ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΥΒΡΙΔΙΚΟΙ ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

ΙΣΙΔΩΡΟΣ ΠΕΤΙΚΑΣ

ΠΕΙΡΑΙΑΣ 2012

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Συμβουλευτική Επιτροπή

Επιβλέπων:

Ευάγγελος Φούντας
Καθηγητής Πανεπιστήμιου
Πειραιώς

Μέλη:
Γρηγόριος Χονδροκούκης
Καθηγητής Πανεπιστημίου
Πειραιώς

Νικόλαος Μιχελακάκης
Επίκ. Καθηγητής Πανεπιστημίου
Πειραιώς

Πανεπιστήμιο Πειραιώς
Τμήμα Πληροφορικής

Διατριβή

Για την απόκτηση του Διδακτορικού
Διπλώματος
του Τμήματος Πληροφορικής

Ισίδωρου Α. Πέτικα

«Υβριδικοί εξελικτικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης και εφαρμογές σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης»

Εξεταστική επιτροπή

Ευάγγελος Φούντας
Καθηγητής Πανεπιστημίου
Πειραιώς

Γρηγόριος Χονδροκούκης
Καθηγητής Πανεπιστημίου
Πειραιώς

Νικόλαος Μιχελακάκης
Επίκ. Καθηγητής Πανεπιστημίου
Πειραιώς

Ευάγγελος Σαμπράκος
Καθηγητής Πανεπιστημίου
Πειραιώς

Θεόδωρος Αρτίκης
Καθηγητής Πανεπιστημίου
Πειραιώς

Θεόδωρος Παπαηλίας
Καθηγητής ΤΕΙ Πειραιώς

Δημήτριος Αποστόλου
Επίκ. Καθηγητής
Πανεπιστημίου Πειραιώς

<u>ΠΡΟΛΟΓΟΣ</u>

Η βελτιστοποίηση είναι μια έννοια, μια διαδικασία, μια μέθοδος την οποία όλοι οι άνθρωποι χρησιμοποιούν, ακόμα και μηχανικά, πάρα πολύ συχνά στην καθημερινή τους ζωή. Από την επιλογή της συντομότερης διαδρομής για τη μετάβαση στον προορισμό μας, τον τρόπο διαχείρισης των υλικών και άυλων πόρων που έχουμε στη διάθεσή μας, την ποιοτική ή ποσοτική αξιολόγηση κόστους προς την αξία ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας, μέχρι την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων σε διάφορους επιστημονικούς τομείς και τη λήψη σύνθετων αποφάσεων σε ανώτατο επίπεδο διοίκησης μιας εταιρείας, ενός οργανισμού ή ενός κράτους, οι μηχανισμοί βελτιστοποίησης είναι παρόντες, προκειμένου να βοηθήσουν στην πραγματοποίηση των καλύτερων δυνατών επιλογών, κάτω από ένα σύνολο συγκεκριμένων επικρατουσών συνθηκών, σε μια δεδομένη χρονική συγκυρία.

Πρόκειται για μια έννοια που ενώ φαντάζει, και είναι, τόσο θεωρητική, έχει τόσο μεγάλη πρακτική αξία και πολλές εφαρμογές. Κατά την άποψή μου, αποτελεί ένα ιδανικό παράδειγμα συνδυασμού της θεωρητικής γνώσης και της πρακτικής εμπειρίας και εφαρμογής. Επιπλέον, είναι ιδιαίτερα εντυπωσιακό, ότι πηγή έμπνευσης πάρα πολλών μεθόδων βελτιστοποίησης αποτελεί η ίδια η φύση και οι μηχανισμοί που υπάρχουν σε αυτή.

Ανάμεσα στους πιο αντιπροσωπευτικούς τέτοιους φυσικούς μηχανισμούς είναι οι διαδικασίες εξέλιξης των ειδών, οι οποίες έχουν αποτελέσει τη βάση για τη δημιουργία μιας ολόκληρης οικογένειας αλγορίθμων βελτιστοποίησης που ονομάζονται εξελικτικοί αλγόριθμοι. Η διερεύνηση των μηχανισμών των αλγορίθμων αυτών, καθώς και των τρόπων υβριδοποίησης τους με άλλους αλγορίθμους βελτιστοποίησης για την επίλυση δύσκολων προβλημάτων βελτιστοποίησης, αποτέλεσε το βασικό κίνητρο για την εκπόνηση της παρούσας διατριβής.

Κλείνοντας, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους ανθρώπους, οι οποίοι συνέβαλαν στην πραγματοποίηση της διατριβής. Τα μέλη της συμβουλευτικής επιτροπής, Καθηγητή κ. Γ. Χονδροκούκη και Επίκουρο Καθηγητή κ. Ν. Μιχελακάκη, για τη συνεργασία που είχα μαζί τους. Ιδιαίτερα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα Καθηγητή μου και Πρόεδρο του Τμήματος Πληροφορικής κ. Ευάγγελο Φούντα για την πολύτιμη καθοδήγηση και υποστήριξη που μου προσέφερε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διατριβής μου.

Ένα πολύ μεγάλο ευχαριστώ, όμως, ανήκει και στους ανθρώπους της οικογένειας μου για την υπομονή, την αφοσίωση και την αγάπη τους προς το πρόσωπό μου και τη διαρκή στήριξη που μου παρείχαν σε όλες τις ενδογενείς ή εξωγενείς δυσκολίες που παρουσιάστηκαν στην πορεία αυτή. Σαν ελάχιστη ένδειξη ευγνωμοσύνης, η παρούσα διατριβή αφιερώνεται σε αυτούς.

Ισίδωρος Πέτικας

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο της παρούσας διατριβής αποτελεί η μελέτη και έρευνα αποτελεσματικών αλγοριθμικών προσεγγίσεων για την αντιμετώπιση υπολογιστικά δύσκολων προβλημάτων βελτιστοποίησης, μέσω της ανάλυσης και πρότασης μεθοδολογιών υβριδικών εξελικτικών αλγορίθμων και της διατύπωσης του πλαισίου εφαρμογής τους σε συγκεκριμένα προβλήματα. Στην κατεύθυνση αυτή, αρχικά εξετάζονται και αναλύονται διεξοδικά οι μηχανισμοί που διέπουν τις εξελικτικές μεθόδους και άλλες επιλεγμένες μετα-ευρετικές μεθόδους βελτιστοποίησης, με έμφαση στους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης, ενώ επίσης γίνεται εκτενής αναφορά στην εφαρμογή των μεθόδων αυτών σε κλασσικά και σύγχρονα προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, κατά κύριο λόγο στις συνδυαστικές τους μορφές.

Αναλύεται και προτείνεται μια μεθοδολογία υβριδικής εξελικτικής προσέγγισης, η οποία έχει ως βασικό στόχο την αξιοποίηση των ξεχωριστών πλεονεκτημάτων και την αντιμετώπιση των αδυναμιών των εξελικτικών διαδικασιών και των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης, συνδυάζοντάς τους σε ένα ενιαίο υβριδικό αλγοριθμικό σχήμα. Η προσέγγιση περιλαμβάνει δύο στάδια: Κατά το πρώτο, η εξελικτική διαδικασία χρησιμοποιείται για την ολική εξερεύνηση του χώρου λύσεων, ενώ κατά το δεύτερο, η εφαρμοζόμενη μέθοδος τοπικής αναζήτησης αξιοποιεί τη γνώση που αποκτήθηκε από την εξερεύνηση αυτή. Για την υλοποίηση, την εφαρμογή και την αξιολόγηση της προσέγγισης, επιλέγονται ένας γενετικός αλγόριθμος και ένας αλγόριθμος γενικευμένης πρότυπης αναζήτησης, αντίστοιχα. Επιπρόσθετα, ανάλογα με τη φύση και τη διατύπωση του προβλήματος που εξετάζεται, πραγματοποιείται διάκριση των περιορισμών σε θεμελιώδεις και ελαστικούς και υιοθετείται διαφορετική αντιμετώπιση των προκυπτουσών λύσεων, που παραβιάζουν κάθε κατηγορία περιορισμών.

Για την εκτίμηση της αποτελεσματικότητας της προτεινόμενης μεθοδολογίας, πραγματοποιείται εφαρμογή της σε δύο προβλήματα βελτιστοποίησης

διαφορετικής φύσης, αναφορικά με τη μορφή του χώρου λύσεων και τη διατύπωση των περιοριστικών συνθηκών. Το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής ηλεκτρικού φορτίου (ELD) αντιμετωπίζεται ως ένα συνεχές πρόβλημα βελτιστοποίησης με ενιαία θεώρηση περιορισμών, ενώ το πρόβλημα της βέλτιστης τοποθέτησης των ανεμογεννητριών σε ένα αιολικό πάρκο αντιμετωπίζεται ως ένα πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού με διάκριση των περιορισμών σε θεμελιώδεις και ελαστικούς. Παρουσιάζεται αναλυτικά ο τρόπος προσέγγισης και μοντελοποίησης του κάθε προβλήματος, δημιουργώντας ένα χρήσιμο πλαίσιο αντιμετώπισης τους εντός των παραδοχών που διατυπώνονται.

Η ανάπτυξη και των δύο εφαρμογών πραγματοποιείται στο προγραμματιστικό περιβάλλον του Matlab©. Τα αποτελέσματα της εφαρμογής της προτεινόμενης προσέγγισης καταδεικνύουν τη βελτίωση των τελικών λύσεων σε σχέση με εκείνες που επιστρέφει ο αμιγής εξελικτικός αλγόριθμος και στις δύο περιπτώσεις. Η τάξη μεγέθους της βελτίωσης που προκύπτει είναι διαφορετική για καθένα από τα δύο προβλήματα, κάτι το οποίο οδηγεί στο συμπέρασμα, ότι τα οφέλη της προτεινόμενης υβριδικής προσέγγισης εξαρτώνται από τη φύση και τις ιδιαιτερότητες του υπό εξέταση προβλήματος βελτιστοποίησης.

ABSTRACT

The objective of this thesis is the study and research of effective algorithmic approaches for addressing computationally hard optimization problems, through the analysis and the proposal of hybrid evolutionary methods and the formulation of the framework for applying them to specific problems. Initially, the mechanisms that rule the evolutionary methods and other metaheuristics (in particular those of the local search algorithms) are investigated and thoroughly analyzed. In addition, an extensive survey of their implementation on classical and modern combinational optimization problems is performed, with an emphasis on their hybrid schemes.

The main goal of the hybrid evolutionary approach that is analyzed and proposed is to exploit the separate advantages and to encounter the weaknesses of the evolutionary processes and the local search algorithms, by combining them in a unified scheme. The approach consists of two stages: In the first stage, the evolutionary process is used for global exploration of the search space, while in the second stage a local search method is employed in order to take advantage of the knowledge obtained from global exploration. A genetic algorithm and a generalized pattern search algorithm are selected respectively for the implementation and the evaluation of the approach. Depending on the nature and the formulation of the optimization problem, distinction between the restrictive conditions with respect to their importance is introduced and different treatment of the candidate solutions that violate each category of constraints is performed.

The proposed method is applied to two optimization problems of different nature in terms of their search space and the consideration of their constraints, in order to assess its effectiveness. Economic Load Dispatch (ELD) problem is addressed as a continuous optimization problem with no distinction between its constraints, whereas the problem of optimal placement of wind turbines in a wind park is treated as an integer programming problem with distinction between its formulated constraints. The concepts of approaching and modeling these problems are

presented, forming a useful framework for addressing them within the boundaries of the stated assumptions.

The development of both applications is performed in Matlab© programming environment. The results of the implementation of the proposed approach evince the improvement of the final solutions in comparison with those obtained by the implementation of the pure evolutionary algorithm in both cases. The degree of the resulting improvement is different for each of the two problems, leading to the conclusion that the benefits of the proposed hybrid evolutionary approach depend on the nature and the specific characteristics of the problem under investigation.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Κίνητρα και στόχοι της έρευνας

Η βελτιστοποίηση αποτελεί ένα τομέα της μαθηματικής επιστήμης, ο οποίος παρουσιάζει εξαιρετικό ενδιαφέρον σε ό,τι αφορά την εφαρμογή του σε πολλούς άλλους επιστημονικούς τομείς. Πολλά δυσεπίλυτα προβλήματα των επιστημών της πληροφορικής, της οικονομίας, της διοίκησης, της ιατρικής, αλλά και προβλήματα της βιομηχανίας αντιμετωπίζονται με τη χρήση αλγορίθμων βελτιστοποίησης, πολλοί από τους οποίους μιμούνται διαδικασίες που υπάρχουν στη φύση.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι αποτελούν μια ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα μέθοδο για την αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων, κυρίως λόγω του εύρους και της ποικιλομορφίας των προβλημάτων, στα οποία μπορούν να εφαρμοστούν, καθώς και της αποτελεσματικότητάς τους.

Οι στόχοι της παρούσας έρευνας είναι:

1. Να διερευνήσει και να παρουσιάσει τους μηχανισμούς των εξελικτικών μεθόδων και επιλεγμένων συναφών ευρετικών και μετα-ευρετικών μεθόδων βελτιστοποίησης, μελετώντας τις διαδικασίες που αυτές ενσωματώνουν
2. Να αναλύσει και να προτείνει μεθοδολογίες υβριδοποίησης των εξελικτικών αλγορίθμων, συνδυάζοντας τους με άλλες τεχνικές βελτιστοποίησης τοπικής αναζήτησης, καθώς και να μελετήσει τη συμπεριφορά των μεθοδολογιών αυτών

3. Να εφαρμόσει τις παραπάνω προσεγγίσεις σε προβλήματα διαφορετικής μαθηματικής φύσης, τα οποία απαντώνται στη βιομηχανία, καθώς και να παρουσιάσει τα αποτελέσματα των εφαρμογών αυτών, αντιπαραβάλλοντας αυτά με τα αντίστοιχα που προκύπτουν από την εφαρμογή αμιγών εξελικτικών μεθόδων

1.2 Δομή κεφαλαίων της διατριβής

Η παρούσα διατριβή περιλαμβάνει έξι κεφάλαια. Μια συνοπτική περιγραφή του κάθε κεφαλαίου παρατίθεται παρακάτω:

Στο παρόν κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα κίνητρα και οι στόχοι της έρευνας που πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια της διατριβής. Στη συνέχεια, γίνεται μια σύντομη εισαγωγή στη θεωρία προβλημάτων βελτιστοποίησης. Γίνεται αναφορά στον αλγοριθμικό χρόνο επίλυσης των προβλημάτων βελτιστοποίησης, στην ταξινόμηση τους σε κλάσεις, στην κατηγοριοποίηση τους ανάλογα με το χώρο των λύσεων και την υπολογιστική πολυπλοκότητά τους, την ύπαρξη ή μη περιοριστικών συνθηκών και το πλήθος των κριτηρίων βελτιστοποίησης.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, παρουσιάζεται αναλυτικά η οικογένεια των εξελικτικών αλγορίθμων και μελετάται η καταλληλότητά τους για την αντιμετώπιση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Παρουσιάζονται η μεθοδολογία, τα στάδια εκτέλεσής τους και αναλύονται διεξοδικά οι στρατηγικές εξέλιξης του πληθυσμού των υποψήφιων λύσεων. Ιδιαίτερα εξετάζεται η μεθοδολογία εφαρμογής των τελεστών εξέλιξης του πληθυσμού και η επιρροή τους στην αποδοτικότητα και την αποτελεσματικότητα αναζήτησης των βέλτιστων λύσεων.

Στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται επιλεγμένες μετα-ευρετικές μέθοδοι βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Έμφαση δίνεται στους αλγόριθμους τοπικής αναζήτησης, καθώς και στις μεθόδους ευθείας αναζήτησης, με εξέταση των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών αυτών.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, γίνεται εκτεταμένη αναφορά στις προσπάθειες της ερευνητικής κοινότητας στο πεδίο της επίλυσης επιλεγμένων προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης, με χρήση ευρετικών και μετα-ευρετικών αλγορίθμων και συνδυασμών αυτών. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται τόσο κλασσικά προβλήματα βελτιστοποίησης, όπως αυτά του περιοδεύοντος πωλητή (Travelling Salesman Problem-TSP), του σακιδίου (Knapsack Problem- KS), της κατασκευής προγραμμάτων εξεταστικών περιόδων σε πανεπιστημιακά ιδρύματα, όσο και σύγχρονα προβλήματα, όπως αυτά της ανάθεσης κυψελών (cells) σε μεταγωγούς (switches) δικτύων κινητών επικοινωνιών και της ανάθεσης ραδιοσυχνοτήτων σε σταθμούς βάσης κυψελωτών ραδιοδικτύων. Έμφαση δίνεται στις προσπάθειες εφαρμογής υβριδικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης, οι οποίες συνδυάζουν εξελικτικές μεθόδους με αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης και πραγματοποιείται αναφορά στα σχετικά αποτελέσματα.

Στο πέμπτο κεφάλαιο, γίνεται η παρουσίαση της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Πιο συγκεκριμένα, αναλύεται η προτεινόμενη διαδικασία υβριδοποίησης των εξελικτικών μεθόδων και περιγράφονται τα οφέλη από αυτή. Ακολουθεί η εφαρμογή της σε δυο σημαντικά προβλήματα βελτιστοποίησης στον τομέα της παραγωγής και διαχείρισης ενέργειας: Το πρώτο πρόβλημα αφορά στην οικονομική κατανομή ηλεκτρικού φορτίου στα κέντρα παραγωγής και ελέγχου ηλεκτρικής ενέργειας, το οποίο είναι γνωστό στην ερευνητική κοινότητα με τον όρο Economic Load Dispatch Problem (ELD). Το δεύτερο πρόβλημα που εξετάζεται, είναι αυτό του βέλτιστου σχεδιασμού αιολικών πάρκων, αναφορικά με την τοποθέτηση των ανεμογεννητριών σε αυτά. Δίνεται η μαθηματική θεμελίωση, η οποία αποτελεί το υπόβαθρο για την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου, αναλύονται οι παράμετροι της και εξετάζεται ο τρόπος επιρροής αυτών στην επίλυση των προβλημάτων. Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εφαρμογής της μεθόδου και πραγματοποιείται σύγκριση με τις χρησιμοποιούμενες αμιγείς εξελικτικές μεθόδους βελτιστοποίησης.

Στο έκτο και τελευταίο κεφάλαιο της παρούσας διατριβής, πραγματοποιείται σύνοψη των συμπερασμάτων που προέκυψαν, γίνεται αναφορά στη συμβολή της διατριβής και προτείνονται κατευθύνσεις για τη συνέχιση της έρευνας.

Τέλος, παρατίθεται βιβλιογραφική αναφορά των εργασιών, δημοσιεύσεων και βιβλίων που αποτέλεσαν το επιστημονικό υπόβαθρο για την εκπόνηση της παρούσας διατριβής.

1.3 Γενικά περί βελτιστοποίησης

Η γενική έννοια της βελτιστοποίησης μπορεί να οριστεί ως *μια πράξη, διαδικασία, ή μεθοδολογία για να γίνει «κάτι» (όπως ένα σχέδιο, ένα σύστημα, ή μια απόφαση) πλήρως τέλειο, λειτουργικό, ή εν τέλει όσο το δυνατόν πιο αποτελεσματικό* [1].

Θα μπορούσε να πει κανείς ότι, σε σχέση πάντα και με το πεδίο αναφοράς, «βελτιστοποιώ» σημαίνει:

α) Εκμεταλλεύομαι πλήρως τις δυνατότητες ενός πράγματος
β) Σχεδιάζω ή φέρνω σε πέρας μια δραστηριότητα με τη μέγιστη αποδοτικότητα
γ) Βρίσκω τη χρυσή τομή ανάμεσα σε διάφορες, πολλές φορές αντικρουόμενες, απαιτήσεις

Στα μαθηματικά και την επιστήμη των υπολογιστών, η έννοια της βελτιστοποίησης αφορά στην εύρεση της βέλτιστης λύσης από ένα σύνολο εφικτών λύσεων, σε ένα μαθηματικά ορισμένο πρόβλημα. Η διαδικασία αυτή δημιουργεί ζητήματα μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης συναρτήσεων που περιγράφουν το υπό εξέταση πρόβλημα. Σε ένα σύνηθες πρόβλημα βελτιστοποίησης, το ζητούμενο είναι η εύρεση των τιμών των παραμέτρων ελέγχου που καθορίζουν τη συμπεριφορά ενός συστήματος, όπως για παράδειγμα ένα δίκτυο υπολογιστών, μια παραγωγική διαδικασία, ο χρονοπρογραμματισμός δραστηριοτήτων ή ένα επενδυτικό σχέδιο, οι οποίες μεγιστοποιούν την απόδοση του και ελαχιστοποιούν οτιδήποτε μη χρήσιμο. Οι πιο απλές περιπτώσεις τέτοιων προβλημάτων περιγράφονται από μια συνάρτηση μιας μόνο μεταβλητής, τα οποία μπορούν να επιλυθούν με διαφορικό λογισμό.

Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε να διατυπώσουμε την άποψη, ότι η βελτιστοποίηση είναι η διαδικασία της εύρεσης της καλύτερης δυνατής λύσης σε συγκεκριμένα προβλήματα που μπορούν να περιγραφούν με μαθηματικό τρόπο. Για την περιγραφή αυτή είναι απαραίτητη η ύπαρξη μιας συνάρτησης που ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση ή συνάρτηση κόστους, ορίζεται από ένα σύνολο ανεξάρτητων μεταβλητών και η οποία χρησιμοποιείται για να εκτιμηθεί η καταλληλότητα μιας λύσης του προβλήματος. Η ελάχιστη ή αντίστοιχα η μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης (ανάλογα με τη φύση και τη διατύπωση του προβλήματος, δηλαδή αν πρόκειται για πρόβλημα ελαχιστοποίησης ή μεγιστοποίησης) αντιπροσωπεύει τη βέλτιστη λύση του προβλήματος.

Στην καθημερινή ζωή υπάρχουν πολλά προβλήματα, τα οποία μπορούν να περιγραφούν από μια ή και περισσότερες αντικειμενικές συναρτήσεις. Επομένως, υπάρχουν διάφοροι τομείς, όπως για παράδειγμα, η φυσική, η οικονομία, η μηχανική, η ιατρική, στους οποίους μπορούν να οριστούν προβλήματα βελτιστοποίησης, τα οποία μάλιστα παρουσιάζουν σημαντική ποικιλομορφία. Παρακάτω αναφέρονται μερικά ενδεικτικά παραδείγματα:

- Ένας μηχανικός που εργάζεται στον τομέα της αυτοκινητοβιομηχανίας, στοχεύει στην ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου ενός αυτοκινήτου, ταυτόχρονα με τη μεγιστοποίηση των επιδόσεων του
- Στην ιατρική και φαρμακευτική επιστήμη, επιχειρείται η μεγιστοποίηση της θετικής επίδρασης ενός φαρμάκου σε ό,τι αφορά την αντιμετώπιση μιας ασθένειας, για τη θεραπεία της οποίας ο ασθενής λαμβάνει το φάρμακο, ελαχιστοποιώντας παράλληλα τις πιθανές παρενέργειες που μπορεί να έχει η λήψη του σε άλλες λειτουργίες του οργανισμού του ασθενούς
- Ένας προϊστάμενος έργου (project manager) επιδιώκει την εκτέλεση του έργου για το οποίο είναι υπεύθυνος στο μικρότερο δυνατό χρόνο, με το ελάχιστο δυνατό κόστος, με τη μέγιστη δυνατή αξιοποίηση των πόρων που του έχουν διατεθεί για το έργο και με το καλύτερο δυνατό παραγόμενο αποτέλεσμα, εντός των καθορισμένων προδιαγραφών των παραδοτέων του έργου

- Ένας οικονομικός διευθυντής μιας εταιρείας επιδιώκει τη μεγιστοποίηση των κερδών της εταιρείας, με παράλληλη ελαχιστοποίηση του συνόλου των εξόδων της

Για την προσέγγιση και επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης απαιτείται τόσο η μαθηματική θεμελίωση και ανάλυσή τους, όσο και η επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων που αυτή παράγει. Επομένως, η βελτιστοποίηση αποτελεί ένα τομέα που συνδυάζει τη θεωρητική ανάλυση με την πρακτική εφαρμογή. Μπορεί, δηλαδή, να ασχοληθεί κανείς μαζί του, τόσο στο επίπεδο της αμιγούς μαθηματικής θεωρίας και ανάλυσης, όσο και στο επίπεδο της κατασκευής, υλοποίησης, ελέγχου και επιβεβαίωσης πρακτικών μεθόδων και αλγορίθμων, για την αντιμετώπιση συγκεκριμένων προβλημάτων.

1.4 Μαθηματική θεμελίωση προβλημάτων βελτιστοποίησης

Η τυπική μορφή ενός προβλήματος βελτιστοποίησης (P) μπορεί να περιγραφεί ως ακολούθως [2]:

$$\textit{Ελαχιστοποίησε τη συνάρτηση } f(x)$$

υπό τους περιορισμούς:
$$g_i(x) \leq 0,\ i = 1,\ldots,m \qquad (1.1)$$
$$h_i(x) = 0,\ i = 1,\ldots,p$$

όπου:

$x \in \mathbb{R}^n$ είναι η μεταβλητή βελτιστοποίησης

$f(x): \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ είναι η αντικειμενική συνάρτηση που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί

$g_i(x) \leq 0$ είναι οι περιορισμοί ανισότητας και οι αντίστοιχες συναρτήσεις $g_i: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ είναι οι συναρτήσεις περιορισμών ανισότητας και

$h_i(x) = 0$ είναι οι περιορισμοί ισότητας και οι αντίστοιχες συναρτήσεις $h_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ είναι οι συναρτήσεις περιορισμών ισότητας

Εάν δεν υπάρχουν καθόλου περιορισμοί, τότε το πρόβλημα (1.1) ορίζεται ως ένα πρόβλημα χωρίς περιορισμούς. Επίσης, εάν υπάρχουν περισσότερες από μια συνάρτησεις f_i, $i = 1, \dots, n$ προς ελαχιστοποίηση, τότε ορίζεται ένα πρόβλημα *πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης* (multiobjective optimization problem).

Πρέπει να σημειωθεί, ότι η διατύπωση του πρόβληματος βελτιστοποίησης (P) που ορίζεται από το σύνολο των παραπάνω εξισώσεων, αφορά ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης. Ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης μπορεί να αντιμετωπιστεί με αντίστοιχο τρόπο, λαμβάνοντας την αντίθετη αντικειμενική συνάρτηση.

Το σύνολο των σημείων, για τα οποία η αντικειμενική συνάρτηση και όλες οι συναρτήσεις περιορισμών ισότητας και ανισότητας είναι ορισμένες:

$$D = domf \cap \bigcap_{i=1}^{m} domg_i \cap \bigcap_{i=1}^{p} domh_i \qquad (1.2)$$

ονομάζεται πεδίο του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Λέμε ότι ένα σημείο $x \in D$ είναι μια εφικτή λύση του προβλήματος, εάν ικανοποιεί τους περιορισμούς ισότητας και ανισότητας, δηλαδή $h_i(x) = 0,\ i = 1, \dots, p$ και $g_i(x) \leq 0,\ i = 1, \dots, m$ αντίστοιχα. Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης ονομάζεται εφικτό, αν γι' αυτό μπορεί να βρεθεί τουλάχιστον μια εφικτή λύση. Σε διαφορετική περίπτωση ονομάζεται ανέφικτο.

Η βέλτιστη λύση του προβλήματος είναι η λύση εκείνη, η οποία ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση, ενώ ταυτόχρονα ικανοποιεί τους περιορισμούς ισότητας και ανισότητας. Η μαθηματική διατύπωση της έχει ως ακολούθως:

$$s^* = \inf \{ f(x) \mid g_i(x) \leq 0,\ i = 1, \dots, m, \quad h_i(x) = 0,\ i = 1, \dots, p \} \qquad (1.3)$$

όπου η λύση s^* επιτρέπεται να λαμβάνει τιμές στο διάστημα $-\infty \leq s^* \leq \infty$.

Για δύο εφικτές λύσεις του προβλήματος βελτιστοποίησης (P), έστω s_1 και s_2, μπορούμε να ισχυριστούμε, ότι η s_1 είναι καλύτερη από την s_2, εάν ισχύει ότι

$f(s_1) < f(s_2)$. Επίσης, μπορούμε να ισχυριστούμε, ότι η η s_1 είναι τουλάχιστον τόσο καλή όσο η s_2, εάν ισχύει ότι $f(s_1) \leq f(s_2)$. Αντίστοιχες διατυπώσεις μπορούν να γίνουν και στην περίπτωση ενός προβλήματος μεγιστοποίησης, με αντιστροφή των ανισοτικών σχέσεων.

Τα περισσότερα προβλήματα βελτιστοποίησης περιλαμβάνουν επιπρόσθετα χαρακτηριστικά από αυτά που περιγράφηκαν στο παραπάνω πρόβλημα (P). Παρακάτω περιγράφονται ορισμένες σημαντικές κατηγορίες προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Έστω οι πίνακες και τα διανύσματα $A_{eq} \in \mathbb{R}^{m_1 n}$, $A \in \mathbb{R}^{m_2 n}$, $b_{eq} \in \mathbb{R}^{m_1}$, $b \in \mathbb{R}^{m_2}$ και $c \in \mathbb{R}^n$. Τότε το κάτωθι πρόβλημα βελτιστοποίησης:

$$\text{Ελαχιστοποίησε το } c^T x$$

$$\text{υπό τους περιορισμούς:} \quad (α) \quad A_{eq}x = b_{eq} \qquad (1.4)$$

$$(β) \quad Ax \leq b$$

ονομάζεται πρόβλημα *γραμμικού προγραμματισμού* (Linear Programming Problem - LP). Μια ειδική περίπτωση του παραπάνω προβλήματος είναι η παρακάτω:

$$\text{Ελαχιστοποίησε το } c^T x$$

$$\text{υπό τους περιορισμούς:} \quad (α) \quad A_{eq}x = b_{eq} \qquad (1.5)$$

$$(β) \quad Ax \leq b$$

$$(γ) \quad x \in \mathbb{Z}$$

Το παραπάνω πρόβλημα ονομάζεται πρόβλημα *ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού* (Integer Linear Programming Problem - ILP). Επομένως, σε ένα τέτοιο πρόβλημα, το σύνολο των εφικτών λύσεων αποτελείται από όλα τα ακέραια σημεία που βρίσκονται εντός της εφικτής περιοχής λύσεων ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί μια σημαντική διαφοροποίηση των δύο προαναφερθέντων προβλημάτων (LP και ILP), η οποία σχετίζεται με την υπολογιστική πολυπλοκότητα επίλυσης τους. Πιο συγκεκριμένα, τα πρόβλημα ILP ανήκουν στην κατηγορία των NP −δύσκολων (NP −hard) προβλημάτων βελτιστοποίησης, ενώ αντίθετα τα πρόβλημα LP είναι επιλύσιμα σε πολυωνυμικό χρόνο. Αυτό πρακτικά σημαίνει, ότι ένα πρόβλημα LP μπορεί να επιλυθεί σε έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή, χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο με χρόνο εκτέλεσης πολυωνυμικά περιορισμένο από το μέγεθος της εισόδου, ενώ για το πρόβλημα ILP δεν είναι γνωστός μέχρι σήμερα κάποιος αντίστοιχος αποδοτικός αλγόριθμος, ούτε και είναι πιθανό να υπάρξει στο μέλλον. Κατά κανόνα, οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για την επίλυση ILP προβλημάτων έχουν εκθετικό χρόνο εκτέλεσης και κατά συνέπεια μόνο μικρής τάξης μεγέθους προβλήματα ILP μπορούν να επιλυθούν σε έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή [3]. Μια εκτενέστερη ανάλυση της υπολογιστικής πολυπλοκότητας των προβλημάτων βελτιστοποίησης παρουσιάζεται στην ενότητα 1.6.

1.5 Συνδυαστική βελτιστοποίηση

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης διαιρούνται σε δυο κατηγορίες, ανάλογα με το αν οι μεταβλητές τους είναι συνεχείς ή διακριτές. Στην περίπτωση που οι μεταβλητές είναι διακριτές, τότε το πρόβλημα ονομάζεται *πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης*. Σε ένα πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης αναζητούμε μια βέλτιστη λύση, όπως ένας ακέραιος αριθμός, μια μετάθεση ή ένα γράφημα, μέσα από ένα πεπερασμένο σύνολο λύσεων.
Ένα πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης C μπορεί τυπικά να οριστεί ως ακολούθως:

Έστω S ένα σύνολο από στιγμιότυπα τότε:

- Για ένα στιγμιότυπο $x \in S$, ορίζουμε ως $h(x)$ το σύνολο των δυνατών λύσεων
- Για ένα στιγμιότυπο $x \in S$ και μια εφικτή λύση y του στιγμιότυπου αυτού, η παράσταση $\mu(x, y)$ καταδεικνύει το μέτρο του y, το οποίο συνήθως είναι ένας θετικός πραγματικός αριθμός

- Με f συμβολίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση, την οποία επιχειρούμε να ελαχιστοποιήσουμε ή να μεγιστοποιήσουμε

Ο σκοπός είναι να βρεθεί για κάποιο στιγμιότυπο x μια βέλτιστη λύση, δηλαδή μια εφικτή λύση y για την οποία:

$$\mu(x, y) = f\{\mu(x, z) \mid z \in h(x)\} \tag{1.6}$$

Για κάθε πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης υφίσταται ένα αντίστοιχο πρόβλημα απόφασης, στο οποίο εξετάζεται η ύπαρξη μιας εφικτής λύσης για κάποιο μέτρο. Έτσι, εάν έχουμε ένα γράφημα, το οποίο περιέχει δύο κορυφές, τότε ένα πιθανό πρόβλημα βελτιστοποίησης θα ήταν η εύρεση της συντομότερης διαδρομής από την πρώτη κορυφή στη δεύτερη, η οποία θα περιέχει τις λιγότερες δυνατές ακμές του γραφήματος. Εάν υποθέσουμε, ότι η βέλτιστη αυτή διαδρομή περιέχει n κορυφές, τότε ένα αντίστοιχο πρόβλημα απόφασης θα μπορούσε να αφορά τον έλεγχο ύπαρξης μιας διαδρομής από τη μία κορυφή στην άλλη, η οποία περιέχει, για παράδειγμα, m ακμές. Η απάντηση σε αυτό το πρόβλημα απόφασης θα μπορούσε να είναι θετική εάν $m \geq n$ ή αρνητική εάν $m < n$ [4].

Παρακάτω δίνεται μια συνοπτική περιγραφή επιλεγμένων γνωστών προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης, ορισμένα από τα οποία θα αναλυθούν λεπτομερώς στο κεφάλαιο 4 της παρούσας διατριβής:

- *Το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή (Travelling Salesman Problem-TSP)*, το οποίο στην πρωτότυπή του μορφή μπορεί να διατυπωθεί ως ακολούθως [5]:
  «Εάν υπάρχουν n πόλεις τις οποίες πρέπει να επισκεφθεί ένας πωλητής και η απόσταση για κάθε ζεύγος αυτών των πόλεων είναι γνωστή, το ζητούμενο είναι να βρεθεί η συντομότερη διαδρομή στην οποία ο πωλητής επισκέπτεται ακριβώς μια φορά κάθε πόλη και επιστρέφει στο σημείο εκκίνησης»
  Το πρόβλημα αυτό μπορεί να περιγραφεί από ένα μη κατευθυνόμενο σταθμισμένο γράφημα, στο οποίο οι κορυφές αντιστοιχούν στις πόλεις, στις οποίες πρέπει να γίνει επίσκεψη, ενώ οι ακμές αντιστοιχούν στις διαδρομές που συνδέουν τις δύο πόλεις. Σε κάθε ακμή ανατίθεται ένας συντελεστής

βάρους, ο οποίος είναι ανάλογος της απόστασης μεταξύ των δύο πόλεων που συνδέει.

Είναι αξιοσημείωτο, ότι υπάρχουν πάρα πολλές δημοσιεύσεις γύρω από το συγκεκριμένο πρόβλημα, οι οποίες αφορούν νέους αλγορίθμους επίλυσης, εξέταση ιδιαίτερων χαρακτηριστικών κ.α., ενώ διαρκώς προστίθενται και νέες. Επίσης, πολύ συχνά αποτελεί πρόβλημα αναφοράς για την αξιολόγηση νέων μεθόδων βελτιστοποίησης. Όλα τα παραπάνω καταδεικνύουν το πολύ μεγάλο ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας γύρω από το εν λόγω πρόβλημα.

- *Το πρόβλημα της δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem -VRP)*, το οποίο είναι ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα στο πεδίο των μεταφορών και των συστημάτων εφοδιασμού (logistics). Η επίλυση του συνίσταται στην εύρεση του βέλτιστου τρόπου εξυπηρέτησης ενός αριθμού πελατών, που βρίσκονται σε διάφορες πόλεις, έχοντας διαθέσιμο ένα συγκεκριμένο στόλο οχημάτων. Αν με n συμβολίσουμε τον αριθμό των πελατών, τότε ορίζουμε ως $G = (V, A)$ ένα γράφημα, όπου το σύνολο V περιέχει τις πόλεις που βρίσκονται οι πελάτες, ενώ το σύνολο A περιέχει τις ακμές. Με c_{ij} συμβολίζουμε το κόστος της μετάβασης από την πόλη i στην πόλη j. Επίσης, υποθέτουμε ότι έχουμε m διαθέσιμα οχήματα στην αποθήκη καθένα από τα οποία έχει μια χωρητικότητα D. Το ζητούμενο του προβλήματος είναι η εύρεση ενός συνόλου διαδρομών οχημάτων ελαχίστου κόστους, έτσι ώστε [6]:

  α) Για κάθε πόλη του συνόλου V, να γίνεται επίσκεψη ακριβώς μια φορά από ακριβώς ένα όχημα, εκτός της πρώτης, η οποία αντιστοιχεί στην τοποθεσία της αποθήκης

  β) Όλες οι διαδρομές των οχημάτων να αρχίζουν και να τελειώνουν στην αποθήκη

  Οι περιορισμοί που μπορεί να υπάρχουν σε ένα πρόβλημα VRP ποικίλουν. Μερικοί από αυτούς παρατίθενται παρακάτω:

α) Η επίσκεψη στην πόλη i πρέπει να πραγματοποιηθεί εντός ενός ορισμένου χρονικού πλαισίου

β) Η επίσκεψη στην πόλη i πρέπει να πραγματοποιηθεί πριν από την επίσκεψη στην πόλη j

γ) Κάθε δρομολόγιο οχήματος δεν πρέπει να υπερβαίνει ένα καθορισμένο όριο χρόνου

δ) Σε κάθε πόλη ανατίθεται μια τιμή βάρους, που αντιστοιχεί στη ζήτηση αγαθών, και το σύνολο όλων των βαρών ενός οποιουδήποτε δρομολογίου οχήματος δεν πρέπει να υπερβαίνει τη χωρητικότητα D των οχημάτων. Στην περίπτωση που η τιμή βάρους είναι ίση με 1 για όλες τις πόλεις, τότε ο μέγιστος αριθμός πόλεων στις οποίες μπορεί να γίνει επίσκεψη σε κάθε δρομολόγιο είναι ίσος με D

- *Το πρόβλημα της ανάθεσης* (assignment problem), το οποίο μπορεί να περιγραφεί ως ακολούθως:

  Έστω ότι υπάρχουν m το πλήθος εργασίες, οι οποίες πρέπει να εκτελεστούν από n το πλήθος πράκτορες (π.χ. ανθρώπους, συστήματα, μηχανές, υπολογιστές κ.α.). Κάθε πράκτορας δεν μπορεί να εκτελέσει παραπάνω από μια εργασία, ενώ κάθε εργασία πρέπει να εκτελεστεί από ακριβώς ένα πράκτορα. Οποιαδήποτε εργασία μπορεί να ανατεθεί σε οποιονδήποτε πράκτορα. Η ανάθεση της εργασίας i στον πράκτορα j εισάγει ένα κόστος ανάθεσης, το οποίο συμβολίζεται με c_{ij}. Το ζητούμενο του προβλήματος είναι η ανάθεση των εργασιών στους πράκτορες με τέτοιο τρόπο, ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος ανάθεσης εργασιών και με δεδομένο ότι καμία εργασία δεν πρέπει να μείνει ανεκτέλεστη.

  Στην κλασσική μορφή του προβλήματος ισχύει ότι $m = n$, ενώ πολλά προβλήματα για τα οποία ισχύει $m > n$ μπορούν να μετασχηματιστούν στα αντίστοιχα για τα οποία είναι $m = n$. Για τη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος απαιτείται η εισαγωγή μιας δυαδικής παράστασης x, κάθε μεταβλητή x_{ij} της οποίας είναι ίση με 1, εάν η εργασία i είναι ανατεθειμένη στον πράκτορα j, διαφορετικά είναι ίση με το 0. Παρακάτω δίνεται η διατύπωση αυτή για την περίπτωση $m = n$ [7]:

Ελαχιστοποίησε την τιμή $\sum_{i,j} c_{ij} x_{ij}$

υπό τους παρακάτω περιορισμούς:

α) $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1$ για όλα τα $i = 1, \dots n$

β) $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1$ για όλα τα $j = 1, \dots, m$

γ) $x_{ij} \in \{0,1\}$ για όλα τα i, j

Πρέπει να σημειωθεί, ότι το πρόβλημα αυτό είναι ένα από τα πιο σημαντικά προβλήματα που απαντώνται στους τομείς της επιχειρησιακής έρευνας, του χρονοπρογραμματισμού και ειδικότερα προγραμματισμού παραγωγής, και των τηλεπικοινωνιών.

- *Το πρόβλημα του σακιδίου (Knapsack problem)*, το οποίο μπορεί να περιγραφεί ως ακολούθως:
  Ένας φυσιολάτρης πρέπει να ετοιμάσει το σακίδιο του, για να πραγματοποιήσει μια εξόρμηση στη φύση. Υπάρχουν n αντικείμενα, τα οποία μπορεί να πάρει μαζί του. Το βάρος του κάθε αντικειμένου i συμβολίζεται με w_i και η αξία του συμβολίζεται με v_i. Ο φυσιολάτρης πρέπει να κάνει μια επιλογή ενός υποσυνόλου αντικειμένων, τα οποία θα πάρει μαζί του, διότι το σακίδιο δεν μπορεί να αντέξει ένα βάρος μεγαλύτερο από b, για το οποίο πρέπει να ισχύει ότι $b < \sum_{i=1}^{n} w_i$. Το ζητούμενο του προβλήματος είναι η εύρεση του βέλτιστου υποσυνόλου αντικειμένων, τα οποία θα πάρει μαζί του ο φυσιολάτρης, έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η συνολική αξία των αντικειμένων που θα υπάρχουν στο σακίδιο, ενώ ταυτόχρονα θα ικανοποιείται ο περιορισμός του βάρους του σακιδίου. Η μαθηματική έκφραση αυτού του προβλήματος απαιτεί την εισαγωγή μιας δυαδικής μεταβλητής x_i για κάθε αντικείμενο i, προκειμένου

να περιγραφεί, εάν ο φυσιολάτρης θα το πάρει μαζί του ή όχι. Τότε η ζητούμενη διατύπωση είναι η παρακάτω:

$$\text{Μεγιστοποίησε το άθροισμα: } \sum_{i=1}^{n} x_i v_i$$

$$\text{υπό τον περιορισμό: } \sum_{j=1}^{n} x_i w_i \leq b,\ x_i \in \{0,1\}$$

1.6 Κλάσεις προβλημάτων βελτιστοποίησης, υπολογιστική πολυπλοκότητα και χρόνος επίλυσης

Η έννοια της υπολογιστικής πολυπλοκότητας συνίσταται στην έκφραση ενός μέτρου ποιότητας της επίλυσης προβλημάτων. Ουσιαστικά, η πολυπλοκότητα ποσοτικοποιεί το κόστος επίλυσης ενός προβλήματος, αναφορικά με το χρόνο που χρειάζεται ένας αλγόριθμος για την επίλυση του, για μια δεδομένη είσοδο, και τους υπολογιστικούς πόρους που απαιτούνται, εκφράζοντας το βαθμό δυσκολίας επίλυσης του προβλήματος σε έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Ανάλογα με το χρόνο επίλυσής τους, τα προβλήματα βελτιστοποίησης ταξινομούνται σε κλάσεις. Η κλάση προβλημάτων, τα οποία μπορούν να επιλυθούν σε πολυωνυμικό χρόνο συμβολίζεται με το γράμμα P. Αυτό σημαίνει, ότι ο αριθμός των βημάτων που απαιτούνται για την επίλυση αυτών των προβλημάτων με την εφαρμογή ενός αλγορίθμου και για μια συγκεκριμένη είσοδο είναι $O(n^k)$, όπου με n συμβολίζουμε την πολυπλοκότητα της εισόδου, ενώ ο αριθμός k είναι ένας θετικός ακέραιος. Οι αλγόριθμοι αυτοί θεωρούνται αποδοτικοί, διότι κατά την εφαρμογή τους, ο απαιτούμενος χρόνος επίλυσης του προβλήματος αυξάνει ως μια πολυωνυμική συνάρτηση της τάξης μεγέθους της εισόδου [8].

Η κλάση NP είναι μια πιθανώς μεγαλύτερη κλάση προβλημάτων, η οποία περιλαμβάνει τα περισσότερα προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, συμπεριλαμβανομένων και όλων των προβλημάτων που ανήκουν στην κλάση P. Δηλαδή, η κλάση προβλημάτων P είναι υποσύνολο της κλάσης NP. Ωστόσο, δεν έχει αποδειχθεί μέχρι σήμερα, ότι είναι γνήσιο υποσύνολο της κλάσης NP, παρότι αυτό είναι κάτι που είναι ευρέως αποδεκτό. Επίσης, δεν είναι γνωστό, εάν κάθε πρόβλημα της κλάσης NP μπορεί να επιλυθεί γρήγορα. Το ερώτημα, αν ισχύει ότι $P = NP$ ή $P \neq NP$, είναι ένα από τα πιο σημαντικά προβλήματα της επιστήμης των υπολογιστών που δεν έχουν επιλυθεί. Τα αρχικά της κλάσης NP προκύπτουν από την αγγλική φράση "Nondeterministic polynomial time" που σημαίνει «μη ντετερμινιστικός πολυωνυμικός χρόνος». Η κλάση NP είναι ίσως η σημαντικότερη κλάση πολυπλοκότητας.

Θα μπορούσε κανείς να ισχυριστεί, ότι η κλάση NP αποτελείται από όλα τα ερωτήματα, τα οποία έχουν την ιδιότητα, ότι για κάθε είσοδο που έχει μια θετική απάντηση, υπάρχει κάποιο είδος «πιστοποιητικού», από το οποίο μπορεί να προκύψει σε πολυωνυμικό χρόνο η ορθότητα αυτής της απάντησης [9].

Επίσης, μπορούμε να ορίσουμε ένα πρόβλημα A ως NP −δύσκολο ($NP\text{-}hard$), εάν οποιοδήποτε πρόβλημα στην κλάση NP μπορεί να «μετατραπεί» στο πρόβλημα A, το οποίο σημαίνει, ότι το A είναι τουλάχιστον εξίσου δύσκολο να λυθεί όσο οποιοδήποτε πρόβλημα που ανήκει στην κλάση NP. Η έννοια της «μετατροπής» που αναφέρθηκε παραπάνω και χρησιμοποιείται και στη συνέχεια, αφορά την ύπαρξη ενός μηχανισμού, μέσω του οποίου μετασχηματίζεται ένα στιγμιότυπο του προβλήματος A, σε ένα στιγμιότυπο του προβλήματος A' [10], [11].

Επίσης, μπορούμε να ορίσουμε και την κλάση $co - NP$, η οποία είναι συμπληρωματική της κλάσης NP. Δηλαδή, ένα πρόβλημα A μπορούμε να ισχυριστούμε, ότι ανήκει στην κλάση $co - NP$, αν το συμπληρωματικό του πρόβλημα $\bar{A}$ ανήκει στην κλάση NP.

Η τελευταία κλάση προβλημάτων στην οποία θα γίνει αναφορά είναι η κλάση $NP - complete$. Η κλάση αυτή αποτελείται τόσο από NP όσο και από $NP - hard$ προβλήματα. Ένα πρόβλημα A που ανήκει στην κλάση NP ανήκει επίσης στην κλάση $NP - complete$, αν και μόνο αν οποιοδήποτε άλλο πρόβλημα στην κλάση NP μπορεί να μετατραπεί στο πρόβλημα A μέσα σε πολυωνυμικό χρόνο. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι, εάν για ένα $NP - complete$ πρόβλημα μπορεί να αποδειχθεί ότι είναι επιλύσιμο σε πολυωνυμικό χρόνο, τότε κάθε πρόβλημα που ανήκει στην κλάση NP, μπορεί επίσης να λυθεί σε πολυωνυμικό χρόνο. Ο απαιτούμενος χρόνος επίλυσης ενός $NP - complete$ προβλήματος αυξάνει πάρα πολύ γρήγορα, όταν αυξηθούν οι διαστάσεις του προβλήματος. Επομένως, μόνο προβλήματα μικρών διαστάσεων αυτής της κλάσης μπορούν να επιλυθούν σε έναν ή και περισσότερους ηλεκτρονικούς υπολογιστές [12].

Υπάρχουν πολλά γνωστά προβλήματα τα οποία ανήκουν στην κλάση $NP-complete$. Μερικά από αυτά είναι το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή (Travelling Salesman Problem), το πρόβλημα του σακιδίου (Knapsack Problem), το πρόβλημα του Χαμιλτονιανού κύκλου (Hamiltonian Cycle Problem), το πρόβλημα του χρωματισμού γραφημάτων (Graph Coloring Problem) κ.α.

2. ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

2.1 Εισαγωγή στους εξελικτικούς αλγορίθμους

Σε διάφορους τομείς της καθημερινής ζωής έρχεται κανείς αντιμέτωπος με προβλήματα, τα οποία είναι δυσεπίλυτα. Για παράδειγμα, στους τομείς της οικονομίας, των τηλεπικοινωνιών, της πληροφορικής και της ιατρικής, ως τέτοια μπορούν να αναφερθούν η πρόβλεψη διαφόρων μακροοικονομικών μεγεθών, η βελτιστοποίηση απόδοσης δικτύων υπολογιστών και επικοινωνιών, η εξόρυξη δεδομένων και η βελτιστοποίηση απόδοσης βάσεων δεδομένων, η διάγνωση και θεραπεία μιας ασθένειας κ.α.

Πολλές επιστημονικές ιδέες έχουν διατυπωθεί για την αντιμετώπιση δύσκολων προβλημάτων όπως τα παραπάνω, οι οποίες έχουν εμπνευστεί από διαδικασίες που υπάρχουν στη φύση. Μερικά από τα πιο δημοφιλή και επιτυχημένα παραδείγματα αποτελούν τα νευρωνικά δίκτυα, οι εξελικτικοί αλγόριθμοι, αλλά και η οικογένεια των αλγορίθμων ευφυΐας σμήνους, όπως η βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων, οι αλγόριθμοι αποικίας μυρμηγκιών, οι αλγόριθμοι μελισσών, οι αλγόριθμοι αναζήτησης τροφής βακτηρίων κ.α.

Η επίλυση δύσκολων προβλημάτων βελτιστοποίησης με χρήση αριθμητικών μεθόδων απαιτεί πολύ μεγάλους υπολογιστικούς πόρους, κάτι το οποίο έχει σημαντικές επιπτώσεις στον χρόνο επίλυσης του προβλήματος, με αποτέλεσμα οι μέθοδοι αυτές να καθίστανται ακατάλληλες για προβλήματα μεγάλων διαστάσεων. Αντίθετα, οι μέθοδοι τοπικής αναζήτησης είναι ιδιαίτερα αποδοτικές σε ό,τι αφορά τον χρόνο επίλυσης, αλλά έχουν το μειονέκτημα, ότι μπορούν εύκολα να αποτύχουν σε χώρους λύσεων προβλημάτων που περιλαμβάνουν εκτός από το ολικό βέλτιστο και πολλά τοπικά, εμφανίζοντας μεγάλη πιθανότητα να εγκλωβιστούν σε κάποιο τοπικό βέλτιστο.

Οι στοχαστικοί αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για την επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων, πολλές φορές είναι σε μεγάλο βαθμό παραμετροποιημένοι με βάση τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των προβλημάτων, με συνέπεια να έχουν εφαρμογή σε ένα περιορισμένο αριθμό από αυτά, τα οποία παρουσιάζουν πανομοιότυπα χαρακτηριστικά. Από την άλλη πλευρά, η ευχρηστία των στοχαστικών αλγορίθμων που έχουν πιο γενικά χαρακτηριστικά και επομένως μπορούν να εφαρμοστούν σε μεγαλύτερο εύρος προβλημάτων, έχει ως αντιστάθμισμα τη μειωμένη αποτελεσματικότητά τους.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι (Evolutionary Algorithms - EAs) αποτελούνται από ένα σύνολο μεθόδων, η λειτουργία των οποίων βασίζεται σε διάφορους μηχανισμούς της φυσικής εξέλιξης και με την εφαρμογή αυτών έχουν τη δυνατότητα να επιλύουν προβλήματα βελτιστοποίησης. Υπάρχουν διάφορες κατηγορίες εξελικτικών αλγορίθμων, με διαφορετικές υλοποιήσεις για την καθεμία από αυτές, ωστόσο όλες έχουν ως κύριο χαρακτηριστικό την ύπαρξη πληθυσμών που αναπαριστούν τις πιθανές λύσεις ενός συγκεκριμένου προβλήματος βελτιστοποίησης. Πρόκειται για ένα σύνολο μεθόδων που είναι ιδιαίτερα εύχρηστες και δημοφιλείς για την επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων. Έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία σε ένα μεγάλο εύρος προβλημάτων βελτιστοποίησης διαφόρων επιστημονικών τομέων, ενώ επίσης χρησιμοποιούνται ως πολλά υποσχόμενα μοντέλα της βιολογικής εξέλιξης και των φυσικών φαινομένων στα συστήματα της τεχνητής ζωής (artificial life) [13].

Οι πρώτες προσπάθειες εφαρμογής των εξελικτικών διαδικασιών στην επιστήμη των υπολογιστών έγιναν στη δεκαετία του 1950. Στη συνέχεια, περί τα μέσα της δεκαετίας του 1960, ο John Holland από το πανεπιστήμιο του Michigan εισήγαγε με επιτυχία τις μεθόδους της βιολογικής αναπαραγωγής στους εξελικτικούς αλγόριθμους, διατυπώνοντας τους γενετικούς αλγορίθμους [14]. Για τον λόγο αυτό, ο Holland θεωρείται από πολλούς επιστήμονες ως ο θεμελιωτής των εξελικτικών αλγορίθμων.

Το βασικό πλεονέκτημα των εξελικτικών αλγορίθμων, σε σύγκριση με άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης, είναι η δυνατότητα εφαρμογής τους σε ένα μεγάλο εύρος προβλημάτων βελτιστοποίησης. Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι χρειάζεται να γνωρίζουν μόνο την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος, η οποία είναι προς ελαχιστοποίηση ή μεγιστοποίηση, ενώ οποιαδήποτε επιπρόσθετη γνώση που υπάρχει για το συγκεκριμένο πρόβλημα μπορεί εύκολα να ενσωματωθεί στον αλγόριθμο για να βελτιώσει την απόδοσή του. Το γεγονός αυτό καθιστά κατάλληλη την εφαρμογή τους σε προβλήματα για τα οποία υπάρχει περιορισμένη ή και καθόλου γνώση. Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι έχουν πολύ μικρές απαιτήσεις σε ό,τι αφορά τη φύση του χώρου λύσεων του προβλήματος και μπορούν να εφαρμοστούν ακόμα και σε σύνθετα προβλήματα, που περιγράφονται από ασυνεχείς και μη μεταβαλλόμενες συναρτήσεις, για τις οποίες δεν είναι γνωστή η κλίση (gradient) ή ο εσσιανός πίνακας (Hessian matrix). Παρακάτω συνοψίζονται ορισμένα αξιοσημείωτα χαρακτηριστικά των εξελικτικών αλγορίθμων [15]:

- Είναι ιδιαίτερα σταθεροί, επιτυγχάνοντας εξαιρετική ισορροπία ανάμεσα στην αποδοτικότητα και στην αποτελεσματικότητα
- Συνδυάζονται εύκολα με άλλες τεχνικές βελτιστοποίησης, δημιουργώντας υβριδικά αλγοριθμικά σχήματα. Ένα από τα πιο δημοφιλή τέτοια σχήματα είναι οι μιμητικοί αλγόριθμοι, με τους οποίους επιτυγχάνεται η ισορροπία ανάμεσα σε μια αμιγή προσέγγιση εξελικτικού αλγορίθμου και σε μια άλλη τεχνική βελτιστοποίησης τοπικής αναζήτησης, με την προϋπόθεση ότι και οι δυο αλγόριθμοι χρησιμοποιούν την ίδια αναπαράσταση πιθανών λύσεων
- Μπορούν εύκολα να επεκταθούν στο πεδίο της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, η οποία παρουσιάζει εξαιρετικό ενδιαφέρον για πολλά είδη προβλημάτων βελτιστοποίησης, των οποίων η μαθηματική διατύπωση περιλαμβάνει περισσότερες από μια αντικειμενικές συναρτήσεις
- Μπορούν να εφαρμοστούν τόσο σε συνεχή όσο και σε διακριτά προβλήματα, καθώς και σε προβλήματα που δεν χαρακτηρίζονται από ενιαίο χώρο λύσεων

2.2 Γενική περιγραφή των εξελικτικών αλγορίθμων

Όπως αναλύθηκε στην προηγούμενη ενότητα, οι εξελικτικοί αλγόριθμοι είναι στοχαστικές μέθοδοι βελτιστοποίησης. Η βασική τους αρχή είναι, ότι υπάρχει ένας πληθυσμός ατόμων, ο οποίος πρέπει να εξελιχθεί με συγκεκριμένο τρόπο. Πιο συγκεκριμένα, πρέπει να ευνοείται η εξέλιξη των ατόμων εκείνων που πληρούν ορισμένα κριτήρια, τα οποία έχουν τεθεί εκ των προτέρων, ενώ όλα τα άλλα άτομα που δεν τα πληρούν πρέπει σταδιακά να απομακρύνονται, προκειμένου ο πληθυσμός να συγκλίνει στα άτομα που έχουν τα καλύτερα χαρακτηριστικά. Καθένα από τα άτομα του πληθυσμού αντιπροσωπεύει μια πιθανή λύση του προβλήματος και ο βαθμός εξέλιξής του στα πλαίσια της επαναληπτικής διαδικασίας του αλγορίθμου, σχετίζεται με την ποιότητα της λύσης που αυτό αντιπροσωπεύει.

Η εξέλιξη των ατόμων πραγματοποιείται με την ενεργοποίηση μηχανισμών εξερεύνησης του χώρου λύσεων, μέσω των οποίων επιτυγχάνεται ο προσανατολισμός του πληθυσμού στα καλύτερα άτομα, ενώ ταυτόχρονα λαμβάνεται μέριμνα για τη διατήρηση των χαρακτηριστικών των ατόμων αυτών σε όλη τη διάρκεια της εξελικτικής διαδικασίας, μέσω της διασφάλισης της βιωσιμότητάς τους στις επόμενες γενεές. Πληθυσμοί ατόμων με αυτά τα χαρακτηριστικά, ενσαρκώνουν την πρωταρχική αρχή της Εξελικτικής Θεωρίας του Δαρβίνου, που συνίσταται στην επιβίωση των πιο δυνατών ατόμων [16]. Μια εξαιρετική περιγραφή που συνοψίζει τις διαδικασίες που ενσωματώνουν οι εξελικτικοί αλγόριθμοι, έχει δοθεί στη διατριβή του Jones [17]:

«Ο αλγόριθμος διατηρεί ένα σύνολο από πιθανές λύσεις σε ένα πρόβλημα. Ορισμένες από αυτές τις πιθανές λύσεις χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία νέων πιθανών λύσεων μέσω της χρήσης τελεστών. Οι τελεστές επενεργούν επάνω στις πιθανές λύσεις και δημιουργούν νέες ομάδες αυτών. Οι πιθανές λύσεις πάνω στις οποίες επενεργεί ένας τελεστής επιλέγονται με βάση την ποιότητα που έχουν ως λύσεις του υπό εξέταση προβλήματος. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί επαναληπτικά αυτή την επεξεργασία, προκειμένου να δημιουργήσει νέες ομάδες πιθανών λύσεων, μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο τερματισμού».

Από την παραπάνω ανάλυση, προκύπτει η ειδοποιός διαφορά των εξελικτικών αλγορίθμων σε σχέση με άλλες ευρετικές μεθόδους αναζήτησης, που αποτελεί συνάμα και κύριο χαρακτηριστικό τους, και η οποία συνίσταται στο γεγονός, ότι ως αφετηρία της εξερεύνησης του χώρου αναζήτησης λύσεων δεν τίθεται μια μοναδική υποψήφια λύση, αλλά ένα σύνολο υποψηφίων λύσεων, οι οποίες συγκροτούν τον πληθυσμό των ατόμων που πρέπει να εξελίξει ο αλγόριθμος. Το χαρακτηριστικό αυτό παρέχει ένα σημαντικό πλεονέκτημα στους εξελικτικούς αλγόριθμους έναντι των ευρετικών τεχνικών αναζήτησης, ιδιαίτερα σε χώρους αναζήτησης που περιλαμβάνουν πολλά τοπικά βέλτιστα, διότι τους καθιστά πολύ λιγότερο επιρρεπείς από αυτές στον εγκλωβισμό σε ένα τοπικό βέλτιστο. Ωστόσο, το αντιστάθμισμα της εξέλιξης ενός ολόκληρου πληθυσμού λύσεων, είναι οι αυξημένες απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους.

Η ποιότητα της κάθε υποψήφιας λύσης του προβλήματος καταδεικνύεται από την τιμή της καταλληλότητας του ατόμου του πληθυσμού, το οποίο αντιπροσωπεύει τη συγκεκριμένη λύση. Η καταλληλότητα του κάθε ατόμου υπολογίζεται με βάση την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που αντιστοιχεί σε αυτό. Κάθε άτομο του πληθυσμού αποτελείται από ένα σύνολο στοιχείων, τα οποία μπορούμε να τα ονομάσουμε *ιδιότητες* του ατόμου.

Αλγόριθμος: Εξελικτικός Αλγόριθμος

Αρχικοποίησε ένα πληθυσμό υποψήφιων λύσεων με τυχαίο τρόπο

Επανάλαβε

    Υπολόγισε την καταλληλότητα όλων των ατόμων του πληθυσμού

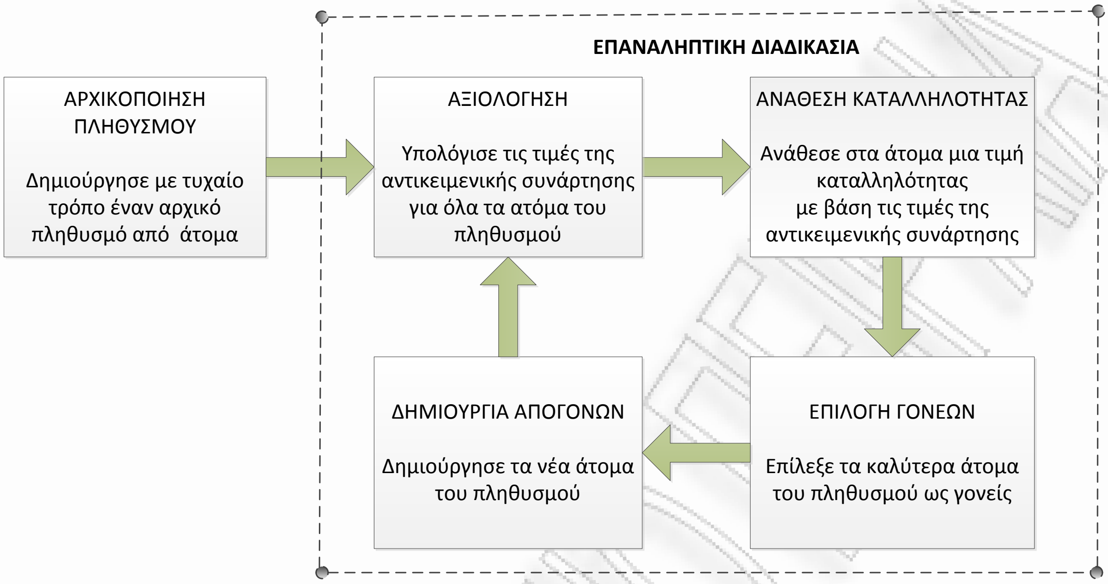
    Επίλεξε τα καταλληλότερα άτομα ως γονείς

    Δημιούργησε τους απογόνους από την αναπαραγωγή των γονέων

μέχρις ότου ικανοποιηθεί κάποια συνθήκη τερματισμού

Σχήμα 2.1: Ψευδοκώδικας εξελικτικού αλγορίθμου

Η πραγματοποίηση της εξελικτικής διαδικασίας περιλαμβάνει διάφορα στάδια. Στο πρώτο στάδιο, δημιουργείται ένας αρχικός πληθυσμός δυνατών λύσεων του προβλήματος (αρχικοποίηση του πληθυσμού). Στην πλειοψηφία των περιπτώσεων η αρχικοποίηση γίνεται με τυχαίο τρόπο, ωστόσο υπάρχουν περιπτώσεις που εισάγεται κάποιου είδους προκατάληψη στον αρχικό πληθυσμό.



Σχήμα 2.2: Γενική εξελικτική διαδικασία

Μετά από το στάδιο της αρχικοποίησης ξεκινάει η επαναληπτική διαδικασία του εξελικτικού αλγορίθμου. Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου (γενεά), αξιολογείται η καταλληλότητα του κάθε άτομου μέσα στον τρέχοντα πληθυσμό. Τα άτομα, τα οποία εμφανίζουν τις υψηλότερες τιμές καταλληλότητας, επιλέγονται με κάποια πιθανότητα ως γονείς της επόμενης γενεάς. Η τιμή αυτής της πιθανότητας επιλογής, κατά κανόνα είναι ανάλογη της καταλληλότητας του ατόμου. Επάνω στους γονείς που τελικά επιλέχθηκαν, εφαρμόζονται οι τελεστές εξέλιξης του πληθυσμού, προκειμένου να προκύψουν οι απόγονοι, οι οποίοι διαμορφώνουν τελικά τον πληθυσμό της επόμενης γενεάς, συνεχίζοντας με τον ίδιο τρόπο την επαναληπτική διαδικασία. Ανάλογα με την υλοποίηση του εξελικτικού αλγορίθμου, οι απόγονοι αυτοί μπορούν να έχουν ιδιότητες, οι οποίες είναι είτε ακριβή αντίγραφα των ιδιοτήτων των γονέων, είτε αντίγραφα των γονέων με μικρές παραλλαγές, οι οποίες οφείλονται στην εφαρμογή του τελεστή μετάλλαξης, που θα περιγραφεί αναλυτικά στις επόμενες ενότητες, είτε είναι ένα μίγμα ιδιοτήτων των γονέων τους από τους οποίους τις κληρονομούν.

Στο σχήμα 2.1 δίνεται η βασική δομή ενός εξελικτικού αλγορίθμου σε ψευδοκώδικα, ενώ στο σχήμα 2.2, απεικονίζεται το διάγραμμα της γενικής εξελικτικής διαδικασίας.

2.3 Κατηγορίες και χαρακτηριστικά των εξελικτικών αλγορίθμων

2.3.1 Η οικογένεια των εξελικτικών αλγορίθμων

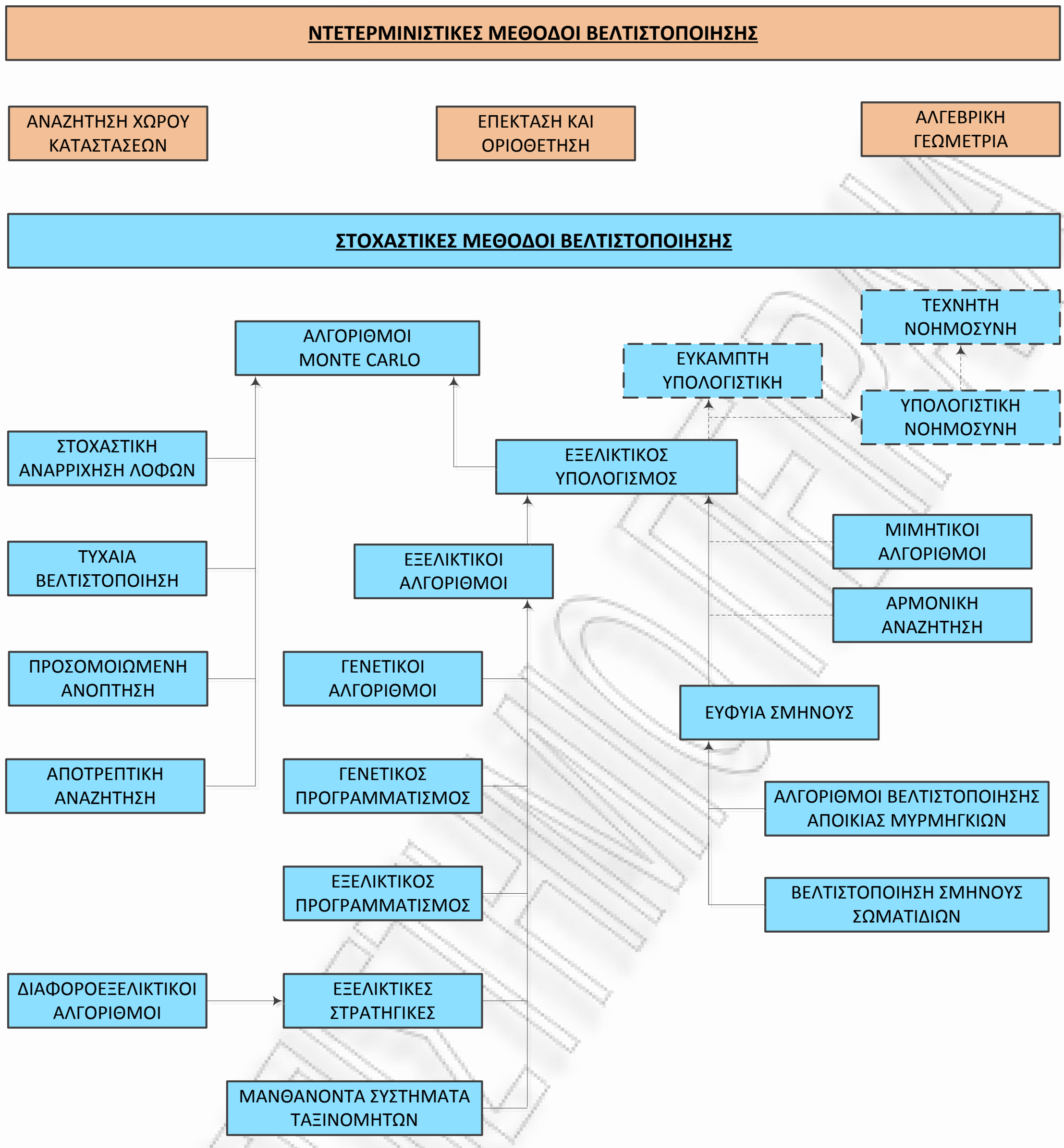
Η οικογένεια των εξελικτικών αλγορίθμων περιλαμβάνει τις πέντε κάτωθι κατηγορίες αλγορίθμων:

- Γενετικοί Αλγόριθμοι
- Εξελικτικές Στρατηγικές
- Γενετικός Προγραμματισμός
- Εξελικτικός Προγραμματισμός
- Μανθάνοντα Συστήματα Ταξινομητών

Επίσης, παρακάτω παρατίθεται ένα σύνολο από ευρετικές και μετα-ευρετικές μεθόδους βελτιστοποίησης, που είναι συναφείς με τους εξελικτικούς αλγορίθμους, ορισμένες από τις οποίες αναλύονται στο επόμενο κεφάλαιο της παρούσας διατριβής:

- Αναρρίχηση Λόφων
- Προσομοιωμένη Ανόπτηση
- Σμήνη Σωματιδίων
- Αποτρεπτική Αναζήτηση
- Συστήματα Αποικίας Μυρμηγκιών
- Μέθοδοι ευθείας αναζήτησης και πρότυπης αναζήτησης

Στο σχήμα 2.3 παρατίθεται μια ταξινόμηση των πιο γνωστών ντετερμινιστικών και στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης (Weise) [18].



Σχήμα 2.3: Ταξινόμηση μεθόδων βελτιστοποίησης

Από τις παραπάνω κατηγορίες των εξελικτικών αλγορίθμων, οι γενετικοί αλγόριθμοι [19] είναι εκείνοι που, ίσως περισσότερο από οποιαδήποτε άλλη κατηγορία, καταδεικνύουν την εφαρμογή των εξελικτικών διαδικασιών κατά την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης με χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών. Αυτό είναι ιδιαίτερα εμφανές στην περίπτωση που για την αναπαράσταση των υποψήφιων λύσεων του προβλήματος χρησιμοποιούνται δυαδικές συμβολοσειρές, μέσω των οποίων κωδικοποιείται η πληροφορία των λύσεων. Ο όρος *αναπαράσταση* αφορά στον τρόπο περιγραφής μιας λύσης για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα.

Ωστόσο, η δυαδική αναπαράσταση έχει περιορισμούς σε ό,τι αφορά την ακρίβεια της, ιδιαίτερα στην περίπτωση που οι υποψήφιες λύσεις εκφράζονται με μορφή πραγματικών αριθμών. Για παράδειγμα, αν θέλουμε να αναπαραστήσουμε ένα πραγματικό αριθμό που αποτελεί μια πιθανή λύση του προβλήματος μας και η τιμή του βρίσκεται στο διάστημα [0,3], θα πρέπει να διαιρέσουμε το διάστημα αυτό σε επιμέρους διαστήματα. Όσο περισσότερα είναι τα διαστήματα της διαίρεσης, τόσο πιο ακριβής θα είναι η αναπαράσταση, διότι τόσα περισσότερα δυαδικά ψηφία θα έχουμε στη διάθεσή μας. Ωστόσο, πάντα θα εισάγεται κάποιο σφάλμα. Αν, λοιπόν, η διαίρεση του διαστήματος γίνει σε δύο τμήματα και επιλέξουμε τον μικρότερο αριθμό στα τμήματα αυτά για την αναπαράσταση οποιουδήποτε αριθμού εντός αυτών, τότε μπορούμε να δούμε, ότι για την περίπτωση του παραδείγματός μας μπορούμε να αναπαραστήσουμε μόνο δύο αριθμούς: Τον αριθμό 0 με το ψηφίο 0 και τον αριθμό 1.5 με το ψηφίο 1. Αν έχουμε στη διάθεσή μας 16 ψηφία (βλ. σχήμα 2.4) για την αναπαράσταση ενός πραγματικού αριθμού, τότε κάθε άτομο του πληθυσμού, το οποίο ονομάζεται και χρωμόσωμα, αποτελείται από 16 τμήματα, καθένα από τα οποία ονομάζεται γονίδιο (gene). Κάθε γονίδιο χαρακτηρίζεται από την τιμή του, που στην περίπτωση της δυαδικής αναπαράστασης είναι είτε 0 είτε 1, και την θέση του μέσα στη δυαδική συμβολοσειρά.

Στη γενική περίπτωση που έχουμε l γονίδια στη διάθεσή μας για την αναπαράσταση ενός πραγματικού αριθμού, τότε η τιμή αυτού προκύπτει από την παρακάτω σχέση, η οποία περιγράφει τη διαδικασία της δυαδικής αποκωδικοποίησης [20] :

$$x = \frac{\sum_{i=0}^{l-1} \alpha_i 2^i}{2^l}\left(\overline{x} - \underline{x}\right) + \overline{x} \qquad (2.1)$$

όπου:

α_i είναι η τιμή του γονιδίου που βρίσκεται στην θέση i

$\overline{x}$ είναι το άνω όριο του υπό αναπαράσταση πραγματικού αριθμού

$\underline{x}$ είναι το κάτω όριο του υπό αναπαράσταση πραγματικού αριθμού

Επομένως, για την περίπτωση του χρωμοσώματος που φαίνεται στο σχήμα 2.4, ο πραγματικός αριθμός είναι ο παρακάτω:

$$x = (\frac{2^{14} + 2^{10} + 2^{9} + 2^{7} + 2^{4} + 2^{3} + 2^{2} + 2^{0})}{2^{16}}(3 - 0) + 0 = 0.827499$$

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1

Σχήμα 2.4: Δυαδική αναπαράσταση ενός πραγματικού αριθμού (κωδικοποίηση)

Στο επόμενο εδάφιο αυτού του κεφαλαίου θα γίνει μια αναλυτική περιγραφή των γενετικών αλγορίθμων, οι οποίοι αποτέλεσαν κεντρικό αντικείμενο ενδιαφέροντος στα πλαίσια της παρούσας έρευνας.

2.3.2 Γενετικοί Αλγόριθμοι

Οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι στοχαστικοί αλγόριθμοι, των οποίων η δημιουργία εμπνεύστηκε από τους μηχανισμούς επιλογής και αναπαραγωγής, που υπάρχουν στη φύση και μελετώνται στη γενετική επιστήμη. Αυτός είναι άλλωστε και ο λόγος που κατά την περιγραφή της μεθοδολογίας και των χαρακτηριστικών τους, διατηρούνται αυτούσιοι αρκετοί όροι των επιστημών της βιολογίας και της γενετικής.

Ο πιο κλασσικός τρόπος αναπαράστασης των υποψήφιων λύσεων σε ένα γενετικό αλγόριθμο είναι οι δυαδικές συμβολοσειρές, οι οποίες κωδικοποιούν τις λύσεις του προβλήματος σε μια ακολουθία από δυαδικά ψηφία, όπως περιγράφηκε και στην προηγούμενη ενότητα. Η κωδικοποίηση μπορεί να είναι είτε σταθερού μήκους, στην οποία οι ιδιότητες των λύσεων αναπαρίστανται από ακολουθίες ψηφίων, που έχουν το ίδιο μήκος, είτε μεταβλητού μήκους, στην οποία κάθε ακολουθία μπορεί να έχει διαφορετικό μήκος.

Η μίμηση της φυσικής εξελικτικής διαδικασίας στους γενετικούς αλγορίθμους πραγματοποιείται με την εφαρμογή τριών τελεστών: Του τελεστή επιλογής, του τελεστή διασταύρωσης και του τελεστή μετάλλαξης, οι οποίοι παρουσιάζονται αναλυτικά παρακάτω.

2.3.2.1 Τελεστής επιλογής

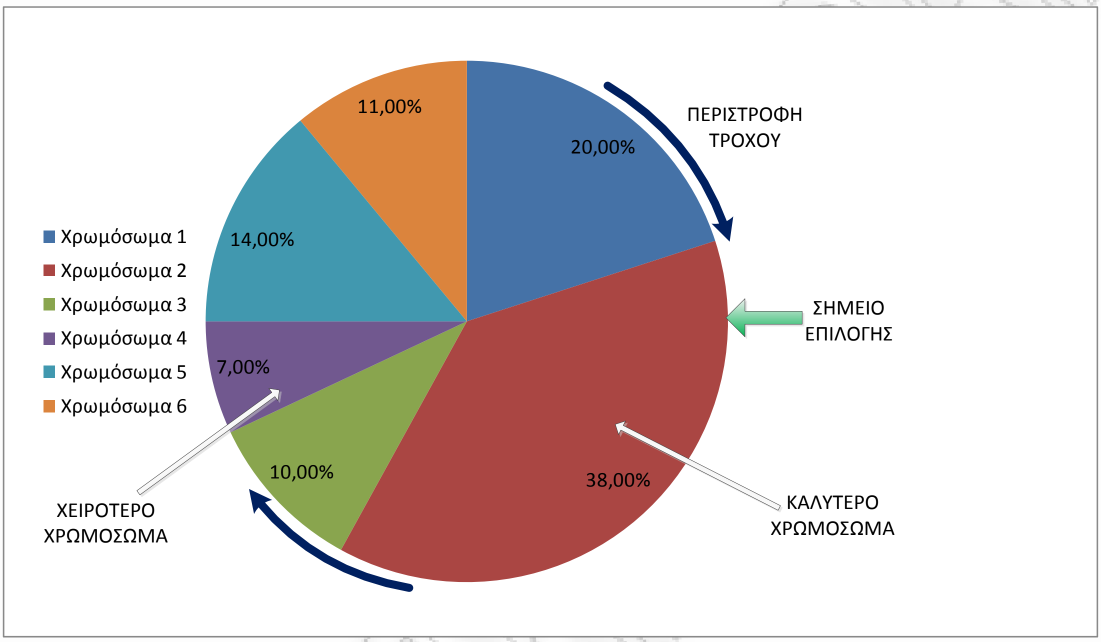
Ο τελεστής αυτός ουσιαστικά υλοποιεί τη Θεωρία της Δαρβινικής επιβίωσης του πιο ισχυρού ατόμου [16]. Μέσω της εφαρμογής του, επιλέγονται από το σύνολο του πληθυσμού τα άτομα εκείνα τα οποία θα είναι οι γονείς της τρέχουσας γενεάς, από την αναπαραγωγή των οποίων θα προέλθει η επόμενη γενεά. Για να γίνει η επιλογή αυτή, ανατίθεται σε κάθε άτομο του πληθυσμού μια πιθανότητα επιλογής, η οποία είναι ανάλογη της καταλληλότητας του, όπως αυτή προκύπτει από την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που έχει το ίδιο, αλλά και τα υπόλοιπα άτομα του πληθυσμού. Στη βιβλιογραφία έχουν αναφερθεί πολλές μέθοδοι επιλογής [21], [22], [23], ενώ συνεχώς προστίθενται και νέες. Στην συνέχεια της παρούσας ενότητας, θα αναλυθούν οι πιο σημαντικές από αυτές.

Η πιο κλασσική μέθοδος επιλογής είναι η επιλογή τροχού ρουλέτας (roulette wheel selection) που ονομάζεται και «επιλογή ανάλογη της καταλληλότητας» ή «στοχαστική δειγματοληψία με αντικατάσταση». Το βασικό χαρακτηριστικό της συγκεκριμένης μεθόδου είναι, ότι κάθε άτομο του πληθυσμού επιλέγεται με μια πιθανότητα P_i, η οποία είναι ανάλογη της καταλληλότητας του. Επομένως εάν K_i είναι η καταλληλότητα του $i - οστού$ ατόμου, τότε για την πιθανότητα P_i ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$P_i = \frac{K_i}{\sum_{j=1}^{n} K_j} \qquad (2.2)$$

Η αναπαράσταση της παραπάνω περιγραφής σε μια ρουλέτα φαίνεται στο σχήμα 2.5, στην οποία μπορούμε να δούμε, ότι σε κάθε άτομο του πληθυσμού ανατίθεται ένα μικρό τμήμα της ρουλέτας. Το μέγεθος του τμήματος αυτού είναι ανάλογο της καταλληλότητας του, έτσι όπως αυτή έχει υπολογιστεί από την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος. Στη συνέχεια, ο τροχός γυρίζει και κάθε άτομο του πληθυσμού, του οποίου το τμήμα αντιστοιχεί στο σημείο επιλογής του τροχού θεωρείται ότι «κερδίζει τον γύρο» επιλέγεται ως γονέας. Στο παράδειγμα του σχήματος 2.5, επιλέγεται το χρωμόσωμα με τον αριθμό 2. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται επαναληπτικά, μέχρι να συμπληρωθεί ο απαιτούμενος αριθμός των γονέων που θα δημιουργήσουν την επόμενη γενιά.

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου αυτής, εάν ένα συγκεκριμένο άτομο έχει υψηλή καταλληλότητα, τότε μπορεί να εμφανιστεί πολλές φορές στον πληθυσμό των γονέων. Αντίθετα, τα άτομα που έχουν χαμηλή τιμή καταλληλότητας, σταδιακά αποκλείονται από τον πληθυσμό των γονέων, σε απόλυτη συμφωνία με τη θεώρηση, ότι «ο πιο ικανός επιβιώνει».



Σχήμα 2.5: Επιλογή τροχού ρουλέτας

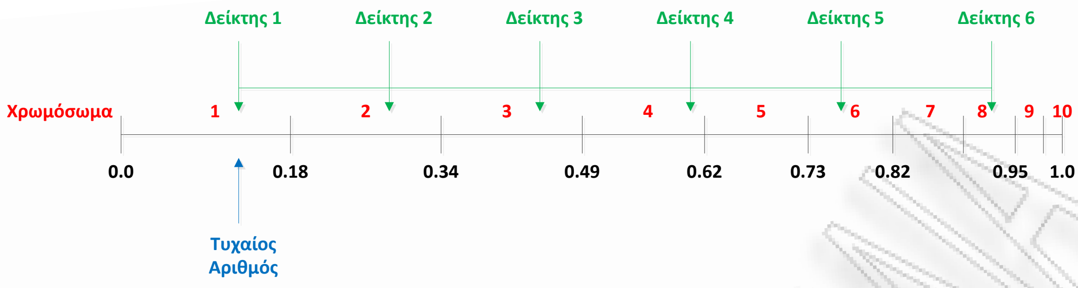
Η μέθοδος της επιλογής τροχού ρουλέτας έχει ορισμένα σημαντικά μειονεκτήματα. Αυτά μπορούν να συνοψιστούν στα εξής:

α) Η αυξημένη πιθανότητα εμφάνισης πρόωρης σύγκλισης του αλγορίθμου. Το πρόβλημα αυτό προκύπτει από το γεγονός, ότι κατά τις πρώτες επαναλήψεις της εξελικτικής διαδικασίας, είναι πιθανό μια συγκεκριμένη λύση να αποκτήσει πολλά αντίγραφα στον πληθυσμό, λόγω της τιμής της καταλληλότητας της. Εάν αυτή η λύση δεν αποτελεί το ολικό βέλτιστο, τότε αυτό έχει ως αποτέλεσμα τον εγκλωβισμό του αλγόριθμου σε αυτή τη λύση και κατά συνέπεια θα καταστεί ανέφικτη η συνέχιση της αναζήτησης του ολικού βέλτιστου

β) Η στασιμότητα του πληθυσμού. Το πρόβλημα αυτό παρουσιάζεται εξαιτίας της συνεχούς εύνοιας των χρωμοσωμάτων με υψηλές τιμές καταλληλότητας, λόγω της οποίας είναι πιθανό ο πληθυσμός να μην μπορέσει να διατηρήσει έναν ελάχιστο βαθμό ποικιλομορφίας μεταξύ των ατόμων του. Σε μια τέτοια περίπτωση, τα άτομα του πληθυσμού θα αρχίσουν να μοιάζουν υπερβολικά μεταξύ τους με αποτέλεσμα να καταστεί ανέφικτη η εξέλιξή τους, κάτι το οποίο θα σηματοδοτήσει τον τερματισμό της εξελικτικής διαδικασίας

Μια μέθοδος επιλογής που είναι παρόμοια με την επιλογή τροχού ρουλέτας, είναι η στοχαστική καθολική δειγματοληψία (Stochastic Universal Sampling –SUS), η οποία αναπτύχθηκε από τον Baker [23]. Πρόκειται για μια μέθοδο που παρέχει μηδενική προκατάληψη. Αντί για τη χρήση ενός μόνο δείκτη επιλογής, που είναι η περίπτωση της επιλογής τροχού ρουλέτας, στη στοχαστική καθολική δειγματοληψία χρησιμοποιούνται N δείκτες, οι οποίοι ισαπέχουν μεταξύ τους. Καθένας από αυτούς τους δείκτες αντιστοιχεί στην επιλογή ενός ατόμου του πληθυσμού. Αρχικά, τα άτομα τοποθετούνται σε συνεχόμενα τμήματα μιας ευθείας γραμμής με τέτοιο τρόπο, ώστε το μήκος του τμήματος που καταλαμβάνει κάθε άτομο να είναι ανάλογο της τιμής της καταλληλότητας του. Έπειτα, επιλέγεται ένας τυχαίος αριθμός που βρίσκεται εντός του διαστήματος $[0, 1/N]$, ο οποίος αντιστοιχεί στον πρώτο δείκτη (Δείκτης 1) και στην επιλογή του πρώτου ατόμου, στο οποίο αυτός δείχνει. Η επιλογή των επόμενων ατόμων του πληθυσμού πραγματοποιείται με αντίστοιχο τρόπο, μέσω της δημιουργίας των υπόλοιπων δεικτών, οι οποίοι απέχουν μεταξύ τους $1/N$. Για παράδειγμα, εάν πρέπει να επιλεγούν $N = 6$ άτομα, η απόσταση μεταξύ των δεικτών είναι 1/6=0.167, επομένως αρχικά επιλέγεται ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα [0, 0.167] (έστω ότι επιλέγεται ο αριθμός 0.1). Στο σχήμα 2.6 απεικονίζεται η διαδικασία επιλογής για αυτό το παράδειγμα (Pohlheim) [24]. Όπως είναι φανερό, επιλέγονται τα άτομα 1, 2, 3, 4, 6, 8.

Μέσω της εφαρμογής της μεθόδου αυτής δίνεται η δυνατότητα σε άτομα του πληθυσμού, τα οποία έχουν χαμηλή τιμή καταλληλότητας, να επιλεγούν ως γονείς, μειώνοντας με αυτό τον τρόπο την πιθανότητα επαναλαμβανόμενης επιλογής των ατόμων με υψηλή τιμή καταλληλότητας, που μπορεί να οδηγήσει σε κορεσμό τον πληθυσμό, όπως είναι πιθανό να συμβεί με τις μεθόδους που χρησιμοποιούν διαδικασίες επιλογής ανάλογες της καταλληλότητας.



Σχήμα 2.6: Στοχαστική καθολική δειγματοληψία

Μια άλλη γνωστή μέθοδος επιλογής είναι αυτή της επιλογής πρωταθλημάτων (tournament selection). Κατά την εφαρμογή της μεθόδου αυτής, επιλέγεται κάποιος τυχαίος αριθμός t ατόμων του πληθυσμού (t είναι και το μέγεθος του πρωταθλήματος), τα οποία συμμετέχουν σε ένα «πρωτάθλημα καταλληλότητας». Το καλύτερο άτομο από αυτή την ομάδα ανακηρύσσεται «πρωταθλητής» και επιλέγεται ως γονέας. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται τόσες φορές όσες χρειάζεται για να συμπληρωθεί ο απαιτούμενος αριθμός γονέων. Είναι αρκετά σύνηθες, τα πρωταθλήματα αυτά να διεξάγονται μεταξύ δύο ατόμων, οπότε αναφερόμαστε στη δυαδική επιλογή πρωταθλημάτων.

Αλγόριθμος: Επιλογή Πρωταθλημάτων

Επίλεξε t άτομα από τον πληθυσμό με τυχαίο τρόπο

Επίλεξε το καλύτερο άτομο του πρωταθλήματος με πιθανότητα p

Επίλεξε το δεύτερο καλύτερο άτομο με πιθανότητα $p(1-p)$

Επίλεξε το τρίτο καλύτερο άτομο με πιθανότητα $p(1-p)^2$

και ούτω καθεξής

Σχήμα 2.7: Ψευδοκώδικας επιλογής πρωταθλημάτων

Η μέθοδος αυτή έχει το πλεονέκτημα, ότι ελέγχεται παραμετρικά η πιθανότητα επιλογής που έχουν τα άτομα του πληθυσμού, μέσω του καθορισμού του μεγέθους του πρωταθλήματος. Όσο αυξάνεται ο αριθμός των ατόμων που συμμετέχουν στο πρωτάθλημα, τόσο ελαττώνεται η πιθανότητα επιλογής των ατόμων του πληθυσμού με χαμηλή τιμή καταλληλότητας και αντίστροφα. Στο σχήμα 2.7 δίνεται ο ψευδοκώδικας της επιλογής πρωταθλημάτων [25]. Μπορούμε εύκολα να διαπιστώσουμε, ότι αν p=1 τότε επιλέγεται πάντοτε το καλύτερο άτομο του πληθυσμού, δηλαδή η επιλογή αποκτά ντετερμινιστικό χαρακτήρα.

Μια άλλη μέθοδος επιλογής ατόμων είναι εκείνη που βασίζεται στην ταξινόμηση (ranking) των ατόμων του πληθυσμού, η οποία συνήθως γίνεται με γραμμικό ή εκθετικό τρόπο [26], [27]. Σύμφωνα με αυτή, τα άτομα ταξινομούνται, σύμφωνα με τις τιμές καταλληλότητας τους και ο βαθμός (rank) N ανατίθεται στο πιο κατάλληλο από αυτά, ενώ ο βαθμός 1 στο χειρότερο.

Στην περίπτωση της γραμμικής ταξινόμησης, η πιθανότητα επιλογής ανατίθεται γραμμικά στα άτομα, ανάλογα με τον βαθμό τους, σύμφωνα με την παρακάτω σχέση [22]:

$$p_i = \frac{1}{N}(w + (b - w)\frac{i-1}{N-1}), \quad i \in \{1, \dots, N\} \qquad (2.3)$$

όπου με $\overline{w} = w/N$ συμβολίζουμε την πιθανότητα επιλογής του χειρότερου ατόμου ενώ με $\overline{b} = b/N$ συμβολίζουμε την αντίστοιχη πιθανότητα του καλύτερου ατόμου. Εάν ο αριθμός των ατόμων του πληθυσμού διατηρείται σταθερός, θα πρέπει να ισχύει ότι $b = 2 - w$ και $w \geq 0$. Πρέπει να σημειωθεί, ότι σε όλα τα άτομα ανατίθεται διαφορετικός βαθμός, ακόμα και αν έχουν την ίδια τιμή καταλληλότητας.

Υπάρχει η δυνατότητα να υπολογιστεί η εν λόγω πιθανότητα επιλογής μέσω ενός πολλαπλασιαστικού παράγοντα m που αντιστοιχεί στην παράγωγο της γραμμικής συνάρτησης [28]. Σε αυτή την περίπτωση ισχύει ότι:

$$w = \frac{2}{(m+1)} \quad , \quad b = \frac{2m}{(m+1)} \qquad (2.4)$$

οπότε ανάλογα διαμορφώνεται και η σχέση (2.3).

Στην περίπτωση της εκθετικής ταξινόμησης, η διαφοροποίηση έχει σχέση με το γεγονός ότι οι πιθανότητες των ταξινομημένων ατόμων σταθμίζονται εκθετικά. Η βάση του εκθέτη είναι η παράμετρος c για την οποία ισχύει ότι $c \in (0,1]$. Οι πιθανότητες των ατόμων προκύπτουν από την παρακάτω σχέση:

$$p_i = \frac{c^{N-i}}{\sum_{j=1}^{N} c^{N-j}} \quad , \qquad i \in \{1, \dots, N\} \qquad (2.5)$$

όπου το άθροισμα $\sum_{j=1}^{N} c^{N-j}$ αποτελεί τον παράγοντα κανονικοποίησης των πιθανοτήτων, προκειμένου να διασφαλιστεί ότι το άθροισμα των πιθανοτήτων επιλογής όλων των ατόμων είναι πάντοτε ίσο με 1. Αφού ισχύει ότι:

$$\sum_{j=1}^{N} c^{N-j} = \frac{c^N - 1}{c - 1} \qquad (2.6)$$

η σχέση (2.5) μπορεί να ξαναγραφεί όπως παρακάτω:

$$p_i = \frac{c-1}{c^N - 1} c^{N-i} \quad , \qquad i \in \{1, \dots, N\} \qquad (2.7)$$

Αλγόριθμος: Επιλογή Γραμμικής Ταξινόμησης

Είσοδος: Ο πληθυσμός $P(\tau)$ και ο ρυθμός αναπαραγωγής του χειρότερου ατόμου $w \in [0,1]$

Έξοδος: Ο πληθυσμός $P(\tau)'$ μετά την επιλογή

Γραμμική_Ταξινόμηση($w, J_1, \dots, J_N$):

- $\bar{J}$ ← Ταξινομημένος με βάση την καταλληλότητα πληθυσμός J με το χειρότερο άτομο στην πρώτη θέση
- $s_0 \leftarrow 0$
- **Για** i **από** 1 **μέχρι** N
  - $s_i \leftarrow s_{i-1} + p_i$ // Εξίσωση (2.3)
- **Τέλος_επανάληψης**
- **Για** i **από** 1 **μέχρι** N
  - r ← τυχαίος αριθμός με $r \in [0, s_N)$
  - $J_i{}' \leftarrow \bar{J}_l$ τέτοιο ώστε $s_{l-1} \le r < s_l$
- **Τέλος_επανάληψης**
- **Επέστρεψε** $\{J_1', \dots, J_N'\}$

Σχήμα 2.8: Ψευδοκώδικας επιλογής γραμμικής ταξινόμησης

Στα σχήματα 2.8 και 2.9 παρουσιάζονται οι ψευδοκώδικες για τις περιπτώσεις της γραμμικής και εκθετικής ταξινόμησης αντίστοιχα (Blickle και Thiele, 1995) [22]. Τέλος, πρέπει να σημειωθεί, ότι πέραν των δύο μεθόδων ταξινόμησης που παρουσιάστηκαν παραπάνω, έχει προταθεί στην εργασία του Polheim μια παρόμοια μέθοδος ταξινόμησης, η οποία υλοποιείται με τη χρήση μιας μη γραμμικής κατανομής [29].

Αλγόριθμος: Επιλογή Εκθετικής Ταξινόμησης

Είσοδος: Ο πληθυσμός $P(\tau)$ και η βάση ταξινόμησης $c \in (0,1]$

Έξοδος: Ο πληθυσμός $P(\tau)'$ μετά την επιλογή

Εκθετική_Ταξινόμηση($c, J_1, \dots, J_N$):

> $\bar{J}$ ←Ταξινομημένος με βάση την καταλληλότητα πληθυσμός J με το χειρότερο άτομο στην πρώτη θέση
>
> $s_0 \leftarrow 0$
>
> **Για** i **από** 1 **μέχρι** N
>
> > $s_i \leftarrow s_{i-1} + p_i$ // Εξίσωση (2.7)
>
> **Τέλος_επανάληψης**
>
> **Για** i **από** 1 **μέχρι** N
>
> > r ← τυχαίος αριθμός με $r \in [0, s_N)$
> >
> > $J_i{}' \leftarrow \bar{J}_l$ τέτοιο ώστε $s_{l-1} \leq r < s_l$
>
> **Τέλος_επανάληψης**
>
> **Επέστρεψε** $\{J_1', \dots, J_N'\}$

Σχήμα 2.9: Ψευδοκώδικας επιλογής εκθετικής ταξινόμησης

Μια ακόμη μέθοδος επιλογής είναι η επιλογή αποκοπής [30], [31]. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, τα άτομα του πληθυσμού ταξινομούνται με βάση την τιμή της καταλληλότητας τους και στη συνέχεια επιλέγεται η τιμή μιας παραμέτρου, η οποία ονομάζεται κατώφλι αποκοπής t. Σε κάθε επανάληψη επιλέγεται μόνο ένα ποσοστό των καλύτερων ατόμων, το οποίο καθορίζεται από την παράμετρο κατωφλίου, με την ίδια πιθανότητα επιλογής κάθε φορά. Τα άτομα που βρίσκονται κάτω από την τιμή κατωφλίου αποκλείονται. Ωστόσο, η μέθοδος αυτή δεν είναι ιδιαίτερα εξελιγμένη και χρησιμοποιείται λιγότερο συχνά σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους επιλογής.

Η τελευταία μέθοδος επιλογής που θα παρουσιαστεί είναι ο ελιτισμός ή ελιτίστικη επιλογή [32]. Η μέθοδος αυτή δεν είναι εμπνευσμένη από τη φύση, αλλά αντίθετα είναι μια τεχνητή μέθοδος επιλογής. Μέσω της εφαρμογής της, διασφαλίζεται ότι ένα ελάχιστο ποσοστό από τα άτομα του πληθυσμού με την υψηλότερη καταλληλότητα -ή στη χειρότερη περίπτωση τουλάχιστον ένα από αυτά- θα αντιγραφούν αυτούσια (χωρίς καμία αλλαγή στα γονίδια τους) στην καινούργια γενεά.

Η βασική ιδέα πίσω από την ελιτίστικη επιλογή είναι να αποτραπεί το ενδεχόμενο απώλειας των καλύτερων λύσεων που έχουν βρεθεί σε μια συγκεκριμένη γενεά, λόγω της επενέργειας των τελεστών διασταύρωσης και μετάλλαξης (οι οποίοι περιγράφονται στις επόμενες ενότητες) επάνω σε αυτές, η οποία θα εισήγαγε μια πιθανότητα αλλοίωσης των χαρακτηριστικών τους. Ουσιαστικά, δηλαδή, με τη μέθοδο αυτή «προφυλάσσεται» η πληροφορία που υπάρχει στα καλύτερα άτομα της τρέχουσας γενεάς και περνάει ακέραια στην επόμενη.

Το βασικό πλεονέκτημα της ελιτίστικης επιλογής συγκαταλέγεται στο γεγονός, ότι ο αλγόριθμος θα συγκλίνει με βεβαιότητα. Αυτό συμβαίνει, γιατί πάντοτε το άτομο του πληθυσμού με την υψηλότερη καταλληλότητα σε κάθε γενεά μεταφέρεται αναλλοίωτο στην επόμενη γενεά.

Το βασικό μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ο κίνδυνος να παγιδευτούμε σε τοπικά μέγιστα ή ελάχιστα της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος μας, αφού υπάρχει μεγάλη πιθανότητα ο αλγόριθμος να συγκλίνει τελικά σε αυτά και όχι στο ολικό βέλτιστο. Για τον λόγο αυτό, η ελιτίστικη επιλογή συνήθως δεν χρησιμοποιείται μόνη της, αλλά σε συνδυασμό με κάποια άλλη μέθοδο επιλογής. Αυτό πραγματοποιείται επιλέγοντας ως παράμετρο του αλγορίθμου έναν αριθμό ατόμων που θεωρούνται βέλτιστα (ελίτ), επομένως σε κάθε επανάληψη και ανεξάρτητα από τη μέθοδο επιλογής, τα καλύτερα άτομα της γενεάς που αντιστοιχούν σε αυτόν τον αριθμό, διασφαλίζεται ότι θα περάσουν στην επόμενη γενεά.

Κλείνοντας την ενότητα των μεθόδων επιλογής, αξίζει να αναφερθεί η ύπαρξη μιας διαφορετικής προσέγγισης, που ονομάζεται επιλογή σταθερής κατάστασης (steady state selection). Η ιδιαιτερότητα αυτής της προσέγγισης είναι, ότι σε κάθε γενεά επιλέγεται μια μικρή ομάδα χρωμοσωμάτων με υψηλή τιμή καταλληλότητας, για να δημιουργήσουν έναν απόγονο. Στη συνέχεια, ένα ή περισσότερα χρωμοσώματα με χαμηλή τιμή καταλληλότητας απομακρύνονται από τον πληθυσμό και τη θέση τους καταλαμβάνει ο απόγονος αυτός. Τα υπόλοιπα άτομα του πληθυσμού περνούν στην επόμενη γενεά [33], [34].

Στην περίπτωση που ο αλγόριθμος υιοθετεί αυτή τη μέθοδο επιλογής, τότε ονομάζεται γενετικός αλγόριθμος σταθερής κατάστασης (steady state GA), σε αντιδιαστολή με τους κλασσικούς (generational) γενετικούς αλγορίθμους. Γενικά έχει αποδειχθεί, ότι ένα τέτοιο σχήμα γενετικού αλγορίθμου είναι σε θέση να βελτιώσει τα παραγόμενα αποτελέσματα, αλλά έχει το βασικό μειονέκτημα, ότι είναι αρκετά πιο αργό από τα αντίστοιχα κλασσικά σχήματα [35].

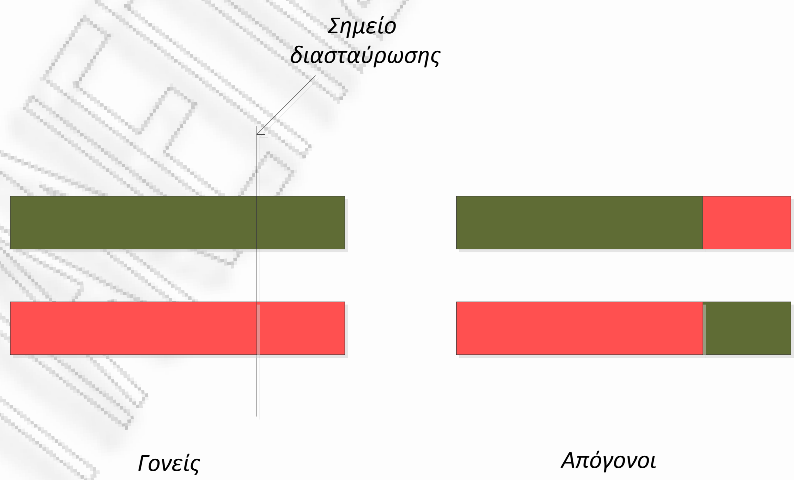
2.3.2.2 Τελεστής διασταύρωσης

Ο τελεστής της επιλογής που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα, δεν μεταβάλλει καθόλου τις ιδιότητες των ατόμων του πληθυσμού, με αποτέλεσμα η πληροφορία που περιέχει το καθένα από αυτά να παραμένει αναλλοίωτη και μετά την εφαρμογή του. Η διασταύρωση των ατόμων του πληθυσμού που έχουν επιλεγεί μέσω της εφαρμογής του τελεστή επιλογής είναι εκείνη, η οποία υλοποιεί την βασική αναπαραγωγική διαδικασία στους γενετικούς αλγορίθμους, προκαλώντας ανταλλαγή πληροφορίας μεταξύ τους και κατά συνέπεια μεταβολή των γονιδίων τους, με σκοπό να παραχθούν οι απόγονοι. Η αναλογία με τη διαδικασία ανταλλαγής γενετικού υλικού στη βιολογία είναι ιδιαίτερα εμφανής στην περίπτωση της δυαδικής αναπαράστασης, όπου θα μπορούσαμε να πούμε ότι τη θέση των αλυσίδων του DNA των φυσικών γονέων, έχουν καταλάβει στο γενετικό αλγόριθμο οι δυαδικές συμβολοσειρές των ατόμων του πληθυσμού που έχουν επιλεγεί ως γονείς. Οι συμβολοσειρές αυτές αποκόπτονται σε ένα ή περισσότερα τυχαία σημεία, ανταλλάσσουν τα τμήματά τους και στη συνέχεια επανενώνονται για να δημιουργήσουν τις δυαδικές συμβολοσειρές των απογόνων.

Ο τελεστής διασταύρωσης δεν επενεργεί σε όλα τα άτομα του πληθυσμού. Αντίθετα, καθορίζεται παραμετρικά μια πιθανότητα διασταύρωσης p_c, η οποία αντιπροσωπεύει το ποσοστό των ατόμων του πληθυσμού, τα οποία θα υποστούν διασταύρωση και ως εκ τούτου δεν θα υπάρχουν στον νέο πληθυσμό που θα προκύψει, αφού θα έχουν αντικατασταθεί από τους απογόνους τους.

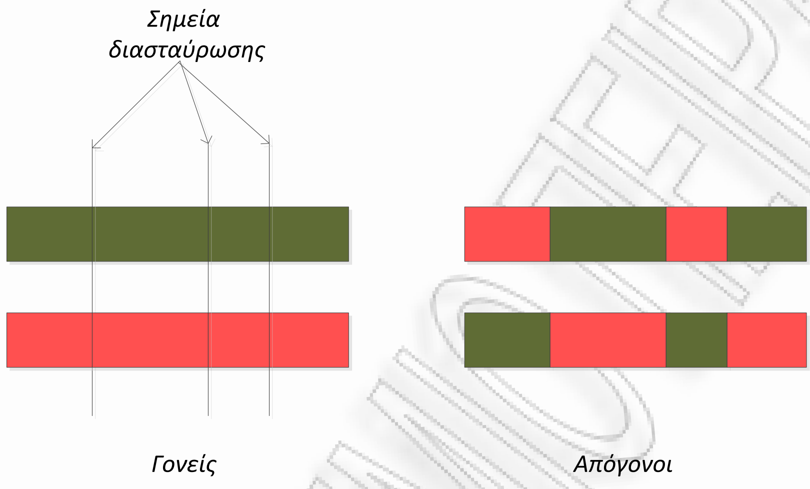
Η επιλογή της τιμής της πιθανότητας διασταύρωσης p_c διαδραματίζει καθοριστικό ρόλο στον τρόπο εξέλιξης του πληθυσμού και κατά συνέπεια στην επιτυχία του αλγορίθμου. Αν η τιμή που επιλεγεί είναι υπερβολικά μικρή, το ποσοστό παραγωγής νέων πιθανών λύσεων του προβλήματος σε κάθε νέα γενεά θα είναι επίσης μικρό, με αποτέλεσμα η εξερευνητική ικανότητα του χώρου λύσεων του αλγορίθμου να είναι μειωμένη. Αυτό έχει ως συνέπεια την αύξηση της πιθανότητας εγκλωβισμού του αλγορίθμου σε κάποιο τοπικό βέλτιστο. Από την άλλη, αν είναι μεγάλη, τότε ενδεχομένως να προκύψουν άτομα στον νέο πληθυσμό, τα οποία να έχουν χειρότερες τιμές καταλληλότητας από την προηγούμενη γενιά, δηλαδή να χαθεί με αυτό τον τρόπο η πληροφορία κάποιων καλών λύσεων.

Υπάρχουν πολλές υλοποιήσεις του τρόπου εφαρμογής του τελεστή διασταύρωσης. Από τις πλέον διαδεδομένες, είναι οι διασταυρώσεις μονού σημείου, δύο σημείων, η πολυσημειακή διασταύρωση και η ομοιόμορφη διασταύρωση [36].



Σχήμα 2.10: Διασταύρωση μονού σημείου

Η απλούστερη περίπτωση διασταύρωσης είναι η διασταύρωση μονού σημείου. Σε αυτή τη μέθοδο επιλέγεται με τυχαίο τρόπο ένα σημείο στα χρωμοσώματα που πρόκειται να διασταυρωθούν και ανταλλάσσονται τα τμήματα των δύο χρωμοσωμάτων έπειτα από το σημείο αυτό. Η απεικόνιση της διασταύρωσης μονού σημείου δίνεται στο σχήμα 2.10.

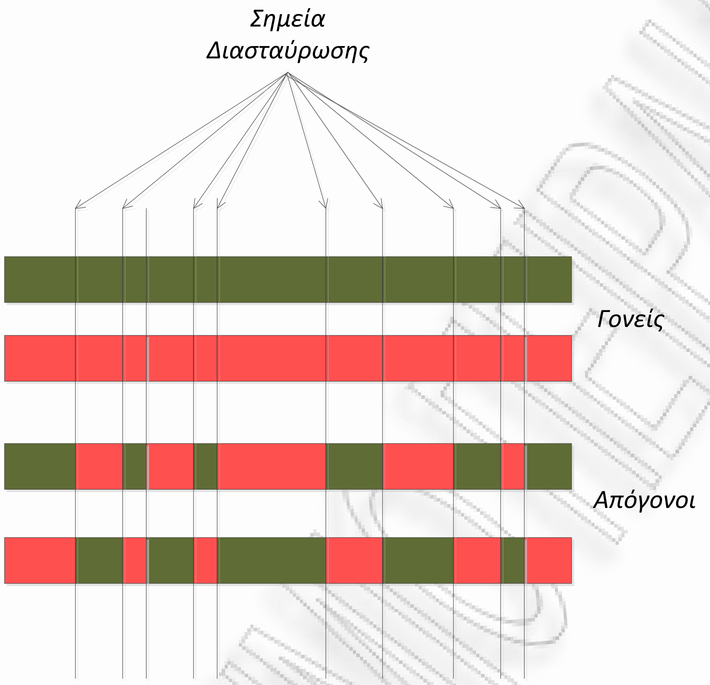


Σχήμα 2.11: Πολυσημειακή διασταύρωση

Η διασταύρωση δύο σημείων διαφέρει από τη διασταύρωση μονού σημείου στο γεγονός, ότι τα σημεία διασταύρωσης είναι δύο αντί για ένα. Σε αυτή την περίπτωση, ανταλλάσσονται τα τμήματα των γονέων, που βρίσκονται μεταξύ των δύο σημείων διασταύρωσης.

Οι δύο παραπάνω μέθοδοι αποτελούν ειδικές περιπτώσεις της πολυσημειακής διασταύρωσης [37]. Στην τελευταία επιλέγονται n σημεία διασταύρωσης (με $n < l$, όπου l είναι το μήκος των χρωμοσωμάτων των γονέων και n, l είναι θετικοί ακέραιοι) και ανταλλάσσονται τα τμήματα μεταξύ των διαδοχικών σημείων διασταύρωσης. Το σχήμα 2.11 απεικονίζει την περίπτωση της πολυσημειακής διασταύρωσης για $n = 3$ σημεία διασταύρωσης.

Η ομοιόμορφη διασταύρωση (Uniform Crossover) χρησιμοποιεί μια σταθερή αναλογία ανταλλαγής γονιδίων μεταξύ των δυο γονέων. Σε αντίθεση με την πολυσημειακή διασταύρωση, επιτρέπει στα χρωμοσώματα των γονέων να συνεισφέρουν για τους απογόνους τους στο επίπεδο του γονιδίου αντί για το επίπεδο τμήματος [38].



Σχήμα 2.12: Ομοιόμορφη διασταύρωση με πιθανότητα ανταλλαγής 0.5

Αλγόριθμος: Ομοιόμορφη Διασταύρωση

Για i **από** 1 **μέχρι** N // όπου N το μήκος του χρωμοσώματος

r ← τυχαίος αριθμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στο διάστημα $[0,1]$

Αν r>0.5 **τότε**

$desc_{1_i} \leftarrow par_{1_i}$ // Λάβε το i γονίδιο από τον γονέα 1

$desc_{2_i} \leftarrow par_{2_i}$ // Λάβε το i γονίδιο από τον γονέα 2

Αλλιώς

$desc_{1_i} \leftarrow par_{2_i}$ // Λάβε το i γονίδιο από τον γονέα 2

$desc_{2_i} \leftarrow par_{i_i}$ // Λάβε το i γονίδιο από τον γονέα 1

Τέλος_αν

Τέλος_επανάληψης

Σχήμα 2.13:Ψευδοκώδικας ομοιόμορφης διασταύρωσης

Στην ομοιόμορφη διασταύρωση κάθε ψηφίο (γονίδιο) στις συμβολοσειρές των γονέων αξιολογείται ως υποψήφιο για ανταλλαγή με μια πιθανότητα, η οποία έχει συνήθως τιμή ίση με 0.5 (βλ. και σχήμα 2.12). Επίσης, συνηθίζεται να χρησιμοποιείται μια μάσκα διασταύρωσης, μέσω της οποίας καθορίζεται από ποιον γονέα θα κληρονομήσει ο απόγονος το κάθε γονίδιο, ανάλογα με την τιμή του κάθε ψηφίου της μάσκας. Έχει καταδειχθεί εμπειρικά, ότι η μέθοδος αυτή αποτελεί μια πιο εξερευνητική προσέγγιση της διασταύρωσης, σε σχέση με τις παραδοσιακές μεθόδους που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Αυτό οδηγεί σε μια πιο ολοκληρωμένη αναζήτηση του χώρου λύσεων, με ταυτόχρονη διατήρηση της ανταλλαγής της καλής πληροφορίας [39], [40]. Στο σχήμα 2.13 δίνεται ένας ψευδοκώδικας για τη μέθοδο της ομοιόμορφης διασταύρωσης.

Για την περίπτωση των πραγματικών μεταβλητών, έχουν προταθεί επιπρόσθετες τεχνικές διασταύρωσης [41], [30]. Παρακάτω παρουσιάζεται η πιο γνωστή από αυτές, η ενδιάμεση διασταύρωση, η οποία έχει προταθεί από τους Mühlenbein και Schierkamp–Voosen.

Αλγόριθμος: Ενδιάμεση Διασταύρωση

Για i **από** 1 **μέχρι** N // (όπου N το μέγεθος του χρωμοσώματος)

// Δημιούργησε έναν ομοιόμορφα κατανεμημένο αριθμό $a \in [-0.25, 1.25]$

r ← τυχαίος αριθμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στο διάστημα $[0,1]$

a ←1.5*r-0.25

// Δημιούργησε το γονίδιο i του απογόνου

$desc_i \leftarrow {par_1}_i * a + {par_2}_i * (1-a)$

Τέλος_επανάληψης

Σχήμα 2.14:Ψευδοκώδικας ενδιάμεσης διασταύρωσης

Στη μέθοδο της ενδιάμεσης διασταύρωσης επιλέγονται δυο γονείς p_1 και p_2 με την εφαρμογή ενός τελεστή επιλογής και στη συνέχεια παράγεται κάθε γονίδιο i των απογόνων στο διάστημα μεταξύ των μεταβλητών των γονέων, σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$desc^i = par_1{}^i a_i + par_2{}^i (1 - a_i), \quad i \in (1,2, \ldots, N) \qquad (2.8)$$

όπου N ο συνολικός αριθμός των γονιδίων ενός χρωμοσώματος και a_i είναι ένας αριθμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στο διάστημα $[-d, 1 + d]$, με συνήθη τιμή $d = 0.25$. Στο σχήμα 2.14 δίνεται ένας ψευδοκώδικας της μεθόδου της ενδιάμεσης διασταύρωσης.

2.3.2.2 Τελεστής μετάλλαξης

Μετά τη δημιουργία των απογόνων μέσω της διασταύρωσης και πριν την εισαγωγή τους στο νέο πληθυσμό, ακολουθεί η εφαρμογή του τελεστή της μετάλλαξης, η οποία ουσιαστικά αποτελεί μια στοχαστική διαδικασία αλλοίωσης των χρωμοσωμάτων των απογόνων. Η έννοια της μετάλλαξης στη γενετική αναφέρεται σε κάποιου είδους γενετικές ανωμαλίες, οι οποίες συμβαίνουν κατά τη διάρκεια της φάσης της αντιγραφής του DNA. Οι γενετικές ανωμαλίες αυτές προκύπτουν λόγω κάποιων τυχαίων μεταβολών που με κάποια πιθανότητα μπορούν να συμβούν στο γενετικό υλικό.

Στους γενετικούς αλγορίθμους, η μετάλλαξη μιμείται αυτές τις τυχαίες μεταβολές, που συμβαίνουν στη φύση. Ο βασικός σκοπός εφαρμογής της, είναι η διατήρηση της ποικιλομορφίας του πληθυσμού των χρωμοσωμάτων. Μέσω της εισαγωγής τυχαίων μεταβολών στα γονίδια των χρωμοσωμάτων, εξασφαλίζεται ότι ο πληθυσμός θα διατηρήσει ένα ελάχιστο βαθμό ανομοιογένειας και δεν θα κορεστεί με την εμφάνιση πολλαπλών αντιγράφων χρωμοσωμάτων, επιτρέποντας στον αλγόριθμο να αποφύγει έναν ενδεχόμενο εγκλωβισμό σε κάποιο τοπικό βέλτιστο και διασφαλίζοντας τη συνέχιση της εξελικτικής διαδικασίας. Η εμφάνιση τέτοιου είδους προβλημάτων επισημάνθηκε προηγουμένως κατά την περιγραφή των μεθόδων επιλογής, στις οποίες η επιλογή των γονέων είναι ανάλογη της καταλληλότητας τους (βλ. επιλογή τροχού ρουλέτας). Επομένως, η εφαρμογή του τελεστή μετάλλαξης σε αυτές τις περιπτώσεις μπορεί να λειτουργήσει ως αντισταθμιστικός παράγοντας.

Στην περίπτωση της αναπαράστασης των ατόμων με δυαδικές συμβολοσειρές, η μετάλλαξη λαμβάνει χώρα με αλλαγή της τιμής ορισμένων ψηφίων της συμβολοσειράς, τα οποία επιλέγονται με τυχαίο τρόπο. Στο σχήμα 2.15 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα δυαδικής μετάλλαξης, στο οποίο μεταλλάσσεται το γονίδιο του απογόνου που βρίσκεται στη θέση 9.

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1

$\updownarrow$

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1

Σχήμα 2.15: Δυαδική μετάλλαξη

Αλγόριθμος: Δυαδική μετάλλαξη

p_m ←1/L // όπου L το μήκος του απογόνου

Για i **από** 1 **μέχρι** N // όπου N ο αριθμός των απογόνων

    Για j **από** 1 **μέχρι** N

    r ← τυχαίος αριθμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στο διάστημα $[0,1]$

        Αν $(r < p_m)$ **τότε**

            Αν $(desc_j = 1)$ **τότε**

                $desc_j$ ←0

            Αλλιώς_αν $(desc_j = 0)$ **τότε**

                $desc_j$ ←1

            Τέλος_αν

        Τέλος_αν

    Τέλος_επανάληψης

Τέλος_επανάληψης

Σχήμα 2.16: Ψευδοκώδικας εφαρμογής του τελεστή μετάλλαξης (δυαδική μετάλλαξη)

Η εφαρμογή του τελεστή μετάλλαξης λαμβάνει χώρα με κάποια πιθανότητα, η οποία ονομάζεται πιθανότητα μετάλλαξης p_m. Η πιθανότητα αυτή κατά κανόνα λαμβάνει μικρές τιμές, σημαντικά μικρότερες από την πιθανότητα εφαρμογής του τελεστή διασταύρωσης, αφού ο σκοπός της μετάλλαξης είναι η δημιουργία μικρών μεταβολών στα άτομα του πληθυσμού ή η επαναφορά χρήσιμης πληροφορίας που τυχόν χάθηκε κατά τη διασταύρωση, και όχι η εξερεύνηση του χώρου λύσεων. Αν η τιμή που τεθεί είναι υπερβολικά υψηλή, τότε υπάρχει σημαντικός κίνδυνος όλος ο αλγόριθμος να μετατραπεί σε μια τυχαία αναζήτηση. Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί, ότι σε άλλες κατηγορίες εξελικτικών αλγορίθμων (εξελικτικές στρατηγικές, εξελικτικός προγραμματισμός), η μετάλλαξη χρησιμοποιείται και ως εξερευνητικός τελεστής και επομένως, αποδίδεται σε αυτή ένας πολύ πιο ενεργός ρόλος στην εξελικτική διαδικασία [42].

Η τιμή της πιθανότητας μετάλλαξης στους γενετικούς αλγορίθμους, συνήθως είναι αντιστρόφως ανάλογη του μήκους N των χρωμοσωμάτων (στην περίπτωση των δυαδικών συμβολοσειρών) ή του αριθμού N των μεταβλητών του (στην περίπτωση των πραγματικών μεταβλητών), δηλαδή [30], [43]:

$$p_m = \frac{1}{N} \tag{2.9}$$

Στο σχήμα 2.16 δίνεται ένα παράδειγμα ψευδοκώδικα εφαρμογής του τελεστή μετάλλαξης, για την περίπτωση της δυαδικής αναπαράστασης.

Αφού οι απόγονοι υποστούν τις τυχαίες αλλαγές, λόγω της εφαρμογής του τελεστή μετάλλαξης, διαμορφώνουν τον τελικό πληθυσμό της νέας γενιάς. Όλη η διαδικασία εφαρμογής των τριών τελεστών εξέλιξης που περιγράφηκε παραπάνω, συνεχίζεται επαναληπτικά μέχρι να τερματιστεί ο αλγόριθμος.

Τα κύρια πλεονεκτήματα των γενετικών αλγορίθμων συνίστανται στη δυνατότητα εφαρμογής τους σε ένα πολύ μεγάλο εύρος προβλημάτων βελτιστοποίησης, λόγω της προσαρμοστικότητάς τους, καθώς και στην ευκολία κατανόησης και υλοποίησης που τους χαρακτηρίζουν. Χωρίς να αποτελεί τη μοναδική επιλογή κωδικοποίησης, το σχήμα της δυαδικής κωδικοποίησης παρέχει τη δυνατότητα αναπαράστασης πάρα πολλών μορφών υποψήφιων λύσεων σε ένα σύνολο ατόμων πληθυσμού, τα οποία στη συνέχεια μπορούν να βελτιστοποιηθούν στα πλαίσια μιας εξελικτικής διαδικασίας, μέσω της εφαρμογής των τριών τελεστών εξέλιξης που περιγράφηκαν παραπάνω.

Αντίθετα, στα μειονεκτήματα της μεθόδου συγκαταλέγεται ο απαιτούμενος χρόνος για την εύρεση του ολικού βέλτιστου, ο οποίος ανάλογα με τη φύση και τις συνθήκες του υπό εξέταση προβλήματος μπορεί να είναι σημαντικά μεγαλύτερος σε σύγκριση με άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης. Επίσης, οι γενετικοί αλγόριθμοι δεν παρέχουν κάποια εγγύηση, ότι με τον τερματισμό της εξελικτικής διαδικασίας θα έχει βρεθεί το ολικό βέλτιστο. Επιπρόσθετα, υπάρχουν και ορισμένα μειονεκτήματα, που απορρέουν από τη χρησιμοποίηση της δυαδικής κωδικοποίησης, με κυριότερο αυτό της απώλειας ακρίβειας, στην περίπτωση που οι υποψήφιες λύσεις εκφράζονται με τη μορφή πραγματικών αριθμών, οπότε και εισάγεται ένα σφάλμα λόγω της διακριτοποίησης. Ένας τρόπος αντιμετώπισης αυτού του προβλήματος είναι η χρησιμοποίηση ενός διαφορετικού σχήματος κωδικοποίησης, όπως η κωδικοποίηση Gray [44]. Τέλος, όπως αναλύθηκε στην παρούσα ενότητα, υπάρχουν περιπτώσεις που ο γενετικός αλγόριθμος συγκλίνει πρόωρα σε μια λύση, η οποία δεν είναι το ολικό βέλτιστο, όπως επίσης και περιπτώσεις, κατά τις οποίες η εξελικτική διαδικασία τερματίζει λόγω στασιμότητας του πληθυσμού.

2.3.3 Εξελικτικές στρατηγικές

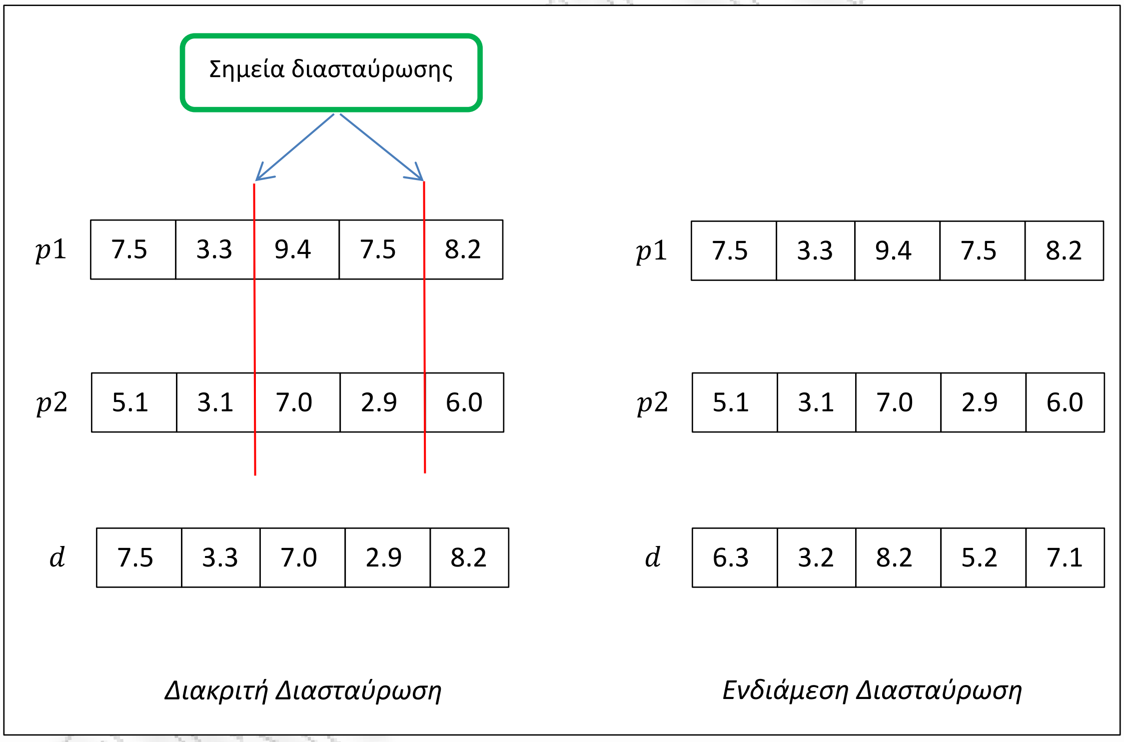
Οι εξελικτικές στρατηγικές αναπτύχθηκαν τη δεκαετία του 1960 στο Βερολίνο από τους Rechenberg και Schwefel [45]. Αντίθετα με ό,τι συνέβη με τους γενετικούς αλγορίθμους και τον γενετικό προγραμματισμό, ο οποίος θα παρουσιαστεί στην επόμενη ενότητα, οι εξελικτικές στρατηγικές αναπτύχθηκαν από την αρχή ως μια μέθοδος βελτιστοποίησης, η οποία είναι προσανατολισμένη στην επίλυση πρακτικών προβλημάτων εφαρμοσμένης μηχανικής. Πιο συγκεκριμένα, η έμπνευσή τους προήλθε από την προσπάθεια για δημιουργία ενός συνόλου κανόνων για την καθοδήγηση ενός συστήματος στη βέλτιστη κατάστασή του, μέσω του αυτοματοποιημένου σχεδιασμού και ανάλυσης διαδοχικών πειραμάτων με σταδιακές προσαρμογές των μεταβλητών του, παρά την παρουσία περιβαλλοντικού θορύβου [46]. Η βασική διαφορά τους, σε σχέση με τους γενετικούς αλγορίθμους είναι, ότι χρησιμοποιούν φυσική αναπαράσταση των λύσεων, η οποία εξαρτάται από το υπό εξέταση πρόβλημα, και όχι κάποιου είδους κωδικοποίηση, εστιάζοντας στο φαινότυπο του ατόμου του πληθυσμού. Πρόκειται για μια ευρετική μέθοδο, η οποία προσπαθεί να βελτιστοποιήσει τη χρήση των πραγματικών αριθμών ως χαρακτηριστικό των λύσεων των προβλημάτων, καθιστώντας παράλληλα την μετάλλαξη ως την πιο σημαντική τεχνική εξερεύνησης του χώρου λύσεων. Μάλιστα σε ορισμένες υλοποιήσεις, η μετάλλαξη είναι ο μοναδικός τελεστής αναπαραγωγής που χρησιμοποιείται. Η τυπική εφαρμογή των εξελικτικών στρατηγικών είναι στην αριθμητική βελτιστοποίηση, ενώ είναι ιδιαίτερα δημοφιλής η χρήση τους για την επίλυση συνεχών προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Μια τυπική αναπαράσταση ενός ατόμου του πληθυσμού σε έναν αλγόριθμο εξελικτικής στρατηγικής υλοποιείται με ένα ζεύγος διανυσμάτων. Το πρώτο διάνυσμα αποτελείται από n πραγματικούς αριθμούς $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, οι οποίοι αποτελούν και τις παραμέτρους απόφασης, που πρέπει να βελτιστοποιηθούν. Το δεύτερο διάνυσμα περιλαμβάνει τις παραμέτρους στρατηγικής, οι οποίες επίσης αναπαρίστανται από n πραγματικούς αριθμούς $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$.

Στην απλούστερη περίπτωση υλοποίησης της εξελικτικής στρατηγικής μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια παράμετρο στρατηγικής σ_i για κάθε παράμετρο απόφασης x_i, λαμβάνοντας υπόψη, ότι η κάθε παράμετρος στρατηγικής σ_i εισάγει μια τυπική απόκλιση στη μετάλλαξη κάθε παραμέτρου απόφασης, η οποία είναι ίση με το μέσο μέγεθος ενός βήματος μετάλλαξης. Δηλαδή, οι παράμετροι στρατηγικής χρησιμοποιούνται για να ελέγξουν τη διαδικασία μετάλλαξης των παραμέτρων απόφασης.

Η φιλοσοφία της μεθόδου επιλογής είναι, ότι μόνο τα άτομα με τις πιο υψηλές τιμές καταλληλότητας επιτρέπεται να αναπαραχθούν. Από έναν πληθυσμό, ο οποίος έχει πλήθος ατόμων μ επιλέγονται μόνο τα λ καλύτερα άτομα για τη δημιουργία του πληθυσμού των γονέων. Αυτή η στρατηγική ονομάζεται (μ, λ) *στρατηγική*. Στην περίπτωση που τα λ καλύτερα άτομα αντιμετωπίζονται ως βέλτιστα (ελίτ) άτομα, τα οποία εισέρχονται στην επόμενη γενιά αναλλοίωτα και τη διαμορφώνουν, η στρατηγική ονομάζεται $(\mu + \lambda)$ *στρατηγική*. Η στρατηγική (μ, λ) χρησιμοποιείται κατά κανόνα σε προβλήματα με συνεχή χώρο λύσεων (π.χ. στο χώρο $\mathbb{R}^n$), ενώ η $(\mu + \lambda)$ ενδείκνυται κυρίως για προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης [47], [48]. Επίσης, πρέπει να σημειωθεί, ότι στις εξελικτικές στρατηγικές η επιλογή χρησιμοποιεί ελιτισμό, δηλαδή εξασφαλίζει, ότι τουλάχιστον το άτομο του πληθυσμού με την υψηλότερη καταλληλότητα θα μεταφερθεί αναλλοίωτο στην επόμενη γενεά [36].

Σχετικά με τον τελεστή διασταύρωσης, χρησιμοποιούνται δυο διαφορετικές μέθοδοι για τις παραμέτρους στρατηγικής και απόφασης αντίστοιχα, προκειμένου να ανταλλαγεί πληροφορία μεταξύ δυο ατόμων $p1$ και $p2$ του πληθυσμού των γονέων, ο οποίος διαμορφώθηκε κατά τη διαδικασία επιλογής.



Σχήμα 2.17: Τελεστές διασταύρωσης για τις εξελικτικές στρατηγικές

Για τις παραμέτρους επιλογής χρησιμοποιείται διακριτή διασταύρωση. Σε αυτή τη μέθοδο, ένας απόγονος d κληρονομεί μια συγκεκριμένη ιδιότητα είτε από τον ένα είτε από τον άλλο γονέα που διασταυρώνονται. Η επιλογή του γονέα που θα παρέχει την ιδιότητα μπορεί να είναι αυθαίρετη.

Για τις παραμέτρους απόφασης χρησιμοποιείται ενδιάμεση διασταύρωση. Μέσω της διασταύρωσης αυτής, εκχωρείται στον απόγονο d μια τιμή παραμέτρου στρατηγικής σ_i, η οποία είναι ο μέσος όρος των αντίστοιχων παραμέτρων στρατηγικών σ_i δύο γονέων. Αυτή η μέθοδος διασταύρωσης έχει συγκεντρωτικό αποτέλεσμα, δεδομένου ότι οι παράμετροι στρατηγικής του απογόνου είναι μια απλή γραμμική παρεμβολή των παραμέτρων στρατηγικής των δύο γονέων. Οι δύο προαναφερθείσες μέθοδοι διασταύρωσης και οι διαφορές που προκύπτουν στους απογόνους αναπαρίστανται στο σχήμα 2.17. Μια σημαντική διαφορά σε σχέση με τους γενετικούς αλγορίθμους είναι, ότι κατά την εφαρμογή του τελεστή διασταύρωσης παράγεται μόνο ένας απόγονος.

Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή της παρούσας ενότητας, η μετάλλαξη αποτελεί τη σημαντικότερη διαδικασία στις εξελικτικές στρατηγικές. Η εφαρμογή του τελεστή μετάλλαξης συνήθως πραγματοποιείται σε δύο στάδια, μέσω δύο διαφορετικών τεχνικών για τις παραμέτρους στρατηγικής και τις παραμέτρους απόφασης αντίστοιχα. Αρχικά, οι παράμετροι στρατηγικής μεταλλάσσονται σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$\sigma_i' = \sigma_i e^{(\tau_1 N(0,1) + \tau_2 N_i(0,1))} \tag{2.10}$$

όπου $N(0,1)$ είναι ένας ομοιόμορφα κατανεμημένος τυχαίος αριθμός στο διάστημα [0,1] που παράγεται για κάθε μετάλλαξη ανά άτομο του πληθυσμού. Όμοια, η παράσταση $N_i(0,1)$ αντιστοιχεί επίσης σε έναν τυχαίο αριθμό ομοιόμορφα κατανεμημένο στο ίδιο διάστημα, όμως ο αριθμός αυτός παράγεται για κάθε παράμετρο στρατηγικής σ_i. Οι παράμετροι τ_1 και τ_2 είναι εξωγενείς παράμετροι στρατηγικής, οι οποίες ονομάζονται παράμετροι εκμάθησης. Αν n είναι αριθμός των μεταβλητών απόφασης, τότε οι τυπικές τιμές για τις παραμέτρους αυτές δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις [49]:

$$\tau_1 = \frac{1}{\sqrt{2n}} \quad , \quad \tau_2 = \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{n}}} \tag{2.11}$$

Μετά τον υπολογισμό του νέου βήματος μετάλλαξης, εφαρμόζεται ο τελεστής της μετάλλαξης στις παραμέτρους απόφασης, σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$x_i' = x_i + \sigma_i' N_i'(0,1) \qquad (2.12)$$

όπου η παράσταση $N_i'(0,1)$ παράγει ένα τυχαίο αριθμό, που ακολουθεί την κατανομή Gauss για κάθε παράμετρο απόφασης x_i. Επομένως, με την εφαρμογή της σχέσης (2.12) για κάθε μεταβλητή των απογόνων, παράγονται νέα άτομα. Αφού υποστούν τις παραπάνω διαδικασίες μετάλλαξης, οι απόγονοι σχηματίζουν την επόμενη γενεά και η διαδικασία συνεχίζεται επαναληπτικά, μέχρι την ικανοποίηση κάποιου κριτηρίου τερματισμού του αλγορίθμου [15].

Ο πίνακας 2.1 συνοψίζει τα βασικά χαρακτηριστικά των εξελικτικών στρατηγικών, που παρουσιάστηκαν στην παρούσα ενότητα. Τέλος, για μια εκτενέστερη ανάλυση των εξελικτικών στρατηγικών, ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης παραπέμπεται στην εργασία των Beyer και Schwefel [46].

Χαρακτηριστικά Εξελικτικών Στρατηγικών	
Αναπαράσταση	Διανύσματα πραγματικών τιμών
Διασταύρωση	Διακριτή ή ενδιάμεση
Μετάλλαξη	Διατάραξη Gauss
Επιλογή γονέων	*(μ,λ)* ή *(μ+λ)*

Πίνακας 2.1: Χαρακτηριστικά εξελικτικών στρατηγικών

2.3.4 Γενετικός προγραμματισμός

Ο γενετικός προγραμματισμός αναπτύχθηκε από τον Koza [28] τη δεκαετία του 1990 ως μια ιδέα χρήσης των εξελικτικών αλγορίθμων για την παραγωγή αυτοματοποιημένων προγραμμάτων. Αποτελεί ουσιαστικά μια ειδική περίπτωση των γενετικών αλγορίθμων, στην οποία το κάθε άτομο του πληθυσμού είναι ένα πρόγραμμα ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή. Πρόκειται για μια μέθοδο, με την οποία επιχειρείται η βελτιστοποίηση ενός πληθυσμού τέτοιων προγραμμάτων με κάποια κριτήρια καθορισμού της ικανότητας τους να πραγματοποιήσουν συγκεκριμένες υπολογιστικές εργασίες.

Όπως και στους γενετικούς αλγορίθμους, τα βασικά στοιχεία των ατόμων του πληθυσμού στον γενετικό προγραμματισμό είναι τα γονίδια, τα οποία συγκροτούν το άτομο και περιέχουν την κωδικοποιημένη πληροφορία. Οι τελεστές εξέλιξης του πληθυσμού, που υφίστανται στους γενετικούς αλγορίθμους, υπάρχουν και στον γενετικό προγραμματισμό, ωστόσο ο τρόπος εφαρμογής τους παρουσιάζει ορισμένες ιδιαιτερότητες, όπως θα αναλυθεί παρακάτω. Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, τα άτομα του πληθυσμού είναι προγράμματα υπολογιστή, των οποίων η καταλληλότητα μπορεί να υπολογιστεί μέσω της εξέτασης των παραγόμενων αποτελεσμάτων της εκτέλεσης τους, μεταβάλλοντας κάθε φορά μία ή περισσότερες συνθήκες εκτέλεσης.

Η αναπαράσταση των υπό εξέλιξη ατόμων του πληθυσμού στη μνήμη γίνεται με χρήση δομών δέντρου [50]. Τα δέντρα μπορούν εύκολα να αξιολογηθούν με μια αναδρομική διαδικασία. Οι κόμβοι του δέντρου αποτελούνται από τελεστές συναρτήσεων και αριθμητικές παραστάσεις, κάνοντας με αυτό τον τρόπο εύκολη την εξέλιξη και αξιολόγηση των μαθηματικών εκφράσεων.

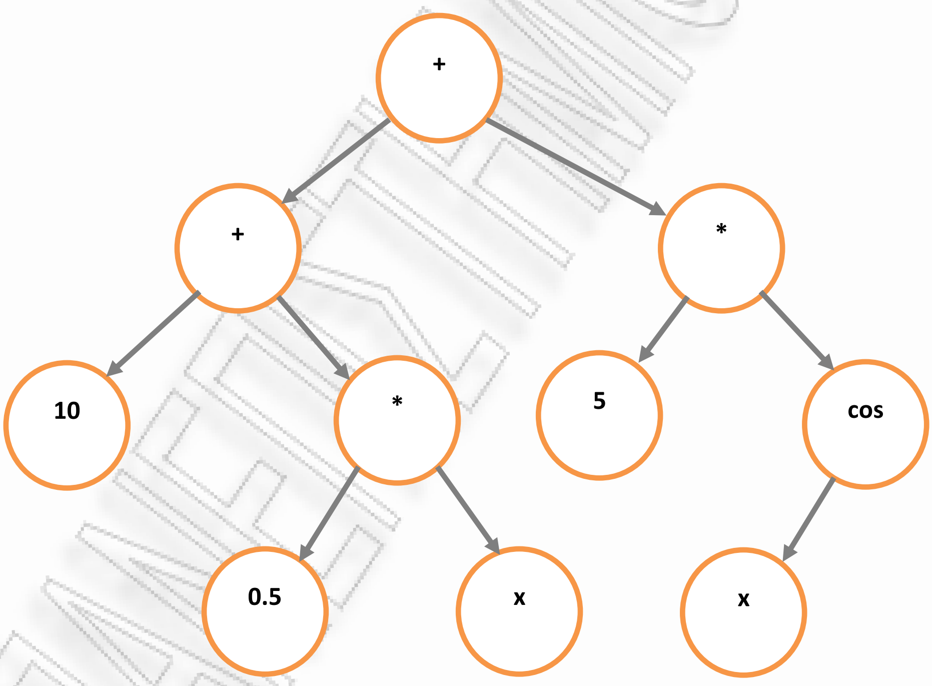
Κατά συνέπεια, ο γενετικός προγραμματισμός διευκολύνει τη χρήση γλωσσών προγραμματισμού, που ενσωματώνουν με φυσικό τρόπο δομές δέντρων στο συντακτικό τους, όπως για παράδειγμα η Lisp, η οποία ήταν και η γλώσσα που χρησιμοποιήθηκε αρχικά για την κωδικοποίηση των προγραμμάτων υπολογιστών σε άτομα του πληθυσμού. Επίσης, αξίζει να αναφερθεί, ότι έχουν προταθεί και μη-δενδρικές αναπαραστάσεις, όπως για παράδειγμα, ο γραμμικός γενετικός προγραμματισμός, ο οποίος ταιριάζει περισσότερο με τις γλώσσες προστακτικού προγραμματισμού [51], [52].

Επομένως, αν χρειάζεται να αναπαραστήσουμε μια συνάρτηση, όπως για παράδειγμα, η παρακάτω:

$$f(x) = \frac{x}{2} + 5 * \cos x + 10 \qquad (2.13)$$

τότε αυτό μπορεί να γίνει με χρήση δομών δέντρου, όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.18. Το δέντρο αυτό ονομάζεται *δέντρο σύνταξης* (syntax tree). Όπως μπορούμε να δούμε, το δέντρο ενός προγράμματος αποτελείται από κόμβους, οι οποίοι έχουν δείκτες σε άλλους κόμβους (που ονομάζονται *συνδέσεις* ή *ακμές*). Ένας κόμβος που δεν έχει μια ακμή σε άλλο κόμβο ονομάζεται *φύλλο* ή *τερματικός κόμβος*. Επίσης, ο ανώτερος κόμβος του δέντρου ονομάζεται *ρίζα του δέντρου*. Οι υπόλοιποι κόμβοι που δεν είναι φύλλα ή ρίζες ονομάζονται εσωτερικοί κόμβοι. Τέλος, ως *βάθος* ενός κόμβου ορίζεται ο αριθμός των συνδέσεων από τη ρίζα μέχρι τον συγκεκριμένο κόμβο και ως *βάθος* του δέντρου ορίζεται το μέγιστο βάθος των τερματικών κόμβων του.

Ένας κόμβος με συνδέσεις σε άλλους κόμβους ονομάζεται *τελεστής*. Οι τελεστές δέχονται μια ή περισσότερες εισόδους, εκτελούν κάποια πράξη και επιστρέφουν ως έξοδο το αποτέλεσμα της πράξης. Για παράδειγμα, ο τελεστής του πολλαπλασιασμού δέχεται τουλάχιστον δύο αριθμούς ως είσοδο και επιστρέφει το γινόμενο τους ως έξοδο. Η τάξη ενός κόμβου είναι ο αριθμός των κόμβων στους οποίους έχει δείκτες.



Σχήμα 2.18: Αναπαράσταση με δομές δέντρου της εξίσωσης (2.13)

Για παράδειγμα, στην περίπτωση του τελεστή του πολλαπλασιασμού, η τάξη είναι τουλάχιστον 2, αφού για την εφαρμογή του χρειάζονται τουλάχιστον δύο αριθμοί. Όμοια, ο λογικός τελεστής OR χρειάζεται να έχει δείκτες σε δύο κόμβους, επομένως η τάξη του είναι επίσης 2. Προφανώς ένας τερματικός κόμβος έχει τάξη 0.

Οι πιο απλές περιπτώσεις τελεστών που χρησιμοποιούνται στο γενετικό προγραμματισμό είναι οι αριθμητικοί τελεστές, που υλοποιούν τις γνωστές μαθηματικές πράξεις και συναρτήσεις (π.χ. sin, cos, abs) και οι λογικοί τελεστές (π.χ. AND, OR, XOR, NOT). Άλλα παραδείγματα τελεστών είναι οι επαναληπτικοί (π.χ. for, while, repeat-until), οι τελεστές ελέγχου (π.χ. if-else, switch-case), αλλά και διάφοροι τελεστές, οι οποίοι είναι ειδικά σχεδιασμένοι για την επίλυση προβλημάτων που χαρακτηρίζονται από ορισμένες ιδιαιτερότητες [53].

Αναφορικά με την αρχικοποίηση του πληθυσμού σε ένα πρόβλημα γενετικού προγραμματισμού έχουν προταθεί από τον Koza τρεις μεθοδολογίες, προκειμένου να διασφαλιστεί η ποικιλομορφία των αρχικών χρωμοσωμάτων [28]. Και οι τρεις αυτές μεθοδολογίες έχουν ως παράμετρο αναφοράς το μέγιστο βάθος d του δέντρου:

- Όλα τα φύλλα του ατόμου να έχουν το ίδιο βάθος d (μεθόδος full)
- Τα φύλλα όλων των ατόμων δεν θα πρέπει να έχουν βάθος μεγαλύτερο από d (μέθοδος grow)
- Το βάθος των αρχικών ατόμων να είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στο διάστημα $[2, d]$ (μέθοδος Ramped half-and-half)

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, τα γονίδια του γενετικού προγραμματισμού μπορούν να είναι διάφορες παραστάσεις, όπως μεταβλητές, συναρτήσεις κ.α. Ωστόσο, οι μεταξύ τους συνδέσεις, δεν μπορούν να γίνουν αυθαίρετα, διότι τα χρωμοσώματα που δημιουργούνται από αυτά, πρέπει να διαμορφώνουν το σωστό δέντρο σύνταξης, έτσι ώστε η συνολική παράσταση να είναι συντακτικά ορθή. Για να μπορεί να δημιουργηθεί ένα τυχαίο, αλλά συντακτικά σωστό δέντρο σύνταξης κατά τη διαδικασία της αρχικοποίησης, πρέπει να είναι γνωστές όλες οι παραστάσεις που χρησιμοποιούν τα γονίδια των ατόμων του πληθυσμού. Το σύνολο αυτών των παραστάσεων ονομάζεται *στοιχειώδες σύνολο* (primitive set). Για τον καθορισμό του συνόλου αυτού, πρέπει να υπάρχει η βεβαιότητα, ότι οι υποψήφιες λύσεις του υπό εξέταση προβλήματος μπορούν να αναπαρασταθούν με τα στοιχεία που το αποτελούν.

Ένα άλλο σημαντικό χαρακτηριστικό του γενετικού προγραμματισμού, που τον διαφοροποιεί από τους γενετικούς αλγορίθμους, είναι ο τρόπος υπολογισμού της καταλληλότητας των ατόμων του πληθυσμού. Στην περίπτωση των γενετικών αλγορίθμων, η καταλληλότητα ενός χρωμοσώματος προκύπτει από έναν μόνο υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης. Αντίθετα, στο γενετικό προγραμματισμό, το άτομο του πληθυσμού χρειάζεται να αξιολογηθεί πολλές φορές, άρα απαιτείται να υπάρξουν πολλοί υπολογισμοί της αντικειμενικής συνάρτησης, από τους οποίους θα προκύψει η τιμή της καταλληλότητας του. Αυτές οι αξιολογήσεις ονομάζονται *περιπτώσεις καταλληλότητας*. Οι περιπτώσεις καταλληλότητας μπορούν να περιλαμβάνουν μεταβολές στις εισόδους του προγράμματος ή διαφορετικές μεθόδους αρχικοποίησης.

Για παράδειγμα, εάν τα χρωμοσώματα μας είναι κάποιες συναρτήσεις και επιθυμούμε να αξιολογήσουμε την προσαρμογή τους σε ορισμένα στατιστικά δεδομένα, θα πρέπει να πραγματοποιήσουμε δειγματοληψία για κάθε συνάρτηση και να υπολογίσουμε τα απόλυτα σφάλματα της ως προς τα δεδομένα στα σημεία δειγματοληψίας, προκειμένου να υπολογίσουμε την απόσταση της καμπύλης της κάθε συνάρτησης από τα στατιστικά δεδομένα που εκφράζει την καταλληλότητα του χρωμοσώματος. Αν έχουμε πραγματοποιήσει δειγματοληψία n σημείων, τότε η καταλληλότητα του K_i του i ατόμου του πληθυσμού δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$K_i = \sum_{j=1}^{n} |d(j) - a(j)| \tag{2.14}$$

όπου $d(j)$ είναι η τιμή των δεδομένων στο σημείο δειγματοληψίας j και $a(j)$ είναι η τιμή του χρωμοσώματος (συνάρτησης υπό αξιολόγηση) στο ίδιο σημείο [54].

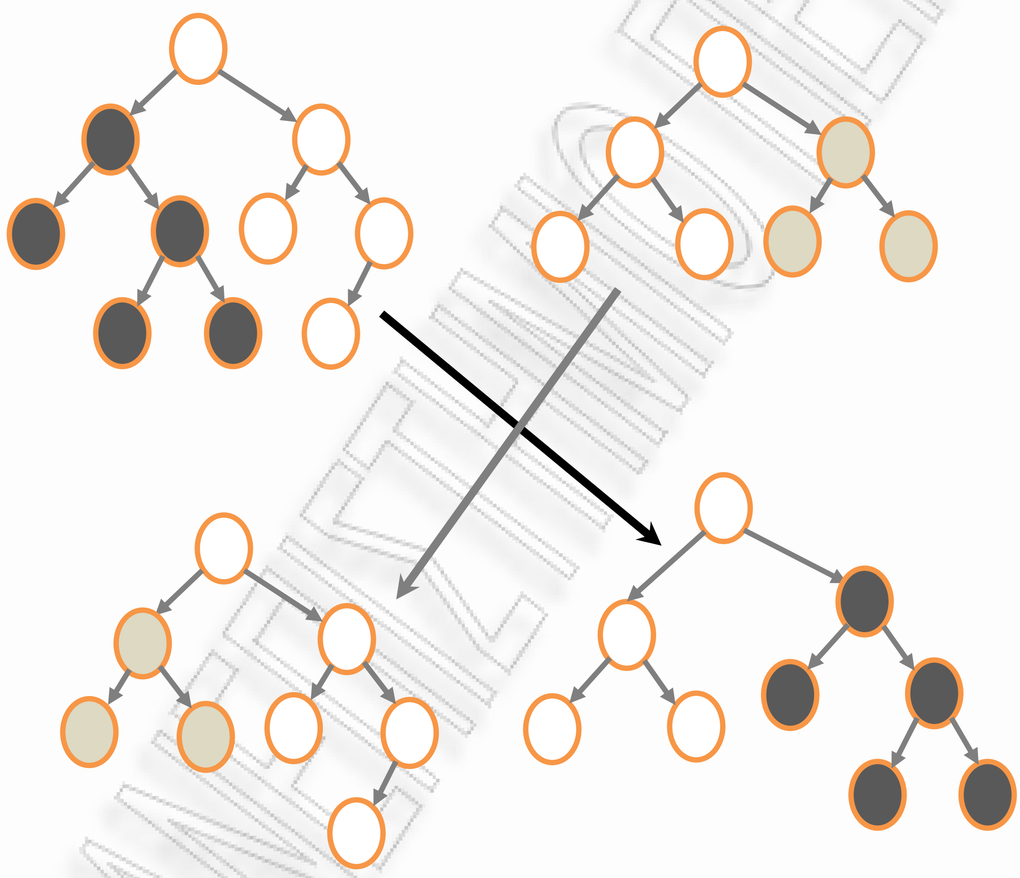
Αναφορικά με τις μεθόδους επιλογής στον γενετικό προγραμματισμό, μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι γνωστές μέθοδοι επιλογής που απαντώνται και στους γενετικούς αλγορίθμους. Ωστόσο, η πιο συνηθισμένη μέθοδος επιλογής είναι η επιλογή πρωταθλημάτων. Όπως και στην περίπτωση των γενετικών αλγορίθμων επιλέγεται με τυχαίο τρόπο ένας αριθμός ατόμων του πληθυσμού, τα οποία αποτελούν την ομάδα του πρωταθλήματος. Το καλύτερο άτομο του πρωταθλήματος επιλέγεται ως γονέας και αντιγράφεται στον πληθυσμό των γονέων. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται, μέχρι να συμπληρωθεί ο απαιτούμενος αριθμός των γονέων. Όπως συμβαίνει και στην επιλογή τροχού ρουλέτας, ένα συγκεκριμένο άτομο του πληθυσμού μπορεί να υπάρχει περισσότερες από μια φορές στον πληθυσμό των γονέων.

Πρέπει να σημειωθεί, ότι μέσω αυτής της μεθόδου, απλώς επιλέγεται το καλύτερο άτομο, χωρίς να λαμβάνονται υπόψη οι διαφορές στις τιμές καταλληλότητας μεταξύ των ατόμων, δηλαδή δεν εξετάζεται το «πόσο» καλύτερο είναι από τα υπόλοιπα άτομα του πρωταθλήματος. Επομένως, έστω και αν οι διαφορές στην καταλληλότητα είναι οριακές, θα προτιμηθεί το απολύτως καλύτερο άτομο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη διατήρηση της ίδιας *πίεσης επιλογής* στον πληθυσμό, κάτι που είναι ιδιαίτερα επιθυμητό. Ο όρος *πίεση επιλογής* περιγράφει τον βαθμό εύνοιας των ατόμων ανάλογα με την τιμή της καταλληλότητας τους [55] . Η ισχυρή πίεση επιλογής ευνοεί πολύ περισσότερο τα άτομα με υψηλή τιμή καταλληλότητας, σε αντίθεση με την ασθενή πίεση επιλογής που αμβλύνει τη σημασία των διαφορών στην επιλογή. Επίσης, η μέθοδος αυτή εισάγει κάποιου είδους θόρυβο στη διαδικασία επιλογής λόγω του τυχαίου τρόπου επιλογής των ατόμων, που θα συμμετέχουν στο πρωτάθλημα. Ωστόσο, είναι επιθυμητό το γεγονός, ότι με αυτό τον τρόπο παρέχεται σε κάποιο βαθμό η δυνατότητα σε άτομα με μια μέση τιμή καταλληλότητας να αποκτήσουν απογόνους, υποβοηθώντας την διατήρηση της ποικιλομορφίας του πληθυσμού [56].

Η πιο συνηθισμένη μέθοδος διασταύρωσης στον γενετικό προγραμματισμό είναι η διασταύρωση υποδέντρου (subtree crossover) [57]. Πιο συγκεκριμένα, επιλέγεται με τυχαίο τρόπο ένα σημείο διασταύρωσης, το οποίο είναι ένας κόμβος, σε κάθε δέντρο των γονέων. Οι απόγονοι δημιουργούνται με την ανταλλαγή των δυο υποδέντρων των γονέων που έχουν ως ρίζα τα επιλεγμένα σημεία διασταύρωσης. Η εφαρμογή του τελεστή αναπαρίσταται στο σχήμα 2.19.

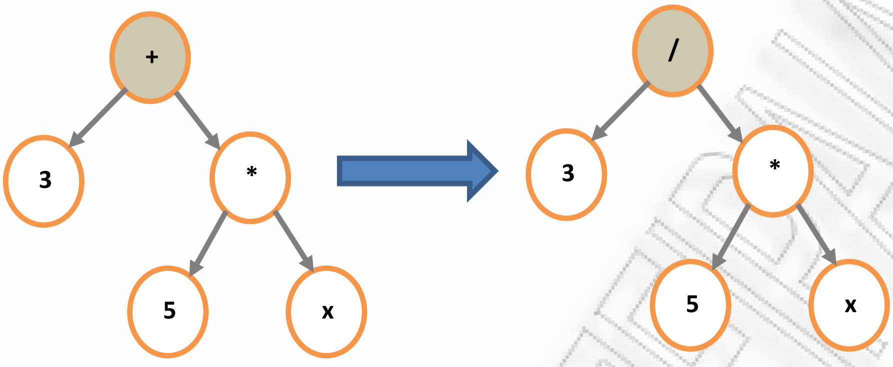
Η εφαρμογή του τελεστή μετάλλαξης πραγματοποιείται με την τυχαία επιλογή ενός υποδέντρου του απογόνου, που δημιουργήθηκε προηγουμένως από τη διασταύρωση, και στη συνέχεια την αντικατάσταση του συγκεκριμένου υποδέντρου με ένα αυθαίρετα παραγόμενο νέο υποδέντρο, το οποίο όμως λαμβάνει υπόψη του τη σωστή δομή του δέντρου σύνταξης.

Η προϋπόθεση αυτή ισχύει και στην περίπτωση της εφαρμογής του τελεστή διασταύρωσης και είναι ιδιαίτερα σημαντική. Θα πρέπει, επομένως, κατά τη διαδικασία εφαρμογής των δύο τελεστών, να υφίστανται ορισμένες δικλείδες ασφαλείας, μέσω των οποίων θα εξασφαλίζεται, ότι ο απόγονος που παράγεται κατά τη διασταύρωση και στη συνέχεια ο μεταλλαγμένος απόγονος μπορούν να γίνουν αποδεκτά ως άτομα του νέου πληθυσμού.



Σχήμα 2.19: Εφαρμογή τελεστή διασταύρωσης στον γενετικό προγραμματισμό

Ενδεικτικά παραδείγματα παραβιάσεων που πρέπει να ελέγχονται είναι η τυχόν ύπαρξη διαίρεσης με το μηδέν, η πράξη μεταξύ δυο συναρτήσεων χωρίς αυτές να έχουν ορίσματα, η ύπαρξη δυο διαδοχικών κόμβων με αριθμούς χωρίς να υπάρχει ενδιάμεσος τελεστής μεταξύ τους, ή και η ύπαρξη ορισμάτων εκτός του πεδίου ορισμού μιας συνάρτησης κ.α. Ένα παράδειγμα εφαρμογής του τελεστή μετάλλαξης δίνεται στο σχήμα 2.20. Το παράδειγμα αυτό αφορά την περίπτωση της αλλαγής της τιμής ενός μόνο κόμβου του υποδέντρου (σημειακή μετάλλαξη).



Σχήμα 2.20: Εφαρμογή τελεστή μετάλλαξης στον γενετικό προγραμματισμό

Κατά την εφαρμογή της εξελικτικής διαδικασίας στο γενετικό προγραμματισμό, το μέγεθος των δέντρων έχει την τάση να αυξάνεται σημαντικά. Αυτό έχει ως συνέπεια την ανάλογη αύξηση του υπολογιστικού φορτίου, αφού τα προγράμματα τα οποία πρέπει να αξιολογηθούν γίνονται όλο και πιο πολύπλοκα. Για την αντιμετώπιση αυτού του φαινομένου, το οποίο είναι γνωστό ως «πρήξιμο» (bloat), έχουν προταθεί διάφορες μεθοδολογίες, που προσπαθούν να ελέγξουν την επίδραση των τελεστών εξέλιξης του πληθυσμού στην εμφάνιση και συντήρηση αυτού του προβλήματος. Για παράδειγμα, μια τέτοια τεχνική είναι η χρήση τελεστών εξέλιξης του πληθυσμού, οι οποίοι έχουν την ιδιότητα να διατηρούν το βάθος των δέντρων των προγραμμάτων, όπως η εξαρτώμενη από το βάθος διασταύρωση [58], [59], [60], ή η επιλογή των γονέων με βάση το μέγεθος του προγράμματος [61]. Επίσης, έχει παρατηρηθεί, ότι και ο τρόπος με τον οποίο αρχικοποιείται ο πληθυσμός σχετίζεται με την εμφάνιση του εν λόγω φαινομένου [62]. Τέλος, η πιο απλή και εύκολα υλοποιήσιμη προσέγγιση είναι η επιβολή περιορισμού για το μέγιστο επιτρεπόμενο βάθος του δέντρου στο οποίο μπορεί να φτάσει ένα πρόγραμμα, μέσω της εισαγωγής μιας τιμής κατωφλίου.

2.3.5 Εξελικτικός προγραμματισμός

Ο εξελικτικός προγραμματισμός αναπτύχθηκε από τους Fogel, Ownes και Walsh στα μέσα της δεκαετίας του 1960 [63], [64], [65]. Πρώτος ο Fogel πρότεινε μια εξελικτική μέθοδο, η οποία χρησιμοποιούσε αναπαραστάσεις μηχανών πεπερασμένων καταστάσεων (Finite State Machines) για την ανάπτυξη συστημάτων ελέγχου.

Πρόκειται για μια μέθοδο που μοιάζει με τον γενετικό προγραμματισμό, διαφοροποιείται όμως στο γεγονός, ότι η δομή του προγράμματος που πρέπει να βελτιστοποιηθεί είναι σταθερή, ενώ οι αριθμητικές παράμετροι του μπορούν να εξελιχθούν [66]. Επίσης, παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες με τις εξελικτικές στρατηγικές, κυρίως σε ό,τι αφορά τη σπουδαιότητα του τελεστή μετάλλαξης στην εξέλιξη του πληθυσμού, όπως θα αναλυθεί παρακάτω. Η μέθοδος αυτή, όπως και οι εξελικτικές στρατηγικές, είναι ιδιαίτερα δημοφιλής στην επίλυση συνεχών προβλημάτων βελτιστοποίησης, στα οποία χρησιμοποιείται αναπαράσταση πραγματικών αριθμών.

Το βασικό χαρακτηριστικό του εξελικτικού προγραμματισμού είναι, ότι η εξελικτική διαδικασία δεν εστιάζεται στο επίπεδο του ατόμου του πληθυσμού, αλλά στο επίπεδο ολόκληρων ομάδων (ειδών πληθυσμού). Η εξέλιξη τοποθετείται σε ένα μακροσκοπικό επίπεδο και υιοθετεί τη γενική συμπεριφορά της ομάδας. Έμφαση δίδεται στη μελέτη χαρακτηριστικών, όπως ο φαινότυπος και η κληρονομικότητα και όχι στις δομές γενοτύπου (χρωμοσώματα και γονίδια). Η εξελικτική διαδικασία έχει ως σημείο αναφοράς τη συνολική συμπεριφορά του είδους και επομένως αντίστοιχη είναι και η φιλοσοφία εφαρμογής των τελεστών εξέλιξης. Επιπρόσθετα, μια σημαντική διαφορά σε σχέση με τους υπόλοιπους εξελικτικούς αλγορίθμους που αναλύθηκαν προηγουμένως, είναι ότι απουσιάζει η εφαρμογή του τελεστή διασταύρωσης.

Στον εξελικτικό προγραμματισμό, ένα σύνολο από είδη (species) εξελίσσεται αναπαραγόμενο με μικρή μεταβλητότητα στο φαινότυπο. Τα άτομα που αποτελούν τον πληθυσμό, αξιολογούνται με βάση την καταλληλότητά τους ως προς το περιβάλλον. Σε κάθε επαναληπτικό βήμα, επιχειρείται η βελτίωση της προσαρμοστικότητας της καταλληλότητας μεταξύ των ειδών και του περιβάλλοντος.

Όπως και στις υπόλοιπες εξελικτικές μεθόδους, ο τελικός σκοπός είναι η μεγιστοποίηση της καταλληλότητας μιας ομάδας ατόμων του πληθυσμού που αναπαριστούν τις λύσεις του προβλήματος, στα πλαίσια της αξιολόγησης τους από την αντικειμενική συνάρτηση που περιγράφει το πρόβλημα. Η βελτιστοποίηση μέσω του εξελικτικού προγραμματισμού μπορεί να θεωρηθεί, ότι συνίσταται στην υλοποίηση δύο βασικών σταδίων [67]:

- Στη μετάλλαξη των ατόμων του τρέχοντος πληθυσμού
- Στην επιλογή των ατόμων που θα συγκροτήσουν την επόμενη γενεά ,η οποία πραγματοποιείται μεταξύ των ατόμων του τρέχοντος πληθυσμού και των μεταλλαγμένων ατόμων που δημιουργήθηκαν κατά το προηγούμενο στάδιο

Όπως είναι φανερό από τα παραπάνω στάδια, ο μηχανισμός της μετάλλαξης χρησιμοποιείται για την δημιουργία νέων λύσεων, ενώ η επιλογή χρησιμοποιείται για τον καθορισμό του υποσυνόλου επιβίωσης των νέων λύσεων αυτών, στην επόμενη γενεά.

Μια βασική διαφορά του εξελικτικού προγραμματισμού, σε σχέση με τους γενετικούς αλγορίθμους, συνίσταται στην αναπαράσταση των ατόμων του πληθυσμού. Στον εξελικτικό προγραμματισμό, η αναπαράσταση των ατόμων δεν ακολουθεί κάποιους συγκεκριμένους κανόνες, αλλά εξαρτάται από το συγκεκριμένο πρόβλημα βελτιστοποίησης που αντιμετωπίζεται και δεν υπάρχει κάποια απαίτηση για χρησιμοποίηση συγκεκριμένης κωδικοποίησης ή τύπου δεδομένων. Η αναπαράσταση αυτή είναι εκτιμητέα από την αντικειμενική συνάρτηση που περιγράφει το πρόβλημα.

Η συνηθέστερα χρησιμοποιούμενη μέθοδος επιλογής είναι η στοχαστική επιλογή πρωταθλημάτων. Κάθε άτομο του πληθυσμού αντιμετωπίζει τον ανταγωνισμό από ένα προεπιλεγμένο αριθμό μιας τυχαίας επιλεγμένης ομάδας αντιπάλων και θεωρείται ότι «κερδίζει», αν είναι τουλάχιστον τόσο καλό όσο και ο αντίπαλος που αντιμετωπίζει. Στη συνέχεια, η διαδικασία επιλογής απορρίπτει τα άτομα εκείνα, τα οποία έχουν τις λιγότερες νίκες. Το μέγεθος της ομάδας αντιπάλων για τον ανταγωνισμό συνήθως είναι μεταξύ 5% και 10% του συνολικού πληθυσμού των ατόμων.

Αλγόριθμος: Εξελικτικός Προγραμματισμός

Είσοδος: ΜέγεθοςΠληθυσμού,ΜέγεθοςΠροβλήματος,ΜέγεθοςΠρωταθλήματος

Έξοδος: S_{best}

Πληθυσμός←ΑρχικοποίησεΠληθυσμό(ΜέγεθοςΠληθυσμού,
                                        ΜέγεθοςΠροβλήματος)

ΑξιολόγησεΠληθυσμό(Πληθυσμός)

S_{best} ←ΔιάλεξεΚαλύτερηΛύση(Πληθυσμός)

Όσο (¬ ΣυνθήκεςΤερματισμού()) **επανάλαβε**

    Απόγονοι← ∅

        Για (Γονέα_i ∈ Πληθυσμό)

            Απόγονος_i ←Μετάλλαξη(Γονέα_i)

            Απόγονοι← Απόγονος_i

        Τέλος_επανάληψης

        ΑξιολόγησεΠληθυσμό(Απόγονοι)

        S_{best} ←ΔιάλεξεΚαλύτερηΛύση(Απόγονοι, S_{best})

        Ένωση←Πληθυσμός+Απόγονοι

        Για (S_i ∈ Ένωση)

            Για (1 **Μέχρι** ΜέγεθοςΠρωταθλήματος)

                S_j ←ΤυχαίαΕπιλογή(Ένωση)

                Αν (Κόστος(S_i)<Κόστος(S_j)) **τότε**

                $S_{iwins} \leftarrow S_{iwins}$+1

                Τέλος_αν

            Τέλος_επανάληψης

        Τέλος_επανάληψης

Πληθυσμός←ΕπίλεξεΚαλύτεροΜεΒάσηΝίκες(Ένωση,ΜέγεθοςΠληθυσμού)

Τέλος_επανάληψης

Επέστρεψε(S_{best})

Σχήμα 2.21: Ψευδοκώδικας εξελικτικού προγραμματισμού

Η υλοποίηση του τελεστή μετάλλαξης στον εξελικτικό προγραμματισμό εξαρτάται από τον τύπο αναπαράστασης των δεδομένων του προβλήματος, καθώς σε κάθε πρόβλημα αυτός μπορεί να πραγματοποιείται με διαφορετικό τρόπο. Ανάμεσα στις πιο γνωστές τεχνικές που έχουν προταθεί είναι οι μεταλλάξεις μονού σημείου, Gauss, Cauchy και Lévy. Επίσης, ο Dong και οι συνεργάτες του έχουν προτείνει μια μικτή στρατηγική που ενσωματώνει πολλούς τελεστές μετάλλαξης σε ένα ενιαίο σχήμα [68].

Τέλος, στο σχήμα 2.21 δίνεται ένας ψευδοκώδικας της μεθόδου του εξελικτικού προγραμματισμού για την ελαχιστοποίηση μιας συνάρτησης κόστους (Brownlee, 2011) [69].

2.3.6 Μανθάνοντα συστήματα ταξινομητών

Τα μανθάνοντα συστήματα ταξινομητών είναι συστήματα μηχανικής μάθησης (machine learning), τα οποία μπορούν να ανακαλύψουν κανόνες μέσω της αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον. Η πρώτη περιγραφή τους έγινε στα μέσα της δεκαετίας του 1970 από τον Holland [14], [70], [71], ο οποίος δημιούργησε ένα μανθάνον σύστημα ταξινομητών, ο πληθυσμός του οποίου αποτελούταν από ένα σύνολο δυαδικών κανόνων, πάνω στους οποίους εφάρμοζε ένα γενετικό αλγόριθμο για την μεταβολή και τελικά την επιλογή των καλύτερων κανόνων. Πρόκειται για προσαρμοστικά συστήματα, των οποίων η απόδοση βελτιστοποιείται μέσω της ενίσχυσης γνώσης, η οποία προέρχεται από το περιβάλλον [72]. Είναι επίσης γνωστά και ως *μηχανικές μέθοδοι μάθησης βασισμένες στη γενετική* (Genetics-Based Machine Learning – GBML methods).

Ο στόχος ενός μανθάνοντος συστήματος ταξινομητών έγκειται στη βελτιστοποίηση ενός πληθυσμού κανόνων, μέσω της έκθεσης αυτών σε ερεθίσματα του περιβάλλοντος ενός συγκεκριμένου προβλήματος. Για να επιτευχθεί ο στόχος αυτός, πρέπει να υλοποιούνται δύο βασικές λειτουργίες:

- Η δημιουργία ενός ανταποδοτικού συστήματος απόδοσης βαθμών στους κανόνες, με βάση τη συμβολή και την αξία του καθενός στο σύστημα, κατ’ αναλογία με την εκτίμηση της καταλληλότητας των χρωμοσωμάτων, μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης στους γενετικούς αλγορίθμους

- Η αναζήτηση νέων κανόνων και η βελτιστοποίηση των ήδη υπαρχόντων κανόνων, η οποία πραγματοποιείται στα πλαίσια της γνωστής εξελικτικής διαδικασίας

Το σύστημα επικοινωνεί με το περιβάλλον μέσω των ανιχνευτών και των τελεστών. Οι ανιχνευτές χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της κατάστασης του περιβάλλοντος από το σύστημα. Η εκτίμηση αυτή αποτελεί την είσοδο του συστήματος, η οποία κωδικοποιείται σε μορφή μηνυμάτων. Τα μηνύματα αυτά είναι δυαδικές συμβολοσειρές σταθερού μήκους. Στη συνέχεια, το σύστημα επεξεργάζεται την πληροφορία των μηνυμάτων μέσω των ταξινομητών. Οι ταξινομητές είναι κανόνες που αποτελούνται από δύο τμήματα, το τμήμα της συνθήκης και το τμήμα της εκτέλεσης, οι οποίοι εφαρμόζονται για τον έλεγχο των μηνυμάτων. Εάν ένα μήνυμα ικανοποιεί τη συνθήκη ελέγχου του κανόνα, τότε πραγματοποιείται το τμήμα εκτέλεσης του κανόνα αυτού. Δηλαδή, οι κανόνες είναι οι μονάδες εκείνες του συστήματος, που επεξεργάζονται την πληροφορία των μηνυμάτων. Η επεξεργασία αυτή μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την ενεργοποίηση άλλων κανόνων ή την πιθανή εφαρμογή ενεργειών στο περιβάλλον, οι οποίες πραγματοποιούνται από τους τελεστές.

Από την παραπάνω περιγραφή του συστήματος γίνεται αντιληπτό, ότι ένας ταξινομητής εκφράζει έναν κανόνα, επομένως αποτελεί ένα άτομο του πληθυσμού στα μανθάνοντα συστήματα ταξινομητών. Η αναπαράσταση του γίνεται με τη χρήση μιας τριαδικής συμβολοσειράς, που αποτελεί μια επέκταση του δυαδικού αλφάβητου, προκειμένου να συμπεριληφθεί το τμήμα της συνθήκης. Η αναπαράσταση αυτή είναι της μορφής $\{0,1,\#\}$, όπου το σύμβολο # σημαίνει «αδιάφορο» (δηλαδή είτε 0 είτε 1). Οι κανόνες αυτοί εξελίσσονται στα πλαίσια της εφαρμογής ενός γενετικού αλγορίθμου.

Ανάλογα με το είδος του πληθυσμού, που καλείται να βελτιστοποιήσει ο γενετικός αλγόριθμος, διακρίνονται δύο προσεγγίσεις μανθανόντων συστημάτων ταξινομητών.

Η πρώτη από αυτές ονομάζεται προσέγγιση Michigan. Σε αυτήν, υπάρχει ένα μοναδικό σύνολο κανόνων στον πληθυσμό. Ο στόχος του αλγορίθμου είναι να επιλεγούν οι καλύτεροι ταξινομητές του πληθυσμού. Σε αυτή την περίπτωση, ο γενετικός αλγόριθμος πρέπει να ενσωματώνει ιδιαίτερους μηχανισμούς, αναφορικά με τις διαδικασίες επιλογής των γονέων, προκειμένου να είναι σε θέση να διατηρήσει έναν ανομοιογενή πληθυσμό. Η τεχνική αυτή έχει μελετηθεί από τον Horn και τους συνεργάτες του [73]. Η προσέγγιση αυτή είναι η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη στα μανθάνοντα συστήματα ταξινομητών και γι' αυτό και θα αναλυθεί παρακάτω.

Η δεύτερη προσέγγιση είναι η προσέγγιση Pitts, στην οποία το σύστημα αποτελείται από ένα πληθυσμό διαφορετικών συνόλων κανόνων. Ο στόχος του γενετικού αλγορίθμου σε αυτή την προσέγγιση είναι η αναπαραγωγή και εξέλιξη των καλύτερων συνόλων κανόνων [72], [74].

Στην προσέγγιση Michigan, η εκτίμηση της καταλληλότητας των κανόνων πραγματοποιείται σε δύο φάσεις: Στην πρώτη φάση, που ονομάζεται φάση απόδοσης, οι κανόνες αλληλεπιδρούν με το περιβάλλον. Σε αυτή τη φάση αντιπαραβάλλεται το σύνολο κανόνων του κάθε ατόμου με μια είσοδο του συστήματος, η οποία αντιστοιχεί στην τρέχουσα κατάσταση του περιβάλλοντος, όπως αυτή καταγράφεται από τους ανιχνευτές. Αν ικανοποιείται τουλάχιστον ένας κανόνας κάποιου ατόμου, τότε το άτομο αυτό τοποθετείται σε ένα νέο σύνολο, το οποίο καλείται σύνολο ταιριάσματος. Στη συνέχεια, επιλέγεται κάποιο άτομο από το σύνολο αυτό, του οποίου θα πραγματοποιηθεί το τμήμα εκτέλεσης. Η επιλογή του ατόμου αυτού γίνεται με μία πιθανότητα, η οποία είναι ανάλογη της τιμής της καταλληλότητας του. Το αποτέλεσμα της εκτέλεσης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μεταβληθούν οι τιμές καταλληλότητας των ατόμων που βρίσκονται στο σύνολο ταιριάσματος, μολονότι δεν πραγματοποιήθηκε το τμήμα εκτέλεσής τους. Αυτό ακριβώς γίνεται στη δεύτερη φάση της προσέγγισης Michigan, που ονομάζεται φάση ενίσχυσης, κατά την οποία τα άτομα ανταμείβονται ανάλογα με την απόδοσή τους. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται πολλές φορές και μετά το τέλος της, όπου πλέον έχουν προκύψει οι τελικές τιμές καταλληλότητας των κανόνων που βρίσκονται στο σύνολο ταιριάσματος, εκτελείται ένα επαναληπτικό βήμα του γενετικού αλγορίθμου [15].

Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε να πούμε, ότι ο αλγόριθμος ενός μανθάνοντος συστήματος ταξινομητών αποτελείται από δύο υπο-αλγορίθμους: Έναν αλγόριθμο ενίσχυσης μάθησης και ένα γενετικό αλγόριθμο για τη βελτιστοποίηση του συστήματος. Στο σχήμα 2.22 παρουσιάζεται ένας ψευδοκώδικας ενός μανθάνοντος συστήματος ταξινομητών (Brownlee, 2011) [69], [75].

Αλγόριθμος: Μανθάνον Σύστημα Ταξινομητών

Είσοδος: ΣτοιχείαΠεριβάλλοντος

Έξοδος: Πληθυσμός

Περιβάλλον←ΑρχικοποίησεΠεριβάλλον(ΣτοιχείαΠεριβάλλοντος)

Πληθυσμός←ΑρχικοποίησεΠληθυσμό()

$Σύνολο Δράσεων_{t-1} \leftarrow \emptyset$

$Είσοδος_{t-1} \leftarrow \emptyset$

$Ανταμοιβή_{t-1} \leftarrow \emptyset$

Όσο (¬ ΣυνθήκεςΤερματισμού()) **επανάλαβε**

$Είσοδος_t$ ←Περιβάλλον

ΣύνολοΤαιριάσματος←ΔημιούργησεΣύνολοΤαιριάσματος(Πληθυσμός,$Είσοδος_t$)

Πρόβλεψη←ΔημιούργησεΠρόβλεψη(ΣύνολοΤαιριάσματος)

Δράση←ΕπιλογήΔράσης(Πρόβλεψη)

$Σύνολο Δράσεων_t$ ←ΔημιούργησεΣύνολοΔράσεων(Δράση,ΣύνολοΤαιριάσματος)

$Ανταμοιβή_t$ ←ΕκτέλεσεΔράση(Δράση,Περιβάλλον)

Αν ($Σύνολο Δράσεων_{t-1} \neq \emptyset$) **τότε**

    $Απολαβή_{t}$ ←ΥπολόγισεΑπολαβή($Ανταμοιβή_{t-1}$,Πρόβλεψη)

    ΕνίσχυσεΜάθηση($Σύνολο Δράσεων_{t-1}$, $Απολαβή_{t}$,Πληθυσμός)

    ΕκτέλεσεΓενετικόΑλγόριθμο($Σύνολο Δράσεων_{t-1}$,$Είσοδος_{t-1}$,Πληθυσμός)

Τέλος_αν

Αν (ΤελευταίοΒήμαΔραστηριότητας(Περιβάλλον,Δράση)) **τότε**

    $Απολαβή_{t} \leftarrow Ανταμοιβή_t$

    ΕνίσχυσεΜάθηση($Σύνολο Δράσεων_t$,$Απολαβή_t$,Πληθυσμός)

    ΕκτέλεσεΓενετικόΑλγόριθμο($Σύνολο Δράσεων_t$, $Είσοδος_t$,Πληθυσμός)

    $Σύνολο Δράσεων_{t-1} \leftarrow \emptyset$

Αλλιώς

    $Σύνολο Δράσεων_{t-1} \leftarrow Σύνολο Δράσεων_t$

    $Είσοδος_{t-1} \leftarrow Είσοδος_t$

    $Ανταμοιβή_{t-1} \leftarrow Ανταμοιβή_t$

Τέλος_αν

Τέλος_επανάληψης

Σχήμα 2.22: Ψευδοκώδικας μανθάνοντος συστήματος ταξινομητών

3. ΜΕΤΑ-ΕΥΡΕΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

3.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο, δόθηκε μια αναλυτική περιγραφή της οικογένειας των εξελικτικών αλγορίθμων. Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι ανήκουν σε μια ευρύτερη κατηγορία μεθόδων βελτιστοποίησης που ονομάζονται μετα-ευρετικές μέθοδοι (metaheuristics). Βασικό κίνητρο δημιουργίας και εξέλιξης των μεθόδων αυτών αποτέλεσε η ανάγκη αναζήτησης πρακτικών προσεγγίσεων για την επίλυση δύσκολων προβλημάτων βελτιστοποίησης. Μολονότι χρησιμοποιούνται ευρέως για αυτόν τον σκοπό, εντούτοις δεν υφίσταται κάποιος κοινά αποδεκτός ορισμός τους, λόγω της μεγάλης ποικιλομορφίας των αλγορίθμων που περιλαμβάνουν. Ένας αρκετά γενικός ορισμός τους έχει δοθεί στο Έργο του Δικτύου Μετα-ευρετικών Μεθόδων (Metaheuristics Network) [76]:

«Ένα σύνολο από έννοιες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον καθορισμό ευρετικών μεθόδων, οι οποίες μπορούν να εφαρμοστούν σε ένα μεγάλο εύρος διαφορετικών προβλημάτων. Δηλαδή μια μετα-ευρετική μέθοδος μπορεί να θεωρηθεί ως ένα γενικό αλγοριθμικό πλαίσιο, το οποίο μπορεί να εφαρμοστεί σε διαφορετικά προβλήματα βελτιστοποίησης, με σχετικά μικρές τροποποιήσεις, για να τα προσαρμόσει σε ένα συγκεκριμένο πρόβλημα»

Κύριο χαρακτηριστικό των μετα-ευρετικών μεθόδων είναι η ενσωμάτωση ενός ή περισσότερων στοχαστικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης, μέσω των οποίων έχουν τη δυνατότητα να εξερευνούν μεγάλες περιοχές του χώρου υποψήφιων λύσεων σε εύλογο χρονικό διάστημα και πολλές φορές ακόμα και χωρίς την ύπαρξη ιδιαίτερης ή και καθόλου γνώσης για το υπό επίλυση πρόβλημα, πέραν της αντικειμενικής συνάρτησης που το περιγράφει. Έχουν αποτελέσει ένα εναλλακτικό πλαίσιο αντιμετώπισης δύσκολων προβλημάτων βελτιστοποίησης, όταν η προσπάθεια επίλυσης αυτών, με τη χρήση άλλων μεθόδων βελτιστοποίησης, αποδεικνύεται ανεπιτυχής, μη ικανοποιητική ή πρακτικά ανέφικτη, σε ό,τι αφορά τον απαιτούμενο χρόνο επίλυσης.

Βασικό πεδίο εφαρμογής των μετα-ευρετικών μεθόδων έχουν αποτελέσει παραδοσιακά τα προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Ωστόσο, έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία και σε προβλήματα με συνεχή χώρο λύσεων [77], [78]. Επιπρόσθετα, έχουν χρησιμοποιηθεί εκτενώς στο πεδίο της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, κυρίως με τη χρήση εξελικτικών αλγορίθμων [79], [80], [81]. Στο παρόν κεφάλαιο θα γίνει μια παρουσίαση επιλεγμένων μετα-ευρετικών μεθόδων βελτιστοποίησης, με έμφαση στις μεθόδους που ενσωματώνουν αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης.

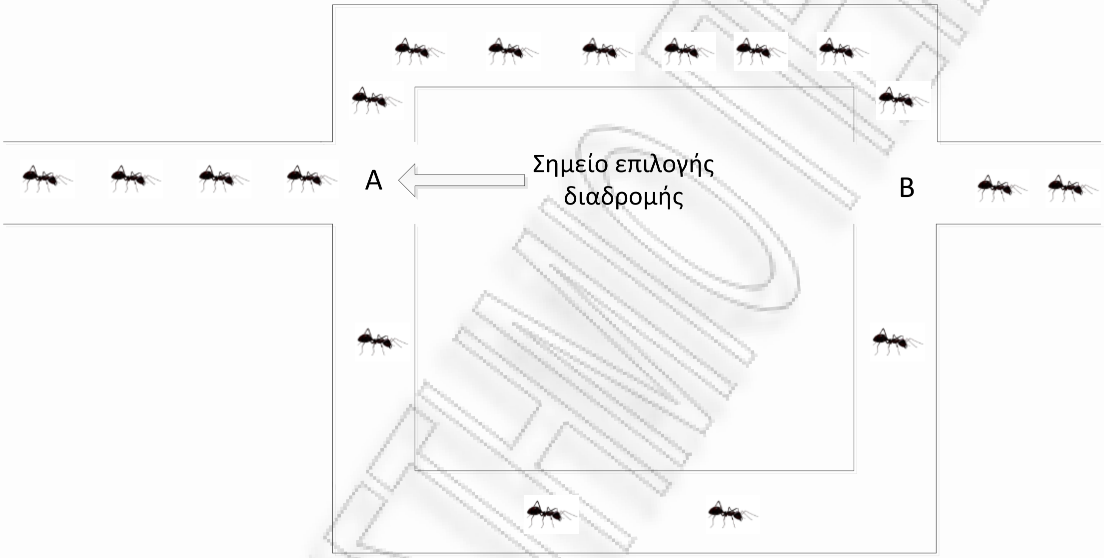
3.2 Αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών

3.2.1 Περιγραφή και βασικές αρχές του αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών (Ant Colony Optimization - ACO) είναι ένας μετα-ευρετικός αλγόριθμος βελτιστοποίησης, του οποίου πηγή έμπνευσης αποτέλεσε η συμπεριφορά των μυρμηγκιών κατά την αναζήτηση τροφής. Αναπτύχθηκε από τον Dorigo και τους συνεργάτες, οι οποίοι αρχικά μελέτησαν τον τρόπο με τον οποίο τα μυρμήγκια μετακινούνται μεταξύ της αποικίας που ανήκουν και μιας πηγής τροφής [82], [83]. Αποτελεί μέλος της ευρύτερης κατηγορίας των αλγορίθμων ευφυΐας σμήνους (Swarm Intelligence), οι οποίοι έχουν εμπνευστεί από τη μελέτη των συλλογικών συμπεριφορών των εντόμων και άλλων ειδών του ζωικού βασιλείου. Χαρακτηριστικό γνώρισμα του αλγορίθμου ACO είναι η αναγωγή της διαδικασίας εύρεσης των λύσεων των προβλημάτων στην αναζήτηση των βέλτιστων διαδρομών γραφημάτων, που περιγράφουν το πρόβλημα.

Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό των αποικιών μυρμηγκιών και γενικότερα των κοινωνικών εντόμων είναι η *στιγμέργια,* η οποία είναι ένας έμμεσος τρόπος επικοινωνίας μεταξύ των εντόμων για τον συντονισμό των δραστηριοτήτων τους. Η έννοια της στιγμέργιας θεμελιώθηκε από τον Γάλλο βιολόγο Pierre-Paul Grassé, ο οποίος μελέτησε τη συμπεριφορά ορισμένων ειδών τερμιτών κατά την έκθεση τους σε «σημαντικά ερεθίσματα» [84]. Στην περίπτωση των αποικιών μυρμηγκιών, η στιγμέργια εκφράζεται μέσω της εναπόθεσης μιας ειδικής ουσίας που ονομάζεται *φερομόνη*, κατά μήκος της διαδρομής που ακολουθούν τα μυρμήγκια μεταξύ μιας πηγής τροφής και της αποικίας τους. Η συγκέντρωση της φερομόνης κατά μήκος μιας διαδρομής αυξάνεται όσο αυξάνεται ο αριθμός των μυρμηγκιών που ακολουθούν τη διαδρομή αυτή, με αποτέλεσμα και τα υπόλοιπα μυρμήγκια να επιλέγουν τη συγκεκριμένη διαδρομή, λόγω της μεγάλης συγκέντρωσης φερομόνης. Επιπρόσθετα, η δράση της φερομόνης με την πάροδο του χρόνου βαίνει μειούμενη, λόγω της εξάτμισης της κατά μήκος της διαδρομής.

Στο σχήμα 3.1 παρουσιάζεται η συμπεριφορά των μυρμηγκιών σε σχέση με την εναπόθεση φερομόνης. Η συμπεριφορά αυτή έχει μελετηθεί από τον Deneubourg και τους συνεργάτες [85] και τον Goss και τους συνεργάτες [86], σε ένα πείραμα που είναι γνωστό ως *πείραμα της διπλής γέφυρας*. Όταν τα μυρμήγκια φτάνουν στο σημείο A και καθώς κινούνται προς το σημείο B, επιλέγουν είτε την πάνω πλευρά είτε την κάτω πλευρά της διαδρομής με τυχαίο τρόπο. Εκείνα που επιλέγουν την πάνω πλευρά της διαδρομής φτάνουν πιο γρήγορα στο σημείο B, αφού αυτή είναι συντομότερη. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αυξάνεται με πιο γρήγορο ρυθμό η συγκέντρωση της φερομόνης στην πάνω διαδρομή από ό,τι στην κάτω διαδρομή και κατά συνέπεια όλο και περισσότερα μυρμήγκια να επιλέγουν την πάνω διαδρομή. Το γεγονός αυτό θα οξύνει τη διαφορά σε συγκέντρωση φερομόνης μεταξύ των δύο διαδρομών ακόμη περισσότερο και μετά από ένα ορισμένο διάστημα όλα τα μυρμήγκια θα επιλέγουν τη συντομότερη διαδρομή. Πρέπει να σημειωθεί, ότι ο Deneubourg είχε αρχικά εκτελέσει το πείραμα με διαδρομές ίσους μήκους και είχε διαπιστώσει, ότι και σε αυτή τη περίπτωση ο πληθυσμός των μυρμηγκιών συγκλίνει στην χρήση μιας συγκεκριμένης διαδρομής μετά από ένα χρονικό διάστημα. Η διαφορά στην περίπτωση των διαδρομών διαφορετικού μήκους είναι, ότι η σύγκλιση αυτή επέρχεται γρηγορότερα. Αυτή η συμπεριφορά των μυρμηγκιών αποτέλεσε τη βάση για τη δημιουργία των αλγορίθμων ACO, στους οποίους ένα σύνολο τεχνητών μυρμηγκιών δημιουργεί τις λύσεις για το πρόβλημα βελτιστοποίησης και κατά την εξέλιξη του αλγορίθμου ανταλλάσσει πληροφορίες για τις λύσεις αυτές, μιμούμενο τον τρόπο συλλογικής αξιοποίησης της πληροφορίας που υφίσταται στα πραγματικά μυρμήγκια [87].



Σχήμα 3.1: Διαδικασία λήψης απόφασης επιλογής διαδρομής

Όπως είναι φανερό από την παραπάνω ανάλυση, η αξιοποίηση της φερομόνης από τα μυρμήγκια είναι η καθοριστική παράμετρος για την εύρεση της βέλτιστης λύσης σε ένα πρόβλημα. Ωστόσο, οι αρχικοί αλγόριθμοι ACO είχαν μεγάλο υπολογιστικό κόστος και αυτό τους καθιστούσε μη αποδοτικούς σε ορισμένες κατηγορίες προβλημάτων βελτιστοποίησης. Μετά την παρουσίαση του πρώτου αλγορίθμου ACO, έχει υπάρξει σημαντική ερευνητική δραστηριότητα γύρω από την οικογένεια αυτών των αλγορίθμων. Μια από τις πιο σημαντικές παραλλαγές είναι το σύστημα μυρμηγκιών Max-Min (Max-Min Ant System - MMAS) που αναπτύχθηκε από τον Stützle και τους συνεργάτες του. Το χαρακτηριστικό του είναι ο περιορισμός της φερομόνης εντός καθορισμένων κάτω και άνω ορίων σε κάθε διαδρομή, προκειμένου να αποφευχθεί η σύγκλιση σε κάποιο τοπικό βέλτιστο, με κόστος όμως την επιβράδυνση της ταχύτητας σύγκλισης του αλγορίθμου. Παρακάτω δίνεται η μαθηματική θεμελίωση του αλγορίθμου ACO με αναφορά στο σύστημα MMAS [88], [89].

3.2.2 Μαθηματική θεμελίωση

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών αναπαριστά το πρόβλημα βελτιστοποίησης με ένα πλήρη σταθμισμένο γράφημα $G = (N, A)$ το οποίο έχει συνολικά N κορυφές και A ακμές που συνδέουν τις κορυφές αυτές. Η πρώτη εφαρμογή του αλγορίθμου αυτού πραγματοποιήθηκε για την επίλυση του προβλήματος του περιοδεύοντος πωλητή, το οποίο έχει αποτελέσει το βασικό πρόβλημα αναφοράς για τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας και της αποδοτικότητας των αλγορίθμων ACO [90]. Στο πρόβλημα αυτό υπάρχουν N πόλεις που συνδέονται με A ακμές, καθεμία από τις οποίες έχει ένα κόστος, το οποίο συνήθως σχετίζεται με το μήκος της. Ο στόχος είναι να βρεθεί μια κλειστή διαδρομή, η οποία θα διέρχεται από όλες τις πόλεις μία ακριβώς φορά και θα έχει το ελάχιστο δυνατό μήκος. Για την επίλυση του προβλήματος, εκτελούνται τυχαίες διαδρομές μέσα στο γράφημα από έναν αριθμό μυρμηγκιών. Σε κάθε διαδρομή που εκτελούν, τα μυρμήγκια αφήνουν ποσότητα φερομόνης κατά μήκος των ακμών. Τα ίχνη της φερομόνης σε μια ακμή που συνδέει δύο κορυφές i, j ενημερώνονται σύμφωνα με την κάτωθι σχέση [91], [87] :

$$\tau_{ij}(t+1) = \Delta\tau_{ij} + (1-\rho)\,\tau_{ij}(t) \qquad (3.1)$$

όπου με ρ συμβολίζεται ο συντελεστής που αναπαριστά το ρυθμό εξάτμισης της φερομόνης για τον οποίο ισχύει ότι: $0 < \rho < 1$, ενώ για την παράμετρο $\Delta\tau_{ij}$, η οποία αντιπροσωπεύει το άθροισμα των συνεισφορών όλων των μυρμηγκιών που χρησιμοποίησαν την κίνηση από την κορυφή i στην κορυφή j για να κατασκευάσουν τη λύση τους, ισχύει ότι:

$$\Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \Delta\tau_{ij}{}^{k} \qquad (3.2)$$

όπου $\Delta\tau_{ij}{}^{k}$ είναι η ποσότητα της φερομόνης ανά μονάδα μήκους που εναποτίθεται από το $k-οστό$ μυρμήγκι πάνω στην ακμή που συνδέει τις κορυφές i, j σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου. Με n συμβολίζουμε το συνολικό αριθμό των μυρμηγκιών, ενώ με T^k τη διαδρομή που ακολουθεί το $k-οστό$ μυρμήγκι. Για την τιμή της παραμέτρου $\Delta\tau_{ij}{}^{k}$ ισχύει η κάτωθι σχέση:

$$\Delta\tau_{ij}{}^{k} = \begin{cases} \dfrac{Q}{L_k}, & \text{εάν } (i,j) \in T^k \\ 0, & \text{εάν } (i,j) \notin T^k \end{cases} \qquad (3.3)$$

όπου L_k είναι το κόστος της διαδρομής του $k-οστού$ μυρμηγκιού (συνήθως είναι το μήκος της διαδρομής) και Q είναι μια σταθερά.

Στον αλγόριθμο MMAS, μόνο το καλύτερο μυρμήγκι ενημερώνει τα ίχνη της φερομόνης και μάλιστα εντός καθορισμένων ορίων. Κατά συνέπεια, η σχέση (3.1) μπορεί να ξαναγραφεί ως ακολούθως:

$$\tau_{ij}(t+1) = [\Delta\tau_{ij}{}^{best} + (1-\rho)\tau_{ij}(t)]^{\tau_{max}}_{\tau_{min}} \qquad (3.4)$$

όπου τ_{max} και τ_{min} είναι το άνω και κάτω όριο που έχουν επιβληθεί στη φερομόνη αντίστοιχα και $\Delta\tau_{ij}{}^{best}$ είναι η ποσότητα φερομόνης ανά μονάδα μήκους που εναποτίθεται από το καλύτερο μυρμήγκι πάνω στην ακμή που συνδέει τις κορυφές i, j. Όμοια με προηγουμένως, η σχέση (3.3) μπορεί να ξαναγραφεί στην περίπτωση του αλγορίθμου MMAS ως ακολούθως:

$$\Delta\tau_{ij}{}^{best} = \begin{cases} \dfrac{1}{L_{best}}, & \text{εάν } (i,j) \in T^{best} \\ 0, & \text{εάν } (i,j) \notin T^{best} \end{cases} \qquad (3.5)$$

όπου θέσαμε την τιμή $Q = 1$, με T^{best} συμβολίζουμε την καλύτερη διαδρομή που έχει βρεθεί, ενώ η παράμετρος L_{best} αναπαριστά είτε το κόστος της καλύτερης λύσης μέσα σε μια επανάληψη του αλγορίθμου, είτε το κόστος της συνολικά καλύτερης λύσης που έχει βρεθεί μέχρι στιγμής, είτε ένα συνδυασμό αυτών.

Τα μυρμήγκια επιλέγουν να κινηθούν από την μια κορυφή στην επόμενη με στοχαστικό τρόπο, με βάση κάποια πιθανότητα. Η πιθανότητα αυτή εξαρτάται από δύο παραμέτρους που σχετίζονται με τις ακμές του γραφήματος: Τις τιμές της φερομόνης τ_{ij} που αντιπροσωπεύουν την «πρόθεση» μετάβασης στο κόμβο j, όταν το μυρμήγκι είναι στον κόμβο i, και τις τιμές ορατότητας, οι οποίες ορίζονται ως το αντίστροφο της απόστασης μεταξύ δυο κόμβων i, j: $n_{ij} = 1/d_{ij}$, όπου d_{ij} είναι η απόσταση μεταξύ των κόμβων i, j. Η πιθανότητα με την οποία το $k - οστό$ μυρμήγκι που βρίσκεται στον κόμβο i επιλέγει να μεταβεί στον κόμβο j δίνεται από την κάτωθι σχέση [90]:

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [n_{ij}]^\beta}{\sum_{k \in J^k} [\tau_{ik}(t)]^\alpha [n_{ik}]^\beta}, & \text{εάν } j \in J_i^k \\ 0, & \text{εάν } j \notin J_i^k \end{cases} \tag{3.6}$$

όπου:

J_i^k είναι η εφικτή γειτονιά του μυρμηγκιού k, δηλαδή το σύνολο των κόμβων που το μυρμήγκι δεν έχει επισκεφθεί ακόμα

$\tau_{ij}(t)$ είναι η συγκέντρωση φερομόνης στην ακμή (i, j) στην επανάληψη t του αλγορίθμου

n_{ij} είναι η ορατότητα της ακμής (i, j)

α και β είναι παράμετροι που ελέγχουν τη σχετική σημασία της πυκνότητας της φερομόνης σε σχέση με την ορατότητα

Σε ένα σύστημα μυρμηγκιών MMAS, τα ίχνη της φερομόνης αρχικοποιούνται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε μετά την πρώτη επανάληψη, όλα τα ίχνη να αντιστοιχούν στη μέγιστη επιτρεπομένη πυκνότητα φερομόνης. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί, αν θέσουμε μια αυθαίρετα υψηλή τιμή στην παράμετρο τ πριν την εκκίνηση του αλγορίθμου. Μετά την πρώτη επανάληψη, τα ίχνη φερομόνης θα εξαναγκαστούν να λάβουν τιμές εντός των επιβαλλόμενων ορίων και πιο συγκεκριμένα θα λάβουν την ανώτερη επιτρεπόμενη τιμή τ_{max}. Αυτή η μέθοδος αρχικοποίησης αποσκοπεί στην ενίσχυση της εξερεύνησης των λύσεων κατά τη διάρκεια των αρχικών επαναλήψεων του αλγορίθμου [92].

Στο σχήμα 3.2 δίνεται ο γενικός ψευδοκώδικας του μετα-ευρετικού αλγορίθμου ACO [93]. Σημειώνεται ότι η εκτέλεση της διαδικασίας *ΔράσειςΔαιμόνων*

(DaemonActions), η οποία είναι προαιρετική, αναφέρεται στην εφαρμογή κεντρικών δράσεων που δεν μπορούν να πραγματοποιηθούν μεμονωμένα από τα μυρμήγκια. Ως παραδείγματα τέτοιων δράσεων, μπορούν να αναφερθούν η ενεργοποίηση μιας τοπικής διαδικασίας βελτιστοποίησης ή η συλλογή συνολικής πληροφορίας για τη λήψη απόφασης σχετικά με την πιθανή εναπόθεση επιπλέον φερομόνης, προκειμένου να εισαχθεί κάποιου είδους προκατάληψη στη διαδικασία αναζήτησης.

```
Διαδικασία ΜεταΕυρετικόςΑλγόριθμοςACO
        ΠρογραμμάτισεΔραστηριότητες
                ΚατασκεύασεΛύσειςΜυρμηγκιών
                ΕνημέρωσεΊχνηΦερομόνης
                ΔράσειςΔαιμόνων // Προαιρετικό Βήμα
        Τέλος
Τέλος
```

Σχήμα 3.2: Ψευδοκώδικας μετα-ευρετικού αλγορίθμου ACO

Το τέλος του αλγορίθμου ACO σηματοδοτείται από τον τερματισμό της εκτέλεσης διαδρομών μέσα στο γράφημα από τα μυρμήγκια. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με πολλούς τρόπους. Μερικοί από τους πιο συνηθισμένους είναι ο καθορισμός του μέγιστου επιτρεπόμενου αριθμού επαναλήψεων, ο καθορισμός του μέγιστου χρόνου εκτέλεσης ή η ικανοποίηση κάποιου κριτηρίου σύγκλισης που έχει τεθεί.

3.3 Γενική περιγραφή μεθόδων τοπικής αναζήτησης

Οι μέθοδοι τοπικής αναζήτησης είναι μετα-ευρετικές μέθοδοι, οι οποίες χρησιμοποιούνται για την επίλυση δύσκολων προβλημάτων βελτιστοποίησης. Κύριο χαρακτηριστικό τους είναι, ότι μετακινούνται από μία υποψήφια λύση σε κάποια άλλη μέσα στο χώρο λύσεων του προβλήματος, εφαρμόζοντας τοπικές αλλαγές μέχρι να επιλεγεί κάποια λύση ως βέλτιστη ή να ικανοποιηθεί κάποιο άλλο κριτήριο τερματισμού που έχει τεθεί.

Η βασική έννοια που χαρακτηρίζει τις μεθόδους τοπικής αναζήτησης είναι η έννοια των γειτονικών σχέσεων μεταξύ των λύσεων. Η γειτονική σχέση μεταξύ δυο λύσεων συνήθως καθορίζεται από την ύπαρξη της δυνατότητας μετάβασης από την μια στην άλλη, με την εφαρμογή ενός τελεστή κίνησης. Δηλαδή, η τοπική αναζήτηση βασίζεται σε μια συνάρτηση N, η οποία αντιστοιχίζει σε κάθε λύση s που ανήκει στο χώρο λύσεων S του υπό επίλυση προβλήματος, την γειτονιά της $N(s) \subseteq S$, η οποία είναι το σύνολο γειτονικών λύσεων της. Η αναζήτηση ξεκινάει από μια αρχική λύση, η οποία είτε δημιουργείται τυχαία, είτε είναι προϊόν κάποιας γνώσης που υπάρχει για το πρόβλημα και συνεχίζεται επαναληπτικά με την εξερεύνηση του χώρου λύσεων, μέσω της μετάβασης από την τρέχουσα λύση σε κάποια γειτονική της [94]. Εδώ πρέπει να σημειωθεί, ότι η αξιολόγηση του τοπικού χαρακτήρα των μεταβάσεων, και κατά συνέπεια ο καθορισμός των γειτονικών σχέσεων, δεν είναι πάντοτε εύκολο να πραγματοποιηθεί [95].

Με βάση τα παραπάνω, για την περιγραφή ενός αλγορίθμου τοπικής αναζήτησης απαιτείται ένα σύνολο εφικτών λύσεων S, μια αντικειμενική συνάρτηση $f: S \rightarrow \mathbb{R}$, η επιλογή μιας δομής γειτονιάς $N(S): S \rightarrow 2^S$ και ένας μηχανισμός, ο οποίος δεδομένης μιας αρχικής λύσης $s \in S$ είναι σε θέση να ανακαλύψει μια λύση $s^* \in N(s)$, τέτοια ώστε $f(s^*) < f(s)$ (εφόσον βέβαια υπάρχει μια τέτοια λύση s^*). Μια λύση $s_{lbest} \in S$ μπορεί να θεωρηθεί ως ένα τοπικό βέλτιστο, εάν ισχύει ότι:

$$f(s_{lbest}) \leq f(s), \qquad \forall \;\; s \in N(s_{lbest}) \tag{3.7}$$

Στο σχήμα 3.3 δίνεται ένας γενικής μορφής ψευδοκώδικας του αλγορίθμου τοπικής αναζήτησης, από όπου φαίνεται, ότι ο αλγόριθμος δέχεται ως είσοδο μια τυχαία αρχική λύση και στη συνέχεια ξεκινάει μια επαναληπτική διαδικασία, μέσω της οποίας επιλέγεται μια γειτονική λύση, συγκρίνεται η τιμή της καταλληλότητας της με την τιμή καταλληλότητας της τρέχουσας καλύτερης λύσης και ανάλογα επιστρέφεται εκείνη ή η τρέχουσα λύση ως καλύτερη [96].

Η ταξινόμηση των αλγόριθμων τοπικής αναζήτησης μπορεί να πραγματοποιηθεί με διάφορα κριτήρια. Ως τέτοια μπορούν ενδεικτικά να αναφερθούν το πλαίσιο εξέτασης των υποψήφιων λύσεων, ο τρόπος τερματισμού μιας επανάληψης του αλγορίθμου και το πλήθος των λύσεων προς επεξεργασία [97]. Για μια αναλυτικότερη παρουσίαση της ταξινόμησης των μεθόδων τοπικής αναζήτησης, ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης παραπέμπεται στην εργασία του Vaessens και των συνεργατών του [98].

Αλγόριθμος Γενική Τοπική Αναζήτηση

Βήμα 1: Αρχικοποίηση

Θέσε στην τιμή της μεταβλητής s μια τυχαία εφικτή λύση

Βήμα 2: Επαναληπτική Διαδικασία

Επανάλαβε

    Διάλεξε μια λύση $s^* \in N(s)$

    Αν $f(s^*) < f(s)$ **τότε**

    Θέσε $s \leftarrow s^*$

μέχρις ότου ικανοποιηθεί κάποια συνθήκη τερματισμού

Βήμα 3: Υποβολή Αποτελεσμάτων

Επέστρεψε s

Σχήμα 3.3: Γενικής μορφής ψευδοκώδικας αλγορίθμου τοπικής αναζήτησης

Το βασικό μειονέκτημα των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης είναι η αυξημένη πιθανότητα εγκλωβισμού σε κάποιο τοπικό βέλτιστο. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές, οι οποίες βελτιστοποιούν την αποτελεσματικότητα αυτών των αλγορίθμων, όπως για παράδειγμα η αποδοχή κινήσεων που οδηγούν σε λύσεις χαμηλότερης καταλληλότητας, η βελτιστοποίηση της διαδικασίας αρχικοποίησης, μέσω της δημιουργίας αρχικών λύσεων υψηλής ποιότητας ή η χρήση δομών μνήμης για τον έλεγχο του τρόπου δημιουργίας της γειτονιάς και της αποδοχής της γειτονικής λύσης. Στη συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου, θα παρουσιαστούν δύο μέθοδοι τοπικής αναζήτησης, που ενσωματώνουν τέτοιου είδους τεχνικές: Η προσομοιωμένη ανόπτηση και η αποτρεπτική αναζήτηση.

3.4 Προσομοιωμένη ανόπτηση

Η προσομοιωμένη ανόπτηση (Simulated Annealing - SA) είναι μια μετα-ευρετική τεχνική αναζήτησης, η οποία προσομοιώνει σε έναν αλγόριθμο τη διαδικασία κατά την οποία ένα στέρεο ψύχεται αργά και ελεγχόμενα με τέτοιο τρόπο, ώστε όταν η δομή του παγώσει (γίνει κρύσταλλος), προκύπτουν οι ελάχιστες δυνατές ενεργειακές καταστάσεις του (η διαδικασία αυτή ονομάζεται διαδικασία ανοπτήσεως). Είναι μια μέθοδος, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση του ολικού βέλτιστου μιας αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία μπορεί να παρουσιάζει αρκετά τοπικά βέλτιστα. Μάλιστα, το συγκριτικό πλεονέκτημα της είναι η ικανότητα να αποφεύγει την παγίδευση σε τοπικά βέλτιστα. Αναπτύχθηκε στα μέσα της δεκαετίας του 1980, κυρίως για την αντιμετώπιση μη γραμμικών προβλημάτων [99], [100], [101].

Μια πολύ εύστοχη αναλογία του τρόπου με τον οποίο η μέθοδος αυτή προσεγγίζει ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης έχει διατυπωθεί από τον Moins [102]. Σύμφωνα με αυτή, η διαδικασία αναζήτησης θα μπορούσε να προσομοιαστεί με την αναπήδηση μιας μπάλας από κοιλάδα σε κοιλάδα πάνω από τις κορυφές βουνών. Αρχικά, η θερμοκρασία του υλικού που θα ψυχθεί είναι υψηλή, κάτι το οποίο κατ’ αναλογία επιτρέπει στην μπάλα να κάνει μεγάλες αναπηδήσεις και να μπορεί να επισκεφθεί οποιαδήποτε κοιλάδα, υπερπηδώντας ακόμα και υψηλές κορυφές των βουνών. Καθώς το υλικό ψύχεται, η θερμοκρασία πέφτει και η μπάλα δεν μπορεί να κάνει μεγάλες αναπηδήσεις, με αποτέλεσμα να καταλήγει παγιδευμένη σε ένα μικρό εύρος κοιλάδων. Μια γεννήτρια κατανομή δημιουργεί τις πιθανές κοιλάδες (λύσεις) που πρέπει να διερευνηθούν. Επίσης, ορίζεται μια κατανομή αποδοχής, η οποία εξαρτάται από τη διαφορά της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης ανάμεσα στην κοιλάδα που δημιουργήθηκε από τη γεννήτρια κατανομή στην τρέχουσα επανάληψη (η οποία αντιστοιχεί στην υπό αξιολόγηση λύση) και στην τελευταία αποθηκευμένη χαμηλότερη κοιλάδα (καλύτερη λύση που έχει βρεθεί). Μέσω της κατανομής αποδοχής αποφασίζεται με κάποια πιθανότητα, αν η μπάλα θα παραμείνει στην τρέχουσα κοιλάδα ή θα αναπηδήσει σε άλλη. Οι δυο κατανομές αυτές εξαρτώνται από τη θερμοκρασία.

Αλγόριθμος: ΠροσομοιωμένηΑνόπτηση

ΔημιούργησεΑρχικήΚατάσταση s_0

ΔημιούργησεΑρχικήΘερμοκρασία T_0

$s \leftarrow s_0$

$T \leftarrow T_0$

Για i **από** 1 **μέχρι** N_{max} // N_{max}: μέγιστος αριθμός επαναλήψεων

    $s^* \leftarrow$ΔιάλεξεΝέαΚατάσταση(Γειτονιά(s))

    Αν $f(s^*) < f(s)$ **τότε**

        $s \leftarrow s^*$ // Μετάβαση σε καλύτερη λύση

    Αλλιώς

        $r \leftarrow$Τυχαίος αριθμός ομοιόμορφα κατανεμημένος με $r \in (0,1)$

        $\delta f \leftarrow f(s) - f(s^*)$

        $p_w \leftarrow \exp(\frac{\delta f}{T})$

        Αν $r < p_w$ **τότε**

            $s \leftarrow s^*$ // Αποδοχή μετάβασης σε χειρότερη λύση

        Τέλος_αν

    Τέλος_αν

$T \leftarrow T_0 a^{\lfloor \frac{i}{R} \rfloor}$ // Νέα θερμοκρασία με βάση το γεωμετρικό πρόγραμμα ανόπτησης

Τέλος_επανάληψης

Επέστρεψε s

Σχήμα 3.4: Ψευδοκώδικας προσομοιωμένης ανόπτησης

Κύριο χαρακτηριστικό του αλγόριθμου της προσομοιωμένης ανόπτησης είναι η αποδοχή, με κάποια πιθανότητα, λύσεων οι οποίες δεν μειώνουν αλλά αυξάνουν την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, στα πλαίσια της ενσωμάτωσης μηχανισμών διαφυγής από ένα τοπικό βέλτιστο. Η πιθανότητα αυτή p_w δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$p_w = \exp\left(\frac{\delta f}{T}\right) \tag{3.8}$$

όπου δf είναι η μεταβολή στην τιμή της συνάρτησης f και T είναι μια παράμετρος ελέγχου που, κατ' αναλογία με την πραγματική διαδικασία ανόπτησης, είναι γνωστή ως θερμοκρασία συστήματος [103].

Στο σχήμα 3.4 δίνεται ένας ψευδοκώδικας του αλγορίθμου της προσομοιωμένης ανόπτησης [104]. Από αυτόν προκύπτει, ότι ο αλγόριθμος εκκινεί από μια υψηλή τιμή θερμοκρασίας T_0 και στη συνέχεια η θερμοκρασία σταδιακά ελαττώνεται, σύμφωνα με το *γεωμετρικό πρόγραμμα ανόπτησης* [99], όπου με α συμβολίζεται ο ρυθμός ψύξης, με R το *μήκος γύρου*, μέσω του οποίου ελέγχεται ο αριθμός των υπολογισμών που πραγματοποιούνται για κάθε θερμοκρασία, ενώ i είναι ο αριθμός της τρέχουσας επανάληψης του αλγορίθμου. Όπως είναι φανερό, το πρόγραμμα αυτό καθορίζει τον τρόπο μεταβολής της θερμοκρασίας συστήματος και η επιλογή του επηρεάζει σημαντικά την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου.

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί, ότι για τη βελτίωση της αποδοτικότητας του κλασικού αλγορίθμου της προσομοιωμένης ανόπτησης, έχουν προταθεί διάφορες τροποποιήσεις, όπως η γρήγορη ανόπτηση, η πολύ γρήγορη προσομοιωμένη ανόπτηση και η προσαρμοστική προσομοιωμένη ανόπτηση [102], [105], [106], [107].

3.5 Αποτρεπτική αναζήτηση

3.5.1 Γενική περιγραφή της μεθόδου

Η αποτρεπτική αναζήτηση (Tabu Search -TS) είναι μια μέθοδος αναζήτησης, η οποία αναπτύχθηκε από τον Glover, με στόχο να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα του εγκλωβισμού σε τοπικά βέλτιστα που παρουσιάζουν οι μέθοδοι τοπικής αναζήτησης [108], [109], [110]. Η βασική αρχή της μεθόδου συνίσταται στη συνέχιση της διαδικασίας τοπικής αναζήτησης, ακόμη και μετά την εύρεση ενός τοπικού βέλτιστου, επιτρέποντας τη μετακίνηση σε υποδεέστερες από πλευράς καταλληλότητας λύσεις και δίνοντας με αυτό τον τρόπο τη δυνατότητα στον αλγόριθμο να διαφύγει από το τοπικό βέλτιστο. Κύριο χαρακτηριστικό της είναι η υιοθέτηση δομών μνήμης, με τη βοήθεια των οποίων παρακολουθείται το ιστορικό της αναζήτησης. Η προσέγγιση αυτή έχει αρκετές ομοιότητες με την προσέγγιση της πλέον απότομης ανάβασης – πλέον ήπιας κατάβασης που έχει προταθεί από τον Hansen [111], [112].

Όπως και οι υπόλοιπες μέθοδοι τοπικής αναζήτησης, η αποτρεπτική αναζήτηση είναι μια μέθοδος αναζήτησης γειτονιάς, η οποία για κάθε τρέχουσα καλύτερη λύση δημιουργεί ένα σύνολο γειτονικών λύσεων, οι οποίες αξιολογούνται επαναληπτικά με βάση κάποια κριτήρια, για να αποφασιστεί, εάν θα πραγματοποιηθεί μετάβαση σε κάποια από αυτές. Ο τρόπος με τον οποίο πραγματοποιείται η αναζήτηση των λύσεων μέσα στη γειτονιά ποικίλει ανάλογα με τη στρατηγική αναζήτησης που ακολουθείται. Μια από τις πιο απλές και γνωστές στρατηγικές είναι ο αλγόριθμος αναρρίχησης λόφων (Hill Climbing - HC), ο οποίος σε κάθε επανάληψη επιλέγει μια γειτονική λύση και συγκρίνει την καταλληλότητα της με την τρέχουσα. Σε περίπτωση που η γειτονική λύση είναι καλύτερη, την επιλέγει ως τρέχουσα και η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλες τις γειτονικές λύσεις. Ο αλγόριθμος αυτός είναι γνωστός και ως αλγόριθμος επαναληπτικής βελτίωσης (iterative improvement). Στο σχήμα 3.5 παρουσιάζεται ένας ψευδοκώδικας του αλγορίθμου [113].

Αλγόριθμος Αναρρίχηση Λόφων

Επίλεξε μια αρχική λύση i

Επανάλαβε

Επίλεξε μια λύση $s \in N(i)$

  Αν $f(s) > f(i)$ **τότε**

    $i \leftarrow s$

  Τέλος_αν

μέχρις ότου $f(s) \leq f(i)$ για όλες τις λύσεις $s \in N(i)$

Σχήμα 3.5: Αλγόριθμος αναρρίχησης λόφων

Η κύρια διαφοροποίηση της αποτρεπτικής αναζήτησης σε σχέση με τους κλασσικούς αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης είναι η αξιοποίηση της προσαρμοστικής μνήμης (adaptive memory), μέσω της οποίας επιτυγχάνεται η βελτιστοποίηση της διαδικασίας εξερεύνησης του χώρου λύσεων. Εκτός από την πληροφορία της τρέχουσας καλύτερης λύσης, η αποτρεπτική αναζήτηση διατηρεί στη μνήμη επιπλέον πληροφορία σχετική με έναν αριθμό αναζητήσεων που έγιναν στο παρελθόν. Η πληροφορία αυτή αξιοποιείται για τον δυναμικό καθορισμό της δομής της γειτονιάς της τρέχουσας λύσης αλλά και τη λήψη απόφασης, σχετικά με την ενδεχόμενη μετακίνηση σε κάποια γειτονική λύση.

3.5.2 Θεμελίωση και μεθοδολογία

Η λειτουργία της μνήμης στην αποτρεπτική αναζήτηση συνίσταται στον περιορισμό των μετακινήσεων σε κάποιο υποσύνολο λύσεων U της γειτονιάς $N(i)$ (δηλ. $U \subseteq N(i)$) της καλύτερης λύσης i που έχει βρεθεί μέχρι εκείνη τη στιγμή. Αυτό σημαίνει, ότι για κάθε τρέχουσα βέλτιστη λύση i, μπορούμε να αναζητήσουμε μια καλύτερη της στο υποσύνολο U αντί σε ολόκληρη τη γειτονιά $N(i)$. Επομένως, με προσεκτική επιλογή του υποσυνόλου U σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου μπορούμε να βελτιώσουμε την αποδοτικότητα της αναζήτησης.

Το γεγονός αυτό από μόνο του αποτελεί μια σαφή βελτίωση του αλγορίθμου αναρρίχησης λόφων, που απεικονίζεται στο σχήμα 3.5, για τον οποίο ισχύει προφανώς ότι $U = N(i)$. Επιπρόσθετα, σε πολυτροπικούς χώρους αναζήτησης, ο αλγόριθμος αυτός και γενικότερα οι κλασσικές μέθοδοι τοπικής αναζήτησης είναι ιδιαίτερα επιρρεπείς στον εγκλωβισμό σε κάποιο τοπικό βέλτιστο, κάτι το οποίο καθιστά προβληματική τη χρήση τους για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης με τέτοιου είδους χαρακτηριστικά.

Όπως συμβαίνει και στην προσομοιωμένη ανόπτηση, η μέθοδος της αποτρεπτικής αναζήτησης αντιμετωπίζει το πρόβλημα αυτό επιτρέποντας, υπό ορισμένες προϋποθέσεις, την αποδοχή λύσεων οι οποίες βρίσκονται εντός του υποσυνόλου U και έχουν χαμηλότερη τιμή καταλληλότητας από την τρέχουσα βέλτιστη λύση. Η διαφορά όμως στην περίπτωση της αποτρεπτικής αναζήτησης συνίσταται στην αξιοποίηση των δομών μνήμης, οι οποίες δεν υπάρχουν στην προσομοιωμένη ανόπτηση. Ενώ, λοιπόν, στην περίπτωση της τελευταίας, η αποδοχή των μη-βελτιωτικών κινήσεων θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι γίνεται με στοχαστικό τρόπο, με βάση κάποια πιθανότητα, η οποία είναι ανάλογη της μεταβολής της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης, και δεν λαμβάνεται υπόψη η ποιότητα των κινήσεων αυτών, η αποτρεπτική αναζήτηση ενσωματώνει διαδικασίες αξιολόγησης και τελικά επιλογής των κινήσεων, οι οποίες βασίζονται στην καταγραφή του ιστορικού αναζήτησης.

Επιπλέον, η αξιοποίηση της πληροφορίας που υπάρχει στη μνήμη, παρέχει τη δυνατότητα αποτροπής του ενδεχόμενου ανακύκλωσης των λύσεων, το οποίο θα μπορούσε να εμφανιστεί λόγω της πιθανότητας μετάβασης σε μια παλαιότερη λύση που έχει ήδη αξιολογηθεί, ως συνέπεια του γεγονότος, ότι γίνονται αποδεκτές μη-βελτιωτικές κινήσεις. Αυτό πρακτικά υλοποιείται μέσω της απαγόρευσης μετάβασης σε ορισμένες λύσεις, οι οποίες αξιολογήθηκαν κατά τη διάρκεια ενός καθορισμένου αριθμού προηγούμενων επαναλήψεων του αλγορίθμου, οι οποίες θεωρούνται απαγορευμένες λύσεις (λύσεις ταμπού). Κατά συνέπεια, η μνήμη διατηρεί έναν αριθμό λύσεων, οι οποίες αξιολογήθηκαν πρόσφατα σε μια λίστα, η οποία ονομάζεται λίστα ταμπού T, ενώ το υποσύνολο των υποψήφιων για μετάβαση λύσεων U, για το οποίο έγινε λόγος προηγουμένως, προκύπτει από την αφαίρεση των λύσεων που βρίσκονται στη λίστα ταμπού από το σύνολο της γειτονιάς $N(i)$.

Από τα παραπάνω γίνεται εύκολα αντιληπτό, ότι η χρησιμοποίηση της μνήμης, έχει ως αποτέλεσμα την αλλαγή της δομής της γειτονιάς σε κάθε βήμα της επαναληπτικής διαδικασίας. Επομένως, εάν με k συμβολίσουμε τον αριθμό της τρέχουσας επανάληψης, τότε η δομή της γειτονιάς $N(i)$ είναι συνάρτηση του k και κατά συνέπεια μπορούμε να τη συμβολίσουμε με $N(i,k)$ αντί $N(i)$ [114].

Πολλές φορές, είναι πρακτικότερη η διατήρηση στη λίστα ταμπού των πρόσφατων κινήσεων, οι οποίες δεν πρέπει να επαναληφθούν στην τρέχουσα επανάληψη, διότι οδηγούν σε απαγορευμένες λύσεις, αντί των ίδιων απαγορευμένων λύσεων. Ωστόσο, σε αυτή την περίπτωση εισάγεται μια πιθανότητα να αποδοθεί απαγορευμένη κατάσταση σε λύσεις, οι οποίες δεν έχουν αξιολογηθεί ακόμη. Για να αποφευχθεί ένα τέτοιο ενδεχόμενο, απαιτείται η ύπαρξη ενός μηχανισμού παράκαμψης της κατάστασης απαγόρευσης που έχει αποδοθεί σε τέτοιες κινήσεις, ειδικά αν αυτές οδηγούν σε λύσεις, οι οποίες είναι ελκυστικές σε ό,τι αφορά την τιμή της καταλληλότητας τους. Αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί με τη βοήθεια των *επιπέδων συνθηκών φιλοδοξίας* [115].

Αν για παράδειγμα, μια απαγορευμένη κίνηση m που εφαρμόζεται σε μια λύση i οδηγεί σε μια νέα λύση, η οποία έχει υψηλότερη καταλληλότητα από την καλύτερη λύση που έχει βρεθεί μέχρι εκείνη τη στιγμή, τότε προφανώς υπάρχει η πρόθεση να γίνει αποδεκτή η κίνηση m, παρά το γεγονός, ότι η κατάστασή της είναι απαγορευμένη. Για να συμβεί αυτό, θα πρέπει η κίνηση m να έχει ένα επίπεδο φιλοδοξίας $a(i,m)$ που είναι υψηλότερο από μια τιμή κατωφλίου $A(i,m)$. Το κατώφλι αυτό μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σύνολο επιθυμητών τιμών για μια συνάρτηση $a(i,m)$. Έτσι, οι συνθήκες φιλοδοξίας μπορούν να γραφτούν στη μορφή:

$$a_\tau(i,m) \in A_\tau(i,m), \quad \tau = 1, \dots, n \qquad (3.9)$$

Εάν η απαγορευμένη κίνηση m που εφαρμόζεται στη λύση i ικανοποιεί τουλάχιστον μια από αυτές τις συνθήκες της παραπάνω σχέσης, τότε η κίνηση αυτή γίνεται αποδεκτή, μολονότι της έχει αποδοθεί κατάσταση απαγόρευσης.

Αλγόριθμος: Αποτρεπτική Αναζήτηση

Βήμα 1: **Επίλεξε** μια αρχική λύση i στο S. **Θέσε** $i^* = i$ και $k = 0$

Βήμα 2: Θέσε $k = k + 1$ και **δημιούργησε** ένα υποσύνολο U της λύσης στο σύνολο της γειτονιάς $N\,(i,k)$, τέτοιο ώστε είτε μια από τις απαγορευμένες συνθήκες να παραβιάζεται ή να ισχύει τουλάχιστον μια από τις συνθήκες φιλοδοξίας

Βήμα 3: Επίλεξε μια καλύτερη λύση $j \in U$ και **θέσε** $i = j$

Βήμα 4: Αν $f(i) < f(i^*)$ **τότε θέσε** $i^* = i$

Βήμα 5: Ενημέρωσε τις απαγορευμένες συνθήκες και τις συνθήκες φιλοδοξίας

Βήμα 6: Αν μια συνθήκη τερματισμού ικανοποιείται **τότε** σταμάτησε. **Αλλιώς** πήγαινε στο βήμα 2

Σχήμα 3.6: Αλγόριθμος αποτρεπτικής αναζήτησης

Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε να περιγράψουμε τα βήματα του αλγορίθμου αποτρεπτικής αναζήτησης, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.6 [114], τροποποιώντας τον αλγόριθμο αναρρίχησης λόφων του σχήματος 3.5.

Επιπρόσθετα, δύο πολύ σημαντικές διαδικασίες που ενσωματώνει η μέθοδος της αποτρεπτικής αναζήτησης, είναι αυτές της *ενίσχυσης* και της *διαφοροποίησης* [116]. Κατά την ενίσχυση, η διαδικασία της εξερεύνησης τροποποιείται με τέτοιο τρόπο, ώστε να ευνοείται η κατά προτεραιότητα αξιολόγηση υποψήφιων λύσεων που έχουν κοινές ιδιότητες με ορισμένες καλές λύσεις, οι οποίες έχουν λάβει κατά το παρελθόν υψηλή αξιολόγηση. Επομένως, σε αυτή την περίπτωση η εξεταζόμενη γειτονιά λύσεων, για έναν καθορισμένο αριθμό επαναλήψεων, διαμορφώνεται από τις γειτονικές λύσεις των καλών αυτών λύσεων, αποθαρρύνοντας την εξερεύνηση σε άλλες περιοχές του χώρου λύσεων.

Η διαφοροποίηση αποτελεί ουσιαστικά τη συμπληρωματική διαδικασία της ενίσχυσης. Μέσω αυτής ευνοείται η κατά προτεραιότητα αξιολόγηση λύσεων, που έχουν διαφορετικά χαρακτηριστικά τόσο μεταξύ τους όσο και σε σχέση με ήδη αξιολογηθείσες λύσεις και βρίσκονται σε περιοχές του χώρου λύσεων, οι οποίες δεν έχουν εξερευνηθεί.

Κατά την εξέλιξη του αλγορίθμου της αποτρεπτικής αναζήτησης, η ενίσχυση και η διαφοροποίηση διαδέχονται η μια την άλλη, έτσι ώστε να διατηρείται η ισορροπία στη διαδικασία αναζήτησης μεταξύ της εκμετάλλευσης της πληροφορίας που έχει αποκτηθεί από τις ήδη αξιολογηθείσες λύσεις και την εξερεύνηση νέων περιοχών του χώρου λύσεων. Η εναλλαγή αυτή μπορεί να υλοποιηθεί με διάφορους τρόπους. Μια από τις πιο συνήθεις εφαρμοζόμενες τεχνικές είναι η τεχνητή μεταβολή της αντικειμενικής συνάρτησης, για παράδειγμα, μέσω μιας συνάρτησης ποινής, με την οποία ευνοείται ανάλογα κάθε φορά, μια από τις δύο διαδικασίες.

Για την υλοποίηση καθεμίας από τις τεχνικές που ενσωματώνει η αποτρεπτική αναζήτηση, απαιτείται η χρήση διαφορετικών δομών μνήμης [109]. Αυτές μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις κατηγορίες. Η πρώτη από αυτές είναι η βραχυπρόθεσμη μνήμη, που χρησιμοποιείται για την τήρηση της λίστας ταμπού, μέσω της οποίας απαγορεύεται η μετάβαση σε ένα σύνολο λύσεων που αξιολογήθηκαν πρόσφατα. Η δεύτερη είναι η μεσοπρόθεσμη μνήμη, η οποία αφορά τη διαδικασία της ενίσχυσης. Επομένως, στη μνήμη αυτή τηρείται πληροφορία σχετική με τις καλύτερες λύσεις που έχουν βρεθεί κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου. Η τρίτη είναι η μακροπρόθεσμη μνήμη, μέσω της οποίας υλοποιείται η διαδικασία της διαφοροποίησης.

3.6 Μέθοδοι πρότυπης αναζήτησης

Οι μέθοδοι πρότυπης αναζήτησης (Pattern Search Methods) ανήκουν σε μια κατηγορία αριθμητικών μεθόδων αναζήτησης, που ονομάζονται μέθοδοι ευθείας αναζήτησης (Direct Search Methods). Το κύριο χαρακτηριστικό των μεθόδων αυτών είναι, ότι για την εφαρμογή τους σε προβλήματα βελτιστοποίησης δεν απαιτείται να είναι γνωστή η παράγωγος της αντικειμενικής συνάρτησης. Γι' αυτόν τον λόγο, οι μέθοδοι αυτές είναι γνωστές και ως μέθοδοι ελεύθερες παραγώγων (Derivative-Free Methods) ή μέθοδοι μαύρα κουτιά (Black-Box Methods).

Η λειτουργία των μεθόδων πρότυπης αναζήτησης στηρίζεται στην πραγματοποίηση μιας σειράς εξερευνητικών κινήσεων, γύρω από ένα επιλεγμένο σημείο βάσης (το οποίο συνήθως αντιστοιχεί στην τρέχουσα καλύτερη λύση), σκοπός των οποίων είναι η εκτίμηση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης σε ένα πρότυπο σημείων, που είναι τοποθετημένα πάνω σε κάποιο πλέγμα και βρίσκονται στη γειτονιά του σημείου βάσης [117], [118]. Η στρατηγική που ακολουθείται για την πραγματοποίηση των εξερευνητικών κινήσεων, συνιστά το στοιχείο διαφοροποίησης μεταξύ των μεθόδων αυτών.

Η πρώτη περιγραφή του αλγορίθμου πρότυπης αναζήτησης έγινε από τους Fermi και Metropolis στο εργαστήριο του Los Alamos, κατά τη χρήση ενός από τους πρώτους υπολογιστές, του Los Alamos Maniac, και συνοψίζεται πολύ περιεκτικά στην εργασία του Davidon [119]:

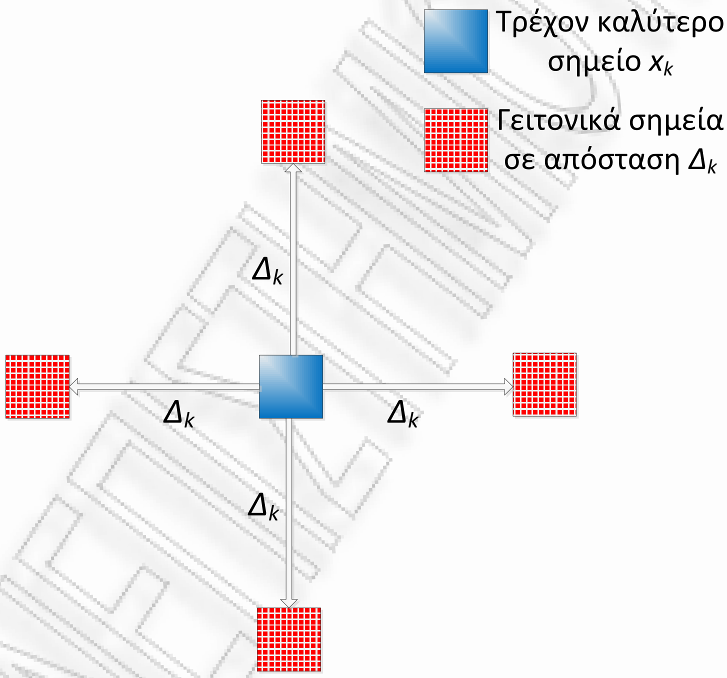
«Στην προσπάθεια τους να βρουν ποιες τιμές συγκεκριμένων θεωρητικών παραμέτρων έχουν την καλύτερη προσαρμογή σε πειραματικά δεδομένα, μετέβαλαν μια θεωρητική παράμετρο κάθε φορά σε βήματα που είχαν το ίδιο μέτρο. Όταν καμία μεταβολή (αύξηση ή μείωση) σε καμία από αυτές τις παραμέτρους δεν βελτίωνε την προσαρμογή στα πειραματικά δεδομένα, μίκραιναν

στο μισό το μέγεθος του βήματος και η διαδικασία αυτή συνεχιζόταν επαναληπτικά μέχρι τα βήματα να γίνουν επαρκώς μικρά».

Από την παραπάνω περιγραφή είναι σαφές, ότι ο τρόπος εξέλιξης της επαναληπτικής διαδικασίας καθορίζεται αποκλειστικά από την ύπαρξη ή μη κάποιας βελτίωσης στην προσαρμογή στα πειραματικά δεδομένα, η οποία επέρχεται ως αποτέλεσμα της μεταβολής μιας παραμέτρου. Επιπροσθέτως, το μέγεθος του βήματος μειώνεται με συγκεκριμένο τρόπο (στην παραπάνω περιγραφή του προβλήματος, το επόμενο βήμα είναι κάθε φορά το μισό του προηγούμενου), προκειμένου να διασφαλιστεί, ότι οι εξερευνητικές κινήσεις σε όλες τις επαναλήψεις θα παραμείνουν πάνω στο πλέγμα. Τέλος, ιδιαίτερα σημαντικό για την σύγκλιση της μεθόδου είναι το γεγονός, ότι το βήμα αυτό μειώνεται σταθερά κάθε φορά, μόνο στην περίπτωση κατά την οποία καμία μεταβολή οποιασδήποτε παραμέτρου δεν προκαλεί βελτίωση στην προσαρμογή στα πειραματικά δεδομένα. Με αυτόν τον τρόπο αποφεύγεται η πρόωρη μείωση του μεγέθους του βήματος, η οποία θα δημιουργούσε προβλήματα σύγκλισης [120], [121].

Μια γενική μαθηματική διατύπωση μιας μεθόδου πρότυπης αναζήτησης έχει δοθεί στην εργασία του Bogani και των συνεργατών του [122]. Δεδομένης μιας τυχαίας αρχικής πρόβλεψης x^0 και ενός μήκους του αρχικού βήματος $\Delta_0 > 0$, πραγματοποιείται ένα σύνολο από εξερευνητικές κινήσεις γύρω από το τρέχον καλύτερο σημείο x^k, κατά μήκος ενός πεπερασμένου συνόλου κατευθύνσεων αναζήτησης $D^k = \{d_1^k, d_2^k, \dots, d_{r_k}^k\}$. Σε κάθε επανάληψη k, υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης σε καθένα από τα σημεία του πλέγματος $x^k + \Delta_k d_1^k, x^k + \Delta_k d_2^k, \dots, x^k + \Delta_k d_{r_k}^k$ και εάν υπάρχουν φυσικοί αριθμοί $j \in \{1,2, \dots, r_k\}$ τέτοιοι ώστε $f\left(x^k + \Delta_k d_j^k\right) < f(x^k)$, τότε το επόμενο καλύτερο σημείο x^{k+1}, γύρω από το οποίο θα εκτελεστεί το επόμενο επαναληπτικό βήμα του αλγορίθμου, επιλέγεται μεταξύ των σημείων αναζήτησης, έτσι ώστε να ισχύει $f(x^{k+1}) < f(x^k)$ και το μήκος του βήματος αυξάνεται ή μένει σταθερό. Εάν δεν βρεθεί κανένας τέτοιος αριθμός j, τότε τίθεται $x^{k+1} = x^k$ και το μήκος του βήματος μειώνεται. Στο σχήμα 3.7 απεικονίζεται μια απλή περίπτωση της παραπάνω περιγραφής [123].

Η κατεύθυνση της αναζήτησης καθορίζεται από ορισμένους ντετερμινιστικούς κανόνες, χωρίς να απαιτείται υπολογισμός της παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης. Υπό αυτό το πρίσμα, θα μπορούσε να ισχυριστεί κανείς, ότι πρόκειται για μια ντετερμινιστική μέθοδο τοπικής αναζήτησης. Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί, ότι η τήρηση αυτού του ντετερμινιστικού πλαισίου δεν είναι δεσμευτική και μάλιστα έχουν προταθεί στοχαστικές μέθοδοι πρότυπης αναζήτησης, οι οποίες εισάγουν μια τυχαιότητα στη διαδικασία αναζήτησης, συνήθως σε ό,τι αφορά το πλαίσιο ακολουθίας των κατευθύνσεων [124], [125]. Παρακάτω γίνεται μια αναλυτική παρουσίαση της γενικευμένης πρότυπης αναζήτησης (Generalized Pattern Search – GPS), που αποτελεί μια ειδική κατηγορία των αλγορίθμων πρότυπης αναζήτησης, όπως αυτή έχει δοθεί από τους Audet και Dennis [126].



Σχήμα 3.7: Εξερευνητικές κινήσεις πρότυπης αναζήτησης

Οι γενικευμένοι αλγόριθμοι πρότυπης αναζήτησης δημιουργούν μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας μία ακολουθία σημείων, τα οποία αντιστοιχούν σε μειούμενες ή σταθερές τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης. Σε κάθε επανάληψη διακρίνονται δύο βήματα: Το βήμα αναζήτησης (search step), η πραγματοποίηση του οποίου είναι προαιρετική, και το βήμα ψηφοφορίας (poll step).

Στο βήμα αναζήτησης, υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης f σε ένα σύνολο σημείων, τα οποία βρίσκονται πάνω στο πλέγμα, σε μια προσπάθεια να βρεθεί ένα σημείο, το οποίο χαρακτηρίζεται από υψηλότερη τιμή καταλληλότητας, σε σχέση με την τρέχουσα καλύτερη λύση. Η επιλογή της στρατηγικής αναζήτησης που θα ακολουθηθεί για την εξέταση των σημείων δεν υπόκειται σε κάποιο περιορισμό, υπό την προϋπόθεση, ότι ο αριθμός των σημείων αυτών είναι πεπερασμένος.

Στην περίπτωση που βρεθεί ένα τέτοιο σημείο x_{k+1}, το οποίο αποτελεί μια καλύτερη λύση του προβλήματος από την τρέχουσα x_k, τότε αυτό ονομάζεται βελτιωμένο σημείο πλέγματος και το βήμα αναζήτησης θεωρείται επιτυχές. Αντίθετα, εάν δεν βρεθεί, ενεργοποιείται το βήμα ψηφοφορίας. Το βήμα αυτό περιλαμβάνει την εξέταση των γειτονικών σημείων πλέγματος, αναφορικά με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, προκειμένου να ελεγχθεί, εάν κάποιο από αυτά χαρακτηρίζεται από μικρότερη τιμή σε σχέση με την τρέχουσα καλύτερη λύση.

Εάν ούτε το βήμα ψηφοφορίας επιτύχει να ανακαλύψει ένα τέτοιο σημείο, τότε η τρέχουσα λύση του προβλήματος προφανώς έχει τη χαμηλότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης από όλα τα γειτονικά σημεία του πλέγματος και γι’ αυτό χαρακτηρίζεται ως τοπικός βελτιστοποιητής του πλέγματος. Ακριβώς εκείνη τη στιγμή λαμβάνεται η απόφαση για επανακαθορισμό του πλέγματος, ο οποίος πραγματοποιείται με μεταβολή της παραμέτρου μεγέθους, ως ακολούθως:

$$\Delta_{k+1} = \tau^{\mu_k}\Delta_k \tag{3.10}$$

όπου ισχύει ότι $\tau^{\mu_k} \in (0,1)$ και ο αριθμός τ είναι ένας ρητός αριθμός, ο οποίος παραμένει σταθερός για όλες τις επαναλήψεις και για τον οποίο ισχύει ότι $\tau > 1$. Επίσης, η παράμετρος μ_k είναι ένας ακέραιος αριθμός για τον οποίο ισχύει $\mu^- \leq \mu_k \leq -1$, με την παράμετρο μ^- να είναι ένας σταθερός ακέραιος αριθμός.

Από τη στιγμή που η πραγματοποίηση ενός ή και των δύο παραπάνω βημάτων έχει ως αποτέλεσμα την ανακάλυψη ενός νέου βελτιωμένου σημείου πλέγματος, η τρέχουσα επαναληπτική διαδικασία μπορεί να τερματιστεί, αφού το νέο σημείο x_{k+1} έχει μικρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης από την τρέχουσα καλύτερη λύση. Η τιμή της παραμέτρου που καθορίζει το μέγεθος του πλέγματος μπορεί να διατηρηθεί ως έχει ή και να αυξηθεί για να πραγματοποιηθεί το επόμενο βήμα αναζήτησης και η διαδικασία συνεχίζεται επαναληπτικά. Σε αυτή την περίπτωση, το πλέγμα γίνεται πιο τραχύ σύμφωνα με τη σχέση:

$$\Delta_{k+1} = \tau^{\mu_k}\Delta_k \tag{3.11}$$

η οποία είναι ίδια με τη σχέση (3.10), με διαφορετικές όμως αυτή τη φορά τιμές των παραμέτρων. Πιο συγκεκριμένα, και εδώ η παράμετρος τ είναι ένας ρητός αριθμός, για τον οποίο ισχύει ότι $\tau > 1$, αλλά για την παράμετρο μ_k ισχύει ότι $0 \leq \mu_k \leq \mu^+$, με το μ^+ να είναι ένας σταθερός θετικός ακέραιος. Από τα παραπάνω προκύπτει, ότι για κάθε μη αρνητικό ακέραιο αριθμό k, υπάρχει ένας ακέραιος αριθμός r_k τέτοιος ώστε:

$$\Delta_k = \tau^{r_k}\Delta_0 \tag{3.12}$$

Για τον καθορισμό του πλέγματος απαιτείται ένα σύνολο D από θετικές πραγματικές συνδετικές κατευθύνσεις. Η κάθε κατεύθυνση $d_i \in D$, με $i = 1,2,\ldots,|D|$, προκύπτει ως το γινόμενο $H\overline{z}_i$ του γεννήτορα πίνακα $H \in \mathbb{R}^{n\times n}$, για τον οποίο ισχύει ότι $|H| \neq 0$, με το ακέραιο διάνυσμα $\overline{z}_i \in Z^n$. Ο γεννήτορας πίνακας H χρησιμοποιείται για όλες τις κατευθύνσεις. Για λόγους απλότητας, το σύνολο D μπορεί να θεωρηθεί ως ένας πραγματικός πίνακας διαστάσεων $n \times |D|$, ενώ ως $\overline{Z}$ συμβολίζουμε τον πίνακα του οποίου οι στήλες είναι τα διανύσματα $\overline{z}_i$, $i = 1,2,\ldots,|D|$. Με βάση αυτούς τους συμβολισμούς, προκύπτει ότι $D = H\overline{Z}$. Για την k-οστή επανάληψη, το κέντρο του πλέγματος είναι το σημείο $x_k \in \mathbb{R}^n$ και η πυκνότητα του πλέγματος μπορεί να εκφραστεί μέσω της παραμέτρου μεγέθους Δ_k ως εξής:

$$M_k = \left\{x_k + \Delta_k D_z\,, z\ \in Z_+^{|D|}\right\} \tag{3.13}$$

όπου ως Z_+ συμβολίζουμε το σύνολο των θετικών ακεραίων.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να διευκρινιστεί, ότι ο παραπάνω τρόπος περιγραφής του πλέγματος δεν είναι ο μοναδικός. Ένας διαφορετικός τρόπος περιγραφής του πλέγματος, καθώς και μια εκτενής ανάλυση της σύγκλισης της μεθόδου, έχουν παρουσιαστεί στις εργασίες των Lewis και Torczon, στις οποίες παραπέμπεται ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης [127], [128], [120].

Αλγόριθμος: Γενικευμένη Πρότυπη Αναζήτηση

Βήμα 1: Αρχικοποίηση

Έστω κάποιο σημείο x_0 για το οποίο ισχύει ότι η τιμή $f(x_0)$ είναι πεπερασμένη. Έστω ότι με D συμβολίζεται ένα θετικό συνδετικό σύνολο, ενώ με $M_0 \in \mathbb{R}^n$ συμβολίζεται το πλέγμα, το οποίο καθορίζεται από την παράμετρο μεγέθους πλέγματος $\Delta_0 > 0$ και το σημείο x_0. Θέσε τον μετρητή επανάληψης $k = 0$

Βήμα 2: Αναζήτηση

Εκτέλεσε κάποια στρατηγική πεπερασμένης αναζήτησης, μέχρι να βρεθεί ένα βελτιωμένο σημείο πλέγματος $x_{k+1} \in M_k$ (βλ. και εξίσωση (3.13)), για το οποίο να ισχύει ότι $f(x_{k+1}) < f(x_k)$

Βήμα 3: Ψηφοφορία

Αν δεν βρεθεί ένα τέτοιο σημείο x_{k+1} κατά την εκτέλεση του βήματος 2, υπολόγισε την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης στα σημεία του συνόλου ψηφοφορίας P_k, μέχρι να βρεθεί ένα βελτιωμένο σημείο πλέγματος ή να ολοκληρωθεί η εξέταση όλων των σημείων του συνόλου P_k

Βήμα 4: Ενημέρωση

Εάν βρέθηκε ένα βελτιωμένο σημείο πλέγματος x_{k+1} κατά την εκτέλεση των βημάτων 2 ή 3, τότε θέσε το σημείο αυτό ως την τρέχουσα καλύτερη λύση του προβλήματος και ενημέρωσε την παράμετρο μεγέθους πλέγματος $\Delta_{k+1} \geq \Delta_k$, σύμφωνα με την εξίσωση (3.11)

Διαφορετικά, εφόσον ισχύει ότι $f(x_k) \leq f(x_k + \Delta_k d)$, $\forall\, d \in D_k$ το σημείο x_k είναι τοπικός βελτιστοποιητής

Θέσε $x_{k+1} = x_k$, και ενημέρωσε την παράμετρο μεγέθους πλέγματος $\Delta_{k+1} < \Delta_k$, σύμφωνα με την εξίσωση (3.10)

Αύξησε την τιμή του μετρητή επανάληψης k κατά 1 και επανάλαβε τα βήματα αναζήτησης, ψηφοφορίας και ενημέρωσης

Σχήμα 3.8: Αλγόριθμος γενικευμένης πρότυπης αναζήτησης

Για την δημιουργία του συνόλου ψηφοφορίας P, σε κάθε επανάληψη k του αλγορίθμου, χρησιμοποιείται ένας θετικός συνδετικός πίνακας D_k, που αποτελείται από ένα υποσύνολο των στηλών του πίνακα D. Το σύνολο ψηφοφορίας αποτελείται από σημεία του πλέγματος, τα οποία είναι γειτονικά της τρέχουσας καλύτερης λύσης x_k στις κατευθύνσεις των στηλών του πίνακα D_k. Επομένως, για το σύνολο αυτό ισχύει ότι:

$$P \ : \{x_k + \Delta_k d, \ \ d \in D_k\} \tag{3.14}$$

Ο τρόπος με τον οποίο συγκροτείται ο πίνακας D_k αλλάζει δυναμικά σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου. Παράγοντες καθορισμού είναι συνήθως ο αύξων αριθμός της τρέχουσας επανάληψης k ή το τρέχον καλύτερο σημείο x_k. Επομένως, ισχύει ότι:

$$D_k = D(k, x_k) \subseteq D \tag{3.15}$$

Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθεί, ότι ανάλογα με την υλοποίηση του αλγορίθμου, υπάρχουν δύο επιλογές: Είτε το επαναληπτικό βήμα αναζήτησης τερματίζει όταν βρει το πρώτο σημείο με χαμηλότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης, είτε εξετάζονται πρώτα όλα τα σημεία σε όλες τις κατευθύνσεις d_i^k και στη συνέχεια επιλέγεται το σημείο με τη χαμηλότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης (πλήρης ψηφοφορία). Στο σχήμα 3.8 παρουσιάζεται η μορφή του αλγορίθμου γενικευμένης πρότυπης αναζήτησης [126], [129].

4. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΕΤΑ-ΕΥΡΕΤΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

4.1 Το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή

Το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή (Travelling Salesman Problem - TSP) είναι ίσως το πιο κλασσικό πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, το οποίο έχει τύχει εκτενέστατης μελέτης από την ερευνητική κοινότητα. Ένας πωλητής πρέπει να επισκεφθεί ένα σύνολο από n πόλεις, μεταβαίνοντας ακριβώς μια φορά στην κάθε πόλη και διανύοντας τη μικρότερη δυνατή απόσταση. Οι γεωγραφικές αποστάσεις μεταξύ των πόλεων είναι γνωστές. Αν με c_{ij} συμβολίσουμε το κόστος του ταξιδίου από την πόλη i στην πόλη j, το οποίο θεωρούμε ότι ισούται με τη γεωγραφική απόσταση των πόλεων –επομένως είναι γνωστό – τότε το συνολικό μήκος της διαδρομής, το οποίο πρέπει να ελαχιστοποιηθεί είναι [130]:

$$l(\pi) = \sum_{i=1}^{n-1} c_{\pi(i),\pi(i+1)} + c_{\pi(n),\pi(1)} \tag{4.1}$$

όπου π είναι μια μετάθεση του συνόλου $\{1,2,\dots,n\}$.

Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές του συγκεκριμένου προβλήματος. Σε ένα συμμετρικό πρόβλημα TSP για κάθε i,j ισχύει ότι $c_{ij} = c_{ji}$. Σε διαφορετική περίπτωση, το πρόβλημα λέγεται ασύμμετρο. Αν οι πόλεις βρίσκονται εντός ενός μετρικού χώρου ικανοποιώντας την τριγωνική ανισότητα, τότε το πρόβλημα λέγεται μετρικό. Αν με (x_i, y_i) συμβολίσουμε τις συντεταγμένες της κάθε πόλης και για κάθε κόστος ταξιδίου c_{ij} ισχύει:

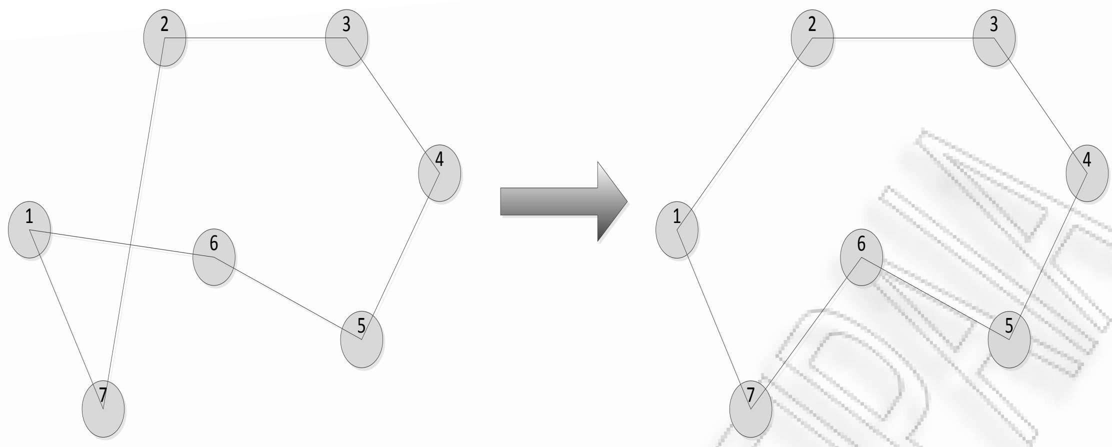
$$c_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \qquad (4.2)$$

τότε το πρόβλημα είναι και συμμετρικό και μετρικό [131].

Πάρα πολλές μέθοδοι βελτιστοποίησης έχουν προταθεί για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος. Οι πιο γνωστές από αυτές, είναι οι γενετικοί αλγόριθμοι [132], [133], η προσομοιωμένη ανόπτηση [134], [135], η αποτρεπτική αναζήτηση [136], οι αλγόριθμοι αποικίας μυρμηγκιών [137], [90], η βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων [138], [139] και τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα [140]. Ωστόσο, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εφαρμογή μιμητικών αλγορίθμων που παρουσιάζεται παρακάτω.

Οι μιμητικοί αλγόριθμοι συνδυάζουν με επιτυχία τους γενετικούς αλγορίθμους με στρατηγικές τοπικής αναζήτησης. Αναφορικά με την τεχνική τοπικής αναζήτησης στην περίπτωση του προβλήματος TSP, από τις πιο αποδοτικές επιλογές για την γειτονιά των λύσεων είναι η Or-opt, η 2-opt και η 3-opt, οι οποίες έχουν προταθεί από τους Or [141], Croes [142], και Bock και Lin αντίστοιχα [143], [144]. Το μέγεθος των δύο πρώτων είναι $O(n^2)$, ενώ για την 3-opt είναι $O(n^3)$ [145]. Η Or-opt περιλαμβάνει τα σύνολα των λύσεων που προκύπτουν από τη διαγραφή το πολύ τριών κόμβων της διαδρομής και την επανεισαγωγή τους σε άλλες θέσεις, ενώ οι 2-opt και 3-opt περιλαμβάνουν τα σύνολα των λύσεων που προκύπτουν από τη διαγραφή και επανεισαγωγή με διαφορετικό τρόπο 2 και 3 ακμών της συνολικής διαδρομής αντίστοιχα. Οι πιο δημοφιλείς και συχνά χρησιμοποιούμενες γειτονιές είναι η 2-opt και 3-opt.

Εύκολα γίνεται αντιληπτό, ότι έχοντας ως αφετηρία την τρέχουσα καλύτερη λύση, όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των γειτονικών αναζητήσεων γύρω από αυτή - δηλαδή όσο αυξάνεται το μέγεθος της γειτονιάς- τόσο περισσότερο αυξάνεται η πιθανότητα εύρεσης ποιοτικότερων τοπικά βέλτιστων λύσεων, με αντιστάθμισμα όμως την αυξημένη απαίτηση σε υπολογιστικούς πόρους. Στο σχήμα 4.1 απεικονίζεται η αναζήτηση γειτονιάς με διαγραφή και επανεισαγωγή 2 ακμών (2-opt) [130].



Σχήμα 4.1: Αναζήτηση γειτονιάς 2-opt

Αναφορικά με τη στρατηγική μετάβασης, μέσω της οποίας υλοποιείται η μετακίνηση σε μια άλλη γειτονική λύση, υπάρχουν δύο επιλογές [146]:

α) Η στρατηγική της πρώτης αποδεκτής κίνησης, σύμφωνα με την οποία οι γειτονικές λύσεις εξετάζονται με βάση μια προκαθορισμένη σειρά και η πρώτη καλύτερη λύση που βρίσκεται γίνεται αμέσως αποδεκτή ως η επόμενη λύση. Σε αυτή τη στρατηγική, η σειρά αναζήτησης που ακολουθείται επηρεάζει τον υπολογιστικό χρόνο, καθώς και την ποιότητα των λύσεων

β) Η στρατηγική της καλύτερης αποδεκτής κίνησης, σύμφωνα με την οποία η συνολικά καλύτερη λύση της γειτονιάς επιλέγεται ως η επόμενη λύση

Η εφαρμογή του μιμητικού αλγορίθμου στο πρόβλημα TSP μπορεί να βελτιώσει σημαντικά την αποδοτικότητα του κλασσικού γενετικού αλγορίθμου. Αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω τριών παραμέτρων:

α) Του προσεκτικού σχεδιασμού και επιλογής των τελεστών ανασυνδυασμού και μετάλλαξης με τέτοιο τρόπο, ώστε να εκμεταλλευτούν ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του χώρου λύσεων

β) Της χρησιμοποίησης μιας κατάλληλης ευρετικής μεθόδου για τη δημιουργία του αρχικού πληθυσμού, αντί μιας τυχαίας αρχικοποίησης

γ) Της χρησιμοποίησης ευρετικών τεχνικών βελτίωσης ή τοπικών αναζητήσεων για την τοπική βελτιστοποίηση των λύσεων

Αλγόριθμος: Μιμητικός Αλγόριθμος TSP

Αρχή

Αρχικοποίησε πληθυσμό Π

Για i **από** 1 **μέχρι** N //N: μέγεθος του πληθυσμού Π

$\alpha \leftarrow \Pi(i)$ // α: Άτομο του πληθυσμού Π

α ←ΤοπικήΑναζήτηση(α)

Αξιολόγησε(α)

Τέλος_επανάληψης

Όσο (¬ ΣυνθήκεςΤερματισμού) **επανάλαβε**

Για j **από** 1 **μέχρι** A // A: Αριθμός Ανασυνδυασμών

ΕπίλεξεΓιαΑνασυνδυασμό ένα σύνολο $S_{par} \subseteq \Pi$

Απόγονος←Ανασυνδύασε(S_{par},x)

Απόγονος←ΤοπικήΑναζήτηση(Απόγονος)

Αξιολόγησε(Απόγονο)

Πρόσθεσε Απόγονο στον Π

Τέλος_επανάληψης

Για j **από** 1 **μέχρι** M // M: Αριθμός Μεταλλάξεων

ΕπίλεξεΓιαΜετάλλαξη ένα άτομο $\alpha \in \Pi$

α ←Μετάλλαξε(α)

α ←ΤοπικήΑναζήτηση(α)

Αξιολόγησε(α)

Πρόσθεσε α στον Π

Τέλος_επανάληψης

Π ←ΕπίλεξεΠληθυσμό(Π)

Αν (Π ΠληρείΚριτήριαΣύγκλισης) **τότε**

Π ←Επανεκκίνησε(Π)

Τέλος_αν

Τέλος_επανάληψης

Τέλος

Σχήμα 4.2: Ψευδοκώδικας μιμητικού αλγορίθμου TSP

Στο σχήμα 4.2 παρουσιάζεται ο ψευδοκώδικας ενός μιμητικού αλγορίθμου για την επίλυση του προβλήματος TSP [147], [148], [149]. Μπορεί κανείς να παρατηρήσει σε αυτόν, ότι η τοπική αναζήτηση εφαρμόζεται, τόσο κατά τη διαδικασία της αρχικοποίησης, όσο και κατά την εφαρμογή των τελεστών ανασυνδυασμού και μετάλλαξης αντίστοιχα.

4.2 Το πρόβλημα του σακιδίου

Το πρόβλημα του σακιδίου (Knapsack Problem – KP) είναι ένα NP-δύσκολο πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, που έχει μελετηθεί εκτενώς από την ερευνητική κοινότητα τις τελευταίες δεκαετίες. Ένας ορειβάτης έχει ένα σακίδιο, το οποίο πρέπει να πάρει μαζί του στο βουνό, τοποθετώντας μέσα σε αυτό κάποια αντικείμενα. Το βάρος του σακιδίου δεν επιτρέπεται να υπερβεί μια καθορισμένη μέγιστη τιμή b, ενώ καθένα από τα n αντικείμενα έχει ένα βάρος w_i και μια αξία v_i.

Το ζητούμενο είναι να μεγιστοποιηθεί η αξία των αντικειμένων που θα τοποθετηθούν στο σακίδιο, διατηρώντας το συνολικό βάρος κάτω από τη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή του. Η λύση του προβλήματος είναι ένα διάνυσμα δυαδικής συμβολοσειράς x, το οποίο αποτελείται από n στοιχεία. Κάθε στοιχείο i του διανύσματος, λαμβάνει την τιμή 1, εάν το αντικείμενο i τοποθετείται στο σακίδιο ή την τιμή 0 διαφορετικά.

Πρόκειται προφανώς για ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης, του οποίου η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} v_i x_i \qquad (4.3)$$

ενώ για τον περιοριστικό όρο είναι:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leq b \qquad (4.4)$$

Για την αξιολόγηση της καταλληλότητας των λύσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί η παράσταση [150]:

$$ev(x) = \sum_{i=1}^{n} v_i x_i - pen(x) \qquad (4.5)$$

όπου η συνάρτηση $pen(x)$ είναι μια συνάρτηση ποινής, η οποία έχει μηδενική τιμή για κάθε λύση η οποία είναι εφικτή, δηλαδή για όλες τις λύσεις, οι οποίες ικανοποιούν τον περιοριστικό όρο (4.5), ενώ για τις υπόλοιπες λύσεις έχει μια θετική τιμή. Η επίλυση του προβλήματος του σακιδίου σε πολυωνυμικό χρόνο καθίσταται ιδιαίτερα δύσκολη (έως και αδύνατη), όσο ο αριθμός n των αντικειμένων αυξάνεται.

Διάφορες τεχνικές βελτιστοποίησης έχουν προταθεί για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος. Από τις πιο γνωστές προσεγγίσεις, μπορούν ενδεικτικά να αναφερθούν η προσομοιωμένη ανόπτηση [151], οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών [152], [153], οι μέθοδοι δυναμικού προγραμματισμού [154], οι άπληστοι αλγόριθμοι [155], η αποτρεπτική αναζήτηση [156], [157], [158], ευρετικές μέθοδοι κατάλληλες για το συγκεκριμένο πρόβλημα [154], οι διακριτές μέθοδοι βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων [159], [160] και οι γενετικοί αλγόριθμοι [161], [162], [163].

Επιπρόσθετα, έχουν προταθεί διάφορες υλοποιήσεις μιμητικών αλγορίθμων που συνδυάζουν επιτυχώς την εξελικτική διαδικασία με τις τεχνικές τοπικής αναζήτησης, μέσω των οποίων μπορεί να επιτευχθεί η βελτίωση της αποτελεσματικότητας των γενετικών αλγορίθμων [164]. Όπως και στην περίπτωση του προβλήματος TSP, ιδιαίτερα κρίσιμος παράγοντας για την επιτυχία του μιμητικού αλγορίθμου είναι ο τρόπος εφαρμογής της διαδικασίας τοπικής αναζήτησης. Παρακάτω παρουσιάζονται επιλεγμένες τεχνικές εφαρμογής της διαδικασίας αυτής, οι οποίες έχουν μελετηθεί για το πρόβλημα του σακιδίου.

Η αναστροφή ψηφίων είναι ένας τελεστής τοπικής αναζήτησης που χρησιμοποιείται σε πολλά προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Η μέθοδος αυτή είναι κατάλληλη για προβλήματα, των οποίων οι υποψήφιες λύσεις μπορούν να αναπαρασταθούν με τη μορφή δυαδικών συμβολοσειρών. Το πρόβλημα του σακιδίου ανήκει σε αυτή την κατηγορία προβλημάτων. Η πιο απλή περίπτωση του συγκεκριμένου τελεστή, είναι η αναστροφή ενός ψηφίου. Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου πραγματοποιείται αναστροφή ενός ψηφίου και ελέγχεται η καταλληλότητα της νέας λύσης, μέχρις ότου ο αλγόριθμος συγκλίνει. Η λειτουργία του τελεστή αυτού μοιάζει αρκετά με εκείνη του τελεστή δυαδικής μετάλλαξης των γενετικών αλγορίθμων. Ωστόσο, το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι, ότι μπορεί να παγιδευτεί εύκολα σε κάποιο τοπικό βέλτιστο.

Μια άλλη ενδιαφέρουσα μέθοδος τοπικής αναζήτησης είναι η ευρετική μέθοδος του πρώτου ταιριάσματος (first fit) [154]. Πρόκειται για μια άπληστη προσέγγιση, στην οποία η διαδικασία αναζήτησης πραγματοποιείται με τη σειριακή αξιολόγηση της καταλληλότητας των αντικειμένων, αρχίζοντας από το πρώτο και καταλήγοντας στο $n - οστό$. Ωστόσο, και σε αυτή τη μέθοδο υπάρχει σημαντική πιθανότητα να υπάρξει σύγκλιση σε κάποιο τοπικό βέλτιστο.

Μια παραλλαγή της προηγούμενης μεθόδου είναι η ευρετική μέθοδος του φθίνοντος πρώτου ταιριάσματος (first fit descending). Η λειτουργία της είναι παρόμοια με αυτή της μεθόδου πρώτου ταιριάσματος, με τη διαφορά ότι τα αντικείμενα ταξινομούνται κατά φθίνουσα σειρά, με βάση τον λόγο της αξίας προς το βάρος του καθενός, και η αξιολόγησή τους πραγματοποιείται με αυτή τη σειρά.

Μια από τις πιο γνωστές μετα-ευρετικές τεχνικές αναζήτησης για την αποφυγή του εγκλωβισμού των αλγορίθμων τοπικής αναζήτησης σε κάποιο τοπικό βέλτιστο, είναι η αποτρεπτική αναζήτηση, η οποία έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς για την επίλυση του προβλήματος του σακιδίου. Στη μέθοδο αυτή, όπως περιγράφηκε αναλυτικά στην ενότητα 3.5 του προηγούμενου κεφαλαίου, επιτρέπεται η μετάβαση σε μια λύση, η οποία έχει χειρότερη καταλληλότητα από την τρέχουσα, προκειμένου να επιτευχθεί η διαφυγή από ένα τοπικό βέλτιστο, ενώ αντίστοιχα απαγορεύονται οι μεταβάσεις σε ορισμένες λύσεις που ανακαλύφθηκαν πρόσφατα και είναι εγγεγραμμένες στη σχετική λίστα απαγόρευσης (λίστα ταμπού), μέσω της χρήσης μνημών.

Από τις παραπάνω μεθόδους, και διατηρώντας τον ίδιο τρόπο εφαρμογής του γενετικού αλγόριθμου, συγκριτικά καλύτερα αποτελέσματα παρουσιάζει η μέθοδος του φθίνοντος πρώτου ταιριάσματος [165]. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί από το γεγονός, ότι η μέθοδος αυτή αξιοποιεί τη γνώση που υπάρχει για το πρόβλημα, αφού η εξέταση των αντικειμένων πραγματοποιείται με φθίνουσα σειρά, ξεκινώντας από αυτό το οποίο παρέχει την καλύτερη αναλογία αξίας προς βάρος. Κατά συνέπεια, μπορεί κανείς να συμπεράνει, ότι η ενσωμάτωση της υπάρχουσας γνώσης για το πρόβλημα στον αλγόριθμο τοπικής αναζήτησης μπορεί να βελτιώσει σημαντικά την αποτελεσματικότητα του και κατ' επέκταση τη συνολική αποτελεσματικότητα του μιμητικού αλγορίθμου. Επίσης, καλή επίδοση εμφανίζει και η μέθοδος της αποτρεπτικής αναζήτησης, η οποία μάλιστα, σε περιπτώσεις που το πρόβλημα έχει μεγάλες διαστάσεις και ασυσχέτιστα χαρακτηριστικά είναι καλύτερη από τη μέθοδο του πρώτου φθίνοντος ταιριάσματος.

4.3 Το πρόβλημα της κατασκευής ωρολογίου προγράμματος εξετάσεων σε πανεπιστημιακά ιδρύματα

Η κατασκευή ωρολογίου προγράμματος εξετάσεων σε πανεπιστημιακά ιδρύματα (university exam timetabling) είναι ένα σύνθετο πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης με περιορισμούς, το οποίο διαχρονικά έχει αποτελέσει αντικείμενο μελέτης για πολλούς ερευνητές [166], [167]. Ένας γενικός ορισμός για τα προβλήματα κατασκευής ωρολογίων προγραμμάτων (timetabling problems), ο οποίος έχει δοθεί από τον Burke και τους συνεργάτες του είναι ο ακόλουθος [168], [169]:

«Ένα πρόβλημα κατασκευής ωρολογίου προγράμματος είναι ένα πρόβλημα με 4 παραμέτρους: Ένα πεπερασμένο σύνολο χρονικών περιόδων T*, ένα πεπερασμένο σύνολο πόρων* R*, ένα πεπερασμένο σύνολο συναντήσεων* M *και ένα πεπερασμένο σύνολο περιορισμών* C*. Το πρόβλημα συνίσταται στην ανάθεση των χρονικών*

περιόδων και των πόρων στις συναντήσεις, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται η μέγιστη δυνατή ικανοποίηση των περιορισμών».

Το πρόβλημα αυτό ανήκει στην ευρύτερη κατηγορία των προβλημάτων χρονοπρογραμματισμού (scheduling problems). Για την επίλυση του έχουν προταθεί αρκετές σύγχρονες μετα-ευρετικές μέθοδοι, όπως η προσομοιωμένη ανόπτηση [170], η αποτρεπτική αναζήτηση [171] και οι αλγόριθμοι αποικίας μυρμηγκιών [172], [173]. Ωστόσο, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εφαρμογή των εξελικτικών αλγόριθμων και ειδικότερα ο συνδυασμός τους με επαναληπτικές μεθόδους τοπικής αναζήτησης, μέσω του οποίου δημιουργούνται μιμητικοί αλγόριθμοι.

Το πρόβλημα της κατασκευής ωρολογίου προγράμματος εξετάσεων αφορά στην εκχώρηση εξετάσεων μαθημάτων σε ένα περιορισμένο αριθμό χρονικών περιόδων, κάτω από συγκεκριμένες περιοριστικές συνθήκες. Υπάρχουν δυο κατηγορίες περιοριστικών συνθηκών: Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει τις συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται πλήρως και να μην παραβιάζονται σε καμία περίπτωση (μπορούμε να τις χαρακτηρίσουμε και ως «θεμελιώδεις» συνθήκες). Η δεύτερη κατηγορία αφορά συνθήκες, οι οποίες είναι επιθυμητό, αλλά όχι και απαραίτητο, να πληρούνται (μπορούμε να τις χαρακτηρίσουμε και ως «επιθυμητές» ή «ελαστικές» συνθήκες). Η ικανοποίηση ή μη αυτών των συνθηκών από μια υποψήφια εφικτή λύση, συνήθως σχετίζεται άμεσα με την ποιότητα της.

Σε κάθε πρόβλημα κατασκευής προγράμματος εξεταστικής περιόδου, υπάρχουν δύο θεμελιώδεις περιορισμοί [174]:

- Κανένας φοιτητής δεν μπορεί να εξεταστεί σε περισσότερα από ένα μαθήματα την ίδια χρονική περίοδο
- Κάθε προγραμματισμένη εξέταση δεν πρέπει να υπερβαίνει την χωρητικότητα της αίθουσας, η οποία της ανατίθεται

Αυτοί οι δύο κανόνες ορίζουν ένα εφικτό πρόγραμμα εξετάσεων και γενικότερα οι λύσεις που ικανοποιούν τους θεμελιώδεις περιορισμούς είναι οι εφικτές λύσεις του προβλήματος. Ωστόσο, η ικανοποίηση μόνο αυτών των δύο περιορισμών κατά κανόνα δεν επαρκεί για την κατασκευή ενός προγράμματος που θα αφήνει ικανοποιημένους τους χρήστες αυτού (φοιτητές, καθηγητές, διοικητικό προσωπικό κ.α.). Ένα τέτοιο πρόγραμμα, για παράδειγμα, θα μπορούσε να ικανοποιεί τους κάτωθι περιορισμούς που θα είχαν τεθεί από τους χρήστες:

- Κανένας φοιτητής δεν θα πρέπει να εξεταστεί σε παραπάνω από ένα μάθημα την ίδια ημέρα
- Κανένας φοιτητής δεν θα πρέπει δώσει δύο ή περισσότερες εξετάσεις σε διαδοχικές ημέρες
- Αν κάποιος καθηγητής διδάσκει δύο μαθήματα, οι εξετάσεις των μαθημάτων αυτών δεν θα πρέπει να γίνονται την ίδια ημέρα
- Για κάθε μάθημα που εξετάζεται σε περισσότερες από μια αίθουσες, οι ανατιθέμενες αίθουσες θα πρέπει να είναι γειτονικές (π.χ. στο ίδιο όροφο ενός κτιρίου)
- Η εξέταση ενός μαθήματος πρέπει να προηγηθεί της εξέτασης ενός άλλου μαθήματος
- Η εξέταση δύο μαθημάτων πρέπει να πραγματοποιηθεί ταυτόχρονα
- Η εξέταση ενός μαθήματος πρέπει να πραγματοποιηθεί σε μια συγκεκριμένη αίθουσα (επειδή π.χ. το συγκεκριμένο μάθημα είναι εργαστηριακό)
- Το πρόγραμμα των εξετάσεων πρέπει να εξασφαλίζει την ομοιόμορφη κατανομή των μαθημάτων σε ολόκληρη τη διαθέσιμη χρονική περίοδο
- Θα πρέπει να υπάρχουν τουλάχιστον τρεις επιτηρητές σε κάθε αίθουσα διεξαγωγής εξετάσεων

Η δυνατότητα ικανοποίησης όλων των ελαστικών περιορισμών εξαρτάται από τη χρονική διάρκεια της εξεταστικής περιόδου, καθώς και από τον αριθμό και την καταλληλότητα των διαθέσιμων αιθουσών. Ωστόσο, στην πραγματικότητα, συνήθως είναι αδύνατη η ικανοποίηση όλων των ελαστικών περιορισμών. Παρακάτω παρουσιάζεται η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος, όπως αυτή έχει δοθεί από τους Burke και Newall [175].

Έστω ένας αριθμός εξετάσεων E που πρέπει να προγραμματιστούν μέσα σε P χρονικές περιόδους, με S διαθέσιμα καθίσματα για κάθε περίοδο. Υποθέτουμε ότι για κάθε ημέρα, έχουν καθοριστεί τρεις περίοδοι. Οποιεσδήποτε δύο εξετάσεις μπορούν να «συγκρουστούν» μεταξύ τους, με την έννοια ότι έχουν έναν αριθμό φοιτητών που πρέπει να συμμετέχουν και στις δύο εξετάσεις.

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, μπορούμε να διακρίνουμε δύο κατηγορίες περιορισμών. Η πρώτη κατηγορία αφορά τους θεμελιώδεις περιορισμούς, οι οποίοι συνίστανται στην αποφυγή προγραμματισμού δύο «συγκρουόμενων» εξετάσεων ακριβώς την ίδια χρονική περίοδο. Είναι φανερό, ότι η ικανοποίηση αυτών των περιορισμών πρέπει να εξασφαλίζεται σε κάθε περίπτωση για να μπορεί να κατασκευαστεί ένα εφικτό πρόγραμμα εξετάσεων.

Η δεύτερη κατηγορία περιορισμών αφορά τους ελαστικούς περιορισμούς. Αυτοί σχετίζονται με τις περιπτώσεις, στις οποίες οι δυο «συγκρουόμενες» εξετάσεις δεν είναι προγραμματισμένες την ίδια περίοδο, αλλά σε περιόδους πολύ κοντινές μεταξύ τους. Τέτοιες περιπτώσεις είναι ο προγραμματισμός των δύο εξετάσεων σε διαδοχικές χρονικές περιόδους ή σε περιόδους εντός της ίδιας ημέρας. Είναι ευνόητο, ότι η πλήρης ικανοποίηση όλων των περιορισμών αυτής της κατηγορίας δεν είναι πάντοτε εφικτή, ωστόσο είναι επιθυμητή η ικανοποίηση όσο το δυνατόν περισσοτέρων από αυτούς, προκειμένου να επιτευχθεί η μεγαλύτερη δυνατή διευκόλυνση των συμμετεχόντων στις εξετάσεις.

Επίσης, καθορίζουμε μία επιπλέον περίοδο, στην οποία μπορεί να τοποθετηθεί οποιαδήποτε εξέταση, η οποία δεν καθίσταται δυνατό να προγραμματιστεί εντός της καθορισμένης χρονικής διάρκειας των εξετάσεων. Ωστόσο, ο προγραμματισμός μιας εξέτασης σε αυτή την περίοδο θα τιμωρείται με την επιβολή ποινής στην αντίστοιχη λύση, η οποία θα αντιστοιχεί σε μια απότομη αύξηση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης.

Η αντικειμενική συνάρτηση, η οποία πρέπει να ελαχιστοποιηθεί περιγράφεται από την παράσταση [175]:

$$\sum_{i=1}^{E-1} \sum_{j=i+1}^{E} [\sum_{p=1}^{P} t_{ip} t_{j(p+1)} c_{ij} d_{p(p+1)} + t_{ip} t_{j(p-1)} c_{ij} d_{p(p-1)}] + PEN \cdot t_{i(p+1)} \qquad (4.6)$$

όπου:

$$t_{ip} = \begin{cases} 1, & \text{εαν η εξέταση } i \text{ είναι προγραμματισμένη για την περίοδο P} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

c_{ij} είναι ο αριθμός των φοιτητών που συμμετέχουν στην εξέταση i αλλά και στην εξέταση j

$$d_{pq} = \begin{cases} 3, & \text{εάν η περίοδος } p \text{ είναι στην ίδια ημέρα με την περίοδο } q \\ 1, & \text{εάν η περίοδος } p \text{ είναι σε γειτονική ημέρα με την περίοδο } q \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Η εξίσωση (4.6) αθροίζει όλες τις περιπτώσεις που οι φοιτητές πρέπει να συμμετέχουν σε δύο εξετάσεις σε συνεχόμενες περιόδους και σταθμίζει τον αριθμό των μη προγραμματισμένων εξετάσεων με βάση την τιμή της παραμέτρου PEN, για την οποία ισχύει, ότι όσο υψηλότερη είναι, τόσο περισσότερο αποτρέπεται η δημιουργία ατελών προγραμμάτων εξετάσεων. Οι Burke και Newall στην εργασία τους έχουν προτείνει για την τιμή αυτή PEN=5000. Επίσης, εάν δύο περίοδοι p και q είναι την ίδια ημέρα, τότε οι συγκρούσεις μεταξύ των εξετάσεων σταθμίζονται με τον αριθμό 3, εάν οι περίοδοι είναι σε διαδοχικές ημέρες, τότε οι συγκρούσεις σταθμίζονται με τον αριθμό 1 και σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση αγνοούνται. Και εδώ πρέπει να σημειωθεί, ότι ο τρόπος στάθμισης μπορεί να αναπροσαρμοστεί αλλάζοντας τις τιμές της παραμέτρου d_{pq} για κάθε περίπτωση σύγκρουσης.

Ο περιορισμός, σύμφωνα με τον οποίο, κάθε εξέταση πρέπει να προγραμματιστεί ακριβώς μία φορά, εκφράζεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\sum_{p=1}^{P+1} t_{ip} = 1, \qquad \forall\, i \in \{i, \dots, E\} \tag{4.7}$$

Επίσης, ο περιορισμός σύμφωνα με τον οποίο δεν πρέπει να υπάρχουν συγκρούσεις, οι οποίες να είναι προγραμματισμένες εντός της ίδιας περιόδου, εκφράζεται από την εξίσωση:

$$\sum_{\iota=1}^{E-1} \sum_{j=i+1}^{E} \sum_{p=1}^{P} t_{ip} t_{jp} c_{ij} = 0 \tag{4.8}$$

Εκτός από τους παραπάνω περιορισμούς, πρέπει να ληφθεί υπόψη η διαθεσιμότητα των καθισμάτων για κάθε περίοδο. Αυτή εισάγει τον περιορισμό, ότι ο συνολικός αριθμός των καθισμάτων που απαιτείται για οποιαδήποτε περίοδο, δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό S των συνολικών διαθέσιμων καθισμάτων. Επομένως, για τον περιορισμό αυτό ισχύει ότι:

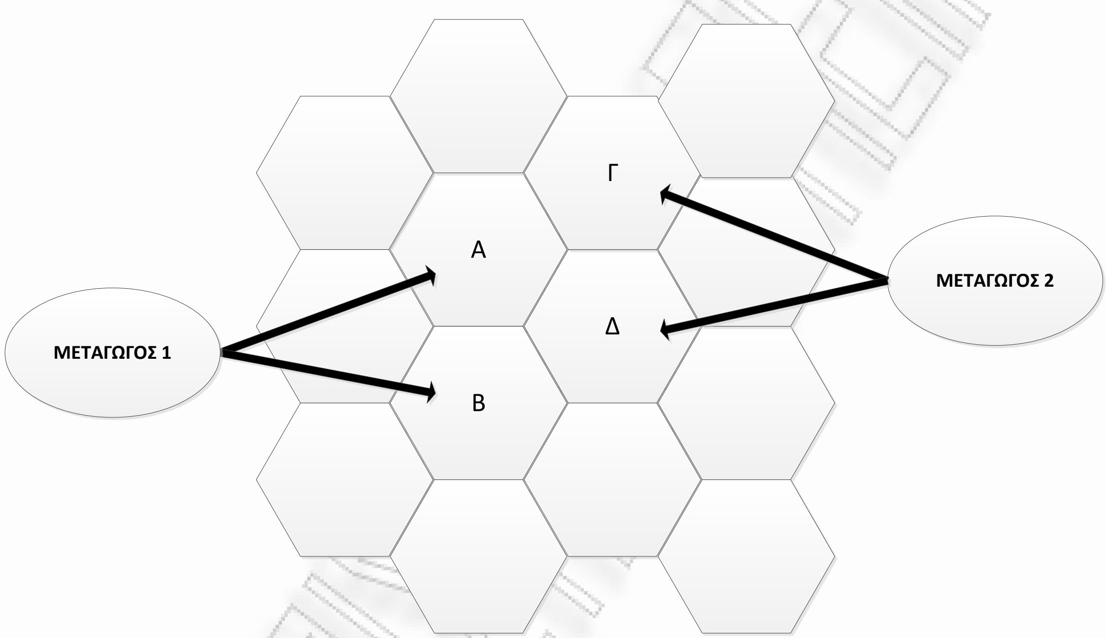
$$\sum_{p=1}^{P} t_{ip} s_i \leq S, \qquad \forall\, p \in \{1, \dots, P\} \tag{4.9}$$

όπου s_i είναι ο αριθμός των φοιτητών που συμμετέχουν στην εξέταση i.

Για την επίλυση του προβλήματος έχουν προταθεί διάφορες υβριδικές εξελικτικές μέθοδοι [175], [176], [177]. Το συνολικό συμπέρασμα στο οποίο καταλήγει κανείς μελετώντας τη βιβλιογραφία για το συγκεκριμένο πρόβλημα, η οποία πρέπει να σημειωθεί ότι είναι ιδιαίτερα πλούσια, είναι ότι η αποτελεσματικότητα των μεθόδων αυτών υπερτερεί της μεμονωμένης εφαρμογής, τόσο των αμιγών εξελικτικών προσεγγίσεων, όσο και των στρατηγικών τοπικής αναζήτησης. Τέλος, η ανάπτυξη των υβριδικών μεθόδων έχει δημιουργήσει νέες ερευνητικές κατευθύνσεις, όπως για παράδειγμα η μελέτη νέων δομών γειτονιάς, η διερεύνηση νέων μεθόδων αρχικοποίησης του πληθυσμού, η δημιουργία αποδοτικότερων τελεστών εξέλιξης του πληθυσμού και η πολυκριτηριακή προσέγγιση του προβλήματος [178].

4.4 Το πρόβλημα της ανάθεσης κυψελών σε μεταγωγούς στα κυψελωτά δίκτυα επικοινωνιών

Σε ένα κυψελωτό δίκτυο επικοινωνιών, οι κυψέλες (cells) αποτελούν τμήμα ενός σταθμού βάσης, ο οποίος μέσω της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που εκπέμπεται από ένα κεραιοσύστημα καλύπτει μια γεωγραφική περιοχή, μέσα στην οποία παρέχονται υπηρεσίες φωνής ή και δεδομένων στο συνδρομητή του δικτύου. Σε κάποιο αριθμό κυψελών αντιστοιχεί ένας μεταγωγός τηλεπικοινωνιακής κίνησης (switch), ο οποίος διασφαλίζει τις συνδέσεις επικοινωνίας μεταξύ των κυψελών αλλά και την επικοινωνία με το δίκτυο κορμού. Καθώς ο συνδρομητής κινείται, υπάρχουν σημεία στα οποία διασχίζει τα όρια της περιοχής κάλυψης μιας κυψέλης και εισέρχεται στην περιοχή κάλυψης μιας άλλης κυψέλης. Σε αυτές τις περιπτώσεις, θα πρέπει να διασφαλίζεται η διατήρηση της επικοινωνίας κατά τη διάρκεια μιας κλήσης. Για να γίνει αυτό, θα πρέπει να αλλάξει η κυψέλη που εξυπηρετεί τον χρήστη, δηλαδή να μεταφερθεί η κλήση από τη συχνότητα της μιας κυψέλης, στη συχνότητα της άλλης. Η διαδικασία αυτή στα κυψελωτά δίκτυα κινητών επικοινωνιών ονομάζεται *διαπομπή* (handover).



Σχήμα 4.3: Κυψελωτό δίκτυο και κατηγορίες διαπομπής

Διακρίνονται δύο κατηγορίες διαπομπής. Η πρώτη είναι η *απλή διαπομπή*, η οποία αφορά την περίπτωση που η κυψέλη πηγής (source cell) και η κυψέλη προορισμού (target cell) ανήκουν στον ίδιο μεταγωγό, ενώ η δεύτερη ονομάζεται *σύνθετη διαπομπή*, η οποία συμβαίνει στην περίπτωση που η κάθε κυψέλη ανήκει σε διαφορετικούς μεταγωγούς.

Στο σχήμα 4.3 απεικονίζονται οι δύο κατηγορίες διαπομπής. Πιθανή μετακίνηση του συνδρομητή από την κυψέλη Α στην κυψέλη Β ή και από την κυψέλη Γ στην κυψέλη Δ ανήκει στην κατηγορία της απλής διαπομπής, ενώ η μετακίνηση από την κυψέλη Α στην κυψέλη Γ ή από την κυψέλη Β στην κυψέλη Δ εμπίπτει στην κατηγορία της σύνθετης διαπομπής. Και οι δύο διαπομπές αυτές ονομάζονται δια-κυψελικές διαμπομπές (inter-cell handovers). Ωστόσο, αξίζει να σημειωθεί, ότι υπάρχει μια ειδική περίπτωση απλής διαπομπής, στην οποία η κυψέλη προορισμού είναι η ίδια με την κυψέλη πηγής. Σε αυτήν, ο χρήστης εξακολουθεί να εξυπηρετείται από την ίδια κυψέλη, αλλά πραγματοποιείται αλλαγή της συχνότητας που χρησιμοποιείται για την επικοινωνία της τερματικής συσκευής του με τον σταθμό βάσης. Αυτό συνήθως συμβαίνει, όταν η χρησιμοποιούμενη συχνότητα υφίσταται παρεμβολές ή διαλείψεις, που επιδρούν αρνητικά στην ποιότητα της επικοινωνίας και μπορούν να οδηγήσουν ακόμα και σε διακοπή της κλήσης (call drop), παρά το γεγονός ότι η στάθμη του σήματος είναι ικανοποιητική, οπότε μια πιθανή αλλαγή της συχνότητας μπορεί να βελτιώσει την επικοινωνία. Η διαπομπή αυτή ονομάζεται ενδο-κυψελική διαπομπή (intra-cell handover).

Στην πράξη, η αποδοτική δρομολόγηση της τηλεπικοινωνιακής κίνησης από τους σταθμούς βάσης στα κέντρα μεταγωγής αποτελεί μια σημαντική πρόκληση για τους παρόχους κινητών επικοινωνιών, καθώς εισάγει ένα σημαντικό λειτουργικό κόστος για την επιχείρηση.

Το πρόβλημα της ανάθεσης κυψελών σε μεταγωγούς είναι ένα NP-δύσκολο πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Για ένα δίκτυο με n κυψέλες και m μεταγωγούς πρέπει να εξεταστούν συνολικά m^n υποψήφιες λύσεις. Στη περίπτωση που οι διαστάσεις του προβλήματος είναι μεγάλες, οι αριθμητικές μέθοδοι είναι ακατάλληλες για την επίλυσή του [179]. Για παράδειγμα, εάν υποθέσουμε, ότι το δίκτυο ενός παρόχου αποτελείται από 100 κυψέλες και 5 κέντρα μεταγωγής, θα πρέπει να εξεταστούν 5^{100} υποψήφιες λύσεις. Αν ένας υπολογιστής είχε τη δυνατότητα να εξετάζει κάθε λύση μέσα με χρόνο 1ns, τότε για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος θα απαιτούνταν 2.4998×10^{53} έτη.

Το ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους ανάθεσης των κυψελών στους μεταγωγούς, ταυτόχρονα με την ικανοποίηση ορισμένων περιορισμών, στους οποίους θα αναφερθούμε παρακάτω. Για την μελέτη του προβλήματος είναι σημαντικό να είναι γνωστό, αν μια κυψέλη μπορεί να ανήκει σε δύο μεταγωγούς ή μόνο σε έναν μεταγωγό. Στη μαθηματική ανάλυση που θα ακολουθήσει [180], [181], [182], θα θεωρήσουμε τη δεύτερη περίπτωση.

Έστω ότι έχουμε n κυψέλες, οι οποίες πρέπει να ανατεθούν σε m μεταγωγούς και με H_{ij} συμβολίζουμε το κόστος ανά μονάδα χρόνου για μια απλή διαπομπή μεταξύ της κυψέλης i και της κυψέλης j, στην οποία εμπλέκεται μόνο ένας μεταγωγός. Επίσης, με H'_{ij} συμβολίζουμε το κόστος ανά μονάδα χρόνου για μια σύνθετη διαπομπή μεταξύ των κυψελών i και j. Προφανώς, τα δυο προαναφερθέντα κόστη είναι ανάλογα της συχνότητας πραγματοποίησης διαπομπών μεταξύ των δύο κυψελών. Έστω, ακόμα, ότι με c_{ik} συμβολίζουμε το κόστος της ζεύξης μεταξύ της κυψέλης i και του μεταγωγού k.

Στη συνέχεια, διατυπώνουμε τους περιορισμούς του προβλήματος. Με δεδομένο, ότι κάθε κυψέλη μπορεί να ανατεθεί σε ένα μόνο μεταγωγό, ορίζουμε μια δυαδική μεταβλητή x_{ik}, για την οποία ισχύει ότι:

$$x_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{εάν η κυψέλη } i \text{ ανήκει στο μεταγωγό } k \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \qquad (4.10)$$

και

$$\sum_{k=1}^{n} x_{ik} = 1, \;\; i = 1, \dots, n \qquad (4.11)$$

Επιπρόσθετα, η τηλεπικοινωνιακή κίνηση που μπορεί να εξυπηρετήσει ο κάθε μεταγωγός, εξαρτάται από την χωρητικότητά του, η οποία είναι πεπερασμένη. Επομένως, εάν με M_k συμβολίσουμε τη χωρητικότητα του μεταγωγού k και με λ_i συμβολίσουμε τον αριθμό των κλήσεων ανά μονάδα χρόνου προς την κυψέλη i, τότε θα πρέπει να ισχύει ότι:

$$\sum_{k=1}^{m} \lambda_i \, x_{ik} \leq M_k, \qquad k = 1, \dots, m \qquad (4.12)$$

Η παραπάνω σχέση εκφράζει ότι η συνολική κίνηση όλων των κυψελών που έχουν ανατεθεί σε ένα μεταγωγό του δικτύου πρέπει να είναι μικρότερη ή ίση από την χωρητικότητα του μεταγωγού αυτού.

Για την περιγραφή του κόστους των διαμπομπών, απαιτείται η εισαγωγή των ακόλουθων μεταβλητών:

$$z_{ijk} = x_{ik}x_{jk}, \qquad i,j = 1,\dots,n \text{ με } i \neq j \text{ και } k = 1,\dots,m \qquad (4.13)$$

$$y_{ij} = \sum_{k=1}^{m} z_{ijk}, \qquad i,j = 1,\dots,n \text{ με } i \neq j \qquad (4.14)$$

Η τιμή της μεταβλητής z_{ijk} είναι ίση με 1 αν οι κυψέλες i,j ανήκουν στον ίδιο μεταγωγό k διαφορετικά είναι ίση με το 0. Κατά συνέπεια, και η τιμή της μεταβλητής y_{ij} είναι ίση με 1 εάν οι κυψέλες i,j ανήκουν στους ίδιους μεταγωγούς, ενώ εάν ανήκουν σε διαφορετικούς μεταγωγούς είναι ίση με το 0.

Η αντικειμενική συνάρτηση που περιγράφει το συνολικό κόστος ανά μονάδα χρόνου της ανάθεσης, είναι το άθροισμα του κόστους των ζεύξεων μεταξύ των κυψελών και των μεταγωγών με τα κόστη των διαμπομπών:

$$f = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} c_{ik}\, x_{ik} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1, j\neq i}^{n} H_{ij}{}'(1 - y_{ij}) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1, j\neq i}^{n} H_{ij}\, y_{ij} \qquad (4.15)$$

Ο πρώτος όρος της εξίσωσης (4.15) αντιπροσωπεύει το κόστος των ζεύξεων, ο δεύτερος όρος το κόστος των σύνθετων διαπομπών και ο τρίτος όρος το κόστος των απλών διαπομπών.

Μπορούμε να θεωρήσουμε, ότι το κόστος των απλών διαπομπών είναι αμελητέο σε σύγκριση με το κόστος των σύνθετων διαπομπών [183]. Επομένως, ορίζοντας την παράσταση h_{ij} ως ακολούθως:

$$h_{ij} = H_{ij}{}' - H_{ij}$$

μπορούμε να διατυπώσουμε εκ νέου την εξίσωση (4.15), η οποία περιγράφει την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος, ως εξής:

$$f = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} c_{ik}\, x_{ik} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1, j\neq i}^{n} h_{ij}(1 - y_{ij}) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1, j\neq i}^{n} H_{ij} \qquad (4.16)$$

Ο τελευταίος όρος της εξίσωσης (4.16) είναι σταθερός. Επομένως, για την επίλυση του προβλήματος, αρκεί η ελαχιστοποίηση της παρακάτω συνάρτησης:

$$f = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} c_{ik}\, x_{ik} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1, j\neq i}^{n} h_{ij}(1 - y_{ij}) \qquad (4.17)$$

Το πρόβλημα της ανάθεσης κυψελών σε μεταγωγούς σε ένα κυψελωτό δίκτυο έχει αντιμετωπιστεί κατά κύριο λόγο με τη χρήση ευρετικών τεχνικών [182], [184], [185], αποτρεπτικής αναζήτησης [179] και μιμητικών αλγορίθμων [186]. Σε σχέση με τις δύο πρώτες μεθόδους, οι μιμητικοί αλγόριθμοι έχουν αποδειχθεί πιο αποτελεσματικοί και αποδοτικοί στην εύρεση ικανοποιητικών λύσεων για κυψελωτά δίκτυα μεγάλων διαστάσεων, κάτι το οποίο αντανακλάται σε σημαντική μείωση του λειτουργικού κόστους συντήρησης για τους παρόχους των δικτύων κινητών επικοινωνιών.

4.5 Το πρόβλημα ανάθεσης ραδιοσυχνοτήτων σε κυψελωτά ραδιοδίκτυα

Εκτός από το πρόβλημα της ανάθεσης κυψελών σε μεταγωγούς, το οποίο περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα, οι πάροχοι υπηρεσιών κινητών επικοινωνιών καλούνται να αντιμετωπίσουν επίσης και το πρόβλημα της αποδοτικής χρήσης του διαθέσιμου φάσματος ραδιοσυχνοτήτων που έχουν στη διάθεσή τους. Το πρόβλημα αυτό συγκαταλέγεται στις πλέον σημαντικότερες προκλήσεις που αντιμετωπίζουν οι επιχειρήσεις του κλάδου, αφού το φάσμα ραδιοσυχνοτήτων είναι ένας περιορισμένος πόρος, του οποίου η αγορά ή συνηθέστερα η παραχώρηση προς εκμετάλλευση για κάποιο χρονικό διάστημα, είναι ιδιαίτερα δαπανηρή. Μάλιστα, λόγω της αυξημένης ζήτησης που οφείλεται στο μεγάλο πλήθος των υπηρεσιών που διατίθενται στους συνδρομητές, αλλά και των επιχειρήσεων που δραστηριοποιούνται στον συγκεκριμένο χώρο, υπάρχουν περιπτώσεις, που η παραχώρηση προς εκμετάλλευση επιπλέον φάσματος είναι αδύνατη, ακόμα κι αν η επιχείρηση είναι διατεθειμένη να καταβάλει το επιπλέον κόστος.

Επιπλέον, προκύπτει συχνά η ανάγκη πραγματοποίησης επανασχεδιασμού του πλάνου ανάθεσης των ραδιοσυχνοτήτων στις κυψέλες. Οι λόγοι είναι είτε εξωγενείς, όπως για παράδειγμα, η αναδιανομή του φάσματος από την εποπτεύουσα αρχή του, οι παρεμβολές στο φάσμα μιας επιχείρησης από εξωτερικούς παράγοντες ή οι μεταβολές στην τηλεπικοινωνιακή κίνηση που πρέπει να εξυπηρετηθεί από συγκεκριμένες κυψέλες του ραδιοδικτύου, είτε ενδογενείς, όπως για παράδειγμα, η ανάγκη βελτιστοποίησης της απόδοσης του ραδιοδικτύου της επιχείρησης.

Η ανάθεση ραδιοσυχνοτήτων σε κυψέλες υπόκειται σε ορισμένους περιορισμούς, οι οποίοι μπορούν να περιγραφούν ως ακολούθως [187], [188] :

- Ο περιορισμένος αριθμός ραδιοσυχνοτήτων που έχει στη διάθεσή της η επιχείρηση, ο οποίος καθιστά αναγκαία την όσο το δυνατόν καλύτερη επαναχρησιμοποίηση τους
- Η ικανοποίηση περιορισμών ηλεκτρομαγνητικών παρεμβολών μεταξύ των κυψελών, οι οποίοι κατηγοριοποιούνται περαιτέρω σε:

  α) Περιορισμούς γειτονικών καναλιών, σύμφωνα με τους οποίους πρέπει να εξασφαλίζεται επαρκής διαχωρισμός στο πεδίο των ραδιοσυχνοτήτων μεταξύ των ραδιοσυχνοτήτων που έχουν αποδοθεί σε δύο κυψέλες, οι οποίες συνδέονται με σχέση γειτονίας. Επιπλέον, θα πρέπει να διασφαλίζεται, ότι υπάρχει επαρκής διαχωρισμός των ραδιοσυχνοτήτων μεταξύ κυψελών, που δεν έχουν οριστεί στο δίκτυο ως γειτονικές, αλλά οι περιοχές κάλυψης τους εμφανίζουν επικάλυψη, με αποτέλεσμα η μια να είναι δυνητικός παρεμβολέας της άλλης

  β) Περιορισμούς ιδίας κυψέλης, σύμφωνα με τους οποίους οποιεσδήποτε δύο ραδιοσυχνότητες που έχουν αποδοθεί στην ίδια κυψέλη πρέπει να έχουν μια ελάχιστη φασματική απόσταση μεταξύ τους
- Η ανάγκη για εξυπηρέτηση συγκεκριμένης τηλεπικοινωνιακής κίνησης που δημιουργείται από τους χρήστες κάθε κυψέλης, η οποία απαιτεί την εκχώρηση ενός ελάχιστου αριθμού ραδιοσυχνοτήτων σε κάθε κυψέλη, ανάλογα με την κίνηση που αυτή μεταφέρει

Το συγκεκριμένο πρόβλημα έχει αποδειχθεί ότι είναι NP-δύσκολο πρόβλημα [189], το οποίο μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά ως ακολούθως (Dorne και Hao) [190]:

Έστω ότι με N συμβολίζουμε τον αριθμό των κυψελών του ραδιοδικτύου, με N_f τον αριθμό των διαθέσιμων ραδιοσυχνοτήτων και με N_i τον συνολικό αριθμό των περιορισμών παρεμβολών που υφίστανται για κάθε ζευγάρι γειτονικών κυψελών. Το πρόβλημα της ανάθεσης ραδιοσυχνοτήτων μπορεί να αναπαρασταθεί ως ένα πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης με περιορισμούς, το οποίο αποτελείται από τα παρακάτω τρία σύνολα:

- Το σύνολο C, το οποίο περιλαμβάνει κάθε κυψέλη C_i, $i = 1, \dots, N$, που ανήκει στο υπό εξέταση ραδιοδίκτυο
- Το σύνολο R, το οποίο περιλαμβάνει κάθε διαθέσιμη ραδιοσυχνότητα F_i, $i = 1, \dots, N_f$
- Το σύνολο X το οποίο αποτελεί την ένωση δυο υποσυνόλων:

  α) Του υποσυνόλου T, κάθε στοιχείο του οποίου T_i, $i = 1, \dots, N$ αντιστοιχεί στον ελάχιστο αριθμό συχνοτήτων που πρέπει να ανατεθούν σε κάθε κυψέλη C_i με βάση την τηλεπικοινωνιακή κίνηση που καλείται να μεταφέρει και

  β) Του υποσυνόλου I, κάθε στοιχείο του οποίου I_i, $i = 1, \dots, N_i$ αντιστοιχεί στους περιορισμούς παρεμβολών που υπάρχουν μεταξύ δύο κυψελών

Αναφορικά με τους περιορισμούς παρεμβολών, αυτοί μπορούν να αναπαρασταθούν από ένα πίνακα M διαστάσεων NxN, ο οποίος ονομάζεται πίνακας παρεμβολών, τα στοιχεία του οποίου καθορίζουν το σύνολο των περιορισμών ως ακολούθως:

Κάθε στοιχείο $M[i,j]$ για κάθε $i \neq j$, αντιστοιχεί στην ελάχιστη απόσταση, εκφρασμένη σε αριθμό καναλιών, η οποία πρέπει να υφίσταται μεταξύ των κυψελών C_i και C_j, για να ικανοποιούνται οι περιορισμοί γειτονικών καναλιών. Αν με $f_{i,n}$ συμβολίσουμε τις n ραδιοσυχνότητες που πρέπει να ανατεθούν στην κυψέλη C_i και με $f_{j,m}$ τις m ραδιοσυχνότητες που πρέπει να ανατεθούν στην κυψέλη C_j, τότε για κάθε $n \in [1, \dots, T_i]$ και για κάθε $m \in [1, \dots, T_j]$ θα πρέπει να ισχύει:

$$|f_{i,n} - f_{j,m}| \geq M[i,j] \qquad (4.18)$$

Κάθε στοιχείο $M[i,j]$ για κάθε $i=j$, αντιστοιχεί στην ελάχιστη απόσταση, εκφρασμένη σε αριθμό καναλιών, η οποία πρέπει να υφίσταται για να ικανοποιούνται οι περιορισμοί ιδίας κυψέλης για την κυψέλη C_i. Όμοια με προηγουμένως, για κάθε $n, m \in T_i$, με $m \neq n$ θα πρέπει να ισχύει:

$$|f_{i,n} - f_{i,m}| \geq M[i,i] \quad (4.19)$$

Εάν $M[i,j]$=0, τότε προφανώς δεν υφίσταται κανένας περιορισμός μεταξύ των κυψελών C_i και C_j, δηλαδή οι κυψέλες αυτές ούτε είναι γειτονικές, ούτε παρεμβάλλει η μια την άλλη.

Για την επίλυση του προβλήματος, έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι βελτιστοποίησης, όπως οι εξελικτικές στρατηγικές [191], [192], τα νευρωνικά δίκτυα [193], [194], [195] οι γενετικοί αλγόριθμοι [196], [197], η προσομοιωμένη ανόπτηση [198], οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης αποικίας μυρμηγκιών [199] και η αποτρεπτική αναζήτηση [200].

Σε ό,τι αφορά τις υβριδικές εξελικτικές μεθόδους, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η «αφαιρετική» προσέγγιση, που δεν χρησιμοποιεί τον τελεστή διασταύρωσης για την εξέλιξη του πληθυσμού, αλλά μόνο τους τελεστές επιλογής και μετάλλαξης. Η προσέγγιση αυτή έχει επιδείξει ελπιδοφόρα αποτελέσματα σε πραγματικά προβλήματα μεγάλων διαστάσεων [190]. Σε αυτήν, κάθε άτομο του πληθυσμού αναπαριστά ένα συνολικό πλάνο ανάθεσης και κάθε γονίδιο μια ραδιοσυχνότητα μιας κυψέλης.

Η εκτίμηση της καταλληλότητας των λύσεων του προβλήματος μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω μιας συνάρτησης f, η οποία αντιστοιχίζει κάθε άτομο c του πληθυσμού P με έναν ακέραιο αριθμό, που είναι ίσος με τον αριθμό των περιορισμών παρεμβολών ραδιοσυχνοτήτων που δεν έχουν ικανοποιηθεί. Για κάθε χρωμόσωμα $c \in P$, η τιμή $f(c)$ είναι ο συνολικός αριθμός των περιορισμών παρεμβολών που δεν ικανοποιήθηκαν για το πλάνο ανάθεσης c. Επομένως, στην περίπτωση που όλοι οι περιορισμοί παρεμβολών θεωρούνται θεμελιώδεις περιορισμοί, το άτομο του πληθυσμού c είναι εφικτή λύση του προβλήματος, μόνο εάν η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που αντιστοιχεί σε αυτό είναι ίση με 0.

Ωστόσο, εάν η εταιρεία-πάροχος των υπηρεσιών αποφασίσει, ότι μπορεί να γίνει ανεκτό κάποιο ποσοστό παρεμβολής στο ραδιοδίκτυο, π.χ. αποφασίζοντας να ακολουθήσει ένα πιο «πυκνό» πλάνο επαναχρησιμοποίησης των ραδιοσυχνοτήτων (tight reuse pattern), τότε και άλλα χρωμοσώματα, για τα οποία η συνάρτηση f δεν μηδενίζεται αλλά λαμβάνει σχετικά μικρές τιμές, μπορούν να γίνουν αποδεκτά ως λύσεις του προβλήματος.

Επίσης, πρέπει να σημειωθεί, ότι για την αποδοχή ενός πλάνου ανάθεσης συχνοτήτων μπορούν να ληφθούν υπόψη ορισμένα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά ενός δικτύου GSM, όπως για παράδειγμα η ασυνεχής μετάδοση (Discontinuous Transmission – DTX) και ο τύπος της μεθόδου εναλλαγής συχνότητας (Frequency Hopping) που χρησιμοποιείται στις κυψέλες, τα οποία επηρεάζουν το ποσοστό του χρόνου παρεμβολής ενός καναλιού. Επιπροσθέτως, είναι σύνηθες να υφίσταται διαφορετική αντιμετώπιση των παρεμβολών, ανάλογα με το είδος του υπό εξέταση καναλιού της κυψέλης. Για τα κανάλια που εξυπηρετούν αποκλειστικά τις ανάγκες της κίνησης (Traffic Channels –TCH), κατά κανόνα υπάρχει μεγαλύτερη ανεκτικότητα παρεμβολών από ό,τι στα κανάλια ελέγχου μετάδοσης (Broadcast Control Channels – BCCH), για τα οποία τα όρια είναι πιο αυστηρά.

5. ΥΒΡΙΔΙΚΕΣ ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

5.1 Η υβριδική εξελικτική προσέγγιση

Όπως αναλύθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια, τόσο οι εξελικτικές μέθοδοι όσο και οι τεχνικές βελτιστοποίησης τοπικής αναζήτησης παρουσιάζουν αδυναμίες. Στους εξελικτικούς αλγορίθμους δεν υπάρχει κάποια εγγύηση, ότι θα συγκλίνουν σε κάποια λύση, η οποία θα είναι το ολικό βέλτιστο, ενώ ακόμα και αν υπάρξει μια τέτοια σύγκλιση, πολλές φορές αυτή έρχεται μαζί με σημαντικό υπολογιστικό κόστος σε σχέση με άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης. Από την άλλη πλευρά, η ταχύτητα ανήκει στα πλεονεκτήματα των μεθόδων τοπικής αναζήτησης, οι οποίες όμως είναι ιδιαίτερα επιρρεπείς στον εγκλωβισμό σε κάποιο τοπικό βέλτιστο σε πολυτροπικούς χώρους λύσεων, ενώ συχνά αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην επίλυση προβλημάτων, των οποίων ο χώρος λύσεων δεν είναι ενιαίος. Επίσης, η αποτελεσματικότητά τους εξαρτάται από την επιλογή του αρχικού σημείου του αλγορίθμου. Επομένως, σε περιπτώσεις που δεν υπάρχει μια ελάχιστη γνώση για το πρόβλημα, η οποία θα βοηθήσει στην επιλογή ενός «καλού» αρχικού σημείου, μια τυχαία επιλογή μπορεί να επηρεάσει αρνητικά την εξέλιξη του αλγορίθμου. Το πρόβλημα αυτό είναι πιο έντονο σε προβλήματα με πολλούς περιορισμούς διαφορετικής βαρύτητας, στα οποία πολλές φορές δεν είναι προφανής η επιλογή ενός αρχικού σημείου που ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς αυτούς.

Η μεθοδολογία που αναλύεται παρακάτω αποτελεί ουσιαστικά μια σύνθεση των δύο οικογενειών μεθόδων βελτιστοποίησης, σε μια προσπάθεια να συνδυάσει τα πλεονεκτήματα της καθεμίας, σε μια ενιαία υβριδική προσέγγιση. Ο βασικός άξονάς της είναι η χρησιμοποίηση, αρχικά ενός εξελικτικού αλγορίθμου για την εξερεύνηση όλων των περιοχών του χώρου λύσεων, και στη συνέχεια αφού αυτός τερματιστεί, η αξιοποίηση της καλύτερης ευρεθείσας λύσης ως σημείο εκκίνησης μιας τεχνικής τοπικής αναζήτησης, για την συνέχιση της διαδικασίας αναζήτησης στη γειτονιά της καλύτερης λύσης που επέστρεψε ο εξελικτικός αλγόριθμος.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί, ότι η μεθοδολογία αυτή στοχεύει στην κατασκευή και υλοποίηση αλγοριθμικών σχημάτων, των οποίων η καταλληλότητα κρίνεται από τα αποτελέσματα που παρουσιάζουν σε συγκεκριμένα προβλήματα. Γι’ αυτόν τον λόγο, στις επόμενες ενότητες αυτού του κεφαλαίου θα εξεταστεί η καταλληλότητα εφαρμογής της σε δύο πρακτικά προβλήματα της βιομηχανίας ενέργειας.

Μετά τη μαθηματική περιγραφή του προβλήματος, επιλέγεται η μέθοδος αναπαράστασης των ατόμων του πληθυσμού, ανάλογα με τη φύση του προβλήματος. Για τις εφαρμογές που πραγματοποιήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας έρευνας, επιλέχθηκε η αναπαράσταση πραγματικών και ακεραίων αριθμών αντίστοιχα, έναντι της δυαδικής αναπαράστασης, προκειμένου να αντιμετωπιστούν τα προβλήματα που εισάγει η χρήση της τελευταίας, στα οποία γίνεται αναφορά στην επόμενη ενότητα.

Μια σημαντική παράμετρος της εν λόγω προσέγγισης είναι ο διαχωρισμός των περιορισμών σε θεμελιώδεις και ελαστικούς. Στο τέλος κάθε επαναληπτικής διαδικασίας, που έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή κάποιων λύσεων, ελέγχεται η ικανοποίηση του συνόλου των περιορισμών του προβλήματος από αυτές. Η μη ικανοποίηση κάποιου θεμελιώδους περιορισμού από μια υποψήφια λύση συνεπάγεται την απόρριψη της. Στην περίπτωση που η λύση δεν ικανοποιεί κάποιον ελαστικό περιορισμό, τότε χρησιμοποιείται η επιβολή ενός παράγοντα ποινής για να μειωθεί η καταλληλότητα της συγκεκριμένης λύσης, αυξάνοντας απότομα την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και καθιστώντας τη με αυτόν τον τρόπο μη ελκυστική για αναπαραγωγή.

Ξεκινώντας από έναν αρχικό πληθυσμό υποψήφιων λύσεων, ο οποίος είναι προσαρμοσμένος στις τυχόν περιοριστικές συνθήκες του προβλήματος –κατ' ελάχιστο σε ό,τι αφορά τους θεμελιώδεις περιορισμούς και εάν είναι δυνατόν με την ικανοποίηση και των ελαστικών περιορισμών- εφαρμόζονται επαναληπτικά οι 3 τελεστές που υλοποιούν την εξελικτική διαδικασία, δηλαδή η επιλογή, η διασταύρωση και η μετάλλαξη, μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο από τα κριτήρια τερματισμού που έχει τεθεί. Ως τέτοια μπορούν να αναφερθούν, η εξάντληση του μέγιστου επιτρεπόμενου αριθμού γενεών, η εξάντληση του μέγιστου επιτρεπόμενου χρόνου εκτέλεσης του αλγορίθμου, η εύρεση σημείου υποψήφιας λύσης, του οποίου η αντικειμενική συνάρτηση είναι ίση ή μικρότερη από μια τιμή αναφοράς, η στασιμότητα στην εξεύρεση σημείων με καλύτερη καταλληλότητα για πάνω από ένα καθορισμένο χρονικό παράθυρο, η απουσία βελτίωσης της καταλληλότητας των ατόμων του πληθυσμού για πάνω από ένα καθορισμένο αριθμό γενεών και η σύγκριση της διαφοράς στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης μεταξύ του καλύτερου και του χειρότερου ατόμου του πληθυσμού σε σχέση με μια τιμή κατωφλίου.

Στη συνέχεια, η καλύτερη λύση που έχει προκύψει στο τέλος του εξελικτικού αλγορίθμου αποτελεί την είσοδο για την έναρξη μιας διαδικασίας τοπικής αναζήτησης, προκειμένου να εξεταστεί η δυνατότητα εύρεσης μιας λύσης με υψηλότερη καταλληλότητα. Ως μέθοδος τοπικής αναζήτησης στην παρούσα έρευνα, επιλέχθηκε η μέθοδος γενικευμένης πρότυπης αναζήτησης, μια αναλυτική περιγραφή της οποίας δόθηκε στην ενότητα 3.6. Για τη μέθοδο αυτή, ως κριτήρια τερματισμού καθορίζονται η ελάχιστη τιμή του μεγέθους πλέγματος, ο μέγιστος επιτρεπόμενος αριθμός επαναλήψεων του αλγορίθμου, ο μέγιστος επιτρεπόμενος χρόνος εκτέλεσης, ο μέγιστος αριθμός υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης σε όλη τη διάρκεια του αλγορίθμου, η διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης μεταξύ δυο διαδοχικών επαναλήψεων σε σχέση με μια καθορισμένη τιμή κατωφλίου και η διαφορά της απόστασης μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων σε σχέση με μια τιμή κατωφλίου.

Θα πρέπει να σημειωθεί, ότι και στις δύο εφαρμογές υιοθετήθηκε μια «άπληστη» προσέγγιση του αλγορίθμου πρότυπης αναζήτησης, σύμφωνα με την οποία ο τερματισμός κάθε επανάληψης επέρχεται με την εύρεση του πρώτου σημείου πλέγματος, το οποίο χαρακτηρίζεται από υψηλότερη καταλληλότητα σε σχέση την τρέχουσα καλύτερη λύση, παραλείποντας την εξέταση των υπολοίπων σημείων του πλέγματος. Το προφανές πλεονέκτημα αυτής της προσέγγισης έγκειται στη μείωση του υπολογιστικού φορτίου, αφού μειώνεται ο αριθμός υπολογισμών της αντικειμενικής συνάρτησης, ωστόσο σε κάθε επανάληψη εισάγεται μια πιθανότητα απώλειας ορισμένων καλών λύσεων. Επίσης, σε ό,τι αφορά την κατεύθυνση της αναζήτησης των σημείων του πλέγματος σε κάθε αναζήτηση, υιοθετήθηκε το ντετερμινιστικό πρότυπο, ενώ σε κάθε επανάληψη παραλείπεται το βήμα αναζήτησης και εκτελείται μόνο το βήμα ψηφοφορίας (βλ. και ενότητα 3.6).

Στις επόμενες ενότητες του παρόντος κεφαλαίου, εξετάζεται η εφαρμογή αυτής της προσέγγισης στο πρόβλημα της οικονομικής κατανομής ηλεκτρικού φορτίου, καθώς και στο πρόβλημα της βέλτιστης τοποθέτησης ανεμογεννητριών σε αιολικά πάρκα.

Η υλοποίηση της υβριδικής προσέγγισης που περιγράφηκε παραπάνω, πραγματοποιήθηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον του Matlab© [201], [202], [203], [204]. Πρόκειται για ένα ιδιαίτερα εύχρηστο λογισμικό πακέτο, το οποίο είναι κατάλληλο για την πραγματοποίηση σύνθετων αριθμητικών υπολογισμών, ενσωματώνοντας μεθόδους αριθμητικής ανάλυσης, υπολογισμών πινάκων και παρουσίασης των αποτελεσμάτων με γραφικό τρόπο, ενώ διαθέτει αρκετά γραφικά διαδραστικά εργαλεία. Επιπρόσθετα, αποτελεί μια γλώσσα προγραμματισμού υψηλού επιπέδου που έχει ως βασικό τύπο δεδομένων τον πίνακα και απλοποιεί σημαντικά την ανάπτυξη και εκτέλεση αλγορίθμων, για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Το Matlab© παρέχει τη δυνατότητα χρησιμοποίησης πολλών έτοιμων βιβλιοθηκών και συναρτήσεων, οι οποίες συνήθως είναι κατηγοριοποιημένες σε εργαλειοθήκες (toolboxes), ενώ ταυτόχρονα επιτρέπει στον χρήστη να ορίσει τις δικές του συναρτήσεις ή ακόμα και να δημιουργήσει τις δικές του εργαλειοθήκες. Τέλος, παρέχει εύχρηστες διεπαφές επικοινωνίας με άλλες γνωστές εφαρμογές (π.χ. MS Excel), διευκολύνοντας μέσω αυτών την εισαγωγή και εξαγωγή δεδομένων.

5.2 Εφαρμογή στο πρόβλημα οικονομικής κατανομής ηλεκτρικού φορτίου

5.2.1 Η έννοια της οικονομικής κατανομής στην παραγωγή ενέργειας

Η έννοια της οικονομικής κατανομής (Economic Dispatch – ED) στην παραγωγή ενέργειας θα μπορούσε να οριστεί ως [205]:

«Η λειτουργία των εγκαταστάσεων παραγωγής με τέτοιο τρόπο, ώστε αυτές να παράγουν ενέργεια με το χαμηλότερο δυνατό κόστος, εξυπηρετώντας με αξιοπιστία τους καταναλωτές, μέσα στα πλαίσια των λειτουργικών δυνατοτήτων των μονάδων παραγωγής και μεταφοράς».

Όπως είναι φανερό από τον παραπάνω ορισμό, η οικονομική κατανομή στοχεύει στην εξοικονόμηση του λειτουργικού κόστους των εγκαταστάσεων παραγωγής, διασφαλίζοντας ταυτόχρονα την απρόσκοπτη ανταπόκριση του ενεργειακού συστήματος στις ανάγκες των καταναλωτών. Η οικονομική κατανομή στην παραγωγή ενέργειας έχει δύο θεμελιώδεις συνιστώσες:

- Την ομαλή και επαρκή κάλυψη της ζήτησης την ίδια ημέρα
- Τον σχεδιασμό της κάλυψης της ζήτησης για την επόμενη ημέρα

Η πρώτη περιλαμβάνει την εποπτεία της ισορροπίας της τροφοδοσίας και του φορτίου, καθώς και την παρακολούθηση των ωριαίων προγραμμάτων κατανομής, ώστε να εξασφαλιστεί η ισορροπία της κατανομής για την επόμενη ώρα. Επίσης, περιλαμβάνει την παρακολούθηση των ροών στο σύστημα μεταφοράς και των επιπέδων τάσης, έτσι ώστε αυτά να διατηρούνται εντός των καθορισμένων ορίων αξιοπιστίας, όπως επίσης και τη λήψη διορθωτικών μέτρων, τα οποία συνίστανται:

- Στον περιορισμό των προγραμματισμένων νέων ροών ενέργειας
- Στον περιορισμό των τρεχουσών ροών ενέργειας
- Στην αλλαγή της κατανομής του φορτίου
- Στην απόρριψη φορτίου

Η δεύτερη συνιστώσα, η οποία αφορά τον σχεδιασμό για την επόμενη ημέρα, περιλαμβάνει:

- Τον ωριαίο προγραμματισμό των μονάδων παραγωγής για την κατανομή της επόμενης ημέρας, ο οποίος βασίζεται στην πρόβλεψη του φορτίου για την ημέρα αυτή, στην επιλογή των γεννητριών που θα είναι διαθέσιμες για την εξυπηρέτηση της ζήτησης, στα τεχνικά όρια λειτουργίας της κάθε γεννήτριας και στα λειτουργικά κόστη, τα οποία εισάγει η χρησιμοποίησή της
- Την εκτίμηση της αξιοπιστίας, η οποία συνίσταται στην ανάλυση της πρόβλεψης φορτίου και των συνθηκών μεταφοράς στην περιοχή, προκειμένου να εξασφαλιστεί, ότι η προγραμματισμένη κατανομή μπορεί να ανταποκριθεί αξιόπιστα στο απαιτούμενο φορτίο, όπως επίσης και στην πιθανή αναθεώρηση του προγράμματος αυτού, εάν κριθεί ότι δεν είναι πραγματοποιήσιμο εντός των ορίων του συστήματος μεταφοράς ενέργειας

5.2.2. Το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής ηλεκτρικού φορτίου (Economic Load Dispatch – ELD)

Το πρόβλημα της οικονομικής κατανομής ηλεκτρικού φορτίου στα κέντρα παραγωγής και ελέγχου ηλεκτρικής ενέργειας είναι ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα στους τομείς του σχεδιασμού και παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Η οικονομική κατανομή του ηλεκτρικού φορτίου αφορά την ελαχιστοποίηση του κόστους λειτουργίας των μονάδων παραγωγής (γεννήτριες), λαμβάνοντας υπόψη τον περιορισμό του ισοζυγίου ισχύος, καθώς επίσης και τους τεχνικούς περιορισμούς της κάθε μονάδας παραγωγής.

Το πρόβλημα αυτό έχει έντονα μη γραμμικά χαρακτηριστικά. Κατά τη διάρκεια των περασμένων δεκαετιών, η επίλυση του γινόταν με την εφαρμογή σύνθετων μαθηματικών μεθόδων. Η πρόσφατη ανάπτυξη των μετα-ευρετικών μεθόδων βελτιστοποίησης αποτέλεσε ένα νέο, εναλλακτικό ρεαλιστικό πλαίσιο επίλυσης του συγκεκριμένου προβλήματος. Τέτοιου είδους τεχνικές που έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία για την επίλυσή του, είναι η προσομοιωμένη ανόπτηση [206], η αποτρεπτική αναζήτηση [207], η βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων [208], [209],

[210], τα νευρωνικά δίκτυα [211], ο εξελικτικός προγραμματισμός [212] και οι γενετικοί αλγόριθμοι [213].

5.2.3. Μαθηματική θεμελίωση

Η μαθηματική θεμελίωση του προβλήματος είναι η ακόλουθη [214]:

$$Min \sum_{i=1}^{n} F_i(P_i)$$

$$F_i(P_i) = \left(a_i + b_i P_i + c_i {P_i}^2\right) \qquad (5.1)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$P_{i,min} \le P_i \le P_{i,max} \;, \quad i = 1, \ldots, N \qquad (5.2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_i - P_D - L = 0 \qquad (5.3)$$

$$L = \sum_{i=1}^{n} B_i {P_i}^2 \qquad (5.4)$$

όπου:

n είναι ο αριθμός των γεννητριών που είναι συνδεδεμένες στο σύστημα

a_i, b_i, c_i είναι οι συντελεστές κόστους της $i -$ οστής γεννήτριας

P_i είναι η ισχύς εξόδου της $i -$ οστής γεννήτριας

$P_{i,min}$ είναι το ελάχιστο όριο ισχύος εξόδου της $i -$ οστής γεννήτριας

$P_{i,max}$ είναι το μέγιστο όριο ισχύος εξόδου της $i -$ οστής γεννήτριας

P_D είναι η συνολική ζήτηση σε φορτίο

L είναι οι απώλειες μετάδοσης ισχύος

B_i είναι ο συντελεστής απώλειας μετάδοσης ισχύος της $i-$οστής γεννήτριας

Όπως προκύπτει από τη μαθηματική θεμελίωση, η σχέση (5.2) εκφράζει τους περιορισμούς ανισότητας, ενώ οι σχέσεις (5.3), (5.4) τους περιορισμούς ισότητας του προβλήματος αντίστοιχα. Επίσης, από τη διατύπωση του προβλήματος είναι σαφές, ότι δεν υπάρχει διάκριση σε θεμελιώδεις και ελαστικούς περιορισμούς. Όλοι οι περιορισμοί θεωρούνται θεμελιώδεις.

5.2.4. Εφαρμογή

Μολονότι σε πολλά προβλήματα βελτιστοποίησης που αντιμετωπίζονται με τους γενετικούς αλγορίθμους συχνά χρησιμοποιείται η δυαδική αναπαράσταση, για την εφαρμογή της παρούσας μεθοδολογίας στο πρόβλημα ELD, επιλέγεται ένα σχήμα αναπαράστασης πραγματικών αριθμών για τις πιθανές λύσεις του προβλήματος. Η αναπαράσταση αυτή έχει αποδειχθεί, ότι πλεονεκτεί της δυαδικής αναπαράστασης σε διάφορους τομείς: Πρώτον, σε ό,τι αφορά την αποδοτικότητα του αλγορίθμου, διότι δεν προκύπτει η ανάγκη μετατροπής των χρωμοσωμάτων σε δυαδικές συμβολοσειρές, κάτι το οποίο σημαίνει, ότι οι υπολογιστικοί πόροι που απαιτούνται για την εκτέλεση των υπολογισμών είναι λιγότεροι και οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται με μεγαλύτερη ταχύτητα [215]. Αυτό προκύπτει από το γεγονός, ότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν απευθείας αποδοτικές εσωτερικές αναπαραστάσεις αριθμών κινητής υποδιαστολής στον ηλεκτρονικό υπολογιστή [214]. Επιπλέον, δεν υπάρχει απώλεια στην ακρίβεια της αναπαράστασης λόγω εφαρμογής διαδικασιών διακριτοποίησης, ενώ επίσης υπάρχει μεγαλύτερη ποικιλία στη δυνατότητα χρησιμοποίησης των τελεστών εξέλιξης.

Το πρόβλημα ELD είναι συνεχές. Υπάρχει η δυνατότητα μετατροπής του σε διακριτό, διαμερίζοντας το διάστημα των ορίων μέσα στα οποία πρέπει να βρίσκεται η ισχύς της κάθε γεννήτριας σε ένα σύνολο διακριτών διαστημάτων [216]. Ωστόσο, για λόγους εξαγωγής συγκριτικών συμπερασμάτων σε προβλήματα διαφορετικής φύσης, στην παρούσα μελέτη περίπτωσης επιλέγεται να αντιμετωπιστεί ως συνεχές. Άλλωστε, οι εξελικτικές μέθοδοι έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία τόσο σε διακριτά όσο και σε συνεχή προβλήματα, ενώ σε αντίθεση με άλλες μετα-ευρετικές μεθόδους [217], δεν απαιτούνται ιδιαίτερες τροποποιήσεις για την εφαρμογή τους σε συνεχή προβλήματα.

Επομένως, το κάθε χρωμόσωμα που αναπαριστά μια λύση του προβλήματος θα είναι ένα διάνυσμα πραγματικών αριθμών που θα αποτελείται από n στήλες, κάθε στοιχείο του οποίου θα αντιστοιχεί στην τιμή ισχύος της κάθε γεννήτριας. Κατά συνέπεια, ο αρχικός πληθυσμός, πάνω στον οποίο θα εφαρμοστούν οι εξελικτικές διαδικασίες, έχει τη μορφή μιας μήτρας A με διαστάσεις $i \times n$, όπου i είναι το πλήθος των χρωμοσωμάτων, όπως απεικονίζεται παρακάτω:

$$A = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{i1} & P_{i2} & \cdots & P_{in} \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

Σε ορισμένες μεθοδολογίες επίλυσης του εν λόγω προβλήματος, η ικανοποίηση κριτηρίων ισότητας και ανισότητας επιτυγχάνεται με τρόπο που ουσιαστικά «επιβάλλει» την τιμή του ενός γονιδίου σε ένα χρωμόσωμα να προκύπτει ως η διαφορά της συνολικής απαίτησης ισχύος από το άθροισμα των ισχύων των υπόλοιπων γονιδίων του χρωμοσώματος [218]. Στην παρούσα εφαρμογή, έχει εξαλειφθεί η εισαγωγή αυτού του παράγοντα προκατάληψης και παρέχεται η δυνατότητα σε κάθε άτομο του πληθυσμού να εξελίσσεται χωρίς την ύπαρξη αυτού του περιορισμού.

Για τις ανάγκες της μελέτης περίπτωσης, θα θεωρήσουμε ότι έχουμε ένα κέντρο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, το οποίο αποτελείται από 15 γεννήτριες παραγωγής, καθεμία από τις οποίες πρέπει να λειτουργεί εντός διαφορετικών ορίων μέγιστης και ελάχιστης ισχύος. Τα όρια αυτά απεικονίζονται στον πίνακα 5.1. Για λόγους απλότητας, θα αγνοήσουμε τις απώλειες μετάδοσης ισχύος, επομένως στην εξίσωση (5.4), θεωρούμε ότι L=0. Επίσης, στον πίνακα 5.2 απεικονίζονται οι τιμές των τριών συντελεστών κόστους a_i, b_i, c_i της εξίσωσης (5.1) για την κάθε γεννήτρια του υπό εξέταση προβλήματος. Ακόμα, θεωρούμε ότι η συνολική ζήτηση που πρέπει να ικανοποιείται από το εν λόγω κέντρο παραγωγής είναι ίση με

P_D =2500 MW. Σύμφωνα με τις εξισώσεις (5.3), (5.4) και με δεδομένο ότι οι απώλειες μετάδοσης ισχύος αγνοούνται, θα πρέπει να ισχύει:

$$\sum_{i=1}^{15} P_i = 2500\ MW \tag{5.6}$$

Αριθμός γεννήτριας	**Ελάχιστη επιτρεπόμενη ισχύς $P_{i,min}$ (MW)**	**Μέγιστη επιτρεπόμενη ισχύς $P_{i,max}$ (MW)**
1	150	200
2	100	200
3	50	100
4	100	800
5	40	550
6	100	380
7	50	70
8	60	100
9	70	120
10	100	110
11	200	250
12	300	350
13	350	360
14	100	400
15	100	150

Πίνακας 5.1: Ελάχιστα και μέγιστα όρια ισχύος των γεννητριών

Για την επίλυση του προβλήματος, δημιουργείται ένας αρχικός πληθυσμός από χρωμοσώματα, τα οποία ικανοποιούν τους περιορισμούς ισότητας και ανισότητας. Το μέγεθος του αρχικού πληθυσμού ορίζεται σε 20 χρωμοσώματα. Επομένως, η μήτρα A της σχέσης (5.5), για την υπό εξέταση περίπτωση έχει διαστάσεις $20x15$. Στη συνέχεια, ξεκινάει η επαναληπτική διαδικασία ενός γενετικού αλγορίθμου, με την εφαρμογή των τριών γνωστών τελεστών εξέλιξης. Η διαδικασία επιλογής πραγματοποιείται με τη μέθοδο της στοχαστικής καθολικής δειγματοληψίας που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 2. Για τη διαδικασία της διασταύρωσης, επιλέγεται η διασταύρωση δύο σημείων, η οποία πραγματοποιείται με πιθανότητα 0.8, ενώ η διαδικασία της μετάλλαξης υλοποιείται προσαρμοστικά, δηλαδή ανάλογα με την καταλληλότητα του κάθε χρωμοσώματος [219], [220]. Επίσης, ορίζουμε τον αριθμό των ελιτίστικων ατόμων σε 2 και τον μέγιστο αριθμό γενεών σε 100. Τα παραπάνω συνοψίζονται στον πίνακα 5.3.

Αριθμός γεννήτριας	**Συντελεστής a_i**	**Συντελεστής b_i**	**Συντελεστής c_i**
1	520	7.22	0.001423
2	290	7.15	0.00184
3	65	7.56	0.00312
4	102	5.27	0.00269
5	51	9.90	0.00172
6	178	8.26	0.00693
7	110	7.25	0.00325
8	302	9.50	0.00458
9	50	6.58	0.0068
10	698	8.65	0.00254
11	458	9.25	0.0035
12	125	6.25	0.0024
13	103	7.14	0.0028
14	205	8.65	0.0036
15	45	7.65	0.0015

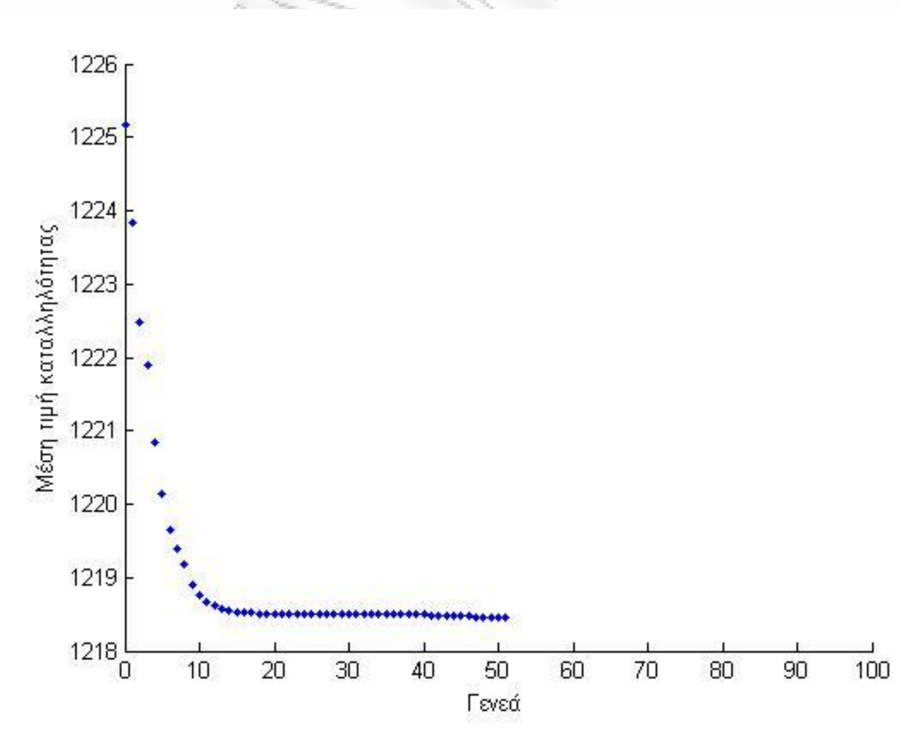
Πίνακας 5.2: Συντελεστές κόστους των γεννητριών

Στο σχήμα 5.1 απεικονίζεται η εξέλιξη της μέσης τιμής της καταλληλότητας σε σχέση με τον αριθμό των γενεών. Όπως προκύπτει από το διάγραμμα, ο αλγόριθμος τερματίζεται μετά από 51 γενεές. Στο σχήμα 5.2 απεικονίζεται η εξέλιξη της καταλληλότητας του καλύτερου ατόμου του πληθυσμού σε συνάρτηση με τον αριθμό των γενεών. Η καλύτερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι 1218.46.

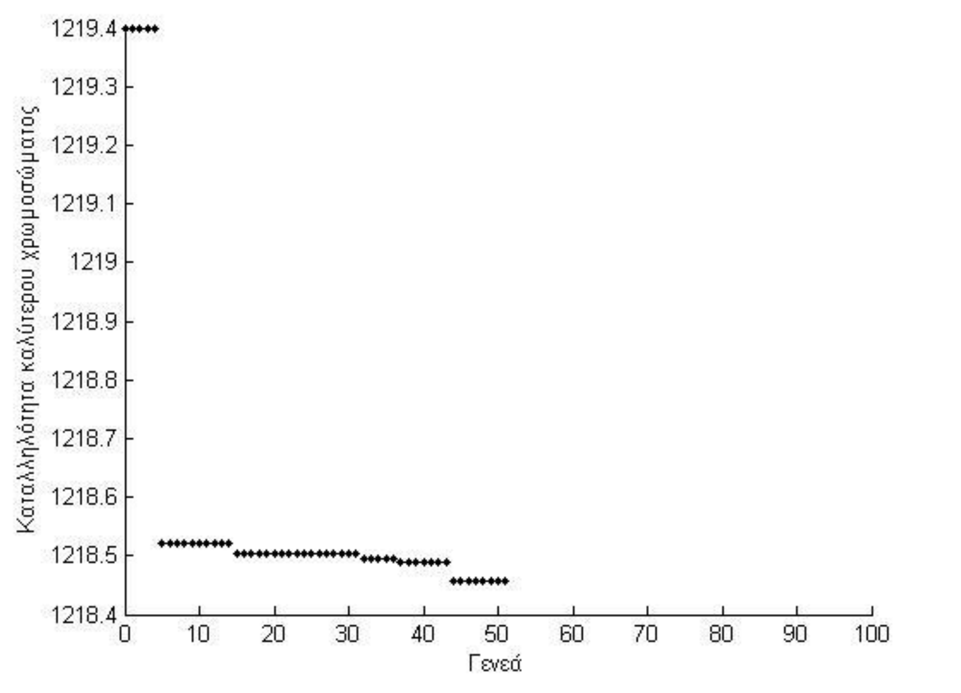
Στο σχήμα 5.3 απεικονίζεται η εξέλιξη της μέσης απόστασης μεταξύ των χρωμοσωμάτων ως συνάρτηση του αριθμού των γενεών. Είναι φανερό, ότι ήδη από τις πρώτες γενεές, η απόσταση αυτή γίνεται πολύ μικρή, κάτι που καταδεικνύει την αδυναμία διατήρησης ενός ελάχιστου βαθμού ποικιλομορφίας μεταξύ των ατόμων του πληθυσμού και οδηγεί τον πληθυσμό σε στασιμότητα. Διαφορετικοί τελεστές εξέλιξης, όπως η επιλογή πρωταθλημάτων και η επιλογή τροχού ρουλέτας σε ό,τι αφορά τη μέθοδο επιλογής, όπως επίσης και η ενδιάμεση διασταύρωση και η διασταύρωση μονού σημείου, αναφορικά με τη μέθοδο διασταύρωσης, αλλά και η αύξηση του μεγέθους του πληθυσμού, παρουσίασαν παρόμοια συμπεριφορά, αποτυγχάνοντας να επιλύσουν το πρόβλημα της αδυναμίας εξέλιξης.

Παράμετροι εκτέλεσης γενετικού αλγορίθμου	
Μέγεθος πληθυσμού	20
Τελεστής επιλογής	Στοχαστική καθολική δειγματοληψία
Τελεστής διασταύρωσης	Διασταύρωση δύο σημείων
Πιθανότητα διασταύρωσης	0.8
Τελεστής μετάλλαξης	Προσαρμοστικός της καταλληλότητας
Μέγιστος αριθμός γενεών	100
Αριθμός ελιτίστικων ατόμων	2

Πίνακας 5.3: Παράμετροι εκτέλεσης γενετικού αλγορίθμου



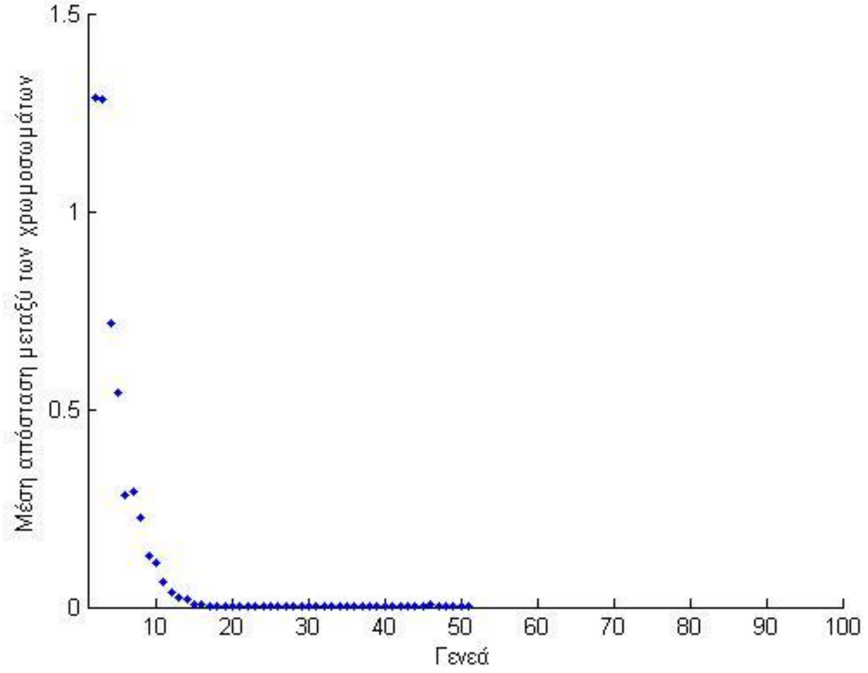
Σχήμα 5.1: Εξέλιξη της μέσης τιμής καταλληλότητας ως συνάρτηση του αριθμού γενεών



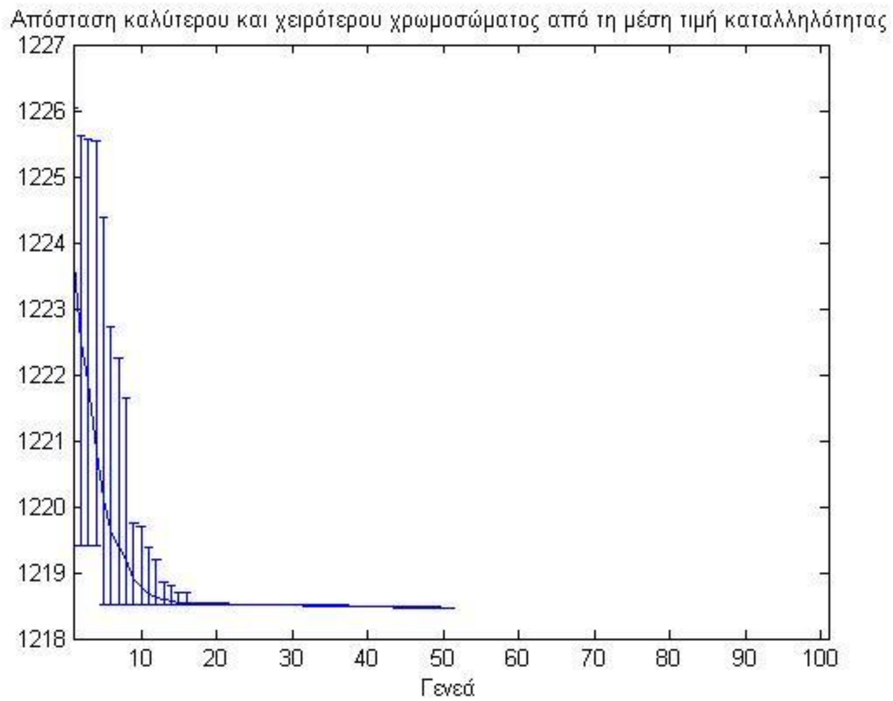
Σχήμα 5.2: Εξέλιξη της καταλληλότητας του καλύτερου χρωμοσώματος ως συνάρτηση του αριθμού γενεών

Επίσης, στο σχήμα 5.4 απεικονίζεται η εξέλιξη των τιμών καταλληλότητας του καλύτερου και του χειρότερου ατόμου, καθώς και η απόσταση τους από τη μέση τιμή καταλληλότητας σε κάθε γενεά. Και από αυτό το διάγραμμα καταδεικνύεται η αδυναμία διατήρησης ενός ελάχιστου βαθμού ποικιλομορφίας, αφού μετά από τις 10 περίπου πρώτες γενεές τα χρωμοσώματα ομοιάζουν πολύ μεταξύ τους. Τέλος, στο σχήμα 5.5, απεικονίζεται η καλύτερη λύση που προκύπτει κατά τον τερματισμό του γενετικού αλγορίθμου.

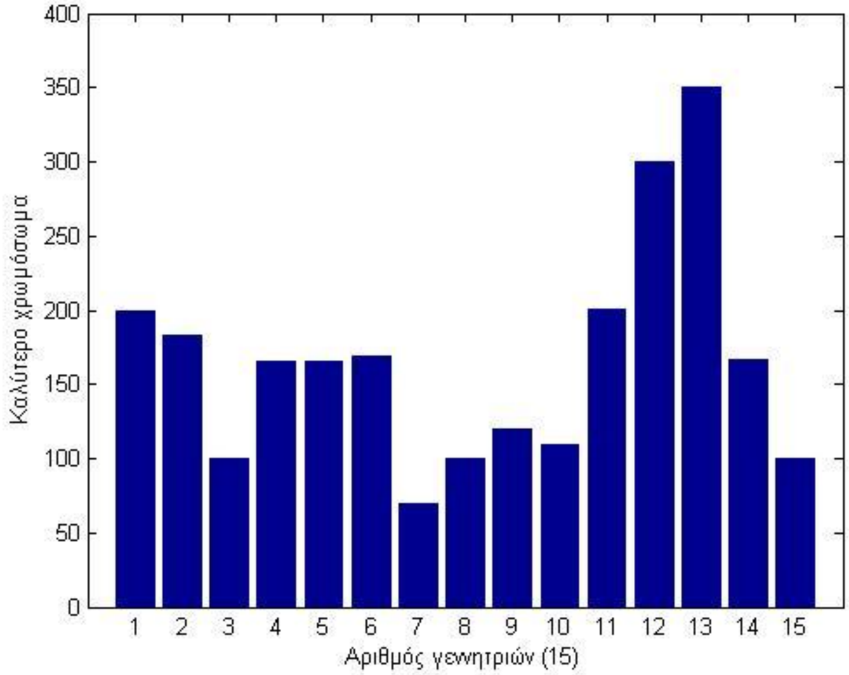
Για την εφαρμογή της υβριδικής προσέγγισης, εκτελείται εκ νέου ο γενετικός αλγόριθμος και μετά τον τερματισμό του, το καλύτερο χρωμόσωμα που προέκυψε, τίθεται ως αρχικό σημείο της μεθόδου γενικευμένης πρότυπης αναζήτησης, η οποία αναλύθηκε στην ενότητα 3.6 του κεφαλαίου 3, προκειμένου να συνεχιστεί η αναζήτηση για κάποια λύση με υψηλότερη τιμή καταλληλότητας από αυτή που επέστρεψε ο γενετικός αλγόριθμος. Η παράμετρος αύξησης του μεγέθους του πλέγματος μετά από ένα επιτυχημένο βήμα ψηφοφορίας τίθεται ίση με 2, ενώ για την περίπτωση του ανεπιτυχούς βήματος ψηφοφορίας, η αντίστοιχη παράμετρος μείωσης του μεγέθους του πλέγματος ισούται με 0.5.



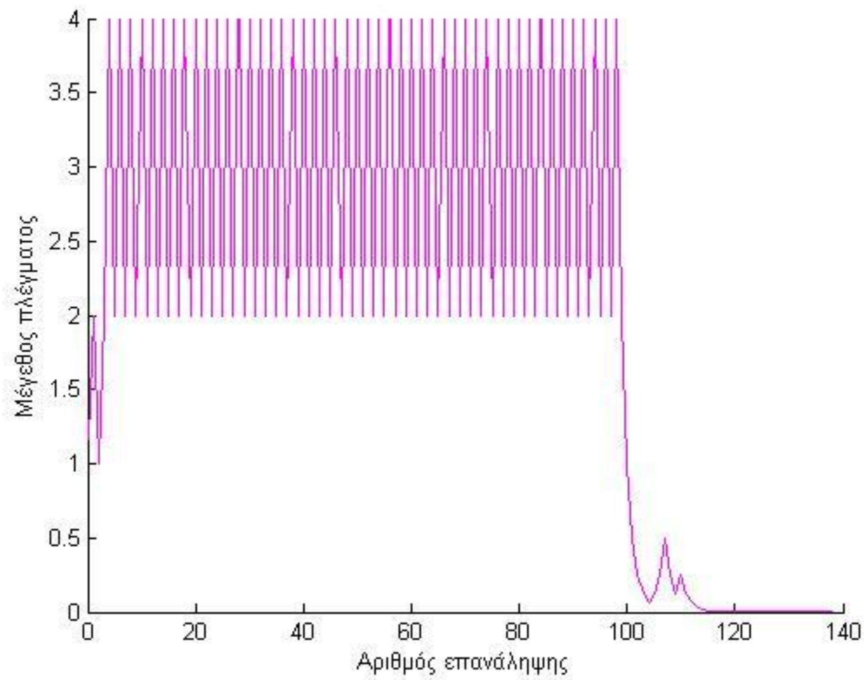
Σχήμα 5.3: Μέση απόσταση μεταξύ των χρωμοσωμάτων ως συνάρτηση του αριθμού γενεών



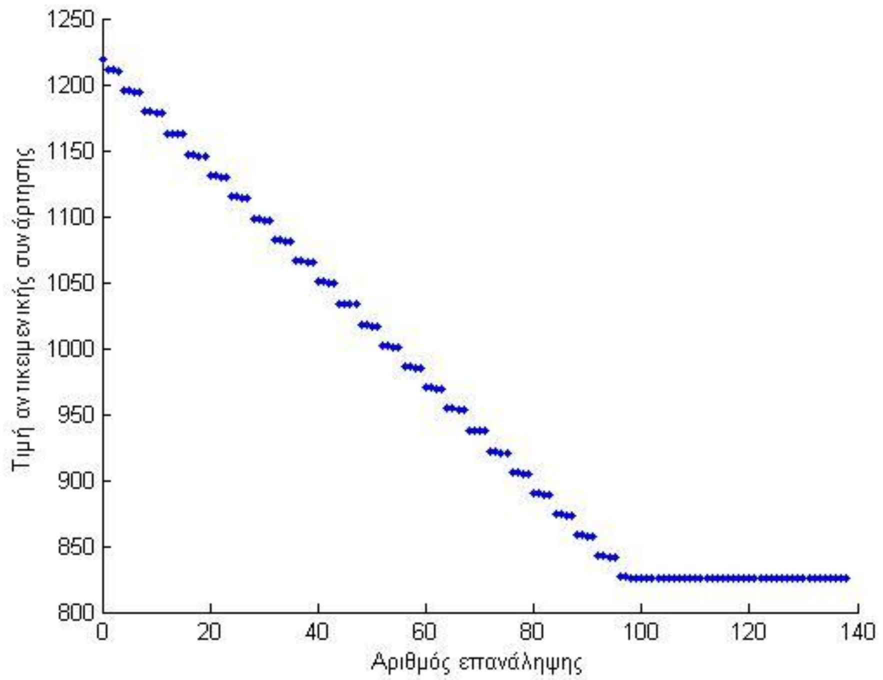
Σχήμα 5.4: Εξέλιξη των τιμών καταλληλότητας του καλύτερου και του χειρότερου χρωμοσώματος και απόσταση από τη μέση τιμή καταλληλότητας



Σχήμα 5.5: Τιμές μεταβλητών του καλύτερου άτομου του πληθυσμού κατά τον τερματισμό του γενετικού αλγορίθμου



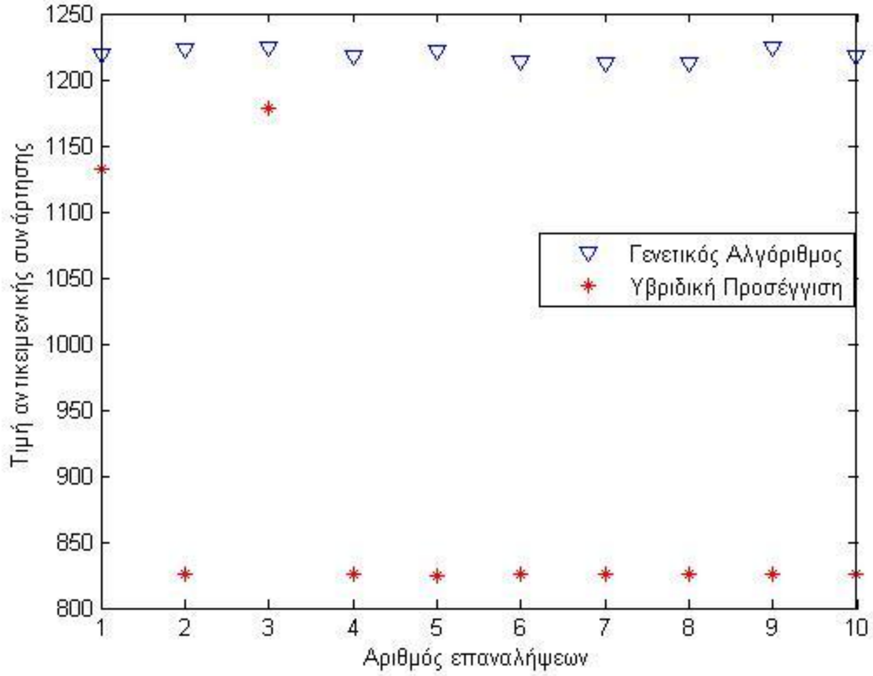
Σχήμα 5.6: Μεταβολή του μεγέθους του πλέγματος σε συνάρτηση με τον αριθμό επαναλήψεων



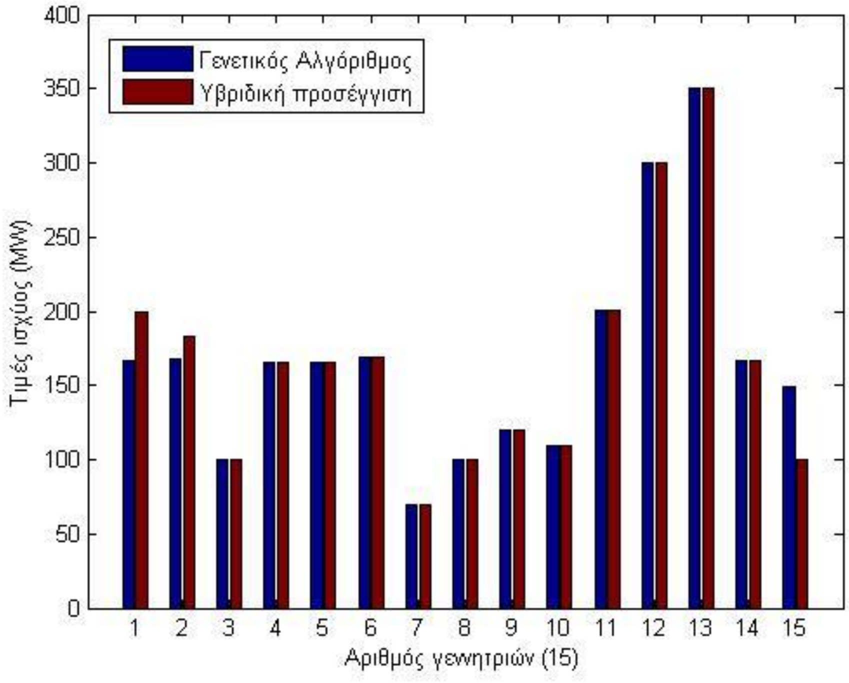
Σχήμα 5.7: Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης ως συνάρτηση του αριθμού επαναλήψεων

Στο σχήμα 5.6 απεικονίζεται η μεταβολή του μεγέθους του πλέγματος σε συνάρτηση με τον αριθμό των επαναλήψεων. Από το διάγραμμα αυτό προκύπτει, ότι για ένα μεγάλο αριθμό επαναλήψεων του αλγορίθμου της γενικευμένης πρότυπης αναζήτησης, το μέγεθος του πλέγματος αυξομειώνεται με μεγάλη συχνότητα, λόγω της συνεχούς εναλλαγής μεταξύ επιτυχημένων και αποτυχημένων βημάτων ψηφοφορίας. Μάλιστα, η εναλλαγή συνεχίζεται –με μικρότερη όμως συχνότητα- ακόμα και όταν το πλέγμα αρχίζει να γίνεται αρκετά μικρό, λίγες επαναλήψεις πριν τον τερματισμό του αλγορίθμου. Ο τερματισμός αυτός επέρχεται με την ενεργοποίηση του κριτηρίου της ελάχιστης τιμής μεγέθους του πλέγματος, κατά την 138^{η} επανάληψη.

Στο σχήμα 5.7 απεικονίζεται η εξέλιξη της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης σε σχέση με τον αριθμό των επαναλήψεων του αλγορίθμου. Η αρχική της τιμή κατά την εκκίνηση του αλγορίθμου είναι ίση με την τιμή που επέστρεψε ο απλός γενετικός αλγόριθμος (1218.46) και η τιμή κατά τον τερματισμό της γενικευμένης πρότυπης αναζήτησης είναι 825.



Σχήμα 5.8: Σύγκριση τιμών αντικειμενικής συνάρτησης για την περίπτωση του γενετικού αλγορίθμου και της υβριδικής προσέγγισης



Σχήμα 5.9: Τελικές τιμές μεταβλητών των καλύτερων χρωμοσωμάτων για τον γενετικό αλγόριθμο και την υβριδική προσέγγιση

Στο σχήμα 5.8 απεικονίζονται οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης για την περίπτωση της εκτέλεσης της υβριδικής προσέγγισης και του απλού γενετικού αλγορίθμου αντίστοιχα, για ένα σύνολο από δέκα επαναλήψεις. Όπως είναι φανερό από το σχήμα αυτό, στην περίπτωση της υβριδικής προσέγγισης και σε όλες τις επαναλήψεις, η αντικειμενική συνάρτηση εμφανίζει σημαντικά χαμηλότερη τιμή από ό,τι ο απλός γενετικός αλγόριθμος. Εύκολα γίνεται αντιληπτό, πως η μείωση αυτή αντιστοιχεί σε μια σημαντική μείωση του κόστους λειτουργίας των μονάδων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.

Τέλος, στο σχήμα 5.9 παρουσιάζονται συγκριτικά οι τελικές τιμές των μεταβλητών των καλύτερων χρωμοσωμάτων για τον απλό γενετικό αλγόριθμο και την υβριδική προσέγγιση αντίστοιχα.

5.3 Εφαρμογή στο πρόβλημα της βέλτιστης τοποθέτησης ανεμογεννητριών σε αιολικά πάρκα

5.3.1 Εισαγωγή

Η αιολική ενέργεια αποτελεί μια από τις πλέον αναπτυσσόμενες και ελπιδοφόρες εναλλακτικές μορφές ενέργειας, με δεδομένο ότι οι συμβατικές πηγές ενέργειας ελαττώνονται όλο και περισσότερο και το κόστος απόκτησης της ενέργειας που παράγεται από αυτές παρουσιάζει σταθερά αυξητική τάση. Επιπλέον, αποτελεί μια καθαρή και φιλική προς το περιβάλλον μορφή ενέργειας, αφού η παραγωγή της βασίζεται αποκλειστικά στην εκμετάλλευση του αιολικού δυναμικού μιας περιοχής.

Ωστόσο, οι επενδύσεις στην αιολική ενέργεια είναι από τις πλέον δαπανηρές στον τομέα της παραγωγής ενέργειας. Για αυτόν τον λόγο, η μεγιστοποίηση της παραγόμενης ισχύος, σε συνδυασμό με την ελαχιστοποίηση του κόστους κεφαλαίου και λειτουργικού κόστους, είναι παράγοντες ζωτικής σημασίας για την κερδοφορία και την ανταγωνιστικότητα της επένδυσης. Μία από τις κρίσιμες τεχνικές παραμέτρους της υλοποίησης της επένδυσης, είναι ο σχεδιασμός του αιολικού πάρκου, αναφορικά με τον τρόπο τοποθέτησης των ανεμογεννητριών σε μια γεωγραφικά προσδιορισμένη περιοχή. Το πρόβλημα αυτό, το οποίο αναλύεται και αντιμετωπίζεται στην παρούσα ενότητα, με εφαρμογή της προτεινόμενης υβριδικής εξελικτικής προσέγγισης, έχει μελετηθεί εκτενώς από την ερευνητική κοινότητα με τη χρησιμοποίηση διάφορων αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Οι πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες μέθοδοι είναι οι γενετικοί αλγόριθμοι [221], [222], [223], [224], η προσομοιωμένη ανόπτηση [225], οι προσομοιώσεις Monte Carlo [226], [227], και άλλες υβριδικές τεχνικές [228], [229].

5.3.2 Μαθηματική θεμελίωση

Διάφορες προσεγγίσεις μοντελοποίησης της ροής του ανέμου μέσα σε ένα αιολικό πάρκο έχουν προταθεί από την επιστημονική κοινότητα [230], [231]. Τα πιο γνωστά μοντέλα είναι αυτά που έχουν προταθεί από τους Jensen [232], [233], Ainslie [234], και Larsen [235], καθώς και το μοντέλο ECN που βασίζεται στις παραβολικές εξισώσεις Navier-Stokes και στον κώδικα UPMWAKE [236] . Ωστόσο, το μοντέλο στο οποίο βασίζονται οι περισσότερες ερευνητικές προσπάθειες που πραγματεύονται το πρόβλημα της βέλτιστης τοποθέτησης ανεμογεννητριών είναι αυτό του Jensen, κυρίως λόγω του συνδυασμού της απλότητας που παρέχει στους μαθηματικούς υπολογισμούς της ταχύτητας του ανέμου, έχοντας επομένως και ανάλογες απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους, χωρίς όμως να υστερεί στην ακρίβεια περιγραφής της συμπεριφοράς του κύματος. Το μοντέλο αυτό υποθέτει, ότι η ορμή διατηρείται μέσα στο κύμα του ανέμου, ενώ αγνοεί το κοντινό πεδίο πίσω από μια ανεμογεννήτρια. Καθώς ο άνεμος κινείται προς τα πίσω και προς τις υπόλοιπες ανεμογεννήτριες, η ακτίνα του κύματος αυξάνει γραμμικά και ανάλογα με την απόσταση x από την πρώτη ανεμογεννήτρια, όπως φαίνεται και στο σχήμα 5.10 [232], [222], [227], ενώ η ταχύτητα του ανέμου στη θέση αυτή υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$u = u_0 \left[1 - \frac{2\alpha}{(1 + a\left(\frac{x}{r_1}\right))^2} \right] \tag{5.7}$$

όπου:

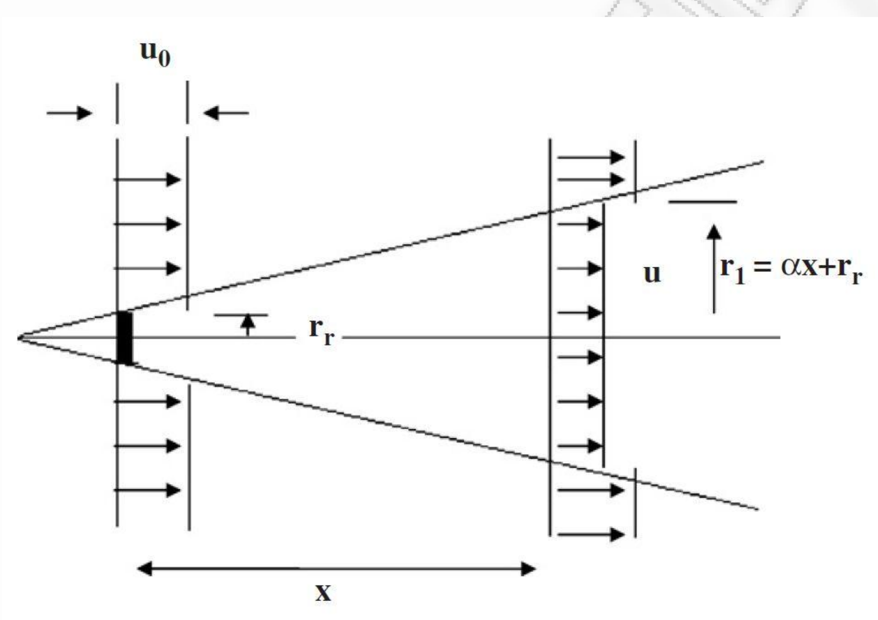
u_0 είναι η μέση ταχύτητα του ανέμου

α είναι ο παράγοντας αξονικής επαγωγής (axial induction factor)

x είναι η απόσταση μεταξύ των ανεμογεννητριών

r_1 είναι η ακτίνα του κύματος σε απόσταση x από την ανεμογεννήτρια

a είναι μια σταθερή τιμή



Σχήμα 5.10: Απεικόνιση του μοντέλου του Jensen

Η ακτίνα r_1 σχετίζεται με την ακτίνα r_r της πτερωτής μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$r_1 = r_r\sqrt{\frac{1-\alpha}{1-2\alpha}} \tag{5.8}$$

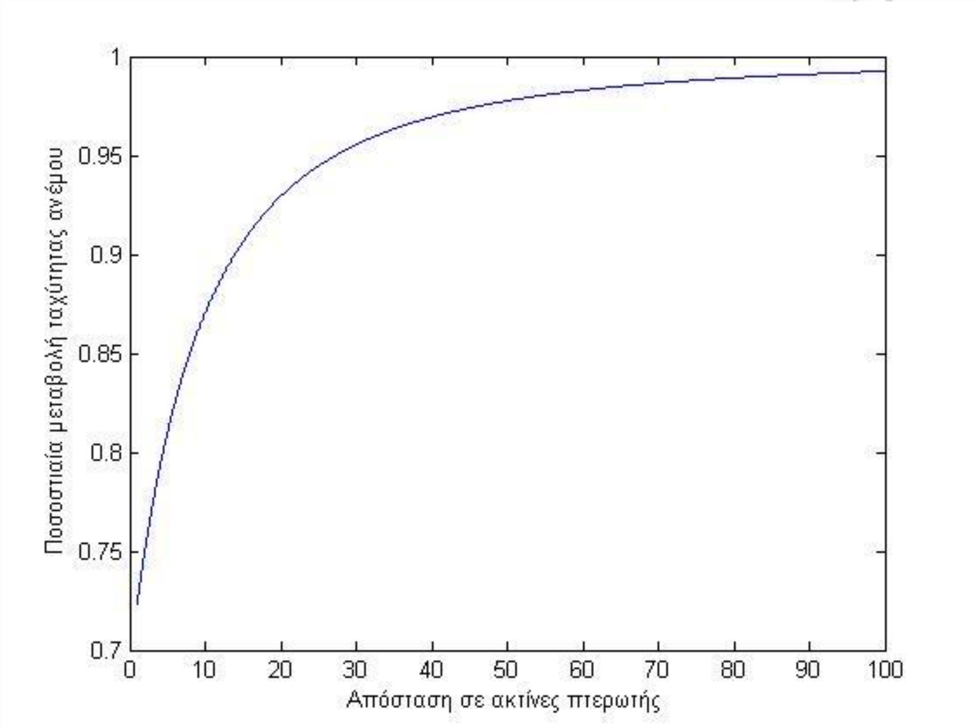
Ο συντελεστής ώσης (thrust coefficient) της ανεμογεννήτριας εξαρτάται από τον παράγοντα αξονικής επαγωγής σύμφωνα με τη σχέση:

$$C_T = 4\alpha(1-\alpha) \tag{5.9}$$

και τέλος η σταθερά a έχει αποδειχθεί ότι εμπειρικά δίνεται από τη σχέση:

$$a = \frac{0.5}{\ln(\frac{z}{z_0})} \tag{5.10}$$

όπου z είναι το ύψος του πύργου της ανεμογεννήτριας από το έδαφος, ενώ z_0 είναι ο συντελεστής τραχύτητας του εδάφους.



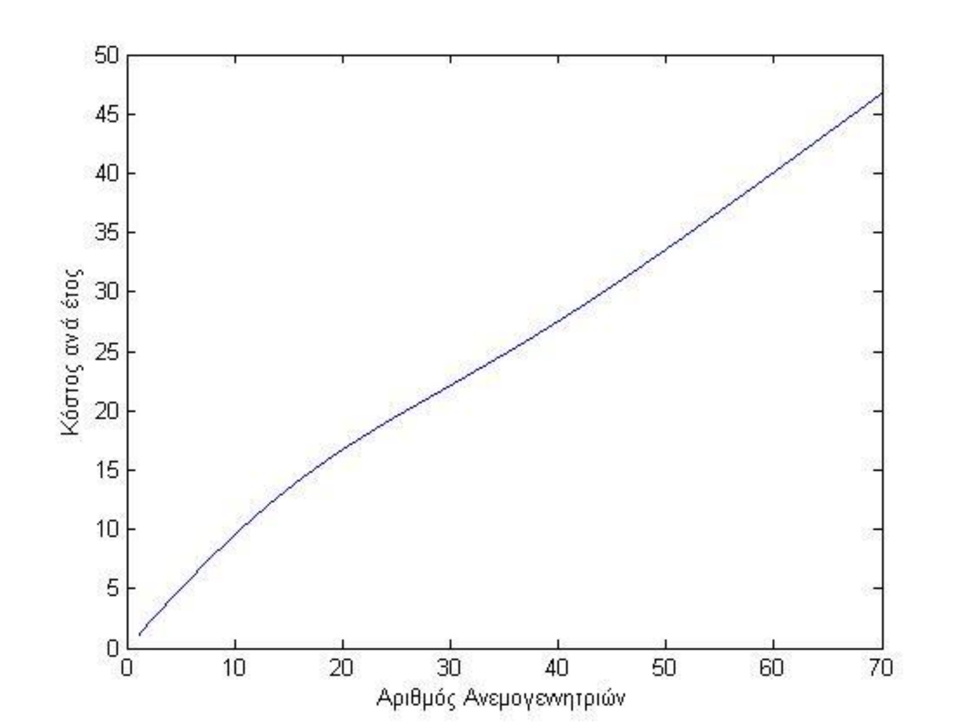
Σχήμα 5.11: Μεταβολή της ταχύτητας του ανέμου ως συνάρτηση της απόστασης μεταξύ των ανεμογεννητριών

Στο σχήμα 5.11 απεικονίζεται η ποσοστιαία μεταβολή της ταχύτητας του ανέμου ως συνάρτηση της κάθετης απόστασης πίσω από την ανεμογεννήτρια, η οποία είναι εκφρασμένη σε ακτίνες πτερωτής. Οι υπόλοιπες τιμές των παραμέτρων της εξίσωσης (5.7) είναι: Παράγοντας αξονικής επαγωγής α=0.154, σταθερά α=0.05, ενώ η τραχύτητα εδάφους έχει ληφθεί $z_0 = 0.005$ και το ύψος του πύργου της ανεμογεννήτριας $z = 50\,m$ [224]. Είναι φανερό, ότι όσο πιο κοντά είναι τοποθετημένες η μια ανεμογεννήτρια πίσω από την άλλη, τόσο μεγαλύτερη είναι η πτώση της ταχύτητας του ανέμου. Αντίθετα, όσο η απόσταση αυτή μεγαλώνει, τόσο το κύμα του ανέμου ανακτά την αρχική του ταχύτητα.

Κάθε στιγμή, η ανεμογεννήτρια δέχεται πολλαπλά κύματα ανέμου, τα οποία μπορούν να θεωρηθούν ως συνιστώσες που διαμορφώνουν ένα συνολικό κύμα. Επομένως, σε αυτή την περίπτωση η κινητική ενέργεια του συνολικού αυτού κύματος μπορεί να θεωρηθεί, ότι ισούται με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των συνιστωσών κυμάτων και η ταχύτητα πίσω από N ανεμογεννήτριες υπολογίζεται από τη σχέση:

$$u_i = u_0\left[1-\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(1-\frac{u}{u_0}\right)^2}\right] \quad (5.11)$$

Η αιολική ενέργεια που παράγεται από κάθε ανεμογεννήτρια είναι συνάρτηση της τοπικής ταχύτητας του ανέμου. Το τοπικό ανεμολογικό πεδίο χαρακτηρίζεται από την διεύθυνση, την ένταση και την πιθανότητα εμφάνισης του ανέμου στην υπό εξέταση περιοχή. Επιπλέον, το ύψος του πύργου, η διάμετρος της πτερωτής, καθώς και ο συντελεστής ώσης της ανεμογεννήτριας είναι παράγοντες που επηρεάζουν την παραγόμενη ενέργεια από αυτή.



Σχήμα 5.12: Κόστος ανά έτος ως συνάρτηση του αριθμού των ανεμογεννητριών

Η αεροδυναμική ισχύς μιας ανεμογεννήτριας δίνεται από την παρακάτω σχέση [237], [238]:

$$P_w = \frac{1}{2}\rho\pi r^2 u^3 C_p \quad (5.12)$$

όπου με ρ συμβολίζεται η πυκνότητα του αέρα, η οποία ισούται με 1.225 kg/m^3 στους 16 βαθμούς κελσίου, r και u είναι όπως και προηγουμένως η ακτίνα της πτερωτής και η ταχύτητα του ανέμου αντίστοιχα, ενώ C_p είναι ο συντελεστής ισχύος της ανεμογεννήτριας, που χαρακτηρίζει την αποδοτικότητα μετατροπής ισχύος, η μέγιστη τιμή του οποίου έχει βρεθεί ότι ισούται με 0.593 [224], [239].

Για τη μελέτη σκοπιμότητας της συνολικής επένδυσης, είναι απαραίτητο να υπολογιστεί το κόστος αυτής. Η μοντελοποίηση του κόστους γίνεται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε αυτό να είναι συνάρτηση μόνο του αριθμού των ανεμογεννητριών. Σύμφωνα με τον Mosetti και τους συνεργάτες του [223], η αδιάστατη παράμετρος του κόστους ανά έτος για μια ανεμογεννήτρια είναι ίση με 1 με μια μέγιστη μείωση στο κόστος της τάξης του 1/3 για κάθε πρόσθετη ανεμογεννήτρια. Κατά συνέπεια, μπορούμε να υπολογίσουμε το συνολικό κόστος ανά έτος C για ολόκληρο το αιολικό πάρκο, με βάση την παρακάτω σχέση:

$$C = N\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\mathrm{e}^{-0.00174N^2}\right) \tag{5.13}$$

Στο σχήμα 5.12 απεικονίζεται η γραφική παράσταση του κόστους C ως συνάρτηση του αριθμού N των ανεμογεννητριών. Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε να ορίσουμε την αντικειμενική συνάρτηση f του προβλήματος ως ακολούθως:

$$f = \frac{C}{P_{tot}} \tag{5.14}$$

όπου με P_{tot} συμβολίζουμε την συνολική ενέργεια που παράγεται από όλες τις ανεμογεννήτριες του αιολικού πάρκου. Επομένως, σκοπός του υπό εξέταση προβλήματος βελτιστοποίησης, είναι η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης που περιγράφεται από την εξίσωση (5.14), προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί το κόστος ανά μονάδα παραγόμενης ενέργειας.

Η ταχύτητα v του ανέμου μπορεί να θεωρηθεί ως μια τυχαία μεταβλητή, η οποία σε μια συγκεκριμένη περιοχή έχει στατιστική κατανομή που περιγράφεται από τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας Weibull, σύμφωνα με την παρακάτω σχέση [240], [241]:

$$g(v) = \frac{k}{c}(\frac{v}{c})^{k-1}e^{-(\frac{v}{c})^k} \qquad (5.15)$$

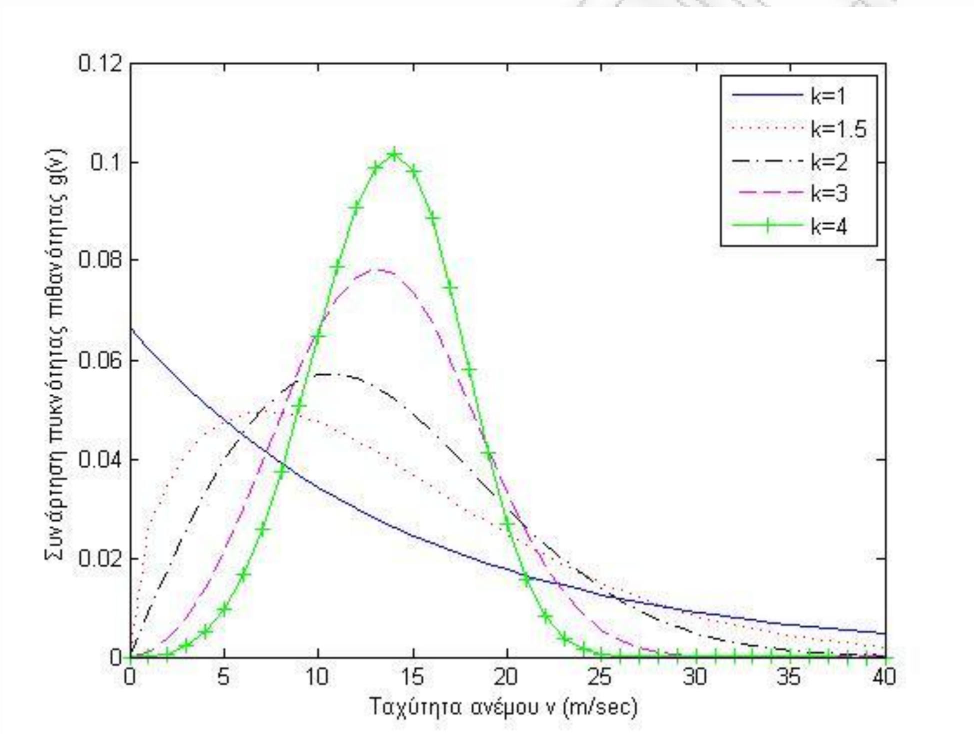
όπου:

$v > 0$ είναι η ταχύτητα του ανέμου σε m/sec

$g(v)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$k > 0$ είναι η παράμετρος μορφής της κατανομής

$c > 0$ είναι η παράμετρος κλίμακας



Σχήμα 5.13: Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Weibull για διάφορες τιμές της παραμέτρου μορφής k (c=15)

Η μέση τιμή της ταχύτητας του ανέμου μπορεί να υπολογιστεί με τη γνωστή σχέση που δίνει την αναμενόμενη τιμή μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής, ως ακολούθως:

$$\overline{v} = \int_0^\infty vg(v)dv = c\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \qquad (5.16)$$

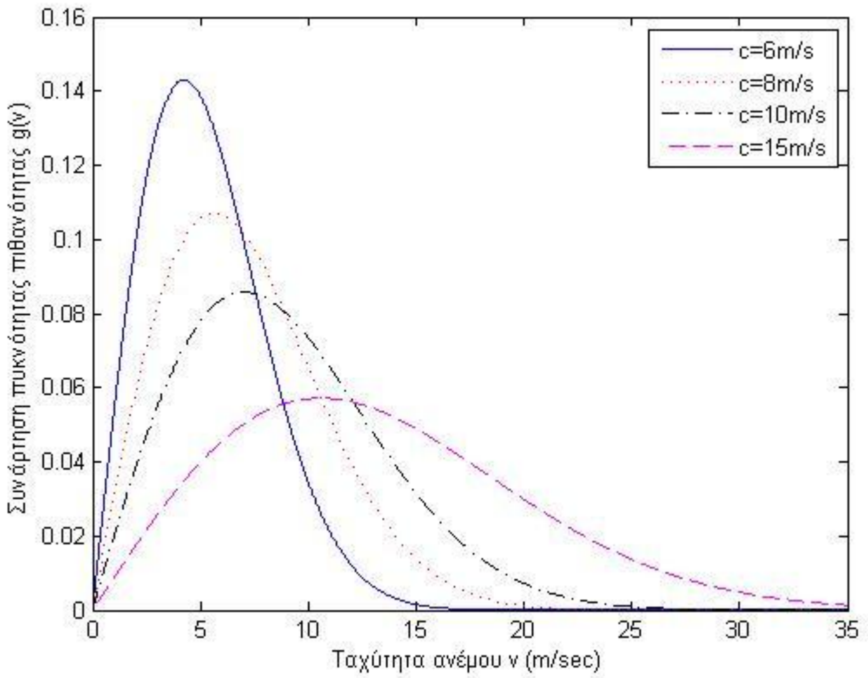
όπου Γ είναι η γνωστή συνάρτηση Γάμμα:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt \tag{5.17}$$

Με αντίστοιχο τρόπο υπολογίζεται η διακύμανση της ταχύτητας του ανέμου, η οποία δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\sigma^2 = c^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right] \tag{5.18}$$

Στο σχήμα 5.13 απεικονίζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Weibull, για διάφορες τιμές της παραμέτρου μορφής k και για τιμή της παραμέτρου κλίμακας c=15, από την οποία προκύπτει το συμπέρασμα, ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της παραμέτρου k, τόσο μεγαλύτερο είναι το ύψος της κατανομής και τόσο περισσότερο αυτή μετακινείται σε υψηλότερες ταχύτητες ανέμου.



Σχήμα 5.14: Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κατανομής Weibull για διάφορες τιμές της παραμέτρου κλίμακας c (k=2)

Από την εξίσωση (5.15) και ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου μορφής k μπορούν να προκύψουν άλλες γνωστές κατανομές. Πιο συγκεκριμένα για $k = 1$, η εξίσωση λαμβάνει τη μορφή:

$$g(v) = \frac{1}{c} e^{-\frac{v}{c}} \qquad (5.19)$$

η οποία αντιστοιχεί στην γνωστή εκθετική κατανομή. Αντίστοιχα, για $k = 2$ έχουμε:

$$g(v) = \frac{2}{c^2} v e^{-(\frac{v}{c})^2} \qquad (5.20)$$

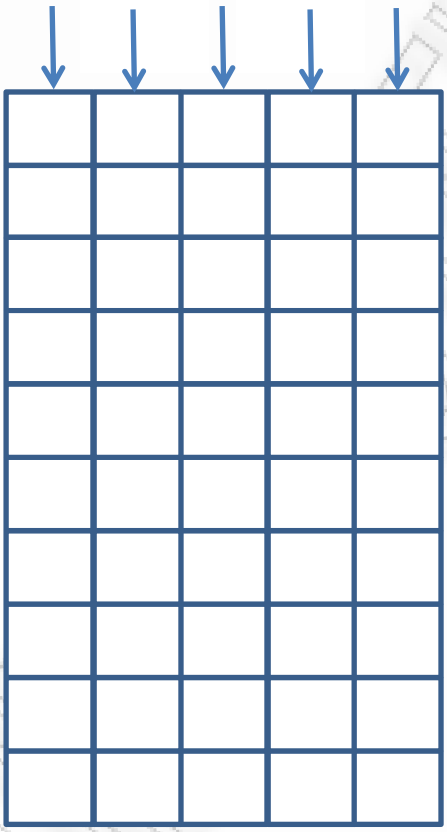
η οποία αντιστοιχεί στην κατανομή Rayleigh. Πρέπει να σημειωθεί, ότι για τα ανεμολογικά δεδομένα της ελληνικής επικράτειας, η τιμή της παραμέτρου k κυμαίνεται εντός του διαστήματος [1.5, 2] [242]. Τέλος, για $k > 3$ όπως προκύπτει και από το σχήμα 5.13, η κατανομή Weibull προσεγγίζει την κανονική κατανομή.

Τέλος, στο σχήμα 5.14 απεικονίζεται η γραφική παράσταση της κατανομής Weibull για την τιμή $k = 2$ της παραμέτρου μορφής (επομένως πρόκειται για την κατανομή Rayleigh) ως συνάρτηση της τιμής της παραμέτρου κλίμακας c.

5.3.3 Εφαρμογή

Για το υπό εξέταση πρόβλημα, γίνονται οι εξής παραδοχές: Καταρχήν, θεωρούμε πως το αιολικό πάρκο θα κατασκευαστεί σε μια επίπεδη περιοχή, της οποίας τα γεωγραφικά όρια είναι καθορισμένα και εκ των προτέρων γνωστά, όπως επίσης είναι γνωστές και οι μέσες τιμές των ταχυτήτων του ανέμου σε κάθε θέση της περιοχής. Επιπροσθέτως, θεωρούμε ότι η κατεύθυνση του ανέμου είναι ομοιόμορφη σε ολόκληρη την περιοχή, όπως απεικονίζεται στο σχήμα 5.15.

Μπορούμε να αναπαραστήσουμε την επίπεδη περιοχή του αιολικού πάρκου με ένα πλέγμα τετραγωνιδίων, καθένα από τα οποία αποτελεί μια δυνητική θέση τοποθέτησης μιας ανεμογεννήτριας, με ορισμένους όμως περιορισμούς, στους οποίους θα αναφερθούμε παρακάτω. Το πλέγμα αυτό για την περίπτωσή μας έχει διαστάσεις $20x20$. Σε κάθε σημείο του πλέγματος, αναθέτουμε μια μέση τιμή της ταχύτητας του ανέμου, η οποία προκύπτει από την κατανομή Weibull με παράμετρο μορφής $k = 2$ και παράμετρο κλίμακας $c = 10$. Αφού, η παραγόμενη ισχύς σύμφωνα με τη σχέση (5.12) αυξάνει όσο αυξάνεται και η ταχύτητα του ανέμου, είναι φανερό ότι αναζητάμε σημεία στην εν λόγω περιοχή, τα οποία χαρακτηρίζονται από υψηλή τιμή ταχύτητας του ανέμου. Με δεδομένο ότι η αδιάστατη παράμετρος του κόστους ανά έτος είναι σταθερή για συγκεκριμένο αριθμό ανεμογεννητριών του αιολικού πάρκου και λαμβάνοντας υπόψη, ότι ο αριθμός αυτός είναι γνωστός, τότε σύμφωνα και με τις εξισώσεις (5.13) και (5.14), αρκεί η αναζήτηση αυτών των σημείων για την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης.



Σχήμα 5.15: Θεώρηση ομοιόμορφης κατεύθυνσης ταχύτητας του ανέμου

Αναφορικά με τους περιορισμούς του προβλήματος, θεωρούμε ότι οι ανεμογεννήτριες πρέπει να τοποθετηθούν σε σημεία που πρέπει να απέχουν μια ελάχιστη απόσταση μεταξύ τους. Για την περίπτωση μας, θεωρούμε ότι η απόσταση αυτή είναι ίση με 2 τετραγωνίδια. Επομένως, όλες οι πιθανές θέσεις των ανεμογεννητριών θα πρέπει να ελεγχθούν ανά δύο, προκειμένου να διαπιστωθεί εάν ικανοποιούν τον παραπάνω περιορισμό. Επίσης, με δεδομένο ότι η κατεύθυνση του ανέμου είναι ομοιόμορφη, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.15, θέλουμε να αποφύγουμε να τοποθετήσουμε δύο ανεμογεννήτριες τη μια πίσω από την άλλη, προκειμένου να αποφύγουμε τη μείωση της ταχύτητας του ανέμου, άρα και της παραγόμενης ισχύος, κατά τη διάδοση του κύματος του ανέμου προς τα πίσω, σύμφωνα και με την ανάλυση του μοντέλου του Jensen, που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα. Κατά συνέπεια, μπορούμε να μην κάνουμε αποδεκτές τέτοιες θέσεις ανεμογεννητριών. Οι περιορισμοί αυτοί αποτελούν τους ελαστικούς περιορισμούς του προβλήματος.

Επομένως, μπορούμε να αναπαραστήσουμε την περιοχή με ένα πίνακα A που έχει διαστάσεις $20x20$, κάθε στοιχείο του οποίου βρίσκεται σε μια γραμμή i που αντιστοιχεί στην τετμημένη της πιθανής θέσης τοποθέτησης ανεμογεννήτριας, και σε μια στήλη j που αντιστοιχεί στην τεταγμένη αντίστοιχα, ενώ η τιμή του περιγράφει την ταχύτητα του ανέμου στη συγκεκριμένη θέση.

Με δεδομένο, ότι για ένα συγκεκριμένο αριθμό ανεμογεννητριών, η αδιάστατη παράμετρος του κόστους ανά έτος, όπως αυτή εκφράζεται από την εξίσωση (5.13) είναι σταθερή, η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος, σύμφωνα και με την εξίσωση (5.14), εξαρτάται από το άθροισμα των παραγόμενων ισχύων της κάθε ανεμογεννήτριας. Η ισχύς που θα παράγει η κάθε ανεμογεννήτρια, εξαρτάται από τη θέση της μέσα στην γεωγραφικά καθορισμένη περιοχή, άρα τελικά από την τιμή του στοιχείου i, j του πίνακα A, αν υποθέσουμε ότι το σημείο τοποθέτησης έχει συντεταγμένες (i, j).

Με βάση τα παραπάνω, η αναπαράσταση των λύσεων του προβλήματος που αφορά την τοποθέτηση k ανεμογεννητριών, επιλέγεται να γίνει με ένα διάνυσμα S, το οποίο έχει διαστάσεις $[1,2k]$. Τα στοιχεία του διανύσματος αυτού αντιστοιχούν ανά δύο διαδοχικά στις συντεταγμένες της θέσης της κάθε ανεμογεννήτριας. Επομένως, κάθε λύση του προβλήματος είναι μια ακολουθία ακέραιων αριθμών, καθένας από τους οποίους πρέπει να βρίσκεται εντός του διαστήματος [1,20], προκειμένου να εξασφαλίσουμε, ότι η θέση που θα τοποθετηθεί η ανεμογεννήτρια βρίσκεται εντός του πλέγματος της καθορισμένης περιοχής. Κατά συνέπεια, θα πρέπει να ισχύει:

$$1 \leq x_i \leq 20, \qquad \forall\, x_i \in S \;\; \text{με} \;\; i = 1, \dots, 2k \tag{5.21}$$

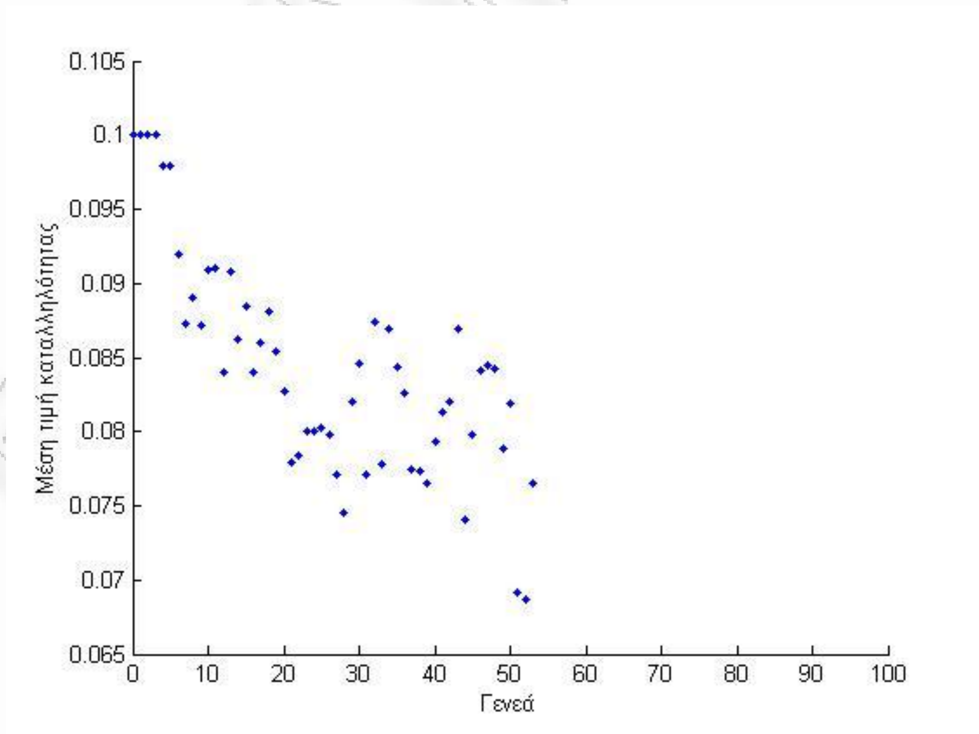
Παρακάτω εξετάζουμε την περίπτωση εγκατάστασης 10 ανεμογεννητριών στην καθορισμένη περιοχή. Για την υλοποίηση του αλγορίθμου, δημιουργείται ένας τυχαίος αρχικός πληθυσμός από 20 χρωμοσώματα. Οι περιορισμοί του προβλήματος συνοψίζονται ως εξής:

- Η τιμή κάθε γονιδίου οποιουδήποτε χρωμοσώματος θα πρέπει απαραίτητα να είναι ένας θετικός ακέραιος αριθμός, ο οποίος λαμβάνει τιμές στο διάστημα [1,20]
- Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ δύο οποιονδήποτε σημείων τοποθέτησης πρέπει να είναι τουλάχιστον 2 τετραγωνίδια
- Όλα τα σημεία τοποθέτησης πρέπει να έχουν διαφορετική τεταγμένη, προκειμένου να εξασφαλίζεται, ότι δεν θα υπάρχει τοποθετημένη μια ανεμογεννήτρια πίσω από κάποια άλλη. Επομένως, για κάθε χρωμόσωμα που αναπαριστά μια λύση του προβλήματος, τα γονίδια που βρίσκονται στις άρτιες θέσεις του διανύσματος θα πρέπει να είναι όλα διαφορετικά μεταξύ τους

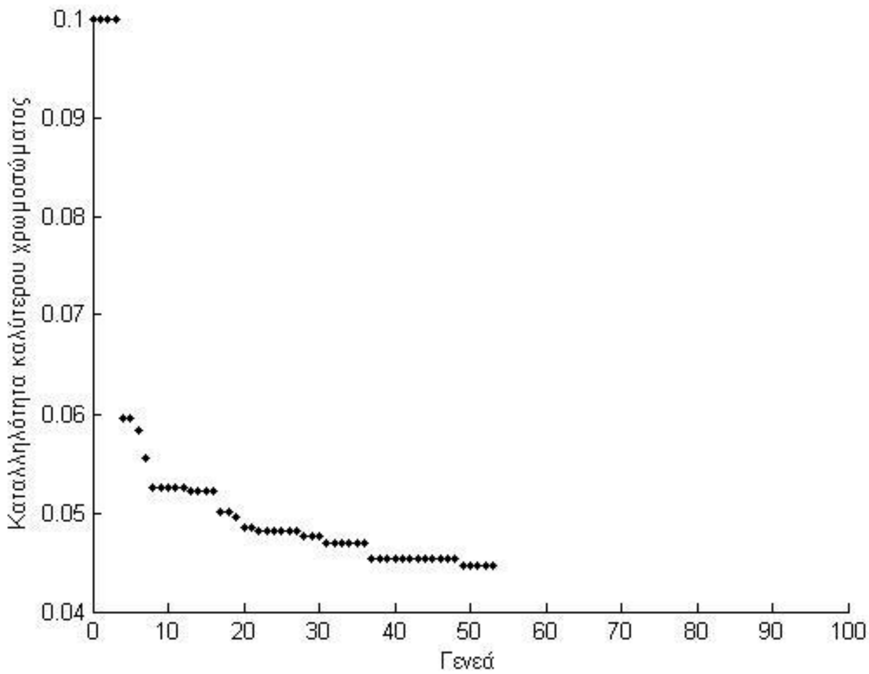
Οι τιμές των παραμέτρων εκτέλεσης του εξελικτικού αλγορίθμου είναι αυτές της περίπτωσης του προβλήματος ELD που αναλύθηκε στην προηγούμενη ενότητα. Ωστόσο, η διαφορά που υπάρχει εδώ σε σχέση με την εφαρμογή της προσέγγισης στο πρόβλημα ELD, είναι η διάκριση των περιορισμών σε θεμελιώδεις και ελαστικούς. Καθώς ο πληθυσμός των λύσεων εξελίσσεται, για τις λύσεις του προβλήματος που προκύπτουν και δεν ικανοποιούν κάποιο ελαστικό περιορισμό, χρησιμοποιείται ένας παράγοντας επιβολής ποινής. Η εφαρμογή του παράγοντα αυτού έχει ως αποτέλεσμα την απότομη αύξηση της τιμής αντικειμενικής συνάρτησης για αυτές τις λύσεις, η οποία αυτόματα ισοδυναμεί με κατακόρυφη πτώση της καταλληλότητας τους, μειώνοντας με αυτό τον τρόπο την πιθανότητα αναπαραγωγής τους στην επόμενη γενεά.

Στο σχήμα 5.16 παρουσιάζεται η εξέλιξη της μέσης τιμής της καταλληλότητας σε σχέση με τον αριθμό των γενεών. Από το διάγραμμα μπορεί κανείς να παρατηρήσει, ότι σε αντίθεση με την περίπτωση του προβλήματος ELD, η μέση τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του πληθυσμού ακολουθεί μεν πτωτική πορεία, αλλά παρουσιάζει διακυμάνσεις, οι οποίες οφείλονται στην ύπαρξη του παράγοντα ποινής, ο οποίος εφαρμόζεται στις λύσεις που δεν ικανοποιούν τουλάχιστον έναν από τους δύο ελαστικούς περιορισμούς. Επίσης, είναι ευδιάκριτα τα σημεία στα οποία η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι υψηλή λόγω της επιβολής ποινής, ιδιαίτερα στις πρώτες επαναλήψεις του αλγορίθμου. Στο σχήμα 5.17 παρουσιάζεται η εξέλιξη της τιμής του καλύτερου ατόμου του πληθυσμού. Από τα διαγράμματα των σχημάτων 5.16 και 5.17, προκύπτει ότι ο αλγόριθμος τερματίζεται μετά από 54 γενεές. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για το καλύτερο άτομο του πληθυσμού είναι 0.0447203.

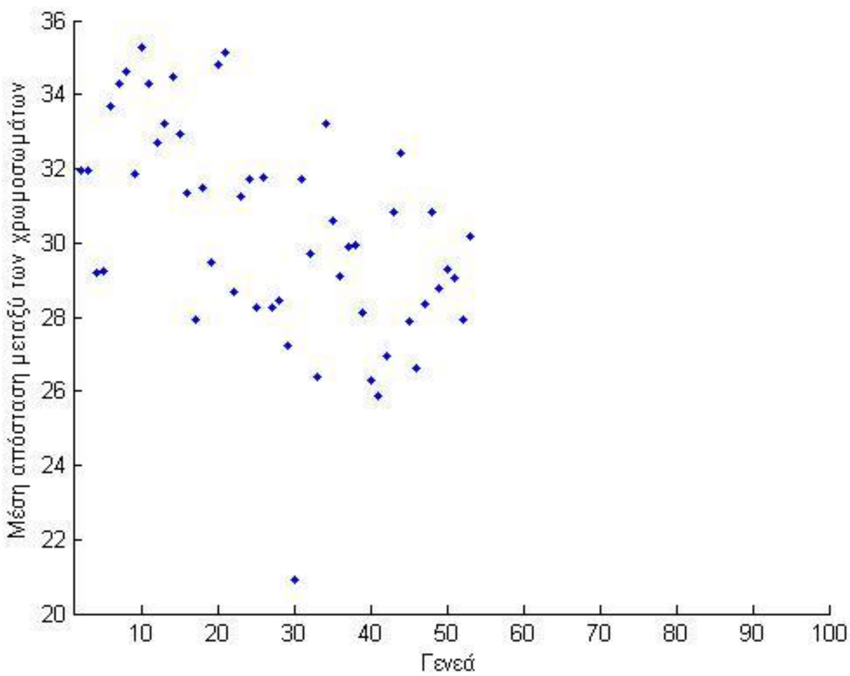
Στο σχήμα 5.18 απεικονίζεται η εξέλιξη της μέσης απόστασης μεταξύ των χρωμοσωμάτων ως συνάρτηση του αριθμού των γενεών. Μπορεί κανείς να παρατηρήσει, ότι κατά την διάρκεια της εξέλιξης, ο πληθυσμός διατηρεί την ποικιλομορφία του, αντίθετα με την περίπτωση του προβλήματος ELD που εξετάστηκε στην προηγούμενη ενότητα. Αυτό προκύπτει και από το σχήμα 5.19, όπου απεικονίζεται η εξέλιξη των τιμών καταλληλότητας του καλύτερου και του χειρότερου ατόμου, καθώς και η απόσταση τους από τη μέση τιμή καταλληλότητας σε κάθε γενεά.



Σχήμα 5.16: Εξέλιξη της μέσης τιμής καταλληλότητας ως συνάρτηση του αριθμού γενεών

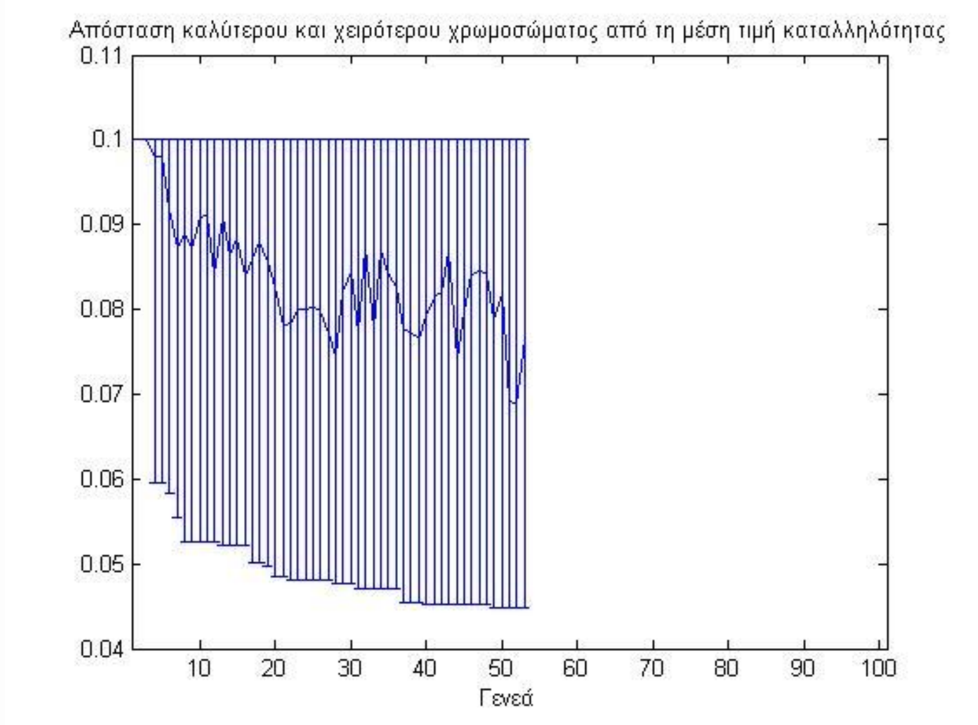


Σχήμα 5.17: Εξέλιξη της καταλληλότητας του καλύτερου χρωμοσώματος ως συνάρτηση του αριθμού γενεών



Σχήμα 5.18: Εξέλιξη της μέσης απόστασης μεταξύ των χρωμοσωμάτων ως συνάρτηση του αριθμού γενεών

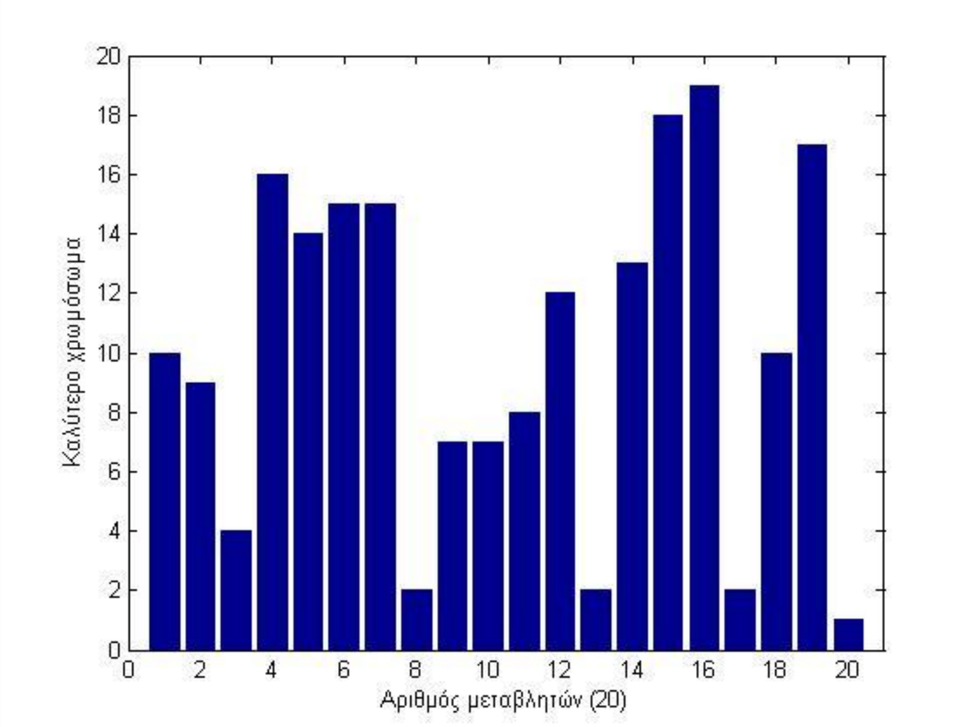
Τέλος, στο σχήμα 5.20 απεικονίζονται οι τιμές των γονιδίων για το καλύτερο άτομο του πληθυσμού που επέστρεψε ο αλγόριθμος, οι οποίες αντιστοιχούν στις συντεταγμένες των καλύτερων σημείων τοποθέτησης των 10 ανεμογεννητριών.



Σχήμα 5.19: Εξέλιξη των τιμών καταλληλότητας του καλύτερου και του χειρότερου χρωμοσώματος και απόσταση από τη μέση τιμή καταλληλότητας

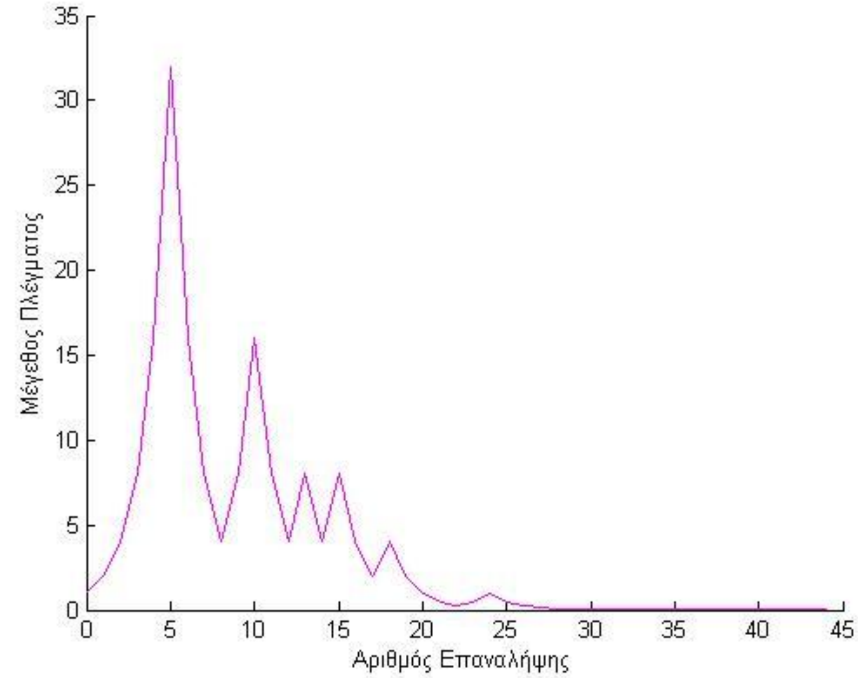
Όπως και στην περίπτωση του προβλήματος ELD, για την εφαρμογή της υβριδικής προσέγγισης εκτελείται εκ νέου ο γενετικός αλγόριθμος και μετά τον τερματισμό του, το καλύτερο χρωμόσωμα που προέκυψε τίθεται ως αρχικό σημείο της μεθόδου πρότυπης αναζήτησης, προκειμένου να συνεχιστεί η αναζήτηση για κάποια λύση με υψηλότερη τιμή καταλληλότητας από αυτή που επέστρεψε ο γενετικός αλγόριθμος. Ομοίως, η παράμετρος αύξησης του μεγέθους του πλέγματος μετά από ένα επιτυχημένο βήμα ψηφοφορίας τίθεται ίση με 2, ενώ για την περίπτωση του ανεπιτυχούς βήματος ψηφοφορίας, η αντίστοιχη παράμετρος μείωσης του μεγέθους του πλέγματος ισούται με 0.5.

Στο σχήμα 5.21 απεικονίζεται η μεταβολή του μεγέθους του πλέγματος σε συνάρτηση με τον αριθμό των επαναλήψεων. Από το διάγραμμα αυτό προκύπτει, ότι μέχρι την 24$^{\eta}$ επανάληψη του αλγορίθμου το μέγεθος του πλέγματος αυξομειώνεται, λόγω της εναλλαγής μεταξύ των επιτυχημένων και αποτυχημένων βημάτων ψηφοφορίας και μετά από εκείνο το σημείο, τα βήματα ψηφοφορίας είναι σταθερά ανεπιτυχή, μέχρι τον τερματισμό του αλγορίθμου. Ο τερματισμός αυτός επέρχεται με την ενεργοποίηση του κριτηρίου της ελάχιστης τιμής μεγέθους του πλέγματος, κατά την 44^{η} επανάληψη. Επίσης, στο σχήμα 5.22 απεικονίζεται η εξέλιξη της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης σε σχέση με τον αριθμό των επαναλήψεων. Η αρχική τιμή της κατά την εκκίνηση του αλγορίθμου ισούται με την τιμή που επέστρεψε ο γενετικός αλγόριθμος (0.0447203), ενώ η τιμή που επιστρέφεται κατά τον τερματισμό της υβριδικής προσέγγισης είναι 0.0410631.

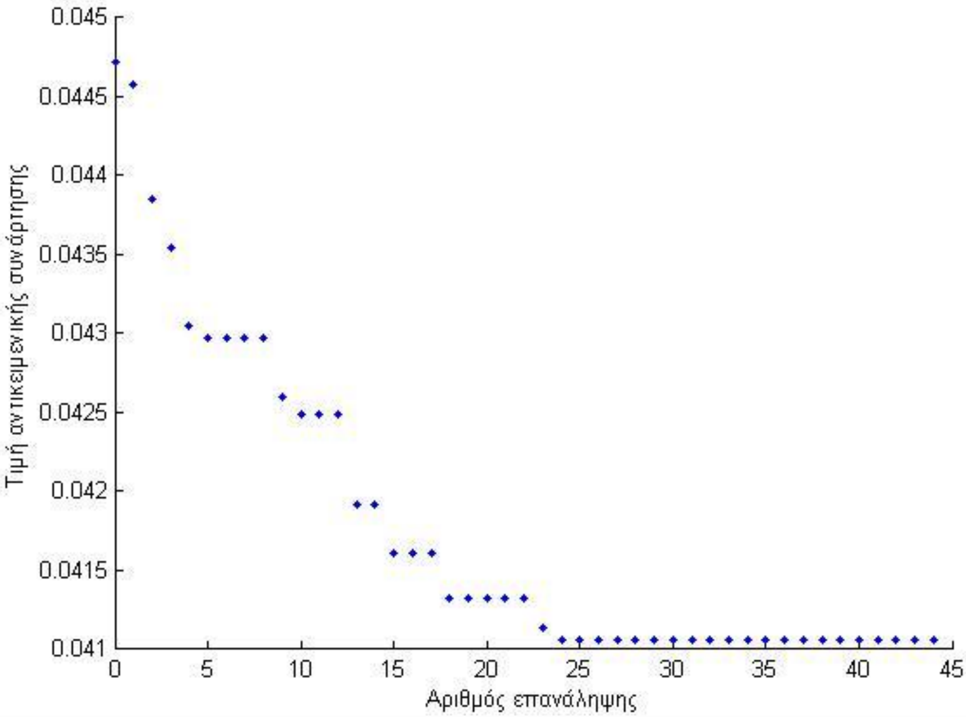


Σχήμα 5.20: Τιμές μεταβλητών του καλύτερου άτομου του πληθυσμού στο τέλος του γενετικού αλγορίθμου

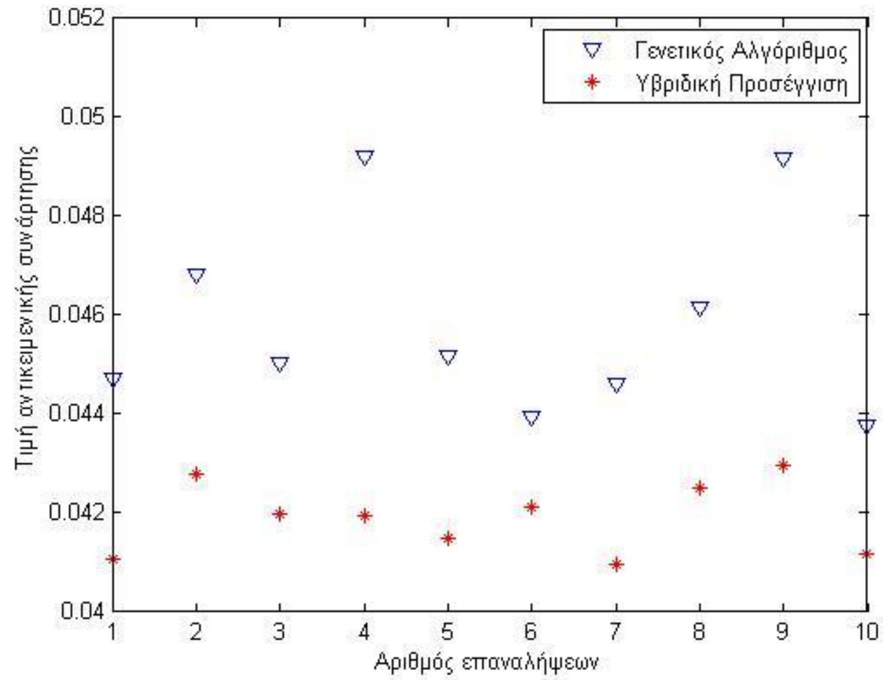
Στο σχήμα 5.23 απεικονίζονται οι τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης της καλύτερης λύσης για την περίπτωση της εκτέλεσης της υβριδικής προσέγγισης και του απλού γενετικού αλγορίθμου αντίστοιχα, για ένα σύνολο από δέκα επαναλήψεις. Μπορεί κανείς να παρατηρήσει, ότι και σε αυτή την περίπτωση, η επίδοση της υβριδικής προσέγγισης είναι καλύτερη σε όλες τις επαναλήψεις, με την παρατήρηση όμως, ότι η διαφορά καταλληλότητας των καλύτερων λύσεων είναι μικρότερη από ό,τι στην περίπτωση του προβλήματος ELD, που εξετάστηκε στην προηγούμενη ενότητα. Τέλος, στο σχήμα 5.24 απεικονίζονται οι καλύτερες λύσεις για τον απλό γενετικό αλγόριθμο και την υβριδική προσέγγιση αντίστοιχα.



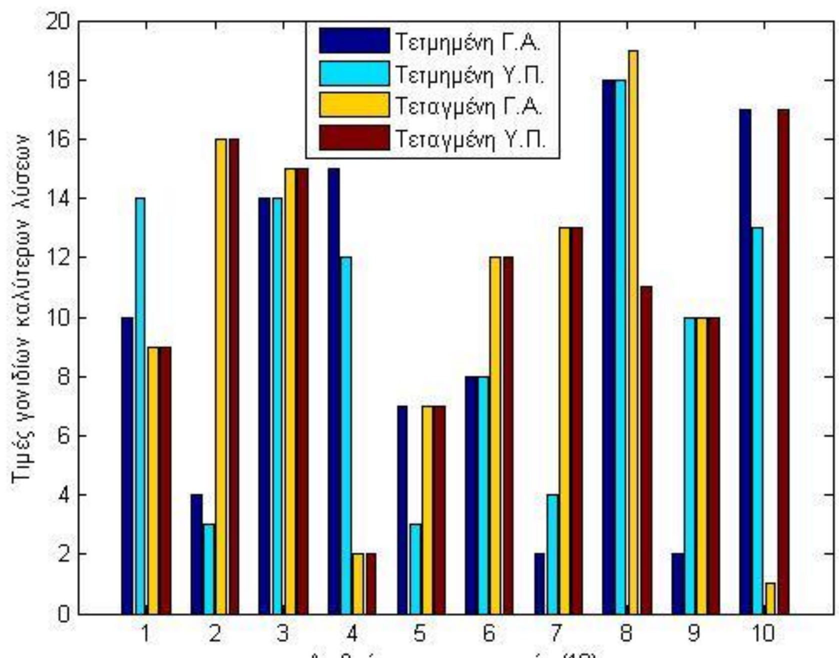
Σχήμα 5.21: Μεταβολή του μεγέθους του πλέγματος σε συνάρτηση με τον αριθμό επαναλήψεων



Σχήμα 5.22: Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης ως συνάρτηση του αριθμού επαναλήψεων



Σχήμα 5.23: Σύγκριση τιμών αντικειμενικής συνάρτησης για την περίπτωση του γενετικού αλγορίθμου και της υβριδικής προσέγγισης



Σχήμα 5.24: Τελικές τιμές μεταβλητών των χρωμοσωμάτων για τον γενετικό αλγόριθμο και την υβριδική προσέγγιση

6. <u>ΣΥΝΟΨΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ</u>

6.1 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διατριβή μελετήθηκαν σε βάθος οι μηχανισμοί που διέπουν τις εξελικτικές μεθόδους, ενώ επίσης παρουσιάστηκαν και άλλες μετα-ευρετικές μέθοδοι για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης, με έμφαση στους αλγορίθμους τοπικής αναζήτησης. Αναλύθηκε και προτάθηκε μια μεθοδολογία συνδυασμού των εξελικτικών αλγορίθμων με τεχνικές βελτιστοποίησης τοπικής αναζήτησης, με σκοπό τη δημιουργία μιας υβριδικής προσέγγισης, η οποία στοχεύει στη βελτίωση της αποτελεσματικότητας των αμιγών εξελικτικών μεθόδων.

Η υβριδική προσέγγιση εφαρμόστηκε σε δύο συγκεκριμένα προβλήματα βελτιστοποίησης διαφορετικής φύσης, προκειμένου να εξεταστεί η καταλληλότητα της και να διερευνηθεί ο τρόπος και ο βαθμός συμβολής της στην αποτελεσματικότητα επίλυσης των προβλημάτων αυτών. Τα αποτελέσματα των εφαρμογών αυτών κατέδειξαν, ότι η προσέγγιση αυτή είναι σε θέση να βελτιώσει την αποτελεσματικότητα των αμιγών προσεγγίσεων, αφού κατάφερε να επιστρέψει λύσεις με υψηλότερη τιμή καταλληλότητας. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μπορεί και συνδυάζει με επιτυχία τα ξεχωριστά πλεονεκτήματα της κάθε μεθόδου βελτιστοποίησης που ενσωματώνει. Η εκκίνηση του αλγόριθμου τοπικής αναζήτησης πραγματοποιήθηκε από ένα σημείο που αντιστοιχούσε σε μια λύση υψηλής καταλληλότητας, η οποία ήταν το αποτέλεσμα της προηγηθείσας εξελικτικής διαδικασίας. Με αυτόν τον τρόπο, ο αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης ήταν σε θέση να αξιοποιήσει αυτή την «ποιοτική» αρχική λύση, βελτιώνοντας περαιτέρω την καταλληλότητά της.

Πιο συγκεκριμένα, στην περίπτωση της εφαρμογής στο πρόβλημα οικονομικής κατανομής ηλεκτρικού φορτίου (ELD), η επίλυση με τον απλό γενετικό αλγόριθμο παρουσίασε ήδη από τις πρώτες γενεές αδυναμία διατήρησης ενός ελάχιστου βαθμού ποικιλομορφίας μεταξύ των ατόμων του πληθυσμού, με αποτέλεσμα αυτός να οδηγηθεί σε στασιμότητα και η εξέλιξη να τερματίσει πριν το μέγιστο όριο γενεών. Η ίδια συμπεριφορά παρατηρήθηκε σε πολλές εκτελέσεις του αλγορίθμου, με την τιμή της καταλληλότητας της καλύτερης επιστρεφόμενης λύσης να παρουσιάζει μικρές διακυμάνσεις. Επιπρόσθετα, η αύξηση του μεγέθους του πληθυσμού και η χρησιμοποίηση ενός συνόλου διαφορετικών τελεστών εξέλιξης δεν έλυσε το πρόβλημα της αδυναμίας εξέλιξης του πληθυσμού.

Κατά την εφαρμογή της υβριδικής προσέγγισης, η λύση που επέστρεψε ο γενετικός αλγόριθμος αποτέλεσε την είσοδο μιας διαδικασίας γενικευμένης πρότυπης αναζήτησης. Διαδοχικές εκτελέσεις του υβριδικού αλγορίθμου κατέδειξαν, ότι η καταλληλότητα της επιστρεφόμενης λύσης είναι σταθερά υψηλότερη από αυτή που προκύπτει με εφαρμογή της αμιγούς εξελικτικής μεθόδου. Αυτό καταδεικνύει, ότι μέσω της εφαρμογής της μεθόδου γενικευμένης πρότυπης αναζήτησης, αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα της στασιμότητας του πληθυσμού και της αδυναμίας εξέλιξης του για την παραγωγή καλύτερων λύσεων, αφού μέσα από τη συνέχιση της διαδικασίας εξερεύνησης στη γειτονιά της καλύτερης λύσης του γενετικού αλγορίθμου, η αναζήτηση επέστρεψε μια νέα λύση με σημαντικά χαμηλότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης.

Όμοια, και στην περίπτωση του προβλήματος της βέλτιστης τοποθέτησης ανεμογεννητριών σε ένα αιολικό πάρκο, η υβριδική προσέγγιση βελτίωσε την αποτελεσματικότητα του εξελικτικού αλγορίθμου, επιστρέφοντας λύσεις με υψηλότερη τιμή καταλληλότητας, σε όλες τις πραγματοποιηθείσες εκτελέσεις. Ωστόσο, πρέπει να σημειωθεί, ότι η τάξη μεγέθους της βελτίωσης ήταν μικρότερη από ό,τι εκείνη που παρατηρήθηκε στην περίπτωση του προβλήματος ELD. Η παρατήρηση αυτή καταδεικνύει, ότι η συμπεριφορά της προτεινόμενης υβριδικής προσέγγισης και τα οφέλη που προκύπτουν από την εφαρμογή της εξαρτώνται από τη φύση και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Το πρόβλημα ELD είναι από τη φύση του ένα συνεχές πρόβλημα και ως τέτοιο αντιμετωπίστηκε εδώ, στο οποίο όλοι οι περιορισμοί είναι θεμελιώδεις. Αντίθετα, η διατύπωση του προβλήματος της βέλτιστης τοποθέτησης ανεμογεννητριών σε ένα αιολικό πάρκο, όπως πραγματοποιήθηκε στην παρούσα έρευνα, διαχωρίζει τους περιορισμούς σε θεμελιώδεις και ελαστικούς, ενώ υπάρχει και η ιδιαιτερότητα, ότι οι μεταβλητές των λύσεων του προβλήματος είναι ακέραιοι αριθμοί (οι συντεταγμένες των σημείων τοποθέτησης των ανεμογεννητριών μέσα στο αιολικό πάρκο), άρα θεμελιώνεται ένα πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού. Επίσης, στο πρόβλημα αυτό υιοθετείται η χρησιμοποίηση ενός παράγοντα ποινής, για τη μεταχείριση των λύσεων που παραβιάζουν τους ελαστικούς περιορισμούς.

Με βάση τα παραπάνω συμπεραίνεται, ότι η τάξη μεγέθους του οφέλους που προκύπτει από την εφαρμογή της προτεινόμενης υβριδικής εξελικτικής προσέγγισης –τουλάχιστον για την περίπτωση των μεθόδων και των προβλημάτων που εξετάστηκαν στα πλαίσια της παρούσας έρευνας- δείχνει να είναι υψηλότερη σε προβλήματα με συνεχή χώρο αναζήτησης λύσεων και με ενιαία διατύπωση των περιοριστικών συνθηκών. Ωστόσο, ιδιαίτερα χρήσιμη κρίνεται η μελέτη των αποτελεσμάτων εφαρμογής της σε περισσότερα προβλήματα από κάθε κατηγορία, για την περαιτέρω επαλήθευση του παραπάνω συμπεράσματος.

6.2 Συμβολή της διατριβής - Προτάσεις για τη συνέχιση της έρευνας

Η κύρια συμβολή της παρούσας διατριβής συνίσταται στο γεγονός, ότι στα πλαίσια της αναλύθηκε και προτάθηκε μια μεθοδολογία υβριδικής προσέγγισης των εξελικτικών μεθόδων, η οποία βασίζεται στη διαδοχική εφαρμογή, αρχικά ενός εξελικτικού αλγορίθμου και στη συνέχεια μιας μεθόδου τοπικής αναζήτησης για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Η διερεύνηση των αποτελεσμάτων που αυτή παράγει, πραγματοποιήθηκε μέσω της εφαρμογής της σε δυο συγκεκριμένα προβλήματα βελτιστοποίησης διαφορετικής φύσης, αναφορικά με τη δομή του χώρου λύσεων και την κατηγοριοποίηση των περιοριστικών συνθηκών. Και στις δύο περιπτώσεις, για το σκέλος της εξελικτικής διαδικασίας χρησιμοποιήθηκε ένας γενετικός αλγόριθμος, ενώ ως μέθοδος τοπικής αναζήτησης επιλέχθηκε η γενικευμένη πρότυπη αναζήτηση. Η ανάπτυξη των εφαρμογών πραγματοποιήθηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον του Matlab©, με αξιοποίηση των εργαλείων που παρέχει το συγκεκριμένο λογισμικό πακέτο και ανάλυση της προτεινόμενης μοντελοποίησης των προβλημάτων στο περιβάλλον του, δημιουργώντας με αυτόν τον τρόπο ένα χρήσιμο πλαίσιο αντιμετώπισης των συγκεκριμένων προβλημάτων, λαμβάνοντας βέβαια υπόψη τις παραδοχές οι οποίες έγιναν κατά τη διατύπωσή τους. Τα αποτελέσματα και των δύο εφαρμογών, κατέδειξαν τη βελτίωση της καταλληλότητας των παραγόμενων λύσεων, σε σχέση με την εφαρμογή της αμιγούς εξελικτικής μεθόδου.

Ωστόσο, μέσα από την έρευνα που πραγματοποιήθηκε προέκυψαν σημεία, τα οποία χρήζουν περαιτέρω διερεύνησης. Ένα από αυτά, είναι η εξέταση της συμπεριφοράς της υβριδικής προσέγγισης σε προβλήματα που δεν έχουν συνεχή χώρο λύσεων και ιδιαίτερα σε προβλήματα ακέραιου προγραμματισμού, όπως επίσης και σε προβλήματα που η αντιμετώπιση των υποψήφιων λύσεων, αναφορικά με την παραβίαση των περιορισμών του προβλήματος δεν είναι ενιαία. Τα ζητήματα αυτά προέκυψαν από την εφαρμογή της στο πρόβλημα της βέλτιστης τοποθέτησης των ανεμογεννητριών σε ένα αιολικό πάρκο.

Επιπλέον, ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα δείχνει η διερεύνηση της εφαρμογής της υβριδικής προσέγγισης σε πολυκριτηριακά (multi-objective) προβλήματα βελτιστοποίησης, που περιγράφονται από περισσότερες από μια αντικειμενικές συναρτήσεις, όπως επίσης και σε σύνθετα προβλήματα, που περιγράφονται από ασυνεχείς και μη μεταβαλλόμενες συναρτήσεις, για τις οποίες δεν είναι γνωστή η κλίση ή ο εσσιανός πίνακας. Η πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση είναι από τα επιστημονικά πεδία με την πλέον έντονη ερευνητική δραστηριότητα σε ό,τι αφορά τον εξελικτικό υπολογισμό και έχει αποδειχθεί, ότι η εφαρμογή των εξελικτικών αλγορίθμων είναι επιτυχής, ακόμη και σε θορυβώδη περιβάλλοντα [243], [244], ενώ η γενικευμένη πρότυπη αναζήτηση είναι μια μέθοδος ευθείας αναζήτησης που δεν απαιτεί γνώση των παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης, επομένως είναι κατάλληλη για την αντιμετώπιση προβλημάτων που περιγράφονται από τέτοιου είδους συναρτήσεις [245].

Επίσης, όσον αφορά τις εφαρμογές στα συγκεκριμένα προβλήματα που εξετάστηκαν, υπάρχουν αρκετά σημεία, στα οποία η έρευνα που πραγματοποιήθηκε θα μπορούσε να συνεχιστεί.

Για το πρόβλημα ELD, θα μπορούσε κανείς να αξιολογήσει τη χρησιμοποίηση μιας μεθόδου εξελικτικής στρατηγικής ή εξελικτικού προγραμματισμού αντί του γενετικού αλγορίθμου για το σκέλος της εξελικτικής διαδικασίας, με δεδομένο ότι οι μέθοδοι αυτές συχνά χρησιμοποιούνται στην περίπτωση αναπαράστασης των λύσεων με διανύσματα πραγματικών αριθμών, η οποία είναι ιδιαίτερα κατάλληλη λόγω του συνεχούς χώρου λύσεων του συγκεκριμένου προβλήματος.

Αναφορικά με το πρόβλημα της βέλτιστης τοποθέτησης των ανεμογεννητριών σε αιολικά πάρκα, στα πλαίσια της συνέχισης της έρευνας, θα μπορούσαν να εξεταστούν οι περιπτώσεις της μη ομοιόμορφης κατεύθυνσης του ανέμου [222], [223], καθώς και της θεώρησης ανάγλυφης επιφάνειας τοποθέτησης των ανεμογεννητριών. Ειδικά σε ό,τι αφορά την τελευταία θεώρηση, η βιβλιογραφική έρευνα που πραγματοποιήθηκε, κατέδειξε ότι υπάρχει πολύ μικρός αριθμός δημοσιεύσεων γύρω από την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος [246]. Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθεί ότι οι παραπάνω θεωρήσεις για το εν λόγω πρόβλημα, σε συνδυασμό με την αύξηση των διαστάσεών του, θα αύξαναν σε σημαντικό βαθμό την πολυπλοκότητά του, με άμεσο αντίκτυπο στους απαιτούμενους υπολογιστικούς πόρους και κατά συνέπεια στο χρόνο επίλυσης του προβλήματος. Μια αντιμετώπιση του ζητήματος αυτού, θα μπορούσε να προκύψει μέσω της παραλληλοποίησης του αλγορίθμου και της κατανομής του σε πολλαπλά υπολογιστικά συστήματα, καθένα από τα οποία θα μπορούσε να εξελίσσει ένα υποσύνολο του πληθυσμού των λύσεων [247], [248], [249].

Επιπρόσθετα, θα μπορούσε να εξεταστεί η εφαρμογή της προτεινόμενης υβριδικής προσέγγισης, αντιμετωπίζοντας το συγκεκριμένο πρόβλημα ως πολυκριτηριακό, με τη χρησιμοποίηση διαφορετικών συναρτήσεων για την περιγραφή του κόστους και της παραγόμενης ισχύος αντίστοιχα. Ιδιαίτερα για τη μοντελοποίηση του κόστους, θα μπορούσε να γίνει διάκριση ανάμεσα στο κόστος εγκατάστασης και το λειτουργικό κόστος [250], [251]. Μια τέτοια αντιμετώπιση του προβλήματος, με εφαρμογή ενός αμιγούς πολυκριτηριακού γενετικού αλγόριθμου έχει παρουσιαστεί από τον Şişbot και τους συνεργάτες του [224].

Ένα άλλο σημείο, το οποίο θα μπορούσε να διερευνηθεί περαιτέρω, είναι ο τρόπος αντιμετώπισης των λύσεων που παραβιάζουν κάποιο ελαστικό περιορισμό του προβλήματος. Στο πρόβλημα της βέλτιστης τοποθέτησης των ανεμογεννητριών, αυτή έγινε με την εισαγωγή ενός παράγοντα ποινής, του οποίου ο ρόλος ήταν η απότομη αύξηση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης της λύσης, ώστε αυτή να καταστεί μη ελκυστική για επιλογή και αναπαραγωγή [175]. Μια ενδιαφέρουσα προσέγγιση του παράγοντα αυτού, θα ήταν η εισαγωγή κάποιους είδους προσαρμοστικότητας στον τρόπο και την ένταση επιβολής του, αξιολογώντας την ποιότητα της πληροφορίας που περιέχει η υπό εξέταση λύση ή το βαθμό παραβίασης του περιορισμού. Για παράδειγμα, στο εν λόγω πρόβλημα θα μπορούσε να προκύψει μια λύση, η οποία θα περιλάμβανε δύο σημεία τοποθέτησης με την ίδια τεταγμένη, άρα η λύση αυτή θα παραβίαζε τουλάχιστον έναν από τους ελαστικούς περιορισμούς του προβλήματος, οπότε προφανώς θα της επιβαλλόταν ποινή, ωστόσο τα σημεία αυτά θα μπορούσαν να αποτελούν μεμονωμένα καλές θέσεις τοποθέτησης, με βάση τη δυνητική τιμή της παραγόμενης ισχύος σε αυτές. Θα μπορούσε, επομένως, να εξεταστεί η δημιουργία ενός μηχανισμού αξιοποίησης αυτής της πληροφορίας στις επόμενες επαναληπτικές διαδικασίες του αλγορίθμου, ίσως συναρτώντας με κάποιο τρόπο την επιβολή του παράγοντα ποινής με την καταλληλότητα και την χρήσιμη πληροφορία που χαρακτηρίζει τη λύση.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Π.1 Κατάλογος σχημάτων

Π.2 Κατάλογος πινάκων

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Dictionary and Thesaurus - Merriam-Webster Online, 2012. [Online]. Available: http://www.merriam-webster.com/dictionary/optimization.

[2] S. P. Boyd and L. Vandenberghe, "Convex optimization problems," in *Convex Optimization*, Cambridge University Press, 2004, pp. 127-128.

[3] G. Dahl, "An introduction to convexity, polyedral theory and combinational optimization," Department of Informatics - University of Oslo, Oslo, Norway, 1997.

[4] Wikipedia, "Optimization problem - Wikipedia, the free encyclopedia," 2012. [Online]. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Optimization_problem.

[5] "Travelling Salesman Problem - Information and theory about this problem," 2012. [Online]. Available: http://travellingsalesmanproblem.com/.

[6] G. Laporte, "The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms," *European Journal of Operational Research,* vol. 59, pp. 345-358, 1992.

[7] E. Çela, "Assignment Problems," in *Handbook of Applied Optimization, Part II - Applications*, P.M. Pardalos and M. Resende, eds., Oxford University Press, 2002, pp. 661-678.

[8] D. Terr, "Polynomial Time," From MathWorld--A Wolfram Web Resource, created by Eric W. Weisstein, 2012. [Online]. Available: http://mathworld.wolfram.com/PolynomialTime.html.

[9] A. Schrijver, "A Course in Combinatorial Optimization," Department of Mathematics, University of Amsterdam, Amsterdam, 2012.

[10] F. Neri and C. Cotta, "Basic Concepts," in *Handbook of Memetic Algorithms*, Ferrante Neri, Carlos Cotta, Pablo Moscato (Eds.), Springer, 2012, pp. 4-5.

[11] C. Papadimitriou, Computational Complexity, Addison-Wesley: Reading, 1994.

[12] Wikipedia, "NP-complete-Wikipedia-The free encyclopedia," 2012. [Online]. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/NP-complete.

[13] M. Mitchell and S. Forrest, "Genetic Algorithms and Artificial Life," *Artificial Life,* vol. 1, pp. 267-289, 1993.

[14] J. Holland, Adaption in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Systems, Ann Arbor: The University Press of Michigan Press, 1975.

[15] F. Streichert, "Introduction to Evolutionary Algorithms," presented at the Frankfurt MathFinance Workshop, University of Tuebingen, 2002.

[16] C. Darwin, The Origin of Species, London (John Murray), 1859.

[17] T. Jones, "Evolutionary Algorithms, Fitness Landscapes and Search," PhD Dissertation, University of New Mexico, 1995.

[18] T. Weise, "Global Optimization," in *Global Optimization Algorithms - Theory and Application*, http://www.it-weise.de/, 2009, p. 23.

[19] J. Holland, "Genetic Algorithms," *Scientific American,* pp. 44-50, July 1992.

[20] X. Yu and M. Gen, "Simple Evolutionary Algorithms," in *Introduction to Evolutionary Algorithms*, London Limited, Springer-Verlag, 2010, pp. 15-16.

[21] D. Goldberg and K. Deb, "A comparative analysis of selection schemes used in genetic algorithms," in *Foundations of Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann, 1991, pp. 69-93.

[22] T. Blickle and L. Thiele, "A Comparison of Selection Schemes used in Genetic Algorithms," Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), TIK-Report Nr.11 Version 2, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich Switzerland, 1995.

[23] J. E. Baker, "Reducing bias and inefficiency in the selection algorithm," *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms and their application,* pp. 14-21, 1987.

[24] H. Pohlheim, "GEATbx - The Genetic and Evolutionary Algorithm Toolbox for Matlab (version 3.80) - Evolutionary Algorithms 3 Selection," 12 2006. [Online]. Available: http://www.geatbx.com/docu/algindex-02.html#P416_20744.

[25] Wikipedia, the free encyclopedia, "Tournament selection," 2012. [Online]. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Tournament_selection.

[26] J. J. Grefenstette and J. E. Baker, "How genetic algorithms work: A critical look at implicit parallelism," *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms,* pp. 20-27, 1989.

[27] D. Whitley, "The GENITOR algorithm and selection pressure: Why rank based allocation of reproductive trials is best," *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms,* pp. 116-121, 1989.

[28] J. R. Koza, Genetic programming: on the programming of computers by means of natural selection, The MIT Press, Cambridge Massachusetts, 1992.

[29] H. Pohlheim, "Ein genetischer Algorithmus mit Mehrfachpopulationen zur Numerischen Optimierung," *Automatisierungstechnik 3,* pp. 127-135, 1995.

[30] H. Muehlenbein and D. Schlierkamp-Voosen, "Predictive models for the breeder genetic algorithm," *Journal of Evolutionary Computation,* vol. 1, no. 1, pp. 25-49, 1993.

[31] J. Crow and M. Kimura, An Introduction to Genetics Theory, New York: Harper and Row, 1970.

[32] S. Mashohor, J. R. Evans and T. Arslan, "Elitist Selection Schemes for Genetic Algorithm based Printed Circuit Board Inspection System," *The 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation,* vol. 2, pp. 974-978, 2-5 9 2005.

[33] M. Obitko, "Selection - Introduction to Genetic Algorithms - Tutorial with Interactive Java Applets," 1998. [Online]. Available: http://www.obitko.com/tutorials/genetic-algorithms/selection.php.

[34] D. Noever and S. Baskaran, "Steady-state vs. generational genetic algorithms: A comparison of time complexity and convergence properties," Santa Fe Institute, 1992.

[35] J. J. Durillo, A. J. Nebro, F. Luna and E. Alba, "On the Effect of the Steady-State Selection Scheme in Multi-Objective Genetic Algorithms," *Proceedings of the 5th International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization,* pp. 183-197 , 2009.

[36] Α. Τσάκωνας και Γ. Δούνιας, Εξελικτικός Υπολογισμός και Εξόρυξη Δεδομένων, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2009.

[37] W. M. Spears and K. A. De Jong, "An analysis of multi point crossover," in *Foundations of Genetic Algorithms*, Gregory J. E. Rawlins, 1991, pp. 301-315.

[38] Wikipedia, the free encyclopedia, "Crossover (genetic algorithm)," 2012. [Online]. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Crossover_(genetic_algorithm)#Uniform_Crossover_and_Half_Uniform_Crossover.

[39] W. Spears and K. DeJong, "On the Virtues of Parameterized Uniform Crossover," *Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms ,* pp. 230-236, 1991.

[40] G. Syswerda, "Uniform Crossover in Genetic Algorithms," *Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms,* pp. 2-9, 1989.

[41] H. Mühlenbein, "The breeder Genetic Algorithm - a provable optimal search algorithm and its applications," *IEE Colloquium on Applications of Genetic Algorithms,* pp. 5/1-5/3, March 1994.

[42] T. Baeck, Evolutionary Algorithms in Theory and Practice - Evolution Strategies, Evolutionary Programming, Genetic Algorithms, New York: Oxford University Press, 1996.

[43] T. Baeck, "Optimal mutation rates in genetic search," *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms,* pp. 2-8, 1993.

[44] F. Gray, "Pulse Code Communication," U. S. Patent 2632058, 1953.

[45] H.-P. Schwefel, "Evolutionsstrategie und numerische Optimierung," PhD Dissertation, Technishe Universität Berlin, 1975.

[46] H.-G. Beyer and H.-P. Schwefel, "Evolution strategies: A comprehensive introduction," *Natural Computing, Kluwer Academic Publishers,* vol. 1, no. 1, pp. 3-52, 2002.

[47] M. Herdy, "Reproductive isolation as strategy parameter in hierarchically organized evolution strategies," in *Parallel Problem Solving from Nature*, vol. 2, Amsterdam, Männer R. and Manderick B. (eds), Elsevier, 1992, pp. 207-217.

[48] H. Beyer, "Some aspects of the 'evolution strategy' for solving tsp-like optimization problems," in *Männer R and Manderick B (eds) Parallel Problem Solving from Nature*, vol. 2, Amsterdam, Elsevier, 1992, pp. 361-370.

[49] H. Schwefel and G. Rudolph, "Contemporary Evolution Strategies," *Proceedings of the Third European Conference on Advances in Artificial Life,* pp. 893-907, 1995.

[50] N. L. Cramer, "A Representation for the Adaptive Generation of Simple Sequential Programs," *Proceedings of the1st International Conference on Genetic Algorithms and their applications,* pp. 183-187, 1985.

[51] Wikipedia, the free encyclopedia, "Genetic programming," 2012. [Online]. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Genetic_programming.

[52] W. Banzhaf, P. Nordin, R. Keller and F. Francone, Genetic Programming: An Introduction: On the Automatic Evolution of Computer Programs and Its Applications, Morgan Kaufmann, 1998.

[53] R. Poli, W. B. Langdon and N. F. McPhee, "Getting Ready to Run Genetic Programming," in *A Field Guide to Genetic Programmimg*, Published via http://lulu.com and freely available at http://www.gp-field-guide.org.uk (With contributions by J. R. Koza), 2008, pp. 19-27.

[54] X. Yu and M. Gen, "Genetic Programming," in *Introduction to Evolutionary Algorithms*, London Limited, Springer-Verlag, 2010, pp. 381-389.

[55] T. Baeck, "Selective pressure in evolutionary algorithms: A characterization of selection mechanisms," *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation,* vol. 1, pp. 57-62, 1994.

[56] R. Poli, W. B. Langdon and N. F. McPhee, "Representation, Initialisation and Operators in Tree-based GP," in *A Field Guide to Genetic Programmimg*, Published via http://lulu.com and freely available at http://www.gp-field-guide.org.uk (With contributions by J. R. Koza), 2008, pp. 9-17.

[57] W. Spears and V. Anand, "A study of Crossover Operators in Genetic Programming," *Proceedings of the 6th International Symposium on Methodologies for Intelligent Systems,* pp. 409-418, 1991.

[58] T. Ito, H. Iba and S. Sato, "Non-destructive depth-dependant crossover for genetic programming," *Proceedings of the First European Workshop on Genetic Programming, EuroGP'98,* pp. 71-82, 1998.

[59] S. Luke and L. Panait, "A comparison of bloat control methods for genetic programming," *Journal of Evolutionary Computation,* vol. 14, no. 3, pp. 309-344, September 2006.

[60] S. Gustafson and L. Vanneschi, "Crossover-based tree distance in genetic programming," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation,* vol. 12, no. 4, pp. 506-524, 2008.

[61] R. Poli, "A simple but theoretically-motivated method to control bloat in genetic programming," in *Genetic Programming, Proceedings of the 6th European Conference, EuroGP2003*, Essex, UK, C. Ryan, et al., editors, Springer-Verlag, 2003, pp. 211-223.

[62] S. Dignum and R. Poli, "Generalisation of the Limiting Distribution of Program Sizes in Tree-based Genetic Programming and Analysis of its Effects on Bloat," in *Proceedings of the 9th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, ACM, New York, NY, 2007, pp. 1588-1595.

[63] L. Fogel, A. Owens and M. Walsh, Artificial Intelligence through Simulated Evolution, New York: John Wiley & Sons, 1966.

[64] L. J. Fogel, On the Organization of Intellect, UCLA: PhD Thesis , 1964.

[65] L. J. Fogel, "Autonomous automata," *Industrial Research Magazine,* vol. 4, no. 2, pp. 14-19, February 1962.

[66] Wikipedia, the free encyclopedia, "Evolutionary programming," 2012. [Online]. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Evolutionary_programming.

[67] X. Yao, Y. Liu and G. Lin, "Evolutionary Programming Made Faster," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation,* vol. 3, no. 2, pp. 82-102, July 1999.

[68] H. Dong, J. He, H. Huang and W. Hou, "Evolutionary programming using a mixed mutation strategy," *Information Sciences,* vol. 177, no. 1, p. 312–327, January 2007.

[69] J. Brownlee, Clever Algorithms: Nature-Inspired Programming Recipes, Lulu Enterprises, http://www.cleveralgorithms.com/, 2011.

[70] J. H. Holland and J. S. Reitman, "Cognitive systems based on adaptive algorithms," *Intelligence/sigart Bulletin - SIGART,* no. 63, pp. 49-49, 1977.

[71] A. Geyer-Schulz, "Holland classifier systems," *Proceedings of the International Conference on Applied Programming Languages (APL '95),* pp. 43-55, 1995.

[72] Wikipedia, the free encyclopedia, "Learning classifier system," 2012. [Online]. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Learning_classifier_system.

[73] J. Horn, D. Goldberg and K. Deb, "Implicit niching in a learning classifier system: Nature's way," *Journal of Evolutionary Computation,* vol. 2, no. 1, pp. 37-66, 1994.

[74] S. Smith, "A Learning System Based on Genetic Adaptive Algorithms," PhD thesis, University of Pittsburgh, Pittsburgh, 1980.

[75] M. V. Butz and S. W. Wilson, "An algorithmic description of XCS," *Journal of Soft Computing - SOCO,* vol. 6, no. 3-4, pp. 144-153, 2002.

[76] Metaheuristics Network, 2000-2004. [Online]. Available: http://www.metaheuristics.org.

[77] T. B. Trafalis and S. Kasap, "A novel metaheuristics approach for continuous global optimization," *Journal of Global Optimization,* vol. 23, p. 171–190 , 2002.

[78] A.-R. H. A. Ahmed, "Studies on Metaheuristics for Continuous Global Optimization Problems," PhD Thesis, Kyoto University, Kyoto, Japan, 2004.

[79] D. Jones, S. K. Mirrazavi and M. Tamiz, "Multi-objective meta-heuristics: An overview of the current state-of-the-art," *European Journal of Operational Research,* vol. 137, no. 1, pp. 1-9, 2002.

[80] C. Fonseca and P. Fleming, "Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization," *Proceedings of the fifth international conference on genetic algorithms,* pp. 416-423, 1993.

[81] E. Zitzler and L. Thiele, "Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength pareto approach," *IEEE transactions on Evolutionary Computation,* vol. 3, no. 4, pp. 257- 271, 1999.

[82] M. Dorigo, "Optimization, Learning and Natural Algorithms," PhD thesis, Politecnico di Milano, Milano, Italia, 1992.

[83] A. Colorni, M. Dorigo and V. Maniezzo, "Distributed Optimization by Ant Colonies," *European Conference on Artificial Life,* pp. 134-142, 1991.

[84] P. Grassé, "La reconstruction du nid et les coordinations interindividuelles chez bellicositermes natalensis et cubitermes sp. La théorie de la stigmergie: essai d'interprétation du comportement des termites constructeurs," *Insectes Sociaux,* vol. 6, pp. 41-81, 1959.

[85] J.-L. Deneubourg, S. Aron, S. Goss and J.-M. Pasteels, "The self-organizing exploratory pattern of the Argentine ant," *Journal of Insect Behavior,* vol. 3, no. 2, pp. 159-168, 1990.

[86] S. Goss, S. Aron, J.-L. Deneubourg and J.-M. Pasteels, "Self-organized shortcuts in the Argentine ant," *Naturwissenschaften,* vol. 76, no. 12, p. 579–581, December 1989.

[87] M. Dorigo, M. Birattari and T. Stützle, "Ant Colony Optimization - Artificial Ants as a Computational Intelligence Technique," *IEEE Computational Intelligence Magazine,* vol. 1, pp. 28-39, November 2006.

[88] T. Stützle and H. H. Hoos, "MAX-MIN Ant System," *Future Generation Computer systems,* vol. 16, no. 9, pp. 889-914, 2000.

[89] E. Chen and X. Liu, "Multi-Colony Ant Algorithm, in Ant Colony Optimization - Methods and Applications," Avi Ostfeld (Ed.), ISBN: 978-953-307-157-2, InTech, DOI: 10.5772/13991, 2011. [Online]. Available: http://www.intechopen.com/books/ant-colony-optimization-methods-and-applications/multi-colony-ant-algorithm.

[90] M. Dorigo and L. M. Gambardella, "Ant Colony System: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem," *IEEE Transactions on evolutionary computation,* vol. 1, no. 1, pp. 53-66, 1997.

[91] V. Maniezzo, L. M. Gambardella and F. D. Luigi, "Ant Colony Optimization," in *Optimization Techniques in Engineering*, Springer-Verlag, 2004, pp. 101-117.

[92] T. G. Stützle, "Local Search Algorithms forCombinatorial Problems: Analysis, Improvements and New Applications," Dissertationsschrift zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Naturwissenschaften, Darmstadt, 1998.

[93] M. Dorigo and T. Stützle, Ant Colony Optimization, Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 2004.

[94] L. D. Gaspero and A. Schaerf, "Neighborhood Portfolio Approach for Local Search applied to Timetabling Problems," *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms,* vol. 5, no. 1, pp. 65-89, 2006.

[95] P. Moscato and A. Schaerf, " Local search techniques for scheduling problems - A tutorial," 13th European Conference on Artificial Intelligence, 1998.

[96] V. Arya, N. Garg, R. Khandekar, A. Meyerson, K. Munagala and V. Pandit, "Local Search Heuristics for k-median and facility location problems," *SIAM Journal of Computing,* vol. 33, no. 3, pp. 544-562, 2004.

[97] F. Neri, C. Cotta and P. Moscato, "Local Search," in *Handbook of Memetic Algorithms*, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2012, pp. 29-41.

[98] R. M. Vaessens, E. H. L. Aarts and J. K. Lenstra, "A local search template," *Computers & Operations Research,* vol. 25, no. 11, p. 969–979, 1 11 1998.

[99] S. Kirkpatrik, C. Gelatt and M. Vecchi, "Optimization by Simulated Annealing," *Science ,* vol. 220, pp. 671-680, 1983.

[100] V. Cerny, "Thermodynamical approach for the travelling salesman problem: An efficient simulation algorithm," *Journal of Optimization Theory and Applications,* vol. 45, no. 1, pp. 41-51, January 1985.

[101] D. Bertsimas and J. Tsitsiklis, "Simulated Annealing," *Statistical Science,* vol. 8, no. 1, pp. 10-15, 1993.

[102] S. Moins, "Implementation of a simulated annealing algorithm for Matlab," Linköping Institute of Technology, 2002.

[103] G. Grohall and J. Jung, "Multiple Objective Step Function Maximization with Genetic Algorithms and Simulated Annealing," Institute for Advanced Studies, Vienna, 2003.

[104] V. Cicirello, "On the Design of an Adaptive Simulated Annealing Algorithm," *First Workshop on Autonomous Search, In conjunction with CP'2007,* 23 September 2007 Providence.

[105] Wikipedia, the free encyclopedia, "Adaptive simulated annealing," 2012. [Online]. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Adaptive_simulated_annealing.

[106] F. Busetti, "Simulated annealing overview," 2003.

[107] S. Banerjee and N. Dutt, "Very fast simulated annealing for HW-SW partitioning," Center for Embedded Computer Systems, University of California, Irvine, CA, USA, 2004.

[108] F. Glover and C. McMillan, "The general employee scheduling problem: an integration of MS and AI," *Journal of Computers and Operations Research - Special issue: Applications of integer programming,* vol. 13, no. 5, pp. 563-573, May 1986.

[109] F. Glover, "Tabu Search - Part 1," *ORSA Journal on Computing,* vol. 1, no. 3, pp. 190-206, 1989.

[110] F. Glover, "Tabu Search - Part 2," *ORSA Journal on Computing,* vol. 2, no. 1, pp. 4-32, 1990.

[111] P. Hansen, "The steepest ascent mildest descent heuristic for combinatorial programming," Congress on Numerical Methods in Combinatorial Optimization, Capri, Italy, 1986.

[112] M. Gendreau, "An Introduction to Tabu Search," in *Handbook of Metaheuristics*, United States, Kluwer Academic Publishers, 2003, pp. 37-54.

[113] H. Pirim, E. Bayraktar and B. Eksioglu, "Tabu Search: A Comparative Study," in *Tabu Search*, Wassim Jaziri (Ed.), ISBN: 978-3-902613-34-9, InTech, DOI: 10.5772/5637 , Available from: http://www.intechopen.com/books/tabu_search/tabu_search__a_comparative_study, 2008, pp. 1-6.

[114] A. Hertz, E. Taillard and D. d. Werra, "A tutorial on Tabu Search," Département de Mathématiques Lausanne Switzerland- Université de Montréal, Centre de Recherche sur les Transports, Montréal, Canada.

[115] F. Glover, E. Taillard and D. d. Werra, "A user's guide to tabu search," *Annals of Operations Research,* vol. 41, pp. 3-28, 1993.

[116] F. W. Glover and M. Laguna, "Tabu Search Background," in *Tabu Search, Volume 1*, Kluwer Academic Publishers, 1997, pp. 1-24.

[117] Wikipedia, the free encyclopedia, "Pattern search (optimization)," 2012. [Online]. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Pattern_search_(optimization).

[118] L. L. Lai and D. T. F. Chan, "Appendix B - The Method of Hooke and Jeeves," in *Distributed Generation: Induction and Permanent Magnet Generators*, John Wiley & Sons, Ltd, 2007, pp. 227-228.

[119] W. Davidon, "Variable metric method for minimization," *SIAM Journal on Optimization ,* vol. 1, no. 1, p. 1–17, 1991.

[120] V. Torczon, "On the convergence of pattern search algorithms," *SIAM Journal on Optimization,* vol. 7, no. 1, pp. 1-25, 1997.

[121] R. M. Lewis, V. Torczon and M. W. Trosset, "Direct Search Methods: Then And Now," *Journal of Computational and Applied Mathematics,* vol. 124, pp. 191-207, 2000.

[122] C. Bogani, M. Gasparo and A. Papini, "A Pattern Search Method for Discrete L 1–Approximation," *Journal of Optimization Theory and Applications,* vol. 134, no. 1, pp. 47-59, 2007.

[123] R. M. Lewis, V. Torczon and M. W. Trosset, "Why Pattern Search Works," Institute for Computer Applications in Science and Engineering, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia, USA, 1998 .

[124] W. Hart, "Evolutionary pattern search algorithms for unconstrained and linearly constrained optimization," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation,* vol. 5, no. 4, pp. 388-397, August 2001.

[125] R. Phelps, M. Krasnicki, R. Rutenbar, L. Carley and J. Hellums, "Anaconda: simulation-based synthesis of analog circuits via stochastic pattern search," *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems,* vol. 19, no. 6, pp. 703-717, June 2000.

[126] C. Audet and J. J. E. Dennis, "Analysis of Generalized Pattern Searches," *SIAM Journal on Optimization,* vol. 13, no. 3, p. 889–903, 2003.

[127] R. Lewis and V. Torczon, "Pattern search algorithms for bound constrained minimization," *SIAM Journal on Optimization,* vol. 9, no. 4, pp. 1082-1099, 1999.

[128] R. Lewis and V. Torczon, "Pattern search methods for linearly constrained minimization," *SIAM Journal on Optimization,* vol. 10, no. 3, p. 917–941, 2000.

[129] M. A. Abramson, "Pattern Search Algorithms for Mixed Variable General Constrained Optimization Problems," Ph.D. Thesis, Rice University, Houston, Texas, 2002.

[130] P. Merz and B. Freisleben, "Memetic Algorithms for the Traveling Salesman Problem," *Complex Systems,* vol. 13, no. 4, p. 297–345, 2001.

[131] E. Ozcan and M. Erenturk, "A Brief Review of Memetic Algorithms for Solving Euclidean 2D Traveling Salesrep Problem," *Proceedings of the13th Turkish Symposium on Artificial Intelligence and Neural Networks,* pp. 99-108, 2004.

[132] B. Freisleben and P. Merz, "A genetic local search algorithm for solving symmetric and asymmetric traveling salesman problems," *Proceedings of IEEE international conference on evolutionary computation,* pp. 616-621 , May 1996.

[133] D. Goldberg, Genetic algorithms in search, optimization and machine learning, Addison -Wesley, 1989.

[134] Y. Li, A. Zhou and G. Zhang, "Simulated annealing with probabilistic neighborhood for traveling salesman problems," *Seventh International Conference on Natural Computation (ICNC),* vol. 3, pp. 1565-1569, 2011.

[135] P. Laarhoven and E. Aarts, Simulated Annealing: Theory and Applications, Kluwer Academic Publishers, 1987.

[136] C.-N. Fiechter, "A parallel tabu search for large traveling salesman problems," *Discrete Applied Mathematics,* vol. 51, no. 3, p. 234–267, July 1994.

[137] M. Dorigo and L. Gambardella, "Ant colonies for traveling salesman problem," *Biosystems,* vol. 43, no. 2, pp. 73-81, July 1997.

[138] X. Shi, Y. Lianga, H. Leeb, C. Lub and Q. Wanga, "Particle swarm optimization-based algorithms for TSP and generalized TSP," *Information Processing Letters,* vol. 103, p. 169–176, 2007.

[139] K.-P. Wang, L. Huang, C.-G. Zhou and W. Pang, "Particle swarm optimization for traveling salesman problem," *IEEE International Conference on Machine Learning and Cybernetics,* vol. 3, pp. 1583-1585, 2003.

[140] E. Aarts and H. Stehouwer, "Neural networks and the travelling salesman problem," *Proc. of International Conference on Artificial Neural Networks,* pp. 950-955, 1993.

[141] I. Or, " Traveling Salesman-Type Combinatorial Problems and Their Relation to the Logistics of Regional Blood Banking," PhD thesis, Northwestern University, Evanston, 1976.

[142] G. Croes, "A method for solving traveling salesman problems," *Operations Research,* vol. 6, pp. 791-812, 1958.

[143] F. Bock, "An algorithm for solving "traveling-salesman" and related network optimization problems," unpublished manuscript associated with talk presented at the 14th ORSA National Meeting, 1958.

[144] S. Lin, "Computer solutions of the traveling salesman problem," *Bell Syst. Tech. J. 44,* pp. 2245-2269, 1965.

[145] D. Johnson and L. McGeoch, "The traveling salesman problem: A case study in local optimization," in *Local Search in Combinatorial Optimization*, Princeton University Press, 2003, pp. 215-310.

[146] K. Ghoseiri and H. Sarhadi, "A memetic algorithm for symmetric traveling salesman problem," *International Journal of Management Science and Engineering Management,* vol. 3, no. 4, pp. 275-283, 2008.

[147] N. Krasnogor and J. Smith, "A Tutorial for Competent Memetic Algorithms: Model, Taxonomy and Design Issues," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation,* vol. 9, no. 5, pp. 474-478, October 2005.

[148] P. Moscato, "Memetic algorithms," in *Handbook of Applied Optimization*, Oxford University Press , 2002, pp. 157-165.

[149] D. Holstein and P. Moscato, "Memetic algorithms using guided local search: A case study," in *New Ideas in Optimization*, D. Corne, F. Glover, and M. Dorigo, Eds. McGraw-Hill, 1999, pp. 235-244.

[150] R. Matoušek, "Hybrid Genetic Algorithm and Knapsack Problem in Matlab Environment," Institute of Automation and Computer Science, Brno University of Technology.

[151] A. Liu, J. Wang, G. Han, S. Wang and J. Wen, "Improved Simulated Annealing Algorithm Solving for 0/1 Knapsack Problem," *Sixth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications (ISDA '06),* vol. 2, pp. 1159-1164, October 2006.

[152] P. Zhao, P. Zhao and X. Zhang, "A new ant colony optimization for the knapsack problem," *7th International Conference on Computer-Aided Industrial Design and Conceptual Design (CAIDCD '06),* pp. 1-3, November 2006.

[153] H. Shi, "Solution to 0/1 Knapsack Problem Based on Improved Ant Colony Algorithm," *IEEE International Conference on Information Acquisition,* pp. 1062-1066, August 2006.

[154] S. Martello and P. Toth, Knapsack Problems: algorithms and computer implementations, Chichester, UK: John Wiley & Sons, 1990.

[155] G. B. Dantzig, "Discrete-Variable Extremum Problems," *Operations Research,* vol. 5, no. 2, pp. 266-288, 1957.

[156] S. Hanafi and A. Freville, "An efficient tabu search approach for the 0-1 multidimensional knapsack problem," *European Journal of Operational Research,* vol. 106, no. 2-3, pp. 659-675, 1998.

[157] Y.-H. Chou, Y.-J. Yang and C.-H. Chiu, "Classical and quantum-inspired Tabu search for solving 0/1 knapsack problem," *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC) ,* pp. 1364-1369, October 2011.

[158] X. Gandibleux and A. Freville, "Tabu Search Based Procedure for Solving the 0-1 MultiObjective Knapsack Problem: The Two Objectives Case," *Journal of Heuristics,* vol. 6, no. 3, pp. 361-383, August 2000.

[159] Z. Ren and J. Wang, "A Discrete Particle Swarm Optimization for Solving Multiple Knapsack Problems," *Fifth International Conference on Natural Computation (ICNC),* vol. 3, pp. 166-170, 2009.

[160] M. Kong and P. Tian, "Apply the Particle Swarm Optimization to the Multidimensional Knapsack Problem," *Lecture Notes in Computer Science Artificial Intelligence and Soft Computing ICAISC,* vol. 4029, pp. 1140-1149, 2006.

[161] R. Hinterding, "Representation, constraint satisfaction and the knapsack problem," *Proceedings of the 1999 Congress of Evolutionary Computation (CEC 99),* vol. 2, p. 1286–1292, 1999.

[162] Z. Michalewicz, Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs, New York: Springer-Verlag, 1999.

[163] A. L. Olsen, "Penalty functions and the knapsack problem," *Proceedings of the First IEEE International Conference on Evolutionary Computation,* p. 554–558, 1994.

[164] H. Ishibuchi, T. Murata and S. Tomioka, "Effectiveness of genetic local search algorithms," *Proceedings of the Seventh International Conference on Genetic Algorithms,* p. 505–512, 1997.

[165] S. Runggeratigul, "Local Search and Memetic Algorithms for Knapsack Problems," *Fifth Meta-heuristics International Conference (MIC2003),* pp. 64/1-64/7, August 2003.

[166] M. Carter, "A survey of practical applications of examination timetabling algorithms," *Operations Research,* vol. 34, no. 2, pp. 193-202, 1986.

[167] S. Petrovic and E. Burke, "University timetabling," in *Handbook of Scheduling: Algorithms, Models, and Performance Analysis*, Chapman Hall/CRC Press, 2004.

[168] E. Burke, J. Kingston and D. deWerra, "Applications to timetabling," in *The Handbook of Graph Theory*, J. Gross and J. Yellen, Chapman Hall CRC Press, 2004, pp. 445-474.

[169] R. Qu, E. Burke, B. McCollum and L. Merlot, "A survey of search methodologies and automated system development for examination timetabling," *Journal of Scheduling,* vol. 12, no. 1, pp. 55-89, 2009.

[170] J. M. Thompson and K. A. Dowsland, "A robust simulated annealing based examination timetabling system," *Journal of Computers and Operations Research,* vol. 25, no. 7-8, pp. 637-648, 1998.

[171] L. D. Gaspero and A. Schaerf, "Tabu Search Techniques for Examination Timetabling," *Selected papers from the Third International Conference on Practice and Theory of Automated Timetabling III,* pp. 104-117 , 2000.

[172] K. Thompson and J. Dowsland, "Ant colony optimization for the examination scheduling problem," *Journal of Operational Research Society,* vol. 56, pp. 426-438, 2005.

[173] M. Eley, "Ant algorithms for the exam timetabling problem," *Practice and Theory of Automated Timetabling: Selected Papers from the 6th International Conference (PATAT'06),* vol. 3867, pp. 364-382, 2006.

[174] E. K. Burke, J. P. Newall and R. F.Weare, "A Memetic Algorithm for University Exam Timetabling," in *The Practice and Theory of Automated Timetabling. Lecture Notes in Computer Science*, vol. 1153, E.K. Burke and P. Ross (eds.), Springer-Verlag, 1996, pp. 241-250.

[175] E. K. Burke and J. P. Newall, "A Multistage Evolutionary Algorithm for the Timetable Problem," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation,* vol. 3, no. 1, pp. 63-74, 1999.

[176] E. Burke, D. Elliman and R. Weare, "The Automated Timetabling of University Exams using a Hybrid Genetic Algorithm," AISB Workshop on Evolutionary Computing, Society for the Study of Artificial Intelligence and Simulation of Behaviour, University of Leeds, UK, 1995.

[177] S. Abdullah, H. Turabieh, B. McCollum and P. McMullan, "A Tabu-based Memetic Approach to the Examination Timetabling Problem," *Proceedings of the 5th international conference on Rough set and knowledge technology,* pp. 574-581, 2010.

[178] E. Burke, K. Jackson, J. Kingston and R. Weare, "Automated University Timetabling: The State of the Art," *The Computer Journal (Oxford Journals),* vol. 40, no. 9, pp. 565-571, 1997.

[179] S. Pierre and F. Houéto, "A tabu search approach for assigning cells to switches in cellular mobile networks," *Computer Communications,* vol. 25, no. 5, pp. 464-477, 2002.

[180] A. Quintero and S. Pierre, "Sequential and multi-population memetic algorithms for assigning cells to switches in mobile networks," *Computer Networks,* vol. 43, no. 3, pp. 247-261, 2003.

[181] A. Merchant and B. Sengupta, "Multiway graph partitioning with applications to PCS networks," *13th IEEE Proceedings on Networking for Global Communications (INFOCOM '94),* vol. 2, p. 593–600, July 1994.

[182] A. Merchant and B. Sengupta, "Assignment of cells to switches in PCS network," *IEEE/ACM Transactions on Networking,* vol. 3, no. 5, pp. 521-526, 1995.

[183] C. Hedible and S. Pierre, "Genetic algorithm for theassignment of cells to switches in personal communication networks," *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering,* vol. 2, pp. 1077-1081, 2000.

[184] C. M. Ribeiro, A. T. Azevedo and R. F. Teixeira, "Problem of Assignment Cells to Switches in a Cellular Mobile Network via Beam Search Method," *WSEAS Transactions on Communications,* vol. 9, no. 1, pp. 11-21, 2010.

[185] K. Rajalakshmi, P. Kumar and H. M. Bindu, "Targeting cells to switch assignment of cellular mobile network using heuristic algorithm," *ICCOMP'10 Proceedings of the 14th WSEAS international conference on Computers: part of the 14th WSEAS CSCC multiconference,* vol. I, pp. 75-80, 2010.

[186] A. Quintero and S. Pierre, "A Memetic Algorithm for Assigning Cells to Switches in Cellular Mobile Networks," *IEEE Communications Letters,* vol. 6, no. 11, pp. 484-486, 2002.

[187] J.-K. Hao and R. Dorne, "Study of Genetic Search for the Frequency Assignment Problem," *Artificial Evolution European Conference,* pp. 333-344, 1995.

[188] M. Yokoo and K. Hirayama, "Frequency assignment for cellular mobile systems using constraint satisfaction techniques," *IEEE 51st Vehicular Technology Conference Proceedings (VTC 2000) ,* vol. 2, pp. 888-894, 2000.

[189] W. K. Hale, "Frequency assignment: Theory and applications," *Institute of Electr. Engineering Proceedings,* vol. 68, no. 12, pp. 1497-1514, 1980.

[190] R. Dorne and J.-K. Hao, "An evolutionary approach for frequency assignment in cellular radio networks," *IEEE International Conference on Evolutionary Computation,* vol. 2, pp. 539-544, November 1995.

[191] G. Vidyarthi, A. Ngom and I. Stojmenovic, "A Hybrid Channel Assignment Approach Using an Efficient Evolutionary Strategy in Wireless Mobile Networks," *IEEE Transactions on Vehicular Technology,* vol. 54, no. 5, pp. 1887-1895, September 2005.

[192] H. G. Sandalidis, P. Stavroulakis and J. Rodriguez-Tellez, "An efficient evolutionary algorithm for channel resource management in cellular mobile systems," *IEEE Trans. Evol. Comput.,* vol. 2, no. 4, pp. 125-137, 1998.

[193] N. Funabiki and Y. Takefuji, "A neural network parallel algorithm for channel assignment problems in cellular radio networks," *IEEE Trans. Veh. Technol.,* vol. 41, no. 4, p. 430–437, November 1992.

[194] E. Del Re, R. Fantacci and L. Ronga, "A dynamic channel allocation technique based on hopfield neural networks," *IEEE Transactions on Vehicular Technology,* vol. 45, no. 1, p. 26–32, 1996.

[195] P. T. H. Chan, M. Palaniswami and D. Everitt, "Neural network-based dynamic channel assignment for cellular mobile communication systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.,* vol. 43, no. 2, p. 279–288, 1994.

[196] A. Kapsalis, V. J. Rayward-Smith and G. D. Smith, "Using genetic algorithms to solve the radio link frequency assignment problem," *Proceedings of the International Conference on Artificial Neural Nets and Genetic Algorithms,* pp. 37-40, 1995.

[197] F. J. Jaimes-Romero, D. Munoz-Rodriguez and S. Tekinay, "Channel assignment in cellular systems using genetic algorithms," *Proc. IEEE 46th Vehicular Technology Conference,* vol. 2, pp. 741-745, 1996.

[198] M. Duque-Anton, D. Kunz and B. Ruber, "Channel assignment for cellular radio using simulated annealing," *IEEE Trans. Veh. Technol.,* vol. 42, no. 1, pp. 14-21, 1993.

[199] F. Luna, C. Blum, E. Alba and A. J. Nebro, "ACO vs EAs for solving a real-world frequency assignment problem in GSM networks," *Proceedings of the 9th annual conference on Genetic and evolutionary computation,* pp. 94-101, 2007.

[200] A. Capone and M. Trubian, "Channel assignment problem in cellular systems: A new model and a tabu search algorithm," *IEEE Trans. Veh. Technol.,* vol. 48, no. 4, p. 1252–1260, 1999.

[201] C. Houck, J. Joines and M. Kay, " A genetic algorithm for function optimization: A matlab implementation," *ACM Transactions on Mathematical Software-TOMS,* 1995.

[202] A. J. Chipperfield and P. J. Fleming, "The Matlab Genetic Algorithm Toolbox," *IEE Colloquium on Applied Control Techniques Using MATLAB,* pp. 10/1-10/4, January 1995.

[203] The University of Sheffield, "Evolutionary Computation Research Team -ACSE: Genetic Algorithm Toolbox," [Online]. Available: http://www.shef.ac.uk/acse/research/ecrg/gat.

[204] The Mathworks Inc., "Global Optimization Toolbox - MATLAB," 2012. [Online]. Available: http://www.mathworks.com/products/global-optimization/index.html.

[205] FERC Staff, "Economic Dispatch: Concepts, Practices and Issues," Presentation to the Joint Board for the Study of Economic Dispatch, Palm Springs, California, 2005.

[206] K.P.Wong and C. Fung, "Simulated annealing based economic dispatch algorithm," *IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution,* vol. 140, no. 6, pp. 509- 515, 1993.

[207] Y. Jing, F. Yan-jun and G. Lin, "Economic load distribution based on genetic-tabu hybrid algorithm," *IEEE 2nd International Conference on Computing, Control and Industrial Engineering (CCIE),* vol. 2, pp. 59-62, 2011.

[208] J.-B. Park, K.-S. Lee, J.-R. Shin and K. Y. Lee, "A Particle Swarm Optimization for Economic Dispatch With Nonsmooth Cost Functions," *IEEE Transactions on Power Systems,* vol. 20, no. 1, pp. 34-42, 2005.

[209] H. Zafar, A. Chowdhury and B. K. Panigrahi, "Solution of Economic Load Dispatch Problem Using Lbest-Particle Swarm Optimization with Dynamically Varying Sub-swarms," *Proc. ICST Trans. Ambient Systems,* vol. 7076, pp. 191-198, 2011.

[210] J. Vlachogiannis and K. Lee, "Economic Load Dispatch—A Comparative Study on Heuristic Optimization Techniques With an Improved Coordinated Aggregation-Based PSO," *IEEE Transactions on Power Systems,* vol. 24, no. 2, pp. 991-1001, 2009.

[211] T. Yalcinoz, B. Cory and M. Short, "Hopfield neural network approaches to economic dispatch problems," *International Journal of Electrical Power and Energy Systems,* vol. 23, no. 6, pp. 435-442, 2001.

[212] N. Sinha, R. Chakrabart and P. Chattopadhyay, "Evolutionary programming techniques for economic load dispatch," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation,* vol. 7, no. 1, pp. 83- 94 , 2003.

[213] S. Ling, H. Lam, F. Leung and Y. Lee, "Improved genetic algorithm for economic load dispatch with valve-point loadings," *The 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society,* vol. 1, pp. 442-447, 2003.

[214] T. Yalcinoz, H. Altun and M. Uzam, "Economic Dispatch Solution Using A Genetic Algorithm Based on Arithmetic Crossover," *2001 IEEE Power Tech Proceedings,* vol. 2, 2001.

[215] A. Wright, "Genetic algorithms for real parameter optimization," in *Foundations of Genetic Algorithms*, J.E. Rawlins (Ed.) Morgan Kaufmann, 1991, pp. 205-218.

[216] Α. Βλάχος, Μετα-ευρεστικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης και εφαρμογές σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Πειραιώς, 2005.

[217] A. Vlachos, I.Petikas and S. Kyriakides, "A Continuous Ant Colony (C-ANT) algorithm solving the Economic Load Dispatch (ELD) problem," *Journal of Information and Optimization Sciences,* vol. 32, no. 1, pp. 1-13, 2011.

[218] A. Vlachos, I. Petikas and S. Kyriakides, "Economic Load Dispatch (ELD) problem based on a memetic algorithm (MA)," *Journal of Statistics and Management Systems,* vol. 14, no. 5, pp. 975-993, 2011.

[219] S. M. Libelli and P. Alba, "Adaptive mutation in genetic algorithms," *Soft Computing, Springer-Verlag,* pp. 76-80, 2000.

[220] F. Vafaee and P. Nelson, "A Genetic Algorithm that Incorporates an Adaptive Mutation Based on an Evolutionary Model," *International Conference on Machine Learning and Applications,* pp. 101-107, 2009.

[221] A. Emami and P. Noghreh, "New approach on optimization in placement of wind turbines within wind farm by genetic algorithms," *Renewable Energy,* vol. 35, no. 7, pp. 1559-1564, July 2010.

[222] S. Grady, M. Hussaini and M. Abdullah, "Placement of wind turbines using genetic algorithms," *Renewable Energy,* vol. 30, no. 2, p. 259–270, February 2005.

[223] G. Mosetti, C. Poloni and B. Diviacco, "Optimization of wind turbine positioning in large wind farms by means of a genetic algorithm," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics,* vol. 51, no. 1, p. 105–116, January 1994.

[224] S. Şişbot, Ö. Turgut, M. Tunç and Ü. Çamdali, "Optimal positioning of wind turbines on Gökçeada using multi-objective genetic algorithm," *Wind Energy,* vol. 13, no. 4, pp. 297-306, 2010.

[225] R. A. Rivas, J. Clausen, K. S. Hansen and L. E. Jensen, "Solving the turbine positioning problem for large offshore wind farms by simulated annealing," *Wind Engineering,* vol. 33, no. 3, pp. 287-297, May 2009.

[226] G. Marmidis, S. Lazarou and E. Pyrgioti, "Optimal placement of wind turbines in a wind park using Monte Carlo simulation," *Renewable Energy,* vol. 33, no. 7, p. 1455–1460, 2008.

[227] P. Sood, V. Winstead and P. Steevens, "Optimal placement of wind turbines: A Monte Carlo Approach with Large Historical Data Set," *IEEE International Conference on Electro/Information Technology (EIT),* pp. 1-5, 2010.

[228] J. Tzanos, K. Margellos and J. Lygeros, "Optimal Wind Turbine Placement via Randomized Optimization Techniques," Power Systems Computation Conference (PSCC), Stockholm, Sweden, 2011.

[229] I. Petikas and C. Fountas, "Optimal positioning of wind turbines in a geographically defined wind park using memetic algorithms," *Journal of Statistics and Management Systems,* vol. 13, no. 5, pp. 1003-1015, 2010.

[230] H. G. Beyer, B. Lange and H.-P. Waldl, "Modelling Tools for Wind Farm Upgrading," *Proceedings of the European Union Wind Energy Conference EUWEC,* pp. 1069-1073, 1996.

[231] R. J. Barthelmie, L. Folkerts, G. C. Larsen, K. Rados, S. C. Pryor, S. T. Frandsen, B. Lange and G. Schepers, "Comparison of Wake Model Simulations with Offshore Wind Turbine Wake Profiles Measured by Sodar," *Journal of atmosferic and oceanic technology,* vol. 23, pp. 888-901, 2006.

[232] N. Jensen, "A note on wind generator interaction," Riso National laboratory, Roskilde Denmark, 1983.

[233] I. Katic, J. Højstrup and N. Jensen, "A Simple Model for Cluster Efficiency," *European Wind Energy Association Conference and Exhibition,* pp. 407-410, 1986.

[234] J. Ainslie, "Calculating the flow field in the wake of wind turbines," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics,* vol. 27, no. 1-3, p. 213–224, January 1988.

[235] G. Larsen, J. Højstrup and H. A. Madsen, "Wind Fields in Wakes," *1996 European Union wind energy conference. Proceedings,* no. 764-768, 1996.

[236] A. Crespo, J. Hernandez, E. Fraga and C. Andreu, "Experimental validation of the UPM computer code to calculate wind turbine wakes and comparison with other models," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics,* vol. 27, no. 1-3, pp. 77-88, 1988.

[237] A. Betz, Introduction to the Theory of Flow Machines, Oxford: Pergamon Press, 1966.

[238] C.T.Kiranoudis and Z.B.Maroulis, "Effective short-cut modelling of wind park efficiency," *Renewable Energy,* vol. 11, no. 4, pp. 439-457, 1997.

[239] J. Manwell, J. McGowan and A. Rogers, Wind Energy Explained, Theory, Design and Application, Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2002.

[240] K. Philippopoulos and D. Deligiorgi, "Statistical simulation of wind speed in Athens, Greece based on Weibull and ARMA models," *International Journal of Energy and Environment,* vol. 3, no. 4, pp. 151-158, 2009.

[241] M. R. Patel, Wind and Solar Power Systems, CRC Press, 1999.

[242] Γ. Μπεργελές, Ανεμοκινητήρες, Εκδόσεις Συμεών, 2005.

[243] L. T. Bui, D. Essam, H. A. Abbass and D. Green, "Performance analysis of evolutionary multi–objective optimization methods in noisy environments," *8th Asia Pacific Symposium on Intelligent and Evolutionary Systems,* 2004.

[244] K. C. Tan, T. H. Lee and E. F. Khor, "Evolutionary Algorithms for Multi-Objective Optimization: Performance Assessments and Comparisons," *Proceedings of the 2001 IEEE Congress on Evolutionary Computation,* pp. 979-986, 2001.

[245] C. Bogani, M. Gasparo and A. Papini, "Generalized Pattern Search methods for a class of nonsmooth optimization problems with structure," *Journal of Computational and Applied Mathematics,* vol. 229, pp. 283-293, 2009.

[246] Z. Changshui, H. Guangdong and W. Jun, "A fast algorithm based on the submodular property for optimization of wind turbine positioning," *Renewable Energy,* vol. 36, no. 11, pp. 2951-2958, November 2011.

[247] E. Cantu-Paz, "A survey of parallel genetic algorithms," *Calculateurs Paralleles, Reseaux et Systems Repartis,* vol. 10, no. 2, pp. 141-171, 1997.

[248] E. Cantu-Paz, "Topologies, Migration Rates, and Multi-Population Parallel Genetic Algorithms," *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference,* January 1999.

[249] R. Tanese, "Distributed genetic algorithms," *Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms,* pp. 434-439, 1989.

[250] C. Kiranoudis, N. Voros and Z. Maroulis, "Short-cut design of wind farms," *Energy Policy,* vol. 29, no. 7, pp. 567-578, 2000.

[251] Z. Maroulis, C. Kiranoudis and N. Voros, "Prefeasibility study for the renewable energy sources exploitation in Crete," Final Report, ALTENER No.1030/93, 1993.