



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ
ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΠΜΣ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Ανάλυση της Στρατηγικής PairsTrading

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
της
ΜΑΡΙΑΝΝΑΣ ΒΑΜΒΑΚΙΤΟΥ

Επιβλέπων : Σπυρίδων Βρόντος

Αθήνα, Ιούνιος 2013

Περιεχόμενα

Εισαγωγή	2
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	3
1.1 Ορισμοί	5
1.2 Παραγοντικά μοντέλα	10
1.3 Φίλτρο του Kalman	11
1.4 Στασιμότητα	14
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	15
2.1 Συνολοκλήρωση (cointegration)	16
2.2 Μέθοδοι συνολοκλήρωσης	20
2.3 Έλεγχος συνολοκλήρωσης	22
2.4 Συνολοκλήρωση και συσχέτιση	27
2.5 Εφαρμογές συνολοκλήρωσης	31
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	33
3.1 Τεχνικές Pairs trading	33
3.2 Επιλογή ζευγών στις αγορές μετοχών	35
3.3 Συνολοκληρωμένο μοντέλο κοινών τάσεων	36
3.4 Μοντέλο κοινών τάσεων και APT	38
3.5 Εκτίμηση γραμμικής σχέσης	39
3.6 Στρατηγικές διαπραγμάτευσης	41
3.7 Ο αλγόριθμος των Gatev, Goetzmann and Rouwenhurst	42
3.8 Ο κίνδυνος σε στατιστικές κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνο	45
3.9 Περιορισμοί ανοικτής πώλησης και Pairs trading	45
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	46
Αριθμητική Εφαρμογή	46
Συμπεράσματα	55
Γραφήματα	57
Βιβλιογραφία	86

Εισαγωγή

Η στρατηγική Pairstrading είναι μία επενδυτική στρατηγική που χρησιμοποιείται από αρκετούς επενδυτές και ειδικότερα από τα hedgefunds. Ουσιαστικά είναι μία ουδέτερη στρατηγική ως προς την κατεύθυνσή της αγοράς (marketneutralstrategy). Τα χαρτοφυλάκια ουδέτερων στρατηγικών ως προς την κατεύθυνση της αγοράς κατασκευάζονται στην περίπτωση που έχουμε δύο χρεόγραφα, αποτελούμενα από μία θέση αγοράς (longposition) στο ένα χρεόγραφο και μία θέση πώλησης (shortposition) στο άλλο χρεόγραφο σε μία προκαθορισμένη αναλογία (ratio). Το χαρτοφυλάκιο της στρατηγικής Pairstrading σχετίζεται και με μία άλλη ποσότητα που ονομάζεται spread. Το spread ορίζεται ως η διαφορά των τιμών δύο χρεογράφων. Σκοπός μας είναι να μετρήσουμε το spread χρησιμοποιώντας στατιστικά στοιχεία, σε μια προσπάθεια να βρεθεί μία εμπορεύσιμη σχέση των ευκαιριών που παρουσιάζονται μέσω της ανισότητας των τιμών των χρεογράφων. Το spread υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τις εισηγμένες τιμές των δύο χρεογράφων και από αυτό προκύπτει μία χρονοσειρά.

Θα πρέπει να επιχειρήσουμε να κεφαλαιοποιήσουμε τις ανισοροπίες της αγοράς μεταξύ δύο ή περισσότερων μετοχών με σκοπό το κέρδος όταν η ανισότητα αυτή διορθωθεί. Παρατηρούμε ότι δύο ή περισσότερες μετοχές έχουν αρκετά συσχετισμένη σχέση και ότι η στατιστική ανάλυση θα αποκαλύψει ευκαιρίες για κέρδος όταν οι μετοχές απομακρύνονται η μία από την άλλη. Θα πρέπει λοιπόν, να καταλάβουμε γιατί αποκλίνουν και τότε να χρησιμοποιήσουμε τις αντίθετες αποκλίσεις, με σκοπό το κέρδος. Για τη μέτρηση αυτών των σχέσεων χρησιμοποιούμε στατιστική, θεμελιώδη ανάλυση και τεχνική ανάλυση. Ένα από τα κύρια κλειδιά για τη στρατηγική Pairstrading είναι η εύρεση ισχυρών συσχετισμών (correlations) μεταξύ των χρεογράφων, δημιουργώντας έτσι μία βάση για περαιτέρω ανάλυση. Στη συνέχεια αναλύουμε τα εμπειρικά δεδομένα σε μια προσπάθεια να χρησιμοποιήσουμε πληροφορίες που μας επιτρέπουν μία αποτελεσματική και μεθοδική προσπάθεια να έχουμε κέρδος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Η στρατηγική Pairstradingέχει ως σκοπό την κατανόηση της θεμελιώδους τεχνικής και των κύκλων της αγοράς, ενώ θα πρέπει να προσπαθήσουμε να αποκαταστήσουμε τη δυσαρμονία όπου αυτή εμφανίζεται. Αυτή η διαδικασία λέγεται κερδοσκοπία χωρίς κίνδυνο (arbitrage). Με πιο απλά λόγιακερδοσκοπία χωρίς κίνδυνο είναι η ταυτόχρονη αγορά και πώληση μίας μετοχής προκειμένου να υπάρξει κέρδος από την διαφορά στην τιμή. Υπάρχουν δύο εκδοχές κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνο στις αγορές κεφαλαίων (equitymarkets) : το statisticalarbitrage και το riskarbitrage.

Statisticalarbitrage είναι η κατάσταση στην οποία τα κέρδη προκύπτουν από την αναποτελεσματικότητα της αγοράς μεταξύ των δύο τίτλων. Βασίζεται στην παραδοχή ότι υπάρχει μία μακροχρόνια ισορροπία μεταξύ των τιμών των μετοχών που συνθέτουν το ζεύγος. Οι επενδυτές αναγνωρίζουν την κατάσταση της κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνομέσω μοντελοποιημένων τεχνικών. Ουσιαστικά βασίζεται στην ιδέα της σχετικής τιμολόγησης. Η βασική προϋπόθεση στην σχετική τιμολόγηση, είναι ότι οι μετοχές με παρόμοια χαρακτηριστικά πρέπει να τιμολογούνται λίγο πολύ το ίδιο. Το spread σε αυτή την περίπτωση μπορεί να θεωρηθεί ως ο βαθμός της αμοιβαίας λανθασμένης τιμολόγησης. Όσο μεγάλο είναι το spread τόσο πιο υψηλό είναι το μέγεθος της λανθασμένης τιμολόγησης και τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα κέρδους.

Η στρατηγική αυτή περιλαμβάνει μία ταυτόχρονη θέση αγοράς και πώλησης (long-short) όταν το spread είναι μακριά από το μέσο όρο. Αυτό γίνεται με την προσδοκία ότι η λανθασμένη τιμολόγηση θα διορθωθεί μόνη της κάποια στιγμή.

Riskarbitrage είναι η ευκαιρία για κερδοσκοπία η οποία προκύπτει σε περιπτώσεις όπως για παράδειγμα της συγχώνευσης μεταξύ δύο εταιρειών. Οι όροι της συμφωνίας της συγχώνευσης καθιερώνουν μία αυστηρή συμφωνία ισοτιμίας μεταξύ των δύο τιμών των μετοχών και των δύο επιχειρήσεων που εμπλέκονται. Το spread σε αυτή την περίπτωση, είναι το μέγεθος της απόκλισης από την ορισμένη σχέση ισοτιμίας. Αν η συγχώνευση των δύο εταιρειών θεωρείται σίγουρη, τότε οι τιμές των μετοχών των δύο επιχειρήσεων πρέπει να ικανοποιούν την σχέση ισοτιμίας και τότε το spread μεταξύ τους να είναι μηδέν. Παρόλα αυτά υπάρχει συνήθως ένα συγκεκριμένο επίπεδο αβεβαιότητας για την επιτυχημένη συντέλεση της συγχώνευσης.

Αυτή η αβεβαιότητα αντανακλάται ως μη μηδενική αξία για το spread. Το riskarbitrage παίρνει αυτή την αβεβαιότητα ως κίνδυνο και θεωρεί την τιμή του spread ως κέρδος. Έτσι αντίθετα με το statisticalarbitrage το οποίο βασίζεται στην αξιολόγηση εκτιμήσεων, το riskarbitrage βασίζεται ακριβώς στην συμφωνία ιστοιμίας μεταξύ των τιμών των δύο μετοχών.

Η γενική αρχή για να επενδύσουμε στην αγορά είναι να πουλήσουμε υπερτιμημένα χρεόγραφα και να αγοράσουμε αυτά που είναι υποτιμημένα. Ωστόσο είναι πιθανόν να καθορίσουμε ότι ένα χρεόγραφο είναι υπερτιμημένο ή υποτιμημένο, μόνο αν γνωρίζουμε την πραγματική τιμή του αξιόγραφου σε απόλυτους όρους. Αλλά αυτό είναι πολύ δύσκολο να επιτευχθεί.

Μια ταυτόχρονη θέση αγοράς και πώλησης στους δύο τίτλους είναι κατασκευασμένη έτσι ώστε να έχει ένα αμελητέο βήτα και συνεπώς ελάχιστη έκθεση στην αγορά. Ως εκ τούτου, οι αποδόσεις της στρατηγικής και των αποδόσεων της αγοράς είναι ασυσχέτιστες, δηλαδή δεν εξαρτώνται από την κατεύθυνση της αγοράς.

Πολύ σημαντικό για την επιτυχία της στρατηγικής Pairstrading είναι η εύρεση και η αναγνώριση των ζευγώντων χρεογράφων. Η επιλογή των ζευγών βασίζεται εξ ολοκλήρου στις ιστορικές τιμές των χρεογράφων και ελέγχονται για να δούμε πώς θα ήταν οι επιδόσεις της στρατηγικής Pairstrading. Εκτός από το σύνολο των ζευγών που επιλέγονται με βάση τις ιστορικές τους τιμές, ένα άλλο σετ ζευγών δημιουργείται από την τυχαία αντιστοίχιση των τίτλων. Οι συναλλαγές που θα έχουν γίνει με βάση την εμπειρική προσέγγιση σύζευξης, θα συγκριθούν με τις συναλλαγές όπου τα χρεόγραφα θα συνδυάζονται τυχαία. Η διαφορά στις αποδόσεις μεταξύ αυτών των δύο ομάδων θα πρέπει να είναι στατιστικά σημαντική και η απόδοση από τον μεθοδικό συνδυασμό να είναι καλύτερη από τον τυχαίο συνδυασμό.

Σε αντίθεση με την καθαρά εμπειρική προσέγγιση, η μεθοδολογία που περιγράφεται περιλαμβάνει θεωρητικές έννοιες αποτίμησης που θα επικυρωθούν με εμπειρικά μοντέλα και δεδομένα. Η θεωρητική προσέγγιση αποτίμησης μας βοηθά να εντοπίζουμε εύκολα τα ζεύγη με βάση τις θεμελιώδεις αρχές της επιχείρησης.

Ένα είδος στρατηγικής Pairstrading είναι η στρατηγική intradaytrading (συναλλαγή εντός της ημέρας). Τα ενδοημερήσια ζεύγη περιλαμβάνουν συχνά μεγαλύτερο κίνδυνο από ότι τα κανονικά ζεύγη καθώς οι ημερήσιες κινήσεις μπορεί να είναι λιγότερο συσχετισμένες από ότι οι μακροπρόθεσμες διακυμάνσεις.

Σε μια αποτίμηση δύο μετοχών μπορούν να διαπραγματεύονται στενά μαζί για μεγάλο χρονικό διάστημα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι μετοχές μπορούν να

έχουν παρόμοια επιχειρηματικά μοντέλα, περιουσιακά στοιχεία, τιμή προς κέρδη (price-to-earnings), PE αναλογίες, κέρδη ή μία ποικιλία από άλλα αρμονικά στοιχεία που προκαλούν τους θεσμικούς επενδυτές να δουν τις επιχειρήσεις ως συμπληρωματικές. Κατά τη διάρκεια του intradaytrading, οι μετοχές μπορεί να εξαρτώνται από τη ροή των εντολών. Η ροή των εντολών όπως ορίζεται, είναι όλες οι ημερήσιες αγοραπωλησίες που επηρεάζουν την τιμή μιας μετοχής σημαντικά προς μία κατεύθυνση. Το πρόβλημα με τη ροή των εντολών είναι ότι είναι αδύνατον να την καταλάβουμε και να την προβλέψουμε με ακρίβεια. Μπορεί λοιπόν να είναι καλύτερα κάποιες φορές να μην εστιάζουμε στην βραχυπρόθεσμη αλλά στην μακροπρόθεσμη γενική κατεύθυνση.

Ο intradaypairstrader εξετάζει την ροή των εντολών, η οποία είναι ο πρωτοβάθμιος καταλύτης πίσω από τις κινήσεις της συναλλαγής. Ο στόχος μας λοιπόν είναι να επωφεληθούμε από τη ροή των εντολών που οδηγεί δύο μετοχές στο να συγκλίνουν ή να αποκλίνουν. Το κύριο θέμα εδώ είναι ότι ποτέ δεν θα ξέρουμε πότε η αγορά κινείται ή πότε η ροή των εντολών θα ξεκινήσει.

Γενικά η στρατηγική intradaytrading είναι εξαιρετικά επικίνδυνη και θα πρέπει να αφηθεί στους επαγγελματίες, οι οποίοι έχουν εξαιρετικές δεξιότητες διαχείρισης χρημάτων, μεγάλα κεφάλαια, προηγμένες τεχνικές ανάλυσης, εξαιρετική πλατφόρμα συναλλαγών και κατάλληλη εκπαίδευση.

1.1 Ορισμοί

Για να μπορέσουμε να παρατηρήσουμε και να διαβάσουμε τα ζεύγη υπάρχουν τρεις τρόποι σύμφωνα με τον Whistler (2004): το spread, το διαφορικό (differential) και η αναλογία (ratio). Οι τρεις αυτοί όροι χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν ένα συγκεκριμένο τύπο του spread και ο καθένας υπολογίζεται με διαφορετικό τρόπο. Τα ενδοσυνεδριακά spreads (intradayspreads), αναφέρονται στην διαφορά μεταξύ της προσφοράς και της ζήτησης (bid and ask) σε ημερήσια βάση. Οι περισσότεροι επενδυτές αγοράζουν μία μετοχή στη ζήτηση και την πουλάνε στην προσφορά. Τα spreads στην στρατηγική Pairstrading διαφέρουν εντελώς από τα τυπικά spreads.

Σημαντικός επίσης είναι και ο ορισμός της συσχέτισης. Η συσχέτιση δύο μετοχών είναι ένα πολύτιμο εργαλείο που μπορεί να συμβάλει σε μια ιστορική προοπτική. Οι μετοχές που έχουν δείξει μια ισχυρή θετική συσχέτιση σε κάποια

ιστορική περίοδο, είναι πιο πιθανό να συσχετιστούν στο μέλλον. Γνωρίζοντας ότι αυτή η συσχέτιση μπορεί επίσης να παρουσιάσει δυνατότητες συναλλαγών πέρα από απλές μετοχές.

Συσχέτιση (correlation)

Η συσχέτιση των ζευγών είναι η μέτρηση της σχέσης μεταξύ των μετοχών. Το -1 σημαίνει ότι έχουν αρνητική σχέση ενώ το +1 ότι έχουν θετική σχέση και το μηδέν σημαίνει ότι δεν συσχετίζονται. Δύο μετοχές με θετική συσχέτιση θα έχουν παρόμοια διαγράμματα, ενώ με αρνητική συσχέτιση θα έχουν εντελώς αντίθετα. Οι μετοχές που έχουν θετική συσχέτιση και συντελεστή συσχέτισης κοντά στο ένα, κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση και έχουν υψηλές αποδόσεις.

Μια ισχυρή αρνητική συσχέτιση μπορεί να δείχνει ότι δύο μετοχές που κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση, αποκλίνουν. Σε αυτή την περίπτωση ο συντελεστής συσχέτισης υποδηλώνει ότι κατά τη διάρκεια του χρόνου για την οποία έχουμε συλλέξει στοιχεία για τις μετοχές, οι δύο μετοχές θα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις. Αν έχουν συγκλίνει μπορεί να συναλλαχθούν. Οι μετοχές που θα μπορούσαν να εμφανίζουν αυτό το είδος της σχέσης, θα μπορούσαν να είναι για παράδειγμα μετοχές χρυσού και τραπεζικές μετοχές, οι οποίες έχουν την τάση να κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις με βάση την ισχύ της οικονομίας.

Spread

Σε όρους ζευγών το spread εντός της ημέρας ισούται με την αλλαγή εντός της ημέρας μίας μετοχής A μείον την αλλαγή μίας μετοχής B. Όσον αφορά την τιμή που είχε η μετοχή στο κλείσιμο (closing changes spread), εννοούμε το κέρδος ή τη ζημία.

Διαφορικό (differential)

Το διαφορικό είναι η διαφορά των τιμών των δύο μετοχών. Το διαφορικό είναι παρόμοιο με το spread αφού χρησιμοποιεί την καθαρή τιμή του κλεισίματος και των δύο μετοχών και είναι αδιάφορο το κέρδος ή η ζημία των μετοχών. Το διαφορικό μπορεί να υπολογιστεί για συγκεκριμένες εντός της ημέρας περιόδους. Γενικά είναι χρήσιμο στη μέτρηση στο κλείσιμο των τιμών, όμως του λείπει η ικανότητα να περιλαμβάνει τις εκτιμήσεις από τους υπολογισμούς. Συνήθως το διαφορικό σχετίζεται με τα διαγράμματα των ιστορικών ζευγών (historical pairs) για να καταλάβουμε πού οι δύο μετοχές συναλλάχθηκαν πρόσφατα. Είναι ένας τρόπος να διαβάζουμε τα δεδομένα των ζευγών και να καταλαβαίνουμε πιθανά σήματα πώλησης. Επίσης το διάγραμμα του διαφορικού μας δείχνει πότε το ζεύγος είναι σε ακραίο σημείο επέκτασης.

Αναλογία (ratio)

Η αναλογία ισούται είτε με την τιμή στο κλείσιμο είτε με την εντός της ημέρας αλλαγή της μίας μετοχής διά την άλλη μετοχή. Η αναλογία γενικά, χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της ποσότητας ενός μεριδίου που απαιτείται για να ισούται με την αξία του άλλου. Κάποιοι επαγγελματίες πιστεύουν ότι η αναλογία είναι πιο ακριβής από το διαφορικό. Επίσης η αναλογία επιτρέπει σε αυτούς που χρησιμοποιούν την στρατηγική Pairstrading, να ενσωματώνουν διαφορετικές πτυχές της αξίας της ανάλυσης μέσα στο ζεύγος. Το διάγραμμα της αναλογίας μας δείχνει ένα πιθανό σήμα πώλησης.

Γενικά έχουμε,

Differential	Ratio	Intraday Spread
Μετοχή A- ΜετοχήB	Μετοχή A / Μετοχή B	Ενδοημερήσια συναλλαγή- Ενδοημερήσια συναλλαγή

Καμπύλη πυκνότητας (density curve)

Εξ ορισμού μια καμπύλη πυκνότητας είναι η γραφική παράσταση μιας μη αρνητικής συνάρτησης. Η περιοχή μεταξύ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης και του άξονα x είναι ένα. Οι κανονικές καμπύλες πυκνότητας έχουν πολλές διαφορετικές λειτουργίες, συμπεριλαμβανομένων των πιθανοτήτων που χαρακτηρίζουν, όμως εμείς θα το χρησιμοποιήσουμε με ένα διαφορετικό τρόπο. Μια καμπύλη πυκνότητας μοιάζει με μια καμπύλη καμπάνα, με τα δεδομένα να κατανέμονται ομοιόμορφα γύρω από τη μέση. Ωστόσο η καμπύλη πυκνότητας θα εμφανίζεται περισσότερο ως ένα κινούμενο ιστόγραμμα που απεικονίζει πού βρίσκεται η ιστορική απόκλιση ή η αναλογία σε σχέση με τη μέση τιμή.

Η καμπύλη πυκνότητας μόνη της θα δώσει μια τιμή μεταξύ του μηδενός και μίας θετικής τιμής. Ανεξάρτητα από το πόσο κοντά η καμπύλη πυκνότητας πλησιάζει το μηδέν ή το ένα, θα πρέπει να ξανιάλέγουμε τα άλλα περιγραφικά στατιστικά στοιχεία για επιπλέον επιβεβαίωση. Ο τύπος της πυκνότητας είναι:

$$f(x) = .$$

Αυτοσυσχέτιση (autocorrelation)

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης μας δίνει τη συσχέτιση μεταξύ των τιμών της χρονοσειράς, με βάση το χρονικό διάστημα μεταξύ τους. Αυτή η συσχέτιση υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τον τύπο:

$$\hat{\rho}(\tau) = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=\tau+1}^T (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-\tau} - \bar{Y})}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2}$$

όπου τ είναι το μήκος της υστέρησης μεταξύ της τωρινής τιμής και της τιμής στο παρελθόν και Y_t είναι η τιμή της χρονοσειράς το χρόνο t . Το γράφημα της συνάρτησης της αυτοσυσχέτισης ονομάζεται correlogram και χρησιμεύει για την απεικόνιση της συνάρτησης της αυτοσυσχέτισης της χρονοσειράς.

Λευκός θόρυβος (whitenoise)

Ο λευκός θόρυβος είναι η πιο απλή περίπτωση μιας στοχαστικής διαδικασίας. Δομείται θεωρώντας ότι κάθε τιμή προέρχεται από την κανονική κατανομή κάθε χρονική στιγμή. Επιπλέον οι παράμετροι της κανονικής κατανομής είναι σταθερές και δεν αλλάζουν με τον χρόνο. Δεν υπάρχει κάποιος συγκεκριμένος ορισμός για τον λευκό θόρυβο εκτός από ότι είναι η κανονική κατανομή. Ωστόσο η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη εκδοχή του λευκού θορύβου αναφέρεται ως Gaussian whitenoise.

Σε μία σειρά λευκού θορύβου η διακύμανση των τιμών σε κάθε σημείο της σειράς είναι η διακύμανση της κανονικής κατανομής που χρησιμοποιείται για την σχεδίαση των τιμών του λευκού θορύβου. Έτσι μία σειρά λευκού θορύβου είναι μία ακολουθία ασυσχέτιστων τυχαίων μεταβλητών με μέση τιμή και συνεχή διακύμανση.

MA (Moving Average process)

Η MA διαδικασία είναι μία χρονοσειρά από τη σειρά του λευκού θορύβου. Ο τύπος της είναι:

$$Y_t = \varepsilon_t + \beta \varepsilon_{t-1}.$$

Σε περίπτωση που το β είναι μηδέν τότε γίνεται μία σειρά λευκού θορύβου. Επίσης οι τιμές που βασίζονται στην γνώση της τελευταίας υλοποίησης της χρονοσειράς ονομάζονται υποθετικός μέσος όρος (conditional mean) και υποθετική διακύμανση (conditional variance) της χρονοσειράς. Αυτές οι χρονοσειρές κατασκευάστηκαν χρησιμοποιώντας ένα γραμμικό συνδυασμό υλοποιήσεων λευκού θορύβου. Οι σειρές αυτές λέγονται MA επειδή χρησιμοποιούμε τις τρέχουσες τιμές και μία τιμή υστέρησης από τη χρονοσειρά λευκού θορύβου.

MA(q)

Η διαφορά με τις MA είναι ότι στις MA(q) η τιμή κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας q υστερημένες τιμές του λευκού θορύβου. Ο τύπος τους είναι:

$$y_t = \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}.$$

Autoregressiveprocess (AR)

Η γενικευμένη AR σειρά παράγεται από χρονοσειρές λευκού θορύβου, χρησιμοποιώντας γραμμικούς συνδυασμούς υλοποιήσεων του παρελθόντος. Ο τύπος τους είναι:

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$$

όπου α η κλίση της παλινδρόμησης μεταξύ δύο διαδοχικών τιμών της χρονοσειράς.

ARMAprocess

Τα μοντέλα AR(p) και MA(q) μπορούν να αναμιχθούν σε ένα ARMA(p,q) μοντέλο. Αυτά τα μοντέλα κατασκευάζονται χρησιμοποιώντας γραμμικούς συνδυασμούς των τιμών του παρελθόντος των χρονοσειρών λευκού θορύβου. Επίσης το άθροισμα δύο ανεξάρτητων ARMA σειρών είναι κι αυτό ARMA. Ο τύπος τους είναι:

$$y_t = (a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_p y_{t-p}) + (\varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-2} + \beta_q \varepsilon_{t-q}).$$

Τυχαίος περίπατος(randomwalk)

Ο τυχαίος περίπατος είναι μία σειρά ARMA. Ειδικότερα είναι μία AR (1) σειρά με α=1 και ο τύπος του είναι:

$$y_t = \varepsilon_t + y_{t-1}.$$

Είναι μία μη στάσιμη χρονοσειρά όπου η τρέχουσα τιμή είναι ένα απλό άθροισμα όλων των υλοποιήσεων του λευκού θορύβου. Οι στατιστικές παράμετροι όπως ο μέσος όρος και η διακύμανση δεν είναι στάσιμες. Η σειρά αυτή λέγεται μη στάσιμη (nonstationary) χρονοσειρά. Η συσχέτιση μεταξύ της τιμής και της τιμής με υστέρηση είναι ένα.

Οι τυχαίοι περίπατοι είναι οι μόνες σειρές στις οποίες η πρόβλεψη της τιμής του μέσου όρου για το επόμενο βήμα, είναι η τρέχουσα τιμή. Τέτοια σειρά όπου η αναμενόμενη τιμή στο επόμενο χρονικό βήμα είναι η τιμή στο τρέχον βήμα του χρόνου είναι γνωστή ως martingale. Ο τυχαίος περίπατος μπορεί να θεωρηθεί ως ένα martingale.

1.2 Παραγοντικά μοντέλα

Τα παραγοντικά μοντέλα είναι μοντέλα που χρησιμοποιούνται για να εξηγήσουν τα χαρακτηριστικά του κινδύνου/απόδοσης των περιουσιακών στοιχείων. Όλα τα μοντέλα έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό, ότι είναι επεκτάσεις του CAPM μοντέλου. Η προϋπόθεση για το CAPM μοντέλο είναι ότι οι αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων εξηγούνται από τη συμπεριφορά της αγοράς. Κάθε στοιχείο επηρεάζεται από την αγορά με ένα δικό του χαρακτηριστικό τρόπο, αυτή η «ευαισθησία» ορίζεται ως βήτα. Η απόδοση μίας μετοχής εξαρτάται από τον τομέα της αγοράς στην οποία λειτουργεί και από άλλους παράγοντες. Η απόδοση μιας μετοχής σε ένα παραγοντικό μοντέλο εξηγείται από τις αποδόσεις των κατανομών των ποικίλων παραγόντων.

Ανάλογα με τον τύπο των παραγόντων που χρησιμοποιούνται, τα παραγοντικά μοντέλα κατηγοριοποιούνται σε τρεις ομάδες: στατιστικά παραγοντικά μοντέλα (statistical factor models), μακροοικονομικά παραγοντικά μοντέλα (macroeconomic factor models) και θεμελιώδεις παραγοντικά μοντέλα (fundamental factor models). Οι παράγοντες σε ένα στατιστικό παραγοντικό μοντέλο ονομάζονται ιδιοδιανύσματα χαρτοφυλακίων (eigenportfolios). Είναι ένα σύνολο δομικών στοιχείων χαρτοφυλακίου, με την προϋπόθεση ότι οι αποδόσεις τους είναι ασυσχέτιστες η μία με την άλλη. Η απόδοση οποιουδήποτε χαρτοφυλακίου μπορεί να εκφραστεί ως ένας γραμμικός συνδυασμός των αποδόσεων των χαρτοφυλακίων των ιδιοδιανυσμάτων. Τα χαρτοφυλάκια των ιδιοδιανυσμάτων είναι στατιστικά ευρήματα που μπορούν να συναχθούν από τα δεδομένα.

Η προτίμηση των επαγγελματιών είναι μοντέλα που τους επιτρέπουν να προσδιορίσουν τους παράγοντες (μακροοικονομικούς ή θεμελιώδεις), επιτρέποντας περισσότερη διαισθητική εξήγηση για τις αποδόσεις των παραγόντων. Αυτά τα μοντέλα είναι διαφορετικά από τα στατιστικά παραγοντικά μοντέλα γιατί ο ρόλος των χαρτοφυλακίων των ιδιοδιανυσμάτων έχει να κάνει με κάποιες μακροοικονομικές ή θεμελιώδεις μεταβλητές, οι οποίες μπορούν να παρατηρηθούν απευθείας.

Τα μακροοικονομικά παραγοντικά μοντέλα είναι δομημένα χρησιμοποιώντας ιστορικές αποδόσεις μετοχών και παρατηρητικές μακροοικονομικές μεταβλητές. Οι παράγοντες ή τα χαρακτηριστικά σε αυτά τα μοντέλα συμπεριλαμβάνουν βραχυπρόθεσμους δεσμούς αλλαγής των αποδόσεων, μακροχρόνιους δεσμούς κλπ. Σε αντίθεση το θεμελιώδες μοντέλο χρησιμοποιεί χαρακτηριστικά εταιρειών και βιομηχανιών και δεδομένα της αγοράς για να εξηγήσει

τις αποδόσεις. Οι εισροές σε αυτά τα μοντέλα είναι βιομηχανικοί παράγοντες, περιλαμβάνοντας βιομηχανίες στις οποίες λειτουργούν και άλλοι θεμελιώδη παράγοντες.

Ειδικότερα, τα παραγοντικά μοντέλα ποικίλλουν και βασίζονται κυρίως στις αρχές της θεωρίας τιμολόγησης κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνο (Arbitrage Pricing Theory). Ένα παραγοντικό μοντέλο καθορίζεται από τους παράγοντες έκθεσης, τον παραγοντικό πίνακα συνδιακύμανσης (factor covariance) και ένα πίνακα συγκεκριμένης διακύμανσης (specific variance). Επίσης το παραγοντικό μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ένα πλαίσιο για να εκτιμήσει πολλούς παραμέτρους που μπορεί να χρειάζονται στην επενδυτική διαδικασία. Παραδείγματα τέτοιων υπολογισμών συμπεριλαμβάνουν την εκτίμηση του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου και του βήτα.

1.3 Φίλτρο του Kalman

Το φίλτρο του Kalman είναι μία βέλτιστη διαδικασία εκτίμησης της κατάστασης που εφαρμόζεται σε ένα δυναμικό σύστημα που περιλαμβάνει τυχαίες διαταραχές. Ο Kalman στο άρθρο που δημοσίευσε με τίτλο «Μία νέα προσέγγιση στο γραμμικό φίλτρο και προβλήματα πρόβλεψης», ανέφερε τον όρο κατάσταση συστήματος (system state), η οποία παρουσιάζεται ως ένα διάνυσμα των τιμών των ποικίλων παραμέτρων του συστήματος. Ένα δυναμικό σύστημα στην προσέγγιση του φίλτρου του Kalman μοντελοποιείται ως μία αλληλουχία μεταβάσεων από μία κατάσταση συστήματος στην άλλη. Αυτές οι μεταβάσεις μοντελοποιούνται επίσης ως γραμμικές εξισώσεις. Αυτό που κάνουμε είναι ότι διαρκώς προβλέπουμε την επόμενη κατάσταση του συστήματος και παίρνουμε μετρήσεις για να επαληθεύσουμε τις προβλέψεις. Το φίλτρο του Kalman παρέχει μία διαδικασία, να συμβαδίσει την ακολουθία των προβλέψεων ακολουθούμενη από μετρήσεις για να φτάσει σε μία ακολουθία βέλτιστων εκτιμήσεων για την κατάσταση του συστήματος. Αυτή η προσέγγιση αναφέρεται ως Θεωρία Στοχαστικού Ελέγχου.

Χρησιμοποιούμε την τεχνική Kalman-filtering για να φιλτράρουμε τον «θόρυβο» από το spread στην περίπτωση του risk arbitrage. Το φίλτρο του kalman εξομαλύνει έναν τυχαίο περίπατο. Πολλοί επαγγελματίες της τεχνικής ανάλυσης κάνουν χρήση των κινούμενων μέσων όρων για να εξομαλύνουν ή να φιλτράρουν τις σειρές των τιμών. Αυτή η μέθοδος μπορεί να θεωρηθεί ως μία προσπάθεια να

εκτιμηθεί η ακολουθία των τιμών των μετοχών μετά του φιλτραρίσματος του θορύβου.

Η μέθοδος του φίλτρου του Kalman μπορεί να περιγραφεί καλύτερα ως μια διαδικασία τριών σταδίων: της πρόβλεψης, παρατήρησης και της διόρθωσης. Στο βήμα της πρόβλεψης, προβλέπουμε την επόμενη κατάσταση βασιζόμενοι στην γνώση για την τρέχουσα κατάσταση της αγοράς. Μαζί με αυτό εκτιμούμε και το λάθος της πρόβλεψης μας. Στη συνέχεια κάνουμε μια ανάγνωση της κατάστασης του συστήματος, μετά την αφαίρεση για να περάσει ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα, με το σκεπτικό ότι το σύστημα τώρα θα μεταβεί στη νέα κατάσταση. Οι μετρήσεις μπορούν να μεταφραστούν με βάση ένα μαθηματικό μοντέλο. Παρόμοια με τη βαθμίδα πρόβλεψης, εκτιμούμε το σφάλμα που σχετίζεται με την παρατήρηση μας. Η παρατήρηση μαζί με μια εκτίμηση του σφάλματος αποτελεί το στάδιο παρατήρησης. Η προβλεπόμενη εκτίμηση διορθώνεται βασιζόμενη στην παρατήρηση. Αυτό συνεπώς καλείται το βήμα της διόρθωσης. Η εξίσωση για την διορθωμένη κατάσταση στο φίλτρο του Kalman είναι η εξής:

$$\text{Διόρθωση} = \text{Πρόβλεψη} + k (\text{πραγματική παρατήρηση} - \text{πρόβλεψη})$$

Η διαφορά μεταξύ της πραγματικής παρατήρησης και της πρόβλεψης λέγεται καινοτομία παρατήρησης (observation innovation). Το k είναι το λεγόμενο κέρδος του Kalman (Kalman gain) με τύπο

$$k = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma_\epsilon^2}$$

όπου σ_x^2 η διακύμανση της μεταβλητής x και σ_ϵ^2 η διακύμανση της μεταβλητής y .

Η προσέγγιση του φίλτρου του Kalman παρέχει μία φόρμουλα για το ποιά θα είναι η κατάλληλη τιμή του k . Η τιμή του k πρέπει να είναι τέτοια ώστε η διόρθωση να δίνει την ελάχιστη τιμή στη διακύμανση του σφάλματος. Εκτός από την παροχή του τύπου, ο Kalman παρείχε επίσης οριστική απόδειξη ότι η διαδικασία είναι πράγματι βέλτιστη στην περίπτωση κατά την οποία τα μαθηματικά μοντέλα της κατάστασης και της παρατήρησης είναι τόσο γραμμικά όσο και τα σφάλματα που προέρχονται από ανεξάρτητες κατανομές Gauss.

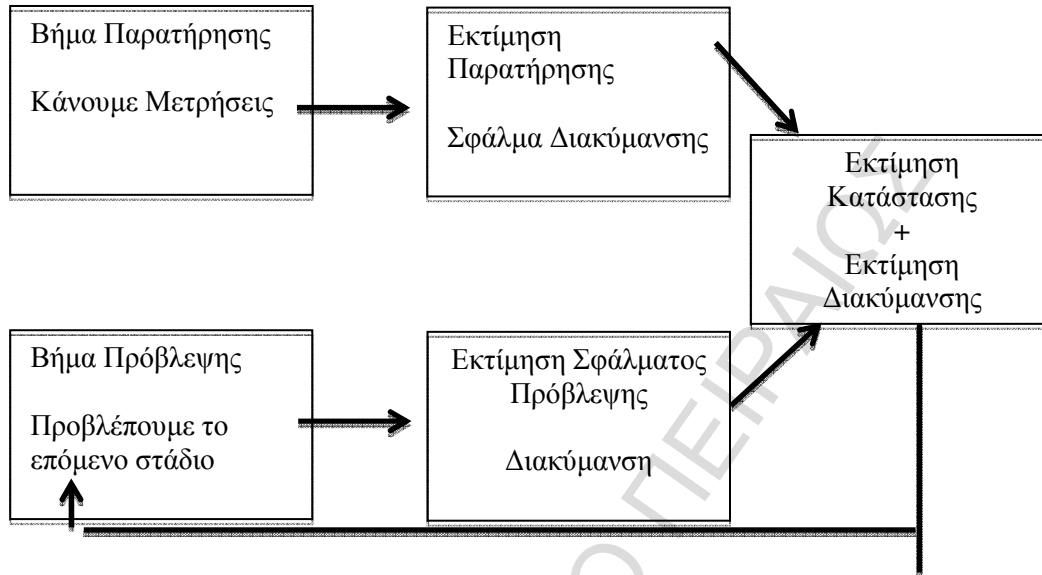
Τα βήματα για την διαδικασία του φίλτρου του Kalman είναι τα εξής:

1. Υπολογισμός του $\hat{X}_{(t-1)}$ και του $\hat{P}_{(t-1)}$ χρησιμοποιώντας την εξίσωση της κατάστασης.
2. Εύρεση των παρατηρήσεων Y_t και R , παρατηρώντας το σύστημα.

3. Υπολογισμός του κέρδους του Kalman, K_t το οποίο θα χρησιμεύσει για την απόκτηση του ελάχιστου γραμμικού σφάλματος της διακύμανσης.

4. Υπολογισμός του $\hat{X}_{(t|t)}$, δεδομένου του $\hat{X}_{(t|t-1)} + K_t (Y_t - H\hat{X}_{(t|t-1)})$.

5. Υπολογισμός του σφάλματος διακύμανσης/συνδιακύμανσης P_t του $\hat{X}_{(t|t)}$.



Διαδικασία του φίλτρου του Kalman

Σύμφωνα με τον Hamilton (1994) το φίλτρο του Kalman είναι ένας αλγόριθμος, που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των γραμμικών προβλέψεων των ελαχίστων τετραγώνων της κατάστασης του διανύσματος, με βάση τα στοιχεία που τηρούνται μέσω του χρόνου t , έχουμε:

$$\hat{\xi}_{t-1|t} \equiv \hat{E}(\xi_{t+1}|q_t),$$

όπου $q_t \equiv (y_t, y_{t-1}, \dots, y_1, x_t, x_{t-1}, \dots, x_1)'$. Το $\hat{E}(\xi_{t+1}|q_t)$ δηλώνει τη γραμμική προβολή του ξ_{t+1} στο q_t . Το φίλτρο του Kalman υπολογίζει αυτές τις προβλέψεις αναδρομικά, δημιουργώντας διαδοχικά $\hat{\xi}_{1|0}, \hat{\xi}_{2|1}, \dots, \hat{\xi}_{T|T-1}$. Σε ορισμένες ρυθμίσεις η κατάσταση του διανύσματος ξ δίνεται ως μια δομική ερμηνεία. Για παράδειγμα στο μοντέλο του επιχειρηματικού κύκλου των Stock και Watson, θα ήταν χρήσιμο να γνωρίζουμε την κατάσταση του οικονομικού κύκλου σε κάθε ιστορικό χρόνο t . Ένας στόχος θα μπορούσε να είναι να σχηματίσουμε ένα συμπέρασμα σχετικά με την αξία του ξ_t με βάση το σύνολο των στοιχείων που συλλέγονται, συμπεριλαμβανομένου των παρατηρήσεων $y_t, y_{t+1}, \dots, y_T, x_t, x_{t+1}, \dots, x_T$.

Ολοκληρώσιμη σειρά

Μία στοχαστική διαδικασία λέγεται ολοκληρώσιμη τάξης p , εν συντομία $I(p)$, αν χρειάζεται να διαφοροποιείται p φορές προκειμένου να έχουμε στασιμότητα. Πιο γενικά έχουμε ότι οι χρονοσειρές X_t και Y_t λέγεται ότι είναι ολοκληρωμένες τάξεως $CI(d,p)$ όταν και οι δύο X_t και Y_t είναι ολοκληρωμένες τάξεως d .

1.4 Στασιμότητα

Η μέση συνάρτηση ενός μοντέλου χρονοσειρών είναι

$$\mu(t) = E(X_t)$$

και γενικά είναι μία συνάρτηση του t . Η προσδοκία σε αυτόν τον ορισμό είναι ένας μέσος όρος που λαμβάνεται με βάση όλες τις πιθανές χρονοσειρές που θα μπορούσαν να έχουν παραχθεί από το μοντέλο χρονοσειρών. Συνήθως έχουμε μόνο μια ενιαία χρονοσειρά, ώστε το μόνο που μπορούμε να κάνουμε είναι να εκτιμήσουμε την μέση τιμή σε κάθε σημείο του δείγματος από την αντίστοιχη παρατηρούμενη τιμή. Αν η μέση συνάρτηση είναι σταθερή στο χρόνο, λέμε ότι η χρονοσειρά είναι στάσιμη στο μέσο και μετά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε όλη τη σειρά για να εκτιμήσουμε την μέση τιμή μ .

Ο Hamilton (1994) ορίζει την στασιμότητα ως εξής: αν η μέση τιμή μ_t και η αυτοσυνδιακύμανση γ_t δεν εξαρτώνται από τον χρόνο t , τότε η διαδικασία Y_t ονομάζεται στάσιμη συνδιακύμανση ή ασθενώς στάσιμη όταν ισχύουν:

$$E(Y_t) = \mu \quad \text{για όλα τα } t,$$

$$E(Y_t - \mu)(Y_{t-j} - \mu) = \gamma_j \text{ για όλα τα } t \text{ και } j.$$

Αν η διαδικασία έχει στάσιμη συνδιακύμανση, τότε η συνδιακύμανση μεταξύ Y_t και Y_{t-j} εξαρτάται μόνο από το j δηλαδή το μήκος του χρόνου που χωρίζει τις παρατηρήσεις και όχι στο χρόνο t , την ημερομηνία της παρατήρησης.

Η διαδικασία λέγεται ότι είναι αυστηρά στάσιμη εάν για οποιοσδήποτε τιμές των j_1, j_2, \dots, j_n η από κοινού κατανομή των $Y_t, Y_{t-j_1}, \dots, Y_{t-j_n}$ εξαρτάται μόνο από τα χρονικά διαστήματα που χωρίζουν τις ημερομηνίες j_1, j_2, \dots, j_n και όχι από την ίδια την ημερομηνία t . Σημειώνουμε ότι αν μια διαδικασία είναι αυστηρά στάσιμη με πεπερασμένες δεύτερες ροπές, τότε θα πρέπει να έχει σταθερή συνδιακύμανση αν οι πυκνότητες στις οποίες είναι ενσωματωμένη δεν εξαρτώνται από το χρόνο, τότε οι μ_t και γ_t δεν θα εξαρτώνται από το χρόνο. Ωστόσο, είναι δυνατόν να φανταστούμε

μια διαδικασία που έχει στάσιμη συνδιακύμανση αλλά όχι αυστηρά στάσιμη, ο μέσος όρος και η αυτοσυνδιακύμανση δεν θα μπορούσαν να είναι συναρτήσεις του χρόνου.

Μια διαδικασία $\{Y_t\}$ λέγεται ότι είναι Gaussian αν η από κοινού πυκνότητα

$$f_{Y_t, Y_{t+j_1}, \dots, Y_{t+j_n}}(y_t, y_{t+j_1}, \dots, y_{t+j_n}),$$

είναι Gaussian για κάθε j_1, j_2, \dots, j_n . Δεδομένου ότι η μέση τιμή και η διακύμανση είναι αυτά που χρειάζονται για να παραμετροποιήσουμε μία κατανομή Gaussian πολλών μεταβλητών. Γενικά ισχύει ότι μια διαδικασία Gaussian στάσιμης συνδιακύμανσης είναι αυστηρά στάσιμη.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2.1 Συνολοκλήρωση (cointegration)

Όταν εξετάζουμε σειρές με πολλές μεταβλητές, για να προσδιορίσουμε στατιστικά εάν υπάρχει μία σχέση αιτίου-αποτελέσματος μεταξύ των μεταβλητών, οι οικονομικοί ερευνητές Engle and Granger παρατήρησαν ένα ενδιαφέρον φαινόμενο. Ακόμα κι αν δύο χρονοσειρές είναι μη στάσιμες, είναι δυνατόν σε ορισμένες περιπτώσεις ένας ειδικός γραμμικός συνδυασμός των δύο να είναι στην πραγματικότητα στάσιμος. Έτσι οι Engle και Granger (1987) επινόησαν τον όρο συνολοκλήρωση. Με πιο απλά λόγια όταν δύο ή περισσότερες σειρές είναι μεμονωμένα μη στάσιμες αλλά η διαφορά τους είναι στάσιμη, αυτές οι σειρές ονομάζονται συνολοκληρωμένες.

Η θεωρία της συνολοκλήρωσης είναι σίγουρα καινοτόμος στη θεωρία της οικονομετρίας και έχει δημιουργήσει μεγάλο ενδιαφέρον μεταξύ των οικονομολόγων κατά την τελευταία δεκαετία. Ο ορισμός στην απλή περίπτωση των δύο χρονοσειρών X_t και Y_t , οι οποίες είναι και οι δύο ολοκληρώσιμες πρώτης τάξης - το οποίο το συμβολίζουμε $I(1)$ και σημαίνει ότι η μέθοδος περιέχει μία μοναδιαία ρίζα - είναι ο ακόλουθος:

Οι χρονοσειρές X_t και Y_t είναι συνολοκληρωμένες, αν υπάρχει μία παράμετρος α η οποία είναι μία στάσιμη διαδικασία και ισχύει ο παρακάτω τύπος:

$$u_t = Y_t - \alpha X_t.$$

Για πολλούς λόγους ο παραπάνω ορισμός της συνολοκλήρωσης είναι πολύ περιοριστικός. Είναι αλήθεια ότι οι οικονομικές σειρές τείνουν να κινούνται μαζί αλλά προκειμένου να ληφθεί ένας γραμμικός συνδυασμός των σειρών, ο οποίος είναι στάσιμος, μπορούμε να συμπεριλάβουμε περισσότερες μεταβλητές.

Μία πιο μαθηματική έννοια της συνολοκλήρωσης είναι του Hamilton (1994) όπου μας λέει ότι ένα $(n \times 1)$ διάνυσμα χρονοσειρών y λέγεται συνολοκληρωμένο εάν καθεμία από τις σειρές που λαμβάνεται χωριστά είναι $I(1)$, η οποία είναι μη στάσιμη με μία μοναδιαία ρίζα, ενώ ορισμένοι γραμμικοί συνδυασμοί των σειρών ay είναι στάσιμοι ή $I(0)$, για κάποιο μη μηδενικό $(n \times 1)$ διάνυσμα a . Ένα απλό παράδειγμα ενός συνολοκληρωμένου διανύσματος είναι το ακόλουθο σύστημα δύο μεταβλητών

$$Y_{1t} = \gamma Y_{2t} + u_{1t},$$

$$y_{2t} = y_{2,t-1} + u_{2t},$$

με u_{1t} και u_{2t} ασυσχέτιστων διαδικασιών λευκού θορύβου.

Συνολοκλήρωση σημαίνει ότι αν και πολλές από τις εξελίξεις μπορούν να προκαλέσουν μόνιμες αλλαγές στα επιμέρους στοιχεία του y , υπάρχει κάποια μακροχρόνια σχέση ισορροπίας που συνδέει τα επιμέρους στοιχεία μαζί, εκπροσωπούμενη από τον γραμμικό συνδυασμό ay . Ένα παράδειγμα ενός τέτοιου συστήματος είναι το μοντέλο των δαπανών κατανάλωσης που προτείνεται από τους Davidson, Hendry, SbraandYeo (1978). Τα αποτελέσματα τους δείχνουν ότι παρόλο που η κατανάλωση και τα έσοδα εμφανίζουν μοναδιαία ρίζα, σε μακροπρόθεσμη κατανάλωση τείνει να είναι σχεδόν σταθερή η αναλογία του εισοδήματος, έτσι ώστε η διαφορά μεταξύ της καταγραφής της κατανάλωσης και της καταγραφής των εσόδων φαίνεται να είναι μια σταθερή διαδικασία. Ένα άλλο παράδειγμα μιας οικονομικής υπόθεσης που ενδείκνυται για μία ερμηνεία συνολοκλήρωσης είναι η θεωρία της ισοτιμίας της αγοραστικής δύναμης. Αυτή η θεωρία υποστηρίζει ότι εκτός από τα έξοδα μεταφοράς, τα αγαθά θα πρέπει να πουληθούν με την ίδια τιμή σε δύο χώρες.

Η εξήγηση για τη δυναμική της συνολοκλήρωσης είναι αλληλένδετη με την έννοια της διόρθωσης σφάλματος. Η ιδέα πίσω από τη διόρθωση σφάλματος είναι ότι τα συνολοκληρωμένα συστήματα έχουν μια μακροχρόνια ισορροπία, δηλαδή υπάρχει μια μακροχρόνια μέση τιμή του γραμμικού συνδυασμού των δύο χρονοσειρών. Εάν υπάρχει απόκλιση από το μακροπρόθεσμο μέσο όρο τότε η μία ή και οι δύο χρονοσειρές προσαρμόζονται για την αποκατάσταση της μακροπρόθεσμης ισορροπίας. Καθώς οι δύο σειρές εξελίσσονται με τον χρόνο, οι αποκλίσεις από την μακροχρόνια ισορροπία που προκαλούνται από λευκό θόρυβο διορθώνονται σε μελλοντικά χρονικά βήματα.

Σύμφωνα με τον Hamilton (1994) ο τύπος της διόρθωσης σφάλματος του συνολοκληρωμένου συστήματος δίνεται από το παρακάτω τύπο:

$$\Delta y_t = \zeta_1 \Delta y_{t-1} + \zeta_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \zeta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \alpha - \beta z_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Οι δοκιμές βασίζονται στα κατάλοιπα από την παλινδρόμηση του OLS για $y_{1t}, y_{2t}, y_{3t}, \dots, y_{nt}$. Οι δοκιμές μπορούν να δώσουν διαφορετικές απαντήσεις ανάλογα με το ποια μεταβλητή είναι χαρακτηρισμένη y_1 . Σημαντικοί έλεγχοι για συνολοκλήρωση είναι τα τεστ του Johansen (1988,1991) και οι σχετικές εξετάσεις των Stock and Watson (1988) και των Ahn and Reinsel (1990). Άλλες χρήσιμες

δοκιμασίες για συνολοκλήρωση έχουν προτείνει οι Phillips and Ouliaris (1990), Park, Ouliaris and Choi (1988), Stock (1990) and Hansen (1990).

Ένας ακόμη όρος που προκύπτει στο πλαίσιο μιας επενδυτικής τεχνικής είναι ο εντοπισμός σφάλματος και ονομάζεται indexing. Η ύπαρξη του indexing βασίζεται στο γεγονός ότι είναι εξαιρετικά δύσκολο να έχουμε καλύτερη απόδοση από αυτής της αγοράς. Ως εκ τούτου, η στρατηγική χρησιμοποιήθηκε για επενδύσεις στο δείκτη αγοράς. Εναλλακτικά, για να μειώσουμε το κόστος των συναλλαγών, η επένδυση γίνεται σε χαρτοφυλάκια σχεδιασμένα να μιμούνται τις αποδόσεις του δείκτη. Αυτά τα χαρτοφυλάκια κάποιες φορές αναφέρονται και ως καλάθια παρακολούθησης (tracking baskets). Η ικανότητα του καλαθιού παρακολούθησης να μιμείται τις αποδόσεις της αγοράς χαρακτηρίζεται από το σφάλμα εντοπισμού του. Ο εντοπισμός σφάλματος μπορεί επομένως να θεωρηθεί ως ένα μέτρο απόκλισης ή περιθώριο λάθους, που μπορεί κανείς να αναμένει στη διαδικασία εντοπισμού.

Στην περίπτωση που έχουμε χαρτοφυλάκια με ταυτόχρονες θέσεις αγοράς και πώλησης αποτελούμενα από συνολοκληρωμένα χρεόγραφα, το σφάλμα παρακολούθησης δεν είναι σειρά τυχαίου περιπάτου. Στην πραγματικότητα είναι μία στάσιμη χρονοσειρά. Η διακύμανση ή η τυπική απόκλιση σε αυτή την περίπτωση είναι ανεξάρτητη από την περίοδο διατήρησης. Πιο απλά, το σφάλμα εντοπισμού παραμένει το ίδιο ανεξάρτητα από την περίοδο διατήρησης και δεν απαιτούνται τύποι κλιμάκωσης. Στη θεωρία ισχύει ότι η διόρθωση των σφαλμάτων και η συνολοκλήρωση είναι ουσιαστικά ισοδύναμες αναπαραστάσεις σύμφωνα με το θεώρημα παράστασης του Granger.

Ο Granger πρώτος το 1981 πρότεινε τη σχέση μεταξύ συνολοκλήρωσης και διορθωτικών μοντέλων (error correction models). Εάν κάθε στοιχείο ενός διανύσματος μιας χρονοσειράς x_t επιτυγχάνει στασιμότητα αφού έχει διαφοροποιηθεί, αλλά ο γραμμικός συνδυασμός $a'x_t$ είναι ήδη στάσιμος, η χρονοσειρά x_t είναι συνολοκληρωμένη με το συνολοκληρωμένο διάνυσμα a . Μπορεί να υπάρχουν πολλά τέτοιου είδους συνολοκληρωμένα διανύσματα έτσι ώστε το a να γίνει πίνακας. Ερμηνεύοντας το $a'x_t = 0$ ως μία μακροπρόθεσμη ισορροπία, η συνολοκλήρωση υποδηλώνει ότι οι αποκλίσεις από την ισορροπία είναι στάσιμες με πεπερασμένη διακύμανση ακόμα και όταν οι σειρές από μόνες τους είναι μη στάσιμες και έχουν άπειρη διακύμανση.

Θεωρώντας μία ατομική οικονομική μεταβλητή ως μία χρονοσειρά, η οποία μπορεί να διακυμανθεί σε μεγάλο βαθμό, κάποια ζεύγη της σειράς αναμένεται να

κινηθούν έτσι ώστε να μην απομακρυνθούν πάρα πολύ. Η οικονομική θεωρία προτείνει «δυνάμεις» που τείνουν να κρατήσουν τέτοιες σειρές ενωμένες. Παραδείγματα τέτοιων δυνάμεων είναι τα βραχυπρόθεσμα και μακροπρόθεσμα επιτόκια, οι κεφαλαιακές πιστώσεις και οι δαπάνες, τα οικιακά εισοδήματα και οι τιμές των ιδίων προϊόντων σε διαφορετικές αγορές. Επίσης μπορούμε να εξετάσουμε τις σχέσεις ισορροπίας, όπου η ισορροπία είναι ένα σταθερό σημείο το οποίο χαρακτηρίζεται από τις «δυνάμεις», οι οποίες ωθούν την οικονομία στην ισορροπία όταν αυτή απομακρύνεται. Αν x είναι ένα διάνυσμα των οικονομικών μεταβλητών, τότε μπορούμε να υποθέσουμε ότι είναι σε ισορροπία όταν έχουμε $\alpha'x_t = 0$. Στις περισσότερες χρονικές περιόδους το x_t δεν θα είναι σε ισορροπία και η μονοπαραγοντική ποσότητα $z_t = \alpha'x_t$ θα ονομάζεται σφάλμα ισορροπίας. Αν η έννοια της ισορροπίας έχει οποιαδήποτε συνάφεια για τον προσδιορισμό των οικονομετρικών μοντέλων, η οικονομία φαίνεται να προτιμά μια μικρή τιμή του z_t έναντι μιας μεγάλης.

Μία κατηγορία μοντέλων γνωστή και ως διορθωτικών μοντέλων (error-correcting), επιτρέπει σε μακροπρόθεσμα στοιχεία των μεταβλητών να υπακούν σε συγκεκριμένους περιορισμούς ισορροπίας, ενώ επιτρέπει στα βραχυπρόθεσμα στοιχεία να έχουν ευέλικτες και δυναμικές προδιαγραφές. Προϋπόθεση για να συμβεί αυτό είναι η συνολοκλήρωση, η οποία σαν έννοια εισήχθηκε πρώτη φορά από τον Granger το 1981 και έπειτα μαζί με τον Weiss το 1983.

Είναι γνωστό από το θεώρημα του Wold ότι η στάσιμη χρονοσειρά χωρίς ντετερμινιστικά στοιχεία, έχει μία άπειρη αναπαράσταση κινούμενου μέσου όρου, η οποία προσεγγίζεται από μία πεπερασμένη αυτοπαλίνδρομη διαδικασία κινούμενου μέσου όρου (autoregressivemovingaverageprocess). Ωστόσο πιο συχνά μία οικονομική σειρά πρέπει να διαφοροποιείται πριν από την υπόθεση της στασιμότητας. Έτσι έχουμε τον ακόλουθο ορισμό της ολοκλήρωσης (integration):

Μια σειρά χωρίς ντετερμινιστικά στοιχεία και η οποία έχει μία στασιμότητα, είναι αναστρέψιμη και έχει μία ARMA αναπαράσταση μετά από d φορές, ονομάζεται ολοκληρωμένη τάξης d και συμβολίζεται $x_t \sim I(d)$.

Μία ανάλογη περίπτωση λαμβάνοντας υπόψη μία διαφορετική συχνότητα είναι όταν οι x_t και y_t είναι ένα ζευγάρι σειρών όπου η καθεμία έχει σημαντικά στοιχεία σε μια συγκεκριμένη περίοδο και υπάρχει ένα α τέτοιο ώστε η σειρά z_t που προκύπτει να μην έχει σημαντικά στοιχεία σε συγκεκριμένη περίοδο. Για να διευρύνουν πλήρως αυτές τις ιδέες, οι Granger and Weiss (1983) έδωσαν τον

παρακάτω ορισμό:

Τα στοιχεία του διανύσματος \mathbf{x}_t είναι συνολοκληρωμένα της τάξεως d, b και συμβολίζεται $\mathbf{x}_t \sim CI(d, b)$, αν πρώτον όλες οι συνιστώσες του \mathbf{x}_t είναι $I(d)$ και δεύτερον υπάρχει διάνυσμα α τέτοιο ώστε $\mathbf{z}_t = \alpha' \mathbf{x}_t \sim I(d-b)$, $b > 0$. Το διάνυσμα α ονομάζεται συνολοκληρωμένο διάνυσμα.

Οι μηχανισμοί διόρθωσης σφάλματος χρησιμοποιούνται ευρέως στα οικονομικά. Η ιδέα είναι ότι το ποσοστό της ανισοροπίας από μια περίοδο διορθώνεται στην επόμενη. Για παράδειγμα η μεταβολή των τιμών μιας περιόδου μπορεί να εξαρτάται από το βαθμό της υπέρβασης στην προηγούμενη περίοδο. Τέτοια προγράμματα μπορούν να προκύψουν ως βέλτιστη συμπεριφορά με ορισμένους τύπους του κόστους προσαρμογής ή ελλιπής πληροφόρησης.

Για ένα σύστημα με δύο μεταβλητές ένα τυπικό μοντέλο διόρθωσης σφάλματος θα αφορούσε την αλλαγή της μίας μεταβλητής σε παρελθοντικά σφάλματα ισοροπίας, καθώς επίσης σε παρελθοντικές αλλαγές και στις δύο μεταβλητές. Για ένα σύστημα πολλών μεταβλητών μπορούμε να ορίσουμε μία γενική αναπαράσταση διόρθωσης σφάλματος σε όρους του B . Ένα διάνυσμα μιας χρονοσειράς \mathbf{x}_t έχει μία αναπαράσταση διόρθωσης σφάλματος ως

$$A(B)(1-B)\mathbf{x}_t = -\gamma\mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{u}_t$$

όπου \mathbf{u}_t είναι μία στάσιμη διαταραχή πολλών μεταβλητών με $A(0)=I$, $A(1)$ έχει όλα τα στοιχεία του άπειρα, $\mathbf{z}_t = \alpha' \mathbf{x}_t$ και $\gamma \neq 0$.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι για τη διόρθωση σφάλματος είναι καλύτερο να χρησιμοποιήσουμε έναν εκτιμητή με δύο βήματα. Για τον έλεγχο της συνολοκλήρωσης χρησιμοποιούμε τους επτά στατιστικούς ελέγχους, οι οποίοι αναφέρονται αναλυτικά παρακάτω. Οι κρίσιμες τιμές που προκύπτουν από αυτούς τους ελέγχους υπολογίζονται με βάση την προσομοίωση MonteCarlo.

2.2 Μέθοδοι συνολοκλήρωσης

Η έννοια της συνολοκλήρωσης μπορεί να επεκταθεί σε σειρές με τάσεις ή αυτοπαλίνδρομες ρίζες. Σε αυτές τις περιπτώσεις το διάνυσμα της συνολοκλήρωσης θα μειώσει τη στασιμότητα των σειρών. Συνεπώς οι τάσεις θα πρέπει να είναι αναλογικές και κάθε ρίζα θα πρέπει να είναι ίδια για όλες τις σειρές.

Ένας άλλος εκτιμητής είναι ο εκτιμητής με δύο βήματα. Στο πρώτο βήμα υπολογίζονται οι παράμετροι του διανύσματος της συνολοκλήρωσης και στο δεύτερο

βήμα χρησιμοποιούνται στη μορφή διόρθωσης σφάλματος. Και στα δύο βήματα απαιτείται μόνο μία εξίσωση ελαχίστων τετραγώνων, η οποία θα αποδείξει ότι τα αποτελέσματα είναι συνεπής για όλες τις παραμέτρους. Η διαδικασία αυτή είναι αρκετά εύκολη γιατί οι παράμετροι δεν χρειάζεται να έχουν προσδιοριστεί μέχρι να εκτιμηθεί η διόρθωση σφάλματος.

Μία στρατηγική συνολοκλήρωσης σύμφωνα με την Alexander(2002) χρησιμοποιεί ιστορικά πρότυπα τιμών για να προβάλει τη μελλοντική συμπεριφορά μίας μετοχής. Μια σημαντική διαφορά μεταξύ αυτού του μοντέλου και των πιο παραδοσιακών στρατηγικών των hedgefunds είναι ότι η βελτιστοποίηση του χαρτοφυλακίου βασίζεται περισσότερο στην συνολοκλήρωση των τιμών παρά στη συσχέτιση των αποδόσεων. Οι χρηματοπιστωτικές αγορές από τη φύση τους είναι σε μεγάλο βαθμό συν-εξαρτώμενες. Είναι όμως γεγονός ότι πολλοί επαγγελματίες της αγοράς εξακολουθούν να βασίζονται στην ανάλυση της σχέσης μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων στην πολύ περιορισμένη έννοια της συσχέτισης.

Η συνολοκληρωμένη παλινδρόμηση (co-integrating regression) προσπαθεί να ταιριάζει τη μακροχρόνια με την ισορροπημένη σχέση χωρίς να ανησυχεί για τις παραμέτρους. Μας παρέχει μία εκτίμηση των στοιχείων του διανύσματος της συνολοκλήρωσης. Αυτή την παλινδρόμηση ο Granger και ο Newbold (1974) την ονόμασαν «ψευδή» παλινδρόμηση διότι τα τυπικά σφάλματα είναι εξαιρετικά παραπλανητικά.

Είναι ενδιαφέρον να ελέγξουμε αν ένα σύνολο μεταβλητών είναι συνολοκληρωμένο. Ο έλεγχος αυτός μπορεί να πραγματοποιηθεί λόγω των οικονομικών επιπτώσεων όπως το να βρίσκεται κάποιο σύστημα σε ισορροπία σε μακροπρόθεσμη βάση ή μπορεί να δοκιμάσει τέτοιου είδους υποθέσεις πριν από μια εκτίμηση δυναμικού μοντέλου πολλών μεταβλητών.

Η βιβλιογραφία σχετικά με συνολοκληρωμένες χρονοσειρές είναι τεράστια και εξακολουθεί να αναπτύσσεται με ταχείς ρυθμούς. Οι νέες μέθοδοι έχουν αναπτυχθεί για τον έλεγχο των σχέσεων συνολοκλήρωσης (EngleandGranger (1987), EngleandYoo (1987), Johansen (1988), Park (1992), BalkeandFomby (1997)) και πολύ έρευνα αφορά τις ιδιότητες των κατανομών των διαφόρων διαδικασιών εκτίμησης και συμπεράσματος.

Δυστυχώς δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε μία συγκεκριμένη μέθοδο για να ελέγξουμε αν ένα σύνολο είναι συνολοκληρωμένο. Το πρόβλημα των δοκιμών είναι στενά συνδεδεμένο με δοκιμές για μοναδιαίες ρίζες στις σειρές, όπως διατύπωσε

αρχικά ο Fuller (1976), EvansandSavin (1981), SarganandBhargana (1983) και αρκετοί ακόμη.

2.3 Έλεγχος συνολοκλήρωσης

Για τον έλεγχο της μηδενικής συνολοκλήρωσης, υπάρχουν επτά στατιστικοί έλεγχοι οι οποίοι υπολογίζονται από τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Οι κρίσιμες τιμές για κάθε έναν από τους επτά ελέγχους υπολογίζονται με την προσομοίωση 10.000 επαναλήψεων.

1. CRDW (TheCo-integratingRegressionDurbinWatson): Αφού εκτελέσουμε την παλινδρόμηση της συνολοκλήρωσης, εφαρμόζουμε τη μέθοδο του DurbinWatson για να ελέγξουμε αν τα κατάλοιπα είναι σταθερά. Αν τα κατάλοιπα δεν είναι σταθερά, η μέθοδος DW πλησιάζει το μηδέν και ο έλεγχος απορρίπτει τη μη συνολοκλήρωση αν η DW είναι αρκετά μεγάλη. Αυτός ο έλεγχος προτάθηκε πρόσφατα από τονBhargava (1984).
2. DF (DickeyFullerRegression): Αυτός ο έλεγχος δοκιμάζει τα κατάλοιπα από την παλινδρόμηση της συνολοκλήρωσης τρέχοντας μια βοηθητική παλινδρόμηση.
3. ADF(AugmentedDFRegression): Επιτρέπει μια πιο δυναμική DF παλινδρόμηση.
4. RVAR (RestrictedVAR): ORVAR έλεγχος είναι όμοιος με τον εκτιμητή δύο βημάτων, που αναφέραμε παραπάνω. Προϋπόθεση για να εκτιμηθεί το διάνυσμα της συνολοκλήρωσης από την παλινδρόμηση είναι ο υπολογισμός της διόρθωσης σφάλματος. Ελέγχει επίσης αν ο όρος διόρθωσης σφάλματος είναι σημαντικός.
5. ARVAR (AugmentedRestrictedVAR): Αυτός ο έλεγχος είναι ο ίδιος με τονRVAR έλεγχο, με τη διαφορά ότι λαμβάνουμε ως δεδομένο ένα σύστημα ανώτατου βαθμού.
6. UVAR (UnrestrictedVAR): OUVAR έλεγχος βασίζεται σε ένα διάνυσμα αυτοπαλινδρόμησης σε επίπεδα που ικανοποιούν τους περιορισμούς της συνολοκλήρωσης. Σύμφωνα με τη μηδενική υπόθεση, δεν είναι παρόντες έτσι βασίζεται στο αν τα επίπεδα θα εμφανιστούν ή αν το μοντέλο μπορεί να εκφραστεί κατάλληλα σε αλλαγές.

7. AUVAR (AugmentedUnrestrictedVAR): Είναι ένας υψηλότερου βαθμού έλεγχος του UVAR.

Οι τύποι των παραπάνω ελέγχων είναι οι εξής:

1. CRDW: $y_t = \alpha x_t + c + u_t$, $\xi_1 = DW$. Η μηδενική υπόθεση είναι $DW=0$.
2. DF: $\Delta u_t = -\phi u_{t-1} + \varepsilon_t$, $\xi_2 = \tau_\phi$.
3. ADF: $u_t = -\phi u_{t-1} + b_1 \Delta u_{t-1} + \dots + b_p \Delta u_t - p + \varepsilon_t$, $\xi_3 = \tau_\phi$.
4. RVAR: $y_t = \beta_1 u_{t-1} + \varepsilon_{1t}$, $\Delta x_t = \beta_2 u_{t-1} + \gamma \Delta y_t + \varepsilon_{2t}$, $\xi_4 = \tau_{\beta_1}^2 + \tau_{\beta_2}^2$.
5. ARVAR: Ίδιο με το (4) αλλά με p υστερήσεις των Δy_t και Δx_t σε κάθε εξίσωση με $\xi_5 = \tau_{\beta_1}^2 + \tau_{\beta_2}^2$.
6. UVAR: $\Delta y_t = \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 x_{t-1} + c_1 + \varepsilon_{1t}$,
 $\Delta x_t = \beta_3 y_{t-1} + \beta_4 x_{t-1} + \gamma \Delta y_t + c_2 + \varepsilon_{2t}$, $\xi_6 = 2[F_1 + F_2]$.
7. **AUVAR**: Ίδιο με το (6) αλλά με p υστερήσεις των Δy_t και Δx_t σε κάθε εξίσωση $\xi_7 = 2[F_1 + F_2]$.

Περιπτώσεις τάσεων

Κατά τον έλεγχο μοναδιαίων ριζών είναι σημαντικό να καθορίσουμε τη μηδενική και εναλλακτική υπόθεση κατάλληλα, για να χαρακτηρίσουμε τις ιδιότητες των τάσεων των δεδομένων. Για παράδειγμα εάν τα δεδομένα δεν εμφανίζουν αύξηση ή πτωτική τάση, τότε οι κατάλληλες μηδενικές και εναλλακτικές υποθέσεις θα πρέπει να μας το δείχνουν. Οι ιδιότητες των τάσεων των δεδομένων στο πλαίσιο της εναλλακτικής υπόθεσης θα καθορίσουν τη μορφή της παλινδρόμησης. Επιπλέον, οι ντετερμινιστικές απόψεις επηρεάζουν τις ασυμπτωτικές κατανομές των στατιστικών ελέγχων μοναδιαίας ρίζας.

1^η Περίπτωση: Μόνο σταθερά

Ο έλεγχος της παλινδρόμησης είναι:

$$y_t = c + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t$$

και περιλαμβάνει μία σταθερά με μη μηδενικό μέσο όρο στα πλαίσια της εναλλακτικής. Οι υποθέσεις που θα πρέπει να εξεταστούν είναι οι εξής:

$$H_0 : \phi = 1 \Rightarrow y_t \sim I(1) \text{χωρίς τάση},$$

$$H_1 : |\phi| < 1 \Rightarrow I(0) \text{με μη μηδενικό μέσο όρο}.$$

2^η Περίπτωση: Σταθερά και τάση χρόνου

Ο έλεγχος της παλινδρόμησης είναι:

$$y_t = c + \delta t + \varphi y_{t-1} + \varepsilon_t$$

και περιλαμβάνει μία σταθερά και μία ντετερμινιστική τάση χρόνου στα πλαίσια της εναλλακτικής. Οι υποθέσεις που θα πρέπει να εξεταστούν είναι οι εξής:

$$H_0 : \varphi = 1 \Rightarrow y_t \sim I(1) \text{ με τφση } ,$$

$$H_1 : |\varphi| < 1 \Rightarrow I(0) \text{ με ντετερμινιστικφ τφση χρόνου } .$$

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας Dickey-Fuller (DF)

Οι έλεγχοι μοναδιαίας ρίζας που περιγράψαμε παραπάνω είναι έγκυροι εφόσον η y_t χρονοσειρά χαρακτηρίζεται από ένα AR(1) μοντέλο με σφάλματα λευκού θορύβου. Πολλές οικονομικές χρονοσειρές όμως έχουν μια πιο περίπλοκη δυναμική δομή που χαρακτηρίζονται από ένα απλό AR(1) μοντέλο. Οι Said and Dickey (1984) αύξησαν τον βασικό αυτοπαλίνδρομο έλεγχο μοναδιαίας ρίζας για να συμπεριλάβουν ARMA (p,q) μοντέλα, των οποίων ο έλεγχος τους θα αναφέρεται ως επαυξημένος Dickey-Fuller έλεγχος (Augmented Dickey-Fuller). Ο ADF έλεγχος ελέγχει την μηδενική υπόθεση ότι μία y_t χρονοσειρά είναι I(1), έναντι της εναλλακτικής που είναι I(0), θεωρώντας ότι τα δεδομένα έχουν δομή ARMA. Ο ADF έλεγχος βασίζεται στην εκτίμηση του ελέγχου της παλινδρόμησης:

$$y_t = \beta' D_t + \varphi y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \psi_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

όπου το D_t είναι ένα διάνυσμα ντετερμινιστικών όρων. Οι ρόροι διαφορών υστερήσεων Δy_{t-j} χρησιμοποιούνται για την προσέγγιση της δομής ARMA των σφαλμάτων και η τιμή του p είναι τέτοια ώστε το σφάλμα ε_t να είναι σειριακά ασυσχέτιστο. Ο όρος σφάλματος θεωρείται ότι είναι ομοσκεδαστικός. Οι προδιαγραφές των ντετερμινιστικών όρων εξαρτώνται από την υποτιθέμενη συμπεριφορά της y_t υπό την εναλλακτική υπόθεση της στασιμότητας της τάσης. Σύμφωνα με τη μηδενική υπόθεση η y_t είναι I(1), πράγμα που σημαίνει ότι $\varphi = 1$. Ο ADF έλεγχος βασίζεται στις εκτιμήσεις ελαχίστων τετραγώνων που δίνονται από τους παρακάτω τύπους:

$$ADF_t = t_{\varphi=1} = \frac{\hat{\varphi} - 1}{SE(\hat{\varphi})}$$

$$ADF_n = \frac{T(\hat{\varphi} - 1)}{1 - \sum_{i=1}^p \hat{\psi}_i}$$

Phillips-Perron έλεγχος

Οι Phillips and Perron (1988) ανέπτυξαν μια σειρά από ελέγχους μοναδιαίας ρίζας που έχουν γίνει δημοφιλή στην ανάλυση των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών. Ο Phillips-Perron (PP) έλεγχος μοναδιαίας ρίζας διαφέρει από τον ADF έλεγχο κυρίως στο πώς ασχολείται με τη σειριακή συσχέτιση και την ετεροσκεδαστικότητα στα σφάλματα. Ειδικότερα, οι ADF έλεγχοι χρησιμοποιούν μία παραμετρική αυτοπαλινδρόμηση για να προσεγγίσουν την ARMA δομή των σφαλμάτων στην παλινδρόμηση των ελέγχων, ενώ οι PP έλεγχοι αγνοούν κάθε σειριακή συσχέτιση του ελέγχου της παλινδρόμησης. Ο έλεγχος παλινδρόμησης για τους ελέγχους PP είναι:

$$\Delta y_t = \beta' D_t + \pi y_{t-1} + u_t$$

όπου u_t είναι $I(0)$ και μπορεί να είναι ετεροσκεδαστικό. Οι έλεγχοι PP διορθώνουν για κάθε σειριακή συσχέτιση και ετεροσκεδαστικότητα τα σφάλματα u_t της παλινδρόμησης, μετατρέποντας άμεσα τον έλεγχο στατιστικής $t_{\pi=0}$ και $T\hat{\pi}$. Αυτά τα τροποποιημένα στατιστικά στοιχεία συμβολίζονται με Z_t και Z_π και δίνονται από τους παρακάτω τύπους:

$$Z_t = \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2} \right)^{\frac{1}{2}} \times t_{\pi=0} - \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{\lambda}^2 - \hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2} \right) \times \left(\frac{T \times SE(\hat{\pi})}{\hat{\sigma}^2} \right),$$

$$Z_\pi = T\hat{\pi} - \frac{1}{2} \frac{T^2 \times SE(\hat{\pi})}{\hat{\sigma}^2} (\hat{\lambda}^2 - \hat{\sigma}^2).$$

Οι όροι $\hat{\sigma}^2$ και $\hat{\lambda}^2$ είναι συνεπείς εκτιμήσεις των παραμέτρων διασποράς.

$$\hat{\sigma}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^T E[u_t^2],$$

$$\hat{\lambda}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^T E[T^{-1}S_T^2]$$

όπου $S_T = \sum_{t=1}^T u_t$. Η διακύμανση του δείγματος του υπολοίπου των ελαχίστων τετραγώνων \hat{u}_t είναι μια συνεπής εκτίμηση του σ^2 και η εκτίμηση μακροχρόνιας διακύμανσης της u_t χρησιμοποιώντας το \hat{u}_t θα είναι μια συνεπής εκτίμηση του λ^2 .

Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα

Σύμφωνα με τη μηδενική υπόθεση ότι $\pi = 0$, ο έλεγχος PP και τα στατιστικά στοιχεία Z_t και Z_π έχουν τις ίδιες ασυμπτωτικές κατανομές με τον ADF έλεγχο. Ένα πλεονέκτημα των ελέγχων PP σε αντίθεση με τους ADF ελέγχους είναι ότι οι έλεγχοι PP είναι πιο ανθεκτικοί στις γενικές μορφές ετεροσκεδαστικότητας στον όρο του

σφάλματος u_t . Ένα άλλο πλεονέκτημα είναι ότι δεν χρειάζεται να καθορίσουμε το μήκος της υστέρησης για τον έλεγχο της παλινδρόμησης.

Ένα μεγάλο πλεονέκτημα των ελέγχων Philips-Perron είναι ότι είναι μη-παραμετρικοί, δηλαδή δεν απαιτείται να επιλέξουμε το επίπεδο της σειριακής συσχέτισης όπως στον ADF έλεγχο. Υπολογίζεται με το ίδιο σύστημα όπως και στον DF έλεγχο, με τη διαφορά ότι διορθώνει το στατιστικό στοιχείο για να προβεί σε αυτοσυσχέτιση και ετεροσκεδαστικότητα.

Το κύριο μειονέκτημα του PP ελέγχου είναι ότι βασίζεται σε ασυμπτωτική θεωρία. Ως εκ τούτου, λειτουργεί καλά μόνο σε μεγάλα δείγματα που είναι πράγματι πολυτέλεια αν δεν πρόκειται για οικονομικά στοιχεία χρονολογικών σειρών. Συμμερίζεται επίσης τα μειονεκτήματα του ADF ελέγχου όπως ευαισθησία στις διαρθρωτικές αλλαγές, κακή μικρή δύναμη δείγματος με αποτέλεσμα να καταλήγει συχνά σε συμπεράσματα μοναδιαίας ρίζας.

Έλεγχος Durbin-Watson (DW)

Ο Durbin-Watson έλεγχος είναι η πιο απλή μέθοδος στατιστικής για την συνολοκληρωμένη παλινδρόμηση $x(t) = \alpha + \beta y(t) + \varepsilon(t)$. Ο έλεγχος DW χρησιμοποιείται για να καθορίσει αν τα κατάλοιπα από την παραπάνω εξίσωση παλινδρόμησης είναι στάσιμα. Η μηδενική υπόθεση θα γίνει δεκτή αν η DW τιμή είναι μηδέν. Εναλλακτικά, η μηδενική υπόθεση δεν θα γίνει δεκτή στην περίπτωση όπου η DW τιμή είναι μεγάλη, υποδεικνύοντας την ύπαρξη συνολοκλήρωσης. Σε αντίθεση με την σχέση δύο μεταβλητών που παρουσιάζεται στην εξίσωση παλινδρόμησης, οι Engle and Yoo (1987) ανέπτυξαν κρίσιμες τιμές για τις περιπτώσεις που έχουμε από πέντε και περισσότερες μεταβλητές στην παραπάνω εξίσωση. Οι Engle and Granger (1987) επεσήμαναν ότι τα πιο οικονομικά δεδομένα είναι ολοκληρώσιμα πρώτης τάξεως $I(1)$ και δεν είναι μία ανεξάρτητη στάσιμη διαδικασία. Ο CRDW έλεγχος μας παρέχει μία προκαταρκτική άποψη για την παρουσία συνολοκλήρωσης. Η διαδικασία που ακολουθούμε είναι η εξής:

1^ο Βήμα. Ορίζουμε τις υποθέσεις:

$$H_0 : DW = 0, \text{ αν δεν υπάρχει συνολοκλήρωση,}$$

$$H_1 : DW \neq 0, \text{ αν υπάρχει συνολοκλήρωση.}$$

2^ο Βήμα. Εκτίμηση της εξίσωσης της συνολοκληρωμένης παλινδρόμησης

$$x(t) = \alpha + \beta y(t) + \varepsilon(t).$$

3^ο Βήμα. Εκτίμηση της DW στατιστικής για την συνολοκληρωμένη παλινδρόμηση.

4^ο Βήμα. Συγκρίνουμε τη DW στατιστική με τις κρίσιμες τιμές των EngleandGranger ή των EngleandYoo. Αν $DW >$ κρίσιμη τιμή, τότε δεχόμαστε την εναλλακτική υπόθεση συνολοκλήρωσης.

2.4 Συνολοκλήρωση και συσχέτιση

Συνολοκλήρωση και συσχέτιση είναι δύο διαφορετικές αλλά σχετικές έννοιες. Υψηλή συσχέτιση δεν συνεπάγεται υψηλή συνολοκλήρωση και ούτε ισχύει το αντίστροφο. Στην πραγματικότητα συνολοκληρωμένες σειρές μπορεί να έχουν συσχετισμούς που είναι αρκετά χαμηλοί. Γενικά η συσχέτιση δεν μας λέει τίποτα για τη μακροπρόθεσμη συμπεριφορά ανάμεσα σε δύο αγορές, αν θα κινούνται μαζί κατά τις περιόδους καταγραφής του χρόνου και η συσχέτιση δεν είναι ένα κατάλληλο εργαλείο για τη μέτρηση αυτή.

Η συσχέτιση βασίζεται μόνο στην απόδοση δεδομένων, τα οποία δεδομένα είναι σταθερά δηλαδή $I(0)$. Η συνολοκλήρωση βασίζεται στα πρωτογενή δεδομένα των τιμών, ποσοστό ή απόδοση καθώς και στην απόδοση δεδομένων. Η τιμή, το ποσοστό απόδοσης ή τα δεδομένα δεν είναι συνήθως σταθερά, στην πραγματικότητα είναι τυχαίοι περίπατοι ή τουλάχιστον μία ολοκληρώσιμη σειρά τάξεως ένα δηλαδή $I(1)$. Η υπόθεση των λογάριθμων των τιμών θα είναι συνολοκληρωμένη όταν είναι συνολοκληρωμένες οι πραγματικές τιμές.

Η συσχέτιση σύμφωνα με την Alexander(2002) αντανάκλα τις συν-κινήσεις στις αποδόσεις, οι οποίες γίνονται ασταθείς με την πάροδο του χρόνου. Στην πραγματικότητα η συσχέτιση είναι εκ φύσεως ένα βραχυπρόθεσμο μέτρο, διότι βασίζεται σε αποδόσεις οι οποίες είναι σύντομες διαδικασίες μνήμης. Ως εκ τούτου κλασικές στρατηγικές των hedgefunds οι οποίες βασίζονται μόνο σε συσχετίσεις δεν μπορούν να εγγυηθούν μακροπρόθεσμη απόδοση. Για να αποφευχθεί η διάβρωση των κερδών από το υψηλό κόστος συναλλαγών, μερικές φορές υπάρχει περιορισμένη εξισορρόπηση στην κατεύθυνση ή οι βέλτιστες κατανομές εξομαλύνονται με την πάροδο του χρόνου ή χρησιμοποιούνται Bayesian μέθοδοι. Κάθε μία από αυτές τις στρατηγικές έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της μεταβλητότητας των κεφαλαίων.

Δεδομένου ότι η υψηλή συσχέτιση δεν είναι επαρκής για να εξασφαλίσει τη μακροπρόθεσμη απόδοση της αντιστάθμισης, είναι ανάγκη να αυξηθεί τις μεθοδολογίες μοντελοποίησης του πρότυπου κινδύνου-απόδοσης για να ληφθούν υπόψη οι κοινές μακροπρόθεσμες τάσεις των τιμών. Τα μέτρα συνολοκλήρωσης

μακροπρόθεσμα συν-κινούν τις τιμές το οποίο μπορεί να συμβεί ακόμη και σε περιόδους όταν οι στατικές συσχετίσεις είναι χαμηλές. Ως εκ τούτου οι μεθοδολογίες αντιστάθμισης βασίζονται σε συνολοκληρωμένα χρηματοοικονομικά περιουσιακά στοιχεία, οι οποίες θα πρέπει να είναι πιο αποτελεσματικές σε μακροπρόθεσμη βάση. Επιπλέον, η μεθοδολογία συνολοκλήρωσης δεν υστερεί σε τίποτα από τις παραδοσιακές μεθόδους, απλώς αμβλύνει το βασικό μοντέλο συσχέτισης για να συμπεριλάβει ένα προκαταρκτικό στάδιο στο οποίο να αναλύονται τα δεδομένα των τιμών πολλών μεταβλητών.

Η ανάλυση συσχέτισης σύμφωνα με τις AlexanderandDimitriu(2002) ισχύει μόνο για στάσιμες μεταβλητές. Αυτό απαιτεί άλλου επιπέδου οικονομικές μεταβλητές. Παίρνουμε λοιπόν τη πρώτη διαφορά των λογάριθμων των τιμών με τη συνήθη διαδικασία για την εξασφάλιση της στασιμότητας, το οποίο οδηγεί σε όλες τις περαιτέρω συνέπειες που πρέπει να βασίζονται στην απόδοση. Ωστόσο, η διαδικασία αυτή έχει το μειονέκτημα της απώλειας πολύτιμων πληροφοριών. Ειδικότερα αφαιρέσουμε την τάση από τις μεταβλητές πριν από την ανάλυση, αφαιρείται κάθε δυνατότητα ανίχνευσης κοινών τάσεων στις τιμές. Επιπλέον, όταν οι μεταβλητές σε ένα σύστημα είναι ολοκληρώσιμες διαφορετικών τάξεων και συνεπώς απαιτούν διαφορετικούς αριθμούς διαφοροποίησης για να γίνουν στάσιμες, η ερμηνεία των αποτελεσμάτων γίνεται δύσκολη. Αντίθετα ο στόχος της ανάλυσης της συνολοκλήρωσης είναι να ανιχνευτεί οποιαδήποτε στοχαστική τάση στα στοιχεία των τιμών και να χρησιμοποιηθούν αυτές οι κοινές τάσεις για μια δυναμική ανάλυση της συσχέτισης στις αποδόσεις.

Υπάρχουν σε ισχύ δύο μέτρα συσχέτισης. Ένα μέτρο συσχέτισης αναφέρεται στις αλληλουχίες καινοτομίας από την κοινή τάση και μόνο. Αυτή η τιμή συσχέτισης είναι είτε +1 ή -1. Μια άλλη συσχέτιση μπορεί να υπολογιστεί με τις αλληλουχίες της καινοτομίας όλων των σειρών, λαμβάνοντας υπόψη τόσο την κοινή τάση όσο και τις στάσιμες συνιστώσες. Το μέτρο αυτό μπορεί να πάρει ένα ευρύ φάσμα τιμών ανάλογα με την διακύμανση των σταθερών συνιστωσών. Πρέπει να σημειωθεί ότι τα δύο μέτρα συσχέτισης είναι εντελώς διαφορετικά μεταξύ τους.

Η συνολοκλήρωση σύμφωνα με την Alexander(2002) είναι μία διαδικασία δύο σταδίων: πρώτον καθορίζονται οποιεσδήποτε μακροχρόνιες σχέσεις ισορροπίας μεταξύ των τιμών και δεύτερον υπολογίζεται ένα δυναμικό μοντέλο συσχέτισης. Αυτό το μοντέλο διόρθωσης σφάλματος (ECM), που ονομάζεται έτσι επειδή διορθώνονται βραχυπρόθεσμες αποκλίσεις από την ισορροπία, αποκαλύπτει τις αιτίες

που εμφανίζονται σε ένα συνολοκλήρωμένο σύστημα. Έτσι η συνολοκλήρωση μπορεί να είναι ένα σημάδι της ανεπάρκειας της αγοράς αλλά μπορεί επίσης να είναι και το αποτέλεσμα της αποτελεσματικότητας της αγοράς, όπως για παράδειγμα είναι η συνολοκλήρωση μεταξύ spot και προθεσμιακών τιμών.

Η βασική παρατήρηση που δικαιολογούν την εφαρμογή της έννοιας της συνολοκλήρωσης, για παράδειγμα η ανάλυση των τιμών των μετοχών, είναι ότι ένα σύστημα μη-σταθερών τιμών των μετοχών μπορούν να μοιράζονται στοχαστικά κοινές τάσεις (StockandWatson, 1991). Σύμφωνα με τους BeveridgeandNelson (1981) μια μεταβλητή έχει μια στοχαστική τάση, αν η διαφορά της έχει μία σταθερή αντιστρέψιμη ARMA (p,q) αναπαράσταση συν ένα ντετερμινιστικό συστατικό. Επειδή τα ARIMA (p,1,q) μοντέλα φαίνεται να χαρακτηρίζουν πολλές οικονομικές μεταβλητές, προκύπτει ότι η αύξηση αυτών των μεταβλητών μπορεί να περιγραφεί από στοχαστικές τάσεις.

Το κύριο πλεονέκτημα της ανάλυσης της συνολοκλήρωσης σε σύγκριση με την κλασική αλλά μάλλον περιορισμένη έννοια της συσχέτισης, είναι ότι επιτρέπει την χρήση του συνόλου πληροφοριών που περιλαμβάνεται στο επίπεδο χρηματοοικονομικών μεταβλητών. Επιπλέον, μια σχέση συνολοκλήρωσης είναι σε θέση να εξηγήσει τη συμπεριφορά των συνολοκλήρωμένων σειρών ενώ η συσχέτιση ως μέτρο της συν-εξάρτησης δεν έχει σταθερότητα είναι μόνο ένα μέτρο μικρού τρεξίματος (shortrun). Η ιστορία που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την υποστήριξη της σχέσης της συνολοκλήρωσης μπορεί να είναι μεγάλη, η προσπάθεια να χρησιμοποιήσουμε το ίδιο δείγμα για την εκτίμηση της συσχέτισης μπορεί να αντιμετωπίσουμε πολλά εμπόδια, όπως ακραίων τιμών στο δείγμα δεδομένων και ομαδοποίηση της μεταβλητότητας. Η ενισχυμένη σταθερότητα μιας σχέσης συνολοκλήρωσης παράγει έναν αριθμό από σημαντικά πλεονεκτήματα για μια εμπορική στρατηγική όπως για παράδειγμα να μειώσουμε την ποσότητα της εξισορρόπησης συναλλαγών σε μία στρατηγική αντιστάθμισης και κατά συνέπεια τις δαπάνες συναλλαγής.

Στον τομέα των μετοχικών αγορών η ανάλυση της συνολοκλήρωσης έχει συχνά δύο στόχους: να εκτιμηθεί ο βαθμός της συν-κίνησης των μετοχών εντός ενός δεδομένου δείκτη της αγοράς (Herson, SuttiandSzego, 1973) και να προσδιοριστούν τα οικονομικά μεγέθη. Σε γενικές γραμμές οι συν-κινήσεις των τιμών των μετοχών θεωρούνται ως το αποτέλεσμα των κοινών βασικών οικονομικών παραγόντων όπως οι μακροοικονομικές συνθήκες, οι προσδοκίες των επενδυτών και άλλα.

Σύμφωνα με την Alexander(2002) η συνολοκλήρωση υπάρχει μεταξύ η ολοκληρωμένων σειρών εάν υπάρχει τουλάχιστον ένα συνολοκληρωμένο διάνυσμα, που είναι ένα γραμμικός συνδυασμός της $I(1)$ σειράς που είναι στάσιμη. Κάθε σταθερός γραμμικός συνδυασμός συμπεριφέρεται σαν «κόλλα» στο σύστημα και έτσι όσα περισσότερα διανύσματα συνολοκλήρωσης βρίσκονται τόσο αυξάνονται η συνοχή και οι συν-κινήσεις των τιμών. Η συνολοκλήρωση μπορεί να θεωρηθεί ως μια μορφή παραγοντικής ανάλυσης παρόμοια με την ανάλυση κύριων συνιστωσών. Έτσι δεν αποτελεί έκπληξη το γεγονός ότι η ανάλυση συνολοκλήρωσης συχνά λειτουργεί πολύ καλά για τους όρους των επιτοκίων που μοντελοποιούνται από μια ανάλυση κύριων συνιστωσών. Οι περισσότερες καμπύλες απόδοσης έχουν πολύ υψηλή συνολοκλήρωση.

Ξεχωριστά, η χρήση της ανάλυσης συνολοκλήρωσης για μακροπρόθεσμα συμπεράσματα δεν παρεμποδίζει με κανένα τρόπο τη χρήση της συσχέτισης ως μια βραχυπρόθεσμη οδηγό. Για παράδειγμα η βραχυχρόνια συσχέτιση μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μια τεχνική επιλογής μετοχών, το οποίο ακολουθείται από μια βελτιστοποίηση του χαρτοφυλακίου με βάση τη συνολοκλήρωση. Όταν εφαρμόζεται σε τιμές των μετοχών και χρηματιστηριακών δεικτών, οι οποίες είναι συνήθως ολοκληρώσιμες πρώτης τάξης, η συνολοκλήρωση υπάρχει όταν υπάρχει τουλάχιστον ένας σταθερός γραμμικός συνδυασμός αυτών. Ο στάσιμος γραμμικός συνδυασμός των τιμών των μετοχών/δεικτών της αγοράς μπορεί να ερμηνευθεί ως μέσο αναστροφής των spreads των τιμών. Η διαπίστωση ότι το spread σε ένα σύστημα τιμών σημαίνει απόδοση δεν παρέχει καμία πληροφορία για την πρόβλεψη των επιμέρους τιμών στο σύστημα ή τη θέση του συστήματος σε κάποιο σημείο στο μέλλον, αλλά παρέχει πολύτιμες πληροφορίες που ανεξάρτητα με τη θέση του οι τιμές του συστήματος θα παραμείνουν μαζί σε μια μακροχρόνια βάση.

Αν και αρκετά εμπειρικά μοντέλα συνολοκλήρωσης οικονομικών χρονοσειρών είναι στην ακαδημαϊκή βιβλιογραφία, η πρακτική εφαρμογή αυτών των μοντέλων σε συστήματα για την ανάλυση των επενδύσεων ή κινδύνων του χαρτοφυλακίου είναι ακόμα στα αρχικά της στάδια. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το παραδοσιακό σημείο εκκίνησης για την κατανομή του χαρτοφυλακίου και τη διαχείριση των κινδύνων είναι μια ανάλυση συσχέτισης των αποδόσεων. Στα μοντέλα βασικού κινδύνου τα στοιχεία για τις τιμές διαφοροποιούνται πριν από την ανάλυση και αφαιρούν τυχόν μακροπρόθεσμες τάσεις στα δεδομένα. Φυσικά οι τάσεις αυτές είναι εγγενείς στις αποδόσεις των δεδομένων αλλά και κάθε απόφαση που βασίζεται στις

κοινές τάσεις στην τιμή των δεδομένων αποκλείεται σε πρότυπο του μοντέλου κινδύνου-απόδοσης.

2.5 Εφαρμογές συνολοκλήρωσης

Κατά την τελευταία δεκαετία η έννοια της συνολοκλήρωσης έχει εφαρμοστεί ευρέως στην χρηματοοικονομική οικονομετρία σε σχέση με την ανάλυση χρονολογικών σειρών και την μακροοικονομία. Έχει εξελιχθεί ως μία εξαιρετικά ισχυρή στατιστική τεχνική επειδή επιτρέπει την εφαρμογή απλών μεθόδων εκτίμησης, όπως ελαχίστων τετραγώνων παλινδρόμηση και μέγιστης πιθανοφάνειας, προς μη-σταθερές μεταβλητές. Παρόλα αυτά, η σχέση της με την ανάλυση των επενδύσεων είναι περιορισμένη μέχρι στιγμής και οφείλεται στο γεγονός ότι το πρότυπο της διαχείρισης χαρτοφυλακίων και κινδύνων μέτρησης είναι η ανάλυση συσχέτισης των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων.

Πολλές εμπειρικές μελέτες έχουν εξετάσει τη φύση της σχέσης συνολοκλήρωσης σε διαφορετικά συστήματα μεταβλητών. Στην μακροοικονομία τεχνικές συνολοκλήρωσης έχουν εφαρμοστεί σε συναλλαγματικές ισοτιμίες μοντελοποίησης όπως αναφέρουν οι BaillieandBollerslev (1989,1994), Diebold, GardeazabalandYilmaz (1994), σε ισοτιμία αγοραστικής δύναμης και στη διεθνή κινητικότητα των κεφαλαίων όπως αναφέρουν οι CorbaeandOuliaris (1988), Enders (1988), Taylor (1988), στη ζήτηση χρήματος και της νομισματικής δυναμικής όπως αναφέρουν οι JohansenandJuselius (1990), HaferandJansen (1991), Miller (1991), στη παραγωγικότητα, στις επενδύσεις, στην εξοικονόμηση, στον πληθωρισμό, στην ανεργία, στις δημόσιες δαπάνες και στο διεθνές εμπόριο όπως αναφέρει ο Clarida (1994).

Υπάρχουν αρκετά εμπειρικά παραδείγματα που δείχνουν τις επιδόσεις των ελέγχων στην πράξη. Για παράδειγμα η DHSY έχει παρουσιάσει στοιχεία για το μοντέλο διόρθωσης σφάλματος πάνω στην καταναλωτική συμπεριφορά σε εμπειρικό και θεωρητικό επίπεδο. Οι καταναλωτές κάνουν σχέδια τα οποία μπορεί να τα ματαιώσουν κι έτσι αναπροσαρμόζουν τα σχέδια τους για την επόμενη περίοδο ώστε να αναπληρώσουν ένα μέρος του σφάλματος μεταξύ εισοδήματος και κατανάλωσης. Διαπιστώνεται ότι η κατανάλωση στις ΗΠΑ είναι ένας τυχαίος περίπατος και ότι οι παρελθοντικές τιμές του εισοδήματος δεν δικαιολογούνται, το οποίο σημαίνει ότι το εισόδημα και η κατανάλωση δεν είναι συνολοκληρωμένα όταν το εισόδημα δεν εξαρτάται από την διόρθωση σφάλματος.

Μία εφαρμογή της ανάλυσης συνολοκλήρωσης με τη διαχείριση περιουσιακών στοιχείων πραγματοποιήθηκε από τον Lucas το 1997. Το έγγραφο ασχολείται με τη βέλτιστη κατανομή των περιουσιακών στοιχείων με τη βοήθεια συνολοκληρωμένων χρονοσειρών, του οποίου τα αποτελέσματα είναι ενθαρρυντικά. Χρησιμοποιώντας ένα τυποποιημένο πρόβλημα κατανομής των περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο δυσμενών υπεύθυνων επενδύσεων, ο Lucas δείχνει ότι οι συνδυασμοί συνολοκλήρωσης των χρονολογικών σειρών αποκαλύπτουν λιγότερη μακροπρόθεσμη μεταβλητότητα και ως εκ τούτου λιγότερο μακροπρόθεσμο κίνδυνο. Από μια βραχυπρόθεσμη προοπτική ή τακτικής κατανομής των περιουσιακών στοιχείων, η συνολοκλήρωση υποδηλώνει ότι η σειρά των τιμών έχει ένα σφάλμα-διόρθωσης της συμπεριφοράς που επιτρέπει την πρόβλεψη των μελλοντικών εξελίξεων. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του Lucas η παρουσία των σχέσεων συνολοκλήρωσης έχει σημαντικές συνέπειες για τη βραχυπρόθεσμη προβλεψιμότητα των χρονοσειρών, η συνοχή εμφανίζεται από την σειρά προσομοίωσης με την πάροδο του χρόνου και το εύρος των πιθανών σεναρίων για χρονοσειρές (π.χ. τιμές των περιουσιακών στοιχείων).

Ένα ακόμη παράδειγμα είναι ο έλεγχος του Campbell (1985) για την ανάπτυξη ενός ελέγχου για την υπόθεση του μόνιμου εισοδήματος. Σε αυτή την περίπτωση η διόρθωση σφάλματος είναι η αποταμίευση, η οποία θα έπρεπε να είναι υψηλή όταν το εισόδημα αναμένεται να μειωθεί. Χρησιμοποιώντας μια ευρύτερη κλίμακα για την μέτρηση της κατανάλωσης και μια μικρότερη κλίμακα για το εισόδημα, ο Campbell βρήκε τη διόρθωση σφάλματος σημαντική για την εξίσωση του εισοδήματος.

Τεχνικές συνολοκλήρωσης έχουν εφαρμοστεί στη λεπτομερή εξέταση των διασυνδέσεων των τιμών και των μηχανισμών μετάδοσης πληροφοριών (Harris, McInish, ShoesmithandWood (1995)), στη σχέση μεταξύ spot και προθεσμιακών τιμών (BrennerandKronner (1995), AckertandRacine (1998)) και στον βαθμό ολοκλήρωσης μεταξύ χρηματιστηρίων (TaylorandTonks (1989)).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3.1 Τεχνικές Pairs trading

Θα εφαρμόσουμε το μοντέλο συνολοκλήρωσης στο λογάριθμο των τιμών των μετοχών. Για την εφαρμογή του μοντέλου συνολοκλήρωσης απαιτείται οι λογάριθμοι των τιμών των μετοχών να μην είναι στάσιμες σειρές. Η υπόθεση ότι ο λογάριθμος των τιμών των μετοχών είναι ένας τυχαίος περίπατος είναι μάλλον συνηθισμένο. Έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς στην επιλογή τιμολόγησης μοντέλων με ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Έχουμε λοιπόν δύο μετοχές A και B, οι οποίες είναι συνολοκληρωμένες με μη στάσιμες σειρές. Έτσι έχουμε $\log(\mathbb{Q}[p_t^A])$ και $\log(\mathbb{Q}[p_t^B])$. Σύμφωνα με την αναπαράσταση διόρθωσης σφάλματος, θα έχουμε

$$\begin{aligned}\log(\mathbb{Q}[p_t^A]) - \log(\mathbb{Q}[p_{t-1}^A]) &= \alpha_A \log(\mathbb{Q}[p_{t-1}^A]) - \gamma \log(\mathbb{Q}[p_{t-1}^B]) + \varepsilon_A, \\ \log(\mathbb{Q}[p_t^B]) - \log(\mathbb{Q}[p_{t-1}^B]) &= \alpha_B \log(\mathbb{Q}[p_{t-1}^A]) - \gamma \log(\mathbb{Q}[p_{t-1}^B]) + \varepsilon_B.\end{aligned}$$

Οι παράμετροι που καθορίζουν με μοναδικό τρόπο το μοντέλο είναι ο συντελεστής συνολοκλήρωσης γ και οι δύο σταθερές διόρθωσης σφάλματος α_A και α_B . Ως εκ τούτου, η εκτίμηση του μοντέλου περιλαμβάνει τον καθορισμό των κατάλληλων τιμών για τα α_A , α_B και γ . Η αριστερή πλευρά των παραπάνω εξισώσεων είναι οι αποδόσεις των μετοχών την τρέχουσα χρονική περίοδο. Στη δεξιά πλευρά είναι η κλιμακωτή διαφορά του λογαρίθμου της τιμής. Σημειώνουμε ότι και στις δύο εξισώσεις έχουμε μακροχρόνια ισορροπία. Επίσης παρατηρούμε ότι οι δείκτες για τις τιμές των μετοχών για την μακροχρόνια ισορροπία είναι $t-1$. Η προηγούμενη απόκλιση από την ισορροπία παίζει σημαντικό ρόλο στην απόφαση για το επόμενο σημείο της χρονοσειράς. Ως εκ τούτου, η γνώση των προηγούμενων επιτευγμάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μας δώσει ένα πλεονέκτημα στην πρόβλεψη των προσαυξήσεων προς το λογάριθμο των τιμών. Ακόμα κι αν οι δύο μετοχές ακολουθούν μια λογαριθμική κανονική διαδικασία, μπορούμε να προβλέψουμε τις αποδόσεις τους που βασίζονται σε προηγούμενες εφαρμογές. Έτσι

μπορούμε να επιχειρήσουμε τη συναλλαγή από τα ζεύγη των μετοχών, βασιζόμενοι σε προβλέψεις των εκτιμώμενων τιμών από την αναπαράσταση της διόρθωσης σφάλματος.

Ας επικεντρωθούμε τώρα στο συνολοκληρωμένο σημείο του θεωρήματος, ότι οι χρονοσειρές της μακροχρόνιας ισορροπίας το spread στην περίπτωση μας, είναι στάσιμες και επανερχόμενες στο μέσο. Σκοπός μας είναι να συνδέσουμε τις χρονοσειρές του spread σε ένα χαρτοφυλάκιο έτσι θα μπορούσαμε να εξετάσουμε το ενδεχόμενο διαπραγμάτευσης του χαρτοφυλακίου με βάση των προβλέψεων μας για τις τιμές των χρονοσειρών.

Κατασκευάζουμε τώρα μια απλή στρατηγική διαπραγμάτευσης. Το σημαντικό είναι η διαπραγμάτευση στις ταλαντώσεις σχετικά με την τιμή ισορροπίας για το spread. Θα μπορούσαμε να συνεχίσουμε την συναλλαγή με την απόκλιση από την τιμή ισορροπίας και να χαλαρώσουμε τη συναλλαγή όταν η τιμή ισορροπίας αποκαθίσταται. Ωστόσο, η τιμή ισορροπίας είναι η μέση τιμή της χρονοσειράς. Ως εκ τούτου, δεδομένου ότι οι εναλλαγές στο spread είναι ίδιες και στις δύο κατευθύνσεις σχετικά με την τιμή ισορροπίας, θα μπορούσαμε να χαλαρώσουμε τη διαπραγμάτευση όταν το spread αποκλίνει προς την άλλη κατεύθυνση. Αυτό θα μείωνε τη συχνότητα των συναλλαγών κατά μέσο όρο. Δεδομένου ότι οι μετοχές έχουν ένα spread προσφοράς-ζήτησης, θα επιβαρύνονται με απόκλιση των συναλλαγών κάθε φορά που μία συναλλαγή εκτελείται. Η μείωση της συχνότητας των συναλλαγών μειώνει την επίδραση αυτής της απόκλισης.

Ας θεωρήσουμε λοιπόν μια στρατηγική όπου οι συναλλαγές έχουν μια απόκλιση Δ και στις δύο κατευθύνσεις από την μακροχρόνια ισορροπία μ . Αγοράζουμε το χαρτοφυλάκιο (longAandshortB) όταν οι χρονοσειρές είναι Δ κάτω, από το μέσο όρο και πουλάμε το χαρτοφυλάκιο (πουλάμε την μετοχή A και αγοράζουμε την B) όταν οι χρονοσειρές είναι Δ , πάνω από το μέσο όρο σε ιχρονικά βήματα.

$$\log[(p_t^A)] - \gamma \log(p_t^B) = \mu - \Delta,$$

$$\log(\square[p_{t+i}^A]) - \gamma \log(p_{t+i}^B) = \mu + \Delta.$$

Το κέρδος για το εμπόριο είναι η σταδιακή μεταβολή στην κατανομή 2Δ .

Για παράδειγμα έχουμε δύο μετοχές A και B οι οποίες είναι συνολοκληρωμένες με τα εξής δεδομένα: cointegrationRatio = 1.5, $\Delta = 0.045$, τιμή προσφοράς της A στο χρόνο $t = \$19.50$, τιμή ζήτησης της B στο χρόνο $t = \$7.46$, τιμή ζήτησης της A στο χρόνο $t + i = \$20.10$, τιμή προσφοράς της B στο χρόνο $t + i = \$7.17$, μέσος όρος της

προσφοράς-ζήτησης spread για την A = 0.0005%, μέσος όρος της προσφοράς-ζήτησης spread για την B = 0.0010%.

Πρώτα πρέπει να εξετάσουμε αν η διαπραγμάτευση είναι δυνατή λόγω των μέσων τιμών προσφοράς και ζήτησης, όπου η μέση απόκλιση συναλλαγών = $(0.0005 + 1.5 \times 0.0010) = 0.002$. Η τιμή αυτή είναι μικρότερη από την τιμή του $\Delta = 0.0045$. Η συναλλαγή είναι συνεπώς εφικτή. Στο χρόνο t, η αγορά της A και η πώληση της B στην αναλογία 1:1.5, θα έχουμε ότι το spread στο χρόνο $t + \Delta t = \log(19.50) - 1.5 \times \log(7.46) = -0.045$. Στο χρόνο $t + \Delta t$, η πώληση της A και η αγορά της B θα έχουμε ότι το spread στο χρόνο $t + \Delta t = \log(20.10) - 1.5 \times \log(7.17) = 0.045$. Τέλος, η συνολική απόδοση θα είναι η απόδοση της A $+ \gamma \times$ την απόδοση της B = $\log(20.10) - \log(19.50) + 1.5 \times (\log(7.46) - \log(7.17)) = 0.3 + 1.5 \times 4.0 = 0.09$ (9%).

Τα βήματα για τον σχεδιασμό και την ανάλυση της στρατηγικής Pairstrading είναι τα ακόλουθα:

1. Προσδιορίζουμε τα ζεύγη μετοχών που θα μπορούσαν να συνολοκληρωθούν. Αυτή η διαδικασία μπορεί να στηριχθεί στις βασικές αρχές των μετοχών ή εναλλακτικά σε καθαρά στατιστική προσέγγιση με βάση τα ιστορικά δεδομένα. Προτιμητέα προσέγγιση μας είναι να κάνουμε εικασίες για το ζεύγος μετοχών χρησιμοποιώντας τα θεμελιώδη στοιχεία.
2. Μόλις προσδιοριστούν τα πιθανά ζεύγη, επαληθεύουμε την προτεινόμενη υπόθεση ότι τα ζεύγη μετοχών πράγματι είναι συνολοκληρωμένα με βάση τα στατιστικά στοιχεία από ιστορικά δεδομένα. Αυτό περιλαμβάνει τον προσδιορισμό του συντελεστή συνολοκλήρωσης και εξετάζοντας τη χρονοσειρά του spread ώστε να εξασφαλίζεται ότι είναι στάσιμη και επαναφέροντας τον μέσο όρο.
3. Στη συνέχεια μελετώνται τα ζεύγη που είναι συνολοκληρωμένα για να προσδιορίσουμε το συντελεστή Δ . Ένα εφικτό Δ που μπορεί να διαπραγματευτεί θα είναι σημαντικά μεγαλύτερο από την απόκλιση λόγω των spreads προσφοράς και ζήτησης των μετοχών.

3.2 Επιλογή ζευγών στις αγορές μετοχών

Στο χρηματιστήριο υπάρχουν 12 εκατομμύρια ζεύγη μετοχών όπως μας ενημερώνει ο Vidyamurthy (2004). Θα πρέπει λοιπόν να βρούμε ένα τρόπο να μικρύνουμε αυτή τη λίστα. Ο πλέον πρόσφορος τρόπος (όχι απαραίτητα ο

καλύτερος) για να επιτευχθεί αυτό, είναι με τη χρήση ευριστικών μεθόδων (heuristics) ή τους κανόνες του αντίχειρα. Στην προσέγγιση ευριστικών μεθόδων, ο κατάλογος των ζευγών μπορεί να χωριστεί σε δύο ομάδες: δυνητικά συνολοκληρωμένες και όχι δυνητικά συνολοκληρωμένες. Αυτός ο διαχωρισμός επιτυγχάνεται με την εφαρμογή ενός συνόλου κανόνων. Οι κανόνες έχουν σχεδιαστεί για να αποκλείουν ζευγάρια με μικρή πιθανότητα να είναι συνολοκληρωμένα. Αυτό περιορίζει τον αριθμό των ζευγών στον κατάλογο των υποψήφιων μετοχών και μειώνει τον αριθμό των δοκιμών συνολοκλήρωσης που πρέπει να εκτελεστούν.

Η μεθοδολογία που ορίζουμε εδώ είναι σαφώς διαφορετική από τους κανόνες του αντίχειρα ή την προσέγγιση ευριστικών μεθόδων. Αντί να αξιολογήσει σαφή χωρίσματα, η προσέγγιση αυτή έχει ως στόχο να φθάσει σε μία σχετική διάταξη των ζευγών με βάση το βαθμό της από κοινού κίνησης των δύο μετοχών. Κάθε ζεύγος συνδέεται με μία απόσταση. Όσο υψηλότερη είναι η βαθμολογία, τόσο μεγαλύτερος είναι ο βαθμός της από κοινού κίνησης των δύο μετοχών και το αντίστροφο. Συγκεκριμένα, μια τέτοια δομή προσφέρεται για επαγωγικό συλλογισμό. Αν διαπιστώσουμε ότι ένα ζευγάρι είναι ακατάλληλο για Pairstrading, τότε έχουμε βάσιμους λόγους να πιστεύουμε ότι κάθε ζευγάρι με μία απόσταση είναι ακατάλληλο. Η διαδικασία επιλογής ζευγαριών γίνεται τώρα ισοδύναμη με την επιλογή μιας κατάλληλης τιμής για την μέτρηση της απόστασης.

Εξετάζουμε λοιπόν τις ιδιότητες του μέτρου απόστασης. Πρώτον, εάν η αξιολόγηση του μέτρου απόστασης πήρε τόσο πολύ προσπάθεια όσο και ο έλεγχος συνολοκλήρωσης, τότε θα ανέτρεπε το σκοπό μας. Μπορούμε επίσης να τεστάρουμε για συνολοκλήρωση όλα τα ζεύγη του εξαντλητικού καταλόγου. Επομένως, η αξιολόγηση της μέτρησης της απόστασης πρέπει να είναι σχετικά εύκολη και απλή. Επιπλέον το μέτρο απόστασης δεν είναι εντελώς εμπειρικό. Εμπειρικές μειώσεις βασίζονται αποκλειστικά σε ιστορικά στοιχεία. Αυτό έρχεται με ένα υποκείμενο παραδοχής ότι οι βασικές αρχές της επιχείρησης είναι ουσιαστικά στατικές. Υπάρχουν αλλαγές που δεν επηρεάζουν την αποτίμηση της επιχείρησης.

3.3 Συνολοκληρωμένο μοντέλο κοινών τάσεων

Επίσης υπάρχει το συνολοκληρωμένο μοντέλο κοινής τάσης με τις εξής περιπτώσεις:

Περίπτωση 1: Σε ένα συνολοκληρωμένο σύστημα με δύο χρονοσειρές οι

καινοτόμες αλληλουχίες που προέρχονται από τις συνιστώσες κοινής τάσης, πρέπει να είναι απόλυτα συσχετισμένες (δηλαδή η συσχέτιση πρέπει να είναι +1 ή -1).

Περίπτωση 2: Ο συντελεστής συνολοκλήρωσης μπορεί να ληφθεί από μία παλινδρόμηση των αλληλουχιών καινοτομίας των κοινών τάσεων εναντίον του άλλου.

Όσον αφορά τις κοινές τάσεις δεν υπάρχει κανένας περιορισμός. Μπορούν να είναι στάσιμες ή μη στάσιμες. Ο ορισμός του μοντέλου κοινής τάσης βασίζεται στη στασιμότητα των χρονοσειρών. Ως εκ τούτου, για να υπάρχει συνολοκλήρωση είναι απολύτως απαραίτητο τα ειδικά συστατικά να είναι στάσιμα. Συνεπάγεται λοιπόν, η πρώτη διαφορά του ειδικού συστατικού δεν πρέπει να είναι λευκός θόρυβος, γιατί αν οι διαφοροποιημένες σειρές ήταν λευκού θορύβου τότε οι συγκεκριμένες σειρές θα ήταν τυχαίοι περίπατοι, δηλαδή μη στάσιμες σειρές. Αυτό παραβιάζει την κατάσταση στασιμότητας για το συγκεκριμένο συστατικό. Συνεπώς, η πρώτη διαφορά του ειδικού εξαρτήματος δεν μπορεί να είναι λευκός θόρυβος.

Περίληπτικά υπάρχουν δύο προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούνται για τη συνολοκλήρωση σε ένα μοντέλο κοινής τάσης. Πρώτον, οι καινοτόμες αλληλουχίες που προέρχονται από τις κοινές τάσεις των δύο σειρών πρέπει να είναι ταυτόσημες μέχρι ενός βαθμού. Ακολούθως, οι ειδικές συνιστώσες των δύο σειρών πρέπει να είναι στάσιμες. Η εφαρμογή είναι δυνατή μόνο αν διαχωρίσουμε τη χρονοσειρά στο μη στάσιμο και στάσιμο μέρος της. Για να γίνει αυτό θα κοιτάξουμε την θεωρία τιμολόγησης του κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνο (APT) και τη σύνδεση μεταξύ της APT και των κοινών τάσεων μοντέλων.

Σε ένα συνολοκληρωμένο σύστημα δύο χρονοσειρών οι καινοτόμες αλληλουχίες που προέρχονται από τις συνιστώσες κοινής τάσης πρέπει να είναι απόλυτα συσχετισμένες, η συσχέτιση να είναι $+1$ ή -1 . Οι καινοτομίες που προέρχονται από τις κοινές τάσεις πρέπει επίσης να είναι ταυτόσημες μέχρι βαθμωτές. Σημειώνουμε ότι βαθμωτός είναι και ο συντελεστής συνολοκλήρωσης γ . Τώρα αν δύο μεταβλητές είναι πανομοιότυπες (σε αυτή την περίπτωση ο συντελεστής συνολοκλήρωσης) πρέπει να συσχετίζονται απόλυτα. Εάν ο συντελεστής συνολοκλήρωσης είναι θετικός, τότε η τιμή συσχέτισης είναι 1. Αν είναι αρνητικός, τότε η τιμή συσχέτισης είναι -1 . Έτσι σε ένα συνολοκληρωμένο σύστημα οι καινοτόμες ακολουθίες που προέρχονται από τις κοινές τάσεις πρέπει να είναι απόλυτα συσχετισμένες.

Ο συντελεστής συνολοκλήρωσης μπορεί να ληφθεί από μία παλινδρόμηση των καινοτόμων αλληλουχιών των κοινών τάσεων εναντίον του άλλου. Ο συντελεστής συνολοκλήρωσης επομένως δίνεται ως

$$\gamma = \frac{\text{cov}(r_y, r_z)}{\text{var}(r_z)}$$

όπου r_y και r_z οι καινοτόμες αλληλουχίες προερχόμενες από τις κοινές τάσεις των σειρών y και z .

3.4 Μοντέλο κοινών τάσεων και APT

Ας θεωρήσουμε ότι ο λογάριθμος της τιμής της μετοχής είναι το άθροισμα ενός τυχαίου περιπάτου και μίας στάσιμης σειράς

$$\log(\text{price}_t) = n_t + \varepsilon_t$$

όπου το n_t είναι ένας τυχαίος περίπατος και ε_t μία στάσιμη σειρά. Διαφοροποιώντας τον λογάριθμο της τιμής της μετοχής παράγεται η ακολουθία των αποδόσεων. Ως εκ τούτου η απόδοση r_t στο χρόνο t μπορεί επίσης να χωριστεί σε δύο μέρη

$$\begin{aligned} \log(\text{price}_t) - \log(\text{price}_{t-1}) &= n_t - n_{t-1} + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}), \\ r_t &= r_t^f + r_t^s, \end{aligned}$$

όπου r_t^f είναι η απόδοση λόγω της μη στάσιμης συνιστώσας τάσης και r_t^s είναι η απόδοση, η οποία οφείλεται στην στάσιμη συνιστώσα τάση.

Παρατηρούμε ότι η απόδοση λόγω της συνιστώσας τάσης είναι ίδια με την καινοτομία που προέρχεται από τη συνιστώσα τάση. Ως εκ τούτου, το κριτήριο της συνολοκλήρωσης σχετικά με τις καινοτομίες της κοινής τάσης μπορεί να αναδιατυπωθεί ως εξής: αν δύο μετοχές είναι συνολοκληρωμένες τότε οι αποδόσεις από τις κοινές τάσεις τους πρέπει να είναι πανομοιότυπες μέχρι βαθμωτές.

Οι αποδόσεις των μετοχών μπορεί να διαχωριστούν στις αποδόσεις που βασίζονται σε ένα κοινό παράγοντα (αποδόσεις βασιζόμενες σε έκθεση των μετοχών σε διαφορετικούς παράγοντες κινδύνου) και σε συγκεκριμένες αποδόσεις. Αν δύο μετοχές μοιράζονται την ίδια έκθεση στον παράγοντα κίνδυνο, τότε οι αποδόσεις του κοινού παράγοντα τόσο και για τις δύο μετοχές πρέπει να είναι ίδιες.

Ας υποθέσουμε ότι η συγκεκριμένη απόδοση δεν είναι λευκός θόρυβος. Μπορούμε να ερμηνεύσουμε τώρα τα συμπεράσματα από το μοντέλο κοινής τάσης σε APT όρους. Η συσχέτιση της καινοτόμας αλληλουχίας είναι η κοινή συσχέτιση

λόγω του κοινού παράγοντα. Επίσης ο συντελεστής συνολοκλήρωσης μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας την APT δομή για την αξιολόγηση της κοινής διακύμανσης και συνδιακύμανσης.

Η κινητήρια ιδέα στην μοντέλο κοινής τάσης είναι ότι η δεδομένη χρονοσειρά είναι ένα άθροισμα στάσιμων και μη στάσιμων συνιστωσών. Συγκεκριμένα στην πρακτική ανάλυση χρονοσειρών, η σύμβαση είναι να κάνουμε μια σιωπηρή παραδοχή ότι η σειρά αποτελείται από τάση, εποχιακά και στοχαστικά στοιχεία. Η θεωρία τιμολόγησης κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνο, APT δηλώνει ότι αυτή η ιδέα της σύνθεσης παίρνει μια εποικοδομητική προσέγγιση για την μοντελοποίηση των αποδόσεων των μετοχών. Κάθε παράγοντας κινδύνου στο APT μοντέλο συνδέεται με μια χρονική σειρά αποδόσεων. Το σταθμισμένο άθροισμα αυτών των σειρών ως βάρη είναι οι αναμενόμενες αποδόσεις των χρονοσειρών μιας μετοχής. Για να δούμε τις πραγματικές αποδόσεις, θα πρέπει να προσθέσουμε τη συγκεκριμένη απόδοση της σειράς με τις αναμενόμενες αποδόσεις.

Μέτρο απόστασης

Στο μοντέλο κοινής τάσης η απαραίτητη προϋπόθεση για συνολοκλήρωση είναι οι αλληλουχίες καινοτομίας που προκύπτουν από τις κοινές τάσεις πρέπει να είναι τέλεια συσχετισμένες. Επίσης διαπιστώθηκε ότι η απόδοση κοινού παράγοντα του APT μοντέλου θα μπορούσε να ερμηνευθεί και ως ακολουθίες καινοτομιών που προέρχονται από τις κοινές τάσεις. Η συσχέτιση μεταξύ των αλληλουχιών καινοτομίας είναι συνεπώς η συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων κοινού παράγοντα. Όσο πιο κοντά είναι η απόλυτη τιμή του μέτρου αυτού στη μονάδα, τόσο μεγαλύτερος θα είναι ο βαθμός της από κοινού κίνησης. Το μέτρο της απόστασης που προτείνουμε είναι η απόλυτη τιμή της συσχέτισης των αποδόσεων του κοινού παράγοντα

3.5 Εκτίμηση γραμμικής σχέσης

Η γραμμική σχέση δύο χρονοσειρών δίνεται ως

$$\log(p_t^A) - \gamma \log(p_t^B) = \mu + \varepsilon_t$$

όπου η αριστερή πλευρά της εξίσωσης αντιπροσωπεύει ένα γραμμικό συνδυασμό των δύο χρονοσειρών και γ είναι ο συντελεστής συνολοκλήρωσης. Η δεξιά πλευρά της εξίσωσης επομένως, αντιπροσωπεύει τη σειρά των καταλοίπων και εκφράζεται ως το άθροισμα των δύο συνιστωσών, όπου μ είναι η τιμή ισορροπίας και ϵ_t είναι μια χρονοσειρά με μηδενική μέση τιμή, η οποία μπορεί να ερμηνευθεί ως όρος διαταραχής της ισορροπίας. Αν η σειρά επέστρεφε στο μέσο όρο, τότε θα περιμέναμε την αξία του να ταλαντώνεται γύρω από την τιμή ισορροπίας. Λόγω αυτού η γραμμική σχέση μεταξύ των δύο σειρών έχει ονομαστεί επίσης σχέση ισορροπίας, που χαρακτηρίζεται από τις δύο τιμές γ και μ .

Προσέγγιση πολλαπλών συστημάτων

Έχουμε δύο τιμές για τον συντελεστή συνολοκλήρωσης ανάλογα με την επιλογή της ανεξάρτητης μεταβλητής. Εάν η γραμμική σχέση εκφράζεται υποθέτοντας ότι η μετοχή B είναι ανεξάρτητη μεταβλητή, έχουμε

$$\begin{aligned} res_t &= \log(p_t^A) - \gamma \log(p_t^B), \\ \gamma &= \beta_{AB} = \frac{cov(r_A, r_B)}{var(r_B)} = \frac{e_A^T F e_B}{e_B^T F e_B}, \end{aligned}$$

όπου e_B ένα διάνυσμα, e_A^T και e_B^T οι μετατοπίσεις των διανυσμάτων και F ο πίνακας συνδιακύμανσης. Εναλλακτικά, αν η σχέση ισορροπίας αντιπροσωπεύεται υποθέτοντας ότι η μετοχή A είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή, έχουμε

$$\begin{aligned} res_t &= \log(p_t^B) - \gamma' \log(p_t^A), \\ \gamma' \beta_{BA} &= \frac{cov(r_A, r_B)}{var(r_A)} = \frac{e_B^T F e_A}{e_A^T F e_A}. \end{aligned}$$

Έχουμε τώρα δύο σχέσεις και δύο τιμές για το συντελεστή συνολοκλήρωσης και θα πρέπει να επιλέξουμε ποια τιμή πρέπει να χρησιμοποιήσουμε στις δοκιμές μας. Θα ήταν προτιμότερο να πάρουμε το μεγαλύτερο από τα δύο. Από μια καθαρά αριθμητική άποψη όσον αφορά τη μείωση των σφαλμάτων ακρίβειας, είμαστε σε καλύτερη θέση για την εκτίμηση του μεγαλύτερου από τους δύο αριθμούς. Η επιλογή αυτή έχει κάποιες επιπλέον επιπτώσεις. Ας υποθέσουμε λοιπόν, ότι η επιλογή μας ήταν γ (η μετοχή B είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή), επειδή $\gamma > \gamma'$ τότε

$var(s_B) < var(s_A)$ όπως προκύπτει από τους τύπους. Έτσι επιλέγοντας τη μεγαλύτερη από τις δύο τιμές για το συντελεστή συνολοκλήρωσης εμμέσως προσδιορίσαμε τη μετοχή με τη χαμηλότερη μεταβλητότητα ως ανεξάρτητη μεταβλητή.

Τα βήματα που εμπλέκονται στην εκτίμηση της σχέσης ισορροπίας είναι ως ακολούθως:

1. Υπολογίζουμε τις δύο τιμές γ και γ' χρησιμοποιώντας το μοντέλο πολλαπλών συστημάτων.
2. Καθορίζουμε ποια τιμή πρέπει να χρησιμοποιήσουμε για τον συντελεστή συνολοκλήρωσης. Η επιλογή μας διέπεται από τη μεγαλύτερη από τις δύο τιμές γ και γ' .
3. Κατασκευάζουμε τη χρονοσειρά που αντιστοιχεί στον κατάλληλο γραμμικό συνδυασμό και αξιολογούμε το μέσο όρο του. Αν είναι σημαντικό, έχουμε μια μη μηδενική τιμή ισορροπίας διαφορετικά είναι μηδέν.

Προσέγγιση παλινδρόμησης

Η κατάσταση των μη σταθερών σφαλμάτων των κατανομών σε συνδυασμό με τα σφάλματα και στις δύο μεταβλητές μπορεί να αντιμετωπιστεί με την ελαχιστοποίηση της x^2 συνάρτησης και δίνεται ως

$$x^2(\gamma, \mu) = \sum_{t=1}^N \frac{[\log(p_t^A) - \gamma \log(p_t^B) - \mu]^2}{var(s_t^A) + \gamma^2 var(s_t^B)},$$

όπου $var(s_t^A)$ και $var(s_t^B)$ είναι οι διακυμάνσεις του σφάλματος στις παρατηρήσεις $\log(p_t^A)$ και $\log(p_t^B)$. Τα σφάλματα υποτίθεται ότι έχουν μηδενική μέση τιμή και μπορεί να βαθμονομούνται με βάση το εύρος της κίνησης της μετοχής εντός κάθε χρονικής περιόδου. Η τιμή του αριθμητή της συνάρτησης είναι το τετραγωνικό σφάλμα της παλινδρόμησης. Αν η διακύμανση όπως φαίνεται στον παρονομαστή ήταν σταθερή, τότε θα πρέπει να ελαχιστοποιήσουμε το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων χρησιμοποιώντας την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (OLS).

3.6 Στρατηγικές διαπραγμάτευσης

Σε μια ιδανική κατάσταση για διαπραγμάτευση οι δύο μετοχές θα συνολοκληρωθούν και η υπόλοιπη σειρά θα είναι στάσιμη. Επομένως οι ιδιότητες της σειράς των καταλοίπων επιδεικνύουν τα χαρακτηριστικά των σταθερών σειρών. Μία από τις ιδιότητες των στάσιμων σειρών είναι η ιδιότητα της επιστροφής στο

μέσο όρο. Αυτό είναι σχετικό διότι η στρατηγική Pairstradingείναι ένα στοίχημα ότι η σειρά των καταλοίπων θα επανέλθει στο μέσο όρο του ή στην τιμή ισορροπίας.

Αποδεικνύεται ότι οι σειρές που επιστρέφουν στο μέσο όρο τους χαρακτηρίζονται επίσης από υψηλή συχνότητα στο σημείο μηδέν. Η διέλευση από το μηδέν ορίζεται ως η μετάβαση των χρονοσειρών στο μακροπρόθεσμο μέσο όρο του. Η συχνότητα της διέλευσης από το μηδέν είναι ο αριθμός των φορών που διασχίζει η χρονοσειρά την τιμή ισορροπίας στην μονάδα του χρόνου.

Μια υψηλή διέλευση από τη μηδενική τιμή είναι ενδεικτική μιας στάσιμης χρονολογικής σειράς. Ας εξετάσουμε λοιπόν το παράδειγμα της κίνησης Brown μιας μη στάσιμης χρονολογικής σειράς. Ακόμη και αν η κατανομή της κίνησης Brown είναι συμμετρική γύρω από το μέσο όρο, η διέλευση από τη μηδενική τιμή είναι πολύ σπάνια. Η θεωρητική εξήγηση για το φαινόμενο αυτό εξηγείται από τον περίφημο νόμο του τόξου ημίτονου για την κίνηση Brown, ο οποίος ανακαλύφθηκε από τον P. Levy. Ο νόμος αυτός μας δίνει πληροφορίες σχετικά με την τελευταία φορά που η κίνηση Brown επισκέφθηκε το μηδέν. Πιο συγκεκριμένα, ας εξετάσουμε μια κίνηση Brown αρχίζοντας από το μηδέν ή τη χρονική στιγμή $t = 0$ και σταμάτησε στο χρόνο T . Αν g είναι η τελευταία φορά που επισκέφθηκε το μηδέν τότε η κατανομή πιθανότητας ικανοποιεί την παρακάτω εξίσωση:

$$P(g \leq u) = \arcsin \sqrt{\frac{u}{T}}.$$

Η συνάρτηση πυκνότητας που αντιστοιχεί σε αυτό δίνεται ως

$$P(u).$$

3.7 Ο αλγόριθμος των Gatev, Goetzmann and Rouwenhurst

Στο τέλος κάθε ημερολογιακού μήνα m ακολουθούμε τον αλγόριθμο των Gatev, Goetzmann and Rouwenhorst (2006) για τον προσδιορισμό των επιλέξιμων ζευγών χρησιμοποιώντας τα δεδομένα απόδοσης για όλες τις μετοχές σε περίοδο 12 μηνών, η οποία ονομάζεται περίοδος εκτίμησης. Για το σκοπό αυτό μπορούμε να ομαλοποιήσουμε πρώτα την τιμή της κάθε μετοχής για να έχουμε ενότητα κατά την έναρξη της περιόδου εκτίμησης. Συμβολίζουμε με T_m τον αριθμό των ημερών διαπραγμάτευσης κατά την περίοδο εκτίμησης 12 μηνών που σχετίζεται με το μήνα m . Σε κάθε ημέρα διαπραγμάτευσης t , όπου $t = 1, 2, \dots, T_m$ από την έναρξη της περιόδου εκτίμησης 12 μηνών υπολογίζουμε την τιμή κάθε μετοχής P_t^i ως

$$P_t^i = \prod_{\tau=1}^t 1 \times (1 + r_{\tau}^i),$$

όπου P_t^i είναι η ομαλοποιημένη τιμή της i μετοχής μέχρι το τέλος της ημέρας t , t είναι ο δείκτης για όλες τις ημέρες διαπραγμάτευσης μεταξύ της πρώτης ημέρας συναλλαγών του έτους μέχρι την ημέρα t και το r_{τ}^i είναι το συνολικό ποσοστό της απόδοσης της μετοχής την ημέρα t . Το σύνολο των μετοχών που συμμετέχουν στην στρατηγική Pairstrading περιλαμβάνει μόνο μετοχές με θετικό όγκο συναλλαγών κατά την περίοδο εκτίμησης. Για κάθε ημερολογιακό μήνα m υπολογίζουμε το ακόλουθο μέσο τετράγωνο του μέτρου της ομαλοποιημένης διαφοράς της τιμής $PD_{i,j,m}$ μεταξύ των μετοχών i και j , για κάθε ζεύγος μετοχών:

$$PD_{i,j,m} = \frac{\sum_{t=1}^{T_m} (P_t^i - P_t^j)^2}{T_m},$$

όπου T_m είναι ο συνολικός αριθμός των ημερών διαπραγμάτευσης κατά την περίοδο εκτίμησης για τον ημερολογιακό μήνα m , P_t^i και P_t^j είναι οι κανονικές τιμές των μετοχών i και j αντίστοιχα την ημέρα διαπραγμάτευσης t κατά την περίοδο εκτίμησης. Η τυπική απόκλιση των τετραγώνων της ομαλοποιημένης διαφοράς των τιμών δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$StdPD_{i,j,m} = \sqrt{\frac{1}{T_m - 1} \sum_{t=1}^{T_m} [(P_t^i - P_t^j)^2 - PD_{i,j,m}]^2}.$$

Σύμφωνα με τους Engelberg, Gao and Jagannathan (2009), για κάθε ημερολογιακό μήνα m προσδιορίζουμε 200 ζεύγη που έχουν τη μικρότερη μέση ομαλοποιημένη διαφορά των τιμών κατά τη διάρκεια της εκτίμησης. Αν υπάρχουν N_m διαθέσιμες μετοχές για εξέταση στο τέλος του μήνα m , πρέπει να υπολογίσουμε $N_m \times (N_m - 1) / 2$ ομαλοποιημένες διαφορές των τιμών, οι οποίες θα μπορούσε να είναι ένας πολύ μεγάλος αριθμός. Ως εκ τούτου, επιλέγουμε ζευγάρια του ίδιου κλάδου. Συγκεκριμένα χρησιμοποιούμε το Fama-French σύστημα ταξινόμησης της βιομηχανίας Fama and French (1997) όταν υπολογίζουμε ανά δύο ομαλοποιημένες διαφορές των τιμών.

Για κάθε ημερολογιακό μήνα m τα 200 ζευγάρια που έχουν τη μικρότερη ομαλοποιημένη διαφορά τιμών κατά τη διάρκεια της δωδεκάμηνης περιόδου εκτίμησης, θα μπορούμε να τις επιλέξουμε για επενδύσεις αμέσως μετά τον ημερολογιακό μήνα m . Εάν οι τιμές των μετοχών σε ένα επιλέξιμο ζευγάρι

αποκλίνουν περισσότερο από $2 \times \text{StdPD}_{i,j,m}$ τότε θα αγοράσουμε τη μετοχή με την χαμηλότερη τιμή και θα πουλήσουμε την μετοχή με την μεγαλύτερη τιμή. Όπως και στην GGR περιμένουμε μία ημέρα μετά την απόκλιση πριν από την επένδυση, προκειμένου να μετριάσουν οι επιπτώσεις της προσφοράς και ζήτησης, διακοπής των συναλλαγών καθώς και άλλες παρατυπίες της αγοράς. Αν το ζευγάρι αργότερα συγκλίνει, θα χαλαρώσουμε τη θέση μας και θα περιμένουμε το ζευγάρι να αποκλίνει και πάλι.

Υπολογίζουμε τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου με την στρατηγική Pairstrading για να αποφύγουμε το κόστος των συναλλαγών που συνδέονται με την καθημερινή εξισορρόπηση. Έστω $p(\ell^i, s^i)$, p^i για συντομία, μας δείχνει το ζευγάρι των μετοχών ℓ^i και των μετοχών s^i για το ζεύγος. Το D^i μας δείχνει την πιο πρόσφατη ημέρα της απόκλισης p^i για το ζεύγος. Όταν επενδύουμε στο ζευγάρι μία ημέρα μετά την απόκλιση, η πρώτη συντεταγμένη (ℓ) δείχνει τη μετοχή την οποία θα αγοράσουμε και η δεύτερη συντεταγμένη (s) δείχνει τη μετοχή την οποία θα πουλήσουμε. Συμβολίζουμε την απόδοση της μετοχής ℓ^i τη μέρα t , ως $R_t(\ell^i)$ και την απόδοση της μετοχής s^i τη μέρα t , ως $R_t(s^i)$ έτσι η απόδοση για το p^i τη μέρα t την ορίζουμε ως

$$R_t(p^i) = R_t(\ell^i) - R_t(s^i),$$

τότε η απόδοση ενός χαρτοφυλακίου με N ζεύγη τη μέρα t είναι

$$R_t^{\text{Portfolio}} = \sum_{i=1}^N W_t^i R_t(p^i),$$

όπου W_t^i ορίζεται ως

$$W_t^i = \frac{\omega_t^i}{\sum_{j=1}^N \omega_t^j},$$

και

$$\omega_t^j = (1 + R_{t-1}(p^j)) \times \dots \times (1 + R_{D^j+1}(p^j)).$$

Χρησιμοποιούμε τα N ζεύγη που υπάρχουν στο χαρτοφυλάκιο την ημέρα t και υπολογίζουμε την ημερήσια απόδοση στο χαρτοφυλάκιο ως ο σταθμισμένος μέσος όρος των αποδόσεων των N ζευγών την ημέρα t , όπου ω_t^i η απόδοση του ζεύγους i την ημέρα t , καθορίζεται από τη σωρευτική απόδοση του χαρτοφυλακίου που λήγει

την ημέρα $t-1$ σε σχέση με το άθροισμα των σωρευτικών αποδόσεων όλων των ζευγών στο χαρτοφυλάκιο.

3.8 Ο κίνδυνος σε στατιστικές κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνο

Αρκετές πτυχές των κινδύνων που συνδέονται με τις στατιστικές στρατηγικές χωρίς κέρδος υπάρχουν στη θεωρητική βιβλιογραφία. Ένα μέρος ερευνά τον κίνδυνο απόκλισης και τον κινδύνου ορίζοντα καθώς και τις συνέπειες τους στις τιμές των περιουσιακών στοιχείων. Ο κίνδυνος απόκλισης αναφέρεται στους ανεξάρτητους κερδοσκόπους όταν οι θέσεις αρμπιτράζτους μπορεί να εξαφανίστηκαν πριν από ενδεχόμενη σύγκλιση λόγω κακής εκτίμησης. Ο κίνδυνος ορίζοντας αναφέρεται στον κίνδυνο ότι η σύγκλιση δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί κατά τη διάρκεια ενός ορισμένου χρονικού ορίζοντα. Ο Xiong (2001) θεωρεί ότι θα ήταν καλύτερα να έχουμε περιορισμένο αριθμό κερδοσκόπων και μας δείχνει ότι οι ανεξάρτητοι κερδοσκόποι μπορούν γενικά να σταθεροποιήσουν τις τιμές, ωστόσο ο ίδιος θεωρεί ότι υπάρχουν περιπτώσεις όπου οι κερδοσκόποι μπορούν να επιδεινώσουν τη λανθασμένη τιμολόγηση (το «φαινόμενο ενίσχυσης»). Το μοντέλο των Liu and Longstaff (2004) αφορά τον κίνδυνο απόκλισης στις συναλλαγές κερδοσκοπίας χωρίς κίνδυνο. Μία σημαντική επίπτωση από το μοντέλο τους είναι ότι αυτός ο κίνδυνος απόκλισης μπορεί να εμποδίζει την λογική των κερδοσκόπων από τη λήψη μεγάλων θέσεων για να εξαλειφτεί εντελώς η προσωρινή λανθασμένη τιμολόγηση. Οι Jurek and Yang (2005) θεωρούν ότι ο κίνδυνος απόκλισης είναι αρκετά αβέβαιος τόσο για το μέγεθος της κακής εκτίμησης όσο και για τον ορίζοντα της σύγκλισης. Έτσι λοιπόν αντλούν τη βέλτιστη πολιτική επένδυση και μας δείχνουν τη θέση των κερδοσκόπων στη σύγκλιση των συναλλαγών.

3.9 Περιορισμοί ανοικτής πώλησης και Pairs trading

Οι περιορισμοί ανοικτής πώλησης και τα ακριβά επιτόκια είναι δύο λόγοι που δεν θα μπορούσαμε να εφαρμόσουμε την στρατηγική Pairstrading. Για να εξετάσουμε αυτή τη δυνατότητα, σύμφωνα με τους Asquith, Pathak and Ritter (2005), Chen, Hong and Stein (2002) and Nagel (2005), θεωρούμε την ελάχιστη θεσμική συμμετοχή των συστατικών του ζεύγους και τη μηδενική θεσμική συμμετοχή των συστατικών του ζεύγους ως μεταβλητές για τους βραχυπρόθεσμους περιορισμούς

πώλησης. Θεωρούμε επίσης ότι οι μετοχές του ζεύγους έχουν δικαιώματα προαίρεσης ή όχι. Στην πράξη αντί να δανειστούμε μετοχές μπορούμε να κατασκευάσουμε τις λεγόμενες συνθετικές θέσεις πώλησης χρησιμοποιώντας επιλογές όπως των Battalio and Schultz (2006).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Αριθμητική Εφαρμογή

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναπτύξουμε την αριθμητική εφαρμογή αυτών που είπαμε στα προηγούμενα κεφάλαια. Πιο αναλυτικά εφαρμόζουμε την στρατηγική Pair trading σε δύο ομάδες μετοχών, οι οποίες αναμένουμε να παρουσιάζουν υψηλή συσχέτιση στον τρόπο που διακυμαίνονται. Αν έχουμε p_t^A, p_t^B τις τιμές του ζεύγους των μετοχών A, B θεωρούμε τους λογαρίθμους των τιμών X και Y. Στη συνέχεια εκτελούμε την παλινδρόμηση

$$E(Y|X) = \alpha + \beta X,$$

όπου β το hedge ratio και α το premium. Το spread ορίζεται ως το κατάλοιπο της παλινδρόμησης

$$Y - (\alpha + \beta X).$$

Πάνω στις τιμές του spread εφαρμόζουμε τους στατιστικούς ελέγχους Phillips Perron και ADF. Στη συνέχεια ακολουθούμε την εξής στρατηγική: αν το spread είναι μεγαλύτερο από το 0.05 τότε προχωρούμε σε θέση πώλησης, αν το spread είναι μικρότερο ή ίσο του -0.05 τότε προχωρούμε σε θέση αγοράς. Όπου το spread έχει υπολογιστεί ως το κατάλοιπο της παλινδρόμησης της πρώτης μετοχής με τη δεύτερη.

Οι ομάδες αυτές παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα κι έπειτα ακολουθεί μια περιγραφή για την κάθε μετοχή ξεχωριστά.

Πίνακας 1: Μετοχές που χρησιμοποιούμε

MSFT	Microsoft Corporation
GOOG	Google Incorporation
AAPL	Apple Incorporation
IBM	International Business Machines Corporation
INTC	Intel Corporation
ORCL	Oracle Corporation

UBS	Union Bank of Switzerland
BCS	Barclays PLC (ADR)
CS	Credit Suisse Group AG (ADR)
WFC	Wells Fargo & Co
ISUZY	Isuzu Motors LTD
MZDAF	Mazda Motor Corporation
MMTOF	Mitsubishi Motors
HMC	Honda Motor Corporation
GM	General Motors Company
VLKAY	Volkswagen AG
BMY	Bristol Myers Squibb Corporation
ABT	Abbott Laboratories
AZN	Astrazeneca Incorporation

PFE	Pfizer Incorporation
MRK	Merck and Co Incorporation

Microsoft Corporation δραστηριοποιείται στην ανάπτυξη, τη χορήγηση αδειών και την υποστήριξη μιας σειράς προϊόντων λογισμικού και υπηρεσιών. Η εταιρεία σχεδιάζει επίσης και πουλάει το υλικό και παρέχει online διαφήμιση για τους πελάτες. Λειτουργεί σε πέντε τμήματα: windows & windows live division, server and tools, online services division (OSD), microsoft business division (MBD), και της ψυχαγωγίας και συσκευές division (EDD).

Η **Google Inc** είναι μια παγκόσμια εταιρεία τεχνολογίας που επικεντρώθηκε στην βελτίωση των τρόπων που οι άνθρωποι συνδέονται με πληροφορίες. Η εταιρεία παράγει έσοδα κατά κύριο λόγο με την παράδοση online διαφήμισης. Η δραστηριότητα της εταιρείας επικεντρώθηκε σε τομείς, όπως η έρευνα, η διαφήμιση, λειτουργικά συστήματα και πλατφόρμες.

Apple Inc σχεδιάζει, κατασκευάζει και εμπορεύεται συσκευές κινητών επικοινωνιών και μέσα ενημέρωσης, προσωπικούς υπολογιστές και φορητές ψηφιακές συσκευές αναπαραγωγής μουσικής και μια ποικιλία από σχετικό λογισμικό, υπηρεσίες, περιφερειακά, λύσεις δικτύωσης και ψηφιακό περιεχόμενο και εφαρμογές.

International Business Machines Corporation (IBM) είναι μια τεχνολογία των πληροφοριών (IT) της εταιρείας. Η IBM δραστηριοποιείται σε πέντε τμήματα: global service technology (GTS), global business services (GBS), λογισμικό, συστήματα και τεχνολογία και παγκόσμια χρηματοδότηση. Η GTS παρέχει υπηρεσίες υποδομής και των υπηρεσιών επιχειρηματικής διαδικασίας. Η GBS παρέχει επαγγελματικές υπηρεσίες και υπηρεσίες διαχείρισης εφαρμογών.

Intel Corporation σχεδιάζει και κατασκευάζει ολοκληρωμένες ψηφιακές πλατφόρμες τεχνολογίας. Η εταιρεία πουλάει αυτές τις πλατφόρμες κυρίως σε κατασκευαστές πρωτότυπου εξοπλισμού (OEM), κατασκευαστές αρχικού σχεδιασμού (ODMs) και σε κατασκευαστές βιομηχανικών και επικοινωνιών. Οι πλατφόρμες της εταιρείας χρησιμοποιούνται σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, όπως προσωπικοί υπολογιστές, κέντρα δεδομένων, tablets, smartphones, αυτοκίνητα,

αυτοματοποιημένα συστήματα και ιατρικές συσκευές. Η εταιρεία αναπτύσσει επίσης και πουλάει λογισμικό και υπηρεσίες που επικεντρώνονται κυρίως στην ασφάλεια και την ενσωμάτωση της τεχνολογίας.

Η **Oracle Corporation** είναι ένας προμηθευτής επιχειρησιακού λογισμικού υλικού πληροφορικής και υπηρεσιών. Το λογισμικό της εταιρείας αναπτύσσει, κατασκευάζει, εμπορεύεται, φιλοξενεί και υποστηρίζει βάσεις δεδομένων και ενδιάμεσο λογισμικό και εφαρμογές λογισμικού. Είναι οργανωμένο σε τρεις επιχειρήσεις: το λογισμικό, hardware συστημάτων και υπηρεσιών.

HUBSAG είναι μια πελατοκεντρική εταιρεία χρηματοοικονομικών υπηρεσιών που προσφέρει ένα συνδυασμό της διαχείρισης πλούτου, περιουσιακών στοιχείων και υπηρεσίες επενδυτικής τραπεζικής σε παγκόσμια και περιφερειακή βάση. Η UBSAG είναι η μητρική εταιρεία της UBS Group. Η λειτουργική δομή της εταιρείας αποτελείται από το corporate center και τέσσερα επιχειρηματικά τμήματα: διαχείριση περιουσίας & τράπεζα της Ελβετίας, wealth management Americas, global asset management και τράπεζα επενδύσεων.

HBanque Paribas Group PLC είναι ένας παγκόσμιος πάροχος χρηματοπιστωτικών υπηρεσιών που ασχολούνται με τη λιανική τραπεζική, πιστωτικές κάρτες, χονδρική τραπεζική, επενδυτική τραπεζική, διαχείριση περιουσίας και τις υπηρεσίες διαχείρισης επενδύσεων. Οι δραστηριότητες της εταιρείας περιλαμβάνουν γραφεία στο εξωτερικό και θυγατρικές.

HCredit Suisse Group AG είναι μια παγκόσμια εταιρεία παροχής χρηματοοικονομικών υπηρεσιών. Η εταιρεία δραστηριοποιείται σε τρεις τομείς: private banking, επενδυτικής τραπεζικής και asset management. Στον τομέα του private banking, προσφέρει συμβουλές και μια σειρά από οικονομικές λύσεις σε ιδιώτες, επιχειρήσεις και θεσμικούς πελάτες. Η διεύθυνση επενδυτικής τραπεζικής προσφέρει ένα ευρύ φάσμα χρηματοοικονομικών προϊόντων και υπηρεσιών, με έμφαση στις επιχειρήσεις που είναι πελάτες με γνώμονα τη ροή κεφαλαίων. Η διαχείριση κεφαλαίων προσφέρει προϊόντα σε ένα ευρύ φάσμα των κατηγοριών περιουσιακών στοιχείων, συμπεριλαμβανομένου των εναλλακτικών επενδύσεων, όπως τα hedge funds, τα ιδιωτικά επενδυτικά κεφάλαια, ακίνητα και πιστώσεων, μετοχές και προϊόντα σταθερού εισοδήματος.

HWells Fargo & Company είναι μια εταιρεία συμμετοχών της τράπεζας. Η εταιρεία είναι μια διαφοροποιημένη εταιρεία χρηματοοικονομικών υπηρεσιών. Έχει τρεις λειτουργικούς τομείς: wholesale banking και wealth, brokerage και τη

συνταξιοδότηση. Η εταιρεία παρέχει στους ιδιώτες, εμπορικές και τραπεζικές υπηρεσίες μέσω των καταστημάτων, των τραπεζών και γραφείων, το διαδίκτυο και άλλα κανάλια διανομής σε ιδιώτες και επιχειρήσεις. Η εταιρία παρέχει άλλες χρηματοοικονομικές υπηρεσίες μέσω των θυγατρικών της που ασχολούνται με διάφορες επιχειρήσεις, κυρίως χονδρική τραπεζική, υποθήκη τραπεζών, τη χρηματοδότηση των καταναλωτών, χρηματοδοτικής μίσθωσης εξοπλισμού, χρηματοδότηση γεωργικών και εμπορική χρηματοδότηση.

HisuzuMotors δραστηριοποιείται στην κατασκευή και την πώληση των εμπορικών και ελαφρών επαγγελματικών οχημάτων, καθώς και εξαρτήματα του κινητήρα στην Ιαπωνία όσο και διεθνώς. Τα προϊόντα της περιλαμβάνουν βαρέα, μεσαία και ελαφρά φορτηγά, βαρέα και μεσαία λεωφορεία, φορτηγά και σπορ οχήματα.

Η **MazdaMotorCorporation** μαζί με τις θυγατρικές της δραστηριοποιείται στην κατασκευή και πώληση επιβατικών αυτοκινήτων και εμπορικών οχημάτων. Κύρια προϊόντα της είναι τα τετράτροχα οχήματα, κινητήρες diesel, περιστροφικοί κινητήρες καθώς και αυτόματα και μηχανικά κιβώτια για τα οχήματα. Η εταιρεία λειτουργεί επίσης ως αντιπρόσωπος και διανομέας των αυτοκινήτων, επισκευές εξαρτημάτων και εισάγει και διανέμει ανταλλακτικά και αξεσουάρ.

Η **MitsubishiMotorsCorporation** δραστηριοποιείται στο σχεδιασμό, ανάπτυξη, κατασκευή, συναρμολόγηση, εμπορία, πώληση και εισαγωγή αυτοκινήτων. Η εταιρεία επίσης κατασκευάζει, πουλάει και εισάγει εξαρτήματα αυτοκινήτων. Προσφέρει κυρίως επιβατικά αυτοκίνητα και εμπορικά οχήματα καθώς και μηχανές αυτοκινήτων, κιβώτια, εξαρτήματα και κλιματιστικά.

Η **HondaMotorCo** αναπτύσσει, παράγει και κατασκευάζει μια ποικιλία προϊόντων κινητήρα που κυμαίνονται από μικρούς κινητήρες γενικής χρήσης και σκούτερ με την ειδικότητά σε σπορ αυτοκίνητα. Επιχειρηματικοί τομείς της εταιρείας είναι η επιχείρηση της μοτοσικλέτας, των επιχειρήσεων αυτοκινήτων, χρηματοπιστωτικών υπηρεσιών και των προϊόντων ενέργειας και άλλες επιχειρήσεις. Η Honda διεξάγει τις δραστηριότητές της στην Ιαπωνία και σε όλο τον κόσμο, συμπεριλαμβανομένης της Βόρειας Αμερικής, της Ευρώπης και της Ασίας.

Η **GeneralMotorsCompany (GM)** σχεδιάζει, κατασκευάζει και πουλάει αυτοκίνητα, φορτηγά και εξαρτήματα αυτοκινήτων σε όλο τον κόσμο. Η GM παρέχει επίσης υπηρεσίες χρηματοδότησης μέσω GeneralMotorsCompanyFinancial, Inc.

Η **VolkswagenAG** είναι μία γερμανική εταιρεία κατασκευής αυτοκινήτων. Η εταιρεία αναπτύσσει οχήματα και εξαρτήματα, καθώς επίσης παράγει και πουλάει αυτοκίνητα, ιδίως volkswagen επιβατικά αυτοκίνητα και εμπορικά οχήματα. Η εταιρεία αποτελείται από δύο τμήματα: αυτοκίνητο και διεύθυνση οικονομικών υπηρεσιών. Η αυτοκινητοβιομηχανία είναι υπεύθυνη για την ανάπτυξη των οχημάτων και κινητήρων, την παραγωγή και την πώληση των επιβατικών αυτοκινήτων, επαγγελματικών οχημάτων, φορτηγά και λεωφορεία, και γνήσια εξαρτήματα επιχειρήσεων.

Η **Bristol-MyersSquibbCompany (BMS)** ασχολείται με την ανακάλυψη, την ανάπτυξη, τη χορήγηση αδειών, την κατασκευή, την εμπορία, τη διανομή και την πώληση φαρμακευτικών προϊόντων βιοτεχνολογίας σε παγκόσμια βάση. Λειτουργεί σε βιοφαρμακευτικά προϊόντα. Τα προϊόντα της πωλούνται σε όλο τον κόσμο κυρίως σε χονδρεμπόρους, φαρμακεία, νοσοκομεία, κυβερνητικές υπηρεσίες και το ιατρικό επάγγελμα. Κατασκευάζει τα προϊόντα στις Ηνωμένες Πολιτείες (ΗΠΑ).

Η **AbbottLaboratories (Abbott)**, δραστηριοποιείται στην ανακάλυψη, την ανάπτυξη, την κατασκευή και την πώληση ενός χαρτοφυλακίου με βάση προϊόντα φροντίδας της υγείας. Η Abbott δραστηριοποιείται σε τέσσερις επιχειρηματικούς τομείς: διάγνωση, ιατρικές συσκευές, διατροφικά και γενόσημα φάρμακα.

Η **AstraZenecaPLC (AstraZeneca)** είναι μια παγκόσμια βιοφαρμακευτική εταιρεία. Η AstraZeneca ανακαλύπτει, αναπτύσσει και εμπορεύεται συνταγογραφούμενα φάρμακα για έξι τομείς της υγείας: καρδιαγγειακά, γαστρεντερικό σύστημα, λοίμωξη, νευροεπιστήμη, ογκολογία, αναπνευστικό και φλεγμονή.

Η **PfizerInc.** είναι μια εταιρεία που βασίζεται η παγκόσμια βιοφαρμακευτική έρευνα. Η εταιρεία διαχειρίζεται τις εργασίες της μέσα από πέντε τμήματα: πρωτοβάθμια φροντίδα, περιποίηση καταλυμάτων και ογκολογίας, τα καθιερωμένα προϊόντα και τις αναδυόμενες αγορές, την υγεία των ζώων και consumerhealthcare, και τη διατροφή. Το διαφοροποιημένο παγκόσμιο χαρτοφυλάκιο της εταιρείας περιλαμβάνει την υγειονομική περίθαλψη ανθρώπων και ζώων με βιολογικά φάρμακα, φάρμακα μικρών μορίων, εμβόλια καθώς και τα προϊόντα διατροφής και τα προϊόντα υγείας των καταναλωτών.

Η **Merck&Co, Inc. (Merck)** είναι μια παγκόσμια εταιρεία υγειονομικής περίθαλψης που παρέχει λύσεις για την υγεία μέσα από συνταγογραφούμενα φάρμακα, εμβόλια, βιολογικές θεραπείες, την υγεία των ζώων και τα προϊόντα

φροντίδας των καταναλωτών, τα οποία εμπορεύεται άμεσα μέσω των κοινοπραξιών της.

Στον παρακάτω πίνακα βλέπουμε τα αποτελέσματα των στατιστικών ελέγχων PhillipsPerron και ADF.

Πίνακας 2

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Ζεύγη Μετοχών	Phillips Perron έλεγχος (PP)	Augmented Dickey - Fuller έλεγχος (ADF)
UBS-BCS	TRUE	FALSE
UBS-CS	FALSE	FALSE
WFC-BCS	FALSE	FALSE
MSFT-GOOG	TRUE	TRUE
MSFT-AAPL	TRUE	FALSE
MSFT-IBM	TRUE	TRUE
AAPL-IBM	TRUE	TRUE
AAPL-INTC	FALSE	FALSE
ORCL-INTC	FALSE	FALSE
HMC-GM	TRUE	TRUE
HMC-MMTOF	TRUE	TRUE
HMC-ISUZY	TRUE	TRUE
HMC-MZDAF	FALSE	FALSE
HMC-VLKAY	TRUE	TRUE
ISUZY-GM	FALSE	FALSE
ISUZY-MZDAF	FALSE	FALSE
MMTOF-VLKAY	TRUE	TRUE
MMTOF-GM	TRUE	TRUE
MMTOF-ISUZY	TRUE	TRUE
MMTOF-MZDAF	FALSE	FALSE
MZDAF-VLKAY	TRUE	TRUE
MZDAF-GM	TRUE	TRUE
VLKAY-GM	FALSE	FALSE
ABT-AZN	TRUE	FALSE
ABT-PFE	FALSE	FALSE
AZN-PFE	FALSE	FALSE
BMY-PFE	FALSE	FALSE
BMY-AZN	TRUE	TRUE
MRK-PFE	FALSE	FALSE

Παρατηρούμε ότι οι έλεγχοι Phillips Perron και ADF είναι ταυτόχρονα αληθείς σε 13 περιπτώσεις, όπως στα MSFT-GOOG, MSFT-IBM, AAPL-IBM, HMC-MMTOF, HMC-VLKAY, MMTOF-GM, MZDAF-VLKAY, κ.λ.π.. Ο Phillips Perron έλεγχος είναι αληθής σε 16 περιπτώσεις και ο ADF έλεγχος είναι αληθής σε 13 περιπτώσεις. Τέλος, και οι δύο έλεγχοι είναι ταυτόχρονα ψευδής σε 13 περιπτώσεις όπως στα UBS-CS, WFC-BCS, AAPL-INTC, MMTOF-MZDAF, ABT-PFE, MRK-PFE.

Στον παρακάτω πίνακα έχουμε υπολογίσει τη μέση απόδοση, τη μεταβλητότητα (volatility), την αξία σε κίνδυνο (value at risk), την υπό συνθήκη αξία σε κίνδυνο (CVaR), το Sharperatio, την ασυμμετρία και την κύρτωση των ζευγών. Παρατηρούμε λοιπόν, ότι το μεγαλύτερο κέρδος το έχει το ζεύγος UBS-BCS με

0.00249, μετά ακολουθούν MMTOF-ISUZY με 0.00115, HMC-MAZDAF με 0.00115, MMTOF-MAZDAF με 0.00110, AAPL-IBM με 0.00108, ISUZY-MAZDAF με 0.00096 και MSFT-IBM με 0.00095. Άρα μπορούμε να ισχυριστούμε ότι τα ζεύγη των μετοχών των αυτοκινητοβιομηχανιών είναι πιο επικερδής σε σχέση με τα άλλα ζεύγη μετοχών. Επίσης παρατηρούμε ότι τα ζεύγη που έχουν το μεγαλύτερο κέρδος, οι έλεγχοι PhillipsPerron και ADF θα είναι TRUE-TRUE ή FALSE-FALSE. Το ζεύγος που έχει το μεγαλύτερο volatility είναι το MMTOF-ISUZY με τιμή 0.04574, μετά ακολουθούν MMTOF-VLKAY με 0.03970, MMTOF-GM με 0.03970, MMTOF-MAZDAF με 0.03936, UBS-BCS με 0.03823, MAZDAF-VLKAY με 0.03792 και MAZDAF-GM με 0.03792. Το ζεύγος που έχει το μεγαλύτερο value at risk είναι το ABT-PFE με τιμή -0.01876, μετά έχουμε ABT-AZN με -0.01926, BMY-AZN με -0.02264, BMY-PFE με -0.02276, MRK-PFE με -0.02407, HMC-MMTOF με -0.02434 και MSFT-IBM με -0.02482. Το ζεύγος που έχει το μεγαλύτερο CVaR είναι το ABT-PFE με τιμή -0.02767, μετά έχουμε ABT-AZN με -0.02816, HMC-MMTOF με -0.03152, BMY-PFE με -0.03404, BMY-AZN με -0.03547, AZN-PFE με -0.03705 και MSFT-IBM με -0.03800. Τέλος, το ζεύγος που έχει το μεγαλύτερο Sharperatio είναι το UBS-BCS με τιμή 0.06513, μετά ακολουθούν MSFT-IBM με 0.05662, AAPL-IBM με 0.05557, HMC-MAZDAF με 0.05354, ISUZY-MAZDAF με 0.04621, MSFT-AAPL με 0.04500 και MSFT-GOOG με 0.04084. Εδώ παρατηρούμε ότι οι μετοχές που έχουν υψηλό Sharperatio συνήθως έχουν και τα υψηλότερα κέρδη όπως αναμένεται.

Στα γραφήματα παρατηρούμε τη σωρευτική απόδοση του χαρτοφυλακίου της στρατηγικής Pairstrading καθώς επίσης και το γράφημα του σινιάλου αγοράς ή πώλησης του spread. Υπάρχουν ζεύγη όπου η εναλλαγή από θέση πώλησης σε θέση αγοράς είναι αρκετά συχνή κατά τη διάρκεια της περιόδου. Από τα 29 συνολικά ζεύγη που έχουμε μελετήσει 12 από αυτά έχουν το πολύ 5 εναλλαγές. Χαρακτηριστικά τα ζεύγη HMC-GM, ISUZY-MAZDAF και MMTOF-GM έχουν μόλις 2 εναλλαγές. Σε αντίθεση τα ζεύγη HMC-VLKAY, UBS-BCS, WFC-BCS και MSFT-GOOG έχουν αντίστοιχα 21, 20, 16 και 14 εναλλαγές από long σε short θέσεις. Τέλος, η σωρευτική απόδοση του χαρτοφυλακίου σε κάποια γραφήματα φαίνεται να είναι αρκετά μεγάλη και συνεχώς ανοδική. Αυτό συμβαίνει στα ζεύγη UBS-BCS, MSFT-AAPL, MMTOF-MAZDAF, MAZDAF-GM και ABT-PFE. Υπάρχουν επίσης και εκείνα που η απόδοσή τους είναι συνεχώς καθοδική όπως συμβαίνει με στα ζεύγη

των μετοχών των αυτοκινητοβιομηχανιών HMC-MMTOF, HMC-VLKAY και MMTOF-VLKAY.

Συμπεράσματα

Η στρατηγική Pairstrading ουσιαστικά είναι ένα στοίχημα ότι οι διαδρομές των τιμών δύο μετοχών που ιστορικά κινούνται μαζί, θα συγκλίνουν και πάλι μετά από κάθε απόκλιση. Για να είναι αποτελεσματική η στρατηγική θα πρέπει να ενημερώνουμε διαρκώς τα δεδομένα μας, τα στοιχεία μας και να παρακολουθούμε καθημερινά για ευκαιρίες. Ανεξάρτητα από τους συσχετισμούς, το ζεύγος μας μπορεί να κάνει δραματικές εναλλαγές κατά τη διάρκεια της δοκιμασίας. Ακόμη και αν η συσχέτιση είναι ισχυρή, μία μικρή εταιρεία δεν μπορεί να αντιδράσει το ίδιο με μία μεγάλη εταιρεία. Σε αυτό το σενάριο καλό θα ήταν να ψάξουμε τα κέρδη κάθε εταιρείας. Αν η μεγάλη εταιρεία έχει μειωμένα κέρδη και η μικρή εταιρεία δεν έχει μειωμένα κέρδη, μπορεί να είναι καλύτερη η ουδέτερη στάση ως ένα προληπτικό μέτρο για πιθανές απώλειες.

Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι τα κέρδη από την στρατηγική Pairstrading που προέρχονται από τις αποφάσεις της αγοράς, τη βραχυπρόθεσμη παροχή ρευστότητας και την εύρεση των τιμών είναι υψηλότερα όταν η αρχική απόκλιση οφείλεται στην είδηση ότι μειώνει προσωρινά τη ρευστότητα της μίας από τις δύο μετοχές του ζεύγους. Αντίθετα τα κέρδη είναι χαμηλότερα όταν η αρχική απόκλιση των τιμών συνδέεται με την αξία των σχετικών ειδήσεων ειδικά σε μία μετοχή του ζεύγους. Ζεύγη που περιλαμβάνουν μετοχές μικρότερης ρευστότητας και μεγαλύτερης μεταβλητότητας τείνουν να συγκλίνουν ταχύτερα μετά την αρχική απόκλιση.

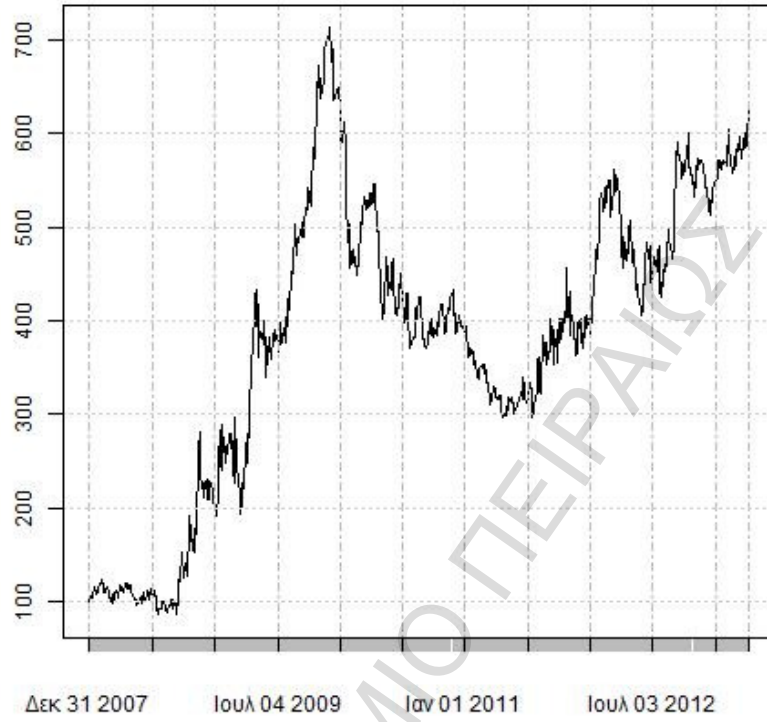
Εν γένει η στρατηγική Pairstrading λειτουργεί αποτελεσματικά. Ωστόσο όμως, υπάρχουν και στιγμές όπου η αγορά είναι σε ύφεση έτσι και η στρατηγική αυτή μπορεί σε κάποιες περιπτώσεις να λειτουργεί αναποτελεσματικά.

Πίνακας 3: Περιγραφικά στατιστικά χαρτοφυλακίου Pairstrading

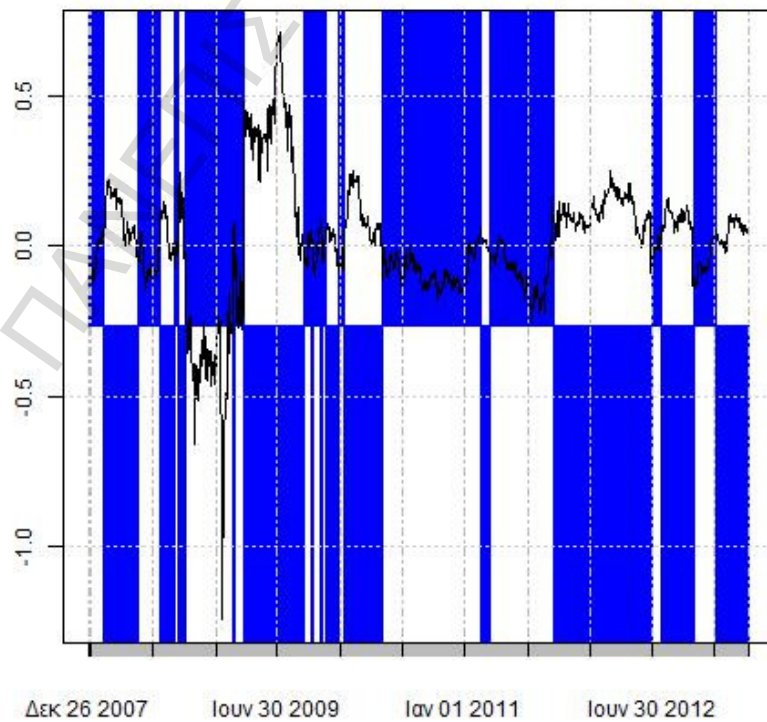
Ζεύγη Μετοχών	Μέση Απόδοση	Volatility	Value at risk (5%)	CVaR (5%)	Sharpe Ratio	Ασυμμετρία (skewness)	Κύρτωση (kurtosis)
UBS-BCS	0.002490723	0.0382399	-0.0553513	-0.08563112	0.06513413	0.6368805	9.37331
UBS-CS	0.000816625	0.03398387	-0.04880677	-0.0755171	0.02402979	0.466837	8.058928
WFC-BCS	0.000538747	0.03693504	-0.05018844	-0.08551094	0.01458636	-0.4756102	13.37842
MSFT-GOOG	0.000724983	0.01774874	-0.02518773	-0.04163909	0.04084706	-0.1939654	8.154578
MSFT-AAPL	0.000819755	0.01821468	-0.02847677	-0.04104327	0.04500519	0.05844052	5.711606
MSFT-IBM	0.000954039	0.01684792	-0.0248222	-0.03800337	0.05662657	-0.03093874	6.885753
AAPL-IBM	0.001089997	0.01961144	-0.03038775	-0.04425792	0.05557964	-0.1118578	7.097508
AAPL-INTC	0.000320463	0.02032236	-0.03147758	-0.04304681	0.015769	0.5978634	7.099935
ORCL-INTC	-0.00027884	0.02009951	-0.03209836	-0.04582846	-0.01387299	0.041995	6.092439
HMC-GM	0.0003336854	0.01827052	-0.0274644	-0.03949226	0.0182636	-0.125694	4.385116
HMC-MMTOF	0.0005054824	0.0165133	-0.02434364	-0.03152013	0.03061061	0.5984625	5.34969
HMC-ISUZY	0.0002080032	0.01827951	-0.02765765	-0.04061362	0.01137904	-0.3669627	7.036481
HMC-MAZDAF	0.001150446	0.02148388	-0.03489663	-0.04487942	0.05354926	0.3349722	4.94236
HMC-VLKAY	-0.001250926	0.02058665	-0.03179335	-0.09708135	-0.06076394	-1.47972	14.58692
ISUZY-GM	0.0000398319	0.01619452	-0.025142	-0.03926709	0.002459592	0.06645499	8.389364
ISUZY-MAZDAF	0.0009637541	0.02085521	-0.03493278	-0.04612695	0.04621168	0.4081928	6.499246
MMTOF-VLKAY	-0.001256264	0.03970147	-0.06474176	-0.1091077	-0.03164276	-2.406735	15.35348
MMTOF-GM	-0.001256264	0.03970147	-0.06474176	-0.1091077	-0.03164276	-2.406735	15.35348
MMTOF-ISUZY	0.001151502	0.04574325	-0.05925234	-0.1273658	0.02517317	-2.718374	15.60466
MMTOF-MAZDAF	0.001103902	0.03936433	-0.05394737	-0.1071472	0.0280432	-2.737531	18.35668
MAZDAF-VLKAY	-0.001625047	0.03792277	-0.0753807	-0.0914928	-0.04285147	-0.4469456	4.568413
MAZDAF-GM	-0.001625047	0.03792277	-0.0753807	-0.0914928	-0.04285147	-0.4469456	4.568413
VLKAY-GM	0.0005578164	0.02194074	-0.03416421	-0.04611495	-0.02542377	0.4500868	5.065689
ABT-AZN	0.0002414336	0.01306597	-0.0192614	-0.0281643	0.01847805	0.736133	10.03992
ABT-PFE	0.0004876609	0.01298518	-0.01876233	-0.02767976	0.03755519	0.6361487	9.61098
AZN-PFE	0.0001961181	0.01577153	-0.02497268	-0.03705432	0.01243494	0.645575	11.43811
BMY-PFE	0.0004927726	0.01470948	-0.02276971	-0.03404717	0.03350034	-0.05911028	6.620939
BMY-AZN	-0.0000910011	0.01459827	-0.02264763	-0.03547452	-0.006233698	-0.2528435	7.51794
MRK-PFE	0.0003478927	0.01689057	-0.02407432	-0.03965732	0.02059686	-0.02788407	8.783986

Γραφήματα

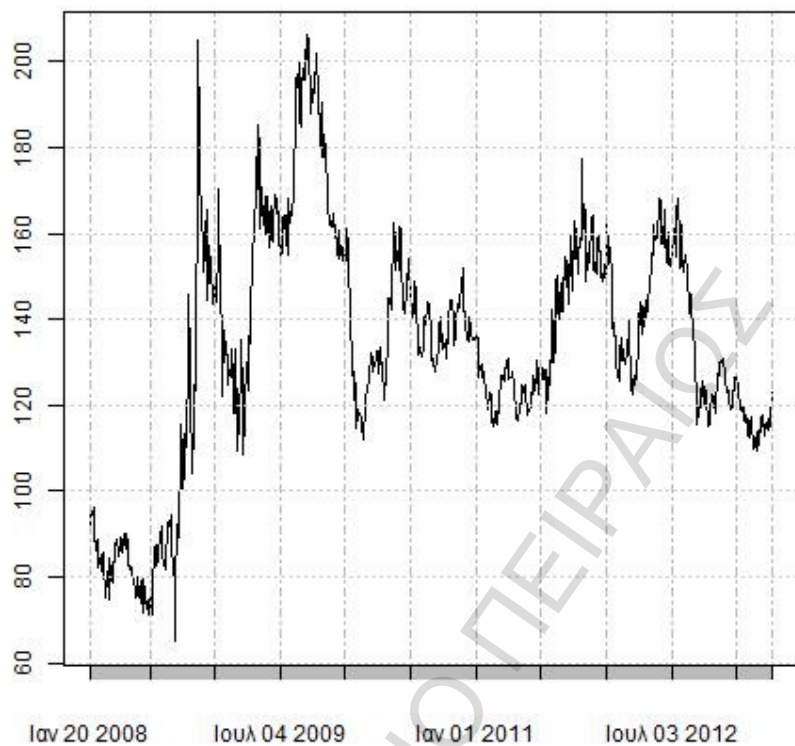
Cumulative Portfolio Return of UBS-BCS



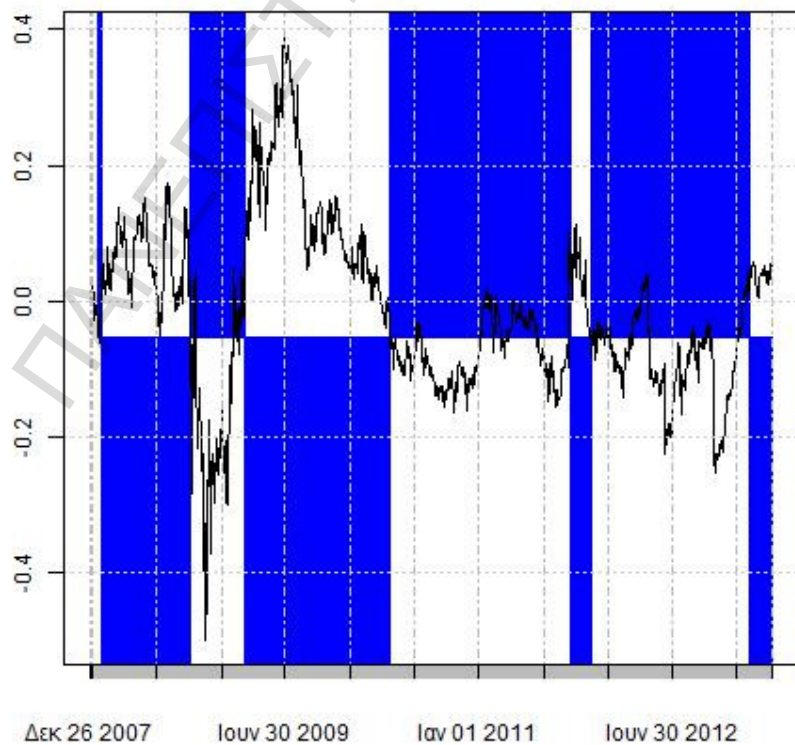
Signal and Spread of UBS-BCS



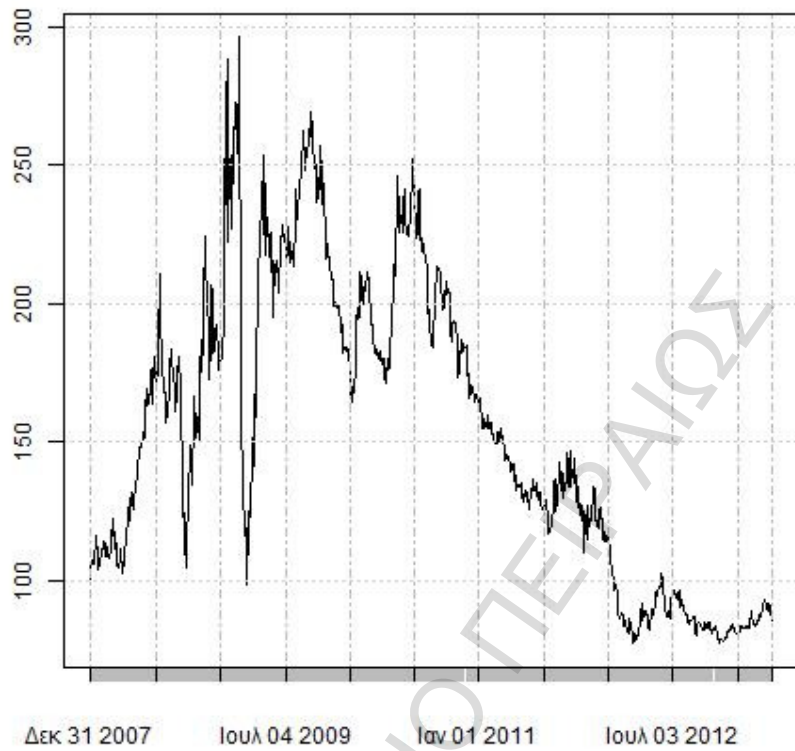
Cumulative Portfolio Return of UBS-CS



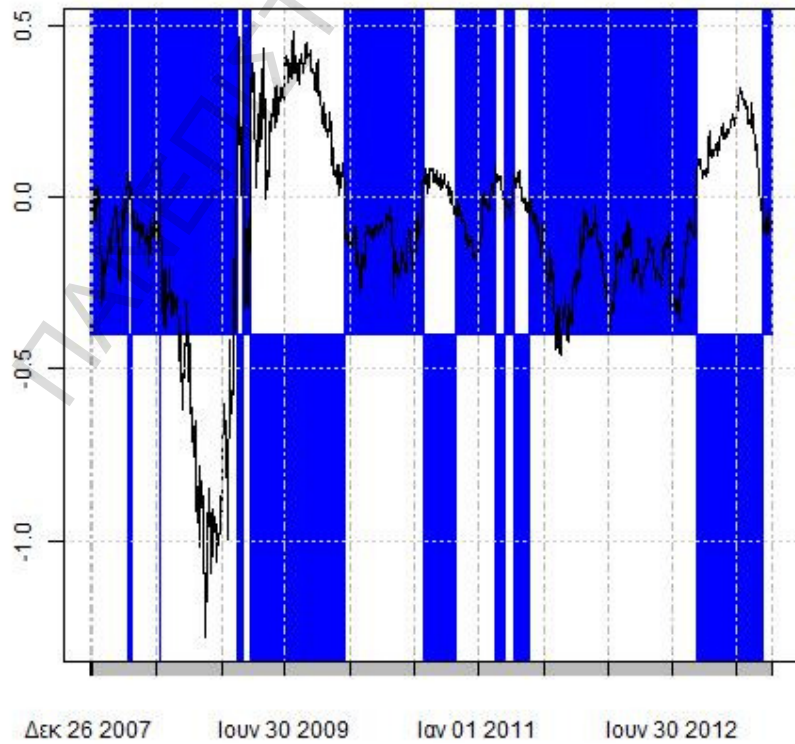
Signal and Spread of UBS-CS



Cumulative Portfolio Return of WFC-BCS



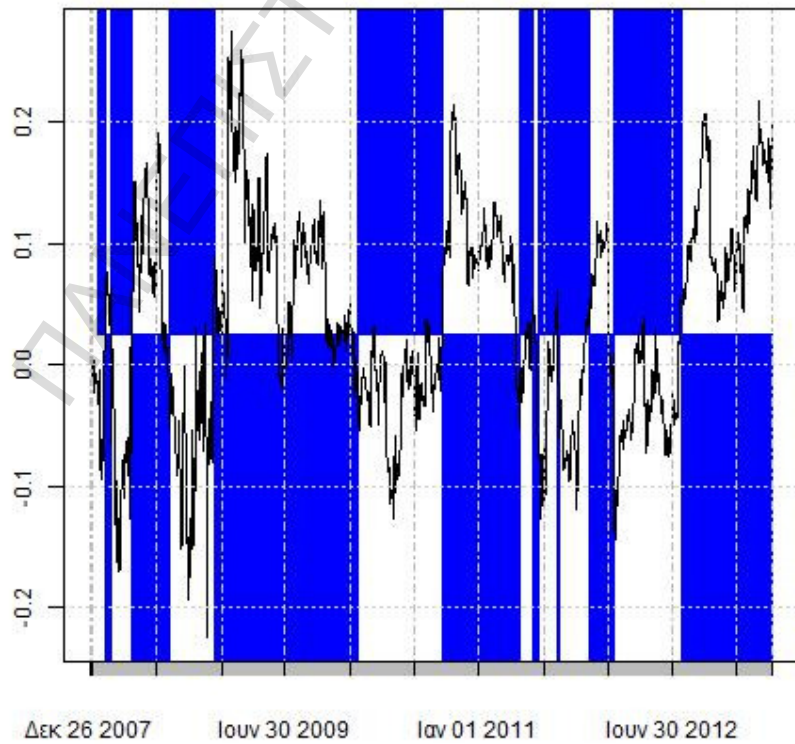
Signal and Spread of WFC-BCS



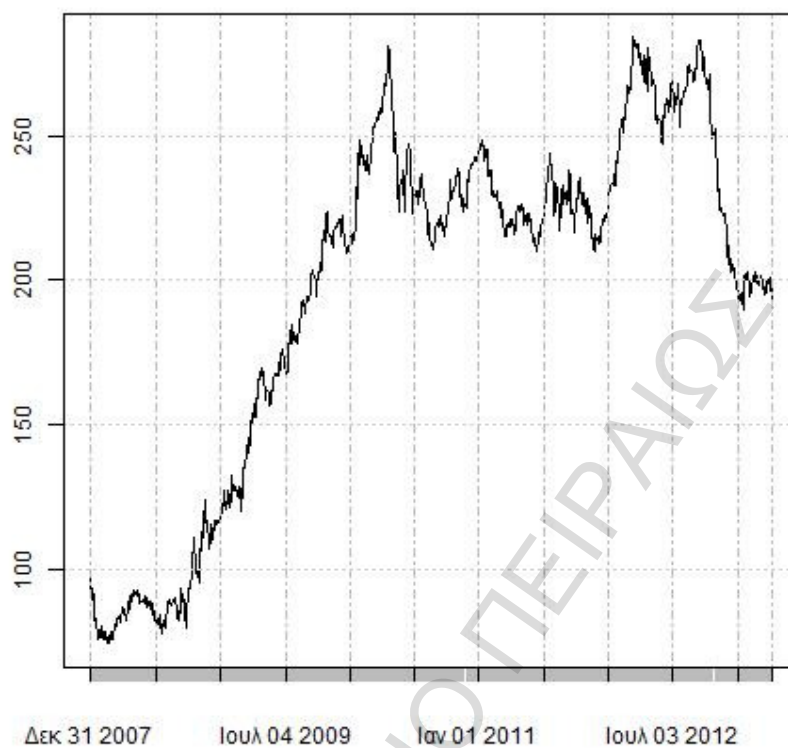
Cumulative Portfolio Return of MSFT-GOOGLE



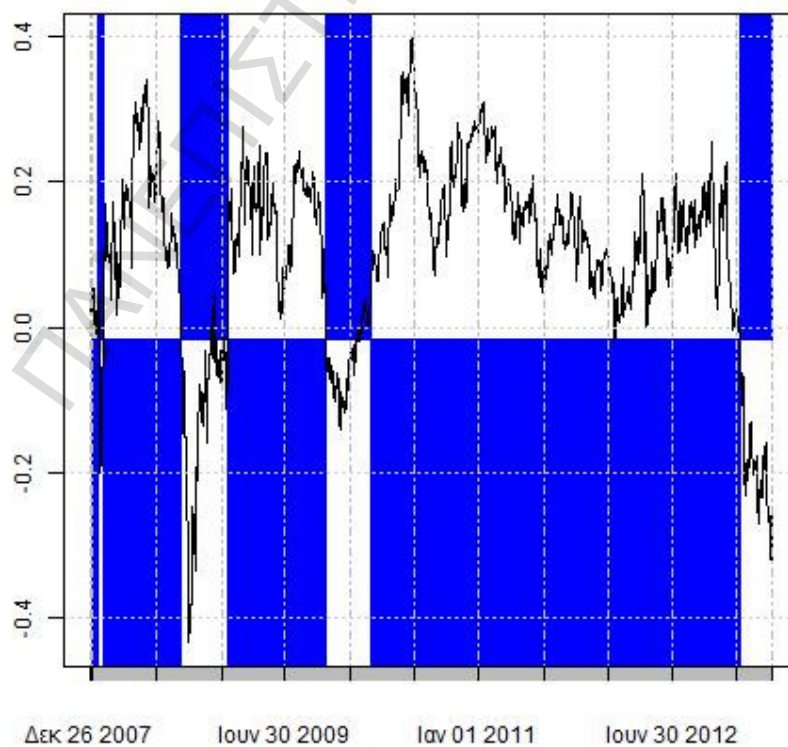
Signal and Spread of MSFT-GOOGLE



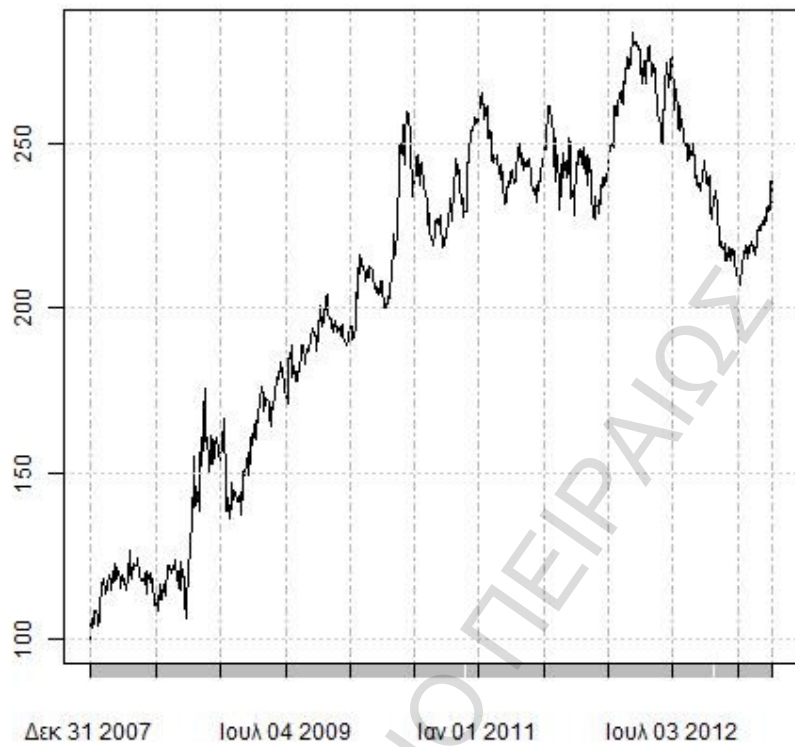
Cumulative Portfolio Return of MSFT-AAPL



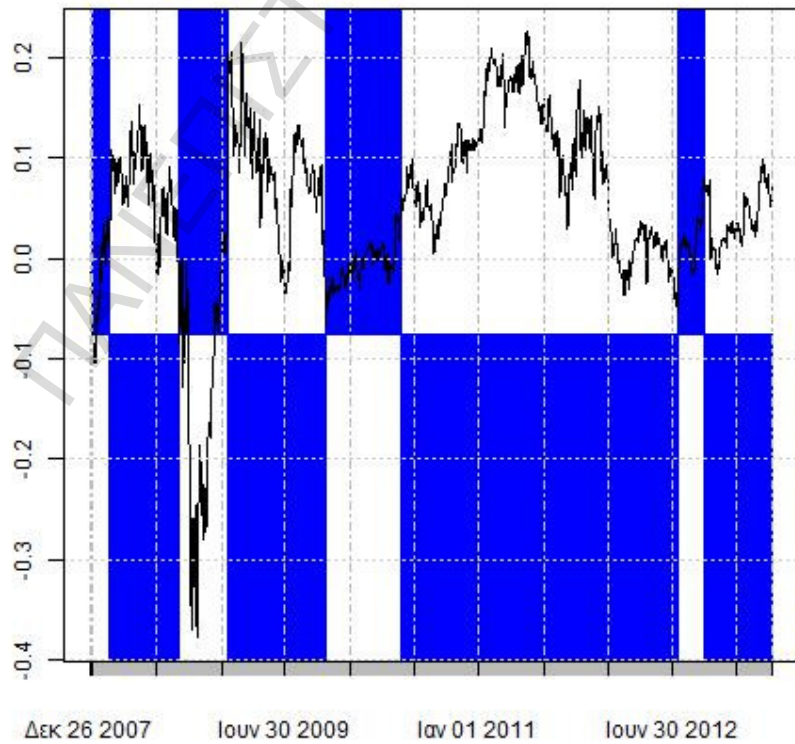
Signal and Spread of MSFT-AAPL



Cumulative Portfolio Return of MSFT-IBM



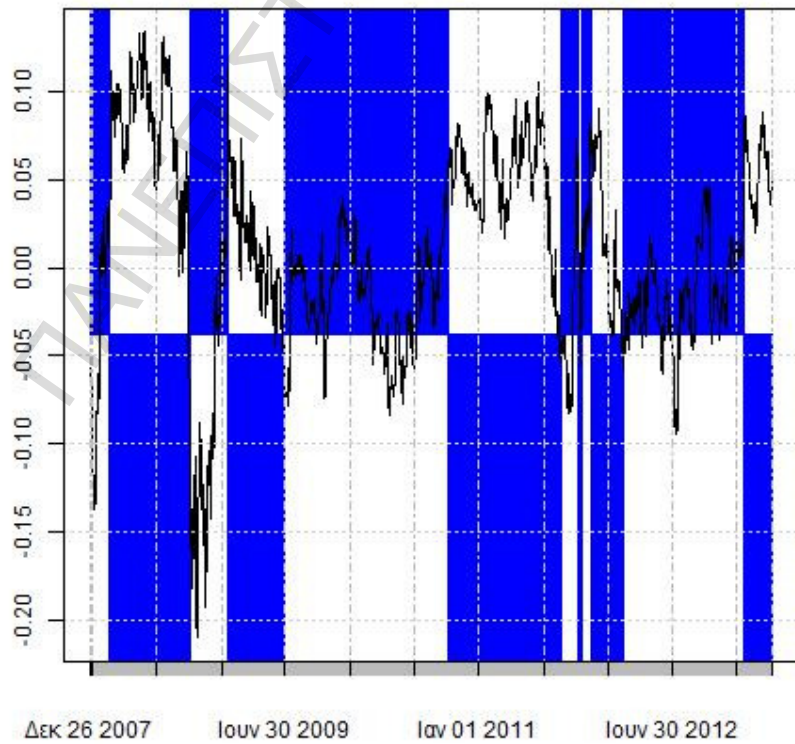
Signal and Spread of MSFT-IBM



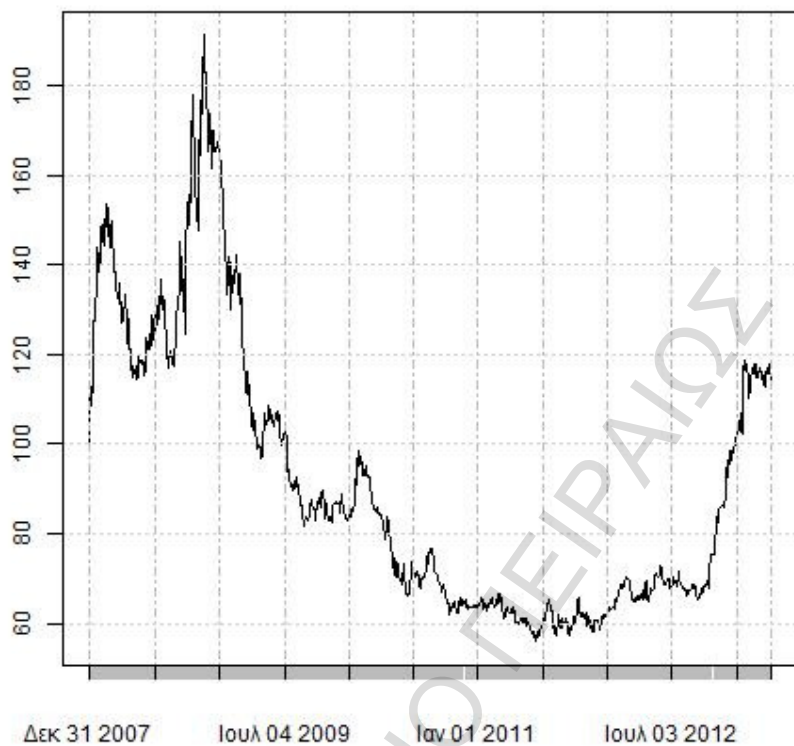
Cumulative Portfolio Return of AAPL-IBM



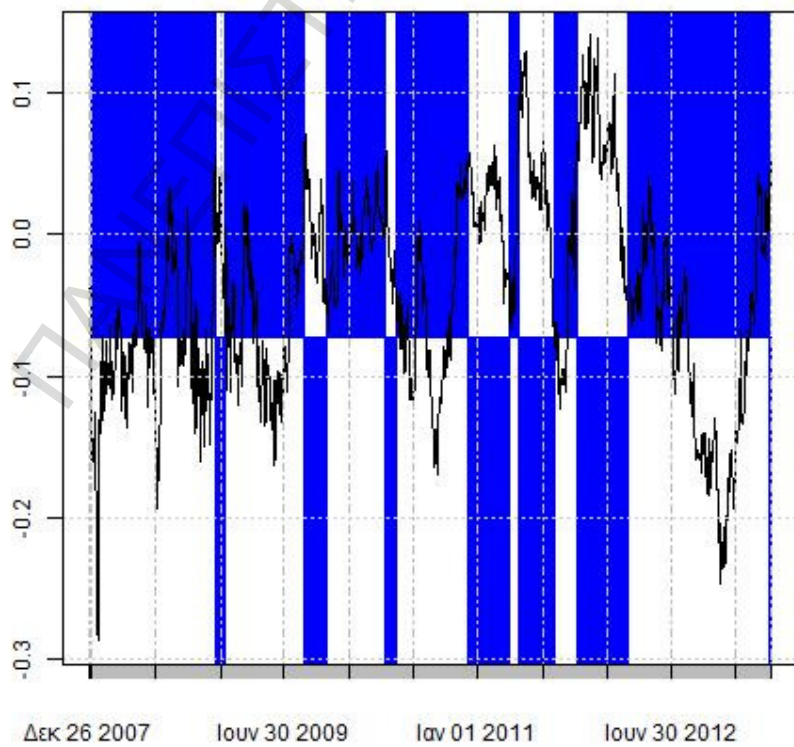
Signal and Spread of AAPL-IBM



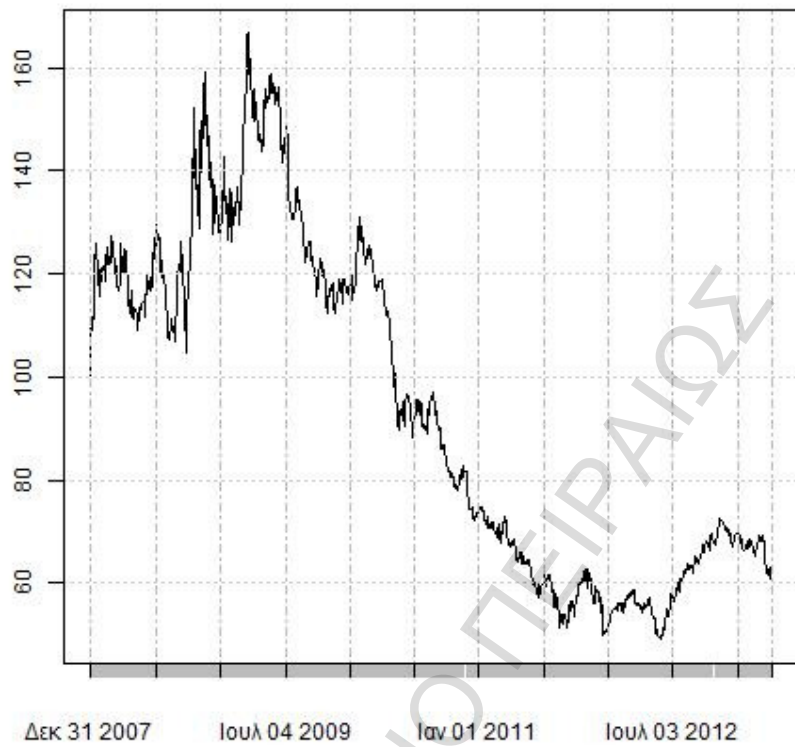
Cumulative Portfolio Return of AAPL-INTC



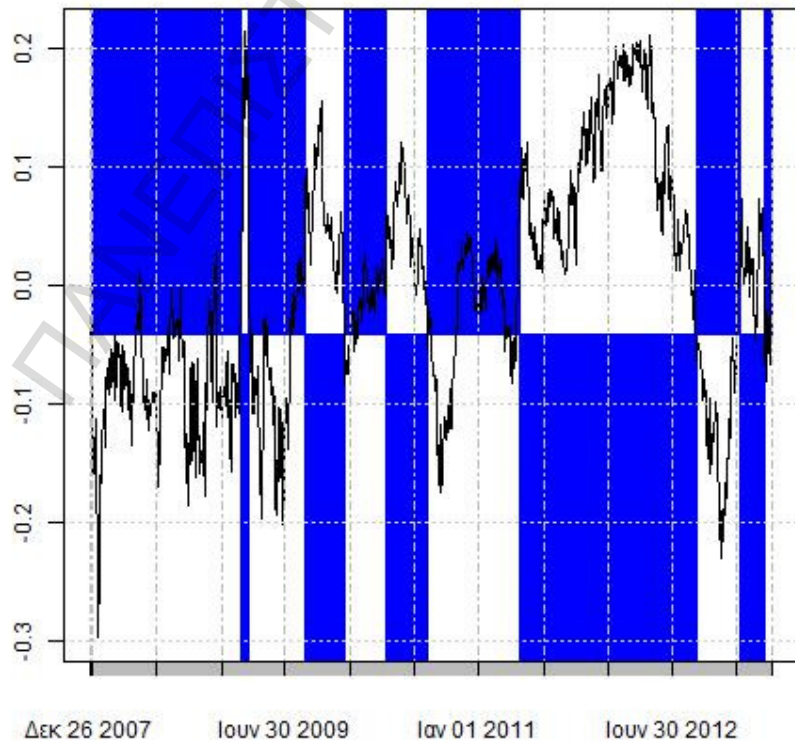
Signal and Spread of AAPL-INTC



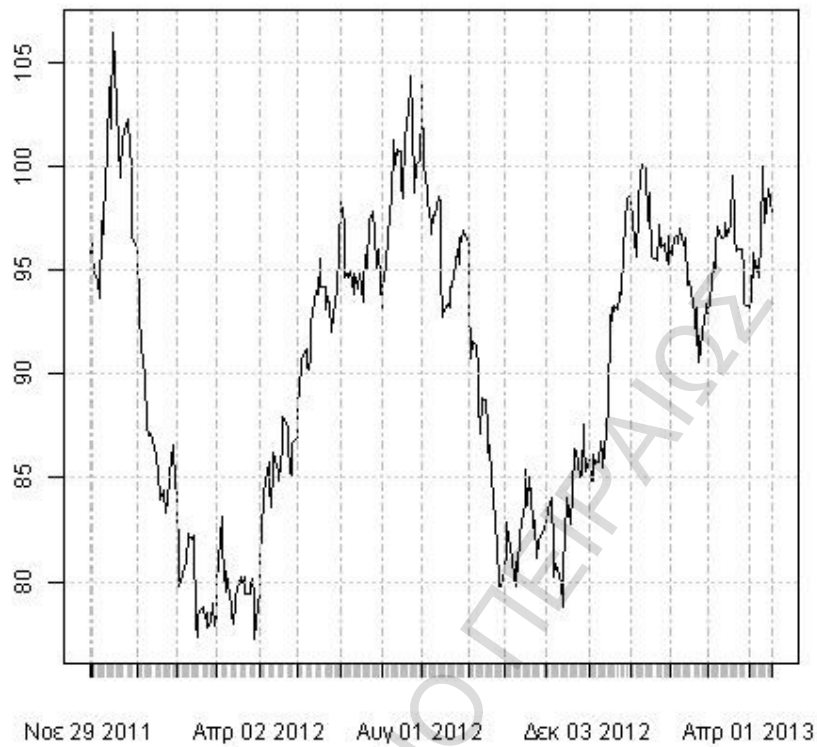
Cumulative Portfolio Return of ORCL-INTC



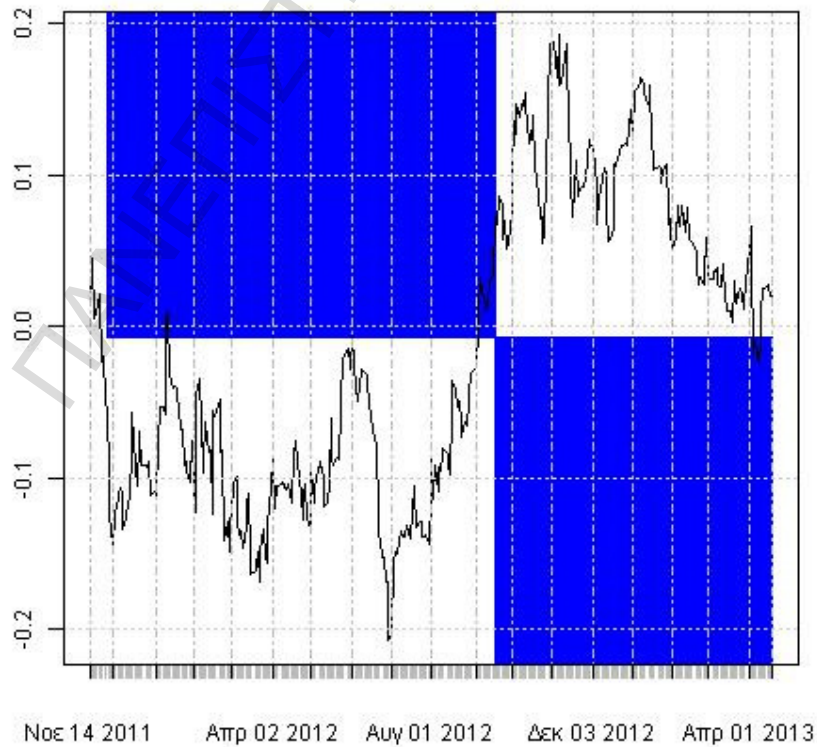
Signal and Spread of ORCL-INTC



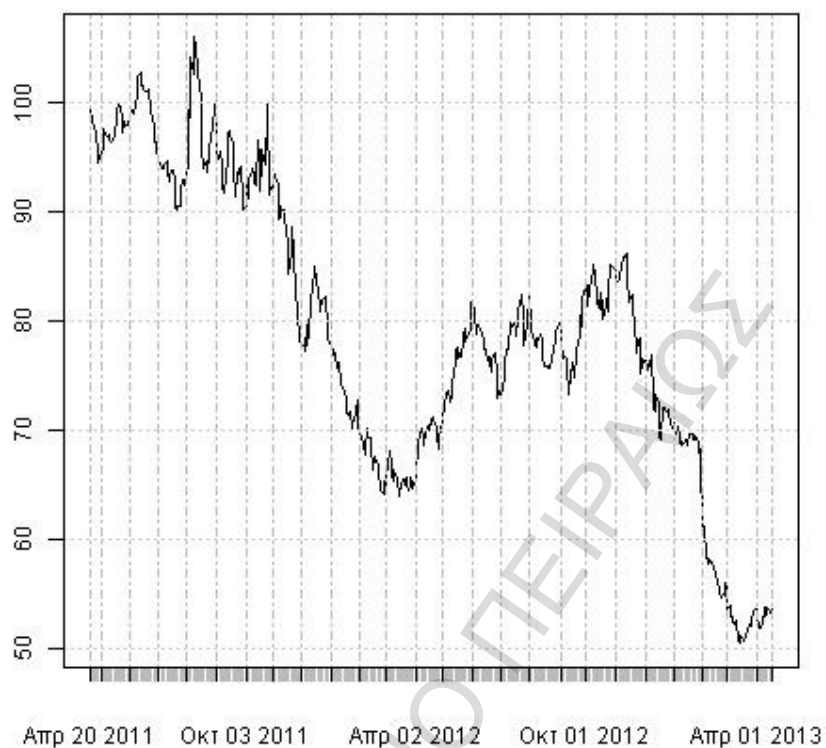
Cumulative Portfolio Return of HMC-GM



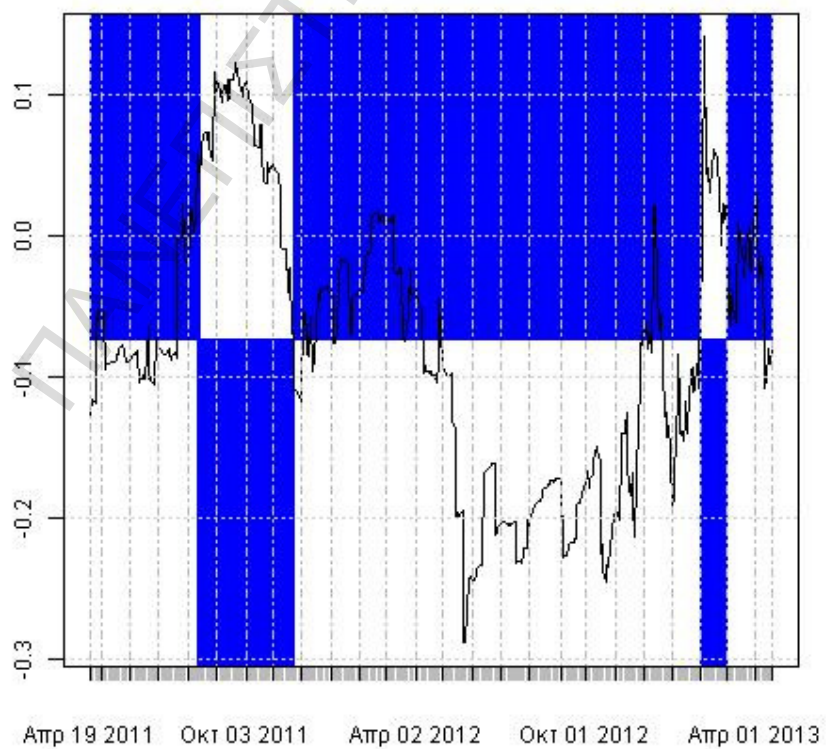
Signal and Spread of HMC-GM



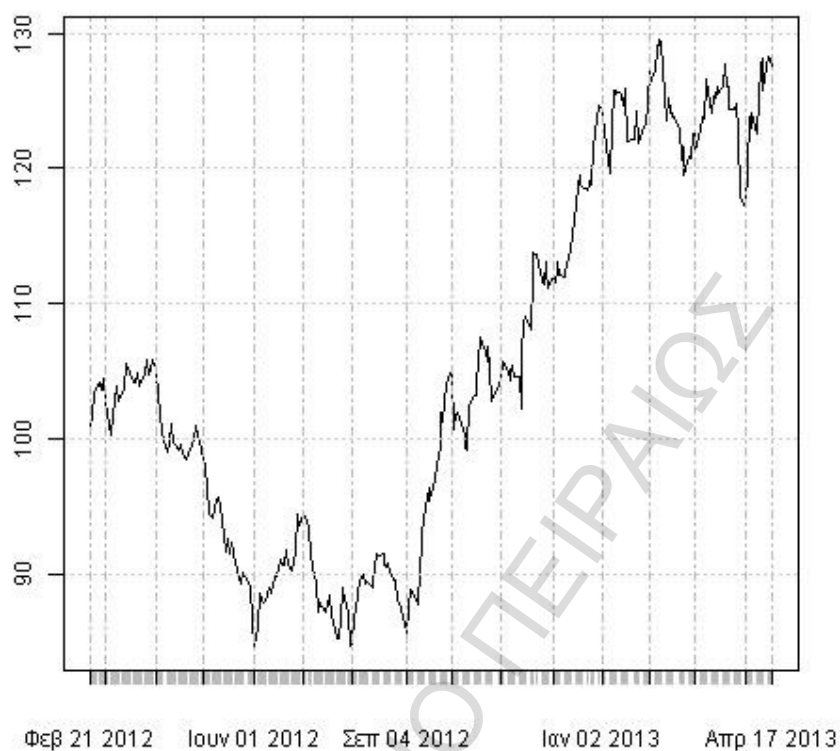
Cumulative Portfolio Return of HMC-MMTOF



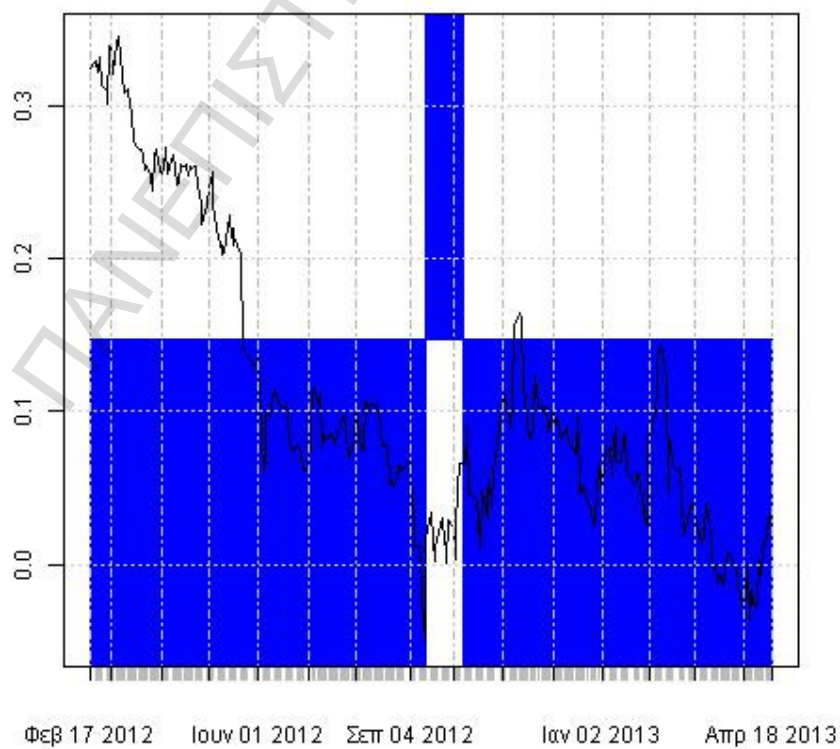
Signal and Spread of HMC-MMTOF



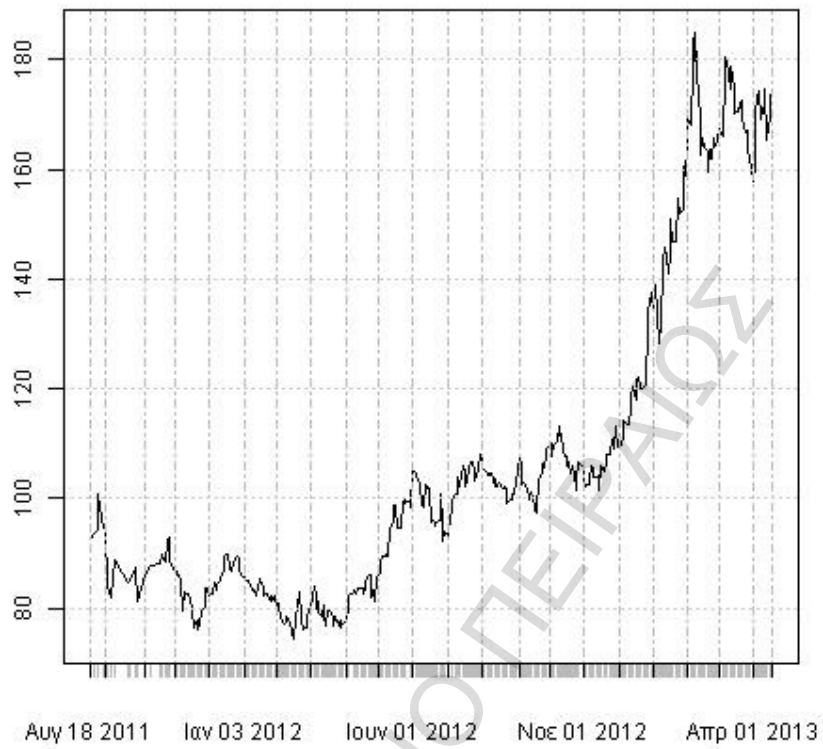
Cumulative Portfolio Return of HMC-ISUZY



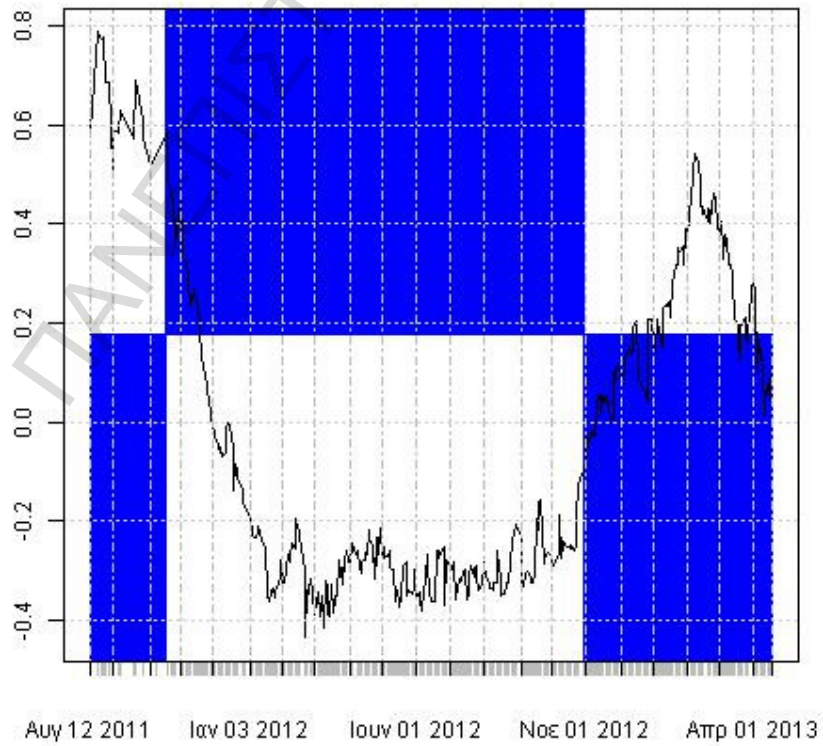
Signal and Spread of HMC-ISUZY



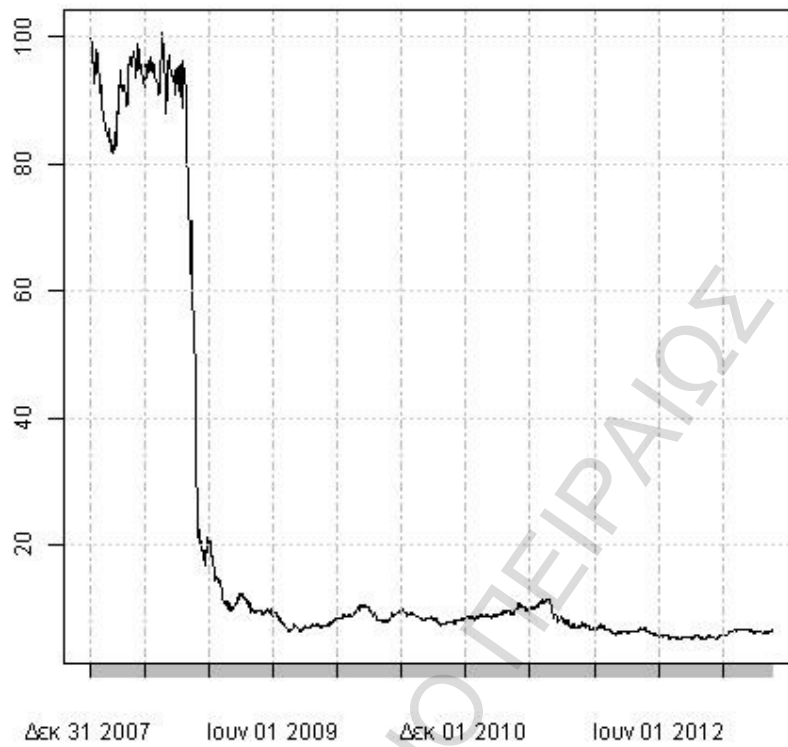
Cumulative Portfolio Return of HMC-MZDAF



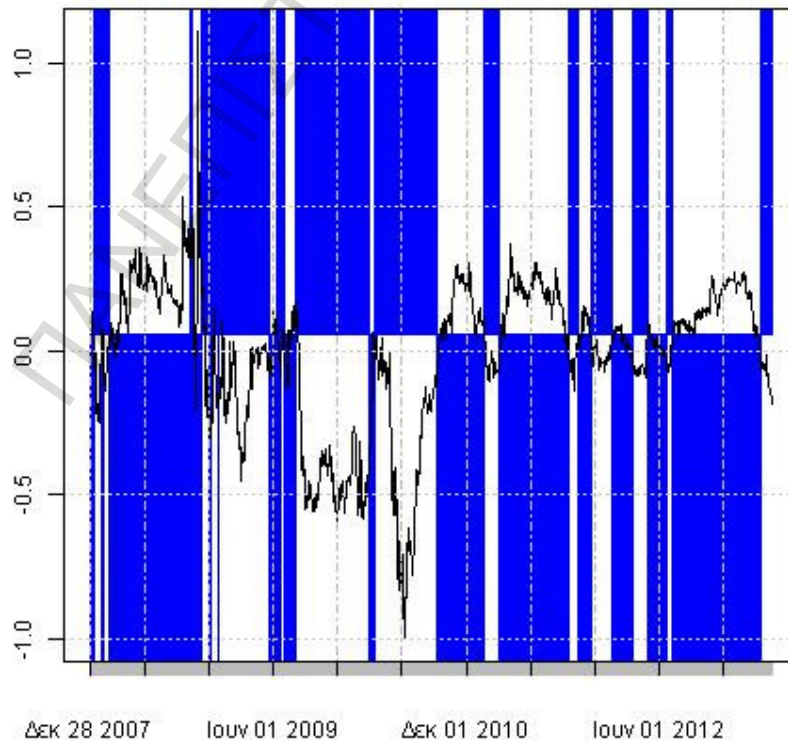
Signal and Spread of HMC-MZDAF



Cumulative Portfolio Return of HMC-VLKAY



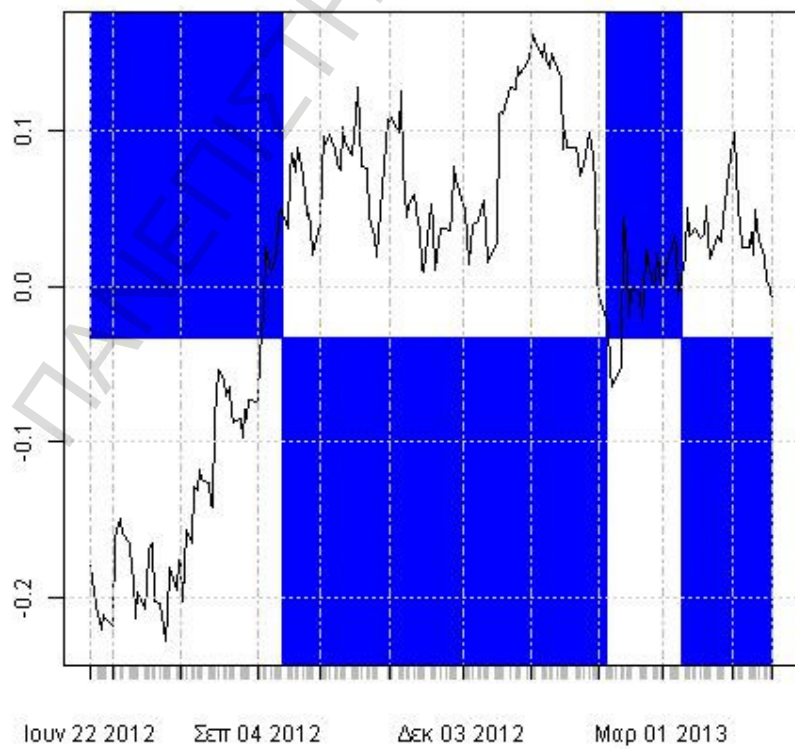
Signal and Spread of HMC-VLKAY



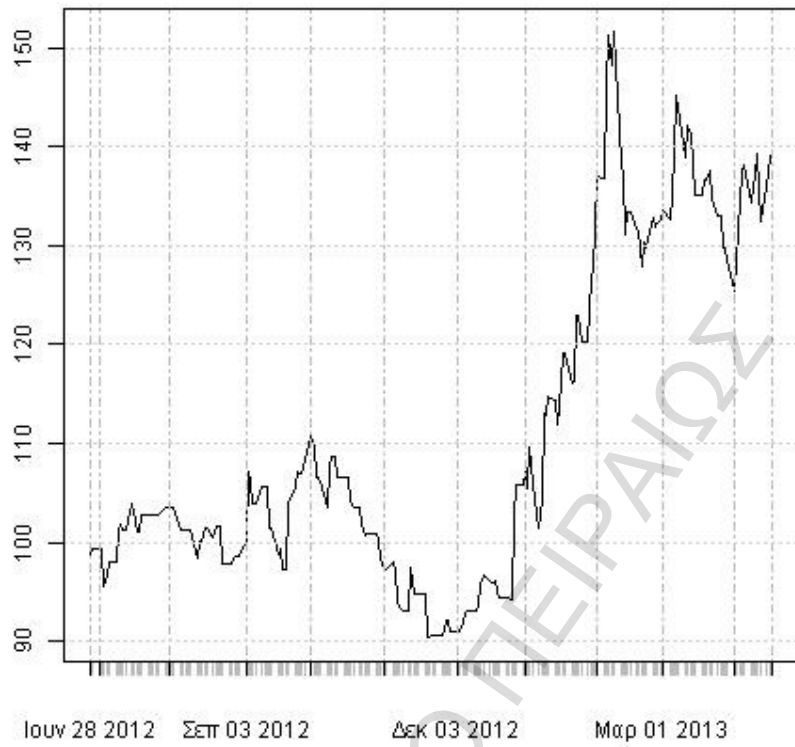
Cumulative Portfolio Return of ISUZY-GM



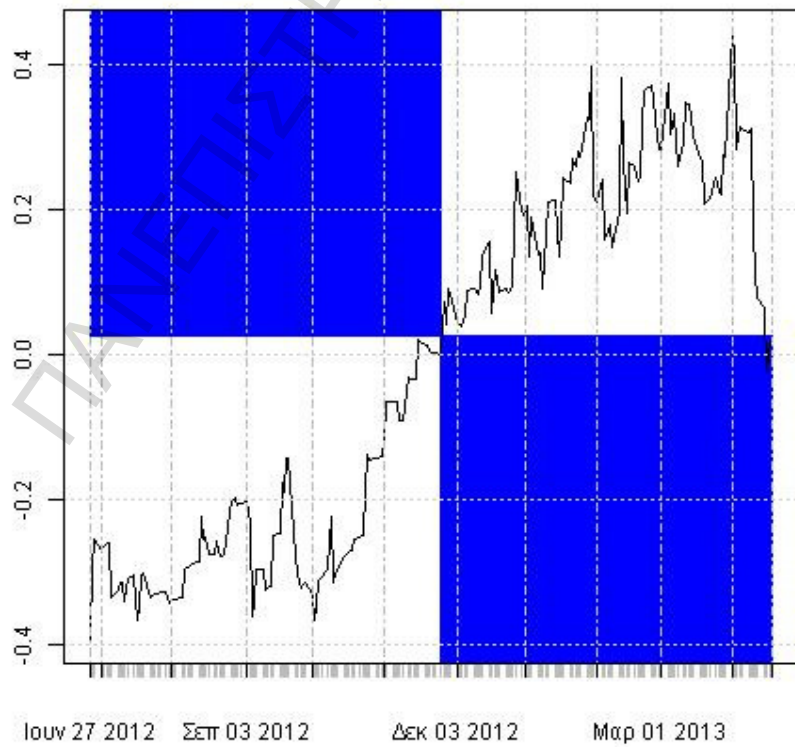
Signal and Spread of ISUZY-GM



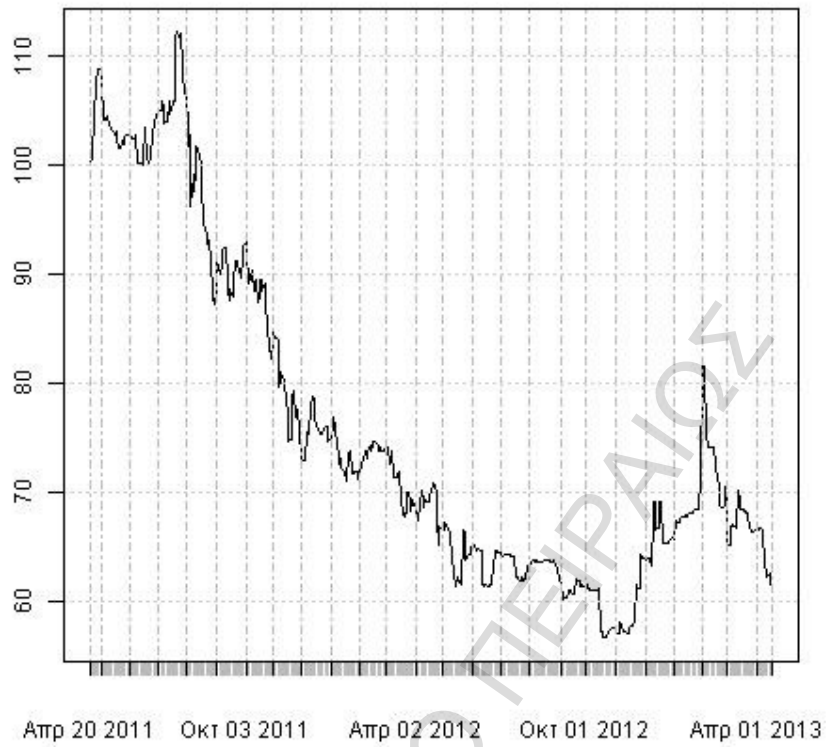
Cumulative Portfolio Return of ISUZY-MZDAF



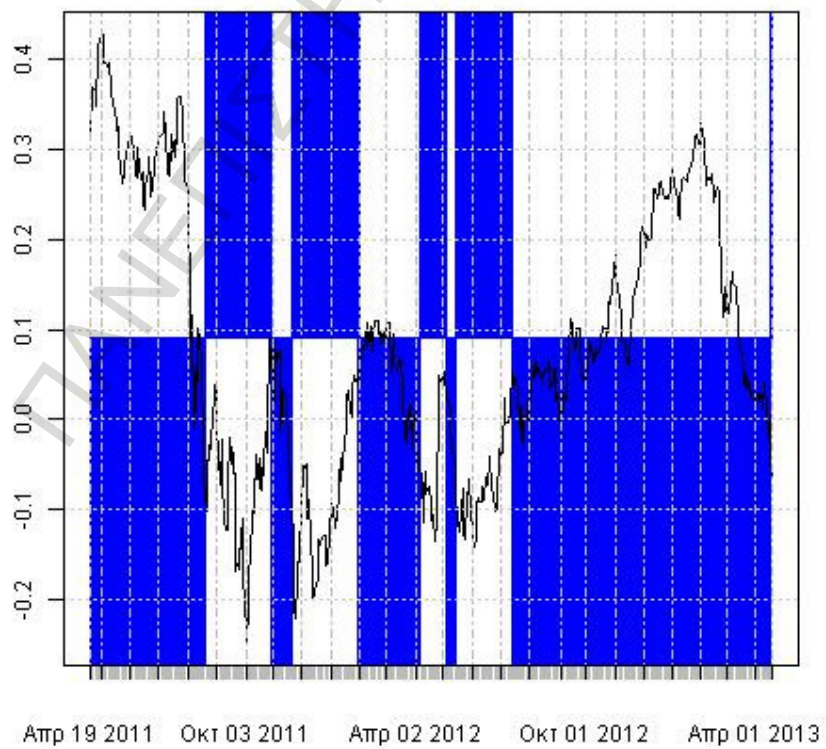
Signal and Spread of ISUZY-MZDAF



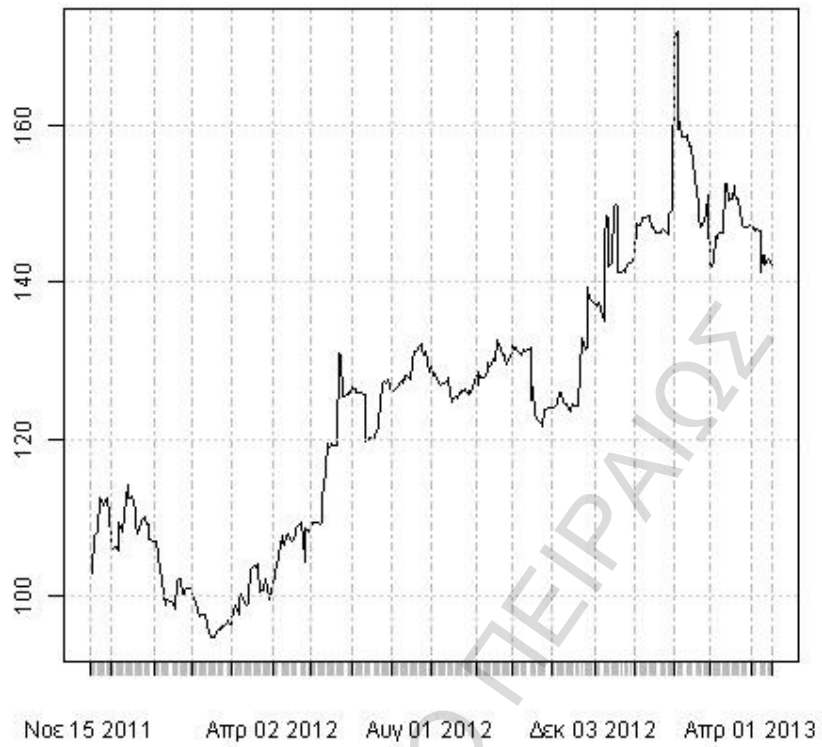
Cumulative Portfolio Return of MMTOF-VLKAY



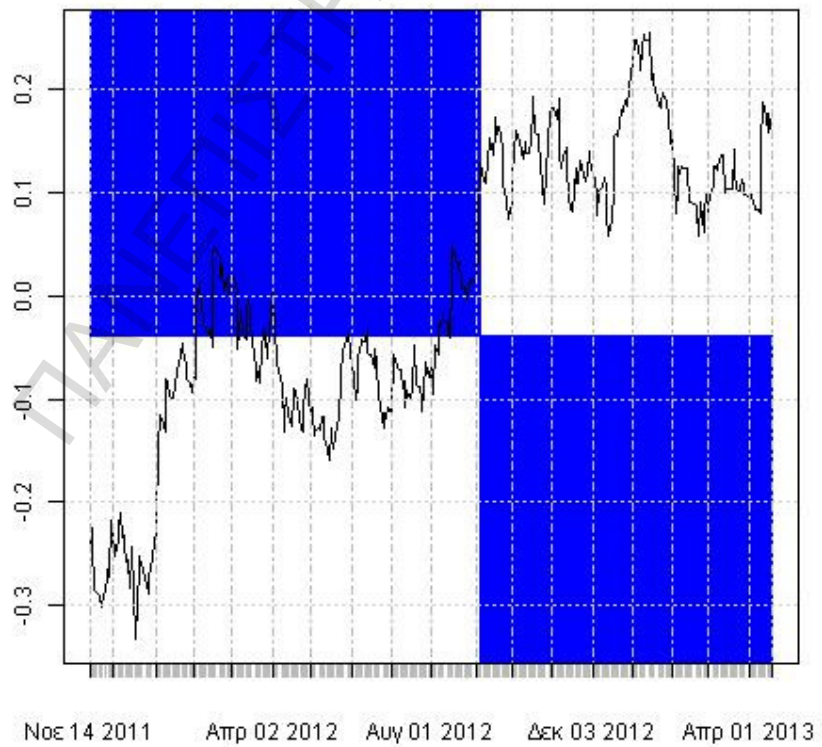
Signal and Spread of MMTOF-VLKAY



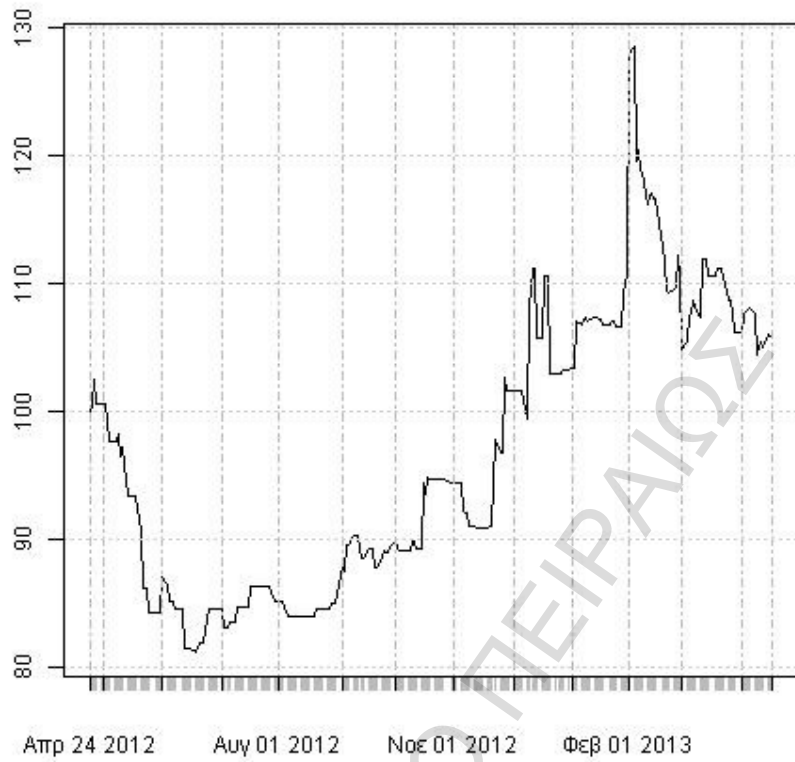
Cumulative Portfolio Return of MMTOF-GM



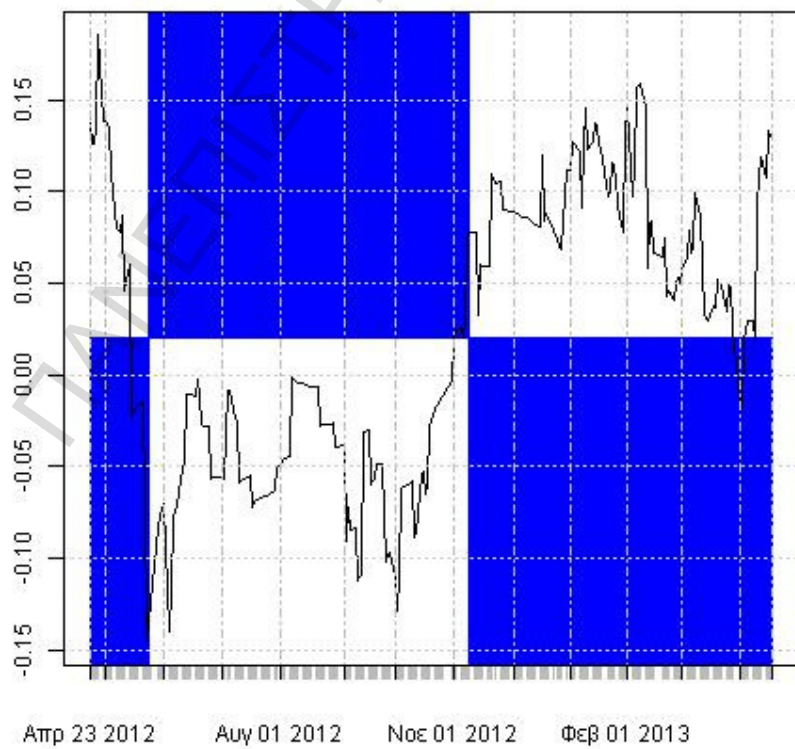
Signal and Spread of MMTOF-GM



Cumulative Portfolio Return of MMTOF-ISUZY



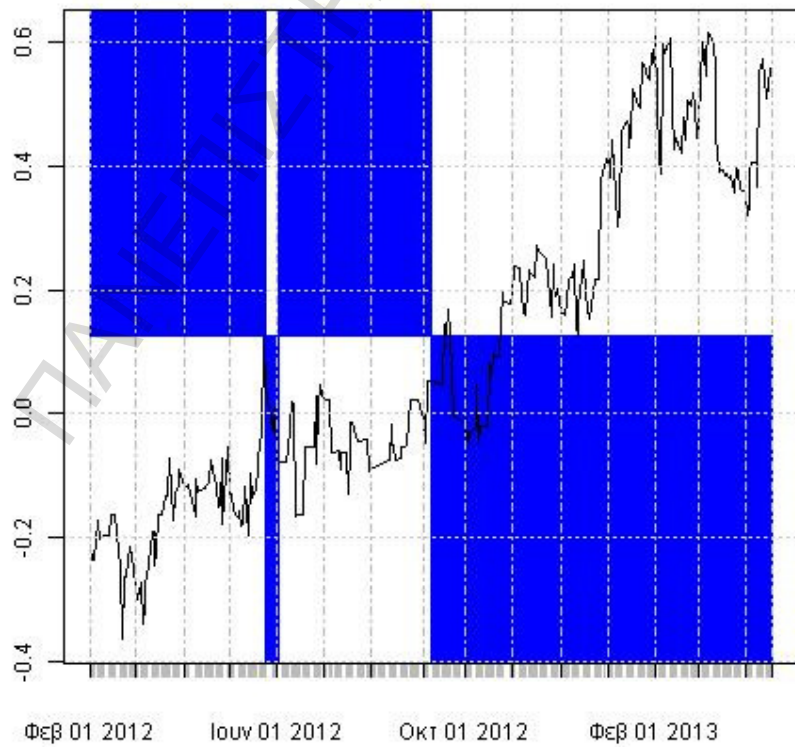
Signal and Spread of MMTOF-ISUZY



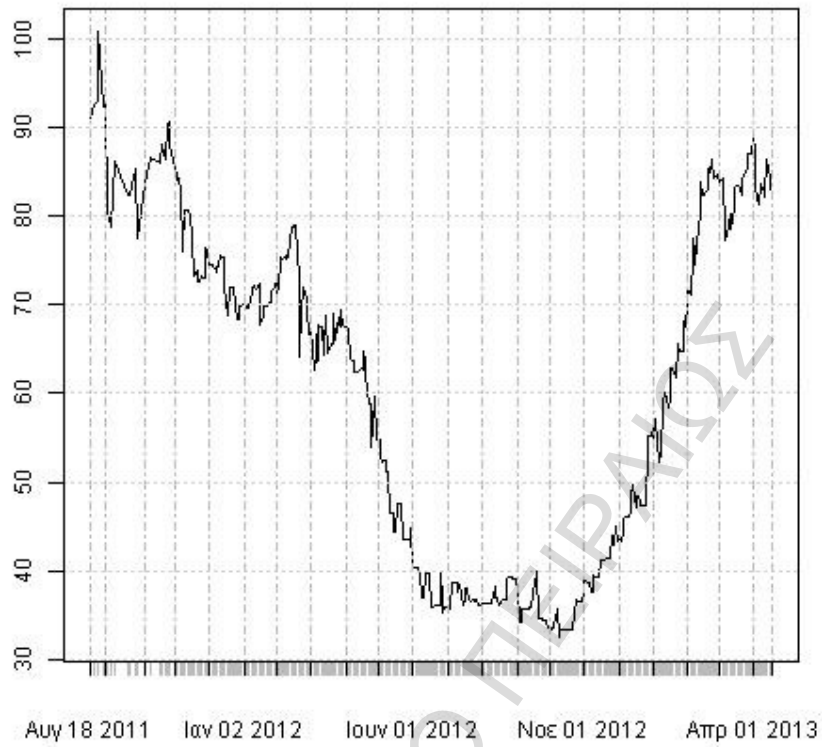
Cumulative Portfolio Return of MMTOF-MZDAF



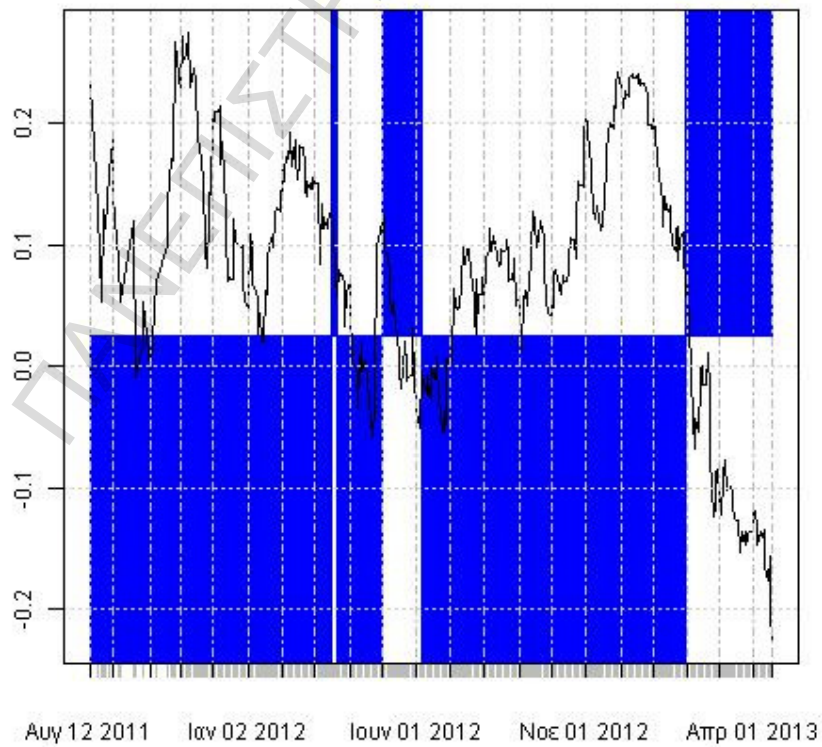
Signal and Spread of MMTOF-MZDAF



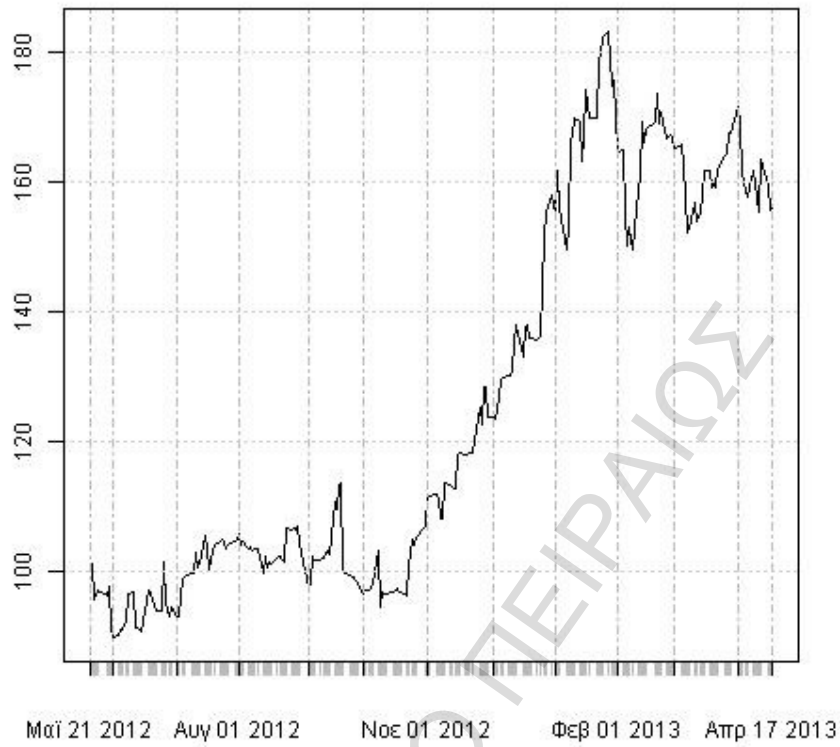
Cumulative Portfolio Return of MZDAF-VLKAY



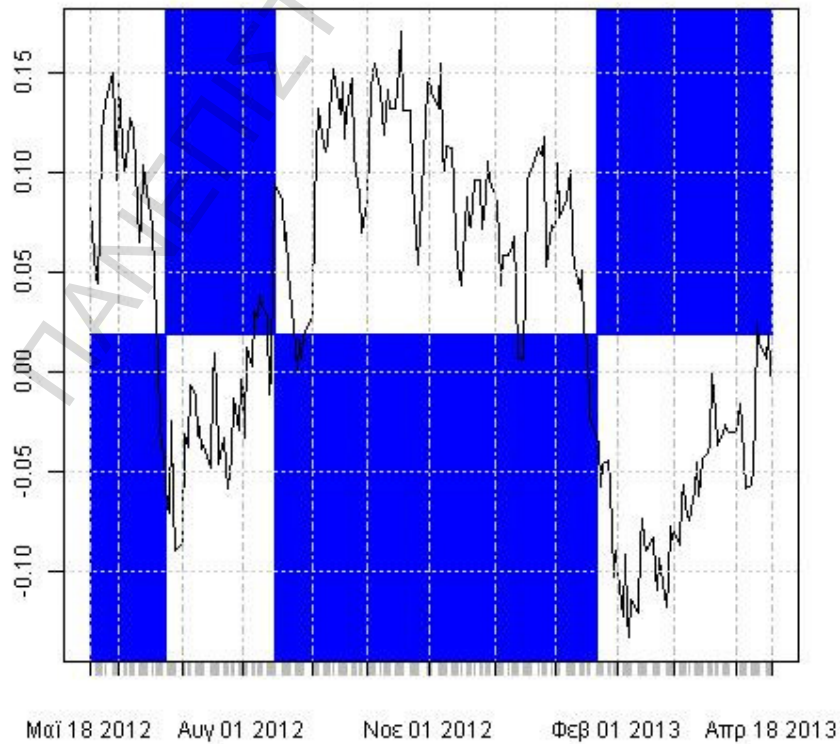
Signal and Spread of MZDAF-VLKAY



Cumulative Portfolio Return of MZDAF-GM



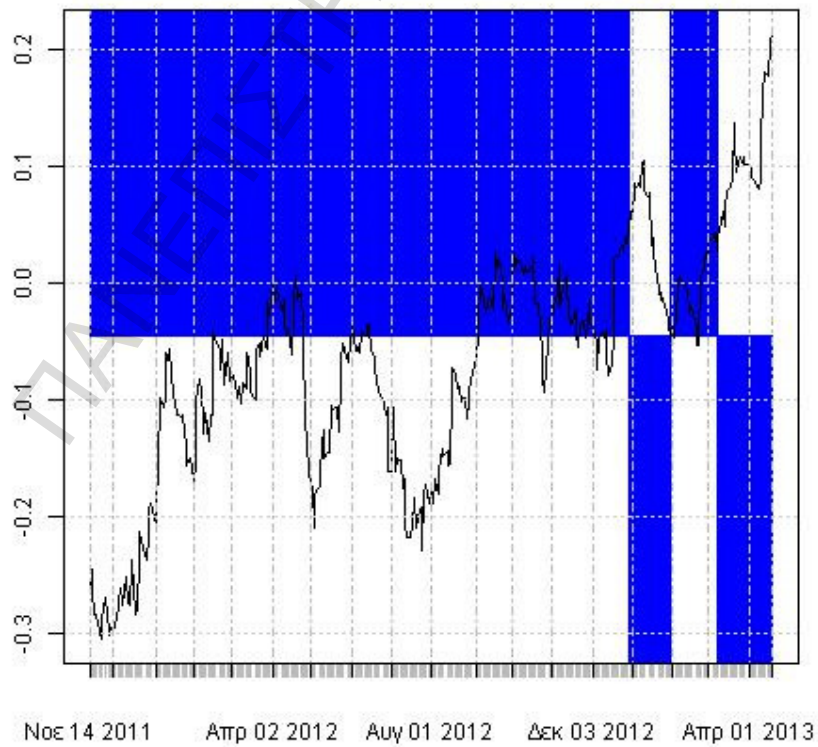
Signal and Spread of MZDAF-GM



Cumulative Portfolio Return of VLKAY-GM



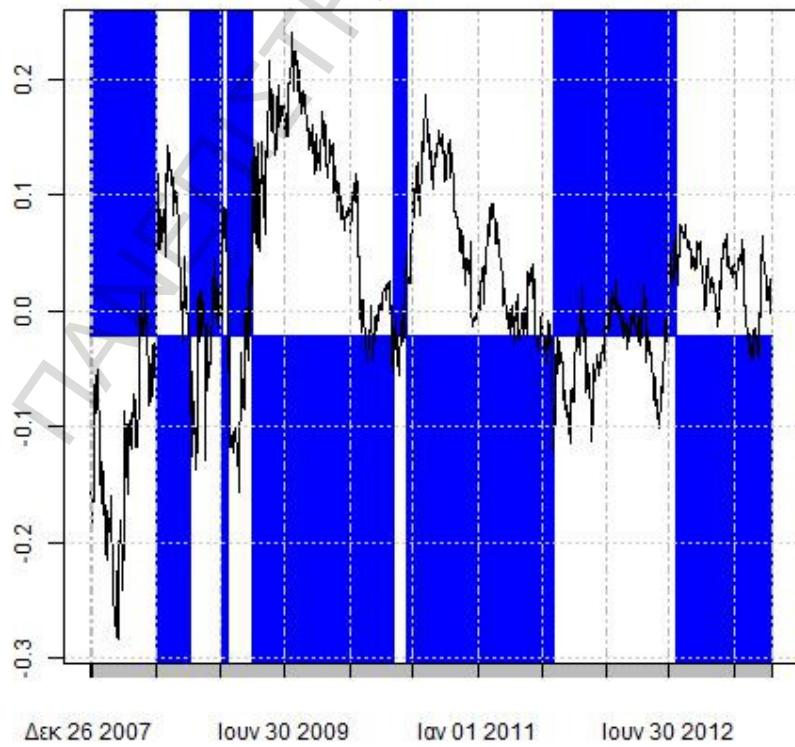
Signal and Spread of VLKAY-GM



Cumulative Portfolio Return of ABT-AZN



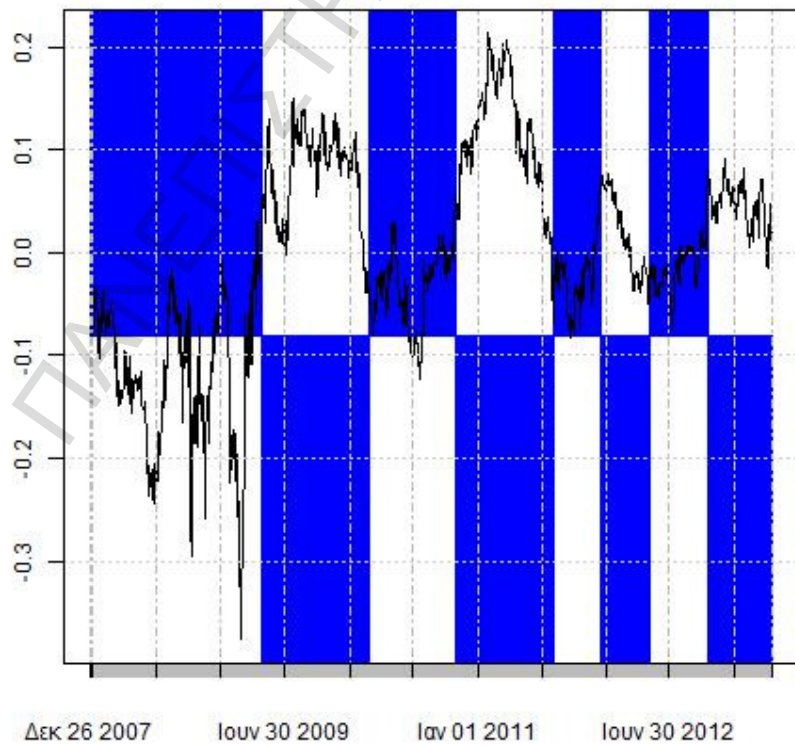
Signal and Spread of ABT-AZN



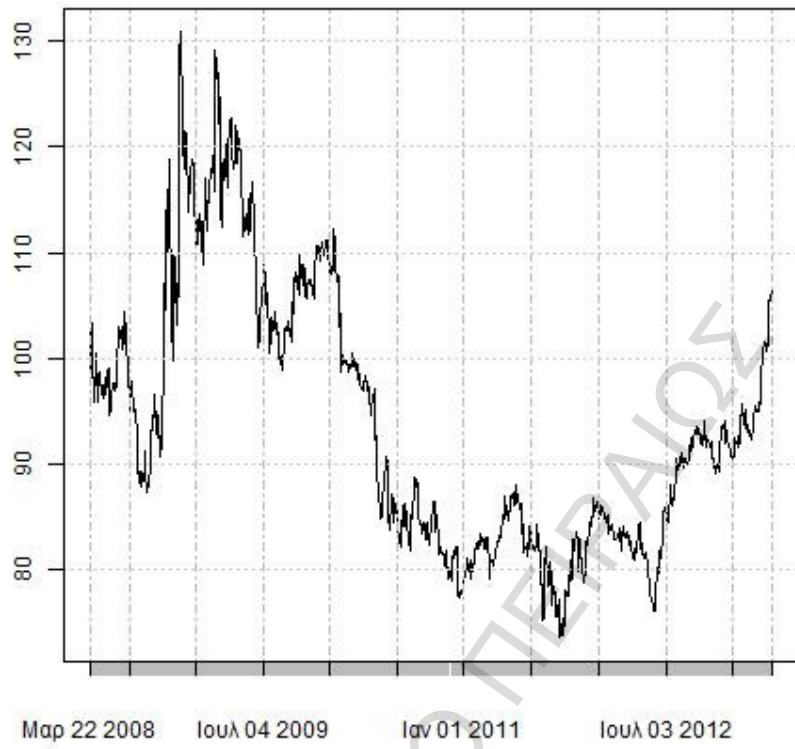
Cumulative Portfolio Return of ABT-PFE



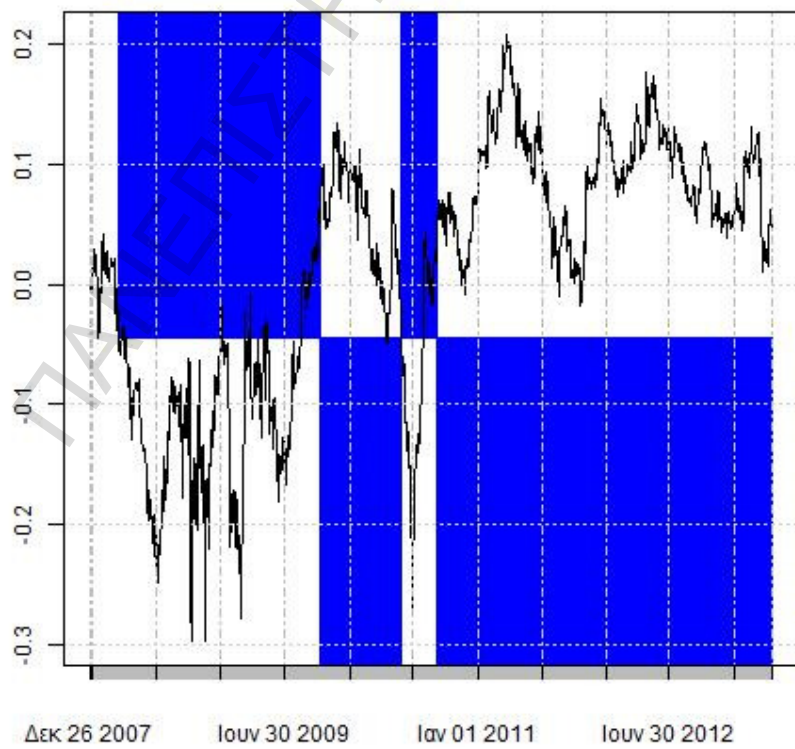
Signal and Spread of ABT-PFE



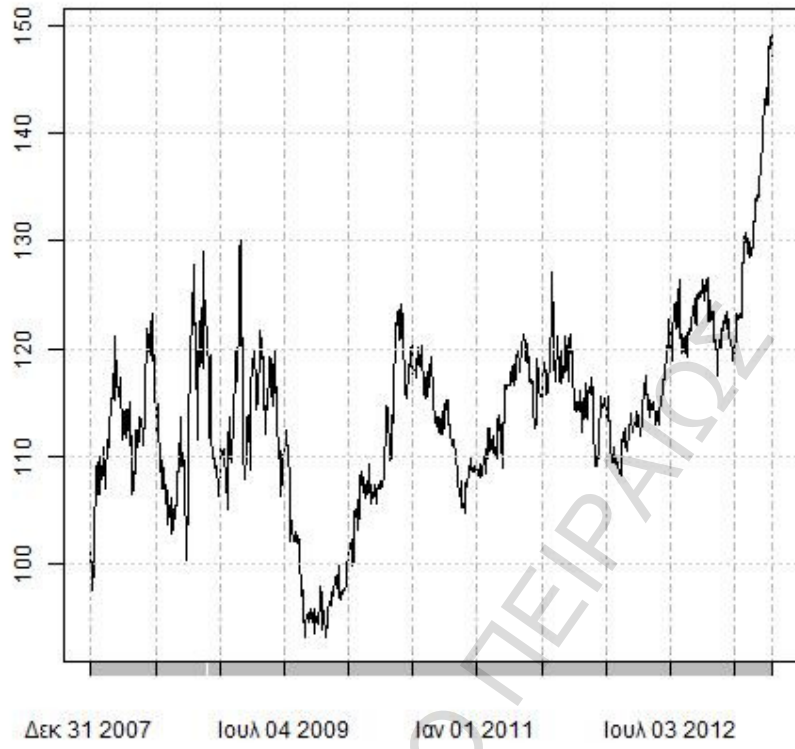
Cumulative Portfolio Return of AZN-PFE



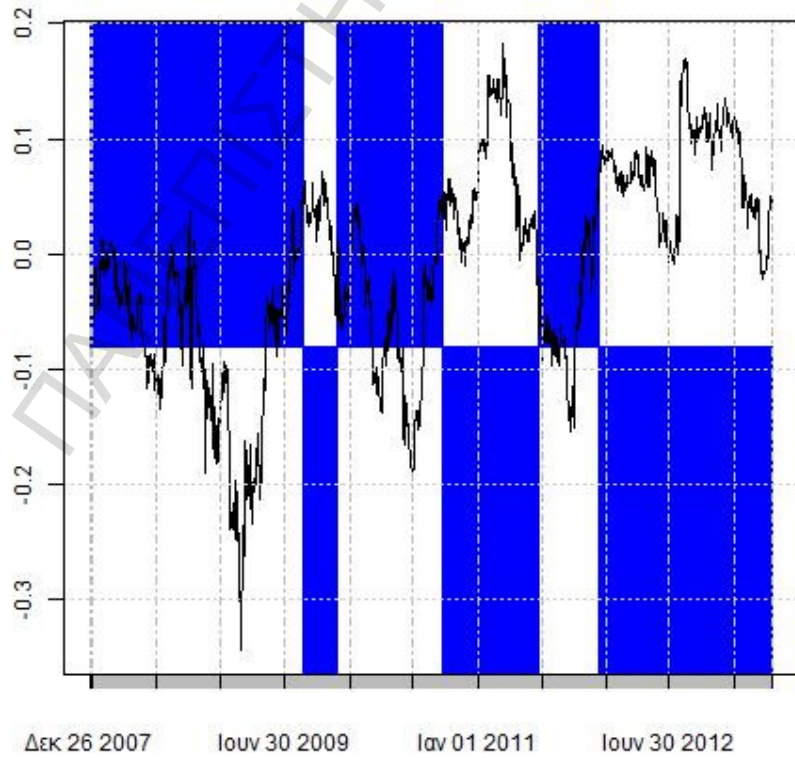
Signal and Spread of AZN-PFE



Cumulative Portfolio Return of BMYPFE



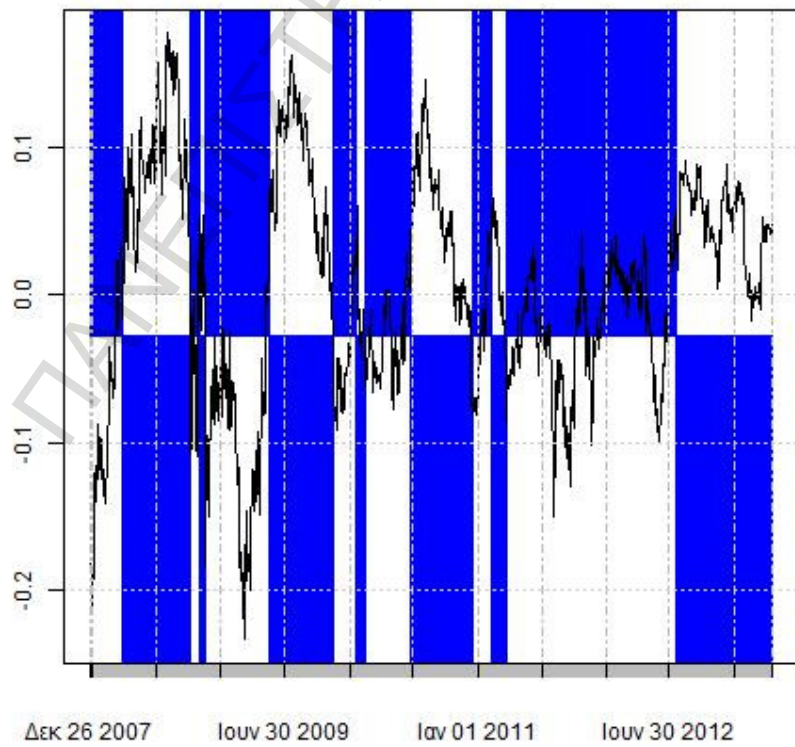
Signal and Spread of BMYPFE



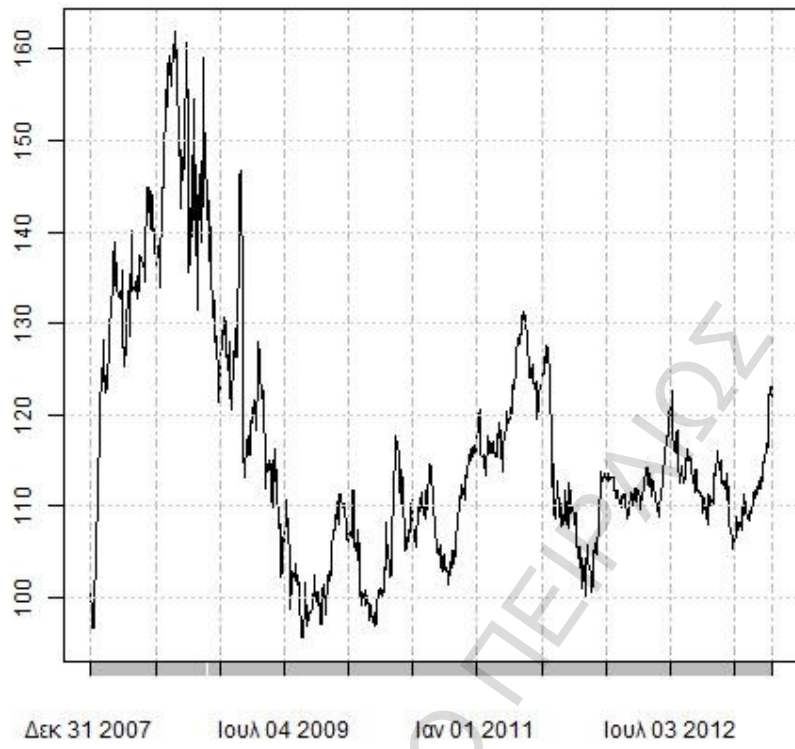
Cumulative Portfolio Return of BMY-AZN



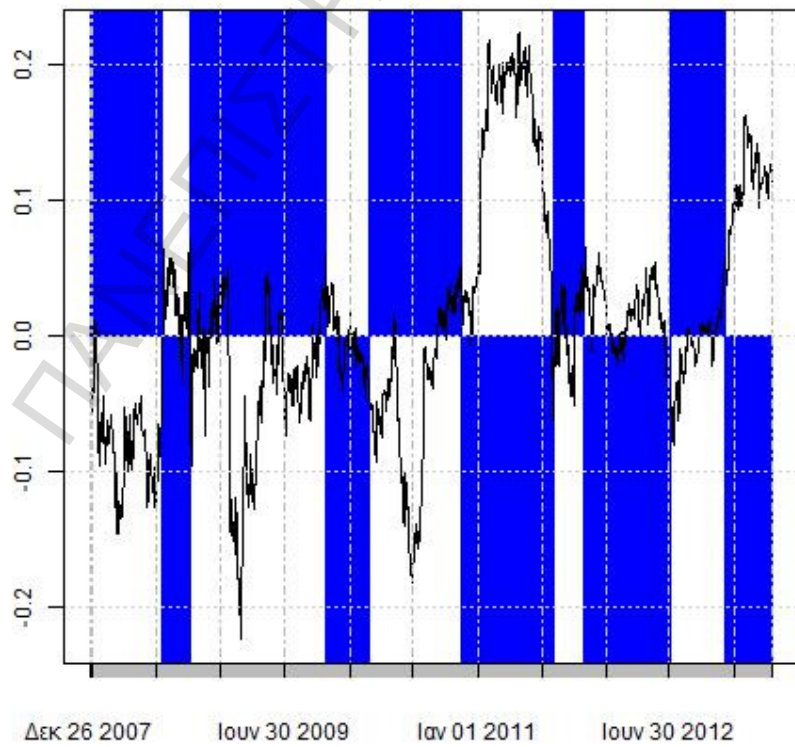
Signal and Spread of BMY-AZN



Cumulative Portfolio Return of MRK-PFE



Signal and Spread of MRK-PFE



Βιβλιογραφία

Ackert L.F. and Racine M.D. (1998).“Stochastic Trends and Cointegration in the Market of Equities”, working paper p.98-13, Federal Reserve Bank of Atlanta.

AlexanderC.(2002). “Cointegration and asset allocation: a new active hedge fund strategy”.

AlexanderC. and DimitriuA.(2002). “The cointegration Alpha: Enhanced Index Tracking and Long-Short Equity Market Neutral Strategies”.

Asquith P., PathakP.A. and RitterJ.R. (2005).“Short interest, institutional ownership,and stock returns”, Journal of Financial Economics 78, p. 243-276.

Baillie R.T. and BollerslevT. (1989). “Common Stochastic Trends in a System of Exchange Rates”, Journal of Finance 44, p. 137-151.

Baillie R.T. and BollerslevT. (1994). “Cointegration, Fractional Cointegration and Exchange Rate Dynamics”, Journal of Finance 49, p. 737-745.

Balke N.S. and FombyT.B. (1997).“Threshold cointegration”, International Economic Review 38, p. 627-645.

Battalio R.H. and SchultzP.(2006).“Options and Bubble”, Journal of Finance 61, p. 2071 - 2102.

Beveridge S. and Nelson C.R. (1981). “A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the Business Cycle”, Journal of Monetary Economics 7, p. 151-174.

Bhargava A. (1984). “On the Theory of Testing For Unit Roots in Observed Time Series”, manuscript ICERD, London School of Economics.

Brenner R.J. and Kroner K.F. (1995).“Arbitrage, Cointegration and Testing the Unbiasedness Hypothesis in Financial Markets”, Journal of Finance and Quantitative Analysis 30-1, p. 23-42.

Campbell J.Y. (1985). “Does Saving Anticipate Declining Labor Income? An Alternative Test of the Permanent Income Hypothesis”, manuscript Princeton University.

Chen J., Hong H.and SteinJ.C.(2002).“Breadth of ownership and stock returns”, Journal of Financial Economics 66, p. 171-205.

- Clarida R.H. (1994). "Cointegration, Aggregate Consumption and the Demand for Imports: A Structural Economics Investigation", *The American Economic Review* 84, p. 298-308.
- Corbae D. and Ouliaris S. (1988). "Cointegration and Tests of Purchasing Power Parity", *Review of Economics and Statistics* 70, p. 508-511.
- Diebold F.X., Gardeazabal J. and Yilmaz K. (1994). "On Cointegration and Exchange Rate Dynamics", *Journal of Finance* 49-52, p. 727-735.
- Enders W. (1988). "Arima and Cointegration Tests of PPP under Fixed and Flexible Exchange Rate Regimes", *The Review of Economics and Statistics* 70, p. 504-508.
- Engle R.F. and Granger C.W.J. (1987). "Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, p. 251-276.
- Engle R.F. and Yoo B.S. (1987). "Forecasting and Testing in Cointegrated Systems", *Journal of Econometrics* 35, p. 143-159.
- Engelberg J., Gao P. and Jagannathan P. (2009). "An Anatomy of Pairs Trading: the Role of Idiosyncratic News, Common Information and Liquidity".
- Evans G.B.A. and Savin N.E. (1981). "Testing for Unit Roots: 1", *Econometrica*, 49, p. 753-779.
- Fama E. and French K. (1997). "Industry costs of equity", *Journal of Financial Economics* 43, p. 153-193.
- Fuller W. A. (1976). "Introduction to Statistical Time Series", New York: John Wiley.
- Gatev E., Goetzmann W.N. and Rouwenhorst K.G. (2006). "Pairs Trading: Performance of a Relative-Value Arbitrage", *Review of Financial Studies* 19.
- Granger C.W.J. (1981). "Some Properties of Time Series Data and Their Use in Econometric Model Specification", *Journal of Econometrics*, p. 121-130.
- Granger C.W.J. and Weiss A.A. (1983). "Time Series Analysis of Error-Correcting Models", in *Studies in Econometrics, Time Series and Multivariate Statistics*, New York: Academic Press, p. 255-278.
- Granger C.W.J. and Newbold P. (1974). "Spurious Regressions in Econometrics", *Journal of Econometrics* 26, p. 1045-1066.
- Granger C.W.J. and Newbold P. (1977). "Forecasting Economic Time Series", New York: Academic Press.
- Hafer R.W. and Jansen (1991). "The Demand for Money in the United States: evidence from cointegration tests", *Journal of Money, Credit and Banking* 23, p. 155-168.
- Hamilton J. D. (1994). "Time Series Analysis".

- Harris F.H., McInish T.H., Shoesmith G.L. and Wood R.A. (1995). "Cointegration, Error Correction and Price Discovery on Informationally Linked Securities Markets", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 30, p. 563-579.
- Hersom S.E., Sutti C. and Szergo G.P. (1973). "On Best Linear Fit Index", Technical Report 46, Hatfield Polytechnic Centre for Numerical Optimization.
- Johansen S. (1988). "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of economic Dynamics and Control* 12, p. 231-254.
- Johansen S. and Juselius K. (1990). "Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration-with Applications to the Demand for Money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 52, p. 169-210.
- Liu J. and Longstaff F.A. (2004). "Losing Money on Arbitrage: Optimal Dynamic Portfolio Choices in Markets with Arbitrage Opportunities", *Review of Financial Studies* 17, p. 611-641.
- Lukas A. (1997). "Strategic and Tactical Asset Allocation and the Effect of Long-run Equilibrium Relations", Research Memorandum 1997-42, Vrije Universiteit Amsterdam.
- Miller S. (1991). "Monetary Dynamics: An Application of Cointegration and Error-Correction Modeling", *Journal of Money, Credit and Banking* 23-32, p. 139-154.
- Nagel S. (2005). "Short sales, institutional investors and the cross-section of stock returns", *Journal of Financial Economics* 78, p. 277-309.
- Park J.Y. (1992). "Canonical Cointegration Regression", *Econometrica* 60, p. 119-144.
- Phillips P.C.B. and Perron P. (1988). "Testing for Unit Roots in Time Series Regression," *Biometrika* 75, p. 335-346.
- Said S.E. and Dickey D. (1984). "Testing for Unit Roots in Autoregressive Moving-Average Models with Unknown Order," *Biometrika* 71, p. 599-607.
- Sargan J.D. and Bhargava A. (1983). "Testing Residuals from Least Squares Regression for Being Generated by the Gaussian Random Walk", *Econometrica* 51, p. 153-174.
- Sorensen B.E. (1997). "Economics 266" p. 1-3.
- Stock J.H. and Watson M.W. (1991). "Variable Trends in Economic Time Series", in Engle R.F. and Granger C.W.J. (1991). "Long-run Economic Relationships", Oxford University Press, p. 17-50.
- Taylor M.P. (1988). "An Empirical Analysis of Long-run Purchasing Power Parity Using Cointegration Techniques", *Applied Econometrics* 20, p. 1369-1381.

Taylor M.P. and TonksI. (1989). “The Internationalisation of Stock Markets and the Abolition of UK Exchange Control”, Review of Economics and Statistics 71, p. 332-336.

VidyamurthyG. (2004). “Pairs trading: Quantitative Methods and Analysis”, Wiley Finance.

WhistlerM. (2004). “Pairs trading”, Wiley & Sons.

Xiong W.(2001).“Convergence Trading with Wealth Effects”, Journal of Financial Economics 62, p. 247-292.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ