἀντίστοιχος τύπος μᾶς λέγει ὅτι :

*Διὰ νὰ εὔρωμεν τὴν παροῦσαν ἀξίαν γραμματίου ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας αὐτοῦ, ἐσωτερικῶς, ἀρκεῖ νὰ διαιρέσωμεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν αὐτοῦ διὰ τοῦ διώνυμου τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως.*

Οὕτω εἰς τὸ προηγούμενον παράδειγμα θὰ ἔχωμεν :

$$\Pi = \frac{5481}{1 + \frac{90}{6000}} = 5400. - \delta\sigma\chi.$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

408) Γραμματίον δρχ. 5364 λήξεως 24 Αυγούστου προεξοφλείται την 9ην Απριλίου πρὸς  $3\frac{1}{2}\%$ . Ποία ἡ παρούσα ἀξία τοῦ γραμματίου ἐσωτερικῶς;

409) Γραμματίον δρχ. 1450 λήξεως τῆς Αὐγούστου προεξοφλείται ἐσωτερικῶς τρεῖς μῆνας πρὸ τῆς λήξεως του πρὸς  $5\%$ . Ποία ἡ παρούσα ἀξία τοῦ γραμματίου;

410) Συμφώνως πρὸς τοὺς ἄρους διαθήκης ὁ Α ἄρσειται νὰ καταβάλλῃ εἰς τοὺς συγγληρονόμους του 15000 δρχ. σήμερον, 20000 δρχ. μετὰ 6 μῆνας καὶ 25000 δρχ. μετὰ 9 μῆνας. Τί ποσὸν θὰ καταβάλλῃ ἐάν θελήσῃ νὰ ἐξοφλήσῃ σήμερον τὰς ὑποχρεώσεις του αὐτάς; Ἐπιτόκιον  $6\%$ .

411) Πωλεῖ τις ἓνα ἄγρον καὶ ἔχει τὰς ἑξῆς προσφορὰς :

α) 40.000 δρχ. μετρητὰς, 20.000 δρχ. μετὰ 2 μῆνας καὶ 30.000 δρχ. μετὰ 8 μῆνας  
 β) 16.000 δρχ. μετρητὰς, 25.000 δρχ. μετὰ 6 μῆνας καὶ 50.000 δρχ. μετὰ 9 μῆνας  
 γ) 40.000 δρχ. μετρητὰς, καὶ 50.000 δρχ. μετὰ ἓν ἔτος.  
 Ποίαν προσφορὰν θὰ προτιμήσῃ ὁ πωλητὴς ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι  $5\%$ ;

**Παρατήρησις.** Συνήθως αἱ χῶροι αἰτινες χρησιμοποιοῦν τὴν ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν εἰς τὴν προεξόφλησιν γραμματίων, χρησιμοποιοῦν καὶ τὸ πολιτικὸν ἔτος εἰς τὴν εὔρεσιν τοῦ τόκου. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὁμως δὲν εἶναι ἐν γένει δυνατὴ ἡ χρησιμοποίησις τοῦ τύπου :

$$\Pi = \frac{O \cdot \Delta}{\Delta + H}$$

διότι τὰ περισσότερα ἐπιτόκια εἰς τὸ πολιτικὸν ἔτος δὲν ἔχουν σταθερὸν διαιρέτην. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἀντὶ νὰ λάβωμεν ὡς βοηθητικὸν κεφάλαιον τὸν σταθερὸν διαιρέτην Δ λαμβάνομεν τὸ 100 καὶ ὑπολογίζομεν τὸν τόκον του τ μετὰ πολιτικὸν ἔτος, ὡς κατωτέρω :

**Πρόβλημα.** Ποία ἡ παρούσα ἀξία γραμματίου § 5304.—73 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του ἐσωτερικῶς πρὸς  $10\%$ ; Ἔτος πολιτικόν.

**Λύσις:** Ὁ τόκος τῶν 100 δολλαρίων πρὸς  $10\%$  εἰς 73 ἡμέρας μετὰ πολιτικὸν ἔτος εἶναι :

$$\tau = \frac{100 \cdot 73 \cdot 10}{36500} = 2 \text{ \$}$$

όποτε κατὰ τὰ γνωστά (§ 14) θὰ ἔχωμεν :

$$\begin{array}{rcl} \$ 100 \text{ παρούσα ἀξία} & \$ 102 \text{ ὀνομαστικῆ ἀξία} & \\ \chi & \text{»} & \text{»} \\ & \$ 5304 & \text{»} \end{array}$$

$$\chi = 100 \cdot \frac{5304}{102} = 5200, \text{ \$}$$

**Σημείωσις.** Ἐάν εἰς τὸ ἀνωτέρω πηγαζόμενον ἀντικαταστήσωμεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν 5304 διὰ τοῦ 0, καὶ τὸν τόκον 2 διὰ τοῦ  $\tau$  θὰ ἔχωμεν διὰ τὴν παρούσαν ἀξίαν τὸν τύπον

$$\Pi = \frac{0 \cdot 100}{100 + \tau}$$

καὶ ἂν ἀντικαταστήσωμεν τὸ  $\tau$  διὰ τῆς τιμῆς τοῦ :

$$\tau = \frac{100 E \cdot H}{36500}$$

ὁ τύπος αὐτός θὰ πάρῃ τὴν μορφήν :

$$\Pi = \frac{0 \cdot 100}{100 + \frac{100 E \cdot H}{36500}}$$

ἢ ἂν ἀπλοποιήσωμεν διὰ τοῦ 100

$$\Pi = \frac{0}{1 + \frac{E \cdot H}{36500}}$$

καὶ τρέψωμεν τὸ σύνθετον κλάσμα εἰς ἀπλοῦν :

$$\Pi = \frac{0 \cdot 36500}{36500 + H \cdot E}$$

Ὁ τύπος αὐτός μᾶς δίδει τὴν παρούσαν ἀξίαν γραμματίου ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς ἑσωτερικῶς μὲ πολιτικὸν ἔτος.

#### Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

412) Ποία ἡ παρούσα ἀξία γραμματίου \$ 6200. — 50 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεως τοῦ ἑσωτερικῶς πρὸς 6%. Ἔτος πολιτικόν.

413) Ποία ἡ παρούσα ἀξία συναλλαγματικῆς ἐπὶ Ἀμεστρινταμ hfl



8900.—λήξεως 17 Ἀπριλίου, ἑσωτερικῶς τὴν 11 Ἰανουαρίου πρὸς 4<sup>ο</sup>/<sub>100</sub>. Ἔτος πολιτικόν.

Ποία ἡ παρούσα ἀξία τῶν ἐξῆς γραμματίων ἑσωτερικῶς μὲ πολιτικὸν ἔτος.

414) £ 563—17—2	> 14	>	>	>	5 <sup>ο</sup> / <sub>100</sub>	>	22 Φεβρ.
415) £ 1456—0—8	> 27	Ἰουλίου	>	>	4 <sup>ο</sup> / <sub>100</sub>	>	18 Αὐγ.
416) \$ 2563,80	> 12	>	>	>	6 <sup>ο</sup> / <sub>100</sub>	>	13 Αὐγ.
417) \$ 872,30	> 7	Δεκεμβρίου	>	>	3 <sup>ο</sup> / <sub>100</sub>	>	6 Σεπτ.

30. Εὑρεσις τῆς ἑσωτερικῆς ὑφαίρεσεως ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας

Πρόβλημα. Ποία ἡ ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις γραμματίου 5682,83 δρχ. λήγοντος τὴν 30ην Σεπτεμβρίου καὶ προσεξοφληθέντος τρεῖς μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 6<sup>ο</sup>/<sub>100</sub>. Ἔτος πολιτικόν.

Λύσις : Ἐπειδὴ ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία 5682,83 εἰς τὴν ἑσωτερικὴν ὑφαίρεσιν εἶναι κεφάλαιον ἠϋξημένον κατὰ τὸν τόκον τοῦ θὰ ἔχωμεν τὴν ἑσωτερικὴν ὑφαίρεσιν Y' μὲ μικτὸν ἔτος : (§ 14)

$$Y' = \frac{90.5682,83}{6000+90} = 83,98 \text{ δρχ.}$$

ὅποτε, ἐὰν ἀφαιρέσωμεν τὸ  $\frac{1}{73}$  αὐτῆς θὰ εἰρωμεν ὡς ἑσωτερικὴν ὑφαίρεσιν Y μὲ πολιτικὸν ἔτος :

$$Y = 83,98 - \frac{83,98}{73} = \underline{\underline{82,83 \text{ δρχ.}}}$$

**Παρατήρησις I.** Τὴν ἑσωτερικὴν ὑφαίρεσιν εὐρίσκωμεν κατὰ προσέγγισιν καὶ πρακτικῶς διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀπλῶν μεθῶν τοῦ χρόνου, ἀφαιροῦντες ἀπὸ τὸν τόκον τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας τὸν τόκον του. Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, ἐπειδὴ τὰ πρῶτα εἶναι μικρά, τὸ λάθος ὅπερ κάνομεν εἶναι τόσον μικρὸν ὥστε δὲν γίνεται αἰσθητόν. Καὶ πράγματι ἔχομεν :

	60 ἡμ. 56,83 δρχ.	0,85
+ » » »	30 » 28,42 »	0,42
	90 ἡμ. 85,25 δρχ.	1,27
— τόκος τοῦ τόκου	1,27 »	
ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις	83,98 δρχ.	

ὁπότε 
$$Y = 83,98 - \frac{83,98}{73} = 82,83 \text{ δρχ.}$$

**Παρατήρησις II.** Ἐάν εὐρωμεν τὴν ἑσωτερικὴν ὑφαίρεσιν δυνάμεθα νὰ εὐρωμεν καὶ τὴν παροῦσαν ἀξίαν τοῦ γραμματίου ἑσωτερικῶς, ἀφαιροῦντες ἀπὸ τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν αὐτοῦ τὴν ἑσωτερικὴν ὑφαίρεσιν. Οὕτω, ἐάν εἰς τὸ προηγούμενον πρόβλημα ἐζητητοῦ ἡ παροῦσα ἀξία θὰ εἶχομεν :

Γραμμάτιον λήξεως 30 Σεπτεμβρίου . . . . .	δρχ. 5682,83	
— ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις 90/6 $\frac{1}{100}$ . . . . .	» 82,83	
Ἄξία σήμερον	» 5600.—	

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 418) Ποία ἡ ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ ποία ἡ παροῦσα ἀξία γραμματίου \$ 5000 40 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεως του πρὸς 8  $\frac{1}{100}$  ; Ἔτος πολιτικόν.  
 Νὰ εὐρεθῆ ἡ ἑσωτερικὴ ὑφαίρεσις τῶν κάτωθι γραμματίων :
- 419) £ 320—8—2 λήξεως 2 Ἰουνίου. Πηγαί πρὸς 6  $\frac{1}{100}$  τὴν 9 Ἀπριλίου  
 420) £ 415—0—0 » 15 Ἀγούστου » » 7  $\frac{1}{100}$  » 26 Μαΐου  
 421) £ 795—11—4 » 8 » » » 6  $\frac{1}{100}$  » 12 Ἰουλίου  
 422) £ 504—1—6 » 10 Ὀκτωβρίου » » 7  $\frac{1}{100}$  » 19 Ἰουλίου  
 423) \$ 7872,30 » 5 Μαρτίου » » 6  $\frac{1}{100}$  » 2 Φεβρουαρίου

**31. Εὐρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ἐκ τῆς παροῦσης.**

**Πρόβλημα :** *Γραμμάτιον προεξοφλεῖται ἑσωτερικῶς ἕνα μῆνα πρὸ τῆς λήξεώς του ἀντι 3600 δρχ. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ;*

**Λύσις :** Ἐπειδὴ ἡ ζητούμενη ὀνομαστικὴ ἀξία εἶναι τὸ ἄθροισμα τῆς παρούσης ἀξίας καὶ τῆς ἑσωτερικῆς ὑφαίρεσεως, διὰ νὰ εὐρωμεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν ἀρκεῖ νὰ προσθέσωμεν

εἰς τὴν παρούσαν ἀξίαν τὴν ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν ἦτοι τὸν τόκον τῆς. Ὡστε :

$$\text{ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις} = \frac{3600 \cdot 1.4}{1200} = 12 \text{ δρχ.}$$

καὶ κατατάσσοντες ὡς καὶ ἐν § 25 ἔχομεν :

$$\begin{array}{r} \text{Ὀνομαστικὴ ἀξία} \dots \dots \text{δρχ. } 3612 \quad \uparrow \\ - \text{ἐσωτ. ὑφαίρεσις } 14/4\% \approx 12 \\ \hline \text{Ἀξία σήμερον} \quad \text{δρχ. } 3600 \end{array}$$

**Σημείωσις.** Ἐάν καλέσωμεν  $O$  τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν ὅπως καὶ ἀνωτέρω καὶ  $\Pi$  τὴν παρούσαν θὰ ἔχομεν τὸν τύπον :

$$O = \Pi + \frac{\Pi \cdot H}{\Lambda}$$

$$\text{ἢ} \quad \boxed{O = \Pi \left( 1 + \frac{H}{\Lambda} \right)}$$

ὅστις μᾶς λέγει ὅτι :

*Διὰ τὸ εὐρῶμεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν ἐκ τῆς παρούσης ἀξίας ἐσωτερικῶς, ἀρκεῖ τὸ πολλαπλασιάσωμεν τὴν παρούσαν ἀξίαν ἐπὶ τὸ διώνυμον τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως.*

### Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

424) Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου προσεξοφληθέντος ἐσωτερικῶς τρεῖς μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 6% ἀντὶ 873.60,

425) Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου προσεξοφληθέντος ἐσωτερικῶς 60 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 4% ἀντὶ 7635.50 δρχ.

Νὰ εὐρεθῇ ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῶν ἑξῆς γραμματίων, τῶν ὁποίων ἡ παρούσα ἀξία εἶναι :

- |      |           |    |                                   |
|------|-----------|----|-----------------------------------|
| 426) | £ 562—7—8 | 30 | ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς των πρὸς 8% |
| 427) | £ 373—5—3 | 40 | " " " " " " " " 4 1/2%            |
| 428) | £ 8273.60 | 35 | " " " " " " " " 9%                |
| 429) | £ 2763.—  | 90 | " " " " " " " " 6 1/2%            |

**32. Εὐρεσις τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως ἐκ τῆς παρούσης ἀξίας.**

**Πρόβληλα.** Ποία ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις γραμματίου

*προεξοφληθέντος 50 ήμ. πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 8<sup>0</sup>/<sub>100</sub> ἀντὶ 3726 δραχ.*

*Δύσεις :* Εἰς τὸ πρόβλημα τοῦτο γνωρίζομεν τὴν παρούσαν ἀξίαν, δηλαδή τὸ κεφάλαιον καὶ ζητοῦμεν τὴν ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν δηλ. τὸν τόκον. Ἄρα θὰ ἔχωμεν :

$$Y = \frac{3726 \cdot 50}{36000} = 41,40 \text{ δραχ.}$$

33. Εὔρεσις τῆς παρούσης ἀξίας ἐκ τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως.

*Πρόβλημα. Ποία ἡ παρούσα ἀξία γραμματίου τὸ ὁποῖον εἶχεν ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν 12,50, 30 ήμ. πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 6<sup>0</sup>/<sub>100</sub> ;*

*Δύσεις :* Εἰς τὸ πρόβλημα τοῦτο γνωρίζομεν τὸν τόκον καὶ ζητοῦμεν τὸ κεφάλαιον, ἄρα παρούσα ἀξία:

$$\Pi = \frac{12,50 \cdot 6000}{30} = 25000 \text{ δραχ.}$$

#### Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

430) Ποία ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις γραμματίου προεξοφληθέντος 3 μηνῶν πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 8<sup>0</sup>/<sub>100</sub> ἀντὶ δραχ. 6832,20 ;

431) Ποία ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις γραμματίου προεξοφληθέντος 80 ήμ. πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 4<sup>0</sup>/<sub>100</sub> ἀντὶ £ 82—7—6 ;

432) Ποία ἡ παρούσα ἀξία γραμματίου ἔχοντος ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν 2 μηνῶν πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 6<sup>0</sup>/<sub>100</sub> 82,35 δραχ.

433) Ποία ἡ παρούσα ἀξία γραμματίου ἔχοντος ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν 2 μηνῶν πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 7<sup>0</sup>/<sub>100</sub> 35,20 δραχ. ;

434) Ποία ἡ παρούσα ἀξία γραμματίου ἔχοντος ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν 38 ήμ. πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 5<sup>0</sup>/<sub>100</sub> £ 2—3—6 ;

*Σημείωσις.* Ἐάν τις τὸν τύπον :

$$\Pi = \frac{O}{1 + \frac{H}{A}}$$

ἐκτελέσομεν τὴν διαίρεσιν τοῦ ἀριθμητοῦ διὰ τοῦ παρονομαστοῦ θὰ ἔχωμεν ὡς γνωστὸν ἐκ τῆς ἀλγέβρας τὸ πηλίκον :

$$\text{H}=\text{O}-\frac{\text{O.H}}{\Delta}+\frac{\text{O.H}^2}{\Delta^2}-\frac{\text{O.H}^3}{\Delta^3}+\dots$$

καὶ ἂν παραλείψωμεν τοὺς ὄρους τῆς σειρᾶς, πέραν τοῦ τρίτου, ὡς παρυστώνας ποσά πολὺ μικρά, θὰ ἔχωμεν κατὰ προσέγγισιν :

$$\text{H}=\text{O}-\frac{\text{O.H}}{\Delta}+\frac{\text{O.H}^2}{\Delta^2}$$

ἢτοι τὸν πρακτικὸν κανόνα :

*Διὰ τὸ εὐρωμεν τὴν παρούσαν ἀξίαν γραμματίου ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ἐσωτερικῶς, ἀφαιροῦμεν ἀπὸ τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τὸν τόκον τῆς καὶ εἰς τὸ ἐξαγόμενον προσθέτομεν τὸν τόκον τοῦ εὐρεθέντος τόκου.*

Ὅμοίως καὶ εἰς τὴν ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν ἐὰν διαιρέσωμεν τὸν ἀριθμητὴν τοῦ τύπου :

$$\text{O}=\frac{\text{H}}{\left(1-\frac{\text{H}}{\Delta}\right)}$$

διὰ τοῦ παρονομαστοῦ θὰ λάβωμεν :

$$\text{O}=\text{H}+\frac{\text{H.H}}{\Delta}+\frac{\text{H.H}^2}{\Delta^2}+\frac{\text{H.H}^3}{\Delta^3}+\dots$$

καὶ ἂν παραλείψωμεν τοὺς ὄρους πέραν τοῦ τρίτου, θὰ ἔχωμεν κατὰ προσέγγισιν :

$$\text{O}=\text{H}+\frac{\text{H.H}}{\Delta}+\frac{\text{H.H}^2}{\Delta^2}$$

ἢτοι τὸν πρακτικὸν κανόνα :

*Διὰ τὸ εὐρωμεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν γραμματίου ἐκ τῆς παρούσης ἀξίας ἐξωτερικῶς προσθέτομεν εἰς τὴν παρούσαν ἀξίαν τὸν τόκον τῆς καὶ εἰς τὸ ἀθροισμα τὸν τόκον τοῦ εὐρεθέντος τόκου.*

Τοσὸν εἰς τὴν ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν, ὅσον καὶ εἰς τὴν ἐσωτερικὴν, θὰ ἴητο σφάλμα νὰ χρητήσωμεν τοὺς δύο πρώτους ὄρους τῆς σειρᾶς καὶ νὰ χαρακτηρίσωμεν τὸ ἐξαγόμενον ὡς ἐξαγόμενον κατὰ προσέγγισιν. Καὶ πραγματικὰ εἰς τὴν ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν θὰ ἔχωμεν τότε τὴν σχέσιν :

$$\text{H}=\text{O}-\frac{\text{O.H}}{\Delta}=\text{O}\left(1-\frac{\text{H}}{\Delta}\right)$$

ἣτις μᾶς δίδει τὴν παρούσαν ἀξίαν ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας με ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν. Παραλείποντες δηλαδή τὸν τρίτον ὄρον τῆς σειρᾶς, μεταληθοῦμεν ἐκ τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως εἰς τὴν ἐξωτερικὴν καὶ κατὰ

συνέπειαν δὲν ἔχομεν πλέον δικαίωμα νὰ χαρακτηρίσωμεν τὸ ἐξαγόμενον ὡς κατὰ προσέγγισιν.

Ὅμοιως καὶ εἰς τὴν ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν ἐὰν χραιθίσωμεν δύο μόνων ὄρων θὰ ἔχωμεν :

$$O = \Pi + \frac{\Pi H}{\Delta} = \Pi \left( 1 + \frac{H}{O} \right)$$

ἦτοι τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν ἐκ τῆς παρουσίας μὲ ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν.

### 34. Διαφορὰ μεταξὺ ἐξωτερικῆς καὶ ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως.

Ἐπειδὴ εἰς τὴν ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία ἰσοῦται μὲ τὴν παροῦσαν ἀξίαν ἠϋξημένην κατὰ τὴν ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν  $Y$ , ὁ τόκος τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας, ἦτοι ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις  $Y'$ , θὰ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν τόκον τῆς παρούσης ἀξίας ἠϋξημένην κατὰ τὸν τόκον τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως. Θὰ εἶναι λοιπὸν :

$$Y = Y' + \text{τόκος τοῦ } Y'$$

ἢ ἂν ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ ἀμφότερα τὰ μέλη τὸ  $Y'$

$$Y - Y' = \text{τόκος τοῦ } Y$$

ὥστε :

*Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῆς ἐξωτερικῆς καὶ ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως ἰσοῦται πρὸς τὸν τόκον τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως διὰ τὸν χρόνον προεξοφλήσεως καὶ πρὸς τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως.*

**Πρόβλημα.** Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν δύο ὑφαίρεσεων γραμματίου προεξοφληθέντος 60 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 9% εἶναι 1,86 δρχ. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ;

**Λύσις.** Ἡ διαφορὰ 1,86 δρχ. εἶναι ὁ τόκος τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως, ἄρα τὸ κεφάλαιον :

$$K = \frac{1,86 \cdot 36000}{60 \cdot 9} = 124 \text{ δρχ.}$$

θὰ εἶναι ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις καὶ κατὰ συνέπειαν τὸ ἄθροισμα :

$$124 + 1,86 = 125,86 \text{ δρχ.}$$

θὰ εἶναι ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις, ὅποτε ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία θὰ εἶναι :

$$O = \frac{125,86 \ 36000}{60,9} = 8390,67 \ \delta\sigma\chi.$$

ἦτοι τὸ κεφάλαιον τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν τόκον αὐτόν.

**Σημείωσις I.** Ἐάν καλέσωμεν  $Y$  τὴν ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν,  $Y'$  τὴν ἐσωτερικὴν καὶ  $O$  τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν θὰ ἔχομεν κατὰ τὰ γνωστά :

$$Y = \frac{OH}{\Delta} \quad \text{καὶ} \quad Y' = \frac{OH}{\Delta + H}$$

ὅποτε εἰάν διαιρέσωμεν κατὰ μέλη θὰ λάβωμεν :

$$\frac{Y}{Y'} = \frac{\Delta + H}{\Delta}$$

Ἐάν τώρα πολλαπλασιάσωμεν ἀμφότερα τὰ μέλη τῆς ἰσότητος ἐπὶ  $Y'$  ἢ ἰσότης θὰ γίνῃ :

$$Y = \frac{Y'(\Delta + H)}{\Delta}$$

$$\text{ἢ} \quad Y = Y' + \frac{Y'H}{\Delta}$$

καὶ ἂν μεταφέρωμεν τὸ  $Y'$  εἰς τὸ πρῶτον μέλος θὰ ἔχομεν τὴν σχέσιν :

$$Y - Y' = \frac{Y'H}{\Delta}$$

ἢ ὅποια μᾶς λέγει ὅτι ἡ διαφορὰ  $Y - Y'$  τῶν δύο ὑφαίρεσεων ἰσοῦται πρὸς τὸν τόκον  $\frac{Y'H}{\Delta}$  τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως.

**Σημείωσις II.** τὸ γινόμενον τῶν δύο ὑφαίρεσεων εἶναι :

$$Y \cdot Y' = \frac{OH}{\Delta} \cdot \frac{OH}{\Delta + H} = \frac{O^2 H^2}{\Delta(\Delta + H)}$$

καὶ ἡ διαφορὰ των

$$Y - Y' = \frac{\Delta H}{\Delta} - \frac{OH}{\Delta + H} = \frac{OH^2}{\Delta(O + H)}$$

Ἐάν τώρα διαιρέσωμεν κατὰ μέλη θὰ ἔχομεν :

$$\frac{Y \cdot Y'}{Y - Y'} = \frac{O^2 H^2}{\Delta(\Delta + H)} : \frac{OH^2}{\Delta(O + H)} = O$$

Ἄρα :

Ἐάν διαιρέσωμεν τὸ γινόμενον τῶν δύο ὑφαίρεσεων διὰ τῆς διαφορᾶς των θὰ εὑρωμεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ.

435) Ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις γραμματίου τινὸς εἶναι 161,62 δρχ. δύο μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 4%. Ποία ἡ διαφορὰ τῶν δύο ὑφαίρεσεων ;

436) Ἐάν ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις γραμματίου 40 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του εἶναι 84 δρχ. πρὸς 6%, ποία ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις ;

437) Ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις γραμματίου τινὸς 90 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 9% εἶναι £ 1—6—5. Ποία ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις ;

438) Ἡ διαφορὰ μεταξύ τῶν δύο ὑφαίρεσεων γραμματίου εἶναι 1,60 δρχ. τρεῖς μῆνας πρὸ τῆς λήξεώς του πρὸς 6%. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ;

439) Ἡ διαφορὰ μεταξύ τῆς ἐξωτερικῆς καὶ ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσης δύο μῆνας πρὸ τῆς λήξεως γραμματίου εἶναι £ 0—1—5. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 4% ;

Γ.— ΕΥΡΕΣΙΣ ΑΛΛΟΥ ΤΙΝΟΣ ΠΟΣΟΥ

35. Εὐρεσις τοῦ ἐπιτοκίου.

Πρόβλημα. *Γραμμάμιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 5630 δρχ. προεξοφλεῖται 30 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του ἀντὶ δρχ. 5601,85. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον ἐγένετο ἡ προεξοφλήσις ;*

*Ἀύσις :* α') Ἐξωτερικῶς.

Ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις  $5630 - 5601,85 = 28,15$  δρχ. εἶναι ὁ τόκος τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας καὶ κατὰ συνέπειαν τὸ ἐπιτόκιον θὰ εἶναι :

$$E = \frac{28,15 \cdot 36000}{5630 \cdot 30} = 6\%$$

β') Ἐσωτερικῶς.

Ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις  $5630 - 5601,85 = 28,15$  δρχ. εἶναι ὁ τόκος τῆς παρούσης ἀξίας καὶ κατὰ συνέπειαν τὸ ἐπιτόκιον θὰ εἶναι :

$$E = \frac{28,15 \cdot 36000}{5601,85 \cdot 30} = 6,03\%$$

καὶ ἂν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν μᾶς ὅτι εἰς τὴν ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν ἔχομεν ἔν γένει πολιτικὸν ἔτος τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως θὰ εἶναι (§ 12) :



$$E = 6,03 + \frac{6,03}{72} = 6,11 \%$$

**Σημείωσις.** Τὸ ἐπιτόκιον τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαιρέσεως 6,03 ὀνομάζεται *ισοδύναμον* πρὸς τὸ 6 % τῆς ἐξωτερικῆς ὑφαιρέσεως καὶ δύναται νὰ εὐρεθῇ ἀπ' εὐθείας ὡς κατωτέρω :

Ἐάν καλέσωμεν ε τὸ ζητούμενον ἐπιτόκιον τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαιρέσεως, τὸ ἰσοδύναμον πρὸς τὸ E τῆς ἐξωτερικῆς, θὰ ἔχωμεν τὴν ἐξίσωσιν

$$\frac{0,36000}{36000 + HE} = 0 - \frac{0EH}{36000}$$

διότι ἡ παροῦσα ἀξία  $\frac{0,36000}{36000 + HE}$  (σελ. 84) μὲ ἐσωτερικὴν ὑφαιρέσιν πρέπει νὰ εἶναι ἰση πρὸς τὴν παροῦσαν ἀξίαν  $\left(0 - \frac{0EH}{36000}\right)$  μὲ ἐξωτερικὴν ὑφαιρέσιν.

Λύοντες τώρα τὴν ἐξίσωσιν ὡς πρὸς ε θὰ ἔχωμεν :

$$\varepsilon = \frac{36000 \cdot E}{36000 - HE}$$

ἢ ἂν διατρέσωμεν ἀμφοτέρους τοὺς ὄρους διὰ τοῦ E

$$\varepsilon = \frac{36000}{\Delta - H}$$

ἦτοι :

Διὰ νὰ εὐρωμεν τὸ ἰσοδύναμον ἐπιτόκιον τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαιρέσεως διατρέθωμεν τὸ 36000 διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου ἡλαττωμένου κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν.

Οὕτω εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα θὰ ἔχωμεν :

$$\varepsilon = \frac{36000}{6000 - 30} = 6,03$$

### 36. Εὕρεσις τοῦ πραγματικοῦ ἐπιτοκίου.

**Πρόβλημα.** Γραμμάτιον 8466,50 δραχ. λήγον τὴν 17ην Μαρτίου προεξοφλεῖται τὴν 11ην Ἰανουαρίου πρὸς 8 % καὶ 1/6 % κατὰ μῆνα προμήθειαν. Ποῖον τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως ;

**Λύσις :**

Ἐν Ἀθήναις τῇ 11ῃ Ἰανουαρίου 19. . . . .			
Γραμματίων λήξεως 17ης Μαρτίου. . . . .	δρχ.	8466,50	
— ἔξωτερική ὑφαίρεσις 65/8%	δρχ.	122,30	
— προμήθεια 1/5% κατὰ μῆνα	»	50,80	» 173,10
			<u>δρχ. 8293,40</u>

Τὸ καθαρὸν προῖον 8293,40 τὸ ἰδάνειον ὁ προεξοφλῶν τὸ γραμματίων ἀποῦ ἐκράτησε τὸ ποσὸν τῶν 173,10 δρχ. Ἐὰν τώρα θεωρήσωμεν τὸ ποσὸν αὐτὸ ὡς τόκον τῶν 8293,40 δρχ. θὰ ἔχωμεν τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον :

$$E = \frac{173,10 \cdot 36000}{8293,40 \cdot 65} = 11,5\%$$

ὥστε :

*Διὰ τὰ εὐρωμεν τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον πρὸς τὸ ὁποῖον ἐγένετο ἡ προεξόφλησις, διὰν ὑπάρχουν καὶ διαφορὰ ἔξοδα, ὡς προμήθειαι, εἰσπρακτικὰ κτλ. θεωροῦμεν ὡς τόκον τὸ σύνολον τῶν κρατήσεων (πλὴν τοῦ χαρτοσήμου) καὶ εὐρίσκομεν τὸ ἐπιτόκιον λαμβάνοντος ὡς κεφάλαιον τὸ καθαρὸν προῖον τῆς προεξοφλήσεως.*

**Παρατήρησις.** Ἐὰν εἰς τὸ ἀνωτέρω παραδείγμα ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ προεξόφλησις γίνεται ὄχι τὴν 11ην Ἰανουαρίου ἀλλὰ τὴν 2αν Μαρτίου θὰ ἔχωμεν :

Ἐν Ἀθήναις τῇ 2ῃ Μαρτίου 19. . . . .			
Γραμματίων λήξεως 17ης Μαρτίου. . . . .	δρχ.	8466,50	
— ἔξωτερική ὑφαίρεσις 15/8%	δρχ.	28,22	
— προμήθεια 1/8% κατὰ μῆνα	»	16,93	» 45,15
			<u>δρχ. 8421,35</u>

ὁπότε τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον θὰ εἶναι :

$$E = \frac{45,15 \cdot 36000}{8421,35 \cdot 15} = 12,8\%$$

ἐκ τοῦ παραδείγματός αὐτοῦ βλέπομεν ὅτι, ὅταν ὁ χρόνος προεξοφλήσεως εἶναι μικρότερος, ἢ αὐξήσις τοῦ ἐπιτοκίου ἢ προση-

χομένη ἐκ τῆς προμηθείας καὶ τῶν λοιπῶν ἐξόδων εἶναι μεγαλύτερα.

### Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

440) Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐγένετο ἡ προεξόφλησις 45 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεως γραμματίου 5600 δρχ. ἀντὶ 5544 δρχ. ;

441) Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν γραμματίων 7230 δρχ. προεξοφλήθην 30 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεως του εἶχε ἐξωτερικὴν (ἢ ἐσωτερικὴν) ὑφαίρεσιν 36,10 δρχ. ;

442) Ἄντι πόσον τοῖς ἑκατὸν προεξοφλήθη ἐσωτερικῶς γραμματίον 2800 δρχ. λήγον τὴν 15 Μαρτίου ἀντὶ 2786,07 δρχ. 45 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του ;

443) Γραμματίον 5620 δρχ. λήγον τὴν 5 Ἰουλίου προεξοφλεῖται τὴν 13 Ἰουνίου πρὸς 8 % καὶ  $\frac{1}{8}\%$  προμήθειαν. Ποῖον τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον τῆς προεξοφλήσεως ;

444) Γραμματίον λήγον τὴν 13ην Ὀκτωβρίου ὀνομ. ἀξίας δρχ. 8760. — προεξοφλεῖται πρὸς 9 % μὲ προμήθειαν  $\frac{1}{8}\%$ . Ποῖον τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον ;

445) Γραμματίον 6930. — δρχ. λήγον τὴν 14 Μαρτίου προεξοφλεῖται πρὸς 8 % μὲ προμήθειαν  $\frac{1}{8}\%$ . Ποῖον τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον εἰν ἡ προεξοφλησις γίνετ' α') τὴν 5 Ἰανουαρίου, β') τὴν 25 Ἰανουαρίου καὶ γ') τὴν 25 Φεβρουαρίου ;

446) Γραμματίον  $\Sigma$  172—6—3 λήγον τὴν 22αν Φεβρουαρίου προεξοφλεῖται τὴν 10ην Ἰανουαρίου πρὸς 6 % μὲ προμήθειαν  $\frac{1}{8}\%$  κατὰ μῆνα. Ποῖον τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον ;

### 37. Εὐρεσις τοῦ χρόνου προεξοφλήσεως.

**Πρόβλημα.** Γραμματίον 3600 δρχ. προεξοφλεῖται πρὸς 6 % ἀντὶ 3582 δρχ. Πόσον χρόνον πρὸ τῆς λήξεως τοῦ γραμματίου ἐγένετο ἡ προεξόφλησις ;

**Λύσις :** α') Ἐξωτερικῶς :

Ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις = 3600 — 3582 = 18 δρχ. ὁπότε συμφώνως πρὸς τὸν τύπον τοῦ χρόνου θὰ ἔχωμεν :

$$X = \frac{18 \cdot 36000}{3600 \cdot 6} = \underline{\underline{30 \text{ ἡμέρ.}}}$$

διότι εἰς τὴν ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν τὸ κεφάλαιον εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία 3600. — δρχ.

β') Ἐσωτερικῶς :

ἔσωτερικὴ ὑφαίρεσις = 3600 - 3582 = 18 δρχ. ὁπότε θὰ ἔχωμεν:

$$X = \frac{18.36000}{3382.6} = 31 \text{ ἡμέρ.}$$

38. Ἀνακεφαλαίωσις τύπων.

Καλοῦντες Ο τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν, Η τὴν παρούσων, Η τὰς ἡμέρας προεξοφλήσεως, Δ τὸν σταθερὸν διαυρέτην καὶ Υ ἢ Υ' τὴν ἔσωτερικὴν ἢ ἔσωτερικὴν ὑφαίρεσιν, ἔχομεν τοὺς κάτωθι τύπους διὰ τὴν λύσιν τῶν διαφόρων προβλημάτων τῆς ὑφαίρεσεως.

ΠΙΝΑΞ IV

Ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις	Ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις
$\Pi = O \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right)$	$\Pi = \frac{O}{\left( 1 + \frac{H}{\Delta} \right)}$
$Y = \frac{O \cdot H}{\Delta}$	$Y = \frac{O \cdot H}{\Delta + H}$
$O = \frac{\Pi \cdot \Delta}{\left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right)}$	$O = \Pi \left( 1 + \frac{H}{\Delta} \right)$
$Y = \frac{\Pi \cdot H}{\Delta - H}$	$Y = \frac{\Pi \cdot H}{\Delta}$
$E = \frac{Y \cdot 36000}{O \cdot H}$	$E = \frac{Y \cdot 36000}{\Pi \cdot H}$
$H = \frac{Y \cdot \Delta}{O}$	$H = \frac{Y \cdot \Delta}{\Pi}$

**Ἱστορικαὶ Σημειώσεις.** Ἡ συναλλαγματικὴ με μορφήν ἀνάλογον πρὸς τὴν σημερινήν, φαίνεται ὅτι ἐκρησιμοποιήθη διὰ πρώτην φοράν ὑπὸ Ἰουδαίων ἐμπόρων ἐκδιωχθέντων ἐκ Γαλλίας τὸν 7ον αἰῶνα καὶ καταφυγόντων εἰς Λομβαρδίαν. Εἰς τὴν Λομβαρδίαν ἡ συναλλαγματικὴ εἶρε μετ' ὀλίγον κατάλληλον ἔδαφος μετὰ τὴν ἀνάπτυξιν τοῦ ἐμπορίου τῆς Βοη-Ταλίας καὶ ἐγενικεύθη ἡ χρῆσις της. Αἱ πρώται ἰδιωτικαὶ τράπεζαι παρουσιάζονται τὸν 13ον αἰῶνα καὶ εἶχον ὡς σκοπὸν τὴν ἀμοιβαίαν τεκταποίησιν τῶν πληρωσῶν μεταξὺ τῶν μελῶν των. Διάφοροι Γραικῶν πολιτικοὶ ἐξόριστοι ἐκ Λομβαρδίας, μετέφερον τὴν συναλλαγματικὴν εἰς Ἀρσπερταμ ἐκ τοῦ ὁμοίου διεδόθη καὶ εἰς τὴν λοιπὴν Εὐρώπην.

Ἡ ἀρχαιοτέρα μέχρι τοῦδε γνωστὴ συναλλαγματικὴ προέρχεται ἐκ Μαλίνου τὸ 1325 Μ. Χ. καὶ ἦτο πληρωτὴ ἐν Λούκῃ μετὰ 8 μῆνας. Δευτέρου παράδειγμα συναλλαγματικῆς εὐρίσκωμεν εἰς τὸ βιβλίον τοῦ Λουκά Πατσιόλι «Summa de Arithmetica, Geometrica, Proportioni et Proportionalita» Βενετία 1494. Τὸ βιβλίον τοῦ Λουκά Πατσιόλι εἶναι ἡ ἀρχαιοτέρα πηγὴ διὰ τὴν ἱστορίαν τοῦ ἐμπορίου. Εἰς αὐτὸ συναντῶμεν διὰ πρώτην φοράν τοὺς ὄρους **Χρέωσις** (Debit) καὶ **Πίσεωσις** (Credit) καθὼς καὶ τὰ παλαιότερα στοιχεῖα τοῦ διηλογηφικου συστήματος. Δὲν πρόκειται βεβαίως περὶ ἀνακαλύψεων τοῦ Λουκά Πατσιόλι. Ἄπλως ἀναφέρει ὅτι ἦτο ἐν χρῆσει εἰς τὸ ἐμπόριον τὴν ἑσοχὴν του.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 447) Ποία εἶναι ἡ λήξις γραμματίου 2220 δρχ. τοῦ ὁποίου ἡ ἐξωτερικὴ ἔφοδος πρὸς 6 % εἶναι 44.40 ;
- 448) Ποία εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου τοῦ ὁποίου ἡ παρούσα ἀξία 27 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεως πρὸς 3 % εἶναι 1955 δρχ ;
- 449) Ὀφείλει τις 5000 σήμερον καὶ ἀποστέλλει εἰς τὸν πιστωτὴν του γραμμάτιον 4000 δρχ. προθεσμίας 4 μηνῶν καὶ τὸ ὑπόλοιπον εἰς μετρητὰ. Εἰς τί ποσὸν ἀνέχονται τὰ μετρητὰ ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 8 % ἢ δὲ προμήθεια  $\frac{1}{2}\%$  ;
- 450) Ἐμπόρος δανειζεται 15000 δρχ. ἀπὸ ἑνα τραπεζίτην καὶ ὑπογράφει γραμμάτιον προθεσμίας 20 ἡμερῶν. Ποία εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6 % καὶ ἡ προμήθεια  $\frac{1}{2}\%$  ;
- 451) Γραμμάτιον 1200 δρχ. προεξοφλεῖται 45 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεως του ἀντὶ 1194 δρχ. Ποῖον ἦτο τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως ;
- 452) Προεξοφλοῦμεν γραμμάτιον ἀντὶ 496.25 πρὸς 3 % 70 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ;
- 453) Δύο γραμμάτια 1500 δρχ. ἕκαστον λήγουν τὸ ἐν μετὰ 45 ἡμέρας καὶ τὸ ἕτερον μετὰ 60 ἡμέρας. Ποία ἡ παρούσα ἀξία καὶ τῶν δύο σήμερον ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 4  $\frac{1}{2}\%$  καὶ ἡ προμήθεια  $\frac{1}{4}\%$  ;
- 454) Γραμμάτιον 5000 δρχ. προεξοφλεῖται 60 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεως του ἀντὶ 4975 δρχ. Ποῖον τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως ;
- 455) Τὴν 19ην Ἰουνίου διαπραγματευόμεθα γραμμάτιον 9000 δρχ. ἀντὶ 8845.50 δρχ. Ποία ἡ ἡμερομηνία λήξεως ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6 % ;
- 456) Γραμματίου τινὸς ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία εἶναι 3397.20 τὸ γραμμάτιον προεξοφλεῖται ἐσωτερικῶς πρὸς 6 % . Ποία ἡ παρούσα ἀξία τοῦ γραμματίου ἐὰν ἡ προεξοφλήσις γίνῃ 35 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεώς του ;
- 457) Ὀφείλει τις 30000 δρχ. καὶ ἀποστέλλει εἰς τὸν πιστωτὴν του

γραμμάτων 15000 δρχ. προθεσμίας 90 ημερών, γραμμάτων 10000 δρχ. προθεσμίας 120 ημερών και το υπόλοιπον εις μητρητά. Ποῖον τὸ ποσὸν τῶν μετρητῶν ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσῃς εἶναι  $4 \frac{1}{2}\%$ ;

458) Δύο γραμμάτια, τὸ ἐν 840 δρχ. προθεσμίας 84 ἡμερῶν καὶ τὸ ἕτερον 820 δρχ. προθεσμίας 48 ἡμερῶν προεξοφλοῦνται τὴν αὐτὴν ἡμέραν. Ὁ κομιστὴς τῶν γραμματίων αὐτῶν λαμβάνει διὰ τὸ πρῶτον 16,10 δρχ. περισσώτερας ἀπὸ τὸ δεύτερον. Ποῖον τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσῃς; (Ἔτος ἐμπορικόν).

459) Τρία γραμμάτια, ἐν 500 δρχ. προθεσμίας 40 ἡμερῶν, δευτέρων 1224 δρχ. προθεσμίας 62 ἡμερῶν καὶ τρίτον 915 δρχ. προθεσμίας 80 ἡμερῶν παρουσιάζονται πρὸς προεξοφλῆσθαι ὑπὸ τοῦ κατόχου τῶν, ὃ ὁποῖος εἰσπράττει ἐν ὄλῳ 2612,96 δρχ. Ποῖον τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσῃς;

460) Γραμμάτιον 2450 δρχ. προεξοφλεῖται 38 ἡμέρας πρὸ τῆς λήξεως τοῦ πρὸς  $6\%$ . Ποῖον τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον προεξοφλήσῃς ἐάν ἐκτὸς τῆς ὑφαιρέσεως ἐκρυθῆθαι  $\frac{1}{4}\%$  προμηθεῖα καὶ  $\frac{1}{100}\%$  εἰσπρακτοῦ;

461) Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῆς ἐξωτερικῆς καὶ τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαιρέσεως ἐνὸς γραμματίου προεξοφλήθητος 4 μῆνας πρὸ τῆς λήξεως τῶν εἶναι 0,60 δρχ. Ποῖα ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου;

462) Γραμμάτιον πληρωτέον μετὰ 120 ἡμέρας προεξοφλεῖται ἐξωτερικῶς ἐπὶ τινος τραπεζίτου πρὸς  $6\%$ . Ἐάν ἡ προεξοφλήσις ἐγένετο ἐσωτερικῶς ὁ κομιστὴς θὰ ἔλαμβανεν 10,94 δρχ. ἐπι πλέον. Ποῖα ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου;

463) Ποῖα ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου λήγοντος τὴν 19ην Μαΐου, ὅταν τὴν 1 Ἀπριλίου ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαιρέσις εἶναι 27,72 πρὸς  $4 \frac{1}{2}\%$ ;

464) Γραμμάτιον λήξεως 24 Ὀκτωβρίου προεξοφλεῖται τὴν 8ην Δεκεμβρίου πρὸς  $4 \frac{1}{2}\%$ . Ποῖα ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ἐάν ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαιρέσις ἦτο  $\text{₯ } 9-4-6$ .

465) Πρὸς πόσον τοῖς ἐκατὸν προεξοφλήθη τὴν 27 Φεβρουαρίου ἀντὶ 3784,10 δρχ. γραμμάτιον 3815,26 δρχ. λήξεως 17ης Ἀπριλίου;

466) Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας frs 12400 λήξεως 1 Δεκεμβρίου προεξοφλήθη τὴν 15 Ὀκτωβρίου ἀντὶ frs 12271,87 μὲ προμηθεῖαν  $\frac{1}{4}\%$ . Ποῖον τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσῃς;

467) Ποῖα ἡ λήξις γραμματίου δρχ. 5440.— ὅταν ἡ ἐξωτερικὴ τοῦ ὑφαιρέσεως τὴν 15ην Ἰουλίου πρὸς  $4 \frac{1}{2}\%$  ἦτο 18,36;

468) Γραμμάτιον δρχ. 852,20 λήξεως 11 Μαρτίου προεξοφλήθη πρὸς  $6\%$  καὶ προμηθεῖαν  $\frac{1}{4}\%$ . Πότε ἐγένετο ἡ προεξοφλήσις ὅταν τὸ καθαρὸν προῖον τῆς προεξοφλήσεως ἦτο δρχ. 8145,24;

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ

Μέση και κοινή λήξις.

### Α. ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΓΡΑΜΜΑΤΙΑ

**39. Όρισμοί.** Δύο ή περισσότερα γραμμάτια ονομάζονται *ισοδύναμα* μεταξύ των κατά τινα καθορισμένην χρονολογίαν, εάν ή παρούσα αξία των γραμματίων αυτών, υπολογιζομένη με τὸ αὐτὸ εἶδος ὑφαίρεσεως και πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπιτόκιον εἶναι ή αὐτὴ δι' ὅλα.

Ἡ ἡμερομηνία καθ' ἣν τὰ γραμμάτια ἔχουν τὴν αὐτὴν παρούσαν ἀξίαν ονομάζεται *ἡμέρα ἰσοδυναμίας*.

Εἰς τὴν προῦειν τὰ ζητήματα ἰσοδυναμίας γραμματίων παρουσιάζονται κυρίως ὡς προβλήματα ἀντικαταστάσεως γραμματίων. Εἰς τὰ προβλήματα αὐτὰ ζητεῖται ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία ἢ ἡ λήξις τοῦ γραμματίου τοῦ ἰσοδυναμοῦ πρὸς ἕτερον ἢ ἕτερα δοθέντα.

### 40. Ὑπολογισμὸς τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας.

**Πρόβλημα.** *Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 5830.— δρχ. προθεσμίας 60 ἡμερῶν ἀντικαθίσταται ὑπὸ ἄλλου προθεσμίας 90 ἡμερῶν. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ νέου γραμματίου εἰάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6%;*

**Λύσις.** Εὐρίσκομεν πρῶτον τὴν παρούσαν ἀξίαν τοῦ δοθέντος γραμματίου :

Ἀξία μετὰ 60 ἡμέρας	δρχ. 5830.—
—ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις 60/6%	» 58,30

Παρούσα ἀξία σήμερον δρχ. 5771,70

Ἡ παρούσα αὐτὴ ἀξία των 5771,70 δρχ. θὰ εἶναι συγχρόνως και παρούσα ἀξία τοῦ δευτέρου γραμματίου, τοῦ ὁποίου ζητοῦμεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν, και κατὰ συνέπειαν ἡ ὀνομαστικὴ του ἀξία θὰ εἶναι (§ 25):

$$O = \frac{5771,70 \cdot 6000}{6000 - 90} = \underline{\underline{5859,60 \text{ δρα.}}}$$

**Παρατήρησις.** Τὸ πρόβλημα τοῦτο λύεται καὶ διὰ τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως ὡς ἑξῆς :

Ἡ παροῦσα ἀξία τοῦ πρώτου γραμματίου θὰ εἶναι (§ 29) :

$$Π = \frac{5830 \cdot 6000}{6000 + 30} = \underline{\underline{5772,28 \text{ δρα.}}}$$

ὁπότε διὰ τὸ νέον γραμμάτιον, τὸ ἰσοδύναμον πρὸς τὸ πρῶτον, θὰ ἔχωμεν :

*Αξία σήμερον	δρα. 5772,28
+ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις 90/6%	» 86,58
	<u>5858,86</u>
*Αξία μετὰ 90 ἡμέρας	δρα. <u>5858,86</u>

## Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

469) Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 8260.— δρα. λήγον τὴν 15ην Μαΐου ἀντικαθίσταται τὴν 25ην Ἀπριλίου διὰ γραμματίου λήγοντος τὴν 25ην Ἰουλίου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ νέου γραμματίου ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 8% :

470) Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας £ 532—6—8 λήγον τὴν 12ην Ἀπριλίου ἀντικαθίσταται ὑπὸ γραμματίου λήγοντος τὴν 15ην Ἰουνίου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ νέου γραμματίου ἐάν ἡ ἀντικατάστασις γίνῃ τὴν 15ην Μαρτίου καὶ τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 5% :

### 41. Ὑπολογισμὸς τῆς λήξεως.

**Πρόβλημα.** Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 2500.— δρα. προθεσμίας 80 ἡμερῶν ἀντικαθίσταται ὑπὸ ἄλλου γραμματίου ὀνομαστικῆς ἀξίας 2495.— δρα. Ποία ἡ λήξις τοῦ νέου γραμματίου ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6% :

**Λύσις :** Εὐρίσκωμεν τὴν παροῦσαν ἀξίαν τοῦ πρώτου γραμματίου :



*Αξία μετά 80 ημέρας	δρχ. 2500.—
+ εξωτερική ύφαιρέσις 80/6 %	» — 33,33

Παρούσα αξία σήμερον δρχ. 2466,67

\*Επειδή τὰ δύο γραμμάτια πρέπει νὰ εἶναι ἰσοδύναμα ἢ παρούσα ἀξία τοῦ πρώτου γραμματίου θὰ εἶναι συγχρόνως καὶ παρούσα ἀξία τοῦ δευτέρου γραμματίου, ὁπότε ἡ εξωτερικὴ του ὑφαίρεσις θὰ εἶναι :

$$2495 \text{ δρχ.} - 2466,67 \text{ δρχ.} = 28,33 \text{ δρχ.}$$

Τὸ ποσὸν τῶν 28,33 δρχ. θὰ εἶναι ὁ τόκος τῶν 2495.— δρχ. κατὰ τὸ χρονικὸν διάστημα τὸ ὁποῖον ἰσοῦται πρὸς τὴν ζητουμένην προθεσίαν. Ἄρα ὁ χρόνος θὰ ἰσοῦται (§ 13) μέ :

$$X = \frac{28,33 \cdot 6000}{2495} = 68,13 \text{ ἡμ. ἢ } \underline{69 \text{ ἡμ.}}$$

**Παρατήρησις.** Τὸ πρόβλημα λύεται καὶ διὰ τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως ὡς ἔειπεν :

\*Ἡ παρούσα ἀξία τοῦ πρώτου γραμματίου θὰ εἶναι (§ 29 )

$$\Pi = \frac{2500 \cdot 6000}{6000 + 80} = 2467,11 \text{ δρχ.}$$

ὁπότε ἡ διαφορὰ :

$$2495 \text{ δρχ.} - 2467,11 \text{ δρχ.} = 27,89 \text{ δρχ.}$$

θὰ εἶναι ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαίρεσις τοῦ νέου γραμματίου τῶν 2495 δρχ. καὶ κατὰ συνέλειαν ἡ προθεσίμια του θὰ εἶναι :

$$X = \frac{27,89 \cdot 6000}{2467,11} = 67,8 \text{ ἢ } \underline{68 \text{ ἡμ.}}$$

### Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

471) Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας 8240.— δρχ. λήγον μετὰ 40 ἡμέρας ἀντικαθίσταται ὑπὸ γραμματίου ὀνομαστικῆς ἀξίας 8250.— δρχ. Πότε πρέπει νὰ λήγῃ τὸ νέον γραμμάτιον ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 8 % :

472) Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας \$ 5230.— λήξεως 25 Μαΐου, ἀντικαθίσταται ὑπὸ γραμματίου ὀνομαστικῆς ἀξίας \$ 5250.— Πότε λήγῃ τὸ νέον γραμμάτιον ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6 % :

473) Γραμμάτιον ὀνομαστικῆς ἀξίας £ 72—5—6 λήξεως 12 Φε-

βρονιρίου αντικαθίσταται υπό γραμματίου ονομαστικής αξίας  $\text{£ } 7^{\text{π}}$ .—  
Πότε λήγει τό νεν γραμματίον εάν τό επιτόκιον είναι  $\delta \frac{1}{100}$ :

**Σημείωσις I.** Εάν καλέσωμεν  $O_1$  και  $O_2$  τας ονομαστικὰς αξίας δύο ισοδύναμον σημερον γραμματίων και  $H_1$  και  $H_2$  τας αντίστοιχας προθεσμίας αυτών αι παρούσαι αξίαι των θα ισοθνηται κατα τὰ γνωστά όταν υπολογισθῶσιν με εξωτερικὴν ἑραίρεσιν με :

$$P_1 = \frac{O_1(\Delta - H_1)}{\Delta} \quad \text{και} \quad P_2 = \frac{O_2(\Delta - H_2)}{\Delta}$$

και επειδη τὰ γραμμάτια αυτά σημερον είναι ισοδύναμα αι αξίαι αυτά θα είναι ίσαι, ὁπότε θα ἔχωμεν τὴν ἰσότητα :

$$\frac{O_1(\Delta - H_1)}{\Delta} = \frac{O_2(\Delta - H_2)}{\Delta}$$

$$\eta \quad O_1(\Delta - H_1) = O_2(\Delta - H_2)$$

$$\frac{O_1}{O_2} = \frac{\Delta - H_2}{\Delta - H_1}$$

Εάν τώρα υποθέσωμεν, ὅτι τὰ γραμμάτια αυτά ἐκτός ἀπὸ σημερον, είναι ισοδύναμα και μετὰ  $\varphi$  ἡμέρας, ὁπότε αι αντίστοιχοι προθεσμίας των θα είναι  $(H_1 - \varphi)$  και  $(H_2 - \varphi)$ , θα ἔχωμεν κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ὅπως και ἄνωτρω τὴν σχέσηιν :

$$\frac{O_1}{O_2} = \frac{\Delta - (H_2 - \varphi)}{\Delta - (H_1 - \varphi)} = \frac{(\Delta - H_2) + \varphi}{(\Delta - H_1) + \varphi}$$

ἐκ τῆς ὁποίας λαμβάνομεν, εάν τὴν συγκρίνωμεν με τὴν προηγουμένην, τὴν ἰσότητα :

$$\frac{\Delta - H_2}{\Delta - H_1} = \frac{(\Delta - H_2) + \varphi}{(\Delta - H_1) + \varphi}$$

Ἡ ἰσότης ἁμωσ αὕτη είναι ἀτοπος, διότι ὡς γνωστόν, εάν προσθέσωμεν εἰς τοὺς ἄρους ἐνὸς κλάσματος τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ἢ αξία τοῦ κλάσματος δὲν μένει ἀμετάβλητος. Εἰς τὴν ἀτοπον αὕτην σχέσηιν καταληξαμεν ὑποθέσαντες ὅτι δύο γραμμάτια είναι δυνατὸν νὰ ἔχουν δύο ἡμέρας ἰσοδυναμίας, Ἄρα :

**Ἐάν δύο γραμμάτια είναι ισοδύναμα μίαν ὀρισμένην ἡμέραν δὲν είναι δυνατὸν νὰ είναι ποτὲ ἄλλοτε ισοδύναμα.**

**Σημείωσις II.** Εάν δύο γραμμάτια  $O_1$  και  $O_2$  είναι σημερον ἰσοδύναμα με ἰσοπερικὴν ἑραίρεσιν, αι παρούσαι αξίαι των (§ 29) :

$$P_1 = \frac{O_1 \Delta}{\Delta + H_1} \quad \text{και} \quad P_2 = \frac{O_2 \Delta}{\Delta + H_2}$$

θά είναι ίσαι. Ὄποτε θά ἔχωμεν τὴν σχέσιν :

$$\frac{O_1 \Delta}{\Delta + H_1} = \frac{O_2 \Delta}{\Delta + H_2}$$

$$\eta \quad \frac{O_1}{O_2} = \frac{\Delta + H_1}{\Delta + H_2}$$

Ἐάν τώρα ἐπιθέσωμεν εἰς τὰ γραμμάρια αὐτά τὴν αὐτὴν ἡμέραν ἰσοδύναμι καὶ μὲ ἐξωτερικὴν ἰσφαίρεισιν, θά ἔχωμεν συμφώνως πρὸς τὴν προηγουμένην σημείωσιν τὴν σχέσιν :

$$\frac{O_1}{O_2} = \frac{\Delta - H_2}{\Delta - H_1}$$

ὁπότε συγκρίνοντες αὐτὴν πρὸς τὴν προηγουμένην λαμβάνομεν τὴν ἰσότητα :

$$\frac{\Delta + H_1}{\Delta + H_2} = \frac{\Delta - H_2}{\Delta - H_1}$$

ἢ εἰς ἀπαλείψομεν τοὺς παρονομαστὰς :

$$\Delta^2 - H_1^2 = \Delta^2 - H_2^2$$

εἰς ἣς ἔχομεν :

$$H_1 = H_2$$

Ὄποτε θά ἔπρεπε νὰ εἶναι καὶ  $O_1 = O_2$ , ὅπερ ἀτοπὸν διότι εἶναι ἀντίθετον πρὸς τὴν ὑπόθεσίν μας, ὅτι τὰ δύο γραμμάρια εἶναι διάφορα καὶ ὄχι τὰ αὐτά. Εἰς τὸ ἀτοπὸν τοῦτο ἐφθάσαμεν ὑποθέσωντες ὅτι τὰ γραμμάρια  $O_1$  καὶ  $O_2$  εἶναι ἰσοδύναμα τὴν αὐτὴν ἡμέραν καὶ ἐξωτερικῶς καὶ ἐσωτερικῶς. Ἄρα :

*Δύο γραμμάρια δὲν δύνανται νὰ εἶναι ἰσοδύναμα τὴν αὐτὴν ἡμέραν καὶ μὲ τὰς δύο ὑσφαίρεισιν.*

**Σημείωσις III.** Ἐάν δύο γραμμάρια  $O_1$  καὶ  $O_2$  εἶναι σημερινὸ ἰσοδύναμα ἐξωτερικῶς αἱ παρούσαι ἀξίαι των :

$$\Pi_1 = \frac{O_1(\Delta - H_1)}{\Delta} \quad \text{καὶ} \quad \Pi_2 = \frac{O_2(\Delta - H_2)}{\Delta}$$

θά εἶναι ίσαι, ὁπότε θά ἔχωμεν τὴν ἰσότητα :

$$\frac{O_2(\Delta - H_2)}{\Delta} = \frac{O_1(\Delta - H_1)}{\Delta}$$

$$\eta \quad \Delta O_2 - H_2 O_2 = \Delta O_1 - H_1 O_1$$

Ἐάν τώρα θεωρήσωμεν ἀγνωστον τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν  $O_1$  τοῦ

ισοδυνάμου πρὸς τὸ  $O_2$  γραμματίου καὶ λύσωμεν τὴν ἰσότητά αὐτήν. ὡς πρὸς  $O_2$  θὰ λάβωμεν τὸν τύπον :

$$O_2 = \frac{O_1(\Delta - H_2)}{(\Delta - H_1)}$$

ὅστις μᾶς δίδει τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τοῦ ζητουμένου ἰσοδυνάμου γραμματίου.

Ἐάν πάλιν θεωρήσωμεν ἄγνωστον τὴν προθεσίαν  $H_2$  τοῦ ἰσοδυνάμου γραμματίου καὶ λύσωμεν τὴν ἀνωτέρω ἰσότητα ὡς πρὸς  $H_2$  θὰ ἔχωμεν τὸν τύπον :

$$H_2 = \frac{O_1 H_1 - \Delta(O_1 - O_2)}{O_2}$$

ὅστις μᾶς δίδει τὴν προθεσίαν τοῦ ζητουμένου ἰσοδυνάμου γραμματίου. Οὕτω, χρησιμοποιοῦντες τοὺς τύπους αὐτούς εἰς τὰ ἀντίστοιχα προβλήματα τῶν ἀνωτέρω περιπτώσεων θὰ ἔχωμεν ἀμέσως τὰς λύσεις :

$$O_2 = \frac{583(6000 - 60)}{(6000 - 30)} = 5859,60 \text{ δραχ.}$$

$$\text{καὶ } H_2 = \frac{2500,80 - 6000(2500 - 2495)}{2495} = 68,13 \text{ ἡμ.}$$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

474) Νά ἀποδειχθῇ ὅτι ἡ σημείωσις I ἰσχύει καὶ προκειμένου περὶ ἐσωτερικῆς ὑφαίρεσεως.

475) Νά εὐρεθῶσι οἱ τύποι οἱ ὁποῖοι δίδουν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν καὶ τὴν προθεσίαν τοῦ ἰσοδυνάμου γραμματίου με ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν.

376) Γραμματίον ὀνομαστικῆς ἀξίας 3000 δραχ. λήγον μετὰ 50 ἡμέρας εἶναι ἰσοδύναμον πρὸς γραμματίον ὀνομ. ἀξίας 2990 δραχ. λήγον μετὰ 40 ἡμέρας. Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον λογίζεται ἡ ὑφαίρεσις ;

477) Νά εὐρεθῇ τύπος δίδων τὴν λύσιν τοῦ ἀνωτέρου προβλήματος.

### B. ΜΕΣΗ ΛΗΞΙΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΑ ΠΡΟΣ ΑΥΤΗΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

#### 42. Μέση λήξις.

Ἐάν ἀντικαταστήσωμεν πολλὰ γραμμάτια (ἢ ἄλλας ὑποχρεώσεις) διαφόρων λήξεων καὶ ποσῶν δι' ἑνὸς μόνου γραμμα-

τίου, *ισοδυνάμου* πρὸς αὐτὰ καὶ ἔχοντος ὀνομαστικὴν ἀξίαν ἴσην πρὸς τὸ *ἄθροισμα* τῶν ὀνομαστικῶν ἀξιῶν τῶν δοθέντων γραμματίων, ἢ λήξις τοῦ γραμματίου αὐτοῦ θὰ ὀνομάζεται *μέση λήξις*.

**Πρόβλημα.** Ἐμπορος ὀφείλει τὴν 5ην Σεπτεμβρίου 1000.— *δεχ.* πληρωτέας τὴν 25ην Σεπτεμβρίου, 1500.— *δεχ.* πληρωτέας τὴν 9ην Νοεμβρίου καὶ 2000.— *δεχ.* πληρωτέας τὴν 8ην Ἰανουαρίου ἐπομένου ἔτους καὶ ζητεῖ νὰ ἐξοφλήσῃ τὰς ὑποχρεώσεις του αὐτὰς διὰ μίας μόνης καταβολῆς ἴσης πρὸς τὸ *ἄθροισμα* τῶν ὀφειλῶν του αὐτῶν. Πότε πρέπει νὰ γίνῃ ἡ καταβολὴ αὐτὴ ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6% (*Ἔτος μικτόν*).

**Λύσις.** Ἐπειδὴ ἡ νέα ὑποχρέωσις, ἡ ὁποία θὰ ἀντικαστήσῃ τὰς παλαιάς, εἶναι τὴν 8ην Σεπτεμβρίου ἰσοδύναμος πρὸς αὐτὰς, ἢ παροῦσα ἀξία Π τῆς ὑποχρεώσεως αὐτῆς θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ *ἄθροισμα* τῶν παρουσῶν ἀξιῶν τῶν παλαιῶν ὑποχρεώσεων καὶ κατὰ συνέπειαν θὰ ἔχωμεν :

$$\Pi = 1000 - \frac{1000 \cdot 20}{6000} + 1500 - \frac{1500 \cdot 65}{6000} + 2000 - \frac{2000 \cdot 125}{6000}$$

$$\text{ἢ} \quad \Pi = 4500 - \frac{367000}{6000}$$

ἄρα τὸ ποσὸν τῶν  $\frac{367000}{6000}$  *δεχ.* τὸ ὅποῖον ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὴν

ὀνομαστικὴν ἀξίαν 4500 *δεχ.* διὰ νὰ μᾶς δώσῃ τὴν παροῦσαν ἀξίαν τῆς νέας ὑποχρεώσεως, θὰ εἶναι ἡ ἐξωτερικὴ ὑφαίρεσις τῆς ὑποχρεώσεως αὐτῆς. Ἐπειδὴ τώρα γνωρίζομεν τὴν ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν, τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν καὶ τὸ ἐπιτόκιον θὰ ἔχωμεν ἐκ τοῦ σχετικοῦ τύπου τοῦ χρόνου :

$$X = \frac{\frac{367000}{6000} \cdot 6000}{4500}$$

$$\text{ἢ} X = \frac{367000}{4500} = 81,7 \quad \text{ἢ} \quad 82 \text{ ἡμέραι}$$

Ἡ ζητούμενη λοιπὸν προθεσμία τῆς νέας ὑποχρεώσεως, ἥτις θὰ ἀντικαταστήσῃ τὰς παλαιάς, δηλαδὴ ἡ μέση λῆξις αὐτῶν θὰ εἶναι 82 ἡμέραι μετὰ τὴν 8ην Σεπτεμβρίου, δηλαδὴ ἡ 26η **Νοεμβρίου**.

Κατὰ τὴν ἀκλοποίησιν τοῦ συνθέτου κλάσματος, τὸ ὁποῖον μᾶς ἔδωκεν τὸν χρόνον, ὁ σταθερὸς διαιρέτης 6000 ἐξαλείφεται. Ἐκ τούτου ἔπεται ὅτι οἰονδήποτε ἐπιτόκιον καὶ ἂν ἔχομεν ἡ μέση λῆξις θὰ εἶναι ἡ αὐτή, δηλαδὴ, ἡ μέση λῆξις εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐπιτοκίου.

Ὁ ἀριθμητὴς τοῦ κλάσματος  $\frac{367000}{4500}$  τὸ ὁποῖον μᾶς ἔδωκε

τὴν μέσην λῆξιν ἰσοῦται, ὅπως εἶδομεν, πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν τοκαριθμῶν καὶ ὁ παρονομαστής πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν κεφαλαίων. Ἄρα διὰ νὰ εὐρωμεν τὴν μέσην λῆξιν ἔχομεν τὸν τύπον :

$$\text{Μέση λῆξις} = \frac{\text{ἄθροισμα τοκαριθμῶν}}{\text{ἄθροισμα κεφαλαίων}}$$

ὅστις μῆς λέγει ὅτι :

*Ἡ μέση λῆξις πολλῶν γραμματίων εὐρίσκεται, ἐὰν διαιρέσωμεν τὸ ἄθροισμα τῶν τοκαριθμῶν τῶν διὰ τοῦ ἄθροίσματος τῶν ὀνομαστικῶν τῶν ἀξιών.*

Ἐκ τοῦ κανόνος αὐτοῦ συμπεραίνομεν τὴν ἀκόλουθον πρακτικὴν καὶ σύντομον λύσιν τοῦ προβλήματος τῆς μέσης λήξεως :

Ποσά	ἡμέραι	τοκαριθμοί
δρχ. 1000.—	20	20000
» 1500.—	65	97500
» 2000.—	125	250000

δρχ. 4500.— 367000 | 4500

81.7 ἢ 82 ἡμέραι

Παρατήρησις I. Ὅπως βλέπομεν ἡ μέση λῆξις περιέχεται

μεταξὺ τῆς μικροτέρας καὶ μεγαλυτέρας προθεσμίας, καὶ διὰ τὸν λόγον ἀκριβῶς αὐτὸν ὀνομάζεται καὶ μέση λῆξις.

Ἐάν τώρα εἰς τὸ δοθὲν ἀνωτέρω πρόβλημα ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ἡμέρα ἀντικατάστασις τῶν ὑποχρεώσεων τοῦ ἐπιτόρου δὲν εἶναι ἡ 5ῃ Σεπτεμβρίου, ἀλλὰ ἄλλη τις λ.χ. ἡ 25ῃ Σεπτεμβρίου, θὰ ἔχωμεν τὴν λύσιν :

Ποσά	ἡμέραι	τοκάριθμοι
δρχ. 1000.—	0	—
» 1500.—	65	67500
» 2000.—	125	210000
<hr/>		277500   4500
δρχ. 4500.—		61,7 ἢ 62 ἡμέραι

δηλαδή ἡ μέση λῆξις θὰ εἶναι 62 ἡμέρας μετὰ τὴν 25ῃν Σεπτεμβρίου, δηλαδή, ἡ 26ῃ πάλιν Νοεμβρίου. Ἐκ τούτου συμπεραίνομεν ὅτι :

*Ἡ μέση λῆξις εἶναι ἀνεξάρητος τῆς ἡμέρας κατὰ τὴν ὁποίαν γίνεται ἡ ἀντικατάστασις καὶ κατὰ συνέπειαν δυνάμεθα νὰ ἐκλέξωμεν ὡς τοιαύτην τὴν προγενεστέραν πασῶν.*

**Παρατήρησις II. Πρόβλημα.** *Νὰ εὑρεθῇ ἡ μέση λῆξις τῶν ἐξῆς γραμματίων : δρχ. 5000.— προθεσμίας 30 ἡμερῶν δρχ. 5000.— προθεσμίας 40 ἡμερῶν καὶ δρχ. 5000.— προθεσμίας 50 ἡμερῶν.*

**Λύσις.** Εἰς τὸ ἄνωτέρω πρόβλημα τὸ ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων εἶναι

$$5000 \cdot 30 + 5000 \cdot 40 + 5000 \cdot 50 = 5000 \cdot (30 + 40 + 50)$$

καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν κεφαλαίων :

$$5000 + 5000 + 5000 = 5000 \cdot 3$$

καὶ κατὰ συνέπειαν ἡ μέση λῆξις θὰ εἶναι :

$$X = \frac{5000(30 + 40 + 50)}{5000 \cdot 3} = \frac{30 + 40 + 50}{3} = 40 \text{ ἡμέραι}$$

**Ἐάν αἱ ὀνομαστικαὶ δξίαι τῶν ὑποχρεώσεων εἶναι ἴσαι ἰσαὶ μειαζύ των, ἡ μέση λήξις των θὰ εἶναι ἴση μὲ τὸν μέσον ὄρον τῶν προθεσμίων των.**

**Σημ.** Ἐάν τώρα ὡς ἡμέραν ὑπολογισμοῦ λάβομεν μίαν ἄλλην, αἱ ἡμέρας ἀπὸ σήμερον, ἡ νέα μέση λήξις θὰ δίδεται ἐπὶ τῆς σχέσεως :

$$\omega = \frac{O_1(H_1 - \varrho) + O_2(H_2 - \varrho) + O_3(H_3 - \varrho)}{O_1 + O_2 + O_3}$$

Ἐάν ἐκτελέσωμεν τὰς πράξεις εἰς τὸν ἀριθμητὴν τοῦ κλάσματος θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν :

$$\omega = \frac{O_1 H_1 + O_2 H_2 + O_3 H_3 - (O_1 + O_2 + O_3)\varrho}{O_1 + O_2 + O_3}$$

$$\eta \quad \omega = \frac{O_1 H_1 + O_2 H_2 + O_3 H_3}{O_1 + O_2 + O_3} - \varrho$$

καὶ ἐπειδὴ τὸ κλάσμα τοῦ δευτέρου μέλους τῆς ἰσότητος ἰσοῦται μὲ τὴν ἀρχικὴν μέσην λήξιν X θὰ ἔχωμεν :

$$\omega = X - \varrho$$

Ἡ νέα δηλαδή προθεσμία θὰ εἶναι μικροτέρα τῆς πρώτης κατὰ  $\varrho$  καὶ αὐτὴ ἡμέρας καὶ κατὰ συνέπειαν ἡ ἡμερομηνία τῆς νέας καὶ τῆς παλαιᾶς μέσης λήξεως θὰ συμπάτουν. Ἄρα :

**Ἡ μέση λήξις εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ἡμέρας ὑπολογισμοῦ τῆς.**

### Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

478) Ἡ Ἐμπορικὴ Τράπεζα λαμβάνει τὴν 26ην Σεπτεμβρίου ἐκ μέρους ἐνὸς πελάτου τῆς τὰ ἀκόλουθα γραμματῖα καὶ τὸν πιστώνει μὲ τὴν μέσην λήξιν των :

δρχ.	3750.—	λήξεως	1 Ὀκτωβρίου	8243.—	14 Ὀκτωβρίου
•	9664.—	•	25 •	2500.—	5 Νοεμβρίου
•	7150.—	•	19 Νοεμβρίου	6382.—	28 •

Ποία ἡ μέση λήξις ;

479) Νὰ εὑρεθῇ ἡ μέση λήξις τῶν ἀκολουθῶν συναλλαγματικῶν (Ἔτος μικτόν).

δρχ.	8500.—	λήξεως	12 Σεπτεμβρίου
•	12450.—	•	3 Ὀκτωβρίου
•	9600.—	•	1 Νοεμβρίου
•	7250.—	•	26 •



Ὅμοιος νά εὑρεθῆ ἡ μέση λήξις τῶν ἀκολουθῶν γραμματίων  
(Ἔτος μικτόν).

480) frs	3742,30	λήξεως	25	Νοεμβρίου
•	2675.—	•	29	Δεκεμβρίου
•	539,20	•	6	Φεβρουαρίου
•	1827,35	•	1	Μαρτίου
481) Rm	8442,30	λήξεως	13	Φεβρουαρίου
•	786,40	•	6	Μαρτίου
•	1447,55	•	31	•
•	3536.—	•	1	Μαΐου
482) drx.	37500.—	λήξεως	17	Ἰουλίου
•	62240.—	•	23	Αὐγούστου
•	10371.—	•	9	Σεπτεμβρίου
•	27825.—	•	3	Ὀκτωβρίου

483) Πελάτης μας ὀφείλει drx. 2400.— πληρωτέας τὴν 15ην Μαΐου, drx. 2890.— πληρωτέας τὴν 7ην Ἰουνίου, drx. 3700.— πληρωτέας τὴν 23ην Ἰουνίου καὶ drx. 4000.— πληρωτέας τὴν 27ην Ἰουλίου. Πότε δύναται νά καταβάλλῃ τὸ σύνολον τῶν ὑποχρεώσεών του διὰ μιᾶς μόνης καταβολῆς;

484) Ἐμπορος ἐκ Λονδίνου μὲς ὀφείλει £ 148—9—7 πληρωτέας τὴν 10ην Σεπτεμβρίου, £ 243—9—4 τὴν 5 Ὀκτωβρίου, £ 157—2—8 τὴν 18ην Νοεμβρίου. Ποία θὰ εἶναι ἡ λήξις συναλλαγματικῆς τὴν ὁποίαν θὰ σειρωμεν ἐπ' αὐτοῦ διὰ τὸ σύνολον τοῦ χρέους;

485) Ὄφειλε τις £ 88—5—6 μετὰ 50 ἡμέρας, £ 48—12—6 μετὰ 49 ἡμέρας, £ 106—18—2 μετὰ 76 ἡμέρας καὶ £ 10—5—8 μετὰ 90 ἡμέρας. Ποία ἡ μέση λήξις τῶν ὀφειλῶν αὐτῶν;

486) Γραμματίων 5000.— ἀντικατέστησε πέντε γραμματία ἐκ 1000.— drx. ἕκαστον λήξεως κατὰ σειρὰν 5 Μαΐου, 12 Ἰουνίου, 25 Ἰουνίου, 10 Αὐγούστου καὶ 28 Αὐγούστου. Ποία ἡ λήξις τοῦ γραμματίου αὐτοῦ;

43. Εὔρεσις τῆς προθεσμίας τῆς τελευταίας καταβολῆς.

Πρόβλημα. Ὄφειλε τις 20000 drx. πληρωτέας τὴν 20ην Αὐγούστου. Ἐνακεῖ τοῦ χρέους αὐτοῦ καταβάλλει 3000 drx. τὴν 15ην Ἰουνίου, 5000 drx. τὴν 10ην Ἰουλίου καὶ 6000 drx. τὴν 10ην Αὐγούστου. Πότε πρέπει νά καταβάλλῃ τὰς ὑπολοίπους 6000 drx.;

**Δύσις.** Διὰ τὰ ὑπολογίσομεν τὰς προθεσμίας τῶν διαφόρων καταβολῶν λαμβάνομεν ὡς ἀφαιτηρίαν τὴν προγενεσιτέραν πασῶν, ἤτοι τὴν 15ην Ἰουνίου. Ἐπειδὴ αἱ 20000 δραχ. τοῦ ἀρχικοῦ χοίρου πρέπει νὰ ἰσοδυναμοῦν μὲ ὅλας τὰς ἄλλας καταβολὰς, δύνανται νὰ θεωρηθοῦν ὡς ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς μέσης λήξεως αὐτῶν καὶ κατὰ συνέπειαν ὁ τοκάρριθμος τῶν 20000 ὡς ἀθροισμα τῶν τοκάριθμων **ὄλων** τῶν ἄλλων καταβολῶν. Ὁ τοκάρριθμος τῆς τελευταίας καταβολῆς τῶν 6000 δραχ. δὲν εἶναι γνωστός, ἀφοῦ δὲν εἶναι γνωστὴ ἡ ἡμερομηνία πληρωμῆς τῶν. Εἶναι ὅμως εὐκόλον νὰ εὑρεθῇ ἐὰν ἀπὸ τὸ συνολικὸν ἀθροισμα τῶν τοκάριθμων ὄπερ ἰσοῦται μὲ τὸν τοκάριθμον τῆς μέσης λήξεως :

$$20000 \cdot 66 = 1320000$$

ἀφαιρεθοῦν ὅλοι οἱ γνωστοὶ τοκάριθμοι, ὅπότε ὁ τοκάριθμος τῆς τελευταίας καταβολῆς θὰ ἰσοῦται πρὸς τὴν διαφορὰν :

$$1320000 - 411000 = 909000$$

καὶ κατὰ συνέπειαν ἡ ζητουμένη προθεσμία θὰ εἶναι τὸ πηλίκον :

$$909000 : 6000 = 151,5 \text{ ἢ } 152 \text{ ἡμέραι}$$

Ἡ πρακτικὴ κατάταξις τῆς λύσεως αὐτῆς τοῦ προβλήματος εἶναι ἡ ἀκόλουθος :

Ποσά	λήξεως	ἡμέραι	τοκάριθμοι
δραχ. 3000.—	15 Ἰουνίου	0	—
» 5000.—	10 Ἰουλίου	25	75000
» 6000.—	10 Αὐγούστ.	56	326000
» 6000.—	;	X	.....
<hr/>			
δραχ. 20000	20 Αὐγούστ.	66	1320000
			+ 411000
			<hr/>
			909000   6000
			<hr/>
			151,5 ἢ 152 ἡμ.

**Παρατήρησις I.** Ἐὰν αἱ διάφοροι καταβολαὶ γίνωνται πρὸς ἐξόφλησιν οὐχὶ μιᾶς μόνον ὑποχρεώσεως, ἀλλὰ πολλῶν ἄλλων, ἡ λύσις τοῦ προβλήματος τῆς τελευταίας καταβολῆς εἶναι ἡ ἴδια.

με μόνην τὴν διαφορὰν, ὅτι τώρα ὁ τοκαριθμὸς τῆς μέσης λήξεως τῶν διαφορῶν καταβολῶν θὰ ἰσοῦται μετὰ τὸ ἄθροισμα τῶν τοκαριθμῶν τῶν παλαιῶν ἐποχρῶσεων.

**Πρόβλημα.** Ὅφειλει τις 8000 δρχ. πληρωτέας τὴν 10ην Μαρτίου καὶ 12000 δρχ. πληρωτέας τὴν 20ην Ἀπριλίου. Ἀντὶ τούτων καταβάλλει 6000 δρχ. τὴν 15 Ἰανουαρίου, 4000 δρχ. τὴν 18 Φεβρουαρίου καὶ 3000 δρχ. τὴν 5 Μαρτίου. Πότε πρέπει νὰ καταβάλῃ τὰς ὑπολοίπους 7000 δρχ.;

Ποσὰ	λήξεως	ἡμέραι	τοκαριθμοὶ
δρχ. 6000.—	15 Ἰανουαρ.	0	—
» 4000.—	18 Φεβρ.	34	136000
» 3000 —	5 Μαρτίου	49	147000
» 7000.—	:	X	.....
<hr/>			
δρχ. 8000.—	10 Μαρτίου	54	432000
» 12000.—	20 Ἀπριλίου	95	1140000
<hr/>			
			1572000
			+ 283000
			<hr/>
			1289000   7000
			<hr/>
			184 ἡμ.

Ἄρα αἱ ὑπόλοιποι 7000 δρχ. πρέπει νὰ καταβληθοῦν 184 ἡμέρας μετὰ τὴν 15ην Ἰανουαρίου, ἴτοι τὴν 18ην Ἰουλίου.

### Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

487) Ἐμπορὸς ὀφείλει 30000 δρχ. πληρωτέας τὴν 18 Ἀπριλίου, 35000 δρχ. πληρωτέας τὴν 20 Μαΐου καὶ 12000 δρχ. πληρωτέας τὴν 12ην Ἰουνίου. Πρὸς ἐξόφλησιν καταβάλλει σήμερον 10 Ἀπριλίου 17500 δρχ. καὶ ἀποδέχεται συναλλαγματικὴν διὰ τὰς ὑπολοίπους. Ποία ἡ λήξις τῆς συναλλαγματικῆς;

488) Ὅφειλει τις 16000 δρχ. πληρωτέας τὴν 17 Ἰουλίου καὶ καταβάλλει ἐναντὶ τοῦ χρέους τοῦ αὐτοῦ 4000 δρχ. τὴν 1ην Μαΐου, 4000 δρχ. τὴν 1 Ἰουνίου καὶ 4000 δρχ. τὴν 1ην Ἰουλίου. Πότε πρέπει νὰ καταβάλῃ τὰς ὑπολοίπους 4000 δρχ.;

489) Ὅφειλομεν 25000 δρχ. πληρωτέας τὴν 10 Αὐγούστου. Κατα-

βάλλομεν σήμερον 8 Μαΐου 15000 δραχ. καὶ ἀποδεχόμεθα συναλλαγματικὴν διὰ τὰς ὑπολοίπους 10000 δραχ. Ποία ἡ λήξις τῆς συναλλαγματικῆς;

490) Ἀγοράζομεν ραδιόφωνον ἀντὶ 1350000 δραχ. μὲ τὴν συμφωνίαν νὰ πληρώσωμεν τὸ ποσὸν αὐτὸ ὡς ἐξῆς: 300000 δραχ. ἀμέσως καὶ τὸ ὑπόλοιπον εἰς τέσσαρας μηνιαίας δόσεις. Ἀντὶ τῆς συμφωνίας αὐτῆς πληρώνομεν τὰς 350.000 δραχ. ἀμέσως καὶ μετὰ 20 ἡμέρας ἑτέρας 500000 δραχ. Πότε πρέπει νὰ καταβάλωμεν τὰς ὑπολοίπους 500000 δραχ.;

491) Ἐμπορὸς ὀφείλει £ 53—6—7 πληρωτέας τὴν 17 Ἀπριλίου, £ 68—6—8 πληρωτέας τὴν 20 Μαΐου. Ἀντὶ αὐτῶν πληρώνει £ 80—6—3 τὴν 5 Φεβρουαρίου καὶ £ 30—0—0 τὴν 10 Ἀπριλίου. Πότε πρέπει νὰ πληρώσῃ τὸ ὑπόλοιπον χρέος του;

**44 Ἀντικατάστασις μιᾶς ὑποχρεώσεως ὑπὸ πολλῶν ἄλλων ἴσων ποσῶν.**

**Πρόβλημα.** Ὄφειλομεν 8000.— δραχ. πληρωτέας τὴν 20ην Ἀπριλίου καὶ ζητοῦμεν νὰ ἐξοφλήσωμεν τὸ χρέος μας αὐτὸ διὰ τεσσάρων ἰσοπέσων καταβολῶν. Πότε θὰ γίνοντι αἱ καταβολαὶ αὗται;

**Λύσις.** Τὸ πρόβλημα τοῦτο ἔχει ἀπείρους λύσεις. Διὰ νὰ εὐρωμεν μίαν ἐξ αὐτῶν προσδιορίζομεν τὸ ποσὸν ἐκάστης καταβολῆς διαιροῦντες τὰς 8000 διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν δόσεων καὶ κατόπιν ὀρίζομεν τὴν λῆξιν τῆς μιᾶς τόσας ἡμέρας μετὰ τὴν 20ην Ἀπριλίου, ὅσας ἡμέρας ὄρισάμεν τὴν ἄλλην πρὸ τῆς 20ῆς Ἀπριλίου. Οὕτω ἔχομεν:

Ἐκάστη καταβολὴ θὰ ἰσοῦται πρὸς 8000 : 4 = 2000 δραχ. Ἐάν ἡ πρώτη, γίνῃ ἔστω τὴν 10ην Φεβρουαρίου, ἦτοι 69 ἡμέρας πρὸ τῆς 20ῆς Ἀπριλίου, καὶ ἡ δευτέρα τὴν 15 Μαΐου ἦτοι 36 ἡμέρας πρὸ τῆς 20 Ἀπριλίου ἢ τρίτη πρέπει νὰ γίνῃ τὴν 26 Μαΐου, ἦτοι 36 ἡμέρας μετὰ τὴν 20ην Ἀπριλίου καὶ ἡ τέταρτη τὴν 28ην Ἰουνίου, ἦτοι 69 ἡμέρας μετὰ τὴν 20ην Ἀπριλίου. Ἐάν κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν λήξεων δὲν ἐγένοντο λάθη θὰ πρέπει ἡ μέση λῆξις τῶν καταβολῶν αὐτῶν νὰ ταυτίζεται μὲ τὰς 8000 δραχ. τὰς πληρωτέας τὴν 20ην Ἀπριλίου. Καὶ πράγματι ἔχομεν:

Ποσά	λήξεις	ἡμέραι
δρχ. 2000.—	10 Φεβρουαριου.	0
» 2000.—	15 Μαρτιου	33
» 2000.—	26 Μαΐου	105
» 2000.—	28 Ἰουνίου	138
<hr/>		276   4
δρχ. 8000.—		69 ἡμέραι

ἢ 20 Ἀπριλίου.

**Παρατήρησις.** Διὰ νὰ ἔχωμεν περισσότερον καθωρισμένην τὴν λύσιν, πρέπει εἰς τὸ πρόβλημα νὰ δοθοῦν καὶ ἄλλοι περιορισμοί, ὅπως λ.χ. εἰς τό :

**Πρόβλημα.** Γραμματίον 60000 δρχ. λήγον τὴν 18 Ἰουλίου ἀντικαθίσταται ὑπὸ τριῶν ἄλλων ἰσοπόσων τῶν ὁποίων αἱ λήξεις πρέπει νὰ ἀπέχουν ἓνα μῆνα μεταξύ των. Ποῖαι αἱ λήξεις αὐταί ;

**Λύσις.** Ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία ἐκάστου γραμματίου θὰ εἶναι :

$$60000 : 3 = 20000 \text{ δρχ.}$$

Τὸ ἐν ἐξ αὐτῶν ἂς λήγῃ τὴν ἰδίαν ἡμέραν μετὰ τὸ παλαιὸν γραμματίον καὶ ἕκαστον τῶν ἄλλων ἓνα μῆνα ἐκατέρωθεν τῆς ἡμερομηνίας αὐτῆς, ἦτοι τὸ ἐν τὴν 18 Ἰουνίου καὶ τὸ ἕτερον τὴν 18ην Αὐγούστου.

**Σημείωσις.** Ἐὰν καλέσωμεν  $O$  τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν καὶ  $H$  τὴν προθεσίαν τοῦ δοθέντος γραμματίου καὶ ζητήσωμεν νὰ τὸ ἀντικαταστήσωμεν μετὰ ἰσόποσα γραμματία μετὰ ἀγνώστους τὰς ἀντιστοίχους προθεσίας  $x_1, x_2, x_3, \dots$  θὰ ἔχωμεν τὴν ἐξίσωσιν :

$$\frac{O}{v} x_1 + \frac{O}{v} x_2 + \dots + \frac{O}{v} x_n = O.H$$

διότι ἡ λήξις τοῦ δοθέντος ἀρχικῶς γραμματίου θὰ εἶναι ἡ μέση λήξις ὅλων τῶν ἰσοπόσων γραμματίων, ἅτινα θὰ τὸ ἀντικαταστήσωμεν.

Ἡ ἐξίσωσις ὁμοίως αὐτὴ ἔχει  $n$  ἀγνώστους καὶ συνεπῶς ἔχει ἀπείρονα λύσεις.

Διὰ τὰ ἔχοντες ὀρισμέναις λύσεσι πρέπει νὰ δοθοῦν τῶσα ἄλλα στοὺς χεῖρας εἰς τὸ πρόβλημα ὅσα εἶναι ἀρκετὰ νὰ δώσουν ἓνα σύστημα μὲ ν ἐξισώσεις καὶ ν ἀγνώστους.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

492) Ἐμπορὸς ὀφείλει 45000 δραχμὰς πληρωτέας τὴν 15 Ἀυγούστου. Ἐντὶ τούτων ὑπογράφει τρία γραμμάτια ἰσῶν ποσῶν. Ποῖα ἡ λήξις τῶν γραμματίων αὐτῶν ;

493) Διὰ τὰ ἐξοφλήσωμεν χρέος 80000 δραχμὰς πληρωτέον μετὰ 90 ἡμέρας ἀποδεχόμεθα πέντε συναλλαγματικὰ ἰσῶν ποσῶν ληγούσας ἀνά 15 ἡμέρας. Ποῖαι αἱ συναλλαγματικαὶ αὐταὶ ;

494) Ὀφείλομεν 35000 δραχμὰς πληρωτέας τὴν 20 Μαΐου καὶ 25000 δραχμὰς πληρωτέας τὴν 15 Ἰουλίου. Πρὸς ἐξοφλήσιν ὑπογράφωμεν τέσσαρα γραμμάτια ἰσῶν ποσῶν ἐκ τῶν ὁποίων οὐδὲν πρέπει νὰ λήγῃ μετὰ τὴν 10 Σεπτεμβρίου. Ποῖα τὰ γραμμάτια αὐτὰ ;

495) Ἐμπορὸς ὀφείλει 40000 δραχμὰς. Λόγῳ πιστώσεως συμβιβάζεται μὲ τοὺς πιστωτὰς του καὶ πληρώνει τὰ 60% τοῦ χρέους του ὡς ἑξῆς : τὰ 15% τὴν 15 Μαρτίου, τὰ 20% τὴν 30 Ἀπριλίου καὶ τὰ ὑπόλοιπα 25% τὴν 15 Μαΐου. Ἐν συμφωνίᾳ ὁμοῦ πρὸς τοὺς πιστωτὰς του καταβάλλει τὰ 5% τὴν 10 Φεβρουαρίου καὶ τὰ 20% μετὰ ἓνα μῆνα. Πότε πρέπει νὰ καταβάλῃ τὰ ὑπόλοιπα ;

### Γ. ΚΟΙΝΗ ΛΗΣΙΣ

45. Ἐὰν τὸ γραμμάτιον τὸ ὁποῖον ὡς ἰσοδύναμον ἀντικαθιστᾷ διάφορα ἄλλα γραμμάτια, ὧν δίδονται αἱ ὀνομαστικαὶ ἀξίαι καὶ αἱ λήξεις, ἔχη ὀνομαστικὴν ἀξίαν διάφορον τοῦ ἀθροίσματος τῶν ὀνομαστικῶν ἀξιῶν τῶν δοθέντων γραμματίων, ἡ λήξις του ὀνομάζεται *μέση λήξις*.

Εἰς τὰ προβλήματα τῆς μέσης λήξεως ἔχομεν δύο περιπτώσεις. Τὴν περίπτωσιν, καθ' ἣν δίδεται ἡ λήξις τοῦ ἰσοδυνάμου γραμματίου ὅπερ πρόκειται νὰ ἀντικαταστήσῃ τὰ δοθέντα καὶ ζητεῖται ἡ ὀνομαστικὴ του ἀξία καὶ τὴν περίπτωσιν, καθ' ἣν δίδεται ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ ἰσοδυνάμου γραμματίου καὶ ζητεῖται ἡ λήξις αὐτοῦ.

46. Εύρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας.

Πρόβλημα. Διὰ νὰ καλυφθοῦν αἱ ἀπαιτήσεις;

δεχ. 5200.— λήξεως 25ης Ἰουλίου

» 8400.— » 20ης Αὐγούστου καὶ

» 2000.— » 10ης Σεπτεμβρίου

ἐκδίδεται τὴν 10 Ἰουλίου συναλλαγματικὴ λήξεως 10ης Αὐγούστου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς αὐτῆς ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 6%; Ἔτος μικτόν.

Λύσις. Ἐπειδὴ ἡ συναλλαγματικὴ, ἣτις θὰ ἐκδοθῆ πρὸς τακτοποίησιν τῶν ἀνωτέρω ὑποχρεώσεων, εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς αὐτάς, θὰ ἔχη τὴν 10ην Ἰουλίου ὡς παροῦσαν ἀξίαν τὸ ἄθροισμα τῶν παροῦσῶν ἀξιῶν τῶν ἀπαιτήσεων αὐτῶν. Ἦτοι θὰ εἶναι :

$$Π = 5200 - \frac{5200 \cdot 15}{6000} + 8400 - \frac{8400 \cdot 41}{6000} + 2000 - \frac{2000 \cdot 62}{6000}$$

$$\text{ἢ } Π = 15600 - 91,07 = 15508,93 \text{ δεχ.}$$

Ὅποτε ἡ ὀνομαστικὴ τῆς ἀξία τὴν 10ην Αὐγούστου θὰ εἶναι :

$$O = \frac{15508,93 \cdot 6000}{6000 - 31} = 15589,48 \text{ δεχ.}$$

Παρατήρησις I. Εἰς τὴν προᾶξιν τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα λύεται συντομώτερον ὡς ἀκολούθως : Ἀνάγομεν πάντα τὰ δοθέντα γραμματία εἰς τὴν ἡμέραν λήξεως τοῦ ἰσοδυνάμου πρὸς αὐτὰ γραμματίου, ἦτοι τὴν κοινὴν λήξιν, προσθέτοντες εἰς τὴν ὀνομαστικὴν τῶν ἀξιῶν τὸν τόκον διὰ τὰς ἡμέρας αἰτίνας μεσολαβοῦν ἀπὸ τῆς λήξεως ἑκάστου γραμματίου μέχρι τῆς δοθείσης κοινῆς λήξεως, ὅταν ἡ λήξις τῶν εἶναι προγενεστέρα τῆς κοινῆς λήξεως ἢ ἀφαιροῦντες, ὅταν ἡ λήξις τῶν εἶναι μεταγενεστέρα τῆς κοινῆς λήξεως. Ἐὰν τώρα ἀντὶ τῶν τόκων λάβωμεν τοὺς τοκαριθμούς θὰ ἔχωμεν τὴν ἐξῆς κατάταξιν καὶ λύσιν :

	Ποσά	λήξεις	ημέραι	τοκάριθμοι
δρχ.	5200.—	25 Ἰουλ.	+16	+832
»	8400.—	20 Αὐγ.	} 10 Αὐγ.—10	—840
»	2000.—	10 Σεπτ.		—31
δρχ.	15600.—			—628   60
»	10,47	τόκος ἀφαιρετέος		—10,47 δρχ.
δρχ.	15589,53	ὀνομαστικὴ ἀξία συναλλαγματικῆς.		

Ποῦ ἀφαιρεῖται ἡ διαφορὰ τοῦ ἀποτελέσματος εἰς τοὺς δύο τρόπους ;

**Παρατήρησις II.** Τὴν αὐτὴν λύσιν ἔχομεν καὶ τῇ βοηθίᾳ τῆς μέσης λήξεως ὡς ἑξῆς :

**Δύσις.** Αἱ τρεῖς ὡς ἄνω ὑποχρεώσεις ἰσοδυναμοῦν κάθε στιγμὴν μὲ τὴν μέσην λῆξιν :

	Ποσά	λήξεις	ημέραι	τοκάριθμοι
δρχ.	5200.—	25 Ἰουλίου	—	—
»	8400.—	20 Αὐγούστου	26	218400
»	2000.—	10 Σεπτεμβρίου	47	94000
δρχ.	15000.—			312400   15600
				20 ἡμέραι

ἦτοι μὲ 15600 δρχ. λήξεως 14 Αὐγούστου.

Τὸ γραμματίον τὸ ὁποῖον εἶναι ἰσοδύναμον πρὸς τὴν μέσην λῆξιν καὶ λήγει τὴν 10 Αὐγούστου θὰ πρέπη νὰ ἔχη ὀνομαστικὴν ἀξίαν τὴν παροῦσαν ἀξίαν τῶν 15600 δρχ. κατὰ τὴν 10ην Αὐγούστου ἦτοι :

$$15600 - \frac{15600 \cdot 4}{6000} = 15589,60 \text{ δρχ.}$$

Ἐάν ἡ συναλλαγματικὴ ἔλθῃ μετὰ τὴν μέσην λῆξιν, ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς μέσης λήξεως θὰ ἦτο ἡ παροῦσα ἀξία τῆς κοινῆς λήξεως καὶ ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία θὰ ἀπελογίζετο ἐκ τῆς παρούσης ἥτις θὰ ἦτο καὶ ἡ λύσις τοῦ προβλήματος.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

496) Νά αντικατασταθοῦν σήμερον 10 Ἰουλίου δι' ἐνὸς μόνου γραμματίου λήγοντος τὴν 24 Σεπτεμβρίου τὰ ἑξῆς γραμμάτια :

δρχ. 1200.—	λήξεως 5	Αὐγούστου
> 4600.—	> 12	Σεπτεμβρίου
> 8900.—	> 15	Ὀκτωβρίου
> 6300.—	> 20	Νοεμβρίου

Ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως 8<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου :

497) Νά λυθῆ τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα δι' ἐσωτερικῆς ὑφαιρέσεως.

498) Τὴν 15 Ἰανουαρίου ἐκδίδομεν συναλλαγματικὴν ἐπὶ Λονδίνου λήξεως 15 Ἀπριλίου διὰ τὰ κατῴριον τὰς κάτωθι ἀπαιτήσεις μας.

£ 128—6—3	λήξεως 5	Φεβρουαρίου
£ 97—3—2	> 12	Μαρτίου
£ 63—8—9	> 10	Ἀπριλίου

Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 5<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%. Ὑφαιρέσεις ἐσωτερικῆς, εἰς πολιτικόν.

499) Ἐμπορας πρὸς ἐξόφλησιν τῶν κάτωθι ὑποχρεώσεών του :

δρχ. 12560.—	λήξεως 8	Ἰουλίου
> 17637,80	> 17	Αὐγούστου
> 9272,50	> 28	Αὐγούστου

ὑπογράφει τὴν 15 Μαΐου γραμμάτιον λήξεως 30 Ἰουνίου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 9<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%;

Ἔτος μικτόν.

500) Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου, ὅπερ ἀντικατέστησε τὰ ἑξῆς γραμμάτια :

£ 63—7—6	λήξεως 12	Μαΐου
£ 78—3—7	> 18	Ἰουνίου
£ 163—6—8	> 25	Ἰουνίου
£ 87—0—8	> 12	Ἰουλίου

ἐάν ἡ λήξις τοῦ αὐτοῦ γραμματίου εἶναι ἡ 15 Ἰουνίου; Ἐπιτόκιον 6<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%,

501) Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου προθεσμίας 90 ἡμερῶν, τὸ ὅποιον ἀντικατέστησε τὰ ἑξῆς γραμμάτια : δρχ. 8200 προθεσμίας 40 ἡμερῶν, δρχ. 6400 προθεσμίας 80 ἡμερῶν καὶ δρχ. 16870 προθεσμίας 120 ἡμερῶν;

47. Εύρεσις τῆς λήξεως.

Πρόβλημα. Γραμματίον ονομαστικῆς ἀξίας 4600 δραχ. αντικατέστησε τὴν 20 Δεκεμβρίου τὰ ἐξῆς γραμμάτια :

δραχ. 2000 λήξεως 15 Ἰανουαρίου ἐπ. εἰς

» 2550 » 25 Φεβρουαρίου » ».

Ποία ἡ λήξις τοῦ νέου γραμματίου ἐάν τὸ ἐπιτόμιον προσφορῆσεως εἶναι 9% ;

Λύσις : Ἐπειδὴ τὸ νέον γραμματίον τῶν 4600 δραχ. εἶναι ἰσοδύναμον πρὸς τὰ δοθέντα, θὰ ἔχη τὴν αὐτὴν μὲ αὐτὰ παροῦσαν ἀξίαν κατὰ τὴν ἡμέραν τῆς αντικαταστάσεως, ἴτοι τὴν 20 Δεκεμβρίου. Ἡ παροῦσα λοιπὸν ἀξία :

$$\Pi = 2000 - \frac{2000 \cdot 26}{4000} + 2550 - \frac{2550 \cdot 70}{4000}$$

$$\text{ἢ} \quad \Pi = 4492,38 \text{ δραχ.}$$

τῶν γραμματίων αὐτῶν θὰ εἶναι συγχρόνως καὶ ἰδικὴ τοῦ παροῦσα ἀξία. Ὡστε γνωρίζομεν τὴν παροῦσαν ἀξίαν ἑνὸς γραμματίου καὶ τὴν ονομαστικὴν ἀξίαν αὐτοῦ καὶ ζητοῦμεν νὰ εὑροῦμεν τὴν προθεσίαν του, ἴτοι τὸν χρόνον. Εὐρίσκομεν πρῶτον τὴν ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν ἢ τὸν τόκον τῆς ονομαστικῆς τοῦ ἀξίας, ἀφαιροῦντες τὴν παροῦσαν ἀξίαν ἀπὸ τὴν ονομαστικὴν καὶ εἰσφορῶμεν τὸν τόκον τοῦ χρόνου, ὅποτε λαμβάνομεν :

$$X = \frac{107,62 \cdot 36000}{4600 \cdot 9} = 93,6 \text{ ἢ } 94 \text{ ἡμέρας.}$$

Ἡ λήξις ἄρα τοῦ ζητουμένου γραμματίου θὰ εἶναι ἡ 24η Μαρτίου.

**Παρατήρησις I.** Ἐάν ἡ ονομαστικὴ ἀξία τοῦ νέου γραμματίου, ὅπου θὰ αντικαταστήσῃ τὰ δοθέντα εἶναι μικροτέρα τῆς παρούσης ἀξίας αὐτῶν, δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ἔχωμεν λύσιν. Διὰ τί ;

**Παρατήρησις II.** Καὶ ἐδῶ δυνάμεθα νὰ εὑροῦμεν τὴν λύσιν τῆ βοηθείᾳ τῆς μέσης λήξεως, ὡς κατωτέρω :

Λύσις : Εὐρίσκομεν τὴν μέσῃ λήξιν τῶν δοθέντων γραμματίων

	Ποσὶ	λήξεις	ἡμέρα	τοκάριθμοι
δρχ.	2000.—	15	Ἰανουαρ.	—
"	2550.—	28	Φεβρουαρ.	44
				112200
δρχ. 4550.—				112200   4550
				24,6 ἢ 25 ἡμ.

ἦτοι δρχ. 4550 λήξεως 9 Φεβρουαρίου.

Τὸ γραμματίον αὐτὸ θὰ εἶναι ἰσοδύναμον μετὰ τὸ γραμματίον τῶν 4600 δρχ., οὗτινος ζητεῖται ἡ λήξις καὶ κατὰ συνέπειαν ἡ διαφορά :

$$4600 - 4550 = 50 \text{ δρχ.}$$

θὰ εἶναι ὁ τόκος τῶν 4600 δρχ. διὰ τὸ χρονικὸν διάστημα ἀπὸ τῆς λήξεως τῶν 4550 δρχ., ἦτοι τῆς 9ης Φεβρουαρίου, μέχρι τῆς ζητουμένης λήξεως τῶν 4600 δρχ. Τὸ χρονικὸν αὐτὸ διάστημα θὰ εἶναι :

$$X = \frac{50 \cdot 4000}{4600} = 43 \text{ ἡμέραι}$$

καὶ συνεπῶς ἡ ζητουμένη λήξις :

$$9 \text{ Φεβρουαρίου} + 43 \text{ ἡμέραι} = \underline{\underline{24 \text{ Μαρτίου}}}$$

### Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

502) Γραμματίον 8000 δρχ. ἀντικαθιστᾷ τὴν 12 Φεβρουαρίου τὰ ἐξῆς γραμμάτια :

δρχ.	1200.—	λήξεως	2	Ἰανουαρίου
"	4600.—	"	18	Ἰανουαρίου
"	2180.—	"	20	Φεβρουαρίου

Ποῖα ἡ λήξις τοῦ νέου γραμματίου ἐάν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι 6%;

503) Γραμματίον £ 24—0—6 ἀντικαθιστᾷ τὴν 15 Μαρτίου τὰ ἐξῆς γραμμάτια :

£	12—6—5	λήξεως	10	Ἀπριλίου
£	11—7—8	λήξεως	25	Ἀπριλίου

ποῖα ἡ λήξις τοῦ νέου γραμματίου ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 5%. Ἔτος πολιτικόν, ἐφαίρεσις ἰσοπερικῆ.

504) Μὴ δυνάμενοι νὰ ἐξοφλήσωμεν γραμμάτιον 12000 δρχ. ὑπογράφωμεν δύο γραμμάτια, ἓν 5000 δρχ. λήγον μετὰ δύο μηνῶν καὶ ἕτερον 7100 δρχ. λήγον μετὰ 4 μηνῶν. Ποῖα ἡ λήξις τοῦ ἀρχικοῦ γραμματίου τοῦ ἐπιτοκίου ὄντος 6%;

505) Νά ἀντικατασταθῶν σήμεραν 18 Νοεμβρίου διὰ γραμματίου 11000.— δρχ. τὰ ἐξῆς γραμμάτια :

δρχ. 4000.— λήξεως 15 Δεκεμβρίου καὶ  
 \* 6860.— \* 30 Ἰανουαρίου

Ἐπιτόκιον 1<sup>ο</sup>/<sub>100</sub>

**Ἱστορικαὶ σημειώσεις.** Προβλήματα μέσης λήξεως συναντῶμεν διὰ πρώτην φοράν εἰς τὸ ἀναφερθὲν ἤδη ἀνωτέρω βιβλίον τοῦ Λουκά Πατσιόλι : «*Summa*» (Βενετία 1494) καὶ τὸ ὅποιον ἔχει μεγάλην ἀξίαν διὰ τὴν ἱστορικὴν μελέτην τῶν διαφορῶν μεθόδων τῆς ἐμπορικῆς Ἀριθμητικῆς. Εἰς τὸ βιβλίον αὐτὸ ὁ Λουκάς Πατσιόλι προσδιορίζει τὴν μέσην λήξιν με μίαν ἀπλοσώστην οὐκριν. Ὑπολογίζει πρώτον τοὺς τόκους τοὺς ὁποίους θὰ ἔχων ὁ χρεώστης εἰάν κατέβαλε τὰ ὀφειλόμενα ποσὰ τὴν ἡμερομηνίαν τῆς πρώτης πληρωμῆς καὶ κατόπιν τὸν χρόνον, κατὰ τὸν ὅποιον πρέπει νὰ καθυστερήσῃ ἢ πληρωθῇ τὸ σύνολον διὰ νὰ ἀποβῆ τὸς τόκους αὐτοὺς.

Ὑπολογισμοὺς τῆς μέσης λήξεως συναντῶμεν ἐπίσης καὶ εἰς τὸ βιβλίον «*General trattato numeri et misura*» (Βενετία 1556) τοῦ Ταρταλίου. Εἰς τοὺς ὑπολογισμοὺς αὐτοὺς ὁ Ταρταλιὸς χρησιμοποιεῖ τοὺς τοκαριθμοὺς καὶ δίδει τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος μετὰ τὴν σημερινὴν του μορφήν.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΦ' ΟΛΟΚΛΗΡΟΥ ΤΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

506) Ἐμπορὸς ἐν Λονδίῳ μᾶς ὀφείλει : £ 148—9—7 πληρωτέας τὴν 10ὴν Σεπτεμβρίου, £ 213—9—4 πληρωτέας τὴν 10ὴν Ὀκτωβρίου καὶ £ 157—2—8 πληρωτέας τὴν 10ὴν Νοεμβρίου. Ποία ἡ λήξις συναλλαγματικῆς τὴν ὅποιαν θὰ σέσωμεν ἐπ' αὐτοῦ διὰ τὸ σύνολον τῶν ποσῶν αὐτῶν ;

507) Ὁ Α ὀφείλει εἰς τὸν Β 15620 δρχ. πληρωτέας τὴν 28ὴν Μαρτίου καὶ ἐμβάζει εἰς αὐτὸν τὴν 18ὴν Φεβρουαρίου 8500 δρχ. Πότε πρέπει νὰ τὸ καταβάλῃ το ὑπόλοιπον ποσόν ;

508) Ἐναντι χρέους μᾶς 19450 δρχ. πληρωτέον τὴν 15ὴν Αὐγούστου ἀποστέλλομεν τὴν 21ὴν Ἰουλίου ἐπιτογὴν 6000 δρχ. καὶ δύο γραμμάτια : 3150 δρχ. λήξεως 31ης Ἰουλίου καὶ 4000 δρχ. λήξεως 12ης Σεπτεμβρίου. Πότε πρέπει νὰ ἀποστέλωμεν τὰ ὑπόλοιπα ;

509) Ἀγοράζει τις τὴν 18ὴν Ἰουνίου ἐμπόρευμα ἀξίας 4000 δρχ. πληρωτέον μετὰ 3 μῆνας, τὴν 29 Ἰουνίου ἀξίας 8400 δρχ. τοὺς μετρητοὺς καὶ τὴν 5 Ἰουλίου 6600 δρχ. πληρωτέα μετὰ 3 μῆνας. Ἐναντι τῶν ὀφειλόμενων αὐτῶν ποσῶν ἀποστέλλει τὴν 8 Ἰουλίου εἰς τὸν πωλητὴν 4500 δρχ. εἰς μετρητὰ καὶ 7600 δρχ. εἰς συναλλαγματικὴν λήξεως 25 Αὐγούστου. Πότε πρέπει νὰ πληρωθῇ τὸ ὑπόλοιπον ;

510) Τὴν 10ὴν Αὐγούστου ἐπωλήσαμεν εἰς τοὺς ἀδελφοὺς Κοὺν

έμπορεύματα αξίας 400000 δρχ. πληρωτέα μετά 3 μήνας. Οί αδελφοί Κοΐν ζητοῦν νά σώθωμεν ἐπ' αὐτῶν 4 συναλλαγματικάς ἴσας ὀνομαστικῆς αξίας ληγούσας, τὴν 15ην Ἀγούστου, τὴν 10ην Σεπτεμβρίου, τὴν 10ην Ὀκτωβρίου καὶ τὴν 20ην Νοεμβρίου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῶν συναλλαγματικῶν αὐτῶν ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 4% ; (Ἡ μέση λήξις τῶν συναλλαγματικῶν αὐτῶν πρέπει νά εἶναι ἰσοδύναμος μετὰς 400000 προθεσμίας 3 μηνῶν).

511) Τρεχοῦμενος λογαριασμός χρεοῦται μὲ 3520 δρχ. πληρωτέας τὴν 18 Ἰανουαρίου, 5550 δρχ. πληρωτέας τὴν 22 Φεβρουαρίου, 3000 δρχ. πληρωτέας τὴν 10 Ἀπριλίου, 8400 δρχ. πληρωτέας τὴν 15 Ἰουνίου καὶ πιστοῦται μὲ 4000 δρχ. πληρωτέας τὴν 23 Ἰανουαρίου, 8800 δρχ. πληρωτέας τὴν 8 Μαρτίου καὶ 2600 δρχ. πληρωτέας τὴν 20 Μαΐου. Πότε πρέπει νά καταβληθῇ τὸ ἐπίλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ;

512) Ἔχομεν δύο γραμμάτια ὀνομαστικῆς αξίας 1062 δρχ. καὶ 1056 δρχ. Τὸ πρῶτον λήγει μετὰ 68 ἡμέρας. Πότε λήγει τὸ δεύτερον ἐάν εἶναι σήμερον ἰσοδύναμον πρὸς τὸ πρῶτον, τοῦ ἐπιτοκίου ὄντος 4% ;

513) Δύο γραμματίων αἱ λήξεις εἶναι μετὰ 75 ἡμέρας καὶ μετὰ 18 ἡμέρας ἀπὸ σήμερον. Ποία εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ δευτέρου γραμματίου ἐάν ταῦτο εἶναι σήμερον ἰσοδύναμον πρὸς τὸ πρῶτον, ὅπου ἔχει ὀνομαστικὴν ἀξίαν 5100 δρχ. ; Ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως 6% .

514) Διὰ νά ἀντικαταστήσωμεν γραμμάτιον 1800 δρχ. λήγον τὴν 15ην Ὀκτωβρίου, ἀποστέλλομεν εἰς τὸν πιστωτὴν μας τὴν 17 Ἰουνίου γραμμάτιον 1000 δρχ. λήξεως 20 Νοεμβρίου καὶ χρηματικὸν τι ποσόν. Ποῖον εἶναι τὸ χρηματικὸν αὐτὸ ποσόν ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 4% ;

515) Πέντε γραμμάτια : 900 δρχ. προθεσμίας 20 ἡμερῶν, 840 δρχ. προθεσμίας 30 ἡμερῶν, 1200 δρχ. προθεσμίας 42 ἡμερῶν, 1000 δρχ. προθεσμίας 63 ἡμερῶν καὶ 600 δρχ. προθεσμίας 75 ἡμερῶν ἀντικαθίστανται ὑπὸ ἐνὸς μόνου γραμματίου προθεσμίας 90 ἡμερῶν. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ του ἀξία ἐάν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι 4½% ;

516) Ὀφείλει τις 1250 δρχ. πληρωτέας τὴν 15 Δεκεμβρίου καὶ ἀποστέλλει εἰς τὸν πιστωτὴν του τὴν 10ην Ἀγούστου 800 δρχ. καὶ δύο γραμμάτια τῆς αὐτῆς ὀνομαστικῆς αξίας λήγοντα τὸ μὲν τὴν 15ην Ὀκτωβρίου τὸ δὲ τὴν 20ην Νοεμβρίου. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῶν γραμματίων αὐτῶν ἐάν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως εἶναι 8% ;

517) Νά ἐξοφληθοῦν διὰ μιᾶς μόνης καταβολῆς μετὰ 2 ἔτη τὰ ἀκόλουθα χρεῖα : 3000 δρχ. πληρωτέα μετὰ 7 μηνῶν, 2500 δρχ. πληρωτέα μετὰ 15 μηνῶν καὶ 5000 δρχ. πληρωτέα μετὰ 19 μηνῶν. Ἐπιτόκιον 6% .

518) Ἄνοικτος λογαριασμός ἔχει εἰς τὴν χρέωσιν τὰ ἐξῆς ποσά : 5600.— δρχ. πληρωτέα τὴν 10ην Φεβρουαρίου, 3600.— δρχ. τὴν 17 Μαρτίου, 6800.— δρχ. τὴν 20 Μαΐου καὶ εἰς τὴν πίστωσιν : 31400.— δρχ. πληρωτέας τὴν 11 Φεβρουαρίου, 8230.— τὴν 27 Μαρτίου καὶ 6100.—

δρχ. τὴν 12 Μαΐου. Πότε πρέπει νὰ καταβληθῆ τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ :

519) Ὁ Α ὀφείλει νὰ πληρώσῃ μετὰ τῶν τόκων τῶν τὰ ἑξῆς ποσά : 4500.— δρχ. μετὰ 2 μῆνας πρὸς 5 % , 6000.— δρχ. μετὰ 4 1/2 μῆνας πρὸς 3 % , 9500.— δρχ. μετὰ 8 μῆνας πρὸς 4 1/2 % , καὶ 5000 — δρχ. μετὰ 1 ἔτος πρὸς 5 % . Πρὸς ποῖον ἐπιτόκιον δόναται νὰ ἐξοφλήσῃ τὸ σύνολον τῶν ποσῶν καὶ τόκων μετὰ 6 μῆνας ; Πότε πρέπει νὰ καταβάλῃ τὸ αὐτὸ ποσὸ καὶ τόκους ἔάν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι 4 % ;

520) Οἰκία τιμᾶται 54500.— καὶ θὰ ἐξοφληθῆ ὡς ἑξῆς : 20 % μετρητὰ, 30 % μετὰ 9 μῆνας, 25 % μετὰ 1 ἔτος καὶ τὸ ὑπόλοιπον μετὰ 15 μῆνας.

α) Τί ποσὸν πρέπει νὰ καταβληθῆ τοῖς μετρητοῖς πρὸς ἐξόφλησιν τῆς οἰκίας ἔάν τὸ τρέχον ἐπιτόκιον εἶναι 6 % ;

β) Πότε πρέπει νὰ καταβληθῆ διὰ μιᾶς ὁλόκληρος ἢ συμφωνηθείου τιμῆ ;

521) Ὁ Α ὀφείλει νὰ πληρώσῃ 5400.— δρχ. μετὰ 3 μῆνας, 4000.— δρχ. μετὰ 5 1/2 μῆνας καὶ 4500.— δρχ. μετὰ 10 μῆνας. Ἐντὶ τούτων καταβάλλει 6000.— δρχ. μετρητὰ καὶ 4000.— δρχ. μετὰ 6 μῆνας. Πότε πρέπει νὰ καταβάλῃ τὸ ὑπόλοιπον, ἔάν χρησιμοποιηθῆ ἡ ἐσωτερικὴ ὑφαιρέσις πρὸς 4 % ;

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ

### Ἄλληλόχρεοι τοκοφόροι λογαριασμοί.

#### 48. Ἄλληλόχρεοι ἢ τρεχούμενοι λογαριασμοί.

**Ἄλληλόχρεος** ἢ **τρεχούμενος λογαριασμός** καλεῖται ὁ ἀνοικτός λογαριασμός ὃ τηρούμενος μεταξύ δύο προσώπων εὐρισκομένων εἰς συνεχεῖς οικονομικὰς σχέσεις. Τὰ πρόσωπα αὐτὰ δυνατόν νὰ εἶναι καὶ τὰ δύο ἔμποροι ἢ βιομήχανοι ἢ τραπεζίται ἢ ἔμπορος καὶ τραπεζίτης, κεφαλαιούχος καὶ τραπεζίτης, βιομήχανος καὶ τραπεζίτης κ.τ.λ.

Ὁ ἄλληλόχρεος λογαριασμός χαρακτηρίζεται ὡς **χρεωστικός** ἢ **πιστωτικός** μόνον κατὰ τὴν ἐποχὴν τοῦ κλεισίματος αὐτοῦ (ἀνά ἑξάμηνον καὶ εἰς εἰδικὰς περιπτώσεις ἀνά τρίμηνον) ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑπολοίπου του. Ἐάν λ. χ. τὸ ὑπόλοιπον εἶναι χρεωστικόν, ὁ λογαριασμός θὰ εἶναι χρεωστικός, ἐάν εἶναι πιστωτικόν, ὁ λογαριασμός θὰ εἶναι πιστωτικός καὶ θὰ ἀναγράφεται εἰς τὴν οἰκείαν ἐκάστοτε θέσιν ἐν τῷ ἰσολογισμῷ.

#### 49. Ἄλληλόχρεοι τοκοφόροι λογαριασμοί.

Ἐάν, κατόπιν συμφωνίας μεταξύ τῶν ἐνδιαφερομένων, εὐ ποσὰ τῆς χρεώσεως καὶ τῆς πιστώσεως φέρουν τόκον πρὸς τι καθορισμένον ἐπιτόκιον, κοινὸν δι' ἄμφοτέρους τοὺς ἐνδιαφερομένους, ἀπὸ μιᾶς ὁρισμένης ἡμέρας μέχρι τῆς ἡμέρας καθ' ἣν κλείει ὁ λογαριασμός, ὁ λογαριασμός θὰ ὀνομάζεται **ἄλληλόχρεος τοκοφόρος με ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον**.

Ἡ σπουδαιότερα χρῆσις τῶν ἄλληλοχρέων τοκοφόρων λογαριασμῶν εἶναι ἡ τραπεζικὴ. Τὰ «δάνεια εἰς τρεχούμενον λογαριασμόν» ἀποτελοῦν ἓνα σοβαρὸν μέρος τῶν τραπεζικῶν ἐργασιῶν. Εἰς τὰ δάνεια αὐτὰ αἱ τράπεζαι ἐπιτρέπουν εἰς ὁρισμένους πελάτας τῶν νὰ δανειζόνται ἔναντι ἀπλῆς ἀποδείξεως μετὰ τὴν διαφορὰν, ὅτι οἱ τόκοι τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως εἰς τοὺς

λογαριασμούς τῶν πελατῶν τῆς τραπεζῆς ὑπολογίζονται μὲ ἐπιτόκιον μεγαλύτερον τοῦ ἐπιτοκίου πρὸς τὸ ὁποῖον ὑπολογίζονται οἱ τόκοι τῶν ποσῶν τῆς πιστώσεως. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὁ ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός ὀνομάζεται **λογαριασμός μὲ μὴ ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον.**

Τὸ ἐπιτόκιον, εἴτε εἶναι ἀμοιβαῖον εἴτε ὄχι, δυνατόν νὰ ἰσχύη, δίχως καμμίαν μεταβολήν, καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς χρήσεως τοῦ λογαριασμοῦ. Δυνατόν ὅμως καὶ νὰ μεταβάλλεται κατὰ τὴν διάρκειαν αὐτῆς. Ἐάν λ. χ. συμφωνήσῃ μεταξὺ τῶν ἐνδιαφερομένων νὰ λαμβάνεται τὸ ἐπιτόκιον, τὸ κατὰ μονάδα μεγαλύτερον τοῦ ἐκάστοτε ἰσχύοντος ἐπιτοκίου προεξοφλήσεως τῆς Τραπεζῆς τῆς Ἑλλάδος, τὸ ἐπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ θὰ μεταβάλλεται ὁσάκις μεταβάλλεται τὸ ἐπιτόκιον τῆς τραπεζῆς. Εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν τὸ ἐπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ μεταβάλλεται κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς χρήσεώς του, ὁ λογαριασμός ὀνομάζεται : **ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός μὲ μεταβλητὸν ἐπιτόκιον.**

Ἐάν τέλος τὸ ἐπιτόκιον εἶναι καὶ διαφορετικὸν εἰς τὴν χρέωσιν ἀπὸ ὅτι εἶναι εἰς τὴν πίστωσιν καὶ μεταβλητόν, ὁ λογαριασμός ὀνομάζεται : **ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός μὲ μεταβλητὸν μὴ ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον.**

Κατὰ ταῦτα, οἱ ἀλληλόχρεοι τοκοφόροι λογαριασμοὶ διακρίνονται ὡς πρὸς τὸ ἐπιτόκιον εἰς τὰ ἐξῆς τέσσαρα εἶδη :

- 1) *Λογαριασμοὶ μὲ ἀμοιβαῖον σταθερὸν ἐπιτόκιον.*
- 2) *Λογαριασμοὶ μὲ μὴ ἀμοιβαῖον σταθερὸν ἐπιτόκιον.*
- 3) *Λογαριασμοὶ μὲ ἀμοιβαῖον μεταβλητὸν ἐπιτόκιον.*
- 4) *Λογαριασμοὶ μὲ μὴ ἀμοιβαῖον μεταβλητὸν ἐπιτόκιον.*

Ἡ ἡμέρα ἀφ' ἧς τὰ διάφορα ποσὰ τοῦ λογαριασμοῦ ἀρχίζον νὰ δίδουν τόκον ὀνομάζεται *λῆξις* (ἢ συνήθως *valeur*) καὶ εἶναι διὰ μὲν τὰ μετρητὰ ἡ ἡμέρα τῆς ἐγγραφῆς των εἰς τὸν λογαριασμόν, διὰ δὲ τὰ γραμματῖα, τὸς συναλλαγματοκῆς κ.τ.λ. ἡ ἡμέρα πληρωμῆς αὐτῶν. Ἐάν ὅμως ὁ λογαριασμός τηρῆται μεταξὺ τραπεζῆς καὶ πελάτου τῆς, ὡς *valeur* θεωρεῖται, διὰ μὲν τὰ ἐμβαζόμενα ποσὰ, ἡ ἐπομένη τῆς λήξεώς των, ἐφ' ὅσον αὐτὴ εἶναι ἐργάσιμος διὰ τὴν τράπεζαν, ἄλλως ἢ μεθεπομένη, διὰ δὲ



τὰ ἀποσυνρόμενα ποσὰ ἢ προτεραία τῆς λήξεώς των, ἐφ' ὅσον αὕτη εἶναι ἐργάσιμος, ἄλλως ἢ πρὸ τῆς προτεραιίας.

Τὸ *ὑπόλοιπον εἰς νέον* ἐκάστου λογαριασμοῦ ἔχει ὡς ναλεὺρ τὴν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος τοῦ παλαιοῦ λογαριασμοῦ, ἤτοι τὴν προτεραίαν τοῦ ἀνοίγματος τῆς νέας χρήσεως.

Τὸ καθαρὸν τέλος, πληρωτέον ποσὸν ἐνὸς Πινακίου Προεξοφλήσεως φέρεται ὑπὸ τῆς τραπέζης εἰς πίστωσιν τοῦ πελάτου τῆς τὴν ἐπομένην ἢ μεθεπομένην τῆς διαπραγματεύσεως αὐτοῦ.

**Παρατήρησις.** Παλλάκις εἰς τοὺς ἀλληλοχρέους τοκοφόρους λογαριασμοὺς ὑπολογίζονται, ἐκτὸς τῶν τόκων, καὶ διάφοροι προμήθειαι, ὑπολογιζόμεναι εἰς τὸ τέλος τοῦ λογαριασμοῦ, μετὰ τὴν εὔρεσιν καὶ ἀναγραφὴν τῶν τόκων. Αἱ προμήθειαι ἐπὶ πωλήσεως ἢ ἀγορᾶς ἐμπορευμάτων, ἐπὶ εἰσπράξεως συναλλαματικῶν καὶ γραμματίων, ἐπὶ διαθέσεως μετρητῶν κ.τ.λ. ἀνήκουσιν εἰς ἐκεῖνον ἐκ τῶν συμβαλλομένων, ὅστις διενήργησεν τὰς πράξεις αὐτὰς διὰ λογαριασμὸν τοῦ ἄλλου. Διὰ τοῦτο, διὰ νὰ εὔρωμεν ἂν θὰ χρεώσωμεν ἢ θὰ πιστώσωμεν ἓνα λογαριασμὸν μὲ τὴν προμήθειαν ποσοῦ τινός, ἀρκεῖ νὰ ἐρωτήσωμεν ποῖος ἐκ τῶν δύο προσέφερεν εἰς τὸν ἄλλον ὑπερσίαν.

Ἐάν ὁ ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμὸς τηρῆται μετὰ τῆς τραπέζης καὶ πελάτου τῆς, αἱ προμήθειαι φέρονται πάντοτε εἰς χρέωσιν τοῦ πελάτου, διότι μόνον ἡ τράπεζα εἰσπράττει τὰς προμηθείας διὰ τὰς ὑπηρεσίας, ἃς προσέφερεν εἰς αὐτόν. Αἱ προμήθειαι τῶν τραπέζων, ποικίλλουν ἀναλόγως τῆς φύσεως τῶν διενεργηθεισῶν πράξεων, ἀπὸ χώρας εἰς χώραν καὶ ἀπὸ ἐποχῆς εἰς ἐποχὴν. Οἰκισιατικῶς δὲν ἔχουν ἄλλον σκοπὸν, ἀπὸ τὴν συγκεκαλυμμένην αὔτησιν τοῦ ἐπιτοκίου τῶν πιστώσεων.

Ἐπὶ τῶν προμηθειῶν *οὐδέποτε ὑπολογίζεται τόκος.*

## 50. Μέθοδοι τηρήσεως τῶν ἀλληλοχρέων τοκοφόρων λογαριασμῶν.

Διὰ νὰ εὔρωμεν τὸν τόκον καὶ τὸ ὑπόλοιπον εἰς τοὺς ἀλληλοχρέους τοκοφόρους λογαριασμοὺς χρησιμοποιοῦμεν διαφόρους τρόπους, ἀναλόγως τοῦ εἴδους τῶν διενεργουμένων οικονομικῶν πράξεων καὶ τῆς φύσεως τῶν ἐργασιῶν τῶν τηρούντων τοὺς

λογαριασμούς αυτούς. Ἀπαντες ὁμοῦ οἱ τρόποι αὐτοὶ εἰς τὴν βάζουν τῶν εἶναι μόνον παραλλαγὰι τῆς μιᾶς ἢ τῆς ἄλλης τῶν ἐξῆς μεθόδων :

1) τῆς Εὐθείας ἢ Παλαιᾶς Μεθόδου.

2) τῆς Ἀντιστρόφου ἢ Νέας Μεθόδου ἢ Μεθόδου τοῦ Laffitte.

3) τῆς Ἀμβουργικῆς ἢ Κλίμακωτῆς ἢ Μεθόδου τῶν Ὑπολοίπων.

Ὡς πρὸς τὸν ὑπολογισμὸν τῶν τόκων δυνάμεθα νὰ ἀναγράψωμεν, εἴτε ἀπ' εὐθείας τοὺς τόκους εἰς δραχμὰς καὶ ἑκατοστά εἴτε τοὺς τοκαριθμούς, ὅπως καὶ εἰς τὰ Πινάκια Προεξοφλήσεως. Ἐπίσης, ἀντὶ τοῦ δοθέντος ἐπιτοκίου δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὸ 6  $\frac{0}{10}$  ὡς βοηθητικὸν καὶ νὰ μετατρέψωμεν, διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀπλῶν μερῶν, τοὺς εὐρεθέντας τόκους εἰς τόκους οἰουδήποτε δοθέντος ἐπιτοκίου.

#### Α ΕΥΘΕΙΑ ΜΕΘΟΔΟΣ

51. Πῶς τηρεῖται ὁ λογαριασμὸς κατὰ τὴν Εὐθεῖαν Μέθοδον.

Εἰς τὴν Εὐθεῖαν Μέθοδον μεταφέρομεν τὴν λῆξιν ἐκάστου πησοῦ εἰς τὴν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ. Ἡ μεταφορὰ αὕτη γίνεται διὰ τῆς προσθέσεως ἀπ' εὐθείας εἰς ἑκαστον ποσὸν τοῦ ἀντιστοιχοῦντος εἰς αὐτὸ τόκου, (ἔξ οὗ καὶ τὸ ὄνομα Εὐθεῖα Μέθοδος). Οὕτω, κατὰ τὴν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος ἐξισώνονται ὄχι μόνον τὰ ποσά, ἀλλὰ καὶ οἱ τόκοι τῶν. Τὸ κάτωθι παράδειγμα θὰ μᾶς δώσῃ τὴν πορείαν τῆς σκέψεως ἢ ἀκολουθεῖ ἡ Εὐθεῖα Μέθοδος.

**Πρόβλημα.** Ἐμπορὸς ἀποστέλλει τὴν 2ην Ἰανουαρίου εἰς ἕτερον ἔμπορον, μετὰ τοῦ ὁποίου ἔχει ἀνοικτὸν τοκοφόρον λογαριασμὸν, 1000 δρχ. καὶ χρεώνει τὸν λογαριασμὸν μὲ τὸ ποσὸν αὐτό. Τὴν 12ην ἰδίου μηνὸς ἐκδίδει ἐκ' αὐτοῦ ἐπιταγὴν 800 δρχ. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ εἰς τὸ τέλος τοῦ μηνὸς εἰν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι 6  $\frac{0}{10}$ .

**Λύσις :** Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ζητούμενον ὑπόλοιπον προσθέτομεν εἰς τὰς 1000 δρχ. τῆς χρεώσεως καὶ εἰς τὰς 1000 δρχ.

τῆς πιστώσεως τὸν τόκον αὐτῶν μέχρι τοῦ τέλους τοῦ μηνός, ἦτοι, τὸν τόκον 29 ἡμερῶν διὰ τὰς πρώτας καὶ τὸν τόκον 19 ἡμερῶν διὰ τὰς ἄλλας

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">1000 δραχ.</div> 2 Ἰανουαρίου.	+ τόκος 29 ἡμερῶν →	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">                     Χρέωσις  <math>1000 + \frac{1000 \cdot 29}{6000}</math> </div>
----- 31 Ἰανουαρίου		
12 Ἰανουαρίου. <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">800 δραχ.</div>	+ τόκος 19 ἡμερῶν →	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">                     Πίστωσις  <math>800 + \frac{800 \cdot 19}{6000}</math> </div>

καὶ ἐξισοῦμεν τὰ ἀθροίσματα, ὅποτε ἔχομεν **χρεωστικὸν** ὑπόλοιπον :

$$Y = \left[ 1000 + \frac{1000 \cdot 29}{6000} \right] - \left[ 800 + \frac{800 \cdot 19}{6000} \right] = 200 + \frac{1000 \cdot 29 - 800 \cdot 19}{6000}$$

$$Y = 200 + \frac{13800}{6000} = \underline{\underline{202,30 \text{ δραχ.}}}$$

Διὰ νὰ εὑρωμεν δηλαδὴ τοὺς τόκους καὶ τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ μὲ τὴν Εὐθείαν Μέθοδον εὐρίσκομεν τοὺς τόκους τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καὶ τῶν ποσῶν τῆς πιστώσεως ἀπὸ τὴν ἡμέραν τῆς λήξεως αὐτῶν μέχρι τῆς ἡμέρας καθ' ἣν κλείεται ὁ λογαριασμός. Πρὸς τοῦτο ἀναγράφομεν τοὺς τοκαρίθμους (ἢ τοὺς τόκους, ὅσάκις ἀντὶ τῶν τοκαρίθμων ἀναγράφονται ἀπ' εὐθείας οἱ τόκοι) τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καὶ τῆς πιστώσεως καὶ κατὰ τὴν ἡμέραν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ εὐρίσκομεν τὴν διαφορὰν αὐτῶν. Ἐκ τῆς διαφορᾶς αὐτῆς εὐρίσκομεν τοὺς τόκους διαιροῦντες διὰ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου καὶ τοὺς ἀναγράφομεν εἰς τὴν οἰκίαν σελίδα τοῦ λογαριασμοῦ. Μετὰ ταῦτα κλείομεν τὸν λογαριασμὸν κανονικῶς, ἀφοῦ ὑπολογίσωμεν καὶ τὰς τυχόν προμηθείας, μὲ τὸν αὐτὸν τρόπον μὲ τὸν ὁποῖον κλείονται καὶ οἱ ὑπόλοιποι λογαριασμοὶ τοῦ Καθολικοῦ μας.

Διὰ τὴν κανονικὴν ὁμῶς ἐκτέλεσιν τῆς ἐργασίας αὐτῆς εἶναι

ανάγκη νὰ προστεθοῦν εἰς ἑκάστην σελίδα τοῦ Καθολικοῦ μας καὶ ἄλλαι βοηθητικαὶ στήλαι. Αἱ στήλαι αὗται εἶναι αἱ ἑξῆς :

1) Μία στήλη διὰ τὰς λήξεις (valeur) τῶν ποσῶν μὲ τὸν τίτλον «λήξεις». Ἡ στήλη αὕτη εὐρίσκεται συνήθως μετὰ τὴν στήλην «αιτιολογία» ἐν τῇ ὁποίᾳ ὀρίζεται τὸ εἶδος ἑκάστης πράξεως.

2) Μία στήλη ἀμέσως μετὰ τὴν προηγουμένην καὶ πρὸ τῆς στήλης τῶν ποσῶν μὲ τὸν τίτλον «ἡμέραι», ὅπου ἀναγράφονται αἱ τοκοφόροι ἡμέραι.

3) Μία στήλη τέλος, μετὰ τὴν στήλην τῶν ποσῶν, μὲ τὸν τίτλον «τοκαριθμοὶ» (ἢ τόκοι) διὰ τοὺς τοκαριθμούς (ἢ τόκους) τῶν ἐγγραφομένων ποσῶν.

**Παρατήρησις.** Εἰς τοὺς ἀλληλοχρεοῦς τοκοφόρους λογαριασμοὺς ἀναγράφεται πάντοτε τὸ ἑκατοστὸν τῶν τοκαριθμῶν καὶ κατὰ συνέπειαν διὰ νὰ εὐρωμεν τοὺς τόκους διαιροῦμεν τὴν διαφορὰν τῶν τοκαριθμῶν διὰ τοῦ ἑκατοστοῦ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.

52. Λογαριασμοὶ μὲ ἀμοιβαῖον σταθερὸν ἐπιτόκιον.  
α) Ὅλα τὰ ποσὰ λήγουν πρὸ τῆς ἡμερομηνίας τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ.

**Πρόβλημα.** Ἡ Ἐμπορικὴ Τράπεζα ἀναγράφει ἐν τῷ παρ' αὐτῆς τηρουμένῳ ἀλληλοχρεῶ τοκοφόρῳ λογισμῷ τοῦ πελάτου τῆς Α τὰς ἀκολουθούσας πράξεις, γενομένας ἀπᾶσας μετὰ τὴν 31 Δεκεμβρίου, ἡμέραν καθ' ἣν ἐκλείσεν ὁ προηγούμενος λογαριασμός του :

Ἰαν)ρίου	1 Πιστωτικὸν ὑπόλοιπον εἰς νέον δρχ.	800.—
»	6 Ἀποσιέλλει γραμμ. λήξ.	3000.—
»	10 Κατάθεσις του	10000.—
»	26 Ἐπιταγὴ του	1500.—
Φεβρουαρίου	14 Εἰσπραττομεν διὰ λογισμὸν του	6000.—
»	17 Ἐπιταγὴ του	2000.—
Μαρτίου	3 Ἀποσύρει εἰς μετρητὰ	5000.—

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τὴν 31 Μαρτίου ἐάν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι 4 % καὶ ἡ προμήθεια τῆς Τραπέζης διὰ τὰ εἰσπρατιτόμενα γραμμάτια  $\frac{1}{4}\%$ ; (Ἔτος μικτόν).

# Εύθεια Μέθοδος.

## ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ Ι

Κος Α. Αλλ.ηλ. τοκοφόρος λογαριασμός του κλιόμενος την 31 Μαρτίου πρὸς 4 %.

Πλειώσει

Χρέως

Ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Δόσεις (valetur)	Ἡμερ.	Ποσὴ	Τοκισμὸς	Ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Δόσεις (valetur)	Ἡμερ.	Ποσὴ	Τοκισμὸς
Ἰαν. 26	Ἐπιταγή	Ἰαν. 25	1	1500.—	915	Ἰαν. 1	Ἵπόλ. εἰς νέον	Δεκέμ. 31	90	800.—	720
Φεβρ. 17	Ἐπιταγή	Φεβρ. 16	5	2000.—	860	Ἰαν. 5	Γοσιμῶτων	Ἰαν. 10	80	3000.—	2400
Μαρτ. 3	Ἀνώληπος	Μαρτ. 2	8	5000.—	1450	Ἰαν. 8	Κατάθεσις	Ἰαν. 9	81	10000.—	8000
Μαρτ. 31	Διανομὴ τοκ.		14		10575	Φεβρ. 14	Ἐμπίστομα κ. Α.	Φεβρ. 15	44	6000.—	2640
31	Προσάρθ. <sup>1/2</sup> / <sub>10</sub> ἐπὶ 3000.— δρχ.		Μαρτ. 31	7,50		Μαρτ. 31	τόκοι $\frac{10575}{90}$			117,50	
31	Πρὸς ἐξίτασιν			11410.—							
				19917,50	13860					19917,50	13860
			Ἀρχ. 1			Ἀρχ. 1	Ἵπόλ. εἰς νέον	Μαρτ. 31		11410.—	

**Λύσις :** Διὰ τῆς εἰσόδου τοῦ τόκου καὶ τοῦ ὑπόλοιπου τῶν ἀνωτέρω πράξεων καταστρόνομεν, συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω, τὸν ὀπισθεν λογαριασμὸν :

Διὰ τὰ καταστρώσωμεν τὸν λογαρμὸν καὶ εἰδῶμεν τοὺς τόκους καὶ τὸ ζητούμενον ὑπόλοιπον αὐτοῦ, ὑπολογίζομεν πρῶτον τὰς τοκοφόρους ἡμέρας καὶ τοὺς τοκοριθμούς τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καὶ τῆς πιστώσεως. Κατόπιν ἐξισώνομεν τοὺς τοκοριθμούς τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καὶ τῆς πιστώσεως καὶ ἔχομεν τὸ πιστωτικὸν ὑπόλοιπον 10575.— δρχ. Διαιροῦμεν τὸ ὑπόλοιπον αὐτὸ διὰ τοῦ ἑκατοστοῦ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου, ἧτοι διὰ τοῦ 90, καὶ ἔχομεν τοὺς τόκους 117,50 δρχ. Οἱ τόκοι θὰ ἀναγραφῶν εἰς τὴν *πιστώσειν* διότι τὸ ἀθροῖσμα τῶν τοκοριθμῶν τῆς πιστώσεως εἶναι μεγαλύτερον τοῦ ἀθροίσματος τῶν τοκοριθμῶν τῆς χρεώσεως. Μετὰ τὴν ἀναγραφὴν τῶν τόκων, ὑπολογίζομεν τὴν προμήθειαν  $\frac{1}{4} \frac{11}{16}$  ἐπὶ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας τῶν 3000 — δρχ. τοῦ εἰσπραχθέντος τὴν 9ην Φεβρουαρίου ὑπὸ τῆς τραπέζης γραμματίου καὶ τὴν καταχοροῦμεν εἰς τὴν χρεώσιν, διότι ἡ προμήθεια αὐτὴ ἀνήκει εἰς τὴν τράπεζαν ἧτις ἐνήργησε τὴν εἰσπραξίν διὰ λογαριασμὸν τοῦ Α.

Μετὰ ταῦτα ἐξισώνομεν τὰ ποσὰ καὶ κλείομεν τὸν λογαριασμὸν εὐρίσκοντες 11410.— δρχ. *πιστωτικὸν* ὑπόλοιπον εἰς νέον.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

522) Ἐλληλόχρητος τοκοφόρος λογαριασμὸς τηρούμενος κατὰ τὴν Εὐθείαν Μεθόδον μεταξὺ δύο ἐμπόρων πρὸς 10<sup>2</sup>/<sub>100</sub> παρουσιάζει τὴν 30ην Σεπτεμβρίου τὴν ἑξῆς κατάστασιν :

#### Χρεώσεις :

Ἰουλίου	1	ὑπόλοιπον εἰς νέον	δρχ. 3145,50
Αὐγούστου	27	Ἐπιστροφή συναλλαγῆς λήξεως	12 Λέγ. • 4327,95
Σεπτεμβρίου	12	Μετρητὰ	• 2947,45

#### Πιστώσεις :

Αὐγούστου	27	Μετρητὰ	δρχ. 2000.—
Σεπτεμβρίου	16	Γραμματίον λήξεως	20 Σεπτεμβρίου • 3287,75

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριαμοῦ τὴν 30ην Σεπτεμβρίου.

523) Ὁ λογαριασμὸς τοῦ κ. Μ ἐν Ἀθήναις, κλείεται τὴν 30ην Ἰουνίου καὶ παρουσιάζει τὴν ἑξῆς κατάστασιν :

**Χρῆσεις :**

Φεβρουαρ	1	Συνίκη ἐφ' ἡμῶν λήξεις	1	Ἀπριλίου	δρχ.	3750.—
						> 1512,80
Ἀπριλίου	16	Μετρητά				> 4000.—
Μαΐου	31	Ἐξόφλησις ἐπιταγῆς				

**Πίστωσις :**

Ἰανουαρίου	1	Υπόλοιπον εἰς νέον				> 1250.—
						> 6000.—
Φεβρουαρίου	1	Μετρητά				> 3000.—
Ἀπριλίου	16	Γραμμάτιον λήξεως 15 Μαΐου				> 1046,30
Μαΐου	31	Συνολικὴ ἐπί τοῦ κ. Μ. λήξεως 6 Ἰουν.				

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ἐάν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι 6% :

524) Ὁ κ. Ε. ἔμπορος ἐν Πειραιεὶ ἔχει ἀνοικτὸν τρεχοῦμενον λογαριασμὸν εἰς τὴν Τράπεζαν Πειραιῶς μὲ ὑπόλοιπον ἐπὲρ αὐτοῦ εἰς 8720 δρχ. τὴν 31ην Δεκεμβρίου. Τὴν 15ην Ἰανουαρίου ἐκδίδει ἐπιταγὴν ἐπὶ τῆς Τράπεζας ἐκ δρχ. 3500. Τὴν 17ην Φεβρουαρίου καταθέτει εἰς τὴν Τράπεζαν δύογραμμὰ γραμμάτια συνολικῆς ἀξίας 5800 δρχ. τὰ ὁποῖα αἰρούνται εἰς λογαριασμὸν τοῦ μὲ τὴν μέσσην λήξιν των ἧτοι τὴν 15 Μαρτίου. Τὴν 20 Μαρτίου ἀποστέλλει ἀπὸ τὴν Τράπεζαν 2000 δρχ. Τὴν 23 Ἀπριλίου ἀποστέλλει εἰς τὴν Τράπεζαν γραμμάτιον 4900 δρχ. λήξεως 30 Ἀπριλίου πρὸς εἰσπραξίν. Τὴν 10ην Ἰουνίου ἐκδίδει ἐπιταγὴν ἐπὶ τῆς Τράπεζας ἐπὶ 1900 δρχ. τὴν ὁποίαν ἡ Τράπεζα ἐξοφλεῖ τὴν 12 Ἰουνίου. Τὴν 20ην Ἰουνίου καταθέτει εἰς τὴν Τράπεζαν 2500 δρχ.

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τοῦ τὴν 30ην Ἰουνίου ἐάν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι 4½% καὶ ἡ Τράπεζα κρατᾷ προμήθειαν ½% ἐπὶ τῶν ἀποστελλομένων πρὸς εἰσπραξίν γραμματίων :

525) Νὰ εἰρησθῇ τὸ ὑπόλοιπον τοῦ παρ' ἡμῖν λογαριασμοῦ τοῦ πελάτου μας Κ. Γεωργίου τὴν 30 Ἀπριλίου. Ἐπιτόκιον 4%.

Φεβρουαρ.	1	Υπόλοιπον εἰς νέον . . . . .	δρχ.	3750.—
	25	Ὁ Γεωργίου σφεί ἐφ' ἡμῶν ἐπιταγὴν		> 1350.—
	25	Μᾶς ἀποστέλλει γρηθιον λήξ. 31 Μαρτ.		> 6735.—
Μαρτίου	6	Ἀποστέλλομεν γρηθιον λήξ. 15 Ἀπρ.		> 2750.—
Ἀπριλίου	15	Μᾶς ἀποστέλλει μετρητά . . . . .		> 1970.—
	20	Εἰσπράττομεν διὰ λογισμὸν τοῦ . . . . .		> 870.—

526) Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμὸς κλειόμενος τὴν 30ην Ἰουνίου περιέχει τὰ ἑξῆς ποσά :

**Χρῆσεις :**

Ἰανουαρίου	31	Ἐπιταγὴ Νο 26403	λήξεως 21 Ἰανουαρ.	δρχ.	925,80
					> 1412,60
Φεβρουαρ.	28	Μετρητά			> 2464.—
Ἀπριλίου	1	Ἐπιταγὴ Νο 14707			> 1923,50
Μαΐου	31	Μετρητά			



**Πίστωσις :**

Ίανουαρίου 1 Ὑπόλοιπον εἰς νέον λήξεως 31 Δεκεμβρ. δρχ. 2872.50  
 Φεβρουαρ. 27 Συναλλαγματικὴ \* 1 Ἰουλίου \* 1926.—  
 Μαρτίου 31 Μετρητὰ \* 31 Μαρτίου \* 3675.—

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ἐάν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι  $8\frac{1}{2}\%$  :

527) Νὰ καταστρεφθῆ τοκοφόρος ὕλογοισμός κατά τὴν Εὐθεῖαν Μέθοδον ἐπὶ τῆς Ἐμπορικῆς Τραπεζῆς ἐπ' ὀνόματι τοῦ πελάτου τῆς κ. Λεβαντῆ κλειόμενος τὴν 31 Μαρτίου πρὸς  $7\%$  καὶ μὲ προμήθειαν  $1\frac{1}{2}\%$  διὰ τὰ πρὸς εἰσπραξίν γραμμάτια, διὰ τὰ ἑξῆς ποσά :

Ίανουαρ. 1 Ὑπόλοιπον εἰς νέον δρχ. 8200.—  
 Ίανουαρ. 20 Ἐπιταγὴ Νο 8163 ἐπὶ Τραπεζ. πληρωθ. σήμερ. \* 4900.—  
 Φεβρ. 12 Κατάθεσις κ. Λεβαντῆ \* 11270.—  
 Φεβρ. 28 Εἰσπραττόμεν διὰ λογισμὸν Λεβαντῆ \* 6275.—  
 Μαρτίου 3 Λαμβάνομεν πρὸς εἰσπραξίν γραμ. λήξ. 15 Μαρτ. \* 3250.—  
 Μαρτίου 18 Ἐξοφλοῦμεν ἐπιταγὴν \* 3800.—

528) Ἡ Λαϊκὴ Τράπεζα τηρεῖ ἐπ' ὀνόματι τοῦ πελάτου τῆς κ. Λ τὸν ἀνοικτὸν λογισμὸν μὲ τὰς ἀκολουθεῖς πράξεις :

1 Ἰουλίου πιστωτικὸν ὑπόλοιπον δρχ. 17556  
 14 Ἰουλίου ὁ Λ ἐμβάζει εἰς τὴν Τράπεζαν γραμ. λήξ. 9 Αὐγ. \* 9000  
 1 Αὐγούστου ἐξοφλοῦμεν ἐπιταγὴν Νο 143 \* 13500  
 9 Ὀκτωβρίου ὁ Λ ἀποσέρει εἰς μετρητὰ \* 5000  
 15 Νοεμβρίου σέρει ἐπὶ τῆς τραπεζικῆς συναλλαγῆς λήξ. 15 Δεκεμ. \* 3500  
 15 Δεκεμβρίου καταθέτει μετρητὰ \* 12000  
 20 Δεκεμβρίου ἀποσέρει μετρητὰ \* 8000

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τοῦ τὴν 31 Δεκεμβρίου. Ἐπιτόκιον  $3\%$  καὶ  $1\frac{1}{2}\%$  προμήθειαν ἐπὶ τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καὶ 18 δρχ. ἔξοδα εἰς βάρος τοῦ κ. Λ.

529) Λογαριασμός τηρούμενος κατά τὴν Εὐθεῖαν Μέθοδον καὶ κλειόμενος τὴν 30ην Ἰουνίου πρὸς  $3\%$  καὶ  $1\frac{1}{2}\%$  προμήθειαν ἐπὶ τῶν ποσῶν τῆς Πιστώσεως περιέχει τὰ ἑξῆς ποσά :

**Χρέωσις :**

1 Ἀπριλίου ὑπόλοιπον εἰς νέον λήξις 31 Μαρτίου £ 147-8-9  
 10 Ἀπριλίου μετρητὰ \* 10 Ἀπριλ. £ 93-9-5  
 20 Μαΐου γραμματίων \* 10 Ἰουνίου £ 315-4-7

**Πίστωσις :**

20 Ἀπριλίου ἐπιταγὴ λήξις 20 Ἀπριλ. £ 308 4-5  
 30 - συναλλαγματικὴ \* 15 Ἰουνίου £ 135-2-9  
 10 Ἰουνίου μετρητὰ \* 10 Ἰουνίου £ 325-6-10

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ; (ἕως πολιτικῶν).

530) Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατά τὴν Εὐθεῖαν Μέθοδον καὶ κλειόμενος τὴν 30ην Ἰουνίου πρὸς  $6\frac{1}{2}\%$  καὶ  $1\frac{1}{2}\%$  προμήθειαν διὰ τὰ ποσά τῆς χρεώσεως περιέχει τὰς ἑξῆς πράξεις :



Ίανουαρίου	1 πιστωτικόν υπόλοιπον	λήξις 31 Δεκεμβρ.	δρχ. 4921.—
>	5 λαμβάνομεν μετρητά	> 5 Ίανουαρ.	> 1500.—
Φεβρουαρι.	28 έπιταγή μας	> 28 Φεβρουαρ.	> 2634,60
Μαρτίου	1 καταβάλλομεν μετρητά	> 1 Μαρτίου	> 1728,40
>	22 έπιταγή έφ' ημών	> 22 >	> 878,75
Άπριλίου	30 λαμβάνομεν μετρητά	> 30 Άπριλίου	> 615.—

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ :

531) Νά καταστρωθῆ κατά τήν Εὐθείαν Μέθοδον ὁ τρεχοῦμενος λογαριασμός τοῦ κ. Π. μέ τάς ἐξῆς πράξεις :

**Χρῆσεις :**

Φεβρουαρίου	12 έπιταγή του	δρχ. 20000.—
>	28 επιστροφαι (23 Φεβρουαριου)	> 7200.—
Μαρτίου	15 έπιταγή του	> 3000.—
>	28 μετρητά	> 4800.—

**Πιστώσεις :**

Ίανουαρίου	1 υπόλοιπον εις νέον (31 Δεκεμβρ.)	δρχ. 4600.—
>	8 έμβάσματά του	> 8200.—
Φεβρουαρ.	2 κατάθεσις του	> 3600.—
Μαρτίου	1 από εἰσπραξιγ γραμματίου	> 12000.—

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τήν 31 Μαρτίου πρὸς 4  $\frac{1}{2}$  καὶ  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{10}$  προμήθειαν διὰ τὰ ποσά τῆς χρεώσεως :

β) Μερικὰ ποσὰ τοῦ λογαριασμοῦ λήγουν μετὰ τήν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ.

Πρόβλημα. Μετὰ τοῦ έμπόρου Α τρεσοῦμεν ἀλληλόχρετον τοκοφόρον λογαριασμόν κατά τήν Εὐθείαν Μέθοδον πρὸς 4  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{10}$ . Εἰς τὸν λογαριασμόν περιέχονται αἱ ἐξῆς πράξεις :

**Χρέωσις**

Άπριλίου	10 Μετρητά	λήξις	Άπριλίου	10	δρχ. 4500
Μαΐου	20 Γραμματίου	>	Ίουνίου	5	> 800
Ίουνίου	20 >	>	Αύγουστου	25	> 1200

Πίστωσις

<i>Ἰανουαρίου 11</i>	<i>Μειρητά λήξις</i>	<i>Ἰανουαρίου 11</i>	<i>δρχ. 2000</i>
<i>Μαρτίου 5</i>	<i>Γραμματ. »</i>	<i>Μαρτίου 20</i>	<i>» 1400</i>
<i>Ἰουνίου 10</i>	<i>» »</i>	<i>Ἰουλίου 25</i>	<i>» 900</i>

*Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τὴν 30ην Ἰουνίου ; (Ἔτος ἐμπορικόν)*

*Δύσις :* Εἰς τὸν λογαριασμόν αὐτὸν τὸ γραμματίον τῶν 1200 δρχ. τῆς χρεώσεως καὶ τὸ γραμματίον τῶν 900 δρχ. τῆς πιστώσεως λείγουν μετὰ τὴν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ καὶ κατὰ συνέπειαν ἡ ἀξία αὐτῶν τὴν ἡμέραν αὐτὴν θὰ εἶναι μικροτέρα τῆς ὀνομαστικῆς τους ἀξίας κατὰ τοὺς τόκους 35 ἡμερῶν διὰ τὸ πρῶτον καὶ 25 ἡμερῶν διὰ τὸ δεύτερον. Διὰ τὴν μεταφέρωμεν λοιπὸν τὰ ποσὰ αὐτὰ εἰς τὴν ἡμέραν κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ θὰ πρέπει *ὄχι νὰ προσθέσωμεν, ἀλλὰ νὰ ἀφαιρέσωμεν*, τοὺς τοκαρίθμους τῶν ἀπὸ τὴν ἀντίστοιχον στήλην.

Οἱ τοκαρίθμοι δηλαδὴ τῶν γραμματίων αὐτῶν δὲν θὰ εἶναι τοκαρίθμοι τόκων ἀλλὰ τοκαρίθμοι *ὑφαιρέσεων*. Διὰ τὸν λόγον τοῦτον ἀναγράφονται (ὅπως καὶ αἱ ἀντίστοιχοι ἡμέραι) με *ἐρυθρὰν μελάνην* καὶ ὀνομάζονται *ἐρυθροὶ τοκαρίθμοι*.

Κατὰ τὴν ἡμέραν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ ἀντὶ νὰ ἀφαιρέσωμεν τοὺς ἐρυθροὺς τοκαρίθμους ἐκάστης σελίδος, τοὺς προσθέτομεν εἰς τὴν ἀντίθετον σελίδα, δηλαδὴ τοὺς ἀναγράφομεν εἰς αὐτὴν με μαύρην μελάνην ἢ ἀντὶ τοῦτον, προσθέτομεν εἰς τὴν σελίδα τοῦ μικροτέρου ἀθροίσματος τῶν ἐρυθρῶν τοκαρίθμων τὴν διαφορὰν αὐτῶν, ὡς μαῆρον τοκαρίθμον. Οὕτω ἔχομεν τὸν λογαριασμόν Π σελ. 135.

Μετὰ τὴν ἀναγραφὴν τῆς διαφορᾶς τῶν ἐρυθρῶν τοκαρίθμων με μαύρην μελάνην εἰς τὴν πίστωσιν, προχωροῦμεν εἰς τὸ κλείσιμον τοῦ λογαριασμοῦ κατὰ τὸν ἴδιον, ὅπως καὶ προηγουμένως, τρόπον. Ἐννοεῖται ὅτι κατὰ τὴν ἐξίσωσιν τῶν τοκαρίθμων δὲν λαμβάνομεν πλέον-καθόλου ὑπ' ὄψιν μας τοὺς ἐρυθροὺς τοκαρίθμους, ὡς νὰ μὴν ὑπῆρχον οὗτοι.

Διὰ νὰ εἴρωμεν λοιπὸν τοὺς τόκους καὶ τὸ ὑπόλοιπον ἐνὸς

Εύθελια Μέθοδος.

Δ Ο Γ Α Ρ Ι Α Σ Μ Ο Σ Π

Πίνακας

Κος Α. Αλλάβ, τοκοφόρος λογαριασμός του κλειόμενου, την 30 Ιουνίου πρὸς 4 %.

Χρέωσης	Αίτιολογία	Δόσεις (vaieur)	Ἡμέ	Ποσά	Τοκῶν	Ἡμερομ. ἔγγραφῆς	Αίτιολογία	Δόσεις (vaieur)	Ἡμέ	Ποσά	Τοκῶν
Ἡμερομ. ἔγγραφῆς											
Ἄπρ.	10 Μισθηνά	Ἄπρ.	10	4500.—	—	Ἰαν.	10 Μισθηνά	Ἰαν.	11	2000 ἀποσπ.	3380
Μαίον	20 Γουαρμάντων	Ἰουν.	5	800.—	—	Μαρ.	5 Γουαρμάντων	Μαρ.	20	1400	1400
Ἰουν.	20 >	Ἰουν.	1	1200.—	—	Ἰουν.	>	Ἰουλ.	25	900	(225)
Ἰουν.	30 Διαφορά τοκαζ.	Ἰουν.	35		1175	Ἰουν.	30 Διαφορά ἔμφθρ. τοκαριθίου			13,06	195
						>	30 τόκος			2186,94	
						>	30 Πρὸς ἔξ(α. ποσῶν			6500.—	4975
Ἰουλ.	1 Ὑπόλ. εἰς ἄνθ	Ἰουν.	30	2186,94	—						

ἀλληλοχρόνου τοκοφόρου λογαριασμοῦ κατὰ τὴν Εὐθιῶν Μέθοδον μὲ σταθερὸν ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον, ἀκολουθοῦμεν τὴν ἀκόλουθον πορείαν :

1) Ὑπολογίζομεν τὰς τοκοφόρους ἡμέρας ἀπὸ τὴν λήξιν ἢ *valeur* ἐκάστου ποσοῦ μέχρι τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ.

2) Εὐρίσκομεν τοὺς τοκαρίθμους τῶν ποσῶν. Ἐὰν ἡ λήξις ἢ ἡ *valeur* ἐνὸς ποσοῦ εἶναι μεταγενεστέρα τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ ὁ τοκαρίθμος γράφεται μὲ ἐρυθρὸν χρώμα καὶ εἶναι τοκαρίθμος ὑφαιρέσεως.

3) Γράφομεν μὲ μαύρην μελάνην τὴν διαφορὰν τῶν ἐρυθρῶν τοκαρίθμων εἰς τὴν σελίδα μὲ τὸ ἀσθενέστερον ἄθροισμα ἐρυθρῶν τοκαρίθμων.

4) Ἐξισώνομεν τοὺς τοκαρίθμους χωρὶς νὰ ὑπολογίζομεν πλὴν τοὺς τυχόν ὑπάρχοντας ἐρυθροὺς τοκαρίθμους καὶ εὐρίσκομεν τὸν τόκον διαιροῦντες τὸ πρὸς ἐξίσωσιν τῶν τοκαρίθμων ποσὸν διὰ τοῦ ἑκατοστοῦ τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.

5) Ἐγγράφομεν τὸν τόκον εἰς τὴν σελίδα τοῦ μεγαλυτέρου ἄθροισματος τῶν τοκαρίθμων, ἥτοι εἰς τὴν σελίδα τὴν ἀντίθετον τῆς σελίδος ἐνθα ἐγράφη τὸ πρὸς ἐξίσωσιν τῶν τοκαρίθμων ποσόν.

6) Εὐρίσκομεν καὶ ἐγγράφομεν τὰς προμηθείας εἰς τὴν οἰκίαν θέσιν.

7) Ἐξισώνομεν τὰ ποσὰ τοῦ λογαριασμοῦ καὶ εὐρίσκομεν τὸ ὑπόλοιπον εἰς νέον.

#### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

592) Τὴν 31 Ὀκτωβρίου κλείεται ὁ κατωτέρω ἀλληλόχρονος τοκοφόρος λογαριαμὸς τηρούμενος πρὸς  $3\frac{1}{2}$  % διὰ τῆς Εὐθιῶν Μεθόδου :

##### Χρῆσεις :

Σεπτεμβρίου	1	Μετρητὰ	λήξις	1	Σεπτεμβρίου δεξ.	918,25
Νοεμβρίου	18	Ἐπιταγή	"	18	Νοεμβρίου	" 542,80
Δεκεμβρίου	3	Συναίτηση	"	3	Φεβρουαρίου	" 2385,—

**Πίστωσις :**

Τουλίου	1	Υπόλοιπον εἰς νέον	λήξις 30	Ἰουνίου	δοχ.	1174,50
Λόγιστ.	23	Γραμματίων	"	2	Σεπτεμβρ.	> 745.—
Ὀκτωβρ.	30	Μετρητά	"	30	Ὀκτωβρ	= 2677,80

Προμήθεια ἐπὶ τῶν γραμματίων  $\frac{1}{4}\%$  Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ :

533) Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατὰ τὴν Εὐθείαν Μέθοδον πρὸς  $9\frac{1}{2}\%$  καὶ  $\frac{1}{8}\%$  προμήθειαν ἐπὶ τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως, περιέχει τὴν 30ην Ἰουνίου τὰ ἐξῆς ποσά :

**Χρέωσις :**

Ἰανουαρίου	1	Υπόλοιπον εἰς νέον	λήξις 31	Δεκεμβρ.	δοχ.	2715.—	
Φεβρουαρ.	28	Ἐπιταγή πρ.	163	>	28	Φεβρουαρ.	> 3920.—
Ἀπριλίου	29	Γραμματίων	"	>	29	Ἰουλίου	> 3184,50

**Πίστωσις :**

Ἰανουαρίου	21	Γραμματίων	λήξις 18	Μαρτίου	>	2346,80
Μαρτίου	1	Μετρητά	"	1	"	> 3000.—
Μαΐου	19	Ἐπιταγή	"	19	Μαΐου	> 1612,20
Ἰουνίου	25	Γραμματίων	"	26	Ἰουλίου	> 1906,80

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ :

534) Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατὰ τὴν Εὐθείαν Μέθοδον πρὸς  $4\frac{1}{2}\%$  καὶ  $\frac{1}{8}\%$  προμήθειαν διὰ τὰ εἰσπραττόμενα ἐκατέρωθεν γραμμάτια περιέχει τὰς ἐξῆς πράξεις :

**Χρέωσις :**

Φεβρουαρίου	4	Μετρητά	λήξις	Φεβρουαρίου	4	δοχ.	1332,60
Μαρτίου	17	Γραμματίων	"	Ἀπριλίου	17	>	2496.—
Μαΐου	23	Συναλλαγματικῆ	"	Ἰουλίου	23	>	4156,75

**Πίστωσις :**

Ἰανουαρίου	1	Υπόλοιπον	λήξις	Δεκεμβρίου	31	δοχ.	3316,85
απριλίου	13	Γραμματίων	"	Μαΐου	16	>	2948.—
Ἰουνίου	3	Συναλλαγματικῆ	"	Ἰουλίου	11	>	2832,40
"	21	"	"	"	31	>	540.—

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τὴν 30ην Ἰουνίου :

535) Ἐμπορος ἐν Λονδίῳ εὐρίσκειται εἰς οικονομικὰς σχέσεις μετὰ τοῦ κ. Λεβαντιῆ ἐν Ἀθῆναις καὶ τηρεῖ μετ' αὐτοῦ ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν πρὸς  $5\frac{1}{2}\%$ . Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τὴν 30ην Ἰουνίου εἴαν ἐγένοντο αἱ ἀκόλουθοι πράξεις :

Φεβρουαρίου 10 ὁ ἐν Λονδίῳ ἔμπορος ἀποστέλλει ἐμπορεύματα εἰς τὸν κ. Λεβαντὴν πληρωτέα τὴν 15 Μαρτίου ἀξίας £ 107—12—6

• 28 Λαμβάνει ἐπιτογὴν ἢν ἐξαγορεύσει τὴν 2αν Μαρτ. £ 100.—

Μαρτίου 18 Ἀποστέλλει τιμολόγιον λῆξ. 16 Ἰουνίου £ 211·9·9

Μαΐου 7 • • • • 5 Μαΐου £ 97·3·7

• 29 Λαμβάνει Συναλτικὴν 19 Ἰουλίου £ 196·10·0

Ἔτος πολιτικόν. Προμήθεια διὰ τὰς ἀγορὰς ἐμπορευμάτων  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{10}$ .

536) Ὁ Κοινὸς ἔμπορος Ἀθηνῶν καὶ ὁ Πετρόπουλος ἔμπορος Καλαμῶν ἔχον ἀνοικτὸν τοκοφόρον λογαριασμὸν εἰς τὸν ὁποῖον ἀναγράφονται αἱ πράξεις :

Ἰαννίου 1 ὑπόλοιπ. εἰς νέον ὑπὲρ τοῦ Κοινὸς λῆξις 31 Μαΐου δρχ. 4978.—

• 3 ὁ Κοινὸς ἀποστέλλει συναλτικὴν • 3 Σεπτεμ. • 1200.—

• 14 ὁ Κοινὸς πληρὶ διὰ ληρῶν Πετροπ. • 14 Ἰουνίου • 2000.—

• 16 ὁ Πετρόπουλος ἀποδίδ. συναλτικὴν • 16 Σεπτεμ. • 2500.—

Ἰουλίου 13 ὁ Κοινὸς πληρὶ ἐπιταγ. ἐπ' αὐτοῦ • 13 Ἰουλίου • 4000.—

• 27 ὁ Πετ. ἀποστέλλ. πρὸς εἰσπ. γήσιον • 15 Ὀκτωβ. • 5000.—

Τὴν 31 Ἰουλίου κλείει ὁ λογαριασμὸς πρὸς 5  $\frac{1}{100}$ . Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον εἰς νέον :

537) Εἰς τινὰ ἀλληλόχρητον τοκοφόρον λογαριασμὸν ἀνοιχθίνα τὴν 21 Ἰανουαρίου ἀναγράφονται αἱ πράξεις :

**Κρῆσεις :**

Ἰανουαρίου 21 δρχ. 800 λῆξις Ἰανουαρίου 21

Φεβρουαρίου 25 • 400 • Φεβρουαρίου 25

Μαρτίου 14 • 1600 • Μαΐου 14

• 29 • 2000 • Ἰουλίου 30

**Πιστώσεις :**

Φεβρουαρίου 10 δρχ. 600 λῆξις Φεβρουαρίου 10

• 2 • 1200 • Ἰουνίου 9

Μαρτίου 17 • 420 • Αὐγούστου 12

• 27 • 750 • Σεπτεμβρίου 25

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τὴν 31 Μαρτίου πρὸς 5  $\frac{1}{100}$

538) Τοκοφόρος λογαριασμὸς περιέχει :

**Κρῆσεις :**

Ἰανουαρίου 6 μετρητά, λῆξις Ἰανουαρίου 6 δρχ. 1248.—

• 12 • • • 12 • 4021.—

• 25 γραμματίων • Ἀπριλίου 25 • 8241.—

Μαρτίου 10 • • • 10 • 2160.—

**Πίστωσις :**

Ἰανουαρίου 1 ὑπόλοιπον λήξις Δεκεμβρ. 31 δρχ. 2451,00  
 " 15 γραμμάτιον " Μαρτίου 15 " 6000.—

Ὁ λογαριασμός κλείει τὴν 31 Μαρτίου πρὸς 3 1/2. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον αὐτοῦ :

**53. Πῶς κλείεται λογαριασμός τηρούμενος κατὰ τὴν Εὐθεϊαν Μέθοδον ἐνωρίτερον τῆς καθορισθείσης ἡμερομηνίας.**

Εἰς ἐξαιρετικὰς περιπτώσεις (διάλυσις τῆς ἐπιχειρήσεως, πτώχευσις, συγχώνευσις αὐτῆς μετ' ἄλλης, θάνατος τοῦ ἰδιοκτήτου, ἀλλαγὴ τοῦ ἐπιτοκίου κ.τ.λ.) εἴμεθα ἀναγκασμένοι νὰ κλείσωμεν ἓνα λογαριασμὸν ἐκτάκτως πρὶν τῆς καθορισθείσης ἡμερομηνίας κλεισίματος, διὰ τὴν ὁποίαν ἔχουν ὑπολογισθεῖ ὅλοι οἱ τοκαριθμοὶ (ἢ τόκοι). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν θὰ διορθώσωμεν τὸν λογαριασμὸν πρὶν κλείσωμεν αὐτὸν κατὰ τὸ κατωτέρω παράδειγμα.

**Πρόβλημα.** Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατὰ τὴν Εὐθεϊαν Μέθοδον πρὸς 6% κλείεται τὴν 31ην Μαρτίου. Τὴν 15ην Μαρτίου διατασσόμεθα νὰ κλείσωμεν ἐκτάκτως τὸν λογαριασμὸν. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ἀν περιέχῃ τὰς πράξεις:

**Χρέωσις** δρχ. 4.200.—  
 Ἰανουαρίου 5 Μειρητὰ " 6.300.—  
 Μαρτίου 10 Γραμμάτιον λήξεως 15 Μαΐου

**Πίστωσις** δρχ. 2.500.—  
 Ἰανουαρίου 1 ὑπόλοιπον εἰς νέον

**Λύσις :** Ἐπειδὴ ὁ λογαριασμός κανονικῶς θὰ ἔπρεπε νὰ κλείσῃ τὴν 31 Μαρτίου, ὅλοι οἱ τοκαριθμοὶ ἔχουν ὑπολογισθεῖ μέχρι τῆς ἡμερομηνίας αὐτῆς. Διὰ νὰ κλείσωμεν ἄρα τὸν λογαριασμὸν τὴν 15 Μαρτίου θὰ πρέπει νὰ ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τοὺς τοκαριθμοὺς τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καὶ τῆς πιστώσεως τοκαριθμοὺς 15 ἡμερῶν. Ἡ ἀφαίρεσις αὐτὴ γίνεται, ὡς γνωστὸν, διὰ τῆς ἀναγραφῆς εἰς μὲν τὴν χρεώσιν τοῦ ἐρυθροῦ τοκαριθμοῦ 10500.15

## Λ Ο Γ Α Ρ Ι Α Σ Μ Ο Σ Ι Ι Ι

## Εθνη Μέρηδος.

**Χρέωση** Ἀλλοθλόγητος τοκοφόρος λογαριασμός κλειόμενος τὴν 31 Μαρτίου καὶ ἀλεισθηὶς ἐκτίκται τὴν 15 Μαρτίου. **Πίστωση**

Ἡμερ., ἐγγραφῆς	Διαιολογία	Λήξεις	Ἡμε	Ποσὶ	Τοκισμὸς	Ἡμερ., ἐγγραφῆς	Διαιολογία	Λήξεις	Ἡμε	Ποσὶ	Τοκισμὸς
Ἰαν. 5	Μίσηρτὴ	Ἰαν.	5	4200,—	3570	Ἰαν. 1	Ἰσὸς εἰς νέον	Δεκεμ. 31	90	2500,—	2250
Μαρτ. 10	Γρημμάτιον	Ματίου 15	45	6300,—	(2835)	Μαρτ. 15	Λογθωτ. τοκίω.				(1200)
" 15	Δισπορὴ τοκίω.				2715	" 15	Ἰσπορὴ ἐσθθ.				2835
						" 15	τόκος $\frac{2715}{60}$			45,25	
						" 15	Πρὸς ἔξο. ποσῶν			7954,75	
				10500,—	6285					10500,—	6285
Μαρτ. 16	Ἰσὸς εἰς νέον	Μαρτ. 15		7954,75							



εἰς δὲ τὴν πίστωσιν τοῦ *ἐρυθροῦ* τοκαρίθμου 2500.15 ἢ εἰς  
μόνην τὴν χρέωσιν τῆς διαφορᾶς τῶν ἐρυθρῶν τοκαρίθμων

$$\delta = 10500.15 - 2500.15 = 8000.15$$

$$\eta \quad \delta = 120000$$

δηλαδὴ τοῦ τοκαρίθμου 15 ἡμερῶν τῆς διαφορᾶς τῶν ποσῶν 8000

Ἄντι ὅμως νὰ προσθέσωμεν εἰς τὴν χρέωσιν τὸν *ἐρυθρὸν*  
τοκαρίθμον 120000 προσθέτωμεν ἀμέσως εἰς τὴν πίστωσιν, ἥτοι  
εἰς τὴν ἀσθενεστέραν σελίδα τῶν ποσῶν, τὸν *μαῦρον* τοκαρίθμον  
120000, ὥστε :

*Διὰ νὰ κλείσωμεν ἓνα λογαριασμὸν τηρούμενον κατὰ  
τὴν Ἐθθεϊαν Μέθοδον ἐνωρίτερον τῆς καθωρισθείσης  
ἡμερομηνίας, ἀναγράφομεν εἰς τὴν σελίδα τοῦ μικρο-  
τέρου ἀθροίσματος τῶν ποσῶν, μαῦρον διορθωτι-  
κὸν τοκαρίθμον τῆς διαφορᾶς τῶν ποσῶν διὰ τὰς ἡμέρας  
κατὰ τὰς ὁποίας κλείει ἐνωρίτερον ὁ λογαριασμὸς.*

Μετὰ τὴν ἀναγραφὴν αὐτὴν τοῦ διορθωτικοῦ τοκαρίθμου  
κλείομεν κανονικῶς τὸν λογαριασμὸν. Οὕτω ἔχομεν τὸν ἔναντι  
λογαριασμὸν III.

### Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

539) Ἀλληλόγραφος τοκαφόρος λογαριασμὸς τηρούμενος κατὰ τὴν  
Ἐθθεϊαν Μέθοδον πρὸς 8 % καὶ κλειόμενος τὴν 31ην Μαρτίου, παρου-  
σιάζει τὴν 1ην Μαρτίου, ὅπου διετάχθημεν νὰ κλείσωμεν τὸν λογαρια-  
σμὸν ἐκτάκτως, τὴν ἐξῆς κατάστασιν.

#### *Χρέωσις*

Ἄθροισμα ποσῶν δρχ. 63700, ἀθροισμα τοκαρίθμων 127750

#### *Πίστωσις*

Ἄθροισμα ποσῶν δρχ. 42472, ἀθροισμα τοκαρίθμων 176800

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ :

540) Ὁ λογαριασμὸς τῆς ἀσκήσεως 530 κλείει ἐκτάκτως τὴν 30ην  
Μαΐου. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ :

541) Ὁ λογαριασμὸς τῆς ἀσκήσεως 532 κλείει ἐκτάκτως τὴν 18ην  
Ἰουλίου. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ :

542) Πῶς κλείεται ὁ λογαριασμὸς βραδύτερον τῆς καθωρισθείσης  
ἡμερομηνίας κλεισίματος :

54. Λογαριασμός με άμοιβαίον έπιτόκιον μεταβαλλόμενον κατά την διάρκειαν τής χρήσεως.

**Πρόβλημα.** Το έπιτόκιον του «Λογαριασμού II» γίνεται την 30ήν Μαΐου 7 <sup>1</sup>/<sub>100</sub>. Ποίον τό ύπόλοιπον του λογαριασμού την 30ήν Ιουνίου; Έτος Έμπορικόν.

**Λύσις:** Διά την τήρησιν ενός άλληλοχόου τοκοφόρου λογαριασμού με μεταβαλλόμενον έπιτόκιον, υπάρχον διάφοροι τρόποι. Ο αλλοιωτός όμως όλων είναι να κλείσωμεν τον λογαριασμόν προσωρινώς την ημέραν καθ' ην μεταβάλλεται τό έπιτόκιον και να ανοίξωμεν αυτόν εκ νέον, ύπολογίζοντες εις τό τμήμα τής χρήσεως, τό όποιον ακολουθεί, τον τόκον προς τό νέον έπιτόκιον. Έπειδή όμως δεν επιτρέπεται να γίνη ό τόκος τοκοφόρος έντός τής αυτής χρήσεως, δεν τον αναγράφωμεν εις την στήλην των ποσών όπου ανήκει αλλά εις ιδιαίτεραν στήλην. Κατά ό δριστικόν κλείσιμον του λογαριασμού, εξισώνωμεν τους μερικούς τόκους εκάστου τμήματος τής χρήσεως, αναγράφωμεν την διαφοράν των τόκων εις την στήλην των ποσών εις την όποιαν ανήκει και κλείωμεν κατόπιν τον λογαριασμόν κανονικώς. Ούτως έχομεν τον λογαριασμόν VI:

**Παρατήρησις I.** Ο άλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός εις την περίπτωσιν καθ' ην μεταβάλλεται τό έπιτόκιόν του κατά την διάρκειαν τής χρήσεώς του, δύναται να τηρηθή και δίχως να είναι ανάγκη εις εκάστην μεταβολήν του έπιτοκίου να κλείωμεν αυτόν και να αναγράφωμεν τους τόκους εις ιδιαίτεραν στήλην. Προς τουτο εξισώνωμεν τους τοκαριθμούς εις έκαστον τμήμα του λογαριασμού, όπου προσθέσωμεν, όπου ανήκει, τον διορθωτικόν τοκαριθμόν τής μεταφοράς του κλεισίματος, αλλά δεν εξισώνωμεν τα ποσά, ούτε κλείωμεν τον λογαριασμόν. Εις τό δεύτερον τμήμα του λογαριασμού, τό όποιον θα τηρηθή προς τό νέον έπιτόκιον, πριν αρχίσωμεν την αναγραφήν ποσών, γράφωμεν πρώτον εις την στήλην των τοκαριθμών τής σελίδος του **μεγαλειτέρου άρθροίσματος** των ποσών, τον τοκαριθμόν τής διαφοράς των ποσών δια τός ημέρας αι όποιαι ύπολείπονται μέχρι του κλεισίματος του λογαριασμού. Κατά την ημέραν του δριστικου κλεισίματος του λογαριασμού εξισώνωμεν τους τοκαριθ-

Λ Ο Γ Α Ρ Ι Α Σ Μ Ο Σ Ι V

Εύθεια Μέθοδος.

Χρέωση: Άλλ. τόκοι, λογμὸς Κ. Α. κλεισίμα, τίν 30 Τουν. πρὸς 4% μέχρι 30 Μαΐου καὶ πρὸς 7<sup>1</sup>/<sub>2</sub> μέχρι 30 Τουν. Πίστωση

Ἡμερομ. ἐγγραφῆς	Αιτιολογία	Λόγιστις	Ἡμ.	Ποσά	Τοζὰ	Τόζοι	Ἡμερομ. ἐγγραφῆς	Αιτιολογία	Λόγιστις	Ἡμ.	Ποσά	Τοζὰ	Τόζοι
'Απρ. 10	Μετρητὰ	'Απρὸς 10	80	4500.—	8600		'Ιαν. 11	Μετρητὸ	Ταν. 11	169	2000.—	3380	
Μαΐου 20	Γραμμάτιον	Τουν. 5	25	800.—	200		Μαρτ. 20	Γραμμάτιον	Μαρτ. 20	100	1400.—	1400	
>	Διαφορά τοζαφ.				1550		Μαΐου 30	Διαφθερ. τὸζαφ.				570	17,22
							>	τόζοι 1550					
							>	Πρὸς 90			1900.—		
								Πρὸς ἐξίσωσιν					
	Πρὸς 7 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>							Πρὸς 7 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>			5300.—	5300	
Τουν. 1	Ὑπόλ. εἰς νέον	Μαΐου 30	30	1900.—	570		Τουν. 10	Γραμμάτιον	Τουλ. 25	25	900.—	(225)	
Τουν. 20	Γραμμάτιον	Αὐγούστ. 5	35	1200.—	(420)		>	Διαφορά ἀριθμ.				195	
>	τόζοι 375					7,29	>	Διαφορά τοζαφ.			9,34	375	
>	Πρὸς 108 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>					9,93	>	Διαφορά τόζων			2190,07		
Τουλ. 1	Ὑπόλ. εἰς νέον	Τουν. 30				17,22	>	Πρὸς 45 ποσίων			3100.—	570	17,22
											2190,07		

μούς και τοῦ τελευταίου τμήματος τῆς χρήσεως καὶ ἀναγράφομεν εἰς τὴν στήλην τῶν ποσῶν εἰς τὴν ὁποίαν ἀνήκουν, ὅλους τοὺς τόκους τοὺς ἀντιστοιχοῦντας εἰς τὰς τμηματικὰς διαφορὰς τῶν τακτικῶν. Οὕτω ἔχομεν τὸν λογαριασμὸν IV.

### ΛΥΚΗΣΕΙΣ

543) Ὁ λογαριασμὸς τῆς ἀσκήσεως 528 τηρεῖται μέχρι τῆς 30ης Αὐγούστου πρὸς 6% καὶ ἀπὸ 31ης Αὐγούστου μέχρι 31 Δεβρίου πρὸς 8%. Ἔτος ἔμπορικόν. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ;

544) Ὁ λογαριασμὸς τῆς ἀσκήσεως 523 τηρεῖται μέχρι τῆς 15ης Φεβρουαρίου πρὸς 4%, Ἀπὸ τῆς 16 Φεβρουαρίου μέχρι 30 Ἀπριλίου πρὸς 6% καὶ ἀπὸ 1ης Μαΐου μέχρι τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ πρὸς 5%. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ; Ἔτος μικτόν.

545) Ὁ λογαριασμὸς τῆς ἀσκήσεως 529 τηρεῖται μέχρι τῆς 15ης Μαρτίου πρὸς 6% καὶ μέχρι τέλος τῆς χρήσεως πρὸς 7%. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ; Ἔτος ἔμπορικόν.

546) Ὁ λογαριασμὸς τῆς ἀσκήσεως 524 τηρεῖται μέχρι 10 Μαρτίου πρὸς 4% καὶ ἀπὸ 11 Μαρτίου μέχρι τέλος τῆς χρήσεως πρὸς 7%. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ; Ἔτος μικτόν.

547) Ἡ χρῆσις τοῦ λογαριασμοῦ τῆς ἀσκήσεως 525 παρατείνεται ἐπὶ ἓνα ἀκόμη μῆνα καὶ τὸ ἐπιτόκιον γίνεται ἀπὸ 4% πρὸς 6%. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ;

Ἡ χρῆσις τοῦ λογαριασμοῦ τῆς ἀσκήσεως 532 παρατείνεται ἐπὶ 40 ἀκόμη ἡμέρας καὶ τὸ ἐπιτόκιον αὐτοῦ γίνεται 4%. Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς παρατάσεως ἐγένονται πλ. πράξεις:

Χρέωσις			
Ἀπριλίου 12	Μετρητὰ	λῆξις Ἀπριλίου 12	δρχ. 4000

Πιστώσις			
Ἀπριλίου 25	Γραμμάτιον	λῆξις Ἰουνίου 15	δρχ. 6100

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ; Ἔτος ἔμπορικόν.

548) Ὁ λογαριασμὸς τῆς ἀσκήσεως 531 τηρεῖται μέχρι 15ης Μαρτίου πρὸς 4% καὶ μέχρι τέλος πρὸς 8%. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ; Ἔτος Πολιτικόν.

**Παρατήρησις II.** Ἡ Εὐθεῖα Μέθοδος ἐγκαταλείπεται ὁλοῦν καὶ περισσότερον εἰς τὴν πράξιν. Οἱ λόγοι, προκειμένου περὶ ἀμοιβαίου ἐπιτόκιου, εἶναι κυρίως δύο: πρῶτον, διὰ νὰ καταστράψωμεν ἓνα ἀλληλόχρονον τοκοφόρον λογαριασμὸν κατὰ τὴν Εὐθεῖαν Μέθοδον εἶναι ἀπαραίτητον νὰ γνωρίζωμεν ἐκ τῶν προτέρων τὴν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ

Λ Ο Γ Α Ρ Ι Α Σ Μ Ο Σ V

Εύθεια Μέθοδος

Χρόνοις: Άλλ. τοκοφόρ. λογ. έμ. Κου Α. ελιεύ. την 30 Ιουν. πρὸς 4<sup>1</sup>/<sub>6</sub> μέχρι 30 Μαΐου καὶ πρὸς 7<sup>1</sup>/<sub>6</sub> μέχρι 30 Ιουν. Πιστώσεις

Ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήψεις	Ἡμ.	Ποσά	Τοκάο.	Ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήψεις	Ἡμ.	Ποσά	Τοκάο.
Ἄπρ.	Μετρητά	Ἄπρ.	10	4500,—	3600	Ἰαν.	Μετρητά	Ἰαν.	11	2000,—	3390
Μαΐου	Γραμμάτιον	Ἰουν.	5	800,—	200	Μαρτ.	Γραμμάτιον	Μαρτ.	20	1400,—	1400
*	30 Πρὸς ἔξ. τοκαφ.				1550	Μαΐου	Διαφθ. τοκαφ.θ.				570
					5350						5350
Ἰουν.	7 <sup>1</sup> / <sub>6</sub>					Ἰουν.	7 <sup>1</sup> / <sub>6</sub>				
Ἰουν.	1 Ὑπόλοιπον 1900	Μαΐου	30	—	570	Ἰουν.	Γραμμάτιον	Ἰουλ.	25	900,—	2(225)
Ἰουν.	20 Γραμμάτιον	Αὐγ.	5	1200,—	(420)	*	Διαφορὰ ἔμφθ.				195
*	30 τόκοι 375 300 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>			7,29		*	Πρὸς ἔξ. τοκαφ.				375
						*	1550 τόκοι 90			17,22	
						*	Πρὸς ἔξ. ποσῶν			2190,07	
Ἰουλ.	1 Ὑπόλ. εἰς νύκτ.			6507,29	570					6507,29	570
				2190,07							

καὶ δεύτερον, διότι συχνὰ παρουσιάζονται εἰς αὐτὴν ἐρυθροὶ τοκαρίθμοι, οἱ ὅποιοι περιπλέκουν τοὺς ὑπολογισμοὺς διὰ τὴν εὐρεσιν τοῦ τόκου καὶ αἰξάνουν τὰς πιθανότητας σφαλμάτων.

Πρὸς θεράπειαν τῶν μειονεκτημάτων αὐτῶν χρησιμοποιοῦνται πολλοὶ τρόποι. Οὕτω, διὰ νὰ ἀποφύγωμεν τοὺς ἐρυθροὺς τοκαρίθμους χρησιμοποιοῦμεν κυρίως τοὺς ἑξῆς δύο τρόπους :

α) Ἀναγράφωμεν εἰς τὸν λογαριασμὸν τὴν παρουσίαν ἀξίαν ἐκάστου ποσοῦ κατὰ τὴν ἡμέραν τῆς ἐγγραφῆς του. Πρὸς ταῦτα ἀφαιροῦμεν ἀπὸ τὴν ὀνομαστικὴν τοῦ ἀξίαν τὸν τόκον τῆς διὰ τὰς ἡμέρας αἰτινες μεσολοβοῦν μεταξὺ τῆς ἡμερομηνίας ἐγγραφῆς τοῦ ποσοῦ καὶ τῆς λήξεώς του. Ὁ τόκος ὑπολογίζεται βεβαίως πρὸς τὸ ἐπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ. Οὕτω ὅλα τὰ ποσὰ μετατρέπονται εἰς μετρητὰ καὶ δὲν παρουσιάζονται πλέον ἐρυθροὶ τοκαρίθμοι.

β) Καταστρώνομεν τὸν λογαριασμὸν λαμβάνοντες ὡς ἡμερομηνίαν κλεισίματος αὐτοῦ οὐχὶ τὴν πραγματικὴν, ἀλλὰ ἄλλην τιὰ *εἰκονικὴν* μεταγενεστέραν πάσης πιθανῆς λήξεως. Συνήθως εἰκονικὴ ἡμερομηνία κλεισίματος τρεῖς μῆνας μεταγενεστέρως τῆς πραγματικῆς εἶναι ἀρκετὴ νὰ ὑπερβῇ ὅλας τὰς πιθανὰς λήξεις καὶ νὰ ἐμποδίσῃ τὴν ἐμφάνισιν εἰς τὸν λογαριασμὸν μας ἐρυθρῶν τοκαρίθμων.

Τὴν ἡμέραν τοῦ πραγματικοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ, κλείομεν αὐτὸν κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον κατὰ τὸν ὅποιον κλείομεν ἓνα λογαριασμὸν ἐκτάκτως, ἐνωρίτερον τῆς καθοριζομένης ἡμερομηνίας κλεισίματος (§ 53 ).

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

549) Ὁ λογαριασμὸς τῆς ἀσκήσεως 533 νὰ τηρηθῇ κατὰ τὸν πρῶτον ἐκ τῶν ἀνωτέρω τρόπων. Ὑπάρχει διαφορὰ εἰς τὸ ὑπόλοιπον αὐτοῦ μὲ τὸ ὑπόλοιπον τοῦ ἰδίου λογαριασμοῦ τηρουμένου κατὰ τὸν συνήθη τρόπον; Ποῦ ἀφεῖται ἡ διαφορὰ εἴν ὑπάρχει;

550) Οἱ λογαριαμοὶ τῶν ἀσκήσεων 532—533 νὰ τηρηθοῦν κατὰ τὸν ἓνα ἢ τὸν ἄλλον ἐκ τῶν δύο ἀνωτέρω τρόπων.

**Παρατήρησις III.** Εἰς ὅλα τὰ μέχρι τοῦδε ἐξετασθέντα παραδείγματα, οἱ λογαριαμοὶ τηροῦντο μὲ ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον.

Ἡ περίπτωσης ὅμως αὐτὴ δὲν εἶναι ἡ συνήθης, ὅταν οἱ λογαριασμοὶ τηροῦνται μεταξύ τραπεζῶν καὶ πελατῶν των. Εἰς τὴν περίπτωσηιν αὐτὴν οἱ λογαριασμοὶ τηροῦνται, σχεδὸν πάντοτε, μὲ μὴ ἀμοιβαίον ἐπιτόκιον. Ἡ τήρησις ὅμως τοιούτων λογαριασμῶν μὲ τὴν Εὐθείαν Μέθοδον ὀδηγεῖ, ἀπὸ ἀδυναμίας τῆς Μεθόδου, εἰς λανθασμένα ἐξαγόμενα, πρὸς διόρθωσιν τῶν ὁποίων ἀπαιτοῦνται συμπληρωματικαὶ διορθωτικαὶ πράξεις αἰτινες καθιστοῦν τόσον πολὺπλοκον τὴν τήρησιν τοῦ λογαριασμοῦ, ὥστε νὰ εἶναι ἐντελῶς ἀχρηστος εἰς τὴν πράξιν. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν δὲν θὰ ἀσχοληθῶμεν καθόλου μὲ τὴν περίπτωσηιν τοῦ μὴ ἀμοιβαίου ἐπιτοκίου εἰς τὴν Εὐθείαν Μέθοδον. Θὰ δώσωμεν μόνον ἓνα παράδειγμα τὸ ὁποῖον θὰ μᾶς παρουσιάσῃ σαφῶς τὴν ἀδυναμίαν τῆς Εὐθείας Μεθόδου εἰς τὴν τήρησιν ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμῶν μὲ μὴ ἀμοιβαίον ἐπιτόκιον.

**Πρόβλημα.** Ὁ Πελάτης μας Α καταθέτει εἰς τὴν Τράπεζάν μας τὴν 28 Φεβρουαρίου δρχ. 15000.— Τὴν 12ην ἰδίου μηνὸς ἐξοφλοῦμεν ἐπιταγὴν τοῦ ἐπὶ τῆς Τραπεζῆς ἐκ δρχ. 15000.— Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ παρ' ἡμῖν λογαριασμοῦ τοῦ τὴν 31ην Μαρτίου, ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως εἶναι 9% καὶ τῆς πιστώσεως 4%.

**Ἔτος μικτόν.**

**Λύσις :** Καταστρόνομεν ὡς συνήθως τὸν ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν μὲ τὴν Εὐθείαν Μέθοδον καὶ κατὰ τὸ κλείσιμον αὐτοῦ δὲν ἐξισόνομεν τοὺς τοκαριθμοὺς, διότι ἐκάστη σελὶς ἔχει τὸ ἰδιαιτερόν τῆς ἐπιτοκίου, καὶ κατὰ συνέπειαν, τὸ ἀθροισμα τῶν τοκαριθμῶν εἰς ἐκάστην σελίδα τὸν ἀντιστοιχοῦντα εἰς τὸν τοκαριθμὸν αὐτῆς τόκον. Οὕτω ἔχομεν τὸν λογαριασμόν VI, ἐκ τοῦ ὁποίου προκύπτει ὅτι τὴν 1ην Ἀπριλίου ὁ πελάτης μας Α ὀφείλει εἰς τὴν Τράπεζαν διαφορὰν τῶν 25 δρχ. Τὸ ἀποτέλεσμα ὅμως τοῦτο εἶναι προφανῶς λανθασμένον, διότι ὁ πελάτης μας κατέθεσε τὴν 28 Φεβρουαρίου 15000.— δρχ. τὰς ὁποίας ἀπέσυρεν μετὰ 12 ἡμέρας καὶ κατὰ συνέπειαν ὄχι μόνον δὲν μᾶς ὀφείλει τόκους, ἀλλ' ἀντιθέτως δικαιούται νὰ εἰσπράξῃ δὲν μᾶς ὀφείλει τόκους, ἀλλ' ἀντιθέτως δικαιούται νὰ εἰσπράξῃ τὸν τόκον τῶν 15000.— δρχ. τῆς καταθέσεώς του ἀπὸ 1 Μαρτίου μέχρι τῆς 11 Μαρτίου πρὸς τὸ ἐπιτόκιον τῆς Τραπεζῆς

Λ Ο Γ Α Ρ Ι Α Σ Μ Ο Σ V I

Εὐθὺντα Μέθοδος.

Χρόνος 9 %

Λογιστικὸς πλάτου μας Α κλειόμενος τὴν 31 Μαρτίου.

Πίστως 4 %

Ἡμερομ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Ληξεί	Ἡμ	Ποσά	Τοκάρθ.	Ἡμερομ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Ληξεί	Ἡμ	Ποσά	Τοκάρθ.
Μαρτ. 12	Ἐπιταγή	Μαρτ. 11	30	15000.—	3000	Φεβρ. 28	Κατάθεσις	Μαρτ. 1	30	15000.—	4500
" 31	τόκοι $\frac{3000}{40}$			75.—		Μαρτ. 31	τόκοι $\frac{4500}{90\frac{1}{2}}$			50	
				15075.—		" 31	Πρός ἔξοδ. ποσῶν			25	
Ἄ.π.θ.	1 Ὑπόλ. εἰς νέον			25						15000.—	



4  $\frac{2}{10}$ . Ὁ λογαριασμός θά ἔκρεπε δηλαδή νά παρουσιάξη πιστωτικὸν ὑπόλοιπον 1500 : 90 = 16,67 δρχ. καὶ ὄχι χρεωστικὸν ὑπόλοιπον 25.—δρχ.

**Σημείωσις.** Συνήθως ὡς πρόχειρος διόρθωσις προτινεται ἡ ἐξίσοις τῶν τοκαριθμῶν καὶ ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ τόκου ἐπὶ τῆς διαφορᾶς αὐτῶν πρὸς τὸ ἐπιτόκιον τῆς σελίδος τοῦ μεγαλυτέρου ἀθροίσματος τῶν τοκαριθμῶν. Ὁ τρόπος αὐτὸς βελτιώνει κάπως, καὶ πολλὰκις ἐξαιλεῖται, τὸ λάθος. Ἐν τούτοις ὅτε αὐτὸς δίδει πάντοτε τὸ ἄσθον ἀποτελεσμα.

Διὰ νὰ ἔχομεν ὀρθὰ ἐξαγόμενα μὲ τὴν Εὐθείαν Μέθοδον θά ἔκρεπε νά χωρίσωμεν τὸν λογαριασμὸν εἰς πολλὰ μέρη, ἕκαστον τῶν ὁποίων νά κλείη τὴν στιγμὴν καθ' ἣν τὸ ὑπόλοιπον εἰς νέον ἀλλάξει σελίδα. Εἶναι προφανές ὅτι μιὰ τοιαύτη μέθοδος εἶναι ἐντελῶς ἀνεφάρμοστος εἰς τὴν λογιστικὴν, ἥτις ἀπαιτεῖ σαφήνειαν καὶ ταχύτητα εἰς τὴν τήρησιν τῶν λογαριασμῶν.

## B. ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ ΜΕΘΟΔΟΣ

55. Πῶς τηρεῖται ὁ λογαριασμός κατὰ τὴν Ἀντίστροφον Μέθοδον.

Τὰ σοβαρὰ μειονεκτήματα τῆς Εὐθείας Μεθόδου εἶναι, ὅπως εἶδομεν καὶ προηγουμένως, πρῶτον ἡ ἀνάγκη νὰ γνωρίζωμεν ἐκ τῶν προτέρων τὴν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος τῶν λογαρισμῶν καὶ δεύτερον ἡ παρουσία ἐρυθρῶν τοκαριθμῶν εἰς αὐτούς. Διὰ νὰ ἀπαλλάξη τὴν Εὐθείαν Μέθοδον ἀπὸ τὰ μειονεκτήματα αὐτὰ ὁ τραπεζίτης Laffitte (1767—1844), ἔλαβεν ὡς ἡμερομηνίαν *εἰκονικοῦ κλεισίματος* τοῦ λογαριασμοῦ τὴν προγενεστέραν ἡμέραν λήξιν. Ἡ ἡμερομηνία αὐτὴ καλεῖται *ἐποχή* καὶ εἶναι συνήθως ἡ ἡμερομηνία λήξεως τοῦ ὑπολοίπου εἰς νέον. Ἡ οὕτω βελτιωθεῖσα Εὐθεία Μέθοδος καλεῖται Νέα ἢ Ἀντίστροφος Μέθοδος ἢ Μέθοδος τοῦ Laffitte ἐκ τοῦ ὀνόματος τοῦ πρώτου χρησιμοποιοῦσαντος αὐτήν.

Ἡ Ἀντίστροφος Μέθοδος εἶναι οὐσιαστικῶς ἡ αὐτὴ μὲ τὴν Εὐθείαν Μέθοδον μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι ἕκαστον τῶν ἐγγεγραμμένων ποσῶν ἀνάγεται διὰ προεξοφλήσεως εἰς τὴν *ἐποχήν*. Ἡ προεξοφλήσις γίνεται διὰ τῆς ἀναγραφῆς μόνον εἰς ἕκαστον ποσὸν τῆς χρεώσεως ἢ τῆς πιστώσεως *ἐρυθροῦ* τοκαριθμοῦ διὰ

τὰς ἡμέρας αἰτίνες μεσολαμβάνουν μεταξύ λήξεως τοῦ ποσοῦ καὶ ἐποχῆς. Τοιοῦτοτρόπος ὄλοι οἱ τοκαριθμοὶ θὰ εἶναι ἐρυθροὶ καὶ κατὰ συνέπειαν δὲν θὰ παρίσταται καμμία πλέον ἀνάγκη νὰ τοὺς διακρίνωμεν μεταξύ των ὅπως συμβαίνει εἰς τὴν Εὐθείον Μέθοδον, ὅπου ἄλλοι δίδουν τόκον καὶ ἄλλοι ὑφαίρεσιν. Κατὰ συνέπειαν τοὺς γράφομεν μὲ μαύρην καὶ οὐχὶ μὲ ἐρυθρὴν μελάνην. Οὕτω, διὰ τῆς μετατροπῆς ἀκριβῶς ὄλων τῶν τοκαριθμῶν εἰς ἐρυθροὺς, ἀπαλασσομένη ἀπὸ τοὺς ἐρυθροὺς τοκαριθμοὺς. Ἐννοεῖται ὅτι οἱ τοκαριθμοὶ διατηροῦν ὅλην τὴν σημασίαν τῶν ἐρυθρῶν τοκαριθμῶν μολονότι εἶναι γραμμένοι μὲ μαύρην μελάνην.

Τὴν ἡμέραν καθ' ἣν διαταχθῶμεν νὰ κλείσωμεν τὸν λογαριασμόν, καὶ τὴν ὁποίαν δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ γνωρίζωμεν ἐκ τῶν προτέρων, μεταφέρομεν τὸ σύνολον τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καὶ τῆς πιστώσεως—ἢ καλύτερον τὴν διαφορὰν αὐτῶν—ἀπὸ τὴν ἡμερομηνίαν τοῦ εἰκονικοῦ κλεισίματος (δηλαδὴ ἀπὸ τὴν ἐποχὴν) εἰς τὴν ἡμερομηνίαν τοῦ πραγματικοῦ κλεισίματος. Πρὸς τοῦτο προσθέτομεν **τοκαριθμὸν τόκου** τῆς διαφορᾶς τῶν ποσῶν εἰς τὴν ἰσχυροτέραν σελίδα αὐτῶν διὰ τῆς μεταξύ ἐποχῆς καὶ κλεισίματος ἡμέρας. Διὰ τῆς προσθέσεως τοῦ τοκαριθμοῦ αὐτοῦ ἕκαστον τῶν ἐγγεγραμμένων ποσῶν τοκίζεται, ὅπως φαίνεται καὶ ἐκ τοῦ κατωτέρω σχήματος, ἐπὶ τόσας ἀκριβῶς ἡμέρας ὅσας ἔπρεπε νὰ τοκισθῇ, ἤτοι ἀπὸ τῆς λήξεώς του μέχρι τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ.

31 Δεκεμβρίου

31 Μαρτίου



Ἐπειδὴ ὁμως ὄλοι οἱ τοκαριθμοὶ εἰς τὴν Ἀντίστροφον Μέθοδον παριστάνουν ὑφαίρεσιν καὶ ὄχι τόκον, ἀντὶ νὰ προσθέσωμεν τοκαριθμὸν τόκου, εἰς τὴν ἰσχυροτέραν σελίδα τῶν ποσῶν καὶ

νά ἔχωμεν ἀνάγκην διακρίσεως τοῦ τοκαρίθμου αὐτοῦ, προσθέτομεν εἰς τὴν ἀσθενεστέραν σελίδα τοκαρίθμον ὑφαιρέσεως. Κατόπιν προχωροῦμεν εἰς τὸ κλείσιμον τοῦ λογαριασμοῦ. Ἐπολογίζοντες τὸν τόκον ἐκ τῆς διαφορᾶς τῶν τοκαρίθμων, ἢ ὅποια θὰ προκύψῃ ἐκ τῆς ἐξισώσεως αὐτῶν. Ὁ τόκος αὐτός παριστάνει ὁμως ὑφίρεσιν καὶ κατὰ συνέπειαν πρέπει νὰ ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τὰ ποσὰ τῆς σελίδος τοῦ μεγαλυτέρου ἀθροίσματος τῶν τοκαρίθμων, ἅσα νὰ προστεθῇ εἰς τὰ ποσὰ τῆς ἀντιθέτου σελίδος. Ὡστε ὁ τόκος ἀναγράφεται εἰς τὰ ποσὰ τῆς ἰδίας σελίδος *μὲ ἐκείνην εἰς τὴν ὁποίαν ἐγγράφη ὁ πρὸς ἐξίσωσιν τῶν τοκαρίθμων ἀριθμὸς.*

Ὅντω διὰ νὰ τηρήσωμεν ἕνα ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμὸν μὲ τὴν Ἀντίστροφον Μέθοδον :

1) Ὑπολογίζομεν τὰς ἡμέρας μεταξὺ λήξεως ἐκάστου ποσοῦ καὶ ἐποχῆς τοῦ λογαριασμοῦ.

2) Εὐρίσκομεν τοὺς ἀντιστοιχοῦντας τοκαρίθμους.

3) Ἀναγράφομεν εἰς τὴν ἀσθενεστέραν σελίδα τῶν ποσῶν, διορθωτικὸν τοκαρίθμον τῆς διαφορᾶς τῶν ποσῶν διὰ τὰς ἡμέρας μεταξὺ ἐποχῆς καὶ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ.

4) Ἐξισώνομεν τοὺς τοκαρίθμους καὶ ὑπολογίζομεν τὸν τόκον ἐκ τῆς διαφορᾶς αὐτῶν, καὶ τὸν ἀναγράφομεν εἰς τὴν στήλην τῶν ποσῶν τῆς σελίδος ἐνθα ἐγγράφη τὸ πρὸς ἐξίσωσιν τῶν τοκαρίθμων ποσόν.

5) Ἀναγράφομεν εἰς τὴν οἰκίαν σελίδα τὰς τυχόν προμηθείας καὶ λοιπὰ ἔξοδα καὶ

6) Ἐξισώνομεν τὰ ποσὰ καὶ εὐρίσκομεν τὸ ὑπόλοιπον εἰς νέον.

Πρόβλημα. Ὁ λογαριασμὸς εἰς τὴν σελίδα 135 νὰ τηρηθῇ κατὰ τὴν Ἀντίστροφον Μέθοδον.

Λύσις. Τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος αὐτοῦ τὴν δίδει ὁ λογαριασμὸς VII ὅστις συνετάγη συμφώνως πρὸς τὸν ἀνωτέρω κανόνα.

Παρατήρησις I. Παρ' ὅλον, ὅτι γενικῶς ἀποφεύγονται εἰς τὴν Ἀντίστροφον Μέθοδον οἱ ἐρυθροὶ τοκαρίθμοι, συμβαί-

## Λ Ο Γ Α Ρ Ι Α Σ Μ Ο Σ VII

## \* Αντίστροφος Μέθοδος.

Κος Α. Αλλάλ, τοκοφόρος λογαριασμός του κλειόμενου την 30ην Ιουνίου προς 4 %.

Πίστωση

Χρέωση

Ημέρα, έγγραφης	Αιτιολογία	Λέξεις (valeur)	Ήμ.	Ποσό	Τοκιάριθ.	Ημέρομ. έγγραφης	Αιτιολογία	Λέξεις (valeur)	Ήμ.	Ποσό	Τοκιάριθ.
Αρχ. 10	Μεταγιά	Αρχ.	10	80	4005	Ιαν.	11 Μεταγιά	Ιαν.	11	—	—
Μαΐου 20	Γουρμιάτων	Ιουν.	5	144	1152	Μαρτ.	5 Γουρμιάτων	Μαρ.	20	69	966
Ιουν. 20	*	Αύγ.	5	225	2448	Ιουν.	*	Ιουλ.	25	194	1746
						*	30 διορθωτ. τοκιάριθ				8718
						*	30 Προς έξισ. τοκιαρ.				1175
						*	30 τόκοι $\frac{1175}{90}$			13,06	
						*	30 Προς έξισ. ποσών			2186,94	
					6500.—					6500.—	7005
Ιουλ. 1	Υπόλ. είς νέον				2186,94						

νει ἐπίστευε νὰ παρουσιασθοῦν καὶ εἰς αὐτὴν ἐρυθροὶ τοκάριθμοι. Ἐὰν λ. χ. ἔχωμεν νὰ ἀναγράψωμεν εἰς τὸν λογαριασμὸν παράλειψιν τινα προηγουμένης χρήσεως, τὸ ποσὸν αὐτῆς θὰ λήγῃ κατὰ πάσαν πιθανότητα πρὸ τῆς ἐποχῆς καὶ κατὰ συνέπειαν διὰ νὰ ἀναχθῆ εἰς αὐτὴν θὰ πρέπει νὰ τοκισθῆ καὶ ὄχι νὰ προεξοφληθῆ. Διὰ τοῦτο ὁ τοκάριθμος τοῦ ποσοῦ αὐτοῦ θὰ γραφῆ πρὸς διακρίσιν δι' ἐρυθρᾶς μελάνης. Κατὰ τὸ κλείσιμον λογαριασμοῦ εἰς τὴν ἀρκετὰ σπανίαν περίπτωσιν ἐρυθρῶν τοκάριθμων εἰς τὴν Ἀντίστροφον Μέθοδον ἐργαζόμεθα ἐντελῶς μετὸν ἴδιον τρόπον μετὸν ὁποῖον ἐργαζόμεθα εἰς τὴν ἀνάλογον περίπτωσιν τῆς Εὐθείας Μεθόδου.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

551) Νὰ τηρηθοῦν οἱ λογαριασμοὶ τῶν ἀσκήσεων 522—538 κατὰ τὴν Ἀντίστροφον Μέθοδον.

**Παρατήρησις II.** Ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον τοῦ ἀλληλοχρέου τοκοφόρου λογαριασμοῦ μεταβάλλεται κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς χρήσεως, ἢ τήρησις τοῦ λογαριασμοῦ μετὸν Ἀντίστροφον Μέθοδον εἶναι ἐντελῶς ἀνάλογος μετὸν ἀντίστοιχον περίπτωσιν τῆς Εὐθείας Μεθόδου. Κλείομεν δηλαδὴ τὸν λογαριασμὸν τὴν ἡμέραν τῆς μεταβολῆς τοῦ ἐπιτοκίου καὶ ἀνοίγομεν αὐτὸν ἐκ νέου μετὸν νέον ἐπιτόκιον. Ἐννοεῖται, ὅτι καὶ εἰδῶ, δὲν συμπεριλαμβάνομεν τὸν τόκον εἰς τὸ ὑπόλοιπον κατὰ τὰ μερικὰ κλείσιματα, ἀλλὰ μόνον κατὰ τὸ τελευταῖον κλείσιμον διὰ νὰ μὴ καταστήσωμεν τοκοφόρον τὸν τόκον κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς χρήσεως τοῦ λογιμοῦ. Τὰ κατωτέρω δύο παραδείγματα λογαριασμῶν, ὁ λογαριασμὸς VIII καὶ IX, μᾶς δεικνύουσιν τοὺς τρόπους τηρήσεως τοῦ λογαριασμοῦ τοῖς ἀντιστοιχοῦντας μετὸν ἀναλόγους τρόπους τῆς Εὐθείας Μεθόδου.



Αντιστόφως Μέθοδος.

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ ΙΧ

Χρόνοις Ἀλλοθ. τοκοφ. λογισμὸς τοῦ Α κλεισίμα, τὴν 30 Ἰουν. πρὸς 4%, μέγρι 30 Μαΐου 31 καὶ 7%, μέγρι 30 Ἰουν. Πίστωσις

Ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις (valear)	Ἄμα	Ποσά	Τοκῶσθ.	Ἡμερ. ἐγγραφῆς	Αἰτιολογία	Λήξεις (valear)	Ἄμα	Ποσά	Τοκῶσθ.
Ἀπρ. 1	Μετρητά	Ἀπρ. 10	89	4500,—	4005	Ἰαν. 11	Μετρητά	Ἰαν. 11	—	2000,—	ἔποχῃ
Μαΐου 20	Γραμμάτιον	Ἰουν. 5	144	800,—	1152	Μαΐου 5	Γραμμάτιον	Μαρτ. 20	60	1400,—	966
							30 δωρῶθ. τοκῶσθ.				2641
							30 Πρὸς ἔξιν. τοκοφ.				1550
					5157		7%				5157
Ἰουν. 31	Ἰσολόγιον 1900	Μαΐου 30		—	ἔποχῃ	Ἰουν. 10	Γραμμάτιον	Ἰουλ. 25	55	300,—	495
	7%				780		30 δωρῶθ. τοκῶσθ.				690
	20 Γραμμάτιον	Ἀύγ. 5	65	4200,—	375		30 τόκοι			17,22	
	30 Πρὸς ἔξιν. τοκοφ.				7,29		30 Πρὸς ἔξιν. ποσῶν			2190,07	
	30 τόκοι				6507,29					6507,29	1155
Ἰουλ. 1	Ἰσολ. εἰς νέον				2190,07						

Προκειμένον νά εὑρωμεν τὸν διορθωτικὸν τοκίριθμον 660 τοῦ δευτέρου μέρους τῆς χρεώσεως, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ νέον ἐπιτόκιον  $7\frac{2}{3}\%$ , ἐλάβομεν τὴν διαφορὰν τοῦ συνόλου τῶν ποσῶν τῆς χρεώσεως καὶ πιστώσεως.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

552) Οἱ λογαριασμοὶ τῶν ἀσκήσεων 543—548 νά τηρηθοῦν κατὰ τὴν Ἀντίστροφον Μέθοδον.

**Παρατήρησις III.** Ἐπειδὴ ἡ Ἀντίστροφος Μέθοδος οὐσιαστικῶς εἶναι ἡ ἴδια μὲ τὴν Εὐθείαν Μέθοδον, εἶναι προφανές ὅτι καὶ εἰς τὴν Ἀντίστροφον θά παρουσιαζεται ἡ αὐτὴ ἀδυναμία προκειμένον νά τηρηθοῦν λογαριασμοὶ μὲ μὴ ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον. Περὶ αὐτοῦ δυνάμεθα νά βεβαιωθῶμεν τηροῦντες μὲ τὴν Ἀντίστροφον Μέθοδον τὸ Παράδειγμα τῆς Παρατηρήσεως III καὶ τῆς § 54 ὅπου θά εὑρωμεν, ὅτι ὁ πελάτης τῆς τραπεζῆς ὀφείλει εἰς αὐτὴν τόκον 33,33 δρχ. ἀντὶ νά λάβῃ ἀπὸ αὐτὴν τόκον 16,67 δρχ. ὅπως εἶναι τὸ σωστόν.

### Γ. ΑΜΒΟΥΡΓΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ

**56. Πῶς τηρεῖται ὁ λογαριασμὸς κατὰ τὴν Ἀμβουργικὴν μέθοδον.**

Εἰς τὴν Ἀμβουργικὴν Μέθοδον δὲν τοκίζονται, ὅπως εἰς τὰς δύο προηγουμένας, τὰ ποσὰ τῆς χρεώσεως καὶ τῆς πιστώσεως ἰδιαίτερώς, ἀλλὰ μόνον τὸ ἐκάστοτε ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ, ὅπου προσδιορίζεται ἀμέσως μετὰ κάθε νέαν ἐγγραφήν. Τὸ ὑπόλοιπον αὐτὸ δίδει τόκον ἀπὸ τῆς λήξεως (vaieur) τῆς μίας πράξεως μέχρι τῆς λήξεως τῆς ἐπομένης.

Ἐπειδὴ ὅμως ἡ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον τήρησις τοῦ λογαριασμοῦ δὲν εἶναι εὐκόλος εἰς τὸ Καθολικὸν μας, ἡ Ἀμβουργικὴ Μέθοδος ἀπαιτεῖ **δύο βιβλία** ἀντὶ ἑνός : τὸ Καθολικόν, ὅπου ἀναγράφεται ὁ λογαριασμὸς μὲ τὴν συνήθη μορφήν τῶν «τρεχομένων λογαριασμῶν» καὶ τὸ **Φύλλον Τόκου** ὅπου γίνονται αἱ πράξεις διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ τόκου. Εἶναι προφανές ὅτι τὰ ὑπόλοιπα τῶν δύο αὐτῶν βιβλίων πρέπει νά συμφωνοῦν.



Τὸ κάτωθι παράδειγμα θὰ μᾶς δώσῃ τὴν γενικὴν γραμμὴν σκέψεως ἢν ἀκολουθεῖ ἡ Ἀμβουργικὴ Μέθοδος.

**Πρόβλημα.** Ἐμπορὸς ἀποστέλλει τὴν 2αν Ἰανουαρίου εἰς ἕτερον ἔμπορον, μετὰ τοῦ ὁποίου ἔχει ἀνοικτὸν τοκοφόρον λογαριασμόν, 1000 δρχ. Τὴν 12ην ἰδίου μηνὸς ἐκδίδει ἐπ' αὐτοῦ ἐπιταγὴν 800 δρχ. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ εἰς τὸ τέλος τοῦ μηνὸς ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι 6%;

Λύσις.	Τὴν 2αν Ἰανουαρίου ὁ δεύτερος ἔμπορος ὀφείλει εἰς τὸν πρῶτον : . . . . .	δρχ. 1000
	Τὴν 12ην Ἰανουαρίου ὀφείλει :	
	α') τὸ παλαιὸν ὑπόλοιπον :	δρχ. 1000
	β') τόκους 10 ἡμερῶν	» 1,67
		δρχ. 1001,67
	γ')—τὸ ποσὸν τῆς ἐπιταγῆς	» 800,
	Ἐν ὅλῳ	δρχ. 201,67

	Τὴν 31ην Ἰανουαρίου ὀφείλει :	
	α') τὸ παλαιὸν ὑπόλοιπον	δρχ. 201,67
	β') τόκους 19 ἡμερῶν	» 0,64
	Ἐν ὅλῳ	δρχ. 202,31

Ὅστε τὸ ζητούμενον εἰς τὸ τέλος τοῦ μηνὸς ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ εἶναι δρχ. 202,31 τὰς ὁποίας ὀφείλει ὁ δεύτερος ἔμπορος εἰς τὸν πρῶτον.

Ὁ τρόπος αὐτὸς τηρήσεως τῶν ἀλλήλων τραπεζῶν τοκοφόρον λογαριασμῶν εἶναι ὁ ἀρχαιότερος ὄλων καὶ εἶναι, ὅπως βλέπομεν, ἀπλούστατος καὶ εἰς τὴν σκέψιν καὶ εἰς τὴν πράξιν. Ἐχει ὅμως τὸ μειονέκτημα νὰ κεφαλαιοποιῇ τοὺς τόκους κατὰ τὴν διαρκείαν τοῦ λογαριασμοῦ καὶ νὰ τοὺς ἀνατοκίζῃ (ὁ τόκος λ. χ. 1,67 δρχ. τῶν 1000 δρχ. ἐτοκίσθη εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα μαζί με τὰς 200 δρχ. ἀπὸ τῆς 12ης Ἰανουαρίου μέχρι τῆς 31). Διὰ νὰ ἀποφύγωμεν τὸ μειονέκτημα αὐτό, τὸ ὅποιον παρουσίαζε ἡ ἀνωτέρω **Παλαιὰ Ἀμβουργικὴ Μέθοδος**, ἀντὶ

νά κεφαλαιοποιούμεν τοὺς τόκους μετὰ κάθε ἐξίσωσιν, τοὺς γράφομεν εἰς εἰδικὴν στήλην τόκων μετὰ τὴν μορφὴν τοκαριθμῶν —χρονωστικῶν ἢ πιστωτικῶν ἀναλόγως τοῦ τοκισομένου ἑκάστοτε ὑπολοίπου—καὶ τὴν ἡμέραν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ συμφηρίζομεν τὸ ὑπόλοιπον τῶν τόκων μετὰ τοῦ ὑπολοίπου τῶν ποσῶν καὶ ἔχομεν οὕτω τὴν **Νέαν Ἀμβουργικὴν Μέθοδον.**

Ἐπειδὴ ὁμοίως αἱ λήξεις ἐν γένει τῶν ποσῶν δὲν ἀκολουθοῦν τὴν αὐτὴν χρονολογικὴν σειρὰν μετὰ τὴν ἔγγραφὴν ἔχομεν δύο τρόπους τηρήσεως τοῦ **Φύλλου Τόκου.**

- α) κατὰ χρονολογικὴν σειρὰν λήξεως τῶν ποσῶν.  
β) κατὰ χρονολογικὴν σειρὰν ἔγγραφῆς τῶν πράξεων.

### Λογαριασμοὶ μετὰ ἀμοιβαῖον σταθερὸν ἐπιτόκιον

α) Κατὰ χρονολογικὴν σειρὰν λήξεων τῶν ποσῶν

**Πρόβλημα.** Ἡ Ἐμπορικὴ Τράπεζα ἀναγράφει ἐν τῷ παρ' αὐτῇ τηρουμένῳ ἀλληλοχρεῖω τοκοφόρῳ λογαριασμῷ τοῦ πελάτου τῆς Α εἰς ἀκολουθίους πράξεις, γενομένας ἀπάσας μετὰ τὴν 31 Δεκεμβρίου, ἡμέραν καθ' ἣν ἐκλείσεν ὁ προηγούμενος λογαριασμός του :

Ἰαν. 1	Πιστωτικὸν ὑπόλοιπον εἰς νέον ὄρχ.	800.—
» 6	Ἀποστέλλει γραμμ. λήξεως 9 Ἰαν.	» 3000.—
» 8	Κατάθεσις του	» 10000.—
» 26	Ἐξοφλοῦμεν ἐπιταγὴν του	» 1500.—
Φεβρ. 14	Εἰσπραττομεν διὰ λογισμὸν του	» 6000.—
» 17	Ἐξοφλοῦμεν ἐπιταγὴν του	» 2000.—
Μαρτ. 3	Ἀποσύρει εἰς μετρητὰ	» 5000.—
Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τὴν 31 Μαρτίου	ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι $4\frac{1}{2}\%$ καὶ ἡ προμήθεια τῆς Τράπεζῆς διὰ τὰ εἰσπρατιτόμενα γραμμάτια $\frac{1}{4}\frac{1}{2}\%$ (ἔτος μικτόν).	

**Λύσις :** Ἡ κατάστροφισις τῶν πράξεων πρὸς ὑπολογισμὸν τοῦ τόκου εἰς τὸ **Φύλλον Τόκου**, εἶναι ἐντελῶς ὁμοία μετὰ τὸ παρὰδειγμα τῆς προηγουμένης περιγραφῆς μετὰ τὴν μόνην διαφορὰν ὅτι οἱ τόκοι ἀναγράφονται μετὰ τὴν μορφὴν τοκαριθμῶν εἰς ἰδιαιτέραν στήλην.

**ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ X**

Φύλλον τόκου Κου Α

4<sup>ο</sup>/<sub>10</sub>

Λήψεις	X ή Π	Ποσά	Ημ	Τοκάρηθροι	
				Χρέωσ	Πιστ.
Δεκεμβρ.	31	Π	800.—	9	72
Ιανουαρ.	9	Π	10000.—		
		Π	10800.—	1	108
Ιανουαρ.	10	Π	3000.—		
		Π	13800.—	15	2070
Ιανουαρ.	25	X	1500.—		
		Π	12300.—	21	2583
Φεβρουαρ.	15	Π	6000.—		
		Π	18300.—	1	183
Φεβρουαρ.	16	X	2000.—		
		Π	16300.—	14	2282
Μαρτίου	2	X	5000.—		
		Π	11300.—	29	3277
Μαρτίου	31				10575
				90	10575
Μαρτίου	31	Π	117.50		τόκοι $\frac{10575}{90}$
			11417.50		
Μαρτίου	31	X	7.50		προμήθεια $\frac{1}{4}\%$ επί 3000.— δρχ.
		Π	11410.—		Έν Αθήναις τῇ 31 Μαρτίου 19...

**Παρατήρησις.** Τὸ Φύλλον Τόκου καταστρέφθη κατὰ τὴν ἡμέραν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριαμοῦ, διότι τότε μόνον εἴμεθα εἰς θέσιν νὰ τακτοποιήσωμεν τὰς ληξίαις κατὰ χρονολογικὴν σειράν.

Τὰ γράμματα X ἢ Π χαρακτηροῦν ἂν τὰ εγγραφόμενα ποσά εἶναι Χρεωστικά ἢ Πιστωτικά.

Ὁ τόκος 117,50 καὶ ἡ προμήθεια 7,50 καταχωρεῖται, ἐκ τοῦ φύλλον τόκου, εἰς τὸν λογαριασμόν τοῦ Κου Α καὶ εἰς τοὺς ἀντιστοίχους λογαριασμοὺς τοῦ Καθολικοῦ μας.

Τὸ ἄθροισμα τῆς στήλης τῶν ἡμερῶν πρέπει νὰ εἶναι ἴσον μετὰ τῆς ἡμέρας χρήσεως τοῦ λογαριαμοῦ.

Τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριαμοῦ 11410 δρχ. εἶναι ὅπως βλέπομεν τὸ ἴδιον μετὰ τὸ ὑπόλοιπον τὸ ὅποιον εἰσέθη μετὰ τὰς ἄλλας δύο μεθόδους.

Ἡ Ἐμπορικὴ Τράπεζα.

\* Ὅστε διὰ τὴν εὐρωσμένην τῶν τόκων κατὰ τὴν Ἀμβουργικὴν Μέθοδον ἀκολουθοῦμεν τὸν ἀκόλουθον κανόνα :

1) Κατατάσσομεν τὰ ποσὰ κατὰ σειρὰν λήξεως αὐτῶν  
2) Ὑπολογίζομεν τὰς ἡμέρας αἰτίνες μεσολαβοῦν μεταξὺ ἐκάστης λήξεως καὶ τῆς ἐπομένης καὶ εὐρίσκομεν τὸν τοκάριθμον ἑκάστου ὑπολοίπου διὰ τὰς ἡμέρας αὐτάς.

3) Εὐρίσκομεν τὸν τοκάριθμον τοῦ τελευταίου ὑπολοίπου διὰ τὰς ἡμέρας αἰτίνες ὑπολείπονται μέχρι τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ.

4) Καθορίζομεν τὴν διαφορὰν τῶν τοκαρίθμων καὶ ἐξ αὐτῆς τοὺς τόκους.

5) Γράφομεν τοὺς τόκους εἰς τὴν στήλην τῶν ποσῶν μὲ τὸ σημεῖον τῆς χρεώσεως ἂν ἡ διαφορὰ τῶν τοκαρίθμων εἶναι χρεωστικὴ ἢ μὲ τὸ σημεῖον τῆς πιστώσεως ἂν ἡ διαφορὰ εἶναι πιστωτικὴ καὶ εὐρίσκομεν τὸ νέον ὑπόλοιπον

6) Εὐρίσκομεν τὰς προμηθείας καὶ τὰς ἀναγράφομεν εἰς τὴν στήλην τῶν ποσῶν μὲ τὸ οἰκτερόν σημεῖον τῆς χρεώσεως ἢ πιστώσεως καὶ τότε

7) Εὐρίσκομεν τὸ ὀριστικὸν ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ, ὅπερ δεόν νὰ συμφωνῇ μὲ τὸ ὑπόλοιπον τὸ ὄποιον θὰ μᾶς δώσῃ ὁ ἀντίστοιχος λογαριασμός τοῦ Καθολικοῦ μας.

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

553) Οἱ λογαριθμοὶ τῶν ἀσκήσεων 522—531 νὰ λυθοῦν κατὰ τὴν Ἀμβουργικὴν Μέθοδον.

**Παρατήρησις.** Ἐπειδὴ ἡ ἐγγραφὴ τῶν ποσῶν εἰς τὸ Φύλλον Τόκου ἐγένετο κατὰ τὴν χρονολογικὴν σειρὰν τῶν λήξεων δὲν εἶναι δυνατόν κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ λογαριασμοῦ νὰ παρουσιασθοῦν *ξενθροὶ* τοκάριθμοι. Δυνατὸν ἐν τούτοις τὸ τελευταῖον ποσὸν νὰ λήγῃ μετὰ τὴν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος, ὅποτε διὰ τὴν ἀναγνώσθη εἰς αὐτὴν εἶναι ἀνάγκη, ὅχι νὰ τὸ τοκίσω-

μεν, ἀλλὰ νὰ τὸ προεξοφλήσωμεν, καὶ κατὰ συνέπειαν ὁ τελευταῖος τοκαριθμὸς θὰ εἶναι προφανῶς **ξενυθρὸς** καὶ θὰ πρέπει νὰ ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τὴν ἀντίστοιχον στήλην τῶν τοκαριθμῶν. Ἀντὶ ὅμως νὰ τὸν ἀφαιρέσωμεν, εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτήν, τὸν ἀναγράφομεν ἀμέσως εἰς τὴν ἀντίθετον στήλην τοκαριθμῶν ἐκείνης εἰς τὴν ὁποίαν ἀνήκει, διότι ξενυθρὸς λ.χ. τοκαριθμὸς εἰς τὴν πίστωσιν σημαίνει ὅτι οἱ τόκοι τοῦς ὁποίους δικαιούται ὁ πελάτης μας πρέπει νὰ ἐλαττωθοῦν κατὰ τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸν τοκαριθμὸν αὐτὸν ποσόν, καὶ διὰ νὰ γίνῃ ἡ ἐλάττωσις αὐτὴ ἀρκεῖ ὁ τοκαριθμὸς νὰ γραφῇ εἰς τὴν χρέωσιν.

Ὅττω εἰς τὴν Ἀμβουργικὴν Μέθοδον **ἀπαλασσόμεθα** πλέον ὀριστικῶς τῶν ξενυθρῶν τοκαριθμῶν, διότι ὁσάκις παρουσιάζονται τοὺς γράφομεν ἀμέσως εἰς τὴν ἀντίθετον στήλην ἐκείνης εἰς τὴν ὁποίαν ἀνήκουν. Κατόπιν τούτου εἶναι δυνατόν νὰ καταστρώσωμεν τὸ **Φύλλον Τόκου** χωρὶς νὰ περιμένωμεν τὸ τέλος τῆς χρήσεως, καὶ τότε ἡ τήρησις τοῦ **Φύλλου Τόκου** γίνεται παρὰ-λλήλως μὲ τὸν ἀντίστοιχον λογαριασμὸν τοῦ Καθολικοῦ καὶ ἔχομεν οὕτω τὸν δευτέρον τρόπον τήρησεως τοῦ **Φύλλου Τόκου**.

## β) Κατὰ χρονολογικὴν σειρὰν ἐγγραφῆς.

**Πρόβλημα.** *Νὰ εὑρεθῇ τὸ ὑπόλοιπον τοῦ ἀνωτέρω λογαριαμοῦ, ὅταν τὸ Φύλλον Τόκου τοῦ λογαριαμοῦ αὐτοῦ τηρεῖται κατὰ χρονολογικὴν σειρὰν ἐγγραφῆς.*

**Λύσις :** Αἱ ἐγγραφαὶ τῶν πράξεων γίνονται καὶ εἰς τὸ **Φύλλον Τόκου** κατὰ τὴν σειρὰν ἐγγραφῆς αὐτῶν εἰς τὸ Καθολικόν ὁπότε ἔχομεν τὸν ὀπισθεν λογαριασμὸν ΧΙ

ᾧ Ὡστε :

*Ἡ τήρησις τοῦ ἀλληλοχρέου τοκοφόρου λογαριαμοῦ κατὰ τὴν Ἀμβουργικὴν Μέθοδον, ὅταν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι ἀμοιβαῖον δύναται νὰ γίνῃ καὶ χωρὶς νὰ εἶναι ἀνάγκη νὰ κατατάξωμεν τὰ ποσὰ εἰς τὸ Φύλλον Τόκου κατὰ τὴν χρονολογικὴν σειρὰν λήξεως αὐτῶν ἀλλὰ κατὰ χρονολογικὴν σειρὰν ἐγγραφῆς αὐτῶν εἰς τὸ Κα-*

**ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ ΧΙ**

Φέλλον τόκου Κου Α

4 %

Λήξεις	Χ 9 Π	Ποσά	Ἡμέρ.	Τοκάριθμοι	
				Χρέως	Πιστ.
Δεκεμβρ.	31	Π	800.—	10	80
Ἰανουαρ.	10	Π	3000.—		
		Π	3800.—	(1)	38
"	9	Π	10000.—		
		Π	13800.—	16	2208
"	25	Χ	1500.—		
		Π	12300.—	21	2583
Φεβρουαρ.	15	Π	6000.—		
		Π	18300.—	1	183
"	16	Χ	3000.—		
		Π	16300.—	14	2282
Μαρτίου	2	Χ	5000.—		32
Μαρτίου	31	Π	11300.—	29	3277
"	31			—	10575
				90	10613
"	31	Π	117.50		τόκοι $\frac{10575}{90}$
		Π	11417.50		
		Χ	7.50		προμήθεια $\frac{1}{2}\%$ επί 3000.— δρχ.
		Π	11410.—		Ἐν Ἀθήναις τῆ 31 Μαρτίου 19...

**Παρατήρησις.** Τὸ ὑπόλοιπον 3800.— δρχ. πρέπει νὰ μεταφερθῆ ἀπὸ τὴν 10ην Ἰανουαρίου εἰς τὴν 9ην ἡτοὶ νὰ προσελογηθῆ 1 ἡμέραν. Ὁ τοκάριθμος τοῦ 38 θὰ εἶναι κατὰ συνέπειαν *ἐρυθρός* εἰς τὴν πίστωσιν ἢ *μέλας* εἰς τὴν χρέωσιν.

Τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ εἶναι ὅπως βλέπομεν τὸ αὐτὸ μετὰ προηγούμενον. Ἄρα μετ' ὀλιγονδέποτε τρόπον καὶ ἂν τηρήσωμεν ὁ **Φέλλον Τόκου** τὰ ὑπόλοιπον δὲν μεταβάλλεται.

Ἡ (1) ἡμέρα εἶναι ἐρυθρὰ καὶ ὁ τοκάριθμος *ἐγγράφῃ* εἰς τὴν χρέωσιν ἀντὶ νὰ γραφῆ εἰς τὴν πίστωσιν.

Ἡ Ἐμπορικὴ Τράπεζα.

*θολικόν. Τούς τυχόν παρουσιαζομένους ἐρυθρούς τοκαριθμούς τὰς γράφομεν ἀμέσως εἰς τὴν ἀντίθετον στήλην.*

Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

553) Οἱ λογαριασμοὶ τῶν ἀσκήσεων 532—538 νὰ τηρηθοῦν κατὰ τὴν Ἀμβουργικὴν Μέθοδον.

*Σημείωσις:* Τὰ ποσὰ  $K_1, K_2, K_3$  καὶ  $K_4$  ἐνὸς ἀλληλοχρέου τοκοφόρου λογαριασμοῦ τηρησθέντος κατὰ τὴν Ἀμβουργικὴν Μέθοδον εἶναι τεταγμένα κατὰ σειρὰν λήξεων. Μεταξὺ τῶν λήξεων των παρεμβάλλονται κατὰ σειρὰν αἱ ἡμέραι  $H_1, H_2, H_3$  καὶ  $H_4$  μεταξὺ τῆς λήξεως τοῦ τελευταίου ποσοῦ καὶ τῆς ἡμερομηνίας κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ, συμφώνως πρὸς τὸ σχῆμα :

$$K_1 \xrightarrow{H_1} K_2 \xrightarrow{H_2} K_3 \xrightarrow{H_3} K_4 \xrightarrow{H_4}$$

Ἐάν εἰς τὸ *Φύλλον Τόκου* κατατάξωμεν τὰ ποσὰ κατὰ σειρὰν λήξεων, θὰ ἔχωμεν, ὅπως φαίνεται καὶ ἐκ τοῦ σχήματος, ὡς ἄθροισμα τῶν τοκαριθμῶν τό :

$$\Sigma = K_1 H_1 + (K_1 + K_2) H_2 + (K_1 + K_2 + K_3) H_3 + (K_1 + K_2 + K_3 + K_4) H_4$$

συμφώνως πρὸς τὸν τρόπον ἐργασίας τῆς Ἀμβουργικῆς Μεθόδου. Ἐκ τοῦ ἄθροισματος αὐτοῦ ὑπολογίζομεν τοὺς τόκους τοῦ λογαριασμοῦ, διότι ἰσοῦται πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν τοκαριθμῶν μεταξὺ χρεώσεως καὶ πιστώσεως, ἐάν θεωρήσωμεν τὰ ποσὰ τῆς χρεώσεως θετικὰ καὶ τὰ ποσὰ τῆς πιστώσεως ἀρνητικὰ.

Ἐάν τώρα κατατάξωμεν τὰ ποσὰ αὐτὰ οὐχὶ κατὰ σειρὰν λήξεων ἀλλὰ κατὰ τινά ἄλλον τρόπον, ἔστω τὸν ἀκόλουθον :

$$K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4$$

τὸ ἄθροισμα τῶν τοκαριθμῶν, ἐκ τοῦ ὁποῖου θὰ ὑπολογίσωμεν τὸν ἴσον τόκον τοῦ λογαριασμοῦ, θὰ εἶναι ὅπως φαίνεται εὐκόλως καὶ ἐκ τοῦ σχήματος :

$$\Sigma = K_1(H_1 + H_2) + (K_1 + K_2)H_3 - (K_1 + K_2 + K_3)(H_2 + H_3) + (K_1 + K_2 + K_3 + K_4)(H_2 + H_3 + H_4)$$

ἢ ἂν ἐκτελέσωμεν τὰς πράξεις καὶ ἐξαγάγωμεν τὰς ἡμέρας ὡς κοινὸς παράγοντα ἐκτὸς παρενθέσεως θὰ ἔχωμεν :

$$\Sigma = K_1 H_1 + (K_1 + K_2) H_2 + (K_1 + K_2 + K_3) H_3 + (K_1 + K_2 + K_3 + K_4) H_4$$

\*Ἦτοι τὸ αὐτὸ ἄθροισμα  $\Sigma$  τῆς προηγουμένης περιπτώσεως.

\*Ὡστε :

*Καθ' οἰανδήποτε σειράν καὶ ἂν κατατάξωμεν τὰς πράξεις ἐνὸς λογαριασμοῦ εἰς τὸ Φύλλον Τόκου θὰ ἔχωμεν πάντοτε τὸ αὐτὸ ἐξαγόμενον.*

58. Λογαριασμοὶ μὲ ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον μεταβαλλόμενον κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς χρήσεως.

**Πρόβλημα.** Μετὰ τοῦ ἐμπορίου ἄρχομεν ἀνοικτὸν τοκοφόρον λογαριασμὸν εἰς τὸν ὁποῖον ἀναγράφονται αἱ ἐξῆς πράξεις :

**Χρέωσις**

*Απριλίου 10	Μετρητὰ	λήξις	*Απριλίου 10	δρχ.	4500
Μαΐου 20	Γραμματίον	»	*Ιουνίου 5	»	800
*Ιουνίου 20	»	»	*Αύγουστου 5	»	1200

**Πίστωσις**

*Ἰανουαρ. 11	Μετρητὰ	λήξις	*Ἰανουαρ. 11	»	2000
Μαρτίου 5	Γραμματίον	»	Μαρτίου 20	»	1400
*Ιουνίου 10	»	»	*Ιουλίου 25	»	900

Τὸ ἐπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ μέχρι τῆς 30ης Μαΐου εἶναι 4% καὶ ἀπὸ 1 Ἰουνίου μέχρι τέλους τοῦ μηνός, ὅποτε κλείεται ὀριστικῶς ὁ λογαριασμὸς γίνεται 7%. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ; Ἔτιος ἐμπορικόν. Μέθοδος Ἀμβουργικῆ.

**Λύσις.** Διὰ νὰ εὑρωμεν τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ αὐτοῦ κατὰ τὴν Ἀμβουργικὴν Μέθοδον εἶναι ἀνάγκη, ὅπως καὶ εἰς τὰς λοιπὰς, νὰ κλείσωμεν τὸν λογαριασμὸν τὴν ἡμέραν τῆς μεταβολῆς καὶ νὰ ἀνοίξωμεν αὐτὸν ἐκ νέου τὴν ἐπομένην πρὸς τὸ νέον ἐπιτόκιον. Ἐννοεῖται ὅτι εἰς τὴν Ἀμβουργικὴν Μέθοδον τὸ κλείσιμον δὲν γίνεται εἰς τὸ Καθολικὸν ἀλλὰ μόνον εἰς τὸ Φύλλον Τόκου. Οὕτω θὰ ἔχωμεν τὸν λογαριασμὸν XII εἰς τὴν σελ. 165.

\*Ὡστε :

**\*Ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ μεταβάλλεται κατὰ**



**ΛΟΓΑΡΙΑΜΟΣ ΧΙ'**

Φύλλον τόκου Κου Α

4 %

Λήξεις	Χ ή Π	Ποσά	*Η*	Τοκάρηθμοι	
				Χρέωσ.	Πίστ.
Τανουαθ.	11 Π	2000.—	69		1380
Μαρτίου	20 Π	1400.—			
		3400.—	20		680
Ἀπριλίου	10 Χ	4500.—			
		1100.—	56	605	
Ἰουνίου	5 Χ	800.—			
		1900.—	(5)		95
Μαΐου	30			1550	
			139	2155	2155
		7 %			
Μαΐου	30 Χ	1900.—	55	1045	
Ἰουλίου	25 Π	900.—			
		1000.—	10	100	
Αὐγούστου	5 Χ	1200.—			
		2200.—	(35)		770
Ἰουνίου	30				375
			29	1145	1145
	Π	9,93			
	Χ	2190,07			

*Παρατήρησις.* Ἡ κατάταξις ἐγένετο κατὰ χρονολογικὴν σειρὰν ἐγγραφῶν. Τὸ αὐτὸ ἐξαγόμενον θὰ εὑρίσκετο καὶ ἂν ἡ κατάταξις ἐγένετο κατὰ χρονολογικὴν σειρὰν λήξεων.

Ὁ λογαριασμὸς ἐκλείσσε τὴν 30ὴν Μαΐου ῥίς νά ὑπολογισθῇ τόκος καὶ ἠνωίξεν ἐκ νέου τὴν 1 Ἰουνίου.

Κατὰ τὸ ὀριστικὸν κλείσιμον τὴν 30 Ἰουνίου ἀναγράφομεν εἰς τὸν λογαριασμὸν τοῦ Α τὸ πιστωτικὸν ὑπόλοιπον τῶν τόκων 9,93 καὶ κλείομεν τὸν λογαριασμὸν. Εὑρίσκομεν καὶ ἐδῶ τὸ αὐτὸ ὑπόλοιπον εἰς νέον ὄψεα εὑρέθη καὶ κατὰ τὴν Εὐθείαν Μέθοδον.

Αἱ (5) καὶ (35) ἡμέραι εἶναι ἐρεφθαί καὶ διὰ τοῦτο οἱ τοκάρηθμοι 95 καὶ 770 ἐγράφησαν εἰς τὴν πίστωσιν καὶ ὄχι εἰς τὴν χρέωσιν.

τόκοι πρὸς 4 %

τόκοι πρὸς 7 %

Διαφορὰ τόκων

ὑπόλοιπον εἰς νέον

Π 17,22

Χ 7,39

Π 9,93

τὴν διάρκειαν τῆς χρήσεως, κλείομεν τὸ Φύλλον Τόκου τὴν ἡμέραν τῆς μεταβολῆς καὶ τὸ ἀνοίγομεν ἐκ νέου τὴν ἐπομένην.

Εἰς τὸ τέλος τῆς χρήσεως ἀναγράφομεν εἰς τὰ ποσὰ τὴν διαφορὰν τῶν τόκων μὲ τὸ οἰκτεῖον σημεῖον καὶ κλείομεν τὸν λογαριασμόν.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

554) Ἀλληλόμορτος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατὰ τὴν Ἀμβουρδικὴν Μέθοδον καὶ κλειόμενος τὴν 30 Ἰουνίου ἀναγράφει τὰς ἑξῆς πράξεις :

#### Χρέωσις

Μαρτίου	1	Μετρητὰ	λήξις	Μαρτίου	1	δρχ.	2025.—
"	5	Συνήκη	"	Ἀπριλίου	30	"	1728.58
Ἀπριλίου	28	Ἐμπορεύματα	"	Ἰουλίου	28	"	6543.—
Ἰουνίου	4	Ἐπιταγή Νο 16538	"	Ἰουνίου	3	"	3900.—

#### Πίστωσις

Ἰανουαρίου	1	ὑπόλοιπον εἰς νέον λήξις	Δεκεμβρίου	31	δρχ.	2613.50	
Φεβρουαρίου	1	Μετρητὰ	"	Φεβρουαρίου	1	"	6.000.—
Μαΐου	17	Ἐμβασιμα	"	Μαΐου	17	"	4916.20
Ἰουνίου	4	Συνήκη	"	Ἰουλίου	24	"	746.—

Τὸ ἐπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ εἶναι 4 % μέχρι τῆς 12ης Ἀπριλίου καὶ 6  $\frac{1}{2}$  % μέχρι τοῦ κλεισίματος αὐτοῦ. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ἔτος ἐμπορικόν.

555) Ἀλληλόμορτος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατὰ τὴν Ἀμβουρδικὴν Μέθοδον πρὸς 9 % μέχρι 24 Σεπτεμβρίου καὶ πρὸς 8 % μέχρι 31 Δεκεμβρίου, ὅπότε κλείεται ἀναγράφει τὰς ἑξῆς πράξεις :

#### Χρέωσις

Ἰουλίου	1	ὑπόλοιπον εἰς νέον λήξις	Ἰουνίου	30	δρχ.	3462.—	
"	25	Τιμολόγιον	"	Ἰουλίου	25	"	4658.60
Αὐγούστου	18	Συνήκη	"	Σηβρίου	28	"	2750.—
Σεπτεμβρ.	29	Τιμολόγιον	"	"	29	"	6125.—
Νοεμβρίου	3	Συναλλαγματικὴ	"	Δεκεμβρίου	21	"	987.78

#### Πίστωσις

Ἰουλίου	30	Μετρητὰ	λήξις	Ἰουλίου	30	δρχ.	5636.60
Αὐγούστου	29	Ἐπιταγή	"	Σεπτεμβρ.	1	"	2385.—
Ὀκτωβρίου	16	Μετρητὰ	"	Ὀκτωβρ.	16	"	4000.—

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ; (ἔτος μικτόν).

556) Ἀλληλόχρεος τοκαφόρος λογαριασμός κλειόμενος τὴν 31 Δεκεμβρίου καὶ τηρούμενος ὑφ' ἡμῶν περιέχει τὰς ἑξῆς πράξεις :

Ἰουλίου	1	Χρεωστικὸν ὑπόλοιπον εἰς νέον	δρχ. 5635.—
"	9	Λαμβάνομεν μετρητὰ	" 3182.65
Αὐγούστου	31	Λαμβάνομεν μετρητὰ	" 2250.—
Σεπτεμβρ.	2	Ἐξοφλοῦμεν ἐπιταγὴν ὑφ' ἡμῶν	" 2863.50
"	12	Ἀποδεχόμεθα συνθήκην λήξεως 12 Νοεμβρίου	" 2442.—
Ὀκτωβρ.	27	Λαμβάνομεν μετρητὰ	" 1650.—
Δεκεμβρ.	19	Ἐξοφλοῦμεν ἐπιταγὴν ὑφ' ἡμῶν	" 475.—

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ἐάν τὸ ἐπιτόκιον αὐτοῦ εἶναι 10 <sup>1</sup>/<sub>10</sub> μέχρι 18 Αὐγούστου καὶ 8 <sup>1</sup>/<sub>10</sub> μέχρι 31 Δεκεμβρίου; Ἔτος μικτόν.

**59. Λογαριασμοὶ μὲ μὴ ἀμοιβαῖον σταθερὸν ἐπιτόκιον.**

α) Ἄνευ ἐρυθρῶν τοκαρίθμων.

**Πρόβλημα.** Ὁ ἔμπορος Α. ἔχει παρὰ τῆ Ἐμπορικῆ Τραπεζῆ ἀνοικτὸν τρεχοῦμενον λογαριασμὸν ἀναγράφοντα τὰς ἑξῆς πράξεις.

**Χρεώσεις**

Ἰανουαρίου	19	Ἐπιταγὴ	δρχ. 3800.—
Φεβρουαρίου	10	Μειρητὰ	" 4600.—
Μαρτίου	5	Ἐπιταγὴ	" 5200.—

**Πιστώσεις**

Ἰανουαρίου	1	ὑπόλοιπον εἰς νέον	" 3900.—
Φεβρουαρίου	17	Κατάθεσις	" 10000.—
Μαρτίου	12	Γραμμάτιον εἰσπραχθὲν τὴν 15 Μαρτίου	" 5000.—

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τὴν 31 Μαρτίου ἐάν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι διὰ τὰ ποσὰ τῆς χρεώσεως 8 <sup>1</sup>/<sub>10</sub> καὶ διὰ τὰ ποσὰ τῆς πιστώσεως 3 <sup>1</sup>/<sub>10</sub>; Ἔτος ἔμπορικόν.

**Λύσις.** Διὰ νὰ ἀποφύγωμεν τοὺς ἐρυθροὺς τοκαρίθμους τακτοποιοῦμεν τὰς πράξεις εἰς τὸ **Φύλλον Τόκου** κατὰ σειρὰν λήξεων ὅπως καὶ εἰς τὸ **Φύλλον Τόκου** τοῦ λογαριασμοῦ Χ. Κατὰ τὸ κλείσιμον τοῦ λογαριασμοῦ ὑπαλογιζόμεν ἰδιαιτέρως τὸν τόκον τῆς χρεώσεως καὶ ἰδιαιτέρως τὸν τόκον τῆς πιστώσεως καὶ ἀναγοράφομεν εἰς τὸν λογαριασμὸν τὴν διαφορὰν τῶν τόκων αὐτῶν. Οὕτω ἔχομεν τὸν λογαριασμὸν XIII τῆς σελίδος 168.

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ XIII *Ἀμβουργική Μέθοδος*  
Φόλλον τόκου Κου Α

Ἀξίαι	Χ Π	Ποσά	Ἡμ	Τοκαριθμοί	
				Χρέωσι 8%	Πιστ. 3%
Δεκεμβρ.	31	Π	3900.—	19	741
Ἰανουαρ.	19	X	3800.—		
		Π	100.—	22	22
Φεβρουαρ.	11	X	4600.—		
		X	4500.—	7	315
Φεβρουαρ.	18	Π	10000.—		
		Π	5500.—	18	990
Μαρτίου	6	X	5200.—		
		Π	300.—	10	30
Μαρτίου	16	Π	5000.—		
		Π	5300.—	14	742
				90	315 2525
Μαρτίου	31	Π	21.04	Πιστωτικοί τόκοι	$\frac{2525}{120}$
			5321.04		
Μαρτίου	31	X	7.—	Χρεωστικοί τόκοι	$\frac{315}{45}$
Μαρτίου	31	Π	5314.04	ὑπόλοιπον εἰς νύκτ	

*Παρατήρησις.* Εἰς τὸ τέλος τῆς χρήσεως δὲν ἐξισώνομεν τοὺς τοκαριθμούς ὅπως γίνονται ὅταν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι ἀμοιβαίον, ἀλλὰ ἐφίσκομεν τοὺς τόκους τοὺς ἀντιστοιχοῦντας εἰς τὸ ἄθροισμα 315 τῶν τοκαριθμῶν τῆς χρεώσεως διαιροῦντες αὐτὸ διὰ τοῦ ἀντιστοίχου σταθεροῦ διαιρέτου 45, καὶ τοὺς ἀντιστοιχοῦντας εἰς τὸ ἄθροισμα 2525 τῶν τοκαριθμῶν τῆς πιστώσεως διαιροῦντες αὐτὸ διὰ τοῦ 120.

Ἐν Ἀθήναις τῆ 31 Μαρτίου 19 . . .  
Ἡ Ἐμπορικὴ Τράπεζα

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

567) Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατὰ τὴν Ἀρβουργικὴν Μέθοδον περιέχει τὰς κάτωθι πράξεις :

#### Χρέωσις

Ἰουλίου	1	Υπόλοιπον εἰς νέον λήξεως Ἰουνίου 30	δρχ. 8961.—
"	24	Ἐπιταγή	" 2117.—
Σεπτεμβρ.	16	"	" 4500.—

#### Πιστώσις

Ἰουλίου	26	Συναλλαγματικὴ λήξεως Ἰουλίου 31	δρχ. 3800.—
"		"	" 3100.—
Σεπτεμβρίου	5	Μετρητὰ	" 4000.—
"	21	Συναλλαγματικὴ λήξεως Σεπτεμβρίου 23	" 4000.—

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τὴν 30ὴν Σεπτεμβρίου εἴαν τὸ ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως εἶναι  $8\frac{1}{2}\%$  καὶ τῆς πιστώσεως  $4\%$ . Προμήθεια διὰ τὴν εἰσπραξὴν γραμματίων  $1\frac{1}{100}$  καὶ διὰ τὰς πιστώσεις τῆς Τραπεζῆς  $\frac{1}{2}\%$  καθ' ἑκάστην.

568) Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός κλειόμενος τὴν 30ὴν Ἰουνίου περιέχει τὰς ἑξῆς πράξεις :

#### Χρέωσις

Ἰανουαρίου	40	Μετρητὰ εἰς Κον. Α.	δρχ. 4245.30
Μαρτίου	20	Ἐπιταγή	" 5760.—
"	26	Συναλλαγματικὴ ἐφ' ἡμῶν	" 2400.—
Ἀπριλίου	26	Ἐπιταγή	" 3712.—

#### Πιστώσις

Ἰανουαρίου	1	Υπόλοιπον εἰς νέον Δεκεμβρίου 31	δρχ. 2434.75
Φεβρουαρίου	10	Καταθέσεις	" 7200.—
Ἀπριλίου	30	"	" 7144.60

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ εἴαν τὸ ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως εἶναι  $10\%$  καὶ τῆς πιστώσεως  $5\%$ . Προμήθεια διὰ τὰς πιστώσεις  $\frac{1}{8}\%$  κατὰ μῆνα.

569) Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατὰ τὴν Ἀρβουργικὴν Μέθοδον πρὸς  $9\frac{1}{2}\%$  διὰ τὰ ποσὰ τῆς χρεώσεως καὶ πρὸς  $4\frac{1}{4}\%$  διὰ τὰ ποσὰ τῆς πιστώσεως, ἀναγράφει τὰς ἑξῆς πράξεις :

#### Χρέωσις

Ἰανουαρίου	1	Υπόλοιπον εἰς νέον Δεκεμβρίου 31	δρχ. 12148.—
"	22	Μετρητὰ εἰς Β	" 3000.—
Φεβρουαρίου	15	Συναλλαγματικὴ λήξεως 15 Μαΐου	" 4000.—
Μαρτίου	21	Πινάκιον προεξοφλήσεως	" 5167.80

**Πιστώσεις**

Ιανουαρίου	25	Συναλλαγματική λήξεως 6 Φεβρουαριου.	δρχ.	6000.—
Μαρτίου	17	Έπιταγή	•	6126,25
Μαΐου	29	Μετρητά	•	8120.—

Ποίον τὸ ἐπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ :

**β) Μετὰ ἐρυθρῶν τοκαρίθμων.**

Πρόβλημα Ὁ ἔμπορος Α ἔχει παρὰ τῆ Ἐμπορικῆ Τραπεζῆ ἀνοικτὸν τρεχοῦμενον λογαριασμὸν ἀναγράφοντα τὰ ἐξῆς ποσά :

**Χρεώσεις**

Ἰανουαρίου	6	Ἐπιταγὴ ἐπὶ τῆς Τραπεζῆς δρχ.	4600.—
Μαρτίου	7	Γραμμάτιον πρὸς εἰσπραξιν	
		λήξεως 15 Ἀπριλίου	» 5.200.—

**Πιστώσεις**

Ἰανουαρίου	1	Υπόλοιπον εἰς νέον Δεκ.	31 δρχ.	3.500.—	
Φεβρουαρίου	8	Συνῆκὴ λήξεως Μαρτίου	18	» 2100.—	
Μαρτίου	20	»	»	Μαΐου 20	» 3100.—

Ποίον τὸ ἐπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τὴν 31ην Μαρτίου ἐὰν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι 9 % διὰ τὰ ποσὰ τῆς χρεώσεως καὶ 4 % διὰ τὰ ποσὰ τῆς πιστώσεως.

Δύσεις Κατατάσσομεν τὰ ποσὰ κατὰ χρονολογικὴν σειρὰν λήξεως καὶ ἔχομεν οὕτω τὸ Φύλλον Τόκου τοῦ λογαριασμοῦ XIV τῆς σελίδος 171.

Ῥοτε :

Διὰ νὰ εὔρωμεν τοὺς τόκους καὶ τὸ ἐπόλοιπον ἐνὸς ἀλληλοχρέου τοκοφόρου λογαριασμοῦ κατὰ τὴν Ἀμ-βουργικὴν Μέθοδον, ὅταν τὸ ἐπιτόκιον δὲν εἶναι ἀμοιβαῖον, κατατάσσομεν τὰ ποσὰ κατὰ χρονολογικὴν σειρὰν λήξεως καὶ ἐργαζόμεθα ὅπως καὶ ὅταν τὰ ἐπιτόκια εἶναι ἀμοιβαῖα. Ἐὰν τὸ τελευταῖον ποσὸν λήγῃ μετὰ τὴν ἡμερομηνίαν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ, τὸν παρουσιαζόμενον ἐρυθρὸν τοκαρίθμον ἢ τὸν ἀφαιροῦμεν ἀπὸ τὸ ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων τῆς στήλης εἰς τὴν ὁποίαν ἀνήκει, ἢ τὸν προσθέτομεν εἰς τὴν ἀντίθετον στήλην. Μετὰ ταῦτα διαιροῦμεν ἰδιαιτέ-

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ XIV. *Αμφοτεροκατάβολη Μέθοδος*

Φύλλον τόκου.

Ληξέεις	Χ η Π	Ποσά	Πο	Τοκάριθμοι	
				Χρέωσι 9 3/4	Πίστ. 6 3/4
Δεκεμβρ. 31	Π	3500.—	4		140
Ιανουαρίου 31	X	4000.—			
	X	1100.—	70	770	
Μαρτίου 14	X	5200.—			
	X	6300.—	5	315	
Μαρτίου 19	Π	2100.—			
	X	4200.—	61	2562	
Μαΐου 20	Π	3100.—			
A Μαρτίου 31	X	1100.—	(50)	(-550)	
			90	3097	140
	X	77,42	τόκος	$\frac{9097}{40}$	
	X	1177,42			
	Π	2,33	τόκος	$\frac{140}{60}$	
	X	1174,09	υπόλοιπ. εις νέον.		
B Μαρτίου 31	X	1100.—	(50)		550
			90	3647	690
	X	91,17	τόκος	$\frac{3647}{40}$	
		1191,17			
	Π	11,50	τόκος	$\frac{690}{60}$	
		1179,67	υπόλοιπ. εις νέον.		

**Παρατήρησις.** Διά να εγερθώμεν τους τόκους και το υπόλοιπον του λογαριασμού εις το Φύλλον Τόκου εργάσθημεν ούτω:

A.—Ο ερυθρός τοκάριθμος 550 αφηρέθη από τα ποσά της χρεώσεως.

B.—Ο ερυθρός τοκάριθμος 550 μεταφέρθη εκ της χρεώσεως εις την πίστωσιν ως μακρος τοκάριθμος με την δικαιολογίαν ότι ο τόκος οστις αντιστοιχεί εις αυτόν είναι τόκος πληρωτέος υπό της τραπεζικής και κατά συνέπειαν πρέπει να υπολογισθῆι πρὸς 6 3/4 και ὄχι πρὸς 9 3/4.

Τὰ ἔξαγόμενα τῶν πρακτικῶν αὐτῶν τρόπων οὕτως βλέπομεν, δὲν συμφωνοῦν μεταξὺ τῶν. Καὶ τὰ δύο δύνανται νὰ θεωρηθῶν ὡς σωστά ἀναλόγως τῆς ἀκρίβειας τῆν ἑκείαν κάνομεν ἕκαστοτε.

ρος τὸ ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων τῆς χρεώσεως καὶ  
 ἰδιαιτέρως τὸ ἄθροισμα τῶν τοκαρίθμων τῆς πιστώσεως  
 μὲ τοὺς ἀντιστοιχοὺς σταθεροὺς διαιρέτας καὶ κλειόμεν  
 τὸν λογαριασμόν, ἀναγράφοντες τοὺς τόκους καὶ τὰς  
 τυχόν προμηθείας ἢ ἄλλα ἐξόδα.

Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

500) Νὰ καταστρωθῇ ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός κατὰ  
 τὴν Ἀρβουρτζικὴν Μέθοδον περιέχον τὰς ἐξῆς πράξεις :

**Χρέωσις**

Ἰανουάριος	1	Ἐπόλοιπον εἰς νέον	Δεκεμβρίου	31	δρχ.	4290
"	18	Μετρητὰ	"	"	"	1800
"	29	Συνθή	"	Φεβρουαρι.	18	" 3725
Φεβρουαρι.	10	Ἐπιταγή	"	"	10	" 2240
Μαρτίου	7	Ἐπιταγή	"	Μαρτίου	7	" 3150
Ἀπριλίου	14	Συνθή	"	Ἰουνίου	15	" 3400
Ἰουνίου	7	Συνθή	"	Ἰουλίου	27	" 1900

**Πιστώσις**

Ἰανουαρίου	11	Γραμματίων	"	Φεβρουαρι.	15	" 3000
"	24	"	"	"	12	" 6100
Ἀπριλίου	10	Συνθή	"	Μαΐου	10	" 4050
Ἰουνίου	3	Γραμματίων	"	Ἰουλίου	10	" 2500

Ποῖον τὸ ἐπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ τὴν 30 Ἰουνίου ὅταν τὸ ἐπι-  
 τόκιον διὰ τὰ ποσὰ τῆς χρεώσεως εἶναι  $9\frac{1}{2}\%$  καὶ τῆς πιστώσεως  $4\frac{1}{2}\frac{1}{2}\%$   
 Προμήθεια ἐπὶ τῆς εἰσπράξεως γραμματίων  $\frac{1}{6}\frac{1}{2}\%$ .

551) Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατὰ τὴν  
 Ἀρβουρτζικὴν Μέθοδον καὶ κλειόμενος τὴν 30 Ἰουνίου, ἀναγράφει τὰ  
 ἐξῆς ποσὰ :

**Χρέωσις**

Ἰανουαρίου	1	Ἐπόλοιπον εἰς νέον	Δεκεμβρίου	31	δρχ.	7200.—
Μαΐου	24	Συνθή	Μαΐου	31	"	5612.90
Ἰουνίου	4	Συνθή	Αὐγούστου	1	"	8630.—

**Πιστώσις**

Φεβρουάριος	1	Μετρητὰ	Φεβρουαρίου	1	"	10450.—
Ἰουνίου	12	Ἐπιταγή	Ἰουνίου	15	"	15750.—
"	25	Συνθή	Ἰουλίου	3	"	2000.—

Ποῖον τὸ ἐπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ἐάν τὸ ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως  
 εἶναι  $6\frac{1}{2}\%$  καὶ τὸ ἐπιτόκιον τῆς πιστώσεως  $4\frac{1}{2}\%$ ; Προμήθεια ἐπὶ τῶν  
 πιστώσεων ἄς παραχωροῦμεν  $\frac{1}{6}\frac{1}{2}\%$ . Προμήθεια ἐπὶ εἰσπράξεως Συνθῶν  
 $\frac{1}{4}\frac{1}{2}\%$  κατὰ μῆνα.



562) Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατὰ τὴν Ἀμβουργικὴν Μέθοδον καὶ κλειόμενος τὴν 30ὴν Ἰουνίου ἀναγράφει εἰς τὴν:

**Χρέωσιν**

Ἰανουαρίου 24	Ἐπιταγή	λήξις Ἰανουαρίου	24	£	1000
Μαρτίου 5	Γραμματία	" Μαρτίου	5	£	2000
Μαΐου 5	Συνθήκη	" Ἰουλίου	5	£	2500

**Πιστώσιν**

Ἰανουαρίου 1	Υπόλοιπον εἰς νέον	λήξις Δεκεμβρίου	31	£	936—2—6
Ἀπριλίου 10	Ἐμβασμα	" Ἀπριλίου	10	£	72—9—6
Ἰουνίου 5	Ἐπιταγή	" Ἰουνίου	9	£	3116—0—7

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ἐάν τὸ ἐπιτόκιον εἶναι 4% διὰ τὰ ποσὰ τῆς χρεώσεως καὶ 2% διὰ τὰ ποσὰ τῆς πιστώσεως. Ἐξοδα  
£ 0—12—6.

**60. Λογαριασμοὶ μὲ μεταβλητὸν μὴ ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον.**

Ὁ ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποῖαν τὰ μὴ ἀμοιβαῖα ἐπιτόκια μεταβάλλονται κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς χρήσεως τηρεῖται ὡς καὶ ἄνωτέρω μὲ μόνην τὴν διαφορὰν ὅτι κατὰ τὴν ἡμέραν τῆς ἀλλαγῆς τῶν ἐπιτοκίων κλείεται ὁ λογαριασμός καὶ ἀνοίγεται νέος τὴν ἐπομένην μὲ τὰ νέα ἐπιτόκια. Ἐννοεῖται, ὅτι οἱ εὐρισχόμενοι τόκοι κατὰ τὴν ἡμέραν τοῦ προσωρινοῦ κλεισίματος δὲν συμπεριλαμβάνονται εἰς τὰ ὑπόλοιπα τῶν ποσῶν ἀλλὰ ἀναγράφονται ἰδιαίτερος καὶ συνυπολογίζονται μετὰ τῶν τόκων τῆς χρεώσεως καὶ πιστώσεως τοῦ τελευταίου κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ.

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

563) Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός κλειόμενος τὴν 30 Ἰουνίου καὶ τηρούμενος κατὰ τὴν Ἀμβουργικὴν Μέθοδον πρὸς 8% διὰ τὰ ποσὰ τῆς χρεώσεως καὶ 3% διὰ τὰ ποσὰ τῆς πιστώσεως μεταβάλλει ἐπιτόκιον τὴν 18 Μαΐου εἰς 6% διὰ τὰ ποσὰ τῆς χρεώσεως καὶ 4% διὰ τὰ ποσὰ τῆς πιστώσεως. Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ἐάν τὰ ἀναγραφόμενα ποσὰ εἶναι:

**Χρέωσις**

Ἀπριλίου 8 Γραμματίων	λήξεως Ἀπριλίου 25 δρχ.	1680.—
Μαΐου 31 Μετρητά	" Μαΐου 31 "	1950.—
Ἰουνίου 11 Ἐπιταγή	" Ἰουνίου 11 "	5000.—

**Πίστωσις**

Ἀπριλίου 1 Ὑπόλοιπον εἰς νῆον	Μαγτίου 31 "	3518.60
Μαΐου 10 Μετρητά	Μαΐου 10 "	2000.—
Ἰουνίου 9 Γραμματίων	Ἰουνίου 21 "	1200.—

564) Ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός τηρούμενος κατὰ τὴν Ἀμφοτερικὴν Μῆθοδον καὶ κλειόμετος τὴν 30 Ἰουνίου περιέχει τὰς ἑξῆς πρῶξεις.

**Χρέωσις**

Φεβρουαρίου 26 Μετρητά	λήξας Φεβρουαρίου 28 δρχ.	7500.—
Μαΐου 5 Συνθή ἐφ' ἡμῶν	" Ἰουλίου 5 "	1500.—
Ἰουνίου 16 Μετρητά	" Ἰουνίου 16 "	8000.—

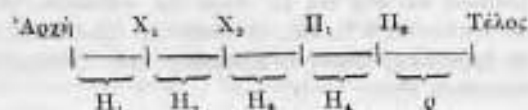
**Πίστωσις**

Ἰανουαρίου 1 Ὑπόλοιπον εἰς νῆον	" Δεκεμβρίου 31 "	4000.—
Ἀπριλίου 8 Μετρητά	" Ἀπριλίου 8 "	5270.—
Μαΐου 31 "	" Μαΐου 31 "	3250.—

Ποῖον τὸ ὑπόλοιπον τοῦ λογαριασμοῦ ἔαν τὰ ἐπιτόκια εἶναι μέχρι τῆς 18 Μαΐου 8<sup>1</sup>/<sub>2</sub> καὶ 3<sup>1</sup>/<sub>2</sub>, καὶ ἀπὸ τῆς 19 Μαΐου μέχρι τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ 7<sup>1</sup>/<sub>2</sub> καὶ 3<sup>1</sup>/<sub>2</sub>;

**Σημείωσις I.** Ὅπως εἶδομεν ἀνωτέρω τὰ ἐξαγόμενα καὶ τῶν τριῶν μεθόδων τηρήσεως τῶν ἀλληλόχρεων τοκοφόρων λογαριασμῶν εἶναι εἰς ὅλα τὰ παραδείγματα τὰ αὐτά. Αὐτὸ δύνανται νὰ ἀποδειχθῇ καὶ ἀλλοτριῶς ὡς ἑξῆς :

Ὑποθέτομεν ὅτι ὁ ἀλληλόχρεος τοκοφόρος λογαριασμός περιέχει τὰ ποσὰ  $X_1$  καὶ  $X_2$  εἰς τὴν χρέωσιν, τὰ ὅποια ἀπέχουν  $H_1$  καὶ  $(H_1+H_2)$  ἡμέρας ἀπὸ τὴν ἀρχὴν τῆς χρήσεως τοῦ λογαριασμοῦ καὶ τὰ ποσὰ  $H_1$  καὶ  $H_2$  εἰς τὴν πίστωσιν, τὰ ὅποια ἀπέχουν  $(H_1+H_2+H_3)$  καὶ  $(H_1+H_2+H_3+H_4)$  ἡμέρας ἀπὸ τὴν ἀρχὴν καὶ αὐτὰ τῆς χρήσεως τοῦ λογαριασμοῦ. Τὸ τελευταῖον ποσὸν  $H_4$  ἀπέχει  $q$  ἡμέρας ἀπὸ τὴν ἡμέραν κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ, ὅπως δευκνέει τὸ κατωθί σχῆμα :



Ἐάν θεωρήσωμεν θετικά τὰ ποσὰ τῆς χρεώσεως καὶ τοὺς μέρους το-  
καριθμούς καὶ ἀρνητικά τὰ ποσὰ τῆς πιστώσεως καὶ τοὺς ἐρυθροὺς το-  
καριθμούς θὰ ἔχωμεν ὡς διαφορὰν τόκων :

α) εἰς τὴν Εὐθείαν Μέθοδον

$$T = \frac{X_1(H_2 + H_3 + H_4 + \varrho) + X_2(H_2 + H_3 + \varrho) - P_1(H_4 + \varrho) - P_2\varrho}{\Delta}$$

ἔνθα  $\Delta$  ὁ σταθερὸς διαιρέτης

β) εἰς τὴν Ἀντίστροφον Μέθοδον,

ὅπου ὅλοι οἱ τοκαριθμοὶ εἶναι ἐρυθροὶ καὶ κατὰ συνέπειαν μὲ ἀντίθετα  
σημεία, πλὴν τοῦ διορθωτικοῦ ὅστις εἶναι μαῦρος, θὰ ἔχωμεν :

$$T = \frac{-X_1 P_1 - X_2(H_1 + H_2) + P_1(H_1 + H_2 + H_3) + P_2(H_1 + H_2 + H_3 + H_4)}{\Delta} \\ + \frac{(X_1 + X_2 - P_1 - P_2)(H_1 + H_2 + H_3 + H_4 + \varrho)}{\Delta}$$

ἢ ἂν ἐκτελέσωμεν τὰς σημειωμένας πράξεις καὶ ἐξαγάγωμεν ἐκτὸς πα-  
ρενθέσεως ὡς κοινούς παράγοντας τὸ  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $-P_1$  καὶ  $-P_2$  θὰ ἔχωμεν  
πάλιν :

$$T = \frac{X_1(H_2 + H_3 + H_4 + \varrho) + X_2(H_2 + H_3 + \varrho) - P_1(H_4 + \varrho) - P_2\varrho}{\Delta}$$

γ) εἰς τὴν Ἀμβουερικὴν Μέθοδον

$$T = \frac{X_2 H_2 + (X_1 + X_2) H_3 + (X_1 + X_2 - P_1) H_4 + (X_1 + X_2 - P_1 - P_2) \varrho}{\Delta}$$

ἢ ἂν ἐκτελέσωμεν τὰς πράξεις καὶ ἐξαγάγωμεν ἐκτὸς παρενθέσεως ὡς  
κοινούς παράγοντας τὸ  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $-P_1$  καὶ  $-P_2$  θὰ ἔχωμεν πάλιν :

$$T = \frac{X_1(H_2 + H_3 + H_4 + \varrho) + X_2(H_2 + H_3 + \varrho) - P_1(H_4 + \varrho) - P_2\varrho}{\Delta}$$

ἦτοι :

*Ἡ διαφορὰ τῶν τόκων, καὶ κατὰ συνέπειαν, καὶ τὸ ὑπόλοιπον  
εἰς νέον, θὰ εἶναι ἢ αὐτὴ καὶ εἰς τὰς τρεῖς μεθόδους τηρήσεως  
τῶν ἀλληλοχρεῶν τοκοφόρων λογαριασμῶν.*

**Σημείωσις II.** Ἐπειδὴ εἶναι δυνατόν νὰ συμβῇ νὰ μὴ γνωρίζω-  
μεν τὸ ἐπιτόκιον ἐνὸς ἀλληλοχρεῶν τοκοφόρων λογαριασμοῦ, θὰ ζητή-  
σωμεν νὰ εὑρωμεν μίαν μέθοδον προσδιορισμοῦ του.

α) Ἄμοιβαῖον σταθερὸν ἐπιτόκιον

Τὸ πρόβλημα ἀνάγεται εἰς τὴν εὑρεσιν τοῦ σταθεροῦ διαιρέτου.  
Πρὸς τοῦτο ἀρκεῖ νὰ καταστρώσωμεν τὸν λογαριασμόν, νὰ εὑρωμεν τὴν  
διαφορὰν τῶν τοκαριθμῶν καὶ, ἐπειδὴ ὁ τόκος εἶναι γνωστός, νὰ τὴν δι-  
αιρέσωμεν διὰ τοῦ τόκου.

**Πρόβλημα.** Ἐὰς ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ ἐπιτόκιον τοῦ λογαριασμοῦ  
*I* (ἀδιάφορον κατὰ ποίαν τῶν τριῶν μεθόδων τηρεῖται οὗτος) εἶναι

άγνωστον καὶ ζητεῖται νὰ προσδιορισθῇ (οἱ τόκοι εἶναι βεβαίως γνωστοὶ καὶ ἰσοῦνται πρὸς 117,50 δραχ.).

**Λύσις :** Καταστρώομεν ἐκ νέου τὸν λογαριασμὸν καὶ εὐρίσκομεν τὴν διαφορὰν τῶν τοκαρίθμων 10575 ἣτις εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ εἰς τὰς τρεῖς μεθόδους. Τὴν διαφορὰν αὐτὴν διαιροῦμεν διὰ τοῦ τόκου 117,50 καὶ ἔχομεν τὸν σταθερὸν διαιρέτην :

$$\Lambda = \frac{10575}{117,50} = 90$$

$$\text{ἄρα } \epsilon = 4 \frac{1}{2}.$$

(β') *Μὴ ἀμοιβαῖον σταθερὸν ἐπιτόκιον*

**Πρόβλημα.** Λογαριασμὸς κλειόμενος τὴν 30 Ἰουνίου παροῦσας εἶναι τὴν ἡμερομηνίαν αὐτὴν πιστωτικὸν ὑπόλοιπον εἰς νέον 1723,77 δραχ. καὶ περιέχει τὰς ἑξῆς πράξεις :

*Χρέωσις*

λήξις 15 Φεβρουαρίου δραχ.	1200
» 29 Μαρτίου	» 3000

*Πιστώσις*

λήξις 31 Δεκεμβρίου δραχ.	1500
» 22 Ἰανουαρίου	» 800
» 10 Ἀπριλίου	» 2000
» 26 Μαΐου	» 1600

*Ποῖον τὸ ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως καὶ ποῖον τῆς πιστώσεως γνωστοῦ ὄντος δεῖ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τοῦ λογαριαμοῦ τὸ ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως ἦτο κατὰ 1 % ἀνώτερον τοῦ ἐπιτοκίου τῆς πιστώσεως :*

**Λύσις :** Εὐρίσκομεν τὸ ὑπόλοιπον εἰς νέον τοῦ λογαριαμοῦ ὡς εἶναι ἦτο ἀπλὸς καὶ οὐχὶ τοκοφόρος. Τὸ ὑπόλοιπον αὐτὸ εἶναι 1700 δραχ. αἱ τόκοι εἶναι :

$$1723,77 - 1700 = 23,77 \text{ δραχ.}$$

Ἄρα, εἰν καλέσωμεν  $x$  τὸ ἐπιτόκιον τῆς πιστώσεως καὶ  $(x+1)$  τὸ ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως, θὰ ἔχομεν :

$$23,77 = \frac{1985}{360 \cdot x} - \frac{228}{360 \cdot (x+1)}$$

ὅπου 1985 καὶ 228 εἶναι τὸ ἀθροισμα τῶν τοκαρίθμων τῆς πιστώσεως καὶ τῆς χρεώσεως. Λύοντες τώρα τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν ὡς πρὸς  $x$  εὐρίσκομεν

$$x = 5 \frac{1}{2}$$

Ἄρα τὸ ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως θὰ εἶναι 6 %.

Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

565) Είς ένα ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν με μὴ ἀμοιβαίον ἐπιτόκιον, ὁ ὀπίσθιος ἀνοίγει τὴν 3ην Μαΐου καὶ κλείει τὴν 15ην Σεπτεμβρίου περιέχοντα αἱ ἐξῆς πράξεις :

<i>Χρέωσις</i>		<i>Πιστώσις</i>	
λήξις 3	Μαΐου δεχ. 1620	λήξις 8	Ἰουνίου δεχ. 1200
" 18	" " 340	" 1	Ἰουλίου " 1000
" 2	Αὐγούστ. " 500	" 21	" " 600
" 27	" " 200		
" 5	Σεπτεμβρ. " 648		

Κατὰ τὸ κλείσιμον τοῦ λογαριασμοῦ ἔχομεν χρεωστικὸν ὑπόλοιπον εἰς νέον 514,70 δεχ. Τὸ ἐπιτόκιον τῆς χρεώσεως εἶναι  $4\frac{1}{2}\%$ . Ποῖον τὸ ἐπιτόκιον τῆς πιστώσεως;

566) Τραπεζῶν τις ἤνοιξεν εἰς ἓνα πελάτην τῆς τὴν 10 Ἀπριλίου, ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν με ἀμοιβαίον ἐπιτόκιον  $6\%$ . Τὴν ἡμέραν τοῦ κλεισίματος τοῦ λογαριασμοῦ, ὁ τραπεζίτης ὀφείλει εἰς τὸν πελάτην του 565,55 δεχ. Πότε ἐκλείσῃ ὁ λογαριασμός, ἐὰν ἔγιναν αἱ ἐξῆς πράξεις εἰς αὐτόν :

<i>Χρέωσις</i>	
δεχ. 800.—	λήξις 15 Μαΐου
" 1400.—	" 8 Ἰουλίου

<i>Πιστώσις</i>	
δεχ. 950.—	λήξις 10 Ἀπριλίου
" 1100.—	" 2 Ἰουνίου
" 640.—	" 9 Αὐγ.

567) Εἰς ἀλληλόχρεον τοκοφόρον λογαριασμόν με ἐπιτόκιον μὴ ἀμοιβαίον, ὁ ὀπίσθιος ἤνοιξε τὴν 13ην Μαΐου καὶ ἐκλείσῃ τὴν 25 Σεπτεμβρίου ἀναγράφονται αἱ ἐξῆς πράξεις :

<i>Χρέωσις</i>	
δεχ. 1620.—	λήξις 19 Μαΐου
" 340.—	" 22 Μαΐου
" 1500.—	" 2 Αὐγούστου
" 200.—	" 27 Αὐγούστου
" 640.—	" 5 Σεπτεμβρίου

**Πίστωση**

δρχ. 1200.—	λήξεως 8 Ιουνίου
" 1000.—	" 1 Ιουλίου
" 600.—	" 21 Ιουλίου

Κατά τὸ κλείσιμον τοῦ λογαριασμοῦ τὸ ἐπόλοιπον ἦτο **χωροστατικόν** 512,80 δρχ. Τὸ ἐπιτόκιον τῆς τραπέζης εἶναι 9 %. Ποῖον εἶναι τὸ ἐπιτόκιον τοῦ πλάτου ; Ἔτος Ἐμπορικόν.

568) Νὰ ἐπιλυθῆθῃ τὸ ἐξαγόμενον τοῦ ἀνωτέρου λογαριασμοῦ διὰ τῆς Ἀρβουργικῆς Μεθόδου.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ

### Πολύτιμα Μέταλλα και Νομίσματα

#### Α ΠΟΛΥΤΙΜΑ ΜΕΤΑΛΛΑ

**61. Όρισμοί.** Κατὰ κανόνα τὰ πολύτιμα μέταλλα—ὁ χρυσός και ὁ ἀργυρός—δὲν προσφέρονται ποτὲ καθαρὰ εἰς τὸ ἐμπόριον, ἀλλὰ διὰ νὰ εἶναι σκληρότερα και εὐχρησιτότερα, ὡς κράματα μετ' ἄλλων μὴ πολυτίμων μετάλλων, συνήθως τοῦ χαλκοῦ.

Τὸ βᾶρος τοῦ ἐν τῇ κράματι περιχομένου χρυσοῦ ἢ ἀργύρου ὀνομάζεται **καθαρόν βᾶρος**. Ὁ τίτλος ἐκφράζεται εἴτε εἰς χιλιοστά, εἴτε εἰς εἰκοστά τέταρτα (καράτια), εἴτε και εἰς διακοσιοστὰ τεσσαρακοσιά, προκειμένου περὶ ἀργύρου.

Ὡς μονὰς βάρους τῶν πολυτίμων μετάλλων χρησιμεύει, εἰς μὲν τὰς χώρας τοῦ δεκαδικοῦ μετρικοῦ συστήματος τὸ **χιλιογράμμον** εἰς δὲ τὴν Ἀγγλίαν και τὰς Η. Π. τῆς Ἀμερικῆς ἡ **λίβρα τρέβυ** (Troy-pound) ἡ ὁποία ἰσοδυναμεῖ πρὸς 373,242 γραμ. και ὑποδιαιρεῖται ὡς ἑξῆς :

1 Troy-lb=12oz (οὐγγιᾶς)	=373,242 γραμ.
1oz =20 dwts (δηνάρια)	= 31,1035 »
1 dwt=24 grs (κόκκοι.)	= 1,5552 »
1 gr	= 0,0648 »

Συνήθως ὁμοως εἰς τὰς ἀγοράς πολυτίμων μετάλλων τῶν Η. Π. Α. και τῆς Ἀγγλίας τὸ βᾶρος τοῦ χρυσοῦ ἐκφράζεται εἰς οὐγκίας και χιλιοστά αὐτῆς και τοῦ ἀργύρου εἰς οὐγκίας και δέκατα αὐτῆς.

#### 62. Ἀγορά και πώλησις πολυτίμων μετάλλων.

Ἡ ἐμπορικὴ τιμὴ τῶν πολυτίμων μετάλλων καθορίζεται, ὅπως και ἡ τιμὴ παντὸς ἄλλου ἐμπορεύματος, ὑπὸ τοῦ νόμου

προσφορᾶς καὶ ζητήσεως. Τὰ πολυτίμητα μέταλλα συγκεντρώνονται εἰς ὠρισμένας ἀγορὰς καὶ διοχετεύονται μέσῳ αὐτῶν εἰς τὴν κατανάλωσιν. Αἱ σπουδαιότεραι ἀγοραὶ σήμερον εἶναι ἡ Νέα Ὑόρκη καὶ τὸ Λονδίνον.

**α') Ἀγορὰ Νέας Ὑόρκης.**

Ἡ τιμὴ τοῦ χρυσοῦ εἰς τὴν ἀγορὰν τῆς Νέας Ὑόρκης δίδεται εἰς δολλάρια δι' ἐκάστην οὐγκίαν τρῶθ καθαροῦ μετάλλου. Παλαιότερον λαμβάνετο ὡς βάσις οὐγκί ἢ οὐγκία καθαροῦ μετάλλου ἀλλὰ αἱ 43 οὐγκίαι τίτλου 900 χιλιοστῶν. Κατ' ἀνάλογον τρόπον καθορίζεται καὶ ἡ τιμὴ τοῦ ἀργύρου. Διὰ τὸ εὐρωμεν τὴν τιμὴν τοῦ ὑπὸ διαπραγματέουσιν πολυτίμου μετάλλου, τὸ μετατρέπομεν πρῶτον εἰς τὸ ἀντίστοιχον βάρος καθαροῦ μετάλλου καὶ κατόπιν τὸ πολλαπλασιάζομεν μὲ τὴν τιμὴν τῆς ἀγορᾶς.

**Πρόβλημα I.** *Εἰς τὸ χρηματιστήριον τῆς Νέας Ὑόρκης πωλοῦνται 420,550 οζ χρυσοῦ, τίτλου 940 χιλιοστῶν πρὸς \$ 20,64 καὶ 1<sup>0</sup>/<sub>100</sub> προμήθειαν. Τι θὰ εἰσπράξῃ ὁ πωλητής ;*

**Λύσις :** Εἰς τὰς 420,550 οὐγκίας τοῦ πωλουμένου πολυτίμου μετάλλου, περιέχονται :

$$420,550 \times 0,940 = 395,317 \text{ οζ}$$

καθαροῦ χρυσοῦ, ὁπότε ἔχομεν :

$$395,317 \text{ οζ πρὸς } \$ 20,64 = \$ 8159,35$$

$$- \text{προμήθεια } 1\frac{0}{100} = \text{» } 8,16$$

---


$$\$ 8151,19$$

**Πρόβλημα II.** *Εἰς τὸ χρηματιστήριον Νέας Ὑόρκης ὁ ἀργυρὸς τιμᾶται σήμερον 56 <sup>1</sup>/<sub>2</sub> σέντις. Ποία ἡ σχέση τῆς τιμῆς τοῦ ἀργύρου πρὸς τὴν τιμὴν τοῦ χρυσοῦ ἐὰν ὁ χρυσὸς τιμᾶται \$ 800 αἱ 43 οζ τίτλου 900 χιλιοστῶν ;*

**Λύσις :** Θὰ εὐρωμεν ἐν πρώτοις τὴν τιμὴν τῆς μιᾶς οὐγκίας καθαροῦ χρυσοῦ ἢ ὁποῖα εἶναι :

$$\frac{800}{43} \times \frac{1000}{900} = \$ 20,671 \text{ ἢ } 2067 \text{ σέντις}$$



ὅποτε ἡ ζητουμένη σχέσηις θὰ εἶναι :

$$\frac{2067}{56 \frac{1}{2}} = \underline{\underline{36,58}} \text{ περίπου}$$

**β) Ἀγορὰ Λονδίνου**

Ἡ τιμὴ τοῦ χρυσοῦ εἰς τὴν ἀγορὰν τοῦ Λονδίνου δίδεται εἰς σελλίνια καὶ πέννας δι' ἐκάστην οὔγκιαν τρού καθαροῦ μεταλλου. Παλαιότερον ὡς βάσις λαμβάνετο ἡ οὔγκια τρού χρυσοῦ τίτλου standard ἣτοι 22 καρατίων. Ἡ τιμὴ τοῦ ἀργύρου ἐξακολουθεῖ συνήθως νὰ δίδεται εἰς πέννας δι' ἐκάστην οὔγκιαν standard δηλαδή  $\frac{222}{240}$ .

**Πρόβλημα I.** *Εἰς τὸ χρηματιστήριον τοῦ Λονδίνου ἀγοράζονται 802,520 οζ χρυσοῦ, τίτλου 900 χιλιοστῶν πρὸς 139/9 (δηλ. σελλίνια καὶ πέννας). Προμήθεια 1%.* *Τί θὰ πληρώσῃ ὁ ἀγοραστής ;*

**Λύσις :** Εἰς τὰς 802,520 οζ χρυσοῦ τίτλου 900 χιλιοστῶν περιέχονται :

$$802,520 \times 0,900 = 722,268 \text{ οζ}$$

καθαροῦ μετάλλου, ὅποτε ἡ τιμὴ του εἶναι εἶναι :

$$\begin{array}{r} 722,268 \text{ οζ πρὸς } \frac{139}{9} = \text{£ } 5046-16-11 \\ + \text{ προμήθεια } 1\% = \text{£ } 5-0-11 \\ \hline \text{£ } 5051 \quad -17-10 \end{array}$$

**Πρόβλημα II.** *Ποία ἡ τιμὴ ἐν Λονδίῳ εἰς ἀγορὰν ἀργύρου βάρους 1055 οζ καὶ τίτλου 972 χιλιοστῶν πρὸς  $26 \frac{2}{10}$  d τὴν οὔγκιαν standard ;*

**Λύσις :** Θὰ ὑπολογίσωμεν πρῶτον τὸ ἰσοδύναμον πρὸς τὰς 1055 οζ, 972 χιλιοστῶν, βάρους ἀργύρου standard καὶ θὰ ἔχωμεν :

$$1055 \cdot 0,972 \cdot \frac{240}{222} = 1055 \cdot 0,972 \cdot \frac{40}{37} =$$

$$= 1108,6 \text{ οζ standard}$$

Εἰς τὸ αὐτὸ καταλόγομεν καὶ ὡς ἑξῆς :

Ἐύρισκομεν τὸ βᾶρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου καὶ τὸ μετατρέπομεν εἰς ἰσοδύναμον βᾶρος standard. Πρὸς τοῦτο ἀντὶ νὰ πολλα-

πλασιάζομεν τὸ καθαρὸν βάρος ἐπὶ  $\frac{240}{222}$  ἢ  $\frac{40}{37}$

προσθέτομεν εἰς αὐτὸ τὰ  $\frac{1}{27}$  αὐτοῦ καὶ ἔχομεν :

$$1055 \text{ oz.} \cdot 9,972 = 1025,46 \text{ oz.}$$

$$+ \text{ τὰ } \frac{3}{37} \quad \underline{\quad 83,14}$$

1108,6 oz standard πρὸς  $26\frac{2}{10} d =$

£ 122—13—11

Ἦστε :

*Διὰ τὰ εὑρωμεν τὴν τιμὴν ἑνὸς τῶν πολυτίμων μετάλλων, μετατρέπομεν πρῶτον τὸ ὑπὸ διαπραγματεύσειν πολυτίμον μέταλλον εἰς ἰσοδύναμον βάρος καθαρῶ μετᾶλλου (ἢ μετᾶλλου standard) καὶ τὸ πολλαπλασιάζομεν κατόπιν ἐπὶ τὴν ἀναγραφομένην τιμὴν τῆς μονάδος τοῦ καθαρῶ μετᾶλλου (ἢ τοῦ μετᾶλλου Standard).*

#### Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

569) Εἰς τὸ χρηματιστήριον Λονδίνου ἀγοράζονται 210,630 oz χρυσοῦ, τίτλου 810 χιλιοστῶν πρὸς  $139\frac{1}{2}$ . Προμήθεια  $1\frac{1}{100}$ . Τί θὰ πληρώσῃ ὁ ἀγοραστής ;

570) Εἰς τὸ χρηματιστήριον Λονδίνου ἀγοράζονται 2109,5 oz ἀργύρου τίτλου 950 χιλιοστῶν πρὸς  $19\frac{1}{2} d$  ἢ οὐγκιᾶ standard. Ἔξοδα  $1\frac{1}{100}$ . Τί θὰ πληρώσῃ ὁ ἀγοραστής ;

571) Τράπεζά τις, ἀγοράζει ἐν Λονδίῳ 2300 oz χρυσοῦ, τίτλου 900 χιλιοστῶν πρὸς  $140\frac{1}{2}$  με  $1\frac{1}{100}$  προμήθειαν καὶ £ 12—15—0 δώδεκα μικροῦξοδα. Τί ποσὸν θὰ πληρώσῃ ;

572) Πωλοῦνται ἐν Νέῳ Ὑόρκῳ 422,522 oz χρυσοῦ, τίτλου 940 χιλιοστῶν πρὸς \$ 21,10 καὶ  $1\frac{1}{2}\%$  προμήθειαν. Τί ποσὸν θὰ εἰσπραχθῇ ἐκ τῆς πωλήσεως αὐτῆς ;

573) Πωλοῦνται ἐν Νέῳ Ὑόρκῳ 402,325 oz χρυσοῦ 22 καρατίων πρὸς \$ 21,60 καὶ  $\frac{1}{10}\%$  ἔξοδα. Τί ποσὸν θὰ εἰσπραχθῇ ;

574) Ἡ Τράπεζα Λονδίνου πωλεῖ 403,7 oz χρυσοῦ, τίτλου 925 χιλιοστῶν πρὸς  $77\frac{1}{10}$  τὴν οὐγκιᾶν standard. Τί θὰ εἰσπραχθῇ ;

575) Ράβδος ἀργύρου περιέχουσα καὶ χρυσὸν ζυγίζει 9,375 χιλιόγραμμα. Ποία ἡ τιμὴ τῆς ράβδου, ἐν Λονδίῳ ἐάν ὁ περιεχόμενος καθαρός ἀργύρος εἶναι δεκακάμισος τοῦ περιεχομένου καθαρῶ χρυσοῦ, καὶ ἐάν ὁ τίτλος καὶ τῶν δύο μετάλλων εἰς τὴν ράβδον εἶναι 900 χιλιο-

λιωτά ; Τιμή τοῦ χρυσοῦ 140,5 καὶ τοῦ ἀργύρου 30 d ἢ οὐγγία standard.

576) Ποία ἡ σχέση μεταξύ τῶν τιμῶν τοῦ χρυσοῦ καὶ τοῦ ἀργύρου ἐάν ἡ τιμή τοῦ χρυσοῦ εἶναι ἐν Λονδίῳ 77,9 ἢ οὐγγία τῶν 22 καθατίων καὶ ἡ τιμή τοῦ ἀργύρου 28 d ἢ οὐγγία standard ;

577) Κατὰ τὴν διάρκειαν τῶν τελευταίων δεκαετιῶν ἡ τιμή τοῦ χιλιόγραμμου καθαροῦ ἀργύρου ἦτο ἐν Βερολίῳ :

1871	:	178,75	M	1895	:	87,50	M
1881	:	151,95	"	1901	:	75,75	"
1885	:	137,45	"	1906	:	91,35	"
1891	:	127,95	"	1912	:	65,45	"

Ποία ἡ σχέση τοῦ πρὸς τὸν χρυσὸν ἐάν ἡ τιμή τοῦ χρυσοῦ ἦτο 2783,97 χρυσᾶ Μάρκα κατὰ χιλιόγραμμον καθαροῦ μετάλλου ;

Νά παρουσιαθῆ γραφικῶς ἡ μεταβολή τῆς σχέσεως κατὰ τὸ διάστημα αὐτό.

578) Τὸ χρηματιστήριον Λονδίνου ἐξίδε τὴν 26ην Μαΐου 1926 τὰς ἑξῆς τιμὰς πολυτιμῶν μετάλλων.

<b>Χρυσός</b>	:	5	84/10 ἢ οὐγγία standard (22 καθατίων)
<b>Ἄργυρος</b>	:	d 29 <sup>13</sup> / <sub>16</sub>	ἢ οὐγγία standard (229 <sup>13</sup> / <sub>16</sub> )

Ποία ἡ σχέση τῆς τιμῆς τοῦ χρυσοῦ πρὸ τῆς τιμῆς τοῦ ἀργύρου ;

### 63. Μετατροπὴ τῶν τιμῶν χρυσοῦ καὶ ἀργύρου.

Πολλάκις εἶναι ἀνάγκη νὰ συγκρίνωμεν μεταξύ τῶν τῶς τιμῶν τῶν διαφόρων ἀγορῶν διὰ τὰ πολυτιμὰ μέταλλα. Πρὸς τοῦτο ἐπιλογίζομεν τὴν τιμὴν τῆς αὐτῆς μονάδος βάσεως πρὸς τὸ αὐτὸ νόμισμα. Ὁ καταλληλότερος τρόπος νὰ ἐπιτύχωμεν συντόμως τὸν ὑπολογισμὸν αὐτὸν εἶναι ἡ συνεξευγμένη μέθοδος.

**Πρόβλημα.** Τὸ χρηματιστήριον Λονδίνου σημειώνει σήμερον διὰ τὸν χρυσὸν τὴν τιμὴν  $\frac{11}{10}$  κατὰ οὐγγίαν standard καὶ τὸ χρηματιστήριον Βερολίμου 2783,97 Rm. κατὰ χιλιόγραμμον καθαροῦ μετάλλου. Ποῦ εἶναι ἀκριβότερος ὁ χρυσός, ἐάν ἡ λίρα τιμᾶται ἐν Βερολίῳ 20,43 Rm ;

**Λύσις :** Διὰ νὰ εἰδῶμεν ποῦ εἶναι ἀκριβότερος ὁ χρυσός ἀρκεῖ νὰ μετατρέψωμεν τὴν τιμὴν τοῦ Λονδίνου εἰς ἰσοδύναμον τιμὴν Βερολίμου (ἢ καὶ ἀντιστρόφως) καὶ νὰ συγκρίνωμεν κατό-

πιν τὴν τιμὴν τοῦ θὰ εὐρωμεν μὲ τὴν δοθεῖσαν. Οὕτω ἔχομεν :

xRm	=	1000 γραμμάρια καθαροῦ χρυσοῦ
31,1035	=	1 oz καθαροῦ χρυσοῦ
11	=	12 oz standard
1	=	77 $\frac{1}{2}$ s
20	=	20,43 Rm

$$x = \frac{1000 \cdot 12 \cdot 77,75 \cdot 20,43}{31,1035 \cdot 11 \cdot 20} = 2785,60 \text{ Rm}$$

ἄρα ὁ χρυσὸς εἶναι ἀκριβώτερος ἐν Λονδίῳ, ἐὰν δὲν ληφθῶν ὑπ' ὄψιν τὰ διάφορα ἄλλα ἔξοδα.

### Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

579) Τὸ Λονδίον σημειώνει τὴν 5ην Φεβρουαρίου 1938 τὴν διὰ τὸν χρυσὸν 199,9 κατὰ οὐγκίαν καθαροῦ μετάλλου. Ποία ἔπρεπε νὰ εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ χιλογραμμοῦ καθαροῦ μετάλλου τὴν αὐτὴν ἡμέραν ἐν Ἀθήναις, διὰ νὰ ἔχομεν ἰσοτιμίαν, ἐὰν ἡ τιμὴ τῆς λίρας ἦτο 453 drl.

580) Ὁ ἄργυρος σημειοῦται τὴν αὐτὴν ἡμέραν εἰς μὲν τὸ Λονδίον μὲ 19  $\frac{1}{2}$  d εἰς δὲ τὸ Βερολίνον μὲ 36,75 Rm. Τιμὴ λίρας ἐν Βερολίῳ 12,20 Rm. Ποῦ εἶναι ὁ ἄργυρος ἀκριβώτερος ;

581) Τὸ 1936 ὁ χρυσὸς ἐτιμάτο ἐν Νέγ Ὑόρκῳ \$ 35 ἢ οὐγκία καθαροῦ μετάλλου +  $\frac{1}{10}$   $\frac{1}{10}$  ἔξοδα. Ποία ἔπρεπε νὰ εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ χρυσοῦ ἐν Παρισίοις (1 \$ = 30,65 frs) καὶ ἐν Λονδίῳ (1 £ = 5 \$) διὰ νὰ ἔχομεν ἰσοτιμίαν καὶ εἰς τὰς τρεῖς ἀγορὰς (συμπεριλαμβανομένων ἐν Ν. Ὑόρκῳ τῶν ἔξοδων).

### B. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΛΕΙΣΙΑΣ ΝΟΜΙΣΜΑΤΩΝ

64. Ὅρισμοί. Τὸ σύνολον τῶν κανόνων οἱ ὁποῖοι ρυθμίζουν τὸ νόμισμα μιᾶς χώρας ἀποτελοῦν τὸ **νομισματικὸν σύστημα** τῆς χώρας. Οἱ κανόνες αὗτοι περιλαμβάνουν :

1) Τὸ **ὄνομα** τῆς νομισματικῆς μονάδος, τὸ **βάρος** τοῦ πολυτίμου μετάλλου τὸ ὁποῖον ἀντιπροσωπεύει, τὰς **ὑποδιαίρεσεις** του καὶ τὸν **τίτλον** του

2) Τὸ εἶδος τοῦ πολυτίμου μετάλλου ὅπου χρησιμεύει ὡς **βάσις** τοῦ νομίσματος. Ἐὰν ἡ βάσις αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ ἓν μόνον πολυτίμον μέταλλον, τὸ σύστημα ὀνομάζεται **μονομεταλλικόν**. Ἐὰν ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο (χρυσὸν καὶ ἄργυρον μαζί), τὸ

σύστημα ονομάζεται **διμεταλλικόν**. Εἰς τὴν περίπτωσιν διμεταλλικοῦ νομισματικοῦ συστήματος, ἡ σχέση τοῦ βάρους τῶν δύο μετάλλων, τὰ ὅποια παριστοῦν τὴν μονάδα καθορίζεται ὑπὸ τοῦ νόμου.

Ὁ ἀριθμὸς τῶν νομισμάτων τὰ ὅποια ἀπαιτοῦνται διὰ τὰ ἀποτελεσθῆ ἔν ὄρισμένον βῆρος ονομάζεται **κοπή**. Οὕτω ἡ κοπή τοῦ γαλλικοῦ εἰκοσαφράγκου εἶναι 155 τὸ χιλιόγραμμον.

Ὁ ἀριθμὸς πάλιν τῶν νομισμάτων τὰ ὅποια ἀπαιτοῦνται διὰ τὰ σχηματισθῆ ἔν ὄρισμένον βῆρος **καθαροῦ** μεταλλοῦ ονομάζεται **ποῦς**. Οὕτω ὁ ποῦς τοῦ ὀλλανδικοῦ χρυσοῦ νομίσματος τῶν 10 φλωρινίων εἶναι 165,344 τὸ χιλιόγραμμον.

Τὰ νομίσματα κατὰ τὴν κυκλοφορίαν αὐτῶν φθείρονται. Ἐάν ἡ φθορά ὑπερβῆ ἔν ὄρισμένον ὄριον, δηλαδὴ ἔάν τὸ τίμημα γίῃ ἔν ὄρισμένον ποσοστὸν τοῦ βάρους του, ἀποσύρεται τῆς κυκλοφορίας καὶ κόπτεται ἔκ νέου.

**Σημείωσις.** Ἐάν καλέσωμεν  $B$  τὸ βῆρος τοῦ νομίσματος,  $\beta$  τὸ βῆρος τοῦ περιεχομένου καθαροῦ μεταλλοῦ καὶ  $\alpha$  τοῦ τίτλου του, θὰ ἔχωμεν κατὰ τὰ γνωστὰ :

$$\alpha = \frac{\beta}{B} \quad \text{ἢ} \quad \beta = \alpha \cdot B$$

Ἐάν τότε καλέσωμεν  $\delta$  τὴν κοπὴν τοῦ νομίσματος καὶ  $\varphi$  τὸν ποδὸν αὐτοῦ, ὅτε θὰ εἶναι :

$$\delta = \frac{1}{B}$$

ἢ  $B \cdot \delta = 1$

ἡ τιμὴ τοῦ ποδὸς θὰ δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως :

$$\varphi = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha \cdot B}$$

καὶ ἂν πολλαπλασιάσωμεν ἀμφοτέρους τοὺς ὄρους τοῦ κλάσματος ἐπὶ  $\delta$ :

$$\varphi \cdot \delta = \frac{\delta}{\alpha \cdot B \cdot \delta} = \frac{\delta}{\alpha}$$

\* Ἄρα :

Ὁ ποῦς νομίσματος τινὸς ἰσοῦται μὲ τὸ πηλίκον τῆς κοπῆς αὐτοῦ διὰ τοῦ τίτλου.

**Πρόβλημα.** Ποῖος εἶναι ὁ ποῦς τοῦ γαλλικοῦ εἰκοσαφράγκου ἔάν ἡ κοπή αὐτοῦ εἶναι 155 καὶ ὁ τίτλος του 0,900 ;

**Λύσις :**

$$q = \frac{165}{9,000} = 172 \frac{2}{9}$$

65. Ὑπολογισμὸς τοῦ βάρους νομίσματος τινος.  
Πρόβλημα I. Ποῖον τὸ βάρος εἰς γραμμάρια τοῦ χρυσοῦ νομίσματος τῶν 20 Rm ἐὰν ἡ κοπή αὐτοῦ εἶναι 125,55 καὶ ὁ τίτλος του 0,900; Ποῖον τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου καθαροῦ μετάλλου;

**Λύσις.** Ἡ κοπή 125,55 δηλοῖ ὅτι μὲ ἐν χιλιόγραμμον κομμάτων κόπτονται 125,55 νομίσματα τῶν 20 μάρκων. Ἄρα ἕκαστον θὰ ἔχει βάρος :

$$B = \frac{10000}{125,55} = 7,965 \text{ γραμμ.}$$

ὁπότε τὸ βάρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου εἶναι :

$$7,965 \times 0,900 = 7,1685 \text{ γραμμ.}$$

Πρόβλημα II. Ποῖον τὸ βάρος εἰς γραμμάρια τῆς χρυσῆς ἀγγλικῆς λίρας ἐὰν ἡ κοπή αὐτῆς εἶναι £ 1869 ἀνὰ 40 λίβρας τροῦ τίτλου 22 καρατίων; Ποῖον τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου καθαροῦ μετάλλου;

**Λύσις.** Εὐρίσκομεν πρῶτον διὰ τῆς συνεξεργημένης μεθόδου τὸ βάρος τοῦ νομίσματος :

$$\begin{array}{rcl} x \text{ γραμμ.} & = & 1 \text{ £} \\ 1869 & = & 40 \text{ λίβρες τροῦ } 22 \text{ καρατίων} \\ 1 & = & 273, 242 \text{ γραμμ.} \end{array}$$

$$x = \frac{40 \times 273,242}{1869} = 7,9881 \text{ γραμμ.}$$

ὁπότε διὰ τὸ καθαρὸν βῆρος ἔχομεν :

$$\begin{array}{rcl} \text{Βῆρος νομίσματος} & = & 7,9881 \text{ γραμμ.} \\ - \text{χαλκός } \frac{1}{12} & = & 0,6657 \text{ »} \end{array}$$

$$\text{Βῆρος καθαροῦ μετάλλου} = 7,3224 \text{ γραμμ.}$$

Πρόβλημα III. Νά εὑρεθῇ τὸ βάρος τοῦ χρυσοῦ ὀλανδικοῦ νομίσματος τῶν 10 hfl (φλωρινίων) καθὼς καὶ τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου καθαροῦ μετάλλου, διὰ εἶναι γνωστὸν δεῖ ὁ ποσοθς αὐτοῦ εἶναι 165,344 ἀνὰ χιλιόγραμμον καὶ ὁ τίτλος του 0,900.

*Λύσις.* Ὁ ἀριθμὸς 165,344 δηλοῖ ὅτι μὲ ἐν χιλιόγραμμον καθαροῦ μετάλλου κόπτονται 165,344 χρυσαῖ νομίσματα τῶν 10 φλωρινίων. Ἄρα ἕκαστον ἐξ αὐτῶν θὰ περιέχῃ καθαρὸν μέταλλον βάρους :

$$\beta = \frac{1000}{165,344} = 6,048 \text{ γραμμ.}$$

Ὁπότε τὸ βάρος τοῦ νομίσματος θὰ εἶναι :

Βάρος καθαροῦ μετάλλου	=	6,048 γραμμ.
+ $\frac{1}{9}$ χαλκός	=	0,672 "
Βάρος νομίσματος	=	6,720 γραμμ.

Ἦστε :

*Ἐὰν γνωρίζωμεν τὴν κοπὴν νομίσματος τινὸς ὑπολογίζωμεν πρῶτον τὸ βάρος τοῦ νομίσματος καὶ ἐξ αὐτοῦ τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου καθαροῦ μετάλλου. Ἐὰν πάλιν γνωρίζωμεν τὸν πόδα τοῦ νομίσματος, ὑπολογίζωμεν πρῶτον τὸ βάρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου καὶ ἐξ αὐτοῦ τὸ βάρος τοῦ νομίσματος.*

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νά προσδιορισθῇ τὸ βάρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου καθὼς καὶ τὸ βάρος τοῦ ἰδίου νομίσματος εἰς τὰ ἀκόλουθα νομίσματα :

582) Τοῦ ἰαπωνικοῦ χρυσοῦ νομίσματος τῶν 20 γιέν (τίτλος 0,900 καὶ κοπὴ 60 γιέν ἀνὰ χιλιόγραμμον).

583) Τοῦ μεξικανικοῦ χρυσοῦ νομίσματος τῶν 10 πέζος (τίτλος 0,900 καὶ κοπὴ 60 πέζος ἀνὰ χιλιόγραμμον).

584) Τῆς χρυσοῦ τσερκικῆς λίρας (τίτλος 22 καρατίων καὶ ποῦς 151.171 ἀνὰ χιλιόγραμμον).

585) Τῆς αἰγυπτιακῆς λίρας (τίτλος 0,875 καὶ ποῦς 134,454 ἀνὰ χιλιόγραμμαν).

586) Τοῦ γερμανικοῦ χρυσοῦ νομίσματος τῶν 20 Rm (τίτλος 0,900 καὶ ποῦς 139 <sup>1</sup>/<sub>2</sub>, ἀνὰ χιλιόγραμμαν).

587) Τοῦ γαλλικοῦ χρυσοῦ εἰκοσαφράγκου (τίτλος 0,900 καὶ κοπή 3100 φράγκα ἀνὰ χιλιόγραμμαν).

588) Ποῖον εἶναι τὸ βάρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου ὅπερ περιέχεται εἰς ἓν χρυσοῦν νόμισμα τῶν 20 Rm ὅταν τοῦτο εἶναι ἐλαφρότερον κατὰ 2 <sup>1</sup>/<sub>2</sub> % ἰσὺν λόγῳ φθορᾶς;

589) Ποῖον τὸ βάρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου ὅπερ περιέχεται εἰς ἓν χρυσοῦν νόμισμα τῶν 10 \$ (Eagle) ὅταν ὁ τίτλος του εἶναι 0,900 καὶ ἡ κοπή αὐτοῦ 960 ἀνὰ Troy—lbs;

590) Τὸ χρυσοῦν ἀμερικανικὸν δολλᾶριον περιέχει 23,22 κόκκους καθαροῦ χρυσοῦ. Τὸ ἀγγεροῦν δολλᾶριον ἔχει βάρος 412 <sup>1</sup>/<sub>2</sub> κόκκων καὶ τίτλον 0,900. Ποῖα εἶναι ἡ νόμιμος σχέση; ἀξιών μεταξὺ χρυσοῦ καὶ ἀργύρου;

## 66. Ὑπολογισμὸς τιμῆς νομίσματος τινός.

Ἐκαστον νόμισμα ἔχει τρία εἶδη τιμῶν: 1ον) τὴν τιμὴν τοῦ ἀρτίου ἢ ἐσωτερικὴν τιμὴν ἣ ὁποία ἰσοῦται μὲ τὸν λόγον τῶν καθαρῶν βαρῶν τῶν περιεχομένων μετάλλων 2ον) τὴν τιμὴν νομισματοκοπέου, ἣ ὁποία ἰσοῦται μὲ τὴν τιμὴν τοῦ ἀρτίου μειωμένην κατὰ τὰ ἔξοδα νομισματοκοπῆς καὶ 3ον) τὴν ἐμπορικὴν τιμὴν, ἣτις ἐξαρτῆται ἀπὸ τὰς διακυμάνσεις τῆς ἀξίας ἢ τῆς τιμῆς τοῦ πόλου τιμοῦ μετάλλου διὰ τὴν ἐλήφθη ὡς βάσις τοῦ νομισματικοῦ συστήματος μιᾶς χώρας. Εἰς τὴν παροῦσαν παραγράφον θὰ ζητήσωμεν νὰ προσδιορίσωμεν τὴν τιμὴν τοῦ ἀρτίου ἑνὸς νομίσματος, ἐκφραζομένην εἰς νομισματικὰς μονάδας ἄλλης τινός χώρας.

**Πρόβλημα I.** Ποία εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ ἀρτίου τῆς ἀγγλικῆς χρυσοῦς λίρας εἰς χρυσοῦς δραχμὰς, ὅταν ἡ κοπή τῆς ἀγγλικῆς λίρας εἶναι 1869 ἀνὰ 40 λίρας τῆσδε τίτλου Standard (22 καρατίων) καὶ τῆς χρυσοῦς δραχμῆς 3100 δρχ. ἀνὰ χιλιόγραμμαν χρυσοῦ τίτλου 0,900.

**Λύσις.** Διὰ νὰ εἰδῶμεν τὴν τιμὴν τοῦ ἀρτίου τῆς ἀγγλικῆς λίρας εἰς δραχμὰς ἀρκεῖ νὰ διαφύσωμεν τὸ βάρος τοῦ καθαροῦ μετάλλου τὸ ὁποῖον περιέχεται εἰς τὴν λίραν διὰ τοῦ βάρους τοῦ καθαροῦ μετάλλου τὸ ὁποῖον περιέχεται εἰς τὴν δραχμὴν ἐκφραζομένων καὶ τῶν δύο διὰ τῆς αὐτῆς μονάδος.



Βάρος καθαροῦ μετάλλου περιεχομένου εἰς μίαν λίραν :

x γραμμ. καθαροῦ χρυσοῦ = 1 £	
1869	= 40 λίτρος τοῦ St.
1	= 373,242 γραμμ. St.
12	= 11 γραμμ. καθ. χρυσοῦ

$$x = \frac{40 \cdot 373,242 \cdot 11}{1869 \cdot 12} = 7,3224 \text{ γραμμ.}$$

Βάρος καθαροῦ μετάλλου περιεχομένου εἰς τὴν δραχμὴν :

x γραμμ. καθαροῦ μετάλλου = 1 δραχ.	
3100	= 1000 γραμμ. 0,900
1000	= 900 γραμμ. καθ. μετ.

$$x = \frac{1000 \cdot 900}{3100 \cdot 1000} = 0,2903 \text{ γραμμ.}$$

ὁπότε ἡ ζητούμενη τιμὴ τοῦ ἀρτίου εἶναι :

$$1 \text{ £} = \frac{7,3224}{0,2903} = 25,22 \text{ χρ. δραχμαί.}$$

**Παρατήρησις.** Τὰ μικρὰ ποσὰ νομισμάτων ἀγοράζονται κατὰ τεμάχιον σύμφωνα μὲ τὴν τιμὴν τοῦ ἀρτίου αὐτῶν. Μεγάλαι ποσὰ νομισμάτων ἀγοράζονται συμφώνως πρὸς τὸ βάρος αὐτῶν, ὡς κατωτέρω :

**Πρόβλημα.** Ποία ἡ τιμὴ εἰς δραχμας 1500 χρυσοῶν λιρῶν ἐὰν τὸ βάρος αὐτῶν κατὰ τὴν σιγμὴν τῆς πωλήσεως τῶν ἦτο 11,965 χιλιόγραμμα.

**Λύσις.** Τὸ κανονικὸν βάρος τῶν £ 1500 εἶναι :

$$1500 \cdot 7,9881 = 11982,1 \text{ γραμμ.}$$

ὁπότε ἡ τιμὴ τους θὰ ἦτο :

$$1500 \cdot 25,22 = 37830 \text{ δραχ.}$$

Ἐπειδὴ ὁμοῦ τὸ βάρος τους εἶναι μόνον τὰ 11965 : 11982 τοῦ κανονικοῦ καὶ ἡ τιμὴ τους θὰ εἶναι :

$$37830 \cdot \frac{11965}{11982} = 37773,25 \text{ δραχ.}$$

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

591) Ποία ἡ τιμὴ τοῦ ὀρθίου τῆς ἀγγλικῆς χρυσῆς λίρας εἰς χρυσὸ μέρος, ὅταν ἡ κοπὴ τῆς λίρας εἶναι 1896 ἀνὰ 40 λίτρα τρού τίτλου Standard καὶ ὁ ποῦς τοῦ χρυσοῦ εἰκοσιμαρκοῦ 139  $\frac{1}{2}$  ἀνὰ χιλιόγραμμα;

592) Νὰ εὑρεθῆ ἡ τιμὴ τοῦ ὀρθίου τῆς αἰγυπτιακῆς λίρας εἰς δραχμὰς ὅταν ὁ ποῦς τῆς αἰγυπτιακῆς λίρας εἶναι 134,451 ἀνὰ χιλιόγραμμα καὶ ἡ κοπὴ τῆς δραχμῆς 3100 ἀνὰ χιλιόγραμμα.

593) Ποία ἡ τιμὴ τοῦ ὀρθίου τοῦ ἀμερικανοῦ δολλαρίου εἰς γαλλικὰ φράγκα, ὅταν τὸ χρυσοῦν νόμισμα τῶν 10 δολλαρίων (Eagle) ἔχει κοπὴν 960 ἀνὰ 43 λίτρας τρού τίτλου 0,900 καὶ τὸ γαλλικὸν φράγγον 3100 ἀνὰ χιλιόγραμμα τίτλου 0,900.

594) Ποία ἡ τιμὴ τοῦ ὀρθίου εἰς δραχμὰς τοῦ ἑλληνικοῦ φλορινίου, ὅταν ὁ ποῦς τοῦ χρυσοῦ νομίσματος τῶν 10 φλορινίων εἶναι 165,344;

595) Ποία ἡ τιμὴ εἰς δραχμὰς 8560 γιέν εἰς νομίσματα τῶν 20 γιέν, ὅταν ἡ κοπὴ τοῦ γιέν εἶναι 1200 ἀνὰ χιλιόγραμμα καὶ ὁ τίτλος τοῦ 0,900;

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΚΤΟΝ

### Περὶ Ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος.

**67. Ὅρισμοί.** Μὲ τὴν φράσιν «ἐξωτερικὸν συναλλάγμα» ἐννοοῦμεν πᾶν μέσον διὰ τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ μεταφέρωμεν κεφάλαια *ἄνευ τῆς μεσολαβήσεως χρυσοῦ ἢ ἐμπορευμάτων*, ἀπὸ μιᾶς χώρας εἰς ἄλλην. Τὰ μέσα αὐτὰ εἶναι τὸ γραμματίειον ἢ ἡ συναλλαγματικὴ ἐπὶ τοῦ ἐξωτερικοῦ καὶ ἡ τραπεζικὴ ἐπιταγὴ (chéque).

Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι ὁ ἔμπορος Ἀθηνῶν Α ἐπώλησεν εἰς τὸν ἔμπορον Λονδίνου Β σταφίδα ἀντὶ £ 1000. — Διὰ νὰ εἰσπράξῃ τὸ ποσὸν ταῦτο θὰ πρέπει ὁ ἔμπορος τοῦ Λονδίνου νὰ ἀποστείλῃ εἰς Ἀθήνας χρυσὸν ἴσης ἀξίας. Τὴν αὐτὴν ἡμέραν ὁ ἔμπορος Ἀθηνῶν Γ ἠγόρασε ἀπὸ τὸν ἔμπορον Λονδίνου Δ ὑφάσματα ἀξίας £ 1000. — καὶ διὰ νὰ πληρώσῃ τὸ ποσὸν αὐτὸ θὰ πρέπει νὰ ἀποστείλῃ καὶ αὐτὸς εἰς τὸ Λονδίνον χρυσὸν ἴσης ἀξίας. Ἄντι νὰ γίνουν αἱ δύο αὐταὶ χρηματαποστολαί, αἱ ὁποιαὶ ἀπαιτοῦν δαπάνας, δυνάμεθα νὰ τακτοποιήσωμεν τὰς προκυψάσας χρεωπιστώσεις ἄνευ οὐδεμιᾶς μεσολαβήσεως χρυσοῦ.

Ὁ ἔμπορος Ἀθηνῶν Α σίρει ἐπὶ τοῦ ἐμπόρου Λονδίνου Β συναλλαγματικὴν £ 1000. — τὴν ὁποίαν πωλεῖ εἰς τὸν ἔμπορον Ἀθηνῶν Γ καὶ εἰσπράττει οὕτω τὸ ποσὸν ὅπερ εἶχε νὰ λάβῃ. Ὁ ἔμπορος Ἀθηνῶν Γ διὰ τῆς ἀγορᾶς τῆς συναλλαγματικῆς ἀπὸ τὸν Α ἐξώφλησε τὸ χρέος του πρὸς τὸν ἔμπορον τοῦ Λονδίνου Δ, διότι θὰ ἀποστείλῃ εἰς αὐτὸν τὴν συναλλαγματικὴν ἢν θὰ εἰσπράξῃ οὗτος ἀπὸ τὸν ἔμπορον Λονδίνου Β.

Ἡ συναλλαγματικὴ λοιπὸν τῶν £ 1000. — ἐπωλήθη εἰς τὴν ἀγορὰν ἀπὸ ἐκείνον ὅστις εἶχε νὰ εἰσπράξῃ ἀπὸ τὸ ἐξωτερικὸν χρήματα καὶ ἠγοράσθη ἀπὸ ἐκείνον ὅστις εἶχε νὰ πληρώσῃ εἰς τὸ ἐξωτερικὸν χρήματα. Ὁ πρῶτος ἦτο πωλητὴς *ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος*, διότι ἔδικαιούτο νὰ εἰσπράξῃ ἀπὸ τὸ ἐξωτερικόν. Ὁ δεύτερος ἦτο ἀγοραστὴς *ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος*, διότι εἶχε νὰ πληρώσῃ εἰς τὸ ἐξωτερικόν. Ὁ πρῶτος προσέφερε

εἰς τὴν ἀγορὰν συνάλλαγμα καὶ ὁ δεύτερος *ζητοῦσε* ἀπὸ τὴν ἀγορὰν συνάλλαγμα. Τὸ προσφερόμενον καὶ ζητούμενον ἀντικείμενον ἦτο τὸ ἐξωτερικὸν συνάλλαγμα. Τὸ ἐξωτερικὸν λοιπὸν συνάλλαγμα μετατρέπεται κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εἰς ἓν εἶδος εἰδικοῦ ἱμφορεύματος καὶ κατὰ συνέπειαν ἡ τιμὴ του δὲν ρυθμίζεται πλέον μόνον ἀπὸ τὴν ἐσωτερικὴν του ἀξίαν, δηλαδὴ ἀπὸ τὴν τιμὴν τοῦ ἀρτίου τοῦ νομίσματος ὅπερ ἐκπροσωπεῖ, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ τὸν νόμον τῆς προσφορᾶς καὶ τῆς ζητήσεως, ὅπως καὶ αἱ τιμαὶ ἄλλων τῶν ἄλλων ἱμφορευμάτων.

Ἐν τοῦτοις, αἱ τιμαὶ τοῦ συναλλάγματος δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ἀνέλθουν ἢ νὰ κατέλθουν πέραν ἐνὸς ὀρισμένου ὁρίου ἐκατέρωθεν τῆς τιμῆς τοῦ ἀρτίου. Καὶ πράγματι, εἴαν ἡ τιμὴ τοῦ συναλλάγματος εἰς τὸ χρηματιστήριον ἀνέλθῃ πολὺ ἄνω τοῦ ἀρτίου  $A$  οἱ ἀγορασταὶ θὰ προτιμήσουν νὰ ὑποβληθῶσι εἰς τὰ ἐξοδα τῆς ἀποστολῆς χρυσοῦ καὶ θὰ σταματήσῃ αὐτῶ πάσα ζήτησις συναλλάγματος, ὁπότε ἡ τιμὴ του θὰ κατέλθῃ πάλιν. Ὡστε ἡ τιμὴ τοῦ συναλλάγματος δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ὑπερβῇ τὴν  $(A + \theta)$ . Ἀντιθέτως, εἴαν λόγῳ ὑπερβολικῆς προσφορᾶς ἡ τιμὴ τοῦ συναλλάγματος κατέλθῃ κάτω τῆς  $(A - \theta)$ , οἱ κάτοχοι συναλλάγματος θὰ προτιμήσουν νὰ ἐπιβαρυνθοῦν οἱ ἴδιοι μὲ τὰ ἐξοδα ἀποστολῆς χρυσοῦ καὶ θὰ παραγγείλουν εἰς τοὺς χρεώστας τῶν νὰ τοὺς ἀποστέλλουν αὐτοῦσιον χρυσόν.

Ὡτῶ ἡ τιμὴ τοῦ συναλλάγματος θὰ κυμαίνεται μεταξύ δύο σημείων ἐκατέρωθεν τῆς τιμῆς ἀρτίου του  $A$  τοῦ νομίσματος ὅπερ ἀντιπροσωπεῖ τὸ συνάλλαγμα. Τὰ σημεία αὐτά, τὸ  $(A + \theta)$  καὶ τὸ  $(A - \theta)$ , ὀνομάζονται *χρυσᾶ σημεῖα* (gold points) καὶ μάλιστα τὸ μὲν κατώτερον  $(A - \theta)$  : *κάτω χρυσοῦν σημεῖον* ἢ *σημεῖον εἰσόδου τοῦ χρυσοῦ*, τὸ δὲ ἀνώτερον  $(A + \theta)$  : *ἄνω χρυσοῦν σημεῖον* ἢ *σημεῖον ἐξόδου τοῦ χρυσοῦ*.

Ἐννοεῖται ὅτι διὰ νὰ λειτουργοῦν τὰ χρυσᾶ σημεῖα καὶ νὰ συγκροτοῦν τὴν τιμὴν τοῦ συναλλάγματος ἐντὸς ὀρισμένων ὁρίων *πρέπει ἀπαραιτήτως* νὰ εἶναι ἐλευθέρη ἡ ἀγορὰ καὶ πώλησις χρυσοῦ, δηλαδὴ νὰ μὴν ὑπάρχῃ ἀναγκαστικὴ κυκλοφορία εἰς μίαν χώραν. Ἄλλως, ἡ τιμὴ τοῦ συναλλάγματος δύναται νὰ ἀνέλθῃ πέραν παντὸς ὁρίου.

### 68. Δελτίον συναλλάγματος.

Ἡ μαθηματικὴ πλευρὰ τοῦ συναλλάγματος συνίσταται εἰς τὴν ἐξέτασιν τῶν πράξεων αἵτινες ἔχουν ὡς σκοπὸν ἢ τὴν ἐξόφλησιν χρέους εἰς ξένον νόμισμα ἢ τὴν ἀνάληψιν πιστώσεως εἰς ξένον νόμισμα ἢ ἀπλῶς τὴν καθαρὰν κερδοσκοπίαν διὰ τῆς δημιουργίας εἰκονικῶν χροεπιστώσεων.

Βάσις ὄλων αὐτῶν τῶν ὑπολογισμῶν εἶναι τὸ **δελτίον συναλλάγματος**. Τοῦτο εἶναι πινάξ εἰς τὸν ὁποῖον ἀναγράφονται αἱ κατὰ τινα χρόνον ἐν τινι ἀγορᾷ τιμαὶ τοῦ ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος, ὅπως αὐταὶ καθωρίσθησαν ἐπὶ τῆς βάσει τοῦ νόμου προσφορᾶς καὶ ζητήσεως. Τὸ δελτίον τῶν τιμῶν συναλλάγματος καταρτίζεται κατὰ δύο διαφόρους τρόπους. Εἰς ἄλλας μὲν χώρας ἀναγράφεται τὸ **μεταβλητὸν ποσὸν ἔγχωριου νομίσματος**, τὸ ὁποῖον προσφέρεται ἔναντι ἐνὸς σταθεροῦ καὶ ὀρισμένου ποσοῦ ξένου συναλλάγματος (σήμερον μιᾶς νομισματικῆς μονάδος), εἰς ἄλλας δὲ ἀντιστρόφως, τὸ **μεταβλητὸν ποσὸν τοῦ ξένου συναλλάγματος**, τὸ ὁποῖον λαμβάνεται ἔναντι ὀρισμένης καὶ σταθερᾶς ποσότητος ἔγχωριου νομίσματος (μιᾶς νομισματικῆς μονάδος). Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν λέγομεν ὅτι τὸ δελτίον δίδει τὸ **Ἀβέβαιον** καὶ εἰς τὴν δευτέραν τὸ **Βέβαιον**. Ἐὰν τὸ δελτίον Ἀθηνῶν, τὸ ὁποῖον δίδει τὸ Ἀβέβαιον, ἀναγράφη λ.χ. τιμὴν συναλλάγματος ἐπὶ Παρισίων 7,15 ὄψεως, σημαίνει ὅτι μὲ 7,15 δραχμὰς ἀγοράζομεν συνάλλαγμα ὀνομαστικῆς ἀξίας 1 φράγκου, πληρωτέον ἐν Παρισίοις ἅμα τῇ ἐμφανίσει. Πᾶσα αὔξησις τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ δηλοῖ αὔξησιν τῆς τιμῆς τοῦ συναλλάγματος καὶ ἀντιστρόφως. Ὅθεν, ὅσον ὑψηλότερα εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου τόσον ἀκριβότερον εἶναι τὸ ἐξωτερικὸν συνάλλαγμα. Ἀντιθέτως, ἐὰν τὸ δελτίον τοῦ Λονδίνου, τὸ ὁποῖον δίδει τὸ Βέβαιον ἀναγράφη τιμὴν συναλλάγματος ἐπὶ Παρισίων 135 ὄψεως, αὐτὸ σημαίνει ὅτι μὲ μίαν λίραν τοῖς μετρητοῖς ἀγοράζεται εἰς τὸ Λονδίνον συνάλλαγμα 135 φράγκων πληρωτέον ἐν Παρισίοις ἐπὶ τῇ ἐμφανίσει. Πᾶσα αὔξησις τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ δευκνύει πτωσιν τῆς τιμῆς τοῦ συναλλάγματος, διότι μὲ 1 λίραν ἀγοράζομεν τώρα περισσότερα φράγκα καὶ ἀντιστρόφως. Κατὰ συνέπειαν, ὅσον ὑψηλότερα εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου—ὅταν

τοῦτο δίδει τὸ Βέβαιον—τόσον εὐθιγότερον εἶναι τὸ ξεωτερικὸν συναλλάγμα.

Κατωτέρω δίδομεν δύο παραδείγματα προπολεμικῶν δελτίων. Τὸ πρῶτον εἶναι δελτίον τοῦ χρηματιστηρίου Ἀθηνῶν καὶ δίδει τὸ Ἄβεβαιον καὶ τὸ δεύτερον τοῦ χρηματιστηρίου Λονδίνου καὶ δίδει τὸ Βέβαιον.

ΔΕΛΤΙΟΝ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ

Συναλλάγμα ἐπί :	Ἄγορά	Πώλησις	Ἐπιτόκιον
Λονδίνου	546.—	550.—	4 %
N. Ὑόρκης	116,50	117,60	4 %
Παρισίων	3,09	3,13	6 %
Ζυρίχης	26,30	26,55	4 $\frac{1}{2}$ %
Ἄμστερνταμ	61,90	28,35	5 %
Ἀλεξανδρείας	556.—	564.—	6 %

ΔΕΛΤΙΟΝ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΛΟΝΔΙΝΟΥ

Συναλλάγμα ἐπί :	Ἄγορά	Πώλησις	Ἐπιτόκιον
N. Ὑόρκης	4,6818	4,60	5 %
Παρισίων	176,73	175.—	7 %
Βερολίνου	11,667	11,50	4 %
Ἄμστερνταμ	8,80	8,75	3 %
Βρυξελλῶν	27,567	27,35	2 $\frac{1}{2}$ %

### 69. Μετατροπή τῆς προθεσμίας τοῦ Δελτίου.

Σήμερον κατὰ κανόνα αἱ τιμαὶ τῶν δελτίων ἄλλων τῶν χρηματιστηρίων δίδουν τιμὰς συναλλάγματος ὄψεως. Παλαιότερον τὰ δελτία ἀνέγραφον καὶ τιμὰς συναλλάγματος διαφόρων προθεσμιῶν, ὡς λ. χ. 8 ἡμερῶν, 40 ἡμερῶν ἢ 3 μηνῶν.

Τὰ ὑπὸ διαπραγματεύσειν ὁμοῦ συναλλάγματα ἔχουσι συνήθως διαφόρους προθεσμίας, αἱ ὁποῖαι δὲν συμπίπτουν πάντοτε μετὰ τὴν προθεσμίαν τοῦ δελτίου. Εἴμεθα λοιπὸν πολλὰκις ἠναγκασμένοι νὰ μετατρέπομεν τὴν ἀναγραφομένην τιμὴν ὄψεως τοῦ δελτίου καὶ νὰ τὴν ἀνάγωμεν εἰς τὴν προθεσμίαν τοῦ συναλλάγματος. Ἐννοεῖται ὅτι ἡ μετατροπὴ αὐτὴ γίνεται μετὰ βάσιν μόνον τὴν δοθεῖσάν ἤδη τιμὴν τοῦ συναλλάγματος ὄψεως καὶ ἔχει μόνον λογιστικὸν σκοπὸν. Εἰς τὴν πραγματικότητά ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου διὰ συνάλλαγμα προθεσμίας θὰ ἐξηστᾶτο ὄχι μόνον ἀπὸ τὴν τιμὴν ὄψεως καὶ τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως τῆς χώρας, ὅπου θὰ πληρωθῇ τὸ συνάλλαγμα, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ τὴν εἰδικὴν προσφορὰν καὶ ζήτησιν συναλλάγματος τῆς προθεσμίας αὐτῆς, ἡ ὁποία πιθανόν νὰ μὴν εἶναι ἢ αὐτὴ μετὰ τὴν προσφορὰν καὶ ζήτησιν τοῦ συναλλάγματος ὄψεως.

Πάντως, διὰ τὸν μαθηματικὸν ὑπολογισμὸν δεχόμεθα, ὅτι ἡ διαφορὰ τῆς τιμῆς μιᾶς μονάδος συναλλάγματος προθεσμίας  $H_1$  ἡμερῶν ἀπὸ τὴν τιμὴν μιᾶς μονάδος συναλλάγματος  $H_2$  ἡμερῶν εἶναι ἴση μετὰ τὸν τόκον  $(H_1 - H_2)$  ἡμερῶν τῆς τιμῆς τοῦ δελτίου. Ὁ τόκος κατὰ τοὺς ὑπολογισμοὺς αὐτοὺς ὑπολογίζεται πάντοτε συμφώνως πρὸς τὰς συνηθείας τῆς χώρας ἐπὶ τῆς ὁποίας εἶναι τὸ συνάλλαγμα.

α') Περίπτωσις δελτίου δίδοντος τὸ Ἀβέβαιον.

**Πρόβλημα I.** Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου Ἀθηνῶν ἐπὶ Παρισίων διὰ συνάλλαγμα 3 μηνῶν, ἐὰν ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου ὄψεως εἶναι 3, 15; Ἐπιτόκιον ἐν Παρισίοις  $6\frac{0}{10}$ .

**Λύσις:** Ἐὰν ἀγοράσωμεν 1 φράγκον πληρωτέον ἀμέσως, θὰ καταβάλωμεν εἰς τὸν πωλητὴν 3,75 δρχ. Ἐὰν τὸ φράγκον αὐτὸ δὲν πρόκειται νὰ πληρωθῇ ἀμέσως, ἀλλὰ μετὰ τρεῖς μῆνας, εἶναι φανερόν ὅτι πρέπει νὰ καταβάλωμεν ὄχι 3,15 δρχ. ἀλλὰ ὀλιγωτέρας κατὰ τὸν τόκον τῶν τριῶν μηνῶν, κατὰ τοὺς

ὁποίους θὰ καθυστερήσῃ ἢ πληρωμὴ τοῦ φράγκου. Οὕτω ἔχομεν:

Δελτίον ὄψεως	λογ. 3,15
— τόκος $\frac{90}{6}\%$	» 0,04725
<hr/>	<hr/>
Δελτίον 3 μηνῶν	λογ. 3,19725

**Πρόβλημα II.** Τὸ δελτίον χρηματιστηρίου τοῦ Βερολίνου ἀναγράφει σήμερον τιμὴν συναλλάγματος ἐπὶ Λονδίνου προθεσμίας 3 μηνῶν 20,45. Ποία ἡ τιμὴ τοῦ συναλλάγματος ὄψεως ἐπὶ Λονδίνου, ἂν τὸ ἐπιτόκιον προσξοφλήσεως ἐν Λονδίῳ εἶναι  $3\%$ ;

**Λύσις :** Μὲ ἀνάλογον σκέψιν πρὸς τὴν σκέψιν τοῦ προηγουμένου προβλήματος εὐρίσκομεν, ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς μετατροπῆς τοῦ δελτίου ἀπὸ δελτίου προθεσμίας εἰς δελτίον ὄψεως, πρέπει νὰ προσθέσωμεν τὸν τόκον, ὅποτε ἔχομεν :

Δελτίον 3 μηνῶν	Rm 20,45
+τόκος $90/3\%$	» 0,15337
<hr/>	<hr/>
Δελτίον ὄψεως	Rm 20,60337

Ὡστε :

Διὰ νὰ εὐρεθῇ ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου προθεσμίας ἐκ τῆς τιμῆς ὄψεως, διὰ τὸ δελτίον δίδει τὸ Ἀβέβαιον, ἀφαιρεῖται ἐξ αὐτῆς ὁ τόκος τῆς. Διὰ νὰ εὐρεθῇ ἀντιστρόφως, ἡ τιμὴ δελτίου ὄψεως ἐκ τῆς τιμῆς δελτίου προθεσμίας, προστίθεται εἰς αὐτὴν ὁ τόκος τῆς.

β') Περίπτωσις δελτίου δίδοντος τὸ Βέβαιον.

**Πρόβλημα I.** Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου Λονδίνου ἐπὶ Παρισίων διὰ συνάλλαγμα προθεσμίας 40 ἡμερῶν, ἔάν τὸ δελτίον ὄψεως εἶναι 135. Ἐπιτόκιον ἐν Παρισίοις  $4\%$ .

**Λύσις :** Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ δελτίου τοῦ χρηματιστηρίου τοῦ Λονδίνου, τὸ ὅποιον δίδει εἰς Παρισίους τὸ Βέβαιον, μὲ £ 1 τοῖς μετρητοῖς θὰ ἀγοράσωμεν φράγκα τὰ ὁποῖα δὲν πρόκειται νὰ πληρωθοῦν ἀμέσως, ἀλλὰ μετὰ 40 ἡμέρας. Εἶναι λοιπὸν προφανές, ὅτι τὸ ποσὸν τῶν 135 φράγκων αἰτῶν θὰ ἀξιοθῇ ἐν τῷ μεταξύ κατὰ τὸν τόκον τῶν 40 ἡμερῶν καὶ κατὰ



συνέπειαν τὸ ποσὸν τὸ ὁποῖον θὰ ἀγορασθῆ μετὰ τὴν £ 1 θὰ εἶναι :

Δελτίον ὕψους	frs 135
+τόκος $40/4\%$	» 0,60
<hr/>	<hr/>
Δελτίον 40 ἡμερῶν	<u>frs 135,50</u>

**Πρόβλημα [11** Τὸ δελτίον συναλλάγματος 3 μηνῶν Λονδίνου ἐπὶ Παρισίων εἶναι 176. Ποῖον τὸ δελτίον ὕψους, δταν τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως ἐν Παρισίοις εἶναι  $2\frac{1}{2}\%$  :

**Λύσις :** Ἐδῶ με μίαν λίραν ἡμερησίαν ἀγοράζομεν frs 176 πληρωτέα μετὰ τρεῖς μῆνας, καὶ κατὰ συνέπειαν μετὰ μίαν λίραν θὰ ἀγοράσωμεν σήμερον τὴν παρούσαν ἀξίαν αὐτῶν, ὅποτε ἔχομεν :

Δελτίον 3 μηνῶν	frs 176
—τόκος $90/2\frac{1}{2}\%$	» 1,10
<hr/>	<hr/>
Δελτίον ὕψους	<u>frs 174,90</u>

Ἦστε :

Διὰ τὰ εὐρεθῆ ἢ τιμὴ δελτίου προθεσμίας ἐκ τῆς τιμῆς δελτίου ὕψους, δταν τὸ δελτίον δίδῃ τὸ Βέβαιον, προστίθεται εἰς αὐτὴν ὁ τόκος τῆς, διὰ τὰ εὐρεθῆ δὲ ἀντιστρόφως ἢ τιμὴ δελτίου ὕψους ἐκ τῆς τιμῆς δελτίου προθεσμίας, ἀφαιρεῖται ἀπὸ αὐτὴν ὁ τόκος τῆς.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 593) Ποία ἡ τιμὴ δελτίου 2 μηνῶν ἐν Λευρῶν :
- α) Ὃταν τὸ δελτίον 8 ἡμ. ἐπὶ Ἀμστερνταμ εἶναι 1,69  $3\%$
- β) " " " 40 " " Παρισίων " 0,76  $\frac{1}{2}$   $4\%$
- γ) " " " ὕψους " Ρώμης " 0,80  $5\%$
- 594) Ποῖον τὸ δελτίον ὕψους Λονδίνου ἐπὶ Βρυξελλῶν, δταν τὸ δελτίον τριῶν μηνῶν εἶναι 180,50; Ἐπιτόκιον  $3\frac{1}{2}\%$ .
- 595) Ποῖον τὸ δελτίον 3 μηνῶν Λονδίνου ἐπὶ Βρυξελλῶν, δταν τὸ δελτίον ὕψους εἶναι 158,62; Ἐπιτόκιον  $5\%$ .
- 596) Ποῖον τὸ δελτίον 40 ἡμερῶν Ἀθηνῶν ἐπὶ Ρώμης δταν τὸ δελτίον ὕψους εἶναι 5,40; Ἐπιτόκιον  $4\%$ .

597) Ποῖον τὸ δελτίον 90 ἡμερῶν Ἀθηνῶν ἐπὶ Παρισίων, ὅταν τὸ δελτίον ὄψεως εἶναι 3,25; Ἐπιτόκιον 6 %.

598) Ποῖον τὸ δελτίον ὄψεως Λονδίνου Παρισίων, ὅταν τὸ δελτίον 2 μηνῶν εἶναι 175,60; Ἐπιτόκιον 8 %.

599) Ποῖον τὸ δελτίον 40 ἡμερῶν Ἀθηνῶν ἐπὶ Λονδίνου, ὅταν τὸ δελτίον ὄψεως εἶναι 453,60; Ἐπιτόκιον 4 %.

600) Ποῖον τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Νέας Ὑόρκης προθεσμίας 3 μηνῶν, εἰάν τὸ δελτίον ὄψεως εἶναι 125,30; Ἐπιτόκιον 9 %.

**Σημείωσις I.** Ἐάν καλέσωμεν  $\Sigma_0$  τὴν τιμὴν τοῦ δελτίου ὄψεως,  $\Sigma_H$  τὴν τιμὴν τοῦ δελτίου  $H$  ἡμερῶν καὶ  $\Delta$  τὸν σταθερὸν διαστήτην θὰ ἔχωμεν εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ δελτίον δίδει τὸ Ἀβέβαιον:

$$\Sigma_H = \Sigma_0 - \frac{\Sigma_0 \cdot H}{\Delta}$$

$$\eta \quad \boxed{\Sigma_H = \Sigma_0 \left(1 - \frac{H}{\Delta}\right)}$$

ἢ ἂν λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν πρὸς τὸ  $\Sigma_0$ :

$$\boxed{\Sigma_0 = \frac{\Sigma_H}{\left(1 - \frac{H}{\Delta}\right)}}$$

Ἔστω:

*Διὰ τὰ εὑρωμεν τὴν τιμὴν δελτίου προθεσμίας ἐκ τῆς τιμῆς δελτίου ὄψεως, ὅταν τὸ δελτίον δίδει τὸ Ἀβέβαιον, πολλαπλασιάζομεν τὴν τιμὴν ὄψεως ἐπὶ τὸ διωνύμου τῆς ἐξωτερικῆς ὑπαιρέσεως. Διὰ τὰ εὑρωμεν τὴν τιμὴν ὄψεως ἐκ τῆς τιμῆς προθεσμίας διατροῦμεν τὴν τιμὴν προθεσμίας διὰ τοῦ διωνύμου τῆς ἐξωτερικῆς ὑπαιρέσεως.*

Ἐάν ἐπιτελοῦμεν τὴν διαίρεσιν τὴν σημειωμένην εἰς τὸν δεῦτερον τύπον θὰ ἔχωμεν:

$$\Sigma_0 = \Sigma_H + \frac{\Sigma_H \cdot H}{\Delta} + \frac{\Sigma_H \cdot H^2}{\Delta^2} + \frac{\Sigma_H \cdot H^3}{\Delta^3} + \dots$$

καὶ ἂν κρατήσωμεν χάριν συντομίας τοὺς τρεῖς μόνον πρώτους ὅρους τῆς σειρᾶς θὰ ἔχωμεν κατὰ προσέγγισιν τὴν λύσιν:

$$\Sigma_0 = \Sigma_H + \frac{\Sigma_H \cdot H}{\Delta} + \frac{\Sigma_H \cdot H^2}{\Delta^2}$$

ἦτοι :

Διὰ τὰ εὗρωμεν τὴν τιμὴν ὄψεως ἐκ τῆς τιμῆς προθεσμίας, προσθέτομεν εἰς τὴν τιμὴν προθεσμίας τὸν τόκον τῆς και τὸν τόκον τοῦ τόκου.

Εἰς τὴν πράξιν ὅμως, ἐπειδὴ αἱ τιμαὶ τοῦ συναλλάγματος εἶναι μικραὶ συνήθως καὶ ὁ τόκος τοῦ τόκου ἀσήμαντον ποσόν, περιοριζόμεθα μόνον εἰς τοὺς δύο πρώτους ὄρους τῆς σειρᾶς καὶ ἔχομεν τὰς πρακτικὰς λύσεις ἃς ἐξητάσαμεν ἀνωτέρω. Οὕτω χρησιμοποιούμεν ἄλλοτε ἑσωτερικὴν ὁσίσιν προσθέτομεν τόκον, καὶ ἄλλοτε ἐξωτερικὴν, ὁσίσιν ἀφαιροῦμεν τόκον.

Ἐάν ἡ χώρα ἐπὶ τῆς ὁποίας εἶναι τὸ συναλλάγμα χρησιμοποιῆ ἑσωτερικὴν ὑφαίρεσιν, αἱ ἀνωτέρω τύποι γίνονται :

$$\Sigma_{\text{H}} = \frac{\Sigma_0}{\left(1 + \frac{\text{H}}{\Delta}\right)}$$

καὶ  $\Sigma_0 = \Sigma_{\text{H}} \left(1 + \frac{\text{H}}{\Delta}\right)$  Διὰτί :

**Σημείωσις II.** Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ Βηβαίου αἱ ἀνωτέρω τύποι γίνονται :

Ὅταν ἡ χώρα ἐπὶ τῆς ὁποίας εἶναι τὸ σὺντα χρησιμοποιῆ ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν :

$$\Sigma_{\text{H}} = \frac{\Sigma_0}{\left(1 - \frac{\text{H}}{\Delta}\right)} \quad \text{καὶ} \quad \Sigma_0 = \Sigma_{\text{H}} \left(1 - \frac{\text{H}}{\Delta}\right)$$

καὶ ὅταν χρησιμοποιῆ ἑσωτερικὴν ὑφαίρεσιν :

$$\Sigma_{\text{H}} = \Sigma_0 \left(1 + \frac{\text{H}}{\Delta}\right) \quad \text{καὶ} \quad \Sigma_0 = \frac{\Sigma_{\text{H}}}{\left(1 + \frac{\text{H}}{\Delta}\right)} \quad \text{Διὰτί :$$

## 70. Προβλήματα ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος

Τὰ προβλήματα, τὰ ἐξεταζόμενα εἰς τὸ κεφάλαιον «Περὶ ἑσωτερικοῦ συναλλάγματος» εἶναι κυρίως δύο.

α) Προβλήματα μετατροπῆς ὁρισμένου ξένου συναλλάγματος εἰς ἐγχώριον νόμισμα καὶ

β) Προβλήματα μετατροπῆς ὁρισμένου ἐγχωρίου νομίσματος εἰς ξένον συναλλάγμα.

Ἡ μετατροπὴ εἰς ἀμφοτέρως τὰς περιπτώσεις αὐτὰς δυνατόν νὰ γίνῃ, εἴτε ἀπ' εὐθείας μεταξὺ τῶν ἐνδιαφερομένων χωρῶν, διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως τοῦ δελτίου τῆς μιᾶς μόνον ἐξ αὐτῶν, ὅποτε ἡ συναλλαγή ὀνομάζεται **ἄμεσος**, εἴτε διὰ τῆς παρεμβολῆς μεταξὺ τῶν ἐνδιαφερομένων χωρῶν καὶ ἄλλης τρίτης τινὸς χώρας

(ἢ καὶ ἄλλων περισσοτέρων), ὅποτε χρησιμοποιοῦμεν δύο δελτία (ἢ καὶ περισσότερα) καὶ ἡ συναλλαγή ὀνομάζεται *ἔμμεσος*.

Ἐκτὸς τῶν δύο ἀνωτέρω προβλημάτων ἔχομεν καὶ τὰς καθαρῶς κερδοσκοπικὰς πράξεις ἐπὶ τοῦ συναλλάγματος, τὰς ὁποίας θὰ ἐξετάσωμεν εἰς τὸ περὶ *προκρίσεως* μέρος τοῦ κεφαλαίου τούτου.

#### Α. ΑΜΕΣΟΣ ΣΥΝΑΛΛΑΓΗ

71. Μετατροπὴ ξένου συναλλάγματος εἰς ἐγχώριον νόμισμα.

α) Ὅταν τὸ δελτίον δίδει τὸ Ἀβέβαιον.

**Πρόβλημα I.** *Τι θὰ εἰσπράξωμεν ἐν Ἀθήναις ἐκ τῆς πωλήσεως ἰσ 3000 ὄψεως, ἐὰν ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου Ἀθηνῶν ἐπὶ Παρισίων εἶναι 3,20 ὄψεως. Προμήθεια 2<sup>ο</sup>/<sub>100</sub>.*

**Λύσις:** Ἡ περίπτωσις αὕτη εἶναι ἡ ἀκλουατέρα διότι ἡ προθεσμία τοῦ συναλλάγματος συμπίπτει πρὸς τὴν προθεσμίαν τοῦ δελτίου καὶ κατὰ συνέπειαν δὲν ἔχομεν νὰ ὑπολογίσωμεν καθόλου τόκους.

$$\begin{array}{r} \text{ἰσ 3000 πρὸς 3,20 ἕκαστον ὄρχ.} \quad 9600. — \\ \text{— προμήθεια 2<sup>ο</sup>/<sub>100</sub>} \quad \text{»} \quad 19,20 \\ \hline \text{ὄρχ.} \quad \underline{\underline{9580.80}} \end{array}$$

**Πρόβλημα II.** *Τι θὰ κοσίσῃ ἐν Ἀθήναις ἡ ἀγορὰ ἰσ 3000 προθεσμίας 48 ἡμερῶν, εἰάν ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου Ἀθηνῶν ἐπὶ Παρισίων εἶναι 3,20 ὄψεως, 6<sup>ο</sup>/<sub>10</sub>; Προμήθεια 2<sup>ο</sup>/<sub>100</sub>.*

**Λύσις:** Εἰς τὴν περίπτωσιν αὕτην, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ προθεσμία τοῦ συναλλάγματος δὲν συμπίπτει πρὸς τὴν προθεσμίαν τοῦ δελτίου, πρέπει νὰ ἀναγάγωμεν τὴν μίαν προθεσμίαν εἰς τὴν ἄλλην οὕτως, ὥστε αἱ δύο προθεσμίαι νὰ συμπίπτουν καὶ νὰ ἔχομεν νὰ λύσωμεν ἓνα ἀπλοῦν πλέον πρόβλημα, ὅπως καὶ τὸ ἀνωτέρω. Ἡ ἀναγωγή αὕτη γίνεται κατὰ διαφόρους μεθόδους, τὰς ὁποίας θὰ ἐξετάσωμεν ἀμέσως κατωτέρω:

1ον) Μετατρέπομεν τὴν προθεσίαν τοῦ δελτίου καὶ ἀπὸ ὕψεως τὴν κάνομεν 48 ἡμερῶν

Δελτίου ὕψεως	δρχ. 3,20
— τόκος 48/6%	» 0,0256
Δελτίον 48 ἡμερῶν δρχ.	3,1744

ὁπότε θὰ ἔχωμεν :

frs 3000 48 ἡμ. πρὸς δρχ. 3,1744 ἑκαστον=δρχ.		9523,20	
+	προμήθεια 2 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>	= »	19,05
			<u>δρχ. 9542,25</u>

2ον) Μετατρέπομεν τὴν προθεσίαν τοῦ συναλλάγματος, προεξοφλοῦντες αὐτὸ διὰ 48 ἡμέρας, ὁπότε ἔχομεν :

Σύνγμμα 48 ἡμερῶν frs 3000

— τόκος 48/6% » 24

Σύνγμα ὕψεως frs 2976 πρὸς δρχ. 3,20=δρχ.		9523,20	
+	προμήθεια 2 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>	»	19,05
			<u>δρχ. 9542,25</u>

3ον) Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω δύο μεθόδων χρησιμοποιεῖται πολὺ καὶ μία τρίτη. Κατ' αὐτήν, δεχόμεθα πρὸς στιγμὴν, ὅτι ἡ προθεσίμια τοῦ συναλλάγματος εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν προθεσίμιαν τοῦ δελτίου καὶ ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ὑποθέσεως αὐτῆς εὐρίσκουμεν κατὰ τὰ γνωστὰ τὴν τιμὴν τοῦ συναλλάγματος. Ἐπειδὴ ὁμοίως τὸ συναλλάγμα δὲν εἶναι ὕψεως, ὅπως τὸ συναλλάγμα τοῦ δελτίου, ἀλλὰ προθεσίμιας 48 ἡμερῶν, ἡ τιμὴ του θὰ πρέπει νὰ εἶναι μικροτέρα τῆς εὐρεθείσης κατὰ τὸν τόκον τῶν 48 ἡμερῶν πρὸς 6%, ὁπότε ἔχομεν :

Σύνγμα προθεσ. 48 ἡμ. frs 3000 πρὸς 3,20 ὕψεως=δρχ.		9600	
— τόκος 48/6%		= »	76,80
Τιμὴ συν)τος 48 ἡμερῶν		»	9523,20
+	προμήθεια 2 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>	»	19,05
			<u>δρχ. 9542,25</u>

Ἵνα :

*Διὰ νὰ εὐρωμεν τὴν τιμὴν τοῦ συν)τος, διὰ τὸ δελ-*

τίον δίδει τὸ Ἀβεβαίον, ἀνάγομεν τὴν τιμὴν τοῦ δελτίου καὶ τὸ συνῆμα εἰς τὴν αὐτὴν προθεσίαν καὶ τὰ πολλαπλασιάσομεν ἢ πολλαπλασιάσομεν πρῶτον τὴν τιμὴν τοῦ δελτίου ἐπὶ τὸ συναλλάγμα καὶ ἀνάγομεν κατόπιν τὸ ἐξαγόμενον εἰς τὴν προθεσίαν τοῦ συναλλάγματος.

**Παρατήρησις I.** Τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα δύναται νὰ λυθῆ καὶ διὰ τῆς συνεξευγμένης μεθόδου ὡς ἑξῆς :

$$\begin{array}{rcl}
 x \text{ δραχ.} & = & \text{frs } 3000 \quad 48 \text{ ἡμερῶν} \\
 6000 & = & \text{» } 5952 \quad \text{ἡμερῶν} \\
 1 & = & \text{δραχ. } 3,20 \text{ ἄνευ τῶν ἐξόδων} \\
 1000 & = & \text{» } 1002 \quad \text{μετὰ τῶν ἐξόδων} \\
 \hline
 x = \frac{3000 \cdot 5952 \cdot 3,20 \cdot 1002}{6000 \cdot 1000} & = & \text{δραχ. } 9542,25
 \end{array}$$

**Παρατήρησις II.** Ἐὰν καλέσωμεν  $K$  τὸ ποσὸν τοῦ ξένου συναλλάγματος προθεσμίας  $H$  ἡμερῶν  $\Sigma_0$  τὴν τιμὴν τοῦ δελτίου ἡμερῶν, καὶ  $\Delta$  τὸν σταθ. διαιρέτην, ἢ τιμὴ τοῦ δελτίου  $H$  ἡμερῶν θὰ εἶναι (ἐξωτερικῶς) (§ 68).

$$\Sigma H = \Sigma_0 \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right) \text{ ὁπότε θὰ ἔχωμεν τὸ γενικὸν τύπον :}$$

$$X = K \cdot \Sigma_0 \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right)$$

Ὅστις δίδει τὴν τιμὴν τοῦ συναλλάγματος εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ Ἀβεβαίου. Ἡ  $\Sigma$  ἂν συμπεριλάβωμεν καὶ τὰ ἔξοδα :

$$X = K \cdot \Sigma_0 \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right) \left( 1 \pm \frac{\epsilon}{1000} \right)$$

ὅπου τὸ  $\epsilon$  εἶναι τὸ ποσοστὸν ἐπὶ τοῖς χιλίοις τῶν ἐξόδων. Τὸ ποσοστὸν αὐτὸ θὰ τὸ λάβωμεν μὲ τὸ σημεῖον  $+$  ἐὰν πρόκειται περὶ ἀγορᾶς, ὁπότε τὰ ἔξοδα προστίθεται καὶ μὲ τὸ σημεῖον  $-$  ἐὰν πρόκειται περὶ πωλήσεως, ὁπότε τὰ ἔξοδα ἀφαιροῦνται.

Οἷτω εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα θὰ ἔχωμεν :

$$X = 3000 \cdot 3,20 \left(1 - \frac{48}{6000}\right) \left(1 + \frac{2}{1000}\right) = \text{δρχ. } 9542,25$$

### Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

601) Πόσον κοστίζουν ἐν Ἀθήναις frs 8500.— προθεσμίας 40 ἡμερῶν, ἂν τὸ δελτίον Ἀθηναίων ἐπὶ Παρισίων εἶναι 3,65 ὄψεως 4<sup>1</sup>/<sub>2</sub>;

602) Πόσον κοστίζουν τὴν 2 Ἰουνίου ἐν Βερολίῳ frs 1850 — πληρωτέα τὴν 8 Ἰουλίου, ὅταν τὸ δελτίον Βερολίμου ἐπὶ Παρισίων εἶναι 109 ὄψεως, 6<sup>1</sup>/<sub>2</sub>; (τὰ 100 frs)

603) Τί ποσὸν θὰ εισπραξῶμεν ἐν Ἀθήναις τὴν 25 Ἀπριλίου ἐκ τῆς πωλήσεως £ 185.— λήξεως 13 Μαΐου, ὅταν τὸ δελτίον Ἀθηναίων ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 550.— ὄψεως τὰ δε ἔξοδα ἐν Ἀθήναις 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%; (ἔτος πολιτικόν, ὑπαίρεσις ἐσωτερικῆ, χάρις 3 ἡμερῶν).

604) Τί θὰ κοστίσῃ ἐν Ἀθήναις ἡ ἀγορὰ frs 4272,60 προθεσμίας 44 ἡμ. ὅταν τὸ δελτίον Ἀθηναίων ἐπὶ Παρισίων εἶναι 3,40 ὄψεως, 6<sup>1</sup>/<sub>2</sub>; ἔξοδα 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%;

605) Ἀγοράζει τις ἐν Παρισίοις τὴν 10 Ἰανουαρίου συναλλαγματικήν ἐπὶ Βερολίμου Rm 7650.— λήξεως 5 Μαρτίου μετὰ τὴν δελτίου 14,80 ὄψεως 4<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%. ἔξοδα 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%. Τί θὰ πληρώσῃ;

606) Ἀγοράζει τις ἐν Βερολίῳ τὴν 8 Αὐγούστου συναλλαγματικήν £ 510 λήξεως 21 Ὀκτωβρίου, ἐπὶ Λονδίνου μετὰ δελτίου 12,80 ὄψεως 6<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%. ἔξοδα 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%. Τί θὰ κοστίσουν αἱ λίραι αὗται; (ἔτος πολιτικόν, ὑπαίρεσις ἐσωτερικῆ, χάρις 3 ἡμ.)

607) Πωλεῖ τις ἐν Ἀθήναις τὴν 1ην Ἀπριλίου frs 13200.— λήξεως 12 Μαΐου. Τί θὰ εισπράξῃ ἐκ τῆς πωλήσεως αὐτῆς ἂν τὸ δελτίον Ἀθηναίων ἐπὶ Παρισίων εἶναι 3,15 ὄψεως 4<sup>1</sup>/<sub>2</sub>; ἔξοδα ἐν Ἀθήναις 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%;

608) Ἀγοράζει τις ἐν Ἀθήναις συναλλαγματικήν ἐπὶ Νέας Ὠρκῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας \$ 5260.— καὶ προθεσμίας 60 ἡμερῶν. Τί θὰ πληρώσῃ ἂν τὸ δελτίον Ἀθηναίων ἐπὶ Νέας Ὠρκῆς εἶναι 125,30 ὄψεως 4<sup>1</sup>/<sub>2</sub>; (ὑπαίρεσις ἐσωτερικῆ ἔτος πολιτικόν).

609) Πωλοῦσιν συναλλαγματικήν ἐπὶ Βερολίμου ὀνομαστικῆς ἀξίας Rm 4200.— καὶ προθεσμίας 45 ἡμερῶν. Τί θὰ εισπράξῶμεν ἂν τὸ δελτίον Ἀθηναίων ἐπὶ Βερολίμου εἶναι 42.— ὄψεως 3<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%; τὰ δε ἔξοδα ἐν Ἀθήναις 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%;

610) Ἐν Παρισίοις πωλοῦνται τὴν 15 Ἰανουαρίου hfl 4728,50 ἐπὶ Ἀμστερνταμ πληρωτέα τὴν 10 Φεβρουαρίου μετὰ τὴν δελτίου 2,08<sup>1</sup>/<sub>2</sub> ὄψεως, 3<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%. ἔξοδα 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub>%. Τί θὰ εισπραχθῇ ἐκ τῆς πωλήσεως αὐτῆς; (ἔτος πολιτικόν, ὑπαίρεσις ἐσωτερικῆ).

**Σημείωσις I.** Ὁ ἀνωτέρω εὐρεθεὶς τύπος :

$$X = K \cdot \Sigma_p \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right)$$

δύναται νὰ γραφῆ :

$$1ον) \quad X = K \left[ \Sigma_p \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right) \right]$$

ἡ ἐφαρμογὴ τοῦ τύπου τοῦτου εἶναι ἡ πρακτικὴ μέθοδος λύσεως, τὴν ὁποίαν ἐφημερόσαμεν εἰς τὴν πρώτην μέθοδον τοῦ ἀνωτέρου προβλήματος, δηλαδή, τὴν μετατροπὴν τῆς προθεσμίας τοῦ δελτίου.

$$2ον) \quad X = \Sigma_p \left[ K \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right) \right]$$

ὅποτε ἡ ἐφαρμογὴ του ὁδηγεῖ εἰς τὴν δευτέραν μέθοδον πρακτικῆς λύσεως τοῦ ἀνωτέρου προβλήματος, δηλαδή τὴν μετατροπὴν τῆς προθεσμίας τοῦ ξένου συναλλάγματος.

$$3ον) \quad X = \left[ K \cdot \Sigma_p \right] \cdot \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right)$$

ὅποτε ἔχομεν τὴν τρίτην πρακτικὴν μέθοδον.

**Σημείωσις II.** Ἐάν ἡ χώρα ἐπὶ τῆς ὁποίας εἶναι τὸ συναλλάγμα, χρησιμοποιεῖ ἑσωτερικὴν ὑπαίρεσιν, ὁ ἀνωτέρω τύπος θὰ γίνῃ :

$$X = \frac{K \cdot \Sigma_p}{1 + \frac{H}{\Delta}}$$

διὰ :

β) Ὅταν τὸ δελτίον δίδει τὸ βέβαιον.

**Πρόβλημα I.** Πόσον θὰ εἰσπράξωμεν ἐν Λονδίῳ ἐκ τῆς πωλήσεως ἐπιταγῆς, ὅταν ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου Λονδίνου ἐπὶ Παρισίων εἶναι 127. — ὄψεως. Ἐξοδα ἐν Λονδίῳ 1<sup>0</sup>/<sub>100</sub>

**Λύσις.** Καὶ ἐδῶ ἔχομεν τὴν ἀπλουστεράν περίπτωσιν, διότι ἡ προθεσμία τοῦ συναλλάγματος συμπίπτει πρὸς τὴν προθεσμίαν τοῦ δελτίου καὶ δὲν ἔχομεν νὰ ὑπολογίσωμεν τόκους. Ἐπειδὴ συναλλάγμα frs 127 τιμᾶται 1 £ μετοητὴν, τὰ frs 2700 — θὰ τιμῶνται :

$$\begin{array}{r} 2700 : 127 = \text{£ } 21-5-2 \\ \div \text{ προμήθεια } 1\frac{0}{100} = \text{£ } 0-0-5 \\ \hline \text{£ } 21-4-9 \end{array}$$



**Πρόβλημα II. Ποία ἡ τιμὴ ἐν Λονδίῳ Rm 4450.—**  
*προθεσμίας 12 ἡμερῶν, διὰ τὸ δελτίον Λονδίνου ἐπὶ Βε-*  
*ρολίνου εἶναι 12,10<sup>1</sup>/<sub>4</sub> ὄψεως, 3<sup>0</sup>/<sub>10</sub>.*

**Λύσις.** Τὸ δελτίον δίδει τὸ βέβαιον, ἄρα ἡ τιμὴ ἐν Λονδίῳ τῶν 12.10<sup>1</sup>/<sub>4</sub> μάρκων πληρωτέων ἅμα τῇ ἐμφανίσει, θὰ εἶναι μία λίρα μετροητή, καὶ κατὰ συνέπειαν, ἡ τιμὴ τῶν Rm 4450.—, εἰάν αὐτὰ ἦσαν ὄψεως, θὰ ἔπρεπε νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ πηλίκον :

$$\text{Rm } 4450.— : \text{Rm } 12,10\frac{1}{4}.$$

Ἐπειδὴ ὁμοίως τὰ Rm 4450 δὲν εἶναι ὄψεως, θὰ πρέπει νὰ ἀναγάγωμεν τὰς προθεσμίας οὕτως, ὥστε νὰ συμπέσουν καὶ νὰ ἔχωμεν, ἐν ἁπλοῦν πλέον πρόβλημα, ὅπως καὶ τὸ προηγούμενον. Ἡ ἀναγωγή αὐτὴ γίνεται κατὰ διαφόρους μεθόδους ἃς θὰ ἐξετάσωμεν ἀμέσως κατωτέρω :

1ον) Μετατρέπομεν τὴν προθεσμίαν τοῦ δελτίου (μὲ ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν) :

Δελτίον ὄψεως	Rm 12,1025
+ τόκος 12 3 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	» 0,0121
Δελτίον 12 ἡμερῶν	Rm 12,1146

ὅποτε ἡ τιμὴ τοῦ συναλλάγματος θὰ εἶναι :

$$\pounds \frac{4450}{12,1146} = \pounds \underline{367-6-6}$$

2ον) Μετατρέπομεν τὴν προθεσμίαν τοῦ συναλλάγματος, προσεξοφλοῦντας αὐτὸ διὰ 12 ἡμέρας, ὅποτε ἔχομεν :

Συναγμα προθεσμίας 12 ἡμερῶν	Rm 4450.—
— τόκος 12 3 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	» 4,45
Συναλλάγμα ὄψεως	Rm 4445,55

ὅποτε ἡ τιμὴ τοῦ συναλλάγματος εἶναι :

$$\pounds \frac{4445,55}{12,1025} = \pounds \underline{367-6-6}$$

3ον) Εὐρίσκομεν τὴν τιμὴν τῶν μάρκων, ὡς εἰάν ἡ προθεσμία αὐτῶν νὰ ἦτο ὄψεως, ὅπως καὶ ἡ προθεσμία τοῦ δελτίου, καὶ κατόπιν μετατρέπομεν τὴν τιμὴν αὐτὴν εἰς τιμὴν μάρκων

προθεσμίας 12 ἡμερῶν, ἀφαιρούντες τὸν τόκον 12 ἡμερῶν ἀπὸ τὴν εὐφρετίου τιμῆν.

Συναλλάγμα προθεσμίας 12 ἡμερῶν :

$$\begin{array}{r} \text{Rm } 4450 \text{ — πρὸς } 12,10\frac{1}{4} \text{ ἄψευτος} = \text{£ } 367-13-10 \\ \quad \div \text{τόκος } 12\frac{1}{2} \% \qquad \qquad \qquad \gg \quad 0-7-4 \\ \hline \text{τιμὴ συναλλάγματος } 12 \text{ ἡμερῶν} \quad \text{£ } 367-6-6 \end{array}$$

Ὡστε :

*Διὰ νὰ εὐρωμεν τὴν τιμὴν τοῦ συναλλάγματος, διαν τὸ δελτίον δίδει τὸ Βέβαιον, ἀνάγομεν τὴν τιμὴν τοῦ δελτίου καὶ τὸ συναλλάγμα εἰς τὴν αὐτὴν προθεσμίαν καὶ διαιροῦμεν τὸ ποσὸν τοῦ συναλλάγματος διὰ τῆς τιμῆς τοῦ δελτίου, ἢ διαιροῦμεν πρῶτον τὸ ποσὸν τοῦ συναλλάγματος διὰ τῆς τιμῆς τοῦ δελτίου καὶ ἀνάγομεν κατόπιν αὐτὸ εἰς τὴν προθεσμίαν τοῦ συναλλάγματος.*

**Παρατήρησις I.** Τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα δύναται νὰ λυθῆ καὶ διὰ τῆς συνεξυγμένης μεθόδου ὡς ἑξῆς:

$$\begin{array}{r} x \quad \text{£} \quad = \text{Rm } 4450, \text{ — } 12 \text{ ἡμερῶν} \\ 12000, \text{ —} \quad = \text{Rm } 11988 \text{ ἄψευτος} \\ 12,1025 \quad = \text{£ } 1 \end{array}$$

$$x = \frac{4450 \cdot 11988}{12000 \cdot 12,1025} = \text{£ } 367-6-6$$

**Παρατήρησις II.** Ἐάν καλέσωμεν  $K$  τὸ ποσὸν τοῦ ξένου συναλλάγματος προθεσμίας  $H$  ἡμερῶν,  $\Sigma_0$  τὴν τοῦ δελτίου ἄψευτος καὶ  $\Delta$  τὸν σταθερὸν διαιρέτην, ἢ τιμὴ τοῦ δελτίου  $H$  ἡμερῶν θὰ εἶναι (§ 68) μὲ ἔξωτερικὴν ὑφαίρεσιν :

$$\Sigma_{II} = \frac{\Sigma_0}{1 - \frac{H}{\Delta}}$$

Ὅποτε θὰ ἔχωμεν τὸν γενικὸν τύπον :

$$X = \frac{K}{\frac{\Sigma_0}{1 - \frac{H}{O}}}$$

ὅστις δίδει τὴν τιμὴν τοῦ συναλλάγματος εἰς περίπτωσιν τοῦ Βε-  
βαίου ἢ ἂν συμπεριλάβωμεν καὶ τὰ ἔξοδα εἰς τοῖς χιλίοις :

$$X = \frac{K \cdot \left(1 - \frac{H}{\Delta}\right) \cdot \left(1 \pm \frac{e}{1000}\right)}{\Sigma_0}$$

οὕτω εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα θὰ ἔχωμεν :

$$x = \frac{4450 \left(1 - \frac{12}{12000}\right)}{12,1025} = \text{£ } 367-6-6.$$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

611) Πωλοῦνται ἐν Λονδίῳ τὴν 10ην Αὐγούστου frs 3454,50 λή-  
ξου· 20 Ὀκτωβρίου. Ποία ἡ τιμὴ των ἐὰν τὸ δελτίον εἶναι 120 ὄψεως  
6% τὰ δὲ ἔξοδα 1%<sub>100</sub>;

612) Ἀγορίζονται ἐν Λονδίῳ τὴν 15 Μαρτίου δρχ. 370000 λήξου·  
15 Ἀπριλίου με δελτίον Λονδίνου ἐπὶ Ἀθηνῶν 540 ὄψεως 8%<sub>100</sub>  
ἔξοδα 1%<sub>100</sub>. Ποία ἡ τιμὴ των;

613) Πωλοῦνται ἐν Λονδίῳ hfl 5600.— προθεσμίας 60 ἡμερῶν με  
τιμὴν δελτίου ἐπὶ Ἀμστερνταμ 12,10 ὄψεως 5%<sub>100</sub>. ἔξοδα 1/2%<sub>100</sub>. Ποῖον  
ποσὸν θὰ κισπράξῃ ὁ πωλητής; (ἔτος πολιτικόν, ἰσχύει εἰσωτερικῆ).

614) Πωλοῦνται ἐν Λονδίῳ τὴν 1ην Νοεμβρίου Pes. 11340 λήξου·  
22 Νοεμβρίου ἐπὶ Μανδρίτης πρὸς 41 1/2 δ ὄψεως 5%<sub>100</sub>. ἔξοδα 2%<sub>100</sub>.

615) Τὸ Λονδίον ἀγοράζει Rm 8600.— προθεσμίας 48 ἡμερῶν  
με τιμὴν δελτίου 20,15 ὄψεως 3%<sub>100</sub>. ἔξοδα 1/4%<sub>100</sub>. Τί θὰ πληρώσῃ;

**Σημείωσις I.** Ὁ τύπος:

$$X = \frac{K \left(1 - \frac{H}{\Delta}\right)}{\Sigma_0}$$

δύναται νὰ γραφῆ :

$$1ον) \quad X = \frac{K}{\Sigma_0 \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right)}$$

ὅποτε ἔχομεν τὴν πρώτην πρακτικὴν μέθοδον λύσεως τοῦ ἀνωτέρου προβλήματος.

$$2ον) \quad X = \frac{\left[ K \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right) \right]}{\Sigma_0}$$

ὅποτε ἔχομεν τὴν δευτέραν πρακτικὴν μέθοδον καὶ

$$3ον) \quad X = \left[ \frac{K}{\Sigma_0} \right] \cdot \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right)$$

ὅποτε ἔχομεν τὴν τρίτην πρακτικὴν μέθοδον.

**Σημειώσεις II.** Ἐάν ἡ χώρα ἐπὶ τῆς ἧς ἀπαιτῆται τὸ συναλλάγμα, οὐδένος ζητεῖται ἡ τιμὴ, χρησιμοποιηθῆ *εσωτερικῶν* ὑπαίξεων, ὁ ἀνωτέρου γενικὸς τύπος γίνεται :

$$X = \frac{K}{\Sigma_p \left( 1 + \frac{H}{\Delta} \right)}$$

Διὰ τί :

**72. Περίπτωσης περισσοτέρων συναλλαγμαμάτων ἐπὶ τῆς αὐτῆς χώρας.**

Ἐάν πρόκειται νὰ εὑρωμεν τὴν τιμὴν περισσοτέρων τοῦ ἐνὸς συναλλαγματίου, ὄλων ἐπὶ τῆς αὐτῆς χώρας, προτιμοῦμεν γενικῶς τὴν β' μέθοδον κατατάσσοντες τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος ὅπως καὶ εἰς τὰ πινάκια προεξοφλήσεως.

**Πρόβλημα. Τί θὰ εἰσπράξωμεν ἐν Ἀθήναις ἐκ τῆς πωλήσεως τῶν ἐξῆς συναλλαγματικῶν ἐπὶ Παρισίων :**

frs 3200 προθεσμίας 50 ἡμερῶν

» 1200 » 35 »

» 4600 » 15 »

ὅταν τὸ δελτίον εἶναι 3,15 ὄψεως, τὸ ἐπιτόκιον προεξοφλήσεως ἐν Παρισίοις 4<sup>0</sup>/<sub>10</sub> καὶ τὰ ἐξοδα <sup>0</sup>/<sub>10</sub>/<sub>10</sub>;

**Λύσεις :**

Όνομαστική αξία	Ήμέραι	Τοκάρθιμος
frs 3200.—	50	160000
» 1200.—	35	42000
» 4600.—	15	69000
		271000
frs 9000.—		9000
» 30,11	ύφαιθ. πρὸς 4 %	frs 30,11
frs 8969,89	ὕψεως πρὸς 3,15 = δρχ.	28255,15
	— ἔξοδα $\frac{2}{100}$ = »	211,91
		28043,24

\* Αξία τοῖς μετρητοῖς δρχ. 28043,24

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

616) Πωλεῖ τις ἐν Παρισίοις τὴν 10 Μαρτίου hfl 2420 λήξεως 5 Μαΐου, hfl 950 λήξεως 5 Ἰουνίου καὶ hfl 3200 λήξεως 15 Ἰουνίου. Τί θὰ εἰσπράξῃ ἂν τὸ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Ἀμοστέρταμ εἶναι 20,8 ὕψεως 3 %;

617) Πωλεῖ τις σήμερον ἐν Ἀθήναις £ 700 προθεσμίας 30 ἡμ., £ 830 προθεσμίας 45 ἡμ. καὶ £ 985 προθεσμίας 60 ἡμ. Νὰ εὐρεθῇ τὸ ποσὸν ὅπερ θὰ εἰσπραχθῇ, ὅταν τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 560 ὕψεως 4 %. Ἐξοδα  $2\frac{1}{2}$  % (ἔτος πολιτικόν, ὑφαίρεσις ἐσωτερικῆ).

618) Πωλοῦνται ἐν Λονδίῳ τὴν 15 Μαρτίου δρχ. 37000 λήξεως 15 Ἀπριλίου, δρχ. 42500 λήξεως 11 Μαΐου καὶ δρχ. 67100 λήξεως 18 Μαΐου. Τί ποσὸν θὰ εἰσπραχθῇ ἐκ τῆς πωλήσεως αὐτῶν, ὅταν τὸ δελτίον Λονδίνου ἐπὶ Ἀθηνῶν εἶναι 540 ὕψεως 6 %. Ἐξοδα 1 %;

619) Τὸ Λονδίον πωλεῖ τὴν 2αν Μαρτίου Rm 2745,40 λήξεως 10 Μαρτίου, Rm 1895,60 λήξεως 20 Ἀπριλίου καὶ Rm 927,10 λήξεως 15 Μαΐου. Τί θὰ εἰσπράξῃ ἐκ τῆς πωλήσεως αὐτῆς ἂν τὸ δελτίον ἐπὶ Βερολίνου εἶναι 11,30 ὕψεως ἐπιτόκιον 3 % καὶ ἔξοδα  $2\frac{1}{2}$  σελλίνια %;

**Παρατήρησις I.** Εἰς τοὺς διαφόρους ὑπολογισμοὺς πρὸς μετατροπὴν τῶν προθεσμιῶν ἐφαρμόζεται εἰς τὴν πρῶξιν κατὰ

κανόνα ή καλουμένη *έμπορικη* μέθοδος. Κατά την μέθοδον αὐτήν προστίθεται ή αφαιρείται ὁ τόκος, ανεξαρτήτως τοῦ χρησιμοποιοιμένου εἴδους ὑφαιρέσεως. Ἐκ τῆς ἐφαρμογῆς τῆς μεθόδου ταύτης προκύπτουν, ὡς εἶναι ἐπόμενον, διαφοραὶ μεταξύ τῶν ἐξαγομένων ταύτης καὶ ἰσείνων αἵτινα θὰ εἶχομεν εἰάν ἐχρησιμοποιεῖτο τὸ εἶδος τῆς ὑφαιρέσεως, τὸ ὁποῖον εἶναι ἐν χρήσει ἐν τῇ χώρῃ ἐπὶ τῆς ὁποίας εἶναι τὸ συναλλάγμα. Αἱ διαφοραὶ ὅμως αὐταὶ εἶναι τόσον μικραὶ, ὥστε δυνατὰ ἀνευ ζημίας νὰ παραλειφθοῦν.

**Παρατήρησις II.** Ἐκ τῶν μεθόδων τὰς ὁποίας δίδομεν ἀνωτέρω, διὰ τὴν εὐρεσιν τῆς τιμῆς ἐξωτερικοῦ συναλλάγματος ἢ μᾶλλον εὐχρηστος εἶναι ἡ τρίτη καὶ αὐτὴ ἀκολουθεῖται γενικῶς εἰς τὴν πράξιν. Ἡ πρώτη μέθοδος οὐδέποτε ἀκολουθεῖται καθ' ὅσον αὐτὴ ἀπαιτεῖ ὅπως ἡ νέα τιμὴ τοῦ δελτίου ὑπολογίζεται μὲ μέγαν ἀριθμὸν δεκαδικῶν ψηφίων, διὰ νὰ εὐρεθῇ ἐξαγόμενον μὲ καλὴν προσέγγισιν. Ἐπίσης οὐδέποτε χρησιμοποιεῖται καὶ ἡ συνεξευγμένη μέθοδος, διότι ἔχει τὸ μειονέκτημα νὰ συγκεντρῶνται ὅλας τὰς πράξεις μαζί εἰς τὸ τέλος.

### 73. Μετατροπὴ ὀρισμένου ποσοῦ ἐγχωρίου νομίσματος εἰς ξένον συναλλάγμα.

Εἰς τὴν οικονομικὴν ζωὴν παρίσταται πολλάκις ἀνάγκη ὅπως εὐρεθῇ τὸ ποσὸν τοῦ ξένου συναλλάγματος ὅπερ ἀντιστοιχεῖ εἰς ὀρισμένον ποσὸν ἐγχωρίων νομισματικῶν μονάδων, ἐπὶ τῇ βᾶσει τῆς τρεχούσης τιμῆς τοῦ δελτίου. Ἡ συνηθεσιτέρα περίπτωση τοῦ προβλήματος αὐτοῦ παρουσιάζεται, ὅταν ὁ ἔμπορος μιᾶς ἀγορᾶς σύρη συναλλαγματικὴν εἰς βᾶρος τοῦ πιστωτοῦ του, προκειμένου νὰ καλύψῃ ἐκ τῆς πωλήσεώς της πίστωσίν του εἰς ἐγχώριον νόμισμα, ἀπαιτητὴν σήμερον (netto appunto) ἢ ἀντιθέτως ὅταν ζητῇ νὰ ἐξοφλήσῃ χρέος του εἰς ἐγχώριον νόμισμα ἀποστέλλων εἰς τὸν πιστωτὴν του ἐξωτερικὸν συναλλάγμα.

α) Ὅταν τὸ δελτίον δίδει τὸ Ἄβέβαιον.

**Πρόβλημα I.** Πόσα φράγκα ὄψεως θὰ ἀγορασθοῦν ἐν Ἀθήναις μὲ 13266 δρχ. ὅταν τὸ δελτίον Ἀθηναίων ἐπὶ Παρισίων εἶναι 3,20 ὄψεως; Ἐξοδα ἐν Ἀθήναις  $\frac{1}{2}$  ‰.

**Λύσις :** Με τὸ ποσὸν τῶν 13266 δρχ. θὰ πληρωθοῦν καὶ ἡ τιμὴ τοῦ συναλλάγματος ὅπου θὰ ἀγορασθῇ καὶ τὰ ἔξοδα τῆς ἀγορᾶς αὐτοῦ. Εἶναι λοιπὸν ποσὸν ἠΰξημένον κατὰ τὸ ποσοστὸν  $\frac{3}{2}\%$ . Τὸ ποσὸν λοιπὸν ὅπου θὰ διατεθῇ μόνον πρὸς ἀγορὰν τοῦ συναλλάγματος θὰ εἶναι :

$$\frac{13266 \cdot 100}{100,50} = 13200 \text{ δρχ.}$$

καὶ μετὰ τὸ ποσὸν αὐτὸ θὰ ἀγορασθοῦν :

$$\frac{13200}{3,20} = 4125, — \text{frs ὄψεως}$$

**Πρόβλημα II.** Ποία θὰ εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία συναλλαγματικῆς προθεσμίας ἐνδὸς μηνὸς ἐπὶ Βελιγραδίου, τὴν ὁποίαν θὰ σύρωμεν διὰ τὰ καλύψωμεν πίστωσιν μας ἐκ δρχ. 31500 ἀπαιτητῆν σήμερον, διὰ τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Βελιγραδίου εἶναι 1,692 ὄψεως  $4\%$ ; Ἐξοδα ἐν Ἀθήναις  $\frac{1}{2}\%$ .

**Λύσις :** Τὸ ποσὸν τοῦ 31500 δρχ. εἶναι τὸ καθαρὸν ποσὸν τὸ ὁποῖον θὰ ἀποφέρῃ ἡ πώλησις τῆς συναλλαγματικῆς ἀφοῦ προηγουμένως κρατηθοῦν τὰ ἔξοδα πωλήσεως. Θὰ εἶναι δηλαδὴ ὀφεικτικὴ ἀξία μειωμένη κατὰ  $\frac{1}{2}\%$  καὶ κατὰ συνέπειαν ἡ ἀμείωτος ὀφεικτικὴ ἀξία θὰ εἶναι :

$$\frac{31500 \cdot 100}{99,5} = 31658,29 \text{ δρχ.}$$

Ἐπειδὴ γάρ τῶρα ἡ προθεσμία τοῦ δελτίου διαφέρει ἀπὸ τὴν προθεσμίαν τῆς συναλλαγματικῆς, τὴν ὁποίαν θέλομεν νὰ εὑρωμεν, θὰ φροντίσωμεν νὰ ἀναγάγωμεν τὴν μίαν προθεσμίαν εἰς τὴν ἄλλην, διὰ τὰ ἐργασθῶμεν κατόπιν ὅπως καὶ εἰς τὸ προηγούμενον πρόβλημα. Διὰ τὰ κάνωμεν τὴν ἀναγωγὴν αὐτὴν χρησιμοποιοῦμεν μίαν τῶν ἑξῆς μεθόδων :

1) Μετατρέπομεν τὴν προθεσμίαν τοῦ δελτίου :

$$\begin{array}{r} \text{Δελτίον ὄψεως} \quad \text{δρχ. } 1,692 \\ - \text{τόκος } 30\frac{1}{4}\% \quad \text{» } 0,00564 \end{array}$$

$$\text{Δελτίον } 30 \text{ ἡμερῶν δρχ. } 1,68636$$

ὅποτε ἡ ζητούμενη ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγμ. θὰ εἶναι :

$$\frac{31500}{1,68636} = 18679,29 \text{ δηνάρια } 30 \text{ ἡμερῶν.}$$

2) Μετατρέπομεν τὴν προθεσίαν τοῦ συναλλάγματος.

Πρὸς τοῦτο διαιροῦμεν τὰς 31500 δρχ. διὰ τῆς τιμῆς τοῦ δελτίου ὄψεως καὶ ἔχομεν :

$$\frac{31500}{1,692} = 18617,02 \text{ δηνάρια ὄψεως}$$

ὅποτε ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς θὰ εἶναι (§ 25) :

$$\frac{18617,02 \cdot 9000}{8970} = 18679,29 \text{ δηνάρ. } 30 \text{ ἡμ.}$$

ἢ καὶ πρακτικῶς :

Συναλλάγμα ὄψεως	δην.	18617,02
+ τόκος 30 4 $\frac{0}{10}$	»	62,06
+ τόκος τοῦ τόκου	»	0,21
		18679,29
Συναλλαγματικὴ 30 ἡμ. δην. 18679,29		

3) Τέλος ὑποθέτομεν ὅτι ἡ ζητούμενη ἀξία τῆς συναλλαγμ. τικῆς εἶναι ἤδη γνωστὴ καὶ ὅτι ζητεῖται νὰ ὑπολογισθῇ ἡ τιμὴ αὐτῆς διὰ τῆς τρίτης μεθόδου τοῦ προηγουμένου γενικοῦ προβλήματος τῆς ἀμέσου συναλλαγῆς. Καταστρώνομεν λοιπὸν τὴν κατάταξιν τῆν λύσεως :

Συν κὴ δην. . . (ε)	προθ. 30 ἡμ. πρὸς 1.692 ὄψ.	= δρχ. . . (δ)	↑
÷ τόκος 30 4 $\frac{0}{10}$		= » . . . (ζ)	
Τιμὴ συν κτος 30 ἡμερῶν	δρχ. . . (β)		
— ἔξοδα $\frac{1}{2} \frac{0}{10}$	» . . . (α)		
ἀξία τοῖς μετρητοῖς		δρχ. 31500.—	

καὶ προβαίνομεν εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας (ε) ἀρχόμενοι ἐκ τῶν κάτω δεξιᾶ διὰ διαδοχικῆς συμπληρώσεως



τῶν κενῶν. Εὐρίσκομεν πρῶτον τὸ ποσὸν (α) διὰ τοῦ γνωστοῦ τύπου τῶν ποσοστῶν :

$$\frac{31500 \cdot 0,50}{99,50} = 158,29$$

προσθέτομεν τὸ ποσὸν αὐτὸ εἰς τὰς 31500 δραχ. καὶ ἔχομεν τὸ ποσὸν (β) 31658,29 δραχ.

Αἱ 31658,29 δραχ. εἶναι ἡ παρούσα ἀξία ἣτις ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ζητούμενην ὀνομαστικὴν ἀξίαν (δ) καὶ κατὰ συνέπειαν, ἡ ἔξωτερικὴ ὑφαίρεσις (γ) θὰ εἶναι (§ 26) :

$$\begin{array}{r} \text{τόκος } 30,4\% \text{ } 31658,29 = \text{δραχ. } 105,53 \\ + \text{τόκος τοῦ τόκου} = \text{» } 0,35 \\ \hline \text{ἔξωτ. ὑφαίρεσις} \text{ } \text{δραχ. } 105,88 \end{array}$$

ὅποτε ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία (δ) εἶναι :

$$31658,29 + 105,88 = 31764,17 \text{ δραχ.}$$

καὶ τὸ ζητούμενον ποσὸν (ε) τοῦ συναλλάγματος ἐπὶ Βελιγραδίου :

$$\frac{31764,17}{1,692} = 18679,29 \text{ δηνάρια } 30 \text{ ἡμερῶν}$$

᾽Ὡστε :

*Διὰ νὰ εὐρωμεν τὸ ποσὸν τοῦ συναλλάγματος ὅπερ ἀντιστοιχεῖ εἰς ὠρισμένον ποσὸν ἐγχωρίου νομίσματος, ὅταν τὸ δελτίον δίδει τὸ Ἄ β έ β α ι ο ν, ἀνάγομεν τὴν τιμὴν τοῦ δελτίου καὶ τὸ συναλλάγμα εἰς τὴν αὐτὴν προθεσμίαν καὶ δ ι α ι ρ ο ὖ μ ε ν διὰ τῆς τιμῆς τοῦ λτίου ἢ ἀνάγομεν πρῶτον τὸ ἐγχώριον νόμισμα εἰς τὴν προθεσμίαν τοῦ συναλλάγματος καὶ κατόπιν διαρροῦμεν διὰ τοῦ δελτίου.*

**Παρατήρησις.** Τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα δύναται νὰ λυθῇ καὶ διὰ τῆς συνεξευγμένης μεθόδου ὡς ἑξῆς :

$$\begin{array}{r} \text{δην. } x \text{ } 30 \text{ ἡμ.} = 31500 \text{ δραχ. μετ' ἐξόδων} \\ 99,5 = \text{δρ. } 100 \text{ ἄνευ ἐξόδων} \\ 1,692 = 1 \text{ δην. ὄψεως} \\ 8970, — = 9000 \text{ δην. } 30 \text{ ἡμερῶν} \end{array}$$

$$x = \frac{31500 \cdot 100 \cdot 9000}{99,5 \cdot 1,692 \cdot 8970} = 18679,29 \text{ δηνάρ } 30 \text{ ἡμερῶν}$$

**Σημείωση I.** Εάν λύσωμεν την εξίσωσιν (§ 71) :

$$X = K \cdot \Sigma_0 \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right)$$

ώς πρὸς τὸ ποσὸν τοῦ συναλλάγματος  $K$  θὰ ἔχωμεν τὸν τύπον :

$$K = \frac{X}{\Sigma_0 \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right)}$$

ὅστις δίδει τὴν λύσιν τοῦ δευτέρου γενικοῦ προβλήματος τῆς ἀρίστης συναλλαγῆς ἢ ἂν λάβομεν ὑπ' ὄψιν μας τὰ ἔξοδα ἐξέλι τοῖς χιλίοις :

$$K = \frac{X}{\Sigma_0 \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right) \left( 1 + \frac{r}{1000} \right)}$$

ἢ

$$K = \frac{X \cdot 1000}{\Sigma_0 \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right) (1000 + r)}$$

Οὗτοι εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα θὰ ἔχωμεν :

$$K = \frac{31500 \cdot 100}{1,662 \left( 1 - \frac{30}{9000} \right) \cdot 99,5} \\ = 18679,29 \text{ δην. } 30 \text{ ἡμερῶν.}$$

**Σημείωση II.** Ὁ ἀνωτέρω τύπος :

$$K = \frac{X}{\Sigma_0 \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right)}$$

δύναται νὰ γραφῆ καὶ ὡς ἑξῆς :

$$1ον) \quad K = X : \left[ \Sigma_0 \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right) \right]$$

καὶ ὁδηγεῖ ἐφαρμοζόμενος εἰς τὴν πρώτην πρακτικὴν μεθόδον λύσεως τοῦ σχετικοῦ προβλήματος, ἢ

$$2ον) \quad K = \left[ \frac{X}{\Sigma_0} \right] : \left( 1 - \frac{H}{\Delta} \right)$$

καὶ μετὰ τὴν ἐκτέλεσιν τῆς διαιρέσεως :

$$K = \left[ \frac{X}{\Sigma_0} \right] \cdot \left( 1 + \frac{H}{\Delta} + \frac{H^2}{\Delta^2} + \frac{H^3}{\Delta^3} + \dots \right)$$

και εάν περιορισθώμεν χάριν συντομίας εις τούς τρεις πρώτους όρους της σειράς έχομεν μέ μεγίστην προσέγγισιν :

$$K = \left[ \frac{X}{\Sigma_0} \right] \left( 1 + \frac{H}{\Delta} + \frac{H^2}{\Delta^2} \right)$$

δηλαδή την δευτέραν πρακτικήν μέθοδον ένθα εις τό πρώτον  $X \Sigma_0$  όπερ παριστά τό ποσόν του ξένου συναλλάγματος ήμεως προσθέτομεν τόν τόκον αυτού και τόν τόκον του τόκον του.

3ον) ό τύπος δύναται να γραφή και

$$K = \left[ \frac{X}{1 - \frac{H}{\Delta}} \right] : \Sigma_0$$

ή κατά προσέγγισιν εάν εκτελέσωμεν την διαίρεσιν

$$K = \left[ X + \frac{X \cdot H}{\Delta} + \frac{X \cdot H^2}{\Delta^2} \right] : \Sigma_0$$

λαμβάνομεν δηλαδή την τρίτην πρακτικήν μέθοδον λύσεως, ένθα εις την αξίαν  $X$  του ξένου συναλλάγματος προσθέτομεν τόν τόκον και τόν τόκον του τόκου της και διαιρούμεν τό εξαγόμενον διά της τιμής του δελτίου.

**Σημείωσις III.** Εάν ή χώρα επί της οποίας είναι τό ζητούμενον συναλλάγμα χρησιμοποιοεί *εσωτερικήν* ήραίρεσιν, ό άνωτέρω τύπος γίνεται

$$K = \frac{X \left( 1 + \frac{H}{\Delta} \right)}{\Sigma_0}$$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

620) Ποσόν δολλαρίων συναλλαγματικήν επί Νέας Υόρκης θα σύρη τό Βερολίνον την 27 Μαΐου διά να εισπράξη έκ της πωλήσεως αυτής πίστωσιν Rm 15600.—διαν τό δελτίον είναι 2,45 ύψους τά δέ έξοδα  $1 \frac{1}{2} \%$

621) Διά να εξοφληθή χρέος μας έκ δρχ. 4760.— πληρωτέον σημερον αγοράζομεν συναλλάγμα επί Βερολίνου και τό άποστέλλομεν εις τόν πιστωτήν μας. Ποία ή όνομαστική αξία του συναλλάγματος, εάν ή προθεσμία του είναι 60 ήμερών και τό δελτίον 'Αθηνών επί Βερολίνου  $4 \frac{1}{2} \%$ ; Έξοδα έν 'Αθήναι  $\frac{1}{2} \%$ ,  $\frac{3}{4} \%$ .

622) Διά να εξοφληθή χρέος 8975,20 δρχ. πληρωτέον σημερον εις 'Αθή-

νας υπό έμπορεύ εν Παρισίοις, σφεί ο πιστωτής συναλλαγματικήν φράγ-  
κων προθεσμίας 40 ημερών. Ποία ή ονομαστική αξία της συναλλαγμα-  
τικής εάν τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Παρισίων εἶναι 3,25 ὄψεως 6<sup>1</sup>/<sub>2</sub> αἰ  
Ἐξοδα ἐν Ἀθήναις 1 <sup>1</sup>/<sub>2</sub> %.

623) Αἱ Ἀθήναι ἔχουν νὰ εἰσπράξουν σήμερον 35670.— δοχ. ἐκ  
Λονδίνου. Ποία ή ονομαστική αξία συναλλαγματικής προθεσμίας 40 ημε-  
ρῶν ὅταν τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 350 ὄψεως 4 %  
τὰ δὲ έξοδα ἐν Ἀθήναις <sup>3</sup>/<sub>4</sub> % ; (ὑφαίρεσις ἐσωτερική, ἔτος πολιτικόν).

624) Ποία ή ονομαστική αξία συναλλαγματικής τήν ὅποιαν ἐκδίδει  
τὸ Βερολίνον, ἵνα εἰσπράξῃ τήν 11 Ὀκτωβρίου Rm 62013,50 ἐκ Νιᾶς  
Υόρκης ὅταν τὸ δελτίον εἶναι 2,15 ὄψεως 4 <sup>1</sup>/<sub>2</sub> καὶ ή προμήθεια <sup>1</sup>/<sub>2</sub> %.

625) Διὰ νὰ ἐξοφληθῇ χρέος frs 13736.— ἀποστέλλουν οἱ Παρισιοὶ  
τήν 8ην Σεπτεμβρίου συναλλάγμα ἐπὶ Τόκιο λήξεως 24 Νοεμβρίου. Πόσο  
γίνεθαι εἶναι ή ονομαστική αξία τοῦ συναλλάγματος, ὅταν τὸ δελτίον  
εἶναι 20,24 ὄψεως 5 <sup>1</sup>/<sub>2</sub> % . Ἐξοδα <sup>3</sup>/<sub>4</sub> %.

626) Αἱ Ἀθήναι ἔχουν νὰ εἰσπράξουν σήμερον ἐκ Λονδίνου δοχ.  
48100.— καὶ κατόπιν συμφωνίας μετὰ τοῦ χρεώστου των σφείναι τρεῖς  
συναλλαγματικὰς ἐπὶ Λονδίνου ἴσων ποσῶν καὶ λήξεως κατὰ σειράν 30  
ἡμ., 45 ἡμ. καὶ 90 ἡμερῶν. Ποία ή ονομαστική αξία τῶν συναλλαγμα-  
τικῶν αὐτῶν, ὅταν τὸ δελτίον εἶναι 545 ὄψεως 4 %; Προμήθεια <sup>1</sup>/<sub>2</sub> %.

627) Πόσων χρεῶν πῆξος θά εἶναι ή ονομαστική αξία συναλλαγμα-  
τικῆς προθεσμίας 3 μηνῶν ἐπὶ Βουένος Ἀίρες διὰ νὰ εἰσπράξουν οἱ  
Παρισιοὶ frs 42600.— μετρητὰ, ὅταν τὸ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Βουένος  
Ἀίρες εἶναι 18,40 ὄψεως 4 %; Ἐξοδα <sup>1</sup>/<sub>2</sub> %.

β) Ὅταν τὸ δελτίον δίδει τὸ Βέβαιον.

**Πρόβλημα I.** Πόσα φράγκα ὄψεως θά ἀγορασθοῦν  
ἐν Λονδίνω με £ 12—7—4 ὅταν ή τιμὴ τοῦ δελτίου Λον-  
δίνου ἐπὶ Παρισίων εἶναι 130 ὄψεως ;

**Λύσις :** Ἐπειδὴ με 1 £ μετρητὴν ἀγοράζονται frs 130  
ὄψεως, με £ 12—7—4 θά ἀγορασθοῦν :

$$12,367 \times 130 = \text{frs } 1607,71 \text{ ὄψεως.}$$

**Πρόβλημα II.** Ὁ Α ἐν Λονδίνω ἔχει νὰ εἰσπράξῃ ἀπὸ τὸν  
Β ἐν Βερολίνω £ 3628—6—1 πληρωτέας σήμερον. Ποία  
ή ονομαστική αξία τραπεηκτικῆς 30 ἡμ. τήν ὅποιαν θά  
σύρῃ διὰ νὰ εἰσπράξῃ ἐκ τῆς πωλήσεως αὐτῆς τὸ ὡς ἄνω

ποσόν, εάν τὸ δελτίον Λονδίνου ἐπὶ Βερολίνου εἶναι 20,43 1/2 ὄψεως 6 %.

**Δύσις :** Καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν τὸ δελτίον δίδει τὸ Βέβαιον θὰ ἔχωμεν τὰς αὐτὰς ἀκριβῶς μεθόδους λύσεως, τὰς ὁποίας ἔχομεν καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ Ἀβεβαίου, μετὰ τὴν διαφορὰν ὅτι ἀντὶ τῆς διαιρούμενης ὄψεως πρὶν μετὰ τὴν τιμὴν τοῦ δελτίου, θὰ πολλαπλασιάσωμεν, ὅπως καὶ εἰς τὸ ἀμέσως προηγούμενον πρόβλημα. Οὕτω :

1) Μετατρέπομεν τὴν προθεσμίαν τοῦ δελτίου

Δελτίον ὄψεως	20,435
+τόκος 30/6 %	0,102175
+τόκος τοῦ τόκου	0,000511
<u>Δελτίον 30 ἡμερῶν</u>	<u>20,537686</u>

ὁπότε ἡ ζητούμενη ὀνομαστικὴ ἀξία θὰ εἶναι :

£ 3628,304 × 20,537686 = Rm 74516,96 προθεσμίας 30 ἡμερ.

2) Μετατρέπομεν τὴν προθεσμίαν τοῦ συναλλάγματος.

Πρὸς τοῦτο πολλαπλασιάζομεν τὰς £ 3628—6—1 ἐπὶ τὴν τιμὴν τοῦ δελτίου ὄψεως καὶ ἔχομεν :

£ 3628,304 × 20,435 = Rm 74144,29 ὄψεως

ὁπότε ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία θὰ εἶναι (§ 25)

Συνῆμα ὄψεως	Rm 74144,29
+τόκος 30/6 %	» 370,72
+τόκος τοῦ τόκου	» 1,85
<u>Συνῆμα 30 ἡμερῶν</u>	<u>Rm 74516,96</u>

3) Τέλος ὑποθέτομεν ὅτι εἶναι γνωστὴ ἡ ζητούμενη ὀνομαστικὴ ἀξία, ὁπότε ἔχομεν :

Rm.....	προθ. 30 ἡμ. πρὸς 20,43 1/2 ὄψεως = £.....
	— τόκος 30/6 % = £.....
	<u>Ἀξία συνῆτος σήμερον = £ 2628-6-1</u>

καὶ ἐξ αὐτοῦ συμπληροῦντες ἐκ τῶν κάτω τὰ κενά :

$$\begin{array}{r}
 \text{Rm } 74516,96 \text{ προθ. } 30 \text{ ἡμ. προς } 20,43 \frac{1}{2} \delta\psi. = \text{£ } 3646 \text{ } 10 \cdot 8 \frac{1}{2} \uparrow \\
 \text{— τόκος } 30/6 \frac{1}{10} = \text{£ } 18 \cdot 4 \cdot 7 \frac{1}{2} \\
 \text{Ἄξια σήμερον} \quad \text{£ } 3628 \cdot 6 \cdot 1
 \end{array}$$

ὥστε :

*Διὰ τὴν εὐρωμεν τὸ ποσὸν τοῦ συναλλάγματος, διαρ  
αντιστοιχεῖ εἰς ὠρισμένον ποσὸν ἐγχωρίου νομίσματος.  
διὰ τὸ δελτίον δίδει τὸ Βέβαιον, ἀνάγομεν τὴν τιμὴν  
τοῦ δελτίου καὶ τοῦ συναλλάγματος εἰς τὴν αὐτὴν προ-  
θεσίαν καὶ πολλαπλασιάζομεν ἐπὶ τὴν τιμὴν τοῦ δελ-  
τίου, ἢ ἀνάγομεν πρώτον τὸ ἐγχώριον νόμισμα εἰς τὴν  
προθεσίαν τοῦ ζητουμένου συναλλάγματος καὶ κατό-  
πιν πολλαπλασιάζομεν ἐπὶ τὴν τιμὴν τοῦ δελτίου.*

Παρατήρησις 1. Τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα λύεται καὶ διὰ  
τῆς συνευγενῆς μεθόδου ὡς ἑξῆς :

$$\begin{array}{r}
 x \text{ Rm } 30 \text{ ἡμ.} = \text{£ } 3628,304 \text{ μετροπῆς} \\
 1 = \text{Rm } 20,435 \text{ ὕψους} \\
 5970 = \text{Rm } 6000 \quad 30 \text{ ἡμερῶν} \\
 \hline
 x = \frac{3628,304 \cdot 20,435 \cdot 6000}{5970} = \text{Rm } 74516,96
 \end{array}$$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

628) Τὸ Λονδίνον σῆρει τροβηκτικὴν 2 μηνῶν ἐπὶ Βερολίνον ἵνα  
εἰσπράξη £ 3622—16—6 μετροπῆς. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς τροβη-  
κτικῆς όταν τὸ δελτίον εἶναι 11,69  $\frac{1}{10}$  ὕψους 3  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{10}$  Ἔξοδα  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{100}$ .

629) Τὸ Λονδίνον διὰ τὴν ἐξοφλήσῃ χρέος λήγον τὴν 30 Ὀκτωβρίου  
ἐκ £ 407—19—3 ἀποπέμπει εἰς Παρισίους τὴν 14 Σεπτεμβρίου γραμ-  
μάτιον προθεσμίας 3 μηνῶν. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ γραμματίου  
ὅταν τὸ δελτίον Λονδίνου ἐπὶ Παρισίους εἶναι 162,15 ὕψους 6  $\frac{1}{10}$ . Ἔξοδα  
ἐν Λονδίνῳ σελίνια 3  $\frac{1}{2}$  ἀνὰ £ 100.

630) Τὸ Λονδίνον πωλεῖ τὴν 1ην Νοεμβρίου Πεσέτας 11340.—  
ἐπὶ Μαδρίτης λήξεως 12 Νοεμβρίου μὲ δελτίον δ 43  $\frac{1}{10}$  ὕψους 5  $\frac{1}{10}$ .  
καὶ προμηθεῖα  $\frac{1}{10}$   $\frac{1}{100}$ . Τὸ προϊόν τῆς πωλήσεως τὸ ἐμβάζει εἰς Παρι-  
σίους ἀγοράζον φράγκα προθεσμίας 2 μηνῶν. Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία  
τοῦ συναλλάγματος ἐπὶ Παρισίους ἐάν τὸ δελτίον Λονδίνου ἐπὶ Παρισίους  
εἶναι 176.— ὕψους 6  $\frac{1}{10}$ ; Προμηθεῖα  $\frac{1}{10}$   $\frac{1}{100}$ .

**Σημείωσις I.** Εάν λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν :

$$X = \frac{K \cdot \left(1 - \frac{H}{\Delta}\right)}{\Sigma_0}$$

ἣτις μᾶς δίδει τὴν τιμὴν τοῦ συναλλάγματος εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ Βεβαίου ὡς πρὸς τὸ ποσὸν τοῦ συναλλάγματος K θὰ ἔχωμεν τὸν τύπον:

$$K = \frac{X \cdot \Sigma_0}{\left(1 - \frac{H}{\Delta}\right)}$$

ὅστις μᾶς δίδει τὸ ποσὸν τοῦ συναλλάγματος, ὅσο ἀντιστοιχεῖ εἰς ὅρι-  
σμένον ποσὸν ἐγγυαρίου νομίσματος εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ Βεβαίου  
ἢ ἂν λάβωμεν ὅτι ὄφιν μας καὶ τὰ ἔξοδα ε ἐπί τοῖς χιλίοις

$$K = \frac{X \cdot \Sigma_0}{\left(1 - \frac{H}{\Delta}\right) \left(1 \pm \frac{\varepsilon}{1000}\right)}$$

ἢ

$$K = \frac{X \cdot \Sigma_0 \cdot 1000}{\left(1 - \frac{H}{\Delta}\right) \left(1000 \pm \varepsilon\right)}$$

Ὅθεν εἰς τὸ προηγούμενον παράδειγμα ἔχομεν :

$$K = \frac{3628,304 \cdot 20,435}{1 - \frac{30}{6000}} = \text{Rm } 74516,92$$

**Σημείωσις II.** Εάν ἡ χώρα ἐπί τοῖς ὁποῖας εἶναι τὸ ζητούμενον  
συναλλάγμα χρησιμοποῖ ἑσωτερικὴν ὑφαιρέσιν, ὁ ἀνωτέρω τύπος  
γίνεται :

$$K = X \cdot \Sigma_0 \cdot \left(1 + \frac{H}{\Delta}\right)$$

74. Εὔρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας τῆς τελευ-  
ταίας καταβολῆς πρὸς ἐξόφλησιν χρέους εἰς τὸ  
ἐξωτερικόν.

Πρόβλημα. Τὸ Βερολίνον ὀφείλει τὴν 8ην Νοεμβρίου

εις "Αμοστερταμ Rm 25464 μετρητά και αποστέλλει hfl 3500 λήξεως 29 Δεκεμβρίου, hfl 1950 λήξεως 3 'Ιανουαρίου και hfl 4000 λήξεως 24 'Ιανουαρίου. Πόσα φλωρίνια λήξεως 31 'Ιανουαρίου πρέπει να αποστείλῃ ἀκόμη διὰ τὴν ἐξοφλήσῃ τὸ χρέος αὐτό, διὰ τὸ δελτίον Βερολίνου ἐπὶ "Αμοστερταμ εἶναι 1,679 ὄψεως 3<sup>0</sup>/<sub>10</sub>; "Ἔξοδα ἐν Βερολίῳ  $\frac{1}{2}$  ‰ και Rm 5 διὰ χαρτόσημον.

**Δύσις.** α') ὑπολογισμὸς τοῦ ἐξοφληθέντος ποσοῦ.

Εὐρίσκομεν τὴν παραῶσαν ἀξίαν τῶν ἀποσταλλέντων συναλλαγματικῶν συντάσσοντες πινάκιον προεξοφλήσεως (§ 22), ὅπου ἔχομεν :

8 Νοεμβρίου 19 . . .

Όνομαστ. ἀξία	Λήξεις	Ἡμ.	Τοκάρθμοι
hfl 3500.—	29 Δεκεμβρ.	51	178500
» 1950.—	3 'Ιανουαρ.	56	109200
» 4000.—	24 »	77	308000
hfl 9450.—			595700 + 12000
» 49,50	ὑφαίρεσις πρὸς	3 ‰	= hfl 49,65
hfl 9400,36			

β') Ὑπολογισμὸς τοῦ ὅλου χρέους.

Ὑπολογίζομεν πόσα hfl ὄψεως χρειάζεται νὰ στείλωμεν σήμερον διὰ τὴν ἐξοφλήσωμεν ὀλόκληρον τὸ χρέος μας.

hfl 15156,21 ὄψεως πρὸς 1,679 ὄψεως	= Rm 25447,28	↑
+ ἔξοδα $\frac{1}{2}$ ‰	= » 12,72	
+ χαρτόσημον	= » 5.—	
	Rm 25465.—	

γ') Ὑπολογισμὸς τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας τοῦ συναλλάγματος



ὅπερ θὰ ἀποσταλῆ πρὸς ἐξόφλησιν τοῦ ὑπολοιπομένου μέρους τοῦ χρέους.

Ἀφαιροῦμεν ἀπὸ τὸ σύνολον τῶν ὀφειλομένων φλωρινίων τὴν παροῦσαν ἀξίαν hfl 9400,36 τῶν ἀποσταλέντων καὶ ἔχομεν τὸ ὀφειλόμενον ἀκόμη ποσὸν τὴν 8ην Νοεμβρίου. Τὸ ποσὸν αὐτὸ τὸ μετατρέπομεν εἰς ποσὸν πληρωτέον τὴν 31 Ἰανουαρίου, εὐρίσκοντες κατὰ τὰ γνωστά, (§ 25) τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν αὐτοῦ ἐκ τῆς παρουσίας :

	hfl 15156,21	ὀλικὸν χρέος
—	» 9400,36	ἐξοφληθέν μέρος
	<hr/>	
	hfl 5755,85	λήξεως 8 Νοεμβρίου
+	τόκος 84]3 % » 40,30	
+	τόκος τοῦ τόκου » 0,28	
	<hr/>	
	hfl 5796,43	λήξεως 31 Ἰανουαρίου.

γ') Ἐπαλήθευσις.

Ἐάν δὲν ἐγίνεν λάθος πρέπει ἡ τιμὴ τῶν τριῶν πρώτων συναλλαγμάτων ὁμοῦ μετὰ τοῦ εὐφρεθέντος νὰ ἰσοῦται ἀκριβῶς πρὸς τὸ ὀφειλόμενον ποσόν. Καὶ πράγματι ἔχομεν :

8 Νοεμβρίου 19 . . .

Ὄνομαστ. ἀξία	Λήξεως	Ἡμ.	Τοκάρημοι
hfl 3500.—	29 Δεκεμβρ.	51	178500
» 1950.—	3 Ἰανουαρ.	56	109200
» 4000.—	24 »	77	308000
» 5796,43	31	84	486898
			1082598 : 12000
hfl 15246,41			= hfl 90,20
» 90,20	ὑφαίρεσις πρὸς	3 %	

hfl 15156,21 πρὸς 1,679<sup>1</sup> = Rm 23447,28

+ ἔξοδα 1/2 % » 12,72

+ χαρτόσημον » 5.—

---

Rm 25465.—

## Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

631) Διά τὴν ἐξοφλήσουν οἱ Παριῖοι χρέος frs 8975,50 πληρωτέον σήμερον ἐν Ἀθήναις, ἀποστέλλουν τὰς ἐξῆς συνθήκας ἐπὶ Ἀθηνῶν, δηλ. 37500 προθεσμίας 30 ἡμερῶν καὶ δηλ. 18550 προθ. 60 ἡμερῶν. Ποῖα ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου δραχμῶν προθεσμίας 90 ἡμερῶν, τὸ ὅποιον θὰ ἀποσταλῆ πρὸς ἐξοφλήσιν τοῦ χρέους; Δελτίον Παριῶν ἐπὶ Ἀθηνῶν 0,35 ὄψεως  $6\frac{1}{2}\%$ . Ἐξόδα  $7\frac{1}{2}\%$ .

632) Πρὸς ἐξοφλήσιν χρέους Rm 17245,85 ἀποστέλλει τὸ Βερολίνον εἰς Βέρνην τὴν 1 Ἰουνίου Frs 2400 λήξεως 17 Ἰουνίου, Frs 3000, λήξεως 11 Ἰουνίου, Frs 1176,50 λήξεως 24 Ἰουλίου καὶ Frs 4200, λήξεως 15 Αὐγούστου. Ποῖα ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία γραμματίου λήξεως 20 Αὐγούστου, τὸ ὅποιον θὰ ἀποσταλῆ πρὸς ἐξοφλήσιν τοῦ ὁπολοῦπον χρέους, ὅταν τὸ δελτίον εἶναι 81,05 ὄψεως  $4\%$ .

633) Τὸ Λονδίνον ἀπεῖλει εἰς Ζερίχην  $\pounds$  1024—10—6 καὶ ἀποστέλλει τὴν 1 Μαΐου Frs 4400, λήξεως 6 Ἰουνίου, Frs 8000 λήξεως 10 Ἰουνίου καὶ Frs 2680 λήξεως 15 Ἰουνίου. Πόσων φράγκων θὰ εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία συναλλάγματος λήξεως 20 Ἰουνίου ὅπου θὰ ἀποσταλῆ πρὸς ἐξοφλήσιν τοῦ ὁπολοῦπον χρέους, ὅταν τὸ δελτίον εἶναι 11,95 ὄψεως  $3\frac{1}{2}\%$ . Ἐξόδα  $1\frac{1}{4}\%$ .

## B. ΕΜΜΕΣΟΣ ΣΥΝΑΛΛΑΓΗ

75. Ὅρισμοί. Ἐάν ἡ συναλλαγή μεταξὺ δύο χωρῶν δὲν ἐνεργεῖται ἀπ' εὐθείας μεταξὺ αὐτῶν, ἀλλὰ μεσολαβεῖ, εἴτε τὸ συναλλάγμα τρίτης τινὸς χώρας, εἴτε αὐτὴ ἡ ἴδια ἡ τρίτη χώρα, ἡ συναλλαγή ὀνομάζεται **ἐμμεσος**.

Ἡ παρεμβολὴ τῆς τρίτης χώρας γίνεται, ἄλλοτε διότι τὸ χρηματιστήριον τῆς μιᾶς τῶν δύο ἐνδιαφερομένων χωρῶν δὲν διαθέτει συναλλάγμα ἐπὶ τῆς ἄλλης καὶ ἄλλοτε, διότι κρίνεται ἀπὸ τοὺς ἐνδιαφερομένους ὡς οἰκονομικῶς συμφέρονσα ἡ τοιαύτη παρεμβολή, παρ' ὅλα τὰ μεγαλύτερα ἔξοδα ἅτινα πολλάκις συνεπάγεται.

Ἡ ἐμμεσος συναλλαγή παρουσιάζει ἐν τῇ πράξει τὰς ἀκολούθους περιπτώσεις προκειμένου περὶ ἐξοφλήσεως χρέους.

1) Ἡ ἐνδιαφερομένη χώρα ἀγοράζει συναλλάγμα ἐπὶ τῆς ἐνδιαφερομένης, τὸ ὅποιον ἀποστέλλει εἰς τὴν δευτέραν χώραν, ἥτις τὸ πωλεῖ καὶ τὸ μετατρέπει εἰς ἐγχώριον νόμισμα. Ἡ μέθοδος αὕτη ὀνομάζεται **σύνθετος ἰσοτιμία ἢ ἐμμεσον ἐμβασμα** (parité

composée) και δὲν ἀπαιτεῖ πρόσθετα ἔξοδα, ἐκτὸς τῶν ἐξόδων πωλήσεως τοῦ ἀποσταλλέντος ξένου συναλλάγματος.

2) Ἡ ἐνδιαφερομένη χώρα ἀγοράζει συναλλάγμα τῆς ἐνδιαμέσου χώρας, ὅπερ ἀποστέλλει εἰς τὸν ἐν αὐτῇ εὐρισκόμενον ἀνταποκριτὴν τῆς. Ὁ ἀνταποκριτὴς πωλεῖ τὸ ἀποσταλὲν συναλλάγμα καὶ ἀγοράζει μὲ τὸ προϊόν τῆς πωλήσεως συναλλάγμα ἐπὶ τῆς δευτέρας χώρας καὶ ἀποστέλλει τοῦτο εἰς αὐτήν. Ἡ μέθοδος αὕτη καλεῖται μέθοδος τῶν **δύο ἐμβασμάτων** (Pris de Revient) καὶ συνεπάγεται, ἐκτὸς ἀπὸ τὰ ἔξοδα πωλήσεως καὶ ἀγορᾶς τοῦ συναλλάγματος, καὶ ἄλλα ἔξοδα (προμήθεια ἀνταποκριτοῦ κτλ.).

3) Ἡ ἐνδιαφερομένη χώρα δίδει ἐντολὴν εἰς τὸν ἀνταποκριτὴν τῆς ἐν τῇ ἐνδιαμέσῳ χώρᾳ, νὰ ἀγοράσῃ συναλλάγμα ἐπὶ τῆς δευτέρας χώρας, νὰ τὸ ἀποστείλῃ εἰς αὐτήν καὶ διὰ νὰ καλυφθῇ νὰ σύρῃ νέαν τραπεζικὴν ἐπὶ τῆς ἐνδιαφερομένης χώρας. Ἡ μέθοδος αὕτη καλεῖται **τραπεζικὴ ἐντολὴ** (ordre de Banque) καὶ ἀπαιτεῖ ἀνάλογα μὲ τὴν προηγουμένην ἔξοδα.

4) Ἡ ἐνδιαφερομένη χώρα παραγγέλλει εἰς τὸν πιστωτὴν τῆς νὰ σύρῃ ἐπὶ τοῦ ἀνταποκριτοῦ ἐν τῇ ἐνδιαμέσῳ χώρᾳ, ὅστις διὰ νὰ καλυφθῇ σύρῃ νέαν τραπεζικὴν ἐπὶ τῆς ἐνδιαφερομένης χώρας. Ἡ μέθοδος αὕτη καλεῖται μέθοδος τῶν **δύο τραβηγμάτων** (Prix de vent).

Ἐκ τῶν μεθόδων αὐτῶν, ἡ ἀπλουτέρα καὶ εὐθηνότερα ὄλων εἶναι ἡ πρώτη ἢ ὁποῖα εὐρίσκεται καὶ εἰς τὴν διάθεσιν παντός. Αἱ λοιπαὶ παρουσιάζουν τὴν δυσχέρειαν, ὅτι ἀπαιτοῦν τὴν ὑπαρξὴν ἀνταποκριτοῦ εἰς τὴν ἐνδιάμεσον χώραν, γνωστὰς ὑπογραφὰς καὶ μεγαλύτερα ἔξοδα.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω γίνεται φανερόν, ὅτι τὰ προβλήματα τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς λύονται διὰ τῆς ἀναλύσεως αὐτῶν εἰς δύο προβλήματα τῆς ἀμέσου συναλλαγῆς.

76. Πρώτη περίπτωσης τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς.

Πρόβλημα I. Τὸ Λονδίον πωλεῖ τὴν 18 Ἀπριλίου διὰ λογαριασμὸν τῆς Βιέννης \$ 5328,30 ὄψεως μὲ τιμὴν δελτίου Λονδίνου ἐπὶ Νέας Ὑόρκης 4,8628, μὲ  $\frac{1}{4}\%$  ἔξο-

δα καὶ  $\frac{1}{8}\%$  προμήθειάν του. Τὸ καθαρὸν προϊόν τὸ ἐμβά-  
ζει κατ' ἐντολὴν τοῦ δικαιοῦχου εἰς Βιέννην ἀποστέλλων  
συναλλαγματικὴν ἐπὶ Ζυρίχης προθεσμίας 30 ἡμερῶν, τὴν  
ὁποῖαν ἀγοράζει πρὸς 25,11 ὄψεως  $3\%$  καὶ  $\frac{1}{8}\%$  προμή-  
θειάν του. Νὰ ὑπολογισθῇ :

α) Ποῖον τὸ καθαρὸν προϊόν ἐκ τῆς πωλήσεως τὴν 20  
'Απριλίου ἐν Βιέννη τῆς συναλλαγματικῆς ἐπὶ Ζυρίχης ἐὰν  
τὸ δελτίον Βιέννης ἐπὶ Ζυρίχης εἶναι 1,368 ὄψεως  $3\%$   
καὶ 25 σελλίγια (αὐστριακὰ) ἔξοδα,

β) Πόσον κοστίζει κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἕκαστον δολ-  
λάριον ἐν Βιέννη :

Δύσεις :

α') Θὰ εὐρωμεν τὸ καθαρὸν προϊόν τῆς πωλήσεως τῆς συ-  
ναλλαγματικῆς ἐπὶ Νέας Ὑόρκης ἐν Λονδίνο τὴν 18 Ἀπριλίου :

§ 5328,30 ὄψεως πρὸς 4,8628 = £ 1095-14-7

— ἔξοδα  $\frac{1}{8}\%$  £ 2-14-9

— προμήθειά μας  $\frac{1}{8}\%$  » 1-7-5 » 4-2-2

Καθαρὸν προϊόν £ 1091-12-5

β') Μὲ τὸ ποσὸν αὐτὸ θὰ ἀγορασθοῦν ἐν Λονδίνο, ἀφοῦ  
κρατηθοῦν τὰ διάφορα ἔξοδα, ἑλβετικά φράγκα ἐπὶ Ζυρίχης προ-  
θεσμίας 30 ἡμερῶν. Ἐδῶ ἔχομεν γὰ μετατρέψομεν εἰς ξένον  
συνάλλαγμα ὠρισμένον ποσὸν ἐγγωρίου νομισματος καὶ κατὰ συ-  
νέπειαν (§ 73) θὰ ἔχωμεν τὴν 18 Ἀπριλίου :

Frs 27444,08 λήξ. 18 Μαΐου πρὸς 25,11 ὄψ. = £ 1092-19-1

— τόκος  $3\frac{1}{3}\%$  = 2-13-11

£ 1090-5-2

+ προμήθειά μας  $\frac{1}{8}\%$  » 1-7-3

£ 1091-12-5

γ) Ἡ συναλλαγματικὴ αὐτὴ πωλουμένη ἐν Βιέννη τὴν 20  
'Απριλίου θὰ ἀποφέρῃ :

Frs 27444,08 λήξεως 18 Μαΐου πρὸς 1,368 ὄψεως = S 57543,49

— τόκος  $28\frac{3}{8}\%$  = » 87,60

S 37455,89

— ἔξοδα S 25,—

S 37430,89

8) Ἡ τιμὴ ἐκάστου δολλαρίου κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εἶναι:

$$\frac{37430,89}{5328,30} = \underline{\underline{S 7,0249}}$$

Πρόβλημα II. Αἱ Ἀθήναι ὀφείλουν εἰς Λονδίνον £ 137 11-8 πληρωτέας σήμερον. Πόσα φράγκα προθεσμίας 21 ἡμερῶν θὰ ἀποστείλουν εἰς Λονδίνον πρὸς ἐξόφλησιν τοῦ χρέους τῶν, ἐὰν τὸ δελτίον Λονδίνου ἐπι Παρισίων εἶναι 175 ὄψεως  $4\frac{1}{2}\%$  καὶ τὰ ἐξοδα ἐν Λονδίῳ  $\frac{1}{4}\%$ : Ποία ἡ τιμὴ ἐκάστης λίρας;

Λύσις: α') Θὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τῆς συναλλαγματικῆς φράγκων προθεσμίας 21 ἡμερῶν, τὴν ὁποίαν θὰ ἀποστείλωμεν εἰς Λονδίνον. Ἡ συναλλαγματικὴ αὐτὴ ποιουμένη σήμερον ἐν Λονδίῳ, πρέπει νὰ ἀποφέρῃ καθαρὸν προϊόν £ 137—11—8. Γνωρίζομεν λοιπὸν τὸ ἐγγχώριον ἐν Λονδίῳ νόμισμα καὶ ζητοῦμεν νὰ εὑρωμεν τὸ ποσὸν τοῦ συναλλάγματος ὅπου ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐτό. Κατὰ τὰ γνωστά (§ 73) θὰ ἔχωμεν:

<u>frs 24193,75</u> προθεσμίας 21 ἡμερῶν πρὸς 175 ὄψ.	£ 138 5-0
— τόκος 21 4 $\frac{1}{2}\%$	» 0-6 5 $\frac{1}{2}$ / <sub>2</sub>
	<u>£ 137-18-6<math>\frac{1}{2}</math>/<sub>2</sub></u>
— ἐξοδα $\frac{1}{4}\%$	» 0-6-10 $\frac{1}{2}$ / <sub>2</sub>
Καθαρὸν προϊόν	<u>£ 137-11-8</u>

β') Θὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ἀξίαν σήμερον ἐν Ἀθήναις συναλλαγματικῆς frs 24193,75 προθεσμίας 21 ἡμερῶν:

frs 24193,75 προθεσμίας 21 ἡμερῶν πρὸς 3,50 ὄψ.	δρχ. 84678,12
— τόκος 21 4 $\frac{1}{2}\%$	» 197,59
	<u>δρχ. 84480,53</u>
+ ἐξοδα $\frac{1}{2}\%$	» 422,40
Ἀξία τοῖς μετρητοῖς	<u>δρχ. 84902,93</u>

γ') Εὐρίσκομεν τὴν τιμὴν ἐκάστης λίρας ἐξοφλουμένης κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον:

$$\frac{84902,93}{137,583} = \text{δρχ. } 617,25$$

Παρατήρησις. Δυνάμεθα νὰ εὑρωμεν τὸ κόστος τῆς ἐξο-

φλήσεως τοῦ χρέους μας κατὰ τὸν ἀνωτέρω τρόπον καὶ ἀπ' ἐπιβίαιας διὰ τῆς συνεξευγμένης μεθόδου, ὡς ἐξῆς :

X δρχ.	=	£	137,583	ὑφεικὸς ἀνευ ἐξόδων
99,75	=	£	100.—	μετ' ἐξόδων $\frac{1}{4} \frac{1}{2}$
1	=	frs	175	ὑφεικὸς

8979	=	frs	9000	21 ἡμερῶν
9000	=	frs	8976	ὑφεικὸς

1	=	δρχ.	3,50	ἀνευ ἐξόδων
100	=	δρχ.	100,50	μετ' ἐξόδων

$$X = \frac{137,583 \cdot 100 \cdot 175 \cdot 3,50 \cdot 100,50}{99,75 \cdot 100} = \deltaρχ. 84902,93$$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

634) Ἐμπορὸς ἐν Βορβάρη ὀφείλει εἰς Ἀμστερνταμ Rm 6750.— ἀληθευτῆ σήμερον. Πόσον λίρων ἐπιταγὴν θὰ ἀποστείλῃ πρὸς ἐξόφλησιν τοῦ χρέους του, εἴαν τὸ δελτίον Ἀμστερνταμ ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 12,125 ὑφεικὸς καὶ εἰ θὰ κοστίσῃ ἡ ἐπιταγὴ αὐτὴ εἰς τὸν ἔμπορον Βορβάρης, εἴαν τὸ δελτίον Βορβάρης ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 15  $\frac{1}{16}$  πέννες ἡ ρουπία :

635) Οἱ Παριεῖσι ποιοῦν διὰ λογαριασμὸν Ἀθηνῶν Rm 42678.— προθεσμίας 60 ἡμερῶν με δελτίον Παριεῖσι ἐπὶ Βερολίνου 4,18 ὑφεικὸς 4  $\frac{1}{2}$  καὶ ἐξοδα  $\frac{1}{4} \frac{1}{16}$ . Με τὸ καθαρὸν προϊόν ἀγοράζουσιν λίρας προθεσμίας ἐνὸς μηνὸς με τιμὴν δελτίου Παριεῖσι ἐπὶ Λονδίνου 130.— ὑφεικὸς 3  $\frac{1}{2}$  καὶ ἐξοδα  $\frac{1}{4} \frac{1}{16}$  καὶ τὰς ἀποστέλλουσιν εἰς Ἀθήνας, ὅπου ποιοῦνται μετὰ πέντε ἡμέρας ἀπὸ τῆς ἀγορᾶς των. Τί θὰ εἰσπράξουσιν αἱ Ἀθῆναι ἐκ τῆς πωλήσεως τῶν λίρων αὐτῶν εἴαν τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 550 ὑφεικὸς 3  $\frac{1}{2}$ . Ἐξοδα ἐν Ἀθήναις  $\frac{1}{2} \frac{1}{16}$ . Ὁ ἀνταποκριτὴς μας ἐν Παριεῖσι, κρατῆ ὡς προμήθειάν του  $\frac{1}{8} \frac{1}{16}$  ἐπὶ ἐκάστης πράξεως.

636) Ἐμπορὸς Ἀθηνῶν ὀφείλει εἰς Βερολίον Rm 480.— ἀπαιτητὴ σήμερον καὶ ζητεῖ νὰ ἐξοφλήσῃ τὸ χρέος του αὐτὸ ἀποστέλλων εἰς τὸν πισωτήν του λίρας προθεσμίας ἐνὸς μηνὸς. Τί θὰ κοστίσῃ ἡ ἐξόφλησις αὐτὴ εἴαν τὰ δελτία εἶναι :

Βερολίνου ἐπὶ Λονδίνου	11,90	ὑφεικὸς	4 $\frac{1}{2}$
Ἀθηνῶν ἐπὶ Λονδίνου	540.—	"	4 $\frac{1}{16}$
Ἐξοδα ἐν Ἀθήναις	$\frac{1}{2} \frac{1}{16}$	καὶ ἐν Βερολίῳ	$\frac{1}{4} \frac{1}{16}$

637) Ἐμπορὸς Ἀθηνῶν ὀφείλει τὴν 12ην Μαΐου £ 116—6—7 πλν

φωστής την 27ην Αυγούστου και αποστέλλει εις Λονδίνον συναλλαγματικήν φράγκων πληρωτέον την 30 Τουνίου. Ποία ή όνομαστική αξία της αποστολής συναλλαγματικής φράγκων και πόσον θά κοστίση αυτή εν Αθήναις, εάν τό δελτία είναι :

Λονδίνου επί Παρισίων	142	σφραγίς	6 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>
Αθηνών επί Παρισίων	3,40	"	6 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>

Έξοδα εν Λονδίνω 1 <sup>0</sup>/<sub>100</sub> και εν Αθήναις <sup>1</sup>/<sub>2</sub> <sup>0</sup>/<sub>100</sub>.

638] Έμπορος εν Νέω Υόρκη όφείλει την 15 Μαΐου 58600 γινε πληρωτέα εν Τόκω την 17 Ιουλίου και αποστέλλει συνάλλαγμα επί Λονδίνου £ 523—6—6 ληξίως 30 Ιουλίου. Πόσον λιρών συνάλλαγμα ληξίως 17 Ιουλίου πρέπει να εξοφλήση εις Τόκω δια να εξοφλήση το χρέος του και πόσον θά κοστίση τό συνάλλαγμα αυτό εάν τό δελτία είναι :

Τόκω επί Λονδίνου	16	σφραγίς	4 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>
Νέω Υόρκη επί Λονδίνου	4,86 <sup>11</sup> / <sub>100</sub>	"	4 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>

Έξοδα εν Τόκω 1 <sup>1</sup>/<sub>2</sub> <sup>0</sup>/<sub>100</sub> και εν Νέω Υόρκη <sup>1</sup>/<sub>2</sub> <sup>0</sup>/<sub>100</sub>.

**Σημείωσις I.** Έάν καλέσωμεν  $\Sigma_{\gamma}^{\alpha}$  τό δελτίον της ένδιαφερομένης χώρας Α επί της ένδιαμεσον Γ και  $\Sigma_{\gamma}^{\beta}$  τό δελτίον της δευτέρας χώρας Β επί της ένδιαμεσον, τότε ή εξοφλήσις κατά την πρώτην μέθοδον της ένιαμεσου συναλλαγής χρέους Κ μονάδων Β θά κοστίση, όταν και τά δύο δελτία δίδουσι τό Αβέβαιον :

$$\begin{array}{rcl} X \text{ μονάδες } A & = & K \text{ Μονάδες } B \\ \Sigma_{\gamma}^{\beta} & = & 1 \text{ Μονάξ } \Gamma \\ 1 & = & \Sigma_{\gamma}^{\alpha} \text{ μονάδες } A \end{array}$$

---


$$X = \frac{K \cdot \Sigma_{\gamma}^{\alpha}}{\Sigma_{\gamma}^{\beta}}$$

**Σημείωσις II** Προκειμένου να εύρωμεν τί ποσον θά αποφέρη ή άντιληφίς πιστώσεως Κ μονάδων εκ της χώρας Β μέσω της Γ έχομεν παλιν :

$$\begin{array}{rcl} X \text{ μον. } A & = & K \text{ μονάδες } B \\ \Sigma_{\gamma}^{\beta} & = & 1 \text{ μονάξ } \Gamma \\ 1 & = & \Sigma_{\gamma}^{\alpha} \text{ μονάδες } A \end{array}$$

---


$$X = \frac{K \cdot \Sigma_{\gamma}^{\alpha}}{\Sigma_{\gamma}^{\beta}}$$

**Σημείωσις III.** Έαν εν εκ των δελτίων δίδει τό βέβαιον τό μετατρέπομεν εις Αβέβαιον λαμβάνοντες τό αντίστροφον αυτού. Ούτω εάν εις τούς άνωτέρω τύπους τό δελτίον  $\Sigma_{\gamma}^{\beta}$  ίδιαι τό βέβαιον θά τό άντικα-

τατήσωμεν μετὰ τὸ  $\frac{I}{\Sigma \gamma}$  καὶ ὁ τύπος θὰ γίνῃ :

$$X = K \cdot \Sigma \gamma^{\alpha} \cdot \Sigma \gamma^{\beta}$$

77. Δευτέρα περίπτωσης τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς.

**Πρόβλημα.** Αἱ Ἀθηναὶ ὀφείλουσιν εἰς Λονδίνον £ 137—8—11 ὄψεως. Πόσα φράγκα προθεσμίας 21 ἡμερῶν θὰ ἀποστείλων εἰς τὸν ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτῆν των, διὰ τὰ ἀγοράσῃ ἐκ τοῦ προϊόντος τῆς πωλήσεώς των ἐπιταγὴν λιγῶν ἴσης ἀξίας πρὸς τὸ ὀφειλόμενον ποσὸν καὶ τὰ τὴν ἀποστείλῃ εἰς Λονδίνον, διὰ τὸ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 176 ὄψεως 4  $\frac{1}{2}$   $\frac{3}{4}$  ἔξοδα  $\frac{3}{8}$   $\frac{0}{10}$  ; Πόσον θὰ κοστίσουν τὰ φράγκα αὐτὰ ἐν Ἀθήναις, διὰ τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Παρισίων εἶναι 3,50 ὄψεως 4  $\frac{0}{10}$  ; τὰ δὲ ἔξοδα  $\frac{1}{2}$   $\frac{0}{10}$  ; Πόσον ἐκόστισεν ἐν Ἀθήναις ἐκάστη λίρα ἐξοφληθεῖσα οὕτω ;

**Λύσις :** α') Θὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τοῦ συναλλάγματος ἐπὶ Παρισίων προθεσμίας 21 ἡμερῶν, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἀποστείλωμεν εἰς Λονδίνον. Ἡ παρούσα ἀξία τοῦ συναλλάγματος αὐτοῦ θὰ εἶναι τόσα ἀκριβῶς φράγκα, ὅσα χρειάζονται διὰ τὰ ἀγορασθῶν ἐν Παρισίοις αἱ £ 137—8—11 ὄψεως πρὸς τὴν τιμὴν τοῦ δελτίου Παρισίων ἐπὶ Λονδίνου. Ὡστε ἔχομεν :

£ 137,583 ὄψεως πρὸς 176 ὄψεως	=	frs 24214,60
+ ἔξοδα $\frac{3}{8}$ $\frac{0}{10}$	=	» 90,81
		frs 24305,41

1) Θὰ εὑρωμεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τοῦ συναλλάγματος τῶν frs αὐτῶν μετὰ 21 ἡμέρας (§ 25):

ἀξία σήμερον	frs	24305,41
+ τόκος 21 $\frac{1}{4}$ $\frac{0}{10}$ »		56,71
+ τόκος τοῦ τόκου »		0,18

ἀξία μετὰ 21 ἡμέρας	frs	24362,25
---------------------	-----	----------

Ἄρα θὰ ἀποστείλωμεν εἰς τὸν ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτῆν μας συναλλαγματικὴν 24362,25 frs 21 ἡμερῶν



γ) Θὰ εὐρωμεν τὴν ἀξίαν τῆς συναλλαγματικῆς αὐτῆς ἐν Ἀθήναις :

frs 24362,25 προθεσμίας 21 ἡμερῶν πρὸς 3,50 = δρχ. 85267,87  
 — τόκος 21½% » 198,95

δρχ. 85068,92

+ ἔξοδα ½% 425,34

Ἀξία τοῖς μετοητοῖς δρχ. 85494,26

δ) Ὅποτε ἡ τιμὴ ἐκάστης λίρας θὰ εἶναι :

$$\frac{85494,26}{137,583} = \text{δρχ. } 621,40$$

Παρατήρησις. Διὰ τῆς συνεξευμένης μεθόδου θὰ ἔχωμεν:

$$X \text{ δρχ.} = \text{£ } 137,583$$

$$1 = \text{frs } 176. = \text{ἀνευ ἔξόδων}$$

$$100 = \text{» } 100,375 \text{ μετ' ἔξόδων } \frac{1}{2}\%$$

8979	= » 9000. —	21 ἡμερῶν
9000	= » 8979. —	ὄψεως

$$1 = \text{δρχ. } 3,50 \text{ ἀνευ ἔξόδων}$$

$$100 = \text{» } 100,50 \text{ μετ' ἔξόδων } \frac{1}{2}\%$$

$$X = \frac{137,583 \cdot 176 \cdot 100,375 \cdot 3,50 \cdot 100,50}{100 \cdot 100} = \text{δρχ. } 85494,26$$

### Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

639) Δι' Ἀθήναι πωλοῦν διὰ λογαριασμὸν Παρισίων \$ 417,25 προθεσμίας 60 ἡμερῶν με τιμὴν δελτίου 105,25 ὄψεως 4%. Μετὰ τὸ πρῶτον τῆς πωλίσσεως ἀγοράζουν μάρκα προθεσμίας 30 ἡμερῶν με τιμὴν δελτίου 42 ὄψεως 6%, καὶ τὰ ἀποστέλλουν εἰς Βερολίνον. Τὸ Βερολίνον ἀγοράζει ἐπιταγὴν ἐπὶ Παρισίων με τιμὴν δελτίου Βερολίνον ἐπὶ Παρισίων 0,08 ὄψεως 8%. Νὰ εὐρεθῇ :

α') Πόσα μάρκα προθεσμίας 30 ἡμερῶν θὰ ἀγοράσουν αἱ Ἀθήναι

β') Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς ἐπιταγῆς ἐπὶ Παρισίων

γ') Πόσα φράγκα κοστίζει ἕκαστον δολλᾶριον κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον.

640) Ἐμπορὸς ἐν Λονδίῳ ὀφείλει εἰς Ἀθήνας δρχ. 850000 πλη-

Λονδίνον εις Παρισίους ἴναι ἐκ τοῦ προϊόντος τῆς πωλήσεως αὐτῶν ἀγορασθῆναι ἐπι ἀλλάγμα ἐπὶ Ἀθηνῶν προθεσμίας δύο μηνῶν, διὰ τὸ ἀποσταλῆναι εἰς Ἀθήνας πρὸς ἐξοφλῆσθαι τοῦ χρέους δελτίον Λονδίνου ἐπὶ Παρισίων 135 ὄψεως 4%. Ἐξόδα  $\frac{2}{100}$ . Παρισίων ἐπὶ Ἀθηνῶν 9,30 ὄψεως 6  $\frac{3}{100}$  ἔξοδα  $\frac{2}{100}$ . Προμήθεια ἀνταποκριτοῦ  $\frac{1}{100}$  ἐπὶ ἑκάστης πράξεως.

641) Ἐμπορὸς Ἀθηνῶν ἀρτεῖται frs 3000 πληρωτὰ τὴν 15 Αὐγούστου. Τὴν 10 Ἰουλίου ἀποστέλλει εἰς Λονδίνον συναλλαγματικὴν ἐπιπλέον λήγουσαν τὴν 10 Αὐγούστου ἥτις φθάνει ἐν Λονδίῳ τὴν 12 Αὐγούστου. Μετὰ τὸ προϊόν τῆς πωλήσεως τῆς συναλλαγματικῆς ἀγοράζει ὁ ἐν Λονδίῳ ἀνταποκριτὴς μας συναλλαγματικὴν φράγκων προθεσμίας 40 ἡμερῶν, τὴν ὅποιαν ἀποστέλλει εἰς Παρισίους. Ζητεῖται :

α) Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συναλλαγματικῆς ἐπὶ Λονδίνου ὅταν τὸ δελτίον Λονδίνου ἐπὶ Παρισίων εἶναι 136 ὄψεως 6  $\frac{3}{100}$ . Ἐξ. 1  $\frac{1}{100}$ .

β) Πόσον θὰ κοστίσῃ ἡ συναλλαγματικὴ αὐτὴ ἐν Ἀθήναις, ὅταν τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 550 ὄψεως 4  $\frac{1}{100}$ . Ἐξόδα  $\frac{2}{100}$ .

γ) Πόσον κοστίζουσι τὰ φράγκα ἐξοφλούμενα κατ' αὐτὴν τὸν τρόπον ἐάν ὁ ἐν Λονδίῳ ἀνταποκριτὴς κρατῆ προμήθειαν 1  $\frac{1}{100}$  ἐπὶ ἑκάστης πράξεως.

642) Αἱ Ἀθῆναι πωλοῦν διὰ λογαριασμόν ἐμποροῦ ἐν Λονδίῳ \$ 1472,30 προθεσμίας ἐνὸς μηνός. Μετὰ τὸ προϊόν τῆς πωλήσεως αὐτῆς ἀγοράζουσι ἐπιπλέον φράγκων ἐπὶ Παρισίων καὶ τὴν ἀποστέλλουσι εἰς τὸν ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτὴν τοῦ Λονδίνου. Ὁ ἀνταποκριτὴς ἀγοράζει συναλλάγμα λιρῶν ἐπὶ Λονδίνου προθεσμίας δύο μηνῶν καὶ τὸ ἀποστέλλει εἰς τὸν ἐν Λονδίῳ ἔμπορον. Ζητεῖται :

α) Τί ποσὸν θὰ εἰσπράξουσι αἱ Ἀθῆναι ἐκ τῆς πωλήσεως τῶν δολαρίων ἐάν τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Νέας Ὑόρκης εἶναι 105,60 ὄψεως 4  $\frac{1}{100}$ . Ἐξόδα  $\frac{2}{100}$ .

β) Ποία εἶναι ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς ἐπιπλέον φράγκων ἐάν αἱ Ἀθῆναι κρατήσουσι προμήθειαν  $\frac{2}{100}$  καὶ ἐάν τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Παρισίων εἶναι 3,20 ὄψεως 6  $\frac{3}{100}$ .

γ) Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τοῦ συναλλάγματος ὅπου θὰ ἐμβῶσθαι ὁ ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτὴς, ἐάν τὸ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 130 ὄψεως 3  $\frac{3}{100}$  καὶ ἡ προμήθεια τοῦ ἀνταποκριτοῦ 1  $\frac{1}{100}$ . Ἐξόδα ἐν Παρισίοις  $\frac{2}{100}$ .

**Σημείωσις Γ.** Εἰάν καλέσωμεν  $\Sigma_{\alpha}$  τὸ δελτίον τῆς ἐνδιαφερομένης χώρας Α ἐπὶ τῆς ἐνδιαμέσου Γ,  $\Sigma_{\beta}$  τὸ δελτίον τῆς ἐνδιαμέσου ἐπὶ τῆς δευτέρας χώρας Β καὶ Κ τὸ ὀφειλόμενον ποσὸν μονάδων Β, θὰ ἔχομεν τὴν γενικὴν λύσιν, ὅταν τὰ δελτία δίδουσι τὸ Ἀβέβαιον :

$$\begin{array}{rcl}
 X \text{ μονάδες } A & = & K \text{ μονάδες } B \\
 1 & = & \Sigma_{\gamma}^{\beta} \text{ μονάδες } \Gamma \\
 1 & = & \Sigma_{\gamma}^{\alpha} \text{ μονάδες } A \\
 \hline
 X & = & K \Sigma_{\gamma}^{\beta} \Sigma_{\gamma}^{\alpha}
 \end{array}$$

*Σημείωσις II.* Εἰς τὴν περίπτωσιν πιστώσεως  $K$  μονάδιον  $B$  θὰ ἔχωμεν :

$$\begin{array}{rcl}
 X \text{ μονάδες } A & = & K \text{ μονάδες } B \\
 \Sigma_{\gamma}^{\beta} & = & 1 \text{ μονάξ } \Gamma \\
 \Sigma_{\gamma}^{\alpha} & = & 1 \text{ μονάξ } A \\
 \hline
 X & = & \frac{K}{\Sigma_{\gamma}^{\beta} \Sigma_{\gamma}^{\alpha}}
 \end{array}$$

ὅπου  $\Sigma_{\gamma}^{\beta}$  τὸ δελτίον τῆς  $B$  ἐπὶ τῆς  $\Gamma$  καὶ  $\Sigma_{\gamma}^{\alpha}$  τὸ δελτίον τῆς  $\Gamma$  ἐπὶ τῆς  $A$

### 78. Τρίτη περίπτωση τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς.

*Πρόβλημα.* Ἡ Λειψία ἔχει νὰ πληρώσῃ μετὰ τρεῖς μῆνας 23300 πεσέτες εἰς Βαρκελώνᾳ. Πρὸς τοῦτο παραγγέλλει εἰς τὸν ἐν Ζυρίχῃ ἀνταποκριτὴν τῆς νὰ ἐμβάσῃ εἰς Βαρκελώνᾳ συνάλλαγμα ἐπὶ Βαρκελώνος προθεσμίας 3 μηνῶν καὶ διὰ νὰ καλυφθῇ νὰ σύρῃ ἐπὶ Λειψίας συναλλαγματικὴν 2 μηνῶν. Δελτίον Ζυρίχης ἐπὶ Μαδρίτης 0,82 ὄψεως 5<sup>0</sup>/<sub>100</sub>. Ἐξοδα 1<sup>1</sup>/<sub>10</sub><sup>0</sup>/<sub>100</sub> καὶ προμήθεια ἀνταποκριτοῦ 1<sup>0</sup>/<sub>100</sub>. Δελτίον Ζυρίχης ἐπὶ Βερολίνου 1,23<sup>1</sup>/<sub>2</sub> ὄψεως 5<sup>1</sup>/<sub>2</sub><sup>0</sup>/<sub>100</sub>. Προμήθεια 1<sup>0</sup>/<sub>100</sub>. Τί θὰ κοστίσῃ ἡ ἐξόφλησις αὕτη;

*Λύσις :* α) Θὰ εὐρωμεν τὸ ποσὸν ὅπερ θὰ κοστίσῃ ἐν Ζυρίχῃ τὸ ἐμβασμα τῶν πεσέτων προθεσμίας 3 μηνῶν :

Πεσ. 23300. προθ. 3 μηνῶν πρὸς 0,82 ὄψεως	=	Frs 19106.—
— τόκος 90]5 <sup>0</sup> / <sub>100</sub>		» 238,83
		<hr/> Frs 18867,17
+ ἔξοδα 1 <sup>1</sup> / <sub>10</sub> <sup>0</sup> / <sub>100</sub>	Frs 23,58	
+ προμ. ἀνταποκ. 1 <sup>0</sup> / <sub>100</sub> »	18,87	» 42,45
		<hr/> Frs 18909,62

β) Ὑπολογίζομεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τῆς συναλλαγμῆτος ἐπὶ Βερολίνον προθεσμίας 2 μηνῶν (§ 73):

Rm 18499,93 προθεσμ. 2 μην.	πρὸς 1,2325 =	Frs 19103,66	;
	— τόκος 60½%	»	175,11
		Frs 18928,55	
	— προμήθεια ἀντιτοῦ 1%	»	18,93
		Frs 18909,62	

**Παρατήρησις:** Διὰ τῆς συνεξευγμένης μεθόδου ἔχομεν :

X Rm =	23300	πεσόντες 3 μηνῶν
7200 =	7110	ὄψεως
1 =	Fr. 0,82	ἀνευ ἐξόδων
100 =	100,225	μετὰ τῶν ἐξόδων ἀγορᾶς
100 =	99,900	μετὰ τῶν ἐξόδων πωλήσεως
1,2525 =	Rm 1	ὄψεως

$$X = \frac{23300 \cdot 7110 \cdot 0,82 \cdot 100,225 \cdot 99,900}{7200 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 1,2525} = 15357,84 \text{ Rms}$$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

643) Αἱ Ἀθῆναι ὀφείλουσι εἰς Λονδίνον £ 300—6—7 ὄψεως καὶ παραγγέλλουσι εἰς τὸν ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτὴν τὸν νῦν ἐμβάσει διὰ ἐπιταγῆς τὸ ποσὸν αὐτὸ εἰς Λονδίνον καὶ διὰ τὴν καλεσθεῖσάν ἐπιταγὴν ἐπὶ Ἀθηνῶν τραβηκτικὴν δραχμῶν προθεσμίας τριῶν μηνῶν. Ζητεῖται:

α) Πόσον θὰ κοστίσῃ ἡ ἐπιταγὴ κερῶν ἐν Παρισίοις ἐάν τὸ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 135 ὄψεως 4%· Ἐξόδα ½%.

β) Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς τραβηκτικῆς ἐπὶ Ἀθηνῶν ἐάν τὸ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Ἀθηνῶν εἶναι (αἱ 100 δραχ.) 30 ὄψεως 6%· Ἐξόδα ½%· Προμήθεια ἀνταποκριτοῦ 1%.

644) Τὸ Λονδίνον ἔχει νὰ εἰσπράξῃ ἐξ Ἀθηνῶν 1500000 δραχμῶν τῆς 15 Μαρτίου. Τὴν 10 Μαρτίου παραγγέλλει εἰς τὸν ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτὴν τοῦ νῦν σῆμα τραβηκτικὴν ἐπὶ Ἀθηνῶν λήξεως 10 Μαΐου καὶ μὲ τὸ προῖον τῆς πωλήσεως τῆς τραβηκτικῆς νὰ ἀγοράσῃ σῆμα ἐπὶ Λονδίνου ὄψεως καὶ νὰ τὸ ἀποστείλῃ εἰς Λονδίνον. Ὁ ἀνταποκριτὴς ἐκτελεῖ τὴν ἐπιταγὴν τῆς 12 Μαρτίου. Τί ποσὸν εἰσπράξεν τὸ Λονδίνον ἐάν τὸ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Ἀθηνῶν εἶναι 0,36 ὄψεως 6%· Ἐξόδα ½% καὶ Παρισίων ἐπὶ Λονδίνου 126,50 ὄψεως 4%· Ἐξόδα ½%· Προμήθεια ἀνταποκριτοῦ 1½%.

**Σημείωσις I.** Ἐάν καλέσωμεν  $\Sigma_{\alpha}^{\gamma}$   $\Sigma_{\beta}^{\gamma}$  τὰ δελτία τῆς ἐνδιαμίτου χώρας ἐπὶ τῆς ἐνδιαφερομένης διὰ τὴν συναλλαγὴν A καὶ τῆς δευτέρας B καὶ K τὸ ποσὸν τοῦ χρέους εἰς μονάδες τῆς B, θὰ ἔχωμεν τὴν γενικὴν λύσιν, ὅταν τὰ δελτία δίδουν τὸ Ἀβέβαιον :

$$\begin{array}{rcl} X \text{ μονάδες } A & = & K \text{ μονάδες } B \\ 1 & = & \Sigma_{\beta}^{\gamma} \text{ μονάδες } \Gamma \\ \Sigma_{\alpha}^{\gamma} & = & 1 \text{ μονάξ } A \\ \hline X & = & \frac{K \cdot \Sigma_{\beta}^{\gamma}}{\Sigma_{\alpha}^{\gamma}} \end{array}$$

**Σημείωσις II.** Καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ πιστωτοῦ θὰ ἔχωμεν πάλιν:

$$X = \frac{K \cdot \Sigma_{\beta}^{\gamma}}{\Sigma_{\alpha}^{\gamma}}$$

**79. Τετάρτη περίπτωσης τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς.**

**Πρόβλημα:** *Αἱ Ἀθηναὶ ὀφείλουν εἰς Παρισίους 5000 frs πληρωτέα σήμερον καὶ παραγγέλλουν εἰς τὸν πισιωτὴν τους ἐν Παρισίοις νὰ σύρῃ ἐπὶ τοῦ ἀνταποκριτοῦ τῶν Ἀθηνῶν ἐν Βερολίῳ μάρκα ὄψεως. Ὁ ἀνταποκριτὴς διὰ νὰ καλυφθῇ σύρει συν)κὴν ὄψεως ἐπὶ Ἀθηνῶν. Ζητεῖται :*

*α) Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συν)κῆς ἐπὶ Βερολίμου, ὅταν τὸ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Βερολίμου εἶναι 1,25 ὄψεως 4<sup>ο</sup>/<sub>100</sub>.*

*β) Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς συν)κῆς ἐπὶ Ἀθηνῶν, ὅταν τὸ δελτίον Βερολίμου ἐπὶ Ἀθηνῶν εἶναι 0,75 ὄψεως 6<sup>ο</sup>/<sub>100</sub>.*

*γ) Πόσον κοστίζει τὸ φραγκὸν ἐξοφλούμενον κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον.*

**Λύσις:** α) Εὐρίσκομεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τῆς συν)κῆς ἐπὶ Βερολίμου τὴν ὁποίαν θὰ σύρουν οἱ Παριεῖοι καὶ ἡ ὁποία εἶναι (§ 73).

$$\frac{5000}{1,25} = 4000 \text{ Frs ὄψεως}$$

β) Εύρισκομεν τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν τῆς συνῆκῃς ἐπὶ Ἄθηνῶν, τὴν ὁποίαν θὰ ἐκδώσῃ, ὁ ἀνταποκριτὴς μας ἐν Βερολίνῳ διὰ τὰ καλυφθῆ καὶ ἡ ὁποία εἶναι :

$$\frac{4000}{1,75} = 5333,33 \text{ δρχ.}$$

γ) Ἐκαστον φράγγον θὰ κοστίσῃ :

$$\frac{5333,33}{5000} = 1,067 \text{ δρχ.}$$

**Παρατήρησις.** Διὰ τῆς συνεξεργημένης μεθόδου ἔχομεν τὴν λύσιν :

$$\begin{array}{rcl} X \text{ δρχ.} & = & \text{frs } 5000 \text{ ὄψεως} \\ 1,25 & = & \text{Rm } 1 \text{ »} \\ 0,75 & = & \text{δρχ. } 1 \text{ »} \end{array}$$

$$X = \frac{5000}{1,25 \cdot 0,75} = \text{δρχ. } 5333,33$$

### Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

615) Ἐμπορὸς Παρισίων ὀφείλει εἰς Βερολίνον Rm 1000 ἀπαιτητὰ σήμερον καὶ ζητεῖ νὰ ἐξοφλήσῃ τὸ χρέος του μέσῳ Λονδίνου. Τί θὰ κοστίσῃ ἡ ἐξόφλησις αὐτῆ ἐάν τὸ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 176 ὄψεως 4% ἔξοδα  $\frac{1}{4}\%$  καὶ τὸ δελτίον Λονδίνου ἐπὶ Βερολίνον 11,50 ὄψεως 5% ἔξοδα  $\frac{3}{8}\%$  :

646) Ἐμπορὸς Παρισίων παραγγέλλει εἰς τὸν ἀνταποκριτὴν του ἐν Λονδίνῳ νὰ ἀγοράσῃ σενίμα ἐπὶ Βερολίνον Rm 3200 προθεσμίας 18 ἡμερῶν. Πρὸς τακτοποίησιν τῆς οὕτω δημοσιευθείσης ὑποχρεώσεώς των, παραγγέλλει εἰς αὐτὸν νὰ σῶρῃ τραβηκτικὴν λιρῶν ἐπὶ Λονδίνον προθεσμίας δύο μηνῶν. Τὸ Λονδίνον καλύπτεται σήμερον τραβηκτικὴ ἐπὶ Ἄθηνῶν προθεσμίας ἑνὸς μηνός. Ζητεῖται :

α) Τί θὰ κοστίσῃ εἰς Παρισίους ἡ ἀγορὰ συναλλάγματος ἐπὶ Βερολίνον, ὅταν τὸ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Βερολίνον εἶναι 19,50 ὄψεως 5% ἔξοδα 1% :

β) Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς τραβηκτικῆς λιρῶν ἐάν τὸ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 176 ὄψεως 4% ἔξοδα 1% καὶ ἡ προμήθεια τοῦ ἀνταποκριτοῦ  $\frac{1}{2}\%$  :

γ) Ποία ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία τῆς τραβηκτικῆς δραχμῶν ἐπὶ Ἄθηνῶν ἐάν τὸ δελτίον Λονδίνου ἐπὶ Ἄθηνῶν εἶναι 550 ὄψεως 6% ἔξοδα  $\frac{3}{8}\%$  Προμήθεια Λονδίνου 1% :

**Σημείωσις I.** Ἐάν καλέσωμεν  $\Sigma_{\gamma}^{\beta}$  τὸ δελτίον τῆς δευτέρας χώρας Β ἐπὶ τῆς ἐνδιαμέσου Γ,  $\Sigma_{\alpha}^{\gamma}$  τὸ δελτίον τῆς ἐνδιαμέσου χώρας Γ ἐπὶ τῆς ἐνδιαφερομένης χώρας καὶ Κ τὸ ποσὸν τῶν μονάδων Β τὰς ὁποίας ὀφείλει ἡ Χώρα Α εἰς τὴν Β, ἡ ἐξόφλησις τοῦ χρέους θὰ κοπίσῃ.

$$\begin{array}{r} X \text{ μονάδες } A = K \text{ μονάδες } B \\ \Sigma_{\gamma}^{\beta} \quad \quad \quad = 1 \text{ μονάς } \Gamma \\ \Sigma_{\alpha}^{\gamma} \quad \quad \quad = 1 \text{ μονάς } A. \\ \hline X = \frac{K}{\Sigma_{\gamma}^{\beta} \cdot \Sigma_{\alpha}^{\gamma}} \end{array}$$

**Σημείωσις II.** Εἰς τὴν περίπτωσιν πιστώσεως θὰ ἔχωμεν:

$$\begin{array}{r} X \text{ μονάδες } A = K \text{ μονάδες } B \\ 1 \quad \quad \quad = \Sigma_{\beta}^{\gamma} \text{ μονάδες } \Gamma \\ 1 \quad \quad \quad = \Sigma_{\gamma}^{\alpha} \text{ μονάδες } A \\ \hline X = K \cdot \Sigma_{\beta}^{\gamma} \cdot \Sigma_{\gamma}^{\alpha} \end{array}$$

ὅπου  $\Sigma_{\beta}^{\gamma}$  τὸ δελτίον τῆς Γ ἐπὶ τῆς Β καὶ  $\Sigma_{\gamma}^{\alpha}$  τὸ δελτίον τῆς Α ἐπὶ τῆς Γ

**80. Ὑπολογισμὸς τῆς τιμῆς τοῦ δελτίου συναλλάγματος χώρας τινὸς μέσῳ τοῦ δελτίου τρίτης χώρας.**

Ἐάν τὸ δελτίον χρηματιστηρίου μιᾶς χώρας δὲν ἀναγράφῃ τὴν τιμὴν συναλλάγματος ἐπὶ ἄλλης τινὸς χώρας, διότι δὲν γίνονται πράξεις ἐπὶ τοῦ συναλλάγματος αὐτῆς, εἶναι δυνατόν νὰ προσδιορίσωμεν, ἐάν παραστῇ ἀνάγκη, τὴν τιμὴν τὴν ὁποίαν θὰ ὀφείλει νὰ εἶχε τὸ δελτίον διὰ τὸ συνάλλαγμα τῆς χώρας αὐτῆς, δηλαδὴ τὴν **ισοτιμίαν** αὐτοῦ, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν τιμῶν τοῦ δελτίου τρίτης τινὸς χώρας.

**Πρόβλημα.** Ποία ὀφείλει νὰ εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου Ἀθηνῶν ἐπὶ Τόκιο, ἐάν τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 550 ὄψεως 5 % καὶ τὸ δελτίον Λονδίνου ἐπὶ Τόκιο σελλίνια 1—11 ὄψεως 6 %.

**Λύσις:** Ἡ καταλληλοτέρα μέθοδος πρὸς λύσιν τοῦ προβλήματος αὐτοῦ εἶναι ἡ συνεξευγμένη διὰ τῆς ὁποίας εὐρίσκωμεν:

$$\begin{array}{r} X \text{ δρχ.} = 1 \text{ γιέν ὄψεως} \\ 1 \quad \quad = 0,096 \text{ £ ὄψεως} \\ 1 \quad \quad = 550 \text{ δρχ.} \\ \hline X = 550 \cdot 0,096 = 5,28 \text{ δρχ.} \end{array}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

647) Ποία ἡ τιμὴ δελτίου Ἀθηνῶν ἐπὶ Στοκχόλμης ἐάν τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 550 ὄψεως καὶ τὸ δελτίον Λονδίνου ἐπὶ Στοκχόλμης 8,75 K.

648) Ποία ἡ τιμὴ δελτίου Ἀθηνῶν ἐπὶ Μοντεβίντεο ὅταν τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Λονδίνου εἶναι 550 ὄψεως καὶ τὸ δελτίον Λονδίνου ἐπὶ Μοντεβίντεο 50,50 πέννες τὸ χρυσοῦν πέζος.

649) Ποία ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου Παρισίων ἐπὶ Ὅσλο ἐάν τὸ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Βερολίνου εἶναι 7,38 ὄψεως καὶ τὸ δελτίον Βερολίνου ἐπὶ Ὅσλο 21,10;

650) Ποία ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου Ζυρίχης ἐπὶ Στοκχόλμης, ὅταν τὸ δελτίον Ζυρίχης ἐπὶ Παρισίων εἶναι 0,168 καὶ τὸ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Στοκχόλμης 8,37;

**81. Περί τοῦ ἐκτελεστοῦ ἢ μὴ δοθείσης ἐντολῆς.**

Ὁ χρεώστης, ἢ ὁ πιστωτὴς ξένου νομίσματος, ἢ ἀπλῶς καὶ ὁ κερδοσκοπῶν ἐπὶ τῶν τιμῶν τοῦ συναλλάγματος, ὅστις δίδει ἐντολὴν εἰς τὸν ἀνταποκριτὴν αὐτοῦ διὰ πράξεις ἐπὶ τοῦ συναλλάγματος καθορίζει ἀπαραιτήτως καὶ τὰ ὄρια τῶν τιμῶν ἐντὸς τῶν ὁποίων δύναται νὰ κινηθῇ καὶ τοῦτο, διότι αἱ τιμαὶ τῶν δελτίων δὲν μένουσιν σταθεραὶ ἀλλὰ μεταβάλλονται κάθε στιγμὴν ἀναλόγως τῆς προσφοράς καὶ τῆς ζητήσεως τοῦ συναλλάγματος.

Ἐάν λοιπὸν ἐν τῷ μεταξύ αἱ τιμαὶ τοῦ συναλλάγματος μεταβλήθησιν, ἐναπόκειται εἰς τὸν ἀνταποκριτὴν πλέον νὰ κρίνῃ ἐάν θὰ ἐκτελέσῃ ἢ ὄχι τὴν δοθείσαν εἰς αὐτὸν ἐντολήν. Ἡ ἐντολὴ κατὰ κανόνα ἐκτελεῖται ὡσάκις αἱ μεταβολαὶ τῶν τιμῶν τοῦ δελτίου δὲν ζημιώνουσι τὸν ἐντολέα καὶ δὲν ἐκτελεῖται ὡσάκις τὸν ζημιώνουσι.

**Πρόβλημα I.** Ἀνταποκριτὴς ἐν Βερολίῳ λαμβάνει ἐντολήν νὰ ἀγοράσῃ συνάλλαγμα ἐπὶ Ἀμστερνταμ μὲ ἀνωτάτην τιμὴν ἀγορᾶς ἐλευθέραν ἐξόδων (franco tout, netto) 169,40. Θὰ ἐκτελεσθῇ ἢ ὄχι ἡ ἐντολὴ ἐάν ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου Βερολίνου ἐπὶ Ἀμστερνταμ εἶναι 168,95 καὶ τὰ ἐξόδα  $\frac{1}{4}\%$ ;

*Λύσις: Πρῶτος τρόπος.*

Ἀνωτάτη τιμὴ δελτίου	= 169,40
— ἐξόδα $\frac{1}{4}\%$	= 0,422
ὄριον ἐκτελεστοῦ ἐντολῆς	= 168,978



Ἐπειδὴ ἡ τιμὴ δελτίου εἶναι μόνον 168,95 ἢ ἐντολὴ θὰ ἐκτελεσθῆ με κέρδος διὰ τὸν ἐντολέα

**Δεύτερος τρόπος.**

Τιμὴ δελτίου σήμερον	168,95
+ ἔξοδα $\frac{1}{4}\%$	0,422
Δελτίον μετ' ἔξόδων	169,372

Ἐπειδὴ ἡ τιμὴ αὐτὴ εἶναι μικροτέρα τοῦ δοθέντος ὀρίου 169,40 ἢ ἐντολὴ θὰ ἐκτελεσθῆ με κέρδος.

**Πρόβλημα II.** Ὁ ἐν Ἀμστερταμ εὐρισκόμενος ἀνταποκριτής μας λαμβάνει ἐντολὴν νὰ πωλήσῃ συνάλλαγμα ἐπὶ Βερολίνου ἐφ' ὅσον ἡ τιμὴ του εἶναι ἄνω τῶν 59,05 καὶ νὰ ἀγοράσῃ με τὸ προῖδον τῆς πωλήσεως συνάλλαγμα ἐπὶ Ζυρίχης ἐφ' ὅσον ἡ τιμὴ του εἶναι κάτω τῶν 47,75. Κατὰ τὴν λήψιν τῆς ἐντολῆς τὸ δελτίον τοῦ Ἀμστερταμ ἔδιδε τιμὴν συναλλάγματος ἐπὶ Βερολίνου 59,10 καὶ ἐπὶ Ζυρίχης 47,80. Θὰ ἐκτελεσθῆ ἡ ὄχι ἢ ἐντολὴ;

**Δύσις : Πρῶτος τρόπος.**

Ἡ πραγματικὴ τιμὴ πωλήσεως εἶναι κατὰ 0,05 ἄνωτέρα τῆς δοθείσης καὶ κατὰ συνέπειαν εὐνοϊκοτέρα αὐτῆς διὰ τὸν ἐντολέα. Τὸ κέρδος τοῦ ἐντολέως εἶναι :

$$\begin{array}{r}
 59,05 \qquad \qquad 0,05 \\
 100 \qquad \qquad \qquad x \\
 \hline
 x = \frac{100 \cdot 0,05}{59,05} = 0,085 \%
 \end{array}$$

Ἡ πραγματικὴ τιμὴ ἀγορᾶς εἶναι κατὰ 0,05 ἄνωτέρα καὶ κατὰ συνέπειαν ζημιώνει τὸν ἐντολέα. Ἡ ζημία τοῦ ἐντολέως εἶναι :

$$\begin{array}{r}
 47,75 \qquad \qquad 0,05 \\
 100 \qquad \qquad \qquad x \\
 \hline
 x = \frac{100 \cdot 0,05}{47,75} = 0,105 \%
 \end{array}$$

Ἐπειδὴ τὸ ποσοστὸν τῆς ζημίας εἶναι ἀνώτερον τοῦ ποσοστοῦ τοῦ κέρδους ἢ ἐντολὴ **δὲν θὰ ἐκτελεσθῆ.**

**Δεύτερος τρόπος.**

Ἡ ὑπόθεσις τοῦ ἑνὸς δελτίου ἐξουδετερώνει μίαν ἀνίσω-  
γον ὑπόθεσιν τοῦ ἄλλου δελτίου. Θὰ εὗρωμεν λοιπὸν ποῖον ση-  
μεῖον δύναται νὰ εἴσῃ ἡ τιμὴ τοῦ δευτέρου δελτίου δίχως ζη-  
μίαν διὰ τὸν ἔντολέα :

$$\begin{array}{r} 59,05 \qquad \qquad 59,10 \\ 47,75 \qquad \qquad \quad x \\ \hline x = \frac{59,10 \cdot 47,75}{59,05} = 47,79. \end{array}$$

Ὅστε ἡ ἀνωτέρα τιμὴ τοῦ δευτέρου δελτίου εἶναι 47,79  
Ἐπειδὴ ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου εἶναι 47,80 δηλαδή ὑπερβαίνει τὸ  
ἀνώτερον αὐτὸ ὄριον, ἡ ἔντολή δὲν θὰ ἐκτελεσθῇ.

Ὅστε :

*Διὰ τὰ εὗρωμεν ἐὰν δοθεῖσα ἔντολή εἶναι ἐκτε-  
λεσθῆ ἢ ὄχι, ὑπολογίζομεν τὸ κέρδος καὶ τὴν ζημίαν  
τοῦ ἔντολέως καὶ τὰ συγκρίνομεν καὶ ἐκτελοῦμεν τὴν  
ἔντολὴν μόνον διὰ τὸν ἔντολέα· ἔχει κέρδος ἢ τουλάχισ-  
στον δὲν ἔχει ζημίαν.*

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

651) Ἡ Λειψία λαμβάνει ἔντολὴν νὰ ἀγοράσῃ συνάλλαγμα ἐπὶ  
Βιέννης εἰς τὴν τιμὴν 0,5965 ἐλευθέρον ἐξόδιον. Θὰ ἐκτελεσθῇ τὴν ἔντο-  
λὴν ἐὰν τὸ δελτίον Λειψίας ἐπὶ Βιέννης εἶναι 0,594 καὶ τὰ ἔξοδα  $\frac{1}{100}$  % :

652) Τὸ Λονδίνο λαμβάνει τὴν ἔντολὴν νὰ πωλήσῃ συνάλλαγμα  
ἐπὶ Στοκχόλμης εἰς τὰ 18,15 καὶ νὰ ἀγοράσῃ ἐπὶ Νέα; Ὑόρκης, εἰς τὰ 4,865.  
Θὰ ἐκτελεσθῇ τὴν ἔντολὴν ἐὰν αἱ τιμαὶ τοῦ δελτίου εἶναι ἀντιστοίχως  
18,20 καὶ 4,875 :

653) Τὸ Λονδίνο λαμβάνει τὴν ἔντολὴν νὰ πωλήσῃ ἐπὶ Ζουρίχης εἰς τὰ  
25,25 netto καὶ νὰ ἐμβάσῃ εἰς Μοντεβίνου εἰς τὰ 49 netto. Θὰ ἐκτελεσθῇ  
ἡ ἔντολή ἐὰν τὸ δελτίον εἶναι 25,20 καὶ 49  $\frac{1}{100}$  τὰ δὲ ἔξοδα  $\frac{1}{100}$  % :

654) Ἡ Φραγκφούρτη λαμβάνει ἔντολὴν νὰ πωλήσῃ συνάλλαγμα  
ἐπὶ Γενεύης εἰς τὰ 81,10 (τὰς 100 μονάδας), καὶ τὸ προϊόν τῆς πωλήσεως  
νὰ τὴν ἐμβάσῃ εἰς Λονδίνο εἰς τὰ 20,44. Κατὰ τὴν λήψιν τῆς ἔντολῆς αἱ  
τιμαὶ τοῦ δελτίου ἦσαν ἀντιστοίχως 81,15 καὶ 20,46  $\frac{1}{100}$ . Θὰ ἐκτελεσθῇ  
ἡ ἔντολή :

655) Τὸ Λονδίνο λαμβάνει ἔντολὴν νὰ πωλήσῃ πῆξος εἰς τὰ 26  $\frac{1}{100}$   
netto καὶ τὸ προϊόν νὰ τὴν ἐμβάσῃ εἰς Ζουρίχην εἰς τὰ 25,35 netto. Θὰ

εκτελέσει την εντολήν εάν τὰ πέρυσι ἀντιγράφωνται εἰς τὸ δελτίον πρὸς 27 καὶ τὰ φράγκα ἐπὶ Ζυρίχης 25,30 καὶ ὅταν τὰ ἔξοδα εἶναι  $\frac{1}{4}\%$  διὰ τὴν πώλησιν,  $\frac{1}{2}\%$  διὰ τὴν ἀγοράν καὶ  $1\%$  ἢ προμήθεια τοῦ Λονδίνου :

### Γ. ΠΡΟΚΡΙΣΙΣ

**82. Ὅρισμοί.** *Πρόκρισις* (Arbitrage) καλεῖται ἡ σύγκρισις διαφόρων οικονομικῶν πράξεων ἔχουσῶν τὸν αὐτὸν σκοπὸν καὶ ἡ ἐκλογή ἐκείνης μεταξὺ αὐτῶν, ἡ ὁποία θὰ ἀποφέρῃ μεγαλύτερον κέρδος ἐν συγκρίσει πρὸς τὰς λοιπὰς.

Ἡ πρόκρισις γενικῶς συνίσταται εἰς τὴν σύγκρισιν τῶν τιμῶν μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς ἀξίας εἰς δύο ἢ περισσοτέρας θέσεις ἢ τῶν τιμῶν δύο ἢ περισσοτέρων ἀξιῶν εἰς τὴν αὐτὴν θέσιν καὶ εἰς τὴν διενέργειαν ταυτοχρόνιον ἀγορῶν καὶ πωλήσεων πρὸς τὸν σκοπὸν πραγματοποιήσεως κέρδους.

Ἡ πρόκρισις δύναται νὰ γίνῃ εἰς διαφόρους ἀξίας, ὅπως τὸ συνάλλαγμα, τὰ διάφορα χρεώγραφα καὶ αἱ λοιπαὶ χρηματιστηριακαὶ ἀξίαι, τὰ πολύτιμα μέταλλα, τὰ ἐμπορεύματα κ.τ.λ.

### 83. Ἡ πρόκρισις εἰς τὸ ἐξωτερικὸν συνάλλαγμα.

Ἡ ἐξόφλησις χρέους εἰς τὸ ἐξωτερικὸν ἢ ἡ ἀνάληψις πιστώσεως ἐκ τοῦ ἐξωτερικοῦ ἐν τῇ ἀμέσῃ συναλλαγῇ δύναται νὰ γίνῃ κατὰ δύο διαφόρους τρόπους. Ὁ χρεώστης δύναται νὰ ἐμβάσῃ συνάλλαγμα τῆς χώρας τοῦ πιστωτοῦ του, τὸ ὁποῖον θὰ ἀγοράσῃ εἰς τὴν εἰδικὴν του ἀγοράν, ἢ θὰ παραγγείλῃ εἰς αὐτὸν νὰ σύρῃ τραβηκτικὴν ἐπ' αὐτοῦ τὴν ὁποῖαν θὰ πωλήσῃ ὁ πιστωτὴς εἰς τὴν ἀγοράν του καὶ θὰ εἰσπράξῃ οὕτω τὸ ποσὸν ὀφειλομένου.

Ὅμοιως προκειμένου περὶ ἀναλήψεως πιστώσεως ἐκ τοῦ ἐξωτερικοῦ, ὁ πιστωτὴς δύναται ἢ νὰ σύρῃ τραβηκτικὴν ἐπὶ τοῦ χρεώστου του ἢ νὰ παραγγείλῃ εἰς αὐτὸν νὰ τοῦ ἐμβάσῃ συνάλλαγμα.

Καὶ εἰς τὰς δύο ἀνωτέρω περιπτώσεις τῆς ἐξοφλήσεως ὀφειλῆς ὑπὸ χρεώστου ἀφ' ἑνὸς καὶ τῆς ἀναλήψεως πιστώσεως ὑπὸ πιστωτοῦ ἀφ' ἑτέρου, δύνανται νὰ ἐφαρμοσθοῦν τὸσον ἡ μέθοδος τοῦ *ἐμβάσματος*, ὅσον καὶ ἡ μέθοδος τοῦ *τραβήγματος*. Κατὰ τὴν πρώτην χρησιμοποιεῖται τὸ δελτίον τῆς μιᾶς χώρας καὶ

κατὰ τὴν δευτέραν τὸ δελτίον τῆς ἄλλης χώρας. Ἐπειδὴ ὁμοίως τὰ δύο αὐτὰ δελτία δὲν εὐρίσκονται, ἐν γένει, *ἐν ἰσοιμίᾳ* μεταξὺ των, ἔπεται ὅτι ἡ ἐξόφλησις χρόνους θὰ κοστίσῃ διάφορον ποσὸν ἔγχωρίου νομίσματος, εἴαν χρησιμοποιηθῇ ἡ μία ἢ ἡ ἄλλη μέθοδος. Ὅμοίως καὶ ἡ ἀνάληψις πιστώσεως θὰ ἀποφέρῃ διάφορον ποσὸν ἔγχωρίου νομίσματος διὰ τοῦ ἑνὸς τρόπου καὶ διάφορον διὰ τοῦ ἄλλου.

Προφανῶς τὸ δικαίωμα τῆς ἐκλογῆς τοῦ ἑνὸς ἢ τοῦ ἄλλου τρόπου τὸ ἔχει ὁ χρεώστης [ἢ πιστωτὴς ξένου συναλλάγματος, διότι εἰς τὸν χρεώστην ἢ πιστωτὴν ἔγχωρίου νομίσματος εἶναι ἐντελῶς ἀδιάφορον μὲ ποῖον τρόπον θὰ τακτοποιήσῃ τὸ χρέος ἢ τὴν πίστωσίν του, ἀφοῦ ὑποχρεοῦται νὰ καταβάλλῃ ἢ νὰ εἰσπράξῃ τὸ αὐτὸ πάντοτε ποσὸν ἔγχωρίων μονάδων.

Ἡ σύγκρισις τῶρα τῶν ἐξαγομένων τῶν δύο ἀνωτέρω τρόπων καὶ ἡ ἐκλογὴ τοῦ πλέον συμφέροντος ἀποτελεῖ *τὴν πρόκρισιν ἐν τῇ ἀμέσῳ συναλλαγῇ*.

Διὰ τὴν τακτοποίησιν ὁμοίως μιᾶς χρεοπιστώσεως εἰς τὸ ἐξωτερικόν, δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ καὶ τρίτη ἐνδιάμεσος χώρα, συμφώνως πρὸς τὰς μεθόδους τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς. Ἡ ἐκλογὴ τῆς καταλλήλου χώρας ὡς ἐνδιάμεσου καθὼς καὶ τῆς καταλλήλου μεθόδου, ἀποτελεῖ *τὴν πρόκρισιν ἐν τῇ ἐμμέσῳ συναλλαγῇ*.

Τῶν διαφορῶν ὁμοίως τῶν δελτίων δὲν ἐπιφελοῦνται μόνον οἱ χρεῶσαι ἢ οἱ πιστωταὶ ξένου νομίσματος, ἀλλὰ καὶ ὅσοι θέλουσι ἀπλῶς νὰ κερδοσκοπήσουσι ἀγοράζοντες καὶ πωλοῦντες συναλλάγμα εἰς διαφόρους ἀγοράς. Ὅθεν ἡ πρόκρισις ἐν τῇ συναλλαγῇ ἔχει ὡς σκοπὸν τὴν ἀναζήτησιν τοῦ πλέον συμφέροντος μέσου.

1) Διὰ τὴν ἐξόφλησιν χρόνους εἰς τὸ ἐξωτερικόν.

2) Διὰ τὴν ἀνάληψιν πιστώσεως ἐκ τοῦ ἐξωτερικοῦ καὶ

3) Πρὸς καθαρὰν κερδοσκοπίαν διὰ τῆς ἀγορᾶς συναλλάγματος εἰς τινα θέσιν καὶ μεταπώλησιν αὐτοῦ εἰς ἑτέραν πρὸς πραγματοποίησιν κέρδους.

νά ἀποστείλῃ συνάλλαγμα ὄψεως με τιμὴν δελτίου ἐπὶ Παρισίων 0,00 ὄψεως. Δύναται ἐπίσης νά χρησιμοποιήσῃ ὡς ἐνδιάμεσον χωρὶν τὸ Ἄμστερνταμ :

Ἄμστερνταμ ἐπὶ Λειψίας	1,02
Λειψίας > Ἄμστερνταμ	9,98
Παρισίων > Ἄμστερνταμ	21,10
Ἄμστερνταμ > Παρισίων	0,045

667) Πρόκρισις μεταξὺ Λονδίνου καὶ Ἄμβούργου.

	Δελτίον Λονδίνου	Δελτίον Ἄμβούργου
Ἐπὶ Βερολίνου	20,645 3 μηνῶν 4½ %	—
> Λονδίνου	—	20,45 ὄψεως
> Ἄμστερνταμ	12,90 ὄψεως	167,65 3 μην.
> Βιέννης	24,25 3 μην. 4 %	85,10 ὄψεως

Ποῖον συνάλλαγμα θά χρησιμοποιήσῃ τὸ Λονδίον 1) πρὸς πληρωμὴν χρέους 2) πρὸς εἰσπραξίαν πιστώσεως 3) πρὸς κερδοσκοπίαν καὶ 4) πόσον τοῖς ἑκατὸν εἶναι τὸ καθαρὸν κέρδος ἂν τὰ συνολικὰ ἔξοδα εἶναι ἐπὶ μὲν τῆς ἀμέσου συναλλαγῆς ¾ % ἐπὶ δὲ τῆς ἐμμέσου 2 ½ % ;

668) Αἱ Ἀθήναι ὀφείλουσι εἰς Λονδίον £ 600.— Ποῖος εἶναι ὁ πλέον συμφέρων τρόπος διὰ νά ἐξοφλήσων τὸ χρέος αὐτὸ ἂν τὸ δελτίον εἶναι τὰ ἀκόλουθα :

	Δελτίον Ἀθηνῶν	Δελτίον Λονδίνου
Ἐπὶ Ἄμστερνταμ	62.—	8,778
> Βρυξελλῶν	3,97	27,538
> Λονδίνου	546.—	—
> Ρώμης	6,13	89,20
> Παρισίων	0,09	176.—
> Ν. Υόρκης	116,60	4,6813
> Ἀθηνῶν	543.—	543.—

μόλις αὕτη διαταραχθῆ. Συνελπῶς αἱ πράξεις προκρίσεως ἐπὶ τοῦ συναλλάγματος, ἀσχετοῦς τῶν διαφόρων περιοριστικῶν μέσων, γίνονται πλέον σπανιότεραι, διότι λόγω τῶν συγχρόνων μέσων συγκοινωνίας, δὲν εἶναι δυνατόν νὰ παρουσιάζωνται εὐκόλως τόσων σημαντικαὶ διαφοραὶ μεταξὺ τῶν διαφόρων τιμῶν ὥστε νὰ μὴν περιθωρίουν πρὸς κερδοσκοπίαν.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

661) Τὸ Ἄρβοῦργον ἔχει νὰ πληρώσῃ εἰς Βέρνην frs 30.000 μετρητὰ. Τὸ συμφέρει νὰ ἐμβάσῃ τὸ ποσόν αὐτὸ ἀμέσως μὲ δελτίον ἐπὶ Παρισίον 1,20 (τὰ 100 frs) ἢ νὰ ἀποσπείλῃ συνάλλαγμα ἐπὶ Λονδίνου. Παρισίον, Ἄμστερνταμ ὅταν τὰ δελτία εἶναι ἐπὶ Λονδίνου 12,86, ἐπὶ Παρισίον 9,12 (τὰ 100 frs) καὶ ἐπὶ Ἄμστερνταμ 1,09.

662) Τὸ δελτίον Λονδίνου εἶναι : ἐπὶ Ἄμστερνταμ 8,7937, ἐπὶ Ρώμης 89,—, ἐπὶ Βερολίνου 11,85. Ἄφ' ἑτέρου τὸ δελτίον Ἄμστερνταμ εἶναι : ἐπὶ Ρώμης 47,40, ἐπὶ Βερολίνου 1,01, ἐπὶ Λονδίνου 12,18. Ποῖον συνάλλαγμα συμφέρει εἶναι τὸ Λονδίνον νὰ ἐμβάσῃ καὶ ποῖον νὰ σύρῃ ;

663) Πράξεις μεταξὺ Βερολίνου καὶ Λονδίνου.

	Δελτίον Βερολίνου	Δελτίον Λονδίνου
Ἐπὶ Ἄμστερνταμ	168,85 ὄψεως	12,20 ὄψεως
• Βρυξελλῶν	81,05 "	25,40 "
• Παρισίων	81,15 "	25,22 "
• Ρώμης	80,80 "	24,25 "
• Λονδίνου	20,35 "	— "
• Βερολίνου	— "	20,28 "

Ποῖον συνάλλαγμα συμφέρει νὰ ἐμβάσῃ τὸ Βερολίον καὶ ποῖον νὰ σύρῃ ;

664) Ἐμπορὸς Παρισίων ὀφείλει 2000 λιγέττας εἰς Μιλάνον. Ποῖα τῶν τεσσάρων μεθόδων τῆς ἡμέρας συναλλαγῆς μέσῳ Βερολίνου εἶναι πλέον συμφέρουσα διὰ τὴν ἐξόφλησιν τοῦ γιόσου αὐτοῦ ὅταν τὰ δελτία εἶναι :

Παρισίων ἐπὶ Βερολίνου	14,85
Βερολίνου > Παρισίων	0,075
Ρώμης > Βερολίνου	7,425
Βερολίνου > Ρώμης	0,16

665) Ποῖα τῶν τεσσάρων μεθόδων τῆς ἡμέρας συναλλαγῆς μέσῳ Παρισίων, συμφέρει εἰς ἔμπορον Ἀθηνῶν διὰ νὰ εἰσπράξῃ πίστωσιν £ 370.— ὄψεως ὅταν τὰ δελτία εἶναι :

Ἀθηνῶν ἐπὶ Παρισίων	3,09
Παρισίων > Ἀθηνῶν	0,35
Λονδίνου > Παρισίων	176,—
Παρισίων > Λονδίνου	175,—

666) Ἡ Λειψία ἔχει νὰ πληρώσῃ μετρητὰ εἰς Παρισίους καὶ δόναται

Βρυξελλών επί "Αμοστερταμ	287,85
"Αμοστερταμ » Παρισίων	9,75
Παρισίων » Βρυξελλών	356,—

Ποίον τὸ κέρδος ἀνά 100 μονάδας ἐν Βρυξέλλαις.

Λύσις :

blg X	=	100 blg
287,85	=	100 hfl
9,75	=	100 frs
356,—	=	100 blg

$$X = \frac{100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100}{287,85 \cdot 9,75 \cdot 356} = 0,09 \text{ blg}$$

"Αρα τὸ κέρδος θὰ εἶναι 0,09 %.

**Πρόβλημα II.** Αἱ Βρυξέλλαι σύρουν ἐπὶ "Αμοστερταμ, τὸ "Αμοστερταμ ἐπὶ Λονδίνου καὶ τὸ Λονδίνον ἐπὶ Βρυξελλών. Πόσον τοῖς ἑκατὸν εἶναι τὸ κέρδος ἐκ τῆς κυκλοφορίας αὐτῆς ἐὰν τὰ δελτία εἶναι :

Βρυξελλών ἐπὶ "Αμοστερταμ	288,—
"Αμοστερταμ » Λονδίνου	12,—
Λονδίνου » Βρυξελλών	34,—

Λύσις :

X blg	=	100 blg
288,—	=	100 hfl
12,—	=	1 £
1	=	35,— blg

$$X = \frac{100 \cdot 100 \cdot 35}{288 \cdot 12} = 101,57$$

"Αρα τὸ κέρδος θὰ εἶναι 1,57 %.

**Γενικαὶ παρατηρήσεις ἐπὶ τῆς προκρίσεως.** Διὰ νὰ δυνάται ὁ προκρίων καὶ ἴδις ὁ κερδοσκοπῶν εἰς τὸ ἀλλάγμα νὰ ὑπολογίσῃ εἰς κέρδος τι, πρέπει αἱ διάφοροι πράξεις τῆς προκρίσεως νὰ γίνωνται ἀμέσως καὶ ταυτοχρόνως. Χρονικὸν διάστημα ἡμέρας, πολλὰκις καὶ ὀλίγων ὥρων ὄρκει ὄχι μόνον νὰ ἐξαιτήσῃ τὸ κέρδος, ὡς ὑπολογίζει, ἀλλὰ καὶ νὰ προκαλέσῃ σημαντικὰς ζημίας. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν ὁ προκρίων πρέπει νὰ ἔχη εἰς τὴν διάθεσίν του τὰ πλέον ταχέα μέσα συγκοινωνίας, διὰ νὰ πληροφορηθῇ ἀνὰ πάσαν στιγμήν τὰς τιμὰς καὶ νὰ δίδῃ τὰς δεούσας ὁδηγίας ἀμέσως. Τὰ ἴδια ὅμως μέσα συγκοινωνίας τὰ ὁποῖα εὐκολύνουν τὸν προκρίοντα ἐμποδίζουν ὅσον γίνονται ταχύτερα τὴν πρόκρισιν, διότι μεταβάλλουν ἀμέσως τὰς τιμὰς τείνοντα νὰ ἐπιναυφέρουν ἀκαριαίως τὴν ἰσοτιμίαν μεταξὺ τῶν διαφόρων ἀγορῶν.

$$\frac{\sum_{\gamma} \alpha}{\sum_{\gamma} \beta} = \frac{1}{\sum_{\gamma} \sum_{\alpha} \beta} = \frac{\sum_{\gamma} \beta}{\sum_{\alpha} \gamma} = \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \alpha$$

ἀπαλείφοντες γιν τούς παρονομαστής λαμβάνομεν καί ἀπὸ ἀμφοτέρων τῶν περιπτώσεως τὴν αὐτὴν σχέσιν ἤτοι :

$$\sum_{\gamma} \sum_{\alpha} \gamma = \sum_{\gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \beta = \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \beta = 1$$

αἱ ἀνωτέρω ἰσοτήτες θὰ ἰσχύουν προφανῶς ὅταν

$$\sum_{\alpha} \sum_{\gamma} \alpha = 1 \quad \text{καὶ} \quad \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \beta = 1 \quad (1)$$

ἔθεν ἔπεται ὁ γενικὸς κανὼν.

«Γενικὴ ἰσοτιμία μεταξὺ τῶν τεσσάρων μεθόδων τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς ὑφίσταται, ὅταν ὑπάρχει ἰσοτιμία μεταξὺ πρῶτης θέσεως καὶ ἐνδιαμέσου καθὼς καὶ μεταξὺ δευτέρας καὶ ἐνδιαμέσου».

Εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν δὲν ὑφίστανται αἱ ἰσοτήτες (1) δὲν ὑπάρχει πλέον ἰσοτιμία καὶ μία ἐκ τῶν μεθόδων τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς θὰ εἶναι πλέον συμφέρουσα τῶν λοιπῶν. Ἐκ τῆς διερευνήσεως ὅλων τῶν δυνατῶν περιπτώσεων προκύπτει ὁ πῖνξ :

### Π Ι Ν Α Ξ V

Δυνατὰ περι- πτώσεις	Διὰ χρῆστέην	Διὰ πισιότην
$\sum_{\alpha} \sum_{\gamma} \alpha = 1 \quad \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \beta = 1$	Ἴσοτιμία	Ἴσοτιμία
$\sum_{\alpha} \sum_{\gamma} \alpha < 1 \quad \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \beta < 1$	Δύο ἐμβάσματα	Δύο ἐμβάσματα
$\sum_{\alpha} \sum_{\gamma} \alpha > 1 \quad \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \beta > 1$	Δύο τραβήγματα	Δύο τραβήγματα
$\sum_{\alpha} \sum_{\gamma} \alpha > 1 \quad \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \beta < 1$	Ἐμβασμο—Τράβηγμα	Σύνθετος ἰσοτιμία
$\sum_{\alpha} \sum_{\gamma} \alpha < 1 \quad \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \beta > 1$	Σύνθετος ἰσοτιμία	Ἐμβασμο—Τράβηγμα
$\sum_{\beta} \sum_{\gamma} \beta > 1$	Σύνθετος ἰσοτιμία	Ἐμβασμο—Τράβηγμα
$\sum_{\beta} \sum_{\gamma} \beta < 1$	καὶ δύο τραβήγμ.	καὶ δύο τραβήγμ.
κ.τ.λ.	Δύο ἐμβάσματα καὶ Ἐμβασμο—τράβηγμ.	Σύνθετος ἰσοτιμία καὶ δύο ἐμβάσματα

#### 86. Πράξεις κυκλοφορίας.

Πρόβλημα I. Αἱ Βρυξέλλαι ἐμβάζουν εἰς Ἄμστερνταμ, τὸ Ἄμστερνταμ εἰς Παρίσιον καὶ οἱ Παρίσιοι εἰς Βρυξέλλας μὲ τιμὰς δελτίου :



Μέθοδος	Κόστος μονάδος
Σύνθετος Ισοτιμία (Parité composée)	$\frac{42}{14,35} = 3,146$
Δύο ἐμβάσματα (Prix de revient)	$0,077 \times 42 = 3,234$
Έμβασμα τραβήγμα (Ordre de Banque)	$\frac{0,077}{0,024} = 3,209$
Δύο τρα βήγματα (Prix de Vente)	$\frac{1}{0,024 \times 13,35} = 3,121$

Έκ τού πίνακος τούτου αντίλαμβάνεται τις άμεσως, ότι ή πλέον συμφέρουσα μέθοδος εξοφλήσεως χρέους είναι τών δύο τραβηγμάτων, έφ' όσον είναι δυνατόν νά την χρησιμοποιήση ό άφειλέτης.

Άναλόγως εμψίζεται και ό πιστωτής ξένων μονάδων διά νά εύρη την πλέον συμφέρουσαν και εις αυτόν μέθοδον, σχηματίζει δηλαδή και αυτός πίνακα τιμών κατά τά γνωστά.

**Γενικοί τύποι.** Έκ τών τεσσάρων μεθόδων τής έμμέσου συναλλαγής λαμβάνομεν τούς σχετικούς τύπους :

	Διά χρεώστην	Διά πιστωτήν
1) Σύνθετος Ισοτιμία	$X_1 = \frac{\sum \alpha}{\sum \beta}$	$X_1 = \frac{\sum \alpha}{\sum \beta}$
2) Δύο ἐμβάσματα	$X_2 = \sum \gamma \sum \delta$	$X_2 = \frac{1}{\sum \beta \sum \gamma}$
3) Έμβασμα — Τραβήγμα	$X_3 = \frac{\sum \gamma}{\sum \alpha}$	$X_3 = \frac{\sum \gamma}{\sum \alpha}$
4) Δύο τραβήγματα	$X_4 = \frac{1}{\sum \alpha \sum \beta}$	$X_4 = \sum \gamma \sum \alpha$

Προφανώς μεταξύ τών τεσσάρων μεθόδων θα είναι ισοτιμία άν είναι :

$$X_1 = X_2 = X_3 = X_4$$

ήτοι διά τόν χρεώστην όστιν

$$\frac{\sum \alpha}{\sum \beta} = \sum \gamma \sum \delta = \frac{\sum \gamma}{\sum \alpha} = \frac{1}{\sum \alpha \sum \beta}$$

και διά τόν πιστωτήν όταν

Συναλλάγμα επί	Δελτίον Λονδίνου	Δελτίον Ἀθηνῶν	Ίσοτιμία
Λονδίνου	—	545.—	545.—
Ἀθηνῶν	548,50	—	548.—
Ρώμης	101.—	5,40	548,10
Βερολίνου	13.—	42.—	546.—
Ἑλβετίας	22,50	24.—	540.—

Ἐκ τοῦ ἠνωτέρου πίνακος γίνεται ἀμέσως φανερόν, ὅτι συμφέρει διὰ τὴν ἐξαφλήσωμεν τὸ χρέος μας νὰ ἀποστείλωμεν εἰς Λονδίνον συναλλάγμα ἐπὶ Ἑλβετίας.

**Παρατήρησις.** Ἡ ἀνάλογος ἐργασία δύναται νὰ γίνη καὶ εἰς τὰς ἄλλας μεθόδους τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς καὶ νὰ συνταχθῇ πίναξ προκρίσας δι' ἐκάστην ἐξ αὐτῶν, δυνάμει τοῦ ὁποίου νὰ δυναμεθῆ νὰ ἐκλέξωμεν τὴν καταλληλοτέραν ἐνδιάμεσον χώραν.

**β) Ἐκλογή τῆς καταλληλοτέρας Μεθόδου.**

Εἰς τὴν ἐμμέσου συναλλαγὴν ἡ πρόκρισις δύναται νὰ γίνη ὅχι μόνον μεταξὺ τῶν διαφόρων θέσεων, αἰτινῆς θὰ χρησιμοποιηθῶσιν ὡς ἐνδιάμεσοι, ἀλλὰ καὶ μεταξὺ τῶν διαφόρων μεθόδων αὐτῆς.

**Πρόβλημα I.** Ἐμπορὸς Ἀθηνῶν ἀφίλει εἰς Παρισίους φράγκα καὶ διὰ τὴν ἐξαφλήσῃ τὸ χρέος του χρησιμοποιεῖ ὡς ἐνδιάμεσον τὸ Βερολίνον. Ζητεῖται νὰ εὑρεθῇ ποία ἡ πλέον συμφέρουσα ἐκ τῶν τρεσσάρων μεθόδων τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς, διὰ τὰ δελτία εἶναι :

Ἀθηνῶν	ἐπὶ	Βερολίνου	ὄψεως	42.—
Βερολίνου	»	Ἀθηνῶν	»	0,024
Βερολίνου	»	Παρισίων	»	0,077
Παρισίων	»	Βερολίνου	»	13,35

Ἐπὶ τῇ βίσει τῶν προηγουμένως εὑρεθέντων τόκων τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς, συντάσσεται πίναξ δίδων τὸ κόστος τῆς μονίδος εἰς ἐκάστην μέθοδον μεταξὺ τῶν ὁποίων ἐκλέγεται ἡ πλέον συμφέρουσα.

σουν τὴν μέθοδον τῆς τραπεζικῆς τῆς ἀμείσου συναλλαγῆς. Προκειμένου ὅμως νὰ εἰσπράξουν πίστωσιν ἐνὸς φραγκίου θὰ παραγγείλουν εἰς τὸν χροιάστην τους νὰ τοῖς ἐμβάσῃ συνάλλαγμα ἐπὶ Ἑλβετίας.

Τέλος προκειμένου περὶ καθαρᾶς κερδοσκοπίας θὰ παραγγείλουν εἰς τὸν ἐν Παρισίοις ἀντιποικριτὴν τους νὰ ἀποστείλῃ συνάλλαγμα ἐπὶ Ἑλβετίας, ἀξίας ἐνὸς φραγκίου καὶ διὰ νὰ καλυφθῇ νὰ πώλησῃ τραπεζικὴν ἐπὶ Ἀθηνῶν. Οὕτω αἱ Ἀθηναίαι θὰ πραγματοποιήσουν κέρδος  $3,33 - 3,03 = 0,30$  κατὰ φράγκον, μὴ λαμβανομένων ὑπ' ὄψιν τῶν ἐξόδων. Πράγματι ὁ ἐν Παρισίοις ἀντιποικριτὴς τῶν Ἀθηνῶν θὰ ἀγοράσῃ μὲ ἐν φράγκον συνάλλαγμα ἐπὶ Ἑλβετίας

$$\frac{1}{6,30} = 0,1587 \text{ frs}$$

τὸ ὁποῖον πωλοῦμενον ἐν Ἀθήναις θὰ ἀποφέρει

$$0,1587 \times 21 = 3,33 \text{ δρχ.}$$

Ἄφ' ἑτέρου ὁ ἀντιποικριτὴς τῶν Ἀθηνῶν θὰ σίρη διὰ νὰ καλυφθῇ, τραπεζικὴν ὀνομαστικῆς ἀξίας  $\frac{1}{0,33} = 3,03$ , ὅθεν ἀπομένει εἰς τὰς Ἀθήνας κέρδος  $3,33 - 3,03 = 0,30$  δρχ.

**Πρόβλημα II.** Ποία ἡ πλέον συμφέρουσα μέθοδος ἐξαφλήσεως χρέους μιᾶς λίρας, ὅταν ἐκτὸς τῶν μεθόδων τῆς ἀμείσου συναλλαγῆς εἶναι δυνατόν νὰ ἀποστείλουν αἱ Ἀθηναίαι ἐπὶ Λονδίνου καὶ συνάλλαγμα ἐπὶ Ρώμης ἢ ἐπὶ Βερολίνου ἢ ἐπὶ Ἑλβετίας, ὅταν τὰ δελτία εἶναι :

Ἀθηνῶν ἐπὶ Λονδίνου	555.—	
» Ρώμης	6,40	
» Βερολίνου	42.—	
» Ἑλβετίας	24.—	καὶ
Λονδίνου ἐπὶ Ἀθηνῶν	548.—	
» Ρώμης	101,50	
» Βερολίνου	13.—	
» Ἑλβετίας	22,50	

**Λύσις.** Αἱ Ἀθηναίαι θὰ καταρτίσωσι ὡς ἀνωτέρω τὸν πίνακα προκρίσεως. Ἐπειδὴ ὅμως τὸ Λονδίνον δίδει τὸ Βέβαιον θὰ μετατραπῇ τὸ δελτίον του εἰς Ἀβέβαιον, ὅταν ληφθῇ ἡ ἀντίστροφος τιμὴ του ὅποτε θὰ ἔχωμεν :

$$X = \frac{\sum \alpha}{1 : \sum \beta} = \sum \alpha' \cdot \sum \beta'$$

δηλαδὴ διὰ νὰ εἴρωμεν τὴν ἰσοτιμίαν θὰ πολλαπλασιάσωμεν τὰς δύο ἀντιστοίχους τιμὰς.

στολής εις Παρισίους συναλλάγματος επί Λονδίνου ή επί Ρώμης ή επί Έλβετίας ή επί Βερολίνου όταν τὰ δελτία είναι :

Ἀθηνῶν επί Παρισίων	3,20	
» Λονδίνου	550.—	
» Ρώμης	5,50	
» Έλβετίας	21.—	
» Βερολίνου	42.—	καί
Παρισίων επί Ἀθηνῶν	0,33	
» Λονδίνου	172.—	
» Ρώμης	1,70	
» Έλβετίας	6,30	
» Βερολίνου	12,90	

**Λύσις.** Ως είναι γνωστόν ἐκ τῆς ἐμέρου συναλλαγῆς τὸ κόστος μιᾶς μονάδος ξένου συναλλάγματος ἐξοφλουμένου διὰ τῆς συνθέτου ἰσοτομίας, ἐπίσκαται διὰ τῆς διαιρέσεως τῆς τιμῆς τοῦ συναλλάγματος τῆς ἐνδιαμέσου χώρας εἰς τὴν θέσιν τῆς προκρίσεως διὰ τῆς τιμῆς τοῦ αὐτοῦ συναλλάγματος εἰς τὴν θέσιν τοῦ πιστωτοῦ, δηλαδὴ ἔχομεν

$$X = \frac{\sum \alpha}{\sum \beta}$$

Ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ ἀνωτέρου τύπου σχηματίζεται πίναξ εἰς τὸν ὅποιον ἀναγράφεται τὸ κόστος ἐξοφλήσεως χρέους ἐνὸς φράγκου διὰ τῆς ἀποστολῆς συναλλάγματος μιᾶς τῶν ἀνωτέρων χωρῶν. Ὁ πίναξ οὗτος καλεῖται πίναξ προκρίσεως ἐν Ἀθήναις ἐπὶ Παρισίων [Cote chiffrée à Athènes].

Πίναξ προκρίσεως εἰς Ἀθήνας.

Συναλλάγμα ἐπὶ	Δελτίον Ἀθηνῶν	Δελτίον Παρισίων	Ἴσοτιμία
Παρισίων	3.20	—	3.20
Ἀθηνῶν	—	0.33	3.03
Λονδίνου	550.—	172.—	3.19
Ρώμης	5.50	1.70	3.23
Έλβετίας	21.—	6.30	3.33
Βερολίνου	42.—	12.90	3.26

Αἱ Ἀθήναι διὰ τὰ ἐξοφλήσουν χρέος ἐνὸς φράγκου θὰ προτιμή-

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

656) Ὀφείλομεν 12500 frs ὄψεως εἰς τὸν ἐν Παρισίαις ἀνταποκριτὴν μας. Ποία ἢ πλέον συμφέρουσα ὁδὸς ἐξοφλήσεως τοῦ χρέους αὐτοῦ καὶ ποία ἢ διαφορά μεταξὺ τῶν δύο τρόπων, ὅταν τὰ δελτία εἶναι :

Ἀθηνῶν ἐπὶ Παρισίων 3,15  
 Παρισίων ἐπὶ Ἀθηνῶν 32,15 (αἱ 100 δρχ.).

657) Ποία ὁδὸς εἶναι προτιμότερα διὰ τὴν εἰσπραξίωμεν ἐκ Βερολίνου πίστωσιν Rm 2384 ὄψεως, ὅταν τὰ δελτία εἶναι :

Ἀθηνῶν ἐπὶ Βερολίνου 42.—  
 Βερολίνου ἐπὶ Ἀθηνῶν 2,38 (αἱ 100 δρχ.).

658) Ποία ὁδὸς ἐξοφλήσεως χρέους μας £ 178—6—8 εἶναι συμφερότερα ὅταν τὰ δελτία εἶναι :

Ἀθηνῶν ἐπὶ Λονδίνου 550 ὄψεως  
 Λονδίνου ἐπὶ Ἀθηνῶν 548 \*

659) Οἱ Παριῖοι ὀφείλουσιν εἰς Λονδίον £ 300.— ὄψεως. Ποία εἶναι ἢ πλέον συμφέρουσα ὁδὸς ἐξοφλήσεως τοῦ χρέους αὐτοῦ ὅταν τὰ δελτία εἶναι :

Παρισίων ἐπὶ Λονδίνου 176 ὄψεως  
 Λονδίνου ἐπὶ Παρισίων 174 \*

660) Πόσον τοῖς ἑκατὸν θά κερδίσει τις κερδοσκοπῶν μεταξὺ Ἀθηνῶν καὶ Βερολίνου ὅταν τὰ δελτία εἶναι :

Ἀθηνῶν ἐπὶ Βερολίνου 41,50  
 Βερολίνου ἐπὶ Ἀθηνῶν 2,30 (αἱ 100 δρχ.).

85. Πρόκρισις ἐν τῇ ἐμμέσῳ συναλλαγῇ.

Σκοπὸς τῆς προκρίσεως εἰς τὴν ἡμέτερον συναλλαγὴν εἶναι ἡ ἐκλογὴ μεταξὺ τῶν πράξεων τῆς ἡμέτερου ἢ μεταξὺ τῶν πράξεων τῆς ἀμέτερου συναλλαγῆς καὶ τῆς ἡμέτερου, ἐκείνης ἧτις εἶναι ἢ μᾶλλον συμφέρουσα εἴτε διὰ τὴν ἐξόφλησιν χρέους, εἴτε διὰ τὴν ἀνάληψιν πιστώσεως, εἴτε διὰ καθαρὰν κερδοσκοπίαν.

Ἡ περίπτωσις αὕτη τῆς προκρίσεως εἶναι πολὺ περισσώτερον πολὺπλοκος ἀπὸ τὴν πρόκρισιν τῆς ἀμέτερου συναλλαγῆς, καθόσον κατ' αὐτὴν παρουσιάζονται πολυπληθεῖς συνδυασμοί.

Ἐνταῦθα θὰ ἐξετασθῶν συντόμως οἱ κυριώτεροι συνδυασμοὶ οἱ ὅποιοι ἦσαν ἄλλοτε μᾶλλον ἐν χρήσει καθόσον σήμερον, λόγῳ τῶν συναλλαγματικῶν περιορισμῶν εἰς τὴν περισσώτεραν χώραν καὶ διαφόρων ἄλλων λόγων ἢ πρόκρισις ἐγένετο πρακτικῶς ἀδύνατος.

Α') Ἐκλογὴ τῆς ἐνδιαμέσου χώρας.

*Πρόβλημα I. Τί κοστίζει ἐν Ἀθήναις ἐν φράγκον ἐξοφλούμενον εἴτε διὰ τῶν δύο μεθόδων τῆς ἀμέτερου συναλλαγῆς, εἴτε διὰ τῆς ἀπο-*

συμφέρει υπό τραβήγμα. Αἱ Ἀθῆναι θὰ σύρουν τραβηκτικὴν ἐπὶ τοῦ ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτοῦ των τὴν ὁποίαν θὰ πωλήσουν ἐν Ἀθήναις καὶ ὁ ἐν Παρισίοις ἀνταποκριτὴς διὰ νὰ καλυφθῆ θὰ σύρῃ καὶ αὐτὸς τραβηκτικὴν ἐπὶ Ἀθηνῶν τὴν ὁποίαν θὰ πωλήσῃ ἐν Παρισίοις. Οὕτω αἱ Ἀθῆναι πραγματοποιοῦν κέρδος εἰς ἕκαστον φρούγκον :

$$3,20 - \frac{1}{0,33} = 0,169\bar{7} \text{ δραχ.}$$

Ἐὰν τὰ δελτία εἶχον γινόμενον μικρότερον τῆς μονάδος αἱ Ἀθῆναι θὰ ἠγόραζον συνάλλαγμα ἐπὶ Παρισίων τὸ ὅποιον θὰ ἀπέστελον εἰς τὸν ἀνταποκριτὴν των καὶ αὐτὸς θὰ ἠγόραζε συνάλλαγμα ἐπὶ Ἀθηνῶν καὶ θὰ τὸ ἀπέστελεν εἰς Ἀθήνας.

**Παρατήρησις III.** Εἰς ὅλα τὰ ἀνωτέρω παραδείγματα δὲν ἐλήφθησαν ὑπ' ὄψιν τὰ διάφορα ἔξοδα καὶ αἱ προμήθειαι τῶν ἀνταποκριτῶν, αἱ ὁποῖαι εἰς τὰς πράξεις προκρίσεως δέον νὰ λαμβάνονται μετὰ μεγίστης προσοχῆς ὑπ' ὄψιν, διότι εἶναι δυνατὸν νὰ ἀλλοιώσουν τόσον πολὺ τὰ ἀνωτέρω ἀποτελέσματα, ὥστε ὄχι μόνον νὰ μὴν προκύψῃ τὸ κέρδος ὅπερ ἀναμένει τις, ἀλλ' ἀντιθέτως νὰ προκύψῃ καὶ ζημία.

Γενικῶς πρέπει νὰ ἔχομεν ὑπ' ὄψιν μας, ὅτι τὰ ἔξοδα ἐπιδρῶν δυσμενῶς εἰς τὴν πρόκρισιν. Δηλαδή εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν τὸ δελτίον δίδει τὸ Αβέβαιον αὐξάνουν τὸ κόστος ἔξοφλήσεως χρέους διὰ τοῦ ἐμβιάσματος καὶ ἐλαττώνουν τὸ προῖον εἰσπραξέως πιστώσεως διὰ τοῦ τραβήγματος, δηλαδή ἐλαττώνουν τὴν διαφορὰν τῶν τιμῶν μεταξὺ ἔξοφλήσεως χρέους καὶ ἀναλήψεως πιστώσεως.

**Σημείωσις.** Ἐὰν καλέσωμεν  $\sum_{\beta}^{\alpha}$  τὸ δελτίον τῆς χώρας Α τοῦ ἔχοντος τὸ δικαίωμα τῆς προκρίσεως καὶ  $\sum_{\alpha}^{\beta}$  τὸ δελτίον τῆς χώρας Β θὰ ἔχομεν κατὰ τὰ ἀνωτέρω τοὺς τύπους :

$$\sum_{\beta}^{\alpha} \cdot \sum_{\beta}^{\alpha} > 1 \quad \text{τραβήγμα}$$

$$\sum_{\beta}^{\alpha} \cdot \sum_{\alpha}^{\beta} < 1 \quad \text{ἐμβασμα}$$

Ἐάν ὁμοίως ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου Παρισίων ἐπὶ Ἀθηνῶν εἴ-  
ναι ὄχι 0,33 ἀλλὰ 0,30, τότε, ἐργαζόμενοι ὡς καὶ ἄνωτέρω, θὰ  
εὐφραθῶμεν ὅτι ἡ συμφερωτέρα ὁδός, τόσον εἰς τὴν ἐξόφλησιν  
χρέους, ὅσον καὶ εἰς τὴν ἀνάληψιν πιστώσεως εἶναι ἡ ὁδὸς τοῦ  
ἐμβάσματος. Εἰς τὴν περίπτωσιν ὁμοίως αὐτὴν εἶναι :

$$3,20 < \frac{1}{0,30}$$

$$\text{ἢ } 3,20 \cdot 0,30 < 1$$

Ἔστω: Ὅταν τὸ γινόμενον τῶν τιμῶν τοῦ δελτίου δύο  
χωρῶν, διδουσῶν τὸ Ἀβέβαιον, εἶναι μεγαλύτερον τῆς  
μονάδος (ἢ τοῦ γινομένου τῶν βάσεων) συμφέρει τὸ  
τράβηγμα διὰ τὴν ἐξόφλησιν χρέους καθὼς καὶ διὰ τὴν  
ἀνάληψιν πιστώσεως. Ἐάν πάλιν τὸ γινόμενον εἶναι  
μικρότερον τῆς μονάδος (ἢ τοῦ γινομένου τῶν βάσεων)  
συμφέρει τὸ ἔμβασμα. Ἐάν εἶναι ἴσον πρὸς τὴν μονάδα,  
ἔχομεν μεταξὺ τῶν δελτίων ἰσοτιμίαν καὶ εἶναι τε-  
λείως ἀδιάφορον ποῖον τρόπον θὰ χρησιμοποιήσωμεν.

Ὁ κανὼν αὐτὸς διατυπῶνται συνήθως ἐπὶ τὸ συντομώτερον  
οὕτω :

Ἐάν δύο θέσεις δίδουν τὸ Ἀβέβαιον σύρομεν εἰς  
τὰ ὕψηλά καὶ ἐμβάζομεν εἰς τὰ χαμηλά.

Παρατήρησις II. Ὅταν τὸ δελτίον μῦς χώρας δίδει  
τὸ Βέβαιον, δυνάμεθα νὰ μετατρέψωμεν αὐτὸ εἰς Ἀβέβαιον, λαμ-  
βάνοντες τὸ ἀντίστροφον τῆς τιμῆς του, καὶ νὰ ἐφαρμόσωμεν  
τὸν αὐτὸν κανόνα, μετὰ τὴν περίπτωσιν τοῦ Ἀβεβαίου.

γ) Περίπτωσις καθαρᾶς κερδοσκοπίας.

Πρόβλημα. Κερδοσκόπος ἐν Ἀθήναις θέλει νὰ ἐπω-  
φεληθῆ τῆς διαφορᾶς τιμῶν μεταξὺ τῶν δελτίων Ἀθηνῶν  
καὶ Παρισίων καὶ νὰ κερδοσκοπήσῃ. Ποίαν μέθοδον κερ-  
δοσκοπίας θὰ ἀκολουθήσῃ ἐάν τὰ δελτία εἶναι :

Ἀθηνῶν ἐπὶ Παρισίων 3,20

Παρισίων ἐπὶ Ἀθηνῶν 0,33

Δύσις :

Ἐπειδὴ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν τιμῶν αὐτῶν τοῦ δελτίου  
ἔχομεν  $3,20 \cdot 0,33 > 1$

84. Πρόκρισις ἐν τῇ ἀμέσῳ συναλλαγῇ.

α) περίπτωσις χρεώστου.

Πρόβλημα 1. Τὸ δελτίον Ἀθηνῶν ἐπὶ Παρισίων εἶναι 3,20 δραμῶν, τὸ δὲ δελτίον Παρισίων ἐπὶ Ἀθηνῶν εἶναι κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν 0,33 δραμῶν. Τί θὰ κοστίσῃ ἐν Ἀθήναις ἡ ἐξόφλησις χρέους 1 φράγκου διὰ τῆς ὁδοῦ τοῦ τραβήγματος ἢ ἡ διὰ τῆς ὁδοῦ τοῦ ἐμβάσματος;

Λύσις: Συναλλάγμα 1 fr ἀγοραζόμενον ἐν Ἀθήναις διὰ γὰ ἀποσταλῆ εἰς Παρισίους θὰ κοστίσῃ 3,20 δραχ. Ἐάν οἱ Παρίσιοι σύρουν τραβηκτικὴν δραχμῶν, ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία αὐτῆς θὰ πρέπει νὰ εἶναι  $\frac{1}{0,33}$  διὰ νὰ εἰσπραχθῆ ἕκ τῆς πωλήσεώς της 1 fr. Ἦτοι ἡ ἐξόφλησις τοῦ χρέους θὰ κοστίσῃ:

διὰ τοῦ ἐμβάσματος	δραχ.	3,20
» » τραβήγματος	$\frac{1}{0,33}$ ἢ	» 3,03

Ὅθεν συμφέρει τὸ τραβήγμα.

β) Περίπτωσις πιστωτοῦ

Πρόβλημα. Πόσας δραχμὰς θὰ εἰσπράξουν αἱ Ἀθῆναι ἐκ τῆς ἀναλήψεως πιστώσεως 1 fr, διὰ αἱ τιμαὶ δελτίου εἶναι: Ἀθηνῶν ἐπὶ Παρισίων 3,20 καὶ Παρισίων ἐπὶ Ἀθηνῶν 0,33.

Λύσις: Ἐάν αἱ Ἀθῆναι σύρουν τραβηκτικὴν ἐνὸς φράγκου καὶ τὴν πωλήσουν θὰ εἰσπράξουν 3,20. Ἐάν παραγγείλουν εἰς Παρισίους νὰ ἐμβάσουν συναλλάγμα θὰ εἰσπράξουν ἕκ τῆς πωλήσεως αὐτοῦ  $\frac{1}{0,33}$  δραχ. Ἡ ἀνάληψις λοιπὸν πιστώσεως 1 fr θὰ ἀποφέρῃ

διὰ τοῦ ἐμβάσματος	$\frac{1}{0,33}$ ἢ	δραχ 3,03
» » τραβήγματος		» 3,20

Ὅθεν συμφέρει τὸ τραβήγμα.

Παρατήρησις 1. Ἐπειδὴ εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα ἔχομεν:

$$3,20 > \frac{1}{0,33}$$

$$\text{ἢ } 3,20 \times 0,33 > 1$$

συμφέρει τὸ τραβήγμα.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ

### Πράξεις Χρηματιστηρίου

#### Α. ΓΕΝΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

**87. Κινηταί αξίαι. Όρισμοί.** «Κινηταί αξίαι» ή απλώς «αξίαι» (πάντοτε εις τόν πληθυντικόν αριθμόν) όνομαζονται κυρίως διάφορα χρηματόγραφα: όμολογία, δημόσια χρεώγραφα, μετοχαι εταιριών, τά όποια αποτελούν αντικείμενον ειδικού έμπορίου.

Αί κινηταί αξίαι διακρίνονται εις δύο:

1) Εις τάς αξίας αίτινες αντιπροσωπεύουν ποσά δανεισθέντα υπό τών κομιστών εις τόν εκδώσαντα τούς τίτλους, όποτε ό μέν εκδώσας είναι ό **χρεώστης** και ό κομιστής ό **πιστωτής**. Αί αξίαι αύται έχουν **σταθερόν εισόδημα**, τόν τόκον του ποσού υπεραντιπροσωπεύουν επί τή βάσει επιτοκίου καθορισθέντος εκ τών προτέρων. Τοιαύται αξίαι είναι τά δημόσια ή δημοτικά χρεώγραφα καθώς και αι μετοχαι διαφόρων επιχειρήσεων.

2) Εις αξίας αι όποια αντιπροσωπεύουν χρηματικά ποσά τοποθετηθέντα ως κεφάλαιον εις διαφόρους επιχειρήσεις και αι όποια κατά συνέπειαν έχουν **μεταβλητόν εισόδημα**, έξαρτούμενον εκ του κέρδους τής επιχειρήσεως. Τοιαύται αξίαι είναι αι μετοχαι τών τραπεζικών, βιομηχανικών, σιδηροδρομικών κ.τ.λ. επιχειρήσεων.

#### 88. Τοποθέτησις κεφαλαίων εις κινητάς αξίας.

Διά να τοποθετήσωμεν τά διαθέσιμα κεφάλαιά μας εις κινητάς αξίας θα ζητήσωμεν να προμηθευθώμεν αυτάς από εκείνους τούς κατόχους αυτών, οι όποιοι έχουν ανάγκην χρηματικών ποσών και ζητούν να «ρευστοποιήσουν» τάς αξίας των, δηλαδή να τάς μετατρέψουν εις χρηματικά ποσά. Οι πρώτοι ζητούν να αποκτήσουν και οι δεύτεροι να διαθέσουν κινητάς αξίας. Οδτω αι κινηταί αξίαι μετατρέπονται εις ειδικόν έμπορεύμα ζητούμενον

καὶ προσφερόμενον, ὅπως ὅλα τὰ ἐπάλωλα ἐμπορεύματα, καὶ ἀποκοτῶν κατὰ συνέπειαν, ὡς αὐτὰ, ἰδιαιτέραν τιμὴν. Ἡ τιμὴ αὐτὴ εἶναι διάφορος τῆς ἀξίας ἣτις ἀναγράφεται ἐπ' αὐτῶν (τῆς ὀνομαστικῆς τῶν ἀξίας) καὶ καθορίζεται συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τῆς προσφορᾶς καὶ ζητήσεως.

Ἐάν αἱ ἐπὶ διαπραγματεύσειν ἀξία ἀνήκων εἰς τὴν κατηγορίαν τῶν τίτλων μὲ σταθερὸν εἰσόδημα, εἶναι προφανὲς ὅτι τὸ ἐπ' αὐτῶν ἀναγραφόμενον ἐπιτόκιον εἶναι μόνον *ὀνομαστικὸν* καὶ ἀφορᾷ οὐχὶ τὴν τιμὴν ἀγορᾶς τοῦ τίτλου, ἀλλὰ τὴν ὀνομαστικὴν αὐτοῦ ἀξίαν εἰς τὴν ὁποίαν διατίθεται ἐν γένει εἰς τὸ κοινὸν κατὰ τὴν ἀρχικὴν ἐκδοσὴν αὐτοῦ. Οὕτω διὰ τὸν ἀγοραστὴν τίτλων μὲ σταθερὸν εἰσόδημα δημιουργοῦνται δύο προβλήματα :

- 1) Εὔρεσις τοῦ πραγματικοῦ ἐπιτοκίου πρὸς τὸ ὁποῖον ἵσποθετήσῃ τὰ χορήματά του καὶ
- 2) Εὔρεσις τῆς τιμῆς εἰς τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἀγοράσῃ ἀξίαν τινὰ διὰ νὰ τοποθετήσῃ τὰ χορήματά του πρὸς δοθὲν ἐπιτόκιον.

### 89. Εὔρεσις τοῦ πραγματικοῦ ἐπιτοκίου.

**Πρόβλημα I.** Ἀγοράζει τις τίτλους ἔχοντας ὀνομαστικὸν ἐπιτόκιον  $4\frac{1}{2}\%$  ἀντὶ 76,50 δρχ. ἑκαστον. Ποῖον τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον τοποθετήσεως τῶν χρημάτων του, ἐάν τὰ ἔξοδα ἀγορᾶς εἶναι : προμ.  $0,4\%$  καὶ φόρος  $1\frac{1}{2}\%$  ;  
Λύσις :

Τιμὴ ἀγορᾶς ἐκδόστου τίτλου	δρχ	76,50
+ προμήθεια $0,4\%$	»	0,306
+ φόρος $1\frac{1}{2}\%$	»	0,115
ἐν ὅλῳ	δρχ.	76,921

Ἐπειδὴ ὁμως τὸ καθαρὸν ἐτήσιον εἰσόδημα τοῦ ποσοῦ αὐτοῦ εἶναι δρχ. 4,50, τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον θὰ εἶναι : (§ 12)

$$E = \frac{4,50 \cdot 100}{76,921} = 5,85\%$$

**Πρόβλημα II.** Ἀγοράζει τις τὴν 15ην Ὀκτωβρίου μετοχὰς ἐταιρίας τινὸς ἀντὶ δρχ. 148,50. Πρὸς πόσον τοῖς

ἐκατὸν ἐισοποθείησι τὰ χρήματά του ἐὰν ὑποιεθῆ ὅτι τὸ μέρισμα τοῦ κρέχοντος ἔτους θὰ εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ μέρισμα τοῦ προηγούμενου, ἦτοι δρχ. 10 κατὰ τίτλον καὶ ὅτι τὸ μέρισμα αὐτὸ καιαβάλλεται τὸ τέλος Δεκεμβρίου ἐκάστου ἔτους; ἔξοδα ἀγορᾶς δρχ. 0,79 κατὰ τίτλον καὶ φόρος καθαροῦ εἰσοδήματος 10<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

Λύσεις :

α') Κόστος ἐκάστου τίτλου :

Τιμὴ ἀγορᾶς ἐκάστου τίτλου δρχ.	148,50
— τόκος 285 ἡμ. (ἀπὸ 31 Δ]βρίου—15 'Ο]βρίου ἔ.ἔ.) »	7,92
	<hr/>
	δρχ. 140,58
+ ἔξοδα ἀγορᾶς	» 0,79
	<hr/>
	δρχ. 141,37

β') ἑτήσιον εἰσόδημα κατὰ τίτλον

Μέρισμα	δρχ. 10.—
— φόρος καθ. προσόδου 10 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> »	<hr/>
	1.—
Καθαρὸν εἰσόδημα	δρχ. 9.—

γ') Πραγματικὸν ἐπιτόκιον (§ 12)

$$E = \frac{9 \cdot 100}{141,37} = 6,37\%_0$$

Πρόβλημα III. Τὴν 31ην Μαρτίου 1926 ἀγοράζομεν τίτλους δανείου, ἔχοντις ὀνομαστικὸν ἐπιτόκιον 8<sup>0</sup>/<sub>0</sub> ἀντὶ δρχ. 92,50. Τὸ τέλος Δεκεμβρίου 1929 τὸ ἐπιτόκιον τοῦ δανείου μειοῦται εἰς 6<sup>0</sup>/<sub>0</sub> καὶ τὴν 30ην Ἰουνίου 1932 ἐξοφλεῖται εἰς τὸ ἄριον (δρχ. 100.—). Ποῖον τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον τοποθετήσεως τῶν χρημάτων μας, ἐὰν τὸ εἰσόδημα ὑπόκειται εἰς φορολογίαν πρὸς 10<sup>0</sup>/<sub>0</sub>;

Λύσεις :

α') Ὑπολογισμὸς συνολικοῦ εἰσοδήματος κατὰ τίτλον

Τόκοι πρὸς 8 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> ἀπὸ 1]4]1926—31]12]1929	δρχ. 30.—
» » 6 <sup>0</sup> / <sub>0</sub> » 1]1]1930—30] 6]1932	» 15.—
	<hr/>
συνολικοὶ τόκοι	δρχ. 45.—
— φόρος καθαροῦ εἰσοδήματος	» 4.50
	<hr/>

	δολ.	40,50
+ κέρδος εξοφλήσεως εις τὸ ἄρτιον	»	7,50
Συνολικὸν εἰσόδημα 6 1/4 ἐτῶν ἢ 75 μηνῶν	δολ.	48.—
β') Πραγματικὸν ἐπιτόκιον (§ 12)		

$$E = \frac{48 \cdot 1200}{92,50 \cdot 75} = 8,303\%$$

A Σ Κ Η Σ Ε Γ Σ

699) Τὸν Φεβρουάριον τοῦ 1916 ἀγοράσθησαν τίτλοι τῶν 7% ἀντί 83 δολ. καὶ τῶν 8% ἀντί 90 δολ. Ποῖον τὸ πραγματικὸν ἐπιτόκιον ἐπέσπου τίτλου, ἐάν τὰ ἐξοδα ἀγορᾶς εἶναι 1% καὶ ὁ φόρος καθαρῶ ἐισοδήματος 10%;

700) Ποίους τίτλους συμπεριεῖ γὰ ἀγοράσομεν ἐπὶ τῶν κάτωθι σημειωμένων :

- |                        |                       |
|------------------------|-----------------------|
| α) τῶν 5% ἀντί 87 δολ. | γ) τῶν 8% ἀντί 98,9 ἢ |
| β) » 6% » 92 »         | δ) » 10% » 109.—      |

701) Ἀγοράζομεν τὴν 1 Νοεμβρίου 1935 τίτλους δανείων τῶν 6% πρὸς 91,50 δολ. καὶ τοὺς πληρωσόμεθα τὴν 1 Δεκεμβρίου 1942 εἰς τὸ ἄρτιον. Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐποθετήθη τὸ κεφάλαιόν μας; (ἐξοδα ἀγορᾶς 1 1/4%, Φόρος καθαρῶ ἐισοδήματος 12%).

702) Ἀγοράζει τις τίτλους τῶν 7% τὴν 1 Μαρτίου 1926 πρὸς 83 δολ. ἐλευθέρως ἐξοδον. Τὴν 1 Σεπτεμβρίου 1930 τὸ ἐπιτόκιον τοῦ δανείου μειοῦται εἰς 5%. Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐτόκισε τὰ χρήματά του, ἐάν ἐπώλησε τοὺς τίτλους τοῦ τὴν 1 Μαρτίου 1936 πρὸς 79 δολ.;

703) Ὁ κ. Α. ἀγοράζει τὴν 30ην Ἀπριλίου 1924 μετοχὰς ἐπιταγῆς τινὸς πρὸς 84,75 καὶ εἰσπράττει διὰ τὰ ἐτη 1924|1926 ἀντιστοιχίας κερφήματα 7 δολ., 2,50 δολ. καὶ 8,50 κατὰ τίτλον (νομαστικῆς ἀξίας 100 δολ.) καὶ πωλεῖ τὰς μετοχὰς τὴν 31 Μαΐου 1927 ἀντί 110,50 δολ. Πρὸς πόσον τοῖς ἑκατὸν ἐποθετήθη τὸ κεφάλαιόν του ἐάν κατὰ μὲν τὴν ἀγορὰν ἐπλήρωσε 7% ἐξοδα καὶ 0,35 δολ. κατὰ τίτλον φόρους, κατὰ δὲ τὴν πώλησιν 1/4% προμήθειαν καὶ 0,15 φόρος. (Φόρος καθαρῶ ἐισοδήματος 1%).

90. Εὔρεσις τῆς τιμῆς τίτλου τινός.

Πρόβλημα I. Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ τιμὴ τίτλου ὀνομαστικῆς ἀξίας 100 δολ. διὰ νὰ ἀποφέρῃ εἰσόδημα πρὸς 6%, ἐάν τὸ ὀνομαστικὸν ἐπιτόκιον αὐτοῦ εἶναι 4%;

Λύσις: Ἐπειδὴ τὸ ὀνομαστικὸν ἐπιτόκιον εἶναι 4%, τὸ

εισόδημα ἑκάστου τίτλου θὰ εἶναι 4 δραχ. καὶ κατὰ συνέπειαν αἱ αὐταὶ δραχ. θὰ εἶναι καὶ εἰσόδημα τοῦ ζητουμένου κεφαλαίου πρὸς 6<sup>ο</sup>/<sub>ο</sub>. Ὄντω ἡ ζητούμενη τιμὴ τοῦ τίτλου θὰ εἶναι (§ 11)

$$K = \frac{4 \cdot 100}{6} = \underline{\underline{66,67 \text{ δραχ.}}}$$

**Πρόβλημα 1.** Πρὸς πόσον πρέπει νὰ ἀγοράσωμεν τίτλους τῶν 5<sup>ο</sup>/<sub>ο</sub> διὰ νὰ τοποθετήσωμεν τὰ χρήματά μας πρὸς 8<sup>ο</sup>/<sub>ο</sub>, ἐὰν τὰ ἔξοδα ἀγορᾶς τῶν τίτλων εἶναι 1<sup>3</sup>/<sub>4</sub><sup>ο</sup>/<sub>ο</sub> καὶ ὁ φόρος καθαρῶ εἰσοδήματος 10<sup>ο</sup>/<sub>ο</sub>;

**Λύσις :** Διὰ νὰ ἔχωμεν καθαρὸν εἰσόδημα 8<sup>ο</sup>/<sub>ο</sub> μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τοῦ φόρου καθαρῶς προσόδου πρὸς 10<sup>ο</sup>/<sub>ο</sub>, θὰ πρέπει τὸ ἀκαθάριστον εἰσόδημα νὰ εἶναι :

$$\frac{8 \cdot 100}{100 - 10} = 8,89 \text{ } ^\circ\text{/}_\circ$$

ὅποτε αἱ 5 δραχ., τὰς ὁποίας δίδει ὡς τόκον ἕκαστος τίτλος θὰ εἶναι τὸ εἰσόδημα πρὸς 8,89<sup>ο</sup>/<sub>ο</sub> τῆς ζητούμενης τιμῆς ἀγορᾶς ἠϋζημένης κατὰ 1<sup>3</sup>/<sub>4</sub><sup>ο</sup>/<sub>ο</sub> ἴτοι τῶν :

$$\frac{5 \cdot 100}{8,89} = 56,25 \text{ δραχ.}$$

καὶ ἐπειδὴ ἡ τιμὴ αὐτὴ εἶναι ἠϋζημένη κατὰ 1<sup>3</sup>/<sub>4</sub><sup>ο</sup>/<sub>ο</sub> ἡ τιμὴ ἀγορᾶς θὰ πρέπει νὰ εἶναι :

$$\frac{56,25 \cdot 1000}{1000 + 1,25} = \underline{\underline{56,18 \text{ δραχ.}}}$$

**\*Ἐπαλήθευσις (§ 89)**

α) Τιμὴ ἀγορᾶς ἑκάστου τίτλου	δραχ. 56,18
+ ἔξοδα 1 <sup>3</sup> / <sub>4</sub> <sup>ο</sup> / <sub>ο</sub>	» 0,07
	<hr/>
	δραχ. 56,25
β) Εἰσόδημα	δραχ. 5.—
+ Φ.Κ.Π.	» 0,50
	<hr/>
	Καθαρὸν εἰσόδημα δραχ. 4,50
γ) Ἄρα πραγματικὸν ἐπιτόκιον : (§ 12)	

$$E = \frac{4,50 \cdot 100}{56,25} = 8 \frac{2}{3}$$

Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

704) Πόσον πρέπει να αγοράσωμεν τίτλους ονομαστικής αξίας 500 δραχμῶν διὰ νὰ ἔχωμεν εἰσόδημα πρὸς 10%, ἐὰν τὸ ἀνομαστικὸν ἐπιτόκιον αὐτῶν εἶναι 8% καὶ τὰ ἔξοδα ἀγορᾶς  $1 \frac{1}{2}\%$ ;

705) Εἰς ποίαν τιμὴν συμπεράσει νὰ αγοράσωμεν τίτλους Α ἔχοντας ὀνομαστικὸν ἐπιτόκιον 6% διὰ νὰ ἔχωμεν τὸ αὐτὸ εἰσόδημα μὲ τίτλους Β τιμημένους 78 δρχ. καὶ ἔχοντας ὀνομαστικὸν ἐπιτόκιον 4%;

706) Πρὸς πόσον πρέπει νὰ αγοράσωμεν μετοχὰς διδούσας εἰσόδημα 12 δρχ. κατὰ μετοχὴν ονομαστικῆς αξίας 100 δρχ., ὅταν τὰ ἔξοδα ἀγορᾶς εἶναι 1% καὶ ὁ φόρος καθαροῦ εἰσοδήματος 10%, διὰ νὰ τοποθετήσωμεν τὸ χρέματά μας πρὸς 6%;

91. Εὔρεσις τῆς Μέσης Τιμῆς τίτλου ἀξίας τινός.

**Πρόβλημα.** Ἀγοράζει τις διαδοχικῶς 225 τίτλους Α πρὸς 68 δρχ., 350 τίτλους πρὸς 72 δρχ. καὶ 425 τίτλους πρὸς 73 δρχ. Ποία ἡ μέση τιμὴ ἀγορᾶς τῶν τίτλων αὐτῶν;

**Λύσις:** Εἶναι προφανές ὅτι θὰ εὑρωμεν τὴν μέσην τιμὴν λύοντες ἓν πρόβλημα μετῆρας α' εἴδους. Οὕτω ἔχομεν:

$$225 \text{ τίτλοι πρὸς } \delta\text{ρχ. } 68. — = \delta\text{ρχ. } 13300$$

$$350 \text{ » » » } 72. — = \text{ » } 25200$$

$$425 \text{ » » » } 73. — = \text{ » } 31025$$

---


$$1000 \text{ τίτλοι} \qquad \delta\text{ρχ. } 69525$$

Ἄρα ἡ μέση τιμὴ ἑκάστου τίτλου εἶναι:

$$X = \frac{69525}{1000} = 69,52 \text{ δρχ.}$$

Ἡ μέση αὐτὴ τιμὴ ὀνομάζεται καὶ Moyenne ponderée.

Λ Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

707) Ἀγοράζει τις διαδοχικῶς τίτλους τινὰς ὡς ἑξῆς:

$$250 \text{ τίτλους πρὸς } 148 \text{ δρχ.}$$

$$350 \text{ » » } 163 \text{ »}$$

$$400 \text{ » » } 170 \text{ »}$$

Ποία ἡ μέση τιμὴ ἀγορῆς τῶν τίτλων αὐτῶν;

708) Πωλοῦμεν 150 τίτλους πρὸς 1647,80' 350 τίτλους πρὸς 1563 καὶ 300 τίτλους πρὸς 1635 δρχ. ἑκαστὸν. Ποία ἡ μέση τιμὴ πωλήσεως αὐτῶν;

## Β ΤΟ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΝ ΚΑΙ ΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ ΑΥΤΟΥ

**92. Ὅρισμοί.** Χρηματιστήριον καλεῖται τὸ μέρος ἢ τὸ δημόσιον ἴδρυμα, ὅπου συνέρχονται πρὸς διαπραγματεύειν τῶν ὑποθέσεων τῶν καὶ ἐνεργειῶν ἀγοραπωλησιῶν ἐπὶ διαφόρων ἀξιῶν οἱ ἀσχολούμενοι μὴ ἐμπορικῶς ἢ τραπεζικῶς ἐργασίας. Εἰς τὴν πραγματικότητά διακρίνομεν δύο εἴδη χρηματιστηρίων: τὰ **χρηματιστήρια ἀξιῶν** καὶ τὰ **χρηματιστήρια ἐμπορευμάτων**.

Εἰς τὰ πρῶτα διαπραγματευόμεθα διαφόρους κινητὰς ἀξίας, ἢτοι μετοχάς, ὁμολογίας, ἀναλλάγματα, χρυσᾶ νομίσματα κ.τ.λ. καὶ εἰς τὰ δευτέρω διάφορα ἐμπορεύματα, ὡς σίτον, ἄλευρα, βάρβακα, σίδηρον κ.τ.λ.

Ὁ σχετικὸς νόμος ἐν Ἑλλάδι ὁρίζει τὰ χρηματιστήρια ἀξιῶν ὡς ἑξῆς: «Χρηματιστήρια ἀξιῶν εἶναι τὰ νομικὰ πρόσωπα δημοσίου δικαίου, παρ' οἷς ἀποκλειστικῶς καταρτίζονται αἱ χρηματιστηριακαὶ ἀναλλαγαὶ ἐπὶ κινητῶν ἀξιῶν».

Διὰ τῆς φράσεως «πράξεις χρηματιστηρίων» ἐννοοῦμεν εἰδικῶς τὰς διαφόρους μορφὰς διαπραγματεύσεων τῶν κινητῶν ἀξιῶν. Τὰς διαπραγματεύσεις αὐτὰς τὰς διακρίνομεν εἰς δύο μεγάλας κατηγορίας: τὰς πράξεις τοῖς μετρητοῖς καὶ τὰς πράξεις ἐπὶ προθεσμία.

**Αἱ πράξεις τοῖς μετρητοῖς** εἶναι ἐκεῖναι, εἰς τὰς ὁποίας ἡ παράδοσις τῶν τίτλων καὶ ἡ πληρωμὴ αὐτῶν γίνεται ἀμέσως. Αἱ πράξεις αὐταὶ ἔχουν ἐν γένει ὡς σκοπὸν τὴν τοποθέτησιν ἢ τὴν ρευστοποίησιν κεφαλαίων καὶ δὲν ἀποτελοῦν καθ' αὐτὸ κερδοσκοπικὰς πράξεις.

**Αἱ πράξεις ἐπὶ προθεσμία** εἶναι ἐκεῖναι αἱ πράξεις, αἱ ὁποῖαι πραγματοποιοῦνται κατὰ μίαν ὀρισμένην ἐποχὴν, ἢ ὁποῖα ὀνομάζεται «Τακτικὴ Χρηματιστηριακὴ Ἐκκαθάρισις» καὶ γίνεται συνήθως δις τοῦ μηνός. Ἐκτὸς τῶν **τακτικῶν** αὐτῶν ἐκκαθάρσεων ἔχομεν καὶ **ἐκτάκτους** ἐκκαθάρσεις, ὁσάκις χρηματιστὴς τις ἀδυνατεῖ νὰ ἐκπληρώσῃ τὰς χρηματιστηριακὰς ὑποχρεώ-

σεις αὐτοῦ, ὅπου αὐταὶ ἐκαθαρίζονται ἀναγκαστικῶς μεσολαβήσῃ τοῦ ἐλάττου **διὰ χρηματιστηριακῆς ἀγοραπωλησίας.**

*Ἱστορικαὶ παρατηρήσεις.*

Εἰς τὰς πρώτας ἀρχάς τῆς σημερινῆς ὀστικῆς οἰκονομίας, δηλαδή κατὰ τὸ τέλος τῆς «κλειστῆς οἰκονομίας» τοῦ Μεσαίωνα, ἤρχισαν βαθμηδόν νὰ ἀναπτύσσονται οἱ ἐμπορικαὶ συναλλαγαί. Αἱ συναλλαγαὶ αὐταὶ ὠδήγησαν εἰς τὴν ὀργάνωσιν ἐφορταγορῶν καὶ ἐμποροπανηγύρεων, κατὰ τὰς ὁποίας διεκνηγοῦντο αἱ ἐμπορικαὶ συναλλαγαὶ μεταξὺ τῶν ἐνδιωρησομένων. Αἱ ἐμποροπανηγύρεις αὐταὶ, αἱ ὁποιαὶ ἐτελοῦντο εἰς τὰς ἀρχὰς ἅπασ τῶν ἔθνων μόνον, δὲν ἦσαν ἀργότερον ἀρκεταὶ νὰ καλύψωσιν τὰς ἀνάγκας, τὰς ὁποίας προκάλεσεν ἡ ἀνάπτυξις τοῦ ἐμπορίου καὶ ἡ περνωσις τῶν συναλλαγῶν. Καὶ τοῦτο προεκάλεσεν τὴν δημιουργίαν συγχωστέρων συγκλητηρίων, αἱ ὁποιαὶ τέλος κατέληξον εἰς τὰ χρηματιστήρια, τὰ ὁποια ἐβῆσαν εἰς τὸν ἀνωτατον βαθμὸν τῆς ἀναπτύξεός των κατὰ τὴν ἐποχὴν τοῦ ἐλευθέρου ἐμπορίου. Ἡ ἀνάπτυξις λοιπὸν τῶν χρηματιστηρίων συμπέσκει μετὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς ἐμπορικῆς κινήσεως καὶ τὰ πρώτα χρηματιστήρια παρουσιάζονται ἀρκυβῶς εἰς τὰς πόλεις ἐκείνας, αἵτινες πρωτοστατοῦν εἰς τὴν ἐμπορικὴν κίνησιν, δηλαδή τὰς πόλεις τῆς Β. Ταλίας καὶ τῆς Φλάνδρας, ἀπὸ τὸν 11' ἤδη αἰῶνα. Μέχρι τοῦ 12' αἰῶνος ὅμως αἱ χρηματιστηριακαὶ πράξεις περιορίζονται εἰς τὰ πολυτιμα κυρίως μέταλλα, τὰ ξένα νομίσματα καὶ τὰ συναλλάγματα ἐπὶ ξένων ἀγορῶν. Μετὰ τὴν ἐμφάνισιν ὅμως βραδύτερον τῶν δι' ὁμολογιῶν κρατικῶν δανείων καὶ τῶν μετοχῶν τῶν ἀνωνύμων ἐταιρειῶν, καθὼς καὶ μετὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῶν συγκοινωνιακῶν μέσων, τὰ χρηματιστήρια τῶν μεγάλων ἐμπορικῶν κέντρων κατέστησαν πλέον πραγματικῶς διεθνῆ κέντρα, ὅπου πωλοῦνται καὶ ἀγοράζονται τίτλοι ἀπὸ ὅλα τὰ μέρη τοῦ κόσμου.

**98. Τὸ Χρηματιστήριον Ἀθηνῶν.** Τὸ πρῶτον Ἑλληνικὸν Χρηματιστήριον (ἀνεπίσημον κατ' ἀρχάς) ἐλειτούργησεν εἰς τὸν ἀνω ὄροφον τοῦ ἱστορικοῦ καφερείου «Ἡ Ὥραία Ἑλλάς» εἰς τὴν διασταύρωσιν τῶν ὁδῶν Αἰόλου καὶ Ἐρμού. Τὸ πρῶτον ἐπίσημον χρηματιστήριον ἀξιῶν συνεστήθη τὸ 1875 διὰ Β. Δ. ἐν Πειραιεῖ. Κατόπιν τὸ χρηματιστήριον τοῦτο κατηργήθη καὶ ἰδρύθη τὸ Χρηματιστήριον Ἀθηνῶν διὰ τοῦ Β. Δ. ἀπὸ 30 Σεπτεμβρίου 1876. Τὸ Χρηματιστήριον Ἀθηνῶν κατ' ἀρχάς ἦτο ἰδιωτικὸν νομικὸν πρόσωπον ἄνευ ἀναμίξεως τοῦ Κράτους καὶ διετίετο ἐπὶ τῶν ἀρθρῶν 71—75 τοῦ ἐμπορικοῦ νόμου. Ἀπὸ τοῦ 1918 ὅμως (Νόμος 1308 τῆς 16ης Ἀπριλίου 1918) τὸ Χρη-



ματιστήριον Ἀθηνῶν κατέστη νομικόν πρόσωπον δημοσίου δικαίου.

Ὅργανα τοῦ Χρηματιστηρίου Ἀθηνῶν εἶναι ὁ κρατικὸς ἐπόπτης, ὅστις εἶναι δημόσιος λειτουργὸς ἀσκῶν τὴν κρατικὴν ἐποπτείαν, ἢ ἐπιτροπεία τοῦ Χρηματιστηρίου, οἱ χρηματισταὶ καὶ οἱ ἀντικρουσταί. Οἱ χρηματισταὶ ἀσχοῦν δημόσιον λειτουργήματα καὶ διορίζονται ὑπὸ τοῦ Κράτους. Οἱ χρηματισταὶ θεωροῦνται ἔμποροι καὶ ἔχουν τὸ ἀποκλειστικὸν δικαίωμα τῆς ἐκτελέσεως χρηματιστηριακῶν συναλλαγῶν κατὰ τὴν καταθέσειν ὑπ' αὐτῶν ἔγγυθσεως. Ἐκτελέσεις ὑπ' αὐτῶν πράξεως δι' ἴδιον λογαριασμὸν ἀπαγορεύεται ἀπολύτως.

Ὁ χρηματιστὴς τηρεῖ τὰ ἑξῆς βιβλίαι : Ἡμερολόγιον, βιβλίον ἀπογραφῶν, βιβλίον ἀντιγραφῆς ἐπιστολῶν, Ἀρχεῖον ἐπιστολῶν καὶ Καθολικόν. Ἐπὶ πλέον δέ : Σημειωματάριον, βιβλιάριον τριπλοτύπων πινακιδίων, βιβλίον καταθέσεων ἔγγυθσεων, βιβλίον μερίδων χρηματιστῶν καὶ πελατῶν, βιβλίον 15 ἡμέρων ἐκκαθαρίσεων πελατῶν καὶ ταμεῖα τίτλων καὶ μετρητῶν.

Ὁ ἀντικρουστὴς εἶναι βοηθὸς τοῦ χρηματιστοῦ, προσλαμβάνομενος ἢ ἀπολύομενος ὑπ' αὐτοῦ καὶ διεξάγων τὴν ὑπηρεσίαν τοῦ γραφείου. Ὁ ἀντικρουστὴς εἰς τὸν ὅποιον ἐχορηγήθη συμφῶνως τῷ νόμῳ συμβολαιογραφικῆ πληρεξουσιότης ἀποκτῶ τὸ δικαίωμα ἐκφονήσεως, ὅποτε συμβάλλεται ἐν τῷ Χρηματιστηρίῳ ὀνόματι τοῦ Χρηματιστοῦ του. Οἱ τοιοῦτοι ἀντικρουσταὶ ὀνομάζονται **ἐκφωνηταί**.

Χρηματιστηριακὰ «πράγματα» εἶναι οἱ ἀνόνημοι τίτλοι τῶν ἔθνικῶν μας δανειῶν, καθὼς καὶ αἱ μετοχαὶ καὶ ὁμολογίαι ἑταιρειῶν, αἵτινες ἔτυχον ἐιδικῆς ἀδείας βάσει τοῦ ἀρθ. 17 τοῦ Ν. 3682]1928. Χρηματιστηριακαὶ διαφοραὶ μετὰ χρηματιστῶν λύονται, ὑπὸ τοῦ Α Χρημ. Δικαστηρίου ἀκαρτιζομένου ἐκ τῶν μελῶν τῆς ἐπιτροπῆς τοῦ Χρηματιστηρίου, ἐπιτροπευομένης ἐφέσεως εἰς τὸ Β' Χρηματιστηριακὸν Δικαστήριον. Αἱ διαφοραὶ μετὰ χρηματιστῶν καὶ ἰδιοιτῶν ἐπιδικάζονται ὑπὸ τοῦ Χρηματιστηριακοῦ Δικαστηρίου μόνον. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐξ ἑνὸς ἑρέτου, ἑνὸς πρωτοδίκου, ἐκ τοῦ κυβερνητικοῦ ἐπόπτην, ἑνὸς τραπεζικοῦ ὑπαλλήλου καὶ ἑνὸς χρηματιστοῦ. Κατὰ τῶν ἀποφάσεων τοῦ Χρηματιστηριακοῦ Δικαστηρίου ἐπιτρέπεται ἔφεσις ἐνώπιον τοῦ ἐφετείου.

Μεθ' ἐκάστην συνεδρίασιν τὸ Χρηματιστήριον ἐκδίδει δελτίον, εἰς τὸ ὅποιον ἀναγράφονται αἱ τιμαὶ τῶν διαφόρων χρημα-

τιστηριακῶν πραγμάτων, ὅπως αὐταὶ καθορίσθησαν κατὰ τὴν συνεδρίασιν. Εἰς τὸ δελτίον ἀναγράφεται 1) ἡ τιμὴ τῶν πράξεων τοῖς μετρητοῖς, (κατωτέρα, ἀνωτέρα καὶ ἡ τελευταία 2) ἡ τιμὴ τῶν πράξεων ἐπὶ προθεσμία (κατωτέρα, ἀνωτέρα καὶ τελευταία 3) ἡ προτελευταία τιμὴ τῶν τίτλων, ἐπὶ τῶν ὁποίων δὲν ἐγένοντο πράξεις καὶ 4) στήλην διὰ τιμᾶς προσφορᾶς ἢ ζητήσεως μὴ εὐρούσας ἀντισυμβαλλόμενον.

Αἱ χρηματιστηριακαὶ ἐντολαὶ δεόν νὰ δίδωνται γραπτῶς καὶ νὰ καθορίζουν :

1) Ἐάν πρόκειται περὶ ἀγορᾶς ἢ πωλήσεως καὶ ἂν αἱ πράξεις αὐταὶ εἶναι τοῖς μετρητοῖς ἢ ἐπὶ προθεσμία.

2) Τὸ εἶδος τῶν τίτλων.

3) Τὴν τιμὴν, εἰς ἣν θὰ ἐκτελεσθῇ ἡ πράξις, (ἡ τιμὴ αὕτη καθορίζεται οὕτω : εἰς τὴν τιμὴν ἀνοίγματος, εἰς τὴν τελευταίαν, τὴν μέσην, εἰς τὴν τιμὴν, ἣν θὰ εὕρῃ ἡ ἐντολή, εἰς ὥριονμένην καὶ ἐπὶ τὸ καλύτερον, εἰς τιμὴν ἐπὶ τὸ καλύτερον, περίπου εἰς τιμὴν α).

Εἰς τὸ Χρηματιστήριον Ἀθηνῶν ἡ ἐκκαθάρισις γίνεται δις τοῦ μηνὸς διαρκούσα δύο ἡμέρας ἕκαστον δεκαπενθήμερον ἤτοι τὴν 1ην καὶ 2αν καθὼς καὶ τὴν 15ην καὶ 17ην ἑκάστου μηνός, ὁπότε τὸ Χρηματιστήριον δὲν συνεδριάζει. Τὴν πρώτην ἡμέραν μέχρι τῆς μεσημβρίας γίνονται αἱ συμβάσεις μεταφορῶν καὶ τὴν δευτέραν ἢ παράδοσις καὶ παραλαβὴ τῶν χρηματιστηριακῶν πραγμάτων καθὼς καὶ ἡ πληρωμὴ τῶν διαφορῶν. Μέχρι τῆς μεσημβρίας τῆς πρώτης ἡμέρας ἕκαστος χρηματιστής παραδίδει εἰς τὸ γραφεῖον ἐκκαθαρίσεως κατάστασιν τῶν εἰσπρακτέων καὶ πληρωτέων παρ' αὐτοῦ διαφορῶν, τὸ δὲ γραφεῖον ἐκκαθαρίσεως ἐπὶ τῇ βάσει τῶν καταστάσεων τούτων συντάσσει τὸν γενικὸν κατάλογον διαφορῶν. Πᾶν λάθος τοῦ γραφείου βαρύνει τὸ Χρηματιστήριον.

## Γ. ΠΡΑΞΕΙΣ ΤΟΙΣ ΜΕΤΡΗΤΟΙΣ

Πράξεις τοῖς Μετρητοῖς καλοῦνται, ὅπως εἶδομεν καὶ ἀνωτέρω, αἱ χρηματιστηριακαὶ συμβάσεις, αἵτινες ὀφείλουσιν νὰ ἐκτελεσθοῦν ἀμέσως. Ἡ παράδοσις τῶν χρηματιστηριακῶν πραγμάτων καὶ ἡ καταβολὴ τοῦ ἀντιτίμου αὐτῶν γίνεται ἀμέσως. Αἱ πράξεις

τοῖς μετρητοῖς συνοδεύονται ὑπὸ σχετικῶν πινακίων ἐκδιδομένων ὑπὸ τῶν χρηματιστῶν, οἵτινες ἔλαβον τὴν σχετικὴν ἐντολήν.

### § 94. Πινάκιον ἀγορᾶς.

**Πρόβλημα.** Τὴν 19 Μαρτίου 1926 ἀγοράζονται 25 τίτλοι ὀνομαστικῆς ἀξίας 1000 δρχ. 3<sup>0</sup>/<sub>10</sub>. Ποία ἡ τιμὴ τῶν τίτλων αὐτῶν, ἐὰν ἡ πληρωμὴ τῶν τοκομεριδίων γίνεται τὴν 1ην Μαΐου καὶ 1ην Νοεμβρίου ἐκάστου ἔτους καὶ ἐὰν ἡ προμήθεια εἶναι 2<sup>0</sup>/<sub>100</sub> καὶ τὸ χαρτόσημον 12 δρχ.: Τιμὴ δελτίου 435.

**Λύσις :** Ὁ χρηματιστής, ὅστις ἔλαβε τὴν ἐντολήν αὐτὴν θὰ συντάξῃ τὸ κάτωθι πινάκιον ἀγορᾶς.

X. Γ. Π. Χρηματιστής		Ἐν Ἀθήναις τῇ 19 Μαρτίου 1926. Ἄγορά διὰ λογαριασμὸν τοῦ κ. Α. τὴν 19ην Μαρτίου 1926.		
		25 τίτλοι τῶν 1000 δρχ. 3 <sup>0</sup> / <sub>10</sub>	435 δρχ. ἑκατὸς τόκος 140 ἡμ. 3 <sup>0</sup> / <sub>10</sub> Προμ. 2 <sup>0</sup> / <sub>100</sub> 22,33 Χαρτόσ. 12,—	δρχ. 10875,— • 291,67
Ποσὸν	11166,67			δρχ. 11166,67
Χαρτ.	12			• 34,33
		Καθαρὸν ποσὸν		δρχ. 11201,—

### 95. Πινάκιον πωλήσεως.

**Πρόβλημα.** Τὴν 19 Μαρτίου 1926 πωλοῦμεν 60 τίτλους (ὄνομ. ἀξίας 1000 δρχ. 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub><sup>0</sup>/<sub>10</sub>) πρὸς 350 δρχ. ἑκαστὸν. Προμήθεια 2<sup>0</sup>/<sub>100</sub>. Χαρτόσημον 22,— δρχ. Τί θὰ εἰσπράξωμεν; (Πληρωμὴ τοκομεριδίων τέλος Ἰανουαρίου καὶ Ἰουλίου).

1) Ἐπὶ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας τῶν τίτλων.

**Δύοις :** Ὁ χρηματιστὴς θὰ συντάξῃ τὸ κάτωθι πινάκιον πωλήσεως.

Χ. Γ. Π. Χρηματιστὴς		Ἐν Ἀθήναις τῇ 19 Μαρτίου 1926. <i>Πώλησις διὰ λογαριασμὸν τοῦ κ. Α. τὴν 19ην Μαρτίου 1926.</i>		
		60 τίτλοι τῶν 1000 δρ.	πρὸς 350 δρ. ἑκαστ. + τόκος 80 ἡμερ.  Προμ. 2 <sup>2</sup> / <sub>100</sub> 42,70  Χαρτῶν. 22.—  Καθαρὸν ποσὸν	δρ. 21000.— • 333,33 <hr/> δρ. 21333,33 • 64,70 <hr/> δρ. 21268,63
Τιμὴ τίτλων	21333,33			
Χαρτ.	22.—	2 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> %		

### Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

700) Νά συνταχθῇ τὴν 25 Ἀπριλίου 1930 πινάκιον ἀγορᾶς 175 τίτλων ὀνομαστικῆς ἀξίας 500 δρχ. πρὸς 6 %. Ποία ἡ τιμὴ τῶν τίτλων αὐτῶν, ἐάν ἡ πληρωμὴ τῶν τοκομεριδίων γίνεται τὴν 1 Μαρτίου καὶ τὴν 1 Σεπτεμβρίου ἐκάστου ἔτους; Προμήθεια 1 <sup>1</sup>/<sub>2</sub> %<sub>100</sub>. Χαρτῶν. 25 δρχ. καὶ τιμὴ δελτίου 368.

710) Νά συνταχθῇ τὴν 12 Σεπτεμβρίου πινάκιον πωλήσεως 250 τίτλων ὀνομαστικῆς ἀξίας 100 δρχ. πρὸς 4 %. Τι θὰ εἰσπράξωμεν ἐπὶ τῆς πωλήσεως αὐτῆς, ἐάν οἱ τόκοι καταβάλλονται τὴν 1 Ἰανουαρίου καὶ τὴν 1 Ἰουλίου ἐκάστου ἔτους καὶ ἐάν ἡ τιμὴ δελτίου τῶν τίτλων αὐτῶν εἶναι 76,50; Προμήθεια 1 %<sub>100</sub>. Φόρος 0,1 %<sub>100</sub>.

### Α ΠΡΑΞΕΙΣ ΕΠΙ ΠΡΟΘΕΣΜΙΑ

**96. Ὅρισμοί.** Πράξεις ἐπὶ προθεσμία καλοῦνται ἐκεῖναι αἱ πράξεις τοῦ χρηματιστηρίου, εἰς τὰς ὁποίας οἱ συμβαλλόμενοι συμφωνοῦν μίαν τιμὴν ἀγορᾶς καὶ πωλήσεως μετὰ τὸν ὄρον ἢ παρὰ ὄρον τῶν τίτλων καὶ ἡ καταβολὴ τῆς τιμῆς αὐτῶν νὰ μὴ γίνῃ ἀμέσως, ὡς εἰς τὰς πράξεις τοῖς μετρητοῖς, ἀλλὰ μεταγενεστέρως εἰς ὀρισμένην τινὰ ἡμερομηνίαν, ἣτις ὀνομάζεται **Χρηματιστηριακὴ Λήξις ἢ Ἐκκαθάρισις** (§ 93).

Κατὰ βόαναι αἱ ἐπὶ προθεσμίᾳ πράξεις εἶναι πράξεις καθα-  
ρῶς κερδοσκοπικαί. Ὁ **ἀγοραστής** πιστεύει ὅτι μελλοντικῶς ἡ  
τιμὴ ὀρισμένων τίτλων θὰ ὑψωθῆ καὶ μὴ διαθῆται τὰ ἀπαιτού-  
μενα χορήματα διὰ τὴν ἀγορὰν αὐτῶν, τοὺς ἀγοράζει «στὰ ἀνοι-  
κτά» (à découvert, in blanco), ὑπολογίζων νὰ τοὺς πωλήσῃ,  
πάλιν ἐπὶ προθεσμίᾳ, μόλις ἡ τιμὴ αὐτῶν ὑψωθῆ ἐν τῷ μεταξὺ  
καὶ νὰ κερδίσῃ κατὰ τὴν ἔκκυθάραιον τὴν διαφορὰν. Κερδοσκο-  
πεῖ δηλαδὴ «πρὸς τὰ πάνω» (à la hausse εἶναι ὑψωτής, haussier,  
ἀγγλιστὶ Bull). Ἐννοεῖται ὅτι ἡ πραγματοποίησις τῶν προβλέ-  
ψεων ἐξαρτᾶται ἀπὸ πολλὰ καὶ διάφορα αἴτια ἀγνωστα γενικῶς  
εἰς αὐτὸν οὕτως, ὥστε ἡ ἱκανοποίησις τῶν ἐλπίδων του εἶναι ζή-  
τημα ὀρισμένης **πιθανότητος** ὅπως εἰς ὅλα τὰ τυχερὰ παιχνίδια.

Ὁ **πωλητής** πάλιν πιστεύει ἀντιθέτως ὅτι αἱ τιμαὶ τῶν τί-  
λων θὰ κατέλθουν καὶ μὴ διαθῆται καὶ αὐτὸς τοὺς τίτλους αὐ-  
τούς, τοὺς πωλεῖ «στὰ ἀνοικτά» ἐλπίζων νὰ πείσουν αἱ τιμαὶ ἐν  
τῷ μεταξὺ καὶ νὰ τοὺς ἀγοράσῃ εἰς συμφέρουσαν τιμὴν ὥστε τὴν  
ἡμέραν τῆς ἔκκαθαρίσεως νὰ τοὺς παραδώσῃ καὶ νὰ κερδίσῃ τὴν  
διαφορὰν. Ὁ πωλητής κερδοσκοπεῖ δηλαδὴ «πρὸς τὰ κάτω» (à  
la Baisse, εἶναι ὑποτιμητής, Baissier καὶ ἀγγλιστὶ Bear). Καὶ  
ἔδῳ ἡ ἐκπλήρωσις τῶν προβλέψεων τοῦ πωλητοῦ στηρίζεται εἰς  
ὀρισμένης **πιθανότητος**, ὡς εἰς πᾶν τυχερὸν παιχνίδιον.

Αἱ ἐπὶ προθεσμίᾳ πράξεις διαιροῦνται :

- 1) εἰς πράξεις ὀριστικὰς ἢ ἀπλῶς ἐπὶ προθεσμίᾳ καὶ
- 2) εἰς πράξεις ἐπὶ δώρῳ.

Εἰς τὰς ὀριστικὰς πράξεις ὁ ἀγοραστής ὑποχρεοῦται κατὰ  
τὴν ἡμέραν τῆς ἔκκαθαρίσεως νὰ παραλάβῃ τοὺς τίτλους του καὶ  
νὰ κατοβάλῃ τὸ ἀντίτιμον αὐτῶν ἐνῷ εἰς τὰς ἐπὶ δώρῳ πράξεις  
ὁ κατὰ τὴν σύμβασιν ὀριζόμενος ἔχει τὸ δικαίωμα νὰ διαλύσῃ  
τὴν σύμβασιν καταβάλλων εἰς τὸν ἕτερον τῶν συμβαλλομένων ἀπο-  
ζημιώσιν τινα (τὴ **δῶρον**) ἢ νὰ ἐκτελέσῃ αὐτήν.

**97. Θέσις τοῦ ἀγοραστοῦ εἰς τὰς ὀριστικὰς  
πράξεις.**

Ὁ ἀγοραστής εἰς τὰς ὀριστικὰς ἐπὶ προθεσμίᾳ πράξεις ἔχει  
τρεις τρόπους διὰ νὰ ἐκπληρώσῃ τὰς ὑποχρεώσεις του :

1) *Νά παραλάβη* τούς τίτλους του. Τοῦτο γίνεται ὁσάκις ὁ ἀγοραστής διαβίηται τὸ ἀπαιτούμενον ποσὸν καὶ δὲν ἔχει ὡς σκοπὸν νὰ κερδοσκοπήσῃ ἐπὶ τῶν πιθανῶν μεταβολῶν τῶν τιμῶν ἀλλὰ νὰ τοποθετήσῃ πραγματικῶς τὰ κεφάλαιά του εἰς τίτλους τῆς ἄρεσκείας του.

**Πρόβλημα I.** *Τὴν 17 Μαΐου 1934 ὁ κ. Πειρόπουλος ἀγοράζει ἐν Ἀθήναις μέσῳ τοῦ Χρηματιστοῦ κ. Χ. 250 τίτλους Α πρὸς 515 δραχ. διὰ τὸ τέλος τοῦ μηνὸς καὶ προκαταβάλλει δραχ. 10000. Τὴν 1ην Ἰουνίου (ἡμέραν τῆς ἐκκαθαρίσεως) ὁ κ. Πειρόπουλος δηλώνει διὲν θὰ παραλάβῃ τούς τίτλους του. Τί θὰ πληρώσῃ ἀκόμη; Προμήθεια  $1\frac{1}{2}\%$  Φόρος  $0,1\%$ .*

**Λύσις :**

Τὴν ζητούμενην ἀπάντησιν τὴν δίδει ὁ κάτωθι λογισμός.

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ ΕΚΚΑΘΑΡΙΣΕΩΣ ΤΗΝ 1 ΙΟΥΝΙΟΥ

*Χρέοσις*

*Πίστωσις*

17 Μαΐου	250 τίτλοι Α πρὸς 515	δραχ. 128750.—	17 Μαΐο	Προκαταβολή	δραχ. 10.000.—
	Προμήθεια $1\frac{1}{2}\%$	" 193,15	1 <sup>η</sup> Ιουν.	πρὸς ἐξίσωσιν	" 118962,50
	Φόρος $0,1\%$	" 19,35			
		δραχ. 128962,50			δραχ. 128962,50

ὅστε κατὰ τὴν ἐκκαθάρισιν θὰ καταβάλλῃ δραχ. 118962,50 ἐπὶ πλεόν καὶ θὰ παραλάβῃ τούς τίτλους του.

2) *Νά πωλήσῃ* εἰς τὸ μεταξὺ χρονικὸν διίστημα τούς τίτλους, ὁπότε κατὰ τὴν Χρηματιστηριακὴν λήξιν θὰ εἰσπράξῃ τὸ προκύψαν κέρδος ἢ θὰ καταβάλλῃ τὴν ζημίαν.

**Πρόβλημα II.** *Ὑποθέτομεν διὲν εἰς τὸ προηγούμενον πρόβλημα οἱ τίτλοι Α ὑψώθησαν ἐν τῷ μεταξὺ καὶ διὲν τὴν 20 Μαΐου ὁ χρηματιστής ἐλάβεν ἐντολὴν ἀπὸ τὸν κ. Πειρόπουλον νὰ πωλήσῃ τούς τίτλους με τιμὴν δελτίου 525. Ποῖον τὸ κέρδος τοῦ κ. Πειροπούλου ;*

**Δύσεις :**

Τὴν ἀπάντησιν δίδει καὶ ἐδῶ ὁ κάτωθι λογαριασμός ἐκκαθαρίσεως.

**ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ ΕΚΚΑΘΑΡΙΣΕΩΣ ΤΗΝ 1 ΙΟΥΝΙΟΥ**

**κ. Πετροπούλου**

Δέτωσις		Πίστωσις	
7 Μαΐου	250 τίτλοι Α πρὸς 515	δρ. 128750.—	17 Μαΐου προκαταβολή δρ. 10000.—
"	Προμήθεια 1 1/2 % εκ.	" 193,15	20 " 250 τίτλοι Α
"	Φόρος 0,1 % εκ.	" 19,35	πρὸς 525 " 131250.—
9 Μαΐου	Προμήθεια 1 1/2 % εκ.	" 196,30	
"	Φόρος 0,1 % εκ.	" 19,80	
11 Μαΐου	Πρὸς ἐξίσωσιν	" 12070,80	
		<u>δρ. 141250.—</u>	<u>δρ. 141250.—</u>

Ὅστε τὸ κέρδος τοῦ κ. Πετροπούλου θὰ εἶναι δρχ. 12070,80—10000= δρ. 2070,80

3) **Νὰ μεταφέρῃ** τὴν προῆξιν διὰ τὴν ἐπομένην χρηματιστηριακὴν λήξιν ἤτοι νὰ ἀναβάλῃ τὴν ὀριστικὴν ἐκκαθάρισιν καὶ νὰ παραμείνῃ ἀγοραστὴς καὶ τὸ ἐπόμενον δεκαπενθήμερον.

**Πρόβλημα III.** *Εἰς τὸ προηγούμενον πρόβλημα ὑποθέτομεν δι μέχρι τῆς 31ης Μαΐου οἱ τίτλοι ἀντὶ νὰ ὑπωθῶν πίπτουν καὶ δι τὴν 31 Μαΐου τιμῶνται 500 δρχ. Ἐπειδὴ ὁμοῦς ὁ κ. Πετρόπουλος ἐλπίζει τὸ ἐπόμενον δεκαπενθήμερον νὰ ὑπωθῶν αἱ τιμαὶ ὥστε νὰ καλύψουν τὴν ζημίαν, ἐπιθυμεῖ νὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ εἶναι ἀγοραστὴς καὶ κατὰ τὸ δεκαπενθήμερον αὐτό. Πράγματι αἱ τιμαὶ τῶν τίτλων ὑψώθησαν καὶ τὴν 13 Ἰουλίου τοὺς πωλεῖ πρὸς 528 διὰ τὸ τέλος τοῦ δεκαπενθημέρου. Νὰ εὑρεθῇ ἂν ὁ κ. Πετρόπουλος ἐκέρδισεν ἢ ἔχασεν ἐκ τῆς πράξεως αὐτῆς καὶ πόσον. Report 2.*

**Δύσις :** Ἐάν ὁ κ. Πετρόπουλος ἐπώλει τοὺς τίτλους του τὴν 31 Μαΐου πρὸς 500 δρχ. ἕκαστον θὰ εἶχε ζημίαν  $15 \times 250 =$  δρχ. 3750 καθὼς καὶ τὰ ἔξοδα τῶν πράξεων αὐτῶν. Μεταφέρει λοιπὸν τὴν πράξιν διὰ τὸ ἐπόμενον δεκαπενθήμερον ἐλπίζων νὰ καλύψῃ τὴν ζημίαν καὶ νὰ κερδίσῃ ἐπὶ τῆς προσδοκωμένης ἠψώσως τῶν τιμῶν. Ἐπειδὴ ὁμοίως δὲν διαθέτει τὰ ἀπαιτούμενα χρήματα διὰ νὰ παραλάβῃ ὁ ἴδιος τοὺς τίτλους καὶ νὰ ἀναμένῃ τὴν ἠψωσιν διὰ νὰ τοὺς μεταπωλήσῃ, ἀπευθύνεται μὲσω τοῦ χρηματιστοῦ Χ εἰς τινὰ κεφαλαιοῦχον, ὅστις διαθέτει τὰ κεφάλαιά του διὰ μεταφορᾶς εἰς τὸ χρηματιστήριο (reporteur), καὶ δαννίζειται τὸ ποσὸν τὸ ὅποιον ἀπαιτεῖται διὰ νὰ παραλάβῃ τοὺς τίτλους δηλαδὴ εἰς 125000 δρχ. Ὁ κεφαλαιοῦχος δίδει τὰς 125000 δρχ. καὶ ἀγοράζει **τοῖς μετρητοῖς** τοὺς τίτλους τοὺς ὁμοίους δὲν εἶναι εἰς θέσιν νὰ ἀγοράσῃ ὁ κ. Πετρόπουλος, πρὸς 500 δρχ. ἕκαστον καὶ τοὺς μεταπωλεῖ ἀμέσως εἰς αὐτὸν **ἐπὶ προθεσμίᾳ** πρὸς 502 δρχ. Οἷτω ὁ κ. Πετρόπουλος πυρομένει ἀγοραστής διὰ τὸ ἐπόμενον δεκαπενθήμερον. Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῆς τιμῆς ἐπὶ προθεσμίᾳ τῶν 502 δρχ. καὶ τῆς τιμῆς τοῖς μετρητοῖς τῶν 500 δρχ., δηλαδὴ αἱ δύο δραχμαί, ὀνομάζεται report καὶ ἀποτελεῖ τὸ κέρδος τοῦ κεφαλαιοῦχου ἢ τὸν τόκον τῶν κεφαλαιῶν του διὰ τὸ δεκαπενθήμερον μέχρι τῆς προσεχοῦς ἐκκαθαρίσεως. Ὡστε report **εἶναι ἡ ὑπεροχὴ τῆς τιμῆς ἐπὶ προθεσμίᾳ τῶν τίτλων ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν τιμὴν αὐτῶν τοῖς μετρητοῖς.**

Τὸ κέρδος τοῦ κ. Πετρόπουλου καθὼς καὶ τὰς διαιτυπώσεις τῆς μεταφορᾶς μᾶς τὰς δίδουν οἱ κάτωθι λογαριασμοὶ ἐκκαθαρίσεως.

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ ΕΚΚΑΘΑΡΙΣΕΩΣ ΤΗΝ 1 ΙΟΥΝΙΟΥ

*κ. Πετροπούλου*

<i>Χρέωσις</i>		<i>Πιστώσις</i>	
17 Μαΐου	250 τίτλοι Α πρὸς 515	δρ. 128750.—	17 Μαΐου προκαταβολή δρ. 10.000.—
17 "	Προμήθεια $1\frac{1}{2}\%$	" 193,15 31	" 250 τίτλοι πρὸς 500 " 125000.—
17 "	Φόρος	" 19,35 31	"
31 Μαΐου	Πρὸς ἐξίπωσην	" 10.000.—	Συνεπλήρωσις προκαταβολῆς " 3952,50
		<u>δρ. 138962,50</u>	<u>δρ. 138962,50</u>



Ὁ κ. Πετρόπουλος θὰ καταβάλλῃ εἰς τὸν χρηματιστὴν τὴν 31 Μαΐου δρχ. 3962,50 πρὸς συμπλήρωσιν τῆς προκαταβολῆς του καὶ θὰ παραμείνῃ ἀγοραστὴς. Αἱ 3962,50 δρχ. ἀποτελοῦν τὴν ζημίαν του ἐκ τῆς πτώσεως τῶν τιμῶν τῶν τίτλων. Τὴν 13 Ἰουνίου πωλεῖ ἐπὶ προθεσμίᾳ τοὺς τίτλους του πρὸς 528 δρ καὶ ἔχομεν κατὰ τὴν ἐκκαθάρισιν τὸν κάτωθι λογαριασμόν :

**ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ ΕΚΚΑΘΑΡΙΣΕΩΣ ΤΗΝ 16 ΙΟΥΝΙΟΥ**

**κ. Πετροπούλου**

<i>Κρέωσις</i>		<i>Πίστωσις</i>		
31 Μαΐου	250 τίτλοι πρὸς 502	δρ. 125500.—	31 Μαΐου προκαταβολή	δρ. 10.000.—
31 "	Προμήθεια $1\frac{1}{2}\%$	" 384,25	13 Ἰουνίου 250 τίτλοι Α	" 132.000
31 "	Φόρος	" 19,95	πρὸς 528	
16 Ἰουνίου	Πρὸς ἐξίσοσιν	" 16093,80		
		<hr/>		<hr/>
		δρ. 142.000		δρ. 142.000
		<hr/>		<hr/>

**Παρατήρησις I.** Ὁ κερδοσκοπῶν δύναται νὰ μεταφέρει συνεχῶς τὴν ἐκκαθάρισίν του καὶ μάλιστα ὄχι μόνον ὅταν ἔχει ζημίαν ἀλλὰ καὶ ὅταν ἔχει κέρδος, δηλαδὴ ὅταν αἱ τιμαὶ τῶν ἀξιῶν ἀνέρχονται συμφώνως πρὸς τὰς προσδοκίας του. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν θὰ ἔχη εἰς τὸ παθητικόν του τὰ ἔξοδα μεταφορᾶς : προμηθείας, φόρους, γερροτ καὶ εἰς τὸ ἐνεργητικόν του τὸ προϊόν τῶν τοκομεριδίων κατὰ τὰς διαφορὰς ἐπὶ τῆς ὑψώσεως τῶν τιμῶν.

**Παρατήρησις II.** Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα μεταφορᾶς ὁ κεφαλαιουχὸς εἶχε κέρδος 2 δραχμῶν κατὰ τίτλον εἰς 15 ἡμέρας. Ἄρα τὸ ἐπιτόκιον τοποθετήσεως τῶν χρημάτων του ἦτο : (§ 12)

$$E = \frac{2 \cdot 36000}{500 \cdot 15} = 9,6\%$$

### 98. Ἡ σημασία τοῦ report εἰς τὰς χρηματιστηριακάς πράξεις

Ὅπως εἶδομεν ἀνωτέρω report παρουσιάζεται εἰς μίαν *πώλησιν τοῖς μετρητοῖς* ὀφισμένον τίτλων συνοδευόμενον ἀμέσως ἀπὸ μίαν *ἀγορὰν ἐπὶ προθεσμίᾳ* ἴσου ἀριθμοῦ τίτλων τοῦ αὐτοῦ εἶδους. Ὁ ἀγοραστής μὴ διαθέτων ὁ ἴδιος τὸ ἀπαιτούμενον ποσὸν διὰ τὴν πληρωμὴν τῶν ἀγορασθέντων τίτλων καταφεύγει μὲσω τοῦ χρηματιστοῦ τὸν εἰς τινὰ κεφαλαιοῦχον ὅστις δέχεται νὰ πληρώσῃ τὸ ποσὸν αὐτὸς καὶ νὰ παραλάβῃ τοὺς τίτλους μὴ τὴν συμφωνίαν νὰ τοὺς δηλώσῃ ἀμέσως εἰς τὸν ἀγοραστήν ἐπὶ προθεσμίᾳ μὲ μίαν τιμὴν ἀνωτέραν. Ἡ διαφορὰ αὕτη μεταξὺ τῶν δύο τιμῶν εἶναι τὸ report καὶ ἀποτελεῖ τὴν ἀμοιβὴν τοῦ κεφαλαιοῦχου διὰ τὰ κεφάλαια τὰ ὅποια ἐδάνεισεν, εἶναι δηλαδή κατ' οὐσίαν, ὁ τόκος τῶν χρημάτων του δι' ἓνα δεκαπενθήμερον. Εἶναι λοιπὸν φανερὸν ὅτι καὶ τὸ report θὰ ὑπάγεται εἰς τοὺς αὐτοὺς μὲ τὰ ἐπιτόκια νόμοις. Ὅταν κατὰ τὴν ἐκκαθάρισιν ὑπάρχουν εἰς τὸ χρηματιστήριον πολλὰ διαθέσιμα κεφάλαια τὸ report θὰ εἶναι μικρὸν. Τὸ ἀντίθετον θὰ συμβαίη ὅταν ὑπάρχῃ σπάνις διαθέσιμων κεφαλαίων. Τὸ report ὅπως βλέπομεν εἶναι τὸ ἐνδεικτικὸν σημεῖον τῆς καταστάσεως εἰς τὸ χρηματιστήριον ἀπὸ ἀποψιν κεφαλαίων καὶ διὰ τοῦτο οἱ κερδοσκοποῦντες τὸ παρακολουθοῦν μετὰ μεγάλης προσοχῆς καὶ ἐξάγουν ἐξ αὐτοῦ συμπεράσματα περὶ τῆς μελλοντικῆς πορείας τῶν τιμῶν τῶν ἀξιών. Οὕτω πολὺ ἀκριβὰ report ἐμφανίζουσι μίαν πολὺ τεταμένην ὑψωτικὴν κατάστασιν καὶ προαγγέλουσι μίαν ταχείαν ἀντίδρασιν, μίαν ὑποτιμητικὴν δηλαδή τάσιν. Ἀντιθέτως πολὺ εὐθηνὰ report σημαίνουν πολλὰ διαθέσιμα κεφάλαια εἰς τὸ χρηματιστήριον καὶ κατὰ συνέπειαν προαγγέλουσι μίαν ὑψωτικὴν τάσιν.

Ἐννοεῖται ὅτι εἰς τὴν πράξιν θὰ καταφεύγωμεν εἰς τὸν κεφαλαιοῦχον μόνον ὅταν δὲν δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν ἄλλον χρηματιστὴν ἐπιθυμοῦντα νὰ μεταφέρῃ μίαν ἀντίστροφον πράξιν μὲ report. Ἀπευθυνόμεθα δηλαδή εἰς τὸν κεφαλαιοῦχον μόνον διὰ τὰ ὑπόλοιπα τῆς ἐκκαθαρίσεως.

**99. Θέσις τοῦ πωλητοῦ κατὰ τὰς ὀριστικὰς πράξεις ἐπὶ προθεσίᾳ.**

Ὁ πωλητής, ὅπως καὶ ὁ ἀγοραστής, δύναται νὰ ἐκκαθαρίσῃ τὰς ἐπὶ προθεσίᾳ πράξεις του κατὰ τρεῖς διαφόρους τρόπους.

1) **Νὰ παραδώσῃ** τοὺς τίτλους. Ὁ τρόπος αὐτὸς ἐκκαθαρίσεως πορονοιάζεται ὅταν ὁ πωλὼν ἐπὶ προθεσίᾳ δὲν ἀποβλέπει εἰς κερδοσκολίαν ἀλλὰ ἔχει τοὺς τίτλους καὶ θέλει νὰ τοὺς πωλήσῃ.

**Πρόβλημα 1.** Ὁ κ. Γεωργίου πωλεῖ τὴν 3 Ἰουλίου ἐν Ἀθήναις μέσω τοῦ χρηματιστοῦ X 100 τίτλους Α πρὸς δεχ. 1735 ἕκαστον διὰ τὴν προσεχῆ ἐκκαθάρισιν. Τι θὰ εἰσπράξῃ ἐκ τῆς πωλήσεως αὐτῆς; Προμήθεια  $1\frac{1}{2}\%$ . Φόρος 0,10 %.

**Λύσις.** Τὴν 15ην Ἰουλίου ὁ κ. Γεωργίου δηλώνει ὅτι θὰ παραδώσῃ τοὺς τίτλους καὶ μετὰ τὴν ἐκκαθάρισιν εἰσπράττει δεχ. 173213,65 συμφώνως πρὸς τὸν κάτωθι λογαριασμόν.

**ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ ΕΚΚΑΘΑΡΙΣΕΩΣ 16 ΙΟΥΛΙΟΥ**

**κ. Γεωργίου**

Πόσιν

Πίστεως

3 Ἰουλ.	Προμήθεια $1\frac{1}{2}\%$	δεχ.	260,25	3 Ἰουλ.	100 τίτλ. Α πρὸς 1735	δεχ. 173500.—
	Φόρος 0,10 %	>	26,10			
	Πρὸς ἔξισωσιν	>	173213,65			
			173500.—			173500.—

2) **Νὰ ἀγοράσῃ** ἐν τῷ μεταξύ τοὺς τίτλους εἰς μικροτέραν τιμὴν καὶ νὰ τοὺς παραδώσῃ κατὰ τὴν ἐκκαθάρισιν εἰς τὸν ἀγοραστήν. Ἐδῶ ὁ πωλητής δὲν ἔχει τοὺς τίτλους ἀλλὰ πωλεῖ «εἰς τὰ ἀνοικτὰ» ἔλπίζων ὅτι αἱ τιμαὶ θὰ πέσουν μέχρι τῆς ἐκκαθαρίσεως διὰ νὰ κερδίσῃ τὴν διαφορὰν.

**Πρόβλημα II.** *Εἰς τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα ἡ τιμὴ τῶν ἀξιῶν Α κατέρχεται συμφώνως πρὸς τὰς προβλέψεις τοῦ κ. Γεωργίου καὶ τὴν 11 Ἰουλίου τιμῶνται 1725 δρχ. Ὁ κ. Γεωργίου δίδει τότε ἐντολὴν εἰς τὸν χρηματιστὴν Χ νὰ ἀγοράσῃ τοὺς τίτλους. Ποῖον τὸ κέρδος τοῦ κ. Γεωργίου ἐκ τῆς πράξεως αὐτῆς;*

*Λύσις.* Ὁ κάτωθι λογαριασμὸς ἐκκαθαρίσεως δίδει τὴν ζητούμενην ἀπάντησιν.

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ ΕΚΚΑΘΑΡΙΣΕΩΣ 16 ΙΟΥΛΙΟΥ

κ. Γεωργίου

Χρέωσις

Πίστωσις

3 Ἰουλ.	Προμήθεια 1 $\frac{1}{2}$ %/100	δρχ. 260,25	3 Ἰουλ.	100 τίτλ. Α πρὸς 1735	δρχ. 173500.—
• •	Φόρος	• 26,10			
11 Ἰουλ.	100 τίτλ. Α πρὸς 1725	• 172500.—			
• •	Προμήθεια 1 $\frac{1}{2}$ %/100	• 258,75			
• •	Φόρος	• 25,90			
16 Ἰουλ.	Πρὸς ἐξίσεσιν	• 439.=			
		δρχ. 173500.—			δρχ. 173500.—

Ὅστε τὸ καθαρὸν κέρδος τοῦ κ. Γεωργίου θὰ εἶναι δρχ. 439.—

3) *Νὰ μεταφέρῃ τὴν πράξιν διὰ τὴν ἐπομένην ἐκκαθάρισιν, δηλαδὴ νὰ ἀναβάλῃ τὴν ὀριστικὴν ἐκκαθάρισιν ἐπὶ ἑν δεκαπενθήμερον.*

**Πρόβλημα III.** Ὁ κ. Γεωργίου πωλεῖ τὴν 2αν Ἀπριλίου ἐν Ἀθήναις μέσῳ τοῦ χρηματιστοῦ Χ «στὰ ἀνοικτὰ» διὰ τὴν προσεχῆ ἐκκαθάρισιν 100 τίτλους Α πρὸς 1420. Τὴν 15ην Ἀπριλίου οἱ προβλέψεις του δὲν ἐπραγματοποιήθησαν ἀκόμη καὶ οἱ τίτλοι τιμῶνται 1425 δρχ. Ὁ κ. Γεωργίου ἐλπίζων εἰς μελλοντικὴν πτώσιν θέλει νὰ παραμείνῃ πωλητὴς καὶ μεταφέρει τὴν ἐκκαθάρισιν διὰ τὸ ἐπόμενον

δεκαπενθήμερον, ὅποτε πράγματι οἱ τίτλοι πίπτουν σὲ 1385 καὶ δίδει ἐντολὴν εἰς τὸν χρηματιστὴν νὰ ἀγοράσῃ ἐπὶ προθεσμίᾳ. Νὰ γίνῃ ἡ μεταφορὰ καὶ νὰ εὐρεθῆ ἂν ὁ κ. Γεωργίου ἐκέρδισεν καὶ πόσον ἐκ τῆς πράξεως αὐτῆς Προμήθεια 1  $\frac{1}{100}$ . Φόρος 0,1  $\frac{1}{100}$  καὶ déport δρχ. 5 κατὰ τίτλον.

**Δύσις.** Ἐπειδὴ ὁ κ. Γεωργίου θέλει νὰ παραμείνῃ πωλητῆς καὶ εἰς τὸ προσεχὲς δεκαπενθήμερον καὶ ἐπειδὴ δὲν διαθέτει κανένα τίτλον διὰ νὰ παραδώσῃ εἰς τὸν ἀγοραστήν του, ἀπευθύνεται, μέσω τοῦ χρηματιστοῦ του εἰς τινὰ κάτοχον τίτλων καὶ ζητεῖ νὰ τοῦ «ἐνοικιάσῃ» τοὺς τίτλους Α δι' ἓν δεκαπενθήμερον δίδων ὡς ἐνοίκιον (déport) 5 δραχμὰς κατὰ τίτλον. Ἡ «ἐνοικίασις» αὐτὴ γίνεται ὡς ἑξῆς: ὁ κ. Γεωργίου ἀγοράζει τοῖς μετρητοῖς ἀπὸ τὸν κάτοχον τῶν τίτλων τοὺς 100 τίτλους Α μετὴν 1430 (1425+5) καὶ τοὺς πωλεῖ ἀμέσως εἰς αὐτὸν ἐπὶ προθεσμίᾳ πρὸς 1425 καὶ παραμένει οὕτω ἕκ νέου πωλητῆς.

Τὸ Déport, ὅπως βλέπομεν, εἶναι ἡ ὑπεροχὴ τῶν 5 δρχ. τῆς τιμῆς τοῖς μετρητοῖς ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν τιμὴν ἐπὶ προθεσμίᾳ καὶ ἀποτελεῖ τὸ κέρδος τοῦ κατόχου τῶν τίτλων διὰ τὴν διάθεσιν αὐτῶν ἐπὶ ἓν δεκαπενθήμερον. Οἱ κάτωθι λογαριασμοὶ δίδουν τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος.

**ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ ΕΚΚΑΘΑΡΙΣΕΩΣ 15 ΑΠΡΙΛΙΟΥ**

**κ. Γεωργίου**

Πόσις

Πίστωσις

1	Ἀπορ.	Προμήθεια 1 $\frac{1}{100}$	δρχ.	142.—	2	Ἀπορ.	100 τίτλ. Α πρὸς 1420	δρχ.	142000.—	
2	"	Φόρος 0,1 $\frac{1}{100}$	>	14,20			Πρὸς ἑξίσωσιν	"	1156,20	
5	"	100 τίτλ. Α πρὸς 1430	>	143000.—						
				δρχ.	143156,20				δρχ.	143156,20

Ὁ κ. Γεωργίου θὰ καταβάλλῃ εἰς τὸν χρηματιστὴν τοῦ δρχ. 1156,20 πρὸς ἐξίσωσιν τοῦ λογαριασμοῦ του. Τὸ ποσὸν αὐτὸ ἀποτελεῖ τὴν ζημίαν του τὸ πρῶτον δεκαπενθήμερον τοῦ μηνὸς Ἀπριλίου.

ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ ΕΚΚΑΘΑΡΙΣΕΩΣ ΤΕΛΟΣ ΑΠΡΙΛΙΟΥ

κ. Γεωργίου

Χρέωσις

Πιστώσις

27 Ἀπρ.	100 τίτλ. Α πρὸς 1385	δρχ. 138500,—	16 Ἀ πρ	100 τίτλ. Α πρὸς 1425	δρχ. 142500,—
" "	Προμήθεια	" 421,50			
" "	Φόρος	" 42,15			
30 Ἀπρ.	Πρὸς ἐξίσωσιν	" 3536,35			
		δρχ. 142500,—			δρχ. 142500,—

Ὅστε τὸ καθαρὸν κέρδος τοῦ κ. Γεωργίου θὰ εἶναι δρχ. 3536,35—δρχ. 1156,20=δρχ. 2380,15.

**Παρατήρησις I.** Ἡ μεταφορὰ δὲν γίνεται μόνον ὅταν δὲν πραγματοποιηθοῦν αἱ προβλέψεις τοῦ πωλητοῦ καὶ αἱ τιμαὶ τῶν ἀξιών δὲν κατέλθουν ἄλλὰ καὶ ὅταν αἱ τιμαὶ πύπτουν. Ὁ πωλητὴς ἔλκισον εἰς συνεχῆ πτώσιν τῶν τιμῶν παραμένει διαρκῶς πωλητὴς μεταφέρον τὴν πώλησιν ἀπὸ δεκαπενθήμερον εἰς δεκαπενθήμερον καὶ κερδίζει οὕτω τὰς παρουσιαζομένας ἐκάστοτε διαφορὰς.

**100. Ἡ σημασία τοῦ *déport* εἰς τὰς χρηματιστηριακὰς πράξεις.**

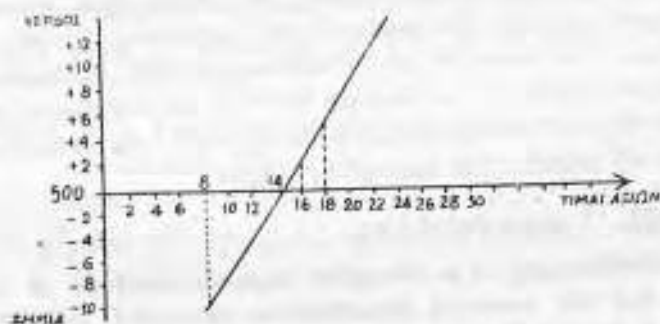
Ἡ ὕπαρξις *déport* εἰς τὸ χρηματιστήριον—πρᾶγμα οὐχὶ σύνθητες—σημαίνει ὅτι ἡ ἀφθονία τῶν κεφαλαίων εἶναι τόσο μεγάλη ὥστε οἱ ὑπάρχοντες τίτλοι δὲν ἀρκοῦν νὰ καλύψουν τὴν προσφορὰν. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὁ πωλητὴς ἀξιών «εἰς τὰ ἀνοικτὰ» διὰ νὰ εἴρῃ τίτλους κατὰ τὴν ἐκκαθάρισιν εἶναι ὑποχρεωμένος νὰ τοὺς πληρώσῃ εἰς ἀνωτέραν τιμὴν. Οὕτω ἡ τιμὴ

τῶν τίτλων τοῖς μετρητοῖς γίνεται μεγαλύτερα τῆς τιμῆς των ἐπὶ προθεσμίᾳ, παρουσιάζεται δηλαδὴ *déport*. Τὸ *déport* εἶναι χαρακτηριστικὸν σημεῖον μεγάλης ὑποτιμητικῆς τάσεως, ὅτι ἐπάρχουν πολλοὶ πωληταὶ «εἰς τὰ ἀνοικτὰ» οἱ ὅποιοι ζητοῦν ὅπως— ὅπως τίτιους διὰ νὰ καλυφθοῦν, καὶ προσφέρουν περισσότερα διὰ νὰ πείσουν τοὺς κατόχους τῶν τίτλων νὰ τοὺς φέρουν εἰς τὴν ἀγοράν.

### 101. Γραφικὴ παράστασις τῶν πράξεων ἐπὶ προθεσμίᾳ.

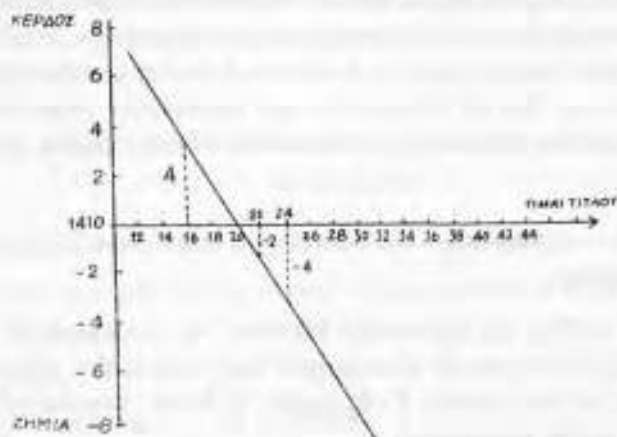
Αἱ πράξεις ἐπὶ προθεσμίᾳ δύνανται νὰ παρασταθοῦν καὶ γραφικῶς, ὅποτε ἔχομεν μίαν ἄμεσον καὶ σαφῆ εἰκόνα τῆς καταστάσεως καὶ τοῦ κέρδους ἢ τῆς ζημίας ἢ ὅποια ἀντιστοιχεῖ εἰς ἑκάστην τιμὴν τοῦ δελτίου.

1) Γραφικὴ παράστασις τῆς θέσεως τοῦ ἀγοραστοῦ (§ 97)



Πρὸς τοῦτο ἐπὶ ἑνὸς ὀριζοντίου ἀξονος σημειοῦμεν, λαμβάνοντες ὡς μονάδα ὀρισμένον μῆκος λ.χ. ὃ χιλιοστὰ δι' ἑκάστην χρηματικὴν μονάδα, τὰς πιθανὰς τιμὰς ὀρισμένου τίτλου. Ἐπὶ ἑνὸς ἄλλου πάλιν ἀξονος καθέτου πρὸς τὸν πρῶτον σημειοῦμεν μετὰ τὴν αὐτὴν μονάδα τὸ κέρδος—πρὸς τὰ ἄνω— καὶ τὴν ζημίαν—πρὸς τὰ κάτω—. Οὕτω ἔχομεν μίαν γραμμὴν ἣτις μᾶς δίδει τὸ κέρδος ἢ τὴν ζημίαν ἢ ὅποια ἀντιστοιχεῖ εἰς ἑκάστην πιθανὴν τιμὴν τῶν ἀξιῶν εἰς τὸ χρηματιστήριον.

2) Γραφική παράσταση τῆς θέσεως τοῦ πωλητοῦ (§ 99).



Δ. ΠΡΑΞΕΙΣ ΕΠΙ ΔΩΡΩ

102 Ὅρισμός. Αἱ πράξεις ἐπὶ δώρῳ εἶναι χρηματιστηριακαὶ συμβάσεις ἐπὶ προθεσίμῳ εἰς τὰς ὁποίας ὁ ὑπὸ τῆς συμβάσεως ὀριζόμενος ἐκ τῶν συμβαλλομένων ἔχει τὸ δικαίωμα κατὰ τὴν ἐκκαθάρισιν νὰ διαλύσῃ ἐὰν θέλῃ τὴν σύμβασιν πληρῶνων εἰς τὸν ἀντισυμβαλλόμενον ἀποζημιώσιν τινα καθορισμένην ἐν τῇ συμβάσει καὶ καλουμένην **δῶρον**.

103. Ἄγορά ἐπὶ δώρῳ.

Πρόβλημα. Ὁ κ. Γεωργίου ἀγοράζει τίτλους *A* ἐπὶ δώρῳ διὰ τὴν προσεχῆ ἐκκαθάρισιν μὲ τιμὴν 560/10. Ποία ἡ θέσις τοῦ ἀγοραστοῦ κατὰ τὴν ἐκκαθάρισιν;

Λύσις :

Ἡ τιμὴ 560/10 σημαίνει (εἰς τὸ Χρηματιστήριον Ἀθηνῶν) ὅτι ὁ ἀγοραστὴς θὰ καταβάλῃ κατὰ τὴν στιγμήν τῆς συμβάσεως εἰς τὸν πωλητὴν τὸ δῶρον τῶν 10 δραχ. καὶ ἐὰν, εἰς μίαν ὠρισμένην ἡμερομηνίαν πρὸ τῆς ἐκκαθαρίσεως—τὴν ἡμέραν **βεβαιώσεως τῶν δώρων**—δηλώσῃ ὅτι θὰ ἐκτελέσῃ τὴν συμφωνίαν, θὰ καταβάλῃ καὶ τὰς ὑπολοίπους 550. Ἐὰν πάλιν διαλύσῃ τὴν σύμβασιν ἢ δὲν παραλάβῃ τοὺς τίτλους θὰ ἐγκαταλείψῃ εἰς τὸν



πωλητήν τὸ δῶρον τῶν 10 δραχ. Ἡ πραγματικὴ λοιπὸν τιμὴ τῶν τίτλων εἶναι :  $560 + 10 = 570$  ἢ δὲ τιμὴ τῶν 560 δραχμῶν ὀνομαζέται **βασικὴ τιμὴ**.

Ἡ ἀπάντησις τὴν ὁποῖαν θὰ δώσῃ κατὰ τὴν βεβαίωσιν τῶν δώρων ὁ κ. Γεωργίου ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς τιμῆς τῶν ἀξιῶν κατὰ τὴν ἡμέραν αὐτὴν εἰς τὸ χρηματιστήριον. Ἐὰν αἱ τιμαὶ τῶν ἀξιῶν ὑψωθοῦν, ὅπως ἤλπιζεν, θὰ ἐκτελέσῃ τὴν μετατροπὴν αὐτὴν εἰς ὀριστικὴν καὶ θὰ κερδίσῃ τὴν διαφορὰν. Ἐὰν ὁμοῦ αἱ τιμαὶ τῶν ἀξιῶν αὐτῶν πέσουν ὁ κ. Γεωργίου θὰ ἐκτελέσῃ τὴν σύμβασιν μόνον ἐπ' ὅσον ἢ ζημίαν τοῦ εἶναι μικροτέρα τοῦ δώρου, ἄλλως θὰ διαλύσῃ τὴν σύμβασιν, περιορίζων οὕτω τὴν ζημίαν τοῦ εἰς τὸ ποσὸν τοῦ δώρου μόνον καὶ τὰ διάφορα ἐξοδα.

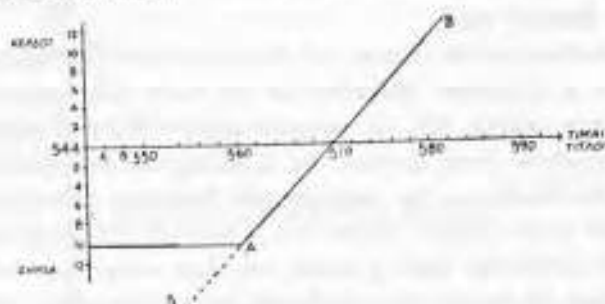
Ὡστε : Ἐὰν καλέσωμεν  $\Sigma$  τὴν τιμὴν τοῦ δελτίου θὰ ἔχωμεν τὰς ἑξῆς περιπτώσεις.

- 1)  $\Sigma > 560 + 10 = 570$ . Ὁ κ. Γεωργίου εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν θὰ ἐκτελέσῃ τὴν σύμβασιν, μετατρέπων αὐτὴν εἰς ὀριστικὴν, καὶ ἐκαθαρίζει τὸν λογαριασμὸν τοῦ ὡς εἰς τὴν § 97 μὲ κέρδος  $\Sigma - 570$ , ἂν δὲν ληρθοῦν ὑπ' ὄψιν τὰ ἐξοδα.
- 2)  $\Sigma = 570$ . Ὁ κ. Γεωργίου εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἐκτελεῖ τὴν σύμβασιν δίχως κέρδος ἢ ζημίαν ἐκτὸς τῶν ἐξόδων.
- 2)  $570 > \Sigma > 560$ . Ὁ κ. Γεωργίου καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν θὰ ἐκτελέσῃ τὴν σύμβασιν διότι ἡ ζημίαν τοῦ  $570 - \Sigma$  εἶναι μικροτέρα τοῦ δώρου.
- 4)  $\Sigma < 560$ . Ὁ κ. Γεωργίου θὰ διαλύσῃ τὴν σύμβασιν καὶ θὰ χάσῃ τὸ δῶρον ἧτοι 10 δραχ. κατὰ τίτλον καὶ τὰ ἐξοδα ἀνεξαρτήτως τῆς τιμῆς τῶν τίτλων εἰς τὸ χρηματιστήριον.

Ὡστε : Ἐὰν ἡ τιμὴ τοῦ δελτίου εἶναι ἀνωτέρα τῆς βασικῆς τιμῆς ὁ ἀγοραστὴς ἐκτελεῖ τὴν σύμβασιν, ἄλλως διαλύει αὐτὴν περιορίζων τὴν ζημίαν τοῦ εἰς τὸ ποσὸν τοῦ δώρου καὶ ἀνώτατον σημεῖον.

Παρατήρησις. Συμφώνως πρὸς τὰ λεχθέντα εἰς τὴν § 101

ἡ θέσις τοῦ ἀγοραστοῦ ἐπὶ δώρῳ δίδεται ἐπὶ τῆς κάτωθι γραφικῆς παραστάσεως :



### ΑΣΚΗΣΙΣ

111) Ποία ἡ θέσις τοῦ ἀντεσυμβαλλομένου πωλητοῦ εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα ; Νὰ γίνῃ ἡ γραφικὴ παράστασις ἡ δίδουσα τὴν θέσιν αὐτῆν.

#### 104. Πώλησις ἐπὶ δώρῳ.

**Πρόβλημα.** Ὁ κ. Γεωργίου πωλεῖ τίτλον *A* ἐπὶ δώρῳ διὰ τὴν προσεχῆ ἑκαθάρσιν με τιμὴν 140)15. Ποία ἡ θέσις αὐτοῦ κατὰ τὴν ἑκαθάρσιν ;

**Λύσις.** Ἡ τιμὴ 140)15 σημαίνει ὅτι ἐὰν ἐκτελέσῃ τὴν σύμβασιν καὶ μετατρέψῃ αὐτὴν εἰς ὀριστικὴν (§ 99) θὰ πωλήσῃ τοὺς τίτλους εἰς τὴν τιμὴν τῶν 140 δραχμῶν, ἄλλως ἐὰν δὲν ἐκτελέσῃ τὴν σύμβασιν καὶ διαλύσῃ αὐτὴν θὰ πληρώσῃ ἀποζημίωσιν (δῶρον) εἰς τὸν ἀγοραστὴν ἐκ 15 δρχ. Ἡ βασικὴ λοιπὸν τιμὴ εἰδῶ εἶναι ἡ  $140 + 15 = 155$  δρχ.

Ἐὰν αἱ τιμαὶ τῶν ἀξιῶν κατέλθουν ὅπως προσδοκᾷ ὁ κ. Γεωργίου, οὗτος θὰ ἐκτελέσῃ τὴν σύμβασιν με κέρδος. Ἐὰν ὅμως ὑψωθοῦν θὰ τὴν ἐκτελέσῃ μόνον ἐφ' ὅσον ἡ ἐκ τῆς ὑψώσεως ζημία του εἶναι μικροτέρα τοῦ δώρου, ἄλλως θὰ διαλύσῃ τὴν σύμβασιν περιορίζων οὕτω τὴν ζημίαν του εἰς τὸ ποσὸν τοῦ δώρου μόνον. Ἔτσι θὰ ἔχωμεν τὰς ἐξῆς δυνατὰς περιπτώσεις :

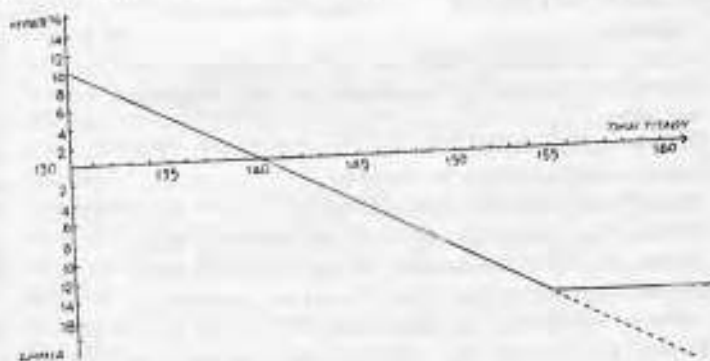
- 1)  $\Sigma < 140$ . Ὁ κ. Γεωργίου θὰ ἐκτελέσῃ τὴν σύμβασιν μεταβάλλον αὐτὴν εἰς ὀριστικὴν καὶ θὰ κερδίσῃ ἐξ αὐτῆς  $140 - \Sigma$  κατὰ τίτλον μείον τὰ ἔξοδα.

- 2)  $\Sigma=140$ . Ὁ κ. Γεωργίου θὰ ἐκτελέσῃ πάλιν τὴν σύμβασιν δίχως κέρδος οὔτε ζημίαν ἄλλην ἐκτὸς ἀπὸ τὰ ἔξοδα.
- 3)  $140 < \Sigma < 155$ . Ὁ κ. Γεωργίου καὶ τὴν ὥρην θὰ ἐκτελέσῃ τὴν σύμβασιν διότι ἡ ζημία του (155— $\Lambda$ ) εἶναι μικροτέρα τοῦ δώρου.
- 4)  $\Sigma > 155$ . Ὁ κ. Γεωργίου θὰ διαλύσῃ τὴν σύμβασιν περιορίζων οὕτω τὴν ζημίαν του εἰς τὸ ποσὸν τοῦ δώρου, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ τὸ ἀνώτατον ὄριον τῆς ζημίας του.

Ὅστε : Ἐάν ἡ τιμὴ τῶν τίτλων εἶναι μικροτέρα τῆς βασικῆς τιμῆς ὁ πωλητὴς ἐπὶ δώρῳ ἐκτελεῖ τὴν σύμβασιν, ἄλλως τὴν διαλύει καὶ περιορίζει τὴν ζημίαν του μέχρι τοῦ ποσοῦ τοῦ δώρου κατ' ἀνώτατον σημείον.

**Παράδειγμα I.** Εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν τὸ δικαίωμα τοῦ δώρου τὸ ἔχει ὁ πωλητής, ἡ θέσις του δίδεται ὑπὸ τῆς κάτωθι γραφικῆς παραστάσεως.

**Παρατήρησις II.** Ὅπως βλέπομεν ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω δύο προβλήματα, εἰς τὰς ἐπὶ δώρῳ συμβάσεις τὸ κέρδος τοῦ ἔχοντος τὸ δικαίωμα τοῦ δώρου εἶναι ἀπεριόριστον, ἐνῶ ἡ ζημία του εἶναι περιορισμένη καὶ οὐδέποτε ὑπερβαίνει τὸ ποσὸν τοῦ δώρου.



### Λ Σ Κ Η Σ Ι Σ

712] Ποία ἡ θέσις τοῦ ἀντισυμβαλλομένου ἀγοραστοῦ εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα; Νὰ γίνῃ ἡ γραφικὴ παραστάσις ἢ δίδουσα τὴν θέσιν αὐτοῦ.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ</b>		<b>-Περί τόκου-</b>	σελ. 3— 59
1.	Τι είναι τόκος.....	•	3
2.	Υπολογισμός τοῦ τόκου ὅταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς ἔτη.....	•	4
3.	Εὔρεσις τοῦ τόκου ὅταν τὸ κεφάλαιον δίδεται εἰς λίρας.....	•	6
4.	Υπολογισμός τοῦ τόκου ὅταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς μῆνας.....	•	8
5.	Υπολογισμός τοῦ τόκου ὅταν ὁ χρόνος δίδεται εἰς ἡμέρας.....	•	9
6.	Μεικτοποίη τοῦ τόκου ἀπὸ μεικτοῦ ἔτους εἰς τόκον πολιτικοῦ ἔτους.....	•	13
7.	Υπολογισμός τοῦ τόκου διὰ τῶν τοκαριθμῶν καὶ τῶν σταθερῶν διαιρετῶν.....	•	14
8.	Υπολογισμός τοῦ συνολικοῦ τόκου πολλῶν κεφαλαίων πρὸς τὸ αὐτὸ ἐπιτόκιον.....	•	18
9.	Συνολικός τόκος ὅταν τὸ ἐπιτόκιον δὲν ἔχει σταθερὸν διαιρέτην.....	•	20
10.	Συντομίαι εἰς τὴν εἴρησιν τοῦ τόκου.....	•	21
11.	Εὔρεσις τοῦ κεφαλαίου.....	•	32
12.	Εὔρεσις τοῦ ἐπιτοκίου.....	•	34
13.	Εὔρεσις τοῦ χρόνου.....	•	37
14.	Κεφάλαιον ἠξηρημένον κατὰ τὸν τόκον του.....	•	40
15.	Κεφάλαιον ἠλαττωμένον κατὰ τὸν τόκον του.....	•	45
16.	Μέσον ἐπιτόκιον.....	•	48
17.	Συμπλήρωμα τοῦ κεφαλαίου περὶ τόκου.....	•	54
18.	Εὔρεσις τοῦ τόκου δι' εἰδικῶν πινάκων.....	•	55
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ</b>		<b>-Περί ὑφαιρέσεως-</b>	σελ. 60—98
19.	Ὁρισμοί.....	•	60
20.	Εὔρεσις τῆς παρουσῆς ἀξίας ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς.....	•	61
21.	Εὔρεσις τῆς ἐξωτερικῆς ὑφαιρέσεως ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας.....	•	64
22.	Πινάκι προεξοφλήσεως.....	•	65
23.	Πινάκι προεξοφλήσεως ἐν Ἀγγλίᾳ.....	•	69
24.	Ἐπιλήψεις πινάκων προεξοφλήσεως.....	•	70
25.	Εὔρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ἐκ τῆς παρουσῆς ἀξίας.....	•	73
26.	Εὔρεσις τῆς ἐσωτ. ὑφαιρέσεως ἐκ τῆς παρουσῆς ἀξίας.....	•	75
27.	Εὔρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ὅταν εἶναι γνωστὸν τὸ καθαρὸν προῖόν τῆς προεξοφλήσεως.....	•	76
28.	Εὔρεσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ἐκ τῆς ἐξωτερικῆς ὑφαιρέσεως.....	•	79
29.	Εὔρεσις τῆς παρουσῆς ἀξίας ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς.....	•	81
30.	Εὔρεσις τῆς ἐσωτερικῆς ὑφαιρέσεως ἐκ τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας.....	•	85

31. Εἴδησις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας ἐκ τῆς παρουσίας....	»	89
32. Εἴδησις τῆς ἐσωτερικῆς ἰσχυροῦς ἐκ τῆς παρουσίας ἀξίας.....	»	87
33. Εἴδησις τῆς παρουσίας ἀξίας ἐκ τῆς ἐσωτερικῆς ἰσχυροῦς.....	»	88
34. Διωρορά μεταξύ ἐξωτερικῆς καὶ ἐσωτερικῆς ἰσχυροῦς.....	»	90
35. Εἴδησις τοῦ ἐπιτόκιον.....	»	92
36. Εἴδησις τοῦ πραγματικοῦ ἐπιτόκιον... ..	»	93
37. Εἴδησις τοῦ χρόνου προεξοφλήσεως.....	»	95
38. Ἀνακαυρολαίσεις τέλων.....	»	94

**ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ**     *«Μέση καὶ κοινὴ λήξις»* .. σελ. 99—122

39. Ὅρισμοί.....	»	99
40. Ὑπολογισμὸς τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας.....	»	99
41. Ὑπολογισμὸς τῆς λήξεως.....	»	100
42. Μέση λήξις.....	»	104
43. Εἴδησις τῆς προθεσμίας τῆς τελευταίας καταβολῆς...	»	109
44. Ἀντικατάστασις ὑποχρεώσεως ὑπὸ πολλῶν ἰσοτόσεων..	»	112
45. Κοινὴ λήξις.....	»	114
46. Εἴδησις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας.....	»	115
47. Εἴδησις τῆς λήξεως.....	»	118

**ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ**     *«Ἄλλ. τοκοφόροι λογισμοί»* σελ. 123—178

48. Ἀλληλόχρηστοι ἢ τριχοῦμενοι λογαριασμοί.....	»	123
49. Ἀλληλόχρηστοι τοκοφόροι λογαριασμοί.....	»	123
50. Μέθοδοι τηρήσεως τῶν ἀλληλοχρέων τοκοφόρων λογαριασμῶν.....	»	125
51. Πῶς τηρεῖται ὁ λογισμὸς κατὰ τὴν Εὐθείαν Μέθοδον	»	126
52. Λογαριασμοὶ μὲ ἀμοιβαῖον σταθερὸν ἐπιτόκιον.....	»	128
53. Πῶς κλείεται λογαριασμὸς τηρούμενος κατὰ τὴν Εὐθείαν Μέθοδον ἐνωρίτερον τῆς καθορισθείσης ἡμερομηνίας.....	»	139
54. Λογαριασμοὶ μὲ ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον μεταβαλλόμενον κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς χρήσεως.....	»	142
55. Πῶς τηρεῖται ὁ λογαριασμὸς κατὰ τὴν Ἀντίστροφον Μέθοδον.....	»	149
56. Πῶς τηρεῖται ὁ λογαριασμὸς κατὰ τὴν Ἀμβουργιακὴν Μέθοδον.....	»	156
57. Λογαριασμοὶ μὲ ἀμοιβαῖον σταθερὸν ἐπιτόκιον.....	»	158
58. Λογαριασμοὶ μὲ ἀμοιβαῖον ἐπιτόκιον μεταβαλλόμενον κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς χρήσεως.....	»	164
59. Λογαριασμοὶ μὲ μὴ ἀμοιβαῖον σταθερὸν ἐπιτόκιον..	»	167

60. Λογαριασμοὶ με μεταβλητὸν μὴ ἀμοιβαίον ἐπιτόκιον...	173
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ «Πολύτιμα Μέταλλα καὶ Νομίσματα»</b> .....	179—190
61. Ὅρισμοί.....	179
62. Ἀγορὰ καὶ πώλησις πολυτίμων μετάλλων.....	179
63. Μετατροπὴ τῶν τιμῶν χρυσοῦ καὶ ἀργύρου.....	183
64. Ὑπολογισμὸς τῆς ἀξίας νομισμάτων. Ὅρισμοί.....	184
65. Ὑπολογισμὸς τοῦ βάρους νομισματοῦ τιμῶς.....	186
66. Ὑπολογισμὸς τιμῆς νομισματοῦ τιμῶς.....	188
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΚΤΟΝ «Περὶ ἔξωτερικοῦ συναλλάγματος»</b>	191—252
67. Ὅρισμοί.....	191
68. Δελτίον συναλλάγματος.....	193
69. Μετατροπὴ τῆς προθεσμίας τοῦ Δελτίου.....	195
70. Προβλήματα ἔξωτερικοῦ συναλλάγματος.....	199
71. Ἄμισος συναλλαγή.....	200
72. Περίπτωσης περισσοτέρων συναλλαγμάτων ἐπὶ τῆς αὐτῆς χώρας.....	208
73. Μετατροπὴ ὀρισμένου ποσοῦ ἐγγχερίου νομισματοῦ	210
74. Ἐῤῥοσις τῆς ὀνομαστικῆς ἀξίας τῆς τελευταίας καταβολῆς πρὸς ἐξόφλησιν χρεῶς εἰς τὸ ἔξωτερικόν.....	219
75. Ἐμμέσος συναλλαγή. Ὅρισμοί.....	222
76. Πρώτη περίπτωσις τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς.....	223
77. Δευτέρα περίπτωσις τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς.....	228
78. Τρίτη περίπτωσις τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς.....	231
79. Τετάρτη περίπτωσις τῆς ἐμμέσου συναλλαγῆς.....	233
80. Ὑπολογισμὸς τῆς τιμῆς δελτίου συναλλάγματος χώρας τιμῶς μέσω τοῦ δελτίου τρίτης χώρας.....	235
81. Περὶ τοῦ ἐπιπλοστοῦ ἢ μὴ δοθείσης ἐντολῆς.....	236
82. Πρόκρισις. Ὅρισμοί.....	239
83. Ἡ πρόκρισις εἰς τὸ ἔξωτερικόν συναλλάγμα.....	239
84. Πρόκρισις ἐν τῇ ἀμέσῳ συναλλαγῇ.....	241
85. Πρόκρισις ἐν τῇ ἐμμέσῳ συναλλαγῇ.....	241
86. Πράξεις κυκλοφορίας.....	249
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΕΒΔΟΜΟΝ «Πράξεις Χρηματιστηρίου»</b>	
87. Κινητὰ ἀξία. Ὅρισμοί.....	253
88. Τοποθέτησις κεφαλαίων εἰς κινητὰς ἀξίας.....	253
89. Ἐῤῥοσις τοῦ πραγματικοῦ ἐπιτοκίου.....	254
90. Ἐῤῥοσις τῆς τιμῆς τίτλου τιμῶς.....	256
91. Ἐῤῥοσις τῆς Μέσης τιμῆς τίτλου ἀξίας τιμῶς.....	258
92. Τὸ Χρηματιστήριον καὶ αἱ πράξεις αὐτοῦ. Ὅρισμοί.....	259
93. Τὸ Χρηματιστήριον Ἀθηνῶν.....	260
94. Πράξεις τοῖς μετρητοῖς Πινάκια ἀγορᾶς καὶ πωλήσεως.....	263
95. Πράξεις ἐπὶ προθεσμίᾳ.....	264
102. Πράξεις ἐπὶ διαφ.....	275

## ΠΑΡΑΡΑΜΑΤΑ

Πρὶν διαβαστῆ τὸ βιβλίον γὰ διορθωθεῖν τὰ ἑξῆς κυριώτερα λάθη :

Σελίς	4	σειρά	4η	ἐκ τῶν κάτω ἀντὶ	5 γράφει 4	
	9		5η	" " "	5 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> " 6 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	
	10		1η	ἐκ τῶν ἄνω ἀντὶ	$\frac{12000,9,60}{100,365} = \frac{12000,9,60}{36500}$	
				γράφει :	$\frac{12000,6,60}{100,365} = \frac{12000,6,60}{36500}$	
σελίς	17	σειρά	2α	ἐκ τῶν κάτω ἀντὶ	10α γράφει ἄνω	
	26	σειρά	12η	ἐκ τῶν ἄνω ἀντὶ	4500 δολ. εἰς 127 ἡμέρας γράφει : 4500 δολ. πρὸς 8% εἰς 127 ἡμέρας	
σελίς	30	σειρά	6η	ἐκ τῶν κάτω ἀντὶ	11 γράφει 17	
	38	σειρά	14η	ἐκ τῶν κάτω ἀντὶ	2 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> % γράφει 2 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> %	
	40		7η	" " "	γράφει ἐποικίσθη πρὸς 6% ἐπὶ 30 ἡμέρ.	
	45		5	ἐκ τῶν κάτω γράφει	(8000—110) ἢ 7890	
			3	ἐκ τῶν κάτω ἀντὶ	7880 γράφει 7890	
	46		15	ἐκ τῶν κάτω ἀντὶ	(K—τ)=7880 T=120 γράφει : (K—τ)=7890 T=110	
	49		15η	" " "	ἀντὶ : 4 <sup>3</sup> / <sub>4</sub> % γράφει : 4 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> %	
	61		16η	" " ἄνω	21ην " 10ην	
	63		7η	" " κάτω	4ης " 8ης	
	65		11η	" " "	4ης " 8ης	
	66		2η	" " "	" 1 καὶ <sup>1</sup> / <sub>4</sub> % = <sup>1</sup> / <sub>4</sub> %	
	72		3η	" " "	εἰς τὴν στήλην τοῦ 4 καὶ 8 ἀντὶ : 13500 καὶ 5240 γράφει : 5240 καὶ 93200.	
	73		1	ἐκ τῶν κάτω ἀντὶ	1704,02 γράφει : 1704,02	
σελίς	74		4η	ἐκ τῶν κάτω ἀντὶ :	15 Μαΐου γράφει : 5 Μαΐου	
	75		10η	" " ἄνω	" 15 Μαΐου " 5 Μαΐου	
	87		6η	" " "	" 14 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> % " 30 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> %	
	88		14η	" " "	" 25000 " 2500	
	90		11η	" " "	ἐσωτερικὴν ὑφάρδαξιν Y γράφει : ἐσωτερικὴν ὑφάρδαξιν Y'	
	90		16η	" " "	ἀντὶ : Y—Y' = τόκος τοῦ Y γράφει : Y—Y' = τόκος τοῦ Y'	
	92		9η	" " κάτω ἀντὶ :	$\frac{28,15,36000}{5830,30} = 6\%$ $\frac{28,15,36000}{5630,30} = 6\%$	
	128		8η	" " κάτω ἀντὶ :	10 γράφει : 8	
	141			εἰς τοὺς τοκαριθμούς τῆς πιστώσεως ἀντὶ :	(1200), γράφει : 1200	
	144	σειρά	4η	ἐκ τῶν ἄνω ἀντὶ :	λογαριασμὸν IV, γράφει : λογαριασμὸν V	
	164		14η	ἐκ τῶν κάτω ἀντὶ :	1 Ἰουλίου γράφει : 1 Ἰουλίου	
	196		5η	" " "	" δολ. 3,19725 " δολ. 3,10275	
	167			Εἰς τὴν χρέωσιν γὰ γίνων αἱ ἡμερομηνίαι :	20, 12 καὶ 7	
	170	σειρά	13	ἐκ τῶν ἄνω ἀντὶ	Ἀπριλίου γράφει : Μαΐου.	
	191		13	ἐκ τῶν ἄνω ἀντὶ	28,35 γράφει : 62,25.	
	195		4	ἐκ τῶν κάτω ἀντὶ	3,75 γράφει : 3,15.	
	196		4	ἐκ τῶν ἄνω ἀντὶ	3,19725 γράφει : 3,10275.	
	220		1	ἐκ τῶν ἄνω ἀντὶ	25464 γράφει : 25465.	
	224		5	ἐκ τῶν κάτω ἀντὶ	37543,49 γράφει : 37543,49.	