



# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΤΜΗΜΑ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΑ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Αξιόσημα Αίτια - Διαδικασία Καταβολής Υποφορευσών  
στην ταμειακή διακίνηση ΣΕΒ.Μ.Α. με τη χρήση  
του μαθηματικού αλγορίθμου της προσομοιωμένης ανάπτυξης

ΔΙΔΑΚΤΟΡΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Τυπώθηκε Αθήνα 2011



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΤΜΗΜΑ

ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

«ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΨΗΦΙΑΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ»

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΔΙΚΤΥΟΚΕΝΤΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Διπλωματική Εργασία:

**Θέμα : «Ασύρματα Δίκτυα – Δυναμική Κατανομή  
Υποφερουσών στην τεχνική διαμόρφωσης OFDMA με τη  
χρήση του μετευριστικού αλγορίθμου της  
προσομοιωμένης ανόπτησης»**

Τιμολέων Αιβάζογλου

Α.Ε.Μ.: ΜΕ0562

Η εργασία υποβάλλεται για την μερική κάλυψη των απαιτήσεων  
με στόχο την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Σπουδών  
στην Διδακτική της Τεχνολογίας και τα Ψηφιακά Συστήματα

Επιβλέπων Καθηγητής : Παναγιώτης Δεμέστιχας

Φεβρουάριος 2011

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ	
ΑΡ. ΕΙΣ.	63210 + CD
ΣΟΜΡ.	44079
ΤΑΣΗ	621.384 Σ6 ΑΒ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ	



00163210

Αφιερώνεται στους γονείς και τη σύζυγο μου

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

## Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία εξετάζεται η Δυναμική Κατανομή Υποφερουσών (Dynamic Subcarrier Allocation) σε ένα ασύρματο σύστημα που κάνει χρήση της τεχνικής πολλαπλής πρόσβασης OFDMA. Η μελέτη εστιάζεται στην χρήση ευριστικών και μετευριστικών αλγορίθμων και ειδικότερα της τεχνικής της εξομοιωμένης ανόπτωσης (simulated annealing).

Στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα με τεχνική πολλαπλής πρόσβασης OFDMA είναι αναγκαία η κατανομή των ορθογώνιων υποφερουσών με το βέλτιστο δυνατό τρόπο ώστε να επιτευχθεί η καλύτερη δυνατή εξυπηρέτηση του τελικού χρήστη. Η βέλτιστη λύση είναι όμως μια χρονοβόρα διαδικασία καθώς σε κάθε αυξομείωση του πλήθους των χρηστών και της απαίτησης τους σε φάσμα υπάρχει ανάγκη για επανακατανομή των υποφερουσών. Η μεγάλη αύξηση επίσης χρηστών καθιστά τη βέλτιστη λύση ως μια διαδικασία μη αποτελεσματική για πραγματικές σε χρόνο υποδομές.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία προτείνεται ο αλγόριθμος της προσομοιωμένης ανόπτωσης ο οποίος δίνει τη δυνατότητα να γίνει δυναμική κατανομή των υποφερουσών με έναν πιο αποτελεσματικό χρονικά τρόπο, δίνοντας μία λύση βέλτιστη ή αρκετά κοντά στη βέλτιστη όσον αφορά την αποδοτικότητα της τεχνικής πολυπλεξίας OFDMA.

**Λέξεις κλειδιά:** Ορθογωνική Πολυπλεξία Διαίρεσης Συχνοτήτων, Δυναμική Κατανομή Υποφερουσών, Εξομοιωμένη Ανόπτωση, Συνάρτηση Κόστους, Βελτιστοποίηση, Ελαχιστοποίηση



## Abstract

In this diploma thesis, Dynamic Subcarrier Allocation in wireless networks using OFDMA technique is considered. Consideration is focused in heuristic and meta-heuristic algorithms use and especially in simulating annealing.

In telecommunication systems which use the OFDMA technique there is the necessity to allocate the subcarriers with the most optimum way in order to succeed the best potential services of the final user. The optimum working-out is a time-consuming procedure as varying the amount of users and their bandwidth requests there is the necessity to reallocate subcarriers. The users raise makes optimum solution as ineffective for real time networks.

In this diploma thesis, simulated annealing algorithm is proposed in order to make the dynamic subcarrier allocation in a more timely effective way, producing an optimum or near to optimum solution.

**Key words:** Orthogonal Frequency Division Multiplexing, Dynamic Subcarrier Allocation, Simulated Annealing, Cost Function, Optimization, Minimization

## Ευχαριστίες

Θερμές ευχαριστίες στον Καθηγητή κύριο Παναγιώτη Δεμέστιχα για την εμπιστοσύνη, την επίβλεψη και την βοήθεια που μου παρείχε για την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου καθώς και τις γνώσεις που αποκόμισα από αυτόν καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλονται τους κ.κ. Άγγελο Σαατσάκη και Κώστα Τσαγκάρη για τον πολύτιμο χρόνο που αφιέρωσαν και την αμέριστη συμπαράστασή τους.

Τέλος εκφράζω την ευγνωμοσύνη μου στους γονείς και τη σύζυγο μου για την υποστήριξη, βοήθεια και υπομονή τους, καθώς και τους συμφοιτητές μου για την εποικοδομητική συνεργασία που είχαμε καθ' όλη τη διάρκεια σπουδών.

## Συντομογραφίες

<b>AWGN</b>	Additive White Gaussian Noise
<b>BER</b>	Bit Error Rate
<b>CDM</b>	Code Division Multiplexing
<b>CSI</b>	Channel State Information
<b>DAB</b>	Digital Audio Broadcasting
<b>DVB</b>	Digital Video Broadcasting
<b>DSA</b>	Dynamic Subcarrier Allocation
<b>FDM</b>	Frequency Division Multiplexing
<b>FFT</b>	Fast Fourier Transformation
<b>ICI</b>	Inter Carrier Interference
<b>IFFT</b>	Inverse Fast Fourier Transformation
<b>ISI</b>	Inter-Symbol Interference
<b>LTE</b>	Long Term Evolution
<b>MF</b>	Maximum Fairness
<b>MSR</b>	Maximum Sum Rate
<b>NP</b>	Non-deterministic Polynomial
<b>OFDM</b>	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
<b>PRC</b>	Proportional Rate Constraints
<b>QAM</b>	Quadrature Amplitude Modulation
<b>QoS</b>	Quality of Service
<b>QPSK</b>	Quadrature (quaternary) Phase-Shift Keying
<b>RRM</b>	Radio Resource Management
<b>SA</b>	Simulated Annealing
<b>SNR</b>	Signal to Noise Ratio
<b>TDM</b>	Time Division Multiplexing
<b>WiMAX</b>	Worldwide Interoperability for Microwave Access
<b>WLAN</b>	Wireless Local Area Networks

ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	1
ABSTRACT .....	2
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ .....	3
ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ .....	4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 .....	9
ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΠΟΛΥΠΛΕΞΙΑ ΜΕ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ - OFDM .....	9
1.1 Εισαγωγή .....	9
1.2 Παράμετροι του καναλιού επικοινωνίας .....	10
1.2.1 Απώλειες Διαδρομής – Path Loss .....	11
1.2.2 Απώλειες Σκίασης – Shadowing Loss .....	12
1.2.3 Εξασθένιση λόγω πολυόδευσης – Multipath Fading .....	14
1.2.4 Παρεμβολές – Interference .....	15
1.2.4.1 Θερμικός θόρυβος .....	15
1.2.4.2 Ομοδιαυλική παρεμβολή .....	16
1.2.4.2 Παρεμβολές μεταξύ γειτονικών διαύλων .....	17
1.2.4.3 Διασυμβολική παρεμβολή .....	17
1.2.5 Φαινόμενο Doppler .....	18
1.3 Πολυφέρουσα Διαμόρφωση .....	19
1.4 Παραγωγή υποφορέων .....	20
1.5 Ορθογωνιότητα .....	20
1.6 Χρόνος φύλαξης και κυκλικό πρόθεμα .....	23
1.7 Κωδικοποίηση .....	24
1.8 Peak-to-Average Ratio .....	25
1.9 Διαμόρφωση .....	26
1.10 Πολλαπλή πρόσβαση με ορθογώνια πολυπλεξία συχνότητας - OFDMA .....	27
1.10.1 Η δομή ενός συμβόλου OFDMA .....	30
1.10.2 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της τεχνικής OFDMA .....	31
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 .....	33
ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΠÓΡΩΝ OFDMA - RRM .....	33
2.1 Εισαγωγή .....	33
2.2 Σταθερή εκχώρηση πόρων .....	33
2.3 Τυχαία εκχώρηση πόρων .....	35
2.4 Δυναμική εκχώρηση πόρων .....	35
2.5 Βελτιστοποίηση .....	36



2.6 Τεχνικές βελτιστοποίησης OFDMA.....	37
2.6.1 Μεγιστοποίηση ολικού ρυθμού μετάδοσης - MSR .....	37
2.6.2 Τεχνική μέγιστης δικαιοσύνης - MF .....	40
2.6.3 Τεχνική περιορισμού κατ' αναλογία των ρυθμών μετάδοσης - PRC.....	41
2.6.4 Τεχνική ελαχιστοποίησης της μεταδιδόμενης ισχύος - MA .....	42
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 .....	46
ΥΠΟΒΕΛΤΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ – ΕΥΡΕΣΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ .....	46
3.1 Εισαγωγή .....	46
3.2 Ευριστικές και μετευριστικές τεχνικές .....	46
3.3 Προσομοιωμένη Ανόπτηση - Εισαγωγή .....	49
3.4 Διαφορά Simulated Annealing και άλλων αλγορίθμων.....	50
3.5 Κριτήριο αποδοχής νέας θέσης.....	50
3.6 Σχέση μεταξύ Φυσικής και Προσομοιωμένης Ανόπτησης.....	52
3.7 Υλοποίηση του αλγορίθμου Προσομοιωμένης Ανόπτησης.....	52
3.7.1 Προσδιορισμός χώρου λύσεων .....	53
3.7.2 Συνάρτηση κόστους ή αντικειμενική συνάρτηση.....	53
3.7.3 Τρόπος ορισμού των «γειτονικών» καταστάσεων .....	54
3.7.4 Προγραμματισμός παγώματος.....	55
3.7.4.1 Αρχική θερμοκρασία .....	56
3.7.4.2 Βαθμός και τρόπος ψύξης.....	57
3.7.4.3 Τελική θερμοκρασία – θερμοκρασιακό κριτήριο τερματισμού .....	58
3.7.4.4 Επαναλήψεις αλγορίθμου σε κάθε θερμοκρασία .....	58
3.8 Επισκόπηση αλγορίθμου προσομοιωμένης ανόπτησης .....	59
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 .....	62
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ .....	62
4.1 Εισαγωγή .....	62
4.2 Μοντέλο Συστήματος .....	63
4.3 Περιγραφή αλγορίθμου επίλυσης .....	66
4.3.1 Αρχικοποίηση .....	67
4.3.2 Παραγωγή αρχικής λύσης .....	69
4.3.3 Επαναληπτική διαδικασία παραγωγής λύσεων και ελέγχου .....	69
4.4 Αποτελέσματα .....	71
4.5 Συμπεράσματα .....	102

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### Ορθογώνια Πολυπλεξία με Διαίρεση Συχνότητας - OFDM

#### 1.1 Εισαγωγή

Η Ορθογώνια Πολυπλεξία με Διαίρεση Συχνότητας (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing-OFDM*) είναι μια τεχνική για τη μετάδοση μεγάλου όγκου πληροφορίας σε ένα κανάλι με θόρυβο. Η έννοια της Διαίρεσης Πολυπλεξίας Συχνοτήτων FDM (*Frequency Division Multiplexing*) γεννήθηκε από την ανάγκη πολλαπλής μετάδοσης σημάτων από το ίδιο τηλεπικοινωνιακό κανάλι και χρησιμοποιήθηκε από τη δεκαετία του '60 για στρατιωτικούς σκοπούς. Ο Chang ήταν ο πρώτος που το 1966 δημοσίευσε τη δομή του OFDM. Η τεχνική OFDM χρησιμοποιεί τις αρχές της FDM για παράλληλη μετάδοση σημάτων πετυχαίνοντας όμως πολύ μεγαλύτερη φασματική απόδοση κάνοντας χρήση της ορθογωνιότητας πολυτονικών σημάτων.

Στην τεχνική FDM όλοι οι χρήστες του καναλιού μπορούν να μεταδίδουν δεδομένα παράλληλα αλλά αυτά δεν παρεμβάλλονται μεταξύ τους γιατί χρησιμοποιούν διαφορετικές φέρουσες συχνότητες. Στον δέκτη κάθε σήμα λαμβάνεται ανεξάρτητα κάνοντας χρήση ζωνοπερατών φίλτρων για την απομάκρυνση όλης της «άχρηστης» γι' αυτόν πληροφορίας.

Η OFDM ανήκει στην οικογένεια τεχνικών μετάδοσης πολυφέρουσας διαμόρφωσης (*multicarrier modulation technique*) η οποία χρησιμοποιείται σε ένα μεγάλο εύρος τηλεπικοινωνιακών εφαρμογών όπως DAB (*Digital Audio Broadcasting*), DVB (*Digital Video Broadcasting*), WLAN (*Wireless Local Area Networks*), WiMAX (*Worldwide Interoperability for Microwave Access*). Η τεχνική επιδιώκει επίτευξη υψηλού ρυθμού μετάδοσης στο κανάλι και



ταυτόχρονα την εξάλειψη της διασυμβολικής παρεμβολής (Inter-Symbol Interference – ISI). Για την επίτευξη του στόχου αυτού, οι φέρουσες είναι χρονικά και συχνотικά συγχρονισμένες μεταξύ τους αποτρέποντας την μεταξύ τους παρεμβολή. Έτσι, παρόλο που το φάσμα των φερουσών παρουσιάζει επικάλυψη, δεν προκαλείται διασυμβολική παρεμβολή εξαιτίας της ορθογωνικότητας της διαμόρφωσης.

Στην επόμενη ενότητα γίνεται μια σύντομη περιγραφή των παραμέτρων του καναλιού που επηρεάζουν την μετάδοση δεδομένων και επομένως τα κριτήρια σχεδιασμού της τεχνικής πολυπλεξίας OFDM και κατόπιν εξετάζονται τα βασικά χαρακτηριστικά της τεχνικής.

## 1.2 Παράμετροι του καναλιού επικοινωνίας

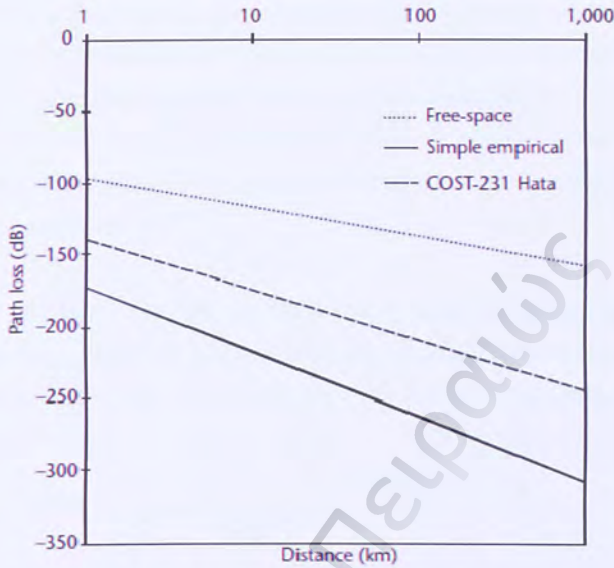
Κατά την διάδοση του σήματος από τον πομπό στο δέκτη αυτό υφίσταται μεταβολές εξαιτίας των φυσικών χαρακτηριστικών του καναλιού επικοινωνίας. Οι φυσικές παράμετροι του καναλιού μπορούν να προκαλέσουν διαλείψεις είτε μικρής ( $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ) είτε μεγάλης κλίμακας ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) και είναι:

- α) Απώλειες διαδρομής (path loss)
- β) Σκίαση (shadowing loss)
- γ) Εξασθένηση λόγω του φαινομένου της πολυόδευσης (multipath fading)
- δ) Παρεμβολές (interference)
- ε) Φαινόμενο Doppler

### 1.2.1 Απώλειες Διαδρομής – Path Loss

Η διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στον πραγματικό χώρο διαφέρει από τη διάδοση στον ελεύθερο χώρο – κενό, αφ' ενός μεν λόγω της γήινης επιφάνειας και του σφαιρικού σχήματος της (δεν έχουμε τέλεια ευθεία μετάδοση) και αφ' ετέρου λόγω της ανομοιογένειας των χαρακτηριστικών της ατμόσφαιρας. Έτσι λοιπόν το κατ' ευθείαν κύμα όταν διέρχεται μέσα στην ατμόσφαιρα δεν ακολουθεί την εξίσωση του Friis (απώλειες διαδρομής που οφείλονται στην απόσταση κεραίας εκπομπής λήψης, στην ισχύ και συχνότητα εκπομπής – βασική απώλεια μετάδοσης) αλλά μπορεί να υποστεί ανάκλαση (reflection), διάθλαση (refraction), σκέδαση (scattering) ή και περιστροφή του επιπέδου πόλωσης εξαιτίας της σύστασης και των χαρακτηριστικών της ατμόσφαιρας και της γήινης επιφάνειας.

Αποτέλεσμα όλων αυτών είναι το σήμα στο δέκτη να φτάνει με εξασθένιση. Σχετικό μέτρο της εξασθένισης αυτής είναι ο λόγος της εκπεμπόμενης ως προς την λαμβανόμενη ισχύ χωρίς να ληφθούν υπόψη τα κέρδη των κεραίων. Διάφορα μαθηματικά μοντέλα υπάρχουν για να περιγράψουν το φαινόμενο των απωλειών διαδρομής όπως το εκθετικό μοντέλο, το απλό εμπειρικό (simple empirical), το Erceg, το plane-earth, το Okumura – Hata, το COST 231 και άλλα.



**Σχήμα 1.1** Το σχήμα δείχνει τις απώλειες διαδρομής ως προς την απόσταση για τρία διαφορετικά μοντέλα σε συχνότητα 1.8 GHz και με κεραία σε ύψος 30 μέτρων.

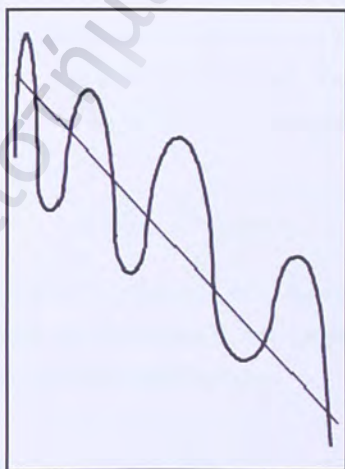
### 1.2.2 Απώλειες Σκίασης – Shadowing Loss

Εκτός από τις απώλειες διαδρομής, το ηλεκτρομαγνητικό κύμα υφίσταται απώλειες και λόγω του φαινομένου της σκίασης. Το φαινόμενο της σκίασης χαρακτηρίζει την σύνθετη εξασθένηση όπως αυτή προκύπτει από το αποτέλεσμα της μετάδοσης του κύματος δια μέσου μεγάλων αντικειμένων. Το κύμα όπως και στην ατμόσφαιρα θα υποστεί τις συνέπειες της ανάκλασης, διάθλασης, περίθλασης και σκέδασης σε εμπόδια όπως κτίρια, δέντρα και ότι άλλο συναντήσει μπροστά του.

Ο πραγματικός υπολογισμός των συνεπειών των παραπάνω φαινομένων στις περισσότερες περιπτώσεις καθίσταται αδύνατος. Για τον λόγο αυτό, για να περιγραφεί η μεταβλητότητα και η στοχαστική συμπεριφορά του περιβάλλοντος μέσα από το οποίο διέρχεται η ασύρματη ζεύξη, το φαινόμενο των απωλειών σκίασης έρχεται να περιγράψει στοχαστικά το συγκεντρωτικά αποτελέσματα των παραπάνω φαινομένων.

Η σκίαση μπορεί να θεωρηθεί μια γκαουσιανή τυχαία μεταβλητή  $X_{shadow}(dB)$ , μέσης τιμής  $m_{shadow}(dB)$  και τυπικής απόκλισης  $\sigma_{shadow}(dB)$ , η οποία προστίθεται στις απώλειες διαδρομής. Έτσι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μπορεί να δοθεί από τη σχέση:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{shadow}^2}} e^{-\frac{(x_{shadow} - m_{shadow})^2}{2\sigma_{shadow}^2}}$$



Distance  $d$

**Σχήμα 1.2** Το σχήμα δείχνει τις απώλειες σκίασης (καμπύλη) σε σχέση με τις απώλειες διαδρομής(ευθεία).



### 1.2.3 Εξασθένηση λόγω πολυόδευσης – Multipath Fading

Υπάρχουν φορές που ο δέκτης δεν έχει καμία οπτική επαφή με τον πομπό. Σε αυτήν την περίπτωση το σήμα που φτάνει στον πομπό είναι αποτέλεσμα πολλαπλών ανακλάσεων σε αντικείμενα με κύριο χαρακτηριστικό το γεγονός ότι κανένα από τα ανακλώμενα σήματα δεν κυριαρχεί έναντι κάποιου άλλου. Τα διαφορετικά ανακλώμενα σήματα φτάνουν στο δέκτη σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, με διαφορετικά πλάτη και με διαφορετικές φάσεις. Το φαινόμενο αυτό προκαλεί ένα γρήγορο σκαμπανέβασμα στην λαμβανόμενη ισχύ. Επειδή το φαινόμενο παρατηρείται σε πολύ μικρές αποστάσεις, της τάξεως του ενός μήκους κύματος, μπορεί να ονομαστεί και ως γρήγορη εξασθένηση (fast fading).

Είναι διαπιστωμένο τόσο εμπειρικά όσο και θεωρητικά ότι το πλάτος ενός πολυδιαδρομικού λαμβανόμενου σήματος από μικρές αποστάσεις ακολουθεί την κατανομή Rayleigh. Γι' αυτό πολλές φορές η εξασθένηση που προέρχεται από το φαινόμενο που περιγράφηκε παραπάνω καλείται και εξασθένηση Reyleigh. Το θεωρητικό μοντέλο κάνει χρήση του γεγονότος ότι το λαμβανόμενο σήμα είναι άθροισμα πολλών ( $N$ ) ανακλώμενων σημάτων από διαφορετικά μονοπάτια με διαφορετικές φάσεις το καθένα. Το λαμβανόμενο σήμα μπορεί να περιγραφεί ως:

$$s = \sum_{n=1}^N s_n e^{j\theta_n} \text{ όπου,}$$

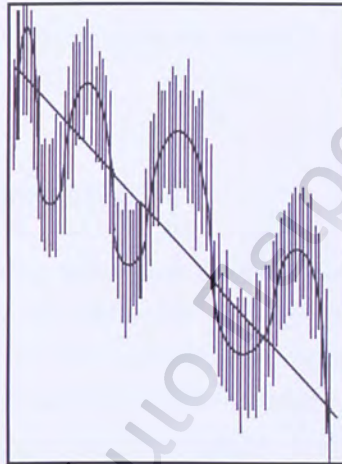
$s_n$  είναι το πλάτος του  $n$ -οστού σήματος,  $\theta_n$  η φάση του  $n$ -οστού σήματος ομοιόμορφα κατανεμημένη στο διάστημα  $0$  έως  $2\pi$  και  $s$  είναι το συνολικό αθροιζόμενο σήμα των  $N$  ανακλώμενων σημάτων.

Αν κάποιος θεωρήσει μεγάλο αριθμό  $N$  σημάτων τα οποία είναι ανεξάρτητα και τυχαίες μεταβλητές, τότε το άθροισμα των τυχαίων μεταβλητών γίνεται μια γκαουσιανή τυχαία μεταβλητή μηδενικής μέσης τιμής.

Η κατανομή Reyleigh έχει την παρακάτω πυκνότητα πιθανότητας:

$$p(s) = \frac{s}{\sigma} e^{-\left[\frac{s^2}{2\sigma^2}\right]}$$

όπου  $p(s) = 0$  για  $s < 0$ .



Distance  $d$

**Σχήμα 1.3** Το σχήμα δείχνει την εξασθένιση λόγω πολυόδευσης (γρήγορα μεταβαλλόμενη καμπύλη) σε σχέση με τις απώλειες σκίασης (αργά μεταβαλλόμενη καμπύλη) και τις απώλειες διαδρομής(ευθεία).

## 1.2.4 Παρεμβολές – Interference

### 1.2.4.1 Θερμικός θόρυβος

Στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα η ανάλυση του θορύβου βασίζεται σε μια ιδανική μορφή που καλείται λευκός προσθετικός γκαουσιανός θόρυβος (AWGN),

η φασματική πυκνότητα ισχύος του οποίου είναι ανεξάρτητη από τη συχνότητα λειτουργίας και δίνεται από τη σχέση:

$$S(f) = N_0 \text{ για κάθε } f \geq 0 \text{ και}$$

$$N_0 = kT_e \text{ όπου}$$

$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ , η σταθερά Boltzman και

$T_e$  η ισοδύναμη θερμοκρασία θορύβου στο δέκτη

#### 1.2.4.2 Ομοδιαυλική παρεμβολή

Ένα από τα σπουδαιότερα προβλήματα των κινητών κυψελοειδών επικοινωνιών είναι η ομοδιαυλική παρεμβολή που οφείλεται στην επαναχρησιμοποίηση διαύλων της ίδιας συχνότητας σε διάφορες μη γειτονικές μεταξύ τους περιοχές. Η επαναχρησιμοποίηση συχνοτήτων πραγματοποιείται για μεγαλύτερη αξιοποίηση του φάσματος και έχει σαν αποτέλεσμα να υπάρχουν πολλές κυψέλες (ομοδιαυλικές) στην περιοχή κάλυψης του συστήματος, που χρησιμοποιούν την ίδια ομάδα συχνοτήτων.

Η παρεμβολή που προκαλείται από τέτοιες κυψέλες ονομάζεται ομοδιαυλική παρεμβολή και είναι η αμοιβαία παρεμβολή διαύλων της ίδιας συχνότητας. Αν το λαμβανόμενο σήμα στο δέκτη λαμβάνει σήμα από  $K$  ομοδιαυλικούς πομπούς ισχύος  $I_k$  τότε η συνολική ομοδιαυλική παρεμβολή στον δέκτη θα είναι:

$$I = \sum_{k=1}^K I_k$$

Ενώ ο λόγος σήματος προς θόρυβο και παρεμβολή (SINR – Signal to Interference and Noise Ratio) στο δέκτη θα είναι:

$$\text{SINR} = \frac{S}{N + I}$$



Η ομοδιαυλική παρεμβολή σε αντίθεση με το θόρυβο δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί με αύξηση της εκπεμπόμενης ισχύος. Αύξηση της εκπεμπόμενης ισχύος σε μία κυψέλη προκαλεί επιπλέον παρεμβολές στις ομοδιαυλικές κυψέλες.

#### **1.2.4.2 Παρεμβολές μεταξύ γειτονικών διαύλων**

Για την ελαχιστοποίηση της ομοδιαυλικής παρεμβολής, οι δίαυλοι μιας κυψέλης επαναχρησιμοποιούνται σε άλλες κυψέλες που απέχουν επαρκώς. Κατά παρόμοιο τρόπο, για να αποφευχθεί παρεμβολή μεταξύ γειτονικών διαύλων, δεν κατανέμονται στην ίδια κυψέλη δίαυλοι που είναι γειτονικοί στο φάσμα συχνοτήτων. Ωστόσο παρεμβολή γειτονικών διαύλων υπάρχει ακόμη και αν οι παρεμβάλλοντες δίαυλοι δεν είναι γειτονικοί στο φάσμα, γιατί για πρακτικούς λόγους οι ραδιοδίαυλοι δεν έχουν αυστηρά περιορισμένο εύρος ζώνης.

Ο βαθμός της ατέλειας αυτής είναι συνάρτηση της:

- Απόστασης γειτονικών διαύλων
- Απόκρισης του φίλτρου στην είσοδο του δέκτη
- Επιλεκτικότητας του δέκτη
- Στατιστικής κατανομής του λόγου της στάθμης φέροντος του επιθυμητού σήματος, προς τη στάθμη φέροντος του γειτονικού διαύλου

Τα χαρακτηριστικά των φίλτρων στον δέκτη μπορούν να βοηθήσουν στον περιορισμό αυτής της παρεμβολής

#### **1.2.4.3 Διασυμβολική παρεμβολή**

Το πιο κοινό πρόβλημα που αντιμετωπίζουν οι επικοινωνίες υψηλού ρυθμού μετάδοσης είναι η διασυμβολική παρεμβολή. Η διασυμβολική παρεμβολή οφείλεται στο γεγονός της πολύοδης διάδοσης. Ο δέκτης λαμβάνει περισσότερα



του ενός «αντίγραφο» του εκπεμπόμενου σήματος του πομπού εξαιτίας των ανακλάσεων που αυτό υφίσταται κατά την πορεία του μέσα στο τηλεπικοινωνιακό κανάλι. Έτσι ο πομπός λαμβάνει καθυστερημένα αντίγραφα του σήματος με αποτέλεσμα αυτό να δημιουργεί παρεμβολές στο κατευθείαν σήμα.

Ένα από τα πλεονεκτήματα της τεχνικής της OFDM είναι η αποτελεσματική εξάλειψη της διασυμβολικής παρεμβολής.

### 1.2.5 Φαινόμενο Doppler

Ο Αυστριακός φυσικός Christian Doppler μελέτησε την μεταβολή που παρουσίασε η συχνότητα ενός κύματος όταν υπήρχε σχετική κίνηση ανάμεσα στον πομπό του κύματος και στον δέκτη. Η μετατόπιση αυτή ονομάζεται μετατόπιση Doppler (Doppler shift) και δίνεται από τη σχέση:

$$f_D = -v \frac{f}{c} \cos \phi$$

όπου  $f_D$  η μετατόπιση Doppler,  $v$  η σχετική ταχύτητα μεταξύ πομπού και δέκτη,  $f$  η φέρουσα συχνότητα του μεταδιδόμενου σήματος,  $c$  η ταχύτητα του φωτός και  $\phi$  η γωνία μεταξύ της σχετικής ταχύτητας και της διεύθυνσης διάδοσης. Αν ο πομπός κινείται κατευθείαν προς το δέκτη τότε η γωνία  $\phi$  παίρνει την τιμή  $2\pi$  και η μετατόπιση Doppler λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της

$$f_{Dmax} = -v \frac{f}{c}$$

### 1.3 Πολυφέρουσα Διαμόρφωση

Όπως αναφέρθηκε η τεχνική OFDM ανήκει στην οικογένεια τεχνικών μετάδοσης πολυφέρουσας διαμόρφωσης. Σκοπός της πολυφέρουσας διαμόρφωσης είναι η εξάλειψη της ανεπιθύμητης διασυμβολικής παρεμβολής. Για την εξάλειψη της ενδοσυμβολικής παρεμβολής λόγω των πολλαπλών διαδρομών μετάδοσης, θα πρέπει η διάρκεια ενός συμβόλου,  $T_s$ , να είναι πολύ μεγαλύτερη από τη διασπορά καθυστέρησης  $\tau$  ( $T_s \gg \tau$ ), που προκαλείται από το φαινόμενο της πολυόδευσης (multipath spread). Στα σύγχρονα συστήματα όμως, τα οποία χρειάζονται πολύ υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης συνήθως η διάρκεια του συμβόλου είναι αρκετά μικρότερη από τη διασπορά καθυστέρησης.

Για την αντιμετώπιση του συγκεκριμένου προβλήματος η τεχνική OFDM διαιρεί την κύρια ροή δεδομένων (συμβολοακολουθία) υψηλού ρυθμού μετάδοσης, σε έναν αριθμό  $L$  ροών δεδομένων χαμηλότερου ρυθμού οι οποίες μεταδίδονται με τη διαμόρφωση  $L$  παράλληλων και ορθογώνιων υποφορέων. Αν  $W$  είναι το συνολικό εύρος του καναλιού, τότε το εύρος ζώνης του κάθε υποφορέα είναι  $W/L$  κι επομένως η διάρκεια του συμβόλου στο συγκεκριμένο υποφορέα θα ικανοποιεί τη σχέση για εξάλειψη της διασυμβολικής παρεμβολής ( $T_s L \gg \tau$ ). Ο παράγοντας  $L$  δεν μπορεί να αυξηθεί πάρα πολύ, διότι μετάδοση μεγάλης διάρκειας συμβόλου κάνει τη μετάδοση εξαιρετικά ευαίσθητη στη χρονική ανακολουθία του καναλιού που σχετίζεται με τη μέγιστη συχνότητα Doppler  $f_{Dmax}$ . Για να ισχύει η παραπάνω συνθήκη θα πρέπει  $f_{Dmax} T_s \ll 1$ .

Ικανοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις και κάνοντας χρήση της ορθογωνιότητας, του κυκλικού προθέματος και του χρόνου φύλαξης (guard time) επιτυγχάνεται η εξάλειψη της διασυμβολικής παρεμβολής.

## 1.4 Παραγωγή υποφορέων

Ένα σήμα OFDM αποτελείται από ένα σύνολο υποφορέων που διαμορφώνεται με κάποιο σχήμα διαμόρφωσης. Επομένως η παραγωγή τους εξαρτάται από το απαιτούμενο φάσμα με βάση την πληροφορία και από το σχήμα διαμόρφωσης που χρησιμοποιείται. Για την αποφυγή μεγάλου αριθμού  $L$  υποφορέων δεδομένων χαμηλότερου ρυθμού, για την παραγωγή υποφορέων, η OFDM τεχνική χρησιμοποιεί μια αποτελεσματική υπολογιστική μέθοδο – τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier (DFT). Για την παραγωγή και μετάδοση ενός μεγάλου αριθμού υποφορέων χρησιμοποιείται ο αντίστροφος γρήγορος μετασχηματισμός Fourier (IFFT) ενώ για την λήψη του σήματος στον δέκτη ακολουθείται η αντίστροφη διαδικασία με τη χρήση του FFT.

Ο IFFT δέχεται ως είσοδο έναν αριθμό μιγαδικών σημείων δεδομένων που μετατρέπεται στο πεδίο του χρόνου για μετάδοση.

## 1.5 Ορθογωνιότητα

Δύο σήματα είναι ορθογώνια μεταξύ τους όταν είναι αμοιβαία ανεξάρτητα. Η ορθογωνιότητα χρησιμοποιείται σε πολλές τεχνικές πολυπλεξίας. Στην τεχνική πολυπλεξίας διαίρεσης χρόνου (Time Division Multiplexing – TDM) το κανάλι χωρίζεται σε έναν αριθμό χρονοθυρίδων και σε κάθε μεταδιδόμενο σήμα ανατίθεται μία χρονοθυρίδα. Όλα τα σήματα μεταδίδονται στο ίδιο κανάλι χρησιμοποιώντας όμως το καθένα τη δική του χρονοθυρίδα. Έτσι εμποδίζεται η παρεμβολή των σημάτων. Στην τεχνική FDM κάθε σήμα μεταδίδεται σε διαφορετική συχνότητα κι επομένως περιορίζεται η παρεμβολή τους.



Παρόλο που οι παραπάνω τεχνικές κατά μία έννοια είναι ορθογώνιες, η λέξη «ορθογώνια» είναι δεσμευμένη για την τεχνική OFDM. Η διαφορετικότητα στην τεχνική OFDM είναι σε κάθε σήμα πληροφορίας ανατίθεται διαφορετική υποφέρουσα. Οι υποφορείς (subcarriers) κάθε σήματος επιλέγονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να έχουν την μικρότερη δυνατή απόσταση μεταξύ τους για την αποδοτικότερη αξιοποίηση του φάσματος. Πιο αναλυτικά, κάθε OFDM σύμβολο αποτελείται από ένα σύνολο ημιτόνων, κάθε ένα από τα οποία αντιστοιχεί σε ένα subcarrier, του οποίου η συχνότητα βασικής ζώνης επιλέγεται έτσι, ώστε να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του αντιστρόφου της διάρκειας συμβόλου ( $f_n = n/T_s$ ). Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται για κάθε subcarrier ο ακέραιος αριθμός περιόδων στο διάστημα  $T_s$ , ο οποίος αυξάνεται σύμφωνα με το αριθμό  $n$ .

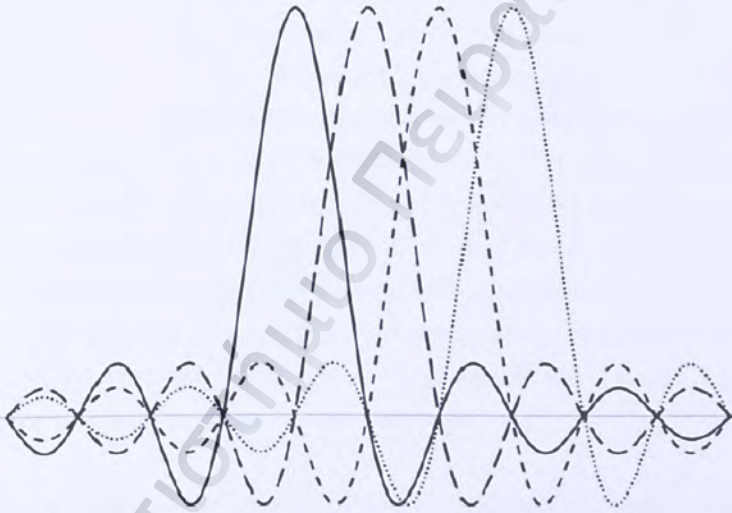
Στο πεδίο της συχνότητας από την άλλη πλευρά, το φάσμα ενός συμβόλου είναι η συνέλιξη παλμών Dirac τοποθετημένων στις θέσεις  $f_n$  με το φάσμα ενός τετραγωνικού παλμού, που είναι ένα στη διάρκεια συμβόλου και μηδέν αλλού. Το φάσμα τετραγωνικού παλμού είναι μία συνάρτηση  $\text{sinc}(\pi f T_s) = \sin(\pi f T_s) / \pi f T_s$ , που είναι μηδενική στις συχνότητες  $f_n$ , γεγονός που εξηγεί την εμφάνιση του μεγίστου κάθε φάσματος στις θέσεις μηδενισμού όλων των υπολοίπων.

Όμως το  $\text{sinc}(\pi f T_s)$  φάσμα κάθε συνιστώσας έχει κάποιες μη επιθυμητές ιδιότητες. Η αμοιβαία επικάλυψη ενός μεγάλου αριθμού φάσματος υποδιαύλων είναι έντονη. Επίσης το φάσμα για ολόκληρο το σύστημα πρέπει να έχει χώρο πάνω και κάτω από τις υπερυψηλές τονικές συχνότητες για να προσαρμόζεται η αργή πτώση του φάσματος των υποδιαύλων. Για τους λόγους αυτούς, είναι επιθυμητό για κάθε συνιστώσα του σήματος να είναι περιορισμένου εύρους έτσι ώστε να επικαλύπτει μόνο τα αμέσως γειτονικά φέροντα, παραμένοντας ορθογωνική σε αυτά.

Πρέπει να σημειωθεί ωστόσο, ότι για την ικανοποίηση των δύο προϋποθέσεων της ορθογωνιότητας τόσο το πλάτος όσο και η φάση των subcarriers πρέπει να



παραμένουν συνεχή στη διάρκεια συμβόλου. Σε διαφορετική περίπτωση το σχήμα του φάσματός τους δε θα έχει την επιθυμητή μορφή και κατ' επέκταση τα μηδενικά δε θα βρίσκονται στις σωστές συχνότητες προκαλώντας ICI (Inter Carrier Interference). Όσο διατηρείται η ορθογωνιότητα λοιπόν, ο δέκτης δεν αντιμετωπίζει πρόβλημα στο να αποδιαμορφώσει κάθε ένα από τα subcarriers χωρίς παρεμβολή από τα υπόλοιπα, παρά τη φασματική τους επικάλυψη, εφόσον χρησιμοποιούνται τα σημεία μεγιστοποίησης.



**Σχήμα 1.4** Το σχήμα δείχνει το φάσμα ενός OFDM συμβόλου που αποτελείται από τέσσερα subcarriers. Το φάσμα είναι κατά τη διάρκεια ενός OFDM συμβόλου. Φαίνεται από το σχήμα ότι το μέγιστο του φάσματος για το κάθε subcarrier παρατηρείται στο μηδενισμό όλων των υπολοίπων

## 1.6 Χρόνος φύλαξης και κυκλικό πρόθεμα

Για την πλήρη εξάλειψη της διασυμβολικής παρεμβολής στην αρχή κάθε συμβόλου OFDM εισάγεται ένα χρονικό διάστημα που ονομάζεται χρόνος φύλαξης (guard time). Ο χρόνος φύλαξης επιλέγεται έτσι ώστε να είναι μεγαλύτερος από την αναμενόμενη διασπορά της καθυστέρησης λόγω πολυόδευσης και οι συνιστώσες των πολλαπλών διαδρομών ενός συμβόλου να μην παρεμβάλλονται στο επόμενο σύμβολο. Κατά τη διάρκεια του χρόνου φύλαξης μπορεί το σήμα να είναι μηδενικό, αλλά σε αυτή την περίπτωση προκύπτει πρόβλημα παρεμβολής υποφορέων ICI, οι οποίοι δεν είναι πλέον ορθογώνιοι μεταξύ τους. Για την αποφυγή του συγκεκριμένου προβλήματος, κατά τη διάρκεια του χρόνου φύλαξης το σήμα δεν είναι μηδενικό, αλλά αντίθετα το σύμβολο OFDM επεκτείνεται κυκλικά (cyclic prefix) κατά ένα χρονικό διάστημα ίσο με του χρόνου φύλαξης. Αυτό διασφαλίζει ότι τα αργοπορημένα αντίγραφα ενός συμβόλου OFDM έχουν πάντα έναν ακέραιο αριθμό κύκλων μέσα στο διάστημα FFT, εάν η καθυστέρηση λόγω πολυόδευσης είναι μικρότερη από το χρόνο φύλαξης. Συνεπώς, τα πολλαπλά σήματα που προκύπτουν από το φαινόμενο της πολυόδευσης (multipath effect) με καθυστερήσεις μικρότερες από τον χρόνο φύλαξης δεν μπορούν να προκαλέσουν ICI.

Η εισαγωγή όμως του χρόνου φύλαξης και του κυκλικού προθέματος έχει και μειονεκτήματα καθώς μειώνεται ο λόγος σήματος προς θόρυβο και η φασματική απόδοση. Η χρήση χρόνου φύλαξης προκαλεί απώλεια της πραγματικής ισχύος εκπομπής καθώς εκτός από τα πραγματικά δεδομένα πρέπει να μεταδοθεί και το κυκλικό πρόθεμα ενώ ταυτόχρονα ένα τμήμα του φάσματος καταλαμβάνεται από αυτό.

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι η επιλογή σωστού χρόνου φύλαξης είναι κρίσιμος παράγοντας για την αποτελεσματική σχεδίαση της OFDM τεχνικής. Η παρουσία του παρέχει προστασία από τη διασπορά καθυστέρησης αλλά

παράλληλα μειώνει το λόγο σήματος προς θόρυβο καθώς και τη φασματική απόδοση. Συνήθως γίνεται ένας συμβιβασμός των απαιτήσεων και ο χρόνος φύλαξης επιλέγεται να έχει μήκος από ένα δέκατο έως ένα τέταρτο της περιόδου του συμβόλου. Αυτό οδηγεί σε μια απώλεια 0.5dB έως 1dB περίπου του SNR.

## 1.7 Κωδικοποίηση

Σε κανάλι που υποφέρει από διαλείψεις εξαιτίας της πολυδυσουσας τα υποφέροντα φθάνουν στο δέκτη με διαφορετικά πλάτη και επιπλέον ενδέχεται κάποια να χαθούν λόγω μεγάλων διαλείψεων. Παρόλο που η ανίχνευση των περισσότερων subcarriers γίνεται χωρίς λάθη, ο συνολικός ρυθμός λανθασμένων bits BER (Bit Error Rate) κυριαρχείται από τα λίγα subcarriers με τα μικρότερα πλάτη. Για την αποφυγή του προβλήματος εφαρμόζεται η τεχνική της κωδικοποίησης και διόρθωσης των λαθών έτσι ώστε να αυξηθεί η απόδοση του συστήματος. Τα είδη της κωδικοποίησης που ακολουθούνται είναι οι κώδικες block, οι συνελκτικοί κώδικες (convolutional codes) ή συνδυασμός αυτών.

Στους κώδικες block μια ομάδα  $k$  συμβόλων κωδικοποιείται με την προσθήκη επιπλέον συμβόλων, σε  $n$  σύμβολα με στόχο την αύξηση της ελάχιστης απόστασης Hamming, δηλαδή του ελάχιστου αριθμού διαφορετικών συμβόλων ανάμεσα σε οποιοδήποτε ζευγάρι κωδικών λέξεων. Από τους πιο διαδεδομένους κώδικες block είναι οι κώδικες Reed – Solomon, οι οποίοι ενδείκνυνται για κανάλια με ριπές λαθών όπως η τεχνική OFDM, μιας και μπορούν να διορθώσουν έναν αριθμό λανθασμένων bits μέσα σε ένα συγκεκριμένο αριθμό συμβόλων. Η τεχνική μπορεί να διορθώσει έως  $t$  σύμβολα, όπου  $t = \frac{(n-k)}{2}$ .

Οι συνελκτικοί κώδικες διαφέρουν από τους μπλοκ κώδικες στο ότι ο κωδικοποιητής διαθέτει μνήμη και οι έξοδοι του σε κάποια χρονική στιγμή δεν



εξαρτώνται μόνο από τις εισόδους τη συγκεκριμένοι χρονική στιγμή, αλλά και από έναν αριθμό προηγούμενων εισόδων. Στους κώδικες αυτούς αντιστοιχούνται μέσω συνέλιξης  $k$  ψηφία μιας συνεχόμενης ακολουθίας σε  $n$  ψηφία εξόδου και υλοποιούνται με καταχωρητές ολίσθησης και modulo-2 αθροιστές. Πλεονέκτημα τους αποτελεί η απλότητα.

Συνήθως γίνεται συνδυασμός των δύο ειδών κωδικοποίησης με αποτέλεσμα επίτευξης μεγάλου κέρδους κωδικοποίησης και μικρής πολυπλοκότητας υλοποίησης.

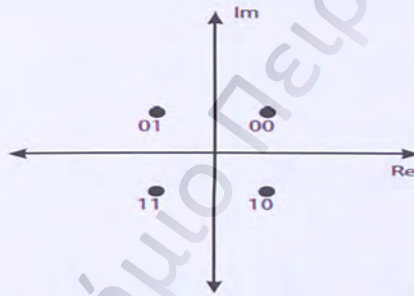
## 1.8 Peak-to-Average Ratio

Σημαντικό φαινόμενο στην τεχνική OFDM αποτελεί το ενδεχόμενο σημαντικής διαφοράς μεταξύ του μεγίστου πλάτους του εκπεμπόμενου σήματος σε σχέση με τη μέση του τιμή. Ο λόγος αυτός της μέγιστης τιμής ισχύος στο σταθμό βάσης για ένα subcarrier προς τη μέση ισχύ όλων των subcarriers που χρησιμοποιεί το σύστημα ονομάζεται PAR (Peak-to-Average Ratio). Ένα OFDM σήμα αποτελείται από  $N$  διαφορετικά ημιτονοειδή σήματα σε διαφορετικά subcarriers με τη μέση εκπεμπόμενη ισχύ να είναι γραμμικά ανάλογη του  $N$ . Υπάρχει το ενδεχόμενο όμως τα σήματα να προστεθούν με τέτοιο τρόπο στα subcarriers ώστε η ισχύς να είναι ανάλογη του  $N^2$  και το PAR να αυξάνει ανάλογα με τον αριθμό των subcarriers. Το φαινόμενο αυτό δημιουργεί προβλήματα γραμμικότητας στους ενισχυτές ενδοφασματικό θόρυβο που αυξάνει το Bit Error Rate και φασματική εξάπλωση προκαλεί παρεμβολές ICI. Επομένως επιδιώκεται με διάφορες τεχνικές η διατήρηση του PAR σε χαμηλά επίπεδα.

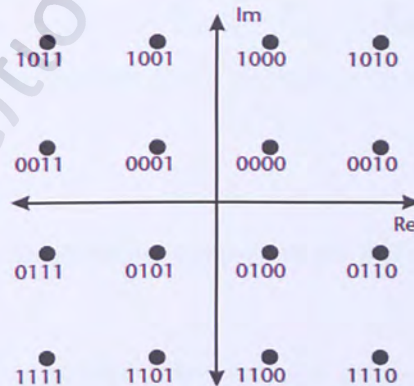


## 1.9 Διαμόρφωση

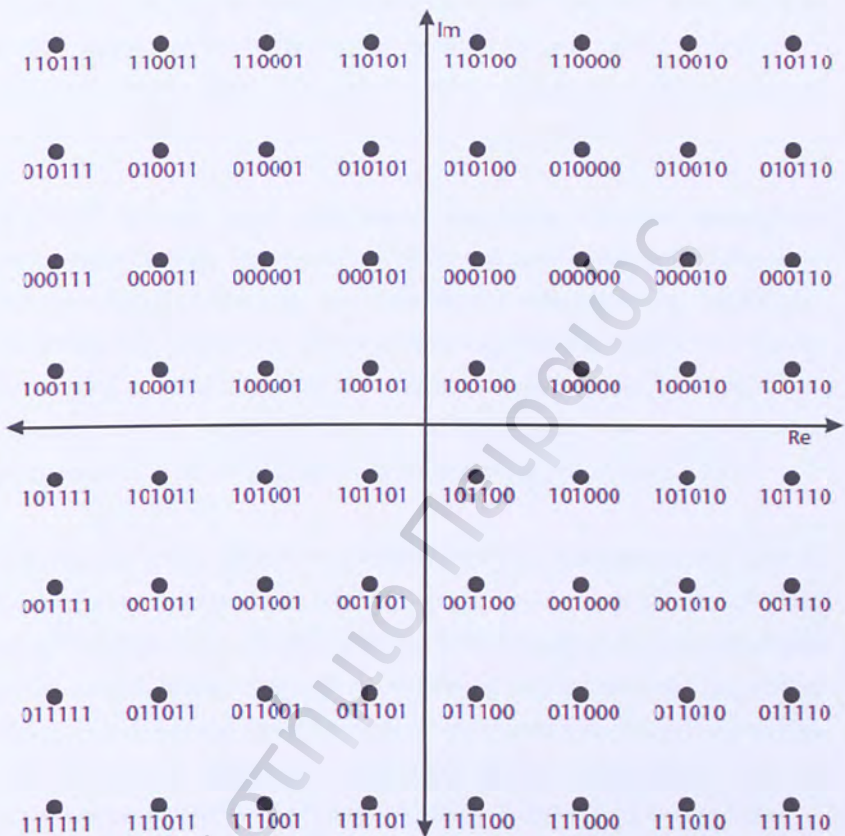
Στην τεχνική διαμόρφωσης OFDM μπορεί να εφαρμοστεί πλήθος σχημάτων διαμόρφωσης. Σε αυτά μπορούν να συμπεριληφθούν η BPSK (1 bit ανά σύμβολο), QPSK (2 bits ανά σύμβολο), 16-QAM (4 bits ανά σύμβολο), 64-QAM (6 bits ανά σύμβολο) των οποίων οι παραστάσεις φαίνονται στο παρακάτω μιγαδικό άξονα. Ο αριθμός των bits που μπορούν να μεταδοθούν από ένα σύμβολο προκύπτει από τη σχέση  $\log_2 M$ , όπου  $M$  το μέγεθος του αλφάβητου αντιστοίχισης.



Σχήμα 1.5 Το σχήμα δείχνει μία διαμόρφωση QPSK



Σχήμα 1.6 Το σχήμα δείχνει μία διαμόρφωση 16-QAM



Σχήμα 1.7 Το σχήμα δείχνει μία διαμόρφωση 64-QAM

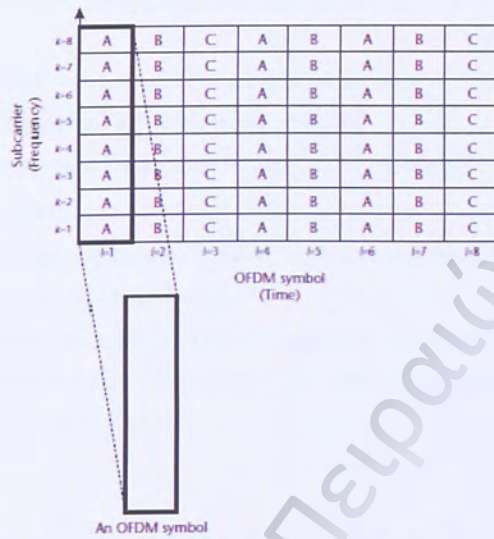
### 1.10 Πολλαπλή πρόσβαση με ορθογώνια πολυπλεξία συχνότητας - OFDMA

Οι τεχνικές πολλαπλής πρόσβασης σαν σκοπό έχουν να επιτρέπουν σε πολλούς χρήστες να μοιράζονται το διαθέσιμο εύρος ζώνης με ανάθεση σε κάθε έναν από αυτούς ενός «κομματιού» των διαθέσιμων πόρων. Ανάλογα με την στρατηγική

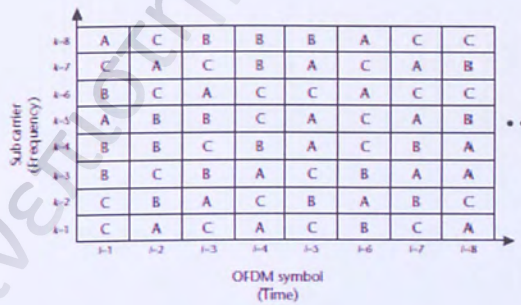
πολλαπλής πρόσβασης το τηλεπικοινωνιακό σύστημα παρουσιάζει διαφορές στην αποδοτικότητα του. Οι σύγχρονες απαιτήσεις για μεταφορά μεγάλου όγκου δεδομένων (φωνή, video) αλλά και η ολοένα αυξανόμενος αριθμός χρηστών καθιστά το πρόβλημα της πολλαπλής πρόσβασης αρκετά περίπλοκο.

Η OFDM τεχνική, όπως περιγράφηκε παραπάνω, είναι μια στρατηγική διαμόρφωσης η οποία δημιουργεί μια σειρά από παράλληλες ροές δεδομένων, χαμηλού ρυθμού μετάδοσης, που μεταδίδονται ταυτόχρονα σε παράλληλα υποκανάλια που μπορούν να χρησιμοποιηθούν από πολλούς χρήστες. Συστήματα όπως το DSL, το 802.11a/g καθώς και οι πρώτες υλοποιήσεις του WiMAX/802.16 χρησιμοποιούν την τεχνική single-user OFDM, δηλαδή όλα τα υποφέροντα χρησιμοποιούνται από έναν χρήστη ανά πάσα χρονική στιγμή (Σχήμα 1.8).

Η τεχνική πολλαπλής πρόσβασης OFDMA είναι μια multi-user OFDM τεχνική, όπου οι χρήστες μοιράζονται τόσο τα υποφέροντα όσο και τις χρονοθυρίδες (time-slots) (Σχήμα 1.9). Το καθένα από τα OFDM σύμβολα ή υποφέροντα όπως φαίνεται από το Σχήμα 1.9 μπορεί να ανατεθεί σε διαφορετικούς χρήστες, καθώς επίσης και διαφορετικός αριθμός συμβόλων και υποφερόντων μπορεί να ανατεθεί στους χρήστες με αποτέλεσμα διαφορετικά επίπεδα διαμόρφωσης. Έτσι η OFDMA είναι μία ευέλικτη τεχνική πολλαπλής πρόσβασης η οποία μπορεί να διαχειριστεί πολλούς χρήστες, διάφορων ρυθμών μετάδοσης και να καλύψει διάφορα επίπεδα ποιότητας υπηρεσίας (Quality of Service – QoS).



Σχήμα 1.8 Το σχήμα παρουσιάζει 3 χρήστες A, B, C στην OFDM τεχνική



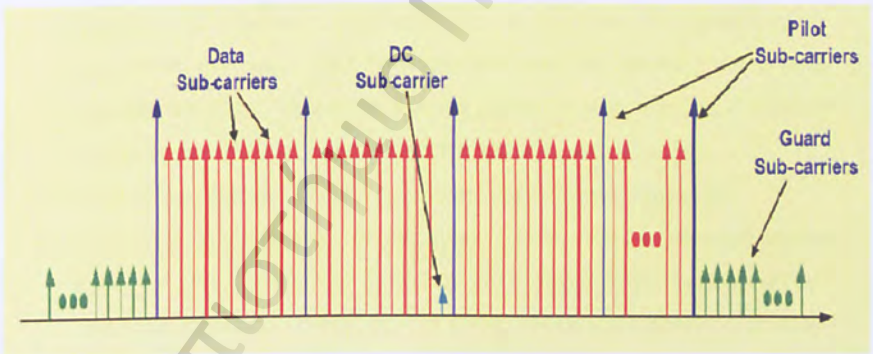
Σχήμα 1.9 Το σχήμα παρουσιάζει 3 χρήστες A, B, C στην OFDMA τεχνική



### 1.10.1 Η δομή ενός συμβόλου OFDMA

Ένα σύμβολο OFDMA αποτελεί τη μικρότερη μονάδα κατανομής στο πεδίο του χρόνου. Αποτελείται από τρία είδη υποφερόντων:

- Τα υποφέροντα δεδομένων (data subcarriers) για τη μετάδοση της πληροφορίας
- Τα πιλοτικά υποφέροντα (pilot subcarriers) για την εκτίμηση του καναλιού και το συγχρονισμό
- Τα μηδενικά (null) ή DC (Direct Sequence) subcarriers όπου υπάρχει είτε μετάδοση μηδενικής συχνότητας είτε συχνότητας ίσης με την κεντρική συχνότητα μετάδοσης.



Σχήμα 1.10 Δομή OFDMA συμβόλου

### 1.10.2 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της τεχνικής OFDMA

Τα πλεονεκτήματα της OFDMA τεχνικής πηγάζουν κυρίως από τα πλεονεκτήματα της OFDM στρατηγικής. Έτσι:

- Αντιμετωπίζει αποτελεσματικά την διασυμβολική παρεμβολή (ISI) που οφείλεται στην πολύοδη διάδοση
- Παρουσιάζει προσαρμοστική διαμόρφωση για κάθε υποφέρων
- Πετυχαίνει διαμόρφωση χαμηλής πολυπλοκότητας που μπορεί να υλοποιηθεί κάνοντας χρήση του ταχύ μετασχηματισμού Fourier (FFT/IFFT)
- Έχει πολύ καλή φασματική αποδοτικότητα (spectral efficiency)
- Προσφέρει πολυχρηστική ποικιλία (multiuser diversity) σε γειτονικά υποφέροντα. Η πολυχρηστική ποικιλία υπάρχει διότι διαφορετικοί χρήστες σε διαφορετικές περιοχές αντιμετωπίζουν διαφορετικές αποκρίσεις καναλιού. Έτσι ένα υποφέρων που για κάποιο χρήστη είναι χαμηλής ποιότητας μπορεί για κάποιον άλλον να είναι υψηλής. Η τεχνική μπορεί να αναθέσει με αποτελεσματικό τρόπο τα υποφέροντα.
- Παρέχει ευελιξία σε ρυθμούς μετάδοσης και ποιότητα υπηρεσιών
- Μειώνει το λόγο μέγιστης ισχύος προς τη μέση (Peak to Average Power Ratio - PAPR), φαινόμενο που είναι πολύ συχνό στην τεχνική OFDM. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για την εκπομπή του σήματος απαιτείται ένα μέρος της συνολικής ισχύος (μερικά subcarriers) και όχι το συνολικό εύρος ζώνης της ζεύξης

Μειονέκτημα της τεχνικής πολλαπλής πρόσβασης OFDMA είναι ο επιπλέον φόρτος που χρειάζεται για την αμφίδρομη σηματοδοσία πομπού – δέκτη. Ο πομπός ζητά πληροφορίες από το κανάλι για τους χρήστες και τις απαιτήσεις τους ενώ ο δέκτης θέλει να γνωρίζει ποια υποφέροντα και σε ποιες χρονοθυρίδες του έχουν ανατεθεί.

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### Διαχείριση Πόρων OFDMA - RRM

#### 2.1 Εισαγωγή

Στις ασύρματες τηλεπικοινωνίες, όπου οι πόροι του συστήματος είναι πεπερασμένοι και οι απαιτήσεις των χρηστών για υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης και ποιότητας υπηρεσιών μεγάλες, επιβάλλεται η διαχείριση των πόρων (Radio Resource Management) να γίνεται με τρόπο αποδοτικό και ο διαμοιρασμός (resource allocation) με τρόπο δίκαιο. Οι κύριοι παράγοντες που καθορίζουν τη διαχείριση των πόρων είναι το σχήμα πολλαπλής πρόσβασης που θα χρησιμοποιηθεί ώστε να εξυπηρετηθούν όσο το δυνατόν περισσότεροι χρήστες, η ποιότητα της υπηρεσίας που θα προσφερθεί στους χρήστες και τον τρόπο που θα διαμοιραστούν οι πόροι αυτοί στους χρήστες.

Η διαχείριση των πόρων μπορεί να γίνει με σταθερό, τυχαίο ή δυναμικό τρόπο. Κάθε ένας από αυτούς έχει τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά του όπως αυτά αναλύονται στη συνέχεια.

#### 2.2 Σταθερή εκχώρηση πόρων

Η σταθερή εκχώρηση πόρων είναι η ιστορικά παλαιότερη μέθοδος. Σε αυτό το μοντέλο συγκεκριμένοι πόροι του συστήματος αποδίδονται μόνιμα σε κάποιους χρήστες. Το μοντέλο αυτό στοχεύει στην ικανοποίηση των ελάχιστων απαιτήσεων όλων των χρηστών έτσι ώστε να επιτευχθεί η ζεύξη και είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε να προβλέπει το σενάριο χειρότερης κατάστασης (worst



case scenario). Ο σχεδιασμός συστήματος με το μοντέλο της σταθερής εκχώρησης πόρων έχει το μεγάλο πλεονέκτημα της απλότητας υλοποίησης εξαιτίας του γεγονότος ότι δεν χρειάζεται γνώση των περιβαλλοντικών συνθηκών ανά πάσα χρονική στιγμή. Το μεγάλο μειονέκτημά της είναι ότι κατά το μεγαλύτερο χρονικό διάστημα γίνεται σπατάλη των πόρων του συστήματος αν το κριτήριο χειρότερης κατάστασης είναι αυστηρό. Αν πάλι το κριτήριο είναι χαλαρό ενδέχεται το σύστημα να καταρρεύσει.

Σχήματα στατικής εκχώρησης πόρων χρησιμοποιήθηκαν και χρησιμοποιούνται ακόμα και σήμερα σε πολλά ασύρματα δίκτυα όπως τα δίκτυα πρώτης και δεύτερης γενιάς καθώς και στα μη κυψελοειδή συστήματα (π.χ. ραδιοφωνικά και τηλεοπτικά συστήματα μετάδοσης).

Όσον αφορά την τεχνική OFDMA ο σχεδιασμός αφορά την κατανομή των subcarriers στους χρήστες. Οι τεχνικές που ακολουθούνται είναι η σειριακή κατανομή σταθερών συνεχόμενων υποφερόντων και η τεχνική κατανομής σταθερών μη συνεχόμενων υποφερόντων. Στην πρώτη τεχνική το σύστημα αναθέτει στους χρήστες διαδοχικά subcarriers χωρίς να χρησιμοποιεί πληροφορίες για το κάθε κανάλι. Η συγκεκριμένη στρατηγική είναι κατάλληλη στις περιπτώσεις που ο σταθμός βάσης δεν μπορεί να αποκτήσει πληροφορίες για τις συνθήκες SINR του καναλιού. Η ομαδοποίηση των subcarriers προκαλεί ελαχιστοποίηση τις παρεμβολές μεταξύ των χρηστών, αλλά ταυτόχρονα ενισχύεται η ευαισθησία της μετάδοσης στην εξασθένηση, εφόσον ολόκληρη η ομάδα των subcarriers είναι δυνατόν να χαθεί σε ένα μηδενικό του φάσματος. Η δεύτερη τεχνική προσπαθεί να εξαλείψει το προαναφερθέν πρόβλημα προτείνοντας ένα σχήμα εξάπλωσης των σταθερών για κάθε χρήστη subcarriers σε ολόκληρο το εύρος ζώνης του συστήματος. Η συγκεκριμένη στρατηγική επιφέρει ένα μεγάλο ποσοστό επικάλυψης της ενέργειας των χρηστών. Επομένως, ακόμα και ελάχιστη απώλεια της ορθογωνιότητας λόγω συχνοτικών ή χρονικών σφαλμάτων μπορεί να οδηγήσει σε παρεμβολές μεταξύ των χρηστών.

### 2.3 Τυχαία εκχώρηση πόρων

Στην τυχαία εκχώρηση πόρων οι πόροι εκχωρούνται τυχαία στους χρήστες. Οι τεχνικές αυτές συνήθως οδηγούν σε καλύτερη επίδοση του συστήματος σε σχέση με τη σταθερή κατανομή. Το πλεονέκτημά τους είναι ότι δεν χρειάζεται γνώση της κατάστασης του καναλιού ανά πάσα χρονική στιγμή και ότι οι αρνητικές επιδράσεις του περιβάλλοντος όπως ο θόρυβος και οι παρεμβολές κατανέμονται με τρόπο τυχαίο σε όλους τους χρήστες πράγμα που κάνει το μοντέλο να «φέρεται δίκαια» στους χρήστες. Το μειονέκτημα είναι ότι δεν εξασφαλίζει κάποιο ελάχιστο λόγο σήματος προς παρεμβολή για το μεγαλύτερο μέρος του συστήματος.

Όσον αφορά την τεχνική OFDMA ομάδες subcarriers μεταδίδονται σε μικρά χρονικά blocks, τα οποία υφίστανται τυχαία αναπήδηση συχνότητας (random frequency hopping) έτσι ώστε η χρονική παραμονή σε μηδενικό να είναι για πολύ μικρό χρονικό διάστημα. Για την ανάκτηση χαμένων δεδομένων χρησιμοποιούνται οι τεχνικές του συνδυασμένου interleaving και της κωδικοποίησης, που οδηγούν όμως σε μειωμένη χωρητικότητα με μεγαλύτερες καθυστερήσεις στο σύστημα.

### 2.4 Δυναμική εκχώρηση πόρων

Στη δυναμική εκχώρηση πόρων το σύστημα, βασισμένο στην λεπτομερή γνώση του καναλιού (Channel State Information – CSI) στην πλευρά του πομπού, λαμβάνει αποφάσεις και αναθέτει τους πόρους σύμφωνα με τις απαιτήσεις των χρηστών. Οι αποφάσεις αυτές αφορούν έλεγχο και κατανομή της ισχύος, του φάσματος, των συχνοτήτων, των υποκαναλιών. Το πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι γίνεται αποτελεσματική χρήση των πόρων του συστήματος ενώ το

μειονέκτημα της είναι ότι η ανάγκη για συνεχή γνώση των χαρακτηριστικών του δικτύου και της βέλτιστης επανακατανομής των πόρων κάνει το μοντέλο πολύπλοκο.

Συμπερασματικά η δυναμική κατανομή των πόρων ανάγεται σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης επινοώντας αλγορίθμους βελτιστοποίησης. Εξαιτίας της πολυπλοκότητας των αλγορίθμων αυτών η εφαρμογή τους αφορά συνήθως στον πομπό της κάτω ζεύξης κι επομένως στο σταθμό βάσης.

## 2.5 Βελτιστοποίηση

Στις μέρες μας, όπου υπάρχει ολοένα και αυξανόμενη τηλεπικοινωνιακή κίνηση ενώ η διαθεσιμότητα του φάσματος είναι περιορισμένη, κρίνεται επιτακτική η βέλτιστη δυνατή διαχείριση των ασύρματων πόρων.

Η βελτιστοποίηση είναι η διαδικασία εκείνη κατά την οποία αναζητείται η καλύτερη δυνατή λύση ανάμεσα σε άλλες για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα. Ανάλογα με το αν οι μεταβλητές απόφασης (ποσότητες που μεταβάλλονται έτσι ώστε να επιτευχθεί ο στόχος) λαμβάνουν συνεχείς ή διακριτές τιμές τα προβλήματα μπορούν να χωριστούν σε συνεχή ή συνδυαστικά αντίστοιχα. Τα συνεχή προβλήματα βελτιστοποίησης διακρίνονται σε γραμμικά και μη γραμμικά. Τα γραμμικά προβλήματα επιλύονται με γραμμικό προγραμματισμό ενώ τα μη γραμμικά συνήθως ανατίθενται σε μεθόδους καθολικής βελτιστοποίησης, ευριστικές και μετευριστικές τεχνικές. Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μια αναφορά στις τεχνικές καθολικής βελτιστοποίησης.

Από την έρευνα προκύπτει ότι για τη διαχείριση των πόρων στις ασύρματες ζεύξεις εκτός από τον τρόπο βέλτιστης κατανομής των πόρων φάσματος και



ισχύος υπάρχουν δύο βασικές μέθοδοι που ακολουθούνται για τη βελτιστοποίηση:

- i) Η πρώτη βασίζεται στη μεγιστοποίηση του ρυθμού μετάδοσης (data rate) θέτοντας ως μέγιστο όριο την συνολική ισχύ του καναλιού και στο μέγιστο διαθέσιμο φάσμα του.
- ii) Η δεύτερη βασίζεται στην ελαχιστοποίηση της συνολικής εκπεμπόμενης ισχύος του καναλιού θέτοντας ταυτόχρονα περιορισμούς στις απαιτήσεις των χρηστών ως προς τον ρυθμό μετάδοσης και την ποιότητα της υπηρεσίας που τους παρέχεται (QoS).

Και οι δύο φιλοσοφίες βελτιστοποίησης αναλύονται αναλυτικότερα στην επόμενη παράγραφο.

## **2.6 Τεχνικές βελτιστοποίησης OFDMA**

Όπως προαναφέρθηκε για τον διαμοιρασμό των πόρων του συστήματος που χρησιμοποιούν την τεχνική OFDMA έχουν αναπτυχθεί διάφορες μεθοδολογίες. Η βασική φιλοσοφία είναι η ανάπτυξη τεχνικών για τον καθορισμό του τρόπου ανάθεσης των υποφορέων και του διαμοιρασμού των κατάλληλων ποσοτήτων ισχύος στους χρήστες που έχουν πρόσβαση στο σύστημα.

### **2.6.1 Μεγιστοποίηση ολικού ρυθμού μετάδοσης - MSR**

Όπως το δηλώνει και το όνομά της, η τεχνική μεγιστοποίησης ολικού ρυθμού μετάδοσης (Maximum Sum Rate algorithm – MSR) ως στόχο έχει τη μεγιστοποίησης του ρυθμού μετάδοσης όλων των χρηστών, δεδομένης μιας



συνολικής ισχύος. Η συγκεκριμένη τεχνική πετυχαίνει το στόχο της όταν παρθούν όσο το δυνατόν περισσότερα δεδομένα από το σύστημα. Το μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ότι οι περισσότεροι πόροι του συστήματος ενδέχεται να κατανεμηθούν σε χρήστες που βρίσκονται κοντά στο σταθμό βάσης και να έχουν υψηλό κέρδος καναλιού.

Η χωρητικότητα  $C$  ενός καναλιού εύρους ζώνης  $W$  και με λόγο σήματος προς θόρυβο SNR δίνεται από τη σχέση:

$$C = W \log_2(1 + \text{SNR}) \text{ bps}$$

Αν ορίσουμε:

- $P_{\text{tot}}$  την συνολική διαθέσιμη ισχύ στο σταθμό βάσης,
- $W$  το συνολικό εύρος ζώνης,
- $K$  τον αριθμό των χρηστών,
- $N$  τον αριθμό των υποφορέων,
- $P_{k,n}$  την ισχύ εκπομπής του υποφορέα  $n$  που έχει ανατεθεί στο χρήστη  $k$ ,
- $N_0$  φασματική πυκνότητα ισχύος προσθετικού θορύβου,
- $\sigma^2$  η διασπορά και έχει τιμή  $N_0(W/N)$ ,
- $|H_{k,n}|^2$  το κέρδος απόκρισης συχνότητας καναλιού του χρήστη  $k$  στον υποφορέα  $n$  και
- $\text{SINR}_{k,n}$  το λόγο σήματος προς θόρυβο και παρεμβολή που αντιστοιχεί στον χρήστη  $k$  και τον υποφορέα  $n$ ,

τότε μπορούμε να εκφράσουμε την ποσότητα  $\text{SINR}_{k,n}$  ως:

$$\text{SINR}_{k,n} = \frac{P_{k,n} |H_{k,n}|^2}{\sum_{i=1, i \neq k}^K P_{i,n} |H_{i,n}|^2 + \sigma^2 \frac{W}{N}}$$

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση από το θεώρημα του Shannon, θεωρώντας χωρίς σημαντική διαφορά ότι ο λόγος σήματος προς θόρυβο και παρεμβολή που αντιστοιχεί στον χρήστη  $k$  και τον υποφορέα  $n$  είναι περίπου ίσος με τον λόγο σήματος προς θόρυβο ( $\text{SINR}_{k,n} \approx \text{SNR}$ ), το πρόβλημα της βελτιστοποίησης μετατρέπεται σε μεγιστοποίηση της χωρητικότητας υπό κάποιες προϋποθέσεις και μαθηματικά η συνάρτηση κόστους μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\max \left\{ \frac{W}{N} \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \log_2(1 + \text{SINR}_{k,n}) \right\}$$

με τις παρακάτω προϋποθέσεις – περιορισμούς:

$$\alpha) \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N P_{k,n} \leq P_{\text{tot}}$$

$$\beta) P_{k,n} \geq 0 \text{ για κάθε } k,n$$

Από την παραπάνω σχέση γίνεται αντιληπτό ότι η συνολική χωρητικότητα παίρνει τη μέγιστη τιμή όταν η συνολική ισχύς  $P_{\text{tot},n}$  για κάθε υποφορέα  $n$  γίνεται μέγιστη. Επομένως, το πρόβλημα ανάγεται και διασπάται σε  $N$  προβλήματα μεγιστοποίησης της χωρητικότητας όπου συνολική χωρητικότητα του κάθε υποφορέα  $n$  θα είναι:

$$C_n = \sum_{k=1}^K \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k,n}}{(P_{\text{tot},n} - P_{k,n}) + \frac{\sigma^2 W}{h_{k,n}^2 N}} \right)$$

$$\text{όπου } P_{\text{tot},n} = \sum_{k=1}^K P_{k,n}.$$

Η ποσότητα  $(P_{\text{tot},n} - P_{k,n})$  εκφράζει την παρεμβολή των υπολοίπων χρηστών στον χρήστη  $k$  για τον  $n$  υποφορέα. Η συνολική χωρητικότητα λοιπόν του κάθε υποφορέα  $C_n$  μεγιστοποιείται όταν η συνολική διαθέσιμη ισχύς  $P_{\text{tot},n}$  ανατίθεται

στον χρήστη με το μέγιστο κέρδος καναλιού στον υποφορέα  $n$ . Η αναζήτηση της βέλτιστης λύσης για το παραπάνω πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία των αλγορίθμων «αχόρταγης αναζήτησης» (greedy algorithms).

## 2.6.2 Τεχνική μέγιστης δικαιοσύνης - MF

Παρόλο που η τεχνική μεγιστοποίησης ολικού ρυθμού μετάδοσης είναι βέλτιστη παρουσιάζει ένα μειονέκτημα. Το μειονέκτημά της είναι ότι ενδέχεται κάποιιο χρήστες να μην μπορούν να εξυπηρετούνται επαρκώς ή και κάποιες φορές να μην εξυπηρετηθούν καθόλου. Το πρόβλημα έγκειται στις διαφορές που υπάρχουν στους χρήστες ως προς την απόσβεση διαδρομής (path loss attenuation). Στο μειονέκτημα αυτό έρχεται να δώσει λύση η τεχνική βελτιστοποίησης της μέγιστης δικαιοσύνης – αμεροληψίας (Maximum Fairness algorithm – MF).

Η τεχνική μέγιστης δικαιοσύνης στοχεύει στην κατανομή των υποφερόντων και της ισχύος έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί ο ελάχιστος ρυθμός μετάδοσης του χρήστη του συστήματος. Δεν «αδικεί» δηλαδή κανέναν χρήστη. Μαθηματικά η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να διατυπωθεί:

$$\max \left\{ \min \left[ \sum_{n=1}^N \frac{W}{N} \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k,n} h_{k,n}^2}{\sigma^2 \frac{W}{N}} \right) \right] \right\}$$

με τις παρακάτω προϋποθέσεις – περιορισμούς:

$$\alpha) \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N P_{k,n} \leq P_{\text{tot}}$$

$$\beta) P_{k,n} \geq 0 \text{ για κάθε } k, n$$



Το πρόβλημα ανάγεται σε αλγόριθμο εύρεσης μεγίστου-ελαχίστου, όπου όμως σε αντίθεση με τον αλγόριθμο MSR η κατανομή των υποφερόντων και της ισχύος δεν μπορεί να διαχωριστεί γιατί η αντικειμενική συνάρτηση είναι κυρτή. Η ταυτόχρονη ανάθεση υποφερόντων και ισχύος είναι μία διαδικασία πολύ δύσκολη γι' αυτό το λόγο χρησιμοποιούνται υποβέλτιστοι αλγόριθμοι (λιγότερο πολύπλοκοι) για την επίλυση του προβλήματος.

Συνηθισμένη πρακτική αποτελεί η κατανομή ίσης ισχύος σε κάθε υποφορέα στην αρχή της διαδικασίας και κατόπιν στην εξέλιξη του αλγορίθμου να γίνεται ανάθεση κάθε διαθέσιμου υποφορέα στον χρήστη με την πιο χαμηλό ρυθμό μετάδοσης που έχει καλύτερο κέρδος καναλιού στον υποφορέα.

### **2.6.3 Τεχνική περιορισμού κατ' αναλογία των ρυθμών μετάδοσης - PRC**

Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα η τεχνική της μέγιστης δικαιοσύνης παρουσιάζει το σημαντικό μειονέκτημα της πολυπλοκότητας με αποτέλεσμα να αναζητείται μέσω αυτού υποβέλτιστη λύση. Επίσης η τεχνική δίνει μεγάλο πλεονέκτημα στους χρήστες με τους χειρότερους SINR καθώς ο MF αναθέτει σε αυτούς τους περισσότερους πόρους του συστήματος.

Επέκταση της τεχνικής MF είναι αυτή του περιορισμού κατ' αναλογία των ρυθμών μετάδοσης (Proportional Rate Constraints algorithm – PRC). Αντικειμενικός σκοπός της μεθόδου PRC είναι να μεγιστοποιηθεί η διεκπαιρευτική ικανότητα του συστήματος (throughput) με τον περιορισμό ότι ο ρυθμός μετάδοσης  $R_k$  κάθε χρήστη θα είναι ανάλογος με ένα σύνολο από προκαθορισμένες παραμέτρους  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k$  του συστήματος. Μαθηματικά η παραπάνω έκφραση μπορεί να διατυπωθεί ως:



$$\frac{R_1}{\gamma_1} = \frac{R_2}{\gamma_2} = \dots = \frac{R_k}{\gamma_k}, \text{ όπου}$$

$$R_k = \sum_{n=1}^N \frac{W \rho_{k,n}}{N} \log_2 \left( 1 + \frac{P_{k,n}}{(P_{\text{tot},n} - P_{k,n}) + \frac{\sigma^2 W}{h_{k,n}^2 N}} \right) \text{ και}$$

$$\rho_{k,n} = \begin{cases} 1, & \text{όταν στο subcarrier } n \text{ έχει ανατεθεί ο χρήστης } k \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Αν τεθούν όλα τα  $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_{k-1} = \gamma_k = 1$  τότε η τεχνική μετατρέπεται σε αυτήν της μέγιστης δικαιοσύνης. Μεταβάλλοντας τις τιμές αναλογίας του παράγοντα  $\gamma_k$  είναι δυνατόν να επιτευχθεί οποιαδήποτε αναλογία ρυθμών μετάδοσης.

Μιας και η τεχνική PRC είναι επέκταση του MF παρουσιάζει και αυτή το πρόβλημα της πολυπλοκότητας. Πολυπλοκότητα στην εύρεση βέλτιστης λύσης προσδίδει και το γεγονός ότι η συνάρτηση κόστους περιλαμβάνει τόσο συνεχείς όσο και διακριτές μεταβλητές. Για τη λύση λοιπόν του αλγορίθμου PRC ακολουθούνται συνήθως διαδικασίες που δεν είναι βέλτιστες αλλά δίνουν τιμές πολύ κοντά στο βέλτιστο, με τρόπο τέτοιο που να επιτυγχάνεται απλοποίηση σε ένα βαθμό που η πολυπλοκότητα να γίνεται διαχειρίσιμη.

#### 2.6.4 Τεχνική ελαχιστοποίησης της μεταδιδόμενης ισχύος - MA

Όπως το δηλώνει και το όνομά του, η τεχνική ελαχιστοποίησης της συνολικής μεταδιδόμενης ισχύος (Margin Adaptive – MA) έχει σαν στόχο την ελαχιστοποίηση της συνολικής ισχύος εκπομπής για τους χρήστες στους οποίους

προσφέρεται ένας ρυθμός δεδομένων  $R_k$ . Έτσι λοιπόν το πρόβλημα θα μπορούσε να διατυπωθεί ως η εύρεση της κατάλληλης κατανομής των καναλιών (φερόντων) ή/και του κατάλληλου επιπέδου διαμόρφωσης (bit loading) για το κάθε αποδοθέν κανάλι με σκοπό την ελαχιστοποίηση της εκπεμπόμενης ισχύος. Οι χρήστες του συστήματος είναι  $K$ , τα συνολικά υποφέροντα είναι  $N$ , ενώ ο  $k$  χρήστης έχει ένα ρυθμό μετάδοσης  $R_k$  bit ανά OFDM σύμβολο. Ανάλογα με τον αριθμό των bits που ανατίθενται σε κάθε subcarrier ο προσαρμοστικός διαμορφωτής θα χρησιμοποιήσει το καταλληλότερο σχήμα διαμόρφωσης. Ορίζεται ως  $c_{k,n}$  ο αριθμός των bits του  $k$  χρήστη που έχουν αποδοθεί  $n$  φέρον. Λόγω του γεγονότος ότι δεν επιτρέπεται παραπάνω του ενός χρήστη να διαμοιράζονται το ίδιο subcarrier, συμπεραίνεται ότι για κάθε υποφέρον  $n$ , αν για τον  $k'$  χρήστη ισχύει  $c_{k',n} \neq 0$ , τότε για όλους τους άλλους  $k$  διαφορετικούς χρήστες θα ισχύει  $c_{k,n} = 0$ . Ο προσαρμοστικός διαμορφωτής επιτρέπει στον παράγοντα  $c_{k,n}$  να παίρνει ακέραιες τιμές από το σετ  $D$  όπου  $D = \{0, 1, 2, \dots, M\}$  όπου  $M$  είναι ο μέγιστος αριθμός από bits/OFDM συμβόλου πληροφορίας που μπορεί να μεταδοθεί από κάθε subcarrier του συστήματος.

Λόγω της φύσης του καναλιού, διαφορετικά υποφέροντα θα υπόκεινται σε διαφορετικά κέρδη καναλιού. Ορίζεται ότι  $g_{k,n}$  είναι το κέρδος του καναλιού για τον χρήστη  $k$  στο  $n$  υποφέρον και  $f_k(c)$  είναι η απαιτούμενη λαμβανόμενη ισχύς (ενέργεια ανά σύμβολο) σε ένα υποφέρον έτσι ώστε ο χρήστης  $k$  να αποδιαμορφώσει σωστά τα  $c$  bits/σύμβολο πληροφορίας όταν το κέρδος του καναλιού είναι ίσο με την μονάδα. Η συνάρτηση  $f_k(c_{k,n})$  εξαρτάται από τον  $k$  χρήστη κι αυτό επιτρέπει σε διαφορετικούς χρήστες να έχουν διαφορετική ποιότητα υπηρεσίας (QoS) ή/και διαφορετικά σχήματα διαμόρφωσης. Για να διατηρηθεί το απαιτούμενο επίπεδο ποιότητας υπηρεσίας στον δέκτη, η μεταδιδόμενη ισχύς που ανατίθεται στον  $n$  subcarrier από τον  $k$  χρήστη θα πρέπει να είναι ίση με:

$$P_{k,n} = \frac{f(c_{k,n})}{g_{k,n}}$$

Στόχος λοιπόν της τεχνικής είναι να βρεθεί η βέλτιστη ανάθεση subcarriers  $c_{k,n}$  έτσι ώστε η συνολική μεταδιδόμενη ισχύς, του αθροίσματος δηλαδή όλων των  $P_{k,n}$  για όλα τα υποφέροντα και όλους τους χρήστες, να ελαχιστοποιηθεί έχοντας γνώση το σύστημα για τους ρυθμούς μετάδοσης και τις απαιτήσεις ποιότητας υπηρεσίας των χρηστών.

Αντικειμενική συνάρτηση επομένως του συστήματος θα είναι:

$$\min \left\{ \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \frac{f_k(c_{k,n})}{g_{k,n}} \right\} \quad \forall c_{k,n} \in D = \{0, 1, 2, \dots, M\}$$

με τους περιορισμούς:

$$\alpha) R_k = \sum_{n=1}^N c_{k,n}, \text{ για όλα τους χρήστες } k \in \{1, \dots, K\}$$

β) Για όλα τα υποφέροντα  $n \in \{1, \dots, N\}$ ,

εάν υπάρχει  $k'$  με  $c_{k',n} \neq 0$ , τότε  $c_{k,n} = 0 \quad \forall k' \neq k$

όπου ο πρώτος περιορισμός εκφράζει τον περιορισμό του ρυθμού δεδομένων του κάθε χρήστη σε σχέση με την απαιτούμενη ποιότητα υπηρεσίας και διαμόρφωσης, ενώ ο δεύτερος ότι το κάθε υποφέρον μπορεί να ανατεθεί το πολύ σε ένα χρήστη του συστήματος.

Και αυτό το πρόβλημα βελτιστοποίησης επιλύεται εξαιρετικά δύσκολα.

Πανεπιστήμιο Πειραιώς



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### Υποβέλτιστες Λύσεις – Ευρεστικοί Αλγόριθμοι

#### 3.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται μια γενική αναφορά στις ευριστικές και μετευριστικές τεχνικές ενώ παράλληλα αναλύεται η τεχνική της προσομοιωμένης ανόπτησης. Η λέξη ευριστικός (heuristic) προέρχεται από την ελληνική λέξη «ευρίσκω», και χρησιμοποιείται για να υποδηλώσει ότι γίνεται αναζήτηση της βέλτιστης λύσης μέσω κάποιου ευφυούς τρόπου έρευνας.

#### 3.2 Ευριστικές και μετευριστικές τεχνικές

Παρ' όλη τη σημαντική μελέτη και πρόοδο στην ανάπτυξη αλγορίθμων βέλτιστης λύσης, μόνο τα μικρά σε μέγεθος προβλήματα είναι δυνατόν να λυθούν από αυτούς σε πραγματικού χρόνου συστήματα. Για τον λόγο αυτό δημιουργήθηκε η ανάγκη για ανάπτυξη των ευριστικών μεθόδων, οι οποίες μπορούν να βρίσκουν καλές λύσεις του προβλήματος, πολύ κοντά στις βέλτιστες όχι απαραίτητα βέλτιστες, σε μικρό σχετικά χρονικά διαστήματα. Η χρήση του ενδείκνυται σε περιπτώσεις/εφαρμογές/διαδικασίες όπου το πρωτεύον είναι η ταχύτητα απόκρισης για την αναζήτηση μιας λύσης εντός κάποιων “ικανοποιητικών πλαισίων” και στις οποίες η αναζήτηση της “εξαντλητικής επίλυσης” δεν είναι πρακτική.

Οι μετευριστικές μέθοδοι είναι επέκταση των ευριστικών και διαφέρουν στο γεγονός ότι κατά την πορεία εύρεσης της βέλτιστης λύσης γίνονται αποδεκτές και

λύσεις που είναι χειρότερες, με κάποια πιθανότητα, με σκοπό ο αλγόριθμος να μην «δει» σαν βέλτιστη λύση κάποια τοπικά βέλτιστη. Επιθυμητό γι' αυτές τις μεθόδους είναι πάντα να δίνουν αρκετά καλά αποτελέσματα τόσο σε επίπεδο ποιότητας λύσης όσο και χρόνου επίλυσης.

Η λογική των αλγορίθμων αυτών είναι ότι η λύση δύσκολων και πολύπλοκων προβλημάτων απαιτεί περισσότερη ευελιξία από ότι μπορεί να επιτευχθεί με αλγορίθμους που παρουσιάζουν ιδιότητες σύγκλισης. Σε κάποιον βαθμό μπορούν να θεωρηθούν ως επαναληπτικοί αλγόριθμοι αναζήτησης που εφαρμόζουν ένα σκεπτικό για την επιλογή της επόμενης βέλτιστης λύσης.

Πολλοί διαφορετικοί ευριστικοί και μετευριστικοί αλγόριθμοι έχουν κατά καιρούς προταθεί και η λίστα συνεχώς εμπλουτίζεται με καινούργιους. Κάποιοι από τους πιο γνωστούς είναι οι κάτωθι:

- 1952: Robbins and Monro work on stochastic optimization methods.<sup>[14]</sup>
- 1952: [Fermi](#) and [Metropolis](#) develop an early form of [pattern search](#) as described belatedly by [Davidon](#).<sup>[15]</sup>
- 1954: [Barricelli](#) carry out the first simulations of the [evolution](#) process and use them on general optimization problems.<sup>[16]</sup>
- 1963: [Rastrigin](#) proposes [random search](#).<sup>[17]</sup>
- 1965: [Matyas](#) proposes [random optimization](#).<sup>[18]</sup>
- 1965: [Rechenberg](#) proposes [evolution strategies](#).<sup>[19]</sup>
- 1965: [Nelder](#) and [Mead](#) propose a [simplex ευριστικός](#), which was shown by [Powell](#) to converge to non-stationary points on some problems.<sup>[20]</sup>
- 1966: [Fogel](#) et al. propose [evolutionary programming](#).<sup>[21]</sup>
- 1970: [Hastings](#) proposes the [Metropolis-Hastings algorithm](#).<sup>[22]</sup>
- 1970: [Cavicchio](#) proposes adaptation of control parameters for an optimizer.<sup>[23]</sup>
- 1975: [Holland](#) proposes the [genetic algorithm](#).<sup>[8]</sup>
- 1978: [Mercer](#) and [Sampson](#) propose a [metaplan](#) for tuning an optimizer's parameters by using another optimizer.<sup>[24]</sup>
- 1980: [Smith](#) describes [genetic programming](#).<sup>[25]</sup>
- 1983: [Kirkpatrick](#) et al. propose [simulated annealing](#).<sup>[17]</sup>
- 1986: [Glover](#) proposes [tabu search](#), first mention of the term *metaευριστικός*.<sup>[26]</sup>
- 1986: [Farmer](#) et al. work on the [artificial immune system](#).<sup>[27]</sup>
- 1986: [Grefenstette](#) proposes another early form of [metaplan](#) for tuning an optimizer's parameters by using another optimizer.<sup>[28]</sup>

- 1988: First conference on genetic algorithms is organized at the [University of Illinois at Urbana-Champaign](#).
- 1988: [Koza](#) registers his first patent on genetic programming.<sup>[29][30]</sup>
- 1989: Goldberg publishes a well known book on genetic algorithms.<sup>[1]</sup>
- 1989: [Evolver](#), the first optimization software using the genetic algorithm.
- 1989: Moscato proposes the [memetic algorithm](#).<sup>[31]</sup>
- 1991: [Interactive evolutionary computation](#).
- 1992: [Dorigo](#) proposes the [ant colony algorithm](#).<sup>[9]</sup>
- 1993: The journal, *Evolutionary Computation*, begins publication by the [Massachusetts Institute of Technology](#).
- 1993: Fonseca and Fleming propose MOGA for [multiobjective optimization](#).<sup>[32]</sup>
- 1994: Srinivas and Deb propose NSGA for [multiobjective optimization](#).<sup>[33]</sup>
- 1995: Kennedy and Eberhart propose [particle swarm optimization](#).<sup>[10]</sup>
- 1995: Wolpert and Macready prove the [no free lunch](#) theorems.<sup>[34][35]</sup>
- 1996: Mühlenbein and Paaß work on the [estimation of distribution algorithm](#).<sup>[36]</sup>
- 1996: Hansen and Ostermeier propose [CMA-ES](#).<sup>[37]</sup>
- 1997: Storn and Price propose [differential evolution](#).<sup>[11]</sup>
- 1997: Rubinstein proposes the [cross entropy method](#).<sup>[38]</sup>
- 2001: Geem et al. propose [harmony search](#).<sup>[39]</sup>
- 2002: Deb et al. propose NSGA-II for [multiobjective optimization](#).<sup>[40]</sup>
- 2004: Nakrani and Tovey propose [bee colony optimization](#).<sup>[41]</sup>
- 2005: Krishnanand and Ghose propose [Glowworm swarm optimization](#).<sup>[42][43][44]</sup>
- 2005: Karaboga proposes [Artificial Bee Colony Algorithm \(ABC\)](#).<sup>[45]</sup>
- 2006: Haddad et al. introduces honey-bee mating optimization.<sup>[46]</sup>
- 2007: Hamed Shah-Hosseini introduces [Intelligent Water Drops](#).
- 2008: Yang introduces [firefly algorithm](#).<sup>[47]</sup>
- 2008: Mucherino and Seref propose the [Monkey Search](#)
- 2009: Yang and Deb introduce [cuckoo search](#).<sup>[48]</sup>

Στην ενότητα που ακολουθεί γίνεται μια λεπτομερής αναφορά στον μετεωριστικό αλγόριθμο της προσομοιωμένης ανόπτησης.



### 3.3 Προσομοιωμένη Ανόπτηση - Εισαγωγή

Ο ορισμός της προσομοιωμένης ανόπτησης προέρχεται από τον ανάλογο της ανόπτησης στα στερεά. Η ιδέα για τον αλγόριθμο Simulated Annealing προέρχεται από μία δημοσίευση που δημοσιεύτηκε από το Metropolis et al [1953] κι ο οποίος πρότεινε έναν τρόπο για την ισορροπία ατόμων σε μια συγκεκριμένη θερμοκρασία. Η σύνδεση μεταξύ του συγκεκριμένου αλγορίθμου που προτάθηκε και του μαθηματικού αλγορίθμου ελαχιστοποίησης σημειώθηκε για πρώτη φορά από τον Pincus [1953], αλλά ήταν ο Kirkpatrick et al. [1983] που την εισήγαγε ως τεχνική βελτιστοποίησης ενός υπολογιστικού προβλήματος.

Τα άτομα των υλικών στις υψηλές θερμοκρασίες παρουσιάζουν υψηλή ενέργεια. Αυτό δίνει την ελευθερία στα άτομα να κινούνται με μεγαλύτερη ταχύτητα και να βρίσκονται σε μία άτακτη δομή. Όσο η θερμοκρασία μειώνεται, ελαττώνεται και η ενέργεια των ατόμων ώπου να φτάσουν σε μία κατάσταση ελάχιστης ενέργειας όπου τα άτομα παρουσιάζουν σταθερή δομή και κατάσταση.

Ο αλγόριθμος ξεκινάει από μια υψηλή θερμοκρασία όπου οι τιμές εισόδου μπορούν να παίρνουν μεγάλο εύρος τιμών. Όσο ο αλγόριθμος προχωράει η θερμοκρασία πέφτει. Αυτό εγείρει περιορισμούς στο βαθμό που οι τιμές εισόδου μπορούν να ποικίλουν. Αυτό οδηγεί συνήθως τον αλγόριθμο σε καλύτερη λύση (χαμηλότερη ενέργεια) όπως ακριβώς το μέταλλο πετυχαίνει καλύτερη κρυσταλλική δομή μέσω της πραγματικής διαδικασίας ανόπτησης. Όσο η θερμοκρασία μειώνεται, πραγματοποιούνται αλλαγές στις τιμές εισόδου, παράγοντας ταυτόχρονα καλύτερες λύσεις μέχρι να επιτευχθεί ένα βέλτιστο σετ τιμών όπου η θερμοκρασία τείνει στο μηδέν. Ο SA μπορεί να χρησιμοποιηθεί λοιπόν για να βρει το ελάχιστο μιας αντικειμενικής συνάρτησης και αναμένεται ότι θα παράξει και το αντίστοιχο σετ τιμών εισόδου οι οποίες θα ελαχιστοποιούν τη συνάρτηση αυτή.



### 3.4 Διαφορά Simulated Annealing και άλλων αλγορίθμων

Πολλοί από τους αλγόριθμους ελαχιστοποίησης έχουν το μειονέκτημα ότι παρουσιάζουν προβλήματα σε τοπικά ελάχιστα. Παγιδεύονται δηλαδή σε τοπικά ελάχιστα «βλέποντας» τα σαν ολικά ελάχιστα. Η τεχνική του Simulated Annealing λύνει το πρόβλημα επιτρέποντας και χειρότερες λύσεις να γίνουν δεκτές έτσι ώστε να «δραπετεύσει» από τοπικά ελάχιστα.

Η τεχνική simulated annealing διαλέγει τυχαία γειτονική κίνηση σε αντίθεση με άλλες τεχνικές που προτιμούν την καλύτερη διαθέσιμη κίνηση (μείωση της αντικειμενικής συνάρτησης). Αν η κίνηση είναι ευνοϊκή, οδηγεί δηλαδή σε μείωση της συνάρτησης κόστους, ο SA επιλέγει σίγουρα τη νέα αυτή θέση. Αν αντίθετα η κίνηση οδηγεί σε αύξηση της συνάρτησης κόστους ο SA και πάλι δέχεται τη νέα θέση με κάποια όμως πιθανότητα. Τα κριτήρια αυτά εξετάζονται αναλυτικά στην επόμενη παράγραφο.

### 3.5 Κριτήριο αποδοχής νέας θέσης

Σύμφωνα με το νόμο της θερμοδυναμικής κατάστασης, σε θερμοκρασία  $T$ , η πιθανότητα για αύξηση της ενέργειας κατά μία ποσότητα  $\Delta E$  είναι:

$$P(\Delta E) = \exp\left(-\frac{\Delta E}{KT}\right) \quad (3.5.1)$$

Όπου  $K$  είναι σταθερά γνωστή ως σταθερά Boltzmann.

Η προσομοίωση στον αλγόριθμο Metropolis υπολογίζει τη νέα ενέργεια του συστήματος. Αν η ενέργεια του συστήματος μειωθεί τότε το σύστημα κινείται προς αυτήν την κατάσταση. Αν η ενέργεια αυξηθεί τότε η νέα κατάσταση γίνεται αποδεκτή με την παραπάνω συνθήκη.

Σε κάθε θερμοκρασιακό βήμα εκτελείται ένας συγκεκριμένος αριθμός επαναλήψεων και έπειτα η θερμοκρασία μειώνεται. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου το σύστημα παγώσει σε μία σταθερή κατάσταση.

Η ισότητα (3.5.1) ισχύει για τον αλγόριθμο της προσομοιωμένης απόπτωσης μόνο που συνήθως η σταθερά Boltzmann παραλείπεται για να μπορεί η ισότητα να ισχύει για διαφορετικά υλικά και περιπτώσεις προβλημάτων. Έτσι η πιθανότητα αποδοχής μία χειρότερη κατάσταση δίνεται τελικά από την ισότητα:

$$P(\Delta E) = \exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right) \quad (3.5.2)$$

Φυσικά οι τιμές της πιθανότητας είναι μεταξύ του διαστήματος 0 και 1.

Από τη σχέση (3.5.2) φαίνεται καθαρά ότι η αποδοχή μίας χειρότερης λύσης είναι συνάρτηση τόσο της θερμοκρασίας του συστήματος όσο και της αλλαγής στην ενέργεια του και άρα και των εισόδων της συνάρτησης κόστους. Επίσης γίνεται αντιληπτό ότι αρχικά, όσο η θερμοκρασία του συστήματος είναι υψηλή, η πιθανότητα αποδοχής χειρότερης λύσης είναι υψηλή, ενώ όσο βαθμιαία ελαττώνεται τόσο μειώνεται και η πιθανότητα αποδοχής χειρότερης κατάστασης. Επιπλέον από τη σχέση (3.5.2) συμπεραίνεται ότι όταν η θερμοκρασία του συστήματος γίνει μηδέν τότε μόνο καλύτερες λύσεις γίνονται αποδεκτές πράγμα που οδηγεί τον αλγόριθμο simulated annealing να συμπεριφερθεί όπως ακριβώς και ο hill climbing.

### 3.6 Σχέση μεταξύ Φυσικής και Προσομοιωμένης Ανόπτησης

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει ακριβώς την αναλογία μεταξύ της φυσικής και της προσομοιωμένης ανοπτησης.

Φυσική Ανόπτηση	Προσομοιωμένη Ανόπτηση
Καταστάσεις υλικού	Εφικτές λύσεις συστήματος
Ενέργεια	Κόστος
Αλλαγή κατάστασης	Γειτονική λύση
Θερμοκρασία	Παράμετροι ελέγχου
Παγωμένη κατάσταση	Ευριστική λύση

Πίνακας 3.1

Χρησιμοποιώντας τον πίνακα μπορεί να μετατρέψει οποιοδήποτε υπολογιστικό πρόβλημα σε αλγόριθμο βελτιστοποίησης κινούμενος τυχαία σε γειτονικές καταστάσεις και δεχόμενος χειρότερες ενεργειακά λύσεις σύμφωνα με τη σχέση (3.5.2).

### 3.7 Υλοποίηση του αλγορίθμου Προσομοιωμένης Ανόπτησης

Η υλοποίηση του αλγορίθμου απαιτεί τον προσδιορισμό μιας σειράς παραμέτρων:

- Χώρος λύσεων (configuration space)
- Συνάρτηση κόστους (cost function) ή αντικειμενική συνάρτηση (objective function)
- Τρόπος ορισμού των «γειτονικών» καταστάσεων (neighbourhoods)



- Προγραμματισμός παγώματος (cooling schedule) ή μείωσης της θερμοκρασίας.

### 3.7.1 Προσδιορισμός χώρου λύσεων

Η κοινή λογική λέει ότι αν ο χώρος λύσεων είναι μικρός τότε η διαδικασία εύρεσης ελαχίστου θα είναι απλούστερη μιας και δεν υπάρχουν πολλές καταστάσεις προς εξερεύνηση. Τα αποτελέσματα έχουν δείξει ότι ο αριθμός των επαναλήψεων που απαιτείται για τη σύγκλιση προς μία «ιδανική» λύση είναι πολύ μικρότερος για έναν μικρό χώρο λύσεων.

Βέβαια, ο χώρος λύσεων έχει άμεση σχέση και με τον ορισμό της συνάρτησης κόστους. Αν έχει οριστεί μία αντικειμενική συνάρτηση η οποία αποδέχεται μη πρακτικές και αφύσικες λύσεις ή επιτρέπονται λύσεις που παραβιάζουν τους ισχυρούς περιορισμούς, τότε γίνεται αντιληπτό ότι αυτό αυξάνει την έρευνα μέσα στο χώρο λύσεων.

Προσπαθώντας να κρατήσει το χώρο λύσεων όσο πιο μικρό γίνεται, είναι επίσης θετικό να κρατηθεί και η «γειτονιά» όσο μικρότερη γίνεται. Αυτό επιτρέπει στον αλγόριθμο να την εξερευνήσει ταχύτερα. Από την άλλη πλευρά όμως μειώνει την πιθανότητα για θεαματικές βελτιώσεις.

### 3.7.2 Συνάρτηση κόστους ή αντικειμενική συνάρτηση

Η συνάρτηση κόστους είναι ένας τρόπος για να μετρηθεί η ποιότητα της λύσης. Για να οριστεί η αντικειμενική συνάρτηση χρειάζεται να διασφαλιστεί ότι περιγράφει ακριβώς το πρόβλημα που προσπαθεί να επιλυθεί.



Είναι επίσης σημαντικό ότι η συνάρτηση κόστους μπορεί να υπολογιστεί όσο πιο αποτελεσματικά γίνεται, διότι αυτή θα επαναυπολογίζεται σε κάθε βήμα – επανάληψη του αλγορίθμου. Πολλές φορές μάλιστα η συνάρτηση κόστους είναι τόσο περίπλοκη που χρειάζεται να χρησιμοποιηθούν μέθοδοι που δεν δίνουν την ακριβή αλλά μία ένδειξη της πραγματικής τιμής της.

Αν είναι εφικτό η αντικειμενική συνάρτηση θα πρέπει σχεδιαστεί έτσι ώστε να οδηγεί την έρευνα. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί αν συνάρτηση επιλεχτεί με τέτοιο τρόπο που να αποφεύγεται πολλές καταστάσεις να καταλήγουν στην ίδια τιμή.

Η συνάρτηση κόστους λαμβάνει μέριμνα για την αποφυγή μη επιτρεπτών λύσεων μέσω δύο κυρίως τύπων περιορισμών:

- i. **Ισχυροί Περιορισμοί:** Οι περιορισμοί αυτοί δεν μπορούν σε καμία περίπτωση να παραβιαστούν. Δεν μπορεί δηλαδή να προταθεί ως νέα λύση κάποια η οποία να οδηγεί το πρόβλημα σε μη εφικτή.
- ii. **Απαλοί Περιορισμοί:** Οι περιορισμοί αυτοί στην ιδανική περίπτωση δεν θα έπρεπε να παραβιαστούν, όμως αν για κάποιο λόγο γίνει η λύση για το πρόβλημα παραμένει εφικτή.

Πολλές φορές οι περιορισμοί υφίστανται βάρη τα οποία και αλλάζουν δυναμικά κατά τη διάρκεια προόδου του αλγορίθμου.

### 3.7.3 Τρόπος ορισμού των «γειτονικών» καταστάσεων

Ένας από τους πιο σημαντικούς παράγοντες του αλγορίθμου είναι τον τρόπο που θα κινείται η διαδικασία από την μία κατάσταση προς μία άλλη. Αυτό σημαίνει

ότι πρέπει να οριστεί η «γειτονιά» κάθε λύσης γιατί η βέλτιστη λύση θα προέλθει από «ένα ταξίδι σε καλές γειτονιές».

Οι απλοί ευρεστικοί αλγόριθμοι κινούνται βρίσκοντας την καλύτερη γειτονιά μετά τη δική τους και σταματούν να ψάχνουν όταν το σημείο που έφτασαν δεν έχει καλύτερους γείτονες. Το πρόβλημα με αυτή τη θεώρηση είναι ότι η το σημείο που δεν έχει καλύτερους γείτονες δεν σημαίνει ότι το σημείο αυτό είναι και το βέλτιστο. Μπορεί να υπάρχουν καλύτερες γειτονιές οι οποίες δεν έχουν ακόμα «επισκεφτεί». Γι' αυτό το λόγο λέγεται ότι οι ευρεστικοί αλγόριθμοί μπορούν να φτάσουν και να παγιδευτούν σε τοπικά ελάχιστα χωρίς έτσι να πετύχουν το καθολικό. Οι μετευρεστικοί αλγόριθμοι, παρότι βελτιστοποιούν μέσω της προσέγγισης των γειτονιών, διαφέρουν από τους ευρεστικούς στο γεγονός ότι δέχονται να κινηθούν σε γειτονιές οι οποίες δεν δίνουν καλύτερες λύσεις στο πρόβλημα. Η τεχνική του SA συγκεκριμένα δεν προσπαθεί καν να βρει την καλύτερη γειτονιά για να μην παγιδευτεί σε τοπικό βέλτιστο. Γι' αυτό το λόγο ο αλγόριθμος αυτός αν εφαρμοστεί για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα θα ξεφύγει από τα τοπικά σημεία και θα φτάσει στο ολικό ελάχιστο.

Αποτελέσματα έχουν δείξει ότι μία καλή γειτονιά θα μπορούσε να είναι η συμμετρική. Αυτό σημαίνει ότι αν κινηθεί ο αλγόριθμος από μία κατάσταση A σε μία κατάσταση B ο αλγόριθμος θα πρέπει να μπορεί να κινηθεί και προς την αντίθετη πλευρά (κατάσταση B προς κατάσταση A).

### 3.7.4 Προγραμματισμός παγώματος

Ο προγραμματισμός ψύξης ενός αλγόριθμου SA αποτελείται από τα παρακάτω στοιχεία:

- Αρχική θερμοκρασία

- Βαθμός και τρόπος ψύξης
- Τελική θερμοκρασία – θερμοκρασιακό κριτήριο τερματισμού
- Επαναλήψεις αλγορίθμου σε κάθε θερμοκρασία

### 3.7.4.1 Αρχική θερμοκρασία

Η αρχική θερμοκρασία θα πρέπει να είναι τόσο θερμή έτσι ώστε να επιτρέπεται η κίνηση σχεδόν σε οποιαδήποτε κατάσταση. Αν δεν γίνει αυτό τότε η τελική λύση πολύ πιθανόν να είναι πολύ κοντά στην αρχική λύση. Αν βέβαια η θερμοκρασία εκκίνησης είναι πολύ υψηλή τότε η κίνηση μετασχηματίζεται (στα πρώτα τουλάχιστον βήματα) σε τυχαία αναζήτηση. Η κίνηση θα συνεχίσει να είναι τυχαία έως ότου η θερμοκρασία φτάσει σε ένα επίπεδο όπου ο αλγόριθμος θα αρχίσει να δρα ως SA. Το πρόβλημα είναι το να βρεθεί η σωστή αρχική θερμοκρασία. Να βρεθεί δηλαδή ποια είναι αυτή η υψηλή θερμοκρασία. Προς το παρόν δεν έχει βρεθεί κάποια μέθοδος που να βρίσκει την αρχική θερμοκρασία για όλου του είδους τα υπολογιστικά προβλήματα.

Μία λύση (Reyward-Smith, 1996) που έχει προταθεί, είναι να ξεκινήσει ο αλγόριθμος από μία πολύ υψηλή θερμοκρασία και να ψυχθεί γρήγορα έως ότου το 60% των κακών λύσεων να γίνουν αποδεκτές. Αυτή λοιπόν προτείνεται να είναι η θερμοκρασία εκκίνησης.

Μια παρόμοια ιδέα (Dowsland, 1995) προτάθηκε είναι να θερμανθεί το σύστημα πολύ γρήγορα μέχρι ένα ποσοστό κακών λύσεων να γίνουν αποδεκτές και κατόπιν να αρχίσει σιγά – σιγά η ψύξη. Αυτό μπορεί να φανεί παρόμοιο με τη διαδικασία φυσικής απόπτησης όπου το μέταλλο θερμαίνεται μέχρι να γίνει υγρό και έπειτα να αρχίσει η διαδικασία ψύξης. Αν το μέταλλο λειώσει και φτάσει στην υγρή του μορφή είναι μάταιο να συνεχίσει η θέρμανση του.



### 3.7.4.2 Βαθμός και τρόπος ψύξης

Εφόσον υπάρχει το αρχικό σημείο εκκίνησης θα πρέπει να βρεθεί ο τρόπος μείωσης της θερμοκρασίας μέχρι να φτάσει το όποιο κριτήριο τερματισμού. Ο τρόπος και ο βαθμός ψύξης είναι ύψιστης σημασίας για την επιτυχία του αλγορίθμου SA. Η θεωρία δηλώνει ότι θα πρέπει να επιτρέπονται πολλές επαναλήψεις σε κάθε θερμοκρασιακό βήμα έτσι ώστε το σύστημα να σταθεροποιείται στη συγκεκριμένη θερμοκρασία. Επίσης η θεωρία προτείνει ότι οι επαναλήψεις σε κάθε θερμοκρασία για να φτάσει το σημείο σταθερότητας ίσως είναι εκθετικά ανάλογο του μεγέθους του προβλήματος. Αυτό σημαίνει ότι για τον τρόπο ψύξης πρέπει να γίνει κάποιος συμβιβασμός. Είτε να γίνει μεγάλος αριθμός επαναλήψεων σε μερικό πλήθος θερμοκρασιών, είτε μικρός αριθμός επαναλήψεων σε μεγάλο πλήθος θερμοκρασιών είτε ένας συγκεκριμένος αυτών.

Ένας πολύ κοινός τρόπος ψύξης είναι ο γραμμικός όπου  $T_{\text{νεα}} = \alpha T_{\text{προηγούμενη}}$  όπου  $\alpha < 1$ . Η εμπειρία έχει δείξει ότι το  $\alpha$  θα πρέπει να είναι μεταξύ 0.8 και 0.99, με καλύτερα αποτελέσματα να βρίσκονται στο κοντινότερο προς τη μονάδα παράγοντα  $\alpha$ . Ασφαλώς, όσο μεγαλύτερη τιμή έχει το  $\alpha$  τόσο περισσότερο θα διαρκέσει όλη η διαδικασία μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού.

Έχουν στη θεωρία εφαρμοστεί και άλλοι τρόποι ψύξης όπως ο λογαριθμικός, ο γεωμετρικός ή και προσαρμοστικοί τρόποι ανάλογα με τη θερμοκρασία και το πρόβλημα.



### 3.7.4.3 Τελική θερμοκρασία – θερμοκρασιακό κριτήριο τερματισμού

Το πιο συχνό είναι να επιτρέπεται η θερμοκρασία να φτάσει στο μηδέν. Αυτό όμως κάνει τον αλγόριθμο να τρέχει για πολύ περισσότερο χρονικό διάστημα ειδικά αν η θερμοκρασία μειώνεται με γεωμετρικό τρόπο.

Στην πράξη δεν είναι απαραίτητο να φτάσει η θερμοκρασία στο απόλυτο μηδέν γιατί η πιθανότητα να δεχτεί ο αλγόριθμος χειρότερη λύση είναι μηδενική. Γι' αυτό το λόγο το κριτήριο διακοπής ψύξης μπορεί να είναι είτε σε μία θερμοκρασία πολύ κοντά στο μηδέν ή όταν το σύστημα παγώσει στην συγκεκριμένη θερμοκρασία (δεν γίνονται δηλαδή αποδεκτές ούτε καλύτερες ούτε χειρότερες κινήσεις).

### 3.7.4.4 Επαναλήψεις αλγορίθμου σε κάθε θερμοκρασία

Η τελευταία απόφαση που έχει σχέση με τη θερμοκρασία του συστήματος είναι το πόσες επαναλήψεις πρέπει να γίνουν σε κάθε μείωση της θερμοκρασίας. Και γι' αυτόν τον παράγοντα ψύξης έχουν προταθεί πολλές μέθοδοι στην βιβλιογραφία.

Ένας σταθερός αριθμός επαναλήψεων σε κάθε θερμοκρασία είναι ένα προφανές σχήμα το οποίο έχει προταθεί και είναι το απλούστερο.

Μία άλλη μέθοδος (Lundy, 1986) που προτάθηκε είναι να γίνεται μόνο μία επανάληψη σε κάθε θερμοκρασία αλλά η μείωση της θερμοκρασίας να είναι πάρα πολύ αργή. Ο τρόπος μείωσης της θερμοκρασίας ακολουθεί τη σχέση  $T = T/(1+\beta T)$ , όπου  $\beta$  είναι μια πολύ μικρή τιμή.

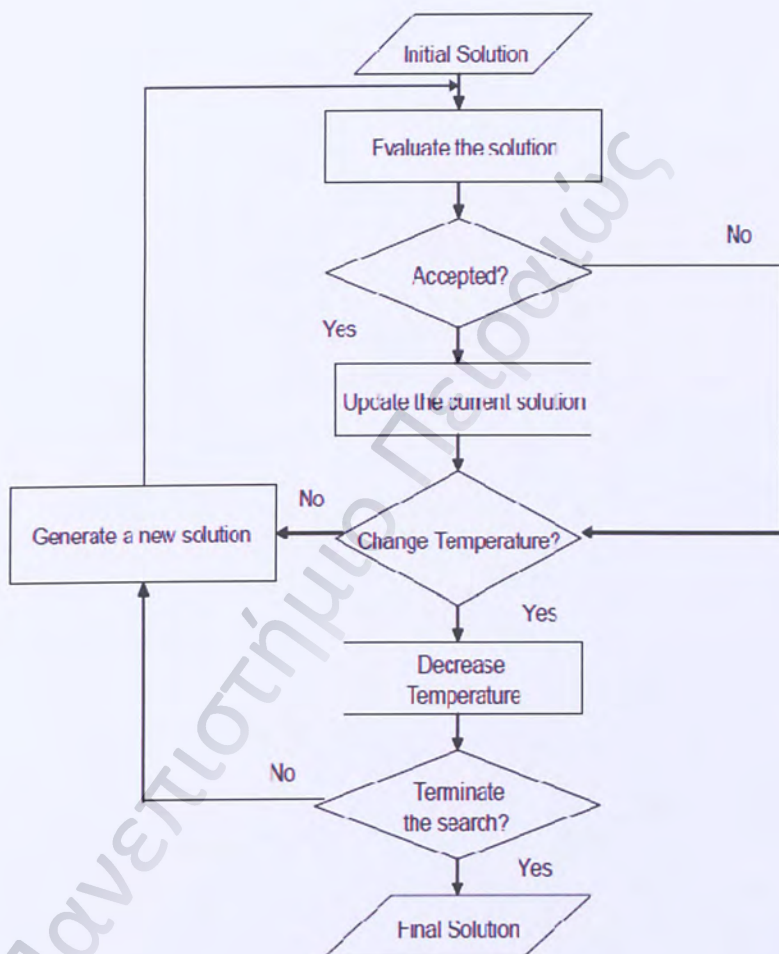
Εναλλακτική μέθοδος είναι επίσης και η δυναμική αλλαγή του αριθμού των επαναλήψεων. Σε χαμηλότερες θερμοκρασίες είναι σημαντικό μεγάλο πλήθος επαναλήψεων να λαμβάνουν χώρα έτσι ώστε να ανακαλύπτονται πλήρως τα τοπικά ελάχιστα, ενώ σε υψηλότερες θερμοκρασίες ο αριθμός των επαναλήψεων μπορεί να είναι μικρότερος.

### 3.8 Επισκόπηση αλγορίθμου προσομοιωμένης απόπτωσης

Από όλη τη διαδικασία του αλγορίθμου και την επιλογή παραμέτρων γίνεται αντιληπτό ότι υπάρχουν πολλά και κάποια αμφιλεγόμενα θέματα.

Ο χώρος λύσεων πρέπει να είναι μικρός αλλά ταυτόχρονα όχι ιδιαίτερα περιορισμένος. Η γειτονιά χρειάζεται να είναι καλή, αλλά όχι πάντα η καλύτερη δυνατή. Υπάρχει η ανάγκη για μία συνάρτηση κόστους η οποία να μοντελοποιεί με τον καλύτερο τρόπο το σύστημα αλλά ταυτόχρονα να μπορεί εύκολα και γρήγορα να υπολογίζεται μία λύση της. Ταυτόχρονα η συνάρτηση κόστους δεν επιτρέπει αφύσικες λύσεις όμως ορισμένες φορές χρειάζεται να εξεταστούν αφύσικες καταστάσεις στον χώρο λύσεων. Χρειάζεται ένας καλός αριθμός επαναλήψεων σε κάθε θερμοκρασία αλλά ταυτόχρονα τέτοιος που να μην καθυστερεί το σύστημα.

Στον αλγόριθμο που υλοποιείται γίνονται αναγκαστικά κάποιοι τέτοιοι συμβιβασμοί.



**Σχήμα 3.1** Το σχήμα παρουσιάζει ένα τυπικό διάγραμμα ροής του αλγορίθμου Simulated Annealing

Πανεπιστήμιο Πειραιώς



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### Εφαρμογή Αλγορίθμου - Αποτελέσματα

#### 4.1 Εισαγωγή

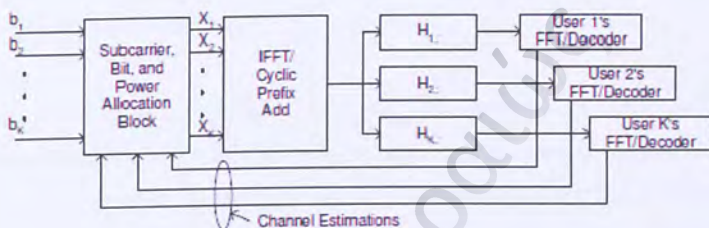
Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια αναλυτική περιγραφή του αλγορίθμου που αναπτύχθηκε για τη δυναμική κατανομή-διανομή υποφερόντων (Dynamic Subcarrier Allocation) στα συστήματα που κάνουν χρήση της τεχνικής OFDMA με την εφαρμογή του αλγορίθμου Simulated Annealing όπως αυτός περιγράφηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο.

Στο μοντέλο αυτό θα γίνει μια προσπάθεια μέσω του αλγορίθμου της προσομοιωμένης απόπτωσης για εύρεση μιας βέλτιστης κατανομής υποφερόντων, να αποδοθούν δηλαδή στους χρήστες τα κατάλληλα subcarriers, έτσι ώστε να επιτευχθεί ο καλύτερος δυνατός συνολικός ρυθμός μετάδοσης των χρηστών. Ο ρυθμός μετάδοσης των χρηστών εξαρτάται από το κανάλι το οποίο θα γίνει περιγραφή μέσα από την αντικειμενική συνάρτηση που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί και τους περιορισμούς που υπάρχουν.

Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενο κεφάλαιο η υλοποίηση του αλγορίθμου της προσομοιωμένης απόπτωσης περιλαμβάνει τον καθαρισμό μιας σειράς από παραμέτρων όπως είναι ο καθορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης, την επιλογή του χώρου λύσεων, του τρόπου ορισμού των γειτονικών καταστάσεων, τη διαδικασία ψύξης του συστήματος. Όλα αυτά περιγράφονται στις ενότητες που ακολουθούν.

## 4.2 Μοντέλο Συστήματος

Το σύνολο του OFDM συστήματος φαίνεται στο παρακάτω σχήμα 4.1



**Σχήμα 4.1** Το σχήμα παρουσιάζει ένα OFDMA μπλοκ από  $k$  χρήστες, όπου σε κάθε έναν από αυτούς έχει ανατεθεί ένας αριθμός από υποφέροντα.

Γίνεται λοιπόν η παραδοχή ότι το σύστημα έχει  $K$  ( $1 \leq k \leq K$ ) χρήστες όπου ο τυχαίος χρήστης  $k$  έχει ρυθμό μετάδοσης  $R_k$  bit για κάθε OFDM σύμβολο. Στον πομπό, η πληροφορία από τους  $K$  χρήστες τροφοδοτείται σε ένα μπλοκ κατανομής subcarrier και bit το οποίο διανέμει bits από διαφορετικούς χρήστες σε διαφορετικά subcarriers  $N$  ( $1 \leq n \leq N$ ). Γίνεται η υπόθεση ότι κάθε subcarrier έχει φάσμα που είναι πολύ μικρότερο από το φάσμα συνοχής (coherence bandwidth) του καναλιού κι ότι τα στιγμιαία κέρδη όλων των subcarriers από όλους τους χρήστες είναι γνωστά στον πομπό.

Ο πομπός, χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο δυναμική κατανομής subcarriers, που θα περιγραφεί παρακάτω, αναθέτει διαφορετικά subcarrier σε κάθε χρήστη και τον αριθμό των bits ανά OFDM σύμβολο τα οποία θα μεταδοθούν σε κάθε υποφέροντα. Ανάλογα με τον αριθμό των bits που αναθέτονται σε ένα subcarrier ακολουθείται το ανάλογο σχήμα διαμόρφωσης. Ορίζουμε ως  $c_{k,n}$  τον αριθμό των bits του χρήστη  $k$  που αναθέτονται στο subcarrier  $n$  και  $p_{k,n}$  αντίστοιχη ισχύς του

χρήστη  $k$  στο subcarrier  $n$ . Δεν επιτρέπεται πάνω από έναν χρήστη να διαμοιράζεται το ίδιο subcarrier και επομένως μαθηματικά αυτό μπορεί να εκφραστεί ότι αν για κάποιον χρήστη  $k$  ο αριθμός των bits  $c_{k,n}$  είναι διαφορετικός από το μηδέν για όλους τους άλλους χρήστες  $k'$  για το subcarrier  $n$  ισχύει  $c_{k',n} = 0$ . Τα bits του κάθε χρήστη διαμορφώνονται σε  $N$  σύμβολα M-QAM για την παραγωγή OFDMA συμβόλων.

Τα σύνθετα σύμβολα από την έξοδο των διαμορφωτών μετατρέπονται σε δείγματα στο χρόνο με τη βοήθεια του Αντίστροφου Μετασχηματισμού Fourier (*Inverse Fast Fourier Transformation-IFFT*). Κατόπιν προστίθεται διάστημα προστασίας (*guard time interval*) για να μειωθεί η ευαισθησία του συστήματος στην καθυστέρηση αλλά και να εξασφαλιστεί η ορθογωνιότητα των υποφερόντων. Στη συνέχεια κάθε μεταδιδόμενο σήμα περνάει από ένα αργά μεταβαλλόμενο κανάλι Rayleigh με φάσμα  $B$ .

Στον δέκτη αφαιρείται το διάστημα προστασίας για να εξαλειφθεί η ενδοσυμβολική παρεμβολή (ISI) και τα χρονικά δείγματα του κάθε χρήστη  $k$  μετασχηματίζονται με τη βοήθεια του FFT σε διαμορφωμένα σύμβολα. Κάθε χρήστης χρειάζεται να αποκωδικοποιήσει μόνο τα bits που έχουν ανατεθεί στο δικό του υποφέρων.

Στο κανάλι, κάθε χρήστης μπορεί να θεωρηθεί ότι υφίσταται διαφορετική εξασθένιση και το κέρδος για το κανάλι από το χρήστη  $k$  στο subcarrier  $n$  είναι  $g_{k,n}$ , ενώ ο θόρυβος είναι γκαουσιανός λευκός προθετικός (AWGN) με  $\sigma^2 = N_0 B/N$  όπου  $N_0$  είναι φασματική πυκνότητα της ισχύος. Η αντίστοιχη σηματοθορυβική σχέση στο υποκανάλι είναι  $h_{k,n} = \frac{g_{k,n}}{\sigma^2}$  ενώ η λαμβανόμενη από τον χρήστη  $k$  SNR στο subcarrier  $n$  είναι  $\gamma_{k,n} = p_{k,n} h_{k,n}$ .



Το Bit Error Rate ενός τετραγωνικού M-QAM με Gray bit mapping σαν συνάρτηση του λαμβανόμενου SNR  $\gamma_{k,n}$  και του αριθμού των bits  $r_{k,n}$  μπορεί να προσεγγιστεί με 1db για τιμές  $r_{k,n} \geq 4$  και  $BER \leq 10^{-3}$  και είναι:

$$BER_{M-QAM}(\gamma_{k,n}) \approx 0.2 \exp \left[ \frac{-1.6 \gamma_{k,n}}{2^{r_{k,n}} - 1} \right]$$

Λύνοντας ως προς  $r_{k,n}$  έχουμε:

$$r_{k,n} = \log_2 \left( 1 + \frac{\gamma_{k,n}}{\Gamma} \right)$$

Με δεδομένο ότι  $H_{k,n} = h_{k,n} / \Gamma$  όπου  $\Gamma = -\ln(5BER)/1.6$  είναι ένα σταθερό SNR κενό η συνάρτηση κόστους του περιγραφόμενου μοντέλου που αποσκοπεί στην ολική μεγιστοποίηση του ρυθμού μετάδοσης του συστήματος είναι:

$$\max \left\{ B/N \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N c_{k,n} \log_2(1 + p_{k,n} H_{k,n}) \right\} \quad (4.1)$$

με τις παρακάτω προϋποθέσεις – περιορισμούς:

α)  $c_{k,n} \in \{0,1\}$  για κάθε  $k, n$

β)  $p_{k,n} \geq 0$  για κάθε  $k, n$

γ)  $\sum_{k=1}^K c_{k,n} = 1$  για κάθε  $n$

δ)  $\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N c_{k,n} p_{k,n} \leq P_{tot}$

Αν αντίστροφα θέσουμε το πρόβλημα σε επίπεδο ελαχιστοποίησης μπορούμε να μετατρέψουμε τη συνάρτηση κόστους σε:

$$\min \left\{ -B/N \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N c_{k,n} \log_2(1 + p_{k,n} H_{k,n}) \right\} \quad (4.2)$$

με τους ίδιους ακριβώς περιορισμούς:



α)  $c_{k,n} \in \{0,1\}$  για κάθε  $k, n$

β)  $p_{k,n} \geq 0$  για κάθε  $k, n$

γ)  $\sum_{k=1}^K c_{k,n} = 1$  για κάθε  $n$

δ)  $\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N c_{k,n} p_{k,n} \leq P_{tot}$

Οι περιορισμοί α) και γ) επιβάλλουν το γεγονός ότι κάθε subcarrier μπορεί μόνο να ανατεθεί μόνο σε ένα χρήστη ενώ ο περιορισμός β) διασφαλίζει σωστές τιμές ισχύος στο σύστημα.

Το πρόβλημα της επίλυσης των σχέσεων (4.1)/(4.2) είναι ένα NP-hard συνδυαστικό πρόβλημα βελτιστοποίησης γι' αυτό και επιχειρείται να λυθεί με τον αλγόριθμο SA.

### 4.3 Περιγραφή αλγορίθμου επίλυσης

Στην προηγούμενη παράγραφο περιγράφηκε η αντικειμενική συνάρτηση του συστήματος (4.2). Στόχος του παρόντος αλγορίθμου είναι η επίλυση της σχέσης αυτής με τον αλγόριθμο SA. Ο αλγόριθμος μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας προσπαθεί να βρει μια λύση βέλτιστη ή πολύ κοντά στην βέλτιστη. Ο χώρος λύσεων της συνάρτησης κόστους έχει οριστεί με τέτοιο τρόπο από τον αλγόριθμο, ώστε να τηρούνται αυστηρά οι ισχυροί περιορισμοί της συνάρτησης κόστους, να αποδέχεται δηλαδή μόνο τις φυσικές λύσεις του προβλήματος και να μην αναζητούνται λύσεις που δεν ικανοποιούν τη σχέση (4.2). Αυτό έγινε σκόπιμα για να περιορίσει το χρόνο εύρεσης και την πολυπλοκότητα που ούτως ή

άλλως είναι η βασική τροχοπέδη στα προβλήματα της αναζήτησης βέλτιστων λύσεων.

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε βασίστηκε στο γεγονός ότι το σύστημα γνωρίζει ανά πάσα στιγμή την κατάσταση του καναλιού (Channel State Information). Έτσι λοιπόν ο αλγόριθμος ακολουθεί τα εξής βήματα:

1) Αρχικοποίηση:

Διάβασε από ένα αρχείο της παραμέτρους του συστήματος και της ανάγκες του κάθε χρήστη για υποφέροντα και μηδένισε κάθε είδους μεταβλητή που αφορά την κατανομή φερόντων στους χρήστες.

2) Παραγωγή αρχικής λύσης:

Βάση των παραμέτρων του συστήματος και των ισχυρών περιορισμών της σχέσης (4.2), παράξε μία λύση που να την ικανοποιεί.

3) Επαναληπτική διαδικασία παραγωγής λύσεων και ελέγχου:

Για όσο διάστημα ικανοποιούνται τα κριτήρια που έχουν τεθεί για τον μη τερματισμό του αλγορίθμου SA, παράξε μία νέα λύση.

Ο αλγόριθμος επίλυσης του προβλήματος αναπτύχθηκε σε γλώσσα προγραμματισμού ANSI C.

### 4.3.1 Αρχικοποίηση

Η αρχικοποίηση περιλαμβάνει το διάβασμα από ένα αρχείο κειμένου των παραμέτρων του συστήματος. Αυτό αφορά τα χαρακτηριστικά της τεχνικής OFDMA και τις παραμέτρους του αλγορίθμου SA.

Όσον αφορά την τεχνική OFDMA ο αλγόριθμος διαβάζει τον αριθμό των χρηστών στο σύστημα  $K$ , τον συνολικό αριθμό των subcarriers στο σύστημα  $N$ , τη συνολική ισχύ  $P_{tot}$ , το συνολικό εύρος ζώνης  $B$  καθώς και τις απαιτήσεις κάθε χρήστη του συστήματος σε υποφέροντα. Οι απαιτήσεις του κάθε χρήστη σε subcarriers αποθηκεύονται σε έναν πίνακα διαστάσεων  $K$ ,  $Sub\_Per\_Ustr[k]$  όπου δείχνει την ανάγκη του  $k$  χρήστη σε πλήθος υποφερόντων. Στην εισαγωγή των παραπάνω παραμέτρων του συστήματος, για τον έλεγχο ορθότητας του αλγορίθμου, έγινε μια προσπάθεια να γίνει εισαγωγή στοιχείων που τείνουν στα πραγματικά ακολουθώντας τα πρότυπα LTE / WiMAX.

Για την απόδοση των subcarriers στους χρήστες χρησιμοποιείται ένας πίνακας  $K*N$  θέσεων  $c[k][n]$  όπου δείχνει αν ο subcarrier  $n$  έχει αποδοθεί στον χρήστη  $k$ . Αν έχει αποδοθεί η τιμή του  $c[k][n]$  λαμβάνει την τιμή 1 ενώ σε διαφορετική περίπτωση λαμβάνει την τιμή 0. Στο στάδιο της αρχικοποίησης, όλα τα στοιχεία του πίνακα λαμβάνουν την τιμή 0.

Όσον αφορά τις παραμέτρους της προσομοιωμένης απόπτησης, ο αλγόριθμος διαβάζει την αρχική θερμοκρασία εκκίνησης  $T$  της διαδικασίας ψύξης, διαβάζει τον αριθμό των επαναλήψεων  $I_{ter\_Per\_Temp}$  σε κάθε θερμοκρασιακό βήμα, τον μέγιστο αριθμό επαναλήψεων  $Max\_Tot\_I_{ter}$  για τη συνολική διαδικασία ψύξης, την θερμοκρασία τερματισμού  $Stop\_Temp$  του αλγορίθμου, τον παράγοντα μείωσης της θερμοκρασίας  $Decr\_Fact$  καθώς και τον παράγοντα επαναθέρμανσης  $Reheat\_Fact$ .

Το σχήμα ψύξης που ακολουθήθηκε είναι το γραμμικό, όπου  $T_{new} = (Decr\_Fact * T_{old})$  με  $Decr\_Fact$  μικρότερο της μονάδας.



### 4.3.2 Παραγωγή αρχικής λύσης

Η παραγωγή της αρχικής λύσης είναι οδηγός για την διαδικασία παραγωγής μίας νέας λύσης. Στο στάδιο αυτό του αλγορίθμου παράγονται ψευδοτυχαίες τιμές για κάθε χρήστη και κάθε subcarrier για την μεταβλητή του ενεργού SNR και αποθηκεύονται στον πίνακα  $H[k][n]$ . Αυτές οι τιμές αποθηκεύονται και σε ένα binary αρχείο έτσι ώστε να τρέξει ο αλγόριθμος για την εύρεση της βέλτιστης τιμής του προβλήματος και να γίνουν οι ανάλογες συγκρίσεις στην απόδοσή τους. Επίσης αποδίδονται τιμές στις τιμές ισχύος στον πίνακα  $p[k][n]$  του χρήστη  $k$  στο subcarrier  $n$ . Οι τιμές επιλέγονται έτσι ώστε η συνολική ισχύς περίπου να ισοκατανέμεται σε όλα τα subcarriers. Αυτό δεν εξειδικεύει, ούτε εξιδανικεύει το πρόβλημα γιατί η τιμή του  $p[k][n]$  πολλαπλασιάζεται σε κάθε βήμα με μία τυχαία μεταβλητή  $H[k][n]$ . Οι τιμές για τον πίνακα  $c[k][n]$  επιλέγονται έτσι ώστε ο κάθε χρήστης με τη σειρά να παίρνει τα subcarriers που αυτός χρειάζεται και απαιτεί. Τα subcarriers αυτά κατοχυρώνονται σε αυτόν και δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιηθούν από άλλον. Αυτό επιτυγχάνεται με την ανάθεση τιμής μηδέν για όλους τους  $K-1$  χρήστες του συστήματος για τη  $n$ -οστή στήλη η οποία συμβολίζει και το συγκεκριμένο subcarrier που το έχει ανατεθεί.

Γνωρίζοντας τις τιμές λοιπόν των πινάκων  $c[k][n]$ ,  $p[k][n]$ ,  $H[k][n]$  για κάθε χρήστη  $k$  και υποφέρον  $n$  καθώς και τις τιμές των μεταβλητών  $B$  (bandwidth) και  $N$  (πλήθος subcarriers) υπολογίζεται η αρχική τιμή κόστους  $init\_cost$  για την αντικειμενική συνάρτηση που περιγράφεται από την σχέση (4.2).

### 4.3.3 Επαναληπτική διαδικασία παραγωγής λύσεων και ελέγχου

Η διαδικασία παραγωγής νέων λύσεων έχει υλοποιηθεί με μία διαδικασία αναδρομής, όπου συνεχώς 1 subcarrier  $n$  εγκαταλείπει τον χρήστη  $k$  και ένα νέο

subcarrier  $n$  του ανατίθεται. Η κίνηση αυτή προκαλεί μια ανακατασκευή του πίνακα  $c$  μιας και μηδενίζεται η τιμή  $c[k][n']$  για το subcarrier  $n'$  ενώ αντίθετα για το υποφέρον  $n$  γίνεται μονάδα ( $c[k][n] = 1$ ). Σε κάθε τέτοια νέα ανάθεση επανακατασκευάζεται ολόκληρος ο πίνακας  $c$  και όχι μόνο η γραμμή του πίνακα που περιέχει τον χρήστη  $k$ . Αυτό γίνεται διότι το νέο subcarrier που ανατίθεται στον χρήστη  $k$  στην προηγούμενη κατάσταση μπορεί να άνηκε σε έναν άλλο χρήστη  $k'$ . Σε κάθε στήλη όμως του πίνακα πρέπει να υπάρχει μόνο ένας άσος.

Για την κάθε τέτοια νέα κίνηση παράγεται και μία νέα τιμή κόστους  $new\_cost$ . Σε αυτό το σημείο γίνεται ο έλεγχος από τον αλγόριθμο της προσομοιωμένης απόπτωσης αν η νέα λύση θα γίνει αποδεκτή κι αν ναι με ποια πιθανότητα ή θα απορριφθεί. Το κριτήριο αυτό γίνεται βάση της διαφοράς  $dcost$  μεταξύ προηγούμενης  $init\_cost$  και νέας τιμής  $new\_cost$  κόστους. Αν η διαφορά  $dcost$  είναι μικρότερη του μηδενός (λύση περισσότερο βέλτιστη από αυτήν της προηγούμενης κατάστασης) η λύση γίνεται αποδεκτή. Αν όχι τότε γίνεται αποδεκτή με μία πιθανότητα  $y = \exp(-\frac{d\ cost}{T})$  αν αυτή είναι μεγαλύτερη από μία τυχαία πιθανότητα  $d$  που γεννάει το σύστημα ψευδοτυχαία.

Το κριτήριο τερματισμού του αλγορίθμου πηγάζει από τις παραμέτρους που έχουν δηλωθεί στο αρχείο παραμέτρων.

Τα αποτελέσματα που παρατίθενται στην επόμενη παράγραφο προέρχονται από την δοκιμή του αλγορίθμου με πολλές διαφορετικές παραμέτρους που καθορίζουν την επίδοσή του.

#### 4.4 Αποτελέσματα

Στους παρακάτω πίνακες παρατίθενται αποτελέσματα για τα διάφορα σενάρια για τις παραμέτρους που καθορίζουν την τεχνική πολυπλεξίας OFDMA και την αποδοτικότητα του αλγορίθμου προσομοιωμένης ανόπτησης.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται ανάλογα με το πλήθος των διαθέσιμων στο σύστημα και συγκρίνονται ως προς τις παραμέτρους του αλγορίθμου SA. Τα αποτελέσματα κατηγοριοποιήθηκαν ως προς το πλήθος των διαθέσιμων subcarriers στο σύστημα(128, 256, 512, 1024, 2048) και φτιάχτηκαν τα σενάρια που ακολουθούν παρακάτω. Όλα τα σενάρια διήρκησαν μερικά δευτερόλεπτα. Στη διάρκεια τους παίζει ρόλο και η υπολογιστική δύναμη του μηχανήματος στο οποίο τρέχουν. Για το 1<sup>ο</sup> σενάριο έτρεξε κι ο αντίστοιχος αλγόριθμος ο οποίος πέρασε από όλες τις πιθανές λύσεις του συστήματος. Η διάρκεια του ήταν 5 μέρες με αποτέλεσμα που παρουσίασε 10% απόκλιση με αυτό του αλγορίθμου προσομοιωμένης ανόπτησης.

##### Σενάριο 1:

Παράμετροι συστήματος:

Users	Subcarriers	Power	Bandwidth
8	128	1W	1.25MHZ

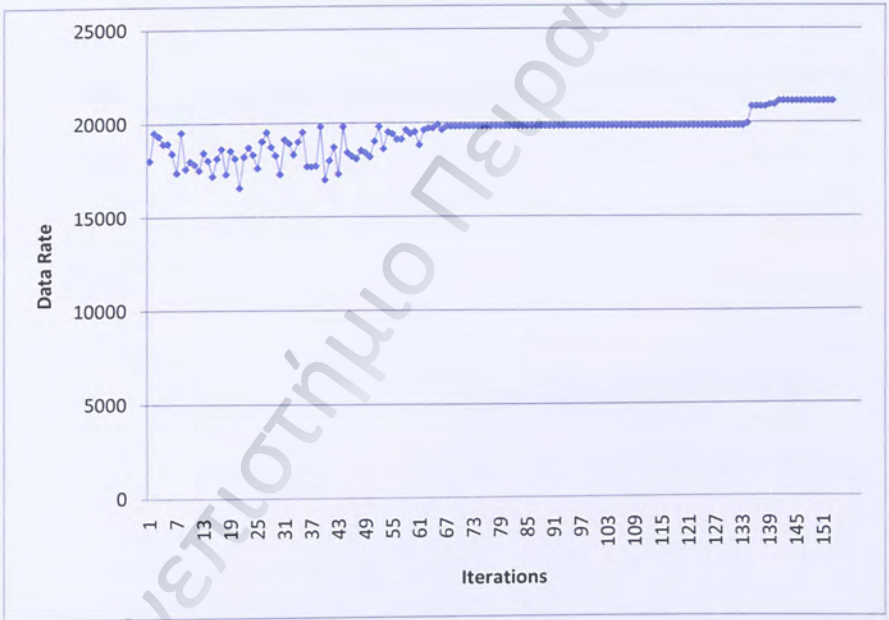
Απαιτήσεις χρηστών σε subcarriers:

USER1	1
USER2	5
USER3	1
USER4	3
USER5	1
USER6	1
USER7	1
USER8	2



α)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
100000	100	1000	0.01	0.9	0.0



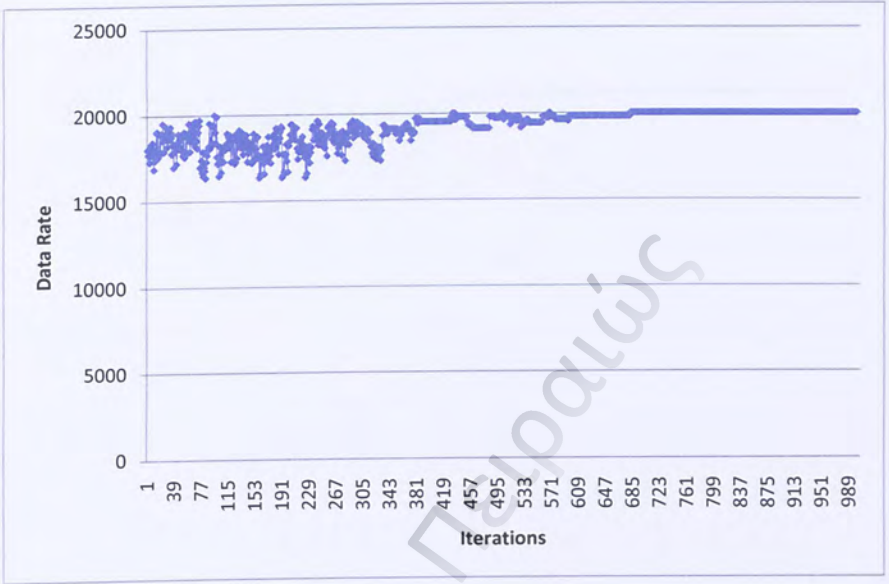
β)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
1000	100	1000	0.01	0.95	10.0



γ)

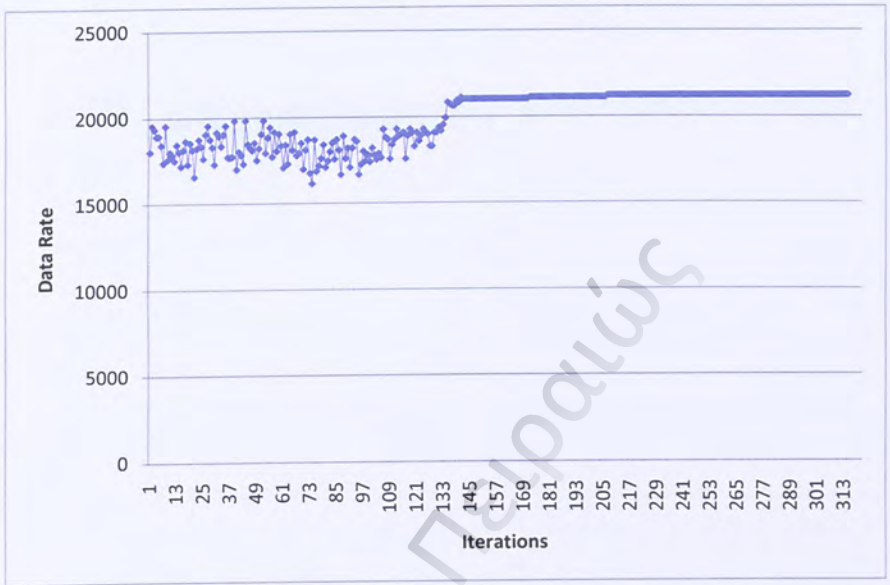
Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
100000	10	1000	0.01	0.99	100.0



δ)

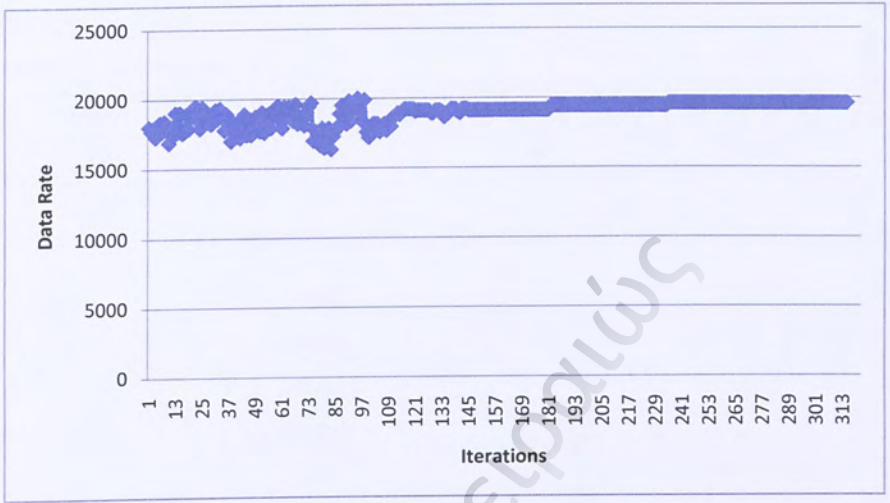
Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
100000	10	1000	0.01	0.95	1000.0





ε)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
1000000	10	1000	0.01	0.98	1000.0



Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου

Σενάριο 2:

Παράμετροι συστήματος:

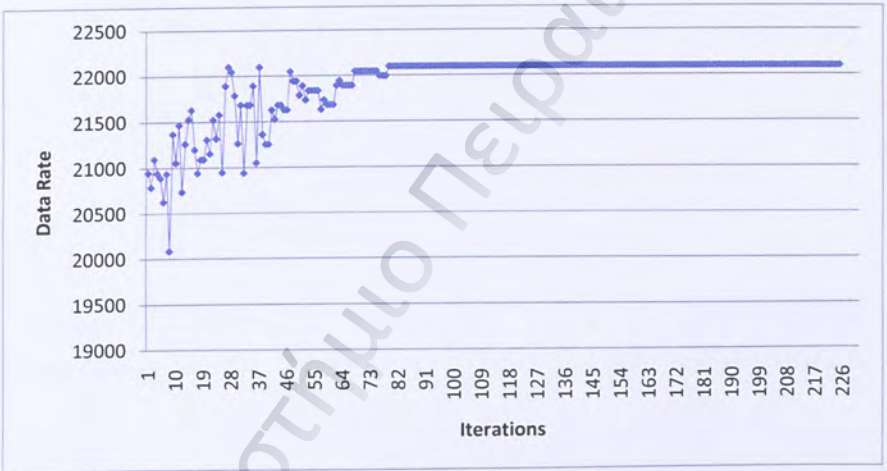
Users	Subcarriers	Power	Bandwidth
16	256	1W	2.5MHZ

Απαιτήσεις χρηστών σε subcarriers:

USER1	3
USER2	5
USER3	1
USER4	3
USER5	1
USER6	1
USER7	1
USER8	2
USER9	1
USER10	1
USER11	1
USER12	4
USER13	1
USER14	1
USER15	6
USER16	6

α)

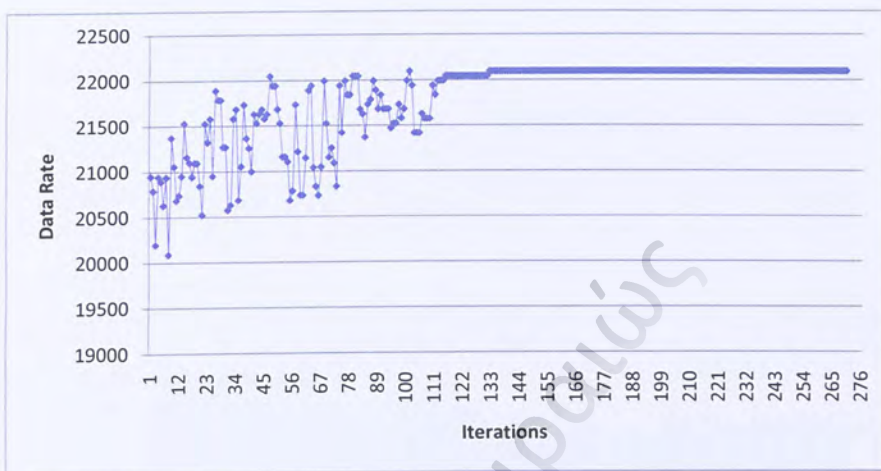
Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
1000	100	1000	0.01	0.95	10.0



β)

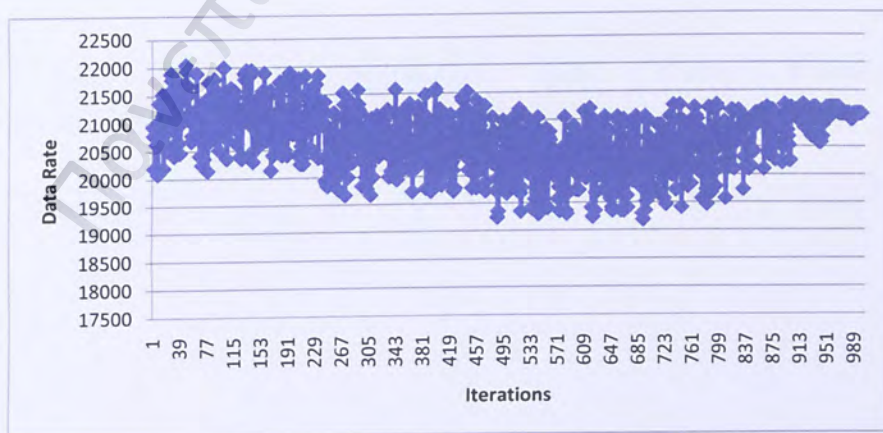
Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
10000	100	1000	0.01	0.95	10.0





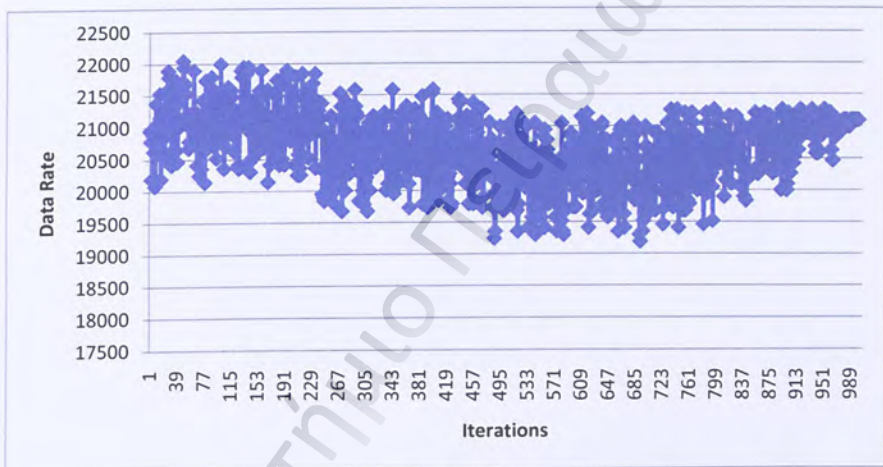
γ)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
1000000	100	1000	0.01	0.99	10.0



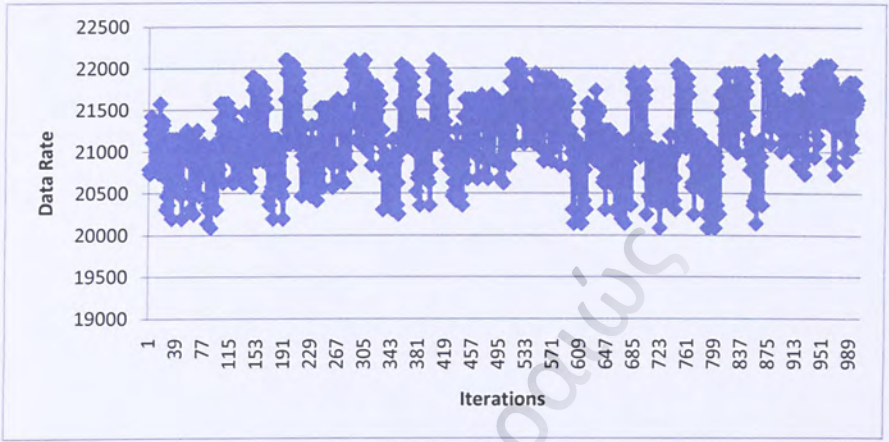
δ)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
1000000	100	1000	0.01	0.99	1000.0



ε)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
10000000	10	1000	0.01	0.99	1000.0



Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Σενάριο 3:

Παράμετροι συστήματος:

Users	Subcarriers	Power	Bandwidth
16	512	3W	5MHZ

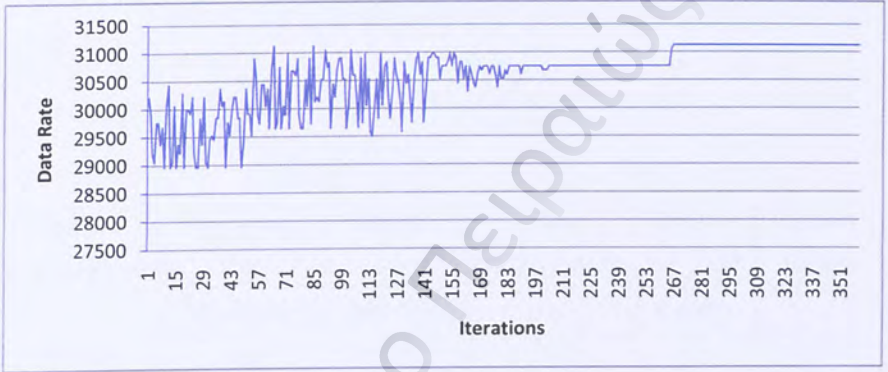
Απαιτήσεις χρηστών σε subcarriers:

USER1	3
USER2	4
USER3	2
USER4	6
USER5	1
USER6	1
USER7	1
USER8	2
USER9	1
USER10	1
USER11	1
USER12	4
USER13	1
USER14	1
USER15	6
USER16	6



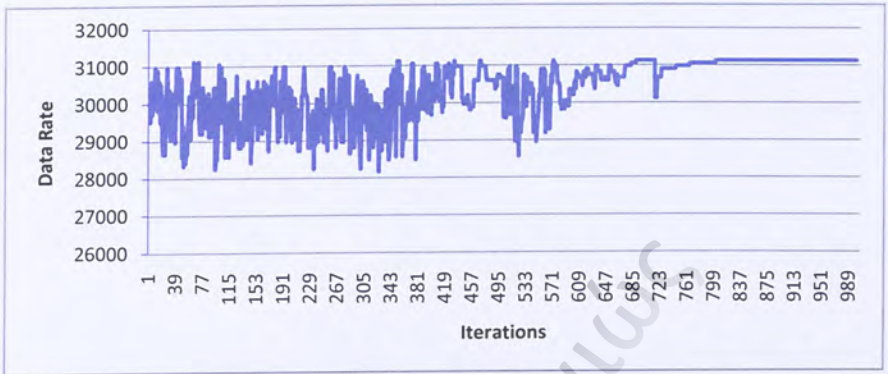
α)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
1000000	10	1000	0.01	0.95	1000.0



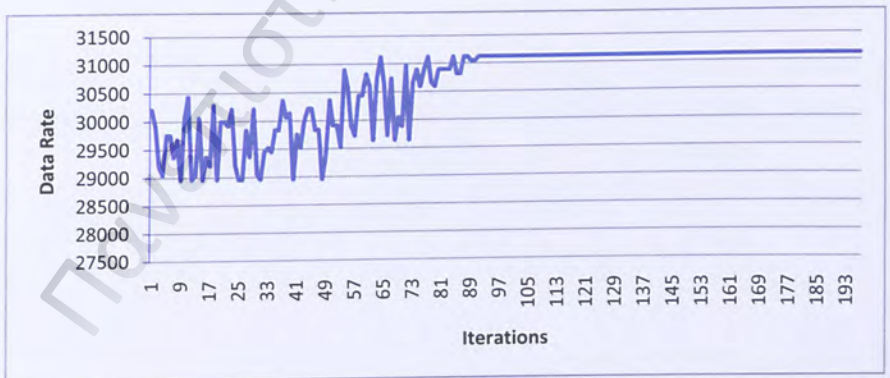
β)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
1000000	100	1000	0.01	0.98	1000.0



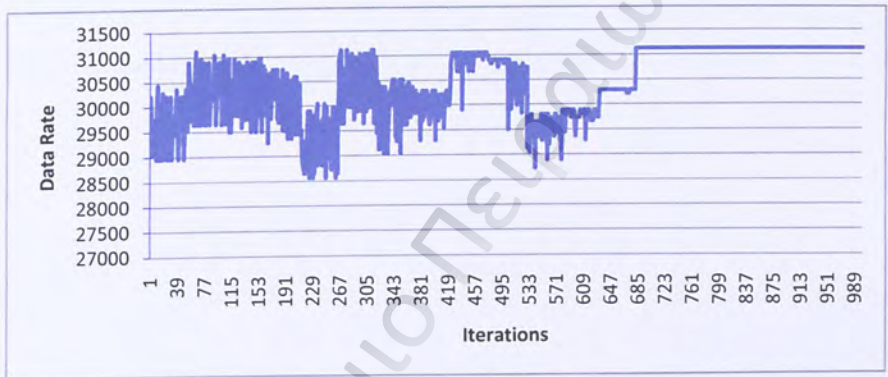
γ)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
1000000	10	1000	0.01	0.9	1000.0



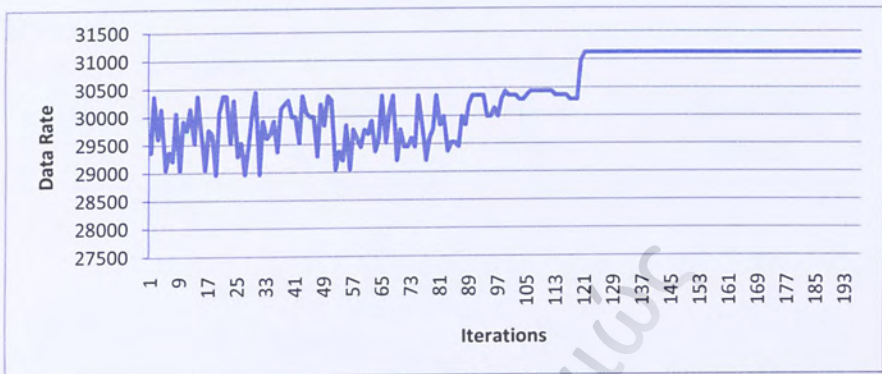
δ)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
1000000	10	1000	0.01	0.98	1500.0



ε)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
10000000	5	1000	0.01	0.9	10000.0



Πανεπιστήμιο Πειραιώς



Σενάριο 4:

Παράμετροι συστήματος:

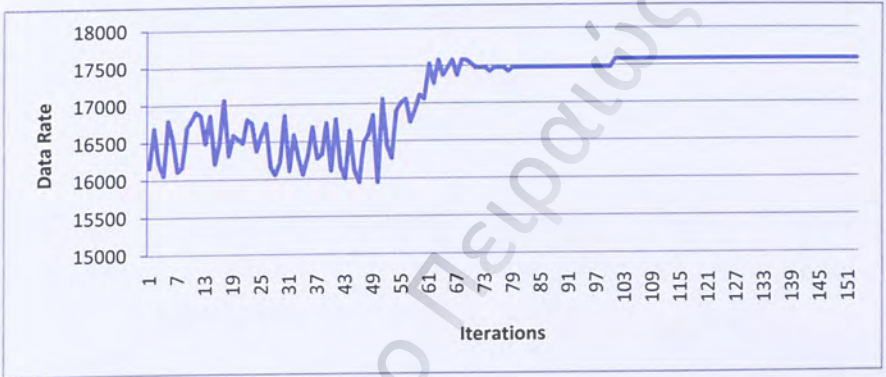
Users	Subcarriers	Power	Bandwidth
16	1024	4W	10MHZ

Απαιτήσεις χρηστών σε subcarriers:

USER1	1
USER2	5
USER3	1
USER4	3
USER5	1
USER6	1
USER7	1
USER8	2
USER9	1
USER10	1
USER11	1
USER12	4
USER13	1
USER14	1
USER15	6
USER16	6

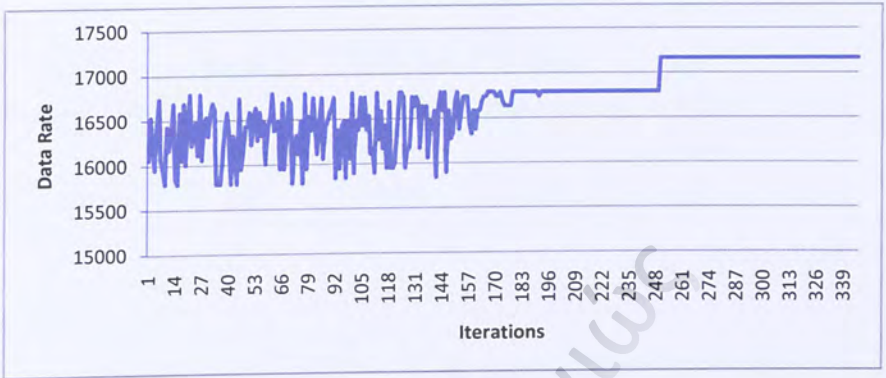
α)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
100000	100	1000	0.01	0.90	1000.0



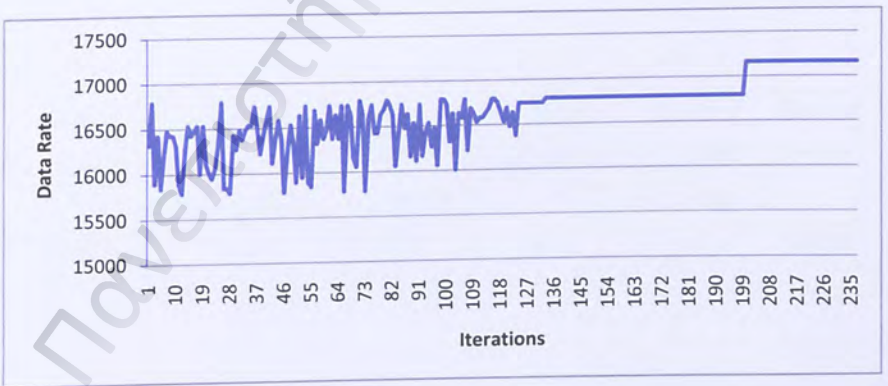
β)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
500000	5	1000	0.01	0.95	1000.0



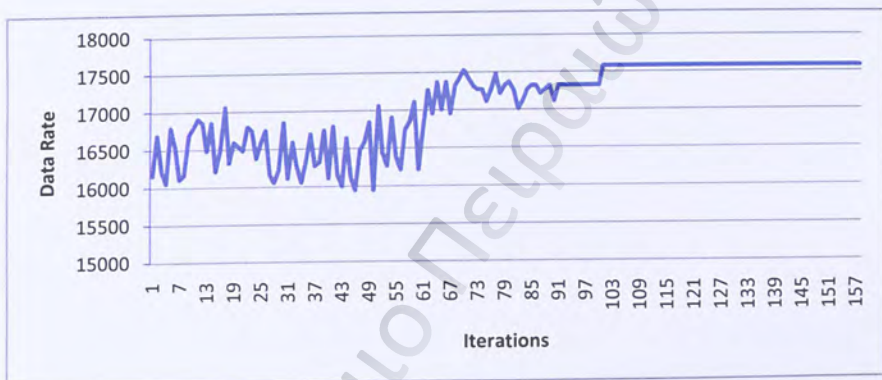
γ)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
1000000	6	1000	0.01	0.925	10000.0



δ)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
5500000	100	1000	0.01	0.88	1000.0



ε)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
900000	10	1000	0.01	0.85	10000.0





Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Σενάριο 4:

Παράμετροι συστήματος:

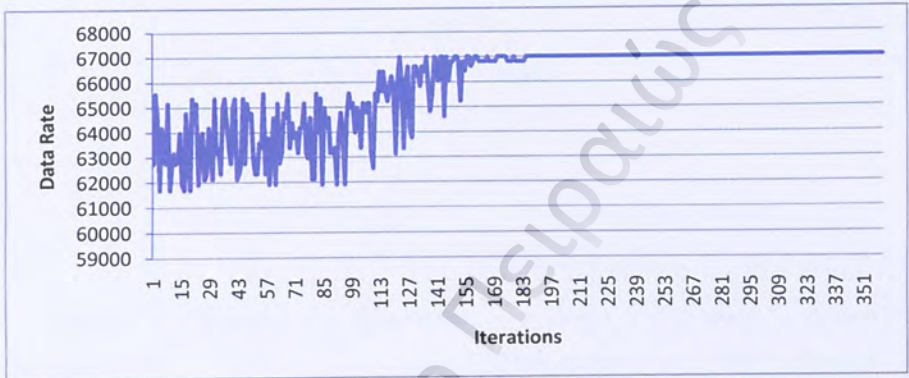
Users	Subcarriers	Power	Bandwidth
16	1024	8W	20MHZ

Απαιτήσεις χρηστών σε subcarriers:

USER1	1
USER2	5
USER3	1
USER4	3
USER5	1
USER6	1
USER7	1
USER8	2
USER9	1
USER10	1
USER11	1
USER12	4
USER13	1
USER14	1
USER15	6
USER16	6

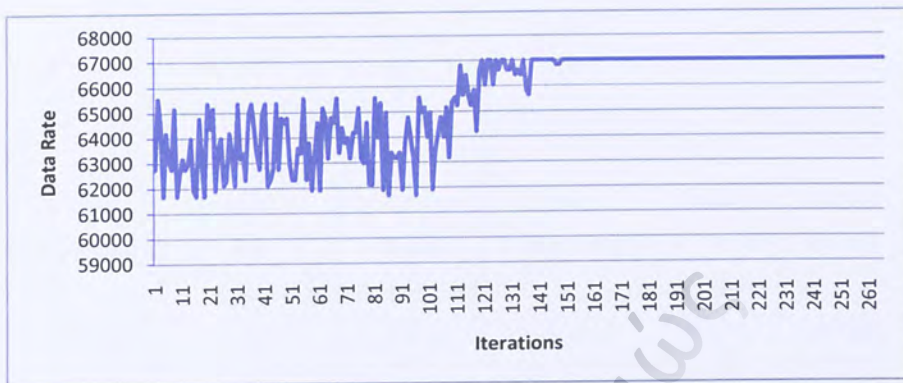
α)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
1000000	10	1000	0.01	0.95	10.0



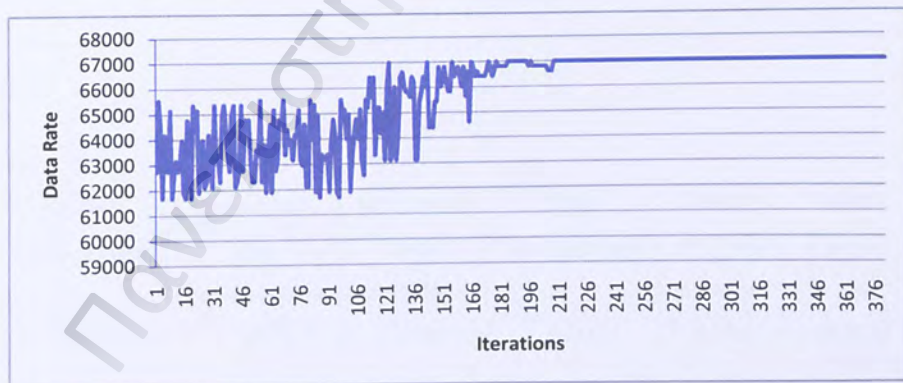
β)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
10000000	10	1000	0.01	0.925	10.0



γ)

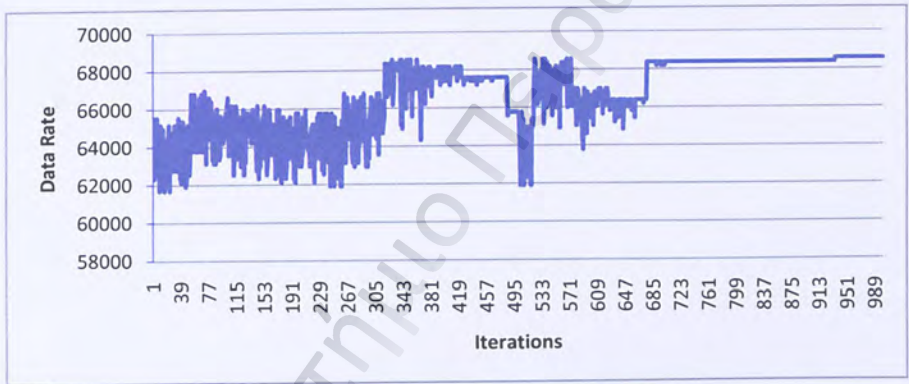
Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
3000000	10	1000	0.01	0.55	100000.0





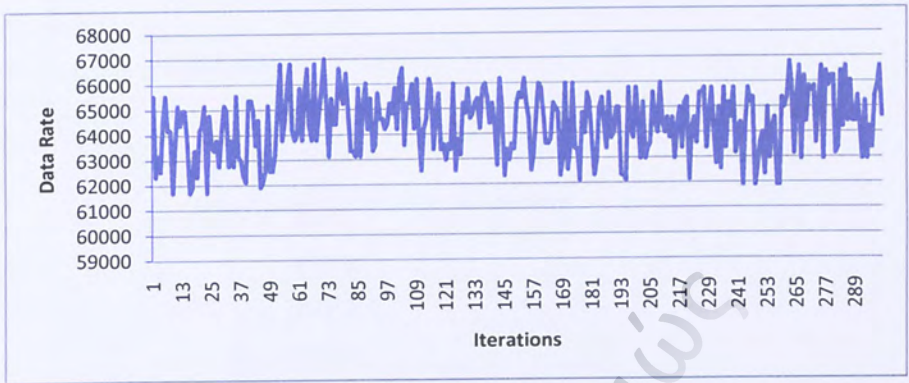
δ)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
9000000	20	1000	0.01	0.975	10000.0



ε)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
19000000	20	1000	0.01	0.975	10000.0



Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Σενάριο 5:

Παράμετροι συστήματος:

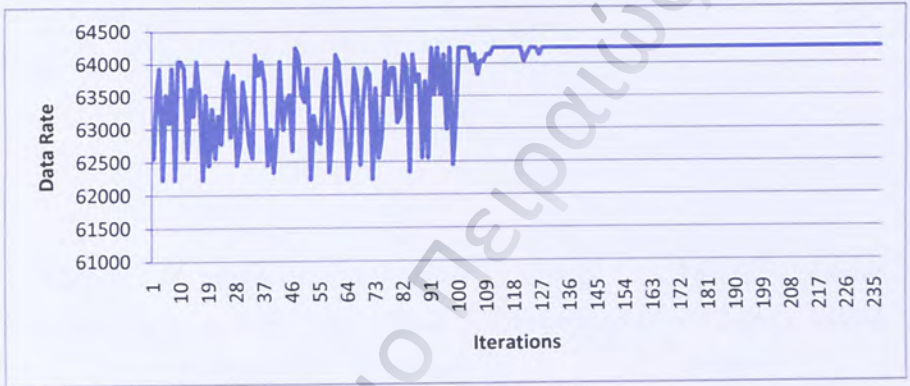
Users	Subcarriers	Power	Bandwidth
24	2048	8W	40MHZ

Απαιτήσεις χρηστών σε subcarriers:

USER1	1
USER2	5
USER3	1
USER4	3
USER5	1
USER6	1
USER7	1
USER8	2
USER9	1
USER10	1
USER11	1
USER12	4
USER13	1
USER14	1
USER15	6
USER16	6
USER17	2
USER18	1
USER19	1
USER20	1
USER21	4
USER22	1
USER23	1
USER24	6

α)

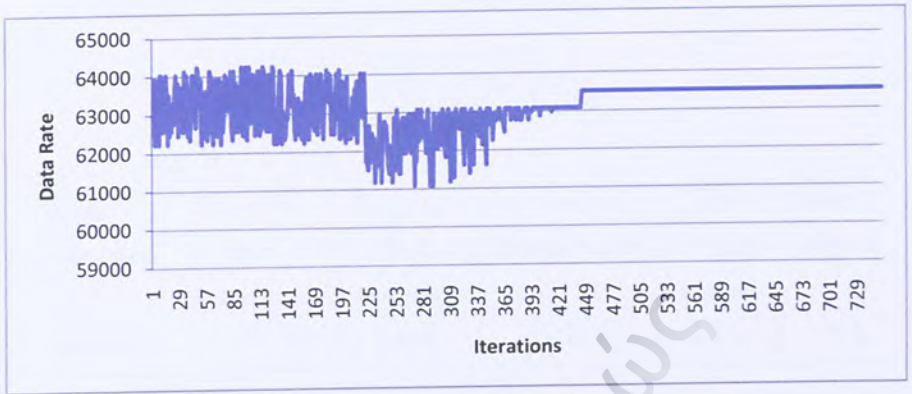
Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	$T_{new} = a * T_{old}$ a value	Reheat Factor
1000000	10	1000	0.01	0.925	10.0



β)

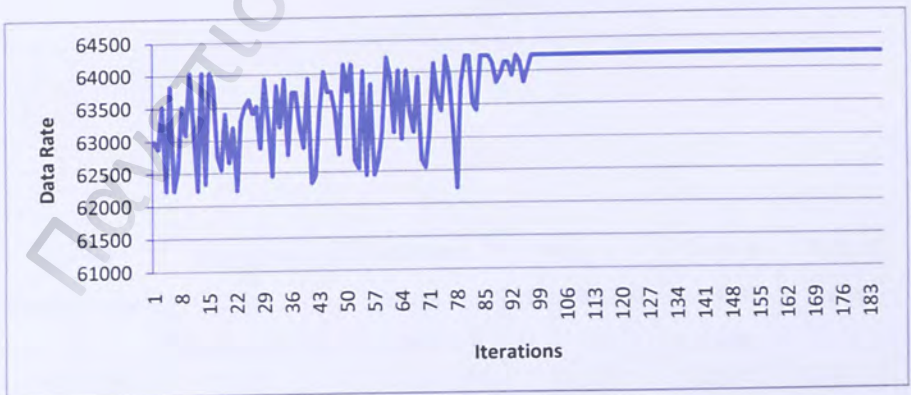
Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	$T_{new} = a * T_{old}$ a value	Reheat Factor
2000000	10	8000	0.01	0.975	10.0





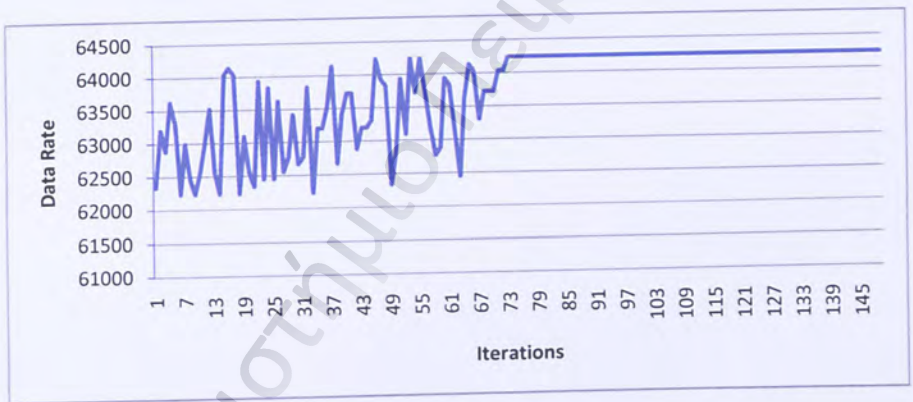
γ)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	$T_{new} = a * T_{old}$ a value	Reheat Factor
3000000	7	1000	0.01	0.9	10.0



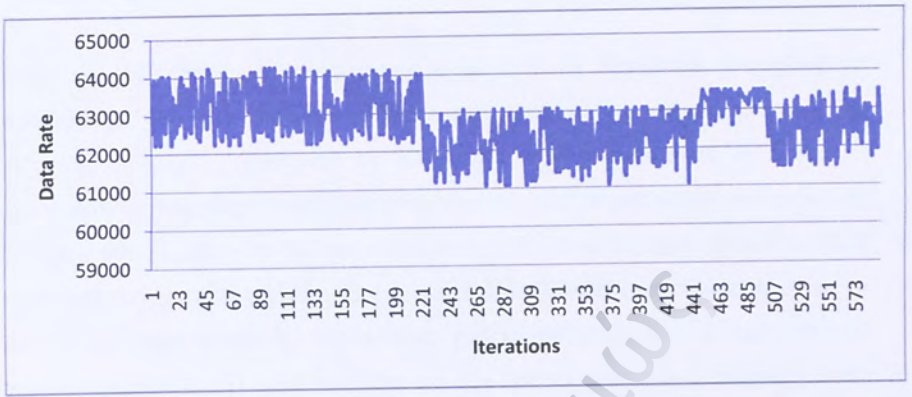
δ)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
4000000	5	10000	0.01	0.875	10.0



ε)

Initial Temperature	Iterations Per Temperature	Maximum Total Iterations	Stop Temperature	Tnew = a * Told a value	Reheat Factor
4000000	10	1000	0.01	0.98	40000.0



Πανεπιστήμιο Πειραιώς

## 4.5 Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκε ο αλγόριθμος Simulated Annealing με προσπάθεια να γίνει η βέλτιστη κατανομή υποφερόντων στους χρήστες της τεχνικής OFDMA. Μέσα από τη διαδικασία πειραματισμού με τις διάφορες παραμέτρους του αλγορίθμου SA οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι είναι μία μέθοδος που σαφώς χρονικά υπερτερεί σε σχέση με τη βέλτιστη, δίνοντας πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα. Τα μερικά δευτερόλεπτα ίσως όμως να είναι κι αυτά ένας απαγορευτικός παράγοντας χρησιμοποίησης του σε πραγματικού χρόνου εφαρμογές. Η μέθοδος σίγουρα δεν οδηγεί πάντα στη βέλτιστη τιμή. Κακές εκτιμήσεις για τις παραμέτρους που επηρεάζουν τον αλγόριθμο SA είτε μπορεί να δώσουν και πολύ κακές λύσεις είτε να αυξήσουν χρονικά την εκτέλεση του χωρίς να υπάρχει κανένας λόγος.



## Βιβλιογραφικές Αναφορές

- [1] E. Lawrey, "Multiuser OFDM", in Proc. International Symposium on Signal Processing Applications '99, vol. 2, 1999, pp. 761-764.
- [2] Samuel C. Yang., «OFDMA System Analysis and Design», Artech House
- [3] Ian C. Wong, Zukang Shen, Brian L.Evans, Jeffrey G.Andrews «A Low Complexity Algorithm for Proportional Resource Allocation in OFDMA systems».
- [4] Μ.Ε. Θεολόγου, «Δίκτυα Κινητών και Προσωπικών Επικοινωνιών», Εκδόσεις ΕΜΠ, Μάρτιος 2002.
- [5] URL: <http://en.wikipedia.org/wiki/Metaheuristic>
- [6] Theodore S. Rappaport, "Wireless Communication, Principles & Practice", Prentice Hall, 1996.
- [7] Α. Κανάτας, Φ. Κωνταντίνου, «Συστήματα Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών», Μάρτιος 2001.
- [8] URL: [http://en.wikipedia.org/wiki/Orthogonal\\_frequency\\_division\\_multiplexing](http://en.wikipedia.org/wiki/Orthogonal_frequency_division_multiplexing)
- [9] C.Y.Wong, R.S.Cheng, K.B. Lataief, and R.D.Murch «Multiuser OFDM System with Adaptive Subcarrier, Bit and Power Allocation», IEEE J.Select. Areas Commun., vol. 17, pp.1747-1758, October 1999.
- [10] J. Yang and K.B.Lee, «Transmit Power Adaption for Multiuser OFDM systems», IEEE J.Select. Areas Commun., vol. 17, pp.171-178, February 2003.
- [11] Π. Κωττής, Χ. Καψάλης, «Κεραίες και Ασύρματες Ζεύξεις», Εκδόσεις Τζιόλα, Αθήνα 2003.
- [12] David Gesbert, Da-shan Shiu, Peter J. Smith, Ayman Naguib, «From Theory to Practice: An Overview of MIMO Space-Time Coded Wireless Systems», IEEE Journal on selected areas in Commun., Vol. 21, NO. 3, April 2003.
- [13] H. Yin and H. Liu, «An Efficient Multiuser Loading Algorithm for OFDM-based Broadband Wireless Systems», in Proc. IEEE Global Telecommunications Conference, vol.1, 2000, pp.103-107.
- [14] Z.Shen, J.G. Andrews, and B. L. Evans, «Optimal Power Allocation in Multiuser OFDM Systems», in Proc. IEEE Global Communications Conference, San Francisco, CA, December 2003, pp.337-341.
- [15] M. M. G. Forsythe and C. Moler, «Computer Methods for Mathematical Computations.» Prentice Hall, 1977.
- [16] James Gross, Holger Karl, Frank Fitzek, Adam Wolisz, «Comparison of heuristic and optimal subcarrier assignment algorithms», in Proc. International Conference on Wireless Networks ICWN'03, June 2003.

- [17] B. Krongold, K. Ramchandran, and D. Jones, "Computationally efficient optimal power allocation algorithms for multicarrier communication systems", in *IEEE Int. Conference on Communications (ICC)*, 1998, pp. 1018 – 1022.
- [18] M.J. Gans, R.A. Valenzuela, J.H. Winters and M.J. Carloni, "High Data Rate Indoor Wireless Communications Using Antenna Arrays", 6<sup>th</sup> International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 1995, pp.1040-1046.
- [19] Richard B. Ertel and Paulo Cardieri, Kevin W. Sowerby, Theodore S. Rappaport, "Overview of Spatial Channel Models for Antenna Array Communication System", *IEEE Pers. Commun. Magazine*, Vol 5, No.1, February 1998, pp.10-22.
- [20] J. Bingham, "Multicarrier modulation for data transmission: an idea whose time has come," *IEEE Communications Magazine*, vol. 28, pp. 5 –14, May 1990.
- [21] IEEE Std. 802.16 2003.