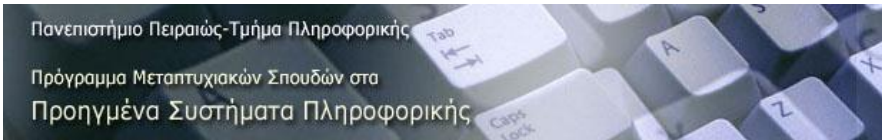




Πανεπιστήμιο Πειραιώς – Τμήμα Πληροφορικής
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
«Προηγμένα Συστήματα Πληροφορικής»

Μεταπτυχιακή Διατριβή

Τίτλος Διατριβής	Περιβάλλουσα Ανάλυση Δύο Σταδίων
Όνοματεπώνυμο Φοιτητή	Αικατερίνη Παπουτσή
Πατρώνυμο	Δημήτριος
Αριθμός Μητρώου	ΜΠΣΠ/ 09040
Κατεύθυνση	Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων
Επιβλέπων	Δημήτριος Δεσπότης, Καθηγητής



Πανεπιστήμιο Πειραιώς-Τμήμα Πληροφορικής
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στα
Προηγμένα Συστήματα Πληροφορικής

Ημερομηνία Παράδοσης: **Ιανουάριος 2012**

Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή

Δημήτριος Δεσπότης
Καθηγητής

Ευάγγελος Φούντας
Καθηγητής

Δημήτριος Αποστόλου
Επίκουρος Καθηγητής

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου και επιβλέποντα της παρούσας μεταπτυχιακής διατριβής κ. Δημήτρη Δεσπότη όχι μόνο για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε, αλλά και για την καθοδήγηση και την υποστήριξη του καθ' όλη τη διάρκεια διεκπεραίωσης της μεταπτυχιακής μου διατριβής.

Ευχαριστώ, επίσης, τον υποψήφιο διδάκτορα κ. Γρηγόρη Κορωνάκο τόσο για τις πολύτιμες συμβουλές και διορθώσεις που μου παρείχε, όσο και για τη σημαντική του κριτική και βοήθεια σε όλη τη διάρκεια αυτής της προσπάθειας.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους γονείς μου, που όλα αυτά τα χρόνια μου συμπαραστέκονται ηθικά και οικονομικά και διαμορφώνουν γύρω μου ένα άνετο περιβάλλον, μέσα στο οποίο μπορώ να εργαστώ και να επεκτείνω τις γνώσεις μου.

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	6
ABSTRACT	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	7
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	7
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	9
ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ (ΠΑΔ)	9
2.1 <i>Ιστορική Αναδρομή</i>	9
2.2 <i>Έννοιες – Ορισμοί</i>	11
2.3 <i>Τρόπος Λειτουργίας και Περαιτέρω Διερεύνηση της Μεθόδου</i>	13
2.3.1 Αρχικό Πρόβλημα	13
2.3.2 Δυϊκό Πρόβλημα	13
2.3.3 Σύγκριση Αρχικού και Δυϊκού Προβλήματος.....	14
2.4 <i>Βασικά Μοντέλα της ΠΑΔ</i>	14
2.4.1 Μοντέλο Κλίμακας Σταθερών Αποδόσεων (Constant Returns to Scale - CRS).....	14
2.4.2 Μοντέλο Κλίμακας Μεταβλητών Αποδόσεων (Variable Returns to Scale - VRS).....	15
2.5 <i>Προτερήματα της ΠΑΔ</i>	15
2.6 <i>Περιορισμοί της ΠΑΔ</i>	16
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	17
ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΠΑΔ ΔΥΟ ΣΤΑΔΙΩΝ	17
3.1 <i>Μοντέλο ΠΑΔ Δύο Σταδίων: Κλίμακα Σταθερών Αποδόσεων</i>	17
3.2 <i>Μοντέλο ΠΑΔ Δύο Σταδίων: Κλίμακα Μεταβλητών Αποδόσεων</i>	24
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	28
ΕΥΡΕΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΟΡΟΥ (FRONTIER) ΠΑΔ ΓΙΑ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΔΥΟ ΣΤΑΔΙΩΝ	28
4.1 <i>Μοντέλα ΠΑΔ Προσανατολισμένα στις Εισροές και Εκροές για τις Διαδικασίες Δύο Σταδίων</i>	28
4.1.1 Προσανατολισμός στις Εισροές.....	28
4.1.2 Προσανατολισμός στις Εκροές.....	29

4.2	Σύνоро Αποδοτικότητας ΠΑΔ.....	31
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.....		34
ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΔΙΚΤΥΑΚΩΝ (NETWORK) ΔΟΜΩΝ ΔΥΟ ΣΤΑΔΙΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΠΑΔ.....		34
5.1	Βιβλιογραφική Επισκόπηση και Ταξινόμηση.....	34
5.1.1	Μεθοδολογία Κλασικής (standard) ΠΑΔ.....	35
5.1.2	Μεθοδολογία Ανάλυσης της Αποδοτικότητας.....	35
5.1.3	Δικτυακή ΠΑΔ.....	36
5.1.4	Προσεγγίσεις Θεωρίας Παιγνίων.....	36
5.2	Συγκεντρωτικό ή Συνεργατικό Μοντέλο.....	38
5.3	Παίγνιο του Stackelberg ή Μη Συνεργατικό Μοντέλο.....	40
5.4	Δικτυακή ΠΑΔ.....	44
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6.....		47
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: 24 ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΕΣ ΕΤΑΙΡΕΙΕΣ, ΕΚΤΟΣ ΤΟΥ ΚΛΑΔΟΥ ΖΩΗΣ, ΣΤΗΝ ΤΑΪΒΑΝ. 47		
6.1	Προσθετική Ανάλυση Αποδοτικότητας σε ΠΑΔ Δύο Σταδίων.....	48
6.2	Εύρεση του Σύνορου (frontier) ΠΑΔ για Διαδικασίες Δύο Σταδίων.....	51
6.3	Μέτρηση της Αποδοτικότητας των Δικτυακών (network) Δομών Δύο Σταδίων με την ΠΑΔ.....	54
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7.....		55
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ, ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΠΡΟΚΛΗΣΕΙΣ.....		55
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....		59

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (ΠΑΔ) είναι μια μέθοδος που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της αποδοτικότητας ομοειδών Μονάδων Λήψης Απόφασης (ΜΛΑ). Ένας σημαντικός τομέας ανάπτυξης τα τελευταία χρόνια έχει αφιερωθεί σε εφαρμογές όπου οι ΜΛΑ αντιπροσωπεύουν διαδικασίες δύο σταδίων ή δικτύου. Ένα συγκεκριμένο υποσύνολο τέτοιων διαδικασιών είναι εκείνο στο οποίο όλες οι εκροές του πρώτου σταδίου είναι ενδιάμεσες μετρήσεις που αποτελούν τις μόνες εισροές στο δεύτερο στάδιο. Το μοντέλο ΠΑΔ δύο σταδίων που προκύπτει δεν προσφέρει μόνο μια συνολική τιμή αποδοτικότητας για την όλη διαδικασία, αλλά παράγει και μια τιμή αποδοτικότητας για κάθε ένα από τα επιμέρους στάδια.

Στόχος της εργασίας είναι η συστηματική και πλήρης βιβλιογραφική ανασκόπηση και συγκριτική παρουσίαση των διαφόρων προσεγγίσεων και μοντέλων που έχουν αναπτυχθεί στο πλαίσιο της ΠΑΔ δύο σταδίων.

ABSTRACT

Data Envelopment Analysis (DEA) is a method that is used for measuring the efficiency of peer decision making units (DMUs). An important area of development in recent years has been devoted to applications where DMUs represent two-stage or network processes. One particular subset of such processes is that in which all the outputs from the first stage are intermediate measures that make up the only inputs to the second stage. The resulting two-stage DEA model provides not only an overall efficiency score for the entire process, but as well yields an efficiency score for each of the individual stages.

The aim of the master thesis is a neat and complete literature review and comparative presentation of the various approaches and models that have been developed in the framework of two-stage DEA.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

Βιώνοντας τη μεγαλύτερη οικονομική κρίση των τελευταίων 70 ετών σε παγκόσμιο επίπεδο, με τις οικονομίες πολλών υπό ανάπτυξη ή ακόμα και ανεπτυγμένων χωρών να καταρρέουν ή μια μετά την άλλη, έχει δοθεί μεγάλη έμφαση στις μεθόδους βελτίωσης της αποδοτικότητας των οργανισμών. Η επιθυμία των επενδυτών ανέκαθεν ήταν η ακέραια εκτίμηση της απόδοσης των διαφόρων επενδύσεων, ώστε να διαλέξουν βέλτιστα πού και πώς θα τοποθετήσουν τα χρήματά τους. Αυτή η ανάγκη οδήγησε στη δημιουργία νέων μεθόδων αλλά και στην τροποποίηση των ήδη υπάρχουσών, προκειμένου οι οργανισμοί να λειτουργούν αποδοτικά στον ανταγωνιστικό χώρο της παγκόσμιας οικονομίας. Αυτές οι μέθοδοι χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

- i. τις παραμετρικές, οι οποίες υιοθετούν εκ των προτέρων συγκεκριμένες συναρτήσεις παραγωγής που συνδέουν τις εισροές με τις εκροές για τη μέτρηση της συμπεριφοράς (αποδοτικότητας) ενός συστήματος και
- ii. τις μη παραμετρικές, που χρησιμοποιούν τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού και εμπειρικά δεδομένα (πραγματικές συνθήκες, εισροές-εκροές) για την αποτίμηση της αποδοτικότητας ενός συστήματος.

Στην παρούσα διπλωματική θα μας απασχολήσει η δεύτερη κατηγορία. Η ανάγκη για τη μη παραμετρική εκτίμηση της απόδοσης πηγάζει από την προσπάθεια για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας μονάδων με πολλαπλές εισροές (inputs) και εκροές (outputs) όπου οι τιμές των εισροών και/ή των εκροών είναι γνωστές. Μία από αυτές τις μεθόδους είναι και η επονομαζόμενη Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (ΠΑΔ) ή αλλιώς DEA (Data Envelopment Analysis). Η ΠΑΔ (DEA) αποτελεί μια από τις σπουδαιότερες μη-παραμετρικές τεχνικές μέτρησης της αποδοτικότητας ομοειδών μονάδων ενός συστήματος. Σύμφωνα με την κλασική προσέγγιση, οι μονάδες καταναλώνουν πολλαπλές εισροές και παράγουν πολλαπλές εκροές, σε ένα στάδιο, χωρίς να είναι γνωστή η συνάρτηση παραγωγής, με την οποία οι εισροές μετασχηματίζονται σε εκροές. Το σύστημα, δηλαδή, θεωρείται ως μια ενιαία διαδικασία, ενώ στην πραγματικότητα μπορεί να αποτελείται από διακριτές διαδικασίες, τα στάδια. Πρόσφατα, η διεθνής βιβλιογραφία μελετά τέτοια προβλήματα και μοντέλα περιβάλλουσας ανάλυσης, στα οποία ο μετασχηματισμός των εισροών σε τελικές εκροές γίνεται σε δύο στάδια, υπό την έννοια ότι οι εκροές του πρώτου σταδίου συνιστούν εισροές στο δεύτερο στάδιο. Η προσέγγιση αυτή είναι γνωστή ως περιβάλλουσα ανάλυση δύο σταδίων (two-stage DEA) ή network DEA.

Σκοπός της ΠΑΔ δύο σταδίων είναι να κατασκευάσει ένα σύνορο (frontier), τέτοιο ώστε όλα τα παρατηρούμενα σημεία (μονάδες) να βρίσκονται πάνω ή κάτω από αυτό το όριο παραγωγικών δυνατοτήτων. Το σύνορο-όριο είναι στην ουσία μια τεθλασμένη γραμμή στην περίπτωση μιας εισροής και μιας εκροής ή μια επιφάνεια ή πολυέδρο

όταν πρόκειται για πολλαπλές εισροές – εκροές. Με «οδηγό» το συγκεκριμένο σύνορο είναι δυνατός ο διαχωρισμός αποδοτικών και μη αποδοτικών μονάδων, ο προσδιορισμός των βέλτιστων συνδυασμών εισροών και εκροών καθώς και ο υπολογισμός της αποδοτικότητας για κάθε μονάδα.

Η μέθοδος ΠΑΔ δύο σταδίων έχει τη δυνατότητα ανάλυσης είτε με την υπόθεση των σταθερών αποδόσεων κλίμακας, είτε με την υπόθεση των μεταβλητών αποδόσεων κλίμακας. Παρακάτω περιγράφονται αναλυτικά οι δύο μέθοδοι εκτίμησης της αποδοτικότητας των μονάδων.

Στην αρχή η ΠΑΔ χρησιμοποιήθηκε για την εκτίμηση δημόσιων μη κερδοσκοπικών μονάδων. Σύντομα, όμως, εφαρμόστηκε και σε κερδοσκοπικές μονάδες. Πιο πρόσφατα παρατηρούμε ότι όλο και περισσότερες μελέτες βρίσκουμε στην επιστημονική βιβλιογραφία για την εκτίμηση των αγορών και των παραδοσιακών ή εναλλακτικών επενδύσεων βασιζόμενες στην ΠΑΔ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (ΠΑΔ)

2.1 Ιστορική Αναδρομή

Στη θεωρία παραγωγής της μικροοικονομίας οι συνδυασμοί των εισροών-εκροών μιας εταιρείας απεικονίζονται μέσω της συνάρτησης παραγωγής. Χρησιμοποιώντας μια τέτοια συνάρτηση μπορούμε να βρούμε τη μέγιστη εκροή που μπορεί να επιτευχθεί με κάθε πιθανό συνδυασμό εισροών, δηλαδή μπορεί κάποιος να κατασκευάσει ένα σύνορο παραγωγής (production technology frontier). Ο Farrell το 1957 στην προσπάθειά του να μετρήσει την αποδοτικότητα μιας παραγωγικής μονάδας λήψης απόφασης (ΜΛΑ ή DMU) με μία εισροή και μία εκροή εισήγαγε στην επιστημονική βιβλιογραφία τη μέθοδο της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων (ΠΑΔ ή DEA). Απώτερος στόχος αυτής της μεθόδου, όπως και των άλλων παρεμφερών μεθόδων (frontier techniques) της εποχής, ήταν το πώς θα εφαρμοστεί αυτή η τεχνική σε εμπειρικά δεδομένα ξεπερνώντας το πρόβλημα που αντιμετωπίζουν όλες οι παραγωγικές μονάδες, ότι δηλαδή κανείς δε μπορεί να παρατηρήσει όλους τους δυνατούς συνδυασμούς εισροών-εκροών.

Το 1978 οι Charnes, Cooper και Rhodes βασισμένοι στην ιδέα του Farrell γενίκευσαν τη μέτρηση της αποδοτικότητας μιας λειτουργικής μονάδας με μία εισροή και μία εκροή σε μοντέλο πολλαπλών εισροών-εκροών μέσω της τεχνικής μεγιστοποίησης του γραμμικού προγραμματισμού για την κατασκευή του μέτρου σχετικής αποδοτικότητας μιας ιδεατής εκροής ως προς μια ιδεατή εισροή. Έκτοτε, ολοένα αυξανόμενος αριθμός βιβλίων και άρθρων σε οικονομικές εφημερίδες σχετικά με την ΠΑΔ δημοσιεύονται.

Η ΠΑΔ δεν παρέχει μόνο τιμές αποδοτικότητας για τις αναποτελεσματικές ΜΛΑ, αλλά παράγει και αποδοτικές προβολές αυτών των μονάδων πάνω σε ένα σύνορο αποδοτικότητας. Τα τελευταία χρόνια, μια σειρά από μελέτες στην ΠΑΔ έχουν επικεντρωθεί στις διαδικασίες δύο σταδίων. Για παράδειγμα, οι τράπεζες χρησιμοποιούν εργατικό δυναμικό και περιουσιακά στοιχεία για να παράγουν καταθέσεις, οι οποίες χρησιμοποιούνται με τη σειρά τους για να παράγουν εισόδημα δανείου (Chen και Zhu (2004)). Οι Seiford και Zhu (1999) ανέπτυξαν μια προσέγγιση ΠΑΔ για την αξιολόγηση αμερικανικών εμπορικών τραπεζών του Ηνωμένου Βασιλείου σε μια διαδικασία δύο σταδίων που χαρακτηρίζεται από κερδοφορία και αγοραστική ικανότητα (εμπορευσιμότητα). Στη μελέτη τους, η κερδοφορία (πρώτο στάδιο) υπολογίζεται χρησιμοποιώντας το εργατικό δυναμικό και τα περιουσιακά στοιχεία ως εισροές, και οι εκροές είναι τα κέρδη και τα έσοδα. Στο δεύτερο στάδιο, για την εμπορευσιμότητα, τα κέρδη και τα έσοδα χρησιμοποιούνται ως εισροές, ενώ η εμπορική αξία, οι απολαβές και τα κέρδη ανά μετοχή αποτελούν τις εκροές. Ο Zhu εφάρμοσε την ίδια διαδικασία δύο σταδίων σε μια μελέτη του το 2000 (Fortune Global

500 companies). Οι Sexton και Lewis (2003) μελέτησαν την απόδοση της ανώτερης κατηγορίας μπέιζμπολ (Major League Baseball) σε μια διαδικασία δύο σταδίων.

Στη μελέτη τους, οι Seiford και Zhu (1999) εφάρμοσαν σε κάθε στάδιο την κλασική (standard) προσέγγιση ΠΑΔ, αλλά δεν εξέτασαν ενδεχόμενες συγκρούσεις μεταξύ των δύο σταδίων που προκύπτουν από τις ενδιάμεσες μετρήσεις. Για παράδειγμα, μπορεί να χρειαστεί να μειωθούν οι εισροές του δεύτερου σταδίου (ενδιάμεσες μετρήσεις), προκειμένου να επιτευχθεί μια αποδοτική κατάσταση. Μια τέτοια ενέργεια, ωστόσο, θα συνεπαγόταν μείωση των εκροών του πρώτου σταδίου, και ως εκ τούτου μείωση της αποδοτικότητάς του.

Ένας αριθμός από μελέτες ΠΑΔ έχουν αναπτυχθεί σε μια προσπάθεια να αντιμετωπιστεί αυτό το είδος σύγκρουσης. Για παράδειγμα, η δικτυακή προσέγγιση ΠΑΔ των Färe και Whittaker (1995), των Färe και Grosskopf (1996), καθώς και των Färe και Grosskopf (2000) χρησιμοποιήθηκε από τους Lewis και Sexton (2004) για τον υπολογισμό των τιμών αποδοτικότητας των υπομονάδων. Η προσέγγιση των Sexton και Lewis (2003) εφαρμόζει μια μεθοδολογία παρόμοια με εκείνη των Seiford και Zhu (1999) (παρόλο που χρησιμοποιείται ένα μοντέλο ΠΑΔ προσανατολισμένο στις εκροές), και στη συνέχεια προτείνει μια συνολική τιμή αποδοτικότητας, χρησιμοποιώντας το λόγο των εκροών από το δεύτερο στάδιο προς τις προβολές των εκροών από το πρώτο στάδιο. Σχετική δουλειά έχει γίνει από τους Pendharkar, Khosrowpour και Rodger (2000) καθώς και από τους Pendharkar και Rodger (2009) που χρησιμοποίησαν Μπείζιανούς (Bayesian) ταξινομητές δικτύου, στα πλαίσια της ΠΑΔ, για την εξόρυξη των μορφών του καρκίνου του μαστού. Οι Kao και Hwang (2008) εξέτασαν μια σειρά από ασφαλιστικές εταιρείες, εκτός του κλάδου ζωής, στην Ταϊβάν με μια διαδικασία δύο σταδίων απόκτησης ασφαλιστρών και παραγωγής κέρδους. Συγκεκριμένα, ανέπτυξαν μια διαφορετική προσέγγιση όπου η όλη διαδικασία δύο σταδίων μπορεί να αναλυθεί στις αποδοτικότητες των δύο επιμέρους διαδικασιών (υποδιαδικασιών). Μια κοινή προσέγγιση του προβλήματος δύο σταδίων είναι να εφαρμοστεί το κλασικό (standard) μοντέλο ΠΑΔ ξεχωριστά σε κάθε στάδιο. Όπως, όμως, σημειώνεται στην εργασία των Kao και Hwang (2008), τέτοιες προσεγγίσεις σε μια διαδικασία δύο σταδίων λειτουργούν ανεξάρτητα μεταξύ τους όσον αφορά τα στάδια. Αυτοί οι συγγραφείς, επομένως, τροποποιούν το κλασικό (standard) μοντέλο ΠΑΔ, λαμβάνοντας υπόψη τη σειριακή σχέση των δύο σταδίων κατά τη συνολική διαδικασία. Σύμφωνα με το πλαίσιο εργασίας τους, η αποδοτικότητα της συνολικής διαδικασίας μπορεί να αναλυθεί στο γινόμενο των αποδοτικότητων των δύο σταδίων. Να σημειωθεί ότι μια τέτοια ανάλυση της αποδοτικότητας μπορεί να εφαρμοστεί μόνο σε καταστάσεις κλίμακας σταθερών αποδόσεων (Constant Returns to Scale - CRS), για τις οποίες θα γίνει λόγος παρακάτω.

Θα πρέπει να επισημάνουμε ότι ο όρος ΠΑΔ «δύο σταδίων», ή μερικές φορές ΠΑΔ «δεύτερου σταδίου», χρησιμοποιείται συχνά σε άλλες συναφείς εκφράσεις, ειδικά κατά την ανάλυση της επίδρασης των περιβαλλοντικών / εξωτερικών / διακριτών / κατηγορηματικών μεταβλητών για τις τιμές αποδοτικότητας ΠΑΔ (βλέπε, π.χ., Ruggiero (1998)). Ως αποτέλεσμα, λαμβάνεται τόσο η συνολική αποδοτικότητα όσο και η αποδοτικότητα κάθε σταδίου.

Υπάρχουν, επίσης, και άλλες μελέτες ΠΑΔ που ασχολούνται με πολλαπλά στάδια και/ή ΜΛΑ με εσωτερικές δομές, όπως η εργασία των Castelli, Pesenti και Ukonich (2010), στην οποία γίνεται μια άριστη επισκόπηση των διαφόρων προσεγγίσεων ΠΑΔ όσον αφορά την αντιμετώπιση των εσωτερικών δομών των ΜΛΑ. Στην παρούσα διπλωματική εστιάζουμε σε μια ιδιαίτερη και χαρακτηριστική περίπτωση μιας διαδικασίας δύο σταδίων, όπου όλες οι εκροές από το πρώτο στάδιο είναι ενδιάμεσες μετρήσεις (τίποτα δε χάνεται από το σύστημα σε αυτό το σημείο) που γίνονται εισροές στο δεύτερο στάδιο.

Όπως επισημαίνεται από πολλούς συγγραφείς, συμπεριλαμβανομένων των Kao και Hwang (2008), των Lewis και Sexton (2004) καθώς και των Castelli, Pesenti και Ukonich (2010), η προσαρμογή των εισροών και εκροών σύμφωνα με τις τιμές αποδοτικότητας σε μια διαδικασία δύο σταδίων δεν είναι γενικά επαρκής για την παραγωγή μιας προβολής συνόρου. Οι Chen, Cook, Li και Zhu (2009) παρουσίασαν ένα μοντέλο παρόμοιο με εκείνο των Kao και Hwang (2008), αλλά σε μια προσθετική μορφή. Ωστόσο, όπως και με την πολλαπλασιαστική διαδικασία, οι συνήθεις προσαρμογές εισροών και εκροών δεν παρέχουν ούτε εδώ το σύνολο αποδοτικότητας. Για πολλές από τις περιπτώσεις που εξετάζονται στη βιβλιογραφία ΠΑΔ όσον αφορά δομημένες ΜΛΑ, αυτή είναι η κατάσταση.

2.2 Έννοιες – Ορισμοί

Οι οντότητες που μετατρέπουν τις εισροές (inputs) σε εκροές (outputs) καλούνται Μονάδες Λήψης Απόφασης (ΜΛΑ, Decision Making Units – DMUs) και στόχος μας είναι να εξετάσουμε μέσω της ΠΑΔ την απόδοσή κάθε μιας σε σχέση με τις άλλες του ίδιου είδους (ομοειδείς), την ικανότητά τους δηλαδή να μετατρέψουν τους διαθέσιμους πόρους τους σε προϊόντα. Λαμβάνουν κάθε φορά συγκεκριμένη υπόσταση ανάλογα με το πεδίο εφαρμογής, μπορεί δηλαδή να είναι τράπεζες, νοσοκομεία, σχολεία, αλγόριθμοι, διαδικασίες, υπηρεσίες, εργαζόμενοι κ.α.. Είναι σημαντικό οι μονάδες να είναι ομοειδείς, πράγμα που σημαίνει να χρησιμοποιούν τις ίδιες εισροές για να παράγουν τις ίδιες εκροές ανεξαρτήτως ποσότητας εισροών που χρησιμοποιείται ή εκροών που παράγεται. Οι εισροές και οι εκροές μπορεί να είναι περισσότερες της μίας, ποικιλόμορφες και μετρήσιμες σε διαφορετικές μονάδες μέτρησης.



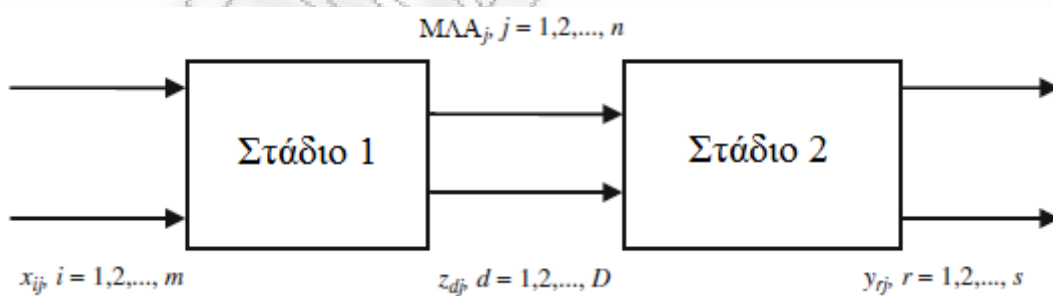
Σχήμα 2.1: Μετατροπή των εισροών σε εκροές μέσω της εκάστοτε ΜΛΑ

Σαν εισροές (inputs) εννοούμε τους πόρους που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή των εκροών ενώ σαν εκροές (outputs) λαμβάνουμε τα προϊόντα ή τις υπηρεσίες που παράγονται από τις μονάδες. Παραδείγματα εισροών – εκροών είναι οι εργαζόμενοι, οι πελάτες, οι πωλήσεις, τα έξοδα, τα κέρδη κ.α..

Η ΠΑΔ χωρίζεται σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

1. την προσανατολισμένη στις εισροές προσέγγιση, όπου στόχος μας είναι να ελαχιστοποιήσουμε τις εισροές της λειτουργικής μονάδας που μας ενδιαφέρει. Στην περίπτωση αυτή, μία ΜΛΑ είναι αποδοτική κατά Pareto όταν δεν είναι δυνατό να μειώσει καμία από τις εισροές της χωρίς να αυξήσει τουλάχιστον μια άλλη εισροή, και/ή χωρίς να μειώσει τουλάχιστον μία από τις εκροές της.
2. την προσανατολισμένη στις εκροές προσέγγιση, όπου στόχος μας είναι να μεγιστοποιήσουμε τις εκροές της λειτουργικής μονάδας που εξετάζουμε. Σε αυτή την περίπτωση, μία ΜΛΑ είναι αποδοτική κατά Pareto όταν δε μπορεί να αυξήσει περαιτέρω καμία από τις εκροές της χωρίς να χειροτερέψει μία άλλη εκροή, και/ή χωρίς να μειώσει τουλάχιστον μία από τις εισροές της.

Έστω μια γενική δικτυακή δομή ή διαδικασία δύο σταδίων, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2, για κάθε σύνολο n ΜΛΑ. Χρησιμοποιώντας το συμβολισμό των Chen και Zhu (2004) και των Kao και Hwang (2008), θεωρούμε ότι κάθε ΜΛΑ _{j} , $j = 1, 2, \dots, n$ έχει m εισροές x_{ij} , $i = 1, 2, \dots, m$ στο πρώτο στάδιο, και D εκροές z_{dj} , $d = 1, 2, \dots, D$ από αυτό το στάδιο. Αυτές οι D εκροές μετασχηματίζονται στη συνέχεια σε εισροές στο δεύτερο στάδιο και θα αναφερόμαστε σε αυτές ως ενδιάμεσες μετρήσεις. Οι εκροές από το δεύτερο στάδιο συμβολίζονται με y_{rj} , $r = 1, 2, \dots, s$.



Σχήμα 2.2: Διαδικασία δύο σταδίων

Επίσης, συμβολίζουμε την αποδοτικότητα για το πρώτο στάδιο ως θ_j^1 και για το δεύτερο στάδιο ως θ_j^2 , για κάθε ΜΛΑ _{j} .

2.3 Τρόπος Λειτουργίας και Περαιτέρω Διερεύνηση της Μεθόδου

2.3.1 Αρχικό Πρόβλημα

Μία πρώιμη μορφή προβλήματος αποδοτικότητας είναι η λεγόμενη κλασματική μορφή (fractional dea programs), η οποία, όμως, δημιουργεί σημαντικές δυσκολίες όσον αφορά την προσπάθεια υπολογισμού των λύσεων για την πρακτική εφαρμογή της ΠΑΔ. Για το λόγο αυτό, μετατρέπουμε το κλασματικό μοντέλο σε ένα ισοδύναμο γραμμικού προγραμματισμού με την κανονικοποίηση είτε του αριθμητή είτε του παρονομαστή της κλασματικής αντικειμενικής συνάρτησης, ανάλογα με το ποιος είναι ο στόχος μας (ελαχιστοποίηση των εισροών ή μεγιστοποίηση των εκροών, αντίστοιχα). Προκειμένου, δηλαδή, να πραγματοποιηθεί η παραπάνω μετατροπή, χρησιμοποιούμε την αντίστοιχη θεωρία μετατροπής ενός κλασματικού μοντέλου σε γραμμικό, σύμφωνα με την οποία ή θέτουμε τον παρονομαστή της αντικειμενικής συνάρτησης ίσο με τη μονάδα με τη μορφή περιορισμού και μεγιστοποιούμε τον αριθμητή, ή θέτουμε τον αριθμητή της αντικειμενικής συνάρτησης ίσο με τη μονάδα με τη μορφή περιορισμού και ελαχιστοποιούμε τον παρονομαστή.

2.3.2 Δυϊκό Πρόβλημα

Σε κάθε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού (αρχικό) αντιστοιχεί ένα άλλο, το δυϊκό πρόβλημα. Το δυϊκό προκύπτει με απλούς μετασχηματισμούς από το αρχικό και αποτελεί εναλλακτική λύση του ίδιου προβλήματος (είναι ισοδύναμο του αρχικού). Η δυϊκή θεωρία, όμως, είναι δυνατό να δώσει μια δεύτερη ματιά στο αρχικό πρόβλημα και να φανερώσει χαρακτηριστικά και δυνατότητές του, τα οποία δεν ήταν άμεσα ορατά. Σύμφωνα, λοιπόν, με τη θεωρία μετατροπής ενός αρχικού μοντέλου σε δυϊκό, το δυϊκό πρόβλημα προκύπτει από το αρχικό με την εφαρμογή των παρακάτω κανόνων:

- Το δυϊκό έχει τόσες μεταβλητές (δυϊκές) όσοι είναι οι περιορισμοί του αρχικού γραμμικού μοντέλου.
- Το δυϊκό έχει τόσους περιορισμούς όσες είναι οι μεταβλητές απόφασης του αρχικού γραμμικού μοντέλου.
- Οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης του δυϊκού είναι τα δεξιά μέλη των περιορισμών του αρχικού γραμμικού μοντέλου.
- Τα δεξιά μέλη των περιορισμών του δυϊκού είναι οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης του αρχικού γραμμικού μοντέλου.
- Όταν το αρχικό γραμμικό μοντέλο είναι πρόβλημα μεγιστοποίησης το δυϊκό είναι πρόβλημα ελαχιστοποίησης και αντίστροφα.

Ουσιαστικά, το δυϊκό μοντέλο αποτυπώνει την έννοια της περιβάλλουσας επιφάνειας. Η λύση, δηλαδή του δυϊκού προγράμματος αναδεικνύει, μεταξύ των αποδοτικών ΜΛΑ, εκείνες που ορίζουν το σύνορο αποδοτικότητας που σχετίζεται με την αποτιμώμενη ΜΛΑ. Πράγματι, όπως προαναφέρθηκε, οι δυϊκές μεταβλητές είναι ισάριθμες των

περιορισμών του αρχικού γραμμικού μοντέλου, δηλαδή αντιστοιχούν μία σε κάθε ΜΛΑ, και λαμβάνουν μη αρνητικές τιμές (≥ 0). Από αυτές, οι μεταβλητές που λαμβάνουν γνήσια θετικές τιμές (>0) ορίζουν, κατ' αντιστοιχία, τις αποδοτικές μονάδες που λειτουργούν ως μονάδες αναφοράς (reference set) για την αποτιμώμενη μη αποδοτική ΜΛΑ. Επιπλέον, ο γραμμικός συνδυασμός των μονάδων αναφοράς μιας μη αποδοτικής ΜΛΑ, με πολλαπλασιαστές τις τιμές των αντίστοιχων δυϊκών μεταβλητών, ορίζει μια εικονική αποδοτική ΜΛΑ, που είναι η προβολή της μη αποδοτικής ΜΛΑ στο σύνορο αποδοτικότητας.

2.3.3 Σύγκριση Αρχικού και Δυϊκού Προβλήματος

- 1) Ο αριθμός των περιορισμών στο αρχικό πρόβλημα εξαρτάται από τον αριθμό των ΜΛΑ ενώ ο αριθμός των περιορισμών στο δυϊκό πρόβλημα εξαρτάται από τον αριθμό των εισροών και εκροών.
- 2) Ο υπολογιστικός χρόνος – πολυπλοκότητα ενός γραμμικού προβλήματος εξαρτάται από τον αριθμό των περιορισμών παρά από τον αριθμό των μεταβλητών. Αν σε ένα πρόβλημα ΠΑΔ, λοιπόν, υπάρχει ένας μικρός αριθμός εισροών – εκροών, ενώ ο αριθμός των ΜΛΑ είναι μεγάλος, τότε το δυϊκό είναι πιο εύκολα υπολογίσιμο από το αρχικό (καθώς προκύπτουν λιγότεροι περιορισμοί). Το αντίθετο συμβαίνει στην περίπτωση όπου οι εισροές και οι εκροές υπερβαίνουν σε αριθμό τις ΜΛΑ.

2.4 Βασικά Μοντέλα της ΠΑΔ

2.4.1 Μοντέλο Κλίμακας Σταθερών Αποδόσεων (Constant Returns to Scale - CRS)

Το μοντέλο κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS) αναφέρεται στη σχετική βιβλιογραφία ως μοντέλο CCR (Charnes, Cooper και Rhodes) γιατί εισήχθη από τους Charnes, Cooper & Rhodes (1978). Στο μοντέλο αυτό θεωρείται ότι η τεχνολογία παραγωγής είναι τέτοια, ώστε μια αύξηση σε όλες τις εισροές με κάποια συγκεκριμένη αναλογία έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση των εκροών με την ίδια αναλογία, π.χ. ο διπλασιασμός όλων των εισροών θα οδηγούσε γενικά σε έναν διπλασιασμό όλων των εκροών. Ανάλογα με το που προσανατολίζεται - στοχεύει, το εν λόγω μοντέλο διακρίνεται σε μοντέλο μεγιστοποίησης των εκροών (προσανατολισμένη στις εκροές προσέγγιση) και σε μοντέλο ελαχιστοποίησης των εισροών (προσανατολισμένη στις εισροές προσέγγιση), έννοιες που έχουν ήδη αναφερθεί παραπάνω.

2.4.2 Μοντέλο Κλίμακας Μεταβλητών Αποδόσεων (Variable Returns to Scale - VRS)

Το αρχικό μοντέλο CCR υπέθετε καθεστώς κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS) και ήταν κατάλληλο για τις περιπτώσεις όπου όλες οι ΜΛΑ λειτουργούν στο βέλτιστο μέγεθος. Υπάρχουν, όμως, παράγοντες, όπως ο ατελής ανταγωνισμός, τυχόν περιορισμοί στην οικονομία, κ.ά., που μπορεί να εμποδίζουν μια ΜΛΑ να λειτουργεί στο βέλτιστο μέγεθος. Οι Banker, Charnes και Cooper (1984) βελτίωσαν το μοντέλο CCR και δημιούργησαν ένα νέο μοντέλο, γνωστό ως μοντέλο BCC (Banker, Charnes και Cooper) το οποίο επιτρέπει την μέτρηση της αποδοτικότητας υπό καθεστώς κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (VRS). Το καινούργιο μοντέλο διαμορφώνεται κι αυτό ανάλογα, τόσο για τον προσανατολισμό στις εισροές (μοντέλο ελαχιστοποίησης των εισροών) όσο και για τον προσανατολισμό στις εκροές (μοντέλο μεγιστοποίησης των εκροών).

2.5 Προτερήματα της ΠΑΔ

Γενικά, όπως δείχνει το μεγάλο εύρος εφαρμογών της, η ΠΑΔ μπορεί να λειτουργήσει ως ένα πολύ ισχυρό εργαλείο, όταν βέβαια χρησιμοποιείται με το σωστό τρόπο. Μερικοί από τους λόγους για τους οποίους η μέθοδος αυτή είναι τόσο χρήσιμη στο χώρο της διοίκησης είναι οι εξής:

- ✓ Μπορεί να συμπεριλάβει πολλαπλά δεδομένα εισόδου και εξόδου κατά την αξιολόγηση της απόδοσης μιας μονάδας.
- ✓ Δε χρειάζεται κάποια ιδιαίτερη μορφή συσχέτισης μεταξύ των δεδομένων εισόδου και εξόδου.
- ✓ Οι μονάδες συγκρίνονται απευθείας με ένα σύνολο ανταγωνιστικών ομοειδών μονάδων.
- ✓ Οι εισροές και οι εκροές μπορεί να είναι ανομοιογενείς μεταξύ τους, δηλαδή να έχουν διαφορετική μονάδα μέτρησης. Για παράδειγμα, μια λειτουργική μονάδα (DMU) μπορεί να μετριέται σε πλήθος προϊόντος, ενώ μια άλλη σε χρηματικές μονάδες χωρίς να απαιτείται καμία εκ των πρότερων σχέση μεταξύ τους.
- ✓ Μπορεί και εντοπίζει για κάθε ΜΛΑ τις περιοχές που χρήζουν βελτίωσης.
- ✓ Μπορεί να εκτιμά τις αιτίες της μη αποδοτικότητας και να εξάγει συμπεράσματα για το γενικότερο προφίλ της ΜΛΑ.

2.6 Περιορισμοί της ΠΑΔ

Τα ίδια χαρακτηριστικά που καθιστούν την ΠΑΔ ισχυρό εργαλείο είναι αυτά που μπορεί να δημιουργήσουν και προβλήματα κατά την εφαρμογή της μεθόδου. Ένας, λοιπόν, αναλυτής θα πρέπει να έχει υπόψη του τους εξής περιορισμούς όποτε επιλέγει τη χρήση της ΠΑΔ για την επίλυση ενός προβλήματος:

- ❖ Καθώς η ΠΑΔ είναι μία μέθοδος ακραίου σημείου, σφάλματα μέτρησης και θόρυβος μπορούν να υπεισέλθουν στη διαδικασία και να προκαλέσουν σημαντικά προβλήματα. Δεν λαμβάνονται, δηλαδή, υπόψη οι εξωτερικοί παράγοντες που ισχύουν για κάθε μονάδα και μπορεί να επηρεάζουν την αποδοτικότητα, καθώς θεωρείται ότι το περιβάλλον που διεξάγεται η έρευνα είναι ίδιο για όλες και δεν αλλάζει καθόλου κατά τη διάρκεια της περιόδου αποτίμησης
- ❖ Η ΠΑΔ είναι μια καλή μέθοδος για την εκτίμηση της σχετικής αποδοτικότητας μιας ΜΛΑ αλλά συγκλίνει δύσκολα σε μια ακριβή εκτίμηση της απόλυτης αποδοτικότητας. Αυτό συμβαίνει γιατί συγκρίνονται οι ΜΛΑ μεταξύ τους κι επομένως ενδέχεται αποδοτικές μονάδες του δείγματος στην πραγματικότητα να αποδίδουν μέτρια. Με αλλά λόγια, η ΠΑΔ μπορεί να δώσει αξιόπιστη περιγραφή για το πόσο καλά τα καταφέρνει μια ΜΛΑ σε σχέση με τους ανταγωνιστές της, αλλά δε μπορεί να συγκρίνει την απόδοση της μονάδας αυτής όσον αφορά μια θεωρητικά μέγιστη απόδοση. Ως εκ τούτου, τα αποτελέσματα της ΠΑΔ ισχύουν μόνο για το εκάστοτε εξεταζόμενο δείγμα.
- ❖ Παρουσιάζεται η ανάγκη για πιο λεπτομερή στοιχεία (στο επίπεδο της διαδικασίας) σε σχέση με άλλα μοντέλα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Προσθετική Ανάλυση Αποδοτικότητας σε ΠΑΔ Δύο Σταδίων

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι Kao και Hwang (2008) ανέπτυξαν μια προσέγγιση περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων (ΠΑΔ) για τη μέτρηση της αποδοτικότητας των διαδικασιών λήψης αποφάσεων που χωρίζονται σε δύο στάδια. Σύμφωνα με αυτή, η αποδοτικότητα της συνολικής διαδικασίας παριστάνεται ως το γινόμενο των αποδοτικότητων των δύο σταδίων. Ένας σημαντικός περιορισμός αυτού του μοντέλου είναι η εφαρμογή του μόνο σε καταστάσεις κλίμακας σταθερών αποδόσεων (Constant Returns to Scale - CRS). Στη συνέχεια παρουσιάζεται μια προσέγγιση προσθετικής ανάλυσης αποδοτικότητας, όπου η συνολική απόδοση εκφράζεται ως ένα (σταθμισμένο) άθροισμα των αποδοτικότητων των επιμέρους σταδίων. Αυτή η προσέγγιση μπορεί να εφαρμοστεί στα πλαίσια τόσο κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS) όσο και κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (VRS).

3.1 Μοντέλο ΠΑΔ Δύο Σταδίων: Κλίμακα Σταθερών Αποδόσεων

Με βάση το μοντέλο CCR (Charnes, Cooper και Rhodes, 1978), οι τιμές αποδοτικότητας στην περίπτωση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (Constant Returns to Scale - CRS) για τη $ΜΑΑ_{j_0}$ στο πρώτο και στο δεύτερο στάδιο μπορούν να υπολογιστούν με τα ακόλουθα δύο μοντέλα CCR, αντίστοιχα:

$$\theta_{j_0}^1 = \max \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^A z_{dj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^A z_{dj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\eta_d^A, v_i > 0$$
(3.1)

$$\theta_{j_0}^2 = \max \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0}}{\sum_{d=1}^D \eta_d^B z_{dj_0}}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0}}{\sum_{d=1}^D \eta_d^B z_{dj_0}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\eta_d^B, u_r > 0$$
(3.2)

Η συνολική τιμή αποδοτικότητας στην περίπτωση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS) μπορεί να υπολογιστεί από το ακόλουθο μοντέλο CCR:

$$\max \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$v_i, u_r > 0$$
(3.3)

Στην προσέγγιση ΠΑΔ δύο σταδίων των Kao και Hwang (2008) απαιτείται η εισροή του δεύτερου σταδίου να είναι η αναμενόμενη εκροή του πρώτου σταδίου, δηλαδή δεδομένων των εισροών του πρώτου σταδίου x_{ij} , αυτό το στάδιο παράγει τις βέλτιστες ενδιάμεσες μετρήσεις $\sum_{d=1}^D \eta_d^* z_{dj}$ οι οποίες χρησιμοποιούνται στη συνέχεια ως (συγκεντρωτική) εισροή στο δεύτερο στάδιο. Έτσι, οι Kao και Hwang υποθέτουν ότι $\eta_d^A = \eta_d^B = \eta_d$ και το μοντέλο τους για τη μέτρηση της συνολικής αποδοτικότητας μιας ΜΛΑ είναι:

$$\theta_{j_0} = \max \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}} \cdot \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}} = \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$v_i, u_r, \eta_d > 0$$
(3.4)

Να σημειωθεί ότι $\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1$ και $\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}} \leq 1$ σημαίνει ότι $\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1$. Ως εκ τούτου, ο περιττός περιορισμός $\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1$ δεν περιλαμβάνεται στο μοντέλο (3.4) των Kao και Hwang (2008).

Μπορεί να διαπιστωθεί από την αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου (3.4) ότι η συνολική αποδοτικότητα είναι το γινόμενο των αποδοτικότητας των δύο σταδίων, δηλαδή:

$$\theta_{j_0}^1 \cdot \theta_{j_0}^2 = \frac{\sum_{r=1}^S u_r^* y_{rj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij_0}} = \theta_{j_0}$$
(3.5)

όπου $\theta_{j_0}^1 = \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^* z_{dj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij_0}}$ και $\theta_{j_0}^2 = \frac{\sum_{r=1}^S u_r^* y_{rj}}{\sum_{d=1}^D \eta_d^* z_{dj}}$ και το (*) δηλώνει τη βέλτιστη τιμή του μοντέλου (3.4).

Να σημειωθεί ότι η παραδοχή $\eta_d^A = \eta_d^B$ είναι βασική και λογική δεδομένου ότι η αξία που παρέχεται στις εκροές του πρώτου σταδίου θα πρέπει εύλογα να θεωρηθεί ως η αξία τους όταν αναλαμβάνουν τον επιπρόσθετο ρόλο ως εισροές στο δεύτερο στάδιο. Χωρίς αυτή την υπόθεση, το μοντέλο (3.4) μετατρέπεται σε μη γραμμικό πρόγραμμα, καθώς οι όροι $\sum_{d=1}^D \eta_d^A z_{d_0}$ και $\sum_{d=1}^D \eta_d^B z_{d_0}$ δε μπορούν να διαγραφούν στην αντικειμενική συνάρτηση. Επίσης, χωρίς αυτή την υπόθεση, η επίλυση του μοντέλου (3.4) είναι ισοδύναμη με την εφαρμογή του μοντέλου CCR (Charnes, Cooper, Rhoades) ξεχωριστά στα στάδια 1 και 2 και τη λήψη στη συνέχεια του γινομένου των δύο CCR τιμών αποδοτικότητας. Επομένως, διατηρούμε την παραδοχή των Kao και Hwang (2008) ότι ο όρος $\sum_{d=1}^D \eta_d z_{d_0}$ θα είναι ίδιος και για τα δύο στάδια.

Το μοντέλο των Kao και Hwang (2008), όμως, περιορίζεται μόνο στις καταστάσεις CCR. Σε περίπτωση μοντελοποίησης των διαδικασιών δύο σταδίων με έναν πιο γενικό τρόπο, και συγκεκριμένα σύμφωνα με τη δομή μοντέλου κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (Variable Returns to Scale - VRS), οι Chen, Cook, Li και Zhu (2009) πρότειναν αντί να συνδυάζουμε τα στάδια με έναν πολλαπλασιαστικό τρόπο όπως οι Kao και Hwang (2008), να χρησιμοποιούμε μια σταθμισμένη προσθετική (αριθμητικού μέσου) προσέγγιση.

Όπως θα εξηγηθεί στη συνέχεια, το πολλαπλασιαστικό και το προσθετικό μοντέλο είναι δύο διαφορετικά, αλλά εξίσου έγκυροι τρόποι για την άθροιση των συνιστωσών μιας διαδικασίας δύο σταδίων. Έτσι, πρότειναν να οριστεί η συνολική αποδοτικότητα της διαδικασίας δύο σταδίων ως:

$$w_1 \cdot \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}} + w_2 \cdot \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}} \quad (3.6)$$

όπου τα w_1 και w_2 είναι καθορισμένα από το χρήστη βάρη τέτοια ώστε $w_1 + w_2 = 1$. Αυτά τα βάρη δεν είναι μεταβλητές βελτιστοποίησης, αλλά συναρτήσεις των μεταβλητών βελτιστοποίησης.

Έτσι, πρότειναν τον υπολογισμό της συνολικής αποδοτικότητας της διαδικασίας λύνοντας το εξής πρόβλημα:

$$\max \left[w_1 \cdot \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}} + w_2 \cdot \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}} \right]$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.7)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$v_i, u_r, \eta_d \geq 0$$

Έχει παρατηρηθεί ότι το μοντέλο (3.7) δε μπορεί να μετατραπεί σε ένα γραμμικό πρόγραμμα χρησιμοποιώντας το συνήθη μετασχηματισμό των Charnes και Cooper (1962). Για παράδειγμα, αν θεωρήσουμε $t_1 = \frac{1}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}}$, $t_2 = \frac{1}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}}$ και θέσουμε $\pi_d^1 = t_1 \cdot \eta_d$, $\omega_i = t_1 \cdot v_i$, $\mu_r = t_2 \cdot u_r$, $\pi_d^2 = t_2 \cdot \eta_d$, τότε οι μετασχηματισμοί $\pi_d^1 = t_1 \cdot \eta_d$ και $\pi_d^2 = t_2 \cdot \eta_d$ συνεπάγονται μια γραμμική σχέση μεταξύ των π_d^1 και π_d^2 , και συγκεκριμένα $\pi_d^1 = \frac{\sum_i \omega_i x_{ij_0}}{\sum_k \pi_k^1 z_{kj_0}} \cdot \pi_d^2$. Στη συνέχεια, το μοντέλο (3.7) γίνεται:

$$\begin{aligned} & \max [w_1 \cdot \sum_{d=1}^D \pi_d^1 z_{dj_0} + w_2 \cdot \sum_{r=1}^S \mu_r y_{rj_0}] \\ & \text{υπό τους περιορισμούς:} \\ & \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} - \sum_{d=1}^D \pi_d^1 z_{dj} \geq 0 \\ & \sum_{d=1}^D \pi_d^2 z_{dj} - \sum_{r=1}^S \mu_r y_{rj} \geq 0 \\ & \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij_0} = 1 \\ & \sum_{d=1}^D \pi_d^2 z_{dj_0} = 1 \\ & \pi_d^1 = \frac{\sum_i \omega_i x_{ij_0}}{\sum_k \pi_k^1 z_{kj_0}} \cdot \pi_d^2 \\ & \pi_d^1, \pi_d^2, \mu_r, \omega_i \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \tag{3.8}$$

το οποίο είναι ένα μη γραμμικό πρόγραμμα. Οι Chen, Cook, Li και Zhu (2009), επομένως, έφασαν έναν εναλλακτικό τρόπο για τη μετατροπή του μοντέλου (3.7) σε μια γραμμική μορφή, επιλέγοντας κατάλληλα τα w_1 και w_2 .

Να σημειωθεί ότι τα w_1 και w_2 πρόκειται να αντιπροσωπεύσουν τη σχετική σπουδαιότητα ή συμβολή των αποδοτικότητας των σταδίων 1 και 2 αντίστοιχα στη συνολική αποδοτικότητα της ΜΑΑ. Μια επισήμανση που πρέπει να γίνει είναι ότι το «μέγεθος» ενός σταδίου αντανάκλα τη σπουδαιότητά του (όπως υπολογίζεται από το βάρος του). Μια εύλογη αναπαράσταση του μεγέθους είναι το σύνολο των πόρων που διατίθενται για κάθε στάδιο. Υποθέτοντας ότι το $\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}$ αντιπροσωπεύει το συνολικό μέγεθος (ποσότητα των πόρων που καταναλώνονται) της διαδικασίας δύο σταδίων και τα $\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}$ και $\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}$ τα μεγέθη των σταδίων 1 και 2 αντίστοιχα, ορίζουμε:

$$w_1 = \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}} \tag{3.9}$$

και

$$w_2 = \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}}$$

Στη συνέχεια, η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου (3.7) γίνεται:

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0} + \sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}} \tag{3.10}$$

Οπότε, στην περίπτωση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS), το μοντέλο (3.7) γίνεται:

$$\max \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0} + \sum_{r=1}^S \mu_r y_{rj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.11)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^S \mu_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$v_i, \mu_r, \eta_d \geq 0$$

Χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό των Charnes-Cooper, το μοντέλο (3.11) είναι ισοδύναμο με:

$$\theta_0 = \max \sum_{r=1}^S \mu_r y_{rj_0} + \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj_0}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^S \mu_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj} \leq 0$$

$$\sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij_0} + \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj_0} = 1$$

$$\pi_d, \mu_r, \omega_i \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.12)$$

Είναι σημαντικό να επισημανθεί ότι όσον αφορά τη διαχείριση πολλαπλασιαστικών διαδικασιών (εδώ δύο σταδίων), κάποιος μπορεί να θεωρήσει τόσο το μοντέλο των Kao και Hwang (2008) όσο και αυτό που παρουσιάζουν εδώ οι Chen, Cook, Li και Zhu (2009) ((3.11) ή (3.12)) ως μηχανισμούς για την άθροιση των συνιστωσών που συνθέτουν αυτή τη διαδικασία. Η διαδικασία μπορεί να θεωρηθεί ως ένα κουτί. Οι αρχικές εισροές x_{ij} εισέρχονται στο κουτί και οι τελικές εκροές y_{ij} εξέρχονται από αυτό. Οι μετρήσεις μέσα στο κουτί είναι όλες ενός ενδιάμεσου τύπου. Οι Kao και Hwang επιλέγουν να χρησιμοποιήσουν το γινόμενο των τιμών αποδοτικότητας των δύο συνιστωσών της σειριακής διαδικασίας. Αυτό αποδεικνύεται ότι είναι ισοδύναμο με τη βελτιστοποίηση του λόγου των (σταθμισμένων) τελικών εκροών που εξέρχονται από το κουτί προς τις (σταθμισμένες) αρχικές εισροές που εισέρχονται στο κουτί. Η προσέγγισή των Chen, Cook, Li και Zhu έχει να κάνει με τη λήψη του σταθμισμένου αριθμητικού μέσου των αποδοτικότητας των συνιστωσών. Αυτό είναι ισοδύναμο με την άθροιση των εκροών όλων των συνιστωσών και τη διαίρεση αυτού του αθροίσματος με το σύνολο των εισροών των εν λόγω συνιστωσών. Αυτή είναι η ουσιαστική διαφορά μεταξύ των δύο προσεγγίσεων.

Μόλις εξασφαλίσουμε μια βέλτιστη λύση του (3.12), μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές αποδοτικότητας για τα δύο επιμέρους στάδια. Ωστόσο, το μοντέλο (3.12) μπορεί να έχει εναλλακτικές βέλτιστες λύσεις. Ως εκ τούτου, η ανάλυση της συνολικής

αποδοτικότητας που ορίζεται στο (3.6) μπορεί να μην είναι μοναδική, καθιστώντας προβληματική τη σύγκριση μεταξύ των δύο σταδίων. Ως λύση ακολουθήθηκε η προσέγγιση των Kao και Hwang (2008) για την εύρεση ενός συνόλου πολλαπλασιαστών-βαρών που παράγουν τη μεγαλύτερη τιμή αποδοτικότητας του πρώτου (ή του δεύτερου) σταδίου, διατηρώντας παράλληλα τη συνολική τιμή αποδοτικότητας.

Επομένως, οι Chen, Cook, Li και Zhu (2009) πρότειναν την ακόλουθη διαδικασία. Δεδομένης της συνολικής αποδοτικότητας που λαμβάνεται από το (3.12) (συμβολίζεται με θ_0), υπολογίζουμε είτε την αποδοτικότητα του πρώτου σταδίου (θ_0^{1*}) ή πρώτα την αποδοτικότητα του δεύτερου σταδίου (θ_0^{2*}) και στη συνέχεια προέρχεται από αυτήν η αποδοτικότητα του άλλου σταδίου.

Σε περίπτωση που δοθεί στο πρώτο στάδιο προτεραιότητα προτίμησης, το ακόλουθο μοντέλο προσδιορίζει την αποδοτικότητά του (θ_0^{1*}), διατηρώντας παράλληλα τη συνολική τιμή αποδοτικότητας στο θ_0 που υπολογίζεται από το μοντέλο (3.12).

$$\theta_0^{1*} = \max \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1$$

$$\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}} \leq 1$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} + \sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}} = \theta_0$$

$$v_i, u_r, \eta_d \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$
(3.13)

ή ισοδύναμα

$$\theta_0^{1*} = \max \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj_0}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^S \mu_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj} \leq 0$$

$$(1 - \theta_0) \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj_0} + \sum_{r=1}^S \mu_r y_{rj_0} = \theta_0$$

$$\sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij_0} = 1$$

$$\pi_d, \mu_r, \omega_i \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$
(3.14)

Η αποδοτικότητα για το δεύτερο στάδιο υπολογίζεται στη συνέχεια ως εξής:

$$\theta_0^2 = \frac{\theta_0 - w_1^* \cdot \theta_0^{1*}}{w_2^*}$$
(3.15)

όπου τα w_1^* και w_2^* αντιπροσωπεύουν τα βέλτιστα βάρη που προέρχονται από το μοντέλο (3.12) μέσω του (3.9).

Να σημειωθεί ότι εδώ χρησιμοποιούμε την ένδειξη (*) στο θ_0^{1*} για να δηλώσουμε ότι δίνεται προτεραιότητα προτίμησης στην αποδοτικότητα του πρώτου σταδίου και βελτιστοποιείται πρώτη. Σε αυτή την περίπτωση, η τιμή αποδοτικότητας του δεύτερου σταδίου που προκύπτει συμβολίζεται με θ_0^2 .

Σε περίπτωση που δίνεται προτεραιότητα προτίμησης στο δεύτερο στάδιο, το ακόλουθο μοντέλο καθορίζει την αποδοτικότητα του δεύτερου σταδίου (θ_0^{2*}), διατηρώντας παράλληλα τη συνολική τιμή αποδοτικότητας στο θ_0 που υπολογίζεται από το μοντέλο (3.12):

$$\theta_0^{2*} = \max \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1$$

$$\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}} \leq 1$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0} + \sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}} = \theta_0$$

$$v_i, u_r, \eta_d \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$
(3.16)

Το μοντέλο (3.16) ισοδυναμεί με:

$$\theta_0^{2*} = \max \sum_{r=1}^S \mu_r y_{rj_0}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^S \mu_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj} \leq 0$$

$$\sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj_0} + \sum_{r=1}^S \mu_r y_{rj_0} - \theta_0 \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} = \theta_0$$

$$\sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj_0} = 1$$

$$\pi_d, \mu_r, \omega_i \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$
(3.17)

και η αποδοτικότητα για το πρώτο στάδιο υπολογίζεται ως:

$$\theta_0^1 = \frac{\theta_0 - w_2^* \cdot \theta_0^{2*}}{w_1^*}$$
(3.18)

Να σημειωθεί, αντίστοιχα με προηγουμένως, ότι εδώ χρησιμοποιούμε την ένδειξη (*) στο θ_0^{2*} , για να δείξουμε ότι δίνεται προτεραιότητα προτίμησης στο δεύτερο στάδιο

από την άποψη ότι η αποδοτικότητά του βελτιστοποιείται πρώτη. Σε αυτή την περίπτωση, η τιμή αποδοτικότητας του πρώτου σταδίου που προκύπτει συμβολίζεται με θ_0^1 .

Τέλος, να τονιστεί ότι αν $\theta_0^{1*} = \theta_0^1$ ή $\theta_0^{2*} = \theta_0^2$, τότε αυτό δείχνει ότι έχουμε μια μοναδική ανάλυση αποδοτικότητας.

3.2 Μοντέλο ΠΑΔ Δύο Σταδίων: Κλίμακα Μεταβλητών Αποδόσεων

Ενώ η συζήτηση στην προηγούμενη ενότητα βασίζεται στην υπόθεση κλίμακας σταθερών αποδόσεων, η παραπάνω προσέγγιση μας δίνει τη δυνατότητα να μελετήσουμε την αποδοτικότητα των διαδικασιών δύο σταδίων στην περίπτωση κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (Variable Returns to Scale - VRS) με βάση το μοντέλο BCC (Banker, Charnes και Cooper, 1984). Οι τιμές αποδοτικότητας για τα δύο στάδια μπορούν να καθοριστούν από τα εξής VRS μοντέλα:

$$E_{j_0}^1 = \max \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^A z_{dj_0} + u^A}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^A z_{dj} + u^A}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.19)$$

$\eta_d^A, v_i > 0$
 u^A ελεύθερη μεταβλητή

και

$$E_{j_0}^2 = \max \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0} + u^B}{\sum_{d=1}^D \eta_d^B z_{dj_0}}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj} + u^B}{\sum_{d=1}^D \eta_d^B z_{dj}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.20)$$

$\eta_d^B, u_r > 0$
 u^B ελεύθερη μεταβλητή

Να σημειωθεί ότι η προσέγγιση των Kao και Hwang (2008) δε μπορεί να επεκταθεί στην περίπτωση VRS, επειδή το γινόμενο $E_{j_0}^1 \cdot E_{j_0}^2$ δε μπορεί να μετατραπεί σε γραμμική μορφή υπό την προϋπόθεση ότι $\eta_d^A = \eta_d^B$ λόγω της ελεύθερης μεταβλητής u^A στον αριθμητή του $E_{j_0}^1$. Οι Chen, Cook, Li και Zhu (2009), λοιπόν, πρότειναν και σε

αυτή την περίπτωση τον υπολογισμό της συνολικής αποδοτικότητας της διαδικασίας λύνοντας το εξής πρόβλημα ($\eta_d^A = \eta_d^B = \eta_d$ δεδομένου ότι η αξία που παρέχεται στις εκροές του πρώτου σταδίου θα πρέπει εύλογα να θεωρηθεί ως η αξία τους όταν αναλαμβάνουν τον επιπρόσθετο ρόλο ως εισροές στο δεύτερο στάδιο):

$$\max \left[w_1 \cdot \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0} + u^A}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}} + w_2 \cdot \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0} + u^B}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}} \right]$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} + u^A}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.21)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj} + u^B}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$v_i, u_r, \eta_d \geq 0$$

$$u^A, u^B \text{ ελεύθερες μεταβλητές}$$

Χρησιμοποιώντας τα βάρη που ορίζονται και στην περίπτωση CRS (3.9), έχουμε τη συνολική VRS αποδοτικότητα:

$$\max \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0} + u^A + \sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0} + u^B}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} + u^A}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.22)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj} + u^B}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$v_i, u_r, \eta_d \geq 0$$

$$u^A, u^B \text{ ελεύθερες μεταβλητές}$$

Να σημειωθεί ότι αυτό είναι ένα μοντέλο προσανατολισμένο στις εισροές. Αν χρησιμοποιήσουμε μοντέλα κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (VRS) προσανατολισμένα στις εκροές, τα βάρη θα οριστούν ως:

$$w_1 = \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}}{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}}$$

και

$$w_2 = \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0}}{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj_0}} \quad (3.23)$$

Το μοντέλο (3.22) είναι ισοδύναμο με το ακόλουθο γραμμικό πρόγραμμα σύμφωνα με το μετασχηματισμό των Charnes και Cooper (1962) που προαναφέρθηκε:

$$\begin{aligned}
 E_0 &= \max \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj_0} + u^A + \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj_0} + u^B \\
 &\text{υπό τους περιορισμούς:} \\
 \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} + u^A &\leq 0 \\
 \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj} + u^B &\leq 0 \\
 \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij_0} + \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj_0} &= 1 \\
 \pi_d, \mu_r, \omega_i &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \\
 u^A, u^B &\text{ ελεύθερες μεταβλητές}
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Μόλις υπολογίσουμε τη συνολική αποδοτικότητα, μπορούν να αναπτυχθούν μοντέλα, που είναι παρόμοια με τα (3.14) και (3.17), για να προσδιοριστεί η αποδοτικότητα κάθε σταδίου. Συγκεκριμένα, αν υποθεθεί προτεραιότητα προτίμησης για το πρώτο στάδιο, το ακόλουθο μοντέλο καθορίζει την αποδοτικότητα αυτού του σταδίου (E_0^{1*}), διατηρώντας παράλληλα τη συνολική τιμή αποδοτικότητας στο E_0 που υπολογίζεται από το μοντέλο (3.24):

$$\begin{aligned}
 E_0^{1*} &= \max \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj_0} + u^A \\
 &\text{υπό τους περιορισμούς:} \\
 \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj} + u^A - \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} &\leq 0 \\
 \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} + u^B - \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj} &\leq 0 \\
 (1 - E_0) \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj_0} + \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj_0} + u^A + u^B &= E_0 \\
 \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij_0} &= 1 \\
 \pi_d, \mu_r, \omega_i &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \\
 u^A, u^B &\text{ ελεύθερες μεταβλητές}
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Ομοίως, εάν δίνεται προτεραιότητα προτίμησης στο δεύτερο στάδιο, το ακόλουθο μοντέλο καθορίζει την αποδοτικότητα (E_0^{2*}) για αυτό το στάδιο, διατηρώντας παράλληλα τη συνολική τιμή αποδοτικότητας στο E_0 που υπολογίζεται από το μοντέλο (3.24):

$$\begin{aligned}
 E_0^{2*} &= \max \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj_0} + u^B \\
 &\text{υπό τους περιορισμούς:} \\
 \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj} + u^A - \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} &\leq 0 \\
 \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} + u^B - \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj} &\leq 0 \\
 \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj_0} + \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj_0} - E_0 \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij_0} + u^A + u^B &= E_0 \\
 \sum_{d=1}^D \pi_d z_{dj_0} &= 1 \\
 \pi_d, \mu_r, \omega_i &\geq 0, \quad j = 1, \dots, n \\
 u^A, u^B &\text{ ελεύθερες μεταβλητές}
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

Η ένδειξη (*) χρησιμοποιείται και σε αυτή την περίπτωση για να δηλώσει το στάδιο στο οποίο δίνεται προτεραιότητα προτίμησης. Μόλις υπολογιστεί η τιμή αποδοτικότητας για ένα από τα στάδια με βάση το (3.25) ή το (3.26), η τιμή για το άλλο στάδιο μπορεί να προκύψει με παρόμοιο τρόπο όπως στην περίπτωση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (Constant Returns to Scale - CRS). Συγκεκριμένα, όταν δίνεται προτεραιότητα προτίμησης στην αποδοτικότητα του πρώτου σταδίου με αποτέλεσμα αυτή να βελτιστοποιείται πρώτη, η αποδοτικότητα για το δεύτερο στάδιο ισούται με:

$$E_0^2 = \frac{E_0 - w_1^* \cdot E_0^{1*}}{w_2^*} \quad (3.27)$$

Αντίθετα, όταν δίνεται προτεραιότητα προτίμησης στην αποδοτικότητα του δεύτερου σταδίου με αποτέλεσμα αυτή να βελτιστοποιείται πρώτη, η αποδοτικότητα για το πρώτο στάδιο ισούται με:

$$E_0^1 = \frac{E_0 - w_2^* \cdot E_0^{2*}}{w_1^*} \quad (3.28)$$

Τα w_1^* και w_2^* αντιπροσωπεύουν τα βέλτιστα βάρη που προέρχονται από το μοντέλο (3.24) μέσω του (3.9).

Τέλος, όπως και στην περίπτωση CRS αν $E_0^{1*} = E_0^1$ ή $E_0^{2*} = E_0^2$, τότε έχουμε μια μοναδική ανάλυση αποδοτικότητας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Εύρεση του Συνόρου (frontier) ΠΑΔ για Διαδικασίες Δύο Σταδίων

4.1 Μοντέλα ΠΑΔ Προσανατολισμένα στις Εισροές και Εκροές για τις Διαδικασίες Δύο Σταδίων

4.1.1 Προσανατολισμός στις Εισροές

Για κάθε ΜΛΑ_j συμβολίζουμε τους λόγους αποδοτικότητας για το πρώτο στάδιο ως θ_j^1 και για το δεύτερο στάδιο ως θ_j^2 . Όπως έχουμε αναφέρει και παραπάνω, με βάση το προσανατολισμένο στις εισροές μοντέλο ΠΑΔ των Charnes, Cooper και Rhodes (1978), ορίζουμε:

$$\theta_j^1 = \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^A z_{dj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}$$

και

$$\theta_j^2 = \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D \eta_d^B z_{dj}}$$

(4.1)

όπου η_d^A , η_d^B , v_i και u_r είναι άγνωστα μη αρνητικά βάρη. Το η_d^A θεωρείται ίσο με το η_d^B , όπως στην εργασία των Kao και Hwang (2008). Ως αποτέλεσμα, ο λόγος της συνολικής αποδοτικότητας δύο σταδίων ορίζεται ως $\theta_j^1 \cdot \theta_j^2$ το οποίο είναι ίσο με

$\theta_j = \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}$. Για τον υπολογισμό της συνολικής αποδοτικότητας θ_j , αναφέρουμε και

πάλι ότι οι Kao και Hwang (2008) παρουσίασαν το ακόλουθο μοντέλο:

$$\max \theta_j^1 \cdot \theta_j^2 = \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i_0}}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\theta_j^1 \leq 1 \text{ και } \theta_j^2 \leq 1 \text{ και } \eta_d^A = \eta_d^B \quad \forall j$$

(4.2)

Εφαρμόζοντας το συνήθη μετασχηματισμό, το μοντέλο (4.2) μπορεί να μετατραπεί στο εξής γραμμικό πρόγραμμα:

$$\begin{aligned}
& \max \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \\
& \text{υπό τους περιορισμούς:} \\
& \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} \leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\
& \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\
& \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \\
& \eta_d \geq 0, v_i \geq 0, u_r \geq 0 \quad \forall d = 1, 2, \dots, D, i = 1, 2, \dots, m \text{ και } r = 1, 2, \dots, s
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Να σημειωθεί ότι οι περιορισμοί $\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0$ είναι περιττοί στο μοντέλο των Kao και Hwang (2008), διότι $\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} \leq 0$ και $\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0$ συνεπάγεται ότι $\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0$.

Το δυϊκό του μοντέλου (4.3) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\begin{aligned}
& \min \theta \\
& \text{υπό τους περιορισμούς:} \\
& \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{i0} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\
& \sum_{j=1}^n \mu_j y_{rj} \geq y_{r0} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s \\
& \sum_{j=1}^n (\lambda_j - \mu_j) z_{dj} \geq 0 \quad \forall d = 1, 2, \dots, D \\
& \lambda_j, \mu_j \geq 0, \theta \leq 1
\end{aligned} \tag{4.4}$$

4.1.2 Προσανατολισμός στις Εκροές

Με βάση την προσανατολισμένη στις εκροές έκδοση του παραπάνω μοντέλου των Charnes, Cooper και Rhodes (1978), ορίζουμε:

$$\begin{aligned}
\theta_j^1 &= \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}{\sum_{d=1}^D \eta_d^A z_{dj}} \\
& \text{και} \\
\theta_j^2 &= \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^B z_{dj}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

όπου η_d^A , η_d^B , v_i και u_r είναι άγνωστα μη αρνητικά βάρη. Το η_d^A θεωρείται ίσο με το η_d^B , όπως στην εργασία των Kao και Hwang (2008). Ως εκ τούτου, ο λόγος της συνολικής αποδοτικότητας δύο σταδίων ορίζεται ως $\theta_j^1 \cdot \theta_j^2$ το οποίο είναι ίσο με $\theta_j = \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}$. Για τον υπολογισμό της συνολικής αποδοτικότητας θ_j , οι Kao και Hwang (2008) παρουσίασαν το ακόλουθο μοντέλο:

$$\min \theta_j^1 \cdot \theta_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj_0}} \quad (4.6)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\theta_j^1 < 1 \text{ και } \theta_j^2 \leq 1 \text{ και } \eta_d^A = \eta_d^B \quad \forall j$$

που ισοδυναμεί με τη διατύπωση του γραμμικού προγράμματος:

$$\min \sum_{i=1}^m v_i x_{i0}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} \leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} = 1$$

$$\eta_d \geq 0, v_i \geq 0, u_r \geq 0 \quad \forall d = 1, 2, \dots, D, i = 1, 2, \dots, m \text{ και } r = 1, 2, \dots, s$$
(4.7)

Το δυϊκό του μοντέλου (4.7) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\max \phi$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{i0} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j y_{rj} \geq \phi y_{r0} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n (\lambda_j - \mu_j) z_{dj} \geq 0 \quad \forall d = 1, 2, \dots, D$$

$$\lambda_j, \mu_j, \phi \geq 0$$
(4.8)

Να σημειωθεί ότι τόσο το προσανατολισμένο στις εισροές (4.4) όσο και το προσανατολισμένο στις εκροές (4.8) μοντέλο ΠΑΔ δύο σταδίων είναι ταυτόσημα με το κλασικό (standard) μοντέλο ΠΑΔ, που θα αναφερθεί παρακάτω, αν $\lambda_j = \mu_j$.

Για να κάνουν σαφές το μοντέλο τους, οι Kao και Hwang (2008) παρουσίασαν ένα αριθμητικό παράδειγμα με τρεις ΜΛΑ, τις Α, Β, και Γ οι οποίες χρησιμοποιούν 2, 4, και 5 μονάδες εισροών Χ για την παραγωγή 1.5, 4 και 4 μονάδων ενδιάμεσου προϊόντος Ζ στο στάδιο 1, που με τη σειρά τους γίνονται εισροές στο στάδιο 2 για την παραγωγή 1.5, 5 και 6 μονάδων εκροών Υ, αντίστοιχα. Αποδεικνύεται ότι η ΜΛΑ Α έχει συνολική τιμή 0.5, υποδεικνύοντας ότι αυτή η ΜΛΑ θα ήταν σε θέση να παράγει διπλάσια ποσότητα εκροών αν χρησιμοποιούσε αποδοτικά τις εισροές της. Σε αυτό το παράδειγμα, η συνολικές τιμές αποδοτικότητας ΠΑΔ δείχνουν πόσο περισσότερες εκροές μπορεί να παράγει κάθε ΜΛΑ με δεδομένες τις παρούσες εισροές της, ή πόσο η κάθε ΜΛΑ θα μπορούσε να μειώσει τη χρήση εισροών και να εξακολουθεί να παράγει τις ίδιες εκροές. Δηλαδή, οι συνολικές τιμές αποδοτικότητας που επιτυγχάνονται από το μοντέλο (4.4) (ή (4.8)) χρησιμοποιούνται για τον εντοπισμό των σημείων του συνόρου ΠΑΔ. Το παράδειγμα, όμως, που ακολουθεί στην παράγραφο 6.2 δείχνει ότι αυτό δεν

είναι αλήθεια και ότι, ως εκ τούτου, χρειαζόμαστε εναλλακτικά μοντέλα για τον καθορισμό των σημείων του συνόρου για τις διαδικασίες δύο σταδίων.

4.2 Σύνορο Αποδοτικότητας ΠΑΔ

Όπως θα διαπιστώσουμε στο παράδειγμα παρακάτω, τα μοντέλα (4.4) και (4.8) δίνουν μόνο μια συνολική τιμή αποδοτικότητας, αλλά αδυνατούν να προσφέρουν πλήρεις πληροφορίες σχετικά με τον τρόπο προβολής των αναποτελεσματικών ΜΛΑ πάνω στο σύνορο ΠΑΔ.

Για την αντιμετώπιση αυτής της αδυναμίας, οι Chen, Cook και Zhu (2010) πρότειναν ένα μοντέλο που είναι ισοδύναμο με το μοντέλο (4.4) (ή το μοντέλο (4.8)) και παράγει ένα σύνολο νέων εισροών, εκροών και ενδιάμεσων μετρήσεων, τα οποία αποτελούν αποδοτικά σημεία (προβολές) σύμφωνα με το μοντέλο (4.4) (ή (4.8)). Για το σκοπό αυτό, θεώρησαν το προσανατολισμένο στις εισροές μοντέλο (4.4). Για κάθε ΜΛΑ₀, εισήγαγαν το \tilde{z}_{d0} ($d = 1, \dots, D$), που αντιπροσωπεύει ένα σύνολο νέων ενδιάμεσων μετρήσεων που θα υπολογιστούν. Στη συνέχεια, έσπασαν τους περιορισμούς $\sum_{j=1}^n (\lambda_j - \mu_j) z_{dj} \geq 0$ σε δύο νέες ομάδες περιορισμών:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj} \geq \tilde{z}_{d0} \quad \forall d = 1, 2, \dots, D$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j z_{dj} \leq \tilde{z}_{d0} \quad \forall d = 1, 2, \dots, D$$

Η πρώτη νέα ομάδα περιορισμών αντιμετωπίζει το \tilde{z}_{d0} ως "εκροές" και η δεύτερη ομάδα αντιμετωπίζει το \tilde{z}_{d0} ως "εισροές". Πρότειναν, λοιπόν, το ακόλουθο μοντέλο ΠΑΔ:

$$\min \tilde{\theta}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \tilde{\theta} x_{i0} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j y_{rj} \geq y_{r0} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj} \geq \tilde{z}_{d0} \quad \forall d = 1, 2, \dots, D$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j z_{dj} \leq \tilde{z}_{d0} \quad \forall d = 1, 2, \dots, D$$

$$\tilde{z}_{d0} \geq 0 \quad \forall d = 1, 2, \dots, D$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n$$

$$\mu_j \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n$$

$$\tilde{\theta} \leq 1$$

(4.9)

Αποδεικνύεται ότι το μοντέλο (4.9) και το μοντέλο (4.4) αποφέρουν την ίδια τιμή αποδοτικότητας και το μοντέλο (4.9) παρέχει μια αποδοτική προβολή.

Το δυϊκό του μοντέλου (4.9) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \\
 & \text{υπό τους περιορισμούς:} \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_d^B z_{dj} \leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\
 & \sum_{d=1}^D \eta_d^A z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\
 & \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \\
 & \eta_d^B - \eta_d^A \leq 0 \quad \forall d = 1, 2, \dots, D \\
 & \eta_d^A, \eta_d^B, v_i, u_r \geq 0 \quad \forall d = 1, 2, \dots, D, i = 1, 2, \dots, m \text{ και } r = 1, 2, \dots, s
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Να σημειωθεί ότι στο μοντέλο (4.9) οι περιορισμοί $\tilde{z}_{d0} \geq 0$ είναι περιττοί και ως εκ τούτου μπορούμε να τους παραλείψουμε και να θεωρήσουμε τα \tilde{z}_{d0} ελεύθερες μεταβλητές. Τότε, ο περιορισμός $\eta_d^B - \eta_d^A \leq 0 \quad \forall d = 1, 2, \dots, D$ στο μοντέλο (4.10) γίνεται $\eta_d^B = \eta_d^A$ που σημαίνει ότι θέτουμε το ίδιο βάρος η_d για τα z_{dj} και στις δύο καταστάσεις (ως εκροές από το στάδιο 1 και ως εισροές στο στάδιο 2), όπως στο μοντέλο (4.2). Έτσι, το παραπάνω πρόβλημα (4.10) είναι πανομοιότυπο με το πρόβλημα (4.3). Αυτό δείχνει περαιτέρω ότι το μοντέλο (4.9) αποδίδει την ίδια συνολική τιμή αποδοτικότητας με το μοντέλο (4.4).

Με βάση το μοντέλο (4.9), το σημείο προβολής για τη MLA_0 δίνεται από το $(\tilde{\theta}^*, x_{i0}, \tilde{z}_{dj}^*, y_{r0})$, το οποίο είναι αποδοτικό με βάση τα μοντέλα (4.9) και (4.4), δηλαδή η βέλτιστη αντικειμενική συνάρτηση αξίας για το μοντέλο (4.9) είναι ίση με τη μονάδα για την εν λόγω προβολή.

Με παρόμοιο τρόπο, οι Chen, Cook και Zhu (2010) έδειξαν ότι στην προσανατολισμένη στις εκροές περίπτωση, το μοντέλο (4.8) είναι ισοδύναμο με το ακόλουθο μοντέλο:

$$\begin{aligned}
 & \text{max } \tilde{\phi} \\
 & \text{υπό τους περιορισμούς:} \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{i0} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n \mu_j y_{rj} \geq \tilde{\phi} y_{r0} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj} \geq \tilde{z}_{d0} \quad \forall d = 1, 2, \dots, D \\
 & \sum_{j=1}^n \mu_j z_{dj} \leq \tilde{z}_{d0} \quad \forall d = 1, 2, \dots, D \\
 & \tilde{z}_{d0} \geq 0 \quad \forall d = 1, 2, \dots, D \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n \\
 & \mu_j \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n \\
 & \tilde{\phi} \geq 1
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Το μοντέλο (4.11) δίνει ένα σύνολο νέων εισροών, εκροών και ενδιάμεσων μετρήσεων που καθιστούν τη ΜΛΑ αποδοτική με βάση το μοντέλο (4.8).

Από το μοντέλο (4.9) ή (4.11), μπορεί να φανεί ότι εκτός από τις συνολικές τιμές αποδοτικότητας, πρέπει να υπολογιστεί και ένα σύνολο βέλτιστων ενδιάμεσων μετρήσεων (z). Τα μοντέλα (4.4) και (4.8) δεν παρέχουν κατευθείαν το σύνολο των βέλτιστων τιμών z που βρίσκονται στο σύνορο ΠΑΔ, οπότε πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο (4.9) ή (4.11) για τον καθορισμό των σημείων συνόρου στις διαδικασίες δύο σταδίων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Μέτρηση της Αποδοτικότητας Δικτυακών (network) Δομών Δύο Σταδίων με την ΠΑΔ

5.1 Βιβλιογραφική Επισκόπηση και Ταξινόμηση

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, χρησιμοποιώντας το μοντέλο κλίμακας σταθερών αποδόσεων (Constant Returns to Scale - CRS) ΠΑΔ των Charnes, Cooper και Rhodes (1978), ορίζουμε

$$\theta_j^1 = \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^A z_{dj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}$$

και

(5.1)

$$\theta_j^2 = \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D \eta_d^B z_{dj}}$$

όπου v_i , η_d^A , η_d^B , και u_r είναι άγνωστα μη αρνητικά βάρη. Να σημειωθεί, επίσης, ότι το η_d^A μπορεί να ισούται με το η_d^B .

Οι Cook, Liang και Zhu (2010) εξέτασαν διάφορα μοντέλα ΠΑΔ που υπάρχουν για τη μέτρηση της αποδοτικότητας των εν λόγω δικτυακών δομών ή διαδικασιών δύο σταδίων και ταξινόμησαν αυτά τα μοντέλα σε τέσσερις κατηγορίες, καθώς μερικές προσεγγίσεις είναι ισοδύναμες: κλασική (standard) προσέγγιση ΠΑΔ, προσέγγιση ανάλυσης αποδοτικότητας, προσέγγιση δικτυακής ΠΑΔ και προσέγγιση θεωρίας παιγνίων. Εκτός από την κλασική (standard) προσέγγιση ΠΑΔ, όλες οι άλλες προσεγγίσεις επιχειρούν να διορθώσουν το θέμα των συγκρούσεων μεταξύ των δύο σταδίων που προκύπτουν από τις ενδιάμεσες μετρήσεις. Για παράδειγμα, το δεύτερο στάδιο μπορεί να χρειαστεί να μειώσει τις εισροές του (ενδιάμεσες μετρήσεις), προκειμένου να επιτευχθεί μια «αποτελεσματική» κατάσταση. Μια τέτοια ενέργεια, ωστόσο, θα συνεπαγόταν μείωση στις εκροές του πρώτου σταδίου, και ως εκ τούτου μείωση της αποδοτικότητάς του.

5.1.1 Μεθοδολογία Κλασικής (standard) ΠΑΔ

Ο πρώτος τύπος απλά χρησιμοποιεί το κλασικό (standard) μοντέλο ΠΑΔ, δηλαδή εφαρμόζονται δύο ξεχωριστές εκτελέσεις ΠΑΔ στα δύο στάδια για τον υπολογισμό των θ_j^1 και θ_j^2 , αντίστοιχα. Για παράδειγμα, οι Chilingirian και Sherman (2004) περιγράφουν μια διαδικασία δύο σταδίων για τη μέτρηση της ιατρικής φροντίδας. Το πρώτο τους στάδιο είναι μια διαδικασία διαχειριστή-ελεγκτή με εισροές όπως νοσηλευτές, ιατρικές προμήθειες καθώς επίσης κεφάλαια και πάγια έξοδα. Αυτές οι εισροές παράγουν τις εκροές ή τις ενδιάμεσες μετρήσεις (εισροές στο δεύτερο στάδιο), συμπεριλαμβανομένων μεταξύ άλλων τις ημέρες νοσηλείας, την ποιότητα της θεραπείας και τη διανομή φαρμάκων. Οι εκροές του δεύτερου (ιατρικά ελεγχόμενου) σταδίου περιλαμβάνουν ανά ειδικότητα επιχορηγήσεις για έρευνα, ποιότητα των ασθενών και ποσότητα των εκπαιδευόμενων ατόμων. Άλλα παραδείγματα έχουν να κάνουν με την απόδοση 500 εταιρειών (Seiford και Zhu (1999), Zhu (2000)), ενώ οι Sexton και Lewis (2003) χρησιμοποιούν επίσης την κλασική (standard) προσέγγιση ΠΑΔ, όπου σε ένα από τα κλασικά (standard) μοντέλα ΠΑΔ που εξετάζουν, χρησιμοποιούνται προβαλλόμενες (αποδοτικές) ενδιάμεσες μετρήσεις κατά τον υπολογισμό της αποδοτικότητας στο δεύτερο στάδιο.

Ωστόσο, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, μια τέτοια προσέγγιση δεν αντιμετωπίζει τις ενδιάμεσες μετρήσεις με ισοδύναμο τρόπο. Για παράδειγμα, αν υποθέσουμε ότι το πρώτο στάδιο είναι αποδοτικό σύμφωνα με την ΠΑΔ και το δεύτερο στάδιο δεν είναι. Όταν το δεύτερο στάδιο βελτιώνει την απόδοσή του, μειώνοντας τις εισροές z_{dj} μέσω ενός μοντέλου ΠΑΔ προσανατολισμένο στις εισροές, τα λιγότερα z_{dj} μπορεί να καταστήσουν το πρώτο στάδιο μη αποδοτικό.

5.1.2 Μεθοδολογία Ανάλυσης της Αποδοτικότητας

Είναι χρήσιμο να επισημανθεί ότι δεδομένων των επιμέρους τιμών αποδοτικότητας θ_j^1 και θ_j^2 , για τα στάδια 1 και 2 αντίστοιχα, είναι λογικό να ορίσουμε την αποδοτικότητα της συνολικής διαδικασίας δύο σταδίων είτε ως $1/2(\theta_j^1 + \theta_j^2)$ ή ως $\theta_j^1 \cdot \theta_j^2$. Αν χρησιμοποιείται το προσανατολισμένο στις εισροές μοντέλο ΠΑΔ, τότε θα πρέπει επίσης $\theta_j^1 \leq 1$ και $\theta_j^2 \leq 1$. Ο παραπάνω ορισμός εξασφαλίζει ότι η διαδικασία δύο σταδίων είναι αποδοτική αν και μόνο αν $\theta_j^1 = \theta_j^2 = 1$.

Εάν ορίσουμε $\theta_j = \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} / \sum_{i=1}^m v_i x_{io}$ ως τη συνολική αποδοτικότητα δύο σταδίων, τότε θα καταλήξουμε σε ένα άλλο είδος έρευνας, όπως οι Kao και Hwang (2008), οι οποίοι περιγράφουν μια διαδικασία δύο σταδίων όπου 24 ασφαλιστικές εταιρείες, εκτός του κλάδου ζωής, χρησιμοποιούν λειτουργικές και ασφαλιστικές δαπάνες για την παραγωγή ασφαλιστρών κατά το πρώτο στάδιο, και ασφαλιστικών και επενδυτικών κερδών κατόπιν στο δεύτερο στάδιο. Όπως και οι Kao και Hwang (2008), έχουμε το βέλτιστο $\theta_j = \theta_j^1 \cdot \theta_j^2$ υπό την προϋπόθεση ότι $\eta_d^A = \eta_d^B$. Να σημειωθεί ότι μια

τέτοια ανάλυση της αποδοτικότητας δεν είναι διαθέσιμη στην κλασική (standard) προσέγγιση ΠΑΔ καθώς και στη δικτυακή προσέγγιση ΠΑΔ.

5.1.3 Δικτυακή ΠΑΔ

Πρέπει να επισημανθεί ότι στα παραπάνω παραδείγματα οι ενδιάμεσες μετρήσεις είναι οι μόνες εισροές στο δεύτερο στάδιο, δηλαδή, δεν υπάρχουν πρόσθετες ανεξάρτητες εισροές στο συγκεκριμένο στάδιο. Υπάρχουν, βέβαια, άλλα είδη διαδικασιών δύο σταδίων ακόμα και ΜΛΑ με δικτυακές δομές που μπορεί να έχουν και άλλες εισροές για το δεύτερο στάδιο εκτός από τις ενδιάμεσες μετρήσεις ή να χρησιμοποιούν από κοινού ορισμένες εισροές. Στην τελευταία περίπτωση, χρησιμοποιούνται διαφορετικά διανύσματα βαρών στις κοινόχρηστες εισροές λόγω της διαφορετικής σημαντικότητας που έχουν κατά την παραγωγή κάθε εκροής. Σε μια γενικότερη κατάσταση από ό,τι σε διαδικασίες δύο σταδίων, οι Castelli, Pesenti και Ukonich (2004) συζητούν για ΜΛΑ με δομές δύο σταδίων και δύο επιπέδων. Η δικτυακή προσέγγιση ΠΑΔ των Färe και Whittaker (1995) και των Färe και Grosskopf (1996) καθώς επίσης και η βασισμένη στις χαλαρές μεταβλητές (slacks-based) δικτυακή προσέγγιση ΠΑΔ των Tone και Tsutsui (2009,2010) μπορεί να περιλαμβάνουν περισσότερα από δύο στάδια. Οι Fukuyama και Weber (2010) χρησιμοποιούν μια βασισμένη στις χαλαρές μεταβλητές (slacks-based) μέτρηση για μια διαδικασία δύο σταδίων με κακές εκροές. Πιο πρόσφατα, ο Chen (2009) ανέπτυξε ένα δικτυακό μοντέλο ΠΑΔ ενσωματώνοντας δυναμικές επιπτώσεις σε δίκτυα παραγωγής. Μια σειρά εμπειρικών μελετών έχουν χρησιμοποιήσει αυτό το είδος τεχνικών ΠΑΔ, π.χ. ο Ankiran (2009) καθώς και οι Yu και ο Lin (2008) μεταξύ άλλων. Αυτές τις τεχνικές τις ονομάζουμε δικτυακές προσεγγίσεις ΠΑΔ.

Παρόμοιες δικτυακές προσεγγίσεις ΠΑΔ χρησιμοποιούνται σε διαδικασίες δύο σταδίων που περιγράφονται στο σχήμα 2.2. Για παράδειγμα, οι Chen και Zhu (2004) μελετούν τις επιπτώσεις της χρήσης της πληροφοριακής τεχνολογίας στην απόδοση τραπεζικών καταστημάτων. Σύμφωνα με την κλίμακα μεταβλητών αποδόσεων (Variable Returns to Scale - VRS), οι Chen και Zhu (2004) καθώς και οι Chen, Liang, Yang και Zhu (2006) αναπτύσσουν γραμμικά και μη γραμμικά μοντέλα για τη μέτρηση των επιπτώσεων της πληροφοριακής τεχνολογίας στην απόδοση των επιχειρήσεων μέσω μιας διαδικασίας δύο σταδίων. Ωστόσο, τα επιμέρους σε κάθε στάδιο αποτελέσματα αποδοτικότητας δεν παρέχουν πληροφορίες σχετικά με τη συνολική απόδοση και τις βέλτιστες πρακτικές της διαδικασίας δύο σταδίων.

5.1.4 Προσεγγίσεις Θεωρίας Παιγνίων

Ο τέταρτος τύπος προσέγγισης χρησιμοποιεί έννοιες θεωρίας παιγνίων. Προέρχεται από τη μελέτη των Liang, Yang, Cook και Zhu (2006), οι οποίοι

χρησιμοποιούν ΠΑΔ για τη μέτρηση της απόδοσης των αλυσίδων εφοδιασμού με δύο εμπλεκόμενους (όπως για παράδειγμα στην περίπτωση κατασκευαστή-λιανοπωλητή). Στη συγκεκριμένη μελέτη, χρησιμοποιούνται οι έννοιες του παιγνίου του Stackelberg (ή καθοδηγητής-ακόλουθος/leader-follower) και του συνεργατικού παιχνιδιού στην ανάπτυξη μοντέλων για τη μέτρηση της απόδοσης στην περίπτωση της αλυσίδας εφοδιασμού. Θα πρέπει να επισημάνουμε ότι στην εργασία τους, το δεύτερο στάδιο (λιανοπωλητής) δεν έχει μόνο τις εισροές από το πρώτο στάδιο (κατασκευαστής), αλλά και άλλες δικές του, δηλαδή έχουν ενταχθεί πρόσθετες εισροές στο δεύτερο στάδιο. Ως αποτέλεσμα:

$$\theta_j^2 = \frac{\sum_{r=1}^S u_r y_{rj}}{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}} + \sum_{h=1}^H Q_h x_{hj}^2 \quad (5.2)$$

όπου x_{hj}^2 ($h = 1, \dots, H$), είναι οι εισροές στο δεύτερο στάδιο που δε σχετίζονται με το πρώτο στάδιο. Στην περίπτωση αυτή, μπορεί να είναι πιο βολικό να εκφράσουμε τη συνολική αποδοτικότητα ως $1/2 (\theta_j^1 + \theta_j^2)$, καθώς η εναλλακτική λύση, δηλαδή $\theta_j^1 \cdot \theta_j^2$, οδηγεί σε ένα εξαιρετικά μη γραμμικό πρόβλημα.

Αξίζει να σημειωθεί ότι τα μοντέλα τους μπορούν να εφαρμοστούν άμεσα στη διαδικασία δύο σταδίων που περιγράφεται στο σχήμα 2.2, δεδομένου ότι δεν υπάρχουν πρόσθετες εισροές x_{hj}^2 ($h = 1, \dots, H$) και η δομή της αλυσίδας εφοδιασμού τους με δύο μέλη είναι πανομοιότυπη με τη διαδικασία δύο σταδίων του σχήματος. Οι Liang, Cook και Zhu (2008), παρέχουν λεπτομερή μοντέλα για τη διαδικασία δύο σταδίων χρησιμοποιώντας την ίδια αρχή μοντελοποίησης όπως οι Liang, Yang, Cook και Zhu (2006).

Καθώς η τρέχουσα εργασία επικεντρώνεται στις διαδικασίες δύο σταδίων που έχουν μόνο τις ενδιάμεσες μετρήσεις να συνδέουν τα στάδια, θα συζητήσουμε τις σχέσεις μεταξύ των μοντέλων ΠΑΔ για συγκεκριμένες διαδικασίες δύο σταδίων και για τη γενικότερη δικτυακή δομή.

Οι ενότητες που ακολουθούν παρουσιάζουν τις σχέσεις μεταξύ των τεσσάρων τύπων προσεγγίσεων που περιγράφονται παραπάνω, και ειδικότερα τη σχέση της εργασίας των Liang, Yang, Cook και Zhu (2006), με εκείνες των Kao και Hwang (2008), των Castelli, Pesenti και Ukonich (2004) και τη δικτυακή προσέγγιση ΠΑΔ από τους Färe και Grosskopf (1996). Να επισημανθεί ότι από τις τέσσερις ομάδες που περιγράφονται παραπάνω, επικεντρωθήκαμε μόνο στην έρευνα που σχετίζεται με τις παραγράφους 5.1.2, 5.1.3 και 5.1.4. Αποδεικνύεται ότι οι μεθοδολογίες σε αυτές τις τρεις ομάδες μπορούν να επανακατηγοριοποιηθούν σε εκείνες με συγκεντρωτική ή συνεργατική προσέγγιση παιγνίου, εκείνες με μη συνεργατική ή Stackelberg προσέγγιση παιγνίου καθώς και εκείνες με δικτυακή προσέγγιση ΠΑΔ.

5.2 Συγκεντρωτικό ή Συνεργατικό Μοντέλο

Οι Liang, Yang, Cook και Zhu (2006) έδειξαν ότι χρησιμοποιώντας την έννοια της συνεργατικής θεωρίας παιγνίων, ή του συγκεντρωτικού ελέγχου, η διαδικασία δύο σταδίων μπορεί να θεωρηθεί ως μια διαδικασία όπου τα στάδια καθορίζουν από κοινού μια σειρά από βέλτιστα βάρη στους ενδιάμεσους παράγοντες για τη μεγιστοποίηση των αποτελεσμάτων αποδοτικότητας. Για παράδειγμα, ο κατασκευαστής και ο λιανοπωλητής καθορίζουν από κοινού τις τιμές, τις ποσότητες των παραγγελιών, κ.λπ. για να επιτευχθεί μέγιστο κέρδος (Hwang και Li (2001)). Με άλλα λόγια, η συνεργατική ή συγκεντρωτική προσέγγιση χαρακτηρίζεται έστω από $\eta_d^A = \eta_d^B$ στην (5.1) και τα αποτελέσματα αποδοτικότητας των δύο σταδίων βελτιστοποιούνται ταυτόχρονα. Η βελτιστοποίηση μπορεί να βασίζεται στη μεγιστοποίηση του μέσου όρου των θ_j^1 και θ_j^2 σε ένα μη γραμμικό πρόγραμμα, όπως στην εργασία των Liang, Yang, Cook και Zhu (2006), των Kao και Hwang (2008) και των Liang, Cook και Zhu (2008). Ωστόσο, σημειώνεται ότι λόγω της υπόθεσης ότι $\eta_d^A = \eta_d^B$ στην (5.1), το $\theta_j^1 \cdot \theta_j^2$ γίνεται $\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}$. Ως εκ τούτου, αντί να μεγιστοποιήσουμε το μέσο όρο των θ_0^1 και θ_0^2 , έχουμε:

$$\theta_0^{\text{centralized}} = \max \theta_0^1 \cdot \theta_0^2 = \max \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (5.3)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\theta_j^1 \leq 1 \text{ και } \theta_j^2 \leq 1 \text{ και } \eta_d^A = \eta_d^B$$

Το μοντέλο (5.3) μπορεί να μετατραπεί στην ακόλουθη μορφή γραμμικού προγράμματος:

$$\begin{aligned} \theta_0^{\text{centralized}} &= \max \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \\ \text{υπό τους περιορισμούς:} \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} &\leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} &= 1 \\ \eta_D \geq 0, v_i \geq 0, u_r \geq 0 &\quad \forall d = 1, 2, \dots, D, i = 1, 2, \dots, m \text{ και } r = 1, 2, \dots, s \end{aligned} \quad (5.4)$$

Το μοντέλο (5.4) είναι το μοντέλο των Kao και Hwang (2008), που έχει ήδη αναφερθεί παραπάνω, και το συγκεντρωτικό μοντέλο που αναπτύχθηκε από τους Liang, Cook και Zhu (2008). Να σημειωθεί και πάλι ότι οι περιορισμοί $\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0$ είναι περιττοί στο μοντέλο των Kao και Hwang (2008), καθώς $\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} \leq 0$ και $\sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0$ συνεπάγεται ότι $\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0$.

Το μοντέλο (5.4) δίνει τη συνολική αποδοτικότητα της διαδικασίας δύο σταδίων. Έστω ότι το παραπάνω μοντέλο (5.4) έχει μοναδική λύση. Τότε,

$$\theta_0^{1,\text{centralized}} = \frac{\sum_{d=1}^D \eta_D^* z_{do}}{\sum_{i=1}^m v_i^* x_{io}} = \sum_{d=1}^D \eta_D^* z_{do}$$

και

$$\theta_0^{2,\text{centralized}} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r^* y_{ro}}{\sum_{d=1}^D \eta_D^* z_{do}} \quad (5.5)$$

είναι οι αποδοτικότητες για το πρώτο και το δεύτερο στάδιο, αντίστοιχα. Αν συμβολίσουμε τη βέλτιστη τιμή για το μοντέλο (5.4) ως $\theta_0^{\text{centralized}}$, τότε έχουμε:

$$\theta_0^{\text{centralized}} = \theta_0^{1,\text{centralized}} \cdot \theta_0^{2,\text{centralized}} \quad (5.6)$$

Αν θεωρήσουμε μόνο ένα επίπεδο στην εσωτερική δομή των Castelli, Pesenti και Ukonovich (2004), τότε μπορεί να επιτευχθεί ίδια με την παραπάνω ανάλυση αποδοτικότητας. Ως εκ τούτου, οι προσεγγίσεις των Castelli, Pesenti και Ukonovich (2004) καθώς και των Kao και Hwang (2008) μπορούν να αντιμετωπιστούν ως συνεργατικά μοντέλα παιγνίων.

Όπως έχουν επισημάνει οι Kao και Hwang (2008), οι βέλτιστοι πολλαπλασιαστές από το μοντέλο (5.4) μπορεί να μην είναι μοναδικοί. Οι Liang, Cook και Zhu (2008) πρότειναν, λοιπόν, τον υπολογισμό της μέγιστης δυνατής τιμής του $\theta_0^{1,\text{centralized}}$ ή του $\theta_0^{2,\text{centralized}}$. Στην πραγματικότητα, τα παρακάτω μοντέλα μπορούν, επίσης, να χρησιμοποιηθούν για να ελεγχθεί αν τα $\theta_0^{1,\text{centralized}}$ και $\theta_0^{2,\text{centralized}}$, που υπολογίζονται από το μοντέλο (5.4), είναι μοναδικά. Η μέγιστη δυνατή τιμή του $\theta_0^{1,\text{centralized}}$ μπορεί να προσδιοριστεί ως:

$$\theta_0^{1+} = \max \sum_{d=1}^D \eta_D z_{do}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} = \theta_0^{\text{centralized}}$$

$$\sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (5.7)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} \leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1$$

$$\eta_D \geq 0, v_i \geq 0, u_r \geq 0 \quad \forall d = 1, 2, \dots, D, i = 1, 2, \dots, m \text{ και } r = 1, 2, \dots, s$$

Προκύπτει, λοιπόν, το ελάχιστο του $\theta_0^{2,\text{centralized}}$, δηλαδή:

$$\theta_0^{2-} = \frac{\theta_0^{\text{centralized}}}{\theta_0^{1+}} \quad (5.8)$$

Το μέγιστο του $\theta_0^{2, \text{centralized}}$ μπορεί να υπολογιστεί μέσω του ακόλουθου γραμμικού προγράμματος:

$$\begin{aligned}
 \theta_0^{2+} &= \max \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \\
 &\text{υπό τους περιορισμούς:} \\
 \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - \theta_0^{\text{centralized}} \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} &= 0 \\
 \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} &\leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\
 \sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\
 \sum_{d=1}^D \eta_D z_{d0} &= 1 \\
 \eta_D \geq 0, v_i \geq 0, u_r \geq 0 &\quad \forall d = 1, 2, \dots, D, i = 1, 2, \dots, m \text{ και } r = 1, 2, \dots, s
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

και το ελάχιστο του $\theta_0^{1, \text{centralized}}$ υπολογίζεται στη συνέχεια ως:

$$\theta_0^{1-} = \frac{\theta_0^{\text{centralized}}}{\theta_0^{2+}} \tag{5.10}$$

Να σημειωθεί ότι $\theta_0^{1-} = \theta_0^{1+}$ αν και μόνο αν $\theta_0^{2-} = \theta_0^{2+}$. Να σημειωθεί, επίσης, ότι αν $\theta_0^{1-} = \theta_0^{1+}$ ή $\theta_0^{2-} = \theta_0^{2+}$, τότε τα $\theta_0^{1, \text{centralized}}$ και $\theta_0^{2, \text{centralized}}$ υπολογίζονται μοναδικά σύμφωνα με το μοντέλο (5.4). Αν $\theta_0^{1-} \neq \theta_0^{1+}$ ή $\theta_0^{2-} \neq \theta_0^{2+}$, οι Liang, Cook και Zhu (2008) ανέπτυξαν μια διαδικασία εναλλακτικής ανάλυσης των $\theta_0^{1, \text{centralized}}$ και $\theta_0^{2, \text{centralized}}$.

5.3 Παίγνιο του Stackelberg ή Μη Συνεργατικό Μοντέλο

Στην προηγούμενη ενότητα εξετάσαμε τη συνεργατική ή συγκεντρωτική προσέγγιση παιγνίου στο πρόβλημα δύο σταδίων. Στην ενότητα αυτή μελετάμε τη διαδικασία δύο σταδίων από την προοπτική των μη συνεργατικών παιγνίων. Η μη συνεργατική προσέγγιση χαρακτηρίζεται από τον καθοδηγητή-ακόλουθο (leader-follower), ή το παίγνιο του Stackelberg. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε την περίπτωση μιας αλυσίδας εφοδιασμού, όπου υπάρχει μη συνεργατική διαφήμιση από την πλευρά του κατασκευαστή (καθοδηγητής) και του λιανοπωλητή (ακόλουθος). Ο κατασκευαστής, ως καθοδηγητής, επιλέγει τη βέλτιστη επένδυση για τη διαφήμιση της εμπορικής ονομασίας-σήματός του καθώς και το ποσό που του επιτρέπεται να διαθέσει για αυτή, σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του, με σκοπό τη μεγιστοποίηση των κερδών του. Ο λιανοπωλητής, από την άλλη πλευρά ως ακόλουθος, με βάση τις πληροφορίες από τον κατασκευαστή, καθορίζει το βέλτιστο κόστος για τη μεγιστοποίηση των δικών του κερδών (Hwang και Li (2001)). Με παρόμοιο τρόπο, αν υποθέσουμε ότι το πρώτο

στάδιο είναι ο καθοδηγητής, τότε η απόδοση του πρώτου σταδίου είναι πιο σημαντική και η αποδοτικότητα του δεύτερου σταδίου προσδιορίζεται υπό την προϋπόθεση ότι η αποδοτικότητα του πρώτου σταδίου είναι σταθερή. Υπολογίζουμε πρώτα την αποδοτικότητα για το πρώτο στάδιο και με βάση το μοντέλο κλίμακας σταθερών αποδόσεων (Constant Returns to Scale - CRS) για μία συγκεκριμένη ΜΛΑ₀ έχουμε:

$$\begin{aligned} \theta_0^{1*} &= \max \sum_{d=1}^D \eta_D z_{d0} \\ \text{υπό τους περιορισμούς:} \\ \sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} &= 1 \\ \eta_D &\geq 0, v_i \geq 0, \quad \forall d = 1, 2, \dots, D \text{ και } i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (5.11)$$

Να σημειωθεί ότι το μοντέλο (5.11) είναι στην πραγματικότητα το κλασικό (standard) (Charnes, Cooper, Rhoades - CCR) μοντέλο ΠΑΔ, δηλαδή το κλασικό (standard) μέτρο αποδοτικότητας ΠΑΔ είναι θ_0^{1*} .

Όταν υπολογίσουμε την αποδοτικότητα για το πρώτο στάδιο, στο δεύτερο στάδιο θα λάβουμε υπόψη μόνο το η_D για το οποίο ισχύει $\theta_0^1 = \theta_0^{1*}$. Με άλλα λόγια, το δεύτερο στάδιο αντιμετωπίζει πλέον ως μόνη εισροή το $\sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj}$ υπό τον περιορισμό ότι η τιμή αποδοτικότητας του πρώτου σταδίου παραμένει θ_0^{1*} . Το μοντέλο για τον υπολογισμό του θ_0^2 , της αποδοτικότητας του δεύτερου σταδίου, μπορεί να υπολογιστεί όπως από τους Liang, Cook και Zhu (2008):

$$\begin{aligned} \theta_0^{2*} &= \max \frac{\sum_{r=1}^s U_r y_{r0}}{Q \sum_{d=1}^D \eta_D z_{d0}} \\ \text{υπό τους περιορισμούς:} \\ \frac{\sum_{r=1}^s U_r y_{rj}}{Q \sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj}} &\leq 1 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} &= 1 \\ \sum_{d=1}^D \eta_D z_{d0} &= \theta_0^{1*} \\ U_r, Q, \eta_D, v_i &\geq 0 \quad \forall r = 1, 2, \dots, s, d = 1, 2, \dots, D \text{ και } i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (5.12)$$

Να σημειωθεί ότι στο μοντέλο (5.12), η αποδοτικότητα του πρώτου σταδίου ισούται με θ_0^{1*} . Έστω $u_r = \frac{U_r}{Q}$, $r = 1, 2, \dots, s$. Τότε το μοντέλο (5.12) ισοδυναμεί με το ακόλουθο γραμμικό μοντέλο:

$$\theta_0^{2*} = \max \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\theta_0^{1*}}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} &\leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} &= 1 \\ \sum_{d=1}^D \eta_D z_{d0} &= \theta_0^{1*} \\ \eta_D \geq 0, v_i \geq 0, u_r \geq 0 &\quad \forall d = 1, 2, \dots, D, i = 1, 2, \dots, m \text{ και } r = 1, 2, \dots, s \end{aligned} \quad (5.13)$$

Με παρόμοιο τρόπο, αν θεωρήσουμε το δεύτερο στάδιο ως καθοδηγητή, τότε υπολογίζουμε την κλασική (standard) αποδοτικότητα ΠΑΔ ($\theta_0^{2^0}$) για το δεύτερο στάδιο χρησιμοποιώντας αρχικά το μοντέλο CCR (Charnes, Cooper, Rhoades). Αφού προσδιορίσουμε την αποδοτικότητα του δεύτερου σταδίου, η αποδοτικότητα για το πρώτο στάδιο, δηλαδή το $\theta_0^{1^0}$, υπολογίζεται με το ακόλουθο γραμμικό πρόγραμμα (βλ. Liang, Cook και Zhu (2008)):

$$\frac{1}{\theta_0^{1^0}} = \min \sum_{i=1}^m v_i x_{i0}$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\begin{aligned} \sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_D z_{dj} &\leq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{d=1}^D \eta_D z_{d0} &= 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} &= \theta_0^{2^0} \\ \eta_D \geq 0, v_i \geq 0, u_r \geq 0 &\quad \forall d = 1, 2, \dots, D, i = 1, 2, \dots, m \text{ και } r = 1, 2, \dots, s \end{aligned} \quad (5.14)$$

Να σημειωθεί ότι στο μοντέλο (5.13), στην καλύτερη περίπτωση, έχουμε:

$$\begin{aligned} \theta_0^{1*} \cdot \theta_0^{2*} &= \sum_{r=1}^s u_r^* y_{r0} \\ \text{με } \sum_{i=1}^m v_i^* x_{i0} &= 1 \end{aligned} \quad (5.15)$$

δηλαδή

$$\theta_0^{1*} \cdot \theta_0^{2*} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r^* y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i^* x_{i0}} \quad (5.16)$$

Να αναφερθεί, επίσης, ότι στο μοντέλο (5.14) στην καλύτερη περίπτωση έχουμε:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r^* y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i^* x_{i0}} = \theta_0^{1^0} \cdot \theta_0^{2^0} \quad (5.17)$$

Αυτό δείχνει ότι η προσέγγιση καθοδηγητή-ακόλουθου (leader-follower) συνεπάγεται επίσης και την ανάλυση της αποδοτικότητας για τη διαδικασία δύο σταδίων, δηλαδή η συνολική αποδοτικότητα είναι το γινόμενο των αποδοτικότητας των επιμέρους σταδίων. Επιπλέον, αξίζει να επισημανθεί ότι περίπτωση του πρώτου σταδίου ως καθοδηγητή, τα θ_0^{1*} και θ_0^{2*} , καθώς και στην περίπτωση του δεύτερου σταδίου ως καθοδηγητή, τα $\theta_0^{1^o}$ και $\theta_0^{2^o}$, είναι οι βέλτιστες τιμές για τα γραμμικά προγράμματα. Ως εκ τούτου, μια τέτοια ανάλυση της αποδοτικότητας είναι μοναδική και δεν επηρεάζεται από ενδεχόμενες πολλαπλές βέλτιστες λύσεις. Ωστόσο, οι δύο προσεγγίσεις μπορεί να μην αποφέρουν την ίδια ανάλυση αποδοτικότητας.

Εν τέλει, μια κοινή σειρά από βάρη χρησιμοποιείται και στα δύο στάδια και στις δύο προσεγγίσεις παιγνίων, το συγκεντρωτικό ή συνεργατικό και του Stackelberg ή μη συνεργατικό. Ωστόσο, στην προσέγγιση του παιγνίου του Stackelberg, τα αποτελέσματα αποδοτικότητας των δύο σταδίων, θ_0^1 και θ_0^2 , δεν είναι βελτιστοποιημένα ταυτόχρονα.

Οι Liang, Cook και Zhu (2008) μελέτησαν, επίσης, τις σχέσεις μεταξύ των μη συνεργατικών και των συγκεντρωτικών μοντέλων και της κλασικής (standard) προσέγγισης ΠΑΔ. Συνοψίζονται, λοιπόν, παρακάτω τα συμπεράσματά τους.

Έστω γ_0^1 και γ_0^2 οι τιμές αποδοτικότητας της κλασικής (standard) κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS) για τα δύο στάδια.

Θεώρημα 1. Αν υπάρχει μόνο μία ενδιάμεση μέτρηση, τότε $\theta_0^{1*} = \gamma_0^1$ και $\theta_0^{2*} = \gamma_0^2$ ανεξάρτητα από το αν το πρώτο στάδιο είναι καθοδηγητής ή ακόλουθος, όπου τα θ_0^{1*} και θ_0^{2*} προκύπτουν μέσω της μη συνεργατικής προσέγγισης.

Το θεώρημα 1 δείχνει ότι, όταν υπάρχει μόνο μία ενδιάμεση μέτρηση, η μη συνεργατική προσέγγιση έχει το ίδιο αποτέλεσμα με την εφαρμογή του κλασικού (standard) μοντέλου ΠΑΔ σε κάθε στάδιο.

Υπό την προϋπόθεση πολλαπλών ενδιάμεσων μετρήσεων, έχουμε:

Θεώρημα 2. Για μια συγκεκριμένη ΜΛΑ_o, ισχύει $\theta_0^{\text{centralized}} \geq \theta_0^{1*} \cdot \theta_0^{2*}$, όπου $\theta_0^{\text{centralized}}$ είναι η βέλτιστη τιμή στο μοντέλο (5.4) και τα θ_0^{1*} και θ_0^{2*} υπολογίζονται μέσω της μη συνεργατικής (leader-follower) προσέγγισης.

Από τα θεωρήματα 1 και 2, προκύπτει:

Θεώρημα 3. Αν υπάρχει μόνο μία ενδιάμεση μέτρηση, τότε $\theta_0^{\text{centralized}} = \gamma_0^1 \cdot \gamma_0^2$ με $\gamma_0^1 = \theta_0^{1,\text{centralized}}$ και $\gamma_0^2 = \theta_0^{2,\text{centralized}}$, όπου γ_0^1 και γ_0^2 είναι οι τιμές αποδοτικότητας κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS) για τα δύο στάδια, αντίστοιχα, και τα $\theta_0^{1,\text{centralized}}$ και $\theta_0^{2,\text{centralized}}$ ορίζονται στο μοντέλο (5.5).

Όταν υπάρχει μόνο μία ενδιάμεση μέτρηση, το θεώρημα 3 δείχνει ότι:

- i. το μη συνεργατικό και το συγκεντρωτικό μοντέλο οδηγούν στο ίδιο αποτέλεσμα εφαρμόζοντας το κλασικό (standard) μοντέλο ΠΑΔ σε κάθε στάδιο και
- ii. η ανάλυση της αποδοτικότητας είναι μοναδική.

Οι Cook, Liang και Zhu, τελικά, συμπεραίνουν ότι ισχύει το εξής όσον αφορά τις σχέσεις μεταξύ της μη συνεργατικής και της συγκεντρωτικής προσέγγισης.

Θεώρημα 4.

- i. $\theta_0^{1,centralized} \geq \theta_0^{1*}$ και $\gamma_0^2 (= \theta_0^{2*}) \geq \theta_0^{2,centralized}$ όταν το δεύτερο στάδιο είναι ο καθοδηγητής,
- ii. $\theta_0^{2,centralized} \geq \theta_0^{2*}$ και $\gamma_0^1 (= \theta_0^{1*}) > \theta_0^{1,centralized}$ όταν το πρώτο στάδιο είναι ο καθοδηγητής.

5.4 Δικτυακή ΠΑΔ

Αν μοντελοποιήσουμε τη διαδικασία δύο σταδίων που φαίνεται στο σχήμα 2.2, χρησιμοποιώντας τη δικτυακή προσέγγιση των Färe και Grosskopf (1996), έχουμε:

$$\min_{\Gamma, \lambda_j, \mu_j, \tilde{z}} \Gamma$$

υπό τους περιορισμούς:

(stage 1)

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \Gamma x_{ij_0} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj} \geq \tilde{z}_{dj_0} \quad \forall d = 1, 2, \dots, D$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n$$

(5.18)

(stage 2)

$$\sum_{j=1}^n \mu_j z_{dj} \leq \tilde{z}_{dj_0} \quad \forall d = 1, 2, \dots, D$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j y_{rj} \geq y_{rj_0} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s$$

$$\mu_j \geq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n$$

όπου \tilde{z}_{dj_0} είναι οι μεταβλητές απόφασης που σχετίζονται με τις ενδιάμεσες μετρήσεις.

Το μοντέλο (5.18) είναι, προφανώς, ισοδύναμο με το ακόλουθο μοντέλο:

$$\min_{\Gamma, \lambda_j, \mu_j, \tilde{z}} \Gamma$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\leq \Gamma x_{ij_0} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n (\lambda_j - \mu_j) z_{dj} &\geq 0 \quad \forall d = 1, 2, \dots, D \\ \sum_{j=1}^n \mu_j y_{rj} &\geq y_{rj_0} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s \\ \lambda_j, \mu_j &\geq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (5.19)$$

Το μοντέλο (5.19) είναι το δυϊκό του συγκεντρωτικού μοντέλου (5.4). Ως εκ τούτου, η προσέγγιση δικτυακής ΠΑΔ των Färe και Grosskopf (1996) καταλήγει ισοδύναμα στο συγκεντρωτικό μοντέλο (5.4) των Liang, Cook και Zhu (2008) και των Kao και Hwang (2008).

Οι Chen, Liang και Zhu (2009) έδειξαν ότι η εκδοχή κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS) του μοντέλου των Chen και Zhu (2004) είναι ισοδύναμη με το μοντέλο (5.4). (Αν προσθέσουμε και τους περιορισμούς κυρτότητας $\sum \lambda_j = \sum \mu_j = 1$ στο μοντέλο (5.19), τότε αυτό γίνεται το αρχικό μοντέλο των Chen και Zhu (2004) στην περίπτωση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS)):

$$\min_{\alpha, \beta, \lambda_j, \mu_j, \tilde{z}} \alpha - \beta$$

υπό τους περιορισμούς:

$$\begin{aligned} &(\text{stage 1}) \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\leq \alpha x_{ij_0} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj} &\geq \tilde{z}_{dj_0} \quad \forall d = 1, 2, \dots, D \\ \lambda_j &\geq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ \alpha &\leq 1 \\ &(\text{stage 2}) \\ \sum_{j=1}^n \mu_j z_{dj} &\leq \tilde{z}_{dj_0} \quad \forall d = 1, 2, \dots, D \\ \sum_{j=1}^n \mu_j y_{rj} &\geq \beta y_{rj_0} \quad \forall r = 1, 2, \dots, s \\ \mu_j &\geq 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \\ \beta &\geq 1 \end{aligned} \quad (5.20)$$

Έτσι, δεδομένου ότι τόσο το δικτυακό μοντέλο ΠΑΔ (5.18) όσο και το μοντέλο (5.20) είναι ισοδύναμα με το μοντέλο (5.4), τα (5.18) και (5.20) πρέπει να είναι ισοδύναμα μεταξύ τους. Αυτό σημαίνει ότι $\beta = 1$ στη βέλτιστη περίπτωση του μοντέλου (5.20).

Οι Chen, Cook και Zhu (2010) απέδειξαν ότι το συγκεντρωτικό μοντέλο (5.4) μπορεί να μη δίνει πληροφορίες σχετικά με το σύνορο αποδοτικότητας (efficient frontier) της διαδικασίας δύο σταδίων του σχήματος 2.2. Με άλλα λόγια, λόγω της

ύπαρξης των ενδιάμεσων μετρήσεων, η συνηθισμένη διαδικασία της προσαρμογής των εισροών ή εκροών σύμφωνα με τα αποτελέσματα αποδοτικότητας που προκύπτουν από το μοντέλο (5.4), όπως και στην κλασική (standard) προσέγγιση ΠΑΔ, δε συνεπάγεται αναγκαστικά μια προβολή συνόρου (frontier projection).

Διαπιστώνουμε, λοιπόν, ότι η δικτυακή προσέγγιση ΠΑΔ παρέχει μόνο πληροφορίες για τη συνολική αποδοτικότητα των δύο σταδίων και δε δίνει πληροφορίες σχετικά με τα επιμέρους στάδια. Ωστόσο, η ισοδυναμία μεταξύ των μοντέλων (5.18) και (5.20) δηλώνει ότι η δικτυακή προσέγγιση ΠΑΔ δημιουργεί ένα σημείο του συνόρου αποδοτικότητας, δεδομένου ότι το μοντέλο (5.20) διασφαλίζει ότι ένα σημείο συνόρου (frontier point) επιτυγχάνεται όταν $\alpha < 1$ στη βέλτιστη περίπτωση. (βλ. Chen, Cook και Zhu (2010)).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Παράδειγμα: 24 Ασφαλιστικές Εταιρείες, Εκτός του Κλάδου Ζωής, στην Ταϊβάν

Οι Kao και Hwang (2008) μελέτησαν 24 ασφαλιστικές εταιρείες, εκτός του κλάδου ζωής, στην Ταϊβάν. Οι συγκεκριμένοι συγγραφείς χωρίζουν την παραγωγική διαδικασία της εν λόγω ασφαλιστικής βιομηχανίας σε δύο στάδια, καθένα από τα οποία αντιπροσωπεύει την παραγωγή ασφαλιστρων και την παραγωγή κέρδους, αντίστοιχα. Υπάρχουν δύο εισροές στο πρώτο στάδιο που χαρακτηρίζονται από το μάρκετινγκ της ασφάλισης και την παραγωγή ασφαλιστρων, καθώς και δύο εκροές από το δεύτερο στάδιο που χαρακτηρίζονται από τις επενδύσεις και την παραγωγή κέρδους. Οι δύο εισροές είναι τα λειτουργικά έξοδα και τα ασφαλιστικά έξοδα ενώ οι τελικές εκροές είναι τα ασφαλιστικά κέρδη και τα επενδυτικά κέρδη. Υπάρχουν, επίσης, δύο ενδιάμεσες μετρήσεις μεταξύ των δύο σταδίων, τα άμεσα εγγεγραμμένα ασφάλιστρα και τα ασφάλιστρα νέας ασφάλισης (βλ. Kao και Hwang (2008) για λεπτομέρειες σχετικά με αυτές τις μετρήσεις). Τα δεδομένα παρέχονται στον πίνακα 6.1.

Πίνακας 6.1: Σύνολο Δεδομένων.

ΜΛΑ	Εταιρεία	Λειτουργικά έξοδα (x1)	Ασφαλιστικά έξοδα (x2)	Άμεσα εγγεγραμμένα ασφάλιστρα (z1)	Ασφάλιστρα νέας ασφάλισης (z2)	Ασφαλιστικά κέρδη (y1)	Επενδυτικά κέρδη (y2)
1	Taiwan Fire	1178 744	673512	7451 757	856735	984143	681687
2	Chung Kuo	1381 822	1352755	10020274	1812894	1228502	834754
3	Tai Ping	1177 494	592790	4776 548	560244	293613	658428
4	China Mariners	601320	594259	3174 851	371863	248709	177331
5	Fubon	6699063	3531614	37392 862	1753794	7851 229	3925272
6	Zurich	2627707	668363	9747908	952326	1713 598	415058
7	Taian	1942 833	1443 100	10685 457	643412	2239 593	439039
8	Ming Tai	3789001	1873530	17267 266	1134600	3899530	622868
9	Central	1567 746	950432	11473 162	546337	1043778	264098
10	The First	1303 249	1298470	8210389	504528	1697 941	554806
11	Kuo Hua	1962 448	672414	7222 378	643178	1486014	18259
12	Union	2592 790	650952	9434406	1118 489	1574 191	909295
13	Shing kong	2609 941	1368802	13921 464	811343	3609236	223047
14	South China	1396002	988888	7396 396	465509	1401200	332283
15	Cathay Century	2184 944	651063	10422 297	749893	3355 197	555482
16	Allianz President	1211 716	415071	5606 013	402881	854054	197947
17	Newa	1453 797	1085019	7695 461	342489	3144 484	371984
18	AU	757515	547997	3631 484	995620	692731	163927
19	North America	159422	182338	1141 950	483291	519121	46857
20	Federal	145442	53518	316829	131920	355624	26537
21	Royal & Sunalliance	84171	26224	225888	40542	51950	6491
22	Asia	15993	10502	52063	14574	82141	4181
23	AXA	54693	28408	245910	49864	0.1	18980
24	Mitsui Sumitomo	163297	235094	476419	644816	142370	16976

6.1 Προσθετική Ανάλυση Αποδοτικότητας σε ΠΑΔ Δύο Σταδίων

Τα αποτελέσματα κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS) από τα μοντέλα (3.12), (3.14) και (3.17) παρουσιάζονται στον πίνακα 6.2. Η τρίτη στήλη αναφέρεται στη συνολική αποδοτικότητα που προέρχεται από το μοντέλο (3.12) στην περίπτωση CRS. Τα βέλτιστα βάρη από το μοντέλο (3.12) για κάθε ΜΛΑ αναφέρονται στις στήλες 4 και 5. Οι υπόλοιπες στήλες παρουσιάζουν την τιμή αποδοτικότητας για κάθε επιμέρους στάδιο, σύμφωνα με τα μοντέλα (3.14) και (3.17).

Πίνακας 6.2: Αποτελέσματα στην περίπτωση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS).

ΜΛΑ	συνολική αποδοτικότητα στην περίπτωση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS)	w_1	w_2	θ_o^{1*}	θ_o^2	θ_o^1	θ_o^{2*}	
1	Taiwan Fire	0.849	0.502	0.498	0.993	0.704	0.993	0.704
2	Chung Kuo	0.812	0.500	0.500	0.998	0.626	0.998	0.626
3	Tai Ping	0.817	0.592	0.408	0.690	1	0.690	1
4	China Mariners	0.596	0.580	0.420	0.724	0.420	0.724	0.420
5	Fubon	0.873	0.546	0.454	0.831	0.923	0.831	0.923
6	Zurich	0.689	0.510	0.490	0.961	0.406	0.961	0.406
7	Taian	0.580	0.571	0.429	0.752	0.352	0.752	0.352
8	Ming Tai	0.579	0.580	0.420	0.726	0.378	0.726	0.378
9	Central	0.612	0.500	0.500	1	0.223	1	0.223
10	The First	0.713	0.537	0.463	0.862	0.541	0.862	0.541
11	Kuo Hua	0.509	0.578	0.422	0.729	0.207	0.729	0.207
12	Union	0.880	0.500	0.500	1	0.760	1	0.760
13	Shingkong	0.557	0.552	0.448	0.811	0.243	0.811	0.243
14	South China	0.577	0.580	0.420	0.725	0.374	0.725	0.374
15	Cathay Century	0.807	0.500	0.500	1	0.614	1	0.614
16	Allianz President	0.639	0.530	0.470	0.886	0.362	0.886	0.362
17	Newa	0.613	0.580	0.420	0.723	0.460	0.723	0.460
18	AIU	0.587	0.558	0.442	0.794	0.326	0.794	0.326
19	North America	0.706	0.500	0.500	1	0.411	1	0.411
20	Federal	0.765	0.517	0.483	0.933	0.586	0.933	0.586
21	Royal & Sunalliance	0.541	0.571	0.429	0.751	0.262	0.751	0.262
22	Aisa	0.742	0.629	0.371	0.590	1	0.590	1
23	AXA	0.685	0.543	0.457	0.843	0.499	0.843	0.499
24	Mitsui Sumitomo	0.544	0.500	0.500	1	0.087	1	0.087

Μπορεί να διαπιστωθεί από τον πίνακα 6.2 ότι έχουμε μοναδικές αναλύσεις αποδοτικότητας για όλες τις ΜΛΑ. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι τα μοντέλα (3.14), (3.15) και (3.17), (3.18) αντίστοιχα αποφέρουν πανομοιότυπες τιμές αποδοτικότητας για τις δύο προσεγγίσεις σταδίων.

Να σημειωθεί, επίσης, ότι επειδή ο ορισμός της συνολικής αποδοτικότητας που παρουσιάζεται από τους Chen, Cook, Li και Zhu (2009) είναι διαφορετικός από αυτόν που χρησιμοποιούν οι Kao και Hwang (2008), οι συνολικές τιμές αποδοτικότητας από τις δύο προσεγγίσεις δε μπορούν να συγκριθούν άμεσα. Οι τρεις τελευταίες στήλες του πίνακα 6.3 δείχνουν τις τιμές στην περίπτωση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS) σύμφωνα με την προσέγγιση των Kao και Hwang (2008). Ωστόσο, επισημαίνουμε ότι εκτός από 8 ΜΛΑ (7, 8, 11, 13, 14, 17, 21 και 24), οι τιμές αποδοτικότητας του πρώτου και του δεύτερου σταδίου είναι πανομοιότυπες με εκείνες των Kao και Hwang (2008). Αυτό δείχνει ότι η προσέγγιση των Kao και Hwang (2008) αποφέρει, επίσης, μοναδικές αναλύσεις αποδοτικότητας και για τις υπόλοιπες 16 ΜΛΑ.

Πίνακας 6.3: Κατάταξη των τιμών στην περίπτωση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS).

ΜΛΑ	Προκύπτουσα κατάταξη	Αποτελέσματα των Kao και Hwang (2008)			
		Κατάταξη	Πρώτο στάδιο	Δεύτερο στάδιο	Συνολική αποδοτικότητα
1	3	3	0.993	0.704	0.699
2	5	5	0.998	0.626	0.625
3	4	4	0.690	1	0.690
4	16	15	0.724	0.420	0.304
5	2	1	0.831	0.923	0.767
6	11	12	0.961	0.406	0.390
7	18	17	0.671	0.412	0.277
8	19	18	0.663	0.415	0.275
9	15	20	1	0.223	0.223
10	9	9	0.862	0.541	0.466
11	24	23	0.647	0.253	0.164
12	1	2	1	0.760	0.760
13	21	21	0.672	0.309	0.208
14	20	16	0.670	0.431	0.289
15	6	6	1	0.614	0.614
16	13	14	0.886	0.362	0.320
17	14	13	0.628	0.574	0.360
18	17	19	0.794	0.326	0.259
19	10	11	1	0.411	0.411
20	7	8	0.933	0.586	0.547
21	23	22	0.732	0.274	0.201
22	8	7	0.590	1	0.590
23	12	10	0.843	0.499	0.420
24	22	24	0.429	0.314	0.135

Στον πίνακα 6.3 αναφέρονται οι κατατάξεις των τιμών στην περίπτωση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS) σύμφωνα με την προσέγγιση των Chen, Cook, Li και Zhu (2009) και την προσέγγιση των Kao και Hwang (2008). Μπορεί εύκολα, λοιπόν, να διαπιστωθεί ότι δεν προκύπτει η ίδια ακριβώς κατάταξη και συγκεκριμένα οι ΜΛΑ 9 και 14 δείχνουν μεγάλη διαφορά κατάταξης. Στην πραγματικότητα, εάν εφαρμόσουμε το μέσο για τις τιμές του πρώτου και του δεύτερου σταδίου των Kao και Hwang (2008), θα λάβουμε διαφορετική κατάταξη. Ωστόσο, ο δείκτης Συσχέτισης Spearman για τις κατατάξεις στον πίνακα 6.3 είναι 0,971 ο οποίος είναι σημαντικός στο επίπεδο 0,01, υποδεικνύοντας περίπου ίση κατάταξη με βάση τις δύο διαφορετικές προσεγγίσεις. Είναι, επιπλέον, αλήθεια ότι ο δείκτης Συσχέτισης Pearson για τα δύο σύνολα τιμών κατά γραμμή στην περίπτωση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS) είναι 98%. Μπορεί κάποιος, επίσης, να χρησιμοποιήσει γραφικά σχεδιάζοντας τα δύο σύνολα τιμών αποδοτικότητας για να προκύψει μια οπτική επαλήθευση, όπως έκαναν οι Lindebo, Hoff και Vestergaard (2007).

Τέλος, η περίπτωση κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (VRS) αναφέρεται στον πίνακα 6.4. Δύο ΜΛΑ (5 και 22) είναι εν γένει αποτελεσματικές στην περίπτωση VRS. Επίσης, έχουμε μοναδικές αναλύσεις αποδοτικότητας VRS για όλες τις ΜΛΑ, καθώς τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα μοντέλα (3.25), (3.27) και (3.26), (3.28) αντίστοιχα είναι πανομοιότυπα.

Πίνακας 6.4: Αποτελέσματα στην περίπτωση κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (VRS).

ΜΛΑ		Συνολική αποδοτικότητα στην περίπτωση κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (VRS)	w_1	w_2	E_0^{1*}	E_0^2	E_0^1	E_0^{2*}
1	Taiwan Fire	0.867	0.503	0.497	0.990	0.743	0.990	0.743
2	Chung Kuo	0.856	0.500	0.500	1	0.711	1	0.711
3	Tai Ping	0.818	0.587	0.413	0.690	1	0.690	1
4	China Mariners	0.599	0.581	0.419	0.726	0.424	0.726	0.424
5	Fubon	1	0.483	0.517	1	1	1	1
6	Zurich	0.732	0.511	0.489	0.964	0.490	0.964	0.490
7	Taian	0.684	0.571	0.429	0.752	0.593	0.752	0.593
8	Ming Tai	0.754	0.523	0.477	0.783	0.722	0.783	0.722
9	Central	0.639	0.501	0.499	1	0.276	1	0.276
10	The First	0.780	0.538	0.462	0.862	0.727	0.862	0.727
11	Kuo Hua	0.614	0.576	0.424	0.741	0.443	0.741	0.443
12	Union	0.887	0.511	0.489	0.968	0.803	0.968	0.803
13	Shingkong	0.804	0.494	0.506	0.846	0.763	0.846	0.763
14	South China	0.654	0.581	0.419	0.725	0.555	0.725	0.555
15	Cathay Century	0.940	0.503	0.497	1	0.880	1	0.880
16	Allianz President	0.676	0.526	0.474	0.911	0.417	0.911	0.417
17	Newa	0.840	0.581	0.419	0.724	1	0.724	1
18	AIU	0.618	0.517	0.483	0.850	0.369	0.850	0.369
19	North America	0.833	0.515	0.485	1	0.657	1	0.657
20	Federal	0.946	0.548	0.452	0.902	1	0.902	1
21	Royal & Sunalliance	0.679	0.575	0.425	0.913	0.362	0.913	0.362
22	Aisa	1	0.634	0.366	1	1	1	1
23	AXA	0.815	0.547	0.453	0.976	0.620	0.976	0.620
24	Mitsui Sumitomo	0.564	0.517	0.483	1	0.098	1	0.098

Σύμφωνα με την κλασική (standard) προσέγγιση ΠΑΔ, οι τιμές υπό την παραδοχή VRS είναι μεγαλύτερες από τις τιμές υπό την παραδοχή CRS. Αυτό ισχύει, επίσης, και για τις συνολικές τιμές αποδοτικότητας των μοντέλων μας. Ωστόσο, οφείλουμε να

παρατηρήσουμε ότι αυτό δεν ισχύει για τις ΜΛΑ 1, 12 και 20 για τις τιμές του πρώτου σταδίου. Κάτι τέτοιο μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός ότι τα διαστήματα περιορισμών για τα (3.14) και (3.25) δεν είναι τα ίδια, οπότε και οι ενδιάμεσες μετρήσεις μπορεί να μην υπακούουν τις κλασικές αρχές.

6.2 Εύρεση του Συνόρου (frontier) ΠΑΔ για Διαδικασίες Δύο Σταδίων

Η δεύτερη και τρίτη στήλη του πίνακα 6.5 αναφέρονται στις συνολικές τιμές αποδοτικότητας που υπολογίζονται από τα μοντέλα (4.4) και (4.8), αντίστοιχα. Μπορεί να αποδειχθεί ότι $\theta_j^* = \frac{1}{\phi_j^*}$ για κάθε ΜΛΑ, όπως αναμενόταν υπό την προϋπόθεση

κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS). Όπως στην κλασική (standard) προσέγγιση ΠΑΔ, οι Chen, Cook και Zhu (2010) υπολόγισαν πρώτα τις προβολές ΠΑΔ πολλαπλασιάζοντας τις τρέχουσες εισροές (εκροές) με τις σχετικές βέλτιστες τιμές θ^* (ϕ^*), διατηρώντας παράλληλα τις ενδιάμεσες μετρήσεις σταθερές. Στη συνέχεια, εφαρμόσαν αυτές τις προβολές ΠΑΔ στα μοντέλα (4.4) και (4.8) για να εξετάσουν κατά πόσον είναι αποδοτικά. Να σημειωθεί ότι οι Chen, Cook και Zhu (2010) δεν εξέτασαν τις πιθανές χαλαρές μεταβλητές (slacks) ΠΑΔ στις προβολές.

Οι εν λόγω συγγραφείς θεώρησαν δύο περιπτώσεις. Στην περίπτωση I, όλες οι ΜΛΑ αντικαθίστανται αρχικά από τις προβαλλόμενες ΜΛΑ και, στη συνέχεια, εφαρμόζονται τα μοντέλα (4.4) και (4.8). Δηλαδή, στο μοντέλο (4.4), για κάθε j , τα x_{1j} και x_{2j} αντικαθίστανται με $\theta_j^* x_{1j}$ και $\theta_j^* x_{2j}$ και όλες οι ενδιάμεσες μετρήσεις και οι εκροές παραμένουν αμετάβλητες, όπως επίσης και στο μοντέλο (4.8), για κάθε j , τα y_{1j} και y_{2j} αντικαθίστανται με $\phi_j^* y_{1j}$ και $\phi_j^* y_{2j}$ και όλες οι ενδιάμεσες μετρήσεις και οι εισροές παραμένουν αμετάβλητες. Η τέταρτη στήλη του πίνακα 6.5 αναφέρεται στις προσανατολισμένες στις εισροές τιμές που προκύπτουν από το μοντέλο (4.4) και η πέμπτη στήλη του πίνακα 6.5 παρουσιάζει τις προσανατολισμένες στις εκροές τιμές που προκύπτουν από το μοντέλο (4.8). Διαπιστώνεται ότι καμία από τις προβαλλόμενες ΜΛΑ δεν είναι αποδοτική. Μπορεί, επίσης, να παρατηρηθεί ότι το νέο θ_j^* που προκύπτει δεν είναι πλέον ίσο με $1/\phi_j^*$.

Στην περίπτωση II, αντικαθίσταται μόνο η υπό αξιολόγηση ΜΛΑ με την προβολή της στα μοντέλα (4.4) και (4.8). Δηλαδή, εφαρμόζουμε τα μοντέλα (4.4) και (4.8) στην προβαλλόμενη ΜΛΑ₀, και τα δεδομένα για άλλες ΜΛΑ_j ($j \neq 0$) παραμένουν αμετάβλητα. Η έβδομη στήλη του πίνακα 6.5 αναφέρεται στις προσανατολισμένες στις εισροές τιμές που προκύπτουν από το μοντέλο (4.4) και η όγδοη στήλη του πίνακα 6.5 παρουσιάζει τις προσανατολισμένες στις εκροές τιμές που προκύπτουν από το μοντέλο (4.8). Εκτός από τις ΜΛΑ 3 και 22 (προσανατολισμένες στις εισροές) και τις ΜΛΑ 9, 12, 15 και 19 (προσανατολισμένες στις εκροές), καμία από τις προβαλλόμενες ΜΛΑ δεν

είναι αποδοτική. Επίσης, τα μοντέλα (4.4) και (4.8) δεν προσδιορίζουν τις ίδιες αποδοτικές ΜΛΑ. Μπορεί, ακόμα, να παρατηρηθεί ότι η προσανατολισμένη στις εκροές τιμή δεν είναι ίση με το αντίστροφο της προσανατολισμένης στις εισροές τιμής για κάθε ΜΛΑ, όπως αναμενόταν στην περίπτωση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS).

Πίνακας 6.5: Τιμές ΠΑΔ.

ΜΛΑ	Προσανατολισμένη στις εισροές τιμή	Προσανατολισμένη στις εκροές τιμή	Τιμές αποδοτικότητας για τις προβαλλόμενες ΜΛΑ					
			Περίπτωση Ι ^α			Περίπτωση ΙΙ ^β		
			Προσανατολισμένη στις εισροές τιμή	Προσανατολισμένη στις εκροές τιμή	1/Προσανατολισμένη στις εκροές τιμή	Προσανατολισμένη στις εισροές τιμή	Προσανατολισμένη στις εκροές τιμή	1/Προσανατολισμένη στις εισροές τιμή
1	0.6992	1.4301	0.2202	1.4722	0.6792	0.7134	1.0075	1.4018
2	0.6248	1.6006	0.2296	1.5634	0.6396	0.6275	1.0015	1.5937
3	0.6900	1.4492	0.2206	1.4492	0.6900	1	1.4492	1
4	0.3042	3.2871	0.2295	1.5614	0.6405	0.4323	1.3805	2.3131
5	0.7670	1.3038	0.2199	1.4843	0.6737	0.9738	1.1940	1.0269
6	0.3897	2.5662	0.2364	1.6220	0.6165	0.4057	1.0377	2.4651
7	0.2766	3.6156	0.2229	1.5405	0.6491	0.5378	1.3296	1.8593
8	0.2752	3.6341	0.2177	1.5665	0.6384	0.5113	1.3782	1.9556
9	0.2233	4.4787	0.2192	1.5226	0.6568	0.2920	1	3.4251
10	0.4660	2.1461	0.2311	1.6117	0.6205	0.6627	1.1607	1.5090
11	0.1639	6.1005	0.1965	1.7292	0.5783	0.3267	1.3504	3.0612
12	0.7596	1.3165	0.2366	1.5135	0.6607	0.7596	1	1.3165
13	0.2078	4.8121	0.2053	1.7447	0.5732	0.5435	1.2335	1.8400
14	0.2886	3.4645	0.2192	1.5261	0.6553	0.5178	1.3800	1.9312
15	0.6138	1.6291	0.2295	1.7451	0.5730	0.7047	1	1.4190
16	0.3202	3.1235	0.2233	1.6082	0.6218	0.3847	1.1023	2.5991
17	0.3600	2.7777	0.2181	1.5901	0.6289	0.8066	1.3825	1.2397
18	0.2588	3.8634	0.2209	1.5260	0.6553	0.3737	1.2602	2.6762
19	0.4112	2.4319	0.2367	1.7495	0.5716	0.4158	1	2.4051
20	0.5466	1.8297	0.2093	1.8341	0.5452	0.7891	1.0716	1.2673
21	0.2008	4.9806	0.2251	1.8015	0.5551	0.2795	1.3324	3.5777
22	0.5895	1.6963	0.2122	1.6963	0.5895	1	1.6963	1
23	0.4203	2.3790	0.2206	1.4492	0.6900	0.5599	1.1764	1.7860
24	0.1348	7.4178	0.2351	1.7297	0.5781	0.3351	1.2652	2.9843

^α: Περίπτωση Ι: Όλες οι ΜΛΑ αντικαθίστανται από τις προβολές τους.

^β: Υπόθεση ΙΙ: Μόνο η υπό αξιολόγηση ΜΛΑ αντικαθίσταται από την προβολή της και τα δεδομένα για άλλες ΜΛΑ παραμένουν αμετάβλητα.

Σύμφωνα με την κλασική (standard) προσέγγιση ΠΑΔ, οι περιπτώσεις Ι και ΙΙ θα έπρεπε να αποφέρουν τα ίδια αποτελέσματα. Ωστόσο, οι περιπτώσεις Ι και ΙΙ αποφέρουν πολύ διαφορετικά αποτελέσματα και για τα δύο μοντέλα (4.4) και (4.8). Έτσι, τα μοντέλα (4.4) και (4.8) δίνουν μόνο μια συνολική τιμή αποδοτικότητας, αλλά αδυνατούν να προσφέρουν πλήρεις πληροφορίες σχετικά με τον τρόπο προβολής των αναποτελεσματικών ΜΛΑ πάνω στο σύνολο ΠΑΔ.

Στον πίνακα 6.6 αναφέρονται και για τους δύο προσανατολισμούς οι βέλτιστες ενδιάμεσες μετρήσεις, που λαμβάνονται από τα μοντέλα (4.9) και (4.11). Αν χρησιμοποιήσουμε τις νέες (προβαλλόμενες) ΜΛΑ με τις ενδιάμεσες μετρήσεις που αναφέρονται στον πίνακα 6.6 καθώς επίσης και τα $\theta_j^* x_{1j}$ και $\theta_j^* x_{2j}$ (ή $\phi_j^* y_{1j}$ και $\phi_j^* y_{2j}$), στο μοντέλο (4.4) (ή (4.8)) στα πλαίσια είτε της περίπτωσης Ι ή της περίπτωσης ΙΙ, οι συνολικές τιμές αποδοτικότητας είναι όλες ίσες με τη μονάδα.

Πίνακας 6.6: Βέλτιστες ενδιάμεσες μετρήσεις για το σύνορο ΠΑΔ.

ΜΛΑ	Προσανατολισμένη στις εισροές τιμή (μοντέλο 4.9)		Προσανατολισμένη στις εκροές τιμή (μοντέλο 4.11)	
	z1	z2	z1	z2
1	5,129,409	673,373.7	7,335,749	963,015.6
2	6,287,502	827,782.2	10,063,742	1,324,944
3	4,776,548	560,244	6,922,331	811,924.1
4	1,332,365	174,166.4	4,379,619	572,502.8
5	30,127,364	4,177,166	39,280,374	5,446,233
6	3,807,167	435,393.8	9,769,924	1,117,304
7	3,738,287	654,045.2	13,516,290	2,364,791
8	5,553,015	1,009,007	20,180,210	3,666,832
9	2,166,576	351,793.5	9,703,191	1,575,536
10	4,417,507	671,133.1	9,480,468	1,440,327
11	941,872.5	263,658.4	5,745,796	1,608,421
12	7,166,191	849,582.4	9,434,406	1,118,489
13	2,649,297	644,399.8	12,748,722	3,100,926
14	2,749,750	454,687.7	9,526,595	1,575,280
15	5,663,750	634,667.6	9,226,915	1,033,948
16	1,899,396	188,102.5	5,932,758	587,537.6
17	3,504,900	725,272.3	9,735,516	2,014,580
18	1,356,947	224,515.2	5,242,330	867,375.7
19	474,800	108,242	1,154,679	263,236.6
20	302,964.9	63,960.38	554,326.4	117,026.5
21	68,296	9610.947	340,151.7	47,867.8
22	52,063	14,574	88,313.65	24,721.65
23	137,689.9	16,149.72	327,564.3	38,420.2
24	159,644.2	32,943.34	1,184,206	244,366.5

Να σημειωθεί ότι σύμφωνα με τα προσανατολισμένα στις εισροές μοντέλα, για τις ΜΛΑ 3 και 22, το μοντέλο (4.9) υπολογίζει τις νέες ενδιάμεσες μετρήσεις που είναι ίσες με τις αρχικές τιμές. Αυτό επιβεβαιώνεται από το γεγονός ότι το μοντέλο (4.4) προσδιορίζει τις ΜΛΑ 3 και 22 ως αποδοτικές με βάση την περίπτωση II. Η ίδια κατάσταση διαπιστώθηκε και για τη ΜΛΑ 12 σύμφωνα με το προσανατολισμένο στις εκροές μοντέλο.

Ενώ οι ΜΛΑ 9, 15 και 19 είναι αποδοτικές σύμφωνα με το μοντέλο (4.8), το μοντέλο (4.11) αναφέρεται σε μια σειρά από διαφορετικές τιμές στις ενδιάμεσες μετρήσεις για τις ΜΛΑ 9, 15 και 19 (βλ. τις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα 6.6). Αυτό δείχνει ότι υπάρχουν πολλαπλές βέλτιστες λύσεις για τις ενδιάμεσες μετρήσεις στα μοντέλα (4.9) και (4.11). Στην πραγματικότητα, χρησιμοποιώντας τις αρχικές ενδιάμεσες μετρήσεις και τα $\phi_j^* y_{1j}$ και $\phi_j^* y_{2j}$ για τις ΜΛΑ 9, 15 και 19, το μοντέλο (4.11) δίνει τιμή αποδοτικότητας ίση με 1.

6.3 Μέτρηση της Αποδοτικότητας των Δικτυακών (network) Δομών Δύο Σταδίων με την ΠΑΔ

Στην περίπτωση του συγκεντρωτικού ή συνεργατικού μοντέλου, οι τιμές αποδοτικότητας για τα δύο επιμέρους στάδια υπολογίζονται με βάση το μοντέλο (5.5) μέσω μιας σειράς βέλτιστων λύσεων από το μοντέλο (5.4) (βλ. τη 2^η, 3^η και 4^η στήλη του πίνακα 6.7). Να σημειωθεί ότι οι αναλύσεις αποδοτικότητας είναι πανομοιότυπες με εκείνες των Kao και Hwang (2008). Στην πραγματικότητα, η χρήση των μοντέλων (5.7), (5.8) και (5.9), (5.10) υποδεικνύει ότι $\theta_0^{1-} = \theta_0^{1+}$ και $\theta_0^{2-} = \theta_0^{2+}$ για όλες τις ΜΛΑ. Ως εκ τούτου, τα $\theta_0^{1,centralized}$ και $\theta_0^{2,centralized}$ που ορίστηκαν στο (5.5), ή οι αναλύσεις αποδοτικότητας των Kao και Hwang (2008), προσδιορίζονται μοναδικά μέσω του μοντέλου (5.4).

Πίνακας 6.7: Αποτελέσματα των ασφαλιστικών εταιρειών, εκτός του κλάδου ζωής, στην Ταϊβάν.

ΜΛΑ	Συγκεντρωτικό Μοντέλο			στάδιο 1 ως καθοδηγητής			στάδιο 2 ως καθοδηγητής		
	$\theta_0^{1,Cooperative}$	$\theta_0^{2,Cooperative}$	$\theta_0^{Cooperative}$	$\gamma_0^1 (= \theta_0^{1*})$	θ_0^{2*}	$\theta_0^{1*} \cdot \theta_0^{2*}$	$\theta_0^{1^0}$	$\gamma_0^2 (= \theta_0^{2^0})$	$\theta_0^{1^0} \cdot \theta_0^{2^0}$
1	0.99257	0.70447	0.69923	0.99257	0.70447	0.69923	0.92622	0.71337	0.66074
2	0.9985	0.62571	0.62477	0.9985	0.62571	0.62477	0.99086	0.62748	0.62175
3	0.69002	1	0.69002	0.69002	1	0.69002	0.69002	1	0.69002
4	0.72435	0.41999	0.30422	0.72435	0.41999	0.30422	0.49792	0.43231	0.21526
5	0.83066	0.92334	0.76698	0.83752	0.8057	0.67478	0.73759	1	0.73759
6	0.96062	0.40566	0.38968	0.96369	0.40101	0.38645	0.96062	0.40566	0.38968
7	0.67064	0.41241	0.27658	0.75208	0.35216	0.26485	0.29991	0.53784	0.1613
8	0.66302	0.41503	0.27517	0.7256	0.37803	0.2743	0.38992	0.51135	0.19939
9	1	0.22328	0.22328	1	0.22328	0.22328	0.43904	0.29196	0.12818
10	0.86154	0.54084	0.46596	0.86154	0.54084	0.46596	0.25868	0.6736	0.17425
11	0.64679	0.25344	0.16392	0.74055	0.16753	0.12407	0.47185	0.32667	0.15414
12	1	0.75958	0.75958	1	0.75958	0.75958	1	0.75958	0.75958
13	0.67198	0.30925	0.20781	0.81068	0.24306	0.19705	0.33839	0.54349	0.18391
14	0.66992	0.43086	0.28864	0.72462	0.37396	0.27098	0.30964	0.51782	0.16034
15	1	0.61383	0.61383	1	0.61383	0.61383	0.71007	0.70473	0.50041
16	0.88558	0.36152	0.32015	0.9072	0.33557	0.30443	0.59872	0.38475	0.23035
17	0.62761	0.57363	0.36001	0.72331	0.45958	0.33242	0.2507	1	0.2507
18	0.79354	0.32619	0.25884	0.79354	0.32619	0.25884	0.65507	0.37366	0.24477
19	1	0.4112	0.4112	1	0.4112	0.4112	0.97884	0.41578	0.40697
20	0.93322	0.58566	0.54655	0.93322	0.58566	0.54655	0.40728	0.90137	0.36711
21	0.7321	0.27425	0.20078	0.75052	0.26232	0.19688	0.69178	0.27951	0.19336
22	0.58952	1	0.58952	0.58952	1	0.58952	0.58952	1	0.58952
23	0.84256	0.49889	0.42034	0.85005	0.45124	0.38358	0.68119	0.55992	0.38141
24	0.42869	0.31447	0.13481	1	0.08703	0.08703	0.39866	0.33509	0.13359

Τέλος, στην περίπτωση του παιγνίου του Stackelberg ή μη συνεργατικού μοντέλου, τα αποτελέσματα στον πίνακα 6.7 επαληθεύουν τα θεωρήματα 2 και 4. Παρατηρούμε ότι ισχύει $\theta_0^{centralized} = \theta_0^{1*} \cdot \theta_0^{2*}$ για 12 ΜΛΑ (50% των εταιρειών), όπου τα θ_0^{1*} και θ_0^{2*} αντιπροσωπεύουν τις τιμές αποδοτικότητας για τα δύο στάδια όταν το πρώτο στάδιο θεωρείται καθοδηγητής. Να σημειωθεί, επίσης, ότι ισχύει $\theta_0^{centralized} = \theta_0^{1^0} \cdot \theta_0^{2^0}$ για μία μόνο ΜΛΑ, και συγκεκριμένα για τη ΜΛΑ 6, όπου τα $\theta_0^{1^0}$ και $\theta_0^{2^0}$ αντιπροσωπεύουν τις τιμές αποδοτικότητας για τα δύο στάδια όταν το δεύτερο στάδιο θεωρείται καθοδηγητής. Αυτό μπορεί να σημαίνει ότι το πρώτο στάδιο (στάδιο παραγωγής ασφαλιστρών) είναι πιο σημαντικό.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

Συμπεράσματα, Μελλοντικές Προοπτικές και Προκλήσεις

Γενικά, οι μέθοδοι μέτρησης της αποδοτικότητας εφαρμόζονται ολοένα και περισσότερο στη Δημόσια Διοίκηση διεθνώς επιδιώκοντας αρχικά την αξιολόγηση της δομής και της λειτουργίας των δημόσιων οργανισμών και του έργου που παράγουν, και στη συνέχεια τον προσδιορισμό των κατάλληλων παρεμβάσεων για την ενίσχυση της αποδοτικότητας και την επίτευξη αποτελεσματικότητας. Τα πλεονεκτήματα που απορρέουν από τη χρήση των μεθόδων αυτών (π.χ. οικονομικότερη λειτουργία, ενίσχυση της ικανοποίησης πολιτών και εργαζομένων, διαφάνεια) για τους οργανισμούς που τις χρησιμοποιούν προϋποθέτουν, όμως, την παρουσία κατάλληλα καταρτισμένου ανθρώπινου δυναμικού με εμπειρία στη διαχείριση αντίστοιχων μεθόδων, την προσήλωση των προϊσταμένων των διοικητικών μονάδων και της πολιτικής ηγεσίας στην εφαρμογή των μεθόδων αποδοτικότητας και την αποφασιστικότητα των εργαζομένων να συμμετάσχουν στη διαδικασία αξιολόγησης και αναδιοργάνωσης. Σε περίπτωση που μία εκ των παραπάνω προϋποθέσεων δεν ικανοποιείται, οι μέθοδοι μέτρησης της αποδοτικότητας δεν είναι δυνατό να καταλήξουν σε θετικό αποτέλεσμα και μάλιστα ενδέχεται να επιδεινώσουν την παραγωγικότητα των υπό αξιολόγηση διοικητικών μονάδων.

Στην εργασία των Kao και Hwang (2008), προτάθηκε ένα μοντέλο για το συνδυασμό των σταδίων σε μια διαδικασία δύο σταδίων για να καταλήξουμε σε μια μέτρηση της συνολικής αποδοτικότητας, χρησιμοποιώντας το γινόμενο των αποδοτικότητων των δύο σταδίων. Η εργασία των Chen, Cook, Li και Zhu (2009) υιοθετεί μια εναλλακτική άποψη ανάλυσης αποδοτικότητας ΠΑΔ δύο σταδίων. Αυτοί πρότειναν να οριστεί ως συνολική τιμή αποδοτικότητας για μια ΜΛΑ ένα σταθμισμένο άθροισμα των αποδοτικότητων για τα επιμέρους στάδια, σε αντίθεση με τη χρήση ενός απλού γινομένου των εν λόγω αποδοτικότητων. Η προτεινόμενη μεθοδολογία μπορεί να εφαρμοστεί τόσο στην περίπτωση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS) όσο και στην περίπτωση κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (VRS). Αυτή η προσέγγιση μπορεί να έχει κάποιο επιπλέον ενδιαφέρον δεδομένου ότι ασχολείται με την ενδεχόμενη ανάγκη διαχείρισης των ξεχωριστών σταδίων κατά τρόπο που να αναγνωρίζει τα «μεγέθη» των σταδίων. Δηλαδή, αντί να χρησιμοποιείται ένας απλός αριθμητικός μέσος (ο οποίος θα ήταν η προσθετική αναλογία του μοντέλου των Kao και Hwang (2008)) για το συνδυασμό των σταδίων, σταθμίζονται οι δύο αποδοτικότητες κατά τρόπο που να λαμβάνονται υπόψη οι διαφορές μεγέθους.

Από τη φύση της ανάλυσης αποδοτικότητας των Kao και Hwang (2008), το μοντέλο τους παρέχει πληροφορίες σχετικά με το πόσο περισσότερες εκροές μπορεί να παράγει κάθε ΜΛΑ στο τελικό στάδιο δεδομένων των υπαρχουσών εισροών του αρχικού σταδίου, ή κατά πόσο η κάθε ΜΛΑ θα μπορούσε να μειώσει τη χρήση των εισροών του αρχικού σταδίου εξακολουθώντας να παράγει τις ίδιες εκροές τελικού

σταδίου. Η προσθετική προσέγγιση των Chen, Cook, Li και Zhu (2009) παρέχει μια διαφορετική άποψη, δηλαδή περιγράφει (στην προσανατολισμένη στις εισροές περίπτωση) το βαθμό στον οποίο το άθροισμα όλων των εισροών μπορεί να μειωθεί, παράγοντας ταυτόχρονα το ίδιο επίπεδο αθροίσματος εκροών.

Να αναφερθεί ότι, όπως και στην εργασία των Kao και Hwang (2008), η προσέγγιση των Chen, Cook, Li και Zhu (2009) μπορεί να επεκταθεί σε γενικά σειριακά συστήματα με περισσότερα από δύο στάδια.

Να σημειωθεί, επίσης, ότι τα w_1 και w_2 , όπως ορίζονται στην εργασία των Chen, Cook, Li και Zhu (2009), είναι μεταβλητές που σχετίζονται με τις εισροές και τις ενδιάμεσες μετρήσεις. Βάσει της διαδικασίας βελτιστοποίησης, μπορεί να αποδειχθεί είτε $w_1 = 1$ και $w_2 = 0$ ή $w_1 = 0$ και $w_2 = 1$ στη βέλτιστη κατάσταση. Για να ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα, μπορούμε να θεωρήσουμε $w_1 \geq \alpha$ και $w_2 \geq \alpha$ στο μοντέλο (3.7), όπου α είναι μια επιλεγμένη σταθερά και $0\% < \alpha \leq 50\%$. Οι εν λόγω προσθετικοί περιορισμοί μπορούν, επίσης, να θεωρηθούν ως προτιμήσεις του χρήστη όσον αφορά τη σχετική σημασία των δύο σταδίων. Αν τέτοιοι προσθετικοί περιορισμοί θεωρούνται απαραίτητοι, μπορεί να μελετηθεί στο μέλλον η ευαισθησία των συνολικών τιμών αποδοτικότητας σε σχέση με τις αλλαγές της παραμέτρου α .

Η εργασία των Chen, Cook και Zhu (2010) αναπτύσσει μοντέλα για τον προσδιορισμό των σημείων συνόρου αποδοτικότητας (προβολές) για τις μη αποδοτικές ΜΛΑ στα πλαίσια του μοντέλου ΠΑΔ σε διαδικασίες δύο σταδίων. Η μελέτη τους βασίζεται στην υπόθεση κλίμακας σταθερών αποδόσεων (Constant Returns to Scale - CRS). Οι Chen, Cook, Li και Zhu (2009) ανέπτυξαν, όπως έχει ήδη αναφερθεί, ένα μοντέλο ΠΑΔ δύο σταδίων υπό την προϋπόθεση κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (Variable Returns to Scale - VRS), όπου η συνολική απόδοση εκφράζεται ως το (σταθμισμένο) άθροισμα των αποδόσεων των επιμέρους σταδίων. Παρόλο που οι συνολικές τιμές αποδοτικότητας σε κλίμακα μεταβλητών αποδόσεων (VRS), όπως επίσης και οι τιμές αποδοτικότητας για τα επιμέρους στάδια, μπορούν να υπολογιστούν χρησιμοποιώντας τη μελέτη των Chen, Cook, Li και Zhu (2009), η προσαρμογή των εισροών ή εκροών σύμφωνα με τις τιμές αποδοτικότητας δεν αρκεί για να προσδιορισθούν οι προβολές συνόρου σε κλίμακα μεταβλητών αποδόσεων (VRS). Επειδή οι Chen, Cook, Li και Zhu (2009) επικεντρώνονται στην προσθετική ανάλυση της αποδοτικότητας, η πρόσφατα ανεπτυγμένη προσέγγιση των Chen, Cook και Zhu (2010) δε μπορεί να εφαρμοστεί (άμεσα). Απαιτείται περαιτέρω μελέτη για την ανάπτυξη μοντέλων με σκοπό τον προσδιορισμό των σημείων του συνόρου ΠΑΔ των μη αποδοτικών ΜΛΑ στην περίπτωση κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (VRS).

Το μοντέλο που παρουσιάστηκε από τους Chen, Cook και Zhu (2010) έχει σημαντικές εφαρμογές σε τομείς, όπως η διαχείριση της αλυσίδας εφοδιασμού. Με την ανάγκη για καλύτερη κατανόηση των αλυσίδων εφοδιασμού και για αξιολόγηση της απόδοσης των μελών της αλυσίδας εφοδιασμού, εργαλεία όπως αυτά που παρουσιάζονται στην εν λόγω εργασία μπορούν να παρέχουν νέες ιδέες. Το μοντέλο αυτό έχει το πλεονέκτημα ότι προσφέρει μια σαφή ένδειξη για το πού υπάρχουν προτερήματα και αδυναμίες σε αυτές τις καταστάσεις πολλαπλών σταδίων.

Στο τραπεζικό περιβάλλον, υπάρχει, επίσης, ανάγκη για εργαλεία που επιτρέπουν σε κάποιον να αποκαλύψει ανεπάρκειες σε διάφορα μέρη της επιχείρησης. Πολλές από τις δραστηριότητες της τράπεζας έχουν τη μορφή διαδικασιών δύο σταδίων. Οι καταθέσεις πελατών μπορούν να θεωρηθούν ως εκροές όσον αφορά την υπηρεσία που παρέχεται από το προσωπικό του υποκαταστήματος, αλλά την ίδια στιγμή οι καταθέσεις είναι επίσης εισροές για τον καταναλωτή και το μέρος επιχειρησιακού δανείου της λειτουργίας της τράπεζας.

Για την αντιμετώπιση των πολλών πρακτικών προβλημάτων που ανακύπτουν σε καταστάσεις όπως αυτές, προτείνεται να γίνει περισσότερη δουλειά σε διαδικασίες πολλαπλών σταδίων για την ενίσχυση της χρησιμότητας εργαλείων όπως αυτά που παρουσιάστηκαν στην εργασία των Chen, Cook και Zhu (2010).

Η εργασία των Cook, Liang και Zhu (2010) επιχειρεί να ρίξει φως στην πιο σχετική βιβλιογραφία όσον αφορά την αξιολόγηση των διαδικασιών δύο σταδίων. Τέτοιες διαδικασίες είναι σημαντικές σε πολλές πτυχές του πραγματικού κόσμου, όπως για παράδειγμα στις αλυσίδες εφοδιασμού. Η επίτευξη αποδοτικότητας της αλυσίδας εφοδιασμού και ο προσδιορισμός του βαθμού στον οποίο μεμονωμένα οι εμπλεκόμενοι στην αλυσίδα συμβάλλουν στη συνολική αποδοτικότητα είναι πλέον ένα ζήτημα ζωτικής σημασίας στον τομέα Διοικητικών Λειτουργιών. Για το λόγο αυτό, η μελέτη αυτή θεωρείται ότι είναι κατάλληλη και έγκαιρη.

Η έμφαση στη συγκεκριμένη εργασία δίνεται σε εκείνα τα μοντέλα που μπορούν να οδηγήσουν σε ανάλυση της συνολικής αποδοτικότητας όλης της διαδικασίας. Οι Cook, Liang και Zhu (2010) έδειξαν ότι πολλές από τις υπάρχουσες προσεγγίσεις, η δικτυακή ΠΑΔ, η μελέτη των Kao και Hwang (2008), των Liang, Yang, Cook και Zhu (2006) και των Liang, Cook και Zhu (2008) είναι όλες συγκεντρωτικά ή συνεργατικά μοντέλα. Το μοντέλο του Stackelberg ή του καθοδηγητή-ακόλουθου (leader-follower) των Liang, Cook και Zhu (2008) παρέχει μια χρήσιμη εναλλακτική προσέγγιση.

Επισημαίνουμε ότι για τα συστήματα που αποτελούνται από ένα σύνολο διαδικασιών που συνδέονται παράλληλα, ο Kao (2009) ανέπτυξε ένα μοντέλο ΠΑΔ για να αναλύσει τις χαλαρές μεταβλητές μη αποδοτικότητας (inefficiency slack) του συστήματος στο άθροισμα των επιμέρους διαδικασιών. Επιπλέον, ο Kao (2009) παρείχε μια μαθηματική σχέση μεταξύ της αποδοτικότητας του συστήματος και των αποδοτικότητων της διαδικασίας στο πλαίσιο της δικτυακής ΠΑΔ. Μια εναλλακτική λύση για αυτές τις προσεγγίσεις είναι η εφαρμογή της ιδέας του παιγνίου του Stackelberg, όπως φαίνεται στην εργασία των Liang, Cook και Zhu (2008).

Ενώ η εργασία των Cook, Liang και Zhu (2010) εστιάζει στη γεωμετρική ανάλυση της συνολικής αποδοτικότητας, οι Chen, Liang και Zhu (2009) καθώς επίσης και οι Chen, Cook, Li και Zhu (2009) ανέπτυξαν μια προσέγγιση για προσθετική ανάλυση της αποδοτικότητας, όπως έχει ήδη αναφερθεί. Σε αντίθεση με το μη γραμμικό μοντέλο των Liang, Yang, Cook και Zhu (2006), το μοντέλο των Cook, Liang και Zhu (2010) δεν είναι μόνο γραμμικό, αλλά μπορεί επίσης να εφαρμοστεί σε καταστάσεις κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (VRS). Να σημειωθεί ότι, λόγω των επιπλέον ελεύθερων μεταβλητών στο μοντέλο VRS ΠΑΔ, η χρήση του γινομένου των τιμών αποδοτικότητας των δύο επιμέρους σταδίων θα καταστήσει το προκύπτον μοντέλο ΠΑΔ εξαιρετικά μη

γραμμικό. Ως εκ τούτου, φαίνεται ότι η ανάλυση αποδοτικότητας σε μια προσθετική μορφή είναι ένας λογικός και υπολογιστικά βολικός τρόπος για τη μέτρηση των αποδόσεων των διαδικασιών δύο σταδίων στην περίπτωση κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (VRS). Η πρόκληση εδώ είναι το πώς θα εφαρμοστεί αυτή η τεχνική μοντελοποίησης στις ΜΛΑ με δομές διαφορετικές από αυτές των διαδικασιών δύο σταδίων. Μέχρι στιγμής, με εξαίρεση τη μελέτη του Ankiran (2009), οι υπάρχουσες προσεγγίσεις για άλλες δομές ΜΛΑ, π.χ. η προσέγγιση δικτυακής ΠΑΔ και η προσέγγιση των Castelli, Pesenti και Ukonich (2004), αναπτύχθηκαν όλες με την παραδοχή της κλίμακας σταθερών αποδόσεων (CRS).

Οι Cook και Hababou (2001) και οι Cook, Hababou και Tuenter (2000) εξέτασαν το θέμα των κοινών πόρων των εισροών. Αν και το σενάριο τους δεν έχει τη δομή δύο σταδίων, μπορεί να υπάρξουν κοινές εισροές σε ορισμένες διαδικασίες δύο σταδίων. Για παράδειγμα, οι Chen, Liang, Yang και Zhu (2006) μελέτησαν την επίδραση των επενδύσεων της πληροφοριακής τεχνολογίας στην απόδοση των επιχειρήσεων και στην εσωτερική ανακατανομή των πόρων της επιχείρησης μέσω μιας διαδικασίας δύο σταδίων. Στη μελέτη αυτή, οι εισροές του πρώτου σταδίου χρησιμοποιούνται και από το δεύτερο στάδιο. Με άλλα λόγια, εκτός από τις ενδιάμεσες μετρήσεις ως εισροές, το δεύτερο στάδιο χρησιμοποιεί μερικές από τις εισροές του πρώτου σταδίου. Εδώ, το θέμα είναι η διαμόρφωση των μη συνεργατικών και συγκεντρωτικών μοντέλων των Liang Cook και Zhu (2008) για να καταστεί δυνατή η κοινή χρήση εισροών (ή ακόμα και εκροών) σε διαδικασίες δύο σταδίων.

Σε μια διαδικασία δύο σταδίων, μερικές εκροές από το δεύτερο στάδιο μπορεί να διοχετεύονται ξανά στο πρώτο στάδιο. Δηλαδή, μπορεί να προκύψει ένα σύστημα βρόχου. Οι νέες εκροές μπορεί να χρησιμοποιούνται κι αυτές, στη συνέχεια, ως εισροές για το πρώτο στάδιο. Στο κλασικό (standard) μοντέλο ΠΑΔ, εάν υπάρχει κάποια μέτρηση η οποία αντιμετωπίζεται τόσο ως εισροή όσο και ως εκροή, τότε παίρνουμε μια τιμή αποδοτικότητας για κάθε μία από όλες τις ΜΛΑ. Ως εκ τούτου, απαιτούνται νέες τεχνικές μοντελοποίησης για τη μέτρηση της απόδοσης μιας διαδικασίας βρόχου δύο σταδίων.

Εκτός από τα παραπάνω προβλήματα που προκύπτουν από τις διαδικασίες δύο σταδίων, υπάρχει περίπτωση, όπως προαναφέρθηκε, καμία από τις ΜΛΑ να μην αποδειχθεί αποτελεσματική. Αν και οι Chen, Cook και Zhu (2010) αντιμετωπίζουν το θέμα αυτό, ωστόσο απαιτείται περαιτέρω έρευνα.

Οι προτάσεις για περαιτέρω έρευνα που διατυπώθηκαν δίνουν κίνητρο στο μελλοντικό ερευνητή να μελετήσει την ΠΑΔ δύο σταδίων με άλλο τρόπο, ενώ η παρούσα εργασία τον εφοδιάζει με όλα τα απαραίτητα επιστημονικά εργαλεία για να το πετύχει.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Chen Y., Cook W.D., Li N., Zhu J., "Additive efficiency decomposition in two stage DEA", *European Journal of Operational Research*, Volume 196 (2009), Pages 1170-1176.
2. Chen Y., Cook W.D., Zhu J., "Deriving the DEA frontier for two-stage processes", *European Journal of Operational Research*, Volume 202 (2010), Pages 138-142.
3. Cook W.D., Liang L., Zhu J., "Measuring performance of two-stage network structures by DEA: A review and future perspective", *Omega*, Volume 38 (2010), Pages 423-430.
4. Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E., "Measuring the efficiency of decision making units" *European Journal of Operational Research*, Volume 2 (1978), Pages 429-444.
5. Banker R.D., Charnes A., Cooper W.W., "Some models for the estimation of technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis", *Management Science*, Volume 30 (1984), Pages 1078-1092.
6. Kao C., Hwang S.N., "Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan", *European Journal of Operational Research* Volume 185 (1) (2008), Pages 418-429.
7. Chen Y., Zhu J., "Measuring information technology's indirect impact on firm performance", *Information Technology & Management Journal*, Volume 5 (1-2) (2004), Pages 9-22.
8. Seiford L.M., Zhu J., "Profitability and marketability of the top 55 US commercial banks", *Management Science*, Volume 45 (9) (1999), Pages 1270-1288.
9. Färe R., Whittaker G., "An intermediate input model of dairy production using complex survey data", *Journal of Agricultural Economics*, Volume 46 (2) (1995), Pages 201-213.
10. Färe R., Grosskopf S., "Productivity and intermediate products: A frontier approach", *Economics Letters*, Volume 50 (1996), Pages 65-70.
11. Ruggiero J., "Non-discretionary inputs in data envelopment analysis" *European Journal of Operational Research*, Volume 111 (3) (1998), Pages 461-469.
12. Charnes A., Cooper W.W., "Programming with linear fractional functionals" *Naval Research Logistics Quarterly*, Volume 9 (1962), Pages 181-185.

13. Zhu J., "Multi-factor performance measure model with an application to Fortune 500 companies", *European Journal of Operational Research*, Volume 123(1) (2000), Pages 105–124.
14. Sexton T.R., Lewis H.F., "Two-stage DEA: An application to major league baseball", *Journal of Productivity Analysis*, Volume 19 (2-3) (2003), Pages 227–249.
15. Färe R., Grosskopf S., "Network DEA. *Socio-Economic Planning Sciences*" Volume 34 (2000), Pages 35–49.
16. Sexton T.R., Lewis H.F., "Two-stage DEA: An application to major league baseball. *Journal of Productivity Analysis*", Volume 19 (2-3) (2003), Pages 227–249.
17. Pendharkar P.C., Khosrowpour M., Rodger J.A., "Application of Bayesian network classifiers and data envelopment analysis for mining breast cancer patterns", *Journal of Computer Information Systems*, Volume 4 (2000), Pages 127–132.
18. Pendharkar P.C., Rodger J.A., "The relationship between software development team size and software development cost" *Communications of the ACM*, Volume 52 (2) (2009), Pages 1–4.
19. Chilingirian J., Sherman H.D., "Health care applications: From hospitals to physician, from productive efficiency to quality frontiers, *Handbook on Data Envelopment Analysis*, Volume 164 (2004), Pages 445-493.
20. Castelli L., Pesenti R., Ukovich W., "A classification of DEA models when the internal structure of the Decision Making Units is considered", *Annals of Operations Research*, Volume 173 (2010), Pages 207-235.
21. Tone K, Tsutsui M., "Network DEA: A slacks-based measure approach", *European Journal of Operational Research*, Volume 197(1) (2009), Pages 243–252.
22. Tone K., Tsutsui M., "Dynamic DEA: A slacks-based measure approach", *OMEGA*, Volume 38 (3-4) (2010), Pages 145–156.
23. Chen C.M., "A network-DEA model with new efficiency measures to incorporate the dynamic effect in production networks", *European Journal of Operational Research*, Volume 194 (3) (2009), Pages 687–699.
24. Chen Y., Liang L., Yang F., Zhu J., "Evaluation of information technology investment: A data envelopment analysis approach" *Computers & Operations Research*, Volume 33 (5) (2006), Pages 1368–1379.

25. Avkiran N.K., "Opening the black box of efficiency analysis: An illustration with UAE banks", *Omega*, Volume 37 (2009), Pages 930–941.
26. Yu M.M., Lin E.T.J., "Efficiency and effectiveness in railway performance using a multi-activity network DEA model", *Omega*, Volume 36 (2008), Pages 1005–1017.
27. Liang L., Cook W.D., Zhu J., "DEA models for two-stage processes: Game approach and efficiency decomposition" *Naval Research Logistics*, Volume 55 (2008), Pages 643–653.
28. Castelli L., Pesenti R., Ukovich W., "DEA-like models for the efficiency evaluation of hierarchically structured units", *European Journal of Operational Research*, Volume 154 (2) (2004), Pages 465–476.
29. Fukuyama H., Weber W.L., "A Slacks-based Inefficiency Measure for a Two-stage System with Bad Outputs", *OMEGA*, Volume 38 (5) (2010), Pages 398-409.
30. Liang L., Yang F., Cook W.D., Zhu J., "DEA models for supply chain efficiency evaluation", *Annals of Operations Research* Volume 145 (1) (2006), Pages 35–49.
31. Hwang Z.M., Li S.X., "Co-Op Advertising Models in a Manufacturing-Retailing Supply Chain: A Game Theory Approach", *European Journal of Operational Research*, Volume 135 (2001), Pages 527–544.
32. Chen Y., Liang L., Zhu J., "Equivalence in Two-Stage DEA Approaches", *European Journal of Operational Research*, Volume 193 (2) (2009), Pages 600–604.
33. Lindebo E., Hoff A., Vestergaard N., "Revenue-based capacity utilization measures and decomposition: The case of Danish North Sea trawlers", *European Journal of Operational Research*, Volume 180 (1) (2007), Pages 215–227.
34. Kao C., "Efficiency measurement for parallel production systems", *European Journal of Operational Research*, Volume 196 (3) (2009), Pages 1107–1112.
35. Kao C., "Efficiency decomposition in network DEA: A relational model", *European Journal of Operational Research*, Volume 192 (2009), Pages 949–962.
36. Cook W.D., Hababou M., "Sales Performance Measurement in Bank Branches", *OMEGA*, Volume 29 (2001), Pages 299–307.
37. Cook W.D., Hababou M., Tuenter H., "Multicomponent Efficiency Measurement and Shared Inputs in Data Envelopment Analysis: An Application to Sales and Service Performance in Bank Branches", *Journal of Productivity Analysis*, Volume 14 (3) (2000), Pages 209–224.