

# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



## ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

### ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

*<<Στοχαστικές διατάξεις και εξάρτηση στη  
θεωρία κινδύνων >>*

Βασίλειος Ν. Σεβνταλής

Εξεταστική επιτροπή:

Κ. Πολίτης

Γ. Πιτσέλης

Γ. Ψαρράκος

Αθήνα,  
Ιούλιος 2012

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

UNIVERSITY OF PIRAEUS



DEPARTMENT OF STATISTICS AND  
INSURANCE SCIENCE

POSTGRADUATE PROGRAM IN ACTUARIAL  
SCIENCE AND RISK MANAGEMENT

*<< Stochastic orderings and dependence in  
actuarial risk theory >>*

Vasileios N. Sevntalis

Examinations Committee:

K. Politis

G. Pitselis

G. Psarrakos

Athens,  
July 2012

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Στην οικογένειά μου

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

## Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες προς δύο μέλη του διδακτικού προσωπικού του τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς. Πρώτον, προς τον αναπληρωτή καθηγητή και επιβλέποντα της διπλωματικής μου, κύριο Κωνσταντίνο Πολίτη, για την πολύτιμη βοήθεια και συμπαράσταση που μου προσέφερε κατά την περίοδο της συγγραφής της εργασίας αυτής. Επίσης, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για τη στήριξη και τις υποδείξεις του στην προσπάθειά μου να διακριθώ στις εξετάσεις της Ένωσης Αναλογιστών Ελλάδος τον τελευταίο ένα χρόνο. Εν συνεχεία, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επίκουρο καθηγητή κύριο Γεώργιο Πιτσέλη, για τις συμβουλές του κατά τη διάρκεια του μεταπτυχιακού κύκλου σπουδών μου τα τελευταία δύο χρόνια. Τέλος, κυρίως θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και ειδικά τη μητέρα μου και τον πατέρα μου, για την ηθική και οικονομική τους στήριξη όλα αυτά τα χρόνια. Χωρίς αυτούς δεν θα είχα φθάσει μέχρι εδώ.

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

## Περίληψη

Τις τελευταίες δεκαετίες μία βασική υπόθεση που γίνεται στη θεωρία των κινδύνων, είναι ότι οι κίνδυνοι που συνδέονται με ένα χαρτοφυλάκιο είναι στοχαστικά ανεξάρτητοι μεταξύ τους καθώς και με τους χρόνους επέλευσης τους. Η υπόθεση αυτή στην πραγματικότητα δεν είναι πολύ ρεαλιστική. Στην παρούσα εργασία, θα μελετήσουμε μία σειρά από μοντέλα που έχουν αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια κυρίως μέσω των στοχαστικών διατάξεων για τα οποία δεν ισχύει η ανεξαρτησία των εμπλεκόμενων μεταβλητών. Θα παρουσιάσουμε τις κυριότερες ιδιότητες των στοχαστικών διατάξεων από τη θεωρητική τους άποψη και θα τις ερμηνεύσουμε από ένα πλήθος αριθμητικών εφαρμογών. Στη συνέχεια, θα παρουσιάσουμε μία σειρά γνωστών γενικεύσεων των στοχαστικών διατάξεων, τόσο στη μονοδιάστατη όσο και στην πολυδιάστατη μορφή τους, αναφέροντας παραδείγματα από το ευρύ φάσμα του αναλογισμού. Τέλος, θα παρουσιάσουμε κάποια αποτελέσματα της θεωρίας κινδύνων σε μοντέλα με εξάρτηση τα οποία βρίσκουν εφαρμογή κυρίως στα χρηματοοικονομικά.



Πανεπιστήμιο Πειραιώς

## Abstract

In recent decades, a basic assumption made in risk theory is that the risks associated with a portfolio, are stochastically independent of each other as well as with their occurrence times. This assumption is actually not very realistic. In this paper, we will study a series of models developed in recent years mainly through stochastic orderings that do not have the independence of variables involved. We will present the main properties of stochastic orderings of the theoretical point of view and interpret them from a variety of numerical applications. Then we will present a series of stochastic generalizations of known orderings, both to the one-dimensional and multidimensional form, citing applications from the wide range of actuarial science. Finally, we present some results of the risk theory models with dependence which find application mainly in finance.