



118

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
 ΤΜΗΜΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ
 ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
 ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ



00140187

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ	
ΑΡ. ΕΙΣ.	40187
COMP.	23950 + 22712
ΤΑΞΙΝ.	332.645 ΑΓ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ	

Επιβλέπων Καθηγητής: Εμμανουήλ Δ. Τσιροτάκης
 Μεταπτυχιακός Φοιτητής: Τιμόθεος Θ. Αγγελίδης

ΠΕΙΡΑΙΑΣ 2000

Πίνακας Περιεχομένων

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	1
ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	2
ΕΡΕΥΝΑ-ΣΥΝΟΨΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ.....	3
HISTORY OF THE CHICAGO BOARD OPTIONS EXCHANGE (CBOE).....	7
Η BLACK-SCHOLES ΦΟΡΜΟΥΛΑ ΚΑΙ ΟΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ.....	9
ΒΑΣΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ.....	10
ΑΔΥΝΑΜΙΕΣ ΤΗΣ BLACK-SCHOLES ΦΟΡΜΟΥΛΑΣ ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΟΥ ΤΙΣ ΔΙΟΡΘΩΝΟΥΝ.....	13
ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ.....	15
STRADDLE.....	20
MEAN REVERSION.....	20
ΓΕΝΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΚΑΙ ΤΩΝ IMPLIED VOLATILITIES ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟ (ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 1998 – ΑΠΡΙΛΙΟΣ 2000).....	22
ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ.....	23
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΑ ΤΟΥ S&P 500.....	31
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	34
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	35
ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ.....	37

Εισαγωγή

Μοντέλα που έχουν δημιουργηθεί από τις implied volatilities των τιμών των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων συνήθως χρησιμοποιούνται για να προβλέψουν τη μελλοντική διακύμανση. Ωστόσο, υπάρχει μια σειρά από άλλες μεθόδους (από απλοϊκές μέχρι πολύ σύνθετες) για την πρόβλεψη της διακύμανσης. Στις απλοϊκές μεθόδους μπορούμε να κατατάξουμε τους κλασικούς τρόπους εκτίμησης της τυπικής απόκλισης, ενώ στις πλέον σύνθετες κατατάσσουμε τα ARCH μοντέλα που προτάθηκαν από τον Engle, τα οποία χρησιμοποιούν τις μεταβολές του υποκείμενου τίτλου για να προβλέψουν τη διακύμανση. Συνολικά χρησιμοποιήθηκαν 12 μοντέλα πρόβλεψης της διακύμανσης για τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα του S&P 500 για την περίοδο από τον Φεβρουάριο 1998 μέχρι τον Απρίλιο 2000.

Χρησιμοποιήθηκαν 3 κανόνες συναλλαγής για κάθε ένα από τους 12 τρόπους πρόβλεψης της μεταβλητότητας όλων των near-at-the-money straddles για μια χρονική περίοδο από $t-45$ έως $t-15$, όπου t είναι η ημερομηνία λήξης του δικαιώματος. Η επιλογή των straddle έγινε επειδή τα near-at-the-money είναι σχεδόν delta neutral, αφού το άθροισμα των delta των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης τείνει στο 0. Επίσης, στα straddle η επιρροή των μερισμάτων είναι μικρή, αφού η αρνητική τους επιρροή στο δικαίωμα αγοράς σχεδόν εξοφάνίζεται από την θετική επιρροή στο δικαίωμα πώλησης.

Για κάθε ημέρα γίνεται τιμολόγηση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων με βάση κάθε μια μέθοδο πρόβλεψης της διακύμανσης και γίνεται αγορά (πώληση) του straddle εάν η τιμή που είχε προβλεφθεί ήταν υψηλότερη (χαμηλότερη) από την τιμή κλεισίματος (μέσος όρος bid – ask) της αγοράς. Την επόμενη ημέρα γίνεται το κλείσιμο της συγκεκριμένης θέσης. Επίσης για κάθε ημέρα πραγματοποιείται ο υπολογισμός των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Με αυτόν τον τρόπο είναι δυνατόν να ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα τόσο της αγοράς των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων, όσο και η δυνατότητα των διαφόρων μοντέλων να προβλέψουν σωστά τη διακύμανση του υποκείμενου τίτλου.

Το συνολικά αποτελέσματα έδειξαν ότι οι Garch [Garch(1,1) και Garch-M] προβλέψεις δίνουν μεγαλύτερο κέρδος από όλες τις στρατηγικές πριν και μετά από την αφαίρεση των εξόδων συναλλαγής.

Το υπόλοιπο μέρος της διατριβής χωρίζεται στα εξής μέρη:

1. Σύνοψη βιβλιογραφίας και ιστορικά στοιχεία για το CBOE
2. Η Black-Scholes φόρμουλα και οι παράμετροι αντιστάθμισης

3. Χαρακτηριστικά της μεταβλητότητας
4. Μέθοδοι εκτίμησης της μεταβλητότητας
5. Εμπειρικά αποτελέσματα για τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα του S&P 500.

Έρευνα-Σύνοψη βιβλιογραφίας

Στο Forecasting Volatility and Option Prices of the S&P 500 Index οι Jaesun Noh, Robert F. Engle and Alex Kane χρησιμοποίησαν μια εκτίμηση για τη μελλοντική διακύμανση του S&P 500, και μέσω αυτής πρόβλεψαν τη μελλοντική τιμή των δικαιωμάτων. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται σύγκριση δύο διαφορετικών μοντέλων πρόβλεψης της διακύμανσης: [Garch(1,1), implied regression]. Η σύγκριση των δύο μοντέλων γίνεται μέσω trade rules για at the money straddles. Αν η τιμή του straddle, με την εκτίμηση της μελλοντικής διακύμανσης, είναι μεγαλύτερη από τη σημερινή, τότε γίνεται αγορά του straddle. Σε αντίθετη περίπτωση γίνεται πώληση. Για κάθε μέρα γίνεται εκτίμηση των κερδών από τις δύο στρατηγικές και στο τέλος της περιόδου συγκρίνονται οι αποδόσεις των δύο μοντέλων.

Επίσης, άλλοι συγγραφείς (Theodore E. Day and Craig M. Lewis) στο άρθρο Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options, προσπάθησαν να βρουν ένα μοντέλο (Garch, implied, και οι συνδυασμοί τους) για να δημιουργήσουν ικανοποιητικές προβλέψεις της διακύμανσης του S&P 100.

Στην έρευνα των Noh, Engle και Kane χρησιμοποιήθηκαν ημερήσιες τιμές του S&P 500 index (April 1986 – December 1991) και συγχρόνως πήρε τις τιμές των at-the-money puts και calls (April 1986 – December 1991). Ωστόσο, για να μειωθεί ο όγκος των δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν τα δικαιώματα τα οποία είχαν τουλάχιστον 15 ημέρες ζωή. Παρόμοια, οι Day, Craig και Lewis χρησιμοποίησαν εβδομαδιαίες τιμές του S&P 100 (Μάρτιος 1983 – Δεκέμβριος 1989), και πήραν at-the-money puts και calls (Μάρτιος 1983 – Δεκέμβριος 1989). Πάλι εξαιρέθηκαν ορισμένα δικαιώματα, αλλά αυτή τη φορά η εξαίρεσή τους έγινε με βάση το αν διέφερε η τιμή του υποκείμενου τίτλου κατά \$15 από την τιμή εξάσκησής τους. Τέλος, ως επιτόκιο μηδενικού κινδύνου χρησιμοποιήθηκε το Treasury bill του οποίου η λήξη συμπίπτει με αυτήν των δικαιωμάτων.

Οι Noh, Engle και Kane έλεγξαν κατά πόσο η διακύμανση και η implied volatility αλλάζει από ημέρα σε ημέρα. Οι συγγραφείς βρήκαν ότι η διακύμανση αυξάνεται τη

Δευτέρα και μειώνεται την Τρίτη, ενώ τα implied volatilities των puts και calls είναι διαφορετικά. Στα ίδια αποτελέσματα κατέληξαν είτε συμπεριλάμβαναν τον Οκτώβριο του 1987 είτε όχι. Με αυτό το σκεπτικό, προσάρμοσαν το Garch (1,1) μοντέλο στην πρώτη επίδραση, ενώ την implied regression και στα δύο.

Garch Model

$$r_t = a_0 + a_1 r_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\frac{h_t}{n_t^\delta} = b_0 + b_1 \frac{\varepsilon_{t-1}^2}{n_{t-1}^\delta} + b_2 \frac{h_{t-1}}{n_{t-1}^\delta}$$

Ο όρος n_t^δ διορθώνει το πρώτο effect.

Implied volatility model

$$v_{c,t} = c_0 + a_1 D_{1,t} + a_2 D_{2,t} + r_{t-1} + a_4 v_{c,t-1} + a_5 v_{c,t-2} + a_6 v_{p,t-1} + a_7 v_{p,t-2} + \varepsilon_{1t}$$

$$v_{p,t} = c_0 + a_1 D_{1,t} + a_2 D_{2,t} + r_{t-1} + a_4 v_{c,t-1} + a_5 v_{c,t-2} + a_6 v_{p,t-1} + a_7 v_{p,t-2} + \varepsilon_{1t}$$

Οι ψευδομεταβλητές D προσαρμόζουν το μοντέλο στην αύξηση της διακύμανσης που παρουσιάζεται τη Δευτέρα, ενώ στο implied volatility του call υπάρχουν όχι μόνο οι δικές του χρονικές υστερήσεις, αλλά και του put. Αντίστοιχα έχουν δημιουργηθεί τα implied volatility του put.

Αντίθετα, στην έρευνα των Day και Lewis συμπεριέλαβαν τον Οκτώβριο του 1987 και δεν εξέτασαν κατά πόσον τα αποτελέσματά τους διαφοροποιούνται από την ύπαρξη αυτού του μήνα. Για να ελέγξουν πιο μοντέλο δίνει περισσότερες πληροφορίες κατασκεύασαν τα παρακάτω:

Garch

$$r_t = a_0 + a_1 r_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$h_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + b_1 h_{t-1}^2 \text{ Garch (1,1)}$$

$$\ln(h_t^2) = a_0 + b_1 \ln(h_{t-1}^2) +$$

$$a_1 (\theta \psi_{t-1} + \gamma (|\psi_{t-1}| - (2/\pi)^{1/2})), \psi_{t-1} = \varepsilon_{t-1} / h_{t-1} \text{ EGarch}$$

Implied Volatility model

$$h_t^2 = a_0 + \delta \sigma_{t-1}^2, \text{ Garch}$$

$$\ln(h_t^2) = a_0 + \delta \ln(\sigma_{t-1}^2), \text{ EGarch}$$

Ουσιαστικά, αν η implied volatility δίνει περισσότερη πληροφορία από ότι ένα Garch μοντέλο, τότε θα πρέπει ο όρος δ να είναι στατιστικά σημαντικός.

Συμπερασματικά, οι Noh, Engle και Kane βρήκαν ότι οι προβλέψεις που δημιουργήθηκαν από τα Garch μοντέλα έδωσαν μεγαλύτερο κέρδος από αυτές των implied regression¹. Επίσης, οι Day και Lewis βρήκαν ότι οι implied volatilities περιέχουν αυξητικές πληροφορίες σε σχέση με τα Garch, EGarch μοντέλα. Άρα, ουσιαστικά αυτό που πρότειναν είναι ότι ο συνδυασμός Garch και implied volatility δίνει περισσότερες πληροφορίες για τη δομή της διακύμανσης.

Εξάλλου, μια επενδυτική εταιρεία (O' Conner Associates) εξετάζει κατά πόσο υπάρχουν υποτιμημένα και υπερτιμημένα χρηματοοικονομικά δικαιώματα χρησιμοποιώντας επιτυχώς τα Garch μοντέλα για να τα τιμολογήσει και να τα διαπραγματευτεί.

Επίσης, οι Black and Scholes (1972) και ο Galai (1977) προσπάθησαν να βρουν αν είναι δυνατόν να έχουν αποδόσεις παραπάνω από το risk free αγοράζοντας υποτιμημένα options (σε σχέση με τη θεωρητική τιμή) και πουλώντας τα αντίστοιχα υπερτιμημένα. Βρήκαν ότι υπήρχαν υπερβάλλουσες αποδόσεις, οι οποίες ωστόσο θα ήταν διαθέσιμες μόνο για τους market-makers, αφού όταν λάμβαναν υπόψη το κόστος συναλλαγής, αυτές εξαφανίζονταν.

Επιπλέον, οι Evnine και Rudd (1985) απέδειξαν ότι τα δικαιώματα πάνω σε δείκτες δεν ήταν σωστά τιμολογημένα μετά από ένα χρόνο διαπραγμάτευσης. Όχι μόνο ήταν κακώς τιμολογημένα χρησιμοποιώντας το διωνυμικό μοντέλο, αλλά είχαν παραβιαστεί τα όρια και η ισοδύναμη σχέση τους (put-call parity).

Οι Cootner και Hogrell (1989) χρησιμοποιώντας ημερήσιες τιμές κλεισίματος απέδειξαν ότι η Black-Scholes φόρμουλα υπερεκτιμά τα δικαιώματα αγοράς, ιδιαίτερα όταν χρησιμοποιείται η ιστορική διακύμανση και όχι η implied. Αυτή η υπερεκτίμηση αυξάνει όταν το δικαίωμα αγοράς είναι στην αρχή της ζωής του.

Ο Sheik (1991) χρησιμοποιώντας δεδομένα από τα δικαιώματα στον S&P 100 βρήκε ότι οι τιμές της αγοράς διαφέρουν σημαντικά από τις τιμές του Black-Scholes. Οι διαφορές αυτές οφείλονταν στη μεταβαλλόμενη διακύμανση του δείκτη, αλλά δεν είναι δυνατόν να γίνει εκμετάλλευση τους γιατί είναι πολύ δύσκολο να δημιουργηθεί χαρτοφυλάκιο το οποίο να συμπεριφέρεται όπως ο δείκτης S&P 100.

Οι French και Maberly (1992) βρήκαν ότι το 28% των δικαιωμάτων αγοράς του S&P 100 εξασκούνται μεταξύ 3:00 και 3:15, δηλαδή όταν η αγορά των μετοχών έχει

κλείσει. Επομένως, οι επενδυτές χρησιμοποιούν την ευκαιρία του “wildcard” που τους δίνεται.

Επίσης, οι Chiras και Manaster (1978) εξέτασαν την αποτελεσματικότητα της αγοράς των δικαιωμάτων αγοράζοντας δικαιώματα με χαμηλή implied volatility και πουλώντας αυτά που είχαν υψηλή. Η συγκεκριμένη στρατηγική απέδιδε κατά μέσο όρο 10% μηνιαίως, με αποτέλεσμα να καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι η αγορά των δικαιωμάτων είναι μη αποτελεσματική και το Black-Scholes μοντέλο είναι σωστό.

Τέλος, ο Rubinstein (1985) σύγκρινε τις τιμές από διάφορα μοντέλα τιμολόγησης των δικαιωμάτων με αυτές που παρατηρούνταν στην αγορά, για μια περίοδο δύο χρόνων. Εξέτασε τις σχέσεις και τις μεροληψίες υπολογίζοντας την implied volatility δυο διαφορετικών δικαιωμάτων τα οποία διέφεραν ως προς την τιμή εξάσκησης και λήξης. Ο Rubinstein κατέληξε ότι τα out-of-the-money δικαιώματα με μικρό εναπομένοντα χρόνο ζωής είναι υπερτιμημένα. Ακόμα, υπάρχει μεροληψία στη σχέση που συνδέει τα in-the-money και τα out-of-the-money, αλλά η κατεύθυνση αυτής της σχέσης δεν μπορεί να εξερευνηθεί αφού συνέχεια αλλάζει. Τέλος, κατέληξε ότι δεν υπάρχει καλύτερο μοντέλο από αυτό των Black-Scholes, το οποίο συνέχεια να τιμολογεί καλύτερα τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα.

Περίληψη των εμπειρικών αποτελεσμάτων των προηγούμενων μελετών

Τα εμπειρικά αποτελέσματα όλων των ερευνών καταδεικνύουν ότι το μοντέλο τιμολόγησης των Black-Scholes λειτουργεί πάρα πολύ καλά για near-at-the-money δικαιώματα. Συγκεκριμένα, μπορεί να ανακαλύψει ποια δικαιώματα δεν είναι σωστά τιμολογημένα, αλλά αυτές οι δυσλειτουργίες δεν είναι δυνατόν να ανακαλυφθούν από άτομα που δεν είναι μέσα στην αγορά (trade floor). Ωστόσο τα άτομα που είναι μέσα στο χρηματιστήριο και οι delta arbitrageurs μπορούν να αγοράζουν υποτιμημένα δικαιώματα και να πωλούν υπερτιμημένα. Θα πρέπει βέβαια να κάνουν «συνεχής» αντιστάθμιση καθώς η τιμή της μετοχής αλλάζει και ο χρόνος μειώνεται.

Ωστόσο, το Black-Scholes μοντέλο είναι συχνά λιγότερο ακριβές όταν τιμολογεί δικαιώματα σε μετοχές ή δείκτες με πολύ μικρή ή πολύ μεγάλη διακύμανση, όταν τα μερίσματα δεν έχουν υπολογιστεί σωστά και όταν πρόκειται για deep-in-the-money ή για deep-out-the-money με μεγάλο εναπομένοντα χρόνο ζωής. Οι μεροληψίες αυτές δεν είναι σταθερές στο χρόνο, με αποτέλεσμα να μην είναι δυνατόν να εξαχθούν

ασφαλή συμπεράσματα. Ακόμα, η μη σωστή τιμολόγηση των deep-in-the-money ή των deep-out-the-money δικαιωμάτων μπορεί να οφείλεται στη διαφορά μεταξύ της λογαριθμικής κατανομής που υποθέτει η Black-Scholes φόρμουλα και στην εμπειρική (αυτή που παρατηρείται στην αγορά). Παρόλα αυτά, για τα μοντέλα που έχουν χαρακτηριστικά που προδιαθέτουν ότι είναι ανώτερα του Black-Scholes, δεν έχει αποδειχτεί ότι τιμολογούν τα δικαιώματα καλύτερα.

Τέλος, όταν εξετάζεται η τιμολόγηση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη τα παρακάτω:

- Τα δικαιώματα θα πρέπει να διαπραγματεύονται την ίδια ώρα που διαπραγματεύονται οι μετοχές,
- Η επίδραση του bid-ask θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη,
- Κάθε τεστ των μοντέλων τιμολόγησης των δικαιωμάτων είναι μια ταυτόχρονη εξέταση της ορθότητάς του και της αποτελεσματικότητας των αγορών δικαιωμάτων. Είναι πολύ δύσκολο να διευκρινιστεί αν το μοντέλο είναι λάθος ή πραγματικά τα δικαιώματα δεν έχουν τιμολογηθεί σωστά.

History of the Chicago Board Options Exchange (CBOE)

Το Chicago Board Options Exchange (CBOE) ιδρύθηκε το 1973, δίνοντας μια νέα ώθηση στη διαπραγμάτευση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων. Πριν δημιουργηθεί το CBOE, τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα δεν διαπραγματεύονταν σε μια προκαθορισμένη αγορά, με αποτέλεσμα να μην προσφέρουν «σιγουριά» στους επενδυτές. Η γρήγορη αποδοχή των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων που πρόσφερε το CBOE, το οδήγησε να γίνει το δεύτερο μεγαλύτερο χρηματιστήριο στη χώρα και το πρώτο όσο αφορά τη διαπραγμάτευση χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων. Σήμερα, στο CBOE πραγματοποιείται το 51% των πράξεων σε δικαιώματα και το 91% για δικαιώματα πάνω σε δείκτες, ενώ υπάρχουν 1200 δικαιώματα πάνω σε μετοχές μεγάλης εμπορευσιμότητας.

Αρχικά, το CBOE ιδρύθηκε από το Chicago Board of Trade (CBOT), αλλά πάντα λειτουργούσε ως ανεξάρτητη οντότητα. Έπειτα από 4 χρόνια σχεδιασμού το CBOE λειτούργησε στις 26 Απριλίου του 1973 εκδίδοντας 16 δικαιώματα αγοράς (call) πάνω σε μετοχές. Τα δικαιώματα πώλησης (put) πρωτοεκδόθηκαν το 1977. Από το 1975 η διαπραγμάτευση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων έγινε πολύ δημοφιλής, με αποτέλεσμα και άλλα χρηματιστήρια να αρχίσουν τη διαπραγμάτευση νέων δικαιωμάτων. Σήμερα, στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής υπάρχουν

τέσσερα χρηματιστήρια, συμπεριλαμβανόμενου του CBOE, όπου διαπραγματεύονται χρηματοοικονομικά δικαιώματα.

10 χρόνια μετά από την έναρξη της διαπραγμάτευσης των δικαιωμάτων, πραγματοποιήθηκε μια νέα επανάσταση στο χώρο: τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα πάνω σε δείκτες μετοχών. Ο πρώτος δείκτης πάνω στον οποίο κατασκευάστηκαν ήταν ο Standard & Poor's 100 στον οποίο το 1998 διαπραγματεύτηκαν 33 εκατομμύρια συμβόλαια. Στη συνέχεια δημιουργήθηκαν δικαιώματα πάνω στον Standard & Poor's 500 (είναι ο δείκτης τον οποίο οι επενδυτές θεωρούν ως σημείο αναφοράς της αγοράς). Το σύνολο των συμβολαίων που διαπραγματεύτηκαν για το S&P 500 το 1998 ήταν 26 εκατομμύρια.

Το CBOE Ιούνιο του 1989 εισήγαγε τα δικαιώματα πάνω σε επιτόκια. Αυτά τα δικαιώματα, επιτρέπουν στους επενδυτές να πάρουν θέσεις σε σχέση με τις πιθανές κινήσεις των επιτοκίων ή να αντισταθμίσουν υπάρχουσες θέσεις τους. Υπάρχουν δικαιώματα πάνω στο επιτόκιο του U.S Treasury Bill (13 εβδομάδων), και δικαιώματα πάνω στο επιτόκιο των 5ετών, 10ετών και 30ετών των U.S treasury Notes/Bonds. Η υποκείμενη αξία αυτών των δικαιωμάτων μεταβάλλεται σε σχέση με τις μεταβολές της καμπύλης των επιτοκίων.

Η ανάπτυξη και η εισαγωγή των LEAPS από το CBOE το 1990, πρόσθεσε μια σειρά από νέες δυνατότητες κυρίως για τους συντηρητικούς επενδυτές μετοχών. Τα LEAPS είναι μακροχρόνια δικαιώματα σε μετοχές, δείκτες και επιτόκια, έτσι ώστε ο επενδυτής να μπορεί να πάρει θέση την οποία να τη διατηρήσει πάνω από 3 χρόνια. Οι επενδυτές χρησιμοποιούν τα LEAPS με τον ίδιο τρόπο που χρησιμοποιούν τις μετοχές, αφού τους δίνεται το δικαίωμα να τα διακρατήσουν για μεγάλο χρονικό διάστημα.

Το 1993 το CBOE συνέχισε τις καινοτομίες του και δημιούργησε τα FLEXTM (Flexible ExchangeTM) για τους δείκτες S&P 100, S&P 500 και Russell 2000. Τα FLEX δίνουν τη δυνατότητα στους επενδυτές να τροποποιήσουν τους όρους ενός χρηματοοικονομικού συμβολαίου. Συγκεκριμένα, μπορούν να τροποποιήσουν την ημερομηνία λήξης, την τιμή και το είδος εξάσκησης (Ευρωπαϊκού ή Αμερικάνικου τύπου).

Επίσης, το Market-Maker σύστημα που πρωτοεισάχθηκε από το CBOE και στηρίζεται στον ανταγωνισμό έχει ως σκοπό την πραγματοποίηση των εντολών από τους πελάτες. Οι Market-Makers έχουν την υποχρέωση να δίνουν τιμές (bid-ask), όταν αυτό τους ζητείτε. Η διαφορά μεταξύ της τιμής ask και bid ονομάζεται spread,

το οποίο δεν πρέπει να υπερβαίνει \$0.25 για δικαιώματα αξίας μικρότερης από \$0.5, τα \$0.50 για τιμές μεταξύ \$0.50 και \$10, τα \$0.75 για τιμές μεταξύ \$10 και \$20 και το \$1 για τιμές πάνω από \$20.

Οι Floor Brokers εκτελούν εντολές μόνο από πελάτες και επιχειρήσεις και όχι για τον εαυτό τους. Τέλος, οι Order Book Official είναι υπάλληλοι του CBOE και εκτελούν τις εντολές πελατών που έχουν δώσει συγκεκριμένες τιμές (limit order).

Η Black-Scholes φόρμουλα και οι παράμετροι ευαισθησίας

Η Black-Scholes φόρμουλα

$$C = N(d_1)Se^{-q(T-t)} - e^{-r(T-t)}N(d_2)K \quad \text{call option}$$

$$P = -N(-d_1)Se^{-q(T-t)} + e^{-r(T-t)}N(-d_2)K \quad \text{put option}$$

$N(d_1)$ και $N(d_2)$ είναι αθροιστική κανονική κατανομή των d_1 και d_2 όπου

$$d_1 = \frac{\log(S/K) + (r - q + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

C = η αξία του δικαιώματος αγοράς

P = η αξία του δικαιώματος πώλησης

t = η τωρινή χρονική στιγμή

T = η ημερομηνία λήξης

S = η τιμή του υποκείμενου τίτλου

K = η τιμή εξάσκησης του δικαιώματος

r = το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου

q = η μερισματική απόδοση

σ = η μεταβλητότητα του υποκείμενου τίτλου

Παράμετροι ευαισθησίας για δικαιώματα αγοράς

$$\text{Delta: } e^{-q(T-t)} N(d_1)$$

$$\text{Gamma: } \frac{N'(d_1) e^{-q(T-t)}}{S\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$\text{Vega: } S\sqrt{T-t} * N'(d_1) e^{-q(T-t)}$$

$$\text{Theta: } -\frac{SN'(d_1)\sigma e^{-q(T-t)}}{2\sqrt{T-t}} - rKe^{-r(T-t)}N(d_2) + qSN(d_1)e^{-q(T-t)}$$

$$\text{Rho: } K(T-t)e^{-r(T-t)}N(d_2)$$

Παράμετροι ευαισθησίας για δικαιώματα πώλησης

$$\text{Delta: } e^{-q(T-t)}(N(d_1) - 1)$$

$$\text{Gamma: } \frac{N'(d_1) e^{-q(T-t)}}{S\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$\text{Vega: } S\sqrt{T-t} * N'(d_1) e^{-q(T-t)}$$

$$\text{Theta: } -\frac{SN'(d_1)\sigma e^{-q(T-t)}}{2\sqrt{T-t}} - rKe^{-r(T-t)}N(-d_2) - qSN(-d_1)e^{-q(T-t)}$$

$$\text{Rho: } -K(T-t)e^{-r(T-t)}N(-d_2)$$

$$\text{Note: } N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

Βασικά χαρακτηριστικά των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων

Χρηματοοικονομικό δικαίωμα αγοράς είναι το δικαίωμα, αλλά όχι η υποχρέωση του επενδυτή να αγοράσει τον υποκείμενο τίτλο σε συγκεκριμένη ημερομηνία (expiration date) και σε συγκεκριμένη τιμή (exercise price). Αντίθετα, χρηματοοικονομικό δικαίωμα πώλησης είναι το δικαίωμα αλλά όχι η υποχρέωση του επενδυτή να πουλήσει τον υποκείμενο τίτλο σε συγκεκριμένη ημερομηνία και σε συγκεκριμένη τιμή. Βέβαια, για να πραγματοποιηθεί η αγορά του δικαιώματος θα πρέπει να υπάρχει κάποιος ο οποίος θα δώσει στον επενδυτή αυτό το δικαίωμα. Αυτός ονομάζεται writer.

Υπάρχουν δύο είδη χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων, τα Ευρωπαϊκού και Αμερικάνικου τύπου. Στα ευρωπαϊκού τύπου ο επενδυτής μπορεί να εξασκήσει το

δικαίωμα μόνο στην ημερομηνία λήξης του. Αντίθετα, στα Αμερικάνικου τύπου, ο επενδυτής μπορεί να το εξασκήσει σε οποιαδήποτε στιγμή της διάρκειας της ζωής του. Γι' αυτό το λόγο τα αμερικάνικου τύπου κοστίζουν τουλάχιστον όσο τα ευρωπαϊκά, αφού δίνουν περισσότερες ευκαιρίες στον επενδυτή. Ευρωπαϊκού τύπου κυρίως είναι τα δικαιώματα πάνω σε δείκτες ενώ αμερικάνικου είναι πάνω σε μετοχές.

Ένα δικαίωμα αγοράς στη λήξη του θα αξίζει $C_{\text{exp}} = \max(S - K, 0)^2$, όπου S είναι η τιμή της μετοχής και K η τιμή εξάσκησης. Όπως είναι φυσικό αν η τιμή της μετοχής είναι μικρότερη της τιμής εξάσκησης τότε ο επενδυτής δεν θα το εξασκήσει και επομένως η θεωρητική τιμή του είναι μηδέν. Αν ωστόσο η τιμή της μετοχής είναι μεγαλύτερη από την τιμή εξάσκησης, τότε ο επενδυτής θα εξασκήσει το δικαίωμα του. Συγκεκριμένα, θα αγοράσει τη μετοχή στη τιμή K και θα την πουλήσει στην S , δημιουργώντας κέρδος ίσο με $S - K$.

Αντίστοιχα, ένα δικαίωμα πώλησης στη λήξη του θα αξίζει με $P_{\text{exp}} = \max(K - S, 0)^3$.

Επίσης, ένα δικαίωμα αγοράς θα ονομάζεται in-the-money αν η τιμή του υποκείμενου τίτλου είναι μεγαλύτερη από την τιμή εξάσκησης. Αν η τιμή του υποκείμενου τίτλου είναι μικρότερη από την τιμή εξάσκησης τότε θα ονομάζεται out-of-the-money. Αντίστοιχα, αν η τιμή του υποκείμενου τίτλου ισούται με την τιμή εξάσκησης, τότε θα ονομάζεται at-the-money. Για τα δικαιώματα πώλησης ισχύουν οι αντίθετες ονομασίες.

Η τιμή στην οποία το χρηματοοικονομικό δικαίωμα αγοράζεται ή πουλιέται ονομάζεται premium. Αν το δικαίωμα διαπραγματεύεται σε κάποια αγορά τότε το premium αντιστοιχεί στην τιμή της αγοράς, ενώ αν είναι εξωχρηματιστηριακό τότε το premium συμφωνείται απευθείας από τον αγοραστή και τον πωλητή. Ωστόσο, θα πρέπει να γίνει διάκριση μεταξύ της fair value (ή theoretical) και του premium. Η fair value μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι η αξία που δεν δημιουργεί ούτε κέρδος, αλλά ούτε ζημιά για τους συναλλασσόμενους. Ουσιαστικά δημιουργείται από τα θεωρητικά μοντέλα, ενώ premium είναι η τιμή που δίνει ο πωλητής του δικαιώματος (writer) η οποία του διασφαλίζει κέρδος από τη συναλλαγή.

Το premium ενός χρηματοοικονομικού δικαιώματος μπορεί να αναλυθεί σε δύο μέρη: το πρώτο μέρος ονομάζεται εσωτερική αξία (intrinsic value), η οποία ισούται με την αξία αν το δικαίωμα εξασκηθεί αμέσως. Για ένα δικαίωμα αγοράς θα ισούται

με $\max(S - K, 0)$, ενώ για ένα δικαίωμα πώλησης θα ισούται με $\max(K - S, 0)$. Η υπόλοιπη αξία του premium ονομάζεται time value, η οποία είναι το δεύτερο κομμάτι του. Στη λήξη ένα δικαίωμα αγοράς ή πώλησης προσδιορίζεται μόνο από την εσωτερική του αξία⁴.

Ένα δικαίωμα πριν από την λήξη του εξαρτάται από την τιμή του υποκείμενου τίτλου, την τιμή εξάσκησης, τον εναπομένοντα χρόνο, τη μεταβλητότητα, το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου και την μερισματική απόδοση. Ο επόμενος πίνακας δηλώνει τη σχέση μεταξύ της αξίας των δικαιωμάτων και των παραγόντων που την επηρεάζουν.

Μεταβλητή	Ευρωπαϊκά δικαιώματα αγοράς	Ευρωπαϊκά δικαιώματα πώλησης	Αμερικάνικα δικαιώματα αγοράς	Αμερικάνικα δικαιώματα πώλησης
Τιμή μετοχής	+	-	+	-
Τιμή εξάσκησης	-	+	-	+
Εναπομένοντα χρόνο	?	?	+	+
Μεταβλητότητα	+	+	+	+
Επιτόκιο μηδενικού κινδύνου	+	-	+	-
Μερίσματα	-	+	-	+

Πηγή: John C. Hull, Options, Futures and other Derivatives

Η ανώτατη τιμή που μπορεί να λάβει ένα δικαίωμα αγοράς είναι η τιμή της μετοχής, αφού ο επενδυτής έχει το δικαίωμα να αγοράσει την μετοχή και επομένως αυτό το δικαίωμα δεν μπορεί να αξίζει περισσότερο από τον υποκείμενο τίτλο. Η κατώτατη τιμή που μπορεί να λάβει είναι $\max(S - Xe^{-r(T-t)}, 0)$, αφού το δικαίωμα αγοράς στη λήξη του αξίζει $\max(S - X, 0)$.

Η ανώτατη τιμή που μπορεί να λάβει ένα δικαίωμα πώλησης είναι η τιμή εξάσκησης, αφού η καλύτερη περίπτωση για τον επενδυτή είναι η μετοχή να έχει μηδενική αξία και επομένως θα εισπράξει την παρούσα αξία της τιμής εξάσκησης. Η κατώτατη τιμή που μπορεί να λάβει είναι $\max(Xe^{-r(T-t)} - S, 0)$.

Βέβαια, θα πρέπει να τονιστεί ότι οι εμπειρικές μελέτες που έχουν γίνει για την παραβίαση των άνω και κάτω ορίων των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης έχουν

καταγράψει ότι υπάρχουν παραβιάσεις. Συγκεκριμένα, ο Bhattacharya (1983) βρήκε ότι το 7,5% των πράξεων παραβιάζουν το κατώτατο όριο των δικαιωμάτων.

Αδυναμίες της Black-Scholes φόρμουλας και μοντέλα που τις διορθώνουν

Η Black-Scholes φόρμουλα στηρίζεται σε μια σειρά από υποθέσεις για τις μεταβλητές που χρησιμοποιεί για να τιμολογήσει τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα.

Οι κυριότερες από αυτές είναι οι ακόλουθες:

1. Οι κεφαλαιαγορές είναι «τέλειες». Δηλαδή δεν υπάρχουν κόστη συναλλαγών, φόροι και οι επενδυτές έχουν τη δυνατότητα να αγοράσουν οποιοδήποτε αριθμό συμβολαίων στην τρέχουσα τιμή της αγοράς. Ωστόσο, αυτές οι υποθέσεις δεν ισχύουν στις χρηματαγορές.
2. Οι τιμές των μετοχών ακολουθούν λογαριθμική κατανομή. Για να ελεγχθεί αυτή η υπόθεση πρέπει να εξεταστεί αν οι λογαριθμικές μεταβολές ακολουθούν την κανονική κατανομή⁵. Για την περίοδο από τον Απρίλιο του 1998 μέχρι τον Απρίλιο του 2000 οι λογαριθμικές μεταβολές του S&P 500 δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή (αφού η πιθανότητα της στατιστικής Jarque-Bera ισούται 0). Βέβαια, υπάρχουν περιπτώσεις που αυτή η υπόθεση ικανοποιείται⁶.
3. Οι μετοχές δεν πληρώνουν μέρισμα. Ωστόσο, όλες οι εταιρείες (εφόσον παρουσιάζουν κέρδη) διανέμουν μέρισμα στους μετόχους. Γι' αυτό το λόγο η μερισματική απόδοση έχει ενσωματωθεί στην BS φόρμουλα.
4. Τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα είναι Ευρωπαϊκού τύπου, δηλαδή η εξάσκησή τους γίνεται μόνο στη λήξη τους.
5. Υπάρχει μόνο ένα επιτόκιο το οποίο είναι αμετάβλητο. Ωστόσο, τα επιτόκια αλλάζουν από ημέρα σε ημέρα και για τη τιμολόγηση των δικαιωμάτων χρησιμοποιείται το επιτόκιο που η λήξη του συμπίπτει με αυτή του δικαιώματος.
6. Η διακύμανση των αποδόσεων είναι σταθερή, υπόθεση που δεν ισχύει⁷.

Η αρχική φόρμουλα των Black-Scholes (BS) χρησιμοποιείται ακόμη ευρέως για τη τιμολόγηση των δικαιωμάτων, παρόλες τις περιοριστικές υποθέσεις της. Ωστόσο, τα τελευταία χρόνια έχουν γίνει πολλές προσπάθειες να διευρυνθεί το μοντέλο, με

αποτέλεσμα να έχουν γίνει μικρές αλλαγές στην αρχική φόρμουλα, ή ακόμη να έχουν δημιουργηθεί τελείως διαφορετικά μοντέλα για τη συμπεριφορά των μετοχών.

Για κάθε μειονέκτημα του BS μοντέλου έχουν αναπτυχθεί μια σειρά από μοντέλα που προσπαθούν να βρουν λύση. Συγκεκριμένα, για την υπόθεση του συνεχούς χρόνου των τιμών των μετοχών έχουν δημιουργηθεί τα Pure Jump Models, για τα σταθερά επιτόκια δημιουργήθηκαν τα implied trees και το μοντέλο του Merton (Stochastic Interest rate), για τη σταθερή διακύμανση δημιουργήθηκαν τα Constant Elasticity Model, Hull and Whites Model, Heston Model, Predictor of Future Variance (Arch, Garch) και implied volatility trees.

Τα implied volatilities διαφορετικών δικαιωμάτων πάνω στον ίδιο υποκείμενο τίτλο έχει αποδειχθεί ότι εξαρτώνται από το χρόνο εξάσκησης. Αυτή η εξάρτηση ονομάζεται term structure of volatility. Εξάλλου έχει παρατηρηθεί σχέση μεταξύ των implied volatilities και της τιμής εξάσκησης. Αυτή η σχέση ονομάζεται volatility smile. Επομένως, για να αποτιμήσει κάποιος ένα δικαίωμα θα πρέπει να λάβει υπόψη του, τουλάχιστον αυτές τις δύο επιδράσεις. Γι' αυτό το λόγο, ο κλασικός τρόπος υπολογισμού της διακύμανσης δεν μπορεί να οδηγήσει σε σωστές αποτιμήσεις των δικαιωμάτων, αφού χρειάζεται να λάβουμε υπόψη το γεγονός ότι η διακύμανση μεταβάλλεται.

Οι διεθνείς μεθοδολογίες για τη διόρθωση της μη σταθερής διακύμανσης στην Black-Scholes φόρμουλα μπορούν να καταταχθούν σε τρεις κατηγορίες:

1. Δημιουργία ντετερμινιστικών εξισώσεων (συχνά η τιμή του τίτλου υπήρχε ως ανεξάρτητη μεταβλητή),
2. Επιτρέπουν στη διακύμανση να είναι στοχαστική διαδικασία. Οι φόρμουλες είναι πολύ πολύπλοκες και συχνά χρειάζονται αριθμητικές προσεγγίσεις (The Garch Option Pricing Model του Jin-Chuan Duan).
3. Η τρίτη θεωρία δεν ασχολείται με το πρόβλημα της ιστορικής σταθερής διακύμανσης. Ωστόσο, προτείνει ότι το μόνο που είναι απαραίτητο είναι η πρόβλεψη της μελλοντικής διακύμανσης για τη χρονική περίοδο της ζωής του δικαιώματος. Η μοντελοποίηση της διακύμανσης γίνεται με τις διαδικασίες Garch. Τέλος, έχει αποδειχθεί ότι η οικογένεια των Garch μοντέλων ενσωματώνουν τόσο τις επιδράσεις του volatility smile όσο και αυτές του volatility structure.

Παράμετροι Αντιστάθμισης

Οι παράμετροι αντιστάθμισης δίνουν σημαντικές πληροφορίες ώστε να αντιμετωπιστεί ο κίνδυνος που προέρχεται από τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα. Οι παράμετροι αυτοί μετρούν το ρυθμό μεταβολής της αξίας του δικαιώματος σε σχέση με αλλαγές που παρατηρούνται στη τιμή του υποκείμενου τίτλου, στη μεταβλητότητα του, στα επιτόκια και στο χρόνο.

Ευαισθησία στην Τιμή του υποκείμενου τίτλου

Το Delta ενός χρηματοοικονομικού δικαιώματος μετράει τη σχέση μεταξύ της τιμής του υποκείμενου τίτλου και της αξίας του δικαιώματος. Επομένως μας δείχνει την ισοδύναμη θέση στην υποκείμενη αγορά που προκύπτει από μια θέση σε δικαιώματα.

Το Delta για ένα δικαίωμα αγοράς είναι πάντα μεταξύ $(0,1)$ ⁸, ενώ για ένα δικαίωμα πώλησης είναι πάντα μεταξύ $(-1,0)$ ⁹.

Ευαισθησία στη Μεταβλητότητα

Το Vega ή το Kappa ενός χρηματοοικονομικού δικαιώματος μετράει τη σχέση μεταξύ της μεταβλητότητας του υποκείμενου τίτλου και της αξίας του δικαιώματος. Η σχέση αυτών των μεταβλητών είναι θετική. Αν ένα δικαίωμα αγοράς είναι σήμερα out-of-the-money, αλλά στη λήξη του είναι in-the-money, τότε η μεγάλη θετική μεταβολή στη τιμή του υποκείμενου τίτλου οδηγεί στην αύξηση της αξίας του δικαιώματος. Αντίθετα, η μεγάλη αρνητική μεταβολή δεν θα αλλάξει δραματικά την αξία του δικαιώματος.

Το Vega μας προσδιορίζει πως θα αλλάξει τη τιμή του δικαιώματος, αν μεταβληθεί κατά 1% η διακύμανση του υποκείμενου τίτλου, εφόσον όλες οι άλλες μεταβλητές παραμένουν σταθερές. Μια άλλη σημαντική σχέση του Vega είναι ότι παραμένει σταθερό για τα δικαιώματα αγοράς και πώλησης με τα ίδια χαρακτηριστικά.

Δύο είναι τα χαρακτηριστικά του Vega. Πρώτον ότι η επίδραση της μεταβλητότητας μειώνεται καθώς το δικαίωμα πλησιάζει στη λήξη του, αφού η τιμή του Vega μειώνεται. Δεύτερον, η επίδραση της μεταβλητότητας είναι μεγαλύτερη όταν αναφερόμαστε σε near-at-the-money δικαιώματα, επειδή η αβεβαιότητα για το αν θα είναι στη λήξη τους in-the-money ή όχι είναι μεγάλη¹⁰.

Ευαισθησία στο Χρόνο

Το Theta ενός χρηματοοικονομικού δικαιώματος μετράει τη σχέση μεταξύ του χρόνου που απομένει μέχρι τη λήξη του δικαιώματος και της αξίας του. Η σχέση αυτών των μεταβλητών είναι αρνητική, αφού όσο πλησιάζει η στιγμή που λήγει το δικαίωμα τόσο μειώνεται δραστικά η αξία του.

Επομένως, το Theta μας προσδιορίζει την αξία του δικαιώματος αν θεωρήσουμε ότι έχει περάσει μια μέρα και όλες οι άλλες μεταβλητές έχουν παραμείνει σταθερές. Δύο στοιχεία θα πρέπει να τονιστούν. Αρχικά το Theta ενός δικαιώματος αγοράς είναι πάντα αρνητικό¹¹. Ωστόσο, ένα δικαίωμα πώλησης μπορεί να έχει Theta θετικό, ιδιαίτερα αν είναι deep-in-the-money¹².

Η ευαισθησία των δικαιωμάτων σε σχέση με το χρόνο, αντίθετα από όλες τις άλλες παραμέτρους αντιστάθμισης, είναι προβλέψιμη. Γι' αυτό το λόγο την αλλαγή στην αξία ενός δικαιώματος μπορούμε να διαχωρίσουμε στο ντετερμινιστικό κομμάτι (Theta) και στο στοχαστικό (Delta, Vega, Rho).

Gamma – the Convexity of the Option

Το Gamma ενός χρηματοοικονομικού δικαιώματος μετράει πόσο κυρτή είναι η σχέση μεταξύ της τιμής του υποκείμενου τίτλου και της αξίας του. Ισοδύναμα, το Gamma είναι το ποσοστό της αλλαγής του Delta για μια μικρή μεταβολή στην τιμή του υποκείμενου τίτλου. Επομένως, το Gamma χρησιμοποιείται για να βελτιωθεί η αντιστάθμιση μέσω του Delta.

Το Gamma λαμβάνει τη μεγαλύτερη του τιμή όταν το χρηματοοικονομικό δικαίωμα είναι at-the-money και πλησιάζει προς τη λήξη του, αφού η διαδικασία της αντιστάθμισης γίνεται πιο δύσκολη (λόγω της αύξησης της αβεβαιότητας)¹³. Τέλος το Gamma ενός δικαιώματος αγοράς είναι πάντα το ίδιο με το Gamma ενός δικαιώματος πώλησης.

Ευαισθησία στα Επιτόκια

Το Rho ενός χρηματοοικονομικού δικαιώματος παρουσιάζει την ευαισθησία του σε σχέση με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου. Το Rho είναι πάντα θετικό για τα δικαιώματα αγοράς¹⁴ και αρνητικό για τα δικαιώματα πώλησης. Η διαπίστωση αυτή είναι λογική, αφού η αύξηση των επιτοκίων έχει ως αποτέλεσμα να αυξάνεται η μελλοντική τιμή του υποκείμενου τίτλου και επομένως και η αξία του δικαιώματος αγοράς.

Delta hedging

Το delta ενός χρηματοοικονομικού δικαιώματος δηλώνει τον αριθμό των συμβολαίων του υποκείμενου τίτλου που χρειάζεται για να αντισταθμιστεί ο κίνδυνος για μια μικρή μεταβολή. Το delta ενός χαρτοφυλακίου είναι ο σταθμικός μέσος των επιμέρους delta και δίνεται από τον επόμενο τύπο: $\Delta = \sum_{i=1}^n w_i \Delta_i$, όπου w_i είναι ο αριθμός των συμβολαίων του κάθε δικαιώματος και Δ_i το αντίστοιχο delta.

Έστω ένα χρηματοοικονομικό δικαίωμα αγοράς με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

Inputs:		Black-Scholes Model		
Asset Price (S)	100		European	European
Exercise Price (E)	100		Call	Put
Risk-free rate (r_f)	5.00%	Price	4.6150	3.3728
Time to expiration (T)	0.2500	Delta (Δ)	0.5695	-0.4305
Standard deviation (σ)	20.00%	Gamma (Γ)	0.0393	0.0393
Dividends: <input type="checkbox"/>		Theta (Θ)	-10.4742	-5.5363
yield (δ)	0	Vega	19.6440	19.6440
		Rho (ρ)	13.0828	-11.6067

Με βάση το delta του θα πρέπει να αγοραστούν 0,5695 συμβόλαια από τον υποκείμενο τίτλο για να αντισταθμιστεί το χαρτοφυλάκιο από μικρές μεταβολές του τίτλου, με δεδομένο ότι είμαστε short στο δικαίωμα αγοράς. Για να εξεταστεί αν όντως το delta προσφέρει ικανοποιητική αντιστάθμιση θα κάνουμε ανάλυση ευαισθησίας για να εξεταστεί η συμπεριφορά του χαρτοφυλακίου κάτω από ακραία ή μη σενάρια θεωρώντας ότι ο χρόνος παραμένει σταθερός.

Μεταβολή στην τιμή της μετοχής					
	95	99	100	101	105
0.1	1.16026	1.949869	1.95016	1.873838	0.949472
0.15	0.369361	0.964966	0.979927	0.942842	0.330089
0.17	0.026226	0.570996	0.588613	0.560159	0.027684
0.18	-0.14872	0.374026	0.392587	0.367583	-0.13107
0.19	-0.32546	0.177071	0.196371	0.17436	-0.29397
0.2	-0.50374	-0.01987	0	-0.01941	-0.46046
0.21	-0.68336	-0.21679	-0.1965	-0.21365	-0.63009
0.22	-0.86412	-0.41369	-0.39311	-0.40828	-0.80248
0.23	-1.04588	-0.61056	-0.58981	-0.60326	-0.9773
0.25	-1.41193	-1.00424	-0.98341	-0.99407	-1.33316
0.3	-2.33778	-1.98792	-1.96809	-1.97452	-2.24984

Μεταβολή στην διακύμανση

Ο παραπάνω πίνακας παρουσιάζει τη μεταβολή στην αξία των δύο χαρτοφυλακίων κάτω από τα διαφορετικά σενάρια. Επειδή για μεγάλες μεταβολές στην τιμή του υποκείμενου τίτλου η αξία του αντισταθμισμένου χαρτοφυλακίου διαφέρει σημαντικά από το μηδέν, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη το gamma. Γι' αυτό το λόγο θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένα δικαίωμα με gamma 0,0393. Ωστόσο, είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε χρηματοοικονομικό δικαίωμα και να προσαρμοστεί το gamma του με βάση τον αριθμό συμβολαίων του. Επομένως θα αγοραστούν 2,09 (=0,0393/0,0188) συμβόλαια από το επόμενο δικαίωμα.

Inputs:		Black-Scholes Model	
Asset Price (S)	100		European
Exercise Price (E)	90		Call
Risk-free rate (r_c)	5.00%	Price	11.6701
Time to expiration (T)	0.2500	Delta (Δ)	0.8904
Standard deviation (σ)	20.00%	Gamma (Γ)	0.0188
Dividends: <input type="checkbox"/>		Theta (Θ)	-7.6196
yield (δ)	0	Vega	9,3778
		Rho (ρ)	19.3422

Βέβαια, το delta του χαρτοφυλακίου έχει αλλάξει και ισούται με 1,29144 ($=-1*0,5695+2,09*0,8904$). Γι' αυτό το λόγο θα πρέπει να πουληθούν 1,29 συμβόλαια από τον υποκείμενο τίτλο. Τα αποτελέσματα του νέου χαρτοφυλακίου εμφανίζονται στον επόμενο πίνακα αλλά και γραφικά¹⁵

		Μεταβολή στην τιμή της μετοχής				
		95	99	100	101	105
Μεταβολή στην διακύμανση	0.1	-0.730	0.621	0.827	0.966	0.942
	0.15	-0.450	0.078	0.193	0.287	0.391
	0.17	-0.253	-0.001	0.067	0.124	0.181
	0.18	-0.141	-0.015	0.029	0.067	0.088
	0.19	-0.022	-0.014	0.007	0.026	0.004
	0.2	0.102	0.001	0.000	-0.001	-0.069
	0.21	0.233	0.028	0.006	-0.014	-0.132
	0.22	0.368	0.068	0.025	-0.014	-0.183
	0.23	0.507	0.117	0.055	-0.002	-0.224
	0.25	0.796	0.245	0.145	0.054	-0.273
	0.3	1.569	0.693	0.515	0.349	-0.229

Παρατηρείται ότι με τη βοήθεια του gamma hedging η μεταβολή του χαρτοφυλακίου είναι πιο κοντά στο μηδέν από ότι ήταν με το delta hedging. Με αυτό τον τρόπο αποδεικνύεται ότι είναι απαραίτητο να λαμβάνεται υπόψη το gamma όταν σχεδιάζεται να γίνει αντιστάθμιση των κινδύνων που αντιμετωπίζει ένας επενδυτής.

Straddle

Η πιο δημοφιλής στρατηγική συνδυασμού δύο δικαιωμάτων είναι η straddle. Αυτή η στρατηγική κατασκευάζεται με την αγορά ενός δικαιώματος αγοράς και ενός δικαιώματος πώλησης με την ίδια τιμή εξάσκησης και τον ίδιο εναπομένοντα χρόνο. Αν η τιμή του υποκείμενου τίτλου αποκλίνει είτε θετικά είτε αρνητικά από την τιμή εξάσκησης τότε η στρατηγική οδηγεί σε κέρδος¹⁶. Σε αντίθετη περίπτωση ο επενδυτής χάνει μόνο το premium που έχει πληρώσει.

Η straddle είναι καθαρά μια στρατηγική που στηρίζεται στη μεταβλητότητα. Αν ο επενδυτής αναμένει ότι θα υπάρξει μεγάλη κίνηση στον υποκείμενο τίτλο (χωρίς ωστόσο να ξέρει την κατεύθυνση που θα κινηθεί η αγορά) τότε δημιουργεί ένα straddle. Μια τέτοια περίπτωση θα ήταν η πιθανολογούμενη εξαγορά μιας εταιρείας. Βέβαια, αν η αγορά πιστεύει ότι η συγκεκριμένη μετοχή θα κινηθεί έντονα ως προς κάποια κατεύθυνση, τότε θα αυξήσει τη διακύμανση, με αποτέλεσμα τα straddle να πουλιούνται ακριβότερα και να μειώνονται οι ευκαιρίες κέρδους.

Επίσης, ο επενδυτής μπορεί να πουλήσει ένα straddle¹⁷ κάνοντας τις αντίθετες κινήσεις. Αυτή στρατηγική παρουσιάζει κέρδος όταν η αγορά παραμένει σταθερή. Ωστόσο, αν κινηθεί έντονα ανοδικά ή καθοδικά τότε η ζημιά για τον επενδυτή είναι πολύ μεγάλη. Γι' αυτό το λόγο θεωρείται ως μια από τις πιο επικίνδυνες στρατηγικές.

Mean Reversion

Είναι γεγονός ότι στις περισσότερες αγορές μετοχών η ιστορική διακύμανση τείνει να κινείται σε κύκλους. Πιο συγκεκριμένα, υπάρχει μια μέση διακύμανση που γύρω της η ιστορική ταλαντεύεται. Όσο πιο μακριά μετακινείται από το μέσο, τόσο πιο γρήγορα αναμένεται να γυρίσει πίσω. Επομένως, αντίθετα με το ότι συμβαίνει με τις μετοχές που αναμένεται οι τιμές τους να αυξάνονται κατά τη διάρκεια του χρόνου, η διακύμανση κινείται γύρω από το μέσό της, το οποίο αποδεικνύεται από το γράφημα του ενός μηνός της ιστορικής διακύμανσης και των implied volatilities των at-the-money δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης του S&P 500⁸. Είναι προφανές ότι μπορούμε να παρατηρήσουμε την ιδιότητα της διακύμανσης να αυξομειώνεται γύρω από το μέσο. Γι' αυτό το λόγο είναι εύκολο να κατασκευαστεί κάποιο μοντέλο όπου θα περιγράφει την διαδικασία της διακύμανσης. Βέβαια, σε αυτό το μοντέλο θα πρέπει να υπάρχουν 3 παράμετροι για να περιγραφεί ακριβώς : 1) ο μέσος στον

οποίο τείνει η διακύμανση, 2) η δύναμη της επαναφοράς και 3) η διακύμανση της διακύμανσης.

Ένα στοχαστικό μοντέλο διακύμανσης μπορεί να περιγράψει την ιδιότητα να κινείται γύρω από το μέσο. Δύο είναι τα σημαντικά θέματα που αφορούν αυτά τα μοντέλα. Αρχικά, πώς μπορεί να γίνει η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου και ύστερα πως θα χρησιμοποιηθεί για την τιμολόγηση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων

Volatility Skew

Στην αγορά διαπραγματεύονται μια σειρά από χρηματοοικονομικά δικαιώματα με διαφορετικές τιμές εξάσκησης και ημερομηνίες λήξης και γι' αυτό το λόγο το καθένα από αυτά έχει μια τιμή (market price). Για κάθε τιμή που παρατηρείται αντιστοιχεί μια συγκεκριμένη διακύμανση, η οποία έχει την ιδιότητα όταν τοποθετείται στην φόρμουλα των Black&Scholes το αποτέλεσμα να ισούται με την τιμή της αγοράς. Αυτή η διακύμανση ονομάζεται implied volatility. Λόγω της πολυπλοκότητας της φόρμουλας των Black&Scholes, ο υπολογισμός της implied volatility δεν είναι εύκολος. Χρησιμοποιούνται μια σειρά από προσεγγιστικές μεθόδους εκτίμησης (Iterative, Bisections, Newton-Raphson). Ωστόσο, στο πλαίσιο αυτής της διπλωματικής εργασίας χρησιμοποιήθηκε ένα εργαλείο (Solver) που έχει τη δυνατότητα να επιλύει μη γραμμικές εξισώσεις.

Ο τρόπος με τον οποίο η implied volatility διαφοροποιείται μεταξύ των τιμών εξάσκησης εξαρτάται από την αγορά και τις συνθήκες που επικρατούν σε αυτή. Τα δικαιώματα σε μετοχές ή δείκτες έχουν συνήθως υψηλότερες διακυμάνσεις σε χαμηλές τιμές εξάσκησης και χαμηλές διακυμάνσεις σε υψηλότερες τιμές εξάσκησης¹⁸. Η μορφή αυτή ονομάζεται volatility smirk. Η κλασική επεξήγηση του συγκεκριμένου προφίλ της μεταβλητότητας είναι ότι σε μια καθοδική αγορά όλοι χρειάζονται για λόγους ασφάλειας δικαιώματα πώλησης που είναι out-of-the-money με αποτέλεσμα να πληρώνουν υψηλότερες τιμές για τις χαμηλότερες τιμές εξάσκησης. Επίσης, οι διαχειριστές αμοιβαίων κεφαλαίων ανά τον κόσμο έχουν στα χαρτοφυλάκια τους μεγάλης αξίας μετοχών και ενδιαφέρονται να πουλήσουν (write) δικαιώματα αγοράς που είναι out-of-the-money έτσι ώστε να δημιουργήσουν ένα έξτρα εισόδημα. Αυτή η στρατηγική ονομάζεται covered call, η οποία είναι πολύ δημοφιλής. Τέλος, πιστεύεται ότι αυτή η μεγάλη πώληση δικαιωμάτων αγοράς με

υψηλές τιμές εξάσκησης έχει ως αποτέλεσμα να μειώνεται για αυτά τα δικαιώματα η μεταβλητότητα.

Άλλες αγορές όπως των δικαιωμάτων ή των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης σε προϊόντα παρουσιάζουν την *reverse volatility smirk*¹⁹. Αυτό το προφίλ που τοποθετεί υψηλότερη διακύμανση σε υψηλότερες τιμές εξάσκησης και χαμηλότερη διακύμανση σε χαμηλότερες τιμές εξάσκησης μπορεί να ερμηνευτεί με βάση την κυβερνητική παρέμβαση και τον κίνδυνο της έλλειψης προϊόντων. Σε κάποιες αγορές (π.χ. σόγιας) υπάρχει η πεποίθηση ότι η κυβέρνηση δεν θα αφήσει τις τιμές να πέσουν κάτω από ένα επίπεδο και επομένως δεν ανησυχούν ότι η αγορά θα πέσει. Γι' αυτό το λόγο γίνονται πωλήσεις δικαιωμάτων πώλησης με χαμηλές τιμές εξάσκησης με αποτέλεσμα να μειώνονται και οι *implied volatilities*. Αντίθετα, υπάρχουν περίοδοι όπου λόγω μη προβλέψιμων παραγόντων υπάρχει έλλειψη στη προσφορά των προϊόντων, με συνέπεια, τουλάχιστον στη θεωρία, να μην υπάρχει ανώτατο επίπεδο τιμών. Η ιστορία έχει καταγράψει κάποιες βίαιες και ακραίες μετακινήσεις της αγοράς και γι' αυτό το λόγο είναι λογικό οι επενδυτές να θέλουν να αγοράζουν δικαιώματα με υψηλές τιμές εξάσκησης.

Σε άλλες αγορές, όπως στα δικαιώματα πάνω σε επιτόκια, παρατηρείται το *volatility smile*²⁰. Σε αυτή τη περίπτωση τα *at-the-money* δικαιώματα έχουν χαμηλότερη μεταβλητότητα ενώ τα άλλα έχουν υψηλότερη. Μια λογική εξήγηση του φαινομένου είναι ότι οι επενδυτές έχουν την τάση να πουλούν *at-the-money* δικαιώματα και να αγοράζουν *out-of-the-money*.

Γενικά χαρακτηριστικά της διακύμανσης και των *implied volatilities* για την περίοδο (Φεβρουάριος 1998 – Απρίλιος 2000).

Οι French, Schwert και Stambaugh (1987) και ο Schwert (1990) παρουσίασαν ότι η ετήσια τυπική απόκλιση που προέρχεται από μηνιαίες αποδόσεις μπορεί να κυμανθεί από 2% (στις αρχές του 1960) μέχρι 20% (στις αρχές του 1930). Επίσης, όπως ανέφεραν οι Noh, Engle και Kane (1993), η ετήσια τυπική απόκλιση που προέρχεται από ημερήσιες μεταβολές παρουσιάζει μεγάλο εύρος. Συγκεκριμένα, για μια περίοδο 10 ημερών γύρω από τις 19 Οκτωβρίου 1987 το εύρος της διακύμανσης εκτεινόταν από 19% μέχρι 88%. Στις αρχές του 1990 η ετήσια τυπική απόκλιση είχε μειωθεί στο 10%. Τέλος, κατά τη περίοδο Φεβρουάριος 1998 έως Απριλίου 2000 η ετήσια διακύμανση είχε αυξηθεί στο 20%²¹, ενώ η ετήσια τυπική απόκλιση που

υπολογιζόταν κάθε μήνα κυμάνθηκε από 10% μέχρι 40%. Όλες αυτές οι αλλαγές της διακύμανσης έχουν μεγάλες επιδράσεις στις τιμές των μετοχών, αλλά ιδιαίτερα στα χρηματοοικονομικά δικαιώματα.

Η τυπική απόκλιση που δημιουργείται από τις αποδόσεις της Πέμπτης φαίνεται να είναι μεγαλύτερη από αυτή των άλλων ημερών, παρόλο που διαφορά δεν είναι δραματική. Η implied volatility των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης δεν επιβεβαιώνουν αυτό το φαινόμενο, αφού τείνουν να είναι ίσες με αυτές των άλλων ημερών. Γενικά, η implied volatility των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης είναι μεγαλύτερη από την ετήσια τυπική απόκλιση για όλες τις ημέρες (εκτός Πέμπτης). Η implied volatility των δικαιωμάτων αγοράς είναι πάντα μεγαλύτερη από αυτή της πώλησης.

Μέθοδοι Εκτίμησης

Garch (1,1) model

Πολλοί συγγραφείς έχουν χρησιμοποιήσει τα Garch μοντέλα του Engle (1982) και του Bollerslev (1986). Μεταξύ αυτών ήταν οι Chou (1988), French, Schwert και Stambugh (1987). Τέλος, οι Campbell και Hentschel (1992) τροποποίησαν το Garch μοντέλο για να λαμβάνει υπόψη του τις μη συμμετρικές επιδράσεις.

Για να δημιουργηθεί ένας σταθερός επενδυτικός κανόνας, με βάση τον οποίο θα τιμολογούνται τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα, είναι απαραίτητο να γίνονται εκτιμήσεις και προβλέψεις κάθε ημέρα χρησιμοποιώντας τα διαθέσιμα δεδομένα εκείνης της στιγμής. Επομένως το μοντέλο εκτιμάται με την μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας χρησιμοποιώντας μόνο παρελθοντικές πληροφορίες.

Η Garch εξειδίκευση για τις αποδόσεις του S&P 500 είναι η παρακάτω:

$$r_t = a_0 + \varepsilon_t$$

$$h_t = b_0 + b_1 * \varepsilon_{t-1}^2 + b_2 * h_{t-1}$$

όπου r_t είναι οι αποδόσεις του S&P 500 και h_t η δεσμευμένη διακύμανση στο χρόνο t . Χρησιμοποιήθηκε ένα κυλιόμενο δείγμα 500 παρατηρήσεων για να εκτιμηθεί το μοντέλο και να γίνουν οι προβλέψεις.

Όταν οι παράμετροι του μοντέλου έχουν εκτιμηθεί τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προβλέψουν τη διακύμανση. Η Garch διακύμανση δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$h_{t+1} = b_0 + b_1 * \varepsilon_t^2 + b_2 * h_t \Rightarrow$$

$$h_{t+1} = b_0 + (b_1 + b_2) * h_t$$

Με αυτή τη διακύμανση δημιουργούνται δύο διαφορετικές προβλέψεις. Η πρώτη²² εκτιμά τη μέση μεταβλητότητα για τον εναπομένοντα χρόνο ζωής του δικαιώματος, ενώ η δεύτερη εκτιμά τη διακύμανση της επόμενης ημέρας²³. Οι προβλέψεις αυτές χρησιμοποιούνται στην Black – Scholes φόρμουλα για να τιμολογηθούν τα δικαιώματα.

Egarch (1,1) μοντέλο

Το Egarch ή το Exponential Garch μοντέλο, το οποίο προτάθηκε από τον Nelson (1991), είναι το εξής:

$$r_t = a_0 + \varepsilon_t$$

$$\ln(h_t^2) = a_0 + b_1 \ln(h_{t-1}^2) + a_1(\theta \psi_{t-1} + \gamma(|\psi_{t-1}| - (2/\pi)^{1/2}))$$
, όπου $\psi_{t-1} = \varepsilon_{t-1} / h_{t-1}$

Το Egarch εκτιμάει το λογάριθμο της δεσμευμένης διακύμανσης, που σημαίνει ότι η επίδραση είναι εκθετική, με αποτέλεσμα η πρόβλεψη της διακύμανσης να είναι πάντα θετική.

Όπως και στη περίπτωση του Garch, έτσι και στα Egarch δημιουργούνται δύο διαφορετικές προβλέψεις της διακύμανσης, βάσει των οποίων τιμολογούνται τα δικαιώματα.

Garch-M

Για να μελετήσουν τις επιδράσεις της διακύμανσης στη μέση απόδοση, οι Engle, Lilien και Robins (1987) κατασκεύασαν το Garch-M, το οποίο είναι το εξής:

$$r_t = a_0 + \delta * \sqrt{h_t} + \varepsilon_t$$

$$h_t = b_0 + b_1 * \varepsilon_{t-1}^2 + b_2 * h_{t-1}$$

Αν υπάρχει σχέση (είτε θετική είτε αρνητική) μεταξύ της διακύμανσης και των αποδόσεων, τότε ο όρος δ θα είναι στατιστικός σημαντικός. Η πρόβλεψη της διακύμανσης γίνεται χρησιμοποιώντας τον ίδιο τύπο με αυτόν του Garch (1,1).

Standard Deviation

Υπολογίζεται η τυπική απόκλιση του τελευταίου χρόνου με ένα σταθερό δείγμα 253 ημερών και βάση αυτής τιμολογούνται τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(r_i - r)^2}{n-1}} \text{ Βέβαια, η ετησιοποίηση γίνεται πολλαπλασιάζοντας με } \sqrt{253}$$

Επίσης, υπολογίζεται η τυπική απόκλιση με ένα κυμαινόμενο δείγμα, όπου ο αριθμός των ημερών που χρησιμοποιούνται ισούται με τις ημέρες που απομένουν για τη λήξη του δικαιώματος.

High/Low Volatility

Ο Parkinson (1980) πρότεινε μια νέα μέθοδο για την εκτίμηση της τυπικής απόκλισης, η οποία λαμβάνει υπόψη την ανώτατη και κατώτατη τιμή της ημέρας του δείκτη και είναι ως εξής:

$$\sigma = \frac{1}{2n\sqrt{\ln(2)}} \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{High_i}{Low_i}\right), \text{ όπου } n \text{ είναι ο αριθμός των ημερών που}$$

χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της τυπικής απόκλισης (253). Η High-Low μέθοδος έχει μεγαλύτερη στατιστική αποτελεσματικότητα σε σχέση με την κλασική μέθοδο, σε όρους του αριθμού των παρατηρήσεων που χρειάζεται για να κατασκευαστούν τα διαστήματα εμπιστοσύνης. Ωστόσο, επειδή ο τύπος του High-Low Volatility θεωρεί ότι υπάρχει συνεχής διαπραγμάτευση των μετοχών, (όπως και η High-Low-Close μέθοδος που θα παρουσιαστεί στη συνέχεια) υποεκτιμά την αληθινή διακύμανση (Marsh και Rosenfield 1986).

High/Low/Close Volatility

Οι Garman και Klass (1980) πρότειναν έναν άλλο εκτιμητή για τη διακύμανση, ο οποίος ορίζεται ως εξής

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left[\ln\left(\frac{High_i}{Low_i}\right) \right]^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [2\ln(2) - 1] \left[\ln\left(\frac{Close_i}{Close_{i-1}}\right) \right]^2}$$

CBOE Volatility

Τέλος, το CBOE καθημερινά ανακοινώνει τη ημερήσια διακύμανση του S&P 100. Με βάση τη διακύμανση της t-1 περιόδου τιμολογούνται τα δικαιώματα του S&P 500 στην περίοδο t. Χρησιμοποιούνται δύο τρόποι παρόμοιοι με αυτούς του Garch και Egarch. Ο πρώτος τρόπος βασίζεται στη μέση διακύμανση του τελευταίου χρόνου ($\frac{1}{253} \sum_{i=1}^{253} VIT$), όπου VIT είναι ο δείκτης της διακύμανσης που ανακοινώνει το χρηματιστήριο). Ο δεύτερος τρόπος τιμολόγησης των δικαιωμάτων βασίζεται στην διακύμανση του CBOE με μια χρονική υστέρηση.

Τα αποτελέσματα των εκτιμήσεων

Προσδιορισμός των μοντέλων

Για να εκτιμηθούν τα μοντέλα Garch θα πρέπει η σειρά (S&P 500) να είναι στάσιμη. Ωστόσο, όπως ήταν φυσικό, στο επίπεδο των τιμών η σειρά δεν είναι στάσιμη²⁴, αφού αυξάνεται κατά τη διάρκεια του χρόνου. Γι' αυτό το λόγο είναι προτιμότερο να δημιουργηθούν οι λογαριθμικές διαφορές, έτσι ώστε η σειρά να γίνει στάσιμη²⁵. Επίσης, η κατανομή των λογαριθμικών μεταβολών του S&P500 για την εξεταζόμενη περίοδο (Φεβρουάριος 1998 – Απρίλιος 2000)²⁶ δεν κατανέμεται κανονικά, έχει μέση τιμή γύρω στο μηδέν, μέγιστη μεταβολή 4,9% και ελάχιστη -7%.

Εξάλλου, οι αποδόσεις δεν παρουσιάζουν μερική²⁷ ή ολική αυτοσυσχέτιση²⁸, με αποτέλεσμα να μπορούν να περιγραφθούν στο μοντέλο από μια σταθερά.

Εκτίμηση

Με βάση τις συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης (μερικής και ολικής) πρέπει να κατασκευαστεί ένα μοντέλο όπου οι αποδόσεις θα περιγραφθούν από μια σταθερά και η διακύμανση από μια Garch ή Egarch διαδικασία.

Garch (1,1)

Garch Regression				
Dependent Variable: SP500				
Included observations: 526				
Convergence achieved after 28 iterations				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000711	0.000576	1.235696	0.2166
Variance Equation				
C	4.44E-06	2.17E-06	2.046229	0.0407
ARCH(1)	0.054454	0.012889	4.224735	0
GARCH(1)	0.923776	0.021436	43.09501	0
R-squared	-0.000458	Mean dependent var		0.000433
Adjusted R-squared	-0.006208	S.D. dependent var		0.013038
S.E. of regression	0.013078	Akaike info criterion		-5.913186
Sum squared resid	0.089281	Schwarz criterion		-5.88075
Log likelihood	1559.168	Durbin-Watson stat		1.931422

Παρατηρείται ότι η σταθερά των αποδόσεων είναι στατιστικά ίση με το μηδέν, που σημαίνει ότι η μέση απόδοση ισούται με το μηδέν. Ωστόσο, υπάρχουν Garch επιδράσεις, όπως είχαν φανερωθεί και από το γράφημα των αποδόσεων, που είναι στατιστικά σημαντικές. Η δεσμευμένη διακύμανση²⁹ παρουσιάζει αυξομειώσεις οι οποίες είναι ανάλογες με αυτές των implied volatilities που έχουν παρουσιαστεί.

Έλεγχος των καταλοίπων του Garch (1,1)

Οι αυτοσυσχετίσεις (μερικές ή ολικές)³⁰ του Garch (1,1) μοντέλου είναι στατιστικά ίσες με το μηδέν και επομένως οι αποδόσεις έχουν σωστά περιγραφθεί από μια σταθερά. Επίσης, οι συναρτήσεις αυτοσυσχετίσης³¹ των τετραγώνων των καταλοίπων είναι και αυτές στατιστικά ασήμαντες, με αποτέλεσμα το μοντέλο να μην αντιμετωπίζει πρόβλημα ετεροσκεδαστικότητας. Εξάλλου, στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε αν χρησιμοποιήσουμε ένα πιο επίσημο έλεγχο για την ύπαρξη ή όχι της ετεροσκεδαστικότητας (Arch Test³²), στο οποίο γίνεται παλινδρόμηση των τυποποιημένων τετραγώνων των καταλοίπων με τη χρονική τους υστέρηση. Ο

συντελεστής της χρονικής υστέρησης είναι στατιστικά ασήμαντος, αλλά και ο συνολικός έλεγχος δηλώνει ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα.

Τέλος, εξετάστηκε η σταθερότητα των συντελεστών του μοντέλου, αφού εκτιμήθηκε επαναληπτικά για ένα δείγμα αρχικού μεγέθους 200 το οποίο κάθε φορά αυξανόταν κατά μια μονάδα. Παρατηρήθηκε, ότι το μοντέλο δεν σταθεροποιήθηκε³³, αφού οι τιμές των συντελεστών δεν έτειναν προς κάποια σταθερά.

Egarch (1,1)

Egarch Regression				
Dependent Variable: SP500				
Method: ML - ARCH				
Sample: 1 526				
Included observations: 526				
Convergence achieved after 38 iterations				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000286	0.000538	0.531866	0.5948
Variance Equation				
C	-0.61851	0.156662	-3.948062	0.0001
RES /SQR[GARCH](1)	0.057658	0.0327	1.763263	0.0779
RES/SQR[GARCH](1)	-0.17719	0.023764	-7.456286	0
EGARCH(1)	0.93433	0.016608	56.25628	0
R-squared	-0.000126	Mean dependent var		0.000433
Adjusted R-squared	-0.007805	S.D. dependent var		0.013038
S.E. of regression	0.013088	Akaike info criterion		-5.975364
Sum squared resid	0.089251	Schwarz criterion		-5.934819
Log likelihood	1576.521	Durbin-Watson stat		1.932062

Παρατηρείται ότι η σταθερά των αποδόσεων είναι στατιστικά ίση με το μηδέν (όπως και στο Garch μοντέλο), που σημαίνει ότι η μέση απόδοση ισούται με το μηδέν. Ωστόσο, υπάρχουν Egarch επιδράσεις, όπως είχαν φανερωθεί και από το γράφημα των αποδόσεων, που είναι στατιστικά σημαντικές. Η δεσμευμένη

διακύμανση³⁴ παρουσιάζει αυξομειώσεις οι οποίες ωστόσο είναι πιο έντονες από ότι αυτή του Garch μοντέλου ή των implied volatilities.

Έλεγχος των καταλοίπων του Egarch (1,1)

Οι αυτοσυσχετίσεις (μερικές ή ολικές)³⁵ του Egarch (1,1) μοντέλου είναι στατιστικά ίσες με το μηδέν και επομένως οι αποδόσεις σωστά έχουν περιγραφεί από μια σταθερά. Επίσης, οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης³⁶ των τετραγώνων των καταλοίπων είναι και αυτές στατιστικά ασήμαντες, με αποτέλεσμα το μοντέλο να μην αντιμετωπίζει πρόβλημα ετεροσκεδαστικότητας. Εξάλλου, στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε αν χρησιμοποιήσουμε έναν πιο επίσημο έλεγχο για την ύπαρξη ή όχι της ετεροσκεδαστικότητας (Arch Test³⁷), όπου γίνεται παλινδρόμηση των τυποποιημένων τετραγώνων των καταλοίπων με τη χρονική τους υστέρηση. Ο συντελεστής της χρονικής υστέρησης είναι στατιστικά ασήμαντος, αλλά και ο συνολικός έλεγχος δηλώνει ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα.

Τέλος, εξετάστηκε η σταθερότητα των συντελεστών του μοντέλου, αφού εκτιμήθηκε επαναληπτικά για ένα δείγμα αρχικού μεγέθους 200, το οποίο κάθε φορά αυξανότανε κατά μια μονάδα. Παρατηρήθηκε, ότι για τις τελευταίες παρατηρήσεις (ανάλογα με τον εξεταζόμενο συντελεστή), το μοντέλο σταθεροποιείτο³⁸.

Garch (1,1) -M**Dependent Variable: SP500****Method: ML - ARCH****Sample: 1 526****Included observations: 526****Convergence achieved after 27 iterations**

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
SQR(GARCH)	0.532589	0.265163	2.008534	0.0446
C	-0.005773	0.003209	-1.799079	0.072
Variance Equation				
C	7.69E-06	3.77E-06	2.038832	0.0415
ARCH(1)	0.082737	0.021173	3.907647	0.0001
GARCH(1)	0.877437	0.03675	23.87599	0
R-squared	0.003999	Mean dependent var		0.000433
Adjusted R-squared	-0.003647	S.D. dependent var		0.013038
S.E. of regression	0.013061	Akaike info criterion		-5.900684
Sum squared resid	0.088883	Schwarz criterion		-5.86014
Log likelihood	1556.88	F-statistic		0.52301
Durbin-Watson stat	1.919429	Prob(F-statistic)		0.718869

Παρατηρείται ότι η σταθερά των αποδόσεων είναι στατιστικά ίση με το μηδέν (όπως και στο Garch μοντέλο), που σημαίνει ότι η μέση απόδοση ισούται με το μηδέν. Αντίθετα, η τετραγωνική ρίζα της Garch διακύμανσης είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο 5%, με αποτέλεσμα να υπάρχει θετική σχέση μεταξύ της απόδοσης και της διακύμανσης, αφού ο συντελεστής είναι θετικός. Εξάλλου, υπάρχουν Garch επιδράσεις, όπως είχαν φανερωθεί και από το γράφημα των αποδόσεων, που είναι στατιστικά σημαντικές. Η δεσμευμένη διακύμανση³⁹ παρουσιάζει αυξομειώσεις οι οποίες είναι παρόμοιες με αυτές του Garch μοντέλου ή των implied volatilities.

Έλεγχος των καταλοίπων του Garch (1,1) -M

Οι αυτοσυσχετίσεις (μερικές ή ολικές)⁴⁰ του Garch (1,1) -M μοντέλου είναι στατιστικά ίσες με το μηδέν και επομένως οι αποδόσεις σωστά έχουν περιγραφεί από μια σταθερά. Επίσης, οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης⁴¹ των τετραγώνων των καταλοίπων είναι οριακά στατιστικά ασήμαντες, με αποτέλεσμα το μοντέλο να μην

αντιμετωπίζει έντονο πρόβλημα ετεροσκεδαστικότητας. Εξάλλου, στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε αν χρησιμοποιήσουμε έναν πιο επίσημο έλεγχο για την ύπαρξη ή όχι της ετεροσκεδαστικότητας (Arch Test⁴²), όπου γίνεται παλινδρόμηση των τυποποιημένων τετραγώνων των καταλοίπων με τη χρονική τους υστέρηση. Ο συντελεστής της χρονικής υστέρησης είναι στατιστικά ασήμαντος, αλλά και ο συνολικός έλεγχος δηλώνει ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα.

Τέλος, εξετάστηκε η σταθερότητα των συντελεστών του μοντέλου, αφού εκτιμήθηκε επαναληπτικά για ένα δείγμα αρχικού μεγέθους 200 το οποίο κάθε φορά αυξανότανε κατά μια μονάδα. Παρατηρήθηκε, ότι το μοντέλο δεν σταθεροποιήθηκε⁴³, αφού οι τιμές των συντελεστών δεν έτειναν προς κάποια σταθερά, όπως ακριβώς και του Garch (1,1) μοντέλου.

Συσχετίσεις των διακυμάνσεων από τις διαφορετικές μεθόδους πρόβλεψης

Είναι ενδιαφέρον να δούμε ποια είναι η σχέση μεταξύ των διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης της διακύμανσης. Γι' αυτό το λόγο βρήκαμε τους συντελεστές συσχέτισης μεταξύ Garch, Garch-M, Egarch, της τυπικής απόκλισης του 1 μηνός, της διακύμανσης του CBOE και των implied volatilities⁴⁴. Όλες οι συσχετίσεις είναι στατιστικά σημαντικές και η μεγαλύτερη παρατηρείται μεταξύ του Garch και του CBOE και όπως ήταν φυσικό μεταξύ του Garch και του Garch-M. Ωστόσο, οι μέσες διακυμάνσεις⁴⁵ διαφέρουν σημαντικά αφού του Garch είναι 20,33% και του CBOE είναι 25,74%. Πάντως, επειδή οι συντελεστές συσχέτισης των διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης της διακύμανσης δεν τείνουν στη μονάδα (εκτός από τον συντελεστή συσχέτισης μεταξύ του Garch και του Garch-M), μπορούμε να συμπεράνουμε ότι σε διάφορες χρονικές περιόδους διαφέρουν σημαντικά.

Εφαρμογή στα χρηματοοικονομικά δικαιώματα του S&P 500

Data

Τα δεδομένα των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων του S&P 500 αποκτήθηκαν από τη βάση δεδομένων της DataStream για την περίοδο από τον Φεβρουάριο 1998 έως τον Απρίλιο του 2000. Η κάθε σειρά περιελάμβανε το είδος του δικαιώματος (δικαίωμα αγοράς ή πώλησης), την τιμή εξάσκησης, την ημερομηνία λήξης, την τιμή κλεισίματος (μέσος όρος bid-ask) και τον αριθμό των συμβολαίων.

Ο μέσος ημερήσιος αριθμός συμβολαίων χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων πάνω στο S&P 500 έχει παραμείνει σταθερός κατά τη διάρκεια 1997-2000, παρόλο που υπάρχουν ενδείξεις ότι υπάρχει μια αύξηση στους 3 πρώτους μήνες του 2000⁴⁶. Πάντως, ο μέσος ημερήσιος όγκος έχει τουλάχιστον διπλασιαστεί σε σχέση με το 1991 (Noh, Engle, Kane) αφού τότε ήταν 43000, ενώ το Μάρτιο 2000 είχε φτάσει τα 113000 συμβόλαια. Εξάλλου, οι μήνες που διαπραγματεύεται ο μεγαλύτερος όγκος των συμβολαίων είναι ο Αύγουστος, Σεπτέμβριος και ο Οκτώβριος⁴⁷. Τέλος, τα συμβόλαια των δικαιωμάτων πώλησης είναι περισσότερα από αυτά της αγοράς για όλη τη εξεταζόμενη περίοδο, αντίθετα με ότι είχε παρατηρηθεί με την έρευνα των Noh, Engle, Kane.

Γι' αυτά τα δεδομένα δημιουργήθηκαν straddles τα οποία είχαν το πολύ 45 ημέρες ζωής και όγκο συναλλαγών μεγαλύτερο από 100 συμβόλαια. Κάθε ημέρα γινόταν επιλογή των straddle τα οποία ήταν near-at-the-money για να πραγματοποιηθεί η επενδυτική στρατηγική. Ως προσέγγιση του risk-free χρησιμοποιήθηκε το Treasury Bill 13 εβδομάδων, ενώ για τα μερίσματα χρησιμοποιήθηκε η ημερήσια μερισματική απόδοση του S&P 500. Και οι δυο σειρές αποκτήθηκαν από τη βάση δεδομένων της DataStream.

Η αγορά των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων παραμένει ανοιχτή μέχρι τις 15:15, ενώ η αγορά των μετοχών μέχρι τις 15:00. Γι' αυτό το λόγο ο κάτοχος του δικαιώματος έχει μια ευκαιρία να εκμεταλλευτεί τη διαφορά ώρας μεταξύ των αγορών παραγώγων και υποκείμενου τίτλου.

Υπολογισμός των αποδόσεων

Κάθε ημέρα κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου εφαρμόζονται όλες οι μέθοδοι πρόβλεψης της διακύμανσης και εκτιμάται η μελλοντική τιμή του straddle. Αν η προβλεπόμενη τιμή είναι μεγαλύτερη από τη τιμή της αγοράς, τότε το straddle αγοράζεται, διαφορετικά πωλείται. Χρησιμοποιούνται όλα τα straddle που εκείνη την ημέρα είναι near-at-the-money. Αν ο αριθμός των συμβολαίων δεν είναι μεγαλύτερος από 100, τότε επενδύεται η υποθετική αξία του straddle στο risk-free.

Στη συνέχεια αφού αφαιρούνται τα έξοδα συναλλαγής⁴⁸, εφαρμόζονται τα φίλτρα των 5, 10 και 15\$ για κάθε μια μέθοδο εκτίμησης. Συγκεκριμένα, για το φίλτρο των 5\$ η επενδυτική στρατηγική εφαρμόζεται αν η προβλεπόμενη τιμή διαφέρει κατά απόλυτη τιμή από την τιμή της αγοράς κατά 5\$. Αντίστοιχα σημαίνουν τα φίλτρα των 10\$ και 15\$. Αν η προβλεπόμενη τιμή δεν διαφέρει κατά απόλυτη τιμή από την τιμή

της αγοράς κατά το ποσό που ορίζει το φίλτρο ή ο αριθμός των συμβολαίων δεν είναι μεγαλύτερος από 100, τότε επενδύεται η υποθετική αξία του straddle στο risk-free.

Η απόδοση όταν γίνεται αγορά ενός straddle υπολογίζεται από τον επόμενο τύπο:

$$RT_t = \frac{(C_{t+1} + P_{t+1}) - (C_t + P_t)}{(C_t + P_t)}$$

Ενώ η απόδοση όταν γίνεται πώληση ενός straddle υπολογίζεται από τον επόμενο τύπο:

$$RT_t = \frac{(C_t + P_t) - (C_{t+1} + P_{t+1})}{(C_t + P_t)}$$

Από αυτές τις αποδόσεις γίνεται η αφαίρεση του ποσοστού των εξόδων συναλλαγής.

Εμπειρικά Αποτελέσματα

Η πρόβλεψη των τιμών των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων για όλες τις μεθόδους ξεκινάει στις 27/2/98 και τελειώνει στις 24/3/00. Όλες οι μέθοδοι εκτιμούν τη διακύμανση που πρέπει να χρησιμοποιηθεί και για τα δικαιώματα αγοράς και πώλησης, δηλαδή δεν γίνεται ξεχωριστή πρόβλεψη για καθένα από αυτά.

Οι μέσες ημερήσιες αποδόσεις⁴⁹ για κάθε μια από τις μεθόδους πρόβλεψης της διακύμανσης, αποκαλύπτουν το σημαντικό ρόλο των εξόδων συναλλαγής. Αν δεν ληφθούν υπόψη τα έξοδα συναλλαγής, τότε όλες οι μέθοδοι παρουσιάζουν θετική απόδοση με μεγαλύτερη αυτή του Garch-M (1,1) όπου είναι 0,66% ημερησίως. Βέβαια, εξίσου σημαντική απόδοση παρουσιάζει το Garch (1,1) μοντέλο, η οποία είναι 0,61%. Ωστόσο όταν ληφθούν υπόψη τα έξοδα συναλλαγής τότε όλες οι μέθοδοι παρουσιάζουν αρνητική μεταβολή. Το γεγονός αυτό επιβάλει τη χρησιμοποίηση φίλτρων για να υπερκεραστούν τα έξοδα συναλλαγής. Η επιλογή των φίλτρων βασίστηκε στο ότι η προβλεπόμενη τιμή θα πρέπει να απέχει από αυτή της αγοράς κατά απόλυτους όρους πλέον των εξόδων συναλλαγής.

Η μεγαλύτερη απόδοση (0,62%) χωρίς να ληφθούν υπόψη τα έξοδα συναλλαγής προήρθε από το Garch-M μοντέλο, εφαρμόζοντας το φίλτρο \$5. Αντίθετα, αν ληφθούν υπόψη τα έξοδα συναλλαγής τότε η μεγαλύτερη απόδοση (0,24%) προήλθε από το Garch-M μοντέλο και εφαρμόζοντας το φίλτρο των \$10. Επιπλέον, οι αποδόσεις που παρουσιάζονται από το Garch μοντέλο είναι σχεδόν ίσες.

Έξάλλου, έγινε έλεγχος για το κατά πόσο οι αποδόσεις των διαφόρων στρατηγικών είναι στατιστικά διάφορες από το μηδέν⁵⁰. Για κάθε φίλτρο το Garch-M μοντέλο έχοντας συμπεριλάβει τα έξοδα συναλλαγής, παρουσιάζει θετική απόδοση, η οποία είναι στατιστικά σημαντική. Για την one step Garch-M οι αποδόσεις που είναι στατιστικά σημαντικές έχοντας συμπεριλάβει τα έξοδα συναλλαγής είναι αυτές που έχουν δημιουργηθεί από τα φίλτρα των 10\$ και 15\$. Στα ίδια συμπεράσματα μπορούμε να καταλήξουμε και για την μέθοδο του Garch (1,1), τονίζοντας ωστόσο ότι η απόδοση για το φίλτρο των 5\$ δεν είναι στατιστικά σημαντική. Η επιχειρηματολογία της στατιστικής σημαντικότητας των αποδόσεων μπορεί να ενισχυθεί και από τα γραφήματα⁵¹ των διαφορετικών μεθόδων. Σε κάθε γράφημα παρουσιάζεται το αρχικό κεφάλαιο του επενδυτή (\$100) και πως αυτό θα είχε εξελιχθεί κάτω από τις διαφορετικές μεθόδους. Τέλος, υπάρχουν ενδείξεις ότι η χρησιμοποίηση της μέσης μελλοντικής διακύμανσης στα Garch μοντέλα σε σχέση με την πρόβλεψη της επόμενης ημέρας εκτιμά ακριβέστερα τη διακύμανση και δημιουργεί μεγαλύτερες αποδόσεις.

Ένα χαρακτηριστικό γεγονός είναι ότι στη μέθοδο με το φίλτρο \$15 έχοντας συμπεριλάβει τα έξοδα συναλλαγής η δεύτερη καλύτερη πρόβλεψη της διακύμανσης ήταν η ιστορική των 253 ημερών, αφού η μέση ημερήσια μεταβολή ήταν 0,17%, ενώ του Garch-M (1,1) ήταν 0,20%. Έξάλλου, και τα δύο αυτά ποσοστά είναι στατιστικά σημαντικά σε επίπεδο εμπιστοσύνης 1%.

Επίσης η ανάλυση συσχέτισης⁵² των αποδόσεων του S&P 500, της Garch και της Garch-M μεθόδου δείχνει ότι υπάρχει αρνητική συσχέτιση μεταξύ S&P 500 και Garch, η οποία είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο εμπιστοσύνης 1%. Αυτό σημαίνει ότι τα κέρδη που προήλθαν από το Garch και το Garch-M μοντέλο δεν οφείλονταν στην απόδοση του υποκείμενου τίτλου.

Συμπεράσματα

Εξετάσαμε πόσο αποτελεσματικά τιμολογούνται τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα του S&P 500 βάσει διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης της διακύμανσης. Σε μια αποτελεσματική αγορά δεν είναι δυνατόν να δημιουργηθούν υπερβάλλουσες αποδόσεις, οι οποίες να υπερκαλύπτουν τα έξοδα συναλλαγής. Ωστόσο, η πρόβλεψη της μεταβλητότητας με τα Garch μοντέλα δημιούργησε αποδόσεις που ξεπερνούσαν το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου, έχοντας υπολογίσει τα έξοδα συναλλαγής. Οι

αποδόσεις αυτές, οι οποίες είναι στατιστικά σημαντικές, συσχετίζονται αρνητικά με τις αποδόσεις του υποκείμενου τίτλου, δηλαδή δεν οφείλονται σε αυτές. Επίσης, με αυτόν τον τρόπο είναι δυνατόν να ελεγχθεί η προβλεπτική ικανότητα των διαφόρων μοντέλων, αφού η τιμολόγηση των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων εξαρτάται από την μελλοντική τους διακύμανση.

Τέλος, τα αποτελέσματα αυτά αποδεικνύουν ότι είτε η αγορά δεν τιμολογεί σωστά τα χρηματοοικονομικά δικαιώματα (ιδίως αυτά με μικρό όγκο συναλλαγών), είτε η φόρμουλα των Black-Scholes δεν λειτουργεί σωστά σε out ή in-the-money δικαιώματα. Γι' αυτούς τους λόγους υπάρχουν δυνατότητες να δημιουργηθούν υπερβάλλουσες αποδόσεις, οι οποίες θα πρέπει να τονίσουμε ότι είναι μάλλον μόνο διαθέσιμες στους market-makers, που, σε αντίθεση με το ευρύ επενδυτικό κοινό, έχουν τη δυνατότητα και τα τεχνολογικά μέσα να εκτελούν άμεσα τις εντολές τους.

Βιβλιογραφία

Black, Fischer, and Myron Scholes (1972). 'The valuation of Option Contracts and a test of Market Efficiency,' *Journal of Finance*, Vol. 27, No.2, May, pp. 399-418.

Bhattacharya, Mihir (1983). 'Transactions data tests of Efficiency of the Chicago Board Options Exchange', *Journal of Financial Economics*, vol. 12, no. 2 August, pp. 161-185.

Bollerslev, Tim (1986), 'Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity', *Journal of Econometrics*, 31:307-27.

Cootner, John S., and James F. Horrell (1989). 'An Analysis of Index Option pricing,' *Journal of Futures Markets*, Vol.9, No., 5, October, pp. 449-459.

Chiras, Donald P., and Steven Manaster (1978). 'The information Content of option Prices ad a Test of Market Efficiency,' *Journal of financial Economics*, Vol. 6, No. 2/3, June-September, pp.213-234.

Chou, R. (1988), 'Volatility Persistence and Stock Valuation: Some Empirical Evidence Using GARCH', *Journal of Applied Econometrics*, 3: 279-94

Cambell, J. Y. and L. Hentscel (1992), 'No News is Good News: An Asymmetric Reviews, 11: 143-72.

Evnine, Jeremy, and Andrew Rudd (1985). 'Index Options: The Early Evidence,' *Journal of Finance*, Vol. 40, No.3, July, pp. 743-756.

Engle, Robert F. (1982), 'Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with estimates of the Variance of UK Inflation', *Econometrica*, 50:987-1008

Engle Robert F., Kane Alex and Jaesun Noh, 'Index-Option Pricing with Stochastic Volatility and the Value of Accurate Variance Forecasts', *Review of Derivatives Research*, Vol. 1, (1997).

Engle, Lilien and Robins (1985), 'Estimating the Time-Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model', *Econometrica*, 55:391-407

French, Dan W., and Edwin D. Maberly (1992). 'Early exercise of American index Options,' *Journal of Financial Research*, Vo.15, No. 2, Summer, pp. 127-137.

French, Kenneth R., G. William Schwert, and Robert F. Stambaugh (1987), 'Expected Stock Returns and Volatility', *Journal of Financial Economics*, 19:3-30.

Galai, Dan (1977). 'Tests of Market Efficiency on the Chicago Board Options Exchange,' *The Journal of Business*, Vol. 50, No. 2, April, pp. 167-195.

Garman, M. B., And M. J. Klass (1980): 'On the Estimation of Security Price Volatilities from Historical Data,' *Journal of Business*, 53(1), 67-78.

Jaesun Noh, Robert F. Engle Alex Kane (1993). 'Forecasting Volatility and option Prices of the S&P 500 Index' *Journal of Derivatives* (1994), 17-30.

Jin-Chuan Duan (1995). 'The Garch Option Pricing Models,' *Mathematical Finance*, vol. 5 No. 1 (1995).

Marsh, T. A., and E. R. Rosenfield (1986): 'Non-Trading, Market Making, and Estimates of Stock Price volatility,' *Journal of financial Economics*, 15, 359-372.

Parkinson, M. (1980): 'The Extreme Value Method for Estimating the Variance of the Rate of Return,' *Journal of Business*, 53(1), 61-65

Rubinstein, Mark (1985). 'Nonparametric Tests of Alternative Option Pricing Models Using All Reported trades and Quotes on the 30 Most Active CBOE Option classes from August 23, 1976 Through August 31, 1978', *Journal of Finance*, vol. 40, No. 2, June, pp. 455-480.

Sheikh, Aamir M. (1991). 'Transaction Data tests of S&P 100 call Option Pricing,' *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 26, No. 4, December, pp. 459-475.

Schwert, G. W. (1990), 'Stock Volatility and the crash of '87', *Review of Financial Studies*, 3:77-101

Theodore E. Day and Craig M. Lewis (1992). 'Stock Market volatility and the Information Content of Stock Index Options' *Journal of Econometrics* (1992), 52:267-87.

Παραπομπές

¹ Αποτελέσματα (Noh, Engle και Kane)

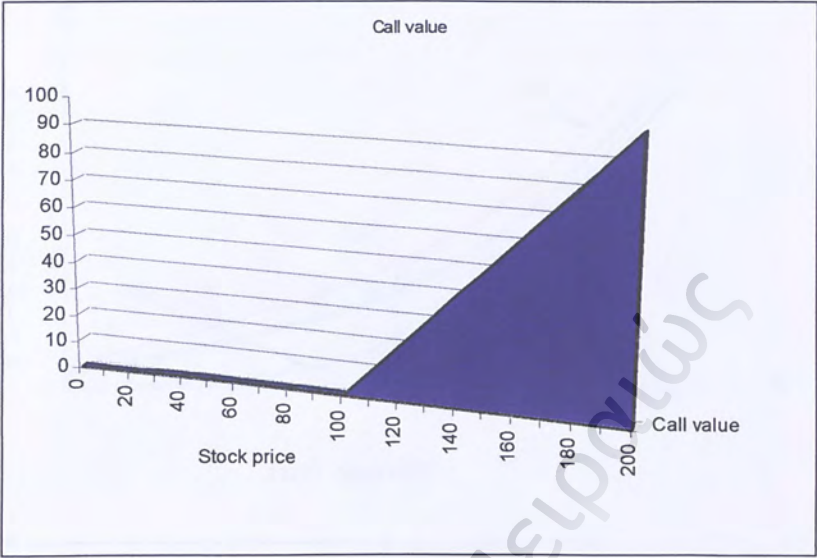
3 November 1986–31 December 1997 Rate of return							
Garch					Implied volatility		
Filter	Type	Obs.	Mean	Sd	Obs.	Mean	Sd
After transaction costs of \$0,25							
0,00	Straddle	1251	0,189	10,7	1251	-0,83	10,8
	Total	1251	0,189	10,7	1251	-0,83	10,8
0,25	Straddle	1052	0,486	11,3	683	-0,942	12,9
	Total	1251	0,413	10,4	1251	-0,5	9,5
0,5	Straddle	872	0,885	12	309	-1,255	17,6
	Total	1251	0,625	10	1251	-0,29	8,7

3 November 1986–31 December 1997 Rate of return							
Garch					Implied volatility		
Filter	Type	Obs.	Mean	Sd	Obs.	Mean	Sd
Before transaction costs							
0,00	Straddle	1251	1,36	10,7	1251	0,44	10,8
	Total	1251	1,36	10,7	1251	0,44	10,8
0,25	Straddle	1052	1,6	11,3	683	0,329	12,9
	Total	1251	1,38	10,3	1251	0,19	9,54
0,5	Straddle	872	2	11,9	309	-0,07	17,6
	Total	1251	1,4	10	1251	0	8,76

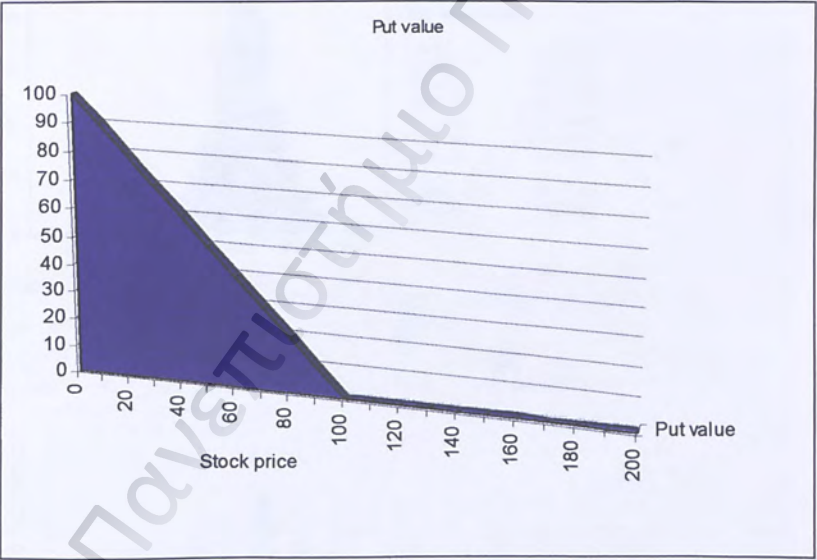
3 November 1986–14 October 1987 and 1 November 1987–31 December 1997 Rate of return							
Garch					Implied volatility		
Filter	Type	Obs.	Mean	Sd	Obs.	Mean	Sd
Before transaction costs							
0,00	Straddle	1240	1,057	7,18	1240	0,73	7,22
	Total	1240	1,057	7,18	1240	0,73	7,22
0,25	Straddle	1042	1,283	7,25	674	0,79	7,1
	Total	1240	1,082	6,66	1240	0,44	5,25
0,5	Straddle	862	1,575	7,25	300	0,955	7,37
	Total	1240	1,1	6,09	1240	0,25	3,64

3 November 1986–14 October 1987 and 1 November 1987–31 December 1997 Rate of return							
Garch					Implied volatility		
Filter	Type	Obs.	Mean	Sd	Obs.	Mean	Sd
After transaction costs of \$0,25							
0,00	Straddle	1240	-0,12	7,26	1240	-0,54	7,28
	Total	1240	-0,12	7,26	1240	-0,54	7,28
0,25	Straddle	1042	0,11	7,33	674	-0,48	7,18
	Total	1240	0,10	6,72	1240	-0,25	5,3
0,5	Straddle	862	0,44	7,3	300	-0,24	7,44
	Total	1240	0,31	6,09	1240	-0,04	3,65

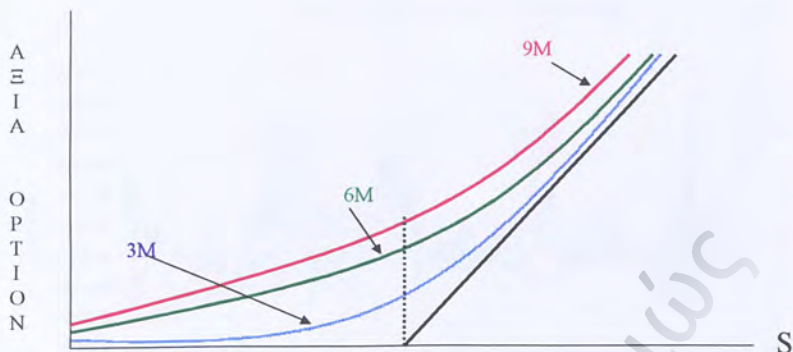
2



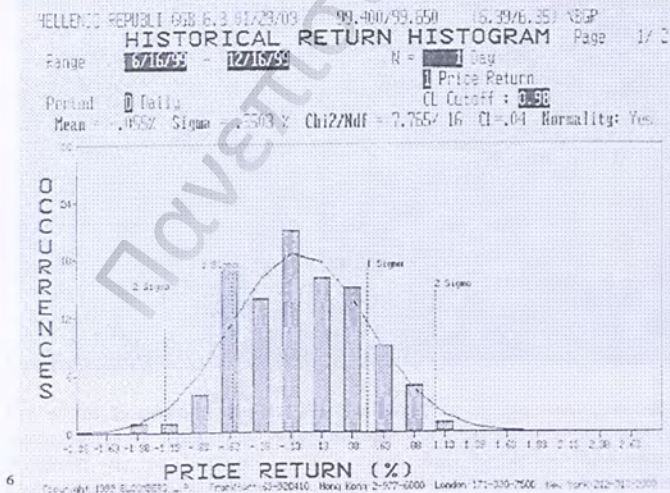
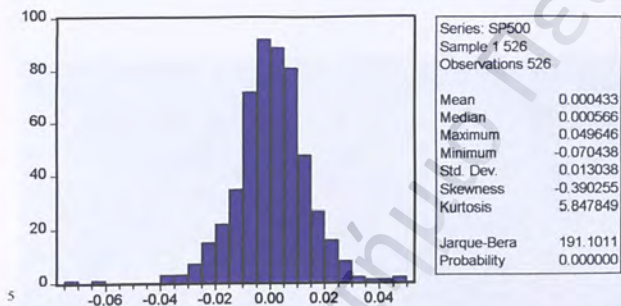
3



C

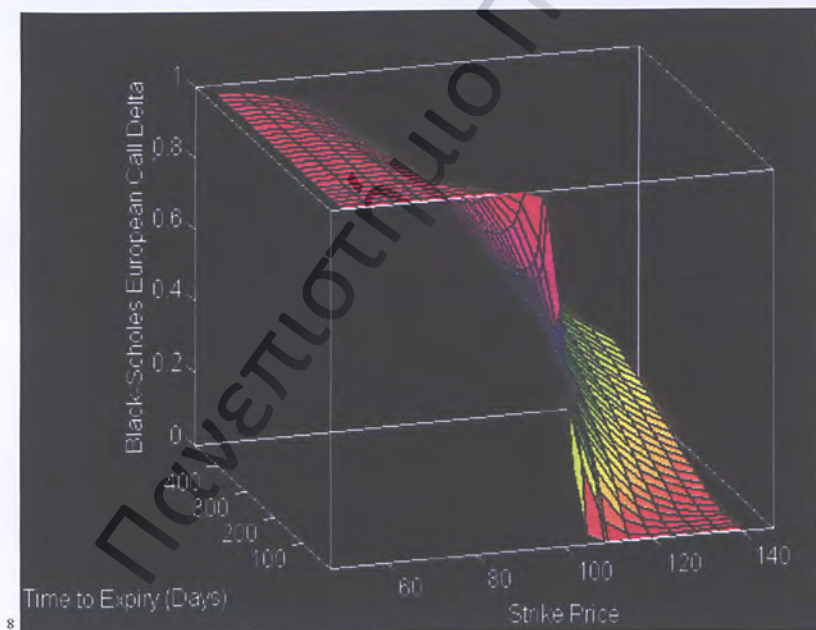
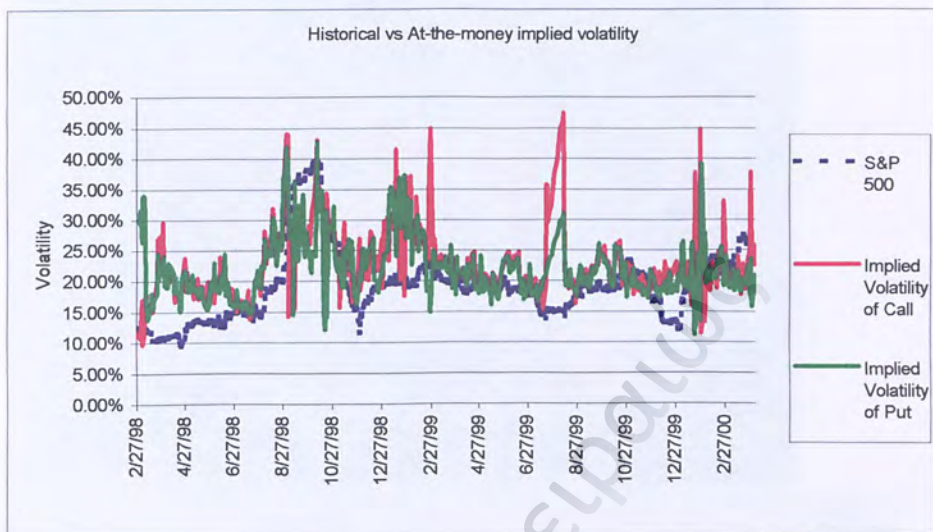


4 TIMH METOXHS

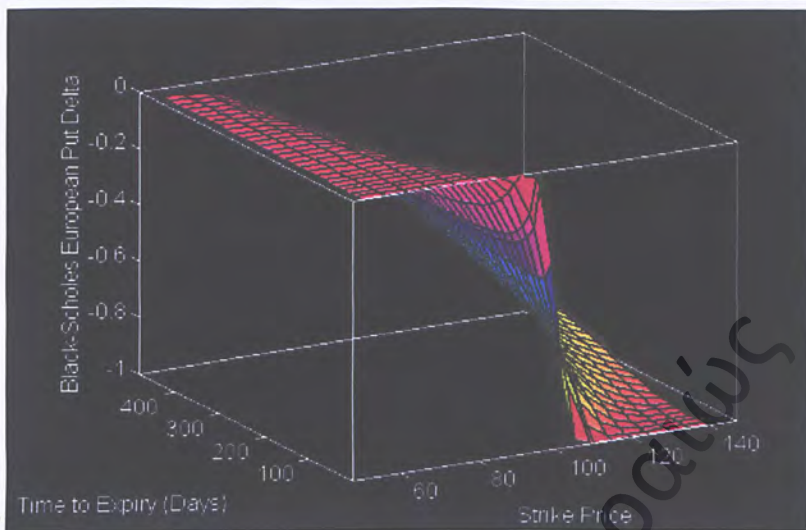


6

7

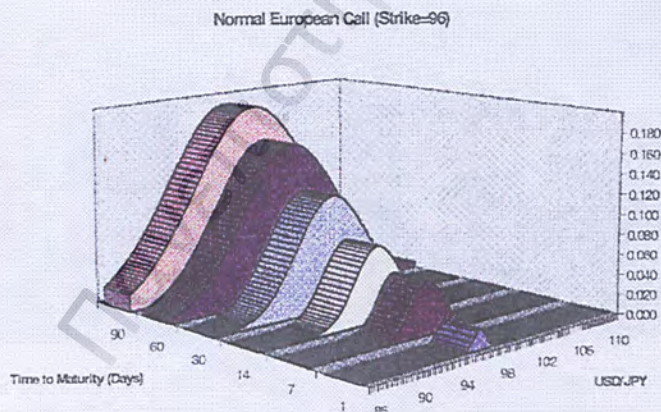


8 Για να αντισταθμιστεί ένα deep-in-the-money δικαίωμα αγοράς θα πρέπει να γίνει πώληση του υποκείμενου σε σχέση 1:1, ανεξάρτητα αν είναι κοντά ή μακριά από την ημερομηνία λήξης του. Αντίθετα, αν το δικαίωμα αγοράς είναι ένα deep-out-of-the-money δεν απαιτείται να γίνει αντιστάθμιση, αφού το Delta τείνει στο 0, ιδιαίτερα όταν το δικαίωμα τείνει προς τη λήξη του.



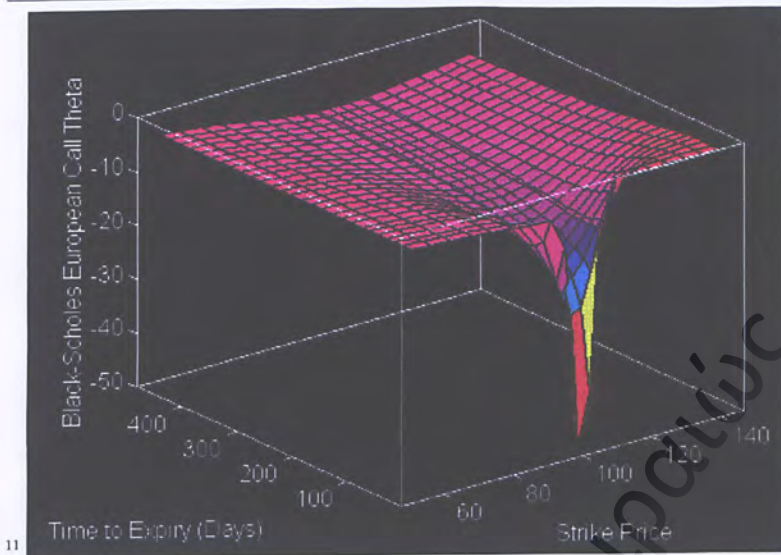
9 Για να αντισταθμιστεί ένα deep-in-the-money δικαίωμα πώλησης θα πρέπει να γίνει αγορά του υποκείμενου σε σχέση 1:1, ιδιαίτερα όταν το δικαίωμα τείνει προς τη λήξη. Αντίθετα, αν το δικαίωμα πώλησης είναι ένα deep-out-of-the-money δεν απαιτείται να γίνει αντιστάθμιση, αφού το Delta τείνει στο 0, ιδιαίτερα όταν το δικαίωμα τείνει προς τη λήξη του, ανεξάρτητα αν είναι κοντά ή μακριά από την ημερομηνία λήξης του.

RISK: Vega on a Vanilla option

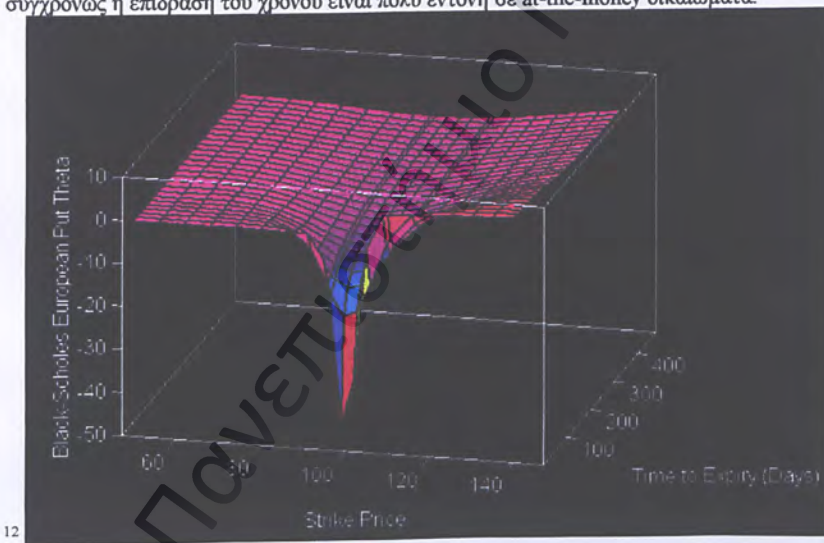


10

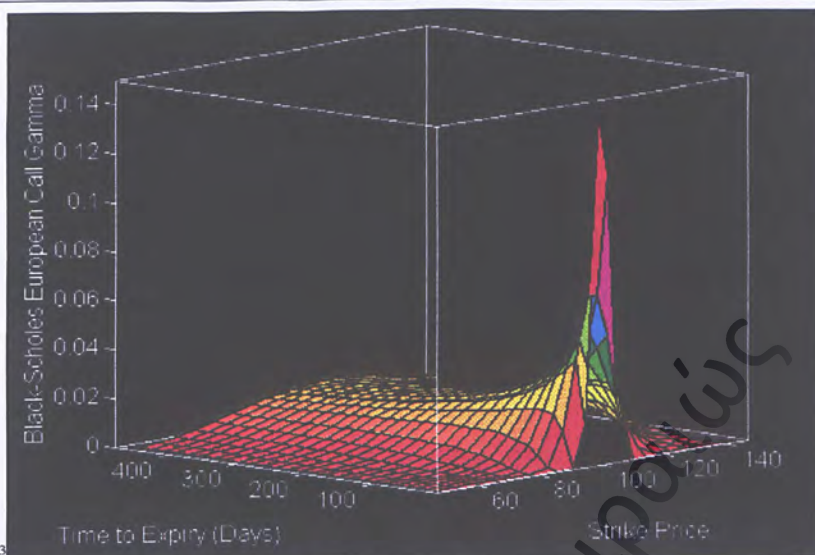
Η τιμή του Vega τείνει να γίνει μηδέν, όταν το δικαίωμα έχει πλησιάσει τη λήξη του. Αντίθετα, όταν είναι στην αρχή της ζωής του, η τιμή του Vega είναι μεγάλη. Εξάλλου, το Vega λαμβάνει την μεγαλύτερη τιμή όταν το δικαίωμα είναι at-the-money.



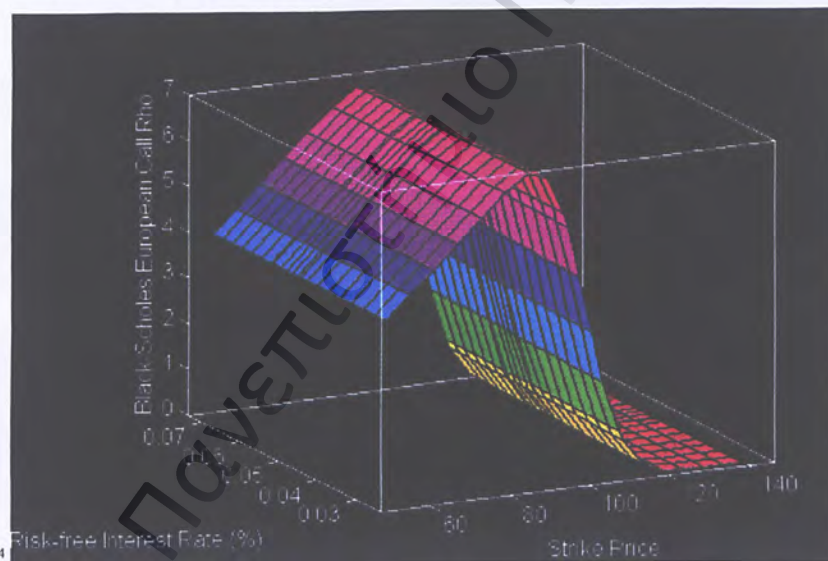
Το Theta για ένα δικαίωμα αγοράς παραμένει πάντα αρνητικό για όλες τις τιμές εξάσκησης και συγγράως η επίδραση του χρόνου είναι πολύ έντονη σε at-the-money δικαιώματα.



Το Theta για ένα δικαίωμα πώλησης είναι αρνητικό για τις περισσότερες τιμές εξάσκησης, εκτός από αυτές που είναι deep-in-the-money. Τέλος, όπως και στα δικαιώματα αγοράς, η επίδραση του χρόνου είναι πολύ έντονη σε at-the-money.

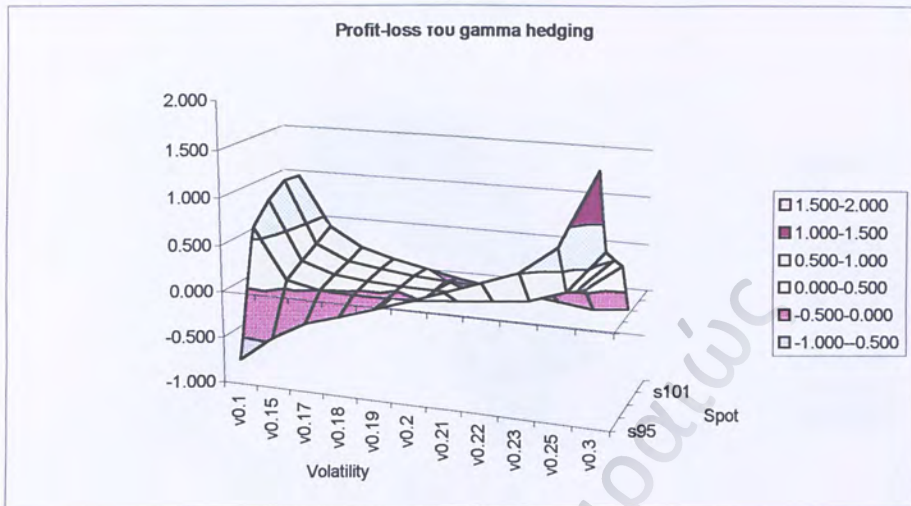


13 Το gamma για ένα δικαίωμα αγοράς ή πώλησης λαμβάνει τη μεγαλύτερη του τιμή όταν είναι at-the-money και πλησιάζει ο χρόνος της λήξης του

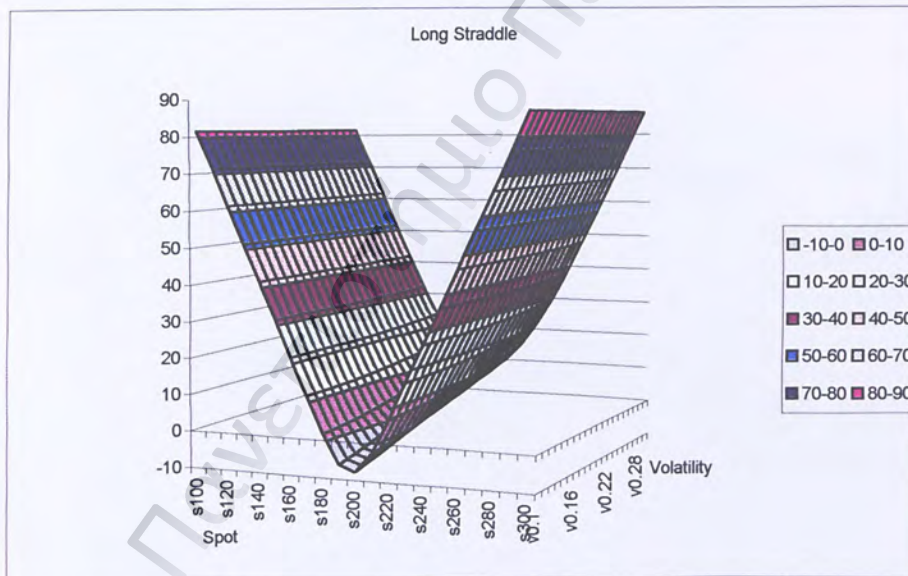


14 Το Rho λαμβάνει τη μέγιστη τιμή όταν το δικαίωμα είναι at-the-money. Όταν το δικαίωμα αγοράς είναι deep-out-of-the-money τότε η αλλαγή στα επιτόκια δεν μεταβάλλει την αξία του δικαιώματος, αφού το Rho τείνει στο μηδέν.

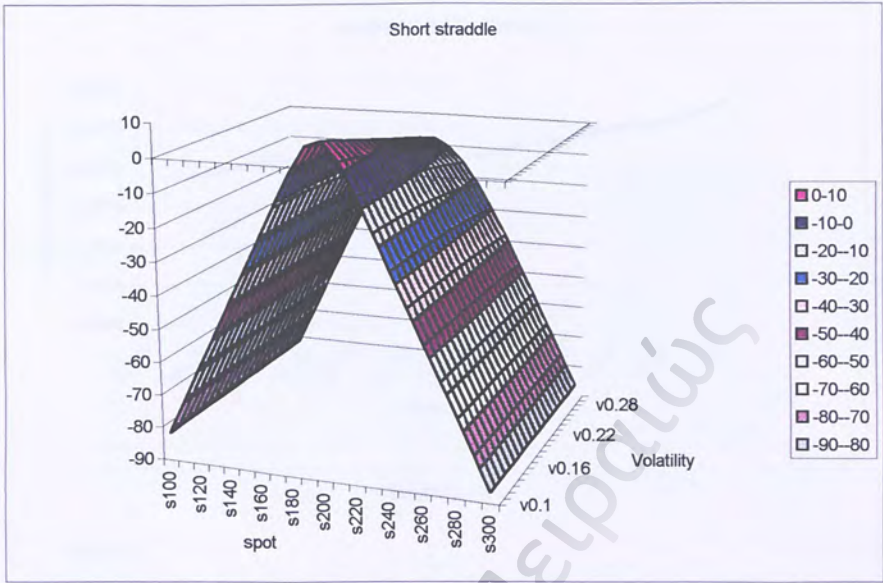
15



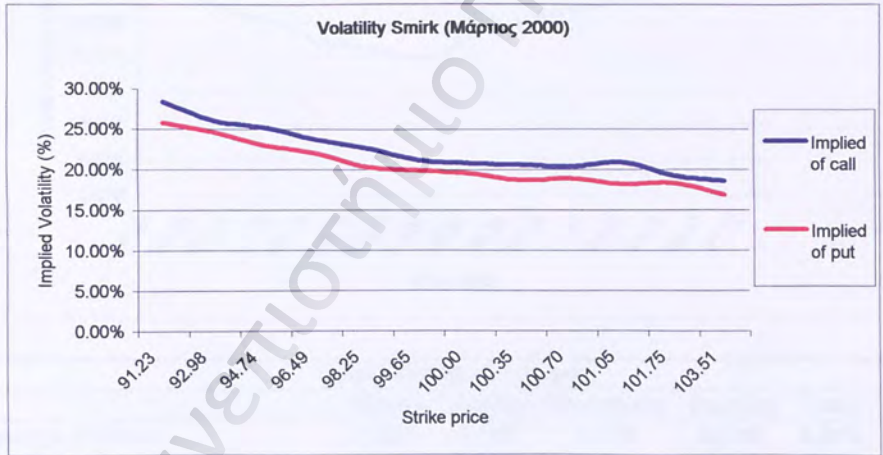
16

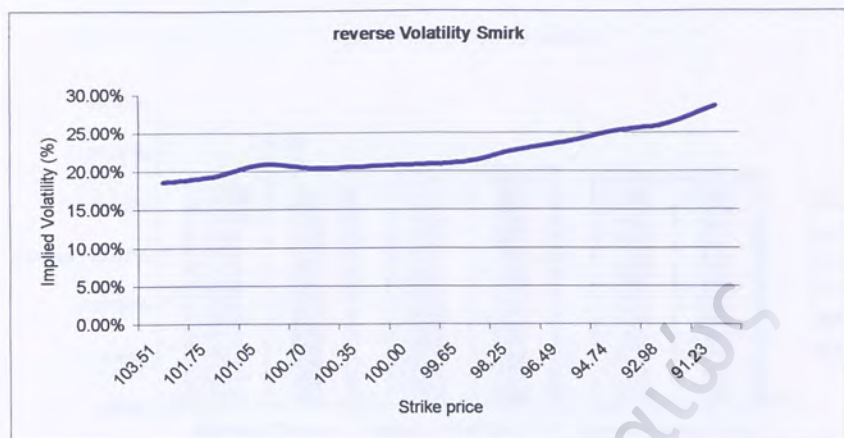


17



18





19



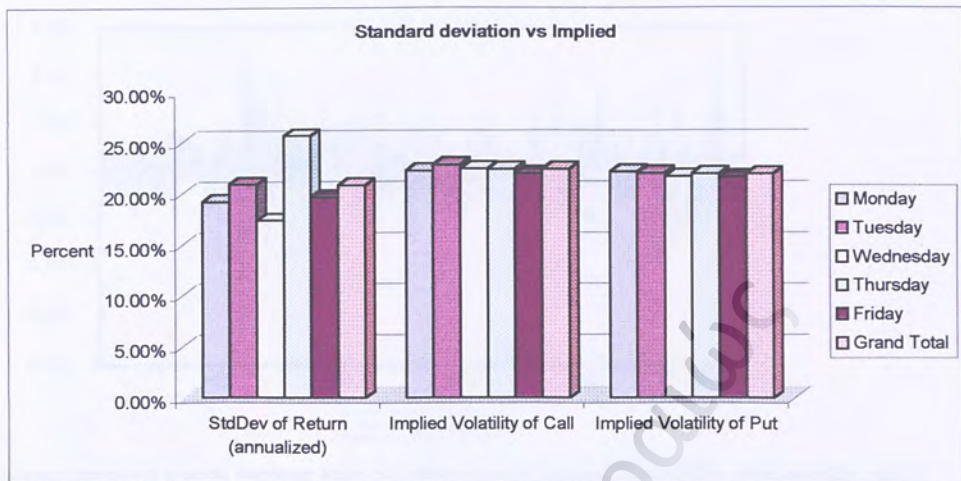
20

21

Από 27/2/98 έως 24/3/00

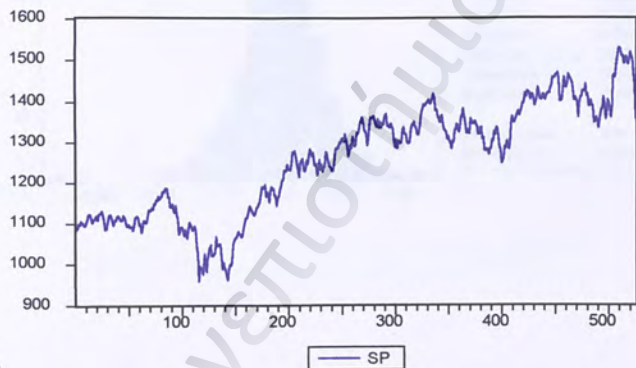
	<i>Monday</i>	<i>Tuesday</i>	<i>Wednesday</i>	<i>Thursday</i>	<i>Friday</i>	<i>Grand Total</i>
Average of Return	0.03%	-0.13%	0.23%	0.03%	0.21%	0.07%
StdDev of Return (annualized)	19.26%	20.97%	17.37%	25.62%	19.65%	20.81%
Implied Volatility of Call	22.23%	22.81%	22.45%	22.38%	21.99%	22.38%
Implied Volatility of Put	22.11%	22.02%	21.68%	21.90%	21.66%	21.87%
Number of observation	101	108	108	107	102	526

Η τυπική απόκλιση έγινε ετήσια πολλαπλασιάζοντας την ημερήσια τυπική απόκλιση με $\sqrt{253}$, ο οποίος είναι ο αριθμός εργάσιμων ημερών για το 1999.

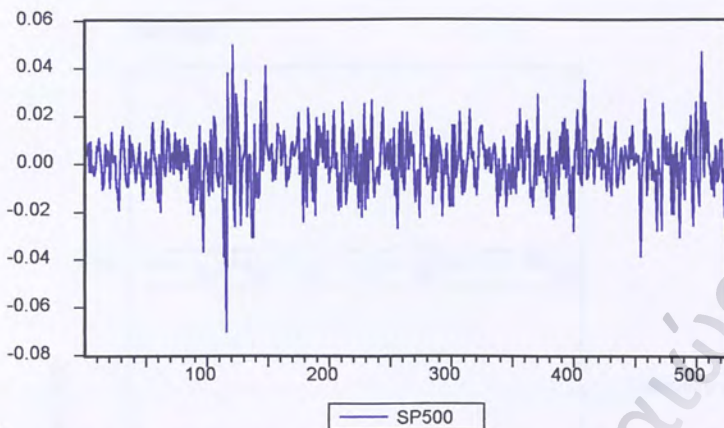


$$^{22} \sigma = \sqrt{(1/\tau) \sum_{i=1}^{\tau} h_{t+i\tau}}, \text{ όπου } \tau \text{ είναι ο χρόνος λήξης του δικαιώματος}$$

$$^{23} \sigma = \sqrt{h_{t+1}}$$

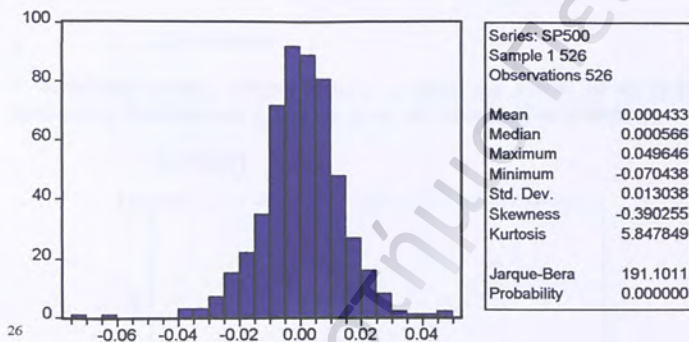


24

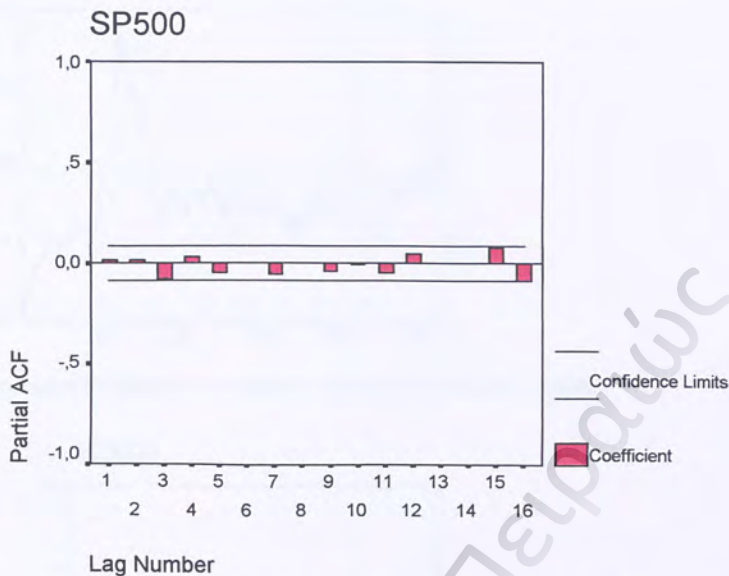


25

Παρατηρείται ότι η μέση απόδοση κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου είναι σταθερή γύρω από το μηδέν, αλλά συγχρόνως παρουσιάζει έντονη μεταβλητότητα.

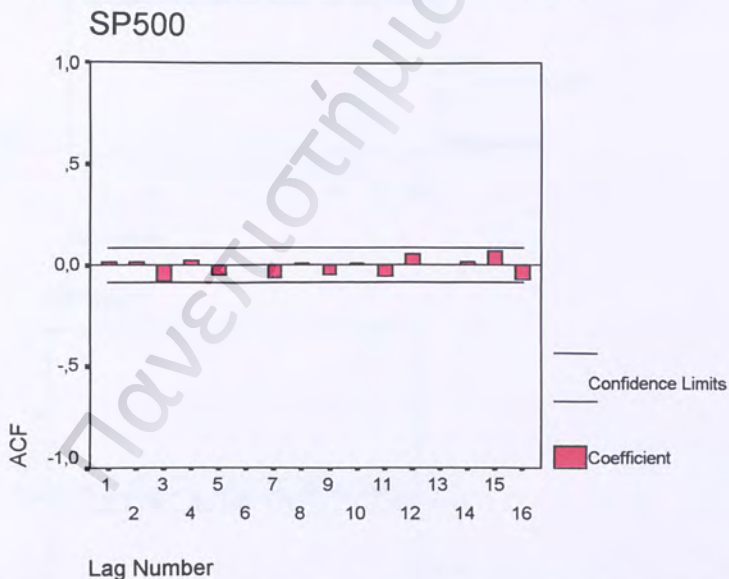


26



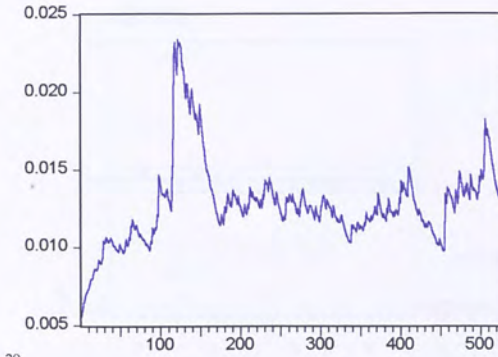
27

Η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης, η οποία μας δείχνει αν θα πρέπει στην εξειδίκευση του μοντέλου να προσθέσουμε AR όρους, είναι στατιστικά ίση με το μηδέν.



28

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, η οποία μας δείχνει αν θα πρέπει στην εξειδίκευση του μοντέλου να προσθέσουμε MA όρους, είναι στατιστικά ίση με το μηδέν.

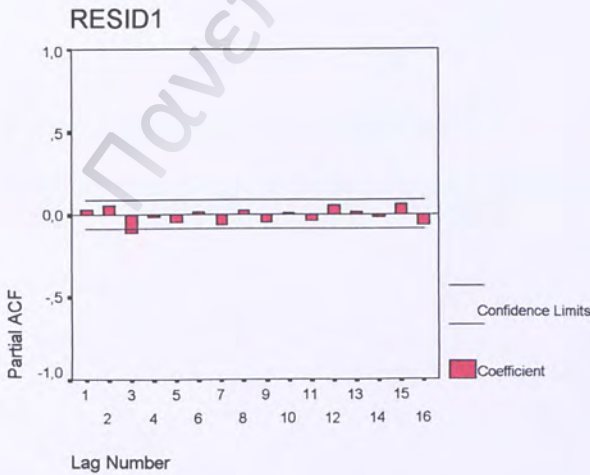


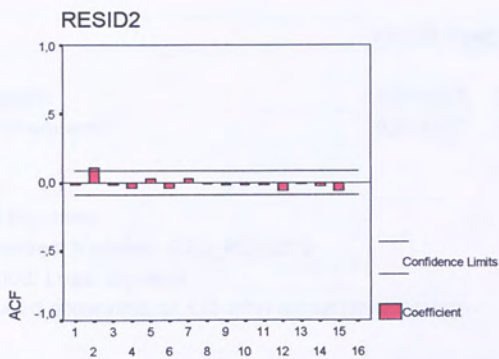
29

Η δεσμευμένη διακύμανση του Garch (1,1) για την εξεταζόμενη περίοδο.

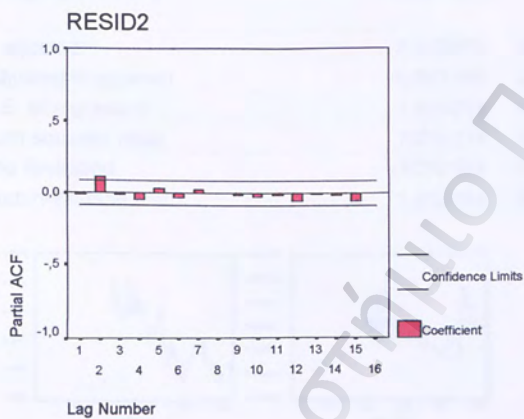


30





31



ARCH Test:

F-statistic	0.210587	Probability	0.646498
Obs*R-squared	0.211307	Probability	0.645745

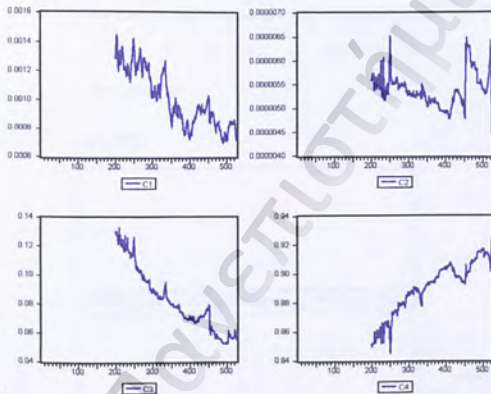
Test Equation:

Dependent Variable: STD_RESID^2

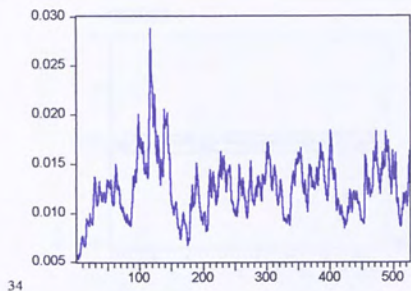
Method: Least Squares

Included observations: 525 after adjusting endpoints

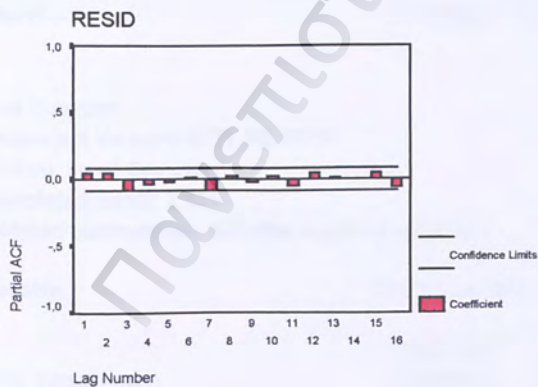
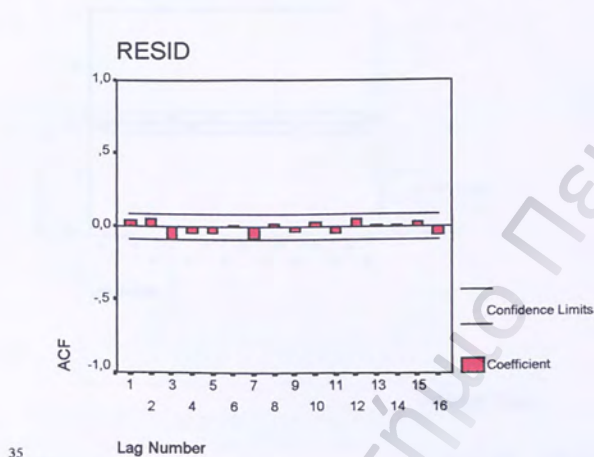
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.018998	0.095541	10.66554	0
STD_RESID^2(-1)	-0.021915	0.047755	-0.45898	0.6465
R-squared	0.000402	Mean dependent var		0.997886
Adjusted R-squared	-0.001509	S.D. dependent var		1.917173
S.E. of regression	1.918619	Akaike info criterion		4.14489
Sum squared resid	1925.214	Schwarz criterion		4.161132
Log likelihood	-1086.034	F-statistic		0.210587
Durbin-Watson stat	1.833104	Prob(F-statistic)		0.646498

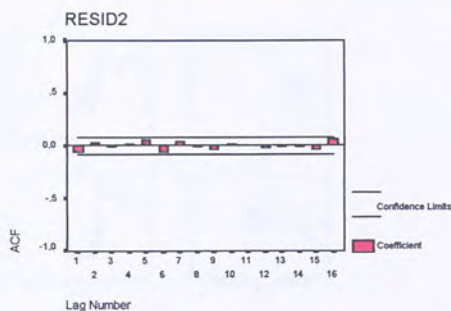


Ο πρώτος συντελεστής είναι η σταθερά των αποδόσεων, ο δεύτερος είναι η σταθερά της διακύμανσης, ο τρίτος είναι της Arch επίδρασης και ο τέταρτος της Garch.

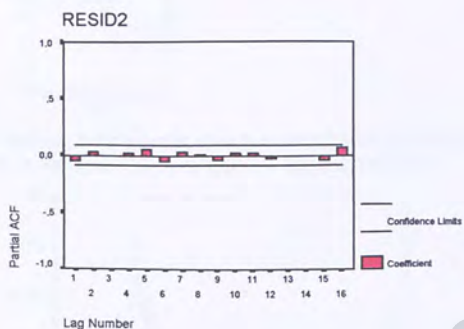


Η δεσμευμένη διακύμανση του Egarch (1,1) για την εξεταζόμενη περίοδο.





36



37

ARCH Test:

F-statistic	1.518254	Probability	0.218438
Obs*R-squared	1.519648	Probability	0.217673

Test Equation:

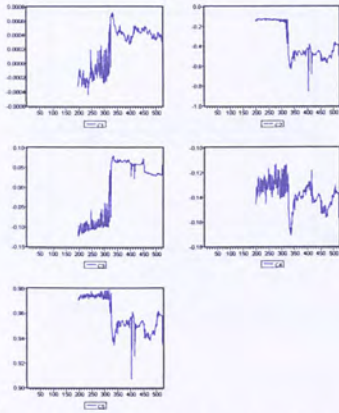
Dependent Variable: STD_RESID^2

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 2 526

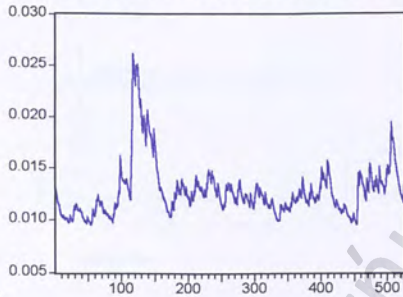
Included observations: 525 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.051665	0.086416	12.16976	0
STD_RESID^2(-1)	-0.056979	0.046243	-1.232174	0.2184
R-squared	0.002895	Mean dependent var		0.996323
Adjusted R-squared	0.000988	S.D. dependent var		1.692437
S.E. of regression	1.691601	Akaike info criterion		3.89303
Sum squared resid	1496.571	Schwarz criterion		3.909271
Log likelihood	-1019.92	F-statistic		1.518254
Durbin-Watson stat	1.886878	Prob(F-statistic)		0.218438



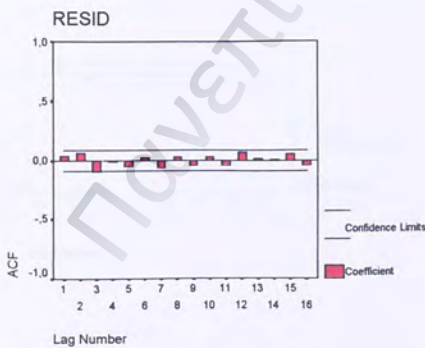
38

Ο πρώτος συντελεστής είναι η σταθερά των αποδόσεων, ο δεύτερος είναι η σταθερά της διακύμανσης, και οι υπόλοιποι είναι οι όροι του Egarch μοντέλου.

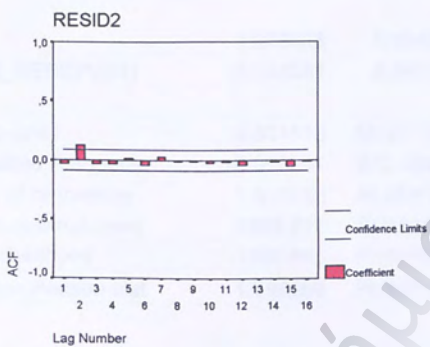
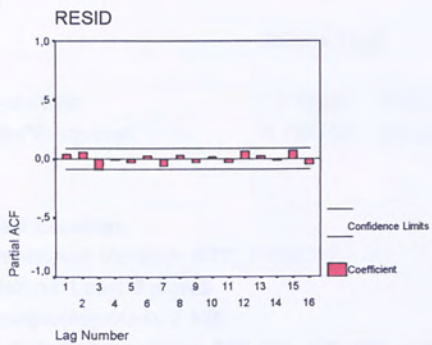


39

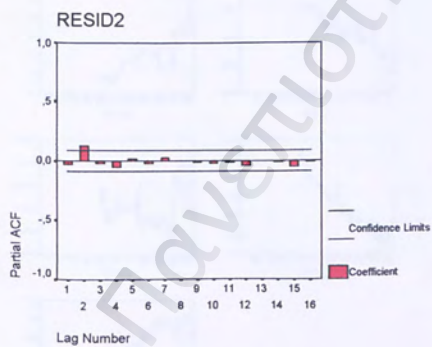
Η δεσμευμένη διακύμανση του Garch (1,1)-M για την εξεταζόμενη περίοδο.



40



41



ARCH Test:

F-statistic	0.79537	Probability	0.3729
Obs*R-squared	0.797199	Probability	0.3719

Test Equation:

Dependent Variable: STD_RESID^2

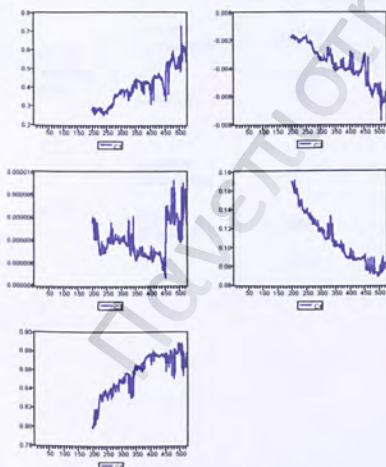
Method: Least Squares

Sample(adjusted): 2 526

Included observations: 525 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.033005	0.094964	10.8778	0
STD_RESID^2(-1)	-0.043381	0.048642	-0.89184	0.3729

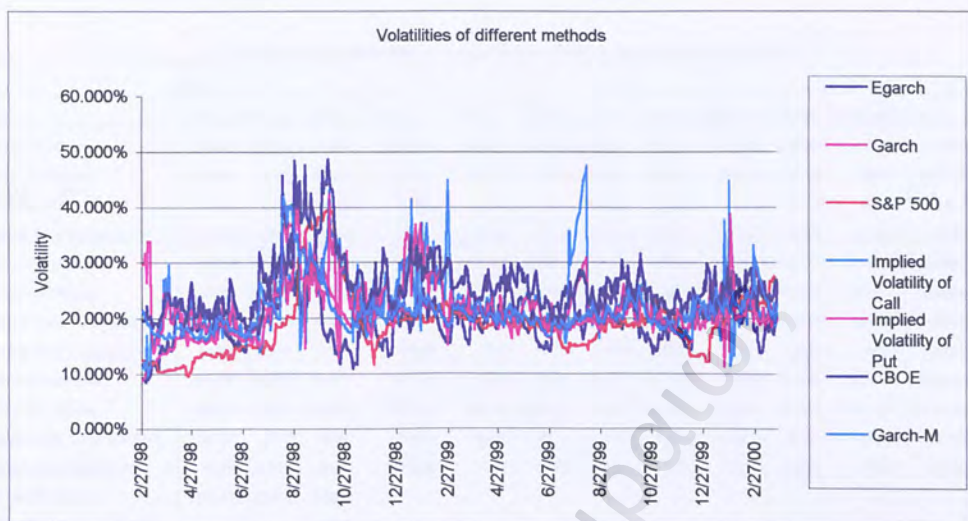
R-squared	0.001518	Mean dependent var	0.9916
Adjusted R-squared	-0.000391	S.D. dependent var	1.8984
S.E. of regression	1.898732	Akaike info criterion	4.1241
Sum squared resid	1885.511	Schwarz criterion	4.1403
Log likelihood	-1080.564	F-statistic	0.7954
Durbin-Watson stat	1.795289	Prob(F-statistic)	0.3729



Ο πρώτος συντελεστής είναι η τυπική απόκλιση της Garch διακύμανσης, ο δεύτερος συντελεστής είναι η σταθερά των αποδόσεων, ο τρίτος είναι η σταθερά της διακύμανσης, ο τέταρτος είναι της Arch επίδρασης και ο πέμπτος της Garch.

Correlations

		GARCH	EGARCH	GARCH_M	S&P 500	Implied Volatility of Call	Implied Volatility of Put	CBOE
GARCH	<i>Pearson Correlation</i>	1,000	,603*	,934*	,628*	,383*	,390*	,67
	<i>Sig. (2-tailed)</i>	,	,000	,000	,000	,000	,000	,00
	<i>N</i>	526	526	526	526	526	526	52
EGARCH	<i>Pearson Correlation</i>	,603*	1,000	,627*	,126*	,122*	,139*	,23
	<i>Sig. (2-tailed)</i>	,000	,	,000	,004	,005	,001	,00
	<i>N</i>	526	526	526	526	526	526	52
GARCH_M	<i>Pearson Correlation</i>	,934*	,627*	1,000	,450*	,278*	,397*	,56
	<i>Sig. (2-tailed)</i>	,000	,000	,	,000	,000	,000	,00
	<i>N</i>	526	526	526	526	526	526	52
S&P 500	<i>Pearson Correlation</i>	,628*	,126*	,450*	1,000	,407*	,375*	,74
	<i>Sig. (2-tailed)</i>	,000	,004	,000	,	,000	,000	,00
	<i>N</i>	526	526	526	533	533	533	52
Implied Volatility of Call	<i>Pearson Correlation</i>	,383*	,122*	,278*	,407*	1,000	,479*	,58
	<i>Sig. (2-tailed)</i>	,000	,005	,000	,000	,	,000	,00
	<i>N</i>	526	526	526	533	533	533	52
Implied Volatility of Put	<i>Pearson Correlation</i>	,390*	,139*	,397*	,375*	,479*	1,000	,57
	<i>Sig. (2-tailed)</i>	,000	,001	,000	,000	,000	,	,00
	<i>N</i>	526	526	526	533	533	533	52
CBOE	<i>Pearson Correlation</i>	,679*	,237*	,564*	,740*	,587*	,579*	1,00
	<i>Sig. (2-tailed)</i>	,000	,000	,000	,000	,000	,000	
	<i>N</i>	526	526	526	526	526	526	52



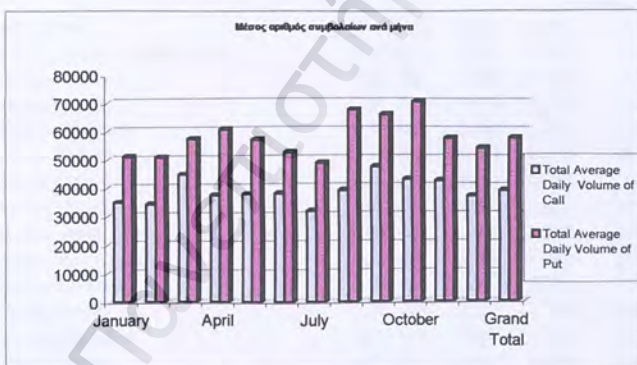
Παρατηρείται ότι η διακύμανση που προβλέπει το Garch και το Egarch μοντέλο είναι συνήθως μικρότερες από αυτές των implied volatilities. Αυτό σημαίνει ότι τις περισσότερες φορές γίνεται πώληση του straddle, αφού η προβλεπόμενη τιμή του είναι μικρότερη από αυτή της αγοράς, λόγω της μικρότερης διακύμανσης.

45

	Egarch	Garch	Garch-M	S&P 500	Implied Volatility of Call	Implied Volatility of Put	CBOE
Average	19.85%	20.33%	21,06%	18.95%	22.38%	21.87%	25.74%
Max	45.65%	37.17%	41,92%	39.36%	47.34%	42.30%	48.56%
Min	8.42%	8.81%	15,85%	9.40%	9.51%	11.10%	16.88%

Συνολικοί και Ημερήσιοι όγκοι των χρηματοοικονομικών δικαιωμάτων του S&P 500

Ετος	Data	Μήνας												Grand Total
		January	February	March	April	May	June	July	August	September	October	November	December	
1997	Sum of Call Volume	309661	351910	1031034	949723	798387	810585	649057	737973	870223	959249	876128	908163	9252093
	Sum of Put Volume	714040	680495	1253632	1490360	1290736	1197588	1183701	1273593	1340863	1947166	1278485	1440477	15071136
	Average Daily Volume of Call	14746	19551	51552	43169	38018	38599	29503	35142	41439	41706	48112	41280	36861
	Average Daily Volume of Put	34002	36694	62682	67744	61464	57028	53805	60647	63851	84659	67289	65476	60044
1998	Sum of Call Volume	719535	672550	842849	710664	786151	859262	771911	1030221	1126149	958540	733568	656862	9868262
	Sum of Put Volume	1129223	1008167	1336541	1321289	1200737	1185347	1024939	1723593	1608056	1375334	992141	804244	14707611
	Average Daily Volume of Call	35977	35397	38311	33841	39308	39057	35067	49058	53626	43570	38678	29857	39180
	Average Daily Volume of Put	56461	53061	60752	62919	60037	53879	46588	82076	76479	62515	49607	36557	58364
1999	Sum of Call Volume	692208	502008	886412	735428	719738	793573	633898	724287	974889	900261	920829	860415	9343946
	Sum of Put Volume	806695	979953	1051730	1062376	966728	1010934	945470	1309403	1189947	1312677	1164121	1307160	13197194
	Average Daily Volume of Call	36432	26421	38540	35020	35987	36072	30186	32922	46423	42870	43849	39110	37079
	Average Daily Volume of Put	47194	51576	45727	50589	48336	45952	45022	59518	56664	62508	55434	59416	52370
2000	Sum of Call Volume	1066058	1076724	721087										2863869
	Sum of Put Volume	1345207	1208345	818218										3371770
	Average Daily Volume of Call	53303	53836	55468										54035
	Average Daily Volume of Put	67260	60417	62940										63618
Total Sum of Call Volume		2787462	2603192	3481382	2395815	2304276	2463420	2054866	2492481	2971261	2818050	2530525	2425440	31328170
Total Sum of Put Volume		4085165	3856960	4460121	3874025	3458201	3393869	3154110	4306589	4138866	4635177	3434747	3551881	46347711
Total Average Daily Volume of Call		34843	34253	44633	37435	37775	37899	31613	38945	47163	42698	42175	36749	38772
Total Average Daily Volume of Put		51065	50749	57181	60532	56692	52213	48525	67290	65085	70230	57246	53816	57381



Έξοδα Συναλλαγής

Αξία Συναλλαγής

<\$2500

\$20+0,02 της αξίας της συναλλαγής

\$2500 μέχρι \$10000

\$45+0,01 της αξίας της συναλλαγής

>\$10000

\$120+0,0025 της αξίας της συναλλαγής

Θεωρείται ότι το ποσό που επενδύεται είναι μεγαλύτερο από \$10000, με αποτέλεσμα το ποσοστό του εξόδου συναλλαγής να είναι 1,45%. Επομένως από το ποσοστό μεταβολής της αγοράς και πώλησης των straddles συνολικά γινότανε αφαίρεση 2,9% ως έξοδο συναλλαγής

49

ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ΤΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ	ΜΕΣΗ ΗΜΕΡΗΣΙΑ ΑΠΟΔΟΣΗ (ΧΩΡΙΣ ΕΞΟΔΑ ΣΥΝΑΛΛΑΓΗΣ)	ΜΕΣΗ ΗΜΕΡΗΣΙΑ ΑΠΟΔΟΣΗ (ΜΕ ΕΞΟΔΑ ΣΥΝΑΛΛΑΓΗΣ)	ΦΙΛΤΡΟ 5\$ (ΧΩΡΙΣ ΕΞΟΔΑ ΣΥΝΑΛΛΑΓΗΣ)	ΦΙΛΤΡΟ 5\$ (ΜΕ ΕΞΟΔΑ ΣΥΝΑΛΛΑΓΗΣ)	ΦΙΛΤΡΟ 10\$ (ΧΩΡΙΣ ΕΞΟΔΑ ΣΥΝΑΛΛΑΓΗΣ)	ΦΙΛΤΡΟ 10\$ (ΜΕ ΕΞΟΔΑ ΣΥΝΑΛΛΑΓΗΣ)	ΦΙΛΤΡΟ 15\$ (ΧΩΡΙΣ ΕΞΟΔΑ ΣΥΝΑΛΛΑΓΗΣ)	ΦΙΛΤΡΟ 15\$ (ΜΕ ΕΞΟΔΑ ΣΥΝΑΛΛΑΓΗΣ)
garch-m (1,1)	0.66%	-0.04%	0.62%	0.18%	0.46%	0.24%	0.30%	0.20%
1 step garch-m(1,1)	0.61%	-0.09%	0.59%	0.10%	0.50%	0.19%	0.35%	0.18%
garch (1,1)	0.61%	-0.09%	0.61%	0.17%	0.46%	0.23%	0.32%	0.20%
1 step garch(1,1)	0.55%	-0.15%	0.56%	0.06%	0.50%	0.18%	0.34%	0.16%
egarch (1,1)	0.44%	-0.26%	0.45%	-0.17%	0.42%	-0.12%	0.37%	-0.06%
1 step egarch(1,1)	0.38%	-0.32%	0.40%	-0.12%	0.34%	0.00%	0.25%	0.07%
variance spill over	0.47%	-0.23%	0.44%	-0.07%	0.38%	0.02%	0.33%	0.11%
constant variance	0.44%	-0.26%	0.45%	0.01%	0.37%	0.14%	0.27%	0.17%
cboe (average)	0.13%	-0.57%	0.13%	-0.47%	0.13%	-0.36%	0.14%	-0.23%
cboe t-1	0.11%	-0.59%	0.15%	-0.41%	0.16%	-0.25%	0.20%	-0.02%
high - low volatility	0.48%	-0.22%	0.48%	-0.14%	0.41%	-0.11%	0.34%	-0.06%
high - low - close volatility	0.51%	-0.18%	0.47%	-0.11%	0.43%	-0.03%	0.32%	-0.01%

50

One-Sample Test

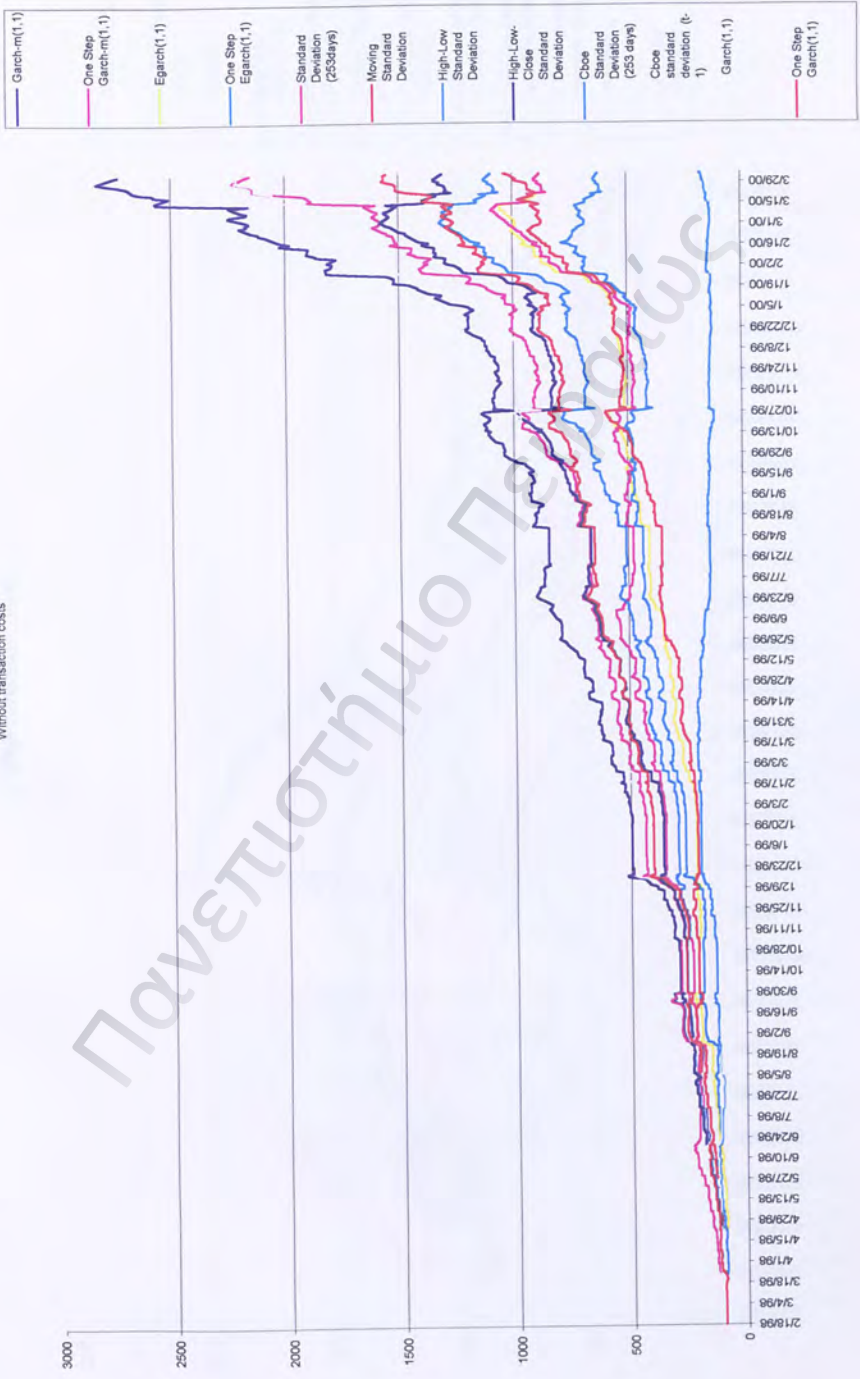
Test Value = 0

	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean	99% Confidence Interval	
					Lower	Upper
Garch(1,1)-M	6.45	525	0.000	0.66%	0.39%	0.92%
Garch (1,1)-M with transaction costs	-0.45	525	0.653	-0.04%	-0.30%	0.21%
Trade rule 5\$ without	7.18	525	0.000	0.62%	0.40%	0.84%
Trade rule 5\$ with	2.17	525	0.030	0.18%	-0.03%	0.39%
Trade rule 10\$ without	6.69	525	0.000	0.46%	0.28%	0.64%
Trade rule 10\$ with	3.73	525	0.000	0.24%	0.07%	0.41%
Trade rule 15\$ without	5.14	525	0.000	0.30%	0.15%	0.45%
Trade rule 15\$ with	3.57	525	0.000	0.20%	0.05%	0.34%
One step garch(1,1)	6.08	525	0.000	0.61%	0.35%	0.87%
One step garch(1,1) with	-0.92	525	0.359	-0.09%	-0.35%	0.16%
Trade rule 5\$ without	6.80	525	0.000	0.59%	0.37%	0.82%
Trade rule 5\$ with	1.22	525	0.225	0.10%	-0.11%	0.32%
Trade rule 10\$ without	6.79	525	0.000	0.50%	0.31%	0.69%
Trade rule 10\$ with	2.75	525	0.006	0.19%	0.01%	0.38%
Trade rule 15\$ without	5.83	525	0.000	0.35%	0.19%	0.50%
Trade rule 15\$ with	3.20	525	0.001	0.18%	0.03%	0.33%
Garch(1,1)	6.10	525	0.000	0.61%	0.35%	0.87%
Garch (1,1) with	-0.88	525	0.378	-0.09%	-0.34%	0.17%
Trade rule 5\$ without	7.19	525	0.000	0.61%	0.39%	0.83%
Trade rule 5\$ with	2.08	525	0.038	0.17%	-0.04%	0.38%
Trade rule 10\$ without	6.71	525	0.000	0.46%	0.29%	0.64%
Trade rule 10\$ with	3.49	525	0.001	0.23%	0.06%	0.40%
Trade rule 15\$ without	5.41	525	0.000	0.32%	0.17%	0.48%
Trade rule 15\$ with	3.49	525	0.001	0.20%	0.05%	0.34%

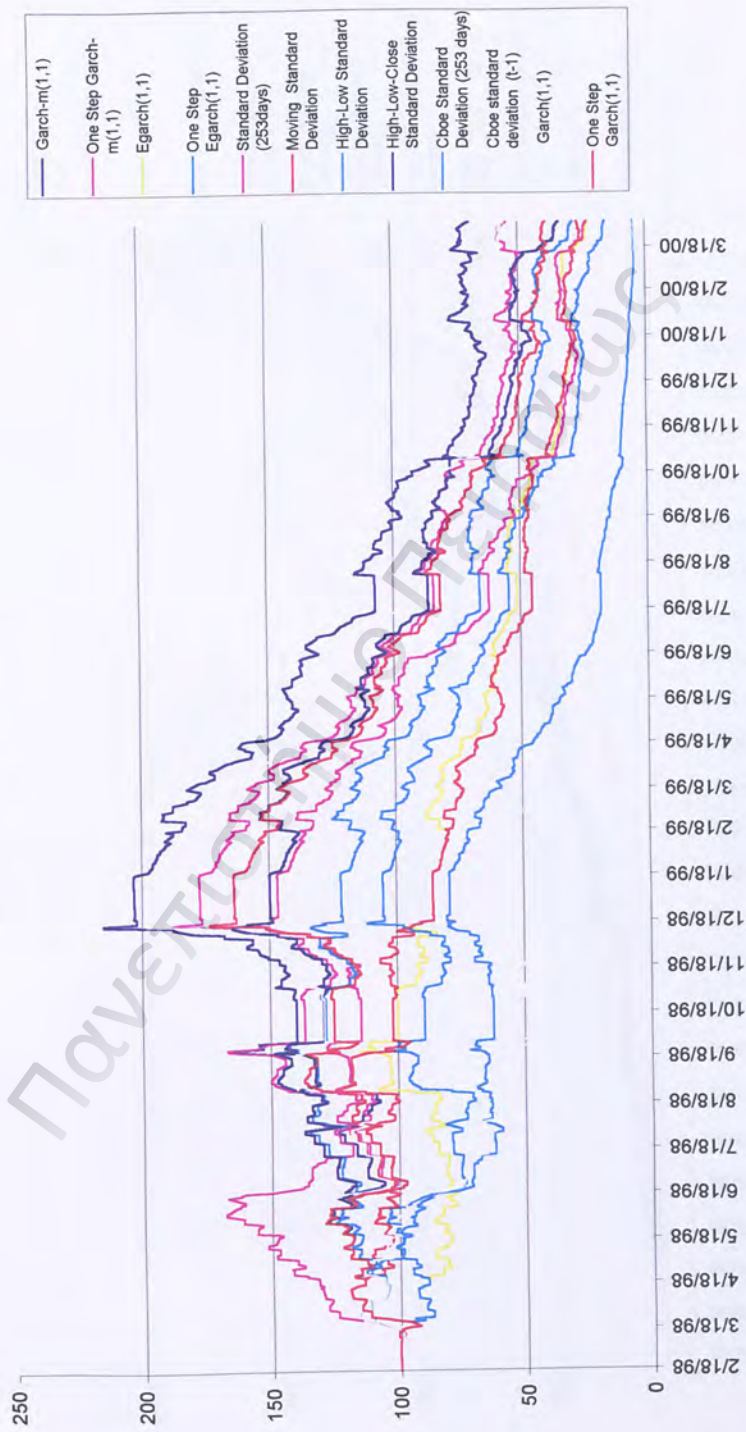
One step garch(1,1)	5.47	525	0.000	0.55%	0.29%	0.81%
One step garch(1,1) with	-1.55	525	0.122	-0.15%	-0.41%	0.10%
Trade rule 5\$ without	6.53	525	0.000	0.56%	0.34%	0.78%
Trade rule 5\$ with	0.76	525	0.450	0.06%	-0.15%	0.28%
Trade rule 10\$ without	7.05	525	0.000	0.50%	0.32%	0.68%
Trade rule 10\$ with	2.71	525	0.007	0.18%	0.01%	0.36%
Trade rule 15\$ without	5.82	525	0.000	0.34%	0.19%	0.49%
Trade rule 15\$ with	2.84	525	0.005	0.16%	0.01%	0.30%
Egarch(1,1)	4.38	525	0.000	0.44%	0.18%	0.70%
Egarch(1,1) with	-2.66	525	0.008	-0.26%	-0.52%	-0.01%
Trade rule 5\$ without	4.84	525	0.000	0.45%	0.21%	0.70%
Trade rule 5\$ with	-1.80	525	0.072	-0.17%	-0.40%	0.07%
Trade rule 10\$ without	5.37	525	0.000	0.42%	0.22%	0.62%
Trade rule 10\$ with	-1.57	525	0.118	-0.12%	-0.31%	0.08%
Trade rule 15\$ without	5.52	525	0.000	0.37%	0.20%	0.54%
Trade rule 15\$ with	-0.86	525	0.389	-0.06%	-0.22%	0.11%
One step egarch(1,1)	3.56	525	0.000	0.38%	0.10%	0.65%
One step egarch(1,1) with	-3.02	525	0.003	-0.32%	-0.60%	-0.05%
Trade rule 5\$ without	4.29	525	0.000	0.40%	0.16%	0.64%
Trade rule 5\$ with	-1.27	525	0.203	-0.12%	-0.36%	0.12%
Trade rule 10\$ without	4.50	525	0.000	0.34%	0.14%	0.53%
Trade rule 10\$ with	0.03	525	0.980	0.00%	-0.19%	0.19%
Trade rule 15\$ without	4.49	525	0.000	0.25%	0.11%	0.40%
Trade rule 15\$ with	1.20	525	0.230	0.07%	-0.08%	0.21%
Standard deviation	4.65	525	0.000	0.44%	0.19%	0.68%
Standard deviation with	-2.67	525	0.008	-0.26%	-0.50%	-0.01%
Trade rule 5\$ without	5.57	525	0.000	0.45%	0.24%	0.65%
Trade rule 5\$ with	0.17	525	0.862	0.01%	-0.19%	0.22%
Trade rule 10\$ without	6.35	525	0.000	0.37%	0.22%	0.52%
Trade rule 10\$ with	2.60	525	0.010	0.14%	0.00%	0.29%
Trade rule 15\$ without	5.61	525	0.000	0.27%	0.14%	0.39%
Trade rule 15\$ with	3.73	525	0.000	0.17%	0.05%	0.28%
Spill over standard deviation	5.17	525	0.000	0.47%	0.23%	0.70%
Spill over standard deviation wi	-2.56	525	0.011	-0.23%	-0.46%	0.00%
Trade rule 5\$ without	5.64	525	0.000	0.44%	0.24%	0.64%
Trade rule 5\$ with	-0.89	525	0.373	-0.07%	-0.27%	0.13%
Trade rule 10\$ without	5.68	525	0.000	0.38%	0.21%	0.55%
Trade rule 10\$ with	0.28	525	0.777	0.02%	-0.15%	0.19%
Trade rule 15\$ without	5.81	525	0.000	0.33%	0.19%	0.48%
Trade rule 15\$ with	1.93	525	0.054	0.11%	-0.04%	0.25%
High-low standard deviation	5.07	525	0.000	0.48%	0.24%	0.72%
High-low standard deviation wit	-2.31	525	0.021	-0.22%	-0.46%	0.03%
Trade rule 5\$ without	5.65	525	0.000	0.48%	0.26%	0.70%
Trade rule 5\$ with	-1.62	525	0.106	-0.14%	-0.36%	0.08%
Trade rule 10\$ without	5.50	525	0.000	0.41%	0.22%	0.60%
Trade rule 10\$ with	-1.51	525	0.131	-0.11%	-0.30%	0.08%
Trade rule 15\$ without	5.83	525	0.000	0.34%	0.19%	0.49%
Trade rule 15\$ with	-0.99	525	0.324	-0.06%	-0.20%	0.09%

High-low-close standard deviation	5.49	525	0.000	0.51%	0.27%	0.75%
High-low-close standard deviatio	-1.97	525	0.050	-0.18%	-0.42%	0.06%
Trade rule 5\$ without	5.69	525	0.000	0.47%	0.26%	0.69%
Trade rule 5\$ with	-1.34	525	0.181	-0.11%	-0.33%	0.10%
Trade rule 10\$ without	6.39	525	0.000	0.43%	0.26%	0.61%
Trade rule 10\$ with	-0.48	525	0.629	-0.03%	-0.20%	0.14%
Trade rule 15\$ without	5.64	525	0.000	0.32%	0.17%	0.46%
Trade rule 15\$ with	-0.17	525	0.865	-0.01%	-0.15%	0.13%
Cboe standard deviation	1.42	525	0.155	0.13%	-0.11%	0.37%
Cboe standard deviation	-5.84	525	0.000	-0.57%	-0.82%	-0.31%
Trade rule 5\$ without	1.50	525	0.134	0.13%	-0.09%	0.35%
Trade rule 5\$ with	-5.20	525	0.000	-0.47%	-0.70%	-0.23%
Trade rule 10\$ without	1.72	525	0.086	0.13%	-0.07%	0.33%
Trade rule 10\$ with	-4.43	525	0.000	-0.36%	-0.57%	-0.15%
Trade rule 15\$ without	2.01	525	0.045	0.14%	-0.04%	0.31%
Trade rule 15\$ with	-3.17	525	0.002	-0.23%	-0.42%	-0.04%
Cboe t-1 standard deviation	1.25	525	0.212	0.11%	-0.12%	0.35%
Cboe t-1 standard deviation with	-6.12	525	0.000	-0.59%	-0.83%	-0.34%
Trade rule 5\$ without	1.78	525	0.076	0.15%	-0.07%	0.38%
Trade rule 5\$ with	-4.46	525	0.000	-0.41%	-0.64%	-0.17%
Trade rule 10\$ without	2.05	525	0.041	0.16%	-0.04%	0.36%
Trade rule 10\$ with	-3.06	525	0.002	-0.25%	-0.45%	-0.04%
Trade rule 15\$ without	3.12	525	0.002	0.20%	0.03%	0.37%
Trade rule 15\$ with	-0.29	525	0.775	-0.02%	-0.19%	0.15%

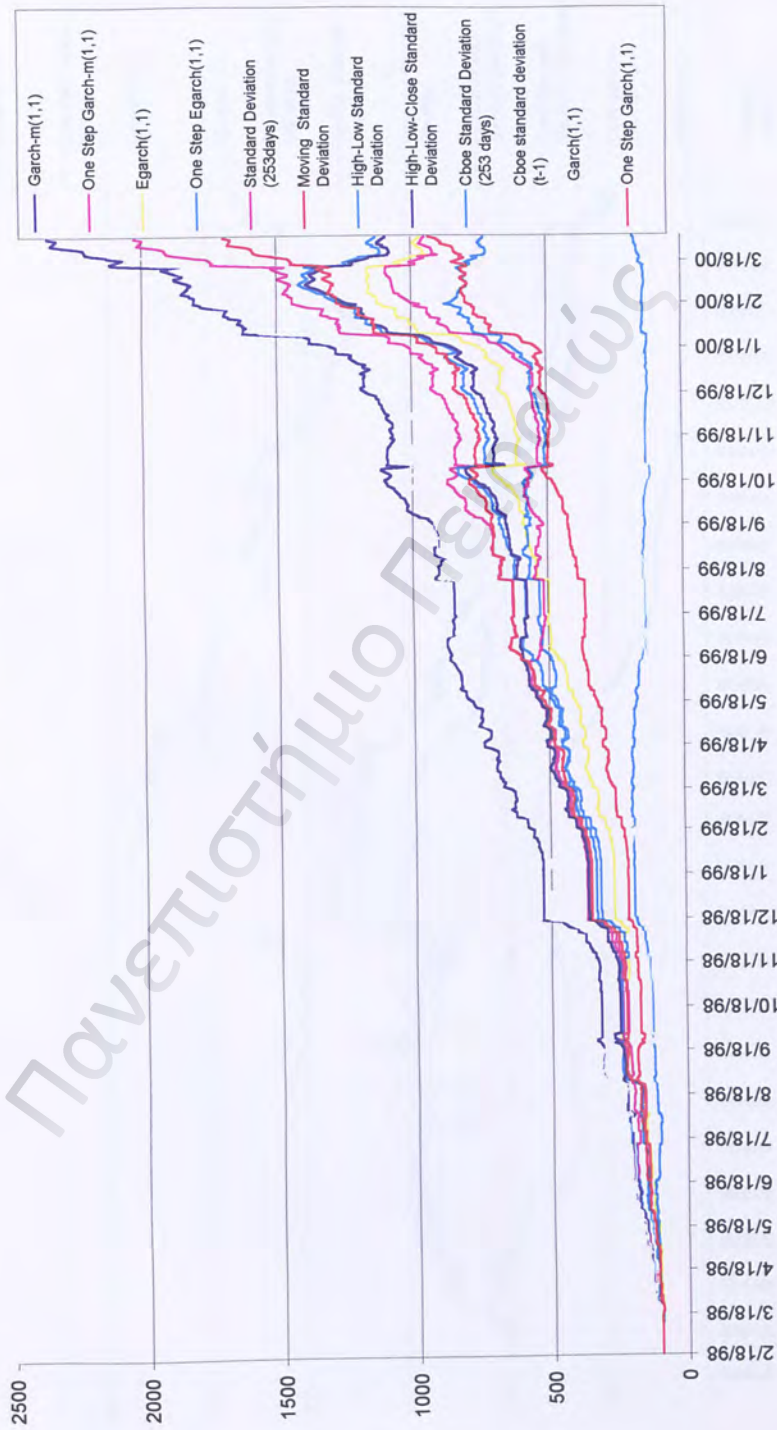
Without transaction costs



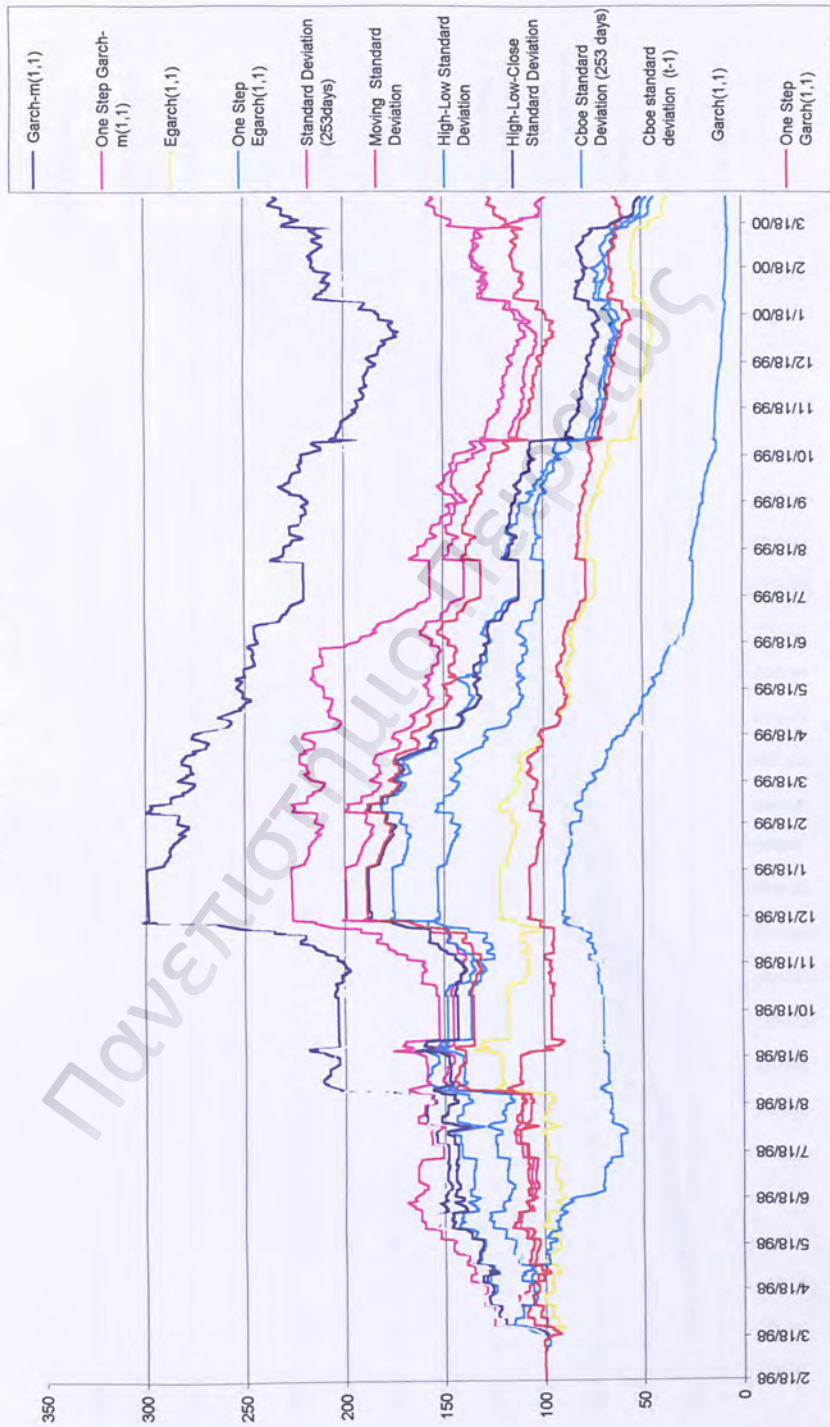
With transaction costs



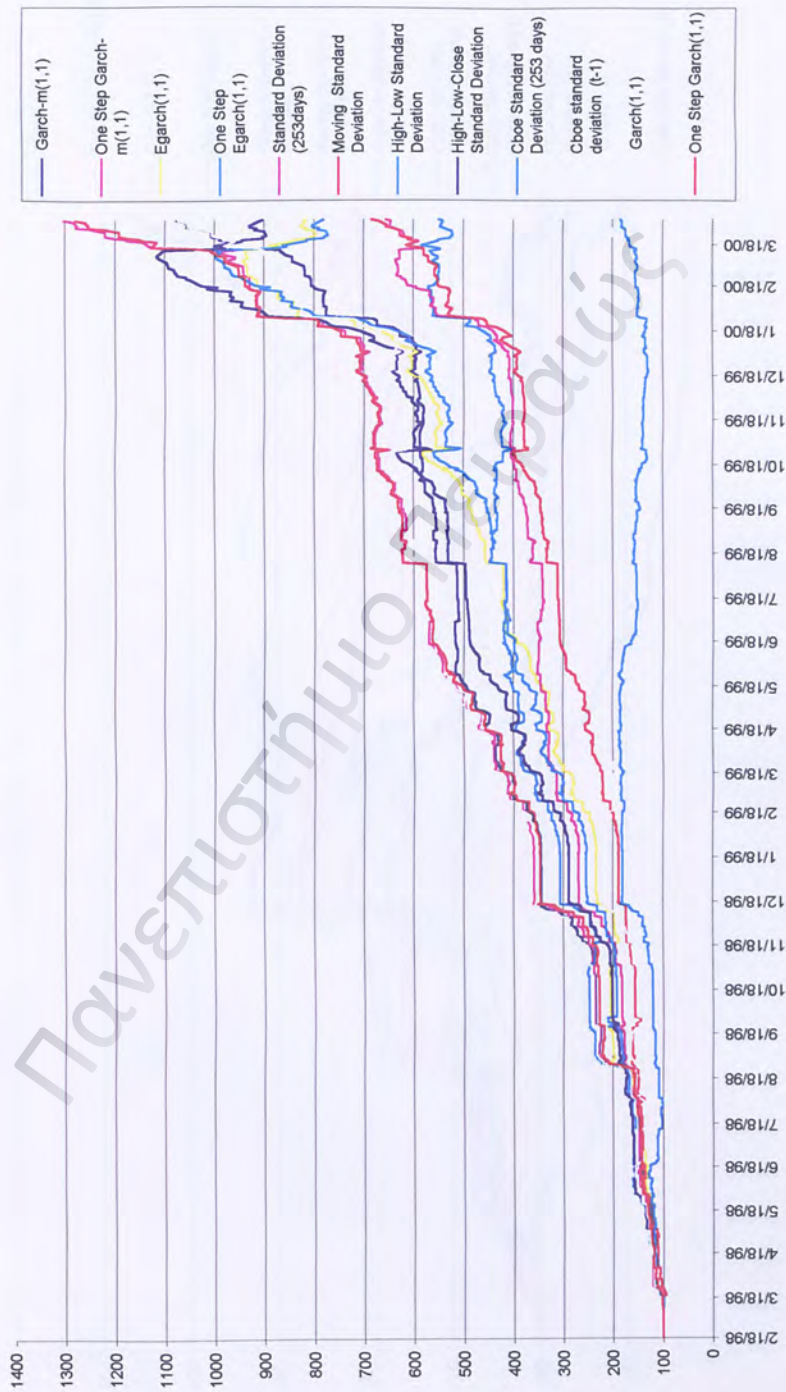
Filter 5\$ without transaction costs



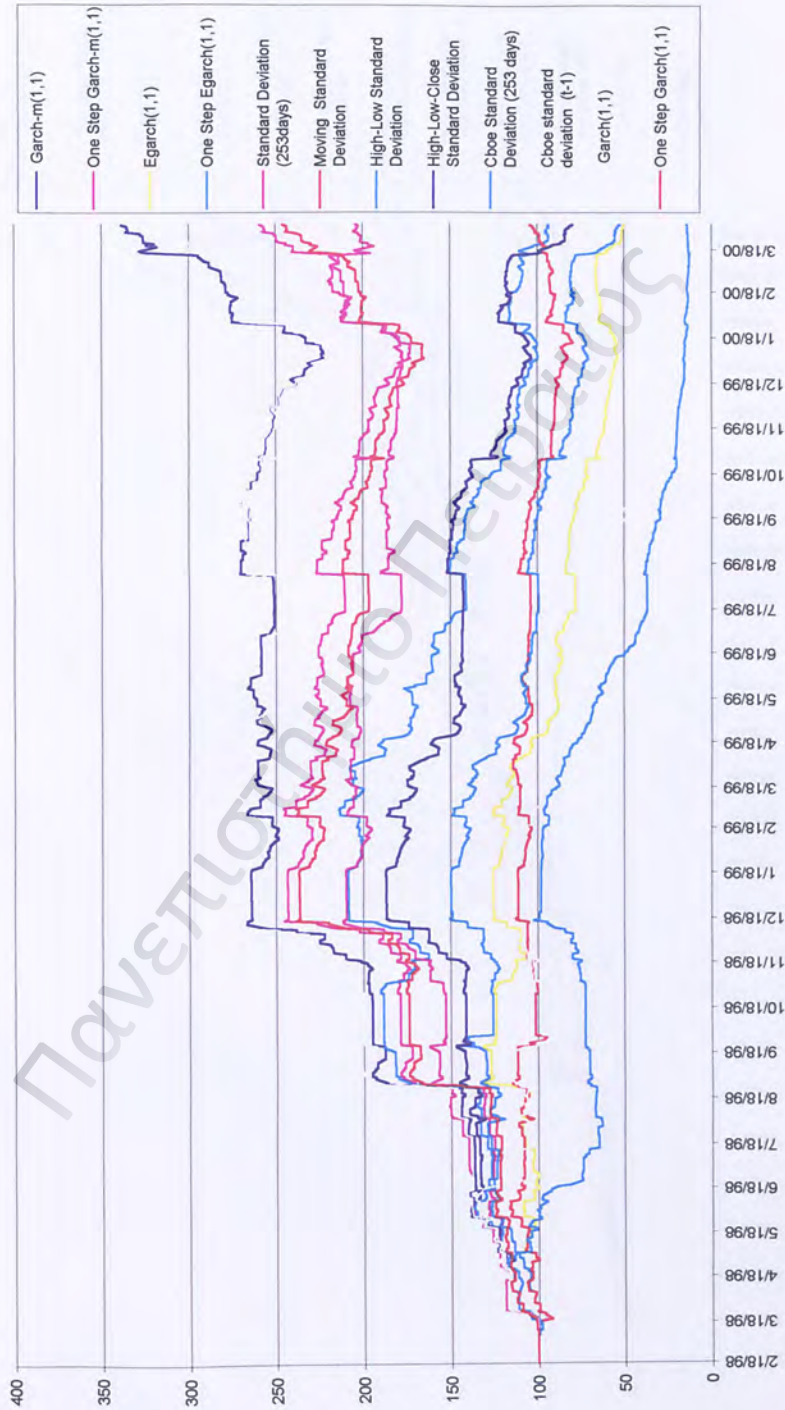
Filter 5\$ with transaction costs



Filter 10\$ without transaction costs



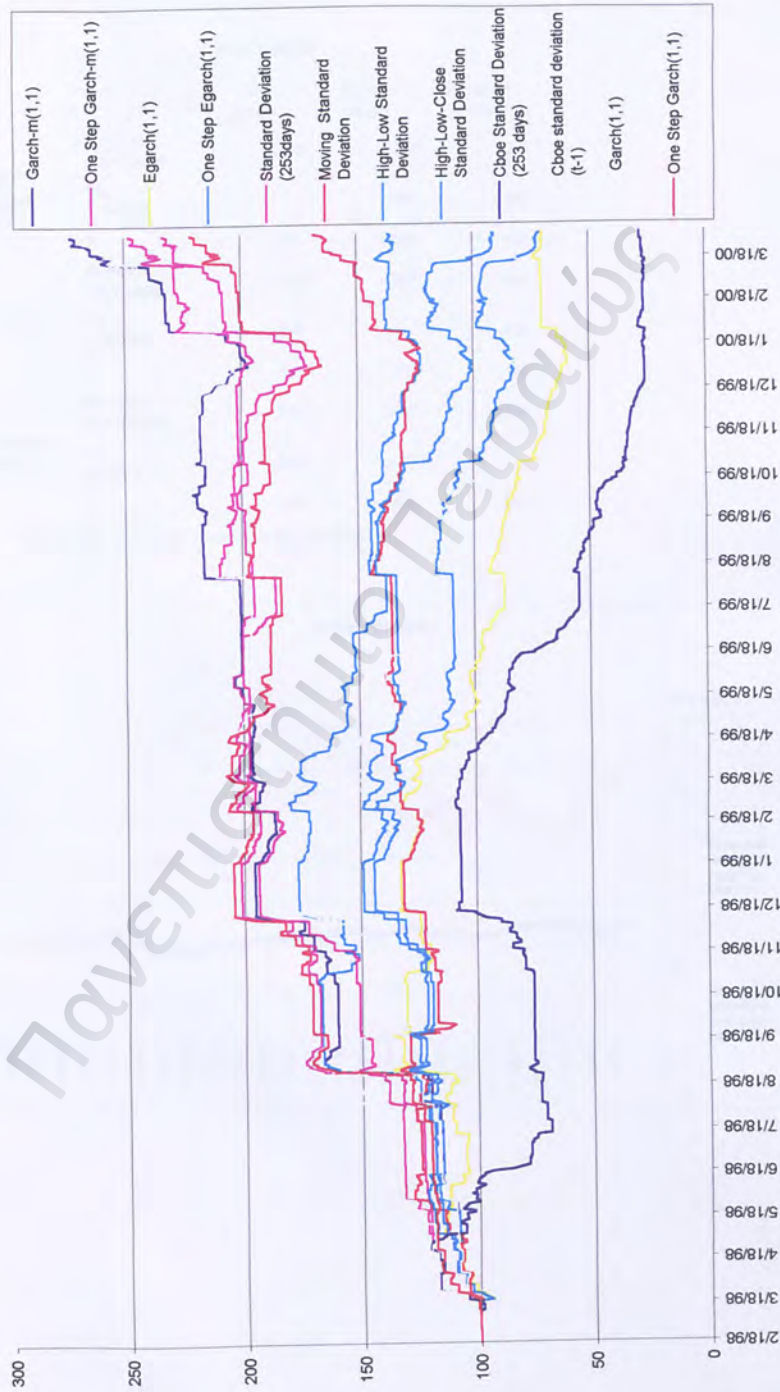
Filter 10\$ with transaction costs



Filter 15\$ without transaction costs



Filter 15\$ with transaction costs



Correlations

		S&P return	Garch return	Garch-m return
S&P return	Pearson Correlation	1,000	-,154 [*]	-,133
	Sig. (2-tailed)	,	,000	,002
	N	526	526	526
Garch return	Pearson Correlation	-,154 [*]	1,000	,975
	Sig. (2-tailed)	,000	,	,000
	N	526	526	526
Garch-m return	Pearson Correlation	-,133 [*]	,975 [*]	1,000
	Sig. (2-tailed)	,002	,000	
	N	526	526	526

52

** Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

