

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΤΕΧΝΙΚΕΣ TAGUCHI ΓΙΑ ΕΚΤΟΣ
ΣΕΙΡΑΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟ ΕΛΕΓΧΟ
ΔΙΕΡΓΑΣΙΑΣ**

Γεωργία Σ. Χωραφά

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Ιούνιος 2013

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΤΑΓΥΧΗ ΓΙΑ ΕΚΤΟΣ ΣΕΙΡΑΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟ ΕΛΕΓΧΟ ΔΙΕΡΓΑΣΙΑΣ

Γεωργία Σ. Χωραφά

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Ιούνιος 2013

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Καθηγητής Κούτρας Μάρκος (Επιβλέπων)
- Αναπληρωτής Καθηγητής Γεωργίου Στέλιος
- Επίκουρος Καθηγητής Ευαγγελάρας Χαράλαμπος

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN
APPLIED STATISTICS**

**TAGUCHI TECHNIQUES FOR OFF-
LINE STATISTICAL PROCESS
CONTROL**

By
Georgia S. Chorafa

MSc Dissertation

submitted to the Department of Statistics and Insurance Science of the
University of Piraeus in partial fulfillment of the requirements for the degree
of Master of Science in Applied Statistics

Piraeus, Greece
June 2013

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Σα βγεις στον πηγαιμό για την Ιθάκη,
να εύχεται νάσαι μακρὺς ο δρόμος,
γεμάτος περιπέτειες, γεμάτος γνώσεις,
Τους Λαιστρυγόνες και τους Κύκλωπας,
τον θυμωμένο Ποσειδάωνα μη φοβάσαι,
τέτοια στον δρόμο σου ποτέ σου δεν θα βρεις,
αν μὲν ἡ σκέψις σου υψηλή, αν εκλεκτή
συγκίνησης το πνεῦμα και το σώμα σου αγγίζει.
Τους Λαιστρυγόνες και τους Κύκλωπας,
τον άγριο Ποσειδάωνα δεν θα συναντήσεις,
αν δεν τους κουβανείς μες στην ψυχή σου,
αν η ψυχή σου δεν τους στήνει εμπρός σου.

Να εύχεται νάσαι μακρὺς ο δρόμος,
Πολλά τα καλοκαιρινά πρανά να είναι
που με τι ευχαρίστησι, με τι χαρά
θα μπαίνεις σε λιμένας πρωτοειδωμένους ἔ
να σταματήσεις σ' εμπορεία Φοινικικά,
και τες καλές πραγμάτειες ν' αποκτήσεις,
σεντέφια και κοράλλια, κεχριμπάρια κ' έβενους,
και ηδονικά μυρωδικά κάθε λογής,
όσο μπορείς πιο άφθονα ηδονικά μυρωδικά ἔ
σε πόλεις Αιγυπτιακές πολλές να πας,
να μάθεις και να μάθεις απ' τους σπουδασμένους.

Πάντα στον νου σου νάχεις την Ιθάκη.
Το φθάσιμον εκεί είν' ο προορισμός σου.
Αλλά μη βιάζεις το ταξίδι διόλου.
Καλλίτερα χρόνια πολλά να διαρκέσει ἔ
και γέρος πια ν' αράξεις στο νησί,
πλούσιος με όσα κέρδισες στον δρόμο,
μη προσδοκώντας πλούτη να σε δώσει η Ιθάκη.

*Ἡ Ἰθάκη σ' ἔδωσε τ' ὠραίο ταξίδι.
Χωρίς αὐτήν δεν θάβγαίνες στον δρόμο.
Ἄλλα δεν ἔχει νὰ σε δώσει πια.*

*Κι ἀν πτωχική την βρεις, ἡ Ἰθάκη δεν σε γέλασε.
Ἔτσι σοφός που έγινες, με τόση πείρα,
ἤδη θὰ το κατάλαβες ἡ Ἰθάκης τι σημαίν*

Κωνσταντῖνος Π. Καβάφης
(Από τα Ποιήματα 1897-1933, Ἴκαρος 1984)

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

*Στους γονείς μου
Σπυρίδων & Ευτυχία.*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα Καθηγητή κ. Μάρκο Κούτρα για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε και την πολύτιμη βοήθεια που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας. Οι γνώσεις και οι συμβουλές που μου μετέδωσε κατά τη διάρκεια των προπτυχιακών και μεταπτυχιακών σπουδών έπαιξαν καθοριστικό ρόλο για το μέλλον μου.

Ακόμα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα άλλα δύο μέλη της τριμελούς εξεταστικής επιτροπής Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Στέλιο Γεωργίου και Επίκουρο Καθηγητή κ. Χαράλαμπο Ευαγγελάρα για τη συμμετοχή τους στην τριμελή συμβουλευτική επιτροπή της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ στην οικογένειά μου για την ψυχική και ηθική υποστήριξη, καθώς και την ανοχή τους σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Περίληψη

Τα τελευταία χρόνια ο δυτικός βιομηχανικός κόσμος προσπαθεί να κατανοήσει τις τεχνικές που χρησιμοποιούν οι Ιαπωνικές εταιρείες με απώτερο σκοπό να ερμηνεύσουν το φαινόμενο που αποκαλείται «Ιαπωνική Επανάσταση» και το οποίο σχετίζεται με την παραγωγή προϊόντων υψηλής ποιότητας με χαμηλό κόστος παραγωγής. Το γεγονός αυτό κατέστησε τις Ιαπωνικές επιχειρήσεις ιδιαίτερα ανταγωνιστικές, κάτι που ανησύχησε τις εταιρείες του δυτικού κόσμου και έστρεψε την προσοχή τους στους τρόπους ανάπτυξης και παραγωγής των προϊόντων έτσι ώστε να εξασφαλίζεται υψηλή ποιότητα. Εντυπωσιακό είναι το γεγονός ότι οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται από τις Ιαπωνικές εταιρείες βασίζονται σε στατιστικές τεχνικές που ανακαλύφθηκαν 50 χρόνια πριν από στατιστικούς του δυτικού κόσμου.

Η παρούσα διπλωματική εργασία σχετίζεται με αυτές τις βασικές τεχνικές που χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο και τη βελτίωση της ποιότητας ενός προϊόντος πριν αυτό μπει στην παραγωγή, δηλαδή στο στάδιο του σχεδιασμού του. Αυτές οι τεχνικές είναι γνωστές ως «Τεχνικές Taguchi για εκτός σειράς στατιστικό έλεγχο διεργασίας» και έχουν καθιερωθεί από τον Genichi Taguchi.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Abstract

During the last few years, Western industry attempts to comprehend the techniques that the Japanese companies have been using so as to interpret the so-called “Japanese revolution” which is related to the production of high quality products with low overall cost. The benefit of exploiting these techniques was that the Japanese companies became very competitive, something that really shocked the west world companies; as a consequence, they focused on searching ways how to develop and produce themselves products of higher quality. It is quite impressive that the techniques practiced by Japanese companies, rely in fact on statistical techniques discovered by Western statisticians 50 years ago.

The subject of this thesis is the presentation of techniques used for testing and optimizing the quality of manufactured products prior to manufacture, that is to say, at the design stage. These techniques are nowadays known as “Taguchi techniques for off-line statistical process control”, since pioneer work on them have been carried out by Dr. Genichi Taguchi.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	XVII
Κατάλογος Πινάκων	XIX
Κατάλογος Διαγραμμάτων.....	XXI
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Εισαγωγή.....	1
1.1 Η έννοια της ποιότητας	1
1.2 Ιστορική Αναδρομή.....	3
1.3 Ιαπωνική Φιλοσοφία – Η επιρροή του Deming	6
1.4 Από τον Deming στον Taguchi	8
1.5 Περιεχόμενα της Διπλωματικής Εργασίας.....	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Συνάρτηση Απώλειας.....	14
2.1 Εισαγωγή.....	14
2.2 Η φιλοσοφία του Taguchi	15
2.3 Η συνάρτηση απώλειας του Taguchi	16
2.4 Διαφοροποίηση της συνάρτησης απώλειας ανάλογα με το στόχο.....	20
2.5 Υπολογισμός της τιμής του χαρακτηριστικού για περιορισμό της απώλειας σε συγκεκριμένα όρια	25
2.6 Παράδειγμα χρήσης της συνάρτησης απώλειας	27
2.7 Μέγιστη απώλεια όταν το χαρακτηριστικό κινείται σε συγκεκριμένα όρια....	34
2.8 Εναλλακτικές συναρτήσεις απώλειας	36
2.8.1 Πολυωνυμικές συναρτήσεις απώλειας.....	36
2.8.2 Αντεστραμμένη Κανονική Συνάρτηση Απώλειας	40
2.8.3 Η συνάρτηση απώλειας του Spiring.....	43
2.9 Δείκτες Επίδοσης Διεργασιών	50
2.10 Σχέση μεταξύ Συναρτήσεων Απώλειας και Δεικτών Επίδοσης Διεργασιών για συμμετρικές προδιαγραφές	53
2.11 Σχέση μεταξύ Συναρτήσεων Απώλειας και Δεικτών Επίδοσης Διεργασιών για ασύμμετρες προδιαγραφές	57
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Μέτρα Επίδοσης.....	64
3.1 Εισαγωγή.....	64
3.2 Ορισμοί του Taguchi.....	65
3.3 Τα προτεινόμενα από τον Taguchi Μέτρα Θορύβου.....	68
3.4 Προσεγγίσεις για μη γραμμικές επιδράσεις	72
3.5 Αποφυγή της εξάρτησης μέσου και διασποράς	77
3.6 Επιλογή του κατάλληλου Μέτρου Θορύβου	79

3.7 Παράδειγμα χρήσης των μέτρων επίδοσης.....	81
3.8 Παράδειγμα χρήσης μετασχηματισμών Box-Cox	90
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Ορθογώνιοι Σχεδιασμοί.....	93
4.1 Εισαγωγή.....	93
4.2 Ορθογώνιοι Παραγοντικοί Σχεδιασμοί.....	94
4.3 Μήτρες Αλληλεπιδράσεων	98
4.4 Παραγοντικοί Σχεδιασμοί Plackett-Burman	100
4.5 Τεχνικές Σχεδιασμού του Taguchi.....	104
4.6 Παράδειγμα χρήσης των τεχνικών Taguchi.....	108
4.7 Σύνοψη	121
4.8 Επίλογος.....	122
Βιβλιογραφία.....	123

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Κατάλογος Πινάκων

1.1	Ιστορική εξέλιξη της ποιότητας	3
1.2	Οι 14 κανόνες του Deming.....	7
2.3	Αποτελέσματα απωλειών στην παραγωγή τετραγωνισμένων φύλλων αλουμινίου	32
2.5	Σύγκριση των τριών συναρτήσεων απώλειας με διαφορετικά C_p όταν $\mu=t$	62
3.12	Εφαρμογή της μεθόδου Box-Cox για διάφορες τιμές του λ	90
3.13	Πίνακας Ανάλυσης Διασποράς για $\lambda=0,9$	28
3.14	Πίνακας Ανάλυσης Διασποράς για $Y^{0,9}$	28
4.1	Σχεδιασμός λατινικού τετραγώνου 3×3	94
4.2	Σχεδιασμός λατινικού τετραγώνου 3×3 σε ανεπτυγμένη μορφή	95
4.3.1	Ορθογώνιος σχεδιασμός δύναμης $t=1$	97
4.3.2	Ορθογώνιος σχεδιασμός δύναμης $t=2$	97
4.4.1	$OA_8(2^7)$ σχεδιασμός	99
4.4.2	Μήτρα Αλληλεπίδρασης του $OA_8(2^7)$	99
4.5	Σχεδιασμός Plackett-Burman ισοδύναμος με $OA_8(2^7)$	101
4.6	Ανατοποθέτηση τεμαχίων - γεννητόρων	102
4.7	Ο σχεδιασμός Plackett-Burman OA_{20}	103
4.8.1	Δημιουργία 4-επιπέδων στήλης από 2 στήλες δύο επιπέδων	104
4.8.2	Δημιουργία 9-επιπέδων στήλης από 2 στήλες τριών επιπέδων	105
4.9	Τεχνική Εικονικού Επιπέδου στην $OA_9(3^4)$	106

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Κατάλογος Διαγραμμάτων

1 Το τρίγωνο του Joiner	8
2.1 Η συνάρτηση απώλειας του Taguchi	17
2.2 Οι κατανομές της πυκνότητας χρώματος των τηλεοπτικών συσκευών	20
2.3.1 Συνάρτηση απώλειας για το χαρακτηριστικό nominal-the-best	22
2.3.2 Συνάρτηση απώλειας για το χαρακτηριστικό smaller-the-better	23
2.3.3 Συνάρτηση απώλειας για το χαρακτηριστικό larger-the-better	24
2.4 Συνάρτηση απώλειας όταν το χαρακτηριστικό κινείται σε συγκεκριμένα όρια	26
2.6.1 Συνάρτηση απώλειας του Taguchi για ίσης απόκλισης όρια προδιαγραφών	34
2.6.2 Συνάρτηση απώλειας του Taguchi με μέγιστη απώλεια την επιλογή του άνω ορίου προδιαγραφών	35
2.6.3. Συνάρτηση απώλειας του Taguchi με μέγιστη απώλεια την επιλογή του κάτω ορίου προδιαγραφών	36
2.7 Απόλυτη συνάρτηση απώλειας	37
2.8 Ασύμμετρη συνάρτηση απώλειας	39
2.9 Upside-down normal loss function με $\lambda=0,78$	42
2.10 Η ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας	44
2.11 Η τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας	47

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

1.1 Η έννοια της ποιότητας

Η έννοια της ποιότητας μπορεί να οριστεί με πολλούς τρόπους. Πρώτος, προσδιόρισε την έννοια της ποιότητας ο Walter Shewhart (1931) λέγοντας ότι «ποιότητα είναι το πόσο καλό είναι ένα προϊόν». Σύμφωνα με το διεθνές πρότυπο ISO 8402, «η ποιότητα είναι το σύνολο των χαρακτηριστικών ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας, που αφορούν τη δυνατότητα του προϊόντος ή της υπηρεσίας να ικανοποιήσει τις δηλωμένες ή εννοούμενες ανάγκες».

Ο Juran (1974) αναφέρει ότι «ποιότητα είναι η καταλληλότητα για χρήση». Συγκεκριμένα, μία σημαντική απαίτηση για ένα προϊόν είναι η ικανοποίηση των αναγκών εκείνων των μελών της κοινωνίας που το χρησιμοποιούν. Σύμφωνα με τον Feigenbaum (1961), η ποιότητα μπορεί να οριστεί ως «ένα αποτελεσματικό σύστημα για την ολοκλήρωση των προσπαθειών που καταβάλλουν οι διάφορες ομάδες σε έναν οργανισμό για την ανάπτυξη, τη διατήρηση και τη βελτίωση της ποιότητας προκειμένου να καταστεί δυνατή η παραγωγή προϊόντων ή υπηρεσιών στο οικονομικότερο δυνατό επίπεδο που εξασφαλίζει την ικανοποίηση του πελάτη».

Ο Ishikawa (1985) θεωρεί ότι ποιότητα είναι η ποιότητα εργασίας, ποιότητα εξυπηρέτησης, ποιότητα πληροφόρησης, ποιότητα επεξεργασίας, ποιότητα τμημάτων, ποιότητα ανθρώπων, συμπεριλαμβανομένου του εργατικού προσωπικού, μηχανικών, διοικητικών, διευθυντών, ποιότητα στο σύστημα, ποιότητα στην εταιρεία, ποιότητα στους στόχους, κλπ. Με λίγα λόγια, κύριος στόχος μας είναι να ελέγχεται η ποιότητα σε κάθε διάστασή της. Άλλος δημοφιλής ορισμός αναφέρει ότι «ποιότητα είναι η συμμόρφωση προς τις απαιτήσεις ή προδιαγραφές» (Crosby, 1979). Με λίγα λόγια, από τη στιγμή που θα οριστούν οι απαιτήσεις, η διαδικασία παραγωγής χαρακτηρίζεται από ποιότητα αν το προϊόν ή η υπηρεσία που είναι αποτέλεσμα της διαδικασίας συμμορφώνεται στις εν λόγω απαιτήσεις.

Η συμμόρφωση θεωρείται ανέφικτη αν η σχεδίαση του προϊόντος ή της υπηρεσίας είναι εσφαλμένη ή δεν ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις του πελάτη.

Ο Deming (Λογοθέτης, 2005) θεωρεί ότι καλή ποιότητα σημαίνει «έναν προβλέψιμο βαθμό ομοιομορφίας και αξιοπιστίας σε χαμηλό κόστος με ποιότητα που να ταιριάζει στην αγορά» ενώ ο Taguchi (Λογοθέτης, 2005) αναφέρει ότι «ποιότητα είναι η απώλεια που προκαλεί ένα προϊόν στην κοινωνία αφού αυτό σταλθεί στον παραλήπτη».

Ο Garvin (1987) αναλύει την ποιότητα σε 8 διαφορετικές διαστάσεις, οι οποίες δίνονται συνοπτικά παρακάτω.

- Απόδοση (*Performance*): το προϊόν κάνει τη δουλειά για την οποία προορίζεται; Κάνει τη δουλειά καλύτερα από άλλα ομοειδή προϊόντα;
- Αξιοπιστία (*Reliability*): το προϊόν χρειάζεται συχνά επισκευή;
- Διάρκεια (*Durability*): η διάρκεια ζωής του προϊόντος είναι μεγάλη;
- Λειτουργικότητα (*Serviceability*): πόσο γρήγορη και οικονομική είναι η επισκευή του προϊόντος σε περίπτωση που εμφανιστεί βλάβη;
- Αισθητική (*Aesthetics*): πόσο ικανοποιητικό από άποψη εμφάνισης (χρώμα, σχήμα, περιτύλιγμα, κτλ.) είναι το προϊόν;
- Δευτερεύοντα χαρακτηριστικά (*Features*): ποιες είναι οι επιπρόσθετες δυνατότητες του προϊόντος;
- Φήμη (*Reputation*): ποια είναι η φήμη της εταιρείας; Καλή η κακή;
- Συμμόρφωση στις προδιαγραφές (*Conformance to standards*): το προϊόν κατασκευάστηκε σύμφωνα με τις προδιαγραφές που έθεσε ο σχεδιαστής του;

Ανεξάρτητα του ορισμού που δίνεται στην ποιότητα, είναι κοινά αποδεκτό ότι υπάρχουν δύο κατηγορίες της ποιότητας: η ποιότητα σχεδιασμού (*quality of design*) και η ποιότητα κατασκευής (*manufactured quality*). Η πρώτη αναφέρεται στα κύρια χαρακτηριστικά του προϊόντος και η δεύτερη στο βαθμό συμμόρφωσης προς τις προδιαγραφές που προβλέπει ο σχεδιασμός του προϊόντος.

1.2 Ιστορική Αναδρομή

Η ιστορία της ποιότητας ξεκινά στις αρχές του προηγούμενου αιώνα, αν και η σημασία της έχει αλλάξει με την πάροδο του χρόνου. Στις αρχές του 20^{ου} αιώνα, ποιότητα σήμαινε τον έλεγχο των προϊόντων έτσι ώστε να πληρούνται προκαθορισμένες προδιαγραφές. Κατά τη διάρκεια του δεύτερου Παγκοσμίου Πολέμου, η ποιότητα άρχισε να μελετάται μέσω της στατιστικής. Τη δεκαετία του 1960, η ποιότητα άρχισε να καλύπτει ολόκληρη την επιχείρηση και όχι μόνο τη διαδικασία παραγωγής, όπως συνηθιζόταν να γίνεται μέχρι εκείνη τη στιγμή.

Το 1970, η έννοια της ποιότητας άλλαξε ολοκληρωτικά. Οι επιχειρήσεις άρχισαν να προσλαμβάνουν συμβούλους ποιότητας και ανέπτυξαν προγράμματα κατάρτισης για τους εργαζόμενούς τους. Η ποιότητα άρχισε να συνδέεται με το στρατηγικό μάνατζμεντ (*Strategic Management*), καθώς οι επιχειρήσεις άρχισαν να κατανοούν ότι η ποιότητα τους παρέχει ανταγωνιστικό πλεονέκτημα¹ έναντι των ανταγωνιστών τους. Οι επιχειρήσεις εστίαζαν στη βελτίωση της ποιότητας προκειμένου να είναι όλο και περισσότερο ανταγωνιστικές. Σήμερα, ο όρος της ποιότητας στις βιομηχανίες ταυτίζεται με τη Διοίκηση Ολικής Ποιότητας (*Total Quality Management – TQM*), μια φιλοσοφία που εστιάζει στη βελτίωση της ποιότητας σε κάθε επίπεδο.

Στον Πίνακα 1.1 παρουσιάζονται μερικά από τα πιο σημαντικά ορόσημα στην εξέλιξη της ποιότητας από το 1900 έως και σήμερα.

Πίνακας 1.1: Ιστορική εξέλιξη της ποιότητας (Πηγή: Montgomery, 2005)

1901	Ιδρύθηκαν τα πρώτα εργοστάσια προτύπων (<i>standards</i>) στη Μ. Βρετανία.
1907	Η AT&T Bell Laboratories ξεκινά συστηματική επιθεώρηση και έλεγχο προϊόντων και υλικών.
1915-1919	Η Βρετανική κυβέρνηση ξεκινά ένα πρόγραμμα πιστοποίησης των προμηθευτών.
1919	Ιδρύεται η Ένωση Τεχνικών Επιθεωρητών στην Αγγλία, η οποία αργότερα μετονομάζεται σε Ινστιτούτο Διασφάλισης της Ποιότητας.
1920	Στα εργαστήρια της AT&T Bell Laboratories ιδρύεται τμήμα ποιότητας, δίνοντας έμφαση στην ποιότητα, την επιθεώρηση τον έλεγχο, και την αξιοπιστία της παραγωγής. Ο B. P. Dudding στη General Electric στην Αγγλία χρησιμοποιεί στατιστικές μεθόδους για να ελέγξει την ποιότητα των ηλεκτρικών λαμπών.

¹ Ο όρος «ανταγωνιστικό πλεονέκτημα» αναφέρεται στη δυνατότητα δημιουργίας μεγαλύτερης αξίας από τους ανταγωνιστές (Γεωργόπουλος, 2002).

1924	Ο W. A. Shewhart εισάγει τα Διαγράμματα Ελέγχου σε ένα τεχνικό υπόμνημα στην AT&T Bell.
1928	Αναπτύσσεται η μεθοδολογία της Δειγματοληψίας Αποδοχής από τους H. F. Dodge και H. G. Romig στα εργαστήρια της Bell.
1931	Ο W.A. Shewhart εκδίδει το περιοδικό Economic Control of Quality of Manufactured Product, εστιάζοντας στις στατιστικές μεθόδους ελέγχου της παραγωγής και στα Διαγράμματα Ελέγχου.
1932	Ο W.A. Shewhart δίνει διαλέξεις που αφορούν στατιστικές μεθόδους ελέγχου της παραγωγής και στα Διαγράμματα Ελέγχου στο πανεπιστήμιο του Λονδίνου.
1938	Ο W.E. Deming προσκαλεί τον Shewhart να παρουσιάσει σεμινάρια που αφορούν τα Διαγράμματα Ελέγχου στο U.S.Department of agriculture graduate school.
1940	Το Υπουργείο Πολέμου των Η.Π.Α. εκδίδει ένα οδηγό με χρήση Διαγραμμάτων Ελέγχου για την ανάλυση δεδομένων.
1942-1946	Ξεκινάει εκπαιδευτικά προγράμματα για το Στατιστικό Έλεγχο Ποιότητας στη βιομηχανία. Σχηματίζονται περισσότεροι από 15 σύλλογοι ποιότητας στη Βόρεια Αμερική.
1946	Ιδρύεται η American Society for Quality Control (ASQC). Ιδρύεται ο διεθνής οργανισμός προτύπων (ISO).
1948	Ο Καθηγητής G. Taguchi αρχίζει τη μελέτη του Σχεδιασμού Πειραμάτων.
1950	Ο W.E. Deming αρχίζει την εκπαίδευση ανώτατων στελεχών της βιομηχανίας στην Ιαπωνία. Ο K. Ishikawa εισάγει το διάγραμμα Αιτίου-Αποτελέσματος (<i>cause and effect diagram</i>).
1954	Ο J. M. Juran προσκαλείται από τους Ιάπωνες για να δώσει διαλέξεις σε θέματα διοίκησης και βελτίωσης της ποιότητας. Ο E.S. Page εισάγει το διάγραμμα ελέγχου <i>CUSUM</i> .
1959	Ο S. Roberts εισάγει το διάγραμμα ελέγχου <i>EWMA</i> (Exponentially Weighted Moving Average). Ξεκινά η έκδοση του επιστημονικού περιοδικού <i>Technometrics</i> .
1960	Εισάγεται η ιδέα των κύκλων ποιότητας από τον K. Ishikawa.
1969	Αρχίζουν να εκδίδονται τα περιοδικά <i>Quality Progress</i> και <i>Journal of Quality Technology</i> .
1975	Εμφανίζονται τα πρώτα βιβλία που αφορούν το Σχεδιασμό Πειραμάτων.
1975-1978	Ξεκινάει να αναπτύσσεται η φιλοσοφία της Διοίκησης Ολικής Ποιότητας.
1987	Εκδίδονται τα πρώτα ποιοτικά πρότυπα <i>ISO</i> .
1989	Αρχίζει να εκδίδεται το περιοδικό <i>Quality Engineering</i> . Η Motorola εισάγει την έννοια <i>six-sigma</i> .
1990	Παρατηρείται σταδιακή αύξηση της ζήτησης στην Αμερικάνικη βιομηχανία για πιστοποίηση κατά <i>ISO 9000</i> .
1997	Υιοθετείται η προσέγγιση <i>six-sigma</i> της Motorola και από άλλες βιομηχανίες.
2000	Εκδίδονται τα πρότυπα <i>ISO 9000:2000</i> . Οι διεργασίες βελτίωσης της ποιότητας επεκτείνονται και σε άλλους τομείς εκτός της βιομηχανίας συμπεριλαμβάνοντας μεταξύ άλλων τους τομείς της υγείας, της ασφάλειας και οικονομικές υπηρεσίες.

1.3 Ιαπωνική Φιλοσοφία - Η επιρροή του Deming

Σύμφωνα με την ιαπωνική φιλοσοφία για τη βελτίωση της ποιότητας, όσο υψηλότερη είναι η ποιότητα, τόσο χαμηλότερο είναι το κόστος παραγωγής και η τιμή του προϊόντος. Το παραπάνω ενδεχομένως να φαίνεται παράδοξο και αντιφατικό αλλά στην πραγματικότητα είναι απόλυτα λογικό αν αναλογιστεί κανείς ότι αν η ποιότητα των παραγόμενων προϊόντων αυξηθεί, τότε υπάρχει δυνατότητα εξοικονόμησης ενέργειας, υλικών και εργατικού δυναμικού. Με άλλα λόγια, όταν παράγονται λιγότερα ελαττωματικά προϊόντα, ελαττώνεται ο χρόνος παραγωγής καθώς δε χρειάζονται επιδιορθώσεις και απορρίψεις εμπορευμάτων και, επομένως, αυξάνεται η παραγωγικότητα και μειώνονται τα έξοδα με αποτέλεσμα να μειώνεται η τιμή του προϊόντος.

Εκτός αυτού, το μεγαλύτερο πλεονέκτημα αυτής της φιλοσοφίας έγκειται στο γεγονός ότι αυξάνεται η καλή φήμη της εταιρείας και κατ' επέκταση και οι πωλήσεις της. Συγκεκριμένα, η αύξηση των πωλήσεων επιτρέπει τη μείωση των τιμών του προϊόντος με απώτερο σκοπό την απόκτηση μεγαλύτερης μερίδας της αγοράς. Με λίγα λόγια, η υψηλή ποιότητα συμβαδίζει με το χαμηλό ποιοτικό κόστος.

Βέβαια, η επιτυχία των Ιαπώνων βασίζεται κυρίως στο στατιστικό έλεγχο της ποιότητας, που διδάχθηκε σ' αυτούς από έναν Αμερικανό: τον Dr Edwards Deming.



Ένας από τους σημαντικότερους γκουρού της ποιότητας έχει συνδέσει το όνομά του με την ανάπτυξη της ποιότητας στην ιαπωνική βιομηχανία. Ο Edwards W. Deming ονομάστηκε «ο θεμελιωτής του τρίτου κύματος της βιομηχανικής επανάστασης». Δεν είναι άλλωστε τυχαίο το γεγονός ότι το μεγαλύτερο βραβείο για τη βιομηχανία στην Ιαπωνία έχει το όνομά του: το «βραβείο Deming».

Οι διδασκαλίες του Deming θεωρούνται ότι επηρέασαν την αναβίωση της Ιαπωνικής οικονομίας μετά την ήττα της Ιαπωνίας στον 2^ο Παγκόσμιο Πόλεμο. Κατά τη δεκαετία του 1980 μεγάλες επιχειρήσεις στις Ηνωμένες Πολιτείες ξεκίνησαν να υιοθετούν τις αρχές του σχετικά με την άσκηση διοίκησης. Ο Deming ανέπτυξε μία θεωρία Διοίκησης της Ποιότητας η οποία εστίαζε στη «χαρά στην εργασία». Επιπροσθέτως, ο Deming υποστήριξε ότι τα περισσότερα προβλήματα που σχετίζονται με το παραγόμενο προϊόν ή υπηρεσία προέρχονται κυρίως από λάθη της διοίκησης παρά από λάθη των εργαζομένων. Συγκεκριμένα, ο Deming

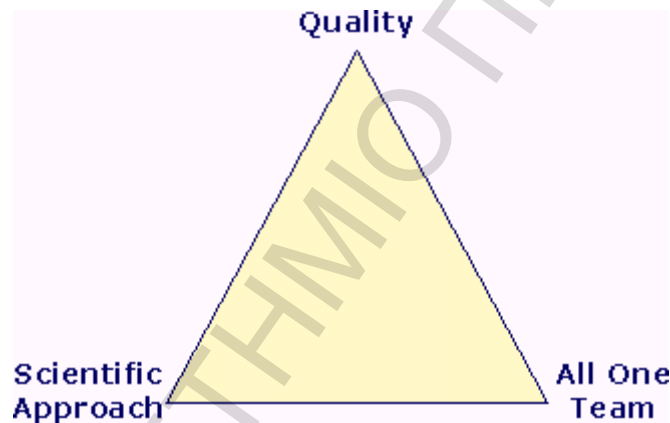
θεωρούσε ότι το 85% των προβλημάτων που αντιμετωπίζει μια εταιρεία δεν οφείλονται στο κατώτατο εργατικό δυναμικό και μπορούν να λυθούν από τη διοίκηση με τη χρήση στατιστικών μεθόδων, οι οποίες οδηγούν στη λήψη αποφάσεων βασισμένων μόνο πάνω σε πραγματικά δεδομένα και όχι σε αβάσιμες προσδοκίες ή προσωπικές απόψεις. Ακόμα, υποστήριξε ότι δεν είναι αρκετό να λύνονται τα προβλήματα αλλά να επέρχεται μια ριζική αλλαγή στην κουλτούρα της διοίκησης. Υποστηρίζει ότι η αλλαγή αυτή μπορεί να στηριχθεί σε 14 κανόνες, οι οποίοι είναι μία βάση για τον τρόπο διοίκησης μια εταιρείας. Οι 14 κανόνες του Deming παρουσιάζονται συνοπτικά στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 1.2: Οι 14 κανόνες του Deming

Κανόνας 1	Συνεχής προσπάθεια για τη βελτίωση των προϊόντων και των υπηρεσιών.
Κανόνας 2	Υιοθέτηση νέας φιλοσοφίας από τη διοίκηση
Κανόνας 3	Ανεξαρτητοποίηση από την τελική επιθεώρηση του προϊόντος. Η ποιότητα πρέπει να χτιστεί μέσω του «εκτός σειράς» ποιοτικού ελέγχου.
Κανόνας 4	Δεν πρέπει να γίνονται προμήθειες με γνώμονα μόνο την τιμή.
Κανόνας 5	Συνεχής βελτίωση της παραγωγής και της εξυπηρέτησης.
Κανόνας 6	Εισαγωγή εκπαίδευσης κατά τη διάρκεια της εργασίας.
Κανόνας 7	Υιοθέτηση μεθόδων αποτελεσματικής ηγεσίας.
Κανόνας 8	Αποβολή του φόβου.
Κανόνας 9	Κατάργηση διατμηματικών στεγανών.
Κανόνας 10	Κατάργηση συνθημάτων (<i>slogans</i>).
Κανόνας 11	Κατάργηση των προτύπων εργασίας και των αριθμητικών στόχων.
Κανόνας 12	Απομάκρυνση των εμποδίων που αφαιρούν από τους εργαζόμενους την υπερηφάνεια για την εργασία τους.
Κανόνας 13	Καθιέρωση προγραμμάτων εκπαίδευσης και προσωπικής βελτίωσης.
Κανόνας 14	Συμμετοχή όλων των στελεχών και υπαλλήλων στην προσπάθεια βελτίωσης της ποιότητας και της παραγωγικότητας.

Οι κανόνες του Deming μπορούν να συμπεριληφθούν σε τρεις βασικές αρχές τις οποίες ο B.J. Joiner τοποθετεί στις γωνίες ενός ισόπλευρου τριγώνου (*τρίγωνο του Joiner*) και είναι οι εξής:

- Επιμονή στην ποιότητα (*Quality*): Το μυστικό για τη βελτιωμένη ποιότητα είναι να εστιάζει κανείς τις προσπάθειές του για συνεχή βελτίωση σε όλες τις διεργασίες.
- Όλοι σε μια ομάδα (*All One Team*): Αυτό αναφέρεται στην δημιουργία συναισθήματος και εμπιστοσύνης ανάμεσα στους εργαζόμενους, οι οποίοι αποτελούν μέρος μια ομάδας, και συνεργάζονται για έναν κοινό σκοπό, την επιτυχία της εταιρείας τους.
- Χρήση της επιστημονικής μεθόδου (*Scientific Approach*): Η χρήση της επιστημονικής μεθόδου είναι η καλύτερη μέθοδος για τη βελτίωση των διεργασιών. Οι στατιστικές τεχνικές βοηθούν τα στελέχη να εστιάζουν την προσοχή τους στο σύστημα της παραγωγής καθώς και στην κατανόηση της μεταβλητότητας, του εχθρού της ποιότητας.



Διάγραμμα 1: Το τρίγωνο του Joiner

Ο Deming συνόψιζε τη φιλοσοφία του σε τρεις λέξεις μόνο: «**Ελαττώστε τη μεταβλητότητα**». Η ελάττωση της μεταβλητότητας υπήρξε κύρια επιδίωξη του Walter Shewhart, ο οποίος δημιούργησε το διάγραμμα ελέγχου (*control chart*), βασικό εργαλείο του Στατιστικού Ελέγχου Διεργασίας (*Statistical Process Control*), στον οποίο θα αναφερόμαστε στη συνέχεια με τα αρχικά *ΣΕΔ*. Για τον έλεγχο και τη μείωση της μεταβλητότητας κατά την παραγωγική διαδικασία (*on-line quality control*) ο Deming πρότεινε τον *ΣΕΔ*. Ο *ΣΕΔ* περιέχει στατιστικές τεχνικές που είναι απαραίτητες για τον έλεγχο της παραγωγικής διεργασίας κατά τη διάρκεια της παραγωγής των προϊόντων.

1.4 Από τον Deming στον Taguchi



Ένας από τους πιο σημαντικούς στόχους του Deming υπήρξε η ανεξαρτητοποίηση της παραγωγής από την τελική μαζική επιθεώρηση των παραχθέντων προϊόντων. Την ιδέα αυτή αξιοποίησε ο Καθηγητής Genichi Taguchi, ο οποίος έχει διατελέσει διευθυντής της Ιαπωνικής Ακαδημίας για την Ποιότητα και έχει τιμηθεί τετράκις με το «βραβείο Deming». Το γεγονός αυτό δείχνει τη σημασία που αποδίδεται στη συνεισφορά του Taguchi στην εφαρμογή και διάδοση των στατιστικών μεθόδων για την ποιοτική βελτίωση των προϊόντων και ελάττωση του παραγωγικού κόστους. Ο Taguchi θεωρείται ότι έχει συντελέσει σε μεγάλο βαθμό στην επιτυχία της ιαπωνικής βιομηχανίας.

Ο Taguchi, λοιπόν, πήγε ένα βήμα πίσω, από την παραγωγή στο σχεδιασμό. Το στάδιο του σχεδιασμού είναι το «εκτός σειράς» (*off-line*) στάδιο, και οι τεχνικές ελέγχου και βελτίωσης της ποιότητας είναι γνωστές ως τεχνικές για τον «Εκτός Σειράς Έλεγχο της Ποιότητας» (*Off Line Quality Control*). Ο ποιοτικός έλεγχος κατά τη διάρκεια της παραγωγικής διαδικασίας εντάσσεται στον «Εν σειρά Έλεγχο της Ποιότητας» (*On Line Quality Control*) και είναι μια πολυδάπανη διαδικασία. Ωστόσο, πολυέξοδα συστήματα ποιοτικού ελέγχου επί της παραγωγής και της συνολικής επιθεώρησης μετά από αυτή μπορούν να αποφευχθούν, με την προϋπόθεση ότι η ποιότητα του προϊόντος επιτευχθεί κατά τη διάρκεια του σχεδιασμού. Και σε αυτό το σημείο είναι που εμφανίζονται οι μέθοδοι για τον «Εκτός Σειράς Έλεγχο της Ποιότητας». Σε αντίθεση με τον «Εν Σειρά Έλεγχο της Ποιότητας», σκοπός του «Εκτός Σειράς Ελέγχου της Ποιότητας», όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι να ενσωματωθεί η ποιότητα του προϊόντος στο στάδιο του σχεδιασμού του, δηλαδή πριν την έναρξη της παραγωγικής διαδικασίας.

Εάν το επίτευγμα του Deming είναι ότι έπεισε τις επιχειρήσεις να μετακινήσουν σε προηγούμενο στάδιο τη διαδικασία βελτίωσης της ποιότητας, από τη μαζική εποπτεία των προϊόντων στον έλεγχο της διεργασίας, το κατόρθωμα του Taguchi είναι ότι έκανε ένα ακόμα βήμα προς τα πίσω, από την παραγωγική διεργασία στο σχεδιασμό με σκοπό να είναι ο σχεδιασμός ανθεκτικός έναντι της μεταβλητότητας. Άλλωστε, η μείωση της μεταβλητότητας είναι το κλειδί για τη βελτίωση της ποιότητας, για τη μείωση του κόστους της χαμηλής ποιότητας και ταυτόχρονα συμβάλλει στην επιτυχία της επιχείρησης.

Ο «Εκτός Σειράς Έλεγχος Ποιότητας» προσπαθεί να εντοπίσει τα αίτια που προκαλούν τη μεταβλητότητα και που είναι δύσκολο να εξαλειφθούν σε μια διεργασία. Σκοπός είναι να γίνουν τα προϊόντα ή τα μέσα παραγωγής στιβαρά ενάντια στην επιρροή των παραγόντων θορύβου, δηλαδή τους παράγοντες που είναι δύσκολο να ελεγχθούν ή να ρυθμιστούν από το σχεδιαστή. Σημειώνεται ότι θα πρέπει να εξαλειφθεί η επιρροή και όχι η αιτία.

Σύμφωνα, λοιπόν, με τον Taguchi η ελάττωση του παραγωγικού κόστους και η ποιοτική βελτίωση των προϊόντων πρέπει να διασφαλίζεται από την αρχή, μέσω του στατιστικού ποιοτικού ελέγχου, πριν από την έναρξη της μαζικής παραγωγής ή ανεξάρτητα από αυτή. Η φιλοσοφία του εκτός σειράς ελέγχου ποιότητας βασίζεται κυρίως στον 3^ο κανόνα του Deming, και συγκεκριμένα:

«Ανεξαρτητοποίηση από την τελική επιθεώρηση του προϊόντος»

Με λίγα λόγια, παραμερίστε την ανάγκη για ολική τελική επιθεώρηση χτίζοντας την ποιότητα στο προϊόν και στη διεργασία από την αρχή, κατά το στάδιο του σχεδιασμού του προϊόντος.

Ο εχθρός της ποιότητας είναι η μεταβλητότητα (διακύμανση) στην απόδοση του προϊόντος ή της διεργασίας. Όλες οι προσπάθειες που γίνονται για τη βελτίωση μιας λειτουργίας έχουν στόχο την υιοθέτηση τρόπων για την ελάττωση της μεταβλητότητας σε αυτήν τη λειτουργία. Όπως είναι λογικό, η μείωση της μεταβλητότητας είναι δύσκολο να επιτευχθεί όταν το προϊόν έχει ήδη παραχθεί ενώ είναι αδύνατο όταν έχει ήδη καταλήξει στο χρήστη. Ωστόσο, είναι εύκολο να επιτευχθεί στο στάδιο του σχεδιασμού όπου ο κατασκευαστής έχει τη δυνατότητα να «δοκιμάσει» διάφορες παραλλαγές σχεδιασμού προϊόντος ή διάφορες συνθήκες παραγωγής, δηλαδή διάφορους συνδυασμούς παραγόντων σε διάφορες στάθμες τους. Επενδύει, λοιπόν, στην προσομοίωση της παραγωγικής διεργασίας για συγκεκριμένες μόνο συνθήκες παραγωγής, τις οποίες και μελετά για να καταλήξει στην άριστη αποφεύγοντας ταυτόχρονα τον κίνδυνο το προϊόν να είναι ελαττωματικό (Λογοθέτης, 2001).

Όπως έχει αναφερθεί ανωτέρω, ο Taguchi ορίζει την ποιότητα ως «την απώλεια που μεταβιβάζεται στην κοινωνία από τη στιγμή που της αποστέλλεται το προϊόν». Χαρακτηριστικό της θεωρίας του Taguchi είναι η σημασία που αποδίδεται στην απόκλιση της παραγωγής από τον ιδανικό στόχο της, την οποία απόκλιση θεωρεί «μετρητή ποιότητας» ή

μάλλον «μη ποιότητας». Μέσω της στατιστικής ανάλυσης αυτής της απόκλισης, μετά από πειραματισμό πριν το στάδιο της παραγωγής, επιτυγχάνεται η ελάττωση της επιρροής εκείνων των παραγόντων που προκαλούν την απόκλιση (Λογοθέτης, 2001). Ο Taguchi, λοιπόν, ανέπτυξε την αρχή της «απώλειας στην κοινωνία», η οποία σημαίνει ότι η μεταβλητότητα στις κρίσιμες παραμέτρους σχεδιασμού θα αυξήσει τις απώλειες προς την κοινωνία. Για να μετρήσει την απώλεια ο Taguchi χρησιμοποιεί τη συνάρτηση απώλειας (*loss function*), μια τετραγωνική συνάρτηση που εκφράζει την αύξηση του κόστους (απώλεια στην κοινωνία) όταν οι παράμετροι σχεδιασμού αποκλίνουν από τον επιθυμητό στόχο. Αυτή η άποψη έρχεται σε σύγκρουση με τις παραδοσιακές θεωρήσεις σύμφωνα με τις οποίες εφόσον ένα προϊόν βρίσκεται στα προδιαγεγραμμένα όρια που έχουν τεθεί για μία δεδομένη διεργασία τότε είναι πλήρης αποδεκτό.

Ο Taguchi επινόησε μια τεχνική βελτίωσης, η οποία χρησιμοποιεί τεχνικές Σχεδιασμού των Πειραμάτων (*Design of Experiments – DOE*) με σκοπό την ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας με το χαμηλότερο κόστος. Υποστηρίζει ότι ο χρόνος και ο κόπος που δαπανώνται στο σχεδιασμό και τον προγραμματισμό θα οδηγήσουν σε εξοικονόμηση περισσότερου χρόνου, κόπου και κόστους αργότερα, κατά τον έλεγχο ποιότητας στη γραμμή παραγωγής.

Η Ιαπωνική βιομηχανία συνειδητοποίησε νωρίτερα από τη βιομηχανία της Δύσης τη δυνατότητα του Σχεδιασμού Πειραμάτων για τη βελτίωση της ποιότητας, η οποία αρχικά οφείλεται στο Βρετανό R. Fisher (Fisher, 1935), σε αντίθεση με τη μέθοδο του πειραματισμού με «έναν παράγοντα κάθε φορά» (ο μηχανικός παρατηρεί τα αποτελέσματα μιας πειραματικής δοκιμής αφού έχει αλλάξει τη στάθμη ενός μόνο παράγοντα, ενώ διατηρεί σταθερό κάθε άλλο παράγοντα). Στην πραγματικότητα, στις σημερινές βιομηχανίες χρειάζονται να μελετηθούν πολλοί παράγοντες με διαφορετικές στάθμες, η μία σε σχέση με την άλλη, προκειμένου να προκύψουν αξιόπιστα αποτελέσματα. Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να αναφερθεί ότι ένα πείραμα θεωρείται αξιόπιστο όταν επιτρέπει τον προσδιορισμό των παραγοντικών επιδράσεων, όταν οι συνθήκες μεταβάλλονται και όχι όταν παραμένουν σταθερές (Λογοθέτης, 2001).

Σε αντίθεση με τη μέθοδο του πειραματισμού με έναν μόνο παράγοντα κάθε φορά, η μέθοδος του Taguchi, μέσω του Σχεδιασμού Πειραμάτων, εφαρμόζει την αλλαγή πολλών

παραγόντων ταυτόχρονα, γεγονός που προκαλεί μικρότερο κόστος και δίνει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα.

Υπάρχουν δύο ειδών σχεδιασμοί που προσαρμόζονται σε κάθε πείραμα:

- Οι πλήρεις παραγοντικοί σχεδιασμοί που μελετούν κάθε πιθανό σχεδιασμό επιπέδων των παραγόντων ενός πειράματος και χρησιμοποιούνται όταν ο αριθμός των παραγόντων είναι σχετικά μικρός.
- Οι κλασματικοί παραγοντικοί σχεδιασμοί που αποτελούνται από έναν ορισμένο μόνο αριθμό από όλους τους πιθανούς συνδυασμούς επιπέδων των παραγόντων, χρησιμοποιούνται περισσότερο. Αυτό συμβαίνει διότι παρέχουν μια οικονομική μέθοδο μελέτης πολλών παραγόντων σε ένα πείραμα, αγνοώντας μόνο κάποιες αλληλεπιδράσεις παραγόντων υψηλής τάξης, κάτι που θεωρείται ως χαμηλού κινδύνου ζήτημα, εφόσον οι αλληλεπιδράσεις υψηλής τάξης είναι συνήθως μη στατιστικά σημαντικές και επομένως δύσκολα ερμηνεύονται.

Επομένως, για να είναι αξιόπιστο ένα πείραμα θα πρέπει να πειραματιστούμε με όλους τους πιθανούς συνδυασμούς, κάτι το οποίο είναι υπερβολικά δαπανηρό. Για παράδειγμα, αν έχουμε οχτώ παράγοντες με δύο στάθμες ο καθένας, ένα πλήρες παραγοντικό πείραμα θα απαιτούσε $2^8 = 256$ δοκιμές. Για να αποφύγουμε το πλήρες παραγοντικό πείραμα μπορούμε να επιλέξουμε κάποιους συνδυασμούς των παραγόντων που να διασφαλίζει την αξιοπιστία του πειράματος. Τον τρόπο αυτό μας υποδεικνύει η θεωρία του Σχεδιασμού Πειραμάτων.

Ο αποτελεσματικότερος σχεδιασμός του τελικού προϊόντος προκύπτει από τη χρήση τριών σταδίων. Το πρώτο στάδιο, ο σχεδιασμός του συστήματος, εδραιώνει τη λειτουργικότητα και τις προδιαγραφές του προϊόντος. Το δεύτερο στάδιο, ο παραμετρικός ανθεκτικός σχεδιασμός, καθορίζει τιμές για τις μεταβλητές σχεδιασμού που επιδρούν στις ιδιότητες του προϊόντος. Σε αυτά τα δύο στάδια, έχουμε τη μεγαλύτερη ευκαιρία μείωσης του κόστους του προϊόντος. Το τελευταίο στάδιο, ο σχεδιασμός ανοχών, αφορά το σχεδιασμό της ανεκτικότητας γύρω από το στόχο, για κάθε παράμετρο σχεδιασμού, στάδιο το οποίο συνήθως προσθέτει κόστος.

Συνοπτικά, οι τεχνικές Taguchi είναι κατάλληλες για την «εκτός σειράς» διαχείριση της ποιότητας και αποσκοπούν στην ανάπτυξη εύρωστων προϊόντων και την ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας γύρω από μια τιμή στόχο.

1.5 Περιεχόμενα της Διπλωματικής Εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία σχετίζεται με τις βασικές του Taguchi για εκτός σειράς στατιστικό έλεγχο διεργασίας. Συγκεκριμένα:

Στο 1^ο κεφάλαιο έγινε μια σύντομη εισαγωγή στην έννοια της ποιότητας και στην εξέλιξη των τεχνικών που χρησιμοποιούνται για τη διασφάλισή της με την πάροδο του χρόνου. Παρουσιάστηκαν, ακόμα, και οι δύο μεγάλοι γκουρού της ποιότητας Deming και Taguchi.

Στο 2^ο κεφάλαιο δίνεται έμφαση στη συνάρτηση απώλειας του Taguchi και στις βασικές ιδιότητες αυτής. Παρουσιάζονται επίσης εναλλακτικές συναρτήσεις απώλειας, καθώς και η σχέση των δεικτών επίδοσης διεργασιών με τις συναρτήσεις απώλειας για συμμετρικές και ασύμμετρες προδιαγραφές.

Στο 3^ο κεφάλαιο γίνεται μια συστηματική παρουσίαση των διάφορων μέτρων που χρησιμοποιούνται για την επίδοση μιας διεργασίας (μέτρα επίδοσης θορύβου και στόχου) καθώς επίσης και οι βασικές τεχνικές για την επιλογή κατάλληλου μέτρου.

Στο 4^ο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στους ορθογώνιους σχεδιασμούς του Taguchi με χρήση των οποίων διενεργούνται με τον πλέον οικονομικό τρόπο πειράματα με μεγάλο αριθμό παραγόντων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Συνάρτηση Απώλειας

2.1 Εισαγωγή

Η χρήση της συνάρτησης απώλειας στη διασφάλιση της ποιότητας έχει αυξηθεί σημαντικά με την εισαγωγή της φιλοσοφίας του Taguchi. Η συνάρτηση απώλειας έχει χρησιμοποιηθεί από στατιστικούς και οικονομολόγους για πολλά χρόνια. Ωστόσο, πολλοί συγγραφείς αναφέρουν ότι η παραδοσιακή τετραγωνική συνάρτηση απώλειας είναι ανεπαρκής για την αξιολόγηση και βελτίωση της ποιότητας.

Το 1986, ο Taguchi παρουσίασε την τετραγωνική συνάρτηση απώλειας για να αποδείξει την ανάγκη εξέτασης του ενδεχομένου «κοντά στο στόχο» κατά την αξιολόγηση της ποιότητας καθώς και τη μείωση της απόκλισης από το στόχο αυτό. Ο σκοπός αυτής της μεθόδου βελτίωσης της ποιότητας είναι η ελαχιστοποίηση των συνολικών απωλειών για την κοινωνία. Το πλεονέκτημα της συνάρτησης απώλειας του Taguchi είναι ότι είναι απλή και μπορεί να χρησιμοποιηθεί εφαρμόζοντας πολλές μαθηματικές μεθόδους. Ωστόσο, έχει αποδειχθεί ότι η τετραγωνική συνάρτηση απώλειας του Taguchi είναι ακατάλληλη σε κάποιες περιπτώσεις, καθώς είναι μία συμμετρική και μη φραγμένη συνάρτηση.

Προκειμένου να βελτιωθούν τα παραπάνω μειονεκτήματα προτάθηκαν εναλλακτικές συναρτήσεις απώλειας. Για παράδειγμα, ο Ryan (1989) έχει εφαρμόσει μία τροποποιημένη συνάρτηση απώλειας, βασισμένη σε αυτή του Taguchi, για να δημιουργήσει μία φραγμένη συνάρτηση. Οι Spiring and Yeung (1998), από την άλλη πλευρά, έχουν αναπτύξει μια γενική κλάση συναρτήσεων απώλειας με παραδείγματα βιομηχανιών για να αποδείξουν τη σημαντικότητα της χρήσης των συναρτήσεων απώλειας, κ.ο.κ.

Στο κεφάλαιο αυτό, γίνεται μία αναλυτική παρουσίαση των όσων αναφέρθηκαν ανωτέρω, καθώς επίσης παρουσιάζεται η διαφοροποίηση της συνάρτησης απώλειας ανάλογα με το στόχο που θέλουμε να επιτύχουμε κάθε φορά. Ακόμα, υπολογίζεται η μέγιστη απώλεια όταν το χαρακτηριστικό που μας ενδιαφέρει κινείται σε συγκεκριμένα όρια. Τέλος,

ενδιαφέρον παρουσιάζει η σχέση των δεικτών επίδοσης διεργασιών με τις συναρτήσεις απώλειας για συμμετρικές και ασύμμετρες προδιαγραφές.

2.2 Η φιλοσοφία του Taguchi

Ο αντίκτυπος της μεθοδολογίας που ανέπτυξε ο Taguchi στη βορειοαμερικανική σχεδίαση προϊόντων και τις παραγωγικές διεργασίες ξεκίνησε το Νοέμβριο του 1981 με μία παρουσίαση που έκανε στη Ford Motor Company. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα την εισαγωγή της συνάρτησης απώλειας ως μετρητή ποιότητας, το 1986. Η συνάρτηση απώλειας αποτελεί ένα χρηματοοικονομικό μέτρο της δυσαρέσκειας του πελάτη σε σχέση με την απόδοση του προϊόντος καθώς αυτό αποκλίνει από το στόχο του. Επομένως, η μέση απόδοση και η διακύμανση αποτελούν κρίσιμους παράγοντες για την ποιότητα. Ο επιτυχής σχεδιασμός του Taguchi μειώνει δραστικά την επίδραση των ανεξέλεγκτων πηγών διακύμανσης στην απόδοση του προϊόντος. Συγκεκριμένα, με τη βοήθεια του παραμετρικού σχεδιασμού, στοχεύει στη μείωση της μεταβλητότητας ενός προϊόντος ή ενός συστήματος. Ο Taguchi πιστεύει ότι τα προϊόντα και οι παραγωγικές διεργασίες πρέπει να σχεδιάζονται ώστε να είναι ανθεκτικά και όχι ευαίσθητα σε διακυμάνσεις της διεργασίας και έτσι να επιτυγχάνουν την τιμή στόχο. Μερικά παραδείγματα των πηγών διακύμανσης για ένα καβαλέτο ζωγράφου είναι η δύναμη που ασκείται στο χαρτί, η υγρασία και το κατά πόσο χρησιμοποιείται σε εξωτερικούς ή εσωτερικούς χώρους.

Ο Taguchi ορίζει την ποιότητα ενός προϊόντος με αρνητικό τρόπο, ως «την απώλεια που υφίσταται η κοινωνία όταν της αποστέλλεται το προϊόν». Με τον όρο απώλεια ο Taguchi εννοεί το κόστος που μπορεί να έχει μια εταιρεία από ένα προϊόν το οποίο δεν ικανοποιεί τον καταναλωτή με συνέπεια να χαλάει η φήμη της εταιρείας και αυτή η φήμη να υπάρχει και για μεταγενέστερες γενιές προϊόντων. Σύμφωνα με τον Taguchi, ένα προϊόν προξενεί απώλεια στην κοινωνία, όχι μόνο όταν βρίσκεται εκτός προδιαγραφών, αλλά και όταν παρεκκλίνει του στόχου του. Κάθε πρόγραμμα ποιοτικής βελτίωσης θα πρέπει να έχει ως βασικό του στόχο την ελαχιστοποίηση της διασποράς της απόδοσης του προϊόντος αναφορικά με το στόχο του. Όσο πιο μικρή είναι η διασπορά της απόδοσης, τόσο καλύτερη είναι η ποιότητα. Ενώ όσο αποκλίνει η απόδοση του προϊόντος από το στόχο, τόσο αυξάνεται η απώλεια για την κοινωνία. Η απώλεια αυτή μπορεί να υπολογιστεί προσεγγιστικά από τη συνάρτηση

απώλειας του Taguchi, η οποία ενοποιεί την οικονομική απώλεια με τις προδιαγραφές της λειτουργίας μέσω μιας τετραγωνικής σχέσης. Επομένως, η απώλεια αυξάνει με τετραγωνικό ρυθμό αναλογικά με την απόκλιση του προϊόντος από το στόχο του, π.χ. αν η απόκλιση από το στόχο αυξηθεί 3 φορές, η απώλεια στην κοινωνία θα αυξηθεί 9 φορές. Το σημαντικό σημείο στη φιλοσοφία του Taguchi είναι η μείωση της μεταβλητότητας.

Η φιλοσοφία του Taguchi διαφέρει από τη συνηθισμένη γνώμη, σύμφωνα με την οποία ένα προϊόν δεν προκαλεί απώλεια στην κοινωνία όταν βρίσκεται εντός των προκαθορισμένων ορίων προδιαγραφών που επιβάλλονται από τον καταναλωτή. Η άποψη του Taguchi είναι πιο αυστηρή και δίνει πολύ μεγαλύτερη έμφαση στη σημασία της διατήρησης των τιμών των παραμέτρων ποιότητας όσο το δυνατό πιο κοντά στην τιμή στόχο και όχι απλά μέσα στα όρια.

2.3 Η συνάρτηση απώλειας του Taguchi

Η απώλεια που υφίσταται η κοινωνία μπορεί να μετρηθεί από τη συνάρτηση απώλειας (*loss function*) του Taguchi, η οποία είναι ανάλογη με το τετράγωνο της απόκλισης από το στόχο και δίνεται από τη σχέση

$$L(y) = k(y - t)^2$$

όπου

$$k = \frac{M}{D^2} .$$

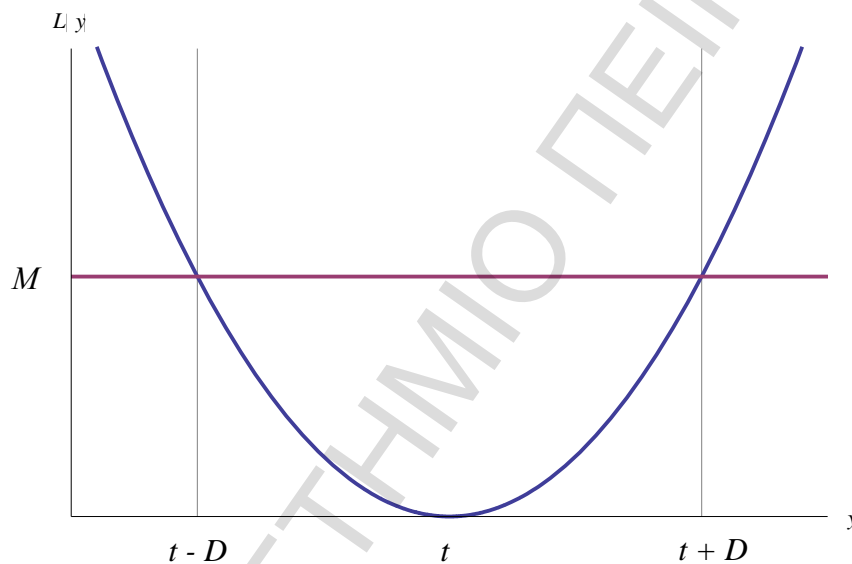
Η παραπάνω συνάρτηση απώλειας $L(y)$ παρουσιάζει την απώλεια στην κοινωνία όταν η απόδοση του προϊόντος (y) αποκλίνει από τον επιθυμητό στόχο (t). Επιπλέον, το M είναι η απώλεια του παραγωγού (με οικονομικούς όρους) όταν το προϊόν λειτουργεί ακριβώς στα επίπεδα των προδιαγραφών $t \pm D$ του πελάτη. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με τον τύπο του Taguchi ισχύει ότι

$$L(t + D) = \frac{M}{D^2} (t + D - t)^2 = \frac{M}{D^2} D^2 = M$$

καθώς και

$$L(t - D) = \frac{M}{D^2} (t - D - t)^2 = \frac{M}{D^2} (-D)^2 = M.$$

Το Διάγραμμα 2.1 δείχνει γραφικά τη μορφή που έχει η συνάρτηση απώλειας του Taguchi.



Διάγραμμα 2.1: Η συνάρτηση απώλειας του Taguchi

Το Διάγραμμα 2.1 υποδεικνύει ότι η ζημιά για τον παραγωγό είναι μεγάλη, ακόμα και όταν η απόδοση του προϊόντος είναι εντός των προδιαγραφών. Συγκεκριμένα, όταν η απόδοση του προϊόντος (τιμή του χαρακτηριστικού που μας ενδιαφέρει) είναι κοντά στην τιμή $t \pm D$ αλλά εντός προδιαγραφών, η απώλεια είναι αρκετά μεγάλη, σχεδόν $\$M$, ώστε να βρίσκεται πολύ κοντά στη ζημιά που θα προέκυπτε αν το προϊόν βρισκόταν λίγο έξω από τα όρια προδιαγραφών, ζημιά δηλαδή που μπορεί να προκύπτει, π.χ., από το κόστος επιστροφής προϊόντος, επιδιόρθωσης ή αντικατάστασης, δυσαρέσκεια πελάτη, κακή φήμη κτλ., και όλα αυτά με ένα προϊόν «εντός προδιαγραφών».

Σ' αυτό το σημείο, θα πρέπει να αναφερθεί ότι η τετραγωνική μορφή της συνάρτησης απώλειας δεν έχει επιλεγεί τυχαία. Συγκεκριμένα, προκύπτει αν αναπτύξουμε τη συνάρτηση απώλειας σε σειρά Taylor γύρω από το στόχο t και αν παραλείψουμε του όρους τρίτης και υψηλότερης τάξης, όπως φαίνεται παρακάτω:

$$L(y) = L(t) + \frac{L'(t)}{1!}(y-t) + \frac{L''(t)}{2!}(y-t)^2 + \dots \approx L(t) + \frac{L'(t)}{1!}(y-t) + \frac{L''(t)}{2!}(y-t)^2.$$

Αφού η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης πρέπει να επιτυγχάνεται όταν προϊόν βρίσκεται στο στόχο, η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης στο σημείο αυτό είναι επίσης μηδενική, δηλαδή $L'(t)=0$. Η ισότητα αυτή σε συνδυασμό με την προφανή σχέση $L(t)=0$ (η απώλεια είναι μηδενική όταν η τιμή y του χαρακτηριστικού που μας ενδιαφέρει είναι ίση με t) δίνει τελικά ότι

$$L(y) \approx \frac{L''(t)}{2!}(y-t)^2$$

δηλαδή

$$L(y) \approx k(y-t)^2.$$

Το χαρακτηριστικό Y είναι συνήθως μια τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή $E(Y) = \mu$ και διακύμανση $V(Y) = \sigma^2$. Σύμφωνα, λοιπόν, με την τετραγωνική μορφή της συνάρτησης απώλειας, η μέση απώλεια είναι ίση με

$$E[L(Y)] = kE(Y-t)^2 = kE[(Y-\mu) + (\mu-t)]^2 = k(\sigma^2 + (\mu-t)^2)$$

όπου

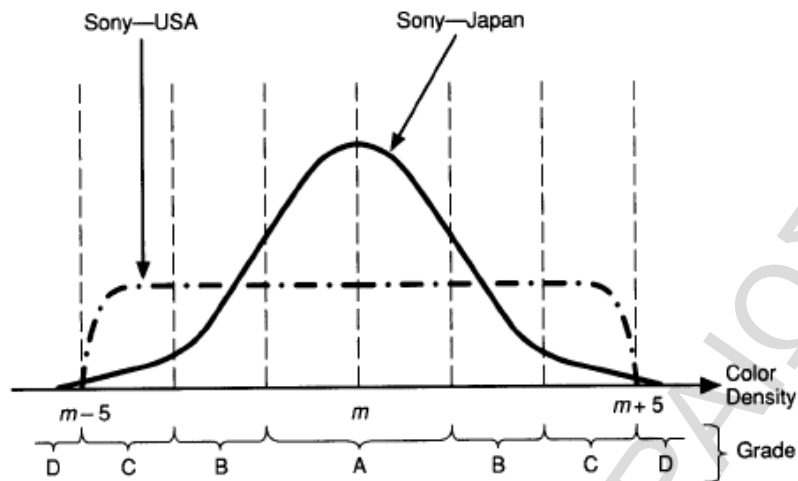
$$E(Y-\mu) = E(Y) - \mu = 0, E(Y-\mu)^2 = \sigma^2, E(\mu-t)^2 = (\mu-t)^2 \text{ και } \mu = E(Y).$$

Η ποσότητα $[E(Y)-t]^2$ καλείται τετραγωνική αμεροληψία. Είναι προφανές ότι η αναμενόμενη τιμή της τετραγωνικής απώλειας είναι ανάλογη με το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Mean Squared Error –MSE) της μεταβλητής απόκρισης Y .

Από τεχνική άποψη, η ρύθμιση της μέσης τιμή $E(Y)$ ενός χαρακτηριστικού γίνεται ευκολότερα από τη μείωση της μεταβλητότητάς του. Έτσι λοιπόν, αν με κατάλληλη επιλογή ορισμένων παραμέτρων ισχύει $E(Y)=t$, τότε η ελαχιστοποίηση του μέσου κόστους $E[L(Y)]$

ισοδυναμεί με την ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας σ^2 . Αυτός είναι και ο λόγος που ο Taguchi αποδίδει μεγάλη σημασία στη μεγαλύτερη δυνατή μείωση της μεταβλητότητας.

Τέλος, θα εξετάσουμε το δημοφιλές παράδειγμα από τους Kacker and Ghosh (1998), στο οποίο περιγράφεται η σύγκριση της ποιότητας των τηλεοπτικών συσκευών που παράγονται από ένα εργοστάσιο της Sony στην Ιαπωνία και από ένα εργοστάσιο της Sony στις ΗΠΑ. Ένα από τα χαρακτηριστικά επίδοσης που χρησιμοποιήθηκε για τη σύγκριση ήταν η πυκνότητα του χρώματος. Η πυκνότητα του χρώματος για τηλεοπτικές συσκευές που κατασκευάζονταν στη Sony των ΗΠΑ ήταν ομοιόμορφα κατανεμημένη. Ακόμα, όλες οι τηλεοπτικές συσκευές ήταν εντός των ορίων ανοχής (το όριο ανοχής είχε οριστεί $m \pm 5$ όπου m η τιμή στόχος για την πυκνότητα). Η πυκνότητα του χρώματος για τηλεοπτικές συσκευές που κατασκευάζονταν στη Sony Ιαπωνίας ήταν κανονικά κατανεμημένη. Οι περισσότερες τηλεοπτικές συσκευές της Sony Ιαπωνίας βρίσκονταν κοντά στο στόχο. Ωστόσο, το 0,3% των τηλεοπτικών συσκευών ήταν εκτός των ορίων ανοχής. Οι κατανομές της πυκνότητας του χρώματος απεικονίζονται στο Διάγραμμα 2.2. Η Sony των ΗΠΑ, ακολουθώντας τη παραδοσιακή θεώρηση, εστίαζε την προσοχή της μόνο στο να πληροί τα όρια ανοχών. Αντίθετα, η φιλοσοφία της Sony Ιαπωνίας βασιζόταν σε αυτήν του Taguchi και, επομένως, η εστίαση της ήταν στην επίτευξη της τιμής στόχου και στην ελαχιστοποίηση της διακύμανσης γύρω από το στόχο αυτό. Όπως φαίνεται στο ακόλουθο διάγραμμα, έχουν δοθεί συγκεκριμένοι βαθμοί με βάση την πυκνότητα του χρώματος. Συγκεκριμένα, καλύτερες τηλεοπτικές συσκευές θεωρούνταν αυτές που βρίσκονταν κοντά στο στόχο και είχαν βαθμολογηθεί με «Α». Αντίθετα, λιγότερο καλές θεωρούνταν οι τηλεοπτικές συσκευές που είχαν βαθμολογηθεί με «C» και «D».



Διάγραμμα 2.2: Οι κατανομές της πυκνότητας χρώματος των τηλεοπτικών συσκευών (Πηγή: Phadke, 1989)

Παρατηρείται ότι η Sony Ιαπωνίας παράγει περισσότερες τηλεοπτικές συσκευές με βαθμό «Α» και λιγότερες με βαθμό «C» σε σύγκριση με τη Sony των ΗΠΑ. Συνεπώς, οι πελάτες θα προτιμούν τις τηλεοπτικές συσκευές που παράγονται στη Sony Ιαπωνίας από αυτές των ΗΠΑ. Αυτό συμβαίνει διότι, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η Sony Ιαπωνίας ακολουθούσε τη φιλοσοφία του Taguchi σύμφωνα με την οποία ένα προϊόν όσο πιο κοντά βρίσκεται στο στόχο, τόσο καλύτερη είναι η ποιότητα. Αντίθετα, όσο περισσότερο αποκλίνει από το στόχο, τόσο μεγαλύτερη απώλεια προξενεί στην κοινωνία.

2.4 Διαφοροποίηση της συνάρτησης απώλειας ανάλογα με το στόχο

Η συνάρτηση που εκφράζει την απώλεια του Taguchi μπορεί να διαφοροποιηθεί ανάλογα με το είδος του στόχου που θέλουμε να επιτύχουμε σε σχέση με το χαρακτηριστικό ποιότητας που μελετάμε. Θεωρούμε τις επόμενες τρεις περιπτώσεις:

- **Nominal-the-best.** Τα χαρακτηριστικά ποιότητας έχουν πεπερασμένη ονομαστική τιμή $t > 0$ και το υπό αξιολόγηση χαρακτηριστικό θέλουμε να βρίσκεται κοντά σε μια προκαθορισμένη τιμή στόχο.

- **Smaller-the-better.** Τα χαρακτηριστικά ποιότητας της κατηγορίας αυτής λαμβάνουν μη αρνητικές τιμές με ιδανική την $t=0$. Σε αυτήν την περίπτωση, το υπό αξιολόγηση χαρακτηριστικό θέλουμε να παίρνει όσο το δυνατόν μικρότερη τιμή.
- **Larger-the-better.** Τα χαρακτηριστικά ποιότητας με ιδανική τιμή στόχο την μεγαλύτερη δυνατή ορίζουν την κατηγορία αυτή. Το υπό αξιολόγηση χαρακτηριστικό επιθυμούμε να λάβει τη μεγαλύτερη δυνατή τιμή που είναι εφικτό να πάρει.

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται αναλυτικά οι τρεις κατηγορίες χαρακτηριστικών ποιότητας.

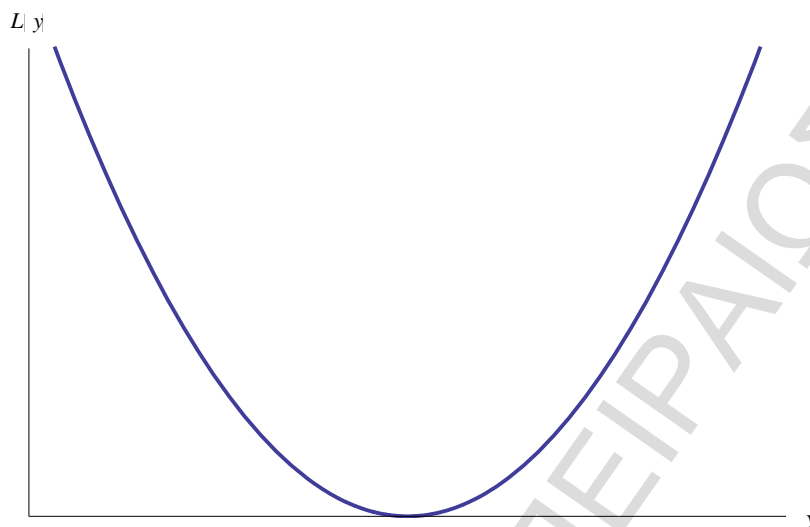
α. Nominal-the-best

Για τα χαρακτηριστικά nominal-the-best υπάρχει μία συγκεκριμένη τιμή στόχος για κάθε προϊόν που πρέπει να επιτευχθεί. Επιπλέον, υπάρχει ένα προκαθορισμένο ανώτατο και κατώτατο όριο, με την τιμή στόχο να βρίσκεται στο ενδιάμεσο σημείο. Επομένως, η τιμή στόχος είναι η καλύτερη καθώς είναι αυτή που ικανοποιεί τις ανάγκες του πελάτη ή του κατασκευαστή. Η ποιότητα, σε αυτήν την περίπτωση, ορίζεται από την απόκλιση του προϊόντος από αυτήν την τιμή στόχο. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ο έλεγχος ανεμοθώρακων τριπλής σύνθεσης που χρησιμοποιούνται σήμερα σχεδόν σε όλα τα οχήματα. Για την κατασκευή ενός ανεμοθώρακα απαιτείται η ένωση δύο επιφανειών κρυστάλλου ασφαλείας με μια μεμβράνη διατήρησης σχήματος στο ενδιάμεσο. Για να διασφαλιστεί, λοιπόν, η ομοιόμορφη κατανομή υλικού, που θα αυξήσει την αντοχή του ανεμοθώρακα σε κρούση, θα πρέπει η κατασκευή τόσο των γυάλινων επιφανειών όσο και της μεμβράνης διατήρησης σχήματος να συναντά τις αυστηρές προδιαγραφές πάχους που ορίζουν τα διεθνή πρότυπα ασφαλείας όπως αυτά εφαρμόζονται ή βελτιώνονται από τον κάθε κατασκευαστή. Αξίζει σε αυτό το σημείο να αναφερθεί ότι οι ανεμοθώρακες υψηλών προδιαγραφών που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή αεροσκαφών θέτουν πολύ αυστηρότερα άνω και κάτω όρια από αυτούς που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή αυτοκινήτων.

Η εξίσωση που χρησιμοποιείται για να περιγράψει τη συνάρτηση απώλειας για το χαρακτηριστικό nominal-the-best είναι της μορφής

$$L(y) = \frac{M}{D^2} (y - t)^2.$$

Η γραφική απεικόνιση της συνάρτησης απώλειας για χαρακτηριστικά της κατηγορίας nominal-the-best φαίνεται παρακάτω.



Διάγραμμα 2.3.1: Συνάρτηση απώλειας για το χαρακτηριστικό nominal-the-best

Η μέση απώλεια, όπως ήδη αναφέρθηκε στην ενότητα 2.3, δίνεται από τον τύπο

$$E(L) = \frac{M}{D^2} [\sigma^2 + (\mu - t)^2].$$

β. Smaller-the-Better

Στην περίπτωση smaller-the-better, η τιμή στόχος t ορίζεται ίση με το μηδέν. Η ελαχιστοποίηση της τιμής του χαρακτηριστικού αυξάνει την ποιότητα του προϊόντος. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα της περίπτωσης smaller-the-better είναι η περιεκτικότητα φυτοπροστατευτικών προϊόντων στους καρπούς μιας καλλιέργειας. Αν και τα φυτοπροστατευτικά προϊόντα είναι απαραίτητα για τη διασφάλιση μιας ικανοποιητικής απόδοσης των διαθέσιμων καλλιεργήσιμων εκτάσεων, η κατανάλωσή τους μέσω του καρπού είναι επικίνδυνη τόσο για τον άνθρωπο όσο και για τα ζώα. Στόχος, λοιπόν, είναι η ελαχιστοποίηση της περιεκτικότητας φυτοπροστατευτικών προϊόντων που περιέχονται στον προς κατανάλωση καρπό είτε αυτός προορίζεται για ανθρώπινη βρώση είτε προορίζεται για ζωοτροφές. Σε ένα τόσο ευαίσθητο θέμα οι έλεγχοι είναι αυστηροί και διαρκείς ώστε να διασφαλίζεται πάντα η βέλτιστη δυνατή ποιότητα.

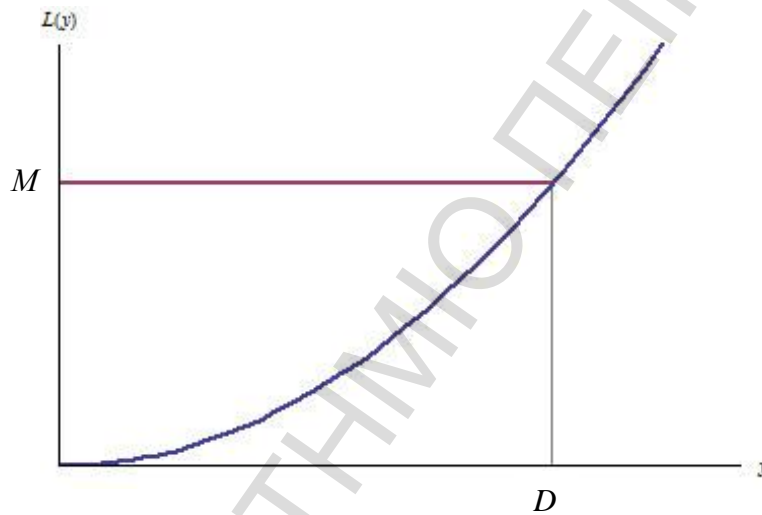
Η συνάρτηση απώλειας για το συγκεκριμένο χαρακτηριστικό έχει την εξής μορφή

$$L(y) = \frac{M}{D^2} y^2.$$

Όταν το προϊόν λειτουργεί στο άνω όριο προδιαγραφών τότε η απώλεια του παραγωγού είναι ίση με M , όπως φαίνεται παρακάτω.

$$L(D) = \frac{M}{D^2} D^2 = M.$$

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το αντίστοιχο διάγραμμα της συνάρτησης απώλειας.



Διάγραμμα 2.3.2: Συνάρτηση απώλειας για το χαρακτηριστικό smaller-the-better

Η μέση απώλεια δίνεται από τον τύπο

$$E[L(Y)] = E\left(\frac{M}{D^2} Y^2\right) = \frac{M}{D^2} E(Y^2) = \frac{M}{D^2} ((E(Y))^2 + V(Y))$$

από όπου προκύπτει ότι

$$E[L(Y)] = \frac{M}{D^2} (\mu^2 + \sigma^2).$$

γ. Larger-the-Better

Το χαρακτηριστικό larger-the-better είναι ακριβώς το αντίθετο του χαρακτηριστικού smaller-the-better. Συγκεκριμένα, γι' αυτόν τον τύπο χαρακτηριστικού είναι προτιμότερη η μεγιστοποίηση του αποτελέσματος και η ιδανική τιμή στόχος είναι το άπειρο. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ο ποιοτικός έλεγχος υλικών πυροπροστασίας. Η κατασκευή των υλικών πυροπροστασίας υπόκειται στους κανόνες της κατηγορίας larger-the-better. Η τιμή στόχος σε αυτήν την περίπτωση θέλουμε να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερη καθώς το επιθυμητό αποτέλεσμα είναι η αντοχή του υπό εξέταση υλικού στην καύση.

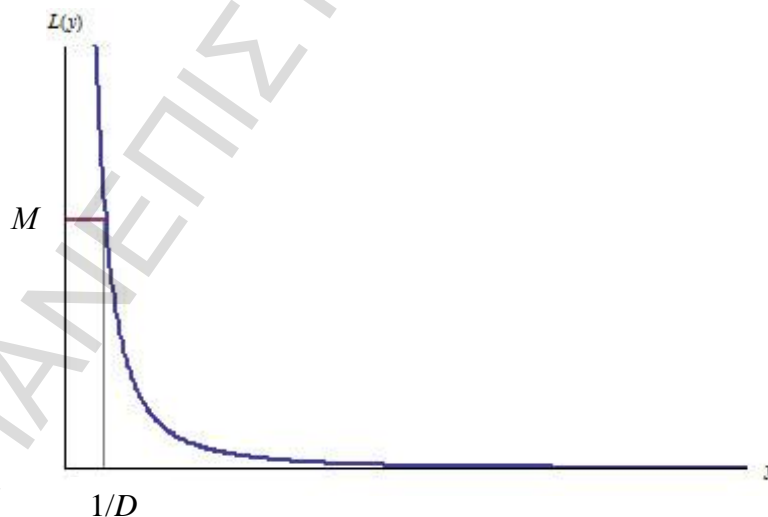
Για χαρακτηριστικά ποιότητας larger-the-better η συνάρτηση απώλειας δίνεται από τον ακόλουθο τύπο.

$$L(y) = \frac{M}{D^2} \frac{1}{y^2}$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι

$$L\left(\frac{1}{D}\right) = M$$

ενώ το αντίστοιχο διάγραμμα φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Διάγραμμα 2.3.3: Συνάρτηση απώλειας για το χαρακτηριστικό larger-the-better

Η μέση απώλεια για το χαρακτηριστικό larger-the-better δίνεται από τη σχέση

$$E[L(Y)] = \frac{M}{D^2} E\left(\frac{1}{Y^2}\right).$$

2.5 Υπολογισμός της τιμής του χαρακτηριστικού για περιορισμό της απώλειας σε συγκεκριμένα όρια

Στην παράγραφο αυτή γίνεται χρήση της συνάρτησης Taguchi για υπολογισμό ορίων στην τιμή του χαρακτηριστικού που μας ενδιαφέρει ώστε να έχουμε δεδομένη μέγιστη απώλεια. Συνήθως, το ερώτημα που τίθεται είναι που πρέπει να κινηθεί το χαρακτηριστικό ποιότητας ώστε η απώλεια να μην ξεπεράσει μια συγκεκριμένη τιμή, έστω α . Συγκεκριμένα, ζητάμε να ισχύει

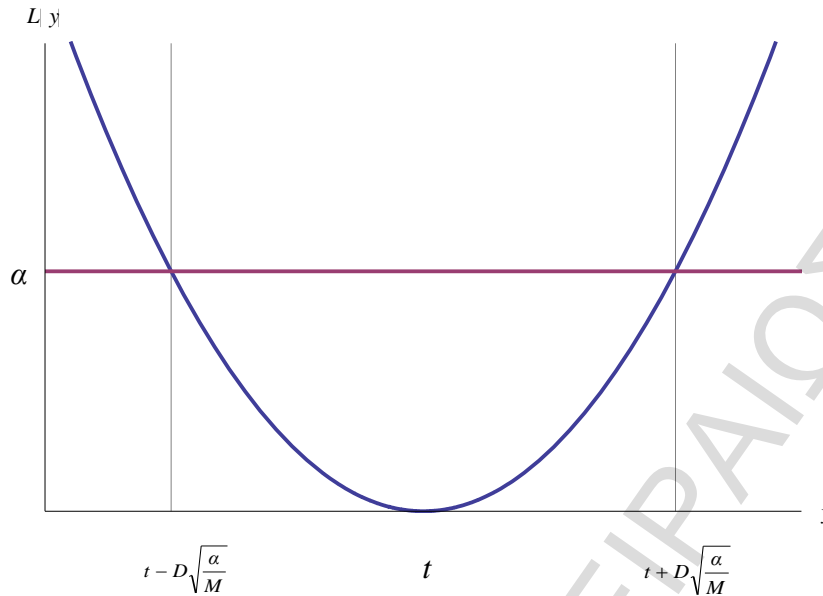
$$L(y) \leq \alpha \Rightarrow \frac{M}{D^2} (y-t)^2 \leq \alpha \Rightarrow (y-t)^2 \leq \frac{\alpha D^2}{M}$$

από όπου προκύπτει ότι

$$|y-t| \leq \sqrt{\frac{\alpha D^2}{M}} \Rightarrow D\sqrt{\frac{\alpha}{M}} \leq y-t \leq D\sqrt{\frac{\alpha}{M}}$$

οπότε, τα όρια στα οποία θα κινηθεί η τιμή του χαρακτηριστικού ώστε να έχουμε απώλεια μικρότερη ίση του α είναι τα εξής: $y \rightarrow t \pm D\sqrt{\frac{\alpha}{M}}$.

Το αποτέλεσμα αυτό φαίνεται γραφικά στο επόμενο σχήμα.



Διάγραμμα 2.4: Συνάρτηση απώλειας όταν το χαρακτηριστικό κινείται σε συγκεκριμένα όρια

Παράδειγμα 2.1. Μία εταιρεία κατασκευάζει ηλεκτρολυτικούς πυκνωτές με επιθυμητή τιμή χωρητικότητας 112 pF και επιτρεπόμενη ανοχή ± 6 pF. Όταν το προϊόν παραδίδεται στον πελάτη με χωρητικότητα 106 pF, η συνάρτηση απώλειας του Taguchi παίρνει τιμή 15 ευρώ. Επομένως, αφού έχουμε απώλεια 15 ευρώ όταν το προϊόν βρίσκεται ακριβώς στο επίπεδο προδιαγραφών του πελάτη (112-6 pF), η τιμή της παραμέτρου M θα είναι 15 ευρώ. Η συνάρτηση απώλειας του Taguchi δίνεται από τον τύπο

$$L(y) = \frac{15}{6^2} (y - 112)^2.$$

Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε ανάμεσα σε ποια όρια θα πρέπει να κινηθεί η χωρητικότητα y , εάν δε θέλουμε η τιμή της συνάρτησης απώλειας να υπερβεί τα 6 ευρώ. Ζητάμε δηλαδή

$$L(y) \leq 6 \Rightarrow \frac{15}{6^2} (y - 112)^2 \leq 6$$

Για τιμή της συνάρτησης απώλειας ίση με 6 ευρώ, έχουμε

$$y \rightarrow 112 \pm \sqrt{\frac{6 \cdot 6^2}{15}}$$

Η τιμή του χαρακτηριστικού που μελετάμε, για να μην υπερβεί η απώλεια τα 6 ευρώ θα πρέπει να κινηθεί στα όρια $112 \pm 3,8$. Επομένως, θα πρέπει η χωρητικότητα y να κινείται στο διάστημα $(108,2, 115,8)$.

Ας υποθέσουμε στη συνέχεια ότι η χωρητικότητα Y των παραγόμενων πυκνωτών είναι τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ . Τότε η μέση απώλεια θα είναι ίση με

$$E[L(Y)] = \frac{15}{36} E[(Y - 112)^2] = \frac{15}{36} [\sigma^2 + (\mu - 112)^2].$$

Είναι φανερό ότι

- αν $\mu=112$ θα έχουμε

$$E[L(Y)] = \frac{15}{36} \sigma^2$$

- αν $\mu \neq 112$ θα έχουμε

$$E[L(Y)] > \frac{15}{36} \sigma^2.$$

2.6 Παράδειγμα χρήσης της συνάρτησης απώλειας

Στο παράδειγμα αυτό, γίνεται χρήση της συνάρτησης απώλειας του Taguchi και εξετάζονται παράγοντες που την επηρεάζουν. Έστω, λοιπόν, ότι μια βιομηχανία παράγει τετραγωνισμένα φύλλα αλουμινίου διαστάσεων 200×200 χιλιοστών και συνολικού εμβαδού 40000 τετραγωνικών χιλιοστών, με επιτρεπόμενη ανοχή τα 2000 τετραγωνικά χιλιοστά. Όταν ένα τετραγωνισμένο φύλλο αλουμινίου παραδίδεται στο εμπόριο με εμβαδόν ακριβώς στα όρια ανοχής, η συνάρτηση απώλειας του Taguchi παίρνει την τιμή των 3€ ανά φύλλο αλουμινίου. Η βιομηχανία διαθέτει μόνο ένα μηχάνημα κοπής σε τρεις διαφορετικές κλίμακες: αργή, κανονική και γρήγορη. Κατά τον έλεγχο ποιότητας του προϊόντος από τον υπεύθυνο παραγωγής ελέγχθηκαν 90 φύλλα αλουμινίου (30 από κάθε διαφορετική ταχύτητα κοπής) και διαπιστώθηκε ότι η παραγωγή ήταν εντός των προδιαγραφών. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων δίνονται στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 2.1: Δεδομένα παραδείγματος

Διαστάσεις (σε mm)	Ταχύτητα κοπής		
	Αργή	Κανονική	Γρήγορη
195×195	0	0	0
196×197	0	0	0
196×199	0	1	1
197×198	1	1	1
198×198	1	1	1
199×199	2	2	1
199×201	2	2	2
200×197	2	2	2
200×198	1	3	4
200×199	3	3	4
200×200	5	4	5
200×201	7	3	3
200×202	2	2	1
201×202	1	2	1
201×204	1	1	1
202×202	1	1	1
202×204	1	1	1
202×205	0	0	1
203×205	0	0	0
204×205	0	0	0

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν έχουμε ότι η τιμή στόχος για κάθε φύλλο αλουμινίου διαστάσεων 200×200 χιλιοστών είναι $t=40000$, $M=3\text{€}$ και το όριο ανοχής όσον αφορά το εμβαδόν του αποδεκτού φύλλου αλουμινίου είναι $D=2000$. Συνεπώς, ένα φύλλο αλουμινίου είναι εντός προδιαγραφών αν το εμβαδόν του κυμαίνεται από 38000 mm^2 έως και 42000 mm^2 .

Για το πρόβλημα αυτό, η συνάρτηση απώλειας του Taguchi θα δίνεται από τον τύπο

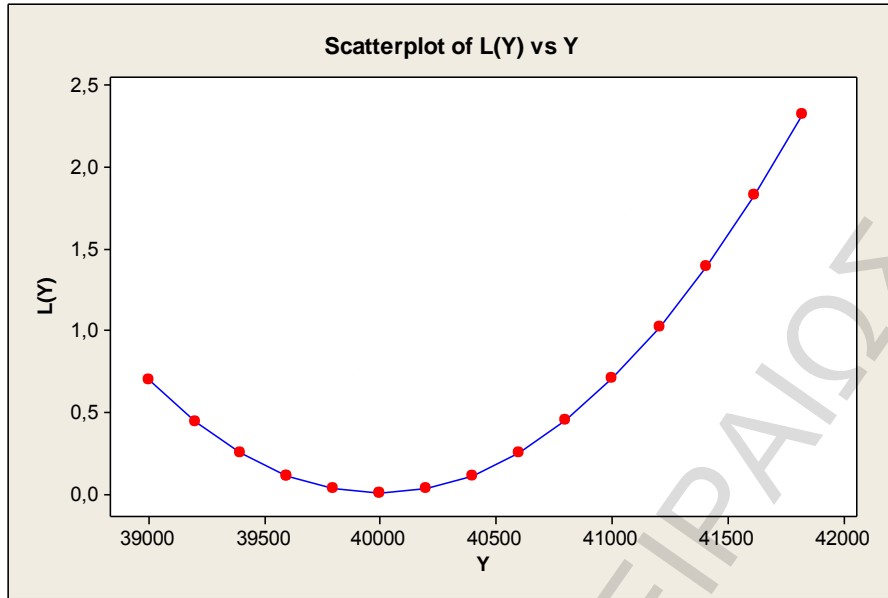
$$L(Y) = \frac{3}{2000^2} (Y - 40000)^2.$$

Οι τιμές της συνάρτησης απώλειας για κάθε ταχύτητα κοπής ξεχωριστά και συνολικά για τη βιομηχανία δίνονται στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 2.2: Συναρτήσεις απώλειας

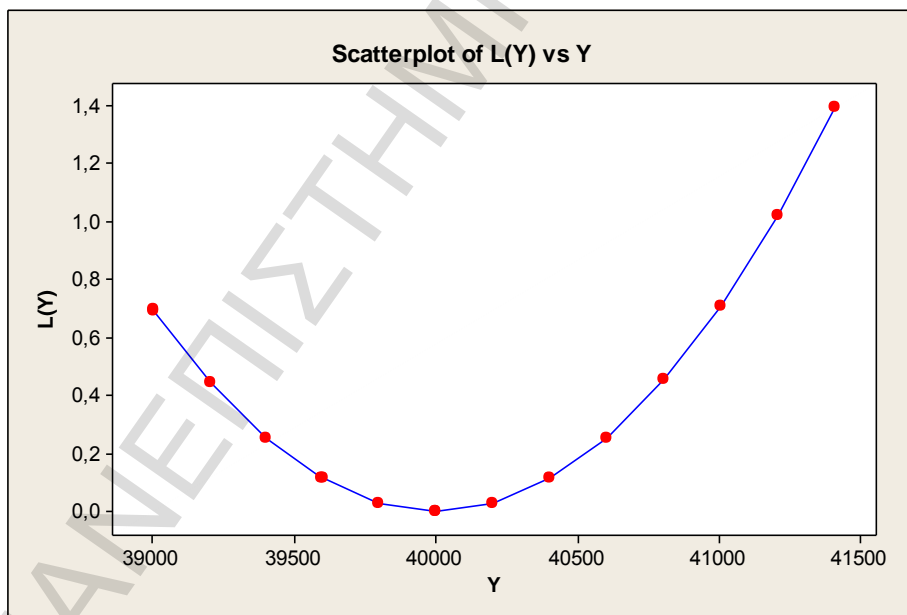
Δεδομένα					Εμβαδόν Y	L(Y)			
Διαστάσεις	Αργή	Κανονική	Γρήγορη	Σύνολο		Αργή	Κανονική	Γρήγορη	Σύνολο
195×195	0	0	1	1	38025	-	-	2,7304375	2,7304375
196×197	0	0	1	1	38612	-	-	1,3485808	1,3485808
196×199	0	1	1	2	39004	-	0,6944112	0,6944112	0,6944112
197×198	1	1	1	3	39006	0,6916252	0,6916252	0,6916252	0,6916252
198×198	1	1	2	4	39204	0,4435312	0,4435312	0,4435312	0,4435312
199×199	2	2	1	5	39601	0,1114407	0,1114407	0,1114407	0,1114407
199×201	2	2	2	6	39999	0,0000007	0,0000007	0,0000007	0,0000007
200×197	2	2	2	6	39400	0,2520000	0,2520000	0,2520000	0,2520000
200×198	1	3	3	7	39600	0,1120000	0,1120000	0,1120000	0,1120000
200×199	3	3	3	9	39800	0,0280000	0,0280000	0,0280000	0,0280000
200×200	5	4	4	13	40000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
200×201	3	3	3	9	40200	0,0280000	0,0280000	0,0280000	0,0280000
200×202	2	2	1	5	40400	0,1120000	0,1120000	0,1120000	0,1120000
201×202	2	2	1	5	40602	0,2536828	0,2536828	0,2536828	0,2536828
201×204	1	1	1	3	41004	0,7056112	0,7056112	0,7056112	0,7056112
202×202	1	1	1	3	40804	0,4524912	0,4524912	0,4524912	0,4524912
202×204	1	1	1	3	41208	1,0214848	1,0214848	1,0214848	1,0214848
202×205	1	1	1	3	41410	1,3916700	1,3916700	1,3916700	1,3916700
203×205	1	0	0	1	41615	1,8257575	-	-	1,8257575
204×205	1	0	0	1	41820	2,3186800	-	-	2,3186800

Στη συνέχεια, θα αναπαραστήσουμε γραφικά, μέσω του Minitab, τη συνάρτηση απώλειας L(Y) των τριών διαφορετικών ταχυτήτων κοπής και της βιομηχανίας συνολικά. Έτσι λοιπόν, για την αργή ταχύτητα κοπής έχουμε



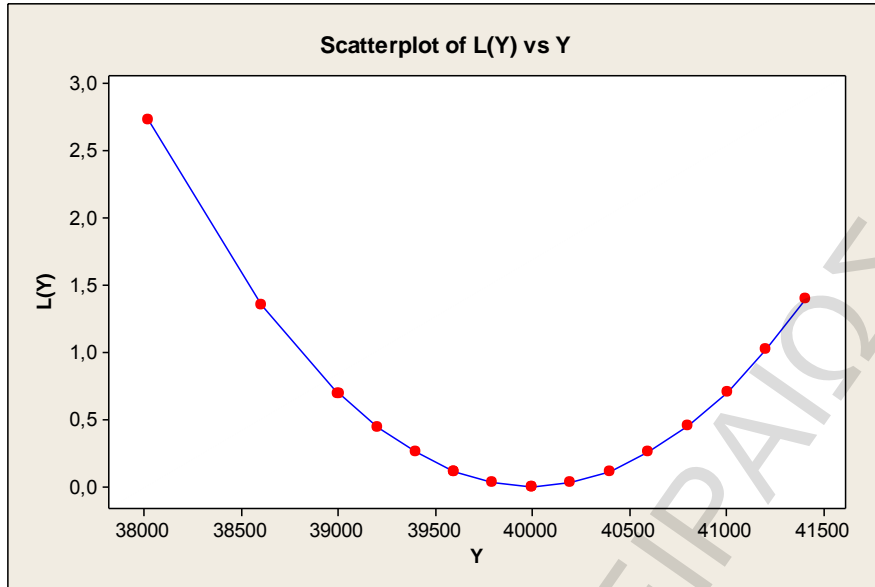
Διάγραμμα 2.5.1: Συνάρτηση απώλειας για την αργή ταχύτητα κοπής

Για την κανονική ταχύτητα κοπής έχουμε



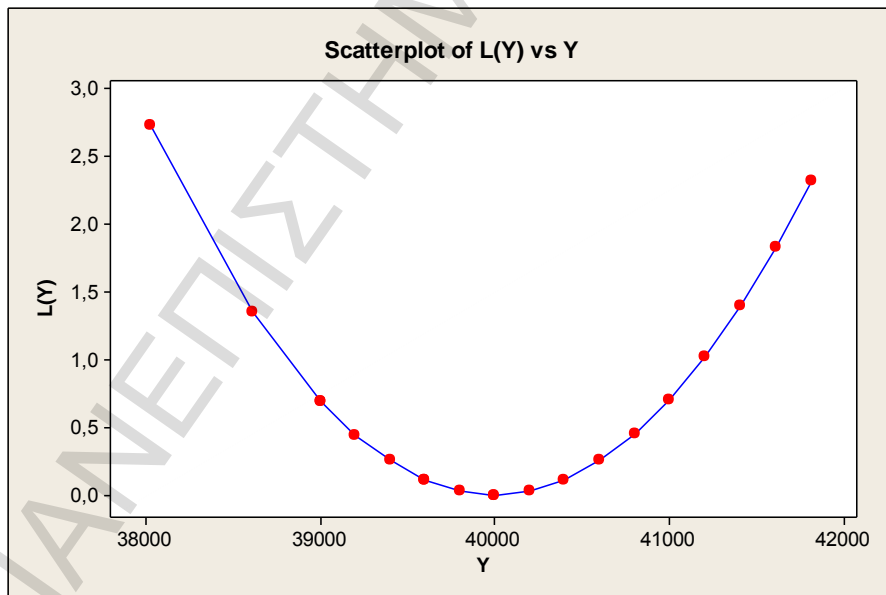
Διάγραμμα 2.5.2: Συνάρτηση απώλειας για την κανονική ταχύτητα κοπής

Τέλος, για τη γρήγορη ταχύτητα κοπής έχουμε



Διάγραμμα 2.5.3: Συνάρτηση απώλειας για τη γρήγορη ταχύτητα κοπής

Στο επόμενο σχήμα δίνεται η μορφή της συνάρτησης απώλειας για το σύνολο της βιομηχανίας



Διάγραμμα 2.5.4: Συνάρτηση απώλειας για το σύνολο της βιομηχανίας

Στη συνέχεια, θα γίνει υπολογισμός της μέσης απώλειας ανά ταχύτητα και στο σύνολο της βιομηχανίας με βάση τα δεδομένα.

Πίνακας 2.3: Αποτελέσματα απωλειών στην παραγωγή τετραγωνισμένων φύλλων αλουμινίου

Αργή ταχύτητα κοπής			Κανονική ταχύτητα κοπής			Γρήγορη ταχύτητα κοπής			Σύνολο βιομηχανίας		
	Απώλεια ανά φύλλο αλουμινίου	Απώλεια φύλλων αλουμινίου		Απώλεια ανά φύλλο αλουμινίου	Απώλεια φύλλων αλουμινίου		Απώλεια ανά φύλλο αλουμινίου	Απώλεια φύλλων αλουμινίου		Απώλεια ανά φύλλο αλουμινίου	Απώλεια φύλλων αλουμινίου
0	-	0	0	-	0	1	2,7304375	2,7304375	1	2,7304375	2,7304375
0	-	0	0	-	0	1	1,3485808	1,3485808	1	1,3485808	1,3485808
0	-	0	1	0,6944112	0,6944112	1	0,6944112	0,6944112	2	0,6944112	1,3888224
1	0,6916252	0,6916252	1	0,6916252	0,6916252	1	0,6916252	0,6916252	3	0,6916252	2,0748756
1	0,4435312	0,4435312	1	0,4435312	0,4435312	2	0,4435312	0,8870624	4	0,4435312	1,7741248
2	0,1114407	0,2228814	2	0,1114407	0,2228814	1	0,1114407	0,1114407	5	0,1114407	0,5572035
2	0,0000007	0,0000014	2	0,0000007	0,0000014	2	0,0000007	0,0000014	6	0,0000007	0,0000042
2	0,2520000	0,5040000	2	0,2520000	0,5040000	2	0,2520000	0,5040000	6	0,2520000	1,5120000
1	0,1120000	0,1120000	3	0,1120000	0,3360000	3	0,1120000	0,3360000	7	0,1120000	0,7840000
3	0,0280000	0,0840000	3	0,0280000	0,0840000	3	0,0280000	0,0840000	9	0,0280000	0,2520000
5	0,0000000	0,0000000	4	0,0000000	0,0000000	4	0,0000000	0,0000000	13	0,0000000	0,0000000
3	0,0280000	0,0840000	3	0,0280000	0,0840000	3	0,0280000	0,0840000	9	0,0280000	0,2520000
2	0,1120000	0,2240000	2	0,1120000	0,2240000	1	0,1120000	0,1120000	5	0,1120000	0,5600000
2	0,2536828	0,5073656	2	0,2536828	0,5073656	1	0,2536828	0,2536828	5	0,2536828	1,2684140
1	0,7056112	0,7056112	1	0,7056112	0,7056112	1	0,7056112	0,7056112	3	0,7056112	2,1168336
1	0,4524912	0,4524912	1	0,4524912	0,4524912	1	0,4524912	0,4524912	3	0,4524912	1,3574736
1	1,0214848	1,0214848	1	1,0214848	1,0214848	1	1,0214848	1,0214848	3	1,0214848	3,0644544
1	1,3916700	1,3916700	1	1,3916700	1,3916700	1	1,3916700	1,3916700	3	1,3916700	4,1750100
1	1,8257575	1,8257575	0	-	0	0	-	0	1	1,8257575	1,8257575
1	2,3186800	2,3186800	0	-	0	0	-	0	1	2,3186800	2,3186800
30		10,5891 (€)	30		7,36307 (€)	30		11,4085 (€)	90		29,3607(€)

Επομένως, η μέση απώλεια ανά φύλλο αλουμινίου για την αργή ταχύτητα κοπής είναι $10,5891/30=€0,353$, για την κανονική ταχύτητα κοπής είναι $7,36307/30=€0,245$ και για τη γρήγορη ταχύτητα κοπής είναι $11,4085/30=€0,38$. Η μέση απώλεια για το σύνολο της βιομηχανίας είναι $29,3607/90=€0,326$.

Ακόμα, υποθέτουμε ότι η βιομηχανία κόβει φύλλα αλουμινίου με ορισμένο πλάτος ακριβώς στα 200 χιλιοστά και ότι ο ιδιοκτήτης της βιομηχανίας θέλει να περιορίσει την απώλεια που προξενεί κάθε φύλλο αλουμινίου ώστε αυτό να μην ξεπερνάει το 1,5€. Για να υπολογιστεί σε ποια όρια θα πρέπει να κινείται το μήκος του φύλλου αλουμινίου, ώστε να καταστεί εφικτός ο στόχος του ιδιοκτήτη της βιομηχανίας θα πρέπει να ισχύει

$$L(Y) \leq 1,5$$

Σύμφωνα λοιπόν με τη συνάρτηση απώλειας του Taguchi έχουμε ότι

$$\frac{3}{2000^2} (Y - 40000)^2 \leq 1,5 \Leftrightarrow (Y - 40000)^2 \leq 2000000 \Leftrightarrow (Y - 40000)^2 \leq 1414,2^2$$

Επομένως, το εμβαδόν του φύλλου αλουμινίου, για να μην υπερβαίνει η απώλεια το 1,5 ευρώ, θα πρέπει να κυμαίνεται από 38585,8 έως 41414,2 ($38585,8 \leq Y \leq 41414,2$) τετραγωνικά χιλιοστά. Επειδή όμως η μία διάσταση του φύλλου αλουμινίου (πλάτος) είναι ίση με 200 χιλιοστά ακριβώς, θα πρέπει το μήκος του να ανήκει στο διάστημα

$$\left[\frac{38585,8}{200}, \frac{41414,2}{200} \right]$$

δηλαδή να κυμαίνεται από 192,9 έως 207,1 χιλιοστά.

Στη συνέχεια, θεωρούμε ότι τα δείγματα είναι αντιπροσωπευτικά όλης της παραγωγής και θέλουμε να ελέγξουμε αν η ταχύτητα κοπής επηρεάζει τη μέση απώλεια ανά φύλλο αλουμινίου. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της Ανάλυσης Διασποράς (ANOVA) με έναν παράγοντα – την ταχύτητα κοπής – και εξαρτημένη μεταβλητή την απώλεια που προκαλείται από κάθε φύλλο αλουμινίου. Θεωρούμε ότι ισχύουν όλες οι προϋποθέσεις του ελέγχου. Το πείραμα είναι ισορροπημένο, καθώς από κάθε ταχύτητα κοπής έχουμε λάβει αντιπροσωπευτικό δείγμα 30 παρατηρήσεων. Τα αποτελέσματα που παίρνουμε δίνονται στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 2.4: Πίνακας Ανάλυσης Διασποράς με έναν παράγοντα

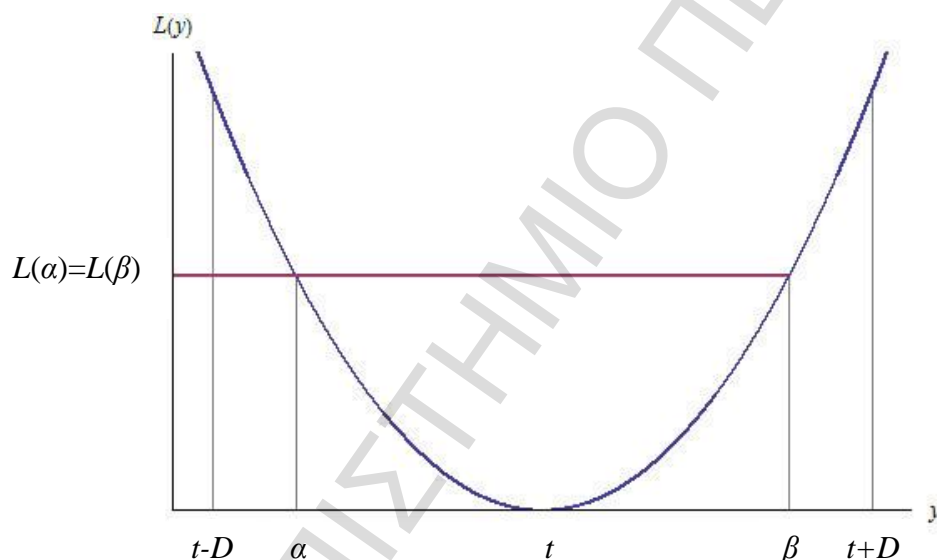
Πηγή	Βαθ. ελευθ.	SS	MS	F	p-value
Ταχύτητα κοπής	2	0,305	0,152	0,57	0,568
Σφάλμα	87	23,265	0,267		
Σύνολο	89	23,570			

Από τον παραπάνω πίνακα συμπεραίνουμε ότι η μέση απώλεια δε διαφέρει από ταχύτητα κοπής σε ταχύτητα κοπής, ακόμα και σε επίπεδο σημαντικότητας 10%.

2.7 Μέγιστη απώλεια όταν το χαρακτηριστικό κινείται σε συγκεκριμένα όρια

Υπάρχουν περιπτώσεις όπου το χαρακτηριστικό που μας ενδιαφέρει κινείται σε συγκεκριμένα όρια. Σε τέτοιες περιπτώσεις, στόχος του ερευνητή είναι ο υπολογισμός της μέγιστης δυνατής απώλειας. Σε αυτό το σημείο, ορίζουμε α και β κάποια σημεία εντός των ορίων προδιαγραφών.

Στην πρώτη περίπτωση, υπάρχουν ρυθμίσεις που επιτρέπουν ισότιμη απόκλιση από την τιμή στόχο t για όποια από τις δύο κατευθύνσεις επιλεγθεί. Επομένως, θα υπάρξει μέγιστη απώλεια είτε επιλεγεί το σημείο α είτε το σημείο β . Συνεπώς, η μέγιστη απώλεια είναι $L(\alpha) = L(\beta)$, όπως φαίνεται στο ακόλουθο διάγραμμα.

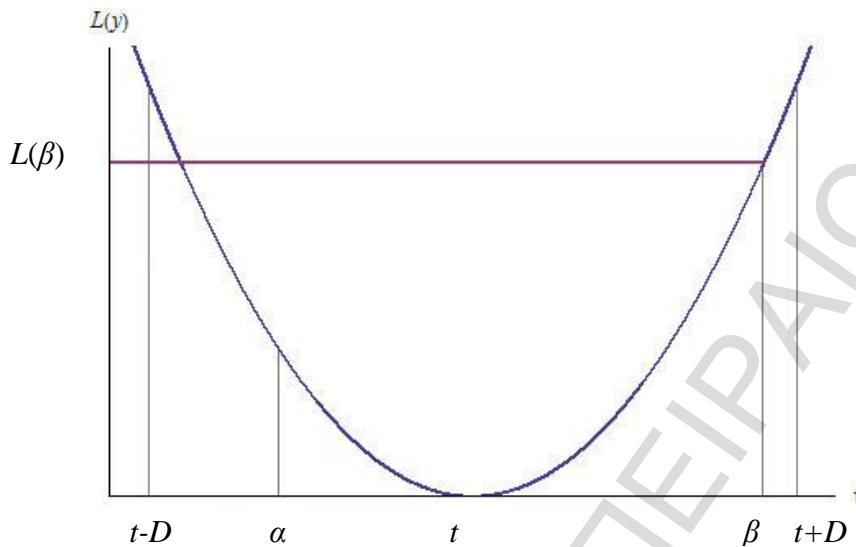


Διάγραμμα 2.6.1: Συνάρτηση απώλειας του Taguchi για ίσης απόκλισης όρια προδιαγραφών

Για παράδειγμα, αν ένας άξονας μετάδοσης κίνησης έχει τιμή στόχο διάμετρο $.010''$, θα μπορούσε να οριστεί ως κάτω όριο το $.008''$ και ως άνω όριο το $.012''$. Σε αυτήν την περίπτωση, παρατηρείται ότι μέγιστη απώλεια προξενείται για όποια από τα δύο όρια προδιαγραφών επιλεγθεί.

Στη δεύτερη περίπτωση η απόκλιση επιτρέπεται και στις δύο κατευθύνσεις από την τιμή στόχο αλλά επιτρέπεται μεγαλύτερη απόκλιση σε μία κατεύθυνση. Συγκεκριμένα, ας

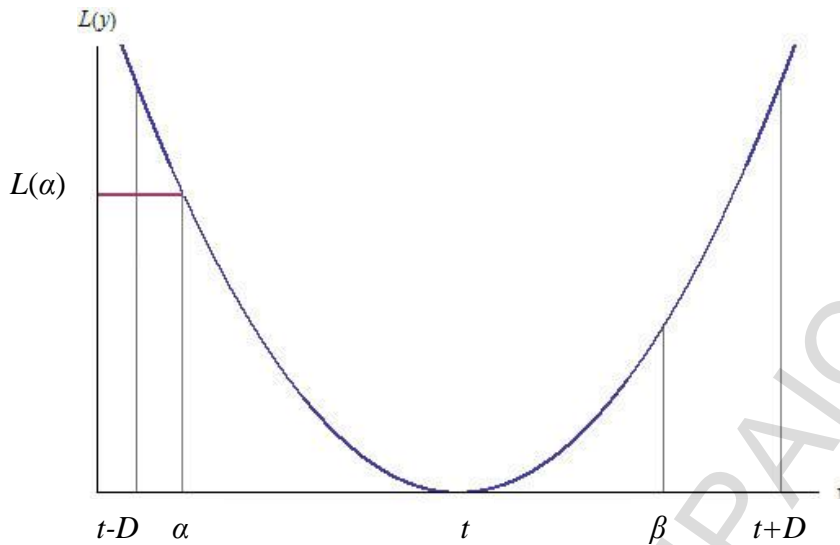
υποθέσουμε ότι παρατηρείται μεγαλύτερη απόκλιση από την τιμή στόχο αν επιλεγθεί το σημείο β . Τότε, η μέγιστη απώλεια είναι $L(\beta)$.



Διάγραμμα 2.6.2: Συνάρτηση απώλειας του Taguchi με μέγιστη απώλεια την επιλογή του άνω ορίου προδιαγραφών

Χρησιμοποιείται, πάλι, το παράδειγμα με τη διάμετρο του άξονα μετάδοσης κίνησης με τιμή στόχο $.010''$, με άνω όριο το $.014''$ και κάτω όριο το $.008''$. Συγκεκριμένα, αν ο άξονας μετάδοσης κίνησης έχει διάμετρο άνω των $.014''$ τότε δεν θα χωράει στο χώρο που έχει προβλεφθεί.

Αντίθετα, στην τρίτη περίπτωση υπάρχουν ρυθμίσεις που επιτρέπουν μεγαλύτερη απόκλιση, και κατ' επέκταση μέγιστη απώλεια, από την τιμή στόχο αν επιλεγεί το σημείο α . Επομένως, η μέγιστη απώλεια είναι $L(\alpha)$.



Διάγραμμα 2.6.3: Συνάρτηση απώλειας του Taguchi με μέγιστη απώλεια την επιλογή του κάτω ορίου προδιαγραφών

Εφαρμόζεται το παραπάνω παράδειγμα με τιμή στόχο $.010''$, με κάτω όριο το $.006''$ και άνω όριο το $.012''$. Ο άξονας μετάδοσης κίνησης κάτω των $.006''$ δε μπορεί να μεταφέρει τη δύναμη από το σημείο της κίνησης στο σημείο της αξιοποίησης του παραγόμενου έργου. Σε πολλές περιπτώσεις, ενδέχεται να σπάσει.

2.8 Εναλλακτικές συναρτήσεις απώλειας

Η συνάρτηση απώλειας του Taguchi έχει δεχθεί πολλές κριτικές καθώς παρουσιάζει δύο βασικά μειονεκτήματα: είναι μη φραγμένη και συμμετρική συνάρτηση, κάτι το οποίο δε μας δίνει μεγάλη ευελιξία στις εφαρμογές. Έτσι λοιπόν, προτάθηκαν εναλλακτικές συναρτήσεις απώλειας που βασίζονται στη φιλοσοφία του Taguchi, και οι οποίες βελτιώνουν τα παραπάνω μειονεκτήματα. Συγκεκριμένα, η συνάρτηση απώλειας χωρίζεται σε δύο κατηγορίες. Πρώτη κατηγορία είναι οι πολυωνυμικές συναρτήσεις απώλειας και είναι αυτές που χρησιμοποιούν δυνάμεις του y για να λύσουν το πρόβλημα της συμμετρίας και δεύτερη κατηγορία είναι αυτές που χρησιμοποιούν εκθετικούς όρους.

2.8.1 Πολυωνυμικές συναρτήσεις απώλειας

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν ανωτέρω, οι πολυωνυμικές συναρτήσεις απώλειας είναι οι εξής:

- **Απόλυτη συνάρτηση απώλειας**

Η πιο απλή συνάρτηση απώλειας που προτείνεται είναι η απόλυτη συνάρτηση απώλειας (*absolute loss function*), η οποία δίνεται από τον τύπο

$$L_{ABS}(y) = \frac{M}{D}|y-t|$$

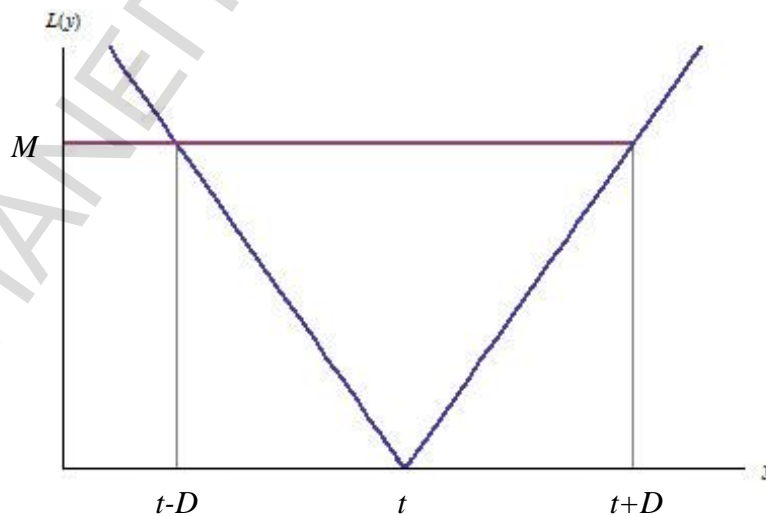
και συγκεκριμένα

$$L_{ABS}(y) = \begin{cases} \frac{M}{D}(t-y), & y \leq t \\ \frac{M}{D}(y-t), & y > t. \end{cases}$$

Όταν το προϊόν λειτουργεί ακριβώς στα όρια προδιαγραφών τότε η απώλεια του παραγωγού είναι ίση με M , όπως διαπιστώνεται παρακάτω.

$$L_{ABS}(t \pm D) = \frac{M}{D}|(t \pm D) - t| = \frac{M}{D}|-D| = \frac{M}{D}D = M.$$

Τέλος, στο ακόλουθο διάγραμμα αναπαρίσταται γραφικά η απόλυτη συνάρτηση απώλειας.



Διάγραμμα 2.7: Απόλυτη συνάρτηση απώλειας

- **Η τροποποιημένη συνάρτηση απώλειας του Taguchi**

Ο Ryan (1989) πρότεινε μία συνάρτηση απώλειας, την τροποποιημένη συνάρτηση απώλειας (*revised Taguchi loss function*), η οποία βασίζεται στη συνάρτηση απώλειας του Taguchi. Επειδή η συνάρτηση απώλειας του Taguchi είναι μη φραγμένη, ο Ryan έθεσε μία μέγιστη απώλεια για το $L(y)$ και πρότεινε μία συνάρτηση που η απώλεια από ένα συγκεκριμένο σημείο και μετά είναι σταθερή. Με λίγα λόγια, η συνάρτηση αυτή είναι φραγμένη. Η τροποποιημένη συνάρτηση απώλειας δίνεται από τον τύπο

$$L_{RT}(y) = \begin{cases} B(y-t)^2 & \text{αν } |y-t| \leq \sqrt{\frac{K}{B}} \\ K & \text{αν } |y-t| > \sqrt{\frac{K}{B}} \end{cases}$$

όπου K είναι η μέγιστη τιμή της απώλειας και B ο συντελεστής απώλειας εντός των ορίων προδιαγραφών $t \pm \sqrt{\frac{K}{B}}$.

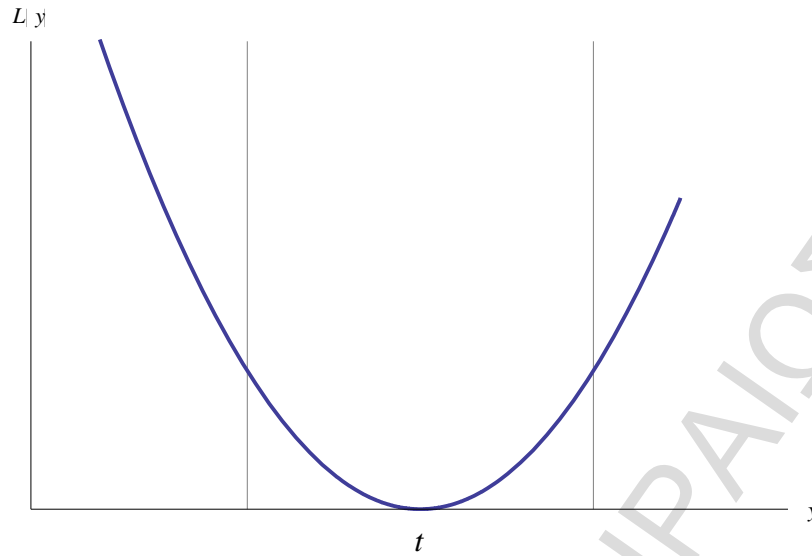
- **Ασύμμετρη συνάρτηση απώλειας**

Πολλές φορές όταν μια τιμή υπερβαίνει το στόχο μπορεί να είναι πιο επιβλαβής από μια τιμή που βρίσκεται κάτω από το στόχο. Για παράδειγμα, υπερδοσολογία ενός φαρμάκου θα μπορούσε να είναι πιο επιβλαβής από την υποδοσολογία ενός φαρμάκου. Σε τέτοιες περιπτώσεις, θα θέλαμε να μετριάται η απώλεια από την υπερδοσολογία στην υποδοσολογία με μεγαλύτερο βάρος. Γι' αυτό το λόγο, ο Baker (1990) πρότεινε μία συνάρτηση απώλειας της μορφής

$$L_{ASLF}(y) = \begin{cases} k_1(y-t)^2, & y \leq t \\ k_2(y-t)^2, & y > t \end{cases}$$

όπου τα k_1, k_2 είναι σταθερές και ισχύει ότι $k_2 > k_1$.

Η γραφική απεικόνιση της ασύμμετρης συνάρτησης απώλειας φαίνεται στο ακόλουθο διάγραμμα.



Διάγραμμα 2.8: Ασύμμετρη συνάρτηση απώλειας

Αν γνωρίζουμε ότι για κάποιο $y_1 \leq t$ ισχύει $L(y_1) = a_1$ και ότι για κάποιο $y_2 > t$ ισχύει $L(y_2) = a_2$ τότε τα k_1 και k_2 μπορούν να υπολογιστούν από τις σχέσεις

$$k_1 = \frac{a_1}{(y_1 - t)^2}, \quad y_1 \leq t$$

και αντίστοιχα

$$k_2 = \frac{a_2}{(y_2 - t)^2}, \quad y_2 > t.$$

Για παράδειγμα, αν είχαμε $t=6$, $L(8) = 9$ και $L(4) = 3$, τότε το k_2 μπορεί να εκτιμηθεί ως εξής

$$k_2 = \frac{L(8)}{(8-6)^2} = \frac{\$9}{4} = \$5.$$

Ομοίως για το k_1

$$k_1 = \frac{L(4)}{(4-6)^2} = \frac{\$3}{4} = \$0.75.$$

Επομένως, η συνάρτηση απώλειας είναι ίση με

$$L_{ASLF}(y) = \begin{cases} 0.75(y-6)^2, & y \leq 6 \\ 5(y-6)^2, & y > 6. \end{cases}$$

Υποθέτοντας ότι το y είναι μία τυχαία μεταβλητή, με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ , τότε η μέση απώλεια υπολογίζεται από τον τύπο

$$E[L_{ASLF}(Y)] = \int_{-\infty}^{\infty} L_{ASLF}(y) \times f(y) dy$$

Αντικαθιστώντας τον τύπο της ασύμμετρης συνάρτησης απώλειας έχουμε

$$E[L_{ASLF}(Y)] = \int_{-\infty}^t k_1(y-t)^2 \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dy + \int_t^{\infty} k_2(y-t)^2 \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dy$$

από όπου προκύπτει ότι

$$E[L_{ASLF}(Y)] = k_1[\sigma^2 + \{\mu-t\}^2] + (k_2 - k_1) \left\{ \sigma(\mu-t) \phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right) + [(\mu-t)^2 + \sigma^2] \left[1 - \Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right) \right] \right\}.$$

Τέλος, θα αναφερθούμε στις συναρτήσεις που χρησιμοποιούν εκθετικούς όρους, οι οποίες είναι:

- Η αντεστραμμένη κανονική συνάρτηση απώλειας
- Η ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας
- Η τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας
- Η ασύμμετρη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας

2.8.2 Αντεστραμμένη Κανονική Συνάρτηση Απώλειας

Οι συναρτήσεις απώλειας που συχνά χρησιμοποιούνται είναι τετραγωνικές επειδή, συνήθως, οδηγούν σε χρήσιμες θεωρίες. Ωστόσο έχει προταθεί ότι θα ήταν πιο ρεαλιστικό να

χρησιμοποιούνται συναρτήσεις απώλειας που μοιάζουν με αντιστραμμένες κανονικές πυκνότητες, δηλαδή είναι της μορφής

$$1 - \exp\left[-a(\hat{\theta} - \theta)^2\right]$$

όπου θ είναι μία πραγματική τιμή και $\hat{\theta}$ η εκτίμησή της.

Γι' αυτό το λόγο οι Drain and Gough (1996) πρότειναν τη χρήση της αντεστραμμένης κανονικής συνάρτησης απώλειας (*upside-down normal loss function*). Η αντεστραμμένη κανονική συνάρτηση απώλειας είναι μια σταθμισμένη συνάρτηση απώλειας που διαμορφώνει με ακρίβεια τις απώλειες σε ένα προϊόν. Η συνάρτηση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο σχεδιασμό και στη βελτιστοποίηση της διεργασίας για να ποσοτικοποιεί επακριβώς τις ζημιές που σχετίζονται με τη διεργασία κατά τέτοιο τρόπο που να ελαχιστοποιεί τις αναμενόμενες απώλειες της upside-down κανονικής. Επιπλέον, η συνάρτηση έχει μια παράμετρο κλίμακας λ (*scale parameter*), η οποία μπορεί να ρυθμιστεί ώστε να αντιπροσωπεύει το πραγματικό ποσοστό των προϊόντων που αποτυγχάνουν να λειτουργήσουν μέσα στα όρια προδιαγραφών.

Ένα από τα χαρακτηριστικά της συνάρτησης αυτής είναι ότι περιορίζει την απώλεια μεταξύ μηδέν και ένα. Ακόμα, αντικατοπτρίζει το γεγονός ότι όλα τα χαρακτηριστικά ποιότητας που βρίσκονται πάρα πολύ μακριά από το στόχο είναι «μη επιθυμητά». Τέλος, έχει πολύ χρήσιμες μαθηματικές ιδιότητες καθώς η συνάρτηση απώλειας είναι απείρως διαφορίσιμη, είναι κλιμακωτή για να περιγράψει πραγματικές απώλειες, κατανέμεται κανονικά και, επίσης, επεκτείνεται στην πολυμεταβλητή περίπτωση με ευκολία. Η συνάρτηση απώλειας δίνεται από τον τύπο

$$L_{UDN}(y) = 1 - e^{-\frac{(y-t)^2}{2\lambda^2}}$$

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι η απώλεια είναι μηδέν στη τιμή στόχο και πλησιάζει ασυμπτωτικά τη μονάδα. Έτσι, αποφεύγει ένα μεγάλο μειονέκτημα της τετραγωνικής συνάρτησης απώλειας: οι εξωπραγματικές τιμές βρίσκονται μακριά από το στόχο.

Επίσης, μεγαλύτερο λ δίνει μία λιγότερη ευαίσθητη συνάρτηση απώλειας. Ο καλύτερος τρόπος εκτίμησης του λ είναι η μη γραμμική παλινδρόμηση βασιζόμενοι σε ιστορικά

δεδομένα. Αν, ωστόσο, τα δεδομένα δεν είναι διαθέσιμα τότε ισχύει: $\lambda = 0,425 (USL - LSL)$, όπου USL και LSL το ανώτατο και το κατώτατο όριο αντίστοιχα.

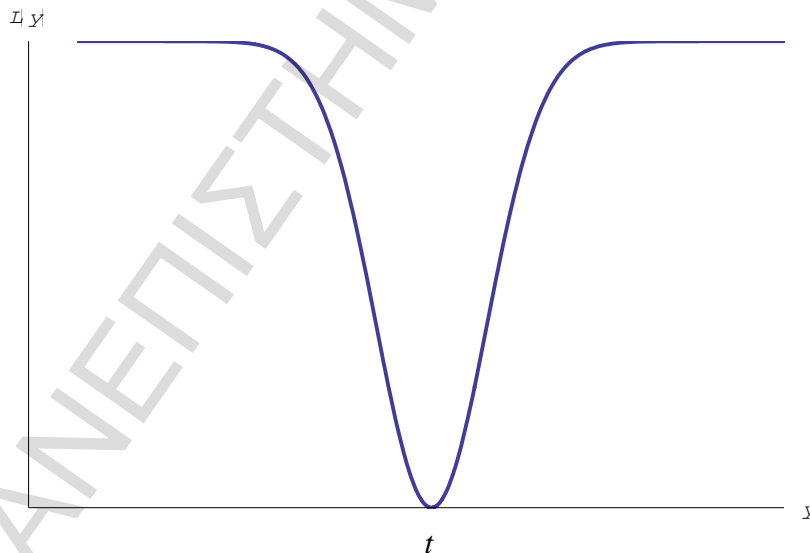
Αν το υπό μελέτη χαρακτηριστικό ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ , τότε η μέση απώλεια υπολογίζεται από τον τύπο

$$E[L_{UDN}(Y)] = 1 - \int \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{(y-t)^2}{\lambda^2} + \frac{(y-\mu)^2}{\lambda^2}\right)\right\} dy$$

από όπου προκύπτει ότι

$$E[L_{UDN}(Y)] = 1 - \frac{\lambda}{\sqrt{\sigma^2 + \lambda^2}} e^{-\frac{(\mu-t)^2}{2(\sigma^2 + \lambda^2)}}$$

Ο παραπάνω τύπος μπορεί να προβλέψει την απώλεια που οφείλεται στην διακύμανση και στην αύξηση αυτής, καθώς και να εκτιμήσει τη ζημιά που προκλήθηκε από την απόκλιση από το στόχο.



Διάγραμμα 2.9: Upside-down normal loss function με $\lambda = 0,78$

Παράδειγμα 2.2. Σύμφωνα με τους Drain and Gough (1996), ένας μικροελεγκτής (*microcontroller*) είχε χαμηλή απόδοση σε υψηλές θερμοκρασίες κατά την αρχική κατασκευή

του. Ο έλεγχος που έγινε στο ελαττωματικό κομμάτι έδειξε την ύπαρξη ενός βραχυκυκλώματος σε ένα από τα δευτερεύοντα κυκλώματα του μικροελεγκτή, το οποίο θα δημιουργούσε προβλήματα κατά τη λειτουργία αν ο μικροελεγκτής αυτός χρησιμοποιούνταν για την κατασκευή ηλεκτρονικής τριόδου (*transistor*). Το μήκος της θύρας κατασκευής αντικειμένων από πολυσιλικόνη θεωρείται ότι είχε τη μεγαλύτερη επίδραση στη ταχύτητα του transistor. Αυτό αποδείχθηκε με ένα πείραμα κατασκευής CD από πολυσιλικόνη, το οποίο κυμαινόταν από $1,10 \mu\text{m}$ έως $1,95 \mu\text{m}$, ενώ ο στόχος ήταν $1,65 \mu\text{m}$.

Επειδή τα ιστορικά δεδομένα δεν είναι διαθέσιμα, το λ υπολογίζεται ως $\lambda = 0,425 (1,95 - 1,10) = 0,36$. Η συνάρτηση απώλειας είναι

$$L_{UDN}(y) = 1 - e^{-\frac{(y-1.65)^2}{2 \times (0.36)^2}}$$

Στην περίπτωση που το Y ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ , η μέση απώλεια είναι

$$E[L_{UDN}(Y)] = 1 - \frac{0,36}{\sqrt{\sigma^2 + 0,36^2}} e^{-\frac{(\mu-1.65)^2}{2(\sigma^2 + 0,36^2)}}$$

Τέλος, ενδιαφέρον προκαλεί το γεγονός ότι ο τύπος της αντεστραμμένης κανονικής συνάρτησης απώλειας αποτελεί ειδική περίπτωση της συνάρτησης απώλειας του Spiring (βλ. ενότητα 2.8.3), για την οποία ισχύει ότι

$$L_{RN}(y) = K \times L_{UDN}(y).$$

2.8.3 Η συνάρτηση απώλειας του Spiring

Η τετραγωνική συνάρτηση απώλειας δέχθηκε κριτικές διότι η συνάρτηση συνεχίζει να αυξάνεται καθώς η απόκλιση από το στόχο μεγαλώνει, αντί να φθάνει σε κάποιο ανώτατο όριο. Για το λόγο αυτό, ο Spiring (1993) ανέπτυξε την ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας (*reflected normal loss function*), η οποία διέφερε από την παραδοσιακή τετραγωνική συνάρτηση απώλειας, παρέχοντας μία πιο λογική εκτίμηση για τις οικονομικές ζημιές. Η εξίσωση και το σχήμα αυτού δίνονται παρακάτω.

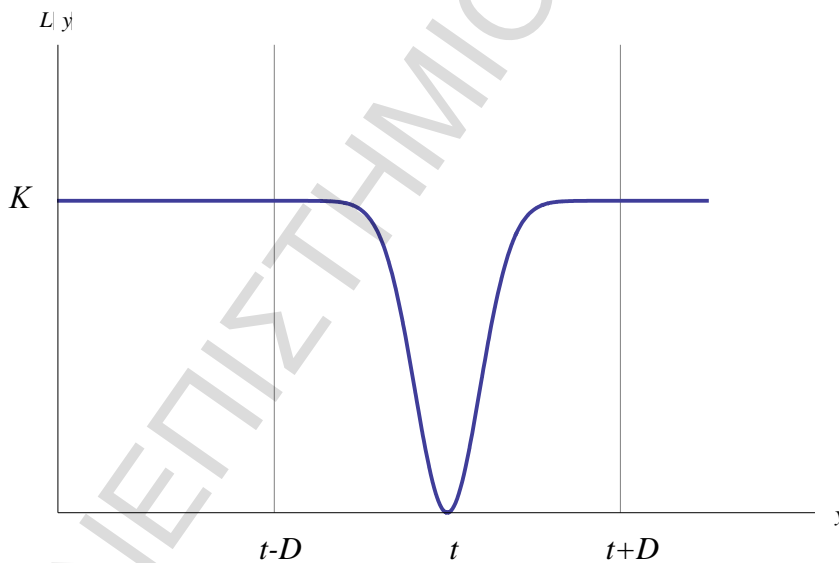
$$L_{RN}(y) = K \left\{ 1 - \exp \left(- \frac{(y-t)^2}{2\gamma^2} \right) \right\}$$

$$= K \left\{ 1 - \exp \left(- \frac{8(y-t)^2}{D^2} \right) \right\},$$

όπου K είναι παράμετρος που εκφράζει τη μέγιστη απώλεια, t η τιμή στόχος, και γ είναι μία παράμετρος σχήματος (*shape parameter*). Επιπροσθέτως, το γ ορίζεται ως $D/4$, όπου το D είναι η απόσταση από την τιμή στόχο στην οποία η τιμή της συνάρτησης απώλειας γίνεται $0,9997K \approx K$.

Πράγματι είναι φανερό από τον τελευταίο τύπο ότι

$$L_{RN}(t \pm D) = K \left\{ 1 - \exp \left(- \frac{8(t \pm D - t)^2}{D^2} \right) \right\} = K(1 - e^{-8}) = 0,9997K.$$



Διάγραμμα 2.10: Η ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας

Παρατηρείται ότι ο όρος

$$\exp \left(- \frac{(y-t)^2}{2\gamma^2} \right)$$

μοιάζει με κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση γ , δηλαδή $N(\mu, \gamma^2)$.

Για παράδειγμα, αν η μέγιστη παράμετρος απώλειας K είναι ίση με \$2, $D=12$, $y=47$ και η τιμή στόχος $t=36$, τότε η συνάρτηση απώλειας του Spiring είναι

$$L_{RN}(y) = 2 \left\{ 1 - \exp \left(- \frac{8(47-36)^2}{12^2} \right) \right\} = 1.99.$$

Η συνάρτηση απώλειας του Spiring είναι ασυμπτωτική στη μέγιστη απώλεια και θα επιτύχει αυτή την τιμή μόνο στο $\pm\infty$ αφού ισχύει

$$\lim_{y \rightarrow \pm\infty} L_{RN}(y) = K.$$

Ωστόσο, όπως είδαμε προηγουμένως η συνάρτηση $L_{RN}(y)$ φτάνει πρακτικά στην τιμή K (ακριβέστερα στην τιμή $0,9997K$) όταν το y απομακρυνθεί κατά D από την τιμή στόχο t .

Η αναμενόμενη απώλεια δίνεται από τον τύπο

$$E[L_{RN}(Y)] = K - K \int \exp \left(- \frac{(y-t)^2}{2\gamma^2} \right) f(y) dy,$$

όπου $f(y)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για το υπό μελέτη χαρακτηριστικό. Αν το χαρακτηριστικό ποιότητας ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ , η αναμενόμενη απώλεια γίνεται

$$\begin{aligned} E[L_{RN}(Y)] &= K - K \int \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ - \frac{1}{2} \left(\frac{(y-t)^2}{\gamma^2} + \frac{(y-\mu)^2}{\sigma^2} \right) \right\} dy \\ &= K \left\{ 1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma^2}} \exp \left(- \frac{(\mu-t)^2}{2(\sigma^2 + \gamma^2)} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Είναι φανερό ότι η αναμενόμενη απώλεια γίνεται ελάχιστη όταν $\mu = t$.

Στη συνέχεια, προτάθηκε (Sun, Laramee and Ramberg, 1996) η τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας (*modified reflected normal loss function*).

Στόχος είναι αφενός μεν η εκμετάλλευση της ευελιξίας που παρέχει η ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας αφετέρου η δημιουργία μιας συνάρτησης η οποία να βρίσκεται πιο κοντά στις μεθόδους Taguchi για την τετραγωνική συνάρτηση απώλειας. Ο τύπος που μας δίνει τη συνάρτηση αυτή είναι

$$L_{MRN}(y) = \frac{M}{1 - \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{D}{\gamma}\right)^2\right\}} \left[1 - \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-t}{\gamma}\right)^2\right\}\right]$$

όπου D και γ είναι δύο παράμετροι.

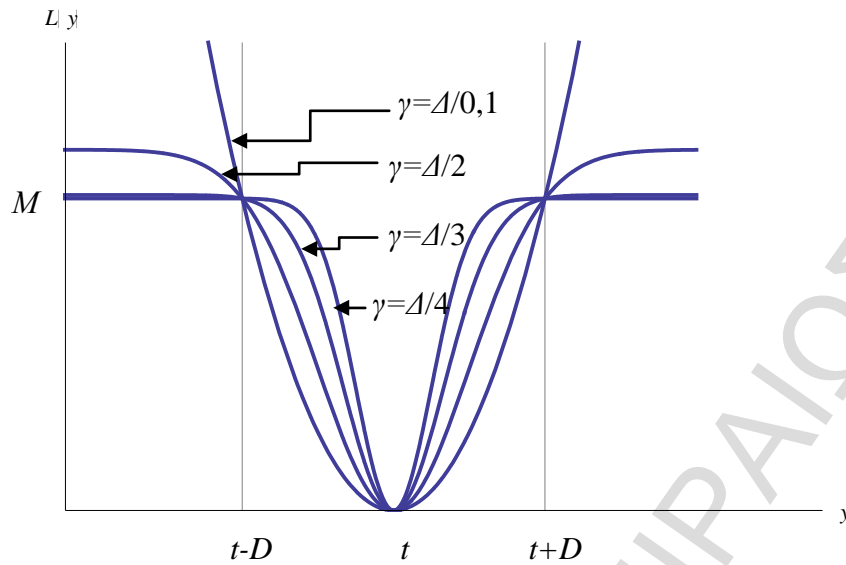
Η τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας αυξάνεται πιο γρήγορα από την τετραγωνική συνάρτηση απώλειας μέσα στα όρια προδιαγραφών $t \pm D$, αλλά λιγότερο εκτός των προδιαγραφών $t \pm D$.

Η μέση απώλεια της τροποποιημένης ανακλώμενης κανονικής συνάρτησης απώλειας δίνεται από τον τύπο

$$E[L_{MRN}(Y)] = \frac{M}{1 - \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{D}{\gamma}\right)^2\right]} \left\{ 1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma^2}} \exp\left(-\frac{(\mu-t)^2}{2(\sigma^2 + \gamma^2)}\right) \right\}$$

και λαμβάνει την ελάχιστη τιμή όταν $\mu=t$.

Το Διάγραμμα 2.11 παρουσιάζει την ευελιξία της τροποποιημένης ανακλώμενης κανονικής συνάρτησης απώλειας και την επιρροή της παραμέτρου γ , με το γ να κυμαίνεται από $1/0,1$ έως $1/4$. Όσο αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου γ , η τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας προσεγγίζει ασυμπτωτικά τη συνάρτηση απώλειας του Taguchi. Να σημειώσουμε ότι η τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας αυξάνεται πιο γρήγορα από την συνάρτηση απώλειας του Taguchi μέσα στα όρια $t \pm D$, αλλά με μικρότερη ταχύτητα έξω από τα όρια $t \pm D$.



Διάγραμμα 2.11: Η τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας

Η τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας μας δίνει την τετραγωνική συνάρτηση απώλειας όταν $\gamma \rightarrow \infty$, δηλαδή

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} L_{MRN}(y) = \frac{M}{D^2} (y - t)^2.$$

Ο Spiring (1993), (βλ. επίσης Spiring and Yeung, (1998)) πρότεινε την ασύμμετρη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας (*asymmetric inverted normal loss function*), η οποία δίνεται από τον τύπο

$$L_{ASINLF}(y) = \begin{cases} K_1 \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{(y-t)^2}{2\gamma_1^2}\right] \right\}, & y < t \\ K_2 \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{(y-t)^2}{2\gamma_2^2}\right] \right\}, & y \geq t. \end{cases}$$

Για τον υπολογισμό της μέσης απώλειας χρησιμοποιείται ο τύπος

$$E[L_{ASINLF}(Y)] = \int_{-\infty}^{\infty} L_{ASINLF}(y) dF(y).$$

Αντικαθιστώντας στον παραπάνω τύπο παίρνουμε ότι

$$E[L_{ASINLF}(Y)] = \int_{-\infty}^t K_1 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(y-t)^2}{2\gamma_1^2} \right] \right\} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] dy + \int_t^{\infty} K_2 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(y-t)^2}{2\gamma_2^2} \right] \right\} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] dy$$

από όπου προκύπτει ότι

$$E[L_{ASINLF}(Y)] = K_1 \left\{ \Phi \left(\frac{t-\mu}{\sigma} \right) - \frac{\gamma_1}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma_1^2}} \times \exp \left[-\frac{(\mu-t)^2}{2(\sigma^2 + \gamma_1^2)} \right] \times \Phi \left(\frac{\gamma_1(t-\mu)}{\sigma\sqrt{\sigma^2 + \gamma_1^2}} \right) \right\} + K_2 \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{t-\mu}{\sigma} \right) - \frac{\gamma_2}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma_2^2}} \times \exp \left[-\frac{(\mu-t)^2}{2(\sigma^2 + \gamma_2^2)} \right] \times \left[1 - \Phi \left(\frac{\gamma_2(t-\mu)}{\sigma\sqrt{\sigma^2 + \gamma_2^2}} \right) \right] \right\}.$$

Οι Pan and Wang (2000) πρότειναν την αναθεωρημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας (*revised inverted normal loss function*) με το εξής σκεπτικό. Καθώς δεν υφίσταται απώλεια της ποιότητας όταν το χαρακτηριστικό ποιότητας βρίσκεται κοντά στην τιμή στόχο, θα ήταν πιο λογικό για έναν πελάτη ή κατασκευαστή να προσδιορίσει ένα αποδεκτό εύρος (L, U) στο οποίο δε θα υπάρχει απώλεια ποιότητας. Επομένως, η συνάρτηση απώλειας του Spiring μπορεί να τροποποιηθεί ως εξής

$$L_{RINLF}(y) = \begin{cases} K_1 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(y-L)^2}{2\gamma_1^2} \right] \right\}, & y < L \\ 0, & L \leq y \leq U \\ K_2 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(y-U)^2}{2\gamma_2^2} \right] \right\}, & y \geq U \end{cases}$$

όπου (L, U) είναι το αποδεκτό εύρος του χαρακτηριστικού ποιότητας.

Για τον υπολογισμό της μέσης απώλειας χρησιμοποιείται ο τύπος

$$E[L_{RINLF}(Y)] = \int_{-\infty}^{\infty} L_{RINLF}(y) dF(y).$$

Αντικαθιστώντας στον παραπάνω τύπο παίρνουμε ότι

$$E[L_{RINLF}(Y)] = \int_{-\infty}^L K_1 \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{(y-L)^2}{2\gamma_1^2}\right] \right\} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dy +$$

$$\int_U^{\infty} K_2 \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{(y-U)^2}{2\gamma_2^2}\right] \right\} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dy$$

από όπου προκύπτει ότι

$$E[L_{RINLF}(Y)] = K_1 \left\{ \Phi\left(\frac{L-\mu}{\sigma}\right) - \frac{\gamma_1}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma_1^2}} \times \exp\left[-\frac{(\mu-L)^2}{2(\sigma^2 + \gamma_1^2)}\right] \times \Phi\left(\frac{\gamma_1(L-\mu)}{\sigma\sqrt{\sigma^2 + \gamma_1^2}}\right) \right\} +$$

$$K_2 \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{U-\mu}{\sigma}\right) - \frac{\gamma_2}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma_2^2}} \times \exp\left[-\frac{(\mu-U)^2}{2(\sigma^2 + \gamma_2^2)}\right] \times \left[1 - \Phi\left(\frac{\gamma_2(U-\mu)}{\sigma\sqrt{\sigma^2 + \gamma_2^2}}\right) \right] \right\}.$$

Οι Pan και Li (2001) υιοθέτησαν πολλές έννοιες από τους Pan και Wang (2000) για να παράγουν διάφορες συναρτήσεις απώλειας όταν υπάρχει μόνο ένα όριο προδιαγραφών (*one-sided specifications*). Για παράδειγμα, όταν το χαρακτηριστικό ποιότητας είναι της μορφής *smaller-the-better*, τότε η συνάρτηση απώλειας μπορεί να οριστεί ως εξής

$$L_{SBR}(y) = \begin{cases} 0, & L \leq y \leq U \\ K \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{(y-U)^2}{2\gamma^2}\right] \right\}, & y > U. \end{cases}$$

Η μέση απώλεια είναι

$$E[L_{SBR}(Y)] = \int_{-\infty}^{\infty} L_{SBR}(y) dF(y) = \int_U^{\infty} K \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{(y-U)^2}{2\gamma^2}\right] \right\} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dy$$

από όπου προκύπτει ότι

$$E[L_{SBR}(Y)] = K \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{U-\mu}{\sigma}\right) - \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma^2 + \gamma^2}} \times \exp\left[-\frac{(\mu-U)^2}{2(\sigma^2 + \gamma^2)}\right] \times \left[1 - \Phi\left(\frac{\gamma(U-\mu)}{\sigma\sqrt{\sigma^2 + \gamma^2}}\right) \right] \right\}.$$

Τέλος, η ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας μπορεί να επεκταθεί στην περίπτωση όπου δύο χαρακτηριστικά ποιότητας παρουσιάζουν ενδιαφέρον για την αξιολόγηση των απωλειών. Η γενική μορφή της διδιάστατης ανακλώμενης κανονικής συνάρτησης απώλειας (*bivariate reflected normal loss function*) είναι

$$L_{BRN}(y) = K \left[1 - \exp \left\{ -(\mathbf{y} - \mathbf{t})' \mathbf{\Gamma}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{t}) \right\} \right]$$

όπου

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

δηλώνει το διάνυσμα των χαρακτηριστικών ποιότητας, K τη μέγιστη απώλεια,

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

το διάνυσμα που σχετίζεται με τις τιμές στόχους και $\mathbf{\Gamma}$ μία μήτρα της μορφής

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{12} & \gamma_{22} \end{pmatrix}$$

όπου $\gamma_{11} = D_1/4$, D_1 είναι η Ευκλείδεια απόσταση από το \mathbf{T} μέχρι το σημείο όπου η μέγιστη απώλεια (ακριβέστερα $0,9997K$) εμφανίζεται κατά μήκος του κύριου άξονα, $\gamma_{22} = D_2/4$, D_2 είναι η Ευκλείδεια απόσταση από το \mathbf{T} μέχρι το σημείο όπου η μέγιστη απώλεια εμφανίζεται κατά μήκος του δευτερεύοντα άξονα, $\gamma_{12} = \beta D_2^2/16$, όπου β είναι η κλίση του κύριου άξονα.

2.9 Δείκτες Επίδοσης Διεργασιών

Οι δείκτες επίδοσης διεργασιών χρησιμοποιούνται από τις επιχειρήσεις για τη βελτίωση της παραγωγικής διαδικασίας και την επίτευξη υψηλής ποιότητας των προϊόντων της. Οι δείκτες αυτοί χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση της ικανότητας μιας παραγωγικής διεργασίας να κατασκευάσει προϊόντα τα οποία ικανοποιούν κάποιες προδιαγραφές. Στην παράγραφο αυτή γίνεται μια σύντομη παρουσίαση των δεικτών αυτών, οι κυριότεροι των οποίων είναι: οι δείκτες C_p , C_{pk} και C_{pm} .

Ο πιο απλός δείκτης για την ικανότητα μια διεργασίας είναι ο δείκτης C_p . Ο δείκτης αυτός εκφράζει τη σχέση του εύρους των ορίων προδιαγραφών ενός προϊόντος ($USL-LSL$) με το φυσικό εύρος των τιμών της διεργασίας $((\mu-3\sigma)-(\mu+3\sigma)=6\sigma)$. Ο δείκτης C_{pk} , ο δεύτερος δημοφιλέστερος δείκτης επίδοσης διεργασίας, αναφέρεται στην ικανότητα της διεργασίας προς τη μεριά εκείνου του ορίου προδιαγραφών που παράγει περισσότερα ελαττωματικά προϊόντα. Σύμφωνα με το δείκτη C_{pm} για να είναι μια διαδικασία ικανή θα πρέπει η μέση τιμή της κατανομής να βρίσκεται όσο το δυνατό κοντά στη τιμή στόχο ώστε να παράγονται προϊόντα υψηλής ποιότητας. Τέλος, θα πρέπει να αναφερθεί ότι θα επικεντρωθούμε μόνο σε δεδομένα που αφορούν χαρακτηριστικά που ακολουθούν κανονική κατανομή. Η σχέση για το δείκτη C_p είναι η ακόλουθη

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{\Delta}{3\sigma}$$

όπου

$$\Delta = \frac{USL - LSL}{2}$$

Για το δείκτη C_{pk} ισχύει η σχέση

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right\} = \frac{\Delta - |\mu - c|}{3\sigma}$$

όπου

$$c = \frac{USL + LSL}{2}$$

Για το δείκτη C_{pm} έχουμε

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sigma_T} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - t)^2}} = \frac{\Delta}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - t)^2}}$$

όπου μ η μέση τιμή, σ η τυπική απόκλιση και σ_T η τετραγωνική ρίζα της μέση τετραγωνικής απόκλισης από την προκαθορισμένη τιμή στόχο της διαδικασίας.

Οι τιμές των μ , σ και σ_T είναι συνήθως άγνωστες και επομένως θα πρέπει να τις εκτιμήσουμε. Έστω ότι οι τιμές του χαρακτηριστικού ποιότητας κατανέμονται κανονικά με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ . Θα εκτιμήσουμε τη διασπορά σ^2 μέσω της αμερόληπτης δειγματικής διασποράς

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

όπου

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}.$$

Στη συνέχεια, εκτιμούμε την τυπική απόκλιση σ μέσω της δειγματικής τυπικής απόκλισης και το δείκτη C_p μέσω της εκτιμήτριας

$$\hat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}} = \frac{\Delta}{3\hat{\sigma}}.$$

Για την εκτίμηση του δείκτη C_{pk} αρκεί να αντικαταστήσουμε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση με το δειγματικό μέσο και τη δειγματική τυπική απόκλιση αντίστοιχα. Επομένως, η εκτιμήτρια του δείκτη C_{pk} είναι

$$\hat{C}_{pk} = \min \left\{ \frac{USL - \bar{X}}{3\hat{\sigma}}, \frac{\bar{X} - LSL}{3\hat{\sigma}} \right\}.$$

Η εκτιμήτρια για το δείκτη C_{pm} δίνεται από τη σχέση

$$\hat{C}_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}_T} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\hat{\sigma}^2 + (\bar{X} - t)^2}} = \frac{\Delta}{3\sqrt{\hat{\sigma}^2 + (\bar{X} - t)^2}}.$$

2.10 Σχέση μεταξύ Συναρτήσεων Απώλειας και Δεικτών Επίδοσης Διεργασιών για συμμετρικές προδιαγραφές

Υποθέτουμε ότι το χαρακτηριστικό ποιότητας Y με συμμετρική ανοχή ($t=c$) κατανέμεται κανονικά με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ . Οι δείκτες ικανότητας διεργασιών C_p και C_{pk} δίνονται από τους τύπους

$$C_p = \frac{D}{3\sigma}$$

και

$$C_{pk} = \frac{D - |\mu - c|}{3\sigma} = C_p - \frac{|\mu - c|}{3\sigma}$$

από όπου καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι

$$|\mu - c| = 3\sigma(C_p - C_{pk}).$$

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν ανωτέρω, η σχέση μεταξύ των τριών αναμενόμενων απωλειών και των δεικτών ικανότητας διεργασιών προκύπτει ως εξής:

- **Η αναμενόμενη ασύμμετρη απώλεια του Taguchi**

Ας υποθέσουμε ότι οι απώλειες στην ποιότητα υπερβαίνουν τα ανώτατα ή κατώτατα όρια, τα οποία δεν είναι ίσα, και k_1 και k_2 αντιπροσωπεύουν τους συντελεστές των δύο διαφορετικών απωλειών, δηλαδή

$$k_1 = \frac{K_1}{D^2} = \frac{K_1}{(3\sigma C_p)^2}$$

και

$$k_2 = \frac{K_2}{D^2} = \frac{K_2}{(3\sigma C_p)^2}$$

όπου το K_1 δηλώνει τη μέγιστη απώλεια, συμπεριλαμβανομένης τόσο το κόστος του παραγωγού όσο και του καταναλωτή, αν το χαρακτηριστικό ποιότητας αποκλίνει από το στόχο και υπερβαίνει το κατώτατο όριο και το K_2 δηλώνει τη μέγιστη απώλεια, συμπεριλαμβανομένης τόσο το κόστος του παραγωγού όσο και του καταναλωτή, αν το χαρακτηριστικό ποιότητας αποκλίνει από το στόχο και υπερβαίνει το ανώτατο όριο.

Όταν ισχύει ότι $\mu < t$ και $t - \mu = 3\sigma(C_p - C_{pk})$, τότε η αναμενόμενη ασύμμετρη απώλεια του Taguchi μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$E[L_{ASLF}(Y)] = \frac{\max\{K_1, K_2\}}{\Delta^2} [\sigma^2 + (\mu - t)^2] = \frac{\max\{K_1, K_2\}}{9\sigma^2 C_p^2} [\sigma^2 + 9\sigma^2 (C_p - C_{pk})^2]$$

από όπου προκύπτει ότι

$$E[L_{ASLF}(Y)] = \frac{\max\{K_1, K_2\}}{9C_p^2} [1 + 9(C_p - C_{pk})^2].$$

Όταν $\mu = t$, τότε $C_p = C_{pk}$. Χρησιμοποιώντας το δείκτη ικανότητας διεργασιών C_p , η μέση απώλεια της ασύμμετρης συνάρτησης του Taguchi γράφεται

$$E[L_{ASLF}(Y)] = \frac{\max\{K_1, K_2\}}{9C_p^2}.$$

Τέλος, όταν $\mu > t$, τότε $t - \mu = -3\sigma(C_p - C_{pk})$. Χρησιμοποιώντας τους δείκτες ικανότητας διεργασιών C_p και C_{pk} η μέση απώλεια της ασύμμετρης συνάρτησης του Taguchi γράφεται

$$E[L_{ASLF}(Y)] = \frac{\max\{K_1, K_2\}}{9C_p^2} [1 + 9(C_p - C_{pk})^2].$$

- **Η αναμενόμενη ασύμμετρη απώλεια του Spiring**

Αν ισχύει ότι $\mu < t$ και $t - \mu = 3\sigma(C_p - C_{pk})$, χρησιμοποιώντας του συμβολισμούς που προτείνει ο Spiring (1993), δηλαδή

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{\Delta}{4} = \frac{3\sigma}{4} C_p$$

για την επίτευξη της μέγιστης απώλειας στο όριο προδιαγραφών, τότε η αναμενόμενη απώλεια για την ασύμμετρη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$E[L_{ASINLF}(Y)] = K_1 \left\{ \Phi[3(C_p - C_{pk})] - \frac{3C_p}{\sqrt{16+9C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{72(C_p - C_{pk})^2}{16+9C_p^2}\right] \times \Phi\left[\frac{9C_p(C_p - C_{pk})}{\sqrt{16+9C_p^2}}\right] \right\} +$$

$$K_2 \left\{ 1 - \Phi[3(C_p - C_{pk})] - \frac{3C_p}{\sqrt{16+9C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{72(C_p - C_{pk})^2}{16+9C_p^2}\right] \times \left[1 - \Phi\left(\frac{9C_p(C_p - C_{pk})}{\sqrt{16+9C_p^2}}\right) \right] \right\}.$$

Όταν $\mu = t$ και χρησιμοποιήσουμε τις παραμέτρους που προτείνει ο Spiring (1993), τότε η αναμενόμενη απώλεια για την ασύμμετρη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας μπορεί να γραφτεί ως εξής

$$E[L_{ASINLF}(Y)] = \frac{K_1 + K_2}{2} \left[1 - \frac{3C_p}{\sqrt{16+9C_p^2}} \right].$$

Όταν $\mu > t$ και χρησιμοποιήσουμε και πάλι τις παραμέτρους που προτείνει ο Spiring (1993), τότε η αναμενόμενη απώλεια για την ασύμμετρη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας είναι η ακόλουθη

$$E[L_{ASINLF}(Y)] = K_1 \left\{ \Phi[-3(C_p - C_{pk})] - \frac{3C_p}{\sqrt{16+9C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{72(C_p - C_{pk})^2}{16+9C_p^2}\right] \times \Phi\left[-\frac{9C_p(C_p - C_{pk})}{\sqrt{16+9C_p^2}}\right] \right\} +$$

$$K_2 \left\{ 1 - \Phi[-3(C_p - C_{pk})] - \frac{3C_p}{\sqrt{16+9C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{72(C_p - C_{pk})^2}{16+9C_p^2}\right] \times \left[1 - \Phi\left(-\frac{9C_p(C_p - C_{pk})}{\sqrt{16+9C_p^2}}\right) \right] \right\}.$$

- **Η αναμενόμενη τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας**

Αν ισχύει ότι $\mu < t$ και $t - \mu = 3\sigma(C_p - C_{pk})$, θα χρησιμοποιήσουμε και πάλι τους συμβολισμούς που προτείνει ο Spiring (1993), δηλαδή

$$\gamma_1 = \frac{L - LSL}{4} = \frac{3\sigma}{4}(1 - m)C_p$$

και

$$\gamma_2 = \frac{USL - U}{4} = \frac{3\sigma}{4}(1-n)C_p$$

όπου L και U το κάτω και το άνω όριο αντίστοιχα για το αποδεκτό εύρος του χαρακτηριστικού ποιότητας. Για το m ισχύει

$$m = \frac{t - L}{\Delta}$$

και για το n

$$n = \frac{U - t}{\Delta}$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η αναμενόμενη απώλεια για την τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας είναι η εξής

$$E[L_{RINLF}(Y)] = K_1 \times \Phi[3((1-m)C_p - C_{pk})] + K_2 \times \Phi[3(C_{pk} - (1+n)C_p)] - K_1 \times \frac{3(1-m)C_p}{\sqrt{16+9(1-m)^2 C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{72(1-m)C_p - C_{pk})^2}{16+9(1-m)^2 C_p^2}\right] \times \Phi\left[\frac{9(1-m)C_p((1-m)C_p - C_{pk})}{\sqrt{16+9(1-m)^2 C_p^2}}\right] - K_2 \times \frac{3(1-n)C_p}{\sqrt{16+9(1-n)^2 C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{72(1+n)C_p - C_{pk})^2}{16+9(1-n)^2 C_p^2}\right] \times \Phi\left[\frac{9(1-n)C_p(C_{pk} - (1+n)C_p)}{\sqrt{16+9(1-n)^2 C_p^2}}\right].$$

Αν ισχύει ότι $\mu = t$ και θέσουμε

$$L = t - 3m\sigma C_p$$

και

$$U = t + 3n\sigma C_p$$

τότε, σύμφωνα με τους παραμέτρους του Spiring (1993), η αναμενόμενη απώλεια για την τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας είναι η εξής

$$E[L_{RINLF}(Y)] = K_1 \times \Phi(-3mC_p) - K_1 \frac{3(1-m)C_p}{\sqrt{16+9(1-m)^2 C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{72m^2 C_p^2}{16+9(1-m)^2 C_p^2}\right] \times \Phi\left[-\frac{9m(1-m)C_p^2}{\sqrt{16+9(1-m)^2 C_p^2}}\right] + K_2 \times \left\{ \Phi(-3nC_p) - \frac{3(1-n)C_p}{\sqrt{16+9(1-n)^2 C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{72n^2 C_p^2}{16+9(1-n)^2 C_p^2}\right] \times \Phi\left[-\frac{9n(1-n)C_p^2}{\sqrt{16+9(1-n)^2 C_p^2}}\right] \right\}.$$

Όταν $\mu > t$, η αναμενόμενη απώλεια για την τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας είναι η ακόλουθη

$$E[L_{RINLF}(Y)] = K_1 \times \Phi[3(C_{pk} - (1+m)C_p)] + K_2 \times \Phi[3((1-n)C_p - C_{pk})] - K_1 \times \frac{3(1-m)C_p}{\sqrt{16+9(1-m)^2 C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{72(C_{pk} - (1+m)C_p)^2}{16+9(1-m)^2 C_p^2}\right] \times \Phi\left[\frac{9(1-m)C_p(C_{pk} - (1+m)C_p)}{\sqrt{16+9(1-m)^2 C_p^2}}\right] - K_2 \times \frac{3(1-n)C_p}{\sqrt{16+9(1-n)^2 C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{72(C_{pk} - (1-n)C_p)^2}{16+9(1-n)^2 C_p^2}\right] \times \Phi\left[\frac{9(1-n)C_p((1-n)C_p - C_{pk})}{\sqrt{16+9(1-n)^2 C_p^2}}\right].$$

2.11 Σχέση μεταξύ Συναρτήσεων Απώλειας και Δεικτών Επίδοσης Διεργασιών για ασύμμετρες προδιαγραφές

Υποθέτουμε ότι το χαρακτηριστικό ποιότητας Y με ασύμμετρη ανοχή ($t \neq c$) κατανέμεται κανονικά και ισχύει ότι $t-c = d\Delta$, $|d| \leq 1$

όπου

$$d = \frac{t-c}{\Delta}.$$

Οι δείκτες ικανότητας διεργασιών C_p και C_{pm} δίνονται από τους τύπους

$$C_p = \frac{\Delta}{3\sigma}$$

και

$$C_{pm} = \frac{\Delta}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - t)^2}} = \frac{\sigma \times C_p}{\sqrt{\sigma^2 + (\mu - t)^2}}.$$

Ακόμα, ισχύει ότι

$$|\mu - t| = \frac{\sigma}{C_{pm}} \sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}.$$

Αν θέσουμε $d=0$, τότε

$$C_{pk} = C_p - \frac{\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}}{3C_{pm}}.$$

Η σχέση μεταξύ των τριών αναμενόμενων απωλειών και των δεικτών ικανότητας διεργασιών προκύπτει ως εξής:

- **Η αναμενόμενη ασύμμετρη απώλεια του Taguchi**

Όταν ισχύει ότι $\mu < t$, τότε

$$t - \mu = \frac{\sigma}{C_{pm}} \sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}.$$

Συνεπώς, η αναμενόμενη ασύμμετρη απώλεια του Taguchi μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$E[L_{ASLF}(Y)] = \frac{\max\{K_1, K_2\}}{\Delta^2} [\sigma^2 + (\mu - t)^2] = \frac{\max\{K_1, K_2\}}{9\sigma^2 C_p^2} \left[\sigma^2 + \frac{\sigma^2}{C_{pm}^2} (C_p^2 - C_{pm}^2) \right] = \frac{\max\{K_1, K_2\}}{9C_{pm}^2}.$$

Όταν ισχύει ότι $\mu > t$, τότε

$$t - \mu = -\frac{\sigma}{C_{pm}} \sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}.$$

Η αναμενόμενη ασύμμετρη απώλεια του Taguchi είναι η εξής

$$E[L_{ASLF}(Y)] = \frac{\max\{K_1, K_2\}}{9C_{pm}^2}.$$

• Η αναμενόμενη ασύμμετρη απώλεια του Spiring

Αν ισχύει ότι $\mu < t$, τότε

$$t - \mu = \frac{\sigma}{C_{pm}} \sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}.$$

Θα χρησιμοποιήσουμε και πάλι τους συμβολισμούς που προτείνει ο Spiring (1993), δηλαδή

$$\gamma_1 = \frac{t - LSL}{4} = \frac{3\sigma}{4}(1+d)C_p$$

και

$$\gamma_2 = \frac{USL - t}{4} = \frac{3\sigma}{4}(1-d)C_p$$

για την επίτευξη της μέγιστης απώλειας στο όριο προδιαγραφών, τότε η αναμενόμενη απώλεια για την ασύμμετρη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$E[L_{ASINLF}(Y)] = K_1 \times \Phi\left(\frac{\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}}{C_{pm}}\right) + K_2 \times \Phi\left(-\frac{\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}}{C_{pm}}\right) -$$

$$K_1 \left\{ \frac{3(1+d)C_p}{\sqrt{16+9(1+d)^2 C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{8(C_p^2 - C_{pm}^2)}{[16+9(1+d)^2 C_p^2]C_{pm}^2}\right] \times \Phi\left[\frac{3(1+d)C_p \sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}}{C_{pm} \sqrt{16+9(1+d)^2 C_p^2}}\right] \right\} -$$

$$K_2 \left\{ \frac{3(1-d)C_p}{\sqrt{16+9(1-d)^2 C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{8(C_p^2 - C_{pm}^2)}{[16+9(1-d)^2 C_p^2]C_{pm}^2}\right] \times \Phi\left[-\frac{3(1-d)C_p \sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}}{C_{pm} \sqrt{16+9(1-d)^2 C_p^2}}\right] \right\}.$$

Αν ισχύει ότι $\mu > t$ και χρησιμοποιήσουμε τους συμβολισμούς που προτείνει ο Spiring (1993), τότε η αναμενόμενη απώλεια για την ασύμμετρη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$E[L_{ASINLF}(Y)] = K_1 \times \Phi\left(-\frac{\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}}{C_{pm}}\right) + K_2 \times \Phi\left(\frac{\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}}{C_{pm}}\right) -$$

$$K_1 \left\{ \frac{3(1+d)C_p}{\sqrt{16+9(1+d)^2 C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{8(C_p^2 - C_{pm}^2)}{[16+9(1+d)^2 C_p^2] C_{pm}^2}\right] \times \Phi\left[-\frac{3(1+d)C_p \sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}}{C_{pm} \sqrt{16+9(1+d)^2 C_p^2}}\right] \right\} -$$

$$K_2 \left\{ \frac{3(1-d)C_p}{\sqrt{16+9(1-d)^2 C_p^2}} \times \exp\left[-\frac{8(C_p^2 - C_{pm}^2)}{[16+9(1-d)^2 C_p^2] C_{pm}^2}\right] \times \Phi\left[\frac{3(1-d)C_p \sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}}{C_{pm} \sqrt{16+9(1+d)^2 C_p^2}}\right] \right\}.$$

- Η αναμενόμενη τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας

Αν ισχύει ότι $\mu < t$, τότε έχουμε

$$t - \mu = \frac{\sigma}{C_{pm}} \sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2}$$

καθώς και

$$L = t - 3m\sigma C_p$$

$$U = t - 3n\sigma C_p.$$

Για την επίτευξη της μέγιστης απώλειας στο όριο προδιαγραφών θέτουμε

$$\gamma_1 = \frac{L - LSL}{4} = \frac{3\sigma}{4} (1 - m + d) C_p$$

και

$$\gamma_2 = \frac{USL - U}{4} = \frac{3\sigma}{4} (1 - n - d) C_p.$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η αναμενόμενη απώλεια για την τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας είναι η εξής

$$\begin{aligned}
 E[L_{RINLF}(Y)] &= K_1 \times \Phi \left(\frac{\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2} - 3mC_p C_{pm}}{C_{pm}} \right) + K_2 \times \Phi \left(-\frac{\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2} + 3nC_p C_{pm}}{C_{pm}} \right) - \\
 &K_1 \times \frac{3(1-m+d)C_p}{\sqrt{16+9(1-m+d)^2 C_p^2}} \times \exp \left[-\frac{8(\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2} - 3mC_p C_{pm})^2}{[16+9(1-m+d)^2 C_p^2] C_{pm}^2} \right] \times \\
 &\Phi \left(\frac{3(1-m+d)C_p (\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2} - 3mC_p C_{pm})}{C_{pm} \sqrt{16+9(1-m+d)^2 C_p^2}} \right) - K_2 \times \frac{3(1-n-d)C_p}{\sqrt{16+9(1-n-d)^2 C_p^2}} \times \\
 &\exp \left[-\frac{8(\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2} + 3nC_p C_{pm})^2}{[16+9(1-n-d)^2 C_p^2] C_{pm}^2} \right] \times \Phi \left[-\frac{3(1-n-d)C_p (\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2} + 3nC_p C_{pm})}{C_{pm} \sqrt{16+9(1-n-d)^2 C_p^2}} \right].
 \end{aligned}$$

Αν ισχύει ότι $\mu > t$, τότε η αναμενόμενη απώλεια για την τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας είναι η ακόλουθη

$$\begin{aligned}
 E[L_{RINLF}(Y)] &= K_1 \times \Phi \left(-\frac{\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2} + 3mC_p C_{pm}}{C_{pm}} \right) + K_2 \times \Phi \left(\frac{\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2} - 3nC_p C_{pm}}{C_{pm}} \right) - \\
 &K_1 \times \frac{3(1-m+d)C_p}{\sqrt{16+9(1-m+d)^2 C_p^2}} \times \exp \left[-\frac{8(\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2} + 3mC_p C_{pm})^2}{[16+9(1-m+d)^2 C_p^2] C_{pm}^2} \right] \times \\
 &\Phi \left(-\frac{3(1-m+d)C_p (\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2} + 3mC_p C_{pm})}{C_{pm} \sqrt{16+9(1-m+d)^2 C_p^2}} \right) - K_2 \times \frac{3(1-n-d)C_p}{\sqrt{16+9(1-n-d)^2 C_p^2}} \times \\
 &\exp \left[-\frac{8(\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2} - 3nC_p C_{pm})^2}{[16+9(1-n-d)^2 C_p^2] C_{pm}^2} \right] \times \Phi \left[\frac{3(1-n-d)C_p (\sqrt{C_p^2 - C_{pm}^2} - 3nC_p C_{pm})}{C_{pm} \sqrt{16+9(1-n-d)^2 C_p^2}} \right].
 \end{aligned}$$

Παράδειγμα 2.3. Χρησιμοποιώντας το παράδειγμα του Pan (2007), θα συγκρίνουμε τις τρεις συναρτήσεις βασισμένοι στη σχέση μεταξύ των δεικτών διεργασιών και τις αναμενόμενες απώλειες των τριών συναρτήσεων απώλειας όταν $\mu=t$. Για παράδειγμα όταν $C_p=0,1$ $m=0,5$ και $n=0,5$ τότε τα ελαττωματικά εξαρτήματα (*defective parts*) ανά εκατομμύριο μονάδες που θα κατασκευαστούν είναι 764177,2 *ppm* (*part per million*). Αν, λοιπόν, το $C_p=0,1$, $m=0,5$ και $n=0,5$ τότε η αναμενόμενη ασύμμετρη συνάρτηση απώλειας του Taguchi είναι ίση με $\$ \max(K_1, K_2) * (9 * 0,1^2)^{-1} = \$ \max(K_1, K_2) * 11,111$, η αναμενόμενη ασύμμετρη συνάρτηση

απώλειας του Spiring είναι $\$(K_1+K_2)*0,5*(1-3*0,1/\sqrt{(16+9*0,1^2)}) = \$(K_1+K_2)*0,463$ και η αναμενόμενη τροποποιημένη ανακλώμενη κανονική συνάρτηση απώλειας είναι $\$(K_1+K_2)*0,422$. Στον ακόλουθο πίνακα δίνονται τα υπόλοιπα αποτελέσματα.

Πίνακας 2.5: Σύγκριση των τριών συναρτήσεων απώλειας με διαφορετικά C_p όταν $\mu=t$

C_p	Ελαττωματικά εξαρτήματα (ppm)	Αναμενόμενη Απώλεια		
		ASLF	ASINLF	RINLF
0,1	764177,1556	11,111*max(K ₁ ,K ₂)	0,463*(K ₁ +K ₂)	0,422*(K ₁ +K ₂)
0,2	548506,2355	2,778* max (K ₁ ,K ₂)	0,426*(K ₁ +K ₂)	0,347*(K ₁ +K ₂)
0,3	368120,2507	1,235* max (K ₁ ,K ₂)	0,390*(K ₁ +K ₂)	0,278*(K ₁ +K ₂)
0,33	322174,1190	1,020* max (K ₁ ,K ₂)	0,380*(K ₁ +K ₂)	0,259*(K ₁ +K ₂)
0,4	230139,3404	0,694* max (K ₁ ,K ₂)	0,356*(K ₁ +K ₂)	0,216*(K ₁ +K ₂)
0,5	133614,4025	0,444* max (K ₁ ,K ₂)	0,324*(K ₁ +K ₂)	0,164*(K ₁ +K ₂)
0,6	71860,6382	0,309* max (K ₁ ,K ₂)	0,295*(K ₁ +K ₂)	0,121*(K ₁ +K ₂)
0,67	44431,1889	0,248* max (K ₁ ,K ₂)	0,276*(K ₁ +K ₂)	0,096*(K ₁ +K ₂)
0,7	35728,8411	0,227* max (K ₁ ,K ₂)	0,268*(K ₁ +K ₂)	0,087*(K ₁ +K ₂)
0,8	16395,0718	0,174* max (K ₁ ,K ₂)	0,243*(K ₁ +K ₂)	0,061*(K ₁ +K ₂)
0,9	6933,9476	0,137* max (K ₁ ,K ₂)	0,220*(K ₁ +K ₂)	0,042*(K ₁ +K ₂)
1,0	2699,7961	0,111* max (K ₁ ,K ₂)	0,200*(K ₁ +K ₂)	0,028*(K ₁ +K ₂)
1,1	966,8483	0,092* max (K ₁ ,K ₂)	0,182*(K ₁ +K ₂)	0,018*(K ₁ +K ₂)
1,2	318,2172	0,077* max (K ₁ ,K ₂)	0,166*(K ₁ +K ₂)	0,011*(K ₁ +K ₂)
1,3	96,1927	0,066* max (K ₁ ,K ₂)	0,151*(K ₁ +K ₂)	0,007*(K ₁ +K ₂)
1,33	66,0733	0,063* max (K ₁ ,K ₂)	0,147*(K ₁ +K ₂)	0,006*(K ₁ +K ₂)
1,4	26,6915	0,057* max (K ₁ ,K ₂)	0,138*(K ₁ +K ₂)	0,004*(K ₁ +K ₂)
1,5	6,7953	0,049* max (K ₁ ,K ₂)	0,126*(K ₁ +K ₂)	0,003*(K ₁ +K ₂)
1,6	1,5867	0,043* max (K ₁ ,K ₂)	0,116*(K ₁ +K ₂)	0,001*(K ₁ +K ₂)
1,67	0,5443	0,040* max (K ₁ ,K ₂)	0,109*(K ₁ +K ₂)	0,001*(K ₁ +K ₂)
1,7	0,3397	0,038* max (K ₁ ,K ₂)	0,107*(K ₁ +K ₂)	0,001*(K ₁ +K ₂)
1,8	0,0666	0,034* max (K ₁ ,K ₂)	0,098*(K ₁ +K ₂)	0,000*(K ₁ +K ₂)
1,9	0,0120	0,031* max (K ₁ ,K ₂)	0,091*(K ₁ +K ₂)	0,000*(K ₁ +K ₂)
2,0	0,0020	0,028* max (K ₁ ,K ₂)	0,084*(K ₁ +K ₂)	0,000*(K ₁ +K ₂)

Παρατηρείται ότι η αναμενόμενη απώλεια της τροποποιημένης ανακλώμενης κανονικής συνάρτησης απώλειας παρουσιάζει τις λιγότερες απώλειες και είναι η πιο λογική συνάρτηση για να αντικατοπτρίζει τις πραγματικές απώλειες μεταξύ των τριών συναρτήσεων απώλειας.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Μέτρα Επίδοσης

3.1 Εισαγωγή

Στις διάφορες βιομηχανίες, υπήρχε πάντα μεγάλο ενδιαφέρον σχετικά με τις μεθόδους που μπορούν να βοηθήσουν στον εντοπισμό και στην εξάλειψη των πηγών διακύμανσης, οι οποίες είναι οι αιτίες της κακής ποιότητας. Σήμερα, οι προσπάθειες επικεντρώθηκαν στην εξάλειψη των αιτιών αυτών των πηγών διακύμανσης, μέσω της ελαχιστοποίησης της μεταβλητότητας που προκαλούν.

Οι τεχνικές που συνιστά ο Taguchi για τον εκτός σειράς στατιστικό έλεγχο διεργασίας βασίζονται στον παραδοσιακό στατιστικό σχεδιασμό που προέρχεται από τη Δύση και είχε αναπτυχθεί από τους Fisher, Stewart, Plackett & Burman και άλλους (Taguchi, 1987). Ωστόσο, ο Taguchi εστιάζει την προσοχή του στην ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας που προκαλείται από την επίδραση των μη ελεγχόμενων παραγόντων στη μεταβλητή απόκριση. Κατά τη διάρκεια του πειραματισμού πριν από την παραγωγή, οι επιδράσεις των παραγόντων θορύβου προσομοιώνονται και καθορίζεται ένας βέλτιστος συνδυασμός των εύκολα ελεγχόμενων παραγόντων ώστε να επιτυγχάνεται ευρωστία.

Τα αποτελέσματα των πειραματικών δοκιμών χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό ορισμένων «Μέτρων Επίδοσης» (*performance measures*), τα οποία έχουν ως στόχο να ποσοτικοποιήσουν την ποιότητα. Ο Taguchi πρότεινε κάποια μέτρα επίδοσης θορύβου (*signal-to-noise ratios*), τα οποία παρέχουν πληροφορίες για το μέσο και τη διασπορά.

Ωστόσο, η χρήση του μέτρου επίδοσης θορύβου έχει δεχθεί κριτική από έναν αριθμό επιστημόνων καθώς, όπως τονίζουν, το μέτρο επίδοσης θορύβου συγχέει το μέσο και τη διασπορά. Η επιλογή του μέτρου θορύβου του Taguchi βασίστηκε στην επιθυμία του να ελαχιστοποιήσει τη μέση απώλεια όταν χρησιμοποιούσε μια τετραγωνική συνάρτηση απώλειας. Ωστόσο, η σωστή επιλογή του μέτρου επίδοσης εξαρτάται όχι μόνο από τη συνάρτηση απώλειας που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί αλλά και από τη μορφή του μοντέλου απόκρισης.

Για να λυθεί το παραπάνω μειονέκτημα, προτάθηκε η χρήση μετασχηματισμού πάνω στο μέσο για να βρεθεί μία κλίμακα πάνω στην οποία η διασπορά θα είναι ανεξάρτητη από το μέσο. Ο πιο δημοφιλής μετασχηματισμός είναι αυτός που προτάθηκε από τους Box and Cox (1964), ο οποίος διασφαλίζει συγκεκριμένες στατιστικές προϋποθέσεις (κανονικότητα, σταθερότητα της διασποράς).

Στο κεφάλαιο αυτό, θα παρουσιαστούν τα Μέτρα Επίδοσης που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση των παραγοντικών επιδράσεων καθώς και ο τρόπος επιλογής τους έτσι ώστε να μην συγχέονται οι παράγοντες που επηρεάζουν τη μεταβλητότητα με τους παράγοντες που επηρεάζουν το μέσο. Επιπλέον, θα αναφερθούν τα Μέτρα Θορύβου που προτείνονται από τον Taguchi. Στη συνέχεια, θα παρουσιαστεί η τεχνική του μετασχηματισμού δεδομένων και, τέλος, θα προταθεί μια απλή μέθοδος εντοπισμού ενός κατάλληλου στατιστικού μέτρου, το οποίο αντανακλά τη μεταβλητότητα στην απόδοση μιας διεργασίας.

3.2 Ορισμοί του Taguchi

Ο Taguchi αποδίδει μεγάλη σημασία στην ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας (απόκλιση από την τιμή στόχο) σε ένα στάδιο πριν από την παραγωγή, η οποία προξενείται από την επιρροή των παραγόντων που προκαλούν αυτήν την μεταβλητότητα. Οι παράγοντες αυτοί ονομάζονται «Παράγοντες Θορύβου» ($ΠΘ$) και είναι αδύνατον ή δύσκολο να ελεγχθούν. Ωστόσο, η επιρροή τους μπορεί να ελαττωθεί με τη βοήθεια στατιστικών πειραματικών σχεδιασμών και στατιστικής ανάλυσης των αποτελεσμάτων. Η ανεξαρτητοποίηση, λοιπόν, από την επιρροή τους σε ένα στάδιο πριν από την παραγωγή είναι, σύμφωνα με τον Taguchi, το σημαντικότερο κατόρθωμα για την επίτευξη όχι μόνον υψηλής ποιότητας και παραγωγικότητας, αλλά και μείωσης του ποιοτικού κόστους.

Κατά τον Taguchi οι $ΠΘ$ είναι δύο ειδών:

- Οι εσωτερικοί $ΠΘ$: οι παράγοντες που σχετίζονται με συνθήκες που δεν μπορούν να ελεγχθούν στην παραγωγή όπως η επιδείνωση της λειτουργίας και οι μηχανολογικές ατέλειες. Μερικά παραδείγματα είναι οι αποκλίσεις της λειτουργίας των συστατικών του προϊόντος από το επιθυμητό επίπεδο λειτουργίας, τα ελαττωματικά μέσα παραγωγής, η επιδείνωση της κατάστασης του προϊόντος λόγω μακροχρόνιας και συχνής χρήσης κλπ.

- Οι εξωτερικοί *ΠΘ*: οι παράγοντες που σχετίζονται με συνθήκες που είναι δύσκολες να ελεγχθούν όπως οι συνθήκες παραγωγής και το περιβάλλον. Μερικά παραδείγματα αυτών είναι η θερμοκρασία και η υγρασία του περιβάλλοντος, η σκόνη, οι δονήσεις, η κακή χρήση του προϊόντος από τον κατασκευαστή ή τον καταναλωτή κλπ.

Οι Παράγοντες Ελέγχου (*ΠΕ*), σύμφωνα με τον Taguchi, είναι οι παράγοντες που μπορούν εύκολα να ρυθμιστούν από τον χρήστη ή τον κατασκευαστή και οι οποίοι επηρεάζουν είτε τη μεταβλητότητα, μέσω της ελαχιστοποίησης της επιρροής των παραγόντων θορύβου, είτε τη μέση απόδοση του προϊόντος.

Σύμφωνα με τον Taguchi, οι παράγοντες ελέγχου είναι τριών ειδών:

- Οι Παράγοντες Ελέγχου Θορύβου (*ΠΕΘ*): είναι οι *ΠΕ* που επιδρούν σημαντικά στην αλλαγή του βαθμού διασποράς της λειτουργίας του προϊόντος και των μέσων παραγωγής. Η αναγνώρισή τους επιτυγχάνεται μέσω της ανάλυσης ενός στατιστικού μέτρου που εκτιμά τη διασπορά των αποτελεσμάτων που λαμβάνονται για κάθε πειραματικό συνδυασμό των *ΠΕ*. Η στατιστική ανάλυση θα δείξει, επίσης, ποια επίπεδα τιμής των *ΠΕΘ* (από τις τιμές που εξετάστηκαν) είναι τα «καλύτερα», με την έννοια ότι θα αντιστοιχούν κατά μέσο όρο στο στατιστικό μέτρο της διασποράς με το μικρότερο βαθμό μεταβλητότητας, δηλαδή με τη μικρότερη τιμή σ .
- Οι Παράγοντες Ελέγχου του Στόχου (*ΠΕΣ*): είναι οι *ΠΕ* που δεν έχουν σημαντική επίδραση στη διασπορά, αλλά επιδρούν σημαντικά στην αλλαγή της μέσης λειτουργίας και συνεπώς μπορούν να συντελέσουν στην επίτευξη του στόχου. Η αναγνώρισή τους επιτυγχάνεται μέσω της ανάλυσης της μέσης τιμής των αποτελεσμάτων από κάθε πειραματικό συνδυασμό των *ΠΕ*. Η ανάλυση θα δείξει, επίσης, την «κατεύθυνση» προς την οποία πρέπει να κινηθούν οι *ΠΕΣ*, ώστε να επιτευχθεί ο στόχος.
- Οι παράγοντες Ελέγχου του Κόστους (*ΠΕΚ*): είναι οι *ΠΕ* που δεν έχουν σημαντική επίδραση ούτε στη διασπορά, ούτε στη μέση λειτουργία και συνεπώς μπορούν να τοποθετηθούν στο πιο συμφέρον οικονομικά επίπεδο τιμής τους.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο εντοπισμός των *ΠΕΚ* δεν είναι ο μόνος συντελεστής ελάττωσης του κόστους παραγωγής. Ο βασικότερος συντελεστής είναι ο εντοπισμός πριν από την παραγωγή των *ΠΕΘ* και *ΠΕΣ* και των κατάλληλων τιμών τους, που βοηθούν στην ελάττωση της διασποράς και στην επίτευξη του στόχου και κατ' επέκταση στην αύξηση της ποιότητας.

Ένας άλλος συντελεστής είναι το γεγονός ότι, στην πρώτη φάση πειραματισμού, εξετάζονται μόνο οι πιο οικονομικοί και εύκολοι στην αλλαγή τους παράγοντες ελέγχου. Αυτή τη φάση ο Taguchi την ονομάζει «Παραμετρικό Σχεδιασμό» (*Parameter Design*). Αν δεν επιτευχθεί η επιθυμητή βελτίωση σε αυτή τη φάση, τότε η έρευνα προχωρεί σε ένα στάδιο που εξετάζονται πολυδάπανοι και δύσκολοι στην αλλαγή τους *ΠΕ*. Αυτή η φάση ονομάζεται «Σχεδιασμός Ανοχών» (*Tolerance Design*).

Τέλος, θα πρέπει να αναφερθεί ότι τα αποτελέσματα των πειραματικών δοκιμών χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό συγκεκριμένων μέτρων επίδοσης και έχουν στόχο την ποσοτικοποίηση της ποιότητας ενός προϊόντος. Αυτά τα μέτρα, λοιπόν, είναι τα ακόλουθα.

- Το μέτρο της επίδοσης του θορύβου - *ΜΘ* (*Noise Performance Measure*) είναι ένα μέτρο μεταβλητότητας της διεργασίας και η ανάλυση του θα προσδιορίσει τους ελεγχόμενους παράγοντες οι οποίοι μπορούν να επηρεάσουν τη μεταβλητότητα αυτή (τους *ΠΕΘ*). Η ανάλυση αυτή θα προσδιορίσει επίσης και το βέλτιστο συνδυασμό αυτών των παραγόντων για να ελαχιστοποιηθεί η μεταβλητότητα στην απόδοση της διεργασίας ή του προϊόντος και, κατ' επέκταση, και η επιρροή των παραγόντων θορύβου.
- Το μέτρο της επίδοσης του στόχου - *ΜΣ* (*Target Performance Measure*) είναι ένα μέτρο της μέσης απόδοσης της διεργασίας και η ανάλυσή του θα αποκαλύψει εκείνους τους ελεγχόμενους παράγοντες οι οποίοι δεν είναι *ΠΕΘ* αλλά επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό τη μέση απόδοση (τους *ΠΕΣ*).

Είναι κατανοητό ότι, τα προς ανάλυση μέτρα επίδοσης θα πρέπει να ορίζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να υπάρχει η μικρότερη δυνατή επικάλυψη ανάμεσα στους *ΠΕΘ* και στους *ΠΕΣ*.

Όπως ήδη αναφέρθηκε προηγουμένως, ο αριθμητικός μέσος όλων των παρατηρήσεων σε κάθε πειραματική δοκιμή είναι ένα μέτρο το οποίο μπορεί να «εκτιμήσει» τη μέση απόδοση στη συγκεκριμένη συνθήκη παραγωγής που αντιστοιχεί στην πειραματική δοκιμή. Επομένως, ο αριθμητικός μέσος μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως *ΜΣ*. Το ζητούμενο, λοιπόν, είναι μια σωστή επιλογή του *ΜΘ*, δηλαδή ενός μέτρου που αντανακλά μόνο τη μεταβλητότητα στην απόδοση. Επομένως, ο στόχος είναι να βρεθεί το κατάλληλο *ΜΘ* αποφεύγοντας μια αλληλοεπικάλυψη μεταξύ των *ΠΕΘ* και *ΠΕΣ*.

Το εγχείρημα της αποφυγής μιας αλληλοεπικάλυψης ανάμεσα στους *ΠΕΘ* και *ΠΕΣ* μπορεί να γίνει πιο εύκολα, αν η ανάλυση των δεδομένων γίνει σε μια κλίμακα

μετασχηματισμένων δεδομένων, όπου το μοντέλο απόδοσης είναι το απλούστερο δυνατό, κυρίως γραμμικό, δηλαδή αν σε αυτό το μοντέλο δεν εμπλέκονται αλληλεπιδράσεις ή τετραγωνικές, κυβικές κτλ. συναρτήσεις παραγόντων. Σε μια τέτοια κλίμακα, μια απλή ανάλυση της διασποράς και του μέσου όρου των δεδομένων σε κάθε πειραματική δοκιμή θα ήταν αρκετή για τον προσδιορισμό αντίστοιχα των $ΠΕΘ$ και $ΠΕΣ$.

3.3 Τα προτεινόμενα από τον Taguchi Μέτρα Θορύβου

Στην παράγραφο αυτή, αναζητείται ένα μέτρο ελέγχου θορύβου, το οποίο να ελαχιστοποιεί τη μεταβλητότητα στην απόδοση της διεργασίας ή του προϊόντος. Ο Taguchi προτείνει διάφορα μέτρα επίδοσης θορύβου, τα οποία εξαρτώνται από το προσδοκώμενο αποτέλεσμα της παραγωγικής διεργασίας.

Για την περίπτωση που επιθυμούμε να επιτευχθεί ένας συγκεκριμένος στόχος, δηλαδή «η ονομαστική τιμή είναι η καλύτερη» (*nominal-the-best*), προτείνεται να χρησιμοποιηθεί ως $ΜΘ$ ο Λόγος Σήματος προς Θόρυβο ($ΛΣΘ$) που δίνεται από τον τύπο

$$ΛΣΘ = 10 \log_{10} \left(\frac{\bar{y}^2}{s^2} \right)$$

όπου \bar{y} και s^2 είναι αντίστοιχα ο μέσος και η διασπορά του δείγματος των n παρατηρήσεων κάθε πειραματικής δοκιμής, δηλαδή

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}.$$

Ένα παράδειγμα της περίπτωσης *nominal-the-best* είναι μία βίδα συγκεκριμένων διαστάσεων.

Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να τονίσουμε ότι, όπως θα δούμε στη συνέχεια, ο $ΛΣΘ$ είναι κατάλληλος μόνο όταν υπάρχει μια συναρτησιακή σχέση ανάμεσα στη διασπορά s^2 και στο μέσο όρο \bar{y} των αποτελεσμάτων της δοκιμής με τη μορφή $s_{\mu} \cong k\bar{y}$. Σε άλλες περιπτώσεις, ο $ΛΣΘ$ ενδέχεται να προκαλέσει μια μεροληψία του μέσου στην ανάλυση για τον προσδιορισμό των $ΠΕΘ$.

Το μέτρο που προτείνει ο Taguchi όταν ο στόχος για το υπό μελέτη χαρακτηριστικό είναι «η χαμηλότερη τιμή είναι η καλύτερη» (*smaller-the-better*) δίνεται στον ακόλουθο τύπο:

$$\eta = -10 \log_{10} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right\}.$$

Σε αυτήν την περίπτωση, η ποιότητα του προϊόντος είναι καλύτερη όταν το χαρακτηριστικό που καταγράφουμε παίρνει τη μικρότερη δυνατή τιμή όπως για παράδειγμα οι ατέλειες σε μια επιφάνεια, οι παρενέργειες της χρήσης ενός προϊόντος κτλ.

Χρησιμοποιώντας τον παραπάνω τύπο, υπάρχει πιθανότητα εμφάνισης μεροληψίας του αριθμητικού μέσου όπως διαπιστώνεται εύκολα από την ακόλουθη σχέση.

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 = (\bar{y})^2 + \frac{n-1}{n} s^2.$$

Από την παραπάνω σχέση παρατηρείται ότι το μέτρο « η » συγγέει τις επιδράσεις που προκύπτουν από αλλαγές στη μέση τιμή \bar{y} με τις επιδράσεις που προκύπτουν από αλλαγές στη διασπορά s^2 .

Αντιθέτως, σε περιπτώσεις όπου ο στόχος στην απόδοση είναι της μορφής «όσο μεγαλύτερη η τιμή τόσο καλύτερη» (*larger-the-better*), ο Taguchi συνιστά τη χρήση του μέτρου

$$\theta = -10 \log_{10} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^{-2} \right\}$$

για τις n παρατηρήσεις y κάθε δοκιμής.

Η ποιότητα του προϊόντος είναι καλύτερη όταν το χαρακτηριστικό που καταγράφουμε παίρνει τη μεγαλύτερη δυνατή τιμή, όπως για παράδειγμα η αντοχή ενός υλικού σε θραύση.

Και σε αυτήν την περίπτωση, ο αριθμητικός μέσος μπορεί να επηρεάσει το μέτρο απόδοσης θορύβου « θ » όπως φαίνεται από την εξής σχέση

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^{-2} = 3 \frac{s^2}{\bar{y}^4} + \frac{1}{\bar{y}^2}.$$

Σ' αυτό το σημείο, να σημειωθεί ότι το αρνητικό πρόσημο στο «η» και στο «θ» χρησιμοποιείται για να μεγιστοποιείται το Μέτρο Επίδοσης Θορύβου όταν το μέτρο διασποράς παίρνει μικρές τιμές (κάτι το οποίο είναι επιθυμητό).

Όταν το χαρακτηριστικό της απόδοσης μετριέται σε δυαδική κλίμακα (καλό ή κακό, επιτυχημένο ή αποτυχημένο) ο Taguchi προτείνει τη χρήση του μέτρου

$$z = 10 \log_{10} \left\{ \frac{p}{1-p} \right\}$$

όπου p είναι η αντίστοιχη πιθανότητα του «καλού», «επιτυχημένου» κλπ.

Παράδειγμα 3.1. Με στόχο την βελτίωση της αντίστασης ενός είδους χρώματος για εξωτερικές επιφάνειες στην όξινη βροχή, κατά την διάρκεια 8 πειραματικών δοκιμών μελετήθηκαν 8 συνδυασμοί τριών σημαντικών πρώτων υλών παραγωγής (Διαλυτικό, Σκόνες και Χημικά Βελτιωτικά) και μετρήθηκαν οι χρόνοι επιβίωσης (σε λεπτά) σε όξινο διάλυμα τεσσάρων δειγμάτων χρώματος ανά δοκιμή. Τα αποτελέσματα είχαν ως εξής:

Πίνακας 3.1: Δεδομένα παραδείγματος

1	43,88	58,37	54,86	48,38
2	33,83	36,92	22,19	23
3	62,81	68,96	30,95	47,27
4	35,93	33,23	24,8	36,17
5	59,42	50,75	32,81	40,61
6	41,84	30,53	20	21
7	52,04	43,07	36,35	39,83
8	28,25	15,32	37,43	30,11

Στο παράδειγμα αυτό, θα υπολογιστεί το κατάλληλο Μέτρο Επίδοσης από αυτά που προτείνει ο Taguchi.

Οι μέσοι και οι τυπικές αποκλίσεις των αποτελεσμάτων για κάθε δοκιμή δίδονται στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 3.2: Αριθμητικοί μέσοι και τυπικές αποκλίσεις

Δοκιμή	Μέσος (\bar{y})	Τυπική Απόκλιση (s)
1	51,3725	6,486403
2	28,985	7,492897
3	52,4975	17,01943
4	32,5325	5,324549
5	45,8975	11,6282
6	28,3425	10,17312
7	42,8225	6,729831
8	27,7775	9,201882

Το μέτρο που προτείνει ο Taguchi για τις περιπτώσεις που «όσο μεγαλύτερη η τιμή τόσο καλύτερη» είναι

$$\theta = -10 \log_{10} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^{-2} \right\}$$

και μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια της ισότητας

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^{-2} = 3 \frac{s^2}{\bar{y}^4} + \frac{1}{\bar{y}^2}.$$

Τα αποτελέσματα των υπολογισμών παρατίθενται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 3.3: Τιμές του θ

Δοκιμή	θ
1	34,0117
2	28,4499
3	33,2125
4	29,9107
5	32,4710
6	27,6296
7	32,3230
8	27,6379

Το μέτρο επίδοσης θορύβου που προτείνει ο Taguchi δεν είναι το καταλληλότερο για τον προσδιορισμό των παραγόντων ελέγχου θορύβου, αφού συγχέει τις επιδράσεις που προκύπτουν από αλλαγές στο μέσο \bar{y} των αποτελεσμάτων της δοκιμής με τις επιδράσεις οι οποίες προκύπτουν από αλλαγές στη διασπορά s^2 των αποτελεσμάτων της δοκιμής. Στις επόμενες παραγράφους θα εξεταστεί το κατάλληλο μέτρο για αυτές τις περιπτώσεις.

Το κατάλληλο μέτρο στόχου, σύμφωνα με τον Taguchi, είναι $M\bar{\Sigma} = \bar{y}$, τα αποτελέσματα του οποίου δίνονται στον Πίνακα 3.2.

3.4 Προσεγγίσεις για μη γραμμικές επιδράσεις

Σε πολλά βιομηχανικά πειράματα, οι μη γραμμικές επιδράσεις (αλληλεπιδράσεις, επιδράσεις δευτέρου, τρίτου κτλ. βαθμού) συνήθως δε μελετώνται λόγω της περιορισμένης δυνατότητας να διεξαχθεί ένας επαρκής αριθμός πειραματικών δοκιμών καθώς και λόγω αδυναμίας ερμηνείας μιας αλληλεπίδρασης υψηλής τάξης, εάν προέκυπτε ότι είναι στατιστικά σημαντική. Για την αξιολόγηση των μη γραμμικών επιδράσεων προτείνονται δύο προσεγγίσεις. Η μία αφορά το στάδιο πριν από τον πειραματισμό (η προσέγγιση του Taguchi) και η άλλη αφορά το στάδιο μετά τον πειραματισμό (η προσέγγιση του μετασχηματισμού δεδομένων).

- **Η προσέγγιση του Taguchi**

Ο Taguchi θεωρεί ότι μια λεπτομερής εξέταση των παραγόντων καθώς και των σχέσεων μεταξύ των παραγόντων, πριν από το στάδιο του πειραματισμού, μπορεί να συνεισφέρει στην επιλογή εκείνων των παραγοντικών στάθμεων που μπορούν να αυξήσουν την αποτελεσματικότητα μιας πειραματικής μελέτης.

Σύμφωνα με τον Λογοθέτη (2001), θα πρέπει κανείς να μπορεί να ξεχωρίζει αν, για παράδειγμα, το εύρος ενός συγκεκριμένου παράγοντα εξαρτάται από τις στάθμες κάποιου άλλου παράγοντα. Εάν υποπτεύεται κανείς την ύπαρξη τέτοιου είδους σχέσης, θα πρέπει οι στάθμες του ενός παράγοντα να καθοριστούν με διαφορετικό τρόπο για κάθε στάθμη του άλλου ή των άλλων παραγόντων που εμπλέκονται σε αυτή τη σχέση. Εάν αυτό πράγματι ισχύει, ο πειραματιστής εκτός του ότι αποφεύγει να ασχοληθεί με ανούσια συμπεράσματα, έχει τη δυνατότητα να εξαλείψει τα αποτελέσματα της αλληλεπίδρασης ανάμεσα στους συσχετιζόμενους παράγοντες για αυτό το συγκεκριμένο πείραμα.

Στην πραγματικότητα, βέβαια, οι μη γραμμικές επιδράσεις δε θα εξαφανιστούν. Αν όμως οι αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στους παράγοντες εξετάζονται, πριν από το στάδιο του πειραματισμού, τότε θα υπάρχει μονοτονία στις παραγοντικές επιδράσεις (μόνο γραμμικές) και προσθετικότητα στο μοντέλο επίδοσης του προτεινόμενου πειράματος (μόνο κύριες επιδράσεις).

- **Η προσέγγιση του μετασχηματισμού των δεδομένων**

Οι Box and Cox (1964) πρότειναν μία τεχνική μετασχηματισμού δεδομένων, η οποία μπορεί ταυτόχρονα να επιτύχει

- i. κανονικότητα
- ii. ανεξαρτησία μεταξύ του μέσου και της διασποράς και
- iii. απλότητα (γραμμικότητα) στο μοντέλο επίδοσης.

Αφού η μέθοδος ANOVA και οι τεχνικές παλινδρόμησης αποτελούν ένα αναπόσπαστο κομμάτι της μεθοδολογίας του Taguchi για τον off-line έλεγχο ποιότητας, θα

πρέπει να διερευνηθεί αν οι μετασχηματισμοί Box-Cox μπορούν να συνεισφέρουν στη μεθοδολογία αυτή.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι μία κατάλληλη επιλογή μετασχηματισμού δεδομένων μπορεί να απλοποιήσει αλλά και να βελτιώσει την τεχνική του Taguchi. Ωστόσο, δεν είναι δυνατόν για κάθε τύπο δεδομένων να ικανοποιούνται ταυτόχρονα οι παραδοχές (i)-(iii). Επομένως, πολλές φορές η τελική επιλογή του μετασχηματισμού θα εξαρτηθεί από το ποιες παραδοχές θεωρούνται πιο σημαντικές. Σε μία ανάλυση Taguchi, πρωταρχικός στόχος είναι η ικανοποίηση της παραδοχής (ii) με την προϋπόθεση ότι είναι δυνατή η αναγνώριση λανθασμένων υποθέσεων της γραμμικότητας του μοντέλου. Συνοπτικά, μέσω των μετασχηματισμών προσπαθούμε να εξασφαλίσουμε τη γραμμικότητα.

Οι Box and Cox (1964) θεώρησαν δύο κλάσεις μετασχηματισμών:

- μια μονοπαραμετρική οικογένεια με δείκτη λ ορισμένη σύμφωνα με τον τύπο

$$y^\lambda = \begin{cases} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \ln(y), & \lambda = 0. \end{cases}$$

Για να χρησιμοποιηθεί η παραπάνω οικογένεια μετασχηματισμών τα διαθέσιμα δεδομένα θα πρέπει να είναι θετικοί αριθμοί ($y > 0$).

- μια διπαραμετρική οικογένεια με δείκτη $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$,

$$y^\lambda = \begin{cases} \frac{(y + \lambda_2)^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1}, & \lambda_1 \neq 0 \\ \ln(y + \lambda_2), & \lambda_1 = 0. \end{cases}$$

Για να χρησιμοποιηθεί η παραπάνω οικογένεια μετασχηματισμών θα πρέπει να ισχύει $y > -\lambda_2$. Συνήθως, στις πρακτικές εφαρμογές προσθέτουμε σε όλες τις παρατηρήσεις μία κατάλληλη ποσότητα έτσι ώστε οι παρατηρήσεις αυτές να γίνουν θετικές.

Υπάρχουν διαφορετικοί τρόποι για την εκτίμηση της παραμέτρου λ . Η μία περίπτωση είναι να εκτιμήσουμε το λ με κάποιες στατιστικές τεχνικές, όπως για παράδειγμα με τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας. Η άλλη περίπτωση είναι να εκτιμήσουμε το λ με εκτιμητήρια Bayes. Η θεμελιώδης υπόθεση που έγινε ήταν ότι, για κάποια λ , οι μετασχηματισμένες

παρατηρήσεις που ορίζονται από τις παραπάνω σχέσεις μπορούν να θεωρηθούν ως ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές κανονικά κατανομημένες, με σταθερή διασπορά και με αναμενόμενες τιμές ορισμένες από ένα μοντέλο απλής δομής (γραμμικό). Επιπλέον, υπάρχει και η τεχνική που πρότειναν οι Box-Cox σύμφωνα με την οποία αφού πρώτα μετασχηματίσουμε τα δεδομένα και εφαρμόσουμε ANOVA σε αυτά, στη συνέχεια βρίσκουμε για τις διάφορες τιμές του λ που ελαχιστοποιείται το άθροισμα τετραγώνων του υπολοίπου, συμβολικά ATy . Σε αυτήν την περίπτωση, χρειάζεται να γίνει κανονικοποίηση στα μετασχηματισμένα δεδομένα ώστε να είναι συγκρίσιμα τα ATy μεταξύ τους. Η κανονικοποίηση που προτάθηκε είναι η εξής

$$z^\lambda = \frac{y^{(\lambda)}}{J^{1/n}}$$

όπου $J=J(\lambda, y)$ είναι η Ιακωβιανή του μετασχηματισμού, οποία ορίζεται ως εξής

$$J(\lambda, y) = \prod_{i=1}^n \left| \frac{dy_i^{(\lambda)}}{dy_i} \right|.$$

Οι κανονικοποιημένες τιμές που προκύπτουν εκφράζονται αντίστοιχα για τις παραπάνω σχέσεις ως εξής

$$z^\lambda = \begin{cases} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda \hat{y}^{(\lambda-1)}}, & \lambda \neq 0 \\ \hat{y} \ln(y), & \lambda = 0 \end{cases}$$

όπου

$$\hat{y} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n y_i}$$

είναι ο γεωμετρικός μέσος (η n -στη ρίζα του γινομένου όλων των n παρατηρήσεων) όλων των δεδομένων και

$$z^\lambda = \begin{cases} \frac{(y + \lambda_2)^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1 g^m (y + \lambda_2)^{\lambda_1 - 1}}, & \lambda_1 \neq 0 \\ g^m (y + \lambda_2) \ln(y + \lambda_2), & \lambda_1 = 0 \end{cases}$$

όπου $g^m(y + \lambda_2)$ είναι ο δειγματικός γεωμετρικός μέσος των $(y + \lambda_2)$.

Στη συνέχεια, καταγράφουμε για κάθε λ το άθροισμα τετραγώνων του υπολοίπου, συμβολικά AT_y , από τον Πίνακα Ανάλυσης Διασποράς των αντίστοιχα μετασχηματισμένων δεδομένων υιοθετώντας το απλούστερο μοντέλο. Η τιμή του λ με το μικρότερο AT_y αντιστοιχεί στο μετασχηματισμό που απαιτείται. Για παράδειγμα, αν $\lambda=1$ τότε δεν χρειάζεται μετασχηματισμός, αν $\lambda=1/2$ τότε χρειάζεται ο μετασχηματισμός της τετραγωνικής ρίζας, αν $\lambda=0$ τότε χρειάζεται ο μετασχηματισμός του λογαρίθμου κτλ.

Το βασικό μειονέκτημα του μετασχηματισμού των Box and Cox είναι ότι ενδέχεται να προκαλέσει συναρτησιακή εξάρτηση ανάμεσα στη μέση τιμή και διακύμανση των αποτελεσμάτων κάθε πειραματικής δοκιμής, δηλαδή να προκαλέσει τη μεροληψία της μέσης τιμής στο $M\theta$ με αποτέλεσμα το $M\theta$ να είναι απλά και μόνο μια συνάρτηση του αριθμητικού μέσου. Αυτό ενδεχομένως να οφείλεται στην ύπαρξη στατιστικά σημαντικών επιδράσεων ανωτέρου βαθμού και αλληλεπιδράσεων, τις οποίες η μέθοδος αυτή προσπαθεί να εξαλείψει. Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να τονίσουμε ότι προτιμούμε το μετασχηματισμό που ανεξαρτητοποιεί τη μέση τιμή από τη διακύμανση, και όχι αυτόν που στοχεύει στη γραμμικότητα του μοντέλου. Εξάλλου, το πρόβλημα της μη γραμμικότητας μπορεί να λυθεί με την επιλογή ενός σχεδιασμού ο οποίος να επιτρέπει τη μελέτη μη γραμμικών επιδράσεων.

Στην επόμενη παράγραφο, θα περιγραφεί μια απλή τεχνική προκειμένου να εξασφαλίσουμε την παραδοχή (ii). Συγκεκριμένα, θα δείξουμε πως ένας κατάλληλος μετασχηματισμός (όχι απαραίτητα Box-Cox μετασχηματισμός) μπορεί να οδηγήσει σε απλή και αποδοτική ανάλυση του Taguchi επιτυγχάνοντας:

- διαμόρφωση ενός κατάλληλου μέτρου ως μέτρο απόδοσης θορύβου
- ικανοποίηση των στατιστικών υποθέσεων (ανεξαρτησία μέσου και διασποράς, κανονικότητα της κατανομής των σφαλμάτων)
- απλότητα (γραμμικότητα ή προσθετικότητα) του μοντέλου.

3.5 Αποφυγή της εξάρτησης μέσου και διασποράς

Μια συναρτησιακή εξάρτηση ανάμεσα στο μέσο και τη διασπορά, εκτός του ότι παραβιάζει την παραδοχή για σταθερότητα της διασποράς σφάλματος, παρακωλύει και τη κατηγοριοποίηση των παραγόντων που επηρεάζουν τη μέση επίδοση και των παραγόντων που επηρεάζουν τη μεταβλητότητα της επίδοσης. Ένας κατάλληλος μετασχηματισμός των δεδομένων θα διορθώσει τα παραπάνω μειονεκτήματα, εφόσον βέβαια επιτύχει την ανεξαρτησία της διασποράς από το μέσο.

Ας υποθέσουμε ότι η συναρτησιακή σχέση μεταξύ της πραγματικής μέσης τιμής μ και της πραγματικής διασποράς σ^2 της δοκιμής στην αρχική κλίμακα είναι, για παράδειγμα

$$\sigma_{\mu} \cong f(\mu),$$

και ας θεωρήσουμε μία συνάρτηση $T(y)$ (μετασχηματισμός των δεδομένων) τέτοια ώστε η νέα διακύμανση των μετασχηματισμένων δεδομένων να είναι ανεξάρτητη από το μέσο. Χρησιμοποιώντας ανάπτυγμα σε σειρά Taylor γύρω από το σημείο $(\mu, T(\mu))$ έχουμε

$$T(y) = T(\mu) + (y - \mu)T'(\mu) + \frac{1}{2}(y - \mu)^2 T''(\mu) + \dots$$

Σε αυτό το σημείο, αντικαθιστώντας το y με Y ώστε να έχουμε τυχαία μεταβλητή, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση της διακύμανσης των μετασχηματισμένων δεδομένων, αγνοώντας τους όρους μεγαλύτερης τάξης, ως εξής

$$\text{Var}(T(Y)) \cong [T'(\mu)]^2 \text{Var}(Y - \mu) \cong [T'(\mu)]^2 \text{Var}(Y)$$

ή προσεγγιστικά

$$\sigma_T^2 \cong [T'(\mu)]^2 \sigma_{\mu}^2 \Rightarrow T'(\mu) = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\mu}}.$$

Επομένως, προσεγγιστικά θα ισχύει

$$T(\mu) \approx \int \frac{\sigma_T}{\sigma_{\mu}} d\mu$$

και επειδή ο μετασχηματισμός T , θέλουμε να σταθεροποιήσει τη διασπορά σ_T^2 , δηλαδή $\sigma_T^2 = c^2$, ενώ παράλληλα ισχύει $\sigma_\mu = f(\mu)$ θα έχουμε

$$T(\mu) \approx \int \frac{c}{f(\mu)} d\mu.$$

Η εξίσωση αυτή μπορεί να μας οδηγήσει στον υπολογισμό (προσεγγιστικά) της συνάρτησης $T(y)$. Για παράδειγμα, αν

$$\sigma_\mu = f(\mu) = k\mu^\beta,$$

τότε, έχουμε

$$T(\mu) \approx \begin{cases} C_1 \mu^{1-\beta} & \beta \neq 1 \\ C_1 \log(\mu) & \beta = 1 \end{cases}$$

όπου k και C_1 είναι ποσότητες ανεξάρτητες του μ . Χρειάζεται, δηλαδή, ένας μετασχηματισμός των δεδομένων στη δύναμη $1-\beta$, αν $\beta \neq 1$, και μετασχηματισμός του λογαρίθμου αν $\beta=1$. Δηλαδή, εάν $\lambda=1-\beta$, χρειάζεται ένας μετασχηματισμός στη δύναμη λ , εάν $\lambda \neq 0$, και το μετασχηματισμό του λογαρίθμου αν $\lambda=0$.

Για να διαπιστώσουμε αν η παραπάνω σχέση είναι λογική αρκεί να εκτιμήσουμε την τιμή του β μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων, διαμορφώνοντας την επόμενη σχέση ανάμεσα στο δειγματικό μέσο \bar{y}_i και τη δειγματική τυπική απόκλιση s_i :

$$\log(s_i) = a + b \log(\bar{y}_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, m.$$

Εδώ \bar{y}_i είναι ο μέσος και s_i η τυπική απόκλιση των αποτελεσμάτων σε κάθε δοκιμή i του πειράματος (m είναι ο αριθμός των πειραματικών δοκιμών). Για να εξεταστεί αν το b είναι στατιστικά σημαντικό γίνεται εφαρμογή του κριτηρίου t .

Σε περίπτωση που τα y παίρνουν και αρνητικές τιμές χρησιμοποιούμε τη σχέση

$$\sigma_\mu = f(\mu) = k(\mu + \beta_1)^\beta$$

όπου θεωρούμε ότι $y > -\beta_1$ (ώστε να έχουμε $y + \beta_1 > 0$). Οι παράμετροι β και β_1 μπορούν να εκτιμηθούν μέσω των εκτιμητριών b και b_1 αντίστοιχα, οι οποίες αντιστοιχούν στον καλύτερο συντελεστή προσδιορισμού (R^2) στο μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης:

$$\log(s_i) = a + b \log(\bar{y}_i + b_1) + \varepsilon_i.$$

Σύμφωνα με τον Logothetis (1988), σε πολλές περιπτώσεις ο « β – μετασχηματισμός» (μέσω της εκτίμησης του β) είναι ταυτόσημος με το λ μετασχηματισμό (με χρήση της τεχνικής Box-Cox), το οποίο σημαίνει ότι η διαδικασία $\log(s_i) = a + b \log(\bar{y}_i) + \varepsilon_i$ είναι αρκετά καλή για την εκτίμηση ενός μετασχηματισμού που ικανοποιεί ταυτόχρονα τις παραδοχές (i)-(iii). Σε περιπτώσεις όπου υπάρχει διαφωνία (με την προϋπόθεση ότι το β είναι στατιστικά σημαντικό), θα προτιμάμε το « β -μετασχηματισμό» (δηλαδή την ικανοποίηση των παραδοχών (i) και (ii) ως πιο σημαντικές) σημειώνοντας ότι η διαφωνία αυτή είναι μία ένδειξη της παρουσίας δυνατών αλληλεπιδράσεων ή και υψηλής τάξης όρων. Επιπλέον, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιούμε μόνο την απλή διαδικασία και όχι τη διαδικασία Box-Cox, η οποία μπορεί να είναι λιγότερο εύρωστη στη παρουσία outliers και μπορεί να προκαλέσει μια μεροληψία του μέσου. Ωστόσο, η τεχνική Box-Cox έχει πολλά πλεονεκτήματα τα οποία πρέπει να λαμβάνονται σοβαρά υπόψη:

- i. μπορεί να εντοπίσει και να διαχειριστεί δεδομένα στα οποία υπάρχουν αλληλεπιδράσεις, ένας έλεγχος ο οποίος έχει παραβλεφθεί σε πολλές εφαρμογές Taguchi στο παρελθόν
- ii. κάνει πλήρως χρήση της πληροφορίας που παρέχεται από τα διαθέσιμα στοιχεία
- iii. εξασφαλίζει ότι η απλότητα (γραμμικότητα ή προσθετικότητα) και η κανονικότητα του μοντέλου είναι έγκυρες υποθέσεις
- iv. μπορεί να παρέχει αξιόπιστα και μικρά διαστήματα εμπιστοσύνης για το λ και
- v. με τη μέθοδο μπορούμε να βρούμε κατάλληλους μετασχηματισμούς ακόμα και για αρνητικά ή μηδενικά δεδομένα.

3.6 Επιλογή του κατάλληλου Μέτρου Θορύβου

Σύμφωνα με όσα έχουν αναφερθεί ανωτέρω, μπορούμε πλέον να επιλέξουμε τα κατάλληλα μέτρα επίδοσης θορύβου. Συγκεκριμένα, υπάρχουν τρεις τρόποι επιλογής κατάλληλου μέτρου επίδοσης θορύβου: είτε τα μέτρα θορύβου που πρότεινε ο Taguchi ανάλογα με το στόχο που έχουμε (βλ. παράγραφο 3.3) είτε ο μετασχηματισμός δεδομένων είτε κάνοντας χρήση της σχέσης $\sigma_\mu \cong f(\mu)$, εάν αυτή είναι γνωστή (Λογοθέτης, 2001).

Αν δεν υπάρχει συναρτησιακή εξάρτηση μεταξύ του μέσου και της διασποράς, θα πρέπει να αναλύσουμε μόνο το $\log(\sigma^2)$ για τον προσδιορισμό των ΠΕΘ και το μ για τον προσδιορισμό των ΠΕΣ. Οι σχέσεις που χρησιμοποιούνται είναι οι εξής

$$M\Theta = -10 \log_{10}(s_T^2)$$

και

$$M\Sigma = \bar{y}_T$$

όπου s_T^2 και \bar{y}_T είναι η διασπορά και ο μέσος αντίστοιχα των αποτελεσμάτων της πειραματικής δοκιμής στην κλίμακα μετασχηματισμού T .

Ωστόσο, αν εμφανιστεί δυσκολία στην εφαρμογή ενός μετασχηματισμού στην αρχική κλίμακα και υπάρχει συναρτησιακή εξάρτηση μεταξύ μέσου και διασποράς, τότε το πιο κατάλληλο $M\Theta$ για να χρησιμοποιηθεί στην αρχική κλίμακα θα πρέπει να είναι συνάρτηση του $\sigma_\mu/f(\mu)$, προκειμένου να εξαλειφθεί η εξάρτηση του μέσου από τη διασπορά. Οι σχέσεις που χρησιμοποιούνται είναι οι ακόλουθες

$$M\Theta = 10 \log_{10} \left(\frac{f(\bar{y})}{s} \right)^2$$

και

$$M\Sigma = \bar{y}.$$

Για παράδειγμα, αν ισχύει η σχέση $f(\mu) = k\mu^\beta$ με το β να εκτιμάται από το b , τότε

$$M\Theta = 10 \log_{10} \left(\frac{\bar{y}^b}{s} \right)^2.$$

Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να σημειωθεί ότι όταν $b=1$, τότε το παραπάνω μέτρο ισοδυναμεί με το Λόγο Σήματος προς Θόρυβο του Taguchi, για καταστάσεις δηλαδή που «η ονομαστική τιμή είναι η καλύτερη». Συνεπώς, η χρήση του $M\Theta$ είναι κατάλληλη μόνο όταν $\sigma_\mu \cong k\mu$, δηλαδή $s_\mu \cong k\bar{y}$.

Η παραπάνω σχέση, λοιπόν, που υπολογίζεται με τη βοήθεια του μοντέλου απλής γραμμικής παλινδρόμησης $\log(s_i) = a + b \log(\bar{y}_i) + \varepsilon_i$, είναι μία μέθοδος υπολογισμού του κατάλληλου Μέρους Επίδοσης του Θορύβου, αποφεύγοντας όχι μόνο το μετασχηματισμό των δεδομένων αλλά και τη σύγκριση μεταξύ των $ΠΕ\Theta$ και των $ΠΕ\Sigma$.

3.7 Παράδειγμα χρήσης των μέτρων επίδοσης

Σε μια βιομηχανία κατασκευής λαμπτήρων πυράκτωσης διεξάγεται το ακόλουθο πείραμα με στόχο την επίτευξη όσο το δυνατόν μεγαλύτερου χρόνου ζωής του λαμπτήρα. Ως παράγοντες ελέγχου θεωρούνται

- η μορφή της φύσιγγας (A) με στάθμες: σφαιρική, ελλειπτική, κωνική,
- το μήκος του μεταλλικού νήματος στην φύσιγγα (B) με στάθμες: 1,5cm, 2,5cm, 3,5cm και
- η τάση του ρεύματος (C) με στάθμες: 240V, 250V, 260V

ενώ ως παράγοντες θορύβου θεωρούνται

- το περιεχόμενο της φύσιγγας (E) με στάθμες: κενό αέρος, άζωτο,
- η επαφή του λαμπτήρα (F) με στάθμες: ένας πόλος (βιδωτή), δύο πόλοι και
- το είδος γυαλιού (G) με στάθμες: κοινό, χαλαζιακό.

Πρόκειται για έναν 3^{3-1} κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό και οι μετρήσεις που συγκεντρώθηκαν δίνονται στον ακόλουθο πίνακα.

**ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ
ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΘΟΡΥΒΟΥ**

G	1	2	1	2
F	1	2	2	1
E	1	1	2	2

**ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ
ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ**

	A	B	C
1	1	1	1
1	2	2	2
1	3	3	3
2	1	2	2
2	2	3	3
2	3	1	1
3	1	3	3
3	2	1	1
3	3	2	2

ΔΕΔΟΜΕΝΑ

1500	1450	1350	1420
1400	1610	1220	1450
1560	1300	1400	1500
700	670	830	670
900	1010	670	850
650	980	880	750
950	1000	850	900
1200	1060	1100	1320
1120	950	1150	1080

Αρχικά, θα υπολογιστεί η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση για κάθε μια από τις θεραπείες που αντιστοιχούν στους παράγοντες ελέγχου. Τα αποτελέσματα δίνονται στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 3.4: Αριθμητικοί Μέσοι και τυπικές αποκλίσεις

Δοκιμή	Μέσος (\bar{y})	Τυπική Απόκλιση (s)
1	1430	62,716
2	1420	160,624
3	1440	114,310
4	717,5	76,322
5	857,5	141,745
6	815	144,799
7	925	64,550
8	1170	116,046
9	1075	88,129

Στη συνέχεια, θα υπολογιστεί το μέτρο επίδοσης θορύβου και το μέτρο επίδοσης στόχου που προτείνει ο Taguchi για αυτές τις περιπτώσεις. Το μέτρο που προτείνει ο Taguchi για τις περιπτώσεις «όσο μεγαλύτερη η τιμή τόσο καλύτερη» είναι

$$\theta = -10 \log_{10} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^{-2} \right\}, \quad n = 4$$

από όπου λαμβάνεται ο ακόλουθος πίνακας.

Πίνακας 3.5: Τιμές του θ

Δοκιμή	θ
1	63,082
2	62,882
3	63,086
4	56,972
5	58,323
6	57,830
7	59,261
8	61,237
9	60,541

Το κατάλληλο Μέτρο Στόχου είναι

$$M\Sigma = \bar{y}$$

και οι τιμές που λαμβάνει δίνονται στον Πίνακα 3.6.

Πίνακας 3.6: Τιμές του $M\Sigma$

Δοκιμή	Μέσος (\bar{y})
1	1430
2	1420
3	1440
4	717,5
5	857,5
6	815
7	925
8	1170
9	1075

Σε αυτό το σημείο, θα εντοπιστούν, αν υπάρχουν, σημαντικοί $ΠΕΘ$, $ΠΕΣ$ και $ΠΕΚ$ σε επίπεδο σημαντικότητας 10%. Να σημειωθεί ότι για τον εντοπισμό των $ΠΕΘ$, $ΠΕΣ$ και $ΠΕΚ$ αρχικά εντοπίζουμε τους $ΠΕΘ$, στη συνέχεια τους $ΠΕΣ$ (εξαιρώντας αυτούς που χαρακτηρίστηκαν $ΠΕΘ$ - ακόμα και αν αυτοί επηρέαζαν το στόχο) και τέλος όσοι απομένουν χαρακτηρίζονται $ΠΕΚ$.

Ο πίνακας ανάλυσης διασποράς για το μέσο είναι ο ακόλουθος

Πίνακας 3.7: Πίνακας Ανάλυσης Διασποράς για το Μέσο

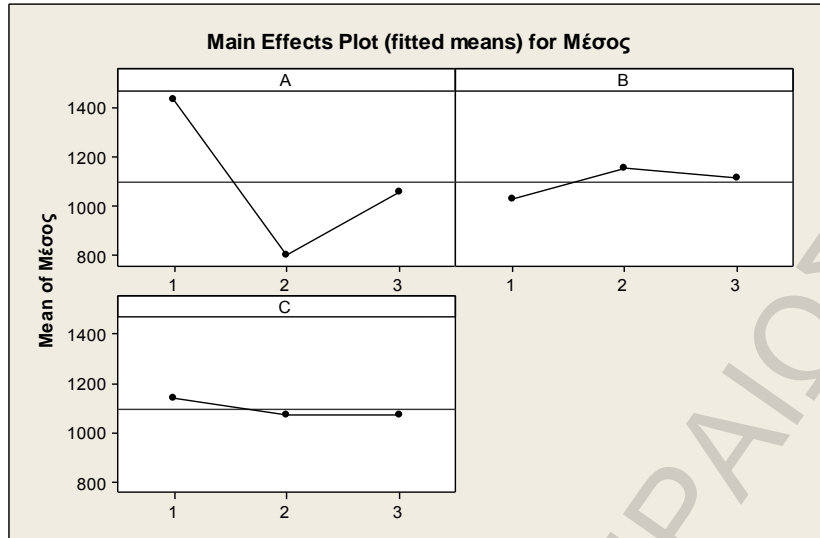
Πηγή	Βαθ. ελευθ.	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Άθροισμα Τετραγώνων	<i>F</i>	p-value
<i>A</i>	2	608089	304044	77,86	0,013
<i>B</i>	2	24526	12263	3,14	0,242
<i>C</i>	2	8685	4342	1,11	0,473
Σφάλμα	2	7810	3905		
Σύνολο	8	649110			

ενώ ο πίνακας ανάλυσης διασποράς για το θ είναι

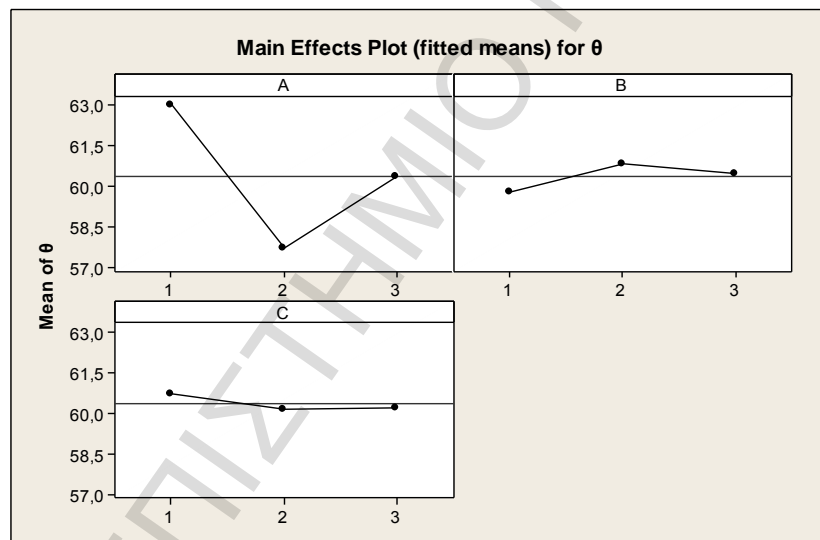
Πίνακας 3.8: Πίνακας Ανάλυσης Διασποράς για το θ

Πηγή	Βαθ. ελευθ.	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Άθροισμα Τετραγώνων	<i>F</i>	p-value
<i>A</i>	2	42,2681	21,1341	62,73	0,016
<i>B</i>	2	1,7041	0,8520	2,53	0,283
<i>C</i>	2	0,5933	0,2966	0,88	0,532
Σφάλμα	2	0,6738	0,3369		
Σύνολο	8	45,2393			

Στους πίνακες Ανάλυσης Διασποράς ο παράγοντας *A* φαίνεται να είναι σημαντικός *ΠΕΘ* και *ΠΕΣ* και έτσι δε μπορούμε να αποφανθούμε αφού υπάρχει σύγχυση. Αντίθετα, οι παράγοντες *B* και *C* φαίνεται να είναι *ΠΕΚ*. Τα παραπάνω συμπεράσματα μπορούν να διαπιστωθούν και από τα ακόλουθα διαγράμματα.



Διάγραμμα 3.1: Διάγραμμα κυρίων επιδράσεων του Μέσου



Διάγραμμα 3.2: Διάγραμμα κυρίων επιδράσεων του θ

Πράγματι, με βάση τα διαγράμματα αυτά φαίνεται ότι το μέτρο ελέγχου θορύβου και το μέτρο ελέγχου του στόχου συμπεριφέρονται με παρόμοιο τρόπο, κάτι το οποίο είναι σύνηθες φαινόμενο για τα μέτρα που προτείνει ο Taguchi. Για να βρεθεί, λοιπόν, το κατάλληλο μέτρο θορύβου, προκειμένου να αποφευχθεί η σύγχυση των $ΠΕ\theta$ και $ΠΕ\Sigma$, θα εξεταστεί αν υπάρχει συναρτησιακή εξάρτηση μεταξύ του μέσου και της διασποράς προσαρμόζοντας ένα μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης.

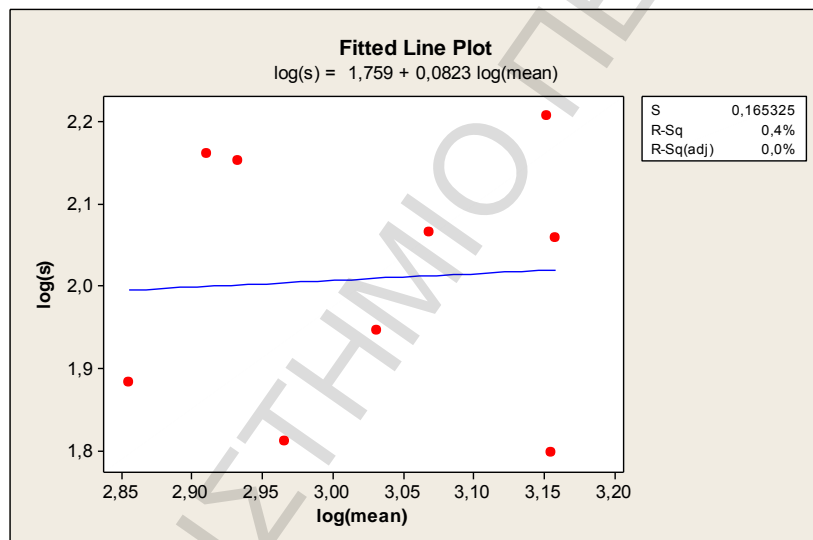
Η εξίσωση παλινδρόμησης που προκύπτει είναι η εξής

$$\log_{10}(s) = 1,76 + 0,082 \log_{10}(\bar{y})$$

Πίνακας 3.9: Συντελεστές

	Συντελεστής	Τυπικό Σφάλμα	T	p-value
σταθερά	1,759	1,535	1,15	0,289
log(mean)	0,0823	0,5070	0,16	0,876

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται και το διάγραμμα διασποράς στο οποίο φαίνεται η μη ύπαρξη γραμμικής σχέσης.



Διάγραμμα 3.3: Διάγραμμα διασποράς

Η γραφική ανάλυση (βλ. ανωτέρω σχήμα) αλλά και η τιμή του $R\text{-Sq}(\text{adj}) = 0,0\%$ δείχνει μια πλήρη ανεξαρτησία του μέσου (\bar{y}) από τη διασπορά (s) (δηλαδή μπορούμε να δεχτούμε ότι ο συντελεστής παλινδρόμησης $b=0$) κάτι που υπονοεί ότι το μέτρο θορύβου θα έπρεπε να είναι μια απλή συνάρτηση του s χωρίς να εμπλέκει καθόλου το \bar{y} όπως γίνεται στο μέτρο του Taguchi. Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε εξετάζοντας τον Πίνακα 3.9. Συγκεκριμένα, το $p\text{-value}$ είναι μεγαλύτερο από 0,10 και επομένως σε επίπεδο σημαντικότητας 10% το β

μπορεί να θεωρηθεί ίσο με το μηδέν, δηλαδή $\beta \approx 0$, και κατ' επέκταση $\lambda = 1 - \beta = 1$. Άρα, το κατάλληλο μέτρο θορύβου είναι

$$M\theta = 10 \log_{10} \left(\frac{\bar{y}^0}{s} \right)^2 = -20 \log_{10}(s).$$

Οι τιμές του παραπάνω μέτρου θορύβου για κάθε μία από τις πειραματικές δοκιμές των παραγόντων ελέγχου είναι:

Πίνακας 3.10: Τιμές του $M\theta$

Δοκιμή	$M\theta$
1	-35,9476
2	-44,1162
3	-41,1617
4	-37,6530
5	-43,0302
6	-43,2153
7	-36,1979
8	-41,2926
9	-38,9024

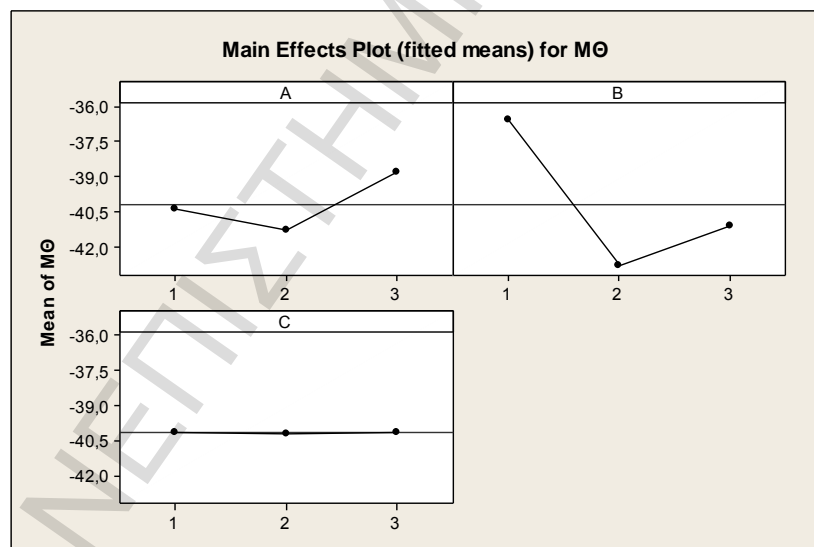
Για να εντοπιστεί η ύπαρξη σημαντικών $ΠΕ\theta$, $ΠΕΣ$ και $ΠΕΚ$, σε επίπεδο σημαντικότητας 10%, θα εφαρμόζουμε ANOVA, τα αποτελέσματα του οποίου δίνονται στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 3.11: Πίνακας Ανάλυσης Διασποράς για το $M\theta$

Πηγή	Βαθ. ελευθ.	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Άθροισμα Τετραγώνων	F	p-value
<i>A</i>	2	9,648	4,824	1,79	0,359
<i>B</i>	2	61,758	30,879	11,44	0,080
<i>C</i>	2	0,014	0,007	0,00	0,997
Σφάλμα	2	5,399	2,699		
Σύνολο	8	76,819			

Για το μέτρο ελέγχου του στόχου, δηλαδή τη μέση τιμή, δεν χρειάζεται να ξαναγίνει ANOVA, καθώς τα αποτελέσματα είναι ίδια με του Πίνακα 3.6.

Παρατηρείται ότι, σε επίπεδο σημαντικότητας 10%, στην ανάλυση του μέτρου στόχου βρέθηκε σημαντικός ο παράγοντας *A* ενώ στην ανάλυση του μέτρου θορύβου σημαντικός παράγοντας είναι μόνο ο *B*. Επομένως, ο *A* είναι ΠΕΣ, ο *B* είναι ΠΕΘ και ο *C* είναι ΠΕΚ.



Διάγραμμα 3.4: Διάγραμμα κυρίων επιδράσεων για το $M\theta$

3.8 Παράδειγμα χρήσης μετασχηματισμών Box-Cox

Χρησιμοποιώντας τα ίδια δεδομένα με την παράγραφο 3.7, θα εφαρμοστεί η μέθοδος Box-Cox δίνοντας στην παράμετρο λ τις τιμές 0,7, 0,8, 0,9, 1, 1,1, 1,2 και 1,3.

Πίνακας 3.12: Εφαρμογή της μεθόδου Box-Cox για διάφορες τιμές του λ

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>Y</i>	$\lambda=0,7$	$\lambda=0,8$	$\lambda=0,9$	$\lambda=1$	$\lambda=1,1$	$\lambda=1,2$	$\lambda=1,3$
1	1	1	1500	1917,21	1742,89	1606,97	1499	1411,88	1340,67	1281,84
1	2	2	1400	1826,27	1649,03	1510,09	1399	1308,66	1234,13	1171,87
1	3	3	1560	1970,89	1798,6	1664,78	1559	1474,15	1405,29	1348,9
2	1	2	700	1119,77	944,98	808,2	699	610,27	537,07	475,87
2	2	3	900	1337,37	1156,53	1013,89	899	804,75	726,18	659,78
2	3	1	650	1062,58	890,29	755,91	649	562,46	491,35	432,16
3	1	3	950	1389,4	1207,88	1064,56	949	854,09	774,88	707,83
3	2	1	1200	1638,29	1457,13	1314,18	1199	1104,48	1025,67	959,05
3	3	2	1120	1560,5	1378,61	1234,92	1119	1023,73	944,16	876,77
1	1	1	1450	1871,98	1696,12	1558,61	1449	1360,19	1287,22	1226,57
1	2	2	1610	2015,16	1844,7	1712,79	1609	1526,22	1459,52	1405,38
1	3	3	1300	1733,37	1553,82	1412,51	1299	1206,18	1129,1	1064,23
2	1	2	670	1085,61	912,26	776,87	669	581,54	509,56	449,52
2	2	3	1010	1450,76	1268,78	1125,01	1009	913,64	833,98	766,5
2	3	1	980	1420,22	1238,42	1094,83	979	883,82	804,34	737,03
3	1	3	1000	1440,61	1258,68	1114,96	999	903,69	824,08	756,65
3	2	1	1060	1501,07	1318,99	1175,11	1059	963,54	883,78	816,2
3	3	2	950	1389,4	1207,88	1064,56	949	854,09	774,88	707,83
1	1	1	1350	1780,08	1601,6	1461,39	1349	1257,33	1181,42	1117,75
1	2	2	1220	1657,49	1476,59	1333,91	1219	1124,76	1046,23	979,88
1	3	3	1400	1826,27	1649,03	1510,09	1399	1308,66	1234,13	1171,87
2	1	2	830	1263,04	1083,68	942,48	829	736,13	658,93	593,85
2	2	3	670	1085,61	912,26	776,87	669	581,54	509,56	449,52
2	3	1	880	1316,31	1135,84	993,55	879	785,09	706,86	640,78
3	1	3	850	1284,46	1104,61	962,94	849	755,68	678,03	612,53
3	2	1	1100	1540,8	1358,81	1215,02	1099	1003,63	923,96	856,47
3	3	2	1150	1589,86	1408,18	1264,71	1149	1053,95	974,6	907,42
1	1	1	1420	1844,61	1667,91	1529,52	1419	1329,25	1255,32	1193,68
1	2	2	1450	1871,98	1696,12	1558,61	1449	1360,19	1287,22	1226,57
1	3	3	1500	1917,21	1742,89	1606,97	1499	1411,88	1340,67	1281,84
2	1	2	670	1085,61	912,26	776,87	669	581,54	509,56	449,52
2	2	3	850	1284,46	1104,61	962,94	849	755,68	678,03	612,53
2	3	1	750	1175,75	998,89	860,12	749	658,43	583,44	520,53
3	1	3	900	1337,37	1156,53	1013,89	899	804,75	726,18	659,78
3	2	1	1320	1752,11	1572,97	1432,08	1319	1226,62	1149,98	1085,57
3	3	2	1080	1520,99	1338,93	1195,09	1079	983,57	903,83	836,28
			ATy	379374	377436	376477	376489	377470	379420	382346

Το μικρότερο άθροισμα τετραγώνων των υπολοίπων είναι $ATy=376477$, το οποίο αντιστοιχεί σε $\lambda=0,9$.

Χρησιμοποιούμε το $z(\lambda)$ για $\lambda=0,9$ και παίρνουμε τον επόμενο πίνακα ANOVA.

Πίνακας 3.13: Πίνακας Ανάλυσης Διασποράς για $\lambda=0,9$

Πηγή	Βαθ. ελευθ.	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Άθροισμα Τετραγώνων	<i>F</i>	p-value
<i>A</i>	2	2414874	1207437	93,01	0,000
<i>B</i>	2	99899	49950	3,85	0,033
<i>C</i>	2	35044	17522	1,35	0,275
Σφάλμα	29	376477	12982		
Σύνολο	35	2926294			

Εναλλακτικά, μπορούμε να μετασχηματίσουμε τα δεδομένα με το y^λ , για $\lambda=0,9$. Αν πάρουμε, λοιπόν, τα y^λ τότε έχουμε τον ακόλουθο πίνακα ANOVA.

Πίνακας 3.14: Πίνακας Ανάλυσης Διασποράς για $Y^{0,9}$

Πηγή	Βαθ. ελευθ.	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Άθροισμα Τετραγώνων	<i>F</i>	p-value
<i>A</i>	2	486005	243002	93,01	0,000
<i>B</i>	2	20105	10053	3,85	0,033
<i>C</i>	2	7053	3526	1,35	0,275
Σφάλμα	29	75768	2613		
Σύνολο	35	588931			

Τα συμπεράσματα είναι ίδια, καθώς ο $z(\lambda)$ είναι ισοδύναμος μετασχηματισμός του y^λ , αλλά οι Box &Cox χρησιμοποίησαν τον τύπο του $z(\lambda)$ για να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα για διάφορες τιμές του λ . Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιείται η ίδια κλίμακα δεδομένων ανεξάρτητα από την τιμή του λ προκειμένου να συγκρίνονται τα ATy μεταξύ τους.

Τέλος, σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, μόνο ο παράγοντας *A* είναι στατιστικά σημαντικός. Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να σημειωθεί ότι παρατηρείται ισοδυναμία των συμπερασμάτων μεταξύ των αρχικών (μη μετασχηματισμένων) δεδομένων και των

μετασχηματισμένων δεδομένων. Αυτό οφείλεται στη σχέση $\sigma_{\mu} = f(\mu) = k\mu^{\beta}$. Η ανάλυση αυτής της σχέσης μας έδωσε $b = 0,082$ και δεχθήκαμε ότι $\beta \approx 0$. Λόγω της σχέσης $\lambda = 1 - \beta = 1 - 0,082 = 0,918$ είναι σαν να δεχόμαστε μη μετασχηματισμό ή ο μετασχηματισμός στο $\lambda = 0,9$ είναι ισοδύναμος με μη μετασχηματισμό, δηλαδή $\lambda = 1$.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Ορθογώνιοι Σχεδιασμοί

4.1 Εισαγωγή

Η αναζήτηση μεθόδων για την οργάνωση και εκτέλεση πειραμάτων αποτελεί αντικείμενο μελέτης και έρευνας σε όλες τις επιστήμες. Σχεδιασμοί όπως οι ορθογώνιοι πλήρεις σχεδιασμοί, οι σχεδιασμοί λατινικών τετραγώνων, οι μη ορθογώνιοι ισορροπημένοι σχεδιασμοί και οι παραγοντικοί σχεδιασμοί στοχεύουν στην οργάνωση πειραμάτων έτσι ώστε με τη συλλογή των δεδομένων να οδηγούμαστε στην εξαγωγή όσο το δυνατόν πιο έγκυρων και αντικειμενικών αποτελεσμάτων με τη μεγαλύτερη δυνατή οικονομία. Η ανάλυση των σχεδιασμών αυτών γίνεται με στατιστικές μεθόδους, οι οποίες είναι απαραίτητες για τη λήψη ασφαλών συμπερασμάτων.

Οι ορθογώνιοι σχεδιασμοί είναι κλασματικά παραγοντικά πειράματα, τα οποία προτάθηκαν από τον Taguchi και εφαρμόζονται για την εκτίμηση κυρίων επιδράσεων χρησιμοποιώντας μικρό αριθμό πειραματικών δοκιμών. Οι σχεδιασμοί αυτοί δεν εφαρμόζονται τόσο όταν οι παράγοντες έχουν δύο επίπεδα, όσο και σε περιπτώσεις που έχουν περισσότερα από δύο επίπεδα.

Μια ειδική κατηγορία ορθογώνιων σχεδιασμών είναι οι σχεδιασμοί των Plackett-Burman. Πρόκειται για πειραματικούς σχεδιασμούς, ισοδύναμους με τους σχεδιασμούς του Taguchi, που είναι χρήσιμοι για τη διεξαγωγή σχεδιασμών με πολύ λίγες δοκιμές.

Στο κεφάλαιο αυτό, αναπτύσσονται οι ορισμοί των ορθογώνιων σχεδιασμών καθώς και ο τρόπος αναγνώρισης των στηλών αλληλεπίδρασης σύμφωνα με τη μέθοδο του Taguchi. Στη συνέχεια, αναλύονται οι σχεδιασμοί των Plackett-Burman και οι τεχνικές σχεδιασμού του Taguchi. Τέλος, εφαρμόζεται ένα αναλυτικό παράδειγμα σχετικά με τις τεχνικές του Taguchi.

4.2 Ορθογώνιοι Παραγοντικοί Σχεδιασμοί

Οι ορθογώνιοι παραγοντικοί σχεδιασμοί είναι κλασματικά παραγοντικά πειράματα, τα οποία επιτρέπουν την εκτίμηση των κυρίων επιδράσεων και για τη στατιστική τους ανάλυση χρησιμοποιούνται οι μέθοδοι Taguchi. Σε αυτό το σημείο, αξίζει να σημειωθεί ότι ένας κλασματικός πειραματισμός υποστηρίζει την αλλαγή πολλών παραγόντων ταυτόχρονα, με έναν τρόπο συστηματικό, γεγονός που εξασφαλίζει την αξιόπιστη και ανεξάρτητη μελέτη των παραγοντικών επιδράσεων, με κόστος πολύ μικρότερο από αυτό που απαιτείται για έναν πλήρη παραγοντικό πειραματισμό.

Οι επιστήμονες, έχοντας εκθέσει μερικές συνταγές για τη μέθοδο του «ενός παράγοντα κάθε φορά», αγνόησαν σε μεγάλο βαθμό μια πιο διεξοδική πειραματική θεωρία. Ο R.A. Fisher εισήγαγε αυτή τη θεωρία στη δεκαετία του 1920, όταν εργαζόταν στον Αγροτικό Σταθμό του Rothamsted στην Αγγλία. Ο Fisher ασχολήθηκε με τη διεξαγωγή πειραμάτων σε αγροτεμάχια με λιπάσματα («καλλιέργειες») για τη λήψη μέτρων κατά των συνεπειών που επιφέρει η χρήση λιπαντικών. Η ιδέα ήταν να τυχαιοποιηθεί ο καταμερισμός των καλλιεργειών ή να ταξινομηθούν αυτές σε μια ψευδο-τυχαία μήτρα, με σειρές και στήλες που ακολουθούν, π.χ. τη διάταξη του λατινικού τετραγώνου του ακόλουθου πίνακα (Λογοθέτης, 2001).

Πίνακας 4.1: Σχεδιασμός λατινικού τετραγώνου 3×3

Στήλες			
Σειρές	1	2	3
1	a	b	c
2	b	c	a
3	c	a	b

Στη συνέχεια, αναπτύχθηκε μια ολοκληρωμένη θεωρία παραγοντικού πειραματισμού με παράγοντες το είδος της καλλιέργειας αλλά και τις ίδιες τις σειρές και τις στήλες, η οποία άφηνε περιθώρια για συνδυασμούς πειραμάτων σε πιο γενικά «πειραματικά περιβάλλοντα». Συγκεκριμένα, αν προσέξουμε τον προηγούμενο πίνακα και θεωρήσουμε τις παραμέτρους «Σειρά» και «Στήλη» ως παράγοντες, τότε το λατινικό τετράγωνο 3×3 μπορεί να θεωρηθεί ως σχεδιασμός 3 παραγόντων με τρεις στάθμες ο καθένας, σύμφωνα με τον επόμενο πίνακα.

Πίνακας 4.2: Σχεδιασμός λατινικού τετραγώνου 3×3 σε ανεπτυγμένη μορφή

	Στήλη	Σειρά	Καλλιέργεια
Δοκιμή			
1	1	1	a
2	1	2	b
3	1	3	c
4	2	1	b
5	2	2	c
6	2	3	a
7	3	1	c
8	3	2	a
9	3	3	b

Στην πραγματικότητα, ένα μεγάλο μέρος της θεωρίας των πειραματικών σχεδιασμών οφείλεται στην εργασία του Fisher στις πειραματικές καλλιέργειες. Συγκεκριμένα, ο Fisher συνέκρινε με επιτυχία την ποιότητα διαφόρων ποικιλιών των φυτών, διαιρώντας τη γη σε πολλά τεμάχια με ομογενείς συνθήκες λίπανσης στο κάθε τεμάχιο και κατόπιν φυτεύοντας τυχαία τις ποικιλίες των φυτών σε καθένα από αυτά τα τεμάχια. Αυτό συνέβαλλε στο να γίνουν συγκρίσεις ανάμεσα στις ποικιλίες φυτών αλλά και στις διάφορες συνθήκες λίπανσης. Ο Fisher είχε επίγνωση της ανάγκης για διαμόρφωση τεμαχίων (ομάδων, blocks) και για τυχαιοποίηση, γεγονός που αποτέλεσε τη βάση όλων των μεταγενέστερων εξελίξεων των Πειραματικών Σχεδιασμών και οδήγησε στην ανάπτυξη της παραγοντικής ανάλυσης χρησιμοποιώντας σχεδιασμούς σε μορφή «ταμπλό» (Λογοθέτης, 2001).

Στις δεκαετίες του 1930 και 1940 ανακαλύφθηκε μια σειρά συνδυαστικών δοκιμών (Ορθογώνιες Διατάξεις, Ισοζυγισμένες Ατελείς Ομάδες, Ελληνο-Λατινικά Τετράγωνα, Τετράγωνα Youden, Πιλοτικοί (Screening) Σχεδιασμοί κτλ.), οι περισσότερες των οποίων έχουν τις εξής ιδιότητες»

- *Ισορροπία:* τα επίπεδα κάθε παράγοντα εμφανίζονται με την ίδια συχνότητα.
- *Υπολογισιμότητα:* μπορεί να υπολογιστεί κάθε παραγοντική επίδραση.

- *Ορθογωνιότητα ή Ορθογωνικότητα*: ικανότητα να υπολογίζονται και να διαχωρίζονται οι επιδράσεις διαφορετικών παραγόντων.

Στο κεφάλαιο αυτό, θα αναφερθούμε μόνο στους ορθογώνιους σχεδιασμούς.

Για τον ορισμό ενός ορθογώνιου σχεδιασμού θα πρέπει πρώτα να ληφθούν υπόψη τα εξής:

- Ο αριθμός των παραγόντων που μελετώνται,
- Τα επίπεδα κάθε παράγοντα,
- Οι αλληλεπιδράσεις των παραγόντων,
- Οι δυσκολίες που θα προκύψουν στη διεξαγωγή του πειράματος.

Ένας ορθογώνιος σχεδιασμός $OA(n, q, s, t)$ είναι ένας $n \times q$ σχεδιασμός όπου n είναι το πλήθος των δοκιμών, q το πλήθος των παραγόντων, s το πλήθος των επιπέδων του κάθε παράγοντα και t η δύναμη του σχεδιασμού. Οι ορθογώνιοι σχεδιασμοί αυτού του τύπου καλούνται «συμμετρικοί ορθογώνιοι σχεδιασμοί», καθώς κάθε στήλη έχει το ίδιο πλήθος επιπέδων του κάθε παράγοντα s . Δεν υπάρχει δυνατότητα να δημιουργηθούν ορθογώνιοι σχεδιασμοί για οποιαδήποτε επιλογή των n, q, s και t . Για παράδειγμα, από τον ορισμό είναι σαφές ότι το s^t πρέπει να διαιρείται με το n . Εναλλακτικά, θα μπορούσαμε να συμβολίσουμε συνοπτικά τους ορθογώνιους σχεδιασμούς με $OA_n(s^q)$.

Δύο ορθογώνιοι σχεδιασμοί με τις ίδιες παραμέτρους ονομάζονται *ισόμορφοι* αν ο ένας προκύπτει από τον άλλον μετά από εναλλαγή γραμμών, στηλών ή ακόμα και εναλλαγή στοιχείων μιας ή και περισσότερων στηλών του πίνακα. Σε διάφορες εφαρμογές πειραματικών σχεδιασμών, κάθε στήλη αντιστοιχεί σε έναν παράγοντα και κάθε γραμμή αντιπροσωπεύει έναν συνδυασμό των επιπέδων των παραγόντων.

Η έννοια της δύναμης t σε έναν ορθογώνιο σχεδιασμό σχετίζεται με την έννοια της διακριτικής ικανότητας² σε έναν κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό. Συγκεκριμένα, ένας ορθογώνιος σχεδιασμός δύναμης t ορίζει έναν κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό διακριτικής ικανότητας $R=t+1$. Επομένως, ορθογώνιοι σχεδιασμοί δύναμης $t=1$ αντιστοιχούν σε κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς διακριτικής ικανότητας $R=2$ (II). Στον ακόλουθο πίνακα δίνεται ένας ορθογώνιος σχεδιασμός δύναμης $t=1$.

² Ένας σχεδιασμός έχει διακριτική ικανότητα R , αν καμία επίδραση p παραγόντων δεν είναι ταυτόσημη με άλλη επίδραση που περιέχει λιγότερους από $R-p$ παράγοντες.

Πίνακας 4.3.1: Ορθογώνιος σχεδιασμός δύναμης $t=1$

A	B	C
1	1	1
1	1	-1
-1	-1	-1
-1	-1	1

Παρομοίως, ένας ορθογώνιος σχεδιασμός δύναμης $t=2$ αντιστοιχεί σε κλασματικούς παραγοντικούς σχεδιασμούς διακριτικής ικανότητας $R=3$ (III). Στη συνέχεια, δίνεται ένας ορθογώνιος σχεδιασμός δύναμης $t=2$.

Πίνακας 4.3.2: Ορθογώνιος σχεδιασμός δύναμης $t=2$

A	B	C
1	1	1
1	-1	-1
-1	1	-1
-1	-1	1

Οι ορθογώνιοι σχεδιασμοί 2-επιπέδων δύναμης $t=2$ είναι οι σχεδιασμοί Plackett-Burman.

Οι ορθογώνιοι σχεδιασμοί 2-επιπέδων μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

- Απλούς (*regular*): υφίστανται όταν ο αριθμός των δοκιμών είναι δύναμη του 2 και έχουν απλή δομή ταυτόσημων επιδράσεων. Τέτοιοι σχεδιασμοί χαρακτηρίζονται από την ορίζουσα σχέση (*defining relation*), η οποία δείχνει καθαρά πως οι επιδράσεις των παραγόντων σχετίζονται μεταξύ τους.
- Σύνθετος (*non-regular*): υφίστανται για κάθε αριθμό δοκιμών που είναι πολλαπλάσιο του 4 και έχουν σύνθετη δομή ταυτόσημων επιδράσεων.

Ο Taguchi έχει δημιουργήσει 18 χρήσιμους σχεδιασμούς, οι οποίοι χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες: 2-επιπέδων, p -επιπέδων και μικτών-επιπέδων. Οι σχεδιασμοί 2-επιπέδων στην πρώτη κατηγορία, δηλαδή οι OA_4 (2^3), OA_8 (2^7), OA_{12} (2^{11}), OA_{16} (2^{15}), OA_{32} (2^{31}) και OA_{64} (2^{63}) είναι ουσιαστικά Plackett and Burman σχεδιασμοί. Να σημειωθεί ότι οι σχεδιασμοί

Plackett and Burman παρέχουν επίσης τους σχεδιασμούς OA_{20} (2^{19}), OA_{24} (2^{23}), OA_{28} (2^{27}), ..., κτλ., δηλαδή ορθογώνιους σχεδιασμούς τύπου OA_{4t} (2^{4t-1}), για $t \leq 25$ (εκτός $t=23$). Στη δεύτερη κατηγορία συμπεριλαμβάνονται οι σχεδιασμοί OA_9 (3^4), OA_{16} (4^5), OA_{25} (5^6), OA_{27} (3^{13}), OA_{64} (4^{21}) και OA_{81} (3^{40}), οι οποίοι λέγονται επίσης «ορθογώνιοι σχεδιασμοί δύναμης 2». Στην τρίτη κατηγορία συμπεριλαμβάνονται οι σχεδιασμοί OA_{18} ($2^1 \times 3^7$), OA_{32} ($2^1 \times 4^9$), OA_{36} ($2^3 \times 3^{13}$), OA_{36} ($2^{11} \times 3^{12}$), OA_{50} ($2^1 \times 5^{11}$) και OA_{54} ($2^1 \times 3^{25}$). Στην παράγραφο 4.4 θα γίνει εκτενής αναφορά στους σχεδιασμούς Plackett-Burman.

Η μέθοδος Taguchi χρησιμοποιεί ορθογώνιους σχεδιασμούς με παράγοντες δύο ή τριών επιπέδων. Εάν η επίδραση ενός παράγοντα είναι γραμμική τότε παίρνουμε δύο επίπεδα για τον παράγοντα αυτό ενώ εάν δεν είναι γραμμική τότε παίρνουμε τρία επίπεδα. Αν C_i είναι η επίδραση του παράγοντα i και η επίδραση αυτή είναι γραμμική, τότε ο συγκεκριμένος παράγοντας δοκιμάζεται στα επίπεδα:

$$m_i - s_i \text{ και } m_i + s_i$$

όπου m_i και s_i είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της C_i . Εάν η C_i έχει καμπυλόγραμμη επίδραση, τότε αυτή ελέγχεται σε τρία επίπεδα:

$$m_i - s_i \sqrt{\frac{3}{2}}, m_i \text{ και } m_i + s_i \sqrt{\frac{3}{2}}.$$

Αφού προσδιορίσουμε τους ελεγχόμενους και μη ελεγχόμενους παράγοντες αντιστοιχούμε σε κάθε έναν από αυτούς έναν κατάλληλο ορθογώνιο σχηματισμό. Ο σχηματισμός για τους ελεγχόμενους παράγοντες ονομάζεται «εσωτερική διάταξη» (*inner array*) ενώ για τους μη ελεγχόμενους παράγοντες ονομάζεται «εξωτερική διάταξη» (*outer array*).

4.3 Μήτρες Αλληλεπιδράσεων

Ο Taguchi εισήγαγε τις μήτρες αλληλεπιδράσεων, οι οποίες χρησιμεύουν στην αναγνώριση των στηλών της αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο παραγόντων σε ορθογώνιες διατάξεις που επιτρέπουν τη μελέτη αλληλεπιδράσεων. Έτσι, χρησιμοποιεί τριγωνικές

Μήτρες Αλληλεπίδρασης, όπως στον Πίνακα 4.4.2 που αντιστοιχεί στο σχεδιασμό $OA_8 (2^7)^3$ (βλ. Πίνακα 4.4.1).

Πίνακας 4.4.1: Σχεδιασμός $OA_8 (2^7)$

Στήλη							
Δοκιμή	1	2	3 (1×2)	4	5 (1×4)	6 (2×4)	7 (1×2×4)
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

Πίνακας 4.4.2: Μήτρα Αλληλεπίδρασης του $OA_8 (2^7)$

Αριθμός στήλης							
Αριθμός στήλης	1	2	3	4	5	6	7
1	-	3	2	5	4	7	6
2		-	1	6	7	4	5
3			-	7	6	5	4
4				-	1	2	3
5					-	3	2
6						-	1

Για παράδειγμα, η στήλη 3 δίνει την αλληλεπίδραση των δύο προηγούμενων στηλών, δηλαδή της στήλης 1 και της στήλης 2. Σε αυτό το σημείο, αξίζει να σημειωθεί ότι η οικονομία που επιτυγχάνεται με τις μήτρες αλληλεπίδρασης είναι εμφανής αφού οι στήλες αλληλεπίδρασης

³ Να σημειωθεί ότι ο $OA_8 (2^7)$ σχεδιασμός έχει 7 παράγοντες με 2 επίπεδα ο καθένας και 8 δοκιμές.

μεταξύ δύο παραγόντων είναι εύκολα αναγνωρίσιμες, κάτι το οποίο φαίνεται και στον παραπάνω πίνακα.

Κάθε καταχώρηση στη μήτρα αλληλεπίδρασης δείχνει τη στήλη που αντιστοιχεί στην αλληλεπίδραση ανάμεσα σε δύο συγκεκριμένους παράγοντες. Για παράδειγμα, η καταχώρηση 6 στην τρίτη σειρά σημαίνει ότι, αν επιλέξουμε να αναθέσουμε δύο παράγοντες στις στήλες 3 και 5, η αλληλεπίδρασή τους μπορεί να αντιπροσωπευτεί από τη στήλη 6.

Σε διάφορα βιβλία που γίνεται παρουσίαση πειραματικών σχεδιασμών (όπως Λογοθέτης, 2001) δίνονται μήτρες αλληλεπίδρασης καθώς επίσης και ορθογώνιες διατάξεις που προτείνει ο Taguchi. Θα πρέπει να τονιστεί ότι αυτές οι μήτρες αλληλεπίδρασης μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο αν οι αντίστοιχοι πειραματικοί σχεδιασμοί έχουν τη συγκεκριμένη μορφή που παρουσιάζεται στο σχεδιασμό.

4.4 Παραγοντικοί Σχεδιασμοί Plackett - Burman

Οι σχεδιασμοί Plackett και Burman (Plackett and Burman, 1946) αποτελούν μία ειδική κατηγορία ορθογώνιων κλασματικών σχεδιασμών και είναι χρήσιμοι σχεδιασμοί για πιλοτικά πειράματα (*screening designs*), δηλαδή για πειραματικούς σχεδιασμούς με πολύ λίγες δοκιμές. Αποτελούν πολύ χρήσιμο στατιστικό εργαλείο αφού επιτρέπουν τη μελέτη και επομένως την εκτίμηση κυρίων επιδράσεων. Οι σχεδιασμοί αυτοί είναι κατάλληλοι για μελέτη έως και $k=(N-1)/(L-1)$ παραγόντων, τον καθένα με L στάθμες πραγματοποιώντας συνολικά N δοκιμές, δηλαδή είναι ορθογώνιες διατάξεις του τύπου

$$OA_N(L^k)$$

Σε περιπτώσεις που το L είναι δύναμη του 2, ο σχεδιασμός Plackett-Burman ταυτίζεται με τον κλασματικό παραγοντικό σχεδιασμό δύο παραγόντων.

Οι σχεδιασμοί διαμορφώνονται με τη βοήθεια ενός διάνυσματος γεννήτορα ή ενός αριθμού τετραγωνικών τεμαχίων γεννητόρων, τα στοιχεία των οποίων αντιπροσωπεύουν τις L στάθμες των παραγόντων. Όταν δίνεται ένα διάνυσμα-γεννήτορας αυτό καταγράφεται ως στήλη. Αποκτούμε μία δεύτερη στήλη, αν μετακινήσουμε τα στοιχεία της προηγούμενης στήλης μια θέση προς τα κάτω και τοποθετήσουμε το τελευταίο στοιχείο στην πρώτη θέση. Η

διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου αποκτήσουμε $k=(N-1)/(L-1)$ στήλες, δηλαδή k στήλες. Τέλος, για να ολοκληρωθεί ο σχεδιασμός, προστίθεται μία σειρά στοιχείων, που όλα αντιπροσωπεύουν την πρώτη στάθμη των παραγόντων. Να σημειωθεί ότι οι μικρότεροι σχεδιασμοί είναι αυτοί με $N = 8, 12, 16, 20$ και 24 και προκύπτουν από την πρώτη γραμμή του πίνακα με κυκλική μετάθεση.

Για παράδειγμα, θα διαμορφώσουμε έναν σχεδιασμό $OA_8 (2^7)$, θεωρώντας ότι $L=2$ και $N=8$. Άρα, προκύπτει ότι

$$k = (8-1)/(2-1) = 7$$

και χρησιμοποιείται το διάνυσμα γεννήτορας

$$(2 \ 2 \ 2 \ 1 \ 2 \ 1 \ 1)$$

το οποίο μπορεί εύκολα να βρεθεί από τον αντίστοιχο πίνακα στα προαναφερθέντα παραρτήματα. Αν τοποθετηθεί αυτό το διάνυσμα ως πρώτη στήλη και αναδιατάξουμε, $N-2$ φορές, ένα στοιχείο του διανύσματος για κάθε νέα στήλη, παίρνουμε μία μήτρα $(N-1) \times (N-1)$, η οποία ολοκληρώνεται με μια σειρά που περιέχει 1. Η διάταξη που προκύπτει δίνεται στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 4.5: Σχεδιασμός Plackett-Burman ισοδύναμος με $OA_8 (2^7)$

2	1	1	2	1	2	2
2	2	1	1	2	1	2
2	2	2	1	1	2	1
1	2	2	2	1	1	2
2	1	2	2	2	1	1
1	2	1	2	2	2	1
1	1	2	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1

Όταν έχουμε τετραγωνικά τεμάχια-γεννήτορες, οι σχεδιασμοί μπορούν να κατασκευαστούν, αν μετατεθούν τα τεμάχια κυκλικά μεταξύ τους. Για παράδειγμα, για $L=2$

και $N=28$, αν X , Y και Z είναι τα τρία δεδομένα 9×9 τετραγωνικά τεμάχια, αυτά γράφονται κυκλικά ως εξής

Πίνακας 4.6: Ανατοποθέτηση τεμαχίων - γεννητόρων

X	Y	Z
Y	Z	X
Z	X	Y

και οι 27 σειρές που προκύπτουν ακολουθούνται από μία σειρά που περιέχει 1.

Γενικότερα, η τεχνική αυτή δεν ισχύει για $N = 28, 52, 76$ και 100 όπου σε τέτοιες περιπτώσεις έχουμε κυκλικές μεταθέσεις ολόκληρου του block.

Στα παραρτήματα δίνονται τα διανύσματα και τα τεμάχια γεννήτορες για $L=2$ και με το N πολλαπλάσιο του 4, από $N=4$ έως 96. Δίνονται, επίσης, τα διανύσματα για

- $L=3$ και $N=9, 27$ ή 81 ,
- $L=5$ και $N=25$ ή 125 , και
- $L=7$ και $N=49$.

Να σημειωθεί, ότι οι σχεδιασμοί αυτοί εκτός από τη μελέτη των κυρίων επιδράσεων, χρησιμοποιούνται και για τη μελέτη των αλληλεπιδράσεων μόνο όταν το N είναι δύναμη του 2. Ωστόσο, όταν το N δεν είναι δύναμη του 2 δεν μπορούμε να μελετήσουμε τις αλληλεπιδράσεις.

Παράδειγμα 4.1: Συγκοινωνιολόγοι του Υπουργείου Μεταφορών ενδιαφέρονται να μελετήσουν τις κύριες επιδράσεις 16 δι-σταθμικών παραγόντων που αφορούν τα τροχαία ατυχήματα σε εθνικούς και επαρχιακούς δρόμους.

Αφού μας ενδιαφέρει η μελέτη 16 δι-σταθμικών παραγόντων και εφόσον έχουμε 16 βαθμούς ελευθερίας, χρειαζόμαστε έναν σχεδιασμό με τουλάχιστον $16 + 1 = 17$ δοκιμές. Ο πιο οικονομικός σχεδιασμός των Plackett-Burman με $L = 2$ και $N \geq 17$ είναι ο OA_{20} με $L = 2$ και $N = 20$.

Το διάνυσμα γεννήτορα που χρησιμοποιείται είναι το

$$(2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1).$$

Χρησιμοποιώντας το διάνυσμα γεννήτορα και ακολουθώντας τη διαδικασία που αναφέρθηκε προηγουμένως προκύπτει ο ακόλουθος σχεδιασμός.

Πίνακας 4.7: Ο σχεδιασμός Plackett-Burman OA_{20}

2	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2
2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1
1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1
1	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2
2	1	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2
2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2
2	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2
2	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1
1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	1	2
2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	1
1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	2
2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1
1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	1	1
1	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	1
1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1
1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2
2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2
2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1
1	2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Να σημειωθεί ότι με το συγκεκριμένο σχεδιασμό υπάρχει η δυνατότητα μελέτης άλλων 3 δισταθμικών παραγόντων. Ωστόσο, δε μπορούμε να μελετήσουμε αλληλεπίδραση διότι το 20 δεν είναι δύναμη του 2.

Σε περίπτωση που, πριν τη διεξαγωγή του πειράματος, χρειάζοταν να μελετήσουμε την αλληλεπίδραση των δύο πρώτων δισταθμικών παραγόντων, τότε ο οικονομικότερος σχεδιασμός Plackett-Burman που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι ο OA_{32} με $L = 2$ και $N = 32$ (ώστε το N να είναι δύναμη του 2).

Το διάνυσμα γεννήτορας που χρησιμοποιείται είναι το

$$(1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 1\ 2\ 1\ 2\ 2\ 2\ 1\ 2\ 2\ 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 2\ 1\ 2\ 1\ 1\ 2).$$

4.5 Τεχνικές Σχεδιασμού του Taguchi

Οι ορθογώνιοι σχεδιασμοί δύο ή τριών επιπέδων είναι ισοδύναμοι με τους σχεδιασμούς δύο ή τριών επιπέδων των Plackett-Burman. Αν αυτοί οι σχεδιασμοί προσαρμοστούν κατάλληλα, τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη μελέτη πολυεπίπεδων παραγόντων και έχουν τη δυνατότητα να ικανοποιήσουν κάθε απαιτούμενο συνδυασμό παραγοντικών επιπέδων. Μερικές από τις τεχνικές σχεδιασμού που προτείνει ο Taguchi είναι:

- **Δημιουργία πολυεπίπεδης στήλης**

Για τη μελέτη των πολυεπίπεδων παραγόντων πρέπει πρώτα να δημιουργηθούν οι κατάλληλες στήλες στις διατάξεις των δύο ή τριών επιπέδων. Για να επιτευχθεί αυτό, «θυσιάζονται» δύο στήλες οι οποίες αντικαθίστανται από μία νέα στήλη τα επίπεδα της οποίας αντιστοιχούν σε κάθε συνδυασμό επιπέδων των αρχικών δύο στηλών. Για παράδειγμα, σε μία διάταξη δύο επιπέδων ισχύει το εξής:

Πίνακας 4.8.1: Δημιουργία 4-επίπεδων στήλης από 2 στήλες δύο επιπέδων

Συνδυασμός	Επίπεδα νέας στήλης
1,1	1
1,2	2
2,1	3
2,2	4

Για τη διάταξη τριών επιπέδων ισχύει:

Πίνακας 4.8.2: Δημιουργία 9-επιπέδων στήλης από 2 στήλες τριών επιπέδων

Συνδυασμός	Επίπεδα νέας στήλης
1,1	1
1,2	2
1,3	3
2,1	4
2,2	5
2,3	6
3,1	7
3,2	8
3,3	9

Ωστόσο, για τη δημιουργία πολυεπίπεδης στήλης είναι απαραίτητη η ύπαρξη στον αρχικό σχεδιασμό της στήλης αλληλεπίδρασης των δύο «θυσιασμένων» στηλών. Επομένως, η δημιουργία πολυεπίπεδης στήλης μπορεί να γίνει μόνο σε διατάξεις οι οποίες επιτρέπουν τη μελέτη αλληλεπιδράσεων όπως είναι η OA_8 , OA_{16} κτλ. (Λογοθέτης, 2005).

- **Τεχνική εικονικών επιπέδων**

Ένας παράγοντας με k επίπεδα μπορεί να τοποθετηθεί σε μία στήλη που να επιτρέπει περισσότερα από k επίπεδα, δηλαδή m επίπεδα, όπου $m > k$. Αυτό επιτυγχάνεται επαναλαμβάνοντας ένα ή περισσότερα από τα επίπεδα του παράγοντα, όσες φορές χρειαστεί, στη θέση των επιπλέον επιπέδων στη στήλη. Μπορεί να επαναληφθεί οποιοδήποτε από τα αρχικά επίπεδα του παράγοντα, αλλά συνήθως επιλέγεται το πιο εύκολο και οικονομικό επίπεδο για πειραματισμό. Αυτή ονομάζεται τεχνική «εικονικού επιπέδου». Για παράδειγμα, μπορούμε να τοποθετήσουμε έναν παράγοντα δύο επιπέδων στην πρώτη στήλη (τριών επιπέδων) της OA_9 (3^4) επαναλαμβάνοντας το επίπεδο 1 του παράγοντα στη θέση του επιπέδου 3 της στήλης, όπως φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 4.9: Τεχνική Εικονικού Επιπέδου στην $OA_9 (3^4)$

Δοκιμή	Παράγοντες			
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	1' (=3)	1	3	2
8	1' (=3)	2	1	3
9	1' (=3)	3	2	1

Ο νέος σχεδιασμός διατηρεί την επιθυμητή ιδιότητα των ορθογώνιων διατάξεων, δηλαδή η επίδραση του παράγοντα που είναι τοποθετημένος σε μια στήλη που δημιουργήθηκε με αυτόν τον τρόπο θα παραμείνει ασυσχέτιστη με όλες τις άλλες επιδράσεις των άλλων παραγόντων (ώστε να μην υπάρχει σύγχυση στους υπολογισμούς). Αυτό συμβαίνει λόγω του κριτηρίου των «ανάλογων συχνοτήτων». Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό, για να είναι οι εκτιμητές δύο κυρίων επιδράσεων (για παράδειγμα παράγοντες *A* και *B*) ασυσχέτιστοι, θα πρέπει να εμφανίζονται τα επίπεδα του ενός παράγοντα με καθένα από τα επίπεδα των άλλων παραγόντων με ανάλογες συχνότητες, δηλαδή θα πρέπει να ισχύει:

$$n_{ij} = \frac{n_i \times n_j}{n}, \quad i = 1, \dots, r, j = 1, \dots, s$$

όπου n το σύνολο των πειραματικών δοκιμών, n_i ο αριθμός των περιπτώσεων που εμφανίζεται το i -οστό επίπεδο του r -επιπέδου παράγοντα *A*, n_j ο αριθμός των περιπτώσεων που εμφανίζεται το j -οστό επίπεδο του s -επιπέδου παράγοντα *B* και n_{ij} ο αριθμός των περιπτώσεων που εμφανίζεται το i -οστό επίπεδο του παράγοντα *A* ταυτόχρονα με το j -οστό επίπεδο του παράγοντα *B*.

Παράδειγμα 4.2: Αναφερόμενοι στη διάταξη του Πίνακα 4.9, θέλουμε να αποδείξουμε ότι ο σχεδιασμός ακολουθεί την πλέον επιθυμητή ιδιότητα των Ορθογώνιων Διατάξεων της μη σύγχυσης των επιδράσεων των παραγόντων για κάθε στήλη του σχεδιασμού.

Πίνακας 4.10

Δοκιμή	Διαλυτικό	Σκόνη	Χημικά Βελτιωτικά
1	1	1	1
2	2	2	1
3	1	1	2
4	2	2	2
5	1	2	3
6	2	1	3
7	1	2	2
8	2	1	2

Για να ισχύει το κριτήριο των αναλόγων συχνοτήτων θα πρέπει:

$$n_{ij} = \frac{n_i \times n_j}{n}$$

Πράγματι, για τις δύο τελευταίες στήλες του ανωτέρω σχεδιασμού και για το ζεύγος των δεικτών $(i,j) = (1,3)$ έχουμε $n_i=4$, $n_j=2$, $n=8$, $n_{ij}=1$, και επομένως ισχύει το κριτήριο. Επίσης για $(i,j) = (2,1)$ έχουμε $n_i=4$, $n_j=2$, $n=8$, $n_{ij}=1$, επομένως πάλι ισχύει το κριτήριο κ.ο.κ. Παρομοίως μπορεί να αποδειχθεί ότι ισχύει το κριτήριο των αναλόγων συχνοτήτων για οποιοδήποτε άλλο ζεύγος δεικτών αυτών των δύο στηλών και για οποιοδήποτε άλλο ζεύγος στηλών.

Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί ότι η διαμόρφωση πολυεπίπεδων στηλών μπορεί να συνδυαστεί με την τεχνική εικονικών επιπέδων για να προσαρμοστεί στις διάφορες απαιτήσεις των πειραμάτων. Για να διαπιστωθεί αυτό, θα παρουσιαστούν δύο παραδείγματα. Συγκεκριμένα:

Παράδειγμα 4.3.1: Για να κατασκευαστεί ένας πειραματικός σχεδιασμός για τη μελέτη ενός παράγοντα με 3 επίπεδα, δύο παραγόντων με 4 επίπεδα, και δύο παραγόντων με 2 επίπεδα με την αλληλεπίδρασή τους θα ξεκινήσουμε με τον ορθογώνιο σχεδιασμό $OA_{16}(2^{15})$ και θα δημιουργήσουμε 3 πολυεπίπεδες στήλες τεσσάρων επιπέδων όπου αναθέτουμε τον παράγοντα με 3 επίπεδα (με την τεχνική των εικονικών επιπέδων) και τους δύο παράγοντες με 4 επίπεδα, ενώ τους δύο παράγοντες με 2 επίπεδα στις στήλες που απομένουν.

Παράδειγμα 4.3.2: Για να διεξάγουμε μια πειραματική μελέτη δύο παραγόντων με 2 επίπεδα, δύο παραγόντων με 3 επίπεδα και 2 παραγόντων με 4 επίπεδα, με το πλήρες παραγοντικό χρειαζόμαστε $(2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (4 \times 4) = 576$ δοκιμές. Στην πραγματικότητα, ένας τέτοιος σχεδιασμός θα είναι εξαιρετικά χρονοβόρος και δαπανηρός.

Για αυτήν την περίπτωση, προτείνεται ένας οικονομικός πειραματικός σχεδιασμός και συγκεκριμένα ο $OA_{16}(2^2 \times 3^2 \times 4^2)$. Ο σχεδιασμός αυτός προκύπτει ξεκινώντας από τον Ορθογώνιο Σχεδιασμό με 16 δοκιμές και 15 στήλες. Από 12 στήλες δύο επιπέδων δημιουργούμε 4 στήλες με 4 επίπεδα με την τεχνική της δημιουργίας πολυεπίπεδων στηλών. Οι 2 από τις νέες στήλες θα δεσμευθούν για τους δύο παράγοντες με 4 επίπεδα. Οι άλλες δύο από τις νέες στήλες θα δεσμευθούν για τους δύο παράγοντες με 3 επίπεδα εφαρμόζοντας την τεχνική εικονικών επιπέδων. Τέλος, από τις 3 στήλες που απομένουν από τον αρχικό σχεδιασμό δεσμεύουμε δύο για τους δύο παράγοντες με 2 επίπεδα.

4.6 Παράδειγμα χρήσης των τεχνικών Taguchi

Σε μία βιομηχανία κατασκευής Υπέρυθρων Καμερών ελέγχεται η ευαισθησία καταγραφής θερμοκρασιών της Υπέρυθρης Κάμερας, η οποία θα χρησιμοποιηθεί για την μέτρηση θερμοκρασίας χωρίς επαφή κλιβάνων χύτευσης μετάλλων. Στόχος μας είναι να μειωθεί η θερμοκρασία και να κινηθεί μεταξύ αποδεκτών ορίων. Οι παράγοντες που θεωρήθηκαν ότι μπορούν να επηρεάσουν την υπό μελέτη διεργασία είναι οι εξής:

- Φακός κάμερας (ΦΑΚ): κρίθηκε απαραίτητη η μελέτη 2 διαφορετικών φακών.
- Χρόνος ψύξης του αισθητήρα υδραργύρου καδμίου με τη χρήση υγρού αζώτου (ΧΡΟ): ο κατασκευαστής επιλέγει 3 τιμές ανάλογες με την απόσταση μεταξύ της κάμερας και του μετάλλου.

- Υγρασία (*ΥΓΡ*): 2 πιθανά στάδια υγρασίας ανάλογα με την εργασία που εκτελείται και συγκεκριμένα με ή χωρίς χρήση ατμού στη χύτευση.
- Θερμοκρασία αερίων μαζών που βρίσκεται ανάμεσα στην υπέρυθρη κάμερα και στο υπό εξέταση αντικείμενο (*ΘΕΡ*): θερμή ή ψυχρή αέρια μάζα.
- Πρωτογενής ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (*ΑΚΤ*): η κάμερα να μπορεί να δουλεύει με παρουσία ή όχι ηλιακής ακτινοβολίας.
- Μόνιτορ παρουσίας (*ΜΟΝ*): συμπεριφορά χρωμάτων με ή χωρίς φίλτρο ημέρας.

Αρχικά, θα πρέπει να διαχωρίσουμε τους ανωτέρω παράγοντες σε Παράγοντες Ελέγχου και Παράγοντες Θορύβου. Συγκεκριμένα, Παράγοντες Ελέγχου μπορούν να θεωρηθούν οι εξής:

- Φακός κάμερας
- Χρόνος ψύξης του αισθητήρα υδραργύρου καδμίου με τη χρήση υγρού αζώτου
- Μόνιτορ παρουσίας.

Οι ανωτέρω θεωρούνται Παράγοντες Ελέγχου καθώς οι τιμές τους (επίπεδα) μπορούν να καθοριστούν και να ελεγχθούν εύκολα από τον κατασκευαστή της υπέρυθρης κάμερας.

Ως Παράγοντες Θορύβου θεωρούνται οι:

- Υγρασία
- Θερμοκρασία αερίων μαζών που βρίσκεται ανάμεσα στην υπέρυθρη κάμερα και στο υπό εξέταση αντικείμενο
- Πρωτογενής ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

Οι ανωτέρω θεωρούνται Παράγοντες Θορύβου αφού εξαρτώνται από αστάθμητους παράγοντες και οι τιμές τους (επίπεδα) δεν μπορούν εύκολα να καθοριστούν και να ελεγχθούν από τον κατασκευαστή.

Αν υπήρχε απεριόριστη δυνατότητα πειραματισμού, τότε για τη λεπτομερή μελέτη των ανωτέρω παραγόντων θα χρειαζόταν $3 \times 2^5 = 96$ πειράματα (πλήρες παραγοντικό). Ας υποθέσουμε ότι ο κατασκευαστής, για λόγους οικονομίας, έχει θέσει τον περιορισμό ότι η

πειραματική δυνατότητα δεν μπορεί να ξεπεράσει τα 9 πειράματα με 4 επαναλήψεις ανά πείραμα. Θα κατασκευάσουμε στην συνέχεια τον πιο οικονομικό σχεδιασμό καθορίζοντας την κατάλληλη εσωτερική και εξωτερική διάταξη.

Εσωτερική Διάταξη: Θα μελετήσουμε 1 παράγοντα με 3 επίπεδα και 2 παράγοντες με 2 επίπεδα. Επομένως, χρειαζόμαστε έναν σχεδιασμό με τουλάχιστον 3 στήλες (μία για κάθε παράγοντα ελέγχου) που να επιτρέπει τουλάχιστον $(3-1)+2(2-1) = 4$ βαθμούς ελευθερίας. Επομένως, επιλέγουμε ως οικονομικότερο σχεδιασμό την Ορθογώνια Διάταξη $OA_8(2^7)$.

Πίνακας 4.11.1: $OA_8(2^7)$

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

Ωστόσο, η διάταξη αυτή δεν προβλέπει ανάθεση παραγόντων με επίπεδα περισσότερα των 2. Γι' αυτό το λόγο, θα σχηματίσουμε τη διάταξη που θέλουμε μέσω των τεχνικών που προτείνει ο Taguchi. Θα δημιουργήσουμε μία στήλη 4-επιπέδων με την τεχνική της πολυεπίπεδης στήλης και στη συνέχεια θα αναθέσουμε σε αυτήν τον παράγοντα 3 επιπέδων με την τεχνική των εικονικών επιπέδων. Συνεπώς, ο σχεδιασμός που προκύπτει είναι ο ακόλουθος:

Πίνακας 4.11.2: $OA_8(4 \times 2^4)$

	1,2,3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	2	1	1	2	2
4	2	2	2	1	1
5	3	1	2	1	2
6	3	2	1	2	1
7	4	1	2	2	1
8	4	2	1	1	2

Στη συνέχεια, για την ανάθεση του πρώτου παράγοντα 3 επιπέδων αντικαθιστούμε το επίπεδο 4 της στήλης 1,2,3 με το επίπεδο 2. Επομένως, ο σχεδιασμός γίνεται:

Πίνακας 4.11.3: $OA_8(3 \times 2^4)$

	1,2,3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	2	1	1	2	2
4	2	2	2	1	1
5	3	1	2	1	2
6	3	2	1	2	1
7	4=2'	1	2	2	1
8	4=2'	2	1	1	2

Ωστόσο, μπορούμε να επιλέξουμε οποιεσδήποτε στήλες από αυτές που χρειαζόμαστε και να σβήσουμε τις υπόλοιπες. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θα σβήσουμε τις στήλες 6 και 7. Επομένως, ο σχεδιασμός γίνεται:

Πίνακας 4.11.4: $OA_8(3 \times 2^2)$

	1,2,3	4	5
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	1
4	2	2	2
5	3	1	2
6	3	2	1
7	4=2'	1	2
8	4=2'	2	1

Εξωτερική Διάταξη: Θα μελετήσουμε 3 παράγοντες με 2 επίπεδα. Συνεπώς, χρειαζόμαστε έναν σχεδιασμό με τουλάχιστον 3 στήλες (για τους 3 παράγοντες θορύβου) που να επιτρέπει τουλάχιστον $3 \times (2-1) = 3$ βαθμούς ελευθερίας. Επομένως, επιλέγουμε ως οικονομικότερο σχεδιασμό την Ορθογώνια Διάταξη $OA_4(2^3)$, η οποία είναι:

Πίνακας 4.12: $OA_4(2^3)$

	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	1
4	2	2	2

Το πειραματικό περιβάλλον του Taguchi είναι το εξής:

**ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ
ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ**

(1,2,3) 4 5

ΧΡΟ ΦΑΚ ΜΟΝ

1	1	1
1	2	2
2	1	1
2	2	2
3	1	2
3	2	1
2'	1	2
2'	2	1

**ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ
ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΘΟΡΥΒΟΥ**

<i>ΥΓΡ</i>	1	1	2	2
<i>ΘΕΡ</i>	1	2	1	2
<i>ΑΚΤ</i>	1	2	1	2

ΔΕΔΟΜΕΝΑ (σε °C)

Y_{i1}	Y_{i2}	Y_{i3}	Y_{i4}
90	135	150	210
120	162	137	92
220	156	200	250
197	256	243	210
198	265	240	200
190	163	188	230
164	230	271	251
174	252	169	243

Αρχικά, θα υπολογιστεί το κατάλληλο Μέτρο Επίδοσης που προτείνει ο Taguchi.

Οι μέσοι και οι τυπικές αποκλίσεις των αποτελεσμάτων για κάθε δοκιμή δίδονται στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 4.13: Αριθμητικοί μέσοι και τυπικές αποκλίσεις

Δοκιμή	Μέσος (\bar{y})	Τυπική Απόκλιση (s)
1	146,25	49,561
2	127,75	29,421
3	206,50	39,442
4	226,50	27,598
5	225,75	32,541
6	192,75	27,705
7	229,00	46,454
8	209,50	44,079

Το μέτρο θορύβου που προτείνει ο Taguchi για τις περιπτώσεις «όσο μικρότερη η τιμή τόσο καλύτερη» είναι

$$\eta = -10 \log_{10} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right\}.$$

και μπορεί να υπολογιστεί είτε απ' ευθείας από τα δεδομένα είτε με τη βοήθεια της ισότητας

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 = (\bar{y})^2 + \frac{n-1}{n} s^2.$$

Τα αποτελέσματα των υπολογισμών παρατίθενται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 4.14: Τιμές του Μέτρου Θορύβου η

Δοκιμή	η
1	-43,7178
2	-42,3242
3	-46,4349
4	-47,1574
5	-47,1508
6	-45,7777
7	-47,3503
8	-46,5887

Το μέτρο επίδοσης θορύβου του Taguchi δεν είναι το καταλληλότερο για τον προσδιορισμό των παραγόντων ελέγχου θορύβου αφού συγχέει τις επιδράσεις που προκύπτουν από αλλαγές στο μέσο \bar{y} των αποτελεσμάτων της δοκιμής με τις επιδράσεις οι οποίες προκύπτουν από αλλαγές στη διασπορά s^2 των αποτελεσμάτων της δοκιμής.

Το κατάλληλο Μέτρο Στόχου είναι

Πίνακας 4.15: Τιμές του $M\bar{S}$

Δοκιμή	Μέσος (\bar{y})
1	146,25
2	127,75
3	206,50
4	226,50
5	225,75
6	192,75
7	229,00
8	209,50

Σε αυτό το σημείο, θα εντοπιστούν, αν υπάρχουν, σημαντικοί *ΠΕΘ*, *ΠΕΣ* και *ΠΕΚ*. Ο πίνακας ανάλυσης διασποράς για το μέσο είναι ο ακόλουθος

Πίνακας 4.16.1: Πίνακας Ανάλυσης Διασποράς για το Μέσο

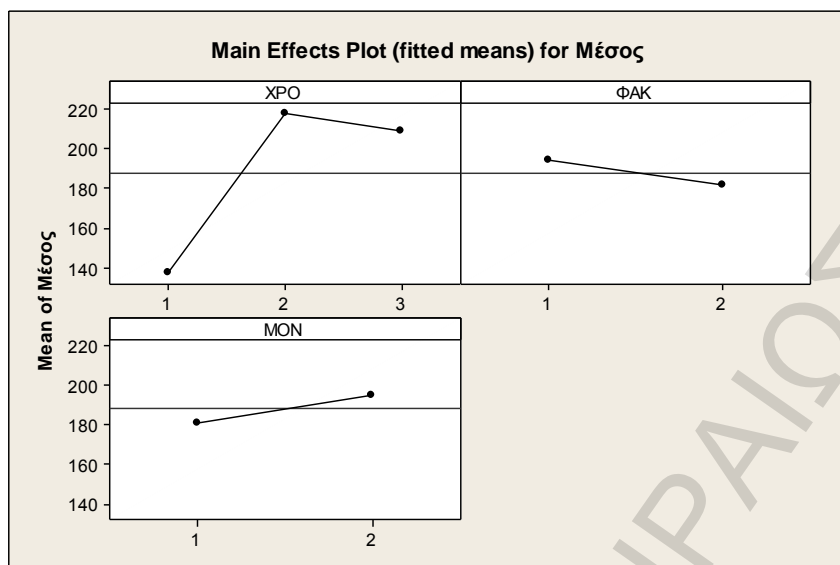
Πηγή	Βαθ. ελευθ.	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Άθροισμα Τετραγώνων	<i>F</i>	p-value
<i>ΧΡΟ</i>	2	9225,2	4612,6	32,66	0,009
<i>ΦΑΚ</i>	1	325,1	325,1	2,30	0,226
<i>ΜΟΝ</i>	1	364,5	364,5	2,58	0,207
Σφάλμα	3	423,7	141,2		
Σύνολο	7	10338,5			

ενώ ο πίνακας ανάλυσης διασποράς για το η είναι

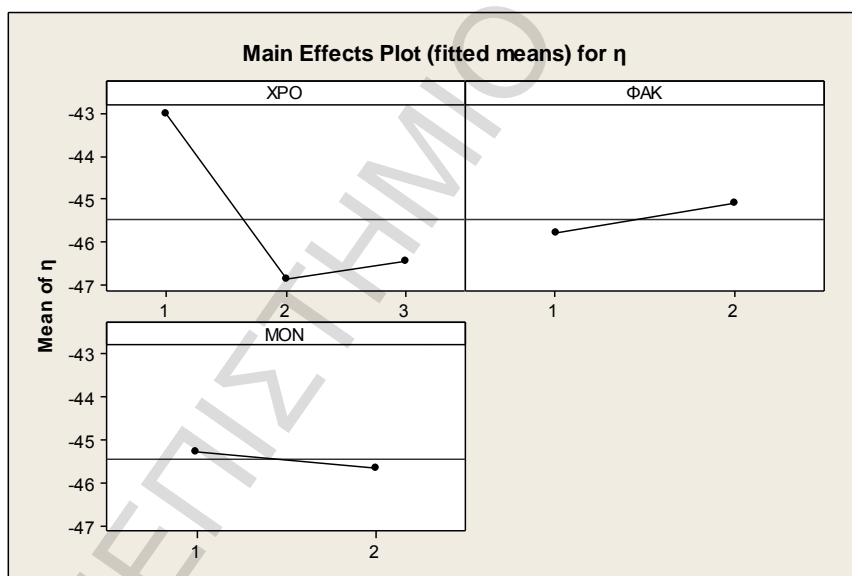
Πίνακας 4.16.2: Πίνακας Ανάλυσης Διασποράς για το η

Πηγή	Βαθ. ελευθ.	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Άθροισμα Τετραγώνων	<i>F</i>	p-value
<i>ΧΡΟ</i>	2	21,0171	10,5085	25,36	0,013
<i>ΦΑΚ</i>	1	0,9840	0,9840	2,37	0,221
<i>ΜΟΝ</i>	1	0,2678	0,2678	0,65	0,480
Σφάλμα	3	1,2430	0,4143		
Σύνολο	7	23,5119			

Στους πίνακες Ανάλυσης Διασποράς ο παράγοντας *ΧΡΟ* φαίνεται να είναι σημαντικός *ΠΕΘ* και *ΠΕΣ* σε επίπεδο σημαντικότητας 5% και έτσι δε μπορούμε να αποφανθούμε αφού υπάρχει σύγχυση.



Διάγραμμα 4.1.1: Διάγραμμα κυρίων επιδράσεων του Μέσου



Διάγραμμα 4.1.2: Διάγραμμα κυρίων επιδράσεων του η

Οι επιρροές των παραγόντων για το η φαίνονται να είναι συμμετρικές εικόνες (*mirror images*) των επιρροών για το μέσο. Ως αποτέλεσμα είναι αδύνατον να διαχωρίσουμε τους σημαντικούς Παράγοντες ελέγχου του Θορύβου (ΠΕΘ) μέσω του η , από τους σημαντικούς Παράγοντες ελέγχου του Στόχου (ΠΕΣ) με χρήση του μέσου.

Για να βρούμε το κατάλληλο Μέτρο Θορύβου ελέγχουμε πρώτα αν υπάρχει συναρτησιακή σχέση μεταξύ μέσου και διασποράς στα αποτελέσματα της κάθε δοκιμής. Διεξάγουμε μια ανάλυση απλής παλινδρόμησης μεταξύ των λογαριθμικών τιμών των μέτρου μέσου και τυπικής απόκλισης (s) του Πίνακα 4.13.

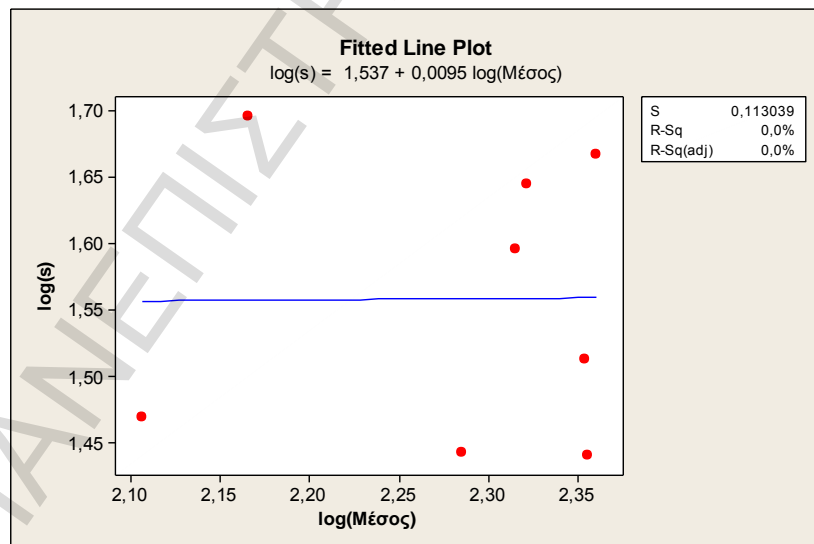
Η εξίσωση παλινδρόμησης που προκύπτει είναι η

$$\log_{10}(s) = 1,54 + 0,009 \log_{10}(\bar{y})$$

Πίνακας 4.17: Συντελεστές

	Συντελεστής	Τυπικό Σφάλμα	<i>T</i>	p-value
σταθερά	1,54	1,023	1,50	0,184
log(Μέσος)	0,009	0,4480	0,02	0,984

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται και το διάγραμμα διασποράς στο οποίο φαίνεται η μη ύπαρξη γραμμικής σχέσης του μέσου και της διασποράς.



Διάγραμμα 4.2: Διάγραμμα διασποράς

Η ανωτέρω γραφική ανάλυση αλλά και η τιμή του $R\text{-Sq}(\text{adj}) = 0,0\%$ δείχνει μια πλήρη ανεξαρτησία του μέσου (\bar{y}) από τη διασπορά (s) (δηλαδή μπορούμε να δεχτούμε ότι ο συντελεστής παλινδρόμησης $b=0$) και επομένως συμπεραίνουμε ότι το μέτρο θορύβου θα έπρεπε να είναι μια απλή συνάρτηση s χωρίς να εμπλέκει καθόλου το \bar{y} όπως γίνεται στο μέτρο του Taguchi. Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε εξετάζοντας τον Πίνακα 4.17. Συγκεκριμένα, το p-value είναι μεγαλύτερο από 0,10. Συνεπώς, σε επίπεδο σημαντικότητας 10% το β μπορεί να θεωρηθεί ίσο με το μηδέν, δηλαδή $\beta \approx 0$, και κατ' επέκταση $\lambda = 1 - \beta = 1$. Άρα, το κατάλληλο μέτρο θορύβου είναι

$$M\theta = 10 \log_{10} \left(\frac{\bar{y}^0}{s} \right)^2 = -20 \log_{10}(s).$$

Οι τιμές του νέου μέτρου θορύβου για κάθε μία από τις πειραματικές δοκιμές των παραγόντων ελέγχου βρίσκονται στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 4.18: Τιμές του $M\theta$

Δοκιμή	$M\theta$
1	-33,9028
2	-29,3731
3	-31,9192
4	-28,8176
5	-30,2486
6	-28,8512
7	-33,3405
8	-32,8846

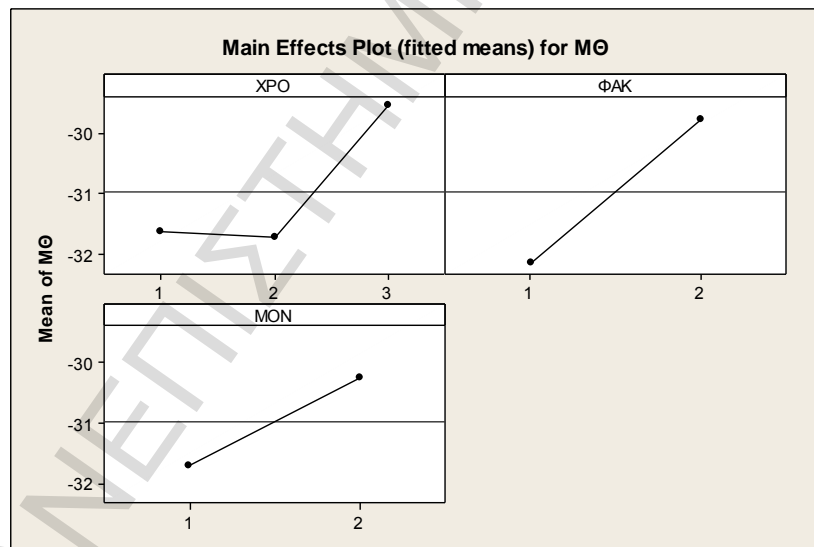
Για να εντοπιστεί η ύπαρξη σημαντικών $ΠΕ\theta$, $ΠΕ\sigma$ και $ΠΕ\kappa$, σε επίπεδο σημαντικότητας 10%, θα εφαρμόζουμε ANOVA όπως φαίνεται και στους ακόλουθους πίνακες.

Πίνακας 4.19: Πίνακας Ανάλυσης Διασποράς για το $M\theta$

Πηγή	Βαθ. ελευθ.	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Άθροισμα Τετραγώνων	F	p-value
<i>ΧΡΟ</i>	2	6,989	3,495	1,27	0,399
<i>ΦΑΚ</i>	1	11,245	11,245	4,08	0,137
<i>ΜΟΝ</i>	1	4,173	4,173	1,52	0,306
Σφάλμα	3	8,262	2,754		
Σύνολο	7	30,669			

Για το μέτρο ελέγχου του στόχου τα αποτελέσματα είναι ίδια με του Πίνακα 4.16.1.

Παρατηρείται ότι, σε επίπεδο σημαντικότητας 15%, στην ανάλυση του μέτρου θορύβου σημαντικός παράγοντας είναι μόνο ο *ΦΑΚ* και στην ανάλυση του μέτρου στόχου βρέθηκε σημαντικός ο παράγοντας *ΧΡΟ*. Επομένως, ο *ΦΑΚ* είναι *ΠΕΘ*, ο *ΧΡΟ* είναι *ΠΕΣ*, και ο *ΜΟΝ* είναι *ΠΕΚ*.



Διάγραμμα 4.3: Διάγραμμα κυρίων επιδράσεων για το $M\theta$

4.7 Σύνοψη

Στην παράγραφο αυτή, γίνεται μια σύντομη ανασκόπηση της διπλωματικής εργασίας.

Συγκεκριμένα, στο πρώτο κεφάλαιο έγινε μια σύντομη αναφορά στην έννοια της ποιότητας καθώς και μια σύντομη ιστορική αναδρομή. Παρουσιάστηκαν επίσης οι κύριες συνεισφορές των Deming και Taguchi, οι οποίες οδήγησαν στη διάδοση των στατιστικών μεθόδων για τη βελτιστοποίηση της ποιότητας των προϊόντων και των διεργασιών.

Στο δεύτερο κεφάλαιο έγινε μία αναλυτική παρουσίαση της συνάρτησης απώλειας του Taguchi και στη διαφοροποίηση της συνάρτησης αυτής ανάλογα με το στόχο που θέλουμε να επιτύχουμε κάθε φορά. Ακόμα, υπολογίστηκε η μέγιστη απώλεια όταν το υπό μελέτη χαρακτηριστικό κινείται σε συγκεκριμένα όρια. Στη συνέχεια, παρουσιάστηκαν εναλλακτικές συναρτήσεις απώλειας και τέλος, δόθηκε έμφαση στη σχέση των δεικτών επίδοσης διεργασίας με τις συναρτήσεις απώλειας για συμμετρικές και ασύμμετρες προδιαγραφές.

Στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάστηκαν τα Μέτρα Επίδοσης και ο τρόπος επιλογής τους ώστε να μην συγχέονται οι παράγοντες που επηρεάζουν τη μεταβλητότητα με τους παράγοντες που επηρεάζουν το μέσο. Επιπλέον, αναφέρθηκαν τα Μέτρα Θορύβου του Taguchi ενώ στη συνέχεια, παρουσιάστηκε η τεχνική του μετασχηματισμού δεδομένων. Τέλος, προτάθηκε μια απλή μέθοδος εντοπισμού ενός στατιστικού μέτρου, το οποίο αντανακλά τη μεταβλητότητα στην απόδοση μιας διεργασίας.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, παρουσιάστηκαν οι ορισμοί των ορθογώνιων σχεδιασμών καθώς και οι μήτρες αλληλεπίδρασης του Taguchi για την αναγνώριση των στηλών αλληλεπίδρασης. Στη συνέχεια, αναπτύχθηκαν οι σχεδιασμοί των Plackett-Burman και τέλος δόθηκε έμφαση στις τεχνικές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να γίνει προσαρμογή ενός σχεδιασμού από αυτούς που προτείνει ο Taguchi στις ανάγκες ενός πειράματος.

4.8 Επίλογος

Αδιαμφισβήτητα, ο Taguchi έχει συνεισφέρει σημαντικά στη στατιστική. Η έμφασή του στην «απώλεια στην κοινωνία», οι τεχνικές του για τη διερεύνηση της μεταβλητότητας σε πειράματα και γενικότερα η φιλοσοφία του έχει επηρεάσει σε σημαντικό βαθμό την βελτίωση της ποιότητας σε παγκόσμιο επίπεδο. Παρόλο που ορισμένες στατιστικές τεχνικές του Taguchi τίθενται υπό αμφισβήτηση, δεν υπάρχει καμία αμφιβολία ότι εφαρμόζονται ευρέως σε πολλές περιοχές όπου δίνεται έμφαση στη διασφάλιση της ποιότητας.

Όπως αναφέρθηκε σε πολλά σημεία της διπλωματικής εργασίας, ο Taguchi εισήγαγε διάφορες τεχνικές για τη βελτίωση της ποιότητας προϊόντων και διεργασιών. Οι τεχνικές αυτές είναι κατάλληλες για τον «εκτός σειράς» στατιστικό έλεγχο διεργασίας, δηλαδή ένα στάδιο πριν την παραγωγή. Οι τεχνικές του Taguchi, βασισμένες πάνω στις αρχές του Deming, επιδιώκουν την παραγωγή προϊόντων υψηλής ποιότητας και ταυτόχρονα τη μείωση του κόστους παραγωγής. Θα μπορούσε κανείς να πει ότι η χρήση αυτών των στατιστικών μεθόδων ή ακόμα καλύτερα η ανάπτυξή τους θα ήταν ζωτικής σημασίας για την Ελληνική Βιομηχανία, έτσι ώστε να ανταπεξέλθουμε στην οικονομική κρίση που ταλανίζει τη χώρα μας τα τελευταία χρόνια.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Βιβλιογραφία

Ελληνική

Γεωργόπουλος, Ν. (2002), *Στρατηγικό Μάνατζμεντ*, Εκδόσεις Μπένου, Αθήνα.

Λογοθέτης, Ν. (2001), *Διαδικασίες και Τεχνικές Συνεχούς Βελτίωσης της Ποιότητας*, Θεματική Ενότητα: Προηγμένα Εργαλεία και Μέθοδοι για τον Έλεγχο τη Ποιότητας, Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο.

Λογοθέτης, Ν. (2005), *Μάνατζμεντ Ολικής Ποιότητας: Από τον Deming στον Taguchi και το SPC*, Β' Έκδοση, Εκδόσεις Interbooks, Αθήνα.

Λογοθέτης, Ν. (2011), *Πειραματικοί Σχεδιασμοί*, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις του ΠΜΣ στην «Εφαρμοσμένη Στατιστική», Πανεπιστήμιο Πειραιά.

Ταγαράς, Γ.Ν. (2001), *Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας*, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.

Ξενόγλωσση

Baker, T.B. (1990), *Engineering Quality by Design: Interpreting the Taguchi Approach*, Marcel Dekker, New York.

Box, G. E. P. and Cox, D. R. (1964), An analysis of transformations, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, **26**, 211-252.

Crosby (1979), *Quality is Free*, McGraw-Hill, New York.

Drain, D. and Gough, A.M. (1996), Applications of the Upside-Down Normal Loss Function, *IEE Transactions of Semiconductor Manufacturing*, **9**, 143-145.

- Evangelaras, H., Koukouvinos, C. and Koutras M. (2011), Advances in Robust Parameter Design: From Taguchi's inner – outer arrays to combined arrays, *Encyclopedia of Statistical Sciences*, 1-30.
- Feigenbaum, A.V. (1961), *Total Quality Control*, McGraw-Hill, New York.
- Fisher, R. A. (1935), *The Design of Experiments* (8th edition, 1966), Hafner Press, New York.
- Garvin, D. A. (1987), Competing on the eight Dimension of Quality, *Harvard Business Review*, **65**, 101-109.
- Ishikawa, K. (1985), *What is Total Quality Control?*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ.
- Juran, J.M. (1974), *Quality Control Handbook*, McGraw-Hill, New York.
- Kacker, R. N. and Ghosh, S. (1998), *Robust Design Methods*. In H. M. Wadsworth, ed. *Handbook of Statistical Methods for Engineers and Scientists*, 2nd edition, McGraw-Hill, New York.
- Kethley, B.R. (2008), Using Taguchi loss functions to develop a single objective function in a multi-criteria context: a scheduling example, *International Journal of Information and Management Sciences*, **19**, 589-600.
- Lin, D. (1994), Making full use of Taguchi's Orthogonal Arrays, *Quality and Reliability Engineering International*, **10**, 117-121.
- Logothetis, N. (1988), The role of data transformation in Taguchi analysis, *Quality and Reliability Engineering International*, **4**, 49-61.
- Moorhead, P.R. and Wu, C.F.J. (1998), Cost-Driven Parameter Design, *Technometrics*, **40**, 111-119.
- Montgomery, D.C. (2005), *Introduction to Statistical Quality Control*, 5th Edition, John Wiley & Sons.
- Myers, R.H. and Montgomery, D.C. (1995), *Response Surface Methodology*, John Wiley, New York.

Pan, J.N. (2007), A new loss function-based method for evaluating manufacturing and environmental risk, *International Journal of Quality and Reliability Management*, **24**, 861-887.

Pan, J.N. and Li, Y.T. (2001), A study of loss functions for unilateral product specifications, *Journal of Quality*, **40**, 39-65.

Pan, J.N. and Wang, J.H. (2000), A study of loss functions for product interference analysis, *Industrial Engineering Research*, **2**, 80-100.

Phadke, S. M. (1989), *Quality Engineering Using Robust Design*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Plackett, R.L., and Burman, J.P. (1946), The design of multifactorial experiments, *Biometrika*, **33**, 305-325.

Ryan, T. P. (1989), *Statistical Methods for Quality Improvement*, 1st Edition, Wiley, New York.

Shewhart, Walter (1931), *Economic control of quality of manufactured product*, D. Van Nostrand Company, New York.

Spiring, F.A. (1993), The reflected normal loss function, *The Canadian Journal of Statistics*, **21**, 321–330.

Spiring, F.A. and Yeung, A.S. (1998), A general class of loss functions with industrial applications, *Journal of Quality Technology*, **30**, 152–162.

Steiner, S. and Hamada, M.S. (1997), Making Mixtures Robust to Noise Factors and Measurement Errors, *Journal of Quality Technology*, **29**, 441-450.

Sun, F., Lararnee, J., and Ramberg, J.S. (1996), On Spiring's normal loss function, *The Canadian Journal of Statistics*, **24**, 241-249.

Taguchi, G. (1986), *Introduction to quality engineering: designing quality into products and processes*, Kraus, White Plains, New York.

Taguchi, G. (1987), *System of Experimental Design: Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Costs*, Vols. 1&2, UNIPUB/Kraus International Publications, White Plains NY.

Wu, HH. (2004), Using target costing concept in loss function and process capability indices to set up goal control limits, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **24**, 206-213.

Wysk, R.A., Neibel, B.W., Cohen, P.H. and Simpson, T.W. (2000), *Manufacturing Processes: Integrated Product and Process Design*, McGraw-Hill Companies, New York.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ