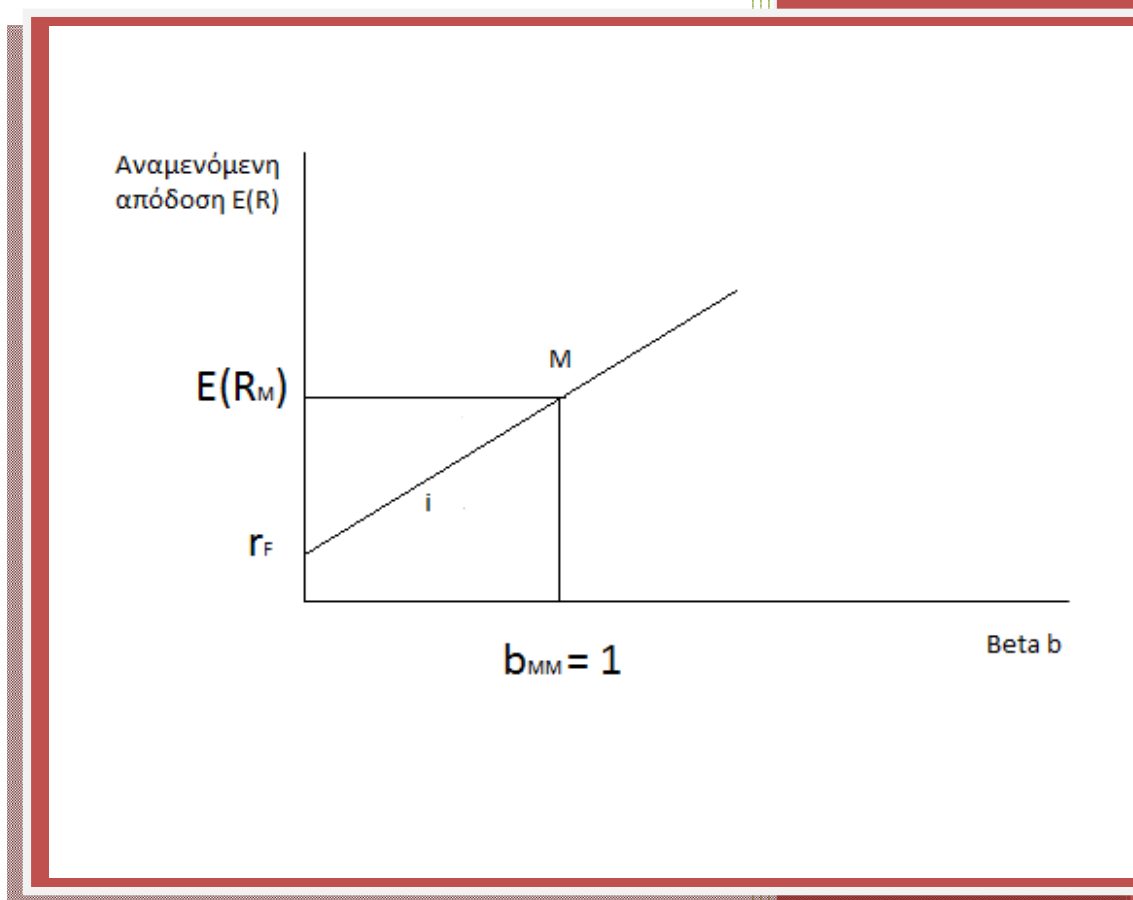




## Η ΣΧΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΚΑΙ ΒΗΤΑ



### ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Γ. ΔΙΑΚΟΓΙΑΝΝΗΣ (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)  
ΑΝΑΠΛ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜ. ΤΣΙΡΙΤΑΚΗΣ  
ΕΠΙΚ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δ. ΚΥΡΙΑΖΗΣ

ΠΜΣ ΜΕ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗ ΣΤΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ  
ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΙΑ ΣΤΕΛΕΧΗ

**ΜΑΡΙΑ ΜΑΡΙΝΟΥ**  
ΜΧΑΝ1212

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Αφιερωμένη στους γονείς μου

Κατερίνα & Δημήτρη

και στον αδερφό μου

Διονύση

## Περίληψη

Στο παρελθόν έγιναν πολλές εμπειρικές μελέτες για να διαπιστωθεί η ισχύς του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (Υ.Α.Κ.Σ.), χωρίς ωστόσο να προκύψουν σαφή αποτελέσματα. Μπορεί μέχρι και σήμερα το συγκεκριμένο υπόδειγμα να αποτελεί ένα από τα βασικά εργαλεία στον τομέα της Χρηματοοικονομικής, όμως πολλοί ερευνητές αμφισβήτησαν την εφαρμογή του. Στη μελέτη που ακολουθεί ερευνήθηκε η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και συντελεστή βήτα, ουσιαστικά έγινε έλεγχος της ισχύος του Υ.Α.Κ.Σ. Χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές κλεισίματος των μετοχών της Αγγλίας, της Γερμανίας και της Γαλλίας για την περίοδο 2001-2012 και ακολουθήθηκε η μεθοδολογία που πρότειναν στη μελέτη τους οι Fama - MacBeth (1973). Τα αποτελέσματα που προέκυψαν, έδειξαν ότι και στις τρεις χώρες η σχέση αναμενόμενης απόδοσης και συντελεστή βήτα δεν είναι ακριβής. Επίσης, σε ότι αφορά τη Γερμανία και τη Γαλλία η σχέση αυτή είναι γραμμική, ενώ στην Αγγλία όχι.

## Abstract

In the past there have been many empirical studies to determine the validity of the Capital Asset Pricing Model (C.A.P.M.), but without clear results to emerge. Even today, this model may be one of the key tools in the field of Finance, however, many researchers have questioned its application. The following study investigated the relationship between expected returns and betas, essentially it checked the power of C.A.P.M. We used the closing prices of England, Germany and France for the period 2001-2012 and we followed the methodology proposed by Fama's - MacBeth's study (1973). The results showed that in all three countries, the relationship between expected returns and betas is not accurate. Also, in regards to Germany and France this relationship is linear, while in England not.

## Περιεχόμενα

Περίληψη	2
Abstract	2
Περιεχόμενα	3
Κεφάλαιο 1 - Εισαγωγή	8
Κεφάλαιο 2 - Θεωρία Χαρτοφυλακίου	10
2.1 Εισαγωγή	10
2.2 Ανάλυση Χαρτοφυλακίου	11
2.2.1 Αξιολόγηση Μετοχών	11
2.2.1.1 Ποιοτικά Κριτήρια	12
2.2.1.2 Ποσοτικά Κριτήρια	12
2.2.2 Ανάλυση Μετοχών	16
2.2.2.1 Αναμενόμενη Απόδοση $E(R_i)$	17
2.2.2.2 Κίνδυνος $\sigma^2(R_i)$	18
2.2.2.3 Συντελεστής Μεταβλητότητας $CV_i$	18
2.2.2.4 Συνδιακύμανση Αποδόσεων $\sigma_{12} = \text{cov}(R_1, R_2)$	19
2.2.2.5 Συντελεστής Συσχέτισης $\rho_{12} = \text{corr}(R_1, R_2)$	19
2.2.3 Ανάλυση Χαρτοφυλακίων	21
2.2.3.1 Αναμενόμενη Απόδοση $E(R_p)$	22
2.2.3.2 Κίνδυνος $\sigma^2(R_p)$	22
2.2.3.3 Συντελεστής Μεταβλητότητας $CV_p$	23
2.2.3.4 Συνεισφορά Μετοχών	23
2.2.4 Αποδοτικό Σύνολο	25
2.3 Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα	27
2.3.1 Μέση Απόδοση $E(R_i)$	28
2.3.2 Κίνδυνος $\sigma^2(R_i)$	28
2.3.3 Συντελεστές $a_i$ και $b_i$	28
2.3.4 Εμπειρικό Υπόδειγμα	30
2.3.5 Μη Συστηματικός Κίνδυνος	31
2.3.6 Χαρτοφυλάκια	32
2.3.7 Χρήσεις	32

2.3.8 Προβλήματα	33
2.4 Θεωρία της Κεφαλαιαγοράς	33
2.4.1 Υποθέσεις της Θεωρίας της Κεφαλαιαγοράς	33
2.4.2 Εξίσωση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς	36
2.4.3 Ποσοστιαία Απόδοση Αποδοτικών Χαρτοφυλακίων	37
2.4.4 Αναμενόμενη Απόδοση Αποδοτικών Χαρτοφυλακίων	37
2.4.5 Κίνδυνος Αποδοτικών Χαρτοφυλακίων	37
2.4.6 Παρατηρήσεις	38
2.5 Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (ΥΑΚΣ)	38
2.5.1 Σύγκριση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς και του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων	39
2.5.2 Διαφορές Μονοπαραγοντικού Υποδείγματος και Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων	41
2.5.3 Εμπειρικές Μελέτες	42
2.6 Αποτελεσματικότητα Χαρτοφυλακίου	42
2.6.1 Μέτρο Αποτελεσματικότητας Sharpe	43
2.6.2 Μέτρο Αποτελεσματικότητας Treynor	44
2.6.3 Μέτρο Αποτελεσματικότητας Jensen	45
2.6.3.1 Το $\alpha$ του Jensen	45
2.7 Τρισδιάστατο Μοντέλο (Διακογιάννης-1997)	47
2.7.1 Παρατηρήσεις	48
2.7.2 Σύγκριση του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων και του Τρισδιάστατου Μοντέλου	49
2.8 Υπόδειγμα Αποτίμησης Εξισορροπητικής Αγοραπωλησίας (ΥΑΕΑ)	49
2.8.1 Εμπειρικές Μελέτες	50
2.8.2 Σύγκριση του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων και του Υποδείγματος Αποτίμησης Εξισορροπητικής Αγοραπωλησίας	50
2.8.3 Παρατηρήσεις	51
Κεφάλαιο 3 - Προηγούμενες Μελέτες	52
3.1 Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk	52
3.2 The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets	53
3.3 The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests	55
3.4 Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing	56

3.5 A New Look at the Capital Asset Pricing Model	58
3.6 Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests	60
3.7 Prediction of Return with the Minimum Variance Zero -Beta Portfolio	61
3.8 A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests - Part I: On Past and Potential Testability of the Theory	63
3.9 Systematic Risk, Total Risk and Size as Determinants of Stock Market Returns	64
3.10 The Relation between Return Interval and Betas	66
3.11 On the Estimation of Beta - Pricing Models Beta and Return	68
3.12 Beta and Return	69
3.13 On the Cross - sectional Relation between Expected Returns and Betas	71
3.14 Another Look at the Gross-Section of Expected Stock Returns	73
3.15 Expected Returns and Volatility in 135 Countries	74
3.16 The Impact of the Return Interval on the Estimation of Systematic Risk	76
3.17 On the Conditional Relationship between Beta and Return in International Stock Returns	77
3.18 The conditional relationship between beta and returns: recent evidence from international stock markets	79
3.19 Estimating and Testing Beta Pricing Models: Alternative Methods and their Performance in Simulations	80
3.20 Learning about Beta: Time-varying Factor Loadings, Expected Returns and the Conditional CAPM	82
3.21 Testing Capital Asset Pricing Model: Empirical Evidences from Indian Equity Market	83
3.22 Συνοπτική Παρουσίαση Μελετών	85
Κεφάλαιο 4 - Δεδομένα και Μεθοδολογία	92
4.1 Δεδομένα Εμπειρικής Μελέτης	92
4.2 Μεθοδολογία Εμπειρικής Μελέτης	92
4.2.1 Αγγλία	98
4.2.2 Γερμανία	102
4.2.3 Γαλλία	105
4.3 Παλινδρομήσεις και Έλεγχοι	108
4.3.1 Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας	109
4.3.2 Έλεγχος Κανονικότητας	110

4.3.3 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	110
4.3.3.1 Έλεγχος Durbin-Watson	110
4.3.3.2 Έλεγχος Box-Pierce-Ljung	111
4.3.3.3 Έλεγχος Breusch-Godfrey (πολλαπλασιαστής Lagrange)	111
4.3.4 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	112
4.3.4.1 Έλεγχος Box-Pierce	112
4.3.4.2 Έλεγχος ARCH-LM	113
4.3.5 Έλεγχος Ακρίβειας Σχέσης	113
Κεφάλαιο 5 - Αποτελέσματα και Ερμηνεία	114
5.1 Δεδομένα και Μεθοδολογία Εμπειρικής Μελέτης	114
5.2 Αποτελέσματα Οικονομετρικών Ελέγχων	114
5.2.1 Αγγλία	114
5.2.1.1 Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας	114
5.2.1.2 Πρώτη Παλινδρόμηση	115
5.2.1.2.1 Έλεγχος Κανονικότητας	116
5.2.1.2.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	116
5.2.1.2.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	117
5.2.1.2.4 Έλεγχος Ακρίβειας Σχέσης	119
5.2.1.3 Δεύτερη Παλινδρόμηση	119
5.2.1.3.1 Έλεγχος Κανονικότητας	120
5.2.1.3.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	119
5.2.1.3.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	121
5.2.1.4 Τρίτη Παλινδρόμηση	122
5.2.1.4.1 Έλεγχος Κανονικότητας	123
5.2.1.4.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	123
5.2.1.4.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	124
5.2.2 Γερμανία	125
5.2.2.1 Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας	125
5.2.2.2 Πρώτη Παλινδρόμηση	125
5.2.2.2.1 Έλεγχος Κανονικότητας	126
5.2.2.2.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	127
5.2.2.2.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	128
5.2.2.2.4 Έλεγχος Ακρίβειας Σχέσης	129

5.2.2.3 Δεύτερη Παλινδρόμηση	129
5.2.2.3.1 Έλεγχος Κανονικότητας	130
5.2.2.3.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	130
5.2.2.3.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	131
5.2.2.4 Τρίτη Παλινδρόμηση	132
5.2.2.4.1 Έλεγχος Κανονικότητας	133
5.2.2.4.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	133
5.2.2.4.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	134
5.2.3 Γαλλία	135
5.2.3.1 Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας	135
5.2.3.2 Πρώτη Παλινδρόμηση	136
5.2.3.2.1 Έλεγχος Κανονικότητας	137
5.2.3.2.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	137
5.2.3.2.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	138
5.2.3.2.4 Έλεγχος Ακρίβειας Σχέσης	139
5.2.3.3 Δεύτερη Παλινδρόμηση	140
5.2.3.3.1 Έλεγχος Κανονικότητας	140
5.2.3.3.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	141
5.2.3.3.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	142
5.2.3.4 Τρίτη Παλινδρόμηση	142
5.2.3.4.1 Έλεγχος Κανονικότητας	143
5.2.3.4.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	143
5.2.3.4.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	144
Κεφάλαιο 6 - Συμπεράσματα	146
Βιβλιογραφικές Αναφορές	149



## 1. Εισαγωγή

Η σχέση κινδύνου και απόδοσης αποτελεί διαχρονικά μία από τις θεμελιώδεις έννοιες στον τομέα των χρηματοοικονομικών, καθώς έχει ιδιαίτερη σημασία για τους επενδυτές και τους διαχειριστές χαρτοφυλακίων, οι οποίοι έχουν ως κύριο καθήκον την εκτίμηση του επενδυτικού κινδύνου καθώς και την πρόβλεψη των αποδόσεων.

Το δημοφιλέστερο υπόδειγμα το οποίο ερμηνεύει τη σχέση κινδύνου και απόδοσης μέχρι και σήμερα είναι το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων ή Capital Asset Pricing Model / CAPM σύμφωνα με το οποίο ο συντελεστής βήτα ή ο συστηματικός κίνδυνος είναι το μόνο αποτελεσματικό μέσο μέτρησης του κινδύνου για επενδύσεις ενώ αναμένεται να υπάρξει και μία θετική σχέση ανάμεσα στα βήτα και την αναμενόμενη απόδοση. Το CAPM έχει αναπτυχθεί, μεταξύ άλλων, από τους Fama, Lintner, Mossin, και Sharpe. Το CAPM εγκαθίδρυσε ένα στατιστικό δείκτη μέτρησης της σχετικής μεταβλητότητας της αναμενόμενης απόδοσης μίας μετοχής ως προς το χαρτοφυλάκιο της αγοράς (market portfolio), το οποίο καλείται ως συντελεστής βήτα (beta-coefficient).

Λόγω της σημασίας του Υποδείγματος CAPM και της σχετικότητάς τους με τη δουλειά των επενδυτών, έχει αναδειχθεί σε ένα από τα πιο σημαντικά μοντέλα στη χρηματοοικονομική, το οποίο έχει χρησιμοποιηθεί ευρύτατα μέχρι σήμερα, τόσο στην πράξη όσο και στη διεθνή βιβλιογραφία και αρθρογραφία. Το υπόδειγμα υποστηρίζει ότι η απόδοση οποιουδήποτε περιουσιακού στοιχείου σχετίζεται γραμμικά με το βήτα της αγοράς, το οποίο ορίζεται ως ο λόγος της συνδιακύμανσης του κάθε περιουσιακού στοιχείου και του χαρτοφυλάκιο της αγοράς, με τη διακύμανση του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Με άλλα λόγια, κατά τη διάρκεια διατμηματικών δοκιμών για τις αποδόσεις περιουσιακών στοιχείων της αγοράς, μόνο τα βήτα της αγοράς θα τιμολογούνται.

Σκοπός της παρούσας μελέτης είναι να ελεγχθεί η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και συντελεστή βήτα. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα της Αγγλίας, της Γερμανίας και της Γαλλίας και εφαρμόστηκε η μέθοδος που πρότειναν στη μελέτη τους οι Fama - MacBeth (1973).

Οι περιορισμοί που τέθηκαν για τη συλλογή των δεδομένων ήταν:

- Η επιλογή των χωρών. Χρησιμοποιήθηκαν τρεις μεγάλες ευρωπαϊκές χώρες, η Αγγλία, η Γερμανία και η Γαλλία.
- Η χρονική περίοδος των δεδομένων. Προτιμήθηκε η δωδεκαετία, αντί της δεκαπενταετίας που χρησιμοποιούν οι Fama - MacBeth (1973), για να υπάρχουν επαρκείς εταιρείες για να σχηματιστούν τα χαρτοφυλάκια για την τελική διαστρωματική παλινδρόμηση με αρκετούς βαθμούς ελευθερίας, έτσι ώστε να έχουν νόημα οι έλεγχοι.

- Τα δεδομένα. Η συλλογή των δεδομένων έγινε σε εβδομαδιαία βάση, γιατί τα ημερήσια είναι ρηχά. Επίσης, επιλέχθηκαν οι non-financial δείκτες, δηλαδή οι εταιρείες που δεν ανήκουν στο χρηματοοικονομικό κλάδο -τράπεζες, εταιρείες χαρτοφυλακίου και ασφαλιστικές εταιρείες- και στον κλάδο του real estate).

Η παρούσα μελέτη απαρτίζεται από 6 συνολικά κεφάλαια. Πέρα από το πρώτο κεφάλαιο με αφενός την εισαγωγή στο θέμα και αφετέρου τους στόχους και τους περιορισμούς της συγκεκριμένης εργασίας που παρουσιάστηκαν ήδη, το δεύτερο κεφάλαιο πραγματεύεται τη θεωρία χαρτοφυλακίου, όπου εισάγονται βασικές έννοιες και περιγράφεται πως καταλήξαμε στο Υ.Α.Κ.Σ. Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται επισκόπηση προηγούμενων μελετών που αφορούν το παραπάνω υπόδειγμα. Στο κεφάλαιο τέσσερα περιγράφεται αναλυτικά η διαδικασία συλλογής των δεδομένων και η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε ενώ στο κεφάλαιο πέντε αναλύονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την παραπάνω έρευνα. Τέλος, στο έκτο κεφάλαιο αναφέρονται τα συμπεράσματα και γίνονται κάποιες προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑΣ

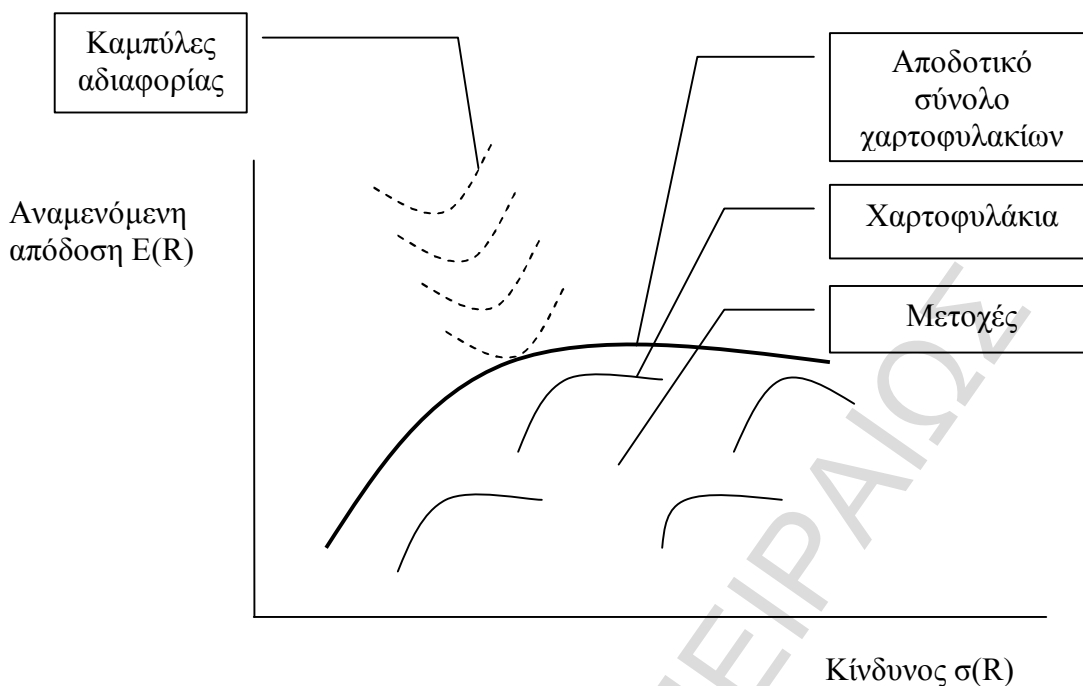
## 2. Θεωρία Χαρτοφυλακίου

### 2.1 Εισαγωγή

Η Θεωρία Χαρτοφυλακίου είναι η επιστήμη που μας παρέχει ένα σύνολο μεθόδων με τη βοήθεια των οποίων μπορούμε να δημιουργήσουμε, να αναλύσουμε και να αξιολογήσουμε χαρτοφυλάκια αξιογράφων που πληρούν ένα συγκεκριμένο στόχο ή στόχους. Αξιογράφο είναι το έγγραφο που ενσωματώνει ένα δικαίωμα, το οποίο μπορεί να ασκήσει κανείς μόνο εάν είναι κάτοχος του εγγράφου. Ουσιαστικά αξιόγραφο θεωρείται οτιδήποτε έχει αξία, όπως μια μετοχή, ένα ομόλογο/μία ομολογία, ένα έργο τέχνης, ένα νόμισμα ή ένα γραμματόσημο.

Ο Harry Markowitz με μια δημοσίευσή του στην εφημερίδα "Journal of Finance" το 1952 έθεσε τις βάσεις για τη Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου. Ο Markowitz (1952) παρατήρησε ότι ο κίνδυνος του επενδυτή μειώνεται σημαντικά εάν μοιράσει τα χρήματά του σε ένα χαρτοφυλάκιο αξιογράφων αντί σε ένα μεμονωμένο αξιόγραφο. Δηλαδή με διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου μειώνεται ο κίνδυνός του. Έτσι, παρουσίασε ένα μοντέλο επιλογής ενός άριστου χαρτοφυλακίου, το οποίο απαρτίζεται από αξιόγραφα μη μηδενικού κινδύνου και που δίνει τη δυνατότητα στον επενδυτή να επιτύχει την καλύτερη σχέση μεταξύ κινδύνου και απόδοσης. Με άλλα λόγια σκοπός του επενδυτή είναι η μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης με ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Το υπόδειγμα του Markowitz (1952) περιλαμβάνει τρία στάδια:

1. Ανάλυση αξιογράφων: κατατάσσονται τα αξιόγραφα σύμφωνα με την αναμενόμενη απόδοσή τους και τον κίνδυνό τους,
2. Ανάλυση χαρτοφυλακίων: συνδυάζονται τα αξιόγραφα σε χαρτοφυλάκια ώστε να εντοπιστούν αυτά με τον ελάχιστο κίνδυνο,
3. Επιλογή χαρτοφυλακίου: επιλέγεται χαρτοφυλάκιο σύμφωνα με τις προσωπικές προτιμήσεις του επενδυτή.



Σχήμα 2.1

## 2.2 Ανάλυση Χαρτοφυλακίου

Η σωστή διαχείριση του χαρτοφυλακίου γίνεται σε τρία βήματα. Αρχικά τίθεται ένας ή περισσότεροι στόχοι, οι οποίοι πρέπει να είναι συγκεκριμένοι, ρεαλιστικοί, μετρήσιμοι και χρονικά οριοθετημένοι. Για να επιτευχθούν αυτοί οι στόχοι πρέπει το χαρτοφυλάκιο να είναι διαφοροποιημένο (για να επιτευχθεί καλύτερη διαφοροποίηση χρειάζεται να συμπεριληφθούν στο χαρτοφυλάκιο και αξιόγραφα μηδενικού κινδύνου), να οριστεί το επίπεδο κινδύνου (επενδυτές που αποστρέφονται/απεχθάνονται τον κίνδυνο, για να αναλάβουν κάποιο κίνδυνο απαιτούν ισοδύναμη αναμενόμενη απόδοση) και να εξεταστεί το επίπεδο του πληθωρισμού (με υψηλό πληθωρισμό η πραγματική απόδοση είναι χαμηλότερη). Το επόμενο βήμα είναι να εξεταστεί η αποτελεσματικότητα του χαρτοφυλακίου, αφού προηγηθεί η ανάλυση και η επιλογή των αξιογράφων με ποιοτικά και ποσοτικά κριτήρια και η ανάλυση και η επιλογή του χαρτοφυλακίου με βάση την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο. Τέλος, ελέγχεται η πορεία του χαρτοφυλακίου και εάν απαιτείται γίνεται αναθεώρησή του. Επίσης, για να θεωρηθεί σωστός ένας επενδυτής πρέπει να διατηρήσει στην κατοχή του τα αξιόγραφα για κάποιο χρονικό διάστημα εξαιτίας των εξόδων συναλλαγής. Συγκεκριμένα, μελέτες έχουν δείξει ότι για να έχει πραγματικά κέρδη ο επενδυτής οφείλει να κατέχει τα αξιόγραφα για τουλάχιστον έξι μήνες με ένα χρόνο.

### 2.2.1 Αξιολόγηση Μετοχών

Η αξιολόγηση των μετοχών γίνεται με βάση δύο ομάδων κριτηρίων:

- ❖ Ποσοτικά κριτήρια
- ❖ Ποιοτικά κριτήρια

### 2.2.1.1 Ποιοτικά Κριτήρια

Τα ποιοτικά κριτήρια είναι μη μετρήσιμα κριτήρια, που συνήθως αντλούμε από τις ιστοσελίδες των εταιρειών. Τέτοια είναι η δραστηριότητα της εταιρείας, το μέγεθός της (μεγάλη, μεσαία, μικρή), η φήμη της, η ιστορία της ή η ιστορία του μερίσματός της, το διοικητικό της συμβούλιο (π.χ. η μόρφωση των μελών του διοικητικού συμβουλίου παίζει ρόλο στην αξιοποίηση των πόρων), η οργάνωσή της, η τεχνολογία που χρησιμοποιείται, η ποιότητα των προϊόντων ή υπηρεσιών της, η σχέση των εργαζομένων της, η κοινωνική της ευαισθησία, οι προτιμήσεις των θεσμικών επενδυτών. Για να αναλυθεί σωστά μια εταιρεία, θα πρέπει ακόμα να αναλυθεί ο κλάδος στον οποίο ανήκει, η εγχώρια οικονομία, όπως και η παγκόσμια οικονομία.

### 2.2.1.2 Ποσοτικά Κριτήρια

Τα ποσοτικά κριτήρια είναι μετρήσιμα κριτήρια κ υπολογίζονται από τις οικονομικές καταστάσεις της εταιρείας ή την πορεία της στο χρηματιστήριο. Αυτά τα κριτήρια αναλύονται ως εξής:



#### Χρηματοοικονομικοί Δείκτες

Χωρίζονται σε τέσσερεις κατηγορίες:

#### 1. Δείκτες Ρευστότητας

- Δείκτης Κυκλοφοριακής Ρευστότητας =  $\frac{ΚΕ}{ΒΥ}$ ,

όπου ΚΕ = Κυκλοφορούν Ενεργητικό και ΒΥ = Βραχυπρόθεσμες Υποχρεώσεις.

- Δείκτης Άμεσης Ρευστότητας =  $\frac{ΚΕ - Α}{ΒΥ}$ ,

όπου ΚΕ = Κυκλοφορούν Ενεργητικό, ΒΥ = Βραχυπρόθεσμες Υποχρεώσεις και Α = Αποθέματα.

#### 2. Δείκτες Μόχλευσης

- Δείκτης Συνολικής Δανειακής Επιβάρυνσης =  $\frac{\Delta Κ}{\Sigma Ε}$ ,

όπου  $\Delta K$  = Δανειακά Κεφάλαια (μακροπρόθεσμα και βραχυπρόθεσμα) και  $\Sigma E$  = Σύνολο Ενεργητικού.

- Βαθμός Κάλυψης Χρηματοοικονομικών Δαπανών =  $\frac{E}{T}$ ,  
όπου  $E$  = Εισόδημα και  $T$  = Τόκοι (καταβαλλόμενοι).

### 3. Δείκτες Δραστηριότητας

- Δείκτης Κυκλοφοριακής Ταχύτητας Ενεργητικού =  $\frac{\Pi}{\Sigma E}$ ,  
όπου  $\Pi$  = Πωλήσεις και  $\Sigma E$  = Σύνολο Ενεργητικού.
- Δείκτης Δραστηριότητας Λογαριασμών Εισπρακτέων =  $\frac{\Pi}{\Lambda}$ ,  
όπου  $\Pi$  = Πωλήσεις και  $\Lambda$  = Λογαριασμοί Εισπρακτέοι. Μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση περίοδο είσπραξης των πωλήσεων με πίστωση εάν διαιρέσουμε τις ημέρες του χρόνου (365) με αυτόν το δείκτη.

### 4. Δείκτες Αποδοτικότητας

- Δείκτης Περιθωρίου Κέρδους =  $\frac{KK}{\Pi}$ ,  
όπου  $KK$  = Καθαρά Κέρδη και  $\Pi$  = Πωλήσεις.
- Δείκτης Αποδοτικότητας Συνόλου Ενεργητικού =  $\frac{KK}{\Sigma E}$ ,  
όπου  $KK$  = Καθαρά Κέρδη και  $\Sigma E$  = Σύνολο Ενεργητικού.
- Δείκτης Αποδοτικότητας Ιδίων Κεφαλαίων =  $\frac{KK}{IK}$ ,  
όπου  $KK$  = Καθαρά Κέρδη και  $IK$  = Ίδια Κεφάλαια.

### Χρηματιστηριακοί Δείκτες

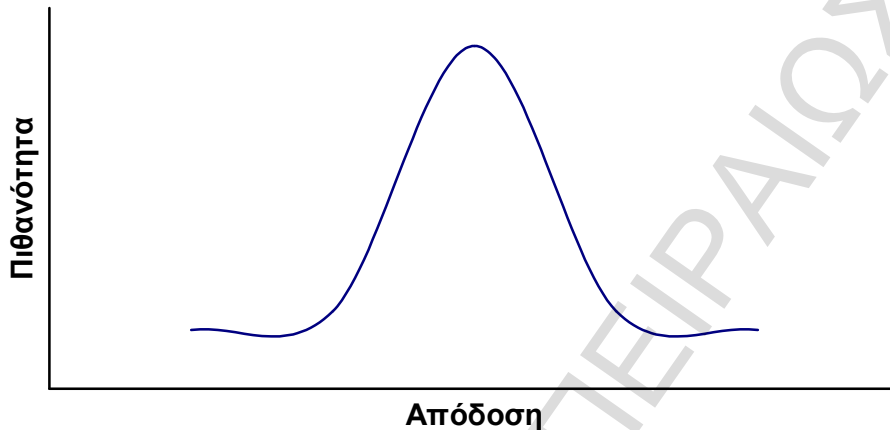
1. Χρηματιστηριακή Αξία: Ορίζεται ως ο αριθμός των κοινών μετοχών σε κυκλοφορία επί την τιμή κλεισίματος της μετοχής τη χρονική στιγμή  $t$ . Δηλαδή  $(XA)_t$  = αριθμός κοινών μετοχών \* τιμή κλεισίματος. Η χρηματιστηριακή αξία μετράει το μέγεθος της εταιρείας, Συνήθως, μεγάλη χρηματιστηριακή αξία συνδέεται με μικρότερο κίνδυνο.
2. Δείκτης P/E: Υπολογίζεται ως το πηλίκο της τρέχουσας τιμής της μετοχής διά τα κέρδη ανά μετοχή. Ο δείκτης αυτός δείχνει πόσα χρόνια πρέπει να περάσουν για να πάρει ο επενδυτής, από τα κέρδη ανά μετοχή, την τιμή που πλήρωσε για την αγορά της μετοχής. Αλλιώς, δείχνει πόσα χρήματα πλήρωσε ο επενδυτής για να αγοράσει ένα ευρώ του κέρδους ανά μετοχή. Προτιμάται μικρός P/E, γιατί τότε ο E/P είναι μεγάλος, δηλαδή τα κέρδη ανά μονάδα αγοράς είναι μεγάλα. Για να υπολογίσουμε το P/E του κλάδου χρησιμοποιούμε το άθροισμα των τρέχουσων τιμών των μετοχών του κλάδου δια το άθροισμα των κερδών ανά μετοχή του κλάδου, δηλαδή  $(P/E)_{\text{κλάδου}} = \frac{\sum_{i=1}^N P_i}{\sum_{i=1}^N E_i}$ . Το

μειονέκτημα όμως αυτού του δείκτη είναι ότι δε λαμβάνεται υπόψη ο ρυθμός αύξησης των κερδών.

3. Δείκτης PEG: Ο δείκτης αυτός εξουδετερώνει το μειονέκτημα του προηγούμενου δείκτη. Υπολογίζεται ως  $PEG = \frac{P/E}{g} = \frac{P}{g \cdot E}$ , όπου  $g$  είναι ο ρυθμός αύξησης των κερδών και το γινόμενο  $g \cdot E$  δείχνει πόσο θα είναι η αύξηση των μελλοντικών κερδών σε ευρώ. Ο δείκτης δείχνει πόσα χρήματα θα πληρώσει σήμερα ο επενδυτής για να αγοράσει ένα ευρώ της μελλοντικής αύξησης του κέρδους ανά μετοχή. Προτιμάται δείκτης μικρότερος της μονάδας γιατί έτσι ο επενδυτής πληρώνει πιο μικρή τιμή για να αγοράσει μια αύξηση.
4. Μερισματική Απόδοση: Ισούται με το ετήσιο μέρισμα της μετοχής διαιρεμένο με την τρέχουσα τιμή της, δηλαδή,  $MA = \frac{D}{P}$ . Ο δείκτης δείχνει το κέρδος του επενδυτή, εάν εισπράξει μέρισμα  $D$  έχοντας πληρώσει  $P$  για την αγορά της μετοχής. Ο αντίστροφος λόγος δείχνει πόσα χρήματα θα πληρώσει ο επενδυτής για να αγοράσει ένα ευρώ του μερίσματος.
5. Δείκτης  $\frac{\text{Πωλήσεις ανά μετοχή}}{\text{Τρέχουσα τιμή της μετοχής}}$ : Ο δείκτης αυτός χρησιμοποιείται όταν μια εταιρεία έχει αρνητικό κέρδος ανά μετοχή, παρουσιάζει δηλαδή ζημία. Σε αυτή την περίπτωση ο δείκτης  $P/E$  δεν έχει νόημα, αφού δε γίνεται να πληρώσει χρήματα ο επενδυτής για να αγοράσει ζημία.
6. Δείκτης Εμπορευσιμότητας: Υπολογίζεται ως ο αριθμός των μετοχών που αλλάζουν χέρια σε μια μέρα διά τον ολικό αριθμό των κοινών μετοχών σε κυκλοφορία. Ο δείκτης δείχνει το ποσοστό των κοινών μετοχών που αλλάζουν χέρια, όσο μεγαλύτερος είναι τόσο το καλύτερο, αφού η μετοχή μπορεί να πουληθεί εύκολα. Δηλαδή προτιμώνται μετοχές με μεγάλη εμπορευσιμότητα.
7. Δείκτης  $\frac{\text{Χρηματιστηριακή αξία}}{\text{Λογιστική αξία}}$ : Ισούται με  $\frac{\text{αριθμός κοινών μετοχών σε κυκλοφορία} \cdot \text{τιμή κλεισίματος της μετοχής}}{\text{αριθμός κοινών μετοχών σε κυκλοφορία} \cdot \text{λογιστική αξία της μετοχής}}$   
 $= \frac{\text{τιμή κλεισίματος της μετοχής}}{\text{λογιστική αξία της μετοχής}}$  και δείχνει πόσα ευρώ πληρώνει ο επενδυτής για να αγοράσει ένα ευρώ της λογιστικής αξίας της εταιρείας. Όσο μικρότερος είναι ο δείκτης τόσο το καλύτερο. Η Λογιστική Αξία ανά μετοχή υπολογίζεται από το λόγο  $\frac{\text{Ίδια Κεφάλαια} - \text{Υποχρεώσεις}}{\text{Αριθμός Κοινών Μετοχών σε Κυκλοφορία}}$ .

Στατιστικά Κριτήρια

Υποθέτουμε ότι οι αποδόσεις των μετοχών ακολουθούν την κανονική κατανομή. Την κατανομή αυτή την χαρακτηρίζουν δύο ροπές, η αναμενόμενη απόδοση  $E(R_i)$  και η διακύμανση/διασπορά  $\sigma^2(R_i)$ .



Σχήμα 2.2 Κανονική Κατανομή Αποδόσεων

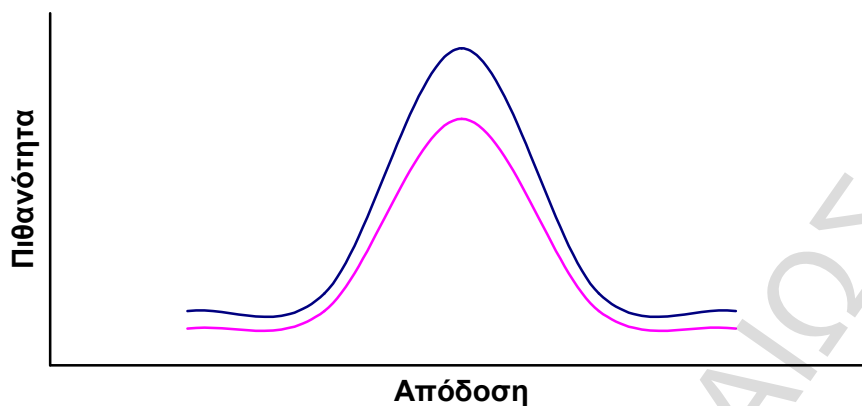
Η αναμενόμενη απόδοση  $E(R_i)$  μετρά το πιο πιθανό κέρδος που μπορεί να έχει από τη μετοχή ο επενδυτής.

Η διακύμανση/διασπορά  $\sigma^2(R_i)$  δείχνει τη μεταβλητότητα, δηλαδή τον κίνδυνο των αποδόσεων γύρω από τη μέση τιμή.

Υπάρχουν τρεις βασικές συνθήκες:

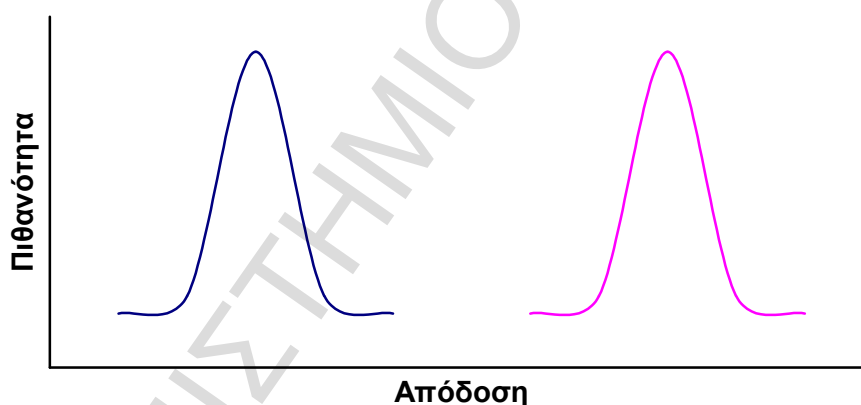
1. Οι επενδυτές απεχθάνονται τον κίνδυνο (επενδύουν σε επισφαλείς επενδύσεις που έχουν κίνδυνο, αλλά αναμένουν και την ανάλογη μέση απόδοση)
2. Μεταξύ δύο κατανομών με ίδια μέση απόδοση ο επενδυτής προτιμάει αυτή με το μικρότερο κίνδυνο (κόκκινη κατανομή στο Σχήμα 2.3)





Σχήμα 2.3

3. Μεταξύ δύο κατανομών με ίδιο κίνδυνο ο επενδυτής προτιμάει αυτή με τη μεγαλύτερη απόδοση (κόκκινη κατανομή στο Σχήμα 2.4)



Σχήμα 2.4

### 2.2.2 Ανάλυση Μετοχών

Η απόδοση μιας μετοχής  $i$  τη χρονική στιγμή  $t$ ,  $R_{it}$ , αποτελείται από 1) την κεφαλαιακή απόδοση και 2) τη μερισματική απόδοση. Δίνεται από τον τύπο:

$$R_{it} = \frac{P_{it} - P_{it-1}}{P_{it-1}} + \frac{D_{it}}{P_{it-1}} \quad (1)$$

Κεφαλαιακή απόδοση

όπου  $R_{it}$  η ποσοστιαία απόδοση της μετοχής  $i$  τη χρονική στιγμή  $t$ ,  
 $P_{it}$  η τιμή της μετοχής  $i$  τη χρονική στιγμή  $t$ ,  
 $P_{it-1}$  η τιμή της μετοχής  $i$  την προηγούμενη χρονική στιγμή  $t-1$  και  
 $D_{it}$  το μέρισμα που δίνει η μετοχή  $i$  τη χρονική στιγμή  $t$ .

Επειδή η απόδοση μιας μετοχής δεν είναι συνεχής, τη μετατρέπουμε σε λογαριθμική. Έτσι, από τον παραπάνω τύπο έχουμε:

$$R_{it} = \frac{P_{it} - P_{it-1}}{P_{it-1}} + \frac{D_{it}}{P_{it-1}} \Rightarrow$$

$$R_{it} = \frac{P_{it} + D_{it}}{P_{it-1}} - \frac{P_{it-1}}{P_{it-1}} \Rightarrow$$

$$R_{it} = \frac{P_{it} + D_{it}}{P_{it-1}} - 1 \Rightarrow$$

$$1 + R_{it} = \frac{P_{it} + D_{it}}{P_{it-1}} \Rightarrow$$

$$\ln(1 + R_{it}) = \ln\left(\frac{P_{it} + D_{it}}{P_{it-1}}\right) \quad (2)$$

Με τον τρόπο αυτό η απόδοση γίνεται πιο συνεχής και η κατανομή προσεγγίζει περισσότερο την κανονική κατανομή.

Η κανονική κατανομή έχει δύο χαρακτηριστικά, την αναμενόμενη απόδοση  $E(R_i)$  και τη διακύμανση/διασπορά  $\sigma^2(R_i)$ , δηλαδή τον κίνδυνο.

### 2.2.2.1 Αναμενόμενη Απόδοση $E(R_i)$

Η αναμενόμενη απόδοση μιας μετοχής ισούται με το σταθμικό μέσο των πιθανών αποδόσεων, με σταθμά τις πιθανότητες που αντιστοιχούν σε αυτές τις πιθανές αποδόσεις. Δηλαδή, ο τύπος είναι:

$$E(R_i) = r_i = \sum_{k=1}^N p_k * R_{ik} \quad (3)$$

όπου  $E(R_i) = r_i$  η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής  $i$ ,  
 $R_{ik}$  μια πιθανή τιμή της απόδοσης της μετοχής  $i$  και  
 $p_k$  η πιθανότητα να εμφανιστεί η απόδοση  $R_{ik}$ .

### 2.2.2.2 Κίνδυνος $\sigma^2(R_i)$

Ο κίνδυνος μιας μετοχής ισούται με το σταθμικό μέσο των τετραγωνικών αποκλίσεων των αποδόσεων από την αναμενόμενη απόδοση, με σταθμά τις πιθανότητες που αντιστοιχούν στις πιθανές αποδόσεις. Άρα, ο τύπος είναι:

$$\sigma^2(R_i) = \sigma_i^2 = \sum_{k=1}^N p_k * (R_{ik} - E(R_i))^2 \quad (4)$$

όπου  $\sigma^2(R_i) = \sigma_i^2$  ο κίνδυνος της απόδοσης της μετοχής  $i$ ,  
 $R_{ik}$  μια πιθανή τιμή της απόδοσης της μετοχής  $i$ ,  
 $p_k$  η πιθανότητα να εμφανιστεί η απόδοση  $R_{ik}$  και  
 $E(R_i)$  η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής  $i$ .

Συνήθως, όμως, για να μετρήσουμε τον κίνδυνο μιας μετοχής, χρησιμοποιούμε την τυπική απόκλιση,  $\sigma(R_i) = \sqrt{\sigma^2(R_i)}$ , αντί της διακύμανσης, γιατί η διασπορά εκφράζεται σε ποσοστό υψωμένο στο τετράγωνο, ενώ η τυπική απόκλιση εκφράζεται με το ίδιο μέτρο που εκφράζεται η απόδοση (ποσοστό).

### 2.2.2.3 Συντελεστής Μεταβλητότητας $CV_i$

Τι γίνεται όμως στη περίπτωση που οι μετοχές δεν έχουν ούτε ίδια αναμενόμενη απόδοση ούτε ίδιο κίνδυνο; Δηλαδή, δεν υπάρχει η δυνατότητα ούτε να επιλέξουμε τη μετοχή με το μικρότερο κίνδυνο μεταξύ μετοχών με ίδια αναμενόμενη απόδοση, ούτε να επιλέξουμε τη μετοχή με τη μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση μεταξύ μετοχών με ίδιο κίνδυνο. Σε αυτό το πρόβλημα, τη λύση δίνει ο συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variation, CV). Ο συντελεστής μεταβλητότητας δείχνει τον κίνδυνο ανά μονάδα μέσης απόδοσης, για αυτό και οι επενδυτές προτιμούν μετοχές με μικρό CV. Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$CV_i = \frac{\sigma(R_i)}{E(R_i)} \quad (5)$$

όπου  $CV_i$  ο συντελεστής μεταβλητότητας της μετοχής  $i$ ,  
 $\sigma(R_i)$  η τυπική απόκλιση της απόδοσης της μετοχής  $i$  και  
 $E(R_i)$  η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής  $i$ .

Επίσης υπάρχει και ο αντίστροφος λόγος,  $\frac{E(R_i)}{\sigma(R_i)}$ , που δείχνει την αναμενόμενη απόδοση ανά μονάδα κινδύνου και όσο μεγαλύτερος είναι τόσο το καλύτερο.

Το θετικό του συντελεστή μεταβλητότητας είναι ότι δεν έχει μονάδες, είναι  $\frac{\%}{\%}$ , άρα καθαρός αριθμός, οπότε μπορεί εύκολα να συγκριθεί με παρόμοιους

αριθμούς. Έχει όμως το μειονέκτημα ότι, όταν η αναμενόμενη απόδοση είναι μηδενική, δεν μπορεί να υπολογιστεί ο συντελεστής μεταβλητότητας.

#### 2.2.2.4 Συνδιακύμανση Αποδόσεων $\sigma_{12} = \text{cov}(R_1, R_2)$

Με το συντελεστή μεταβλητότητας αξιολογούνται μεμονωμένα οι μετοχές. Όμως οι μετοχές σχετίζονται μεταξύ τους, για αυτό και χρησιμοποιείται η συνδιακύμανση. Υπάρχουν κοινοί μακροοικονομικοί παράγοντες που επηρεάζουν τις αποδόσεις των μετοχών, στους οποίους οφείλονται οι συνδιακυμάνσεις.

Η συνδιακύμανση δείχνει την κατεύθυνση προς την οποία κινούνται οι αποδόσεις δύο μετοχών και μπορεί να είναι:

1. θετική, όταν οι αποδόσεις των μετοχών κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση, όπως οι αποδόσεις μετοχών ίδιου χρηματιστηρίου,
2. αρνητική, όταν οι αποδόσεις των μετοχών κινούνται προς την αντίθετη κατεύθυνση, όπως οι αποδόσεις μετοχών διαφορετικών χρηματιστηρίων,
3. μηδενική, όταν δεν υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών.

Συνήθως μετοχές του ίδιου χρηματιστηρίου παρουσιάζουν θετική συνδιακύμανση. Σε αντίθετη περίπτωση, δηλαδή εάν η συνδιακύμανσή τους είναι αρνητική, είτε υπάρχει κάποιο λάθος στις πράξεις, είτε τα δεδομένα είναι λίγα, είτε στο δείγμα έχουν συμπεριληφθεί ακραίες τιμές που διαστρεβλώνουν τα αποτελέσματα.

Η συνδιακύμανση προτιμάται να είναι μικρή, ή ακόμα καλύτερα αρνητική. Μετοχές του ίδιου κλάδου έχουν μεγάλες συνδιακυμάνσεις, άρα καλό είναι να αποφεύγονται να επιλέγονται στο ίδιο χαρτοφυλάκιο, για να μην αυξάνεται η συνδιακύμανση άρα και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου.

Τέλος η συνδιακύμανση παίρνει τιμές  $-\infty < \sigma_{12} < +\infty$ .

#### 2.2.2.5 Συντελεστής Συσχέτισης $\rho_{12} = \text{corr}(R_1, R_2)$

Η συνδιακύμανση δείχνει την κατεύθυνση που κινούνται οι δύο αποδόσεις των μετοχών, χωρίς όμως να δείχνει την ισχύ που έχει η σχέση μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών. Σε αυτό χρησιμεύει ο συντελεστής συσχέτισης που δείχνει 1) την κατεύθυνση που κινούνται οι αποδόσεις των δύο μετοχών και 2) την ισχύ της σχέσης μεταξύ των αποδόσεων. Ο συντελεστής συσχέτισης κυμαίνεται  $-1 < \rho_{12} < +1$  και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\text{corr}(R_1, R_2) = \rho_{12} = \frac{\text{cov}(R_1, R_2)}{\sigma(R_1) * \sigma(R_2)} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 * \sigma_2} \quad (6)$$

όπου  $\text{corr}(R_1, R_2) = \rho_{12}$  ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων των μετοχών 1 και 2,  
 $\text{cov}(R_1, R_2) = \sigma_{12}$  η συνδιακύμανση των αποδόσεων των μετοχών 1 και 2 και  
 $\sigma(R_1) = \sigma_1$  και  $\sigma(R_2) = \sigma_2$  οι τυπικές αποκλίσεις των μετοχών 1 και 2 αντίστοιχα.

Από τον τύπο προκύπτει ότι ο συντελεστής συσχέτισης δεν έχει μονάδες, αλλά είναι καθαρός αριθμός αφού είναι  $\frac{(\%)^2}{(\%)^2}$ .

Υπάρχουν πέντε περιπτώσεις για το συντελεστή συσχέτισης:

1.  $\rho_{12} = +1$ , η τέλεια θετική συσχέτιση, όπου όλες οι αποδόσεις των μετοχών ανά ζεύγη βρίσκονται πάνω σε μια ευθεία με θετική κλίση. Σε ένα χρηματιστήριο δε γίνεται να υπάρξουν δύο μετοχές με τέλεια θετική συσχέτιση, γιατί σε αυτή την περίπτωση η μια θα ήταν υποκατάστατο της άλλης.
2.  $0 < \rho_{12} < +1$ , η θετική συσχέτιση, όπου τα ζεύγη των αποδόσεων των μετοχών βρίσκονται γύρω από μια ευθεία, που έχει θετική κλίση. Είναι η περίπτωση που συμβαίνει σε όλα τα χρηματιστήρια.
3.  $\rho_{12} = 0$ , δεν υπάρχει καμία γραμμική σχέση μεταξύ των δύο αποδόσεων των μετοχών και η μια απόδοση είναι ανεξάρτητη της άλλης. Είναι αρκετά δύσκολο να βρεθεί στην πράξη αυτή η περίπτωση.
4.  $-1 < \rho_{12} < 0$ , η αρνητική συσχέτιση, όπου οι αποδόσεις των μετοχών ανά ζεύγη βρίσκονται γύρω από μια ευθεία, η οποία έχει αρνητική κλίση. Αυτή η περίπτωση μπορεί να βρεθεί μόνο μεταξύ δεικτών, πολύτιμων μετάλλων (όπως ο χρυσός) ή μετοχών διαφορετικών χρηματιστηρίων.
5.  $\rho_{12} = -1$ , η τέλεια αρνητική συσχέτιση, όπου όλα τα ζεύγη των αποδόσεων των μετοχών βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία, της οποίας η κλίση είναι αρνητική. Η περίπτωση αυτή είναι μόνο θεωρητική.

Όσο πιο κοντά στο +1 ή στο -1 είναι ο συντελεστής συσχέτισης, τόσο πιο ισχυρή είναι η σχέση μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών. Εάν είναι κοντά στο +1, υπάρχει ισχυρή θετική σχέση μεταξύ των αποδόσεων των δύο μετοχών, ενώ εάν είναι κοντά στο -1, υπάρχει ισχυρή αρνητική σχέση μεταξύ των δύο αποδόσεων των μετοχών.

Όσο πιο μικρός είναι ο συντελεστής συσχέτισης, τόσο μικρότερος είναι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου. Αυτό συμβαίνει επειδή ο συντελεστής συσχέτισης, είτε είναι θετικός είτε είναι αρνητικός, αποτελεί κομμάτι του κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Άρα ο επενδυτής επιλέγει μετοχές με μικρό συντελεστή συσχέτισης.

Εάν ο συντελεστής συσχέτισης υψωθεί στο τετράγωνο, δίνει το  $R^2$  της παλινδρόμησης. Δηλαδή  $\rho_{12}^2 = R^2$ , όπου  $0 \leq R^2 \leq 1$ . Το  $R^2$ , στη σχέση της παλινδρόμησης  $R_1 = a + b \cdot R_2 + e_i$ , δείχνει πόσο τοις εκατό της μεταβλητότητας του  $R_2$  εξηγεί τη μεταβλητότητα του  $R_1$ , ή ποιο ποσοστό της μεταβλητότητας του  $R_1$  εξηγείται από τη μεταβλητότητα του  $R_2$ . Όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής συσχέτισης, τόσο πιο πολύ το  $R_2$  εξηγεί το  $R_1$ . Εάν, μάλιστα, το  $R^2$  είναι πολύ μεγάλο, τότε δεν υπάρχει σφάλμα.

Τα δύο βασικά μέτρα επιλογής μετοχών είναι:

1. μετοχές με μικρό συντελεστή μεταβλητότητας  $CV_i$
2. μετοχές με μικρούς συντελεστές συσχέτισης  $\rho_{12}$ .

### 2.2.3 Ανάλυση Χαρτοφυλακίων

Χαρτοφυλάκιο μετοχών είναι ένα σύνολο από μετοχές που ορίζεται από τα σταθμά επένδυσης στις μετοχές του. Τα σταθμά αθροίζουν στη μονάδα, εάν ο επενδυτής έχει επενδύσει όλα τα χρήματά του στο χαρτοφυλάκιο. Στόχος της επένδυσης σε χαρτοφυλάκια είναι η διαφοροποίηση του κινδύνου, δηλαδή η μείωσή του. Τα οφέλη της διαφοροποίησης είναι δύο, ότι 1) μπορεί η απόδοση να είναι μεταβλητή, αλλά αυτή η μεταβλητότητα περιορίζεται και 2) ενώ μια μετοχή μπορεί να έχει αρνητική απόδοση, το χαρτοφυλάκιο δεν έχει. Για να θεωρηθεί ένα χαρτοφυλάκιο καλά διαφοροποιημένο πρέπει να έχει τουλάχιστον 30 μετοχές. Η διαφοροποίηση δε σημαίνει ελαχιστοποίηση του κινδύνου, απλά μείωσή του. Ένα παράδειγμα καλά διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου, χωρίς όμως να έχει ελάχιστο κίνδυνο είναι ο Γενικός Δείκτης του Χρηματιστηρίου.

Η απόδοση ενός χαρτοφυλακίου υπολογίζεται με δύο τρόπους. Είτε ως άθροισμα της κεφαλαιακής με τη μερισματική απόδοση, είτε ως σταθμικός μέσος των αποδόσεων των μετοχών του χαρτοφυλακίου, με σταθμά τα ποσοστά επένδυσης στις μετοχές του.

Με βάση το δεύτερο τρόπο υπολογισμού της απόδοσης του χαρτοφυλακίου, δημιουργείται μια κατανομή, έστω κανονική, για τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου. Κατά συνέπεια, θα υπάρχει αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου,  $E(R_p)$ , που μετράει το μέσο κέρδος και η διασπορά της απόδοσης του χαρτοφυλακίου,  $\sigma^2(R_p)$ , που μετράει τον κίνδυνό του.

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου για δύο μετοχές δίνεται από τον τύπο  $R_p = x_1 \cdot R_1 + x_2 \cdot R_2$ , όπου ο οποίος μπορεί να γενικευτεί για περισσότερες μετοχές, έστω  $n$ , σε:

$$R_p = \sum_{i=1}^n x_i \cdot R_i \quad (7)$$

όπου  $R_p$  η απόδοση του χαρτοφυλακίου  $p$ ,  
 $R_i$  η απόδοση της μετοχής  $i$  και

$x_i$  το ποσοστό επένδυσης στη μετοχή  $i$ .  
 Η απόδοση της εκάστοτε μετοχής  $i$ ,  $R_i$ , υπολογίζεται ως άθροισμα της κεφαλαιακής της και της μερισματικής της απόδοσης.

### 2.2.3.1 Αναμενόμενη Απόδοση $E(R_p)$

Η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου δύο μετοχών είναι  $E(R_p) = x_1 * E(R_1) + x_2 * E(R_2)$ , όπου  $E(R_p)$  η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου  $p$ ,  $E(R_1)$  και  $E(R_2)$  οι αναμενόμενες αποδόσεις των μετοχών 1 και 2 αντίστοιχα και  $x_1$  και  $x_2$  τα σταθμά επένδυσης των μετοχών 1 και 2 αντίστοιχα.

Κατά συνέπεια, η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου με  $n$  μετοχές, είναι σταθμικός μέσος των αναμενόμενων αποδόσεων των μετοχών του, με σταθμά τα ποσοστά επένδυσης στις μετοχές του και δίνεται από τον τύπο:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i * E(R_i) \quad (8)$$

όπου  $E(R_p)$  η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου  $p$ ,  
 $E(R_i)$  η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής  $i$  και  
 $x_i$  το ποσοστό επένδυσης στη μετοχή  $i$ .

### 2.2.3.2 Κίνδυνος $\sigma^2(R_p)$

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου δύο μετοχών, δηλαδή η διασπορά των αποδόσεών του, είναι  $\sigma^2(R_p) = x_1^2 * \sigma^2(R_1) + x_2^2 * \sigma^2(R_2) + 2 * x_1 * x_2 * \sigma_{12}$ . Όπου  $\sigma^2(R_p)$  είναι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου  $p$ ,  $\sigma^2(R_1)$  και  $\sigma^2(R_2)$  ο κίνδυνος των μετοχών 1 και 2 αντίστοιχα,  $x_1$  και  $x_2$  τα σταθμά επένδυσης των μετοχών 1 και 2 αντίστοιχα και  $\sigma_{12}$  η συνδιακύμανση των αποδόσεων των μετοχών 1 και 2.

Οπότε, ο τύπος του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου  $n$  μετοχών είναι:

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i^2 * \sigma^2(R_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i * x_j * \sigma_{ij} \quad (9)$$

όπου  $\sigma^2(R_p)$  ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου  $p$ ,  
 $\sigma^2(R_i)$  ο κίνδυνος της μετοχής  $i$ ,  
 $x_i/x_j$  το ποσοστό επένδυσης στη μετοχή  $i/j$   
 $\sigma_{ij}$  η συνδιακύμανση των μετοχών  $i$  και  $j$ .

Το  $\sum_{i=1}^n x_i^2 * \sigma^2(R_i)$  αποτελεί το μη συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου,

ενώ το  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i * x_j * \sigma_{ij}$  είναι ο συστηματικός κίνδυνος. Για ένα καλά

διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο (με τουλάχιστον 30 μετοχές), ο μη συστηματικός κίνδυνος είναι πολύ μικρός, σχεδόν μηδέν. Αντίθετα, ο συστηματικός κίνδυνος μπορεί μόνο να μειωθεί, δεν μπορεί να επαλειφθεί

γιατί υπάρχουν κοινοί, μακροοικονομικοί κυρίως παράγοντες που επηρεάζουν όλες τις μετοχές και στους οποίους οφείλονται οι συνδιακυμάνσεις.

Όσο πιο μικρή είναι η συνδιακύμανση δύο μετοχών του χαρτοφυλακίου, τόσο μικρότερος είναι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου. Εάν, μάλιστα, η συνδιακύμανση δύο μετοχών του χαρτοφυλακίου είναι αρνητική, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μειώνεται και έτσι υπάρχει διαφοροποίηση. Άρα, κατά το σχηματισμό του χαρτοφυλακίου αποφεύγονται μετοχές με μεγάλες συνδιακυμάνσεις μεταξύ τους.

Κατά αντιστοιχία με τις μετοχές, εκτός από τη διασπορά της απόδοσης του χαρτοφυλακίου, υπάρχει και η τυπική απόκλιση του, που είναι η τετραγωνική ρίζα της διασποράς των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου,  $\sigma(R_p) = \sqrt{\sigma^2(R_p)}$ .

### 2.2.3.3 Συντελεστής Μεταβλητότητας CV<sub>p</sub>

Ο συντελεστής μεταβλητότητας (Coefficient of Variation) του χαρτοφυλακίου δίνεται από τον τύπο:

$$CV_p = \frac{\sigma(R_p)}{E(R_p)} \quad (10)$$

όπου CV<sub>p</sub> ο συντελεστής μεταβλητότητας του χαρτοφυλακίου p,  $\sigma(R_p)$  η τυπική απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου p και  $E(R_p)$  η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου p.

### 2.2.3.4 Συνεισφορά Μετοχών

Το χαρτοφυλάκιο δύο μετοχών έχει απόδοση  $R_p = x_1 \cdot R_1 + x_2 \cdot R_2$ . Η αναμενόμενη απόδοσή του είναι  $E(R_p) = x_1 \cdot E(R_1) + x_2 \cdot E(R_2)$ , από όπου προκύπτει ότι η συνεισφορά της μετοχής 1 στην αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι  $x_1 \cdot E(R_1)$ , ενώ η συνεισφορά της μετοχής 2 είναι  $x_2 \cdot E(R_2)$ .

Αντίστοιχα, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι  $\sigma^2(R_p) = x_1^2 \cdot \sigma^2(R_1) + x_2^2 \cdot \sigma^2(R_2) + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot \sigma_{12} = x_1^2 \cdot \sigma^2(R_1) + x_1 \cdot x_2 \cdot \sigma_{12} + x_2^2 \cdot \sigma^2(R_2) + x_1 \cdot x_2 \cdot \sigma_{12} = x_1 \cdot (x_1 \cdot \sigma^2(R_1) + x_2 \cdot \sigma_{12}) + x_2 \cdot (x_2 \cdot \sigma^2(R_2) + x_1 \cdot \sigma_{12})$ . Η συνεισφορά της μετοχής 1 στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου είναι  $x_1 \cdot (x_1 \cdot \sigma^2(R_1) + x_2 \cdot \sigma_{12})$  και της μετοχής 2 είναι  $x_2 \cdot (x_2 \cdot \sigma^2(R_2) + x_1 \cdot \sigma_{12})$ . Από τα παραπάνω μπορεί να ελεγχθεί αν μια μετοχή του χαρτοφυλακίου έχει μεγάλη συνεισφορά στον κίνδυνό του, και να αντικατασταθεί με άλλη, της οποίας η συνεισφορά στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου θα είναι μικρή. Επίσης, μετοχή της οποίας η συνεισφορά στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου δεν είναι ανάλογη με τη συνεισφορά της στην αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου, αφαιρείται από το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι ο ολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου είναι  $\sigma^2(R_p) = x_1 \cdot (x_1 \cdot \sigma^2(R_1) + x_2 \cdot \sigma_{12}) + x_2 \cdot (x_2 \cdot \sigma^2(R_2) + x_1 \cdot \sigma_{12}) = x_1 \cdot \text{cov}(R_1, R_p) + x_2 \cdot \text{cov}(R_2, R_p)$ , όπου  $\text{cov}(R_1, R_p)$  είναι η συνδιακύμανση της απόδοσης της μετοχής 1 με την απόδοση του χαρτοφυλακίου p και  $\text{cov}(R_2, R_p)$



είναι η συνδιακύμανση της απόδοσης της μετοχής 2 με την απόδοση του χαρτοφυλακίου  $p$ . Η συνδιακύμανση της απόδοσης μιας μετοχής  $i$  με την απόδοση του χαρτοφυλακίου  $p$  μετράει τον κίνδυνο της συγκεκριμένης μετοχής  $i$  μέσα στο χαρτοφυλάκιο  $p$ .

Ο τύπος του ολικού κινδύνου με βάση τα προηγούμενα είναι

$$\sigma^2(R_p) = x_1 * \text{cov}(R_1, R_p) + x_2 * \text{cov}(R_2, R_p) \Rightarrow 1 = x_1 * \frac{\text{cov}(R_1, R_p)}{\sigma^2(R_p)} + x_2 * \frac{\text{cov}(R_2, R_p)}{\sigma^2(R_p)},$$

όπου  $\frac{\text{cov}(R_1, R_p)}{\sigma^2(R_p)}$  είναι το beta της μετοχής 1 μέσα στο χαρτοφυλάκιο  $p$  και

$\frac{\text{cov}(R_2, R_p)}{\sigma^2(R_p)}$  είναι το beta της μετοχής 2 μέσα στο χαρτοφυλάκιο  $p$ .

Το beta μιας μετοχής  $i$ ,  $b_i$ , δείχνει τον κίνδυνο της μετοχής  $i$  μέσα στο χαρτοφυλάκιο  $p$  ως προς τον ολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, δηλαδή τη συνεισφορά της μετοχής  $i$  στον ολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου  $p$ . Άρα το beta είναι ένα σχετικό μέτρο κινδύνου, γιατί δείχνει τον κίνδυνο ως προς κάτι άλλο, και όχι απόλυτο μέτρο κινδύνου, όπως είναι η τυπική απόκλιση. Δίνεται από τον τύπο:

$$b_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_p)}{\sigma^2(R_p)} = \frac{\rho_{ip} * \sigma(R_i) * \sigma(R_p)}{\sigma^2(R_p)} = \frac{\rho_{ip} * \sigma(R_i)}{\sigma(R_p)} \quad (11)$$

όπου  $b_i$  το beta της μετοχής  $i$ ,  
 $\text{cov}(R_i, R_p)$  η συνδιακύμανση της απόδοσης της μετοχής  $i$  με την απόδοση του χαρτοφυλακίου  $p$ ,  
 $\sigma^2(R_p)$  ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου  $p$ ,  
 $\rho_{ip}$  ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων της μετοχής  $i$  και του χαρτοφυλακίου  $p$ ,  
 $\sigma(R_i)$  η τυπική απόκλιση της απόδοσης της μετοχής  $i$  και  
 $\sigma(R_p)$  η τυπική απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου  $p$ .

Το beta ενός χαρτοφυλακίου  $p$ ,  $b_p$ , υπολογίζεται ως ο σταθμικός μέσος των beta των μετοχών του, με σταθμά τα ποσοστά επένδυσης στις μετοχές του και ισούται με τη μονάδα. Κατά συνέπεια, εάν το χαρτοφυλάκιο απαρτίζεται από δύο μετοχές, το beta της μίας μετοχής θα είναι μικρότερο της μονάδας και το beta της άλλης μεγαλύτερο της μονάδας.

Εάν το beta μιας μετοχής  $i$ ,  $b_i$ , είναι μικρότερο της μονάδας, η μετοχή θεωρείται αμυντική και ο κίνδυνός της μέσα στο χαρτοφυλάκιο είναι μικρότερος του ολικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Συνήθως τέτοιες μετοχές ( $b_i < 1$  / αμυντικές μετοχές) τις προτιμούν επενδυτές με αποστροφή στον κίνδυνο. Αντίθετα, μετοχές με beta,  $b_i$ , μεγαλύτερο της μονάδας χαρακτηρίζονται ως επιθετικές, τις προτιμούν επενδυτές που "αγαπούν" τον κίνδυνο και ο κίνδυνός τους μέσα στο χαρτοφυλάκιο είναι μεγαλύτερος του ολικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

### 2.2.4 Αποδοτικό Σύνολο

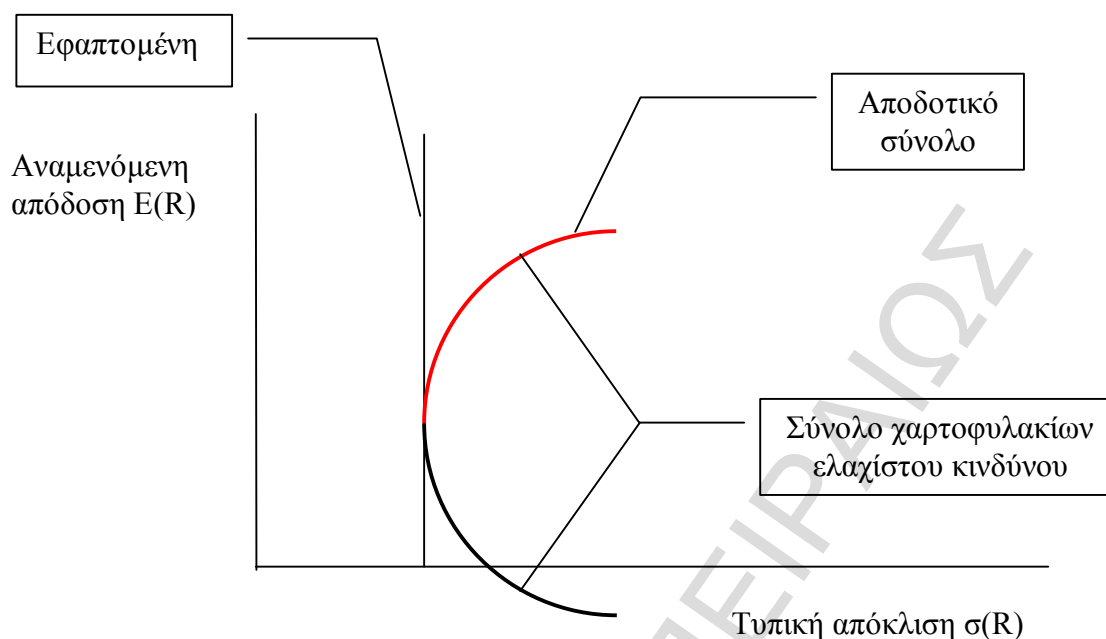
Ένα χαρτοφυλάκιο, ονομάζεται χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου, όταν έχει ελάχιστη διασπορά ή τυπική απόκλιση, δηλαδή ελάχιστο κίνδυνο. Εάν συγχρόνως, εκτός από ελάχιστο κίνδυνο, έχει και μέγιστη απόδοση, τότε λέγεται αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Το σύνολο των χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου αποτελεί το σύνολο χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου, ενώ το σύνολο των αποδοτικών χαρτοφυλακίων ονομάζεται αποδοτικό σύνολο ή αποδοτικό μέτωπο. Ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, όπως ο Γενικός Δείκτης του Χρηματιστηρίου ή ένα αμοιβαίο κεφάλαιο, δεν σημαίνει ότι είναι χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου. Στην πράξη, κανένας δείκτης δεν είναι χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου.

Πώς όμως θα υπολογιστούν τα χαρτοφυλάκια ελαχίστου κινδύνου; Με ελαχιστοποίηση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου,

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i^2 * \sigma^2(R_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i * x_j * \sigma_{ij}, \text{ υπό τις εξής συνθήκες:}$$

1. έχοντας δεδομένη αναμενόμενη απόδοση,  $E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i * E(R_i) = \kappa$ ,
2. τα σταθμά να αθροίζονται στη μονάδα,  $\sum_{i=1}^n x_i = 1$  και
3. τα σταθμά να είναι θετικά ή μηδέν,  $x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$ .

Η τελευταία συνθήκη συνεπάγεται ότι δεν υπάρχει το φαινόμενο της προπώλησης των μετοχών, δηλαδή ο επενδυτής δε δανείζεται τις μετοχές με κάποιο κόστος, τις παίζει στο χρηματιστήριο και μετά τις επιστρέφει πίσω από εκεί που τις δανείστηκε.



Σχήμα 2.5

Όλη η καμπύλη του σχήματος 2.5 (και η μαύρη και η κόκκινη) αποτελεί το σύνολο χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου. Ενώ, μόνο το τμήμα της από το σημείο τομής με την εφαπτομένη και πάνω (κόκκινη καμπύλη) είναι το αποδοτικό σύνολο.

Το σημείο τομής της γραφικής παράστασης των χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου και της εφαπτομένης είναι το πρώτο χαρτοφυλάκιο του αποδοτικού συνόλου, ονομάζεται σφαιρικό χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου και έχει την ιδιότητα να έχει το μικρότερο κίνδυνο από όλα τα χαρτοφυλάκια ελαχίστου κινδύνου. Όσο πιο κοντά στο σημείο τομής της εφαπτομένης και του συνόλου χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου βρίσκεται το χαρτοφυλάκιο που έχει επιλέξει ο επενδυτής, τόσο πιο μικρός είναι ο κίνδυνός του. Αντίθετα, όσο πιο μακριά από το σφαιρικό χαρτοφυλάκιο ελαχίστου κινδύνου είναι, τόσο αυξάνεται ο κίνδυνος του επενδυτή. Οι επενδυτές που επενδύουν ανάλογα με τις προσωπικές τους εκτιμήσεις, προσμένουν ανάλογη απόδοση με τον κίνδυνο που αναλαμβάνουν.

Τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια δεν παραμένουν διαχρονικά σταθερά, αφού τις περισσότερες φορές οι μέσες αποδόσεις των μετοχών, οι διασπορές των αποδόσεών τους και οι συνδιακυμάνσεις συνήθως μεταβάλλονται διαχρονικά. Κατά συνέπεια η χρήση ιστορικών δεδομένων πολλές φορές δεν προβάλλει αποδοτικά χαρτοφυλάκια, εφόσον ένα αποδοτικό χαρτοφυλάκιο μια δεδομένη χρονική στιγμή, μπορεί να μην είναι αποδοτικό στο μέλλον.

### 2.3 Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα

Τα περισσότερα υποδείγματα της θεωρίας χαρτοφυλακίου, είναι υποδείγματα παραγωγής αποδόσεων. Το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα εκφράζει την απόδοση μιας μετοχής ως συνάρτηση της απόδοσης ενός χρηματιστηριακού δείκτη, όπως ο Γενικός Δείκτης του Χρηματιστηρίου. Δηλαδή η απόδοση της μετοχής παράγεται από την απόδοση του δείκτη. Το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα είναι:

$$R_i = a_i + b_i * R_M + e_i \quad (12)$$

όπου  $R_i$  η απόδοση της μετοχής  $i$ ,  
 $R_M$  η απόδοση του δείκτη  $M$ ,  
 $e_i$  το σφάλμα και  
 $a_i$  και  $b_i$  σταθερές.

Το σφάλμα,  $e_i$ , δείχνει ότι δεν υπάρχει τέλεια σχέση μεταξύ της απόδοσης της μετοχής  $i$ ,  $R_i$ , και της απόδοσης του δείκτη  $M$ ,  $R_M$ . Τέλεια σχέση μεταξύ της απόδοσης της μετοχής  $i$ ,  $R_i$ , και της απόδοσης του δείκτη  $M$ ,  $R_M$  είναι αδύνατη.

Η σταθερά  $b_i$  είναι ο συντελεστής beta, που δείχνει την ευαισθησία που παρουσιάζεται στην απόδοση της μετοχής  $i$ ,  $R_i$ , από τις κινήσεις της απόδοσης του δείκτη  $M$ ,  $R_M$ .

Η απόδοση της μετοχής  $i$ ,  $R_i$ , χωρίζεται σε δύο μέρη:

1.  $b_i * R_M$  που αποτελεί το συστηματικό κομμάτι (ονομάζεται συστηματικό, επειδή κινείται συστηματικά με το δείκτη), το οποίο εξαρτάται από την αγορά, και πιο συγκεκριμένα από το δείκτη  $M$ ,
2.  $a_i + e_i$  που αποτελεί το μη συστηματικό κομμάτι, το οποίο εξαρτάται από την ίδια την εταιρεία που ανήκει η μετοχή  $i$ .

Η απόδοση της μετοχής  $i$ ,  $R_i$ , μπορεί να συνδεθεί γραμμικά με την απόδοση του δείκτη  $M$ ,  $R_M$ , υπό τις συνθήκες:

1.  $E(e_i) = 0$ ,
2.  $\sigma^2(e_i)$  : διαχρονικά σταθερή και
3.  $\text{cov}(e_i, R_M) = 0$ .

Η τρίτη συνθήκη δείχνει ότι η απόδοση του δείκτη  $M$ ,  $R_M$ , είναι ο μόνος παράγοντας που επηρεάζει τις αποδόσεις των μετοχών. Εάν  $\text{cov}(e_i, R_M) \neq 0$ , τότε υπάρχει και άλλος παράγοντας που επηρεάζει τις αποδόσεις των μετοχών.

Εφόσον το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα είναι μηχανισμός παραγωγής αποδόσεων, οι οποίες υποθέτουμε ότι ακολουθούν κανονική κατανομή, θα υπάρχει μέση απόδοση  $E(R_i)$  και κίνδυνος  $\sigma^2(R_i)$ .

### 2.3.1 Μέση Απόδοση $E(R_i)$

Η μέση απόδοση, με βάση το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα, είναι:

$$E(R_i) = E(a_i + b_i * R_M + e_i) = E(a_i) + E(b_i * R_M) + E(e_i) = a_i + b_i * E(R_M) + 0 = a_i + b_i * E(R_M) \quad (13)$$

όπου  $a_i$  η μη συστηματική αναμενόμενη απόδοση, που οφείλεται στη ίδια την εταιρεία που ανήκει η μετοχή  $i$  και  $b_i * E(R_M)$  η συστηματική αναμενόμενη απόδοση, που οφείλεται στο δείκτη  $M$ .

### 2.3.2 Κίνδυνος $\sigma^2(R_i)$

Ο κίνδυνος, χρησιμοποιώντας το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα, υπολογίζεται ως:

$$\sigma^2(R_i) = \sigma^2(a_i + b_i * R_M + e_i) = \sigma^2(a_i) + \sigma^2(b_i * R_M) + \sigma^2(e_i) = 0 + b_i^2 * \sigma^2(R_M) + \sigma^2(e_i) = b_i^2 * \sigma^2(R_M) + \sigma^2(e_i) \quad (14)$$

όπου  $b_i^2 * \sigma^2(R_M)$  ο συστηματικός κίνδυνος και  $\sigma^2(e_i)$  ο μη συστηματικός κίνδυνος.

Ο συστηματικός κίνδυνος οφείλεται στην ίδια την αγορά και πιο συγκεκριμένα στις κινήσεις του δείκτη της αγοράς  $M$ . Αποτελείται από το συντελεστή  $b_i$  της μετοχής  $i$  και από τη διασπορά του δείκτη  $M$  και μετράται με το  $b_i$ , επειδή το  $\sigma^2(R_M)$  είναι το ίδιο για όλες τις μετοχές. Κανονικά θα έπρεπε να μετράται ως γινόμενο  $b_i^2 * \sigma^2(R_M)$ .

Ο μη συστηματικός κίνδυνος, που αποτελεί τη διασπορά του σφάλματος, οφείλεται στην ίδια την εταιρεία.

### 2.3.3 Συντελεστές $a_i$ και $b_i$

Ο συντελεστής ευαισθησίας,  $b_i$ , δείχνει πόσο ευαίσθητη είναι η διακύμανση της μετοχής  $i$  στις κινήσεις της απόδοσης του δείκτη  $M$ .

Το  $\text{cov}(R_i, R_M)$  δείχνει τον κίνδυνο της μετοχής  $i$  μέσα στο δείκτη  $M$ .

Από το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{cov}(R_i, R_M) &= \text{cov}(a_i + b_i * R_M + e_i, R_M) = \text{cov}(a_i, R_M) + \text{cov}(b_i * R_M, R_M) + \text{cov}(e_i, R_M) = \\ &0 + \text{cov}(b_i * R_M, R_M) + 0 = \text{cov}(b_i * R_M, R_M) = b_i * \text{cov}(R_M, R_M) = b_i * \sigma^2(R_M) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$b_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)} \quad (15)$$

όπου  $b_i$  το beta της μετοχής  $i$ ,  
 $\text{cov}(R_i, R_M)$  η συνδιακύμανση της απόδοσης της μετοχής  $i$  με την απόδοση του δείκτη  $M$  και  
 $\sigma^2(R_M)$  ο κίνδυνος του δείκτη  $M$ .

Το beta μιας μετοχής  $i$ ,  $b_i$ , δείχνει τον κίνδυνο της μετοχής  $i$  στο δείκτη  $M$  ως προς τον ολικό κίνδυνο του  $M$ . Άρα το  $b_i$  είναι σχετικό μέτρο κινδύνου, επειδή δείχνει τον κίνδυνο της μετοχής  $i$  ως προς τον ολικό κίνδυνο του  $M$ , σε αντίθεση με τη διασπορά, που είναι απόλυτο μέτρο κινδύνου.

Ένα χαρακτηριστικό του beta μιας μετοχής  $i$ ,  $b_i$ , είναι ότι εάν  $b_i < 1$  η μετοχή είναι αμυντική και προτιμάται από επενδυτές που αποστρέφονται τον κίνδυνο, ενώ εάν  $b_i > 1$  η μετοχή θεωρείται επιθετική και επιλέγεται από επενδυτές που αγαπούν τον κίνδυνο.

Το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα, ανάλογα με την τιμή του beta μιας μετοχής  $i$ ,  $b_i$ , βοηθάει τον επενδυτή να αποφασίσει ποιές μετοχές θα επιλέξει:

1. εάν ισχύει το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα και αναμένεται η αγορά να είναι ανοδική, ο επενδυτής προτιμάει να αγοράσει μετοχές με  $b > 1$ , ενώ
2. εάν ισχύει το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα και αναμένεται η αγορά να είναι καθοδική, ο επενδυτής προτιμάει να αγοράσει μετοχές με  $b < 1$ .

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι το beta μιας μετοχής  $i$ ,  $b_i$ , είναι καθαρός αριθμός, ανεξάρτητο από μονάδες.

Μία επιπλέον χρησιμότητα του μονοπαραγοντικού υποδείγματος είναι ότι μπορεί να υπολογιστεί ο συντελεστής  $a_i$ :

$$R_i = a_i + b_i * R_M + e_i \Rightarrow E(R_i) = a_i + b_i * E(R_M) \Rightarrow$$

$$a_i = E(R_i) - b_i * E(R_M) \quad (16)$$

όπου  $a_i$  ο συντελεστής,  
 $E(R_i)$  η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής  $i$ ,  
 $b_i$  το beta της μετοχής  $i$  και  
 $E(R_M)$  η αναμενόμενη απόδοση του δείκτη  $M$ .

### 2.3.4 Εμπειρικό Υπόδειγμα

Στην πράξη, στο μονοπαράγοντικό υπόδειγμα χρησιμοποιούνται ιστορικά δεδομένα, οπότε προσθέτοντας το χρόνο  $t$  μπορεί πολύ εύκολα να μετατραπεί σε εμπειρικό υπόδειγμα.

Το εμπειρικό, πλέον, υπόδειγμα είναι:

$$R_{it} = a_i + b_i * R_{Mt} + e_{it} \quad (17)$$

Το μονοπαράγοντικό υπόδειγμα, με αυτή τη μορφολογία, είναι μια παλινδρόμηση, η οποία χρησιμοποιείται για να διαπιστωθεί πόσο καλά η μεταβλητότητα της ανεξάρτητης μεταβλητής  $R_{Mt}$  εξηγεί τη μεταβλητότητα της εξαρτημένης μεταβλητής  $R_{it}$ .

Σε αυτή την περίπτωση, με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων μπορούν να υπολογιστούν τα  $a_i$  και  $b_i$  με βάση τις παρακάτω υποθέσεις:

1. τα  $a_i$  και  $b_i$  παραμένουν διαχρονικά σταθερά,
2.  $\text{cov}(R_{Mt}, e_{it}) = 0$  / η συνδιακύμανση της απόδοσης του δείκτη και του σφάλματος ισούται με μηδέν,
3.  $E(e_{it}) = 0$  / η αναμενόμενη απόδοση του σφάλματος είναι μηδενική,
4. η διασπορά του σφάλματος,  $\sigma^2(e_{it})$ , είναι σταθερή,
5.  $\text{cov}(e_{it}, e_{jt}) = 0$  / συνδιακύμανση δύο σφαλμάτων δύο διαφορετικών μετοχών είναι ίση με μηδέν,
6.  $\text{cov}(e_{it}, e_{it-1}) = 0$  / συνδιακύμανση δύο σφαλμάτων δύο διαδοχικών χρονικών στιγμών της ίδιας μετοχής είναι μηδέν.

Κατά αντιστοιχία με το μονοπαράγοντικό υπόδειγμα, οι συντελεστές είναι:

$$b_i = \frac{\text{cov}(R_{it}, R_{Mt})}{\sigma^2(R_{Mt})} \quad (18)$$

και 
$$a_i = E(R_{it}) - b_i * E(R_{Mt}) \quad (19)$$

Η ισχύς της παλινδρόμησης υπολογίζεται με το συντελεστή συσχέτισης  $R^2$ . Ο συντελεστής συσχέτισης  $R^2$  δείχνει πόσο τοις εκατό της μεταβλητότητας της ανεξάρτητης μεταβλητής  $R_{Mt}$  εξηγεί τη μεταβλητότητα της εξαρτημένης μεταβλητής  $R_{it}$ . Ο συντελεστής συσχέτισης της παλινδρόμησης,  $R^2$ , υπολογίζεται ως:

$$R^2 = \left( \frac{\text{cov}(R_{it}, R_{Mt})}{\sigma(R_{it}) * \sigma(R_{Mt})} \right)^2 \quad (20)$$

όπου  $R^2$  ο συντελεστής συσχέτισης της παλινδρόμησης,  $\text{cov}(R_{it}, R_{Mt})$  η συνδιακύμανση της απόδοσης της μετοχής  $i$  με την απόδοση του δείκτη  $M$ ,  $\sigma(R_{it})$  η τυπική απόκλιση της απόδοσης της μετοχής  $i$  και  $\sigma(R_{Mt})$  η τυπική απόκλιση της απόδοσης του δείκτη  $M$ .

Ο συντελεστής συσχέτισης της παλινδρόμησης,  $R^2$ , έχει όρια το μηδέν και το ένα, δηλαδή  $0 \leq R^2 \leq 1$ . Στην περίπτωση που  $R^2=0$ , δεν υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ της εξαρτημένης μεταβλητής  $R_{it}$  και της ανεξάρτητης μεταβλητής  $R_{Mt}$ , αλλά γραμμική ανεξαρτησία. Ενώ εάν  $R^2=1$ , υπάρχει τέλεια σχέση μεταξύ των δύο αποδόσεων.

Επίσης, σύμφωνα με τα προηγούμενα, για τον κίνδυνο της μετοχής, ισχύει ότι:

$$\sigma^2(R_{it}) = b_i^2 * \sigma^2(R_{Mt}) + \sigma^2(e_{it}) \Rightarrow$$

$$1 = \frac{b_i^2 * \sigma^2(R_{Mt})}{\sigma^2(R_{it})} + \frac{\sigma^2(e_{it})}{\sigma^2(R_{it})} \quad (21)$$

όπου  $b_i$  το beta της μετοχής  $i$ ,  $\sigma^2(R_{Mt})$  ο κίνδυνος του δείκτη  $M$ ,  $\sigma^2(R_{it})$  ο κίνδυνος της μετοχής  $i$  και  $\sigma^2(e_{it})$  ο κίνδυνος του σφάλματος  $e$ .

Δηλαδή, ο συστηματικός κίνδυνος σε σχέση με τον ολικό συν το μη συστηματικό κίνδυνο σε σχέση με τον ολικό ισούται με τη μονάδα.

$$\text{Όμως } \frac{b_i^2 * \sigma^2(R_{Mt})}{\sigma^2(R_{it})} = \frac{\left(\frac{\text{cov}(R_{it}, R_{Mt})}{\sigma^2(R_{Mt})}\right)^2 * \sigma^2(R_{Mt})}{\sigma^2(R_{it})} = \left(\frac{\text{cov}(R_{it}, R_{Mt})}{\sigma(R_{it}) * \sigma(R_{Mt})}\right)^2 = R^2, \text{ όπου}$$

ο συντελεστής συσχέτισης της παλινδρόμησης,  $R^2$ , δείχνει τη συνεισφορά του συστηματικού κινδύνου στον ολικό κίνδυνο. Όσο μεγαλύτερη είναι η συνεισφορά του συστηματικού κινδύνου, τόσο πιο ισχυρή είναι η παλινδρόμηση.

### 2.3.5 Μη Συστηματικός Κίνδυνος

Ο μη συστηματικός κίνδυνος,  $\sigma^2(e_{it})$ , υπολογίζεται σε τρία βήματα:

1. Υπολογισμός των συντελεστών  $b_i$  και  $a_i$  από τους τύπους τους,  $b_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$  και  $a_i = E(R_i) - b_i * E(R_M)$  αντίστοιχα.
2. Υπολογισμός μιας χρονολογικής σειράς του σφάλματος χρησιμοποιώντας τον τύπο  $e_{it} = R_{it} - a_{it} - b_{it} * R_{Mt}$  και τα  $a_i$  και  $b_i$  που υπολογίστηκαν παραπάνω. Το άθροισμα των σφαλμάτων,  $e_{it}$ , πρέπει



να είναι ίσο με το μηδέν, γιατί μια από τις έξι υποθέσεις, για να υπολογιστούν τα  $a_i$  και  $b_i$ , είναι ότι  $E(e_{it}) = 0$ .

3. Υπολογισμός της διασποράς των σφαλμάτων αυτής της χρονολογικής σειράς, που είναι ο μη συστηματικός κίνδυνος. Ο τύπος του είναι

$$\sigma^2(e_{it}) = \frac{E(e_{it} - E(e_{it}))^2}{n} = \frac{E(e_{it} - 0)^2}{n} = \frac{E(e_{it})^2}{n}.$$

Ο μη συστηματικός κίνδυνος υπολογίζεται για να βρεθεί η συνεισφορά του στον ολικό κίνδυνο. Όσο πιο μικρή είναι η συνεισφορά του μη συστηματικού κινδύνου στον ολικό κίνδυνο, τόσο πιο ισχυρή είναι η παλινδρόμηση. Ο λόγος

$\frac{\sigma^2(e_{it})}{\sigma^2(R_{it})}$  δίνει τη συνεισφορά του μη συστηματικού κινδύνου στον ολικό

κίνδυνο, οπότε το  $1 - \frac{\sigma^2(e_{it})}{\sigma^2(R_{it})}$  που ισούται με το  $R^2$  δείχνει ότι όσο πιο μικρή

είναι η συνεισφορά του μη συστηματικού κινδύνου στον ολικό κίνδυνο, τόσο πιο μεγάλο το  $R^2$  και τόσο πιο ισχυρή η παλινδρόμηση.

### 2.3.6 Χαρτοφυλάκια

Το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα για χαρτοφυλάκια είναι:

$$R_{pt} = a_p + b_p * R_{Mt} + e_{pt} \quad (22)$$

Εάν η διασπορά των σφαλμάτων του χαρτοφυλακίου είναι μικρή, τότε το χαρτοφυλάκιο είναι καλά διαφοροποιημένο.

Τα  $a_p$  και  $b_p$  του χαρτοφυλακίου υπολογίζονται ως σταθμικοί μέσοι των  $a_i$  και

$b_i$  των μετοχών, δηλαδή  $a_p = \sum_{i=1}^n x_i * a_i$  και  $b_p = \sum_{i=1}^n x_i * b_i$  αντίστοιχα.

Για όλα τα υπόλοιπα ισχύουν ό,τι και για τις μετοχές.

### 2.3.7 Χρήσεις

Υπάρχουν τρεις βασικοί λόγοι που χρησιμοποιείται το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα:

1. Υπολογισμός του beta,  $b$ , είτε για μετοχές είτε για χαρτοφυλάκια
2. Εξέταση του επιπέδου διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου,

$$\sigma_p^2 = b_p^2 * \sigma_M^2 + \sigma^2(e_{pt}) \Rightarrow 1 = \frac{b_p^2 * \sigma_M^2}{\sigma_p^2} + \frac{\sigma^2(e_{pt})}{\sigma_p^2}.$$

Όσο πιο μεγάλο είναι το πρώτο κλάσμα ή πιο μικρό το δεύτερο κλάσμα, τόσο πιο καλά διαφοροποιημένο είναι το χαρτοφυλάκιο

3. Βοηθάει στον υπολογισμό του αποδοτικού συνόλου με τη προμήθεια λιγότερων δεδομένων από ότι το υπόδειγμα του Markowitz (1952).

### 2.3.8 Προβλήματα

Μερικά από τα προβλήματα κατά τη χρήση του μονοπαραγοντικού υποδείγματος είναι:

1. Πολλές από τις υποθέσεις του παραβιάζονται στην πράξη. Οι συντελεστές, για παράδειγμα, δεν είναι σταθεροί στην πραγματικότητα
2. Υπάρχουν υποδείγματα, τα οποία εμπειρικά έχουν δείξει ότι υπάρχουν και άλλοι παράγοντες (π.χ. το  $\beta$ ,  $b$ ), εκτός του  $R_M$ , που επηρεάζουν τις αποδόσεις των μετοχών
3. Η θεωρία του μονοπαραγοντικού υποδείγματος δεν δίνει κάποια ένδειξη για το ποιός δείκτης είναι ο σωστός. Κάνοντας χρήση διαφορετικών δεικτών υπολογίζονται και διαφορετικά  $\beta$ ,  $b$ , χωρίς η θεωρία να υποδεικνύει ποιο είναι το σωστό.

## 2.4 Θεωρία της Κεφαλαιαγοράς

Ένα από τα προβλήματα της θεωρίας του Markowitz (1952) είναι ότι στηρίζεται μόνο σε επισφαλή αξιόγραφα, δηλαδή δε λαμβάνει καθόλου υπόψη αξιόγραφα μηδενικού κινδύνου. Για το λόγο αυτό ιδρύθηκε η θεωρία της κεφαλαιαγοράς, που λαμβάνει υπόψη, συγχρόνως, και επισφαλή αξιόγραφα (όπως μετοχές) και περιουσιακά στοιχεία μηδενικού κινδύνου (όπως έντοκα γραμμάτια).

Η θεωρία της κεφαλαιαγοράς απαντάει σε τρεις βασικές ερωτήσεις:

1. ποιά είναι η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου για αποδοτικά χαρτοφυλάκια,
2. ποιά είναι η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου για μετοχές ή χαρτοφυλάκια, αποδοτικά ή όχι και
3. ποιο είναι το κατάλληλο μέτρο κινδύνου μετοχών σε χαρτοφυλάκια.

### 2.4.1 Υποθέσεις της Θεωρίας της Κεφαλαιαγοράς

Η θεωρία της κεφαλαιαγοράς βασίζεται στις παρακάτω υποθέσεις:

1. οι επενδυτές ακολουθούν τους κανόνες του Markowitz
2. υπάρχει ένα περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου όπου οι επενδυτές μπορούν να δανειστούν ή να δανείσουν χρήματα
3. υπάρχει ένας κοινός και μοναδικός επενδυτικός ορίζοντας

4. η αγορά είναι τέλεια, που σημαίνει:

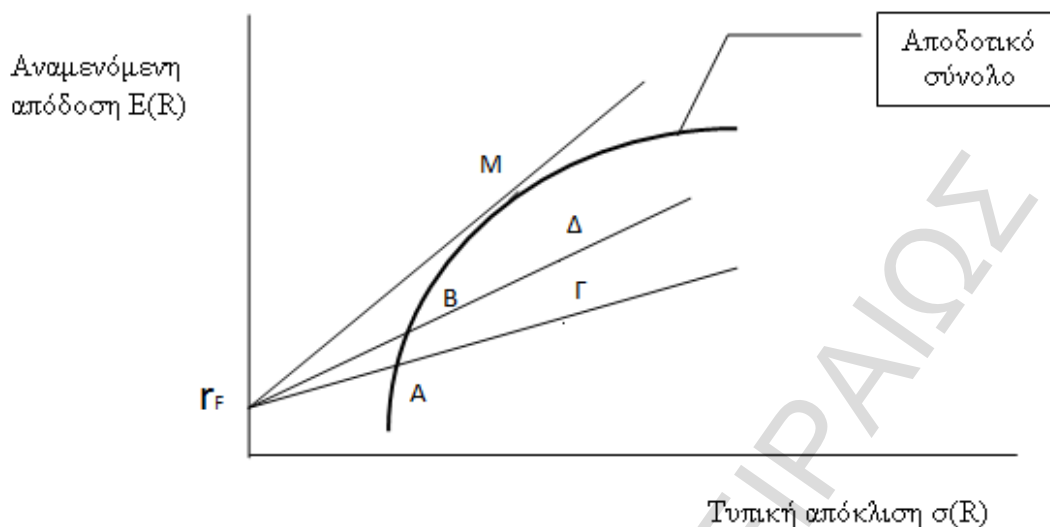
- ❖ δεν υπάρχουν φόροι,
- ❖ δεν υπάρχει πληθωρισμός,
- ❖ δεν υπάρχει επενδυτής που μπορεί από μόνος του να επηρεάσει τις τιμές των μετοχών,
- ❖ οι επενδυτές μπορούν να αγοράσουν οποιοδήποτε αριθμό μετοχών και
- ❖ οι πληροφορίες δεν κοστίζουν τίποτα.

Τέλεια αγορά σημαίνει ότι ανά πάσα στιγμή υπάρχει μια και μοναδική τιμή της κάθε μετοχής στο χρηματιστήριο. Ουσιαστικά η αγορά είναι σε ισορροπία.

Η υπόθεση της τέλει αγοράς είναι θεωρητική και δεν υπάρχει στην πράξη, αλλά προσεγγίζεται με την υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς, η οποία λέει ότι δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν πληροφορίες του παρελθόντος για να προβλεφθεί το μέλλον.

Όλες οι παραπάνω υποθέσεις είναι μη ρεαλιστικές, αλλά το βασικό ερώτημα είναι εάν τα υποδείγματα που παράγουν ισχύουν στην πράξη.

Εφόσον οι επενδυτές ακολουθούν τους κανόνες του Markowitz, όλοι οι επενδυτές έχουν τον ίδιο επενδυτικό ορίζοντα και τις ίδιες πληροφορίες που δεν κοστίζουν τίποτα, όλοι οι επενδυτές έχουν το ίδιο αποδοτικό σύνολο, του Markowitz.



Σχήμα 2.6

Στο σχήμα 2.6 το περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου,  $F$ , βρίσκεται πάνω στην οριζόντια γραμμή της αναμενόμενης απόδοσης και ονομάζεται risk free rate και έχει μέση αναμενόμενη απόδοση  $r_F$ .

Έστω ένα τυχαίο χαρτοφυλάκιο  $A$ , πάνω στο αποδοτικό σύνολο. Συνδυάζουμε το  $r_F$  με το  $A$ . Όλοι οι συνδυασμοί του  $r_F$  και του  $A$  βρίσκονται πάνω στην ευθεία  $r_FA$ .

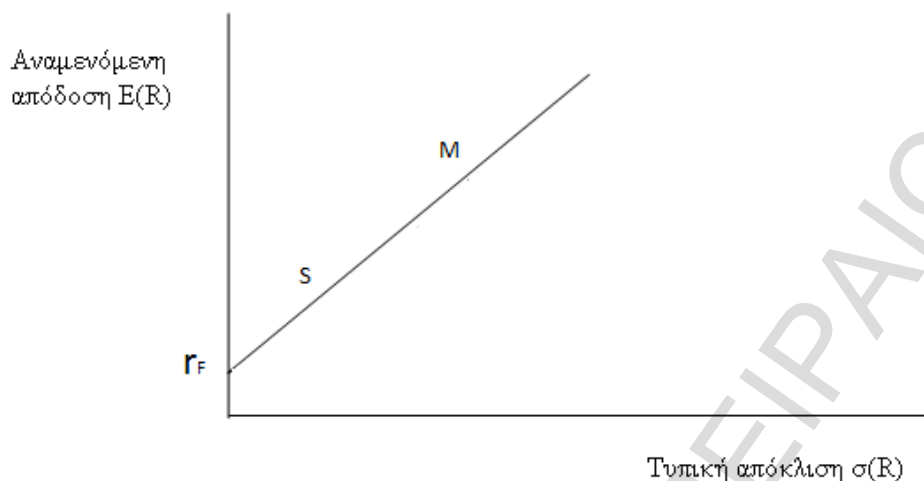
Τα κύρια χαρακτηριστικά του σχήματος 2.6 είναι:

- ❖ Μεταξύ του  $\Gamma$  και του  $\Delta$ , προτιμάται το  $\Delta$ , γιατί έχει μεγαλύτερη απόδοση κ ίδιο κίνδυνο με το  $\Gamma$ .
- ❖ Μεταξύ του  $\Gamma$  και του  $B$ , επιλέγεται το  $B$ , που έχει μικρότερο κίνδυνο.
- ❖ Κάθε σημείο της  $r_FB$  είναι προτιμότερο από τα σημεία της  $r_FA$ .
- ❖ Η εφαπτομένη  $r_FM$  στο αποδοτικό σύνολο του Markowitz περιέχει τα καλύτερα χαρτοφυλάκια.

Πάνω από την εφαπτομένη δεν υπάρχει χαρτοφυλάκιο Markowitz, επομένως η εφαπτομένη είναι το τελικό σύνολο. Η εφαπτομένη είναι το νέο αποδοτικό σύνολο ή σύνολο που περιέχει χαρτοφυλάκια Markowitz με ελάχιστο κίνδυνο και μέγιστη απόδοση.

Στην περίπτωση που υπάρχει το  $r_F$ , το αποδοτικό σύνολο του Markowitz μετασχηματίζεται σε μια ευθεία γραμμή που ξεκινά από το  $r_F$  και εφάπτεται στο αποδοτικό σύνολο του Markowitz. Η εφαπτομένη αυτή ονομάζεται γραμμή κεφαλαιαγοράς και δείχνει τη σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης

και κινδύνου για χαρτοφυλάκια, τα οποία είναι, μάλιστα, αποδοτικά, δηλαδή έχουν ελάχιστο κίνδυνο και μέγιστη απόδοση.



Σχήμα 2.7

#### 2.4.2 Εξίσωση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς

Έστω ένα χαρτοφυλάκιο S, το οποίο βρίσκεται πάνω στη γραμμή κεφαλαιαγοράς, άρα είναι αποδοτικό. Η κλίση της ευθείας στο σημείο S είναι  $\frac{E(R_S) - r_F}{\sigma_S}$  (δείχνει την επιπλέον απόδοση από το  $r_F$  ανά μονάδα κινδύνου) και στο σημείο τομής της εφαπτομένης με το αποδοτικό σύνολο του Markowitz, M, η κλίση της ευθείας είναι  $\frac{E(R_M) - r_F}{\sigma_M}$ . Αφού τα σημεία S και M βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία, θα πρέπει οι δύο κλίσεις των σημείων αυτών να είναι ίσες, δηλαδή να ισχύει:

$$\frac{E(R_S) - r_F}{\sigma_S} = \frac{E(R_M) - r_F}{\sigma_M} \Rightarrow$$

$$E(R_S) = r_F + \frac{E(R_M) - r_F}{\sigma_M} * \sigma_S \quad (23)$$

Η εξίσωση (23) είναι η εξίσωση της γραμμής κεφαλαιαγοράς. Η αναμενόμενη απόδοση του αποδοτικού χαρτοφυλακίου S διαιρείται σε δύο μέρη: 1) το  $r_F$  και 2) το  $\frac{E(R_M) - r_F}{\sigma_M} * \sigma_S$ . Το δεύτερο μέρος της εξίσωσης αποτελεί την επιπλέον

απόδοση από το  $r_F$  που απαιτείται για να επενδύσει ο επενδυτής στο επισφαλές χαρτοφυλάκιο S και ονομάζεται πριμ κινδύνου.

Η παραπάνω εξίσωση, εάν διαιρεθεί με το  $\sigma_S$ , δίνει τον αντίστροφο συντελεστή μεταβλητότητας για αποδοτικά χαρτοφυλάκια. Δηλαδή:

$$\frac{E(R_S)}{\sigma_S} = \frac{r_F}{\sigma_S} + \frac{E(R_M) - r_F}{\sigma_M} = \frac{1}{CV} \quad (24)$$

### 2.4.3 Ποσοστιαία Απόδοση Αποδοτικών Χαρτοφυλακίων

Η ποσοστιαία απόδοση του αποδοτικού χαρτοφυλακίου S, ισούται με το σταθμικό μέσο των ποσοστιαίων αποδόσεων του F και του M, με σταθμά τα ποσοστά επένδυσης στο F και στο M αντίστοιχα. Δίνεται από τον τύπο:

$$R_S = x_F * r_F + x_M * R_M \quad (25)$$

όπου  $R_S$  η ποσοστιαία απόδοση του αποδοτικού χαρτοφυλακίου S,  
 $r_F$  η μέση αναμενόμενη απόδοση του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου F,

$R_M$  η ποσοστιαία απόδοση του χαρτοφυλακίου M,

$x_F$  το ποσοστό επένδυσης στο περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου F και

$x_M$  το ποσοστό επένδυσης στο χαρτοφυλάκιο M.

Τα σταθμά πρέπει να αθροίζουν στη μονάδα, δηλαδή  $x_F + x_M = 1$ .

Η σχέση (25) αποτελεί ένα υπόδειγμα παραγωγής αποδόσεων αποδοτικών χαρτοφυλακίων. Από αυτή προκύπτει η αναμενόμενη απόδοση και ο κίνδυνος αποδοτικών χαρτοφυλακίων.

### 2.4.4 Αναμενόμενη Απόδοση Αποδοτικών Χαρτοφυλακίων

Η αναμενόμενη απόδοση αποδοτικών χαρτοφυλακίων ισούται με:

$$E(R_S) = E(x_F * r_F + x_M * R_M) = x_F * E(r_F) + x_M * E(R_M) \Rightarrow$$

$$E(R_S) = x_F * r_F + x_M * E(R_M) \quad (26)$$

### 2.4.5 Κίνδυνος Αποδοτικών Χαρτοφυλακίων

Ο κίνδυνος αποδοτικών χαρτοφυλακίων, αντίστοιχα, είναι ίσος με:

$$\sigma^2(R_S) = \sigma^2(x_F * r_F + x_M * R_M) = x_F^2 * \sigma^2(r_F) + x_M^2 * \sigma^2(R_M) = x_F^2 * 0 + x_M^2 * \sigma^2(R_M) \Rightarrow$$

$$\sigma^2(R_S) = x_M^2 * \sigma^2(R_M) \Rightarrow \sigma(R_S) = x_M * \sigma(R_M) \quad (27)$$

### 2.4.6 Παρατηρήσεις

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (26) και (27) προκύπτει πάλι η εξίσωση της γραμμής κεφαλαιαγοράς:

$$\sigma^2(R_S) = x_M^2 * \sigma^2(R_M) \Rightarrow x_M = \frac{\sigma(R_S)}{\sigma(R_M)}$$

$$E(R_S) = x_F * r_F + x_M * E(R_M) = (1 - x_M) * r_F + x_M * E(R_M) = r_F + x_M * [E(R_M) - r_F] \Rightarrow$$

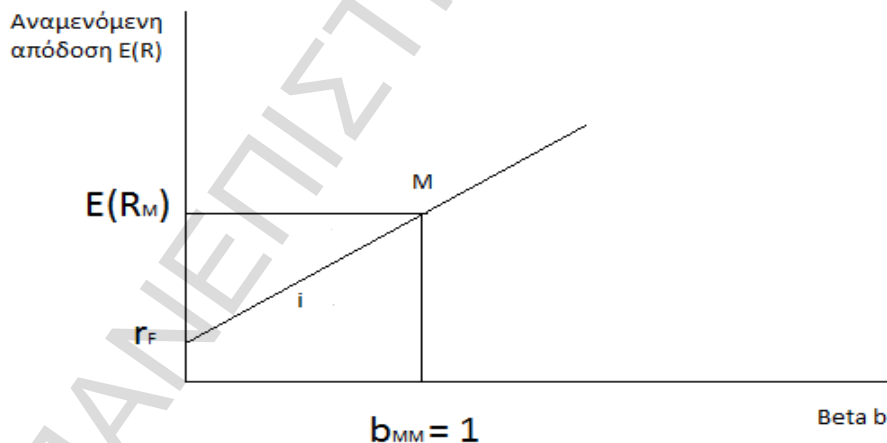
$$E(R_S) = r_F + \frac{\sigma(R_S)}{\sigma(R_M)} * [E(R_M) - r_F]$$

Η γραμμή κεφαλαιαγοράς έχει δύο χαρακτηριστικά:

1. ισχύει μόνο για αποδοτικά χαρτοφυλάκια και
2. μετράει τον κίνδυνο κάνοντας χρήση της τυπικής απόκλισης.

### 2.5 Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (ΥΑΚΣ)

Το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων δείχνει τη σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου για μεμονωμένες μετοχές ή χαρτοφυλάκια, αποδοτικά ή όχι.



**Σχήμα** Σφάλμα! Δεν υπάρχει κείμενο καθορισμένου στυλ στο έγγραφο..8

Το  $M$  είναι αποδοτικό χαρτοφυλάκιο, ενώ το  $i$  μπορεί να είναι είτε μεμονωμένη μετοχή είτε χαρτοφυλάκιο, αποδοτικό ή όχι. Οι κλίσεις αυτών των δύο σημείων είναι ίσες, αφού βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία. Άρα:

$$\frac{E(R_i) - r_F}{b_i} = E(R_M) - r_F \Rightarrow$$

$$E(R_i) = r_F + [E(R_M) - r_F] * b_i \quad (28)$$

Η αναμενόμενη απόδοση του στοιχείου  $i$  χωρίζεται σε δύο κομμάτια: 1) το  $r_F$  και 2) το  $[E(R_M) - r_F] * b_i$ . Το δεύτερο κομμάτι της εξίσωσης είναι το πριμ κινδύνου και δείχνει την επιπλέον απόδοση από το  $r_F$  που ζητάει για να επενδύσει ο επενδυτής στην επικινδυνότητα του στοιχείου  $i$ .

Βασική συνθήκη για να ισχύει το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων, είναι η αποδοτικότητα του χαρτοφυλακίου  $M$ . Με άλλα λόγια, το συγκεκριμένο υπόδειγμα απορρέει από την αποδοτικότητα του  $M$ , εάν το  $M$  δεν είναι αποδοτικό, δεν ισχύει το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων.

Έστω ένα χαρτοφυλάκιο  $S$ , για το οποίο ισχύει η γραμμή κεφαλαιαγοράς. Εφόσον το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων ισχύει για οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο, θα ισχύει και για το  $S$ . Άρα θα πρέπει:

$$r_F + \frac{E(R_M) - r_F}{\sigma_M} * \sigma_S = r_F + [E(R_M) - r_F] * b_S \Rightarrow$$

$$\frac{\sigma_S}{\sigma_M} = b_S \quad (29)$$

Δηλαδή, μόνο σε περίπτωση που ισχύει η σχέση (29), η γραμμή κεφαλαιαγοράς ταυτίζεται με το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων. Η παραπάνω σχέση ισχύει μόνο για αποδοτικά χαρτοφυλάκια και όχι για μεμονωμένες μετοχές ή μη αποδοτικά χαρτοφυλάκια.

### 2.5.1 Σύγκριση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς και του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων

Το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων είναι πολύ πιο γενικό από τη γραμμή της κεφαλαιαγοράς.

Τα δύο μοντέλα παρουσιάζουν τόσο διαφορές όσο και ομοιότητες. Οι βασικές τους ομοιότητες είναι:

1. και τα δύο υποδείγματα στηρίζονται στην αποδοτικότητα του  $M$ ,
2. και τα δύο υποδείγματα είναι γραμμικά και παρουσιάζουν θετικές σχέσεις και



3. και τα δύο υποδείγματα δείχνουν την αναμενόμενη απόδοση ως συνάρτηση του κινδύνου.

Από την άλλη, οι κύριες διαφορές τους είναι:

1. η γραμμή κεφαλαιαγοράς χρησιμοποιεί ως μέτρο κινδύνου τον ολικό κίνδυνο, δηλαδή την τυπική απόκλιση, ενώ το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων χρησιμοποιεί το συστηματικό κίνδυνο, δηλαδή το συντελεστή beta,
2. η γραμμή κεφαλαιαγοράς ισχύει μόνο για αποδοτικά χαρτοφυλάκια, ενώ το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων ισχύει για μεμονωμένες μετοχές ή χαρτοφυλάκια, αποδοτικά ή όχι και
3. η κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς ισούται με  $\frac{E(R_M) - r_F}{\sigma_M}$ , ενώ η κλίση του υποδείματος αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων είναι  $E(R_M) - r_F$ .

Για οποιοδήποτε στοιχείο  $i$ , ισχύει ότι:

$$E(R_i) = r_F + [E(R_M) - r_F] * b_i \Rightarrow$$

$$E(R_i) = r_F + [E(R_M) - r_F] * \frac{\text{cov}(R_i, R_M)}{\sigma_M^2} \Rightarrow$$

$$E(R_i) = r_F + [E(R_M) - r_F] * \frac{\rho_{iM} * \sigma_i * \sigma_M}{\sigma_M^2} \Rightarrow$$

$$\rho_{iM} = \frac{\frac{E(R_i) - r_F}{\sigma_i}}{\frac{E(R_M) - r_F}{\sigma_M}} \quad (30)$$

Έστω ότι το  $i$  είναι το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο  $S$  που βρίσκεται πάνω στη γραμμή κεφαλαιαγοράς. Τότε, η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$\rho_{SM} = \frac{\frac{E(R_S) - r_F}{\sigma_S}}{\frac{E(R_M) - r_F}{\sigma_M}}$$

Και επειδή τα  $S$  και  $M$  βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία, άρα και οι κλίσεις αυτών των δύο σημείων είναι ίσες, ισχύει ότι  $\frac{E(R_S) - r_F}{\sigma_S} = \frac{E(R_M) - r_F}{\sigma_M}$ . Οπότε

$\rho_{SM} = 1$ . Δηλαδή, κάθε χαρτοφυλάκιο που βρίσκεται στη γραμμή κεφαλαιαγοράς έχει τέλεια θετική συσχέτιση με το  $M$ .

Ο επενδυτής μπορεί να κάνει ταυτόχρονη εφαρμογή των δύο υποδειγμάτων για να διαπιστώσει εάν θα επενδύσει ή όχι στο χαρτοφυλάκιο. Αρχικά εφαρμόζει το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα για να ελέγξει εάν το χαρτοφυλάκιο είναι καλά διαφοροποιημένο. Στη συνέχεια σε καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, εφαρμόζει το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων και συγκρίνει την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου ως σταθμικό μέσο των αναμενόμενων αποδόσεων των μετοχών του και την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου από τον τύπο του υποδείγματος αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων. Μόνο στην περίπτωση που η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου ως σταθμικός μέσος των αναμενόμενων αποδόσεων των μετοχών του είναι μεγαλύτερη από την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου του υποδείγματος αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων, επενδύει στο συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο.

### 2.5.2 Διαφορές Μονοπαραγοντικού Υποδείγματος και Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων

Υπάρχουν κάποιες διαφορές μεταξύ των δύο υποδειγμάτων:

1. το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα είναι ένα ιστορικό υπόδειγμα, ενώ το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων είναι ένα υπόδειγμα ισορροπίας και
2. το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα είναι ένα υπόδειγμα μεταξύ αποδόσεων, ενώ το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων είναι ένα υπόδειγμα μεταξύ απόδοσης και κινδύνου.

Μπορεί όμως το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα να παράγει το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων; Από το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα ισχύει ότι  $E(R_i) = a_i + b_i * E(R_M)$ , ενώ από το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων ισχύει ότι  $E(R_i) = r_F + [E(R_M) - r_F] * b_i$ . Άρα:

$$a_i + b_i * E(R_M) = r_F + [E(R_M) - r_F] * b_i \Rightarrow$$

$$a_i + b_i * E(R_M) = r_F + E(R_M) * b_i - r_F * b_i \Rightarrow$$

$$a_i = r_F - r_F * b_i \Rightarrow$$

$$a_i = r_F * (1 - b_i) \quad (31)$$

Οπότε μόνο εάν ισχύει η σχέση  $a_i = r_F * (1 - b_i)$  το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα παράγει το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων. Σε διαφορετική περίπτωση τα δύο υποδείγματα είναι τελείως ξένα μεταξύ τους.

### 2.5.3 Εμπειρικές Μελέτες

Έχουν δημοσιευθεί αρκετές μελέτες που ελέγχουν εμπειρικά την ισχύ του υπόδειγματος αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων, δηλαδή ελέγχουν εάν η σχέση  $E(R_i) = r_F + [E(R_M) - r_F] * b_i$  είναι ακριβής, οπότε να ισχύει ακριβώς αυτό το μοντέλο.

Τα αποτελέσματα σε πολλές από αυτές τις μελέτες έδειξαν ότι δεν ισχύει στην πράξη το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η μελέτη των Fama - MacBeth (1973), οι οποίοι κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι υπάρχουν και άλλοι παράγοντες, εκτός από το  $\beta_i$ , που επηρεάζουν τις αναμενόμενες αποδόσεις.

Ο Roll (1977) υποστήριξε ότι εάν το χαρτοφυλάκιο M είναι αποδοτικό, ισχύει το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων. Και αντίστροφα, εάν ισχύει το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων, το M είναι αποδοτικό. Άρα ο μόνος τρόπος για να αποδειχθεί το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων είναι να είναι αποδοτικό το M, το οποίο, όμως, είναι ένα τεράστιο αξιόγραφο που δεν μπορεί να αναγνωρισθεί ή να παρατηρηθεί. Επομένως το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων υπάρχει θεωρητικά, αλλά δεν μπορεί να ελεγχθεί εμπειρικά.

Προηγούμενοι ερευνητές, απλά, ελέγχανε την αποδοτικότητα του δείκτη και όχι το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων. Εάν το M είναι το χαρτοφυλάκιο που περιέχει όλα τα αξιόγραφα, τότε ισχύει μια σχέση ισορροπίας (υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων), ενώ αν το M είναι δείκτης ισχύει μια μαθηματική σχέση (όχι σχέση ισορροπίας). Στην περίπτωση που ο δείκτης M είναι αποτελεσματικός ισχύει η σχέση  $E(R_i) = r_F + [E(R_M) - r_F] * b_i$ .

### 2.6 Αποτελεσματικότητα Χαρτοφυλακίου

Η αποτελεσματικότητα χαρτοφυλακίου παρέχει μεθόδους αξιολόγησης χαρτοφυλακίων τόσο μεταξύ τους όσο και με ένα δείκτη.

Εάν το χαρτοφυλάκιο δεν αξιολογηθεί θετικά, γίνεται αναθεώρηση του χαρτοφυλακίου με τους εξής τρόπους:

1. αλλάζεται η στάθμισή του, ή
2. αλλάζονται τα συστατικά του, δηλαδή τα αξιόγραφά του.

Ένα σημαντικό μειονέκτημα της αναθεώρησης είναι ότι αυξάνονται τα έξοδα συναλλαγών, άρα επιβαρύνονται τα κέρδη.

Υπάρχουν τρία βασικά μέτρα αποτελεσματικότητας:

1. του Sharpe, που στηρίζεται στη γραμμή κεφαλαιαγοράς,

2. του Treynor, που στηρίζεται στο υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων και
3. του Jensen, που στηρίζεται στο υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων.

### 2.6.1 Μέτρο Αποτελεσματικότητας Sharpe

Το μέτρο του Sharpe, κυρίως, χρησιμοποιείται για μέτρηση της αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίων  $p$  (π.χ. αμοιβαία κεφάλαια) και ισούται με:

$$\frac{E(R_p) - r_F}{\sigma_p} \quad (32)$$

και δείχνει την επιπλέον απόδοση του χαρτοφυλακίου από το  $r_F$  ανά μονάδα κινδύνου.

Τα χαρτοφυλάκια κατατάσσονται ανάλογα με αυτό το μέτρο. Οι επενδυτές επιλέγουν εκείνα τα χαρτοφυλάκια που έχουν μεγαλύτερο δείκτη του Sharpe.

Ο λόγος του Sharpe μπορεί να χρησιμοποιηθεί με δύο τρόπους:

1. υπολογισμός του μέτρου του Sharpe για μια ομάδα χαρτοφυλακίων, ταξινόμησή τους από το μεγαλύτερο στο μικρότερο ή αντίστροφα και επιλογή αυτών των χαρτοφυλακίων με το μεγαλύτερο μέτρο, ή
2. σύγκριση αυτού του μέτρου με το αντίστοιχο μέτρο ενός δείκτη της αγοράς, για να διαπιστωθεί εάν το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή τα πήγε καλύτερα ή όχι από το δείκτη.

Δεν είναι εύκολο το χαρτοφυλάκιο ενός επενδυτή να τα πάει καλύτερα από το γενικό δείκτη. Συνήθως, μερικά αμοιβαία κεφάλαια τα πάνε καλύτερα από το δείκτη. Και πάλι, όμως, αυτή η υπεροχή δε διαρκεί διαχρονικά.

Ένας επενδυτής, όταν επενδύει στο χρηματιστήριο, ανά τακτά διαστήματα, πρέπει να ελέγχει το λόγο του Sharpe και εάν είναι πολύ μικρός, είτε αλλάζει τις μετοχές του χαρτοφυλακίου του, είτε αλλάζει τα σταθμά του.

Το βασικό μειονέκτημα του μέτρου αυτού είναι ότι στηρίζεται στην κανονικότητα των κατανομών και δε λαμβάνει υπόψη την ασυμμετρία ή την κύρτωση.

## 2.6.2 Μέτρο Αποτελεσματικότητας Τρεγνορ

Το μέτρο του Τρεγνορ, για ένα χαρτοφυλάκιο  $p$  ισούται με:

$$\frac{E(R_i) - r_F}{b_i} \quad (33)$$

και δείχνει την επιπλέον απόδοση του χαρτοφυλακίου από το  $r_F$  ανά μονάδα συστηματικού κινδύνου.

Ο λόγος του Τρεγνορ χρησιμοποιείται με δύο τρόπους:

1. ταξινόμηση των χαρτοφυλακίων ή των μετοχών σύμφωνα με αυτό το μέτρο και επιλογή αυτών που έχουν υψηλότερες τιμές του μέτρου, ή
2. σύγκριση αυτού του μέτρου με το αντίστοιχο μέτρο του δείκτη της αγοράς, που ισούται με  $\frac{E(R_M) - r_F}{1}$ , αφού  $b_{MM}=1$ .

Το μέτρο αυτό χρησιμοποιείται τόσο για μεμονωμένες μετοχές, όσο και για χαρτοφυλάκια.

Τα δύο παραπάνω μέτρα, μπορούν να δώσουν την ίδια κατάταξη; Η απάντηση είναι ναι, μόνο εφόσον το χαρτοφυλάκιο  $p$  είναι καλά διαφοροποιημένο.

Έστω ότι ισχύει το υπόδειγμα της αγοράς ή το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα. Τότε, για ένα χαρτοφυλάκιο  $p$ , ισχύει  $R_{pt} = a_p + b_p * R_{Mt} + e_{pt}$ , άρα και  $\sigma^2(R_{pt}) = b_p^2 * \sigma^2(R_{Mt}) + \sigma^2(e_{pt})$ . Μια ακόμα υπόθεση που γίνεται, είναι ότι το χαρτοφυλάκιο  $p$  είναι καλά διαφοροποιημένο, οπότε  $\sigma(R_{pt}) \approx b_p * \sigma(R_{Mt})$  και το μέτρο του Sharpe γίνεται  $\frac{E(R_p) - r_F}{b_p * \sigma(R_{Mt})}$ . Στην περίπτωση αυτή, και τα δύο

μέτρα, πλέον, στον παρανομαστή έχουν το  $b$ , άρα δίνουν ισοδύναμη κατάταξη. Οπότε, το συμπέρασμα που βγαίνει, είναι ότι όταν υπάρχουν χαρτοφυλάκια  $p$ , τα οποία είναι καλά διαφοροποιημένα, τα μέτρα του Sharpe και Τρεγνορ παράγουν την ίδια κατάταξη.

### 2.6.3 Μέτρο Αποτελεσματικότητας Jensen

Το μέτρο του Jensen υποθέτει τα εξής τρία πράγματα:

1. ότι το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα και το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων ισχύουν ταυτόχρονα,
2. ότι το μονοπαραγοντικό υπόδειγμα ισχύει για κάθε χρονική περίοδο και
3. ότι το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων ισχύει για κάθε χρονική περίοδο.

Από την πρώτη υπόθεση ισχύει  $R_p = a_p + b_p * R_M + e_p$  και  $E(R_p) = r_F + [E(R_M) - r_F] * b_p$ , τα οποία δίνουν την εξίσωση  $R_p - r_F = (R_M - r_F) * b_p$ . Για να γίνει αυτή η τελευταία εξίσωση πρακτικά εφαρμοζόμενη, πρέπει να της προστεθεί ο χρόνος  $t$ , οπότε να γίνει  $R_{pt} - r_F = (R_{Mt} - r_F) * b_p$ . Εάν σε αυτή την εξίσωση, προστεθεί ένας συντελεστής  $a$  και ένα σφάλμα  $e$ , θα μετατραπεί σε μια διαχρονική παλινδρόμηση:

$$R_{pt} - r_F = a_p + (R_{Mt} - r_F) * b_p + e_{pt} \quad (34)$$

Ουσιαστικά, η εξίσωση (34) είναι η εμπειρική μορφή στην οποία μετατρέπουν το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων για ένα χαρτοφυλάκιο, η δεύτερη και η τρίτη υπόθεση και ονομάζεται γραμμή αξιογράφων, όπου αντί τις μέσες αποδόσεις χρησιμοποιούνται οι απλές.

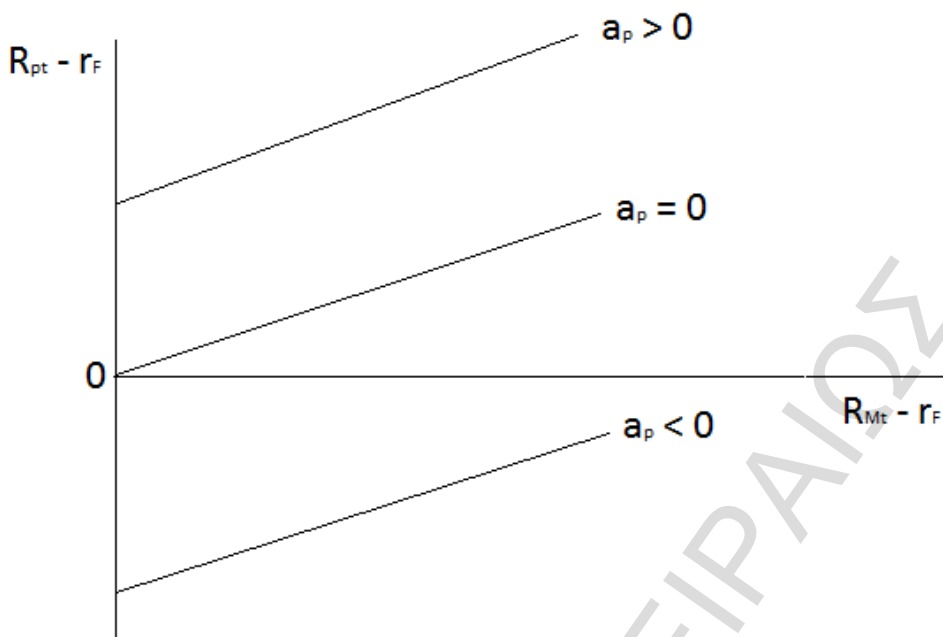
#### 2.6.3.1 Το $a$ του Jensen

Το  $a_p$  της παραπάνω παλινδρόμησης είναι σταθερά, ονομάζεται  $a$  του Jensen και χρησιμοποιείται για να μετρήσει την αποτελεσματικότητα των χαρτοφυλακίων.

Ανάλογα με το  $a_p$  αξιολογείται το χαρτοφυλάκιο σε:

- ❖ εάν  $a_p > 0$ , το χαρτοφυλάκιο είναι αποτελεσματικό και ο επενδυτής το επιλέγει
- ❖ εάν  $a_p = 0$ , δεν μπορεί να μετρηθεί η αποτελεσματικότητα και ο επενδυτής είναι αδιάφορος
- ❖ εάν  $a_p < 0$ , το χαρτοφυλάκιο δεν είναι αποτελεσματικό και ο επενδυτής το απορρίπτει και είτε αλλάζει τις μετοχές του είτε τα σταθμά του.

Αν ο αναλυτής βρει  $a_p > 0$ , δε σημαίνει απαραίτητα ότι το χαρτοφυλάκιο του τα πήγε καλά, γιατί το  $a_p > 0$  οφείλεται στη μη αποδοτικότητα του δείκτη.



Σχήμα 2.9

Το  $a$  του Jensen μπορεί να υπολογιστεί με δύο τρόπους:

1. τρέχοντας μια παλινδρόμηση μεταξύ  $R_{pt} - r_F$  σαν εξαρτημένη μεταβλητή και  $R_{Mt} - r_F$  σαν ανεξάρτητη μεταβλητή, ή
2. χρησιμοποιώντας τον τύπο  $a_p = \bar{R}_{pt} - r_F - (\bar{R}_{Mt} - r_F) * b_p$ .

Οι επενδυτές επιλέγουν χαρτοφυλάκια που έχουν μεγαλύτερο μέτρο του Jensen,  $a$ .

Το μέτρο του Jensen χρησιμοποιείται με δύο τρόπους:

1. υπολογισμός του μέτρου του Jensen για μια ομάδα χαρτοφυλακίων, κατάταξή τους από το μεγαλύτερο στο μικρότερο ή αντίστροφα και επιλογή αυτών των χαρτοφυλακίων με το μεγαλύτερο μέτρο, ή
2. σύγκριση αυτού του μέτρου με το αντίστοιχο μέτρο ενός δείκτη της αγοράς, για να διαπιστωθεί εάν το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή τα πήγε καλύτερα ή όχι από το δείκτη.

Το  $a$  του Jensen της αγοράς είναι πάντα μηδέν.

Το υπόδειγμα του Jensen συμφωνεί με το υπόδειγμα του Treynor, δηλαδή δίνουν την ίδια κατάταξη, γιατί αμφότερα στηρίζονται στο υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων.

Το μέτρο του Treynor σχετίζεται με το μέτρο του Jensen. Το μέτρο του Treynor είναι  $\frac{E(R_p) - r_F}{b_p}$  και το  $a$  του Jensen είναι

$a_p = \bar{R}_{pt} - r_F - (\bar{R}_{Mt} - r_F) * b_p$ . Αν το  $a$  του Jensen διαιρεθεί με το  $b_p$ , θα δώσει

$\frac{a_p}{b_p} = \frac{E(R_p) - r_F}{b_p} - [E(R_M) - r_F]$ , το οποίο ουσιαστικά σημαίνει

$$\frac{Jensen}{b_p} = Treynor - [E(R_M) - r_F].$$

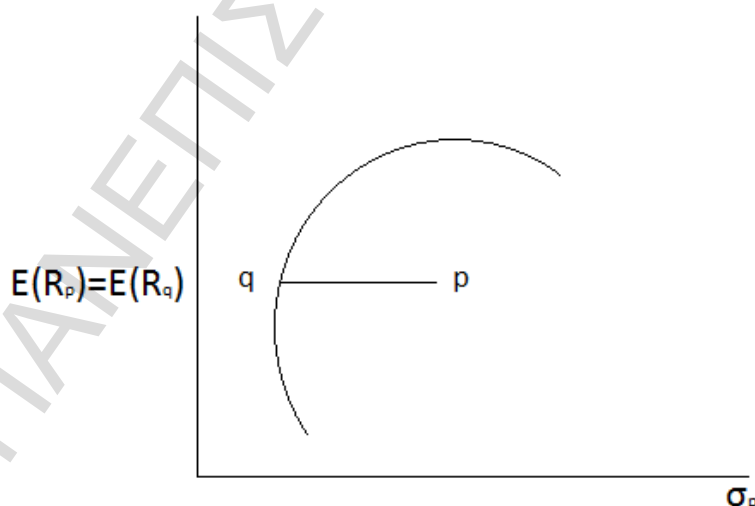
Από τα τρία παραπάνω μέτρα, το καλύτερο θεωρείται ο λόγος του Sharpe, γιατί στηρίζεται στη γραμμή κεφαλαιαγοράς, ενώ τα άλλα δύο στηρίζονται στο υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων, το οποίο όμως στην πράξη δεν ισχύει.

Επίσης, εάν ο δείκτης είναι αποδοτικό χαρτοφυλάκιο, και τα τρία μέτρα είναι άχρηστα για τη μέτρηση της αποτελεσματικότητας του χαρτοφυλακίου.

Τέλος αξίζει να σημειωθεί ότι έχει παρατηρηθεί ότι η κατάταξη των χαρτοφυλακίων με τη βοήθεια και των τριών μέτρων δεν παραμένει διαχρονικά σταθερή.

## 2.7 Τρισδιάστατο Μοντέλο (Διακογιάννης-1997)

Έστω ένα μη αποδοτικό χαρτοφυλάκιο  $p$ , το οποίο βρίσκεται μέσα στο αποδοτικό σύνολο και δεν έχει ελάχιστο κίνδυνο. Αυτό το χαρτοφυλάκιο  $p$  το προβάλλουμε στο αποδοτικό σύνολο και βρίσκουμε το χαρτοφυλάκιο  $q$ , για το οποίο ισχύει  $E(R_p) = E(R_q)$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 2.10.



Σχήμα 2.10



Για τα χαρτοφυλάκια  $p$  και  $q$  ισχύει  $R_p = R_q + U_p$ , όπου  $U_p$  είναι το σφάλμα.

Αυτή η σχέση ισχύει για κάθε  $p$  και  $q$  και αποτελεί ένα υπόδειγμα παραγωγής αποδόσεων για μη αποδοτικά χαρτοφυλάκια, η οποία ισχύει πάντα και δεν είναι κάποια υπόθεση. Κατά συνέπεια ισχύει (χωρίς να αποτελεί υπόθεση) ότι  $E(R_p) = E(R_q) + E(U_p) \Rightarrow E(U_p) = 0$ , αφού  $E(R_p) = E(R_q)$ . Επίσης,

αποδεικνύεται (και δεν είναι υπόθεση) ότι  $\text{cov}(R_p, U_p) = 0$  και ότι

$\text{cov}(R_i, R_p) = \text{cov}(R_i, R_q) + \text{cov}(R_i, U_p)$ , όπου  $i$  είναι μια μετοχή που βρίσκεται

οπουδήποτε και ανήκει τόσο στο  $p$  όσο και στο  $q$ . Τέλος, το  $q$  είναι αποδοτικό,

άρα ισχύει το Υ.Α.Κ.Σ., δηλαδή  $E(R_i) = r_F + (E(R_q) - r_F) * \frac{\text{cov}(R_i, R_q)}{\sigma_q^2}$ , με

$\frac{\text{cov}(R_i, R_q)}{\sigma_q^2} = \beta_i$ . Από τις δύο τελευταίες εξισώσεις προκύπτει ότι

$$E(R_i) = r_F + (E(R_q) - r_F) * \frac{\text{cov}(R_i, R_p)}{\sigma_q^2} - (E(R_q) - r_F) * \frac{\text{cov}(R_i, U_p)}{\sigma_q^2} \Rightarrow$$

$$E(R_i) = r_F + (E(R_p) - r_F) * \frac{\text{cov}(R_i, R_p)}{\sigma_q^2} - (E(R_p) - r_F) * \frac{\text{cov}(R_i, U_p)}{\sigma_q^2} \Rightarrow$$

$$E(R_i) = r_F + (E(R_p) - r_F) * \frac{\sigma_p^2}{\sigma_q^2} * \frac{\text{cov}(R_i, R_p)}{\sigma_p^2} - (E(R_p) - r_F) * \frac{\sigma_u^2}{\sigma_q^2} * \frac{\text{cov}(R_i, U_p)}{\sigma_u^2} \Rightarrow$$

$$E(R_i) = r_F + (E(R_p) - r_F) * \frac{\sigma_p^2}{\sigma_q^2} * \beta_{ip} - (E(R_p) - r_F) * \frac{\sigma_u^2}{\sigma_q^2} * \beta_{iup} \quad (35)$$

Ο όρος  $(E(R_p) - r_F) * \frac{\sigma_u^2}{\sigma_q^2} * \beta_{iup}$  αποτελεί το  $a$  του Jensen, που στην πράξη

σημαίνει ότι εάν  $\beta_{iup} > 0$  ή  $\beta_{iup} < 0$ , αυτό οφείλεται στη μη αποδοτικότητα του δείκτη και όχι στο κατά πόσο καλός είναι ο manager. Σε διαφορετική περίπτωση πρέπει  $\beta_{iup} = 0$ . Βασική προϋπόθεση για όλα τα παραπάνω είναι το  $M$  να είναι αποδοτικό χαρτοφυλάκιο.

Άρα, εάν το χαρτοφυλάκιο  $p$  δεν είναι αποδοτικό, υπάρχει ένα πριμ κινδύνου που σχετίζεται με τη μη αποδοτικότητα του χαρτοφυλακίου. Για το λόγο αυτό

υπάρχει το  $\beta_{iup}$ . Δηλαδή, ο όρος  $(E(R_p) - r_F) * \frac{\sigma_u^2}{\sigma_q^2} * \beta_{iup}$  οφείλεται καθαρά στη

μη αποδοτικότητα του χαρτοφυλακίου  $p$ . Αν το χαρτοφυλάκιο  $p$  είναι αποδοτικό, ο όρος αυτός μηδενίζεται.

### 2.7.1 Παρατηρήσεις

1. Υπάρχουν δύο συστηματικοί κίνδυνοι, ένας ίδιος με του Υ.Α.Κ.Σ. και ένας καινούριος.
2. Οι συστηματικοί κίνδυνοι είναι σταθμισμένοι.

3. Εάν χρησιμοποιηθεί το Υ.Α.Κ.Σ. σε μη αποδοτικά χαρτοφυλάκια, αφενός παραλείπεται ολόκληρος ο όρος  $(E(R_p) - r_F) * \frac{\sigma_u^2}{\sigma_q^2} * \beta_{iup}$  και αφετέρου παραλείπονται τα σταθμά που συνδέονται με τους συστηματικούς κινδύνους.

### 2.7.2 Σύγκριση του Υπόδειγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων και του Τρισδιάστατου Μοντέλου

Στο τρισδιάστατο μοντέλο, σε σχέση με το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων,:

- Υπάρχει ένας επιπλέον όρος, ο οποίος περιέχει ένα δεύτερο  $\beta$ .
- Τα  $\beta$  είναι σταθμισμένα και τα σταθμά αθροίζουν στη μονάδα,  $\frac{\sigma_p^2}{\sigma_q^2} - \frac{\sigma_u^2}{\sigma_q^2} = 1$ .

### 2.8 Υπόδειγμα Αποτίμησης Εξισορροπητικής Αγοραπωλησίας (ΥΑΕΑ)

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων, δεν ισχύει στην πράξη. Έτσι δημιουργήθηκε από το Ross (1976) ένα πολυπαραγοντικό υπόδειγμα παραγωγής αποδόσεων. Ουσιαστικά, αυτό το υπόδειγμα δείχνει ότι οι αποδόσεις των μετοχών επηρεάζονται από πολλούς μακροοικονομικούς παράγοντες, δηλαδή υπάρχουν περισσότεροι του ενός συντελεστές συστηματικού κινδύνου.

Υπάρχουν τρεις βασικές υποθέσεις, υπό τις οποίες δημιουργήθηκε το υπόδειγμα αποτίμησης εξισορροπητικής αγοραπωλησίας:

- το πολυπαραγοντικό υπόδειγμα παραγωγής αποδόσεων είναι  $R_i = a_i + b_{i1} * I_1 + b_{i2} * I_2 + \dots + b_{ik} * I_k + e_i$ , όπου  $I_1, I_2, \dots, I_k$  ο κοινός παράγοντας,  $b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{ik}$  ο συντελεστής ευαισθησίας του  $i$  ως προς τους κοινούς παράγοντες  $I_1, I_2, \dots, I_k$  και  $e_i$  το σφάλμα με τις εξής δύο ιδιότητες: 1)  $E(e_i) = 0$  και 2)  $\sigma^2(e_i) = \text{δεδομένη}$ ,
- η αγορά είναι τέλεια και βρίσκεται σε ισορροπία και
- δεν υπάρχουν ευκαιρίες arbitrage στην αγορά.

Με τη βοήθεια λοιπόν αυτών των τριών υποθέσεων ο Ross (1976) απέδειξε ότι:

$$E(R_i) = r_F + \lambda_1 * b_{i1} + \lambda_2 * b_{i2} + \dots + \lambda_k * b_{ik} \quad (36)$$

όπου  $E(R_i)$  η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής  $i$ ,

$r_F$  η μέση αναμενόμενη απόδοση του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου  $F$ ,

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$  οι επιπλέον μέσες αποδόσεις των παραγόντων από το  $r_F$  και

$b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{ik}$  τα beta της μετοχής  $i$  για κάθε παράγοντα.

Κάθε παράγοντας έχει το δικό του πριμ κινδύνου,  $\lambda_1 * b_{i1}, \lambda_2 * b_{i2}, \dots, \lambda_k * b_{ik}$ .

Η εξίσωση (35) αποτελεί το υπόδειγμα αποτίμησης εξισορροπητικής αγοραπωλησίας. Ουσιαστικά το συγκεκριμένο υπόδειγμα αποτελεί ένα πολυπαραγοντικό υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων.

### 2.8.1 Εμπειρικές Μελέτες

Οι εμπειρικές μελέτες που έγιναν για να εξετάσουν την ισχύ του υποδείγματος αποτίμησης εξισορροπητικής αγοραπωλησίας διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες.

#### 1. Ανάλυση παραγόντων

Χρησιμοποιείται η μέθοδος ανάλυσης δεδομένων. Από τους πίνακες διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων και με τη βοήθεια ενός προγράμματος στον ηλεκτρονικό υπολογιστή βγαίνουν οι κοινοί παράγοντες, οι οποίοι όμως δεν είναι παρατηρήσιμοι.

#### 2. Παρατηρήσιμοι μικροοικονομικοί παράγοντες

Χρησιμοποιώντας κάποιους μακροοικονομικούς παράγοντες καταλήγουν ότι τις αποδόσεις τις επηρεάζουν λιγότεροι παράγοντες από ότι είχαν αρχικά χρησιμοποιηθεί.

#### 3. Το υπόδειγμα Fama-French (1993)

Συμπέραναν ότι οι παράγοντες που επηρεάζουν τις αναμενόμενες αποδόσεις είναι τρεις. Η χρηματιστηριακή αξία (παράγοντας που αφορά το μέγεθος των εταιρειών), ο δείκτης  $\frac{\text{Λογιστική αξία}}{\text{Χρηματιστηριακή αξία}}$  και ένα χρηματιστηριακός δείκτης. Σε σχέση με τη χρηματιστηριακή αξία διαπίστωσαν ότι οι αποδόσεις σχετίζονται αρνητικά με αυτόν τον παράγοντα και συγκεκριμένα μεγάλες εταιρείες έχουν μικρές αποδόσεις και το αντίστροφο.

### 2.8.2 Σύγκριση του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων και του Υποδείγματος Αποτίμησης Εξισορροπητικής Αγοραπωλησίας

Οι υποθέσεις του υποδείγματος αποτίμησης εξισορροπητικής αγοραπωλησίας είναι λιγότερο περιοριστικές από ότι του υποδείγματος αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων παρέχοντας έτσι περισσότερη ελευθερία στον επενδυτή. Το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων αποτελεί μια απλοποιημένη εκδοχή του υποδείγματος αποτίμησης εξισορροπητικής αγοραπωλησίας, όπου ο μόνος παράγοντας που λαμβάνεται υπόψη είναι ο κίνδυνος μιας μετοχής σε σχέση με την υπόλοιπη αγορά, δηλαδή το beta της μετοχής.

### 2.8.3 Παρατηρήσεις

Τα πολυπαραγοντικά μοντέλα δε έχουν σταθερή μορφή, που σημαίνει ότι υπάρχουν διαφορετικοί παράγοντες σε διαφορετικές χώρες καθώς και δεν παραμένουν διαχρονικά σταθερά, άρα δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για προβλέψεις.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

### 3. Προηγούμενες Μελέτες

#### 3.1 Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk

William F. Sharpe (1964)

Ένα από τα προβλήματα τα οποία απασχολούν όσους προσπαθούν να προβλέψουν τη συμπεριφορά των αγορών κεφαλαίου είναι η απουσία μίας συνολικής θεωρίας από τη μικροοικονομία η οποία θα αναλύσει τον επενδυτικό κίνδυνο. Υπάρχουν πολυάριθμες χρήσιμες θεωρίες και ιδέες πίσω από τα παραδοσιακά μοντέλα των επενδύσεων, ιδιαίτερα υπό την προϋπόθεση της βεβαιότητας, όπου η διάχυτη επιρροή του κινδύνου στις χρηματοπιστωτικές συναλλαγές έχει αναγκάσει όσους εργάζονται σε αυτόν τον τομέα να υιοθετήσουν πρότυπα συμπεριφοράς σχετικά με την αποτίμηση των περιουσιακών στοιχείων και των τιμών τους.

Μια τυπική εξήγηση του καθορισμού των τιμών των περιουσιακών στοιχείων του κεφαλαίου, συνήθως ξεκινά με μια προσεκτική και σχετικά αυστηρή περιγραφή της διαδικασίας μέσω της οποίας οι ατομικές προτιμήσεις και φυσικές σχέσεις αλληλεπιδρούν για να καθοριστεί μια ισορροπία του επιτοκίου. Αυτό ακολουθείται γενικά από τον ισχυρισμό ότι κατά κάποιο τρόπο μια αγορά πριμ κινδύνου καθορίζεται από τις τιμές των περιουσιακών στοιχείων οι οποίες προσαρμόζονται για να συμφωνούν με τις διαφορές στον κίνδυνο τους.

Όταν υπάρχει ισορροπία, τότε οι τιμές των περιουσιακών στοιχείων του κεφαλαίου έχουν ρυθμιστεί έτσι ώστε ο επενδυτής, εάν είναι ορθολογικός κυρίως ως προς τη διαφοροποίηση, είναι σε θέση να επιτύχει οποιοδήποτε επιθυμητό σημείο κατά μήκος μιας γραμμής κεφαλαιαγοράς. Ο επενδυτής σε αυτή την περίπτωση μπορεί να λάβει υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση μόνο αν αναλάβει επιπρόσθετο κίνδυνο. Στην πραγματικότητα, η αγορά σε αυτή την περίπτωση του παρουσιάζει δύο τιμές: την τιμή του χρόνου, ή το καθαρό επιτόκιο και την τιμή του κινδύνου, η οποία και αναφέρεται στην πρόσθετη αναμενόμενη απόδοση ανά μονάδα κινδύνου που αναλαμβάνει.

Όπως αναφέρει ο συγγραφέας του άρθρου δεν υφίσταται μία ολοκληρωμένη θεωρία η οποία και να περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο προκύπτει η τιμή του κινδύνου και πως αυτή διαμορφώνεται από παράγοντες όπως οι προτιμήσεις των επενδυτών κ.α. Η έλλειψη μίας αντίστοιχης θεωρίας επιπρόσθετα, κάνει ιδιαίτερα δύσκολο να οριστεί το περιεχόμενο της σχέσης ανάμεσα της τιμής ενός περιουσιακού στοιχείου και του κινδύνου του. Μέσα από τη χρήση της διαφοροποίησης, κάποιο μέρος από τον κίνδυνο αυτό είναι δυνατό να αποφευχθεί, έτσι ώστε ο συνολικού κινδύνος του στοιχείου να μην επηρεάσει την αξία του. Ωστόσο όπως κρίνει ο συγγραφέας λίγα έχουν ειπωθεί για το σχετικό αυτό μέρος του κινδύνου.

Το άρθρο εξετάζει ένα μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων κεφαλαίου, το οποίο όπως προτείνει ο συγγραφέας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προβλέψει τη συμπεριφορά της αγοράς με τον κίνδυνο ως έναν βασικό παράγοντα ανάλυσης. Ο συγγραφέας απεικονίζει σε ένα γράφημα πως ο κίνδυνος τον οποίο οι επενδυτές είναι πρόθυμοι να αναλάβουν μπορεί να επηρεάσει την αναμενόμενη απόδοση. Έτσι κατά τη διαχείριση ενός χαρτοφυλακίου, οι επενδυτές είναι πολύ πιθανό να επιλέξουν επενδύσεις με βάση την αναμενόμενη απόδοση, με στόχο να αυξήσουν τον προσωπικό τους πλούτο μέσα από τη χρήση της τυπικής απόκλισης. Κλείνοντας το άρθρο καταλήγει στο συμπέρασμα ότι οι επενδυτές θα συμβιβαστούν τελικά με ένα μέτριο ποσοστό απόδοσης αμυντικών τίτλων, αντίθετα με την προσδοκία ότι θα επέλεγε ένα περισσότερο επιθετικό είδος επένδυσης.

Βασική θέση του συγγραφέα είναι πως δεδομένης της ομοιογένειας ως προς τις πιθανές προβλέψεις της από κοινού κατανομής των αποδόσεων, οι τιμές των κεφαλαιακών περιουσιακών στοιχείων θα οδηγηθούν αντίστοιχα σε ισορροπία, έτσι ώστε αναμένονται επιστροφές οι οποίες θα σχετίζονται γραμμικά με την ασφάλεια του κινδύνου. Σε αυτή την περίπτωση ο κίνδυνος κάθε μετοχής θα μετριέται από την αξία του συντελεστή βήτα, δείχνοντας με αυτό τον τρόπο την ευαισθησία της απόδοσης της μετοχής σε μεταβολές στην απόδοση ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου.

### **3.2 The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets** **John Lintner (1965)**

Το άρθρο εξετάζει τις επιπτώσεις του κινδύνου και της αβεβαιότητας στις τιμές των περιουσιακών στοιχείων, όταν οι λήπτες των επενδυτικών αποφάσεων λειτουργούν ορθολογικά στον τρόπο με τον οποίο επιλέγουν τα χαρτοφυλάκιά τους όπως και στον τρόπο επιλογής έργων που περιλαμβάνονται στους εταιρικούς προϋπολογισμούς κεφαλαίων. Οι επιπτώσεις αυτές έχουν συγκεντρώσει το ενδιαφέρον όλο και περισσότερων οικονομολόγων, των μελετητών των αγορών κεφαλαίων καθώς και όσων ασχολούνται με τη χρηματοδότηση των επιχειρήσεων από το 1965 και έπειτα.

Ένα σημαντικό μέρος του άρθρου ασχολείται με το ζήτημα της βέλτιστης επιλογής χαρτοφυλακίων από ορθολογικούς επενδυτές οι οποίοι και αποστρέφονται τον κίνδυνο και παράλληλα διαθέτουν την εναλλακτική λύση να επενδύσουν σε τίτλους άνευ κινδύνου με θετική απόδοση. Σύμφωνα με την επιχειρηματολογία του άρθρου αν υποθέσουμε ότι οι σύντομες πωλήσεις επιτρέπονται, τότε το καλύτερο χαρτοφυλάκιο είναι ένα μείγμα των περιουσιακών στοιχείων υψηλού κινδύνου και το οποίο μπορεί να καθοριστεί μέσα από τη λύση ενός απλού συνόλου εξισώσεων χωρίς να χρειαστεί η προσφυγή σε μεθόδους προγραμματισμού. Όταν παράλληλα οι συνδιακυμάνσεις είναι μηδέν τότε ένα ακόμη απλούστερο σύστημα αναλογιών δίνει τη βέλτιστη λύση, αν οι σύντομες πωλήσεις δεν επιτρέπονται. Η λύση αυτή ακολουθεί το θεώρημα του Τόμπιν σχετικά με το διαχωρισμό.

Το θεώρημα Διαχωρισμού του Τόμπιν χρησιμοποιείται και στο επόμενο τμήμα του άρθρου το οποίο ακολουθεί τις προηγούμενες υποθέσεις και ασχολείται με τον κίνδυνο των περιουσιακών στοιχείων τα οποία και περιλαμβάνονται σε ένα χαρτοφυλάκιο που αποστρέφεται τον κίνδυνο. Παράλληλα κατηγοριοποιούνται οι διάφοροι συνδυασμοί χαρτοφυλακίων σύμφωνα με το αναμενόμενο επίπεδο αποδόσεων, με βάση δεδομένα όπως η τυπική απόκλιση, η συνδιακύμανση, ή και η διακύμανση, οι οποίες υπό την προϋπόθεση ότι όλα τα άλλα παραμένουν σταθερά, θα οδηγήσουν στην ίδια απόφαση για την διατήρηση ή την πώληση μίας μετοχής. Στόχος είναι να συγκεντρωθούν πληροφορίες σχετικά με τη σχέση μεταξύ του απαραίτητου επιπέδου αποδόσεων και του κινδύνου. Το άρθρο απορρίπτει την τυπική απόκλιση ως το σημαντικότερο εργαλείο μέτρησης των σχετικών αποδόσεων και αντίθετα αναφέρεται στην ανυπαρξία ουσιαστικής σχέσης ανάμεσα στο αναμενόμενο επίπεδο αποδόσεων και στην διακύμανση. Προϋποθέτει για κάθε επενδυτή πως λειτουργεί με βάση τη δική του κατανομή πιθανοτήτων ενώ οι τιμές των αξιογράφων είναι δεδομένες και γνωστές.

Ωστόσο η μεθοδολογία και τα συμπεράσματα στα οποία καταλήγει το άρθρο δεν αποσκοπούν αποκλειστικά σε συμπεράσματα τα οποία θα έχουν αποκλειστικά πρακτική εφαρμογή. Αντίθετα, όπως υποστηρίζει ο συγγραφέας, αυτό που επιθυμεί να αναλύσει είναι η σημασία του παράγοντα της αβεβαιότητας και η επίδρασή του, ιδιαίτερα όταν πρόκειται για σοβαρές αποφάσεις. Ένα αρνητικό αποτέλεσμα από την μεθοδολογική ανάλυση του άρθρου ήταν οι σοβαρές στρεβλώσεις οι οποίες προκλήθηκαν από την επικρατούσα τάση χρήσης του προεξοφλητικού επιτοκίου, για την επιλογή συγκεκριμένων έργων. Θετικά ωστόσο ήταν τα αποτελέσματα σχετικά με τις εξισώσεις που αναλύθηκαν οι οποίες μπορούν να εφαρμοστούν ευρύτερα.

Εξαιρετικά σημαντικός είναι στην ανάλυση ο ρόλος του Θεωρήματος του Διαχωρισμού, για την εφαρμογή του οποίου τέθηκε στην αρχή του άρθρου η προϋπόθεση ότι οι επενδυτές μπορούν να δανειστούν απεριόριστα σε ένα δεδομένο επιτόκιο. Σε αυτή την προϋπόθεση τίθενται τρεις εναλλακτικές. i. Ότι υπάρχουν όρια στο δανεισμό των επενδυτών, ii. Ότι το χρεωστικό επιτόκιο είναι υψηλότερο από το επιτόκιο δανεισμού και iii. Ότι το επιτόκιο δανεισμού λειτουργεί ως εργαλείο μόχλευσης.

Σύμφωνα με τον συγγραφέα του άρθρου είναι εξαιρετικά σημαντικό πως ακόμη και όταν το θεώρημα διαχωρισμού δεν επαληθεύεται για όλα τα δεδομένα, τα ποιοτικά συμπεράσματα του άρθρου συνεχίζουν να ευσταθούν. Ωστόσο όπως διαφαίνεται για να μπορέσουν να ερμηνεύσουν αποτελεσματικά πραγματικά δεδομένα χρειάζεται να γίνουν αρκετές μετατροπές και να υιοθετηθούν περισσότερα πολύπλοκες φόρμουλες.

### 3.3 The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests Fischer Black - Michael C. Jensen- Myron Scholes (1972)

Το άρθρο έχει ως βασικό του αντικείμενο ανάλυσης τα γενικά μοντέλα ισορροπίας, τα οποία έχουν αναπτυχθεί για την αποτίμηση περιουσιακών στοιχείων κεφαλαίου. Ανάμεσα στα μοντέλα αυτά είναι τα υποδείγματα για τη σχέση μέσου-διακύμανσης, όπως αρχικά αναπτύχθηκαν από τους Sharpe (1964) και Treynor (1961), και επεκτάθηκαν και διευκρινίστηκαν από Lintner (1965α, 1965b), Mossin (1966), Fama (1968α 1968b), και Long (1972). Επιπλέον οι Treynor (1965), Sharpe (1966), και Jensen (1968, 1969) έχουν αναπτύξει μοντέλα αποτίμησης χαρτοφυλακίου τα οποία χρησιμοποιούν είτε αυτό το μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων ή έχουν στενή σχέση με αυτό. Κατά την ανάπτυξη του μοντέλου τιμολόγησης χαρτοφυλακίων υποτίθεται ότι: (1) όλοι οι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο και μπορούν να επιλέξουν χαρτοφυλάκια αποκλειστικά και μόνο με βάση την μέση τιμή και τη διασπορά, (2) δεν υπάρχουν φόροι ή κόστη συναλλαγών, (3) όλοι οι επενδυτές έχουν ομοιογενείς απόψεις σχετικά με τις παραμέτρους της κοινής κατανομής πιθανοτήτων των αποδόσεων των χρεογράφων και (4) όλοι οι επενδυτές μπορούν να δανείζονται και να δανείζουν σε μια δεδομένη περίοδο με ακίνδυνο επιτόκιο.

Το βασικό αποτέλεσμα του υποδείγματος σύμφωνα με τους μελετητές είναι η ύπαρξη μίας σημαντική σχέσης μεταξύ των αναμενόμενων ασφάλιστρων κινδύνου για μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία και του συστηματικού κινδύνου. Ο κύριος σκοπός των μελετητών είναι να παρουσιάσουν κάποιες επιπλέον δοκιμές αυτού του υποδείγματος αποτίμησης των περιουσιακών στοιχείων, οι οποίες όμως αποφεύγουν ορισμένα από τα προβλήματα των προηγούμενων μελετών και μπορούν να συνεισφέρουν επιπλέον γνώσεις σχετικά με τη φύση της δομής των αποδόσεων χρεογράφων.

Τα στοιχεία που παρουσιάζονται στο δεύτερο μέρος του άρθρου, δείχνουν σύμφωνα με τους ερευνητές πως η αναμενόμενη υπερβάλλουσα απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου δεν είναι αυστηρά ανάλογη με το βήτα του. Η θέση των ερευνητών είναι πως αυτά τα στοιχεία, σε συνδυασμό με εκείνα που παρουσιάζονται στο τέταρτο τμήμα του άρθρου είναι αρκετά ισχυρά για να αιτιολογήσουν την απόρριψη της παραδοσιακής μορφής του υποδείγματος. Στη συνέχεια δείχνουν στο τρίτο τμήμα του άρθρου πως οι διατμηματικές δοκιμές υπόκεινται σε σφάλματα μετρήσεων, προσφέρουν μια λύση στο πρόβλημα αυτό μέσω της εφαρμογής μίας διαδικασίας ομαδοποίησης, για να δείξουν πως οι διατμηματικές μέθοδοι μπορούν να είναι αποτελεσματικές για τη δοκιμή του διευρυμένου υποδείγματος δύο παραγόντων.

Στο τέταρτο τμήμα του άρθρου αποδεικνύεται πως η μέση τιμή του συντελεστή βήτα είχε μια θετική τάση κατά την περίοδο 1931-1965 και κυμαινόταν από 1,0 έως 1,3% ανά μήνα για τα δύο δείγματα που εξετάστηκαν κατά την περίοδο 1948-1965.

Αυτό φαίνεται πως ήταν σημαντικά διαφορετικό από το μέσο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου και μάλιστα είναι περίπου στο ίδιο μέγεθος με τη μέση



απόδοση της αγοράς των 1,3% και 1,2% μηνιαίως επί των δύο δειγμάτων κατά την περίοδο αυτή. Οι μελετητές καταλήγουν πως ο συντελεστής βήτα φαίνεται να είναι ένας σημαντικός παράγοντας που καθορίζει τις αποδόσεις των μετοχών.

Για να δοκιμάσουν το παραδοσιακό υπόδειγμα, στο άρθρο χρησιμοποιήθηκαν όλα τα αξιόγραφα τα οποία ήταν εισηγμένα στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης, στο διάστημα μεταξύ 1926 και 1966. Το πρόβλημα που αντιμετώπισαν οι ερευνητές ήταν πως θα μπορούσαν να επιτύχουν αποτελεσματικές εκτιμήσεις του μέσου συντελεστή βήτα και της διακύμανσής του. Μία εναλλακτική σύμφωνα με του ερευνητές θα ήταν να δοκιμαστούν όλες οι εναλλακτικές υποθέσεις, επιλέγοντας τυχαία ένα αξιόγραφο και την εκτίμηση του συντελεστή βήτα για αυτό, και να διαπιστωθεί κατά πόσον η μέση απόδοση ήταν σημαντικά διαφορετική από αυτή που θα προέβλεπε η παραδοσιακή μορφή του υποδείγματος αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων. Ωστόσο, η μέθοδος αυτή δεν ακολουθήθηκε, καθώς κρίθηκε ως μία αναποτελεσματική μέθοδος δόκιμης.

Για την αύξηση της αποδοτικότητας του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε οι τίτλοι ομαδοποιήθηκαν σε δέκα χαρτοφυλάκια με τέτοιο τρόπο ώστε στα χαρτοφυλάκια να υπάρχει μεγάλη διασπορά στους συντελεστές βήτα. Ωστόσο, επειδή οι ερευνητές ήξεραν πως η ομαδοποίηση των τίτλων βάσει των εκτιμώμενων βήτα δεν θα τους έδινε αμερόληπτες εκτιμήσεις για το συνολικό βήτα του χαρτοφυλακίου, δεδομένου ότι τα βήτα που θα χρησιμοποιούνταν για την επιλογή των χαρτοφυλακίων θα περιείχαν σφάλματα μέτρησης και μια τέτοια διαδικασία θα εισήγαγε μια μεροληψία στις δοκιμές. Για την εξάλειψη του στοιχείου της μεροληψίας χρησιμοποιήθηκε μία βοηθητική αμετάβλητη, τα εκτιμώμενα βήτα της προηγούμενης περιόδου, για να επιλεγθεί με ποιο τρόπο θα γινόταν η ομαδοποίηση χαρτοφυλακίου ενός χρεογράφου για το επόμενο έτος. Χρησιμοποιώντας αυτές τις μεθόδους, κατασκεύασαν δέκα χαρτοφυλάκια των οποίων η εκτίμηση των βήτα ήταν αμερόληπτη.

### 3.4 Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing Fischer Black (1972)

Το άρθρο ξεκινά με την αναφορά στο παραδοσιακό CAPM, το οποίο δημιουργήθηκε σταδιακά με τη συμβολή ενός σημαντικού αριθμού ερευνητών και περιγράφει την τιμολόγηση περιουσιακών στοιχείων, υπό τη συνθήκη της ισορροπίας της αγοράς. Σύμφωνα με το μοντέλο η αναμενόμενη απόδοση, υπό ορισμένες υποθέσεις για μία ορισμένη περίοδο θα ικανοποιεί την παρακάτω σχέση:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i * [E(R_m) - R_f]$$

όπου R είναι η απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου i για ορισμένη περίοδο και ισούται με την αλλαγή στην τιμή του περιουσιακού στοιχείου, συν κάθε

μέρισμα και επιτόκιο, διαιρεμένο με την τιμή του περιουσιακού στοιχείου στην αρχή της περιόδου,  $R_m$  είναι η απόδοση στο χαρτοφυλάκιο όλων των στοιχείων,  $R_f$  είναι η απόδοση για ένα περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και  $\beta_i$  είναι η ευαισθησία της αγοράς και ισούται με την κλίση της γραμμής παλινδρόμησης η οποία συσχετίζει  $R_i$  και  $R_m$ .

Η ευαισθησία τη αγοράς για ένα περιουσιακό στοιχείο αλγεβρικά ορίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_m)}{\text{var}(R_m)}$$

Οι παραδοχές που χρησιμοποιούνται συνήθως κατά τον υπολογισμό της εξίσωσης  $E(R_i) = R_f + \beta_i[E(R_m) - R_f]$  είναι οι εξής : (α) Όλοι οι επενδυτές έχουν μια κοινή κατανομή πιθανότητας για τις αποδόσεις των διαθέσιμων στοιχείων του ενεργητικού, (β) η κοινή κατανομή πιθανότητας που περιγράφει τις πιθανές αποδόσεις για τα διαθέσιμα περιουσιακά στοιχεία είναι κοινή κανονικά, (γ) οι επενδυτές επιλέγουν χαρτοφυλάκια που μεγιστοποιούν το αναμενόμενο κέρδος τους στο τέλος της περιόδου ενώ όλοι οι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο, (δ) ένας επενδυτής μπορεί να λάβει θέση long ή short οποιουδήποτε μεγέθους για οποιοδήποτε περιουσιακό στοιχείο, συμπεριλαμβανομένων και στοιχείων που δεν εμπεριέχουν κίνδυνο. Κάθε επενδυτής επιπρόσθετα μπορεί να δανειστεί ή να δανείσει οποιοδήποτε ποσό που επιθυμεί σε επιτόκιο χωρίς κίνδυνο της αγοράς.

Ωστόσο, η περίοδος για την οποία ισχύει το μοντέλο δεν είναι συγκεκριμένη και δεν έχει αποσαφηνιστεί. Σύμφωνα, με τον Black οι παραδοχές του ανωτέρω μοντέλου έχουν νόημα, μόνο αν αναφερόμαστε σε απειροελάχιστες χρονικές περιόδους. Για κάθε πεπερασμένο χρονικό διάστημα, η κατανομή των πιθανών αποδόσεων για ένα περιουσιακό στοιχείο είναι πιθανό να είναι πιο κοντά στη λογαριθμική από την κανονική κατανομή.

Ειδικότερα, αν η κατανομή των αποδόσεων είναι κανονική τότε θα υπάρχει μία δεδομένη πιθανότητα ότι το περιουσιακό στοιχείο θα έχει αρνητική αξία στο τέλος της περιόδου. Από τις παραπάνω παραδοχές η περισσότερο περιοριστική είναι η δ. Σύμφωνα με τον Lintner η αφαίρεση της παραδοχής α δεν έχει σημαντική επιρροή στην τιμή του περιουσιακού στοιχείου και οι παραδοχές β και γ γενικά γίνεται αποδεκτό πως προσεγγίζουν την πραγματικότητα της αγοράς. Η παραδοχή δ ωστόσο δεν έχει πραγματική βάση για πολλούς επενδυτές, οι οποίοι και πιστεύουν πως το μοντέλο θα άλλαζε σημαντικά αν εγκαταλείπταν το αξίωμα αυτό.

Εξαιρετικά σημαντικό είναι πως αρκετές μελέτες σε βάθος χρόνου έχουν αποδείξει πως οι αποδόσεις πολλών χρεογράφων δεν συμπεριφέρονται όπως προβλέπει το παραδοσιακό CAPM. Παρατίθεται ως παράδειγμα η ανάλυση του Pratt για τη σχέση μεταξύ κινδύνου και απόδοσης σε κοινές μετοχές για την περίοδο 1926-60, για την οποία συμπεραίνει τελικά ότι οι μετοχές υψηλού ρίσκου δεν δίνουν τις έξτρα αποδόσεις που η θεωρία προβλέπει πως θα έδιναν.

Σύμφωνα με τον Black μία πιθανή εξήγηση για τη συμπεριφορά των μετοχών είναι πως το αξίωμα  $\delta$  απλά δεν ευσταθεί. Στόχος του άρθρου είναι να δείξει πως εάν η εφαρμογή του αξιώματος αυτού χαλαρώσει από τους επενδυτές τότε θα μπορούμε να οδηγηθούμε σε μοντέλα τα οποία και θα είναι περισσότερο συνεπή με τα εμπειρικά δεδομένα.

Με την διενέργεια των απαραίτητων δοκιμών ο Black προσπαθεί στο άρθρο του να εξερευνήσει τη φύση της ισορροπίας της αγοράς κεφαλαίων, με τη χρήση όμως δύο υποθέσεων οι οποίες είναι λίγο περισσότερο περιοριστικές από προηγούμενες μελέτες πάνω στο CAPM. Η πρώτη υπόθεση είναι πως δεν υπάρχουν περιουσιακά στοιχεία χωρίς κίνδυνο, ενώ επίσης δεν επιτρέπεται ο δανεισμός να γίνει στο χωρίς κίνδυνο επιτόκιο της αγοράς. Στη συνέχεια η δεύτερη υπόθεση ήταν πως υπάρχει όντως ένα περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο, και ότι επιτρέπονται μόνο θέσεις long και όχι short. Και στις δύο περιπτώσεις ο Black υπέθεσε πως ένας επενδυτής μπορεί να λάβει απεριόριστο αριθμό long ή short θέσεων όταν πρόκειται για στοιχεία υψηλού κινδύνου. Και στις δύο περιπτώσεις σύμφωνα με τα ευρήματα της έρευνας, η αναμενόμενη απόδοση σε ένα οποιοδήποτε στοιχείο υψηλού κινδύνου αποτελεί μία γραμμική συνάρτηση του βήτα, όπως είναι και χωρίς να υπάρχουν άλλοι περιορισμοί ή δανεισμός. Εάν υπάρχει ένα στοιχείο χωρίς κίνδυνο, τότε η κλίση της γραμμής η οποία συσχετίζει την αναμενόμενη απόδοση ενός στοιχείου υψηλού κινδύνου με το βήτα, θα είναι μικρότερη από την κλίση που έχει όταν δεν υφίστανται περιορισμοί στο δανεισμό.

### **3.5 A New Look at the Capital Asset Pricing Model Marshall Blume - Irwin Friend (1973)**

Το άρθρο αυτό αποτελεί συνέχεια μίας δημοσίευσης των ερευνητών στο American Economic Review όπου παρουσιάστηκαν εμπειρικά στοιχεία τα οποία αποδείκνυαν ότι η σχέση μεταξύ του ρυθμού απόδοσης και του κινδύνου που συνεπάγεται η θεωρία της αγοράς δεν είναι σε θέση να εξηγήσουν διαφοροποιήσεις στις αποδόσεις στο χρηματιστήριο. Ως εκ τούτου, οι προσαρμοσμένες στον κίνδυνο μετρήσεις της απόδοσης του χαρτοφυλακίου στις οποίες βασίζονται, οδηγούν σε μεροληπτικές εκτιμήσεις χαρτοφυλακίων. Σε προηγούμενες δοκιμές οι ερευνητές παρά την πρόοδο που σημείωσαν δεν κατάφεραν να εντοπίσουν τους λόγους για τους οποίους παρατηρούνται αυτές οι μεροληψίες, ένας από τους οποίους είναι η αδυναμία των επενδυτών να δανείζονται μεγάλα χρηματικά ποσά με επιτόκια μηδενικού κινδύνου, στα οποία να μπορούν και να δανείζουν κ.α.

Πρόσφατες δημοσιεύσεις από τους Fisher Black και Stephen Ross παρουσιάζουν θεωρητικά μοντέλα τα οποία δείχνουν ότι η ανάλυση μηχανισμού δανεισμού αναμένεται να οδηγήσει σε μεγαλύτερη μεροληψία, αλλά όχι για τους λόγους που ρητά αναφέρθηκαν στην αρχή του άρθρου. Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να εξετάσει τόσο θεωρητικά όσο και εμπειρικά, σε μεγαλύτερο βάθος από ό, τι έγινε στο παρελθόν τους λόγους για τους οποίους η θεωρία της γραμμής αγοράς δεν εξηγεί επαρκώς τις

διαφοροποιήσεις στις αποδόσεις των χρηματοοικονομικών περιουσιακών στοιχείων.

Στο πρώτο τμήμα του άρθρου εξετάζονται εν συντομία τα βασικά σημεία της θεωρίας της γραμμής της αγοράς όπως τροποποιήθηκε πρόσφατα και αναλύει και τις επιπτώσεις της. Το δεύτερο τμήμα εκτιμά διάφορους τύπους της σχέσης κινδύνου-απόδοσης που συνάγεται από τις μετοχές στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης για τρεις διαφορετικές περιόδους μετά τον Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο και δείχνει ότι τα εμπειρικά αποτελέσματα οδηγούν σε σοβαρές αμφιβολίες σχετικά με την εγκυρότητα της θεωρίας της γραμμής αγοράς αξιογράφων, είτε στον αρχικό του σχηματισμό ή όπως τροποποιήθηκε πρόσφατα. Από την άλλη πλευρά, τα αποτελέσματα αυτά επιβεβαιώνουν την γραμμικότητα της σχέσης για τις μετοχές NYSE. Η τρίτη ενότητα δείχνει ότι η αγορά για τις μετοχές NYSE είναι κατακερματισμένη από την αγορά ομολόγων, εκτός αν η διαδικασία δημιουργίας αποδόσεων είναι διαφορετική από αυτές που έχουν μελετηθεί μέχρι σήμερα. Αυτό έχει σημαντικές επιπτώσεις τόσο για την μέτρηση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου όσο και για τον προσδιορισμό της βέλτιστης εταιρικής χρηματοδότησης.

Σύμφωνα με τα στοιχεία που παρουσιάζονται στο άρθρο φαίνεται πως απαιτείται με βάση τα νέα δεδομένα να απορριφθεί η κλασική θεωρία αποτίμησης κεφαλαίου (CAPM), ως ένας τρόπος ερμηνείας της απόδοσης όλων των χρηματοοικονομικών περιουσιακών στοιχείων, εφόσον η απόδοση προέρχεται από τον παρακάτω τύπο  $R_i = E(R_i) + \tilde{\delta}_1 + \beta * (\tilde{\delta}_2 - \tilde{\delta}_1) + \varepsilon_i$ , ο οποίος παρουσιάζεται από τους ερευνητές.

Η θεωρία αυτή επίσης οδηγεί στο συμπέρασμα πως υπάρχουν αστήρικτες εκτιμήσεις σχετικά με τους συντελεστές των αποδόσεων των απαλλαγμένων από τον κίνδυνο στοιχείων. Η αποτυχία της θεωρίας αυτής, είναι πιθανό σύμφωνα με τους ερευνητές να οφείλεται στην υπόθεση της ύπαρξης ενός τέλει μηχανισμού δανεισμού, καθώς στην πραγματικότητα ο δανειστής δεν μπορεί να χρησιμοποιήσει τα κέρδη του για την αγορά άλλων αξιογράφων.

Εξαιρετικά σημαντικός είναι ο ρόλος της τμηματοποίησης όσον αφορά τις ισχύουσες μεθόδους υπολογισμού των αποδόσεων των χρηματοοικονομικών περιουσιακών στοιχείων. Οι ερευνητές ωστόσο καταλήγουν πως παρά το γεγονός ότι οι αδυναμίες του υποδείγματος για την αποτίμηση της απόδοσης στοιχείων υψηλού κινδύνου, και όχι η αδυναμία του παραδοσιακού μοντέλου αποτίμησης CAPM μπορεί να εξηγούν καλύτερα τα αποτελέσματα των δοκιμών, είναι ακόμη δύσκολο να βρεθεί ένα αποτελεσματικό μοντέλο. Επίσης όσο η τμηματοποίηση θα συνεχίζει να υφίσταται και μέχρι να ανακαλυφθεί ένα νέο αποτελεσματικότερο υπόδειγμα ο καλύτερος τρόπος για τον υπολογισμό της σχέσης απόδοσης κινδύνου είναι η μελέτη των εμπειρικών στοιχείων.

### 3.6 Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests Eugene F. Fama - James D. MacBeth (1973)

Το παρόν άρθρο εξετάζει την σχέση μεταξύ της μέσης απόδοσης και του κινδύνου για απλές μετοχές εισηγμένες στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης. Η θεωρητική βάση των δοκιμών που γίνονται από τους ερευνητές είναι το "μοντέλο δύο παραμέτρων" και τα μοντέλα της ισορροπίας της αγοράς που προέρχονται από το μοντέλο του χαρτοφυλακίου των δύο παραμέτρων.

Η θέση των ερευνητών είναι πως δεν μπορεί να απορριφθεί τελικά η βασική υπόθεση των μοντέλων αυτών, δηλαδή η υπόθεση ότι η αποτίμηση των κοινών μετοχών αντανακλά τις προσπάθειες των επενδυτών, οι οποίοι αποστρέφονται τον κίνδυνο να κατέχουν χαρτοφυλάκια τα οποία είναι "αποτελεσματικά" όσον αφορά την αναμενόμενη αξία τους και τη διασπορά της επιστροφής.

Στο μοντέλο χαρτοφυλακίου δύο παραμέτρων του Tobin (1958), Mlarkowitz (1959), και Fama (19655), η αγορά κεφαλαίου θεωρείται ότι είναι τέλεια υπό την έννοια πως οι επενδυτές είναι αποδέκτες τιμών και δεν υπάρχουν ούτε κόστη συναλλαγών ούτε το κόστος πληροφοριών. Η διανομή, του ποσοστού αποδόσεων επιστρέφει σε ένα χρονικό διάστημα για όλα τα περιουσιακά στοιχεία και τα χαρτοφυλάκια υποτίθεται ότι είναι φυσιολογικά. Οι επενδυτές παράλληλα υποτίθεται ότι είναι απρόθυμοι να αναλάβουν κινδύνους ή αποστρέφονται τον κίνδυνο και επιλέγουν ανάμεσα σε χαρτοφυλάκια με βάση τη μέγιστη αναμενόμενη απόδοση.

Οι ερευνητές στο πλαίσιο των δοκιμών του υποθέτουν ότι υπάρχει μία αγορά στην οποία οι επενδυτές αποφεύγουν το ρίσκο και παίρνουν αποφάσεις σχετικά με τα χαρτοφυλάκιά τους από περίοδο σε περίοδο σύμφωνα με το μοντέλο των δύο παραμέτρων. Οι ερευνητές ασχολούνται με τον προσδιορισμό του τι σημαίνει αυτό για τις παρατηρήσιμες ιδιότητες των αποδόσεων των μετοχών και του χαρτοφυλακίου. Χωρίζουν τις επιπτώσεις αυτές σε δύο κατηγορίες:

1. υπάρχουν συγκεκριμένοι όροι σχετικά με τις αναμενόμενες αποδόσεις οι οποίες υπονοούνται από το γεγονός ότι σε μία αγορά δύο παραμέτρων επενδυτές κατέχουν αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια και
2. υπάρχουν συγκριμένοι όροι-προυποθέσεις για τη συμπεριφορά των αποδόσεων στο πέρασμα του χρόνου, οι οποίες υπονοούνται από την υπόθεση του μοντέλου των δύο παραμέτρων ότι η κεφαλαιαγορά είναι τέλεια ή χωρίς τριβές, υπό την έννοια ότι δεν υφίσταται ούτε το κόστος συναλλαγών ούτε το κόστος πληροφόρησης.

Μία τέλεια αγορά κεφαλαίου, η αποστροφή των επενδυτών προς τον κίνδυνο και οι κατανομές των αποδόσεων οδηγούν στο σημαντικό θεώρημα των Αποτελεσματικών Συνδυασμών. Το θεώρημα των Αποτελεσματικών Συνδυασμών ορίζει πως το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο για κάθε επενδυτή θα πρέπει να είναι αποτελεσματικό υπό την έννοια πως κανένα άλλο

χαρτοφυλάκιο με την ίδια ή υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση, έχει μικρότερη διασπορά αποδόσεων.

Συμπερασματικά τα αποτελέσματα των δοκιμών των ερευνητών επαληθεύουν τις ελέγξιμες συνέπειες του μοντέλου δύο παραμέτρων. Δεδομένου ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποτελεσματικό, δηλαδή, δεδομένου ότι ο ροχυ για το χαρτοφυλάκιο αγοράς είναι τουλάχιστον κατά προσέγγιση αποτελεσματικός. Δεν μπορεί να απορριφθεί η υπόθεση ότι η μέση απόδοση των μετοχών του Χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης αντικατοπτρίζει τις προσπάθειες των επενδυτών που αποστρέφονται τον κίνδυνο να κατέχουν αποδοτικά χαρτοφυλάκια. Συγκεκριμένα, κατά μέσο όρο φαίνεται να είναι μια θετική ανταλλαγή μεταξύ απόδοσης και κινδύνου, με τον κίνδυνο να μετράται από την πλευρά του χαρτοφυλακίου.

Επιπρόσθετα, εκεί που υπάρχουν μη γραμμικές στοχαστικότητες δεν μπορεί να απορριφθεί η υπόθεση πως κατά μέσο όρο οι επιπτώσεις τους είναι μηδενικές. Ωστόσο δεν μπορεί να απορριφθεί η υπόθεση πως όταν ένας επενδυτής λαμβάνει μία απόφαση για το χαρτοφυλάκιο του, θα πρέπει να υποθέσει πως η σχέση ανάμεσα στον κίνδυνο των αξιογράφων του χαρτοφυλακίου και της αναμενόμενης του απόδοσης θα είναι γραμμική. Οι ερευνητές υποστηρίζουν επίσης πως δεν μπορούν να απορρίψουν την υπόθεση του μοντέλου δύο παραμέτρων πως κανένα μέτρο κινδύνου, παράλληλα με τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου δεν επηρεάζει συστηματικά τις μέσες αποδόσεις.

### **3.7 Prediction of Return with the Minimum Variance Zero -Beta Portfolio I. G. Morgan (1975)**

Το άρθρο αυτό επιχειρεί να θέσει υπό δοκιμή τη δυνατότητα πρόβλεψης των αποδόσεων των μετοχών, μέσα από τη χρήση μίας άμεσης εκτίμησης της ελάχιστης διασποράς του μηδενικού συντελεστή βήτα ενός χαρτοφυλακίου  $z$ . Η σύνθεση του χαρτοφυλακίου  $z$  πηγάζει από το άρθρο του Black σχετικά με την ισορροπία στην αγορά κεφαλαίων όταν απουσιάζει ο ακίνδυνος δανεισμός. Τα χαρτοφυλάκια των μετοχών τα οποία προέρχονται από τις ίδιες βιομηχανίες χρησιμοποιούνται σύμφωνα με τις υποθέσεις του άρθρου για την εκτίμηση του  $z$ , ενώ οι προβλέψεις του Black σχετικά με την ισορροπία της αγοράς κεφαλαίων συγκρίνεται στο τέλος της μελέτης με τις προβλέψεις της διαστρωματικής παλινδρόμησης απόδοσης-κινδύνου. Στόχος του άρθρου είναι να αξιολογηθούν οι διαφορετικές εκτιμήσεις της απόδοσης σύμφωνα με την ελάχιστη διακύμανση των βήτα του χαρτοφυλακίου  $z$  που προτείνει ο Black (1972) στο μοντέλο του για την ισορροπία της αγοράς.

Το μοντέλο που προτείνει ο Black προϋποθέτει πως γίνονται ανοιχτές πωλήσεις μετοχών, χωρίς όμως ακίνδυνο δανεισμό, και οι αναμενόμενες αποδόσεις των χρηματοοικονομικών περιουσιακών στοιχείων φαίνεται πως είναι άμεσα συνδεδεμένες με τις αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς καθώς και με την ελάχιστη διακύμανση του χαρτοφυλακίου, ασυσχέτιστα με την

αγορά. Ειδικότερα, τα χαρτοφυλάκια εκείνα τα οποία έχουν μία ελάχιστη διακύμανση για ένα δεδομένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης, μπορούν να εκφραστούν ως γραμμικοί συνδυασμοί του χαρτοφυλακίου της αγοράς καθώς και της ελάχιστης διασποράς μηδενικού βήτα του χαρτοφυλακίου  $z$ .

Οι άμεσες εκτιμήσεις της απόδοσης για την ελάχιστη διακύμανση για μηδενικό βήτα για το χαρτοφυλάκιο  $z$ , συγκρίνονται με τα αποτελέσματα της παλινδρόμησης με το του μοντέλο αγοράς δύο παραγόντων. Παράλληλα, διενεργήθηκαν δοκιμές πρόβλεψης για την σύγκριση των εκτιμήσεων σχετικά με τις αποδόσεις των μετοχών, οι οποίες προκύπτουν από τους δύο διαφορετικούς τρόπους, δηλαδή από το μοντέλο του Black και από την διαστρωματική παλινδρόμηση.

Αποδείχθηκε πως οι προβλέψεις οι οποίες έγιναν μέσα από τη χρήση άμεσων εκτιμήσεων της απόδοσης του χαρτοφυλακίου  $z$  για τις αποδόσεις 3, 5 και 9 ημερών, ήταν γενικά τόσο ακριβείς όσο και αυτές που προέκυψαν από τις διαστρωματικές παλινδρομήσεις. Ωστόσο όπως προέκυψε κατά την εκτέλεση των δοκιμών, η μήτρα συνδιακύμανσης των επιστροφών δεν αναστράφηκε για τους συνδυασμούς μικρών χαρτοφυλακίων και μακροπρόθεσμων αποδόσεων. Αυτό το γεγονός σύμφωνα με τα συμπεράσματα του άρθρου περιορίζει την δυνατότητα χρήσης της άμεσης μεθόδου.

Επιπροσθέτως αποδείχθηκε πως οι διαφορετικές εκτιμήσεις σχετικά με την απόδοση του χαρτοφυλακίου  $z$ , έχουν αρκετά διαφορετικές στατιστικές ιδιότητες από εκείνες που προέκυψαν από την παρακολούθηση των διαστρωματικών παλινδρομήσεων. Η μικρότερη διακύμανση είναι ίσως το πιο σημαντικό δυνητικό πλεονέκτημα από την άποψη αυτή. Η αιτία για την οποία η διακύμανση είναι μικρότερη μπορούσε να είναι ότι η βασική σχέση μεταξύ απόδοσης και κινδύνου είναι ετεροσκεδαστική.

Οι ανταγωνιστικές μέθοδοι για την εκτίμηση της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου τελικά δεν λαμβάνουν υπόψη τους τον παράγοντα της ετεροσκεδαστικότητας. Η άμεση εκτίμηση για τα  $z$  ωστόσο λαμβάνει υπόψη της τον παράγοντα αυτό, χρησιμοποιώντας τη μήτρα συνδιακύμανσης των αποδόσεων. Οι διαφορές που καταγράφονται τόσο στην αυτοσυσχέτιση όσο και στην απόκλιση από την κανονικότητα και παρατηρούνται στις δύο μεθόδους για την εκτίμηση των αποδόσεων φαίνεται πως δεν έχουν ερμηνευτεί ικανοποιητικά. Οι αποκλίσεις αυτές είναι πιθανό αν διερευνηθούν στο μέλλον να παρέχουν σημαντικά στοιχεία για τη φύση της διαδικασίας με την οποία παράγονται οι αποδόσεις. Η κατηγοριοποίηση των διάφορων βιομηχανιών φαίνεται να είναι ένα χρήσιμο εργαλείο επιλογής χαρτοφυλακίων με διευρυμένο συστηματικό κίνδυνο. Η επιλογή της χρήσης των χαρτοφυλακίων και όχι μετοχών φαίνεται να επιτρέπει περισσότερο σαφείς εκτιμήσεις σχετικά με τις αποδόσεις, ιδίως μέσα από τη χρήση μητρών συνδιακύμανσης.

### 3.8 A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests - Part I: On Past and Potential Testability of the Theory

Richard Roll (1977)

Σύμφωνα με το άρθρο η δοκιμή του μοντέλου δύο παραμέτρων ή αλλιώς CAPM, είναι εξαιρετικά δύσκολη και ίσως αδύνατο να γίνει πραγματικά. Εξαιτίας της μαθηματικής ισοδυναμίας μεταξύ της γραμμικής σχέσης επιμέρους επιστροφών και βήτα, οποιαδήποτε έγκυρη δοκιμή προϋποθέτει την πλήρη γνώση της σύνθεσης του χαρτοφυλακίου. Αυτό συνεπάγεται, μεταξύ άλλων, ότι κάθε ξεχωριστό περιουσιακό στοιχείο πρέπει να περιληφθεί σε μια δοκιμή για να είναι σωστή. Σφάλματα συμπερασμάτων προκύπτουν από ελλείψεις δοκιμές και ασάφειες σύμφωνα με τους ερευνητές.

Η θεωρία αποτίμησης των περιουσιακών στοιχείων δύο παραμέτρων μπορεί να ελεγχτεί. Οι ερευνητές παρουσιάζουν δύο επιχειρήματα για αυτό: (α) Δεν υπάρχει ορθή και σαφής δοκιμή της θεωρίας μέχρι τώρα στη βιβλιογραφία και (β) δεν υπάρχει σχεδόν καμία πιθανότητα ότι μια τέτοια δοκιμή μπορεί να επιτευχθεί στο μέλλον.

Υπάρχει μόνο μία ελέγξιμη υπόθεση η οποία να σχετίζεται με το μοντέλο τιμολόγησης περιουσιακών στοιχείων του Black (1972). Αυτή η υπόθεση είναι: «το χαρτοφυλάκιο αγοράς είναι αποτελεσματικό όσον αφορά τη σχέση μέσου-διακύμανσης». Όλες οι υπόλοιπες συνέπειες που πηγάζουν από το μοντέλο αυτό δεν είναι ανοικτές προς επαλήθευση, η πιο γνωστή εκ των οποίων είναι η γραμμική σχέση μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης και των «βήτα».

Ανάμεσα στη γραμμική αυτή σχέση απόδοσης-βήτα και της διακύμανσης και του μέσου του χαρτοφυλακίου παρατηρείται μία σχέση αν και μόνο αν. Σε κάθε δείγμα παρατηρήσεων μεμονωμένων αποδόσεων, άσχετα με το πώς αυτές έχουν παραχθεί, θα υπάρχει πάντα ένας αόριστος αριθμός αποδοτικών μέσων-διακυμάνσεων. Αυτό σημαίνει πως για κάθε ένα στοιχείο, τα δοκιμαστικά βήτα τα οποία θα υπολογίζονται ανάμεσα σε αυτό και τα μεμονωμένα στοιχεία θα συσχετίζονται γραμμικά με τον μέσο του ξεχωριστού δείγματος. Με άλλα λόγια αν τα βήτα υπολογιστούν για ένα χαρτοφυλάκιο, θα πληρούν με ακρίβεια το κριτήριο της γραμμικότητας.

Σημαντικές συνέπειες αυτού του μοντέλου είναι πως η θεωρία δεν μπορεί να δοκιμαστεί εάν δεν είναι γνωστή και δεν χρησιμοποιηθεί στις δοκιμές η ακριβής σύνθεση της αγοράς. Αυτό σημαίνει πως η θεωρία δεν μπορεί να δοκιμαστεί εάν δεν έχουμε όλες τις μετοχές στο δείγμα. Η χρήση υποκατάστατων μεταβλητών ενέχει και αυτή σημαντικές δυσκολίες, ενώ μπορεί να αναδειχθεί ως ανεπαρκής μέθοδος, καθώς η ίδια η μεταβλητή μπορεί να είναι ανεπαρκής. Παράλληλα μία υποκατάσταση μετοχή μπορεί να παρουσιάσει ιδιαίτερα υψηλή συσχέτιση με την αγορά, κάτι που μπορεί να οδηγήσει στο συμπέρασμα πως η σύνθεση του χαρτοφυλακίου τελικά είναι ασήμαντη, κάτι το οποίο ενέχει επίσης σημαντικά προβλήματα.

Μία άμεση δοκιμή στην αποδοτικότητα μέσου-διακύμανσης όσον αφορά την υποκατάστατη μεταβλητή είναι επίσης δύσκολο να υπολογιστεί στατιστικά.



Εναλλακτικά θα μπορούσε το πρόβλημα αυτό να επιλυθεί με την πραγματοποίηση δοκιμών τα οποία θα στηρίζονται στο γεγονός πως ένα χαρτοφυλάκιο αγοράς θα πρέπει να έχει μία θετική αναλογία επενδύσεων και σε άλλα στοιχεία, ή με την υιοθέτηση μη παραμετρικών μεθόδων στατιστικής και ειδικότερα με στατιστικούς υπολογισμούς χωρίς κατανομές. Οι δοκιμές πάνω σε υποκατάστατες μεταβλητές έχουν και σημαντικές εμπειρικές δυσκολίες. Η πρώτη δυσκολία είναι πως οι οικονομετρικές διαδικασίες οι οποίες έχουν σχεδιαστεί για το σκοπό αυτό συχνά δεν είναι πολύ χρήσιμες, καθώς μπορούν να επιβεβαιώσουν μόνο τη γραμμικότητα και η δεύτερη πως συχνά οδηγούν σε λάθος θεωρίες.

Οι αποκλίσεις από την γραμμική σχέση βήτα-απόδοσης συχνά συνδέονται με ένα συγκεκριμένο φαινόμενο. Η ισχύς αυτής της σύνδεσης συχνά επικρίνεται χρησιμοποιώντας το μέτρο Jensen για τον υπολογισμό της απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Έτσι αν η υποκατάστατη αγορά που χρησιμοποιείται στους υπολογισμούς είναι αποτελεσματική, όλα τα επιμέρους μέτρα απόδοσης Jensen θα είναι μηδέν. Μπορούν να είναι σημαντικά, δηλαδή μη μηδενικά μόνο εάν το χαρτοφυλάκιο της υποκατάστατης αγοράς είναι μη αποτελεσματικό. Αυτό όμως οδηγεί στον προβληματισμό πως εάν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι αποτελεσματικό, γιατί να χρησιμοποιηθεί ως σημείο αναφοράς για την αξιολόγηση των αποδόσεων.

### **3.9 Systematic Risk, Total Risk and Size as Determinants of Stock Market Returns**

**Josef Lakonishok - Alan C. Shapiro (1986)**

Το άρθρο ξεκινά από τις μελέτες των Banz (1981) και Reinganum (1981), οι οποίοι απέδειξαν πως δεδομένα σχετικά με το μέγεθος μίας επιχείρησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη δημιουργία χαρτοφυλακίων, τα οποία θα οδηγήσουν σε ασυνήθιστα μεγάλες αποδόσεις, της τάξης ακόμη και του 40%, σε ετήσια βάση.

Σύμφωνα με τις ανωτέρω μελέτες όσο μικρότερη είναι η κεφαλαιοποίηση μίας επιχείρησης, τόσο πιο πιθανή είναι φαινομενικά η καταγραφή ασυνήθιστα μεγάλων αποδόσεων. Τα αποτελέσματα ωστόσο σύμφωνα με το άρθρο φαίνεται πως δεν συμβαδίζουν με το CAPM των Sharpe-Lintner, το οποίο και προϋποθέτει μία συγκεκριμένη σχέση ανάμεσα στον συστηματικό κίνδυνο όπως εκφράζεται μέσα από τα βήτα και στην απαιτούμενη απόδοση. Στόχος του άρθρου είναι να δοκιμάσει την υπόθεση, η οποία έμμεσα προκύπτει από το έργο των Levy (1978), Mayshar (1979, 1981, 1983) αλλά και άλλων ερευνητών, πως υπάρχει μία μερική έστω εξήγηση για την ύπαρξη τόσο υψηλών αποδόσεων από μικρές επιχειρήσεις. Η εξήγηση αυτή εντοπίζεται στο γεγονός πως εξαιτίας υψηλού κόστους συναλλαγών και άλλων εμποδίων στις εμπορικές συναλλαγές δημιουργούνται σημαντικοί περιορισμοί στους επενδυτές και τη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου τους. Σε αυτή την περίπτωση εφόσον το CAPM των Sharpe-Lintner, θέτει ως προϋπόθεση ότι υπάρχει πλήρης διαφοροποίηση για όλους τους επενδυτές, αποτελεί ένα

ακατάλληλο μέτρο μέτρησης του κινδύνου και των αποδόσεων. Ειδικότερα η έρευνα του συγγραφέα του άρθρου δοκιμάζει την υπόθεση ότι οι μετοχές των μικρών επιχειρήσεων επηρεάζονται πολύ περισσότερο από τη δική τους διακύμανση, από τις μετοχές των μεγαλύτερων επιχειρήσεων.

Οι Banz (1981) και Reinganum (1981) έχουν παρουσιάσει σημαντικές αποδείξεις σχετικά με το ότι οι μικρές επιχειρήσεις παρουσιάζουν αφύσικα μεγάλες αποδόσεις σταθμισμένου κινδύνου, σε σχέση με μεγαλύτερες επιχειρήσεις. Μία πιθανή εξήγηση για αυτό, είναι, όπως αναφέρουν οι Levy (1978) και Mayshar (1979, 1981, 1983), η ύπαρξη για μία ακόμη φορά υψηλού κόστους συναλλαγών, η οποία οδηγεί τις μετοχές μικρών επιχειρήσεων να περιλαμβάνονται σε χαρτοφυλάκια μη διαφοροποιημένα. Η έλλειψη διαφοροποίησης με τη σειρά της απαιτεί μία μεγαλύτερη αποζημίωση για τους επενδυτές οι οποίοι επιλέγουν για το χαρτοφυλάκιο τους μετοχές μικρότερων επιχειρήσεων, έτσι ώστε να αντισταθμίζεται ο υψηλότερος κίνδυνος. Η θεωρία αυτή, ωστόσο, αποτυγχάνει στην πράξη να εξηγήσει ή να ερμηνεύσει τη χρήση του arbitrage από τον οριακό επενδυτή.

Στην έρευνα που παρουσιάζεται στο πλαίσιο του άρθρου αυτού χρησιμοποιούνται μηνιαία δεδομένα για τη περίοδο 1962-1981 και μία σειρά από διαφορετικές διαδικασίες για να διερευνηθεί η σχέση ανάμεσα στην απόδοση και στα διάφορα μέτρα κινδύνου. Για το σκοπό αυτό δοκιμάζεται η υπόθεση των Levy-Mayshar η οποία έρχεται σε αντίθεση με το CAPM των Sharpe-Lintner. Η ανάλυση των διαφορετικών αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τις δοκιμές, αποσκοπεί να καταδείξει τη δύναμη των συμπερασμάτων της μελέτης του συγγραφέα του άρθρου. Γίνεται χρήση τετραετών και διετών περιόδων για να εκτιμηθούν οι συντελεστές βήτα, οι τυπικές αποκλίσεις των καταλοίπων καθώς και η συνολική διακύμανση. Στις δοκιμές που έγιναν στο πλαίσιο του άρθρου έγινε χρήση τόσο του συνολικού όσο και των συστηματικών και μη συστημικών του, στο πλαίσιο διαστρωματικών παλινδρομήσεων. Οι παλινδρομήσεις αυτές έτρεξαν με τρεις επεξηγηματικές μεταβλητές (μέγεθος, βήτα και συνολικός ή μη συστηματικός κίνδυνος), με δύο επεξηγηματικές μεταβλητές για κάθε ομάδα διαφορετικού μεγέθους (βήτα και είτε συνολικός είτε μη συστηματικός κίνδυνος) και με μία επεξηγηματική μεταβλητή για κάθε ομάδα μεγέθους (βήτα και είτε συνολικού κινδύνου είτε μη συστηματικού). Χρησιμοποιήθηκαν επίσης όλες οι πιθανές ομαδοποιήσεις χαρτοφυλακίων, με κατάταξη του μεγέθους, του βήτα και των καταλοίπων ή του συνολικού κινδύνου. Κατά την συγκέντρωση των δεδομένων σύμφωνα με το χρόνο οι συγγραφείς έλαβαν υπόψη τους τόσο τα σφάλματα ομοσκεδαστικότητας όσο και ετεροσκεδαστικότητας. Συνυπολογίστηκαν, επίσης, και οι συντελεστές που προέκυψαν για τη συνολική περίοδο, τις δύο υποπεριόδους, τόσο για ανοδικές όσο και για καθοδικές αγορές. Κατά τον συνυπολογισμό αυτό, δόθηκε το ίδιο βάρος σε κάθε ένα από τα διαστρωματικά γάμα, όπως και στη διαδικασία εκτίμησής τους. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα των δοκιμών, απορρίπτεται η υπόθεση των Levy-Mayshar, ότι ο συνολικός κίνδυνος, σε αντίθεση με το συστηματικό, είναι περισσότερο σημαντικός για τις μικρές επιχειρήσεις. Τα αποτελέσματα των δοκιμών επίσης απέρριψαν, στο πλαίσιο της στατιστικής σημαντικότητας, το θεμελιώδες αξίωμα του CAPM, περί της τεράστιας σημασίας και ισχύος των συντελεστών βήτα.

Σύμφωνα με τα συμπεράσματα των ερευνητών ούτε ο συντελεστής βήτα ως το παραδοσιακό μέτρο του κινδύνου, ούτε όμως και τα εναλλακτικά μέτρα κινδύνου όπως η διακύμανση ή η τυπική απόκλιση μπορούν να εξηγήσουν, σε κανονικά επίπεδα στατιστικής σημαντικότητας τη διαστρωματική μεταβολή των αποδόσεων. Αυτό που φαίνεται πως έχει σημασία είναι τελικά το μέγεθος της επιχείρησης. Συμπερασματικά, σχετικά με τις δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν από το άρθρο είναι πιθανόν το χρονικό διάστημα των είκοσι ετών, στο οποίο εκτελέστηκαν οι δοκιμές, να είναι πολύ μικρό χρονικό διάστημα, ειδικά αν η περίοδος που επιλέχθηκε ήταν ασυνήθιστα ευμετάβλητη. Μπορεί επίσης τα στάνταρ επίπεδα στατιστικής σημαντικότητας να μην εφαρμόζονται με τόσο σημαντικές συνέπειες κατά τη διεξαγωγή των δοκιμών. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό, δεδομένου ότι ο συντελεστής beta έχει γενικά το σωστό σύμβολο. Ανεξάρτητα από αυτές τις εικασίες, η μικρή επιχείρηση εξακολουθεί να είναι ένα puzzle.

### **3.10 The Relation between Return Interval and Betas Puneet Handa - S. P. Kothari - Charles Wasley (1989)**

Βασικό αντικείμενο μελέτης του άρθρου αυτού είναι η σχέση μεταξύ κινδύνου και αποδόσεων. Όπως έχει αποδειχθεί από προηγούμενους ερευνητές, σύμφωνα με τους συγγραφείς του άρθρου, στην προσπάθεια τους να ανακαλύψουν εάν οι διατμηματικές διαφορές των αποδόσεων μπορούν να εξηγηθούν από το CAPM, ανακάλυψαν πως το μέγεθος μίας επιχείρησης διαδραματίζει έναν εξίσου σημαντικό ρόλο ως προς αυτό.

Η επίδραση του μεγέθους μίας επιχείρησης σύμφωνα με τη μελέτη αυτή φαίνεται να είναι ένας παράγοντας ο οποίος σχετίζεται άμεσα με το διάστημα επιστροφής, το οποίο χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των βήτα. Ειδικότερα τα βήτα αλλάζουν σύμφωνα με το διάστημα επιστροφής το οποίο χρησιμοποιείται καθώς η συνδιακύμανση ενός περιουσιακού στοιχείου με την αγορά και την διακύμανση της αγοράς δεν αλλάζουν αναλογικά, όταν το διάστημα επιστροφής μεταβάλλεται. Το άρθρο αυτό δίνει ιδιαίτερη έμφαση επίσης στην τεκμηρίωση της ευαισθησίας των βήτα ως προς το διάστημα επιστροφής.

Σύμφωνα με το άρθρο η επίδραση του μεγέθους μίας επιχείρησης εξαρτάται άμεσα από το διάστημα επιστροφής, δηλαδή εξαρτάται άμεσα από το αν το διάστημα αναφέρεται σε ημέρες, μήνα ή έτος, και επηρεάζει άμεσα τον υπολογισμό του συστηματικού κινδύνου. Στην μελέτη αυτού του ιδιαίτερου παράγοντα οδηγούν και σημαντικές ανωμαλίες οι οποίες έχουν σημειωθεί στην προσπάθεια μελέτης και αποσαφήνισης της σχέσης κινδύνου και αποδόσεων. Ήδη μελετητές έχουν τονίσει τη σημασία του παράγοντα του μεγέθους μίας επιχείρησης για τον υπολογισμό του κινδύνου, ο οποίος πολλές φορές δεν συνυπολογίζεται, ιδιαίτερα όταν πρόκειται για μικρές επιχειρήσεις. Ο Reinganum (1982) για παράδειγμα έχει ήδη αναφέρει πως η επίδραση του μεγέθους επιδεινώνεται από τον υποτιμημένο κίνδυνο, ιδιαίτερα

όταν για να εκτιμηθεί ο κίνδυνος αυτός χρησιμοποιούνται αποδόσεις για μικρά χρονικά διαστήματα. Ο ρόλος της επίδρασης του μεγέθους αποδίδεται επίσης και σε υπερεκτιμήσεις επενδυτών σχετικά με την απόδοση μετοχών.

Στο πλαίσιο του άρθρου αυτού ο συστηματικός κίνδυνος αναλύεται ως μία συνάρτηση της απόδοσης, και αυτό που διαπιστώνουν οι συγγραφείς είναι πως τα βήτα είναι ιδιαίτερα ευαίσθητα ως προς το διάστημα επιστροφής το οποίο επιλέγεται από έναν ερευνητή για τον προσδιορισμό του.

Ειδικότερα, παρατηρούνται συχνά αλλαγές στα βήτα, όσο το διάστημα επιστροφής αυξάνεται από μία μέρα σε μία εβδομάδα ή σε ένα μήνα. Οι ερευνητές στο άρθρο επικεντρώνονται στη μελέτη αλλαγών των βήτα οι οποίες πηγάζουν καθαρά από αλλαγές στο διάστημα επιστροφής, το οποίο ξεπερνά τον έναν μήνα και με την προϋπόθεση πως δεν επηρεάζονται από ασύγχρονες συναλλαγές ή τριβές, καθώς στο παρελθόν οι ερευνητές αγνόησαν στις μελέτες τους αυτόν τον παράγοντα.

Το άρθρο παρέχει στοιχεία τα οποία υποστηρίζουν πως οι εκτιμήσεις για τα βήτα αλλάζουν σημαντικά όταν το διάστημα επιστροφής μεταβάλλεται από μία ημέρα σε ένα έτος και πως επίσης η επίδραση του μεγέθους είναι ευαίσθητη στην επιλογή των εκτιμήσεων για τα βήτα.

Το άρθρο αυτό εξέτασε τη συμπεριφορά των βήτα ως προς το επιλεγόμενο διάστημα επιστροφής και σύμφωνα με τα συμπεράσματα των ερευνητών τα βήτα μεταβάλλονται σημαντικά όταν το διάστημα αυτό μεταβάλλεται. Ειδικότερα τα βήτα μεταβάλλονται σύμφωνα με το διάστημα επιστροφής γιατί η συνδιακύμανση ενός περιουσιακού στοιχείου με το διάστημα επιστροφής καθώς και με τη διακύμανση της απόδοσης της αγοράς δεν μεταβάλλονται πάντα ανάλογα με τον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται το διάστημα.

Μία εξήγηση για τις αλλαγές που εντοπίζονται όσον αφορά τα βήτα είναι πως το τυπικό σφάλμα στην εκτίμηση του βήτα αυξάνει όσο επιμηκύνεται το διάστημα επιστροφής. Κατά συνέπεια, τα βήτα τα οποία υπολογίζονται με τη χρήση αποδόσεων μεγαλύτερων χρονικών διαστημάτων στερούνται στατιστικής ακρίβειας, γεγονός το οποίο σημαίνει πως δεν μπορούν να προβλέψουν με ακρίβεια την απόκλιση της απόδοσης. Καθώς για την εξήγηση του παραπάνω φαινομένου υπάρχουν αρκετές ανταγωνιζόμενες θεωρίες στην παλινδρόμηση αυτής της μελέτης χρησιμοποιήθηκαν αποδόσεις σε μηνιαία και ετήσια βήτα. Τα στοιχεία τα οποία στηρίζονται σε εκτιμήσεις OLS και GLS δεν είναι συνεπή με την πρόβλεψη πως οι αλλαγές στα βήτα προέρχονται από την ύπαρξη σημαντικών τυπικών σφαλμάτων. Για να αποδειχθεί αυτή η θέση χρησιμοποιήθηκαν σε μία νέα παλινδρόμηση οι αποδόσεις με μηνιαία και ετήσια βήτα όπως και το μέγεθος της επιχείρησης. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν τελικά πως μόνο τα ετήσια βήτα μπορούν να εξηγήσουν ικανοποιητικά την απόκλιση των αποδόσεων.

### 3.11 On the Estimation of Beta - Pricing Models Beta and Return Jay Shanken (1992)

Το άρθρο αυτό παρουσιάζει μία ολοκληρωμένη ανάλυση των οικονομετρικών μεθόδων μέγιστης πιθανοφάνειας, όπως και των πιο παραδοσιακών προσεγγίσεων για τα μοντέλα αποτίμησης των συντελεστών βήτα. Παράλληλα, στο πλαίσιο της ανάλυσης αναφέρεται συχνά και το ζήτημα της εισαγωγής εσφαλμένων μεταβλητών, ενώ ο συγγραφέας προβαίνει και σε μία σύντομη αξιολόγηση σε προγενέστερη μέθοδο και τα πλεονεκτήματα της παράλληλης εκτίμησης των βήτα και του κινδύνου.

Ανακαλύπτεται μία παραδοσιακή διαδικασία, η οποία θεμελιώνεται σε αναγνωρισμένα συμπεράσματα, για να τονιστεί η ακρίβεια της εκτίμησης της αξίας του κινδύνου, από την οποία τελικά παράγεται μία ασυμπτωτικά έγκυρη διόρθωση. Παράλληλα το άρθρο συζητά και τις τροποποιήσεις των Sharpe (1964) και Lintner (1965) για να φιλοξενήσει τη σειριακή συσχέτιση των παραγόντων της αγοράς σε επίπεδο ισορροπίας, και να δείξει πως σε αυτή την κατάσταση η αναμενόμενη απόδοση ενός χρηματοοικονομικού στοιχείου πρέπει να συσχετίζεται γραμμικά και θετικά με το βήτα του, το μέτρο του συστηματικού κινδύνου ή με την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Στο άρθρο αυτό παρουσιάζεται μία ολοκληρωμένη άποψη για τα οικονομετρικά μοντέλα μέγιστης πιθανότητας και two-pass προσεγγίσεων για την εκτίμηση των βήτα και της απόδοσης. Το σύνηθες πλαίσιο εργασίας έχει επεκταθεί από τον συγγραφέα σε μία απλούστερη μεθοδολογική προσέγγιση, αλλάζοντας τρόπο εργασίας, για να επιτρέψει με αυτό τον τρόπο την αυτοσυσχέτιση των παραγόντων της αγοράς. Στο πλαίσιο της ανάλυσης του προβλήματος της εισαγωγής λάθος μεταβλητών εξετάζονται δύο πλευρές του προβλήματος. Η πρώτη πλευρά αναφέρεται σε μία ολοένα και μειούμενη προκατάληψη, η οποία αφορά στην χρησιμοποίηση συνήθως τυπικών σφαλμάτων για την εκτίμηση της αξίας του κινδύνου και την εκτίμηση του μηδενικού βήτα. Η δεύτερη πλευρά αναφέρεται στο κλασικό πρόβλημα του EIV, το οποίο αναφέρεται στην μικρή μεροληψία του δείγματος η οποία οφείλεται στη λάθος δειγματοληψία και μέτρηση συντελεστών και επηρεάζει τη στατιστική ανάλυση.

Όσον αφορά την τελευταία αυτή μεροληψία, τα αποτελέσματα της προσομοίωσης του άρθρου παρέχουν κάποια υποστήριξη στη χρήση των τροποποιημένων μεθόδων two-pass ή ακόμη της χρήσης της μέγιστης πιθανοφάνειας (MLE) ως δύο εναλλακτικές λύσεις έναντι των παραδοσιακών εκτιμήσεων οι οποίες και στηρίζονται στην ομαδοποίηση του χαρτοφυλακίου.

Η τροποποιημένη έκδοση του εκτιμητή second pass ενσωματώνει μια αμερόληπτη εκτίμηση μιας συγκεκριμένης και θετικά ορισμένης μήτρας. Η εκτίμηση για το πρόσημο της μήτρας αυτής δεν υποτίθεται πως είναι πάντοτε θετική, ώστε τα διαγώνια στοιχεία να μπορούν να είναι αρνητικά σε ένα δεδομένο δείγμα. Σε αυτή την περίπτωση ωστόσο είναι πιθανό να υπάρξει ένα ζήτημα εμπιστοσύνης ως προς τη χρησιμότητα αυτής της μετατροπής. Αυτό το πρόβλημα το συνάντησαν στις προσομοιώσεις και οι Shanken και

Weinstein (1990) οι οποίοι και αποφάσισαν να το αντιμετωπίσουν σε ένα πολυπαραγοντικό πλαίσιο, ενώ ο Banz (1981) αναφέρεται και προχωρά σε υπαινιγμούς σχετικά με την ύπαρξη σοβαρών προβλημάτων στην εφαρμογή του εκτιμητή Litzenberger-Ramaswamy στην ανάλυσή του για την επίδραση του μεγέθους.

Παράλληλα, η μέθοδος MLE μπορεί να έχει επίσης συγκεκριμένα προβλήματα. Ειδικότερα, οι Amsler και Schmidt (1985) αναφέρουν στις μελέτες τους πως η MLE συχνά δεν λειτουργούσε σωστά όταν αντιμετώπιζε μεγάλα ποσά, σε προσομοιώσεις με γνωστές αξίες. Έτσι σύμφωνα με τις παρατηρήσεις αυτές, όπως και με τους έμφυτους περιορισμούς που υπάρχουν σε κάθε ασυμπτωτική στατιστική ανάλυση όπως σημειώνει ο συγγραφέας του άρθρου, τα αποτελέσματα στα οποία κατέληξε δεν παρέχουν σαφή εικόνα, και για αυτό το λόγο δεν θα πρέπει να θεωρηθούν ως απόλυτα και καθοριστικά. Σε αυτό το επίπεδο, ο στόχος του άρθρου είναι μάλλον να οδηγήσει σε έναν προβληματισμό σχετικά με τα γνωστά προβλήματα της οικονομετρικής ανάλυσης για χρηματοοικονομικούς σκοπούς, να παρέχει ωστόσο και σημαντικές πληροφορίες συμπληρωματικές με τις ήδη υφιστάμενες μεθόδους. Για την απόδειξη ωστόσο του συλλογισμού και των συμπερασμάτων στα οποία κατέληξε το άρθρο, ο συντάκτης του επισημαίνει την ανάγκη και σε αυτή την περίπτωση της διενέργειας περισσότερων προσομοιώσεων.

### **3.12 Beta and Return Fischer Black (1993)**

Το άρθρο αυτό αναφέρεται και προσπαθεί να καταρρίψει την κριτική που έχει ασκηθεί προς τους συντελεστές βήτα, η οποία υποστηρίζει πως θα πρέπει να πάψουν να θεωρούνται από τους αναλυτές ως ο μοναδικός παράγοντας για την εξήγηση των αποδόσεων.

Οι Black, Jensen, και Scholes [BJS, 1972], και οι Miller και Scholes [1972] σε έρευνα στην οποία προχώρησαν βρήκαν πως για την περίοδο από το 1931 έως και το 1965, μετοχές χαμηλών βήτα στις ΗΠΑ συμπεριφέρθηκαν καλύτερα από τις προβλέψεις του Μοντέλου ενώ την ίδια στιγμή μετοχές υψηλών βήτα διέψευσαν τις προβλέψεις του Μοντέλου. Παράλληλα, σύμφωνα με το άρθρο, η τάση αυτή εντοπίστηκε και από μεταγενέστερους ερευνητές τουλάχιστον μέχρι το 1989 - 1990. Σύμφωνα με αυτούς τους μελετητές η εκτιμώμενη κλίση της γραμμής η οποία αναπαριστά τη σχέση μεταξύ μέσης απόδοσης και τον κινδύνου είναι χαμηλότερη από την κλίση που δίνει το CAPM για την αναπαράσταση της σχέσης απόδοσης και κινδύνου. Με βάση αυτά τα δεδομένα εάν επιλέξουμε δύο πολύ συγκεκριμένα σημεία εκκίνησης και τέλους, τότε προκύπτει μία περίοδος όπου η γραμμή αυτή είναι ουσιαστικά επίπεδη.

Κατά τον συγγραφέα του άρθρου έχει επιχειρηθεί στο παρελθόν να δοθούν συγκεκριμένες ερμηνείες για το φαινόμενο της επίπεδης γραμμής. Ωστόσο,

σύμφωνα με τον ίδιο το συμπέρασμα αυτό είναι λανθασμένο. Ακόμη και σε αυτή την περίπτωση, κατά τον Black η υπόθεση για την θετική κλίση της γραμμής δεν μπορεί να αποκλειστεί με βεβαιότητα. Τα αποτελέσματα τα οποία παρουσίασαν οι υποστηρικτές αυτής της θεωρίας είναι απόλυτα συμβατά με το Μοντέλο Sharpe-Lintner-Black (SLB). Ακόμη, και στην περίπτωση που η γραμμή είναι όντως επίπεδη, αυτό θα συνεπάγεται εξαιρετικά σημαντικές επενδυτικές ευκαιρίες για τους επενδυτές που χρησιμοποιούν τα βήτα, γιατί σε αυτή την περίπτωση κάποιος ο οποίος είναι κάτοχος μετοχών και ομολόγων ή μετοχών και ρευστού κεφαλαίου, μπορεί να κινηθεί προς ένα χαρτοφυλάκιο με παρόμοιο κίνδυνο αλλά υψηλότερες πιθανότητες για μεγαλύτερη απόδοση, δίνοντας έμφαση κυρίως στις μετοχές χαμηλού βήτα. Τα βήτα σε κάθε περίπτωση παραμένουν ένα πολύτιμο επενδυτικό εργαλείο, όταν η γραμμή έχει απότομη κλίση, όπως προβλέπει το CAPM, αλλά τα βήτα είναι ακόμη πιο χρήσιμα στην περίπτωση που η γραμμή είναι επίπεδη.

Ο Black στο άρθρο αυτό επισημαίνει ένα συχνό πρόβλημα το οποίο προκύπτει σε πολλές έρευνες, κατά τις οποίες ο ερευνητής προβαίνει στην λεγόμενη «εξόρυξη δεδομένων» ή σε data mining. Σε αυτή την περίπτωση όπως παρατηρεί, αρκετοί ερευνητές προσπαθούν να πραγματοποιήσουν μία μελέτη μέσα από την επιλογή διαφορετικών μεθόδων και συνδυασμών, διαφορετικών χρονικών περιόδων συλλογής και μελέτης δεδομένων, καθώς και μέσα από διαφορετικά ακόμη μοντέλα. Σε αυτή την περίπτωση τα συμπεράσματα των ερευνητών τείνουν προς την εξόρυξη απλά δεδομένων από διαφορετικές πηγές και μεθόδους. Συνεπώς πολλές φορές τα τελικά δεδομένα και αποτελέσματα που απουσιάζονται από πολλούς ερευνητές είναι πιθανό να μην προέρχονται από σαφείς και σταθερές ερευνητικές διεργασίες προκαλώντας έτσι σημαντικές δυσκολίες στην στατιστική ανάλυση και την κατανόησή της διαδικασίας που ακολουθήθηκε. Η πρακτική αυτή έχει οδηγήσει στην ανησυχία πως πολλοί ερευνητές τελικά τείνουν να επιλέγουν μόνο τα μοντέλα ή τις δοκιμές, τα οποία επιβεβαιώνουν τις υποθέσεις τους, αγνοώντας οτιδήποτε αντίθετο. Η συχνή και συστηματική εξόρυξη δεδομένων συνεπώς είναι πιθανό να παρουσιάσει αποτελέσματα τα οποία κάθε άλλο παρά σημαντικά είναι και μάλιστα μπορεί να είναι απολύτως τυχαία.

Η απάντηση του Black σε αυτή την περίπτωση μέσω των τεστ που διενεργεί για τις τιμές αξιόγραφων για την περίοδο 1926-1991 είναι πως τα βήτα εξακολουθούν να διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο. Σύμφωνα με τα τελικά του συμπεράσματα εξαιρετικά σημαντικό ρόλο παίζει ο παράγοντας του δανεισμού για την απόδειξη της χρησιμότητας των βήτα. Ως αντίλογο στα επιχειρήματα πως μία επιχείρηση θα πρέπει να στηριχτεί στο προεξοφλητικό επιτόκιο για να αξιολογήσει μία επένδυση και συνεπώς να στραφεί προς περιουσιακά στοιχεία υψηλότερου κινδύνου, εξαιτίας της δυσκολίας δανεισμού που αντιμετωπίζει, ο Black προτείνει τη χρήση των βήτα.

Για τον Black ένας επενδυτής είναι ελεύθερος να δανειστεί, έτσι και μία επιχείρηση είναι δυνατό να καταφύγει στο εργαλείο του δανεισμού και εφόσον είναι ορθολογική να δώσει έμφαση σε περιουσιακά στοιχεία χαμηλού κινδύνου, δηλαδή χαμηλού βήτα, χρησιμοποιώντας παράλληλα μόχλευση. Σε αυτή την περίπτωση ακόμη και αν η γραμμή είναι επίπεδη για δύο επενδυτές

και επιχειρήσεις, το βήτα είναι ένα απαραίτητο εργαλείο για την λήψη των επενδυτικών αποφάσεων. Πράγματι, σύμφωνα με τον Black τα βήτα είναι ίσως πιο χρήσιμα αν η γραμμή είναι επίπεδη παρά αν είναι τόσο απότομη όσο το CAPM προβλέπει. Για τον Black δεν έχει σημασία ποια είναι η κλίση της γραμμής, εφόσον επιμένοντας στο κριτήριο του ορθολογισμού, μια ορθολογική εταιρεία θα αξιολογήσει μια επένδυση χρησιμοποιώντας τα βήτα των ταμειακών ροών της εν λόγω επένδυσης. Δεν θα χρησιμοποιήσει ωστόσο τα βήτα της αξίας περιουσιακών στοιχείων της, όπως και τα βήτα των υποχρεώσεων της.

Ολοκληρώνοντας με το άρθρο του Black, αυτό που επισημαίνει είναι πως οι ανακοινώσεις περί "θανάτου" του συντελεστή βήτα φαίνονται πρόωρες. Ακόμη και τα δεδομένα τα οποία προκαλούν τέτοιες δηλώσεις και συμπεράσματα, απαιτούν από την πλευρά τους, περισσότερες χρήσεις των βήτα για να επιβεβαιωθούν. Εφόσον οι επενδυτές θέλουν να είναι ορθολογικοί και μπορούν να δανειστούν ελεύθερα, είτε πρόκειται για ιδιώτες ή επιχειρήσεις, πρέπει να συνεχίσουν να χρησιμοποιούν το CAPM και το βήτα για να αξιολογήσουν τις επενδύσεις τους και να επιλέξουν την κατάλληλη στρατηγική για το χαρτοφυλάκιό τους.

### **3.13 On the Cross-sectional Relation between Expected Returns and Betas**

**Richard Roll - Stephen A. Ross (1994)**

Εκκίνηση για το άρθρο αυτό αποτελούν τα δεκαετή πλέον εμπειρικά δεδομένα που έχουν προκύψει από τη χρήση του CAPM των Sharpe, Lintner και Black, τα οποία δεν έχουν καταφέρει να παρέχουν σύμφωνα με τους συγγραφείς επαρκείς αποδείξεις για την ύπαρξη μίας σημαντικής διαστρωματικής σχέσης μεταξύ των άμεσων αποδόσεων και των βήτα. Ήδη από προηγούμενη έρευνά τους οι Roll (1977) και Ross (1977) έχουν καταλήξει πως υφίσταται μία θετική διαστρωματική σχέση ανάμεσα στις *ex ante* αναμενόμενες αποδόσεις και τα βήτα, η οποία αναπτύσσεται όταν ο δείκτης της αγοράς έναντι του οποίου υπολογίζονται τα βήτα βρίσκεται στο θετικό τμήμα της γραμμής μέσου-διακύμανσης.

Το να μην υπάρχει μία θετική διαστρωματική σχέση σημαίνει πως δείκτες *proxies* οι οποίοι χρησιμοποιήθηκαν για την πραγματοποίηση των εμπειρικών δοκιμών δεν επαρκούν. Κοντά σε αυτό βρίσκεται σύμφωνα με τους συγγραφείς και το γεγονός πως από τις εμπειρικές εφαρμογές έχουν αναδειχθεί και άλλες μεταβλητές οι οποίες έχουν την δυνατότητα να εξηγήσουν τις διαστρωματικές μεταβολές στις μέσες αποδόσεις. Αλλά η πραγματική διαστρωματική αναμενόμενη σχέση απόδοσης-βήτα είναι ακριβής όταν οι δείκτες που χρησιμοποιούνται είναι οι κατάλληλοι, ώστε καμία άλλη μεταβλητή πέρα από τα βήτα να μπορεί να εξηγήσει τις αποδόσεις. Κατ'επέκταση εάν ο δείκτης είναι ανεπαρκής, η *ex ante* διαστρωματική σχέση δεν αποδεικνύεται και χρειάζονται νέες μεταβλητές με καλύτερη ερμηνευτική δύναμη. Στην πράξη σύμφωνα με το άρθρο οποιαδήποτε μεταβλητή η οποία



τυγχάνει να συσχετίζεται διαστρωματικά με τις αναμενόμενες αποδόσεις, είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί εάν οι δείκτες αποδειχτούν ανεπαρκείς.

Η εμπειρική απουσία μίας ανιχνεύσιμης σχέσης μεταξύ των μέσων αποδόσεων και των συντελεστών βήτα αποτέλεσε τη βάση πάνω στην οποία έχει αναπτυχθεί σημαντική κριτική ως προς το μοντέλο CAPM των Sharpe, Lintner και Black. Συνεπώς εφόσον το μοντέλο αυτό δεν μπορεί να παρέχει στοιχεία για τις μέσες αποδόσεις, τότε στερείται πρακτικής αξίας για μια σειρά πολλαπλών εφαρμογών, όπως τον υπολογισμό του κόστους του κεφαλαίου και την κατασκευή των επενδυτικών χαρτοφυλακίων. Όπως αναφέρει το άρθρο τα εμπειρικά δεδομένα δεν μπορούν αφενός από μόνα τους να παρέχουν σαφείς εξηγήσεις για την απόρριψη της θεωρίας. Η διαστρωματική σχέση OLS είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη ως προς την επιλογή του κατάλληλου δείκτη, ενώ συχνά παρατηρείται το φαινόμενο ο ένας δείκτης να μη διαφέρει σημαντικά από τον άλλο, ωστόσο να παράγουν πολύ διαφορετικά αποτελέσματα. Η διαπίστωση ότι ένας δείκτης αγοράς δεν μπορεί να εξηγήσει διαστρωματικές αποδόσεις, σημαίνει συχνά ότι ο δείκτης της πραγματικής αγοράς δεν είναι εξίσου αποτελεσματικός, κάτι το οποίο συχνά δεν επισημαίνεται. Αυτό το φαινόμενο ανήκει σύμφωνα με τους συγγραφείς στην παθολογία του OLS σχετικά με την δυνατότητα εκτίμησης των αναμενόμενων αποδόσεων και κινδύνων.

Η ύπαρξη μίας ιδιαίτερης σχέσης αποδόσεων-κινδύνου είναι κάτι το οποίο δεν χρειάζεται σαφώς να αποδειχθεί. Αυτό που έχει σημασία όμως είναι το υπόδειγμα το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για να εντοπιστεί και να προβλεφθεί αυτή η σχέση. Όπως απέδειξαν οι Wheatley (1992), Kandel και Stambaugh (1993), οι οποίοι χρησιμοποίησαν το πρότυπο GLS για την εκτίμηση των πραγματικών αναμενόμενων αποδόσεων και των συντελεστών βήτα, για να αντιμετωπίσουν τα προβλήματα της OLS. Η κλίση της GLS είναι θετική, εφόσον η αναμενόμενη απόδοση του δείκτη υπερβαίνει την αναμενόμενη απόδοση του διεθνούς χαρτοφυλακίου ελάχιστης διασποράς. Αυτό σημαίνει ότι σχεδόν κάθε δείκτης ο οποίος δεν είναι κατά πολύ αναποτελεσματικός μπορεί να οδηγήσει σε μία θετική σχέση διατομής μεταξύ των μέσων αποδόσεων και των συντελεστών βήτα, όταν έχουμε μεγάλα δείγματα.

Δεδομένου ότι κάθε δείκτης μπορεί να παράγει μια θετική σχέση, μια εμπειρική διαπίστωση ύπαρξης θετικής κλίσης από μόνη της, αποτελεί ανεπαρκή ένδειξη για το αν ο δείκτης είναι επαρκής. Η διαπίστωση αυτή πρέπει να υποστηρίζεται και από άλλα δεδομένα για να αποδειχθεί η αποτελεσματικότητα. Συχνά αυτό επιδεινώνεται και από δειγματοληπτικά σφάλματα. Η αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού μέσω της επιλογής ενός σταθμισμένου δείκτη, είναι σύμφωνα με το άρθρο μία από τις ευρύτερα αποδεκτές λύσεις και αποτελεί παράλληλα σύμφωνα με το άρθρο ένα κατάλληλο κριτήριο σχετικό με τη σταθμισμένη μέση απόδοση που ενδιαφέρει τους επενδυτές.

### 3.14 Another Look at the Cross-Section of Expected Stock Returns S. P. Kothari - Jay Shanken - Richard G. Sloan (1995)

Ένα μεγάλο μέρος της βιβλιογραφίας και της εμπειρική έρευνας, όπως υποστηρίζει το άρθρο, έχει παρέχει στοιχεία τα τελευταία χρόνια σχετικά με την διαστρωμάτωση των αναμενόμενων αποδόσεων και των βήτα. Σύμφωνα με το άρθρο αυτό οι αποκλίσεις από το γραμμικό CAPM σχετικά με τη σχέση αποδόσεων και κινδύνου εξαρτώνται άμεσα από το μέγεθος των επιχειρήσεων (Banz (1981)), τα κέρδη (Basu (1977,1983)), τη μόχλευση (Bhandari (1988)) κ.α.

Εξαιρετικά σημαντική κρίνεται και η πιο πρόσφατη μελέτη των Fama και French (FF;1992) η οποία κατέληξε σε δύο κρίσιμα συμπεράσματα στα οποία στηρίζονται και οι συγγραφείς του άρθρου. Πρώτον υπάρχει μία αδύναμη θετική σχέση ανάμεσα στην μέση απόδοση και τα βήτα για την χρονική περίοδο από το 1941 μέχρι το 1990, και καμία άλλη σχέση για την μικρότερη περίοδο 1963 to 1990. Δεύτερον το μέγεθος της επιχείρησης και το κεφάλαιο book-to-market (B/M) μπορούν να δείξουν την διαστρωματική απόκλιση στις μέσες αποδόσεις από το 1963 έως το 1990.

Το άρθρο ταυτό επανεξέτασε το αν τα βήτα τελικά εξήγησαν για αυτές τις περιόδους την μεταβολή της διατομής των αποδόσεων. Τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξαν οι συγγραφείς ήταν τα εξής:

(1) Λόγω της χαμηλής ισχύος των δοκιμών για ένα θετικό ασφάλιστρο κινδύνου της αγοράς, τα στοιχεία των FF παρέχουν ελάχιστη βάση για την απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης

(2) Όταν οι ετήσιες αποδόσεις χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση του βήτα, τότε υπάρχει σημαντικά μεγαλύτερη αποζημίωση κινδύνου για την περίοδο 1941-1990 και ακόμη μεγαλύτερη κατά την περίοδο 1927-1990. Το αποτέλεσμα αυτό επηρεάζει άμεσα τη διαμόρφωση χαρτοφυλακίων.

(3) Είναι εξαιρετικά πιθανό τα αποτελέσματα των FF να έχουν επηρεαστεί από έναν μεροληπτικό συνδυασμό στη βάση COMPUSTAT η οποία να οδηγεί σε υψηλές αποδόσεις των μετοχών με υψηλό B/M, και ειδικότερες αποδόσεις σε συγκεκριμένες περιόδους.

(4) Η Standard & Poor's (S&P) χρησιμοποίησε διαφορετικούς δείκτες και δεδομένα για την περίοδο 1947 - 1987, και από αυτά τα στοιχεία προκύπτει πως το B/M συσχετίζεται ελάχιστα με την μέση απόδοση μετοχών. Η σχέση αυτή είναι στατιστικά σημαντική από το 1963 και έπειτα, όπως δείχνουν τα στοιχεία των 500 μεγαλύτερων επιχειρήσεων του COMPUSTAT.

Τα βασικά συμπεράσματα του άρθρου ωστόσο δείχνουν πως οι μέσες αποδόσεις αντανakλούν σημαντικές αποζημιώσεις για τον κίνδυνο βήτα, αρκεί αυτά να εκτιμώνται σε ετήσιο επίπεδο. Ωστόσο όπως παρατηρούν οι συγγραφείς, αυτό από μόνο του δεν μπορεί να αποδείξει ότι τα βήτα ευθύνονται για όλες τις αποκλίσεις που παρατηρούνται στις αναμενόμενες

αποδόσεις, όπως υποθέτει το CAPM. Επίσης τα δεδομένα των δοκιμών απέδειξαν το ρόλο που διαδραματίζει τελικά το μέγεθος μίας επιχείρησης, παρά η καθαρή αξία B/M.

Η ύπαρξη αποκλίσεων ωστόσο σύμφωνα με το άρθρο δεν μπορεί να εντοπιστεί αποκλειστικά στους παράγοντες που αναφέρονται. Αντίθετα απαιτείται μία πληρέστερη ανάλυση, η οποία μπορεί να καταδείξει και άλλους παράγοντες. Το αν επίσης οι αποκλίσεις αυτές αποτελούν ενδείξεις για την χρήση λάθος δεικτών ή μεταβλητών είναι επίσης δύσκολο να εκτιμηθεί σύμφωνα με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ανάλυση. Ως καθοριστικής σημασίας παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν την μεταβλητότητα των αποτελεσμάτων θα πρέπει να χαρακτηριστούν τόσο οι τριβές καθώς και περισσότερο θεωρητικά ζητήματα όπως ο ορίζοντας των επενδύσεων.

Η ανάλυση των στοιχείων από την βάση δεδομένων COMPUSTAT έδειξε παράλληλα τον ευμετάβλητο χαρακτήρα της αξίας μετοχών, η οποία είχε ανοδικές τάσεις όταν αυξάνονταν τα κέρδη μίας επιχείρησης και καθοδικές τάσεις όταν τα κέρδη σημείωναν επίσης πτωτική πορεία, κάτι το οποίο συσχετίζεται άμεσα και με το B/M.

### **3.15 Expected Returns and Volatility in 135 Countries**

**Claude B. Erb - Campbell R. Harvey - Tadas E. Viskanta (1996)**

Κεντρικός άξονας του άρθρου αυτού είναι η ανάπτυξη ενός απλού μοντέλου πρόβλεψης του κινδύνου, το οποίο θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για τον καθορισμό του ποσοστού της απόδοσης για τις επενδύσεις των αναδυόμενων χωρών. Τα ποσοστά των αποδόσεων κρίνονται από τους συγγραφείς του άρθρου ως κατάλληλα για τμηματοποιημένες αγορές, υπό την έννοια ότι το ίδιο έργο κινδύνου, κατά διαστήματα, μπορεί να λάβει μια διαφορετική αναμενόμενη απόδοση, ανάλογα με την έδρα της. Το μοντέλο στηρίζεται στη χρήση αξιολογήσεων πιστοληπτικής ικανότητας του Institutional Investment.

Στο πλαίσιο του άρθρου καθιερώνεται ένα σύστημα ποσοστού των αποδόσεων, το οποίο και αντιπροσωπεύει την αναμενόμενη απόδοση των επενδύσεων του μέσου κινδύνου στο εσωτερικό κάθε χώρας. Τα ποσοστά αυτά είναι προσανατολισμένα για μακροπρόθεσμες επενδυτικές κινήσεις. Παράλληλα μέσα από τον συνδυασμό του ποσοστού της απόδοσης με την αναμενόμενη μεταβλητότητα, στόχος είναι να αναπτυχθούν δύο μέτρα για την αποπληρωμή, τα οποία σύμφωνα με την υπάρχουσα βιβλιογραφία για το ζήτημα αυτό, σχετίζονται με το λεγόμενο hitting time. Ο χρόνος επίσης υπολογίζεται σε έτη τα οποία είναι απαραίτητα για να διπλασιαστεί η επένδυση με 90% πιθανότητα.

Σήμερα υπάρχει μία σειρά από διαφορετικούς τρόπους για να υπολογιστούν ο κίνδυνος και οι αναμενόμενες αποδόσεις. Ωστόσο το άρθρο επικεντρώνεται στην ανάλυση του συστηματικού κινδύνου, ο οποίος δεν διαφοροποιείται. Μία ιδιαίτερα απλή και γνωστή προσέγγιση στον συστηματικό κίνδυνο είναι το

μοντέλο για τα βήτα των Sharpe [1964], Lintner [1965] και Black [1972], δηλαδή το CAPM, το οποίο αρχικά εφαρμόστηκε σε αμερικανικά στοιχεία και επαληθεύτηκε σε μεγάλο βαθμό. Ωστόσο από την εφαρμογή του μοντέλου όχι πλέον στην εγχώρια αμερικανική αγορά, αλλά σε διεθνές περιβάλλον, τα δεδομένα είναι ελαφρώς διαφορετικά και ανάμεικτα. Οι πολύ πρώιμες μελέτες δυσκολεύτηκαν να απορρίψουν με ευκολία ένα μοντέλο το οποίο και έχει χρησιμοποιηθεί ευρύτατα για να συσχετίσει το μέσο κίνδυνο με την μέση απόδοση.

Ιδιαίτερη βαρύτητα δίνεται από τους συγγραφείς στον παράγοντα του hitting time. Ο παράγοντας αυτός διαφέρει από κράτος σε κράτος, και διαφοροποιείται σύμφωνα με τα ειδικά χαρακτηριστικά κάθε περίπτωσης. Το άρθρο παραθέτει το παράδειγμα του Αφγανιστάν όπου απαιτούνται τουλάχιστον δύο χρόνια για μία επένδυση ώστε να ξεκινήσει να αποδίδει σε ποσοστό 90%. Ο χρόνος αυτός ωστόσο ίσως να είναι πολύς για έναν επενδυτή, ο οποίος μπορεί να ανησυχεί για την πολιτική και οικονομική αστάθεια ενός αναπτυσσόμενου κράτους. Από την άλλη ωστόσο σύμφωνα με τα δεδομένα που παρουσιάζει το άρθρο και στις ΗΠΑ ο χρόνος για να ξεκινήσει η απόδοση μίας επένδυσης μπορεί να αγγίξει ακόμη και τα τέσσερα χρόνια.

Σύμφωνα με το άρθρο, στην παρούσα φάση, η σημασία των αναπτυσσόμενων κρατών είναι ιδιαίτερα αυξημένη, τουλάχιστον για την εποχή κατά την οποία και έχει εκπονηθεί η μελέτη αυτή. Τα κράτη του αναπτυσσόμενου κόσμου παράγουν το 20% περίπου του παγκόσμιου ΑΕΠ και κατέχουν περίπου το 85% του παγκόσμιου πληθυσμού αλλά μόλις το 9% των μετοχών παγκόσμιας κεφαλαιοποίησης. Σε αυτό το πλαίσιο οι συγγραφείς υποθέτουν πως οι αγορές των κρατών αυτών θα αναπτυχθούν περισσότερο στο μέλλον και προσπαθούν να παρουσιάσουν μία μέθοδο εκτίμησης της πορείας τους και των αναμενόμενων αποδόσεων. Όπως τονίζουν οι ερευνητές στο άρθρο αυτό, στις τμηματοποιημένες αγορές, δεν είναι κατάλληλη η χρήση των βήτα της χώρας, σε σχέση με το χαρτοφυλάκιο της παγκόσμιας αγοράς ως ένα εργαλείο μέτρησης του κινδύνου. Αυτό που υποστηρίζουν οι συγγραφείς είναι πως μία λανθασμένη χρήση και εφαρμογή αυτού του εργαλείου θα μπορούσε να προκαλέσει σημαντικά προβλήματα στην εκτίμηση του κινδύνου, καθώς θα μπορούσε να οδηγήσει σε υποτίμηση του κόστους του κεφαλαίου, ιδιαίτερα όταν πρόκειται για υψηλής τμηματοποίησης αγορές.

Η μέθοδος η οποία προτείνεται από τους συγγραφείς είναι ιδιαίτερα σημαντική για την πρόβλεψη των αναμενόμενων αποδόσεων και της μεταβλητότητας. Η μέθοδος όπως παρουσιάζεται είναι αρκετά απλή και προσιτή όσον αφορά τους υπολογισμούς των παραμέτρων, χωρίς να διεκδικούν οι συγγραφείς τον τίτλο για το βέλτιστο μοντέλο εκτίμησης αποδόσεων και μεταβλητότητας. Ακριβώς εξαιτίας της πολυπλοκότητας του ζητήματος δεν είναι εύκολο ωστόσο να εξακριβωθεί η ακρίβεια των αποτελεσμάτων της μεθόδου χωρίς να γίνει περαιτέρω έρευνα .

### 3.16 The Impact of the Return Interval on the Estimation of Systematic Risk

Timothy J. Brailsford - Thomas Josev (1997)

Σύμφωνα με το άρθρο αυτό, ο υπολογισμός του συστηματικού κινδύνου, δηλαδή του συντελεστή beta, είναι μία βασική προϋπόθεση για την εφαρμογή του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (CAPM), καθώς και μία βασική μέθοδος εργασίας τόσο για τους μελετητές όσο και όσους το χρησιμοποιούν ως εργαλείο εργασίας. Σήμερα, σύμφωνα με το άρθρο, διαφορετικά beta μπορούν να οδηγήσουν σε μία μετοχή η τιμή της οποίας να εξαρτάται από πολυάριθμους παράγοντες, όπως ο υπολογισμός των κερδών, η επιλογή του δείκτη αγοράς, της περιόδου καταγραφής της πορείας των μετοχών και κυρίως του μήκους της περιόδου αυτής.

Στην παρούσα μελέτη οι συγγραφείς ασχολούνται με έναν από αυτούς τους κρίσιμους παράγοντες, ο οποίος είναι το διάστημα για το οποίο τα κέρδη μετρούνται. Ο αντίκτυπος του διαστήματος επιστροφής στην εκτίμηση βήτα είναι γνωστό ως διάστημα αποτελέσματος (interval effect). Όπως υποστηρίζουν οι συγγραφείς υπάρχουν ελάχιστες αποδείξεις πως το διάστημα αποτελέσματος επηρεάζει και άλλες αγορές μετοχών πέρα από την αμερικανική. Για αυτό το σκοπό και η μελέτη αυτή ασχολείται με την αυστραλιανή αγορά μετοχών για να αποδειχθεί εάν τελικά το διάστημα αποτελέσματος επιδρά και σε άλλες αγορές.

Τα αρχικά αποτελέσματα σύμφωνα με τους συγγραφείς υποδεικνύουν πως οι εκτιμήσεις για τη διακύμανση των beta για υψηλής κεφαλαιοποίησης επιχειρήσεις τείνουν να μειώνονται όσο το διάστημα αποτελέσματος αυξάνει. Αντίθετα, οι εκτιμήσεις για τη διακύμανση των beta για χαμηλής κεφαλαιοποίησης επιχειρήσεις τείνουν να αυξάνονται όσο το διάστημα αποτελέσματος αυξάνει. Το άρθρο αυτό προσπαθεί να αναλύσει τις συνέπειες του παραπάνω φαινομένου, μέσα από την δοκιμή του μοντέλου που πρότεινε ο Hawawini στο άρθρο "Why beta shifts as the return interval changes" (Financial Analysts Journal 39, 1983). Η ουσία του μοντέλου του Hawawini είναι αρχικά να υπολογιστεί ένα beta για αποδόσεις οι οποίες θα μετρηθούν για ένα μικρό χρονικό διάστημα και στη συνέχεια να πραγματοποιηθούν μετατροπές στο μοντέλο οι οποίες θα βασιστούν στους σχετικούς συντελεστές πολλαπλής συσχέτισης μεταξύ των αποδόσεων για την ασφάλεια όπως και στις αναμενόμενες αποδόσεις του δείκτη της αγοράς. Το μοντέλο αυτό προσπαθεί να προβλέψει το μέγεθος και την κατεύθυνση των αλλαγών στις εκτιμήσεις για τα beta, ως το αποτέλεσμα από την πρόκληση αλλαγών στο διάστημα αποτελέσματος. Ωστόσο, τα εμπειρικά αποτελέσματα υποστηρίζουν τις προβλέψεις. Τα ευρήματα αυτά έχουν σημαντικές επιπτώσεις, όπως προκύπτει από το άρθρο, για την χρήση των εκτιμήσεων των beta, όταν πρόκειται για την εκτίμηση χαρτοφυλακίων και τη διαχείριση κινδύνου, τη μέτρηση των έκτακτων αποδόσεων και τη δοκιμή των μοντέλων αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων.

Σύμφωνα με τη μελέτη, μπορεί να υποστηριχθεί ότι ο πλήρης αντίκτυπος των πληροφοριών δεν αντικατοπτρίζεται πάντοτε στις τιμές όταν το διάστημα

αποτελέσματος, μετρίεται σε καθημερινή βάση λόγω καθυστερήσεων στην προσαρμογή των τιμών. Ωστόσο, καθώς το διάστημα αποτελέσματος αυξάνεται ο αντίκτυπος των καθυστερήσεων στην προσαρμογή των τιμών μειώνεται και οι τιμές ενσωματώνουν ένα μεγαλύτερο μέρος των σχετικών πληροφοριών. Από αυτό συνάγεται και το συμπέρασμα πως με αυτό τον τρόπο υπάρχει περιορισμένη μεροληψία κατά τη μέτρηση των βήτα όταν χρησιμοποιούνται μεγαλύτερα διαστήματα επιστροφής. Ως εκ τούτου, υποθετικά οι σειριακές συσχετίσεις στις αποδόσεις διαλύονται όταν το διάστημα αποτελέσματος επιμηκυνθεί.

Βασική διαπίστωση της μελέτης σχετικά με τις αρχικές υποθέσεις είναι πως σύμφωνα με την εμπειρική εφαρμογή των δεδομένων και του μοντέλου, το μέσο βήτα επιχειρήσεων χαμηλής κεφαλαιοποίησης τείνει να αυξάνεται και το μέσο βήτα επιχειρήσεων υψηλής κεφαλαιοποίησης τείνει να μειώνεται. Το στοιχείο αυτό είναι σύμφωνο με τα στοιχεία των ΗΠΑ για το θέμα αυτό. Η εμπειρική εφαρμογή του παραπάνω μοντέλου και τα στοιχεία που παρουσιάστηκαν σύμφωνα με τις δοκιμές των ερευνητών αποδείχθηκαν πως ήταν συνεπή με τα αξιώματα του μοντέλου. Το μοντέλο παρείχε έναν αποτελεσματικό μηχανισμό για την πρόβλεψη του μεγέθους και την κατεύθυνση της αλλαγής των βήτα, όπως οι αλλαγές στο διάστημα αποτελέσματος.

Συνεπώς τα εμπειρικά στοιχεία που προκύπτουν σύμφωνα με το άρθρο είναι ενθαρρυντικά για αυτές τις προβλέψεις. Το φαινόμενο που μελετήθηκε, κατά το οποίο οι εκτιμήσεις των βήτα αλλάζουν ανάλογα με τις μεταβολές του διαστήματος επιστροφής δείχνει να έχει σημαντικές επιπτώσεις για τα χαρτοφυλάκια όπως και για τη διαχείριση κινδύνων, για τη μέτρηση των έκτακτων αποδόσεων, για την αποτίμηση περιουσιακών στοιχείων, καθώς και για οποιαδήποτε εφαρμογή που στηρίζεται στη χρήση των βήτα για να καθορίσει αναμενόμενες αποδόσεις.

### **3.17 On the Conditional Relationship between Beta and Return in International Stock Returns Jonathan Fletcher (2000)**

Το παρόν άρθρο εξετάζει την σχέση μεταξύ του συντελεστή βήτα και της απόδοσης των διεθνών μετοχών για μία περίοδο από τον Ιανουάριο του 1970 έως και τον Ιούλιο του 1998, χρησιμοποιώντας το μοντέλο των Pettengill, Sundaram και Mathur/Pettengill et al. (1995). Σύμφωνα με το υπόδειγμα των Pettengill et al. (1995) είναι απαραίτητο να αναθεωρηθεί και να αναπροσαρμοστεί η στατιστική μεθοδολογία η οποία χρησιμοποιείται για να αξιολογηθεί η σχέση μεταξύ των βήτα και της απόδοσης, εξαιτίας του γεγονότος πως οι αποδόσεις που χρησιμοποιούνται στις δοκιμές είναι οι πραγματικές και όχι οι αναμενόμενες. Ανέπτυξαν για αυτό το σκοπό μία δεσμευμένη εξίσωση η οποία αναπαριστά τη σχέση απόδοσης και συντελεστή βήτα, η οποία εξαρτάται από το αν η πλεονάζουσα απόδοση του δείκτη της αγοράς θα είναι θετική ή αρνητική. Σύμφωνα με την θεωρία που ανέπτυξαν

εάν η πλεονάζουσα προσφορά είναι θετική, τότε θα πρέπει να υπάρχει μία θετική σχέση ανάμεσα στα βήτα και την απόδοση. Αντίθετα, σε περιόδους όπου η απόδοση της αγοράς είναι ελλειμματική τότε θα πρέπει να υπάρχει μία αρνητική σχέση ανάμεσα στα βήτα και την απόδοση.

Σύμφωνα με τους συγγραφείς του άρθρου υπάρχουν σημαντικά στοιχεία τα οποία υποστηρίζουν το μοντέλο που προτείνουν Pettengill et al. (1995). Σύμφωνα με τους συγγραφείς κατά τους μήνες όπου η αγορά έχει ανοδικές τάσεις, υπάρχει συνήθως μία θετική σχέση ανάμεσα στα βήτα και τις αποδόσεις. Αντίθετα, κατά τους μήνες όπου η αγορά παρουσιάζει πτωτικές τάσεις, τότε σε αυτή την περίπτωση υπάρχει μία αρνητική σχέση ανάμεσα σε αποδόσεις και βήτα.

Όπως έχουν αποδείξει και προγενέστερες έρευνες υφίσταται μία ευθεία και άμεση σχέση μεταξύ των βήτα και της απόδοσης. Σύμφωνα με τα δεδομένα του άρθρου όταν το δείγμα χωρίζεται σε δύο ομάδες, όπου στην πρώτη τοποθετήθηκαν οι μήνες κατά τους οποίους η αγορά ήταν ανοδική και το αντίστροφο, τότε η σχέση αυτή μπορεί εντοπιστεί και καταλήγουμε στα ίδια συμπεράσματα της προηγούμενης παραγράφου, που περιγράφουν και οι Pettengill et al. Τα δεδομένα τα οποία και παρουσιάζονται στο άρθρο γενικότερα τείνουν να υποστηρίζουν την ύπαρξη μίας δεσμευμένης σχέσης ανάμεσα στους συντελεστές βήτα και τις αποδόσεις. Εξίσου σημαντικό είναι πως η μελέτη αυτή αποδεικνύει τη χρησιμότητα των βήτα για τους διεθνείς επενδυτές. Ανάλογη είναι και η προσέγγιση των Grundy και Malkiel (1996), οι οποίοι υποστηρίζουν πως οι επενδυτές συνήθως απαιτούν την ύπαρξη ενός μέτρου της επικινδυνότητας το οποίο και να μπορεί να μετρά ουσιαστικά την έκθεση μία επένδυσης, σε περίπτωση αποτυχίας της αγοράς. Τα δεδομένα που προκύπτουν από τις δοκιμές των ερευνητών υποστηρίζουν τη θέση ότι χώρες με υψηλό βήτα, δηλαδή χώρες με υψηλό μέγεθος κινδύνου ενός περιουσιακού στοιχείου, έχουν χαμηλότερες αποδόσεις κατά μέσο όρο, σε περιόδους όπου η αγορά κινείται πτωτικά.

Τα αποτελέσματα των δοκιμών που έγιναν από τους συγγραφείς του άρθρου αποδείχθηκαν συνεπή με τις προηγούμενες έρευνες και οδήγησαν στο συμπέρασμα πως δεν υπάρχουν ενδείξεις θετικής σχέσης μεταξύ του συντελεστή βήτα και της απόδοσης. Ωστόσο, όταν τα αποτελέσματα εκτιμούνται σύμφωνα με την υπό όρους σχέση συντελεστών βήτα και απόδοσης, φαίνεται να υπάρχει υποστήριξη για την ορθότητα του μοντέλου.

Το άρθρο αυτό τελικά καταλήγει πως υπάρχει μία μη αμελητέα θετική σχέση ανάμεσα στους μήνες όπου η αγορά είναι ανοδική και στους μήνες όπου η αγορά είναι καθοδική. Επιπλέον, η σχέση αυτή φαίνεται πως είναι συμμετρική και υπάρχει μια θετική μέση υπερβάλλουσα απόδοση στον παγκόσμιο δείκτη, κάτι το οποίο συμφωνεί και με τα ευρήματα των Pettengill et al (1995).

### 3.18 The conditional relationship between beta and returns: recent evidence from international stock markets

Gordon Y.N. Tang - Wai C. Shum (2003)

Βασικό αντικείμενο ανάλυσης του άρθρου αυτού είναι το CAPM και η υπό όρους σχέση ανάμεσα στους συντελεστές βήτα και τις αποδόσεις. Σύμφωνα με το CAPM η αναμενόμενη απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου αποτελεί την θετική λειτουργία τριών παραγόντων: των βήτα, του επιτοκίου αγοράς χωρίς κίνδυνο και της αναμενόμενης απόδοσης της αγοράς.

Το CAPM εστιάζει κυρίως στο να ερευνηθεί εάν οι αποδόσεις συνδέονται στατικά και με θετικό τρόπο με το συντελεστή βήτα. Καθώς στην πραγματικότητα μόνο οι πραγματοποιηθείσες αποδόσεις είναι διαθέσιμες και γνωστές, οι μέσες πραγματοποιηθείσες αποδόσεις χρησιμοποιούνται για να προσεγγιστούν οι αναμενόμενες αποδόσεις. Εμπειρικές δοκιμές που έγιναν κατά τη δεκαετία του 1970 υποστήριξαν την εγκυρότητα του CAPM. Ωστόσο μεταγενέστερες εμπειρικές δοκιμές όπως των Fama και French (1992 και 1996), Jegadeesh (1992), δείχνουν ότι οι συντελεστές βήτα δεν σχετίζονται στατιστικά με τις αποδόσεις και για αυτό το λόγο πολλοί επενδυτές υποστηρίζουν τη θέση πως η θεωρία περί συντελεστών βήτα πρέπει να περάσει στο περιθώριο και πως τα βήτα αποτελούν ένα εργαλείο το οποίο έχει ολοκληρώσει τον κύκλο του.

Ωστόσο έχουν διατυπωθεί και άλλες θέσεις οι οποίες υποστηρίζουν τη χρησιμότητα των συντελεστών βήτα. Ανάμεσα σε αυτές είναι και η θέση του Isakov (1999) ο οποίος υποστηρίζει πως η μεθοδολογία η οποία χρησιμοποιείται για να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι τα βήτα δεν αποτελούν αποτελεσματικό εργαλείο, δεν αφήνει την ίδια στιγμή το απαραίτητο περιθώριο για να αποδειχθεί ο ρόλος τους. Οι λόγοι για τους οποίους γίνεται αυτό είναι ότι το υπόδειγμα που χρησιμοποιείται εκφράζεται σε όρους αναμενόμενων αποδόσεων, ενώ οι δοκιμές μπορούν να γίνουν μόνο με πραγματοποιηθείσες αποδόσεις. Επίσης οι πραγματοποιηθείσες υπερβάλλουσες αποδόσεις της αγοράς δεν συμπεριφέρονται πάντοτε όπως αναμένουν οι ερευνητές και οι επενδυτές.

Πιο πρόσφατες μελέτες (Pettengill, Sundaram, & Mathur, 1995 για την αμερικανική αγορά και Isakov, 1999 για την ενετική αγορά) πρότειναν μία εναλλακτική προσέγγιση για την εκτίμηση των βήτα ως ένα μέτρο εκτίμησης του κινδύνου. Η εναλλακτική αυτή προσέγγιση υποστηρίζει πως όταν οι πραγματοποιηθείσες αποδόσεις της αγοράς υπερβούν το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο της αγοράς, τότε τα βήτα και οι πραγματοποιηθείσες αποδόσεις θα πρέπει να χαρακτηρίζονται από μία θετική σχέση. Παρομοίως όταν οι πραγματοποιηθείσες αποδόσεις της αγοράς είναι αρνητικές τότε τα βήτα και οι πραγματοποιηθείσες αποδόσεις θα πρέπει να χαρακτηρίζονται από μία αρνητική σχέση. Το άρθρο αυτό μέσα από το πρακτικό κομμάτι των δοκιμών επεκτείνει αυτή την προσέγγιση και την εφαρμόζει σε 13 μετοχές της διεθνούς αγοράς.



Σύμφωνα με τα συμπεράσματα των ερευνητών τα βήτα εξακολουθούν να παραμένουν ένας βασικός τρόπος μέτρησης του κινδύνου και συνδέονται άμεσα με τις πραγματοποιήσεις αποδόσεις τόσο σε ανοδικές όσο και σε καθοδικές αγορές. Ειδικότερα αυτό που οι συγγραφείς θέλουν να τονίσουν είναι πως τα βήτα αποτελούν επίσης ένα χρήσιμο εργαλείο για τους επενδυτές που θέλουν να πετύχουν μία βέλτιστη απόφαση.

Η δοκιμή του μοντέλου που γίνεται στο πλαίσιο του άρθρου εξετάζει την σχέση αυτή για 13 διεθνείς μετοχές, για την περίοδο 1991-2000. Βασικό εύρημα του άρθρου είναι όπως είδαμε ότι υπάρχει μία θετική σχέση με τις ανοδικές αγορές και μία αρνητική σχέση με τις καθοδικές αγορές όσον αφορά τις αποδόσεις. Τα αποτελέσματα των δοκιμών δεν αλλάζουν αν αλλάξει ο δείκτης, δηλαδή παραμένουν αναλλοίωτα είτε χρησιμοποιηθεί ο δείκτης MSCI είτε ένας άλλος σταθμισμένος δείκτης για να προσεγγιστούν οι αποδόσεις της διεθνούς αγοράς. Τα αποτελέσματα των δοκιμών επίσης ευσταθούν είτε πρόκειται για μηνιαίες είτε για εβδομαδιαίες αποδόσεις.

Σε αντίθεση με προγενέστερες μελέτες δεν προέκυψε στο πλαίσιο της δοκιμής ούτε το φαινόμενο του Ιανουαρίου ανάμεσα στα βήτα και τις αποδόσεις. Επίσης από τις δοκιμές προέκυψε και μία σημαντική θετική σχέση ανάμεσα στην απόδοση και στον κίνδυνο στην περίπτωση ανοδικών αγορών και μία αρνητική σχέση σε καθοδικές αγορές, οι οποίες παραμένουν σταθερές για όλους τους μήνες κάθε έτους. Σύμφωνα με το άρθρο επίσης τόσο οι μηνιαίες όσο και οι εβδομαδιαίες υπερβάλλουσες αποδόσεις είναι κατά μέσο όρο θετικές. Ωστόσο αποδεικνύεται επίσης πως η συμμετρία της σχέσης κινδύνου αποδόσεων σε ανοδικές και καθοδικές αγορές είναι αδύναμη, κάτι το οποίο συμφωνεί και με ευρήματα προηγούμενων ερευνών σχετικά με το CAPM.

### **3.19 Estimating and Testing Beta Pricing Models: Alternative Methods and their Performance in Simulations**

**Jay Shanken - Guofu Zhou (2007)**

Όπως αναφέρουν οι συγγραφείς, η εξήγηση των διαστρωματικών διαφορών στις αναμενόμενες αποδόσεις περιουσιακών στοιχείων αποτελεί μία από τις σύγχρονες προκλήσεις για τα χρηματοοικονομικά. Στο πλαίσιο αυτό αναπτύχθηκαν διάφορα θεωρητικά μοντέλα όπως τα CAPM των Sharpe (1964), Lintner (1965), και Black (1972), όπως και το μοντέλο των Merton (1973), Breeden (1979), and Rubinstein (1976), τα οποία και υπονοούν πως τα αναμενόμενα κέρδη θα πρέπει να είναι σε γραμμική συνάρτηση με τους συντελεστές βήτα.

Στη μελέτη της χρηματοοικονομικής υπάρχουν αρκετές έρευνες οι οποίες εξετάζουν τη γραμμικότητα που παρουσιάζουν οι σχέσεις εκτίμησης των περιουσιακών στοιχείων. Μία από τις πιο διαδεδομένες μεθοδολογίες είναι η παλινδρόμηση των Fama-MacBeth η οποία δεν χρησιμοποιείται μόνο στην αποτίμηση περιουσιακών στοιχείων. Παρά την ευρεία εφαρμογή της μεθόδου αυτής, η μεθοδολογία που ακολουθείται δεν έχει αναπτυχθεί ιδιαίτερα.

Η μέθοδος εκτίμησης των Fama-MacBeth έχει χρησιμοποιηθεί επανειλημμένα σε δοκιμές μοντέλων αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων καθώς και για την ανάλυση της διατομής των αναμενόμενων αποδόσεων. Ωστόσο η ανάλυση που υπάρχει σχετικά με τα πεπερασμένα όρια της κατανομής της καθώς και με την αποτελεσματικότητά της όσον αφορά την αποτίμηση είναι σχετικά περιορισμένη. Στο πλαίσιο του άρθρου αυτού οι συγγραφείς παρέχουν αναλυτικά αποτελέσματα τα οποία απλοποιούν σημαντικά τους υπολογισμούς των διάφορων εναλλακτικών εκτιμητών και εξερευνούν τις ιδιότητες τους, μαζί με εκείνες της διαδικασίας των Fama-MacBeth με εκτενείς προσομοιώσεις.

Το άρθρο επίσης αναλύει και τις ομοιότητες μεταξύ της μεθόδου GMM και του εκτιμητή ML. Ο εκτιμητής ML προτάθηκε αρχικά από τον Gibbons (1982) ως λύση στο πρόβλημα των σφαλμάτων στις μεταβλητές που περιλαμβάνονται στην εκτίμηση two-pass. Η πρόσφατη ανάλυση των Chen και Kan (2004) αποκάλυψε την αναλυτική βάση για την ακανόνιστη συμπεριφορά του εκτιμητή ML. Ειδικότερα, αποκάλυψαν πως ο μέσος του εκτιμητή δεν υφίσταται. Με αυτό το δεδομένο το άρθρο προσπαθεί να διερευνήσει τα όρια του εκτιμητή υπό αυτό τον περιορισμό, κάτι το οποίο οδηγεί στην στροφή της ανάλυσης προς της χρήση της μεθόδου GLS. Από αυτές τις δοκιμές προκύπτει πως για δείγματα τα οποία καλύπτουν περιόδους μεγαλύτερες από τριάντα έτη, τότε οι εκτιμητές ML είναι αμερόληπτοι σε κάθε προσομοίωση. Αυτό αληθεύει όχι μόνο για τις προσομοιώσεις του CAPM αλλά και για τις προσομοιώσεις του Fama-French (1993). Η ακρίβεια του εκτιμητή ML είναι συνήθως παρόμοια ή ελαφρά μικρότερη από αυτή του GLS, και μαζί αν συνδυαστούν είναι περισσότερο ακριβείς από τις προσομοιώσεις OLS ή WLS στο πλαίσιο του CAPM. Ωστόσο όπως τονίζουν οι συγγραφείς τα OLS και WLS τείνουν να είναι λιγότερο αμερόληπτοι από το GLS. Οι διαφορές αυτές στην απόδοση των εκτιμητών είναι λιγότερο σημαντικές όταν πρόκειται για ασφάλιστρα χαμηλής αξίας. Όταν αξιολογούνται οι πραγματικές παράμετροι και η πραγματική τους αξία, τότε τα μέσα ασυμπτωτικά τυπικά σφάλματα για τους εκτιμητές είναι συχνά μεγαλύτερα από τα RMSE. Ωστόσο τα τυπικά σφάλματα σπάνια μειώνονται όταν χρησιμοποιούνται παραμετρικές εκτιμήσεις.

Η συμπεριφορά του τυπικού σφάλματος σε αυτές τις περιπτώσεις δεν έχει αναλυθεί σε βάθος. Σε αυτή την περίπτωση ο εκτιμητής ML δεν λειτουργεί ικανοποιητικά, ξεπερνώντας τις αρχικές εκτιμήσεις ακριβείας ή και οδηγώντας στην απόρριψη μηδενικών υποθέσεων, ιδιαίτερα όταν γίνεται χρήση μεγάλων διαστημάτων. Ενώ οι εκτιμητές γενικά είναι λιγότερο ακριβείς, όταν συνδυάζονται με μοντέλα όπως τα OLS/WLS είναι σύμφωνα με τους συγγραφείς αρκετά αξιόπιστοι.

Στο πλαίσιο της σύγκρισης των διαφορετικών μοντέλων και μεθόδων εκτίμησης προέκυψαν αρκετές κανονικότητες, όπως και διαφορετικά μοτίβα τα οποία μεταβάλλονται ανάλογα με την παρεμβολή διαφορετικών παραγόντων και χαρτοφυλακίων. Ως εκ τούτου, οι συγγραφείς τονίζουν την αναγκαιότητα να υπάρξει περαιτέρω ανάλυση σε μια σειρά από διαφορετικά σενάρια τα οποία μπορεί να οδηγήσουν. Δεδομένου ότι δεν έχει καθιερωθεί μία ενιαία διαδικασία αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων τότε προτείνεται από τους

συγγραφείς να αναλυθούν και να διερευνηθούν περισσότερο τα αποτελέσματα από τις δοκιμές και οι επιπτώσεις τους. Όπως αποδείχθηκε επίσης από τη σύγκριση των OLS και GLS και τα αποτελέσματα που προέκυψαν μπορούν να χρησιμεύσουν ως μία βάση για την επίσημη δοκιμή των προδιαγραφών του μοντέλου Fama-French.

### **3.20 Learning about Beta: Time-varying Factor Loadings, Expected Returns and the Conditional CAPM**

**Tobias Adrian - Francesco Franzoni (2009)**

Στα πλαίσια του άρθρου αυτού, οι συγγραφείς έχουν τροποποιήσει το παραδοσιακό Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (CAPM) για να καταστεί δυνατό να ενσωματωθούν σε αυτό οι μακροπρόθεσμα μη παρατηρήσιμες αλλαγές στους συντελεστές συστηματικού κινδύνου. Σε αυτό το περιβάλλον, οι ορθολογικοί επενδυτές συνηθίζουν το μακροχρόνιο επίπεδο του παράγοντα ανεξάρτητα από την παρατήρηση των πραγματοποιημένων αποδόσεων. Μία συνέπεια αυτής της υπόθεσης είναι χρησιμοποιούν στο μοντέλο υποθετικούς συντελεστές βήτα, χρησιμοποιώντας το φίλτρο Kalman. Επειδή το μοντέλο με το φίλτρο Kalman επικεντρώνεται στη χαμηλής συχνότητας μεταβολή των συντελεστών βήτα, η προσέγγιση των συγγραφέων παρακάμπτει οποιεσδήποτε πρόσφατες επικρίσεις του CAPM. Ειδικότερα, όταν το μοντέλο χρησιμοποιήθηκε σε χαρτοφυλάκια τα οποία ταξινομήθηκαν με βάση το μέγεθος και το δείκτη book - to - market (B/M), το υποθετικό μοντέλο CAPM πέρασε τις προδιαγραφές των τεστ.

Στόχος των συγγραφέων είναι να διερευνήσουν τις επιπτώσεις των αλλαγών στις επιβαρύνσεις των παραγόντων για τις δοκιμές των υποθετικών μοντέλων. Οι συγγραφείς αναμένουν πως το αποτέλεσμα των δοκιμών τους, θα είναι εξαιρετικά σημαντικό για τα περιουσιακά στοιχεία που έχουν επιδείξει σημαντικές αυξομειώσεις στους συντελεστές βήτα, όπως χαρτοφυλάκια τα οποία ταξινομούνται ανάλογα με το μέγεθος και το B/M. Ως εκ τούτου το επίπεδο των beta και την σημασία που αυτό έχει μακροπρόθεσμα μέσα από την μελέτη της πορείας των πραγματοποιηθέντων αποδόσεων. Μέσα από ένα τυποποιημένο μοντέλο, στο πλαίσιο του οποίου το υποθετικό CAPM επιβεβαιώνεται και ευσταθεί, οι συγγραφείς θέτουν την άποψη πως η επιβάρυνση του ρίσκου καθορίζει τις αναμενόμενες αποδόσεις, είναι ουσιαστικά προσδοκία σχετικά με την εξέλιξη των beta μέσα από την διαδικασία εκμάθησης και μελέτης της πορείας τους. Μοντελοποιούν αυτή την προσδοκία μέσα από την εφαρμογή ενός φίλτρου Kalman στο οποίο και οι επιβαρύνσεις των παραγόντων αντιμετωπίζονται ως μία λανθάνουσα μεταβλητή, ενώ σύμφωνα με τους συγγραφείς οι μεταβλητές beta πρέπει να υπολογίζονται σύμφωνα με την εμπειρική τους εφαρμογή. Σχετική με αυτό το επιχείρημα είναι και η απόφαση να χρησιμοποιηθούν beta τα οποία φιλτράρονται με φίλτρα Kalman. Στο πλαίσιο της έρευνας αυτής χρησιμοποιούνται για να εξηγήσουν τις αποδόσεις 25 χαρτοφυλακίων τα οποία ταξινομούνται με βάση το μέγεθος και το B/M.

Τα πρώτα αποτελέσματα της έρευνας αφορούν το CAPM χωρίς όμως να έχουν περιληφθεί δεσμευμένες μεταβλητές. Όταν χρησιμοποιείται ένα μέτρο στρεβλής τιμολόγησης, δανεισμένο από τους Campbell και Vuolteenaho (2004), η συνολική συνεισφορά της εμπειρικής εφαρμογής είναι η μείωση των στρεβλώσεων κατά 45%. Παράλληλα έκριναν πως όταν η συχνότητα των βήτα κινείται σε χαμηλά επίπεδα επηρεάζεται άμεσα η παραπάνω διαδικασία.

Τα συμπεράσματα των επενδυτών σχετικά με τα βήμα σε μακροχρόνιο επίπεδο είναι πως αυτά μπορούν να προκαλέσουν μια σημαντική διαφορά μεταξύ του *ex ante* αναμενόμενου κίνδυνου και των *ex post* εκτιμήσεων από την τυπική παλινδρόμηση OLS. Ο μηχανισμός αυτός έχει ιδιαίτερη σημασία για χαρτοφυλάκια αξίας αλλά και για χαμηλής αξίας μετοχές, τα οποία έχουν αντιμετωπίσει μακροπρόθεσμα σημαντική μεταβλητότητα. Σύμφωνα με τους μελετητές, η απόκλιση μεταξύ των προσδοκιών των επενδυτών και των εκτιμήσεων που προκύπτουν από την OLS παλινδρόμηση φαίνεται πως μπορεί να ευθύνεται για ένα μεγάλο ποσοστό των περιβλημάτων που προκύπτουν σε επίπεδο προσδοκιών και σε επίπεδο πραγματικότητας. Η κακή εκτίμηση συνεπώς των προσδοκιών σε σχέση με τα βήτα και ως εκ τούτου, της ισορροπίας των αναμενόμενων αποδόσεων μπορεί να είναι η πηγή του προβλήματος της λάθος εκτίμησης.

Η δεύτερη σειρά αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις δοκιμές στο μοντέλο CAPM του άρθρου έχει να κάνει με τη χρήση δεσμευμένων μεταβλητών. Επιβεβαιώθηκαν επίσης στο πλαίσιο των δοκιμών τα αποτελέσματα των Lewellen και Nagel (2006), οι οποίοι και διαπίστωσαν ότι οι δεσμευμένες μεταβλητές δεν μπορούν μεμονωμένα μέσα από τη χρήση τους να βελτιώσουν την απόδοση του CAPM. Με την εισαγωγή της μάθησης ωστόσο στο CAPM, το υπόδειγμα δεν είναι πλέον απορριπτέο και τα συνολικά λάθη στην εκτίμηση μειώνονται σημαντικά, σε αντίθεση με τα αποτελέσματα που έδωσε το κλασικό CAPM.

### **3.21 Testing Capital Asset Pricing Model: Empirical Evidences from Indian Equity Market**

**Kapil Choudhary - Sakshi Choudhary (2010)**

Το άρθρο αυτό εξετάζει την εφαρμογή του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (CAPM) στην ινδική αγορά χρεογράφων. Χρησιμοποιεί τις μηνιαίες αποδόσεις 278 επιχειρήσεων του δείκτη BSE 500, οι οποίες και είναι εισηγμένες στο χρηματιστήριο της Βομβάης για την περίοδο Ιανουαρίου 1996-Δεκέμβριου 2009.

Δεδομένης της σημασίας που έχουν οι κεφαλαιαγορές για την ανάπτυξη της παγκόσμιας και της εθνικής οικονομίας ο τρόπος με τον οποίο οι τιμές των τίτλων διαμορφώνονται έχει γίνει ένα βασικό θέμα έρευνας και έχει προσελκύσει την προσοχή των ερευνητών για μεγάλο χρονικό διάστημα. Η σχέση κινδύνου-απόδοσης έχει κεντρικό ρόλο όσον αφορά τη διαμόρφωση των τιμών των τίτλων και επηρεάζει σημαντικά τον τρόπο με τον οποίο

λαμβάνουν τις αποφάσεις τους οι επενδυτές. Το Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (CAPM) του Sharpe (1964) , Lintner (1965) και Mossin (1968) σηματοδότησε τη γέννηση της θεωρίας αποτίμησης των περιουσιακών στοιχείων. Κατά την ανάπτυξη του μοντέλου τιμολόγησης περιουσιακών στοιχείων υποτίθεται ότι όλοι οι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο, επιλέγουν χαρτοφυλάκια αποκλειστικά και μόνο με βάση την μέση τιμή και τη διασπορά, δεν υπάρχουν φόροι και άλλα κόστη συναλλαγών, όλοι οι επενδυτές έχουν ομοιογενείς απόψεις σχετικά με τις παραμέτρους της από κοινού κατανομής πιθανότητας και όλοι οι επενδυτές μπορούν να δανειστούν και να δανείσουν σε ένα δεδομένο ακίνδυνο επιτόκιο. Το κύριο αποτέλεσμα του μοντέλου είναι η διαμόρφωση μίας δήλωσης για τη σχέση μεταξύ των αναμενόμενων ασφάλιστρων κινδύνου για μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία και το συστηματικό τους κίνδυνο. Σύμφωνα με τη σχέση αυτή η αναμενόμενη απόδοση κάθε περιουσιακού στοιχείου είναι ευθέως ανάλογη με τον συστηματικό κίνδυνο. Αν η σχέση αυτή αποδειχθεί εμπειρικά τότε θα έχει σημαντικές επιπτώσεις για την αξιολόγηση επενδύσεων, την επιλογή χαρτοφυλακίων, καθώς και για άλλα οικονομικά προβλήματα που απαιτούν τη γνώση της σχέσης μεταξύ κινδύνου και απόδοσης. Σήμερα το CAPM εξακολουθεί να χρησιμοποιείται ευρέως σε εφαρμογές, όπως η εκτίμηση του κόστους του κεφαλαίου για τις επιχειρήσεις και την αξιολόγηση της απόδοσης και της διαχείρισης χαρτοφυλακίων.

Το άρθρο αυτό εξετάζει κατά πόσο μία υψηλότερου/χαμηλότερου κινδύνου μετοχή οδηγεί σε υψηλότερη/χαμηλότερη αναμενόμενη απόδοση, κατά πόσον η αναμενόμενη απόδοση συνδέεται γραμμικά με τα βήτα και το συστηματικό κίνδυνος καθώς και κατά πόσο ο μη-συστημικός κίνδυνος επηρεάζει σημαντικά τις αποδόσεις των χαρτοφυλακίων. Τα ευρήματα αυτής της μελέτης ωστόσο δεν επαλήθευσαν τα βασικά αποτελέσματα της θεωρίας ότι ο υψηλότερος κίνδυνος (beta) συνδέεται με υψηλότερα επίπεδα αποδόσεων. Το μοντέλο δεν εξηγεί τις υπερβάλλουσες αποδόσεις και επομένως δεν ενισχύει την γραμμική δομή της εξίσωσης CAPM. Ειδικότερα η πρόβλεψη της θεωρίας σχετικά με το σημείο τομής είναι ότι θα πρέπει να ισούται με το μηδέν και η κλίση θα πρέπει να είναι ίση με τις υπερβάλλουσες αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Ωστόσο σύμφωνα με τους συγγραφείς τα αποτελέσματα της μελέτης αναιρέσαν τις παραπάνω υποθέσεις και προσέφεραν ουσιαστικά στοιχεία ενάντια στο CAPM. Οι δοκιμές που διενεργήθηκαν για να εξεταστεί η γραμμικότητα ή μη της σχέσης μεταξύ της απόδοσης και των συντελεστών βήτα ενίσχυσαν την υπόθεση ότι η αναμενόμενη απόδοση-βήτα είναι γραμμική. Επιπλέον, η μελέτη εξέτασε εάν το CAPM συλλαμβάνει επαρκώς όλους τους καθοριστικούς παράγοντες των αποδόσεων, συμπεριλαμβανομένης της υπολειμματικής διακύμανσης των αποθεμάτων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζουν ότι ο εναπομένον κίνδυνος δεν έχει καμία επίδραση στις προσδοκώμενες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων. Οι δοκιμές που διενεργήθηκαν στο πλαίσιο του άρθρου είχαν στόχο να εξετάσουν αν υπάρχει μη γραμμική σχέση ανάμεσα στην απόδοση και τους συντελεστές βήτα. Τα αποτελέσματα των δοκιμών ενίσχυσαν τελικά την υπόθεση πως η αναμενόμενη σχέση απόδοσης – βήτα είναι γραμμική. Η μελέτη εξέτασε επίσης εάν το CAPM λαμβάνει υπόψη του επαρκώς όλους τους καθοριστικούς παράγοντες οι οποίοι μπορούν να επηρεάσουν τις αποδόσεις, συμπεριλαμβανομένης και της υπολειμματικής διακύμανσης

αποθεμάτων. Τα αποτελέσματα έδειξαν σε αυτή την περίπτωση ότι ο υπολειπόμενος κίνδυνος δεν έχει καμία επίδραση στις προσδοκώμενες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων.

Η εισαγωγή του τετράγωνου του βήτα για τη δοκιμή της γραμμικότητας στη σχέση μεταξύ αποδόσεων και βήτα, δείχνει πως τα ευρήματα συμφωνούν με τις αρχικές υποθέσεις της μελέτης και η αναμενόμενη σχέση μεταξύ απόδοσης και βήτα είναι γραμμική. Επιπλέον, σύμφωνα με τις δοκιμές που διενεργήθηκαν για να διερευνηθεί εάν το CAPM ενσωματώνει όλες τις απαραίτητες πραγματικές μεταβλητές, με την ενσωμάτωση της διακύμανσης των καταλοίπων των μετοχών, αποδείχθηκε πως ο υπολειπόμενος κίνδυνος δεν έχει καμία επίδραση στις αναμενόμενες αποδόσεις. Τα αποτελέσματα των δοκιμών τα οποία διεξήχθησαν σε δείγματα μετοχών για την περίοδο Ιανουάριος του 2006 - Δεκέμβριος του 2009 δεν φαίνεται να απορρίπτουν απόλυτα το CAPM. Στο πλαίσιο αυτών των ευρημάτων σύμφωνα με τους συγγραφείς του άρθρου πρέπει να σημειωθεί πως οι συντελεστές βήτα δεν αποτελούν ένα επαρκές μέσο για να υπολογιστούν οι αναμενόμενες αποδόσεις αξιόγραφων και χαρτοφυλακίων. Τα εμπειρικά δεδομένα που παρατίθενται σε αυτό το άρθρο αναμένεται σύμφωνα με τους συγγραφείς να είναι αξιοποιήσιμα σε χρηματιστές και χρηματοοικονομικούς αναλυτές, οι οποίοι ασχολούνται με την ινδική χρηματιστηριακή αγορά. Ωστόσο αυτό που επισημαίνουν οι συγγραφείς είναι πως απαιτείται περισσότερη έρευνα σχετικά με τους διάφορους συνδυασμούς των παραγόντων της αγοράς, τους μακροοικονομικούς παράγοντες και άλλους ειδικούς παράγοντες οι οποίοι επιδρούν στις επιχειρήσεις για να κατανοηθεί καλύτερα το CAPM και η επίδρασή του.

### 3.22 Συνοπτική Παρουσίαση Μελετών

Στοιχεία Άρθρου	Σκοπός	Δεδομένα-Μεθοδολογία	Αποτελέσματα
Sharpe W. 1964	Το άρθρο αναφέρεται σε ένα υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων το οποίο μπορεί χρησιμοποιηθεί για να προβλέψει την συμπεριφορά της αγοράς, με τον κίνδυνο ως έναν θεμελιώδη παράγοντα ανάλυσης.	Ο συγγραφέας απεικονίζει σε ένα γράφημα πως ο κίνδυνος τον οποίο οι επενδυτές είναι πρόθυμοι να αναλάβουν μπορεί να επηρεάσει την αναμενόμενη απόδοση. Έτσι κατά τη διαχείριση ενός χαρτοφυλακίου, οι επενδυτές είναι πολύ πιθανό να επιλέξουν επενδύσεις με βάση την αναμενόμενη απόδοση, με στόχο να αυξήσουν τον προσωπικό τους πλούτο μέσα από τη χρήση της τυπικής απόκλισης.	Οι επενδυτές τείνουν να συμβιβαστούν με ένα μέτριο ποσοστό απόδοσης με επενδύσεις μικρού κινδύνου.

<p><b>Lintner J. 1965</b></p>	<p>Το άρθρο εξετάζει τις επιπτώσεις του κινδύνου και της αβεβαιότητας στις τιμές των περιουσιακών στοιχείων, όταν οι λήπτες των επενδυτικών αποφάσεων λειτουργούν ορθολογικά στον τρόπο με τον οποίο επιλέγουν τα χαρτοφυλάκιά τους όπως και στον τρόπο επιλογής έργων που περιλαμβάνονται στους εταιρικούς προϋπολογισμούς κεφαλαίων.</p>	<p>Το θεώρημα Διαχωρισμού του Τόμπιν για να υπολογιστεί ο κίνδυνος των περιουσιακών στοιχείων τα οποία και περιλαμβάνονται σε ένα χαρτοφυλάκιο που αποστρέφεται τον κίνδυνο. Παράλληλα κατηγοριοποιούνται οι διάφοροι συνδυασμοί χαρτοφυλακίων σύμφωνα με το αναμενόμενο επίπεδο αποδόσεων, με βάση δεδομένα όπως η τυπική απόκλιση, η συνδιακύμανση, ή και η διακύμανση, οι οποίες υπό την προϋπόθεση ότι όλα τα άλλα παραμένουν σταθερά θα οδηγήσουν στην ίδια απόφαση για την διατήρηση ή την πώληση μίας μετοχής.</p>	<p>Εξαιρετικά σημαντικός είναι ο ρόλος του παράγοντα της αβεβαιότητας και η επίδρασή του στους επενδυτές, ιδιαίτερα όταν πρόκειται για σοβαρές αποφάσεις. Ωστόσο όπως διαφαίνεται για να μπορέσουν να ερμηνεύσουν αποτελεσματικά πραγματικά δεδομένα χρειάζεται να γίνουν αρκετές μετατροπές και να υιοθετηθούν περισσότερο πολύπλοκες φόρμουλες.</p>
<p><b>Black F., Jensen M., Scholes M. 1972</b></p>	<p>Ο κύριος σκοπός των μελετητών είναι να παρουσιάσουν κάποιες επιπλέον δοκιμές αυτού του υποδείγματος αποτίμησης των περιουσιακών στοιχείων, οι οποίες όμως αποφεύγουν ορισμένα από τα προβλήματα των προηγούμενων μελετών αλλά μπορούν να συνεισφέρουν επιπλέον γνώσεις σχετικά με τη φύση της δομής των αποδόσεων χρεογράφων.</p>	<p>Για να δοκιμάσουν το παραδοσιακό υπόδειγμα μοντέλο, στο άρθρο χρησιμοποιήθηκαν όλα τα αξιόγραφα τα οποία ήταν εισηγμένα στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης, στο διάστημα μεταξύ 1926 και 1966.</p>	<p>Η αναμενόμενη υπερβάλλουσα απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου δεν είναι αυστηρά ανάλογη με το βήτα του. Η θέση των ερευνητών είναι πως αυτά τα στοιχεία, σε συνδυασμό με εκείνα που παρουσιάζονται στο τέταρτο τμήμα του άρθρου είναι αρκετά ισχυρά για να αιτιολογήσουν την απόρριψη της παραδοσιακής μορφής του υποδείγματος.</p>
	<p>Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να εξετάσει τόσο θεωρητικά όσο και εμπειρικά, σε</p>	<p>Το δεύτερο τμήμα εκτιμά διάφορους τύπους της σχέσης κινδύνου-απόδοσης που συνάγεται από τις μετοχές στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης για τρεις</p>	<p>Οι ερευνητές ωστόσο καταλήγουν πως παρά το γεγονός ότι</p>

<p><b>Blume M., Friend I. 1973</b></p>	<p>μεγαλύτερο βάθος από ό, τι έγινε στο παρελθόν τους λόγους για τους οποίους η θεωρία της γραμμής αγοράς δεν εξηγεί επαρκώς τις διαφοροποιήσεις στις αποδόσεις των χρηματοοικονομικών περιουσιακών στοιχείων.</p>	<p>διαφορετικές περιόδους μετά τον Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο και δείχνει ότι τα εμπειρικά αποτελέσματα οδηγούν σε σοβαρές αμφιβολίες σχετικά με την εγκυρότητα της θεωρίας της γραμμής αγοράς αξιογράφων, είτε στον αρχικό του σχηματισμό ή όπως τροποποιήθηκε πρόσφατα.</p>	<p>υπάρχουν αδυναμίες του υποδείγματος για την αποτίμηση της απόδοσης στοιχείων υψηλού κινδύνου, ωστόσο είναι ακόμη δύσκολο να βρεθεί ένα πιο αποτελεσματικό μοντέλο</p>
<p><b>Fama E., MacBeth J. 1973</b></p>	<p>Το παρόν άρθρο εξετάζει την σχέση μεταξύ της μέσης απόδοσης και του κινδύνου για απλές μετοχές εισηγμένες στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης.</p>	<p>Η θεωρητική βάση των δοκιμών που γίνονται από τους ερευνητές είναι το "μοντέλο δύο παραμέτρων" και τα μοντέλα της ισορροπίας της αγοράς που προέρχονται από το μοντέλο του χαρτοφυλακίου των δύο παραμέτρων.</p>	<p>Η θέση των ερευνητών είναι πως δεν μπορεί να απορριφθεί τελικά η βασική υπόθεση των μοντέλων αυτών, δηλαδή η υπόθεση ότι η αποτίμηση των κοινών μετοχών αντανάκλα τις προσπάθειες των επενδυτών, οι οποίοι αποστρέφονται τον κίνδυνο να κατέχουν χαρτοφυλάκια τα οποία είναι "αποτελεσματικά" όσον αφορά την αναμενόμενη αξία τους και τη διασπορά της επιστροφής.</p>
<p><b>Morgan I. 1975</b></p>	<p>Το άρθρο αυτό επιχειρεί να θέσει υπό δοκιμή τη δυνατότητα πρόβλεψης των αποδόσεων μετοχών.</p>	<p>Κάνει χρήση μίας άμεσης εκτίμησης της ελάχιστης διασποράς του μηδενικού συντελεστή βήτα ενός χαρτοφυλακίου z.</p>	<p>Παρατηρούνται σημαντικές αποκλίσεις οι οποίες αν μελετηθούν μπορεί να δώσουν σημαντικά στοιχεία για τις αποδόσεις.</p>
<p><b>Roll R. 1977</b></p>	<p>Αναλύει την εξαιρετικά δύσκολη πιθανότητα να μελετηθεί και να δοκιμαστεί εμπειρικά η</p>	<p>Πραγματοποίηση δοκιμών οι οποίες στηρίζονται στο γεγονός πως ένα χαρτοφυλάκιο αγοράς θα πρέπει να έχει μία θετική αναλογία επενδύσεων και σε άλλα στοιχεία, ή με την</p>	<p>Η θεωρία δεν μπορεί να δοκιμαστεί εάν δεν είναι γνωστή και δεν χρησιμοποιηθεί στις δοκιμές η ακριβής σύνθεση της αγοράς. Αυτό σημαίνει πως η θεωρία δεν μπορεί να δοκιμαστεί εάν δεν έχουμε όλες τις μετοχές στο δείγμα. Η</p>



	δοκιμή του CAPM.	υιοθέτηση μη παραμετρικών μεθόδων στατιστικής και ειδικότερα με στατιστικούς υπολογισμούς χωρίς κατανομές.	χρήση υποκατάστατων μεταβλητών ενέχει και αυτή σημαντικές δυσκολίες, ενώ μπορεί να αναδειχθεί ως ανεπαρκής μέθοδος, καθώς η ίδια η μεταβλητή μπορεί να είναι ανεπαρκής.
<b>Lakonishoka J., Shapiro A. 1986</b>	Μελετά την παραδοσιακή σχέση μεταξύ των αποδόσεων των χρηματιστηριακών αγορών και των ακόλουθων μεταβλητών: beta, τυπική απόκλιση, και μεγέθους.	Χρησιμοποιούνται μηνιαία δεδομένα για τη περίοδο 1962-1981 και μία σειρά από διαφορετικές διαδικασίες για να διερευνηθεί η σχέση ανάμεσα στην απόδοση και στα διάφορα μέτρα κινδύνου. Για το σκοπό αυτό δοκιμάζεται η υπόθεση των Levy-Mayshar η οποία έρχεται σε αντίθεση με το Μοντέλο CAPM των Sharpe-Lintner.	Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι ούτε το παραδοσιακό μέτρο του κινδύνου (beta), ούτε τα εναλλακτικά μέτρα κινδύνου (διακύμανση ή παραμένουσα τυπική απόκλιση) μπορούν να εξηγήσουν τη μεταβολή της διατομής στις αποδόσεις.
<b>Handa P., Kothari S., Wasley C. 1989</b>	Στόχος η μελέτη της σχέσης βήτα-απόδοσης.	Στο πλαίσιο του άρθρου αυτού ο συστηματικός κίνδυνος αναλύεται ως μία συνάρτηση της απόδοσης.	Αυτό που διαπιστώνουν οι συγγραφείς είναι πως τα βήτα είναι ιδιαίτερα ευαίσθητα ως προς το διάστημα επιστροφής το οποίο επιλέγεται από έναν ερευνητή.
<b>Shanken J. 1992</b>	Το άρθρο αυτό παρουσιάζει μία ολοκληρωμένη ανάλυση των οικονομετρικών μεθόδων μέγιστης πιθανοφάνειας όπως και των πιο παραδοσιακών προσεγγίσεων για τα μοντέλα αποτίμησης των συντελεστών βήτα.	Το σύνηθες πλαίσιο εργασίας έχει επεκταθεί από τον συγγραφέα σε μία απλούστερη μεθοδολογική προσέγγιση, αλλάζοντας τρόπο εργασίας, για να επιτρέψει με αυτό τον τρόπο την αυτοσυσχέτιση των παραγόντων της αγοράς. Εξετάζει δύο παραμέτρους: το ζήτημα των τυπικών σφαλμάτων και το πρόβλημα της μεροληψίας των δειγμάτων που εξετάζονται.	Έτσι σύμφωνα με τις παρατηρήσεις αυτές, όπως και με τους έμφυτους περιορισμούς που υπάρχουν σε κάθε ασυμπτωτική στατιστική ανάλυση όπως σημειώνει ο συγγραφέας του άρθρου, τα αποτελέσματα στα οποία κατέληξε δεν παρέχουν σαφή εικόνα, και για αυτό το λόγο δεν θα πρέπει να θεωρηθούν ως απόλυτα και

			καθοριστικά. Οι ανακοινώσεις περί "θανάτου" των συντελεστών βήτα φαίνονται πρόωρες. Ακόμη και τα δεδομένα τα οποία οδηγούν σε αυτά τα συμπεράσματα, απαιτούν από την πλευρά τους, τη χρήση των beta για να επιβεβαιωθούν.
<b>Black F. 1993</b>	Στόχος του άρθρου είναι να καταρρίψει την κριτική που έχει ασκηθεί προς τους συντελεστές βήτα.	Μελέτη τιμών αξιογράφων για την περίοδο 1926-1991.	
<b>Roll R., Ross S. 1994</b>	Στόχος είναι να ασκηθεί κριτική στην αποτελεσματικότητα του CAPM και την κλασική προσέγγιση στη σχέση Beta-αποδόσεων.	Χρήση του προτύπου GLS των οι Wheatley (1992), Kandel και Stambaugh (1993), για την εκτίμηση των πραγματικών αναμενόμενων αποδόσεων και των συντελεστών βήτα.	Η ύπαρξη θετικής κλίσης της OLS δεν αποτελεί αξιόπιστο παράγοντα για την μελέτη της σχέσης βήτα αποδόσεων. Η αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού μέσω της επιλογής ενός σταθμισμένου δείκτη, είναι σύμφωνα με το άρθρο μία από τις ευρύτερα αποδεκτές λύσεις.
<b>Kothari S., Shanken J., Sloan R. 1995</b>	Το άρθρο ταυτό επανεξετάζει αν τα βήτα τελικά εξήγησαν για συγκεκριμένες περιόδους την μεταβολή της διατομής των αποδόσεων.	Οι δοκιμές γίνονται με δεδομένα τα οποία λήφθηκαν από τη βάση COMPUSTAT για την περίοδο 1947 με 1987.	Όπως παρατηρούν οι συγγραφείς, αυτό από μόνο του δεν μπορεί να αποδείξει ότι τα βήτα ευθύνονται για όλες τις αποκλίσεις που παρατηρούνται στις αναμενόμενες αποδόσεις, όπως υποθέτει το μοντέλο CAPM. Επίσης τα δεδομένα των δοκιμών απέδειξαν το ρόλο που διαδραματίζει τελικά το μέγεθος μίας επιχείρησης, παρά η καθαρή αξία Β/Μ.
<b>Erb C., Harvey C.,</b>	Στόχος είναι η ανάπτυξη ενός απλού μοντέλου πρόβλεψης κινδύνου, το οποίο θα μπορούσε να	Στο πλαίσιο του άρθρου καθιερώνεται ένα σύστημα αποδόσεων, το οποίο και αντιπροσωπεύει την αναμενόμενη απόδοση των επενδύσεων του	Οι ερευνητές υποστηρίζουν πως το μοντέλο CAPM δεν μπορεί να εφαρμοστεί για τις

<p><b>Viskanta T. 1996</b></p>	<p>χρησιμοποιηθεί για τον καθορισμό του ποσοστού απόδοσης για τις επενδύσεις των αναδυόμενων χωρών.</p>	<p>μέσου κινδύνου στο εσωτερικό κάθε χώρας. Τα ποσοστά αυτά είναι προσανατολισμένα για μακροπρόθεσμες επενδυτικές κινήσεις.</p>	<p>αναπτυσσόμενες αγορές και τις επενδύσεις σε αυτές τις οικονομίες.</p>
<p><b>Brailsford T., Josev T. 1997</b></p>	<p>Στόχος είναι να μελετήσει την επίδραση του Interval Effect.</p>	<p>Χρήση των προτάσεων του Hawawini [1983] για τη δημιουργία ενός μοντέλου το οποίο θα υπολογίζει τις αλλαγές στο βήτα όταν αλλάζει το διάστημα μελέτης των μετοχών.</p>	<p>Τα βήτα αλλάζουν ανάλογα με τις μεταβολές του διαστήματος επιστροφής και έχουν σημαντικές επιπτώσεις για τα χαρτοφυλάκια, για τη διαχείριση κινδύνων, για τη μέτρηση των έκτακτων αποδόσεων και για την αποτίμηση περιουσιακών στοιχείων.</p>
<p><b>Fletcher J. 2000</b></p>	<p>Στόχος του άρθρου είναι να μελετήσει την υπό όρους σχέση ανάμεσα στα βήτα και την απόδοση.</p>	<p>Μελέτη συγκεκριμένων μετοχών μεταξύ Ιανουαρίου 1970 και Ιουλίου 1998 με τη χρήση της μεθοδολογία των Pettengill G., Sundaran S., &amp; Mathur I. 1995.</p>	<p>Διαπίστωσαν την ύπαρξη θετικής σχέσης όταν η αγορά είναι ανοδική και αρνητικής σχέσης όταν η αγορά είναι καθοδική.</p>
<p><b>Tang G., Shum W. 2003</b></p>	<p>Στόχος είναι η μελέτη του CAPM και της υπό όρους σχέσης ανάμεσα στους συντελεστές βήτα και τις αποδόσεις.</p>	<p>Εξετάζουν τη σχέση μεταξύ των βήτα και των αποδόσεων σε διεθνείς χρηματαγορές στο διάστημα από τον Ιανουάριο 1991 έως τον Δεκέμβριο 2000.</p>	<p>Σύμφωνα με τα συμπεράσματα των ερευνητών τα βήτα εξακολουθούν να παραμένουν ένας βασικός τρόπος μέτρησης του κινδύνου και συνδέονται άμεσα με τις πραγματοποιηθείσες αποδόσεις τόσο σε ανοδικές όσο και σε καθοδικές αγορές. Ειδικότερα αυτό που οι συγγραφείς θέλουν να τονίσουν είναι πως τα βήτα αποτελούν επίσης ένα χρήσιμο εργαλείο για τους επενδυτές που θέλουν να λάβουν την βέλτιστη απόφαση.</p>
			<p>Στο πλαίσιο της</p>

<p><b>Shanken J., Zhou G. 2007</b></p>	<p>Στόχος είναι η εξήγηση των διαστρωματικών διαφορών στις αναμενόμενες αποδόσεις περιουσιακών στοιχείων.</p>	<p>Στο πλαίσιο του άρθρου αυτού οι συγγραφείς παρέχουν αναλυτικά αποτελέσματα τα οποία απλοποιούν σημαντικά τους υπολογισμούς των διάφορων εναλλακτικών εκτιμητών και εξερευνούν τις ιδιότητες τους, μαζί με εκείνες της διαδικασίας των Fama-MacBeth με εκτενείς προσομοιώσεις.</p>	<p>σύγκρισης των διαφορετικών μοντέλων και μεθόδων εκτίμησης προέκυψαν αρκετές κανονικότητες, όπως και διαφορετικά μοτίβα τα οποία μεταβάλλονται ανάλογα με την παρεμβολή διαφορετικών παραγόντων και χαρτοφυλακίων. Ως εκ τούτου, οι συγγραφείς τονίζουν την αναγκαιότητα να υπάρξει περαιτέρω ανάλυση σε μια σειρά από διαφορετικά σενάρια στα οποία μπορεί να οδηγήσουν.</p>
<p><b>Adrian T., Franzoni F. 2009</b></p>	<p>Ενσωμάτωση στο CAPM των μη παρατηρήσιμων μακροπρόθεσμα αλλαγών στα βήτα.</p>	<p>Χρήση φίλτρων Kalman ώστε να τροποποιηθεί το CAPM και να υπολογιστούν και οι μη παρατηρήσιμες μακροπρόθεσμα αλλαγές στα βήτα.</p>	<p>Επαλήθευση αποτελεσμάτων.</p>
<p><b>Kapil Choudhary Sakshi Choudhary 2010</b></p>	<p>Στόχος της μελέτης είναι να δοκιμάσει την τυπική μορφή του CAPM στην ινδική χρηματαγορά.</p>	<p>Χρήση προσαρμοσμένων τιμών από 278 εταιρείες εισηγμένες στο Χρηματιστήριο της Βομβάης. Διεξαγωγή δοκιμών για τη διαπίστωση σχέσης μεταξύ βήτα-απόδοσης.</p>	<p>Τα αποτελέσματα δεν οδηγούν απαραίτητα στην απόρριψη του CAPM.</p>

## 4. Δεδομένα και Μεθοδολογία

### 4.1 Δεδομένα Εμπειρικής Μελέτης

Στη συγκεκριμένη μελέτη χρησιμοποιήθηκε η βάση δεδομένων Datastream για τη συλλογή των δεδομένων. Από εκεί αντλήθηκαν οι εβδομαδιαίες τιμές κλεισίματος των μετοχών, για δώδεκα χρόνια, τριών μεγάλων Ευρωπαϊκών χωρών, του Ηνωμένου Βασιλείου, της Γερμανίας και της Γαλλίας. Απορρίφθηκαν κάποιες άλλες χώρες, όπως η Ισπανία ή η Ιταλία, γιατί τα στοιχεία που υπήρχαν δεν ήταν αρκετά για να προχωρήσει η έρευνα. Για τον ίδιο ακριβώς λόγο, δηλαδή να είναι επαρκή τα δεδομένα, προτιμήθηκε η δωδεκαετία αντί της δεκαπενταετίας. Επίσης, επιλέχθηκαν οι εβδομαδιαίες τιμές, επειδή τα ημερήσια δεδομένα είναι "ρηχά". Τέλος, στις μετοχές συμπεριλαμβάνονται μόνο όσες ανήκουν στους non-financial δείκτες, δηλαδή αποκλείστηκαν οι εταιρείες του Χρηματοοικονομικού κλάδου, όπως τράπεζες, ασφαλιστικές εταιρείες και εταιρείες χαρτοφυλακίου καθώς και οι εταιρείες του κλάδου του Real Estate. Κάτι τέτοιο ήταν απαραίτητο να γίνει αφού η μόχλευση για τις εταιρείες όλων των κλάδων με εξαίρεση του Χρηματοοικονομικού αποτελεί ένδειξη πιστωτικού κινδύνου γεγονός που συνεπάγεται υψηλότερη απόδοση για τον επενδυτή. Ένας ακόμη λόγος που εξαιρέθηκαν οι εταιρείες των συγκεκριμένων κλάδων είναι ότι τα λογιστικά τους στοιχεία παρουσιάζονται διαφορετικά σε σχέση με αυτά των υπόλοιπων κλάδων.

Πιο αναλυτικά, για την Αγγλία χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές κλεισίματος, αφού μετατράπηκαν σε ευρώ, 202 μετοχών του χρηματιστηριακού δείκτη FTSE 100 του χρηματιστηρίου του Λονδίνου, για τη Γερμανία οι τιμές κλεισίματος 143 μετοχών του χρηματιστηριακού δείκτη DAX 30 του χρηματιστηρίου της Φρανκφούρτης και για τη Γαλλία οι τιμές κλεισίματος 157 μετοχών του χρηματιστηριακού δείκτη CAC 40 του χρηματιστηρίου του Παρισιού.

### 4.2 Μεθοδολογία Εμπειρικής Μελέτης

Η μεθοδολογία που ακολουθείται, βασίζεται στη μελέτη των Fama - Macbeth (1973). Αρχικά, από την πρώτη διαφορά των λογαρίθμων των τιμών κλεισίματος υπολογίστηκαν οι αποδόσεις των μετοχών. Χρησιμοποιείται ο λογάριθμος γιατί έχει την ιδιότητα να κάνει την απόδοση πιο συνεχή και την κατανομή να πλησιάζει την κανονική. Άρα, οι αποδόσεις προέκυψαν από τον τύπο:

$$R_{i,t} = \ln P_{i,t} - \ln P_{i,t-1} \quad (1)$$

όπου  $R_{i,t}$  η απόδοση της μετοχής  $i$  τη χρονική περίοδο  $t$ ,  
 $P_{i,t}$  η τιμή της μετοχής  $i$  τη χρονική περίοδο  $t$  και  
 $P_{i,t-1}$  η τιμή της μετοχής  $i$  τη χρονική περίοδο  $t-1$ .

Ακολουθως, με παρόμοιο τρόπο, δηλαδή με τη λογαριθμική διαφορά των τιμών του χρηματιστηριακού δείκτη, υπολογίστηκε η απόδοση του:

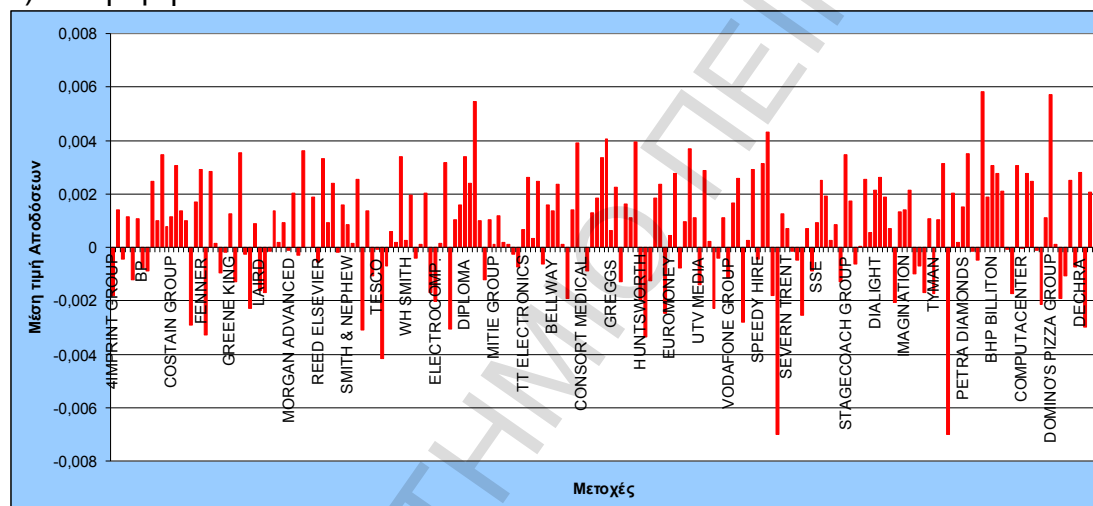
$$R_{M,t} = \ln P_{M,t} - \ln P_{M,t-1} \quad (2)$$

όπου  $R_{M,t}$  η απόδοση του δείκτη  $M$  τη χρονική περίοδο  $t$ ,  
 $P_{M,t}$  η τιμή του δείκτη  $M$  τη χρονική περίοδο  $t$  και  
 $P_{M,t-1}$  η τιμή του δείκτη  $M$  τη χρονική περίοδο  $t-1$ .

Παρακάτω παρουσιάζονται διαγραμματικά μερικά μέτρα των αποδόσεων, όπως η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση και ο συντελεστής μεταβλητότητας για κάθε χώρα ξεχωριστά.

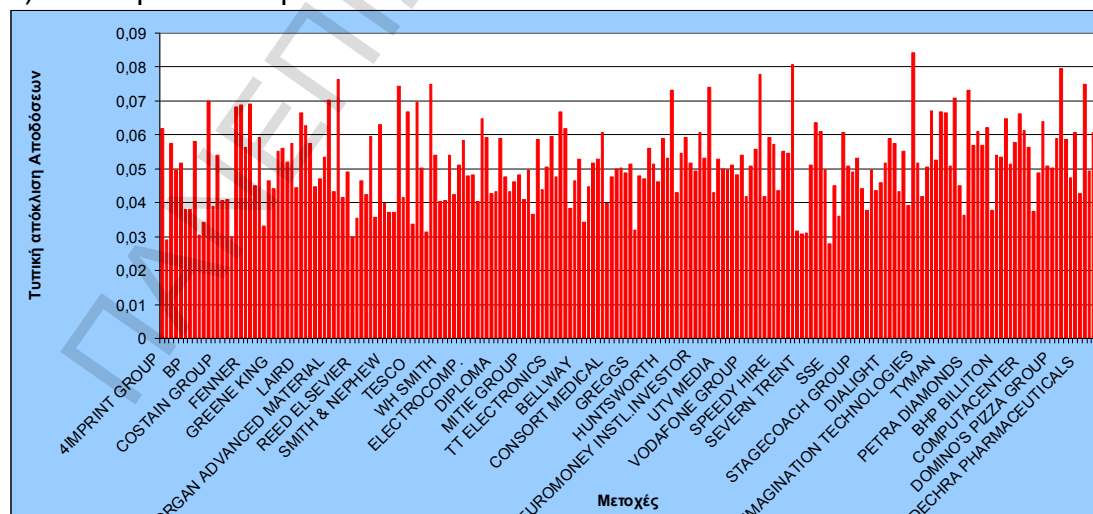
## Αγγλία

### 1) Μέση τιμή



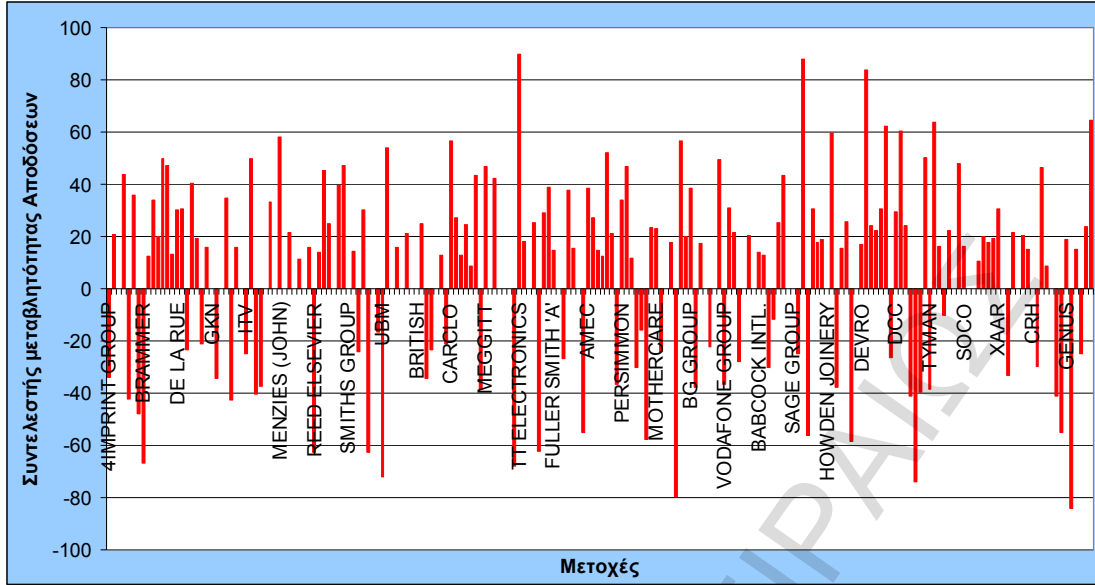
Διάγραμμα 4.1 Μέση τιμή Αποδόσεων

### 2) Τυπική απόκλιση



Διάγραμμα 4.2 Τυπική απόκλιση Αποδόσεων

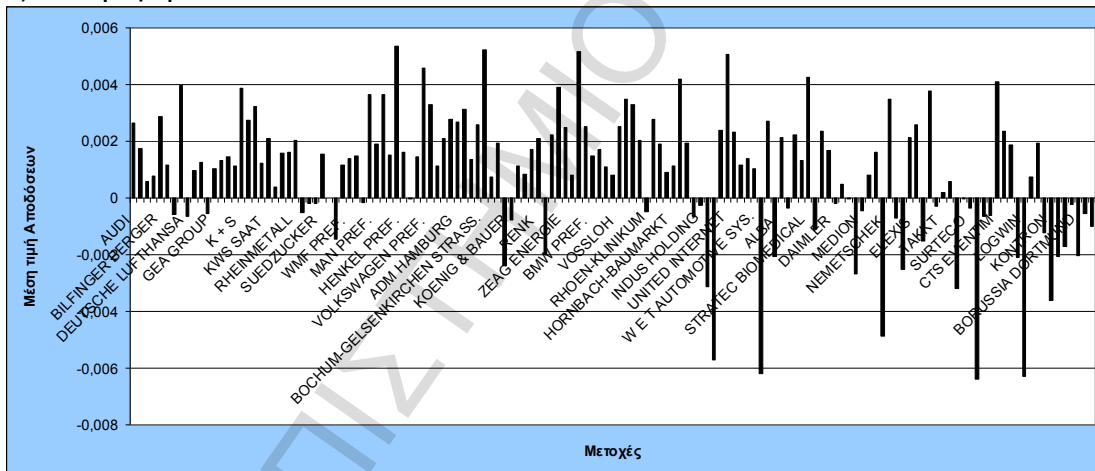
3) Συντελεστής μεταβλητότητας



Διάγραμμα 4.3 Συντελεστής μεταβλητότητας Αποδόσεων

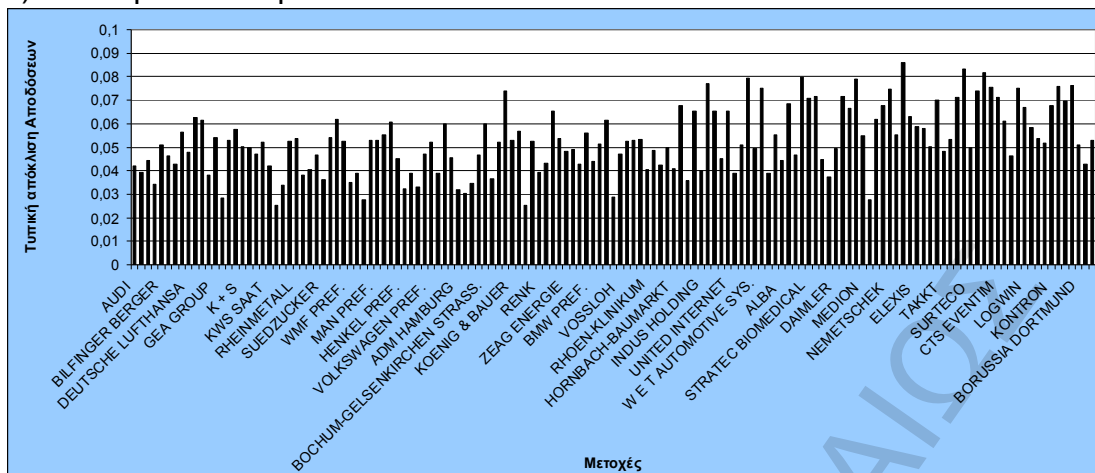
Γερμανία

1) Μέση τιμή



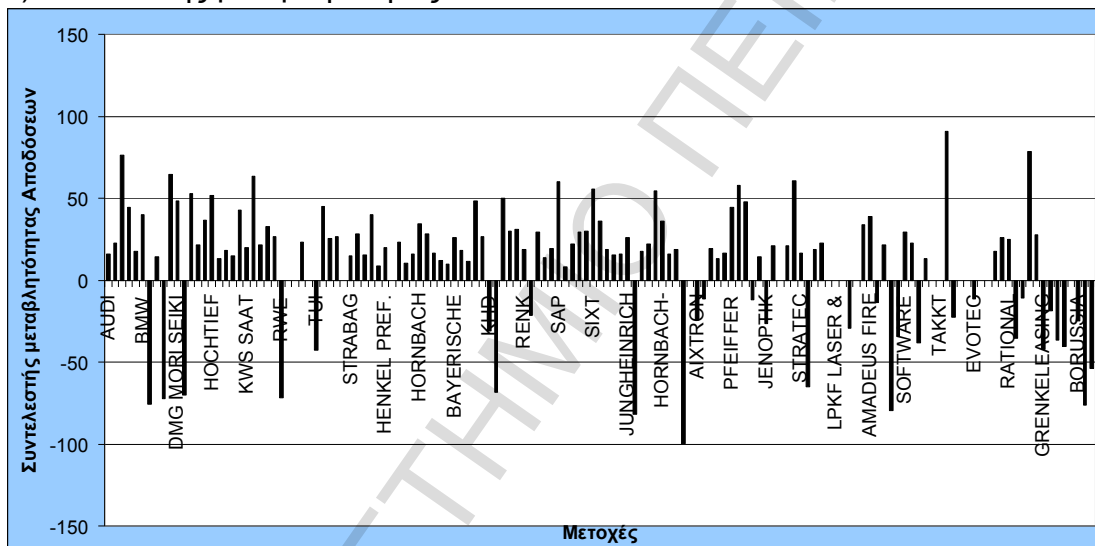
Διάγραμμα 4.4 Μέση τιμή Αποδόσεων

2) Τυπική απόκλιση



Διάγραμμα 4.5 Τυπική απόκλιση Αποδόσεων

3) Συντελεστής μεταβλητότητας

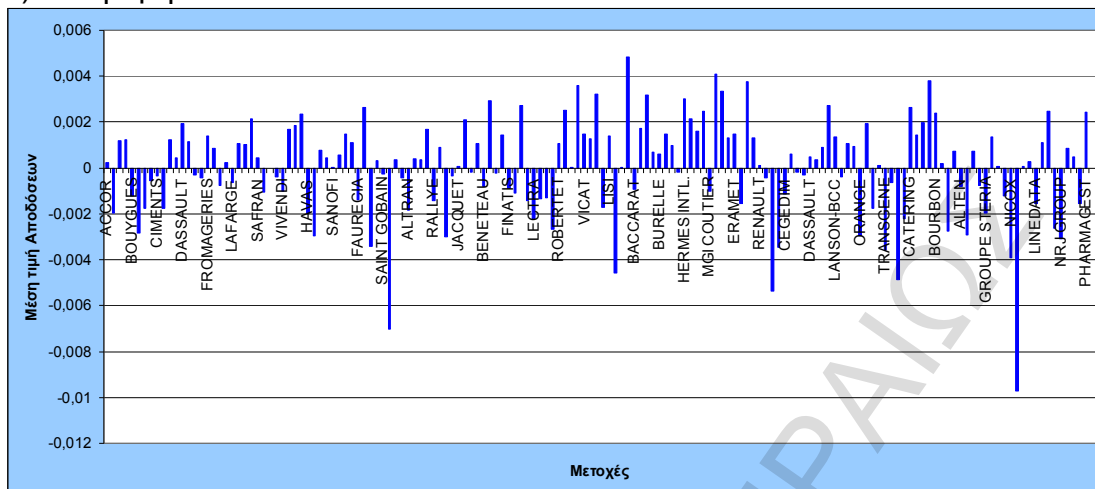


Διάγραμμα 4.6 Συντελεστής μεταβλητότητας Αποδόσεων



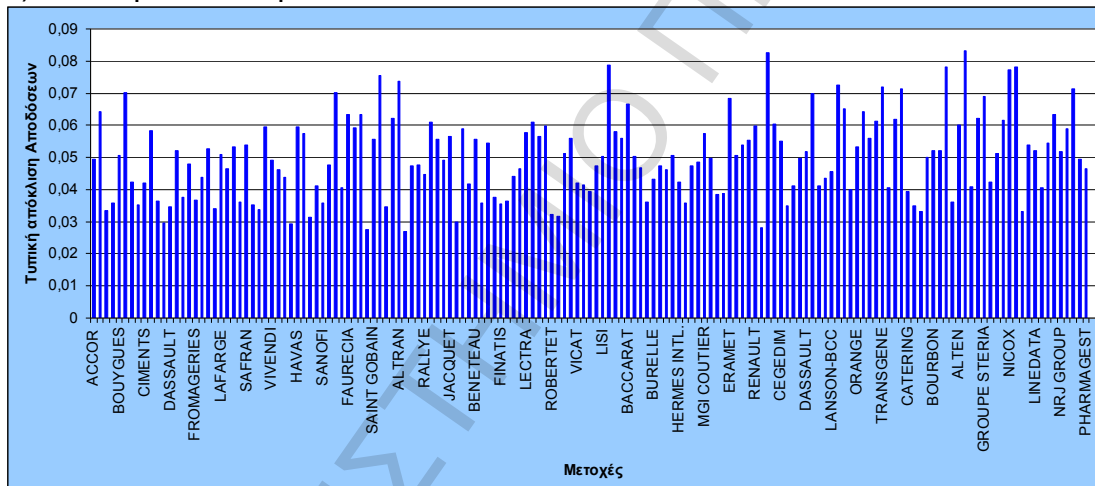
Γαλλία

1) Μέση τιμή



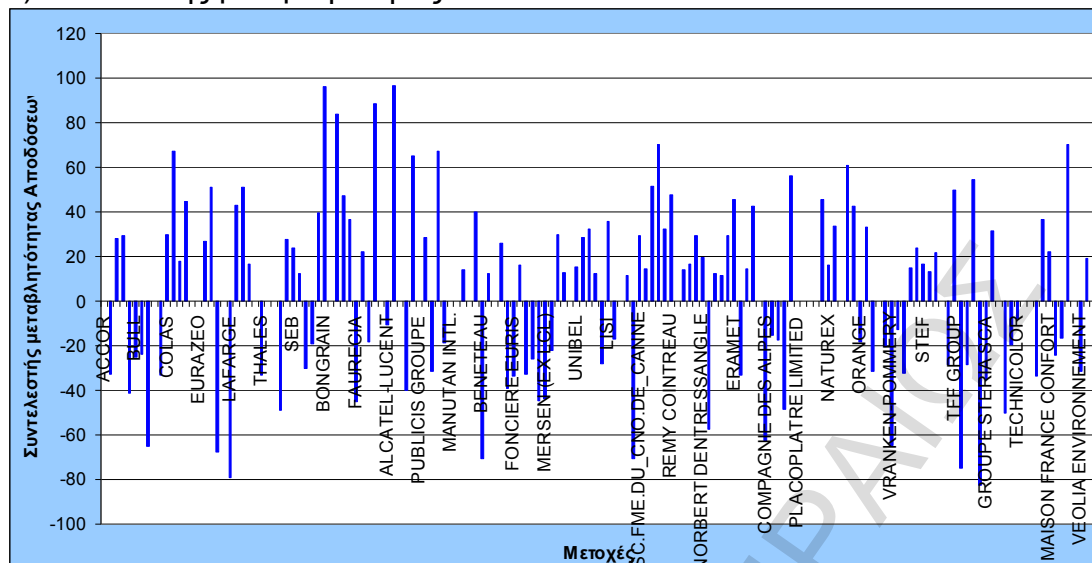
Διάγραμμα 4.7 Μέση τιμή Αποδόσεων

2) Τυπική απόκλιση



Διάγραμμα 4.8 Τυπική απόκλιση Αποδόσεων

## 3) Συντελεστής μεταβλητότητας



Διάγραμμα 4.9 Συντελεστής μεταβλητότητας Αποδόσεων

Στη συνέχεια, η συνολική περίοδος των δώδεκα ετών (2001-2012) χωρίζεται σε τρεις υποπεριόδους με τέσσερα χρόνια η κάθε μία (2001-2011, 2005-2008, 2009-2012). Οπότε, για κάθε τετραετία υπάρχουν 208 ή 209 (αναλόγως) εβδομαδιαίες παρατηρήσεις για κάθε μετοχή. Αυτό εφαρμόζεται και για τις τρεις χώρες. Έπειτα, για την πρώτη υποπερίοδο (2001-2004), εκτιμάται ο συντελεστής βήτα της κάθε μετοχής, με τη βοήθεια του μονοπαραγοντικού υποδείγματος:

$$R_{i,t} = a_i + b_i * R_{M,t} + e_{i,t} \quad (3)$$

όπου  $R_{i,t}$  η απόδοση της μετοχής  $i$  τη χρονική περίοδο  $t$ ,  
 $R_{M,t}$  η απόδοση του δείκτη  $M$  τη χρονική περίοδο  $t$ ,  
 $a_i$  ο σταθερός όρος που δείχνει την απόδοση της μετοχής  $i$  όταν η απόδοση του δείκτη  $M$  είναι ίση με το μηδέν,  
 $b_i$  ο συντελεστής βήτα της μετοχής  $i$  και  
 $e_{i,t}$  το σφάλμα.

Με βάση τους συντελεστές βήτα, που υπολογίστηκαν προηγουμένως, ταξινομούνται όλες οι μετοχές με αύξουσα σειρά και χωρίζονται σε χαρτοφυλάκια. Για την Αγγλία σχηματίστηκαν συνολικά 30 χαρτοφυλάκια, 22 χαρτοφυλάκια με 7 μετοχές το κάθε ένα και 8 χαρτοφυλάκια με 6 μετοχές το κάθε ένα. Για τη Γερμανία σχηματίστηκαν συνολικά 28 χαρτοφυλάκια, 3 χαρτοφυλάκια με 6 μετοχές το κάθε ένα και 25 χαρτοφυλάκια με 5 μετοχές το κάθε ένα. Και τέλος, για τη Γαλλία σχηματίστηκαν συνολικά 28 χαρτοφυλάκια, 19 χαρτοφυλάκια με 6 μετοχές το κάθε ένα και 9 χαρτοφυλάκια με 5 μετοχές το κάθε ένα. Και για τις τρεις χώρες, το πρώτο χαρτοφυλάκιο περιλαμβάνει τις μετοχές με τα πολύ μικρά βήτα και το τελευταίο χαρτοφυλάκιο περιλαμβάνει τις μετοχές με τα μεγαλύτερα βήτα.

Λαμβάνοντας υπόψη τα χαρτοφυλάκια που σχηματίστηκαν στην πρώτη υποπερίοδο (2001-2004) και τις μετοχές τις οποίες αυτά περιλαμβάνουν,

υπολογίζονται ξανά, αλλά με τα δεδομένα της δεύτερης υποπεριόδου (2005-2008) αυτή τη φορά, τα βήτα καθώς και οι τυπικές αποκλίσεις των μετοχών. Επίσης, με τα δεδομένα της δεύτερης υποπεριόδου (2005-2008), υπολογίζονται τα βήτα και οι τυπικές αποκλίσεις των χαρτοφυλακίων. Τα βήτα των χαρτοφυλακίων υπολογίζονται ως ο σταθμικός μέσος των βήτα των μετοχών τους, με σταθμά τα ποσοστά επένδυσης στις μετοχές τους, το οποίο δίνεται από τον τύπο:

$$b_p = \sum_{i=1}^n x_i * b_i \quad (4)$$

όπου  $b_p$  ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου  $p$ ,  
 $b_i$  ο συντελεστής βήτα της μετοχής  $i$  και  
 $x_i$  το ποσοστό επένδυσης στη μετοχή  $i$ .

Οι τυπικές αποκλίσεις των χαρτοφυλακίων υπολογίζονται ως ο σταθμικός μέσος των τυπικών αποκλίσεων των μετοχών τους, με σταθμά τα ποσοστά επένδυσης στις μετοχές τους, που δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma_p = \sum_{i=1}^n x_i * \sigma_i \quad (5)$$

όπου  $\sigma_p$  η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου  $p$ ,  
 $\sigma_i$  η τυπική απόκλιση της μετοχής  $i$  και  
 $x_i$  το ποσοστό επένδυσης στη μετοχή  $i$ .

Κατόπιν, για τα ίδια χαρτοφυλάκια της πρώτης περιόδου (2001-2004), υπολογίζονται οι μέσες αποδόσεις των μετοχών με τα δεδομένα όμως της τρίτης περιόδου (2009-2012) καθώς και οι μέσες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων, ως σταθμικός μέσος των μέσων αποδόσεων των μετοχών τους, με σταθμά τα ποσοστά επένδυσης στις μετοχές τους και δίνεται από τον τύπο:

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^n x_i * \bar{R}_i \quad (6)$$

όπου  $\bar{R}_p$  η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου  $p$ ,  
 $\bar{R}_i$  η μέση απόδοση της μετοχής  $i$  και  
 $x_i$  το ποσοστό επένδυσης στη μετοχή  $i$ .

Όλη αυτή η διαδικασία περιγράφεται πιο αναλυτικά παρακάτω, για κάθε χώρα ξεχωριστά.

#### 4.2.1 Αγγλία

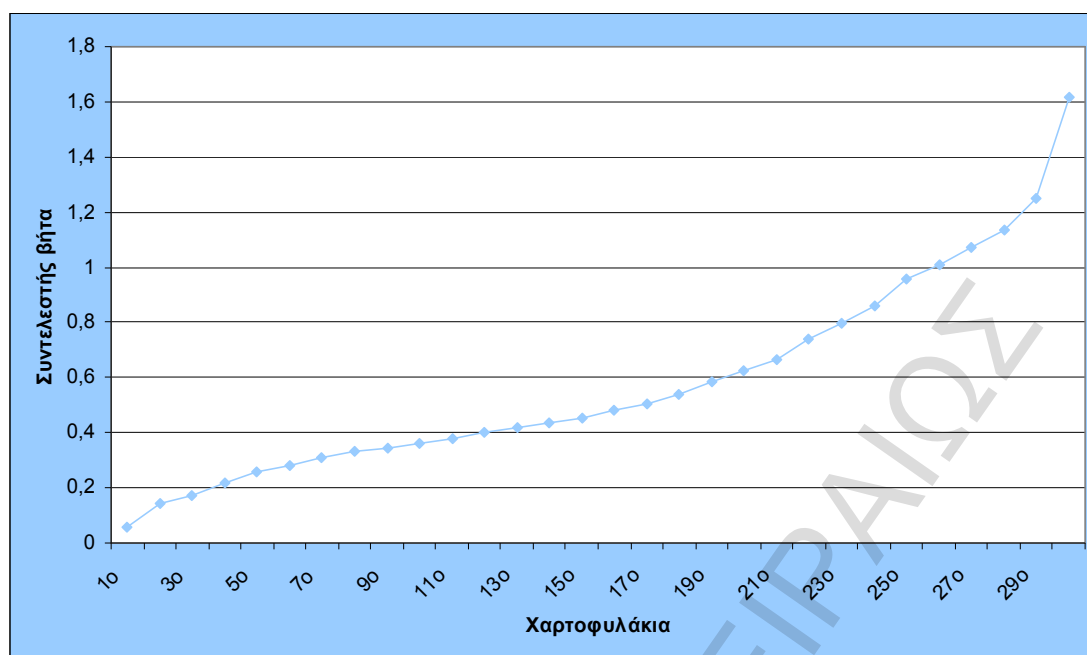
##### Πρώτη υποπερίοδος

Η πρώτη υποπερίοδος καλύπτει το διάστημα από το 2001 έως το 2004. Υπολογίζονται τα βήτα των μετοχών, οι οποίες κατατάσσονται σε 30

χαρτοφυλάκια με βάση το συντελεστή αυτό. Τα πρώτα 22 χαρτοφυλάκια απαρτίζονται από 7 μετοχές, ενώ τα υπόλοιπα 8 χαρτοφυλάκια από 6 μετοχές. Οι μετοχές χωρίζονται σε χαρτοφυλάκια, έτσι ώστε το πρώτο χαρτοφυλάκιο να περιλαμβάνει τις μετοχές με τα μικρότερα βήτα, το δεύτερο χαρτοφυλάκιο τις μετοχές με τα αμέσως μεγαλύτερα βήτα και συνεχίζοντας κατ'αυτό τον τρόπο, το τελευταίο χαρτοφυλάκιο (30<sup>ο</sup>) να περιλαμβάνει τις μετοχές με τα μεγαλύτερα βήτα.

ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ	ΒΗΤΑ 2001-2004
1ο	0,059802273
2ο	0,14185104
3ο	0,17334893
4ο	0,218171471
5ο	0,257112053
6ο	0,280815641
7ο	0,309494338
8ο	0,329623195
9ο	0,34515818
10ο	0,358781303
11ο	0,380280932
12ο	0,401125862
13ο	0,418830695
14ο	0,436946132
15ο	0,454824497
16ο	0,481899503
17ο	0,504140914
18ο	0,538049131
19ο	0,582243186
20ο	0,625576494
21ο	0,667331938
22ο	0,741041828
23ο	0,794450219
24ο	0,858424281
25ο	0,956001937
26ο	1,009311325
27ο	1,07315573
28ο	1,135326587
29ο	1,247080452
30ο	1,618930207

Πίνακας 4.1 Συντελεστές βήτα πρώτης υποπεριόδου



Διάγραμμα 4.10 Συντελεστές βήτα πρώτης υποπεριόδου

Δεύτερη υποπερίοδος

Τα χρονικά όρια της δεύτερης υποπεριόδου αρχίζουν το 2005 και τελειώνουν το 2008. Κατά τη διάρκεια αυτών των τεσσάρων ετών υπολογίζονται τα βήτα και οι τυπικές αποκλίσεις των χαρτοφυλακίων που σχηματίστηκαν στην πρώτη υποπερίοδο με τα δεδομένα της δεύτερης υποπεριόδου.

ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ	ΒΗΤΑ 2005-2008	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ 2005-2008
1ο	0,848077624	0,054595224
2ο	0,588118786	0,04552744
3ο	0,588965263	0,04392337
4ο	0,504450351	0,051660404
5ο	0,678519386	0,054551468
6ο	0,808280687	0,051394092
7ο	0,586964218	0,050360183
8ο	0,739942458	0,056241728
9ο	0,715799937	0,053465654
10ο	0,699204175	0,049232698
11ο	0,854787531	0,051254085
12ο	0,721998139	0,05324481
13ο	0,678566396	0,054412437
14ο	0,78794765	0,052204677
15ο	0,838692435	0,053596085
16ο	0,849096985	0,048223211
17ο	0,890369812	0,057454383
18ο	0,666039393	0,057155056
19ο	0,874385987	0,051638515
20ο	0,850471744	0,042270305

21ο	0,784408997	0,051060501
22ο	0,936852938	0,054339034
23ο	0,914585752	0,060905852
24ο	0,848897301	0,051535447
25ο	1,050853955	0,045728938
26ο	1,180272302	0,049264828
27ο	0,960461261	0,051744551
28ο	1,012706931	0,057082353
29ο	0,960343337	0,041989366
30ο	0,899575304	0,049981914

Πίνακας 4.2 Συντελεστές βήτα &amp; τυπικές αποκλίσεις δεύτερης υποπεριόδου

Τρίτη υποπερίοδος

Η τρίτη και τελευταία υποπερίοδος εκτείνεται από το 2009 έως το 2012, κατά την οποία υπολογίζεται, με τα δεδομένα της τρίτης υποπεριόδου, η μέση απόδοση των χαρτοφυλακίων που σχηματίστηκαν στην πρώτη υποπερίοδο.

ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ	ΜΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗ 2009-2012	ΒΗΤΑ 2005-2008	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ 2005-2008
1ο	0,00316566	0,848077624	0,054595224
2ο	0,004825255	0,588118786	0,04552744
3ο	0,003826542	0,588965263	0,04392337
4ο	0,003128823	0,504450351	0,051660404
5ο	0,003351627	0,678519386	0,054551468
6ο	0,004725962	0,808280687	0,051394092
7ο	0,004053518	0,586964218	0,050360183
8ο	0,005410557	0,739942458	0,056241728
9ο	0,004219504	0,715799937	0,053465654
10ο	0,003962882	0,699204175	0,049232698
11ο	0,005621509	0,854787531	0,051254085
12ο	0,006410412	0,721998139	0,05324481
13ο	0,007112131	0,678566396	0,054412437
14ο	0,005849424	0,78794765	0,052204677
15ο	0,00382182	0,838692435	0,053596085
16ο	0,006123907	0,849096985	0,048223211
17ο	0,004222912	0,890369812	0,057454383
18ο	0,003891636	0,666039393	0,057155056
19ο	0,005745175	0,874385987	0,051638515
20ο	0,004009379	0,850471744	0,042270305
21ο	0,003991048	0,784408997	0,051060501
22ο	0,004293325	0,936852938	0,054339034
23ο	0,002247614	0,914585752	0,060905852
24ο	0,005024621	0,848897301	0,051535447
25ο	0,001700486	1,050853955	0,045728938
26ο	0,002806539	1,180272302	0,049264828

27ο	0,002711309	0,960461261	0,051744551
28ο	0,002797264	1,012706931	0,057082353
29ο	0,002949524	0,960343337	0,041989366
30ο	0,005998402	0,899575304	0,049981914

Πίνακας 4.3 Μέσες αποδόσεις τρίτης υποπεριόδου, συντελεστές βήτα & τυπικές αποκλίσεις δεύτερης υποπεριόδου

#### 4.2.2 Γερμανία

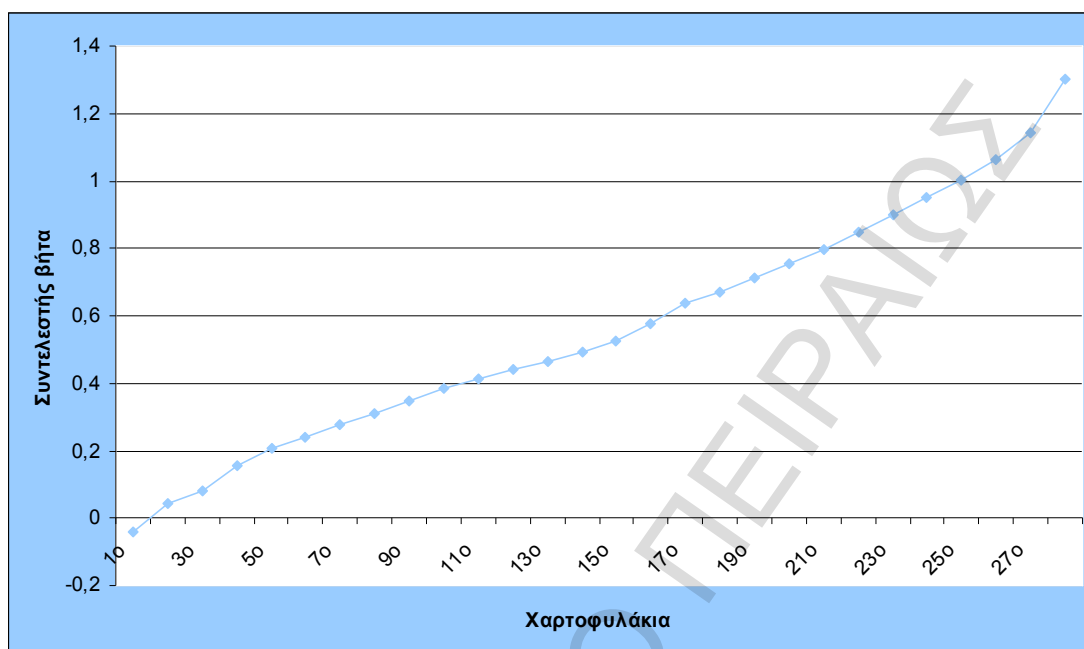
##### Πρώτη υποπερίοδος

Η πρώτη υποπερίοδος καλύπτει το διάστημα από το 2001 έως το 2004. Υπολογίζονται τα βήτα των μετοχών, οι οποίες κατατάσσονται σε 28 χαρτοφυλάκια με βάση το συντελεστή αυτό. Τα πρώτα 3 χαρτοφυλάκια απαρτίζονται από 6 μετοχές, ενώ τα υπόλοιπα 25 χαρτοφυλάκια από 5 μετοχές. Οι μετοχές χωρίζονται σε χαρτοφυλάκια, έτσι ώστε το πρώτο χαρτοφυλάκιο να περιλαμβάνει τις μετοχές με τα μικρότερα βήτα, το δεύτερο χαρτοφυλάκιο τις μετοχές με τα αμέσως μεγαλύτερα βήτα και συνεχίζοντας κατ'αυτό τον τρόπο, το τελευταίο χαρτοφυλάκιο (28<sup>ο</sup>) να περιλαμβάνει τις μετοχές με τα μεγαλύτερα βήτα.

ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ	ΒΗΤΑ 2001-2004
1ο	-0,041140106
2ο	0,044726884
3ο	0,080741077
4ο	0,156003687
5ο	0,208873468
6ο	0,241001015
7ο	0,279146154
8ο	0,308777396
9ο	0,345718603
10ο	0,38707637
11ο	0,414189371
12ο	0,439139211
13ο	0,466180781
14ο	0,494478189
15ο	0,524992099
16ο	0,577789266
17ο	0,637528792
18ο	0,672034651
19ο	0,711146986
20ο	0,756610294
21ο	0,79542805
22ο	0,846973249
23ο	0,898895155
24ο	0,951913035
25ο	1,00100673

26ο	1,061757012
27ο	1,14042141
28ο	1,301055758

Πίνακας 4.4 Συντελεστές βήτα πρώτης υποπεριόδου



Διάγραμμα 4.11 Συντελεστές βήτα πρώτης υποπεριόδου

Δεύτερη υποπερίοδος

Τα χρονικά όρια της δεύτερης υποπεριόδου αρχίζουν το 2005 και τελειώνουν το 2008. Κατά τη διάρκεια αυτών των τεσσάρων ετών υπολογίζονται τα βήτα και οι τυπικές αποκλίσεις των χαρτοφυλακίων που σχηματίστηκαν στην πρώτη υποπερίοδο με τα δεδομένα της δεύτερης υποπεριόδου.

ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ	ΒΗΤΑ 2005-2008	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ 2005-2008
1ο	0,153631284	0,035097328
2ο	0,287225134	0,043902522
3ο	0,379162797	0,045557062
4ο	0,351909826	0,03852316
5ο	0,649606035	0,049368464
6ο	0,554629279	0,055934054
7ο	0,662772155	0,052719143
8ο	0,804191648	0,049734566
9ο	0,637780099	0,045011476
10ο	0,801481378	0,044423545
11ο	0,721200097	0,055287707
12ο	0,816137724	0,053321375
13ο	1,014368374	0,044237028
14ο	0,650646653	0,049273761
15ο	0,971436382	0,055325532



16ο	0,979992445	0,050831386
17ο	0,754116192	0,054173096
18ο	0,790500526	0,050767426
19ο	1,00070414	0,054411236
20ο	0,965598191	0,064297055
21ο	0,846801973	0,055889776
22ο	1,036911287	0,056519025
23ο	0,747301353	0,05400277
24ο	0,817846497	0,044196661
25ο	1,23362033	0,053968498
26ο	0,779879965	0,046108711
27ο	0,98279566	0,05038828
28ο	1,136790304	0,052327141

Πίνακας 4.5 Συντελεστές βήτα &amp; τυπικές αποκλίσεις δεύτερης υποπεριόδου

Τρίτη υποπερίοδος

Η τρίτη και τελευταία υποπερίοδος εκτείνεται από το 2009 έως το 2012, κατά την οποία υπολογίζεται, με τα δεδομένα της τρίτης υποπεριόδου, η μέση απόδοση των χαρτοφυλακίων που σχηματίστηκαν στην πρώτη υποπερίοδο.

ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ	ΜΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗ 2009-2012	ΒΗΤΑ 2005-2008	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ 2005-2008
1ο	0,000967487	0,153631284	0,035097328
2ο	0,001120115	0,287225134	0,043902522
3ο	0,002677211	0,379162797	0,045557062
4ο	0,002440178	0,351909826	0,03852316
5ο	0,002608846	0,649606035	0,049368464
6ο	0,003885371	0,554629279	0,055934054
7ο	0,002287522	0,662772155	0,052719143
8ο	0,003536013	0,804191648	0,049734566
9ο	0,005007934	0,637780099	0,045011476
10ο	0,00176141	0,801481378	0,044423545
11ο	0,001637633	0,721200097	0,055287707
12ο	0,003186504	0,816137724	0,053321375
13ο	0,001258681	1,014368374	0,044237028
14ο	0,005912373	0,650646653	0,049273761
15ο	0,003451233	0,971436382	0,055325532
16ο	0,000261347	0,979992445	0,050831386
17ο	0,003295859	0,754116192	0,054173096
18ο	0,003973117	0,790500526	0,050767426
19ο	0,004147959	1,00070414	0,054411236
20ο	0,004245142	0,965598191	0,064297055
21ο	0,006668893	0,846801973	0,055889776
22ο	0,004713325	1,036911287	0,056519025
23ο	0,003716274	0,747301353	0,05400277

24ο	0,00410805	0,817846497	0,044196661
25ο	0,004851497	1,23362033	0,053968498
26ο	0,004032003	0,779879965	0,046108711
27ο	0,001556614	0,98279566	0,05038828
28ο	0,003246685	1,136790304	0,052327141

Πίνακας 4.6 Μέσες αποδόσεις τρίτης υποπεριόδου, συντελεστές βήτα & τυπικές αποκλίσεις δεύτερης υποπεριόδου

#### 4.2.3 Γαλλία

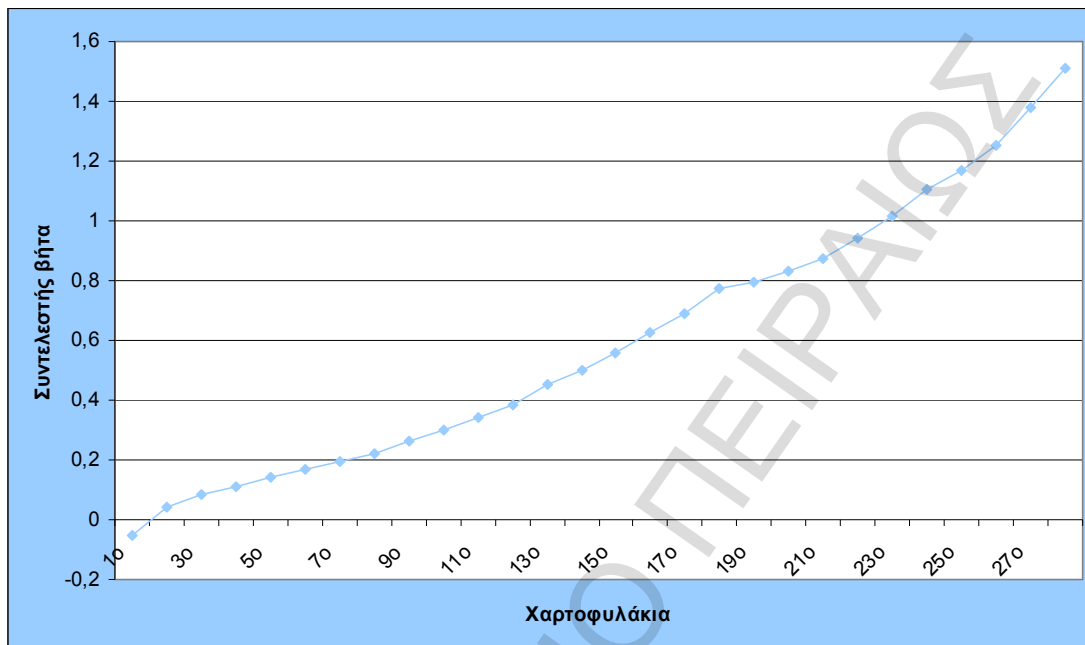
##### Πρώτη υποπερίοδος

Η πρώτη υποπερίοδος καλύπτει το διάστημα από το 2001 έως το 2004. Υπολογίζονται τα βήτα των μετοχών, οι οποίες κατατάσσονται σε 28 χαρτοφυλάκια με βάση το συντελεστή αυτό. Τα πρώτα 17 χαρτοφυλάκια απαρτίζονται από 6 μετοχές, ενώ τα υπόλοιπα 11 χαρτοφυλάκια από 5 μετοχές. Οι μετοχές χωρίζονται σε χαρτοφυλάκια, έτσι ώστε το πρώτο χαρτοφυλάκιο να περιλαμβάνει τις μετοχές με τα μικρότερα βήτα, το δεύτερο χαρτοφυλάκιο τις μετοχές με τα αμέσως μεγαλύτερα βήτα και συνεχίζοντας κατ'αυτό τον τρόπο, το τελευταίο χαρτοφυλάκιο (28<sup>ο</sup>) να περιλαμβάνει τις μετοχές με τα μεγαλύτερα βήτα.

ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ	ΒΗΤΑ 2001-2004
1ο	-0,053891889
2ο	0,039912058
3ο	0,086015669
4ο	0,112330678
5ο	0,140181378
6ο	0,167493721
7ο	0,194131071
8ο	0,220497146
9ο	0,261752691
10ο	0,301966656
11ο	0,33965354
12ο	0,385380957
13ο	0,453872887
14ο	0,498599243
15ο	0,5586421
16ο	0,625271362
17ο	0,691267589
18ο	0,773418576
19ο	0,796645099
20ο	0,830355771
21ο	0,874333976
22ο	0,941507049
23ο	1,013487092
24ο	1,102913609

25ο	1,169467445
26ο	1,252239207
27ο	1,380364795
28ο	1,510811181

Πίνακας 4.7 Συντελεστές βήτα πρώτης υποπεριόδου



Διάγραμμα 4.12 Συντελεστές βήτα πρώτης υποπεριόδου

Δεύτερη υποπερίοδος

Τα χρονικά όρια της δεύτερης υποπεριόδου αρχίζουν το 2005 και τελειώνουν το 2008. Κατά τη διάρκεια αυτών των τεσσάρων ετών υπολογίζονται τα βήτα και οι τυπικές αποκλίσεις των χαρτοφυλακίων που σχηματίστηκαν στην πρώτη υποπερίοδο με τα δεδομένα της δεύτερης υποπεριόδου.

ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ	ΒΗΤΑ 2005-2008	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ 2005-2008
1ο	0,284974825	0,043012743
2ο	0,318622119	0,034151847
3ο	0,595008089	0,041312009
4ο	0,640780625	0,044073587
5ο	0,508106387	0,044690681
6ο	0,576463814	0,04508542
7ο	0,545759133	0,03893075
8ο	0,601034658	0,044247002
9ο	0,673855118	0,039770993
10ο	0,793002736	0,049902825
11ο	0,828282205	0,048021708
12ο	0,701842504	0,048939913
13ο	0,695138572	0,044327393
14ο	0,623919283	0,043715206

15ο	0,954981962	0,048907388
16ο	0,934124275	0,055729219
17ο	0,864581652	0,045366692
18ο	1,013614307	0,050969043
19ο	0,880462154	0,054460067
20ο	1,242632909	0,053494594
21ο	1,171921297	0,051604102
22ο	1,295181462	0,0528942
23ο	0,940770964	0,041836937
24ο	1,411240133	0,052880053
25ο	1,018881064	0,047499195
26ο	1,050150175	0,046187631
27ο	1,219319423	0,056961113
28ο	1,083371309	0,047106047

Πίνακας 4.8 Συντελεστές βήτα &amp; τυπικές αποκλίσεις δεύτερης υποπεριόδου

Τρίτη υποπερίοδος

Η τρίτη και τελευταία υποπερίοδος εκτείνεται από το 2009 έως το 2012, κατά την οποία υπολογίζεται, με τα δεδομένα της τρίτης υποπεριόδου, η μέση απόδοση των χαρτοφυλακίων που σχηματίστηκαν στην πρώτη υποπερίοδο.

ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ	ΜΕΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗ 2009-2012	ΒΗΤΑ 2005-2008	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ 2005-2008
1ο	0,001611756	0,284974825	0,043012743
2ο	0,001874315	0,318622119	0,034151847
3ο	0,001112046	0,595008089	0,041312009
4ο	-2,31556E-05	0,640780625	0,044073587
5ο	0,001126285	0,508106387	0,044690681
6ο	-0,001009353	0,576463814	0,04508542
7ο	0,001827865	0,545759133	0,03893075
8ο	0,000502488	0,601034658	0,044247002
9ο	0,003391675	0,673855118	0,039770993
10ο	0,004068418	0,793002736	0,049902825
11ο	0,001502305	0,828282205	0,048021708
12ο	0,003108877	0,701842504	0,048939913
13ο	0,002921815	0,695138572	0,044327393
14ο	0,002501918	0,623919283	0,043715206
15ο	-0,001133746	0,954981962	0,048907388
16ο	0,001287492	0,934124275	0,055729219
17ο	0,003219889	0,864581652	0,045366692
18ο	0,003836325	1,013614307	0,050969043
19ο	0,000190541	0,880462154	0,054460067
20ο	0,003775748	1,242632909	0,053494594
21ο	0,001114618	1,171921297	0,051604102
22ο	0,00286151	1,295181462	0,0528942

23ο	0,000513119	0,940770964	0,041836937
24ο	0,003483392	1,411240133	0,052880053
25ο	0,002845845	1,018881064	0,047499195
26ο	0,002148476	1,050150175	0,046187631
27ο	0,001789739	1,219319423	0,056961113
28ο	-0,00310562	1,083371309	0,047106047

Πίνακας 4.9 Μέσες αποδόσεις τρίτης υποπεριόδου, συντελεστές βήτα & τυπικές αποκλίσεις δεύτερης υποπεριόδου

### 4.3 Παλινδρομήσεις και Έλεγχοι

Αφού ολοκληρωθεί η παραπάνω διαδικασία, τρέχουμε τη διαστρωματική παλινδρόμηση με εξαρτημένη μεταβλητή τις μέσες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων της τρίτης περιόδου και ανεξάρτητη μεταβλητή τον αντίστοιχο συντελεστή βήτα της δεύτερης περιόδου. Δηλαδή τρέχουμε την εξής παλινδρόμηση:

$$\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + e_{p,t} \quad (7)$$

όπου  $\bar{R}_{p,t}$  η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου p την τρίτη υποπερίοδο,  
 $b_{p,t-1}$  ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου p τη δεύτερη υποπερίοδο,  
 $\gamma_{0,t}$  ο σταθερός όρος,  
 $\gamma_{1,t}$  η εκτίμηση του συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου p την τρίτη υποπερίοδο και  
 $e_{p,t}$  το σφάλμα.

Στη συνέχεια τρέχουμε και την ακόλουθη παλινδρόμηση:

$$\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * b_{p,t-1}^2 + e_{p,t} \quad (8)$$

όπου  $\bar{R}_{p,t}$  η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου p την τρίτη υποπερίοδο,  
 $b_{p,t-1}$  ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου p τη δεύτερη υποπερίοδο,  
 $\gamma_{0,t}$  ο σταθερός όρος,  
 $\gamma_{1,t}$  η εκτίμηση του συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου p την τρίτη υποπερίοδο,  
 $\gamma_{2,t}$  η εκτίμηση του τετραγώνου του συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου p την τρίτη υποπερίοδο και  
 $e_{p,t}$  το σφάλμα.

Με την παραπάνω παλινδρόμηση ελέγχουμε εάν υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ μέσης απόδοσης και συντελεστή βήτα.

Τέλος, για να διαπιστώσουμε εάν υπάρχει σχέση μεταξύ μέσης απόδοσης και τυπικής απόκλισης, τρέχουμε την παλινδρόμηση:

$$\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * \sigma_{p,t-1} + e_{p,t} \quad (9)$$

όπου  $\bar{R}_{p,t}$  η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου  $p$  την τρίτη υποπερίοδο,  
 $b_{p,t-1}$  ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου  $p$  τη δεύτερη υποπερίοδο,  
 $\sigma_{p,t-1}$  η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου  $p$  την δεύτερη υποπερίοδο,  
 $\gamma_{0,t}$  ο σταθερός όρος,  
 $\gamma_{1,t}$  η εκτίμηση του συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου  $p$  την τρίτη υποπερίοδο,  
 $\gamma_{2,t}$  η εκτίμηση της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου  $p$  την δεύτερη υποπερίοδο και  
 $e_{p,t}$  το σφάλμα.

Με τις παραπάνω παλινδρομήσεις, εξετάζουμε κατά πόσο ο συντελεστής βήτα, το τετράγωνο του συντελεστή βήτα και η τυπική απόκλιση είναι στατιστικά σημαντικοί για την αναμενόμενη απόδοση.

#### 4.3.1 Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας

Αρχικά, πρέπει να ελεγχθούν οι αποδόσεις για την ύπαρξη ή όχι μοναδιαίας ρίζας. Μια σειρά είναι στάσιμη (σειρά με 1) σταθερό μέσο /  $E(Y_t) = E(Y_{t+s}) = \mu < \infty$ , 2) σταθερή διακύμανση /  $\text{var}(Y_t) = \text{var}(Y_{t+s}) = \sigma^2 < \infty$  και 3) η συνδιακύμανση δύο τιμών της σειράς είναι συνάρτηση της απόστασης μεταξύ αυτών των δύο τιμών /  $\text{corr}(Y_t, Y_{t+s}) = f(|s|)$  όταν όλες οι ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης της βρίσκονται μέσα στο μοναδιαίο κύκλο. Εάν έστω και μια ρίζα της χαρακτηριστικής εξίσωσης μιας σειράς βρίσκεται πάνω στο μοναδιαίο κύκλο, δηλαδή είναι ίση με τη μονάδα, είναι μη στάσιμη. Σε περίπτωση που είναι μη στάσιμη, δηλαδή έχει μοναδιαία ρίζα, δεν ισχύουν οι κλασικοί οικονομετρικοί έλεγχοι. Τότε, πρέπει να μετατραπεί σε στάσιμη παίρνοντας τις πρώτες διαφορές.

Για την επιλογή κατάλληλου ελέγχου μοναδιαίας ρίζας απορρίφθηκαν οι low-power έλεγχοι και επιλέχθηκε ο Dickey-Fuller GLS έλεγχος. Έστω ότι οι αποδόσεις μοντελοποιούνται με το αυτοπαλίνδρομο μοντέλο  $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 * Y_{t-1} + u_t$ , όπου το  $u_t$  ακολουθεί διαδικασία λευκού θορύβου (με μέσο 0 και διακύμανση  $\sigma$ ). Η μηδενική υπόθεση  $H_0$  είναι  $\alpha_1 = 1$  (έχει μοναδιαία ρίζα), ενώ η εναλλακτική υπόθεση  $H_1$  είναι  $|\alpha_1| < 1$  (δεν έχει μοναδιαία ρίζα). Αφαιρώντας και από τις δύο πλευρές της εξίσωσης το  $Y_{t-1}$  έχουμε  $\Delta Y_t = \alpha_0 + (\alpha_1 - 1) * Y_{t-1} + u_t = \alpha_0 + \rho * Y_{t-1} + u_t$ . Πλέον οι υποθέσεις είναι  $H_0: \rho = 0$  και  $H_1: \rho < 0$ . Η ελεγχοσυνάρτηση που χρησιμοποιείται  $t = \frac{\rho - 0}{SE(\rho)}$ , υπό τη μηδενική υπόθεση

$H_0$ , δεν ακολουθεί ούτε τη  $t$  Student ούτε κάποια άλλη γνωστή κατανομή. Έτσι, οι Dickey-Fuller με προσομοιώσεις υπολόγισαν τις κριτικές τιμές αυτής της κατανομής. Ο συγκεκριμένος έλεγχος είναι μονόπλευρος έλεγχος κατά Newman-Pearson, οπότε θα πρέπει να συγκριθεί η τιμή της ελεγχοσυνάρτησης με την κριτική τιμή για την αποδοχή ή απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης  $H_0$ .

### 4.3.2 Έλεγχος Κανονικότητας

Βασική προϋπόθεση για να εφαρμοστεί το Υ.Α.Κ.Σ. είναι η κανονικότητα των αποδόσεων. Έτσι, πρώτα από όλα, πρέπει να γίνει έλεγχος κανονικότητας στα κατάλοιπα της παλινδρόμησης. Στην περίπτωση αυτή δε χρειάζονται οι δύο πρώτες ροπές (μέσος και διακύμανση), αλλά ελέγχονται η τρίτη και η τέταρτη ροπή των καταλοίπων, δηλαδή ο συντελεστής ασυμμετρίας ( $\alpha_3$ ) και ο συντελεστής κύρτωσης ( $\alpha_4$ ). Για κανονική κατανομή πρέπει  $\alpha_3=0$  και  $\alpha_4=3$ . Συγκεκριμένα, γίνεται έλεγχος Jarque-Bera (JB) με την ελεγχοσυνάρτηση:

$$JB = \frac{\alpha_3^2}{6/T} + \frac{(\alpha_4 - 3)^2}{24/T} \quad (10)$$

όπου T ο αριθμός των παρατηρήσεων.

Αυτή η ελεγχοσυνάρτηση, υπό τη μηδενική υπόθεση  $H_0$ , ακολουθεί ασυμπτωτικά τη  $\chi^2$  κατανομή με δύο βαθμούς ελευθερίας, δεδομένου ότι ελέγχονται δύο παράμετροι ( $\alpha_3$  και  $\alpha_4$ ). Η μηδενική υπόθεση  $H_0$  είναι ότι ισχύει η κανονικότητα ( $\alpha_3=0$  και  $\alpha_4=3$ ), ενώ η εναλλακτική υπόθεση  $H_1$  είναι ότι δεν ισχύει η κανονικότητα ( $\alpha_3 \neq 0$  ή/και  $\alpha_4 \neq 3$ ).

### 4.3.3 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης

Το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης προκύπτει όταν δεν ισχύει η υπόθεση της μη συσχέτισης των όρων σφάλματος, δηλαδή παραβιάζεται η υπόθεση  $\text{cov}(u_i, u_j) = 0$ . Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, οι εκτιμητές που προκύπτουν από τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων να χάνουν κάποιες από τις ιδιότητές τους. Συνεχίζουν να είναι αμερόληπτοι και συνεπής, αλλά παύουν πλέον να είναι αποτελεσματικοί. Στην περίπτωση που το μοντέλο παρουσιάζει και χρονικές υστερήσεις, οι εκτιμητές χάνουν και την ιδιότητα της συνέπειας με αποτέλεσμα να μην μπορεί να γίνει καν εκτίμηση. Επίσης, τα τυπικά σφάλματα δεν εκτιμώνται σωστά, ένα πρόβλημα στο στάδιο μοντελοποίησης του ελέγχου υποθέσεων και όχι στο στάδιο της εκτίμησης. Ένας καλός τρόπος αντιμετώπισης του προβλήματος της αυτοσυσχέτισης είναι να αλλαχτεί η συνάρτηση που έχει χρησιμοποιηθεί.

Μερικοί από τους πιο βασικούς ελέγχους αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα μιας παλινδρόμησης είναι:

#### 4.3.3.1 Έλεγχος Durbin-Watson

Ο συγκεκριμένος έλεγχος αναφέρεται μόνο σε αυτοσυσχέτιση πρώτης τάξης. Υποθέτουμε ένα μοντέλο παλινδρόμησης  $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1t} + \alpha_2 X_{2t} + \dots + \alpha_k X_{kt} + u_t$  και ότι για τον όρο σφάλματος ισχύει το μοντέλο  $u_t = \phi u_{t-1} + \varepsilon_t$ . Η μηδενική υπόθεση  $H_0$  είναι  $\phi=0$  (δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση) και η εναλλακτική υπόθεση  $H_1$  είναι  $\phi \neq 0$  (υπάρχει αυτοσυσχέτιση). Θα χρησιμοποιηθεί η ελεγχοσυνάρτηση:

$$d = \frac{\sum_{t=1}^T (u_t - u_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T u_t^2} \quad (11)$$

όπου  $T$  ο αριθμός των παρατηρήσεων.

Για μεγάλες τιμές του  $T$  ισχύει ότι  $d \approx 2*(1-\phi)$  και

- εάν  $d \approx 2$  έχουμε απουσία αυτοσυσχέτισης,
- εάν  $d < 2$  έχουμε θετική αυτοσυσχέτιση,
- εάν  $d > 2$  έχουμε αρνητική αυτοσυσχέτιση.

Ο συγκεκριμένος έλεγχος, όμως έχει κάποια αρνητικά:

1. η ελεγχοσυνάρτηση  $d$  δεν έχει γνωστή κατανομή ώστε να γίνει αυστηρός έλεγχος υποθέσεων,
2. η αρχική παλινδρόμηση πρέπει να έχει σταθερό όρο ( $\alpha_0$ ),
3. δεν είναι έγκυρος στην περίπτωση που η αρχική παλινδρόμηση έχει υστερήσεις (όπως τα αυτοπαλίνδρομα μοντέλα) και
4. ελέγχει μόνο για αυτοσυσχέτιση πρώτης τάξης.

Εξαιτίας των παραπάνω μειονεκτημάτων, θα αποφευχθεί να γίνει ο συγκεκριμένος έλεγχος.

#### 4.3.3.2 Έλεγχος Box-Pierce-Ljung

Γίνεται με βάση την ελεγχοσυνάρτηση:

$$Q = T * \sum_{j=1}^k \rho_j^2 \quad (12)$$

όπου  $T$  ο αριθμός των παρατηρήσεων και  $\rho_j$  η αυτοσυσχέτιση μεταξύ δύο παρατηρήσεων  $u_t$  και  $u_{t-j}$  [ $\rho_j = \text{corr}(u_t, u_{t-j})$ ].

Η ελεγχοσυνάρτηση  $Q$  ακολουθεί τη  $\chi^2$  κατανομή με  $k-p$  βαθμούς ελευθερίας ( $k$  είναι ο αριθμός των αυτοσυσχετίσεων, ενώ  $p$  είναι ο αριθμός των παραμέτρων στη δεξιά μεριά της παλινδρόμησης).

#### 4.3.3.3 Έλεγχος Breusch-Godfrey (πολλαπλασιαστής Lagrange)

Υποθέτουμε ότι η αρχική παλινδρόμηση είναι της μορφής  $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 * Y_{t-1} + \alpha_2 * Y_{t-2} + \dots + \alpha_n * Y_{t-n} + u_t$  και ότι ο όρος σφάλματος μοντελοποιούνται με το αυτοπαλίνδρομο μοντέλο  $u_t = \gamma_0 + \gamma_1 * u_{t-1} + \gamma_2 * u_{t-2} + \dots + \gamma_k * u_{t-k} + \varepsilon_t$ . Κατασκευάζουμε



τη βοηθητική παλινδρόμηση  $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 * Y_{t-1} + \alpha_2 * Y_{t-2} + \dots + \alpha_n * Y_{t-n} + \gamma_1 * u_{t-1} + \gamma_2 * u_{t-2} + \dots + \gamma_k * u_{t-k} + \varepsilon_t$ . Η ελεγχοσυνάρτηση είναι:

$$LM \cong T * R^2 \quad (13)$$

όπου  $T$  ο αριθμός των παρατηρήσεων και  $R^2$  ο συντελεστής προσδιορισμού της βοηθητικής παλινδρόμησης (δείχνει πόσο καλά ταιριάζει το μοντέλο στα δεδομένα του).

Η ελεγχοσυνάρτηση  $LM$ , υπό τη μηδενική υπόθεση  $H_0$ , ακολουθεί τη  $\chi^2$  κατανομή με  $k$  βαθμούς ελευθερίας. Η μηδενική υπόθεση  $H_0$  που ελέγχεται είναι  $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_k = 0$  (μη αυτοσυσχέτιση) έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1$  που είναι  $\gamma_i \neq 0$  τουλάχιστον για ένα  $i \in \{1, 2, \dots, k\}$  (αυτοσυσχέτιση).

#### 4.3.4 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας

Το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας προκύπτει όταν δεν αληθεύει η υπόθεση της σταθερής διακύμανσης στον όρο σφάλματος, δηλαδή παραβιάζεται η υπόθεση  $\text{var}(u_i) = E(u_i^2) = \sigma^2$  και, αντιθέτως, ισχύει  $\text{var}(u_i) = E(u_i^2) = \sigma_i^2$ . Το κόστος ύπαρξης ετεροσκεδαστικότητας είναι οι εκτιμητές που προκύπτουν από τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων να χάνουν την ιδιότητα της αποτελεσματικότητας, ενώ παραμένουν αμερόληπτοι και συνεπείς. Και εδώ, όπως και στην περίπτωση της αυτοσυσχέτισης, τα τυπικά σφάλματα δεν εκτιμώνται σωστά. Για την αντιμετώπιση της ετεροσκεδαστικότητας υπάρχουν δύο διαδεδομένοι τρόποι. Ο πρώτος είναι να μοντελοποιηθεί η διακύμανση και ο δεύτερος είναι να υπολογιστούν τα τυπικά σφάλματα των παραμέτρων με κάποιον άλλο σωστό τρόπο, έτσι ώστε να βγαίνει σωστή η ελεγχοσυνάρτηση και το  $p$ -value στον έλεγχο υποθέσεων.

Ακολουθούν ορισμένοι από τους σημαντικότερους ελέγχους ετεροσκεδαστικότητας στα κατάλοιπα μιας παλινδρόμησης:

##### 4.3.4.1 Έλεγχος Box-Pierce

Γίνεται με βάση την ελεγχοσυνάρτηση:

$$Q = T * \sum_{j=1}^k \rho_j^2 \quad (14)$$

όπου  $T$  ο αριθμός των παρατηρήσεων και  $\rho_j$  η αυτοσυσχέτιση μεταξύ δύο παρατηρήσεων  $u_t$  και  $u_{t-j}$  [ $\rho_j = \text{corr}(u_t^2, u_{t-j}^2)$ ].

Η ελεγχοσυνάρτηση  $Q$  ακολουθεί τη  $\chi^2$  κατανομή με  $k-p$  βαθμούς ελευθερίας ( $k$  είναι ο αριθμός των αυτοσυσχετίσεων, ενώ  $p$  είναι ο αριθμός των παραμέτρων στη δεξιά μεριά της παλινδρόμησης).

#### 4.3.4.2 Έλεγχος ARCH-LM

Υποθέτουμε ότι για τα κατάλοιπα ισχύει  $u_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 * u_{t-1}^2 + \gamma_2 * u_{t-2}^2 + \dots + \gamma_k * u_{t-k}^2 + \varepsilon_t$ . Η ελεγχουσυνάρτηση βάση της οποίας γίνεται ο έλεγχος είναι:

$$LM \cong T * R^2 \quad (15)$$

όπου  $T$  ο αριθμός των παρατηρήσεων και  $R^2$  ο συντελεστής προσδιορισμού της βοηθητικής παλινδρόμησης (δείχνει πόσο καλά ταιριάζει το μοντέλο στα δεδομένα του).

Η ελεγχουσυνάρτηση  $LM$ , υπό τη μηδενική υπόθεση  $H_0$ , ακολουθεί τη  $\chi^2$  κατανομή με  $k$  βαθμούς ελευθερίας. Η μηδενική υπόθεση  $H_0$  που ελέγχεται είναι  $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_k = 0$  (μη ετεροσκεδαστικότητα/ομοσκεδαστικότητα) έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1$  που είναι  $\gamma_i \neq 0$  τουλάχιστον για ένα  $i \in \{1, 2, \dots, k\}$  (ετεροσκεδαστικότητα).

#### 4.3.5 Έλεγχος Ακρίβειας Σχέσης

Μόνο για την πρώτη παλινδρόμηση ( $\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + e_{p,t}$ ), γίνεται έλεγχος με Wald για το εάν υπάρχει ακρίβεια στη σχέση αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου, όπου ελέγχεται η υπόθεση  $\gamma_{0,t} = r_F$  και  $\gamma_{1,t} = E(R_M) - r_F$ .

Στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζονται αναλυτικά οι παραπάνω έλεγχοι.

## 5. Αποτελέσματα και Ερμηνεία

### 5.1 Δεδομένα και Μεθοδολογία Εμπειρικής Μελέτης

Στην παρούσα εργασία μελετήθηκαν τρεις χώρες, η Αγγλία, η Γερμανία και η Γαλλία. Χρησιμοποιήθηκαν 12 χρόνια, γιατί για 15 χρόνια τα δεδομένα δεν επαρκούσαν. Αντλώντας από τη βάση δεδομένων Datastream τις εβδομαδιαίες τιμές κλεισίματος, επειδή τα ημερήσια δεδομένα είναι "ρηχά", των non-financial δεικτών (εταιρείες που δεν ανήκουν στο χρηματοοικονομικό κλάδο -τράπεζες, εταιρείες χαρτοφυλακίου και ασφαλιστικές εταιρείες- και στον κλάδο του real estate), υπολογίστηκαν οι αποδόσεις των μετοχών ως διαφορά των λογαρίθμων των τιμών κλεισίματος. Στη συνέχεια, με τον ίδιο τρόπο υπολογίστηκε η απόδοση των τριών χρηματιστηριακών δεικτών, του FTSE 100 για την Αγγλία, DAX 30 για τη Γερμανία και του CAC 40 για τη Γαλλία.

Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε ήταν πανομοιότυπη με των Fama-MacBeth (1973). Η περίοδος των δώδεκα ετών χωρίστηκε σε τρεις υποπεριόδους. Για την πρώτη υποπερίοδο υπολογίστηκε ο συντελεστής βήτα κάθε μετοχής, κάνοντας χρήση του μονοπαραγοντικού υποδείγματος. Ακολουθώντας, οι μετοχές ταξινομήθηκαν με βάση το συντελεστή βήτα, με αύξουσα σειρά και σχημάτισαν χαρτοφυλάκια. Επίσης, με τα δεδομένα της δεύτερης περιόδου, υπολογίστηκε ο συντελεστής βήτα και η τυπική απόκλιση τόσο των μετοχών όσο και των χαρτοφυλακίων, όπως σχηματίστηκαν στην πρώτη υποπερίοδο. Τέλος, με τα δεδομένα της τρίτης περιόδου, υπολογίστηκαν οι μέσες αποδόσεις των μετοχών καθώς και των χαρτοφυλακίων. Στη συνέχεια, εισάγαμε τα δεδομένα στο πρόγραμμα EViews και τρέξαμε τρεις παλινδρομήσεις. Την πρώτη με τη μέση απόδοση της τρίτης υποπεριόδου και το βήτα της δεύτερης υποπεριόδου των χαρτοφυλακίων. Στη δεύτερη προσθέσαμε επιπλέον το τετράγωνο του βήτα της δεύτερης υποπεριόδου των χαρτοφυλακίων, ενώ στην τρίτη αντικαταστήσαμε το τετράγωνο του βήτα με την τυπική απόκλιση της δεύτερης υποπεριόδου των χαρτοφυλακίων. Αρχικά, ελέγχθηκαν οι αποδόσεις των μετοχών για ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας και στη συνέχεια έγινε έλεγχος καταλοίπων (κανονικότητας, αυτοσυσχέτισης και ετεροσκεδαστικότητας). Τέλος, έγινε έλεγχος ακριβείας μόνο στην πρώτη παλινδρόμηση.

### 5.2 Αποτελέσματα Οικονομετρικών Ελέγχων

#### 5.2.1 Αγγλία

##### 5.2.1.1 Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας

Αρχικά, κάνουμε έλεγχο μοναδιαίας ρίζας στις αποδόσεις. Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, γίνεται έλεγχος Dickey-Fuller GLS. Στον πίνακα που ακολουθεί απεικονίζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν:

Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας	
<b>t-Statistic</b>	-3,640559
<b>Επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας</b>	<b>Κριτική τιμή</b>
1%	-2,647120
5%	-1,952910
10%	-1,610011

Για να κρίνουμε εάν μια σειρά έχει μοναδιαία ρίζα ή όχι, πρέπει να συγκρίνουμε την τιμή της ελεγκοσυνάρτησης t-Statistic,  $t$ , με την κριτική τιμή,  $c$ , του επιπέδου στατιστικής σημαντικότητας που μας ενδιαφέρει. Εάν  $t > c$  αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι η σειρά έχει μοναδιαία ρίζα, ενώ εάν  $t < c$  απορρίπτουμε την  $H_0$  και η σειρά είναι στάσιμη. Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι οι αποδόσεις σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% δεν έχουν μοναδιαία ρίζα, επειδή  $t = -3,640559 < c = -1,952910$  και είναι στάσιμες.

### 5.2.1.2 Πρώτη Παλινδρόμηση

Στη συνέχεια, τρέχουμε την πρώτη διαστρωματική παλινδρόμηση  $\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + e_{p,t}$ . Τα αποτελέσματα που πήραμε ήταν τα εξής:

$\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + e_{p,t}$				
Μεταβλητή	Εκτίμηση	Τυπικό σφάλμα	t-Statistic	p-value
c	0,006504	0,001297	5,015838	0,000000
$b_{p,t-1}$	-0,002760	0,001573	-1,754537	0,090300
<b>R<sup>2</sup></b>		0,099053		
<b>Προσαρμοσμένο R<sup>2</sup></b>		0,066876		
<b>F-Statistic</b>		3,078401		
<b>p-value (F-Statistic)</b>		0,090278		
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>				

Η στήλη "Εκτίμηση" δείχνει τις τιμές των εκτιμώμενων συντελεστών  $\gamma_{0,t}$  και  $\gamma_{1,t}$  και το τυπικό σφάλμα αποτελεί την εκτίμηση της διακύμανσής τους, που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι πολύ μικρό. Το  $R^2$  απεικονίζει το ποσοστό της μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής  $\bar{R}_{p,t}$  που οφείλεται στη μεταβλητότητα της ανεξάρτητης μεταβλητής  $b_{p,t-1}$ . Στη περίπτωση της Αγγλίας, μόνο το 9,91% της μεταβλητότητας της  $\bar{R}_{p,t}$  εξηγείται από τη μεταβλητότητα της  $b_{p,t-1}$ , το υπόλοιπο 90,09% οφείλεται σε άλλους παράγοντες. Όμως, το προσαρμοσμένο  $R^2$  είναι πιο αξιόπιστο από το απλό  $R^2$  γιατί το  $R^2$  πλησιάζει τη μονάδα όσο προστίθενται εκτιμητές στο μοντέλο. Κρίνοντας και από αυτό, πάλι καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η

μεταβλητότητας της  $\bar{R}_{p,t}$  δεν οφείλεται στη μεταβλητότητα της  $b_{p,t-1}$  δεδομένου ότι μόνο το 6,67% της μεταβλητότητας της  $b_{p,t-1}$  εξηγεί τη μεταβλητότητα της  $\bar{R}_{p,t}$ . Η t-Statistic και η F-Statistic είναι η τιμή που παίρνει η ελεγκοσυνάρτηση με βάση τα δεδομένα. Η t-Statistic χρησιμοποιείται στον απλό έλεγχο, όπου ελέγχεται μόνο μια παράμετρος, ενώ η F-Statistic χρησιμοποιείται στο σύνθετο έλεγχο, όπου ελέγχονται περισσότερες από μια παραμέτρους, εκτός του σταθερού όρου. Στην t-Statistic η μηδενική υπόθεση  $H_0$  είναι η παράμετρος που εκτιμάται να ισούται με το μηδέν. Αντίθετα, στην F-Statistic η μηδενική υπόθεση  $H_0$  είναι όλες οι παράμετροι, εκτός της σταθεράς, να είναι μηδέν. Με την p-value θα αξιολογήσουμε εάν κάποια παράμετρος, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, είναι στατιστικά σημαντική. Εδώ, βλέπουμε ότι η εκτίμηση της παραμέτρου  $\gamma_{1,t}$  της μεταβλητής  $b_{p,t-1}$  είναι αρνητική, ενώ δεν είναι στατιστικά σημαντική, αφού  $p\text{-value} = 0,090300 > 5\%$  και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι  $\gamma_{1,t} = 0$ .

### 5.2.1.2.1 Έλεγχος Κανονικότητας

Απαραίτητη προϋπόθεση του Υ.Α.Κ.Σ. είναι η κανονικότητα των αποδόσεων. Οπότε, επόμενο βήμα είναι να εξετάσουμε εάν τα κατάλοιπα ακολουθούν την κανονική κατανομή. Έγινε έλεγχος Jarque-Bera με τα αποτελέσματα να παρουσιάζονται παρακάτω:

Έλεγχος Κανονικότητας	
Jarque-Bera	1,829099
p-value	0,400697
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Η γραμμή Jarque-Bera δείχνει την τιμή της ελεγκοσυνάρτησης, ενώ από την p-value συμπεραίνουμε εάν έχουμε κανονικότητα. Διαπιστώνουμε, λοιπόν, ότι για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, ισχύει η κανονικότητα. Αυτό συμβαίνει γιατί  $p\text{-value} = 0,400697 > 5\%$  με αποτέλεσμα η μηδενική υπόθεση για κανονικότητα να στηρίζεται ισχυρά.

### 5.2.1.2.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης

Ακολούθως, έγινε έλεγχος αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα της παλινδρόμησης. Χρησιμοποιήθηκαν δύο τρόποι, η ελεγκοσυνάρτηση Q-Statistic και ο πολλαπλασιαστής Lagrange. Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα του ελέγχου και με τις δύο μεθόδους:

#### Q-Statistic

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
Q-Statistic	p-value
1,047600	0,306000
4,020300	0,134000

6,274200	0,099000
6,274200	0,180000
6,601000	0,252000
6,707300	0,349000
9,360300	0,228000
9,398500	0,310000
16,813000	0,052000
19,718000	0,032000
20,222000	0,042000
27,985000	0,006000
29,547000	0,005000
29,905000	0,008000
34,686000	0,003000
34,694000	0,004000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Στον παραπάνω πίνακα η Q-Statistic είναι η τιμή της ελεγχουσυνάρτησης Q. Σε κάθε γραμμή i ελέγχεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι  $\rho_j = \text{corr}(u_t, u_{t-j}) = 0$ , δηλαδή δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση (όπου  $\rho_j$  ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης μεταξύ δύο παρατηρήσεων  $u_t$  και  $u_{t-j}$ ). Η p-value θα μας οδηγήσει στο συμπέρασμα εάν στηρίζεται ή όχι η μηδενική μας υπόθεση  $H_0$ . Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι τουλάχιστον μέχρι την 9<sup>η</sup> γραμμή έχουμε p-value > 5% (όπου 5% είναι το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας που έχουμε επιλέξει), άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  και δεν έχουμε αυτοσυσχέτιση.

#### Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	3,367744
<b>p-value</b>	0,185700
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Η πρώτη γραμμή αποτελεί την τιμή της ελεγχουσυνάρτησης LM που ισούται με τον αριθμό των παρατηρήσεων επί το συντελεστή προσδιορισμού ( $R^2$ ) της βοηθητικής παλινδρόμησης. Η p-value, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, είναι p-value = 0,185700 > 5% και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ , που υποστηρίζει ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση.

#### **5.2.1.2.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας**

Ο έλεγχος ετεροσκεδαστικότητας έγινε επίσης με δύο τρόπους, με την ελεγχουσυνάρτηση Q-Statistic και με τον πολλαπλασιαστή Lagrange. Ακολουθούν οι πίνακες με τα αποτελέσματά τους:

Q- Statistic

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
Q-Statistic	p-value
0,142600	0,706000
0,313900	0,855000
0,353800	0,950000
1,880600	0,758000
2,449200	0,784000
2,778300	0,836000
2,778300	0,905000
3,222900	0,920000
3,567500	0,938000
4,816300	0,903000
4,816600	0,940000
6,309500	0,900000
7,098300	0,897000
7,144400	0,929000
7,279300	0,949000
7,638100	0,959000

**\*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%**

Η Q- Statistic είναι η τιμή της ελεγκοσυνάρτησης Q, η οποία ελέγχει την αυτοσυσχέτιση στα τετράγωνα των καταλοίπων. Για κάθε γραμμή i η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ελέγχει εάν δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, δηλαδή  $\rho_j = \text{corr}(u_t^2, u_{t-j}^2) = 0$  (όπου  $\rho_j$  ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης των τετραγώνων των  $u_t$  και  $u_{t-j}$ ). Στη συγκεκριμένη περίπτωση έχουμε παντού μεγάλο p-value (p-value > 5% σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%), άρα στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση  $H_0$  για μη ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας.

Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	0,138334
<b>p-value</b>	0,709900

**\*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%**

Στον παραπάνω πίνακα, στην πρώτη γραμμή εμφανίζεται η τιμή της ελεγκοσυνάρτησης LM, ενώ η p-value δείχνει ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, γιατί σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, p-value = 0,709900 > 5% και άρα στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα.

### 5.2.1.2.4 Έλεγχος Ακρίβειας Σχέσης

Τέλος, ελέγχεται η ακρίβεια της σχέσης αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου με έλεγχο της υπόθεσης  $\gamma_{0,t} = r_F$  και  $\gamma_{1,t} = E(R_M) - r_F$ . Ως  $r_F$  χρησιμοποιήθηκε η μέση απόδοση του τριμηνιαίου Libor σε ευρώ, οπότε έχουμε  $\gamma_{0,t} = 0,009442$  και  $\gamma_{1,t} = 0,001490 - 0,009442 = -0,007952$ . Το αποτέλεσμα που προέκυψε από τον έλεγχο Wald ήταν:

Έλεγχος Ακρίβειας Σχέσης	
Τιμή p-value	40,224500 0,000000
*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%	

Βλέπουμε, λοιπόν, ότι σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% δε στηρίζεται καθόλου η μηδενική υπόθεση  $H_0$ , αφού  $p\text{-value} = 0,000000 < 5\%$ . Άρα, η σχέση αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου δεν είναι ακριβής.

### 5.2.1.3 Δεύτερη Παλινδρόμηση

Ακολουθώντας, τρέχουμε τη δεύτερη παλινδρόμηση  $\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * b_{p,t-1}^2 + e_{p,t}$  για να διαπιστώσουμε εάν υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και συντελεστή βήτα. Παρακάτω φαίνεται ο πίνακας των αποτελεσμάτων:

$\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * b_{p,t-1}^2 + e_{p,t}$				
Μεταβλητή	Εκτίμηση	Τυπικό σφάλμα	t-Statistic	p-value
c	-0,005333	0,004721	-1,129649	0,268600
$b_{p,t-1}$	0,027133	0,011632	2,332673	0,027400
$b_{p,t-1}^2$	-0,018244	0,007045	-2,589735	0,015300
<b>R<sup>2</sup></b>	0,278317			
<b>Προσαρμοσμένο R<sup>2</sup></b>	0,224859			
<b>F-statistic</b>	5,206271			
<b>p-value (F-statistic)</b>	0,012237			
*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%				

Από τον παραπάνω πίνακα βλέπουμε το συντελεστή προσδιορισμού  $R^2$  να είναι αρκετά χαμηλός, 22,49%, που σημαίνει ότι μόνο αυτό το ποσοστό της μεταβλητότητας της  $\bar{R}_{p,t}$  εξηγείται από τις μεταβλητότητες των  $b_{p,t-1}$  και  $b_{p,t-1}^2$  μαζί. Επίσης, και οι δύο ανεξάρτητες μεταβλητές ( $b_{p,t-1}$ ,  $b_{p,t-1}^2$ ), σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% είναι στατιστικά σημαντικές δεδομένου ότι έχουν  $p\text{-value} < 5\%$  και δε στηρίζονται οι δύο μηδενικές υποθέσεις ότι  $\gamma_{1,t} = 0$  και  $\gamma_{2,t} = 0$ , αντίστοιχα. Από αυτό καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η σχέση



αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου δεν είναι γραμμική. Επίσης, η εκτίμηση του συντελεστή  $\gamma_{2,t}$  είναι αρνητική.

### 5.2.1.3.1 Έλεγχος Κανονικότητας

Από τον έλεγχο κανονικότητας είχαμε τα εξής αποτελέσματα:

Έλεγχος Κανονικότητας	
Jarque-Bera	1,715800
p-value	0,424052
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Παρατηρούμε ότι, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, έχουμε κανονικότητα, γιατί  $p\text{-value} = 0,424052 > 5\%$ , οπότε στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση ότι υπάρχει κανονικότητα.

### 5.2.1.3.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης

Για τον έλεγχο αυτοσυσχέτισης εφαρμόστηκαν δύο μέθοδοι, της ελεγχοσυνάρτησης Q-Statistic και του πολλαπλασιαστή Lagrange. Ακολουθώς φαίνονται τα αποτελέσματά τους:

#### Q-Statistic

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
Q-Statistic	p-value
0,098900	0,753000
1,417500	0,492000
1,445200	0,695000
1,877800	0,758000
2,032900	0,845000
2,171300	0,903000
4,423100	0,730000
4,595300	0,800000
7,978300	0,536000
8,829900	0,548000
9,687200	0,559000
12,035000	0,443000
12,086000	0,521000
12,358000	0,578000
14,498000	0,488000
14,687000	0,548000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Άρα παντού ισχύει  $p\text{-value} > 5\%$ , οπότε σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  και δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση.

#### Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	1,380832
<b>p-value</b>	0,501400
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Από τον παραπάνω πίνακα συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση, αφού, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, έχουμε  $p\text{-value} = 0,501400 > 5\%$ , δηλαδή στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

#### **5.2.1.3.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας**

Και για τον έλεγχο ετεροσκεδαστικότητας χρησιμοποιήθηκαν δύο τρόποι, η ελεγχοσυνάρτηση Q-Statistic και ο πολλαπλασιαστής Lagrange. Ακολουθούν οι πίνακες με τα αποτελέσματά τους:

#### Q-Statistic

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
<b>Q-Statistic</b>	<b>p-value</b>
0,236000	0,627000
0,347800	0,840000
0,634600	0,888000
0,700100	0,951000
2,725600	0,742000
4,470200	0,613000
4,604000	0,708000
5,502400	0,703000
8,404900	0,494000
8,738400	0,557000
8,800600	0,640000
9,068400	0,697000
9,552800	0,730000
10,354000	0,736000
10,467000	0,789000
11,097000	0,803000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Σύμφωνα με τα παραπάνω δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, αφού, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, έχουμε όλες τις p-value > 5% και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

#### Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	0,216111
<b>p-value</b>	0,642000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Από τα αποτελέσματα που προέκυψαν διαπιστώνουμε ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, γιατί, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, p-value = 0,642000 > 5%, άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

#### 5.2.1.4 Τρίτη Παλινδρόμηση

Τέλος, τρέχουμε την τρίτη παλινδρόμηση  $\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * \sigma_{p,t-1} + e_{p,t}$ , με την οποία διαπιστώνουμε εάν υπάρχει σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και τυπικής απόκλισης. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν ήταν τα εξής:

$\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * \sigma_{p,t-1} + e_{p,t}$				
Μεταβλητή	Εκτίμηση	Τυπικό σφάλμα	t-Statistic	p-value
c	0,005920	0,003082	1,920800	0,065400
$b_{p,t-1}$	-0,002761	0,001601	-1,725008	0,096000
$\sigma_{p,t-1}$	0,011346	0,054136	0,209582	0,835600
<b>R<sup>2</sup></b>		0,100516		
<b>Προσαρμοσμένο R<sup>2</sup></b>		0,033888		
<b>F-statistic</b>		1,508606		
<b>p-value (F-statistic)</b>		0,239283		
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>				

Συμπεραίνουμε ότι ο συντελεστής προσδιορισμού  $R^2$  είναι πολύ μικρός (3,39%) και ότι μόνο το 3,39% των μεταβλητοτήτων των  $b_{p,t-1}$  και  $\sigma_{p,t-1}$  εξηγεί τη μεταβλητότητα της  $\bar{R}_{p,t}$ . Ακόμα, για τις δύο ανεξάρτητες μεταβλητές ( $b_{p,t-1}$ ,  $\sigma_{p,t-1}$ ), συμπεραίνουμε ότι σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% δεν είναι στατιστικά σημαντικές, αφού εξαιτίας του γεγονότος ότι έχουν p-value > 5%, στηρίζονται οι δύο μηδενικές υποθέσεις ότι  $\gamma_{1,t} = 0$  και  $\gamma_{2,t} = 0$ , αντίστοιχα. Επίσης, η εκτίμηση του συντελεστή  $\gamma_{2,t}$  είναι θετική.

### 5.2.1.4.1 Έλεγχος Κανονικότητας

Τα αποτελέσματα του έλεγχου κανονικότητας ήταν τα εξής:

Έλεγχος Κανονικότητας	
Jarque-Bera	1,775275
p-value	0,411627
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Διαπιστώνουμε ότι, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, υπάρχει κανονικότητα, αφού  $p\text{-value} = 0,411627 > 5\%$  και άρα στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση για κανονικότητα.

### 5.2.1.4.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης

Ο έλεγχος αυτοσυσχέτισης έγινε με δύο τρόπους, με την ελεγχοσυνάρτηση Q-Statistic και με τον πολλαπλασιαστή Lagrange. Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και με τους δύο τρόπους:

#### Q-Statistic

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
Q-Statistic	p-value
0,954900	0,328000
3,607800	0,165000
5,794300	0,122000
5,795300	0,215000
6,137000	0,293000
6,231600	0,398000
9,118800	0,244000
9,141000	0,331000
16,440000	0,058000
19,009000	0,040000
19,527000	0,052000
27,261000	0,007000
28,590000	0,007000
28,840000	0,011000
33,837000	0,004000
33,841000	0,006000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Παρατηρούμε ότι μέχρι την 9<sup>η</sup> γραμμή έχουμε  $p\text{-value} > 5\%$ , άρα για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι δεν έχουμε αυτοσυσχέτιση.

Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	3,271529
<b>p-value</b>	0,194800
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Ο παραπάνω πίνακας μας δείχνει ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση, γιατί, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%,  $p\text{-value} = 0,501400 > 5\%$ , οπότε στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

**5.2.1.4.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας**

Για τον έλεγχο ετεροσκεδαστικότητας, όπως και για τον έλεγχο αυτοσυσχέτισης, χρησιμοποιήθηκαν οι δύο τρόποι που προαναφέρθηκαν. Τα αποτελέσματά τους παρουσιάζονται παρακάτω:

Q-Statistic

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
<b>Q-Statistic</b>	<b>p-value</b>
0,047900	0,827000
0,192400	0,908000
0,220100	0,974000
1,673900	0,795000
2,213400	0,819000
2,746500	0,840000
2,831200	0,900000
3,331800	0,912000
3,632700	0,934000
4,810000	0,904000
4,821800	0,939000
6,437800	0,892000
7,678900	0,864000
7,769600	0,901000
7,874700	0,929000
8,355900	0,938000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Άρα δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, γιατί, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, ισχύει παντού  $p\text{-value} > 5\%$  και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	0,047099
<b>p-value</b>	0,828200
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Συνεπώς, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, δεν έχουμε ετεροσκεδαστικότητα, αφού  $p\text{-value} = 0,828200 > 5\%$  και άρα στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

**5.2.2 Γερμανία****5.2.2.1 Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας**

Αρχικά, κάνουμε έλεγχο μοναδιαίας ρίζας στις αποδόσεις. Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, γίνεται έλεγχος Dickey-Fuller GLS. Στον πίνακα που ακολουθεί απεικονίζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν:

Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας	
<b>t-Statistic</b>	-3,636856
<b>Επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας</b>	<b>Κριτική τιμή</b>
1%	-2,653401
5%	-1,953858
10%	-1,609571

Για να κρίνουμε εάν μια σειρά έχει μοναδιαία ρίζα ή όχι, πρέπει να συγκρίνουμε την τιμή της ελεγκοσυνάρτησης t-Statistic,  $t$ , με την κριτική τιμή,  $c$ , του επιπέδου στατιστικής σημαντικότητας που μας ενδιαφέρει. Εάν  $t > c$  αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι η σειρά έχει μοναδιαία ρίζα, ενώ εάν  $t < c$  απορρίπτουμε την  $H_0$  και η σειρά είναι στάσιμη. Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι οι αποδόσεις σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% δεν έχουν μοναδιαία ρίζα, επειδή  $t = -3,636856 < c = -1,953858$  και είναι στάσιμες.

**5.2.2.2 Πρώτη Παλινδρόμηση**

Στη συνέχεια, τρέχουμε την πρώτη διαστρωματική παλινδρόμηση  $\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + e_{p,t}$ . Τα αποτελέσματα που πήραμε ήταν τα εξής:

$\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + e_{p,t}$				
Μεταβλητή	Εκτίμηση	Τυπικό σφάλμα	t-Statistic	p-value
c	0,001950	0,000915	2,130083	0,042800
$b_{p,t-1}$	0,001670	0,001132	1,475406	0,152100
$R^2$		0,077256		
Προσαρμοσμένο $R^2$		0,041766		
F-Statistic		2,176822		
p-value (F-Statistic)		0,152112		
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>				

Η στήλη "Εκτίμηση" δείχνει τις τιμές των εκτιμώμενων συντελεστών  $\gamma_{0,t}$  και  $\gamma_{1,t}$  και το τυπικό σφάλμα αποτελεί την εκτίμηση της διακύμανσής τους, που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι πολύ μικρό. Το  $R^2$  απεικονίζει το ποσοστό της μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής  $\bar{R}_{p,t}$  που οφείλεται στη μεταβλητότητα της ανεξάρτητης μεταβλητής  $b_{p,t-1}$ . Στη περίπτωση της Γερμανίας, μόνο το 7,73% της μεταβλητότητας της  $\bar{R}_{p,t}$  εξηγείται από τη μεταβλητότητα της  $b_{p,t-1}$ , το υπόλοιπο 92,27% οφείλεται σε άλλους παράγοντες. Όμως, το προσαρμοσμένο  $R^2$  είναι πιο αξιόπιστο από το απλό  $R^2$  γιατί το  $R^2$  πλησιάζει τη μονάδα όσο προστίθενται εκτιμητές στο μοντέλο. Κρίνοντας και από αυτό, πάλι καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η μεταβλητότητα της  $\bar{R}_{p,t}$  δεν οφείλεται στη μεταβλητότητα της  $b_{p,t-1}$  δεδομένου ότι μόνο το 4,18% της μεταβλητότητας της  $b_{p,t-1}$  εξηγεί τη μεταβλητότητα της  $\bar{R}_{p,t}$ . Η t-Statistic και η F-Statistic είναι η τιμή που παίρνει η ελεγχουσυνάρτηση με βάση τα δεδομένα. Η t-Statistic χρησιμοποιείται στον απλό έλεγχο, όπου ελέγχεται μόνο μια παράμετρος, ενώ η F-Statistic χρησιμοποιείται στο σύνθετο έλεγχο, όπου ελέγχονται περισσότερες από μια παραμέτρους, εκτός του σταθερού όρου. Στην t-Statistic η μηδενική υπόθεση  $H_0$  είναι η παράμετρος που εκτιμάται να ισούται με το μηδέν. Αντίθετα, στην F-Statistic η μηδενική υπόθεση  $H_0$  είναι όλες οι παράμετροι, εκτός της σταθεράς, να είναι μηδέν. Με την p-value θα αξιολογήσουμε εάν κάποια παράμετρος, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, είναι στατιστικά σημαντική. Εδώ, βλέπουμε ότι η εκτίμηση της παραμέτρου  $\gamma_{1,t}$  της μεταβλητής  $b_{p,t-1}$  είναι θετική, ενώ δεν είναι στατιστικά σημαντική, αφού  $p\text{-value} = 0,152100 > 5\%$  και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι  $\gamma_{1,t} = 0$ .

### 5.2.2.2.1 Έλεγχος Κανονικότητας

Απαραίτητη προϋπόθεση του Υ.Α.Κ.Σ. είναι η κανονικότητα των αποδόσεων. Οπότε, επόμενο βήμα είναι να εξετάσουμε εάν τα κατάλοιπα ακολουθούν την κανονική κατανομή. Έγινε έλεγχος Jarque-Bera με τα αποτελέσματα να παρουσιάζονται παρακάτω:

Έλεγχος Κανονικότητας	
Jarque-Bera	0,055672
p-value	0,972548
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Η γραμμή Jarque-Bera δείχνει την τιμή της ελεγκοσυνάρτησης, ενώ από την p-value συμπεραίνουμε εάν έχουμε κανονικότητα. Διαπιστώνουμε, λοιπόν, ότι για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, ισχύει η κανονικότητα. Αυτό συμβαίνει γιατί  $p\text{-value} = 0,972548 > 5\%$  με αποτέλεσμα η μηδενική υπόθεση για κανονικότητα να στηρίζεται ισχυρά.

#### 5.2.2.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης

Ακολούθως, έγινε έλεγχος αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα της παλινδρόμησης. Χρησιμοποιήθηκαν δύο τρόποι, η ελεγκοσυνάρτηση Q-Statistic και ο πολλαπλασιαστής Lagrange. Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα του ελέγχου και με τις δύο μεθόδους:

#### Q-Statistic

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
Q-Statistic	p-value
0,024800	0,875000
0,667700	0,716000
2,578300	0,461000
3,122900	0,537000
3,125100	0,681000
3,125800	0,793000
4,706700	0,696000
5,421100	0,712000
5,435800	0,795000
6,543400	0,768000
7,146400	0,787000
7,798200	0,801000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Στον παραπάνω πίνακα η Q-Statistic είναι η τιμή της ελεγκοσυνάρτησης Q. Σε κάθε γραμμή  $i$  ελέγχεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι  $\rho_i = \text{corr}(u_t, u_{t-i}) = 0$ , δηλαδή δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση (όπου  $\rho_i$  ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης μεταξύ δύο παρατηρήσεων  $u_t$  και  $u_{t-i}$ ). Η p-value θα μας οδηγήσει στο συμπέρασμα εάν στηρίζεται ή όχι η μηδενική μας υπόθεση  $H_0$ . Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι παντού έχουμε  $p\text{-value} > 5\%$  (όπου 5% είναι το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας που έχουμε επιλέξει), άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  και δεν έχουμε αυτοσυσχέτιση.



Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	0,642068
<b>p-value</b>	0,725400
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Η πρώτη γραμμή αποτελεί την τιμή της ελεγχουσυνάρτησης LM που ισούται με τον αριθμό των παρατηρήσεων επί το συντελεστή προσδιορισμού ( $R^2$ ) της βοηθητικής παλινδρόμησης. Η p-value, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, είναι  $p\text{-value} = 0,725400 > 5\%$  και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ , που υποστηρίζει ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση.

**5.2.2.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας**

Ο έλεγχος ετεροσκεδαστικότητας έγινε επίσης με δύο τρόπους, με την ελεγχουσυνάρτηση Q-Statistic και με τον πολλαπλασιαστή Lagrange. Ακολουθούν οι πίνακες με τα αποτελέσματά τους:

Q-Statistic

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
<b>Q-Statistic</b>	<b>p-value</b>
0,5224000	0,470000
0,6556000	0,721000
0,6574000	0,883000
1,9849000	0,739000
4,9228000	0,425000
5,4189000	0,491000
6,1989000	0,517000
6,2250000	0,622000
8,7907000	0,457000
10,142000	0,428000
10,151000	0,517000
10,491000	0,573000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Η Q-Statistic είναι η τιμή της ελεγχουσυνάρτησης Q, η οποία ελέγχει την αυτοσυσχέτιση στα τετράγωνα των καταλοίπων. Για κάθε γραμμή  $i$  η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ελέγχει εάν δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, δηλαδή  $\rho_j = \text{corr}(u_t^2, u_{t-j}^2) = 0$  (όπου  $\rho_j$  ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης των τετραγώνων των  $u_t$  και  $u_{t-j}$ ). Στη συγκεκριμένη περίπτωση έχουμε παντού μεγάλο p-value (p-

value > 5% σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%), άρα στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση  $H_0$  για μη ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας.

#### Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
LM=T*R <sup>2</sup>	0,460147
p-value	0,497600
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Στον παραπάνω πίνακα, στην πρώτη γραμμή εμφανίζεται η τιμή της ελεγχουσυνάρτησης LM, ενώ η p-value δείχνει ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, γιατί σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, p-value = 0,497600 > 5% και άρα στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα.

#### 5.2.2.4 Έλεγχος Ακρίβειας Σχέσης

Τέλος, ελέγχεται η ακρίβεια της σχέσης αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου με έλεγχο της υπόθεσης  $\gamma_{0,t} = r_F$  και  $\gamma_{1,t} = E(R_M) - r_F$ . Ως  $r_F$  χρησιμοποιήθηκε η μέση απόδοση του τριμηνιαίου Libor σε ευρώ, οπότε έχουμε  $\gamma_{0,t} = 0,009442$  και  $\gamma_{1,t} = 0,002407 - 0,009442 = -0,007035$ . Το αποτέλεσμα που προέκυψε από τον έλεγχο Wald ήταν:

Έλεγχος Ακρίβειας Σχέσης	
Τιμή	67,054810
p-value	0,000000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Βλέπουμε, λοιπόν, ότι σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% δε στηρίζεται καθόλου η μηδενική υπόθεση  $H_0$ , αφού p-value = 0,000000 < 5%. Άρα, η σχέση αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου δεν είναι ακριβής.

#### 5.2.2.3 Δεύτερη Παλινδρόμηση

Ακολουθώντας, τρέχουμε τη δεύτερη παλινδρόμηση  $\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * b_{p,t-1}^2 + e_{p,t}$  για να διαπιστώσουμε εάν υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και συντελεστή βήτα. Παρακάτω φαίνεται ο πίνακας των αποτελεσμάτων:

$\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * b_{p,t-1}^2 + e_{p,t}$				
Μεταβλητή	Εκτίμηση	Τυπικό σφάλμα	t-Statistic	p-value
c	0,000156	0,001685	0,092512	0,927000
$b_{p,t-1}$	0,007685	0,004895	1,569970	0,129000
$b_{p,t-1}^2$	-0,004328	0,003428	-1,262244	0,218500
<b>R<sup>2</sup></b>		0,132539		
<b>Προσαρμοσμένο R<sup>2</sup></b>		0,063143		
<b>F-statistic</b>		1,909876		
<b>p-value (F-statistic)</b>		0,169092		
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>				

Από τον παραπάνω πίνακα βλέπουμε το συντελεστή προσδιορισμού R<sup>2</sup> να είναι αρκετά χαμηλός, 6,31%, που σημαίνει ότι μόνο αυτό το ποσοστό της μεταβλητότητας της  $\bar{R}_{p,t}$  εξηγείται από τις μεταβλητότητες των  $b_{p,t-1}$  και  $b_{p,t-1}^2$  μαζί. Επίσης, και οι δύο ανεξάρτητες μεταβλητές ( $b_{p,t-1}$ ,  $b_{p,t-1}^2$ ), σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% δεν είναι στατιστικά σημαντικές δεδομένου ότι έχουν p-value > 5% και στηρίζονται οι δύο μηδενικές υποθέσεις ότι  $\gamma_{1,t} = 0$  και  $\gamma_{2,t} = 0$ , αντίστοιχα. Επίσης, η εκτίμηση του συντελεστή  $\gamma_{2,t}$  είναι αρνητική.

#### 5.2.2.3.1 Έλεγχος Κανονικότητας

Από τον έλεγχο κανονικότητας είχαμε τα εξής αποτελέσματα:

Έλεγχος Κανονικότητας	
<b>Jarque-Bera</b>	0,041821
<b>p-value</b>	0,979307
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Παρατηρούμε ότι, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, έχουμε κανονικότητα, γιατί p-value = 0,979307 > 5%, οπότε στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση ότι υπάρχει κανονικότητα.

#### 5.2.2.3.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης

Για τον έλεγχο αυτοσυσχέτισης εφαρμόστηκαν δύο μέθοδοι, της ελεγχοσυνάρτησης Q-Statistic και του πολλαπλασιαστή Lagrange. Ακολουθώς φαίνονται τα αποτελέσματά τους:

Q- Statistic

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
Q-Statistic	p-value
0,106200	0,744000
0,917200	0,632000
2,620300	0,454000
2,730400	0,604000
2,820600	0,728000
2,841000	0,829000
3,605200	0,824000
3,967200	0,860000
5,037500	0,831000
6,154200	0,802000
7,077000	0,793000
7,155900	0,847000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Άρα παντού ισχύει  $p\text{-value} > 5\%$ , οπότε σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  και δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση.

Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	0,890732
<b>p-value</b>	0,640600
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Από τον παραπάνω πίνακα συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση, αφού, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, έχουμε  $p\text{-value} = 0,640600 > 5\%$ , δηλαδή στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

**5.2.2.3.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας**

Και για τον έλεγχο ετεροσκεδαστικότητας χρησιμοποιήθηκαν δύο τρόποι, η ελεγχοσυνάρτηση Q- Statistic και ο πολλαπλασιαστής Lagrange. Ακολουθούν οι πίνακες με τα αποτελέσματά τους:

Q- Statistic

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
Q-Statistic	p-value
0,671300	0,413000
0,837400	0,658000
0,845600	0,839000
1,209400	0,877000
4,291000	0,508000
4,367300	0,627000
4,383300	0,735000
4,718100	0,787000
5,319600	0,806000
6,937900	0,731000
7,503500	0,757000
8,590900	0,737000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Σύμφωνα με τα παραπάνω δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, αφού, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, έχουμε όλες τις p-value > 5% και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
LM=T*R <sup>2</sup>	0,607780
p-value	0,435600
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Από τα αποτελέσματα που προέκυψαν διαπιστώνουμε ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, γιατί, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, p-value = 0,435600 > 5%, άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

**5.2.2.4 Τρίτη Παλινδρόμηση**

Τέλος, τρέχουμε την τρίτη παλινδρόμηση  $\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * \sigma_{p,t-1} + e_{p,t}$ , με την οποία διαπιστώνουμε εάν υπάρχει σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και τυπικής απόκλισης. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν ήταν τα εξής:

$\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * \sigma_{p,t-1} + e_{p,t}$				
Μεταβλητή	Εκτίμηση	Τυπικό σφάλμα	t-Statistic	p-value
c	-0,001981	0,002396	-0,826692	0,416200
$b_{p,t-1}$	0,000193	0,001373	0,140445	0,889400
$\sigma_{p,t-1}$	0,100925	0,057213	1,764043	0,089900
<b>R<sup>2</sup></b>		0,179399		
<b>Προσαρμοσμένο R<sup>2</sup></b>		0,113751		
<b>F-statistic</b>		2,732742		
<b>p-value (F-statistic)</b>		0,084460		
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>				

Συμπεραίνουμε ότι ο συντελεστής προσδιορισμού  $R^2$  είναι μικρός (11,38%) και ότι μόνο το 11,38% των μεταβλητοτήτων των  $b_{p,t-1}$  και  $\sigma_{p,t-1}$  εξηγεί τη μεταβλητότητα της  $\bar{R}_{p,t}$ . Ακόμα, για τις δύο ανεξάρτητες μεταβλητές ( $b_{p,t-1}$ ,  $\sigma_{p,t-1}$ ), συμπεραίνουμε ότι σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% δεν είναι στατιστικά σημαντικές, αφού εξαιτίας του γεγονότος ότι έχουν p-value > 5%, στηρίζονται οι δύο μηδενικές υποθέσεις ότι  $\gamma_{1,t} = 0$  και  $\gamma_{2,t} = 0$ , αντίστοιχα. Επίσης, η εκτίμηση του συντελεστή  $\gamma_{2,t}$  είναι θετική.

#### 5.2.2.4.1 Έλεγχος Κανονικότητας

Τα αποτελέσματα του έλεγχου κανονικότητας ήταν τα εξής:

Έλεγχος Κανονικότητας	
<b>Jarque-Bera</b>	0,148665
<b>p-value</b>	0,928363
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Διαπιστώνουμε ότι, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, υπάρχει κανονικότητα, αφού p-value = 0,928363 > 5% και άρα στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση για κανονικότητα.

#### 5.2.2.4.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης

Ο έλεγχος αυτοσυσχέτισης έγινε με δύο τρόπους, με την ελεγχοσυνάρτηση Q-Statistic και με τον πολλαπλασιαστή Lagrange. Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και με τους δύο τρόπους:

Q-Statistic

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
Q-Statistic	p-value
0,030100	0,862000
2,414000	0,299000
2,443000	0,486000
2,613600	0,624000
3,915000	0,562000
4,096200	0,664000
4,896000	0,673000
6,066300	0,640000
6,073400	0,733000
6,090000	0,808000
6,347600	0,849000
6,580600	0,884000

**\*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%**

Παρατηρούμε ότι παντού έχουμε  $p\text{-value} > 5\%$ , άρα για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι δεν έχουμε αυτοσυσχέτιση.

Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
LM=T*R <sup>2</sup>	2,350515
p-value	0,308700

**\*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%**

Ο παραπάνω πίνακας μας δείχνει ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση, γιατί, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%,  $p\text{-value} = 0,308700 > 5\%$ , οπότε στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

**5.2.2.4.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας**

Για τον έλεγχο ετεροσκεδαστικότητας, όπως και για τον έλεγχο αυτοσυσχέτισης, χρησιμοποιήθηκαν οι δύο τρόποι που προαναφέρθηκαν. Τα αποτελέσματά τους παρουσιάζονται παρακάτω:

Q-Statistic

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
Q-Statistic	p-value
2,391900	0,122000
3,546200	0,170000
3,566000	0,312000
5,807100	0,214000
13,078000	0,023000
15,405000	0,017000
17,411000	0,015000
18,767000	0,016000
20,101000	0,017000
20,182000	0,028000
20,433000	0,040000
20,433000	0,059000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Άρα δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, γιατί, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, ισχύει τουλάχιστον μέχρι την 4<sup>η</sup> γραμμή p-value > 5% και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	2,143779
<b>p-value</b>	0,143100
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Συνεπώς, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, δεν έχουμε ετεροσκεδαστικότητα, αφού p-value = 0,143100 > 5% και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

**5.2.3 Γαλλία****5.2.3.1 Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας**

Αρχικά, κάνουμε έλεγχο μοναδιαίας ρίζας στις αποδόσεις. Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, γίνεται έλεγχος Dickey-Fuller GLS. Στον πίνακα που ακολουθεί απεικονίζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν:



Έλεγχος Μοναδιαίας Ρίζας	
<b>t-Statistic</b>	-4,155674
<b>Επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας</b>	<b>Κριτική τιμή</b>
1%	-2,653401
5%	-1,953858
10%	-1,609571

Για να κρίνουμε εάν μια σειρά έχει μοναδιαία ρίζα ή όχι, πρέπει να συγκρίνουμε την τιμή της ελεγκοσυνάρτησης t-Statistic,  $t$ , με την κριτική τιμή,  $c$ , του επιπέδου στατιστικής σημαντικότητας που μας ενδιαφέρει. Εάν  $t > c$  αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι η σειρά έχει μοναδιαία ρίζα, ενώ εάν  $t < c$  απορρίπτουμε την  $H_0$  και η σειρά είναι στάσιμη. Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι οι αποδόσεις σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% δεν έχουν μοναδιαία ρίζα, επειδή  $t = -4,155674 < c = -1,953858$  και είναι στάσιμες.

### 5.2.3.2 Πρώτη Παλινδρόμηση

Στη συνέχεια, τρέχουμε την πρώτη διαστρωματική παλινδρόμηση  $\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + e_{p,t}$ . Τα αποτελέσματα που πήραμε ήταν τα εξής:

$\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + e_{p,t}$				
Μεταβλητή	Εκτίμηση	Τυπικό σφάλμα	t-Statistic	p-value
c	0,000997	0,001005	0,991749	0,330500
$b_{p,t-1}$	0,000828	0,001136	0,728869	0,472600
<b>R<sup>2</sup></b>	0,020024			
<b>Προσαρμοσμένο R<sup>2</sup></b>	-0,017668			
<b>F-Statistic</b>	0,531250			
<b>p-value (F-Statistic)</b>	0,472597			
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>				

Η στήλη "Εκτίμηση" δείχνει τις τιμές των εκτιμώμενων συντελεστών  $\gamma_{0,t}$  και  $\gamma_{1,t}$  και το τυπικό σφάλμα αποτελεί την εκτίμηση της διακύμανσής τους, που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι πολύ μικρό. Το  $R^2$  απεικονίζει το ποσοστό της μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής  $\bar{R}_{p,t}$  που οφείλεται στη μεταβλητότητα της ανεξάρτητης μεταβλητής  $b_{p,t-1}$ . Στη περίπτωση της Γαλλίας, μόνο το 2,00% της μεταβλητότητας της  $\bar{R}_{p,t}$  εξηγείται από τη μεταβλητότητα της  $b_{p,t-1}$ , το υπόλοιπο 98,00% οφείλεται σε άλλους παράγοντες. Η t-Statistic και η F-Statistic είναι η τιμή που παίρνει η ελεγκοσυνάρτηση με βάση τα δεδομένα. Η t-Statistic χρησιμοποιείται στον απλό έλεγχο, όπου ελέγχεται μόνο μια παράμετρος, ενώ η F-Statistic

χρησιμοποιείται στο σύνθετο έλεγχο, όπου ελέγχονται περισσότερες από μια παραμέτρους, εκτός του σταθερού όρου. Στην t-Statistic η μηδενική υπόθεση  $H_0$  είναι η παράμετρος που εκτιμάται να ισούται με το μηδέν. Αντίθετα, στην F-Statistic η μηδενική υπόθεση  $H_0$  είναι όλες οι παράμετροι, εκτός της σταθεράς, να είναι μηδέν. Με την p-value θα αξιολογήσουμε εάν κάποια παράμετρος, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, είναι στατιστικά σημαντική. Εδώ, βλέπουμε ότι η εκτίμηση της παραμέτρου  $\gamma_{1,t}$  της μεταβλητής  $b_{p,t-1}$  είναι θετική, ενώ δεν είναι στατιστικά σημαντική, αφού  $p\text{-value} = 0,472600 > 5\%$  και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι  $\gamma_{1,t} = 0$ .

### 5.2.3.2.1 Έλεγχος Κανονικότητας

Απαραίτητη προϋπόθεση του Υ.Α.Κ.Σ. είναι η κανονικότητα των αποδόσεων. Οπότε, επόμενο βήμα είναι να εξετάσουμε εάν τα κατάλοιπα ακολουθούν την κανονική κατανομή. Έγινε έλεγχος Jarque-Bera με τα αποτελέσματα να παρουσιάζονται παρακάτω:

Έλεγχος Κανονικότητας	
Jarque-Bera	6,196839
p-value	0,045120
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Η γραμμή Jarque-Bera δείχνει την τιμή της ελεγκοσυνάρτησης, ενώ από την p-value συμπεραίνουμε εάν έχουμε κανονικότητα. Διαπιστώνουμε, λοιπόν, ότι για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, δεν ισχύει η κανονικότητα. Αυτό συμβαίνει γιατί  $p\text{-value} = 0,045120 < 5\%$  με αποτέλεσμα η μηδενική υπόθεση για κανονικότητα να μη στηρίζεται. Ουσιαστικά, παραβιάζεται μια βασική υπόθεση του υποδείγματος.

### 5.2.3.2.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης

Ακολούθως, έγινε έλεγχος αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα της παλινδρόμησης. Χρησιμοποιήθηκαν δύο τρόποι, η ελεγκοσυνάρτηση Q-Statistic και ο πολλαπλασιαστής Lagrange. Παρακάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα του ελέγχου και με τις δύο μεθόδους:

#### Q-Statistic

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
Q-Statistic	p-value
0,010600	0,918000
0,029600	0,985000
1,322300	0,724000
1,336600	0,855000
1,583400	0,903000
3,104500	0,796000
3,433100	0,842000

3,512000	0,898000
3,696800	0,930000
4,773900	0,906000
4,813700	0,940000
4,871200	0,962000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Στον παραπάνω πίνακα η Q-Statistic είναι η τιμή της ελεγκοσυνάρτησης Q. Σε κάθε γραμμή  $i$  ελέγχεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι  $\rho_j = \text{corr}(u_t, u_{t-j}) = 0$ , δηλαδή δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση (όπου  $\rho_j$  ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης μεταξύ δύο παρατηρήσεων  $u_t$  και  $u_{t-j}$ ). Η p-value θα μας οδηγήσει στο συμπέρασμα εάν στηρίζεται ή όχι η μηδενική μας υπόθεση  $H_0$ . Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι παντού έχουμε p-value > 5% (όπου 5% είναι το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας που έχουμε επιλέξει), άρα στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση  $H_0$  και δεν έχουμε αυτοσυσχέτιση.

#### Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	0,038195
<b>p-value</b>	0,981100
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Η πρώτη γραμμή αποτελεί την τιμή της ελεγκοσυνάρτησης LM που ισούται με τον αριθμό των παρατηρήσεων επί το συντελεστή προσδιορισμού ( $R^2$ ) της βοηθητικής παλινδρόμησης. Η p-value, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, είναι p-value = 0,981100 > 5% και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ , που υποστηρίζει ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση.

#### **5.2.3.2.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας**

Ο έλεγχος ετεροσκεδαστικότητας έγινε επίσης με δύο τρόπους, με την ελεγκοσυνάρτηση Q-Statistic και με τον πολλαπλασιαστή Lagrange. Ακολουθούν οι πίνακες με τα αποτελέσματά τους:

#### Q-Statistic

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
Q-Statistic	p-value
0,360900	0,548000
0,520400	0,771000
0,542000	0,910000
0,560800	0,967000
0,561000	0,990000

0,664500	0,995000
1,159300	0,992000
1,161300	0,997000
1,219200	0,999000
1,274100	0,999000
1,279600	1,000000
1,938300	0,999000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Η Q- Statistic είναι η τιμή της ελεγχουσυνάρτησης Q, η οποία ελέγχει την αυτοσυσχέτιση στα τετράγωνα των καταλοίπων. Για κάθε γραμμή i η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ελέγχει εάν δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, δηλαδή  $\rho_j = \text{corr}(u_t^2, u_{t-j}^2) = 0$  (όπου  $\rho_j$  ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης των τετραγώνων των  $u_t$  και  $u_{t-j}$ ). Στη συγκεκριμένη περίπτωση έχουμε παντού μεγάλο p-value (p-value > 5% σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%), άρα στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση  $H_0$  για μη ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας.

#### Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	1,572965
<b>p-value</b>	0,209800
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Στον παραπάνω πίνακα, στην πρώτη γραμμή εμφανίζεται η τιμή της ελεγχουσυνάρτησης LM, ενώ η p-value δείχνει ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, γιατί σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, p-value = 0,209800 > 5% και άρα στηρίζεται ισχυρά η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα.

#### 5.2.3.2.4 Έλεγχος Ακρίβειας Σχέσης

Τέλος, ελέγχεται η ακρίβεια της σχέσης αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου με έλεγχο της υπόθεσης  $\gamma_{0,t} = r_F$  και  $\gamma_{1,t} = E(R_M) - r_F$ . Ως  $r_F$  χρησιμοποιήθηκε η μέση απόδοση του τριμηνιαίου Libor σε ευρώ, οπότε έχουμε  $\gamma_{0,t} = 0,009442$  και  $\gamma_{1,t} = 0,000723 - 0,009442 = -0,008719$ . Το αποτέλεσμα που προέκυψε από τον έλεγχο Wald ήταν:

Έλεγχος Ακρίβειας Σχέσης	
<b>Τιμή</b>	72,535480
<b>p-value</b>	0,000000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Βλέπουμε, λοιπόν, ότι σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% δε στηρίζεται καθόλου η μηδενική υπόθεση  $H_0$ , αφού  $p\text{-value} = 0,000000 < 5\%$ . Άρα, η σχέση αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου δεν είναι ακριβής.

### 5.2.3.3 Δεύτερη Παλινδρόμηση

Ακολουθώντας, τρέχουμε τη δεύτερη παλινδρόμηση  $\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * b_{p,t-1}^2 + e_{p,t}$  για να διαπιστώσουμε εάν υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και συντελεστή βήτα. Παρακάτω φαίνεται ο πίνακας των αποτελεσμάτων:

$\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * b_{p,t-1}^2 + e_{p,t}$				
Μεταβλητή	Εκτίμηση	Τυπικό σφάλμα	t-Statistic	p-value
c	0,002697	0,002468	1,092589	0,285000
$b_{p,t-1}$	-0,003700	0,006103	-0,606201	0,549800
$b_{p,t-1}^2$	0,002674	0,003541	0,755256	0,457200
<b>R<sup>2</sup></b>		0,041884		
<b>Προσαρμοσμένο R<sup>2</sup></b>		-0,034765		
<b>F-statistic</b>		0,546442		
<b>p-value (F-statistic)</b>		0,585766		
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>				

Από τον παραπάνω πίνακα βλέπουμε το συντελεστή προσδιορισμού  $R^2$  να είναι αρκετά χαμηλός, 4,19%, που σημαίνει ότι μόνο αυτό το ποσοστό της μεταβλητότητας της  $\bar{R}_{p,t}$  εξηγείται από τις μεταβλητότητες των  $b_{p,t-1}$  και  $b_{p,t-1}^2$  μαζί. Επίσης, και οι δύο ανεξάρτητες μεταβλητές ( $b_{p,t-1}$ ,  $b_{p,t-1}^2$ ), σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% δεν είναι στατιστικά σημαντικές δεδομένου ότι έχουν  $p\text{-value} > 5\%$  και στηρίζονται οι δύο μηδενικές υποθέσεις ότι  $\gamma_{1,t} = 0$  και  $\gamma_{2,t} = 0$ , αντίστοιχα. Επίσης, η εκτίμηση του συντελεστή  $\gamma_{2,t}$  είναι θετική.

#### 5.2.3.3.1 Έλεγχος Κανονικότητας

Από τον έλεγχο κανονικότητας είχαμε τα εξής αποτελέσματα:

Έλεγχος Κανονικότητας	
<b>Jarque-Bera</b>	5,088772
<b>p-value</b>	0,078521
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Παρατηρούμε ότι, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, έχουμε κανονικότητα, γιατί  $p\text{-value} = 0,078521 > 5\%$ , οπότε στηρίζεται η μηδενική υπόθεση ότι υπάρχει κανονικότητα.

### 5.2.3.3.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης

Για τον έλεγχο αυτοσυσχέτισης εφαρμόστηκαν δύο μέθοδοι, της ελεγκοσυνάρτησης Q-Statistic και του πολλαπλασιαστή Lagrange. Ακολούθως φαίνονται τα αποτελέσματά τους:

#### Q-Statistic

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
Q-Statistic	p-value
0,106500	0,744
0,122800	0,940
1,044300	0,791
1,129300	0,890
1,234600	0,942
2,391900	0,880
2,777100	0,905
2,823300	0,945
2,967600	0,966
4,781600	0,905
5,241000	0,919
5,268600	0,948
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Άρα παντού ισχύει  $p\text{-value} > 5\%$ , οπότε σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  και δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση.

#### Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	0,183158
<b>p-value</b>	0,912500
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Από τον παραπάνω πίνακα συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση, αφού, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, έχουμε  $p\text{-value} = 0,912500 > 5\%$ , δηλαδή στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

### 5.2.3.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας

Και για τον έλεγχο ετεροσκεδαστικότητας χρησιμοποιήθηκαν δύο τρόποι, η ελεγχοσυνάρτηση Q-Statistic και ο πολλαπλασιαστής Lagrange. Ακολουθούν οι πίνακες με τα αποτελέσματά τους:

#### Q-Statistic

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
Q-Statistic	p-value
0,259200	0,611000
0,363300	0,834000
0,366200	0,947000
0,537400	0,970000
0,550900	0,990000
0,724800	0,994000
1,195900	0,991000
1,219700	0,996000
1,228200	0,999000
1,340900	0,999000
1,349500	1,000000
2,034400	0,999000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Σύμφωνα με τα παραπάνω δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, αφού, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, έχουμε όλες τις p-value > 5% και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

#### Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
LM=T*R <sup>2</sup>	1,032324
p-value	0,309600
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Από τα αποτελέσματα που προέκυψαν διαπιστώνουμε ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, γιατί, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, p-value = 0,309600 > 5%, άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

### 5.2.3.4 Τρίτη Παλινδρόμηση

Τέλος, τρέχουμε την τρίτη παλινδρόμηση  $\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * \sigma_{p,t-1} + e_{p,t}$ , με την οποία διαπιστώνουμε εάν

υπάρχει σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και τυπικής απόκλισης. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν ήταν τα εξής:

$\bar{R}_{p,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t} * b_{p,t-1} + \gamma_{2,t} * \sigma_{p,t-1} + e_{p,t}$				
Μεταβλητή	Εκτίμηση	Τυπικό σφάλμα	t-Statistic	p-value
c	0,000970	0,003486	0,278319	0,783100
$b_{p,t-1}$	0,000817	0,001787	0,457125	0,651500
$\sigma_{p,t-1}$	0,000768	0,095143	0,008075	0,993600
<b>R<sup>2</sup></b>		0,020026		
<b>Προσαρμοσμένο R<sup>2</sup></b>		-0,058372		
<b>F-statistic</b>		0,255442		
<b>p-value (F-statistic)</b>		0,776571		
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>				

Συμπεραίνουμε ότι ο συντελεστής προσδιορισμού R<sup>2</sup> είναι πολύ μικρός (2,00%) και ότι μόνο το 2,00% των μεταβλητοτήτων των  $b_{p,t-1}$  και  $\sigma_{p,t-1}$  εξηγεί τη μεταβλητότητα της  $\bar{R}_{p,t}$ . Ακόμα, για τις δύο ανεξάρτητες μεταβλητές ( $b_{p,t-1}$ ,  $\sigma_{p,t-1}$ ), συμπεραίνουμε ότι σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% δεν είναι στατιστικά σημαντικές, αφού εξαιτίας του γεγονότος ότι έχουν p-value > 5%, στηρίζονται οι δύο μηδενικές υποθέσεις ότι  $\gamma_{1,t} = 0$  και  $\gamma_{2,t} = 0$ , αντίστοιχα. Επίσης, η εκτίμηση του συντελεστή  $\gamma_{2,t}$  είναι θετική.

#### 5.2.3.4.1 Έλεγχος Κανονικότητας

Τα αποτελέσματα του έλεγχου κανονικότητας ήταν τα εξής:

Έλεγχος Κανονικότητας	
<b>Jarque-Bera</b>	6,171729
<b>p-value</b>	0,045691
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Διαπιστώνουμε ότι, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, δεν υπάρχει κανονικότητα, αφού p-value = 0,045691 < 5% και άρα δε στηρίζεται η μηδενική υπόθεση για κανονικότητα.

#### 5.2.3.4.2 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης

Ο έλεγχος αυτοσυσχέτισης έγινε με δύο τρόπους, με την ελεγχουσυνάρτηση Q-Statistic και με τον πολλαπλασιαστή Lagrange. Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και με τους δύο τρόπους:



Q-Statistic

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
Q-Statistic	p-value
0,010500	0,919000
0,028300	0,986000
1,321000	0,724000
1,335300	0,855000
1,583000	0,903000
3,109600	0,795000
3,437900	0,842000
3,516700	0,898000
3,701800	0,930000
4,776000	0,906000
4,814900	0,940000
4,873900	0,962000
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Παρατηρούμε ότι παντού έχουμε  $p\text{-value} > 5\%$ , άρα για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  ότι δεν έχουμε αυτοσυσχέτιση.

Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	0,037673
<b>p-value</b>	0,981300
<b>*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%</b>	

Ο παραπάνω πίνακας μας δείχνει ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση, γιατί, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%,  $p\text{-value} = 0,981300 > 5\%$ , οπότε στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

**5.2.3.4.3 Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας**

Για τον έλεγχο ετεροσκεδαστικότητας, όπως και για τον έλεγχο αυτοσυσχέτισης, χρησιμοποιήθηκαν οι δύο τρόποι που προαναφέρθηκαν. Τα αποτελέσματά τους παρουσιάζονται παρακάτω:

Q-Statistic

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
Q-Statistic	p-value
0,360300	0,548000
0,520200	0,771000
0,541800	0,910000
0,560100	0,967000
0,560200	0,990000
0,663800	0,995000
1,159600	0,992000
1,161900	0,997000
1,222800	0,999000
1,277400	0,999000
1,282700	1,000000
1.941200	0,999000

**\*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%**

Άρα δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα, γιατί, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, ισχύει παντού  $p\text{-value} > 5\%$  και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

Πολλαπλασιαστής Lagrange (LM)

Έλεγχος Ετεροσκεδαστικότητας	
<b>LM=T*R<sup>2</sup></b>	1,567866
<b>p-value</b>	0,210500

**\*επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%**

Συνεπώς, σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, δεν έχουμε ετεροσκεδαστικότητα, αφού  $p\text{-value} = 0,210500 > 5\%$  και άρα στηρίζεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ .

## 6. Συμπεράσματα

Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (CAPM) αποτελεί ένα σημαντικό εργαλείο στον τομέα της Χρηματοοικονομικής. Αναπτύχθηκε αρχικά από το Sharpe (1964), ο οποίος εξέλιξε τη μελέτη του Markowitz (1952), και στη συνέχεια και άλλοι μελετητές συνέβαλλαν στην τελειοποίησή του. Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία, υπάρχει σχέση ισορροπίας μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου για μεμονωμένες μετοχές ή χαρτοφυλάκια, αποδοτικά ή όχι. Η σχέση αυτή εκφράζεται από τον τύπο  $E(R_i) = r_F + [E(R_M) - r_F] * b_i$ , δηλαδή η αναμενόμενη απόδοση ενός στοιχείου  $i$  (μετοχή ή χαρτοφυλάκιο)  $[E(R_i)]$  ισούται με τη μέση αναμενόμενη απόδοση του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου  $r_F$  συν το πριμ κινδύνου  $\{[E(R_M) - r_F] * b_i\}$ , το οποίο δείχνει την επιπλέον απόδοση από το  $r_F$  που ζητάει ο επενδυτής για να επενδύσει στην επικινδυνότητα του στοιχείου  $i$ .

Όμως, με το πέρασμα των χρόνων, πολλοί ερευνητές αμφισβήτησαν την ισχύ του συγκεκριμένου υποδείγματος. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το Υ.Α.Κ.Σ. βασίζεται σε κάποιες υποθέσεις, οι οποίες περιγράφουν μια τέλεια και αποτελεσματική αγορά, κάτι το οποίο είναι μη ρεαλιστικό.

Η μελέτη των Black, Jensen και Scholes (1972) ήταν μια από τις πρώτες εμπειρικές μελέτες που έγιναν πάνω στο CAPM. Στη μελέτη τους χρησιμοποίησαν τις μετοχές που διαπραγματευόντουσαν στο χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης την περίοδο 1926-1965 και βρήκαν πως τα στοιχεία τους ήταν συνεπή ως προς τις προβλέψεις του CAPM.

Οι εμπειρικές δοκιμές του Υποδείγματος CAPM σε πραγματικά στοιχεία χρηματιστηριακών αγορών έδειξαν μεικτά αποτελέσματα, τα οποία ορισμένες φορές επιβεβαίωσαν τα αποτελέσματα και ορισμένες φορές διαφοροποιήθηκαν. Ενώ τα αποτελέσματα πολλών ερευνητών, ειδικότερα στο παρελθόν και στις αρχικές κλασικές πλέον μελέτες του υποδείγματος, όπως των Black, Jensen και Scholes (1972), υποστηρίζουν το CAPM, υπάρχουν ερευνητές, όπως οι Fama και French, που διαπίστωσαν στο πλαίσιο των δοκιμών τους, την ύπαρξη μίας επίπεδης σχέσης μεταξύ απόδοσης και συντελεστών βήτα. Οι Fama και MacBeth (1973) παρουσίασαν μια εμπειρική μελέτη για το CAPM όπου χρησιμοποίησαν μηνιαία στοιχεία απόδοσης των μετοχών του NYSE για την χρονική περίοδο 1926-1968 και δεν μπόρεσαν να απορρίψουν την αρχική υπόθεση ότι οι μέσες αποδόσεις των μετοχών που μελέτησαν δεν απεικονίζουν τις προσπάθειες των επενδυτών, που αποστρέφονται τον κίνδυνο, να κρατήσουν αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια.

Οι μελέτες που έχουν γίνει μέχρι σήμερα στο CAPM προσπάθησαν να αποδείξουν πως υπάρχει μία άνευ όρων, συστηματική και θετική σχέση μεταξύ των μέσων αποδόσεων και των βήτα. Ωστόσο σύμφωνα με τα συμπεράσματα των ερευνητών φαίνεται πως πολλές μελέτες απέτυχαν να λάβουν υπόψη τους όλους τους υφιστάμενους παράγοντες που επηρεάζουν τη σχέση αυτή. Ειδικότερα, το σημαντικότερο ίσως συμπέρασμα από την κριτική που ασκούν οι ερευνητές είναι ότι η σχέση μεταξύ των

πραγματοποιηθέντων κερδών και των βήτα, εξαρτάται από τη σχέση μεταξύ των πραγματοποιηθεισών αποδόσεων της αγοράς και του ακίνδυνου επιτοκίου.

Οι Lakonishok και Shapiro (1986) εξέτασαν τις μηνιαίες αποδόσεις όλων των μετοχών οι οποίες ανταλλάσσονταν στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης (NYSE) σε μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο και ανακάλυψαν πως η απόδοση ενός συγκεκριμένου αξιογράφου δεν σχετίζεται πάντα με το επίπεδο του συστηματικού του κίνδυνου, αλλά σχετίζεται άμεσα με τις τιμές κεφαλαιοποίησης της αγοράς. Έτσι παρατηρούμε πως νεότερες εμπειρικές μελέτες σχετικά με την σχέση μεταξύ  $\beta$  και αποδόσεων διαπίστωσαν ότι το CAPM δεν έχει τη δυνατότητα να ερμηνεύσει ικανοποιητικά τη σχέση κινδύνου-απόδοσης που παρατηρείται τόσο στις εγχώριες όσο και τις διεθνείς χρηματιστηριακές αγορές. Αυτό που έχει αποδειχθεί είναι πως υφίσταται μία υπό όρους σημαντική σχέση μεταξύ βήτα και αποδόσεων στις εγχώριες χρηματιστηριακές αγορές.

Ο Fletcher (2000) εξέτασε αυτή την υπό όρους σχέση μεταξύ της απόδοσης και των βήτα στις διεθνείς χρηματιστηριακές αγορές μεταξύ του Ιανουαρίου του 1970 και του Ιουλίου του 1998, χρησιμοποιώντας την προσέγγιση των Pettengill et al. (1995). Χρησιμοποιώντας μηνιαίες αποδόσεις βρήκε ότι υπάρχει μια συνεπής σχέση. Υπάρχει μια σημαντική θετική σχέση μεταξύ βήτα και αποδόσεων σε περιόδους όπου οι αποδόσεις της αγοράς είναι υπερβάλλουσες και μία αρνητική σχέση σε περιόδους όπου η πλεονάζουσα απόδοση της αγοράς είναι αρνητική.

Στο ίδιο συμπέρασμα κατέληξαν και οι Tang και Shum (2004), οι οποίοι ωστόσο παρατήρησαν πως τα βήτα συνδέονται σημαντικά με την απόδοση. Μελετώντας περιπτώσεις μετοχών στο χρηματιστήριο της Σιγκαπούρης, έκριναν πως η επεξηγηματική ισχύς του Υποδείγματος είναι χαμηλή. Ωστόσο, μελετώντας την υπό όρους σχέση κατέληξαν στο ίδιο συμπέρασμα με τον Fletcher (2000).

Εξαιρετικά σημαντική είναι η κριτική που άσκησε ο Roll προς το CAPM, ο οποίος υποστήριξε ήδη το 1977 πως ακόμη δεν έχει πραγματοποιηθεί ένα αποτελεσματικό τεστ για την δοκιμή της αξιοπιστίας του μοντέλου, καθώς μέχρι τότε δεν είχε συμπεριληφθεί στις δοκιμές το σύνολο των περιουσιακών στοιχείων που υπάρχουν, ενώ αντίθετα οι έρευνες περιορίστηκαν μόνο στο χαρτοφυλάκιο, το οποίο παραμένει ένα μεμονωμένο και όχι αντιπροσωπευτικό υποσύνολο.

Όπως βλέπουμε, υπάρχει ένας σημαντικός αριθμός πρόσφατων εμπειρικών ερευνών, τα οποία υποστηρίζουν πως το CAPM δεν είναι τόσο αξιόπιστο όσο φάνηκε από τις πρώτες μελέτες. Αμφισβητούν με άλλο λόγο τη χρησιμότητα και την πρακτικότητα του υποδείγματος καθώς όπως δείχνουν τα εμπειρικά δεδομένα δεν επαληθεύουν τις υποθέσεις και τις προβλέψεις του CAPM. Βασικά προβλήματα τα οποία σύμφωνα με τους ερευνητές μπορεί να οδηγούν σε αυτή την πραγματικότητα είναι πως συχνά οι χρηματιστηριακές αγορές λειτουργούν στην πραγματικότητα με έναν περισσότερο σύνθετο και πολύπλοκο τρόπο, στην λειτουργία του οποίου υπεισέρχονται περισσότεροι

παράγοντες, που επιδρούν και επηρεάζουν την απόδοση, ενώ σημαντική είναι και η επίδραση της μη γραμμικότητας.

Κύριος σκοπός της παρούσας μελέτης ήταν να ερευνηθεί η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και συντελεστή βήτα. Χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα τριών μεγάλων ευρωπαϊκών χωρών, της Αγγλίας, της Γερμανίας και της Γαλλίας και εφαρμόστηκε η μέθοδος που πρότειναν στη μελέτη τους οι Fama - MacBeth (1973). Αφού σχηματίστηκαν τα χαρτοφυλάκια, τρέξαμε τρεις παλινδρομήσεις. Με τις δύο πρώτες αξιολογήσαμε κατά πόσο η σχέση μεταξύ απόδοσης και βήτα είναι γραμμική και ακριβής, ενώ με την τρίτη ελέγξαμε τη σχέση αναμενόμενης απόδοσης και τυπικής απόκλισης, ενός εναλλακτικού μέτρου κινδύνου.

Από τους ελέγχους που πραγματοποιήθηκαν, αρχικά διαπιστώσαμε ότι και για τις τρεις χώρες η σειρά των αποδόσεων είναι στάσιμη. Σε ότι αφορά τη σχέση της αναμενόμενης απόδοσης και του βήτα, ο συντελεστής βήτα βγήκε και στις τρεις υπό εξέταση χώρες στατιστικά μη σημαντικός και θετικός για τη Γερμανία και τη Γαλλία, ενώ αρνητικός για την Αγγλία. Ακόμα, και στις τρεις περιπτώσεις, η σχέση αυτή δεν είναι ακριβής. Μόνο στην περίπτωση της Αγγλίας παρουσιάστηκε μη γραμμική σχέση, αφού το βήτα στο τετράγωνο βγήκε στατιστικά σημαντικό και αρνητικό, ενώ στις άλλες δύο χώρες ήταν στατιστικά μη σημαντικό, αρνητικό για τη Γερμανία και θετικό για τη Γαλλία. Για τη σχέση της αναμενόμενης απόδοσης με την τυπική απόκλιση συμπεράναμε ότι και οι τρεις τυπικές αποκλίσεις ήταν στατιστικά μη σημαντικές και θετικές. Τέλος, είχαμε κάποια ένδειξη για μη κανονικότητα μόνο στη Γαλλία, ενώ όλοι οι έλεγχοι για αυτοσυσχέτιση και ετεροσκεδαστικότητα στα κατάλοιπα βγήκαν αρνητικοί.

Κλείνοντας την παρούσα μελέτη, θα θέλαμε να προτείνουμε να γίνει αντίστοιχος έλεγχος και σε άλλες αγορές, ευρωπαϊκές και μη. Θα μπορούσαν να μελετηθούν και αναπτυσσόμενες χώρες της Ασίας πέρα από τις "μεγάλες δυνάμεις" (Ευρώπη και Αμερική).

**Βιβλιογραφικές Αναφορές**

- Adrian, T. and Franzoni, F. (2009) 'Learning about Beta : Time-Varying Factor Loadings, Expected Returns, and the Conditional CAMP', *Journal of Empirical Finance*, Vol. 16 pp. 537-556.
- Black, F. (1972) 'Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing', *Journal of Business*, Vol. 45, No. 3, pp.444-455.
- Black, F. (1993) 'Beta and Return', *Journal of Portfolio Management*, Vol. 20, No 1, pp.8-18.
- Black, F., Jensen, M. and Scholes, M. (1972) 'The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests', *Studies in the Theory of Capital Markets*.
- Blume, M. and Friend, I. (1973) 'A new Look at the Capital Asset Pricing Model', *Journal of Finance*, Vol. 28, Issue 1, pp.19-34.
- Brailsford, T. and Josev, T. (1997) 'The Impact of the Return Interval on the Estimation of Systematic Risk', *Pacific – Basic Finance Journal*, Vol. 5, pp. 357-376.
- Choudhary, K. and Choudhary, S. (2010) 'Testing Capital Asset Pricing Model : Empirical Evidences from Indian Equity Market', *Eurasian Journal of Business and Economics*, Vol. 3, No 6 pp. 127-138.
- Erb, C., Harvey, C. and Viscanta, T. (1996) 'Expected Returns and Volatility in 135 Countries', *Journal of Portfolio Management*, Vol. 22, No 3, pp.46-58.
- Fama, E. and Macbeth, J. (1973) 'Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests', *Journal of Political Economy*, Vol. 81, No 3 pp. 607-636.
- Fletcher, J. (2000) 'On the Conditional Relationship between Beta and Return in International Stock Returns', *International Review of Financial Analysis*, Vol. 9, pp. 235-245.
- Handa, P., Kothari, S. and Walsey, C. (1989) 'The Relation between the Return, Interval and Betas, Implications for the Size Effect', *Journal of Financial Economics*, Vol.23, pp.79-100.
- Kothari, S., Shanken, J. and Sloan, R. (1995) 'Another Look at the Cross-Section of Expected Stock Returns', *Journal of Finance*, Vol. 50, No 1, pp 185-224.

- Lakonishok, J. and Shapiro, A. (1986) 'Systematic Risk, Total Risk and Size as Determinants of Stock Market Returns', *Journal of Banking and Finance*, Vol. 10, pp 115-132.
- Lintner, J. (1965) 'The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets', *Review of Economics and Statistics*, Vol. 47, No 1, pp 13-37.
- Morgan, I. (1975) 'Prediction of Return with the Minimum Variance Zero-Beta Portfolio', *Journal of Financial Economics*, Vol. 2, pp. 361-376.
- Roll, R. (1977) 'A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests. Part 1: On Past and Potential Testability of the Theory', *Journal of Financial Economy*, Vol. 4, pp. 129-176.
- Roll, R. and Ross, S. (1994) 'On the Cross-Sectional Relation between Expected Returns and Betas', *Journal of Finance*, Vol. 49, No 1, pp.101-121.
- Shanken, J. (1992) 'On the Estimation of Beta-Pricing Models', *Review of Financial Studies*, Vol. 5, Issue 1, pp.1-55.
- Shanken, J. and Zhou, G. (2007) 'Estimating and Testing Beta Pricing Models: Alternative Methods and their Performance in Simulations', *Journal of Financial Economics*, Vol. 84, pp. 40-86.
- Sharpe, W. (1964) 'Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk', *Journal of Finance*, Vol. 19, No 3, pp. 425-442.
- Tang, G. and Shum, W. (2003) 'The Conditional Relationship between Beta and Returns : Recent Evidence from International Stock Markets', *International Business Review*, Vol. 12, pp. 109-126.