



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ
ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΠΜΣ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ
ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Διπλωματική εργασία

**“ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ
ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ”**

Μαρία Ι. Γραμπή

Επιβλέπουσα καθηγήτρια: κ. Αικατερίνη Πανοπούλου

Αθήνα, Οκτώβριος 2011

Η παρούσα Διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών μου για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού τίτλου Ειδίκευσης στην «Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική Κινδύνου». Κύριο στόχο της εργασίας αποτελεί η ενημέρωση του αναγνώστη σχετικά με υποδείγματα, που έχουν αναπτυχθεί τα παρελθόντα έτη, για την αποτίμηση διαφόρων ειδών περιουσιακών στοιχείων. Η εργασία κινείται σε δύο παράλληλες κατευθύνσεις, τη θεωρητική προσέγγιση των υποδειγμάτων αποτίμησης και την εμπειρική ανάλυση αυτών, με απώτερο σκοπό τη σύγκριση μεταξύ θεωρίας και πραγματικότητας.

Αφιερώνεται στην οικογένειά μου,

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την καθηγήτριά μου, κυρία Αικατερίνη Πανοπούλου, για την πολύτιμη καθοδήγηση που μου παρείχε κατά τη διάρκεια συγγραφής της Διπλωματικής εργασίας μου. Επίσης, ευχαριστώ ιδιαίτερα τους καθηγητές, κύριο Ευστάθιο Χατζηκωνσταντινίδη και κύριο Πλάτων Τήνιο, για την τιμή που μου κάγουν να μετέχουν στην επιτροπή αξιολόγησης της εργασίας μου.

Abstract

The present master thesis investigates the field of asset pricing theory, in theoretical and in practical level. The baseline of the described pricing models is the existence of a stochastic discount factor (sdf) that relates payoffs-returns to market prices for all assets in the economy. In the theoretical part of the present study, many models are described in detail: the general pricing model of the stochastic discount factor, the Consumption-Based Asset Pricing Model (CCAPM) of Hansen and Singleton (1982, 1983) expressed in terms of the stochastic discount factor and the extensions of CCAPM's basic assumptions, which could lead to new consumption models. The analysis continues with the development of the relations that link the factor pricing models with CCAPM. Finally, there are described pricing models that depend on the investors' habit formation, and pricing models of heterogeneous investors. In the practical part of the study take place some tests, inspections and analysis of the outcomes-results that derive from the Capital Asset Pricing Model of Sharpe, Lintner and Mossin (1964, 1965), the three factor model of Fama and French (1992) and the three factor model of Lettau and Ludvigson (1999). The empirical analysis is completed with the monitoring of both the four factor model of Carhart (1997) and the Consumption-based model (CCAPM) of Hansen and Singleton (1982, 1983).

Key words: present value, stochastic discount factor, risk premium, risk factor, consumption, regression coefficient

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία ερευνάται το πεδίο της αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (asset pricing theory), σε θεωρητικό και πρακτικό επίπεδο. Σημείο αναφοράς στη θεωρητική προσέγγιση των μοντέλων αποτίμησης που περιγράφονται, αποτελεί η ύπαρξη ενός στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης που συνδέει τις πληρωμές-αποδόσεις των επενδύσεων με τις τιμές αγοράς των περιουσιακών στοιχείων (assets). Στο θεωρητικό μέρος της εργασίας περιγράφονται αναλυτικά, το γενικό υπόδειγμα αποτίμησης του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης, το βασικό μοντέλο του καταναλωτή (Consumption-Based Asset Pricing Model, CCAPM) των Hansen και Singleton (1982, 1983) εκφρασμένο σε όρους του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης καθώς και οι προεκτάσεις των υποθέσεων του βασικού μοντέλου του καταναλωτή (CCAPM) που οδηγούν σε νέα μοντέλα κατανάλωσης. Η ανάλυση συνεχίζεται με την ανάπτυξη των σχέσεων που συνδέουν τα παραγοντικά υποδείγματα αποτίμησης (factor pricing models) με το βασικό μοντέλο του καταναλωτή (CCAPM). Τέλος, περιγράφονται μοντέλα αποτίμησης που εξαρτώνται από την καταναλωτική συνήθεια των επενδυτών (Habit formation) καθώς και υποδείγματα αποτίμησης ετερογενών επενδυτών. Στο πρακτικό μέρος της εργασίας, πραγματοποιούνται οι έλεγχοι και η ανάλυση των αποτελεσμάτων για το Κλαστικό Μοντέλο Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Αγαθών (Capital Asset Pricing Model) των Sharpe, Lintner και Mossin (1964, 1965), το τριπαραγοντικό μοντέλο αποτίμησης των Fama και French (1992) και το μοντέλο τριών παραγόντων των Lettau και Ludvigson (1999). Η εμπειρική ανάλυση ολοκληρώνεται με τους ελέγχους του μοντέλου των τεσσάρων παραγόντων του Carhart (1997) και του βασικού υποδείγματος του καταναλωτή (CCAPM) των Hansen και Singleton (1982, 1983).

Λέξεις κλειδιά: παρούσα αξία, στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης, ασφάλιστρο κινδύνου, παράγοντας κινδύνου, κατανάλωση, συντελεστής παλινδρόμησης

Περιεχόμενα

Εισαγωγή

Μέρος 1. Θεωρία αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων

1 Στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης.....	11
1.1 Η έννοια της παρούσας αξίας (present value)	
1.2 Στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης (stochastic discount value)	
1.3 Το γενικό υπόδειγμα του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης	
2 Βασικό Μοντέλο Κατανάλωσης.....	14
2.1 Εισαγωγικό μέρος	
2.2 Βασικό Μοντέλο Κατανάλωσης (Consumption-Based Asset Pricing Model)	
2.3 Οριακός λόγος υποκατάστασης / Στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης	
2.4 Βασικές χρηματοοικονομικές έννοιες	
2.4.1 Απόδοση μηδενικού κινδύνου	
2.4.2 Διόρθωση τιμής λόγω ύπαρξης κινδύνου	
2.4.3 Σχέση ιδιοσυγκρασιακού κινδύνου και τιμής περιουσιακού στοιχείου	
2.4.4 Αναμενόμενη απόδοση / Μοντέλα αποτίμησης με συντελεστή παλινδρόμησης βήτα (beta pricing models)	
2.4.5 Το αποδοτικό όριο των επενδυτικών δυνατοτήτων της οικονομίας	
3 Σχέσεις ανάμεσα σε συντελεστές προεξόφλησης, συντελεστές βήτα και αποδοτικά όρια.....	25
3.1 Σχέση στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης και συντελεστή βήτα.	
3.2 Σχέση αποδοτικού ορίου, συντελεστή προεξόφλησης και beta μοντέλων αποτίμησης	
4 Εναλλακτικές μορφές του μοντέλου κατανάλωσης.....	28
4.1 Εισαγωγικό μέρος	
4.2 Μοντέλο αποτίμησης με επαναλαμβανόμενη χρησιμότητα	
4.3 Μοντέλο του καταναλωτή με μακροχρόνιους κινδύνους	
4.4 Το υπόδειγμα του καταναλωτή χωρίς δεδομένα κατανάλωσης	
5 Παραγοντικά μοντέλα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων.....	35
5.1 Υποδείγματα γενικής ισορροπίας (general equilibrium models)	
5.2 Μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιουχικών αγαθών (Capital Asset Pricing Model)	
5.2.1 Σχέση CAPM και CCAPM	
5.3 Διαχρονικό μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιουχικών στοιχείων (Intertemporal Capital Asset Pricing Model, ICAPM)	
5.3.1 Σχέση CAPM και ICAPM	
5.4 Μοντέλο Αντισταθμικής Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Αγαθών (Arbitrage Pricing Theory - APT)	
5.4.1 Το τριπαραγοντικό μοντέλο των Fama και French	
5.4.2 Το μοντέλο των τεσσάρων παραγόντων του Carhart	
5.5 Το πηλίκιο κατανάλωσης-συνολικής περιουσίας: η σημασία του στην αποτίμηση χρεογράφων	
6. Διαφορετικά μοντέλα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων.....	43

6.1 Μοντέλα αποτίμησης με παράγοντα κινδύνου την καταναλωτική συνήθεια των επενδυτών (Habit Formation)	
6.1.1 Βασικά χαρακτηριστικά των μοντέλων καταναλωτικής συνήθειας	
6.1.2 Το μοντέλο καταναλωτικής συνήθειας των Campbell και Cochrane (1999)	
6.2 Υποδείγματα αποτίμησης με ετερογενείς καταναλωτές (Heterogeneous investors)	
6.2.1 Η βασική ιδέα των υποδειγμάτων με ετερογενείς επενδυτές	
6.2.2 Το υπόδειγμα των Constantinides και Duffie (1996)	
7. Η θεωρία του πάζλ (puzzle theory).....	47
7.1 Το πάζλ του ασφαλίστρου κινδύνου (risk premium puzzle)	
7.2 Η αποτυχία του μοντέλου κατανάλωσης να εξηγήσει το ασφαλίστρο κινδύνου	
7.3 Το πάζλ του επιτοκίου μηδενικού κινδύνου (risk free puzzle)	
7.4 Πιθανοί λόγοι ύπαρξης του πάζλ	
8. Συμπεριφοριστική Χρηματοοικονομική Ανάλυση (Behavioral Finance).....	51
8.1 Διαφορές Συμπεριφοριστικής και Χρηματοοικονομικής ανάλυσης	
8.2 Προεκτάσεις της Συμπεριφοριστικής θεωρίας	
8.3 Κριτική στη Συμπεριφοριστική Χρηματοοικονομική	
Μέρος 2. Εμπειρικός έλεγχος μοντέλων αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων	
1 Οικονομετρικές μέθοδοι για τον εμπειρικό έλεγχο των μοντέλων αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων.....	55
1.1 Περιγραφή μεθόδων	
1.1.1 Μέθοδος Fama-French	
1.1.2 Γενικευμένη μέθοδος των ροπών (General Method of Moments, GMM)	
2 Εμπειρικός έλεγχος μοντέλων-Αδέσμευτες ροπές	
3 Εμπειρικός έλεγχος μοντέλων	57
3.1 Μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιουχικών στοιχείων, CAPM	
3.2 Μοντέλο αντισταθμικής αποτίμησης κεφαλαιουχικών αγαθών	
3.2.1 Το τριπαραγοντικό μοντέλο των Fama και French	
3.2.2 Το μοντέλο του Carhart.	
3.3 Βασικό μοντέλο του καταναλωτή	
3.4 Το τριπαραγοντικό μοντέλο των Lettau και Ludvigson - ο παράγοντας «caay»	
3.5 Εμπειρικός έλεγχος του CCAPM με τη γενικευμένη μέθοδο των ροπών (GMM)	
Επίλογος.....	95

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: Χρήσιμες σχέσεις/έννοιες

Βιβλιογραφία

Εισαγωγή¹

Η θεωρία αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων αποτελεί ένα από τα πλέον ενδιαφέροντα αντικείμενα της χρηματοοικονομικής θεωρίας. Πρόκειται για ένα πεδίο έρευνας ενεργό και με πολλές προεκτάσεις που για να μελετηθεί είναι απαραίτητο να τεθούν κάποιοι περιορισμοί. Στην παρούσα εργασία προκειμένου να διευκολυνθεί η παρουσίαση του θέματος γίνονται οι υποθέσεις περί ομοιογένειας - εκτός από όπου αναφέρεται διαφορετικά - και περί τέλει πληροφόρησης των επενδυτών.

Στην ενότητα 1, γίνεται μία σύντομη παρουσίαση της έννοιας της προεξόφλησης και του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης, ο οποίος αποτελεί τη βάση στην ανάπτυξη των υποδειγμάτων αποτίμησης που αναλύονται στις επόμενες ενότητες.

Στην ενότητα 2, παρουσιάζεται λεπτομερώς το βασικό υπόδειγμα του καταναλωτή (Consumption-Based Asset Pricing Model, CCAPM) καθώς και ορισμένες βασικές χρηματοοικονομικές έννοιες.

Στην ενότητα 3, αναπτύσσονται οι σχέσεις που συνδέουν το στοχαστικό συντελεστή προεξόφλησης με τα μοντέλα αποτίμησης beta ενώ στην ενότητα 4, οι σχέσεις που συνδέουν γνωστά παραγοντικά μοντέλα (CAPM, ICAPM) με τον οριακό λόγο υποκατάστασης του μοντέλου CCAPM.

Στις ενότητες 5 και 6 αναλύονται μοντέλα – προεκτάσεις του βασικού μοντέλου του καταναλωτή.

Στην ενότητα 7 παρουσιάζεται το πάζλ, ένα φαινόμενο της χρηματοοικονομικής που έχει απασχολήσει έντονα τον κλάδο τις τελευταίες δεκαετίες και δεν έχει ακόμη απαντηθεί με σαφήνεια.

Στην ενότητα 8, γίνεται μία σύντομη αναφορά σε έναν νέο κλάδο της χρηματοοικονομικής θεωρίας, τη συμπεριφοριστική χρηματοοικονομική. Η νέα αυτή θεωρία αλλάζει τα δεδομένα περί ορθολογικής συμπεριφοράς και εγείρει ερωτήματα ως προς την αποτελεσματικότητα της παραδοσιακής οικονομικής θεωρίας.

Στο εμπειρικό μέρος της παρούσας εργασίας, παρουσιάζονται οι έλεγχοι και τα αποτελέσματα για τα μοντέλα CAPM, Fama-French, Carhart, CCAPM (με δύο μεθόδους) και του μοντέλου με παράγοντα κινδύνου το cay^{2,3}.

¹ Η αρίθμηση των σχέσεων ξεκινά με τον αριθμό 1 και αφορά κάθε ενότητα ξεχωριστά.

² CAPM: το κλασικό μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιουχικών αγαθών των Sharpe και Lintner (1964, 1965)

Fama-French: το τριπαραγοντικό μοντέλο που ανέπτυξαν οι Fama-French (1993)

Carhart: το μοντέλο των τεσσάρων παραγόντων του Carhart (1997)

CCAPM: το βασικό μοντέλο του καταναλωτή του Lucas (1979)

Cay: παράγοντας κινδύνου στο μοντέλο των τριών παραγόντων των Lettau και Ludvigson (1999)

³ Οι πηγές-δημοσιεύσεις αναφέρονται συνολικά στο τέλος της εργασίας.

ΜΕΡΟΣ 1
ΘΕΩΡΙΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Ενότητα 1. Στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης

Η θεωρία αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (asset pricing theory) βασίζεται στην απλή ιδέα της προεξόφλησης των πληρωμών του εκάστοτε περιουσιακού στοιχείου.

Σε αυτήν την ενότητα αναλύουμε την έννοια της παρούσας αξίας (προεξοφλημένη μελλοντική αξία) και του καθορισμού ενός συντελεστή προεξόφλησης για τον υπολογισμό αυτής. Ιδιαίτερη σημασία δίνεται στον στοχαστικό συντελεστή προεξόφλησης, ο οποίος αποτελεί τη βάση για την ανάπτυξη των υποδειγμάτων αποτίμησης που εξετάζονται στην παρούσα εργασία.

Υποενότητες

- 1.1 Η έννοια της παρούσας αξίας (present value)
- 1.2 Στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης (stochastic discount factor)
- 1.3 Το γενικό υπόδειγμα του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης

Λέξεις κλειδιά: προεξοφλημένη αξία

1.1 Η έννοια της παρούσας αξίας (present value)

Σε ένα περιβάλλον χωρίς κίνδυνο, οι τιμές των περιουσιακών στοιχείων μπορούν να εκφραστούν μέσω της κλασσικής φόρμουλας παρούσας αξίας

$$p_t = \frac{1}{R_f} x_{t+1}$$

όπου,

R_f : απόδοση μηδενικού κινδύνου

$\frac{1}{R_f}$: συντελεστής προεξόφλησης

x_{t+1} : πληρωμή επένδυσης τη χρονική στιγμή t+1

Τα περιουσιακά στοιχεία των οποίων η επένδυση ενέχει κίνδυνο έχουν υψηλότερες τιμές από αυτά χωρίς κίνδυνο και αποτιμώνται με τη χρήση συντελεστών προεξόφλησης που λαμβάνουν υπόψη τον κίνδυνο και τον αντανακλούν στην τιμή.

$$p_t^i = \frac{1}{R_i} E_t(x_{t+1}^i), \text{ για κάθε } i \text{ περιουσιακό στοιχείο}$$

1.2 Στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης (stochastic discount factor)

Ο στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης είναι μία τυχαία μεταβλητή που ανάλογα με τις υποθέσεις κάθε μοντέλου τιμολόγησης δύναται να λάβει συγκεκριμένη τιμή. Αποτελεί την πηγή άντλησης τιμών των περιουσιακών στοιχείων δοθεισών των αναμενόμενων πληρωμών τους στο χρόνο επένδυσής τους.

- ❖ Είναι δυνατή κάθε φορά η εύρεση του κατάλληλου συντελεστή προεξόφλησης για την αποτίμηση των assets;
- ❖ Ποιές συνθήκες θα πρέπει να πληρούνται ώστε να δίνεται η δυνατότητα χρησιμοποίησης της βασικής εξίσωσης τιμολόγησης των assets σε κάθε περίπτωση (ομοιογένεια επενδυτών, συναρτήσεις χρησιμότητας, πλήρεις αγορές κλπ);

Σύμφωνα με το νόμο της μίας τιμής, δύο χαρτοφυλάκια που αποδίδουν τις ίδιες πληρωμές θα πρέπει να έχουν την ίδια τιμή (υπό όποια ισχύουσα συνθήκη). Στην περίπτωση που ο νόμος αυτός παραβιαστεί δίνεται η δυνατότητα για arbitrage, δηλαδή η αποκόμιση κέρδους από την πώληση του ακριβότερου χαρτοφυλακίου επενδύσεων και την αγορά ενός φθηνότερου όμοιου με το πρώτο. Η ύπαρξη ενός

συντελεστή που προεξοφλεί κάθε πληρωμή του χαρτοφυλακίου επενδύσεων σύμφωνα με την εξίσωση $p = E(mx)$ ικανοποιείται εάν και μόνο εάν ισχύει ο νόμος της μίας τιμής. Επιπλέον, αυτός ο συντελεστής προεξόφλησης είναι θετικός εάν και μόνο εάν **δεν υπάρχουν ευκαιρίες για arbitrage**. Η σπουδαιότητα της θετικής τιμής του συντελεστή προεξόφλησης προκύπτει από την αναγκαιότητα για την τιμολόγηση των περιουσιακών στοιχείων σύμφωνα με τις πληρωμές-αποδόσεις τους. Αν, για παράδειγμα, η πληρωμή A ενός χαρτοφυλακίου είναι μεγαλύτερη από την πληρωμή B τότε η προεξοφλημένη τιμή του A θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη του B.

1.3 Το γενικό υπόδειγμα του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης

Η θεωρία της αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (asset pricing theory) συνοψίζεται στην ακόλουθη φράση:

“Η τιμή ενός περιουσιακού στοιχείου ισούται με την αναμενόμενη προεξοφλημένη αξία των αποδόσεων από την επένδυση του στοιχείου αυτού”

Η παραπάνω φράση αναλύεται στις δύο ακόλουθες εξισώσεις:

$$p_t = E(m_{t+1}x_{t+1})$$

$$m_{t+1} = f(\text{data, parameters})$$

p_t : τιμή περιουσιακού στοιχείου τη χρονική στιγμή t

m_{t+1} : στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης

x_{t+1} : πληρωμές από την επένδυση του περιουσιακού στοιχείου

f : παράγοντας ή σειτ παραγόντων που καθορίζουν τον στοχαστικό συντελεστή προεξόφλησης

οι οποίες συνιστούν το γενικό υπόδειγμα αποτίμησης του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης.

Η σχέση $p = E(mx)$ εκφράζει ότι είναι δυνατή η ενσωμάτωση των διορθώσεων λόγω της ύπαρξης κινδύνου στην τιμή ενός asset με μόνο τον καθορισμό ενός προεξοφλητικού παράγοντα, του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης.

Ενότητα 2. Βασικό Μοντέλο Κατανάλωσης

Στην ενότητα που ακολουθεί περιγράφεται ένα από τα σημαντικότερα αποτελέσματα της θεωρίας αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων των τελευταίων δεκαετιών. Το βασικό μοντέλο αποτίμησης του καταναλωτή (Consumption-Based Asset Pricing Model) των Hansen και Singleton (1982, 1983) παρότι μεταγενέστερο πολλών υποδειγμάτων, θέτει τις βάσεις για μία διαφορετική θεωρητική προσέγγιση της θεωρίας αποτίμησης. Επίσης, αναλύονται ορισμένες σημαντικές χρηματοοικονομικές έννοιες, απαραίτητες για την κατανόηση και ανάπτυξη των μοντέλων αποτίμησης που εξετάζουμε στις επόμενες ενότητες.

Υποενότητες

2.1 Εισαγωγικό μέρος

2.2 Βασικό Μοντέλο Κατανάλωσης (Consumption-Based Asset Pricing Model)

2.3 Οριακός λόγος υποκατάστασης / Στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης

2.4 Κλασσικές χρηματοοικονομικές έννοιες

2.4.1 Απόδοση μηδενικού κινδύνου

2.4.2 Διόρθωση τιμής λόγω ύπαρξης κινδύνου

2.4.3 Σχέση ιδιοσυγκρασιακού κινδύνου και τιμής περιουσιακού στοιχείου

2.4.4 Αναμενόμενη απόδοση / Μοντέλα αποτίμησης βήτα (beta pricing models)

2.4.5 Το αποδοτικό όριο των επενδυτικών δυνατοτήτων της οικονομίας

Λέξεις κλειδιά: κατανάλωση, χρησιμότητα, συνδιακύμανση

2.1 Εισαγωγικό μέρος

Η θεωρία της αναμενόμενης χρησιμότητας (expected utility hypothesis)

Η θεωρία της αναμενόμενης χρησιμότητας έχει κυριαρχήσει ως περιγραφικό υπόδειγμα οικονομικής συμπεριφοράς και του τρόπου με τον οποίο τα άτομα παίρνουν αποφάσεις κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας. Στα οικονομικά, ο όρος χρησιμότητα αποτελεί μέτρο σχετικής ευτυχίας ή ικανοποίησης από την κατανάλωση αγαθών και υπηρεσιών. Ένας επενδυτής είναι ορθολογικός αν και μόνο αν επιλέγει την ενέργεια που παρέχει την υψηλότερη αναμενόμενη χρησιμότητα.

Οι ορθολογικοί επενδυτές παίρνουν αποφάσεις μεταξύ ενός δεδομένου αριθμού εναλλακτικών με τέτοιο τρόπο ώστε να μεγιστοποιήσουν την αναμενόμενη αξία της συνάρτησης χρησιμότητας. Η χρησιμότητα ενός υποκειμένου, κάτω από όρους αβεβαιότητας, υπολογίζεται εκτιμώντας την χρησιμότητα σε κάθε πιθανή κατάσταση και απεικονίζοντας τις προτιμήσεις ενός επενδυτή με μια μαθηματική συνάρτηση που ονομάζεται συνάρτηση χρησιμότητας. Αυτή η συνάρτηση μεγιστοποιείται επάνω στο σύνολο των εναλλακτικών απόφασης (τα υλοποιήσιμα χαρτοφυλάκια), με τρόπο που να καθορίζεται το χαρτοφυλάκιο που θα προτιμηθεί από τον επενδυτή.⁴

Φθίνουσα οριακή χρησιμότητα

Σύμφωνα με το νόμο της φθίνουσας οριακής χρησιμότητας, όσο η κατανάλωση χρήματος αυξάνει τόσο η συνολική χρησιμότητα αυξάνει, αλλά κάθε επιπρόσθετη μονάδα κατανάλωσης προσθέτει λιγότερο στη συνολική χρησιμότητα του επενδυτή. Δηλαδή, η επιπρόσθετη χρησιμότητα (οριακή χρησιμότητα) μειώνεται κάθε φορά που η συνολική κατανάλωση αυξάνει μέσα σε μία δεδομένη χρονική περίοδο. Η κατανάλωση χρήματος προς επένδυση θα σταματήσει όταν η οριακή χρησιμότητα κάθε χρηματικής μονάδας είναι η ίδια.

2.2 Βασικό Μοντέλο Κατανάλωσης (Consumption-Based Asset Pricing Model)

Breeden (1978), Lucas (1979), Grossman and Shiller (1981), Hansen and Singleton (1982, 1983)

Εξίσωση αποτίμησης ενός περιουσιακού στοιχείου σύμφωνα με το βασικό μοντέλο κατανάλωσης,

$$p_t = E_t \left[\beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} x_{t+1} \right]$$

⁴ Πηγή ορισμού της θεωρίας χρησιμότητας: <http://www.euretirio.com/2010/06/theoria-anamenomenis-xrisimotitas.html>

Ένας επενδυτής καλείται να αποφασίσει τι μέρος του κεφαλαίου που διαθέτει θα αποταμιεύσει και τι μέρος θα καταναλώσει καθώς και το είδος της επένδυσης που θα πραγματοποιήσει (χαρτοφυλάκιο επενδύσεων). Η βασική εξίσωση αποτίμησης του μοντέλου κατανάλωσης (CCAPM) στην ουσία διαμορφώνεται σύμφωνα με αυτήν την απόφαση του επενδυτή. Αναλυτικότερα, η τιμή ενός περιουσιακού στοιχείου ισούται με την αναμενόμενη προεξοφλημένη αξία των πληρωμών του στοιχείου, με συντελεστή προεξόφλησης την οριακή χρησιμότητα του επενδυτή. Στη συνέχεια παρουσιάζονται δύο διαφορετικές περιπτώσεις προσδιορισμού της τιμής ενός χρεογράφου. Στην πρώτη περίπτωση γίνεται η υπόθεση ότι ο επενδυτής έχει μόνο εξωγενές εισόδημα ενώ στη δεύτερη περίπτωση ο επενδυτής έχει αρχικό πλούτο αλλά δεν κερδίζει εισόδημα από εργασία.

α. ο επενδυτής δεν έχει αρχικό πλούτο και έχει εξωγενές εισόδημα

Ένας επενδυτής επιλέγει το ύψος του κεφαλαίου που θα επενδύσει ανάλογα με το ύψος της ικανοποίησης-χρησιμότητας που επιθυμεί να λάβει. Οι προτιμήσεις του επενδυτή, ως προς το ύψος της κατανάλωσης χρημάτων, μοντελοποιούνται με μία συνάρτηση χρησιμότητας $U(c_t, c_{t+1})$, η οποία διαμορφώνεται από τις παρούσες (χρονική στιγμή t) και τις μελλοντικές τιμές (χρονική στιγμή $t+1$) κατανάλωσης του επενδυτή.

$$U(c_t, c_{t+1}) = u(c_t) + \beta E_t[u(c_{t+1})] \quad (1)$$

όπου,

$U(c_t, c_{t+1})$: η συνάρτηση χρησιμότητας για τιμές κατανάλωσης c_t, c_{t+1} .

$u(\bullet)$: η περιοδική συνάρτηση χρησιμότητας για κατανάλωση c_t και c_{t+1}

β : συντελεστής προεξόφλησης

Η επιλογή του ορθολογικού επενδυτή (που επιθυμεί μέγιστη ωφελιμότητα από την επένδυση που πραγματοποιεί) περιγράφεται από τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης χρησιμότητάς του, δοθέντων των εισοδηματικών του περιορισμών:

$$\text{Max}_{c_t, c_{t+1}, \xi_t} \{ [u(c_t) + E[\beta u(c_{t+1})]] \} \quad (2)$$

με εισοδηματικούς περιορισμούς:

$$e_t = c_t + P_t \xi_t \quad (3)$$

$$e_{t+1} = c_{t+1} + x_{t+1} \xi_t \quad (4)$$

όπου,

e : το πραγματικό επίπεδο κατανάλωσης εάν ο επενδυτής προβεί σε αγορά περιουσιακού στοιχείου

ξ : η ποσότητα του περιουσιακού στοιχείου που ο επενδυτής επιλέγει να αγοράσει.

Το παραπάνω πρόβλημα μεγιστοποίησης υπό περιορισμό αντιστοιχεί στο πρόβλημα μεγιστοποίησης της ακόλουθης **συνάρτησης Lagrange**:

$$\max L = u(c_t) + E_t[\beta u(c_{t+1})] + \lambda_t [e_t - c_t - p_t \xi_t] + \lambda_{t+1} [e_{t+1} + x_{t+1} \xi_t - c_{t+1}]$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης που προκύπτουν από το παραπάνω πρόβλημα μεγιστοποίησης είναι:

$$dL/dc_t = 0 \rightarrow u'(c_t) - \lambda_t = 0 \quad (5)$$

$$dL/dc_{t+1} = 0 \rightarrow E_t[\beta u'(c_{t+1})] - \lambda_{t+1} = 0 \quad (6)$$

$$dL/d\xi_t = 0 \rightarrow -\lambda_t p_t + \lambda_{t+1} x_{t+1} = 0 \quad (7)$$

$$\text{Από την σχέση (7) προκύπτει ότι: } \lambda_{t+1} = \lambda_t p_t / x_{t+1} \quad (8)$$

$$\text{Διαιρώντας τις σχέσεις (5) και (6) προκύπτει ότι: } \lambda_{t+1} / \lambda_t = E[\beta u'(c_{t+1})] / u'(c_t) \quad (9)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (8) την (9)

$$p_t = E_t \left[\beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} x_{t+1} \right] \quad (10)$$

Η τιμή ενός περιουσιακού στοιχείου τη χρονική στιγμή t , p_t , ισούται με την προεξοφλημένη αξία των πληρωμών του στοιχείου, με συντελεστή προεξόφλησης την οριακή χρησιμότητά του. Ο επενδυτής αγοράζοντας μία επιπλέον μονάδα από το περιουσιακό στοιχείο μειώνει τη χρησιμότητά του λόγω του επιπλέον κινδύνου που αναλαμβάνει. Αν η προεξοφλημένη απόδοση (τη χρονική στιγμή t) από την επένδυση του περιουσιακού στοιχείου (asset), εκφρασμένη σε όρους χρησιμότητας, είναι μεγαλύτερη από την απώλεια χρησιμότητας λόγω κινδύνου (από την αγορά της επιπλέον μονάδας του asset) τότε ο επενδυτής επιλέγει να διακρατήσει το περιουσιακό στοιχείο έως τη λήξη της περιόδου επένδυσης (χρονική στιγμή $t + 1$)

β. ο επενδυτής έχει αρχικό πλούτο και δεν κερδίζει εισόδημα από εργασία

Σε αυτήν την περίπτωση, ο επενδυτής έχει αρχικό πλούτο W_0 και δεν κερδίζει εισόδημα από εργασία. Επομένως, καταναλώνει το σύνολο του αρχικού του πλούτου κατά τη διάρκεια της ζωής του. Συγκεκριμένα, καταναλώνει ένα ποσό του πλούτου του την περίοδο t και το υπόλοιπο ποσό το επενδύει σε ένα περιουσιακό στοιχείο (χαρτοφυλάκιο πλούτου). Την περίοδο $t+1$ ο επενδυτής έχει πλούτο

$$W_{t+1} = R_{t+1}^W (W_t - C_t) \quad (11)$$

Ο επενδυτής μεγιστοποιεί τη χρησιμότητά του σε δύο περιόδους:

$$\begin{aligned} \max U(c) &= \max[u(c_t) + \beta E_t u(c_{t+1})] \\ \text{με εισοδηματικό περιορισμό: } W_{t+1} &= R_{t+1}^W (W_t - C_t) \\ C_{t+1} &= W_{t+1} \end{aligned} \quad (12)$$

όπου,

$U(c_t, c_{t+1})$: η συνάρτηση χρησιμότητας για τιμές κατανάλωσης c_t, c_{t+1} .

$u(\bullet)$: η περιοδική συνάρτηση χρησιμότητας για κατανάλωση c_t και c_{t+1}

β : συντελεστής προεξόφλησης

W_{t+1} : ο πλούτος του επενδυτή τη χρονική στιγμή $t+1$

R_{t+1}^W : η απόδοση του χαρτοφυλακίου πλούτου

Οπότε, με αντικατάσταση των εισοδηματικών περιορισμών στο πρόβλημα μεγιστοποίησης του επενδυτή και παραγωγίζοντας προκύπτει:

$$\begin{aligned} & -u'(t) + \beta E_t \left(u'(c_{t+1}) R_{t+1}^W \right) \stackrel{>}{=} 0 \\ \text{και} & E_t \left(\beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} R_{t+1}^W \right) = 1 \end{aligned} \quad (13)$$

2.3 Οριακός λόγος υποκατάστασης / Στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης

Με τον όρο «οριακός λόγος υποκατάστασης» νοείται το επίπεδο στο οποίο ένας καταναλωτής-επενδυτής διατίθεται να ανταλλάξει ένα αγαθό με ένα άλλο αγαθό, διατηρώντας όμως το ίδιο επίπεδο χρησιμότητας

Ο στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης στο βασικό μοντέλο του καταναλωτή ορίζεται από τη σχέση,

$$m = \beta \left(\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right)$$

Είναι φανερό από τον ορισμό του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης για το μοντέλο του καταναλωτή, ότι κάθε μεταβολή στη χρησιμότητα του επενδυτή επηρεάζει τον συντελεστή προεξόφλησης των πληρωμών του περιουσιακού στοιχείου και τελικά διαφοροποιεί την τιμή του. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αυτής της διαφοροποίησης στην τιμή των κεφαλαιουχικών αγαθών αποτελούν η περίπτωση της

γραμμικής σχέσης χρησιμότητας και κατανάλωσης και η περίπτωση της εκθετικής χρησιμότητας (power utility).

Περίπτωση 1: Γραμμική σχέση χρησιμότητας και κατανάλωσης

$$\underline{u_t = a + bc_t}$$

Παίρνοντας την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης χρησιμότητας για τιμές κατανάλωσης τις χρονικές στιγμές t και $t+1$:

$$u'(c_t) = b$$

$$u'(c_{t+1}) = b \quad \text{οπότε,} \quad m = \beta \frac{b}{b} = \beta$$

Η τιμή του asset τότε θα είναι: $P_t = \beta E_t(X_{t+1})$

Σε αυτήν την περίπτωση, το υπόδειγμα του καταναλωτή ταυτίζεται με το υπόδειγμα παρούσας αξίας με σταθερό συντελεστή προεξόφλησης.

Περίπτωση 2: Εκθετική χρησιμότητα (power utility)

$$\underline{u_t = \frac{1}{(1-\gamma)} c_t^{(1-\gamma)}}$$

Παίρνοντας την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης χρησιμότητας για τιμές κατανάλωσης τις χρονικές στιγμές t και $t+1$:

$$u'(c_t) = c_t^{-\gamma}$$

$$u'(c_{t+1}) = c_{t+1}^{-\gamma} \quad \text{οπότε,} \quad m = \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma}$$

Η τιμή του asset τότε θα είναι: $P_t = E_t \left(\beta \left[\frac{c_{t+1}}{c_t} \right]^{-\gamma} X_{t+1} \right)$

2.4 Κλασσικές χρηματοοικονομικές έννοιες

2.4.1 Απόδοση μηδενικού κινδύνου

Η απόδοση μηδενικού κινδύνου υπολογίζεται ως,

$$\underline{R_t^f = \frac{1}{E_t(m)}}$$

Αναλυτικά,

Έστω ότι ένας επενδυτής διαθέτει σήμερα, δηλαδή τη χρονική στιγμή t , ένα ευρώ για την αγορά ενός περιουσιακού στοιχείου. Από την επένδυση αυτού του στοιχείου αναμένει να λάβει τη χρονική στιγμή $t+1$ σίγουρη απόδοση R_t^f . Από τη βασική εξίσωση αποτίμησης προκύπτει:

$$P_t = E_t(mx)$$

$$1 = E_t(mR_t^f) = E_t(m)R_t^f$$

$$R_t^f = \frac{1}{E(m)} \quad (14)$$

2.4.2 Διόρθωση τιμής λόγω ύπαρξης κινδύνου

Η τιμή ενός αξιογράφου επιδέχεται διόρθωση λόγω ύπαρξης κινδύνου. Η διόρθωση αυτή είναι άμεσα εξαρτώμενη από τη συνδιακύμανση των πληρωμών του κεφαλαιουχικού αγαθού και της οριακής χρησιμότητας (για το μοντέλο του καταναλωτή) και κατά συνέπεια της κατανάλωσης του επενδυτή.

Η διορθωμένη τιμή ενός αξιογράφου τη χρονική στιγμή t υπολογίζεται ως,

$$P_t = \frac{E_t(x)}{R_t^f} + Cov_t(m, x)$$

Αναλυτικά,

Από τον ορισμό της συνδιακύμανσης δύο τυχαίων μεταβλητών,

$$Cov(m, x) = E(mx) - E(m)E(x) \quad (15)$$

Η βασική εξίσωση αποτίμησης μέσω της σχέσης (15) γίνεται:

$$P_t = E_t(m)E_t(x) + Cov_t(m, x) \quad (16)$$

και από $R_t^f = \frac{1}{E_t(m)}$ προκύπτει:

$$P_t = \frac{E_t(x)}{R_t^f} + Cov_t(m, x) \quad (17)$$

όπου, ο πρώτος όρος του αθροίσματος υποδηλώνει την τιμή του αξιογράφου σε έναν κόσμο χωρίς κίνδυνο και ο δεύτερος όρος αποτελεί τη διόρθωση της τιμής του αξιογράφου λόγω της ύπαρξης κινδύνου.

Η διαδικασία της διόρθωσης της τιμής ενός asset λόγω κινδύνου είναι πολύ σημαντική για τον καταναλωτή-επενδυτή, ο οποίος καλείται να επιλέξει το asset που θα αγοράσει.

Το ασφάλιστρο κινδύνου υπολογίζεται ως,

$$E(R^i) - R^f = -R^f \text{cov}(m, R^i)$$

Αναλυτικά,

$$1 = E(mR^i)$$

από τη σχέση (15) γίνεται,

$$1 = E_t(m)E_t(R_{t+1}^i) + \text{Cov}_t(m, R_{t+1}^i) \quad (18)$$

και από $R_t^f = \frac{1}{E_t(m)}$ προκύπτει:

$$E(R^i) - R^f = -R^f \text{cov}(m, R^i) \quad (19)$$

Με λογαριθμική προσέγγιση, το ασφάλιστρο κινδύνου υπολογίζεται ως,

$$E_t \ln m_{t+1} + E_t r_{t+1} + \frac{1}{2} \text{var}(\ln m_{t+1}) + \frac{1}{2} \text{var}(r_{t+1}) + \text{cov}(\ln m_{t+1}, r_{t+1}) = 0$$

Αναλυτικά,

$$E_t(m_{t+1}, R_{t+1}) = 1$$

Λογαριθμίζοντας, $\ln E(m_{t+1}, R_{t+1}) = \ln 1 = 0$

Μέσω του λήμματος Stein (βλ. Παράρτημα) για R και m να ακολουθούν τη λογαριθμοκανονική κατανομή, προκύπτει,

$$E_t \ln m_{t+1} + E_t r_{t+1} + \frac{1}{2} \text{var}(\ln m_{t+1}) + \frac{1}{2} \text{var}(r_{t+1}) + \text{cov}(\ln m_{t+1}, r_{t+1}) = 0 \quad (20)$$

Εφαρμογή

Για εκθετική συνάρτηση χρησιμότητας (power utility), ο στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης με λογαριθμική προσέγγιση ισούται με $\ln m_{t+1} = \ln \beta - \gamma \Delta c_{t+1}$ οπότε με αντικατάσταση προκύπτουν οι κάτωθι σχέσεις,

$$E_t \ln m_{t+1} = \ln \beta - \gamma E_t \Delta c_{t+1}, \quad \text{var}_t \ln m_{t+1} = \gamma^2 \text{var}_t (\Delta c_{t+1})$$

και με αντικατάσταση στη σχέση (20),

$$E_t(r_{t+1}) + \frac{1}{2} \text{var}_t(r_{t+1}) = -\ln \beta + \gamma E_t \Delta c_{t+1} - \frac{1}{2} \gamma^2 \text{var}_t \Delta c_{t+1} + \gamma \text{cov}_t(r_{t+1}, \Delta c_{t+1})$$

2.4.3 Σχέση ιδιοσυγκρασιακού κινδύνου και τιμής περιουσιακού στοιχείου

Μόνο ο συστηματικός κίνδυνος ή κίνδυνος αγοράς γεννά την ανάγκη για διόρθωση της τιμής ενός περιουσιακού στοιχείου λόγω της ύπαρξης κινδύνου. Ένας επενδυτής δε λαμβάνει αποζημίωση (δεν υπάρχει διόρθωση στην τιμή) για τον ιδιοσυγκρασιακό ή αλλιώς μη συστηματικό κίνδυνο που ενέχει η επένδυσή του σε ένα κεφαλαιουχικό αγαθό.

2.4.4 Αναμενόμενη απόδοση / Μοντέλα αποτίμησης βήτα (beta pricing models)

Το αποτέλεσμα της βασικής εξίσωσης αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων, σε όρους αποδόσεων, δύναται να εκφραστεί και ως εξής,

$$E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,m} \lambda_m$$

Αναλυτικά,

$$E(R^i) = R_t^f - \frac{\text{cov}(m, R_t^i)}{E(m)}$$

$$E(R^i) = R_t^f + \frac{\text{cov}(m, R_t^i)}{\text{var}(m)} \left(- \frac{\text{var}(m)}{E(m)} \right) \quad (21)$$

$$E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,m} \lambda_m$$

όπου,

$\beta_{i,m}$: ποσότητα κινδύνου. Πρόκειται για τον συντελεστή παλινδρόμησης του R^i στο m . Λαμβάνει διαφορετικές τιμές για κάθε asset.

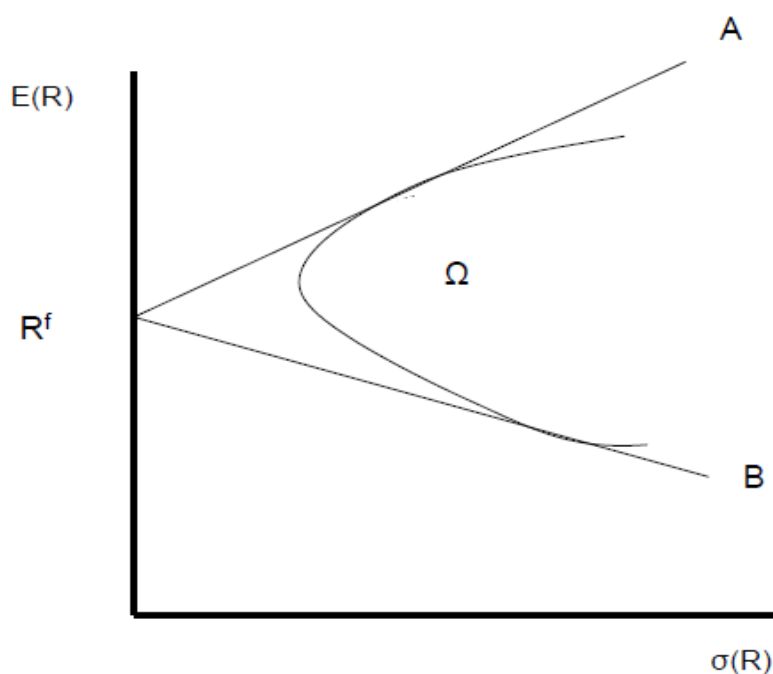
λ_m :τιμή κινδύνου. Ίδια τιμή για κάθε asset. Εξαρτάται από τη μεταβλητότητα του συντελεστή προεξόφλησης.

Η αναμενόμενη απόδοση ενός στοιχείου i είναι ανάλογη του συντελεστή βήτα από την παλινδρόμηση της απόδοσης R_i^t στον συντελεστή παλινδρόμησης m .

2.4.5 Το όριο των επενδυτικών δυνατοτήτων της οικονομίας (mean variance frontier)

Με τον όρο χαρτοφυλάκιο επενδύσεων νοείται ένα σύνολο επιλεγμένων επενδύσεων, οι οποίες έχουν επιθυμητά χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης. Ο επενδυτής καλείται να επιλέξει το λεγόμενο αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο, δηλαδή εκείνο το χαρτοφυλάκιο επενδύσεων που προσφέρει την υψηλότερη απόδοση από όλα τα άλλα με ίδιο επίπεδο κινδύνου ή που ενέχει τον μεγαλύτερο κίνδυνο από όλα τα άλλα που είναι το ίδιο αποδοτικά με αυτό. Ιδανικά, επιλέγει το άριστο χαρτοφυλάκιο (τίτλο), δηλαδή εκείνη την επένδυση που μεγιστοποιεί την ωφελιμότητα-χρησιμότητά του.

Όλες οι αποδόσεις από την επένδυση των χαρτοφυλακίων (τίτλων) βρίσκονται στην περιοχή Ω του σχήματος 1 που ακολουθεί,



Σχήμα 1.: Σύνορο επενδυτικών δυνατοτήτων της οικονομίας

Το σύνολο των πιθανών συνδυασμών μεταξύ κινδύνου και απόδοσης ορίζεται ως,

$$\left| E(R^i) - R^f \right| \leq \frac{\sigma(m)}{E(m)} \sigma(R^i)$$

Αναλυτικά,

Δοθείσας της απόδοσης R^i ,

$1 = E(mR^i) = E(m)E(R^i) + \rho_{m,R^i} \sigma(R^i)\sigma(m)$, οπότε,

$$E(R^i) = R^f - \rho_{m,R^i} \frac{\sigma(m)}{E(m)} \sigma(R^i) \quad (22)$$

όπου, για $\rho_{m,R^i} = 1$ ισχύει η ισότητα ενώ για $\rho_{m,R^i} = 0, -1$ ισχύει η ανισότητα.

Όλες οι αποδόσεις που βρίσκονται πάνω στο όριο $AR^f B$ έχουν τέλεια θετική συσχέτιση με τον συντελεστή προεξόφλησης ($-\left|\rho_{m,R^i}\right| = 1$). Το όριο του συνόλου $AR^f B$ αποτελεί το αποδοτικό όριο των επενδυτικών δυνατοτήτων της οικονομίας. Όλες οι αποδόσεις που βρίσκονται πάνω στο $AR^f B$ παρουσιάζουν τέλεια θετική συσχέτιση μεταξύ τους.

Ενότητα 3. Σχέσεις ανάμεσα σε συντελεστές προεξόφλησης, συντελεστές βήτα και αποδοτικά όρια

Ακόμη και αν στην αρχή τα μοντέλα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων δείχνουν να μη σχετίζονται μεταξύ τους, στο τέλος είναι φανερό ότι κάθε ένα αποτελεί συνέχεια ή μέρος ενός άλλου μοντέλου.

Στην ενότητα που ακολουθεί περιγράφονται οι σχέσεις που συνδέουν μεταξύ τους τον στοχαστικό συντελεστή προεξόφλησης, το συντελεστή βήτα και το αποδοτικό όριο των επενδυτικών δυνατοτήτων της οικονομίας. Οι σχέσεις των τριών αυτών μεγεθών διαμορφώνουν μία συμπαγή θεωρητική βάση για την ανάπτυξη διαφόρων υποδειγμάτων αποτίμησης.

Ο Roll (1977) απέδειξε τη σχέση που συνδέει το αποδοτικό όριο των επενδυτικών δυνατοτήτων της οικονομίας με το συντελεστή βήτα των μοντέλων αποτίμησης beta. Ο Ross (1978) και οι Dybvig και Ingersoll (1982) ανέπτυξαν τη σχέση των γραμμικών συντελεστών προεξόφλησης και των beta μοντέλων ενώ οι Hansen και Richard (1987) ασχολήθηκαν με τη σχέση που συνδέει τον προεξοφλητικό παράγοντα και το αποδοτικό όριο των επενδυτικών δυνατοτήτων της οικονομίας.

Υποενότητες

3.1 Σχέση στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης και συντελεστή βήτα

3.2 Σχέση αποδοτικού ορίου, συντελεστή προεξόφλησης και beta μοντέλων αποτίμησης

Λέξεις κλειδιά: συντελεστής προεξόφλησης, αποδοτικό όριο, συντελεστής βήτα

3.1 Σχέση στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης και συντελεστή βήτα

$$P_t = E(m_{t+1}x_{t+1}) \Rightarrow E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,m}\lambda_m$$

Το υπόδειγμα του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης μπορεί να εκφραστεί ως ένα παραγοντικό υπόδειγμα στο οποίο ο παράγοντας κινδύνου είναι το beta από την παλινδρόμηση της απόδοσης του τίτλου στον στοχαστικό συντελεστή προεξόφλησης.

Όπως έχει ήδη αποδειχτεί,

$$E(R^i) = R_t^f - \frac{\text{cov}(m, R_t^i)}{E(m)}$$

$$E(R^i) = R_t^f + \frac{\text{cov}(m, R_t^i)}{\text{var}(m)} \left(- \frac{\text{var}(m)}{E(m)} \right)$$

$$E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,m}\lambda_m$$

Για παράδειγμα, το βασικό μοντέλο του καταναλωτή μπορεί να εκφραστεί ως ένα παραγοντικό υπόδειγμα αποτίμησης ως εξής: Οι μέσες αποδόσεις ενός περιουσιακού στοιχείου θα συνδέονται γραμμικά με τους συντελεστές παλινδρόμησης βήτα των

μέσων αποδόσεων στον παράγοντα $\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma}$.

Αντίστροφα, πίσω από κάθε γνωστό υπόδειγμα της χρηματοοικονομικής κρύβεται το υπόδειγμα του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης, στο οποίο ο προεξοφλητικός παράγοντας αποτελεί γραμμική συνάρτηση των παραγόντων που υποθέτει το κάθε μοντέλο αποτίμησης.

$$m = a + b'f \Leftrightarrow E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,m}\lambda_m$$

Δοθείσας της γραμμικής σχέσης του συντελεστή προεξόφλησης με τους παράγοντες κινδύνου f ,

$$m = 1 + [f - E(f)]'b \quad (1)$$

όπου,

f : ένα διάνυσμα τυχαίων παραγόντων με $E(f) = 0$

b : ένα διάνυσμα σταθερών

$$\text{καθώς και της σχέσης } 0 = E(mR^e) \quad (2)$$

μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή του κινδύνου λ από το πολυπαραγοντικό υπόδειγμα, $E(R^e) = \beta' \lambda$

β' : το διάνυσμα των συντελεστών beta μίας παλινδρόμησης ελαχίστων τετραγώνων του ασφαλιστρου κινδύνου R^e στο f

λ : το διάνυσμα των τιμών κινδύνου

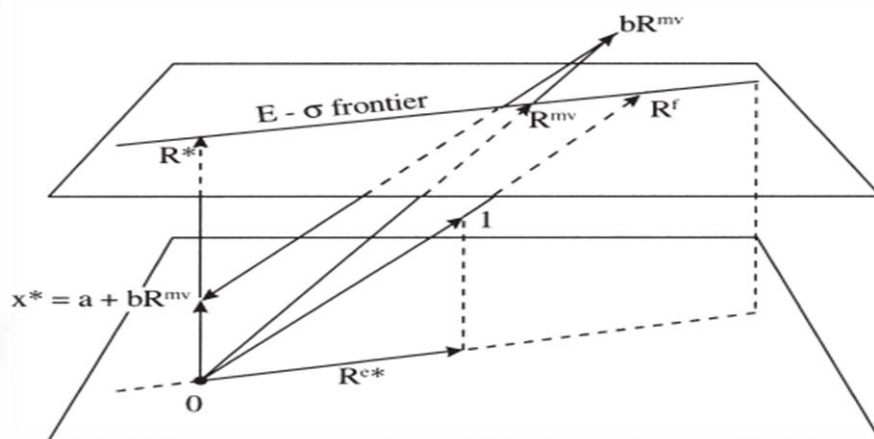
$$\begin{aligned} 0 &= E(R^e) - E(R^e) - \text{cov}(R^e, f')b \\ E(R^e) &= -\text{cov}(R^e, f') \text{var}(f)^{-1} \text{var}(f)b = \beta' \lambda \end{aligned} \quad (3)$$

Τα λ και b συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση, $\lambda = -\text{var}(f)b$

3.2 Σχέση αποδοτικού ορίου των επενδυτικών δυνατοτήτων της οικονομίας, συντελεστή προεξόφλησης και beta μοντέλων αποτίμησης

$$R^{mv} \text{ πάνω στο αποδοτικό όριο} \Rightarrow m = a + bR^{mv}; E(R^i) - R^f = \beta_i [E(R^{mv}) - R^f]$$

Υπάρχει ένας συντελεστής προεξόφλησης της μορφής $m = a + bR^{mv}$ αν και μόνο αν η R^{mv} βρίσκεται πάνω στο αποδοτικό όριο των επενδυτικών δυνατοτήτων της οικονομίας και η R^{mv} δεν είναι η απόδοση μηδενικού κινδύνου.



Πηγή: John H. Cochrane, 2005, "Asset Pricing" Revised Edition, p.104

Σχήμα 2. Υπάρχει ένας συντελεστής προεξόφλησης $m = a + bR^{mv}$ αν και μόνο αν η R^{mv} βρίσκεται πάνω στο αποδοτικό όριο και δεν είναι ίσο με R^f

Ενότητα 4. Εναλλακτικές μορφές του μοντέλου κατανάλωσης

Στη σύγχρονη βιβλιογραφία, συναντώνται αρκετές παραλλαγές του βασικού μοντέλου του καταναλωτή (CCAPM). Οι διαφοροποιήσεις έχουν ως στόχο να καλύψουν παραλείψεις του βασικού μοντέλου κατανάλωσης και να εξηγήσουν καλύτερα τις αναμενόμενες αποδόσεις ενός τίτλου.

Αξιοσημείωτες περιπτώσεις τέτοιων μοντέλων αποτελούν το μοντέλο με επαναλαμβανόμενη χρησιμότητα των Epstein, Zin και Weil (1989), το μοντέλο του καταναλωτή με μακροχρόνιους κινδύνους των Bansal και Yaron (2004) καθώς και το μοντέλο χωρίς δεδομένα κατανάλωσης του Campbell (1993, 1996).

Στη συνέχεια, περιγράφουμε αναλυτικά τα παραπάνω μοντέλα και αναλύουμε τις βασικές παραμέτρους στις οποίες βασίστηκε η ανάπτυξη τους.

Υποενότητες

- 4.1 Εισαγωγικό μέρος
- 4.2 Μοντέλο αποτίμησης με επαναλαμβανόμενη χρησιμότητα (recursive utility)
- 4.3 Μοντέλο του καταναλωτή με μακροχρόνιους κινδύνους
- 4.4 Το υπόδειγμα του καταναλωτή χωρίς δεδομένα κατανάλωσης

Λέξεις κλειδιά: συνάρτηση χρησιμότητας, συνολική κατανάλωση, CCAPM

4.1 Εισαγωγικό μέρος

Υποθέτουμε ότι στην αγορά υπάρχει ένας αντιπροσωπευτικός επενδυτής ο οποίος απολαμβάνει συνολική κατανάλωση (aggregate consumption).

Η συνολική κατανάλωση ενός επενδυτή ορίζεται ως,

$$C = \left[\sum_{i=1}^n (\delta_i) (c_i)^{\frac{s-1}{s}} \right]^{\frac{s}{s-1}}, \quad s > 0,$$

όπου,

δ_i : οι παράμετροι που υποδηλώνουν το ποσοστό κάθε καταναλωτικού αγαθού

c_i : καταναλωτικά αγαθά, $i=1, 2, 3, \dots, n$

s : ελαστικότητα υποκατάστασης⁵

C : συνολική κατανάλωση

Διακρίνουμε δύο κύριες εκφράσεις της συνάρτησης χρησιμότητας του επενδυτή, ανάλογα με το είδος της κατανάλωσης:

1. Συνάρτηση χρησιμότητας για δύο καταναλωτικά αγαθά, c_1, c_2 : $U(c_1, c_2)$

Η συνάρτηση χρησιμότητας είναι,

$$U = \left(-\delta c_1^{1-\rho} + \delta c_2^{1-\rho} \right)^{\frac{1}{1-\rho}}, \quad \rho > 0$$

όπου,

$1/\rho$: ελαστικότητα υποκατάστασης

2. Συνάρτηση χρησιμότητας για σημερινές τιμές κατανάλωσης και μελλοντική (στοχαστική) χρησιμότητα: $U(c_t, E(U_{t+1}^{1-\gamma}))$

Η επαναλαμβανόμενη συνάρτηση χρησιμότητας είναι,

$$U = \left(-\delta c_t^{1-\rho} + \delta E((U_{t+1}^{1-\gamma})^{\frac{1-\rho}{1-\gamma}}) \right)^{\frac{1}{1-\rho}}$$

Στο μοντέλο των Epstein, Zin και Weil (1989) που αναπτύσσεται στη συνέχεια, γίνεται η υπόθεση ότι $\rho = \gamma$.

⁵ Ελαστικότητα υποκατάστασης (Elasticity of Substitution): $EI = \theta \log(c_1/c_2) / \theta \log(MRS)$, MRS: οριακός λόγος υποκατάστασης (Marginal Rate of Substitution)

4.2 Μοντέλο αποτίμησης με επαναλαμβανόμενη χρησιμότητα (recursive utility) Erstein, Zin και Weil (1989)

Η αναμενόμενη απόδοση στο μοντέλο με επαναλαμβανόμενη χρησιμότητα υπολογίζεται ως,

$$E_t(r_{i,t+1}) + \frac{1}{2} \text{Var}(r_{i,t+1}) = \theta \log(\delta) + \frac{\theta}{\psi} E_t(\Delta c_{t+1}) + (1-\theta)r_{w,t+1} + \left(\frac{\theta}{\psi}\right)^2 \text{Var}_t(\Delta c_{t+1}) + (\theta-1)^2 \text{Var}_t(r_{w,t+1}) + \frac{\theta}{\psi} \text{Cov}_t(r_{i,t+1}, \Delta c_{t+1}) + (1-\theta) \text{Cov}(r_{i,t+1}, r_{w,t+1})$$

Αναλυτικά,

Στο μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων των Epstein, Zin και Weil χρησιμοποιείται η συνάρτηση επαναλαμβανόμενης χρησιμότητας:

$$U_t = \left\{ (1-\delta)(c_t)^{\frac{1-\gamma}{\theta}} + \delta E_t \left[U_{t+1}^{\frac{1-\gamma}{\theta}} \right] \right\}^{\frac{\theta}{1-\gamma}} \quad (1)$$

όπου,

$\theta = \frac{1-\gamma}{1-\frac{1}{\psi}}$ με $\gamma \geq 0$ τον βαθμό αποστροφής κινδύνου και $\psi \geq 0$ την ελαστικότητα

διαχρονικής υποκατάστασης.

Η συνθήκη πρώτης τάξης από τη μεγιστοποίηση της χρησιμότητας των Epstein και Zin είναι:

$$E_t \left[\delta^\theta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{\frac{\theta}{\psi}} (R_{w,t+1})^{-(1-\theta)} R_{i,t+1} \right] = 1 \quad (2)$$

Παίρνοντας το λογάριθμο της παραπάνω σχέσης (οι λογάριθμοι των μεταβλητών συμβολίζονται με μικρά γράμματα):

$$\log E_t \left[\frac{c_{t+1}}{c_t} \right] = 0$$

$$m_{t+1} = \theta \log(\delta) - \frac{\theta}{\psi} \Delta c_{t+1} + (\theta-1)r_{w,t+1} \quad (3)$$

Όταν μία μεταβλητή, έστω X , ακολουθεί τη λογαριθμική κατανομή τότε ισχύει:

$$\log E_t(X_{t+1}) = E_t(x_{t+1}) + \frac{1}{2} \text{Var}_t(x_{t+1}) \text{ με } x_{t+1} = \log X_{t+1}$$

Επομένως, για M_{t+1} και $R_{i,t+1}$ να ακολουθούν από κοινού λογαριθμοκανονική κατανομή:

$$\log E_t(M_{t+1}, R_{i,t+1}) = E_t(m_{t+1}) + E_t(r_{i,t+1}) + \frac{1}{2} \text{Var}(m_{t+1} + r_{i,t+1}) = 0 \quad (4)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (3) στην (4) και λύνοντας ως προς τις αναμενόμενες αποδόσεις του περιουσιακού στοιχείου προκύπτει η εξίσωση αποτίμησης για συνάρτηση επαναλαμβανόμενης χρησιμότητας:

$$\begin{aligned} E_t(r_{i,t+1}) + \frac{1}{2} \text{Var}(r_{i,t+1}) &= \theta \log(\delta) + \frac{\theta}{\psi} E_t(\Delta c_{t+1}) + (1-\theta)r_{w,t+1} + \left(\frac{\theta}{\psi}\right)^2 \text{Var}_t(\Delta c_{t+1}) + \\ &(\theta-1)^2 \text{Var}_t(r_{w,t+1}) + \frac{\theta}{\psi} \text{Cov}_t(r_{i,t+1}, \Delta c_{t+1}) + (1-\theta) \text{Cov}(r_{i,t+1}, r_{w,t+1}) \end{aligned} \quad (5)$$

Ασφάλιστρα κινδύνου,

$$E_t(r_{i,t+1}^e) + \frac{1}{2} \text{var}_t(r_{i,t+1}^i) = \frac{\theta}{\psi} \text{cov}_t(r_{i,t+1}^i, \Delta c_{t+1}) + (1-\theta) \text{cov}_t(r_{i,t+1}^i, r_{i,t+1}^w)$$

Τα ασφάλιστρα κινδύνου είναι γραμμική συνάρτηση δύο συσχετίσεων, της συνδιακύμανσης της απόδοσης του τίτλου με τη μεταβολή της κατανάλωσης και της συνδιακύμανσης της απόδοσης του τίτλου με την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι για $\theta=1$ το παραπάνω υπόδειγμα μετατρέπεται στο γνωστό υπόδειγμα CCPAM.

Το υπόδειγμα αποτίμησης που προτείνουν οι Epstein, Zin και Weil (1989) συναντάται στη βιβλιογραφία σε διάφορες μορφές. Δύο από τα πιο σημαντικά υποδείγματα – προεκτάσεις του μοντέλου αποτελούν, το μοντέλο του καταναλωτή με μακροχρόνιους κινδύνους των Bansal και Yaron (2004) και το μοντέλο χωρίς δεδομένα κατανάλωσης του Campbell (1993, 1996).

4.3 Μοντέλο του καταναλωτή με μακροχρόνιους κινδύνους Bansal and Yaron (2004)

Ενώ στη μέχρι τώρα ανάλυση θεωρείται ότι η κατανάλωση δεν είναι προβλέψιμη, στο μοντέλο του καταναλωτή με μακροχρόνιους κινδύνους γίνεται η υπόθεση ότι η κατανάλωση είναι σε κάποιο βαθμό προβλέψιμη. Το μοντέλο δείχνει ότι εάν η κατανάλωση είναι σε κάποιο βαθμό προβλέψιμη μακροχρόνια, τότε πηγή κινδύνου πέραν από τις άμεσες μεταβολές της κατανάλωσης αποτελούν και οι αλλαγές στις προσδοκίες σχετικά με το μακροχρόνιο ρυθμό μεταβολής της κατανάλωσης.

Τα ασφάλιστρα κινδύνου ενός αξιογράφου για το μοντέλο του καταναλωτή με μακροχρόνιους κινδύνους υπολογίζονται ως,

$$E_t(r_{t+1}^e) + \frac{1}{2} \text{Var}(r_{t+1}^i) = B1 \text{cov}(r_{t+1}^i, \varepsilon_{t+1}) + B2 \text{cov}(r_{t+1}^i, u_{t+1})$$

Αναλυτικά,

Σε αυτό το μοντέλο γίνεται η υπόθεση ότι η κατανάλωση ακολουθεί τη стоχαστική διαδικασία,

$$\Delta c_{t+1} = x_t + \varepsilon_{t+1} \quad (6)$$

$$x_{t+1} = lx_t + u_{t+1} \quad (7)$$

όπου,

x_{t+1} : μεταβλητή κατάστασης με προβλεπτική ικανότητα για την πορεία της κατανάλωσης

ε_{t+1} : διαταρακτικός όρος (βραχυπρόθεσμη αλλαγή της κατανάλωσης)

u_{t+1} : διαταρακτικός όρος (μακροπρόθεσμη αλλαγή της κατανάλωσης)

l : σταθερή τιμή

Με αντικατάσταση της σχέσης (7) στη σχέση (6),

$$\Delta c_{t+1} = \varepsilon_{t+1} + u_t + l u_{t-1} + l^2 u_{t-2} + \dots \quad (8)$$

Υποθέτοντας μεταβολή της κατανάλωσης στο t κατά μία μονάδα, $u_{t+1} = 1, u_{t-t} = 0$, η σωρευτική αναμενόμενη μεταβολή της κατανάλωσης είναι,

$$\sum_{j=0}^{\infty} E_t \Delta c_{t+1+j} = \frac{1}{1-l} \quad (9)$$

Για τον υπολογισμό του ασφάλιστρου κινδύνου,

Αντικαθιστούμε στη σχέση για τον στοχαστικό συντελεστή προεξόφλησης, σχέση (3), τα ακόλουθα μεγέθη,

α) τη σχέση για τη μεταβολή της κατανάλωσης, σχέση (8)

β) τη γραμμική προσέγγιση για την απόδοση της αγοράς,

$$r_{t+1}^w = k_0 + k_1 z_{t+1} - z_t + \Delta c_{t+1}$$

όπου,

$$z_t : \text{ο λογάριθμος του λόγου τιμής προς μέρισμα, } z_t = A_0 + A_1 x_t$$

k_0, k_1 : σταθερές

και υπολογίζουμε την αναμενόμενη αξία του αθροίσματος της απόδοσης της αγοράς και του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης, $E(r_{t+1}^w + m_{t+1})$

Τέλος, για $E(r_{t+1}^w + m_{t+1}) = 0$ προκύπτει το ασφάλιστρο κινδύνου,

$$E_t(r_{t+1}^e) + \frac{1}{2} \text{Var}(r_{t+1}^i) = B_1 \text{cov}(r_{t+1}^i, \varepsilon_{t+1}) + B_2 \text{cov}(r_{t+1}^i, u_{t+1}) \quad (10)$$

όπου,

B_1, B_2 : συναρτήσεις του γ και του ψ

ε_{t+1} : διαταρακτικός όρος (βραχυπρόθεσμη αλλαγή της κατανάλωσης)

u_{t+1} : διαταρακτικός όρος (μακροπρόθεσμη αλλαγή της κατανάλωσης)

Το ασφάλιστρο κινδύνου σε αυτήν την περίπτωση αποτελείται από δύο μέρη, ένα για τον κίνδυνο μίας βραχυπρόθεσμης μεταβολής της κατανάλωσης και ένα για τον κίνδυνο μίας μακροπρόθεσμης μεταβολής στην κατανάλωσης.

4.4 Το υπόδειγμα του καταναλωτή χωρίς δεδομένα κατανάλωσης Campbell 1993, 1996

Ο Campbell (1993, 1996) στο υπόδειγμα του καταναλωτή χωρίς δεδομένα κατανάλωσης, αντικαθιστά την κατανάλωση με το άθροισμα των προεξοφλημένων μελλοντικών αποδόσεων του χαρτοφυλακίου πλούτου.

Το ασφάλιστρο κινδύνου σε αυτό το μοντέλο υπολογίζεται ως,

$$E_t(r_{t+1}^e) + \frac{1}{2} \text{Var}(r_{t+1}^i) = \left(\frac{\theta}{\psi} + (1-\theta)\right) \text{cov}(r_{t+1}^i, r_{t+1}^w) + \frac{\theta}{\psi} (1-\psi) \text{cov}(r_{t+1}^i, h_{t+1})$$

όπου ο όρος $h_{t+1} = (E_{t+1} - E_t) \sum_{j=1}^{\infty} \rho^j r_{t+1+j}^w$ υποδηλώνει την αναθεώρηση στις προσδοκίες των επενδυτών σχετικά με τις μελλοντικές αποδόσεις της αγοράς μεταξύ των χρονικών στιγμών t και $t+1$.

$$E_t(r_{t+1}^e) + \frac{1}{2} \text{Var}(r_{t+1}^i) = \left(\frac{\theta}{\psi} + (1-\theta)\right) \text{cov}(r_{t+1}^i, r_{t+1}^w) + \frac{\theta}{\psi} (1-\psi) \text{cov}(r_{t+1}^i, h_{t+1}) \quad (11)$$

Το ασφάλιστρο κινδύνου σε αυτήν την περίπτωση εξαρτάται από τη συνδιακύμανση των αποδόσεων του τίτλου με την απόδοση της αγοράς και από τη συνδιακύμανση των αποδόσεων του τίτλου με τις αναθεωρήσεις στις προσδοκίες σχετικά με τις μελλοντικές αποδόσεις της αγοράς.

Παρατηρήσεις

Τα μοντέλα αποτίμησης που αναλύσαμε σε αυτήν την ενότητα αποτελούν προεκτάσεις ήδη γνωστών μοντέλων. Οι παράγοντες κινδύνου που προστίθενται διαφοροποιούν τις τελικές σχέσεις των ασφαλιστρών κινδύνου. Ειδικά, τα υποδείγματα κατανάλωσης που εξαλείφουν τον όρο της κατανάλωσης οδηγούν σε ένα γενικευμένο CAPM (ενότητα 5), με έναν επιπλέον παράγοντα κινδύνου, τον κίνδυνο αλλαγής των επενδυτικών δυνατοτήτων στο μέλλον. Τα υποδείγματα του καταναλωτή με μακροχρόνιους κινδύνους καταλήγουν σε γενικευμένες μορφές του CCAPM αφού εκτός από τις βραχυχρόνιες αλλαγές στην κατανάλωση, λαμβάνουν υπόψη και τις μακροχρόνιες μεταβολές της.

Ενότητα 5. Παραγοντικά μοντέλα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων

Πολλά από τα παραγοντικά υποδείγματα αποτίμησης αξιογράφων αποτελούν παραλλαγές του βασικού υποδείγματος αποτίμησης του καταναλωτή, με κάποιους περιορισμούς. Τα παραγοντικά υποδείγματα, ουσιαστικά, αντικαθιστούν τον οριακό λόγο υποκατάστασης με ένα σετ μεταβλητών που σχετίζονται τέλεια και θετικά με το στοχαστικό συντελεστή προεξόφλησης του βασικού μοντέλου του καταναλωτή.

Υποενότητες

5.1 Υποδείγματα γενικής ισορροπίας (general equilibrium models)

5.2 Μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιουχικών αγαθών (Capital Asset Pricing Model)

5.2.1 Σχέση CAPM και CCAPM

5.3 Διαχρονικό μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιουχικών στοιχείων (Intertemporal Capital Asset Pricing Model, ICAPM)

5.4 Μοντέλο Αντισταθμικής Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Αγαθών (Arbitrage Pricing Theory - APT)

5.4.1 Το τριπαραγοντικό μοντέλο των Fama και French

5.4.2 Το μοντέλο των τεσσάρων παραγόντων του Carhart

5.5 Το πηλίκο κατανάλωσης-συνολικής περιουσίας: η σημασία του στην αποτίμηση χρεογράφων

Λέξεις κλειδιά: παράγοντας κινδύνου, σετ μεταβλητών, συντελεστής προεξόφλησης

5.1 Υποδείγματα γενικής ισορροπίας (general equilibrium models)

Σε αυτά τα μοντέλα αποτίμησης, ο ρυθμός μεταβολής της κατανάλωσης καθορίζεται ως συνάρτηση ενός σετ μεταβλητών, οι οποίες εν γένει, περιγράφουν την τεχνολογία της οικονομίας και τις προτιμήσεις των καταναλωτών.

Το βασικό υπόδειγμα του καταναλωτή, με εκθετική συνάρτηση χρησιμότητας, όπως έχει αποδειχτεί παραπάνω, είναι:

$$E_t(R_{t+1}^i) - R_t^f = \gamma \text{cov}_t(\Delta c_{t+1}, R_{t+1}^i)$$

Υποθέτοντας ότι ο παράγοντας κινδύνου είναι: $\Delta c_{t+1} = g(f_{t+1})$ και εφαρμόζοντας το Λήμμα του Stein (βλ. Παράρτημα):

$$\text{cov}_t(g(f_{t+1}), R_{t+1}^i) = E_t(g'(f_{t+1}) \text{cov}_t(R_{t+1}^i, f_{t+1})) \quad (1)$$

$$\text{Οπότε, } E_t(R_{t+1}^i) - R_t^f = -\gamma E_t(g'(f_{t+1}) \text{cov}_t(R_{t+1}^i, f_{t+1})) \quad (2)$$

Πρόκειται για ένα παραγοντικό υπόδειγμα αποτίμησης:

$$E_t(R_{t+1}^i) = R_t^f - \beta_{i,f,t} \lambda_{f,t} \quad (3)$$

όπου, η τιμή και η ποσότητα κινδύνου αντίστοιχα, είναι:

$$\lambda_{f,t} = -\gamma E_t(g'(f_{t+1})) \text{var}_t(f)$$

$$\beta_{i,f,t} = \frac{\text{cov}_t(R_{t+1}^i, f_{t+1})}{\text{var}_t(f)}$$

5.2 Μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιουχικών αγαθών (Capital Asset Pricing Model) Sharpe (1964) και Lintner (1965)

Η αναμενόμενη απόδοση υπολογίζεται ως,

$$E_t(R_{t+1}^i) = R_t^f + \lambda_t \beta_{i,R^w}$$

εναλλακτικά,

$$m = a + bR_{t+1}^w$$

Το μοντέλο αποτίμησης CAPM ορίζει ότι οι αναμενόμενες αποδόσεις ενός περιουσιακού στοιχείου i , σχετίζονται γραμμικά με την απόδοση του χαρτοφυλακίου πλούτου (ή αγοράς), W .

$$E_t(R_{t+1}^i) = R_t^f + \lambda_t \beta_{i,R^w} \quad (4)$$

όπου,

λ_t : η τιμή του κινδύνου, κοινή για όλα τα αξιόγραφα και ίση με:

$$\lambda_t = E(R^W) - R^f$$

β_{i,R^w} : η ποσότητα του κινδύνου, διαφορετική για κάθε αξιόγραφο

Σε όρους του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης το CAPM γράφεται :

$$m = a + bR_{t+1}^W \quad (5)$$

όπου,

a, b : ελεύθεροι παράμετροι

Για την εύρεση θεωρητικών τιμών των παραμέτρων a και b αρκεί να απαιτήσει κάποιος ότι ο συντελεστής προεξόφλησης αποτιμά οποιαδήποτε δύο περιουσιακά στοιχεία.

5.2.1 Σχέση CAPM και CCAPM

Το CAPM αποτελεί υποπερίπτωση του γενικού μοντέλου κατανάλωσης CCAPM κάτω από τρεις εναλλακτικές υποθέσεις:

- α. Τετραγωνική χρησιμότητα με δύο περιόδους
- β. Εκθετική συνάρτηση χρησιμότητας και κανονικές αποδόσεις με δύο περιόδους
- γ. Λογαριθμική χρησιμότητα

Για να προκύψει το CAPM από το CCAPM θα πρέπει η μεταβολή της κατανάλωσης να έχει τέλεια θετική συσχέτιση με την απόδοση του χαρτοφυλακίου πλούτου. Αυτό συμβαίνει όταν ισχύουν οι παρακάτω υποθέσεις:

1. Όταν ο ορίζοντας του επενδυτή είναι μία (ή δύο) περίοδος. Σε αυτήν την περίπτωση, η κατανάλωση του επενδυτή είναι στην ουσία ο εναπομένον πλούτος του. Η μεταβολή της κατανάλωσης εξαρτάται άμεσα από την απόδοση του χαρτοφυλακίου πλούτου.
2. Όταν η συνάρτηση χρησιμότητας είναι λογαριθμική, ο καταναλωτής

καταναλώνει πάντα ένα σταθερό ποσοστό του πλούτου, έτσι ώστε ο λόγος C/P (όπου P η τιμή του χαρτοφυλακίου πλούτου) να είναι σταθερός διαχρονικά. Αυτό όμως σημαίνει ότι η μεταβολή της κατανάλωσης πρέπει να είναι μια γραμμική συνάρτηση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου πλούτου (επειδή η μεταβολή του P είναι προσεγγιστικά ίση με την απόδοση του).

5.3 Διαχρονικό μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιουχικών στοιχείων (Intertemporal Capital Asset Pricing Model, ICAPM)

Merton (1973)

Οποιαδήποτε μεταβλητή κατάσταση z_t ⁶ μπορεί να αποτελέσει παράγοντα κινδύνου σε ένα μοντέλο αποτίμησης. Το διαχρονικό μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (Intertemporal Capital Asset Pricing Model) που πρότεινε ο Merton (1973), είναι ένα γραμμικό παραγοντικό μοντέλο με παράγοντες κινδύνου τον πλούτο του επενδυτή και ένα σετ μεταβλητών κατάστασης με προβλεπτική ικανότητα των μεταβολών των μελλοντικών μέσων αποδόσεων του περιουσιακού στοιχείου που έχει επενδυθεί.

$$E_t(R_{t+1}^i) = R_t^f + \lambda_1 \beta_{i,w} + \lambda_2 \beta_{i,z} \quad (6)$$

όπου,

$\beta_{i,z}$: ο συντελεστής παλινδρόμησης της απόδοσης του i στοιχείου στο R^w

$\beta_{i,w}$: ο συντελεστής παλινδρόμησης της απόδοσης του i στοιχείου στις μεταβλητές κατάστασης z

λ_1, λ_2 : η τιμή κινδύνου για τον παράγοντα κινδύνου 1 και 2 αντίστοιχα

Σε όρους του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης,

$$m_{t+1} = a + b_1 R_{t+1}^w + b_2 \Delta z_{t+1} \quad (7)$$

5.3.1 Σχέση ICAPM και CAPM

Το διαχρονικό CAPM προκύπτει από το βασικό μοντέλο του καταναλωτή CCAPM κάτω από την υπόθεση ότι η κατανομή των αποδόσεων του περιουσιακού στοιχείου i είναι συνάρτηση του σετ μεταβλητών z_t που έχουν προβλεπτική ικανότητα για τις μελλοντικές αποδόσεις. Εφόσον, η κατανάλωση ενός επενδυτή καθορίζεται από τον πλούτο του επενδυτή και οι μεταβλητές z_t προβλέπουν την απόδοση του χαρτοφυλακίου πλούτου (επομένως και τα επίπεδα της μελλοντικής κατανάλωσης).

Αναλυτικά,

⁶ Οι μεταβλητές κατάστασης καθορίζουν το πόσο καλά αποτελέσματα θα έχει ένας επενδυτής από τη μεγιστοποίηση της χρησιμότητάς του

Η συνάρτηση αξίας του επενδυτή είναι,

$$V(W_t, z_t) = \max c_t + \beta E_t [V(W_{t+1}, z_{t+1})]$$

Ο στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης από αυτό το πρόβλημα είναι :

$$m_{t+1} = \beta \frac{V_w(W_{t+1}, z_{t+1})}{V_w(W_t, z_t)} \quad (8)$$

5.4 Μοντέλο Αντισταθμικής Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Αγαθών (Arbitrage Pricing Theory - APT)

Η αναμενόμενη απόδοση υπολογίζεται ως,

$$E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,f_1} f_1^i + \dots + \beta_{i,f_2} f_2^i$$

εναλλακτικά,
 $m = a + b' f_j^i$

Η θεωρία του arbitrage υποθέτει ότι η απόδοση κάθε περιουσιακού στοιχείου επηρεάζεται από ένα πλήθος ανεξάρτητων παραγόντων κινδύνου.

$$E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,f_1} f_1^i + \dots + \beta_{i,f_2} f_2^i \quad (9)$$

όπου,

β_{i,f_j} : συντελεστής ευαισθησίας της απόδοσης του i περιουσιακού στοιχείου στον παράγοντα κινδύνου f (το μοντέλο υποθέτει την ύπαρξη j παραγόντων κινδύνου)

f_j^i : παράγοντας κινδύνου για $i=1,2,\dots$ περιουσιακά στοιχεία και $j=1,2,\dots$ παράγοντες κινδύνου για κάθε περιουσιακό στοιχείο.

Σε όρους στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης,

$$m = a + b' f_j^i$$

όπου,

b' : το διάνυσμα των συντελεστών beta μίας παλινδρόμησης ελαχίστων τετραγώνων της αναμενόμενης απόδοσης ενός i περιουσιακού στοιχείου στο f .

Πώς επιλέγονται οι παράγοντες κινδύνου;

Είναι στην ευχέρεια του επενδυτή-αναλυτή να ανακαλύψει εκείνους τους παράγοντες κινδύνου που επηρεάζουν σε μεγαλύτερο βαθμό τις αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων που επενδύονται. Προκειμένου να λάβει ασφαλείς αποφάσεις, ο επενδυτής καλείται να αποφασίσει τα ακόλουθα:

1. τους παράγοντες που επηρεάζουν την απόδοση κάθε περιουσιακού στοιχείου
2. τις αναμενόμενες αποδόσεις κάθε περιουσιακού στοιχείου από την έκθεσή του στον κίνδυνο
3. την ευαισθησία κάθε περιουσιακού στοιχείου απέναντι σε κάθε παράγοντα κινδύνου

Δύο αξιοσημείωτες περιπτώσεις APT μοντέλων αποτελούν το τριπαραγοντικό μοντέλο των Fama και French και το μοντέλο τεσσάρων παραγόντων κινδύνου του Carhart.

5.4.1 Το τριπαραγοντικό μοντέλο των Fama και French Fama and French (1993)

Η αναμενόμενη απόδοση υπολογίζεται ως,

$$E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,R^w} (E(R_{t+1}^w) - R_t^f) + \beta_{size} HML + \beta_{value} SMB$$

Το μοντέλο των Fama και French αποτελεί επέκταση του μοντέλου αποτίμησης κεφαλαιουχικών αγαθών, CAPM. Επιχειρεί και καταφέρνει να εξηγήσει καλύτερα τις αναμενόμενες αποδόσεις ενός χαρτοφυλακίου επενδύσεων εισάγοντας δύο επιπλέον παράγοντες κινδύνου. Οι προστιθέμενοι παράγοντες SMB και HML μετρούν τις διαφορές των αναμενόμενων υποβαλλουσών αποδόσεων των μεγάλων και μικρών, σε μέγεθος, μετοχών και των μεγάλων και μικρών, σε αξία book to market, μετοχών αντίστοιχα.

$$E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,R^w} (E(R_{t+1}^w) - R_t^f) + \beta_{size} HML + \beta_{value} SMB \quad (10)$$

όπου,

SMB: η διαφορά των αναμενόμενων υπερβαλλουσών αποδόσεων μεγάλων και μικρών, σε μέγεθος, μετοχών.

HML: η διαφορά των αναμενόμενων υπερβαλλουσών αποδόσεων μεγάλων και μικρών, σε αξία book to market (λογιστική αξία/τρέχουσα αξία), μετοχών.

5.4.2 Το μοντέλο των τεσσάρων παραγόντων του Carhart Carhart (1997)

Η αναμενόμενη απόδοση υπολογίζεται ως,

$$E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,R^w} (E(R_{t+1}^w) - R_t^f) + \beta_{size} HML + \beta_{value} SMB + \beta_{momentum} MOM$$

Σε αυτό το μοντέλο προστίθεται στους τρεις γνωστούς από το μοντέλο των Fama και French παράγοντες κινδύνου ένας ακόμη παράγοντας, η ορμή. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται η βελτίωση του μοντέλου των Fama και French σε σχέση με τη βραχυχρόνια πρόβλεψη της απόδοσης.

$$E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,R^w} (E(R_{t+1}^w) - R_t^f) + \beta_{size} HML + \beta_{value} SMB + \beta_{momentum} MOM \quad (11)$$

όπου,

SMB: η διαφορά των αναμενόμενων υπερβαλλουσών αποδόσεων μεγάλων και μικρών, σε μέγεθος, μετοχών.

HML: η διαφορά των αναμενόμενων υπερβαλλουσών αποδόσεων μεγάλων και μικρών, σε αξία book to market (λογιστική αξία/τρέχουσα αξία), μετοχών.

MOM: ορμή, η συνέχιση μίας τάσης. Εμπειρικά πρόκειται για την τάση που έχουν οι τιμές των μετοχών που κινούνται ανοδικά να συνεχίσουν την ανοδική τους πορεία και οι τιμές των μετοχών που πέφτουν να συνεχίσουν την καθοδική τους πορεία. Η ύπαρξη του φαινομένου της συνεχιζόμενης τάσης (momentum effect), που ανακάλυψαν οι Jegadeesh και Titman (1993), αποτελεί θέμα εκτενούς μελέτης της χρηματοοικονομικής ανάλυσης.

5.5 Το πηλίκιο κατανάλωσης-συνολικής περιουσίας: η σημασία του στην αποτίμηση χρεογράφων

Lettau και Ludvigson (1999)

Στη δημοσίευσή τους με τίτλο “Consumption, Aggregate Wealth and Expected Returns”, το 1999, οι Lettau και Ludvigson προτείνουν το «cay» ως έναν αποτελεσματικό προβλεπτικό παράγοντα των διακυμάνσεων των τιμών του πηλίκου κατανάλωσης-συνολικού πλούτου. Η πρότασή τους αυτή θεωρείται σημαντική δεδομένου ότι σε μία ευρεία ομάδα μοντέλων κατανάλωσης (με προβλεπτική

ικανότητα), ο λόγος κατανάλωσης-περιουσίας συνοψίζει τις προσδοκίες των επενδυτών σχετικά με τις μελλοντικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου αγοράς. Προσεγγίζοντας λογαριθμικά, το πηλίκο κατανάλωσης-περιουσίας εκφράζεται σε όρους μελλοντικών αποδόσεων του χαρτοφυλακίου αγοράς και της μελλοντικής μεταβολής της κατανάλωσης.

Οι Lettau και Ludvigson, με τη βοήθεια του ca_y , ανέπτυξαν ένα τριπαραγοντικό μοντέλο αποτίμησης ανάλογο σε αποτελέσματα με αυτό των Fama-French αλλά με διαφορετικούς παράγοντες κινδύνου.

Σε όρους του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης,

$$m = a + b_1 ca_y + b_2 \Delta \ln c_{t+1} + b_3 ca_y \Delta \ln c_{t+1} \quad (12)$$

όπου,

b_1, b_2, b_3 : οι συντελεστές των παραγόντων κινδύνου στον τύπο του συντελεστή προεξόφλησης, σχέση (9)

Ca_y : παράγοντας που προκύπτει από το συσχετισμό της κατανάλωσης, του εισοδήματος και του αρχικού πλούτου του επενδυτή

Ενότητα 6. Διαφορετικά μοντέλα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων

Στην ενότητα που ακολουθεί θα περιγράψουμε δύο ακόμη σημαντικές κατηγορίες υποδειγμάτων αποτίμησης. Πρόκειται για τα υποδείγματα καταναλωτικής συνήθειας και τα υποδείγματα για ετερογενείς επενδυτές.

Υποενότητες

6.1 Μοντέλα αποτίμησης με παράγοντα κινδύνου την καταναλωτική συνήθεια των επενδυτών (Habit Formation)

6.1.1 Βασικά χαρακτηριστικά των μοντέλων καταναλωτικής συνήθειας

6.1.2 Το μοντέλο καταναλωτικής συνήθειας των Campbell και Cochrane (1999)

6.2 Υποδείγματα αποτίμησης με ετερογενείς καταναλωτές (Heterogeneous investors)

6.2.1 Η βασική ιδέα των υποδειγμάτων με ετερογενείς επενδυτές

6.2.2 Το υπόδειγμα των Constantinides και Duffie (1996)

Λέξεις κλειδιά: καταναλωτική συνήθεια, υπερβάλλουσα κατανάλωση, ετερογενές εισόδημα

6.1 Μοντέλα αποτίμησης με παράγοντα κινδύνου την καταναλωτική συνήθεια των επενδυτών (Habit Formation)

Οι Sundaresan (1989) και Constantinides (1990) επεσήμαναν τη σημασία της καταναλωτικής συνήθειας (habit) των επενδυτών στην αποτίμηση περιουσιακών στοιχείων, δηλαδή της θετικής επιρροής που δύναται να έχει η σημερινή κατανάλωση στη μελλοντική οριακή χρησιμότητα της κατανάλωσης. Στα πλαίσια αυτής της επισήμανσης αναπτύχθηκε μία πληθώρα μοντέλων αποτίμησης με κύριο χαρακτηριστικό τις συνήθειες, ως προς την κατανάλωση, των επενδυτών.

6.1.1 Βασικά χαρακτηριστικά των μοντέλων καταναλωτικής συνήθειας

Η ανάπτυξη των μοντέλων αποτίμησης με παράγοντα κινδύνου την καταναλωτική συνήθεια των επενδυτών προϋποθέτει την επίλυση τριών σημαντικών ζητημάτων:

1^ο Ζήτημα: Η συναρτησιακή μορφή της χρησιμότητας $U(C_t, X_t)$, με C_t την κατανάλωση τη χρονική στιγμή t και X_t τη χρονικά μεταβαλλόμενη συνήθεια.

Ο Abel (1990) πρότεινε ότι η χρησιμότητα θα πρέπει να είναι εκθετική συνάρτηση του λόγου C_t/X_t , ενώ οι περισσότεροι άλλοι ερευνητές που ασχολήθηκαν με αυτήν την κατηγορία μοντέλων αποτίμησης πρότειναν την εκθετική συνάρτηση της διαφοράς $C_t - X_t$.

2^ο Ζήτημα: Η επίδραση της απόφασης του επενδυτή σχετικά με την κατανάλωση του κεφαλαίου του, στα μελλοντικά επίπεδα καταναλωτικής συνήθειας.

Στα κλασσικά μοντέλα εσωτερικής συνήθειας (internal habit models), όπως αυτά που ανέπτυξαν οι Constantinides (1990) και Sundaresan (1989), η συνήθεια εξαρτάται από τη μεμονωμένη κατανάλωση του επενδυτή ενώ στα μοντέλα εξωτερικής συνήθειας, όπως αυτά των Abel (1990) και Campbell και Cochrane (1999), η συνήθεια εξαρτάται από τη συνολική κατανάλωση η οποία μένει ανεπηρέαστη από τις αποφάσεις του όποιου επενδυτή.

3^ο Ζήτημα: Η ταχύτητα επίδρασης του παράγοντα «συνήθεια» στη μεμονωμένη και στη συνολική κατανάλωση.

Οι Abel (1990), Ferson και Constantinides (1991) υποστηρίζουν ότι η συνήθεια εμφανίζεται ακόμη και για μία χρονική υστέρηση της κατανάλωσης ενώ οι Constantinides (1990), Campbell και Cochrane (1999), Sundaresan (1989) και Heaton (1995) υποθέτουν ότι υφίσταται μόνο σταδιακά για μεταβολές στην κατανάλωση.

6.1.2 Το μοντέλο καταναλωτικής συνήθειας των Campbell και Cochrane Campbell and Cochrane (1999)

Σε όρους του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης,

$$m = \beta \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma}$$

Οι Campbell και Cochrane (1999) ανέπτυξαν ένα μοντέλο «εξωτερικής συνήθειας» κατά το οποίο υπάρχει ένας αντιπροσωπευτικός επενδυτής στην αγορά που αντλεί χρησιμότητα από τη διαφορά μεταξύ της κατανάλωσης και του επιπέδου καταναλωτικής συνήθειας. Η συνάρτηση χρησιμότητας του αντιπροσωπευτικού επενδυτή είναι εκθετική, με κυρτότητα ίση με τον συντελεστή αποστροφής κινδύνου γ .

Επομένως, το μοντέλο καταναλωτικής συνήθειας των Campbell και Cochrane (1999) μπορεί να εκφραστεί σε όρους του στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης ως εξής:

$$m = \beta \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \quad (1)$$

όπου,

$\frac{S_{t+1}}{S_t}$: η μεταβολή του λόγου υπερβάλλουσας κατανάλωσης, $S_t \equiv \frac{C_t - X_t}{C_t}$

$\frac{C_{t+1}}{C_t}$: η μεταβολή στην κατανάλωση

γ : ο παράγοντας αποστροφής στον κίνδυνο

Σύμφωνα με τη σχέση (1), ο στοχαστικός συντελεστής προεξόφλησης διαμορφώνεται από την ποσοστιαία μεταβολή τόσο του λόγου της υπερβάλλουσας κατανάλωσης όσο και της κατανάλωσης.

6.2 Υποδείγματα αποτίμησης με ετερογενείς καταναλωτές (Heterogeneous investors)

6.2.1 Η βασική ιδέα των υποδειγμάτων με ετερογενείς επενδυτές

Στα υποδείγματα με ετερογενείς επενδυτές λαμβάνονται υπόψη οι αλλαγές που μπορεί να υποστεί το εισόδημα (από την εργασία) του κάθε επενδυτή. Ο καταναλωτής αντιμετωπίζει εκτός από τον κίνδυνο να μειωθεί η αξία της επένδυσής του (από οποιοδήποτε εξωτερικό παράγοντα) και τον κίνδυνο απώλειας του εισοδήματός του λόγω πιθανής απόλυσης.

6.2.2 Το υπόδειγμα των Constantinides και Duffie (1996)

Στο βασικό μοντέλο του καταναλωτή, CCAPM (1978) γίνονται οι κάτωθι υποθέσεις:

1. Οι αγορές είναι τέλειες
2. Η αυριανή ωφελιμότητα – χρησιμότητα του επενδυτή εξαρτάται από τη σημερινή του ωφελιμότητα
3. Δεν υπάρχουν κόστη από εμπορικές συναλλαγές

Η μεταβολή στη συνολική κατανάλωση αποτελεί τον μόνο παράγοντα κινδύνου σε αυτό το εξισορροπητικό μοντέλο. Μία εναλλακτική θεωρία είναι ότι η συνολική κατανάλωση (aggregate consumption) δεν αποτελεί επαρκή προσέγγιση της κατανάλωσης των επενδυτών διότι στην οικονομία υπάρχουν δύο είδη επενδυτών, οι επενδυτές που πραγματοποιούν εμπορικές συναλλαγές και οι επενδυτές που απλώς καταναλώνουν το εισόδημα που κερδίζουν (από εργασία) κάθε περίοδο.

Η ιδέα πίσω από το υπόδειγμα αποτίμησης για ετερογενείς καταναλωτές των Constantinides και Duffie (1996) είναι ότι οι επενδυτές δεν μπορούν να ασφαλίσουν πλήρως την κατανάλωσή τους έναντι μεταβολών του εισοδήματος που κερδίζουν από την εργασία τους. Στο μοντέλο που προτείνουν, χαλαρώνουν την υπόθεση περί στασιμότητας του λόγου μεμονωμένης – συνολικής κατανάλωσης. Θεωρούν ότι το βέλτιστο επίπεδο κατανάλωσης διαφέρει κάθε ημέρα μεταξύ των επενδυτών και ότι η αύξηση της μεμονωμένης κατανάλωσης υφίσταται πιο έντονες μεταβολές από αυτές της συνολικής κατανάλωσης. Παράγοντας κινδύνου σε αυτό το μοντέλο είναι η διακύμανση της μεταβολής της κατανάλωσης των μεμονωμένων επενδυτών (individual consumption).

Ενότητα 7. Πάζλ (puzzle)

Σύμφωνα με τη θεωρία της αποτελεσματικής αγοράς, όσο μεγαλύτερο κίνδυνο ενέχει μία επένδυση τόσο μεγαλύτερη απόδοση προσφέρει. Στην πράξη όμως, παρατηρείται ότι οι επενδυτές συχνά επιλέγουν επενδύσεις με μηδενικό κίνδυνο ή χαμηλή απόδοση. Γιατί συμβαίνει αυτό? Τι τους ωθεί σε μια τέτοια επενδυτική επιλογή? Η ακαδημαϊκή βιβλιογραφία δεν έχει καταλήξει σε σαφή συμπεράσματα σχετικά με αυτό το φαινόμενο αν και ολόένα αυξάνονται οι επεξηγηματικές θεωρίες. Στην ενότητα 6 περιγράφονται αναλυτικά τα βασικά σημεία της θεωρίας του πάζλ.

Υποενότητες

- 7.1 Το πάζλ του ασφαλιστρο κινδύνου (risk premium puzzle)
- 7.2 Η αποτυχία του μοντέλου κατανάλωσης να εξηγήσει το ασφάλιστρο κινδύνου
- 7.3 Το πάζλ του επιτοκίου μηδενικού κινδύνου (risk free puzzle)
- 7.4 Πιθανοί λόγοι ύπαρξης του πάζλ

Λέξεις κλειδιά: πάζλ, ασφάλιστρο κινδύνου, επιτόκιο μηδενικού κινδύνου, συντελεστής γ

7.1 Το πάζλ του ασφαλιστρου κινδύνου (risk premium puzzle)

Mehra και Prescott (1985)

Το Sharpe ratio (περιγράφηκε αναλυτικά στη δεύτερη ενότητα) έχει ανώτατο όριο ίσο με $\gamma\sigma(\Delta c_{t+1})$, δηλαδή ισχύει,

$$\frac{E(R_{t+1}^i) - R_t^f}{\sigma(R_{t+1}^i)} \approx \gamma\sigma(\Delta c_{t+1})$$

όπου,

γ : συντελεστής αποστροφής κινδύνου

Αναλυτικά,

Σύμφωνα με το υπόδειγμα του καταναλωτή,

$$E(R^i) - R^f = -R^f \text{cov}(m, R^i)$$

Για εκθετική συνάρτηση χρησιμότητας προκύπτει:

$$m = \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} = e^{\ln \beta} e^{-\gamma \ln(c_{t+1}/c_t)} = e^{\ln \beta} e^{-\gamma \Delta c_{t+1}} \quad (1)$$

και με τη χρήση του αποτελέσματος του λήμματος του Stein, $\text{Cov}(g(X), Y) = E(g'(X))\text{Cov}(X, Y)$ (βλ. Παράρτημα),

$$\text{Cov}\left(\beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma}, R_{t+1}^i\right) = -\gamma E_t(m) \text{Cov}(\Delta c_{t+1}, R_{t+1}^i), \text{ δηλαδή,}$$

$$E(R^i) - R^f = \gamma \text{Cov}(\Delta c_{t+1}, R_{t+1}^i), \quad \text{Cov}(\Delta c_{t+1}, R_{t+1}^i) = \rho(\Delta c, R) \sigma(\Delta c_{t+1}) \sigma(R_{t+1}^i) \quad (2)$$

$$\frac{E(R_{t+1}^i) - R_t^f}{\sigma(R_{t+1}^i)} \approx \gamma \sigma(\Delta c_{t+1}) \rho(\Delta c, R), \text{ άρα για } \rho(\Delta c, R) = 1, -1 \quad (3)$$

$$\frac{E(R_{t+1}^i) - R_t^f}{\sigma(R_{t+1}^i)} \approx \gamma \sigma(\Delta c_{t+1}) \quad (4)$$

Η κλίση της καμπύλης που ορίζει το αποδοτικό όριο των επενδυτικών δυνατοτήτων της οικονομίας αποτελεί τη μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να λάβει το Sharpe ratio.

$$\frac{E(R_{t+1}^{mv}) - R_t^f}{\sigma(R_{t+1}^{mv})} = \frac{\sigma(m)}{E(m)} = \sigma(m) R_t^f \quad (5)$$

και για εκθετική χρησιμότητα,

$$\frac{E(R_{t+1}^{mv}) - R_t^f}{\sigma(R_{t+1}^{mv})} \approx \gamma \sigma(\Delta \ln c) \quad (6)$$

Με τη χρήση δεδομένων (ιστορικών τιμών) της μεταπολεμικής Αμερικής παρατηρείται πολύ μεγάλη τιμή για τον συντελεστή αποστροφής κινδύνου γ που δε δικαιολογείται από τις τιμές της διακύμανσης της κατανάλωσης. Η παράδοξη αυτή παρατήρηση διατυπώθηκε πρώτη φορά από τους Mehra και Prescott και έλαβε το όνομα πάζλ του ασφαλίστρου κινδύνου (equity premium puzzle).

Χαρακτηριστικά, τα τελευταία 50 χρόνια στις ΗΠΑ, οι πραγματικές αποδόσεις των μετοχών κυμάνθηκαν κατά μέσο όρο στο 9% με τυπική απόκλιση 16% ενώ η πραγματική απόδοση των treasury bills ήταν περίπου στο 1%. Το ετήσιο Sharpe ratio δηλαδή υπολογίζεται περίπου ίσο με 0,5. Η μεταβολή στη συνολική κατανάλωση είχε μέσο και τυπική απόκλιση περίπου 1%. Με αντικατάσταση στη σχέση προκύπτει $\gamma=50!$ ⁷

7.2 Η αποτυχία του μοντέλου κατανάλωσης να εξηγήσει το ασφάλιστρο κινδύνου

Η αποτυχία του μοντέλου του καταναλωτή (CCPAM) να εξηγήσει το μέσο ασφάλιστρο κινδύνου δύναται να οφείλεται στους εξής λόγους:

1. Οι επενδυτές αποστρέφονται περισσότερο τον κίνδυνο από όσο πιστεύεται.
2. Οι αποδόσεις των μετοχών των 50 τελευταίων ετών είναι τυχαίες.
3. Το υπόδειγμα του καταναλωτή στη βασική μορφή του είναι λάθος.
4. Οι επενδυτές προσδοκούσαν κραχ και δε συνέβη-το λεγόμενο «πρόβλημα peso».

⁷ Πηγή παραδείγματος: John H. Cochrane, 2005, “Asset Pricing” Revised Edition, p.21

7.3 Το πάζλ του επιτοκίου μηδενικού κινδύνου (risk free puzzle)

Weil (1989)

Ακόμη όμως και αν γινόταν να δεχτούμε ένα τόσο μεγάλο βαθμό αποστροφής στον κίνδυνο από την πλευρά των επενδυτών, το υπόδειγμα θα εξηγούσε το ασφάλιστρο κινδύνου αλλά όχι το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου.

Η δεύτερη κατηγορία της θεωρίας του πάζλ είναι το «πάζλ του επιτοκίου μηδενικού κινδύνου».

Για το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου ισχύει, $R_t^f = \frac{1}{E_t(m_{t+1})}$

Για το βασικό μοντέλο του καταναλωτή (με εκθετική χρησιμότητα) με γνωστή μελλοντική κατανάλωση,

$$R_t^f = \frac{1}{E(\beta \frac{c_{t+1}}{c_t})^{-\gamma}} = \frac{1}{\beta} E(\frac{c_{t+1}}{c_t})^\gamma \quad (7)$$

Λογαριθμίζοντας προκύπτει,

$$r_t^f = -\ln \beta + \gamma E \ln \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right) \quad (8)$$

Εφαρμογή

Έστω ότι $E \Delta \ln c_{t+1} = 0.03$ και ο συντελεστής αποστροφής κινδύνου $\gamma=15$. Τότε από τη σχέση (8) προκύπτει, $r_t^f + \ln \beta = 15 * 0,03 = 0,45$ ή 45%.

Για συντελεστή προεξόφλησης έστω $\beta = 0,97$ ($\beta < 1$) είναι $r_t^f = 0.42$ ή 42%.

Το πραγματικό επιτόκιο μηδενικού κινδύνου λαμβάνει τιμή ίση με 0,42 οπότε το ονομαστικό επιτόκιο (που περιλαμβάνει και τον πληθωρισμό) θα έχει μεγαλύτερη τιμή. Η τελική τιμή είναι πολύ υψηλή οπότε είναι φανερό ότι το υπόδειγμα δεν εξηγεί το μέσο επιτόκιο της οικονομίας.

7.4 Πιθανοί λόγοι ύπαρξης του πάζλ

Πιθανές εξηγήσεις που έχουν δοθεί και καταγράφονται στη βιβλιογραφία είναι οι ακόλουθες:

1. Σύμφωνα με τη «θεωρία της προοπτικής», τα άτομα δε συμπεριφέρονται πάντα ορθολογικά

2.Οι αγορές εμφανίζουν ατέλειες

3.Οι επενδυτές έχουν υψηλό βαθμό αποστροφής στον κίνδυνο, στατιστική ψευδαίσθηση όπως αναφέρεται χαρακτηριστικά. Όπως περιγράφηκε παραπάνω, ακόμη και αν δεχόμασταν ένα υψηλό γ το υπόδειγμα του καταναλωτή δε θα μπορούσε και πάλι να εξηγήσει το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (πάζλ επιτοκίου μηδενικού κινδύνου)

4.Οι επενδυτές εμφανίζουν τη λεγόμενη μυωπική αποστροφή ζημίας - δηλαδή, αξιολογούν το χαρτοφυλάκιο τους μυωπικά και βραχυπρόθεσμα , άρα είναι εξαιρετικά ευαίσθητοι στις ζημίες που απαιτούν πιο υψηλή αποζημίωση

Ενότητα 8. Συμπεριφοριστική Χρηματοοικονομική Ανάλυση (Behavioral Finance)

Σε αυτήν την ενότητα περιγράφεται ένας σχετικά νέος κλάδος της χρηματοοικονομικής, η «Συμπεριφοριστική Χρηματοοικονομική». Πρόκειται για την επιστήμη που συνδέει την επιστήμη των χρηματοοικονομικών με αυτήν της ψυχολογίας και της κοινωνιολογίας. Αμφισβητεί τις παραδοσιακές υποθέσεις της οικονομίας και αναζητά τις αιτίες που οδηγούν σε ανωμαλίες στην αγορά, σε στοιχεία της ανθρώπινης συμπεριφοράς.

Υποενότητες

8.1 Διαφορές Συμπεριφοριστικής και Χρηματοοικονομικής ανάλυσης

8.2 Προεκτάσεις της Συμπεριφοριστικής θεωρίας

8.3 Κριτική στη Συμπεριφοριστική Χρηματοοικονομική

Λέξεις κλειδιά: ωφελιμότητα, ορθολογικός επενδυτής, συμπεριφορά

8.1 Διαφορές Συμπεριφοριστικής και Χρηματοοικονομικής Ανάλυσης

Σύμφωνα με τη συμπεριφοριστική ανάλυση, στην αγορά υπάρχουν και μη ορθολογικοί επενδυτές των οποίων οι συναλλαγές δεν είναι τυχαίες και επηρεάζουν τις τιμές. Η συμπεριφοριστική δέχεται ότι το arbitrage ενέχει κίνδυνο και συνεπάγεται κόστος. Αντιθέτως, η παραδοσιακή χρηματοοικονομική θεωρεί ότι στην αγορά υπάρχουν ορθολογικοί επενδυτές, ενώ οι συναλλαγές τυχόν μη ορθολογικών επενδυτών δεν επηρεάζουν τις τιμές. Υποστηρίζει ότι οι arbitrageurs εξαλείφουν τις επιδράσεις των συναλλαγών των μη ορθολογικών επενδυτών στις τιμές.

8.2 Προεκτάσεις της Συμπεριφοριστικής Θεωρίας

1. Η θεωρία της προοπτικής (prospect theory)

Η πλειοψηφία των υποδειγμάτων αποτίμησης που έχουν αναπτυχθεί υποθέτει ότι οι επενδυτές δρουν (επενδυτική επιλογή) ανάλογα με την υπόθεση της προσδοκώμενης χρησιμότητας (Neumann και Morgenstern, 1944). Η θεωρία της βέλτιστης ωφελιμότητας- στην οποία βασίστηκε η ανάπτυξη των υποδειγμάτων αποτίμησης των προηγούμενων ενοτήτων- αποτελεί υπόδειγμα ορθολογικής συμπεριφοράς που περιγράφει την υποδειγματική συμπεριφορά των εν δυνάμει επενδυτών. Όμως, είναι πλέον αποδεκτό ότι υπάρχουν ορισμένες παραβιάσεις του υποδείγματος ορθολογικής συμπεριφοράς. Οι Kahneman και Tversky (1979) ανέπτυξαν μία θεωρία που εξηγεί αυτές τις παραβιάσεις. Πρότειναν μία συνάρτηση αξίας προσδιορισμένη από τα κέρδη και τις ζημίες σε σχέση με ένα απλό σημείο αναφοράς και όχι σε σχέση με ένα απόλυτο επίπεδο ευημερίας. Η κύρια ιδέα της θεωρίας της προοπτικής είναι ότι τα άτομα δε συμπεριφέρονται πάντα ορθολογικά.⁸ Πολλές φορές οι επιλογές τους επηρεάζονται από ψυχολογικούς παράγοντες. Η θεωρία της προοπτικής αποτελεί μία πολλά υποσχόμενη θεωρία που προσπαθεί να εξηγήσει τη συμπεριφορά των ατόμων υπό συνθήκες αβεβαιότητας.

2. Οι περιορισμοί του arbitrage

Αντικείμενο της Συμπεριφοριστικής Χρηματοοικονομικής αποτελούν οι λεγόμενοι «περιορισμοί του arbitrage»⁹. Δίνεται έμφαση στους παράγοντες που μειώνουν την ικανότητα των ορθολογικών επενδυτών να εξαλείψουν τα λάθη που προκλήθηκαν από τους λιγότερο ορθολογικούς (noise traders) επενδυτές, οι οποίοι επιλέγουν να επενδύσουν σε επικίνδυνα περιουσιακά στοιχεία (risky assets). Ο βασικότερος παράγοντας που επηρεάζει την ικανότητα των ορθολογικών επενδυτών είναι ο κίνδυνος (Campbell και Kyle, 1993). Σε μία οικονομία όπου οι ορθολογικοί με τους μη ορθολογικούς επενδυτές αλληλεπιδρούν, οι επιλογές των noise traders επιδρούν στις τιμές των χρεογράφων.

⁸ Η Συμπεριφοριστική χρηματοοικονομική ανάλυση βασίζεται στην ιδέα της ύπαρξης μη ορθολογικών επενδυτών.

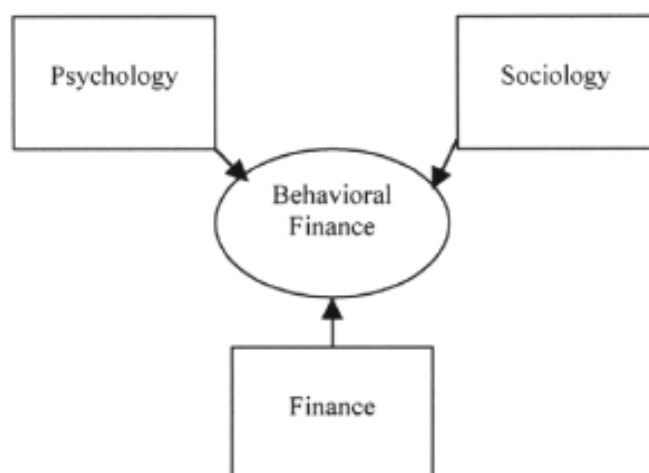
⁹ Η έννοια του arbitrage σε αυτήν την περίπτωση δεν είναι αυτή της αποκόμισης κέρδους από την εκμετάλλευση μίας επενδυτικής ευκαιρίας χωρίς ρίσκο.

8.3 Κριτική στη Συμπεριφοριστική Χρηματοοικονομική

Η κριτική που ασκήθηκε στη συμπεριφοριστική χρηματοοικονομική δίνει έμφαση στην υπόθεση του ορθολογικού επενδυτή. Δύο είναι οι βασικές θέσεις των υποστηρικτών της ορθολογικής συμπεριφοράς ενάντια στη νέα αυτή θεωρία:

1. “*as if defense*”, Friedman (1953). Σύμφωνα με τη θέση του Friedman, οι θεωρίες πρέπει να κρίνονται από το αποτέλεσμα και όχι από τις υποθέσεις τους.
2. “*Market forces*”, Friedman (1953) και Fama (1965). Σύμφωνα με αυτήν την άποψη, οι μη ορθολογικοί επενδυτές τίθενται εκτός αγοράς λόγω της ύπαρξης των arbitrageurs.

Σχήμα 3: Οι κλάδοι που απαρτίζουν την συμπεριφοριστική χρηματοοικονομική¹⁰



¹⁰ Πηγή: Ricciardi V. and Simon H., “What is Behavioral Finance?”, 2000, Business Education & Technology Journal Vol.2, p.26-34

ΜΕΡΟΣ 2
ΕΜΠΕΙΡΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ
ΠΕΡΙΟΥΣΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Στο δεύτερο μέρος της παρούσας εργασίας εξετάζουμε αν και σε τι βαθμό οι παράγοντες κινδύνου που υποθέτει κάθε υπόδειγμα αποτίμησης εξηγούν τις διαστρωματικές διακυμάνσεις των αναμενόμενων αποδόσεων διαφορετικών χαρτοφυλακίων μετοχών. Εξετάζουμε την οικονομική (συντελεστής β) και τη στατιστική (συντελεστής λ) σημαντικότητα του εκάστοτε παράγοντα κινδύνου.

1. Οικονομικές μέθοδοι για τον εμπειρικό έλεγχο των μοντέλων αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων

Για τον εμπειρικό έλεγχο των υποδειγμάτων αποτίμησης χρησιμοποιούνται δύο μέθοδοι:

1. Μέθοδος Fama-Macbeth: Διαστρωματικός έλεγχος
2. Γενικευμένη μέθοδος των ροπών (General Method of Moments, GMM)

1.1 Περιγραφή μεθόδων

1.1.1 Μέθοδος Fama-Macbeth

Έστω ότι έχουμε αποδόσεις N τίτλων - χαρτοφυλακίων για T περιόδους. Για το ίδιο διάστημα, έχουμε παρατηρήσεις για τη μεταβολή που υφίσταται ο παράγοντας κινδύνου f του εκάστοτε υποδείγματος αποτίμησης. Εκτιμούμε αρχικά τους συντελεστές β για κάθε i περιουσιακό στοιχείο τρέχοντας τις παλινδρομήσεις των αποδόσεων R για κάθε αξιόγραφο i ξεχωριστά, στον παράγοντα κινδύνου του μοντέλου. Έπειτα εκτιμούμε την τιμή του κινδύνου λ με διαστρωματική παλινδρόμηση της διαφοράς της μέσης απόδοσης R για κάθε i και της απόδοσης μηδενικού κινδύνου στα β (για κάθε i) που υπολογίστηκαν από τις πολλαπλές παλινδρομήσεις του πρώτου βήματος.

Η μέθοδος Fama-French μπορεί να εφαρμοστεί για τον έλεγχο οποιουδήποτε υποδείγματος, ακόμη και για μη γραμμικά μοντέλα αρκεί να εκφραστούν γραμμικά (linear).

1.1.2 Γενικευμένη μέθοδος των ροπών (General Method of Moments, GMM)

Η περιγραφή της μεθόδου παρατίθεται ως εφαρμογή ενός ελέγχου του βασικού μοντέλου κατανάλωσης με τη μέθοδο των ροπών.

Οι Hansen και Singleton το 1982 έκαναν μία αξιοσημείωτη αναφορά στον έλεγχο του βασικού μοντέλου κατανάλωσης με τη μέθοδο των ροπών.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι επενδυτές ενδιαφέρονται να βελτιστοποιήσουν τη χρησιμότητα που λαμβάνουν από την κατανάλωση μονάδων του κεφαλαίου τους,

$$\max E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} \beta^i u(c_{t+i}) \right]$$

Από τη βελτιστοποίηση της απόφασης του επενδυτή σχετικά με το μέρος του κεφαλαίου που θα καταναλώσει και με συνάρτηση εκθετικής χρησιμότητας,

$$u_t = \frac{1}{(1-\gamma)} c_t^{(1-\gamma)}$$

προκύπτει,

$$c_t^{-\gamma} = \beta E_t \{ (1 + R_{t+1}^i) c_{t+1}^{-\gamma} \}, i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

Η σχέση (1) θέτει τη βάση για την εκτίμηση του μοντέλου μέσω GMM. Εκφράζοντας τη σχέση σε όρους σταθερών μεταβλητών, όπως επιβάλλεται από τη μέθοδο των ροπών προκύπτει,

$$0 = \beta E_t \{ [1 - (1 + R_{t+1}^i) \frac{c_{t+1}^{-\gamma}}{c_t^{-\gamma}}] \}, i = 1, \dots, N$$

Το μοντέλο έχει δύο παραμέτρους προς εκτίμηση, το β και το γ , οι οποίες συμβολίζονται ως $\theta = (\beta, \gamma)$

Έστω x_t^* η πληροφόρηση των επενδυτών και x_t ένα υποσύνολο του x_t^* παρατηρήσιμο από τον οικονομήτη, τότε η σχέση (1) γίνεται:

$$0 = E_t \{ [1 - \beta (1 + R_{t+1}^i) \frac{c_{t+1}^{-\gamma}}{c_t^{-\gamma}}] x_t \}, i = 1, \dots, N \quad (2)$$

Αν το x_t είναι $M \times 1$, τότε υπάρχουν $r = N \times M$ περιορισμοί για τις ροπές και το μοντέλο εκτιμάται ως:

$$h(\theta, w_{t+1}) = \begin{bmatrix} [1 - \beta \{ (1 + R_1^{t+1}) \frac{c_{t+1}^{-\gamma}}{c_t^{-\gamma}} \}] x_t \\ [1 - \beta \{ (1 + R_2^{t+1}) \frac{c_{t+1}^{-\gamma}}{c_t^{-\gamma}} \}] x_t \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ [1 - \beta \{ (1 + R_N^{t+1}) \frac{c_{t+1}^{-\gamma}}{c_t^{-\gamma}} \}] x_t \end{bmatrix}$$

Το μοντέλο μπορεί να ελεγχθεί για r μεγαλύτερο ή ίσο με 2.

Ο Hansen (1982) επίσης προτείνει το J-test. Στην περίπτωση που οι παράμετροι προς υπολογισμό υπερβαίνουν σε αριθμό τους περιορισμούς των ροπών, το μοντέλο είναι υπερπροσδιορισμένο (over identified). Για τον έλεγχο της πιστότητας του μοντέλου (μηδενική υπόθεση ελέγχου υποθέσεων) χρησιμοποιείται το J-test.

Χρησιμοποιώντας την τιμή του j-statistic μπορούμε να πάρουμε ένα στατιστικό τεστ ώστε να ελέγξουμε την πιστότητα του μοντέλου μας. Τεχνικά, το στατιστικό τεστ προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό της τιμής του j-statistic και των παρατηρήσεων του μοντέλου μας. Προτείνει ότι κάτω από τη μηδενική υπόθεση ότι οι περιορισμοί του μοντέλου ικανοποιούνται, το γινόμενο των παρατηρήσεων και της ελάχιστης τιμής της υποκείμενης συνάρτησης του μοντέλου (στατιστικό j) ακολουθεί την κατανομή χ^2 με ν βαθμούς ελευθερίας (αριθμός περιορισμών – αριθμός παραμέτρων προς υπολογισμό).

2. Εμπειρικός έλεγχος μοντέλων-Αδέσμευτες ροπές

Όλα τα υποδείγματα αποτίμησης είναι στη θεωρητική τους προσέγγιση εκφρασμένα σε όρους προσδοκιών, δεσμευμένων στην πληροφόρηση των επενδυτών τη χρονική στιγμή t . Δεδομένου ότι οι προσδοκίες των επενδυτών δεν αποτελούν μετρήσιμη ποσότητα, για τον εμπειρικό έλεγχο των μοντέλων χρησιμοποιούνται αδέσμευτες ροπές. Τα εμπειρικά υποδείγματα εκτιμώνται με τη χρήση των διαστρωματικών μέσων των αποδόσεων ενώ και τα β και λ είναι δειγματικοί μέσοι των αναμενόμενων β και λ σε κάθε σημείο στο χρόνο.

3. Έλεγχος μοντέλων αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων

Περιγραφικά στατιστικά παλινδρόμησης

Στους ελέγχους που ακολουθούν, οι πίνακες με τα στατιστικά παλινδρόμησης εμφανίζουν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τις διαστρωματικές παλινδρομήσεις των $\overline{R^i} - \overline{R^f}$ στα β_i για κάθε μοντέλο. Τα μεγέθη που εξετάζονται είναι:

α_i : λάθη αποτίμησης υποδείγματος (pricing errors). Πρόκειται για την απόκλιση της κάθε απόδοσης από το εκτιμώμενο ασφάλιστρο κινδύνου. Αν το υπόδειγμα εξηγεί τις αποδόσεις, τα λάθη αποτίμησης είναι κατά μέσο όρο μηδέν και στατιστικά μη σημαντικά.

Συντελεστής προσδιορισμού R^2 : Ορίζει το ποσοστό της συνολικής μεταβλητότητας των αποδόσεων που ερμηνεύεται από την ευθεία παλινδρόμησης του μοντέλου.

Συντελεστής λ : τιμή κινδύνου

3.1 Μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιουχικών στοιχείων, CAPM

Δεδομένα για την εμπειρική ανάλυση του CAPM ¹¹	
Αποδόσεις	Μηνιαίες αποδόσεις των 25 μετοχικών χαρτοφυλακίων των Fama-French. Οι εταιρίες διακρίνονται στα χαρτοφυλάκια με βάση το μέγεθός τους (size) και το λόγο λογιστικής-αγοραίας αξίας (book to market)
Επιτόκιο μηδενικού κινδύνου	Μηνιαία απόδοση ενός Treasury bill, δεδομένα από το site του Kenneth French
Παράγοντες κινδύνου	Μηνιαία απόδοση του χαρτοφυλακίου πλούτου από το site του Kenneth French

Αποδόσεις μετοχικών χαρτοφυλακίων για το χρονικό διάστημα 1926 – 2010

Στον Πίνακα 1 που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι μέσες μηνιαίες αποδόσεις των 25 μετοχικών χαρτοφυλακίων των Fama και French:

Πίνακας 1

	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	0.751026	1.109201	1.31928	1.467318	1.695641
2	0.868955	1.242554	1.332377	1.370828	1.504132
3	0.963481	1.168353	1.274211	1.291903	1.435
4	0.977909	1.035513	1.138866	1.238333	1.343462
Big	0.884773	0.887968	0.950148	0.985937	0.040917

Οι μικρές εταιρίες είχαν υψηλότερες μέσες αποδόσεις από τις μεγάλες εταιρίες ενώ, οι εταιρίες με υψηλό Book-to-market είχαν υψηλότερες μέσες αποδόσεις από τις εταιρίες με χαμηλό Book-to-market.

Σύμφωνα με το μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιουχικών στοιχείων, CAPM, οι μετοχές που εμφανίζουν υψηλή συσχέτιση με την αγορά πρέπει να έχουν υψηλότερα ασφάλιστα κινδύνου και συνεπώς υψηλότερες μέσες αποδόσεις.

¹¹ <http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french>

$$E_t(R_{t+1}^i) = R_t^f + \lambda_t \beta_{i,w,t}$$

όπου,

λ_t : η τιμή του κινδύνου, κοινή για όλα τα αξιόγραφα και ίση με:

$$\lambda_t = E(R^W) - R^f$$

$\beta_{i,w,t}$: η ποσότητα κινδύνου

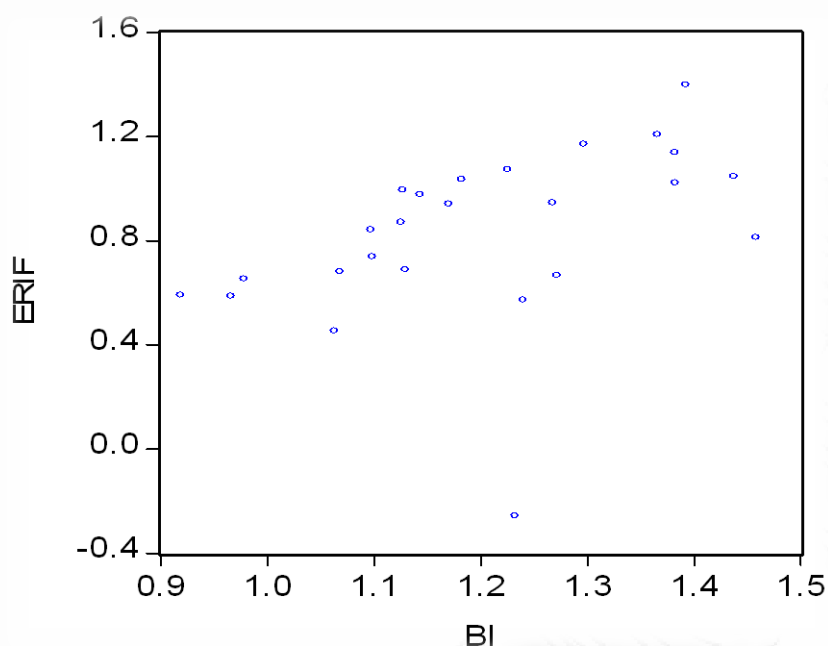
Στον Πίνακα 2 παρουσιάζονται οι συντελεστές παλινδρόμησης beta των αποδόσεων των μετοχικών χαρτοφυλακίων Fama – French στην απόδοση της αγοράς.

Πίνακας 2

Market betas. 25 Fama - French portfolios, 1926-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	1.063063	1.458283	1.382635	1.296944	1.392373
2	1.239852	1.267353	1.182197	1.22523	1.365523
3	1.271373	1.1252	1.143025	1.12694	1.381935
4	1.067883	1.098249	1.097097	1.17018	1.437247
Big	0.965901	0.918841	0.978001	1.129293	1.232278

Οι μικρές εταιρίες έχουν υψηλότερες τιμές β από τις μεγάλες εταιρίες, γεγονός που δικαιολογεί τις υψηλότερες αποδόσεις τους. Το CAPM φαίνεται δηλαδή να εξηγεί τη διαφορά των ασφαλίστων κινδύνου μεταξύ μεγάλων και μικρών εταιριών (size premium). Οι διαφορές στα beta των εταιριών με χαμηλό και υψηλό book to market είναι μικρές (value premium)

Scatter Plot: Mean returns vs. market betas, 1926-2010



Αν το CAPM εξηγούσε τις μέσες αποδόσεις διαστρωματικά, θα έπρεπε να υπάρχει μια καθαρή θετική συσχέτιση μεταξύ των μέσων αποδόσεων και των β , δηλαδή όλα τα σημεία να βρίσκονται γύρω από μια γραμμή με θετική κλίση. Το διάγραμμα δείχνει ότι μετοχές με υψηλότερες αποδόσεις πράγματι φαίνεται να έχουν υψηλότερα β . Όμως υπάρχουν και αρκετά χαρτοφυλάκια που έχουν υψηλά β αλλά χαμηλές αποδόσεις (κάτω δεξιά).

Πίνακας 3

Στατιστικά παλινδρόμησης	
R τετράγωνο	0,198670
Προσαρμοσμένο R τετράγωνο	0,163830
Τυπικό σφάλμα	0,298061
Μέγεθος δείγματος	1014

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	p-value
α	-0,332546	0,233182	0,1673
β_i	0,971446	0,214742	0,0002

Ερμηνεία αποτελεσμάτων (πίνακα 3) διαστρωματικής παλινδρόμησης

Σύμφωνα με τον συντελεστή προσδιορισμού R^2 , περίπου το 19,9% της μεταβλητότητας των μέσων αποδόσεων ερμηνεύεται από τη γραμμή παλινδρόμησης που ορίζει το μοντέλο (αρκετά μικρό ποσοστό). Η τιμή του κινδύνου είναι θετική, ίση με 0,971446 και στατιστικά σημαντική ($p\text{-value}=0.0002$)

Αποδόσεις μετοχικών χαρτοφυλακίων για το χρονικό διάστημα 1963 – 2010

Αντίστοιχα, για την περίοδο 1963-2010 οι μέσες μηνιαίες αποδόσεις των 25 χαρτοφυλακίων Fama-French ήταν:

Πίνακας 4

Size	Book-to-market equity quantiles				High
	Low	2	3	4	
Small	0.661789	1.229544	1.261035	1.430491	1.569544
2	0.854842	1.127947	1.352842	1.352070	1.444123
3	0.871351	1.163754	1.203368	1.290439	1.486351
4	0.977632	0.964789	1.120719	1.254351	1.257614
Big	0.841158	0.898351	0.880702	0.947526	0.997228

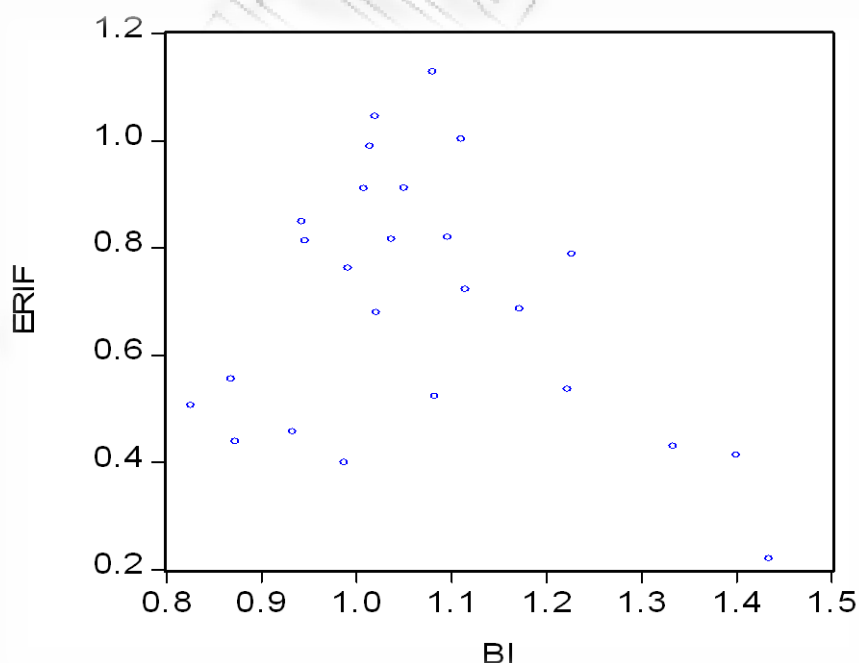
Οι συντελεστές παλινδρόμησης beta των αποδόσεων των μετοχικών χαρτοφυλακίων Fama – French στην απόδοση της αγοράς έλαβαν τις ακόλουθες τιμές:

Πίνακας 5

Market betas. 25 Fama - French portfolios, 1963-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	1.434295	1.226892	1.096264	1.014399	1.080519
2	1.399742	1.171761	1.050333	1.007761	1.110236
3	1.333490	1.114872	0.991065	0.942635	1.019789
4	1.222303	1.082652	1.020990	0.946121	1.037037
Big	0.987489	0.932862	0.872581	0.826050	0.868044

Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα του εμπειρικού ελέγχου για το διάστημα 1963-2010, το CAPM φαίνεται να εξηγεί τη διαφορά των ασφαλίστρων κινδύνου μεταξύ μεγάλων και μικρών εταιριών (size premium). Αντιθέτως, δεν μπορεί να εξηγήσει τη διαφορά των ασφαλίστρων κινδύνου ανάμεσα σε εταιρίες με υψηλό και χαμηλό Book-to-market (value premium).

Scatter Plot: Mean returns vs. market betas, 1963-2010



Το CAPM δεν εξηγεί τις μέσες αποδόσεις διαστρωματικά όπως φαίνεται και από το διάγραμμα. Δεν φαίνεται να υπάρχει καθαρή θετική σχέση μεταξύ των αποδόσεων και των συντελεστών παλινδρόμησης βήτα. Αντιθέτως, στο διάστημα 1963-2010 παρατηρείται μεγαλύτερη διακύμανση των μέσων αποδόσεων (άτακτα διασκορπισμένα στο χώρο) από ότι στο διάστημα 1926-2010 που περιγράφηκε παραπάνω. Συμπερασματικά, το CAPM εξηγεί καλύτερα-αν και όχι ικανοποιητικά και πάλι- τις μέσες αποδόσεις των 25 χαρτοφυλακίων των Fama-French για δεδομένα μεγαλύτερης περιόδου.

Πίνακας 6

Στατιστικά παλινδρόμησης	
R τετράγωνο	0,071492
Προσαρμοσμένο R τετράγωνο	0,031122
Τυπικό σφάλμα	0,234347
Μέγεθος δείγματος	570

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	p-value
α	1,131401	0,468450	0,0241
β_i	-0,406140	0,400256	0,3208

Ερμηνεία αποτελεσμάτων (πίνακα 6) διαστρωματικής παλινδρόμησης

Σύμφωνα με τον συντελεστή προσδιορισμού, περίπου το 7% της μεταβλητότητας των μέσων αποδόσεων ερμηνεύεται από το μοντέλο (αρκετά μικρό ποσοστό). Η τιμή του κινδύνου είναι αρνητική, ίση με -0,406140 και στατιστικά μη σημαντική ($p\text{-value}=0,3208>0,05$). Κανείς επενδυτής δεν είναι διατεθειμένος να κρατήσει επενδύσεις που ενέχουν υψηλό κίνδυνο αλλά προσφέρουν ισχνή απόδοση (αρνητική σχέση κινδύνου - απόδοσης)

3.2 Μοντέλο αντισταθμικής αποτίμησης κεφαλαιουχικών αγαθών

Ελέγχουμε το τριπαραγοντικό μοντέλο των Fama-French, το οποίο αποτελεί ένα APΤ μοντέλο, στις περιόδους 1926-2010 και 1963-2010. Έπειτα ελέγχουμε το μοντέλο των τεσσάρων παραγόντων του Carhart για την περίοδο 1927-2010 και συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των ελέγχων των δύο μοντέλων της περιόδου 1927-2010.

3.2.1 Το τριπαραγοντικό μοντέλο των Fama και French

Δεδομένα για την εμπειρική ανάλυση του μοντέλου των Fama-French ¹²	
Αποδόσεις	Μηνιαίες αποδόσεις των 25 μετοχικών χαρτοφυλακίων των Fama-French. Οι εταιρίες διακρίνονται στα 25 χαρτοφυλάκια με βάση το μέγεθός τους (size) και το λόγο λογιστικής-αγοραίας αξίας (book to market)
Επιτόκιο μηδενικού κινδύνου	Μηνιαία απόδοση ενός Treasury bill από το site του Kenneth French
Παράγοντες κινδύνου	Μηνιαία απόδοση του χαρτοφυλακίου πλούτου και τιμές για τους παράγοντες SMB και HML από το site του Kenneth French

Αποδόσεις μετοχικών χαρτοφυλακίων για το χρονικό διάστημα 1926 – 2010

Στον Πίνακα 7 που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι μέσες μηνιαίες αποδόσεις των 25 μετοχικών χαρτοφυλακίων των Fama και French:

Πίνακας 7

	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	0.751026	1.109201	1.31928	1.467318	1.695641
2	0.868955	1.242554	1.332377	1.370828	1.504132
3	0.963481	1.168353	1.274211	1.291903	1.435
4	0.977909	1.035513	1.138866	1.238333	1.343462
Big	0.884773	0.887968	0.950148	0.985937	0.040917

¹² <http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french>

Οι μικρές εταιρίες είχαν υψηλότερες μέσες αποδόσεις από τις μεγάλες εταιρίες ενώ, οι εταιρίες με υψηλό Book-to-market είχαν υψηλότερες μέσες αποδόσεις από τις εταιρίες με χαμηλό Book-to-market.

Σύμφωνα με το μοντέλο αποτίμησης των Fama και French οι μετοχές που εμφανίζουν υψηλή συσχέτιση με την αγορά και με τους παράγοντες κινδύνου SMB και HML έχουν υψηλότερα ασφάλιστρα κινδύνου, επομένως υψηλότερες μέσες αποδόσεις.

$$E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,R^w} (E(R_{t+1}^w) - R_t^f) + \beta_{size} HML + \beta_{value} SMB$$

όπου,

SMB: η διαφορά των αναμενόμενων υπερβαλλουσών αποδόσεων μεγάλων και μικρών, σε μέγεθος, μετοχών

HML: η διαφορά των αναμενόμενων υπερβαλλουσών αποδόσεων μεγάλων και μικρών, σε αξία book to market (λογιστική αξία/τρέχουσα αξία), μετοχών

Στον Πίνακα 8, 9 και 10 παρουσιάζονται οι συντελεστές παλινδρόμησης beta των αποδόσεων των μετοχικών χαρτοφυλακίων Fama – French στην απόδοση της αγοράς και στους παράγοντες SMB και HML αντίστοιχα.

Πίνακας 8

Market betas. 25 Fama - French portfolios, 1926-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	1.314018	1.087046	1.077365	0.965032	0.988207
2	1.069132	1.042104	0.957289	0.978956	1.0521
3	1.142974	1.012171	1.010599	1.314018	1.146066
4	1.065791	1.030126	1.008751	1.042773	1.231601
Big	1.033163	0.957799	0.975162	1.057425	1.103598

Οι συντελεστές παλινδρόμησης βήτα, από τις παλινδρομήσεις των αποδόσεων των χαρτοφυλακίων στην απόδοση της αγοράς, φαίνεται να δικαιολογούν (σε μεγαλύτερο βαθμό από το CAPM) τις διακυμάνσεις των μέσων αποδόσεων. Υπάρχει αντιστοιχία των υψηλών μέσων αποδόσεων που εμφανίζουν οι μικρές εταιρίες και οι εταιρίες με υψηλό book to market με τις τιμές των συντελεστών βήτα. Ανάλογες είναι οι

παρατηρήσεις για τους συντελεστές παλινδρόμησης που προκύπτουν από τις παλινδρομήσεις των αποδόσεων των χαρτοφυλακίων στους παράγοντες κινδύνου SMB και HML (πίνακας 9 και πίνακας 10).

Πίνακας 9

Size betas. 25 Fama - French portfolios, 1926-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	1.290338	1.610902	1.182088	1.224899	1.350509
2	1.051351	0.98756	0.860594	0.81745	0.935599
3	0.790151	0.511251	0.409507	0.465939	0.496577
4	0.286065	0.241778	0.219493	0.19943	0.293499
Big	-0.14984	-0.18875	-0.2183	-0.17128	0.00586

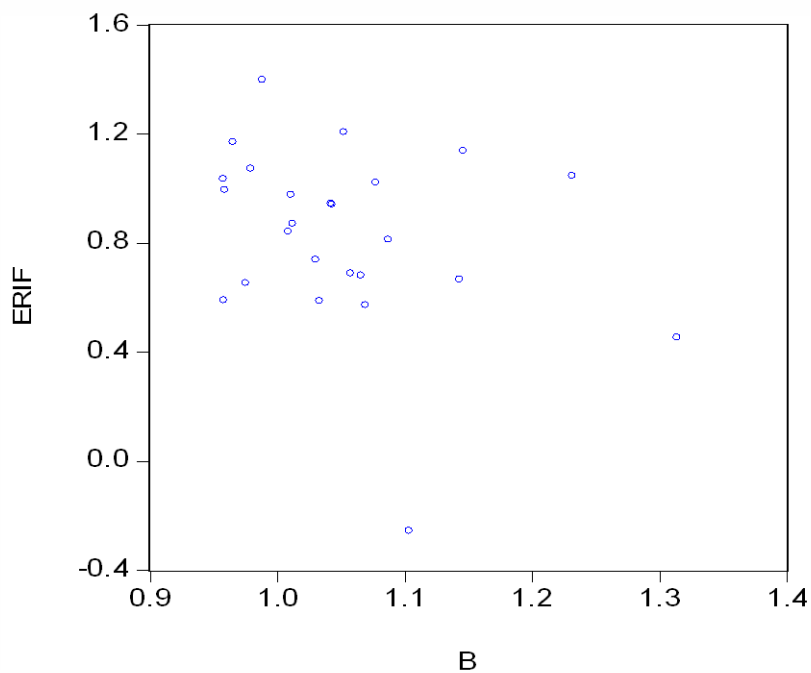
Πίνακας 10

Value betas. 25 Fama - French portfolios, 1926-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	0.396462	0.333642	0.465309	0.586747	0.903377
2	-0.2625	0.18886	0.356625	0.557787	0.850153
3	-0.19666	0.073748	0.340179	0.505495	0.917729
4	-0.3691	0.133324	0.298874	0.587894	0.986912
Big	-0.25068	-0.00863	0.311436	0.711684	0.855677

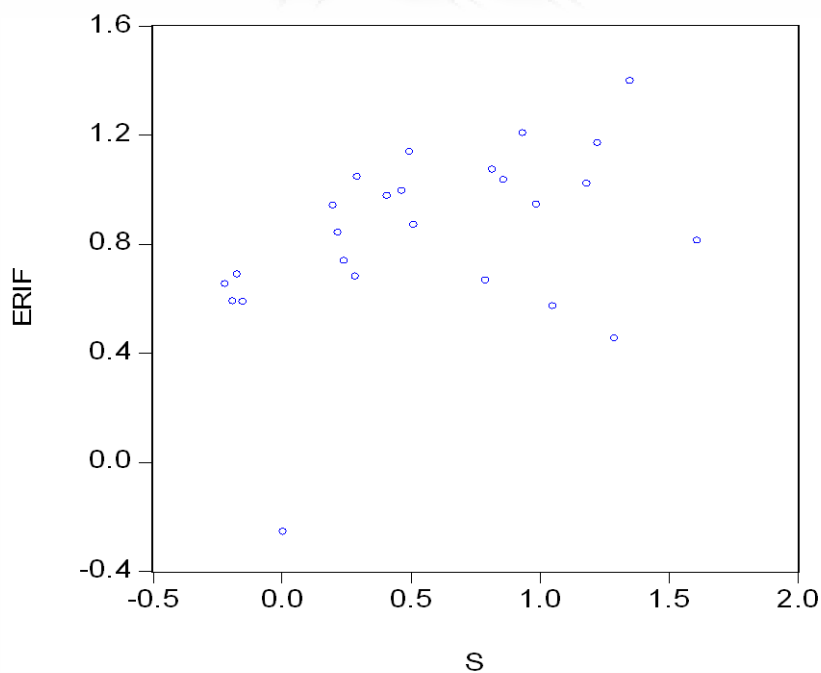
Ανάλυση γραφημάτων

Γραφικά, το μοντέλο των Fama-French δείχνει να μην εξηγεί τις μέσες αποδόσεις διαστρωματικά. Τα σημεία είναι τυχαία διεσπαρμένα στο χώρο και δε φαίνεται να υπάρχει καθαρή θετική σχέση μεταξύ των αποδόσεων και των συντελεστών παλινδρόμησης βήτα.

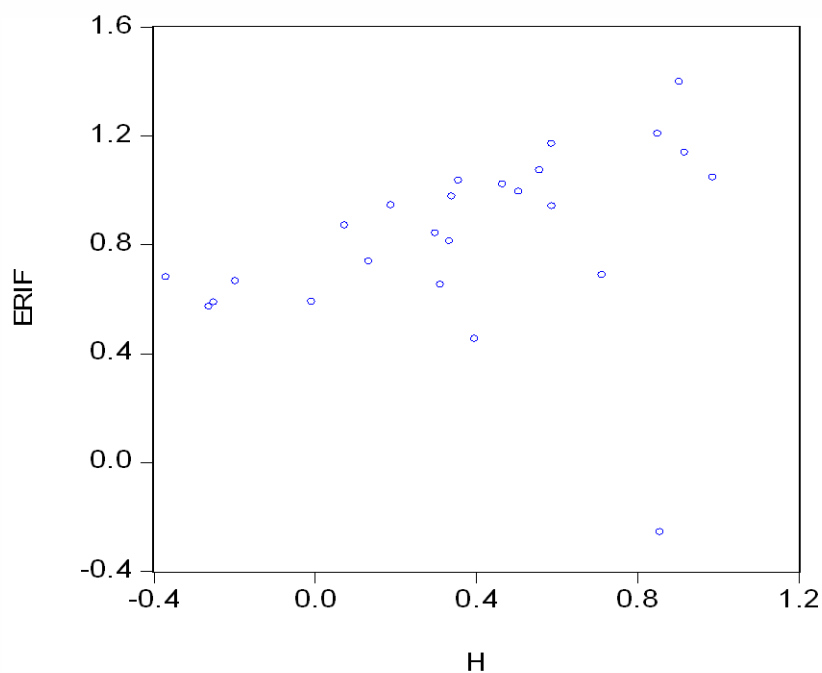
Scatter Plot: Mean returns vs. market betas, 1926-2010



Scatter Plot: Mean returns vs. size betas, 1926-2010



Scatter Plot: Mean returns vs. value betas, 1926-2010



Πίνακας 11

Στατιστικά παλινδρόμησης	
R τετράγωνο	0.414819
Προσαρμοσμένο R τετράγωνο	0.331222
Τυπικό σφάλμα	0.266562
Μέγεθος δείγματος	1014

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	p-value
α	2.229971	0.643263	0.0023
β_i	-1.576469	0.662194	0.0268
s_i	0.278433	0.138376	0.0572
h_i	0.273050	0.176241	0.1362

Ερμηνεία αποτελεσμάτων (πίνακα 11) διαστρωματικής παλινδρόμησης

Το μοντέλο ερμηνεύει τη μεταβλητότητα των μέσων αποδόσεων σε ποσοστό 41,4%. Παρατηρούμε σαφή βελτίωση συγκριτικά με το CAPM που εξετάσαμε προηγουμένως. Στατιστική σημαντικότητα παρατηρείται για τον παράγοντα κινδύνου που πηγάζει από την αγορά (απόδοση αγοράς) όπου το $p\text{-value}=0.0268 < 0.05$ (για επίπεδο σημαντικότητας 5%)

Αποδόσεις μετοχικών χαρτοφυλακίων για το χρονικό διάστημα 1963 – 2010

Αντίστοιχα, για την περίοδο 1963-2010 οι μέσες μηνιαίες αποδόσεις των 25 χαρτοφυλακίων Fama-French ήταν:

Πίνακας 12

	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	0.661789	1.229544	1.261035	1.430491	1.569544
2	0.854842	1.127947	1.352842	1.35207	1.444123
3	0.871351	1.163754	1.203368	1.290439	1.486351
4	0.977632	0.964789	1.120719	1.254351	1.257614
Big	0.841158	0.898351	0.880702	0.947526	0.997228

Οι συντελεστές παλινδρόμησης beta των αποδόσεων των μετοχικών χαρτοφυλακίων Fama – French στην απόδοση της αγοράς έλαβαν τις ακόλουθες τιμές:

Πίνακας 13

Market betas. 25 Fama - French portfolios, 1963-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	1.079718	0.954295	0.916823	0.880948	0.98303
2	1.109044	1.011549	0.961216	0.965105	1.082344
3	1.091192	1.03878	0.986678	0.979549	1.058803
4	1.055422	1.078612	1.074672	1.012127	1.146393
Big	0.968271	1.0028	0.977988	0.990229	1.034895

Οι συντελεστές παλινδρόμησης των αποδόσεων των μετοχικών χαρτοφυλακίων Fama – French στον παράγοντα SBM έλαβαν τις ακόλουθες τιμές:

Πίνακας 14

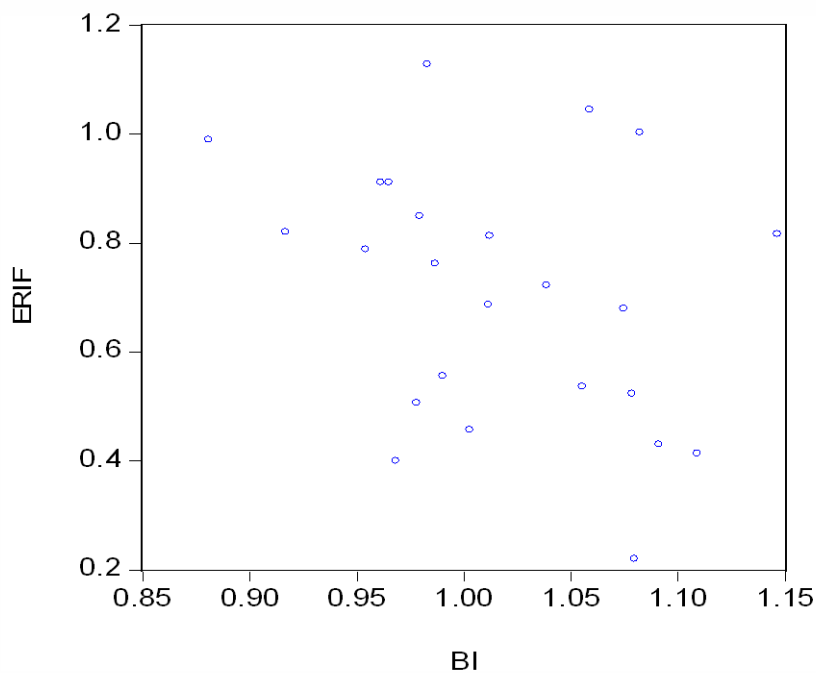
Size betas. 25 Fama - French portfolios, 1963-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	1.358077	1.298003	1.088009	1.027871	1.088404
2	0.984768	0.861908	0.767135	0.71276	0.85879
3	0.723459	0.518538	0.423887	0.380666	0.530979
4	0.375232	0.206212	0.163774	0.209823	0.227765
Big	-0.25104	-0.2307	-0.23394	-0.21827	-0.09313

Οι συντελεστές παλινδρόμησης των αποδόσεων των μετοχικών χαρτοφυλακίων Fama – French στον παράγοντα HML έλαβαν τις ακόλουθες τιμές:

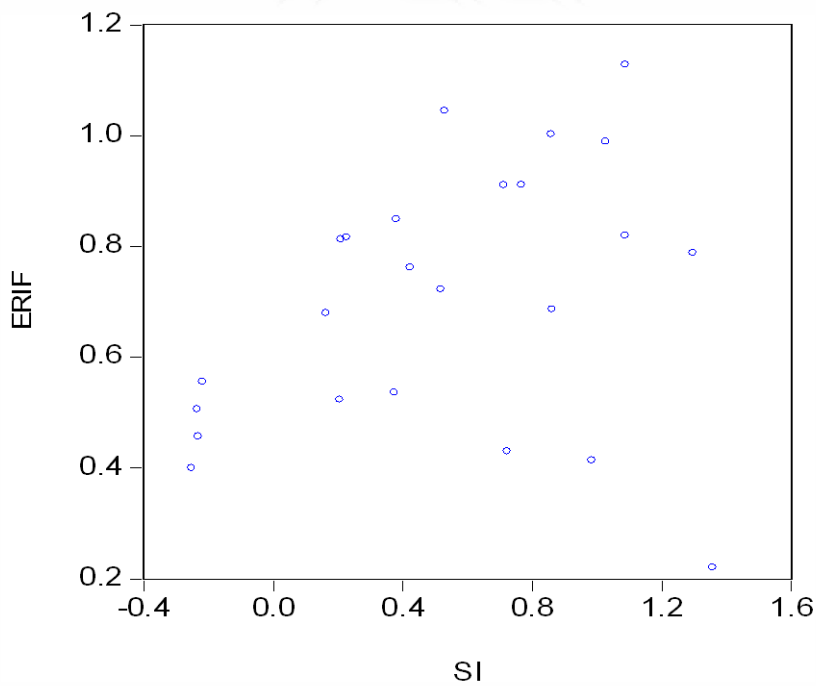
Πίνακας 15

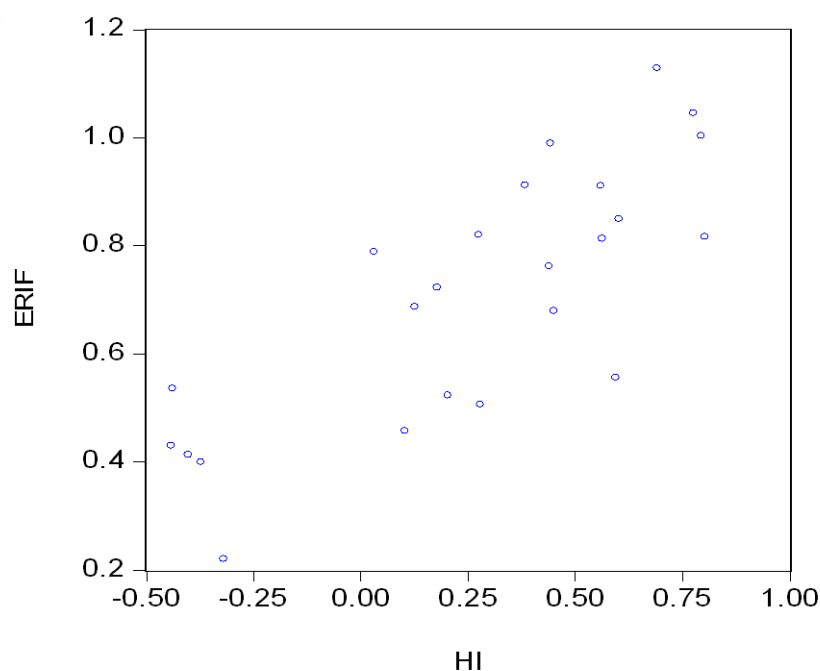
Value betas. 25 Fama - French portfolios, 1963-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	-0.31929	0.031282	0.275175	0.443033	0.691515
2	-0.40198	0.126332	0.383845	0.560372	0.79446
3	-0.44115	0.178996	0.439739	0.602237	0.776723
4	-0.43795	0.204249	0.450933	0.563672	0.80323
Big	-0.37114	0.103489	0.279966	0.595316	0.745265

Scatter Plot: Mean returns vs. market betas, 1963-2010



Scatter Plot: Mean returns vs. size betas, 1963-2010



Scatter Plot: Mean returns vs. value betas, 1963-2010

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το μοντέλο των Fama και French, στην αρχική του δημοσίευση, αφορούσε σε έλεγχο με τιμές της περιόδου 1964-1990. Σχετικά πρόσφατα, ο μαθητής τους James Davis (2000)¹³ επέκτεινε τον έλεγχο του μοντέλου, εξετάζοντας την περίοδο από το 1927 και μετά. Τα αποτελέσματά του ήταν παρόμοια με αυτά του ελέγχου της περιόδου 1964-1990.

¹³ Davis James L., Kenneth R. French., and Eugene Fama, 2000, "Characteristics, Covariances and Average Returns: 1929-1997", Journal of Finance, Vol.55 No 1

Πίνακας 16

Στατιστικά παλινδρόμησης	
R τετράγωνο	0,803083
Προσαρμοσμένο R τετράγωνο	0,773546
Τυπικό σφάλμα	0,112771
Μέγεθος δείγματος	570

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	p-value
α	1,181365	0,303998	0,0009
β_i	-0,679294	0,287045	0,0282
s_i	0,173852	0,069479	0,0211
h_i	0,466294	0,058900	0,000

Ερμηνεία αποτελεσμάτων (πίνακα 16) διαστρωματικής παλινδρόμησης

Περιορίζοντας τον έλεγχο του τριπαραγοντικού μοντέλου των Fama-French σε μικρότερη περίοδο παρατηρούμε ότι αυξάνει εντυπωσιακά η ερμηνευτική ικανότητα του μοντέλου. Για την περίοδο 1963-2010 αγγίζει το 80,3%. Σε αυτήν την περίπτωση, και οι τρεις παράγοντες κινδύνου που υποθέτει το μοντέλο είναι στατιστικά σημαντικοί ($p\text{-value} < 0.05$).

3.2.2 Το μοντέλο του Carhart

Δεδομένα για την εμπειρική ανάλυση του μοντέλου του Carhart ¹⁴	
Αποδόσεις	Μηνιαίες αποδόσεις των 25 μετοχικών χαρτοφυλακίων των Fama-French. Οι εταιρίες διακρίνονται στα 25 χαρτοφυλάκια με βάση το μέγεθός τους (size) και το λόγο λογιστικής-αγοραίας αξίας (book to market)
Επιτόκιο μηδενικού κινδύνου	Μηνιαία απόδοση ενός Treasury bill, δεδομένα από το site του Kenneth French
Παράγοντες κινδύνου	Μηνιαία απόδοση του χαρτοφυλακίου πλούτου και τιμές για τους παράγοντες SMB, HML και MOM από το site του Kenneth French

Αποδόσεις μετοχικών χαρτοφυλακίων για το χρονικό διάστημα 1927 – 2010

Για την περίοδο 1927-2010 οι μέσες μηνιαίες αποδόσεις των 25 χαρτοφυλακίων Fama-French ήταν:

Πίνακας 17

	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	0.751508	1.122669	1.331607	1.471319	1.700357
2	0.869484	1.253919	1.333948	1.381756	1.500784
3	0.973472	1.165179	1.280883	1.285516	1.439792
4	0.971716	1.033591	1.140546	1.236766	1.343938
Big	0.884415	0.876597	0.950923	0.978929	0.036151

Οι εταιρίες με μικρό μέγεθος και οι εταιρίες με υψηλό book to market εμφανίζουν υψηλότερες μέσες αποδόσεις.

¹⁴ <http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french>

Σύμφωνα με το μοντέλο του Carhart, οι μετοχές που εμφανίζουν υψηλή συσχέτιση με την αγορά και με τους παράγοντες κινδύνου SMB, HML και MOM έχουν υψηλότερα ασφάλιστρα κινδύνου, επομένως υψηλότερες μέσες αποδόσεις.

$$E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,R^w} (E(R_{t+1}^w) - R_t^f) + \beta_{size} HML + \beta_{value} SMB + \beta_{momentum} MOM$$

όπου,

SMB: η διαφορά των αναμενόμενων υπερβαλλουσών αποδόσεων μεγάλων και μικρών, σε μέγεθος, μετοχών.

HML: η διαφορά των αναμενόμενων υπερβαλλουσών αποδόσεων μεγάλων και μικρών, σε αξία book to market (λογιστική αξία/τρέχουσα αξία), μετοχών.

MOM: ορμή, η συνέχιση μίας τάσης. Εμπειρικά πρόκειται για την τάση που έχουν οι τιμές των μετοχών που κινούνται ανοδικά να συνεχίσουν την ανοδική τους πορεία και οι τιμές των μετοχών που πέφτουν να συνεχίσουν την καθοδική τους πορεία.

Οι συντελεστές παλινδρόμησης beta των αποδόσεων των μετοχικών χαρτοφυλακίων Fama – French στην απόδοση της αγοράς έλαβαν τις ακόλουθες τιμές:

Πίνακας 18

Market betas. 25 Fama - French portfolios, 1927-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	1.287208	1.071821	1.050044	0.958879	0.974527
2	1.064363	1.029658	0.957704	0.983099	1.045304
3	1.127185	1.014222	1.012277	0.962409	1.131015
4	1.07053	1.026011	1.004569	1.030582	1.211734
Big	1.029056	0.957249	0.969981	1.038766	1.131234

Πίνακας 19

Size betas. 25 Fama - French portfolios, 1927-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	1.283395	1.605785	1.172938	1.222473	1.347098
2	1.050749	0.982826	0.862389	0.818098	0.934584
3	0.784301	0.512304	0.407764	0.468372	0.491262
4	0.287258	0.240176	0.217261	0.195239	0.287854
Big	-0.152	-0.1872	-0.2211	-0.17619	0.015209

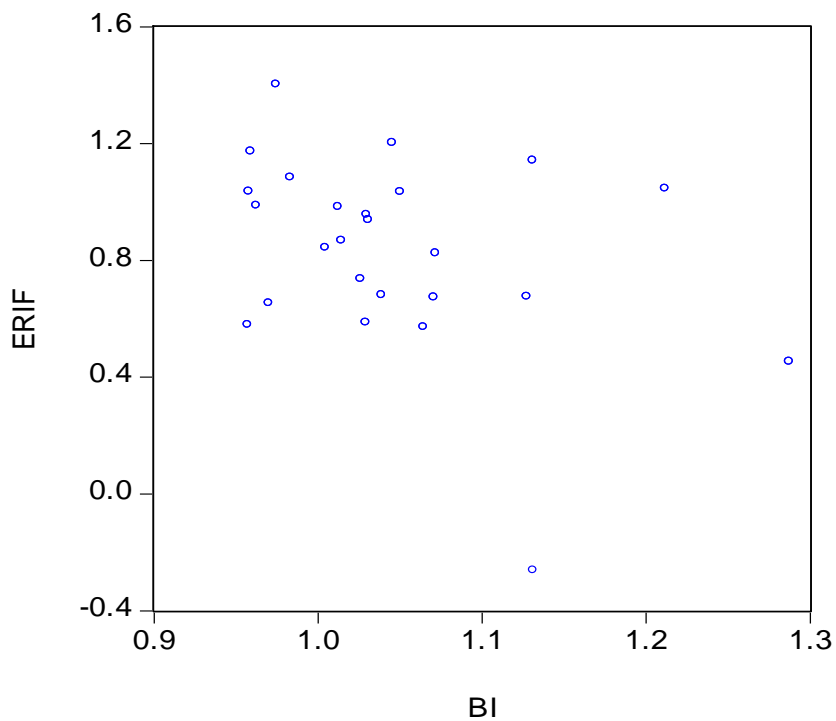
Πίνακας 20

Value betas. 25 Fama - French portfolios, 1927-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	0.349705	0.307485	0.408104	0.573266	0.876634
2	-0.27137	0.165472	0.361361	0.567453	0.836908
3	-0.22999	0.078932	0.340425	0.515221	0.885144
4	-0.3609	0.123274	0.290277	0.564075	0.948749
Big	-0.25986	-0.00783	0.300357	0.676204	0.913805

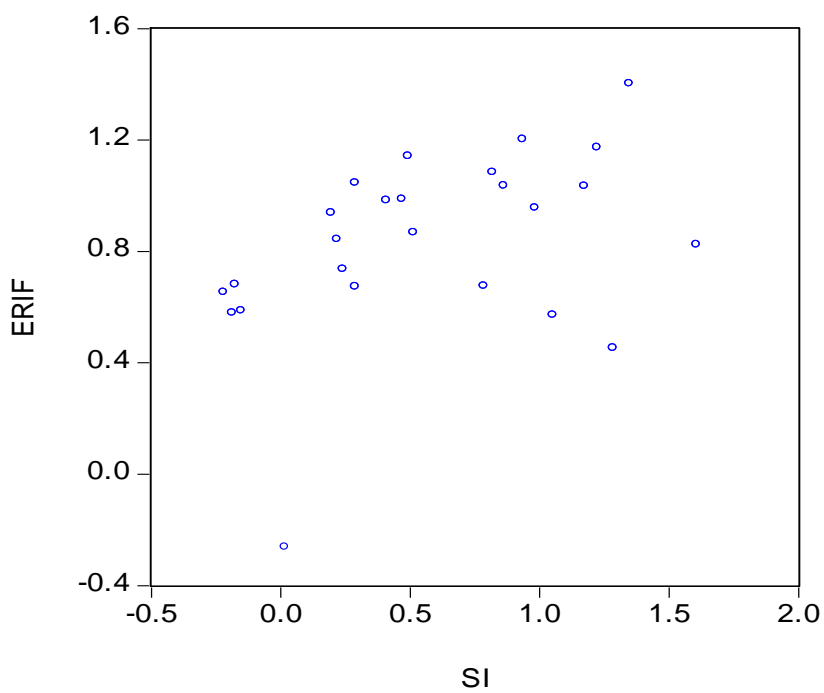
Πίνακας 21

Mom betas. 25 Fama - French portfolios, 1927-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	-0.11276	-0.06599	-0.12632	-0.03125	-0.06105
2	-0.01972	-0.05726	0.007676	0.019858	-0.02998
3	-0.07467	0.009967	0.001671	0.019779	-0.07018
4	0.018874	-0.02069	-0.0204	-0.0558	-0.08905
Big	-0.02028	0.000571	-0.02605	-0.08148	0.129362

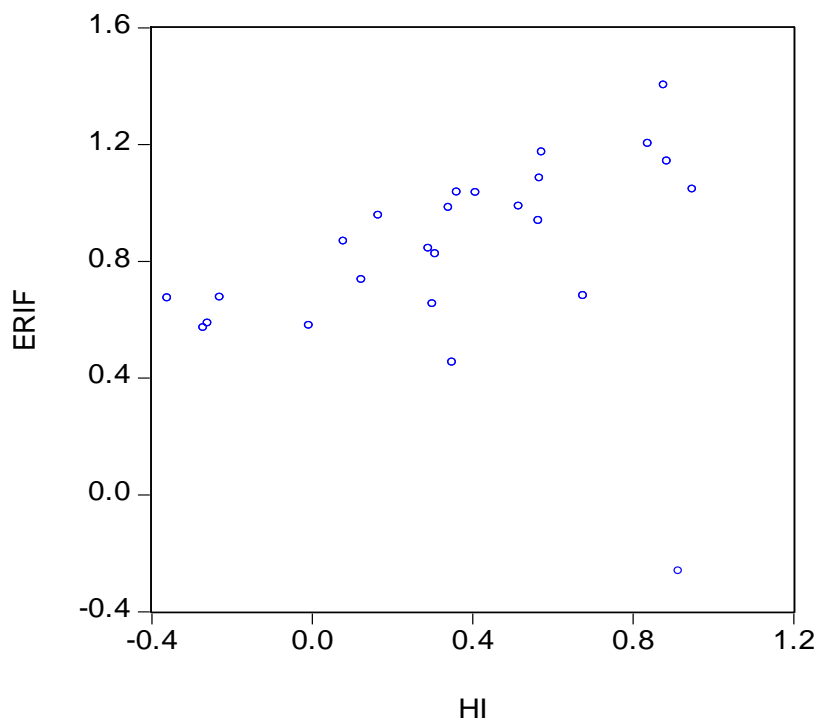
Scatter Plot: Mean returns vs. market betas, 1927-2010



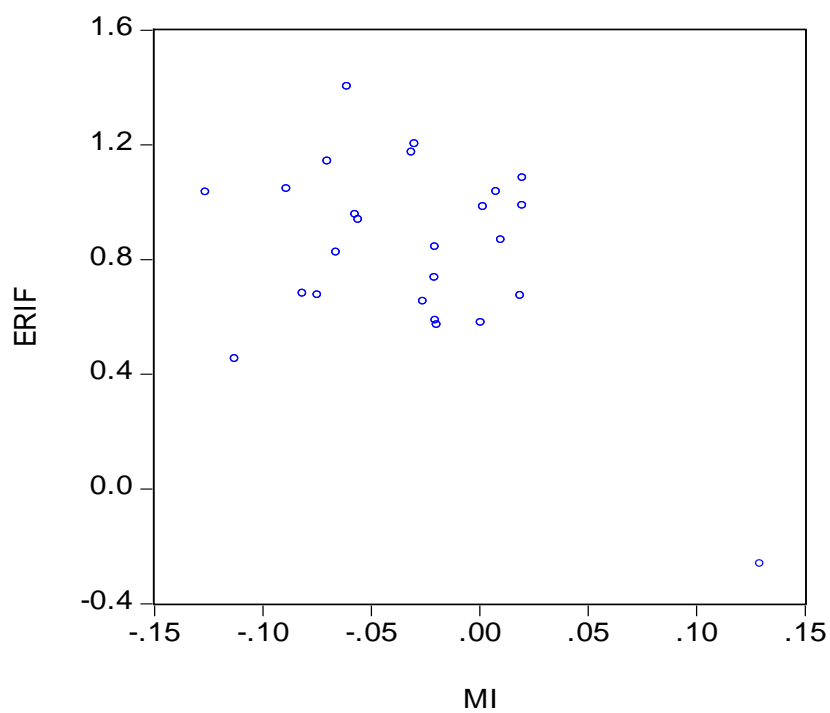
Scatter Plot: Mean returns vs. size betas, 1927-2010



Scatter Plot: Mean returns vs. value betas, 1927-2010



Scatter Plot: Mean returns vs. momentum betas, 1927-2010



Στατιστικά παλινδρόμησης	
R τετράγωνο	0.664877
Προσαρμοσμένο R τετράγωνο	0.597853
Τυπικό σφάλμα	0.208222
Μέγεθος δείγματος	1008

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	p-value
α	3.154632	0.699454	0.0002
β_i	-2.497287	0.698609	0.0019
s_i	0.173131	0.114058	0.1447
h_i	0.257558	0.127517	0.0570
m_i	-3.288751	1.248436	0.0159

Ερμηνεία αποτελεσμάτων (πίνακα 22) διαστρωματικής παλινδρόμησης

Το μοντέλο ερμηνεύει σε ποσοστό 66,4% τη μεταβλητότητα των μέσων αποδόσεων . Από τους παράγοντες κινδύνου του μοντέλου του Carhart, στατιστικά πιο σημαντικοί είναι ο συντελεστής του παράγοντα της ροπής και ο συντελεστής της απόδοσης του χαρτοφυλακίου πλούτου (p-value<5%) .

Παρατήρηση

Με την πρόσθεση στο αρχικό CAPM επιπλέον παραγόντων κινδύνου επιτυγχάνουμε σαφή βελτίωση της ερμηνευτικής ικανότητας των μοντέλων που σχηματίζονται. Συγκεκριμένα, για την περίοδο 1926-2010, το CAPM εξηγεί τη μεταβλητότητα των αποδόσεων σε ποσοστό 20%, το τριπαραγοντικό μοντέλο των Fama και French σε ποσοστό περίπου 45% και το μοντέλο των τεσσάρων παραγόντων του Carhart σε ποσοστό 66%.

3.3 Βασικό μοντέλο του καταναλωτή

Δεδομένα για την εμπειρική ανάλυση του μοντέλου CCAPM ¹⁵	
Αποδόσεις	Τριμηνιαίες αποδόσεις των 25 μετοχικών χαρτοφυλακίων των Fama-French. Οι εταιρίες διακρίνονται στα 25 χαρτοφυλάκια με βάση το μέγεθός τους (size) και το λόγο λογιστικής-αγοραίας αξίας (book to market)
Επιτόκιο μηδενικού κινδύνου	Τριμηνιαία απόδοση ενός Treasury bill, δεδομένα από το site του Kenneth French
Παράγοντας κινδύνου	<p>$\Delta \ln c_{t+1}$</p> <p>Τα δεδομένα για τον υπολογισμό του παράγοντα κινδύνου αντλήθηκαν από τους παρακάτω προορισμούς:</p> <p><u>Κατανάλωση</u>: Bureau of Economic Analysis, σειρά: Personal Consumption Expenditures by major type of product – nondurable goods (quarterly)</p> <p><u>Δείκτης αποπληθωρισμού</u>: Economic research-Federal Bank of St. Lewis, σειρά: Personal Consumption Expenditures: Chain-Type price index (quarterly)</p> <p><u>Πληθυσμός</u>: U.S. Department of Labor: Bureau of Labor Statistics, σειρά: Civilian Noninstitutional Population</p>

¹⁵ <http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french>
<http://research.stlouisfed.org>
<http://www.bea.gov/national/nipaweb/index.asp>

Αποδόσεις μετοχικών χαρτοφυλακίων για το χρονικό διάστημα 1948 – 2010

Στον Πίνακα 23 που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι μέσες μηνιαίες αποδόσεις των 25 μετοχικών χαρτοφυλακίων των Fama και French:

Πίνακας 23

	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	2.08877	4.395238	2.822579	3.479881	3.625119
2	3.892063	4.310357	3.033532	3.075238	3.622817
3	3.6825	3.558373	3.879484	2.780595	2.84496
4	3.103056	3.046706	3.264286	3.642381	4.145119
Big	4.612063	2.546786	3.441786	3.924841	3.988333

Σύμφωνα με το μοντέλο αποτίμησης CCAPM οι μετοχές που εμφανίζουν υψηλή συσχέτιση με την κατανάλωση έχουν υψηλότερα ασφάλιστρα κινδύνου, επομένως υψηλότερες μέσες αποδόσεις.

Προκειμένου να εξετάσουμε το μοντέλο CCAPM (με εκθετική χρησιμότητα), το φέρνουμε μέσω λογαριθμικής προσέγγισης σε γραμμική μορφή. Οπότε ο παράγοντας κινδύνου σε αυτήν την περίπτωση είναι: $\Delta \ln c_{t+1}$

$$E(R_{t+1}^i) = R_t^f + \beta_{i,(\Delta \ln c_{t+1})} \lambda_t$$

όπου,

$\beta_{i, \Delta \ln c_{t+1}}$: η ποσότητα του κινδύνου-συντελεστής παλινδρόμησης των αναμενόμενων υπερβαλλουσών αποδόσεων (πέραν της απόδοσης μηδενικού κινδύνου) στη μεταβολή της κατανάλωσης

λ_t : η τιμή του κινδύνου

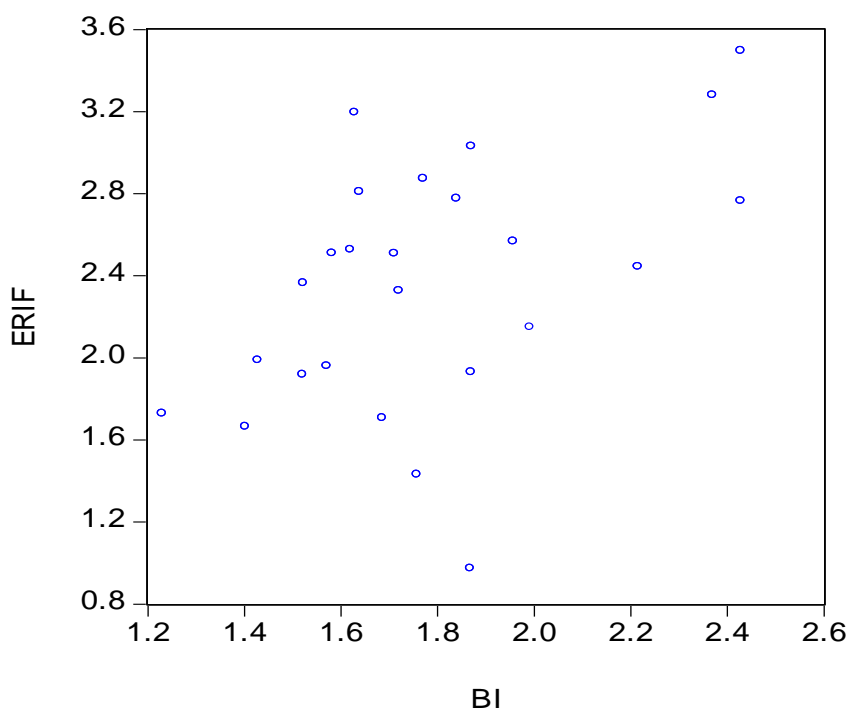
Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τα beta των μετοχικών χαρτοφυλακίων Fama- French ως προς την κατανάλωση.

Πίνακας 24

Consumption betas. 25 Fama - French portfolios, 1948-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	1.868015	2.215379	1.619476	1.869746	2.42778
2	1.757427	1.720303	1.638045	1.770708	2.369482
3	1.685869	1.522079	1.581231	1.839201	1.628346
4	1.521018	1.570735	1.710742	1.956273	2.42779
Big	1.40196	1.229417	1.428113	1.869463	1.99161

Οι διαφορές των συντελεστών βήτα δεν είναι τόσο μεγάλες ώστε να δικαιολογούν τις διαφορές που υπάρχουν στις μέσες αποδόσεις των ασφαλιστρών κινδύνου ανάμεσα σε μικρές και μεγάλες εταιρίες (size premium) και σε εταιρίες με χαμηλό και υψηλό book to market (value premium).

Scatter Plot: Mean returns vs. Consumption betas, 1948-2010



Εάν το βασικό μοντέλο κατανάλωσης εξηγούσε τις μέσες αποδόσεις διαστρωματικά, τα σημεία του παραπάνω γραφήματος θα βρίσκονταν πάνω σε μία ευθεία με θετική κλίση. Εφόσον τα σημεία είναι τυχαία διεσπαρμένα στο χώρο, δεν υπάρχει καθαρή θετική συσχέτιση μεταξύ των μέσων αποδόσεων και των βήτα. Το CCAPM αποτυγχάνει να εξηγήσει τις μέσες αποδόσεις.

Πίνακας 25

Στατιστικά παλινδρόμησης	
R τετράγωνο	0,239223
Προσαρμοσμένο R τετράγωνο	0,206145
Τυπικό σφάλμα	0,546290
Μέγεθος δείγματος	252

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	p-value
α	0,647744	0,424624	0,1408
β_i	0,957867	0,246014	0,0007

Ερμηνεία αποτελεσμάτων (πίνακα 25) διαστρωματικής παλινδρόμησης

Η μεταβλητότητα των αποδόσεων ερμηνεύεται σε ποσοστό 23,9%. Η τιμή του κινδύνου λ είναι θετική και στατιστικά σημαντική (p-value=0.0007).

3.4 Το τριπαραγοντικό μοντέλο των Lettau και Ludvigson- ο παράγοντας «cay»

Δεδομένα για την εμπειρική ανάλυση του μοντέλου των Lettau και Ludvigson¹⁶	
Αποδόσεις	Τριμηνιαίες αποδόσεις των 25 μετοχικών χαρτοφυλακίων των Fama-French. Οι εταιρίες διακρίνονται στα 25 χαρτοφυλάκια με βάση το μέγεθός τους (size) και το λόγο λογιστικής-αγοραίας αξίας (book to market)
Επιτόκιο μηδενικού κινδύνου	Τριμηνιαία απόδοση ενός Treasury bill, δεδομένα από το site του Kenneth French
Παράγοντες κινδύνου	<p>$\Delta \ln c_{t+1}$, $\Delta \ln c_{t+1} cay_t$, cay_t</p> <p>Τα δεδομένα για τον υπολογισμό του παράγοντα κινδύνου αντλήθηκαν από τους παρακάτω προορισμούς:</p> <p><u>Κατανάλωση</u>: Bureau of Economic Analysis, σειρά: Personal Consumption Expenditures by major type of product-nondurable goods (quarterly)</p> <p><u>Δείκτης αποπληθωρισμού</u>: Economic research-Federal Bank of St. Lewis, σειρά: Personal Consumption Expenditures: Chain-Type price index (quarterly)</p> <p><u>Πληθυσμός</u>: U.S. Department of Labor: Bureau of Labor Statistics, σειρά: Civilian Noninstitutional Population</p> <p><u>cay_t</u>: Martin Lettau's publications: http://faculty.haas.berkeley.edu/lettau/data.html</p>

¹⁶ <http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french>
<http://research.stlouisfed.org>
<http://www.bea.gov/national/nipaweb/index.asp>

Αποδόσεις μετοχικών χαρτοφυλακίων για το χρονικό διάστημα 1951 – 2010

Στον Πίνακα 26 που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι μέσες μηνιαίες αποδόσεις των 25 μετοχικών χαρτοφυλακίων των Fama και French:

Πίνακας 26

	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	1.891068	3.474573	3.551752	4.136581	4.507735
2	2.398547	3.283803	3.865427	3.901453	4.244402
3	2.700427	3.388889	3.499573	3.799145	4.172179
4	2.885085	2.935812	3.427607	3.601752	3.64735
Big	2.590342	2.756923	2.862137	2.843034	3.099487

Σε επίπεδο μεγέθους, μεγαλύτερες μέσες αποδόσεις εμφανίζουν οι μικρές εταιρίες ενώ σε επίπεδο book to market, μεγαλύτερες μέσες αποδόσεις εμφανίζουν αυτές με υψηλό book to market.

$$m = a + b_1 cay_t + b_2 \Delta \ln c_{t+1} + b_3 cay_t \Delta \ln c_{t+1}$$

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τα beta των μετοχικών χαρτοφυλακίων Fama- French ως προς την κατανάλωση.

Πίνακας 27

Consumption betas. 25 Fama - French portfolios, 1951-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	0.812849	1.374375	0.922878	1.170812	1.713701
2	0.924628	0.930926	1.004108	1.175142	1.707027
3	0.898468	0.779578	1.029953	1.158684	1.104979
4	0.790507	1.073788	1.151586	1.408488	1.829982
Big	0.848323	0.796947	0.967207	1.372645	1.692019

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τα beta των μετοχικών χαρτοφυλακίων Fama- French ως προς τον παράγοντα κινδύνου $\Delta \ln c_{t+1} \text{cay}_t$

Πίνακας 28

Cons.- cay betas. 25 Fama - French portfolios, 1951-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	10.55867	17.06245	34.7537	28.23452	46.78364
2	-5.74927	10.29152	-4.10149	39.85827	11.20871
3	-22.3667	7.969087	10.7631	11.68363	-20.625
4	-16.8289	-8.44545	13.94508	9.296566	24.18003
Big	2.940504	-11.4554	1.866027	12.70101	-7.36955

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τα beta των μετοχικών χαρτοφυλακίων Fama- French ως προς τον παράγοντα cay

Πίνακας 29

Cay betas. 25 Fama - French portfolios, 1951-2010					
	Book-to-market equity quantiles				
Size	Low	2	3	4	High
Small	-100.974	-46.5098	-43.8969	-29.4504	-60.4569
2	-48.4313	-43.1773	-30.2754	-20.8728	-40.9216
3	-34.549	-34.7328	-33.3897	-25.8644	-20.4411
4	-26.5279	-8.44315	-19.9125	-30.4036	-30.2125
Big	1.11147	-1.83796	14.77654	-4.97967	-6.40553

Στατιστικά παλινδρόμησης	
R τετράγωνο	0,386576
Προσαρμοσμένο R τετράγωνο	0,298944
Τυπικό σφάλμα	0,534369
Μέγεθος δείγματος	234

	Συντελεστές	Τυπικό σφάλμα	p-value
α	1,235800	0,313596	0,0007
beta (consumption)	0,796951	0,322678	0,0222
beta (cay)	0.003099	0.007923	0.6997
beta (cons.- cay)	0.012578	0.007588	0.1123

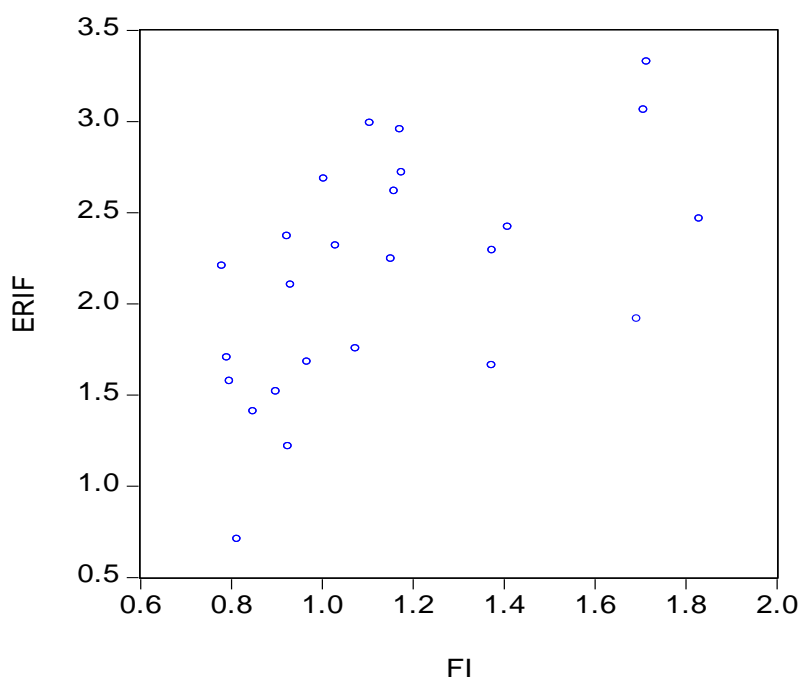
Ερμηνεία αποτελεσμάτων (πίνακα30) διαστρωματικής παλινδρόμησης

Το μοντέλο ερμηνεύει τη μεταβλητότητα των μέσων αποδόσεων σε ποσοστό 38,7%. Στατιστικά σημαντικός είναι ο παράγοντας κινδύνου της μεταβολής της κατανάλωσης ($p\text{-value} = 0.0222 < 0.05$). Οι άλλοι δύο παράγοντες κινδύνου δεν είναι στατιστικά σημαντικοί ($p\text{-value} > 0.05$).

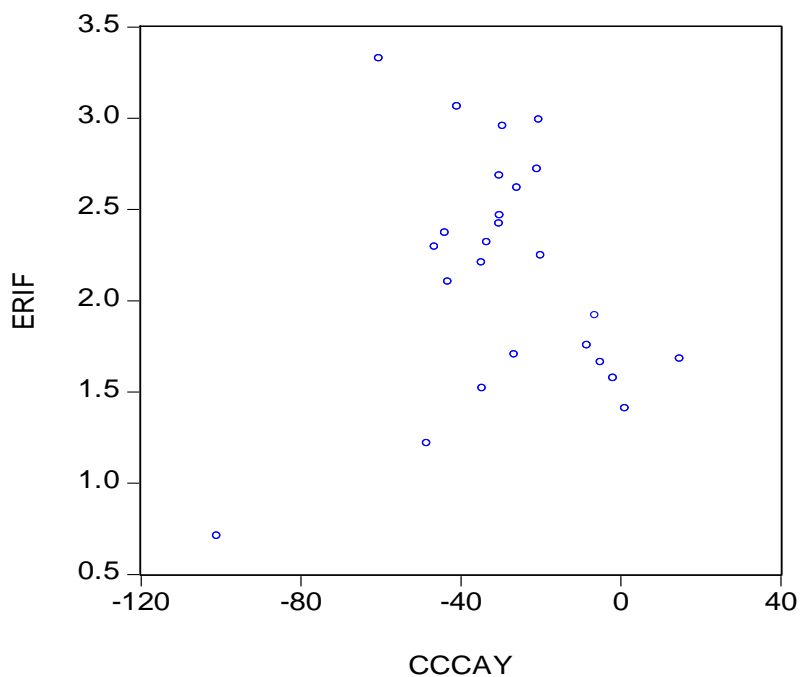
Ανάλυση γραφημάτων

Στα γραφήματα που ακολουθούν φαίνεται ότι το μοντέλο δεν εξηγεί διαστρωματικά τις μέσες αποδόσεις. Τα σημεία αν και δείχνουν να κινούνται γύρω από μία γραμμή με θετική κλίση, είναι ευρέως διεσπαρμένα στο χώρο. Δεν υπάρχει καθαρή θετική συσχέτιση μεταξύ των μέσων αποδόσεων και των βήτα.

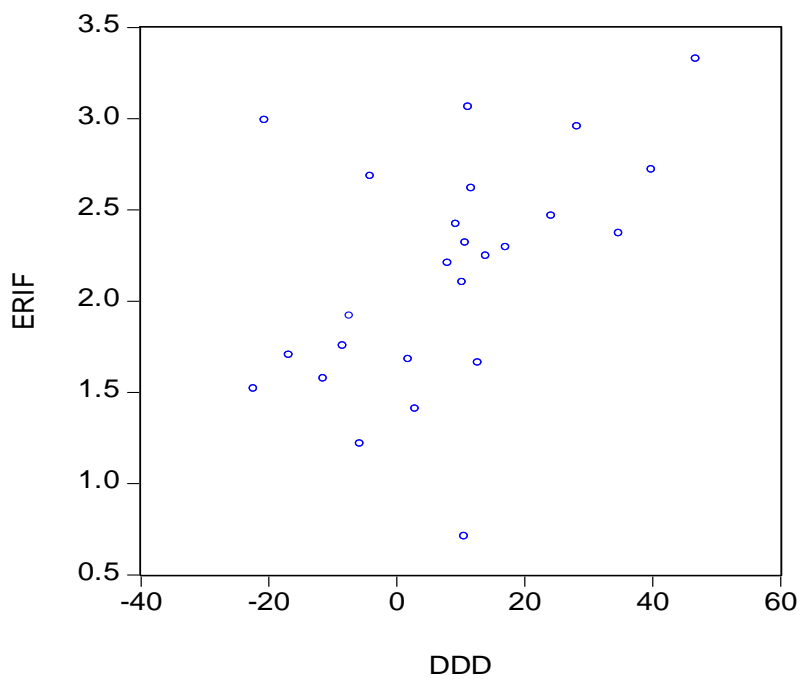
Scatter Plot: Mean returns vs. Consumption betas, 1951-2010



Scatter Plot: Mean returns vs. Cay betas, 1951-2010



Scatter Plot: Mean returns vs. Consumption-Cay betas, 1951-2010



3.5 Εμπειρικός έλεγχος του CCAPM με τη γενικευμένη μέθοδο των ροπών (GMM)

Σε αυτό το σημείο θα ελέγξουμε το βασικό μοντέλο κατανάλωσης (με εκθετική χρησιμότητα) με τη γενικευμένη μέθοδο των ροπών.

Δεδομένα για την εμπειρική ανάλυση του μοντέλου CCAPM ¹⁷	
Αποδόσεις	Τριμηνιαίες αποδόσεις των 25 μετοχικών χαρτοφυλακίων των Fama-French. Οι εταιρίες διακρίνονται στα 25 χαρτοφυλάκια με βάση το μέγεθός τους (size) και το λόγο λογιστικής-αγοραίας αξίας (book to market)
Επιτόκιο μηδενικού κινδύνου	Τριμηνιαία απόδοση ενός Treasury bill, δεδομένα από το site του Kenneth French
Παράγοντας κινδύνου	Δc_{t+1} Τα δεδομένα για τον υπολογισμό του παράγοντα κινδύνου αντλήθηκαν από τους παρακάτω προορισμούς: <u>Κατανάλωση</u> : Bureau of Economic Analysis, σειρά: Personal Consumption Expenditures by major type of product – nondurable goods (quarterly) <u>Δείκτης αποπληθωρισμού</u> : Economic research-Federal Bank of St. Lewis, σειρά: Personal Consumption Expenditures: Chain-Type price index (quarterly) <u>Πληθυσμός</u> : U.S. Department of Labor: Bureau of Labor Statistics, σειρά: Civilian Noninstitutional Population

¹⁷ <http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french>
<http://research.stlouisfed.org>
<http://www.bea.gov/national/nipaweb/index.asp>

Εδώ, η διαφορά στον υπολογισμό των απαραίτητων σειρών για την πραγματοποίηση του ελέγχου, έγκειται στη μορφή της κατανάλωσης. Σε αυτό το σημείο, εξετάζουμε τη μεταβολή της κατανάλωσης (ως παράγοντα κινδύνου) και όχι τη λογαριθμική μεταβολή της. Με τη μέθοδο GMM δεν είναι αναγκαία η μετατροπή του μοντέλου σε linear μορφή.

Πίνακας 31. Αποτελέσματα ελέγχου του CCAPM με τη μέθοδο GMM

System: CBM				
Estimation Method: Generalized Method of Moments				
Date: ...Time: ...				
Sample: 1948Q2 2010Q4				
Included observations: 251				
Total system (balanced) observations 6275				
Identity matrix estimation weights - 2SLS coefs with GMM standard errors				
Kernel: Bartlett, Bandwidth: Fixed (4), No prewhitening				
Convergence achieved after 9 iterations				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.153954	0.062919	2.446851	0.0144
C(2)	68.15954	39.10431	1.743018	0.0814
Determinant residual covariance		7.48E-07		
J-statistic		6.029725		

Οι τιμές που λαμβάνουμε από τον έλεγχο για τους συντελεστές β και γ είναι αντίστοιχα 0,153954 και 68,15954. Η τιμή του συντελεστή β δηλώνει ότι για μία μεταβολή στην κατανάλωση κατά έστω 1% θα υπάρξει μεταβολή στη μέση απόδοση ίση με 0,15.

Ο συντελεστής αποστροφής κινδύνου ισούται με 68,15. Οι επενδυτές δείχνουν να αποστρέφονται σε πολύ μεγάλο βαθμό τον κίνδυνο (πάζλ ασφαλίστρου κινδύνου).

Χρησιμοποιώντας την τιμή του j-statistic (6.029725) μπορούμε να πάρουμε ένα στατιστικό τεστ ώστε να ελέγξουμε την πιστότητα του μοντέλου μας. Τεχνικά, το στατιστικό τεστ προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό της τιμής του j-statistic και των παρατηρήσεων του μοντέλου μας. Προτείνει ότι κάτω από τη μηδενική υπόθεση ότι οι περιορισμοί του μοντέλου ικανοποιούνται, το γινόμενο των παρατηρήσεων και της ελάχιστης τιμής της υποκειμένης συνάρτησης του μοντέλου (στατιστικό j) ακολουθεί

την κατανομή χ^2 με 23 βαθμούς ελευθερίας (αριθμός περιορισμών – αριθμός παραμέτρων προς υπολογισμό). Υπολογίσαμε ότι η αξία p-value του μοντέλου είναι αμελητέα.¹⁸

¹⁸ Εντολές υπολογισμού του στατιστικού τεστ στο e views:
scalar j=cbm.@regobs*cbm.@jstat
scalar j_p=1-@cchisq(j,23)

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Από τους εμπειρικούς ελέγχους των μοντέλων αποτίμησης που πραγματοποιήσαμε, προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

1. Η πρόσθεση επιπλέον παραγόντων κινδύνου ‘διορθώνει’ την προβλεπτική ικανότητα των μοντέλων.

Συγκεκριμένα, για την περίοδο 1927-2010, παρατηρούμε ότι η μεταβλητότητα των μέσων αποδόσεων της επένδυσης (25 χαρτοφυλάκια Fama-French) εξηγείται καλύτερα από το μοντέλο των τεσσάρων παραγόντων του Carhart, ακολουθεί σε επεξηγηματική ικανότητα το μοντέλο των Fama-French και τελευταίο είναι το κλασικό CAPM.

ΜΟΝΤΕΛΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ	ΠΟΣΟΣΤΟ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ ΜΕΣΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ ΠΟΥ ΕΡΜΗΝΕΥΕΙ ΚΑΘΕ ΜΟΝΤΕΛΟ
CAPM	19,9%
FAMA-FRENCH	41,5%
CARHART	66,5%

2. Στους ελέγχους που πραγματοποιήσαμε, τα λάθη αποτίμησης (pricing errors) είτε είναι μεγαλύτερα κατά πολύ από μηδέν είτε είναι στατιστικά σημαντικά ($p\text{-value} < 0.05$). Ενισχύεται η άποψη περί μη επαρκούς εξήγησης των μέσων αποδόσεων από τα μοντέλα που ελέγξαμε. Άλλωστε η θεωρία της αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων αποτελεί ενεργό πεδίο μελέτης διότι δεν έχει ακόμη βρεθεί εκείνο το μοντέλο που να εξηγεί τέλεια τις μέσες αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων.

3. Τα μοντέλα CCAPM και Lettau-Ludvigson εξηγούν τις μέσες αποδόσεις σε ποσοστό περίπου 25% και 36% αντίστοιχα, ποσοστά χαμηλότερα σε σχέση με αυτά των μοντέλων των Fama-French και του Carhart.

Επίλογος

Τα όρια της εργασίας είναι πολύ μικρά για να καλύψουν ένα τόσο μεγάλο πεδίο μελέτης. Η συγγραφή της είχε ως απώτερο σκοπό την παρουσίαση υποδειγμάτων που αποτελούν σταθμούς στην ανάπτυξη της θεωρίας αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων καθώς και νεότερων υποδειγμάτων που όμως συνδέονται με τις κλασσικές θεωρίες αποτίμησης μέσω κάποιων βασικών υποθέσεων.

Η μελέτη των υποδειγμάτων αποτίμησης που καλύπτει η παρούσα εργασία αναδεικνύει με τον καλύτερο τρόπο ότι ακόμη και πίσω από φαινομενικά χαοτικές έννοιες υπάρχει μία και μόνο απλή ιδέα.

Η σημασία της μελέτης ενός τέτοιου θέματος έχει πραγματικές και πρακτικές διαστάσεις δεδομένου ότι η αποτίμηση των περιουσιακών στοιχείων και η κατανόηση των υποθέσεων που τη διέπουν, αποτελεί το προπύργιο της επιλογής επενδυτικών κινήσεων.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Χρήσιμες έννοιες/σχέσεις

1. Λήμμα του Stein

Έστω ότι η τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο μ και διακύμανση σ^2 και ότι για τη συνάρτηση g υπάρχουν οι εκτιμήσεις :

$E(g(X)(X - \mu)) = 0$ και $E(g'(X))$. Τότε, ισχύει : $E(g(X)(X - \mu)) = \sigma^2 E(g'(X))$ και $Cov(g(X), Y) = E(g'(X))Cov(X, Y)$.

2. Όταν η X ακολουθεί τη λογαριθμοκανονική κατανομή

Όταν μία μεταβλητή, έστω X , ακολουθεί τη λογαριθμική κατανομή τότε ισχύει:

$$\log E_r(X_{t+1}) = E_r(x_{t+1}) + \frac{1}{2} Var_r(x_{t+1}) \text{ με } x_{t+1} = \log X_{t+1}$$

3. Στοχαστική διαδικασία

Μια **στοχαστική διαδικασία (stochastic process)** $\{X_t(\omega), t \in T\}$ είναι μια οικογένεια τυχαίων μεταβλητών ορισμένων σε κοινό χώρο πιθανοτήτων (Ω, \mathcal{F}, P) με παράμετρο την πραγματική μεταβλητή t (χρόνος). Έτσι σε κάθε εξαγόμενο ω του τυχαίου πειράματος ορίζουμε μια συνάρτηση $X_t(\omega)$.

4. Όρος του Jensen

$$\frac{1}{2} \text{var}(r^i) : \text{όρος του Jensen}$$

Αποτελεί τη διόρθωση της αναμενόμενης λογαριθμικής απόδοσης του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου (τύπος υπολογισμού των ασφαλιστρών κινδύνου).

Βιβλιογραφία

Βιβλία

- *Cochrane John H, 2005, “Asset Pricing” Revised Edition*
- *Hopkins John, and Greg Duffee, 2011, “Asset Pricing-Epstein and Zin recursive utility” Department of Economics, Johns Hopkins University(Notes-PhD)*
- *Myers Stewart C., Richard A. Brealey, “Principles of Corporate Finance” 6th edition*

Δημοσιεύσεις

- *Abel Andrew B., 1990, “Asset Prices under Habit Formation and Catching Up with the Joneses,” American Economic Review 80, p.38–42*
- *Bansal Ravi, and Yaron Amir, 2004, “Risks for the Long Run: A Potential Resolution of Asset Pricing Puzzles”, Journal of Finance Vol. 59, p.1481-1509*
- *Campbell John Y., 2000, “Asset Pricing at the Millennium”, Journal of Finance Vol. 55 , p.1515-1567*
- *Campbell John Y., 1996, “ Understanding Risk and Return”, Journal of Political Economy Vol. 104, p. 298-345*
- *Campbell John Y., and John H. Cochrane, 1999, “By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behaviour,” Journal of Political Economy Vol.107, p.205-251*
- *Carhart Mark M., 1997, “On Persistence in Mutual Fund Performance,” Journal of Finance Vol. 52, p.57-82*
- *Cochrane John H., 2011, “Discount Rates”, National Bureau of Economic Research, Working Paper 5807*
- *Constantinides George M. ,1990, “Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle, ” Journal of Political Economy Vol. 98, p. 519–543*
- *Debreu Gerard., and Kenneth J. Arrow, 1954, “Existence of an equilibrium for a competitive economy”, The Econometrica Society Vol.22, p.265*

- *Epstein Larry G., and Stanley E. Zin, 1989, “Substitution, Risk Aversion and the Temporal Behavior of Asset Returns”, Journal of Political Economy Vol. 99, p. 263–286*
- *Fama Eugene F., and Kenneth R. French, 1992, “The Cross-section of Expected Stock Returns”, Journal of Finance Vol.2*
- *Fama Eugene F., and Kenneth R. French, 1996, “The CAPM is Wanted, Dead or Alive”, Journal of Finance Vol.5,p.1947-1958*
- *Fama Eugene F., and Kenneth R. French, 1996, “Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies”, Journal of Finance Vol.51, p.51-84*
- *Fama Eugene F., and Kenneth R. French, 2006, “Profitability, Investment and Average Returns”, Journal of Financial Economics Vol.82, 491-518*
- *Jagannathan Ravi, and Zhenyu Wang, 1996, “The Conditional CAPM and the Cross-section of Expected Returns”, Journal of Finance Vol.51, p.3-53*
- *Lettau Martin, and Sydney Ludvigson,1999, “A Cross-sectional Test of Linear Factor Models with Time-Varying Risk Premia”, Research Department, Federal Reserve Bank of New York*
- *Lettau Martin, and Sydney Ludvigson, 2001b, “Consumption, Aggregate Wealth and Expected Stock Returns,” Journal of Finance Vol. 56, p.815-849*
- *Ludvigson C. Sydney, 2011, “Advances in Consumption-Based Asset Pricing Empirical Tests”, National Bureau of Economic Research, Working Paper 16810*
- *Markowitz Harry, 1952, “Portfolio Selection”, Journal of Finance Vol. 7, p.77–99.*
- *Merton Robert C., 1973, “An Intertemporal Capital Asset Pricing Model”, Econometrica Vol.41, p. 867-887*
- *Parker Jonathan A., Christian Julliard,2003, “Consumption Risk and Cross-Sectional Returns”,National Bureau of Economic Research, Working Paper 9538*
- *Ricciardi V. and Simon H., 2000, “What is Behavioral Finance?”, Business Education & Technology Journal Vol.2, p.26-34*
- *Sharpe William, 1964, “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk”, Journal of Finance Vol. 19, p.425–442.*

Διαδικτυακοί τόποι

Εύρεση δεδομένων

<http://map.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french>

<http://faculty.chicagobooth.edu/john.cochrane>

<http://www.bls.gov>

<http://www.bea.gov/national/nipaweb/index.asp>

<http://faculty.haas.berkeley.edu/lettau/pubs.html>

<http://research.stlouisfed.org>

<http://faculty.haas.berkeley.edu/lettau/pubs.html>

Εύρεση οικονομικών εννοιών

<http://www.euretirio.com>