Πανεπιστήμιο Πειραιώς
Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών στη Χρηματοοικονομική και Τραπεζική Διοικητική

Επέκταση του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων όταν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό και υπάρχει πληθωρισμός

Διπλωματική Εργασία της Φοιτήτριας Μεταπτυχιακού

Νίκης Μερέβη

ΜΧΡΗ. 9724

για τις απαιτήσεις του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών
στην Χρηματοοικονομική και Τραπεζική Διοικητική

Υπεύθυνος Καθηγητής : **Γεώργιος Διακογιάννης**

Σεπτέμβριος 1999

Ευχαριστήριο Σημείωμα

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Γ. Διακογιάννη για την πολύτιμη βοήθειά του στη συγγραφή αυτής της εργασίας. Επίσης, ευχαριστώ τον Αλέξανδρο Μερέβη, την Χατζηγιαννάκου Νατάσα και την Χατζηγιαννάκου Τάνια για την βοήθειά τους τόσο σε πρακτικό όσο και σε ψυχολογικό επίπεδο. Τέλος, ευχαριστώ τους γονείς μου και τους φίλους μου που με στηριξαν όλη αυτή την περίοδο.

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μοντέρνα οικονομική θεωρία έχει δώσει πολλές ακριβείς γραμμικές σχέσεις ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και τον συστηματικό κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου. Ξεκινάμε από τον Markowitz (1952) και το υπόδειγμα αγοράς, για να καταλήξουμε στην θεωρία της κεφαλαιαγοράς και στο πιο συνηθισμένο υπόδειγμα ισορροπίας, το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (ΥΑΚΣ). Η θεωρία της κεφαλαιαγοράς, η οποία στηρίζεται σε ένα σύνολο υποθέσεων, στοχεύει στην επέκταση της θεωρίας χαρτοφυλακίου σε ένα μοντέλο αποτίμησης όλων των αξιόγραφων. Απόρροια αυτής της θεωρίας είναι η γραμμή κεφαλαιαγοράς. Η γραμμή κεφαλαιαγοράς ισχύει μόνο για τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια και άρα υποστηρίζει ότι ο μόνος κίνδυνος που επηρεάζει τις αποδόσεις των χαρτοφυλακίων είναι ο συστηματικός κίνδυνος, ο οποίος μετράται από την τυπική απόκλιση των χαρτοφυλακίων.

Οι Sharpe (1964), Lintner (1965) και Mossin (1966) ανέπτυξαν το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων. Το ΥΑΚΣ είναι ένα υπόδειγμα ισορροπίας το οποίο δίνει τις τιμές ισορροπίας για ατομικά αξιόγραφα καθώς και για μη αποδοτικά χαρτοφυλάκια. Αυτό το υπόδειγμα στηρίζεται στις υποθέσεις της κεφαλαιαγοράς καθώς και στην υπόθεση ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποδοτικό. Ο πιο συνήθης τύπος με τον οποίον παρουσιάζεται το ΥΑΚΣ είναι ο τύπος της γραμμής αξιόγραφων. Η γραμμή αξιόγραφων βασίζεται στην αρχή ότι ο μόνος κίνδυνος, ο οποίος επηρεάζει τις αναμενόμενες αποδόσεις των αξιόγραφων και των χαρτοφυλακίων είναι ο κίνδυνος βήτα.

Κάποιες από τις υποθέσεις στις οποίες στηρίζεται το ΥΑΚΣ δεν είναι ρεαλιστικές και άρα οι αναμενόμενες αποδόσεις που δίνει το υπόδειγμα δεν είναι ακριβείς. Για τον λόγο αυτό έχουν γίνει κάποιες επεκτάσεις του υποδείγματος. Ο Roll (1977) επέκτεινε το ΥΑΚΣ όταν απαγορεύεται η προπώληση. Οι Mayers (1972) και Brito (1977-78) επέκτειναν το ΥΑΚΣ όταν υπάρχουν και μη εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία. Ο Lintner (1969) και ο Gonedes (1976) επέκτειναν το μοντέλο εισάγοντας την υπόθεση ότι οι προσδοκίες των επενδυτών δεν είναι ομοιογενείς. Ο Lindenberg (1979) επέκτεινε το ΥΑΚΣ υποθέτοντας ότι οι επενδυτές μπορούν να επιδράσουν στην τιμή της μετοχής. Ο Fama (1970) ανέπτυξε το ΥΑΚΣ πολλαπλών περιόδων και ο Merton (1973) το πολυβήτα ΥΑΚΣ. Τέλος, ο Διακογιάννης (1999) επέκτεινε το ΥΑΚΣ υποθέτοντας ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό.

1.1 ΣΚΟΠΟΣ

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι να επεκτείνει την μελέτη του Διακογιάννη εισάγοντας στην έρευνα του τον πληθωρισμό. Η μελέτη αυτή γίνεται, ακριβώς γιατί έχει βρεθεί ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό και γιατί ο πληθωρισμός επηρεάζει τις αναμενόμενες αποδόσεις των αξιόγραφων. Στο κεφάλαιο 2 περιγράφεται το μοντέλο αγοράς, η θεωρία κεφαλαιαγοράς και το παραδοσιακό ΥΑΚΣ. Στο κεφάλαιο 3 αναλύονται οι επεκτάσεις του ΥΑΚΣ που έχουν γίνει μέχρι τώρα. Στο κεφάλαιο 4 αναλύεται η επέκταση του ΥΑΚΣ όταν υπάρχει πληθωρισμός. Στο κεφάλαιο 5 αναλύεται η επέκταση του ΥΑΚΣ όταν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό. Στο κεφάλαιο 6 αναπτύσσεται το μοντέλο του ΥΑΚΣ όταν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό και όταν υπάρχει πληθωρισμός. Τέλος, στο κεφάλαιο 7 δίνονται τα συμπεράσματα και γίνονται προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

1.2 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

1. Όλες οι υποθέσεις του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων παραμένουν σταθερές, εκτός από αυτή που υποστηρίζει την απουσία του πληθωρισμού.
2. Η μελέτη είναι θεωρητική και δεν περιέχει εμπειρικά τέστ για επαλήθευση του υποδείγματος.

1.3 ΔΟΜΗ

Στο κεφάλαιο 2 αναπτύσσεται το υπόδειγμα της αγοράς, η θεωρία κεφαλαιαγοράς και το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων.

Το κεφάλαιο 3 αναφέρεται σε προηγούμενες επεκτάσεις του ΥΑΚΣ.

Το κεφάλαιο 4 αναφέρεται στην επέκταση του ΥΑΚΣ όταν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς παραμένει σταθερό και όταν υπάρχει πληθωρισμός.

Το κεφάλαιο 5 αναφέρεται στην επέκταση του ΥΑΚΣ στην περίπτωση που το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό.

Το κεφάλαιο 6 αναφέρεται στην επέκταση του ΥΑΚΣ όταν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό και όταν υπάρχει πληθωρισμός.

Τέλος, στο κεφάλαιο 7 δίνονται τα συμπεράσματα και οι προτάσεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΘΕΩΡΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΑΓΟΡΑΣ-ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Ξεκινώντας στο κεφάλαιο αυτό, κάνουμε μια σύντομη περιγραφή του μοντέλου αγοράς και εξηγούμε την έννοια του συντελεστή βήτα. Στην συνέχεια αναφερόμαστε στην θεωρία της κεφαλαιαγοράς και στις υποθέσεις της. Εξηγούμε την έννοια του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου και τον ρόλο που παίζει στην θεωρία της κεφαλαιαγοράς, καθώς και τις έννοιες των όρων συστηματικός κίνδυνος, μη συστηματικός κίνδυνος, χαρτοφυλάκιο αγοράς. Αναφερόμαστε στα αποδοτικά χαρτοφυλάκια, στο αποδοτικό σύνορο και καταλήγουμε στην εξαγωγή της γραμμής κεφαλαιαγοράς. Στην συνέχεια, εξηγούμε το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων και την γραμμή αξιόγραφων. Παραθέτουμε τους συνήθεις τύπους με τους οποίους εκφράζεται το ΥΑΚΣ και τέλος αναφερόμαστε στις πιθανές αιτίες για πιθανή αλλαγή της γραμμής αξιόγραφων.

2.1 ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ

Ένα πολύ απλό μοντέλο το οποίο περιγράφει την απόδοση μιας μετοχής i, σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή t, σε συνάρτηση με τον γενικό δείκτη της αγοράς είναι το υπόδειγμα της αγοράς. Μια συνάρτηση που περιγράφει την παραπάνω σχέση είναι η εξής:

$$\widetilde{R}_{it} = a_i + \beta_i \widetilde{R}_{Mt} + e_{it}$$

Αυτή η συνάρτηση περιγράφει το υπόδειγμα της αγοράς (market model) το οποίο έχει δημιουργηθεί από τον Markowitz (1952) και υποστηρίζει ότι η απόδοση μιας μετοχής i κατά τη διάρκεια μιας περιόδου t είναι μια γραμμική συνάρτηση της απόδοσης στον δείκτη αγοράς $\widetilde{R}_{Mt}$ κατά τη διάρκεια της ίδιας περιόδου και συνάρτηση άλλων παραγόντων οι οποίοι συμπεριλαμβάνονται στον όρο e_{it} για τη συγκεκριμένη μετοχή i την περίοδο t. Έτσι, επιχειρούμε να "εξηγήσουμε" την απόδοση της μετοχής σε ένα διάστημα χρόνου συναρτήσει δύο παραγόντων. Ο ένας είναι η απόδοση στον δείκτη αγοράς, με τον συντελεστή β να μετράει το κατά πόσο η απόδοση της μετοχής κινείται σύμφωνα ή αντίθετα με την απόδοση του δείκτη αγοράς. Ο άλλος περιλαμβάνει όλους εκείνους τους παράγοντες που καθορίζουν την απόδοση της μετοχής και δεν περιλαμβάνονται στο δείκτη $\widetilde{R}_{Mt}$.

Βεβαίως, υπάρχει μια λογική εξήγηση για την στενή σχέση ανάμεσα στην απόδοση της μετοχής και σ'αυτή του δείκτη αγοράς. Καταρχήν, όλες οι μετοχές επηρεάζονται σε κάποιο βαθμό από τις οικονομικές προβλέψεις σχετικά με την ανεργία και την οικονομική ευημερία. Κατά δεύτερον, οι αλλαγές στα επιτόκια επηρεάζουν τις αποδόσεις της περιόδου που αλλάζουν τα επιτόκια και αυτό συμβαίνει γιατί ακριβώς, αυτά τα επιτόκια χρησιμοποιούνται για την προεξόφληση και την εύρεση της παρούσας αξίας των μελλοντικών ταμειακών ροών. Η απόδοση του δείκτη αγοράς R_{Mt}, πρέπει να περιλαμβάνει το σύνολο αυτών των αποτελεσμάτων αν νοείται αντιπροσωπευτικός δείκτης. Το υπόδειγμα της αγοράς έχει λειτουργήσει ως βάση για τη θεωρία της κεφαλαιαγοράς και ως αφετηρία για τη δημιουργία του ΥΑΚΣ. Παρακάτω θα επικεντρωθούμε στη θεωρία της κεφαλαιαγοράς και στη δημιουργία του ΥΑΚΣ.

2.2 ΘΕΩΡΙΑ ΚΕΦΑΛΑΙΑΓΟΡΑΣ

Είναι γνωστό ότι επειδή οι επενδυτές θέλουν να μεγιστοποιήσουν τη χρησιμότητά τους, οδηγούνται στην επιλογή χαρτοφυλακίων που βρίσκονται στη γραμμή των αποδοτικών χαρτοφυλακίων. Αποδοτικά χαρτοφυλάκια ονομάζονται τα χαρτοφυλάκια εκείνα που παρέχουν την υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση για κάθε βαθμό κινδύνου ή τον χαμηλότερο κίνδυνο για κάθε βαθμό αναμενόμενης απόδοσης. Όταν ένας επενδυτής ενεργεί με αυτόν τον τρόπο αναφέρεται ως αποτελεσματικός επενδυτής σύμφωνα με τη θεωρία του Markowitz. Ο σκοπός της θεωρίας κεφαλαιαγοράς είναι να επεκτείνει τη θεωρία χαρτοφυλακίου σε ένα υπόδειγμα αποτίμησης όλων των αξιόγραφων.

Η θεωρία της κεφαλαιαγοράς βασίζεται όπως προαναφέραμε στο υπόδειγμα του Markowitz και οι υποθέσεις της είναι οι εξής:

1. Όλοι οι επενδυτές είναι αποτελεσματικοί επενδυτές κατά τον Markowitz και θέλουν να βρίσκονται σε κάποιο σημείο του αποδοτικού συνόρου. Η ακριβής θέση που θέλουν να βρίσκονται πάνω στο αποδοτικό σύνορο εξαρτάται από την συνάρτηση κινδύνου-απόδοσης του κάθε επενδυτή και θα διαφέρει ανάμεσα στους επενδυτές.

2. Οι επενδυτές μπορούν να δανείσουν και να δανειστούν απεριόριστο ποσό χρημάτων στο επιτόκιο των περιουσιακών στοιχείων μηδενικού κινδύνου. Εντούτοις, ενώ είναι πάντα δυνατό να δανείσουν λεφτά στο ονομαστικό επιτόκιο των περιουσιακών στοιχείων μηδενικού κινδύνου αγοράζοντας έντοκα ομόλογα ελληνικού δημοσίου δεν είναι πάντα δυνατό να δανειστούν σ'αυτό το επιτόκιο.

3. Όλοι οι επενδυτές έχουν ομοιογενείς προσδοκίες (αναμένουν την ίδια κατανομή πιθανοτήτων για τα μελλοντικά επιτόκια αποδόσεων).

4. Όλοι οι επενδυτές έχουν τον ίδιο ορίζοντα επένδυσης (π.χ. ένα μήνα, έξι μήνες, ένα χρόνο). Το μοντέλο θα αναφέρεται σε μια υποθετική περίοδο, αλλά είναι γνωστό ότι τα αποτελέσματα μπορούν να επηρεασθούν από μια διαφορετική υπόθεση.

5. Όλες οι επενδύσεις είναι απείρως διαιρετές.

6. Δεν υπάρχουν φόροι ή έξοδα μεταφοράς στην αγορά ή πώληση περιουσιακών στοιχείων. Είναι μια λογική υπόθεση για έναν αριθμό παραδειγμάτων. Συγκεκριμένα υπάρχουν πολλοί επενδυτές που δεν χρειάζεται να πληρώνουν φόρους (ασφαλιστικά ταμεία) και τα έξοδα μεταφορά για τα περισσότερα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα είναι λιγότερα από 1% της αξίας των περισσότερων χρηματοοικονομικών προϊόντων.

7. Δεν υπάρχει πληθωρισμός, ή αλλαγή στα επιτόκια, ή ο πληθωρισμός προβλέπεται ακριβώς. Είναι μια λογική αρχική υπόθεση που μπορεί να προσαρμοστεί.

8. Οι κεφαλαιαγορές είναι σε ισορροπία. Αυτό σημαίνει ότι ξεκινάμε από μια κατάσταση που όλα τα περιουσιακά στοιχεία είναι κατάλληλα τιμολογημένα ανάλογα με τον κίνδυνο που περιέχουν.

Κάποιες από αυτές τις υποθέσεις δεν είναι πραγματικές και αναρωτιόμαστε πόσο χρήσιμη μπορεί να είναι μια θεωρία που βασίζεται σε αυτές τις υποθέσεις. Σ'αυτό το σημείο θα πρέπει να σημειώσουμε ότι: (α) πολλές από αυτές τις υποθέσεις μπορούν να περιοριστούν με μικρές επιπτώσεις στο μοντέλο και χωρίς αλλαγές στις βασικές αρχές και συμπεράσματα, και (β) μια θεωρία δεν πρέπει να κρίνεται από τις υποθέσεις της, αλλά από το πόσο καλά εξηγεί και προβλέπει τον πραγματικό κόσμο.

Η βασική αρχή της θεωρίας κεφαλαιαγοράς είναι η ύπαρξη του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου. Ακολουθώντας το μοντέλο του Markowitz, πολλοί συγγραφείς αναρωτήθηκαν τι θα συνέβαινε αν θεωρούσαν την ύπαρξη ενός περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου το οποίο εξ ορισμού θα είχε απόδοση το επιτόκιο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου, και τέλος θα βρισκόταν στον κάθετο άξονα του γραφήματος χαρτοφυλακίου. Αυτή η απόδοση θα πρέπει να ισούται με το μακροχρόνιο επιτόκιο ανάπτυξης της οικονομίας, και να επηρεάζει λιγότερο τη βραχυχρόνια ρευστότητα. Άρα το επιτόκιο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου είναι κατά προσέγγιση ίσο με το μακροχρόνιο επιτόκιο ανάπτυξης της οικονομίας.

Τι συμβαίνει όμως, στο μέσο ποσοστό απόδοσης και στην τυπική απόκλιση όταν ένα περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου συνδυάζεται με ένα χαρτοφυλάκιο με επισφαλή περιουσιακά στοιχεία, ακριβώς όπως συμβαίνει στο αποδοτικό σύνορο του Markowitz;

Καταρχήν η επίδραση στην αναμενόμενη απόδοση θα είναι η εξής:
Ακριβώς όπως συμβαίνει σε ένα χαρτοφυλάκιο p 2 επισφαλών περιουσιακών στοιχείων, η αναμενόμενη απόδοση είναι ο σταθμισμένος μέσος των δύο αποδόσεων:

$$r_p = W_F(r_F) + (1 - W_F)r_i$$

όπου: W_F=το ποσοστό που επενδύθηκε στο περιουσιακό στοιχείο
r_i=το αναμενόμενο ποσοστό απόδοσης στο επισφαλές χαρτοφυλάκιο i.

r_F=το ποσοστό απόδοσης του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου

Ενώ για την τυπική απόκλιση έχουμε:

Η αναμενόμενη διακύμανση για ένα χαρτοφυλάκιο δύο περιουσιακών στοιχείων είναι:

$$\sigma_p^2 = W_1^2\sigma_1^2 + W_2^2\sigma_2^2 + 2W_1W_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 \qquad (1)$$

Αντικαθιστώντας το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου με το αξιόγραφο 1, και το επισφαλές χαρτοφυλάκιο με το αξιόγραφο 2, ο τύπος (1) θα γινόταν:

$$\sigma_p^2 = W_F^2\sigma_F^2 + (1 - W_F)^2\sigma_i^2 + 2W_F(1 - W_F)\rho_{Fi}\sigma_F\sigma_i \qquad (2)$$

Ισχύει ότι η διακύμανση του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου είναι 0, άρα σ^2_F=0. Ισχύει, επίσης, ότι η συσχέτιση ανάμεσα στο περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου και σε κάθε επισφαλές περιουσιακό στοιχείο i, είναι επίσης 0, άρα $\rho_{Fi} = 0$.

Η σχέση (2) γίνεται:

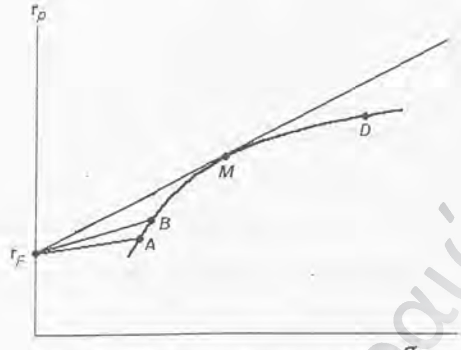
$$\sigma_p^2 = (1 - W_F)^2\sigma_i^2$$

Άρα η τυπική απόκλιση είναι:

$$\sigma_p = (1 - W_F)\sigma_i$$

Άρα η τυπική απόκλιση ενός χαρτοφυλακίου που συνδυάζει το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου και ένα χαρτοφυλάκιο από επισφαλή περιουσιακά στοιχεία είναι η γραμμική σχέση της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου που αποτελείται μόνο από επισφαλή περιουσιακά στοιχεία.

Εφόσον η αναμενόμενη απόδοση και η τυπική απόκλιση της απόδοσης για ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο είναι γραμμικοί συνδυασμοί, οι εναλλακτικές αποδόσεις και οι εναλλακτικοί κίνδυνοι παρουσιάζονται με μια ευθεία γραμμή ανάμεσα στα 2 περιουσιακά στοιχεία. Ένα γράφημα που απεικονίζει τους εναλλακτικούς συνδυασμούς ενός χαρτοφυλακίου που συνδυάζει το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου με εναλλακτικά επισφαλή χαρτοφυλάκια στο αποδοτικό σύνορο του Markowitz παρουσιάζεται παρακάτω.



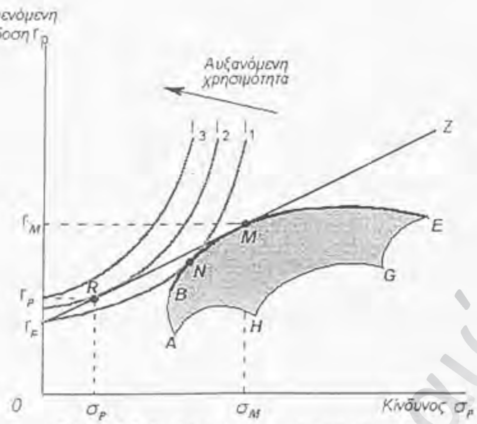
ΣΧΗΜΑ 2.1. Πιθανά χαρτοφυλάκια που συνδυάζουν το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου με το επισφαλές χαρτοφυλάκιο στο αποδοτικό σύνορο

Είναι δυνατό να βρισκόμαστε σε κάθε σημείο της γραμμής r_F-A επενδύοντας κάποιο ποσοστό του χαρτοφυλακίου μας στο περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου W_F και το υπόλοιπο (1- W_F) στο επισφαλές χαρτοφυλάκιο στο σημείο A του αποδοτικού συνόρου. Αυτά τα χαρτοφυλάκια κυριαρχούν σε όλα τα χαρτοφυλάκια των επισφαλών περιουσιακών στοιχείων που βρίσκονται κάτω από το σημείο A γιατί υπάρχει ένα χαρτοφυλάκιο πάνω στη γραμμή r_F-A το οποίο έχει ίση διακύμανση, αλλά υψηλότερο ποσοστό απόδοσης. Με τον ίδιο τρόπο είναι δυνατόν να βρισκόμαστε σε κάθε σημείο πάνω στη γραμμή r_F-B επενδύοντας σε κάποιο συνδυασμό από το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου και το επισφαλές χαρτοφυλάκιο B. Αυτοί οι συνδυασμοί κυριαρχούν σε όλα τα άλλα εναλλακτικά χαρτοφυλάκια που βρίσκονται κάτω από τη γραμμή r_F-B (συμπεριλαμβανομένου και τη γραμμή r_F-A).

Είναι δυνατό να σχεδιαστούν πολλές γραμμές από το r_F στο αποδοτικό σύνορο σε υψηλότερα σημεία, μέχρι που θα φτάσει στο σημείο που εφάπτεται με το αποδοτικό σύνορο, το σημείο M. Η ευθεία γραμμή που ξεκινάει από το επιτόκιο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου (r_F) και εφάπτεται στο σημείο M ονομάζεται "γραμμή κεφαλαιαγοράς" (CML) και φαίνεται στο σχήμα (2.1).

Επειδή το χαρτοφυλάκιο M είναι το εφαπτόμενο στο αποδοτικό σύνορο χαρτοφυλάκιο που δίνει την υψηλότερη απόδοση με το λιγότερο κίνδυνο, ο καθένας θέλει να επενδύσει σε αυτό το επισφαλές χαρτοφυλάκιο και να δανειστεί ή να δανείσει για να βρίσκεται σε κάποιο σημείο της γραμμής κεφαλαιαγοράς. Έτσι, όλα τα επισφαλή περιουσιακά στοιχεία πρέπει να βρίσκονται σε αυτό το χαρτοφυλάκιο. Αν ένα επισφαλές περιουσιακό στοιχείο δεν βρίσκεται σε αυτό το χαρτοφυλάκιο δεν θα είχε καμία ζήτηση και άρα καμία αξία. Επειδή η αγορά βρίσκεται σε ισορροπία, όλα τα περιουσιακά στοιχεία συμπεριλαμβάνονται σ'αυτό το χαρτοφυλάκιο ανάλογα με την αγοραστική τους αξία. Αν για παράδειγμα υπάρχει μεγαλύτερη αναλογία ενός περιουσιακού στοιχείου από αυτή που δικαιολογεί η αξία του, η επιπλέον ζήτηση γι'αυτό το περιουσιακό στοιχείο θα προκαλέσει μια αύξηση στην τιμή του, μέχρι η αξία του να γίνει σύμφωνη με την αναλογία του στο χαρτοφυλάκιο Μ.

Αυτό το χαρτοφυλάκιο Μ που περιλαμβάνει όλα τα επισφαλή περιουσιακά στοιχεία ονομάζεται χαρτοφυλάκιο αγοράς. Δεν περιλαμβάνει μόνο κοινές μετοχές, αλλά όλα τα επισφαλή περιουσιακά στοιχεία όπως ομολογίες, options, πραγματικό πλούτο, νομίσματα, γραμματόσημα, έργα τέχνης, αντίκες. Αφού το χαρτοφυλάκιο αγοράς περιέχει όλα τα επισφαλή περιουσιακά στοιχεία είναι ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο. Γι'αυτό το λόγο, όλος ο μη συστηματικός κίνδυνος του καθ'ενός περιουσιακού στοιχείου του χαρτοφυλακίου εξαλείφεται στο χαρτοφυλάκιο Μ. Ο μόνος κίνδυνος που παραμένει στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι ο συστηματικός κίνδυνος που προκαλείται από μακροοικονομικές μεταβλητές οι οποίες επηρεάζουν όλα τα επισφαλή περιουσιακά στοιχεία. Αυτός ο συστηματικός κίνδυνος, ο οποίος μετριέται από την τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου αγοράς μπορεί να μεταβληθεί στον χρόνο, αν αλλάξουν οι μακροοικονομικές μεταβλητές που επηρεάζουν την αξία των επισφαλών περιουσιακών στοιχείων. Μπορούμε να δούμε παρακάτω σ'ένα παράδειγμα την γραμμή κεφαλαιαγοράς.



ΣΧΗΜΑ 2.2. Συνδιασμοί του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου με το χαρτοφυλάκιο αγοράς

Το σχήμα (2.2) δείχνει τη πιθανή ομάδα χαρτοφυλακίων από επισφαλή περιουσιακά στοιχεία (σκιαζόμενη περιοχή) καθώς και μια ομάδα από καμπύλες αδιαφορίας (I_1,I_2,I_3) για έναν συγκεκριμένο επενδυτή. Το σημείο N όπου η καμπύλη αδιαφορίας I_1 εφάπτεται στο αποδοτικό σύνορο αντιπροσωπεύει μια πιθανή επιλογή του επενδυτή. Είναι εκείνο το σημείο στο αποδοτικό σύνορο όπου ο επενδυτής πετυχαίνει την υψηλότερη δυνατή απόδοση για ένα συγκεκριμένο ποσό κινδύνου, σ_p και το μικρότερο δυνατό κίνδυνο για μια συγκεκριμένη αναμενόμενη απόδοση r_p. Εντούτοις, ο επενδυτής μπορεί να επιλέξει καλύτερο χαρτοφυλάκιο από το N έχοντας μια υψηλότερη καμπύλη αδιαφορίας. Εισάγοντας το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου στην μελέτη μας, το οποίο έχει απόδοση r_F, ένας επενδυτής μπορεί να δημιουργήσει καινούρια χαρτοφυλάκια που συνδυάζουν το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου με ένα χαρτοφυλάκιο από επισφαλή περιουσιακά στοιχεία. Αυτό τους αναγκάζει να δημιουργούν χαρτοφυλάκια τα οποία να βρίσκονται στην ευθεία που ενώνει το r_F με το M, το σημείο επαφής αυτής της ευθείας γραμμής με το αποδοτικό σύνορο BNME. Έτσι τα σημεία στη γραμμή r_FMZ αντιπροσωπεύουν τους πιο εφικτούς συνδυασμούς κινδύνου και απόδοσης.

Δίνοντας την γραμμή δυνατών συνδυασμών κινδύνου-απόδοσης r_FMZ, ο επενδυτής θα κινηθεί από το σημείο N στο σημείο R το οποίο βρίσκεται στην υψηλότερη εφικτή καμπύλη αδιαφορίας. Αξίζει να σημειωθεί ότι κάθε σημείο στο παλιό αποδοτικό σύνορο BNME (εκτός από το σημείο επαφής M) κυριαρχείται από κάποιο σημείο της γραμμής r_FMZ. Γενικά, εφόσον οι επενδυτές μπορούν να συμπεριλάβουν και το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου και μια αναλογία από το επισφαλές χαρτοφυλάκιο M, στο χαρτοφυλάκιό τους, θα είναι δυνατό να κινηθούν σε ένα σημείο όπως το R. Επιπρόσθετα, αν ο επενδυτής μπορούσε να δανειστεί, όπως δανείζει (το να δανείζει κανείς είναι το ίδιο με το να αγοράσει αξιόγραφα μηδενικού κινδύνου) στο επιτόκιο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου r_F, είναι δυνατό να φεύγει από το τμήμα MZ. Κάποιος θα μπορούσε να το κάνει αυτό αν η καμπύλη αδιαφορίας εφαπτόταν με την r_FMZ στο δεξί μέρος του σημείου M.

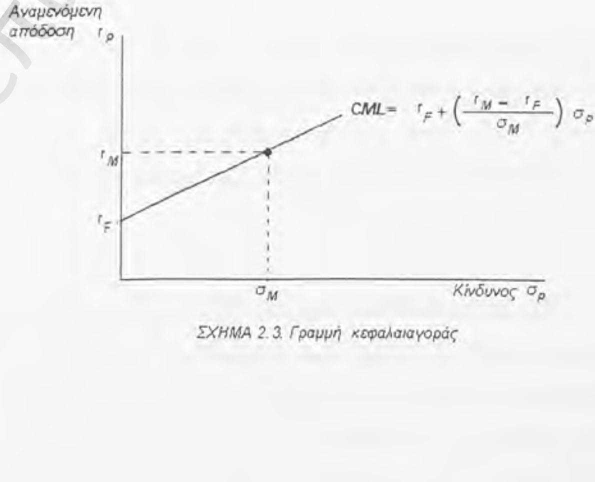
Όλοι οι επενδυτές θα πρέπει να κρατάνε χαρτοφυλάκια που βρίσκονται στη γραμμή r_FMZ κάτω από τους όρους που υποθέτει η θεωρία κεφαλαιαγοράς. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να κρατούν χαρτοφυλάκια που είναι συνδυασμοί του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου και του επισφαλούς χαρτοφυλακίου M. Έτσι, η προσθήκη του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου αλλάζει ολοκληρωτικά το αποδοτικό σύνολο. Το αποδοτικό σύνολο τώρα βρίσκεται στη γραμμή r_FMZ και όχι στην καμπύλη BNME. Επίσης, υπενθυμίζουμε ότι αν η κεφαλαιαγορά βρίσκεται σε ισορροπία, το M πρέπει να είναι ένα χαρτοφυλάκιο που περιέχει κάθε επισφαλές περιουσιακό στοιχείο στην ακριβή αναλογία της αγοραστικής τους αξίας όπως βρίσκεται στην κεφαλαιαγορά. Αυτό σημαίνει ότι αν το αξιόγραφο i είναι το x% της συνολικής αγοραστικής αξίας όλων των αξιόγραφων, x% από το χαρτοφυλάκιο αγοράς M πρέπει να αποτελείται από το αξιόγραφο i. Έτσι, όλοι οι επενδυτές θα πρέπει να κρατούν χαρτοφυλάκια τα οποία βρίσκονται στη γραμμή r_FMZ, στα συγκεκριμένα σημεία τα οποία θα καθορίζονται κάθε φορά από το σημείο που εφάπτεται η καμπύλη αδιαφορίας με τη γραμμή. Η γραμμή r_FMZ είναι η γραμμή κεφαλαιαγοράς (CML). Έχει μια σταθερά το r_F και κλίση $(r_M-r_F)/\sigma_M$. Έτσι, η εξίσωση για τη γραμμή κεφαλαιαγοράς είναι:

$$r_p = r_F + [(r_M - r_F)/\sigma_M]\sigma_p \qquad (3)$$

Το αναμενόμενο ποσοστό απόδοσης ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου ισούται με το επιτόκιο του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου συν ένα πριμ κινδύνου ίσο με $(r_M-r_F)/\sigma_M$ πολλαπλασιαζόμενο με την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου $σ_p$. Έτσι η γραμμή κεφαλαιαγοράς καθορίζει μια γραμμική σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο, με την κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς να ισούται με την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς r_M μείον την αναμενόμενη απόδοση του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου r_F, το οποίο ονομάζεται πριμ κινδύνου αγοράς(market risk premioum), όλο διαιρεμένο με την τυπική απόκλιση των αποδόσεων στο χαρτοφυλάκιο αγοράς, $σ_M$.

Κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς=$(r_M - r_F)/σ_M$ (4)

Η εξίσωση (4) δείχνει ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου στην ισορροπία, ισούται με την απόδοση του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου συν το πριμ κινδύνου το οποίο είναι ίσο με την κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς πολλαπλασιαζόμενη με την τυπική απόκλιση των αποδόσεων των χαρτοφυλακίων. Αυτή η σχέση φαίνεται στο σχήμα (2.3). Η γραμμή κεφαλαιαγοράς είναι μια ευθεία γραμμή με μια σταθερά στο r_F και κλίση ίση με το πριμ κινδύνου της αγοράς (r_M-r_F) διαιρεμένο με το $σ_M$. Η κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς αντικατοπτρίζει την συμπεριφορά των επενδυτών απέναντι στον κίνδυνο.



ΣΧΗΜΑ 2.3. Γραμμή κεφαλαιαγοράς

Έτσι, καταλήγουμε ότι όλοι οι επενδυτές θα καταλήξουν με χαρτοφυλάκια που θα βρίσκονται στη γραμμή κεφαλαιαγοράς, και άρα όλα τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια βρίσκονται στη γραμμή κεφαλαιαγοράς. Εντούτοις, δεν βρίσκονται όλα τα χρεόγραφα ή όλα τα χαρτοφυλάκια στη γραμμή κεφαλαιαγοράς. Στην πραγματικότητα, όπως φαίνεται από τον τρόπο δημιουργίας του αποδοτικού συνόρου, είναι γνωστό ότι όλα τα χαρτοφυλάκια τα οποία αποτελούνται από επισφαλή περιουσιακά στοιχεία και περιουσιακά στοιχεία μηδενικού κινδύνου, εκτός από αυτά που είναι αποδοτικά βρίσκονται κάτω από τη γραμμή κεφαλαιαγοράς. Κοιτάζοντας την γραμμή κεφαλαιαγοράς μπορούμε να μάθουμε κάτι για την αγοραία αξία του κινδύνου. Παραπάνω είπαμε ότι ο όρος $(r_M-r_F)/\sigma_M$ που βρίσκεται στην εξίσωση της γραμμής κεφαλαιαγοράς μπορεί να θεωρηθεί ως η αγοραία αξία του κινδύνου για όλα τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια. Είναι η επιπλέον απόδοση που μπορεί να κερδηθεί αυξάνοντας το επίπεδο του κινδύνου (τυπική απόκλιση) ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου κατά μια μονάδα. Ο δεύτερος όρος στην εξίσωση της γραμμής κεφαλαιαγοράς αντιπροσωπεύει το στοιχείο αυτό της απαιτούμενης απόδοσης που εξαρτάται από τον κίνδυνο. Ο πρώτος όρος είναι απλά η αξία του χρόνου ή η απόδοση που απαιτείται για την καθυστέρηση της δυναμική κατανάλωσης σε μια περίοδο που υπάρχει ακριβής βεβαιότητα για τις μελλοντικές ταμειακές ροές. Έτσι, η αναμενόμενη απόδοση σε ένα αποδοτικό χαρτοφυλάκιο είναι:

(Αναμενόμενη απόδοση)=(αξία του χρόνου)x(αξία κινδύνου)x(ποσό κινδύνου)

Ωστόσο, ενώ αυτή η εξίσωση εκτιμά την απόδοση ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου, δεν περιγράφει αποδόσεις σε μη-αποδοτικά χαρτοφυλάκια ή σε ατομικά αξιόγραφα. Ένα υπόδειγμα που χρησιμοποιείται ευρέως για την εύρεση της απόδοσης των μη-αποδοτικών χαρτοφυλακίων και των ατομικών αξιόγραφων είναι το ΥΑΚΣ.

2.3 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων (ΥΑΚΣ) είναι το όνομα που δίνεται σε μια ομάδα αρχών που περιγράφει τη συμπεριφορά των επενδυτών στην αγορά. Αυτές οι αρχές οδηγούν σε μια σαφή δήλωση για το ποιες θα είναι οι τιμές ισορροπίας για τα αξιόγραφα, ποιες οι αποδόσεις και ποιοι οι κίνδυνοι. Υπάρχουν, βέβαια και άλλες θεωρίες που επιχειρούν να κάνουν το ίδιο, αλλά το

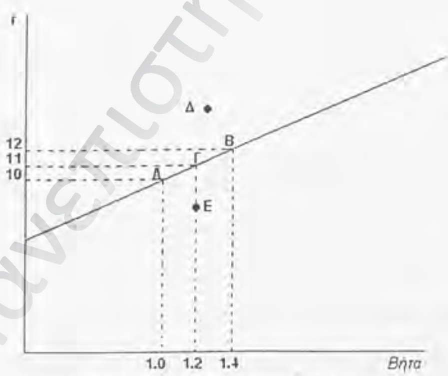
ΥΑΚΣ είναι προτιμότερο και πιο χρήσιμο για δύο λόγους. Πρώτον, είναι σχετικά απλό και μπορεί να εξελιχθεί μέσο μιας άμεσης εφαρμογής της θεωρίας χαρτοφυλακίου. Δεύτερον, οι υποθέσεις του (οι οποίες συμπίπτουν με αυτές της θεωρίας κεφαλαιαγοράς) έχουν ευρέως ελεγχθεί με πραγματικά δεδομένα και έχουν βρεθεί ουσιαστικά συνεπείς με τις προφητείες της θεωρίας. Ενώ η θεωρία δεν προφητεύει πάντα σωστά, οι υποθέσεις της γενικά προσαρμόζονται με αυτό που παρατηρείται στην αγορά. Έτσι, αυτές οι υποθέσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν το λιγότερο, σαν μια κατάλληλη βάση για περισσότερες προσαρμογές ανάλογα με τις απαιτήσεις της αγοράς.

Τώρα, θα στραφούμε στη δημιουργία μιας σχέσης για την εύρεση της απόδοσης ακριβώς αυτών των μη αποδοτικών χαρτοφυλακίων και αξιόγραφων. Όπως προαναφέραμε η τάση μιας μετοχής να κινείται πάνω ή κάτω μαζί με την αγορά, αντανακλάται στον συντελεστή βήτα. Η μετοχή μέσου κινδύνου είναι η μετοχή που έχει την τάση να κινείται πάνω ή κάτω σύμφωνα με το ρυθμό που κινείται η αγορά όπως μετριέται με κάποιο δείκτη. Μια τέτοια μετοχή εξ ορισμού θα έχει βήτα ίσο με τη μονάδα, το οποίο δείχνει ότι αν η αγορά κινηθεί ανοδικά κατά 10%, η μετοχή θα κινηθεί και αυτή ανοδικά κατά 10% και το αντίθετο. Αν το βήτα μιας μετοχής είναι 0,5, η μετοχή θα μεταβάλλεται κατά το ήμισυ σύμφωνα με την αγορά- αυτό σημαίνει ότι θα ανεβαίνει ή θα πέφτει μόνο κατά το ήμισυ από την αγορά και ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο θα είναι κατά το ήμισυ πιο ακίνδυνο από ένα χαρτοφυλάκιο με βήτα 1.0. Νωρίτερα είπαμε ότι σε ένα πολύ καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο υπάρχει μόνο ο συστηματικός κίνδυνος, αφού ο μη συστηματικός κίνδυνος έχει την τάση να γίνει μηδενικός. Άρα για ένα πολύ καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο το βήτα είναι το μόνο σωστό μέτρο για τον κίνδυνο των χρεογράφων. Το χαρτοφυλάκιο αγοράς έχει εξ ορισμού συντελεστή βήτα ίσο με τη μονάδα. Ο συντελεστής βήτα ισούται με σ_{iM}/σ^2_M, όπως φαίνεται από τον ορισμό. Όπως, ήδη έχουμε προαναφέρει, κάτω από την υπόθεση ότι όλοι οι επενδυτές έχουν ομοιογενείς προσδοκίες και δυνατότητα του να δανείζουν και να δανείζονται απεριόριστα ποσά, όλοι θα κρατούν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Έτσι, ο κάθε επενδυτής θα κρατάει ένα πολύ καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο. Αφού έχουμε υποθέσει ότι ο επενδυτής ενδιαφέρεται μόνο για την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο, οι μόνες διαστάσεις του χρεογράφου που μας ενδιαφέρουν είναι η αναμενόμενη απόδοση και ο συντελεστής βήτα.

Ας υποθέσουμε δύο χαρτοφυλάκια με τα χαρακτηριστικά που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

ΕΠΕΝΔΥΣΗ	ΑΝ. ΑΠΟΔΟΣΗ	ΒΗΤΑ
Α	10	1,0
Β	12	1,4

Είναι γνωστό ότι η αναμενόμενη απόδοση για ένα χαρτοφυλάκιο Α είναι απλά το άθροισμα των γινομένων της αναλογίας που έχει επενδυθεί σε κάθε μετοχή και της αναμενόμενη απόδοσης κάθε μετοχής. Ξέρουμε επίσης ότι το βήτα ενός χαρτοφυλακίου είναι το άθροισμα των γινομένων της αναλογίας που έχει επενδυθεί σε κάθε μετοχή και του βήτα κάθε μετοχής. Τώρα ας υποθέσουμε ένα χαρτοφυλάκιο Γ το οποίο αποτελείται 50% από το χαρτοφυλάκιο Α και 50% από το χαρτοφυλάκιο Β. Έτσι, η αναμενόμενη απόδοση αυτού του χαρτοφυλακίου είναι 11 και το βήτα 1,2. Αυτές οι τρεις δυνατές επενδύσεις σημειώνονται στο σχήμα (2.4). Σημειώνουμε ότι και οι τρεις είναι σημεία της ίδιας ευθείας γραμμής. Αυτό δεν είναι τυχαίο. Όλα τα χαρτοφυλάκια που αποτελούνται από διαφορετικές αναλογίες των επενδύσεων Α και Β θα βρίσκονται στην ευθεία γραμμή αναμενόμενης απόδοσης-βήτα.

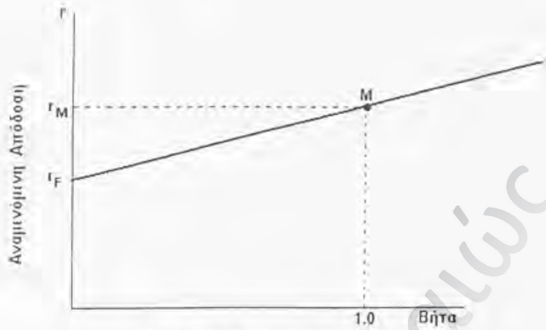


ΣΧΗΜΑ 2.4. Συνδιασμοί χαρτοφυλακίων

Τώρα ας υποθέσουμε μια καινούρια επένδυση Δ, η οποία έχει απόδοση 13% και βήτα 1,2. Μια τέτοια επένδυση δεν μπορεί να επιζήσει για πολύ. Όλες οι αποφάσεις παίρνονται σύμφωνα με τον κίνδυνο και την απόδοση. Αυτό το χρεόγραφο προσφέρει υψηλότερη απόδοση και τον ίδιο κίνδυνο με το χαρτοφυλάκιο Γ. Έτσι, θα ανάγκαζε όλους τους επενδυτές να προπωλήσουν το χαρτοφυλάκιο Γ και να αγοράσουν το χρεόγραφο Δ. Όμοια, αν ένα χρεόγραφο υπήρχε με απόδοση 8% και βήτα 1,2 (χρεόγραφο Ε) θα οδηγούσε τους κερδοσκόπους να αγοράσουν το χαρτοφυλάκιο Γ, ενώ θα προπωλούσαν το χρεόγραφο Ε. Μια τέτοια κερδοσκοπία θα γινόταν, εκτός αν το Γ, Δ και Ε είχαν την ίδια απόδοση. Αυτό είναι μια άλλη έκδοση του ρητού ότι δύο πράγματα που είναι ίδια δεν μπορούν να πουληθούν σε διαφορετικές τιμές. Μπορούμε να αποδείξουμε την εξισορροπητική αγοροπωλησία που συζητήσαμε νωρίτερα με έναν λίγο πιο τυπικό τρόπο. Ας ξαναγυρίσουμε στην εξισορροπητική αγοροπωλησία μεταξύ του χαρτοφυλακίου Γ και του χρεογράφου Δ. Ένας επενδυτής μπορεί να προπωλήσει χρεόγραφα αξίας $100 από ένα χαρτοφυλάκιο Γ και με αυτά τα $100 να αγοράσει το χρεόγραφο Δ. Αν πράγματι, ο επενδυτής έπραττε με αυτόν τον τρόπο, τα χαρακτηριστικά αυτού του χαρτοφυλακίου εξισορροπητικής αγοροπωλησίας θα ήταν:

	ΧΡΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΕΠΕΝΔΥΘΗΚΑΝ	ΑΝΑΜΕΝ. ΑΠΟΔΟΣΗ	ΒΗΤΑ
ΧΑΡΤ/ΚΙΟ Γ	-$100	-$11	-1,2
ΧΡΕΟΓΡΑΦΟ Δ	+$100	$13	1,2
ΧΑΡΤ/ΚΙΟ ΕΞΙΣ/ΚΗΣ ΑΓΟΡ/ΣΙΑΣ	0	$2	0

Από αυτό το παράδειγμα φαίνεται ότι όσο ένα χρεόγραφο βρίσκεται πάνω στην ευθεία γραμμή, υπάρχει ένα χαρτοφυλάκιο με μηδενικό κίνδυνο και μηδενική καθαρή επένδυση το οποίο έχει θετική αναμενόμενη απόδοση. Ένας επενδυτής θα δεσμευόταν σε μια τέτοια εξισορροπητική αγοροπωλησία αν κάποιο χρεόγραφο ή χαρτοφυλάκιο βρίσκεται στη γραμμή που περιγράφεται στο σχήμα (2.4).



ΣΧΗΜΑ 2.5. Η γραμμή αξιογράφων

Ίδια εξισορροπητική αγοροπωλησία θα υπήρχε αν κάθε ποσό βρισκόταν κάτω από την ευθεία γραμμή του σχήματος (2.5). Έχουμε αποδείξει τώρα ότι όλες οι επενδύσεις και όλα τα χαρτοφυλάκια πρέπει να βρίσκονται στη γραμμή απόδοσης-βήτα. Αν κάποια επένδυση βρισκόταν πάνω ή κάτω από την ευθεία, θα υπήρχε ευκαιρία εξισορροπητικής αγοροπωλησίας. Αυτή η εξισορροπητική αγοροπωλησία θα συνεχιζόταν εκτός αν όλες οι επενδύσεις συγκλίνουν στη γραμμή. Υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί τρόποι για να εντοπισθεί αυτή η γραμμή, εφόσον χρειάζονται δύο μόνο σημεία για να εντοπισθεί μια ευθεία. Το πρώτο σημείο για να εντοπισθεί η ευθεία κάτω από τις υποθέσεις του ΥΑΚΣ, είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς . Ξέρουμε ότι το χαρτοφυλάκιο αγοράς έχει βήτα ίσο με τη μονάδα. Έτσι στο σχήμα (2.5) το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι το σημείο Μ με βήτα ίσο με το 1,0 και αναμενόμενη απόδοση r_M. Είναι πολλές φορές πιο εύκολο το δεύτερο σημείο για να αναγνωρίσουμε την ευθεία να είναι η σταθερά. Η σταθερά υπάρχει όταν το βήτα ισούται με το μηδέν ή όταν τα περιουσιακά στοιχεία έχουν συστηματικό κίνδυνο ίσο με το μηδέν. Ένα περιουσιακό στοιχείο με μηδέν συστηματικό κίνδυνο είναι το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου. Έτσι, μπορούμε να μεταχειριστούμε την σταθερά σαν το ποσοστό της απόδοσης ενός περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου. Αυτά τα δύο σημεία χρησιμεύουν για να καθορισθεί η ευθεία που φαίνεται στο σχήμα (2.5). Η εξίσωση της ευθείας είναι:

$$r_i = a + b\beta_i \qquad (5)$$

Ένα σημείο στη γραμμή είναι το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου με βήτα ίσο με το μηδέν. Έτσι, $r_F = \alpha + b(0)$ ή $r_F = \alpha$

Ένα δεύτερο σημείο στη γραμμή είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς με βήτα ίσο με τη μονάδα. Έτσι, $r_M = \alpha + b(1)$ ή $(r_M - \alpha) = b$.

Συνδυάζοντας αυτά τα δύο και αντικαθιστώντας τα στην εξίσωση (5) έχουμε:

$$r_i = r_F + \beta_i (r_M - r_F)$$

Αυτή η εξίσωση αντιπροσωπεύει μια από τις πιο σημαντικές ανακαλύψεις στο πεδίο των οικονομικών. Αυτή είναι μια απλή εξίσωση, που ονομάζεται γραμμή αξιόγραφων (SML) και περιγράφει την αναμενόμενη απόδοση για όλα τα περιουσιακά στοιχεία και τα χαρτοφυλάκια που υπάρχουν στην οικονομία. Η αναμενόμενη απόδοση κάποιου περιουσιακού στοιχείου ή χαρτοφυλακίου είτε είναι αποδοτικό είτε όχι μπορεί να καθοριστεί από αυτή τη σχέση. Σημειώνουμε ότι το r_M και το r_F δεν είναι συναρτήσεις των περιουσιακών στοιχείων που εξετάζουμε. Έτσι, η σχέση μεταξύ των αναμενόμενων αποδόσεων σε δύο περιουσιακά στοιχεία εξαρτάται απλά από την διαφορά των βήτα τους. Υψηλότερο βήτα για κάποιο αξιόγραφο σημαίνει υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση γι'αυτό το αξιόγραφο. Επίσης, η σχέση μεταξύ του βήτα και της αναμενόμενης απόδοσης είναι γραμμική. Υπενθυμίζουμε ότι ο κίνδυνος ενός αξιόγραφου χωρίζεται στον συστηματικό και τον μη συστηματικό. Ο συντελεστής βήτα είναι το μέτρο του συστηματικού κινδύνου. Αυτή η εξίσωση ενισχύει το συμπέρασμα ότι ο συστηματικός κίνδυνος είναι το μόνο στοιχείο που καθορίζει την αναμενόμενη απόδοση και ότι ο μη συστηματικός δεν παίζει κανένα ρόλο. Δεν είναι η ολική διακύμανση των αποδόσεων που επηρεάζει τις αναμενόμενες αποδόσεις, αλλά μόνο εκείνο το κομμάτι της διακύμανσης των αποδόσεων που δεν μπορεί να διαφοροποιηθεί. Αυτό το αποτέλεσμα έχει μεγάλη οικονομική σημασία, γιατί αν οι επενδυτές μπορούν να εξαφανίσουν τον μη συστηματικό κίνδυνο με τη διαφοροποίηση, δεν υπάρχει λόγος να ανταμειφθούν σε όρους υψηλότερης απόδοσης, που τον κερδίσανε. Όλες αυτές οι υποθέσεις του ΥΑΚΣ είναι εμπειρικά ελεγμένες.

Όταν μια ομάδα επενδυτών πρωτοεκτεθεί στο ΥΑΚΣ, ένας ή περισσότεροι επενδυτές μπορεί να βρουν μια μετοχή με υψηλό βήτα που τον προηγούμενο χρόνο είχε χαμηλότερη απόδοση από μια μετοχή με χαμηλότερο βήτα. Το ΥΑΚΣ είναι μια σχέση ισορροπίας. Οι μετοχές με υψηλό βήτα αναμένονται να δώσουν υψηλότερη απόδοση από τις μετοχές με χαμηλό κίνδυνο γιατί αυτές είναι πιο επικίνδυνες. Αυτό δεν σημαίνει ότι θα δώσουν υψηλότερες αποδόσεις απ'όλα τα διαστήματα χρόνου. Στην πραγματικότητα αν είχαν πάντα υψηλότερες αποδόσεις θα ήταν λιγότερο επικίνδυνες και όχι περισσότερο από τις μετοχές με χαμηλό βήτα. Αντιθέτως, επειδή είναι πιο επικίνδυνες, κάποιες φορές θα παράγουν χαμηλότερες αποδόσεις. Εντούτοις, σε μεγαλύτερες περιόδους χρόνου, θα έπρεπε κατά μέσο όρο να παράγουν υψηλότερες αποδόσεις. Έχουμε γράψει το μοντέλο του ΥΑΚΣ με την εξίσωση:

$$r_i = r_F + \beta_i (r_M - r_F)$$

Αυτή είναι η φόρμα με την οποία το ΥΑΚΣ εμφανίζεται πιο συχνά. Εντούτοις, υπάρχουν και άλλες εναλλακτικές φόρμες που δίνουν πρόσθετα στοιχεία στη σημασία του ΥΑΚΣ. Όπως αναφέραμε νωρίτερα ισχύει:

$$\beta_i = \frac{COV(\widetilde{R}_i \widetilde{R}_M)}{\sigma_M^2}$$

Αντικαθιστώντας στη γραμμή αξιογράφων θα έχουμε:

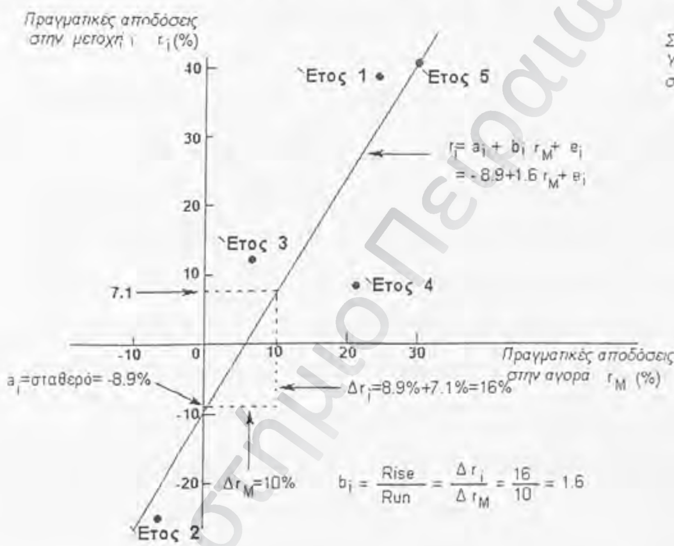
$$r_i = r_F + [(r_M - r_F)/\sigma_M]\left(\frac{COV(\widetilde{R}_i \widetilde{R}_M)}{\sigma_M}\right) \qquad (7)$$

Αυτή στην πραγματικότητα είναι η εξίσωση μιας ευθείας που τοποθετείται στο διάστημα αναμενόμενης απόδοσης σ_{iM}/σ_M. Νωρίτερα, είχαμε επισημάνει ότι η γραμμή $(r_M - r_F)/\sigma_M$ είχε περιγραφεί ως η αγοραία τιμή του κινδύνου. Αφού το σ_{iM}/σ_M είναι ο ορισμός του κινδύνου ενός αξιόγραφου ή χαρτοφυλακίου, θα βλέπαμε ότι η γραμμή αξιόγραφων όπως και η γραμμή κεφαλαιαγοράς, υποστηρίζει ότι η αναμενόμενη απόδοση κάθε αξιόγραφου είναι το RFR συν την αγοραία τιμή του κινδύνου επί το ποσό του κινδύνου στο αξιόγραφο ή στο χαρτοφυλάκιο. Μια άλλη φόρμουλα για το ΥΑΚΣ είναι:

$$r_i = r_F + [(r_M - r_F)/\sigma_M^2]COV(\widetilde{R}_i \widetilde{R}_M)$$

Το $(r_M - r_F)/\sigma^2_M$ είναι η αγοραία τιμή του κινδύνου και το σ_{iM} το μέτρο του κινδύνου του αξιόγραφου i. Προτιμούμε την εξίσωση (7) γιατί το σ_{iM}/σ_M είναι το μέτρο του κατά πόσο ο κίνδυνος ενός αξιόγραφου επηρεάζει τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου αγοράς.

Όπως παρατηρήσαμε νωρίτερα το σχετικό μέτρο του κινδύνου για τη χρησιμοποίησή του στην εξίσωση της γραμμή αξιόγραφων, είναι ο συντελεστής βήτα, ο οποίος μετράει τη μεταβλητότητα μιας μετοχής σε σχέση με αυτή του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Ο συντελεστής βήτα, δηλαδή, είναι το μέτρο του κινδύνου της αγορά που δεν μπορεί να μειωθεί με τη διαφοροποίηση.



ΣΧΗΜΑ 2.6. Υπολογισμοί συντελεστών βήτα

Ο κίνδυνος της αγοράς (market risk) μιας δεδομένης μετοχής μπορεί να μετρηθεί σύμφωνα με την τάση που τυχόν έχει να κινείται μαζί με την γενική αγορά. Οι ιστορικές αποδόσεις της μετοχής i δίνονται από το σχήμα (2.6) μαζί με τις ιστορικές αποδόσεις της αγοράς r_M. Παρατηρούμε ότι όταν οι αποδόσεις της αγοράς έχουν την τάση να αυξάνονται, οι αποδόσεις στην μετοχή i όμοια αυξάνονται και όταν η αγορά έχει πτωτική τάση, οι αποδόσεις της μετοχής i μειώνονται. Η γενική αυτή σχέση εκφράζεται πιο συγκεκριμένα με την γραμμή παλινδρόμησης που φαίνεται στο σχήμα (2.6).

Η εξίσωση Y=α+βX+e είναι η σταθερή μορφή μιας απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Υποστηρίζει ότι η εξαρτώμενη μεταβλητή Y είναι ίση με μια σταθερά α συν β επί X, όπου X είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή, συν ένα όρο για το τυχαίο λάθος. Άρα, το ποσοστό απόδοσης μιας μετοχής i κατά τη διάρκεια μιας συγκεκριμένης περιόδου εξαρτάται από το τί συμβαίνει στην κεφαλαιαγορά, το οποίο μετριέται από το r_M συν τις επιδράσεις των τυχαίων γεγονότων οι οποίες επηρεάζουν την μετοχή i, αλλά δεν επηρεάζουν τις άλλες μετοχές.

Γενικά, η εξίσωση παλινδρόμησης έχει προκύψει από τη συνηθισμένη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Ο σχεδιασμός της εξίσωσης παλινδρόμησης είναι η γραμμή παλινδρόμησης. Στο άρθρο με το οποίο προβλήθηκε το ΥΑΚΣ το 1964, ο Sharpe ονομάζει τη γραμμή παλινδρόμησης «χαρακτηριστική γραμμή» της μετοχής. Έτσι, η κλίση της χαρακτηριστικής γραμμής είναι το βήτα της κάθε μετοχής.

Για να εξηγήσουμε τη διαδικασία παλινδρόμησης, ας υποθέσουμε ότι έχουμε σχεδιάσει τη γραμμή παλινδρόμησης στο σχήμα (2.6). Αφού έχει σχεδιαστεί η γραμμή παλινδρόμησης ή η χαρακτηριστική γραμμή, μπορούμε να εκτιμήσουμε την σταθερά και την κλίση της, δηλαδή το α και το b στην εξίσωση Y=α+ βX. Η σταθερά α είναι απλά το σημείο που η γραμμή παλινδρόμησης τέμνει τον κάθετο άξονα. Ο συντελεστής β μπορεί να εκτιμηθεί με τη μέθοδο rise over run. Αυτό προϋποθέτει ότι πρέπει να υπολογισθεί το ποσό κατά το οποίο αυξάνεται το r_i για μια δεδομένη αύξηση του r_M. Για παράδειγμα, παρατηρούμε ότι το r_i αυξάνεται από το -8,9% στο +7,1% (the rise), ενώ το r_M αυξάνεται από το 0,0% στο 0,10% (the run). Έτσι, το b, ο συντελεστής βήτα μπορεί να υπολογισθεί ως εξής:

β_i=(Rise/Run)=(ΔY/ΔX)=[7,1%-(-8,9%)]/(10,0%-0,0%)=(16,0%)/(10,0%)=1,6

Βασικές αρχές της στατιστική οδηγούν στο ότι η παρακάτω εξίσωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να υπολογιστεί η κλίση κάθε απλής γραμμής γραμμικής παλινδρόμησης.

β_i=(Συνδ/νση ανάμεσα στην μετοχή και την αγορά)/(Διακ/νση των αγορ.Αποδ)

$$\beta_i = \left[\left[COV\left(\widetilde{R}_i, \widetilde{R}_M\right)\right] / \sigma_M^2\right] = \left(\rho_{iM}\sigma_i\sigma_M\right) / \sigma_M^2 = \rho_{iM}\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_M}\right)$$

Έτσι, το βήτα μιας μετοχής σε σχέση με τον κίνδυνο της αγοράς εξαρτάται από, (1) τη συσχέτιση του με την αγορά σαν σύνολο ρ_{iM}, (2) τη δικιά του τάση για μεταβολή σ_i, (3) και την τάση για μεταβολή της αγοράς σ_M.

Αφού δείξαμε τον τρόπο υπολογισμού του βήτα μπορούμε να υπογραμμίσουμε κάποια πράγματα για την γραμμή αξιόγραφων (SML):

1. Οι αναμενόμενες αποδόσεις παρουσιάζονται στον κάθετο άξονα, ενώ ο κίνδυνος που μετριέται από το βήτα παρουσιάζεται στον οριζόντιο άξονα.
2. Τα περιουσιακά στοιχεία μηδενικού κινδύνου έχουν β_i=0. Αν μπορούσαμε να κάνουμε ένα χαρτοφυλάκιο με βήτα ίσο με το μηδέν, θα είχε αναμενόμενη απόδοση ίση με το επιτόκιο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου.
3. Η κλίση της γραμμής αξιόγραφων αντικατοπτρίζει το βαθμό αποστροφής κάθε επενδυτή στον κίνδυνο. Όσο μεγαλύτερη είναι η αποστροφή του μέσου επενδυτή στον κίνδυνο, τόσο (α) πιο απότομη θα είναι η κλίση της γραμμής αξιόγραφων, (β) πιο μεγάλο θα είναι το πριμ κινδύνου για όλες τις μετοχές, (γ)πιο υψηλή θα είναι η αναμενόμενη απόδοση για όλες τις μετοχές.

Και η γραμμή αξιόγραφων και η θέση κάθε εταιρίας σ'αυτή αλλάζει κατά τη διάρκεια του χρόνου ανάλογα με τις αλλαγές στα επιτόκια, στην αποστροφή του επενδυτή στον κίνδυνο και στο βήτα των εταιριών. Παρακάτω θα εξετάσουμε αυτές τις επιρροές.

2.3.1 Η επιρροή του Πληθωρισμού

Όπως είναι γνωστό το r_F είναι η τιμή του χρήματος για έναν δανειστή που δανείζει χωρίς κίνδυνο. Επίσης, ξέρουμε ότι το επιτόκιο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου αποτελείται από δύο παράγοντες: (α) ένα πραγματικό χωρίς πληθωρισμό επιτόκιο, r^* και (β) ένα πριμ για τον πληθωρισμό ίσο με το προβλεπόμενο ρυθμό πληθωρισμού. Έτσι, ισχύει $r_F= r^*+IP$. Πρέπει να σημειώσουμε ότι κάτω από τις συνθήκες του ΥΑΚΣ μια αύξηση στο r_F προκαλεί μια ισάξια αύξηση στο ποσοστό απόδοσης σε όλα τα επισφαλή περιουσιακά στοιχεία, γιατί αυτό το πριμ πληθωρισμού συμπεριλαμβάνεται στην απαιτούμενη απόδοση για τα περιουσιακά στοιχεία μηδενικού κινδύνου και τα επισφαλή περιουσιακά στοιχεία.

2.3.2 Αλλαγές στην αποστροφή του επενδυτή στον κίνδυνο

Η κλίση της γραμμής αξιόγραφων αντικατοπτρίζει την έκταση αποστροφής των επενδυτών στον κίνδυνο. Όσο πιο απότομη είναι η κλίση της ευθείας τόσο μεγαλύτερη είναι αυτή η αποστροφή. Αν υποθέσουμε ότι οι επενδυτές ήταν αδιάφοροι στον κίνδυνο, αυτό δεν θα σήμαινε ότι θα τον αποστρέφονται απαραίτητα. Αν το r_F ήταν 6%, τότε τα επισφαλή περιουσιακά στοιχεία θα είχαν αναμενόμενη απόδοση 6% γιατί αν δεν υπήρχε ανάγκη αποστροφής στον κίνδυνο, δεν θα υπήρχε πριμ κινδύνου και έτσι η γραμμή αξιόγραφων θα ήταν ευθεία. Η αποστροφή στον κίνδυνο αυξάνεται, και έτσι αυξάνεται και το πριμ κινδύνου, και αυτό προκαλεί την απότομη κλίση της γραμμής αξιόγραφων.

2.3.3 Αλλαγές στον συντελεστή βήτα κάθε μετοχής

Μια εταιρία μπορεί να επηρεάσει τον κίνδυνο αγοράς σε σχέση με το βήτα, αλλάζοντας την σύνθεση των περιουσιακών στοιχείων της και επίσης μέσω του τρόπου χρησιμοποίησης δανείων. Το βήτα μιας εταιρίας μπορεί επίσης, ν'αλλάξει ως αποτέλεσμα εξωτερικών παραγόντων, όπως για παράδειγμα, αύξηση του ανταγωνισμού στον κλάδο της. Όταν τέτοιες αλλαγές συμβαίνουν το απαιτούμενο ποσοστό απόδοσης, αλλάζει και αυτή η αλλαγή επηρεάζει την τιμή της μετοχής της κάθε εταιρίας. Κάθε αλλαγή που επηρεάζει το αναμενόμενο ποσοστό απόδοσης του αξιόγραφου, όπως είναι η αλλαγή στον συντελεστή βήτα ή η αλλαγή στον αναμενόμενο πληθωρισμό, θα επηρεάσει την τιμή του αξιόγραφου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΥΑΚΣ

Το μοντέλο του ΥΑΚΣ που περιγράφηκε νωρίτερα θα έδινε μια πλήρη περιγραφή των κεφαλαιαγορών αν τηρούνταν όλες οι υποθέσεις πάνω στις οποίες στηρίζεται. Οι περισσότερες, όμως, από τις υποθέσεις αυτές ΥΑΚΣ δεν περιγράφουν τον πραγματικό κόσμο. Αυτό δεν σημαίνει ότι πρέπει να απορρίψουμε το μοντέλο του ΥΑΚΣ, γιατί αυτές οι διαφορές από την πραγματικότητα μπορεί να μην είναι τόσο σπουδαίες ώστε να μειώνουν την επεξηγηματική ικανότητα του μοντέλου. Από την άλλη μεριά, η εισαγωγή εναλλακτικών, πιο ρεαλιστικών υποθέσεων έχει σημαντικά οφέλη. Ενώ το ΥΑΚΣ μπορεί να περιγράφει τις αποδόσεις ισορροπίας σε μακροχρόνιο επίπεδο δεν μπορεί να περιγράψει την συμπεριφορά των επενδυτών σε βραχυχρόνιο επίπεδο. Για παράδειγμα, πολλοί επενδυτές καθώς και χρηματοοικονομικά ιδρύματα κρατούν επισφαλή αξιόγραφα που δεν υπάρχουν στο χαρτοφυλάκιο αγοράς. Μπορούμε να αναλύσουμε καλύτερα την συμπεριφορά των επενδυτών, εξετάζοντας μοντέλα που έχουν δημιουργηθεί κάτω από διαφορετικές και πιο ρεαλιστικές υποθέσεις. Τέλος, επειδή το ΥΑΚΣ δεν συμπεριλαμβάνει πολύ σημαντικές επιρροές του πραγματικού κόσμου, δεν μας βοηθάει να εξετάσουμε τα αποτελέσματα αυτών των επιρροών στην ισορροπία των κεφαλαιαγορών ή στις αποφάσεις των επενδυτών. Μόνο με την αναγνώριση αυτών των επιρροών, μπορούμε να μελετήσουμε τα αποτελέσματά τους. Για παράδειγμα, αν υποθέσουμε ότι δεν υπάρχουν προσωπικοί φόροι, δεν υπάρχει τρόπος το μοντέλο ισορροπίας να μελετήσει τα πιθανά αποτελέσματα των φόρων. Δημιουργώντας ένα μοντέλο που περιλαμβάνει τους φόρους, μπορούμε να μελετήσουμε τις επιδράσεις που έχουν οι φόροι στις αποφάσεις των επενδυτών καθώς και στις αποδόσεις ισορροπίας στις κεφαλαιαγορές.

Παρακάτω, αναφερόμαστε στις επεκτάσεις του ΥΑΚΣ, που έχουν δημιουργηθεί κάτω από πιο ρεαλιστικές υποθέσεις.

3.1 Απαγόρευση της Προπώλησης

Μια από τις υποθέσεις του ΥΑΚΣ είναι η απεριόριστη έκθεση ενός επενδυτή στην προπώληση. Προπώληση με την ευρύτερη έννοια ονομάζεται ο όρος που περιγράφει την κατάσταση κατά την οποία ένας επενδυτής μπορεί να πωλήσει ένα αξιόγραφο (είτε του ανήκει, είτε όχι) και να χρησιμοποιήσει τα κέρδη για την αγορά οποιουδήποτε άλλου αξιόγραφου. Ενώ, αυτή είναι μια υπόθεση η οποία απλοποιεί τα μαθηματικά για τη δημιουργία του υποδείγματος, δεν είναι μια απαραίτητη υπόθεση. Ακριβώς, το ίδιο αποτέλεσμα θα υπήρχε ακόμα και αν η προπώληση είχε απαγορευθεί. Η οικονομική σημασία που κρύβεται πίσω από αυτή την υπόθεση είναι πολύ απλή. Στο πλαίσιο του ΥΑΚΣ, όλοι οι επενδυτές κρατούν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς σε ισορροπία. Εφόσον, στην ισορροπία κανένας επενδυτής, δεν πουλάει κάποιο αξιόγραφο, αν δεν το έχει στην κατοχή του, η απαγόρευση της προπώλησης δεν θ'αλλάξει την ισορροπία. Έτσι, ανεξάρτητα από το αν θα επιτρεπόταν ή όχι η προπώληση, η σχέση που περιγράφει το ΥΑΚΣ θα παρέμενε η ίδια. Αυτός που ασχολήθηκε με την επέκταση του ΥΑΚΣ χωρίς προπώληση ήταν ο Roll το 1977. Υπέθεσε ότι όλες οι αποδόσεις των αξιόγραφων ακολουθούν την κανονική κατανομη, ότι οι επενδυτές είναι ουδέτεροι στον κίνδυνο και ότι όλα τα περιουσιακά στοιχεία εμπορεύονται σε μια τέλεια αγορά. Αυτές οι υποθέσεις τον οδήγησαν στην θεωρία του αποτελεσματικού συνόλου. Αυτή η θεωρία υποστηρίζει ότι οι επενδυτές επιδιώκουν να ελαχιστοποιήσουν τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου τους για κάθε επίπεδο της αναμενόμενης απόδοσης. Έτσι, αν αγνοήσουμε τις επιδράσεις του πληθωρισμού το πρόβλημα του χαρτοφυλακίου του επενδυτή μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\underset{x}{Min} X_p{}' V X_p$$

$$\alpha\nu\; X_p{}' R = r_i$$

$$\kappa\alpha\iota\; X_p{}' I = 1$$

όπου:

X_p=(νx1) πίνακας που περιέχει τις αναλογίες των επενδύσεων στο χαρτοφυλάκιο.

V=(vxv) πίνακας διακυμάνσεων, συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

R=(vx1) πίνακας των ονομαστικών αναμενόμενων αποδόσεων.

r_i=η αναμενόμενη απόδοση που επιθυμεί κάθε επενδυτής i.

I=ο μοναδιαίος vx1 πίνακας

Το πρόβλημα αυτό εύκολα λύνεται με την τεχνική Lagrange. Η συνάρτηση Lagrange είναι:

$$d\left(X_p{}'VX_p\right)-\lambda_1\left[d\left(X_p{}'R-r_i\right)\right]-\lambda_2\left[d\left(X_p{}'I-1\right)\right]=0 \qquad (1)$$

Από την (1) έχουμε:

$$2VX_p-\lambda_1(R)-\lambda_2(I)=0 \qquad (2)$$

Από την (2) έχουμε:

$$2VX_p=\lambda_1(R)+\lambda_2(I) \qquad (3)$$

Αν το δεύτερο μέλος της (3) το παρουσιάσουμε με πίνακες έχουμε:

$$2VX_p=\begin{bmatrix}R & I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \lambda_2\end{bmatrix} \qquad (4)$$

Διαιρώντας και τα δύο μέλη της (4) με το 2 έχουμε:

$$VX_p=\begin{bmatrix}R & I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1/2\\ \lambda_2/2\end{bmatrix} \qquad (5)$$

Πολλαπλασιάζοντας την (5) με V^{-1} έχουμε:

$$X_p = V^{-1}\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \lambda_1/2 \\ \lambda_2/2 \end{bmatrix} \qquad (6)$$

Πολαπλασιάζω τα μέλη με :

$$\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}'$$

και έχω:

$$\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' X_p = \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' V^{-1}\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \lambda_1/2 \\ \lambda_2/2 \end{bmatrix} \qquad (7)$$

θέτω

$$\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' V^{-1}\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} = A$$

και έχω:

$$\begin{bmatrix} R' X_p & I' X_p \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} \lambda_1/2 \\ \lambda_2/2 \end{bmatrix} \qquad (8)$$

εξ ορισμού ισχύει:

$$\begin{bmatrix} r_i & 1 \end{bmatrix}' = A\begin{bmatrix} \lambda_1/2 \\ \lambda_2/2 \end{bmatrix} \qquad (9)$$

Από την (9) έχουμε:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1/2 \\ \lambda_2/2 \end{bmatrix} = A^{-1}\begin{bmatrix} r_i & 1 \end{bmatrix}' \qquad (10)$$

Αντικαθιστώντας την (10) στην (6) έχουμε:

$$X_p = V^{-1}\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} A^{-1}\begin{bmatrix} r_i & 1 \end{bmatrix}' \qquad (11)$$

Το Α ισούται με:

$$A=[R \;\; I]'V^{-1}[R \;\; I] \qquad (12)$$

Η (12) μας δίνει:

$$A=\begin{bmatrix} R'V^{-1}R & R'V^{-1}1 \\ R'V^{-1}I & I'V^{-1}I \end{bmatrix} \qquad (13)$$

όπου:

$$a = R'V^{-1}R$$
$$b = R'V^{-1}I$$
$$c = I'V^{-1}I$$

Η εξίσωση (11) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μας δώσει το χαρτοφυλάκιο εκείνο με την ελάχιστη ονομαστική διακύμανση για κάθε αναμενόμενη απόδοση r_i σύμφωνα πάντα με την θεωρία του Roll.

Η εξίσωση που μας δίνει το ΥΑΚΣ σύμφωνα με τον Roll είναι η εξής (η απόδειξη παρατίθεται στο επόμενο κεφάλαιο):

$$r_p = r_z + (r_M - r_z)B_{Np}$$

όπου $B_{Np} = \dfrac{COV(\widetilde{R}_M \widetilde{R}_i)}{V(\widetilde{R}_M)}$

3.2 ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΙ ΦΟΡΟΙ

Η απλή μορφή του ΥΑΚΣ αγνοεί την ύπαρξη φόρων. Το αποτέλεσμα αυτής της υπόθεσης είναι το γεγονός ότι οι επενδυτές είναι αδιάφοροι στο αν θα πάρουν το εισόδημα υπό τη μορφή κεφαλαιακών κερδών ή υπό τη μορφή μερισμάτων και ως συνέπεια ότι όλοι οι επενδυτές κρατούν το ίδιο χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από επισφαλή περιουσιακά στοιχεία. Αν αναγνωρίζαμε την ύπαρξη φόρων και συγκεκριμένα το γεγονός ότι τα κεφαλαιακά κέρδη φορολογούνται, σε γενικότερη βάση, με μικρότερο φορολογικό συντελεστή, από αυτόν που φορολογούνται τα μερίσματα, τότε οι τιμές ισορροπίας του ΥΑΚΣ θα άλλαζαν. Οι επενδυτές θα αποφάσιζαν ανάλογα με τον κίνδυνο και την απόδοση του χαρτοφυλακίου τους μετά από φόρους. Αυτό σημαίνει ότι ακόμα και αν ισχύει η υπόθεση, ότι όλοι οι επενδυτές έχουν ομοιογενείς προσδοκίες για την πριν από φόρους απόδοση ενός χαρτοφυλακίου, το μετά από φόρους αποδοτικό σύνορο θα είναι διαφορετικό για κάθε επενδυτή. Εντούτοις, μια γενική σχέση ισορροπίας θα πρέπει να υπάρχει αφού αθροιστικά, οι αγορές πρέπει να είναι καθαρές (clear).

Η γενική μορφή της εξίσωσης αποτίμησης στην ισορροπία που δίνει την απόδοση για όλα τα περιουσιακά στοιχεία και τα χαρτοφυλάκια, δεδομένου ότι υπάρχει διαφορετική φορολόγηση στο εισόδημα, από αυτή που υπάρχει στα κεφαλαιακά κέρδη είναι:

$$r_i = r_F + \beta_i\left[(r_M - r_F) - \tau(\delta_M - r_F)\right] + \tau(\delta_i - r_F) \quad (1)$$

όπου:

δ_M = η μερισματική απόδοση ((μερίσματα)/(τιμή)) του χαρτοφυλακίου αγοράς

δ_i = η μερισματική απόδοση της μετοχής i.

τ = φορολογικός συντελεστής ο οποίος μετράει τα σχετικά φορολογικά επιτόκια αγοράς στα κεφαλαιακά κέρδη και στο εισόδημα. Το τ είναι μια πολύπλοκη συνάρτηση των φορολογικών συντελεστών των επενδυτών και του πλούτου. Άρα, πρέπει να είναι ένας θετικός αριθμός.

Η σχέση ισορροπίας για τις αναμενόμενες αποδόσεις έχει γίνει τώρα αρκετά πολύπλοκη. Όταν τα μερίσματα κατά μέσο όρο φορολογούνται με υψηλότερο συντελεστή από αυτόν των κεφαλαιακών κερδών, το τ είναι θετικό και η αναμενόμενη απόδοση είναι μια αύξουσα συνάρτηση της μερισματικής απόδοσης. Αυτό είναι πολύ ελκυστικό , εφόσον ισχύει ότι όσο μεγαλύτερο είναι το κλάσμα της απόδοσης που πληρώνει ο επενδυτής, τόσο μεγαλύτερη είναι η πριν από τους φόρους απόδοση που απαιτείται. Ο λόγος που ο τελευταίος όρος περιέχει το r_F είναι η φορολογική μεταχείριση του τόκου στο να δανείζεται ή να δανείζει κανείς. Αφού οι πληρωμές των τόκων φορολογούνται στο ίδιο επιτόκιο με τα μερίσματα, εισέρχονται στη σχέση με έναν παράλληλο τρόπο, εντούτοις όμως, με ένα αντίθετο πρόσημο.

Μετά από προσεκτική εξέταση της εξίσωσης (1) φαίνεται ότι η γραμμή αξιόγραφων δεν είναι πλέον αρκετά σαφής για να εξηγήσει την σχέση ισορροπίας. Είναι γνωστό, ότι σε προηγούμενες εκδόσεις των γενικών σχέσεων ισορροπίας, η μόνη μεταβλητή που σχετίζεται με το ιδιαίτερο αξιόγραφο και που επηρεάζει την αναμενόμενη απόδοσή του είναι το βήτα. Τώρα, όπως φαίνεται από την εξίσωση (1) η αναμενόμενη απόδοση εξαρτάται και από το βήτα του αξιόγραφου, αλλά και από τη μερισματική απόδοσή του. Αυτό σημαίνει ότι η ισορροπία πρέπει να περιγράφεται χρησιμοποιώντας και τις τρεις διαστάσεις (r_i, β_i, δ_i), και όχι μόνο τις δύο (r_i, β_i) όπως συνηθιζόταν. Άρα η συνιστάμενη σχέση ισορροπίας (εξίσωση 1) θα είναι πλέον ένα επίπεδο και όχι μια ευθεία γραμμή.

Αν οι αποδόσεις διευκρινίζονται από ένα μοντέλο ισορροπίας, σαν αυτό που παρουσιάζεται στην εξίσωση 1, θα ήταν δυνατό να πάρουμε τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια για κάθε επενδυτή σαν συνάρτηση των φορολογικών συντελεστών που επιβαρύνουν τα κεφαλαιακά κέρδη και τα μερίσματα. Όλοι οι επενδυτές θα κρατούν καλά διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια τα οποία μοιάζουν με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, εκτός από αυτούς που στρέφονται σε μετοχές, οι οποίες έχουν ποσοστό φορολόγησης κάτω από το μέσο επιτόκιο της αγοράς, οι οποίοι θα έπρεπε να κρατούν στο χαρτοφυλάκιό τους, περισσότερες μετοχές με υψηλά μερίσματα, από το ποσοστό που υπάρχει μ'αυτές τις μετοχές στο χαρτοφυλάκιο αγοράς, ενώ θα έπρεπε να κρατούν λιγότερες μετοχές (ή ακόμα και να προπωλήσουν) με πολύ χαμηλά μερίσματα. Οι επενδυτές με χαμηλό ποσοστό φορολόγησης έχουν συγκριτικό πλεονέκτημα στο να κρατούν μετοχές με υψηλά μερίσματα γιατί το φορολογικό μειονέκτημα αυτών των μετοχών είναι πολύ μικρότερο γι'αυτούς απ'ότι για τον μέσο επενδυτή.

3.3 ΜΗ ΕΜΠΟΡΕΥΣΙΜΑ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Μέχρι τώρα έχουμε υποθέσει ότι όλα τα περιουσιακά στοιχεία είναι εύκολα εμπορεύσιμα, έτσι ώστε κάθε επενδυτής θα μπορούσε να προσαρμόσει το χαρτοφυλάκιό του σε αποτελεσματικό. Στην πραγματικότητα όμως, όλοι οι επενδυτές έχουν στην κατοχή τους μη εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία ή περιουσιακά στοιχεία που δεν σκέφτονται να εμπορευθούν. Το ανθρώπινο κεφάλαιο είναι ένα παράδειγμα, μη εμπορεύσιμου περιουσιακού στοιχείου. Δεν υπάρχει άμεσος τρόπος για έναν επενδυτή να διαπραγματευτεί τις αξιώσεις του μελλοντικού εργατικού εισοδήματος. Όμοια, ο επενδυτής έχει και άλλες χρηματικές αξιώσεις, όπως η μελλοντική πληρωμή από ένα ιδιωτικό πρόγραμμα συνταξιοδότησης, που δεν μπορούν να γίνουν αντικείμενα διαπραγμάτευσης. Υπάρχουν, επίσης, κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων που ενώ κάθε επενδυτής θα μπορούσε να τα εμπορευθεί, ωστόσο τα θεωρεί πάγιο μέρος του χαρτοφυλακίου του. Για παράδειγμα, επενδυτές που τους ανήκει το σπίτι στο οποίο κατοικούν, και άρα μπορούν να το εμπορευθούν, πολύ συχνά δεν το θεωρούν μέρος των αλλαγών που μπορεί να κάνουν στο χαρτοφυλάκιό τους. Αυτό οφείλεται στο μεγάλο κόστος μεταφοράς με το οποίο θα επιβαρυνθούν, αλλά και σε άλλους μη νομισματικούς παράγοντες.

Αν χωρίσουμε τα περιουσιακά στοιχεία σε εμπορεύσιμα και μη εμπορεύσιμα, τότε θα υπάρχει μια εξίσωση που θα δίνει την απόδοση στην ισορροπία για όλα τα περιουσιακά στοιχεία. Υποθέτουμε ότι:

r_H = ο ρυθμός απόδοσης των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων για μια περίοδο.

P_H= η συνολική αξία των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων

P_M = η συνολική αξία όλων των εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων.

Τότε έχουμε την εξίσωση 2:

$$r_i = r_F + \frac{r_M - r_F}{\sigma_M^2 + \frac{P_H}{P_M} COV\left(\widetilde{R}_M \widetilde{R}_H\right)} \left[COV\left(\widetilde{R}_i \widetilde{R}_M\right) + \frac{P_H}{P_M} COV\left(\widetilde{R}_i \widetilde{R}_H\right) \right] \qquad (2)$$

Για να συγκρίνουμε την εξίσωση (2) με το απλό υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων (ΥΑΚΣ), μπορούμε να γράψουμε το ΥΑΚΣ ως εξής:

$$r_i = r_F + \frac{r_M - r_F}{\sigma_M^2} \left[COV\left(\widetilde{R}_i \widetilde{R}_M\right) \right] \qquad (3)$$

Παρατηρούμε ότι η εισαγωγή των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων μεταβάλλει το απλό ΥΑΚΣ σε μια γενική σχέση ισορροπίας του ιδίου τύπου με την εξίσωση που αποκλείει τα μη εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία. Εντούτοις, η εξισορρόπηση της αγοράς ανάμεσα στον κίνδυνο και την απόδοση είναι διαφορετική, όπως διαφορετικό είναι το μέτρο του κινδύνου για κάθε περιουσιακό στοιχείο. Συμπεριλαμβανομένων των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων, η εξισορρόπηση της αγοράς ανάμεσα στον κίνδυνο και την απόδοση γίνεται:

$$\frac{r_M - r_F}{\sigma_{\mathrm{M}}^2 + \frac{\mathrm{P_H}}{\mathrm{P_M}} COV\left(\widetilde{R}_M \widetilde{R}_H\right)} \qquad (4)$$

ενώ ήταν:

$$\frac{r_M - r_F}{\sigma_{\mathrm{M}}^2} \qquad (5)$$

Φαίνεται λογικό να υποθέσουμε ότι η απόδοση στο σύνολο των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων είναι θετικά συσχετιζόμενη με την απόδοση της αγοράς, γεγονός που υποστηρίζει ότι η εξισορρόπηση κινδύνου ανάμεσα στον κίνδυνο της αγοράς και την απόδοση είναι χαμηλότερη από αυτή που υποστηρίζει το απλό ΥΑΚΣ. Αν τα μη εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία είχαν πολύ μικρή αξία σε σχέση με τα εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία ή αν υπήρχε μια πολύ μικρή συσχέτιση ανάμεσα στην απόδοση των εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων και σ'αυτή των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων, θα ήταν μικρή η ζημιά στη χρησιμοποίηση του σταθερού ΥΑΚΣ. Εντούτοις, είναι προφανές ότι, από τη στιγμή που τα μη εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία περιλαμβάνουν το ανθρώπινο κεφάλαιο και από τη στιγμή που οι ποσοστιαίες αποδόσεις μισθών όπως και η μορφή της αγοράς σχετίζονται με τη μορφή της οικονομίας, θα υπάρχουν σημαντικές διαφορές ανάμεσα στα δύο μοντέλα.

Επιπρόσθετα, ο ορισμός του κινδύνου για κάθε περιουσιακό στοιχείο έχει αλλάξει. Με τα μη εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία ισχύει ότι ο κίνδυνος είναι μια συνάρτηση της συνδιακύμανσης ενός περιουσιακού στοιχείου με το σύνολο των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων, όπως επίσης, και με το σύνολο των εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων. Το ειδικό βάρος που αυτός ο επιπρόσθετος όρος έχει για τον καθορισμό του κινδύνου εξαρτάται από το συνολικό μέγεθος των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων σε σχέση με τα εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία. Ο κίνδυνος κάθε περιουσιακού στοιχείου το οποίο συσχετίζεται θετικά με το σύνολο των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων θα είναι υψηλότερος από τον κίνδυνο που καθορίζει το απλό ΥΑΚΣ.

Αν σκεφτούμε τη διαφορά ανάμεσα στην αναλογία ανταμοιβής-κινδύνου και στον κίνδυνο μόνο του, μπορούμε να δούμε ότι στην ισορροπία η απόδοση για ένα περιουσιακό στοιχείο μπορεί να είναι είτε υψηλότερη, είτε χαμηλότερη από αυτή που βρίσκεται με το μοντέλο του ΥΑΚΣ. Αν το περιουσιακό στοιχείο έχει αρνητική συσχέτιση με το σύνολο των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων, η απόδοση στην ισορροπία θα είναι χαμηλότερη για τον κίνδυνο που εμπεριέχει, καθώς και η τιμή του κινδύνου θα είναι χαμηλότερη. Εντούτοις, αν η απόδοση του συσχετίζεται θετικά με την απόδοση των εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων, στην ισορροπία απόδοσή του θα μπορούσε να είναι υψηλότερη ή χαμηλότερη αναλόγως με το αν ο αυξανόμενος κίνδυνος είναι αρκετά υψηλός για να εξαλείψει τη μειωμένη αγοραία τιμή του κινδύνου.

Ο Mayers (1972) εξέτασε τις υποθέσεις του μοντέλου του για τα στοιχεία του αποδοτικού χαρτοφυλακίου των επενδυτών. Υποστηρίζει ότι οι επενδυτές αλλάζουν το χαρτοφυλάκιό τους έτσι ώστε, να κρατούν λιγότερο ποσοστό (από αυτό που βρίσκεται στην αγορά) από τις μετοχές εκείνες που έχουν μεγαλύτερη συσχέτιση με τα μη εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία.

Ο Brito (1977) έχει εξετάσει πιο λεπτομερειακά τα στοιχεία του αποδοτικού χαρτοφυλακίου των επενδυτών στην ισορροπία, όταν τα μη εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία υπάρχουν. Έχει βρει ότι κάθε επενδυτής μπορεί να διαλέξει ένα βέλτιστο χαρτοφυλάκιο από τουλάχιστον τρία αμοιβαία κεφάλαια. Το πρώτο αμοιβαίο κεφάλαιο είναι ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο έχει συνδιακύμανση με κάθε εμπορεύσιμο περιουσιακό στοιχείο ίση σε σπουδαιότητα αλλά αντίθετη σε νόημα με τη συνδιακύμανση ανάμεσα στο μη-εμπορεύσιμο χαρτοφυλάκιο του επενδυτή και σε κάθε εμπορεύσιμο περιουσιακό στοιχείο. Ας σημειώσουμε δύο πράγματα γι'αυτό το κεφάλαιο: Πρώτον, θα έχει διαφορετική σύνθεση για διαφορετικούς επενδυτές ανάλογα με τα μη-εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία που κρατούν. Δεύτερον, ο λόγος για την επιλογή της καλύτερης επένδυσης έχει μια λογική εξήγηση. Είναι αυτό το χαρτοφυλάκιο το οποίο διαφοροποιεί το κίνδυνο των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων όσο μπορεί να διαφοροποιηθεί. Άρα, επιτρέπει στον επενδυτή να εμπορευθεί όσο περισσότερα από τα μη εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία είναι δυνατόν. Ο Brito (1978) μετά έδειξε ότι κάθε επενδυτής θα διαμοιράσει το υπόλοιπο του πλούτου του ανάμεσα στο περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου (το δεύτερο κεφάλαιο) και σε ένα τρίτο κεφάλαιο το οποίο είναι το χαρτοφυλάκιο αγοράς μείον το σύνολο των επενδύσεων που έγιναν από του επενδυτές σύμφωνα με τον πρώτο τύπο κεφαλαίου. Αξίζει να σημειωθεί ότι, ενώ το δεύτερο και το τρίτο κεφάλαιο είναι τα ίδια για όλους τους επενδυτές, το πρώτο κεφάλαιο έχει διαφορετική σύνθεση για κάθε επενδυτή ανάλογα με τη σύνθεση των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων.

Ενώ, η ανάλυση του Mayers (1972) είναι απαραίτητη για τις πληροφορίες που μας δίνει για την τιμολόγηση των μη εμπορεύσιμων περιουσιακών στοιχείων, είναι τουλάχιστον το ίδιο απαραίτητη για τις πληροφορίες που μας δίνει για το πρόβλημα του μη περικλειόμενου περιουσιακού στοιχείου. Τα εμπειρικά τεστ των μοντέλων ισορροπίας θα πρέπει πάντα να εξετάζονται σε σχέση με την αγορά για να προσδιορίσουν αν εμπεριέχεται κάτι λιγότερο από την ολοκληρωμένη ομάδα των περιουσιακών στοιχείων της οικονομίας. Οι εξισώσεις ισορροπίας που περιγράφηκαν νωρίτερα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εξέταση του προβλήματος του μη περικλειόμενου περιουσιακού στοιχείου. Το r_M θα είναι η απόδοση της ομάδας των περιουσιακών στοιχείων που επιλέχθηκαν να αντιπροσωπεύσουν την αγορά και το r_H η απόδοση των περιουσιακών στοιχείων που παραλείφθηκαν. Κατά κάποιο τρόπο, μας επιτρέπεται να εξετάσουμε την επιρροή των μη περικλειόμενων περιουσιακών στοιχείων στην εξισορρόπηση αγοράς ανάμεσα στον κίνδυνο και την απόδοση και στην απόδοση που συναντάμε στην ισορροπία από τα μη περικλειόμενα περιουσιακά στοιχεία.

3.4 ΕΤΕΡΟΓΕΝΕΙΣ ΠΡΟΣΔΟΚΙΕΣ

Πολλοί ερευνητές έχουν εξετάσει την ύπαρξη και τα χαρακτηριστικά μιας γενικής λύσης στην ισορροπία, όταν οι επενδυτές έχουν ετερογενείς προσδοκίες. Παρ'όλο που αυτό το μοντέλο οδηγεί σε μια εξίσωση αποτίμησης στην ισορροπία που έχει πολλές ομοιότητες με αυτή των προηγουμένων επεκτάσεων του ΥΑΚΣ, έχει και πολύ σημαντικές διαφορές. Η ισορροπία μπορεί ακόμα να εκφρασθεί σε όρους των αναμενόμενων αποδόσεων, των συνδιακυμάνσεων, των διακυμάνσεων, αλλά τώρα αυτές οι αναμενόμενες αποδόσεις, οι συνδιακυμάνσεις και οι διακυμάνσεις είναι περίπλοκοι σταθμισμένοι μέσοι των εκτιμήσεων που υπάρχουν από τους διαφορετικούς επενδυτές. Οι σταθμίσεις είναι περίπλοκες, γιατί εμπεριέχουν πληροφορίες για τις συναρτήσεις χρησιμότητας των επενδυτών. Συγκεκριμένα, εμπεριέχουν πληροφορίες για τις εξισορροπήσεις των επενδυτών ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και τη διακύμανση. Αλλά η συγκεκριμένη εξισορρόπηση για τις περισσότερες συναρτήσεις χρησιμότητας είναι μια συνάρτηση πλούτου και άρα τιμών. Αυτό σημαίνει ότι οι τιμές απαιτούνται για να προσδιορισθεί η εξισορρόπηση απόδοσης - κινδύνου και άρα πρέπει να προσδιορισθούν οι τιμές. Έτσι, μια σαφής λύση για το πρόβλημα των ετερογενών προσδοκιών δεν μπορεί να βρεθεί. Το πρόβλημα μπορεί να γίνει πιο εύκολο, αν προσθέσουμε επιπλέον περιορισμούς είτε στις συναρτήσεις χρησιμότητας του επενδυτή, είτε στα χαρακτηριστικά των ευκαιριών που αντιμετωπίζει ο επενδυτής.

Η πρώτη προσέγγιση έγινε από τον Lintner (1969). Ο Lintner δεν μπορούσε να δημιουργήσει ένα απλό ΥΑΚΣ κάτω από την υπόθεση των ετερογενών προσδοκιών, γιατί το άριστο ποσοστό της αντικατάστασης ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και στις διακυμάνσεις, ήταν από μόνο του μια συνάρτηση τιμών ισορροπίας. Αν υποθέσουμε μια συνάρτηση χρησιμότητας, τέτοια ώστε, το άριστο ποσοστό της αντικατάστασης να μην είναι συνάρτηση του πλούτου, τότε δεν θα έχουμε να αντιμετωπίσουμε αυτό το πρόβλημα. Ο Lintner υπέθεσε μια αρνητική συνάρτηση χρησιμότητας. Χρησιμοποιώντας αυτή τη συνάρτηση, έδειξε ότι η φόρμα του ΥΑΚΣ των Sharpe-Lintner-Mossin ισχύει και ότι ο όρος $(r_M-r_F)/\sigma^2_M$ της εξίσωσης του ΥΑΚΣ είναι ανάλογος του αρμονικού μέσου του συντελεστή αποφυγής κινδύνου και όλες οι αναμενόμενες αποδόσεις, οι διακυμάνσεις και οι συνδιακυμάνσεις, είναι πολύπλοκοι, μέσοι όροι των πιθανών προσδοκιών και των προτιμήσεων κινδύνου όλων των επενδυτών.

Μια δεύτερη προσέγγιση, υποστηρίζει ότι για να φτάσουμε σε μοντέλα ισορροπίας που μπορούν να εξετασθούν κάτω από υποθέσεις ετερογένειας, πρέπει να εισάγουμε περιορισμού που να λένε ότι η ετερογένεια μπορεί να υποτεθεί. Ο Gonedes (1976) υποθέτει ότι υπάρχει μια ομάδα βασικών οικονομικών δραστηριοτήτων, έτσι ώστε να υπάρχει κάθε ευκαιρία να μπορεί να θεωρηθεί ένας συνδυασμός αυτών των βασικών οικονομικών δραστηριοτήτων και ότι οι ετερογενείς προσδοκίες ανακύπτουν εξαιτίας της διαφωνίας για τον ακριβή συνδυασμό (τις σταθμίσεις) αυτών των βασικών οικονομικών δραστηριοτήτων, που αντιπροσωπεύουν την εταιρία. Ο Gonedes αναλύει την περίπτωση που αυτή είναι η πηγή των ετερογενών προσδοκιών. Αποδεικνύει ότι, κάτω από αυτή την υπόθεση, το σύνολο των ελάχιστων διακυμάνσεων είναι το ίδιο για όλους τους επενδυτές, ακόμα και αν έχουν ετερογενείς προσδοκίες για τις αποδόσεις διαφορετικών αξιογράφων. Επιπλέον, το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι ένα χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης για τον καθένα και για όλους τους επενδυτές. Ο Gonedes προβαίνει να δείξει ότι το βήτα είναι ένα ακριβές μέτρο κινδύνου και ότι τα μοντέλα ισορροπίας οδηγούν σε μια γραμμική σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και το βήτα.

3.5 ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΠΟΥ ΑΝΤΙΤΙΘΕΤΑΙ ΣΤΗΝ ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΟΥ NON - PRICE TAKING

Μέχρι τώρα, υποθέτουμε ότι οι επενδυτές ενεργούν έτσι ώστε να μην μπορούν να επιδράσουν στην τιμή της μετοχής και έτσι αγνοούν την επίδραση, που έχει το να αγοράζουν ή να πουλάνε, στις τιμές ισορροπίας των αξιόγραφων. Το προφανές ερώτημα είναι το τι γίνεται αν υπάρχουν ένας ή περισσότεροι επενδυτές, όπως συμβαίνει στα αμοιβαία κεφάλαια ή σε μεγάλα συνταξιοδοτικά κεφάλαια, που πιστεύουν ότι η συμπεριφορά τους επηρεάζει τις τιμές. Η μέθοδος ανάλυσης που χρησιμοποιήθηκε από τον Lindenberg (1979) μας δίνει συνθήκες ισορροπίας κάτω από όλες τις πιθανές ζητήσεις από τον επιδρών στην τιμή. Ο επιδρών στην τιμή επιλέγει το χαρτοφυλάκιό του με σκοπό να μεγιστοποιήσει τη χρησιμότητά του, δεδομένων των τιμών ισορροπίας που θα προκύψουν από την δραστηριότητά του.

Υποθέτοντας ότι ο επιδρών στην τιμή ενεργεί με σκοπό να μεγιστοποιήσει τη χρησιμότητα του, μπορούμε να φτάσουμε στις συνθήκες ισορροπίας. Ο Lindenberg βρήκε ότι όλοι οι επενδυτές (και αυτοί που δεν επιδρούν στην τιμή) κρατούν ένα συνδυασμό του χαρτοφυλακίου της αγοράς και του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου. Εντούτοις, ο επιδρών στην τιμή θα κρατάει λιγότερο από το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου (θα αποφεύγει λιγότερο τον κίνδυνο), απ'ότι στην περίπτωση που ο επιδρών στην τιμή δεν αναγνώριζε το γεγονός ότι οι ενέργειες του επηρεάζουν τις τιμές. Ενεργώντας έτσι, ο επιδρών στην τιμή εξακολουθεί να κρατάει έναν συνδυασμό του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου και του χαρτοφυλακίου της αγοράς, και άρα συνεχίζουμε να παίρνουμε την απλή φόρμα του ΥΑΚΣ, αλλά τώρα η αγοραία τιμή του κινδύνου είναι χαμηλότερη από αυτή που θα ίσχυε αν όλοι οι επενδυτές δεν επιδρούσαν στην τιμή των μετοχών.

Ο Lindenberg (1976) συνεχίζοντας, αναλύει συλλογικές επιλογές χαρτοφυλακίων καθώς και τον αποδοτικό κανονισμό ανάμεσα στις ομάδες των επενδυτών. Βρήκε ότι συγχωνεύοντας ατομικούς επενδυτές ή οργανισμούς μπορεί να αυξήσει την χρησιμότητά τους. Αυτή η ανάλυση μας παρέχει ένα λόγο για την ύπαρξη των μεγάλων χρηματοοικονομικών οργανισμών.

3.6 ΥΑΚΣ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΠΕΡΙΟΔΩΝ

Μέχρι τώρα έχουμε υποθέσει ότι όλοι οι επενδυτές παίρνουν αποφάσεις επενδύσεων βασισμένες σε έναν ορίζοντα μιας περιόδου. Στην πραγματικότητα το χαρτοφυλάκιο που επιλέγει ένας επενδυτής κάθε στιγμή, είναι ένα βήμα σε μια σειρά από χαρτοφυλάκια που σκοπεύει να κρατήσει κατά τη διάρκεια του χρόνου για να μεγιστοποιήσει τη χρησιμότητα της κατανάλωσης που κρατάει μια ολόκληρη ζωή. Δύο ερωτήσεις προκύπτουν άμεσα:

1. Ποιες είναι οι συνθήκες κάτω από τις οποίες το απλό ΥΑΚΣ περιγράφει την ισορροπία της αγοράς;
2. Υπάρχει ένα ολοκληρωμένο γενικό μοντέλο ισορροπίας πολλαπλών περιόδων;

Ο Fama (1970), ο Elton και ο Gruber (1974) βρήκαν τις συνθήκες κάτω από τις οποίες η δύναμη της απόφασης επενδυτικής κατανάλωσης πολλαπλών περιόδων μπορεί να μειωθεί στο πρόβλημα μεγιστοποίησης της συνάρτησης της χρησιμότητας μιας περιόδου. Αυτές οι συνθήκες είναι:

1. Οι προτιμήσεις των καταναλωτών για συγκεκριμένα προϊόντα και υπηρεσίες κατανάλωσης είναι ανεξάρτητες από μελλοντικά γεγονότα.
2. Ο καταναλωτής ενεργεί σαν να είναι γνωστές οι ευκαιρίες κατανάλωσης σε όρους αγαθών και υπηρεσιών από την αρχή της περιόδου που πρέπει να πάρει την απόφαση.
3. Ο καταναλωτής ενεργεί σαν να είναι γνωστή η κατανομή των αποδόσεων μιας περιόδου όλων των περιουσιακών στοιχείων από την αρχή της περιόδου αποφάσεων.

Επιπλέον, ο Fama (1970) έδειξε ότι, αν η συνάρτηση χρησιμότητας πολλαπλών περιόδων εκφράζεται σε όρους κατανάλωσης πολλαπλών περιόδων, δείχνει μια προτίμηση από το περισσότερο προς το λιγότερο καθώς και αποφυγή κινδύνου ως προς την κατανάλωση κάθε περιόδου. Τότε η παραγόμενη χρησιμότητα μιας περιόδου έχει τις ίδιες ιδιότητες ως προς την κατανάλωση αυτής της περιόδου.

Η αποφυγή κινδύνου και η προτίμηση από το περισσότερο στο λιγότερο είναι δύο υποθέσεις απαραίτητες για να πετύχουμε το αποδοτικό σύνορο. Αν προσθέσουμε τις επιπλέον υποθέσεις του σταθερού ΥΑΚΣ, πετυχαίνουμε το σταθερό ΥΑΚΣ ακόμα και για τους επενδυτές που έχουν ορίζοντα πολλαπλών περιόδων. Αν κάνουμε τις επιπρόσθετες υποθέσεις που υπάρχουν στην έκδοση του ΥΑΚΣ με το μηδενικό βήτα, θα δούμε ότι το μοντέλο του μηδενικού βήτα είναι κατάλληλο για επενδυτές με ορίζοντα πολλαπλών περιόδων. Άρα οι υποθέσεις πολλαπλών περιόδων του Fama κάνουν ένα ΥΑΚΣ μιας περιόδου κατάλληλο για επενδυτές με ορίζοντες πολλαπλών περιόδων. Το συγκεκριμένο μοντέλο μιας περιόδου βασίζεται στις επιπλέον υποθέσεις που έχουν γίνει.

Είναι ενθαρρυντικό να ξέρουμε ότι υπάρχουν υποθέσεις κάτω από τις οποίες το σταθερό ΥΑΚΣ είναι κατάλληλο όταν οι επενδυτές αντιμετωπίζουν το πρόβλημα επιλογής χαρτοφυλακίου σε ένα πλαίσιο πολλαπλών περιόδων. Εντούτοις, περιμένουμε ότι οι μελλοντικές χρησιμότητες, αποδόσεις και τιμές παραμένουν σταθερές.

Υπάρχουν τρεις περιπτώσεις ενός γενικού μοντέλου ισορροπίας πολλαπλών περιόδων που αξίζουν ιδιαίτερη προσοχή: το ΥΑΚΣ κατανάλωσης, ένα ΥΑΚΣ που περιλαμβάνει τον πληθωρισμό και το πολυβήτα ΥΑΚΣ. Το ΥΑΚΣ κατανάλωσης βασίζεται στην υπόθεση ότι σε ένα κόσμο πολλαπλών περιόδων ένας επενδυτής ενδιαφέρεται για τη χρησιμότητα της κατανάλωσης που κρατά μια ολόκληρη ζωή. Προχωράει λογικά με μια υπόθεση κάτω από την οποία η ανάπτυξη στην κατανάλωση περισσότερο από την απόδοση στην αγορά επηρεάζει την απόδοση των αξιόγραφων. Η δεύτερη περίπτωση το ΥΑΚΣ με πληθωρισμό, υποστηρίζει ότι σε έναν κόσμο πολλαπλών περιόδων ο επενδυτής πρέπει να ενδιαφέρεται για τον κίνδυνο του πληθωρισμού και ότι ο πληθωρισμός μπορεί να θεωρηθεί σαν ένας παράγοντας στην συνάρτηση προτιμήσεων του επενδυτή. Η τρίτη περίπτωση είναι το πολυβήτα ΥΑΚΣ του Merton (1973). Σ'αυτό το μοντέλο οι υποθέσεις που μας επιτρέπουν να ελαττώσουμε το μοντέλο χαρτοφυλακίου και το μοντέλο ισορροπίας σε ένα πλαίσιο μιας περιόδου καταρρίπτονται και μια μεγαλύτερη ομάδα οικονομικών παραγόντων έχει βρεθεί ότι επηρεάζει τις αποδόσεις των αξιόγραφων. Τώρα θα αναφερθούμε με συντομία σε κάθε ένα από αυτούς του τύπους του ΥΑΚΣ.

3.6.1 ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΙΚΟ ΥΑΚΣ

Αρκετοί συγγραφείς, ξεκινώντας από τον Breeden (1979) και τον Rubinstein (1976) έχουν μια διαφορετική προσέγγιση για να καθορίσουν την ισορροπία στις κεφαλαιαγορές. Ξεκίνησαν από μια ομάδα υποθέσεων. α) Οι επενδυτές μεγιστοποιούν μια συνάρτηση χρησιμότητας πολλαπλών περιόδων για κατανάλωση που κρατά μια ολόκληρη ζωή, β) έχουν ομοιογενείς προσδοκίες σχετικά με την απόδοση των περιουσιακών στοιχείων, γ) υπάρχει απεριόριστα σταθερός αριθμός πληθυσμού και δ) υπάρχει ένα απλό αγαθό κατανάλωσης. Μπορούν να δείξουν κάτω από αυτές τις υποθέσεις, ότι οι αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων θα πρέπει να σχετίζονται γραμμικά με το ρυθμό ανάπτυξης της συνολικής κατανάλωσης, αν οι παράμετροι της γραμμικής σχέσης μπορούν να θεωρηθούν σταθεροί κατά τη διάρκεια του χρόνου. Επιπλέον, τα κατάλοιπα από τη γραμμική σχέση είναι μη συσχετιζόμενα με το ρυθμό ανάπτυξης της συνολικής κατανάλωσης, έχουν μέσο το μηδέν και είναι μη συσχετιζόμενα το ένα με το άλλο.

Για να γίνουμε πιο σαφείς προσδιορίζουμε:

C_t = ο ρυθμός ανάπτυξης της συνολικής κατανάλωσης για κάθε μονάδα χρόνου t.

r_{it} = ο ρυθμός απόδοσης του περιουσιακού στοιχείου i την περίοδο t .

$$\widetilde{R}_{it} = a_i + \beta_i C_t + e_{it}$$

όπου:

1. $e_{it} = 0$
2. η συνδιακύμανση ανάμεσα στα κατάλοιπα και τον δείκτη είναι μηδέν. $E(e_{it}, C_t) = 0$
3. $\beta_i = \dfrac{COV(\widetilde{R}_{it}, C_t)}{V(C_t)}$

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για να δείξουμε ότι η συνθήκη ισορροπίας είναι:

$$r_i = r_Z + \gamma_1 \beta_1$$

όπου:

1. γ_1 είναι η τιμή αγοράς του βήτα κατανάλωσης
2. r_Z είναι η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου με μηδενικό βήτα κατανάλωσης.

Αυτό το μοντέλο είναι ανάλογο με την απλή φόρμα του ΥΑΚΣ. Ο ρυθμός ανάπτυξης για κάθε μονάδα κατανάλωσης έχει αντικαταστήσει το ρυθμό απόδοσης του χαρτοφυλακίου αγοράς και αυτό επηρεάζει τις χρονικές σειρές των αποδόσεων και άρα τις αποδόσεις στην ισορροπία.

3.6.2 ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΠΛΗΘΩΡΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ

Μια συγκεκριμένη περίπτωση του γενικού μοντέλου ισορροπίας πολλαπλών περιόδων που έχει λάβει ιδιαίτερη προσοχή, είναι η περίπτωση που όλες οι υποθέσεις του Fama συναντιόνται εκτός από αυτή που υποστηρίζει ότι υπάρχει αβέβαιος πληθωρισμός. Οι Friend, Lanskroner και Losq (1976) έχουν αναπτύξει μια γενική σχέση ισορροπίας για την αναμενόμενη απόδοση σε κάθε περιουσιακό στοιχείο κάτω από συνθήκες αβέβαιου πληθωρισμού, υποθέτοντας ότι όλες οι συναρτήσεις χρησιμότητας δείχνουν σταθερά ανάλογη αποφυγή κινδύνου. Η σχέση ισορροπίας τους φαίνεται ίδια με την απλή φόρμα του ΥΑΚΣ, αλλά και η αγοραία τιμή του κινδύνου καθώς και ο κίνδυνος ενός περιουσιακού στοιχείου είναι τροποποιημένα. Συγκεκριμένα, απέδειξαν ότι όσο η συσχέτιση ανάμεσα στο ρυθμό απόδοσης της αγοράς και στον ρυθμό του πληθωρισμού είναι θετική, η αγοραία τιμή του κινδύνου είναι υψηλότερη, από αυτή που απεικονίζει το σταθερό ΥΑΚΣ. Επιπλέον, έδειξαν ότι ο κίνδυνος κάθε περιουσιακού στοιχείου δεν είναι μόνο μια συνάρτηση της συνδιακύμανσης του με την αγορά. Είναι επίσης μια συνάρτηση της συνδιακύμανσης του με το ρυθμό του πληθωρισμού. Αν ο ρυθμός απόδοσης ενός περιουσιακού στοιχείου είναι θετικά συσχετιζόμενος με το ρυθμό πληθωρισμού, το σταθερό ΥΑΚΣ μεγαλοποιεί τον κίνδυνο ενός περιουσιακού στοιχείου. Τέλος, έδειξαν ότι το παραδοσιακό ΥΑΚΣ υποβιβάζει (μεγαλοποιεί) το ποσοστό απόδοσης στην ισορροπία σε κάθε περιουσιακό στοιχείο, αν η συσχέτιση της απόδοσης σ'αυτό το περιουσιακό στοιχείο με το ρυθμό πληθωρισμού είναι μικρότερη (μεγαλύτερη) από το προϊόν της συσχέτισης του ρυθμού απόδοσης του περιουσιακού στοιχείου με την απόδοση της αγοράς και από τη συσχέτιση ανάμεσα στην απόδοση αγοράς και στον ρυθμό πληθωρισμού.

3.6.3 ΠΟΛΥΒΗΤΑ ΥΑΚΣ

Εντούτοις, ο Friend, ο Landskroner και ο Losq (1976) αναγνώρισαν δύο φόρμες αποτίμησης αβεβαιότητας στο μοντέλο ισορροπίας, ο Merton δημιούργησε ένα γενικό ΥΑΚΣ στο οποίο ένας αριθμός πηγών αβεβαιότητας θα έχουν αποτιμηθεί. Ο Merton (1973) έχει δημιουργήσει τους επενδυτές του, έτσι ώστε να παίρνουν τις αποφάσεις κατανάλωσης για μια ολόκληρη ζωή με πολλές πηγές αβεβαιότητας. Αυτή η συνθήκη αβεβαιότητας πολλαπλών περιόδων, υπάρχει όχι μόνο για τη μελλοντική αξία των αξιόγραφων, αλλά επίσης και για κάποιες άλλες επιρροές όπως το μελλοντικό εργατικό εισόδημα, οι μελλοντικές τιμές των αγαθών κατανάλωσης, οι μελλοντικές ευκαιρίες επένδυσης κ.τ.λ. Οι επενδυτές θα φτιάξουν χαρτοφυλάκια τέτοια ώστε να αντισταθμίζουν τον καθένα από αυτούς τους κινδύνους όσο το δυνατόν περισσότερο. Αν οι πηγές κινδύνου αποτελούν το απόλυτο ενδιαφέρον των επενδυτών τότε αυτές οι πηγές κινδύνου θα επηρεάσουν τις αναμενόμενες αποδόσεις των αξιόγραφων. Το μοντέλο πληθωρισμού είναι η πιο απλή μορφή του πολυβήτα ΥΑΚΣ, όπου η αναμενόμενη απόδοση σε κάθε αξιόγραφο, μπορεί να εκφραστεί σαν συνάρτηση δύο ευαισθησιών

$$r_i - r_F = \beta_{im}(r_M - r_F) + \beta_{iI}(r_I - r_F)$$

Αυτή η έκφραση αντιπροσωπεύει το σταθερό ΥΑΚΣ συν ένα καινούριο όρο. Ο καινούριος όρος είναι το γινόμενο ενός καινούριου βήτα (το οποίο είναι η ευαισθησία κάθε αξιόγραφου ως προς το χαρτοφυλάκιο των αξιόγραφων το οποίο κρατείται για να αντισταθμιστεί ο κίνδυνος του πληθωρισμού) και η τιμή του κινδύνου του πληθωρισμού. Το πολυβήτα ΥΑΚΣ μας λέει ότι η αναμενόμενη απόδοση κάθε αξιόγραφου θα πρέπει να σχετίζεται με την ευαισθησία των αξιόγραφων σε σχέση με μια ομάδα επιρροών.

Ο τύπος της αναμενόμενης απόδοσης είναι:

$$r_i - r_F = \beta_{im}(r_M - r_F) + \beta_{iI1}(r_{I1} - r_F) + \beta_{iI2}(r_{I2} - r_F) + \dots\dots$$

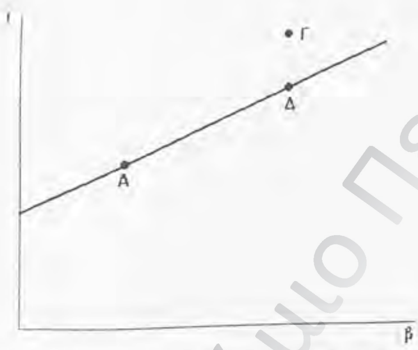
Σ'αυτή τη σχέση όλα τα r_{ij}'s είναι αναμενόμενες αποδόσεις μιας ομάδας χαρτοφυλακίων η οποία επιτρέπει στον επενδυτή να αντισταθμίσει μια ομάδα κινδύνων για τους οποίους αυτός ενδιαφέρεται. Ενώ, η θεωρία μας λεει ότι αυτά πρέπει να είναι επιπρόσθετες επιρροές οι οποίες υπάρχουν στην αποτίμηση των αξιόγραφων και ότι αυτές οι επιρροές θα πρέπει να σχετίζονται με τις συναρτήσεις χρησιμότητας πολλαπλών περιόδων του επενδυτή, δεν μας λεει ακριβώς ποιες είναι αυτές οι επιρροές ή πως ακριβώς σχηματίζουμε χαρτοφυλάκια που αντισταθμίζουν οποιουσδήποτε κινδύνους αντιπροσωπεύουν. Τέλος, μια ομάδα κινδύνων που θεωρείται ιδιαίτερα σημαντική αποτελείται από το default risk, την δομή των επιτοκίων, τον κίνδυνο υποτίμησης και τον κίνδυνο κέρδους.

3.7 ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΔΑΝΕΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΔΑΝΕΙΣΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ ΤΟΥ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Μια υπόθεση του ΥΑΚΣ είναι ότι οι επενδυτές μπορούν να δανείζουν και να δανείζονται απεριόριστο ποσό χρημάτων στο επιτόκιο του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου. Μια τέτοια υπόθεση, βέβαια, δεν μπορεί να ισχύει στην πραγματικότητα. Είναι πιο ρεαλιστικό να υποθέσουμε ότι οι επενδυτές μπορούν να δανείσουν απεριόριστο ποσό χρημάτων στο επιτόκιο του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου, αλλά δεν μπορούν να δανειστούν στο επιτόκιο του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου. Η υπόθεση του να δανείζει κανείς στο επιτόκιο του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου είναι ίδια με την υπόθεση ότι οι επενδυτές μπορούν να αγοράσουν κρατικά αξιόγραφα με λήξη ίδια με τον ορίζοντά τους μιας περιόδου. Τέτοια αξιόγραφα υπάρχουν και είναι σε κάθε περίπτωση αξιόγραφα μηδενικού κινδύνου. Επιπλέον, το επιτόκιο γι'αυτά τα αξιόγραφα είναι πραγματικά ίσο για όλους του επενδυτές. Από την άλλη, δεν είναι δυνατό για τους επενδυτές να δανείζονται απεριόριστα ποσά στο επιτόκιο του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου. Θα αναφερθούμε πρώτα στην περίπτωση που οι επενδυτές δεν μπορούν να δανείζουν και να δανείζονται στο επιτόκιο του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου και μετά στην περίπτωση που μπορούν να δανείσουν, αλλά δεν μπορούν να δανειστούν.

3.7.1 ΑΠΑΓΟΡΕΥΣΗ ΤΟΥ ΝΑ ΔΑΝΕΙΖΕΣΑΙ ΚΑΙ ΝΑ ΔΑΝΕΙΖΕΙΣ ΣΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟΥ ΤΟΥ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Έχουμε αναφέρει νωρίτερα ότι ο συστηματικός κίνδυνος είναι το κατάλληλο μέτρο κινδύνου και ότι δύο περιουσιακά στοιχεία με τον ίδιο συστηματικό κίνδυνο δεν μπορούν να προσφέρουν διαφορετικές αποδόσεις. Αποτέλεσμα αυτών των υποθέσεων είναι ότι ο μη συστηματικό κίνδυνος σε καλά διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια είναι σχεδόν μηδέν. Έτσι, ακόμα και αν ένα περιουσιακό στοιχείο, έχει πολύ μεγάλο μη συστηματικός κίνδυνο, θα είχε πολύ μικρή επίδραση στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου και έτσι η ύπαρξη μη συστηματικού κινδύνου δεν οδηγεί στην απαίτηση μεγαλύτερη απόδοσης. Το σχήμα 3.1 θα μας βοηθήσει στην ανάλυση μας.



ΣΧΗΜΑ 3.1. Χαρτοφυλάκια στο διάστημα αναμενόμενης απόδοσης- βήτα

Ξέρουμε ότι συνδυασμοί δυο επικίνδυνων χαρτοφυλακίων που βρίσκονται σε μια ευθεία γραμμή συνδέονται με το διάστημα αναμενόμενης απόδοσης - βήτα. Για παράδειγμα, θετικοί συνδυασμοί των χαρτοφυλακίων Α και Δ βρίσκονται στο τμήμα της γραμμής Α-Δ. Έτσι, αν όλα τα αξιόγραφα ή τα χαρτοφυλάκια βρίσκονται στην ευθεία γραμμή που ορίζεται από την αναμενόμενη απόδοση και το βήτα, όλοι οι συνδυασμοί των αξιόγραφων ή των χαρτοφυλακίων θα βρίσκονται στην ίδια γραμμή.

Τώρα, ας υποθέσουμε τα αξιόγραφα Γ και Δ στο σχήμα 3.1. Και τα δύο έχουν τον ίδιο συστηματικό κίνδυνο, αλλά το Γ έχει υψηλότερη απόδοση. Είναι ξεκάθαρο ότι κάθε επενδυτής θα αγόραζε το αξιόγραφο Γ και όχι το Δ, μέχρι να προσαρμοστούν οι τιμές, ώστε να προσφέρουν την ίδια απόδοση. Στην πραγματικότητα, ένας επενδυτής θα μπορούσε να αγοράσει το Γ και να πουλήσει το Δ ακόμα και αν δεν το έχει, και να έχει ένα περιουσιακό στοιχείο με θετική αναμενόμενη απόδοση και καθόλου συστηματικό κίνδυνο. Τέτοια ευκαιρία δεν θα μπορούσε να υπάρξει στην ισορροπία. Άρα, όλα τα αξιόγραφα και τα χαρτοφυλάκια πρέπει να βρίσκονται σε μια ευθεία γραμμή.

Ένα χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται σε αυτή την ευθεία γραμμή είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Αυτό φαίνεται με δύο τρόπους. Αν δεν βρισκόταν στην ευθεία γραμμή, θα υπήρχαν δύο περιουσιακά στοιχεία με τον ίδιο συστηματικό κίνδυνο και διαφορετική απόδοση και στην ισορροπία, ισάξια περιουσιακά στοιχεία πρέπει να προσφέρουν την ίδια απόδοση. Επιπρόσθετα, σημειώνουμε ότι όλοι οι συνδυασμοί αξιόγραφων που βρίσκονται σ'αυτή τη γραμμή καθώς και το χαρτοφυλάκιο αγοράς είναι ένας σταθμισμένος μέσος όλων των αξιόγραφων.

Για να εντοπίσουμε αυτή την ευθεία χρειαζόμαστε δύο σημεία. Το ένα σημείο θα είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και το δεύτερο θα είναι το σημείο όπου η ευθεία γραμμή τέμνει τον κάθετο άξονα (στο σημείο όπου βήτα = 0) (σχήμα 3.2)

Η εξίσωση μιας ευθείας γραμμής είναι:

$$\text{Αναμενόμενη απόδοση} = \alpha + b(\text{βήτα})$$

Αυτό πρέπει να ισχύει για ένα χαρτοφυλάκιο με μηδενικό βήτα. Θέτουμε r_z την αναμενόμενη απόδοση αυτού του χαρτοφυλακίου και έχουμε

$$r_Z = a + b(0) \qquad \text{ή} \qquad a = r_Z \qquad (1)$$

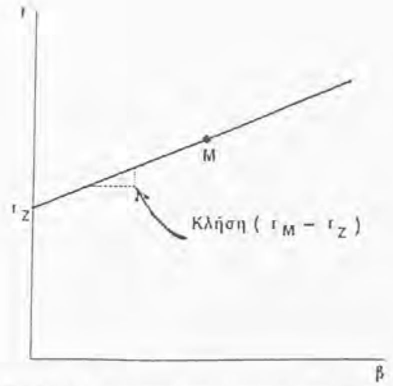
Η εξίσωση ισχύει και για το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Αν r_M είναι η αναμενόμενη απόδοση της αγοράς και αν θυμηθούμε ότι το βήτα του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι μονάδα, έχουμε

$$r_M = r_Z + b(1) \quad \text{ή} \qquad b = r_M - r_Z \qquad (2)$$

Αν συνδυάσουμε την (1) και τη (2) και θέσουμε r_i και β_i να είναι η αναμενόμενη απόδοση και το βήτα ενός περιουσιακού στοιχείου ή ενός χαρτοφυλακίου, η εξίσωση για την αναμενόμενη απόδοση σε κάθε αξιόγραφο ή χαρτοφυλάκιο γίνεται

$$r_i = r_Z + (r_M - r_Z)\beta_i$$

Αυτή είναι η εκδοχή μηδενικού βήτα του ΥΑΚΣ και φαίνεται στο σχήμα 3.2

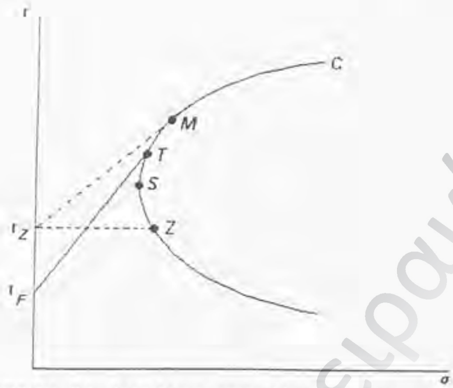


ΣΧΗΜΑ 3.2. Η γραμμή κεφαλαιοαγοράς μηδενικού βήτα

3.7.2 ΔΑΝΕΙΖΕΙΣ ΣΤΟ ΕΠΙΤΟΚΙΟ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΑΛΛΑ ΔΕΝ ΔΑΝΕΙΖΕΣΑΙ

Όπως έχουμε συμφωνήσει νωρίτερα, ενώ είναι εξωπραγματικό να υποθέσουμε ότι οι επενδυτές μπορούν να δανειστούν στο επιτόκιο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου, είναι όμως λογικό να υποθέσουμε ότι μπορούν να δανείσουν σε ένα επιτόκιο που αντιστοιχεί σε περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου. Οι επενδυτές μπορούν να τοποθετήσουν κεφάλαια σε κυβερνητικά αξιόγραφα που έχουν λήξη ίση με τον ορίζοντά τους και έτσι να έχουν εγγύηση για μια εξόφληση χωρίς κίνδυνο στο τέλος του ορίζοντά τους.

Αν επιτρέπεται ο δανεισμός στο επιτόκιο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου, τότε η επιλογή ενός επενδυτή φαίνεται στο σχήμα (3.3). Όπως έχει επισημανθεί, όλοι οι συνδυασμοί του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου με ένα επισφαλές χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται στην ευθεία γραμμή συνδέουν το περιουσιακό στοιχείο με το χαρτοφυλάκιο. Ο τέλειος συνδυασμός που βρίσκεται στην ευθεία γραμμή περνάει από το σημείο που βρίσκεται το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου και εφάπτεται στο αποδοτικό σύνορο. Αυτή είναι η γραμμή $r_F T$ στο σχήμα 3.3.



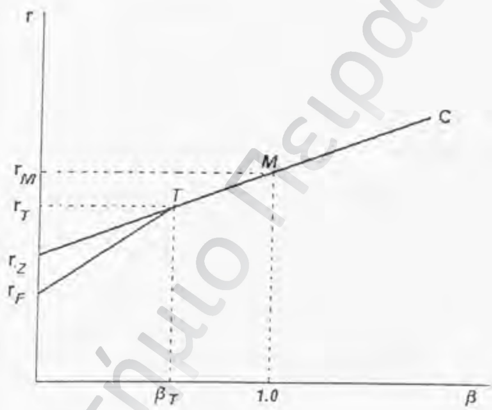
ΣΧΗΜΑ 3.3. Πιθανά αποδοτικά χαρτοφυλάκια όταν επιτρέπεται να δανείζεσαι στο επιτόκιο του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου

Προσέχουμε ότι έχουμε σημειώσει το T κάτω και όχι αριστερά του χαρτοφυλακίου αγοράς και έτσι ισχύει $r_Z > r_F$. Αυτό δεν είναι τυχαίο. Ας εξετάσουμε γιατί αυτό πρέπει να ισχύει. Πριν εισάγουμε την ικανότητα να δανείζουμε στο επιτόκιο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου, όλοι οι επενδυτές κρατούσαν χαρτοφυλάκια που βρίσκονταν στο αποδοτικό σύνορο SMC (χαρτοφυλάκια στη γραμμή $r_z M$ δεν υπάρχουν). Όταν επιτρέπεται ο δανεισμός στο επιτόκιο περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου, ο επενδυτής μπορεί να κρατάει χαρτοφυλάκιο από επισφαλή περιουσιακά στοιχεία και από περιουσιακά στοιχεία μηδενικού κινδύνου που βρίσκονται στη γραμμή $r_F T$. Αν ο επενδυτής επιλέξει να κρατήσει μια επένδυση στη γραμμή $r_F T$, θα τοποθετούσε κάποια από τα κεφάλαιά του σε ένα χαρτοφυλάκιο από επισφαλή περιουσιακά στοιχεία το οποίο δηλώνεται από το T και κάποια στο περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου. Η επιλογή να κρατήσει κανείς ένα χαρτοφυλάκιο από επισφαλή περιουσιακά στοιχεία διαφορετικό από το T δεν θα γινόταν ποτέ. Γιατί όμως, το T και το M δεν μπορούν να είναι το ίδιο χαρτοφυλάκιο; Όσο ένας επενδυτής έχει μια εξισορρόπηση ανάμεσα στον κίνδυνο και την απόδοση τέτοια ώστε να επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο επενδύσεων δεξιά του T, η αγορά πρέπει να βρίσκεται δεξιά του T. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι όλοι οι επενδυτές εκτός από έναν επιλέγουν να δανείζουν λεφτά και να κρατούν το χαρτοφυλάκιο T. Τώρα, αυτός ο επενδυτής που δεν έχει επενδύσει στο T, πρέπει να κρατάει ένα χαρτοφυλάκιο δεξιά του T στο αποδοτικό σύνορο STC. Αν ο επενδυτής δεν ενεργούσε με αυτόν τον τρόπο, τότε θα ήταν καλύτερα να κρατάει ένα χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται στη γραμμή r_FT και άρα να κρατάει το χαρτοφυλάκιο T. Από τη στιγμή που το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι ένας μέσος όλων των χαρτοφυλακίων που κρατούνται από όλους τους επενδυτές, πρέπει να είναι ένας συνδυασμός του χαρτοφυλακίου του επενδυτή και του T. Έτσι, βρίσκεται δεξιά του T. Επειδή το M βρίσκεται δεξιά του T, οδηγεί κατευθείαν στο συμπέρασμα ότι το r_z είναι μεγαλύτερο του r_F. Το r_F είναι η τομή του κάθετου άξονα και της γραμμής που εφάπτεται στο αποδοτικό σύνορο στο σημείο T. Όμοια, το r_z είναι η τομή του κάθετου άξονα και της γραμμής που εφάπτεται στο M. Από τη στιγμή που η κλίση του αποδοτικού συνόρου στο M είναι μικρότερη απ'ότι στο T, και αφού το M βρίσκεται πάνω από το T, η γραμμή που εφάπτεται στο M πρέπει να τέμνει τον κάθετο άξονα στο T. Έτσι, το r_z πρέπει να είναι μεγαλύτερο από το r_F.

Το αποδοτικό σύνορο δίνεται από το τμήμα της ευθείας γραμμής r_FT και της καμπύλης TMC. Σημειώνουμε ότι στην περίπτωση που απαγορεύεται το να δανείζει και να δανείζεται κανείς, οι συνδυασμοί όλων των αποδοτικών χαρτοφυλακίων είναι αποδοτικοί. Στην περίπτωση που επιτρέπεται να δανείζει κανείς χωρίς κίνδυνο, δεν είναι αποδοτικοί όλοι οι συνδυασμοί των αποδοτικών χαρτοφυλακίων. Είναι προφανές, ότι οι συνδυασμοί ενός χαρτοφυλακίου που βρίσκεται στο τμήμα r_FT και ενός χαρτοφυλακίου από την καμπύλη TMC κυριαρχούνται από ένα χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται στη καμπύλη TMC.

Το χαρτοφυλάκιο T μπορεί να αποκτηθεί συνδυάζοντας τα χαρτοφυλάκια Z και M. Εξετάζοντας το αποδοτικό σύνορο, θα δούμε ότι οι επενδυτές που επιλέγουν ένα χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται στο τμήμα r_FT, τοποθετούν ένα μέρος των χρημάτων τους στο χαρτοφυλάκιο T και κάποια στο περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου. Αυτοί που επιλέγουν ένα χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται στο τμήμα TM τοποθετούν κάποια από τα χρήματά τους στο χαρτοφυλάκιο M και κάποια στο Z. Αυτοί που επιλέγουν ένα χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται στο MC πουλάνε το χαρτοφυλάκιο Z (είτε το έχουν είτε όχι) και επενδύουν όλα τα κέρδη τους στο M. Όλοι οι επενδυτές μπορούν να είναι ικανοποιημένοι με το να κρατούν (long ή short) έναν συνδυασμό του χαρτοφυλακίου αγοράς, του χαρτοφυλακίου μηδενικού βήτα και ελάχιστης διακύμανσης και του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου.

Έχοντας εξετάσει όλα τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια στο διάστημα αναμενόμενης απόδοσης , τυπικής απόκλισης, ας εξετάσουμε τη θέση των αξιόγραφων και χαρτοφυλακίων στο διάστημα αναμενόμενης απόδοσης, βήτα. Ας δημιουργήσουμε τη γραμμή αξιόγραφων.



ΣΧΗΜΑ 3.4. Η θέση των επενδύσεων στο διάστημα αναμενόμενης απόδοσης- βήτα

Το χαρτοφυλάκιο αγοράς Μ είναι αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Όλα τα αξιόγραφα που εμπεριέχονται στο Μ έχουν αναμενόμενη απόδοση που δίνεται από το:

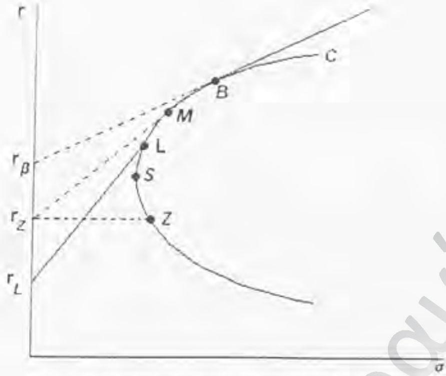
$$r_i = r_Z + \beta_i(r_M - r_Z) \quad (1)$$

Όμοια όλα τα χαρτοφυλάκια που εμπεριέχουν μόνο επισφαλή περιουσιακά στοιχεία έχουν απόδοση που δίνεται από την εξίσωση (1). Αυτό διαγραμματικά φαίνεται σαν μια ευθεία γραμμή στο διάστημα αναμενόμενης απόδοσης - βήτα και είναι η γραμμή r_ZTMC στο σχήμα 3.4. Αυτή η εξίσωση ισχύει μόνο για τα επισφαλή περιουσιακά στοιχεία και τα χαρτοφυλάκια που αποτελούνται από επισφαλή περιουσιακά στοιχεία. Δεν περιγράφει την απόδοση του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου ή των χαρτοφυλακίων που εμπεριέχουν το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου.

Θυμίζουμε ότι οι συνδυασμοί του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου με ένα επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο βρίσκονται στην ευθεία γραμμή που ενώνει τα δύο σημεία στο διάστημα αναμενόμενης απόδοσης - βήτα. Από τη στιγμή που οι επενδυτές που δανείζουν κρατάνε το χαρτοφυλάκιο T, το σχετικό τμήμα της γραμμής είναι το $r_F T$. Έτσι, ενώ η ευθεία γραμμή $r_z M$ μπορεί να θεωρηθεί ως η γραμμή αξιόγραφων για όλα τα επισφαλή περιουσιακά στοιχεία, καθώς και για όλα τα χαρτοφυλάκια που αποτελούνται αποκλειστικά από επισφαλή περιουσιακά στοιχεία, δεν περιγράφει την απόδοση των χαρτοφυλακίων που εμπεριέχουν το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου. Τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια έχουν την απόδοση που δίνεται από τα δύο τμήματα $r_F T$ και TC στο σχήμα 3.4. Το γεγονός ότι τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια έχουν χαμηλότερη απόδοση για ένα δεδομένο επίπεδο βήτα από τα μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία μπορεί να φαίνεται περίεργο. Υπενθυμίζουμε όμως, ότι τα αξιόγραφα ή τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται στο $r_z T$ έχουν μεγαλύτερη τυπική απόκλιση από τα χαρτοφυλάκια με την ίδια απόδοση στο τμήμα $r_F T$.

3.7.3 ΑΛΛΕΣ ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΤΟΥ ΝΑ ΔΑΝΕΙΖΕΣΑΙ ΚΑΙ ΝΑ ΔΑΝΕΙΖΕΙΣ

Ο Brennan (1971) έχει εξετάσει την περίπτωση που επιτρέπεται να δανείζεις και να δανείζεσαι στο επιτόκιο των περιουσιακών στοιχείων μηδενικού κινδύνου, αλλά σε διαφορετικά επιτόκια. Αν όλοι οι επενδυτές αντιμετωπίζουν το ίδιο αποδοτικό σύνορο, αυτό το αποδοτικό σύνορο πρέπει να μοιάζει με αυτό του σχήματος 3.5.



ΣΧΗΜΑ 3.5. Πιθανά αποδεκτά χαρτοφυλάκια με διαφορετικά επιτόκια στα οποία ο επενδυτής δανείζει και δανείζεται.

Σ'αυτό το σχήμα το L είναι το χαρτοφυλάκιο που εμπεριέχει επισφαλή αξιόγραφα και κρατείται από όλους τους επενδυτές που δανείζουν χρήματα και το B είναι το χαρτοφυλάκιο που εμπεριέχει όλα τα αξιόγραφα το οποίο κρατείται από του επενδυτές που δανείζονται χρήματα. Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς πρέπει να βρίσκεται πάνω στο αποδοτικό σύνορο και μεταξύ του L και B.

Ας εξετάσουμε γιατί. Τα μόνα χαρτοφυλάκια που αποτελούνται από επισφαλή αξιόγραφα που κρατούνται από τους επενδυτές είναι τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται στο σημείο L και B και τα ενδιάμεσα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται στην καμπύλη LB. Έχουμε πει ότι οι συνδυασμοί αποδοτικών χαρτοφυλακίων είναι αποδοτικοί. Το χαρτοφυλάκιο αγοράς είναι ο σταθμισμένος μέσος όλων των χαρτοφυλακίων που κρατούνται από τους επενδυτές. Από τη στιγμή που αυτά είναι αποδοτικά, ξέρουμε ότι το χαρτοφυλάκιο αγοράς βρίσκεται στο αποδοτικό μέρος από την καμπύλη ελάχιστης διακύμανσης. Αλλά ας γίνουμε πιο συγκεκριμένοι. Η απόδοση του χαρτοφυλακίου αγοράς είναι ένας σταθμισμένος μέσος της απόδοσης του χαρτοφυλακίου L, του χαρτοφυλακίου B και των ενδιάμεσων χαρτοφυλακίων. Έτσι, η απόδοσή του πρέπει να είναι μεταξύ του L και του B. Έχοντας αποδείξει ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς βρίσκεται στο αποδοτικό σύνορο μεταξύ του L και του B, εξάγουμε με τον ίδιο τρόπο τη γραμμή αξιόγραφων. Η εξίσωση

$$r_i = r_Z + (r_M - r_Z)\beta_i \qquad (1)$$

ισχύει. Εντούτοις, υπενθυμίζουμε ότι αυτή η εξίσωση περιγράφει την απόδοση των αξιόγραφων και των χαρτοφυλακίων που δεν έχουν επενδύσει στο περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου (long ή short). Έτσι, αυτή η εξίσωση δεν περιγράφει την απόδοση των χαρτοφυλακίων ανάμεσα στο L και το r_L ή με απόδοση πάνω από το r_B.

Ο Brennan (1971) εξέτασε και την περίπτωση που το επιτόκιο στο οποίο δανείζεσαι διαφέρει από αυτό που δανείζεις και πού αυτά διαφέρουν για κάθε επενδυτή. Για άλλη μια φορά, επειδή, το χαρτοφυλάκιο αγοράς βρίσκεται στο αποδοτικό σύνορο, μια εξίσωση, ίδια με την (1) περιγράφει την απόδοση όλων των επισφαλών περιουσιακών στοιχείων και όλων των χαρτοφυλακίων που αποτελούνται αποκλειστικά από επισφαλή περιουσιακά στοιχεία.

3.8 ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΤΟΥ ΥΑΚΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΤΑΝΑΚΛΑΣΗ ΤΩΝ ΜΕΓΑΛΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΠΛΟΥΤΟΥ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΟΥΣ ΕΠΕΝΔΥΤΕΣ

Το μεγαλύτερο μέρος της θεωρίας χαρτοφυλακίου στηρίζεται στα συμπεράσματα που έχουν εξαχθεί από το πραγματικό ΥΑΚΣ. Θεμελιώδης αρχή για τα συμπεράσματα αυτού του μοντέλου είναι η αρχή του τέλειου ανταγωνισμού ανάμεσα στους επενδυτές. Έτσι, υποθέτουμε ότι όλοι οι επενδυτές έχουν σχεδόν το ίδιο ποσό πλούτου, έτσι ώστε, να μην μπορεί να επηρεασθεί σημαντικά η τιμή ισορροπίας από κάποιον μεμονωμένο επενδυτή. Η αγορά αξιόγραφων, σήμερα, αποτελείται από μεμονωμένους επενδυτές καθώς και από μεγάλους θεσμικούς επενδυτές, όπως οι ασφαλιστικές εταιρίες και τα επενδυτικά κεφάλαια. Αποτελείται επίσης, από επενδυτές που έχουν σημαντικές διαφορές στον πλούτο και άρα στην αγορά αξιόγραφων, σήμερα, δεν ισχύει ο τέλειος ανταγωνισμός όπως υποθέτει η θεωρία χαρτοφυλακίου. Άρα η θεωρία χαρτοφυλακίου πρέπει να επεκταθεί για να αντανακλά αυτές τις σημαντικές διαφορές στον πλούτο των επενδυτών. Για να επιτευχθεί αυτό, έγιναν κάποιες απαραίτητες τροποποιήσεις στο ΥΑΚΣ. Εξετάσθηκαν οι συνθήκες ισορροπίας και βγήκαν συμπεράσματα σχετικά με το πως η θεωρία χαρτοφυλακίου πρέπει να μεταβληθεί για να συμπεριλάβει την ικανότητα επηρεασμού των τιμών από ένα μέρος των επενδυτών στην αγορά.

Η οικονομική σημασία του όρου "ατελής ανταγωνισμός" είναι η θέση κατά την οποία οι μεγάλες διαφορές στον πλούτο επηρεάζουν τις τιμές ισορροπίας μέσα από τη συμπεριφορά των αγοραστών και των πωλητών. Σε όρους της οικονομικής θεωρίας, ο ορισμός του όρου "ατελής ανταγωνισμός" μπορεί να καθορισθεί την διαδικασία αγοράς αξιόγραφων στην οποία μετέχουν δύο τύποι επενδυτών. Ο πρώτος, είναι ο επενδυτής που δεν μπορεί να επηρεάσει τις τιμές ισορροπίας (price takers). Ο δεύτερος είναι αυτός που έχει αρκετά μεγάλα κόστη μεταφοράς για να μπορεί να επηρεάσει τις τιμές ισορροπίας (price affectors)

Ο πρώτος που ασχολήθηκε με τον ατελή ανταγωνισμό στις χρηματοοικονομικές αγορές, ήταν ο Lindenberg (1976). Στο άρθρο του επικεντρώθηκε στις γενικές αρχές των τιμών ισορροπίας, στην εξίσωση αναμενόμενου ανωμάλου κέρδους, όπως επίσης και στις εξισώσεις ζήτησης στην ισορροπία του επιδρών στην τιμή και αυτού που δεν μπορεί να επηρεάσει τις τιμές. Η έρευνα του Lindenberg έχει επεκταθεί έτσι ώστε, να συμπεριληφθούν αγορές που αποτελούνται από περισσότερο από έναν επιδρών στην τιμή και έναν που δεν μπορεί να επηρεάσει την τιμή.

Η ύπαρξη ατελούς ανταγωνισμού στην αγορά αξιόγραφων οδηγεί σε τέσσερα εξαρτώμενα συμπεράσματα που διαφέρουν σημαντικά από αυτά της παραδοσιακής θεωρίας χαρτοφυλακίου.

Η αγορά στην οποία παρατηρείται ατελής ανταγωνισμός χαρακτηρίζεται από:
1. πολύπλοκες αποφάσεις ζήτησης
2. ανισόρροπα αποδοτικά χαρτοφυλάκια
3. μερικώς διαμελιζόμενη αγορά αξιόγραφων και
4. ενθάρρυνση για συγχωνεύσεις από τους επιδρώντες στην τιμή

Αν κάποιος υποθέσει τέλειο ανταγωνισμό, όπως ισχύει στο πραγματικό μοντέλο, η απόφαση ζήτησης από τους επενδυτές θα είχε σκοπό να αγοράσει μια σταθερή αναλογία από το χαρτοφυλάκιο αγοράς, με σχετικούς παράγοντες για την απόφαση ζήτησης να είναι: (1) Η σχετική αποφυγή του κινδύνου από τους επενδυτές και (2) ο αριθμός των μετοχών από κάθε επισφαλές αξιόγραφο (outstanding).

Όταν κάποιος υποθέτει ατελή ανταγωνισμό, κάθε άριστη απόφαση ζήτησης των μη επιδρώντων στην τιμή είναι συνάρτηση του επιπρόσθετου παράγοντα, της αθροιστικής ζήτησης των επιδρώντων στην τιμή. Η απαίτηση κάθε επιδρόντος στην τιμή θα είναι συνάρτηση των δύο παραδοσιακών παραγόντων συν: (α)τη σύνθεση των ατομικών1 αρχικών χαρτοφυλακίων, (β) τη συνολική ζήτηση όλων των άλλων που επιδρούν στην τιμή και (γ) τη μεμονωμένη ζήτηση όλων των άλλων που επιδρούν στην τιμή. Επιπλέον, αν η cournot Nash investment behavior αντικαθίστωταν από περισσότερο sophisticated response συναρτήσεις, η διαδικασία αποφάσεων για κάθε επενδυτή θα γινόταν ακόμα πιο πολύπλοκη.

Μια άλλη πρόβλεψη του παραδοσιακού μοντέλου για τις τέλεια ανταγωνιστικά αγορές είναι το γεγονός ότι οι επενδυτές κρατάνε ισορροπημένα χαρτοφυλάκια. Έχει αποδειχθεί, εντούτοις, ότι οι παράγοντες που συνεισφέρουν στην πολυπλοκότητα της απόφασης ζήτησης, συχνά, προβλέπουν την κατοχή ενός χαρτοφυλακίου σε ανισορροπία από του επενδυτές. Άρα, η θεωρία του ΥΑΚΣ, ότι οι επενδυτές πάντα κρατούν ένα ισορροπημένο χαρτοφυλάκιο περιορίζεται στις τέλεια ανταγωνιστικές αγορές.

Το τρίτο συμπέρασμα αυτής της έρευνας, το partial market segmentation είναι πάλι σε αντίθεση με τις προβλέψεις της παραδοσιακής θεωρίας. Εδώ καταλήγουμε ότι οι επιδρώντες στην τιμή έχουν την τάση να συναλλάσσονται με άλλους επιδρώντες στην τιμή. Αυτό αφήνει αυτούς που δεν επηρεάζουν τις τιμές να συναλλάσσονται μεταξύ τους παρόλο που δεν αποκλείει κάποια συναλλαγή ανάμεσα σ'αυτούς που επηρεάζουν την τιμή και σ'αυτούς που δεν την επηρεάζουν..

Τέταρτον, στην αγορά με ατελή ανταγωνισμό η δυσανάλογη κατανομή του πλούτου που δημιουργείται από εξωγενείς στην αγορά παράγοντες μεταφέρει τη χρησιμότητα από αυτούς που δεν επηρεάζουν την τιμή σ'αυτους που την επηρεάζουν. Μόνο μέσο επενδύσεων που οδηγούν στις τέλειες προσαρμογές για την διατάραξη της τιμής ισορροπίας που προκαλείται από τις δικές τους επενδύσεις, μπορούν οι επιδρώντες στην τιμή να ελπίζουν για μεγιστοποίηση της χρησιμότητάς τους. Από τη στιγμή που η ύπαρξη πολλών ανεξάρτητων επενδυτών εμποδίζει αυτή τη λεπτή διαδικασία προσαρμογής, η πρόκληση προκύπτει για τη συγχώνευση ή τη collusion. Αυτή η μείωση του αριθμού αυτών που παίρνουν τις αποφάσεις, αυξάνει την πιθανότητα τέλειων μετατροπών και επιτρέπει την ανάκτηση της χρησιμότητας, αλλιώς χάνεται σε εσφαλμένες προσαρμογές ζήτησης. Αυτό το τελευταίο συμπέρασμα έρχεται σε σύγκρουση με το παραδοσιακό μοντέλο και στην τέλεια ανταγωνιστική αγορά, η συγχώνευση και η collusion δεν συνεισφέρουν στην αύξηση της χρησιμότητας.

Τέλος, παρόλο που το παραδοσιακό ΥΑΚΣ, είναι ένα πρωτοπόρο υπόδειγμα με σημαντική αξία, η περιοριστική υπόθεση που αναφέρεται στον τέλειο ανταγωνισμό της αγοράς έχει οδηγήσει στην ανικανότητά του να προβλέπει την πραγματικότητα. Από την άλλη, αν κάποιος αποδεχτεί την υπόθεση για μεγάλες διαφορές πλούτου ανάμεσα στους επενδυτές και η μερολητπικά τμηματοποιημένη αγορά αξιόγραφων περιγράφεται σε αυτό το μοντέλο σαν να είναι ενδεικτική για τη σημερινή αγορά αξιόγραφων, τότε οι παράγοντες που επηρεάζουν τις αποφάσεις επενδύσεων καθώς και η βέλτιστη φύση των unbalanced χαρτοφυλακίων για τα οποία μιλήσαμε γίνονται χρήσιμα και σχετικά με τους επενδυτές.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

1.	ΑΠΑΓΟΡΕΥΣΗ ΤΗΣ ΠΡΟΠΩΛΗΣΗΣ	$r_p = r_z + (r_M - r_z)B_{Np}$
2.	ΥΠΑΡΞΗ ΠΡΟΣΩΠΙΚΩΝ ΦΟΡΩΝ	$r_i = r_F + \beta_i[(r_M - r_F) - \tau(\delta_M - r_F)] + \tau(\delta_i - r_F)$
3.	ΥΠΑΡΞΗ ΜΗ ΕΜΠΟΡΕΥΣΙΜΩΝ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	$r_i = r_F + \dfrac{r_M - r_F}{\sigma_M^2 + \dfrac{P_H}{P_M} COV(\tilde{R}_M \tilde{R}_H)}\left[COV(\tilde{R}_i \tilde{R}_M) + \dfrac{P_H}{P_M} COV(\tilde{R}_i \tilde{R}_H)\right]$
4.	ΠΟΛΥΒΗΤΑ ΥΑΚΣ	$r_i = r_F + \beta_{im}(r_M - r_F) + \beta_{iI1}(r_{I1} - r_F) + \beta_{iI2}(r_{I2} - r_F) + ...$
5.	ΑΠΑΓΟΡΕΥΣΗ ΤΟΥ ΝΑ ΔΑΝΕΙΖΕΣΑΙ ΚΑΙ ΝΑ ΔΑΝΕΙΖΕΙΣ ΣΤΟ RFR	$r_i = r_z + (r_M - r_z)B_i$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΤΟΥ ΥΑΚΣ ΟΤΑΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΠΛΗΘΩΡΙΣΜΟΣ

Ένα πολύ σημαντικό θέμα για την κατανόηση του ΥΑΚΣ δύο παραμέτρων για μια περίοδο είναι αυτό της αποτελεσματικότητας της μέσης διακύμανσης. Στην πραγματικότητα, όπως δείξαμε, ο Roll υποστηρίζει ότι η ισχύς του ΥΑΚΣ βασίζεται στην απλή υπόθεση ότι το χαρτοφυλάκιο αγοράς είναι mean variance αποτελεσματικό. Ο Bigger (1975) επιδιώκοντας να εισάγει την επίδραση του πληθωρισμού στην κατασκευή αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων μέσης τιμής – διασποράς χρησιμοποίησε δύο διαφορετικές ομάδες δεδομένων για να εξάγει τη σύνθεση των χαρτοφυλακίων. Η μια περιελάμβανε τις ιστορικές, ονομαστικές αποδόσεις των αξιόγραφων και η άλλη τις ιστορικές πραγματικές αποδόσεις. Τα συμπεράσματα της έρευνας ήταν ότι τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια που έχουν προέλθει από τις πραγματικές αποδόσεις διαφέρουν στην σύνθεση από τα αντίστοιχα που έχουν προέλθει από τις ονομαστικές και έχει βρεθεί ότι υπερέχουν αυτών. Στη συνέχεια ο Solnik (1976) ασχολήθηκε με την επίδραση του πληθωρισμού στην σύνθεση του αποδοτική συνόλου (efficient set). Έδειξε ότι το πραγματικό αποδοτικό σύνολο μπορεί να εκφρασθεί ως ο συνδυασμός του χαρτοφυλακίου με την πραγματική ελάχιστη διακύμανση και ενός δεύτερου χαρτοφυλακίου κοινό σε όλους του επενδυτές το οποίο δεν έχει επένδυση καθαρής αξίας (το άθροισμα των αναλογιών των επενδύσεων στο χαρτοφυλάκιο είναι μηδέν), γι'αυτό και το ποσό αυτού που θα κρατείται διαφέρει ανάλογα με τις προτιμήσεις των επενδυτών.

Παρακάτω επεκτείνουμε την έρευνα του Solnik με σκοπό να βρούμε την διαφορά ανάμεσα στα πραγματικά και στα ονομαστικά αποδοτικά σύνολα με το να δείξουμε ότι κάθε ονομαστικό αποδοτικό χαρτοφυλάκιο μπορεί να μεταβληθεί σε πραγματικό με την αγορά ενός χαρτοφυλακίου που θα χρησιμοποιηθεί για αντιστάθμιση. Αυτό το χαρτοφυλάκιο δεν απαιτεί επένδυση καθαρής αξίας, έχει μηδενική αναμενόμενη επένδυση, και η σύνθεσή του δεν βασίζεται στη σύνθεση του ονομαστικού αποδοτικού χαρτοφυλακίου. Η ανάλυση αυτού του χαρτοφυλακίου αντιστάθμισης περιέχει κάποια ενδιαφέροντα σημεία: (1) Αν υπάρχει ένα χαρτοφυλάκιο που είναι ονομαστικά και όχι πραγματικά αποδοτικό, τότε κανένα χαρτοφυλάκιο δεν μπορεί να είναι αποδοτικό σε ονομαστικούς και πραγματικούς όρους (terms) ταυτόχρονα. Όμοια, αν υπάρχει ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο είναι αποδοτικό ταυτόχρονα σε ονομαστικούς και πραγματικούς όρους, τότε όλα τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια είναι ταυτόχρονα ονομαστικά και πραγματικά αποδοτικά. (2) Αν τα πραγματικά και τα ονομαστικά αποδοτικά σύνολα είναι όμοια και το χαρτοφυλάκιο αγοράς είναι αποδοτικό, ο κίνδυνος και η αναμενόμενη απόδοση κάθε περιουσιακού στοιχείου καθορίζεται από τη συνδιακύμανσή του με το ποσοστό πληθωρισμού, (3) Αν τα πραγματικά και τα ονομαστικά αποδοτικά σύνολα είναι αμοιβαίως αποκλειόμενα, η πραγματική διακύμανση κάθε ονομαστικού αποδοτικού χαρτοφυλακίου μπορεί να μειωθεί, χωρίς επιπρόσθετη net investment συγχωνεύοντας το χαρτοφυλάκιο αντιστάθμισης. Η συγχώνευση του χαρτοφυλακίου αντιστάθμισης θα μειώσει την πραγματική διακύμανση κατά ένα ποσό ίσο με τη συνδιακύμανση ανάμεσα στο χαρτοφυλάκιο αντιστάθμισης και το ποσοστό πληθωρισμού.

Νωρίτερα αναπτύξαμε το πρόβλημα του ονομαστικού χαρτοφυλακίου του Roll. Εδώ, θα ασχοληθούμε με το πρόβλημα του πραγματικού χαρτοφυλακίου.

4.1 Το πρόβλημα του πραγματικού χαρτοφυλακίου

Αν οι επενδυτές ενδιαφέρονταν για τον πραγματικό πλούτο εν αντιθέσει του ονομαστικού, η λύση στο πρόβλημα χαρτοφυλακίου θα ήταν λίγο διαφοροποιημένη, όπως φαίνεται παρακάτω. Οι πραγματικές αποδόσεις μπορούν να υπολογιστούν προσεγγιστικά ως η διαφορά ανάμεσα στις ονομαστικές αποδόσεις r, και στο ποσοστό πληθωρισμού π. Ο πίνακας των διακυμάνσεων, συνδιακυμάνσεων των πραγματικών αποδόσεων ονομάζεται S, όπου:

όπου :

$$S = V - CI' - IC' + II'\sigma_\pi^2 \qquad (1)$$

C ένας vx1 πίνακας του οποίου το στοιχείο I είναι

$\mathrm{COV}(\tilde{R}_i \pi)$

σ_π^2=είναι η διακύμανση του ρυθμού πληθωρισμού π.

r_i=η ονομαστική απόδοση του περιουσιακού στοιχείου i.

Το πρόβλημα του χαρτοφυλακίου σε πραγματικούς όρους μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\underset{z}{Min} Z_p' S Z_p$$

$$\alpha\nu \quad Z_p'(R-\pi I)=r_p-\pi$$

$$\kappa\alpha\iota \quad Z_p' I = 1$$

όπου

Z_p= (vx1) πίνακας με τις αναλογίες των επενδύσεων

και π=ο αναμενόμενος ρυθμός πληθωρισμού

Το πρόβλημα αυτό είναι σχεδόν ίδιο με το πρόβλημα του Roll που αναπτύξαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Εντούτοις, τώρα το Z_p χρησιμοποιείται για να ελαχιστοποιήσει τη διακύμανση των πραγματικών αποδόσεων εν αντιθέσει των

$$Z_p' I = 1 \qquad (2)$$

ονομαστικών με τον περιορισμό ότι η αναμενόμενη πραγματική απόδοση ισούται με r_i-π. Δεδομένου ότι :

ο πρώτος περιορισμός γίνεται:

$$Z_p'(R-\pi I)=r_p-\pi \qquad (3)$$

Από την (3) έχουμε:

$$Z_p' R - Z_p' \pi I = r_p - \pi \qquad (4)$$

Η (4) μας δίνει:

$$Z_p' R - \pi = r_p - \pi \qquad (5)$$

Η (5) γίνεται:

$$Z_p{}'R = r_p \qquad (6)$$

Ξέρουμε ότι ισχύει:

$$\sigma^2(R_p) = Z_p{}'SZ_p \qquad (7)$$

Αντικαθιστώντας την (1) στην (7) έχουμε:

$$\sigma^2(R_p) = Z_p{}'(V - CI' - IC' + II'\sigma_\pi^2)Z_p \qquad (8)$$

Κάνοντας τις πράξεις η (8) γίνεται:

$$\sigma^2(R_p) = Z_p{}'VZ_p - Z_p{}'CI'Z_p - Z_p{}'IC'Z_p + Z_pII'\sigma_\pi^2 Z_p \qquad (9)$$

Αντικαθιστώντας την (2) στην (9) έχουμε:

$$\sigma^2(R_p) = Z_p{}'VZ_p - Z_p{}'C - C'Z_p + \sigma_\pi^2 \qquad (10)$$

Επειδή $Z'C = C'Z$ η (10) γίνεται:

$$\sigma^2(R_p) = Z_p{}'VZ_p - 2Z_p{}'C + \sigma_\pi^2 \qquad (11)$$

Το πρόβλημα μπορεί να λυθεί εύκολα χρησιμοποιώντας την τεχνική Lagrange.

$$L = Z_p{}'VZ_p - 2Z_p{}'C + \sigma_\pi^2 - \lambda_1(Z_p{}'R - r_P) - \lambda_2(Z_p{}'I - 1)$$

Θέτω:

$$\frac{dL}{dZ} = 0$$

και έχω:

$$2VZ_p - 2C - \lambda_1 R - \lambda_2 I = 0 \qquad (12)$$

Η (12) γίνεται:

$$2VZ_p = \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} + 2C \qquad (13)$$

Διαιρώντας και τα δύο μέλη με το 2 η (13) γίνεται:

$$VZ_p = \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 / 2 \\ \lambda_2 / 2 \end{bmatrix} + C \qquad (14)$$

Πολλαπλασιάζω την (14) με V^{-1} και έχω:

$$Z_p = V^{-1} \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 / 2 \\ \lambda_2 / 2 \end{bmatrix} + V^{-1} C \qquad (15)$$

Πολλαπλασιάζω την (15) με [R I]' και έχω:

$$\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' Z_p = \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' V^{-1} \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 / 2 \\ \lambda_2 / 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' V^{-1} C \qquad (16)$$

Θέτω:

$$\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' V^{-1} \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} = A$$

και η (16) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} R' Z_p & I' Z_p \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \lambda_1 / 2 \\ \lambda_2 / 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' V^{-1} C \qquad (17)$$

Αντικαθιστώντας την (2) και την (6) στην (17) έχουμε:

$$\begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} \lambda_1/2 \\ \lambda_2/2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' V^{-1}C \qquad (18)$$

Λύνοντας ως προς

$$\begin{bmatrix} \lambda_1/2 \\ \lambda_2/2 \end{bmatrix}$$

η (18) γίνεται:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1/2 \\ \lambda_2/2 \end{bmatrix} = A^{-1}\begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} - A^{-1}\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' V^{-1}C \qquad (19)$$

Από την (15) και την (19) έχουμε:

$$Z_p = V^{-1}\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}\left(A^{-1}\begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} - A^{-1}\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' V^{-1}C \right) + V^{-1}C \qquad (20)$$

Η (20) γίνεται:

$$Z_p = \underbrace{V^{-1}\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} A^{-1}\begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix}}_{X_p} + \underbrace{V^{-1}C - V^{-1}\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} A^{-1}\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' V^{-1}C}_{H} \qquad (21)$$

Άρα

$$Z_p = X_p + H \qquad (22)$$

Ο πίνακας Z_ρ προσδιορίζει το χαρτοφυλάκιο με την πραγματική ελάχιστη διακύμανση που έχει αναμενόμενη ονομαστική απόδοση r_ρ και αναμενόμενη πραγματική απόδοση r_ρ-π. Μπορούμε να δούμε ότι το πρώτο μέρος της (12) ισούται με το ονομαστικό αποδοτικό χαρτοφυλάκιο του Roll X_ρ.

Το H είναι ένας νx1 πίνακας που ισούται με:

$$H = V^{-1}C - V^{-1}[R \quad I]A^{-1}[R \quad I]'V^{-1}C \qquad (23)$$

Εφόσον το H δεν εξαρτάται από τον κάθε επενδυτή, κάθε ονομαστικό αποδοτικό χαρτοφυλάκιο μπορεί να γίνει πραγματικά αποδοτικό με την προσθήκη του H.

4.2 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ *H* ΚΑΙ ΟΙ ΣΥΝΕΠΕΙΕΣ ΤΟΥΣ

ΙΔΙΟΤΗΤΑ 1: Το H δεν απαιτεί επένδυση καθαρής αξίας και έχει μηδενική αναμενόμενη ονομαστική και πραγματική απόδοση. Δηλαδή,

$$\sum h_j = 0$$

και

$$\sum_{j=1}^{N} h_j r_j = 0$$

όπου h_j είναι το j στοιχείο του πίνακα H. Δηλαδή,

$$[R \quad I]'H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ΙΔΙΟΤΗΤΑ 2: Η διακύμανση της ονομαστική απόδοσης στο H ισούται με την συνδιακύμανση της ονομαστικής απόδοσης στο H με το ποσοστό πληθωρισμού. Και οι δύο ισούνται με το $H'SH$. Δηλαδή,

$$COV(\widetilde{R}_H, \pi) = V(\widetilde{R}_H) = V\left(\sum_j h_j(\widetilde{R}_j - \pi)\right)$$

$$H'C = H'VH = H'SH$$

Παρατηρούμε ότι το $H'SH$ ισούται με το

$$V\left(\sum_j h_j\left(\widetilde{R}_j-\pi\right)\right)$$

το οποίο δεν είναι το ίδιο με το

$$V\left(\widetilde{R}_H-\pi\right)$$

τη διακύμανση της πραγματικής απόδοσης του *H*. Το γεγονός ότι $H'VH=H'SH$ είναι συνέπεια του γεγονότος ότι,

$$\sum_j h_j = 0$$

και δεν εξαρτάται από τον πίνακα C. Η συνθήκη ότι $H'SH$ ισούται με το $H'VH$ θα ισχύει για κάθε χαρτοφυλάκιο *H* που δεν απαιτεί επένδυση καθαρής αξίας.

ΙΔΙΟΤΗΤΑ 3: Η ονομαστική απόδοση του χαρτοφυλακίου *H*, r_H έχει μηδενική συνδιακύμανση με την ονομαστική απόδοση κάθε ονομαστικού αποδοτικού χαρτοφυλακίου

$$COV\left(\widetilde{R}_H \widetilde{R}_p\right)=0=H'VH$$

ΙΔΙΟΤΗΤΑ 4: Η συνδιακύμανση της

$$\sum_j h_j\left(\widetilde{R}_j-\pi\right)$$

με την πραγματική απόδοση κάθε ονομαστικού αποδοτικού χαρτοφυλακίου ισούται με την αρνητική διακύμανση της ονομαστική απόδοσης του *H*.

$$COV\left(\sum_j h_j\left(\widetilde{R}_j-\pi\right), \widetilde{R}_p-\pi\right)=-V\left(\widetilde{R}_H\right)=-COV\left(\widetilde{R}_H,\pi\right)$$

$$H'SX_p=-H'VH=-H'C$$

ΘΕΩΡΗΜΑ: Αν ο πίνακας V είναι non singular (δεν είναι μοναδικός) και τουλάχιστον δύο περιουσιακά στοιχεία έχουν διαφορετικές αποδόσεις, τότε τα πραγματικά και τα ονομαστικά αποδοτικά σύνολα είναι είτε όμοια, είτε ασύνδετα. Είναι όμοια αν και μόνο αν το *H* είναι ο μηδενικός πίνακας.

4.3 ΣΥΝΘΗΚΗ ΤΟΥ *H*=0

Η αξία του *H* εξαρτάται από τον πίνακα C ο οποίο είναι ο πίνακας συνδιακύμανσης του πληθωρισμού με κάθε περιουσιακό στοιχείο. Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (13) φαίνεται ότι το H ισούται με το 0 όταν το C ικανοποιεί την εξίσωση:

$$C = \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} A^{-1} \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' V^{-1} C$$

Το C πρέπει να είναι ένας eigenvector του

$$\begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} A^{-1} \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix}' V^{-1}$$

το οποίο ανταποκρίνεται to an eigenvalue of unity.

4.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΟΥ H=0

Αν H=0 τότε η εξίσωση του Roll μπορεί να δώσει

$$r_p = r_Z + (r_M - r_Z) B_{Np}$$

Η εξίσωση του Roll μπορεί να γραφεί:

$$X_p = V^{-1} \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} A^{-1} \begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (24)$$

Πολλαπλασιάζοντας με V η (24) γίνεται:

$$VX_p = \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} A^{-1} \begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (25)$$

Ξέρουμε ότι

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$$

άρα

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{c}{ac-b^2} & \dfrac{-b}{ac-b^2} \\ \dfrac{-b}{ac-b^2} & \dfrac{a}{ac-b^2} \end{bmatrix} \qquad (26)$$

Αντικαθιστώντας την (26) στην (25) έχουμε:

$$VX_p = \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{c}{D} & \dfrac{-b}{D} \\ \dfrac{-b}{D} & \dfrac{a}{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (27)$$

Από την (27) έχουμε:

$$VX_p = \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{cr_p - b1}{D} \\ \dfrac{-br_p + a1}{D} \end{bmatrix} \qquad (28)$$

Η (28) γράφεται και ως εξής:

$$VX_p = \frac{cr_p - b1}{D} R + \frac{-br_p + a1}{D} I \qquad (29)$$

Λύνω ως προς R και έχω:

$$R = VX_p \frac{D}{cr_p - b1} + \frac{-br_p + a1}{D} I \frac{D}{-cr_p + b1} \qquad (30)$$

Δεδομένου ότι:

$$r_Z = \frac{a - br_p}{b - cr_p}$$

και

$$\frac{D}{cr_p - b} = \frac{(r_p - r_Z)}{\sigma_p^2}$$

η (30) γίνεται:

$$R = r_Z I + VX_p \frac{(r_p - r_Z)}{\sigma_p^2} \qquad (31)$$

Επειδή όμως,

$$B = \frac{VX_p}{\sigma_p^2}$$

η (31) γίνεται:

$$r_p = r_Z + (r_M - r_Z)B_{Ni} \qquad (32)$$

Αν στην (32) εισάγουμε τον πληθωρισμό έχουμε:

$$r_p - \pi = r_Z - \pi + (r_M - \pi - r_Z + \pi)B_{ri} \qquad (34)$$

Ξέρουμε ότι ισχύει $B_{Ni} = \frac{COV(\widetilde{R}_m, \widetilde{R}_i)}{V(\widetilde{R}_m)}$ (35) και

$$B_{ri} = \frac{COV(\widetilde{R}_i - \pi, \widetilde{R}_m - \pi)}{V(\widetilde{R}_m - \pi)} \qquad (36)$$

Ισχύει ότι:

$$COV\left(\widetilde{R}_i-\pi,\widetilde{R}_m-\pi\right)=COV\left(\widetilde{R}_i,\widetilde{R}_m\right)-COV\left(\widetilde{R}_i,\pi\right)-COV\left(\widetilde{R}_m,\pi\right)+COV(\pi,\pi) \qquad (37)$$

και

$$V\left(\widetilde{R}_m-\pi\right)=V\left(\widetilde{R}_m\right)+V(\pi)-2COV\left(\widetilde{R}_m,\pi\right) \qquad (38)$$

Αντικαθιστώντας την (37) και την (38) στην (36) έχουμε:

$$\frac{COV\left(\widetilde{R}_i,\widetilde{R}_m\right)-COV\left(\widetilde{R}_i,\pi\right)-COV\left(\widetilde{R}_m,\pi\right)+V(\pi)}{V\left(\widetilde{R}_m\right)+V(\pi)-2COV\left(\widetilde{R}_m,\pi\right)} \qquad (39)$$

Διαιρώντας την (39) με $V(\pi)$ έχουμε:

$$\frac{\dfrac{COV\left(\widetilde{R}_i,\widetilde{R}_m\right)}{V(\pi)}-\dfrac{COV\left(\widetilde{R}_i,\pi\right)}{V(\pi)}-\dfrac{COV\left(\widetilde{R}_m,\pi\right)}{V(\pi)}+1}{\dfrac{V\left(\widetilde{R}_m\right)}{V(\pi)}+1-\dfrac{2COV\left(\widetilde{R}_m,\pi\right)}{V(\pi)}} \qquad (40)$$

Θέτω $B_{\pi i}=\dfrac{COV\left(\widetilde{R}_i,\pi\right)}{V(\pi)}$ (41) και

$$B_{\pi m}=\frac{COV\left(\widetilde{R}_m,\pi\right)}{V(\pi)} \qquad (42)$$

Αντικαθιστώντας την (41) και την (42) στην (43) έχουμε:

$$B_{ri}=\frac{1-B_{\pi i}-B_{\pi m}+\dfrac{COV\left(\widetilde{R}_i,\widetilde{R}_m\right)}{V(\pi)}}{1+\dfrac{V\left(\widetilde{R}_m\right)}{V(\pi)}-2B_{\pi m}} \qquad (44)$$

Πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας τον αριθμητή του κλάσματος της εξίσωσης (44) με $V(\widetilde{R}_m)$ έχουμε:

$$B_{ri} = \frac{\frac{COV(\widetilde{R}_i, \widetilde{R}_m)}{V(\widetilde{R}_m)} \frac{V(\widetilde{R}_m)}{V(\pi)} + 1 - B_{\pi i} - B_{\pi m}}{1 + \frac{V(\widetilde{R}_m)}{V(\pi)} - 2B_{\pi m}} \qquad (45)$$

Αντικαθιστώντας την (35) στην (45) έχουμε:

$$B_{ri} = \frac{B_{Ni} \frac{V(\widetilde{R}_m)}{V(\pi)} + 1 - B_{\pi i} - B_{\pi m}}{1 + \frac{V(\widetilde{R}_m)}{V(\pi)} - 2B_{\pi m}} \qquad (46)$$

Πολλαπλασιάζω αριθμητή και παρανομαστή της εξίσωσης (46) με $\frac{V(\pi)}{V(\widetilde{R}_m)}$ και έχω:

$$B_{ri} = \frac{B_{Ni} + \frac{V(\pi)}{V(\widetilde{R}_m)}(1 - B_{\pi i} - B_{\pi m})}{\frac{V(\pi)}{V(\widetilde{R}_m)} + 1 - \frac{V(\pi)}{V(\widetilde{R}_m)} 2B_{\pi m}} \qquad (47)$$

Η (47) μπορεί να γραφεί και ως εξής:

$$B_{ri} = \frac{B_{Ni} + \frac{V(\pi)}{V(\widetilde{R}_m)}(1 - B_{\pi i} - B_{\pi m})}{1 + \frac{V(\pi)}{V(\widetilde{R}_m)}(1 - 2B_{\pi m})} \qquad (48)$$

4.5 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΟΥ $H \neq 0$

Κάθε πραγματικό αποδοτικό χαρτοφυλάκιο είναι ένας συνδυασμός του ονομαστικού χαρτοφυλακίου και του χαρτοφυλακίου Η. Άρα, ένας επενδυτής που κρατάει ένα ονομαστικό αποδοτικό χαρτοφυλάκιο μπορεί να μειώσει την πραγματική διακύμανση αυτής της θέσης προσθέτοντας το Η σ'αυτό. Αυτή η μείωση θα ισούται με $COV(r_H, \pi) = C'H$ ανεξάρτητα το ονομαστικό αποδοτικό χαρτοφυλάκιο που θα κρατείται. Αυτό αποδεικνύεται εύκολα ως εξής:

Ξέρουμε ότι ισχύει:

$$V(Z_p) = Z_p'SZ_p = (X_p + H)'S(X_p + H) \qquad (49)$$

Κάνοντας τις πράξεις η (49) γίνεται:

$$Z_p'SZ_p = X_p'SX_p + X_p'SH + H'SX_p + H'SH \qquad (50)$$

Ισχύει όμως από την ιδιότητα 4 του Η:

$$H'SX_p = -HVH = -H'C$$

και από την ιδιότητα 2 του Η ισχύει:

$$H'C = H'VH = H'SH$$

Άρα η (50) γίνεται:

$$Z_p'SZ_p = X_p'SX_p - H'C - H'C + H'C \qquad (51)$$

Άρα η (51) γίνεται:

$$Z_p'SZ_p = X_p'SX_p - C'H \qquad (52)$$

Η εξίσωση (52) δείχνει ότι η πραγματική διακύμανση του χαρτοφυλακίου Z_p ισούται με την διακύμανση του χαρτοφυλακίου X_p μειωμένη κατά την συνδιακύμανση ανάμεσα στο r_H και το π, δηλαδή μειωμένη κατά $C'H$.

Το αποτέλεσμα αυτής της διαπίστωσης φαίνεται στο σχήμα 4.1

Επειδή η σύνθεση του χαρτοφυλακίου H δεν εξαρτάται από το κάθε ονομαστικό αποδοτικό χαρτοφυλάκιο που πρέπει να αντισταθμιστεί, το πρόβλημα επιλογής του χαρτοφυλακίου θα πρέπει να θεωρείται από τους επενδυτές σε ονομαστικούς όρους. Τέλος, για τους επενδυτές που κρατάνε ονομαστικά αποδοτικά χαρτοφυλάκια, η προσθήκη του χαρτοφυλακίου H θα μειώσει σημαντικά τον πραγματικό κίνδυνο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΟΤΑΝ ΤΟ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟ.

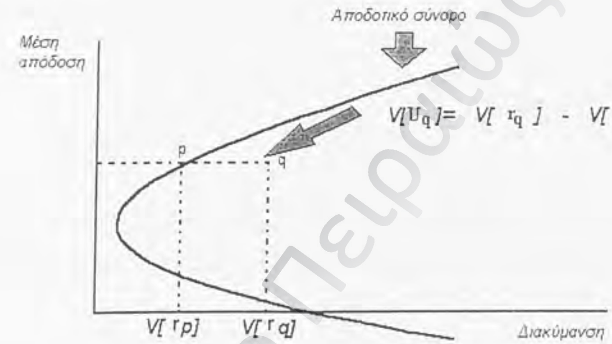
Η οικονομική θεωρία έχει δώσει πολλές ακριβείς γραμμικές σχέσεις ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο βήτα, οι οποίες προέρχονται από την αποτελεσματικότητα της σχέσης αναμενόμενης απόδοσης – διακύμανσης ενός δεδομένου χαρτοφυλακίου.

Αυτή η γραμμική σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο βήτα έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως στον ακαδημαϊκό χώρο όπως επίσης και στον επιχειρηματικό χώρο. Κατ'αρχήν έχει χρησιμοποιηθεί κατά τη διάρκεια αποφάσεων προϋπολογισμού, κεφαλαιακής δομής καθώς και στον προσδιορισμό των τιμών των μετοχών. Δεύτερον, προσφέρει σημεία ελέγχου για την μέτρηση της αποτελεσματικότητας της αγοράς.

Είναι απαραίτητο να σημειώσουμε ότι η απόρριψη μιας γραμμικής σχέσης ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και το βήτα υπονοεί ότι τα αντιπροσωπευτικά δείγματα αγοράς που χρησιμοποιήθηκαν στα τεστ δεν ήταν αποτελεσματικά (Roll 1977). Άρα, αν ένα δείγμα αγοράς βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνορο και όχι πάνω σ'αυτό, η σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και το βήτα δεν ισχύει ακριβώς και μια άλλη μεταβλητή σχετίζεται με τις αναμενόμενες αποδόσεις.

Παρακάτω αναπτύσσουμε το άρθρο του Διακογιάννη (1999) ο οποίος αποδεικνύει την ύπαρξη μιας τρισδιάστατης σχέσης απόδοσης – κινδύνου βασισμένη σε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο ανήκει στο σύνορο ελάχιστης διακύμανσης. Αποδεικνύει ότι ένα χαρτοφυλάκιο βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνορο αν και μόνο αν η αναμενόμενη απόδοση κάθε αξιόγραφου εκφράζεται ως γραμμική συνάρτηση του συστηματικού κινδύνου σε αυτό το χαρτοφυλάκιο και ενός επιπρόσθετου κινδύνου που σχετίζεται με την ύπαρξη του χαρτοφυλακίου μέσα στο αποδοτικό σύνορο.

Θεωρούμε ένα χαρτοφυλάκιο q το οποίο βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνορο και ένα χαρτοφυλάκιο p το οποίο είναι αποτελεσματικό (σχήμα 5.1).



ΣΧΗΜΑ 5.1 Χαρτοφυλάκια p και q, όπου $r_p = r_q$

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου q θα ισούται με την απόδοση του χαρτοφυλακίου p συν ένα κατάλοιπο u_q.

$$R_q = R_p + u_q \qquad (1)$$

Σημειώνουμε ότι το κατάλοιπο u_q έχει αναμενόμενη απόδοση μηδέν και δεν συσχετίζεται με την απόδοση του αποδοτικού χαρτοφυλακίου p. Αυτό αποδεικνύεται εύκολα ως εξής:

Ξέρουμε ότι ισχύει από τον Roll:

$$COV\left[\widetilde{R}_p, \widetilde{R}_q\right] = \frac{a - br_q - br_q + cr_q r_p}{ac - b^2} \qquad (2)$$

Γνωρίζοντας, όμως, ότι $r_q = r_p$ η (2) γράφεται:

$$COV\left[\widetilde{R}_p, \widetilde{R}_q\right] = \frac{a - 2br_p + cr_p^2}{ac - b^2} = V\left(\widetilde{R}_p\right) \qquad (3)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (1) στην (2) έχουμε:

$$V\left(\widetilde{R}_p\right) = COV\left(\widetilde{R}_p, \widetilde{R}_p + u_q\right) = V\left(\widetilde{R}_p\right) + COV\left(\widetilde{R}_p, u_q\right) \qquad (4)$$

Από την εξίσωση (4) αποδεικνύεται ότι:

$$COV\left(\widetilde{R}_p, u_q\right) = 0$$

Η διακύμανση της απόδοσης του αποδοτικού χαρτοφυλακίου p ισούται με την συνδιακύμανση ανάμεσα στην απόδοση του χαρτοφυλακίου p και στην απόδοση του χαρτοφυλακίου q.

$$V\left(\widetilde{R}_p\right) = COV\left(\widetilde{R}_p, \widetilde{R}_q\right) \qquad (5)$$

Από την εξίσωση (5) φαίνεται ότι τα χαρτοφυλάκια q και p είναι θετικά συσχετιζόμενα. Επιπλέον η διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου q είναι:

$$V\left(\widetilde{R}_q\right) = V\left(\widetilde{R}_p + u_q\right) \qquad (6)$$

Η (6) γίνεται:

$$V\left(\widetilde{R}_q\right) = V\left(\widetilde{R}_p\right) + V\left(u_q\right) + 2COV\left(\widetilde{R}_p, u_q\right) \qquad (7)$$

Ισχύει όμως,

$$COV\left(\widetilde{R}_p, u_q\right) = 0$$

άρα η (7) γίνεται:

$$V(\widetilde{R}_q) = V(\widetilde{R}_p) + V(u_q) \qquad (8)$$

Από την (8) φαίνεται ότι η διακύμανση του χαρτοφυλακίου q που βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνορο ισούται με τη διακύμανση του αποδοτικού χαρτοφυλακίου που έχει την ίδια απόδοση με το χαρτοφυλάκιο q συν την διακύμανση του στοχαστικού όρου u_q. Φαίνεται επίσης, ότι όσο μικρότερη είναι η διακύμανση του στοχαστικού όρου, τόσο πιο κοντά θα βρίσκεται το χαρτοφυλάκιο q στο αποδοτικό σύνορο. Τέλος, η συνδιακύμανση των αποδόσεων κάθε αξιόγραφου j με τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου q (όπου r_j διαφορετικό από το r_q) ισούται με:

$$COV(\widetilde{R}_j, \widetilde{R}_q) = COV(\widetilde{R}_j, \widetilde{R}_p + u_q) \qquad (9)$$

Η (9) γίνεται:

$$COV(\widetilde{R}_j, \widetilde{R}_q) = COV(\widetilde{R}_j, \widetilde{R}_p) + COV(\widetilde{R}_j, u_q) \qquad (10)$$

Ο δεύτερος όρος της εξίσωσης (10) δηλαδή, η συνδιακύμανση των αποδόσεων του αξιόγραφου j και του στοχαστικού όρου u_q δείχνει τον επιπρόσθετο κίνδυνο που σχετίζεται με την ύπαρξη του αξιόγραφου j μέσα στο αποδοτικό σύνορο. Από την στιγμή που ένας επενδυτής ο οποίος αποφεύγει τον κίνδυνο προτιμά υψηλότερες αναμενόμενες αποδόσεις από χαμηλότερες και λιγότερο κίνδυνο από περισσότερο, τότε απαιτεί μια προεξόφληση για την αντιμετώπιση του επιπρόσθετου κινδύνου που αναλαμβάνει.

Μετά από αυτές τις παρατηρήσεις ξέρουμε ότι ισχύουν οι εξής δύο προτάσεις:

- Το χαρτοφυλάκιο q βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνορο
- Υπάρχει ένας πίνακας u_q που είναι διαφορετικός από τον μηδενικό και περιέχει τις συνδιακυμάνσεις των αποδόσεων του αξιόγραφου με τον στοχαστικό όρο.

Επιπλέον ισχύει:

$$X_q = V^{-1}[R \quad I]A^{-1}\begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} + V^{-1}u_q \qquad (11)$$

Πολλαπλασιάζοντας με V η (11) γίνεται:

$$VX_q = VV^{-1}[R \quad I]A^{-1}\begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} + u_q \qquad (12)$$

Γνωρίζουμε από τον Roll ότι ισχύει:

$$X_p = V^{-1}[R \quad I]A^{-1}\begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix}$$

Άρα η (12) γίνεται:

$$VX_q = VX_p + u_q \qquad (13)$$

Από την (13) συνεπάγεται ότι για να βρίσκεται το χαρτοφυλάκιο q βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνορο θα πρέπει:

$u_q \neq 0$

Εφόσον το χαρτοφυλάκιο p είναι αποδοτικό, σύμφωνα με τον Roll η (13) θα γίνει:

$$VX_q = [R \quad I]A^{-1}\begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} + u_q \qquad (14)$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της (14) με V^{-1} έχουμε:

$$X_q = V^{-1}[R \quad I]A^{-1}\begin{bmatrix} r_p \\ 1 \end{bmatrix} + V^{-1}u_q \qquad (15)$$

Άρα ισχύει:

$$X_q = X_p + X_{uq}$$

όπου:

$$X_{uq} = V^{-1}u_q$$

Γνωρίζοντας ότι ισχύει:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{c}{ac-b^2} & \dfrac{-b}{ac-b^2} \\ \dfrac{-b}{ac-b^2} & \dfrac{a}{ac-b^2} \end{bmatrix}$$

η (14) γίνεται:

$$VX_q = \begin{bmatrix} R & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{cr_p} - b1}{ac-b^2} \\ \dfrac{-br_p + a1}{ac-b^2} \end{bmatrix} + u_q \qquad (16)$$

Θέτοντας $\lambda_1 = \dfrac{cr_p - b}{ac-b^2}$ και $\lambda_2 = \dfrac{-br_p + a}{ac-b^2}$

Η (16) γίνεται:

$$VX_q = \lambda_1 R + \lambda_2 I + u_q \qquad (17)$$

Η εξίσωση (17) μας δείχνει ότι ο πίνακας συνδιακύμανσης VX_q μπορεί να εκφραστεί ως γραμμική συνάρτηση του πίνακα αναμενόμενων αποδόσεων και του πίνακα u_q. Άρα, το χαρτοφυλάκιο q δεν είναι αποδοτικό.

Από τις δύο παρατηρήσεις που κάναμε νωρίτερα, εξάγεται ότι ισχύει:

$$R = r_{zq} 1 + \frac{r_q - r_{zq}}{V(R_p)}\left(VX_q - u_q\right) \qquad (18)$$

Όπου r_{zq} είναι η αναμενόμενη απόδοση του αποδοτικού χαρτοφυλακίου, του οποίου η απόδοση δεν συσχετίζεται με την απόδοση του χαρτοφυλακίου p καθώς και με την απόδοση του χαρτοφυλακίου q.

Η εξίσωση (18) οδηγεί στις εξής δύο υποθέσεις:

- Το χαρτοφυλάκιο q βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνορο και άρα δεν είναι αποδοτικό
- Στην ύπαρξη εγκυρότητας της γραμμικής σχέσης ανάμεσα στον πίνακα που περιλαμβάνει τις αναμενόμενες αποδόσεις του αξιόγραφου και στους πίνακες VX_q και u_q.

Δεδομένης μιας ομάδας από επισφαλή περιουσιακά στοιχεία (τουλάχιστον τρία), θα υπάρχει ένας απεριόριστος αριθμός χαρτοφυλακίων με την ίδια αναμενόμενη απόδοση που βρίσκονται μέσα στο αποδοτικό σύνορο. Είναι ξεκάθαρο , ότι για το κάθε χαρτοφυλάκιο, υπάρχει μια γραμμική σχέση ανάμεσα στον πίνακα που περιέχει τις αναμενόμενες αποδόσεις του αξιόγραφου, στον πίνακα που περιέχει τις συνδιακυμάνσεις του αξιόγραφου και στον πίνακα που περιέχει τις συνδιακυμάνσεις ανάμεσα στις αποδόσεις των αξιόγραφων και στο αντίστοιχο κατάλοιπο.

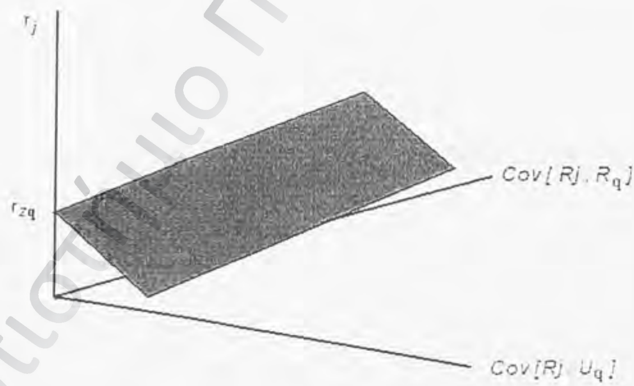
Η (18) μπορεί να γραφεί και ως εξής:

$$r_j = r_{zq} + \left(r_q - r_{zq}\right)\frac{COV\left(\widetilde{R}_j, \widetilde{R}_q\right)}{V\left(\widetilde{R}_p\right)} - \left(r_q - r_{zq}\right)\frac{COV\left(\widetilde{R}_j, u_q\right)}{V\left(\widetilde{R}_p\right)} \qquad (19)$$

Η εξίσωση (19) εκφράζει την τροποποιημένη έκφραση του υποδείγματος αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων για τα μη αποδοτικά χαρτοφυλάκια.

Από την (19) είναι εύκολο να δούμε ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιόγραφου ή ενός χαρτοφυλακίου, είτε είναι αποδοτικό είτε όχι, μπορεί να εκφραστεί σαν γραμμική συνάρτηση του κινδύνου του σε ένα χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνορο και του επιπρόσθετου κινδύνου που συνεπάγεται η κίνηση του χαρτοφυλακίου μέσα στο αποδοτικό σύνορο. Άρα δεν είναι η συνολική διακύμανση του χαρτοφυλακίου p και η συνολική διακύμανση του καταλοίπου που επηρεάζουν τις αναμενόμενες αποδόσεις, αλλά η συνδιακύμανση ανάμεσα στο $\widetilde{R}_j$ και το $\widetilde{R}_q$, καθώς και η συνδιακύμανση ανάμεσα στο $\widetilde{R}_j$ και στο u_q. Από την στιγμή που ένας επενδυτής απαιτεί μια προεξόφληση για να νικήσει τον επιπρόσθετο κίνδυνο του αξιόγραφου ή του χαρτοφυλακίου που συνάγεται από την κίνησή του μέσα στο αποδοτικό σύνορο, η σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση του αξιόγραφου j και της συνδιακύμανσης ανάμεσα στο $\widetilde{R}_j$ και στο u_q είναι αρνητική.

Γραφικά το ΥΑΚΣ φαίνεται στο σχήμα 5.2



ΣΧΗΜΑ 5.2 Το επίπεδο αξιογράφων

Από την (19) έχουμε:

$$\beta_q = \frac{COV(\widetilde{R}_j, \widetilde{R}_q)}{V(\widetilde{R}_p)} - \frac{COV(\widetilde{R}_j, u_q)}{V(\widetilde{R}_p)} \qquad (20)$$

Ο συντελεστής βήτα, όμως, μπορεί να βρεθεί και διαφορετικά. Γνωρίζοντας ότι ισχύει $COV(\widetilde{R}_p, u_q) = 0$ η εξίσωση (6) μπορεί να γραφεί και ως εξής:

$$X_j'VX_q = X_j'VX_p + X_j'VX_{uq} \qquad (21)$$

Διαιρώντας την (21) με $V\left(\widetilde{R}_q\right)$έχουμε:

$$\frac{X_j'VX_q}{V\left(\widetilde{R}_q\right)} = \frac{X_j'VX_p}{V\left(\widetilde{R}_q\right)} + \frac{X_j'VX_{uq}}{V\left(\widetilde{R}_q\right)} \qquad (22)$$

Ξέρουμε ότι ισχύει:

$$\frac{X_j'VX_q}{V\left(\widetilde{R}_q\right)} = \beta_q$$

Άρα η (22) γίνεται:

$$\beta_q = \frac{X_j'VX_p}{V\left(\widetilde{R}_q\right)} + \frac{X_j'VX_{uq}}{V\left(\widetilde{R}_q\right)} \qquad (23)$$

Πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας τα δύο κλάσματα του δεύτερου μέλους της (23) με $V\left(\widetilde{R}_p\right)$και $V(u_q)$ αντίστοιχα, η (23) θα γίνει:

$$\beta_q = \frac{V\left(\widetilde{R}_p\right)}{V\left(\widetilde{R}_q\right)}\beta_p + \frac{V\left(u_q\right)}{V\left(\widetilde{R}_q\right)}\beta_u \qquad (24)$$

Από την (24) φαίνεται ότι ο πίνακας β_q μπορεί να εκφραστεί σαν ένας γραμμικός συνδυασμός των πινάκων β_p και β_u.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΟΤΑΝ ΤΟ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟ ΚΑΙ ΟΤΑΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΠΛΗΘΩΡΙΣΜΟΣ.

Όπως έχει αναφερθεί απαραίτητη προϋπόθεση για την ύπαρξη του ΥΑΚΣ είναι η αποδοτικότητα του χαρτοφυλακίου της αγοράς, όπως επίσης, και η μη ύπαρξη πληθωρισμού. Έχει βρεθεί όμως, ότι καμία από τις παραπάνω υποθέσεις δεν ισχύει στον πραγματικό κόσμο. Σε πολλές χώρες έχει αποδειχτεί ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό. Στο κεφάλαιο 5, αναλύσαμε το άρθρο του Διακογιάννη (1999), το οποίο αναφέρεται στην επέκταση του ΥΑΚΣ όταν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι μη αποδοτικό, ενώ στο κεφάλαιο 4 αναλύσαμε το ΥΑΚΣ όταν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποδοτικό και υπάρχει πληθωρισμός. Σ'αυτό το κεφάλαιο θα εξάγουμε έναν καινούριο τύπο του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων, ο οποίος θα ισχύει όταν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό και όταν υπάρχει πληθωρισμός.

Η απόδοση ενός πραγματικού μη αποδοτικού χαρτοφυλακίου εκφράζεται ως εξής:

$$R_q - \pi = R_p - \pi + u_q \qquad (25)$$

Η διακύμανση ενός μη αποδοτικού πραγματικού χαρτοφυλακίου ισούται με:

$$V\left(\widetilde{R}_q - \pi\right) = V\left(\widetilde{R}_q\right) + V(\pi) - 2COV\left(\widetilde{R}_q, \pi\right) \qquad (26)$$

Αντικαθιστώντας την (8) στην (26) έχουμε:

$$V\left(\widetilde{R}_q - \pi\right) = V\left(\widetilde{R}_p\right) + V\left(u_q\right) + V(\pi) - 2COV\left(\widetilde{R}_q, \pi\right) \qquad (27)$$

Ο τελευταίος όρος της εξίσωσης (27) γίνεται:

$$COV\left(\widetilde{R}_q, \pi\right) = COV\left(\widetilde{R}_p + u_q, \pi\right) \qquad (28)$$

Η (28) γίνεται:

$$COV\left(\widetilde{R}_q,\pi\right)=COV\left(\widetilde{R}_p,\pi\right)+COV\left(u_q,\pi\right) \qquad (29)$$

Αντικαθιστώντας την (29) στην (27) έχουμε και επειδή ισχύει $COV\left(\widetilde{R}_p,u_q\right)=0$ έχουμε:

$$V\left(\widetilde{R}_q-\pi\right)=V\left(\widetilde{R}_p\right)+V\left(u_q\right)+V(\pi)+2COV\left(\widetilde{R}_p,\pi\right)+2COV\left(u_q,\pi\right) \qquad (30)$$

Θέτουμε Ψ_q το μη αποδοτικό χαρτοφυλάκιο που περιέχει τον πληθωρισμό, και υπενθυμίζουμε ότι Z_p είναι το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο με πληθωρισμό τότε ξέρουμε ότι ισχύει:

$$V\Psi_q=VZ_p+u_q \qquad (31)$$

Στο προηγούμενο κεφάλαιο αποδείξαμε ότι το Z_p ισούται με:

$$Z_p=V^{-1}\begin{bmatrix}R & I\end{bmatrix}A^{-1}\begin{bmatrix}r_p\\1\end{bmatrix}+V^{-1}C-V^{-1}\begin{bmatrix}R & 1\end{bmatrix}A^{-1}\begin{bmatrix}R & 1\end{bmatrix}'V^{-1}C \qquad (32)$$

Αντικαθιστώντας την (32) στην (31) έχουμε:

$$V\Psi_q=\begin{bmatrix}R & I\end{bmatrix}A^{-1}\begin{bmatrix}r_p\\1\end{bmatrix}+C-\begin{bmatrix}R & 1\end{bmatrix}A^{-1}\begin{bmatrix}R & 1\end{bmatrix}'V^{-1}C+u_q \qquad (33)$$

Πολλαπλασιάζοντας την (33) με V^{-1} έχουμε:

$$\Psi_q=V^{-1}\begin{bmatrix}R & I\end{bmatrix}A^{-1}\begin{bmatrix}r_p\\1\end{bmatrix}+V^{-1}C-V^{-1}\begin{bmatrix}R & 1\end{bmatrix}A^{-1}\begin{bmatrix}R & 1\end{bmatrix}'V^{-1}C+V^{-1}u_q \qquad (34)$$

Ξέρουμε ότι ισχύει:

$$X_p=V^{-1}\begin{bmatrix}R & I\end{bmatrix}A^{-1}\begin{bmatrix}r_p\\1\end{bmatrix} \qquad (35)\text{και}$$

$$H=V^{-1}C-V^{-1}\begin{bmatrix}R & I\end{bmatrix}A^{-1}\begin{bmatrix}R & I\end{bmatrix}'V^{-1}C \quad (36)$$

Αντικαθιστώντας την (35) και την (36) στην (34) έχουμε:

$$\Psi_q = X_p + H + V^{-1}u_q \qquad (37)$$

Το βήτα για ένα μη αποδοτικό πραγματικό χαρτοφυλάκιο ή αξιόγραφο ισούται με:

$$\beta_q = \frac{COV(\widetilde{R}_j - \pi, \widetilde{R}_q - \pi) - COV(\widetilde{R}_j - \pi, u_q)}{V(\widetilde{R}_p - \pi)} \qquad (38)$$

Ξέρουμε ότι

ισχύει:

$$COV(\widetilde{R}_j - \pi, \widetilde{R}_q - \pi) = COV(\widetilde{R}_j, \widetilde{R}_q) - COV(\widetilde{R}_j, \pi) - COV(\widetilde{R}_q, \pi) + V(\pi) \qquad (39)$$

και

$$COV(\widetilde{R}_j - \pi, u_q) = COV(\widetilde{R}_j, u_q) + COV(\pi, u_q) \qquad (40)$$

και

$$V(\widetilde{R}_p - \pi) = V(\widetilde{R}_p) + V(\pi) - 2COV(\widetilde{R}_p, \pi) \qquad (41)$$

Αντικαθιστώντας την (39), την (40) και την (41) στην (38) έχουμε:

$$\beta_q = \frac{COV(\widetilde{R}_j, \widetilde{R}_q) - COV(\widetilde{R}_j, \pi) - COV(\widetilde{R}_q, \pi) + V(\pi) - COV(\widetilde{R}_j, u_q) + COV(\pi, u_q)}{V(\widetilde{R}_p) + V(\pi) - 2COV(\widetilde{R}_p, \pi)}$$

Άρα το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων για τα μη αποδοτικά χαρτοφυλάκια με την εισαγωγή του πληθωρισμού μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$(r_j - \pi) = (r_{zq} - \pi) + (r_q - r_{zq})\frac{COV(\widetilde{R}_j, \widetilde{R}_q) - COV(\widetilde{R}_j, \pi) - COV(\widetilde{R}_q, \pi) + V(\pi) - COV(\widetilde{R}_j, u_q) + COV(\pi, u_q)}{V(\widetilde{R}_p) + V(\pi) + 2COV(\widetilde{R}_p, \pi)}$$

Τέλος, η διακύμανση του χαρτοφυλακίου Ψ_q ισούται με:

$$V(\Psi_q) = \Psi_q{}' S \Psi_q \qquad (42)$$

Αντικαθιστώντας την (37) στην (42) έχουμε:

$$V(\Psi_q)=(X_p+H+X_{uq})'S(X_p+H+X_{uq}) \qquad (43)$$

Κάνοντας τις πράξεις η (43) μας δίνει την εξίσωση (44):

$$V(\Psi_q)=X_p'SX_p+X_p'SH+X_p'SX_{uq}+H'SX_p+H'SH+H'SX_{uq}+X_{uq}'SX_p+X_{uq}'SH+X_{uq}'SX_{uq}$$

Γνωρίζοντας ότι:

$$V(X_p)=X_p'SX_p$$

και

$$H'SH=H'C$$

και

$$H'SX_p=-H'C$$

Η (44) γίνεται:

$$V(\Psi_q)=V(X_p)-H'C+X_p'SX_{uq}+H'SX_{uq}+X_{uq}'SX_p+X_{uq}'SH+X_{uq}'SX_{uq} \qquad (45)$$

Ξέρουμε, όμως, ότι $V(Z_p)=V(X_p)-H'C$ άρα η (45) γίνεται:

$$V(\Psi_q)=V(Z_p)+X_p'SX_{uq}+H'SX_{uq}+X_{uq}'SX_p+X_{uq}'SH+X_{uq}'SX_{uq} \qquad (46)$$

Θέτουμε $\Phi_p=X_p'SX_{up}+H'SX_{up}+X_{uq}'SX_p+X_{uq}'SH+X_{uq}'SX_{uq}$ άρα η (46) γίνεται:

$$V(\Psi_p)=V(Z_p)+\Phi_p \qquad (47)$$

Η εξίσωση (47) μας δείχνει ότι η διακύμανση ενός μη αποδοτικού χαρτοφυλακίου με πληθωρισμό εξαρτάται από την διακύμανση ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου με πληθωρισμό συν έναν πίνακα Φ_p ο οποίος είναι διαφορετικός για κάθε επενδυτή, εφόσον εξαρτάται από το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο X_p του κάθε επενδυτή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Συνοψίζοντας, μπορούμε να πούμε ότι οι γραμμικές σχέσεις ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και τον συστηματικό κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου ξεκινάνε από το Υπόδειγμα της Αγοράς του Markowitz (1952). Το Υπόδειγμα της αγοράς οδηγεί στην θεωρία κεφαλαιαγοράς και στο πιο συνηθισμένο υπόδειγμα ισορροπίας, το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων. Η θεωρία κεφαλαιαγοράς οδηγεί στην γραμμή κεφαλαιαγοράς, η οποία αφορά μόνο τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια, ενώ το ΥΑΚΣ στην γραμμή αξιόγραφων, η οποία αναφέρεται και σε μη αποδοτικά χαρτοφυλάκια και σε αξιόγραφα.

Η θεωρία της κεφαλαιαγοράς και το ΥΑΚΣ στηρίζονται σε ένα σύνολο υποθέσεων, που όμως, δεν περιγράφουν τον πραγματικό κόσμο. Για τον παραπάνω λόγο έχουν γίνει κάποιες επεκτάσεις του ΥΑΚΣ. Ο Roll (1977) επέκτεινε το ΥΑΚΣ όταν απαγορεύεται η προπώληση. Οι Mayers (1972) και Brito (1977-78) επέκτειναν το ΥΑΚΣ όταν υπάρχουν και μη εμπορεύσιμα περιουσιακά στοιχεία. Ο Lintner (1969) και ο Gonedes (1976) επέκτειναν το μοντέλο εισάγοντας την υπόθεση ότι οι προσδοκίες των επενδυτών δεν είναι ομοιογενείς. Ο Lindenberg (1979) επέκτεινε το ΥΑΚΣ υποθέτοντας ότι οι επενδυτές μπορούν να επιδράσουν στην τιμή της μετοχής. Ο Fama (1970) ανέπτυξε το ΥΑΚΣ πολλαπλών περιόδων και ο Merton (1973) το πολυβήτα ΥΑΚΣ. Τέλος, ο Διακογιάννης (1999) επέκτεινε το ΥΑΚΣ υποθέτοντας ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό.

Σκοπός της μελέτης αυτής είναι να παρουσιάσει μια καινούρια μορφή του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων, εισάγοντας τις υποθέσεις ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό και ότι υπάρχει πληθωρισμός. Ξεκινώντας από το χαρτοφυλάκιο του Roll, αποδείξαμε ότι το ΥΑΚΣ σύμφωνα με τον Roll δίνεται από τον τύπο:

$$r_i = r_z + (r_M - r_z)\beta$$

Στην συνέχεια επεκτείναμε αυτή την μορφή του ΥΑΚΣ, υποθέτοντας ότι όλες οι υποθέσεις του παραμένουν σταθερές, εκτός από αυτή που υποστηρίζει ότι δεν υπάρχει πληθωρισμός. Η καινούρια μορφή του ΥΑΚΣ με πληθωρισμό δίνεται από τον τύπο:

$$r_i - \pi = r_z - \pi + \left[r_M - \pi - (r_z - \pi)\right]\beta_{ri}$$

Η επόμενη επέκταση που αναπτύχθηκε είναι αυτή που υποθέτει ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποδοτικό (Διακογιάννης, 1999). Το ΥΑΚΣ, τώρα, δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$r_i = r_{zq} + \left(r_q - r_{zq}\right)\frac{COV\left(\widetilde{R}_i, \widetilde{R}_q\right)}{V\left(\widetilde{R}_p\right)} - \left(r_q - r_{zq}\right)\frac{COV\left(\widetilde{R}_i, u_q\right)}{V\left(\widetilde{R}_p\right)}$$

Τέλος, επεκτείναμε την παραπάνω μορφή του ΥΑΚΣ, υποθέτοντας την ύπαρξη πληθωρισμού. Η καινούρια μορφή του υποδείγματος φαίνεται παρακάτω:

$$r_i - \pi = \left(r_{zq} - \pi\right) + \left(r_q - r_{zq}\right)\frac{COV\left(\widetilde{R}_i, \widetilde{R}_q\right) - COV\left(\widetilde{R}_i, \pi\right) - COV\left(\widetilde{R}_q, \pi\right) + V(\pi) - COV\left(\widetilde{R}_i, u_q\right) + COV\left(\pi, u_q\right)}{V\left(\widetilde{R}_p\right) + V(\pi) - 2COV\left(\widetilde{R}_p, \pi\right)}$$

Η παραπάνω έρευνα μπορεί να επεκταθεί και άλλο αν εισάγουμε την υπόθεση ότι υπάρχουν κόστη μεταφοράς.

Επίσης, μπορεί να γίνει εμπειρικός έλεγχος αυτού του μοντέλου, εξετάζοντας αν ισχύει η καινούρια φόρμουλα του ΥΑΚΣ όταν ο πληθωρισμός είναι μηδενικός ή τείνει στο μηδέν. Επίσης, μπορεί να εξετασθεί αν ο κίνδυνος βήτα είναι μεροληπτικός σε σχέση με τον παραδοσιακό τύπο του ΥΑΚΣ.

Βιβλιογραφία

Manaster Steven (1979) Real and Nominal Efficient Sets, Journal of Finance , 34, 93-102.

Hessel Christofer (1981) Extensions to portfolio theory to reflect vast wealth differences among investors, Journal of Financial and Quantitative analysis, 16, 53-65.

Jagannathan Ravi – Wang Zhenyu (1996) The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns, Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1-28.

Hess P. (1983) Test for Tax Effects in the Pricing of Financial Assets, Journal of Business, 56, 537-553.

Levy Haim (1978) Equilibrium in an Imperfect Market: A Constraint on the Number of Securities in the Portfolio, The American Economic Review, 38, 643-646.

Mayshar Joram (1983) On Divergence of opinion and imperfections in Capital Markets, 73, 114-127.

Gilster John (1983) Capital Market Equilibrium with divergent investment horizon length assumptions, 18, 257-264.

Brito Ney (1977) Marketability restrictions and the valuation of Capital Assets under uncertainty, Journal of Finance, 32, 1109-1123.

Mayers David (1972) "Nonmarketable Assets and Capital Market Equilibrium under Uncertainty", Studies in Theory of Capital Markets.

Mayers David (1976) Nonmarketable Assets, Market segmentation, and the level of Asset Prices, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1-11.

Stapleton R.-Subrahmanyam M. (1979) Marketability of Assets and the price of risk, Journal of Financial and Quantitative analysis, 14, 1-10

Litzenberger R.-Ramaswamy K. (1979) The effect of personal taxes and dividends on Capital Assets Prices, 163-194.

Lintner J. (1969) The Aggregation of Investors Diverse Judgments and Preferences in Purely Competitive Security Markets, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 4, 347-400.

Fama E. (1970) Multi-period Consumption-Investment Decision, American Economic Review, 60,163-174.

Gonedes N. (1976) Capital Market Equilibrium for a Class of Heterogeneous Expectations in a Two-Parameter World, Journal of Finance, 31, 1-15.

Friend I.-Landskroner Y.-Losq E. (1976) The Demand for Risky Assets and Uncertain Inflation, Journal of Finance, 31, 1287-1297.

Merton R. (1973) An Intertemporal Capital Asset Pricing Model, Econometrica, 41, 867-888.

Diacogiannis G. (1999) A Three Dimensional Risk – Return Relationship Based Upon the Inefficiency of a Portfolio: Derivation and Implications, European Journal of Finance, 1-17.

Elton E.–Gruber M. "Modern Portfolio Theory and Investment Analysis", 312-327.

Brigham E. – Gapenski L. "Financial Management: Theory and Practice",205-212.