



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΤΜΗΜΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΜΕ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗ

ΣΤΗ «ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ» ΓΙΑ ΣΤΕΛΕΧΗ

Διπλωματική Εργασία

«Το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων έναντι
του υποδείγματος τριών παραγόντων των Fama-French»

Επιβλέπων Καθηγητής

Γεώργιος Διακογιάννης

Μέλη Εξεταστικής Επιτροπής

Επίκουρος Καθηγητής

Νικόλαος Κουρογένης

Λέκτορας

Νικόλαος Εγγλέζος

Σπουδαστής

Στέφανος Μυλωνίδης

Πειραιάς 2012

Executive Summary

Η παρούσα διπλωματική εργασία, επιχειρεί να συγκρίνει την αποτελεσματικότητα του Μοντέλου Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων CAPM, έναντι του Μοντέλου τριών παραγόντων των Fama & French.

Η μελέτη ξεκινά με τη παρουσίαση και ενδελεχή μελέτη της σχετικής οικονομικής θεωρίας, σχετικά με πεδία τα οποία άπτονται του τρόπου διαμόρφωσης των Καμπυλών Αδιαφορίας των επενδυτών, του τρόπου σύστασης του Αποτελεσματικού Μετώπου στα πλαίσια σύστασης Αποτελεσματικών Χαρτοφυλακίων, βέλτιστου συνδυαστικά επιπέδου απόδοσης έναντι κινδύνου.

Εν συνεχεία, πραγματοποιείται εκτενής αναφορά, στις βασικές αρχές της Θεωρίας των Αποτελεσματικών Αγορών, καθώς και των βασικών αρχών της Συμπεριφορικής Οικονομικής, σε μία προσπάθεια απόδοσης εναλλακτικών και συνάμα καινοτόμων διαστάσεων, στον τρόπο διαμόρφωσης και λήψης επενδυτικών αποφάσεων εκ μέρους των οικονομικών παραγόντων.

Εκτεταμένα δε περιγράφονται τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά και οι συναφείς υποστηρικτικές υποθέσεις του 'Απλού Γραμμικού Μοντέλου', του Μοντέλου Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων CAPM, καθώς και των Πολυπαραγοντικών Μοντέλων των στηριζομένων στην 'Arbitrage Pricing Theory'.

Καταληκτικά λαμβάνεται δειγματοληψία από τον δείκτη UK FTSE All Index, και κατασκευή Panel δείγματος, επί συνόλου 431 μετοχών, σε βάθος δεκατίας 2002 – 2012, ανά μήνα παρατήρησης, εξαλείφοντας παντελώς το αρνητικό φαινόμενο του thin trading. Επί του συγκεκριμένου δείγματος πράττεται εκτενής οικονομετρικής ανάλυση και εξάγονται συγκριτικά συμπεράσματα αναφορικά με τη προσαρμογή επί των δεδομένων, προβλεπτική ικανότητα και τελικώς το τετραγωνικό σφάλμα εκτίμησης του CAPM, έναντι του τριπαραγοντικού μοντέλου των Fama & French.

TABLE OF CONTENTS

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

TABLE OF CONTENTS	2
INTRODUCTION	
THE ECONOMIC THEORY OF CHOICE	10
Η Οικονομική Θεωρία της Επιλογής στα πλαίσια Χαρτοφυλακίων:	11
Προσδιορισμός του Opportunity Set:	11
Προσδιορισμός των Καμπύλων Αδιαφορίας (indifference Curves):	11
CHAPTER 1	
PORTFOLIO ANALYSIS	
MEAN – VARIANCE PORTFOLIO THEORY	
THE CHARACTERISTICS OF THE OPPORTUNITY SET	13
Θεωρία Χαρτοφυλακίου: Αναμενόμενη Απόδοση – Διακύμανση	14
Τα Χαρακτηριστικά του Opportunity Set	14
Προσδιορισμός της Αναμενόμενης Απόδοσης	14
Μέτρηση της διασποράς:.....	15
Χαρακτηριστικά Απόδοσης και Διακύμανσης Χαρτοφυλακίων:	16
CHAPTER 2	
DELINEATING THE EFFICIENT FRONTIER	
TECHNIQUES FOR CALCULATING THE EFFICIENT FRONTIER	19
Διαμόρφωση Αποτελεσματικού Μετώπου (Efficient Frontier):	20
Περίπτωση 2η : Συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των A και B ίσος με -1	21
Περίπτωση 3η : Συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των A και B ίσος με 0	21
Μορφολογία Efficient Frontier (Με δυνατότητα short selling):	24
CHAPTER 3	
THE CORRELATION STRUCTURE OF SECURITY RETURNS	
THE SINGLE INDEX MODEL	29
Η Δομή Συσχετίσεων των Αναμενόμενων Αποδόσεων των Συμμετοχών Χαρτοφυλακίου: ..	30
Τα Πρωτογενή Ιστορικά Δεδομένα:	30
Το Απλό Γραμμικό Μοντέλο (Single Index Model):.....	31
Χαρακτηριστικά του Απλού Γραμμικού Μοντέλου:	33
Estimating Beta:	35
Estimating Historical Betas:.....	35
Accuracy of Historical Betas:	36
Adjusting Historical Betas.....	38
Measuring the Tendency of Betas to Regress toward 1: The Blume’s Technique:.....	38
Measuring the Tendency of Betas to Regress toward 1: The Vasicek’s Bayesian Technique:	39
Accuracy of Adjusted Beta:	40

Beta as Forecasters of Correlation Coefficients:	40
Fundamental Betas.....	42
CHAPTER 4	
THE CORRELATION STRUCTURE OF SECURITY RETURNS	
MULTI – INDEX MODELS & GROUPING TECHNIQUES	45
The Correlation Structure of Security Returns	46
Multiple Index Models and Grouping Techniques	46
Industry Index Models:.....	48
Ανάλυση και Αξιολόγηση των Πολυπαραγοντικών Μοντέλων:	50
Average Correlation Models:	51
Mixed Models:.....	53
Βασικές Μορφές Πολυπαραγοντικών Μοντέλων.....	53
Fama & French multi index models:.....	53
Chen , Roll & Ross multi index models:	56
Salomon Brothers Multi index model:	57
Βελτιώνοντας τη προβλεπτική ικανότητα των μοντέλων:	59
CHAPTER 5	
SIMPLE TECHNIQUES FOR DETERMINING THE EFFICIENT FRONTIER	60
Τρόποι Κατασκευής Αποτελεσματικών Χαρτοφυλακίων:	61
Κατασκευή Αποτελεσματικού Χαρτοφυλακίου υπό της ισχύος των υποθέσεων του ‘Απλού Γραμμικού Μοντέλου’:.....	61
Επιλογή Συμμετοχών υπό Marketable Index κατά Treynor - Black:	66
Κατασκευή Αποτελεσματικού Χαρτοφυλακίου υπό της ισχύος των υποθέσεων του μοντέλου των σταθερών συντελεστών συσχέτισης:.....	67
Εκτιμώντας τις Αναμενόμενες Αποδόσεις:	69
Aggregate Asset Allocation:	69
Dynamic Asset Allocation / Market Timing:	70
Εκτίμηση Μελλοντικών Αποδόσεων:.....	70
Χρονικές Αποκλίσεις από τις Αναμενόμενες Αποδόσεις:	71
Προβλέποντας την απόδοση μεμονωμένων συμμετοχών:	72
Ανάλυση Χαρτοφυλακίου με χρήση Διακεκριμένων Δεδομένων:	74
CHAPTER 6	
EFFICIENT MARKETS.....	76
Efficient Markets:	77
Runs Test:	82

Filter Rules:.....	83
Relative Strength:.....	84
Very Short Term Correlation:.....	86
Correlation of Portfolios of Securities:.....	86
Correlation over Long Run Horizons:.....	87
Returns and Firm Characteristics:.....	87
The Size Effect:.....	88
Market to book:.....	90
Earnings to Price:.....	91
Predicting Long Term Returns from Firm and Market Characteristics:.....	92
Announcements and Price Returns:.....	93
Methodology of Event Studies:.....	93
Strong Form Efficiency Hypothesis:.....	95
Market Rationality:.....	99
Volatility tests:.....	100
Winners – Losers:.....	101
CHAPTER 7	
BEHAVIORAL FINANCE	
INVESTOR DECISION MAKING & ASSET PRICES.....	102
Behavioral Finance, Investor Decision Making and Asset Prices.....	103
The Disposition Effect:.....	104
Biases from Laboratory Experiments:.....	104
Heuristics:.....	105
Representativeness:.....	105
Anchoring & Adjustment:.....	105
Availability:.....	105
Overestimate:.....	105
Cognitive Dissonance:.....	106
Mental Accounting:.....	106
Mood & Emotion:.....	106
Local Bias:.....	108
The Path of Least Resistance:.....	108
Diversification Heuristic:.....	109
Behavioral Finance & Asset Pricing Theory:.....	109

Opportunity:.....	110
Financing:	110
Asset Price and Demand Curves:.....	110
The Marginal Investor:	113
Stock Price & Social Dynamics:.....	114
Explaining Anomalies:	115
CHAPTER 8	
MODELS OF EQUILIBRIUM IN THE CAPITAL MARKETS	
THE STANDARD CAPITAL ASSET PRICING MODEL	118
The Standard Capital Asset Pricing Model and the Assumptions underlying it:.....	119
Single form (one factor form) of the CAPM:	120
Empirical Tests of CAPM:.....	124
General Equilibrium Models – Ex Ante expectations & Ex Post Tests:.....	124
Empirical Tests of the CAPM:	126
Some Hypotheses of the CAPM (either single or two factors):.....	126
Simple Test of CAPM by Sharpe & Cooper (1972):	127
Lintner & Douglas tests of CAPM:	129
Problems in Methodology: Miller & Scholes (1972) empirical study.....	131
Black, Jensen & Scholes time series test of CAPM:	134
CAPM Tests of Fama & Mc Beth:.....	138
Roll Arguments:	141
Latest Thoughts & Arguments:.....	143
Conclusions:.....	145
CHAPTER 9	
THE ARBITRAGE PRICING MODEL & ITS EMPIRICAL RELEVANCE.....	147
The Arbitrage Pricing Model and its Empirical Relevance:.....	148
Arbitrage Pricing Theory (APT):.....	149
Estimating & Testing APT general models:.....	152
APT testing methodology:	153
Lehmann & Modest - Connor & Karajcayk tests of APT models:	157
Elton & Gruber test of APT models:	158
An Alternative Approach to Testing APT models:	159
Specifying Attributes of Securities:	160
Specifying the Influences Affecting the Return Generating Process:.....	164
Specifying a Set of Portfolios Affecting the Return Generating Process:.....	168

Multifactor Models against CAPM:	170
Recapitulation:	173
Model Methodology in Reviewing CAPM against APT models:	173
CHAPTER 10	
CAPM vs. FAMA & FRENCH 3 FACTOR MODEL	
SAMPLE DATA MANIPULATION & DESCRIPTIVE STATISTICS.....	178
Econometric Views and Analysis:	179
Analysis Scope & Sampling Methodology:	181
CHAPTER 11	
CAPM vs. FAMA & FRENCH 3 FACTOR MODEL	
ECONOMETRIC TESTS & STATISTICAL INFERENCE	191
Econometric Methodology & Statistical Inference	192
Time series econometric testing for Non Stationarity	192
Time Series econometric testing for Granger Causality.....	202
Impulse Response Econometric Analysis between Time Series.....	208
Variance Decomposition Analysis	217
CHAPTER 12	
CROSS SECTIONAL REGRESSION ANALYSIS	
CAPM vs. FAMA & FRENCH 3 FACTOR MODEL.....	220
Regression Equations – Misspecification Analysis.....	221
Fama French Regression Equation	221
CAPM Regression Equation	225
Comparative Evaluation of Econometric Results	227
Fama & French estimated model	227
CAPM estimated model.....	228
Comparative results	230
BIBLIOGRAPHY	234
Bibliography per Thematic Section:	235
Introduction:.....	235
Financial Markets:	235
The Characteristics of the opportunity set under risk:	235
Delineating Efficient Portfolios:.....	237
Techniques for Calculating the Efficient Frontier:.....	240
The Correlation Structure of Security Returns:	242
The Standard Capital Asset Pricing Model:	248

Empirical Tests of Forms of the CAPM: 251
The arbitrage Pricing Model and its Empirical Relevance: 259

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

INTRODUCTION

THE ECONOMIC THEORY OF CHOICE

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Η Οικονομική Θεωρία της Επιλογής στα πλαίσια Χαρτοφυλακίων:

Σε όλα τα προβλήματα λήψης απόφασης υπάρχουν τα ακόλουθα κοινά χαρακτηριστικά:

- Ο προσδιορισμός των εναλλακτικών επιλογών και δυνατοτήτων
- Ο προσδιορισμός των κριτηρίων μέσω των οποίων θα επιλεγεί μία εκ των παραπάνω εναλλακτικών επιλογών
- Η τελική επίλυση του προβλήματος

Για καθένα από τα παραπάνω χαρακτηριστικά παρατηρούμε τα ακόλουθα:

Προσδιορισμός του Opportunity Set:

Το πρώτο βήμα στη διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος λήψης επενδυτικής απόφασης είναι, ο καθορισμός του συνόλου των διαθέσιμων εναλλακτικών επιλογών. Το σύνολο αυτών των εναλλακτικών επιλογών συνιστά το opportunity set και είναι διαφορετικό κατά περίπτωση επενδυτή

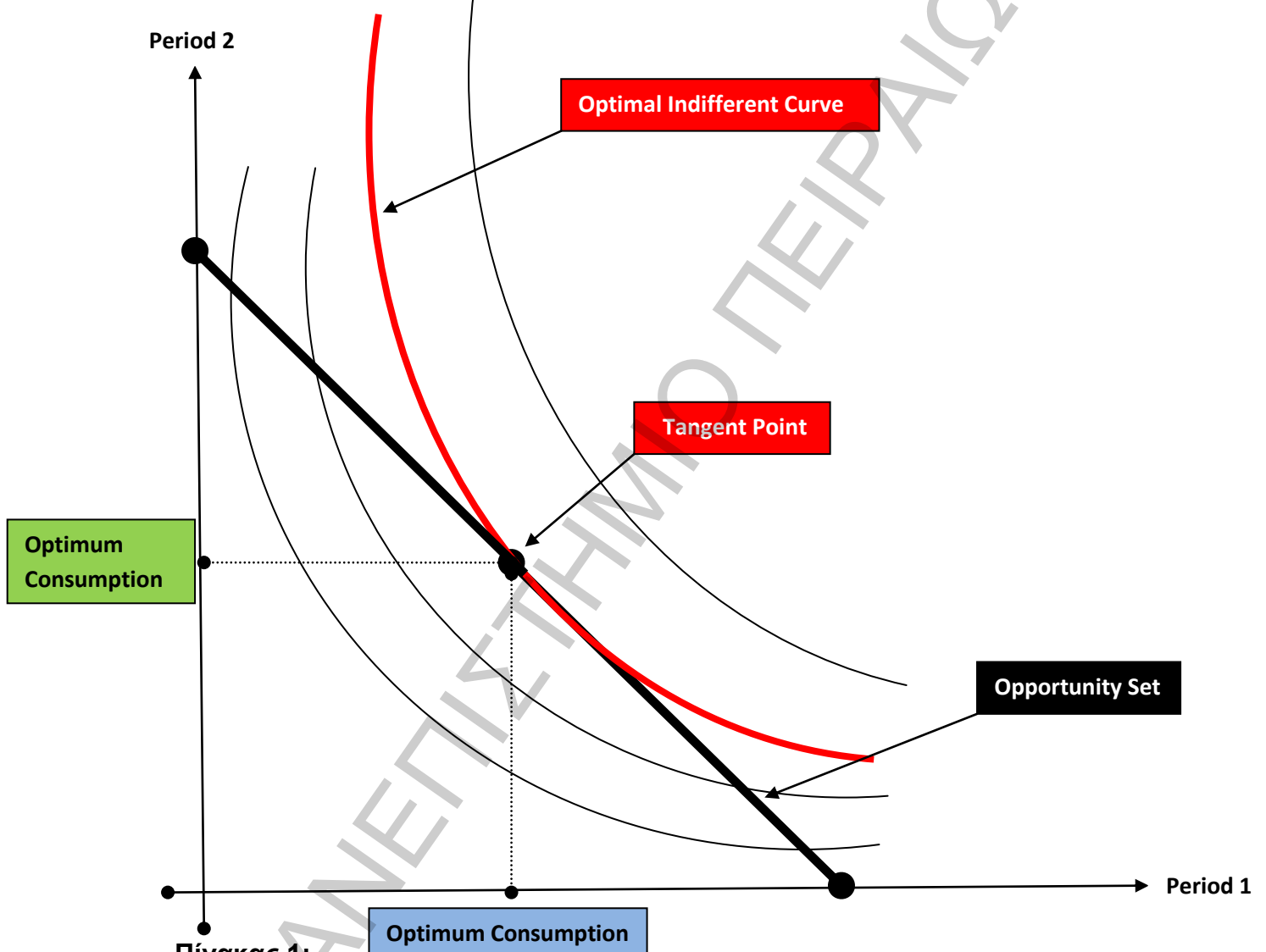
Προσδιορισμός των Καμπύλων Αδιαφορίας (indifference Curves):

Οι Καμπύλες Αδιαφορίας (Indifference Curves ή Utility Functions) είναι μοναδικές για κάθε επενδυτή, καθοριζόμενες από το ιδιαίτερο επενδυτικό προφίλ του καθένα. Επιπροσθέτως, κάθε καμπύλη αδιαφορίας η οποία κείται υπεράνω των υπολοίπων, είναι περισσότερο επιθυμητή για τον επενδυτή παρέχοντας του μεγαλύτερο επίπεδο κατανάλωσης και άρα προσωπικής ικανοποίησης. Επιπλέον, οι καμπύλες αδιαφορίας παρουσιάζουν το εν λόγω καμπύλο σχήμα τους εξαιτίας της υποθέσεως πως, οποιοδήποτε ποσό κατανάλωσης πραγματοποιηθεί τη παρούσα περίοδο, θα εκλείψει από την επόμενη περίοδο κατανάλωσης και αντιστοίχως, οποιοδήποτε ποσό κατανάλωσης αποταμιευτεί στη παρούσα περίοδο, θα αυξήσει το ποσό κατανάλωσης της επόμενης περιόδου.

Επίλυση του Προβλήματος:

Η επίλυση και συνάμα η βελτιστοποίηση του όλου προβλήματος , πραγματοποιείται επιλέγοντας εκείνη τη Καμπύλη Αδιαφορίας η οποία εφάπτεται του Opportunity Set. Το σημείο επαφής αποτελεί και τη λύση του προβλήματος.

Σχηματικά τα παραπάνω αποτυπώνονται ως ακολούθως:



Πίνακας 1:

Γραφική απεικόνιση του σημείου τομής του Opportunity Set με εκείνη τη καμπύλη αδιαφορίας, η οποία προσδιορίζει το βέλτιστο επίπεδο κατανάλωσης μεταξύ δύο διαδοχικών περιόδων.

Η όλη δυσκολία την οποία θα κληθούμε να διαχειριστούμε στα επόμενα κεφάλαια είναι, η αβεβαιότητα η οποία υπεισέρχεται επί των αναμενομένων αποδόσεων, των διαθέσιμων επενδύσεων του opportunity set , μεταξύ των περιόδων μελέτης.

CHAPTER 1

PORTFOLIO ANALYSIS

MEAN – VARIANCE PORTFOLIO THEORY

THE CHARACTERISTICS OF THE OPPORTUNITY SET

Θεωρία Χαρτοφυλακίου: Αναμενόμενη Απόδοση – Διακύμανση

Τα Χαρακτηριστικά του Opportunity Set

Προσδιορισμός της Αναμενομένης Απόδοσης

Ο υπολογισμός της αναμενομένης απόδοσης ενός συνόλου συμμετοχών είναι πολύ βασικός και απαραίτητος για την αξιολόγηση των δραστηριοτήτων των επενδυτών, καθώς και για τη λήψη επενδυτικών αποφάσεων.

Προκειμένου για επένδυση σε M εναλλακτικές συμμετοχές, η i αναμενόμενη απόδοση της επένδυσης δίδεται από τον τύπο :

$$E(R_{pi}) = \overline{R_{pi}} = \sum_{j=1}^M P_{ij} R_{ij} \quad (1)$$

Όπου ως P_{ij} ορίζουμε τη πιθανότητα η j συμμετοχή να σημειώσει την R_{ij} απόδοση.

Στην ειδική δε περίπτωση κατά την οποία όλα τα παραπάνω ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα οι πιθανότητες P_{ij} έχουν όλες την ίδια τιμή και ίση με $1/M$.

Στην εν λόγω περίπτωση ο τύπος (1) μεταλλάσσεται ως ακολούθως :

$$E(R_{pi}) = \overline{R_{pi}} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M R_{ij} \quad (2)$$

Μέτρηση της διασποράς:

Παράλληλα με το προσδιορισμό της αναμενομένης μέσης τιμής των αποδόσεων του συνόλου των συμμετοχών, κρίνεται απαραίτητος ο προσδιορισμός της απόστασης των εξαγόμενων αποδόσεων της κάθε συμμετοχής, από τη προαναφερθείσα συνολική αναμενόμενη απόδοση.

Υπό της υποθέσεως δε της συμμετρικότητας των αποδόσεων, γύρω από τη μέση τιμή, υπόθεση η οποία εμπειρικά ευσταθεί προκειμένου για χαρτοφυλάκια μετοχών και αξιογράφων, στο καρτεσιανό επίπεδο με άξονες την αναμενόμενη απόδοση (τεταγμένη) και τον κίνδυνο (τετμημένη) η διάταξη των χαρτοφυλακίων παραμένει η ίδια, είτε υπό της προσέγγισης της διακυμάνσεως (ή της τυπικής απόκλισης _ standard deviation _ που αποτελεί τη τετραγωνική ρίζα της διακυμάνσεως), είτε υπό της προσέγγισης της ημι-διακυμάνσεως (semi variance). Καταληκτικά επιλέγουμε τη τυπική απόκλιση των αναμενομένων αποδόσεων ως μέτρο μέτρησης του κινδύνου, πάντα υπό της ισχύος της υποθέσεως της συμμετρικότητας των εξαγομένων ιστορικών αποδόσεων, γύρω από την αναμενόμενη μέση τιμή.

Ο τύπος της διακυμάνσεως, προκειμένου για μη ισοπίθανες αποδόσεις είναι ο ακόλουθος :

$$\sigma^2_{pi} = \sum_{j=1}^M P_{ij} (R_{ij} - \bar{R}_j)^2 \quad (3)$$

Στην ειδική περίπτωση κατά την οποία οι πιθανότητες P_{ij} είναι μεταξύ των ίσες και ίσες με $(1/M)$, τότε ο τύπος **(3)** μεταλλάσσεται ως ακολούθως :

$$\sigma^2_{pi} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (R_{ij} - \bar{R}_j)^2 \quad (4)$$

Πρακτικά ο τύπος (4) μας παράσχει έναν δειγματικό εκτιμητή της διακύμανσης ο οποίος επιτυγχάνει την ακριβέστερη δυνατή εκτίμηση, δηλαδή αποτελεί εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας. Η αδυναμία του εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας είναι πως δοθείσης της αυξήσεως του M , η εκτίμηση μειώνεται σε μέγεθος, αποκλίνοντας της πραγματικής τιμής. Αντιθέτως η εκτίμηση του δειγματικού εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας παραμένει ακριβής μόνον στη περίπτωση του μικρού αριθμού παρατηρήσεων. Αντί του εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο ακόλουθος δειγματικός εκτιμητής, ο οποίος χαρακτηρίζεται ως αμερόληπτος δειγματικός εκτιμητής και ως εκ τούτου έχει αναμενόμενη τιμή ίση με τη παράμετρο που εκτιμά, προκειμένου για μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων, όμως προκειμένου για μικρό αριθμό παρατηρήσεων η εκτίμηση του, στερείται ακρίβειας.

$$\sigma^2_{pi} = \frac{1}{M-1} \sum_{j=1}^M (R_{ij} - \bar{R}_j)^2 \quad (5)$$

Χαρακτηριστικά Απόδοσης και Διακύμανσης Χαρτοφυλακίων:

Ας θεωρήσουμε εν συνεχεία χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από N συμμετοχές και ορίζουμε ως R_{ij} την j απόδοση της i συμμετοχής, $\forall i = 1 \dots N$ με αντίστοιχα σταθμά συμμετοχής επί του χαρτοφυλακίου X_i , τέτοια ώστε:

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (6)$$

Ενώ στη περίπτωση της αναμενόμενης απόδοσης χαρτοφυλακίου η εν λόγω αποτελεί τη στάθμιση των αναμενόμενων αποδόσεων των επιμέρους συμμετοχών, δηλαδή :

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i \quad (7)$$

Δε μπορεί κανείς να ισχυριστεί το αντίστοιχο για τη διακύμανση των αναμενόμενων αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Πιο συγκεκριμένα η διακύμανση των αναμενόμενων αποδόσεων του χαρτοφυλακίου δίδεται από τον τύπο :

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N} \overline{\sigma_i^2} + \frac{N}{N-1} \overline{\sigma_{ij}} \quad (8)$$

Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια η διακύμανση του χαρτοφυλακίου εξαρτάται από τη μέση τιμή των διακυμάνσεων των επιμέρους συμμετοχών , καθώς και από τη μέση τιμή των ανά δύο συνδιακυμάνσεων αυτών. Δοθείσης λοιπόν της αύξησης του αριθμού των συμμετοχών , ο πρώτος όρος της εξισώσεως **(8)** τείνει στο μηδέν , εξαλείφοντας με αυτόν τον τρόπο τον κίνδυνο που εισφέρει στο χαρτοφυλάκιο η κάθε επιμέρους συμμετοχή , όμως δεν καθίσταται δυνατή η εξάλειψη του δευτέρου όρου των συνδιακυμάνσεων. Επομένως η διαφοροποίηση καθίσταται μερικώς αποτελεσματική , εξαλείφοντας τον μεμονωμένο κίνδυνο που εισφέρει η κάθε συμμετοχή , όχι όμως τον κίνδυνο που συνίσταται στην μεταξύ των αλληλεπίδραση. Επομένως η ελάχιστη τιμή που μπορεί τελικώς να λάβει η διακύμανση των αναμενόμενων αποδόσεων ενός χαρτοφυλακίου ισούται με τη μέση τιμή των ανά δύο συνδιακυμάνσεων του συνόλου των συμμετοχών και αυτό βεβαίως για αρκούντως μεγάλο αριθμό συμμετοχών.

Συμπερασματικά η διαφοροποίηση μπορεί να επιφέρει αισθητή μείωση στον βαθμό του αναλαμβανομένου κινδύνου υπό των ακόλουθων προϋποθέσεων:

- Μεγάλο πλήθος συμμετοχών
- Συμμετοχές οι οποίες ανά δύο εμφανίζουν όσο το δυνατόν μικρότερη συνδιακύμανση ή διαφορετικά αλλά ισοδύναμα συντελεστή συσχέτισεως ιδεατά ίσο με (-1).
- Συμμετοχές οι οποίες προέρχονται από διαφορετικούς κλάδους της οικονομίας

- Συμμετοχές οι οποίες προέρχονται από διαφορετικές χώρες ή παγκόσμιες οικονομικές ζώνες

Στο σημείο αυτό να σημειώσουμε πως ο δειγματικός εκτιμητής μεγίστης πιθανοφάνειας της συνδιακύμανσης των αναμενομένων αποδόσεων των συμμετοχών i και j δίδεται από τον τύπο :

$$Covar(i, j) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (R_{ik} - \bar{R}_i)(R_{jk} - \bar{R}_j) \quad (9)$$

Ενώ ο αντίστοιχος αμερόληπτος εκτιμητής δίδεται από τον τύπο :

$$Covar(i, j) = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (R_{ik} - \bar{R}_i)(R_{jk} - \bar{R}_j) \quad (10)$$

Καταληκτικά ο δειγματικός εκτιμητής του συντελεστή συσχέτισης των αναμενομένων αποδόσεων i και j δίδεται από τον κάτωθι τύπο:

$$\rho(i, j) = \frac{\sum_{k=1}^N (R_{ik} - \bar{R}_i)(R_{jk} - \bar{R}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (R_{ik} - \bar{R}_i)^2} \sqrt{\sum_{k=1}^N (R_{jk} - \bar{R}_j)^2}} \quad (11)$$

CHAPTER 2

DELINEATING THE EFFICIENT FRONTIER

TECHNIQUES FOR CALCULATING THE EFFICIENT FRONTIER

Διαμόρφωση Αποτελεσματικού Μετώπου (Efficient Frontier):

Οι επενδυτές χαρακτηρίζονται από μία επενδυτική συμπεριφορά σύμφωνα με την οποία, επιδιώκουν την ελαχιστοποίηση του ρίσκου δοθείσης της αποδόσεως ή αντιστοίχως επιδιώκουν την μεγιστοποίηση της απόδοσης δοθέντος του επιπέδου του αναλαμβανόμενου κινδύνου. Εμφανίζουν ως εκ τούτου συμπεριφορά αποφυγής του κινδύνου (risk aversion επενδυτική συμπεριφορά), διαμορφώνοντας κατά περίπτωση το επονομαζόμενο αποτελεσματικό μέτωπο το ιδιαίτερο σχήμα του οποίου εξαρτάται από το κατά περίπτωση επενδυτικό προφίλ του κάθε επενδυτή. Αναλόγως δηλαδή της επιθυμίας και της συναφούς δυνατότητας του επενδυτή να δανείσει ή να δανειστεί χρήματα επί του risk free rate, σχηματοποιείται τελικώς η μορφή του efficient frontier.

Υποθέτοντας σε πρώτο χρόνο την ειδική εκείνη περίπτωση κατά την οποία ο επενδυτής έχει να επιλέξει μεταξύ δύο εναλλακτικών επενδύσεων A και B με αντίστοιχα σταθμά συμμετοχής επί του χαρτοφυλακίου τα X_A και X_B , διακρίνουμε την ακόλουθη περιπτώσιολογία:

Περίπτωση 1η : Συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των A και B ίσος με + 1

Στη εν λόγω περίπτωση η σχέση μεταξύ αναμενομένης απόδοσης και κινδύνου όπως ο εν λόγω εκφράζεται από την τυπική απόκλιση είναι γραμμική και δίδεται από την σχέση :

$$\bar{R}_p = \frac{\sigma_A \bar{R}_B - \sigma_B \bar{R}_A}{\sigma_A - \sigma_B} + \frac{\bar{R}_A - \bar{R}_B}{\sigma_A - \sigma_B} \sigma_P \quad (12)$$

Περίπτωση 2η : Συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των A και B ίσος με - 1

Κατά τη περίπτωση κατά την οποία ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των συμμετοχών A και B είναι ίσος με (-1), τότε η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου είναι και πάλι γραμμική πλην όμως ενδέχεται να ικανοποιηθούν διαζευκτικά μία εκ των δύο κάτωθι γραμμικών σχέσεων:

1^η Γραμμική συσχέτιση:

$$\bar{R}_p = \frac{\sigma_B \bar{R}_A + \sigma_A \bar{R}_B}{\sigma_A + \sigma_B} + \frac{\bar{R}_A - \bar{R}_B}{\sigma_A + \sigma_B} \sigma_p \quad (13)$$

2^η Γραμμική συσχέτιση:

$$\bar{R}_p = \frac{\sigma_B \bar{R}_A + \sigma_A \bar{R}_B}{\sigma_A + \sigma_B} - \frac{\bar{R}_A - \bar{R}_B}{\sigma_A + \sigma_B} \sigma_p \quad (14)$$

Περίπτωση 3η : Συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των A και B ίσος με 0

Υποθέτοντας το ασυσχέτιστο μεταξύ των επενδυτικών επιλογών A και B , η προσπάθεια εντοπίζεται στον κατάλληλο προσδιορισμό των σταθμών X_A και $X_B = 1 - X_A$ τα οποία ελαχιστοποιούν την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου. Η διαδικασία ελαχιστοποίησης της τυπικής απόκλισης υπό της υποθέσεως του ασυσχέτιστου μας οδηγεί στα ακόλουθα σταθμά:

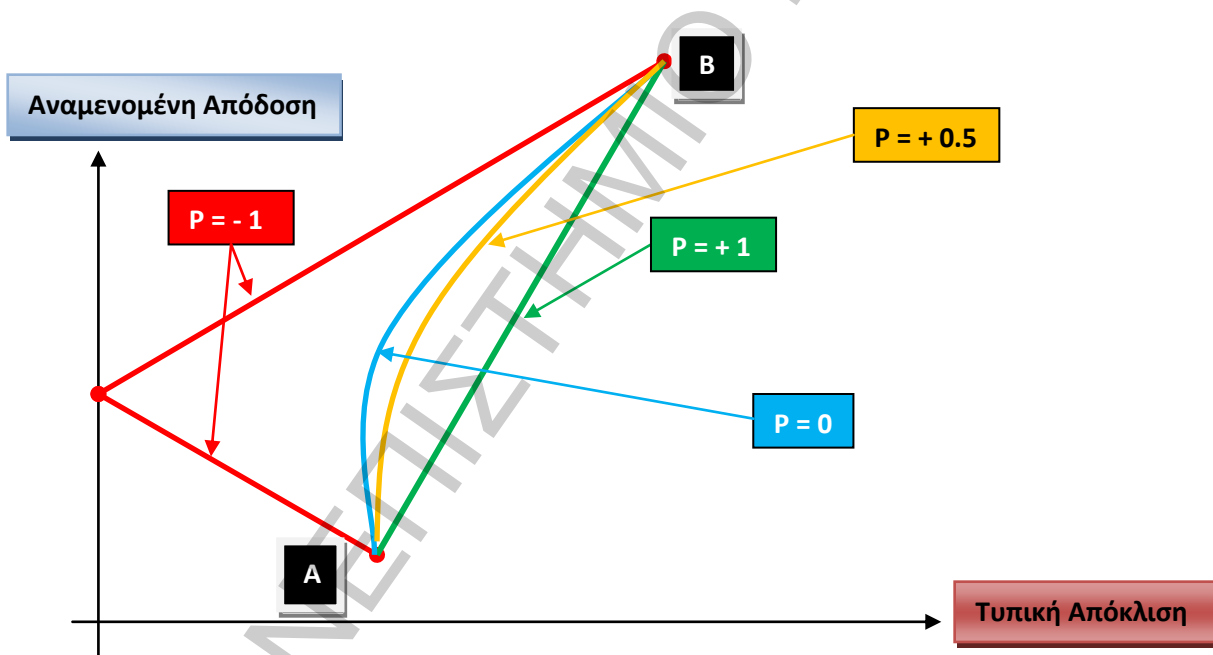
$$X_A = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \quad (15)$$

$$X_B = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2} \quad (16)$$

Γενικά το σταθμό X_A για τις διάφορες τιμές του ρ_A δίδεται από το παρακάτω τύπο:

$$X_A = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A \sigma_B \rho_{AB}}, \quad \rho_{AB} \in [-1, 1] \quad (17)$$

Η γραφική απεικόνιση των παραπάνω έχει ως ακολούθως :

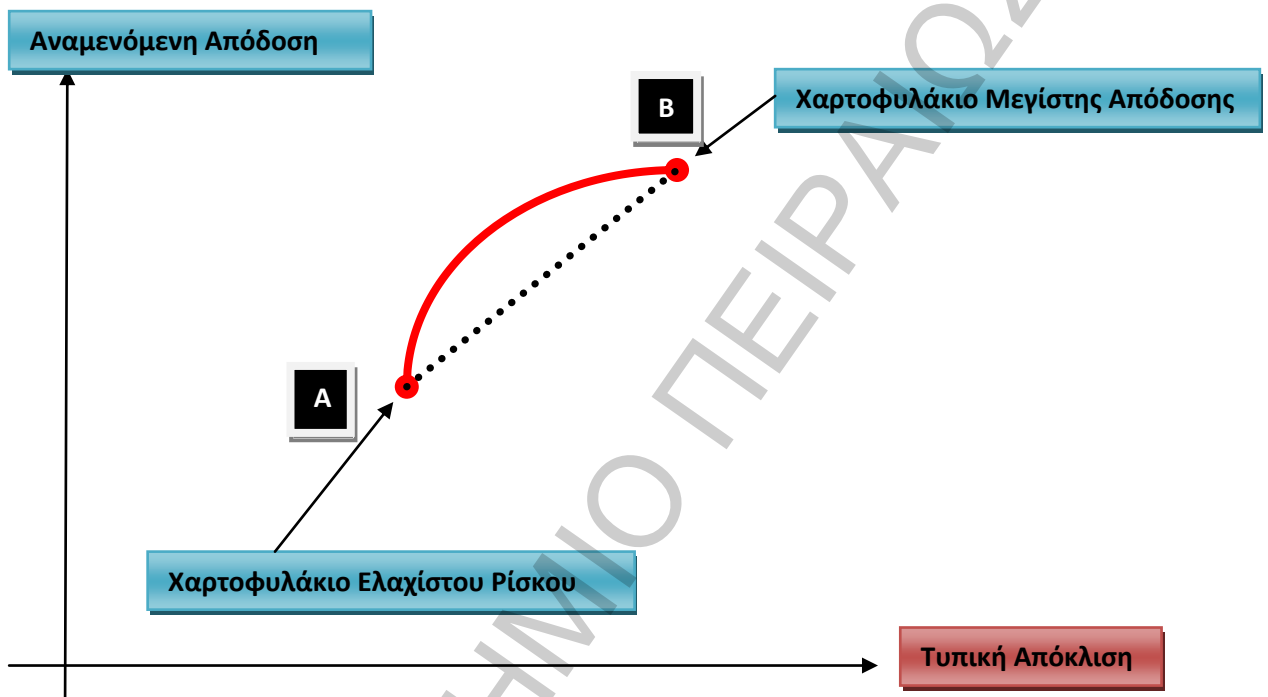


Πίνακας 2:

Σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και τυπικής απόκλισης για τις διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης

Μορφολογία Efficient Frontier (Δια απαγόρευσης short selling):

Στο καρτεσιανό επίπεδο με άξονες την αναμενόμενη απόδοση (τεταγμένη) και τη τυπική απόκλιση (τετμημένη), το αποτελεσματικό μέτωπο των επενδυτικών επιλογών του επενδυτή έχει την ακόλουθη μορφή:



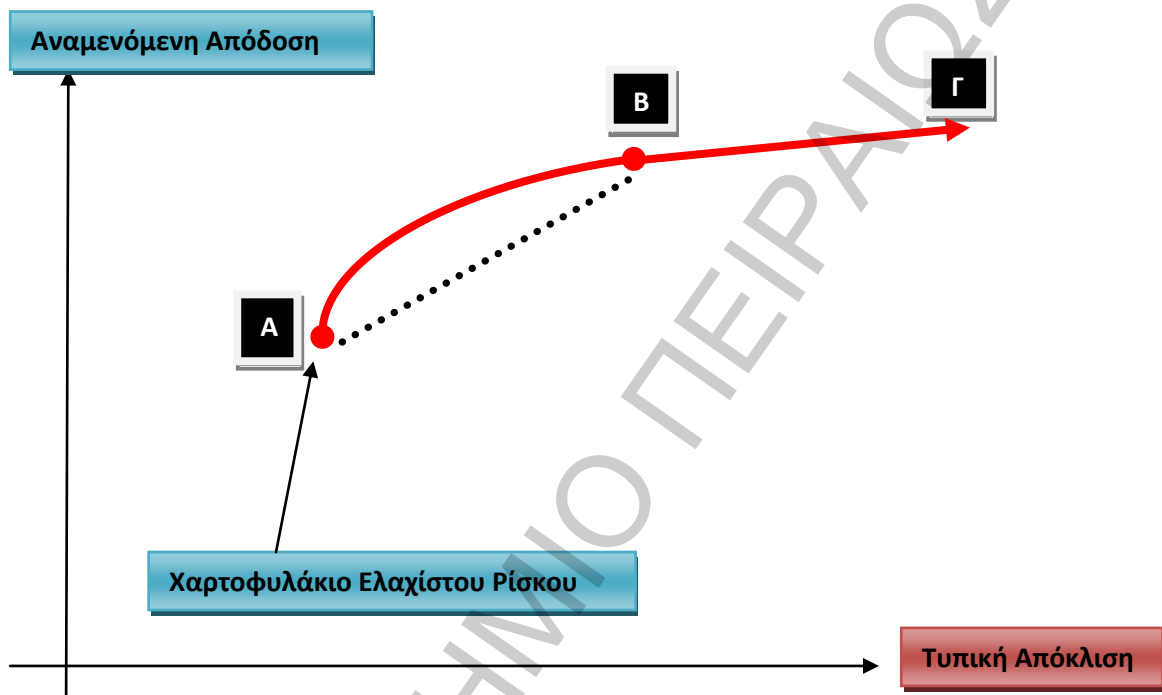
Πίνακας 3:

Μορφολογία Αποτελεσματικού Μετώπου υπό της υποθέσεως της απαγόρευσης των πράξεων short selling

Η μορφολογία του αποτελεσματικού μετώπου, υπό της υποθέσεως της απαγόρευσης της δυνατότητας συναλλαγών short selling, είναι η παραπάνω έχουσα κοίλο (concave) σχήμα, περιοριζόμενου μεταξύ των σημείων A (χαρτοφυλάκιο ελαχίστου ρίσκου) και του σημείου B (χαρτοφυλακίου μέγιστης απόδοσης). Με ισοδύναμα λόγια, όλες οι δυνατές επενδυτικές επιλογές του αποτελεσματικού μετώπου, εμφανίζουν καλύτερη απόδοση, δεδομένου του ρίσκου, από τις ευρισκόμενες επιλογές επί της ευθείας που ενώνει τα χαρτοφυλάκια A και B, υπό της υποθέσεως του μοναδιαίου συντελεστή συσχέτισης, γεγονός στο οποίο οφείλει το αποτελεσματικό μέτωπο, το προαναφερθέν κοίλο σχήμα του.

Μορφολογία Efficient Frontier (Με δυνατότητα short selling):

Στην περίπτωση κατά την οποία οι πράξεις short selling επιτρέπονται, το αποτελεσματικό μέτωπο δεν εμφανίζει ως άνω όριο το σημείο Β (χαρτοφυλάκιο μέγιστης απόδοσης), διότι η μεγιστοποίηση της απόδοσης είναι θεωρητικώς απείρως μεγάλη, σε συνδυασμό βεβαίως με τη συνεπακόλουθη άπειρη αύξηση του κινδύνου που αναλαμβάνεται.

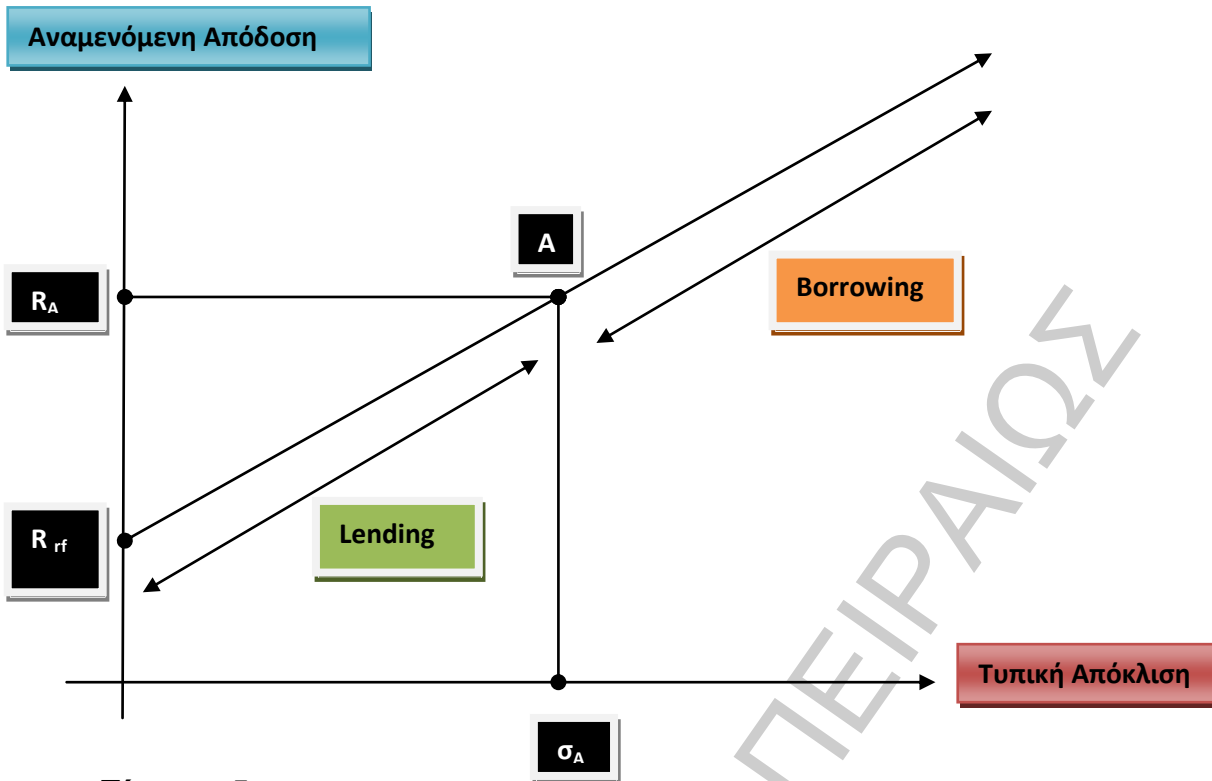


Πίνακας 4:

Μορφολογία Αποτελεσματικού Μετώπου υπό της υποθέσεως της δυνατότητας πράξεων short selling

Σύμφωνα με τον Merton (1972) η μορφή του αποτελεσματικού μετώπου είναι εκείνη του επάνω τμήματος μίας μαθηματικής υπερβολής.

Επαυξάνοντας τις υποθέσεις μας και θεωρώντας πως καθίσταται δυνατός ο δανεισμός στο risk free rate, για οιοδήποτε ύψος κεφαλαίου, τότε κάθε επενδυτική επιλογή στην ουσία αποτελεί έναν γραμμικό συνδυασμό της επένδυσης στο risk free rate και σε κάποιο risky χαρτοφυλάκιο ευρισκόμενο επί του αποτελεσματικού μετώπου. Η επενδυτική μας θέση δεξιά ή αριστερά του χαρτοφυλακίου του επενδυτικού μετώπου στην ουσία εξαρτάται από το επενδυτικό προφίλ του επενδυτή, τον καθιστά ενίοτε χρεώστη, ενίοτε δε πιστωτή.



Πίνακας 5:

Δυνατότητες συνδυασμών απόδοσης – ρίσκου, όταν καθίσταται δυνατή η χρέωση ή η πίστωση του επενδυτή επί του risk free rate.

Το χαρτοφυλάκιο A, είναι ένα οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο επί του αποτελεσματικού μετώπου και δεν φέρει άλλα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά. Ως εκ τούτου υπάρχουν άπειρες δυνατότητες κατασκευής χαρτοφυλακίων οι οποίες συνδυάζουν την επένδυση επί χαρτοφυλακίου εβρισκόμενου επί του αποτελεσματικού μετώπου και της πράξεως χρέωσης ή πίστωσης του επενδυτή επί του risk free rate. Με τον τρόπο αυτό κατασκευάζουμε ένα χαρτοφυλάκιο C η αναμενόμενη απόδοση του οποίου είναι η ακόλουθη :

$$\bar{R}_C = (1 - X)R_{rf} + XR_A \quad (18)$$

Η δε τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου C θα δίδεται από τον τύπο:

$$\sigma_C = X \sigma_A \quad (19)$$

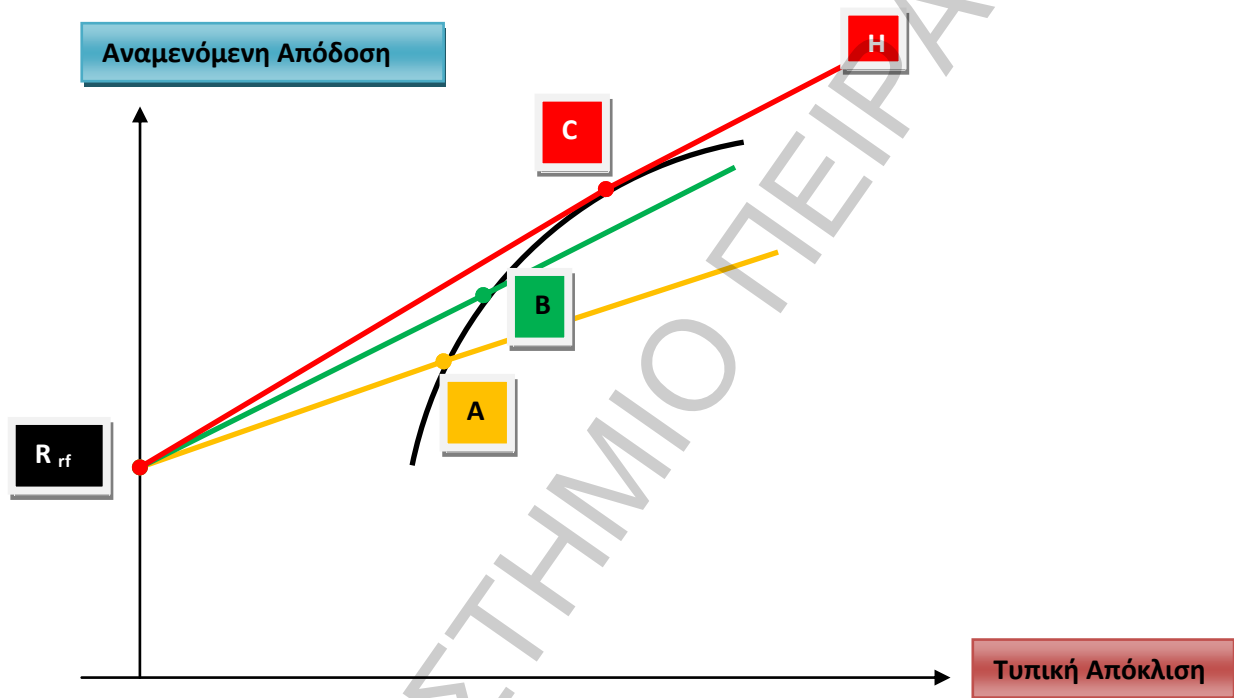
Όπου X δηλώνει το σταθμό επένδυσης επί του χαρτοφυλακίου A του εβρισκόμενου απί του αποτελεσματικού μετώπου.

Επιλύοντας τη σχέση (19) ως προς το σταθμό X, λαμβάνουμε :

$$X = \frac{\sigma_C}{\sigma_A} \quad (20)$$

Γίνεται άμεσα αντιληπτό πως το σταθμό X μπορεί να λάβει τιμές ανώτερες του 1, με αποτέλεσμα το συμπληρωματικό σταθμό $(1-X)$ να λαμβάνει τιμές μικρότερες του μηδενός, γεγονός το οποίο ποιοτικά ερμηνεύεται ως πράξη δανεισμού.

Η παραπάνω επενδυτική ακολουθία μπορεί να επαναληφθεί για οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο επί του αποτελεσματικού μετώπου.



Πίνακας 6:

Δυνατότητες συνδυασμών απόδοσης – ρίσκου, όταν καθίσταται δυνατή η χρέωση ή η πίστωση του επενδυτή επί του risk free rate, προκειμένου για διαφορετικές επιλογές αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων.

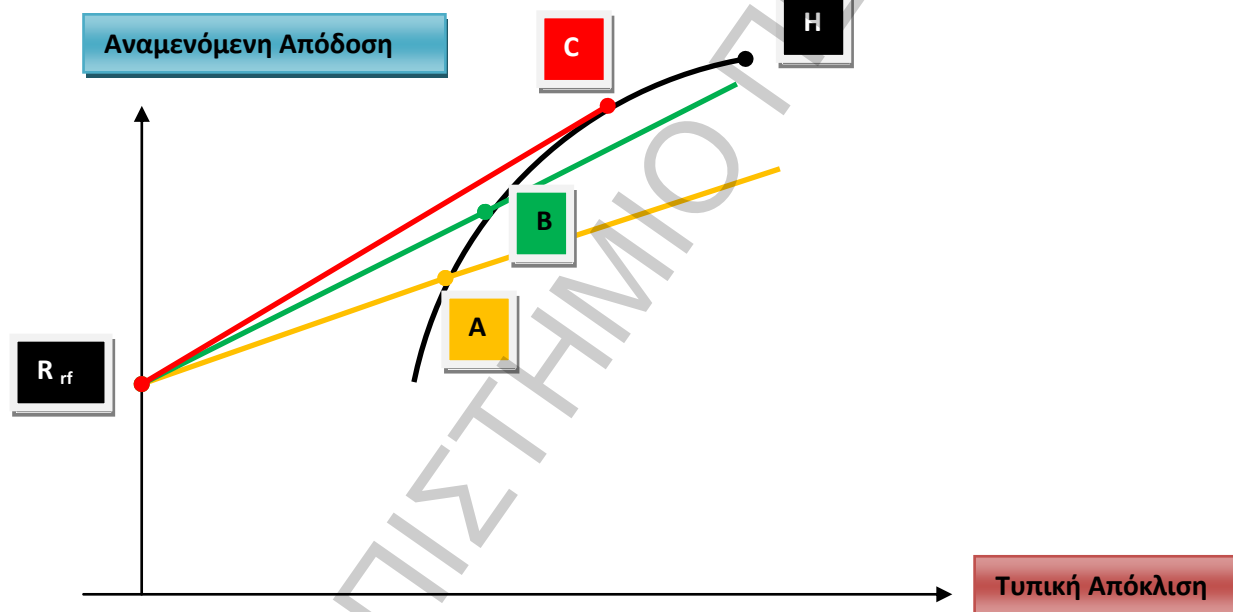
Κινούμενοι επί του αποτελεσματικού μετώπου, σε φορά αντίθετη εκείνης των δεικτών του ωρολογίου, προκύπτει πως ο επενδυτικός συνδυασμός με χρησιμοποιούμενο χαρτοφυλάκιο το A, είναι χειρότερος εκείνου με χρησιμοποιούμενο χαρτοφυλάκιο το B, με την έννοια της υψηλότερης απόδοσης δοθέντος του επιπέδου του επενδυτικού κινδύνου.

Καταληκτικά η ακτίνα η οποία ξεκινά από το risk free rate και εφάπτεται του αποτελεσματικού μετώπου μας δίνει το βέλτιστο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο C , το οποίο πρέπει να χρησιμοποιήσουμε , προκειμένου να βελτιστοποιήσουμε την απόδοση , δεδομένου του αναλαμβανόμενου κινδύνου.

Εν συνεχεία παρατίθενται δύο ειδικές περιπτώσεις των παραπάνω:

Περίπτωση 1^η :

Στην περίπτωση κατά την οποία , δεν επιτρέπεται ο δανεισμός στο risk free rate , περιορίζοντας στην ουσία τις πράξεις short selling η προηγούμενη ανάλυση διαμορφώνεται ως ακολούθως:



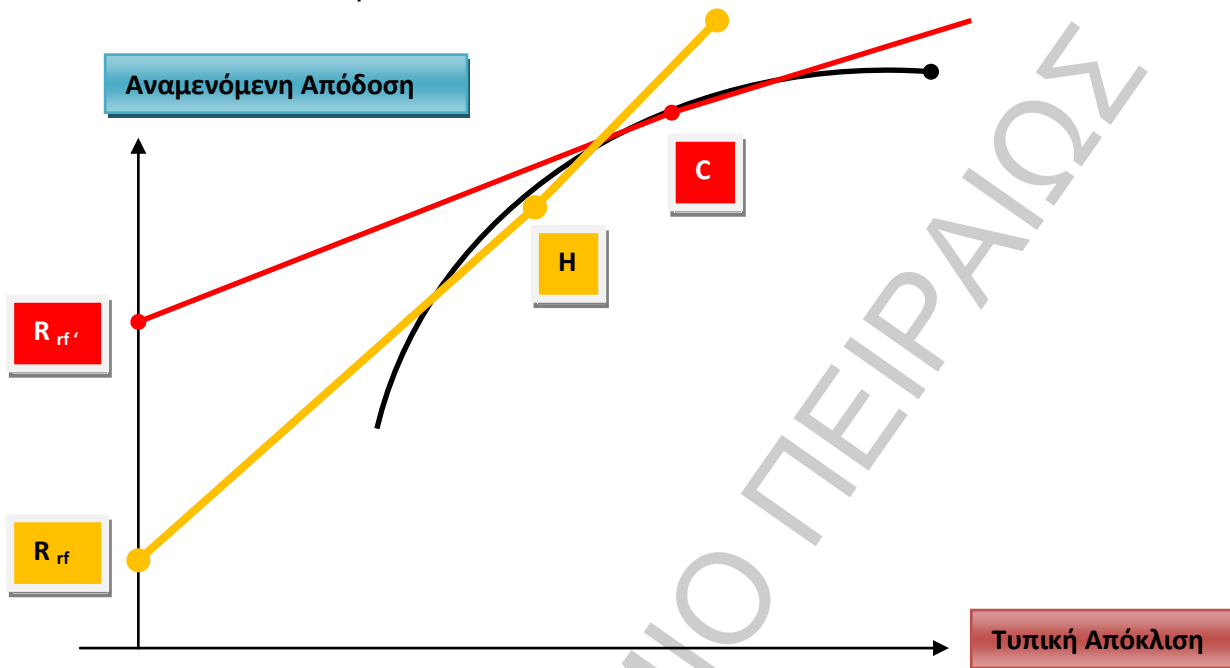
Πίνακας 7:

Δυνατότητες συνδυασμών απόδοσης – ρίσκου , όταν δεν καθίσταται δυνατός ο δανεισμός του επενδυτή επί του risk free rate, προκειμένου για διαφορετικές επιλογές αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων.

Στην εν λόγω περίπτωση οι επενδυτικές επιλογές του επενδυτή βρίσκονται επί του τμήματος $R_{rf} - C - H$.

Περίπτωση 2^η:

Στην εν λόγω περίπτωση καθίσταται δυνατός ο δανεισμός αλλά με επιτόκιο το οποίο είναι ανώτερο του risk free rate , έστω $R_{rf'}$.

**Πίνακας 8:**

Δυνατότητες συνδυασμών απόδοσης – ρίσκου , όταν καθίσταται δυνατός ο δανεισμός του επενδυτή επί rate ανώτερου του risk free rate.

Στην εν λόγω ειδική περίπτωση , οι επενδυτικές επιλογές του επενδυτή , περιορίζονται σε εκείνο το τμήμα του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου το οποίο βρίσκεται μεταξύ των σημείων H και C.

Προφανώς καθώς το rate δανεισμού συγκλίνει προς το risk free rate, το σημείο C συγκλίνει προς το H και καταλήγουμε ως εκ τούτου στη γενικότερη προαναφερθείσα περίπτωση.

CHAPTER 3

THE CORRELATION STRUCTURE OF SECURITY RETURNS

THE SINGLE INDEX MODEL

Η Δομή Συσχετίσεων των Αναμενόμενων Αποδόσεων των Συμμετοχών Χαρτοφυλακίου: Τα Πρωτογενή Ιστορικά Δεδομένα:

Η δομή τη οικονομικής θεωρίας της βέλτιστης επιλογής συμμετοχών στα πλαίσια χαρτοφυλακίων , όπως η εν λόγω συνεστήθη και παρουσιάστηκε από τον Markowitz (1956) , εν περιέχει τις βασικές αρχές οι οποίες παρατέθηκαν μέχρι στιγμής στη παρούσα διατριβή.

Τα βασικότερα προβλήματα όμως τα οποία , εδώ και 50 χρόνια εμπόδισαν τη πρακτική εφαρμογή και εκμετάλλευση των ευρημάτων και συμπερασμάτων της θεωρίας κατά Markowitz έχουν να κάνουν με τα ακόλουθα πρακτικά ζητήματα:

- Ο όγκος και ο τύπος των απαιτούμενων ιστορικών δεδομένων , τα οποία πρέπει να συλλεχθούν προκειμένου να εξασφαλιστεί η εκτίμηση των κάτωθι μεταβλητών:
 - Αναμενομένη τιμή των αποδόσεων των συμμετεχόντων αξιογράφων - μετοχών
 - Τυπική απόκλιση των αναμενομένων αποδόσεων των συμμετεχόντων αξιογράφων - μετοχών
 - Ανά δύο συντελεστές συσχέτισης των συμμετεχόντων αξιογράφων -μετοχών
- Υπολογιστική διαδικασία αξιολόγησης και αξιοποίησης των παραπάνω πρωτογενών δεδομένων

Όπως καθίσταται άμεσα αντιληπτό, το σημαντικότερο πρόβλημα εντοπίζεται στην εκτίμηση των ανά δύο συντελεστών συσχέτισης των συμμετεχόντων αξιογράφων – μετοχών , το πλήθος των οποίων προκειμένου για χαρτοφυλάκιο N συμμετοχών ανέρχεται στις $N \times (N-1)$ εκτιμήσεις.

Επομένως η όλη διαδικασία επίλυσης του συνολικότερου προβλήματος βέλτιστης διαχείρισης χαρτοφυλακίων , ξεκινά με τη προσπάθεια απλοποίησης των εισαγομένων πρωτογενών ιστορικών δεδομένων, τα οποία απαιτείται να συλλεχθούν και αξιοποιηθούν.

Το Απλό Γραμμικό Μοντέλο (Single Index Model):

Είναι άμεσα αντιληπτό πως το κυριότερο πρόβλημα το οποίο πρέπει να διαχειριστούμε είναι η εκτίμηση του πλήθους των $N \times (N-1)$ ανά δύο συντελεστών συσχέτισης των συμμετεχόντων αξιογράφων – μετοχών και η συν αυτής πρόβλεψη της γενικότερης δομής συσχετίσεων που υφίσταται μεταξύ των. Το πλέον διαδεδομένο μοντέλο το οποίο κατασκευάστηκε και ευρέως χρησιμοποιείται προς αυτή τη κατεύθυνση, είναι το single index model. Το εν λόγω μοντέλο στηρίζεται στην υπόθεση πως, η συνδιακύμανση μεταξύ δύο μετοχών οφείλεται σε κοινούς παράγοντες Αγοράς οι οποίοι εν παραλλήλω τις επηρεάζουν και σε καμία περίπτωση σε εσωτερικούς παράγοντες οι οποίοι εκπορεύονται των ιδίων αυτών των συμμετοχών. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια το 'Απλό Γραμμικό Μοντέλο' υποθέτει πως οποτεδήποτε η Αγορά είναι σε ανοδική τροχιά, οι συμμετοχές του χαρτοφυλακίου θα είναι σε ανοδική τροχιά και ανάστροφα.

Ως εκ τούτου το απλό γραμμικό μοντέλο, δεν αποτελεί απλώς ένα μοντέλο πρόβλεψης της δομής των συσχετίσεων των συμμετεχόντων μετοχών, αλλά συνάμα αποτελεί και μέσο πρόβλεψης των θεωρητικών αποδόσεων των συμμετεχόντων μετοχών στα πλαίσια αποτελεσματικών Αγορών, εβρισκόμενων σε ισορροπία. Η βασική μορφή του 'Απλού Γραμμικού Μοντέλου', μας δίδει την απόδοση της i συμμετοχής στα πλαίσια μίας αποτελεσματικής Αγοράς, με βάση τον ακόλουθο τύπο :

$$R_i = a_i + \beta_i R_m \quad (21)$$

Όπου:

a_i : Τυχαία μεταβλητή ανεξάρτητη των αποδόσεων της Αγοράς

β_i : Σταθερά η οποία καθορίζει τη μεταβολή των αποδόσεων της i συμμετοχής δοθείσης μεταβολής της απόδοσης της Αγοράς

R_m : Τυχαία μεταβλητή που περιγράφει τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της Αγοράς

Διακρίνοντας τη τυχαία μεταβλητή a_i , στο ντετερμινιστικό και στοχαστικό της όρο έχουμε:

$$a_i = \alpha_i + e_i \quad (22)$$

Όπου:

α_i : Σταθερά η οποία αντιπροσωπεύει την αναμενομένη τιμή της τυχαίας μεταβλητής a_i

e_i : Τυχαία μεταβλητή η οποία αντιπροσωπεύει τη στοχαστικότητα της τυχαίας μεταβλητής a_i , εμφανίζει δε μηδενική μέση τιμή.

Καταληκτικά τα βασικά χαρακτηριστικά του 'Απλού Γραμμικού Μοντέλου' έχουν ως εξής :

Χαρακτηριστικά κατασκευής:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + e_i \quad (23)$$

$$E(e_i) = 0 \quad (24)$$

Χαρακτηριστικά υποθέσεων:

Οι τυχαίες μεταβλητές e_i και e_j είναι μεταξύ των ανά δύο ασυσχέτιστες, επηρεαζόμενες μόνον από τις κοινές προς όλους επιδράσεις της Αγοράς:

$$E(e_i e_j) = 0 \quad (25)$$

Η τυχαία μεταβλητή e_i είναι πλήρως ασυσχέτιστη προς τις αποδόσεις της Αγοράς:

$$E(e_i (R_m - \bar{R}_m)) = 0 \quad (26)$$

Να σημειωθεί πως η υπόθεση της σχέσεως **(26)**, είναι μία αυθαίρετη υπόθεση η οποία πράττεται στα πλαίσια της όλης απλουστευτικής διαδικασίας η οποία επιχειρείται και σε καμία των περιπτώσεων δεν εκπορεύεται από κάποιο συγκεκριμένο θεωρητικό ή άλλο συναφές υπόβαθρο.

Χαρακτηριστικά Ορισμών:

$$\text{Variance of } e_i: \quad E(e_i - 0) = \sigma_{e_i}^2 \quad (27)$$

$$\text{Variance of } R_m: \quad E(R_m - \bar{R}_m) = \sigma_m^2 \quad (28)$$

$$\text{Mean Return of } i \text{ security:} \quad \bar{R}_i = a_i + \beta_i \bar{R}_m \quad (29)$$

$$\text{Variance of } i \text{ security:} \quad \sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{e_i}^2 \quad (30)$$

$$\text{Covariance between securities } i \text{ και } j: \quad \sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_m^2 \quad (31)$$

Χαρακτηριστικά του Απλού Γραμμικού Μοντέλου:

Στα πλαίσια χαρτοφυλακίων οι συντελεστές alpha και beta , προσδιορίζονται ως οι σταθμισμένοι μέσοι όροι των επιμέρους alpha και beta των συμμετεχόντων μετοχών , με χρησιμοποιούμενα σταθμά το αξιακό ποσοστό επένδυσης επί κάθε μίας.

Αναλυτικότερα έχουμε :

$$\text{Portfolio's Alpha:} \quad \alpha_p = \sum_{i=1}^N a_i \quad (32)$$

$$\text{Portfolio's Beta:} \quad \beta_p = \sum_{i=1}^N \beta_i \quad (33)$$

Καταληκτικά η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου θα δίδεται από τη σχέση:

$$\bar{R}_p = \alpha_p + \beta_p \bar{R}_m \quad (34)$$

Η δε διακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου , θα δίδεται από τη σχέση:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_{e_i}^2 \quad (35)$$

Προκειμένου δε για την ειδική περίπτωση κατά την οποία τα σταθμά αξιακής συμμετοχής είναι όλα ίσα μεταξύ των και ίσα με $(1/N)$, η σχέση **(35)** γράφεται:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \sigma_{e_i}^2 \right) \quad (36)$$

Αξιολογώντας την εξίσωση **(36)** , παρατηρούμε πως προκειμένου για μεγάλο αριθμό συμμετοχών N στο διαμορφούμενο χαρτοφυλάκιο , ο δεύτερος όρος της εξισώσεως τείνει στο μηδέν, εξαλείφοντας στην ουσία την μέση τιμή των διακυμάνσεων των residuals e_i .

Αντιθέτως ο πρώτος όρος της εξισώσεως δεν δύναται να εξαληφθεί μέσω διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου , όπως η τελευταία πράττεται από την αύξηση του αριθμού των συμμετοχών. Στην περίπτωση αυτή , η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου θα δίδεται από τον τύπο :

$$\sigma_p = \beta_p \sigma_m = \sigma_m \sum_{i=1}^N x_i \beta_i \quad (37)$$

Η μελέτη της σχέσεως **(37)** , καταδεικνύει πως η μεταβλητότητα των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου , εξαρτάται ξεκάθαρα από τους όρους β_i , δηλαδή τα επιμέρους betas των συμμετοχών χαρτοφυλακίου , δοθέντος του γεγονότος ότι η μεταβλητότητα των αποδόσεων της Αγοράς σ_m , δεν επηρεάζεται από κανέναν ενδογενή του χαρτοφυλακίου παράγοντα.

Συμπερασματικά και σύμφωνα με τις εξισώσεις **(29)** , **(30)** και **(37)** , έχουμε τα ακόλουθα :

- Η απόδοση της συμμετοχής i , εμφανίζει τον μη συστηματικό όρο a_i , καθώς και τον όρο $\beta_i \overline{R_m}$ ο οποίος είναι ο συστηματικός όρος απόδοσης.
- Η μεταβλητότητα των αποδόσεων της i συμμετοχής , εμφανίζει τον μη συστηματικό όρο $\sigma_{e_i}^2$ καθώς και το συστηματικό όρο $\beta_i^2 \sigma_m^2$

Η επίδραση του μη συστηματικού όρου στη μεταβλητότητα του χαρτοφυλακίου, μπορεί να εξαληφθεί μέσω διαφοροποίησης και αύξησης του μέσου αριθμού συμμετοχών, γι' αυτό ορίζεται ως diversifiable nonsystematic risk.

Αντίθετα, ο συστημικός όρος δεν εξαλείφεται μέσω διαφοροποίησης και συναφούς αύξησης του αριθμού των συμμετοχών γι' αυτό και ορίζεται ως non – diversifiable systematic risk .

Συμπερασματικά ο συντελεστής β_i , προσδιορίζει το μη διαφοροποιήσιμο συστημικό κίνδυνο που εισφέρει τελικώς στο χαρτοφυλάκιο η i συμμετοχή.

Estimating Beta:

Προκειμένου να λειτουργήσει το Απλό Γραμμικό Μοντέλο απαιτείται εκτίμηση των συντελεστών β των υποψηφίων προς εισαγωγή συμμετοχών στο χαρτοφυλάκιο, εκτιμήσεις οι οποίες θα προέλθουν από την αξιοποίηση των διαθέσιμων ιστορικών στοιχείων. Ένα σημαντικό ζήτημα το οποίο προκύπτει και το οποίο θα μας απασχολήσει στη συνέχεια είναι, η προβλεπτική ακρίβεια αυτών των εκτιμήσεων , καθώς και οι τρόποι επαύξησης αυτής.

Estimating Historical Betas:

Η εξίσωση (23) του απλού Γραμμικού μοντέλου προϋποθέτει σταθερότητα των συντελεστών α , β , καθώς και του μεγέθους του μη συστημικού σφάλματος των residuals. Η εν λόγω υπόθεση είναι απαραίτητη προκειμένου να μπορέσουμε να εφαρμόσουμε τεχνικές εκτίμησης μέσω παλινδρομήσεως, διότι εμμέσως υποθέτουμε πως η σταθερότητα του μοντέλου στο παρελθόν , συνιστά προϋπόθεση σταθερότητας αυτού στο μέλλον.

Η ύπαρξη των residuals , καθώς και η διακύμανση αυτών (δηλ. το μη συστημικό σφάλμα) , διασπείρει το πλήθος των ιστορικών παρατηρήσεων γύρω από τη πραγματικώς υφιστάμενη γραμμή του Απλού Γραμμικού Μοντέλου την οποία και προσπαθούμε να εκτιμήσουμε. Όσο πιο μικρό το μέγεθος του μη συστημικού σφάλματος , τόσο μικρότερη η διασπορά των παρατηρήσεων γύρω από τη γραμμή του Απλού Γραμμικού Μοντέλου και άρα τόσο καλύτερη η προσαρμογή της Γραμμής Παλινδρομήσεως επί των ιστορικών παρατηρήσεων

Την αποτελεσματικότητα προσαρμογής της γραμμής παλινδρομήσεως , προσδιορίζει ο συντελεστής R^2 (Coefficient of Determination) , ο οποίος συνάμα αποτελεί και εκτιμητή του τετραγώνου του συντελεστή συσχέτισης μεταξύ των αποδόσεων της i συμμετοχής , με τις αποδόσεις της αγοράς. Ποιοτικά ο επονομαζόμενος και Συντελεστής Προσδιορισμού , καθορίζει το ποσοστό της μεταβλητότητας των αποδόσεων της i συμμετοχής, που οφείλεται ή επεξηγείται από τις επιδράσεις της ίδιας της Αγοράς.

Η κλίση δε της γραμμής παλινδρομήσεως αποτελεί εκτιμητή του συντελεστή β και δίδεται από το τύπο:

$$\hat{\beta}_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} = \rho_{im} \frac{\sigma_i}{\sigma_m} \quad (38)$$

Όπου οι δειγματικοί εκτιμητές ορίζονται ως κάτωθι:

$$\sigma_{im} = \sum_{t=1}^N (R_{it} - \bar{R}_i)(R_{mt} - \bar{R}_m) \quad (39)$$

$$\sigma_m^2 = \sum_{t=1}^N (R_{mt} - \bar{R}_m)^2 \quad (40)$$

Οι τιμές των α και β , οι οποίες προέρχονται από τη παλινδρόμηση αποτελούν εκτιμήσεις των πραγματικών τιμών , ως εκ τούτου υφίσταται τυπικό σφάλμα εκτίμησης. Παράλληλα τη κατάσταση αναφορικά με την ακρίβεια εκτίμησης περιπλέκει το γεγονός της αναληθούς υποθέσεως περί σταθερότητας των α και β διαμέσω του χρόνου.

Accuracy of Historical Betas:

Αναφορικά με την ακρίβεια της εκτίμησης των συντελεστών β , οι μελέτες των Blume (1970) και Levy (1971) είναι χαρακτηριστικές , τα δε συμπεράσματα τους είναι τα ακόλουθα : Πιο συγκεκριμένα ο Blume κατασκεύασε διάφορα είδη χαρτοφυλακίων , με πλήθος συμμετοχών από 1 έως και 50 και εν συνεχεία υπολόγισε τα β των χαρτοφυλακίων αυτών για δύο μη επικαλυπτόμενες χρονικές περιόδους επταετίας.

Κατόπιν υπολόγισε το συντελεστή συσχέτισης μεταξύ των προϋπολογισθέντων συντελεστών β , προκειμένου να αποφανθεί για το εάν η τιμή του συντελεστή β της προγενέστερης περιόδου, επηρέαζε τη τιμή του συντελεστή β της επόμενης.

Εκείνο το οποίο προέκυψε από τη μελέτη είναι πως οι τιμές των συντελεστών β , μεταξύ των διαδοχικών χρονικών περιόδων, εμφάνισαν τόσο μεγαλύτερη συσχέτιση, όσο μεγαλύτερο ήταν το μέγεθος του χαρτοφυλακίου. Η ποιοτική ερμηνεία δε των αποτελεσμάτων των ερευνών των Blume και Levy έχει ως εξής :

- Πρωτίστως η τιμή του συντελεστή β από περίοδο σε περίοδο είναι μεταβλητή, δεδομένης της μεταβλητότητας των εταιρικών χαρακτηριστικών της κάθε συμμετοχής
- Επιπλέον, η μεταβλητότητα των τιμών των συντελεστών β από περίοδο σε περίοδο ενδέχεται να οφείλεται στο τυπικό σφάλμα εκτίμησης κατά τη προγενέστερη χρονική περίοδο, τυπικό σφάλμα το οποίο περιορίζει τη προβλεπτική ικανότητα αναφορικά με τη τιμή του συντελεστή β κατά την επόμενη περίοδο
- Σε κάποιες συμμετοχές η τιμή του β από περίοδο σε περίοδο μπορεί να αυξάνει (το αυτό μπορεί να συμβαίνει και στο επίπεδο του τυπικού σφάλματος). Αντιθέτως σε άλλες συμμετοχές η προαναφερθείσα τάση μπορεί να είναι πτωτική. Κατά συνέπεια και προκειμένου για χαρτοφυλάκια πολλών συμμετοχών, οι προαναφερθείσες τάσεις τείνουν να αλληλοαναιρούνται, με αποτέλεσμα ο συντελεστής β των χαρτοφυλακίων να παραμένει σχετικά σταθερός, γεγονός το οποίο καθιστά ασφαλέστερη και ακριβέστερη τη διαδικασία εκτίμησης των συντελεστών β σε επίπεδο χαρτοφυλακίων και όχι τόσο σε επίπεδο απλών μεμονωμένων συμμετοχών.

Adjusting Historical Betas

Κατά τη διαδικασία εκτίμησης των συντελεστών β , μπορεί κανείς με ασφάλεια να υποθέσει πως η ακρίβεια αυτής είναι αποτέλεσμα του μεγέθους του τυπικού σφάλματος κατά την εκτίμηση. Επομένως η υπερεκτίμηση του συντελεστή β κατά πάσα βεβαιότητα οφείλεται σε αυξημένο τυπικό σφάλμα εκτίμησης, ενώ η υποεκτίμηση κατά πάσα βεβαιότητα οφείλεται σε μικρό τυπικό σφάλμα εκτίμησης. Οι Blume (1975) και Levy (1971), κατέδειξαν πως ένα υψηλό τυπικό σφάλμα εκτιμήσεως κατά τη μία περίοδο ακολουθείται από ένα χαμηλό σφάλμα εκτιμήσεως κατά την αμέσως επόμενη χρονική περίοδο. Ως αποτέλεσμα, μεταξύ δύο διαδοχικών περιόδων, η μέση τιμή του εκτιμώμενου συντελεστή β συγκλίνει στην μονάδα, μέσω της προσέγγισης της τιμής του συντελεστού β κατά τη μεταγενέστερη περίοδο προς τη μονάδα. Την εν λόγω τάση, αδυνατεί να εντοπίσει η μέθοδος μέσω αξιοποίησης ιστορικών δεδομένων.

- **Measuring the Tendency of Betas to Regress toward 1: The Blume's Technique:**

Η τεχνική προσαρμογής των ιστορικών εκτιμήσεων του συντελεστή β κατά Blume (1975), έχει ως εξής:

- Διακρίνουμε το ιστορικό χρονικό διάστημα σε δύο μη επικαλυπτόμενα και συνεχή χρονικά διαστήματα
- Εκτιμούμε τους συντελεστές β και στα δύο χρονικά διαστήματα
- Παλινδρομούμε τα αποτελέσματα των εκτιμήσεων των συντελεστών β , των δύο προαναφερθέντων χρονικών διαστημάτων. Η προκύπτουσα γραμμή παλινδρόμησης χρησιμοποιείται για τη πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών των συντελεστών β , δεδομένων των ιστορικών τιμών της αμέσως προηγούμενης περιόδου.

Το πρόβλημα και συνάμα η αδυναμία της μεθόδου έγκειται στο γεγονός της συνεχούς αύξησης από περίοδο σε περίοδο, της τιμής του εκτιμώμενου συντελεστή β .

Μία συμπεριφορά η οποία σε καμία των περιπτώσεων δεν είναι επιθυμητή , διότι ο συντελεστής β στην ουσία εκφράζει την συνεισφορά του μη διαφοροποιήσιμου συστημικού κινδύνου στο συνολικό κίνδυνο χαρτοφυλακίου.

Προκειμένου να εξαληφθεί η παραπάνω μη επιθυμητή συμπεριφορά των εκτιμωμένων συντελεστών β , συνηθίζεται επί της πράξεως η αφαίρεση από το προϊόν της εκτίμησης της διαφοράς αυτής από την ιστορική μέση τιμή.

- **Measuring the Tendency of Betas to Regress toward 1: The Vasicek's Bayesian Technique:**

Μια απλή και κατανοητή μεθοδολογία προκειμένου να εξασφαλίσουμε πως η εκτίμηση του συντελεστή β θα τείνει προς τη μονάδα είναι να αφαιρέσουμε από τον ιστορικό μέσο όρο το 50% της τιμής και συνάμα να του προσθέσουμε το 50% της εκτιμήσεως όπως η τελευταία προκύπτει από την αξιοποίηση των ιστορικών δεδομένων.

Η αδυναμία της παραπάνω προσέγγισης είναι πως μεταχειριζόμαστε με τον ίδιο τρόπο τις εκτιμήσεις των συντελεστών β , των συμμετεχόντων μετοχών, ανεξαρτήτως τυπικού σφάλματος εκτίμησης. Ο Vasicek (1973), προέταξε ένα προβλεπτικό σχήμα σύμφωνα με το οποίο, οι εκτιμήσεις των συντελεστών οι οποίες εμφανίζουν υψηλότερο τυπικό σφάλμα εκτίμησης, να δέχονται υψηλότερο σταθμό διόρθωσης έναντι της μέσης τιμής, σε σχέση με τις εκτιμήσεις χαμηλότερου τυπικού σφάλματος. Εάν είναι $\sigma_{\beta_1}^2$ το τυπικό σφάλμα εκτίμησης του ιστορικού μέσου όρου κατά τη πρώτη περίοδο και $\sigma_{\beta_i}^2$ το τυπικό σφάλμα εκτίμησης του i συντελεστή κατά τη πρώτη περίοδο, τότε ο προβλεπόμενος συντελεστής β θα δίδεται από τον ακόλουθο τύπο :

$$\beta_{i2} = \frac{\sigma_{\beta_{i1}}^2}{\sigma_{\beta_{i1}}^2 + \sigma_{\beta_1}^2} \bar{\beta}_1 + \frac{\sigma_{\beta_1}^2}{\sigma_{\beta_{i1}}^2 + \sigma_{\beta_1}^2} \beta_{i1} \quad (41)$$

Ο Vasicek κατέδειξε πως η παραπάνω διαδικασία αποτελεί μία Bayesian διαδικασία , η οποία όμως εμφανίζει την αδυναμία της συνεχούς από περίοδο σε περίοδο μείωσης της τιμής του συντελεστή β , μία αστοχία η οποία κατά αντιστοιχία με τη τεχνική κατά Blume δύναται να διορθωθεί αντιστοίχως με παρόμοιο τρόπο.

Accuracy of Adjusted Beta:

Οι Klemkosky & Martin (1975) , εφάρμοσαν την ακόλουθη τεχνική προκειμένου να αξιολογήσουν την ακρίβεια των εκτιμήσεων των συντελεστών β , όπως οι εν λόγω προέκυψαν μετά την εφαρμογή κάθε μίας από τις παραπάνω μεθόδους.

Πιο συγκεκριμένα , διέκριναν το τυπικό σφάλμα εκτίμησης σε τρία διαφορετικά μέρη:

Αρχικά σε εκείνο το τμήμα το οποίο αφορά την εκτίμηση του ιστορικού μέσου όρου του συντελεστή β , σε εκείνο το τμήμα το οποίο οφείλεται σε υποεκτίμηση ή υπερεκτίμηση του συντελεστή β και τελικά σε εκείνο το σφάλμα εκτίμησης πέραν των δύο προαναφερθέντων.

Σε κάθε περίπτωση οι τεχνικές κατά Blume και Vasicek , εμφάνισαν καλύτερα προβλεπτικά αποτελέσματα από εκείνα μέσω χρήσης ιστορικών δεδομένων , με τη Bayesian τεχνική να υπερτερεί ελαφρώς της τεχνικής Blume.

Beta as Forecasters of Correlation Coefficients:

Η πλέον βασική χρησιμότητα των εκτιμώμενων συντελεστών β , είναι στην ουσία η δυνατότητα αξιοποίησης αυτών , προκειμένου για τη πρόβλεψη της μελλοντικής δομής των συντελεστών συσχέτισης. Το παραπάνω προκύπτει από την εξίσωση:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} = \frac{\beta_i \beta_j \sigma_m^2}{\sigma_i \sigma_j} \quad (42)$$

Οι Elton , Gruber & Urich (1978) , πραγματοποίησαν μελέτη αναφορικά με τη προβλεπτική ικανότητα των συντελεστών β επί του μελλοντικού πίνακα συντελεστών συσχέτισης , αναλόγως της μεθόδου από την οποία προήλθαν. Πιο συγκεκριμένα συνέκριναν τη προβλεπτική ικανότητα των κάτωθι:

- Του συνολικού ιστορικού πίνακα συντελεστών συσχέτισης
- Του πίνακα συντελεστών συσχέτισης που προέκυψε από συντελεστές β υπολογισμένους μέσω ιστορικών αποδόσεων
- Του πίνακα συντελεστών συσχέτισης που προέκυψε από συντελεστές β υπολογισμένους μέσω της τεχνικής Blume
- Του πίνακα συντελεστών συσχέτισης που προέκυψε από συντελεστές β υπολογισμένους μέσω της τεχνικής Vasicek

Το πλέον εντυπωσιακό εύρημα της μελέτης έχει να κάνει με το γεγονός πως, τη μικρότερη προβλεπτική ικανότητα επέδειξε ο συνολικός ιστορικός πίνακας συντελεστών συσχέτισης , ο οποίος μάλλον εισέφερε 'θόρυβο' παρά ουσιαστική πληροφορία. Ως εκ τούτου οι απλουστεύσεις του 'Απλού Γραμμικού Μοντέλου' και οι συντελεστές β που προέκυψαν από αυτό είχαν μεγαλύτερη προβλεπτική ικανότητα , καταδεικνύοντας πως οι υποθέσεις του μοντέλου απλώς περιόρισαν το θόρυβο, παρά την ουσιαστική και χρήσιμη προβλεπτικά πληροφορία.

Αναφορικά με τα unadjusted betas οι Elton, Gruber & Urich (1978) κατέδειξαν πως λόγω του ότι το 'Απλό Γραμμικό Μοντέλο' θεωρεί πως ο μοναδικός λόγος για τον οποίο συνμεταβάλλονται οι αποδόσεις δύο συμμετοχών χαρτοφυλακίου είναι οι κοινές επιδράσεις επί αυτών της Αγοράς (αγνοώντας επί της ουσίας υφιστάμενες κλαδικές ή άλλες συναφείς θετικές επιδράσεις), τελικώς κατατείνει στην υποεκτίμηση του μελλοντικού πίνακα των ανά δύο συντελεστών συσχέτισης.

Στην ίδια μελέτη οι Elton, Gruber & Urich κατέδειξαν πως η τεχνική κατά Blume, τείνει να υπερεκτιμά τον μελλοντικό πίνακα συντελεστών συσχέτισης, αφενός μεν διότι τείνει γενικότερα να υπερεκτιμά το συντελεστή β , αφετέρου δε διότι τείνει να συρρικνώνει τη τιμή του προβλεπόμενου συντελεστή β προς τη μονάδα. Σύμφωνα δε με την εξίσωση (42), ο συντελεστής συσχέτισης αποτελεί το γινόμενο των δύο συντελεστών β , γεγονός το οποίο στοιχειοθετεί τον ισχυρισμό της υπερεκτίμησης.

Καταληκτικά η Bayesian μέθοδος κατά Vasicek, τείνει να υποεκτιμά το πίνακα των ανά δύο συντελεστών συσχέτισης εξαιτίας του ότι, επιβάλλει μεγαλύτερη διόρθωση (σύγκλιση) προς τη κατεύθυνση του ιστορικού μέσου όρου, σε εκείνους τους μεγάλους συντελεστές β οι οποίοι στατιστικά εμφανίζουν το μεγαλύτερο τυπικό σφάλμα εκτίμησης.

Οι συνθήκες κάτω από τις οποίες υπερτερεί η κάθε μία από τις παραπάνω μεθόδους έναντι των υπολοίπων είναι ασαφείς και τυχαίες, εξαρτώνται δε από το δείγμα των συμμετεχόντων μετοχών, σε συνδυασμό με το κατά περίπτωση χρονικό διάστημα εφαρμογής. Μία δε προτεινόμενη μεθοδολογία εξάλειψης αυτής της τυχειότητας έχει να κάνει με την αναγκαστική εκ μέρους του ερευνητή ταύτιση της εκτιμωμένης τιμής του συντελεστή συσχέτισης με την ιστορική τιμή αυτού επί της χρονικής περιόδου εφαρμογής. Μετά της προσαρμογής αυτή, η μέθοδος εκείνη η οποία εμφάνισε τα καλύτερα αποτελέσματα έναντι των υπολοίπων, ήταν η Bayesian τεχνική κατά Vasicek.

Fundamental Betas

Ο συντελεστής β αποτελεί μία ένδειξη μέτρησης του συστημικού και μη διαφοροποιήσιμου κινδύνου που εισφέρει μία συμμετοχή, στο συνολικό κίνδυνο χαρτοφυλακίου. Ο κίνδυνος της κάθε συμμετοχής γνωρίζουμε δε πως εξαρτάται από τα εταιρικά θεμελιώδη, καθώς επίσης και από τα ιδιαίτερα αγοραία χαρακτηριστικά της αντιστοίχου συμμετοχής.

Μία προσπάθεια σύνδεσης όλων των παραπάνω , σε μία γενικότερη προσπάθεια καλύτερης κατανόησης και πρόβλεψης των συντελεστών β , πραγματοποίησαν οι Beaver, Kettler & Scholes (1970) , αποκαλύπτοντας στην ουσία τη σχέση που υποκρύπτεται μεταξύ της τιμής του συντελεστή β και των ακόλουθων εταιρικών θεμελιωδών μεγεθών:

- Dividend payout (Dividends divided by earnings)
- Asset Growth (Annual change in total assets)
- Leverage (Senior securities to total assets)
- Liquidity (Current Assets to Current Liabilities)
- Asset size (Total Assets)
- Earnings Variability (Standard deviation of the earnings price ratio)
- Accounting Beta (Earnings Beta)

Η γενικότερη μορφή ενός τέτοιου μοντέλου πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι το ακόλουθο :

$$\beta_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n + e_i \quad (42)$$

Όπου τα διάφορα x_i καταδεικνύουν τη μεταβλητή , πέραν της αγοραίας επιδράσεως , η οποία επηρεάζει τον συντελεστή β , ενώ η τυχαία μεταβλητή e_i καταδεικνύει εκείνη την επίδραση η οποία οφείλεται σε τρίτους παράγοντες πέραν αυτών που συμπεριλαμβάνονται στο μοντέλο πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης.

Η βασικότερη χρησιμότητα της αξιοποίησης των ιστορικών δεδομένων κατά των υπολογισμό των συντελεστών β είναι πως προσδιορίζει τη μεταβλητότητα των αποδόσεων της συμμετοχής i λόγω των επιδράσεων της Αγοράς, αδυνατεί όμως να αποτυπώσει εγκαίρως μεταβολές στο επίπεδο του συστημικού και μη διαφοροποιήσιμου κινδύνου , λόγω αλλαγών στα εταιρικά θεμελιώδη.

Αντιθέτως η προβλεπτική διαδικασία του συντελεστή β , η στηριζόμενη επί των εταιρικών θεμελιωδών μεγεθών , είναι αυξημένη αναφορικά με την ικανότητα της να αποτυπώσει άμεσα τις μεταβολές στο επίπεδο του συστημικού κινδύνου , λόγω μεταβολών επί των θεμελιωδών εταιρικών μεγεθών.

Η ιδεατή προβλεπτική διαδικασία θα ήταν εκείνη η οποία θα συνδύαζε τις δύο παραπάνω προσεγγίσεις και είναι ακριβώς αυτή που έπραξαν οι Rosenberg & Marathe (1975) , λαμβάνοντας υπόψη και την εργασία των Rosenberg & McKibben (1973) , σύμφωνα με την οποία υφίστανται σταθερές και εξακολουθητικές διαφορές μεταξύ των betas, διαφορετικών κλάδων της Αγοράς.

Η πλέον πρόσφατη και συνάμα εξαιρετικά αποτελεσματική προβλεπτικά προσέγγιση επί του θέματος συνιστά την αντικατάσταση των τρεχόντων εταιρικών θεμελιωδών μεγεθών από τα αντίστοιχα προβλεπόμενα μεγέθη.

CHAPTER 4

THE CORRELATION STRUCTURE OF SECURITY RETURNS

MULTI - INDEX MODELS & GROUPING TECHNIQUES

The Correlation Structure of Security Returns

Multiple Index Models and Grouping Techniques

Τα multi – index models , αποτελούν μία προσπάθεια προσδιορισμού εκείνων των επιδράσεων επί των συμμετοχών χαρτοφυλακίου , οι οποίες οφείλονται σε παράγοντες διαφορετικούς εκείνου της αγοράς. Η όλη προσπάθεια ξεκινά από τα εμπειρικά ερευνητικά δεδομένα τα οποία καταδεικνύουν την ύπαρξη τέτοιων επιδράσεων , όπως για παράδειγμα η μελέτη του King (1966) η οποία κατέδειξε την ύπαρξη επιδράσεων οι οποίες εδράζονται σε κλαδικούς παράγοντες της Αγοράς. Στην όλη προσπάθεια αναπτύσσονται μέθοδοι συλλογής και ομαδοποίησης των προαναφερθέντων επιδράσεων , είτε με κριτήρια οικονομικής λογικής (economic factors) , είτε με δομικά κριτήρια κλάδων Αγοράς (structural factors). Ο προβλεπτικός κίνδυνος ο οποίος αναλαμβάνεται κατά την όλη διαδικασία είναι η εισαγωγή νέων indexes πέραν εκείνου της Αγοράς κατά το 'Απλό Γραμμικό Μοντέλο' , οι οποίοι θα εισφέρουν απλά 'θόρυβο' και όχι ουσιαστική πληροφορία χρήσιμη στην όλη προβλεπτική διαδικασία.

Η βασική υπόθεση ενός multi – index model είναι πως ο μοναδικός λόγος για τον οποίο οι αποδόσεις δύο οιονδήποτε μετοχών συνμεταβάλλονται, είναι εξαιτίας της συνμεταβλητότητας αυτών με την ομάδα δεικτών που επελέχθησαν στο πολυπαραγοντικό μοντέλο. Η παραπάνω υπόθεση αποτελεί μία υπόθεση εργασίας η οποία απλουστεύει τη διαδικασία υπολογισμού του αναλαμβανόμενου κινδύνου στα πλαίσια διαμόρφωσης αποτελεσματικών χαρτοφυλακίου συμμετοχών και σε καμία περίπτωση δεν εδράζεται σε κάποια θεωρητική ή άλλη υπόθεση.

Επιπροσθέτως η απόδοση ενός πολυπαραγοντικού μοντέλου , κρίνεται καταληκτικά εκ του αποτελέσματος , δηλαδή το κατά πόσο οι επιλεχθέντες παράγοντες οι οποίοι επελέχθησαν προς εισαγωγή στο μοντέλο , ώστε να αναπαραστήσουν τη συνμεταβλητότητα των συμμετεχόντων μετοχών, κατάφεραν τελικά να το πράξουν με στατιστικώς σημαντικό τρόπο.

Ακολούθως παρατίθεται η βασική μορφή του πολυπαραγοντικού μοντέλου και η συν αυτής υποθέσεις οι οποίες το υποστηρίζουν, με την κυριότερη εξ' αυτών να αφορά την ανεξαρτησία των επιλεχθέντων δεικτών μεταξύ τους, σε συνδυασμό με την ανά δύο ανεξαρτησία των residuals . Πιο συγκεκριμένα:

Βασική Εξίσωση Πολυπαραγοντικού Μοντέλου:

$$R_i = a_i + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + \dots + b_{iL}I_L + c_i, \forall i = 1, \dots, N \quad (38)$$

Όπου:

a_i : σταθερός όρος alpha, ο οποίος αναπαριστά την αναμενόμενη τιμή της απόδοσης της συμμετοχής i , η οποία οφείλεται σε άλλους παράγοντες πέραν των δεικτών του πολυπαραγοντικού μοντέλου

c_i : στοχαστικός όρος ο οποίος περιγράφει την αβεβαιότητα αναφορικά με την απόδοση της συμμετοχής i , η οποία δεν αποδίδεται στους παράγοντες του πολυπαραγοντικού μοντέλου

Χαρακτηριστικά Ορισμών:

$$\text{Residual Variance of stock } i: \sigma_{e_i}^2, \quad \forall i = 1 \dots N \quad (39)$$

$$\text{Variance of Index } j: \sigma_{I_j}^2 \quad \forall j = 1 \dots L \quad (40)$$

Χαρακτηριστικά Κατασκευής:

$$E(c_i) = 0 \quad \forall i = 1 \dots N \quad (41)$$

$$E[(I_i - \bar{I}_i)(I_j - \bar{I}_j)] = 0 \quad \forall i = 1 \dots L \ \& \ \forall j = 1 \dots L \ \& \ i \neq j \quad (42)$$

$$E[c_i(I_j - \bar{I}_j)] = 0 \quad \forall i = 1 \dots N \ \& \ \forall j = 1 \dots L \quad (43)$$

Χαρακτηριστικά Υποθέσεων:

$$E(c_i c_j) = 0 \quad \forall i = 1 \dots N \ \& \ \forall j = 1 \dots N \ \& \ i \neq j \quad (44)$$

Η εν λόγω υπόθεση μαθηματικά αποτυπώνει πως ο μοναδικός λόγος για τον οποίο οι αποδόσεις των μετοχών συνμεταβάλλονται είναι λόγω της συνδιακύμανσης με το επιλεγμένο σύνολο των δεικτών του πολυπαραγοντικού μοντέλου. Σύμφωνα με το μοντέλο δεν υφίστανται παράγοντες πέραν των επιλεχθέντων του μοντέλου, οι οποίοι να ευθύνονται για την συνδιακύμανση των αποδόσεων μεταξύ δύο οιοδήποτε συμμετοχών του χαρτοφυλακίου.

Καταληκτικά εξ αιτίας των παραπάνω προκύπτουν τα ακόλουθα :

Expected Return:

$$\bar{R}_i = \alpha_i + b_{i1}\bar{I}_1 + b_{i2}\bar{I}_2 + \dots + b_{iL}\bar{I}_L \quad (45)$$

Variance of Return:

$$\sigma_i^2 = b_{i1}^2\sigma_{I1}^2 + b_{i2}^2\sigma_{I2}^2 + \dots + b_{iL}^2\sigma_{iL}^2 + \sigma_{ci}^2 \quad (46)$$

Covariance of Returns:

$$\sigma_{ij} = b_{i1}b_{j1}\sigma_{I1}^2 + b_{i2}b_{j2}\sigma_{I2}^2 + \dots + b_{iL}b_{jL}\sigma_{iL}^2 \quad \forall i, j = 1 \dots N \text{ \& } i \neq j \quad (47)$$

Καταληκτικά να σημειώσουμε πως ο αριθμός των μεταβλητών προς εκτίμηση είναι $2L + 2N + LN$, όπου N είναι ο αριθμός των συμμετοχών χαρτοφυλακίου και L ο αριθμός των δεικτών στο πολυπαραγοντικό μοντέλο. Θεωρώντας παράλληλα πως οι αναλυτές παράσχουν εκτιμήσεις αναφορικά με τις μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των αποδόσεων τόσο των συμμετοχών όσο και των δεικτών, προκύπτει πως οι μόνες εκτιμήσεις οι οποίες προκύπτουν τελικά από το πολυπαραγοντικό μοντέλο είναι οι συντελεστές συσχέτισης. Η εν λόγω προβλεπτική ικανότητα του εκάστοτε πολυπαραγοντικού μοντέλου είναι εκείνη η οποία καταληκτικά θα καθορίσει και τη χρησιμότητα του στη διαδικασία επιλογής και σύνθεσης αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων.

Industry Index Models:

Η βασική ιδέα πίσω από τη κατασκευή των εν λόγω μοντέλων είναι πως υφίστανται συνδιακυμάνσεις μεταξύ των αποδόσεων των συμμετεχόντων μετοχών, οι οποίες αποδίδονται πέραν των συνδιακυμάνσεων με την αγορά, συνδιακυμάνσεις προερχόμενες από τους επιμέρους κλάδους αυτής. Τον εν λόγω ισχυρισμό κατέδειξε πρωτογενώς με σχετική του έρευνα ο King (1966).

Υπό της παραπάνω υποθέσεως το πολυπαραγοντικό μοντέλο μεταλλάσσεται ως εξής :

$$R_i = \alpha_i + b_{im}I_m + b_{i1}I_1 + \dots + b_{iL}I_L + c_i \quad (48)$$

Όπου:

I_m : Ο δείκτης της Αγοράς

I_j : Ο δείκτης του j κλάδου της Αγοράς

Σύμφωνα με τη πρακτική της αγοράς αλλά και των αναλυτών, η κάθε επιχείρηση λαμβάνει τη πλειονότητα των εσόδων της από έναν και μόνον συγκεκριμένο κλάδο της Αγοράς και σπανιότατα από δύο ή και περισσότερους κλάδους. Αυτό μας δίδει τη δυνατότητα να απλουστεύσουμε περαιτέρω τη μορφή του μοντέλου όπως παρουσιάζεται στην εξίσωση (48), επιλέγοντας πέραν του δείκτη της Αγοράς μόνο το δείκτη εκείνο που σχετίζεται με τον συγκεκριμένο κατά περίπτωση συμμετοχής και εταιρίας κλάδο αγοράς.

$$R_i = \alpha_i + b_{im}I_m + b_{ij}I_j + c_i \quad (49)$$

Στη περίπτωση αυτή η συνδιακύμανση μεταξύ των συμμετοχών i και k , μεταλλάσσεται ως ακολούθως :

$$\sigma_{ik} = b_{im}b_{km}\sigma_m^2 + b_{ij}b_{kj}\sigma_j^2 \quad \forall i, k = 1 \dots N \text{ \& } i \neq k \quad (50)$$

Η παραπάνω προσαρμογή δε περιορίζει την προβλεπτική ικανότητα του μοντέλου, διότι έχουν εξαιρεθεί εκείνοι οι κλάδοι της Αγοράς, οι οποίοι εισφέρουν πολύ μικρή επίδραση στη διαμόρφωση των αποδόσεων της συμμετοχής i και ως εκ τούτου η εισαγωγή των εις στο μοντέλο θα προσέφερε μάλλον θόρυβο εκτίμησης, παρά ουσιαστική πληροφορία.

Η ουσιαστική όμως ωφέλεια προκύπτει από το γεγονός της δραματικής μείωσης των απαιτούμενων εκτιμήσεων, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν ως εισαγωγική πληροφορία στο μοντέλο προκειμένου το τελευταίο να λειτουργήσει, σε $4N + 2L + 2$.

Ανάλυση και Αξιολόγηση των Πολυπαραγοντικών Μοντέλων:

Η κυριότερη μέθοδος αξιολόγησης της προβλεπτικής ικανότητας των εναλλακτικών διαθέσιμων πολυπαραγοντικών μοντέλων, αφορά την αξιολόγηση της ικανότητας του κάθε μοντέλου να εκτιμήσει το μελλοντικό πίνακα των συντελεστών συσχέτισης μεταξύ των συμμετεχόντων μετοχών. Βεβαίως η αξιολόγηση εδράζεται στον προσδιορισμό της στατιστικής σημαντικότητας των διαφορών μεταξύ των προβλεπόμενων αποδόσεων σε σχέση με τις τελικώς επιτευχθείσες. Επιπρόσθετα όμως θα πρέπει να ενταχθεί στη διαδικασία αξιολόγησης και η οικονομική διάσταση, αναφορικά με τις αποδόσεις και τη σχετική κερδοφορία την οποία παράγει το κάθε χαρτοφυλάκιο συμμετοχών αναλόγως της μεθόδου από την οποία προήλθε, δεδομένου του επιθυμητού επιπέδου κινδύνου εκ μέρους του επενδυτή.

Στο σημείο αυτό δεν θα πρέπει να αμεληθεί η σημασία της διαμόρφωσης των δεικτών σε κάθε υπό εξέταση πολυπαραγοντικό μοντέλο. Η συνηθέστερη μέθοδος καθορισμού είναι στατιστική (Principal components analysis) η οποία αξιοποιεί ιστορικά δεδομένα προερχόμενα από τον πίνακα διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων και προσδιορίζει ομάδα δεικτών η οποία επεξηγεί και αναπαραγάγει αποτελεσματικότερα τον ίδιο τον ιστορικό πίνακα διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων.

Σύμφωνα με τη μελέτη των Elton και Gruber (1973), η περαιτέρω προσθήκη κλαδικών δεικτών αγοράς στο Απλό Γραμμικό Μοντέλο, στηριζόμενοι σε ιστορικά στοιχεία του πίνακα διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων, βελτίωσε δραματικά την ικανότητα του μοντέλου να αναπαραστήσει συνολικά τον πίνακα των ιστορικών διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων πλην όμως, δυσχέρανε ουσιαστικά την αποδοτικότητα του μοντέλου υπό της έννοιας πως, δεδομένου του επιπέδου του ρίσκου, οδηγούσε σε κατασκευή χαρτοφυλακίων με χαμηλότερες αποδόσεις και άρα οικονομική σημαντικότητα. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια, η προσθήκη μεγάλου αριθμού δεικτών στο Απλό γραμμικό μοντέλο, προσέθεσε στην ουσία θόρυβο και λιγότερο πραγματική πληροφορία επί της όλης προβλεπτικής διαδικασίας.

Ανάλογη μελέτη διενέργησαν οι Cohen & Pogue (1967), στην οποία οι κλαδικοί δείκτες της Αγοράς προσδιορίστηκαν με βάση την τυπική κατηγοριοποίηση, με κριτήριο την προϊοντική κατηγορία του τελικώς εξαγόμενου προϊόντος. Εν συνεχεία το Απλό Γραμμικό Μοντέλο, καθώς και το προαναφερθέν πολυπαραγοντικό μοντέλο, αξιοποιώντας ιστορικά στοιχεία δύο περιόδων, μίας προγενέστερης και μίας μεταγενέστερης, ελέχθησαν επί της προβλεπτικής ακρίβειας των αποδόσεων κατά την δεύτερη περίοδο μέσω αξιοποίησης των πρωτογενών στοιχείων της πρώτης.

Τα αποτελέσματα της έρευνας και πάλι κατέδειξαν πως το Απλό Γραμμικό Μοντέλο , για δεδομένο επίπεδο ρίσκου , διαμόρφωσε χαρτοφυλάκιο υψηλότερης συνολικής απόδοσης , διατηρώντας εν παραλλήλω την απλότητα χρήσης του.

Άλλες εναλλακτικές μελέτες όπως εκείνες των Elton & Gruber (1973) και των Elton, Gruber & Blake (1999) , ασχολήθηκαν με μία διαφορετική προσέγγιση εκείνης της κατηγοριοποίησης των κλαδικών δεικτών Αγοράς, με κριτήριο κατηγοριοποίησης το βαθμό συσχέτισης των ιστορικών αποδόσεων. Με άλλα λόγια εκείνες οι εταιρίες οι ιστορικές αποδόσεις των οποίων, εμφάνιζαν υψηλό βαθμό συσχέτισης , συνέστησαν μία κλαδική ομάδα. Οι εν λόγω κλαδικές ομάδες ονομάστηκαν pseudo – indexes αλλά παρόλη τη διαχρονική σταθερότητα τους , δεν κατάφεραν να επιτύχουν μεγαλύτερη προβλεπτική ικανότητα από εκείνη των κλασικών κλαδικών δεικτών.

Τέλος μία διαφορετική κατηγορία μελετών , επιχείρησε να προσδιορίσει το βέλτιστο αριθμό δεικτών αγοράς στα πλαίσια του πολυπαραγοντικού μοντέλου , ώστε να επαυξηθεί η ικανότητα του να αναπαράγει με ακρίβεια τον συνολικό ιστορικό πίνακα συντελεστών συσχέτισης. Η έρευνα των Roll & Ross (1980) καταδεικνύει τουλάχιστον 3 δείκτες, οι Dhrymes, Friend & Gultekin (1984) κατέδειξαν πως ο αριθμός των δεικτών δεν είναι σταθερός και συγκεκριμένος αλλά εξαρτάται από τον αριθμό των εταιριών υπό αξιολόγηση. Αναλόγως λοιπόν του μεγέθους του δείγματος των εταιριών κατέδειξαν πως απαιτούνται αρκετά περισσότεροι από 3 δείκτες. Τελικώς ο Gibbons (1982) αναλύοντας μεικτά χαρτοφυλάκια μετοχών και ομολόγων κατέληξε πως απαιτούνται τουλάχιστον έξι με επτά κλαδικοί δείκτες.

Παράλληλα των ερευνών των παραπάνω ερευνητών, υπήρξαν και εναλλακτικές μελέτες όπως εκείνη των Chen , Roll & Ross (1986) ή των Burmeister et al. (1986 , 1987 , 1988) οι οποίοι παρήγαγαν πολυπαραγοντικά μοντέλα τα οποία χρησιμοποιούν συνδυαστικούς δείκτες μακροοικονομικών παραγόντων.

Δεν πρέπει τέλος να αμεληθεί η αναφορά των Fama & French (1993) οι οποίοι κατασκεύασαν ένα πολυπαραγοντικό μοντέλο στηριζόμενο σε εταιρικά στοιχεία και δείκτες μέτρησης της εταιρικής απόδοσης και συναφούς κερδοφορίας.

Average Correlation Models:

Όπως ήδη έχει αναφερθεί , η προσθήκη ολοένα και περισσότερων κλαδικών ή άλλων δεικτών στο Απλό Γραμμικό Μοντέλο , πρόσθεσε περισσότερο θόρυβο στη προβλεπτική διαδικασία, παρά ενίσχυσε την όλη προβλεπτική ικανότητα του μοντέλου.

Προκειμένου να περιοριστεί η εν λόγω αδυναμία των πολυπαραγοντικών μοντέλων, οι Elton & Gruber (1973) και οι Elton, Gruber & Ulrich (1978), πρότειναν την ιδέα της κατά μέσο όρο εξομάλυνσης (averaging smoothing) των δεδομένων του ιστορικού πίνακα συντελεστών συσχετίσεων. Οι εναλλακτικές οι οποίες δίδονται είναι οι εξής:

- Στην εν λόγω προσέγγιση λαμβάνουμε το μέσο όρο όλων των ανά δύο συντελεστών συσχέτισης, θεωρώντας πως ο ιστορικός πίνακας συντελεστών συσχέτισης περιέχει πληροφορία αναφορικά με την μελλοντική μέση τιμή όλων των ανά δύο συντελεστών συσχέτισης, χωρίς όμως να μας παράσχετε πληροφορία για την απόσταση του κάθε ενός από την μέση τιμή. Το μοντέλο που παράγεται με αυτό τον τρόπο ονομάζεται Overall Mean Model και αποτελεί τη βάση σύγκρισης και αναφοράς όλων των υπολοίπων συναφών εναλλακτικών μοντέλων.
- Η επόμενη διαβάθμιση αφορά την αξιοποίηση χρήσης των κλαδικών δεικτών, όπου υποθέτουμε πως ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ δύο οποιονδήποτε εταιριών του ίδιου δείκτη είναι σταθερός και ίσος με τον αντίστοιχο ιστορικό μέσο όρο του κλάδου. Την ίδια υπόθεση κάνουμε μεταξύ διαφορετικών κλάδων της οικονομίας, ή ενδεχομένως μεταξύ των pseudo – indexes σύμφωνα με τους Elton & Gruber (1973)

Το Overall Mean Model έχει εκτενώς αξιολογηθεί ενάντια των Single – Index Models, General – Index Models και του ίδιου του συνολικού ιστορικού Correlation Matrix, μέσω της χρήσης τριών διαφορετικών δειγμάτων σε τέσσερις διαφορετικές χρονικές περιόδους. Σε κάθε περίπτωση το Overall Mean Model ξεπέρασε τόσο σε στατιστική σημαντικότητα (5%), όσο και σε οικονομική σημαντικότητα όλα τα προηγούμενα. Μάλιστα η αύξηση στην αναμενόμενη απόδοση του διαμορφωμένου χαρτοφυλακίου ήταν της τάξεως του 25%, δεδομένου του ρίσκου.

Η κατάσταση αξιολόγησης περιπλέκεται αρκετά, καθώς υιοθετείται η χρήση των κλασικών κλαδικών δεικτών ή ακόμη περισσότερο μέσω των pseudo – indexes. Τα εν λόγω μοντέλα ξεπέρασαν όλα τα υπόλοιπα, τόσο σε στατιστική όσο και σε οικονομική σημαντικότητα, αλλά πρέπει να σημειωθεί πως η κατάταξη αυτών, καθώς και σχετικές αποστάσεις των, διέφεραν αναλόγως των ιστορικών χρονικών περιόδων μελέτης, ή αναλόγως του επιπέδου του αναλαμβανόμενου επενδυτικού κινδύνου.

Mixed Models:

Η χρήση μεικτών μοντέλων συνίσταται στη συνδυαστική χρήση του Απλού Γραμμικού Μοντέλου με ένα μοντέλο το οποίο θα λαμβάνει υπόψη του τις επιδράσεις πέραν εκείνων της Αγοράς. Το πλέον διαδεδομένο μοντέλο αυτής της κατηγορίας είναι εκείνο του Rosenberg (1974). Στο μοντέλο του ο Rosenberg χρησιμοποιεί μεταβλητές οι οποίες περιγράφουν τα εταιρικά θεμελιώδη και τις συσχετίζει με τα αντίστοιχα betas των συμμετεχόντων μετοχών. Με την ίδια ακριβώς μεθοδολογία ο Rosenberg συσχέτισε τη συνδιακύμανση των ανά δύο συμμετεχόντων μετοχών που οφείλονταν σε άλλους παράγοντες πέραν της Αγοράς, με τις ίδιες ακριβώς θεμελιώδεις εταιρικές μεταβλητές, καθώς και με κλασσικούς κλαδικούς δείκτες. Το σύνολο των δεικτών μετά την αφαίρεση του δείκτη της αγοράς ανήλθε στις 114 μεταβλητές. Λόγω δε της νεότητας του μοντέλου δεν υφίστανται ασφαλή ερευνητικά ευρήματα και συμπεράσματα ελέγχου και αξιολόγησης του.

Μία τελευταία εναλλακτική μεθοδολογία η οποία αξίζει να αναφερθεί είναι εκείνη σύμφωνα με την οποία οι προαναφερθείσες τεχνικές δεν εφαρμόζονται επί των ιδίων των συντελεστών συσχέτισης, αλλά επί των συντελεστών συσχέτισης των residuals του Απλού Γραμμικού Μοντέλου, τόσο εντός όσο και διαμέσω των διαθέσιμων κλαδικών δεικτών. Εν συνεχεία ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ δύο οποιονδήποτε συμμετοχών, μπορεί να προβλεφθεί συνδυάζοντας την πρόβλεψη του συντελεστή συσχέτισης της προερχομένης από το Απλό Γραμμικό Μοντέλο και του συντελεστή που προήλθε από την extra - market averaging διαδικασία πρόβλεψης.

Βασικές Μορφές Πολυπαραγοντικών Μοντέλων Fama & French multi index models:

Οι Fama & French στη βασική τους μελέτη κατασκεύασαν ένα πολυπαραγοντικό μοντέλο του οποίου η λογική στηρίζεται στην ανακάλυψη πως το χρηματιστηριακό μέγεθος της εταιρίας (market capitalization), καθώς και το book value of equity to market value of equity ratio (book to market ratio), επηρεάζουν τις αποδόσεις των μετοχών. Και οι δύο παραπάνω δείκτες θεωρούνται ως risk proxies και πιο συγκεκριμένα οι ερευνητές ανακάλυψαν πως οι αποδόσεις είναι αρνητικώς συσχετιζόμενες με το χρηματιστηριακό μέγεθος και θετικώς συσχετιζόμενες με το book to market ratio. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια, οι εταιρίες με μεγάλο χρηματιστηριακό μέγεθος και υψηλό book to market ratio, εμφανίζουν χαμηλές ιστορικές αποδόσεις, διότι θεωρούνται ασφαλείς επενδυτικές τοποθετήσεις.

Το πρόβλημα το οποίο αντιμετώπισαν οι ερευνητές κατά την ενσωμάτωση των παραπάνω δεικτών αφορά το γεγονός ότι, ενώ οι παρατηρήσεις των αποδόσεων είναι μηνιαίας βάσεως, τα μεγέθη της χρηματιστηριακής αξίας και του book to market ratio, ανακοινώνονται κάθε τρίμηνο. Ως εκ τούτου απαιτείται η κατασκευή κατάλληλων χαρτοφυλακίων οι αποδόσεις των οποίων θα αποτελούν proxies των επιδράσεων των προαναφερθέντων δεικτών επί των αποδόσεων των συμμετοχών.

Η κατασκευή των εν λόγω χαρτοφυλακίων γίνεται ως ακολούθως :

- Βήμα 1^ο:

Η διάκριση του συνόλου των συμμετοχών με βάση τη χρηματιστηριακή αξία (market capitalization = shares outstanding x market value per share) πραγματοποιείται με βάση τον χρηματιστηριακό δείκτη NYSE με cut off σημείο το μισό της χρηματιστηριακής αξίας του τελευταίου. Επομένως διακρίνονται δύο ομάδες συμμετοχών : Οι συμμετοχές με μικρή (small) και μεγάλη (big) χρηματιστηριακή κεφαλαιοποίηση.

Εν συνεχεία και με βάση το book to market κριτήριο η κατηγοριοποίηση πράττεται και πάλι επί του δείκτη NYSE, ακολουθεί δε την εξής λογική:

- Low Book to market:
Συμμετοχές με τιμή δείκτη, έως και το 30% της συνολικής αξίας του market to book ratio.
- Middle Book to market:
Συμμετοχές με τιμή δείκτη, έως και το 70% της συνολικής αξίας του market to book ratio.
- High Book to market:
Συμμετοχές με τιμή δείκτη, έως και το 100% της συνολικής αξίας του market to book ratio.

- Βήμα 2^ο:

Εν συνεχεία ακολουθεί ο προσδιορισμός των δεικτών οι επιδράσεις των οποίων, θα προσομοιάζουν την επίδραση του size και του market to book ratio, στις αποδόσεις των μετοχών.

Αναφορικά με τη μεταβλητή η οποία θα αποτελέσει το proxy του sizing η εν λόγω θα κατασκευαστεί ως 'Small minus Big' (SMB).

Πιο συγκεκριμένα, θα κατασκευαστούν δύο χαρτοφυλάκια , ένα το οποίο θα αποτυπώνει τη μέση απόδοση των μετοχών με μικρή κεφαλαιοποίηση ανά market to book segment και ένα δεύτερο το οποίο θα αποτυπώνει τη μέση απόδοση των μετοχών με υψηλή κεφαλαιοποίηση ανά market to book segment. Το χαρτοφυλάκιο οι αποδόσεις του οποίου θα αποτελέσουν proxy της επίδρασης του sizing προκύπτει ως η διαφορά των μέσων αποδόσεων με ordering το παραπάνω (small minus big).

Αναφορικά με τη μεταβλητή η οποία θα αποτελέσει το proxy του δείκτη market to book ratio, η εν λόγω θα προκύψει ως ανωτέρω, δηλαδή ως η διαφορά των μηνιαίων αποδόσεων δύο χαρτοφυλακίων 'High minus low market to book ratio', ανά market size segment.

Να σημειωθεί δε πως η συγκεκριμένη μεθοδολογία οδηγεί στη κατασκευή μεταβλητών οι οποίες μεταξύ των είναι στην ουσία ασυσχέτιστες, εμφανίζοντας πολύ μικρό συντελεστή συσχέτισεως ίσο προς 0,08.

Καταληκτικά στο μοντέλο εισαγάγετε και ακόμη μία μεταβλητή η οποία είναι προφανώς ασυσχέτιστη των προηγούμενων δύο και παριστά τα excess returns ενός αντιπροσωπευτικού δείκτη αγοράς (S & P 500) από τις αποδόσεις των monthly Treasury Bills.

Σε μεταγενέστερες μορφές του μοντέλου κατά Fama & French έχει ενταχθεί ακόμη μία μεταβλητή, η οποία ονομάζεται 'Momentum' και η οποία παριστά τις διαφορές απόδοσης μεταξύ ομάδων χαρτοφυλακίων υψηλής και χαμηλής αποδόσεως.

Κατά την εμπειρική δε επαλήθευση του αρχικού μοντέλου και προκειμένου για μετοχές υψηλού market capitalization και υψηλού market to book , η προβλεπτική ικανότητα του μοντέλου αυξήθηκε σε 0,83 από 0,69 σε σχέση με το 'Απλό Γραμμικό Μοντέλο'. Παρόλα αυτά σε σχετική τους έρευνα οι Chen , Karceski & Lakonishok (1999) κατέδειξαν πως το μοντέλο των Fama & French (τόσο των τριών όσο και των τεσσάρων μεταβλητών) επέδειξε μικρότερη προβλεπτική ικανότητα έναντι του απλού μοντέλου που υποθέτει σταθερότητα επί του πίνακα των συντελεστών συσχέτισης. Επί της ουσίας η προστιθέμενη αξία του μοντέλου των Fama & French συνίσταται στην αποκρυπτογράφηση της επίδρασης του sizing και του market to book ratio, επί του πίνακα των ανά δύο συντελεστών συσχέτισεως.

Chen , Roll & Ross multi index models:

Οι Burmeister, McElroy, et al. (1986 , 1987 , 1988) , στηριζόμενοι στη βασική εργασία των Chen, Roll & Ross (1986) , ανέπτυξαν πολυπαραγοντικό μοντέλο το οποίο αποτελείται από πέντε παραμέτρους, θεωρώντας πως οτιδήποτε αποκλίνει από την ιστορική μέση τιμή θεωρείται ως αιτία μεταβολής των αποδόσεων των μετοχών. Οι δύο βασικές παραδοχές επί των οποίων στηρίχθηκε το μοντέλο είναι οι εξής :

- Οι τιμές των μετοχών επηρεάζονται αφενός μεν από το μέγεθος των μελλοντικών αναμενομένων χρηματοροών της μετοχής, όπως οι τελευταίες διαμορφώνονται από τη κεφαλαιακή απόδοση σε συνδυασμό με τη μερισματική απόδοση, καθώς και από το προεξοφλητικό επιτόκιο προσδιορισμού της παρούσας αξίας αυτών.
- Οι τρέχουσες τιμές των προαναφερθέντων παραμέτρων, θεωρείται πως ήδη έχουν ενσωματωθεί στη τιμή της μετοχής και οποιαδήποτε μεταβολή αυτών επί της ιστορικής μέσης τιμής των είναι η αιτία μεταβολής και επηρεασμού της τιμής της μετοχής.

Συνεπακόλουθα η κατηγοριοποίηση των πέντε παραμέτρων έχει ως εξής :

- Δύο μεταβλητές οι οποίες επηρεάζουν το μέγεθος του προεξοφλητικού επιτοκίου.
 - I1: one half of 1% plus the return on long term government bonds minus the return upon the long term corporate bonds (καθορίζει τον βαθμό του market risk aversion)
 - I2: Return on long term government bonds minus return on the one month Treasury Bill και καθορίζει τη μορφή του term structure of interest rates.
(Να σημειωθεί πως η παράμετρος I2 εμφανίζει μέση τιμή μηδέν και μηδενικό autocorrelation, συνεπώς οποιαδήποτε μη μηδενική τιμή θεωρείται ως μη αναμενόμενη και υποψήφια προς επίδραση επί της αποδόσεως)
- Μία μεταβλητή η οποία επηρεάζει τόσο το μέγεθος του προεξοφλητικού επιτοκίου όσο και το μέγεθος των χρηματοροών.

Η εν λόγω μεταβλητή μετρά το μέγεθος του μη αναμενόμενου πληθωρισμού, ο οποίος προφανώς καθορίζει τόσο τις πραγματικές αποδόσεις, όσο και την αγοραστική δύναμη των μελλοντικών χρηματοροών.

I3: Expected Inflation at the beginning of the month minus realized inflation at the end of the month

- Μία μεταβλητή η οποία επηρεάζει το μέγεθος των μελλοντικών αναμενομένων χρηματοροών.

I4: expected long run growth rate in real final sales expected at the beginning of the month minus the expected long run growth rate in real final sales expected at the end of the month. Deviations in the above mentioned variable cause changes in the long run profits in the economy and consequently changes in the expected future cash flows of the stock.

Καταληκτικά μία ακόμη μεταβλητή προστίθεται στο μοντέλο και η οποία επιχειρεί να εντοπίσει επιδράσεις που διαφεύγουν των παραπάνω τεσσάρων μεταβλητών.

Προκειμένου να προσδιοριστεί η εν λόγω μεταβλητή, οι ερευνητές παλινδρόμησαν τις excess αποδόσεις έναντι του risk free rate του δείκτη S&P's 500, έναντι των παραπάνω μεταβλητών και προσδιόρισαν την ακόλουθη γραμμή παλινδρόμησης:

$$R_M - R_{rf} = 0.0022 - 1.33I_1 + 0.56I_2 + 2.29I_3 - 0.93I_4 \quad (51)$$

$$R^2 = 24\%$$

Εν συνέχεια προσδιόρισαν τη Πέμπτη μεταβλητή ως ακολούθως :

$$I5 = (R_m - R_{rf}) - (0.0022 - 1.33I_1 + 0.56I_2 + 2.29I_3 - 0.93I_4) \quad (52)$$

Salomon Brothers Multi index model:

Οι Salomon Brothers (1989), ανέπτυξαν ένα πολυπαραγοντικό μοντέλο επτά παραγόντων, το οποίο επιχειρεί να επεξηγήσει τη συμπεριφορά των αποδόσεων των μετοχών. Οι επτά μεταβλητές που χρησιμοποιούνται έχουν ως ακολούθως :

I1: Economic Growth

Προκειμένου να αποτυπωθεί η μακροχρόνια ανάπτυξη σε μακροοικονομικό επίπεδο, χρησιμοποιήθηκε η μεταβολή της ετήσιας βιομηχανικής παραγωγής (yoy change in industrial production).

I2: Business Cycle

Προκειμένου να αποτυπωθεί η φάση του οικονομικού κύκλου, χρησιμοποιήθηκε ως proxy του κινδύνου (risk aversion), το spread μεταξύ των αποδόσεων των investment grade 20 ετών εταιρικών ομολογιών, έναντι των αποδόσεων των, αντιστοίχου διάρκειας, κυβερνητικών ομολόγων.

I3: Long Term Interest Rates

Προκειμένου να αποτυπωθεί η επενδυτική ελκυστικότητα των 10 ετών κυβερνητικών ομολόγων, παρατηρείται η μεταβολή της yield curve των 10 ετών Αμερικανικών κυβερνητικών ομολόγων.

I4: Short Term Interest Rates

Προκειμένου να αποτυπωθεί η επενδυτική ελκυστικότητα των βραχυχρόνιων επενδυτικών τοποθετήσεων, έναντι των μετοχών ή των ομολόγων, παρατηρείται η μεταβολή της yield curve των μηνιαίων εντόκων γραμματίων του Αμερικανικού Δημοσίου.

I5: Inflation

Μεταβολή στο δείκτη CPI (Consumer Price Index), μεταξύ της αναμενομένης και τελικώς πραγματοποιηθείσης τιμής του εν λόγω δείκτη

I6: US Dollar

Η επίδραση της μεταβολής των συναλλαγματικών ισοτιμιών επί της χρηματαγοράς, όπως οι μεταβολές των συναλλαγματικών ισοτιμιών αποτυπώνονται επί νομισματικού καλαθιού 15 νομισμάτων.

I7: Other Influences

Επιδράσεις επί των αποδόσεων οι οποίες δεν αποτυπώνονται από τις προαναφερθείσες μεταβλητές

Κατόπιν εμπειρικών ελέγχων με τη χρήση μηνιαίων ιστορικών αποδόσεων, το μοντέλο του Salomon επεξήγησε το 41% της μεταβλητότητας των παρατηρούμενων αποδόσεων επί δείγματος 1,000 Investment grade μετοχών.

Βελτιώνοντας τη προβλεπτική ικανότητα των μοντέλων:

Οι πλέον πρόσφατες προσπάθειες βελτίωσης της προβλεπτικής ικανότητας των μοντέλων, αφορούν το συνδυασμό των τεχνικών που ήδη παρουσιάστηκαν, παράλληλα με διαφορετικές προσεγγίσεις στο τομέα της κλαδικής ομαδοποίησης .

Χαρακτηριστικές είναι οι μελέτες των Chan, Karcrski & Lakonishok (1999) και των Elton, Gruber & Spitzer (2006) , οι οποίες υποθέτουν ιστορική σταθερότητα του πίνακα συντελεστών συσχέτισης. Οι εν λόγω απέδειξαν πως τα μοντέλα στηριζόμενα στην υπόθεση της σταθερότητας των συντελεστών συσχέτισης , απέδειχθησαν τα πιο αποτελεσματικά στη προβλεπτική τους ικανότητα , ενώ αμέσως μετά κατατάσσεται το 'Απλό Γραμμικό Μοντέλο' του Sharpe , πάντοτε με κριτήριο τη προβλεπτική ικανότητα επί του πίνακα των συντελεστών συσχέτισης. Το παραπάνω εύρημα αποδεικνύει πως τα πλέον σύνθετα μοντέλα δεν συμβάλουν στην επαύξηση της προβλεπτικής ικανότητας , αντιθέτως εισφέρουν θόρυβο εκτίμησης στην όλη διαδικασία. Προς αυτή τη κατεύθυνση οι Ledoit & Wolf (2003) σε σχετική τους έρευνα κατέδειξαν πως η χρήση ζευγών ιστορικών δεδομένων , σε συνδυασμό με συνδυαστικές προβλέψεις προερχόμενες από το 'Απλό Γραμμικό Μοντέλο' του Sharpe , βελτιώνει δραματικά τη προβλεπτική ικανότητα του συνδυαστικού μοντέλου. Μάλιστα, σε αντίστοιχη έρευνα τους το (2004), η βελτίωση της προβλεπτικής ικανότητας ήταν ακόμη μεγαλύτερη , εάν οι συνδυαζόμενες προβλέψεις προϋπόθεταν σταθερότητα του πίνακα των ανά δύο συντελεστών συσχέτισης. Η πλέον πρόσφατη ερευνητική προσέγγιση επί του θέματος , πραγματοποιήθηκε από τους των Elton, Gruber & Spitzer (2006), σύμφωνα με την οποία, η προβλεπτική ικανότητα του υιοθετούμενου μοντέλου βελτιώνονταν δραματικά , εάν η όλη διαδικασία διακρίνονταν σε δύο ακόλουθες φάσεις:

Η πρώτη φάση συνίσταται στην πρόβλεψη του ιστορικού μέσου όρου του συντελεστή συσχέτισης μεταξύ του συνόλου των μετοχών, ενώ η δεύτερη φάση συνίσταται στη πρόβλεψη των αποκλίσεων της μελλοντικής τιμής αυτού από την προαναφερθείσα μέση τιμή. Στην όλη διαδικασία χρησιμοποίησαν τις τεχνικές του κυλιόμενου μέσου όρου επί ιστορικών παρατηρήσεων του μέσου συντελεστή συσχέτισης , σε συνδυασμό με τεχνικές εκθετικής εξομάλυνσης (Exponential smoothing effect with smoothing coefficient of 0.5). Η μεθοδολογία δε ομαδοποίησης στηρίχθηκε σε κλαδικά κριτήρια κατηγοριοποίησης σε συνδυασμό με τη χρήση εταιρικών θεμελιωδών μεγεθών, όπως το market capitalization και το market to book ratio.

CHAPTER 5

SIMPLE TECHNIQUES FOR DETERMINING THE EFFICIENT FRONTIER

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Τρόποι Κατασκευής Αποτελεσματικών Χαρτοφυλακίων:

Από τα προηγούμενα κατέστη σαφές πως η προβλεπτική ικανότητα των διαθεσίμων μοντέλων, καθορίζεται από την ικανότητα τους να προβλέψουν το μελλοντικό πίνακα διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων ή διαφορετικά αλλά ισοδύναμα, το μελλοντικό πίνακα συντελεστών συσχέτισεων.

Στην όλη προσπάθεια απλοποίησης της διαδικασίας συλλογής και εισαγωγής των απαιτούμενων πληροφοριών, προκειμένου να λειτουργήσει το εκάστοτε μοντέλο (εις όρους μείωσης του όγκου αλλά και της πολυπλοκότητας των απαιτούμενων προς συλλογή ιστορικών στοιχείων) καταλήξαμε πως, το 'Απλό Γραμμικό Μοντέλο' καθώς και το μοντέλο που προϋποθέτει τη σταθερότητα του πίνακα των ανά δύο συντελεστών συσχέτισης, παρότι περιορίζουν τη πολυπλοκότητα χρήσης μέσω των απλουστευτικών υποθέσεων τους, δεν στερούνται ακριβείας αναφορικά με τη προαναφερθείσα προβλεπτική των ικανότητα, επί του πίνακα των ανά δύο συντελεστών συσχέτισης των υποψηφίων συμμετοχών.

Κατασκευή Αποτελεσματικού Χαρτοφυλακίου υπό της ισχύος των υποθέσεων του 'Απλού Γραμμικού Μοντέλου':

Υπό της ισχύος του 'Απλού Γραμμικού Μοντέλου', καθίσταται δυνατή η χρήση ενός απλού δείκτη ο οποίος βαθμονομεί τις υποψήφιες συμμετοχές επί του αρίστου χαρτοφυλακίου, καθιστώντας τις λιγότερο ή περισσότερο κατάλληλες και επιθυμητές προς εισαγωγή. Ο δείκτης αυτός είναι ο ακόλουθος:

Όπου:

\bar{R}_i : Η μέση αναμενόμενη τιμή της συμμετοχής i

R_f : Η απόδοση του riskless asset

β_i : Ο συντελεστής beta της i συμμετοχής ο οποίος ποιοτικά ερμηνεύεται ως η μεταβολή της αποδόσεως της i συμμετοχής δοθείσης της μεταβολής της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της Αγοράς κατά 1%.

Η πρακτική αλληλουχία ενεργειών στην εφαρμογή των παραπάνω έχει ως εξής :

- Βήμα 1^ο:
Προσδιορισμός των τιμών του δείκτη **(53)** για κάθε υποψήφια συμμετοχή προς εισαγωγή στο άριστο χαρτοφυλάκιο και φθίνουσα ταξινόμηση αυτών επί των τιμών του δείκτη.
- Βήμα 2^ο:
Καθορισμός του cutoff rate , έστω C_i :

$$C_i = \frac{\sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \frac{(\bar{R}_j - R_f)\beta_j}{\sigma_{e_j}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \frac{\beta_j^2}{\sigma_{e_j}^2}} \quad (54)$$

όπου:

σ_m^2 : Η διακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου της Αγοράς

σ_m^2 :

$\sigma_{e_j}^2$: Ο μη συστημικός και άρα διαφοροποιήσιμος κίνδυνος της i συμμετοχής.

- Βήμα 3^ο:
Ένταξη στο χαρτοφυλάκιο εκείνων των συμμετοχών οι οποίες εμφανίζουν τιμή επί του δείκτη **(53)** μεγαλύτερη ή ίση του C_i και απόρριψη εκείνων οι οποίες εμφανίζουν τιμή δείκτη χαμηλότερη του C_i . Ως εκ τούτου η υπολογιστική διαδικασία επί των C_i , σταματά μόλις βρεθεί εκείνη η τιμή του δείκτη **(54)** η οποία ικανοποιεί τη παραπάνω συνθήκη. Δηλαδή όλες οι υπερκείμενες μετοχές να εμφανίζουν τιμή του δείκτη **(53)** μεγαλύτερη της επιλεχθείσας τιμής του δείκτη **(54)** και τελικώς να εισάγονται στο άριστο χαρτοφυλάκιο, ενώ οι υποκείμενες μετοχές με τιμή επί του δείκτη **(53)** υπολειπόμενη του δείκτη **(54)**, να εξαιρούνται από αυτό.

Μία διαφορετική αλλά ισοδύναμη εξίσωση για το δείκτη C_i είναι η ακόλουθη η οποία μας επιτρέπει να κατανοήσουμε τη σχετική οικονομική του ερμηνεία:

$$C_i = \beta_{ip} \left\{ \frac{(\bar{R}_p - R_f)}{\beta_i} \right\} \quad (55)$$

Η οποία μας οδηγεί στην ακόλουθη ποιοτικά ισοδύναμη ανισότητα :

$$(\bar{R}_i - R_f) > \beta_{ip}(\bar{R}_p - R_f) \quad (56)$$

Όπου:

β_{ip} : Η αναμενόμενη μεταβολή της απόδοσης της i συμμετοχής, δοθείσης της μεταβολής της αναμενόμενης απόδοσης του ίδιου του αρίστου χαρτοφυλακίου κατά 1%

\bar{R}_p : Η αναμενόμενη απόδοση του αρίστου χαρτοφυλακίου

Η ποιοτική οικονομική ερμηνεία της ανισότητας **(56)**, έγκειται στο γεγονός πως εάν ο αναλυτής – επενδυτής προσδιορίσει υπερβάλλουσα απόδοση συμμετοχής επί του risk free rate ανώτερη του αναμενομένου, τότε συνίσταται η άμεση ένταξη της εν λόγω συμμετοχής στο χαρτοφυλάκιο.

Καταληκτικά τα επενδυτικά σταθμά των συμμετοχών του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου, προσδιορίζονται ως ακολούθως :

$$X_i = \frac{Z_i}{\sum_{j=1}^i Z_j} \quad \text{for those } i\text{'s included in the efficient portfolio,} \quad (57)$$

Όπου:

$$Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2} \left(\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i} - C_i \right) \quad (58)$$

Η σχέση **(58)**, εκφράζει την σχετική επενδυτική βαρύτητα επί εκείνων των συμμετοχών, οι οποίες τελικά θα ενταχθούν στο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο, ενώ η σχέση **(57)** εξασφαλίζει την άθροιση αυτών στη μονάδα, δηλαδή τη πλήρη επένδυση του διαθέσιμου επενδυτικού κεφαλαίου.

Η παραπάνω διαδικασία υφίσταται στη περίπτωση κατά την οποία, η επενδυτική πράξη του short selling δεν επιτρέπεται. Εάν η επενδυτική πράξη του short selling επιτραπεί, τότε η παραπάνω διαδικασία προσαρμόζεται ως εξής:

Στη περίπτωση κατά την οποία επιτρέπεται το short selling, επιβάλλεται και πάλι ο υπολογισμός και η φθίνουσα ταξινόμηση των υποψηφίων συμμετοχών ως προς το λόγο των υπερβαλλόντων αποδόσεων υπεράνω του risk free rate ως προς το αντίστοιχο beta της συμμετοχής. Η διαφορά με προηγουμένως έγκειται στο γεγονός πως τώρα όλες οι υποψήφια συμμετοχές θα ενταχθούν στο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο, με διακράτηση η οποία ενίοτε θα είναι θετική (long), ενίοτε αρνητική (short) και ενίοτε μηδενική.

Επομένως οι εξισώσεις (54) και (58) συνεχίζουν να ισχύουν, με τη μόνη διαφορά πως θα πρέπει να υπολογιστούν επί του συνόλου των υποψηφίων συμμετοχών. Στη περίπτωση κατά την οποία το επενδυτικό σταθμό προκύπτει θετικό σημαίνει πως η συμμετοχή θα συμμετάσχει στο χαρτοφυλάκιο με διακράτηση long, εάν όμως το επενδυτικό σταθμό προκύψει αρνητικό, τότε η συμμετοχή θα ενταχθεί στο χαρτοφυλάκιο με θέση short.

Στο σημείο αυτό εξαιρετική σημασία παρουσιάζει το γεγονός του ορισμού της πράξεως short selling:

Εάν ο ακολουθηθεί ο κλασσικός ορισμός, σύμφωνα με τον οποίο η πράξη του short sell δημιουργεί επιπλέον πηγές χρηματοδότησης για τον επενδυτή, τότε τα επιμέρους επενδυτικά σταθμά θα μπορούν να λάβουν οποιαδήποτε τιμή θετική ή αρνητική τέτοια ώστε να ικανοποιούνται οι ακόλουθοι περιορισμοί :

$$X_i = \frac{Z_i}{\sum_{j=1}^i Z_j} \quad \text{for every available security,} \quad (59)$$

Όπου:

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (60)$$

Εάν όμως ακολουθηθεί ο ορισμός κατά Lintner, σύμφωνα με τον οποίο η πράξη του short selling αποτελεί χρήση και δέσμευση επενδυτικών κεφαλαίων, τότε οι παραπάνω περιορισμοί διαμορφώνονται ως εξής :

$$X_i = \frac{Z_i}{\sum_{j=1}^i |Z_j|} \quad \text{for every available security,} \quad (61)$$

όπου:

$$\sum_{i=1}^N |X_i| = 1 \quad (62)$$

Η χρήση των δύο εναλλακτικών ορισμών επί του short selling οδηγεί στις ίδιες αποφάσεις αναφορικά με το ποια συμμετοχή τελικώς θα διακρατηθεί long ή short, παρόλα αυτά όμως τα σχετικά επενδυτικά σταθμά διαφέρουν δραματικά. Επιπλέον ο λόγος των σταθμών διακράτησης μεταξύ των εναλλακτικών ορισμών, μεταξύ δύο οποιονδήποτε συμμετοχών, παραμένει πάντοτε ο ίδιος και ίσος προς :

$$\frac{\sum_{i=1}^N |Z_i|}{\sum_{i=1}^N Z_i} \quad (63)$$

Επιπλέον των παραπάνω να σημειώσουμε πως ο ορισμός του short sales κατά Lintner, παράγει ρεαλιστικά επενδυτικά σταθμά, έναντι των σταθμών που παράγονται από τον κλασικό ορισμό. Η σύγκριση δε αυτών των σταθμών έναντι εκείνων που δημιουργούνται με την επενδυτική προσέγγιση στην οποία δεν επιτρέπεται η επενδυτική πράξη του short selling, αναδεικνύει τα ακόλουθα: Τα σταθμά της επενδυτικής προσέγγισης χωρίς short selling, δεν παράγουν τον ίδιο επενδυτικό λόγο μεταξύ δύο οποιονδήποτε συμμετοχών με εκείνα τα οποία παράγονται κατά την επενδυτική διαδικασία στην οποία το short selling επιτρέπεται. Επιπλέον διαφοροποιείται και η μείξη του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου αναφορικά με το ποιες συμμετοχές τελικώς θα επενδυθούν ενταχθούν με διακράτηση long.

Η τελευταία διαπίστωση δεν αποτελεί έκπληξη, δοθέντος του γεγονότος ότι, στη περίπτωση κατά την οποία το short selling επιτρέπεται, όλες οι υποψήφιες συμμετοχές θα ενταχθούν στο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο. Η παραπάνω συμπεριφορά είναι ισοδύναμη με την ένταξη στο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο συμμετοχών αντιθέτων χαρακτηριστικών από αυτά που διαθέτουν οι συμμετοχές που εντάσσονται σε αυτό, υπό της απαγορεύσεως όμως του short selling.

Επιλογή Συμμετοχών υπό Marketable Index κατά Treynor - Black:

Κατά τη χρήση του 'Απλού Γραμμικού Μοντέλου' καθίσταται συχνά η ανάγκη υποκατάστασης του χαρτοφυλακίου της Αγοράς, από ένα proxy market weighted χαρτοφυλάκιο, το οποίο προσομοιάζει σε συμπεριφορά την ίδια την Αγορά, όπως για παράδειγμα ο δείκτης S & P 500.

Οι Treynor & Black (1973), κατασκεύασαν ένα κριτήριο σύμφωνα με το οποίο καθίσταται εφικτή η ασφαλής ένταξη μίας συμμετοχής επί αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου. Πιο συγκεκριμένα εάν υφίσταται proxy χαρτοφυλάκιο της Αγοράς με συντελεστή beta, ίσο προς τον αντίστοιχο της i συμμετοχής, τότε υπό της προϋποθέσεως της δυνατότητας υπάρξεως του risk free rate (και δανεισμού επί αυτού, πράγμα το οποίο ισοδύναμα σημαίνει δυνατότητα short sell), η απόδοση του μεικτού χαρτοφυλακίου μεταξύ του risk free security και του εν λόγω proxy χαρτοφυλακίου της Αγοράς θα δίνεται από το τύπο :

$$R_f + \beta_i(\bar{R}_m - R_f) \quad (64)$$

Ορίζουμε κατόπιν τον συντελεστή Treynor ως κάτωθι :

$$\alpha_i = \bar{R}_i - [R_f + \beta_i(\bar{R}_m - R_f)] \quad (65)$$

Η λογική ορισμού του δείκτη Treynor έχει ως εξής:

Το riskless asset εμφανίζει μηδενικό beta, ενώ το proxy χαρτοφυλάκιο της Αγοράς εμφανίζει Beta ίσο με β_i . Επομένως ο μεικτός συνδυασμός επένδυσης στο riskless asset και στο proxy χαρτοφυλάκιο της Αγοράς, συνιστά επένδυση κατά β_i στο proxy χαρτοφυλάκιο της Αγοράς και $(1 - \beta_i)$ riskless asset.

Η μέση απόδοση αυτού του επενδυτικού συνδυασμού θα είναι:

$$(1 - \beta_i)R_f + \beta_i\bar{R}_m = R_f + \beta_i(\bar{R}_m - R_f) \quad (66)$$

Δηλαδή, προκύπτει ο όρος εντός των αγκυλών. Ποιοτικά η ερμηνεία και χρήση του δείκτη Treynor συνίσταται στην long διακράτηση εάν ο εν λόγω προκύπτει θετικός, δηλαδή η αναμενόμενη απόδοση της υποψήφιας συμμετοχής, υπερβαίνει την απόδοση του προαναφερθέντος μεικτού χαρτοφυλακίου, διαφορετικά η διακράτηση συνίσταται να είναι short.

Κατασκευή Αποτελεσματικού Χαρτοφυλακίου υπό της ισχύος των υποθέσεων του μοντέλου των σταθερών συντελεστών συσχέτισης:

Υποθέτοντας πως ο καλύτερος τρόπος να προβλεφτεί ο μελλοντικός πίνακας των συντελεστών συσχέτισης είναι εκείνος ο οποίος προϋποθέτει τη σταθερότητα των ανά δύο συντελεστών συσχέτισης, προχωρούμε στη κατασκευή του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου, χρησιμοποιώντας στην ουσία τη μεθοδολογία που χρησιμοποιήσαμε στη περίπτωση του 'Απλού Γραμμικού Μοντέλου'.

Η ουσιαστική διαφορά εφαρμογής της εν λόγω μεθοδολογίας έχει να κάνει με το γεγονός πως το κριτήριο φθίνουσας ταξινόμησης των μετοχών, δε χρησιμοποιεί το συντελεστή beta ως παράμετρο μέτρησης του κινδύνου, αλλά τη τυπική απόκλιση των αποδόσεων της εκάστοτε συμμετοχής. Με ισοδύναμα λόγια το εν λόγω κριτήριο θα είναι πλέον ο λόγος των υπερβαλλόντων αποδόσεων υπεράνω του risk free rate, προς τη τυπική απόκλιση των ιστορικών αποδόσεων:

$$\frac{(\bar{R}_i - R_f)}{\sigma_i} \quad (67)$$

Επιπροσθέτως το cut off rate διαμορφώνεται ως ακολούθως :

$$C_i = \frac{\rho}{1 - \rho + i\rho} \sum_{j=1}^i \frac{\bar{R}_j - R_f}{\sigma_j} \quad (68)$$

Η μεθοδολογία έχει ακριβώς την ίδια λογική με το 'Απλό Γραμμικό Μοντέλο'. Πιο συγκεκριμένα, εάν η πράξη του short selling δεν επιτρέπεται, τότε στο χαρτοφυλάκιο θα ενταχθούν μόνον εκείνες οι συμμετοχές οι οποίες εμφανίζουν τιμή επί του δείκτη ανώτερη του cutoff rate. Τα δε σταθμά είναι ακριβώς τα ίδια που χρησιμοποιήσαμε στο 'Απλό Γραμμικό Μοντέλο' και δίδονται από τις εξισώσεις (57) και (58).

Εάν η πράξη του short selling επιτρέπεται, τότε εντάσσονται όλες οι εναλλακτικές επενδυτικές επιλογές στο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο. Εκείνες που εμφανίζουν τιμή δείκτη μεγαλύτερη του cutoff rate διακρατώνται long, ενώ οι υπόλοιπες με τιμή δείκτη κατώτερη του cutoff rate, διακρατώνται short. Αναλόγως δε του ορισμού του short selling, τα επενδυτικά σταθμά δίδονται από τους τύπους (59), (60) κατά το κλασσικό ορισμό, ή από τους τύπους (61), (62) στον ορισμό κατά Lintner.

Συμπερασματικά αξίζει να αναφερθεί πως υφίστανται δύο κατηγορίες μοντέλων τα οποία επιχειρούν τη πρόβλεψη του μελλοντικού συντελεστή των ανά δύο συντελεστών συσχέτισεως : Η πρώτη είναι η κατηγορία των Index models και η δεύτερη η κατηγορία των Averaging Group Models. Το 'Απλό Γραμμικό Μοντέλο' είναι ένα παράδειγμα της πρώτης κατηγορίας, ενώ το Μοντέλο των σταθερών συντελεστών συσχέτισης είναι αντιπροσωπευτικό παράδειγμα της δεύτερης κατηγορίας.

Τα μοντέλα της πρώτης κατηγορίας (Index models) , χρησιμοποιούν στο κριτήριο κατατάξεως το συντελεστή beta, ως συντελεστού που προσδιορίζει την συνεισφορά ρίσκου εκάστου συμμετοχής στο χαρτοφυλάκιο, ενώ τα μοντέλα της δεύτερας κατηγορίας (Averaging Group Models) , χρησιμοποιούν τη τυπική απόκλιση ως παράμετρο εισφοράς ρίσκου εκάστης συμμετοχής στο χαρτοφυλάκιο.

Προκειμένου δε για τα Multi Index Models, το cutoff rate είναι διαφορετικό από κλάδο σε κλάδο , αλλά συνολικά εξαρτάται από τις συμμετοχές όλων των κλάδων της Αγοράς συνολικά.

Αναφορικά με τα Averaging Group Models αξίζει να σημειωθεί πως το cutoff rate διαφοροποιείται από group σε group και εξαρτάται δε από την ιδιαίτερη σύνθεση του κάθε ενός.

Καταληκτικά κατά τη πράξη κατασκευής του Αποτελεσματικού Μετώπου , μέγιστη σημασία ενέχει η υπόθεση ύπαρξης συγκεκριμένου risk free rate. Υπό της υπάρξεως καταλλήλου και προφανώς μοναδικού risk free rate, κάθε αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο αποτελεί γραμμικό συνδυασμό του εν λόγω rate και του αποτελεσματικού εκείνου χαρτοφυλακίου στο οποίο εφάπτεται η ακτίνα που διέρχεται από το risk free rate επί του Αποτελεσματικού Μετώπου.

Κατά τη περίπτωση στην οποία υποθέτουμε τη μη ύπαρξη μοναδικού risk free rate , σε συνδυασμό με τη δυνατότητα short selling πράξεων , η διαδικασία ανάγεται στη συνολική κατασκευή του Αποτελεσματικού Μετώπου, πράξη η οποία καθίσταται δυνατή από το προσδιορισμό δύο και μόνον αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων ευρισκομένων επί του Αποτελεσματικού Μετώπου. Υποθέτουμε την ύπαρξη δύο διαφορετικών risk free rates και επαναλαμβάνουμε την άνωθεν διαδικασία , προσδιορίζοντας δύο εναλλακτικά αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Από αυτά καθίσταται δυνατή η κατασκευή ολοκλήρου του Αποτελεσματικού Μετώπου.

Εάν η μη ύπαρξη μοναδικού risk free rate , συνδυάζεται με την απαγόρευση της πράξεως short selling τότε η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται αλλά με τη χρήση των επανομαζόμενων corner portfolios από τα οποία μπορεί αναλόγως να κατασκευαστεί το σύνολο του Αποτελεσματικού Μετώπου όπως κατέδειξαν οι Elton, Gruber & Padberg (1978).

Υπενθυμίζεται πως ένα χαρτοφυλάκιο καλείται corner , εφόσον εντάσσεται στο efficient set ή εξαιρείται από αυτό, καθώς κινούμεθα επί του Αποτελεσματικού Μετώπου. Εναλλακτικά της παραπάνω μεθόδου , το Αποτελεσματικό Μέτωπο μπορεί να κατασκευαστεί, πραγματοποιώντας την αρχική διαδικασία που προβλέπει την ύπαρξη μοναδικού risk free rate υπό της δυνατότητας πράξεων short selling για πολύ μεγάλο αριθμό επαναλήψεων και συναφών τιμών του risk free rate , πραγματοποιώντας στην ουσία προσεγγιστική εκτίμηση του ίδιου του Αποτελεσματικού Μετώπου.

Εκτιμώντας τις Αναμενόμενες Αποδόσεις:

Η εκτίμηση των μελλοντικών αναμενόμενων αποδόσεων αποτελεί μία εξαιρετικά επίπονη και δύσκολη διαδικασία. Η αποτίμηση εταιριών , μετοχών και επενδύσεων γενικότερα , εξαρτάται από αυτές ακριβώς τις αναμενόμενες χρηματοροές, οι οποίες με τη σειρά τους εξαρτώνται από το σύνολο των προσδοκιών πολλών διαφορετικών επενδυτών. Η όλη δυσκολία έγκειται στο γεγονός ότι οι εν λόγω προσδοκίες είναι ετερόκλητες μεταξύ των και το σημαντικότερο όλων μη παρατηρήσιμες ή μετρήσιμες. Οι μεθοδολογίες που ακολουθούμε προκειμένου να πράξουμε πρακτικώς τις συγκεκριμένες εκτιμήσεις είναι οι ακόλουθες:

Aggregate Asset Allocation:

Η εν λόγω προσέγγιση καθορίζει την επενδυτική αξία η οποία θα επενδυθεί σε κάθε asset class. Οι αναμενόμενες αποδόσεις των asset classes προσδιορίζονται ακολουθώντας τα ακόλουθα τρία βήματα:

- Προσδιορισμός των φυσιολογικών αποδόσεων ανά asset class
- Εκτίμηση της απόκλισης των μελλοντικών αναμενόμενων αποδόσεων από τις παραπάνω φυσιολογικές
- Εκτίμηση της απόκλισης μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης εκάστου asset class από την αναμενόμενη απόδοση εκείνου του portfolio manager ο οποίος θα αναλάβει την επένδυση μέρους του επενδυτικού μας κεφαλαίου επί αυτού

Dynamic Asset Allocation / Market Timing:

Η ορολογία του market timing ή διαφορετικά αλλά ισοδύναμα Dynamic Market Allocation αναφέρεται στην ικανότητα του επενδυτή να προβλέψει καλύτερα τις μελλοντικές αποδόσεις μίας επενδυτικής επιλογής, σε σχέση με το σύνολο των υπολοίπων επενδυτών, ώστε τελικώς να εξασφαλίσει καλύτερη επενδυτική αποδοτικότητα. Οι έρευνες των Comer (2006), των Henriksson & Merton (1981), καθώς και των Treynor & Muzay (1966), δεν στοιχειοθέτησαν εμπειρικά πως μία τέτοια συμπεριφορά, μπορεί συστηματικά να επιτευχθεί.

Η μόνη περίπτωση που ενδέχεται κάτι τέτοιο να συμβαίνει είναι η περίπτωση ο portfolio manager να έχει εσωτερική πληροφόρηση επί των μελλοντικών αποδόσεων κάποιων μετοχών, η οποία σε συνδυασμό με την αμοιβαία εξουδετέρωση των μη συστηματικών σφαλμάτων στα πλαίσια ενός εκτεταμένου χαρτοφυλακίου, ενδέχεται να οδηγήσει σε χαρτοφυλάκια υψηλών αποδόσεων. Βέβαια, μία τέτοια υπερβάλλουσα αποδοτικότητα είναι άμεσα ανιχνεύσιμη από την Αγορά, με αποτέλεσμα να απαξιώνεται σχεδόν αυτόματα από την μιμητική συμπεριφορά των υπολοίπων επενδυτών.

Επιπροσθέτως η όλη διαδικασία του timing έχει και τις πρόσθετες πρακτικές δυσκολίες:

- Απαιτείται πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα προκειμένου, τα μη συστηματικά σφάλματα μεταξύ των συμμετοχών να αλληλοαναιρεθούν και τελικά να στοιχειοθετήσουν την εξέχουσα δυνατότητα του timer.
- Προκειμένου ο timer να επιδείξει την εξέχουσα ικανότητα του στο market timing, απαιτείται η συγκέντρωση μεγάλου επενδυτικού ποσού σε συγκεκριμένες επενδυτικές επιλογές, γεγονός το οποίο μειώνει αισθητά τα οφέλη από τη διαφοροποίηση και άρα μειοτοποιεί το ρίσκο του επενδυτή, καθιστώντας τον περισσότερο επιφυλακτικό στην υιοθέτηση των προτάσεων του timer.

Εκτίμηση Μελλοντικών Αποδόσεων:

Το πρώτο βήμα κατά την εκτίμηση των μελλοντικών αποδόσεων, είναι η εκτίμηση των φυσιολογικών αποδόσεων μίας επενδυτικής επιλογής. Υπό της υποθέσεως της σταθερότητας των αποδόσεων, οι ιστορικές αποδόσεις μπορούν να αποτελέσουν ένα εξαιρετικό proxy των φυσιολογικών αποδόσεων και μάλιστα όσο πιο εκτεταμένος ο επενδυτικός ορίζοντας, τόσο πιο ακριβής η προσέγγιση.

Είναι σαφές πως η υπόθεση περί σταθερότητας των αποδόσεων και ειδικά σε εκτεταμένο βάθος χρόνου, είναι μία υπόθεση μη ευσταθής.

Ως εκ τούτου μπορούμε να βελτιώσουμε τη μεθοδολογία , προσδιορίζοντας ιστορικά το risk premium της επενδυτικής επιλογής έναντι μίας θεωρητικά ασφαλούς επενδυτικής επιλογής , η μελλοντική απόδοση της οποίας θεωρείται και προβλέψιμη και σταθερή. Εν συνεχεία το μόνο που πρέπει να κάνουμε προκειμένου να εκτιμήσουμε τη μελλοντική απόδοση της συγκεκριμένης επενδυτικής επιλογής είναι να προσθέσουμε το συγκεκριμένο ιστορικά εκτιμώμενο risk premium στην μελλοντική απόδοση του riskless asset και να προκύψει κατ' αυτό τον τρόπο μία ασφαλή πρόβλεψη της μελλοντικής αποδόσεως.

Οι Goetzman , Ibbotson & Peng (2001) , πραγματοποίησαν έρευνα και συνέλλεξαν ιστορικά δεδομένα μετοχών του New York Stock Exchange από το 1815. Κατά το αρχικό διάστημα 1815 – 1925 , το εν λόγω risk premium διαμορφώθηκε στο 3.8% , σημαντικά υψηλότερο του risk premium της μεταγενέστερης περιόδου μετά το 1925 , έναντι των αμερικανικών ομολόγων προφανώς λόγω την μειωμένης αρχικής αξιοπιστίας του Αμερικανικού Δημοσίου. Μεταξύ των δύο αυτών εναλλακτικών περιόδων , το inflation premium διαμορφώθηκε στο 7% και 9% αντιστοίχως , σε ετησιοποιημένη λογική αποδόσεων, γεγονός το οποίο στοιχειοθετεί τον ισχυρισμό πως το inflation premium , παραμένει διαχρονικά σταθερό και ασφαλώς θετικό.

Προς αυτή τη κατεύθυνση κινούμενοι οι Dimson, Marsh & Staunton (2002), κατέδειξαν στη σχετική των έρευνα πως από το 1900 και εντεύθεν , το μακροχρόνιο equity risk premium μετοχών εισηγμένων σε διαφορετικά διεθνή χρηματιστήρια ανά τον κόσμο είναι πάντοτε και κατά κανόνα θετικό.

Χρονικές Αποκλίσεις από τις Αναμενόμενες Αποδόσεις:

Οι Fama & French (1988) και οι Poterba & Summers (1988) , κατέδειξαν με τις σχετικές των μελέτες πως , οι τιμές των μετοχών εμφανίζουν την λεγομένη mean reversion συμπεριφορά , συγκλίνοντας προς τον ιστορικό τους μέσο όρο.

Επιπροσθέτως οι Rozeff (1984) , Campbell & Shiller (1988) και οι Goetzman & Jorion (1993 . 1995) , κατέδειξαν πως χρηματοοικονομική δείκτες όπως ο PE (Price per share to earnings per share) και ο Dividend to Price ratio (Dividend per share to Market Price per Share ratio) , αποτελούν εξαιρετικούς εκτιμητές της απόκλισης της μελλοντικής αναμενόμενης απόδοσης από το risk premium. Ειδικότερα το dividend yield , αποτελεί ένα εξαιρετικό εργαλείο προς αυτή τη κατεύθυνση , ειδικώς υπό της υποθέσεως της σταθερότητας των επιτοκίων. Το εν λόγω ισχύει διότι , η τρέχουσα παρούσα αξία μίας μετοχής δεν είναι τίποτα άλλο από το άθροισμα της παρούσας αξίας των μελλοντικών ροών - μερισμάτων της , υπό του εν λόγω σταθερού προεξοφλητικού επιτοκίου.

Στην ειδική εκείνη περίπτωση κατά την οποία , η απόδοση των μερισμάτων είναι συνεχής εις το διηνεκές (CONSOL ή Perpetuity) , τότε το dividend yield ισούται με το πηλίκο του τρέχοντος μερίσματος δια της τρεχούσης αξίας της μετοχής. Επομένως , εάν η σύγκριση της δοθείσης τρεχούσης μερισματικής πολιτικής, σε σχέση με την τρέχουσα αξία της μετοχής , μας προσδώσει χαμηλό dividend yield (λόγω υψηλής τρεχούσης τιμής σε σχέση με το μέρισμα) , αυτό αποτελεί ένδειξη χαμηλού μελλοντικά risk premium και vice versa. Η παραπάνω προβλεπτική συμπεριφορά είναι βάσιμη και ισχύουσα μόνον στο short και όχι στο long run , όπως κατέδειξαν σε σχετικές των έρευνες οι Timmermann (2007) και Ang & Beekaert (2007).

Προβλέποντας την απόδοση μεμονωμένων συμμετοχών:

Σύμφωνα με τους Elton, Gruber & Grossman (1986) , οι επενδυτές εμφανίζουν μία σταθερά αισιόδοξη στάση έναντι των μετοχών τις οποίες παρακολουθούν , προβλέποντας υψηλές μέσες αναμενόμενες αποδόσεις , εν παραλλήλω με υψηλή διακύμανση αυτών. Παράλληλα δε οι ερευνητές υποστηρίζουν πως παρόλη την ύπαρξη σημαντικού σφάλματος στην εκτίμηση τους, οι επενδυτές στις προβλέψεις των ενσωματώνουν πραγματικά χρήσιμες πληροφορίες τις οποίες όμως αν τις χρησιμοποιήσουν ευθέως προς τη κατεύθυνση επιλογής μετοχών και σύστασης χαρτοφυλακίων, τότε θα προκύψουν χαρτοφυλάκια τα οποία θα έχουν μικρό αριθμό συμμετοχών , οι αποδόσεις των οποίων έχουν εκτιμηθεί με σημαντικό σφάλμα. Καταληκτικά θα προκύψουν χαρτοφυλάκια χαμηλής αποτελεσματικότητας και υψηλού κινδύνου.

Η παραπάνω επενδυτική συμπεριφορά , περιορίζει σημαντικά τα οφέλη από τη διαφοροποίηση τα οποία συναντά κανείς στα καλώς διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια, τα οποία συνοπτικά έχουν ως ακολούθως:

- Μικρότερος επενδυτικός κίνδυνος έναντι των συμμετεχόντων μετοχών, σε σχέση με εκείνα τα συγκεντρωτικά χαρτοφυλάκια τα οποία έχουν προκύψει από ένα σύνολο διαφοροποιημένων προβλέψεων επί των μελλοντικών αναμενόμενων αποδόσεων.
- Οι επενδυτές όπως ήδη έχει αναφερθεί, πράττουν προβλέψεις μελλοντικών αποδόσεων επί των μετοχών που παρακολουθούν, πράττοντας συνάμα σημαντικά λάθη εκτιμήσεως. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια, οι προβλέψεις των επενδυτών ενέχουν σημαντικές πληροφορίες , αλλά συνάμα και αρκετό θόρυβο εκτίμησης. Αν λοιπόν υποθέσουμε πως , τα τυπικά σφάλματα εκτιμήσεως είναι μεταξύ των ασυσχέτιστα, τότε η σύσταση χαρτοφυλακίων με σημαντικό όγκο συμμετοχών , μειώνει το θόρυβο εκτίμησης και αυξάνει τη πιθανότητα να προσεγγιστεί η εκτιμωμένη μελλοντικά απόδοση χαρτοφυλακίου.

- Δοθείσης της δεδομένης αξίας του επενδυσόμενου κεφαλαίου, η αύξηση του αριθμού των συμμετοχών μειώνει τα σταθμά συμμετοχής επί αυτών των συμμετοχών οι οποίες εμφανίζουν υψηλό σφάλμα εκτίμησης μελλοντικής αναμενόμενης αποδόσεως.

Από τα παραπάνω προκύπτει πως η ιδεατή κατάσταση θα ήταν εκείνη κατά την οποία, θα συνδυάζονταν τα οφέλη της διαφοροποίησης, όπως τα τελευταία εξασφαλίζονται από τον αυξημένο αριθμό συμμετοχών, με τη δυνατότητα του επενδυτή να επενδύσει αν το επιθυμεί με μεγαλύτερα επενδυτικά σταθμά επί εκείνων των μετοχών που εμφανίζουν τα πλέον επιθυμητά χαρακτηριστικά ρίσκου – απόδοσης. Ένας πρακτικός τρόπος να συμβιβάσει κανείς τις παραπάνω αντικρουόμενες κατευθύνσεις είναι να θέση ανώτατα επενδυτικά σταθμά, σε συνδυασμό με τον μετριασμό εκτίμησης της μελλοντικής αναμενόμενης απόδοσης, επιβάλλοντας η εν λόγω να συγκλίνει προς τον ιστορικό μέσο όρο της ίδιας συμμετοχής ή ακόμη προτιμότερα προς τον ιστορικό μέσο όρο του αντίστοιχου asset class. Η εν λόγω προσέγγιση διατηρεί το forecasting ranking, παράλληλα δε αυξάνει τα οφέλη από τη διαφοροποίηση μέσω του περιορισμού των ακραίων εκτιμήσεων. Το πρόβλημα με αυτού του είδους την εκτίμηση είναι πως, αδυνατεί να συμπεριλάβει την έννοια του κινδύνου, καθώς και των συνδυαστικών επενδυτικών επιλογών (αναμενόμενη απόδοση σε σχέση με το μέγεθος του αναλαμβανόμενου κινδύνου).

Εάν πάλι κάποιος επενδυτής θεωρεί πως η πραγματικότητα περιγράφεται μέσω ενός μοντέλου ισορροπίας, τότε οι παραπάνω διορθώσεις θα έπρεπε να γίνουν έναντι της αναμενόμενης αποδόσεως που προβλέπει το μοντέλο ισορροπίας και όχι τον ιστορικό μέσο της συμμετοχής ή του αντίστοιχου asset class. Η εν λόγω προσαρμογή καθίσταται δυνατόν να πραγματοποιηθεί μέσω της καταλλήλου τροποποίησης του συντελεστή alpha, ο οποίος ορίζεται ως η διαφορά της αναμενόμενης απόδοσης της συμμετοχής όπως την ορίζει ο επενδυτής μείον την αντίστοιχη απόδοση όπως η εν λόγω προβλέπεται από το Empirical CAPM. Να θυμίσουμε πως αν χρησιμοποιήσουμε το empirical CAPM (ή zero – beta CAPM), χρησιμοποιώντας ως επενδυτικά σταθμά, τα αντίστοιχα κατά περίπτωση market weights, τότε προκύπτει ένα well diversified χαρτοφυλάκιο, το οποίο δεν χρησιμοποιεί την πληροφορία που χρησιμοποίησε ο επενδυτής προκειμένου να κάνει τη πρόβλεψη της μελλοντικής αποδόσεως. Η πρακτική ως εκ τούτου συνιστά να μειωθούν τα θετικά alphas και να αυξηθούν τα αρνητικά, επιτυγχάνοντας ένα σφικτότερο clustering γύρω από τη Security Market Line. Να σημειωθεί στο σημείο αυτό πως, η προαναφερθείσα προσαρμογή με σύγκλιση προς τον ιστορικό μέσο όρο, ενδέχεται να αλλάξει το πρόσημο του συντελεστή alpha, δεδομένου του επιπέδου του επενδυτικού κινδύνου.

Αντιθέτως η προσέγγιση σύγκλισης έναντι της απόδοσης που προβλέπει το μοντέλο ισορροπίας, όπως επί παραδείγματι το zero – beta CAPM, διατηρεί τόσο το πρόσημο των συντελεστών beta, αλλά και το ranking των προβλεπόμενων αποδόσεων σε σχέση με την απόδοση που προβλέπει το μοντέλο ισορροπίας. Δηλαδή με ισοδύναμα λόγια διατηρείται το ranking και το πρόσημο των συντελεστών alphas.

Ανάλυση Χαρτοφυλακίου με χρήση Διακεκριμένων

Δεδομένων:

Αρκετές φορές η πληροφορία αναφορικά με τις μελλοντικές αναμενόμενες αποδόσεις δεν δίδεται υπό τη μορφή ποσοστών αλλά κατηγοριών συστάσεως αγοράς όπως :

- Strong Buy
- Buy
- Hold
- Sell
- Strong Sell

Να σημειωθεί πως οι παραπάνω κατηγορίες συστάθηκαν, μόνο υπό του πρίσματος των μελλοντικών αναμενόμενων αποδόσεων, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη το μέγεθος του αναλαμβανόμενου κινδύνου.

Μία πρώτη τεχνική η οποία δίνει τη δυνατότητα στον επενδυτή να χρησιμοποιήσει τη πληροφορία που ενέχεται στις παραπάνω κατηγορίες, είναι η κατασκευή ενός Index – Fund από τις συμμετοχές που περιέχονται στο top – rated group και να προσδιορίσει την ευαισθησία της Αγοράς, στους Factors του μοντέλου. Έχοντας πράξει τα παραπάνω, ο επενδυτής δύναται να κατασκευάσει ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο να αποτελείται από τις top – ranked συμμετοχές, με την ίδια ευαισθησία έναντι των factors του μοντέλου, με την ευαισθησία της Αγοράς και τα μικρότερα residuals. Ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά :

- Εάν η κατάταξη των μετοχών δεν εμπεριέχει πληροφορίες, τότε έχουμε στην ουσία κατασκευάσει ένα portfolio αντίστοιχο της Αγοράς.
- Εάν η κατάταξη των μετοχών εμπεριέχει πληροφορία, τότε το εν λόγω υπό κατασκευή χαρτοφυλάκιο, εμφανίζει υψηλή συσχέτιση προς την Αγορά, αντίστοιχη μεταβλητότητα αποδόσεων, αλλά υψηλότερες αναμενόμενες αποδόσεις.

Εναλλακτικά , από τις συμμετοχές του top ranked group, μπορεί να κατασκευαστεί χαρτοφυλάκιο ελαχίστου ρίσκου. Θεωρώντας πως οι συμμετοχές του top ranked group εμφανίζουν την ίδια αναμενομένη απόδοση, κάθε γραμμικός συνδυασμός αυτών θα έχει την ίδια απόδοση. Επιλέγουμε λοιπόν εκείνο το γραμμικό συνδυασμό με το μικρότερο δυνατό επίπεδο κινδύνου, μέσω της επίλυσης ενός προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού.

Εάν τέλος, τα προαναφερθέντα groups, έχουν κατασκευαστεί , με κριτήριο την αναμενομένη απόδοση ,αλλά δεν πράτουμε καμμία πρόβλεψη για το επίπεδο του αναλαμβανόμενου κινδύνου, τότε η ενδεικνυόμενη στρατηγική είναι εκείνη στην οποία , όλες οι συμμετοχές θς συμμετάσχουν με ισοβαρή σταθμά επί του χαρτοφυλακίου, ενώ τα επενδυτικά σταθμά X_1 , X_2 , επί των επιμέρους groups θα είναι ανάλογα των excess returns above riskless rate:

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{\bar{R}_1 - R_f}{\bar{R}_2 - R_f} \quad (69)$$

Να σημειωθεί πως οι μέσες αναμενόμενες αποδόσεις εκτιμώνται από το Portfolio Manager, τη στιγμή κατά την οποία δεν καθίσταται δυνατός ο απευθείας υπολογισμός τους από τα πρωτογενή δεδομένα.

Καταληκτικά , εάν η ομαδοποίηση ενέχει πληροφορία στηριζόμενη τόσο στην αναμενόμενη απόδοση όσο και στο συναφές επίπεδο κινδύνου, τότε σύμφωνα με τους Elton & Gruber (1978), το ranking θα πρέπει να πράττεται ως προς το αποτέλεσμα του λόγου των excess returns above riskless rate to beta. Σύμφωνα με τους ερευνητές , το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο αποτελείται από τις συμμετοχές που συνιστούν το top group. Τα δε επενδυτικά σταθμά ανά συμμετοχή θα είναι ανάλογα του αντιστοίχου residual risk.

CHAPTER 6

EFFICIENT MARKETS

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Efficient Markets:

Η αναφορά στην έννοια των Αποτελεσματικών Αγορών είναι πολύ βασική στην Οικονομική Επιστήμη, έχει δε αποκτήσει το περιεχόμενο της πλήρους και έγκαιρης ενσωμάτωσης του συνόλου της πληροφορίας επί των τρεχουσών αγοραίων αξιών των μετοχών.

Η παραπάνω υπόθεση είναι εξαιρετικά ισχυρή, θεωρητικώς δε προϋποθέτει πως δεν υπάρχουν κόστη απόκτησης της πληροφορίας, καθώς και κόστη συναλλαγών, επί του πρακτέου δε ισοδυναμεί με την υπόθεση πως η ωφέλεια της επένδυσης υπερεκαλύπτει τα όποια κόστη απόκτησης της διαθέσιμης πληροφορίας και συναλλαγών. Οι περισσότεροι δε έλεγχοι αποτελεσματικότητας της Αγοράς, ελέγχουν τη ταχύτητα ενσωμάτωσης της πληροφορίας επί των τιμών και όχι την ορθότητα ενσωμάτωσης.

Με το πέρασμα των ετών η έννοια της αποτελεσματικότητας της Αγοράς, διακρίθηκε σε τρεις επιμέρους μορφές:

- Weak form of Efficiency Market Hypothesis:
Σύμφωνα με την εν λόγω, το σύνολο της διαθέσιμης και παρελθούσας πληροφορίας, έχει ήδη ενσωματωθεί στο παρόν επίπεδο τιμών. Η προσέγγιση δε κατά Fama (1988), επεκτείνει τον εν λόγω ορισμό εισαγάγοντας μία νέα κατηγορία ελέγχων υπό της γενικότερης κατηγορίας των tests of return predictability. Πιο συγκεκριμένα, η εν λόγω κατηγορία ελέγχων, συνίσταται στο κατά πόσον μία τέτοια επενδυτική συμπεριφορά μπορεί να οδηγήσει σε excess returns. Εάν οι μελλοντικές αποδόσεις δεν είναι προβλέψιμες από τις παρελθούσες αποδόσεις, τότε η οποιαδήποτε νέα πληροφορία ενσωματώνεται εξαιρετικά γρήγορα στη τιμή, στερώντας τη δυνατότητα στον επενδυτή να διαγνώσει τη βελτίωση των εταιρικών προοπτικών από την ίδια την πορεία της τιμής της μετοχής, επομένως στερώντας του τη δυνατότητα για arbitrage profits. Καταληκτικά εάν οι έλεγχοι καταλήξουν στην επιβεβαίωση της ασθενούς μορφής, τότε η συστηματική παρακολούθηση των ιστορικών αποδόσεων, προκειμένου να προσδιοριστούν οι μελλοντικές είναι ανούσια.
- Semi Strong form of Efficiency Market Hypothesis:
Στη παρούσα μορφή της υποθέσεως περί αποτελεσματικότητας, θεωρητικώς υποθέτουμε πως στις τιμές έχουν ήδη ενσωματωθεί όλες οι δημοσίως διαθέσιμες επενδυτικές πληροφορίες. Η προσέγγιση κατά Fama (1988) επεκτείνοντας τον εν λόγω ορισμό, εισαγάγει την έννοια των event studies ή των studies of announcements.

Στα πλαίσια αυτών των ελέγχων , ελέγχονται υποθέσεις όπως οι ιστορικά υψηλές αποδόσεις που εντοπίζονται κάθε Παρασκευή ή κάθε Ιανουάριο εκάστου έτους, καθώς και μοντέλα πρόβλεψης των μελλοντικών αποδόσεων, στηριζόμενα σε ex ante δεδομένα του παρελθόντος. Σύμφωνα με την εν λόγω μορφή υποθέσεως, οι επενδυτές επαναπροσδιορίζουν την αξιολόγηση τους για τη μετοχή ακριβώς μετά την δημοσία ανακοίνωση της πληροφορίας, προχωρώντας σε άμεσες συναλλαγές αγοραπωλησίας. Οι εν λόγω πράξεις οδηγούν σε άμεση μεταβολή της τιμής της μετοχής, τιμή η οποία θα διαφέρει από την τελική τιμή ισορροπίας, προκαλώντας άμεση μεταβλητότητα στη τιμή της μετοχής. Δοθέντος του γεγονότος ότι οι επενδυτές απαιτούν κάποιες ημέρες πριν οριστικά επανεκτιμήσουν τη θέση τους για την νέα αξία της μετοχής, η ισχύ της semi strong form οδηγεί στο συμπέρασμα πως σε βάθος χρόνου και για μεγάλο αριθμό συναφών συναλλαγών, οι επενδυτές κατά μέσο όρο θα πληρώσουν το αντίτιμο το οποίο πραγματικά αξίζει η μετοχή, μη επιτυγχάνοντας arbitrage profits και καθιστώντας τα trading rules που βασίζονται επί των δημόσια ανακοινώσιμων πληροφοριών, ως επενδυτικώς αμφισβητήσιμα.

- Strong form of Efficiency Market Hypothesis:

Στην εν λόγω μορφή υποθέσεως , υποθέτουμε πως οι τιμές των μετοχών ενσωματώνουν το σύνολο της διαθέσιμης πληροφορίας , είτε η εν λόγω είναι δημοσίως διαθέσιμη είτε όχι. Κατά Fama, οι ενσωματωμένες πληροφορίες αφορούν ακόμη και εκείνες τις οποίες οι εταιρίες χαρακτηρίζουν ως nonpublic information.

Στο παρόν σημείο όμως αξίζει να σημειωθεί πως εάν τελικώς σημειωθούν excess returns , καθίσταται αδύνατη η διάκριση του αιτιατού μεταξύ μονοπωλιακής πρόσβασης στη πληροφορία , ή εξαιρετικά αποτελεσματικής αξιοποίησης της διαθέσιμης πληροφορίας. Γεγονός το οποίο σημαίνει πως ο ορισμός των Fama περί Strong form efficiency απαιτεί περαιτέρω στήριξη και προσδιορισμό.

Επιπροσθέτως της παραπάνω αδυναμίας , να σημειωθεί πως καθίσταται αδύνατη η κατανόηση του τρόπου με τον οποίο οι επενδυτές χρησιμοποιούν τη πληροφορία ώστε να επανεκτιμήσουν την αξία της μετοχής, ώστε εάν εντοπίσουν τρέχουσα αγοραία αξία κάτω της εκτιμώμενης να αγοράσουν τη μετοχή, ενώ σε αντίθετη περίπτωση να τη πουλήσουν εάν την κατέχουν ή να τη σορτάρουν εάν δεν τη κατέχουν. Δοθέντων των παραπάνω αδυναμιών, οι έλεγχοι που αφορούν τη Strong – Form Hypothesis περιορίζονται στον εντοπισμό ιστορικών αποδόσεων πάνω από εκείνων των ιστορικών μέσων της αντιστοίχου Αγοράς , περιοριζόμενοι κυρίως στους επαγγελματίες Διαχειριστές Αμοιβαίων Κεφαλαίων.

Στηριζόμενοι στα παραπάνω έχει σημασία να σημειώσουμε κα περαιτέρω επεξηγήσουμε δύο πολύ βασικά μοντέλα τα οποία προκύπτουν συμπερασματικά από τα παραπάνω:

- Η έννοια του Fair Game Model:

Υποθέτοντας πως ο επενδυτής έχει ένα σύνολο πληροφορίας στο χρονικό σημείο t (Information set at point t) το οποίο μπορεί να αξιοποιήσει πράττοντας μία εκτίμηση για τη μελλοντική απόδοση της μετοχής υπό εξέταση. Υποθέτωντας πως η εν λόγω εκτίμηση διαφέρει από την απόδοση που προκύπτει από ένα equilibrium model όπως το CAPM, η ισχύ της οποιασδήποτε μορφής του μοντέλου της Αποτελεσματικής Αγοράς, εξασφαλίζει πως η απόκλιση των πραγματικών μελλοντικών αποδόσεων από την τιμή ισορροπίας της Αγοράς, δεν σχετίζεται με την απόκλιση της εκτίμησης των επενδυτών από την εν λόγω τιμή ισορροπίας. Ως εκ τούτου δεν υπάρχει τρόπος για κανέναν επενδυτή να υπερνικήσει συστηματικά την Αγορά, απλά αξιοποιώντας τη πληροφορία του information set επί του χρονικού σημείου t , ώστε να κερδοσκοπήσει στο χρονικό σημείο $(t+1)$.

Η απόδοση της μετοχής στη περίπτωση αυτή είναι απλώς στενά συνδεδεμένη με το επίπεδο ρίσκου που ενέχει ως επενδυτική επιλογή. Απαραίτητη προϋπόθεση για να ισχύουν τα παραπάνω είναι το σύνολο της πληροφορίας του information set στο χρονικό σημείο t να ενσωματώνεται στην τρέχουσα τιμή της υπό εξέταση μετοχής.

Προκειμένου για τον έλεγχο της weak form hypothesis το information set συνίσταται από τις ιστορικές αποδόσεις των μετοχών, τα εταιρικά χαρακτηριστικά, καθώς και από το συγκεκριμένο σημείο του χρόνου μελέτης. Προκειμένου για την semi strong hypothesis το information set συνίσταται στην ανακοίνωση συγκεκριμένων πληροφοριών οι οποίες δύναται να ανακοινωθούν δημοσίως. Τέλος για τη strong form hypothesis συνίσταται στο σύνολο της διαθέσιμου πληροφορίας (της inside information συμπεριλαμβανομένης).

Καταληκτικά τα παραπάνω συνιστούν ως άρτια τη χρήση του μοντέλου των Αποτελεσματικών Αγορών υπό της έννοιας πως η παρελθούσα πληροφορία των ιστορικών αποδόσεων, δε παράσχει καμία πληροφορία σχετικά με το μέγεθος της απόκλισης της παρούσας πραγματικής αποδόσεως από την αντίστοιχα αναμενόμενη.

- Η έννοια του Random Walk Model:

Το εν λόγω μοντέλο υποθέτει ανεξαρτησία των αποδόσεων μεταξύ δύο διαδοχικών χρονικών περιόδων, καθώς και κοινή κατανομή πυκνότητας πιθανότητας αυτών. Επιπροσθέτως η ισχύ του Random Walk model εξασφαλίζει την ισχύ του μοντέλου των Αποτελεσματικών Αγορών με τη λογική αξιοποίησης των ιστορικών αποδόσεων, χωρίς το αντίστροφο να ισχύει πάντοτε. Η βασική δε διαφορά με το Fair Game model είναι το γεγονός ότι το τελευταίο δεν προϋποθέτει ανεξαρτησία των αποδόσεων μεταξύ εφάπτομενικών χρονικών σημείων ή κοινή κατανομή πυκνότητας πιθανότητας αυτών.

Time Patterns in Security Returns:

Εκτεταμένη σειρά ερευνών έχει καταδείξει πως οι αποδόσεις των μετοχών είναι διαφορετικές αναλόγως της εποχικότητας, της ώρας, της ημέρας επί της οποίας πράττεται η μελέτη. Παρόλα αυτά είναι πολύ δύσκολο να εξαχθεί κάποιο ασφαλές συμπέρασμα, διότι η μελέτη των ιδίων δεδομένων, σε διαφορετικό time pattern είναι μάλλον λογικό να οδηγεί σε διαφορετικά patterns αποδόσεων, με μία λογική παραγωγής μάλλον τυχαία. Το εν λόγω συνεπάγεται πως η μελέτη των ιδίων δεδομένων, σε διαφορετικές αγορές και σε διαφορετικά time patterns μάλλον θα οδηγήσει σε διαφορετικά return patterns. Επιπροσθέτως και δεδομένης της υπόθεσης της αναποτελεσματικότητας των εμπλεκόμενων Αγορών, τα όποια return patterns εντοπιστούν θα εξαλειφθούν καθώς όλοι και περισσότεροι επενδυτές θα τα ανακαλύπτουν και θα τα εκμεταλλεύονται.

Πιο συγκεκριμένα οι ακόλουθες μορφές time pattern έχουν εκτεταμένα διερευνηθεί :

- Intraday time pattern and “Day of the Week” time pattern:

Σχετική μελέτη των Gibbons & Hess (1981) ανέδειξε πως οι ετησιοποιημένη απόδοση εκάστης Δευτέρας είναι αρνητική κατά - 33,5%, επί δείγματος 17 ετών της περιόδου 1962-1978. Το αυτό παρατήρησαν οι επενδυτές όταν διέκριναν την εν λόγω περίοδο σε δύο υπό περιόδους : 1962-1970 & 1970-1978. Στην ίδια παρατήρηση κατέληξε και η έρευνα του Harris (1986) στην οποία μελετήθηκαν ενδοσυνεδριακά δεδομένα, καθώς και “day – of - the – week” ημερήσια δεδομένα προερχόμενα από 14-μηνο διάστημα από December 1981 έως τον Ιανουάριο 1983. Επιπροσθέτως ο Harris επιβεβαίωσε πως οι υπόλοιπες τέσσερις ημέρες εμφάνιζαν θετικές ετησιοποιημένες αποδόσεις, με τον αντίστοιχο βαθμό μεγέθους απόδοσης. Επιπροσθέτως σημειώθηκε μία εκτενής πτώση της τιμής της μετοχής τα πρώτα 45 λεπτά της συνεδρίασης.

Μέχρι στιγμής δεν έχει συσταθεί κάποια συγκριμένη στρατηγική η οποία να διαμορφώνει arbitrage profits προερχόμενα από το παραπάνω time pattern, παρόλα αυτά συνίσταται η πώληση των μετοχών μεταξύ του κλεισίματος της Παρασκευής και του ανοίγματος της συνεδρίασης την επόμενη Δευτέρα. Μάλιστα σε επίπεδο λεπτών παρατηρείται μία πτώση της τιμής τα πρώτα 45 λεπτά της συνεδρίασης εκάστης Δευτέρας, ενώ εν συνεχεία οι αποδόσεις προσομοιάζουν εκείνες των υπολοίπων ημερών της εβδομάδος. Καταληκτικά κατά της διάρκεια της συνεδρίασης οι υψηλότερες τιμές εντοπίζονται τα τελευταία 30 λεπτά. Η διαχείριση των παραπάνω πρέπει να γίνεται με εξαιρετική προσοχή, δοθέντος του γεγονότος ότι, στηρίζεται σε short period of data, καθώς και στο γεγονός ότι η Αγορά μπορεί να αναγνωρίσει και απαξιώσει τη παραπάνω τιμολογιακή συμπεριφορά.

- Monthly time pattern:

Εκτεταμένες έρευνες καταδεικνύουν πως οι αποδόσεις των μετοχών είναι σημαντικά μεγαλύτερες κάθε Ιανουάριο εκάστου έτους. Μάλιστα η επίδραση είναι εντονότερη στις μετοχές χαμηλής κεφαλαιοποίησης (5,32%) έναντι των μετοχών υψηλής κεφαλαιοποίησης (3,2%). Το εν λόγω εύρημα πιστοποιήθηκε από τους Gultekin & Gultekin (1983) για 17 χώρες συμπεριλαμβανομένων των Ηνωμένων Πολιτειών, μάλιστα η επίδραση είναι μεγαλύτερη στις 16 χώρες της μελέτης πέραν των Ηνωμένων Πολιτειών. Μία αντίστοιχη μελέτη των Kato & Shallheim (1985), επιβεβαίωσε το January effect, μάλιστα για τους υπόλοιπους μήνες του έτους δεν εντοπίστηκε καμία συσχέτιση μεταξύ μεγέθους κεφαλαιοποίησης και απόδοσης. Η εν λόγω συσχέτιση εντοπίστηκε όμως ιδιαίτερα ισχυρή τον Ιανουάριο, οδηγώντας σε εκτεταμένες άνω του μέσου όρου αποδόσεις στο Χρηματιστήριο του Τόκιο (8% για τις εταιρίες χαμηλής κεφαλαιοποίησης έναντι 3% για τις εταιρίες υψηλής). Σχετική έρευνα του Keim (1989) κατέδειξε πως οι εταιρίες χαμηλής κεφαλαιοποίησης εμφάνιζαν την τάση να προσεγγίζουν την bid παρά την ask τιμή κατά το κλείσιμο του Δεκεμβρίου, γεγονός το οποίο σε πολύ μεγάλο βαθμό στηρίζει τα προαναφερθέντα ευρήματα. Μία εναλλακτική επεξήγηση των παραπάνω ευρημάτων, στηρίζεται στη tax - selling λογική.

Συγκεκριμένα οι επενδυτές εμφανίζουν τη τάση να πωλούν στο τέλος της χρήσεως μετοχές οι οποίες βίωσαν σημαντικές απώλειες μέσα στη χρονιά. Η συγκεκριμένη συμπεριφορά προστατεύει τους επενδυτές από σημαντικές απώλειες λόγω φορολογίας οι οποίες υπερκαλύπτουν το κόστος συναλλαγών, με αποτέλεσμα οι τιμές να συμπιέζονται την τελευταία εβδομάδα του Δεκεμβρίου εκάστου έτους και να αυξάνονται κατά τις επόμενες τέσσερις εβδομάδες του Ιανουαρίου.

Οι έρευνες των Reinganum (1983) και Branch(1977, 1983) επιβεβαίωσαν τα παραπάνω και μάλιστα αμφότερες σημείωσαν υπερβάλλουσα απόδοση 8% έναντι της Αγοράς για τις 4 πρώτες εβδομάδες του έτους. Επιπροσθέτως σε σχετική έρευνα του ο Reinganum (1983) , απέδειξε πως οι μετοχές μικρής κεφαλαιοποίησης αποτελούν τη μεγαλύτερη ποσόστωση των μετοχών υποψήφιων για tax swapping , ευρισκόμενες στα επίπεδα του bid τη τελευταία εβδομάδα του Δεκεμβρίου, υποστηρίζοντας με αυτό τον τρόπο το εύρημα των excess returns προκειμένου για μετοχές χαμηλής κεφαλαιοποίησης.

Καταλήγοντας στο συλλογισμό , εάν οι Αγορές ήταν αποτελεσματικές , δεν θα έπρεπε να σημειώνονται seasonal patterns, διότι οι επενδυτές θα αναγνώριζαν την εν λόγω επενδυτική τάση , θα αγόραζαν στα τέλη Δεκεμβρίου και θα πωλούσαν εντός των προσεχών τεσσάρων εβδομάδων, εξαλείφοντας το εν λόγω εποχικό φαινόμενο. Ως εκ τούτου η έννοια των Αποτελεσματικών Αγορών δεν είναι συμβατή με καμία μορφή εποχικού pattern.

Runs Test:

Προκειμένου να εξεταστεί η αποτελεσματικότητα μίας Αγοράς στα πλαίσια πρόβλεψης των μελλοντικών αποδόσεων , μέσω της χρήσεως ιστορικών δεδομένων, χρησιμοποιούνται εκτεταμένα οι συντελεστές συσχέτισης. Η βασική αδυναμία μίας τέτοιας μεθοδολογίας αφορά τον επηρεασμό των συντελεστών συσχέτισης από ακραία επίπεδα αποδόσεων. Η πλέον εκτεταμένη τεχνική προκειμένου να εξαλειφθεί η εν λόγω αδυναμία επηρεασμού των συντελεστών συσχέτισης από τις ακραίες τιμές είναι η χρήση των λεγομένων run tests. Τα run tests εξετάζουν τη μεταβλητότητα του προσήμου μεταβολής της τιμής του υποκείμενου τίτλου. Εάν οι τιμές είναι θετικώς συσχετιζόμενες , τότε είναι πιο πιθανό μία αύξηση της τιμής να ακολουθείται από μία αύξηση τιμής ή αντιστοίχως μία μείωση τιμής από μία συνεπακόλουθη μείωση της τιμής, παρά να σημειωθεί μία εναλλαγή προσήμου τιμής. Η διατήρηση του προσήμου κατά την χρονική εξέλιξη της τιμής καλείται run. Επιπροσθέτως στη περίπτωση της θετικής χρονικής συσχέτισης μεταξύ των τιμών μίας μετοχής, παρατηρείται μακρύτερη χρονικά αλληλουχία σταθερότητας του προσήμου της τιμής , καθώς και μικρότερος αριθμός runs.

Σχετική μελέτη κατά Fama (1965) , κατέδειξε πως για μικρά χρονικά διαστήματα μελέτης (intra – day intervals) , ο αριθμός των αναμενόμενων runs είναι 760 , μικρότερος του πραγματικού των 735.

Το εν λόγω εύρημα καταδεικνύει θετική συσχέτιση και δεν επαληθεύεται για μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα, όπου ο αριθμός των αναμενομένων runs ταυτίζεται με τον πραγματικό.

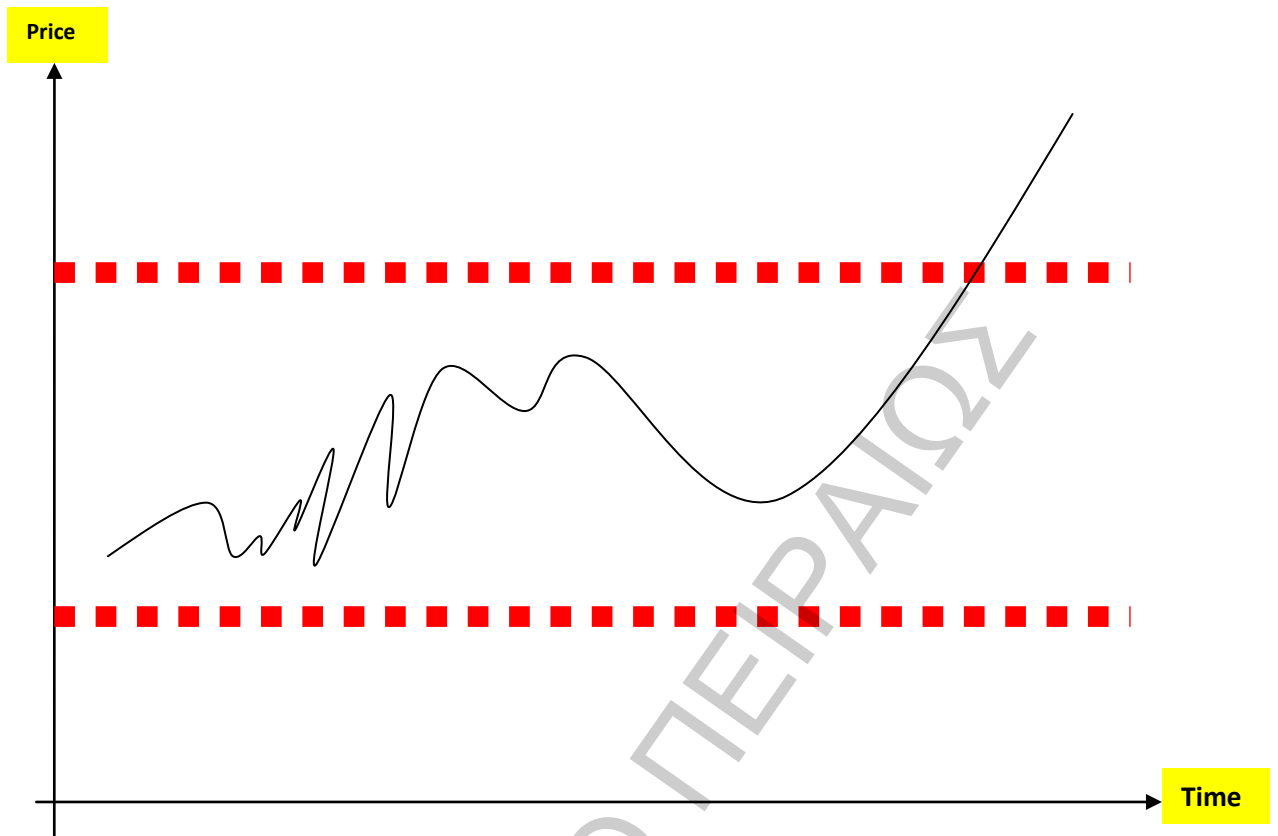
Μία ένδειξη αποτελεσματικότητας της Αγοράς αποτελεί και το επίπεδο των transaction costs σε συνδυασμό με το επίπεδο του αντίστοιχου συντελεστή συσχέτισεως. Πιο συγκεκριμένα ενδέχεται η ύπαρξη θετικών συντελεστών συσχέτισης κατά την χρονική εξέλιξη των τιμών και παρόλα αυτά η Αγορά να συνεχίζει να είναι Αποτελεσματική με την έννοια , των υψηλών εξόδων συναλλαγής τα οποία εξανερμίζουν την οποία ωφέλεια από την κερδοσκοπική εκμετάλλευση των συντελεστών συσχέτισης. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια η συνύπαρξη υψηλών συντελεστών συσχέτισης με υψηλά κόστη συναλλαγών αποτελεί ισχυρή ένδειξη Αγοραίας αποτελεσματικότητας. Αυτή ακριβώς τη μελέτη διενήργησαν οι Jenpergren & Korsvold (1975), επαληθεύοντας τον άνωθεν ισχυρισμό στη Νορβηγική Αγορά.

Filter Rules:

Ενδέχεται η περίπτωση η σχέση μεταξύ των ιστορικών αποδόσεων και των μελλοντικών αποδόσεων να μην είναι κατ' ανάγκη απλώς γραμμική. Υπάρχει ως εκ τούτου η δυνατότητα να κατασκευαστεί ένας μηχανιστικός trading rule ο οποίος μπορεί να ελεγχθεί με back testing μεθοδολογία, προσομοιώνοντας τις αποδόσεις στις οποίες θεωρητικώς θα οδηγούσε, και συγκρίνοντας τες με τις πραγματικές οι οποίες τελικώς σημειώθηκαν.

Σύμφωνα με τη θεωρία, οι τιμές των μετοχών παρουσιάζουν μεταβλητότητα η οποία υπό φυσιολογικές συνθήκες κυμαίνεται μεταξύ δύο συγκεκριμένων οριακών τιμών. Εάν η τιμή της μετοχής σε δοθέν χρονικό σημείο βρεθεί εκτός των οριακών τιμών, τότε οι επενδυτές θα αντιδράσουν στιγμιαία και με κατάλληλες πράξεις αγοραπωλησίας θα επαναφέρουν την τιμή εντός των ορίων της. Κατά την ίδια λογική , εάν στην Αγορά επικοινωνηθούν θετικά νέα για μία μετοχή τότε , η τιμή της μετοχής θα ανέλθει σε ένα ανώτερο σημείο ισορροπίας και οι επενδυτές μπορούν να κερδοσκοπήσουν ανοίγοντας θέσεις long καθόλη τη διάρκεια ανόδου έως το ανώτερο σημείο ισορροπίας. Κατά την ίδια λογική εάν στην Αγορά επικοινωνηθούν άσχημα νέα για τη μετοχή, τότε η τιμή της μετοχής θα κινηθεί προς ένα κατώτερο επίπεδο ισορροπίας και οι επενδυτές μπορούν να κερδοσκοπήσουν διακρατώντας τη μετοχή short καθόλη τη διάρκεια της πτώσης.

Η στρατηγική του filter strategy συνίσταται στην αγορά της μετοχής όταν εντοπιστεί άνοδος της τιμής κατά $x\%$ από το πρόσφατο ιστορικό χαμηλό της και πούλησε όταν η τιμή πέσει κατά $y\%$ από το επόμενο ιστορικό υψηλό της.



Πίνακας 9: Συσχέτιση τιμής και χρόνου κατά την Filter Rule Strategy.

Τα πλέον εκτεταμένα tests επί του συγκεκριμένου πεδίου τα έχουν πράξει οι Fama & Blume (1966). Οι ερευνητές κατέδειξαν κερδοφορία μόνο στο φίλτρο του 0,5% , ενώ για μεγάλα χρονικά διαστήματα και τα φίλτρα του 1% και 1,5% επέδειξαν κερδοφορία ξεπερνώντας σε απόδοση τις απλές long – short strategies. Παρόλα αυτά η εν λόγω κερδοφορία είναι μικρή και μη ικανή να υπερκεράσει τα υφιστάμενα κόστη συναλλαγών.

Relative Strength:

Ο Levy (1967) συνέστησε έναν απλοϊκό κανόνα σχετικής σημαντικότητας των μετοχών ο οποίος προκύπτει από το ακόλουθο πηλίκο :

$$\frac{P_{it}}{\bar{P}_{it}} \quad , \quad \text{όπου:} \quad (70)$$

P_{it} : Η τιμή της μετοχής i τη χρονική στιγμή t

\bar{P}_{it} : Η μέση τιμή της μετοχής i σε ορισμένο χρονικό βάθος από το σημείο t .

Σύμφωνα με τον Levy θα πρέπει να αγοραστούν και διακρατηθούν εκείνες οι μετοχές με το μεγαλύτερο ratio (relative strength) , η επένδυση δε επ' αυτών να γίνει με ισοβαρή σταθμά. Επιπροσθέτως ο Levy ισχυρίστηκε πως εάν το relative strength μίας μετοχής πέσει κάτω από το κ % του συνόλου των μετοχών , θα πρέπει η μετοχή να πουληθεί και τα έσοδα να επενδυθούν στο υψηλότερο χ % των μετοχών με το υψηλότερο relative strength. Οι έρευνες του Levy κατέδειξαν ως επικρατέστερα ποσοστά τα $\kappa = 70\%$ και $\chi = 5\%$ σε χρονικό βάθος 27 εβδομάδων από το χρονικό σημείο της μελέτης.

Το πρόβλημα στη προσέγγιση κατά Levy είναι πως ενδέχεται οι μετοχές με το υψηλότερο relative strength να είναι και μετοχές μεγαλύτερου ρίσκου, επομένως η εν λόγω στρατηγική θα πρέπει να εξασφαλίζει και τη κατάλληλη προσαρμογή της απόδοσης στο αναλαμβανόμενο ρίσκο.

Επιπροσθέτως να σημειωθεί πως η εν λόγω στρατηγική δεν αφορά μεμονωμένες μετοχές αλλά σύνολα μετοχών (χαρτοφυλάκια) , συγκρινόμενα με το σύνολο του πληθυσμού των διαθέσιμων μετοχών.

Μάλιστα οι Jensen & Bennington (1970) , ήλενξαν τους ισχυρισμούς κατά Levy καθώς και άλλες συναφείς στρατηγικές στηριζόμενες στη λογική του relative strength και κατέλειξαν πως η απόδοση του υποσυνόλου των μετοχών στο οποίο κατέληγαν , ήταν ακριβώς η ίδια μετά της εφαρμογής των transaction costs, μετά δε τη προσαρμογή στο αναλαμβανόμενο επίπεδο κινδύνου ήταν τελικώς μικρότερη της απόδοσης του συνόλου του πληθυσμού.

Αξίζει δε να αναφερθούν οι έλεγχοι κατά Levy σύμφωνα στους οποίους ο ερευνητής προσέθεσε πληθώρα παραμέτρων οι οποίες προσδιόριζαν τις ιδιαίτερες συνθήκες της Αγοράς κάτω από τις οποίες γίνονταν ο έλεγχος. Απεδείχθη από τα ευρήματα πως το μοντέλο ήταν ευσταθές μόνον στις περιπτώσεις όπου οι συνθήκες της Αγοράς ήταν συγκρίσιμες, έπρεπε δε να συνδυαστεί με ένα συμπληρωματικό μοντέλο επιλογής της περιόδου εκείνης η οποία εμφανίζει συνθήκες Αγοράς συγκρίσιμες με τις πρωτογενείς.

Very Short Term Correlation:

Σε σχετική τους έρευνα οι Neiderhoffer & Osborne (1966) ανέκλυψαν πως μία μορφή συσχέτισης μεταξύ των τιμών διαδοχικών συναλλαγών, η οποία ενέχει κάποια μορφή μη τυχαιότητας. Πιο συγκεκριμένα διαπίστωσαν πως είναι διπλά ή τριπλά πιο πιθανό μία αύξηση (μείωση) της τιμής να ακολουθείται από μία μείωση (αύξηση) της τιμής, παρά η τιμή να διατηρήσει το ίδιο time pattern. Την εξήγηση για τη παραπάνω συμπεριφορά την δίδει η πληροφορία που συγκέντρωσαν οι ερευνητές από το New York Stock Exchange. Πιο συγκεκριμένα διαπίστωσαν πως μία πρόταση αγοράς στο ask price, ακολουθείται από μία πρόταση πώλησης στο bid price, η οποία είναι κατά τεκμήριο χαμηλότερη της ask price. Αυτό σημαίνει πως ακολουθεί πτώση της τιμής. Επιπροσθέτως εάν τα asks υπερβαίνουν τα bids τότε, τα τελευταία δεν θα εκτελεστούν απουσία προσφοράς, με αποτέλεσμα το επίπεδο της τιμής να παραμένει ανεπηρέαστο. Με άλλα λόγια διαπίστωσαν αρνητική συσχέτιση μεταξύ των τιμών διαδοχικών συναλλαγών.

Correlation of Portfolios of Securities:

Υφίσταται ερευνητικά απόδειξη πως η συσχέτιση μεταξύ παλαιών και νέων αποδόσεων είναι μεγαλύτερη προκειμένου για χαρτοφυλάκια μετοχών μικρής κεφαλαιοποίησης, ενδιάμεση για χαρτοφυλάκια μετοχών μεγάλης κεφαλαιοποίησης και ιδιαίτερα ασθενής για μεμονωμένες μετοχές. Πιο συγκεκριμένα οι Lo & McKinlay (1988) καθώς και οι Conrad & Kaul (1988), απέδειξαν ερευνητικά τον παραπάνω ισχυρισμό και πιο συγκεκριμένα, ο συντελεστής συσχέτισης για αποδόσεις χαρτοφυλακίων υψηλής κεφαλαιοποίησης προσδιορίστηκε στο 0,09, οι δε τρέχουσες εβδομαδιαίες αποδόσεις επεξηγούνται από τις παρελθούσες κατά ποσοστό 0,81%, ενώ για τα χαρτοφυλάκια μετοχών χαμηλής κεφαλαιοποίησης, ο συντελεστής συσχέτισης προσδιορίστηκε στο 0,3, οι δε τρέχουσες εβδομαδιαίες αποδόσεις επεξηγούνται από τις παρελθούσες κατά ποσοστό 9%. Το γεγονός δε της υψηλότερης συσχέτισης μεταξύ των αποδόσεων διαδοχικών εβδομάδων προκειμένου για χαρτοφυλάκια έναντι μεμονωμένων μετοχών αποδίδεται στη μείωση του επιπέδου της μεταβλητότητας των αποδόσεων λόγω διαφοροποίησης. Το σημείο προσοχής στον παραπάνω ισχυρισμό είναι το εξής: Προκειμένου για χαρτοφυλάκια μετοχών, ο υψηλός συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των αποδόσεων διαδοχικών εβδομάδων, δεν αποδίδεται κατά ανάγκη σε κάποιο υφιστάμενο προβλεπτικό pattern, αλλά πολύ συχνά οφείλεται στη ρηχή εμπορευσιμότητα ιδιαιτέρως των μετοχών χαμηλής κεφαλαιοποίησης σε συνδυασμό με την άτακτη χρονικά απελευθέρωση στην Αγορά ανακοινώσεων που αφορούν τις εν λόγω μετοχές.

Correlation over Long Run Horizons:

Ειδικότερα για τη περίπτωση οι συντελεστές συσχέτισης οι οποίοι αφορούν μακροχρόνιο ορίζοντα, οι Fama & French (1988) και οι Poterba & Summers (1988) ισχυρίζονται πως τα δεδομένα προερχόμενα από τη περίοδο 1926 -1985, οδηγούν σε έναν συντελεστή συσχέτισης 0,25 προκειμένου για ορίζοντα τριετίας και 0,40 προκειμένου για ορίζοντα πενταετίας. Παρόλα αυτά τα εν λόγω ευρήματα δεν είναι στατιστικώς σημαντικά (ενδέχεται δηλαδή να είναι απλώς τυχαία) και σίγουρα επηρεάζονται από το γεγονός της εν γένει μείωσης των συντελεστών συσχέτισης μετά το 1940, σε συνδυασμό με τη γενικότερη αλλαγή των προσδοκιών και την τάση των αναμενομένων αποδόσεων να συγκλίνουν προς τον ιστορικό τους μέσο.

Returns and Firm Characteristics:

Στα πλαίσια των Αποτελεσματικών Αγορών , θεωρείται ασυμβίβαστος ο ισχυρισμός του συσχετισμού της απόδοσης με ιδιαίτερα εταιρικά χαρακτηριστικά όπως η αγοραία κεφαλαιοποίηση, market to book , earnings to price. Επί της ουσίας μία τέτοια συσχέτιση θα μπορούσε κάποιος να τη χαρακτηρίσει και ως αγοραία αναποτελεσματικότητα (market anomalies).

Τα πιθανά αίτια του παραπάνω ευρήματος, στα οποία έχουν καταλήξει οι ερευνητές είναι τα ακόλουθα πέντε:

1. Η πρώτη επεξήγηση έχει να κάνει με τη στατιστική σημαντικότητα των ελέγχων. Επί του συγκεκριμένου πεδίου ελάχιστες έρευνες χαρακτηρίζονται ως στατιστικώς σημαντικές με ευρήματα που υποστηρίζουν τα συναφή patterns.
2. Η δεύτερη επεξήγηση έχει να κάνει με το γεγονός πως, οι παραπάνω εταιρικές μεταβλητές αποτελούν proxies κινδύνων οι οποίοι έχουν παραληφθεί και οι οποίοι μόλις συμπεριληφθούν στη μελέτη , εξαλείφεται κάθε μορφή υπερβαλλουσών αποδόσεων. Επί παραδείγματι και προκειμένου για εταιρίες χαμηλής κεφαλαιοποίησης , το μοντέλο CAPM , δεν συμπεριλαμβάνει εντός του συντελεστή beta , την έννοια της εταιρικής επιβίωσης (survival probability). Μόλις η εν λόγω διάσταση συμπεριληφθεί στην αξιολόγηση της μελλοντικής απόδοσης , αυτομάτως οι προϋπολογιζόμενες από το CAPM υπερβάλλουσες αποδόσεις εξαλείφονται.

3. Η τρίτη επεξήγηση έχει να κάνει με τις ίδιες της αδυναμίες του μοντέλου CAPM. Οι αποδόσεις στις οποίες καταλήγει το μοντέλο προκειμένου για παράδειγμα για τις εταιρίες χαμηλής κεφαλαιοποίησης είναι ιδιαίτερος χαμηλός, εξαιτίας του γεγονότος ότι ο συντελεστής beta, δεν συμπεριλαμβάνει πληθώρα άλλων επιδράσεων και συντελεστών. Ως αποτέλεσμα, πολύ συχνά επί του πρακταίου η απόδοση αποδεικνύεται υψηλότερη και ως εκ τούτου, ερμηνεύεται λαθεμένα από την Αγορά, ως υποτιθέμενη υπερβάλλουσα απόδοση.
4. Η επόμενη επεξήγηση έχει να κάνει με το γεγονός ότι, στα πλαίσια των Αποτελεσματικών Αγορών, δεν γνωρίζουμε το αρχικό αίτιο για το οποίο ένα φαινόμενο αρχικώς προξενήθη, παρότι παρατηρούμε την εξακολουθητική εμφάνιση του. Επιπροσθέτως τα υφιστάμενα και συνάμα μεταβλητά κόστη συναλλαγών, εξαλείφουν την όποια δυνατότητα εκμετάλλευσης των επενδυτικών εκείνων στρατηγικών οι οποίες θεωρητικώς σχεδιάστηκαν για να εκμεταλλευτούν τις προαναφερθείσες αγοραίες ανωμαλίες.
5. Τελικώς η πέμπτη επεξήγηση έχει να κάνει με το γεγονός της ίδιας της πιθανής αναποτελεσματικότητας των Αγορών.

The Size Effect:

Η σημαντικότερη ίσως μελέτη επί της επίδρασης της κεφαλαιοποίησης επί των αποδόσεων είναι η μελέτη κατά Banz (1981). Η μεθοδολογία η οποία χρησιμοποιήθηκε είναι αντίστοιχη εκείνης των Fama & McBeth (1973), την οποία θα παρουσιάσουμε εκτενώς σε επόμενο κεφάλαιο. Επί της ουσίας ο Banz ισχυρίστηκε πως οι υπερβάλλουσες αποδόσεις, όπως οι εν λόγω αποτυπώνονται από τους συντελεστές

alpha, έχουν σημειωθεί κατά το διάστημα 1936 – 1977 μέσω της διακράτησης εταιριών χαμηλής κεφαλαιοποίησης. Απέδειξε μάλιστα πως η στατιστική σημαντικότητα της εταιρικής κεφαλαιοποίησης είναι ανάλογη εκείνης των συντελεστών beta. Η δε διαφορά στις αποδόσεις μεταξύ εταιριών χαμηλής και υψηλής κεφαλαιοποίησης ήταν της τάξεως του 19,8% ανά χρονιά. Έχει μάλιστα ενδιαφέρον να σημειωθεί πως η ποσόστωση εκείνη των μετοχών του δείγματος κατά Banz η οποία μεγένθυσε το εν λόγω εύρημα ήταν το χαμηλότερο 20% εις όρους αγοραίας κεφαλαιοποίησης.

Συμπληρωματικής της έρευνας του Banz, είναι η έρευνα κατά Keim (1983) σύμφωνα με την οποία, οι υπερβάλλουσες αποδόσεις οι αποδιδόμενες στην εταιρική κεφαλαιοποίηση συνήθως εμφανίζονται τον Ιανουάριο και αντιπροσωπεύουν το 50% της ετησίας μεταβολής των αποδόσεων.

Γεγονός το οποίο συνιστά ισχυρή συσχέτιση μεταξύ εταιρικού μεγέθους και January effect.

Στο σημείο αυτό έχει σημασία να αναφερθεί η εγγενής αδυναμία του CAPM να προβλέψει σωστά, τις μελλοντικές αποδόσεις των εταιριών χαμηλής κεφαλαιοποίησης, μία αδυναμία η οποία προκύπτει από το γεγονός πως ο συντελεστής beta αδυνατεί να ενσωματώσει αποτελεσματικά και αυτή την επίδραση, με αποτέλεσμα οι προβλεπόμενες αποδόσεις να είναι εξαιρετικά χαμηλές, συγκρινόμενες δε με τις πραγματικώς υψηλότερες αγοραίες αποδόσεις να εκλαμβάνονται ως excess returns. Τα βασικότερα αίτια της παραπάνω ελλειπούς συμπεριφοράς του μοντέλου CAPM σύμφωνα με τις μελέτες κατά Roll (1970) και Reinganum (1981) είναι τα ακόλουθα :

1. Τα betas των εταιριών χαμηλής κεφαλαιοποίησης συνήθως υποεκτιμούνται, εξαιτίας της ασύγχρονης και μη συχνής πράξης συναλλαγών επί αυτών, εμφανίζοντας μία downwards εκτιμητική τάση. Επί του συγκεκριμένου πεδίου, μελέτη κατά Christie & Hertzler (1981) ανέδειξε και έναν ακόμη λόγο για την υποεκτίμηση των betas. Έχει να κάνει με τον γενικότερο τρόπο υπολογισμού αυτών μέσω χρήσεως ιστορικών δεδομένων, μεθοδολογία η οποία αδυνατεί να συλλάβει τις τρέχουσες και πολύ περισσότερο τις μελλοντικές τάσεις μεταβολής του survival risk probability της εταιρίας. Ως εκ τούτου υφίσταται υποεκτίμηση των betas και απώλεια ακριβούς αποτύπωσης του πραγματικού επιπέδου εταιρικού κινδύνου.
2. Επεκτείνοντας τον παραπάνω ισχυρισμό, περί αδυναμίας του απλού μοντέλου CAPM να συλλάβει το σύνολο των επιδράσεων επί των αποδόσεων, τα πολυπαραγοντικά APT μοντέλα έρχονται να καλύψουν το εν λόγω κενό, σύμφωνα με τη μελέτη των Chan, Chen & Hsieh (1985). Οι ερευνητές χρησιμοποίησαν το APT model των Chen, Roll & Ross, καθώς και μία συλλογή 20 χαρτοφυλακίων στηριζομένων επί της αγοραίας κεφαλαιοποίησης. Κατέδειξαν πως η διαφορά μεταξύ των αποδόσεων των χαμηλών σε αξία χαρτοφυλακίων έναντι των υψηλότερων είναι της τάξεως του 1,5%, έναντι διαφοράς 11,5% μέσω της χρήσης του μοντέλου CAPM. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια, η ενσωμάτωση περισσότερων μεταβλητών στο APT μοντέλο, όπως το market size, επεξηγούσε τη μεγαλύτερη ποσόστωση της διαφοράς μεταξύ των υπερβαλλόντων αποδόσεων μεταξύ των δύο μοντέλων.

Προς την ίδια κατεύθυνση κινείται και η μελέτη των Chan & Chen (1991), όπου καταδεικνύεται ξεκάθαρα πως προκειμένου για εταιρίες μικρής κεφαλαιοποίησης (marginal firms), το μοντέλο CAPM αδυνατεί να συλλάβει την έννοια της επικινδυνότητας ως προς την μελλοντική επιβίωση των εταιριών αυτών, η οποία με την σειρά της προέρχεται από τη μειωμένη παραγωγική αποτελεσματικότητα σε συνδυασμό με την υψηλή μόχλευση την οποία οι εν λόγω εταιρίες συνήθως φέρουν.

3. Ένας συμπληρωματικός λόγος για την εν λόγω αδυναμία του μοντέλου CAPM είναι και το γεγονός της ρηχής εμπορευσιμότητας των εταιριών χαμηλής κεφαλαιοποίησης, που συνιστά συνάμα υψηλά transaction costs. Εμπειρικά οι μετοχές χαμηλής κεφαλαιοποίησης εμφανίζουν υψηλά bid – ask spreads με αποτέλεσμα, δοθείσης της χαμηλής εμπορευσιμότητας, μία μεμονωμένη αγορά υψηλής αξίας να παρουσιάζει υψηλό effect στη τιμή.
4. Ομάδα ερευνητών, μεταξύ των οποίων και οι Roll (1983) και Blume & Stambaugh (1983), υποστηρίζουν πως οι Αγορές μπορούν να συνεχίζουν να θεωρούνται αποτελεσματικές, παρόλη την εμφάνιση των υπερβαλλουσών αποδόσεων των εταιριών χαμηλής κεφαλαιοποίησης. Οι ερευνητές κατέδειξαν πως το excess return των εταιριών χαμηλής κεφαλαιοποίησης, περιορίζεται κατά 50% εάν το reformation γίνεται annually και όχι daily, κάτι το οποίο είναι πρακτικώς ορθό λόγω των ιδιαίτερως υψηλών transaction costs τα οποία καθιστούν πρακτικώς αδύνατη την εφαρμογή της daily reform strategy.

Market to book:

Οι κυριότερες έρευνες επί του πεδίου συσχέτισης των υπερβαλλόντων αποδόσεων και του δείκτη Market to book είναι εκείνες των Fama & French (1988), Lakonishok (1991) και των Lakonishok, Shleifer & Vishny (1993).

Η πλέον ενδιαφέρουσα προσέγγιση όλων είναι εκείνη των Lakonishok, Shleifer & Vishny (1993), σύμφωνα με την οποία εξετάστηκαν οι υπερβάλλουσες αποδόσεις μετοχών οι οποίες αγοράστηκαν υπό του πρίσματος του δείκτη market to book. Προκειμένου να ελέγξουν την επίδραση της κεφαλαιοποίησης κατέταξαν τις συμμετέχουσες μετοχές σε πέντε μεγάλες κατηγορίες με κριτήριο την Αγοραία κεφαλαιοποίηση. Εν συνεχεία και εντός κάθε μίας από τις εν λόγω κατηγορίες κατέταξαν τις μετοχές με κριτήριο τον δείκτη market to book, εντός 10 υποκατηγοριών. Η διαφορά μεταξύ των εταιριών με χαμηλό market to book έναντι εκείνων με υψηλό σημειώθηκε στο 7,8% ανά χρονιά.

Εν συνεχεία επεχείρησαν να αποδώσουν την εν λόγω διαφορά στο επίπεδο του ρίσκου που ενέχει η κάθε μετοχή. Ακολούθησαν δε έναν ιδιαίτερα καινοτόμο δρόμο προσδιορίζοντας την έννοια του μη επενδυτικού κινδύνου ως τη δυνατότητα μίας μετοχής να υπεραποδίδει σε περιόδους κρίσεως και vice versa, εκεί δηλαδή όπου ο επενδυτής χρειάζεται την απόδοση περισσότερο παρά ποτέ.

Κατελήξαν στο συμπέρασμα πως οι μετοχές με χαμηλό market to book ratio δεν παρουσιάζαν υψηλές αποδόσεις σε περιόδους κρίσεως, καθώς και ότι οι μετοχές με υψηλό market to book ratio έδιδαν υψηλές αποδόσεις μη σχετιζόμενες όμως με το επίπεδο του συναφούς εταιρικού κινδύνου

Earnings to Price:

Η έρευνα του Basu (1977) κατέδειξε πως ο δείκτης Earning to Book ratio είναι θετικώς συσχετιζόμενος με τα excess returns (returns minus expected returns which are calculated via CAPM model). Συναφείς έρευνες των Reinganum (1981), των Fama & French (1988), και των Chan, Hamao & Lakoninshok (1991) απέδειξαν ενδογενή συσχέτιση μεταξύ κεφαλαιοποίησης και earnings to price, με αποτέλεσμα να καταλήγουν στο συμπέρασμα πως όταν στο μοντέλο συμπεριελάμβαναν τις επιδράσεις του size και του market to book η επίδραση του earnings to price εξαφανίζονταν. Επομένως ο δείκτης earnings to price μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως proxy για άλλα effects. Στο σημείο αυτό αξίζει να σημειωθεί πως ο Basu (1983) κατά την έρευνα του, κατάφερε να απομονώσει την επίδραση του earnings to price, ακόμη και μετά τον υπολογισμό της επίδρασης της κεφαλαιοποίησης. Η αδυναμία της όλης προσέγγισης έχει να κάνει με το γεγονός πως εν ταυτοχρόνω, δεν συμπεριέλαβε την επίδραση του market to book ratio.

Predicting Long Term Returns from Firm and Market Characteristics:

Έχει ερευνητικώς τεκμηριωθεί πως η μακροχρόνια απόδοση των μετοχών είναι δυνατόν να προβλεφτεί χρησιμοποιώντας μεταβλητές που αποτυπώνουν δεδομένα όπως το γενικότερο επίπεδο του Δείκτη Μετοχών ή Ομολόγων σε συνδυασμό με το term structure of interest rates, καθώς και το risk structure of premiums. Οι τυχαίες μεταβλητές οι οποίες συνηθέστερα εισέρχονται σε τέτοιες μελέτες πρόβλεψης των μακροχρόνιων αποδόσεων είναι οι ακόλουθες:

1. Level of Market Variables:

- a. Dividends on S&P 500 index to Price on S&P 500 index
- b. Earnings on S&P 500 index to Price on S&P 500 index
- c. Current level on S&P index to Long run average of S&P 500

2. Interest rate Variables:

- a. Term premium:
Yield on long term bonds minus yield on short term bonds
- b. Risk premium:
Yield on low rated bonds minus yield on high rated bonds

Σύμφωνα με τους Fama & French (1966), το ποσοστό της μεταβλητότητας των αποδόσεων ενός value and equally weighted index που επεξηγείται από ιστορικά δεδομένα τυχαίας μεταβλητής η οποία παρακολουθεί την ιστορική εξέλιξη του δείκτη dividends / price είναι πάνω από 25%. Επιπροσθέτως το πρόσημο του συντελεστή παλινδρόμησης είναι θετικό, γεγονός το οποίο ποιοτικά ερμηνεύεται ως αύξηση των αναμενομένων αποδόσεων, δοθείσης της αυξήσεως του ratio dividends / price. Επιπροσθέτως του παραπάνω ευρήματος, έρευνα των Campbell & Shiller (1988), κατέδειξε πως υφίσταται προβλεπτική δυνατότητα των μελλοντικών αποδόσεων, με βάση την ιστορικότητα του earnings/price ratio. Πιο συγκεκριμένα, οι ερευνητές συνέλλεξαν τα earnings των εταιριών που συνιστούν το δείκτη σε βάθος 30 ετών και πέτυχαν να επεξηγήσουν το 57% της μεταβλητότητας των αποδόσεων του. Σε μετέπειτα άρθρο τους οι Fama & French (1991) κατέδειξαν πως εάν το ιστορικό δεδομένο του dividend/price ratio επαυξηθεί με τα term structure of interest rates και risk premiums, καθίσταται δυνατή η επεξήγηση σημαντικού ποσοστού της μεταβλητότητας των ιστορικών αποδόσεων όχι μόνο του συνολικού δείκτη αλλά και οιοδήποτε υποσυνόλου αυτού, ακόμη και δεικτών μετοχών χαμηλής κεφαλαιοποίησης.

Μάλιστα ανεκάλυψαν πως η επίδραση του ratio dividend/price επί των αποδόσεων είναι πολύ μεγαλύτερη στις μετοχές χαμηλής κεφαλαιοποίησης έναντι των μετοχών υψηλής κεφαλαιοποίησης, στις αποδόσεις των μετοχών έναντι των ομολόγων, ή έναντι των ομολόγων χαμηλής διαβάθμισης σε σχέση με τα ομόλογα υψηλής διαβάθμισης. Καταληκτικά, άξια λόγου είναι και η μελέτη του Harvey (1991) η οποία κατέληξε σε ανάλογα ευρήματα επίδρασης του ratio S&P dividend/price, σε συνδυασμό με την US term structure of interest rates, επί της προβλεψιμότητας των long term returns των χαρτοφυλακίων διεθνοποιημένων μετοχών.

Announcements and Price Returns:

Εκείνες οι μελέτες οι οποίες ασχολούνται με την επίδραση των ανακοινώσεων επί των τιμών των μετοχών, ονομάζονται 'event studies'. Μεταξύ άλλων τα event studies επιχειρούν να μελετήσουν την ταχύτητα με την οποία απορροφούνται οι πληροφορίες από τις τιμές των μετοχών, στα πλαίσια των Αποτελεσματικών Αγορών. Το μεγαλύτερο σύνολο των event studies που έχουν διενεργηθεί, έχουν καταδείξει πως η απορρόφηση της πληροφορίας είναι άμεση και επηρεάζει την τιμή της μετοχής, προς κατεύθυνση ανάλογη εκείνης της ποιοτικής ερμηνείας που απέδωσε η Αγορά στο περιεχόμενο της ανακοινώσεως. Έχοντας δε δεχθεί ως γεγονός πως η πληροφορία ενσωματώνεται στη τιμή άμεσα, επηρεάζοντας την προς συγκεκριμένη κατεύθυνση ανάλογη της ποιότητας της πληροφορίας, καθίσταται δυνατός ο ποσοτικός προσδιορισμός της επίδρασης αναλόγως της ποιότητας της πληροφορίας, καθώς και η αποσαφήνιση του περιοχομένου της πληροφορίας και το πως αυτή έχει εκληφθεί από την Αγορά, αναλόγως των κινήσεων της τιμής του υποκείμενου τίτλου.

Methodology of Event Studies:

Τα βήματα προκειμένου να πράχθει ένα event study είναι τα ακόλουθα :

- Συλλογή αντιπροσωπευτικού δείγματος μετοχών
Συλλέγονται εκείνες οι μετοχές, οι τιμές των οποίων στο παρελθόν επηρέαστηκαν από ανακοινώσεις που εξέπληξαν (θετικά ή αρνητικά) τους επενδυτές. Προφανώς προκειμένου να πράχθει η δειγματοληψία απαιτείται ο ορισμός της έκπληξης του επενδυτή. Ο συνήθης ορισμός της ανακοίνωσης που προκαλεί την έκπληξη του επενδυτή, ορίζει σημαντικές αποκλίσεις από τα επισήμως ανακοινωθέντα των επαγγελματιών αναλυτών και συναφών Οίκων Αξιολόγησης.

Εν συνεχεία θα πρέπει να διακριθεί το σύνολο των μετοχών σε δύο επιμέρους τμήματα: Εκείνο το τμήμα το οποίο θα περιέχει τις μετοχές για τις οποίες υπήρξε θετικό shock στην Αγορά , έναντι των μετοχών εκείνων για τις οποίες υπήρξε αρνητικό shock. Το αιτιατό για το οποίο απαιτείται η εν λόγω διάκριση είναι προφανές και εδράζεται στην διαφορετική επίδραση που έχει επί της τιμής της μετοχής μία θετική έναντι μίας αρνητικής ανακοίνωσης και συναφούς έκπληξης της Αγοράς:

- Χρονικός προσδιορισμός της ανακοινώσεως
Απαιτείται ο προσδιορισμός του χρονικού σημείου ανακοίνωσης και θέσπισης αυτού ως σημείου έναρξης μέτρησης του χρόνου. Λόγω της φύσεως των event study , το χρησιμοποιούμενο διάστημα των ιστορικών δεδομένων πρέπει να είναι η ημέρα και όχι ο μήνας , δοθέντος του γεγονότος ότι εντός του μήνα πράττονται πολλές ανακοινώσεις και είναι εξαιρετικά δύσκολο να απομονωθούν οι επιμέρους επιδράσεις
- Χρονικός προσδιορισμός του χρονικού εύρους του event study
Προσδιορισμός του χρόνου πριν καθώς και μετά του χρονικού σημείου της ανακοίνωσης, με σημείο έναρξης μέτρησης του χρόνου , το χρονικό σημείο της ίδιας της ανακοίνωσης.
- Προσδιορισμός των καταγεγραμμένων αποδόσεων
Προσδιορισμός των ημερησίων αποδόσεων , τόσο στο χρονικό σημείο της ανακοίνωσης , όσο και στα σημεία πριν και μετά αυτής , καθόλο το εύρος της μελέτης
- Καθορισμός των ακραίων (abnormal / excess) αποδόσεων ανά μετοχή
Καθορισμός εκείνων των αποδόσεων οι οποίες χαρακτηρίζονται ως μη αναμενόμενες ή ακραίες (δηλαδή διαφέρουν σημαντικά των αναμενόμενων). Η πρακτική δε πολλές φορές καταδεικνύει ως φυσιολογική απόδοση, εκείνη που καταγράφεται από το Market Index
- Προσδιορισμός των μέσων ακραίων αποδόσεων
Ο καθορισμός των μέσων ακραίων αποδόσεων απαιτείται ναπραχθεί διότι , οι μετοχές του δείγματος δέχονται και άλλες επιδράσεις, πέραν της ανακοίνωσης της μελέτης. Επομένως υπολογίζοντας για όλη τη διάρκεια του event study και για κάθε χρονικό σημείο , τα abnormal returns εξαλείφουμε στην ουσία την επίδραση άλλων γεγονότων, πέραν της επίδρασης της ανακοίνωσης της μελέτης, επί των αποδόσεων της παρατηρούμενης μετοχής και των υπολοίπων μετοχών του δείγματος.

- Κατασκευή σωρευτικού διαγράμματος των abnormal returns
 Στις περισσότερες των περιπτώσεων είναι χρήσιμη η κατασκευή σωρευτικού διαγράμματος των abnormal αποδόσεων, πριν και μετά της ημερομηνίας ανακοίνωσης. Θεωρώντας πως υφίσταται η Semi strong form efficiency Hypothesis, αναμένουμε τα excess returns να λάβουν χώρα κατά τον χρόνο ανακοίνωσης και μόνον. Παρόλα αυτά είναι δυνατή η παρατήρηση abnormal αποδόσεων σε χρόνο πρότερο της ανακοίνωσης εξαιτίας των ακόλουθων αιτιών:
 - Συνδυαστικές και συνάμα έμμεσες ανακοινώσεις, οι οποίες προηγούνται της κυρίως ανακοίνωσης, οι οποίες δημιουργούν προσδοκίες στις Αγορές και επηρεάζουν θετικά ή αρνητικά την απόδοση
 - Εφόσον η ανακοίνωση είναι στη διακριτική ευχέρεια των εταιριών και βάση ιστορικής συμπεριφοράς, πράττονται κατόπιν της εμφάνισης προηγούμενων abnormal returns, είναι πολύ πιθανό η μελέτη της εν λόγω ανακοίνωσης να συνοδεύεται από την εμφάνιση ιστορικών abnormal returns. Επί παραδείγματι, εάν μία εταιρία ιστορικά πράττει split της μετοχής της όταν η εν λόγω σημειώσει σημαντική άνοδο της τιμής, η ανακοίνωση του split, καθώς και το σχετικό event study θα εμφανίζει abnormal/excess returns, δηλαδή ακριβώς εκείνα που προκάλεσαν την ίδια την ανακοίνωση και πράξη του split.
 - Σημαντική ένδειξη περί ισχύος της Strong form efficiency Hypothesis.

Strong Form Efficiency Hypothesis:

Εκείνοι οι επενδυτές οι οποίοι, κατέχουν σημαντικό ποσοστό των κυκλοφορούντων κοινών μετοχών μίας επιχείρησης, ή οι έχοντες υψηλή θέση στην ιεραρχία της Διοικήσεως, ορίζονται εκ των πραγμάτων ως insiders. Δηλαδή ως επενδυτές οι οποίοι κατέχουν σημαντική εσωτερική πληροφόρηση αναφορικά με μελλοντικά γεγονότα τα οποία θα επηρεάσουν σημαντικά τις χρηματοροές της επιχειρήσεως, ως εκ τούτου τη τρέχουσα παρούσα αξία των κυκλοφορούντων μετοχών. Σε σχετική τους έρευνα οι Jaffe (1974) και Lorie & Niederhoffer (1968) κατέδειξαν πως η παραπάνω επενδυτική στρατηγική είναι υπαρκτή και μάλιστα οι insiders την χρησιμοποιούν, αξιοποιώντας την όποια διαθέσιμη εσωτερική πληροφόρηση και επιτυγχάνοντας excess returns πάνω από τα expected returns.

Πολλοί ερευνητές σε σχετικές των μελέτες, έχουν διερευνήσει το ενδεχόμενο οι αναλυτές να κατέχουν πληροφορία, μη ενεχόμενη στη τιμή και ως εκ τούτου κατάλληλη να αξιοποιηθεί κερδοσκοπικά. Η πλειοψηφία αυτών των μελετών υποφέρει τόσο από το φαινόμενο του selection bias, όσο και από το φαινόμενο του survivorship bias.

Με την έννοια selection bias εννοούμε την ελεγχόμενη και περιορισμένη πρόσβαση των ερευνητών σε εκείνες και μόνον τις αναλύσεις, οι οποίες παράσχονται από εκείνους και μόνον τους επενδυτικούς οργανισμούς, οι αναλυτές των οποίων επέδειξαν στο παρελθόν εξέχουσα απόδοση. Η εν λόγω εξέχουσα απόδοση τις περισσότερες των φορές είναι τυχαίο γεγονός και δεν συνδέεται με την κατοχή πληροφορίας μή περιεχόμενη στη τιμή, κατά τον χρόνο μελέτης, έκδοσης και ανακοίνωσης της ανάλυσης. Παρόλα αυτά υπάρχουν δύο έρευνες οι οποίες δεν πάσχουν από την εν λόγω αδυναμία, απλά διότι οι εν λόγω αναλύσεις αξιολόγησης της πρόβλεψης μελλοντικών αποδόσεων πραγματοποιήθηκαν μετά την επιλογή και σχετικό καθορισμό των αντιστοίχων επενδυτικών οργανισμών.

Οι έρευνες στις οποίες αναφερόμαστε είναι εκείνες των Dimson & Marsh (1984) και των Elton, Gruber & Grossman (1986). Πιο συγκεκριμένα οι Dimson & Marsh ανέλυσαν 4,000 προβλέψεις, οι οποίες αφορούσαν 200 κοινές μετοχές, παρεχόμενες από 35 διαφορετικούς επενδυτικούς οργανισμούς. Ο μέσος συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των πραγματικών αποδόσεων με τις προβλεπόμενες αποδόσεις ήταν 0,08 με αποτέλεσμα μόλις το $0,08^2 = 0,0064$ της πραγματικής απόδοσης να επεξηγείται από τις προβλέψεις των αναλυτών. Το δε σχετικό εύρος του συντελεστή συσχέτισης κυμάνθηκε από (- 0,19) έως +0,26.

Επιπροσθέτως η παρελθούσα προβλεπτική ικανότητα δεν εξασφάλιζε την μελλοντική, ενώ ο συνδυασμός μεταξύ των προβλέψεων αύξησε τον προαναφερθέντα συντελεστή συσχέτισης σε 0,12. Παρόλη τη μικρή προαναφερθείσα συσχέτιση, εκείνο το fund που τελικώς χρησιμοποίησε τις εν λόγω προβλέψεις επί της πραγματικής Αγοράς, κατάφερε να υπερνικήσει την Αγορά κατά 2,2%. Επιπρόσθετα η μελέτη κατέδειξε πως περισσότερο από το 50% της ενέχουσας στην μελέτη πρόβλεψης της απόδοσης πληροφορία, είχε ήδη ενσωματωθεί στη τιμή, τον πρώτο κίολας μήνα μετά την δημοσίευση της προβλέψεως, καταδεικνύοντας πως η αντίδραση των επενδυτών κατά τον χρόνο ανακοίνωσης της πρόβλεψης πρέπει να είναι αν μη τι άλλο άμεση.

Αντιστοίχως η μελέτη των Elton, Gruber & Grossman, κατέληξε πως τόσο η διαβάθμιση της μετοχής, όσο και η μεταβολή της υφισταμένης διαβαθμίσεως ενέχουν πληροφορίες. Υπερβάλλουσες αποδόσεις μπορούν να σημειωθούν είτε αγοράζοντας αναβαθμισμένες μετοχές ή μετοχές με ανοδική διαβάθμιση διακράτησης, είτε πουλώντας υποβαθμισμένες μετοχές ή μετοχές με καθοδική διαβάθμιση διακράτησης.

Το χρονικό διάστημα απορρόφησης της πληροφορίας από τη τιμή, κυμαίνεται από έναν έως το πολύ δύο μήνες. Μάλιστα οι υπερβάλλουσες αποδόσεις είναι μεγαλύτερες εάν η απορροφούμενη πληροφορία αφορά μεταβολή διαβάθμισης έναντι απλής συστάσεως ή μη διακράτησης. Παρόλα αυτά και εδώ, δεν διαπιστώθηκαν εξαιρετικές αποδόσεις στο πεδίο της πρόβλεψης των μελλοντικών αποδόσεων. Μάλιστα οι επενδυτές σύμφωνα με τη μελέτη είναι περισσότερο οφειμένοι ακολουθώντας την μέση επενδυτική τάση, παρά ακολουθώντας συγκεκριμένη ομάδα αναλυτών οι οποίοι στο παρελθόν έτυχε να επιδείξουν υψηλή προβλεπτική ικανότητα.

Καταληκτικά και οι δύο προαναφερθείσες μελέτες διεπίστωσαν την ύπαρξη πληροφορίας στις προβλέψεις των αναλυτών. Παρόλα αυτά οι πληροφορίες δεν εντοπίζονται τόσο σε μεμονωμένους επενδυτικούς οίκους, αλλά στην αθροιστική πληροφορία που ενέχεται στο σύνολο των προβλέψεων των περισσότερων από αυτούς, προκειμένου για μικρά χρονικά διαστήματα μελλοντικής πρόβλεψης.

Η έννοια του survivorship bias έχει να κάνει με την επιλογή των προβλέψεων εκείνων των επενδυτικών οίκων οι οποίοι στο παρελθόν επέδειξαν ισχυρές προβλεπτικές ικανότητες και κατά τον χρόνο ανάλυσης εξακολουθούν και υφίστανται ως Οργανισμοί. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια, survivorship bias μπορεί να υφίσταται στη περίπτωση κατά την οποία οι ερευνητές πιστεύουν πως, εκείνοι οι επενδυτικοί οίκοι οι οποίοι μπορούν να επιβιώνουν προσφέροντας προβλέψεις στους επενδυτές, είναι εκείνοι οι οποίοι στο παρελθόν επέδειξαν υψηλή προβλεπτική ικανότητα και μόνον αυτοί. Ως εκ τούτου, εάν οι προβλέψεις των επενδυτών ήταν τυχαίως σωστές και η επιλογή των επενδυτικών οίκων χρησιμοποιούσε ως κριτήριο την παρούσα ικανότητα επιβίωσης, τότε η ανάλυση επί των προαναφερθέντων προβλέψεων θα κατέβαινε στην διάγνωση πληροφορίας ακόμη και εκεί όπου πιθανόν δεν υπήρχε.

Παρόλα τα προαναφερθέντα προβλήματα, η πλέον διαδεδομένη μελέτη επί των περιεχομένων πληροφοριών σε προβλέψεις αποδόσεων, είναι εκείνη που στηρίζεται στα δεδομένα της Value Line investment. Η Value Line ανακοινώνει εβδομαδιαία κατάταξη μετοχών με κριτήριο κατάταξης της επιχειρησιακής και συναφείς επενδυτικές προοπτικές, η δε κατάταξη είναι πενταβάθμιας κλίμακας. Η έρευνα του Stickel (1985) μελέτησε το effect της αλλαγής στο ranking της εν λόγω κλίμακας και κατέληξε πως η αναβάθμιση από την θέση 3 στη θέση 2, οδηγούσε σε αύξηση της αποδόσεως κατά 2,44% μεσασταθμικά και ειδικότερα κατά 5,18% στις μετοχές χαμηλής κεφαλαιοποίησης.

Επιπροσθέτως η εν λόγω αύξηση της απόδοσης δεν αντιστρέφονταν στα προσεχή και επακόλουθα χρονικά διαστήματα, καταδεικνύοντας πως είτε οι αναλυτές πράγματι κατείχαν πληροφορίες μη ενεχόμενες στη τιμή κατά τον χρόνο ανακοίνωσης της πρόβλεψης, είτε πως η Value Line πράγματι επιβεβαίωνε τη φήμη της αναφορικά με την παραγωγή και δημοσίευση αξιόπιστων προβλέψεων, οι οποίες με τη σειρά τους εξασφάλιζαν την εταιρική της επιβίωση.

Κατά την ίδια λογική, η πρόβλεψη της απόδοσης των Αμοιβαίων Κεφαλαίων ενέχει τον κίνδυνο του survivorship bias. Συλλέγοντας στοιχεία αποδόσεων υφισταμένων Αμοιβαίων Κεφαλαίων, με τη λογική της επιβίωσης στο παρόν χρονικό σημείο, αυτομάτως εξαιρεί από τη μελέτη εκείνα τα Αμοιβαία Κεφάλαια τα οποία κατά το χρόνο μελέτης δεν επεβίωσαν. Προφανώς τα Αμοιβαία Κεφάλαια τα οποία δεν επεβίωσαν επέδειξαν απόδοση χαμηλότερα του μέσου όρου. Κοιτώντας μόνον τις αποδόσεις των Αμοιβαίων Κεφαλαίων που τελικώς επέζησαν κατά τον χρόνο μελέτης, κανείς διαμορφώνει εντυπώσεις αποδόσεων καλύτερες των πραγματικών. Επιπρόσθετα και δεδομένου του γεγονότος πως η απόδοση είναι αντιστρόφως ανάλογη του κινδύνου επιβίωσης, αναλύοντας ένα δείγμα προβλέψεων το οποίο εμφανίζει survivorship bias, θα οδηγηθούμε σε συμπεράσματα υψηλής σχετικής αποδόσεως, προκειμένου για τα υποσύνολα Αμοιβαίων Κεφαλαίων υψηλού ρίσκου.

Ένα πρόσθετο σημείο bias είναι και το γεγονός των αποδόσεων των μετοχών χαμηλής κεφαλαιοποίησης, οι οποίες εμφανίζουν πραγματικές αποδόσεις υψηλότερες των αναμενομένων, όχι διότι οι αντίστοιχοι manager ή τα αντίστοιχα funds επέδειξαν εξαιρετική προβλεπτική ικανότητα, αλλά γιατί ο προσδιορισμός των αναμενομένων αποδόσεων πράχθηκε με το απλό μοντέλο CAPM, το οποίο υποεκτιμά τις αποδόσεις και δη των εταιριών χαμηλής κεφαλαιοποίησης.

Πράγματι, σε σχετική των μελέτη οι Elton, Gruber, Das & Hvilarka (1990), ελαχιστοποιώντας το σύμπτωμα του survivorship bias σε συνδυασμό με τη χρήση πολυπαραγοντικών μοντέλων έναντι του CAPM, κατέληξαν στο συμπέρασμα πως οι managers ή τα σχετικά mutual funds υποαπέδιδαν των αντιστοίχων δεικτών που είχαν κατασκευαστεί με κριτήριο την ταυτοποίηση του επιπέδου κινδύνου (μετά της εφαρμογής των management fees και των σχετικών επενδυτικών εξόδων). Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια, η υποαπόδοση σχετίστηκε με τα management fees και τα συναφή έξοδα με την έννοια ότι, οι mutual fund managers ήταν ανίκανοι να εξασφαλίσουν ικανή απόδοση, τέτοια ώστε να αποζημιώσει τους επενδυτές για τα fees και expenses τα οποία τελικώς εκαλούντο να αναλάβουν.

Market Rationality:

Έχουμε ήδη αναφέρει πως πληθώρα ερευνητών και εμπειρικών αναλυτών απασχολείται με τη ταχύτητα με την οποία η πληροφορία ενσωματώνεται στην τιμή. Ο επιστημονικός όρος της εν λόγω ταχύτητας απορρόφησης είναι 'informational efficiency'. Αντιστοίχως υφίσταται όρος ο 'market rationality' ο οποίος έχει να κάνει με την ορθότητα του πληροφοριακού περιεχομένου των τιμών μίας μετοχής, σε σχέση με το μέγεθος των μελλοντικών αναμενόμενων αποδόσεων της. Εάν η Αγορά επιδεικνύει market rationality τότε, η παρούσα αξία των μελλοντικών χρηματοροών (principal + dividends), θα πρέπει απολύτως να ταυτίζεται με την τρέχουσα αξία της μετοχής. Προφανώς οι δύο έννοιες είναι μεταξύ των πολύ στενά συνδεδεμένες. Πιο συγκεκριμένα εάν η τιμή της μετοχής ανταποκρίνεται ταχύτητα σε μεταβολές μη θεμελιωδών ή άλλων συναφών μακροοικονομικών παραγόντων, επεδεικνύοντας στην ουσία informational efficiency, τότε το εν λόγω εύρημα είναι ισχυρή ένδειξη μη ύπαρξης market rationality.

Συμπερασματικά, η θεμελίωση patterns τα οποία συσχετίζουν τα excess returns με εταιρικά θεμελιώδη χαρακτηριστικά ή άλλους συναγείς χρονικούς συσχετισμούς, είναι μία ισχυρή ένδειξη ενάντια στην ύπαρξη market rationality. Τα προαναφερθέντα εταιρικά θεμελιώδη όπως το market size, market/book ratio, dividends/price ratio, καθώς και effects όπως το January effect και η συσχέτιση των με τη τιμή της μετοχής, λειτουργούν ενάντια στην στήριξη της υποθέσεως περί ύπαρξης market rationality.

Προκειμένου να ελεγχθεί η υπόθεση για ύπαρξη informational inefficiency, αρκεί να δείχτεί πως μπορεί να κατασκευαστεί μία στρατηγική τα proceeds της οποίας (after transaction costs) η οποία βιώσιμα μπορεί να εξασφαλίσει τη κερδοσκοπία, εκμεταλλευόμενη την όποια εντοπιζόμενη αγοραία αδυναμία.

Οι δυνατοί έλεγχοι προκειμένου να ελεγχθεί η ύπαρξη ή μη market rationality περιγράφονται ως ακολούθως:

- **Volatility tests:**

Τα volatility tests εξετάζουν τη μεταβλητότητα της τιμής της μετοχής , συγκρίνοντας την με τη μεταβλητότητα βασικών εταιρικών θεμελιωδών μεγεθών ή άλλων συναφών μακροοικονομικών μεγεθών τα οποία αποδεδειγμένα την επηρεάζουν. Εάν η απόσταση μεταξύ των δύο προαναφερθέντων διακυμάνσεων είναι μεγάλη , τότε το εν λόγω αποτελεί ένδειξη για μη ύπαρξη market rationality.

Τα σημαντικότερα test πάνω στο εν λόγω πεδίο είναι τα tests των Leroy & Porter (1981) και Shiller (1981,1984), τα οποία βασίζονται σε τρεις βασικές υποθέσεις:

- Οι τιμές των μετοχών αντανakλούν τις προσδοκίες των επενδυτών αναφορικά με τη μελλοντική μερισματική πολιτική της εταιρίας
- Η πραγματική αναμενόμενη απόδοση μίας μετοχής είναι διαχρονικά σταθερή
- Τα μερίσματα μπορούν να περιγραφούν από μία σταθερή διαδικασία η οποία χρησιμοποιεί σταθερό growth rate.

Χρησιμοποιώντας τις εν λόγω υποθέσεις οι ερευνητές συνέκριναν τις πραγματικές τιμές των μετοχών της μελέτης από τις αντίστοιχες θεωρητικές, όπως οι τελευταίες καθορίζονται από την παρούσα αξία των αναμενομένων μελλοντικών μερισμάτων. Κατέληξαν στο συμπέρασμα πως δεν υφίσταται market rationality μίας και η απόσταση των πραγματικών από τις θεωρητικές τιμές ήταν σημαντικά μεγάλη.

Στο σημείο όμως αυτό αξίζει να σημειωθεί μία εναλλακτική ερευνητική προσέγγιση κατά Marsh & Merton (1986) οι οποίοι άλλαξαν τον τρόπο με τον οποίο καθορίζονται τα μερίσματα. Θεώρησαν πως τα μερίσματα είναι θετικώς καθοριζόμενα από τις παρελθούσες τιμές των μετοχών και έλαβαν αποτελέσματα ευθέως αντίθετα των προαναφερθέντων ερευνητών

- **Winners – Losers:**

Στο συγκεκριμένο πεδίο ερεύνης, κλασική θεωρείται η μελέτη των DeBondt & Thaler (1985, 1987), σύμφωνα με την οποία οι επενδυτές υπεραντιδρούν. Πιο συγκεκριμένα υποστηρίζουν πως οι μετοχές οι οποίες εμφάνισαν ιδιαίτερως χαμηλές αποδόσεις για συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα (losers), παρουσίαζαν ιδιαίτερως υψηλές αποδόσεις στο αμέσως επόμενο διάστημα και αντιστρόφως για τις μετοχές ιδιαίτερως υψηλής αποδόσεως (winners).

Οι ερευνητές κατασκεύασαν δύο δείγματα 50 μετοχών έκαστο, το πρώτο με μετοχές κατηγορίας 'Winners' οι οποίες εμφάνισαν ιδιαίτερως υψηλή απόδοση τα τελευταία 3 - 5 χρόνια, καθώς και ένα δείγμα 50 μετοχών κατηγορίας 'Losers' οι οποίες εμφάνισαν ιδιαίτερως χαμηλή απόδοση τα τελευταία τρία με πέντε χρόνια. Εν συνεχεία παρακολούθησαν τις αποδόσεις των δύο δειγμάτων και επαλήθευσαν πως το δείγμα των 50 winners είχε ιδιαίτερως χαμηλή απόδοση τα επόμενα 3 - 5 χρόνια, ενώ το δείγμα των 50 losers, εμφάνισε ιδιαίτερως υψηλή επίδοση τα επόμενα 3 - 5 χρόνια και ιδιαίτερως κάθε Ιανουάριο (January effect)

CHAPTER 7

BEHAVIORAL FINANCE

INVESTOR DECISION MAKING

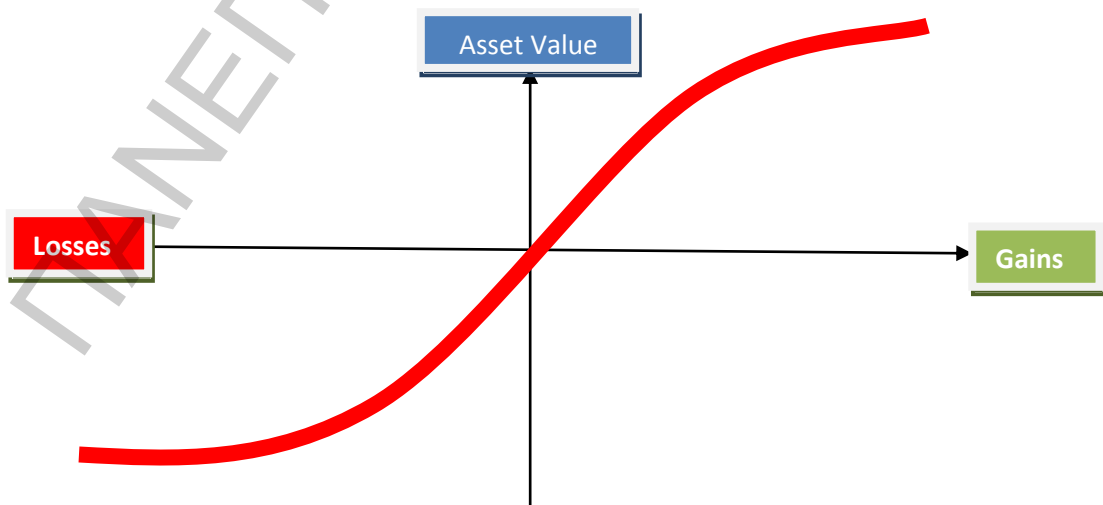
&

ASSET PRICES

Behavioral Finance, Investor Decision Making and Asset Prices

Το βασικό πρόβλημα και συνάμα η βασική επενδυτική πρόκληση είναι η λήψη επενδυτικών αποφάσεων κάτω από το καθεστώς αβεβαιότητας. Ένα βασικό ερευνητικό πεδίο στο Finance είναι η διερεύνηση του τρόπου με τον οποίο οι επενδυτές λαμβάνουν αποφάσεις υπό καθεστώς πίεσης, κινδύνου και αβεβαιότητας. Στο πλαίσιο αυτής της έρευνας εγείρονται ερωτήματα τα οποία αφορούν τη μη λήψη ορθολογιστικών αποφάσεων εκ μέρους των επενδυτών. Οι επενδυτές λαμβάνουν μη ορθολογικές αποφάσεις εξαιτίας ελλείψεως γνώσης ή εκπαίδευσης, ή μήπως επειδή υφίσταται συγκεκριμένο pattern συμπεριφοράς το οποίο επηρεάζει τις επενδυτικές αποφάσεις και άρα τιμές των αξιογράφων.

Ο Harry Markowitz (1952) σε σχετική του έρευνα κατέδειξε πως η προδιάθεση στον στοιχηματισμό και η λήψη σχετικής επενδυτικής απόφασης, γνωρίζοντας πως το τελικό επενδυτικό αποτέλεσμα είναι μάλλον αβέβαιο, εξαρτάται σε πολύ μεγάλο βαθμό από το status quo του επενδυτή και από το σχετικό εθιμικό πλούτο που κατέχει ως οικονομικός παράγων. Μαθηματικά κατά το μοντέλο του Markowitz, η σχετική συνάρτηση χρησιμότητας (utility function) είναι κυρτή (convex) στις απώλειες και κοίλη (concave) στα κέρδη. Μία παραδοχή η οποία είναι ενάντια στη συμβατική προσέγγιση σύμφωνα με την οποία η συνάρτηση χρησιμότητας είναι κοίλη παντού. Ενώ η συμβατική οικονομική θεωρία υποστηρίζει πως οι επενδυτές είναι ορθολογιστές και αποφεύγουν συστηματικά τον κίνδυνο (risk aversion), ο Harry Markowitz διερεύνησε την ισχύ εκείνων των μοντέλων τα οποία θεωρούν πως η έννοια του κινδύνου είναι μία πολύ σχετική έννοια και σε πολύ μεγάλο βαθμό εξαρτάται από το πως ο επενδυτής εκλαμβάνει το ρίσκο, την επενδυτική εφευρετική του ικανότητα, καθώς και τη γενικότερη ψυχολογική του διάθεση.



Πίνακας 10:
Prospect Theory Utility Function: Concave in gains & Convex in losses

The Disposition Effect:

Σύμφωνα με την μελέτη των Hirsh Shefrin & Meir Statman (1985) , υφίσταται μία συγκεκριμένη μορφή επενδυτικής συμπεριφοράς, η οποία ονομάζεται 'Disposition effect' σύμφωνα με την οποία , οι επενδυτές έχουν τη τάση να εμμένουν στις ζημίες των , εις αναμονή μελλοντικής κερδοφορίας , παρότι το κατά περίπτωση κανονιστικό φορολογικό μοντέλο και η συναφής αρχή της Συντηρητικότητας συστήνουν την ανάληψη των καταγεγραμμένων ζημιών. Προς την ίδια κατεύθυνση κινείται και η έρευνα του Terrance Odean (1998) σύμφωνα με την οποία ο μέσος επενδυτής εμφανίζει έφεση στην αναγνώριση του κέρδους παρά της ζημίας, γεγονός το οποίο μπορεί να αναγνωρισθεί ως εμπειρική υποστήριξη της Prospect Theory. Στην ίδια κατεύθυνση κινείται και η μελέτη των Grinblatt & Keloharju (2001 a) η οποία διενεργήθη στην Αγορά της Φιλανδίας και η οποία διέγινε την ίδια επενδυτική τάση μη άμεσης αναγνώρισης της ζημίας. Επιπλέον η έρευνα των Dhar & Zhu (2005) κατέληξε πως το disposition effect είναι διαφορετικό από investor σε investor όπως επίσης μεταξύ των επενδυτικών θέσεων (Short vs. Long). Επιπλέον διεπίστωσαν και διαφορετικές εντάσεις του φαινομένου αναλόγως της εκπαιδευτικής κατάρτισης και του κοινωνικού και μορφωτικού επιπέδου των επενδυτών. Εκείνοι οι επενδυτές οι οποίοι εμφάνιζαν καλύτερη κοινωνική θέση και συναφές μορφωτικό επίπεδο , ήταν λιγότερο επιρρεπείς στην εν λόγω ασύμμετρη συμπεριφορά.

Καταληκτικά να αναφέρουμε πως υφίσταται έρευνα πέραν του οικονομικού ερευνητικού πεδίου των Chen, Santos & Lakshminarayanan (2005) η οποία ανεγνώρισε loss – aversion συμπεριφορά σε πιθήκους (Capuchin monkeys) , γεγονός το οποίο διατείνεται πως η risk – aversion συμπεριφορά είναι ενστικτώδης απέχουσα από την προαναφερθείσα ασύμμετρη επενδυτική συμπεριφορά.

Biases from Laboratory Experiments:

Στα ερευνητικά των πειράματα οι Kahneman & Tversky ανέκλυψαν πως οι επενδυτές τις περισσότερες των φορές χρησιμοποιούν ορισμένα mental shortcuts (heuristics) τα οποία καθοδηγούν και τελικώς καθορίζουν τις επενδυτικές των επιλογές. Επενδυτικές επιλογές οι οποίες καταληκτικά χαρακτηρίζονται ως μειωμένης αποτελεσματικότητας και οικονομικώς μεροληπτικές και λογικώς προκατειλημμένες.

Heuristics:

- **Representativeness:**

Η τάση να εξαγάγονται συμπεράσματα τα οποία στηρίζονται σε παλαιότερα στερεότυπα και περιορισμένη πληροφορία ή παλαιότερα εμπειρία. Εξαγάγονται συμπεράσματα για πιθανότητες πραγματοποίησης ενδεχομένων οι οποίες αγνοούν σημαντικά θέματα όπως το μέγεθος ή η αντιπροσωπευτικότητα του δείγματος.

- **Anchoring & Adjustment:**

Είναι η τάση να επιχειρούμε να ερμηνεύσουμε ή να προσπαθούμε να επεξηγήσουμε μία κατάσταση στηριζόμενη σε συναφείς καταστάσεις με τις οποίες έχουμε οικειότητα. Εάν επί παραδείγματι κάποιος επενδυτής έχει αδυναμία εκτίμησης των αναμενομένων αποδόσεων μίας μετοχής, εκείνο το οποίο πράττει είναι να συνδέει την αναμενομένη απόδοση της μετοχής με εκείνη του index S&P 500 και εν συνεχεία να κάνει adjustments στο εκτιμώμενο επίπεδο κινδύνου της μετοχής ή του κλάδου στον οποίο η τελευταία ανήκει. Προς τη ίδια λογική κινούμενος ο Irving Fisher, παρότι δεν θεωρείται αντιπροσωπευτικός 'behavioral economist', κατέδειξε μία μορφή μεροληψίας συναφούς χαρακτήρα, την οποία την ονόμασε 'Money Illusion' στην οποία οι επενδυτές έτειναν να πράττουν τους επενδυτικούς τους υπολογισμούς, λαμβάνοντας υπόψιν μόνον τη νομισματική αξία του συναλλάγματος, αγνοώντας την αγοραστική αξία του αντιστοίχου νομίσματος και τη συναφή διάβρωση της από τον υφιστάμενο ή τον αναμενόμενο πληθωρισμό.

- **Availability:**

Η συγκεκριμένη μορφή μεροληψίας, τείνει να διαμορφώνει επενδυτικές αποφάσεις, στηριζόμενη στην εμπειρία πρόσφατων ιστορικών γεγονότων, αδιαφορώντας για το σύνολο της πληροφορίας και τις συναφείς προοπτικές.

- **Overestimate:**

Η μεροληπτική τάση να υπερεκτιμούμε τις ικανότητες ενός επενδυτή να προσδιορίσει αξιόπιστα και επακριβώς τα επενδυτικά outcomes της εξεταζόμενης επενδυτικής επιλογής.

Cognitive Dissonance:

Ένα ψυχολογικό μοντέλο το οποίο προηγήθηκε της προσέγγισης κατά Kahneman & Tversky είναι το μοντέλο του Leon Festinger's σχετικά με φαινόμενα γνωστικής ασυμφωνίας. Μία ψυχολογική διαδικασία η οποία ενεργοποιείται μετά τη λήψη της αποφάσεως και η οποία ισχυροποιεί όλες εκείνες τις θετικές και συνάμα υποστηρικτικές της αποφάσεως πληροφορίες, συνάμα δε με την απομόνωση των ενάντιων γεγονότων και πληροφοριών. Η ενεργοποίηση δε του μηχανισμού είναι τόσο περισσότερο έντονη και ισχυρή όσο δυσκολότερη είναι η απόφαση και το stress το οποίο δημιουργείται μετά τη λήψη της. Οι Akerlof & Dickens (1982) κατέδειξαν πως οι εργαζόμενοι που πράττουν επικίνδυνες εργασίες ενεργοποιούν τον μηχανισμό του cognitive dissonance σχετικά με τη πιθανότητα πραγματοποίησης ενός σοβαρού μελλοντικού εργασιακού ατυχήματος. Κατά την ίδια λογική οι Goetzmann & Peles (1997), ήλενξαν την ισχύ του εν λόγω φαινομένου σε επενδυτές οι οποίοι είχαν κατά το παρελθόν επενδύσει σε αμοιβαία κεφάλαια. Απεδείχθη πως οι εν λόγω επενδυτές υπερεκτιμούσαν συστηματικά τις περυσινές αποδόσεις των Αμοιβαίων Κεφαλαίων στα οποία είχαν ήδη επενδύσει.

Mental Accounting:

Με τον όρο 'Mental Accounting' αναφερόμαστε σε εκείνη την επενδυτική συμπεριφορά σύμφωνα με την οποία ένα χαρτοφυλάκιο επενδύσεων δεν αντιμετωπίζεται ως μία ενιαία και αδιαίρετη ολότητα με συγκεκριμένα επενδυτικά χαρακτηριστικά, αλλά ως επιμέρους τμήματα τα οποία χαίρουν διαφορετικής μεταχείρισεως. Οι Shefrin & Statman (2000) θεωρούν πως μία τέτοια επενδυτική συμπεριφορά είναι ασταθής και οδηγεί σε επενδυτικές αποφάσεις χαμηλής επενδυτικής αποτελεσματικότητας. Πολλές φορές το εν λόγω φαινόμενο ονομάζεται και 'House money effect', διότι ο επενδυτής και δη ο καιροσκόπος επενδυτής, διαχειρίζεται με διαφορετικό τρόπο τα κέρδη εκείνα τα οποία προέρχονται από το αρχικό κεφάλαιο της επένδυσης και διαφορετικά εκείνα τα οποία αποτελούν κερδοφορία πέραν της αξιοποίησης της αρχικής επένδυσης. Προς την ίδια λογική κινούμενοι οι Massa & Simonov (2003) εξέτασαν το εν λόγω ψυχολογικό φαινόμενο χρησιμοποιώντας δείγμα επενδυτών από την Σουηδική Χρηματαγορά και κατέδειξαν πως υφίσταται ισχυρή τάση εκ μέρους των επενδυτών να διαχειρίζονται τα κέρδη της προηγούμενης χρήσης ως House money.

Mood & Emotion:

Η ψυχολογική διάθεση και τα συναισθήματα παρότι δεν μπορούν να υποστηρίξουν μοντελοποίηση στα πλαίσια της αξιολόγησης επενδύσεων και λήψης επενδυτικών αποφάσεων, είναι κοινό μυστικό πως συνιστούν σημαντικά αιτιατά τα οποία επηρεάζουν τη συμπεριφορά των επενδυτών.

Καθόσον είναι εξαιρετικά δύσκολο να ποσοτικοποιήσει κανείς τη διάθεση και τα συναισθήματα των επενδυτών προκειμένου να ελέγξει τους παραπάνω ισχυρισμούς, οι ερευνητές χρησιμοποίησαν ως proxies αυτών τις κλιματολογικές συνθήκες ως πρωταίτιες στον επηρεασμό της ψυχολογικής διάθεσης και συναφών συναισθημάτων των επενδυτών, στα πλαίσια λήψης επενδυτικών αποφάσεων. Επί παραδείγματι, οι Kamstra, Kramer & Levi (2003) εστίασαν στο λεγόμενο Seasonal Affective Disorder (SAD), το οποίο συσχετίζει τη κατάθλιψη με το επίπεδο του ηλιακού φωτός κατά τη διάρκεια του Χειμώνα. Ανεκάλυψαν πως χώρες με μεγαλύτερο SAD επεδείκνυαν μεγαλύτερη εποχιακή μεταβλητότητα στις τιμές των μετοχών, εξαιτίας της σχετικής μεταβλητότητας του συναφούς επιπέδου του risk aversion των επενδυτών. Αντίστοιχες έρευνες πραγματοποίησαν ερευνητές οι οποίοι συσχέτισαν τη μεταβλητότητα των τιμών των μετοχών με τον σεληνιακό κύκλο. Άλλη ομάδα ερευνητών συσχέτισε την ημερήσια μεταβλητότητα των μετοχών με την αισιοδοξία ή απαισιοδοξία των επενδυτών την οποία καθόριζαν οι κατά περίπτωση επικρατούσες καιρικές συνθήκες. Οι ερευνητές κατέδειξαν πως οι επενδυτές στην Αμερική και άλλες αγορές ανά τον κόσμο, εμφάνιζαν προσδοκίες θετικών ημερησίων αποδόσεων, σε ημέρες με λιγότερη συννεφιά.

Σε σχετική των έρευνα οι Lo & Repin (2002) καλωδίωσαν ομάδα επαγγελματιών traders ενός hedge fund και κατέγραψαν την αντίδραση των στο κίνδυνο. Κατέγραψαν συναισθηματικές αντιδράσεις οι οποίες συνδέθηκαν με ανακοινώσεις, καθώς και με τη μεταβλητότητα των αποδόσεων, με τη μόνη διαφορά πως οι έμπειρότεροι των traders παρέμεναν ψυχραιμότεροι σε συνθήκες πίεσης και συναφούς αστάθειας. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια, η συναισθηματική κατάσταση των traders παίζει σημαντικό ρόλο στη διαδικασία του trading. Προκειμένου να απαντηθεί το ερώτημα εάν επηρεάζει και τη διαδικασία λήψης απόφασης, πραγματοποιήθηκε μελέτη επί διανοητικών καθυστερημένων ατόμων τα οποία κλήθηκαν να διαχειριστούν συγκεκριμένο επενδυτικό παίγνιο. Απεδείχθη πως τα άτομα με διανοητική καθυστέρηση επέτυχαν μεγαλύτερες αποδόσεις από τα φυσιολογικά, καταδεικνύοντας τελικώς πως η συναισθηματική φόρτιση που προκαλείται από την αβεβαιότητα σε συνθήκες πίεσης, εμποδίζει την ορθολογική λήψη απόφασης. Η εν λόγω συναισθηματική διανοητική αδυναμία κατά πάσα δε βεβαιότητα είναι κατασκευαστικά συνδεδεμένη με συγκεκριμένες δομές του εγκεφάλου του καθενός.

Σε πρόσφατη έρευνα της η Anat Bracha (2004a, 2004b) κατασκεύασε γνωστικό συμπεριφορικό μοντέλο στο οποίο κατέδειξε δύο διαφορετικά τμήματα του εγκεφάλου τα οποία λειτουργούν ανταγωνιστικά, επιδιώκοντας το κάθε ένα να επιτύχει τη δική του επιμέρους στόχευση. Οι αποφάσεις οι οποίες λαμβάνονται υπό καθεστώς stress και αβεβαιότητας δεν είναι τίποτα άλλο από το σημείο ισορροπίας μεταξύ αυτών των δύο εγκεφαλικών τμημάτων.

Local Bias:

Ένα ευρέως διαδεδομένο και μελετούμενο pattern επενδυτικής συμπεριφοράς είναι εκείνο της τάσεως επένδυσης σε εγχώριες μετοχές, περιορίζοντας σημαντικά τα σταθμά των διεθνών επενδυτικών συμμετοχών, παρά τη καταγεγραμμένη ωφελιμότητα των τελευταίων. Μάλιστα ο Huberman (2001) κατέδειξε πως η εν λόγω τάση είναι ιδιαίτερος διαδεδομένη στα US – only χαρτοφυλάκια. Πιο συγκεκριμένα, εξετάζοντας τη μετοχική σύνθεση των τοπικών τηλεφωνικών εταιριών στις Ηνωμένες Πολιτείες, ανέκάλυψε πως το πλείστο των μετοχών αυτών το διακρατούσαν τοπικοί συνδρομητές.

Μία πιθανή λογική αιτία για την οποία οι επενδυτές επιδιώκουν την επένδυση σε μετοχές της τοπικής αγοράς είναι πιθανώς η εκτεταμένη πρόσβαση στη πληροφορία. Ο Zhu (2005) παρόλα αυτά δεν διεπίστωσε εξέχουσες αποδόσεις σε συναλλαγές οι οποίες πράχθησαν σε τοπικές μετοχές. Αντιθέτως οι Inkonitch & Weisbrenner (2003) κατέδειξαν εξέχουσες αποδόσεις στην μακρά διακράτηση τοπικών μετοχών. Παρόλα αυτά, μία εναλλακτική έρευνα των Massa & Simonon (2003) κατέδειξε εξέχουσες αποδόσεις κατά την πράξη συναλλαγών τοπικών μετοχών ειδικότερα στη Σουηδική Αγορά. Καταληκτικά ο Kumar (2005) επιχείρησε να συμβιβάσει τις παραπάνω αντιφατικές τοποθετήσεις, καταδεικνύοντας πως η τάση των Αμερικανών επενδυτών να επενδύουν σε τοπικές μετοχές, είναι λιγότερο θέμα υπερβάλλουσας απόδοσης και πολύ περισσότερο ζήτημα συναισθηματικής ασφάλειας, το οποίο σχετίζεται με τη πρόσβαση στη πληροφορία που επί των τοπικών εταιριών. Προς την ίδια λογική κινούνται και οι έρευνες των Coval & Moskowitz (1999 , 2001) προκειμένου για θεσμικούς επενδυτές, καθώς και οι έρευνα των Grinblatt & Keloharju (2001) προκειμένου για επενδυτές που δραστηριοποιούνται στην Φιλανδική και μόνον Αγορά

The Path of Least Resistance:

Εκτεταμένη παθητικότητα εντοπίζεται στους συμμετέχοντες κατά κύριο λόγο στα συνταξιοδοτικά funds. Πιο συγκεκριμένα οι Choi et al. (2002) διεπίστωσαν πως η συντριπτική πλειοψηφία των εργαζομένων σε εταιρίες με συνταξιοδοτικά προγράμματα, αποδέχονται αβίαστα τις προσφερόμενες εταιρικές μετοχές, καθώς και το οποίο συναφές συνταξιοδοτικό πρόγραμμα. Προς την ίδια κατεύθυνση οι Elton, Gruber & Blake (2006) κατέδειξαν πως οι επενδυτές εμφάνιζαν την τάση να δεσμεύουν μεγαλύτερο τμήμα του επενδυτικού τους χαρτοφυλακίου σε μετοχές της εταιρίας στην οποία εργάζονταν.

Diversification Heuristic:

Οι ερευνητές Bernatzi & Thaler (2001) σε σχετική τους έρευνα κατέδειξαν πως οι επενδυτές επενδύουν ισόποσα σε εναλλακτικές επενδυτικές επιλογές, όταν οι εν λόγω τους παρουσιάζονται εν ταυτοχρόνω, τη στιγμή κατά την οποία τα επενδυτικά σταθμά διαφέρουν στη περίπτωση κατά την οποία οι ίδιες επενδυτικές επιλογές παρουσιάζονταν διακεκριμένα και διαδοχικά. Επιπλέον ανακάλυψαν πως οι επενδυτές εμφανίζουν τη τάση να επενδύουν με σταθμά ανάλογα του πλήθους των διαθεσίμων επενδυτικών επιλογών, χωρίς να εξετάζουν το κατά πόσον το τελικό επενδυτικό αποτέλεσμα είναι βέλτιστο. Στην έρευνα τους μελέτησαν τους εργαζομένους της TWA στους οποίους η εταιρία προσέφερε τέσσερα εναλλακτικά stock funds και ένα bond fund προκειμένου για ένταξη στο προσωπικό pension fund scheme του καθενός. Αντιθέτως στο University of California, οι εναλλακτικές προσφορές αφορούσαν τέσσερα bond funds και ένα stock fund. Στην TWA οι εργαζόμενοι σε ποσοστό 75% επένδυσαν σε μετοχές προκειμένου για το προσωπικό τους πρόγραμμα συνταξιοδότησης, ενώ στο UCLA μόνο κατά 34%. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια κατέληξαν πως οι επενδυτές καθορίζουν τα επενδυτικά τους σταθμά, αναλόγως του πλήθους των διαθεσίμων επενδυτικών επιλογών τους.

Behavioral Finance & Asset Pricing Theory:

Η νεοκλασική οικονομική θεωρία αναφορικά με το ζήτημα της διαμόρφωσης της τιμής αναφέρει πως το κλασικό μοντέλο Capital Asset Pricing Model υποδεικνύει μία απόλυτη προσκόληση του συνόλου των επενδυτών σε συγκεκριμένες επενδυτικές τοποθετήσεις με συγκεκριμένα επενδυτικά σταθμά, η Arbitrage Pricing Theory (APT) δημιουργηθείσα από τον Stephen Ross, απαιτεί ελάχιστα από τους επενδυτές, εις όρους ορθολογιστικής αξιολόγησης και επενδυτικής συμπεριφοράς. Σύμφωνα με τη APT θεώρηση, εάν η τιμή ενός asset αποκλίνει από τη τιμή που προσδιορίζει η Security market line, τότε αυτομάτως θα δημιουργηθεί κατάλληλης κατεύθυνσης ζήτηση ή προσφορά του εν λόγω asset με αποτέλεσμα η τιμή να κινηθεί ασυμπτωτικά προς τη τιμή ισοροπίας όπως αυτή προσδιορίζεται από το μοντέλο της Αγοράς CAPM και αποτυπώνεται στη σχετική SML. Απαραίτητες προϋποθέσεις για τα παραπάνω είναι η Αγορά να είναι ώριμη και αναεπτυγμένη, οι δε marginal investors να έχουν τη ρευστότητα να εμπλακούν στην παραπάνω διαδικασία εφόσον προκύψει ευκαιρία για arbitrage profits. Αξίζει μάλιστα να σημειωθεί πως στα πλαίσια της APT, οι έννοιες του marginal investor και του speculator είναι ταυτόσημες.

Opportunity:

Βασική προϋπόθεση της APT είναι, πέραν της διαθέσεως και η ικανότητα των arbitrageurs (speculators) να εμπλακούν στην όλη διαδικασία εκμετάλλευσης της παρουσιαζόμενης ευκαιρίας. Επί παραδείγματι, τα commodity funds δεν επιτρέπεται νομικώς να πουληθούν short στην Αμερική, γεγονός το οποίο σημαίνει πως σε περίπτωση διάγνωσης απόκλισης της αγοραίας αξίας των πάνω από την σχετικώς θεωρητική, δεν είναι δυνατή η εκμετάλλευση του σχετικού arbitrage περιθωρίου μέσω της ανάπτυξης short θέσεως. Επιπροσθέτως η παραπάνω αδυναμία ενδέχεται να επαυξάνεται από υψηλά transaction costs σε συνδυασμό με την εν γένει χαμηλή εμπορευσιμότητα του asset, γεγονός το οποίο περιορίζει σημαντικά το arbitrage περιθώριο.

Financing:

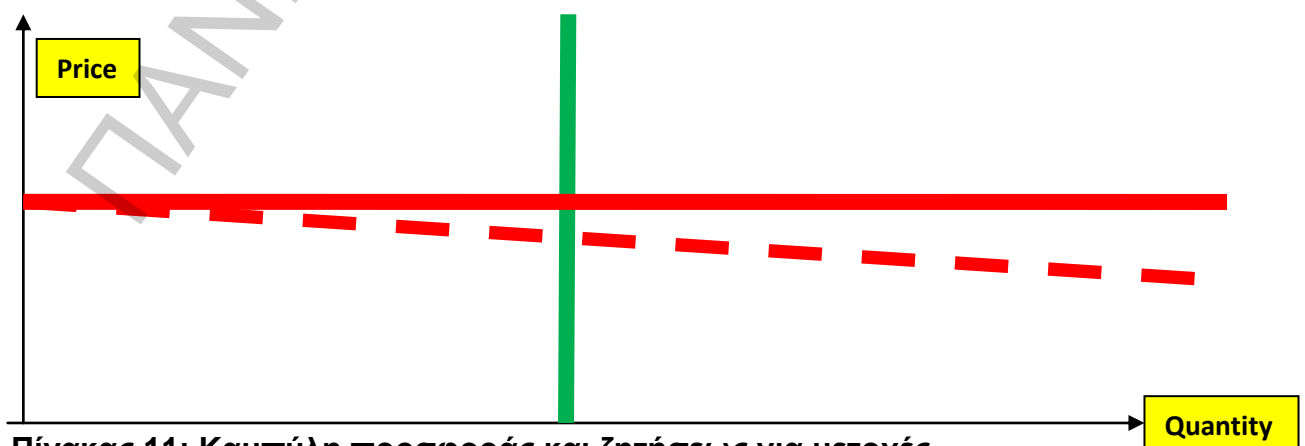
Η χρηματοδότηση των πράξεων arbitrage είναι μία σημαντική και συνάμα βασική διάσταση της δυνατότητας εκμετάλλευσης των σχετικών ευκαιριών. Συγκεκριμένα, ο arbitrageur προκρινόμενος να εκμεταλλευτεί τις παρουσιαζόμενες ευκαιρίες, τις περισσότερες των φορές πραγματοποιεί μόχλευση, η οποία από μόνη της επαυξάνει το ρίσκο χρεοκωπίας, για εκείνο το χρονικό διάστημα για το οποίο η αγοραία τιμή παραμένει αποκλίνουσα της αντιστοίχου θεωρητικής. Σε σχετική των μελέτη οι Shleifer & Vishny (1995) κατέδειξαν πως σε έναν κόσμο με περιορισμένη πρόσβαση σε δανεισμό, οι speculators δεν μπορούν πάντοτε να εκμεταλλευτούν τις παρουσιαζόμενες ευκαιρίες απόκλισης από την θεωρητική τιμή όπως αυτή αποτυπώνεται στη SML και η αυτομάτως η συναισθηματική κατάσταση των υπολοίπων επενδυτών επαυξάνει το επίπεδο του αναλαμβανόμενου κινδύνου. Το εν λόγω συμβάνει διότι, τα κέρδη από τη διαδικασία του arbitrage δεν θα υλοποιηθούν, παρά μόνον όταν η αγοραία αξία του Asset προσεγγίσει εκ νέου την αντίστοιχη θεωρητική. Η παραπάνω σύγκλιση όμως δεν πρόκειται ποτέ να συμβεί εάν το σύνολο των επενδυτών, πιστεύει πως δεν υπάρχει mispricing και η τρέχουσα αγοραία τιμή πραγματικώς αντιπροσωπεύει την αξία του εξεταζόμενου asset.

Asset Price and Demand Curves:

Σε έναν υποθετικό κόσμο στον οποίο ισχύουν οι υποθέσεις της APT, προκειμένου να πραγματοποιηθεί μία πώληση, απαιτείται η ύπαρξη επενδυτή ο οποίος θα επιθυμεί να αγοράσει τις πωλούμενες μετοχές. Το ερώτημα το οποίο τίθεται είναι σε ποιά τιμή και σε ποιά ποσότητα ο υποψήφιος αγοραστής θα κινητοποιηθεί προκειμένου να ολοκληρώσει τον κύκλο της πώλησης.

Εάν υποθέσουμε πως η θεωρητική αξία της μετοχής είναι ανεξάρτητη και συνάμα παραμένει ανεπηρέαστη από τη πωλούμενη ποσότητα, τότε μπορούμε με ασφάλεια να υποθέσουμε πως, οι arbitrageurs (marginal investors για την APT), θα αγόραζαν την όποια πωλούμενη ποσότητα, δοθέντος του γεγονότος ότι η επενδυτική τους συμπεριφορά είναι μονίμως και εξακολουθητικά ορθολογική. Επιπροσθέτως πρέπει να υποθέσουμε και την ύπαρξη μεγάλου τμήματος των επενδυτών οι οποίοι λειτουργούν υπό μη ορθολογικό καθεστώς επηρεαζόμενοι από mental shortcuts ή heuristics. Η εν λόγω κατάσταση αποτυπώνεται από την οριζόντια γραμμή του ακόλουθου πίνακα.

Εάν στη παραπάνω κατάσταση προσθέσουμε τη παραδοχή πως οι arbitrageurs αντιμετωπίζουν περιορισμούς στην αγορά του συνόλου των διαθέσιμων και πωλούμενων μετοχών λόγω κόστους που προέρχεται από την αναγκασία να αναληφθεί μόχλευση σε συνδυασμό με το υψηλά κόστη συναλλαγών, τότε η αγοραία τιμή της πωλούμενης μετοχής θα έφθινε δεδομένης της αύξησης της προσφερόμενης ποσότητας. Η εν λόγω φθίνουσα πορεία της τιμής αποτυπώνεται στο παρακάτω διάγραμμα με τη dashed line. Ο Andrei Shleifer (1986) κατέδειξε σε σχετική του έρευνα πως οι arbitrageurs δεν είναι σε θέση να εξισορροπήσουν πλήρως τις επιδράσεις συναλλαγών μεγάλου όγκου οι οποίες δεν σχετίζονται με μεταβολές στην θεωρητική αξία της μετοχής. Για να αποδείξει το παραπάνω ο επενδυτής χρησιμοποίησε index funds τα οποία στην προσπάθειά τους να μημηθούν τον δείκτη S&P 500 προχωρούσαν σε αγοραπωλησίες μετοχών με κριτήριο το listing / delisting και όχι πιθανές μεταβολές της εσωτερικής – θεωρητικής αξίας των. Το παραπάνω έγινε σαφές διότι οι μετοχές οι οποίες έμπαιναν στον δείκτη, άρα και στο index fund, παρουσίαζαν σημαντική αύξηση της αγοραίας των αξίας, ενώ αντιθέτως οι μετοχές οι οποίες εξέρχονταν του δείκτη και ως εκ τούτου του αντιστοίχου fund, παρουσίαζαν σημαντική μείωση της αγοραίας αξίας των. Και όλα αυτά χωρίς καμμία απολύτως μεταβολή στα εταιρικά θεμελιώδη, ή στην εσωτερική – θεωρητική αξία της μετοχής.



Πίνακας 11: Καμπύλη προσφοράς και ζήτησης για μετοχές

Μία εξαιρετικά ενδιαφέρουσα επέκταση της παραπάνω προσέγγισης η οποία αφορά μία πολύ μικρή μερίδα μετοχών, αφορά τον επηρεασμό της αξίας της συνολικής Αγοράς από capital supply shocks. Ένα εξαιρετικά ενδιαφέρον ερώτημα το οποίο ευθέως εγείρει ερωτηματικά αναφορικά με τη δυνατότητα δημιουργίας φουσκών στο Χρηματιστήριο. Οι Goetzmann & Massa (2003) χρησιμοποιώντας τα cash inflows – outflows τριών S&P 500 index funds ως proxy του market demand – supply shocks, κατέδειξαν πως σε ημέρες όπου οι επενδυτές πωλούσαν η Αγορά ανέβαινε και σε ημέρες όπου οι επενδυτές αγόραζαν η Αγορά έπεφτε. Επιπλέον διαπίστωσαν, πως έκτακτα και μη αναμενόμενα cash flows ήταν ισχυρώς συσχετιζόμενα με τις αποδόσεις του S&P 500 κατά την τελευταία ώρα της συνεδρίασης και μη συσχετιζόμενα με τις εν λόγω αποδόσεις κατά τις πρώτες πρωινές ώρες.

Παρόλο το γεγονός της θεωρητικής θεμελίωσης της αιτιατής συσχέτισης μεταξύ των cash flows στις Αγορές μετοχών και των τιμών των μετοχών, δεν έχει μέχρι στιγμής πραχθεί ουσιαστική πρόοδος στην προσπάθεια διασύνδεσης των παραπάνω με την ψυχολογική διάθεση και τα συναισθήματα των επενδυτών. Σε αυτό το πεδίο μελέτης, έρευνα του Indro (2004) κατέληξε στο συμπέρασμα πως τα mutual funds flows είναι υψηλότερα σε εκείνες τις εβδομάδες οι οποίες έπονται υψηλών μετρήσεων στους sentiment indicators, όπως οι τελευταίοι συλλέγονται και μετρώνται από την 'American Association of Individual Investors' και από την 'American Investors Intelligence'. Τις εν λόγω μετρήσεις χρησιμοποίησαν και στην έρευνα τους οι Brown et al. (2004), επιχειρώντας να διασυνδέσουν τις τιμές των παραπάνω δεικτών με τα ημερήσια cash flows προς τα Ιαπωνικά Bull & Bear mutual funds και τελικώς διαπίστωσαν υψηλή συσχέτιση στα aggregated stock returns.

Η κλασική APT ορίζει πως η υψηλή έκθεση ενός asset σε μεταβολές των sentiments indices , ορίζει υψηλό premium στις μελλοντικές αναμενόμενες αποδόσεις. Οι Brown et al. (2004) κατέδειξαν ισχυρή ένδειξη συσχέτισης μεταξύ της εκθέσεως μίας μετοχής στις συναισθηματικές μεταβολές των επενδυτών και στα αντίστοιχα realized returns. Αντιστοίχως οι Qui & Welch (2004) κατέτειναν σε αντίστοιχη συμπερασματολογία σύμφωνα με την οποία οι τιμές του δείκτη UBS/Gallup (investor sentiment index), σε πολύ μεγάλο βαθμό επεξηγούσαν τις cross-section διαφορές στις αποδόσεις μεταξύ των μετοχών στις ΗΠΑ.

Σε μία προσπάθεια δε να προσδιοριστούν εκείνες οι παράμετροι οι οποίες συλλαμβάνουν την επίδραση των συναισθημάτων, οι Baker & Wurgler (2006) κατέληξαν σε έξι διαφορετικούς δείκτες οι οποίοι λειτουργούν ως positive proxies των sentiment effects:

- Small discounts (or high premiums) on closed – end mutual funds
- High volume on the NYSE
- High first day return after the Initial Public Offering (IPO)
- High number of IPOs
- High equity issuance relative to debt issuance
- High market / book for nondividend payers compared to payers

Επιπλέον των παραπάνω κατέληξαν στο συμπέρασμα πως εκείνες οι μετοχές με υψηλότερη έκθεση στον συναισθηματικό κίνδυνο, ήταν συνάμα λιγότερο ρευστοποιήσιμες καθώς και δυσκολότερη ήταν η πράξη του hedging επί αυτών, γεγονός το οποίο αποσαφηνίζει το λόγο για τον οποίο οι arbitrageurs τείνουν να τις αποφεύγουν

The Marginal Investor:

Μία βασική θεώρηση της APT είναι το γεγονός πως ο marginal investor ταυτίζεται με τον arbitrageur. Παρόλα αυτά οι ερευνητές έχουν καταδείξει πως ο marginal investor κατά περίπτωση, μπορεί να αποκτά διαφορετικά χαρακτηριστικά. Ένα πρωτογενές κριτήριο διαμόρφωσης της ομάδος των marginal investor είναι τα χαρακτηριστικά της μερισματικής πολιτικής. Οι Elton & Gruber (1970, 2005) κατέδειξαν πως οι αλλαγές των τιμών των μετοχών γύρω από την dividend date, είναι διαφορετική και κατά περίπτωση και εξαρτώμενη από το μέγεθος του dividend και ως εκ τούτου από τα φορολογικά χαρακτηριστικά των συγκεκριμένων μετοχών. Ένα άλλο χαρακτηριστικό διάκρισης και διαμόρφωσης των marginal investor είναι η εν γένει επιδεικνυόμενη συμπεριφορά τους. Οι Gompers & Metrick (1998) κατέδειξαν πως στην Αμερική κατά κύριο λόγο, οι θεσμικοί επενδυτές (institutional investors) είναι οι marginal investors. Σε ανάλογη έρευνα τους οι Griffin, Harris & Topalogu (2006) παρακολούθησαν τη φούσκα στο δείκτη NASDAQ στα τέλη του 1990 και διεπίστωσαν πως ακραίες και σποραδικές επενδυτικές τοποθετήσεις από sophisticated investors, ήταν ισχυρά συσχετιζόμενες με αγοραίες μεταβολές και μετακινήσεις και άρα θα μπορούσαν οι εν λόγω να θεωρηθούν ως marginal.

Από τα παραπάνω καθίσταται σαφές πως η έννοια του marginal investor είναι εξαιρετικά ασταθής, ο δε ορισμός τους εξαρτάται από τα κίνητρα ή τα συμφέροντα συγκεκριμένων υποομάδων του επενδυτικού πληθυσμού, ιδιαίτερα σε περιόδους ή άλλες επενδυτικές περιπτώσεις κατά τις οποίες η πράξη του arbitrage είναι δύσκολη, επικίνδυνη και συνάμα κοστοβόρος. Παράδειγμα τέτοιων συνθηκών είναι εκείνο κατά το οποίο η συνολική αγοραία αξία διαφέρει από την αντίστοιχη θεωρητική της αξία. Σε μία τέτοια περίπτωση θα έπρεπε κάποιος να ανοίξει μία arbitrage θέση, η οποία να αντίκειται στο σύνολο της επενδυτικού κοινού και εν συνεχεία να περιμένει ο υπόλοιπος επενδυτικός κόσμος να συγκλίνει στην άποψη του. Πρακτικό παράδειγμα του παραπάνω αποτελεί το άνοιγμα short θέσεως στον δείκτη NASDAQ στο χρονικό διάστημα από το 1997 – 2000. Καταληκτικά, αποκλίσεις της αξίας του συνόλου της Αγοράς από την πραγματικώς θεωρητική της αξία, είναι ευκολότερο να στοιχειοθετηθούν και διερευνηθούν, σε σχέση με αντίστοιχες αποκλίσεις αξίας μεμονωμένων και hedgeable μετοχών, έναντι των τιμών στενών οικονομικών υποκατάστατων.

Stock Price & Social Dynamics:

Στην κλασική του πραγματεία ο Charles Macay (1841) , 'Extraordinary Popular Delusions and the Madness of Crowds' αξιολόγησε τόσο την Dutch tulip bubble του 17^{ου} αιώνα, όσο και την South Sea Bubble (1720) , προκειμένου να αποτυπώσει και συνάμα διακωμωδήσει τη πυρετώδη και εν πολλοίς μη ορθολογική συμπεριφορά των επενδυτών. Προσφάτως ο Robert Shiller στο βιβλίο του με τίτλο 'Irrational Exuberance' προέβλεψε το σκάσιμο της φούσκας των μετοχών των εταιριών υψηλής τεχνολογίας , αποδίδοντας την έξαρση των τιμών αυτών σε παράλογη υπεραισιοδοξία των επενδυτών αναφορικά με τα μελλοντικά earnings των εταιριών αυτών.

Η πλέον κλασική πραγματεία στο πεδίο της Συμπεριφορικής Οικονομικής είναι εκείνη του Robert Shiller (1981), ο οποίος ισχυρίστηκε πως πράγματι οι ψυχολογικές διαθέσεις και τα συναισθήματα των επενδυτών, είναι δυνατόν να επηρεάσουν τις τιμές των μετοχών.

Η βασική παρατήρηση του Shiller αφορά τη μεταβλητότητα των αγοραίων τιμών των μετοχών, η οποία θα έπρεπε να είναι μεγαλύτερη της μεταβλητότητας της χρονοσειράς των μελλοντικών αναμενόμενων μερισμάτων αυτής, η οποία επί της ουσίας καθορίζει καταληκτικά και την εσωτερική της αξία.

Η υπερβάλλουσα μεταβλητότητα των αγοραίων τιμών απεδόθη στους προαναφερθέντες ψυχολογικούς παράγοντες που επηρεάζουν τη συναισθηματική κατάσταση των επενδυτών, γεγονός το οποίο καθιστά απαραίτητη πλέον τη συλλογή και συμπεριφορικών δεδομένων προκειμένου να διερευνηθεί περαιτέρω ο τρόπος διαμόρφωσης των σκέψεων, πεποιθήσεων και καταληκτικά των προσδοκιών των επενδυτών.

Καταληκτικά, η παλαιά και ευρέως γνωστή συζήτηση και συνάμα διαμάχη αναφορικά με τη διαμόρφωση και το συναφές σπάσιμο φουσκών στις απανταχού χρηματαγορές, η οποία προκαλείται από συναισθηματικούς παράγοντες των επενδυτών, δεν έχει ακόμη ολοκληρωθεί, παρόλες τις σχετικές προσπάθειες συλλογής συναφών στοιχείων συναισθηματικής καταστάσεως των επενδυτών τα οποία θα επέτρεπαν έναν τέτοιο έλεγχο. Επί του παρόντος η εν λόγω θεώρηση δεν μπορεί να αποκλειστεί, ούτε όμως μπορεί αυστηρώς να ελεγχθεί.

Explaining Anomalies:

Επί σειρά ετών εμπειρικοί αναλυτές έχουν επισημάνει φαινομενικές παραβιάσεις των νόμων και κανόνων της Θεωρίας περί Αποτελεσματικών Αγορών. Συνήθως οι εν λόγω παραβιάσεις αφορούν την προσαρμογή και διαμόρφωση risk adjusted returns, οι οποίες προσαρμογές αφορούν την back testing διαδικασία επαλήθευσης των κανόνων διαπραγμάτευσης στην Αμερικανική Χρηματαγορά.

Οι εν λόγω φαινομενικές παραβιάσεις άπτονται διαφόρων αιτιατών όπως, της Αγοραίας εποχικότητας, ή της μειωμένης αντίδρασης των Αγορών σε εταιρικές ανακοινώσεις όπως οι ανακοινώσεις που αφορούν την αναμενόμενη εταιρική κερδοφορία, ή διαφοροποιήσεις οι οποίες αφορούν την κεφαλαιοποίηση, ή δείκτες όπως ο market/book ή ο price/earnings.

Οι απανταχού οικονομολόγοι έχουν εκτενώς επιχειρήσει να αποδώσουν αυτές τις ανωμαλίες σε επιδράσεις που άπτονται του loss aversion, της prospect theory, του overconfidence και άλλων mental shortcuts ή heuristics, τα οποία χρησιμοποιούνται από τους επενδυτές κατά τη διαδικασία λήψης επενδυτικής απόφασης. Αρχικώς τα εν λόγω heuristics προσδιορίστηκαν από τους Daniel Kahneman & Tversky μέσω εκτενών εργαστηριακών μελετών και πειραμάτων.

Το βασικό ερώτημα το οποίο απασχολεί του ερευνητές είναι το κατά πόσον οι εν λόγω συναισθηματικές διαστάσεις είναι αρκούντως βάσιμες και ισχυρές προκειμένου να επεξηγήσουν τις φαινομενικές αυτές αγοραίες ανωμαλίες. Οι Barberis, Huang & Santos (2001) ήλθεν την υπόθεση του κατά πόσον η ύπαρξη επενδυτών με χρησιμοποιούμενες utility functions συμβατές με τη Prospect Theory, μπορούν τελικώς να επηρεάσουν τις τιμές των αξιογράφων. Αντιστοίχως οι Daniel, Hirshleifer & Subrahmanyam (2001) ήλθεν την επίδραση του over confidence heuristic στο covariance των αποδόσεων των μετοχών.

Σε πρόσφατη μελέτη τους οι Werner De Bondt & Richard Thaler (1985), ήλθεν εκείνο το mental short cut το οποίο μετέπειτα ονόμασαν 'representativeness heuristic'. Με τον όρο 'representativeness heuristic' οι ερευνητές αποτυπώνουν την υπεραντίδραση των επενδυτών στην πλέον πρόσφατη πληροφορία, προκειμένου να διαμορφώσουν απόψη για τις μελλοντικές αναμενόμενες ροές της επένδυσης. Χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα αποδόσεων μετοχών, συνέστησαν δύο χαρτοφυλάκια : Ένα το οποίο αποτελούντο από μετοχές οι οποίες προσφάτως βίωσαν μείωση στη τιμή τους και ένα δεύτερο το οποίο αποτελούντο από short θέση σε μετοχές η οποία προσφάτως βίωσε αύξηση της τιμής της. Χρησιμοποιώντας της back testing στρατηγική, διαπίστωσαν θετική προσαρμογή αποδόσεων (positive risk adjusted returns) , ακριβώς το pattern το οποίο θα περίμενε κάποιος να συναντήσει υπό της υποθέσεως ότι η αγορά επηρεάζεται από επενδυτές οι οποίοι εμφανίζουν έφεση στο representativeness mental short cut.

Το επονομαζόμενο disposition effect είναι μία άλλη μορφή mental shortcut (heuristic) το οποίο αποτυπώνει τη τάση των επενδυτών να αγοράζουν losers και να πωλούν winners. Κατά την έρευνα των Grinblatt & Han (2004) , καταδεικνύεται πως το εν λόγω disposition heuristic σε πολύ μεγάλο βαθμό επεξηγεί τα κέρδη τα οποία σημειώθηκαν το τελευταίο δωδεκάμηνο σε σχέση με τον χρόνο μελέτης. Η αναγνώριση των winners και losers έγινε με κριτήριο τον συναλλακτικό όγκο σε συνδυασμό με τη σχετική μεταβλητότητα της τιμής, όπως επίσης και το συναφές πρόσημο αυτής, καθορίζοντας τελικώς το επονομαζόμενο 'disposition hangover'. Σε αντίστοιχη έρευνα τους οι Goetzmann & Massa (2002) χρησιμοποίησαν ως κριτήριο αναγνώρισης των winners και losers τις πραγματικές αγοραπωλησίες των αντιστοίχων μετοχών και κατέληξαν σε συναφή αποτελέσματα με εκείνα των Grinblatt & Han. Παρότι οι institutional investors θεωρούνται εξαίρεση της παραπάνω συμπεριφοράς , ο Frazzini (2004) κατέδειξε συμβατή συμπεριφορά σε mutual funds τα οποία επεδείκνυαν ανάλογη επενδυτική τάση, τουλάχιστον κατά τον back testing έλεγχο.

Καταληκτικά και παρόλη την 25ετή έρευνα στο πεδίο της συμπεριφορικής οικονομικής, δεν έχει ακόμη κατασκευαστεί ένα μοντέλο το οποίο να είναι ευρέως αποδεκτό και δυνατόν να ελεχθεί και επαληθευτεί από τον οποιοδήποτε, αναφορικά με τη μοντελοποίηση της γνωσιακής διαμόρφωσης της επενδυτικής συμπεριφοράς και δράσης σε σχέση με συναισθηματικούς παράγοντες. Οι λόγοι της παραπάνω αδυναμίας είναι οι ακόλουθοι δύο:

1. Ενώ το κλασσικό μοντέλο CAPM καταλήγει σε σαφή και μη διφορούμενη εμπειρική πρόβλεψη των μελλοντικών αποδόσεων, τα περισσότερα από τα υφιστάμενα συμπεριφορικά μοντέλα αδυνατούν να το πράξουν. Η υπεραντίδραση (overreaction) των επενδυτών είναι συμβατή με συγκεκριμένο mental shortcut – heuristic, τη στιγμή κατά την οποία η υπερβολική εμπιστοσύνη (overconfidence) είναι συμβατή με άλλο heuristic pattern.
2. Το δεύτερο πρόβλημα έχει να κάνει με το γεγονός ότι, στο πεδίο της συμπεριφορικής οικονομικής, χρησιμοποιούνται ιστορικά στοιχεία τιμών και αποδόσεων προκειμένου να αποδειχθεί ο επηρεασμός των μελλοντικών τιμών και συναφών αποδόσεων από συμπεριφορικούς ή άλλους ψυχολογικούς ή συναισθηματικούς παράγοντες. Κάτι το οποίο σε πολύ μεγάλο βαθμό οδηγεί σε ταυτολογία. Είναι κοινό μυστικό πλέον πως η μορφή αυτού του είδους των ελέγχων, απαιτεί μία νέα εμπλουτισμένη μορφή πρωτογενών δεδομένων στα οποία θα συμπεριλαμβάνονται συμπεριφορικά στοιχεία και συναφή δεδομένα.

CHAPTER 8

MODELS OF EQUILIBRIUM IN THE CAPITAL MARKETS

THE STANDARD CAPITAL ASSET PRICING MODEL

The Standard Capital Asset Pricing Model and the Assumptions underlying it:

Η βασική μορφή του Capital Asset Pricing Model (CAPM) , είναι η πιο απλή μορφή equilibrium model , δηλαδή μοντέλου το οποίο επιχειρεί να συσχετίσει τις αναμενόμενες αποδόσεις ενός asset ή ενός χρατοφυλακίου γενικότερα, με το επίπεδο του αναλαμβανόμενου κινδύνου, σε κατάσταση ισορροπίας της Αγοράς, στηρίζεται δε στις ακόλουθες δέκα αρκετά περιοριστικές υποθέσεις οι οποίες επιχειρούν την απλούστευση της πραγματικότητας την οποία καλείται να περιγράψει η βασική μορφή του CAPM:

1. Η πρώτη υπόθεση έχει να κάνει με τη μη ύπαρξη κόστους συναλλαγών. Εάν τα κόστη συναλλαγών λαμβάνονταν υπόψιν τότε η αναμενόμενη απόδοση θα ήταν συναρτόμενη του ιδιοκτησιακού καθεστώτος πριν την απόφαση αγοράς του asset, γεγονός το οποίο θα καθιστούσε τη διαδικασία εξαιρετικά πολύπλοκη. Το κατά πόσον αξίζει να συμπεριληφθεί η εν λόγω πολυπλοκότητα στο μοντέλο εξαρτάται από το μέγεθος του κόστους συναλλαγής και τη σχετική σημαντικότητα αυτών στην επενδυτική απόφαση.
2. Η δεύτερη υπόθεση του CAPM θεωρεί πως η αξία των περιουσιακών στοιχείων είναι απειροστώς διαιρητή. Επομένως ο οποιοσδήποτε επενδυτής ανεξαρτήτως του μεγέθους του πλούτου του, μπορεί να αγοράσει οιοδήποτε τμήμα της συνολικής αξίας του αξιογράφου
3. Η τρίτη υπόθεση έχει να κάνει με την μη ύπαρξη προσωπικής φορολογίας, γεγονός το οποίο καθιστά αδιάφορους τους επενδυτές αναφορικά με τη μορφή λήψης της αποδόσεως (μερισματική απόδοση έναντι κεφαλαιακής)
4. Η τέταρτη υπόθεση έχει να κάνει με το γεγονός της αδυναμίας οιοδήποτε τμήματος των επενδυτών να επηρεάσει το επίπεδο των τιμών με τις επενδυτικές των πράξεις. Επιπροσθέτως το σύνολο των επενδυτών καθορίζει το επίπεδο των τιμών με τις επενδυτικές των πράξεις και αποφάσεις στα πλαίσια των Τέλειων Ανταγωνιστικά Αγορών
5. Η πέμπτη υπόθεση καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο οι επενδυτές όντας ορθολογιστές, λαμβάνουν επενδυτικές αποφάσεις σύμφωνα με τις αρχές της θεωρίας κατά Markowitz.
6. Η έκτη υπόθεση επιτρέπει την πραγματοποίηση απεριόριστου αξίας short sales.
7. Η έβδομη υπόθεση επιτρέπει στους επενδυτές να δανειζούν ή να δανείζονται απεριόριστα στο riskless rate
8. Η όγδοη υπόθεση ομογενοποιεί τις προσδοκίες των επενδυτών αναφορικά με τις αναμενόμενες αποδόσεις των μετοχών, καθώς και της διακύμανσης αυτών για δοθέν χρονικό διάστημα το οποίο το ορίζουν ακριβώς με τον ίδιο τρόπο

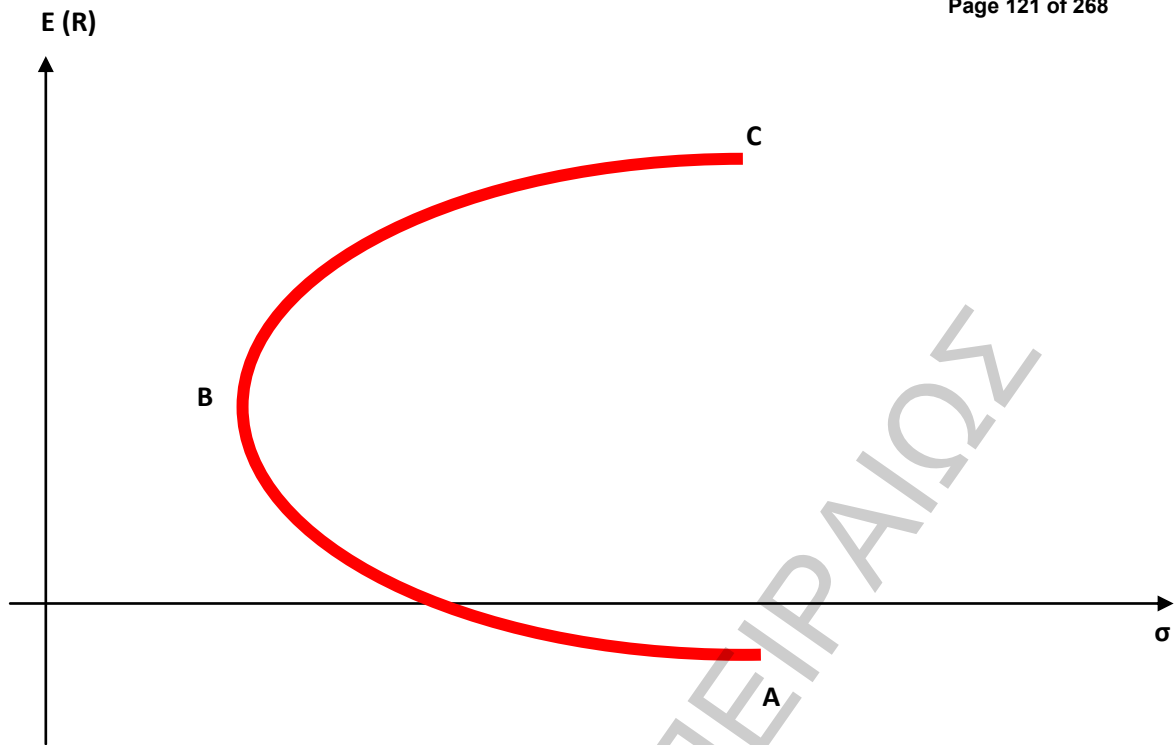
9. Η ένατη υπόθεση έχει να κάνει με τις εκτιμήσεις των επενδυτών κατά τη διαδικασία σύνταξης των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων, οι οποίες αφορούν την εκτίμηση της αναμενόμενων αποδόσεων των μετοχών, τη διακύμανση των αποδόσεων των μετοχών και τέλος τον πίνακα συντελεστών συσχέτισης μεταξύ αυτών, στα πλαίσια σύστασης αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων.
10. Η δέκατη υπόθεση έχει να κάνει με το γεγονός της καθολικής εμπορευσιμότητας του συνόλου των μετοχών, αξιογράφων και συναφών περιουσιακών στοιχείων

Στο σημείο αυτό αξίζει να σημειωθεί πως, οι παραπάνω υποθέσεις είναι εξαιρετικά περιοριστικές και σε καμία των περιπτώσεων δεν ισχύουν στον πραγματικό κόσμο. Πρέπει όμως να σημειώσουμε πως ο έλεγχος ενός μοντέλου δεν έχει να κάνει με την ισχύ των υποθέσεων του, αλλά με το πόσο αποτελεσματικά περιγράφει τη πραγματικότητα. Αξίζει δε να σημειωθεί πως η βασική μορφή του CAPM, παρόλες τις παραπάνω διαπιστωμένα μη ισχύουσες και περιοριστικές υποθέσεις, πράττει εξαιρετικά καλή δουλειά στη προσπάθεια αξιόπιστης αναπαράστασης της πραγματικότητας.

Single form (one factor form) of the CAPM:

Η βασική μορφή του CAPM, αναπτύχθηκε από τους Sharpe, Lintner και Mossin αρχικώς ανεξάρτητα αλλά εν συνεχεία και οι τρεις ερευνητές συνέδεσαν το όνομα τους με το εν λόγω μοντέλο, με αποτέλεσμα σε αρκετές των περιπτώσεων να αναφερόμαστε σε αυτό ως μοντέλο των Sharpe, Lintner και Mossin.

Υπό τις δυνατότητας πραγματοποίησης απεριόριστης αξίας short selling αλλά χωρίς τη δυνατότητα lending ή borrowing στο riskless rate, το σύνολο των χαρτοφυλακίων ελάχιστης διακύμανσης προσδιορίζεται από το τμήμα ABC, ενώ το efficient frontier από το τμήμα BC, του κάτωθι σχήματος:

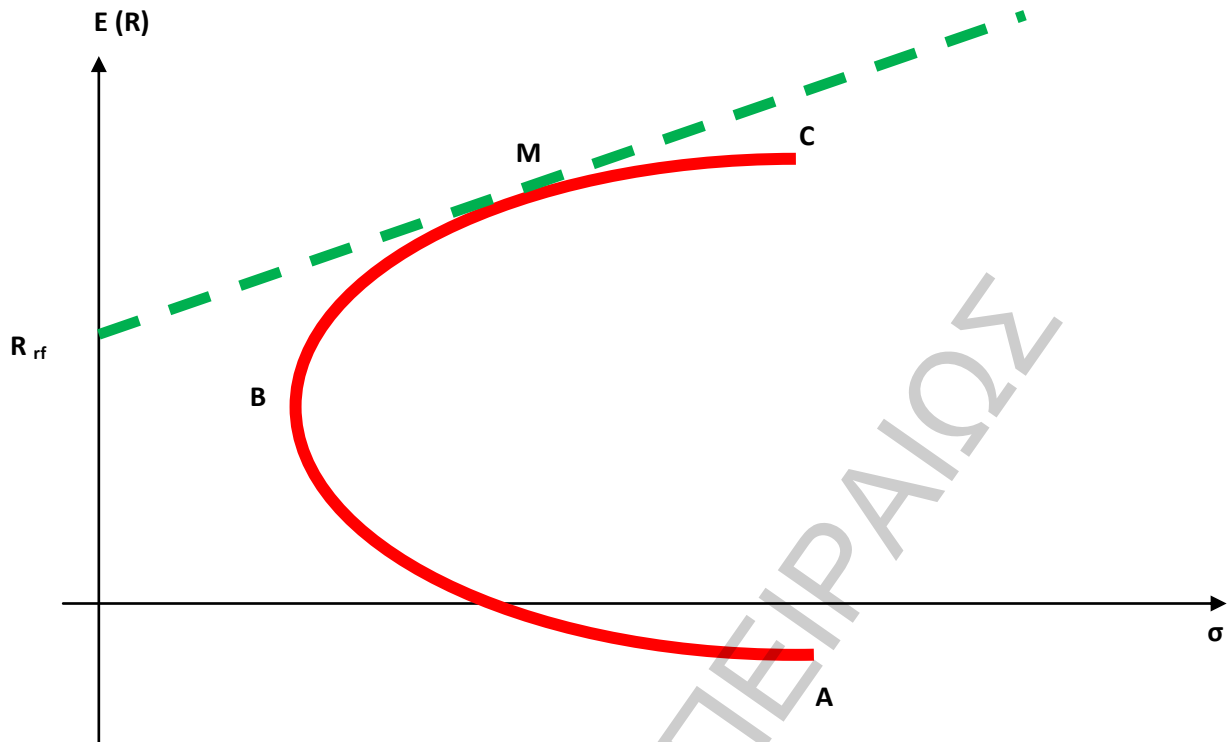


Πίνακας 12: Το Αποτελεσματικό Μέτωπο (efficient frontier), με short sales και χωρίς lending or borrowing at the riskless rate

Η θέση του Αποτελεσματικού μετώπου είναι πλήρως εξαρτόμενη από τις κατά περίπτωση προσδοκίες του επενδυτή, σε περίπτωση δε ισχύος της βασικής υποθέσεως του CAPM περί ομογενοποίησης των προσδοκιών του συνόλου των επενδυτών, το Αποτελεσματικό μέτωπο σταθεροποιείται σε συγκεκριμένη θέση για όλους τους επενδυτές.

Στη περίπτωση δε κατά την οποία υφίσταται η δυνατότητα δανεισμού στο riskless rate , σε συνδυασμό με την ισχύ της ομοιογένειας των προσδοκιών , τότε κάθε αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο είναι γραμμικός συνδυασμός του χαρτοφυλακίου της Αγοράς και του αξιογράφου εκείνου το οποίο αποδίδει το riskless rate. Το δε χαρτοφυλάκιο της Αγοράς είναι εκείνο το Αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο το οποίο προκύπτει ως το σημείο επαφής του Αποτελεσματικού μετώπου με την ευθεία η οποία διέρχεται από το riskless rate.

Να σημειώσουμε πως ως Χαρτοφυλάκιο της Αγοράς M ορίζουμε εκείνο το χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από όλα τα marketable assets με σταθμά τα οποία καθορίζονται σύμφωνα με την αγοραία αξία του κάθε ενός σε σχέση με την συνολική αγοραία αξία της ίδιας της Αγοράς.



Πίνακας 12: Το Αποτελεσματικό Μέτωπο (efficient frontier), με short sales και lending or borrowing at the riskless rate

Η παραπάνω θεώρηση ονομάζεται και **Two Mutual Theorem** διότι καταδεικνύει πως κάθε αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο είναι γραμμικός συνδυασμός μεταξύ του χαρτοφυλακίου της Αγοράς και του riskless rate.

Η ευθεία εκείνη επί της οποίας βρίσκονται τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια ονομάζεται **Capital Market Line (CML)** και περιγράφεται από τον τύπο:

$$\text{CML : } \bar{R}_e = R_{rf} + \frac{\bar{R}_m - R_{rf}}{\sigma_m} \times \sigma_e \quad (71)$$

Να σημειώσουμε πως η παραπάνω εξίσωση ισχύει μόνον για χαρτοφυλάκια και δη αποτελεσματικά.

Προκειμένου δε για οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο (αποτελεσματικό ή μη) ή ακόμη περισσότερο για οποιοδήποτε περιουσιακό στοιχείο η παραπάνω εξίσωση της CML, μεταλλάσσεται ως ακολούθως:

$$\text{SML : } \bar{R}_e = R_{rf} + (\bar{R}_m - R_{rf}) \times \frac{\sigma_{em}}{\sigma_m^2} \quad (72)$$

Η παραπάνω εξίσωση ονομάζεται **Security Market Line**, αποτελεί δε την εξίσωση του βασικού μοντέλου CAPM και ισχύει για οποιοδήποτε περιουσιακό στοιχείο (αποτελεσματικό ή μη χαρτοφυλάκιο, καθώς και για μεμονωμένες μετοχές).

Ο παράγων :

$$\text{Beta : } \beta_e = \frac{\sigma_{em}}{\sigma_m^2} = \rho_{em} \times \frac{\sigma_e}{\sigma_m} \quad (72)$$

Καθορίζει το επίπεδο του μη διαφοροποιήσιμου ή συστημικού κινδύνου τον οποίο ενέχει μία μετοχή και ο οποίος δεν μπορεί να εξαληφθεί μέσω διαφοροποίησης. Επομένως είναι η μόνη μορφή κινδύνου για την οποία η Αγορά προσφέρει επιπρόσθετη απόδοση ως αποζημίωση προκειμένου να ο εν λόγω να αναληφθεί επενδυτικά.

Empirical Tests of CAPM:

Στις προηγούμενες ενότητες, αναφέραμε πως η θεμελίωση ενός θεωρητικού μοντέλου προϋποθέτει την απλοποίηση των φαινομένων τα οποία παρακολουθεί. Επομένως προκειμένου να κατανοήσουμε και εν συνεχεία μοντελοποιήσουμε την όλη θεωρητική διαδικασία προαπαιτείται η κατανόηση της πραγματικότητας μέσω απλουστευτικών υποθέσεων. Από την άλλη όμως ένα μοντέλο το οποίο στηρίζεται σε απλουστευμένες υποθέσεις της πραγματικότητας μπορεί εξαιρετικά εύκολα να τεθεί υπό αμφισβήτηση.

Επομένως η έννοια του ελέγχου ενός μοντέλου στην ουσία συνίσταται στον προσδιορισμό του μεγέθους της βλάβης η οποία προξενείται από τη υιοθέτηση των απλουστεύσεων ή διαφορετικά αλλά ισοδύναμα από το πόσο οι προβλέψεις του εξεταζόμενου μοντέλου απέχουν των πραγματικών αποδόσεων, δηλαδή το κατά πόσον το μοντέλο ισορροπίας περιγράφει σωστά τη συμπεριφορά των Χρηματαγορών.

Εν συνεχεία θα παραθέσουμε τις βασικότερες μεθοδολογίες προκειμένου για τον έλεγχο των γενικών μοντέλων ισορροπίας της Αγοράς, όπως για παράδειγμα το CAPM ή το γενικό μοντέλο των Fama & French, καθώς και τις κατά περίπτωση παρουσιαζόμενες δυσκολίες στην όλη ελεγκτική διαδικασία.

Καταληκτικά θα παραθέσουμε τη βασική πραγματεία κατά Roll (1977) η οποία καταθέτει συγκεκριμένα προβλήματα τα οποία ανακύπτουν στην όλη διαδικασία ελέγχου των βασικότερων μοντέλων ισορροπίας της Αγοράς.

General Equilibrium Models - Ex Ante expectations & Ex Post Tests:

Η εξίσωση του βασικού μοντέλου CAPM είναι η ακόλουθη:

$$E(R_i) = R_{rf} + \beta_i \times [E(R_m) - R_{rf}] \quad (73)$$

Η μορφή του CAPM η οποία δεν περιλαμβάνει lending ή borrowing δυνατότητα στο risk less rate, ονομάζεται **'Two Factor CAPM'** η δε εξίσωση του είναι η ακόλουθη:

$$E(R_i) = R_z + \beta_i \times [E(R_m) - R_z] \quad (74)$$

Όπου $E(R_z)$ είναι η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου ελάχιστης διακύμανσης Z , το οποίο είναι μη συσχετιζόμενο με το proxy χαρτοφυλάκιο της Αγοράς.

Είναι σαφές πως τόσο στην απλή μορφή του CAPM, όσο και στο 'Two factor version CAPM', η όλη λογική στηρίζεται στις προσδοκίες επί των αναμενόμενων αποδόσεων. Με την ίδια λογική ο χρησιμοποιούμενος συντελεστής β είναι ο αναμενόμενος μελλοντικός συντελεστής β της αντιστοίχου μετοχής. Εδώ ακριβώς προκύπτει ο πρώτος βασικός προβληματισμός ο οποίος αφορά τα προαναφερθέντα μοντέλα ισορροπίας της Αγοράς:

Πως είναι δυνατόν να θεμελιώνεται μηχανισμός ελέγχου μοντέλου ισορροπίας της Αγοράς, το οποίο μας δίδει εκτιμήσεις μελλοντικών αναμενόμενων αποδόσεων μέσω της αξιοποίησης και χρήσης ιστορικών αποδόσεων ?

Η πρώτη γραμμή αμύνης των ερευνητών αναφέρει πως κάτι τέτοιο είναι δυνατό με την έννοια πως οι προσδοκίες επί των αναμενόμενων μελλοντικών αποδόσεων, είναι γενικώς σωστές και αξιόπιστες, επομένως σε βάθος χρόνου τα πραγματικώς γενόμενα γεγονότα μπορούν να εκληφθούν ως proxies των ιδίων των προσδοκιών.

Η πιό σύνθετη απάντηση επί του προαναφερθέντος ερωτήματος έχει να κάνει με τη χρήση του λεγόμενου 'Απλού Γραμμικού Μοντέλου' (Single Index Market Model). Πιό συγκεκριμένα η εξίσωση του Απλού Γραμμικού Μοντέλου είναι η ακόλουθη:

$$\widetilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \times \widetilde{R}_{mt} + \widetilde{\epsilon}_{it} \quad (75)$$

Η περισπωμένη πάνω από τα σύμβολα καταδεικνύει την αντίστοιχη χρονοσειρά δεδομένων. Λαμβάνοντας αναμενόμενες τιμές επί της εξίσωσης (75), λαμβάνουμε την ακόλουθη εξίσωση:

$$\begin{aligned} E(R_i) &= \alpha_i + \beta_i \times E(R_m) \Rightarrow \\ \Rightarrow \alpha_i &= E(R_i) - \beta_i \times E(R_m) \end{aligned} \quad (76)$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (75) το εύρημα της εξίσωσης (76), έχουμε:

$$\widetilde{R}_{it} = E(R_i) + \beta_i \times [\widetilde{R}_{mt} - E(R_m)] + \widetilde{\epsilon}_{it} \quad (77)$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (77) την εξίσωση (73) κατά CAPM, λαμβάνουμε την ακόλουθη εξίσωση :

$$\widetilde{R}_{it} = R_{rf} + \beta_i \times [\widetilde{R}_{mt} - R_{rf}] + \widetilde{\epsilon}_{it} \quad (78)$$

Ο έλεγχος ενός μοντέλου με εξίσωση ανάλογη μορφής της εξίσωσης (78) είναι συμβατός με τη χρήση πραγματικών ιστορικών δεδομένων.

Παρόλα αυτά είναι αναγκαία η παράθεση τριών βασικών υποθέσεων οι οποίες υποστηρίζουν την εν λόγω θεώρηση :

1. Το Απλό Γραμμικό μοντέλο είναι σε ισχύ για οποιαδήποτε περίοδο
2. Το CAPM είναι σε ισχύ για οποιαδήποτε χρονική περίοδο
3. Ο συντελεστής Beta είναι ανεξάρτητος του χρόνου

Καταληκτικά να καταθέσουμε τη μορφή της εξίσωσης (78), προκειμένου για το 'Two Factor CAPM' :

$$\bar{R}_{it} = \bar{R}_{zt} + \beta_i \times [\bar{R}_{mt} - \bar{R}_{zt}] + \tilde{\epsilon}_{it} \quad (79)$$

Empirical Tests of the CAPM:

Η μεθοδολογία η οποία θα ακολουθηθεί προκειμένου να πραγματοποιηθεί ο έλεγχος του μοντέλου CAPM , περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

- Προσδιορισμός των βασικών υποθέσεων οι οποίες πρέπει να ελεγχθούν
- Παρουσίαση των πλέον πρόσφατων ελέγχων επί του μοντέλου
- Παρουσίαση των βασικών προβλημάτων και αδυναμιών των παραπάνω ελέγχων

Some Hypotheses of the CAPM (either single or two factors):

Οι βασικές υποθέσεις οι οποίες πρέπει να ισχύουν και ως εκ τούτου οφείλουν να ελεγχθούν είναι οι ακόλουθες :

- Οι μετοχές υψηλότερου ρίσκου (higher beta) σχετίζονται με υψηλότερες αναμενόμενες αποδόσεις
- Η αναμενόμενη απόδοση είναι γραμμικώς σχετιζόμενη του επιπέδου του κινδύνου (beta). Αυτό σημαίνει πως για κάθε μονάδα αύξησης του ρίσκου, συνεπάγεται αύξηση της απόδοσης κατά την ίδια ποσότητα.
- Δεν δίδεται πρόσθετη απόδοση από την Αγορά προκειμένου για μη συστημικό κίνδυνο.

Καταληκτικά , η ισχύ ενός μοντέλου ισορροπίας της Αγοράς καταδεικνύει πως η επενδυτική διαδικασία πρέπει να είναι πλήρως συντεταγμένη με τις αρχές του εν λόγω μοντέλου και ως εκ τούτου η οποιαδήποτε απόκλιση από αυτό είναι τυχαίο γεγονός το οποίο δεν είναι δυνατόν να δημιουργήσει κερδοσκοπικές ευκαιρίες ή σύσταση arbitrage στρατηγικής.

Simple Test of CAPM by Sharpe & Cooper (1972):

Οι Sharpe & Cooper (1972) ήλενξαν το κατά πόσον σε βάθος χρόνου η υιοθέτηση εναλλακτικών στρατηγικών υψηλότερου ρίσκου, οδηγούσε σε υψηλότερες αποδόσεις σύμφωνα με την κλασσική οικονομική θεώρηση.

Η μεθοδολογία την οποία ακολούθησαν οι ερευνητές προκειμένου να ελέγξουν την παραπάνω θεώρηση έχει να κάνει με τη κατασκευή χαρτοφυλακίων διαφορετικού επιπέδου κινδύνου (beta) και η μετέπειτα σύγκριση των αποδόσεων αυτών σε μακροχρόνιο βάθος μελέτης.

Προκειμένου να κατασκευάσουν χαρτοφυλάκια διαφορετικού beta, διέκριναν κάθε χρόνο τις μετοχές του NYSE σε δεκατημόρια, με κριτήριο κατατάξεως το μέγεθος του συντελεστή beta. Ο συντελεστής beta μετρήθηκε με ιστορικότητα 60 μηνιαίων παρατηρήσεων επί των συναφών αποδόσεων, προκειμένου για τα έτη 1931 – 1967. Εν συνεχεία κατασκευάστηκαν δέκα διαφορετικά χαρτοφυλάκια, αποτελούμενα από τις μετοχές εκάστου δεκατημορίου, με ισοβαρή σταθμά.

Κάθε χρονιά η σύνθεση του χαρτοφυλακίου ήταν διαφορετική και ευθέως εξαρτώμενη από τη τιμή που λάμβανε ο αντίστοιχος συντελεστής beta με τιμές προερχόμενες από τις μηνιαίες αποδόσεις των τελευταίων 60 μηνών. Το επενδυτικό αποτέλεσμα της εν λόγω επενδυτικής προσέγγισης παρατίθεται στον ακόλουθο πίνακα:

Investment Strategy {High to low risk (beta) }	Average Return	Portfolio beta
1	22.67	1.42
2	20.45	1.158
3	19.116	1.14
4	21.77	1.24
5	18.49	1.06
6	19.13	0.98
7	18.88	1
8	14.99	0.76
9	14.63	0.65
10	11.58	0.58

Πίνακας 13:

Αναμενόμενες Αποδόσεις και συντελεστές Beta ,

Επενδυτικών Χαρτοφυλακίων κατατασσόμενων με τη κριτήριο το αντίστοιχο μέγεθος του συντελεστή beta

Από τον παραπάνω πίνακα είναι σαφές πως παρότι η σχέση μεταξύ επενδυτικής στρατηγικής και απόδοσης δεν είναι τέλεια, είναι απολύτως ασφαλής ο ισχυρισμός πως μετοχές καθώς και χαρτοφυλάκια με υψηλό συντελεστή beta , παρήγαγαν υψηλές αποδόσεις. Επί του προκειμένου ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ επενδυτικής στρατηγικής και απόδοσης διαμορφώθηκε στο 0,93, ο οποίος είναι στατιστικά σημαντικός για επίπεδο σημαντικότητας 1%. Αναλόγως ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ επενδυτικής στρατηγικής και συντελεστού beta διαμορφώθηκε στο 0,95 , ο οποίος είναι στατιστικά σημαντικός για επίπεδο σημαντικότητας 1%.

Το αμέσως λογικό βήμα το οποίο έπραξαν οι Sharpe & Cooper (1972), ήταν η εξέταση της σχέσεως που υφίσταται μεταξύ απόδοσης και ρίσκου, όπως το τελευταίο εκφράζεται από τον συντελεστή beta. Η γραμμική σχέση στην οποία κατέλειξαν οι ερευνητές είναι η ακόλουθη :

$$\bar{R}_i = 5.54 + 12.75 \times \beta_i \quad (80)$$

Ο συντελεστής προσδιορισμού της σχέσεως (80) προσδιορίστηκε στο 95%, γεγονός το οποίο σημαίνει πως το 95% της μεταβλητότητας των αποδόσεων επεξηγείται από αντίστοιχες μεταβολές στους συντελεστές beta.

Καταληκτικά οι ερευνητές Sharpe & Cooper κατέδειξαν πως η σχέση μεταξύ κινδύνου και απόδοσης είναι θετικώς γραμμική και συνάμα στατιστικώς σημαντική.

Στο σημείο αυτό όμως πρέπει να σημειώσουμε πως η τιμή του σταθερού συντελεστή α_i διαμορφώθηκε στο 5,54%, τιμή η οποία είναι σημαντικά ανώτερη του τότε επιπέδου του risk less rate , όπως το τελευταίο εκφράζεται από το βραχυχρόνιο επιτόκιο των Treasury Bills, το οποίο εκείνη τη περίοδο είχε διαμορφωθεί στο 2%. Μία παρατήρηση η οποία συνιστά υποστήριξη της Two Factor μορφής του μοντέλου CAPM.

Lintner & Douglas tests of CAPM:

Η εμπειρική μελέτη του Lintner η οποία μετέπειτα αναπαρήχθη και επιβεβαιώθη από τον Douglas (1968), ήλενξε το βασικό μοντέλο CAPM (one factor CAPM), καθώς και το 'Two factors CAPM' μέσω της χρήσης χρονοσειρών.

Η μεθοδολογία των ερευνητών σε πρώτο χρόνο αφορούσε την εκτίμηση των συντελεστών beta 301 εισηγμένων κοινών μετοχών, μέσω της χρήσης χρονοσειρών δεδομένων επί των ετήσιων αποδόσεων αυτών προκειμένου για το χρονικό διάστημα από 1954 έως 1963 (first pass regression).

Να σημειωθεί πως οι ερευνητές ως proxy χαρτοφυλάκιο της Αγοράς έλαβαν το σύνολο των 301 συμμετεχόντων κοινών μετοχών εις τη μελέτη.

Η εξίσωση της παλινδρομήσεως πρώτου επιπέδου ήτο της μορφής:

$$R_{it} = \alpha_i + b_i \times R_{mt} + e_{it} \quad (81)$$

Όπου b_i είναι η εκτίμηση της πραγματικής τιμής του συντελεστή beta για κάθε μία από τις 301 μετοχές του δείγματος της μελέτης.

Εν συνεχεία οι ερευνητές διενήργησαν την παλινδρόμηση δευτέρας τάξεως (cross sectional second pass regression), η εξίσωση της οποίας διαμορφώθηκε ως ακολούθως :

$$\bar{R}_i = \alpha_1 + \alpha_2 \times b_i + \alpha_3 \times S_{ei}^2 + \eta_i \quad (82)$$

Όπου S_{ei}^2 είναι ο δειγματικός εκτιμητής της διακυμάνσεως των σφαλμάτων της first pass regression **(81)**.

Επιπροσθέτως κάθε συντελεστής του μοντέλου της second pass regression **(82)**, έχει μία θεωρητική τιμή :

- Ο συντελεστής α_1 θα έπρεπε να είναι ίσος είτε με R_{rf} είτε με $E(R_Z)$ αναλόγως με το εάν χρησιμοποιούμε την one factor μορφή του CAPM ή την two factors μορφή του CAPM αντιστοίχως.

- Ο συντελεστής α_2 θα έπρεπε θεωρητικώς να είναι ίσος με $E(R_m) - R_{rf}$ ή με $E(R_m) - E(R_Z)$ αναλόγως και πάλι από τη μορφή του CAPM την οποία χρησιμοποιούμε και ελέγχουμε (one vs two factor CAPM)
- Τέλος ο συντελεστής α_3 θα έπρεπε να είναι ίσος με μηδέν.

Αμφότερα τα ευρήματα της μελέτης κατά Lintner , αλλά και τα μετέπειτα κατά Douglas (1968), δείχνουν να προσβάλλουν το CAPM. Πιο συγκεκριμένα :

- Ο συντελεστής α_1 εκτιμήθηκε στο 0,108 (10,80%) πολύ υψηλότερα του ισχύοντος κατά τη περίοδο λήψης των δεδομένων του δείγματος risk free rate. Εβρέθη δε στατιστικά σημαντικώς σε επίπεδο 1%
- Ο συντελεστής α_2 εκτιμήθηκε στο 0,063 (6,3%) , ελαφρώς χαμηλότερα του αναμενόμενου risk premium κατά τη περίοδο εξαγωγής των δεδομένων, κρίθηκε δε στατιστικά σημαντικός στο επίπεδο του 1%, με critical value για το αντίστοιχο t –stat = 6.9 > 2.01
- Καταληκτικά ο συντελεστής α_3 εκτιμήθηκε στο 0,237 , αποκλίνοντας σημαντικά από την αναμενόμενη μηδενική τιμή του , κρινόμενος δε στατιστικά σημαντικός στο επίπεδο του 1%, με critical value για το αντίστοιχο t –stat = 6.8 > 2.01

Problems in Methodology: Miller & Scholes (1972) empirical study

Στη κλασσική των μελέτη Miller & Scholes (1972) αναδεικνύονται ορισμένες προβληματικές περιοχές οι οποίες δυσχεραίνουν τη προσπάθεια ελέγχου της ισχύος των διαφόρων μορφών του μοντέλου CAPM.

Οι βασικότερες δυσχέρειες κατά τον έλεγχο ισχύος των διαφόρων μορφών του CAPM έχουν να κάνουν με την ύπαρξη misspecification problems τα οποία εντοπίζονται στις εξισώσεις παλινδρόμησης οι οποίες χρησιμοποιούνται.

Η time series μορφή του βασικού μοντέλου (one factor) CAPM είναι η ακόλουθη:

$$\tilde{R}_{it} = R_{ft} + \beta_i \times (\tilde{R}_{mt} - R_{ft}) + e_{it} \quad (83)$$

Η παραπάνω μορφή γράφεται ισοδύναμα ως ακολούθως:

$$\tilde{R}_{it} = (1 - \beta_i) \times R_{ft} + \beta_i \times \tilde{R}_{mt} + e_{it} \quad (84)$$

Η εξίσωση δε του Απλού Γραμμικού μοντέλου η οποία χρησιμοποιήθηκε από τους Lintner & Douglas ήταν η ακόλουθη:

$$\tilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \times \tilde{R}_{mt} + e_{it} \quad (85)$$

Από τα παραπάνω είναι προφανές πως εάν το risk free rate παραμένει σταθερό στο χρόνο, δεν υφίσταται κανένα σφάλμα κατά τον έλεγχο. Στη περίπτωση δε αυτή θα έπρεπε να ισχύει :

$$\alpha_i = (1 - \beta_i) \times R_{ft} \quad (86)$$

Εάν όμως το risk free rate μεταβάλλονταν στον χρόνο και μάλιστα εμφάνιζε συσχέτιση με τις αποδόσεις της Χρηματιστηριακής Αγοράς , τότε η εκτίμηση της πραγματικής τιμής του συντελεστού beta είναι biased, υφίσταται δε σοβαρό πρόβλημα ενδογένειας , εξαιτίας της παραλήψεως από το μοντέλο επεξηγηματικής μεταβλητής η οποία επηρεάζει τις αποδόσεις.

Επιπρόσθετα οι ερευνητές Miller & Scholes κατέδειξαν πως η παραπάνω συσχέτιση υφίσταται και είναι αρνητική, οδηγώντας την υπερεκτίμηση του σταθερού συντελεστή της second pass regression και σε υποεκτίμηση την αντίστοιχη κλίση αυτής. Οι παραπάνω biased εκτιμήσεις μπορούν θεωρητικώς να επεξηγήσουν τις αποκλίσεις που εντόπισαν οι Lintner & Douglas κατά τον έλεγχο ισχύος του βασικού μοντέλου CAPM. Παρόλα αυτά οι ερευνητές κατέληξαν στο συμπέρασμα πως παρότι υφίσταται επίδραση προς τη παραπάνω κατεύθυνση, η τάξη μεγέθους της επίδρασης αυτής είναι πολύ μικρή για να επηρεάσει τα τελικώς εξαγόμενα κατά Lintner & Douglas.

Μία διαφορετική πηγή misspecification είναι η πιθανή μη γραμμικότητα της σχέσεως μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου όπως ο τελευταίος εκφράζεται από τον συντελεστή beta. Οι ερευνητές Miller & Scholes ήλενξαν πιθανή μη γραμμικότητα στην παραπάνω σχέση, αλλά δεν εντόπισαν καμμία ισχυρή μη γραμμικότητα η οποία θα μπορούσε να επηρεάσει προς τη κατεύθυνση υπερεκτίμησης τον σταθερό συντελεστή και υποεκτίμησης την αντίστοιχη κλίση της second pass regression equation.

Μία από τις σημαντικές αιτίες πρόκλησης misspecification είναι η ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας. Η έννοια της ετεροσκεδαστικότητας αφορά τη μεταβλητότητα της διακύμανσης των residuals της παλινδρόμησης δεδομένου του χρόνου, τα οποία αποτελούν εκτιμητές μεγίστης πιθανοφάνειας των πραγματικών σφαλμάτων εκτίμησης. Πιο συγκεκριμένα η διακύμανση των υπολοίπων είναι μεγαλύτερη για μεγαλύτερες τιμές της ανεξαρτήτου μεταβλητής (στη δική μας περίπτωση του κινδύνου, όπως ο εν λόγω εκφράζεται από το συντελεστή beta) και μικρότερη για μικρότερες τιμές της ανεξαρτήτου μεταβλητής. Επιπλέον το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας οδηγεί σε υποεκτίμηση των σφαλμάτων εκτίμησης των συντελεστών της εξίσωσης παλινδρόμησης, γεγονός το οποίο ενδέχεται να οδηγήσει σε αναξιόπιστους ελέγχους στατιστικής συμπερασματολογίας (statistical inference controlling).

Οι ερευνητές Miller & Scholes κατέληξαν πως το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας υφίσταται αλλά ο βαθμός επίδρασης του εν λόγω προβλήματος στην υπερεκτίμηση της σταθεράς της second pass regression equation σε συνδυασμό με την υποεκτίμηση της αντιστοίχου κλίσης αυτής είναι εξαιρετικά περιορισμένη.

Έχοντας καταλήξει πως οι παραπάνω έλεγχοι δεν οδηγούν στην επεξήγηση των αποκλίσεων των ευρημάτων κατά Lintner & Douglas , σε σχέση με εκείνα τα οποία παράγει μία μορφή του μοντέλου CAPM (Single factor ή Two factor CAPM), συνέχισαν την έρευνα ελέγχοντας την αρτιότητα των ορισμών των εμπλεκόμενων επεξηγηματικών μεταβλητών.

Ήδη από τα παραπάνω γνωρίζουμε πως υφίσταται σφάλμα εκτίμησης της πραγματικής τιμής του συντελεστή beta. Η τιμή στην οποία καταλήγουμε για τον συντελεστή beta , ακόμη και αν υποθέσουμε σταθερότητα αυτού στον χρόνο (δηλαδή δεν υφίσταται time inconsistency problem στους συντελεστές των επεξηγηματικών μεταβλητών του μοντέλου), ενέχει σφάλμα εκτιμήσεως. Η εν λόγω εκτίμηση εν συνεχεία χρησιμοποιείται στην *second pass regression equation*, η οποία επειδή ενέχει σφάλμα εκτιμήσεως, οδηγεί σε υπερεκτίμηση τον σταθερό συντελεστή της *second pass regression equation* και σε υποεκτίμηση της κλίση αυτής, δηλαδή σε υποεκτίμηση τον συντελεστή της χρησιμοποιούμενης εκτιμήσεως στην *second pass regression equation*. Μάλιστα οι ερευνητές Miller & Scholes κατέληξαν πως το σφάλμα της υποεκτίμησης είναι της τάξεως του 64% της πραγματικής τιμής της κλίσης της *second pass regression equation*, καθώς και ένα αναλόγου μεγέθους σφάλμα υπερεκτίμησης στον σταθερό συντελεστή.

Πέραν της παραπάνω προβληματικής καταστάσεως κατά την εσφαλμένη εκτίμηση της πραγματικής τιμής του συντελεστή beta κατά την *first pass regression equation*, οι ερευνητές κατέδειξαν πως η πραγματική τιμή του συντελεστή beta είναι ισχυρώς και θετικώς συσχετιζόμενη με τη διακύμανση των εκτιμώμενων σφαλμάτων, δηλαδή των υπολοίπων της παλινδρόμησης. Ως εκ τούτου οι ερευνητές κατέδειξαν πως η διακύμανση των υπολοίπων της *first pass regression equation* λειτουργούν ως proxy της πραγματικής τιμής του συντελεστή beta και είναι ισχυρώς θετικά συσχετιζόμενη με της αντίστοιχες αποδόσεις της αντιστοίχου μετοχής. Μία συσχέτιση η οποία κρίθηκε στατιστικώς σημαντική στο επίπεδο του 1% σε *cross sectional regression analysis level* και ως εκ τούτου , επεξηγεί σε πολύ μεγάλο βαθμό τις αποκλίσεις των ελέγχων κατά Lintner & Douglas (1968).

Καταληκτικά οι Miller & Scholes κατέδειξαν πως η κατανομή των αναμενομένων αποδόσεων είναι μη κανονική και εμφανίζει θετική κυρτότητα (positively skewed). Η ύπαρξη όμως τέτοιας κυρτότητας οδηγεί εσφαλμένα στο συμπέρασμα πως οι αναμενόμενες αποδόσεις είναι ισχυρώς και θετικώς σχετιζόμενες με τη διακύμανση των υπολοίπων της παλινδρόμησης, χωρίς στη πραγματικότητα να υφίσταται τέτοια συσχέτιση η οποία συνάμα να κρίνεται στατιστικώς σημαντική.

Black, Jensen & Scholes time series test of CAPM:

Οι ερευνητές Black, Jensen & Scholes (1972) ήταν οι πρώτοι που διενήργησαν εις βάθος εξέταση της ισχύος του μοντέλου CAPM, μέσω της χρήσης δεδομένων χρονοσειρών. Η εξίσωση του βασικού τους μοντέλου ήταν η ακόλουθη:

$$R_{it} - R_{ft} = a_i + \beta_i \times (R_{mt} - R_{ft}) + e_{it} \quad (87)$$

Στην παραπάνω εξίσωση θα πρέπει ο συντελεστής a_i να είναι ίσος με το μηδέν, προκειμένου το μοντέλο CAPM (one factor CAPM) να περιγράφει αποτελεσματικά της αποδόσεις των μετοχών.

Μία πρώτη μεθοδολογική προσέγγιση θα ήταν να εξετάσουμε την ισχύ της εν λόγω μηδενικής υποθέσεως για ένα πολύ μεγάλο αριθμό μετοχών και εν συνεχεία να μελετήσουμε τη κατανομή του συντελεστή a_i . Έλεγχοι όμως επί της κατανομής του a_i προϋποθέτουν πως $\text{Cov}(e_{it}, e_{jt}) = 0$, δηλαδή ανά δύο ανεξαρτησία μεταξύ των υπολοίπων της παλινδρόμησης (no autocorrelation), κάτι το οποίο δυστυχώς δεν ισχύει τις περισσότερες των φορές.

Μία εξαιρετική μεθοδολογία προκειμένου να ξεπεραστεί το παραπάνω πρόβλημα είναι να υλοποιήσουμε τη παλινδρόμηση επί χαρτοφυλακίων μετοχών και όχι επί απλών μετοχών. Στη περίπτωση αυτή η διακύμανση των υπολοίπων της time series παλινδρομήσεως θα ενσωμάτωνε την επίδραση των cross – sectional αλληλοεξαρτήσεων, επομένως το τυπικό σφάλμα εκτίμησης του σταθερού όρου της παλινδρόμησης a_i , θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί προκειμένου να ελεγχθεί η διαφοροποίηση του εν λόγω σταθερού όρου από το μηδέν.

Κατά την ομαδοποίηση των συμμετοχών σε χαρτοφυλάκια, οι ερευνητές είχαν ως βασικό στόχο τη μεγιστοποίηση του spread στα betas των διαμορφούμενων χαρτοφυλακίων, ώστε να ελεγχθεί καλύτερα η επίδραση του συντελεστή beta (δηλαδή του κινδύνου) επί των σημειούμενων αποδόσεων. Για να επιτευχθεί το παραπάνω θα πρέπει οι μετοχές να ενσωματωθούν σε χαρτοφυλάκια με κριτήριο κατάταξης και εντάξεως τη πραγματική τιμή του συντελεστή beta. Η δυσκολία στην όλη προσέγγιση έχει να κάνει με το γεγονός πως η πραγματική τιμή του συντελεστή beta είναι άγνωστη. Εάν χρησιμοποιηθεί η εκτιμώμενη τιμή του συντελεστή beta από την first pass regression τότε οι μετοχές που εμφάνισαν υψηλή τιμή συντελεστή beta θα φέρουν θετικό σφάλμα εκτίμησης, ενώ οι μετοχές που εμφάνισαν χαμηλή τιμή συντελεστή beta θα ενέχουν αρνητικό σφάλμα εκτίμησης.

Επομένως για χαρτοφυλάκια τα οποία εμφανίζουν υψηλό beta εκτιμούμε πως αναλαμβάνουμε θετικό σφάλμα εκτίμησης, ενώ συνάμα αναλαμβάνουμε αρνητικό σφάλμα εκτίμησης προκειμένου για τη σταθερά α_i .

Η μεθοδολογία προκειμένου να αποφευχθεί η παραπάνω κατάσταση είναι εκείνη της χρήσεως των λεγόμενων instrumental variables. Μία μεταβλητή καλείται instrumental variable στην περίπτωση κατά την οποία συσχετίζεται με υψηλό συντελεστή συσχέτισης με την υπό εκτίμηση αλλά άγνωστη μεταβλητή, αλλά συνάμα είναι πραγματικώς παρατηρήσιμη. Στην περίπτωση μας, ως instrumental variable χρησιμοποιούμε τον συντελεστή beta της αμέσως προηγούμενης χρονικής περιόδου.

Οι Black, Jensen & Scholes κατά τη διαδικασία ομαδοποίησης χρησιμοποίησαν μηνιαία δεδομένα σε βάθος 5 ετών, εκτίμησαν τους συντελεστές beta των μετοχών με τη χρήση first pass regression και εν συνεχεία κατηγοριοποίησαν τις μετοχές σε δεκατημόρια με φθίνουσα τάξη επί της τιμής του συντελεστή beta. Με το τρόπο αυτό κατασκεύασαν 10 διαφορετικά χαρτοφυλάκια με διαβαθμισμένο το συντελεστή beta, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν κατά τον έκτο χρόνο. Με την ίδια μεθοδολογία και χρησιμοποιώντας τα time series δεδομένα για τα έτη 2 έως και 6 κατασκεύασαν αντιστοίχως 10 χαρτοφυλάκια διαβαθμισμένου beta, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν κατά τον έβδομο χρόνο. Την ίδια rolling διαδικασία την έπραξαν για 35 χρόνια. Εν συνεχεία η ετήσια απόδοση του i δεκατημορίου ($i = 1, \dots, 10$) αξιολογήθηκε ως σειρά δεδομένων αποδόσεων και η κάθε μία από αυτές τις αποδόσεις παλινδρομήθηκε ενάντια στις αποδόσεις της Αγοράς.

Τα αποτελέσματα εμφανίζονται στο πίνακα που ακολουθεί:

Portfolio	beta	Excess return over the risk free rate	Intercept: α_i	R ²
1	1.561	2.13%	- 0.0829	96.3%
2	1.384	1.77%	- 0.1938	98.8%
3	1.248	1.71%	- 0.0649	98.8%
4	1.163	1.63%	- 0.0167	99.1%
5	1.057	1.45%	- 0.0543	99.2%
6	0.923	1.37%	0.0593	98.3%
7	0.853	1.26%	0.0462	98.5%
8	0.753	1.15%	0.0812	97.9%
9	0.629	1.09%	0.1968	95.6%
10	0.490	0.91%	0.2012	89.8%
Market	1	1.42%		

Πίνακας 14: Έλεγχοι του CAPM κατά Black, Jensen & Scholes (1972)

Η πρώτη παρατήρηση την οποία μπορεί κάποιος να σημειώσει είναι οι υψηλές τιμές του συντελεστή προσδιορισμού, δηλαδή το υψηλό ποσοστό της μεταβλητότητας των excess returns οι οποίες επεξηγούνται από την μεταβλητότητα των αντιστοίχων Risk premiums over the risk free rate. Ένα εύρημα το οποίο υποστηρίζει την υπόθεση της γραμμικότητας.

Μία άλλη σημαντική παρατήρηση έχει να κάνει με το γεγονός πως για τιμές του συντελεστή beta άνωθεν της μονάδος, η τιμή του συντελεστή α_i είναι αρνητική, ενώ για τιμές συντελεστή beta κατώτερες της μονάδος, η τιμή του συντελεστή α_i είναι θετική. Η απόδειξη της παρακάτω συμπεριφοράς είναι σύνομη με το Two Factor CAPM, έχει δε ως ακολούθως:

Προκειμένου για το zero beta CAPM η μορφή της εξίσωσης έχει ως ακολούθως:

$$R_{it} = \bar{R}_Z \times (1 - \beta_i) + \beta_i \times R_{mt} + e_{it} \quad (88)$$

Το μοντέλο το οποίο ελέγχθηκε είναι εκείνο της εξίσωσης (87), επομένως λύνοντας ως προς α_i λαμβάνουμε ότι :

$$\alpha_i = (\bar{R}_Z - R_{rf}) \times (1 - \beta_i) \quad (89)$$

Κατά τη θεμελίωση του Two Factor προϋποθέτει πως :

$$\bar{R}_Z > R_{rf} \quad (90)$$

Γεγονός το οποίο θεμελιώνει το παραπάνω εύρημα.

Στο σημείο αυτό έχουμε ολοκληρώσει τη μεθοδολογική προσέγγιση των Black, Jensen & Scholes προκειμένου για time series δεδομένα. Προκειμένου για cross sectional ελέγχους (second pass regression) οι ερευνητές λειτούργησαν ως κάτωθι, να θυμίσω δε πως η βασική αδυναμία των cross sectional tests έχει να κάνει με το σφάλμα εκτίμησης του συντελεστή beta κατά τη first pass regression.

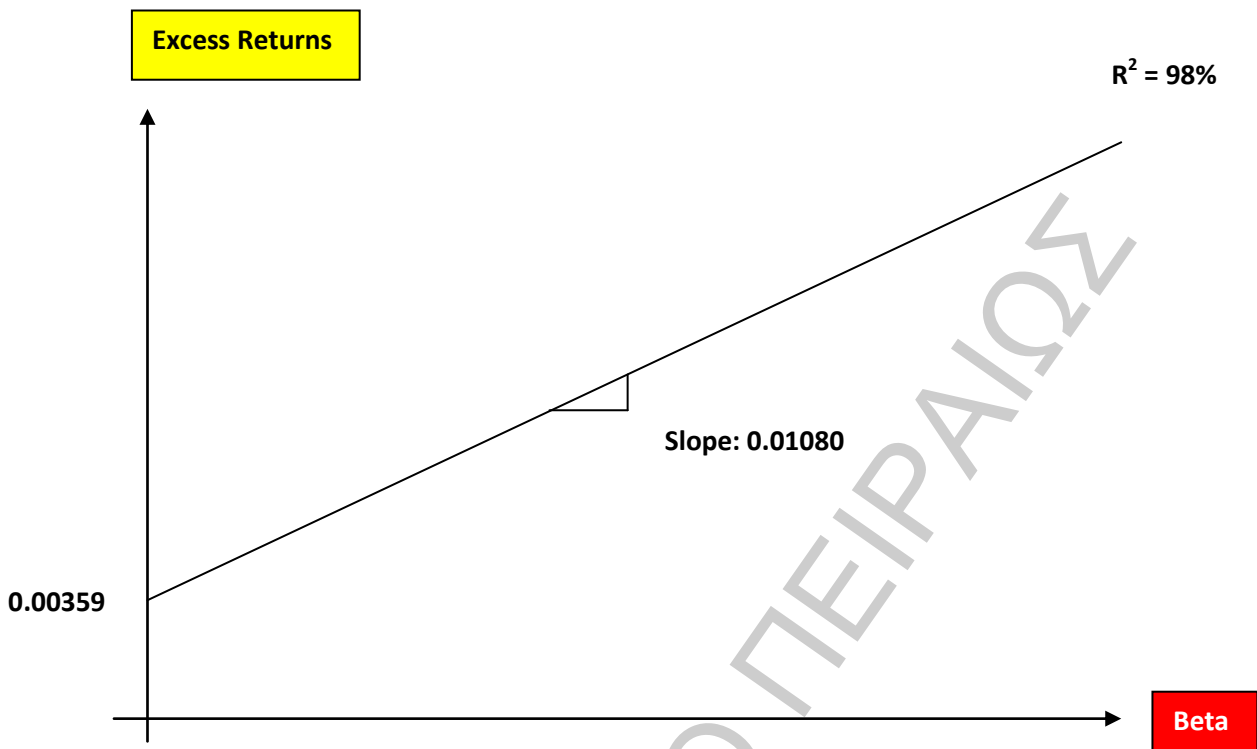
Η χρήση του εν λόγω εκτιμώμενου συντελεστή beta από τη first στη second pass regression ελλοχεύει το κίνδυνο της υπερεκτίμησης της σταθεράς της second pass regression, συνάμα με την υποεκτίμηση της κλίσεως αυτής. Προκειμένου να εξαληφθεί το σφάλμα εκτίμησης του συντελεστή beta κατά τη first pass regression ενδείκνυται η χρήση χαρτοφυλακίων αντί μεμονωμένων μετοχών. Με τη λογική πως τα σφάλματα κατά τον υπολογισμό των betas των μετοχών είναι τυχαία, συμπεραίνουμε πως σε επίπεδο σύστασης αυτών εις χαρτοφυλάκιο, θα αλληλοαναιρούνται σε πολύ μεγάλο βαθμό οδηγώντας στο μηδενισμό του σφάλματος εκτίμησης του συντελεστή beta του ίδιου του συνολικού χαρτοφυλακίου.

Χρησιμοποιώντας τις τεχνικές ομαδοποίησης που προαναφέραμε προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση παλινδρόμησης :

$$\bar{R}_i - R_{rf} = 0.00359 + 0.01080 \times \beta_i, \quad R^2 = 98\% \quad (91)$$

Ο υψηλός συντελεστής προσδιορισμού καταδεικνύει πως η υπόθεση της γραμμικότητας είναι ισχυρή, ενώ ο θετικός συντελεστής καταδεικνύει ενίσχυση της υποθέσεως υπερ ισχύος του Two Factor CAPM.

Η γραφική απεικόνιση της παραπάνω εξίσωσης έχει ως ακολούθως:



Πίνακας 15: Excess Return vs Beta Coefficient

CAPM Tests of Fama & Mc Beth:

Οι ερευνητές Fama & Mc Beth (1973), χρησιμοποίησαν μία καινοτόμο μεθοδολογία προκειμένου να ελέγξουν το μοντέλο ισορροπίας της Αγοράς CAPM. Χρησιμοποιώντας μηνιαία δεδομένα αποδόσεων εντός του διαστήματος January 1935 – June 1968, κατασκεύασαν 20 χαρτοφυλάκια μετοχών, τα betas των οποίων προέρχονταν από την αντίστοιχη first pass regression equation. Εν συνεχεία κατασκεύασαν την second pass regression equation σε cross sectional επίπεδο, δηλαδή για κάθε ένα από τα 20 χαρτοφυλάκια της μελέτης, καθώς και για κάθε έναν μήνα εντός του χρονικού διαστήματος του δείγματος. Η δε εξίσωση παλινδρόμησης δευτέρας τάξεως έχει ως ακολούθως :

$$\tilde{R}_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\beta_i - \gamma_{2t}\beta_i^2 + \gamma_{3t}S_{ei} + \eta_{it} \quad (92)$$

Οι υποθέσεις οι οποίες είναι δυνατόν να ελεγχθούν μέσω της second pass εξίσωσης παλινδρόμησης (92) είναι οι ακόλουθες:

- $E(\gamma_{3t}) = 0$, Residual Risk does not affect returns
- $E(\gamma_{2t}) = 0$, No linearities existence in the SML
- $E(\gamma_{1t}) = 0$, There is positive price of risk in the Market

Στην περίπτωση κατά την οποία $E(\gamma_{2t}) = E(\gamma_{3t}) = 0$, μπορούμε εν συνεχεία και εν παραλλήλω να ελένξουμε τη στατιστική σημαντικότητα των συντελεστών γ_{0t} και γ_{1t} και να αποφανθούμε για το εάν η κανονική μορφή του CAPM ή η zero beta μορφή του CAPM περιγράφει καλύτερα τη πραγματικότητα στην Χρηματαγορά.

Επιπλέον με την χρήση της εξίσωσης (92), μπορούμε να ελένξουμε την υπόθεση περί Αποτελεσματικότητας της ίδιας της Αγοράς, με το παράλληλο έλεγχο στατιστικής σημαντικότητας όλων των συντελεστών, σε συνδυασμό με τη στατιστική σημαντικότητα των υπολοίπων της παλινδρόμησης. Αυτό σημαίνει πως ανεξαρτήτως της μορφής που CAPM στην οποία θα καταλήξουμε να χρησιμοποιήσουμε (one factor vs zero beta CAPM), υπό της προϋποθέσεως της Αποτελεσματικότητας των Αγορών, οι παρελθούσες τιμές των συντελεστών γ_{2t} και γ_{3t} δεν επηρεάζουν ή καθορίζουν τις μελλοντικές, οι οποίες θα πρέπει να είναι μηδενικές. Επιπλέον και προκειμένου για το zero beta CAPM, η ισχύ της υποθέσεως περί Αποτελεσματικών Αγορών, σημαίνει πως οι παρελθούσες τιμές των συντελεστών γ_{0t} και γ_{1t} , δεν επηρεάζουν τις μελλοντικές και οποίες πρέπει να είναι συγκίνουσες προς την $E(R_Z)$ και την $E(R_M) - E(R_Z)$ αντιστοίχως. Προκειμένου για το one factor CAPM, στους παραπάνω συλλογισμούς θα πρέπει να αντικαταστήσουμε τον όρο $E(R_Z)$ με το υποτιθέμενο risk free rate R_{rf} .

Σύμφωνα δε με το Θεώρημα Κεντρικής Τάσεως (Central Limit Theorem), οι μέσες τιμές όλων των εκτιμώμενων συντελεστών ακολουθούν κανονική κατανομή μέσης τιμής ίσης με την μέση αναμενομένη τιμή των εκτιμήσεων και τυπικής απόκλισης ίσης με το πηλίκο της τυπικής αποκλίσεων των παρατηρήσεων δια τη τετραγωνική ρίζα του πλήθους αυτών. Άρα για να ελένξουμε τη στατιστική σημαντικότητα των συντελεστών αρκεί να ελένξουμε την διαφορά της σημειούμενης μέσης τιμής των συντελεστών από το μηδέν, προκειμένου για τους συντελεστές γ_{3t} και γ_{2t} , καθώς και από το R_{rf} και $E(R_M) - R_{rf}$ προκειμένου για τους συντελεστές γ_{0t} και γ_{1t} στο single factor CAPM. Αντιστοίχως για το zero beta CAPM οι μέσες τιμές ενάντια των οποίων θα ελεγχθούν οι αποκλίσεις των μέσων τιμών είναι οι $E(R_Z)$ και $[E(R_M) - E(R_Z)]$.

Να σημειώσουμε πως οι Fama & Mc Beth κατά τον έλεγχο της πλήρους εξίσωσης (92) κατέληξαν στο συμπέρασμα της μη στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών γ_{2t} και γ_{3t} . Στη περίπτωση αυτή ο παράγοντας με τη μικρότερη στατιστική σημαντικότητα πρέπει να εξαιρεθεί (δηλαδή ο παράγοντας β_i^2 που εκφράζει τη μη γραμμικότητα της επίδρασης) και εν συνεχεία να ελεγχθεί εκ νέου η κάτωθι μορφή της εξίσωσης παλινδρόμησης:

$$\tilde{R}_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\beta_i + \gamma_{3t}S_{ei} + \eta_{it} \quad (93)$$

Εν συνεχεία οι ερευνητές διαπίστωσαν πως η μη στατιστική σημαντικότητα του συντελεστή γ_{2t} , διατηρείται και σε υποπεριόδους της κυρίας περιόδου μελέτης και μάλιστα εντοπίζεται και σχετική αλλαγή προσήμου μεταξύ των εναλλακτικών υποπεριοδών. Επομένως μπορούμε πράγματι με ασφάλεια να θεωρήσουμε πως ο Beta squared term δεν επηρεάζει σε καμία των περιπτώσεων της αναμενόμενες αποδόσεις. Υφίσταται βεβαίως η περίπτωση κατά την οποία σε κάποιες υποπεριόδους η τιμή του αντίστοιχου συντελεστή γ_{2t} να διαφέρει του μηδενός, εκλαμβάνόμενη ως περιεχομένη πληροφορία αναφορικά με τη τιμή του συντελεστή κατά την επόμενη περίοδο, συνιστώντας κατά μία λογική, επενδυτική στρατηγική arbitrage επί των αναμενόμενων αποδόσεων. Ο τρόπος με τον οποίο οι Fama & Mc Beth λειτούργησαν προκειμένου να καταρρίψουν τον εν λόγω ισχυρισμό ήταν ο έλεγχος των συντελεστών συσχέτισης των τιμών του συντελεστή μεταξύ των περιόδων. Οι ερευνητές διαπίστωσαν πως η τιμή του συντελεστή συσχέτισης εντός οιοδήποτε χρονικού βάθους είναι μηδενική και στατιστικώς σημαντική σε επίπεδο 1%, καταρρίπτοντας στην ουσία τον εν λόγω ισχυρισμό.

Ως εκ τούτου καλώς εξαιρέθηκε ο συντελεστής γ_{2t} και η καταληκτική μορφή της εξίσωσης η ισχύ της οποίας πρέπει να ελεγχθεί είναι εκείνη της εξίσωσης (93) στην οποία οι εκτιμήσεις που θα τελικώς θαπραχθούν είναι ακριβέστερες, καθώς ο συντελεστής του beta coefficient δεν θα επηρεάζεται πλέον από τη πολυσυγγραμμικότητα που αναπτύσσεται μεταξύ του beta και beta squared όρου .

Με την ίδια ακριβώς λογική από την εξίσωση (93) οι ερευνητές εξαιρούν τον συντελεστή γ_{3t} , ως μη στατιστικά σημαντικό τόσο στο σύνολο της περιόδου μελέτης, όσο και σε προσδιορισμένες υποπεριόδους αυτής. Επιπλέον η εξέταση των τιμών του συντελεστή με αντίστοιχες τιμές αυτού σε περιόδους οιοδήποτε παλαιότερου χρονικού βάθους, κατέδειξε μηδενικό συντελεστή συσχέτισης, ο οποίος κρίθηκε συνάμα στατιστικά σημαντικός, δηλαδή με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια, οι μεμονωμένες τιμές του συντελεστή δεν περιέχουν καμία πληροφορία αναφορικά με τη διαμόρφωση της τιμής αυτού σε μελλοντικά χρονικά σημεία. Ως εκ τούτου ο όρος του residual risk δεν επηρεάζει τις αναμενόμενες αποδόσεις, ούτε καθίσταται δυνατή η αξιοποίηση της πληροφορίας την οποία τυχόν ενέχει, προκειμένου να αναπτυχθεί κάποιας μορφής arbitrage επενδυτική στρατηγική.

Καταληκτικά η μορφή της εξίσωσης παλινδρόμησης διαμορφώνεται ως κάτωθι, κατόπιν της εξαίρεσης της επίδρασης και του residual risk όρου, η οποία θεωρητικώς δίδει ακριβέστερες προβλέψεις, καθώς δεν θα υφίσταται πλέον η πολυσυγγραμμικότητα μεταξύ του όρου beta και του residual risk:

$$\tilde{R}_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\beta_i + \eta_{it} \quad (94)$$

Κατά τον έλεγχο των συντελεστών γ_{0t} και γ_{1t} , οι Fama & Mc Beth κατέληξαν πως ο συντελεστής γ_{1t} είναι στατιστικός σημαντικός για επίπεδο σημαντικότητας 1%, ενώ συνάμα είναι γενικώς μικρότερος σε αξία από την διαφορά $E(R_m) - R_{rf}$. Συνάμα ο συντελεστής γ_{0t} είναι στατιστικώς σημαντικώς και σε γενικές γραμμές μεγαλύτερος από το αντίστοιχο R_{rf} .

Τα παραπάνω ευρήματα καταδεικνύουν την ισχύ της zero beta μορφής του CAPM έναντι του single factor CAPM. Κλείνοντας τα ευρήματα των ελέγχων κατά Fama & Mc Beth αξίζει να σημειωθεί πως εάν το μοντέλο ισορροπίας της Αγοράς (zero beta CAPM ή one factor CAPM), περιγράφει τις συνθήκες λειτουργίας μία Αποτελεσματικής Αγοράς, τότε η οποιαδήποτε απόκλιση απόδοσης για οιαδήποτε μετοχή, από την απόδοση την οποία προτείνει το μοντέλο (θεωρητική αξία) δεν περιέχει καμμία πληροφορία και ως εκ τούτου δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί συστηματικά προκειμένου να προκύψουν arbitrage profits στον άμεσα προβλεπτό και βραχύ επενδυτικό χρόνο.

Επομένως η εμφάνιση θετικής τιμής στα residuals της εξίσωσης, σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή και για οποιαδήποτε μετοχή, δεν περιέχει καμία απολύτως πληροφορία αναφορικά με την επίτευξη διαφορικών αποδόσεων της μετοχής έναντι των θεωρητικώς προβλεπόμενων του μοντέλου, στο εγγύς μέλλον. Για να ισχύει το παραπάνω θα πρέπει τα residuals να μην εμφανίζουν καμία αυτοσυσχέτιση μεταξύ σε οποιοδήποτε χρονικό βάθος, κάτι το οποίο κατέδειξαν με την μελέτη τους οι ερευνητές (no autocorrelation symptoms).

Roll Arguments:

Στο παρόν χρονικό σημείο έχουμε παρουσιάσει τους βασικότερους ελέγχους επί του μοντέλου ισορροπίας της Αγοράς, CAPM στις δύο βασικότερες εκδοχές του: Το single factor, το zero beta, καθώς και το two factor CAPM.

Ο Roll (1985) σε πλέον πρόσφατη μελέτη του κατέδειξε πως τα μοντέλα ισορροπίας της Αγοράς της γενικότερης μορφής του CAPM, δεν κρίνονται κατάλληλα ή αξιόπιστα για τέτοιου είδους μελέτες ή συναφείς ελέγχους. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια υποστήριξε πως οι έλεγχοι της εν λόγω μορφής ελάχιστη στήριξη προσφέρουν υπέρ ή ενάντια της ισχύος του μοντέλου CAPM σε οποιαδήποτε από τις παραπάνω βασικές μορφές του.

Επιπλέον υποστήριξε πως επιλέγοντας ένα οιοδήποτε χαρτοφυλάκιο ως Proxy χαρτοφυλάκιο της Αγοράς, υπό της προϋποθέσεως πως το εν λόγω χαρτοφυλάκιο είναι mean – variance efficient και υπολογίζοντας με βάση αυτό τους συντελεστές beta, τότε η ακόλουθη σχέση θα έπρεπε να ισχύει:

$$\bar{R}_i = \bar{R}_{ZP} + \beta_{ip} (\bar{R}_P - \bar{R}_{ZP}) \quad (95)$$

Στη πραγματικότητα όμως η παραπάνω σχέση είναι μία ταυτολογία η οποία σε καμία των περιπτώσεων δεν περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο οδηγείται η Αγορά σε ισορροπία ή ποιά είναι η συμπεριφορά των επενδυτών δεδομένου του ρίσκου. Επιπλέον των παραπάνω, η γραμμικότητα της σχέσεως μεταξύ των αποδόσεων και των συντελεστών beta προϋποθέτει την παραπάνω χαρακτηριστική ιδιότητα για το proxy χαρτοφυλάκιο της Αγοράς, δηλαδή να είναι mean – variance efficient portfolio.

Από τα παραπάνω καθίσταται σαφές πως το βασικότερο πρόβλημα το οποίο εγείρει ο Roll με τη συγκεκριμένη μελέτη, είναι το γεγονός του ορισμού και συνάμα επιλογής καταλλήλου proxy market portfolio. Η όλη ακρίβεια της προσέγγισης ξεκάθαρα εξαρτάται από το πόσο αποτελεσματικά το επιλεγόμενο proxy χαρτοφυλάκιο, προσομοιάζει το πραγματικό αλλά επί του πρακταίου, μη παρατηρήσιμο Χαρτοφυλάκιο της Αγοράς.

Για να καταστεί σαφής ο παραπάνω ισχυρισμός, αναφέρουμε σχετική μελέτη του ερευνητή Shanken (1986), σύμφωνα με την οποία, η επιλογή ενός proxy χαρτοφυλακίου της Αγοράς, το οποίο επεξηγεί το 50% της μεταβλητότητας του πραγματικού αλλά μη παρατηρήσιμου χαρτοφυλακίου της Αγοράς, οδηγεί το μοντέλο CAPM σε απόρριψη επί επιπέδου σημαντικότητας 10%, ακόμη και στην περίπτωση εκείνη κατά την οποία το CAPM είναι σε ισχύ.

Ο κεντρικός όμως ισχυρισμός του Roll, έχει να κάνει με το γεγονός της σχέσεως μεταξύ των ακόλουθων ενδεχομένων:

- 1st Argument: Mean – Variance efficiency
- 2nd Argument: CAPM accuracy

Πιο συγκεκριμένα ο Roll κατέδειξε πως ενώ η ισχύς του πρώτου ενδεχομένου, δηλαδή της mean – variance efficiency καταστάσεως της Αγοράς, εξασφαλίζει την ισχύ και προβλεπτική αξιοπιστία του μοντέλου CAPM, το αντίστροφο δεν ισχύει υποχρεωτικά.

Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια ο Roll κατέδειξε πως οι έλεγχοι ισχύος και αξιοπιστίας των Linear equilibrium models, δεν παρέχουν καμία δυνατότητα επαλήθευσης της mean – variance efficiency ιδιότητας της Αγοράς.

Υποστηρίζει μάλιστα πως, εάν τα beta στα οποία έχουμε καταλήξει με τη χρήση ενός κατάλληλα επιλεγμένου proxy χαρτοφυλακίου της Αγοράς, επεξηγούν σε υψηλό βαθμό του αντίστοιχου συντελεστή προσδιορισμού την cross – sectional (second pass regression) τη μεταβλητότητα των μέσωσ αποδόσεων, τότε το εν λόγω γεγονός αποτελεί σιωπηρή απόδειξη πως το χρησιμοποιούμενο proxy χαρτοφυλάκιο είναι mean – variance efficient portfolio.

Latest Thoughts & Arguments:

Σε σχετική έρευνα του ο Jim Mac Beth (1975), μελετώντας τη γραμμική συσχέτιση μεταξύ των συντελεστών betas και των αποδόσεων, δημιούργησε τους επανομαζόμενους συντελεστές Alpha. Ο συντελεστής Alpha δοθέντος χαρτοφυλακίου, επί της ουσίας μετρά την απόκλιση της αποδόσεως από την θεωρητικώς προβλεπόμενη, μέσω του χρησιμοποιούμενου μοντέλου ισορροπίας της Αγοράς.

Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια ο συντελεστής Alpha μετρά την υπερβάλλουσα απόδοση, έναντι της θεωρητικώς προβλεπόμενης από το μοντέλο ισορροπίας της Αγοράς, υπερβάλλουσα απόδοση η οποία θεωρητικώς έχει προκύψει από τη χρήση και αξιοποίηση πληροφορίας η οποία δεν είναι ευρέως διαθέσιμη κατά τον χρόνο αγοραπωλησίας, ή κατά τη διαδικασία χρηματοδότησης της όλης πράξεως της συναλλαγής, μέσω ανοίγματος κατάλληλων θέσεων (short ή long), δημιουργώντας καταληκτικά γραμμικούς συνδυασμούς χαρτοφυλακίων, μεταξύ του proxy χαρτοφυλακίου της Αγοράς και ενός asset το οποίο αποδίδει το κατά περίπτωση ισχύον risk free rate.

Να σημειώσουμε στο σημείο αυτό πως για να ισχύει η προσέγγιση κατά McBeth θα πρέπει απαραίτητως το αξιολογούμενο χαρτοφυλάκιο να είναι efficient . Σε μία τέτοια περίπτωση, έχουμε τη δυνατότητα να ελένξουμε τη στατιστική σημαντικότητα των προαναφερθέντων excess returns, κατασκευάζοντας το στατιστικό T^2 . Το εν λόγω στατιστικό κατά McBeth παράγεται διαιρώντας την αξία των προαναφερθέντων excess returns με τη τυπική απόκλιση αυτών

Υψηλές σημειούμενες τιμές του εν λόγω στατιστικού, καταδεικνύουν εκτεταμένες δυνατότητες κερδοσκοπίας στην Αγορά, με την έννοια πως η εν λόγω αξία επί της ουσίας παρήχθη μέσω της αξιοποίησης πληροφορίας η οποία είναι μη δημοσίως διαθέσιμη και επομένως συνίσταται μία μορφή επενδυτικής στρατηγικής arbitrage, καταδεικνύοντας επί της ουσίας αναποτελεσματικότητα της αντιστοίχου Αγοράς.

Ο Roll (1985) στην προαναφερθείσα μελέτη του, σημείωσε πως η τιμή του στατιστικού T^2 , είναι ευθέως ανάλογη της αποστάσεως που μεσολαβεί μεταξύ της απόδοσης του measured proxy portfolio και του minimum – variance frontier. Ως εκ τούτου, υψηλές τιμές του στατιστικού T^2 , υποδηλώνουν δυνατότητα arbitrage, με την έννοια της περαιτέρω μείωσης του αναλαμβανόμενου κινδύνου, δεδομένης της αποδόσεως. Καταληκτικά ο T^2 έλεγχος κατά McBeth (1975) αποτελεί έναν ξεκάθαρο έλεγχο μέτρησης της mean – variance ιδιότητας τυχόντος χαρτοφυλακίου.

Σε συνέχεια των παραπάνω οι Gibbons, Ross & Shanken (1989), υποστήριξαν πως το στατιστικό T^2 μπορεί να λάβει την ακόλουθη μορφή :

$$T^2 = \frac{\theta_P^2 - \theta_m^2}{\theta_m^2} \quad (96)$$

Όπου:

$$\theta_P^2 : \text{Implied Sharpe ratio for portfolio } P \quad (97)$$

$$\theta_m^2 : \text{Implied Sharpe ratio for market portfolio} \quad (98)$$

$$\text{Sharpe ratio for portfolio } P = \frac{\bar{R}_P - R_{rf}}{\sigma_P} \quad (99)$$

Επομένως, η υψηλή τιμή του στατιστικού T^2 , επί της ουσίας υποδηλώνει πως υφίσταται άλλο χαρτοφυλάκιο P, το Sharpe ratio του οποίου, είναι ουσιαδώς ανώτερο του χρησιμοποιούμενου ως proxy χαρτοφυλακίου της Αγοράς. Το οποίο εύρημα με τη σειρά του υποδηλώνει πως το χρησιμοποιούμενο ως proxy χαρτοφυλάκιο της Αγοράς δεν μπορεί να είναι συνάμα mean – variance efficient.

Επί της ουσίας οι ερευνητές Gibbons, Ross & Shanken, επανέλαβαν τον έλεγχο των Black, Jensen & Scholes (1972). Προς τη κατεύθυνση αυτή χρησιμοποίησαν 10 beta shorted χαρτοφυλάκια, με ιστορικά δεδομένα προερχόμενα από την ίδια περίοδο μελέτης με εκείνη των Black, Jensen & Scholes, χρησιμοποίησαν δε ως proxy market portfolio, ένα CRSP equally weighted market index.

Προσδιόρισαν εν συνεχεία το T^2 στατιστικό κατά McBeth:

$$T^2 = \frac{\theta_p^2 - \theta_m^2}{\theta_m^2} = \frac{0.2266 - 0.1666}{0.1666} = 0.36 \quad (100)$$

Κατέληξαν ως εκ τούτου στο συμπέρασμα πως προκειμένου για τη βάση δεδομένων των Black, Jensen & Scholes, δεν σημειώνεται σημαντική απόκλιση ισχύος της mean – variance efficiency hypothesis.

Μάλιστα στο ίδιο συμπέρασμα κατέληξαν χρησιμοποιώντας ως proxy market χαρτοφυλάκιο, ένα size αντί για equally weighted market index, εξαιρώντας όμως από την ανάλυση τις αποδόσεις μηνός Ιανουαρίου. Δηλαδή εν παραλλήλω κατέδειξαν πως η ταυτόχρονη εισαγωγή στο μοντέλο της διαστάσεως του μεγέθους, σε συνδυασμό με τα calendar descriptors κατά τον υπολογισμό του Sharpe ratio, εβλαπτε ουσιαστικά την ισχύ της mean – variance efficiency hypothesis.

Conclusions:

Η παρουσίαση και μελέτη των παραπάνω ελέγχων επί του μοντέλου ισορροπίας της Αγοράς CAPM, κατέδειξε πως η σχέση μεταξύ κινδύνου και απόδοσης μπορεί με ασφάλεια να θεωρηθεί ισχυρώς γραμμική, υπό της προϋποθέσεως ότι αναφερόμεθα σε συστημικό και μόνο επενδυτικό κίνδυνο. Ακόμη και αν υποθέσουμε πως οι εν λόγω έλεγχοι δεν υποστηρίζουν είτε θετικά είτε αρνητικά το μοντέλο CAPM, σίγουρα επιδρούν καταλυτικά στη συμπεριφορά των επενδυτών. Οι επενδυτές δεν αμοίβονται προκειμένου να αναλάβουν μη συστημικό κίνδυνο, ο οποίος θεωρείτε ως πλήρως εξαλειψιμος μέσω διαφοροποίησης, αλλά μόνον προκειμένου να αναλάβουν συστημικό κίνδυνο, ο οποίος δεν δύναται να εξαλειφθεί μέσω διαφοροποίησης. Η εν λόγω παραδοχή ισχύει όπως και να ορίσει ή μετρήσει κανείς τον συστημικό κίνδυνο, καθώς και για proxy market portfolios τα οποία έχουν κατασκευαστεί είτε με value weighted προσέγγιση, είτε μέσω size or equally weighted προσεγγίσεις.

Επιπλέον οι παραπάνω έλεγχοι κατέδειξαν πως το μοντέλο CAPM, ισχύει για μακροχρόνιο επενδυτικό ορίζοντα, επιπλέον δε κατεδείχθη πως οι διαχρονικές αποκλίσεις των πραγματικά σημειούμενων αποδόσεων, σε σχέση με εκείνες του μοντέλου δεν μπορούν επί της ουσίας να χρησιμοποιηθούν προκειμένου να συσταθούν επιτυχημένες και συστηματικές κερδοσκοπικές στρατηγικές.

Άξιο λόγου και προσοχής είναι το γεγονός πως όλα τα παραπάνω , πράχθησαν μέσω της κατασκευής και χρήσης proxy χαρτοφυλακίων της Αγοράς, δεδομένου του γεγονότος ότι το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της Αγοράς δεν είναι ευθέως παρατηρήσιμο. Υπό αυτής της έννοιας τα όποια ευρήματα ή συμπεράσματα πρέπει να χρησιμοποιούνται με ιδιαίτερη προσοχή.

Καταληκτικά να σημειώσουμε πως κατά τη πλέον σύγχρονη προσέγγιση, το μοντέλο CAPM θεωρείται ως ένα περιγραφικό επί των χρησιμοποιούμενων δεδομένων μοντέλο, υπό της προϋποθέσεως πως το διαχειριζόμεθα με μία μελλοντική προοπτική περιγραφής των συνεχώς μεταβαλλόμενων οικονομικών συνθηκών και δεδομένων. Μία προσέγγιση η οποία δεν έχει μόνον επιπτώσεις στη διαδικασία του asset pricing, αλλά και στη γενικότερη διαδικασία του optimum portfolio selection. Στις επόμενες ενότητες θα ακολουθήσουμε μία διαφορετική προσέγγιση, αναφορικά με τη χρήση εναλλακτικών του CAPM μοντέλων, τα οποία μας προσδίδουν προστιθέμενη ενόραση επί των λειτουργιών της Αγοράς, καθώς επίσης θα περιγράψουμε κατ' αντιστοιχία τους βασικότερους εκείνους ελέγχους οι οποίοι έχουν πραχθεί προς τη κατεύθυνση αξιολόγησης της γενικότερης αξιοπιστίας και προβλεπτικής ικανότητας αυτών.

CHAPTER 9

THE ARBITRAGE PRICING MODEL & ITS EMPIRICAL RELEVANCE

The Arbitrage Pricing Model and its Empirical Relevance:

Το σύνολο των μοντέλων που επιχειρούν να περιγράψουν την Ισορροπία στην Αγορά (general equilibrium models), στηρίζονται στην mean – variance efficiency hypothesis. Υποθέτουν επομένως πως το σύνολο των επενδυτών είναι ορθολογιστές και λαμβάνουν τις επενδυτικές των αποφάσεις στηριζόμενοι επί του trade off μεταξύ απόδοσης και κινδύνου.

Η όλη δυσκολία στον έλεγχο και στη συνεπακόλουθη επαλήθευση των εν λόγω μοντέλων ισορροπίας, ξεκινά από το τρόπο ορισμού του κινδύνου ή της απόδοσης κατά περίπτωση μοντέλου. Επί παραδείγματι, υπάρχει ειδική μορφή του μοντέλου CAPM η οποία χαλαρώνει την υπόθεση της φορολογίας, θεωρώντας πως οι επενδυτές λαμβάνουν υπόψιν τους την φορολογική επιβάρυνση και υπολογίζουν την απόδοση μετά την εφαρμογή της όποιας φορολογίας. Κατά αντιστοιχία υφίσταται εναλλακτική μορφή του μοντέλου CAPM, η οποία χαλαρώνει την υπόθεση των πληθωριστικών πιέσεων, θεωρώντας πως υφίστανται εις τους επενδυτές διαφορικές πληθωριστικές προσδοκίες και μάλιστα σε περιβάλλον μη προβλεπόμενου πληθωρισμού. Στη περίπτωση αυτή οι επενδυτές, εκτιμούν τις αναμενόμενες αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων, τόσο σε πραγματικό επίπεδο, όσο και σε ονομαστικό επίπεδο, πριν της διαβρωτικής επιδράσεως του πληθωρισμού.

Ο ερευνητής Ross (1976 , 1977) συνέλαβε μία πολυπαραγοντική προσέγγιση μοντέλου ισορροπίας προκειμένου να επεξηγήσει τον τρόπο με τον οποίο λειτουργούν οι Αγορές κατά τη διαδικασία τιμολογήσεως των περιουσιακών στοιχείων. Ο Ross στη πραγματεία του, θεώρησε πως δεδομένου του μηχανισμού πρόβλεψης των αναμενόμενων αποδόσεων, η διαδικασία τιμολόγησης πράττεται μέσα από μία σειρά arbitrage υποθέσεων, ανάλογων αυτών που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη κατασκευή του βασικού μοντέλου CAPM. Στην ουσία θεμελίωσε τους μηχανισμούς τιμολογήσεως της Arbitrage Pricing Theory (APT), δεδομένου του κατά περίπτωση μηχανισμού πρόβλεψης των αναμενόμενων αποδόσεων.

Η Arbitrage Pricing Theory (APT), δίδει σημαντική ενόραση επί της φύσεως της Ισορροπίας της Αγοράς, αλλά τα μοντέλα τα οποία στηρίζονται επί αυτής (όπως επί παραδείγματι η ειδική περίπτωση του μοντέλου των Fama & French) είναι πολύ δύσκολο να εφαρμοστούν και πολύ περισσότερο να ελεγχθούν. Στο σημείο μάλιστα αυτό αξίζει να σημειώσουμε πως ενόσω υφίστανται αποδείξεις οι οποίες υποστηρίζουν τη θεώρηση κατά APT και συνεπακόλουθα τα μοντέλα τα οποία στηρίζονται επί αυτής, οι εν λόγω είναι δομικά ενάντιες του απλού μοντέλου CAPM, η οποιασδήποτε άλλης μορφής αυτού, ως μοντέλου περιγραφής της ισορροπίας της Αγοράς.

Arbitrage Pricing Theory (APT):

Τα μοντέλα ισορροπίας της Αγοράς τα οποία στηρίζονται επί της APT, εισαγάγουν έναν νέο τρόπο υπολογισμού της τιμής των περιουσιακών στοιχείων. Η βασική αρχή επί της οποίας στηρίζεται η APT θεώρηση είναι ο Νόμος της μίας Τιμής (Law of one price). Η συγκεκριμένη νομολογία υποστηρίζει πως δύο καθόλα όμοια περιουσιακά στοιχεία, δεν είναι δυνατόν να διαπραγματεύονται σε διαφορετικές αγοραίες αξίες.

Επιπλέον, οι εξαιρετικά περιοριστικές υποθέσεις οι οποίες αναφέρθηκαν κατά τη κατασκευή της utility function του μοντέλου CAPM, δεν είναι πλέον απαραίτητες, δίδοντας μία πολύ πιο γενική και ευέλικτη θεώρηση της έννοιας της Αγοραίας Ισορροπίας. Επομένως η διαδικασία προσδιορισμού των τιμών σύμφωνα με τα μοντέλα τα οποία στηρίζονται επί των αρχών της APT θεώρησης, ξεπερνούν την απλή επίδραση της αναμενόμενης τιμής ενάντια στον αναλαμβανόμενο κίνδυνο και ενσωματώνουν και άλλες πιο σύνθετες επιδράσεις. Επομένως η θεώρηση ενός mean - variance πλαισίου κατασκευής των τιμών και αναμενομένων αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων, αντικαθίσταται από έναν γενικότερο μηχανισμό παραγωγής αποδόσεων και τιμών. Η μόνη υπόθεση η οποία διατηρείται είναι εκείνη της ομογένειας των προσδοκιών των επενδυτών.

Επομένως, ένα μοντέλο το οποίο στηρίζεται στην APT θεώρηση, προϋποθέτει πως οι αποδόσεις είναι γραμμικώς συσχετιζόμενες με μία σειρά δεικτών ή μεταβλητών ή προσδιοριστικών παραγόντων, όπως διαφαίνεται στην ακόλουθη εξίσωση:

$$R_i = \alpha_i + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + \dots + b_{ij}I_j + e_i \quad (101)$$

όπου:

α_i : Το αναμενόμενο επίπεδο αποδόσεως του περιουσιακού στοιχείου i , υπό της προϋποθέσεως του μηδενικής τιμής των υπολοίπων επιδράσεων ή προσδιοριστικών παραγόντων (indexes)

I_j : Το μέγεθος της επιδράσεως του j παράγοντα επί του i asset.

b_{ij} : Η ευαισθησία που επιδεικνύει η απόδοση του i asset, στις μεταβολές του j προσδιοριστικού παράγοντα επίδρασης

e_i : Το σφάλμα εκτίμησης, για το οποίο υποθέτουμε μηδενική μέση αναμενόμενη τιμή και σταθερή, ανεξάρτητη του χρόνου μεταβλητότητα.

Επί των παραπάνω γενικών και συνάμα περιγραφικών απαιτήσεων των μοντέλων τα οποία στηρίζονται στην APT θεώρηση, οφείλουμε να σημειώσουμε τα κάτωθι βασικότερα σημεία προσοχής:

- Η υπόθεση της γραμμικότητας δεν είναι απαραίτητη. Οποιοσδήποτε προσδιοριστικός παράγοντας της απόδοσης και ως εκ τούτου της τιμής, μπορεί να επιφέρει μη γραμμική επίδραση εις την utility function. Μπορεί λοιπόν η εν λόγω επίδραση να είναι τετραγωνική, κυβική, λογαριθμική, ή οποιαδήποτε άλλη μη γραμμική επίδραση θεωρείται ως καταλληλότερη προς ένταξη στο μοντέλο.
- Οι προσδιοριστικοί παράγοντες οι οποίοι θα ενταχθούν στο μοντέλο (indexes) , θεωρείται πως είναι ανά δύο ανεξάρτητοι μεταξύ των.

$$E(I_j \times \bar{I}_j) = 0 \quad (102)$$

- Κάθε ένας εκ των χρησιμοποιούμενων προσδιοριστικών παραγόντων, είναι ανεξάρτητος των σφαλμάτων που πράττονται κατά την εφαρμογή της πολλαπλής παλινδρομήσεως.

$$E[e_i \times (I_j - \bar{I}_j)] = 0 \quad (103)$$

- Καταληκτικά τα σφάλματα κατά την εφαρμογή της παλινδρομήσεως είναι μεταξύ των ανά δύο ανεξάρτητα

$$E(e_i \times e_j) = 0 \quad (104)$$

Η βασική θεωρητική θεμελίωση των μοντέλων κατά την APT προσέγγιση είναι πως δεν είναι δυνατόν να υπάρξουν συστηματικά βιώσιμες arbitrage στρατηγικές. Η παραπάνω βασικότερη υπόθεση ισχύει για οποιοδήποτε υποσύνολο περιουσιακών στοιχείων και όχι μόνον για το καθολικό σύνολο των διαπραγματεύσιμων στην Αγορά περιουσιακών στοιχείων. Επομένως για να ελέγξει κανείς ένα APT μοντέλο, όπως επί παραδείγματι το μοντέλο των Fama & French, μπορεί να χρησιμοποιήσει ένα οιοδήποτε υποσύνολο (asset class) του γενικότερου συνόλου των διαπραγματεύσιμων στην Αγορά περιουσιακών στοιχείων, εκείνων που θεωρεί περισσότερο συμβατά με την στόχευση της ανάλυσης του ή με τους ειδικότερους επενδυτικούς σκοπούς του. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια μπορεί κάποιος να παρακάμψει την αδυναμία κατασκευής ενός proxy χαρτοφυλακίου της ίδιας της Αγοράς.

Από την άλλη όμως, η παραπάνω ευελιξία συνάμα αποτελεί και αδυναμία των APT μοντέλων. Ένα APT μοντέλο, το οποίο έχει κατασκευαστεί και ελεγχθεί για ένα συγκεκριμένο asset class, μπορεί να κριθεί ακατάλληλο για ένα άλλο asset class ή γενικότερα για έναν διευρυμένο δείκτη όπως ο S&P 500, ή ο NYSE.

Επιπλέον όμως των παραπάνω, μπορεί να συμβεί και το αντίστροφο: Το APT μοντέλο να είναι ακατάλληλο για συγκεκριμένα asset classes, αλλά να κρίνεται κατάλληλο για εφαρμογή στο σύνολο των risky assets, επί παραδείγματι για το σύνολο των διαπραγματευόμενων μετοχών στον δείκτη S&P 500 ή στον δείκτη NYSE. Υπό αυτής της έννοιας, οι έλεγχοι που προηγήθηκαν για το μοντέλο CAPM, αποτελούν στην ουσία ελέγχους ενός single factor APT model.

Καταληκτικά, η παραπάνω αναφερθείσα γενικότητα υποθέσεων των APT μοντέλων είναι συνάμα προτέρημα και μειονέκτημα. Από τη μία πλευρά μας δίδει τη δυνατότητα να εκφράσουμε την ισορροπία στην Αγορά εις multi index όρους, από την άλλη όμως, δημιουργεί εξαιρετικά σημαντικές δυσκολίες στην σύσταση της ομάδος των καταλληλότερων προσδιοριστικών παραγόντων για την asset class για την οποία υφίσταται το ερευνητικό ή επενδυτικό ενδιαφέρον, ενώ συνάμα δεν προδιαγράφει το μέγεθος ή τη κατεύθυνση της επίδρασης των εν λόγω προσδιοριστικών παραγόντων.

Estimating & Testing APT general models:

Η θεωρητική απόδειξη κάθε οικονομικής θεωρίας, σχετίζεται με την ικανότητα της να περιγράψει αποτελεσματικά τη πραγματική Αγορά. Ως εκ τούτου οι έλεγχοι της θεωρίας APT, καθώς και των μοντέλων τα οποία στηρίζονται επί αυτής, είναι εξαιρετικά δύσκολο να ελεγχθούν διότι είναι εξαιρετικά δύσκολο να προσδιοριστεί επακριβώς το σύνολο εκείνο των προσδιοριστικών παραγόντων οι οποίοι επηρεάζουν τις αποδόσεις του asset class για το οποίο υφίσταται επενδυτικό ενδιαφέρον.

Η γενική μορφή ενός μοντέλου που στηρίζεται στην Arbitrage Pricing Theory δίδεται από τις κάτωθι εξισώσεις και είναι η ακόλουθη:

Multifactor generating process:

$$R_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^J b_{ij} I_j + e_i \quad (105)$$

APT equation model:

$$\bar{R}_i = R_{rf} + \sum_{j=1}^J b_{ij} \lambda_j \quad (106)$$

Οι προσδιοριστικοί παράγοντες I_j , ονομάζονται factors / attributes / indexes, και είναι σταθεροί για το σύνολο των περιεχομένων assets εντός του υπό εξέταση asset class, αλλά η ευαισθησία του κάθε asset ανά προσδιοριστικό παράγοντα είναι διαφορετική και καθοριζόμενη από τους συντελεστές b_{ij} , οι οποίοι ονομάζονται factor loadings, θεωρούνται δε ευθέως ανάλογα των συντελεστών betas.

Επιπλέον οι συντελεστές b_{ij} , είναι μοναδικοί κατά περίπτωση συνδυασμού (i,j) , καθορίζουν την ευαισθησία του asset i στον προσδιοριστικό παράγοντα j και συνάμα αποτελούν πηγή μεταξύ των συνδιακύμανσης.

Οι συντελεστές λ_j οι οποίοι εμφανίζονται στην εξίσωση (106), στην ουσία αντιπροσωπεύουν την excess return της μετοχής i πάνω από το risk free rate, δοθείσης της ευαισθησίας της μετοχής επί του factor j . Η μορφή των εξισώσεων (105) και (106), δημιουργεί σαφείς και προφανείς ομοιότητες, με τις εξισώσεις first pass και second pass regression αντιστοίχως τις οποίες χρησιμοποιήσαμε κατά τον έλεγχο του μοντέλου CAPM. Η μόνη διαφορά έγκειται στο γεγονός πως στη περίπτωση του μοντέλου CAPM, υπήρχε μόνον ένας factor, ο οποίος ήταν η excess return του market portfolio over the risk free rate. Στην περίπτωση ενός APT μοντέλου, υφίσταται σύνολο παραγόντων οι οποίοι επηρεάζουν την απόδοση των asset εντός του asset class.

Η συνηθέστερη μεθοδολογία προκειμένου να καθοριστούν οι προσδιοριστικοί εκείνοι παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν περισσότερο την απόδοση και ως εκ τούτου τις τιμές των assets, είναι εκείνη της factor analysis. Ο προσδιορισμός με μεθοδολογία διαφορετική από εκείνη της factor analysis συνιστά ταυτόχρονο έλεγχο ισχύος της θεωρίας APT, σε συνδυασμό με τον έλεγχο ισχύος του ιδίου του μοντέλου υπό της έννοιας της ορθότητας επιλογής των κατά περίπτωση εμπλεκόμενων προσδιοριστικών παραγόντων.

Η Factor Analysis προσομοιάζει εκείνη της Principal Components, με τη μόνη διαφορά πως η Factor Analysis καθορίζει τους προσδιοριστικούς παράγοντες επί της βάσεως της συνδιακυμάνσεως, ενώ η Principal Components επί της βάσεως της διακυμάνσεως των αποδόσεων των εμπλεκόμενων asset στο δείγμα μελέτης.

Η λογική λειτουργίας της μεθόδου της Factor Analysis και ο συνεπακόλουθος καθορισμός της ομάδος των προσδιοριστικών παραγόντων, στηρίζεται στον έλεγχο του κατά πόσον η προσθήκη ενός επιπλέον factor, επεξηγεί ένα στατιστικώς σημαντικό portion του correlation matrix, το οποίο υπερβαίνει ένα υποθετικό και κατά περίπτωση διαφορετικώς καθοριζόμενο ποσοστό (επί παραδείγματι της τάξεως του 50%).

APT testing methodology:

Μία καλώς ορισμένη εξίσωση της μορφής **(105)**, είναι εκείνη στην οποία οι προσδιοριστικοί παράγοντες είναι ανά δύο ασυσχέτιστοι μεταξύ των και εν παραλλήλω ασυσχέτιστοι με τα σφάλματα της πολλαπλής παλινδρόμησης, εξαλείφοντας τα πιθανά προβλήματα ενδογένειας.

Η κλασικότερη μεθοδολογία ελέγχου επί των μοντέλων τα οποία στηρίζονται στην APT θεώρηση, είναι ανάλογη εκείνης που πραγματοποιήθηκε από τους Fama & McBeth (1973) προκειμένου για τον έλεγχο του απλού μοντέλου CAPM. Πραγματοποιώντας έναν cross sectional έλεγχο (first + second pass), είμαστε σε θέση να πράξουμε εκτιμήσεις των λ_{js} , να προσδιορίσουμε τη στατιστική σημαντικότητα αυτών, την μέση τιμή τους, καθώς και τη διακύμανση των συναφών εκτιμητών.

Ως εκ τούτου, συνεχίζεται να υφίσταται η δυσκολία που είχε σημειωθεί κατά τον έλεγχο του απλού CAPM, από τους Fama & McBeth. Δηλαδή η χρήση συντελεστών betas στην second pass regression, οι οποίοι έχουν εκτιμηθεί με σφάλμα κατά τη first pass regression, γεγονός το οποίο οδηγεί σε υπερεκτίμηση τον σταθερό όρο της second pass regression και σε υποεκτίμηση την κλίση των αντίστοιχων συντελεστών betas, δηλαδή στη περίπτωση μας των συντελεστών λ_{js} .

Πέραν όμως του παραπάνω προβλήματος, η Factor Analysis εμφανίζει και τα ακόλουθα επιπρόσθετα προβλήματα:

- Τα πρόσημα των b_{ij} s και λ_j s, δεν έχουν καμία επεξηγηματική ερμηνεία και μπορούν εύκολα να αναστραφούν.
- Η κλιμάκωση των b_{ij} s και λ_j s, είναι αυθαίρετη με την έννοια πως οι τιμές των b_{ij} s ενδέχεται να διπλασιαστούν, οδηγώντας σε υποδιπλασιασμό τα αντίστοιχα λ_j s.
- Η τάξη σημαντικότητας των χρησιμοποιούμενων προσδιοριστικών παραγόντων, είναι ευθέως ανάλογη του κατά περίπτωση χρησιμοποιούμενου δείγματος.

Την παραπάνω αναφερόμενη μεθοδολογία χρησιμοποίησαν οι Roll & Ross (1980) στη κλασική τους πραγματεία επί ελέγχου μοντέλων στηριζομένων στη APT θεωρία. Προκειμένου να καθορίσουν το βέλτιστο σύνολο των προσδιοριστικών παραγόντων, χρησιμοποίησαν τη μέθοδο της Factor Analysis, την οποία και εφήρμοσαν σε δείγμα 42 χαρτοφυλακίων των 30 μετοχών έκαστο. Επιπλέον χρησιμοποίησαν δεδομένα ημερησίων αποδόσεων εντός του χρονικού διαστήματος από July 1962 – Dec 1972.

Οι Roll & Ross κατέληξαν πως σε επίπεδο first pass regression και στο 38% των χρησιμοποιούμενων χαρτοφυλακίων, σημειώθηκε μικρότερη του 10% πιθανότητα η προσθήκη ενός ακόμη επεξηγηματικού παράγοντα πέραν του αριθμού των πέντε, να έχει σημαντική επεξηγηματική αξία, ενώ στο 75% των χρησιμοποιούμενων χαρτοφυλακίων, σημειώθηκε 50% πιθανότητα οι πέντε παράγοντες να επαρκούν, δηλαδή η προσθήκη ενός επιπλέον παράγοντα να μην εισφέρει σημαντικά σε επίπεδο επεξηγηματικής αξίας (με πιθανότητα μεγαλύτερη του 50%).

Επιπλέον των παραπάνω και προκειμένου για τη second pass regression, οι ερευνητές κατέληξαν πως τρεις προσδιοριστικοί παράγοντες είναι αρκετοί, κρινόμενοι συνάμα και ως στατιστικώς σημαντικοί, ώστε να επεξηγηθούν οι αποδόσεις καθώς και οι συναφείς αποδόσεις ισορροπίας.

Σε κάθε περίπτωση, οι ερευνητές κατέληξαν στο συμπέρασμα πως απαιτούνται περισσότεροι του ενός προσδιοριστικοί παράγοντες, οι οποίοι πρέπει να συμπεριληφθούν απαραίτητως στο μοντέλο, προκειμένου να επεξηγηθούν αποτελεσματικά οι αποδόσεις, καθώς και οι αποδόσεις ισορροπίας, δηλαδή αριθμός μεγαλύτερος του ενός προσδιοριστικού παράγοντα που απαιτείται από το μοντέλο CAPM σε οιαδήποτε μορφή του.

Οι Cho, Elton & Gruber (1984), επανέλαβαν τους ελέγχους των Roll & Ross και κατέληξαν πως πράγματι πρέπει να υφίστανται συμπληρωματικές επιδράσεις κατά τη διαμόρφωση των τιμών ισορροπίας, πέραν εκείνου του προτεινόμενου από το CAPM μοναδικού προσδιοριστικού παράγοντα.

Πράγματι η μελέτη κατά Cho, Elton & Gruber (1984), καταδεικνύει πως υφίστανται περισσότεροι προσδιοριστικοί παράγοντες, πέραν του μοναδικώς προσδιοριζόμενου παράγοντα κατά CAPM. Πιο συγκεκριμένα η έρευνα πραγματοποιήθηκε για χρονικό διάστημα μεταγενέστερο εκείνου που πρωτογενώς χρησιμοποίησαν οι Roll & Ross, προσδιόρισαν δε περισσότερους προσδιοριστικούς παράγοντες, σε σχέση με το πλήθος στο οποίο αρχικώς κατέληξαν οι Roll & Ross.

Σε επόμενο στάδιο, κατασκεύασαν εικονικό δείγμα δεδομένων στο οποίο χρησιμοποίησαν ως return generating process το zero beta CAPM, επιβάλλοντας στις μέσες τιμές και διακυμάνσεις να είναι ταυτόσημες με εκείνες του αρχικού δείγματος. Το εν λόγω κατέστη δυνατό, μέσω της συνεπακόλουθης χρονικής μεταβολής του rate of return σύμφωνα με το generating μηχανισμό του zero beta CAPM, καθώς και του αντίστοιχου beta coefficient των συμμετοχόντων assets στο εξεταζόμενο asset class.

Εν συνεχεία οι Cho, Elton & Gruber, εφάρμοσαν τη μεθοδολογία των Roll & Ross στα εν λόγω κατασκευασμένα δεδομένα και κατέληξαν στο συμπέρασμα πως ο αριθμός των στατιστικά σημαντικών προσδιοριστικών παραγόντων είναι πράγματι συμβατός με τη zero beta μορφή του CAPM. Το γεγονός όμως πως ο αριθμός των προσδιοριστικών παραγόντων ήταν δραματικά μεγαλύτερος στη περίπτωση του αρχικώς χρησιμοποιούμενου δείγματος, καταδεικνύει στήριξη υπέρ του αρχικού ισχυρισμού των Roll & Ross σύμφωνα με τον οποίο, υφίστανται περισσότερες προσδιοριστικές επιδράσεις, πέραν αυτών που προβλέπει το zero beta CAPM, προκειμένου για τον καθορισμό των θεωρητικών αποδόσεων και συναφών τιμών ισορροπίας.

Καταληκτικά, η μεθοδολογία ελέγχου της APT θεωρίας, δεν μπορεί ουσιαστικά να διαφοροποιηθεί από τη μεθοδολογία που χρησιμοποιούμε για να την εκτίμηση της. Η θεωρία μπορεί να ευσταθεί, αλλά εάν δεν μπορεί να εφαρμοστεί και εκτιμηθεί με τρόπο αξιόπιστο και ερμηνεύσιμο, τότε παραμένει χρήσιμη στα πλαίσια της οικονομικής θεώρησης και σκέψης, αλλά δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μέρος της επενδυτικής διαδικασίας. Επομένως ο έλεγχος της θεωρίας APT, είναι κατ'ουσία ένας συνδυαστικός έλεγχος της θεωρίας και της μεθοδολογίας που χρησιμοποιήθηκε για την εφαρμογή της.

Εναλλακτικά tests των εν λόγω μοντέλων APT, έχουν αποτύχει να αναδείξουν ξεκάθαρα την ανωτερότητα των εν λόγω μοντέλων έναντι των όποιων εναλλακτικών, διότι τα εξαγόμενα συμπεράσματα είναι αρκετές των φορών ασαφή και αντικρουόμενα.

Οι ερευνητές Dhrymes, Friend & Gultekin, κατέληξαν πως ένα πολυπαραγοντικό μοντέλο στηριζόμενο στη θεωρία APT έχει τελικώς μεγαλύτερη επεξηγηματική δύναμη από το one factor CAPM, γεγονός το οποίο στηρίζει την υπόθεση πως πρέπει να υφίσταται περισσότεροι του ενός παράγοντες οι οποίοι επεξηγούν τις ήδη διαμορφούμενες αποδόσεις. Παρόλα αυτά η επεξηγηματική ισχύ αυτών των μοντέλων είναι περιορισμένη, ενώ σε αρκετές των περιπτώσεων τα αντίστοιχα risk premia (prices), των five factors employed by Roll & Ross model, δεν είναι στατιστικώς σημαντικά (δηλαδή στατιστικώς διαφορετικά του μηδενός).

Μία μορφή ελέγχου η οποία θα μας εξασφάλιζε σε σημαντικό βαθμό, αναφορικά με την ισχύ ενός μοντέλου APT, είναι εκείνη κατά την οποία το stock's residual risk, όταν συμμετέχει στην γενικότερη διαδικασία τιμολόγησης, κρίνεται ως στατιστικά μη σημαντικός προσδιοριστικός παράγων.

Επιπροσθέτως να υπενθυμίσουμε πως οι συντελεστές b_{ij} s, καθορίζουν την ευαισθησία της i -μετοχής επί του j -factor, οι οποίοι επιχειρούν να αποτυπώσουν την συστηματική και μόνον επίδραση του κινδύνου επί των αποδόσεων της μετοχής. Οποιαδήποτε άλλη ιδιοσυνιστώσα της μετοχής όπως για παράδειγμα το residual risk αυτής, δεν πρέπει να συμμετέχει στη διαδικασία τιμολόγησης και άρα να επιβάλλει σχετικό risk premium στη διαδικασία τιμολόγησης, διότι καθίσταται εφικτή η εξάλειψη αυτής, μέσω διαφοροποίησης.

Οι Roll & Ross ήλενξαν τη παραπάνω υπόθεση και πράγματι κατέληξαν στο συμπέρασμα πως η επίδραση του residual risk, καλώς δεν συμμετέχει στη διαδικασία της τιμολόγησης, μη βρίσκοντας κανένα στοιχείο το οποίο να υποστηρίζει στατιστική σημαντικότητα και άρα αναγκαιότητα συμμετοχή του εν λόγω προσδιοριστικού παράγοντα στη regression equation. Προς την ίδια κατεύθυνση οι Dhrymes, Friend & Gultekin ήλενξαν τα παραπάνω και διαπίστωσαν πως τόσο η ιδιοδιακύμανση των αποδόσεων, όσο και το skewness αυτών, τις περισσότερες των φορών διαμόρφωναν μη στατιστικώς σημαντικούς συντελεστές επί των αντιστοίχων προσδιοριστικών παραγόντων.

Lehmann & Modest - Connor & Karajcayk tests of APT models:

Η βασική ιδέα των ελέγχων που πραγματοποίησαν οι ερευνητές, Lehmann & Modest (1988), ήταν η διαμόρφωση χαρτοφυλακίων (mimic proxy portfolios) τα οποία μιμούνται τους συμμετέχοντες στο υπό εξέταση μοντέλο προσδιοριστικούς παράγοντες. Συγκεκριμένα κατασκεύασαν proxy χαρτοφυλάκια τα οποία εμφάνιζαν αποδόσεις (actual returns), οι οποίες προσομοίαζαν τις τιμές των συμμετεχόντων παραγόντων (factor realizations). Κατασκευαστικά τα χαρτοφυλάκια αυτά, έπρεπε να εμφανίζουν residual risk ο οποίος είναι ελαχιστοποιημένος για κάθε έναν από τους συμμετέχοντες στο μοντέλο προσδιοριστικούς παράγοντες, ενώ συνάμα θα πρέπει να εμφανίζει μηδενικό συντελεστή ευαισθησίας στο σύνολο των προσδιοριστικών παραγόντων, πέραν του παράγοντα υπό εκτίμηση.

Τα χαρτοφυλάκια αυτά, θα είχαν τη λογική χρήσεως ανεξαρτήτων τυχαίων μεταβλητών, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν αντί των ιδίων των προσδιοριστικών παραγόντων προκειμένου να εκτιμηθούν οι συντελεστές ευαισθησίας των αποδόσεων των μετοχών, επί αυτών. Κατασκευαστικά τα εν λόγω proxy χαρτοφυλάκια, πέρα των παραπάνω ιδιοτήτων, θα συνίσταται από τις ίδιες και αυτές μετοχές του δείγματος, με καταλλήλως καθοριζόμενα σταθμά τα οποία θα πρέπει συνολικά να αθροίζονται στη μονάδα.

Με τη παραπάνω μεθοδολογία, οι ερευνητές κατάφεραν να ελέγξουν και επεξηγήσουν φαινόμενα τα οποία δεν ήταν δυνατόν να εξηγηθούν από το one factor CAPM. Έχουμε ήδη αναφέρει την αδυναμία του απλού μοντέλου CAPM να επεξηγήσει τα excess returns, λόγω του ισχύοντος dividend yield, ή λόγω του τρέχουσας ιδιοδιακύμανσης των αποδόσεων των μετοχών, ή λόγω του small size (capitalization) effect, ή καταληκτικά λόγω του January effect. Οι ερευνητές με τη μέθοδο τους, κατέδειξαν την επίδραση επί των returns, του ισχύοντος dividend yield, καθώς και της ιδιοδιακυμάνσεως των αποδόσεων των μετοχών. Δεν κατάφεραν όμως να αναδείξουν την επίδραση επί των αποδόσεων των υπολοίπων παραγόντων, δηλαδή της χαμηλής κεφαλαιοποίησης καθώς και του January effect.

Οι ερευνητές Connor and Korajczyk (1986) σε ανάλογη μελέτη χρησιμοποίησαν την ασύμμετρη principal component μέθοδο, η οποία αρχικώς είχε αναδειχθεί από τους Chamberlain & Rothschild (1981). Οι ερευνητές χρησιμοποίησαν ένα APT μοντέλο με πέντε προσδιοριστικούς παράγοντες (factors) και κατάφεραν να επεξηγήσουν την επίδραση επί των αποδόσεων, τόσο της της μικρής κεφαλαιοποίησης, όσο και του January effect, σε βαθμό επεξηγήσεως πολύ μεγαλύτερο από εκείνον του single factor CAPM, το οποίο εν γένει χρησιμοποιεί ένα value – weighted proxy χαρτοφυλάκιο της Αγοράς.

Οι παραπάνω έλεγχοι οι οποίοι περιγράφησαν, αποτελούν συνάμα ελέγχους τόσο της θεωρίας APT, όσο και των στατιστικών μεθόδων της Factor analysis, καθώς και της Principle Component, καθίσταται δε απολύτως αποδεκτό πως υφίστανται τουλάχιστον δύο παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν συστηματικά τις αποδόσεις και άρα επιβάλλεται να συμμετέχουν στη διαδικασία τιμολόγησης, μέσω της επιβολής σχετικών premiums.

Elton & Gruber test of APT models:

Η μόνη Αγορά στην οποία τα μοντέλα που θεμελιώνονται επί της APT θεώρησης, έχουν επιδείξει συστηματικά ουσιαστική ανωτερότητα έναντι του απλού μονοπαραγοντικού μοντέλου CAPM, είναι η Ιαπωνική Αγορά, τόσο όσον αναφορά το selection ability, όσο και μέσω της προσπάθειας επεξήγησης των υφισταμένων αποδόσεων.

Οι Elton & Gruber (1982, 1988), κατέδειξαν πως ένα APT, 5 factors μοντέλο λειτουργεί πολύ καλύτερα έναντι του CAPM στην Ιαπωνική Αγορά. Πιο συγκεκριμένα οι ερευνητές κατέδειξαν πως το απλό μονοπαραγοντικό CAPM, δεν θεμελιώνεται στην Ιαπωνική Αγορά, διότι οι εταιρίες χαμηλής κεφαλαιοποίησης εμφανίζουν χαμηλό beta coefficient, σε αντίθεση με ότι συμβαίνει στις υπόλοιπες Αγορές. Σύμφωνα με το CAPM, θα έπρεπε και η αναμενόμενη απόδοση αυτών να είναι αντιστοίχως χαμηλή, μέσω επιβολής σχετικώς χαμηλού risk premium. Το παραπάνω συμπέρασμα όμως έρχεται σε ευθεία αντίθεση με τα πραγματικά ευρήματα σύμφωνα με τα οποία, οι πραγματικές αποδόσεις των εταιριών χαμηλής κεφαλαιοποίησης εμφάνιζαν αποδόσεις μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες θεωρητικές προερχόμενες εκ του μοντέλου CAPM. Πρέπει βεβαίως στο σημείο αυτό να σημειωθεί πως, ως εταιρία χαμηλής κεφαλαιοποίησης ορίστηκε οποιαδήποτε εταιρία η οποία εμφάνιζε κεφαλαιοποίηση χαμηλότερη από τις 100 πρώτες εισηγμένες εταιρίες (σε όρους κεφαλαιοποίησης) στο Χρηματιστήριο του Τόκιο.

Καταληκτικά και προκειμένου για την Ιαπωνική Αγορά, τα πολυπαραγοντικά μοντέλα APT, θεωρούνται περισσότερο αποδεκτά από το απλό μονοπαραγοντικό μοντέλο CAPM, αναφορικά με τη πρόβλεψη των αποδόσεων, τόσο των index funds, όσο και των hedge portfolios προκειμένου για future & option trading.

An Alternative Approach to Testing APT models:

Εάν κάποιος μπορούσε να καθορίσει a priori, τους καταλληλότερους προσδιοριστικούς παράγοντες, ή εκείνα τα εταιρικά χαρακτηριστικά τα οποία επηρεάζουν τις αποδόσεις, τότε το πρόβλημα της εκτιμήσεως θα ήταν σημαντικά απλούστερο.

Το παραπάνω debate υφίσταται μεταξύ ακαδημαϊκών και αναλυτών της Αγοράς, και αφορά στο δίλημα καθορισμού των προσδιοριστικών παραγόντων είτε εμπειρικά, είτε καθολικά, μέσω της APT θεώρησης. Επί της παραπάνω θεματολογίας οι Roll & Ross (1980), δήλωσαν αυτολεξεί τα ακόλουθα :

'We do consider the basic underlying causes of the generating process of returns to be potentially an important area of research, but we think it's an area that can be investigated separately from testing the APT theory it's self'

Η βασική δυσκολία στην διαχείριση του παραπάνω προβλήματος είναι το γεγονός πως ένα εμπειρικό μοντέλο, δεν στηρίζεται στα ευρήματα μίας συγκεκριμένης θεωρίας, επομένως έχει χαμηλή επεξηγηματική ισχύ. Επί παραδείγματι, στο APT model δεν μπορούμε να πούμε το παραμικρό για το μέγεθος, ούτε για τη κατεύθυνση (πρόσημο) των χρησιμοποιούμενων προσδιοριστικών παραγόντων (factors). Το μόνο το οποίο μπορούμε να εξετάσουμε είναι η στατιστική σημαντικότητα των παραπάνω factors (δηλαδή το κατά πόσον είναι στατιστικά διαφορετικοί του μηδενός). Αντιθέτως με το μοντέλο CAPM των Sharpe & Lintner, γνωρίζουμε εκ των προτέρων πως θα λάβουμε έναν προσδιοριστικό παράγοντα (factor) θετικής κατεύθυνσης επιδράσεως (προσήμου) και μεγέθους συγκρίσιμου με το κατά περίπτωση εφαρμοζόμενο στην Αγορά Risk Premium (excess return of the proxy market portfolio over the risk free rate).

Καταληκτικά, η εν λόγω συζήτηση θα ήταν σημαντικά απλούστερη, εάν υφίστατο θεωρία η οποία θα μας έδιδε καθορισμένη εικόνα για τη χρήση συγκεκριμένων factors, οι οποίοι επηρεάζουν τα security returns προς μία συγκεκριμένη κατεύθυνση, κρινόμενοι δε ως στατιστικώς σημαντικοί.

Απουσία της παραπάνω θεμελιωμένης θεώρησεως, καθορίζουμε με τρόπο εμπειρικό την ομάδα των χρησιμοποιούμενων προσδιοριστικών παραγόντων, με κυριότερες και συνηθέστερες επιλογές τις ακόλουθες:

- Set of firm characteristics
- Set of macroeconomic factors
- Set of portfolio of indexes

Specifying Attributes of Securities:

Στις προηγούμενες ενότητες εξετάσαμε εκτενώς τη χρήση της μεθόδου 'Maximum Likelihood Factor Analysis', ώστε εν παραλλήλω να προσδιοριστούν εκείνοι οι προσδιοριστικοί παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν τις αποδόσεις, καθώς και το ύψος των κατά περίπτωση premiums, τα οποία απαιτείται να αποδοθούν, εξαιτίας της σημειούμενης ευαισθησίας των αποδόσεων του υπό εξέταση περιουσιακού στοιχείου σε κάθε έναν από τους παραπάνω παράγοντες. Είχαμε μάλιστα σημειώσει πως, εάν με κάποιον τρόπο ήταν εφικτός ο α priori προσδιορισμός των εν λόγω προσδιοριστικών χαρακτηριστικών, τότε ο καθορισμός της αγοραίας αξίας αυτών για οποιαδήποτε χρονική περίοδο μελέτης, θα ήταν μία εξαιρετικά απλή διαδικασία.

Με βάση τα παραπάνω, η εκτιμήτρια συνάρτηση των αναμενόμενων αποδόσεων έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\bar{R}_i = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_j b_{ij} \quad (107)$$

Στα πλαίσια της παραπάνω εξίσωσης, οι συντελεστές λ_j , θα πρέπει να αποτυπώνουν τις αγοραίες αξίες των προσδιοριστικών παραγόντων, ενώ αντιστοίχως τα b_{ij} , θα πρέπει να αποτυπώνουν την ευαισθησία του i περιουσιακού στοιχείου επί του j προσδιοριστικού παράγοντα. Επί της ουσίας οι συντελεστές λ_j , καθορίζουν το ύψος των premiums τα οποία πρέπει να εφαρμοστούν κατά περίπτωση προσδιοριστικού παράγοντα στην γενικότερη διαδικασία τιμολόγησης του περιουσιακού στοιχείου. Σε κάθε περίπτωση, υπό της προϋποθέσεως γνώσης των συντελεστών b_{ij} , ο καθορισμός των τιμών των λ_j θα ήταν άμεσα εφικτός μέσω απλών τεχνικών παλινδρόμησης.

Η παραπάνω μεθοδολογική προσέγγιση έχει ήδη αναφερθεί ως second pass regression analysis και έχει εκτενώς χρησιμοποιηθεί στα tests των ερευνητών Fama & McBeth (1973). Θυμίζουμε πως στους παραπάνω ελέγχους η μορφή της εκτιμήτριας συναρτήσεως ήταν η ακόλουθη:

$$\bar{R}_i = \lambda_0 + \lambda_1 b_i + \lambda_2 b_i^2 + \lambda_3 S_{ei} \quad (108)$$

Πρόκειται στην ουσία για ένα APT μοντέλο των ακόλουθων τριών προσδιοριστικών παραγόντων:

- Του συντελεστή beta, του προερχομένου από τη first pass regression
- Του τετραγώνου του συντελεστή beta
- Του residual risk, της first pass regression

Ο παραπάνω έλεγχος αποτελεί ταυτόχρονο έλεγχο ισχύος της θεωρίας APT, καθώς και της αρτιότητας επιλογής των συγκεκριμένων προσδιοριστικών παραγόντων. Στα πλαίσια των εν λόγω ελέγχων, κανένας από τους προσδιοριστικούς παράγοντες δεν κρίθηκε στατιστικά σημαντικός, μη συμμετέχοντας μέσω επιβολής σχετικού premium, στη διαδικασία της τιμολόγησης.

Προς την ίδια κατεύθυνση κινήθηκαν οι έλεγχοι των Litzenger and Ramaswamy (1979), οι οποίοι ερευνητές προσέθεσαν στην ομάδα των αξιολογούμενων προσδιοριστικών παραγόντων το dividend yield. Οι ερευνητές κατέληξαν πως ο εν λόγω παράγων κρίνεται ως στατιστικά σημαντικός και άρα παράγων ο οποίος πρέπει να συμμετέχει στη διαδικασία καθορισμού της απόδοσης μέσω σχετικού premium. Με την εν λόγω έρευνα κατέστη σαφές πως είναι άξια λόγου κάθε προσπάθεια η οποία επιχειρεί να καθορίσει προσδιοριστικούς παράγοντες, στατιστικά σημαντικούς, οι οποίοι επηρεάζουν την γενικότερη διαδικασία τιμολόγησης των αποδόσεων μέσω επιβολής σχετικών premiums.

Προς τη κατεύθυνση αυτή κινούμενος ο Sharpe (1982), κατασκεύασε και μελέτησε το ακόλουθο πολυπαραγοντικό μοντέλο το οποίο χρησιμοποιούσε τους εξής προσδιοριστικούς παράγοντες:

- Stock's beta against S&P's 500
- Dividend yield
- Market Capitalization
- Stock's beta against the long term interest rates (bonds)
- Past values of Alphas
(υπενθυμίζουμε πως ο συντελεστής Alpha, δεν είναι τίποτε άλλο από τον σταθερό όρο της παλινδρόμησης, όταν παλινδρομούμε τα excess returns του περιουσιακού στοιχείου, έναντι των excess returns του δείκτη S&P's 500)
- Eight Sector membership variables

Η επιλογή των παραπάνω παραγόντων κατά Sharpe, δεν στηρίζεται σε κάποια συγκεκριμένη οικονομική θεώρηση, αλλά αντιθέτως θα τη χαρακτήριζε κανείς ως ex – cathedra επιλογή. Επιπροσθέτως κανείς θα περίμενε οι παράγοντες beta και dividend yield να εμφανίζουν θετική συσχέτιση με τις αναμενόμενες αποδόσεις, ενώ το size αρνητική. Η δε ευαισθησία των αποδόσεων στα long term bond rates, μπορεί να εκληφθεί ως Liquidity Proxy και η πιθανή εύρεση στατιστικής σημαντικότητας, θα επηρέαζε σαφώς τις αναμενόμενες αποδόσεις. Καταληκτικά, εάν οι συντελεστές Alphas αποδειχθούν στατιστικώς σημαντικοί, τότε το εν λόγω αποτελεί εύρημα autocorrelation των residuals εκείνων των προερχομένων από το CAPM.

Η πρόσθετη χρήση των Sector membership προσδιοριστικών παραγόντων, υποδεικνύει πως, η συμμετοχή σε μία συγκεκριμένη κλαδική κατηγορία, πράγματι επηρεάζει τις αποδόσεις και ως εκ τούτου τα equilibrium returns.

Η παραπάνω μεθοδολογία εφαρμόστηκε σε 2,197 κοινές μετοχές του S&P's 500, μέσω αξιοποίησης μηνιαίων αποδόσεων, εντός του χρονικού διαστήματος από 1931 – 1979. Τα συνοπτικά αποτελέσματα της μελέτης αποτυπώνονται στον κάτωθι πίνακα:

Attribute	Annualized Value of Associated λ	Percentage of Months in which associated λ was significantly different from zero
Beta	5.36	58.3
Dividend yield	0.24	39.5
Market size	-5.56	56.5
Bond beta	-0.12	28.2
Alpha	-2.00	43.5
Sector Membership		
Basic industries	1.65	32.5
Capital goods	0.16	18.7
Construction	-1.59	15.3
Consumer goods	-0.18	39.3
Energy	6.28	36.9
Finance	-1.48	16.3
Transportation	-0.57	43.9
Utilities	-2.62	35.0

Πίνακας 16: Sharpe's Multifactor Model – Cross sectional data

Αξίζει να σημειωθεί πως σε εκείνες τις μεταβλητές για τις οποίες οι ερευνητές είχαν εκ των προτέρων διαμορφωμένες προσδοκίες αναφορικά με τη κατεύθυνση επηρεασμού των αναμενόμενων αποδόσεων, οι εν λόγω προσδοκίες τελικώς επιβεβαιώθηκαν. Επιπλέον των παραπάνω, παρότι με τη λογική της τυχαιότητας αναμένουμε τα παραπάνω firm characteristics, να εμφανίζονται ως στατιστικώς σημαντικά στο 5% του χρόνου μελέτης, τελικώς η έρευνα κατέδειξε στατιστική σημαντικότητα η οποία χρονικά ξεπέρασε δραματικά το παραπάνω ποσοστό.

Μία εναλλακτική προσέγγιση αναφορικά με την επεξηγηματική ισχύ του υπό εξέταση μοντέλου, είναι η μελέτη επί του συναφούς συντελεστή προσδιορισμού (coefficient of Determination : R^2). Στην περίπτωση χρησιμοποίησης του συντελεστή beta ως μοναδικού προσδιοριστικού παράγοντα, ο συντελεστής προσδιορισμού διαμορφώθηκε στο 3,7%. Η ένταξη στο μοντέλο όλων των firm characteristics σύμφωνα με τη θεώρηση κατά Sharpe, σχεδόν διπλασίασε τον συντελεστή προσδιορισμού στο 7,9%.

Τέλος η συνολική προσθήκη και των Sector membership προσδιοριστικών παραγόντων αύξησε ακόμη περαιτέρω τον συναφή συντελεστή προσδιορισμού στο 10,4%. Επιπροσθέτως και σύμφωνα με τα παραπάνω, οι εν λόγω παράγοντες κρίνονται ως στατιστικώς σημαντικοί σε πολύ μεγαλύτερο χρονικό ποσοστό σε σχέση με το αναμενόμενο 5%.

Το γεγονός πως το μοντέλο κατά Sharpe, δεν στηρίζεται σε κάποια συγκεκριμένη οικονομική θεώρηση, αλλά παρόλα αυτά αποδεικνύεται χρησιμότερο στην αποτελεσματικότερη ερμηνεία των cross – sectional returns, μας καταδεικνύει πως πράγματι υφίσταται ερευνητικό ενδιαφέρον στον προσδιορισμό στατιστικά σημαντικών προσδιοριστικών παραγόντων οι οποίοι επηρεάζουν τα equilibrium returns.

Προς τη παραπάνω κατεύθυνση κινούμενοι, αξίζει να σημειώσουμε ένα ευρέως χρησιμοποιούμενο από την Αγορά μοντέλο, εκείνο του Barra. Σε σχετικό τους άρθρο οι Grinold & Kahn (1994), θεμελιώνουν το εν λόγω πολυπαραγοντικό μοντέλο 9 εταιρικών χαρακτηριστικών σε συνδυασμό ανέμιξης με macroeconomic factors, σε αντιδιαστολή με τους 5 εταιρικούς παράγοντες του μοντέλου κατά Sharpe. Οι εν λόγω εννέα παράγοντες είναι οι εξής:

- Volatility
- Market momentum
- Market capitalization
- Liquidity
- Earnings growth rate
- Firm value
- Earnings volatility
- Financial leverage
- Sector / industry membership

Specifying the Influences Affecting the Return Generating Process:

Οι ερευνητές Chen, Roll & Ross (1986), υπέθεσαν και ήλενξαν μία ομάδα μακροοικονομικών παραγόντων οι οποίοι θεωρητικώς επηρεάζουν τη διαδικασία καθορισμού των αποδόσεων. Η επιλογή των παραγόντων έγινε με την ακόλουθη λογική:

- Αφενός μεν με τη λογική υπόθεσης, πως οι εν λόγω παράγοντες επηρεάζουν το μέγεθος των μελλοντικά αναμενόμενων χρηματοροών της επένδυσης
- Αφετέρου δε με τη λογική υπόθεσης, πως οι εν λόγω παράγοντες επηρεάζουν το προεξοφλητικό επιτόκιο και άρα τη παρούσα αξία των προαναφερθέντων μελλοντικών χρηματοροών.

Οι παράγοντες αυτοί κατά τους ερευνητές είναι οι ακόλουθοι:

1. Inflation:
Το επίπεδο του πληθωρισμού επηρεάζει το προεξοφλητικό επιτόκιο προσδιορισμού της παρούσας αξίας των μελλοντικά αναμενόμενων χρηματοροών
2. Term structure of Interest rates:
Η επιτοκιακή διαφορά μεταξύ των ομολόγων μακράς ληκτότητας, έναντι των ομολόγων βραχείας ληκτότητας, η οποία καθορίζει τις διαφορές της παρούσας αξίας μελλοντικών χρηματοροών διαφορετικού χρονικού βάθους
3. Risk premia:
Διαφορά αποδόσεων μεταξύ ομολόγων διαβάθμισης AAA, έναντι ομολόγων χαμηλότερης διαβάθμισης BAA.
4. Industrial Production:
Μεταβολές στο επίπεδο της βιομηχανικής παραγωγής, οι οποίες ευθέως καθορίζουν τις προσδοκίες διαμόρφωσης των μελλοντικών αναμενόμενων χρηματοροών των επενδύσεων

Οι έλεγχοι των ερευνητών κατά κύριο λόγο κινήθηκαν στις ακόλουθες διαστάσεις:

- Έλεγχος του βαθμού συσχέτισης των παραπάνω προσδιορισμένων μακροοικονομικών παραγόντων, έναντι των στατιστικά καθορισμένων προσδιοριστικών παραγόντων, οι οποίες εξήχθησαν από τη μέθοδο της Factor analysis
- Έλεγχος του βαθμού επεξηγήσης των αποδόσεων

Αναφορικά με τον έλεγχο συσχέτισης των μακροπαραγόντων με τα factors, οι ερευνητές κατέληξαν σε ισχυρό βαθμό συσχέτισης τόσο εντός του χρονικού διαστήματος στο οποίο έγιναν fitted οι παράγοντες της factor analysis, όσο και σε συγκεκριμένη holdout period (δηλαδή σε περίοδο που ακολούθησε της περιόδου προσαρμογής της factor analysis). Γεγονός το οποίο επιβεβαιώνει τον ισχυρισμό περί ισχυρής συσχέτισης μεταξύ των μακροοικονομικών παραγόντων και των factors της Factor Analysis.

Όσον αφορά την ικανότητα των μακροπαραγόντων να επεξηγήσουν τις αποδόσεις, οι ερευνητές ακολούθησαν τη μεθοδολογία των Fama & McBeth και καθόρισαν τους συντελεστές beta τους προερχόμενους από τη first pass regression analysis και τους οποίους εν συνεχεία χρησιμοποίησαν στην second pass regression analysis (cross – sectional), για να προσδιορίσουν την ευαισθησία των αποδόσεων στην κατά περίπτωση επίδραση των χρησιμοποιούμενων μακροοικονομικών παραγόντων. Οι ερευνητές κατέληξαν πως το σύνολο των μακροοικονομικών παραγόντων είναι στατιστικώς σημαντικοί υπό της έννοιας του σημαντικού επηρεασμού των αποδόσεων.

Στη περίπτωση μάλιστα κατά την οποία , οι ερευνητές προσέθεσαν ως μεμονωμένη και ανεξάρτητη μεταβλητή τον συντελεστή beta κάθε χαρτοφυλακίου, έναντι του γροxy χαρτοφυλακίου της Αγοράς, κατέληξαν στο συμπέρασμα πως ο εν λόγω προσδιοριστικός παράγοντας δεν κρίνεται ως στατιστικά σημαντικός στο cross – sectional level, μη επηρεάζοντας τελικώς τη διαδικασία της τιμολογήσεως.

Ένα εξαιρετικά ενδιαφέρον άρθρο προς αυτή τη κατεύθυνση είναι εκείνο των ερευνητών Burmeister & McElroy, οι οποίοι πραγματοποίησαν ενοποιημένα tests ελέγχου των factor models, του CAPM, καθώς και των APT models. Κατά τη πρώτη κατηγορία ελέγχων χρησιμοποίησαν το ακόλουθο multi – index model, το οποίο περιέχει πέντε προσδιοριστικούς παράγοντες:

1. I1: Default risk, όπως ο εν λόγω κίνδυνος αποτυπώνεται ως η διαφορά των αποδόσεων μεταξύ των long – term government bonds έναντι των long – term corporate bonds
2. I2: Time premium, όπως το εν λόγω καθορίζεται από την απόδοση των long – term government bonds έναντι των αποδόσεων των Treasury Bills διάρκειας ενός μήνα
3. I3: Deflation, όπως ο εν λόγω μετράται από τη διαφορά μεταξύ αναμενόμενου πληθωρισμού, έναντι του τρέχοντος πληθωριστικού επιπέδου
4. I4: Μεταβολή στο επίπεδο των αναμενόμενων πωλήσεων
5. I5: Επίδρασεις οι οποίες αποδίδονται σε παράγοντες άλλους των παραπάνω προσδιορισμένων

Στην ουσία η πέμπτη μεταβλητή, επιχειρεί να συλλάβει τις μη παρατηρούμενες επιδράσεις επί των αναμενόμενων αποδόσεων. Ο τρόπος με τον οποίο οι ερευνητές επιχείρησαν μεθοδολογικά να μετρήσουν την εν λόγω μη παρατηρήσιμη επίδραση, ήταν ο ακόλουθος:

Έτρεξαν τη παλινδρόμηση μεταξύ των αποδόσεων ενός πολύ καλά διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου, όπως ο σύνθετος δείκτης S&P 500 έναντι των τεσσάρων πρώτων προσδιοριστικών παραγόντων. Τα residuals αυτής της παλινδρομήσεως αποτέλεσαν για τους ερευνητές, τον πέμπτο προαναφερθέντα παράγοντα. Η εν λόγω παλινδρόμηση κατέληξε στην ακόλουθη εξίσωση:

$$R_m - \lambda_0 = 0.00224 - 1.330I_1 + 0.558I_2 + 2.286I_3 - 0.935I_4 \quad (109)$$

$$t \text{ values: } (0.619) \quad (-3.94) \quad (4.96) \quad (1.997) \quad (-2.27)$$

Οι τέσσερις πρώτοι παράγοντες επεξήγησαν το 24% της μεταβλητότητας του σύνθετου δείκτη S&P 500, όλοι δε οι συντελεστές της εξίσωσης κρίθηκαν στατιστικώς σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

Επιπλέον των παραπάνω, όταν οι συντελεστές ευαस्थσίας b_{ijs} , για κάθε μία εταιρία του δείκτη προσδιορίστηκαν μεμονωμένα έναντι των παραπάνω πέντε προσδιοριστικών παραγόντων, το 67% αυτών κρίθηκε στατιστικά σημαντικό επί επιπέδου σημαντικότητας 5%, ο δε συντελεστής προσδιορισμού R^2 κυμάνθηκε από 30% - 50%.

Αναφορικά με τις τιμές λ των εν λόγω προσδιοριστικών παραγόντων, η συνολική εικόνα αποτυπώνεται στον ακόλουθο πίνακα:

	Mean λ Value	t statistic
λ_1	0,44	4,27
λ_2	1,00	4,76
λ_3	0,04	1,83
λ_4	0,15	2,21
λ_5	0,51	3,21

Πίνακας 17: Factor prices

Είναι δε προφανές από τα παραπάνω πως οι συντελεστές λ είναι καθολικά θετικοί και στατιστικώς σημαντικοί στο επίπεδο σημαντικότητας 5% της μελέτης.

Ένα επιπρόσθετο και συνάμα εξαιρετικά ενδιαφέρον ερώτημα το οποίο οι ερευνητές ήλενξαν με την χρήση της παραπάνω μεθοδολογίας είναι το κατά πόσον ένα APT model, επεξηγεί αποτελεσματικότερα τις αναμενόμενες αποδόσεις, έναντι του εν λόγω προαναφερθέντος μοντέλου των πέντε παραπάνω προσδιοριστικών παραγόντων (five index model).

Η ουσιαστική τεχνικά διαφορά μεταξύ των δύο μοντέλων είναι το γεγονός ότι στη περίπτωση του μοντέλου APT, υφίσταται περιορισμός αναφορικά με την αναμενόμενη απόδοση του συνόλου των μετοχών, η οποία δεν δύναται να λάβει τιμή, τέτοια ώστε να δημιουργεί συνθήκες ευκαιριών arbitrage μεταξύ των συμμετεχόντων μετοχών. Το εν λόγω είναι το ανάλογο εκείνου το οποίο ήδη έχουμε αναφέρει στο μοντέλο CAPM, σύμφωνα με το οποίο η τιμή του σταθερού όρου του Απλού Γραμμικού μοντέλου δεν δύναται να λάβει άλλη τιμή πέραν της $R_f(1 - \beta)$ (no arbitrage condition of the single market model).

Οι εν λόγω επενδυτές Burmeister & McElroy (1988), σε μετέπειτα μελέτη τους επιχείρησαν να ελένξουν συγκριτικά τρία διαφορετικά είδη μοντέλων :

Τα return generating process models (factor models), τα APT model και το CAPM. Η βασική μεθοδικά τροποποίηση η οποία πρέπει να αναφερθεί είναι πως υπέθεσαν ότι υφίστανται τρεις μη παρατηρήσιμοι παράγοντες έναντι του ενός που προαναφέρθη.

Χρησιμοποίησαν δε τρία εναλλακτικά χαρτοφυλάκια ως proxies αυτών των τριών μη παρατηρούμενων επιδράσεων:

1. Τις αποδόσεις του σύνθετου δείκτη S&P 500
2. Τις αποδόσεις των 20 – ετών κυβερνητικών ομολόγων
3. Τις αποδόσεις των 20 – ετών εταιρικών ομολογιών

Οι Burmeister & McElroy κατέληξαν πως για επίπεδο σημαντικότητας 1%, το CAPM μπορεί να απορριφθεί έναντι του APT μοντέλου. Επιπλέον, για κανένα επίπεδο σημαντικότητας δεν μπορούν να απορροφθούν οι arbitrage περιορισμοί απόδοσης του APT μοντέλου, υπέρ του factor model.

Καταληκτικά οι ερευνητές κατέληξαν πως το παραπάνω αποτελεί ισχυρή ένδειξη υπέρ της επεξηγηματικής ανωτερότητας του APT μοντέλου έναντι των υπολοίπων του ελέγχου.

Specifying a Set of Portfolios Affecting the Return Generating Process:

Μία ευρέως χρησιμοποιούμενη τεχνική προκειμένου να προσδιοριστούν οι προσδιοριστικοί εκείνοι παράγοντες που επηρεάζουν τη διαδικασία παραγωγής και διαμόρφωσης των αποδόσεων, είναι εκείνη της διαμόρφωσης proxy χαρτοφυλακίων τα οποία μιμούνται τη συμπεριφορά των παραπάνω παραγόντων (factors), αναλόγως των οικονομικών επιδράσεων τα οποία επηρεάζουν τη συγκεκριμένη κατηγορία (asset class) υπό εξέταση.

Η εν λόγω εφαρμογή είναι δραματικά διαφορετική από εκείνη κατά την οποία οι προσδιοριστικοί παράγοντες προσδιορίζονται στατιστικώς μέσω της Factor analysis μεθόδου, ή μέσω της υποκειμενικής επιλογής μακροοικονομικών παραγόντων οι οποίοι κατά τους ερευνητές επηρεάζουν τις αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων του συγκεκριμένου asset class. Εν συνεχεία επιχειρείται η κατασκευή proxy χαρτοφυλακίων τα οποία μιμούνται τις παρατηρούμενες τιμές των επιλεχθέντων μακροπαραγόντων. Χαρακτηριστικές μελέτες επί των παραπάνω μεθολογιών όπως ήδη έχει αναφερθεί και αναλυθεί, είναι εκείνη των ερευνητών Lehnmann & Modest (1988) και των Huberman, Kandel & Stambaugh (1987) αντιστοίχως.

Τυπικό παράδειγμα εφαρμογής της εν λόγω μεθοδολογίας είναι και η μοντελοποίηση κατά Fama & French (1993), σύμφωνα με την οποία κατασκευάστηκε μοντέλο επεξήγησης των αποδόσεων τόσο των ομολόγων, όσο και των μετοχών, το οποίο δεν χρησιμοποιούσε τις ιστορικές αποδόσεις ενός καλώς διαφοροποιημένου proxy market portfolio, αλλά τις αποδόσεις εναλλακτικών χαρτοφυλακίων τα οποία μιμούνται μέσω των αποδόσεων τους, τις σημαντικότερους κατά τους ερευνητές προσδιοριστικούς παράγοντες.

Κατά τους Fama & French τα εν λόγω χαρτοφυλάκια δομήθηκαν ως εξής:

1. **SML**: Διαφορά αποδόσεων μεταξύ χαρτοφυλακίου που περιέχει μετοχές εταιριών χαμηλής κεφαλαιοποίησης μείον τις αποδόσεις χαρτοφυλακίου που περιέχει μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης
2. **HML**: Διαφορά αποδόσεων μεταξύ χαρτοφυλακίου που περιέχει μετοχές εταιριών υψηλού δείκτη book to market μείον τις αποδόσεις χαρτοφυλακίου που περιέχει μετοχές χαμηλού δείκτη book to market
3. Διαφορά αποδόσεων μεταξύ των κυβερνητικών ομολόγων μακράς ληκτότητας, έναντι των Treasury Bills με μηνιαία ληκτότητα. (το εν λόγω προσομοιάζει το επίπεδο του time premium)

4. Διαφορά αποδόσεων μεταξύ των εταιρικών ομολογιών μακράς ληκτότητας, έναντι των κυβερνητικών ομολόγων αντιστοίχου ληκτότητας. (το εν λόγω προσομοιάζει το επίπεδο του market risk premium)

Παρατηρούμε πως οι παραπάνω προσδιοριστικοί παράγοντες λαμβάνουν τιμές μέσω των αποδόσεων συγκεκριμένης ομάδος asset class, είτε μέσω διαφοράς αποδόσεων. Στη δεύτερη περίπτωση, για τη κατηγορία εκείνη οι αποδόσεις τις οποίες χρησιμοποιούνται για την πράξη της αφαιρέσεως, μπορεί ποιοτικά να νοηθούν ως αποδόσεις περιουσιακών στοιχείων τα οποία διακρατούμε short.

Η βασική ειδοποιός διαφορά της μοντελοποίησης κατά Fama & French είναι το γεγονός πως διαμορφώθηκαν proxy χαρτοφυλάκια τα οποία μιμούνται τη συμπεριφορά των προαναφερθέντων εταιρικών χαρακτηριστικών (market size και book to market ratio). Στο μοντέλο κατά Sharpe επί παραδείγματι το εταιρικό χαρακτηριστικό της Αγοραίας Κεφαλαιοποίησης χρησιμοποιήθηκε ξανά (για την ακρίβεια ο φυσικός λογάριθμος της Αγοραίας Κεφαλαιοποίησης) και εν συνεχεία προσδιορίστηκαν οι συντελεστές b_{ij} (first pass regression) και λ_j (cross sectional). Η βασική ποιοτικά διαφορά της μεθόδου κατά Fama & French είναι το γεγονός πως μετέτρεψαν τη μετρούμενη τιμή του παρατηρούμενου Αγοραίου μεγέθους σε απόδοση proxy χαρτοφυλακίου, επιτυγχάνοντας με τον έμμεσο αυτό τρόπο αυτό να συλλάβουν την επίδραση του παράγοντα επί των αποδόσεων του υπό αξιολόγηση asset class. Επιπρόσθετα η εν λόγω μεθοδολογία επέτρεψε στους ερευνητές να εισαγάγουν τις αποδόσεις των mimic χαρτοφυλακίων στην return generating equation και εν συνεχεία να υλοποιήσουν μεθόδους παλινδρόμησης τόσο σε πρώτο (first pass – time series) όσο και σε δεύτερο επίπεδο (second pass – cross section).

Κατά την διαδικασία εφαρμογής της μεθόδου επί χρονοσειρών δεδομένων, οι ερευνητές ήλενξαν το κατά πόσον οι σταθεροί όροι της second pass - cross sectional regression of excess returns time series, είναι στατιστικώς σημαντικοί (σημαντικά διαφορετικοί του μηδενός).

Κατέληξαν στο συμπέρασμα πως πράγματι τα εν λόγω intercepts, είναι μη στατιστικώς σημαντικά, ακριβώς όπως ορίζει η θεωρία APT, σύμφωνα με τους περιορισμούς που θέτει αναφορικά με συνθήκες αποδόσεων οι οποίες δεν επιτρέπουν arbitrage opportunities κάποιων μετοχών έναντι κάποιων άλλων. Η δε επεξηγηματική ικανότητα του μοντέλου, σύμφωνα με τον διαμορφούμενο συντελεστή προσδιορισμού ήταν αρκούντως ικανοποιητική.

Η λεκτική αποτύπωση της συμπερασματολογίας των ερευνητών Fama & French έχει κυριολεκτικά ως ακολούθως:

‘At a minimum, our results show that five factors do a good job explaining:

- Common variations in Bond and Stock returns
- Cross section of average returns

Multifactor Models against CAPM:

Η θεμελίωση ενός μοντέλου το οποίο συνυπολογίζει δύο ή και περισσότερους προσδιοριστικούς παράγοντες κατά την return generating process, δεν αποτελεί υπόθεση η οποία κατά ανάγκη εναντιώνεται της βασικής μορφής του CAPM κατά Sharpe – Lintner – Mossin, η οποία λαμβάνει υπόψιν της μόνο μία επίδραση, δηλαδή εκείνη την επίδραση της Αγοράς.

Η απλούστερη περίπτωση κατά την οποία οι δύο μεθοδολογικές προσεγγίσεις είναι μεταξύ των συμβατές είναι εκείνη στην οποία η return generating process δίδεται από το Single Index Model, ως ακολούθως:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + \varepsilon_i \quad (110)$$

Εάν υφίσταται σταθερό risk free rate , τότε στη περίπτωση αυτή η αναμενόμενη απόδοση του περιουσιακού στοιχείου (asset or portfolio), δίδεται από τον γενικό τύπο CAPM κατά Sharpe – Lintner – Mossin:

$$\bar{R}_i = R_{rf} + \beta_i (\bar{R}_m - R_{rf}) + \varepsilon_i \quad (111)$$

Το ερώτημα το οποίο εν συνεχεία φυσιολογικά εγείρεται είναι το κατά πόσον η ύπαρξη περισσότερων του ενός προσδιοριστικών παραγόντων, δημιουργεί προβλήματα συμβατότητας μεταξύ των δύο μοντέλων: του CAPM και του πολυπαραγοντικού μοντέλου εκπορευόμενου από τη γενική θεώρηση κατά ART. Η γενική απάντηση είναι πως σε γενικές γραμμές δεν τίθεται θέμα ασυμβατότητας μεταξύ του υιοθετούμενου APT μοντέλου και του CAPM στην απλή μορφή του, όπως δηλαδή διατυπώθηκε από τους Sharpe – Lintner – Mossin. Η βασική επεξήγηση της εν λόγω θεωρήσεως περί συμβατότητας εκπορεύεται από το γεγονός πως το Single factor CAPM, δεν προϋποθέτει κατά ανάγκη ως μοναδική πηγή συνμεταβλητότητας μεταξύ των αποδόσεων, τις αποδόσεις της Αγοράς.

Πιο συγκεκριμένα, ας θεωρήσουμε ένα πολυπαραγοντικό μοντέλο, δύο προσδιοριστικών παραγόντων, η εξίσωση του οποίου δίδεται από τη παρακάτω εξίσωση:

$$R_i = \alpha_i + \beta_{i1}I_1 + \beta_{i2}I_2 + e_i \quad (112)$$

Οι προσδιοριστικοί παράγοντες I_1 και I_2 , ενδέχεται να είναι industry indexes, sector indexes, ή macroeconomic indexes, οι οποίοι θεωρούμε πως επηρεάζουν τις αποδόσεις. Στο σημείο αυτό επιβάλλεται βεβαίως να σημειωθεί εκ νέου η βασική υπόθεση της εν λόγω θεώρησης, σύμφωνα με την οποία, οι εν λόγω επιλεγόμενοι προσδιοριστικοί παράγοντες I_1 και I_2 , συλλαμβάνουν το σύνολο της συνδιακύμανσης μεταξύ των αποδόσεων των securities. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια αυτό σημαίνει:

$$E(e_i e_j) = 0 \quad (113)$$

Σύμφωνα με τη APT θεώρηση, υπό της υπάρξεως risk free rate, η αναμενόμενη απόδοση του i περιουσιακού στοιχείου δίδεται από τον τύπο:

$$\bar{R}_i = R_{rf} + \beta_{i1}\lambda_1 + \beta_{i2}\lambda_2 + \varepsilon_i \quad (114)$$

Οι τιμές των β_{i1} και β_{i2} , προσδιορίζονται από τη first pass regression, ενώ οι τιμές των λ_1 και λ_2 , προσδιορίζονται από την second pass (cross sectional) regression equation.

Σύμφωνα με τη μεθοδολογία των Roll & Ross και υπό της προϋποθέσεως πως το γενικό μοντέλο ισορροπίας είναι το CAPM, το οποίο δεν ισχύει μόνο για μεμονωμένα securities αλλά και για χαρτοφυλάκια, οι τιμές των συντελεστών λ_1 και λ_2 , προκύπτουν από τις υπερβάλλουσες αποδόσεις χαρτοφυλακίου το οποίο εμφανίζει β_{ij} ίσο με τη μονάδα επί του προσδιοριστικού παράγοντα υπό αξιολόγηση και μηδέν έναντι του συνόλου των υπολοίπων προσδιοριστικών παραγόντων.

Υπό της προϋποθέσεως πως το CAPM είναι το general equilibrium model, προκύπτει ότι:

$$\lambda_1 = \beta_{\lambda 1} (\bar{R}_m - R_{rf}) \Rightarrow \beta_{\lambda 1} = (\bar{R}_m - R_{rf}) / \lambda_1 \quad (115)$$

$$\lambda_2 = \beta_{\lambda 2} (\bar{R}_m - R_{rf}) \Rightarrow \beta_{\lambda 2} = (\bar{R}_m - R_{rf}) / \lambda_2 \quad (116)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (115) & (116), στην εξίσωση (114), η εξίσωση του βασικού μοντέλου CAPM διαμορφώνεται ως ακολούθως:

$$\bar{R}_i = R_{rf} + (\beta_{i1}\beta_{\lambda 1} + \beta_{i2}\beta_{\lambda 2})(\bar{R}_m - R_{rf}) + \varepsilon_i \quad (117)$$

Συγκρίνοντας τις εξισώσεις (111) και (117), προκύπτει ότι:

$$\beta_i = (\beta_{i1}\beta_{\lambda 1} + \beta_{i2}\beta_{\lambda 2}) \quad (118)$$

Υπό της παραπάνω θεωρήσεως, η μορφή του CAPM κατά Sharpe – Lintner – Mossin είναι απολύτως συμβατή με τη πολυπαραγοντική θεώρηση κατά APT, ανεξαρτήτως ποιότητας ή ποσότητας των προσδιοριστικών παραγόντων.

Εμβαθύνοντας λίγο παραπάνω στον παραπάνω συλλογισμό, εάν κατά τη διαδικασία εφαρμογής των Roll & Ross, προκύψει πως περισσότεροι του ενός συντελεστές λ_j , είναι στατιστικώς σημαντικοί, δηλαδή στατιστικώς διαφορετικοί του μηδενός, το εν λόγω δεν αποτελεί στοιχειοθέτηση απόρριψης του Single Factor CAPM. Για να οδηγηθούμε σε απόρριψη έναντι του CAPM θα πρέπει επιπροσθέτως οι συντελεστές λ_{js} να είναι στατιστικώς διαφορετικοί του παράγοντα $\beta_{\lambda j} (\bar{R}_m - R_{rf})$.

Καταληκτικά, είναι εξαιρετικά πιθανό περισσότεροι του ενός παράγοντες να επεξηγούν τη συνδιακύμανση των αποδόσεων μεταξύ των securities και συνάμα το Single factor CAPM να είναι σε πλήρη ισχύ.

Recapitulation:

Δεν χωρά αμφιβολία πως η θεώρηση κατά APT αποτελεί μία εξαιρετικά ελπιδοφόρο προσπάθεια περιγραφής των επιδράσεων επί των αποδόσεων, πέραν της απλής προσεγγίσεως κατά CAPM. Οι μελέτες που επεξηγήθησαν στην άνωθεν ανασκόπηση βιβλιογραφίας, ενίοτε χρησιμοποιούσαν σύνολο μακρο – οικονομικών μεταβλητών, ενίοτε proxy χαρτοφυλάκια τα οποία επιχειρούν να προσομοιάσουν με τις αποδόσεις των προαναφερθείσες επιδράσεις επί των αποδόσεων. Σε κάθε περίπτωση, οι μελέτες αυτές κατέληξαν στο συμπέρασμα πως οι παραπάνω επιδράσεις κρίνονται στατιστικώς σημαντικές, οδηγούν δε σε διαφορετική τιμολόγηση των περιουσιακών στοιχείων σε σχέση με τη τιμολόγηση κατά CAPM.

Εξαιρετικό σημείο προσοχής αποτελεί το γεγονός πως τα παραπάνω εύρηματα, δεν στοιχειοθετούν απόρριψη του CAPM έναντι κάποιου APT μοντέλου, διότι όπως εκτενώς έχουμε αναφέρει κατά την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας, υφίσταται το πρόβλημα του αποτελεσματικού προσδιορισμού του proxy market χαρτοφυλακίου της Αγοράς. Υπό αυτής της προσεγγίσεως η residual market επίδραση σε συνδυασμό με την επίδραση της κυρίως συνιστώσας του CAPM μοντέλου, στην ουσία μπορεί να αποτελέσει μία εξαιρετικά αποτελεσματική προσέγγιση της συνολικής και πραγματικής αλλά δυστυχώς μη παρατηρήσιμης επιδράσεως της Αγοράς επί των αποδόσεων των securities.

Ως εκ τούτου η αξία της APT θεωρήσεως και των επακόλουθων πολυπαραγοντικών μοντέλων που στηρίζονται επί αυτής, έχει να κάνει με τη δυνατότητα που παράσχει στους επενδυτές να επιμερίσουν τον συστημικό κίνδυνο σε συνιστώσες και κατά περίπτωση να προστατευθούν ή να στοιχηματίσουν, έναντι απόλυτα ξεκάθαρων και συγκεκριμένων μορφών συστημικού κινδύνου.

Model Methodology in Reviewing CAPM against APT models:

Προκειμένου τελικώς να συσταθεί μεθοδολογία, σύμφωνα με την οποία θα κατασκευαστεί και συνάμα ελεγχθεί το οιοδήποτε μοντέλο ισορροπίας της Αγοράς το οποίο στηρίζεται στην γενική θεωρία APT, θα ακολουθήσουμε τα ακόλουθα βήματα :

Σε προηγούμενο σημείο της θεωρητικής ανασκοπήσεως είχαμε αναφέρει πως η linear return generating process ενός οιοδήποτε security, ως συνάρτηση των επιλεχθέντων Indexes, έχει την ακόλουθη μορφή:

$$R_i = \alpha_i + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + \dots + b_{ij}I_j + e_i \quad (119)$$

Η κατασκευή ή η επιλογή των προσδιοριστικών παραγόντων I_j πρέπει να τέτοια ώστε :

$$E(I_j) = 0, \forall j = 1, \dots, J \quad (120)$$

Ο συνδυασμός των (119) & (120), μας οδηγεί στο ακόλουθο αποτέλεσμα:

$$E(R_i) = \alpha_i, \forall i = 1, \dots, n \quad (121)$$

Από την εφαρμογή δε της θεωρίας επιπλέον γνωρίζουμε πως η second pass regression (cross sectional regression), μας δίνει την ακόλουθη εξίσωση:

$$\bar{R}_i - R_{rf} = \lambda_1 b_{i1} + \lambda_2 b_{i2} + \dots + \lambda_j b_{ij} + \eta_i \quad (122)$$

Καταληκτικά ο συνδυασμός των εξισώσεων (119) , (121) & (122), μας δίνει την ακόλουθη καταληκτική return generating εξίσωση:

$$R_i = R_{rf} + \lambda_1 b_{i1} + \lambda_2 b_{i2} + \dots + \lambda_j b_{ij} + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + \dots + b_{ij}I_j + e_i \quad (123)$$

Όπου:

$$b_{ij} : \text{Η συστημική ευασθησία του security } i \text{ επί του προσδιοριστικού παράγοντα } j \quad (124)$$

$$\lambda_j : \text{Η αξία του } j \text{ προσδιοριστικού παράγοντα} \quad (125)$$

$$b_{ij}\lambda_j : \text{Η αξία του premium } \eta \text{ οποία πρέπει να προστεθεί κατά τη διαδικασία τιμολόγησης των αποδόσεων του } i \text{ security, λόγω της εκθέσεως του στην επίδραση του } j \text{ factor με ευαισθησία } b_{ij} \quad (126)$$

Οι ερευνητές Elton, Gruber, et al (2011), εφάρμοσαν την μεθοδολογία κατά Burmeister, Roll & Ross (1994) και καθόρισαν τους ακόλουθους προσδιοριστικούς παράγοντες:

1. I_1 : unexpected change in inflation
2. I_2 : unexpected change in aggregate sales
3. I_3 : unexpected change in oil prices
4. I_4 : the return in S&P 500 composite index, constructed to be orthogonal to all other influences

Επιπλέον των παραπάνω υπέθεσαν πως η παράμετρος κινδύνου η οποία αποδίδονταν στις μεταβολές των τιμών του πετρελαίου, λάμβανε μηδενική τιμή, όπερ σημαίνει $\lambda_3 = 0$. Αυτή ακριβώς είναι και η βασική διαφορά σε σχέση με την αρχική μελέτη, η οποία αφενός μεν δεν περιελάμβανε επιδράσεις οφειλόμενες στην μεταβολή των τιμών του πετρελαίου, αφετέρου δε δεν περιείχε κανέναν παράγοντα μηδενικής τιμολογήσεως. Άξια υπενθυμίσεως στο σημείο αυτό είναι και η έρευνα των Salomon Brothers η οποία ενωρίτερα είχε παρατεθεί και η οποία δεν περιείχε τις επιδράσεις του εν λόγω oil index επί των μετοχών του S&P 500 composite index, παρόλο που είχε σαφώς προσδιοριστεί η στατιστικώς σημαντική επίδραση του επί εισηγμένων μετοχών στο Χρηματιστήριο της Ιαπωνίας, του Ηνωμένου Βασιλείου, της Γερμανίας και της Γαλλίας

Επομένως η εξίσωση του μοντέλου έλαβε τελικώς τη μορφή :

$$R_i - R_{rf} = \lambda_1 b_{i1} + \lambda_2 b_{i2} + \lambda_4 b_{i4} + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + b_{i3} I_3 + b_{i4} I_4 + e_i \quad (127)$$

Οι τιμές των συντελεστών λ , προσδιορίστηκαν ως ακολούθως :

$$\lambda_1 = - 4,32$$

$$\lambda_2 = 1,49$$

$$\lambda_3 = 3,96$$

Ειδικώς για τις αποδόσεις του composite index S&P 500 , οι τιμές των συντελεστών b_{ij} , προσδιορίστηκαν ως ακολούθως :

Factor	b	λ	(b \times λ) %
Inflation	- 0.37	-4.32	1.59 %
Sales growth	1.71	1.49	2.54 %
Oil prices	0.00	0.00	0.00 %
Market	1.00	3.96	3.96 %
Expected excess returns for S&P 500			8,09 %

Πίνακας 18: Contribution to S&P 500 Expected Excess returns

Τα στοιχεία του παραπάνω πίνακα καταδεικνύουν πως η αναμενόμενη excess return του composite index S&P 500 (δηλαδή η απόδοση πάνω από από το riskless rate) είναι της τάξεως του 8,09%. Επιπρόσθετα ο προσδιοριστικός παράγοντας του Sales growth , συνεισφέρει το 2,54% αυτής ή ποσοστό 31,4% της συνολικής αναμενόμενης excess απόδοσης.

Ανάλογη μορφή ανάλυσης μπορεί να πραγματοποιηθεί για οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο ή για οποιαδήποτε μετοχή. Πιο συγκεκριμένα οι ερευνητές πραγματοποίησαν την εν λόγω μεθοδολογία επί εκείνων των μετοχών του composite index S&P 500, οι οποίες εμφανίζουν ρυθμό ανάπτυξης μεγαλύτερο του μέσου όρου του δείκτη.

Τα ευρήματα έχουν ως ακολούθως:

Factor	b	λ	(b \times λ) %
Inflation	-0.50	-4.32	2.16 %
Sales growth	2.75	1.49	4.10 %
Oil prices	-1.00	0.00	0.00 %
Market	1.30	3.96	5.15 %
Expected excess returns for Growth Stocks			11.41 %

Πίνακας 19:

Contribution to Growth Stocks Portfolio Expected Excess returns

Εκείνο το οποίο κανείς παρατηρεί άμεσα είναι το γεγονός πως, η αναμενόμενη excess απόδοση των growth stocks διαμορφώθηκε στο 11,41% δηλαδή υψηλότερα του 8,09% του δείκτη, κάτι το οποίο γενικώς ήταν αναμενόμενο.

Επιπλέον παρατηρούμε πως οι επιμέρους προσδιοριστικοί παράγοντες, έχουν διαφορετική απόλυτη αλλά και σχετική επίδραση επί των αναμενόμενων excess αποδόσεων του συγκεκριμένου asset class των growth stocks. Επί παραδείγματι η συνεισφορά των πωλήσεων διαμορφώθηκε στο 4,10% έναντι 2,54% του δείκτη, με σχετικό ποσοστό συνεισφοράς 35,9% έναντι 31,4% του δείκτη.

Γενικότερα παρατηρούμε πως και στους υπόλοιπους προσδιοριστικούς παράγοντες τα σχετικά ποσοστά εμφανίζονται αυξημένα, υποδηλώνοντας κατά την ποιοτική των ερμηνεία πως οι growth stocks είναι πολύ περισσότερες ευαίσθητες στο σύνολο των μελετούμενων προσδιοριστικών παραγόντων έναντι των υπολοίπων μετοχών του δείκτη, γεγονός το οποίο οδηγεί σε υψηλότερες αποδόσεις έναντι των υπολοίπων μετοχών, δοθέντων των εν λόγω σημαντικών προσδιοριστικών επιδράσεων.

CHAPTER 10

CAPM vs. FAMA

&

FRENCH 3 FACTOR MODEL

SAMPLE DATA MANIPULATION

&

DESCRIPTIVE STATISTICS

Econometric Views and Analysis:

Δεν χωρά αμφιβολία πως το μοντέλο CAPM είναι ένα εξαιρετικά χρήσιμο εργαλείο, αναφορικά με την ερμηνεία και πρόβλεψη των αποδόσεων των μετοχών και συναφών περιουσιακών στοιχείων. Παρόλα αυτά η ικανότητα του να προβλέψει με ασφάλεια τις αποδόσεις είναι σχετικά περιορισμένη, παρότι επιτυγχάνει αρκετά υψηλό συντελεστή προσδιορισμού R^2 της τάξεως του 85%. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια, μέσω του μοντέλου CAPM επεξηγούμε το 85% της μεταβλητότητας των αποδόσεων των μετοχών, λόγω της εκθέσεως αυτών στον συστημικό και μη διαφοροποιήσιμο κίνδυνο της Αγοράς. Από την άλλη όμως ένα σημαντικό 15% παραμένει μη επεξηγήσιμο από το μοντέλο, γεγονός το οποίο καθιστά απολύτως λογική τη προσπάθεια των ερευνητών να προσδιορίσουν και άλλους παράγοντες πέραν του συστημικού κινδύνου της Αγοράς.

Οι ερευνητές Eugene Fama και Ken French, κατέληξαν στην σχετική των έρευνα πως εκείνοι οι προσδιοριστικοί παράγοντες οι οποίοι κρίνονται ως στατιστικώς σημαντικοί και χρήσιμοι στην επαύξηση της επεξηγηματικής και προβλεπτικής ικανότητας του μοντέλου, είναι οι ακόλουθοι :

- Size Factor:

Ο παράγοντας του μεγέθους, προσομοιώνεται από τις αποδόσεις του mimic χαρτοφυλάκιου SMB, τα αρχικά του οποίου σημαίνουν 'Small cap minus Big cap', υποδηλώνοντας την διαφορά των αποδόσεων μεταξύ μετοχών χαμηλής έναντι μετοχών υψηλής κεφαλαιοποίησης. Ο συγκεκριμένος παράγων ποιοτικά εκφράζει την έκθεση της απόδοσης της μετοχής στο εταιρικό χαρακτηριστικό της κεφαλαιοποίησης και ποσοτικά καθορίζει την ευαισθησία της απόδοσης της μετοχής στο εν λόγω εταιρικό χαρακτηριστικό και ως εκ τούτου καθορίζει και το ύψος του σχετικού premium που απαιτείται να δοθεί στους επενδυτές, προκειμένου να αναλάβουν τον επιπλέον κίνδυνο κατοχής μετοχών χαμηλής κεφαλαιοποίησης, έναντι μετοχών υψηλής κεφαλαιοποίησης.

Το εν λόγω θεωρείται απολύτως λογικό δεδομένου του γεγονότος πως οι εταιρίες χαμηλής κεφαλαιοποίησης θεωρούνται πιά ευπαθείς και άρα πιά ασταθείς έναντι των οικονομικών γεγονότων, λόγω του χαμηλού βαθμού διαφοροποίησης των επιχειρηματικών τους δραστηριοτήτων. Σε σχετική των έρευνα οι Fama & French κατέδειξαν πως ο ετήσιος ιστορικός μέσος όρος του εν λόγω factor διαμορφώνεται στο 3,3% μεταξύ των ετών July 1926 – July 2002, η δε τιμή αυτού στην παρούσα χρονική περίοδο τιμάται περίπου στο 1,5% – 2%.

- Value Factor:

Ο εν λόγω παράγοντας λαμβάνει από τους ερευνητές Fama & French την κωδική ονομασία HML, από τα αρχικά 'High B/M minus Low B/M' τα οποία ερμηνεύονται ως η διαφορά απόδοσης μετοχών υψηλής έναντι χαμηλής αξίας στο εταιρικό χαρακτηριστικό 'Book Value per Share to Market Value per Share' και ποιοτικώς καθορίζουν την ευαισθησία της απόδοσης της μετοχής στο μέγεθος του εν λόγω ratio. Ποσοτικά καθορίζει το ύψος του risk premium το οποίο απαιτείται να λάβουν οι επενδυτές προκειμένου να διακρατήσουν μετοχές υψηλού B/M ratio, οι οποίες θεωρούνται από την αγορά ως υποτιμημένες μετοχές. Το παραπάνω ενέχει την ακόλουθη επενδυτική λογική : Η εταιρία στα πρώτα της βήματα και προτού καταστεί ικανή για το πρώτο Initial Public Offering (IPO), απαιτείται να αποκτήσει ικανό κρίσιμο μέγεθος Αγοραίας Αξίας, γεγονός το οποίο ισοδύναμα σημαίνει χαμηλό B/M ratio, εξαιτίας των προοπτικών ανάπτυξης και μελλοντικής κερδοφορίας που η Αγορά αναγνωρίζει σε αυτήν. Εάν όμως αργότερα και προφανώς μετά το προαναφερθέν IPO, το B/M ratio της επιχείρησης αυξηθεί, αυτό ποιοτικά ισοδυναμεί με χαμηλή εκτίμηση εκ μέρους της Αγοράς αναφορικά με τις μελλοντικές προοπτικές κερδοφορίας και ανάπτυξης της επιχείρησης και άρα με ανάληψη εκ μέρους του επενδυτή υψηλού επενδυτικού κινδύνου ο οποίος οφείλει να αμοιφθεί μέσω σχετικού risk premium, όπως το εν λόγω εκφράζεται και καθορίζεται από την απόδοση του mimic χαρτοφυλακίου HML

Πρακτικά το εν λόγω ισοδυναμεί με αναγνώριση της μετοχής ως υπερτιμημένης.

Οι ερευνητές Fama & French καθόρισαν τον ετήσιο ιστορικό μέσο όρο του εν λόγω παράγοντα στο 5,1% μεταξύ των ετών 1926 – 2002, ο δε σημερινός του προσδιορισμός καθορίζεται μεταξύ 3,5% - 4%.

Η χρήση των παραπάνω mimic χαρτοφυλακίων, αύξησε σημαντικά και τον συναφή συντελεστή προσδιορισμού, από το 85% του απλού μοντέλου CAPM στο 95%. Επιπροσθέτως η χρήση του μοντέλου των 3 προσδιοριστικών παραγόντων κατά Fama & French, δίδει την δυνατότητα στους επενδυτές να πράξουν ελεγχόμενα τα ακόλουθα :

- Διάκριση του κινδύνου σε τρεις συνιστώσες, (συστημικός κίνδυνος Αγοράς, Size risk, Value risk) και δυνατότητα ρύθμισης της βέλτιστης επενδυτικής στρατηγικής, στα πλαίσια της επιλεκτικής έκθεσης στην καταλληλότερη και κατά περίπτωση πλέον επιθυμητή επενδυτικά, μορφή κινδύνου

- Ελεγχόμενος προσδιορισμός της πραγματικής απόδοσης των fund managers, αναφορικά με το *selection ability* που οι εν λόγω επιδεικνύουν. Πιό συγκεκριμένα και στα πλαίσια του μοντέλου CAPM, ο συντελεστής alpha συνδέεται με το selection ability του fund manager. Θετικό και στατιστικά σημαντικό alpha σημαίνει πως ο fund manager επιδεικνύει selection ability και ως εκ τούτου εισφέρει α% στην απόδοση χαρτοφυλακίου, έναντι οιοδήποτε άλλου χαρτοφυλακίου με αντίστοιχη τιμή συντελεστή beta. Στην περίπτωση του three factor model όμως η εν λόγω selection ability (υπό τη προϋπόθεση πως παραμένει στατιστικά σημαντική και άρα στατιστικά διαφορετική του μηδενός) μειώνεται δραστικά διότι σημαντική ποσόστωση αυτής αποδεικνύεται πως αποδίδεται στην έκθεση των αποδόσεων στις επιδράσεις των παραγόντων Size και Value risk.

Επιπλέον να σημειωθεί πως τα betas μεταξύ των μοντέλων διαφέρουν, διότι στην περίπτωση του CAPM οι κίνδυνοι Size risk και Value risk, ενέχονται και ως εκ τούτου περιπλέκονται με το συστημικό κίνδυνο Αγοράς, τη στιγμή κατά την οποία στο μοντέλο των Fama & French, είναι φανερώς και ξεκάθαρα διακεκριμένοι.

Analysis Scope & Sampling Methodology:

Ο κυριότερος στόχος της ανάλυσεως είναι η απόδειξη του γεγονότος πως ένα πολυπαραγοντικό μοντέλο APT και δη εκείνο των τριών προσδιοριστικών παραγόντων κατά Fama & French, είναι καλύτερο σε σχέση με το απλό μονοπαραγοντικό μοντέλο CAPM.

Πιό συγκεκριμένα θα προσπαθήσουμε να καταδείξουμε τα ακόλουθα :

- Το μοντέλο των τριών προσδιοριστικών παραγόντων κατά Fama & French είναι συνολικά στατιστικά σημαντικό , για επίπεδο σημαντικότητας 5%
- Οι προσδιοριστικοί παράγοντες του μοντέλου (market premium , size premium και value premium) είναι στατιστικώς σημαντικοί για επίπεδο σημαντικότητας 5%.
- Ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 (adjusted) είναι καλύτερος εκείνου του απλού γραμμικού μοντέλου CAPM. Με διαφορετικά αλλά ισοδύναμα λόγια οι εν λόγω προσδιοριστικοί παράγοντες του μοντέλου των Fama & French , επεξηγούν μεγαλύτερο ποσοστό της μεταβλητότητας των αποδόσεων, σε σχέση με το ποσοστό που επεξηγεί μόνος του ο μοναδικός παράγοντας του μοντέλου CAPM.

- Το σφάλμα εκτίμησης του μοντέλου Fama & French είναι μικρότερο εκείνου του CAPM, εις όρους ελαχιστοποίησης του τετραγωνικού σφάλματος των υπολοίπων της σχετικής εξίσωσης παλινδρόμησης

Προκειμένου να πράξουμε τα παραπάνω λειτουργήσαμε ως ακολούθως :

- Δειγματοληψία:

Πραγματοποιήσαμε δειγματοληψία από την Αγορά Μετοχών του Ηνωμένου Βασιλείου. Πιο συγκεκριμένα λάβαμε δείγμα από το δείκτη FTSE UK All Index , σε χρονικό βάθος δεκαετίας , εις όρους μηνιαίων παρατηρήσεων (από 01/02/2002 – 31/12/2012 ή διαφορετικά αλλά ισοδύναμα 129 μηνιαίες παρατηρήσεις ανά μετοχή).

Το αρχικό πλήθος των μετοχών ήταν 601 μετοχές , αλλά κατόπιν της εκκαθαρίσεως αυτών ώστε να περιοριστεί στο ελάχιστο το αρνητικό φαινόμενο του thin trading, ο τελικός αριθμός των μετοχών της μελέτης περιορίστηκε στις 431.

Εν συνεχεία το εν λόγω δείγμα διαμορφώθηκε εις όρους Panel data , δηλαδή κατασκευάστηκε πίνακας διαστάσεως $N \times T$, όπου ο δείκτης $N = 1, \dots, 431$ δηλώνει το πλήθος των μετοχών , ενώ ο δείκτης $T = 1, \dots, 129$ δηλώνει το πλήθος των παρατηρήσεων.

Συνολικά το δείγμα των παρατηρήσεων των μετοχών , εις όρους Panel data , ανήλθε στις 55,599 παρατηρήσεις.

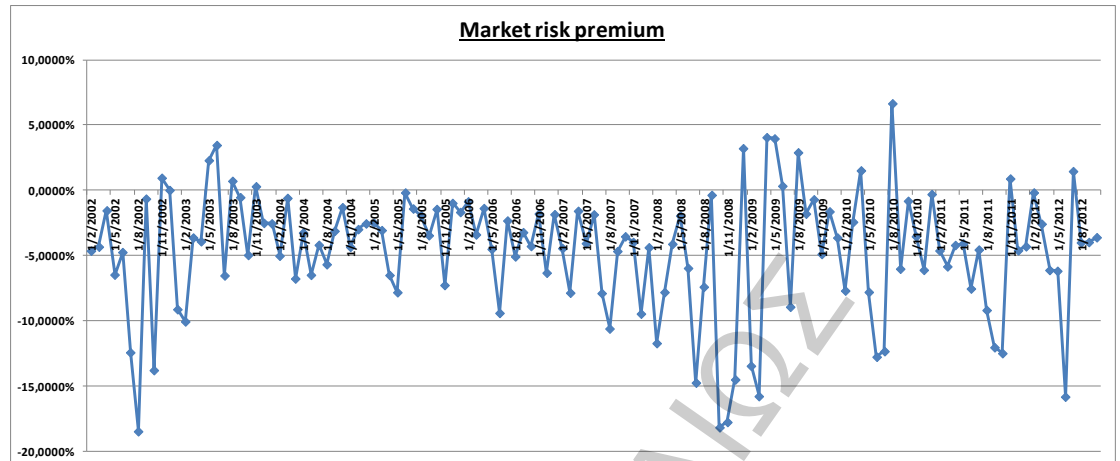
- Market Premium

Προκειμένου να κατασκευαστεί το market premium του μοντέλου των Fama & French , λήφθησαν υπόψιν οι ακόλουθες παράμετροι:

- FTSE UK All index

Ελήφθη δείγμα παρατηρήσεων των μηνιαίων αποδόσεων του δείκτη FTSE UK All Index σε βάθος δεκαετίας εις όρους μηνιαίων αποδόσεων (από 01/02/2002 – 31/12/2012). Οι εν λόγω μηνιαίες αποδόσεις στην ουσία συνιστούν την απόδοση του proxy χαρτοφυλακίου της Αγοράς , σύμφωνα με το μοντέλο κατά Fama & French αλλά και σύμφωνα με τη θεώρηση κατά CAPM.

Η ιστορική απεικόνιση του market risk premium, κατά το χρονικό διάστημα της μελέτης, απεικονίζεται ακολούθως, η δε ιστορική μέση τιμή αυτής διαμορφώθηκε στο – 4,67 %.



Πίνακας 20:
Ιστορική απεικόνιση του UK Market Risk Premium (2002-2012)

○ Monthly Returns of UK T Bills

Εν συνεχεία και για το ίδιο χρονικό βάθος, πάντα εις όρους μηνιαίων παρατηρήσεων, ελήφθη δείγμα των μηνιαίων αποδόσεων των Μηνιαίων Εντόκων Γραμματίων της Μεγάλης Βρετανίας.

Οι εν λόγω αποδόσεις συνιστούν το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (risk free rate) του μοντέλου.

Τελικώς η διαφορά των παραπάνω, δημιούργησε το παράγοντα Market Risk Premium ($R_m - R_{rf}$), εις όρους μηνιαίων αποδόσεων και σε χρονικό βάθος δεκατίας (από 01/02/2002 – 31/12/2012).

● Size Premium:

Προκειμένου για τη κατασκευή του παράγοντα Size Premium του μοντέλου των Fama & French, η διαφορετικά αλλά ισοδύναμα του προσδιοριστικού παράγοντα 'Small minus Big', εργαστήκαμε ως εξής :

- Για κάθε μήνα παρατήρησης του δείγματος, από 01/02/2002 έως 31/12/2012, υπολογίσαμε τη μέση Αγοραία Κεφαλαιοποίηση (Average Market Value) για το σύνολο του δείγματος των 431 μετοχών
- Εν συνεχεία, εκείνο το σύνολο των μετοχών το οποίο εμφάνιζε κατά το μήνα μελέτης, Αγοραία Κεφαλαιοποίηση μικρότερη της προαναφερθείσης μέσης Αγοραίας Κεφαλαιοποίησης του συνόλου του δείγματος των μετοχών, έλαβε για εκείνο και μόνον το μήνα τον χαρακτηρισμό 'Small Cap'. Διαφορετικά έλαβε το χαρακτηρισμό 'Big Cap'.

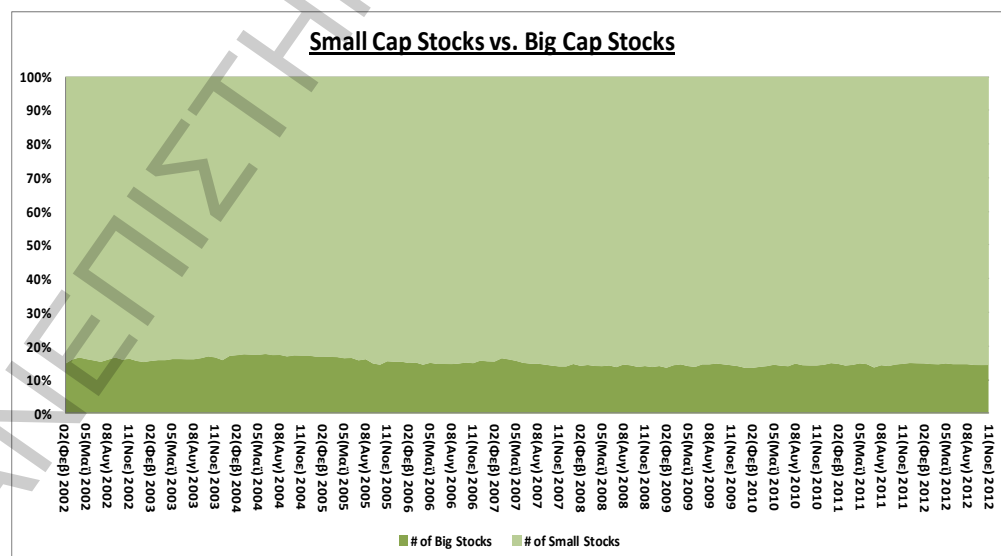
Με τον τρόπο αυτό και για κάθε μήνα παρατήρησης , έχουμε κατασκευάσει δύο χαρτοφυλάκια μετοχών:

- Το Small Cap χαρτοφυλάκιο μετοχών, το οποίο περιέχει για τον συγκεκριμένο μήνα μελέτης του δείγματος, εκείνες τις μετοχές με Αγοραία Κεφαλαιοποίηση μικρότερη της μέσης τιμής του δείγματος
- Το Big Cap χαρτοφυλάκιο μετοχών, το οποίο περιέχει για τον συγκεκριμένο μήνα μελέτης του δείγματος, εκείνες τις μετοχές με Αγοραία Κεφαλαιοποίηση μεγαλύτερη της μέσης του δείγματος

Η διαφορά των αποδόσεων (Big Cap minus Small Cap) για το δεδομένο μήνα παρατηρήσεων , συνιστούσε την απόδοση του mimis χαρτοφυλακίου Small minus Big των Fama & French, για το σύνολο του χρονικού βάθους της μελέτης.

Οι αποδόσεις του εν λόγω mimis χαρτοφυλακίου , προσομοιάζουν το Size Premium των Fama & French και προστέθηκαν στο προαναφερθέν σύνολο του Panel Data των αποδόσεων των μετοχών.

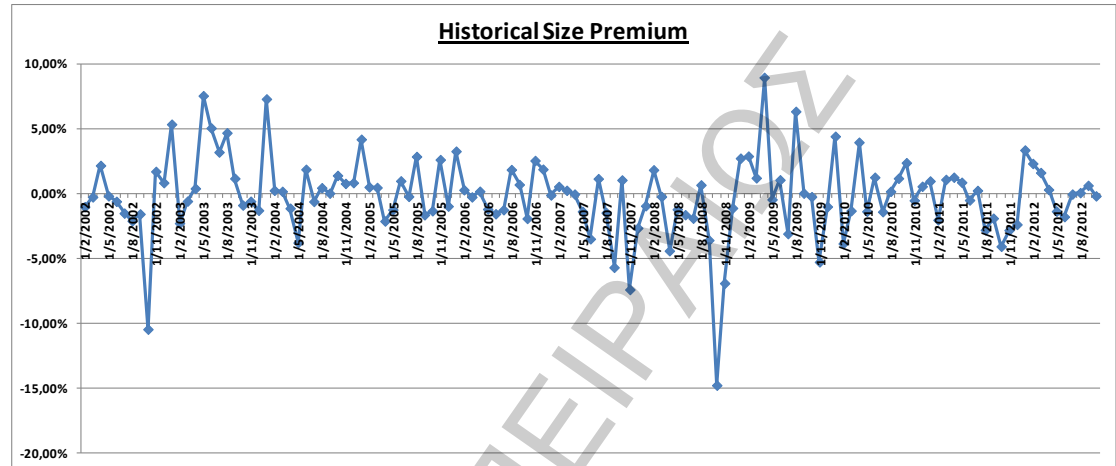
Η εφαρμογή των παραπάνω μας οδήγησε στην ακόλουθη δομή δείγματος, αναφορικά με τη κατηγοριοποίηση των μετοχών εις όρους Αγοραίας Κεφαλαιοποίησης:



Πίνακας 21: Small Cap Volume vs. Big Cap Volume

Όπως διαφαίνεται από το παραπάνω διάγραμμα, διαχρονικά και προκειμένου για τη χρονική έκταση του δείγματος της μελέτης, οι εταιρίες χαμηλής κεφαλαιοποίησης αποτέλεσαν το 80% του δείγματος, έναντι του 20% των μετοχών υψηλής κεφαλαιοποίησης.

Η δε μέση τιμή του Size premium, κατά το χρονικό βάθος του δείγματος και εξαιρουμένων των ετών 2007 και 2008, διαμορφώθηκε περίπου στο 0,33%. Η δε ιστορική απεικόνιση της ιστορικής εξέλιξης του εν λόγω Size premium έχει ως εξής:



Πίνακας 22: Size premium evolution (2002 – 2012)

- Value Premium

Προκειμένου για τη κατασκευή του παράγοντα Value Premium του μοντέλου των Fama & French, υπολογίσαμε για κάθε μήνα μελέτης του δείγματος, τη μέση τιμή του Book to Market ratio (ο οποίος προκύπτει ως το πηλίκο του Book Value per share to Market Value per share), δηλαδή υπολογίσαμε το Average Book to Market ratio.

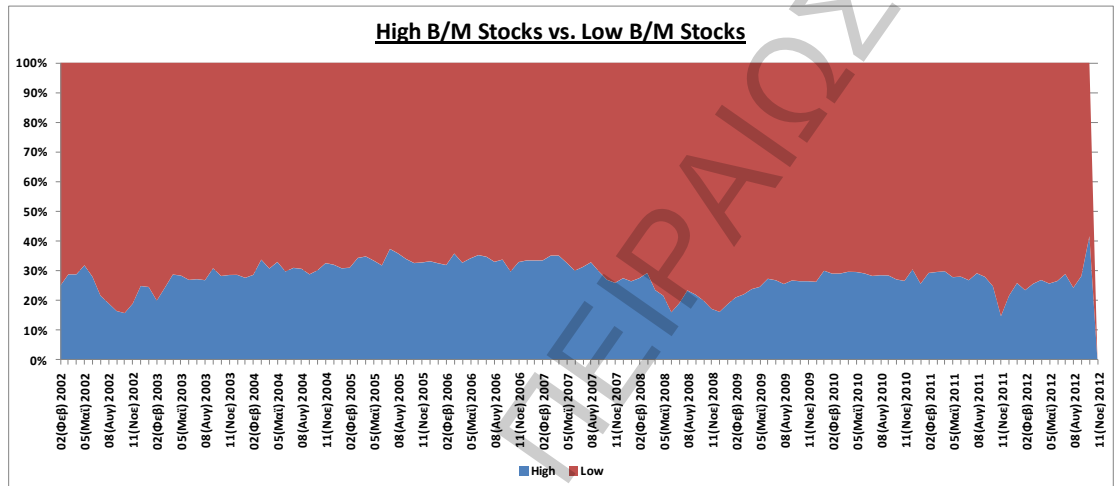
Εκείνες οι μετοχές οι οποίες, κατά τον εν λόγω μήνα μελέτης του δείγματος, εμφάνιζαν τιμή δείκτη Book to Market μεγαλύτερη του προαναφερθέντος μέσου όρου, έλαβαν τον χαρακτηρισμό High B/M. Διαφορετικά έλαβαν το χαρακτηρισμό Low B/M.

Με το τρόπο αυτό κατασκευάστηκαν τα ακόλουθα δύο χαρτοφυλάκια μετοχών:

- Το High B/M χαρτοφυλάκιο μετοχών, το οποίο περιέχει εκείνες τις μετοχές με τιμή επί του δείκτη Book to Market ratio, μεγαλύτερη του μέσου όρου του δείγματος
- Το Low B/M χαρτοφυλάκιο μετοχών, το οποίο περιέχει εκείνες τις μετοχές με τιμή επί του δείκτη Book to Market ratio, μικρότερη του μέσου όρου του δείγματος

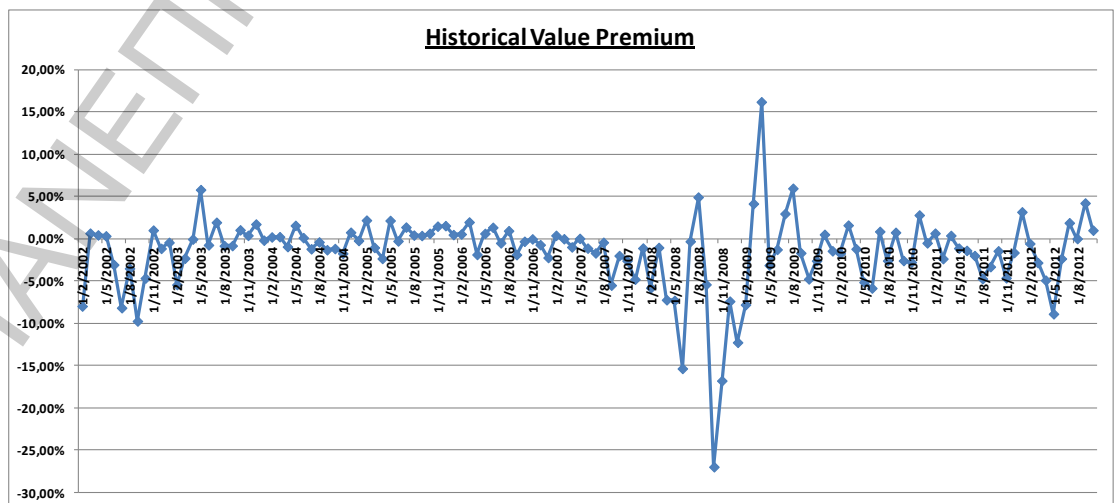
Η διαφορά των αποδόσεων (High B/M minus Low B/M) για το δεδομένο μήνα παρατηρήσεων, συνιστούσε την απόδοση του mimis χαρτοφυλακίου High minus Low των Fama & French, για το σύνολο του χρονικού βάθους της μελέτης.

Οι αποδόσεις του εν λόγω mimis χαρτοφυλακίου, προσομοιάζουν το *Value Premium των Fama & French* και προστέθηκαν στο προαναφερθέν σύνολο του Panel Data των αποδόσεων των μετοχών, καθώς και του 'Small minus Big' χαρτοφυλακίου. Η εφαρμογή των παραπάνω μας οδήγησε στην ακόλουθη δομή δείγματος, αναφορικά με τη κατηγοριοποίηση των μετοχών εις όρους Book to Market ratio:



Πίνακας 23: High B/M Volume vs. Low B/M Volume

Όπως διαφαίνεται από το παραπάνω διάγραμμα, διαχρονικά και προκειμένου για τη χρονική έκταση του δείγματος της μελέτης, οι εταιρίες χαμηλού δείκτη B/M ratio αποτέλεσαν το 70% του δείγματος, έναντι του 30% των μετοχών υψηλού δείκτη B/M ratio. Η δε μέση τιμή του Value premium, κατά το χρονικό βάθος του δείγματος και εξαιρουμένων των ετών 2007 και 2008, διαμορφώθηκε περίπου στο 0%. Η δε ιστορική απεικόνιση της σχετικής του αξίας, έχει ως ακολούθως:

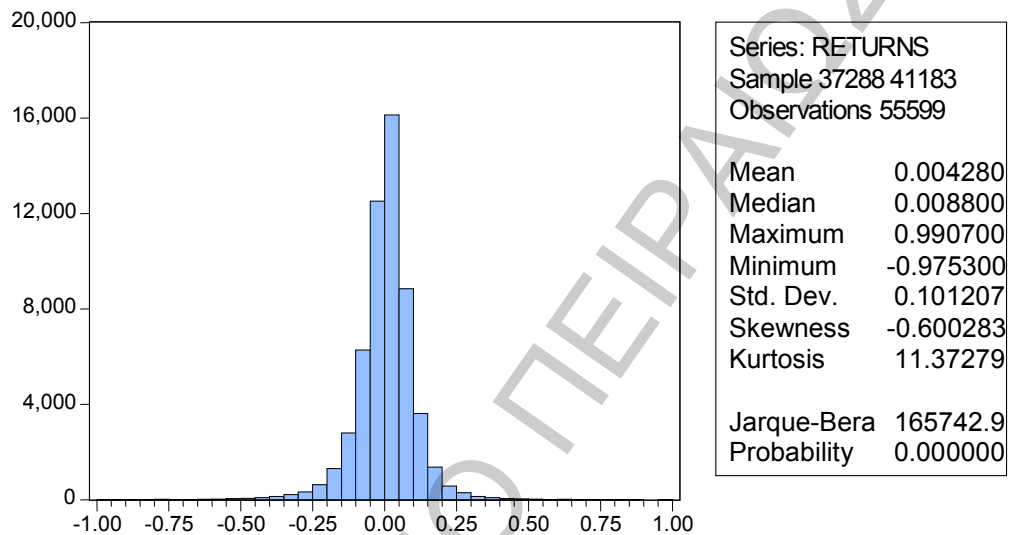


Πίνακας 24: Value premium evolution (2002 – 2012)

Καταληκτικά , το σύνολο των παρατηρήσεων του Panel data δείγματος, μετά τη πρόσθεση των αποδόσεων των προσδιοριστικών παραγόντων κατά Fama & French, ανήλθε σε 55,986 παρατηρήσεις.

- Stock Monthly Returns:

Τα μέτρα περιγραφικής στατιστικής για τις μηνιαίες αποδόσεις των συμμετεχόντων μετοχών έχουν ως ακολούθως :



Πίνακας 25:
Μέτρα Περιγραφικής Στατιστικής Μετοχικών
Μηνιαίων Αποδόσεων

Επιπροσθέτως η πινακοποίηση των πρωτογενών δεδομένων των μετοχικών μηνιαίων αποδόσεων σε τέσσερις βασικές κατηγορίες, έχει ως ακολούθως :

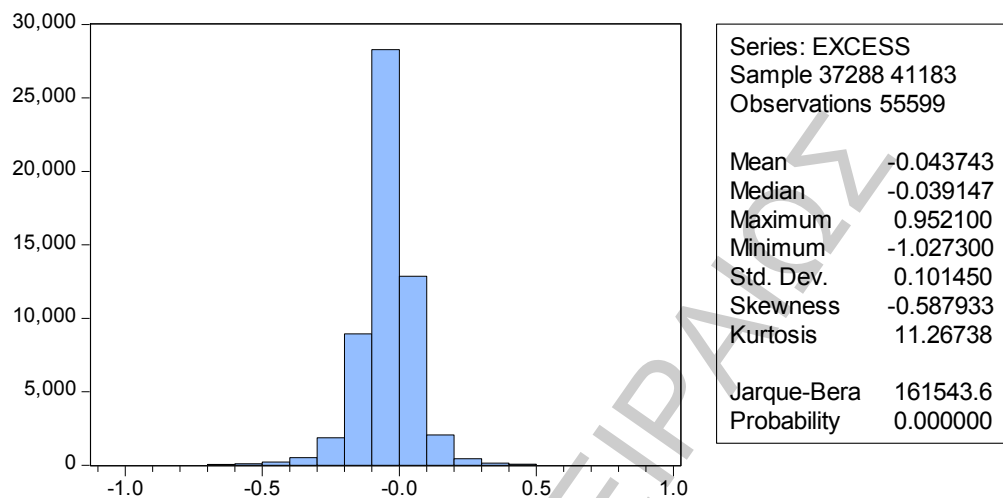
Tabulation of RETURNS

Included observations: 55599
 Number of categories: 4

Value	Count	Percent	Cumulative	
			Count	Percent
[-1, -0.5)	130	0.23	130	0.23
[-0.5, 0)	24314	43.73	24444	43.96
[0, 0.5)	31094	55.93	55538	99.89
[0.5, 1)	61	0.11	55599	100.00
Total	55599	100.00	55599	100.00

Πίνακας 26:
Πινακοποίηση Μετοχικών Μηνιαίων Αποδόσεων σε 4 κατηγορίες

- Stocks Excess Monthly Returns:
Τα μέτρα περιγραφικής στατιστικής για τις υπερβαλλουσες μηνιαίες αποδόσεις των συμμετεχόντων μετοχών έχουν ως ακολούθως :



Πίνακας 27:
Μέτρα Περιγραφικής Στατιστικής
Υπερβαλλουσών Μετοχικών Μηνιαίων Αποδόσεων

Επιπροσθέτως η πινακοποίηση των πρωτογενών δεδομένων των excess μετοχικών μηνιαίων αποδόσεων σε τέσσερις βασικές κατηγορίες, έχει ως ακολούθως :

Tabulation of EXCESS

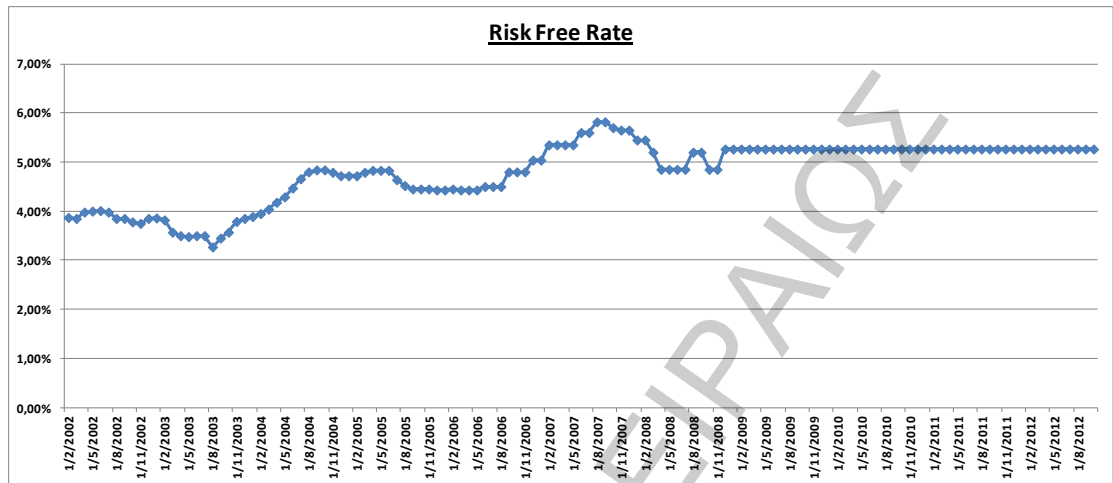
Included observations: 55599
Number of categories: 5

Value	Count	Percent	Cumulative Count	Cumulative Percent
[-1.5, -1)	2	0.00	2	0.00
[-1, -0.5)	178	0.32	180	0.32
[-0.5, 0)	39830	71.64	40010	71.96
[0, 0.5)	15548	27.96	55558	99.93
[0.5, 1)	41	0.07	55599	100.00
Total	55599	100.00	55599	100.00

Πίνακας 28:
Πινακοποίηση Υπερβαλλουσών
Μετοχικών Μηνιαίων Αποδόσεων σε 4 κατηγορίες

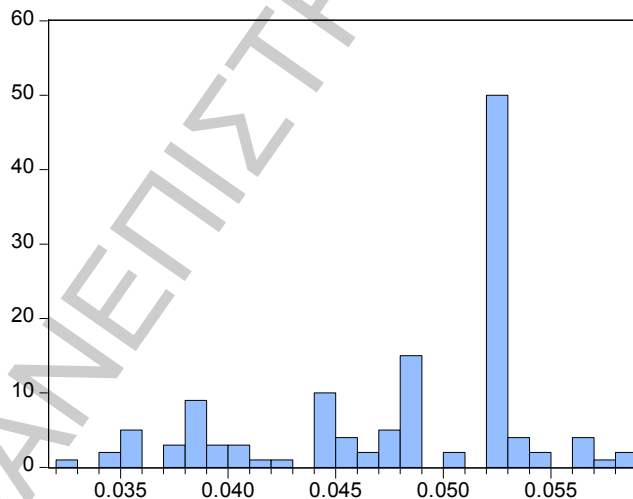
- Risk Free Rate:

Η χρονική εξέλιξη των τιμών του επιτοκίου μηδενικού κινδύνου (risk free rate), κατά το χρόνο μελέτης, έχει ως ακολούθως:



Πίνακας 29:
Risk Free Rate Time Evolution (2002 -2012)

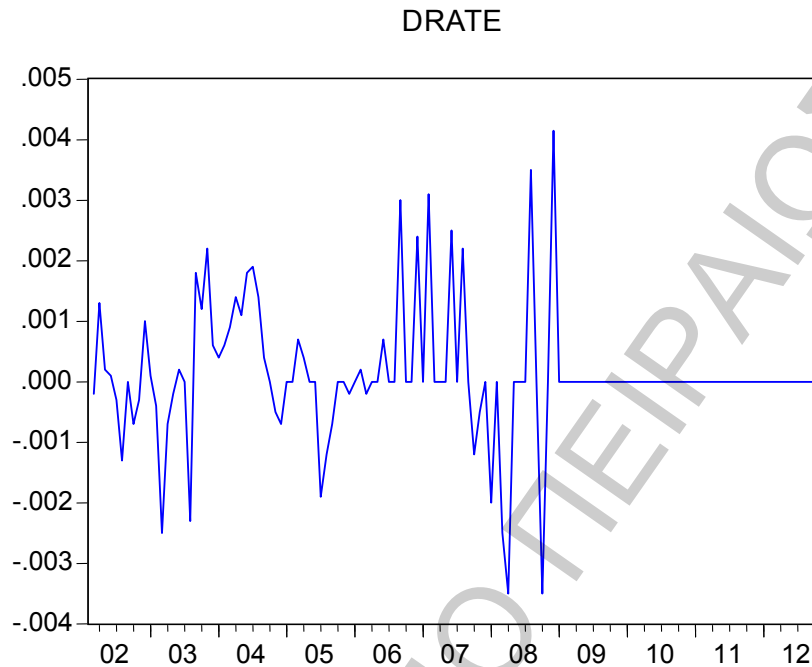
Τα μέτρα περιγραφικής στατιστικής για το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (risk free rate), έχουν ως ακολούθως :



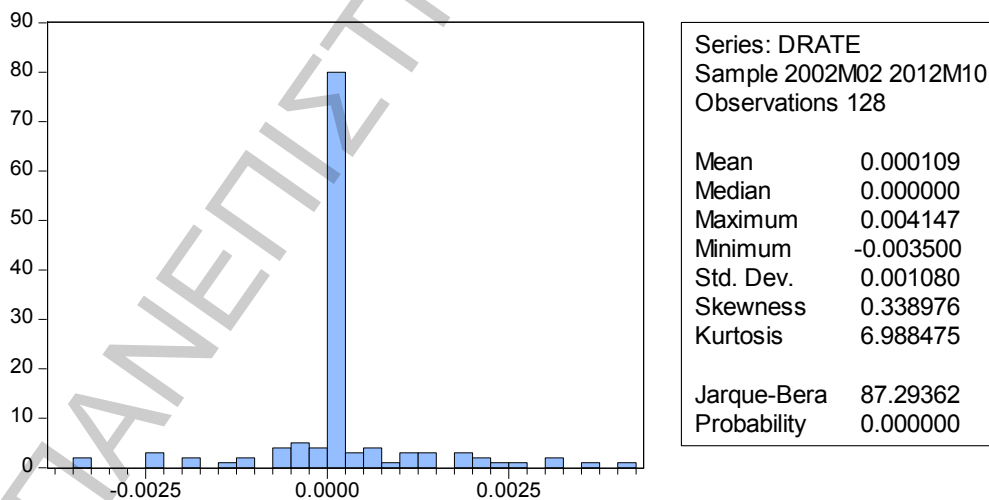
Series:	RATE
Sample:	2002M02 2012M10
Observations:	129
Mean	0.048023
Median	0.050400
Maximum	0.058200
Minimum	0.032700
Std. Dev.	0.006244
Skewness	-0.731636
Kurtosis	2.403284
Jarque-Bera	13.42265
Probability	0.001217

Πίνακας 30:
Μέτρα Περιγραφικής Στατιστικής Επιτοκίου Μηδενικού Κινδύνου

Προκειμένου για τις πρώτες διαφορές επί των αποδόσεων του επιτοκίου μηδενικού κινδύνου, ώστε να διασφαλιστεί η στασιμότητα της συναφούς χρονοσειράς δεδομένων, τα παραπάνω στατιστικά μέτρα διαμορφώνονται ως ακολούθως:



Πίνακας 31:
1st Differences of Risk Free Rate Time Evolution (2002 – 2012)



Πίνακας 32:
Μέτρα Περιγραφικής Στατιστικής Επιτοκίου
Πρώτων Διαφορών Μηδενικού Κινδύνου

CHAPTER 11

CAPM

VS.

FAMA & FRENCH 3 FACTOR MODEL

ECONOMETRIC TESTS

&

STATISTICAL INFERENCE

Econometric Methodology & Statistical Inference

Time series econometric testing for Non Stationarity

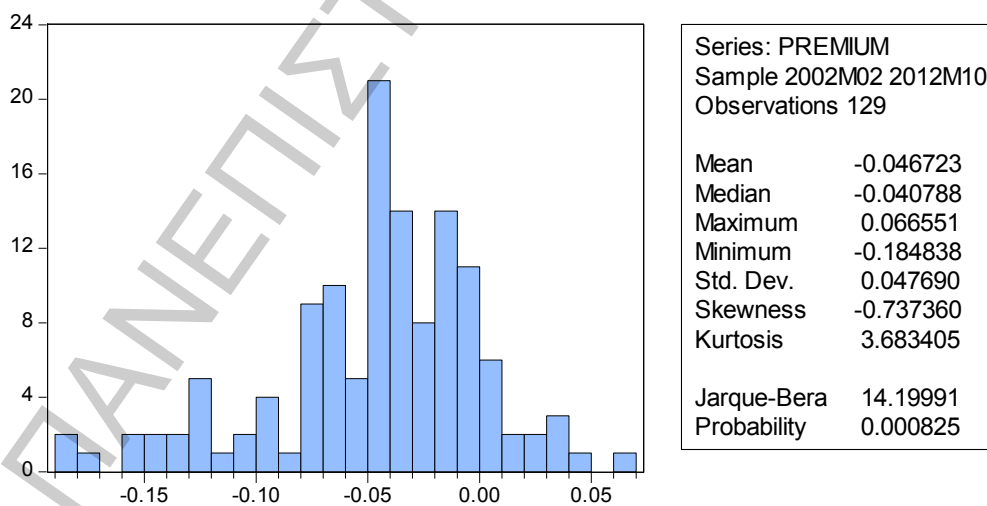
Προκειμένου να προχωρήσουμε σε κατασκευή του καταλλήλου μοντέλου, το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για τον μετέπειτα έλεγχο των αναγκαίων στατιστικών υποθέσεων, απαιτείται το σύνολο των χρησιμοποιούμενων χρονοσειρών δεδομένων να είναι στάσιμες χρονοσειρές 1^{ης} τάξης επί της αναμενομένης τιμής των, δηλαδή χρονοσειρές με μηδενικό βαθμό ολοκλήρωσης (I(0):order of integration must be zero). Πρακτικά αυτό σημαίνει πως η αναμενομένη τιμή της στάσιμης χρονοσειράς 1^{ου} βαθμού, πρέπει να είναι σταθερή και ανεξάρτητη του χρόνου t.

Στη περίπτωση της παρούσης μελέτης, δεν τίθεται πρόβλημα μη στασιμότητας, δοθέντος του γεγονότος ότι το σύνολο των χρησιμοποιούμενων χρονοσειρών αποτελείται από αποδόσεις περιουσιακών στοιχείων ή γραμμικούς συνδυασμούς αποδόσεων περιουσιακών στοιχείων και δη μετοχών. Εξαίρεση στα παραπάνω αποτελεί η χρονοσειρά των μηνιαίων αποδόσεων των μηνιαίων Εντόκων Γραμματίων, οποία εμφανίζει ενδείξεις μη στασιμότητας. Συγκεκριμένα έχουμε:

Για τον έλεγχο στασιμότητας 1^{ης} τάξης επί της μέσης τιμής των δεδομένων των χρησιμοποιούμενων χρονοσειρών, θα χρησιμοποιήσουμε το test των Dickey – Fuller.

Market Risk Premium:

Τα μέτρα περιγραφικής στατιστικής αναφορικά με το Market risk premium είναι τα ακόλουθα :



Πίνακας 33: Μέτρα Περιγραφικής Στατιστικής για Market Risk Premium

Ο έλεγχος στασιμότητας της χρονοσειράς δεδομένων 'Market Risk Premium' έχει ως ακολούθως:

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Market risk premium (with trend & Intercept):

Null Hypothesis: PREMIUM has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.18728	0.0000
Test critical values:		
1% level	-4.031309	
5% level	-3.445308	
10% level	-3.147545	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 34:
Έλεγχος Στασιμότητας του
Market Risk Premium (with trend & intercept)

Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως , περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.00 < 0.05)

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Market risk premium (with Intercept):

Null Hypothesis: PREMIUM has a unit root
Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.17468	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.482035	
5% level	-2.884109	
10% level	-2.578884	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 35:
Έλεγχος Στασιμότητας του
Market Risk Premium (with intercept)

Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως , περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.00 < 0.05)

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Market risk premium (none):

Null Hypothesis: PREMIUM has a unit root
Exogenous: None

Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.025084	0.0415
Test critical values: 1% level	-2.583593	
5% level	-1.943406	
10% level	-1.615024	

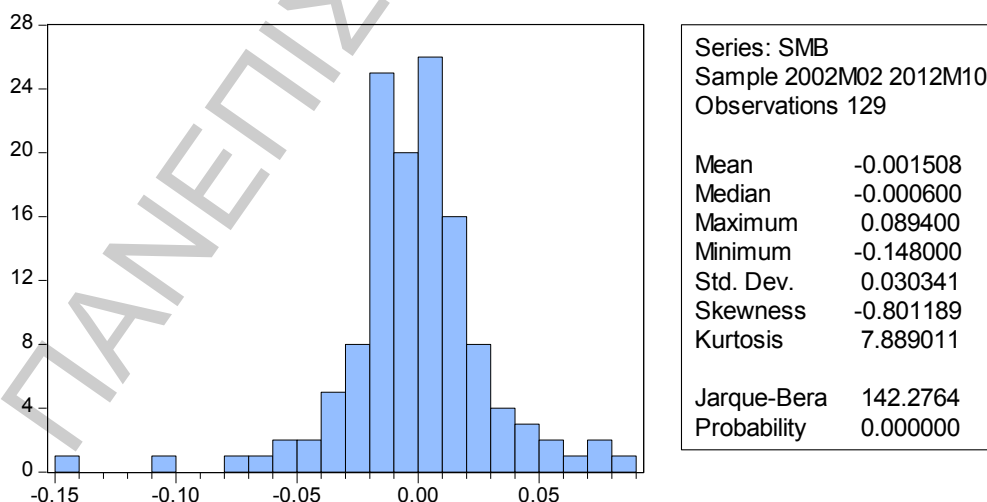
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 36:
Έλεγχος Στασιμότητας του
Market Risk Premium (none)

Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως , περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.0415 < 0.05)

Size Risk Premium:

Τα μέτρα περιγραφικής στατιστικής αναφορικά με το Size risk premium είναι τα ακόλουθα :



Πίνακας 37: Μέτρα Περιγραφικής Στατιστικής για Size Risk Premium

Ο έλεγχος στασιμότητας της χρονοσειράς δεδομένων 'Size Risk Premium' έχει ως ακολούθως:

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Size risk premium (with trend & Intercept):

Null Hypothesis: SMB has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-9.082867	0.0000
Test critical values: 1% level	-4.031309	
5% level	-3.445308	
10% level	-3.147545	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 38:
Έλεγχος Στασιμότητας του
Size Risk Premium (with trend & intercept)

Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως, περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.00 < 0.05)

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Size risk premium (with Intercept):

Null Hypothesis: SMB has a unit root
Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-9.051332	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.482035	
5% level	-2.884109	
10% level	-2.578884	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 39:
Έλεγχος Στασιμότητας του
Size Risk Premium (with intercept)

Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως, περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.00 < 0.05)

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Size risk premium (none):

Null Hypothesis: SMB has a unit root
Exogenous: None

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-9.070802	0.0000
Test critical values: 1% level	-2.583153	
5% level	-1.943344	
10% level	-1.615062	

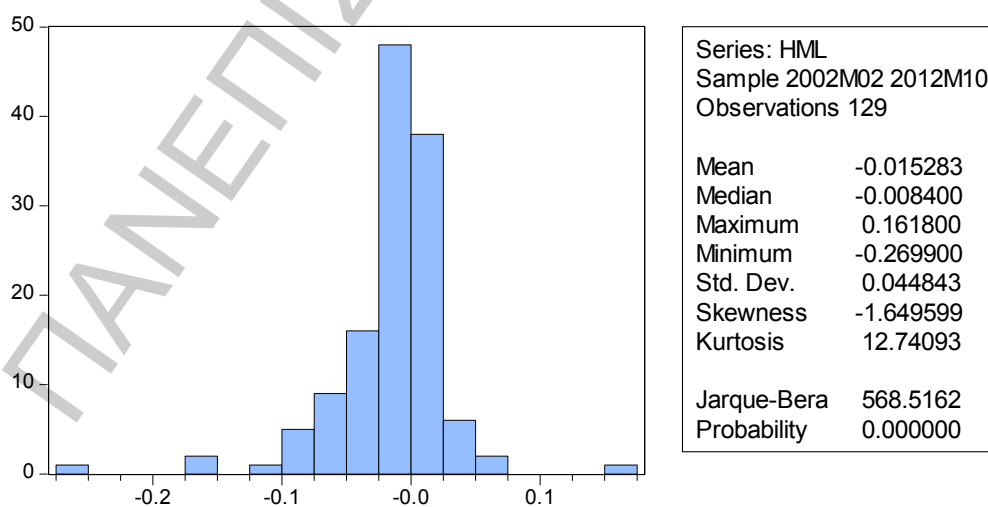
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 40:
Έλεγχος Στασιμότητας του
Size Risk Premium (none)

Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως, περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.000 < 0.05)

Value Risk Premium:

Τα μέτρα περιγραφικής στατιστικής αναφορικά με το Value risk premium είναι τα ακόλουθα :



Πίνακας 41: Μέτρα Περιγραφικής Στατιστικής για Value Risk Premium

Ο έλεγχος στασιμότητας της χρονοσειράς δεδομένων 'Value Risk Premium' έχει ως ακολούθως:

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Value risk premium (with trend & Intercept):

Null Hypothesis: HML has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.195559	0.0000
Test critical values: 1% level	-4.031309	
5% level	-3.445308	
10% level	-3.147545	

* MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 42:
Έλεγχος Στασιμότητας του Value Risk Premium (with trend & intercept)

Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως, περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.00 < 0.05)

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Value risk premium (with Intercept):

Null Hypothesis: HML has a unit root
Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.174727	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.482035	
5% level	-2.884109	
10% level	-2.578884	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 43:
Έλεγχος Στασιμότητας του Value Risk Premium (with intercept)

Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως, περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.00 < 0.05)

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Value risk premium (none):

Null Hypothesis: HML has a unit root
Exogenous: None

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-6.748577	0.0000
Test critical values:		
1% level	-2.583153	
5% level	-1.943344	
10% level	-1.615062	

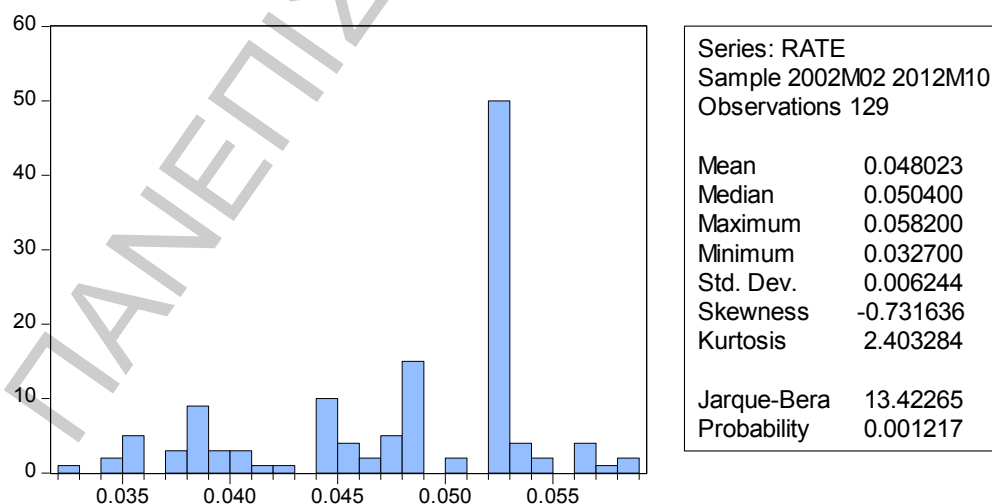
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 44:
Έλεγχος Στασιμότητας του
Value Risk Premium (none)

Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως, περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.000 < 0.05)

Risk Free Rate:

Τα μέτρα περιγραφικής στατιστικής αναφορικά με το Risk Free Rate είναι τα ακόλουθα :



Πίνακας 45: Μέτρα Περιγραφικής Στατιστικής για Risk Free Rate

Ο έλεγχος στασιμότητας της χρονοσειράς δεδομένων 'Risk Free Rate' έχει ως ακολούθως:

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Risk Free Rate (with trend & Intercept):

Null Hypothesis: RATE has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.936589	0.6295
Test critical values: 1% level	-4.031899	
5% level	-3.445590	
10% level	-3.147710	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 46:
Έλεγχος Στασιμότητας του Risk Free Rate (with trend & intercept)

Αδυναμία απόρριψης της μηδενικής υποθέσεως , περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.6295 > 0.05)

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Risk Free Rate (with Intercept):

Null Hypothesis: RATE has a unit root
Exogenous: Constant

Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.596531	0.4814
Test critical values: 1% level	-3.482453	
5% level	-2.884291	
10% level	-2.578981	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 47:
Έλεγχος Στασιμότητας του Risk Free Rate (with intercept)

Αδυναμία απόρριψης της μηδενικής υποθέσεως , περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.4814 > 0.05)

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Risk Free Rate (none):

Null Hypothesis: RATE has a unit root
Exogenous: None

Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	0.730780	0.8713
Test critical values:		
1% level	-2.583298	
5% level	-1.943364	
10% level	-1.615050	

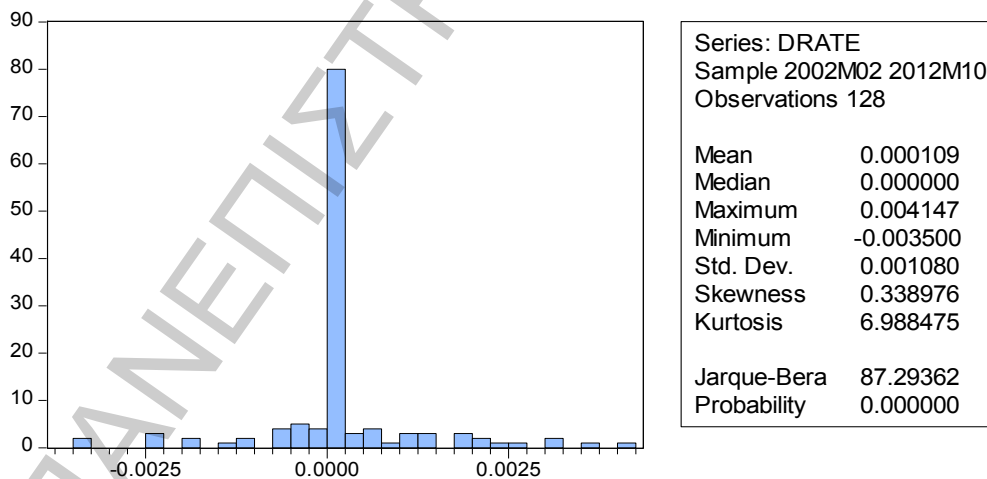
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 48:Έλεγχος Στασιμότητας του Risk Free Rate (none)

Αδυναμία απόρριψης της μηδενικής υποθέσεως, περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.8713 > 0.05) Προκειμένου να συνεχίσουμε τη μοντελοποίηση απαιτείται η λήψη πρώτων διαφορών επί των δεδομένων της χρονοσειράς Risk Free Rate και εκ νέου διενέργεια των παραπάνω ελέγχων στασιμότητας 1^{ης} τάξης επί της αναμενομένης τιμής.

Risk Free Rate (1st differences):

Τα μέτρα περιγραφικής στατιστικής αναφορικά με το Risk Free Rate (1st differences) είναι τα ακόλουθα :

Πίνακας 49: Μέτρα Περιγραφικής Στατιστικής για Risk Free Rate (1st diff)

Ο έλεγχος στασιμότητας πρώτων διαφορών της χρονοσειράς δεδομένων 'Risk Free Rate' έχει ως ακολούθως:

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Risk Free Rate (1st diffs)
(with trend & Intercept):

Null Hypothesis: DRATE has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-9.159427	0.0000
Test critical values: 1% level	-4.031899	
5% level	-3.445590	
10% level	-3.147710	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 50:
Έλεγχος Στασιμότητας του
Risk Free Rate 1st diffs (with trend & intercept)

Απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5% (Prob = 0.000 < 0.05).

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Risk Free Rate (1st diffs with Intercept):

Null Hypothesis: DRATE has a unit root
Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-9.163475	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.482453	
5% level	-2.884291	
10% level	-2.578981	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 51:
Έλεγχος Στασιμότητας του
Risk Free Rate 1st diffs (with intercept)

Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως , περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.000 < 0.05)

Έλεγχος Στασιμότητας 1^{ης} τάξης του Risk Free Rate (1st diffes none):

Null Hypothesis: DRATE has a unit root
Exogenous: None

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-9.118750	0.0000
Test critical values:		
1% level	-2.583298	
5% level	-1.943364	
10% level	-1.615050	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Πίνακας 52:
Έλεγχος Στασιμότητας του
Risk Free Rate 1st diffs (none)

Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως, περί υπάρξεως τουλάχιστον μίας μοναδιαίας ρίζας, για επίπεδο σημαντικότητας 5%. (Prob = 0.000 < 0.05)

Time Series econometric testing for Granger Causality

Η οικονομετρική έννοια του Granger Causality, στηρίζεται στην θεωρία των Vector Autoregressive Models. Πιό συγκεκριμένα, έστω οι χρονοσειρές X_t και Y_t , για τις οποίες προϋποθέτουμε στασιμότητα 1^{ης} τάξης επί της μέσης τιμής.

Ένα Bivariate Vector Autoregressive Model of order p – VAR(p), δομείται ως ακολούθως:

$$Y_t = c_1 + \sum_{i=1}^p a_{1i} Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p b_{1i} X_{t-1} + u_{1t} \quad (128)$$

$$X_t = c_2 + \sum_{i=1}^p a_{2i} Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p b_{2i} X_{t-1} + u_{2t} \quad (129)$$

Όπου:

$$\begin{pmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \right) \quad (130)$$

Με την χρήση της παραπάνω οικονομετρικής μεθοδολογίας, δυνάμεθα να πράξουμε Granger Causality Testing, ή διαφορετικά αλλά ισοδύναμα έλεγχο αιτιατότητας μεταξύ των στάσιμων χρονοσειρών X και Y.

Ο έλεγχος αιτιατότητας δύναται να πραγματοποιηθεί προς μία κατεύθυνση (X causes Y) ή προς την αντίθετη κατεύθυνση (Y causes X), αλλά είναι πολύ συχνό το ενδεχόμενο η αιτιατότητα μεταξύ των μεταβλητών να είναι αμφίδρομη.

Εννοιολογικά με τον έλεγχο αιτιατότητας της χρονοσειράς X επί της Y (X Granger Y), επιχειρούμε να διαπιστώσουμε το ποσοστό της παρούσας μεταβλητότητας της χρονοσειράς Y, η οποία επεξηγείται από παρελθούσες τιμές της ίδιας χρονοσειράς Y (time lagged by p), σε συνδυασμό με παρελθούσες τιμές της χρονοσειράς X (time lagged by p), καθώς επίσης και το κατά πόσον η πρόσθεση επιπλέον παρελθόντων τιμών της μεταβλητής X, ενδέχεται να βελτιώσει την παραπάνω επεξηγηματική δυνατότητα.

Υπό όρους στατιστικού ελέγχου, το παραπάνω ισοδυναμεί με το να ισχυριστούμε πως οι συντελεστές b_{1i} , $i = 1, \dots, p$ της εξίσωσης (128) ή οι συντελεστές a_{2i} , $i = 1, \dots, p$ είναι συνολικά και εν παραλλήλω στατιστικώς σημαντικοί, δηλαδή συνολικά και εν παραλλήλω διαφορετικοί του μηδενός.

Πιό συγκεκριμένα :

1st Statistical F - Test:

Y does not Granger X

$$H_0: a_{2i} = 0, \forall i = 1, \dots, p$$

2nd Statistical F - Test:

X does not Granger Y

$$H_0: b_{1i} = 0, \forall i = 1, \dots, p$$

Προκειμένου να εφαρμοστούν οι παραπάνω στατιστικοί έλεγχοι και να εξαχθούν τα σχετικά συμπεράσματα, απαιτείται να προσδιοριστεί το χρονικό βάθος εφαρμογής της VAR μεθόδου επί των παραπάνω χρονοσειρών.

Η εφαρμογή του καταλλήλου Lag order πραγματοποιείται μέσω των αντιστοίχων διαθεσίμων selection criteria , τα δημοφιλέστερα των οποίων είναι τα ακόλουθα:

LR:

Sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)

FPE:

Final prediction error

AIC:

Akaike information criterion

SC:

Schwarz information criterion

HQ:

Hannan-Quinn information criterion

Στη περίπτωση μας θα επιλέξουμε το βέλτιστο χρονικό βάθος, μέσω επιλογής και χρήσης του *AIC information criterion (Akaike)*.

Τα οικονομετρικά αποτελέσματα στο enviews έχουν ως ακολούθως:

VAR Lag Order Selection Criteria

Endogenous variables: RETURNS PREMIUM DRATE SMB HML

Exogenous variables: C

Date: 30/12/12 Time: 21:20

Sample: 37288 41183

Included observations: 45254

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	549484.4	NA	1.95e-17	-24.28423	-24.28327	-24.28393
1	568289.8	37605.86	8.52e-18	-25.11424	-25.10845	-25.11242
2	576037.9	15492.48	6.06e-18	-25.45556	-25.44496	-25.45222
3	585142.6	18202.86	4.06e-18	-25.85683	-25.84142	-25.85198
4	591793.9	13296.40	3.03e-18	-26.14968	-26.12945	-26.14331
5	596179.6	8766.347	2.50e-18	-26.34240	-26.31735	-26.33452
6	603704.3	15039.15	1.79e-18	-26.67385	-26.64399	-26.66445
7	611007.6	14594.92	1.30e-18	-26.99552	-26.96083	-26.98460
8	616228.4	10432.20	1.03e-18	-27.22515	-27.18564	-27.21271
9	619569.7	6675.739	8.92e-19	-27.37171	-27.32739	-27.35776
10	624041.7	8933.981	7.33e-19	-27.56825	-27.51911	-27.55278
11	630987.8	13875.01	5.40e-19	-27.87412	-27.82017	-27.85714
12	639054.0	16110.65	3.78e-19	-28.22950	-28.17073	-28.21101
13	646260.8	14392.69	2.75e-19	-28.54691	-28.48332	-28.52689
14	655404.8	18259.16	1.84e-19	-28.94992	-28.88151	-28.92839
15	664664.6	18488.59	1.22e-19	-29.35805	-29.28483	-29.33501
16	672086.7	14817.55	8.82e-20	-29.68496	-29.60692	-29.66040
17	684611.9	25002.79	5.08e-20	-30.23741	-30.15455	-30.21133
18	693899.6	18538.06	3.37e-20	-30.64677	-30.55910	-30.61918
19	704962.2	22078.26	2.07e-20	-31.13458	-31.04209	-31.10547
20	716454.1	22932.61	1.25e-20	-31.64136	-31.54405	-31.61074
21	744929.2	56816.84	3.55e-21	-32.89872	-32.79659	-32.86658
22	774913.7	59821.81	9.44e-22	-34.22277	-34.11583	-34.18912
23	799486.5	49019.71	3.19e-22	-35.30766	-35.19590	-35.27249
24	823708.7	48314.77*	1.09e-22*	-36.37706*	-36.26048*	-36.34037*

* indicates lag order selected by the criterion

LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)

FPE: Final prediction error

AIC: Akaike information criterion

SC: Schwarz information criterion

HQ: Hannan-Quinn information criterion

Πίνακας 53:

Αποτελέσματα Εφαρμογής Μεθόδου Προσδιορισμού VAR Lag Length

Όπως καταδεικνύεται από τον παραπάνω πίνακα αποτελεσμάτων, ο αστερίσκος στο Akaike criterion (AIC), καταδεικνύει προτεινόμενο χρονικό βάθος 24 lags, προκειμένου για αύξηση της επεξηγηματικότητας του μοντέλου.

Η εφαρμογή των παραπάνω επί των χρησιμοποιούμενων στην παρούσα Οικονομετρική Ανάλυση Χρονοσειρών (stock returns, market risk premium, size risk premium, value risk premium, risk free rate(1st diffs)) και προκειμένου για 24 time lags, μας δίδει τα ακόλουθα αποτελέσματα:

Pairwise Granger Causality Tests

Date: 30/12/12 Time: 21:39
Sample: 37288 41183

Lags: 24

Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Prob.
PREMIUM does not Granger Cause RETURNS RETURNS does not Granger Cause PREMIUM	45255	18.1258 32.5036	1.E-76 8E-148
DRATE does not Granger Cause RETURNS RETURNS does not Granger Cause DRATE	45254	28.4020 19.5379	2E-127 1.E-83
SMB does not Granger Cause RETURNS RETURNS does not Granger Cause SMB	45255	27.1300 21.7563	4E-121 2.E-94
HML does not Granger Cause RETURNS RETURNS does not Granger Cause HML	45255	41.5981 10.7279	4E-193 7.E-41
DRATE does not Granger Cause PREMIUM PREMIUM does not Granger Cause DRATE	45254	779.768 578.562	0.0000 0.0000
SMB does not Granger Cause PREMIUM PREMIUM does not Granger Cause SMB	45255	940.782 1129.50	0.0000 0.0000
HML does not Granger Cause PREMIUM PREMIUM does not Granger Cause HML	45255	2819.62 1219.70	0.0000 0.0000
SMB does not Granger Cause DRATE DRATE does not Granger Cause SMB	45254	865.856 922.783	0.0000 0.0000
HML does not Granger Cause DRATE DRATE does not Granger Cause HML	45254	1299.07 1277.54	0.0000 0.0000
HML does not Granger Cause SMB SMB does not Granger Cause HML	45255	1288.63 1833.15	0.0000 0.0000

Πίνακας 54: **Granger Causality Testing Pairwise Results**

Η ερμηνεία των παραπάνω αποτελεσμάτων, είναι εξαιρετικά χρήσιμη και ενδιαφέρουσα, αποτελεί δε έμμεση και συνάμα ισχυρότατη ένδειξη στατιστικής σημαντικότητας των τριών προσδιοριστικών παραγόντων του μοντέλου Fama & French (Market premium, Size premium, Value premium).

Πιο συγκεκριμένα :

Two Way Causality between Returns and Market Premium:

Υφίσταται αμφίδρομη σχέση αιτιότητας μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών και του επιβαλλόμενου από την Αγορά Market risk premium. Και στις δύο περιπτώσεις, απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση για επίπεδο σημαντικότητας 5%.

Two Way Causality between Returns and Size Premium:

Υφίσταται αμφίδρομη σχέση αιτιότητας μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών και του επιβαλλόμενου από την Αγορά Size risk premium. Και στις δύο περιπτώσεις, απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση για επίπεδο σημαντικότητας 5%

Two Way Causality between Returns and Value Premium:

Υφίσταται αμφίδρομη σχέση αιτιότητας μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών και του επιβαλλόμενου από την Αγορά Value risk premium. Και στις δύο περιπτώσεις, απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση για επίπεδο σημαντικότητας 5%

Αξίζει δε να σημειωθεί πως η ισχυρότερη και συνάμα στατιστικώς σημαντική σχέση αιτιότητας επί των αποδόσεων των μετοχών σημειώνεται από το προσδιοριστικό παράγοντα Value premium (F – stat = 41.5981), η αμέσως πίο ισχυρή είναι εκείνη του Size Premium (F – stat = 27.13) και ακολουθεί εκείνη του Market premium (F – stat = 18.1258).

Επιπλέον των παραπάνω, αξίζει να σημειωθεί πως οι παραπάνω προσδιοριστικοί παράγοντες προκαλούν στατιστικώς σημαντικές επιδράσεις αιτιότητας μεταξύ των. Οι αντίστοιχες μηδενικές υποθέσεις απορρίπτονται στο επίπεδο σημαντικότητας του 5%, αποδεικνύοντας πως οι εν λόγω παράγοντες, αποτελούν επιμέρους τμήματα του ίδιου συστημικού και μη διαφοροποιήσιμου κινδύνου της Αγοράς.

Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

	Premium	Small minus Big	High minus Low
Premium		1129.50	1219.70
Small minus Big	940.782		1833.15
High minus Low	2819.62	1288.63	

Πίνακας 55:

Two way Causality between Risk Factors of Fama & French model

Impulse Response Econometric Analysis between Time Series

Η Impulse Response Time Series Analysis, εξετάζει το τρόπο με τον οποίο οι μεταβολές στις τιμές μίας χρονοσειράς, μεταφέρονται μέσω της υπολοίπων της παλινδρομήσεως ενός VAR(p) μοντέλου, σε μία άλλη χρονοσειρά εις όρους ποσότητας μεταβολής, καθώς και χρονικής υστέρησης αναφορικά με τη μετάδοση της αρχικής διαταραχής.

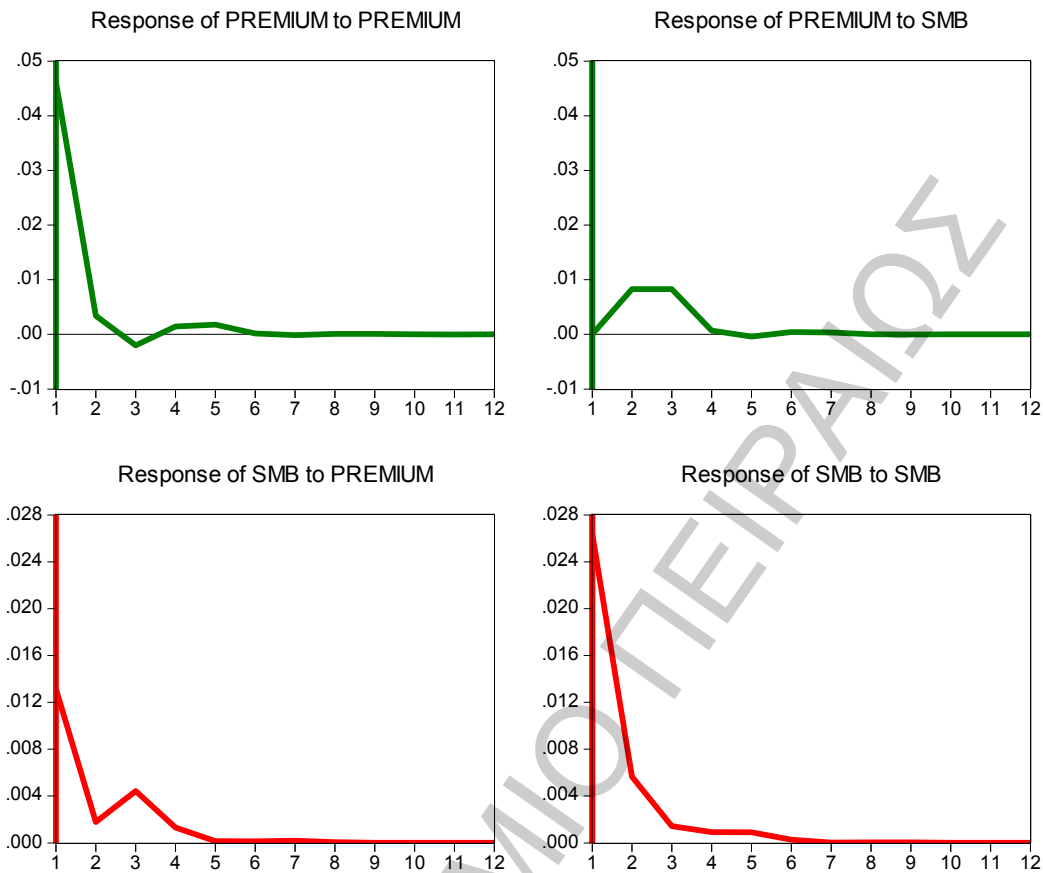
Προκειμένου για το προαναφερθέν Bivariate Vector Autoregressive Model of order p, **VAR (p)**, ένα shock στα residuals u_{2t} της εξισώσεως παλινδρόμησης (129), θα επηρεάσει ευθέως και άμεσα τις τιμές της χρονοσειράς X_t .

Η επίδραση όμως επί των τιμών της χρονοσειράς Y , στο επόμενο χρονικό σημείο (t+1) θα έχει δύο στάδια:

1. Αρχικώς και σε άμεσο χρόνο θα επηρεαστεί η χρονοσειρά, στο επόμενο χρονικό σημείο, δηλαδή η τιμή $Y_{(t+1)}$, μέσω της εξίσωσης παλινδρόμησης (128), δεδομένης της συμμετοχής σε αυτήν της τιμής X_t .
2. Τα σφάλματα παλινδρόμησης u_{1t} και u_{2t} , εμφανίζουν μη μηδενικό συντελεστή συσχέτισης ($\sigma_{12} = \sigma_{21} \neq 0$), επομένως το shock των υπολοίπων u_{2t} , θα μεταφερθεί στα residuals u_{1t} και από εκεί μέσω της εξισώσεως παλινδρόμησης (128) στην τιμή της χρονοσειράς Y στο χρονικό σημείο t, δηλαδή τη τιμή Y_t . Η τιμή Y_t θα επηρεάσει τελικώς τη τιμή της χρονοσειράς στο επόμενο χρονικό σημείο, δηλαδή τη τιμή $Y_{(t+1)}$, μέσω της ίδιας εξισώσεως παλινδρόμησης.

Εν συνεχεία θα πράξουμε τον παραπάνω οικονομετρικό έλεγχο, εφαρμόζοντας τις σχετικές αρχές και μεθοδολογία κατά Cholesky, στο σύνολο των δυνατών ζευγών χρονοσειρών, που διαμορφώνονται από τους τρεις προσδιοριστικούς παράγοντες του πολυπαραγοντικού μοντέλου των Fama & French, δηλαδή του Market risk premium, του Size risk premium και εν τέλει του Value risk premium, σε προβλεπτικό βάθος 12 μηνιαίων περιόδων.

Response to Cholesky One S.D. Innovations

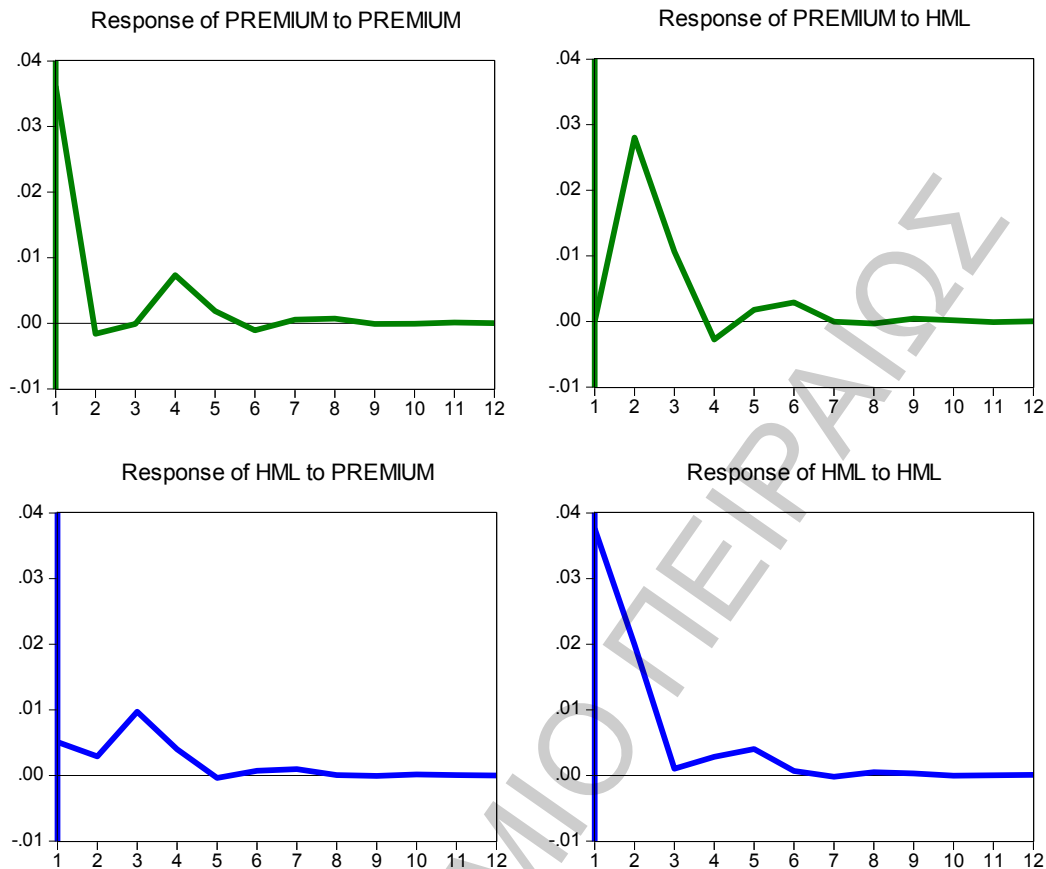
**Πίνακας 56:****1^ο Ζεύγος Impulse Response Analysis:
Market Premium vs. Size Premium**

Η ερμηνεία των παραπάνω έχει ως εξής:

Η μεταβολή της τιμής του Market Risk Premium κατά 4.5%, κατά τη χρονική περίοδο 1, οδηγεί σε άμεση αύξηση την τιμή του αντίστοιχου premium. Το εν λόγω shock, απορροφάται σταδιακά και μη μονοτονικά σε βάθος 6 μηνιαίων περιόδων. Το αρχικό shock στο Market Risk Premium, προκαλεί ένα άμεσο αλλά μικρότερου μεγέθους shock στο μέγεθος του Size Risk Premium, της τάξεως του 1,2%, το οποίο απορροφάται σε βάθος 5 μηνιαίων περιόδων.

Αναστροφή, το αρχικό shock κατά τη χρονική περίοδο 1, στο μέγεθος του Size Risk Premium κατά 2,8%, προκαλεί μία άμεση αύξηση της τιμής του αντίστοιχου premium, το οποίο απορροφάται μονοτονικά σε χρονικό βάθος 7 μηνιαίων περιόδων. Το αρχικό shock στο Size Risk Premium, δεν προκαλεί καμία άμεση μεταβολή στη τιμή του Market Risk Premium, το οποίο όμως δείχνει να επηρεάζεται με υστέρηση μίας μηνιαίας περιόδου, δηλαδή στη 2^η μηνιαία περίοδο κατά 1% και τελικώς να απορροφά πλήρως την διαταραχή κατά την 4^η χρονική περίοδο.

Response to Cholesky One S.D. Innovations

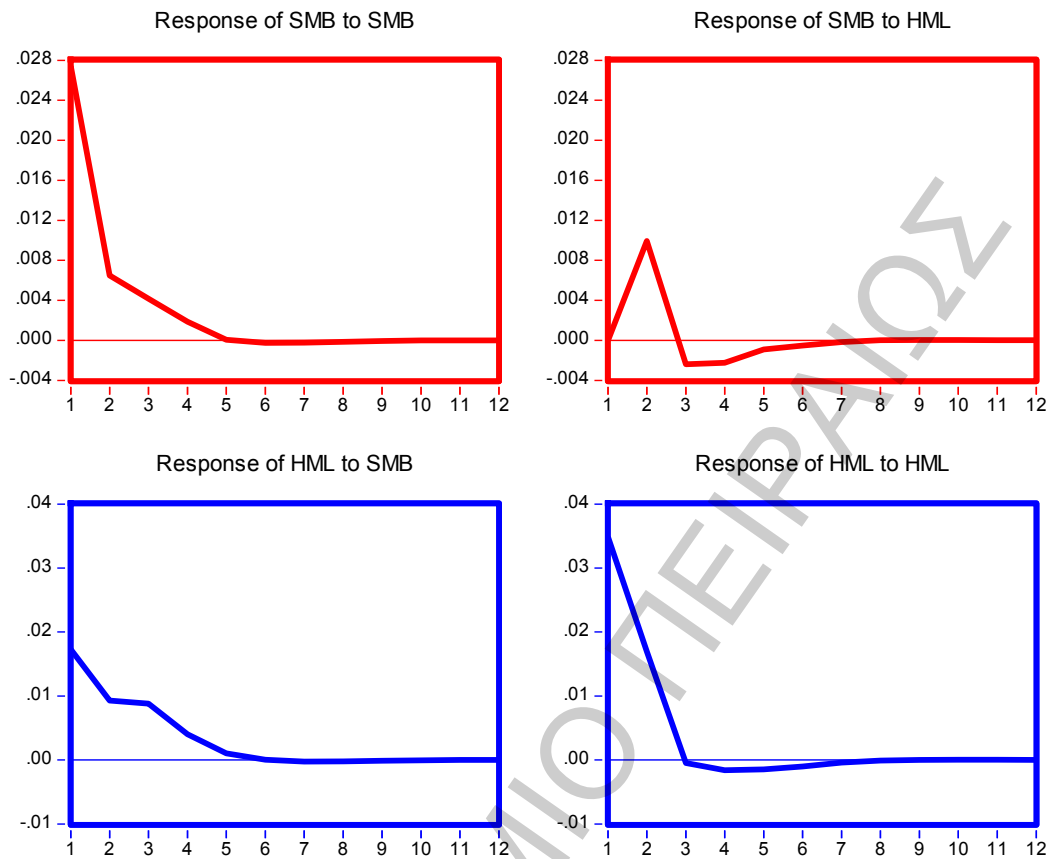
**Πίνακας 57:****2^ο Ζεύγος Impulse Response Analysis:
Market Premium vs. Value Premium**

Η ερμηνεία των παραπάνω έχει ως εξής:

Η μεταβολή της τιμής του **Market Risk Premium** κατά **3.5%**, κατά τη χρονική περίοδο 1, οδηγεί σε άμεση αύξηση την τιμή του αντίστοιχου premium. Το εν λόγω shock, απορροφάται σταδιακά και μη μονοτονικά σε βάθος **7 μηνιαίων περιόδων**. Το αρχικό shock στο **Market Risk Premium**, προκαλεί ένα άμεσο αλλά μικρότερου μεγέθους shock στο μέγεθος του **Value Risk Premium**, της τάξεως του **0.5%**, το οποίο απορροφάται σε βάθος **8 μηνιαίων περιόδων**.

Αναστρόφως, το αρχικό shock κατά τη χρονική περίοδο 1, στο μέγεθος του **Value Risk Premium** κατά **4%**, προκαλεί μία άμεση αύξηση της τιμής του αντίστοιχου premium, το οποίο απορροφάται μη μονοτονικά σε χρονικό βάθος **6 μηνιαίων περιόδων**. Το αρχικό shock στο **Value Risk Premium**, δεν προκαλεί καμία άμεση μεταβολή στη τιμή του **Market Risk Premium**, το οποίο όμως δείχνει να επηρεάζεται με **υστέρηση μίας μηνιαίας περιόδου**, δηλαδή στη **2^η μηνιαία περίοδο** κατά **3%** και τελικώς να απορροφά πλήρως την διαταραχή κατά την **7^η χρονική περίοδο**

Response to Cholesky One S.D. Innovations

**Πίνακας 58:****Ζεύγος Impulse Response Analysis:
Size Premium vs. Value Premium**

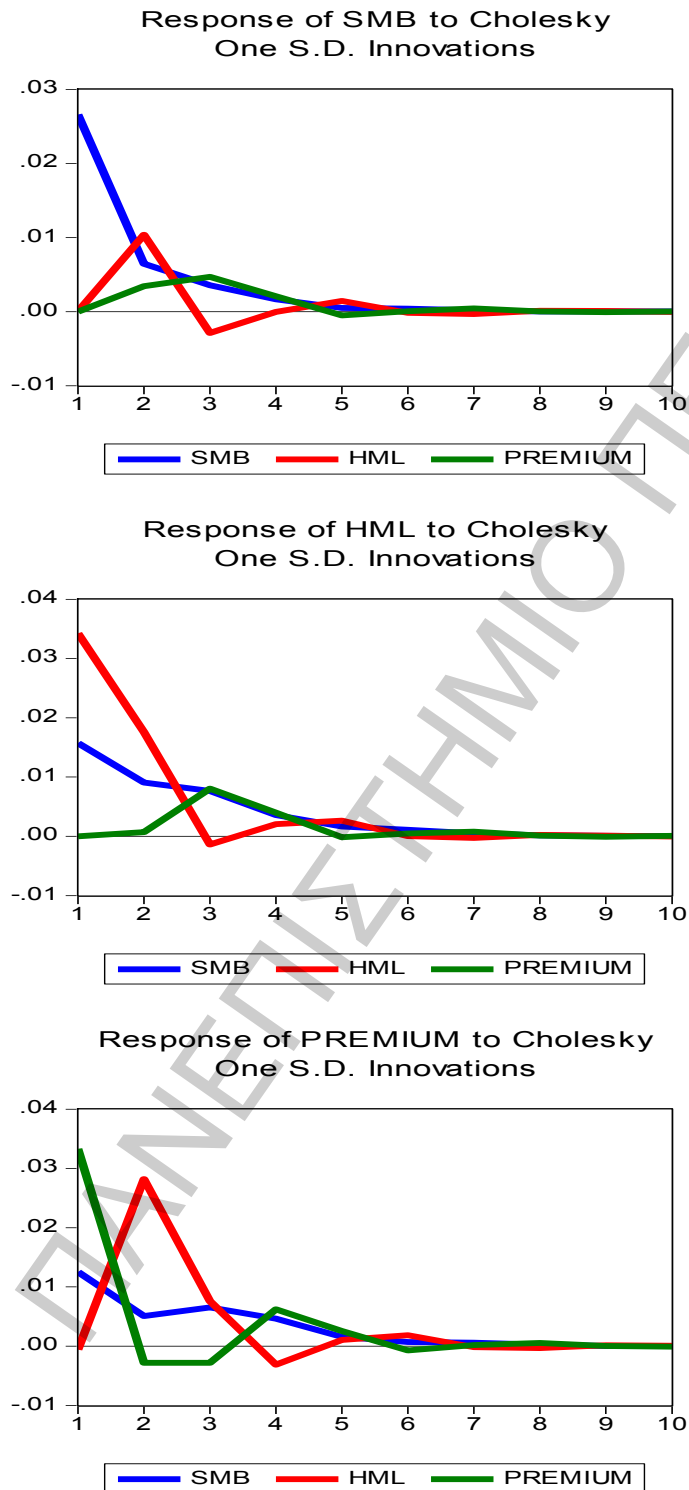
Η ερμηνεία των παραπάνω έχει ως εξής:

Η μεταβολή της τιμής του **Size Risk Premium** κατά **2.8%**, κατά τη χρονική περίοδο 1, οδηγεί σε άμεση αύξηση την τιμή του αντίστοιχου premium. Το εν λόγω shock, απορροφάται μονοτονικά σε βάθος **5 μηνιαίων περιόδων**. Το αρχικό shock στο **Size Risk Premium**, προκαλεί ένα άμεσο αλλά μικρότερου μεγέθους shock στο μέγεθος του **Value Risk Premium**, της τάξεως του **1.5%**, το οποίο απορροφάται μονοτονικά σε βάθος **6 μηνιαίων περιόδων**.

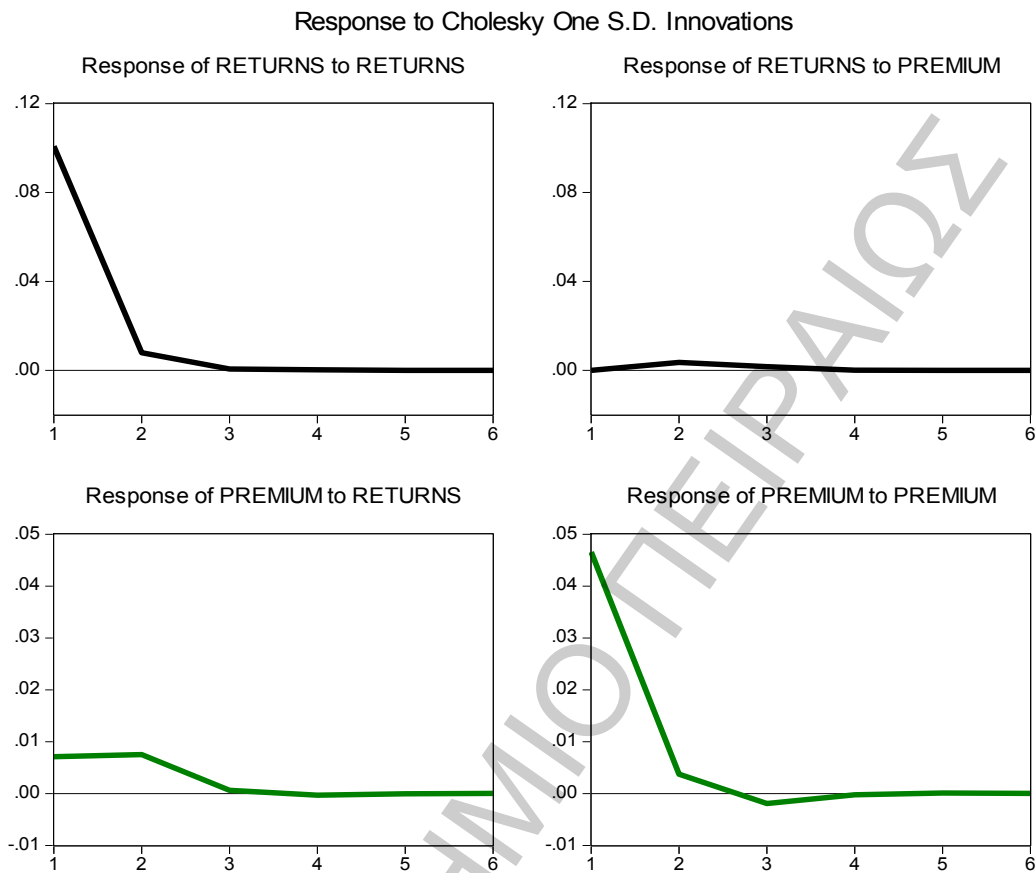
Αναστρόφως, το αρχικό shock κατά τη χρονική περίοδο 1, στο μέγεθος του **Value Risk Premium** κατά **3,5%**, προκαλεί μία άμεση αύξηση της τιμής του αντίστοιχου premium, το οποίο απορροφάται μη μονοτονικά σε χρονικό βάθος **8 μηνιαίων περιόδων**. Το αρχικό shock στο **Value Risk Premium**, δεν προκαλεί καμία άμεση μεταβολή στη τιμή του **Size Risk Premium**, το οποίο όμως δείχνει να επηρεάζεται με **υστέρηση μίας μηνιαίας περιόδου**, δηλαδή στη **2^η μηνιαία περίοδο** κατά **10%** και τελικώς να απορροφά πλήρως την διαταραχή κατά την **8^η χρονική περίοδο**

Η συνδυαστική γραφική αναπαράσταση της παραπάνω *Impulse Response Time Series Analysis* κατά *Cholesky*, μεταξύ των τριών προσδιοριστικών παραγόντων του πολυπαραγοντικού μοντέλου κατά Fama & French, έχει ως ακολούθως:

Πίνακας 59: Combined Implulse Response Analysis



Στα πλαίσια των παραπάνω θα πράξουμε αντίστοιχη ανάλυση , αυτή τη φορά μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών και των τριών προσδιοριστικών παραγόντων του πολυπαραγοντικού μοντέλου κατά Fama & French.

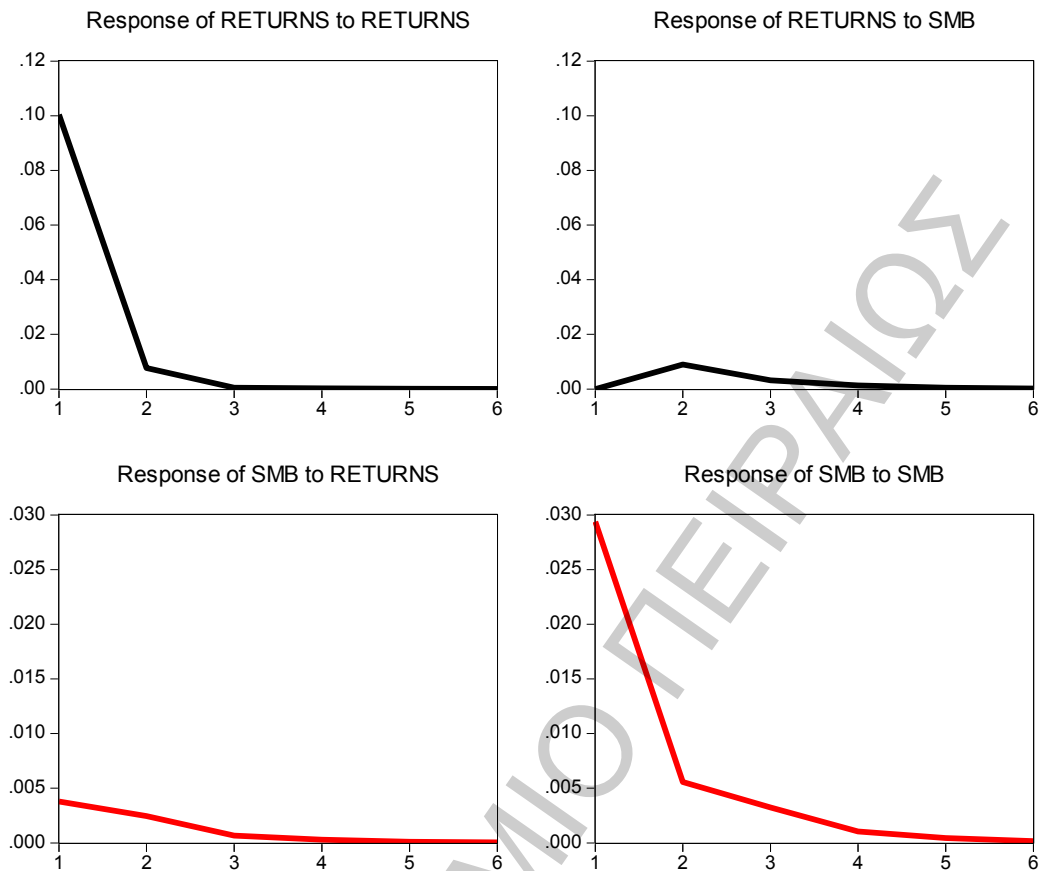


Πίνακας 60:
Impulse Response Analysis:
Stock Returns vs. Market Premium

Η μεταβολή της τιμής των **Returns** κατά **10%**, κατά τη χρονική περίοδο **1**, οδηγεί σε άμεση αύξηση την τιμή του αντίστοιχου **premium**. Το εν λόγω **shock**, απορροφάται μονοτονικά σε βάθος **3 μηνιαίων περιόδων**. Το αρχικό **shock** στα **Returns**, προκαλεί ένα άμεσο αλλά μικρότερου μεγέθους **shock** στο μέγεθος του **Market Risk Premium**, της τάξεως του **0.8%**, το οποίο απορροφάται μονοτονικά σε βάθος **3 μηνιαίων περιόδων**.

Αναστροφή, το αρχικό **shock** κατά τη χρονική περίοδο **1**, στο μέγεθος του **Market Risk Premium** κατά **4,5%**, προκαλεί μία άμεση αύξηση της τιμής του αντιστοίχου **premium**, το οποίο απορροφάται μη μονοτονικά σε χρονικό βάθος **5 μηνιαίων περιόδων**. Το αρχικό **shock** στο **Market Risk Premium**, δεν προκαλεί καμία άμεση μεταβολή στη τιμή των **Returns**, το οποίο όμως δείχνει να επηρεάζεται με **υστέρηση μίας μηνιαίας περιόδου**, δηλαδή στη **2^η μηνιαία περίοδο** κατά **0.5%** και τελικώς να απορροφά πλήρως την διαταραχή κατά την **5^η χρονική περίοδο**

Response to Cholesky One S.D. Innovations

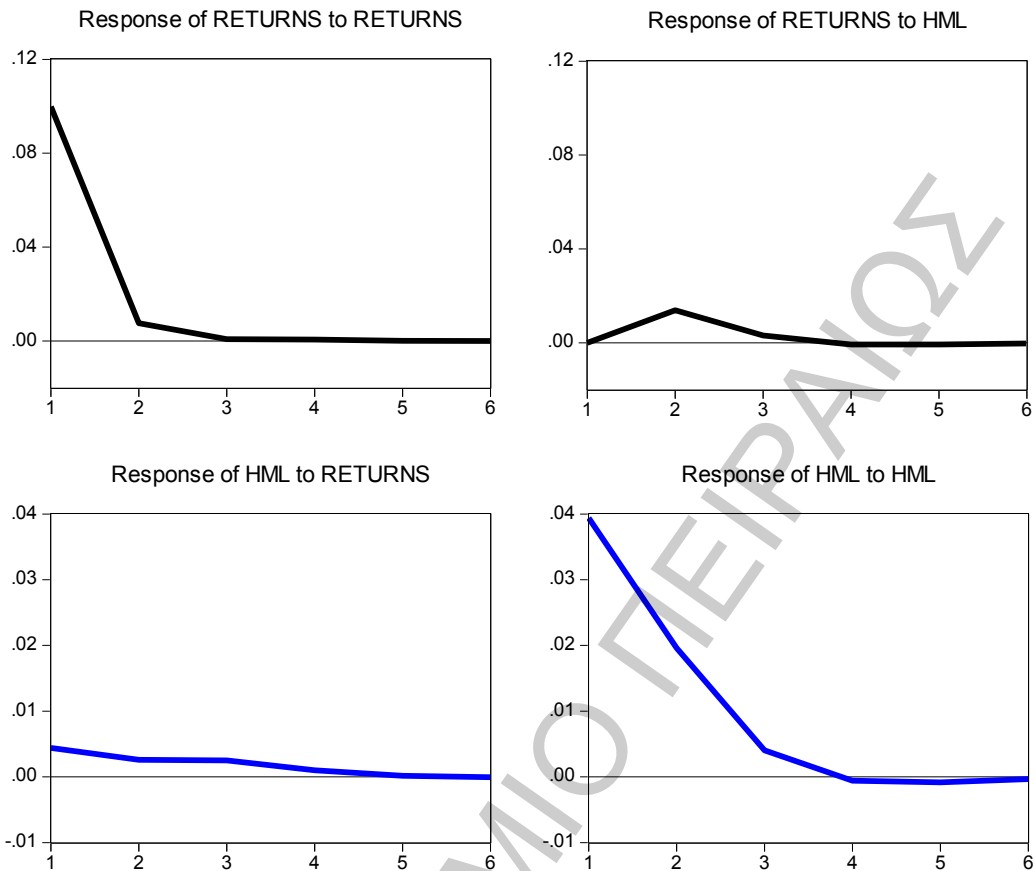


Πίνακας 61:
Impulse Response Analysis:
Stock Returns vs. Size Premium

Η μεταβολή της τιμής των Returns κατά 10%, κατά τη χρονική περίοδο 1, οδηγεί σε άμεση αύξηση την τιμή του αντίστοιχου premium. Το εν λόγω shock, απορροφάται μονοτονικά σε βάθος 3 μηνιαίων περιόδων. Το αρχικό shock στα Returns, προκαλεί ένα άμεσο αλλά μικρότερου μεγέθους shock στο μέγεθος του Size Risk Premium, της τάξεως του 0.4%, το οποίο απορροφάται μονοτονικά σε βάθος 4 μηνιαίων περιόδων.

Αναστρόφως, το αρχικό shock κατά τη χρονική περίοδο 1, στο μέγεθος του Size Risk Premium κατά 3%, προκαλεί μία άμεση αύξηση της τιμής του αντίστοιχου premium, το οποίο απορροφάται μονοτονικά σε χρονικό βάθος 5 μηνιαίων περιόδων. Το αρχικό shock στο Size Risk Premium, δεν προκαλεί καμία άμεση μεταβολή στη τιμή των Returns, το οποίο όμως δείχνει να επηρεάζεται με υστέρηση μίας μηνιαίας περιόδου, δηλαδή στη 2^η μηνιαία περίοδο κατά 1% και τελικώς να απορροφά πλήρως την διαταραχή κατά την 5^η χρονική περίοδο

Response to Cholesky One S.D. Innovations

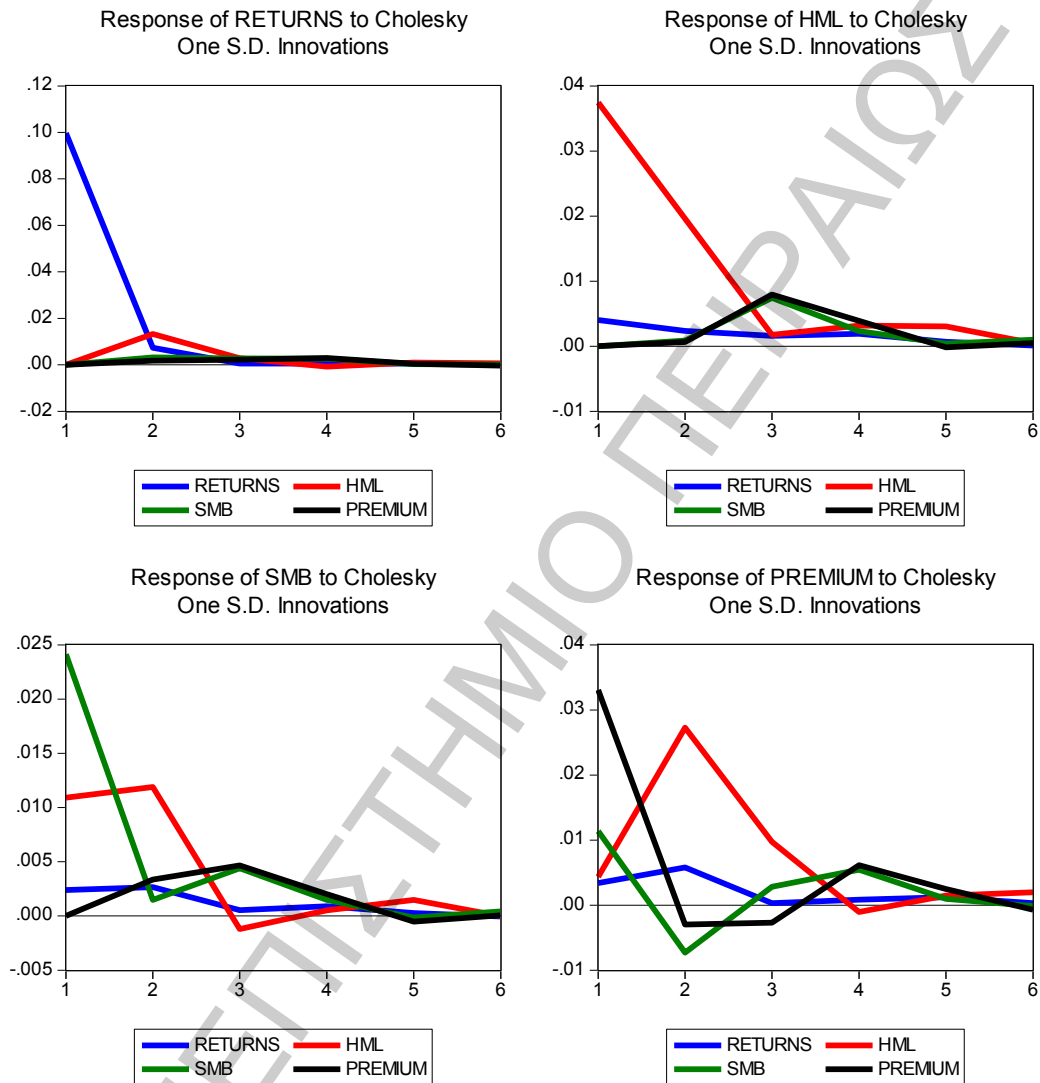


Πίνακας 62:
Impulse Response Analysis:
Stock Returns vs. Value Premium

Η μεταβολή της τιμής των **Returns** κατά 10%, κατά τη χρονική περίοδο 1, οδηγεί σε άμεση αύξηση την τιμή του αντίστοιχου premium. Το εν λόγω shock, απορροφάται μονοτονικά σε βάθος 3 μηνιαίων περιόδων. Το αρχικό shock στα Returns, προκαλεί ένα άμεσο αλλά μικρότερου μεγέθους shock στο μέγεθος του **Size Risk Premium**, της τάξεως του 0.5%, το οποίο απορροφάται μονοτονικά σε βάθος 5 μηνιαίων περιόδων.

Αναστρόφως, το αρχικό shock κατά τη χρονική περίοδο 1, στο μέγεθος του **Size Risk Premium** κατά 4%, προκαλεί μία άμεση αύξηση της τιμής του αντίστοιχου premium, το οποίο απορροφάται μονοτονικά σε χρονικό βάθος 4 μηνιαίων περιόδων. Το αρχικό shock στο Size Risk Premium, δεν προκαλεί καμία άμεση μεταβολή στη τιμή των **Returns**, το οποίο όμως δείχνει να επηρεάζεται με **υστέρηση μίας μηνιαίας περιόδου**, δηλαδή στη 2^η μηνιαία περίοδο κατά 2% και τελικώς να απορροφά πλήρως την διαταραχή κατά την 4^η χρονική περίοδο

Η συνδυαστική γραφική αναπαράσταση της παραπάνω *Impulse Response Time Series Analysis* κατά *Cholesky*, μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών και των τριών προσδιοριστικών παραγόντων του πολυπαραγοντικού μοντέλου κατά Fama & French, έχει ως ακολούθως:



Πίνακας 63:
Combined Impulse Response Analysis:
Returns vs Market Premium , Size Premum , Value Premium

Variance Decomposition Analysis

Η *Variance Decomposition Analysis* είναι μία οικονομετρική μεθοδολογία, μέσω της οποίας επιχειρείται η ανάλυση της διακύμανσης της ενδογενούς μεταβλητής του εκάστοτε μοντέλου VAR (στη περίπτωση μας των excess returns των μετοχών υπεράνω του risk free rate), στα επιβαλλόμενα shocks εκ μέρους των εξωγενών μεταβλητών του κατά περίπτωση εφαρμοζόμενου μοντέλου (στη περίπτωση μας του πολυπαραγοντικού μοντέλου των Fama & French με εξωγενείς μεταβλητές τους ακόλουθους τρεις προσδιοριστικούς παράγοντες των αποδόσεων των μετοχών: market risk premium, size premium, value premium). Η εφαρμογή της παραπάνω μεθοδολογίας στα δεδομένα του παρόντος οικονομετρικού ελέγχου, εις προβλεπτικό βάθος 6 μηνιαίων περιόδων, έδωσε τα κάτωθι αποτελέσματα:

Variance Decomposition of EXCESS:					
Period	S.E.	EXCESS	PREMIUM	SMB	HML
1	0.099733	100.0000	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.100915	98.19927	0.169621	0.518654	1.112454
3	0.101023	97.99182	0.271899	0.598331	1.137953
4	0.101105	97.83619	0.394278	0.606793	1.162738
5	0.101113	97.82421	0.399270	0.608488	1.168030
6	0.101115	97.81989	0.399577	0.609973	1.170555

Πίνακας 64:

Variance Decomposition of Excess Returns against all Premiums

Η ερμηνεία των παραπάνω έχει ως ακολούθως:

- Την 1^η χρονική στιγμή το **100%** της μεταβλητότητας των Excess Returns παραμένει μη επεξηγήσιμο από το σύνολο των προσδιοριστικών παραγόντων του μοντέλου
- Την 2^η χρονική στιγμή το **98,199%** της μεταβλητότητας των Excess Returns παράγεται από αυτές καθ'αυτές τις Excess αποδόσεις, το **0,169%** από το Market Risk Premium, το **0,519%** από το Size Premium και το **1,112%** από το Value Premium
- Την 6^η χρονική στιγμή το **97,819%** της μεταβλητότητας των Excess Returns παράγεται από αυτές καθ'αυτές τις Excess αποδόσεις, το **0,399%** από το Market Risk Premium, το **0,61%** από το Size Premium και το **1,17%** από το Value Premium

Στο σημείο αυτό και στα πλαίσια σύγκρισης του απλού μονοπαραγοντικού μοντέλου CAPM, με το μοντέλο τριών παραγόντων κατά Fama & French, έχει ενδιαφέρον να πράξουμε την ίδια ακριβώς ανάλυση αυτή τη φορά όμως λαμβάνοντας υπόψιν ως μοναδικό προσδιοριστικό παράγοντα των Excess Returns μόνον το Market Risk Premium στο αντιστοίχως θεωρούμενο VAR model. Τα αποτελέσματα εις βάθος πρόβλεψης 6 μηνιαίων περιόδων έχουν ως ακολούθως:

Variance Decomposition of EXCESS:			
Period	S.E.	EXCESS	PREMIUM
1	0.100744	100.0000	0.000000
2	0.101114	99.87704	0.122965
3	0.101129	99.85198	0.148020
4	0.101129	99.85197	0.148028
5	0.101129	99.85192	0.148078
6	0.101129	99.85192	0.148078

Πίνακας 65:

Variance Decomposition of Excess Returns against Market Premium

- Την 1^η χρονική στιγμή το **100%** της μεταβλητότητας των Excess Returns παραμένει μη επεξηγήσιμο από το σύνολο των προσδιοριστικών παραγόντων του μοντέλου
- Την 2^η χρονική στιγμή το **99,877%** της μεταβλητότητας των Excess Returns παράγεται από αυτές καθ'αυτές τις Excess αποδόσεις, το **0,1229%** από το Market Risk Premium
- Την 6^η χρονική στιγμή το **99,852%** της μεταβλητότητας των Excess Returns παράγεται από αυτές καθ'αυτές τις Excess αποδόσεις, το **0,1481%** από το Market Risk Premium

Συγκριτικά τα αποτελέσματα ανά χρονική περίοδο μελέτης έχουν ως εξής:

- Κατά τη 2^η χρονική στιγμή της ανάλυσης το μοντέλο των τριών προσδιοριστικών παραγόντων κατά Fama & French επεξήγησε το **2%** της μεταβλητότητας των Excess Returns, έναντι μόλις **0,12%** του μονοπαραγοντικού CAPM
- Κατά τη 6^η χρονική στιγμή της ανάλυσης το μοντέλο των τριών προσδιοριστικών παραγόντων κατά Fama & French επεξήγησε το **3%** της μεταβλητότητας των Excess Returns, έναντι μόλις **0,15%** του μονοπαραγοντικού CAPM

Σε κάθε περίπτωση καταδεικνύεται πως η πρόσθεση των δύο επιπλέον του Market Risk Premium, προσδιοριστικών παραγόντων στο μοντέλο των Fama & French, βελτίωσε την επεξηγηματική ισχύ, επί της μεταβλητότητας των Excess Returns έναντι του μονοπαραγοντικού μοντέλου CAPM.

CHAPTER 12

CROSS SECTIONAL REGRESSION ANALYSIS

CAPM

VS.

FAMA & FRENCH 3FACTOR MODEL

Regression Equations – Misspecification Analysis

Fama French Regression Equation

Η βασική μορφή της εξίσωσης παλινδρόμησης του πολυπαραγοντικού μοντέλου των τριών προσδιοριστικών παραγόντων κατά Fama & French, δηλαδή του Market Risk Premium, Size Premium και του Value Premium, η οποία επιχειρεί τη μοντελοποίηση της επίδρασης των παραπάνω παραγόντων επί των excess returns των μετοχών του δείγματος, είναι η ακόλουθη:

$$(R_{it} - R_{rf}) = b_0 + b_1 \times \text{Premium}_{it} + b_2 \times \text{SMB}_{it} + b_3 \times \text{HML}_{it} + u_{it} \quad (131)$$

$$\forall i = 1, \dots, 431$$

$$\forall t = 1, \dots, 129$$

Υπενθυμίζω πως η παραπάνω μοντελοποίηση παλινδρόμησης, εδράζεται επί δεδομένων τα οποία είναι δομημένα σε μορφή panel data, αλλά παρόλα αυτά θεωρούμε ως δεδομένη την ισχύ των ακόλουθων βασικών υποθέσεων, οι οποίες μας εξασφαλίζουν τη δυνατότητα υλοποίησης αξιόπιστων στατιστικών ελέγχων στα πλαίσια της στατιστικής συμπερασματολογίας (Statistical Inference).

Οι υποθέσεις αυτές επί των υπολοίπων της παλινδρόμησης (131), έχουν ως ακολούθως:

- (Zero mean):
Μηδενική αναμενόμενη τιμή των υπολοίπων της παλινδρόμησης
- (Homoskedasticity):
Σταθερή χρονικά διακύμανση των υπολοίπων της παλινδρόμησης
- (Normality):
Κανονική κατανομή των υπολοίπων της παλινδρόμησης
- (No Serial Correlation - No Autocorrelation)
Μηδενικός ανά δύο συντελεστής συσχέτισης των υπολοίπων
- (No Endogeneity):
Μηδενική συσχέτιση των σφαλμάτων της παλινδρόμησης με το σύνολο των ανεξαρτήτων μεταβλητών του μοντέλου
- (No instability problems – No structural breaks):
Σταθερότητα των συντελεστών της παλινδρόμησης διαμέσω του συνόλου των χρονικών περιόδων και των cross section units

Παρόλα αυτά, η υπόθεση περί σταθερότητας του συντελεστή b_0 , διαμέσω των χρονικών περιόδων και cross section units είναι αρκετά περιοριστική, επομένως έχουμε κάθε λόγο να κινηθούμε προς εκείνη τη κατεύθυνση μοντελοποίησης η οποία μας εξασφαλίζει μεταβλητότητα του εν λόγω σταθερού συντελεστή.

Οι δυνατότητες μοντελοποίησης οι οποίες προβλέπονται είναι οι ακόλουθες:

- Period panel effects:
Η δυνατότητα χρονικής ευελιξίας και μεταβλητότητας του σταθερού όρου της παλινδρόμησης
- Cross sectional panel effects:
Η δυνατότητα ευελιξίας και μεταβλητότητας του σταθερού όρου της παλινδρόμησης διαμέσω των cross section units

Ειδικότερα για την δεύτερη περίπτωση, παρέχονται εναλλακτικά οι ακόλουθες δυνατότητες:

- Fixed Cross sectional panel effects:

Στη περίπτωση αυτή, προκειμένου να επιτευχθεί η μεταβλητότητα του σταθερού όρου της παλινδρόμησης διαμέσω των cross section units, επιλέγεται η μεθοδολογία των dummy variables, η οποία προσδιορίζει τόσους σταθερούς όρους, όσα και τα cross section units του panel. Η μεθοδολογία αυτή εμφανίζει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- ✓ Pros: Εύκολη και άμεση ερμηνεία των σταθερών όρων
- ✓ Cons: Μεγάλος αριθμός μεταβλητών προς εκτίμηση

- Random Cross sectional panel effects:

Στη περίπτωση αυτή, η μέθοδος εκτιμά μόνον δύο παραμέτρους: Τη μέση τιμή και τη διακύμανση των σταθερών όρων και εν συνεχεία εφαρμόζει τόσους διαφορετικούς σταθερούς όρους, όσα και το cross section units του panel, προερχόμενους από τυχαία κατανομή πυκνότητας πυθανότητας. Η μεθοδολογία αυτή εμφανίζει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- ✓ Pros: Μόλις δύο παράμετροι προς εκτίμηση
- ✓ Cons: Πρακτική δυσκολία ερμηνείας των σταθερών όρων

Στη δική μας περίπτωση, θα επιλεχθεί η μέθοδος προσδιορισμού των σταθερών όρων της παλινδρόμησης μέσω Random Cross Sectional Effects.

Επιπροσθέτως και προκειμένου να διαχειριστούμε τα misspecification problems του Autocorrelation και του Heteroskedasticity, κατά τη διαδικασία μοντελοποίησης, θα ενεργοποιήσουμε τη μεθοδολογία των Newey-West Correction Method, η οποία αυτομάτως ανιχνεύει και διορθώνει τα άνωθεν προαναφερθέντα misspecification problems.

Η εφαρμογή όλων των παραπάνω στο enviews έδωσε τα εξής αποτελέσματα:

Dependent Variable: EXCESS

Method: Panel EGLS (Cross-section random effects)

Periods included: 129

Cross-sections included: 431

Total panel (balanced) observations: 55599

Swamy and Arora estimator of component variances

White cross-section standard errors & covariance (no d.f. correction)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.029349	0.001978	-14.83517	0.0000
PREMIUM	0.227672	0.034754	6.550985	0.0000
SMB	0.177463	0.050278	3.529601	0.0004
HML	0.228273	0.032185	7.092491	0.0000

Effects Specification		S.D.	Rho
Cross-section random		0.000000	0.0000
Idiosyncratic random		0.099362	1.0000

Weighted Statistics			
R-squared	0.430722	Mean dependent var	-0.043743
Adjusted R-squared	0.430203	S.D. dependent var	0.101450
S.E. of regression	0.099244	Sum squared resid	547.5784
F-statistic	834.1150	Durbin-Watson stat	1.906929
Prob(F-statistic)	0.000000		

Unweighted Statistics			
R-squared	0.043072	Mean dependent var	-0.043743
Sum squared resid	547.5784	Durbin-Watson stat	1.906929

Πίνακας 66:

Fama French model approach

Cross Sectional Regression Analysis for Excess Returns

Η εξίσωση παλινδρόμησης (131) , μετά την οικονομετρική της εκτίμηση λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

Estimation Command:

```
=====
LS(CX=R,COV=CXWHITE,NODF) EXCESS C PREMIUM SMB HML
```

Estimation Equation:

```
=====
EXCESS = C(1) + C(2)*PREMIUM + C(3)*SMB + C(4)*HML (132)
```

Substituted Coefficients:

```
=====
EXCESS RETURNS=
-0.0293488258648 + 0.227672180127*PREMIUM + 0.177462840434*SMB + 0.228272841804*HML
```

Πίνακας 67:

Fama French model approach

Cross Sectional Regression Equation for Excess Returns

Ακολουθως θα πράξουμε στατιστικό έλεγχο, αναφορικά με την αρτιότητα της επιλογής ένταξης και συναφούς μοντελοποίησης των Random Cross Sectional Effects στο μοντέλο.

Η μηδενική υπόθεση η οποία θα ελεγχθεί, μέσω του *Hausman test*, για επίπεδο σημαντικότητας 5%, είναι η ακόλουθη:

Null Hypothesis (H₀): Valid Cross Sectional Effects

Τα αποτελέσματα του ελέγχου, έχουν ως ακολούθως:

Correlated Random Effects - Hausman Test

Equation: FAMAFRENCH

Test cross-section random effects

Test Summary	Chi-Sq. Statistic	Chi-Sq. d.f.	Prob.
Cross-section random	0.000000	3	1.0000

Πίνακας 68:

Fama French model approach

Hausman Test for Random Cross Sectional Effects

Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα, δεν μπορούμε να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση για το προαναφερθέν επίπεδο σημαντικότητας 5% (Prob = 1.000 > 0.05), επομένως καλώς εντάχθησαν κατά τη διαδικασία μοντελοποίησης τα Random Cross Sectional Effects. Εν συνεχεία θα πράξουμε την παραπάνω αναλυθείσα μοντελοποίηση, αλλά αυτή τη φορά προκειμένου για το απλό μονοπααραγοντικό μοντέλο CAPM.

CAPM Regression Equation

Η βασική μορφή της εκτιμώμενης εξίσωσης παλιμδρόμησης, προκειμένου για το Απλό παραγοντικό μοντέλο CAPM, έχει ως ακολούθως:

$$(R_{it} - R_{rf}) = b_0 + b_1 \times \text{Premium}_{it} + u_{it} \quad (133)$$

$$\forall i = 1, \dots, 431 \quad \forall t = 1, \dots, 129$$

Η εφαρμογή στο eniews της παραπάνω μοθοδολογικής προσέγγισης, κατά αναλογία με το πολυπαραγοντικό μοντέλο των Fama & French, έδωσε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

Dependent Variable: EXCESS RETURNS

Method: Panel EGLS (Cross-section random effects)

Periods included: 129

Cross-sections included: 431

Total panel (balanced) observations: 55599

Swamy and Arora estimator of component variances

White cross-section standard errors & covariance (no d.f. correction)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.027061	0.002603	-10.39457	0.0000
PREMIUM	0.357021	0.051052	6.993292	0.0000
Effects Specification				
			S.D.	Rho
Cross-section random			0.000000	0.0000
Idiosyncratic random			0.100147	1.0000
Weighted Statistics				
R-squared	0.279491	Mean dependent var		-0.043743
Adjusted R-squared	0.279313	S.D. dependent var		0.101450
S.E. of regression	0.100024	Sum squared resid		556.2321
F-statistic	1598.542	Durbin-Watson stat		1.898027
Prob(F-statistic)	0.000000			
Unweighted Statistics				
R-squared	0.027949	Mean dependent var		-0.043743
Sum squared resid	556.2321	Durbin-Watson stat		1.898027

Πίνακας 69:

CAPM model approach

Cross Sectional Regression Analysis for Excess Returns

Η εξίσωση παλινδρόμησης (133) , μετά την οικονομετρική της εκτίμηση λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

Estimation Command:

```
=====
LS(CX=R,COV=CXWHITE,NODF) EXCESS C PREMIUM
```

Estimation Equation:

```
=====
EXCESS = C(1) + C(2)*PREMIUM + [CX=R]
```

Substituted Coefficients:

```
=====
EXCESS = -0.0270614635378 + 0.357020916777*PREMIUM + [CX=R] (134)
```

Πίνακας 70:

CAPM model approach

Cross Sectional Regression Equation for Excess Returns

Ακολούθως θα πράξουμε στατιστικό έλεγχο, αναφορικά με την αρτιότητα της επιλογής ένταξης και συναφούς μοντελοποίησης των Random Cross Sectional Effects στο μοντέλο.

Η μηδενική υπόθεση η οποία θα ελεγχθεί, μέσω του *Hausman test*, για επίπεδο σημαντικότητας 5%, είναι η ακόλουθη:

Null Hypothesis (H₀): Valid Cross Sectional Effects

Τα αποτελέσματα του ελέγχου, έχουν ως ακολούθως:

Correlated Random Effects - Hausman Test

Equation: CAPM

Test cross-section random effects

Test Summary	Chi-Sq. Statistic	Chi-Sq. d.f.	Prob.
Cross-section random	0.000000	1	1.0000

Πίνακας 71:

CAPM model approach

Hausman Test for Random Cross Sectional Effects

Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα, δεν μπορούμε να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση για το προαναφερθέν επίπεδο σημαντικότητας 5% (Prob = 1.000 > 0.05), επομένως καλώς εντάχθησαν κατά τη διαδικασία μοντελοποίησης τα Random Cross Sectional Effects.

Comparative Evaluation of Econometric Results

Fama & French estimated model

Το εκτιμηθέν μοντέλο των Fama & French, κρίνεται ως συνολικά στατιστικώς σημαντικό για επίπεδο σημαντικότητας 5%, όπως καταδεικνύει το συναφές F – test κατά τον έλεγχο της ακολούθης μηδενικής υποθέσεως:

Ho: All coefficients of estimated regression equation jointly equal zero

Η εν λόγω μηδενική υπόθεση απορρίπτεται για επίπεδο σημαντικότητας 5%, διότι **Prob = 0.000 < 0.05**, η δε τιμή του σχετικού στατιστικού διαμορφώθηκε στο **F – stat = 834.1150**.

Αναφορικά με τη στατιστική σημαντικότητα των επιμέρους προσδιοριστικών παραγόντων του μοντέλου, έχουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

✓ Στατιστική σημαντικότητα **Coefficient**

Null Hypothesis (Ho): Non – statistically valid at 5% level

t – stat = -14.83517

Prob = 0.000 < 0.05

Result: Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως

✓ Στατιστική σημαντικότητα **Market Risk Premium**

Null Hypothesis (Ho): Non – statistically valid at 5% level

t – stat = 6,550985

Prob = 0.000 < 0.05

Result: Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως

✓ Στατιστική σημαντικότητα **Size Premium**

Null Hypothesis (Ho): Non – statistically valid at 5% level

t – stat = 3.529601

Prob = 0.0004 < 0.05

Result: Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως

✓ Στατιστική σημαντικότητα Value Premium

Null Hypothesis (Ho): Non – statistically valid at 5% level

t – stat = 7.092491

Prob = 0.000 < 0.05

Result: Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως

Ο βαθμός προσαρμογής του εκτιμηθέντος μοντέλου στα πρωτογενή δεδομένα, καθώς και το ποσοστό της επεξηγηματικότητας της συνολικής μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής των excess returns, από τους τρεις προσδιοριστικούς παράγοντες των Fama & French, καθορίζεται από τον σχετικό συντελεστή προσδιορισμού R^2 , ή ακόμη καλύτερα από τον προσαρμοσμένο συντελεστή προσδιορισμού R^2 adjusted ο οποίος δεν εμφανίζει τα προβλήματα μεροληψίας του απλού συντελεστή καθώς αυξάνεται ο αριθμός των προσδιοριστικών παραγόντων του μοντέλου.

Τελικώς ο R^2 adjusted διαμορφώθηκε στο 43%

Τελικώς η προβλεπτική ικανότητα του εκτιμώμενου μοντέλου των τριών προσδιοριστικών παραγόντων των Fama & French, όπως η εν λόγω καθορίζεται από το άθροισμα των τετραγώνων των υπολοίπων της παλινδρόμησης, καθώς και από το τυπικό σφάλμα του εκτιμώμενου μοντέλου, έχει ως ακολούθως:

✓ **Standard Error of estimated regression = 0.099244**

✓ **Sum of squared residuals = 547.5784**

CAPM estimated model

Το εκτιμηθέν μονοπαραγοντικό μοντέλο CAPM, κρίνεται ως συνολικά στατιστικώς σημαντικό για επίπεδο σημαντικότητας 5%, όπως καταδεικνύει το συναφές F – test κατά τον έλεγχο της ακολούθης μηδενικής υποθέσεως:

Ho: All coefficients of estimated regression equation jointly equal zero

Η εν λόγω μηδενική υπόθεση απορρίπτεται για επίπεδο σημαντικότητας 5%, διότι **Prob = 0.000 < 0.05**, η δε τιμή του σχετικού στατιστικού διαμορφώθηκε στο **F – stat = 1598.542**.

Αναφορικά με τη στατιστική σημαντικότητα των επιμέρους προσδιοριστικών παραγόντων του μοντέλου, έχουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

✓ Στατιστική σημαντικότητα **Coefficient**

Null Hypothesis (H₀): Non – statistically valid at 5% level

t – stat = -10.39457

Prob = 0.000 < 0.05

Result: Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως

✓ Στατιστική σημαντικότητα **Market Risk Premium**

Null Hypothesis (H₀): Non – statistically valid at 5% level

t – stat = 6.993292

Prob = 0.000 < 0.05

Result: Απόρριψη της μηδενικής υποθέσεως

Ο βαθμός προσαρμογής του εκτιμηθέντος μοντέλου στα πρωτογενή δεδομένα, καθώς και το ποσοστό της επεξηγηματικότητας της συνολικής μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής των excess returns, από τους τρεις προσδιοριστικούς παράγοντες των Fama & French, καθορίζεται από τον σχετικό συντελεστή προσδιορισμού R^2 , ή ακόμη καλύτερα από τον προσαρμοσμένο συντελεστή προσδιορισμού R^2 adjusted ο οποίος δεν εμφανίζει τα προβλήματα μεροληψίας του απλού συντελεστή καθώς αυξάνεται ο αριθμός των προσδιοριστικών παραγόντων του μοντέλου.

Τελικώς ο R^2 adjusted διαμορφώθηκε στο 27,9%

Τελικώς η προβλεπτική ικανότητα του εκτιμώμενου μοντέλου των τριών προσδιοριστικών παραγόντων των Fama & French, όπως η εν λόγω καθορίζεται από το άθροισμα των τετραγώνων των υπολοίπων της παλινδρόμησης, καθώς και από το τυπικό σφάλμα του εκτιμώμενου μοντέλου, έχει ως ακολούθως:

✓ **Standard Error of estimated regression = 0.100024**

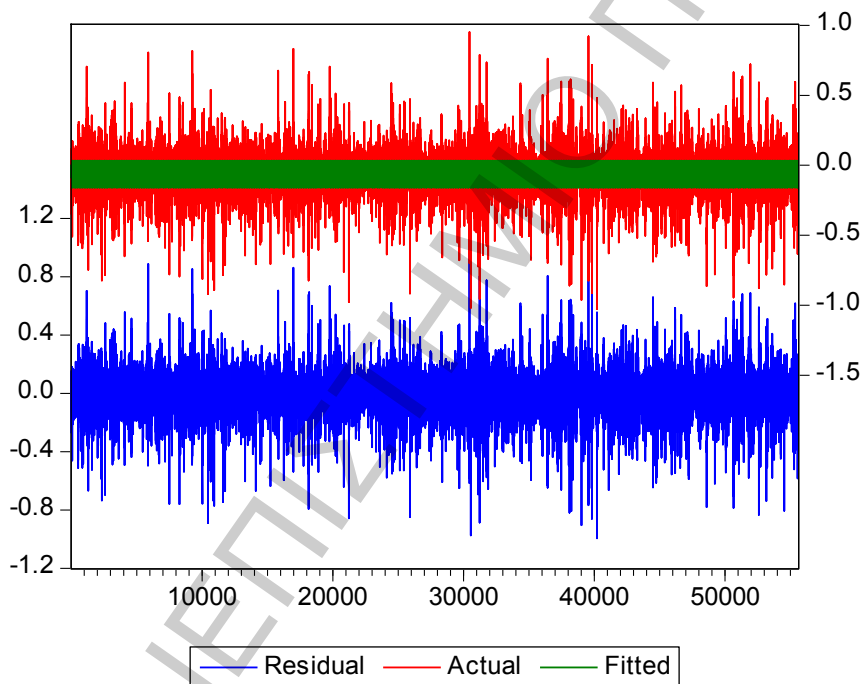
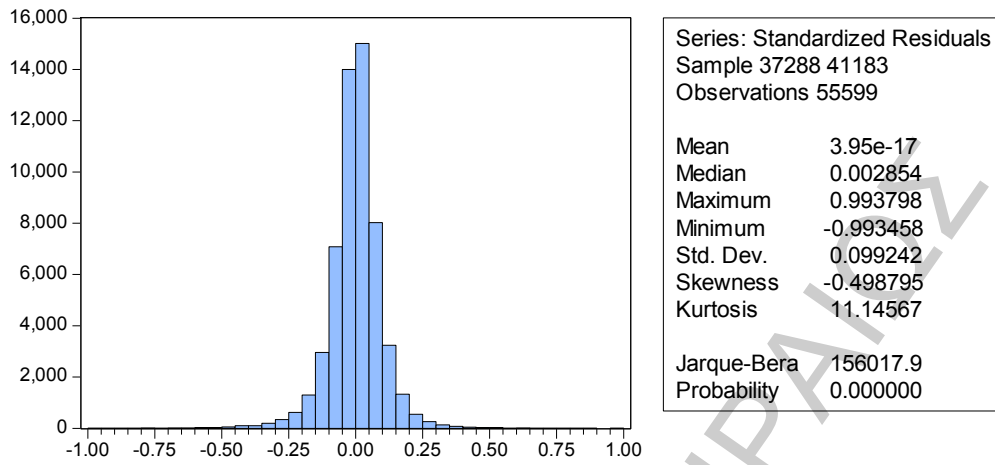
✓ **Sum of squared residuals = 556.2321**

Comparative results

Η συγκριτική αξιολόγηση των παραπάνω αποτελεσμάτων μας οδηγεί στα ακόλουθα συμπεράσματα:

- ✓ Τόσο το μονοπαραγοντικό μοντέλο CAPM, όσο και το πολυπαραγοντικό μοντέλο των τριών προσδιοριστικών παραγόντων κατά Fama & French, κρίνονται αμφότερα ως στατιστικώς σημαντικά μοντέλα, προκειμένου για επίπεδο σημαντικότητας 5%
- ✓ Ο μοναδικός προσδιοριστικός παράγοντας του CAPM, όσο και οι τρεις προσδιοριστικοί παράγοντες των Fama & French κρίνονται μεμονωμένα ως στατιστικώς σημαντικοί, προκειμένου για επίπεδο σημαντικότητας 5%
- ✓ Η επεξηγηματική ικανότητα του μοντέλου των Fama & French, αναφορικά με την επεξήγηση της μεταβλητότητας των excess returns, εμφανίζεται αυξημένη σε σχέση με το απλό μονοπαραγοντικό μοντέλο CAPM. Πιο συγκεκριμένα αυξήθηκε από 27,9% σε 43% ή ποσοστό αυξήσεως 54%.
- ✓ Η προβλεπτική ικανότητα του μοντέλου των Fama & French, βελτιώθηκε σε σχέση με το απλό μονοπαραγοντικό μοντέλο CAPM. Πιο συγκεκριμένα το τυπικό σφάλμα της εκτιμώμενης εξίσωσης παλινδρόμησης μειώθηκε οριακά από 1 σε 0,99 και επιπροσθέτως το άθροισμα των τετραγώνων των υπολοίπων της παλινδρόμησης μειώθηκε από 556,2321 σε 547,5784 ή ποσοστό βελτίωσης 2%

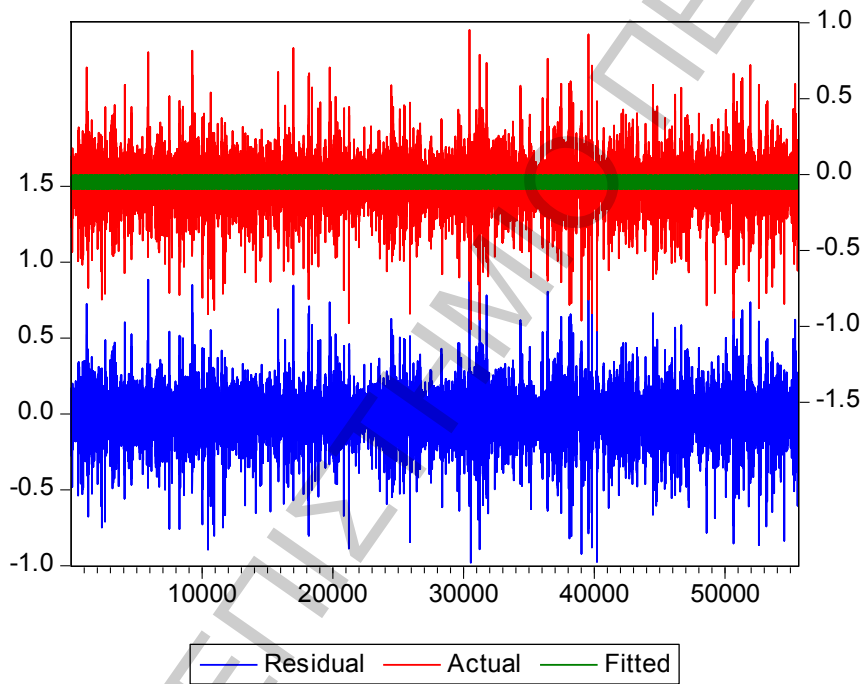
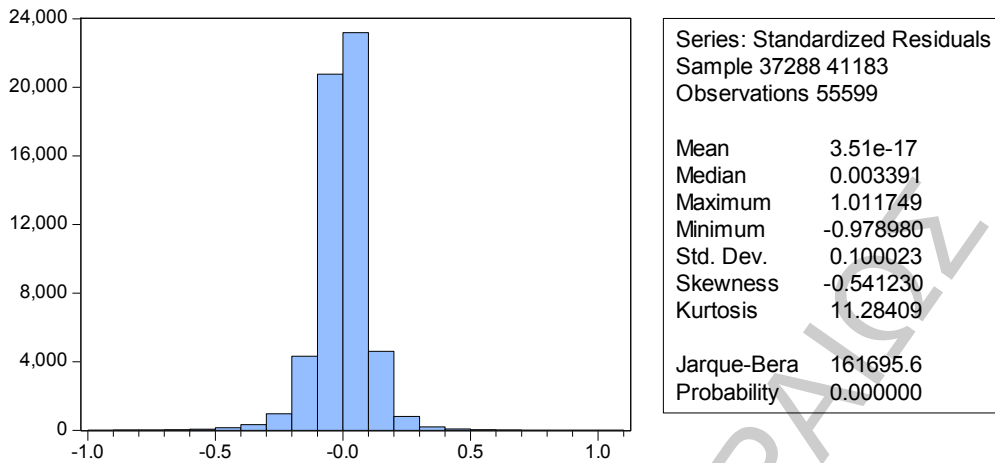
- ✓ Τα δεδομένα της αναλύσεως είναι διαστρωματικής διαρθρώσεως, γεγονός το οποίο εξασφαλίζει τη μη ύπαρξη φαινομένων *Auto – Correlation*. Το εν λόγω γίνεται εμφανές και από τη τιμή που λαμβάνει ο συντελεστής *Durbin – Watson*. Σύμφωνα με τη θεωρία ο εν λόγω συντελεστής θα πρέπει να είναι ίσος με 2, προκειμένου να μην έχουμε φαινόμενα *Autocorrelation*. Εάν ο συντελεστής *Durbin – Watson* είναι μικρότερος από 2 , τότε υφίσταται πρόβλημα θετικής αυτοσυσχετίσεως, ενώ εάν είναι μεγαλύτερος από 2 υφίσταται πρόβλημα αρνητικής αυτοσυσχετίσεως. Στην παρούσα μελέτη ο συντελεστής *Durbin – Watson* είναι ίσος με 1,88 προκειμένου για το μοντέλο *CAPM* , προσεγγίζει δε ακόμη περισσότερο το 2 στη περίπτωση του μοντέλου των τριών παραγόντων των *Fama & French*, όπου η τιμή του συντελεστή γίνεται ίση προς 1,92 , ή ποσοστό βελτίωσης 2%.
- ✓ Η κριτική τιμή του συντελεστή *Jarque – Bera* προκειμένου για τον έλεγχο της κανονικότητας της κατανομής των σφαλμάτων της παλινδρομήσεως είναι μειωμένη κατά 4% προκειμένου για την εξίσωση παλινδρόμησης του μοντέλου των τριών παραγόντων των *Fama & French*, έναντι του μοντέλου *CAPM*. Η δε καλύτερη προσαρμογή στα δεδομένα, του μοντέλου των τριών παραγόντων των *Fama & French*, έναντι του μοντέλου *CAPM* , αποτυπώνεται γραφικώς ως ακολούθως :



Πίνακας 72:

Residuals Fitting and Normality Tests for Fama & French

3 Factor Model Regression Equation



Πίνακας 73:
Residuals Fitting and Normality Tests for
CAPM Regression Equation

BIBLIOGRAPHY

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Bibliography per Thematic Section:

Introduction:

1. Hirshleifer, Jack, *Investment, Interest, and Capital*. (Englewood Cliffs, NJ.. Prentice-Hall, 1969).
2. Markowitz, Harry. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. (New York: John Wiley & Sons, Inc. 1959).
3. Sharpe, William. *Portfolio Theory and Capital Markets*. (New York: Mc Graw-Hill, 1970).

Financial Markets:

1. Economides, Nicholas, and Schwartz, Robert "Electronic Call Market Trading," *Journal of Portfolio Management*, Spring 1995, pp.10-18.
2. Hasbrouck, Joel, Sofianos, George, and Sosebee, Deborah, "New York Stock Exchange Systems and Trading Procedures," unpublished paper, New York Stock Exchange, 1994.
3. Schwartz, Robert, *Reshaping the Equity Markets: A Guide for the 1990s*. (New York Harper Business, 1991).

The Characteristics of the opportunity set under risk:

1. Brennam, Michael J. "The optimal Number of Securities in a Risky Asset Portfolio When There Are Fixed Costs of Transacting: Theory and Some Empirical Results," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, X, No3 (Sept.1975), pp.483-496.
2. Elton, Edwin J., and Gruber, Martin J. "Risk Reduction and Portfolio Size: An Analytical Solution," *Journal of Business*, 50, No.4 (Oct.1977), pp. 415-437.
3. "Modern Portfolio Theory: 1950 to Date," *Journal of Banking and Finance*, 21, Nos. 11-12(December 1997), pp.1743-1759.

4. "The Rationality of Asset Allocation Recommendations, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 35, No. 1 (March 2000), pp. 27-42.
5. Epps, Thomas W. "Necessary and Sufficient Conditions for the Mean-Variance Portfolio Model with Constant Risk Aversion," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XVI** No 2 (June 1981), pp.169-176.
6. Evans, L. John, and Archer, N. Stephen "Diversification and the Reduction of Dispersion: An Empirical Analysis," *Journal of Finance*, **XXIII**, No. 5 (Dec.1968), pp.761-767.
7. Fisher, Lawrence, and Lorie, James. "Some Studies of Variability of Returns on Investments in Common Stocks," *Journal of Business*, 43, No.2 (April 1970), pp. 99-134.
8. Jennings, Edward. "An Empirical Analysis of Some Aspects of Common Stock Diversification," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* , **VI**, No 2, (March 1971), pp. 797-813.
9. Johnson, K., and Shannon, D. "A Note of Diversification and the Reduction of Dispersion," *Journal of Financial Economics*, 1, No.4 (Dec. 1974), pp. 365-372.
10. Markowitz, Harry. "Markowitz Revisited" *Financial Analysis Journal*, 32, No 4 (Sept.- Oct. 1976), pp. 47-52.
11. Ross, Stephen A. "Adding Risks: Samuelson's Fallacy of Large Numbers Revisited," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **34**, No 3 (Sept.1999), pp. 323-340.
12. Rubinstein, Mark. "The Fundamental Theorem of Parameter – Preference Security Valuation", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **VIII**, No. 1 (Jan. 1973) pp. 61-69.
13. Solnick, Bruno. "The Advantages of Domestic and International Diversification," in Edwin J. Elton and Martin J. Gruber (eds.), *International Capital Markets* (Amsterdam : North Holland,
14. Statman, Meir. "How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?" *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **22**, No 3 (Sept 1987), pp. 353-363.
15. Wagner, W., and Lau, S. "The Effect of Diversification on Risk," *Financial Analysts Journal*, **27**, No 5 (Nov. –Dec. 1971), pp.48-53.

16. Whitmore, G.A. "Diversification and the Reduction of Dispersion: A Note," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **V**, No. 2 (May 1970), pp. 263-264.

Delineating Efficient Portfolios:

1. Bawa, Vijay. "Admissible Portfolios for All Individuals," *Journal of Finance*, **XXXI**, No. 3 (Sept.1976), pp.1169-1183.
2. Ben. Horim, Moshe and Levy, Haim. "Total Risk, Diversifiable Risk and Non- Diversifiable Risk: A Pedagogic Note," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XV**, No. 2 (June 1980), pp.289-298.
3. Brennam, Michael J., and Kraus, Allan. "The Geometry of Separation and Myopia," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XI**, No.2 (June 1976), pp.171-193.
4. Brown, Stephen and Barry, Christopher, "Differential Information and the Small Firm Effect," *Journal of Financial Economics*, **13** (1984), pp. 283-294.
5. "Differential Information and Security Market Equilibrium," *Journal of Financial an Quantitative Analysis*, **20** (1985), pp.. 407-422.
6. Brown, Stephen, Hiraki, Takato, Arakawa, Kiyoshi and Ohno, Saburo, "Risk Premia in International Equity Markets Revisited, *Pacific –Basin Finance Journal* 17 (2009) (forthcoming).
7. Brumelle, Shelby. "When Does Diversification between Two Investments Pay?" *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **IX**, No.3 (June 1974), pp. 473 -483.
8. Buser, Stephen. "A Simplified Expression for the Efficient Frontier in Mean- Variance Portfolio Analysis," *Management Science*, 23 (April 1977), pp. 901-903.
9. Canner, Niko. "An Asset Allocation Puzzle," *American Economic Review*, Nashville, **87**, No 1 (Mar. 1997), pp. 181-193.
10. Cass, David, and Stiglitz, Joseph. "The Structure of Investor Preferences and Asset Returns and Separability in Portfolio Allocation: A Contribution to the Pure Theory of Mutual Funds," *Journal of Economic Theory*, **2**, No. 2 (June 1970), pp.122-160.

11. Dalal, Ardeshir J. "On the Use of a Covariance Function in a Portfolio Model," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XVIII**, No. 2, (June 1983), pp. 223-228.
12. Edwards, Franklin, and Goetzmann, William. "Short Horizon Inputs and Long Horizon Portfolio Choice," *Journal of Portfolio Management*, **20**, No.4 (Summer 1994), pp.76-81.
13. Elton, Edwin J., and Gruber, Martin J. "Dynamic Programming Applications in Finance," *Journal of Finance* **XXVI**, No. 2 (May 1971), pp. 473-505.
14. "Portfolio Theory When Investment Relatives Are Lognormally Distributed." *Journal of Finance*, **XXIX**, No.4 (Sept. 1974), pp. 1265-1273.
15. Friedman, Harris. "Real Estate Investment and Portfolio Theory," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **VI**, No.2 (March 1971), pp. 861-873.
16. Gibbons, Michael R., and Shanken, Jay. "Subperiod Aggregation and the Power of Multivariate Tests of Portfolio Efficiency," *Journal of Financial Economics, Amsterdam* **19**, No.2 (Dec. 1987), pp. 389-394.
17. Goetzmann, William, Li, Lingfeng, and Rouwenhorst, K. Geert, "Long- Term Global Market Correlations," *The Journal of Business*, **78**, No. 1 (2005), pp. 1-38.
18. Grauer, Robert R., and Hakansson, Nils H. "A Half Century of Returns on Levered and Unlevered Portfolios of Stocks, Bonds and Bills, With and Without Small Stocks," *Journal of Business*, **59**, No. 2 (Apr. 1986), 287.
19. Hakansson, Nils. "Risk Disposition and the Separation Property in Portfolio Selection," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **IV**, No.4 (Dec. 1969), pp.401-416.
20. "An Induced Theory of the Firm under Risk :The Pure Mutual Fund," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **V**, No. 2 (May 1970), pp. 155-178.
21. Li, Lingfeng, "Macroeconomic Factors and the Correlation of Stock and Bond Returns," Yale ICF Working Paper No. 02-46 (November 2002).

22. Merton, Robert. "An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **VII**, No 4 (Sept. 1972), pp. 1851-1872.
23. Mossin, Jan. "Optimal Multiperiod Portfolio Policies," *Journal of Business*, **41**, No. 2 (April 1968), pp. 215-229.
24. Ohlson, James. "Portfolio Selection in a Log-Stable Market," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **X**, No. 2 (June 1975), pp.285-298.
25. Ohlson, J.S., and Ziemba, W.T "Portfolio Selection in a Lognormal Market When the Investor Has a Power Utility Function," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XI**, No.1 (March 1976), pp. 57-71.
26. Pye, Gordon. "Lifetime Portfolio Selection in Continuous Time for a Multiplicative Class of Utility Functions," *American Economic Review*, **LXIII**, No. 5 (Dec. 1973), pp.1013-1020.
27. Rosenberg, Barr, and Ohlson, James. "The Stationarity Distribution of Returns and Portfolio Separation in Capital Markets: A Fundamental Contradiction," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XI**, No.3 (June 1973), pp. 393-401.
28. Shanken, Jay "A Bayesian Approach to Testing Portfolio Efficiency," *Journal of Financial Economics*, **19**, No. 2 (Dec.1987), pp.195-216.
29. Smith, Keith. "Alternative Procedures for Revising Investment Portfolios," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **III**, No 4 (Dec. 1968), pp. 371-403.
30. Zhou, Guofu. "Small Sample Tests of Portfolio Efficiency," *Journal of Financial Economics*, **30**, No.1 (Nov. 1991) pp. 165-192.

Techniques for Calculating the Efficient Frontier:

1. Alexander, Gordon. "The Derivation of Efficient Sets," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XI**, No. 5 (Dec. 1976), pp. 817-830.
2. "Mixed Security Testing of Alternative Portfolio Selection Modes," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XXI**, No.4 (Dec. 1977), pp.817-832.
3. A Reevaluation of Alternative Portfolio Selection Models Applied to Common Stocks," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XIII**, No 1 (March 1978), pp. 71-78.
4. Bawa, Vijay. "Mathematical Programming of Admissible Portfolios," *Management Science* 23, No. 7 (March 1977), pp.779-785.
5. Bawa, Vijay S., Brown, Stephen J., and Klein, Roger W. *Estimation Risk and Optimal Portfolio Choice* (Amsterdam: North Holland, 1979).
6. Bertsekas, Dimitris. "Necessary and Sufficient Conditions for Existence of an Optimal Portfolio," *Journal of Economic Theory*, **8**, No. 2 (June 1974), pp.235-247.
7. Black, Fisher. "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing," *Journal of Business*, **45**, No.3 (July 1972), pp. 444-445.
8. Bowden, Rogen. "A Dual Concept and Associated Algorithm in Mean – Variance Portfolio Analysis," *Management Science*, 23 No.4 (Dec. 1976), pp. 423-432.
9. Breen, William, and Jackson, Richard. "An Efficient Algorithm for Solving Large –Scale Portfolio Problems," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **VI**, No. 1 (Jan. 1971), pp.627-637.
10. Buser, Stephen. "Mean –Variance Portfolio Selection with Either a Singular or Non-Singular Variance –Covariance Matrix," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XII**, No.3 (Sept. 1977), pp. 436-461.

11. Chen, Andrew. "Portfolio Selection with Stochastic Cash Demand," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XII**, No. 2 (June 1977), pp. 197-213.
12. Chen, Andrew, Jen Frank, and Zions, Stanley. "The Optimal Portfolio Revision Policy," *Journal of Business*, **44**, No.1 (Jan. 1971), pp. 51-61.
13. "Portfolio Models with Stochastic Cash Demands," *Management Science*, **19**, No.3 (Nov. 1972), pp. 319-332.
14. Chen, Andrew, Kim, Han, and Kon, Stanley. "Cash Demands, Liquidation Costs and Capital Market Equilibrium under uncertainty," *Journal of Financial Economics*, **2**, No.3 (Sept. 1975), pp.293-308.
15. "Cash Demand...Reply," *Journal of Financial Economics*, **3**, No.3 (June 1976), pp.297-298.
16. Constantinides, George. "Short Sales Restrictions and Kinks on the Mean Variance Frontier," *Journal of Finance*, **39**, No. 1 (March 1984), pp. 239-244.
17. Dybvig, Philip H. "Short Sales Restrictions and Kinks on the Mean Variance Frontier," *Journal of Finance*, **39**, No.1 (March 1984), pp.239-244.
18. Faaland, Bruce. "An Integer Programming Algorithm for Portfolio Selection," *Management Science*, **20**, No.10 (June 1974), pp. 1376-1384.
19. Fishburn, Peter, and Porter, Burr. "Optimal Portfolios with One Safe and One Risky Asset: Effects of Change in Rate of Return and Risk," *Management Science*, **22**, No. 10 (June 1976), pp. 1064-1073.
20. Hill, Rowland. "An Algorithm for Counting the Number of Possible Portfolios Given Linear Restrictions on the Weights," *Journal of Financial Economics*, **XI**, No. 3 (Sept.1976), pp. 479-487.
21. Jacob, Nancy. "A Limited-Diversification Portfolio Selection Model for the Small Investor," *Journal of Finance*, **XXIX**, No. 3 (June 1974), pp. 847-856.
22. Jones-Lee, M.W. "Some Portfolio Adjustment Theorems for the Case of Non-Negativity Conditions on Security Holdings," *Journal of Finance*, **XXVI**, No. 3 (June 1971), pp. 763-775.

23. Jorion, Philippe. "Bayes-Stein Estimation for Portfolio Analysis," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Seattle, **21**, No.3 (Sept. 1986), pp.279-292.
24. Lewis, Alan L. "A. Simple Algorithm for the Portfolio Selection Problem," *Journal of Finance*, **43**, No.1 (March 1988), pp.71-82.
25. Lintner, John. "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets," *Review of Economics and Statistics*, **XLVII** (Feb. 1965), pp.13-37.
26. Shanken, Jay. "Testing Portfolio Efficiency When the Zero-Beta Rate Is Unknown: A Note," *Journal of Finance*, Cambridge, **41**, No.1 (March 1986), pp.269-276.
27. Tucker, James and Defaro, Clovis. "A Simple Algorithm for Stone's Version of the Portfolio Selection Problem," *Journal of Financial Quantitative Analysis*, **X**, No. 5 (Dec 1975), pp. 859-870.
28. Ziemba, William. "Solving Nonlinear Programming Problems with Stochastic with Objective Functions," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **VII**, No. 3 (June 1972), pp.1809-1827.

The Correlation Structure of Security Returns:

1. Alexander, Gordon J., and Benston, P. George. "More on Beta as a Random Coefficient," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XVII**, No 1 (March 1982), pp. 27-36.
2. Alexander, Gordon J., and Chervany, Normal L., "On the Estimation and Stability of Beta," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XV** No.1 (March 1980), pp. 123-138.
3. Ali, Mukhtar M., and Giaccotto, Carmelo, "Optimum Distribution –Free Tests and Further Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model," *Journal of Finance*, **37**, No 5 (Dec.1982), pp.1247-1258.
4. Beaver, W., Kettler, P., and Scholes, M, "The Association between Market Determined and Accounting Determined Risk Measures," *The Accounting Review*, **45**, No. 2 (October 1970), pp. 654-682.

5. Blick, Avi. "On Viable Diffusion Price Processes of the Market Portfolio," *Journal of Finance*, **45**, No 2 (June 1990), pp. 673-680.
6. Bildersee, John, S., and Roberts, Gordon S. "Beta Instability When Interest Rate Levels Change," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* **XVI**, No 3 (Sept. 1981), pp.375-380.
7. Blume, Marchall, Portfolio Theory: A Step toward Its Practical Application," *Journal of Business*, **43**, No.2 (April 1970), pp. 152-173.
8. "On the Assessment of Risk," *Journal of Finance*, **VI**, No. 1 (March 1971), pp. 1-10.
9. "Betas and Their Regression Tendencies," *Journal of Finance*, **X** , No.3 (June 1975), pp.785-795.
10. Brenner, Menachem, and Smidt, Seymour, "S Simple Model of Non-stationarity of Systematic Risk," *Journal of Finance*, **XII**, No.4 (Sept. 1977), pp. 1081-1092.
11. Brown, Stephen, Heteroscedasticity in the Market Model: A Comment on [61]," *Journal of Business*, **50**, No. 1 (January 1977) pp. 80-83.
12. Chan, Louis, K. C. "The Risk and Return from Factors," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Scattle, **33**, No.2 (June 1998), pp.159-189.
13. "An Examination of Risk –Return Relationship in Bull and Bear Markets Using Time- Varying Betas," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XVII**, No.2 (June 1982), pp. 265-186.
14. Cohen, K., Maier, S., Schwartz, R., and Whitecomb, D. "The Returns Generation Process Returns, Variance, and the Effect of Thinness in Security Markets," *Journal of Finance*, **XIII**, No.1 (March 1978), pp. 149-167.
15. Cohen, Kalman, Ness, Walter, Okuda, Hitashi, Schwartz, Robert, and Whitcomb, David. "The Determinants of Common Stock Returns Volatility: An International Comparison," *Journal of Finance*, **XI**, No 2 (May 1976), pp.744-740.
16. Coley, P., Roenfeldt. And Modani, N. "Interdependence of Market Risk Measures," *Journal of Business*, **50**, No. 3 (July 1977), pp. 356-363.

17. Cornell, Bradford, and Dietrich, Kimball, "Mean –Absolute-Deviation versus Least-Squares Regression Estimation of Beta Coefficients," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XIII**, No. 1 (March 1978), pp.123-131.
18. Dimson, Elroy, and Marsh, P. "The Stability of UK Risk Measures and the Problem in Thin Trading," *Journal of Finance*, **38**, No. 3 (June 1983) pp. 753-784.
19. Elton, Edwin J., Gruber, Martin J., and Urich, Thomas. "Are Betas Best?" *Journal of Finance*, **XIII**, No. 5 (Dec 1978), pp. 1375-1384.
20. Fabozzi, Frank, and Francis, Clark, "Stability Tests for Alphas and Betas over Bull and Bear Market Conditions," *Journal of Finance*, **XII**, No. 4 (Sept. 1977), pp.1093-1099.
21. Fama, Eugene, "Risk, Return, and Equilibrium: Some Clarifying Comments," *Journal of Finance*, **23** (March 1968), pp.29-40.
22. Fouse, W., Jahnke, W., and Rosenberg, B. "Is Beta Phlogiston?" *Financial Analysis Journal*, **30**, No.1 (Jan.- Feb. 1974), pp70-80.
23. Francis, Jack Clark. "Intertemporal Differences in Systematic Stock Price Movements," *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, **X**, No.2 (June 1975), pp. 205-219.
24. Gonedes, Nicholas J. "Evidence on the Information Content of Accounting Numbers: Accounting-based and Market-based Estimates of Systematic Risk," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **8** (June 1973), pp. 407-443.
25. Hamada, S. Robert. "The Effect of the Firm's Capital Structure on the Systematic Risk of Common Stocks," *Journal of Finance*, **VII**, No.2 (May 1971), pp. 435-452.
26. Handa, Puneet, Kothari, S. P., and Wasley, Charles. "The Relation Between the Return Interval and Betas: Implications for the Size Effect," *Journal of Financial Economics, Amsterdam*, **23**, No.1 (June 1989), pp. 79-101.
27. Hawawini, Gabriel A. "Intertemporal Cross-Dependence in Securities Daily Returns and Short –Run Intervaling Effect on Systematic Risk," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XV**, No.1 (March 1980), pp.139-150.

28. Hawawini, Gabriel. And Vora Ashok. "Evidence of Intertemporal Systematic Risks in the Daily Price Movements of NYSE and AMEX Common Stocks," *Journal of Financial Quantitative Analysis*, **XV**, No.2 (June 1980), pp.331-340.
29. Hawawini, Gabriel A., Michael, Pierre A., and Corhay, Albert. "New Evidence on Beta Stationarity and Forecasting for Belgium Common Stocks," *Journal of Business Finance*, **9**, No.4 (December 1985), pp. 553-560.
30. Hill, Ned C., and Stone, Bernell K. "Accounting Betas, Systematic, Operating Risk, and Financial Leverage: A Risk- Composition Approach to the Determinants of Systematic Risk," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XV**, No.3 (Sept. 1980), pp. 595-638.
31. Jacob, Nancy. "The Measurement of Systematic Risk for Securities and Portfolios: Some Empirical Results," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **VI**, No. 2 (March 1971), pp. 815-833.
32. Joehnk, Michael, and Nielson, James. "The Effect of Conglomerate Merger Activity on Systematic Risk," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **IX**, No.2 (March 1974), pp. 215-225.
33. Klemkosky, Robert, and Martin, John. "The Effect of Market Risk on Portfolio Diversification," *Journal of Finance*, **X**, No.1 (March 1975), pp. 147-153.
34. "The Adjustment of Beta Forecasts," *Journal of Finance*, **X**, No 4 (Sept. 1975), pp. 1123-1128.
35. Latane, Henry, Tuttle, Don, and Young, Allan. "How to Choose a Market Index," *Financial Analysis Journal*, **27**, No.4 (Sept. - Oct. 1971), pp.75-85.
36. Levy, Haim. "Measuring Risk and Performance over Alternative Investment Horizons," *Financial Analysis Journal*, **40**, No.2 (March/April 1984), pp. 61-67.
37. Levy, Robert. "On the Sort- Term Stationary of Beta Coefficients," *Financial Analysts Journal*, **27**, No. 5 (Dec. 1971), pp.55-62.
38. "Beta Coefficients as Predictors of Return," *Financial Analysts Journal*, No. 1 (Jan.-Feb. 1974), pp. 61-69.

39. Logue, Dennis, and Merville, Larry. "Financial Policy and Market Expectations," *Financial Management*, **1** (Summer 1972), pp. 37-44.
40. Martin J., and Klemkosky, R. "Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model," *Journal of Business*, **48**, No. 1 (Jan. 1975), pp. 81-86.
41. Officer, R. R. "The Variability of the Market Factor of the New York Stock Exchange," *Journal of Business*, **46**, No.3 (July 1973), p.434.
42. Pogue, Gerald, and Solnik, Bruno. "The Market Model Applied to European Common Stocks: Some Empirical Results," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **IX**, No. 6 (Dec. 1974), pp. 917-944.
43. Robichec, Alexander, and Cohn, Richard. "The Economic Determinants of Systematic Risk," *Journal of Finance*, **XXIX**, No. 2 (May 1974). Pp.439-447.
44. Roenfeldt, R., Griepentrog, G., and Pflaum, C. "Further Evidence on the Stationarity of Beta Coefficients," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XIII**, No.1 (March 1978), pp. 117-121.
45. Roll, Richard, Bias in Fitting the Sharpe Model to Time Series Data," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **IV**, No. 3 (Sept. 1969), pp.271-289.
46. Rosenberg, Barr, and Guy, James. "Prediction of Beta from Investment Fundamentals," *Financial Analysts Journal*, **32**, No. 3 (May-June 1976), pp. 60-72.
47. "Prediction of...: Part II," *Financial Analysts Journal*, **32**, No. 3 (July – Aug. 1976), pp.62-70.
48. Rosenberg, Barr, and Marathe, Vinary. "The Prediction of Investment Risk: Systematic and Residual Risk," Reprint 21, Berkley Working Paper Series (1975).
49. Rosenberg, Barr, and McKibben, Walt. "The Prediction of Systematic and Specific Risk in Common Stocks," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **VIII**, No.2 (March 1973), pp. 317-333.
50. Rudd. Andrew, and Rosenberg, Barr. "The Market Model." in *Investment Management Journal of Finance*, **35**, No. 2 (May 1980), pp. 597-606.

51. Schafer, Stephen, Brealey, Richard, and Hodges, Steward. "Alternative Models of Systematic Risk," in Edwin J. Elton and Martin J. Gruber (eds.) *International Capital Markets* (Amsterdam: North-Holland, 1976).
52. Scholes, M., and Williams, J "Estimating Betas from Non-Synchronous Data," *Journal of Financial Economics*, **5**, No.3 (Dec.1977), pp.309-328.
53. Scott, Elton, and Brown Stewart."Biased Estimators and Unstable Betas," *Journal of Finance*, **35**, No.1 (March 1980), pp. 49-56.
54. Sharpe William. "Mean-Absolute-Deviation Characteristic Lines for Securities and Portfolios," *Management Science*, **18**, No.2 (Oct. 1971), pp.883-896.
55. Sunder, Shyam. "Stationarity of Market Risk: Random Coefficients Tests for Individual Stocks," *Journal of Finance*, **35**, No 4 (Sept. 1980), pp. 883-896.
56. Theobald, Michael. "Beta Stationarity and Estimation Period: Some Analytical Results," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XVI**, No.5 (Dec. 1981), pp. 747-758.
57. Thompson II, Donald. "Sources of Systematic Risk in Common Stocks," *Journal of Business* **40**, No. 2 (April 1978), pp. 173-188.
58. Vasicek, Oldrich. "A Note on Using Cross-Sectional Information in Bayesian Estimation of Security Betas." *Journal of Finance*, **VIII**, No. 5 (Dec 1973), pp.1233-1239.
59. Young, S. David, Berry, Michael A., Harvey, David W., and Page, John R. "Macroeconomic Forces, Systematic Risk, and Financial Variables: An Empirical Investigation," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **26**, No.4 (Dec 1991), pp. 559-565.

The Standard Capital Asset Pricing Model:

1. Aivazian, Varouj. "The Demand for Assets under Conditions of Risk: Comment," *Journal of Finance*, **XXXII**, No.3 (June 1976), pp. 927-929.
2. Bawa, Vijay, and Lindenberg, Eric. "Capital Market Equilibrium in a Mean-Lower Partial Moment Framework," *Journal of Financial Economics*, **5** (1977), pp. 189-200.
3. Benninga, Simon, and Protopapadakis, Aris. "The Stock Market Premium, Production, and Relative Risk Aversion," *The American Economic Review*, **81**, No. 3 (June 1991), pp. 591-599.
4. Bernstein, Peter L. "What Rate of Return Can You Reasonably Expect?" *Journal of Finance*, **XXVIII**, No. 2 (May 1973), pp. 273-282.
5. Breeden, Douglas. "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities," *Journal of Financial Economics*, **7** (1999) pp. 265-296.
6. Chen, Nai-Fu, Grundy, Bruce and Stambaugh, Robert F. "Changing Risk, Changing Risk Premiums, and Dividend Yield Effects," *The Journal of Business*, **63**, No. 1 (Jan. 1990), pp.551-570.
7. Cochrane, John. *Asset Pricing* (New Jersey: Princeton University Press, 2001).
8. Elton, Edwin J., and Gruber, Martin J. "The Multi –period Consumption Investment Decision and Single –Period Analysis," *Oxford Economic Paper*, **26** (Sept. 1974), pp. 180-195.
9. Elton, Edwin J., and Gruber, Martin J. *Finance as a Dynamic Process* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1975).
10. Fama, Eugene. "Risk, Return and Equilibrium: Some Clarifying Comments," *Journal Finance*, **XXIII**, No. 1 (March 1968), pp. 29-40.
11. Fama, Eugene. "Multi-period Consumption Investment Decision," *American Economic Review*, **60**, (March 1970), pp. 163-174.
12. "Risk, Return and Equilibrium," *Journal of Political Economy*, **79**, No.1 (Jan. Feb.1971), pp.30-55.
13. "Risk, Return and Portfolio Analysis: Reply to [20]," *Journal of Political Economy*, **81**, No. 3 (May/June 1973), pp. 753-755.

14. Fama, Eugene F. "Determining the Number of Priced State Variables in the ICAPM," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **33**, No. 2 (June 1998), pp. 217-231.
15. Ferson, Wayne E., Harvey, C., and Campbell, R. "The Variation of Economic Risk Premiums," *The Journal of Political Economy*, **99**, No.2 (April 1991), pp.385-416.
16. Ferson, Wayne E., Kandel, Shmuel, and Stambaugh, Robert F. "Tests of Asset Pricing with Time Varying Expected Risk Premiums and Markets Betas," *The Journal of Finance*, **42**, No.2 (June 1987), pp. 201-220.
17. Green, Richard C. "Benchmark Portfolio Inefficiency and Deviations from the Security Market Line," *The Journal of Finance*, **41**, No.2 (June 1986), pp. 295-312.
18. Hansen, Lars Peter, and Jagannathan, Ravi. "Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economics," *Journal of Political Economy*, **99** (1991), pp.225-262.
19. Hietala, Pekka T. "Asset Pricing in Partially Segmented Markets: Evidence from the Finnish Market," *The Journal of Finance*, **44**, No.3 (July 1989), pp. 697-718.
20. Kroll, Yoram, and Levy, Haim. "Further Tests the Separation Theorem and the Capital Asset Pricing Model," *The American Economic Review*, **82**, No. 3 (June 1992), pp. 664-670.
21. Kroll, Yoram, Levy, Haim, and Rapoport, Ammon. "Experimental Tests of the Separation Theorem and the Capital Asset Pricing Model," *The American Economic Review*, **78**, No. 3 (June 1988), pp. 500-519.
22. Levy, Haim. "The Demand for Assets under Conditions of Risk," *Journal of Finance*, **XXVIII**, No. 1, (March 1973), pp. 79-96.
23. "The Demand for Assets under Conditions of Risk," *Journal of Finance*, **XXVIII**, No. 1 (March 1973), pp. 79-96.
24. Lintner, John "Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification," *Journal of Finance* (Dec. 1965), pp. 930-932.
25. "The Aggregation of Investor's Diverse Judgments and Preferences in Purely Competitive Security Markets," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **IV**, No. 4 (Dec. 1969), pp. 347-400.

26. "The Market Price of Risk, Size of Market and Investor's Risk Aversion," *Review of Economics and Statistics*, **LII**, No.1 (Feb. 1970), pp. 283-296.
27. Markowitz, Harry M. "Nonnegative or not Nonnegative: A Question about CAPM's," *The Journal of Finance*, **38**, No. 2 (May 1983), pp. 283-296.
28. Modigliani, Franco, and Pogue, Jerry. "An Introduction to Risk and Return," *Financial Analysts Journal*, **30**, No.2 (Mar./ Apr. 1974), pp. 68-80.
29. "An Introduction to Risk and Return: Part II," *Financial Analysts Journal*, **30**, No. 3 (May/ June 1974), pp. 69-86.
30. Mossin, Jan. "Equilibrium in an Capital Asset Market," *Econometrica*, **34** (Oct. 1996) pp. 768-783.
31. Ng. Lilian. "Tests of the CAPM with Time-Varying Covariances: A Multivariate GARCH Approach," *The Journal of Finance*, **46**, No. 4 (Sept. 1991), pp. 1507-1521.
32. Ross Stephen. "A Simple Approach to the Valuation of Risky Streams," *Journal of Business* **51**, No. 3, (July 1978), pp. 453-475.
33. Rubinstein, Mark. "An Aggregation Theorem for Securities Markets," *Journal of Financial Economy*, **1**, No. 3 (Sept. 1974), pp. 225-244.
34. Rubinstein, Mark E. "A Mean-Variance Synthesis of Corporate Financial Theory," *Journal of Finance*, **XXXVIII**, No.1 (March 1973), pp. 167-181.
35. Sharpe, W. F. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk," *Journal of Finance* (Sept. 1964), pp. 425-442.
36. "Bonds Versus Stocks: Some Lessons from Capital Market Theory," *Financial Analysts Journal*, **29**, No. 6 (Nov./ Dec.1973), pp. 74-80.
37. "Capital Asset Prices with and Without Negative Holdings," *The Journal of Finance*, **46**, No. 2 (June 1991), pp. 489-509.
38. Stapleton, C. Richard. "Portfolio Analysis, Stock Valuation and Capital Budgeting Decision Rules for Risky Projects," *Journal of Finance*, **XXVI**, No.1 (Mar. 1971), pp. 95-117.

39. Tinic, Seha M., and West, Richard R. "Risk, Return, and Equilibrium: A Revisit," *The Journal of Political Economy*, **94**, No. 1 (Feb. 1986), pp. 126-147.
40. Tsiang, S. C. "Risk, Return and Portfolio Analysis: Comment on [4]," *Journal of Political Economy*, **81**, No.3 (May/June 1973), pp. 748-752.
41. Turnbull, Stuart. "Market Value and Systematic Risk," *Journal of Finance*, **XXXII**, No.4 (Sept. 1977), pp.1125-1142.

Empirical Tests of Forms of the CAPM:

1. Alder, Michael. "On the Risk-Return Trade-off in the Valuation of Assets," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **IV**, No.4 (Dec. 1969), pp.492-512.
2. Bar –Yosef, Sasson, and Kolodny, Rischard, "Dividend Policy and Capital Markets Theory," *Review of Economics and Statistics*, LVIII, No.2 (May 1976), pp. 181-190.
3. Belkaoui, Ahmed. "Canadian Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model," *Journal of Finance*, **XII**, No.4 (Sept. 1977), pp. 1320-1324.
4. Best, Michael J., and Grauer, Robert R. "Capital Asset Pricing Compatible with Observed Market Value Weights," *The Journal of Finance*, **40**, No.1 (March 1985), pp. 85-104.
5. Black, F., and Scholes, M. "The Effects of Dividend Yield and Dividend Policy on Common Stock Prices and Returns," *Journal of Financial Economics*, **1** (1974) pp. 1-22.
6. Black, F., and Scholes, M. "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests," in Jensen (ed.), *Studies in the Theory of Capital Markets* (New York: Prager, 1972).
7. Blume, Marshall, and Friend, Irwin. A New Look at the Capital Asset Pricing Model," *Journal of Finance*, **VIII**, No.1 (March 1973), pp. 19-33.
8. "Risk, Investment Strategy, and the Long-Run Rates of Return," *Review of Economics and Statistics*, **LVI**, No. 3 (Aug. 1974), pp.259-269.
9. Blume, Marshall, and Husic, Frank. "Price, Beta, and Exchange Listing," *Journal of Finance*, **VIII**, No.2 (May 1973), pp. 283-299.

10. Breeden, D. "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities," *Journal of Financial Economics*, **7** (1979), pp. 265-296.
11. "Consumption Risk in Futures Markets," *Journal of Finance*, **35** (1980), pp.503-520.
12. Breeden, D., and Litzenberger, R. "Prices of State-Contingent Claims Implicit in Option Prices," *Journal of Business*, **51** (1978) pp. 621-651.
13. Breeden, D., Gibbons, M., and Litzenberger, R. "Empirical Tests of the Consumption –Oriented CAPM," *Journal of Finance*, **44** (1989), pp. 231-262.
14. Brown, David P., and Gibbons, Michael R. " A Simple Econometric Approach for Utility –Based Asset Pricing Models ," *The Journal of Finance*, **40**, No **2** (June 1985), pp. 359-382.
15. Brown, Stephen J., and Weinstein, Mark I. "A New Approach to Testing Asset Pricing Models The Bilinear Paradigm," *the Journal of Finance*, **38**, No. 3 (June 1983), pp. 711-744.
16. Campbell, John, "Understanding Risk and Return," *Journal of Political Economy*, **104** (1996), pp. 298-345.
17. Campbell, John, Lo, Andrew, and Mackinlay, A. Craig. *The Econometrics of Financial Markets* (New Jersey: Princeton University Press, 1997).
18. Chamberlain, G., and Rothschild, M. "Arbitrage, Factor Structure, and Mean- Variance Analysis on Large Asset Markets," *Econometrica*, **51** pp. 1281-1304.
19. Chen, N., Roll, R., and Ross, S. "Economic Forces and the Stock Market," *Journal of Business*, **59** (1986), pp. 386-403.
20. Clarkson, Pete, Guedes, Jose, and Thompson, Rex. "On the Diversification, Observability, and Measurement of Estimation Risk," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **31**, No.1 (Mar. 1996), pp.69-84.
21. Cochrane, John H. "A Cross-Sectional Test of an Investment –Based Asset Pricing Model." *Journal of Political Economy*, **104** (1996) pp. 572-621.
22. Connor, G. "A Unified Beta Pricing Theory," *Journal of Economic Theory*, **34** (1984), pp. 13-31.

23. Connor, G., and Korajczyk, R. "Performance Measurement with the Arbitrage Pricing Theory: A New Framework for Analysis," *Journal of Financial Economics*, **15** (1986), pp. 373-394.
24. Cornell, B. "The Consumption Based Asset Pricing Model: A Note on Potential Tests and Applications," *Journal of Financial Economics*, **9** (1981), pp.103-108.
25. Dhrymes, Phoebus, Friend, Irwin, and Gultekin, Bulent. " A Critical Reexamination of the Empirical Evidence on the Arbitrage Pricing Theory," *The Journal of Finance*, **39** (June 1984) pp.323-346.
26. Douglas, George. *Risk in the Equity Markets: An Empirical Appraisal of market Efficiency* (Ann Arbor, MI: University Microfilms, Inc., 1968)
27. Dybvig Philip H. "An Explicit Bound on Deviations from APT Pricing in a Finite Economy," *Journal of Financial Economics*, **12** (1983), pp.483-496.
28. Dybvig, P., and Ross, S. "Yes, the APT Is Testable," *Journal of Finance*, **40** (1985), pp.1173-1188.
29. Elton, Edwin J.: Presidential Address: Expected Return, Realised Return and Asset Pricing Tests," *Journal of Finance*, **54** (Aug. 1999), pp.1199-1220.
30. Elton, Edwin J., and Gruber, Martin J. "Marginal Stockholder Tax Rates and the Clientele Effect," *Review of Economics and Statistics*, **52** (1970), pp. 68-74.
31. Eubank, Arthur. "Risk- Return Contrasts: NYSE, AMEX, and OTL," *Journal of Portfolio Management*, **3**, No.4 (Summer 1977), pp. 25-30.
32. Fama, Eugene. *Foundations of Finance* (New York: Basic Books, 1976).
33. Fama, Eugene, and MacBeth, J. "Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests," *Journal of Political Economy*, **71** (May/June 1973), pp. 607-636.
34. "Tests of the Multiperiod Two-Parameter Model," *Journal of Financial Economics*, **1**, No.1 (May 1974), pp. 43-66.
35. Fama, E., MacBeth, J., and Schwert, G. "Asset Returns and inflation," *Journal of Financial Economics*, **5** (1977), pp. 115-146.
36. "Inflation, Interest and Relative Prices," *Journal of Business*, **52** (1979), pp.183-209.

37. Ferson, W. "Expected Real Interest Rates and Consumption in Efficient Financial Markets: Empirical Tests," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **18** (1983), pp. 477-498.
38. Ferson, W., Kandel, S., and Stambaugh, R. "Tests of Asset Pricing with Time-Varying Expected Risk Premiums and Market Betas," *Journal of Finance*, **42** (1987), pp. 201-220.
39. Foster, George. "Asset Pricing Models: Further Tests," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XIII**, No. 1 (Mar. 1978), pp. 39-53.
40. Friend, Irwin, Westerfield, Randolph, and Granito, Michael. "New Evidence on the Capital Asset Pricing Model," *Journal of Finance*, **XII**, No.3 (June 1978), pp. 903-917.
41. Gentry, James, Pike, John. "An Empirical Study of the Risk –Return Hypothesis Using Common Stock Portfolios of Life Insurance Companies," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **V**, No.2 (May 1970). Pp. 179-185.
42. Gibbons, Michaels R." Multivariate Tests, of Financial Models: A New Approach," *Journal of Financial Economics*, **X**, No.1 (March 1982), pp. 179-185.
43. Gibbons, Michael R., and Ferson, Wayne. "Testing Asset Pricing Models with Changing Expectations and an Unobservable Market Portfolio," *Journal of Financial Economics*, **XIV**, No.2 (June 1985), pp. 217-236.
44. Gibbons, Michael, Ross, Stephen, and Shanken, Jay. "A Test of the Efficiency of a Given Portfolio," *Econometrica*, **57** (1989), pp.1121-1152.
45. Grinblatt, Mark, and Titman, Sheridan. "Factor Pricing in a Finite Economy," *Journal of Financial Economics*, **12**(1983), pp.497-507.
46. Grinblatt, Mark, and Titman, Sheridan. "The Relation between Mean-Variance Efficiency and Arbitrage," *The Journal of Business*, **60**, No. 1 (Jan. 1987), pp. 97-112.
47. Grossman, S., and Shiller, R, "Consumption Correlatedness and Risk Measurement in Economies with Non-traded Assets and Heterogeneous Information," *Journal of Financial Economics*, **10** (1982), pp/ 195-210.
48. Grossman, S., Melino, A., and Shiller, R. "Estimating the Continuous – Time Consumption –Based Asset-Pricing Model," *Journal of Business and Economic Statistics*, **5** (1987), pp. 315-328.

49. Hall, R. "Stochastic Implications of the Life Cycle- Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence," *Journal of Political Economy*, **86** (1978), pp.971-987.
50. Hanse, L., and Singleton, K: Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models," *Econometrica*, **50** (1982), pp. 1269-1286.
51. "Stochastic Consumption, Risk Aversion, and the Temporary Behavior of Asset Returns," *Journal of Political Economy*, **91** (1983), pp. 249-265.
52. Ibbotson, Roger, and Sinquefeld, Rex. *Stocks, Bonds, Bills and Inflation: The Past and the future* (Charlottesville, VA: Financial Analysis Research Foundation, 1982).
53. Ingersoll Jonathan E., Jr. "Some Results in the Theory of Arbitrage Pricing," *Journal of Finance*, **39** (1984), pp. 1021-1039.
54. Jagannathan, Ravi, and Wang, Zhenyu. "The Conditional CAPM and the Cross- Section of Expected Returns," *Journal of Finance*, **51** (1996), pp. 3-53.
55. Jobson, J., and Korkie, B. "Estimation for Markowitz Efficient Portfolios," *Journal of the American Statistical Association*, **75** (1980), pp. 544-554.
56. "Potential Performance Tests of Portfolio Efficiency," *Journal of Financial Economics*, **10** (1982), pp. 433-466.
57. Kandel, S. "On the Exclusion of Assets from Tests of the Mean Variance Efficiency of the Market Portfolio," *Journal of Finance*, **39** (1984), pp. 63-75.
58. "The Likelihood Ratio Test Statistic of Mean-Variance Efficiency without a Riskless Asset," *Journal of Financial Economics*, **13** (1984), PP. 575-592.
59. Kandel, Shmuel. "The Geometry of the Maximum Likelihood Estimator of the Zero-Beta Return," *The Journal of Finance*, **41**, No. 2 (June 1986), pp. 339-346.
60. Kandel, S., and Stambaugh, R. "On Correlations and the Sensitivity of Inferences about Mean-Variance Efficiency," *Journal of Financial Economics*, **18** (1987), pp. 61-80.

61. Keim, D. "Size Related Anomalies and Stock Return Seasonality: Further Empirical Evidence," *Journal of Financial Economics*, **12** (1983), pp. 13-32.
62. Lau, Sheila, Quay, Stuart, and Ramsey, Carl. "The Tokyo Stock Exchange and the Capital Asset Pricing Model," *Journal of Finance*, **IX**, No.2 (May 1974), pp. 507-514.
63. Lehmann, Bruce N., and Modest, David M. "The Empirical Foundations of the Arbitrage Pricing Theory," *Journal of Financial Economics*, **21**, No. 2 (Sept.1988), pp. 213-254.
64. Lettau, Martin, and Ludvigson, Sydney. "Consumption Aggregate Wealth and Expected Stock Returns," *Journal of Finance*, **LVI**, No. 3 (2001), pp. 815-849.
65. Lewellen, Joonathan, and Nagel, Stefan, "The Conditional CAPM Does Not Explain Asset-Pricing Anomalies," *Journal of Financial Economics*, **82**, No.2 (2006), pp. 289-314.
66. Litzenberger, R. H., and Budd, A. P. "Secular Trends in Risk Premiums," *Journal of Finance*, **VII**, No. 3 (June 1972), pp. 857-864.
67. Litzenberger, R. H., and Ramaswamy, K. "The Effect of Personal Taxes and Dividends on Capital Asset Prices: Theory and Empirical Evidence," *Journal of Financial Economics*, **7**, No.2 (June 1979), pp. 163-195.
68. Lucas, R. "Asset Prices in an Exchange Economy," *Econometrica*, **46** (1978), pp. 1429-1445.
69. MacBeth, J. D. Tests of Two Parameters Models of Capital Market Equilibrium. Ph.D. Dissertation. Graduate School of Business, University of Chicago, (1975).
70. McElroy, M., and Burmeister E. "Arbitrage Pricing Theory as a Restricted NonLinear Regression Model," *Journal of Business and Economic Statistics* **6** (1988), pp. 29-42.
71. Merton, Robert C. "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model," *Econometrica*, **41** (1973), pp. 867-887.
72. Miller, M. H., and Scholes, M. Rates of Return in Relation to Risk: A Re-examination of Some Recent Findings," in Jensen, M. (ed.). *Studies in the Theory of Capital Markets* (New York: Praeger, 1972).

73. Morgan, I. G. "Prediction of Return with the Minimum Variance Zero-Beta Portfolio," *Journal of Financial Economics*, **2**, No.4 (Dec. 1975). Pp. 361-376.
74. Roll, Richard. "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests; Part I: On Past and Potential Testability of the Theory," *Journal of Financial Economics*, No. 2 (March 1977), pp. 129-176.
75. "Orthogonal," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XV**, No.5 (Dec. 1980), pp. 1005-1024.
76. Roll, R., "A Note on the Geometry of Shanken's CSR T2 Test for Mean/Variance Efficiency," *Journal of Financial Economics*, **14** (1985), pp. 349-358.
77. Roll, Richard, and Ross, Stephen. "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory," *Journal of Finance*, **35**, No. 5 (Dec. 1980), pp. 1073-1105.
78. Rosenberg, B., and Guy, J. "Prediction of Beta from Investment Fundamentals," *Financial Analysts Journal*, **32 (1976)**, pp. 60-72.
79. Rubinstein, M. "The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options," *Bell Journal of Economics and Management Science*, **7**
80. Scholes, M., and Williaams, J. "Estimating Betas from Nonsynchronous Data," *Journal of Financial Economics*, **5** (1977), pp. 309-327.
81. Shanken, J. "An Asymptotic Analytic of the Traditional Risk-Return Model," Unpublished Manuscript, School of Business Administration, University of California, Berkeley (1982).
82. "Multivariate Tests of the Zero-Beta CAPM," *Journal of Financial Economics*, **14**, No. 3 (Sept. 1985), pp. 327-348.
83. "Multi-Beta CAPM or Equilibrium- APT? A Reply," *Journal of Finance*, **40**, No.4 (1985a), pp.1186-1189.
84. "On Exclusion of Assets from Tests of the Mean Variance Efficiency of the Market Portfolio: An Extension," *Journal of Finance*, **41**, No. 2 (1986), pp.331-337.
85. A Posterior –Odds Ratio Approach to Testing Portfolio Efficiency," Working Paper, Graduate School of Management, University of Rochester, Rochester, NY (1986).

86. "Testing Portfolio Efficiency When the Zero β Rate is Unknown: A Note," *Journal of Finance*, **41**, No.1 (1986), pp. 269-276.
87. "Multivariate Proxies and Asset Pricing Relations," *Journal of Financial Economics*, **18**, No.1 (1987), pp. 91-110.
88. Shanken, Jay. "The Arbitrage Pricing Theory: Is it Testable?" *Journal of Finance*, **37** (1982), pp.1129-1140.
89. Shanken, Jay. "On the Estimation of Beta β -Pricing Models," *Review of Financial Studies*, **5** (1992), pp.1-33. Sharpe, W.F., "Risk, Market Sensitivity, and Diversification," *Financial Analysts Journal*, **28**, No.1 (Jan. Feb. 1972), pp. 74-79.
90. Sharpe, W. F., and Cooper, G. M. "Risk β -Return Class of New York Stock Exchange Common Stocks, 1931-1967," *Financial Analysts Journal*, **28**, No.2 (March β -April 1972), pp. 46-52.
91. Sharpe, W. F., and Sosin H. "Risk, Return and Yield: New York Stock Exchange Common Stocks, 1928-1969," *Financial Analysts Journal*, **32**, No. 2 (March-April 1976), pp. 33-42.
92. Smith, Keith. "The Effect of Intervaling on Estimating Parameters of the Capital Asset Pricing Model," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XIII**, No. 2 (June 1978), pp. 313-332.
93. Spearman, C "General Intelligence" Objectively Determined and Measured," *American Journal of Psychology*, **15** (1904), pp. 201-293.
94. Stambaugh, Robert F. "On the Exclusion of Assets from Tests of the Two-Parameter Model: A Sensitivity Analysis," *Journal of Financial Economics*, **X**, No.3 (Nov. 1982), pp. 237-268.
95. Upton, Roger, and Jessup Paul. "Risk-Return Relationships in the Regional Securities Markets," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **IV**, No.5 (Jan. 1970), pp. 677-695.

The Arbitrage Pricing Model and its Empirical Relevance:

1. Admati, Anat, and Pfleiderer, Paul. "Interpreting the Factor Risk Premia in Arbitrage Pricing Theory," *Journal of Economic Theory*, **35** (Feb. 1985), pp. 191-195.
2. Berry, Michael, Burmeister, Edwin, and McElroy, Marjorie. "Sorting Out Risks Using Known APT Factors," *Financial Analysts Journal* (March 1988), pp. 29-42.
3. Black, F. "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing," *Journal of Business*, **45** (July 1972), pp. 444-454.
4. Black, Fisher, Jensen, Nick, and Scholes, Myron. "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests," in M. Jensen (ed.), *Studies in the Theory of Capital Markets* (New York: Praeger, 1972).
5. Blake, Christopher, Elton, Edwin J., and Gruber, Martin J. "The Performance of Bond Mutual Funds," *Journal of Business*, **66**, No. 3 (July 1993), pp. 317-403.
6. Bower, Dorothy H., Bower, Richard S., and Logue, Dennis E., "Arbitrage Pricing Theory and Utility Stock Returns," *The Journal of Finance*, **39**, No.4 (Sept. 1984), pp. 1041-1054.
7. Brennan, M. "Capital Asset Pricing and the Structure of Security Returns," Working Paper, University of British Columbia, 1971.
8. "Discussion," *Journal of Finance*, **36**, No.3 (May 1981), pp. 352-357.
9. Brown, S. J., and Weinstein, M. I. "A New Approach to Testing Asset Pricing Models: The Bilinear Paradigm," *Journal of Finance*, **38**, No 3 (June 1983).
10. Burmeister, Edwin, and McElroy, Marjorie. "APT and Multifactor Asset Pricing Models with Measured and Unobserved Factors: Theoretical and Econometric Issues," Discussion Paper, Department of economics, University of Virginia and Duke University, 1987.
11. Burmeister, Edwin, and McElroy, Marjorie. "Joint Estimation of Factor Sensitivities and Risk Premia for the Arbitrage Theory," *Journal of Finance*, **43**, No.3 (July 1988), pp. 721-733.
12. Burmeister, Edwin, and Wall, Kent. "The Arbitrage Pricing Theory and Macroeconomic Factor Measures," *The Financial Review* (Feb. 1986).

13. Burmeister, Edwin, Roll, Richard, and Ross, Stephen, "A Practitioner's Guide to Arbitrage Pricing Theory," in *A Practitioner's Guide to Factor Models* (Charlottesville, VA: The Research Foundation of the Institute of Chartered Financial Analysts, 1994).
14. Burmeister, Edwin, Wall, Kent, and Hamilton James. "Estimation of Unobserved Expected Monthly Inflation Using Kalman Filtering," *Journal of Business and Economic Statistics*, **4** (April 1986), pp. 147-160.
15. Chamberlain, G., and Rothschild, M. "Arbitrage, Factor Structure, and Mean -Variance Analysis on Large Asset Markets," Working Paper, University of Wisconsin at Madison, 1981.
16. Chamberlain, Gary. "Funds, Factors and Diversification in Arbitrage Pricing Models," *Econometrica*, **51** (Sept. 1983), pp. 1305-1323.
17. Chan, K. C., Chen, Nai-fu, and Hsieh, David "An Explanatory Investigation of the Firm Size Effect," *Journal of Financial Economics*, **14** (Sept. 1985), pp. 451-471.
18. Chen, N. The Arbitrage Pricing Theory: Estimation and Applications," Working Paper, Graduate School of Management, UCLA, 1981.
19. Chen, Nai-fu. "Some Empirical Tests of the Theory of Arbitrage Pricing," *The Journal of Finance*, **38**, No. 5 (Dec. 1983), pp. 1393-1414.
20. Chen, Nai-fu, and Ingersoll, Jonathan E., Jr. "Exact Pricing in Linear Factor Models with Finitely Many Assets: A Note," *The Journal of Finance*, **38**, No. 3 (June 1983), pp. 985-988.
21. Chen, Nai -fu, Roll, Richard, and Ross, Stephen. "Economic Forces and the Stock Market," *Journal of Business*, **59** (July 1986), pp. 386-403.
22. Cho, D. Chinyung. "On Testing the Arbitrage Pricing Theory: Inter-Battery Factor Analysis," *The Journal of Finance*, **39**, No.5 (Dec. 1984), pp. 1485-1502.
23. "Some Fundamental Factors Effecting Asset Prices," Working Paper, University of Wisconsin, 1984.
24. Cho, D. Chinyung, and Taylor, William. "The Seasonal Stability of the Factor Structure of Stock Returns," *Journal of Finance*, **42** (Dec. 1987), pp. 1195-1211.

25. Cho, D. Chinyung, Elton, Edwin J., and Gruber, Martin J. "On the Robustness of the Roll and Ross Arbitrage Pricing Theory," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **XIX**, No.1 (March 1984), pp.1-10.
26. Cho, D. Chinyung, Eun, Cheol S., and Senbet, Lemma W. "International Arbitrage Pricing Theory: An Empirical Investigation," *The Journal of Finance*, **41**, No.2 (June 1986), pp. 313-329.
27. Cochrane, John H. "Production –Based Asset Pricing and the Link between Stock Returns and Economic? Fluctuations," *The Journal of Finance*, **46**, No.1 (Mar. 1991), pp. 209-237.
28. Connor, G. "A Factor Pricing Theory for Capital Assets," Working Paper, Kellogg Graduate School of Management, Northwestern University, 1981.
29. Connor, Gregory. "A Unified Beta Pricing Theory," *Journal of Economic Theory*, **34**, No. 3 (Oct. 1984), 13-31.
30. Connor, G., and Korajczyk, R. "Performance Measurement with the Arbitrage Pricing Theory: A New Framework for Analysis," *Journal of Financial Economics*, **15**, No. 3 (1986), pp.373-394.
31. Conway, Delores, and Reingannum, Marc. "Capital Market Factor Structure: Identification through Cross Validation," *Journal of Business and Financial Statistics*, **6**, No. 1 (Jan. 1988).
32. Dhrymes, Pheobus J., Friend, Irwin, and Gultekin, N. Bulent. "A Critical Reexamination of the Empirical Evidence on the Arbitrage Pricing Theory," *The Journal of Finance*, **39**, No. 2 (June 1984), pp. 323-346.
33. Dybvig, Phillip H. "An Explicit Bound on Deviations from APT Pricing in a Finite Economy," *Journal of Financial Economics*, **12** (1983), pp. 483-496.
34. Elton, E., and Gruber, M. "Non-Standard CAPM s and the Market Portfolio," Working Paper, New York University, Graduate School of Business, 1982.
35. Elton, Edwin J., and Gruber, Martin J. "A Multi –index Risk Model of the Japanese Stock Market," *Japan and the World Economy* **1**, No.1 (1988).
36. Elton, Edwin J., and Gruber, Martin J. "Expectational Data and Japanese Stock Prices," *Japan and the World Economy*, **1** (1989), pp. 391-401.

37. Elton, Edwin J., and Gruber, Martin J. "Multi -Index Models Using Simultaneous Estimation of all Parameters." In *A Practitioner's Guide to Dactor Models*, (The Research Foundation of Institute of Chartered Financial Analysts, Charlottesville, Va., 1994), pp. 31-58.
38. Elton, Edwin J., Gruber, Martin J., and Blake, Christopher. "Fundamental Variables, APT, and Bond Fund Performance," Working Paper, New York University, 1994.
39. Elton, Edwin J., Gruber, Martin J., and Mei, Jianping. "Cost of Capital Using Arbitrage Pricing Theory: A Case Study of Nine New York Utilities," In *Estimating the Cost of Capital Methods and Practice*, *Journal of Financial Markets, Institutions & Instruments*, **3**, No. 3 Blackwell Publishers (1994).
40. Elton, Edwin J., Gruber, Martin J., and Rentzler, Joel. "The Arbitrage Pricing Model and Returns on Assets Under Uncertain Inflation," *The Journal if Finance*, **38**, No. 2 (May 1983), pp. 525-538.
41. Elton, Edwin J., Gruber, Martin J., Das, Sanjiv, and Hlavka, Matthew. "Efficiency with Costly Information: A Reinterpretation of Evidence from Managed Portfolios," *Review of Financial Studies*, **6**, No.1 (1993), pp. 1-22.
42. Fama, Eugene. "Stock Returns, Real Activity, Inflation and Money," *American Economic Review*, **71** (1981), pp. 545-565.
43. Fama, Eugene, and French, Kenneth."The Cross Section of Expected Stock Returns, *The Journal of Finance*, **47**, No.2 (June 1992), pp.427-466.
44. Fama, Eugene, and French, Kenneth. "Common Factors in the Returns on Bonds and Stocks," Working Paper, Center for Research In Security Prices, University of Chicago, 1993.
45. Fama, Eugene, and Gibbons, Michael. "A Comparison of Inflation Forecasts," *Journal of Monetary Economics*, **13** (1984), pp.327-348.
46. Fama, Eugene, and MacBeth, James. "Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests," *Journal of Political Economy*, **38** (1973), pp.607-636.
47. Fogler, H. Russel, John, Kose, and Tipton, James. "Three Factors Interest Rate Differentials and Stock Groups," *The Journal of finance*, **36**, No.2 (May 1981), pp. 323-336.

48. Garman, Mark B., and Ohlson, James A. "A Dynamic Equilibrium for the Ross Arbitrage Model," *The Journal of Finance*, **35**, No.3 (June 1980), pp. 675-684.
49. Gehr, A., Jr. "Some Tests of the Arbitrage Pricing Theory," *Journal of the Midwest Finance Association* (1975), pp. 91-105.
50. Gibbons M. "Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach," *Journal of Financial Economics*, **10**, No.1 (March 1982), pp. 3-27.
51. Gibbons, M.R. "Empirical Examination of the Return Generating Porcess of the Arbitrage Pricing Theory," Working Paper, Stanford University, 1981.
52. Grinblatt, Mark, and Titman, Sheridan. Factor Pricing in a Finite Economy," *Journal of Financial Economics*, **12** (1983), pp. 497-507.
53. "Approximate Factor Structures: Interpretations and Implications for Empirical Tests," *Journal of Finance*, **40** (1985), pp.1367-1373.
54. "The Relation Between Mean-Variance Efficiency and Arbitrage Pricing," *Journal of Business*, **60** (1987), pp. 97-113.
55. Grinold, Richard and Kahn, Ronald. "Multi-Factor Models for Portfolio Risk," in A Practitioner's Guide to Factors Models, (Charlottesville, Va.: The Research Foundation of the Institute of Chartered Financial Analysts, 1994).
56. Gultekin, Mustafa, and Gultekin, N. Bulent. "Stock Return Anomalies and Tests of the APT," *Journal of finance*, **42** (Dec. 1987), pp. 1213-1224.
57. Hansen, Lars, and Singleton, Kenneth. "Stochastic Consumption, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Assets Returns," *Journal of Political Economy*, **91** (1983), pp. 249-265.
58. Harman, H. *Modern Factor Analysis*, third edition (Chicago: University of Chicago Press, 1976).
59. Hoberman, Gur. "A Simple Approach to Arbotrage Pricing Theory," *Journal of Economic Theory*, **78** (1982), pp. 183-191.
60. "A Review of the Arbitrage Pricing Theory," in Eatwell; John, Milgate, Murray, and Newman, Peter (eds.), *The New Palgrave: A Dictionary of Economic Theory and Doctrine* (New York: Stockton Press, 1987).
61. Huberman, Gur, and Kandel, Shmuel. "Mean-Variance Spanning," *The Journal of Finance*, **42**, No.4 (Sept. 1987), pp. 873-888.

62. "Mean –Variance Spanning," *Journal of Finance*, **42** (Sept.1987), pp. 873-888.
63. Huberman, Gur, Kandel, Shmuel, and Stambaugh, Robert F. "Mimicking Portfolios and Exact Arbitrage Pricing," *Journal of Finance*, **42** (March 1987), pp. 1-9.
64. Huberman, Gur, Kandel, Shmuel, and Stambaugh, Robert F. "Mimicking Portfolios and Exact Arbitrage Pricing," *The Journal of Finance*, **42** (March 1987), pp. 1-9.
65. Hughes, P. "A Test of the Arbitrage Pricing Theory," Working Paper, University of British Columbia, 1981.
66. Ibbotson, Roger, and Sinquefeld, Rex. *Stocks, Bonds, Bills and Inflation: The Past and the Future* (Charlottesville, Va.: Financial Analysts Research Foundation, 1982).
67. Ikeda, Shinsuke. "Arbitrage Asset Pricing under Exchange Risk," *The Journal of Finance*, **46**, No. 1 (Mar. 1991), pp.447-455.
68. Ingersoll, Jonathan E., Jr. "Some Results in the Theory of Arbitrage Pricing," *Journal of Finance*, **39** (1984), pp. 1021-1039.
69. *Theory of Financial Decision Making*. Totowa, N.J.: Rowman and Littlefield (1987).
70. Jobson, J. D. "A Multivariate Linear Regression Test for the Arbitrage Pricing Theory," *The Journal of Finance*, **37**, No. 4 (Sept. 1982), pp. 1037-1042.
71. Joreskog, K.G. *Statistical Estimation in Factor Analysis* (Stockholm: Almqvist & Wiksell, 1963).
72. Joreskog, K.G. "Some Contributions to Maximum Likelihood Factor Analysis," *Psychometrika*, **32**, No. 4 (Dec. 1967), 443-482.
73. Joreskog K.G. "Factor Analysis by Least Squares and Maximum Likelihood Methods," in K. Enslein, A. Ralston, and H. S. Wilf (eds.), *Statistical Methods of Digital Computers* (New York: John Wiley & Sons, 1977).
74. King, B. "Market and Industry Factors in Stock Price Behavior," *Journal of Business*, **39** (Jan. 1966), pp. 139-190.
75. Kristof, W. "Orthogonal Inter- Battery Factor Analysis," *Psychometrika*, **32**, No. 2 (June 1967), pp. 199-227.

76. Kryzanowski, L., and To, M.C. "General Factor Models and the Structure of Security Returns," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **18**, No. 1 (March 1983), pp. 31-37.
77. Lawley, D.N. "The Estimation of Factor Loadings by the Method of Maximum Likelihood," Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, Section A, **60** (1940), pp. 64-82.
78. Lawley, D.N. and Maxwell, M.A *Factor Analysis as a Statistical Method* (London, U.K.: Butterworths, 1963).
79. Lehmann, Bruce, and Modest, David. "The Empirical Foundations of the Arbitrage Pricing Theory I: The Empirical Tests," *Journal of Financial Economics*, **21** (1988), pp. 213-254.
80. Levine, M.S. *Canonical Analysis and Factor Comparison* (Beverly Hills, Calif.: Sage Publications, 1977).
81. Linter, J. "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets," *Review of Economics and Statistics*, **47** (Feb. 1965), pp. 13-37.
82. Litzenberger, R. H., and Ramaswamy, K. "The Effect of Personal Taxes and Dividends on Capital Asset Prices: Theory and Empirical Evidence," *Journal of Financial Economics*, **7** (1979), pp. 163-196.
83. Lucas, Robert E., Jr. "Asset Prices in an Exchange Economy," *Econometrica*, **46** (1978), pp. 1429-1445.
84. McElroy, Marjorie, and Burmeister, Edwin. "Arbitrage Pricing Theory as a Restricted Nonlinear Multivariate Regression Model: ITNLSUR Estimates," *Journal of Business and Economic Statistics*, **VI**, No.1 (Jan. 1988), pp. 29-42.
85. McElroy, Marjorie, and Wall, Kent. "Two Estimators for the APT Model When Factors Are Measured," *Economics Letters*, **19** (1985), pp. 271-275.
86. Merton, Robert C. "An Intertemporal Capital Asset Pricing Model," *Econometrica*, **41** (1973), pp. 867-887.
87. Morrison, D.F. *Multivariate Statistical Methods* (New York: Mc Graw-Hill, 1976).
88. Mossin, J. "Equilibrium in a Capital Asset Market," *Econometrica*, **34** (Oct. 1966), pp. 768-783.

89. Neyman J., and Pearson, E.S. "On the Use and Interpretation of Certain Test Criteria for Purposes of Statistical Inferences," *Biometrika*, **20A** (1928), pp. 175-240, 263-294.
90. Ohlson, James, and Garman, Mark. "A Dynamic Equilibrium for the Ross Arbitrage Model," *Journal of Finance*, **35** (1980), pp. 675-684.
91. Oldfield, George S., Jr., and Rogalski, Richard J. "Treasury Bill Factors and Common Stock Returns," *The Journal of Finance*, **36**, No.2 (May 1981), pp. 337-349.
92. Pallmann, Nils, "Recent Empirical Tests of the APT and the Consumption –Based CAPM," Discussion Paper, Department of Finance, New York University, 1989.
93. Pastor, Luxos. "Comparing Asset Pricing Models: An Investment Perspective," *Journal of Financial Economics*, **56**, No.3 (June 2000), p.335.
94. Reinganum, M. "The Arbitrage Pricing Theory: Some Empirical Results," *Journal of Finance*, **36** (May 1981), pp. 313-321.
95. Roll, R. "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests," *Journal of Financial Economics*, **4** (May 1977), pp. 129-176.
96. Roll, R. "Ambiguity When Performance Is Measured by the Securities Market Line," *Journal of Finance*, **33** (Sept. 1978), pp. 1051-1069.
97. Roll, R., and Ross, S. A. "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory," *Journal of Finance*, **35**, No.5 (Dec. 1980), pp.1073-1103.
98. Roll, Richard, and Ross, Stephen A. "A Critical Reexamination of the Empirical Evidence on the Arbitrage Pricing Theory: A Reply," *The Journal of Finance*, **39**, No.2 (June 1984), pp. 347-350.
99. Ross, S.A "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing," *Journal of Economic Theory*, **13** (Dec. 1976), pp. 341-36
100. "Return Risk, and Arbitrage," in Irwin Friend and James L. Bicksler (eds.), *Risk and Return in Finance*, Vol. 1 (Cambridge, Mass.: Ballinger, 1977).
101. Rubinstein, M. "The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options," *Bell Journal of Economics*, **7** (1976), pp. 407-425.

102. Shanken, J. "The Arbitrage Pricing Theory: Is it Testable?" *Journal of Finance*, **37**, No.5 (Dec 1982), pp. 1129-1140.
103. "Multi -Beta CAPM or Equilibrium -APT? A Reply," *Journal of Finance*, **40** (1985a), pp.1186-1189.
104. "Multivariate Tests of the Zero-Beta CAPM," *Journal of Financial Economics*, **14** (Sept. 1985), pp. 327-348.
105. Sharpe, W. "Capital Asset Prices: A Theory of the Market Equilibrium under Conditions of Risk," *Journal of Finance*, **19** (Sept. 1964), pp. 425-442.
106. "Factors in NYSE Security Returns, 1931-1979," *Journal of Portfolio Management*, **8**, No.2 (Summer 1982), pp. 5-19.
107. Shukla, Ravi, and Trzcinka, Charles. "Sequential Tests of the Arbitrage Pricing Theory: A Comparison of Principal Components and Maximum Likelihood Factors," *The Journal of Finance*, **45**, No. 5 (Dec. 1990), pp. 1541-1564.
108. Sinclair, N.A "Security Return Data and 'Blind' Factor Analysis," Working Paper, Australian Graduate School of Management, 1981.
109. Solnik, Bruno. "International Arbitrage Pricing Theory," *The Journal of Finance*, **38**, No.2 (May 1983), pp. 449-458.
110. Sorensen, Eric, Mezrich, Joseph, and Thum Chee."The Salomon Brothers U.S Stock Risk Attribute Model." Published by the Salomon Brothers (Oct. 1989).
111. Sorensen, Eric Salomon, R. S., Davenport, Caroline, and Fiore, Maria. Risk Analysis: The Effect of Key Macroeconomic and Market Factors on Portfolio Returns. Published by The Salomon Brothers (Nov.1989).
112. Stambaugh, Robert. "On the Exclusion of Assets from Tests of the Two-Parameter Model," *Journal of Financial Economics*, **10** (Nov. 1982), pp. 237-268.
113. "Testing the CAPM with Broader Market Indexes: A Problem of Mean Deficiency," *Journal of Banking and Finance*, **43**, No. 2 (June 1988), pp. 327-338.
114. Tiemann, Jonatham. "Exact Arbitrage Pricing and the Minimum -Variance Frontier," *The Journal of Finance*, **43**, No.2 (June 1988), pp. 327-338.

115. Trzcinka, Charles. "On the Number of Factors in the Arbitrage Pricing Model," *The Journal of Finance*, **41**, No.2 (June 1986), pp. 347-368.