

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΗΣ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ : ΨΗΦΙΑΚΕΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μελέτη εκτίμησης καναλιού συστημάτων OFDM

σε ασύρματα κανάλια

Ιωάννης Κ. Βούρος

ΠΕΙΡΑΙΑΣ 2011

Περίληψη

Η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία πραγματεύεται το πρόβλημα της εκτίμησης καναλιού στα συστήματα orthogonal frequency division multiplexing (OFDM). Η διαδικασία αυτή συγκεντρώνει έντονο ερευνητικό ενδιαφέρον καθώς συνδέεται με την επίδοση των ασύρματων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων. Η άγνωστη συνάρτηση μεταφοράς του καναλιού στα ασύρματα συστήματα μετάδοσης καθιστά απαραίτητη την εκτίμηση του καναλιού πριν από τη διαδικασία ανίχνευσης το σήματος μετάδοσης.

Στην εργασία αυτή, αρχικά, περιγράφονται τα βασικά χαρακτηριστικά του σήματος μετάδοσης με OFDM. Ως σημαντικότερα πλεονεκτήματα του OFDM δίνονται η μέγιστη φασματική απόδοση λόγω της αλληλοεπικάλυψης ορθογωνίων φερόντων που χρησιμοποιεί αλλά και η αποφυγή της διασυμβολικής παρεμβολής λόγω πολυδιαδομικής μετάδοσης με τη χρήση του κυκλικού προθέματος, αλλά και η χρήση του IFFT για την εύκολη υλοποίησή του. Στη συνέχεια, στο κεφάλαιο 3, παρουσιάζουμε τις εξισώσεις που δίνουν την εκτίμηση του καναλιού με το κριτήριο ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος και στο κεφάλαιο 4 με τη μέθοδο ελαχίστου τετραγωνικού σφάλματος. Τέλος, στο κεφάλαιο 5, υλοποιούμε τους δύο αλγόριθμους σε ένα περιβάλλον πολυδιαδρομικής μετάδοσης με διάλεια Rayleigh και συγκρίνουμε την επίδοσή τους με κριτήριο το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της κάθε μεθόδου.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Περίληψη.....	2
1 Συστήματα μετάδοσης OFDM	5
1.1 Εισαγωγή.....	5
1.2 Βασικές Αρχές του Frequency Division Multi Carrier συστήματος μετάδοσης.....	6
1.3 Ιστορία της OFDM μετάδοσης	7
1.4 Βασικές αρχές OFDM σήματος	11
1.4.1 OFDM Σήμα.....	11
1.4.2 Σύγκριση OFDM με FDM	14
1.4.3 Παραγωγή των φερουσών με τη χρήση του IFFT.....	16
1.4.4 Χρόνος φύλαξης (guard time) και κυκλικό πρόθεμα (cyclic prefix).....	21
Εισαγωγή κυκλικού προθέματος	25
2 Το κριτήριο ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MMSE)	28
2.1 Γενικά για το κριτήριο ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος..	28
2.2 Το πρόβλημα της εκτίμησης καναλιού	30
2.2.1 Εισαγωγή	30
2.2.2 Κανάλια εξασθένισης Rayleigh.....	31
2.3 Παραμετρική μέθοδος εκτίμησης καναλιού	34
2.3.1 Μοντέλο συστήματος μετάδοσης	34
2.3.2 Μέθοδος εκτίμησης.....	37
2.3.3 Μοντέλο οδηγών	38
2.3.4 Εκτιμητής καναλιού ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος	41
3 Εκτίμηση Ελαχίστων Τετραγώνων (LSE).....	44
3.1 Εκτίμηση καναλιού με τη χρήση LSE	46
4 Προσομοίωση κώδικα OFDM με υλοποιημένες τεχνικές LSE και MMSE	50
5 Επίλογος	66
Βιβλιογραφία	67

Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερος τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Ευθύμογλου Γεώργιο για την ουσιαστική βοήθεια που μου προσέφερε με την άψογη συνεργασία, τις πολύτιμες συμβουλές και την καθοδήγησή του σε όλη τη διάρκεια της εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας. Επίσης θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στην οικογένεια μου, που όλα αυτά τα χρόνια μου συμπαραστέκονται ηθικά και οικονομικά και διαμορφώνουν γύρω μου ένα άνετο περιβάλλον, μέσα στο οποίο μπορώ να εργαστώ και να επεκτείνω τις γνώσεις μου.

1 Συστήματα μετάδοσης OFDM

1.1 Εισαγωγή

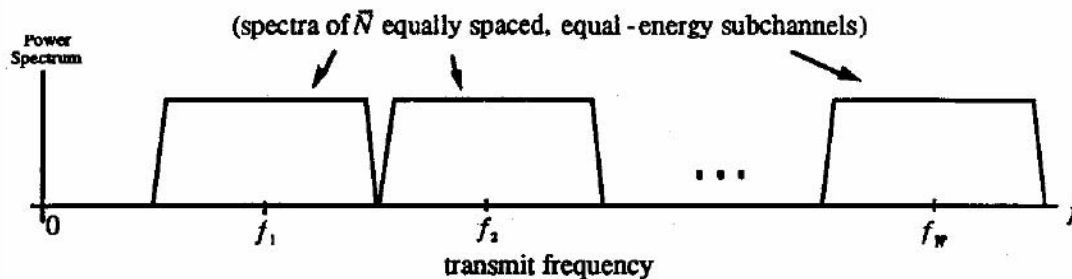
Η ιδέα του διαχωρισμού του εύρους ζώνης ενός καναλιού σε πολλές ζώνες (Multicarrier) είναι γνωστή και διαδεδομένη με τη μορφή του Frequency Division Multiplexing. Τις τελευταίες δεκαετίες διατυπώθηκαν οι αρχές μιας τεχνολογίας μετάδοσης πολλαπλών φερουσών, γνωστής σαν Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM). Ωστόσο, τα συγκριτικά πλεονεκτήματα της τεχνολογίας αυτής μόλις πρόσφατα αξιολογήθηκαν και μπόρεσαν να αξιοποιηθούν.

Το OFDM standard αναπτύχθηκε από κοινού από το European Telecommunication Standards Institute Broadband Radio Access Networks (ETSI BRAN) και από το Multimedia Mobile Access Communications (MMAC). Σήμερα, αποτελεί το παγκόσμιο standard για τη μπάντα των 5 GHz.

Στη συνέχεια θα γίνει μια εκτεταμένη αναφορά στις βασικές αρχές της OFDM μετάδοσης, στα κυριότερα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματά της, ενώ θα εξεταστεί αναλυτικά ο τρόπος επιλογής των παραμέτρων που απαιτούνται για το σχεδιασμό OFDM συστημάτων. Τέλος, περιγράφονται μερικές από τις κυριότερες εφαρμογές των OFDM συστημάτων μετάδοσης στη σημερινή εποχή.

1.2 Βασικές Αρχές του Frequency Division Multi Carrier συστήματος μετάδοσης

Η διαμόρφωση πολλαπλών φερουσών (Multi-carrier) υπερθέτει αρκετές διαμορφωμένες κυματομορφές μονής φέρουσας για την αναπαράσταση μιας σειράς bits δεδομένων. Το φάσμα της ισχύος μιας τέτοιας διαμόρφωσης παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα (1.1): Φάσμα ισχύος FDM συστήματος με ισαπέχουσες φέρουσες συχνότητες

Το προς μετάδοση σήμα είναι το άθροισμα των N ανεξάρτητων υπό - καναλιών ίσου εύρους με κεντρική συχνότητα f_i για $i = 1, \dots, N$. Καθένα από αυτά τα υπό - κανάλια μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα Quadrature Amplitude Modulated (QAM) σήμα. Στη διαμόρφωση πολλαπλών φερουσών, σε αντίθεση με τη συμβατική Frequency Division Multiplexing, ο αριθμός των bits εισόδου τα οποία κωδικοποιούνται σε κάθε τόνο μπορεί να είναι διαφορετικός. Η ανάθεση των bits σε κάθε τόνο γίνεται από τον διαμορφωτή πολλαπλών καναλιών με στόχο τη μεγιστοποίηση της απόδοσης. Έτσι, τα υπό - κανάλια τα οποία υφίστανται μικρή εξασθένιση και είναι λιγότερο επιρρεπή στο θόρυβο θα μεταφέρουν περισσότερα bits πληροφορίας. Τα ζωνοπερατά κανάλια επικοινωνίας, όπως τα κανάλια τοπικού βρόχου, παρουσιάζουν μεγάλη διακύμανση στην ενίσχυση και τη μετατόπιση φάσης μεταβαλλόμενης της συχνότητας. Σε τέτοια κανάλια η διαμόρφωση πολλαπλών φερουσών είναι βέλτιστη όταν το N είναι μεγάλο.

Παρόλα αυτά, οι περισσότερες αρχικές προσπάθειες υλοποίησης της εν λόγω

διαμόρφωσης δεν απέδωσαν τα αναμενόμενα, εξ αιτίας της δυσκολίας στη διατήρηση ίσων διαστημάτων μεταξύ των υπό - καναλιών. Οι πιο πρόσφατες προσπάθειες στέφθηκαν με επιτυχία εξαιτίας δύο κυρίως παραγόντων:

- Την πρόοδο των Επεξεργαστών Ψηφιακού Σήματος (Digital Signal Processors), οι οποίοι μπορούν με ακρίβεια να συνθέσουν το άθροισμα των διαμορφωμένων κυματομορφών και
- Την εισαγωγή του Fast Fourier Transform, ο οποίος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον αποδοτικό υπολογισμό του αθροίσματος για μεγάλο N

Βέβαια σε όλες τις περιπτώσεις, προκειμένου να εκμεταλλευτούμε την πολύ χαμηλή υπολογιστική πολυπλοκότητα του FFT, χρησιμοποιούμε N σαν δύναμη του 2. Η τιμή του N που απαιτείται προκειμένου να πετύχουμε μέγιστη απόδοση εξαρτάται από το πόσο απότομες είναι οι μεταβολές της συνάρτησης μεταφοράς του καναλιού σε σχέση με τη συχνότητα.

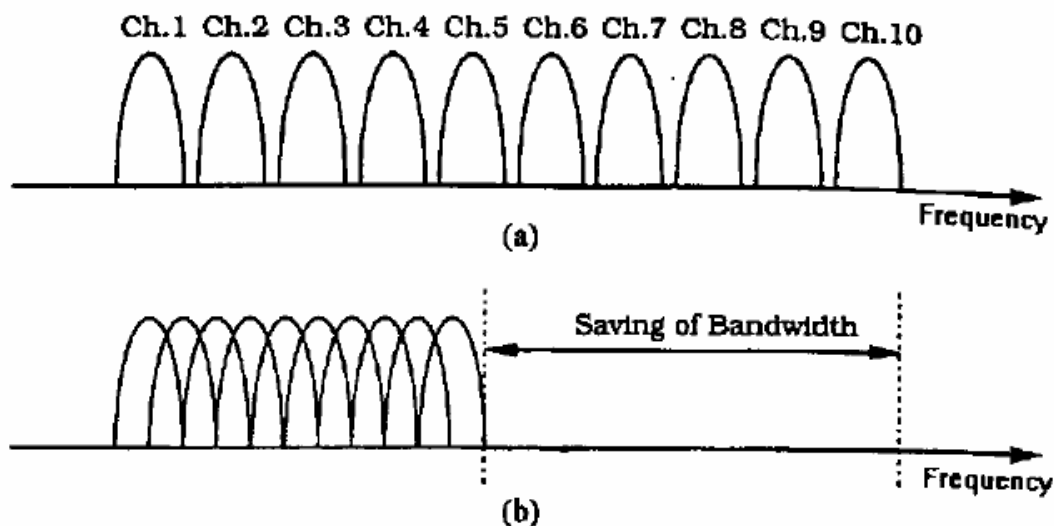
1.3 Ιστορία της OFDM μετάδοσης

Είναι άξιο αναφοράς ότι η OFDM μετάδοση μπορεί να εξεταστεί τόσο σαν τεχνική διαμόρφωσης, όσο και σαν τεχνική πολύπλεξης. Πρόκειται για μια ειδική περίπτωση multi-carrier μετάδοσης, όπου η συνολική ροή δεδομένων μεταδίδεται μέσω ενός αριθμού υποκαναλιών, όπου το κάθε ένα έχει χαμηλότερο ρυθμό μετάδοσης. Ένας λοιπόν από τους βασικότερους λόγους χρήσης της OFDM διαμόρφωσης είναι ο αποδοτικός τρόπος που διαχειρίζεται τη διάδοση μέσω πολλών μονοπατιών. Επιπλέον, αυξάνει την ανθεκτικότητα απέναντι σε φαινόμενα εξασθένησης επιλεκτικής συχνότητας, καθώς και σε φαινόμενα παρεμβολής μεταξύ γειτονικών υποκαναλιών μετάδοσης.

Σε ένα σύστημα με ένα φορέα μετάδοσης, μια απλή εξασθένηση ή μια παρεμβολή, μπορεί να οδηγήσει σε αποτυχία ολόκληρου του δικτύου μετάδοσης. Αντίθετα, σε ένα σύστημα με πολλούς φορείς, θα επηρεαστεί μόνο ένα μικρό

ποσοστό των φορέων μετάδοσης. Σε ένα κλασικό παράλληλο σύστημα, το εύρος της συχνότητας του σήματος διαιρείται σε N μη επικαλυπτόμενα «κομμάτια» και το κάθε κομμάτι αντιστοιχεί σε ένα υποκανάλι. Από κάθε υποκανάλι μεταδίδεται ένα ξεχωριστό σύμβολο και έπειτα τα N υποκανάλια πολυπλέκονται στο πεδίο της συχνότητας. Η επιλογή μη επικαλυπτόμενων πεδίων φάσματος, οφείλεται στο ότι προσπαθούμε να αποφύγουμε φαινόμενα παρεμβολής μεταξύ των υποκαναλιών μετάδοσης. Ωστόσο, η τεχνική αυτή οδηγεί σε μη αποδοτική χρήση του διαθέσιμου φάσματος. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού, προτάθηκαν συστήματα που συνδυάζουν την παράλληλη ροή δεδομένων και την τεχνική Frequency Division Multiplexing (FDM) με επικαλυπτόμενα υποκανάλια μετάδοσης. Στην περίπτωση αυτή, αν b είναι ο συνολικός ρυθμός μετάδοσης του σήματος, τότε το φάσμα της συχνότητας διαιρείται σε b υποκανάλια, όπου το κάθε ένα έχει πολύ μικρότερο ρυθμό μετάδοσης. Τα δεδομένα δηλαδή που μεταδίδονταν με υψηλό ρυθμό από ένα κανάλι, θα μεταδίδονται τώρα παράλληλα από ξεχωριστά υποκανάλια με χαμηλότερους ρυθμούς μετάδοσης. Επιπλέον τα δεδομένα πολυπλέκονται με κατάλληλες τεχνικές, ώστε να επιτευχθεί αποδοτικότερη χρήση του διαθέσιμου εύρους ζώνης.

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η διαφορά μεταξύ της τεχνικής μη επικαλυπτόμενων φερουσών και της τεχνικής επικαλυπτόμενων φερουσών. Όπως μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε, χρησιμοποιώντας την τεχνική επικαλυπτόμενων φερουσών, μπορούμε να εξοικονομήσουμε μέχρι και 50 % του διαθέσιμου εύρους ζώνης.



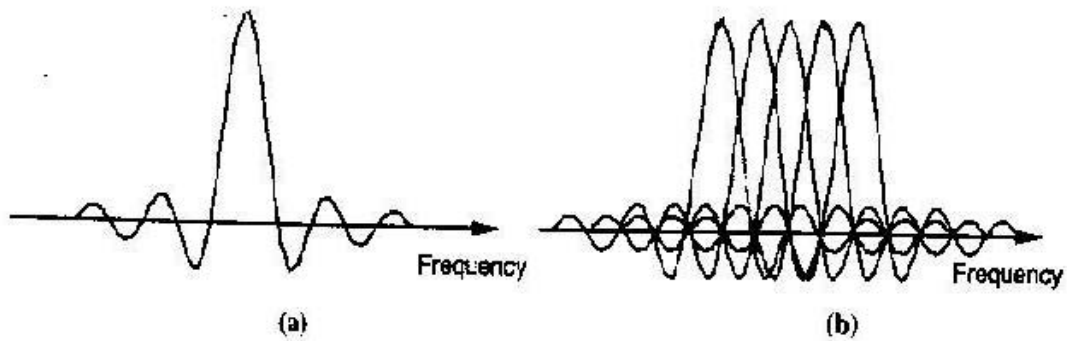
Για την πλήρη εκμετάλλευση της τεχνικής επικαλυπτόμενων φερουσών, θα πρέπει να μειωθεί η ανεπιθύμητη παρεμβολή μεταξύ των φορέων μετάδοσης, κάτι που απαιτεί την «ορθογωνιότητα» μεταξύ τους. Η λέξη «ορθογωνιότητα» υποδηλώνει ότι υπάρχει μια ακριβής μαθηματική σχέση μεταξύ των συχνοτήτων των διαφορετικών φορέων στο σύστημα.

Με την τεχνική του Frequency Division Multiplexing (FDM) οι φορείς τοποθετούνται στη σειρά με τέτοιο τρόπο ώστε ο δέκτης, με τη χρήση κατάλληλων φίλτρων και αποδιαμορφωτών, να μπορεί να διαχωρίσει τα υποκανάλια μεταξύ τους. Σε τέτοιους δέκτες ωστόσο, χρησιμοποιούνται μπάντες ελέγχου (guard bands) μεταξύ των διαφορετικών φορέων στο πεδίο της συχνότητας, κάτι που έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση της αξιοποίησης του διαθέσιμου φάσματος.

Η λύση στο παραπάνω πρόβλημα δίνεται από την τεχνική διαμόρφωσης OFDM, όπου η τοποθέτηση των φορέων γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να επικαλύπτονται οι μπάντες ελέγχου, χωρίς ωστόσο να υπάρχουν φαινόμενα ανεπιθύμητης παρεμβολής μεταξύ τους. Για να επιτευχθεί αυτό, είναι απαραίτητο οι φορείς να είναι μαθηματικά ορθογώνιοι μεταξύ τους.

Εφόσον η τεχνική διαμόρφωσης OFDM παρουσιάζει αυτά τα πλεονεκτήματα, έγινε αντικείμενο εκτεταμένης έρευνας από την δεκαετία του 70 κι έπειτα. Έτσι, σε πολλά συστήματα παράλληλης μετάδοσης, εφαρμόστηκε ο Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (DFT) σαν ένα μέρος των τεχνικών διαμόρφωσης και

αποδιαμόρφωσης. Στο παρακάτω σχήμα (1.3α) γίνεται μια φασματική απεικόνιση ενός ξεχωριστού υποκαναλιού. Στο σχήμα (1.3β) φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο πολυπλέκονται τα υποκανάλια δημιουργώντας το OFDM σήμα. Κάθε υποκανάλι έχει τον ίδιο ρυθμό μετάδοσης και καταλαμβάνει το ίδιο εύρος συχνοτήτων.



Σχήμα (1.3): Φάσμα (a) OFDM υποκαναλιού , (b) OFDM σήματος

Άξιο παρατήρησης στο σχήμα αυτό, είναι το γεγονός ότι η κεντρική συχνότητα του κάθε υποκαναλιού δεν επηρεάζεται (/παρεμβάλλεται) από άλλα υποκανάλια. Επομένως, αν χρησιμοποιήσουμε Διακριτό Μετασχηματισμό Fourier (DFT) στο δέκτη και υπολογίσουμε τις τιμές συσχέτισης με την κεντρική συχνότητα του κάθε φορέα, θα ανακτηθούν τα δεδομένα χωρίς παρεμβολές.

Στη συνέχεια αναπτύχθηκε η κατασκευή ολοκληρωμένων κυκλωμάτων ειδικού σκοπού, που εκτελούν τον Γρήγορο Μετασχηματισμό Fourier (FFT), ο οποίος είναι μια αποδοτική υλοποίηση του DFT. Πρόσφατα, η ραγδαία ανάπτυξη της τεχνολογίας των VLSI (Very Large Scale Integration), είχε σαν αποτέλεσμα να διατίθενται στο εμπόριο FFT chips μεγάλου μεγέθους και υψηλής ταχύτητας, χωρίς ιδιαίτερο οικονομικό κόστος. Με τον τρόπο αυτό, τόσο ο πομπός, όσο και ο δέκτης υλοποιούνται με χρήση FFT τεχνικών, με αποτέλεσμα τη μείωση του αριθμού των πράξεων από N^2 (με χρήση DFT), σε $N \log N$.

1.4 Βασικές αρχές OFDM σήματος

Όπως είδαμε, η βασική αρχή των OFDM συστημάτων είναι ο διαχωρισμός ενός υψηλού ρυθμού μετάδοσης δεδομένων σε ταυτόχρονη μετάδοση των δεδομένων μέσω υποκαναλιών με χαμηλότερη ροή. Για κάθε ένα από τους παράλληλους φορείς μετάδοσης αυξάνεται η διάρκεια του συμβόλου, κάτι που έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση της σχετικής ποσότητας διασποράς στο χρόνο που προκαλείται από το delay spread των πολλών μονοπατιών. Επιπλέον, με τη χρήση ενός χρόνου ελέγχου (guard time) σε κάθε OFDM σύμβολο εξαλείφεται το φαινόμενο της διασυμβολικής παρεμβολής. Μέσα στο χρόνο αυτό το OFDM σύμβολο επεκτείνεται κυκλικά για την αποφυγή παρεμβολής μεταξύ των υποκαναλιών.

Κατά το σχεδιασμό ενός OFDM συστήματος, αντικείμενο μελέτης γίνεται ένας αριθμός παραμέτρων, όπως είναι ο αριθμός των φορέων μετάδοσης, η απόσταση μεταξύ των φορέων, ο χρόνος φύλαξης, η διάρκεια του συμβόλου, η τεχνική διαμόρφωσης ανά φορέα μετάδοσης, ή ακόμα και ο τύπος του κώδικα διόρθωσης λαθών. Η επιλογή των κατάλληλων παραμέτρων επηρεάζεται από τις απαιτήσεις του συστήματος, όπως είναι το διαθέσιμο εύρος φάσματος, ο απαιτούμενος ρυθμός μετάδοσης bit, το delay spread και η συχνότητα Doppler του περιβάλλοντος διάδοσης. Για παράδειγμα, για να έχουμε μεγαλύτερη ανεκτικότητα σε delay spread, απαιτείται μεγάλος αριθμός φορέων μετάδοσης σε μικρή απόσταση μεταξύ τους. Το αντίθετο ωστόσο ισχύει, αν επιθυμούμε υψηλή ανεκτικότητα σε Doppler spread και θόρυβο. Όλα αυτά τα ζητήματα σχεδιασμού ενός OFDM συστήματος θα μας απασχολήσουν αργότερα.

1.4.1 OFDM Σήμα

Στη γενική μορφή του το OFDM σήμα μπορεί να εκφραστεί σαν ένα σύνολο από διαμορφωμένες φέρουσες που μεταδίδονται παράλληλα:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^{N-1} C_{k,n} g_k(t - nT_s) \right), \quad (1.1)$$

$$g_k(t) = \begin{cases} e^{j2\pi f_k t} & t \in [0, T_s) \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}, \quad (1.2)$$

$$f_k = f_0 + \frac{k}{T_s}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (1.3)$$

όπου $C_{k,n}$ είναι το σύμβολο που μεταδίδεται στην k -οστή υποφέρουσα κατά τη n -οστή περίοδο συμβόλου T_s , N είναι το πλήθος των υποφερουσών (φορέων μετάδοσης), f_k είναι συχνότητα της k -οστής υποφέρουσας και f_0 η χαμηλότερη συχνότητα που χρησιμοποιείται. Ορίζουμε σαν n -οστό frame το σύμβολο που μεταδίδεται στο n -οστό διάστημα σηματοδοσίας $n \cdot T_s$ και το συμβολίζουμε σαν $F_n(t)$.

Αντικαθιστώντας με $F_n(t)$ στην (1.1) τον παράγοντα που αντιστοιχεί στο n -οστό OFDM frame, η σχέση γίνεται:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n(t), \quad (1.4)$$

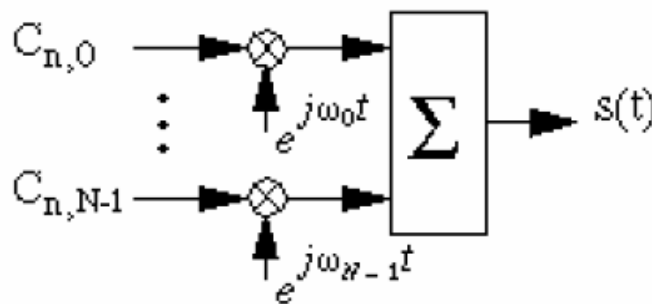
και συνεπώς το $F_n(t)$ αντιστοιχεί στο σύνολο συμβόλων $C_{k,n}$ για $k = 0, \dots, N-1$, καθένα από τα οποία αντιστοιχεί στην υποφέρουσα f_k . Η αποδιαμόρφωση βασίζεται στην καθετότητα των φερουσών $g_k(t)$, δηλαδή

$$\int_R g_k(t) g^*(t) dt = T_s \times \delta(k-1) \quad (1.5)$$

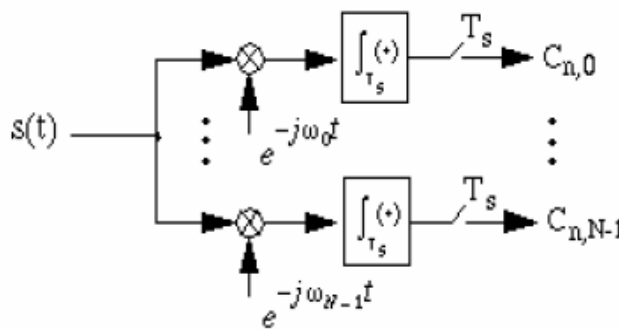
οπότε η αποδιαμόρφωση θα εκφράζεται από τη σχέση:

$$C_{k,n} = \frac{1}{T_s} \int_{nT_s}^{(n+1)T_s} s(t)g^*(t)dt \quad (1.6)$$

Τα μπλοκ διαγράμματα του διαμορφωτή και του αποδιαμορφωτή σε βασική ζώνη φαίνονται στα σχήματα που ακολουθούν.



Σχήμα (1.4): Διαμορφωτής OFDM



Σχήμα (1.5): Αποδιαμορφωτής OFDM

Παρατηρούμε ότι τόσο κατά τη διαμόρφωση, όσο και κατά την αποδιαμόρφωση απαιτείται αριθμός N από πανομοιότυπα blocks, πράγμα που καθιστά σχετικά ασύμφορη την υλοποίηση των παραπάνω διατάξεων. Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται επιτυχώς κάνοντας χρήση των ιδιοτήτων φιλτραρίσματος του Διακριτού Μετασχηματισμού Fourier (DFT). Δειγματοληπτώντας το χαμηλής συχνότητας σήμα με ρυθμό $N * 1/T_s$ το OFDM σήμα εκφράζεται ως:

$$F_n(m) = \sum_{k=0}^{N-1} C_{k,n} g_k(t - nT_s) \Big|_{t = \left(n + \frac{m}{N}\right)T_s}, m = 0, \dots, N-1, \quad (1.7)$$

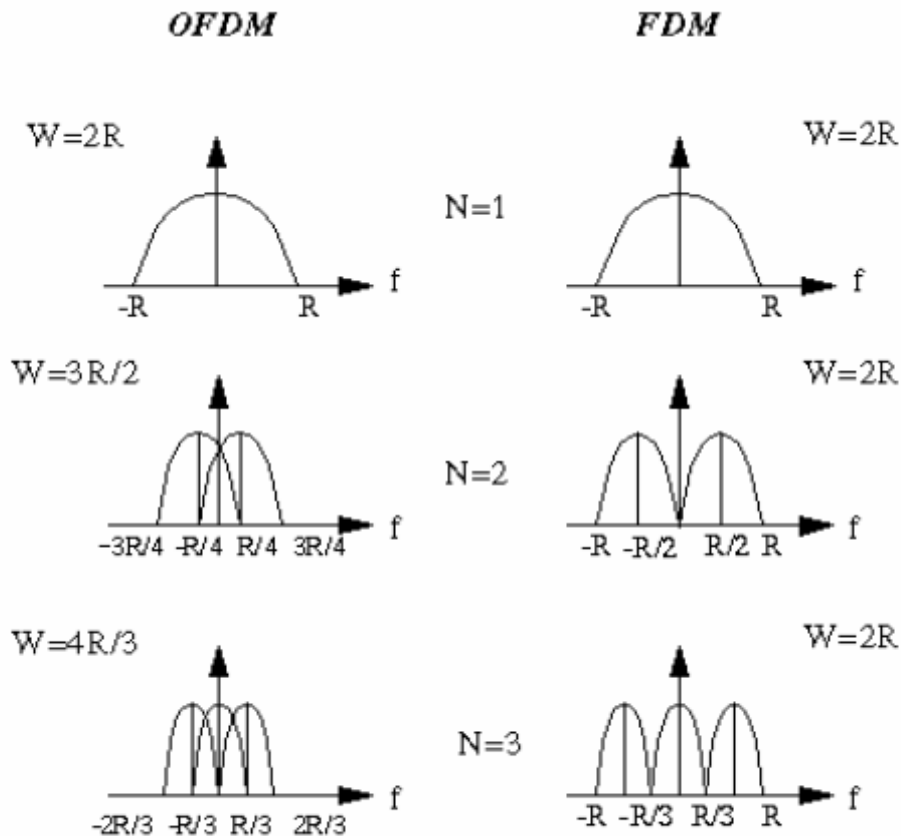
το οποίο ισοδυναμεί με:

$$F_n(m) = e^{j2\pi f_0 T_s \frac{m}{N}} \left(\sum_{k=0}^{N-1} C_{k,n} e^{j2\pi k \frac{m}{N}} \right) = N \times IDFT \{C_{k,n}\}, \quad (1.8)$$

1.4.2 Σύγκριση OFDM με FDM

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται η διαφορά μεταξύ του OFDM συστήματος με το κλασσικό FDM σύστημα. Υποθέτουμε ότι και τα δύο συστήματα φέρουν δεδομένα κωδικοποιημένα με BPSK (Binary Phase Shift Keying) σε όλες τις υποφέρουσες. Επιπλέον έστω ότι ο ρυθμός δεδομένων είναι R και ότι τα δεδομένα υφίστανται την κατάλληλη Serial to Parallel επεξεργασία.

Το παρακάτω σχήμα παρουσιάζει τα δύο φάσματα του απασχολούμενου εύρους W ως συνάρτηση του αριθμού των υποφερουσών N .



Σχήμα (1.6): Σύγκριση φάσματος OFDM και FDM

Από το σχήμα είναι προφανές ότι η διαμόρφωση OFDM απαιτεί μικρότερο εύρος για τη μετάδοση ίδιου όγκου δεδομένων αυξανόμενου του πλήθους των υποκαναλιών. Τελικά, για πολύ μεγάλες τιμές του N έχουμε:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} W = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N-1}{N} R = R = \frac{N}{T_s}, \quad (1.9)$$

Η αποδοτικότερη χρήση του διαθέσιμου bandwidth είναι δυνατή, εφόσον υπάρχει επικάλυψη των φασμάτων των υποφερουσών, η οποία αναιρείται στον αποδιαμορφωτή κάνοντας χρήση της ορθογωνιότητας των υποφερουσών. Δειγματοληπτώντας με τον τρόπο που αναφέρεται προηγουμένως, το OFDM σήμα δεν παρουσιάζει απώλεια, και το συνολικό εύρος του είναι $W = N/T_s$.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι το OFDM frame μπορεί να δημιουργηθεί χρησιμοποιώντας τον IDFT σαν συνάρτηση διαμόρφωσης στα αρχικά πακέτα δεδομένων και τα δεδομένα μπορούν να ανακτηθούν από το OFDM frame χρησιμοποιώντας DFT σαν συνάρτηση αποδιαμόρφωσης.

1.4.3 Παραγωγή των φερουσών με τη χρήση του IFFT

Το OFDM σήμα αποτελείται από ένα άθροισμα υποκαναλιών, τα οποία έχουν διαμορφωθεί με βάση κάποια τεχνική, όπως είναι η Phase Shift Keying (PSK), ή η Quadrature Amplitude Modulation (QAM). Αν λοιπόν d_i είναι τα μιγαδικά QAM σύμβολα, N_s ο αριθμός των υποκαναλιών, T η διάρκεια ενός συμβόλου και f_c η συχνότητα του φορέα μετάδοσης, τότε ένα σύμβολο OFDM που αρχίζει σε χρόνο $t = t_s$ μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

$$s(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp \left(j2\pi \left(f_c - \frac{i+0.5}{T} \right) (t-t_s) \right) \right\}, t_s \leq t \leq t_s + T$$

$$s(t) = 0, t \notin [t_s, t_s + T) \quad (1.10)$$

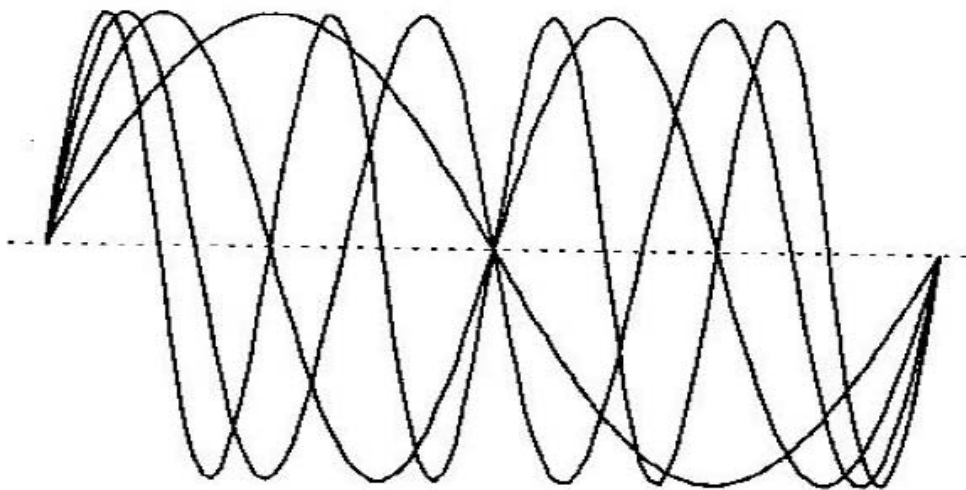
Συχνά για την απεικόνιση ενός συμβόλου OFDM, μπορεί να συναντήσουμε την εξίσωση (1.10) με κάπως διαφορετική μορφή

$$s(t) = \sum_{i=-\frac{N_s}{2}}^{\frac{N_s}{2}-1} d_{i+N_s/2} \exp \left(j2\pi \frac{i}{T} (t-t_s) \right), \quad t_s \leq t \leq t_s + T$$

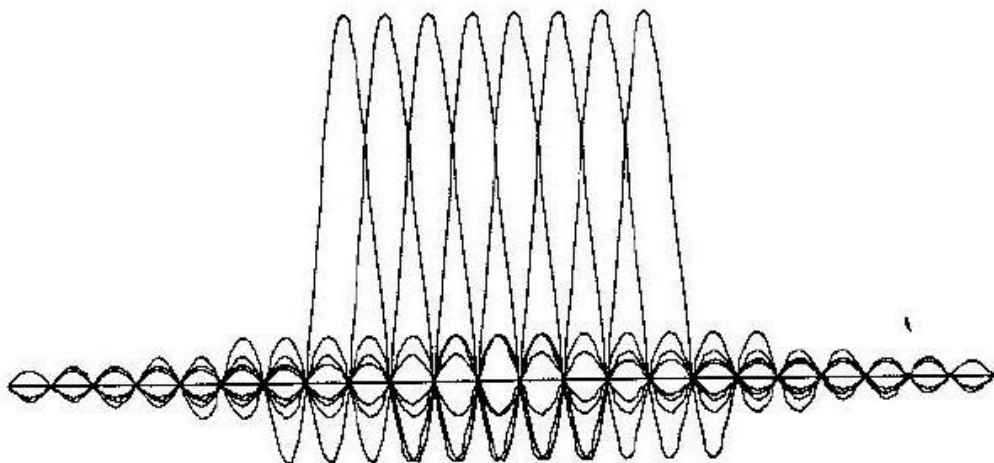
$$s(t) = 0, t \notin [t_s, t_s + T) \quad (1.11)$$

Με την αναπαράσταση αυτή τα δύο μέρη του OFDM σήματος πρέπει να πολλαπλασιαστούν με το συνημίτονο και το ημίτονο της συχνότητας του φορέα για να παραχθεί το OFDM σήμα. Ας εξετάσουμε στη συνέχεια ένα παράδειγμα ενός OFDM σήματος που μεταδίδεται από 4 υποκανάλια. Τα υποκανάλια έχουν ίδια φάση

και ίδιο πλάτος, αλλά στην πράξη τα πλάτη και οι φάσεις μπορούν να διαμορφωθούν με διαφορετικό τρόπο για κάθε υποκανάλι. Σημειώνεται ότι στο παράδειγμα το κάθε υποκανάλι έχει ακριβώς ακέραιο αριθμό κύκλων στο διάστημα T , ενώ ο αριθμός των κύκλων μεταξύ γειτονικών υποκαναλιών διαφέρει ακριβώς κατά 1. Η ιδιότητα αυτή εξασφαλίζει την ορθογωνιότητα των υποκαναλιών μεταξύ τους. Έτσι τα τέσσερα υποκανάλια έχουν 1, 2, 3 και 4 κύκλους στο διάστημα T , όπως φαίνεται και στο σχήμα (1.7). Η ορθογωνιότητα μεταξύ των διαφορετικών φορέων μετάδοσης μπορεί να περιγραφεί και με άλλο τρόπο. Σύμφωνα με τη σχέση (1.10), κάθε σύμβολο OFDM περιέχει φορείς που δεν είναι 0 για ένα χρονικό διάστημα T . Επομένως το φάσμα ενός συμβόλου είναι η συνέλιξη διαφορετικών παλμών Dirac που βρίσκονται στις συχνότητες των διαφορετικών φορέων, με το φάσμα ενός τετραγωνικού παλμού να είναι 1 για μια χρονική περίοδο T και 0 αλλού. Το πλάτος φάσματος του τετραγωνικού παλμού είναι ίσο με $\text{sinc}(\pi fT)$ και είναι 0 για όλες τις συχνότητες f που είναι ακέραια πολλαπλάσια του $1/T$. Η επίδραση αυτή φαίνεται στο σχήμα (1.7) όπου είναι ορατή η επικάλυψη των ημιτονοειδών φασμάτων των διαφορετικών φορέων. Στο μέγιστο σημείο του φάσματος κάθε φορέα, το φάσμα όλων των άλλων φορέων είναι 0. Επειδή ένας OFDM δέκτης στην ουσία υπολογίζει τις τιμές φάσματος στα σημεία εκείνα που αντιστοιχούν στο μέγιστο των ανεξάρτητων φορέων, μπορεί να αποδιαμορφώσει κάθε φορέα χωρίς παρεμβολές από τους υπόλοιπους.



Σχήμα (1.7): Φάσμα (a) OFDM υποκαναλιού , (b) OFDM σήματος



Σχήμα (1.8): Φάσμα των ανεξάρτητων φορέων μετάδοσης

Στο Σχήμα (1.8) φαίνεται ότι το φάσμα του OFDM σήματος εκπληρώνει το κριτήριο του Nyquist για ένα ελεύθερο σχήμα παλμών με διασυμβολική παρεμβολή. Σημειώνεται ότι το σχήμα των παλμών παρουσιάζεται στο πεδίο της συχνότητας και όχι στο πεδίο του χρόνου, στο οποίο συνήθως εφαρμόζεται το κριτήριο του Nyquist. Επομένως, έχοντας το μέγιστο του φάσματος ενός φορέα να διασταυρώνεται με τα 0 των υπόλοιπων, αντί για την διασυμβολική παρεμβολή (InterSymbol Interference – ISI), αποφεύγεται η παρεμβολή μεταξύ φορέων (InterCarrier Interference – ICI).

Το μιγαδικό OFDM σήμα όπως ορίζεται από τη σχέση (1.11), στην πραγματικότητα δεν είναι τίποτα παραπάνω από τον Αντίστροφο Μετασχηματισμό Fourier των N_s QAM συμβόλων εισόδου. Το αντίστοιχο σε διακριτό χρόνο είναι ο Αντίστροφος Διακριτός Μετασχηματισμός Fourier (IDFT), ο οποίος δίνεται από τη σχέση:

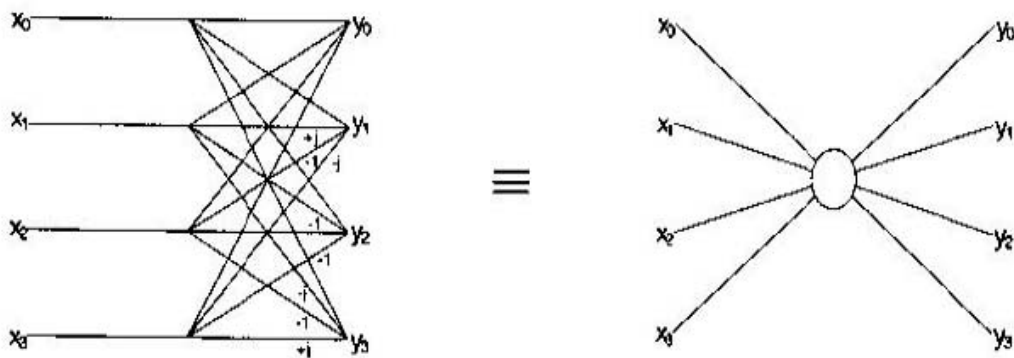
$$s(n) = \sum_{i=0}^{N_s-1} d_i \exp\left(j2\pi \frac{i}{N} n\right) \quad (1.12)$$

όπου ο χρόνος t αντικαθίσταται από τον αριθμό δειγμάτων n . Στην πράξη αυτός ο μετασχηματισμός μπορεί να υλοποιηθεί πολύ αποδοτικά από τον Αντίστροφο Γρήγορο Μετασχηματισμό Fourier (IFFT).

Ένας IDFT N σημείων απαιτεί συνολικά N^2 πολλαπλασιασμούς μιγαδικών, οι οποίοι στην ουσία είναι μόνο περιστροφή φάσης. Φυσικά είναι απαραίτητο να γίνουν επίσης και προσθέσεις για την υλοποίηση του IDFT, αλλά αφού το κόστος σε υλικό ενός αθροιστή είναι σημαντικά μικρότερο από αυτό του πολλαπλασιαστή ή του περιστροφέα φάσης, θα χρησιμοποιούνται μόνο οι πολλαπλασιασμοί σαν στοιχείο σύγκρισης. Ο IFFT μειώνει δραστικά το σύνολο των πολλαπλασιασμών, εκμεταλλευόμενος την κανονικότητα των πράξεων του IDFT. Με τη χρήση του αλγόριθμου radix-2, ένας IFFT N σημείων απαιτεί συνολικά $(N/2)\log_2(N)$ πολλαπλασιασμούς μιγαδικών. Αν λοιπόν $N = 16$, η διαφορά είναι ότι ο IDFT απαιτεί 256 πολλαπλασιασμούς μιγαδικών έναντι των 32 που απαιτεί ο IFFT. Η διαφορά αυτή μεγαλώνει για μεγαλύτερο αριθμό φορέων, καθώς η πολυπλοκότητα του IDFT αυξάνεται τετραγωνικά όσο μεγαλώνει το N , ενώ η πολυπλοκότητα του IFFT αυξάνεται λίγο γρηγορότερα από γραμμικά. Ο αριθμός των πολλαπλασιασμών κατά την υλοποίηση του IFFT, μπορεί να μειωθεί ακόμη περισσότερο με τη χρήση ενός αλγόριθμου radix-4. Η τεχνική αυτή κάνει χρήση του γεγονότος ότι σε έναν IFFT τεσσάρων σημείων, υπάρχουν πολλαπλασιασμοί μόνο με τα $\{1, -1, j, -j\}$, κάτι που δε χρειάζεται την υλοποίηση μέσω ενός πλήρους πολλαπλασιαστή, αλλά μάλλον μέσω μιας απλής πρόσθεσης ή αφαίρεσης και μιας εναλλαγής των πραγματικών και φανταστικών μερών στην περίπτωση που έχουμε πολλαπλασιασμό με j ή $-j$. Έτσι με τη χρήση του αλγόριθμου radix-4, ο IFFT χωρίζεται σε έναν αριθμό εύκολων

μετασχηματισμών τεσσάρων σημείων και οι μη εύκολοι πολλαπλασιασμοί γίνονται μόνο μεταξύ διαφορετικών επιπέδων εύκολων μετασχηματισμών τεσσάρων σημείων. Με τον τρόπο αυτό, ένας IFFT N σημείων απαιτεί συνολικά $(3/8)N (\log_2 N - 2)$ πολλαπλασιασμούς μιγαδικών ή περιστροφές φάσης και $N \log_2 N$ μιγαδικές προσθέσεις. Αν λοιπόν $N = 64$, ο IFFT απαιτεί 96 περιστροφές φάσης και 384 προσθέσεις, ή 1.5 περιστροφές και 6 προσθέσεις ανά δείγμα αντίστοιχα.

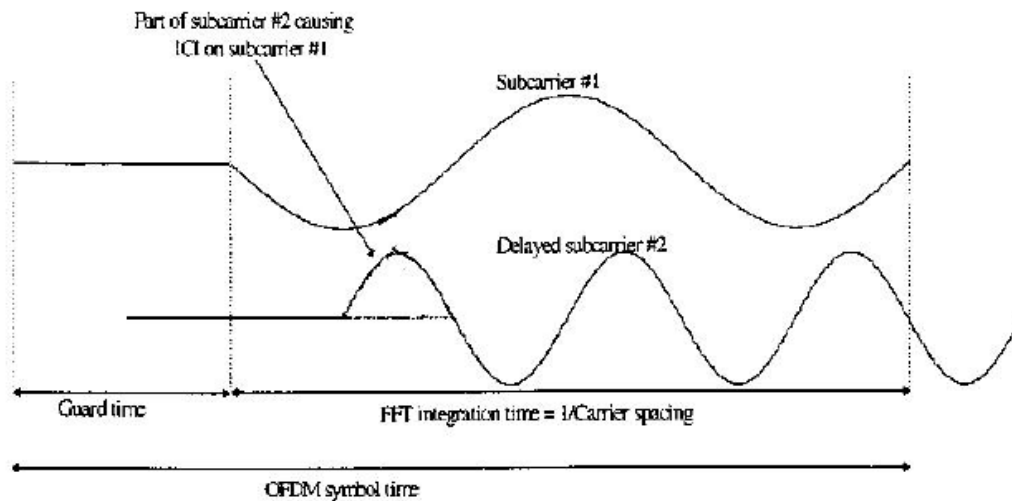
Στην παρακάτω εικόνα (1.9) φαίνεται ο IFFT τεσσάρων σημείων, ο οποίος είναι γνωστός και σαν radix-4 butterfly και αποτελεί τη βάση για την κατασκευή IFFT περισσότερων σημείων. Οι τιμές εισόδου $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}$ μετατρέπονται σε τιμές εξόδου $\{y_0, y_1, y_2, y_3\}$ με απλές προσθέσεις ή εύκολες περιστροφές φάσης. Για παράδειγμα, το y_1 δίνεται από τη σχέση $x_0 + jx_1 - x_2 - jx_3$, η οποία μπορεί να υπολογιστεί με 4 προσθέσεις και μερικές εναλλαγές πραγματικού - φανταστικού μέρους και περιστροφές αντί για κανονικούς πολλαπλασιασμούς με j και -1 .



Σχήμα (1.9): Radix-4 butterfly

1.4.4 Χρόνος φύλαξης (guard time) και κυκλικό πρόθεμα (cyclic prefix)

Όπως αναφέρθηκε, ένας από τους σημαντικότερους λόγους χρήσης των OFDM, είναι ο αποδοτικός τρόπος αντιμετώπισης του delay spread με τη χρήση πολλαπλών φερόντων μετάδοσης. Αν τα δεδομένα εισόδου μεταδοθούν παράλληλα από N_s υποκανάλια (φέροντα), τότε η διάρκεια του συμβόλου γίνεται N_s φορές μεγαλύτερη. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την ταυτόχρονη μείωση του delay spread του υποκαναλιού σε σχέση με τη διάρκεια του συμβόλου εκπομπής κατά τον ίδιο παράγοντα. Ωστόσο, για την πλήρη ακύρωση του φαινομένου της διασυμβολικής παρεμβολής (ISI) χρησιμοποιείται ένα χρονικό διάστημα για κάθε σύμβολο OFDM, ο οποίος είναι γνωστός σαν χρόνος φύλαξης (guard time) ή χρόνος προστασίας. Ο χρόνος αυτός επιλέγεται να είναι μεγαλύτερος του αναμενόμενου delay spread, έτσι ώστε κάποια συνιστώσα ενός συμβόλου που μεταδίδεται από κάποια φέρουσα να μην μπορεί να παρεμβληθεί με το επόμενο σύμβολο.

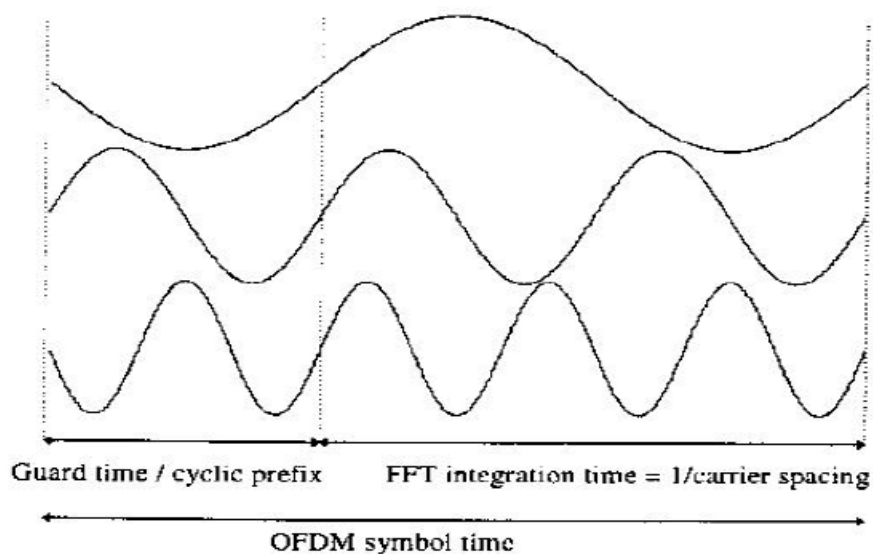


Σχήμα (1.10): Εμφάνιση crosstalk για φέρουσα με μηδενικό σήμα κατά το χρόνο ελέγχου

Κατά το χρόνο ελέγχου δεν είναι αναγκαίο να μεταδίδεται σήμα. Στην περίπτωση όμως αυτή, θα εμφανίζονταν φαινόμενα παρεμβολής μεταξύ των φερουσών (ICI). Η παρεμβολή αυτή είναι γνωστή και με ως crosstalk, ενώ η παρουσία της σημαίνει ότι οι φέρουσες δεν είναι πλέον ορθογώνιες μεταξύ τους. Το φαινόμενο αυτό είναι ορατό στο Σχήμα (1.10).

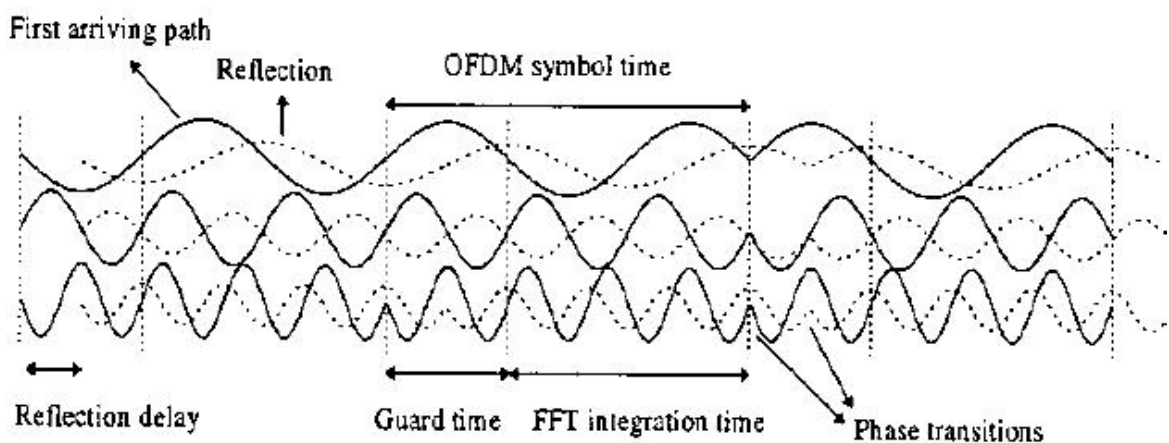
Στο παραπάνω παράδειγμα έχουμε 2 φέροντα (subcarriers), εκ των οποίων το δεύτερο παρουσιάζει καθυστέρηση. Όταν ο δέκτης OFDM προσπαθήσει να αποδιαμορφώσει το πρώτο φέρον (subcarrier 1 στο σχήμα), θα συμπεριλάβει κάποια παρεμβολή από το δεύτερο φέρον (subcarrier 2). Αυτό συμβαίνει διότι μέσα στο διάστημα του FFT, η διαφορά των κύκλων των δύο φερόντων δεν είναι ακέραιος αριθμός. Την ίδια στιγμή, το πρώτο φέρον θα παρεμβάλλεται στην αποδιαμόρφωση του δεύτερου με τον ίδιο τρόπο.

Για την αποφυγή της παρεμβολής ICI, το OFDM σύμβολο επεκτείνεται κυκλικά όπως φαίνεται στο Σχήμα (1.11). Η τεχνική αυτή εξασφαλίζει ότι τα καθυστερημένα αντίγραφα του OFDM συμβόλου θα έχουν πάντοτε έναν ακέραιο αριθμό κύκλων στο διάστημα του FFT, όσο η καθυστέρηση αυτή είναι μικρότερη του χρόνου φύλαξης (guard time). Σαν αποτέλεσμα, σήματα που μεταδίδονται μέσω πολλών μονοπατιών αλλά με καθυστερήσεις μικρότερες του guard time δεν μπορούν να προκαλέσουν φαινόμενα παρεμβολής ICI.



Σχήμα (1.11): OFDM σύμβολο με κυκλικό πρόθεμα

Στη συνέχεια δίνεται ένα παράδειγμα που επιδεικνύει τον τρόπο με τον οποίο η μετάδοση από πολλά μονοπάτια επηρεάζει το OFDM σήμα. Στο Σχήμα (1.12) φαίνεται ένα κανάλι δύο ακτινών μετάδοσης (2-ray channel), όπου οι διακεκομμένες καμπύλες απεικονίζουν καθυστερημένες αναπαραστάσεις των πυκνών. Οι τρεις φέρουσες μετάδοσης απεικονίζονται για χρονικό διάστημα τριών OFDM συμβόλων. Στην πραγματικότητα, ένας OFDM δέκτης βλέπει μόνο το άθροισμα όλων αυτών των σημάτων, αλλά γίνεται απεικόνιση των τριών συνιστωσών του σήματος για να είναι εμφανέστερα τα προβλήματα παρεμβολής που προκαλεί η μετάδοση μέσω πολλαπλών μονοπατιών. Οι OFDM φέρουσες είναι BPSK διαμορφωμένες, κάτι που σημαίνει ότι στα όρια των συμβόλων είναι δυνατό να υπάρχουν εναλλαγές φάσης μέχρι και 180 μοίρες. Για τις διακεκομμένες καμπύλες, αυτές οι εναλλαγές φάσης εμφανίζονται με συγκεκριμένη καθυστέρηση μετά το πρώτο μονοπάτι. Στο παράδειγμα αυτό, η καθυστέρηση των μονοπατιών είναι μικρότερη από το χρόνο ελέγχου ($\text{multipath delay} < \text{guard time}$), κάτι που σημαίνει ότι δεν έχουμε αλλαγές φάσης κατά το διάστημα του FFT. Επομένως ο OFDM δέκτης βλέπει το άθροισμα καθαρών ημιτονοειδών κυμάτων με κάποιες μετατοπίσεις φάσης. Η άθροιση δεν καταστρέφει την ορθογωνιότητα των φερουσών, αλλά προκαλεί μια μετατόπιση φάσης για κάθε φέρουσα.

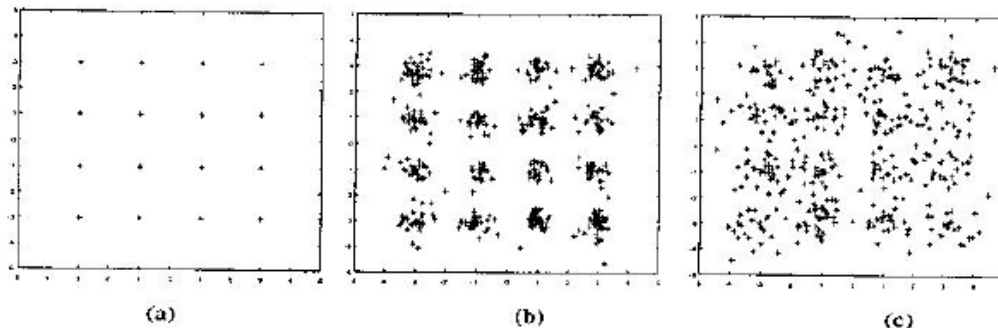


Σχήμα (1.12): OFDM σήμα σε κανάλι 2-ray με 3 υποκανάλια

Η ορθογωνιότητα χάνεται αν η καθυστέρηση των μονοπατιών γίνει μεγαλύτερη από το χρόνο φύλαξης ($\text{multipath delay} > \text{guard time}$). Στην περίπτωση αυτή, οι αλλαγές φάσης των καθυστερημένων μονοπατιών πέφτουν μέσα στο διάστημα του FFT. Η άθροιση των ημιτονοειδών κυματομορφών του πρώτου μονοπατιού με τα κύματα των καθυστερημένων μονοπατιών που έχουν υποστεί μετατόπιση φάσης, δεν δίνει πια ένα σύνολο καθαρών ημιτονοειδών κυμάτων και έχει σαν σίγουρο αποτέλεσμα την παρουσία φαινομένων παρεμβολής.

Για να πάρουμε μια ιδέα του πόσο αυξάνονται τα φαινόμενα παρεμβολής όταν η καθυστέρηση υπερβαίνει το χρόνο ελέγχου, το Σχήμα (1.13) περιέχει τρία διαγράμματα ενός OFDM δικτύου με 48 φέρουσες, όπου η κάθε μία έχει διαμορφωθεί με 16-QAM.

- Η Εικόνα (1.13α) δείχνει τον καθαρό σχηματισμό 16-QAM, ο οποίος παρατηρείται όποτε η καθυστέρηση είναι μικρότερη από το χρόνο ελέγχου.
- Στην Εικόνα (1.13β) η καθυστέρηση των μονοπατιών υπερβαίνει το χρόνο ελέγχου κατά ένα ποσοστό 3% του διαστήματος FFT. Επομένως οι φέρουσες δεν είναι πια κάθετες, αλλά η παρεμβολή είναι αρκετά μικρή και παίρνουμε ένα λογικό σχηματισμό.
- Στην Εικόνα (1.13γ) η καθυστέρηση των μονοπατιών υπερβαίνει το χρόνο ελέγχου κατά ένα ποσοστό 10% του διαστήματος FFT, κάτι που προκαλεί την σοβαρή κηλίδωση του σχηματισμού και την ύπαρξη πολύ μεγάλου ρυθμού παρουσίας λαθών.



Σχήμα (1.13): 16-QAM constellation (α) $\text{multipath delay} < \text{guard time}$, (β) $\text{multipath delay} > \text{guard time}$ κατά 3%, (γ) $\text{multipath delay} > \text{guard time}$ κατά 10%

Εισαγωγή κυκλικού προθέματος

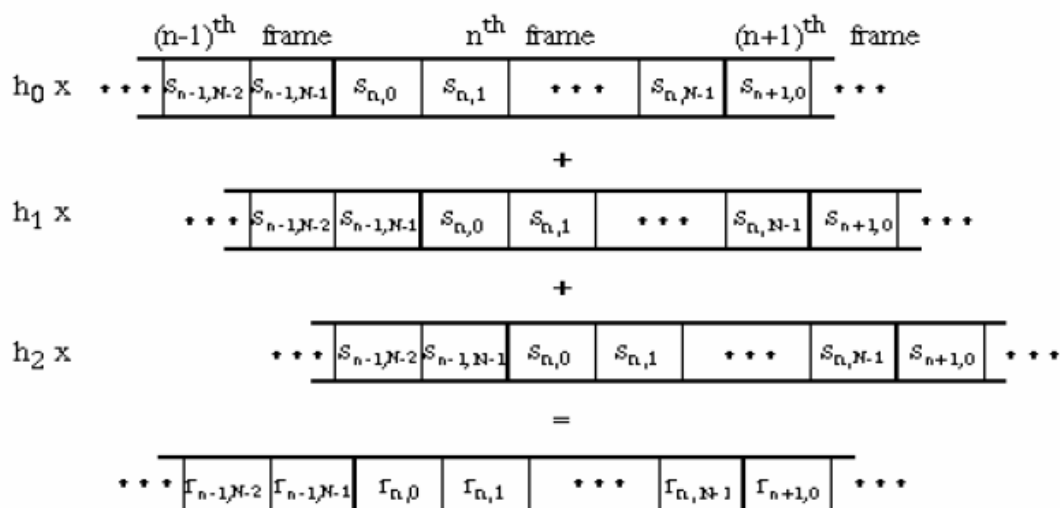
Είναι γνωστό ότι ένα σήμα $s(t)$, όταν διέλθει από κανάλι με κρουστική απόκριση $h(t)$ τότε η έξοδος του καναλιού ισούται με:

$$r(t) = h(t) * s(t), \quad (1.13)$$

$$r_m = \sum_{i=0}^L h_i s_{m-i}, \quad (1.14)$$

όπου L είναι το μήκος του καναλιού.

Όπως είδαμε στην προηγούμενη ενότητα, αν το κανάλι μεταφοράς δεν είναι ιδανικό τότε παρουσιάζονται φαινόμενα παρεμβολής, τόσο μεταξύ των συμβόλων (παρεμβολή ISI) και των υποκαναλιών (παρεμβολή ICI), όσο και μεταξύ συμβόλων γειτονικών frames (Inter Frame Interference). Για την αποφυγή τέτοιου είδους ανεπιθύμητων παρεμβολών, κρίθηκε αναγκαία η ύπαρξη ενός χρόνου φύλαξης (guard time), καθώς και η εισαγωγή κυκλικού προθέματος (cyclic prefix). Στο σχήμα που ακολουθεί γίνεται σαφής η ανάγκη για εισαγωγή αυτού του προθέματος μεταξύ γειτονικών frames, ώστε να «απορροφηθεί» η καθυστέρηση του καναλιού και να ακυρώνονται οι παρεμβολές ICI και IFI.



Σχήμα (1.14): Inter Frame Interference σε OFDM συστήματα

Όπως είδαμε, η εισαγωγή κυκλικού προθέματος μήκους L χρονικών δειγμάτων μεταξύ γειτονικών frames, μπορεί να επιτευχθεί απλά εισάγοντας L μηδενικά δείγματα στην αρχή κάθε frame. Ωστόσο, για να περιοριστεί συγχρόνως και η παρεμβολή ISI στα πλαίσια του ίδιου frame, είναι προτιμότερο να χρησιμοποιήσουμε την επανάληψη των L τελευταίων χρονικών δειγμάτων αντί για μηδενικά. Στην περίπτωση αυτή, ο δέκτης μπορεί να ανακτήσει την κυκλική (περιοδική) συνέλιξη του αρχικού σήματος με το κανάλι, απλά παραλείποντας το κυκλικό πρόθεμα. Το κυκλικά εκτεταμένο frame μπορεί να γραφεί σαν:

$$\overline{F}_n(m) = \begin{cases} F_n(N+m), m = -L, \dots, -1 \\ F_n(m), m = 0, \dots, N-1 \end{cases}$$

$$F_n(m) = \sum_{k=0}^{N-1} C_{n,k} e^{j2\pi k \frac{m}{N}}, m = 0, \dots, N-1 \quad (1.15)$$

Μετά την απομάκρυνση του προθέματος, το λαμβανόμενο frame μπορεί να γραφεί σαν

$$\overline{F}_n(m) = \sum_{k=0}^{N-1} F_n(m-i)_N \quad (1.16)$$

όπου ο όρος $(m-i)_N$ εκφράζει τη modulo- N αφαίρεση. Μετά από αποδιαμόρφωση στο δέκτη με χρήση DFT παίρνουμε:

$$\overline{C}_{n,k} = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \overline{F}_n(m) e^{-j2\pi k \frac{m}{N}} = C_{n,k} \cdot H_k, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (1.17)$$

όπου H_k είναι η συνάρτηση μεταφοράς του καναλιού στην υποφέρουσα συχνότητα f_k . Συνεπώς, χρησιμοποιώντας κυκλικό πρόθεμα με τον τρόπο που περιγράφεται, η

επίδραση του καναλιού στο αρχικό σήμα μετασχηματίζεται σε πολλαπλασιασμό μεταξύ των μιγαδικών συμβόλων κάθε OFDM frame και των συντελεστών του H_k . Η εν λόγω ιδιότητα είναι εξαιρετικά χρήσιμη γιατί επιτρέπει σε λειτουργίες όπως η εξισορρόπηση του καναλιού και η ακύρωση των ανακλάσεων να γίνονται στο χώρο των συχνοτήτων, με σημαντικά μειωμένη υπολογιστική πολυπλοκότητα.

2 Το κριτήριο ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MMSE)

2.1 Γενικά για το κριτήριο ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος

Σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα, το πρόβλημα του ισοσταθμιστή μηδενικής διασυμβολικής παρεμβολής προέρχεται από το γεγονός ότι ασχολείται μόνο με την εξάλειψη της ISI. Όμως, η παραμόρφωση του μεταδιδόμενου σήματος προκαλείται, εκτός από την ISI, και από τον προσθετικό θόρυβο.

Σύμφωνα με το κριτήριο ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, ο σχεδιασμός δε γίνεται μόνο με βάση τη διασυμβολική παρεμβολή, αλλά ο στόχος είναι ο ελαχιστοποίηση του αθροίσματος της ισχύος της ISI και του προσθετικού θορύβου. Αντιμετωπίζονται δηλαδή ταυτόχρονα και οι δύο πηγές της παραμόρφωσης. Πιο συγκεκριμένα, αν $x(t)$ είναι το αρχικό σήμα πληροφορίας και $h_{ch}(t)$ η συνδυασμένη κρουστική απόκριση βασικής ζώνης του φίλτρου πομπού, του καναλιού και του φίλτρου δέκτη, τότε, όπως είδαμε, η έξοδος του καναλιού έχει τη μορφή

$$y(t) = x(t) * h_{ch}(t) + n_b(t) \quad (1.18)$$

όπου $n_b(t)$ είναι ο θόρυβος βασικής ζώνης στην είσοδο του ισοσταθμιστή και με *

παριστάνεται η πράξη της συνέλιξης.

Επίσης, αν η κρουστική απόκριση του ισοσταθμιστή είναι $h_{eq}(t)$, τότε η έξοδος του ισοσταθμιστή έχει τη μορφή

$$\bar{d}(t) = x(t) * h_{ch}(t) * h_{eq}(t) + n_b(t) * h_{eq}(t) \quad (1.19)$$

Η κρουστική απόκριση του ισοσταθμιστή $h_{eq}(t)$, υπολογίζεται έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η ακόλουθη συνάρτηση κόστους

$$\mathfrak{J}(t) = E \left\{ \left(x(t) - \bar{d}(t) \right)^2 \right\} = E \left\{ e^2(t) \right\} \quad (1.20)$$

Στην ιδανική περίπτωση που ο ισοσταθμιστής έχει άπειρο μήκος και ο προσθετικός θόρυβος είναι λευκός Gaussian με δίπλευρη φασματική πυκνότητα ισχύος $N_0/2$, αποδεικνύεται ότι η απόκριση συχνότητας του ισοσταθμιστή παίρνει τη μορφή

$$H_{eq}(f) = \frac{1}{H_{ch}(f) + N_0} \quad (1.21)$$

Εξετάζοντας την παραπάνω σχέση, βλέπουμε ότι όταν ο θόρυβος έχει χαμηλή ισχύ ($N_0 \ll H_{ch}(f)$ ή $N_0 \rightarrow 0$), τότε ο ισοσταθμιστής MMSE συμπεριφέρεται ως ένας ισοσταθμιστής ZF και εξαλείφει πλήρως τη διασυμβολική παρεμβολή. Αντίθετα, όταν ο θόρυβος είναι μεγάλος ή η κρουστική απόκριση του καναλιού παίρνει πολύ μικρές τιμές, η ποσότητα που υπερισχύει στον παρονομαστή είναι η ισχύς του θορύβου, εμποδίζοντας τον ισοσταθμιστή να εισάγει μεγάλη ενίσχυση και αποτρέποντας επομένως την ενίσχυση του θορύβου. Στη γενική περίπτωση που $N_0 \neq 0$, στην έξοδο του ισοσταθμιστή υπάρχει και εναπομένουσα διασυμβολική παρεμβολή και προσθετικός θόρυβος.

Ο ισοσταθμιστής MMSE έχει γενικά καλύτερη συμπεριφορά από τον ισοσταθμιστή ZF και παρουσιάζει ικανοποιητική απόδοση στα τηλεφωνικά κανάλια, τα οποία έχουν γενικά καλά φασματικά χαρακτηριστικά. Ένας ισοσταθμιστής που

στηρίζεται στο κριτήριο αυτό, μπορεί να είναι είτε σταθερός είτε προσαρμοστικός. Επίσης υπάρχουν γραμμικοί αλλά και μη γραμμικοί ισοσταθμιστές που στηρίζονται στο κριτήριο MMSE.

2.2 Το πρόβλημα της εκτίμησης καναλιού

2.2.1 Εισαγωγή

Όπως είναι λογικό, σε ένα σύστημα ασύρματης μετάδοσης, το κανάλι δεν είναι γνωστό εκ των πρότερων και είναι απαραίτητη η εκτίμησή του πριν από οποιαδήποτε διαδικασία μετάδοσης. Το πρόβλημα της εκτίμησης καναλιού (channel estimation) σε ασύρματα συστήματα μετάδοσης έχει απασχολήσει σημαντικά τη βιβλιογραφία τα τελευταία χρόνια. Παράλληλα, έχει εκδηλωθεί μεγάλο ενδιαφέρον για την εφαρμογή της OFDM διαμόρφωσης σε ασύρματα και κινητά τηλεπικοινωνιακά συστήματα, λόγω της ικανότητας να διαχειρίζεται αποδοτικά φαινόμενα επιλεκτικής εξασθένησης του καναλιού (frequency selective fading). Στα συστήματα OFDM μετάδοσης, η εκτίμηση του καναλιού μπορεί να επιτευχθεί με την εκμετάλλευση των συσχετίσεων της συχνοτικής απόκρισης του καναλιού σε διαφορετικές συχνότητες και χρόνους. Στα [4], [5] και [7] οι τεχνικές εκτίμησης καναλιού που προτείνονται για OFDM συστήματα, βασίζονται σε φιλτράρισμα τόσο στο πεδίο της συχνότητας, όσο και στο πεδίο του χρόνου. Στο [6] παρουσιάζεται μια μέθοδος εκτίμησης καναλιού που βασίζεται στην SVD (Singular-Value Decomposition) ανάλυση. Όλες οι παραπάνω μέθοδοι δεν κάνουν καμία υπόθεση για το μοντέλο του καναλιού κι έτσι οι διαστάσεις του προβλήματος εκτίμησης μπορεί να γίνουν πολύ μεγάλες. Ωστόσο, το ραδιοκανάλι σε ένα ασύρματο τηλεπικοινωνιακό σύστημα πολύ συχνά χαρακτηρίζεται από το φαινόμενο της πολυδιαδρομικής διάδοσης. Σε μεγάλες κυψέλες με κεραιές υψηλής εμβέλειας στους σταθμούς βάσης, η πολυδιαδρομική διάδοση μοντελοποιείται από μερικά κύρια μονοπάτια, τυπικά από δύο έως έξι [8]. Επιπλέον, λόγω του υψηλού ρυθμού μετάδοσης στις ασύρματες τηλεπικοινωνίες, ενδεχομένως να προκύπτει ένα αραιό πολυδιαδρομικό κανάλι

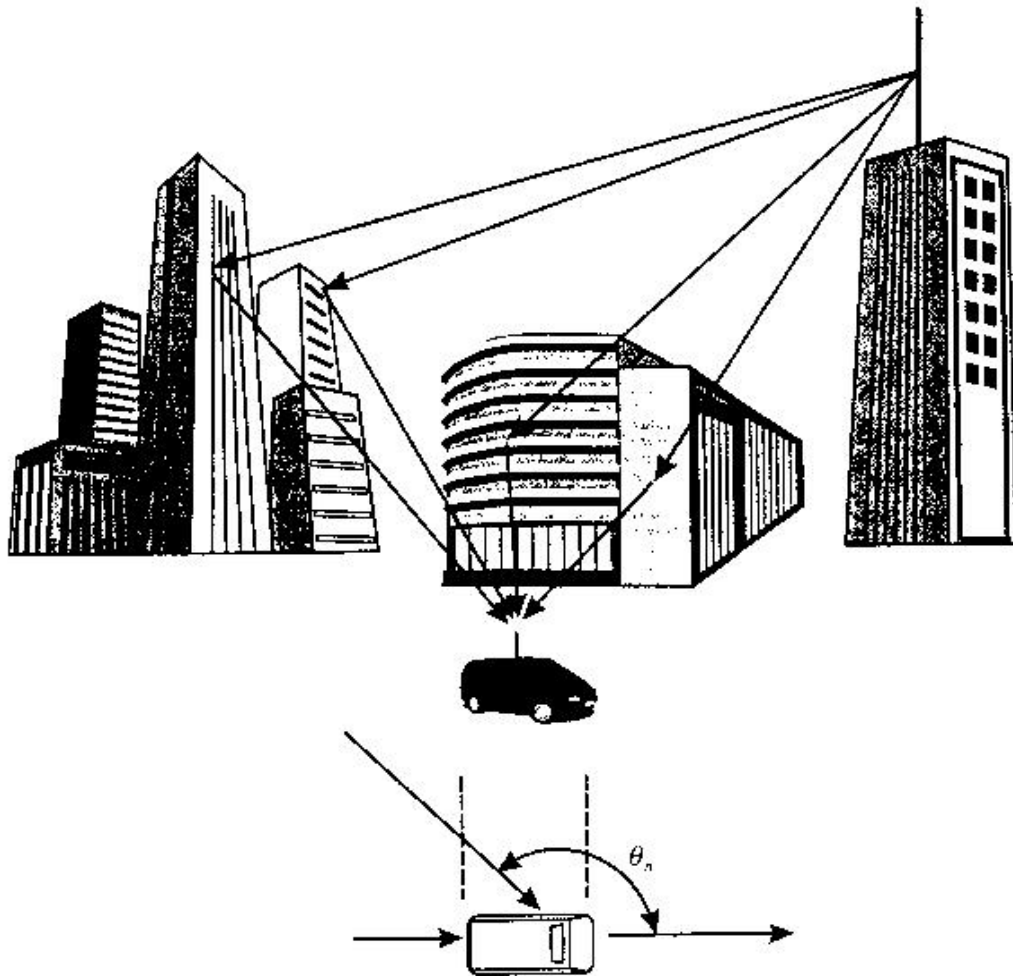
εξασθένισης. Στην περίπτωση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα παραμετρικό μοντέλο για την αναπαράσταση του καναλιού.

Όταν ο πίνακας συσχέτισης του καναλιού κατασκευάζεται με βάση το παραμετρικό μοντέλο, οι διαστάσεις του υποχώρου του σήματος μπορούν να μειωθούν αποτελεσματικά και κατά συνέπεια να βελτιωθεί η απόδοση του εκτιμητή καναλιού. Η προσέγγιση του παραμετρικού μοντέλου έχει εφαρμοστεί τόσο στο σύστημα GSM (Global System for Mobile Communications) [8], όσο και στο σύστημα DVB υψηλού ρυθμού μετάδοσης [9], με σκοπό τη βελτίωση του ισοσταθμιστή και του εκτιμητή καναλιού. Θα πρέπει επίσης να σημειωθεί, ότι στις κινητές επικοινωνίες οι πολυδιαδρομικές χρονικές καθυστερήσεις, μεταβάλλονται αργά με το χρόνο. Αντίθετα, το πλάτος και η σχετική φάση του κάθε μονοπατιού μεταβάλλονται σχετικά γρήγορα στο χρόνο, ενώ υπόκεινται εξασθένιση τύπου Rayleigh.

Ο Baoguo Yang, το 2001, πρότεινε μια νέα βελτιωμένη τεχνική εκτίμησης καναλιού για OFDM μετάδοση σε αραιά πολυδρομικά κανάλια εξασθένισης, κάνοντας χρήση οδηγών φερουσών (pilot subcarriers) [3]. Ο εκτιμητής καναλιού βασίζεται σε ένα παραμετρικό μοντέλο καναλιού. Στη συνέχεια του κεφαλαίου θα σταθούμε στα κρίσιμα σημεία της παραπάνω πρότασης, αφού πρώτα περιγραφούν τα κανάλια εξασθένισης τύπου Rayleigh.

2.2.2 Κανάλια εξασθένισης Rayleigh

Στις χερσαίες κινητές επικοινωνίες, το μονοπάτι μεταξύ του σταθερού πομπού και των κινητών δεκτών, χαρακτηρίζεται από διάφορα εμπόδια και ανακλάσεις. Για παράδειγμα, ένα εσωτερικό περιβάλλον περιέχει μηχανήματα και έπιπλα, ενώ ένα εξωτερικό περιβάλλον αποτελείται από κτίρια λόφους και δέντρα. Όλα αυτά επηρεάζουν σημαντικά το σήμα μέχρι αυτό να φτάσει στο δέκτη. Τα γενικά χαρακτηριστικά της διάδοσης του ραδιοκύματος στις χερσαίες κινητές επικοινωνίες φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα : Αρχές καναλιού πολλών μονοπατιών

Το ραδιοκύμα που εκπέμπεται από την κεραία του σταθμού βάσης εξαπλώνεται ακτινωτά προς όλες τις κατευθύνσεις. Ένας κινητός σταθμός δέχεται έναν αριθμό ραδιοκυμάτων, στα οποία περιέχονται ανακλώμενα κύματα που ανακλώνται στα διάφορα εμπόδια, κύματα που έχουν υποστεί διάθλαση ή διασκορπισμό, καθώς και το απ' ευθείας σήμα από τον πομπό στο δέκτη. Στην περίπτωση αυτή, αφού τα μήκη των μονοπατιών των απ' ευθείας, των ανακλώμενων, των διαθλαστικών και των διασκορπισμένων κυμάτων είναι διαφορετικά, ο χρόνος που χρειάζεται το καθένα για να φτάσει στον κινητό σταθμό θα είναι διαφορετικός. Επιπλέον, η φάση του εισερχόμενου κύματος ποικίλει λόγω των ανακλάσεων. Σαν αποτέλεσμα, ο δέκτης δέχεται έναν αριθμό διαφορετικών κυμάτων, τα οποία έχουν διαφορετικές φάσεις και χρόνους άφιξης. Γενικά, το ραδιοκύμα του οποίου ο χρόνος άφιξης έχει καθυστερηθεί σε σχέση με τον αντίστοιχο χρόνο άφιξης του απ' ευθείας

ραδιοκύματος, αποκαλείται κύμα καθυστέρησης. Έτσι, το περιβάλλον που χαρακτηρίζεται από τέτοια κύματα ονομάζεται περιβάλλον πολυδρομικής διάδοσης.

Σε ένα περιβάλλον πολυδρομικής διάδοσης, το σήμα που λαμβάνεται μπορεί να έχει υποστεί ενίσχυση ή εξασθένηση. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται πολυδρομική εξασθένηση, κατά την οποία το επίπεδο του σήματος μεταβάλλεται από στιγμή σε στιγμή.

Η πολυδρομική εξασθένηση προκαλεί την αύξηση του ρυθμού σφαλμάτων κατά τη λήψη δεδομένων, όταν ένα ψηφιακό ραδιοσήμα μεταδίδεται σε περιβάλλον κινητών επικοινωνιών. Για την εξασφάλιση υψηλής απόδοσης σε ένα περιβάλλον πολυδρομικής εξασθένησης χρειάζεται να εφαρμοστεί κάποια μέθοδος αντιστάθμισης.

Λόγω του φαινομένου της πολυδρομικής εξασθένησης, κάθε κύριο μονοπάτι συμπεριφέρεται σαν ένα διακριτό μονοπάτι εξασθένησης. Τυπικά, η διαδικασία εξασθένησης χαρακτηρίζεται από μια κατανομή Rayleigh όταν πρόκειται για μονοπάτια μη οπτικής ευθείας (ανακλώμενα κύματα) και από μια κατανομή Rician όταν πρόκειται για μονοπάτια οπτικής ευθείας (απ' ευθείας κύμα).

Αν παρατηρήσουμε το σήμα που λαμβάνει ο δέκτης κατά το χρόνο άφιξης, είναι φανερό ότι το πλάτος αποτελεί μια Rayleigh κατανομή, ενώ η φάση αποτελεί μια ομοιόμορφη κατανομή [2]. Είναι επίσης εμφανές ότι υπάρχουν σταθεροί λόγοι μέσης ηλεκτρικής ισχύος μεταξύ των απ' ευθείας και των ανακλώμενων κυμάτων. Αν λοιπόν επιχειρούσαμε μια προσομοίωση ενός τέτοιου περιβάλλοντος, θα έπρεπε μόνο να γνωρίζουμε το σχετικό επίπεδο ενίσχυσης του σήματος καθώς και το σχετικό χρόνο καθυστέρησης των ανακλώμενων κυμάτων σε σχέση με το απ' ευθείας κύμα.

Στο σημείο αυτό αξίζει επίσης να αναφερθεί ότι η σχετική κίνηση μεταξύ πομπού και δέκτη προκαλεί μετατοπίσεις Doppler. Τα διασκορπισμένα κύματα τυπικά έρχονται από πολλές γωνίες στο δέκτη. Το σενάριο αυτό προκαλεί μια διακύμανση μετατοπίσεων Doppler, γνωστή σαν φάσμα Doppler. Η μέγιστη μετατόπιση Doppler αντιστοιχεί στα διασκορπισμένα εκείνα κύματα των οποίων η κατεύθυνση είναι ακριβώς αντίθετη με την τροχιά του κινητού δέκτη.

2.3 Παραμετρική μέθοδος εκτίμησης καναλιού

2.3.1 Μοντέλο συστήματος μετάδοσης

Ας θεωρήσουμε ένα σύστημα μετάδοσης OFDM, το οποίο περιέχει N φορείς μετάδοσης (subcarriers), από τους οποίους οι $N_u + 1$ βρίσκονται στο μέσο του διαθέσιμου φάσματος. Οι $N_u + 1$ φορείς χρησιμοποιούνται για μετάδοση, ενώ οι υπόλοιποι που βρίσκονται στις «άκρες» του διαθέσιμου φάσματος λειτουργούν σαν μάντα φύλαξης (guard band) κατά τη μετάδοση. Από κάθε φορέα (subcarrier) μεταδίδεται ένα σύμβολο $X_{n,i}$, όπου το i αναπαριστά τον αριθμό του συμβόλου OFDM προς μετάδοση και το n τον αριθμό του φορέα. Για τη διαδικασία διαμόρφωσης, οι πομποί OFDM χρησιμοποιούν συνήθως έναν αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier (IFFT), του οποίου το μέγεθος είναι αντίστοιχο του N και είναι συνήθως δύναμη του 2. Αν T είναι ο χρόνος δειγματοληψίας του OFDM σήματος, για τον περιορισμό του μεταδιδόμενου σήματος σε εύρος συχνότητας (bandwidth) μικρότερο του $1/T$, οι φορείς της μάντας φύλαξης δεν χρησιμοποιούνται. Η μάντα φύλαξης μας επιτρέπει επίσης να επιλέξουμε το κατάλληλο αναλογικό φίλτρο μετάδοσης $G_T(w)$: το πρόβλημα της εκτίμησης καναλιού ώστε να μειώσουμε το περιοδικό φάσμα του σήματος διακριτού χρόνου στην έξοδο του IFFT. Τέλος, σε κάθε OFDM σύμβολο χρησιμοποιείται ένα διάστημα φύλαξης (guard interval) για την αποφυγή διασυμβολικής παρεμβολής (InterSymbol Interference/ ISI), λόγω των πολυδρομικών καναλιών εξασθένησης.

Σαν αποτέλεσμα, στην έξοδο του πομπού μετάδοσης, το σήμα μπορεί να αναπαρασταθεί από τη σχέση

$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-N_u/2}^{N_u/2} X_{i,n} \Psi_{i,n} \otimes g_T(t) \quad (1.22)$$

όπου το σύμβολο \otimes δηλώνει συνέλιξη, το $g_T(t)$ είναι η παλμική απόκριση του αναλογικού φίλτρου μετάδοσης, $\Psi_{i,n}$ είναι ο παλμός κάθε φορέα (subcarrier) που περιγράφεται από τη σχέση

$$\Psi_{i,n} = \begin{cases} e^{j2\pi\frac{n}{T_u}(t-\Delta-iT_s)} & , iT_s \leq t \leq (i+1)T_s \\ 0 & , \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (1.23)$$

όπου $T_s = T_u + \Delta$ είναι η διάρκεια ενός ολόκληρου συμβόλου OFDM συμπεριλαμβανομένου του διαστήματος φύλαξης, $1/T_u$ είναι η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών φορέων (subcarrier spacing) και Δ είναι το μήκος του διαστήματος φύλαξης (guard interval length). Ας υποθέσουμε τώρα ότι το σήμα μεταδίδεται μέσω ενός πολυδρομικού καναλιού εξασθένησης τύπου Rayleigh, το οποίο χαρακτηρίζεται από την εξίσωση

$$h(\tau, t) = \sum_{l=1}^L h_l(t) \delta(\tau - \tau_l) \quad (1.24)$$

όπου $\{h_l(t)\}$ είναι το κέρδος του l μονοπατιού (path gain), $\{\tau_l\}$ η χρονική καθυστέρηση του l μονοπατιού και L ο αριθμός των διαφορετικών μονοπατιών. Τα $\{h_l(t)\}$ είναι wide sense stationary (WSS) διαδικασίες μικρού φάσματος, ενώ η συνολική ενέργεια φάσματος του καναλιού και τα διαφορετικά κέρδη μονοπατιών είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους. Η μέση ενέργεια του καναλιού κανονικοποιείται στη μονάδα.

Όπως γνωρίζουμε, σε ένα περιβάλλον ασύρματης διάδοσης το κανάλι δεν είναι σταθερό κατά τη διαδικασία μετάδοσης, αλλά μεταβάλλεται χρονικά. Ωστόσο έχει αποδειχθεί [2], ότι οι χρονικές καθυστερήσεις των ενεργών μονοπατιών του καναλιού δεν αλλάζουν σημαντικά, παρά την εξασθένηση του καναλιού. Στη συνέχεια θα θεωρήσουμε ότι το κανάλι είναι ημι-σταθερό, δεν αλλάζει δηλαδή κατά τη

μετάδοση ενός συμβόλου OFDM, αλλά μεταβάλλεται αργά από σύμβολο σε σύμβολο. Επομένως, για το δέκτη κάνουμε δεκτές τις ακόλουθες υποθέσεις:

- η διάρκεια του διαστήματος φύλαξης (guard interval) είναι μεγαλύτερη από το μέγιστο excess delay του καναλιού
- το κανάλι είναι ημι-σταθερό, δεν αλλάζει δηλαδή κατά τη μετάδοση ενός συμβόλου OFDM, αλλά μεταβάλλεται αργά από σύμβολο σε σύμβολο
- οι χρονικές καθυστερήσεις των μονοπατιών είναι σταθερές παρά την εξασθένιση του καναλιού [2].
- ο συγχρονισμός είναι τέλειος

Έτσι, για το i -οστό OFDM σύμβολο, η έξοδος του n -οστού φορέα μπορεί να αναπαρασταθεί από τη σχέση

$$Y_{i,n} = X_{i,n} \cdot H_{i,n} \cdot G_T(n) \cdot G_R(n) + n_{i,n}, \quad -N/2 \leq n \leq N/2 \quad (1.25)$$

όπου $n_{i,n}$ είναι λευκός Gaussian θόρυβος με διασπορά σ^2 , $G_T(n)$ και $G_R(n)$ είναι οι αποκρίσεις στο πεδίο της συχνότητας των φίλτρων πομπού και δέκτη αντίστοιχα ενώ τέλος $H_{i,n}$ είναι η απόκριση συχνότητας του καναλιού που δίνεται από τη σχέση

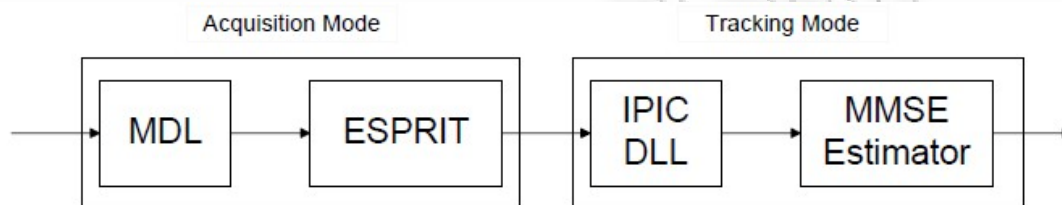
$$H_{i,n} = \sum_{l=1}^L h_l(iT_s) \cdot e^{-j2\pi \frac{nt_l}{NT}} \quad (1.26)$$

όπου το h_l δηλώνει το κέρδος του l -οστού μονοπατιού κατά τη μετάδοση του i -οστού OFDM συμβόλου. Αν υποθέσουμε ότι οι $N_u + 1$ φορείς μετάδοσης βρίσκονται στις επίπεδες περιοχές του συχνοτικού φάσματος των φίλτρων πομπού και δέκτη, η εξίσωση (4) μπορεί να γραφεί ως:

$$Y_{i,n} = X_{i,n} \cdot H_{i,n} + n_{i,n}, \quad (1.27)$$

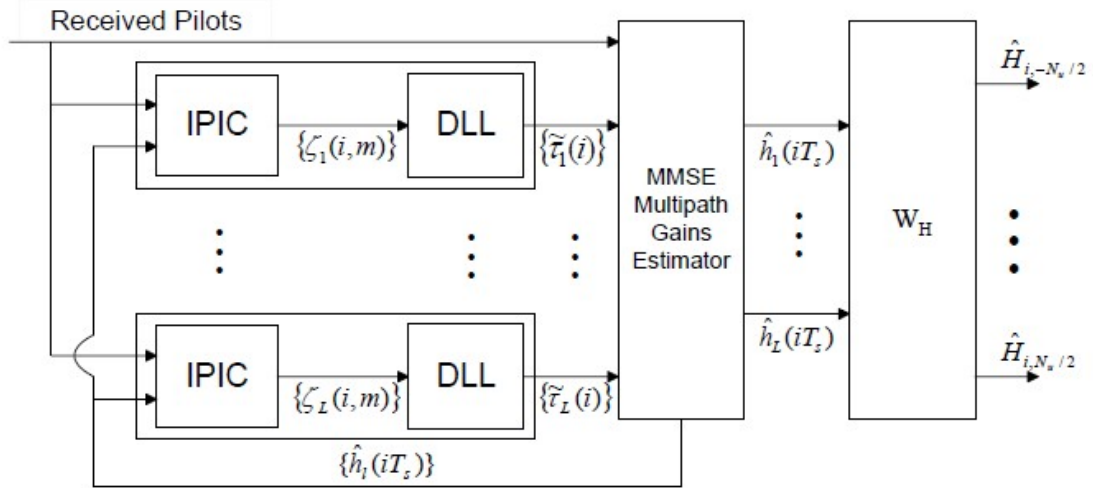
καθώς οι ποσότητες $G_T(n)$ και $G_R(n)$ θεωρούνται ίσες με τη μονάδα στην επίπεδη περιοχή του συχνοτικού φάσματος των φίλτρων. Αν η υπόθεση που κάνουμε δεν είναι αληθής, μπορούμε πάντοτε να απομακρύνουμε τις ποσότητες $G_T(n)$ και $G_R(n)$ από τη σχέση, γνωρίζοντας εκ των προτέρων τα φίλτρα πομπού και δέκτη. Έτσι, στη συνέχεια, θα θεωρούμε σωστή τη σχέση (1.27) που προκύπτει.

2.3.2 Μέθοδος εκτίμησης



Σχήμα (2.2): Συνολικό Block Διάγραμμα του εκτιμητή καναλιού

Ο αλγόριθμος, όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα, μπορεί να χωριστεί σε δύο στάδια: την αρχική εκτίμηση (acquisition mode) και την παρακολούθηση των χρονικών καθυστερήσεων (tracking mode). Το πρώτο στάδιο περιλαμβάνει την εύρεση του αριθμού των μονοπατιών με βάση το κριτήριο MDL (Minimum Description Length) και την εύρεση των αρχικών πολυδρομικών χρονικών καθυστερήσεων με τη μέθοδο ESPRIT (Estimation of Signal Parameters by Rotational Invariance Techniques). Το δεύτερο στάδιο περιλαμβάνει την παρακολούθηση των χρονικών καθυστερήσεων του κάθε μονοπατιού μέσω του IPIC DLL (InterPath Interference Cancellation Delay Locked Loop) και την εκτίμηση της απόκρισης συχνότητας του καναλιού με τη μέθοδο του ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος (Minimum Mean Square Error estimator), όπως φαίνεται και στο σχήμα (2.3).



Σχήμα (2.3): Block Διάγραμμα του Tracking Mode

2.3.3 Μοντέλο οδηγών

Μέσα στους $N_u + 1$ φορείς μετάδοσης εισάγουμε M φορείς οδηγούς (pilot subcarriers), σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους. Έστω ότι D_f είναι το διάστημα μεταξύ δυο γειτονικών φορέων οδηγών στο πεδίο της συχνότητας. Τότε πρέπει να ισχύει

$$M = \left\lceil \frac{N_u + 1}{D_f} \right\rceil \quad (1.28)$$

όπου η πράξη $\lceil x \rceil$ δηλώνει τον πλησιέστερο ακέραιο που είναι μεγαλύτερος ή ίσος της ποσότητας x . Έστω ότι το σύνολο P περιέχει τις θέσεις των M φορέων οδηγών στο πεδίο της συχνότητας. Τότε θα είναι

$$P = \left\{ \begin{array}{l} p(m) \mid p(m) = \left(m - \frac{M-1}{2} \right) D_f \\ m = 0, \dots, M-1 \end{array} \right\} \quad (1.29)$$

όπου το D_f είναι άρτιος αριθμός. Όταν το D_f είναι περιττός, θα μπορούσε να οριστεί ένα παρόμοιο σύνολο. Στις θέσεις των οδηγών ισχύει ότι

$$X_{i,p(m)} = Y_m, \text{ για } m = 0, \dots, M - 1$$

όπου $\{Y_m\}$ είναι τα σύμβολα που στέλνονται από τους οδηγούς και έχουν το ίδιο πλάτος.

Σύμφωνα με το θεώρημα δειγματοληψίας, στο πεδίο της συχνότητας ο ρυθμός δειγματοληψίας πρέπει να ικανοποιεί την ακόλουθη σχέση

$$N / D_f > \tau_{\max} / T \quad (1.30)$$

όπου ο λόγος τ_{\max} / T δηλώνει το μέγιστο excess delay κανονικοποιημένο ως προς το χρόνο του OFDM συμβόλου.

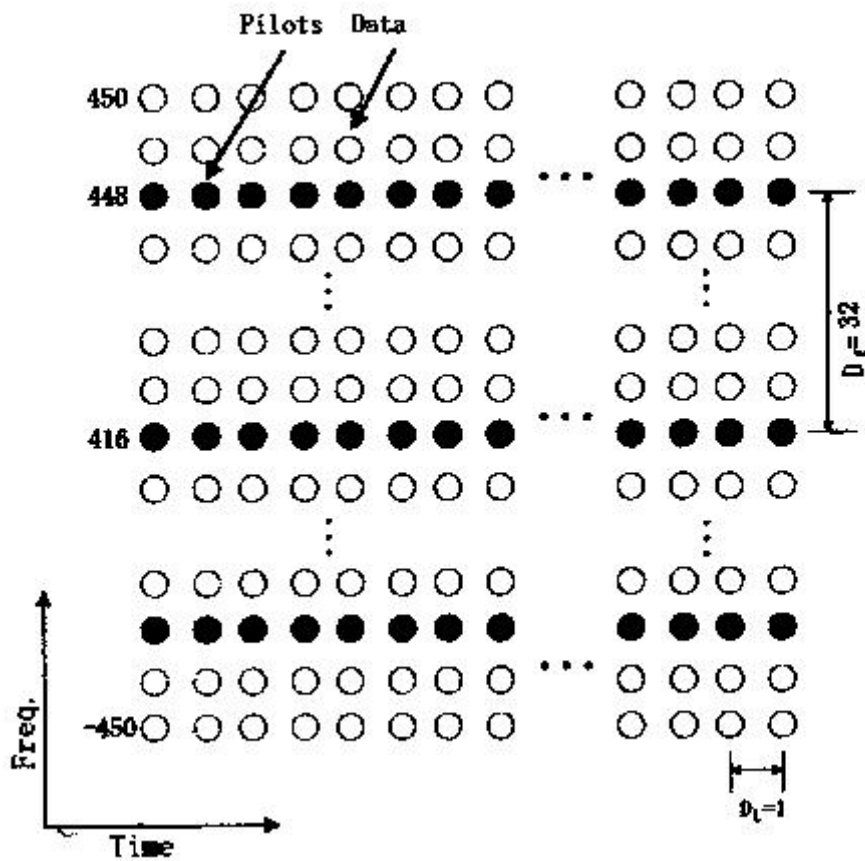
Έστω επίσης ότι το D_t είναι το διάστημα μεταξύ δυο γειτονικών φορέων οδηγών στο πεδίο του χρόνου. Στο πεδίο του χρόνου ο ρυθμός δειγματοληψίας πρέπει να ικανοποιεί την σχέση:

$$\frac{1}{D_t T_s} > 2 f_D \quad (1.31)$$

όπου f_D είναι η συχνότητα Doppler του καναλιού.

Πρέπει να τονίσουμε στο σημείο αυτό ότι ο σχεδιασμός του μοντέλου οδηγών (pilot pattern), η κατάλληλη τοποθέτηση δηλαδή των φορέων – οδηγών είναι ανταλλαγή μεταξύ καλής εκτίμησης του καναλιού και υψηλής αποδοτικότητας ενέργειας φάσματος. Όσο πιο «κοντά» λοιπόν τοποθετούμε τους οδηγούς, τόσο καλύτερη εκτίμηση καναλιού πετυχαίνουμε, ενώ παράλληλα χάνουμε σε απόδοση ενεργειακά. Το αντίθετο συμβαίνει όσο πιο «μακριά» τοποθετούμε τους οδηγούς. Στα πλαίσια της εργασίας, θέτουμε $D_t=1$, κάτι που έχει άμεση σχέση με την παραδοχή

που κάνουμε ότι το κανάλι παραμένει σταθερό κατά τη διάρκεια μετάδοσης ενός συμβόλου OFDM. Η μέθοδος μπορεί να επεκταθεί για $D_t > 1$, ώστε να επιτευχθεί υψηλότερη απόδοση του συστήματος από ενεργειακής άποψης. Παρακάτω, στο σχήμα φαίνεται ένα απλό παράδειγμα, ενός μοντέλου οδηγών για $N = 1024$ φορείς, $N_u + 1 = 901$ φέροντα μετάδοσης με $D_f = 32$ και $D_t = 1$.



Σχήμα: Παράδειγμα Μοντέλου οδηγών για OFDM σήμα

2.3.4 Εκτιμητής καναλιού ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος

Κατά τη λειτουργία του MMSE εκτιμητή για την εκτίμηση των h_l , γίνεται δεκτή η υπόθεση ότι ο αριθμός μονοπατιών L και οι χρονικές καθυστερήσεις τ_l είναι γνωστές. Ακολούθως περιγράφεται το μοντέλο εκτίμησης καναλιού.

Θέτοντας τα L και τ_l γνωστά, αντικαθιστούμε στην αντίστοιχη σχέση και αυτή παίρνει την παρακάτω μορφή:

$$H'_{LS,P} = W_p h + n_p \quad (1.32)$$

$$W_p = \begin{bmatrix} e^{-j2\pi \frac{p(0)\tau_1}{NT}} & \dots & e^{-j2\pi \frac{p(0)\tau_L}{NT}} \\ \dots & \dots & \dots \\ e^{-j2\pi \frac{p(M-1)\tau_1}{NT}} & \dots & e^{-j2\pi \frac{p(M-1)\tau_L}{NT}} \end{bmatrix}$$

είναι ο $M \times L$ πίνακας μετασχηματισμού Fourier, $h = [h_1, \dots, h_L]$ είναι το $L \times 1$ διάνυσμα με τα κέρδη των διαφορετικών μονοπατιών που πρόκειται να εκτιμηθεί και $n_p = [n_{p(0)} / Y_0, \dots, n_{p(M-1)} / Y_{M-1}]^T$ είναι το $M \times 1$ διάνυσμα θορύβου.

Υποθέτουμε ότι το h είναι ένα τυχαίο Gaussian διάνυσμα με μηδενική μέση τιμή. Ομοίως, το n_p είναι ένα τυχαίο Gaussian διάνυσμα, ανεξάρτητο από το h . Τότε ο πίνακας ετεροσυσχέτισης των h και $H'_{LS,P}$ είναι

$$R_{hH'_{LS,P}} = E[hH'^H_{LS,P}] = C_h W_p^H \quad (1.33)$$

όπου

$$C_h = \text{diag} \left(\left[\sigma_{h_1}^2, \dots, \sigma_{h_L}^2 \right]^T \right) \quad (1.34)$$

είναι ο πίνακας συνδιασποράς του h , η σχέση $\text{diag}(x)$ δηλώνει ένα διαγώνιο πίνακα με τα περιεχόμενα του διανύσματος x στην κύρια διαγώνιο. Με τον ίδιο τρόπο ο πίνακας αυτοσυσχέτισης του $H'_{LS,P}$ είναι

$$R_{H'_{LS,P} H'_{LS,P}} = E \left[H'_{LS,P} H'^H_{LS,P} \right] = W_p C_h W_p^H + \frac{\sigma^2}{A} I_M \quad (1.35)$$

όπου I_M είναι ο $M \times M$ μοναδιαίος πίνακας. Τότε η εκτίμηση για το h είναι [17]:

$$\bar{h} = R_{h H'_{LS,P}} R^{-1}_{H'_{LS,P} H'_{LS,P}} H'_{LS,P} = \left(\frac{\beta}{SNR} C^{-1}_h + W_p^H W_p \right)^{-1} W_p^H H'_{LS,P} \quad (1.36)$$

όπου

$$\beta = E \left[|X_{i,n}|^2 \right] / A$$

είναι ο λόγος της μέσης ενέργειας του σήματος προς την ενέργεια των οδηγών και

$$SNR = E \left[|X_{i,n}|^2 \right] / \sigma^2$$

είναι ο μέσος λόγος σήματος προς θόρυβο (SNR – Signal to Noise Ratio). Επομένως, η εκτίμηση για τη απόκριση συχνότητας του καναλιού μέσω του ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος είναι

$$\bar{H} = W_H \bar{h} = W_H \left(\frac{\beta}{SNR} C^{-1}_h + W_p^H W_p \right)^{-1} W_p^H H'_{LS,P} \quad (1.37)$$

όπου

$$W_H = \begin{bmatrix} e^{-j2\pi \frac{-N_u/2\tau_1}{NT}} & \dots & e^{-j2\pi \frac{-N_u/2\tau_L}{NT}} \\ \dots & \dots & \dots \\ e^{-j2\pi \frac{N_u/2\tau_1}{NT}} & \dots & e^{-j2\pi \frac{N_u/2\tau_L}{NT}} \end{bmatrix}$$

είναι ο $(N_u+1) \times L$ πίνακας μετασχηματισμού Fourier, και

$$\bar{H} = \left[\bar{H}_{-N_u/2}, \dots, \bar{H}_{N_u/2} \right]^T \quad (1.38)$$

είναι η τάξης $(N_u+1) \times 1$ εκτίμηση για την απόκριση συχνότητας του καναλιού.

3 Εκτίμηση Ελαχίστων Τετραγώνων (LSE)

Για τη μελέτη της μεθόδου εκτίμησης ελαχίστων τετραγώνων, θα θεωρήσουμε ένα OFDM σύμβολο μέσω του οποίου μεταδίδονται γνωστά πιλοτικά σύμβολα,

συνολικού αριθμού $N_p \leq N$, στις πιλοτικές υπο-φέρουσες $\{k_{p1}, k_{p2}, \dots, k_{pN_p}\} \subseteq \{0, 1,$

$\dots, N-1\}$ με $k_{p1} < k_{p2} < \dots < k_{pN_p}$. Μετά την αποδιαμόρφωση του εισερχόμενου στον δέκτη σήματος μέσω του FFT θα ισχύει (παραλείποντας τον δείκτη m):

$$Y_p = D(X_p)H_p + W_p \quad (1.39)$$

όπου

$$X_p = \left[X(k_{p1}), \dots, X(k_{pN_p}) \right]^T \quad (1.40)$$

το $N_p \times 1$ διάνυσμα των πιλότων

$$Y_p = \left[Y(k_{p1}), \dots, Y(k_{pN_p}) \right]^T \quad (1.41)$$

Τα αλλοιωμένα από το κανάλι και τον θόρυβο πιλοτικά σύμβολα

$$H_p = \left[H(k_{p1}), \dots, H(k_{pN_p}) \right]^T \quad (1.42)$$

το διάνυσμα της απόκρισης συχνότητας στις πιλοτικές συχνότητες και

$$W_p = \left[W(k_{p1}), \dots, W(k_{pN_p}) \right]^T \quad (1.43)$$

το αντίστοιχο διάνυσμα του θορύβου. Στα επόμενα θα θεωρηθεί ότι τα πιλοτικά σύμβολα $X(kp)$ προέρχονται από ένα αλφάβητο συμβόλων ίσης ενέργειας (όπως PSK σύμβολα). Η παραπάνω εξίσωση αποτελεί ένα σύστημα N_p γραμμικών εξισώσεων με άγνωστο το διάνυσμα της συχνοτικής απόκρισης. Η βέλτιστη λύση H_p του συστήματος είναι η λύση ελαχίστων τετραγώνων (Least Squares – LS), η οποία ελαχιστοποιεί το τετραγωνικό σφάλμα:

$$\|Y - D(X_p)\overline{H}_p\|^2$$

όπου για το $n \times 1$ διάνυσμα

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$$

ισχύει

$$\|x\|^2 = \sum_{i=1}^n |x_i|^2 \quad (1.44)$$

Για το σύστημα της πρώτης εξίσωσης προκύπτει ότι η εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων της συχνοτικής απόκρισης ισούται με

$$\begin{aligned} \overline{H}_{LS,p} &= D^{-1}(X_p)Y_p \\ &= H_p + D^{-1}(X_p)W_p \\ &= H_p + W_{LS,p} \end{aligned} \quad (1.45)$$

όπου το διάνυσμα

$$\overline{H}_{LS,p} = \left[\overline{H}_{LS}(k_{p1}), \dots, \overline{H}_{LS}(k_{pN_p}) \right]^T \quad (1.46)$$

αποτελείται από τις εκτιμήσεις των τιμών της συχνοτικής απόκρισης στις πιλοτικές υπο-φέρουσες και το διάνυσμα $W_{LS,p}$ αποτελείται από δείγματα λευκού κανονικού θορύβου ισχύος $1/SNR$. Σημειώνεται ότι στην περίπτωση που ο θόρυβος του συστήματος είναι λευκός και κανονικός η εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων συμπίπτει με την εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας.

Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει ότι η ακρίβεια της εκτίμησης εξαρτάται άμεσα από την ισχύ του θορύβου.

Ως μέτρο της ακρίβειας χρησιμοποιείται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα το οποίο για την εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων ισούται με

$$\begin{aligned} MSE_{LS} &= \frac{1}{N_p} E \left\{ \left\| H - \overline{H}_{LS} \right\|^2 \right\} = \frac{1}{N_p} E \left\{ \left\| W_{LS,p} \right\|^2 \right\} \\ &= \frac{1}{SNR} \end{aligned} \quad (1.47)$$

δηλαδή το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της εκτίμησης εξαρτάται από την ισχύ του θορύβου του συστήματος.

3.1 Εκτίμηση καναλιού με τη χρήση LSE

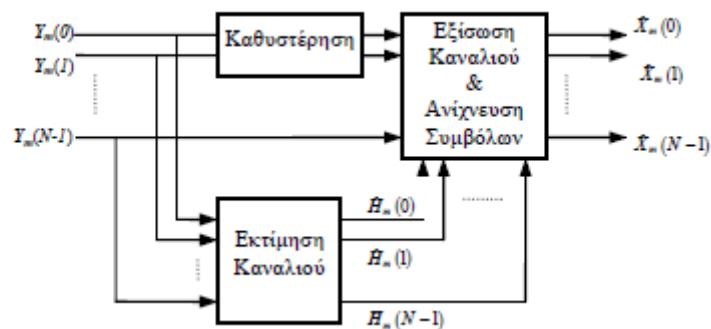
Η εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων αποτελεί την απλούστερη εκτίμηση που μπορεί να κάνει ο δέκτης και αποτελεί την αρχική πληροφορία για τους πιο πολύπλοκους και ακριβέστερους αλγόριθμους εκτίμησης καναλιού. Σημειώνεται ότι, σύμφωνα με την εξίσωση που αναφέρθηκε προηγουμένως, για την LS εκτίμηση απαιτείται ένας μιγαδικός πολλαπλασιασμός για κάθε πιλοτική συχνότητα k_p . Η LS εκτίμηση μπορεί να αποτελεί και την τελική εκτίμηση του καναλιού εφόσον γίνεται σε όλες τις συχνότητες με χρήση ενός πιλοτικού OFDM συμβόλου όπου $N_p = N$.

Ένα τέτοιο σύστημα που βασίζεται στην εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων, όπως στην περίπτωση όπου το κανάλι είναι στατικό και η εκτίμηση της συχνοτικής

απόκρισης γίνεται στην αρχή της μετάδοσης με χρήση ενός πιλοτικού OFDM συμβόλου [30], έχει απόδοση κατά 3dB χειρότερη από την ιδεατή περίπτωση τέλει γνώσης του καναλιού από τον δέκτη [8].

Η απόδοση αυτή είναι συγκρίσιμη με ένα σύστημα διαφορικής διαμόρφωσης στο οποίο ο δέκτης δεν χρειάζεται ακριβής γνώση του καναλιού (non-coherent detection) [1]. Επομένως είναι αναγκαία η περαιτέρω επεξεργασία των αρχικών εκτιμήσεων για βελτίωση της ακρίβειάς τους ώστε το σύστημα να έχει καλύτερη απόδοση. Επιπλέον, σε συνθήκες όπου το κανάλι μεταβάλλεται γρήγορα και χρειάζεται να γίνεται διαρκώς ανανέωση της εκτίμησής του, επειδή δεν είναι δυνατόν όλα τα σύμβολα να είναι πιλοτικά, θα πρέπει ο υπολογισμός της συχνοτικής απόκρισης να γίνει με μεθόδους παρεμβολής (interpolation). Το μπλοκ διάγραμμα της διαδικασίας εκτίμησης καναλιού φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Μετά τον FFT στο δέκτη, τα γνωστά πιλοτικά σύμβολα $Y(k_p)$ διέρχονται από τον εκτιμητή καναλιού, όπου γίνεται η αρχική εκτίμηση ελαχίστων τετραγώνων στις αντίστοιχες πιλοτικές συχνότητες και με τον επιλεγμένο αλγόριθμο προκύπτει η τελική εκτίμηση του καναλιού $H^*(k)$ για όλες τις συχνότητες του συστήματος.

Με βάση αυτήν την εκτίμηση γίνεται η εξίσωση καναλιού των $Y(k)$ και στην συνέχεια ο ανιχνευτής μέγιστης πιθανοφάνειας δίνει την τελική εκτίμηση των δεδομένων. Σημειώνεται ότι ο αριθμός των OFDM συμβόλων που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση του καναλιού μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή μπορεί να είναι μεγαλύτερος του ενός οπότε είναι αναγκαία η εισαγωγή καθυστέρησης στο σύστημα.



Σχήμα: Διαδικασία εκτίμησης και εξίσωσης καναλιού στον δέκτη

Στον πίνακα παρουσιάζονται συνοπτικά οι PSAM αλγόριθμοι εκτίμησης καναλιού. Οι αλγόριθμοι εκτίμησης καναλιού μπορούν να καταταχθούν σε αρκετές επιμέρους κατηγορίες, ανάλογα με το αν κάνουν χρήση πληροφορίας για την στατιστική του καναλιού και του θορύβου ή όχι, ή την επεξεργασία σήματος σε μία ή δύο διαστάσεις, ενώ μέτρο της απόδοσής τους αποτελούν παράμετροι όπως η ακρίβεια της εκτίμησης για δεδομένη κατανομή πιλότων, η πυκνότητα των πιλότων που απαιτείται για την επίτευξη συγκεκριμένης απόδοσης και η πολυπλοκότητα υλοποίησής τους.

ΠΙΝΑΚΑΣ Ι

- Πολυωνυμική παρεμβολή
- IDFT-DFT Φίλτρο
- Φίλτρο Wiener (MMSE εκτίμηση)
- Απλοποίηση Wiener φίλτρου μέσω SVD
- Παρεμβολή μέσω IDFT-DFT
- Παρεμβολή μέσω IDFT-DFT με γνώση στατιστικής
- ML – MAP εκτίμηση
- Επεξεργασία σήματος στις δύο διαστάσεις

Γενικά, οι αλγόριθμοι που κάνουν χρήση της στατιστικής του καναλιού και του θορύβου του συστήματος έχουν μεγαλύτερη ακρίβεια εκτίμησης, εφόσον η στατιστική αποτελεί επιπρόσθετη πληροφορία μαζί με αυτήν των αρχικών LS εκτιμήσεων. Στην πράξη όμως, η ακριβής γνώση των στατιστικών παραμέτρων του συστήματος δεν είναι εφικτή. Αλλά και οι αλγόριθμοι που βασίζονται μόνο στις αρχικές LS εκτιμήσεις, χρησιμοποιούν μερική γνώση της στατιστικής του καναλιού που είναι η μέγιστη διάρκειά της κρουστικής απόκρισης.

Εφόσον το OFDM σύστημα είναι σχεδιασμένο ώστε το κυκλικό πρόθεμα να αρκετής διάρκειας ώστε να μην υπάρχει αλληλοπαρεμβολή, μπορεί να θεωρηθεί η ως άνω όριο για την μέγιστη διάρκεια τ_{\max} της κρουστικής απόκρισης, η διάρκεια T_{cp}

του κυκλικού προθέματος.

Εφόσον το κανάλι είναι σταθερό κατά την διάρκεια ενός OFDM συμβόλου η πιο απλή διαδικασία εκτίμησης του καναλιού είναι η χρήση των LS εκτιμήσεων των πιλότων που μεταδίδονται μέσω του ίδιου OFDM συμβόλου και η εκτίμηση της συχνοτικής απόκρισης σε όλες τις συχνότητες με παρεμβολή. Αυτή η διαδικασία εκτίμησης της συχνοτικής απόκρισης $H_m(k)$ με βάση την πληροφορία των πιλότων του m OFDM συμβόλου θα αναφέρεται ως εκτίμηση με επεξεργασία σήματος σε μία διάσταση, στην συγκεκριμένη περίπτωση την διάσταση της συχνότητας f . Στην περίπτωση που το κανάλι μεταβάλλεται τόσο γρήγορα, ακόμα και μεταξύ διαδοχικών συμβόλων, η χρήση αυτής της κατηγορίας αλγορίθμων απαιτεί την κατανομή πιλότων για την ανανέωση της εκτίμησης σε κάθε OFDM σύμβολο. Προφανώς η εκτίμηση με επεξεργασία σήματος σε μία διάσταση μπορεί να εφαρμοστεί και στην διάσταση του χρόνου t . Επειδή όμως στα πρακτικά OFDM συστήματα η μεταβολή της συχνοτικής απόκρισης στην διάσταση f είναι πολύ μεγαλύτερη από την μεταβολή στην διάσταση t , οι αλγόριθμοι εκτίμησης καναλιού εφαρμόζονται στην διάσταση f όπου η παρεμβολή είναι πιο δύσκολη.

Ένα σημαντικό πρόβλημα των αλγορίθμων επεξεργασίας σήματος σε μία διάσταση είναι ότι η κατανομή πιλότων μειώνει αρκετά τον ρυθμό εκπομπής δεδομένων. Μείωση της πυκνότητας των πιλότων και της πολυπλοκότητας της εκτίμησης μπορεί να επιτευχθεί γενικεύοντας τους παραπάνω αλγόριθμους σε αλγόριθμους εκτίμησης καναλιού που βασίζονται στην επεξεργασία σήματος στις δύο διαστάσεις, f και t . Γενικά αυτή η κατηγορία αλγορίθμων δίνει την ίδια ακρίβεια εκτίμησης με μικρότερο αριθμό πιλότων σε σχέση με τους αλγόριθμους επεξεργασίας σήματος σε μία διάσταση. Αυτό συμβαίνει επειδή η θεώρηση της διάστασης t από τον αλγόριθμο σημαίνει (μερική ή ολική) γνώση της στατιστικής του στην διάσταση αυτή. Για παράδειγμα, εάν είναι γνωστό ότι το κανάλι μεταβάλλεται πολύ αργά, ο μέσος όρος των εκτιμήσεων του καναλιού που προέκυψαν σε κοντινά χρονικά διαστήματα αναμένεται να μειώσει το σφάλμα της εκτίμησης.

4 Προσομοίωση κώδικα OFDM με υλοποιημένες τεχνικές LSE και MMSE

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζουμε κάποια ενδεικτικά αποτελέσματα σχετικά με την επίδοση των τεχνικών LSE και MMSE σε συστήματα OFDM με κριτήριο τη μέση τιμή του τετραγώνου του σφάλματος εκτίμησης του συντελεστή του καναλιού. Οι συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται για τον LS και MMSE αλγόριθμο δίνονται από τις παρακάτω συναρτήσεις στο matlab:

```
%Function Declaration:
function ms_error=LS_MSE_calc(X,H,Y);
%This function generates mean squared error for the LS estimator.

%EVALUATION OF Hls
Hls =(inv(X)) * Y;

ms_error_mat=mean(((abs(H-Hls))/abs(H)).^2);
for i=1:64
    if(ms_error_mat(i)~=0)
        ms_error=ms_error_mat(i);
    end
end

%Function Declaration:
function ms_error=MMSE_MSE_calc(X,H,Y,Rgg,variance);
%This function generates mean squared error for the MMSE estimator.
%EVALUATION OF Hmmse
%Hmmse=F*Rgg*inv(Rgy)*Y;
u=rand(64,64);
F=fft(u)*inv(u); %The 64 X 64 twiddle factor matrix..
I=eye(64,64);
Rgy=Rgg * F' * X';
Ryy=X * F * Rgg * F' * X' + variance * I;
for i=1:64
    yy(i,i)=Y(i);
end
Gmmse=Rgy * inv(Ryy)* Y;
Hmmse=fft(Gmmse);

ms_error_mat=mean(((abs(H)-abs(Hmmse))/abs(H)).^2);
for i=1:64
    if(ms_error_mat(i)~=0)
        ms_error=ms_error_mat(i);
    end
end
end
```

Στο κυρίως πρόγραμμα θεωρούμε διαμόρφωση BPSK και δημιουργούμε τον πίνακα G που χρησιμεύει για το δiάνυσμα του καναλιού.

```
X=zeros(64,64);
d=rand(64,1);
    for i=1:64
        if(d(i)>=0.5)
            d(i)=+1;
        else
            d(i)=-1;
        end
    end
for i=1:64
    X(i,i)=d(i);
end
%Calculation of the channel matrix H
%The channel is
tau=[0.5 3.5];%The fractionally spaced taps.

%Generation of the G matrix.
for k=1:64
    s=0;
    for m=1:2
        s=s+(exp(-j*pi*(1/64)*(k+63*tau(m))) * (( sin(pi*tau(m)) /
sin(pi*(1/64)*(tau(m)-k)))));
    end
    g(k)=s/sqrt(64);
end
G=g'; The channel vector is evaluated.
```

Εν συνεχεία, πραγματοποιείται μετασχηματισμός Fourier για να μεταβούμε στο πεδίο της συχνότητας.

```
H=fft(G); % In the freq domain.
u=rand(64,64);
F=fft(u)*inv(u); % 'F' is the twiddle factor matrix.
```

Ακολούθως, υπολογίζεται ο πίνακας αυτοσυσχέτισης και αμέσως μετά η διαδικασία επαναλαμβάνεται 12 φορές ώστε να προκύψει τελικά μια μέση τιμή των αποτελεσμάτων.

```
gg=zeros(64,64);
for i=1:64
    gg(i,i)=G(i);
end
gg_myu = sum(gg, 1)/64;
gg_mid = gg - gg_myu(ones(64,1),:);
sum_gg_mid= sum(gg_mid, 1);
Rgg = (gg_mid' * gg_mid- (sum_gg_mid' * sum_gg_mid) / 64) / (64 -
1);
```

```

for m=1:12

for n=1:5

SNR_send=5*n;
XFG=X*H;
n1=ones(64,1);
n1=n1*0.0000000000000000001i;%Just to ensure that the function awgn
adds complex Gaussian noise
noise=awgn(n1,SNR_send);
variance=var(noise);
N=fft(noise);
Y=XFG+N;
%Evaluating the mean squared error for the LS estimator..
mean_squared_error_ls=LS_MSE_calc(X,H,Y);
%Evaluating the mean squared error for the MMSE estimator..
mean_squared_error_mmse=MMSE_MSE_calc(X,H,Y,Rgg,variance);
SNR(n)=SNR_send;
mmse_mse(m,n)=mean_squared_error_mmse;
ls_mse(m,n)=mean_squared_error_ls;
end;

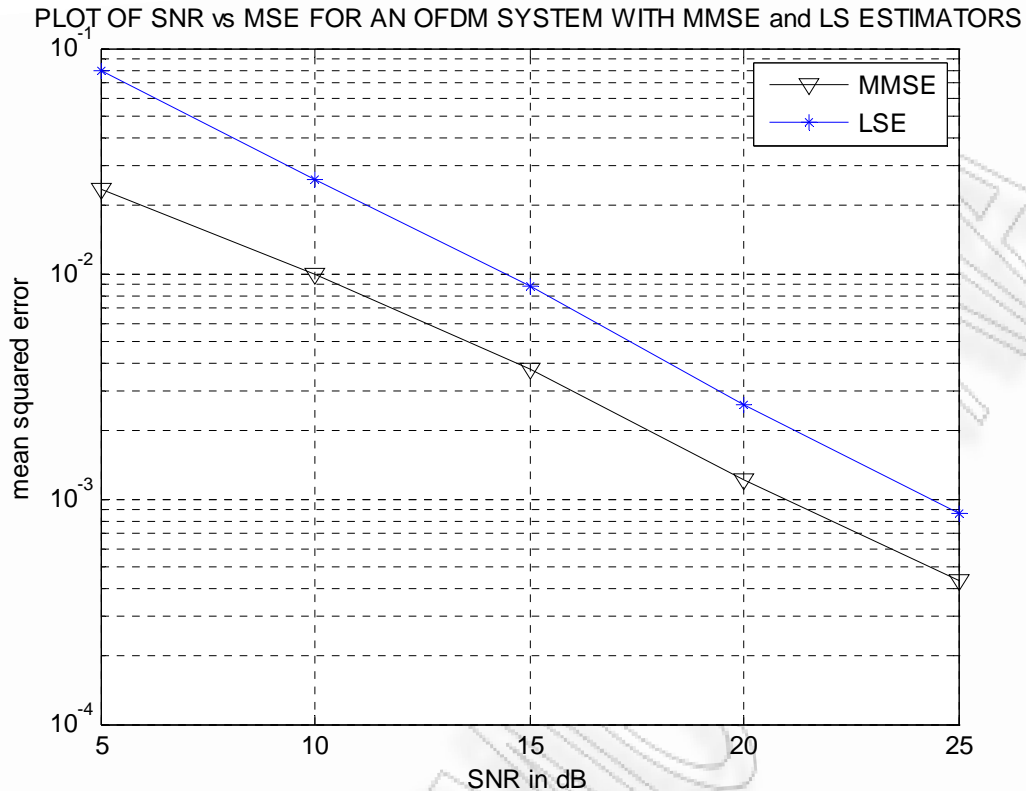
end;

ls_mse
mmse_mse
mmse_mse_ave=mean(mmse_mse);
ls_mse_ave=mean(ls_mse);
%Now just the display part.....
semilogy(SNR,mmse_mse_ave,'kv-');
hold on;
semilogy(SNR,ls_mse_ave,'b*-');
legend('MMSE', 'LSE')
axis([5 25 10^(-4) 10^(-1)])
grid on;
xlabel('SNR in dB');
ylabel('mean squared error');
title('PLOT OF SNR vs MSE FOR AN OFDM SYSTEM WITH MMSE and LS
ESTIMATORS');

```

Τα αποτελέσματα του κώδικα φαίνονται στο παρακάτω γράφημα, όπου φαίνονται οι επιδόσεις του MSE (Mean squared error) καθώς αυξάνεται ο σηματοθορυβικός λόγος (σε dB). Με την μπλε γραμμή είναι η τεχνική LS ενώ με τη μαύρη γραμμή παριστάνεται η τεχνική MMSE.

Όπως φαίνεται από το γράφημα, η MMSE οδηγεί σε καλύτερη επίδοση από ότι η LSE.



Στη συνέχεια εφαρμόζουμε την LSE για την εκτίμηση OFDM διαύλου για να παρατηρήσουμε την επίδοση σε Bit Error Rate (BER).

```

N = 256; % total number of subchannels
P = 256/8; % total number of Pilots
S = N-P; % total number of data subchannels
GI = N/4; % guard interval length
M = 2; % modulation
pilotInterval = 8; % pilot position interval
L = 16; % channel length
nIteration = 500; % number of iteration in each evaluation

SNR_V = [0:3:30]; % signal to noise ratio vector in dB
ber = zeros(1,length(SNR_V)); % initializing bit error rate

% Pilot Location and strength
Ip = [1:pilotInterval:N]; % location of pilots
Is = setxor(1:N,Ip); % location of data

Ep = 2; % energy in pilot symbols in comparison
% to energy in data symbols

% fft matrix
F = exp(2*pi*sqrt(-1)/N .* meshgrid([0:N-1],[0:N-1])...
.* repmat([0:N-1]',[1,N]));

```

```

for( i = 1 : length(SNR_V))
    SNR = SNR_V(i)
    for(k = 1 : nIteration)
        % generating random channel coefficients
        h(1:L,1) = random('Normal',0,1,L,1) + ...
                j * random('Normal',0,1,L,1);
        h = h./sum(abs(h)); % normalization

        % Tr Data
        TrDataBit = randint(N,1,M);
        TrDataMod = qammod(TrDataBit,M);
        TrDataMod(Ip) = Ep * TrDataMod(Ip);
        TrDataIfft = ifft(TrDataMod,N);
        TrDataIfftGi = [TrDataIfft(N- GI + 1 : N);TrDataIfft];

        % tx Data
        TxDataIfftGi = filter(h,1,TrDataIfftGi); % channel
                                                %effect

        % adding awgn noise
        TxDataIfftGiNoise = awgn(TxDataIfftGi ...
            , SNR - db(std(TxDataIfftGi))); % normalization to
                                                %signal power

        TxDataIfft = TxDataIfftGiNoise(GI+1:N+GI);
        TxDataMod = fft(TxDataIfft,N);

        % Channel estimation
        Spilot = TrDataMod(Ip); % trnasmitted pilots
        Ypilot = TxDataMod(Ip); % received pilots

        G = (Ep * length(Ip))^-1 ...
            *
ctranspose(sqrt(Ep)*diag(Spilot)*ctranspose(F(1:L,Ip)));

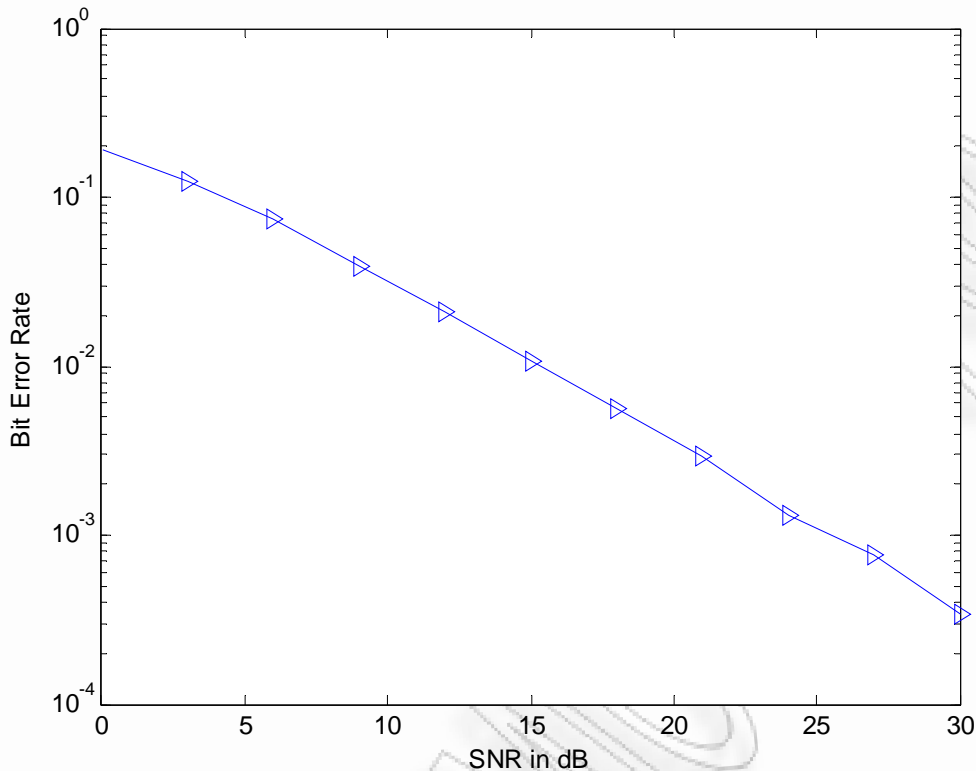
        hHat = G*Ypilot; % estimated channel coefficient in
                        %time domain

        TxDataBit = qamdemod(TxDataMod./(fft(hHat,N)),M);

        % bit error rate computation
        [nErr bErr(i,k)] = symerr(TxDataBit(Is),TrDataBit(Is));
    end
end

```

Το BER δίνεται στο παρακάτω γράφημα:



Στη συνέχεια δίνεται η επεξήγηση του παραπάνω κώδικα για $N=16$, $P=2$, $L=2$, $SNR=30$, $nIteration=1$ όπου όλες οι παράμετροι δίνονται παρακάτω:

Με το σύμβολο “N” συμβολίζουμε τον αριθμό των sub-channels που θα υπάρχουν. Με το σύμβολο “P” συμβολίζουμε τον αριθμό των Pilots όπου υπολογίζεται από τον λόγο των sub-channels προς τα pilot-interval ($P=N/pilotInterval$). Η διαφορά μεταξύ sub-channels και pilots, μας δίνει τον αριθμό των sub-channels που περιέχουν data και συμβολίζεται με την μεταβλητή “S” ($S = N-P$). Στη συνέχεια χωρίζουμε τα sub-channels ανά 4 και τοποθετούμε ένα guard σε κάθε χώρισμα ($GI= N/4$).

Για τις ανάγκες του αλγορίθμου θα πρέπει αν ορίσουμε κάποια μεγέθη με τις αντίστοιχες τιμές του. Έτσι ορίζουμε την μοντελοποίηση του συστήματος σε $M=2$. Επίσης θέτουμε ως δεδομένη τιμή τον αριθμό των pilotIntervals=8 όπως και το μήκος του καναλιού να είναι $L=16$. Ο αριθμός των επαναλήψεων σε κάθε SNR τίθεται $nIteration=500$. Τέλος, ορίζουμε ενδεικτικές τιμές στο signal to noise ratio vector in db, $SNR_V=[0:3:30]$, και αρχικοποιούμε το bit_error_rate.

Στη συνέχεια θα τοποθετήσουμε τα pilots στο σύστημα και θα ορίσουμε την ισχύ που θα έχουν. Με το σύμβολο “Ip” χαρακτηρίζουμε τη θέση του pilot, όπου διακρίνεται

από τον πίνακα: $\{ I_p = [1: \text{pilotInterval}:N] \}$. Ακολούθως, με το σύμβολο “ I_s ” χαρακτηρίζουμε την θέση των δεδομένων όπου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα: $\{ I_s = \text{sextor}[1:N, I_p] \}$. Τέλος για το θέμα των pilots, με το σύμβολο “ E_p ” συμβολίζουμε την ενέργεια σε pilot symbols σε σύγκριση με την ενέργεια σε data symbols.

Το επόμενο βήμα μας είναι να δημιουργήσουμε τον πίνακα Fast Fourier Transform (**FFT matrix**). Αυτός ο πίνακας προκύπτει από την παρακάτω σχέση:

$$F = \exp(2\pi i \cdot \text{sqrt}(-1)/N .* \text{meshgrid}([0:N-1],[0:N-1]) * \text{repmat}([0:N-1]',[1,N]))$$

- Η συνάρτηση «meshgrid» μετατρέπει τους ορισμένους domain από vectors x , y σε πίνακες X και Y οι οποίοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αξιολόγηση των λειτουργιών των δύο μεταβλητών. Οι σειρές του πίνακα X είναι τα αντίγραφα του vector x και οι στήλες του πίνακα Y είναι αντίγραφα του vector y .

Για παράδειγμα, για να αξιολογήσει τη λειτουργία $x * \text{EXP}(-x^2 - y^2)$ κατά τη διάρκεια των φάσμα $-2 < x < 2$, $-2 < y < 2$,

```
[X, Y] = meshgrid (-2: 2:2, -2: 2:2)?
Z = X .* EXP (-X.^ 2 - Y.^ 2)?
surf (X, Y, Z)
```

Η συνάρτηση «meshgrid» προτιμάται για αξιολόγηση προβλημάτων στο καρτεσιανό χώρο σε αντίθεση για παράδειγμα με μια αντίστοιχη συνάρτηση «ndgrid» που προτιμάται για αξιολόγηση προβλημάτων N-D.

Στον συγκεκριμένο κώδικα για $N=16$, η συνάρτηση «meshgrid» παράγει τον ακόλουθο πίνακα: **mesh grid([0:N-1],[0:N-1])**

```
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
```



```

0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15
0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15

```

Η συνάρτηση «`germat`», δημιουργεί μια μεγάλη μήτρα B , $B = \text{germat}(A, M, N)$ που αποτελείται από ένα M -από- N στοιχεία αντιγράφων A . Το μέγεθος της B είναι [μέγεθος ($A, 1$) * M , μέγεθος ($A, 2$) * N]. Δηλώνοντας το «`germat(A, B)`» δημιουργεί ένα πίνακα N -από- N στοιχεία. Πιο συγκεκριμένα στον κώδικα μας για $N=16$ η συνάρτηση «`germat([0:N-1],[1,N])`» μας δίνει τον ακόλουθο πίνακα:

```

0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1  1
2  2  2  2  2  2  2  2  2  2  2  2  2  2  2  2
3  3  3  3  3  3  3  3  3  3  3  3  3  3  3  3
4  4  4  4  4  4  4  4  4  4  4  4  4  4  4  4
5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5  5
6  6  6  6  6  6  6  6  6  6  6  6  6  6  6  6
7  7  7  7  7  7  7  7  7  7  7  7  7  7  7  7
8  8  8  8  8  8  8  8  8  8  8  8  8  8  8  8
9  9  9  9  9  9  9  9  9  9  9  9  9  9  9  9
10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11
12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12
13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13
14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14
15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15

```

- Η επόμενη κίνηση που έχουμε να κάνουμε είναι να δημιουργήσουμε μία επανάληψη για τις διάφορες τιμές του SNR και μία εσωτερική επανάληψη όπου θα υπολογίζει το BER για κάθε “nIteration” που έχουμε ορίσει

```
for ( i = 1 : length(SNR_V))
SNR = SNR_V(i)
    for (k = 1 : nIteration)
        % δημιουργούμε ένα τυχαίο συντελεστή καναλιού
        h(1:L,1) = random('Normal',0,1,L,1) + j * random('Normal',0,1,L,1);
        h = h./sum(abs(h)) % Κανονικοποίηση μέσης ισχύος
```

h =

-0.4487 + 0.0851i

0.3121 - 0.4448i

%Transmit Data

TrDataBit = randint(N,1,M);

Η συνάρτηση «randint» γενικότερα δημιουργεί “0” ή “1” με τις ίδιες πιθανότητες. Όταν $OUT = RANDINT$ δημιουργεί ένα “0” ή “1” με ίσες πιθανότητες. Στην περίπτωση που $OUT = RANDINT(N, S, M)$, τότε δημιουργεί ένα πίνακα με N γραμμές, S στήλες και παράγει το πλήθος του M ισοπίθανα στο πίνακα. Για παράδειγμα στον κώδικα μας έχουμε $N=16$ (γραμμές), $M=2$ (στήλες) και $S=1$ (δηλαδή αρχίζει να παράγει “0” ή “1” τιμές ισοπίθανα

TrDataBit =

0

0

1

0

0

0
1
0
0
1
0
0
0
1
0
0

$$\text{TrDataMod} = \text{qammod}(\text{TrDataBit}, M);$$

Το αποτέλεσμα αυτής της συνάρτησης για $M=2$ είναι ένα πλήθος από σύμβολα +1,-1, όπου το 1->+1 και το 0->-1

$$\text{TrDataMod}(I_p) = E_p * \text{TrDataMod}(I_p);$$

$$\text{TrDataIfft} = \text{ifft}(\text{TrDataMod}, N);$$

Η συνάρτηση `ifft` δηλώνει τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier. Το `IFFT(X)` είναι ο αντίστροφος διακριτός μετασχηματισμός Fourier του X , ενώ το `IFFT(X, N)` είναι το N -point IFFT. Επομένως στον κώδικα μας παίρνουμε τα αποτελέσματα:

`TrDataIfft =`

-0.6250
-0.0676 + 0.0135i
-0.1250
-0.1633 + 0.1091i
-0.3750 + 0.2500i
0.1633 - 0.2444i

-0.1250
 0.0676 - 0.3401i
 -0.1250
 0.0676 + 0.3401i
 -0.1250
 0.1633 + 0.2444i
 -0.3750 - 0.2500i
 -0.1633 - 0.1091i
 -0.1250
 -0.0676 - 0.0135i

$$\text{TrDataIfftGi} = [\text{TrDataIfft}(N - \text{GI} + 1 : N); \text{TrDataIfft}];$$

Τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προκύπτουν από την πρόσθεση του κυκλικού προθέματος μήκους 4, είναι

$$\text{TrDataIfftGi} =$$

-0.3750 - 0.2500i
 -0.1633 - 0.1091i
 -0.1250
 -0.0676 - 0.0135i
 -0.6250
 -0.0676 + 0.0135i
 -0.1250
 -0.1633 + 0.1091i
 -0.3750 + 0.2500i
 0.1633 - 0.2444i
 -0.1250
 0.0676 - 0.3401i

-0.1250
0.0676 + 0.3401i
-0.1250
0.1633 + 0.2444i
-0.3750 - 0.2500i
-0.1633 - 0.1091i
-0.1250
-0.0676 - 0.0135i

`TxDatIfftGi = filter(h,1,TrDataIfftGi);` επίδραση του καναλιού

Στη συνέχεια ακολουθεί η συνάρτηση φίλτρου του καναλιού με την εντολή «filter». Η συνάρτησης filter εκφράζεται ως ψηφιακό φιλτράρισμα. Όταν έχουμε $Y = \text{FILTER}(B,A,X)$ τα δεδομένα στο διάνυσμα X φιλτράρονται με φίλτρο με συνάρτηση μεταφοράς B/A .

`% προσθέτουμε θόρυβο AWGN`

`TxDatIfftGiNoise=awgn(TxDatIfftGi, SNR - db(std(TxDatIfftGi)));`

Προσθέτοντας Gaussian noise στα αποτελέσματα του φίλτρου του καναλιού παίρνουμε:

`TxDatIfftGiNoise =`

0.1844 + 0.0837i
-0.1578 + 0.1238i
-0.0521 + 0.0296i
-0.0070 + 0.0524i
0.2540 - 0.0252i
-0.1660 + 0.2653i
0.0457 + 0.0232i
0.0214 - 0.0152i

0.1422 - 0.0420i
-0.0683 + 0.3670i
0.0027 - 0.1599i
-0.0393 + 0.2110i
-0.0740 - 0.1464i
-0.0927 - 0.0921i
0.2245 + 0.0694i
-0.1362 - 0.0337i
0.3542 + 0.0860i
-0.1413 + 0.1348i
-0.0406 + 0.0197i
-0.0063 + 0.0559i

$TxDataIfft = TxDataIfftGiNoise(GI+1:N+GI);$

$TxDataMod = fft(TxDataIfft,N);$

Σε αυτό το σημείο κάνουμε μετασχηματισμό Fourier, όπου το $FFT(X, N)$ είναι ο μετασχηματισμός Fourier N σημείων. Οι τιμές που προέκυψαν από αυτή την πράξη:

$TxDataMod =$

0.2800 + 0.7178i
0.3061 + 0.4558i
-0.5252 - 0.4490i
0.7374 + 0.3720i
0.9011 + 0.2280i
0.9881 + 0.0547i
-1.0190 + 0.1852i

0.8912 - 0.3698i

1.5374 - 1.0683i

-0.5396 + 0.5906i

0.3579 - 0.5983i

0.1696 - 0.5508i

-0.0130 - 0.3880i

0.0459 + 0.2312i

-0.0791 - 0.0002i

0.0261 + 0.1851i

% channel Estimation

Spilot = TrDataMod(Ip);

Spilot =

-2

-2

Το μήκος 2 είναι αναμενόμενο αφού στο συγκεκριμένο κώδικα έχουμε βάλει pilots ανά 8 sub-channels όπου $N=16$, επομένως $\text{pilotsInterval}=N/p=2$

Ypilot = TxDataMod(Ip); % pilots που έχουν ληφθεί

Το αποτέλεσμα των pilots που έχουν ληφθεί είναι:

Ypilot =

0.2800 + 0.7178i

1.5374 - 1.0683i

G = (Ep * length(Ip))^-1 * ctranspose(sqrt(Ep) * diag(Spilot) * ctranspose(F(1:L,Ip)));

Με την συγκεκριμένη πράξη για να βρεθεί το G και δεδομένου ότι χρησιμοποιούμε τη συζευκτική συνάρτηση «ctranspose», προκύπτει το ακόλουθο αποτέλεσμα:

G =

```
-0.7071    -0.7071
-0.7071    0.7071 - 0.0000i
```

hHat = G*Ypilot % εκτίμηση του συντελεστή του καναλιού στο time domain

Κάνοντας την πράξη για την εκτίμηση του συντελεστή του καναλιού στο domain time παίρνουμε:

hHat =

```
-1.2851 + 0.2478i
0.8891 - 1.2630i
```

το οποίο είναι ανάλογο (με συντελεστή 3) με το αρχικό $h = [h_1, h_2]$ του καναλιού

h =

```
-0.4487 + 0.0851i
0.3121 - 0.4448i
```

TxDataBit = qamdemod(TxDataMod./(fft(hHat,N)),M);

TxDataBit =

0

0

1

0

0

0

1

0

0

1

0

0

0

1

0

0

nErr =

0

bErr =

0

5 Επίλογος

Η εργασία αυτή ασχολήθηκε κατά κύριο λόγο με το πρόβλημα της εκτίμησης διαύλου σε συστήματα ασύρματων επικοινωνιών OFDM. Η διαδικασία του Channel Estimation έχει απασχολήσει σε μεγάλο βαθμό τους ερευνητές της παγκόσμιας ερευνητικής κοινότητας τα τελευταία χρόνια, καθώς είναι απαραίτητη για τη σωστή ανίχνευση των δεδομένων σε ασύρματα κανάλια επικοινωνίας. Η άγνωστη συνάρτηση μεταφοράς του καναλιού στα ασύρματα συστήματα μετάδοσης καθιστά απαραίτητη την εκτίμησή του πριν από οποιαδήποτε διαδικασία μετάδοσης.

Έχοντας τα παραπάνω ως βάση, η εργασία αυτή ασχολήθηκε ενδελεχώς με τα συστήματα μετάδοσης OFDM και τις τεχνικές εκτίμησης καναλιού σε αυτά. Στην αρχή της εργασίας, παρουσιάστηκε εν συντομία το σύστημα μετάδοσης OFDM και τα βασικότερα χαρακτηριστικά του. Εν συνεχεία, περιγράφηκαν τα βασικά χαρακτηριστικά των κυριότερων αλγορίθμων που έχουν παρουσιαστεί κατά καιρούς από ερευνητές. Αρκετές από τις τεχνικές εκτίμησης καναλιού που προτείνονται για συστήματα OFDM, βασίζονται σε φιλτράρισμα τόσο στο πεδίο της συχνότητας, όσο και στο πεδίο του χρόνου, ενώ άλλες βασίζονται στη μέθοδο SVD (Singular - Value Decomposition).

Οι μέθοδοι αυτές, έχουν το κοινό ότι δεν κάνουν καμία υπόθεση για το μοντέλο του καναλιού κι έτσι οι διαστάσεις του προβλήματος εκτίμησης μπορεί να γίνουν πολύ μεγάλες. Παρόλα αυτά ο διάυλος σε ένα ασύρματο τηλεπικοινωνιακό σύστημα πολύ συχνά χαρακτηρίζεται από το φαινόμενο της πολυδιαδρομικής διάδοσης. Σε τέτοιες περιπτώσεις μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα παραμετρικό μοντέλο για την αναπαράσταση του καναλιού.

Έτσι, μελετήθηκαν από την εργασία αυτή τα μοντέλα εκτίμησης διαύλου που βασίζονται στην μέθοδο ελάχιστων τετραγώνων (Least Squares) και μέσου τετραγωνικού σφάλματος (MMSE). Παρουσιάστηκαν τα βασικά χαρακτηριστικά τους, τα μαθηματικά μοντέλα που τα στηρίζουν, και στη συνέχεια κάποια ενδεικτικά αποτελέσματα από προσομοιώσεις τέτοιων τεχνικών με αντίστοιχες επεξηγήσεις και συσχετίσεις του κώδικα που χρησιμοποιήθηκε και της αντίστοιχης θεωρίας.

Βιβλιογραφία

- [1] R. van Nee and R. Prasad, "OFDM for Wireless Multimedia Communications". Artech House, 2000.
- [2] H. Harada and R. Prasad, "Simulation and Software Radio for Mobile Communications". Universal Personal Communications, 2001.
- [3] B. G. Yang, K. B. Letaief, R. S. Cheng and Z. Cao, "Channel Estimation for OFDM Transmission in Multipath Fading Channels based on Parametric Channel Modeling". IEEE Trans. Communications, vol. 49, N. 3, pp. 467- 479, March 2001.
- [4] P. Hoeher, S. Kaiser and I. Robertson, "Two-dimensional pilot-symbol-aided channel estimation by wiener filtering", in Proc. ICASSP '97, 1997, pp. 1845-1848.
- [5] M. Speth, S. Fechtel, G. Fock and H. Meyr, "Broadband transmission using OFDM: System performance and receiver complexity", in Proc. Int. Zurich Seminar on Broadband Communications, 1998, pp. 99 – 104.
- [6] O. Edfors, M. Sandell, J. J. van de Beek, S. K. Wilson and P. O. Borjesson, "OFDM channel estimation by singular value decomposition", IEEE Trans. Communications, vol. 46, pp. 931 – 939, July 1998.
- [7] Y. Li, L. J. Cimini and N. R. Sollenberger, "Robust channel estimation for OFDM systems with rapid dispersive fading channels", IEEE Trans. Communications, vol. 46, pp. 902 – 915, July 1998.
- [8] J. T. Chen, A. Paulraj and U. Reddy, "Multichannel maximum-likelihood sequence estimation (MLSE) equalizer for GSM using a parametric channel model", IEEE Trans. Communications, vol. 47, pp. 53 – 63, Jan. 1999.
- [9] I. Kang, M. P. Fitz and S. B. Gelfand, "Blind estimation of multi-path channel parameters: A modal analysis approach", IEEE Trans. Communications, vol. 47, pp. 1140 – 1150, Aug. 1999.

- [10] Overall Requirements on the Radio Interface(s) of the UMTS, ETSI SMG, ETSI, Tech. Rep. ETR/ SMG- 21.02, v.3.0.0, Valbonne, France, 1997.
- [11] M. Wax and T. Kailath, "Detection of signals by information theoretic criteria", IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. ASSP-33, pp. 387 – 392, April 1985.
- [12] G. Xu, R. H. Roy III and T. Kailath, "Detection of number of sources via exploitation of centro-symmetry property", IEEE Trans. Signal Processing, vol. 42, pp. 102 – 112, Jan. 1994. 96
- [13] P. Stoica and R. Moses, Introduction to Spectral Analysis. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1997.
- [14] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT – Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques", IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 37, pp. 984 – 995, July 1989.
- [15] B. G. Yang, K. B. Letaief, R. S. Cheng and Z. Cao, "An improved combined symbol and sampling clock synchronization method for OFDM systems", in Proc. IEEE Wireless Communications and Networking Conf. (WCNC '99), vol. 3, New Orleans, LA, Sept. 1999, pp. 1153 – 1157.
- [16] B. G. Yang, K. B. Letaief, R. S. Cheng and Z. Cao, "Timing recovery for OFDM transmission", IEEE J. Select. Areas Commun., vol. 18, pp. 2278- 2291, Nov. 2000.
- [17] S. M. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall , 1993.
- [18] Bin Yang, "Projection Approximation Subspace Tracking", IEEE Trans. Signal Processing, vol. 43, No. 1, pp. 95 – 107, Jan. 1995.
- [19] K. Berberidis, "Block Subspace Updating Algorithms for Tracking Directions of Coherent Signals in SDMA Mobile Systems", 2003.
- [20] Bin Yang, "An extension of the PASTd Algorithm to both Rank and Subspace Tracking", IEEE Signal Processing Letters, vol. 2, No. 9, September 1995.

- [21] Zou, W. Y. and Y. Wu. "COFDM: an overview", IEEE Trans. Broadcasting, vol. 41, No. 1, pp. 1 – 8, March 1995.
- [22] Blahut, R. E., "Fast Algorithms for Digital Signal Processing". Reading, MA: Addison – Wesley, 1985.
- [23] Pollet, T., M. van Bladel and M. Moeneclaey, "BER Sensitivity of OFDM Systems to Carrier Frequency Offset and Wiener Phase Noise", IEEE Trans. On Communications, vol. 43, No. 2/3/4, pp. 191 – 193, Feb. – Apr. 1995.
- [24] Pauli, M. and H. P. Kuchenbecker, "Minimization of the Intermodulation Distortion of a Nonlinearly Amplified OFDM Signal", Wireless Personal Communications, vol. 4, No. 1, pp. 93 – 101, Jan. 1997.
- [25] Rapp, C., "Effects of HPA – Nonlinearity on a 4–DPSK/OFDM Signal for a Digital Sound Broadcasting System", Proc. Of the Second European Conference on Satellite Communications, Liege, Belgium, pp. 179 – 184, Oct. 22 – 24, 1991.
- [26] Tellado–Mourello, J., E. K. Wesel, J. M. Cioffi, "Adaptive DFE for GMSK in Indoor Radio Channels", IEEE Trans. on Sel. Areas in Communications, vol. 14, No. 3, pp. 492 – 501, Apr. 1996.
- [27] Wales, S. W., "Modulation and Equalization Techniques for HIPERLAN", Proc. Of PIMRC/WCN, The Hague, The Netherlands, Sept. 21 – 23, pp. 959 – 963, 1994.
- [28] Sari, H., G. Karam, I. Jeanclaude, "Transmission Techniques for Digital Terrestrial TV Broadcasting", IEEE Communications Magazine, pp. 100 – 109, Feb. 1995.
- [29] Mosier, B. R. and R. G. Clabaugh, "Kineplex, a Bandwidth Efficient Binary Transmission System", AIEE Trans., vol. 76, pp. 723 -728, Jan. 1958.
- [30] Porter, G. C., "Error Distribution and Diversity Performance of a Frequency Differential PSK HF modem", IEEE Trans. Communications, vol. COM-16, pp. 567 – 575, Aug. 1968.

- [31] Zimmerman, M. S. and A. L. Kirsch, "The AN/GSC-10 (KATHRYN) variable rate data modem for HF radio", IEEE Trans. Communications, vol. COM-15, pp. 197 – 205, April 1967.
- [32] Hirosaki, B., "An Orthogonally Multiplexed QAM system Using the Discrete Fourier Transform", IEEE Trans. Communications, vol. COM-29, pp. 982 – 989, July 1981.
- [33] Keasler, W. E. and D. L. Bitzer, "High speed modem suitable for operating with a switched network", U.S. Patent No. 4,206,320, June 1980.
- [34] Chow, P. S., J. C. Tu and J. M. Cioffi, "Performance Evaluation of a Multichannel Transceiver System for ADSL and VHDSL services", IEEE J. Selected Area, vol. SAC-9, No. 6, pp. 909 – 919, Aug. 1991.
- [35] Chow, P. S., J. C. Tu and J. M. Cioffi, "A Discrete Multitone Transceiver System for HDSL Applications", IEEE J. Selected Areas in Communications, vol. SAC- 9, No. 6, pp. 909 – 919, Aug. 1991.
- [36] Paiement, R. V., "Evaluation of Single Carrier and Multicarrier Modulation Techniques for Digital ATV Terrestrial Broadcasting", CRC Report, No. CRC-RP-004, Ottawa, Canada, Dec. 1994.
- [37] Sari, H., G. Karma and I. Jeanclaude, "Transmission Techniques for Digital Terrestrial TV Broadcasting", IEEE Communications Magazine, vol. 33, pp. 100 – 109, Feb. 1995.
- [38] Oppenheim, A. V. and R. W. Schaffer, Discrete-time Signal Processing, Prentice- Hall International, ISBN 0-13-216771-9,1989.
- [39] Hara, S., M. Mouri, M. Okada and N. Morinaga, "Transmission Performance Analysis of Multi-Carrier Modulation in Frequency Selective Fast Rayleigh Fading Channel", in Wireless Personal Communications, Kluwer Academic Publishers, vol. 2, pp. 335 – 356, 1996.

[40] ETSI, “Radio Broadcasting Systems: Digital Audio Broadcasting to Mobile, Portable and Fixed Receivers”, European Telecommunication Standard, ETS 300 – 401, Feb. 1995.

[41] Tuttlebee, W. H. W. and D. A. Hawkins, “Consumer Digital Radio: From Concept to Reality”, Electronics and Communication Engineering Journal, vol. 10, No. 6, pp. 263 – 276, Dec. 1998.

[42] ETSI, “Digital Video Broadcasting: Framing Structure, Channel Coding and Modulation for Digital Terrestrial Television”, European Telecommunication Standard, EN 300 – 744, Aug. 1997.

[43] Reimers, U., “DVB-T: The COFDM-Based System for Terrestrial Television”, Electronics and Communication Engineering Journal, vol. 9, No. 1, pp. 28 – 32, Feb. 1997.

[44] Takanashi, H. and R. van Nee, “Merged Physical Layer Specification for the 5-GHz Band”, IEEE P802.11-98/72-r1, Mar. 1998.

[45] IEEE, “Supplement to Standard for Telecommunications and Information Exchange Between Systems – LAN/MAN Specific Requirements – Part 11: Wireless MAC and PHY Specifications: High Speed Physical Layer in the 5-GHz Band”, P802.11a/D7.0, July 1999.