

# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



## ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

### ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

## Μέτρηση και Διαχείριση Κινδύνου των Συνταξιοδοτικών Σχημάτων

Σταύρος Αξιώτης

Τριμελής επιτροπή:  
Σ. Βρόντος  
Ε. Χατζηκωνσταντινίδης  
Μ. Νεκτάριος

Αθήνα,  
Οκτώβριος 2011



Αφιερώνεται στους γονείς μου,  
Ιωάννη & Αργυρώ.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΠΑΚ



## Acknowledgements

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Σπύρο Βρόντο, για την υπομονή και επιμονή του, για την ερευνητική και επιστημονική καθοδήγησή του, για την ειλικρινή και ανιδιοτελή υποστήριξή του και για την αμέριστη συμπαράστασή του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της Διπλωματικής Εργασίας.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω και τα έτερα μέλη της τριμελούς εξεταστικής επιτροπής, κ. Ευστάθιο Χατζηκωνσταντινίδη και τον κ. Μιλτιάδη Νεκτάριο, οι οποίοι ευγενικά δέχθηκαν να αξιολογήσουν τη διπλωματική μου εργασία.

Θέλω να δώσω επίσης, ένα μεγάλο ευχαριστώ στους φίλους μου και συμφοιτητές μου Άρη Σεμσείρη και Κωνσταντίνο Φλουρή, οι οποίοι με βοήθησαν πάρα πολύ στην μελέτη και συγγραφή της εργασίας μου και πολύ περισσότερο κατά τη διάρκεια των σπουδών μου. Όπως και τις φίλες μου Αγγελική και Δήμητρα Λάζου οι οποίες με βοήθησαν αρκετά στη συγγραφή της εργασίας και με τις γνώσεις τους στα αγγλικά έκαναν πιο εύκολο το έργο μου στο να κατανοήσω και να μεταφράσω τα απαραίτητα και κατάλληλα κείμενα αγγλικού περιεχομένου.

Τέλος, ένα πολύ μεγάλο ευχαριστώ ανήκει στην οικογένειά μου, στους γονείς μου, τόσο για την ηθική όσο και για την οικονομική τους στήριξη κατά τη διάρκεια των σπουδών μου.

## Περίληψη

Σκοπός αυτής της διατριβής είναι η μελέτη των μεθόδων, που έχουν προταθεί στη διεθνή βιβλιογραφία, για τη μέτρηση και τη διαχείριση των κινδύνων των Συνταξιοδοτικών Σχημάτων και ιδιαίτερα του επενδυτικού κινδύνου. Εξετάζεται επίσης το κανονιστικό και ρυθμιστικό πλαίσιο όσον αφορά τις επενδύσεις των συνταξιοδοτικών σχημάτων. Για κάποια από αυτά και χρησιμοποιώντας πραγματικά δεδομένα εξετάζεται η επενδυτική στρατηγική και υπολογίζονται τα κυριότερα μέτρα κινδύνου. Πιο συγκεκριμένα τα μέτρα κινδύνου που εξετάζονται, είναι η δυνητική ζημιά ή η αξία σε κίνδυνο ( $VaR$ ), η υπό συνθήκη αξία σε κίνδυνο ( $CVaR$ ), η ημιδιασπορά και άλλα γνωστά μέτρα κινδύνου.

## Abstract

The purpose of this paper is the study of the methods, which they have been proposed in the international bibliography, for the measurement and the management of dangers of the Retirement Forms and especially the investment risk. It's examined also the lawful and regulating frame as long as it concerns the investments of the Retirement Forms. Also, using real data, is examined the investment strategic and are calculated the mainly risk measures. More concretely, the risk measures which are examined, are the excess loss or the Value at Risk (VaR), the Conditional Value at Risk (CVaR), the semivariance and other known risk measures.

# Πρόλογος

Σύμφωνα με την χρηματοοικονομική θεωρία ο κίνδυνος ορίζεται ως η διασπορά των απροσδόκητων αποτελεσμάτων εξαιτίας της μεταβολής χρηματοοικονομικών μεταβλητών. Έτσι τόσο οι αρνητικές αλλά και οι θετικές αποκλίσεις γύρω από την αναμενόμενη τιμή ή τον μέσο θεωρούνται πηγές κινδύνου. Υπάρχουν πολλά παραδείγματα επενδυτών που δε κατάφεραν να συνειδητοποιήσουν ότι πολύ υψηλές αποδόσεις έκρυβαν και μεγάλο κίνδυνο. Όπως είναι γνωστό, μια πιο επίπεδη (πλατύκυρτη) κατανομή αποδόσεων ενέχει και μεγαλύτερο κίνδυνο από μια κατανομή που οι τιμές είναι πιο μαζεμένες γύρω από το μέσο (λεπτόκυρτη).

Από τα τέλη της δεκαετίας του 1980, εξαιτίας πολλών μεγάλων χρηματοοικονομικών κρίσεων, πολλές από τις οποίες οφείλονταν στην έλλειψη πολιτικών διαχείρισης κινδύνου υπήρξε μεγάλο ενδιαφέρον από μεγάλες τράπεζες, ρυθμιστικές αρχές και την ακαδημαϊκή κοινότητα για τη δημιουργία ενός εξελιγμένου μοντέλου για τη πρόβλεψη του κινδύνου αγοράς (Market Risk). Το πιο διαδεδομένο μέτρο ποσοτικοποίησης και πρόβλεψης του κινδύνου σήμερα είναι η Αξία σε Κίνδυνο (Value at Risk - VaR), το οποίο μετράει τη χειρότερη δυνατή απώλεια ενός χαρτοφυλακίου χρηματοοικονομικών στοιχείων για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα και για ένα επίπεδο εμπιστοσύνης.

Η χρήση του Value at Risk ξεκίνησε τα τέλη της δεκαετίας του 1980 από μεγάλες χρηματοοικονομικές επιχειρήσεις για τη μέτρηση του κινδύνου των χαρτοφυλακίων τους. Τα μέτρα Value at Risk μπορούν να έχουν εφαρμογή τόσο στη διαχείριση κινδύνου, όσο και για εποπτικούς σκοπούς.

Να τονίσουμε ότι στην ερευνητική βιβλιογραφία έχει εμφανιστεί μεγάλος αριθμός μεθόδων μέτρησης του VaR. Στην παρούσα εργασία θα παρουσιάσουμε τις πιο διαδεδομένες μεθόδους και θα προχωρήσουμε σε εκτίμηση και αξιολόγηση του VaR με βάση διάφορα υποδείγματα δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας (GARCH) τα οποία παράγουν εκτιμήσεις της (δεσμευμένης) διακύμανσης από τις οποίες εξαρτάται άμεσα η εκτίμηση του μέτρου VaR.

Η δομή της παρούσας διπλωματικής εργασίας θα είναι η εξής:

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια αναφορά στη δομή του Ελληνικού Συστήματος Κοινωνικής Ασφάλισης καθώς και στη διαχείριση της περιουσίας των φορέων κοινωνικής ασφάλισης. Επίσης, συνοπτικά αναφέρεται και το θεσμικό πλαίσιο επενδύσεων και αξιοποίησης της περιουσίας των Φ.Κ.Α.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρέχουμε μια σύντομη περιγραφή της λειτουργίας Διαχείρισης Κινδύνου και των βασικών κατηγοριών κινδύνου που αντιμετωπίζει ένας χρηματοπιστωτικός οργανισμός. Επίσης εισάγουμε και σχολιάζουμε την έννοια της Αξίας



σε Κίνδυνο. Στη συνέχεια περιγράφουμε τις βασικές μεθόδους υπολογισμού της Αξίας σε Κίνδυνο, συγκεκριμένα τη μέθοδο *Delta*, Ιστορικής Προσομοίωσης και τη μέθοδο Monte Carlo. Ακόμη γίνεται μια αναφορά στις μεθόδους Stresstesting και Backtesting.

Στο τρίτο κεφάλαιο παραθέτουμε μια εκτεταμένη επισκόπηση της βιβλιογραφίας για τα υποδείγματα τύπου ARCH. Έτσι, αναλύουμε το γραμμικό ARCH και GARCH μοντέλο, μη γραμμικά μοντέλα όπως το EGARCH, τα μοντέλα ARCH-in-Mean και τα πολυμεταβλητά υποδείγματα ARCH, GARCH και F-GARCH. Επίσης γίνεται και αναφορά στα συνεπή μέτρα κινδύνου.

Στο τέταρτο κεφάλαιο εφαρμόζουμε στα χαρτοφυλάκια επενδύσεων σε μετοχές του Χ.Α.Α. των 10 μεγαλύτερων ασφαλιστικών ταμείων της Ελλάδος διάφορες μεθόδους για τον υπολογισμό του VaR βασισμένες σε υποδείγματα GARCH.

# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	<b>14</b>
1.1	Συνταξιοδοτικά Ταμεία . . . . .	14
1.1.1	Η έννοια της ασφάλισης . . . . .	14
1.1.2	Η έννοια του Κινδύνου . . . . .	15
1.1.3	Το Ελληνικό Σύστημα Κοινωνικής Ασφάλισης - Η διοικητική οργάνωση της Κοινωνικής Ασφάλισης στην Ελλάδα . . . . .	16
1.1.4	Οι φορείς ασφάλισης των μισθωτών . . . . .	18
1.1.5	Οι φορείς ασφάλισης των αγροτών . . . . .	19
1.1.6	Οι φορείς ασφάλισης των ελεύθερων επαγγελματιών . . . . .	20
1.1.7	Οι φορείς ασφάλισης των δημοσίων υπαλλήλων . . . . .	21
1.2	Διαχείριση της Περιουσίας των Φορέων Κοινωνικής Ασφάλισης . . . . .	22
1.2.1	Διεθνής εμπειρία . . . . .	22
1.2.2	Ελληνική πραγματικότητα . . . . .	25
1.2.3	Επενδυτική Πολιτική των Ασφαλιστικών Ταμείων . . . . .	26
1.2.4	Απόδοση Αποθεματικών, 1997-2009 . . . . .	29
1.3	Θεσμικό Πλαίσιο Επενδύσεων και Αξιοποίησης της Περιουσίας των Φορέων Κοινωνικής Ασφάλισης . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Διαχείριση Κινδύνου και Βασικά μέτρα Υπολογισμού του</b>	<b>38</b>
2.1	Διαχείριση Κινδύνου και Κατηγορίες Κινδύνου . . . . .	38
2.1.1	Η Εξέλιξη της Διαχείρισης Χρηματοοικονομικού Κινδύνου . . . . .	39
2.1.2	Μορφές Χρηματοοικονομικών Κινδύνων . . . . .	40
2.1.3	Περιπτώσεις Απώλειας Υψηλών Κεφαλαίων . . . . .	44
2.2	Αξία σε Κίνδυνο (VaR) . . . . .	46
2.2.1	Η Έννοια της <i>VaR</i> . . . . .	46
2.2.2	Ορισμός της Αξίας σε Κίνδυνο . . . . .	46
2.2.3	Οι Παράμετροι της <i>VaR</i> . . . . .	47
2.2.4	Η Αξία σε Κίνδυνο σαν μέτρο κινδύνου . . . . .	48
2.2.5	Χρονικός Ορίζοντας . . . . .	51

2.2.6	Αδυναμίες της VaR . . . . .	51
2.2.7	Προσεγγίσεις στη Μέτρηση της Αξίας σε Κίνδυνο . . . . .	52
2.2.8	Μέθοδοι Υπολογισμού της VaR . . . . .	53
2.2.9	Delta-Method . . . . .	54
2.2.10	Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης . . . . .	58
2.2.11	Προσομοίωση Monte Carlo . . . . .	60
2.2.12	Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα της VaR . . . . .	62
2.3	<i>Stress Testing</i> . . . . .	63
2.3.1	Ορισμός του <i>Stress Testing</i> . . . . .	63
2.3.2	Βήματα Κατασκευής του <i>Stress Test</i> . . . . .	64
2.3.3	Διασφάλιση Εγκυρότητας του <i>Stress Test</i> . . . . .	65
2.3.4	Δημιουργία Ακραίων Σεναρίων . . . . .	67
2.3.5	Προβλήματα του <i>Stress Testing</i> . . . . .	70
2.4	<i>Back Testing</i> . . . . .	71
2.4.1	Ορισμός του <i>BackTesting</i> . . . . .	71
2.4.2	Υλοποίηση του <i>Back Test</i> . . . . .	71
2.4.3	Ανάλυση Αποτελεσμάτων του <i>Back Test</i> . . . . .	72
2.4.4	Υπόδειγμα ρυθμού αποτυχίας . . . . .	73
2.4.5	Έλεγχος <i>Kupiec</i> . . . . .	74
2.4.6	Έλεγχος <i>Christoffersen</i> . . . . .	76
<b>3</b>	<b>Υποδείγματα Χρονολογικών Σειρών</b>	<b>79</b>
3.1	Βασικές Έννοιες . . . . .	79
3.1.1	Στοχαστική Διαδικασία και Χρονολογικές Σειρές . . . . .	79
3.1.2	Συνεχείς - Διακριτές Χρονολογικές Σειρές . . . . .	80
3.2	Απλά Μοντέλα Χρονολογικών Σειρών . . . . .	81
3.2.1	Λευκός Θόρυβος (White Noise) . . . . .	81
3.2.2	Τυχαίος Περίπατος . . . . .	81
3.3	Υποδείγματα Χρονολογικών Σειρών . . . . .	82
3.3.1	Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα AR(p) . . . . .	82
3.3.2	Υποδείγματα κινητού μέσου MA(q) . . . . .	85
3.3.3	Μεικτά αυτοπαλίνδρομα-κινητού μέσου Υποδείγματα ARMA(p,q) . . . . .	87
3.4	Υπόδειγμα ARCH . . . . .	89
3.4.1	Εισαγωγή . . . . .	89
3.4.2	Η Γενική μορφή του μοντέλου ARCH . . . . .	89
3.4.3	Το γραμμικό μοντέλο ARCH(q) . . . . .	90
3.5	Το γραμμικό GARCH(p,q) μοντέλο . . . . .	93
3.5.1	Ιδιότητες του μοντέλου GARCH(p,q) . . . . .	94

3.5.2	Παρατηρήσεις . . . . .	94
3.5.3	ARMA αναπαράσταση, ορισμός της απόστασης και ιδιότητες . . . . .	96
3.6	Ασύμμετρα Υποδείγματα <i>ARCH/GARCH</i> . . . . .	98
3.6.1	Ολοκληρωμένο Μοντέλο Πρόβλεψης GARCH (Integrated GARCH) . . . . .	98
3.6.2	Εκθετικό Μοντέλο Πρόβλεψης GARCH (Exponential GARCH) . . . . .	99
3.6.3	Μοντέλο Πρόβλεψης GJR-GARCH . . . . .	101
3.6.4	Μοντέλο Πρόβλεψης <i>APARCH</i> . . . . .	101
3.6.5	Μοντέλο Πρόβλεψης <i>FIGARCH</i> ( $p, d, q$ ) . . . . .	103
3.6.6	Μοντέλο Πρόβλεψης ARCH-in-Mean . . . . .	103
3.7	Υπό συνθήκη Αξία σε Κίνδυνο Conditional VaR (CVaR) . . . . .	104
3.7.1	Sunep'h M'etra Kind'unou . . . . .	105
3.8	Αξιολόγηση των μέτρων <i>VaR</i> και <i>CVaR</i> . . . . .	107
3.8.1	Πλεονεκτήματα . . . . .	107
3.8.2	Μειονεκτήματα . . . . .	107
<b>4</b>	<b>Εφαρμογή</b> . . . . .	<b>110</b>
4.1	Έλεγχος όλων των μοντέλων . . . . .	110
4.1.1	Ι.Κ.Α.-Ε.Τ.Α.Μ . . . . .	112
4.1.2	Τ.Σ.Μ.Ε.Δ.Ε . . . . .	117
4.1.3	Τ.Ε.Α.Δ.Υ . . . . .	121
4.1.4	Ο.Γ.Α . . . . .	126
4.1.5	Ταμείο Νομικών . . . . .	131
4.1.6	Τ.Ε.Α.Α.Π.Α.Ε . . . . .	136
4.1.7	Τ.Α.Π. Ο.Τ.Ε . . . . .	140
4.1.8	Τ.Σ.Π.Ε.Τ.Ε . . . . .	146
4.1.9	Τ.Υ.Δ.Κ.Υ . . . . .	150
4.1.10	Τ.Σ.Π.Ε.Α.Θ . . . . .	154
	<b>Βιβλιογραφία</b> . . . . .	<b>159</b>

# Κατάλογος Σχημάτων

1.1	Περιουσία δημόσιων ταμείων χωρών του Ο.Ο.Σ.Α . . . . .	23
1.2	Διαχείριση Περιουσίας Ταμείων . . . . .	25
1.3	Επενδυτική Διάρθρωση των Αποθεματικών των Ταμείων . . . . .	28
2.1	Η εξέλιξη των εργαλείων που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια του <i>FRM</i> .	39
2.2	Κατανομή αποτελεσμάτων . . . . .	49
2.3	Κατανομή αποτελεσμάτων . . . . .	50
2.4	Διάγραμμα ροής υλοποίησης του <i>Stress Test</i> . . . . .	64
2.5	Τυπική μορφή του πίνακα αποτελεσμάτων ενός <i>Stress Test</i> . . . . .	68
4.1	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>gjrGARCH – std</i> για το ταμείο ΙΚΑ-ETAM. . . . .	113
4.2	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>gjrGARCH – ged</i> για το ταμείο ΙΚΑ-ETAM. . . . .	114
4.3	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>iGARCH – nig</i> για το ταμείο ΤΣΜΕΔΕ.118	
4.4	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>gjrGARCH – nig</i> για το ταμείο ΤΕΑΔΥ.122	
4.5	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>iGARCH – std</i> για το ταμείο ΤΕΑΔΥ. 123	
4.6	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>eGARCH – ged</i> για το ταμείο ΟΓΑ. .	127
4.7	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>iGARCH – ged</i> για το ταμείο ΟΓΑ. .	128
4.8	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>gjrGARCH – ged</i> για το Ταμείο Νομικών.132	
4.9	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>gjrGARCH – std</i> για το Ταμείο Νομικών.133	
4.10	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>gjrGARCH – ged</i> για το ΤΕΑΑΠΑΕ. 137	
4.11	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>sGARCH – nig</i> για το ΤΑΠΟΤΕ. . .	141
4.12	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>iGARCH – nig</i> για το ΤΑΠΟΤΕ. . .	142
4.13	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>apARCH – nig</i> για το ΤΑΠΟΤΕ. . .	143
4.14	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>sGARCH – nig</i> για το ΤΣΠΕΤΕ. . .	147
4.15	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>gjrGARCH – std</i> για το ΤΥΔΚΥ. . .	151
4.16	Εκτιμώμενη <i>VaR</i> υπό το μοντέλο <i>sGARCH – std</i> για το ΤΣΠΕΑΘ. . .	155

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

### 1.1 Συνταξιοδοτικά Ταμεία

Μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζει η ανάπτυξη του ασφαλιστικού θεσμού στην Ελλάδα, τόσο στον ιδιωτικό όσο και στον δημόσιο τομέα. Είναι γεγονός ότι, οι πολύ μεγάλες χρηματοδοτικές δυσκολίες που αντιμετωπίζονται τα τελευταία χρόνια, μαζί με τις δυσχερείς οικονομικές και δημογραφικές εξελίξεις σηματοδεύουν τη πορεία και κατά συνέπεια ολόκληρο το σύστημα του ασφαλιστικού θεσμού στην Ελλάδα. Επίσης η πολυπλοκότητα και ο πολυτεμαχισμός του θεσμού αυτού εμπόδισαν, μέχρι και σήμερα, τη δημιουργία ενός πνεύματος κοινής ασφαλιστικής αντίληψης. Κατά συνέπεια, έχουμε υψηλό αριθμό ασφαλιστικών φορέων που είναι δύσκολο να εποπτεύονται από ένα ανώτερο κεντρικό όργανο, με επακόλουθο να μην υπάρχει συντονισμός και εναρμόνιση του συστήματος. Σ' αυτό το σημείο, είναι σημαντικό να αναφερθούμε σε δύο βασικές έννοιες, πάνω στις οποίες στηρίζεται ολόκληρο το ασφαλιστικό σύστημα, την έννοια της ασφάλισης και την έννοια του κινδύνου.

#### 1.1.1 Η έννοια της ασφάλισης

Από την Οικονομική σκοπιά<sup>1</sup> ασφάλιση είναι μια ανακατανομή από απώλειες και η αντικατάσταση μιας σίγουρης μικρής απώλειας, που ονομάζεται ασφαλιστρο, για μια αβέβαιη μεγάλη απώλεια. Έτσι, ασφάλιση είναι μια οικονομική ενδιάμεση διαδικασία στην οποία τα άτομα εκτίθενται σε ένα κίνδυνο όπου ο καθένας συνεισφέρει σε ένα κοινό ταμείο και έχει το δικαίωμα να εισπράξει από αυτό, αν το ασφαλισμένο απρόοπτο συμβεί.

Από την Νομική σκοπιά η ασφάλιση είναι μια σύμβαση μεταξύ δύο μερών, μια συμφωνία, μέσω του ασφαλιστηρίου συμβολαίου (insurance policy), με το οποίο η μια πλευρά, ο συμβαλλόμενος, ο κύριος του ασφαλιστηρίου, (policy owner) υποχρεούται στην καταβολή του ασφαλιστρού (*premium*) η δε άλλη, η ασφαλιστική εταιρεία ή ο ασφαλιστής (*insurer*)

<sup>1</sup>Πέτρος Φ. Χατζόπουλος, «Ασφαλίσεις Ζωής και Υγείας», Αθήνα 2007

ο αντισυμβαλλόμενος υποχρεούται στην καταβολή του ασφαλίσιματος, δηλαδή αναλαμβάνει την υποχρέωση να αποκαταστήσει την οικονομική απώλεια που θα προκύψει σε περίπτωση που συμβεί ο κίνδυνος.

### 1.1.2 Η έννοια του Κινδύνου

Στην θεωρία των κινδύνων, ως κίνδυνος<sup>2</sup> νοείται η οικονομική απώλεια που ενδέχεται να προκύψει από κάποιο φυσικό κίνδυνο (θάνατο, ασθένεια, ναυάγιο, πυρκαγιά, θεομηνία, κ.ο.κ.) είτε από ανθρώπινη πράξη (τροχαίο ατύχημα κ.ο.κ.), είτε στο πλαίσιο της άσκησης οικονομικής δραστηριότητας (επιχειρηματικά, επενδυτικά, συναλλαγματικά, κ.λ.π. ρίσκα). Όπου υπάρχει κίνδυνος υπάρχει και αβεβαιότητα ή έλλειψη γνώσης σχετικά με την επέλευση ενός ανεπιθύμητου ενδεχομένου, του οποίου τις συνέπειες και την έκταση δεν είναι πάντα σε θέση να προβλέψει ο άνθρωπος. Σε αντίθεση, όταν μιλάμε για βεβαιότητα τότε το φαινόμενο που μας ενδιαφέρει διέπεται από γνωστό αιτιοκρατικό (ντετερμινιστικό) νόμο.

Στην ασφαλιστική και την αναλογιστική επιστήμη, δεχόμαστε ότι, ο κίνδυνος βρίσκεται πέρα από την ανθρώπινη βούληση και γνώση και αποτελεί στοιχείο που δεν υπόκειται στον έλεγχο της δυνάμεως, της θελήσεως ή της σχέψης του ανθρώπου. Ο κίνδυνος είναι πρωταρχικό στοιχείο της ασφάλισης και χωρίς αυτόν δεν νοείται ασφάλιση. Έτσι, κάτω από συνθήκες κινδύνου το άτομο ασφαρίζεται σε βαθμό ανάλογα με το πώς αντιμετωπίζει και αισθάνεται τον κίνδυνο. Η πιθανότητα επελεύσεως και η ενδεχόμενη οικονομική έκταση του κινδύνου αποτελούν τη βάση για την τιμολόγηση και την τακτική της αντασφάλισης.

Για τους περισσότερους η ασφάλιση είναι η βασική τεχνική αντιμετώπισης κινδύνου. Με τον όρο ασφάλιση, όπως και προαναφέραμε, εννοούμε τη συγκέντρωση τυχαίων και απρόβλεπτων κινδύνων με τη μεταφορά τους σε ασφαλιστές, που συμφωνούν, έναντι ασφαλίστρου, να αποζημιώσουν τους ασφαλισμένους για τις τυχαίες ζημιές ή να παρέχουν χρηματικές παροχές ή υπηρεσίες, που συνδέονται με τον κίνδυνο. Τα βασικά χαρακτηριστικά της ασφάλισης είναι η συγκέντρωση κινδύνων (κοινοπραξία μεγάλου αριθμού ομοιογενών κινδύνων), η μεταφορά κινδύνου και μείωση αβεβαιότητας και η αποζημίωση.

---

<sup>2</sup>Κ.Ι. Κουτσόπουλος, Αναλογιστικά Μαθηματικά, Μέρος Ι, Θεωρία των Κινδύνων, Α΄ Έκδοση Αθήνα, 1999.

### 1.1.3 Το Ελληνικό Σύστημα Κοινωνικής Ασφάλισης - Η διοικητική οργάνωση της Κοινωνικής Ασφάλισης στην Ελλάδα

Η ανάπτυξη του συστήματος κοινωνικής ασφάλισης στην Ελλάδα<sup>3</sup> πραγματοποιήθηκε κατά ένα τρόπο αποσπασματικό, μέσω της σύστασης αυτοτελών φορέων ασφάλισης που κάλυπταν συγκεκριμένες ομάδες του πληθυσμού με βάση επαγγελματικά κριτήρια και χαρακτηριστικά. Δεν υιοθετήθηκε ένα ενιαίο ασφαλιστικό καθεστώς για όλους τους εργαζόμενους αλλά πληθώρα συστημάτων κύριας, επικουρικής και συμπληρωματικής ασφάλισης.

Ο σχεδιασμός των δημόσιων πολιτικών ασφάλισης γίνεται από τους φορείς της κεντρικής διοίκησης και συγκεκριμένα από το Υπουργείο Εργασίας και Κοινωνικών Ασφαλίσεων, το Υπουργείο Υγείας και Πρόνοιας, το Υπουργείο Εθνικής Αμύνης, το Υπουργείο Εμπορικής Ναυτιλίας και το Υπουργείο Ναυτιλίας. Το Υπουργείο Εργασίας και Κοινωνικών Ασφαλίσεων ασκεί αυτοτελείς αρμοδιότητες στο πεδίο της κοινωνικής ασφάλισης, ενώ τα άλλα Υπουργεία ασκούν συμπληρωματικές αρμοδιότητες σε σχέση με τον κύριο άξονα των δραστηριοτήτων τους.

Μέχρι το 1995, οι αυτοτελείς αρμοδιότητες ασκούνται από έναν ενιαίο φορέα, το Υπουργείο Υγείας, Πρόνοιας και Κοινωνικών Ασφαλίσεων. Το 1995 όμως αποφασίστηκε ο διαχωρισμός του τομέα της κοινωνικής ασφάλισης από τους τομείς της υγείας και πρόνοιας ώστε να εξυπηρετηθεί η ορθολογική διασύνδεση μεταξύ ασφάλισης και απασχόλησης. Έτσι ο τομέας της ασφάλισης μεταφέρθηκε στις αρμοδιότητες του Υπουργείου Εργασίας, το οποίο μετονομάστηκε σε Υπουργείο Εργασίας και Κοινωνικών Ασφαλίσεων.

Το βασικό χαρακτηριστικό της οργανωτικής δομής του συστήματος είναι ο πολυκερατισμός του από το μεγάλο αριθμό των δημόσιων φορέων ασφάλισης. Η ύπαρξη 170 φορέων το 2002 που εποπτεύονται από πέντε τουλάχιστον διαφορετικά Υπουργεία δημιουργεί αυξημένες υποχρεώσεις σε θέματα διοίκησης και εξυπηρέτησης ασφαλισμένων.

Η ίδρυση και λειτουργία ενός μεγάλου αριθμού ασφαλιστικών φορέων δικαιολογείται κυρίως από τον προσανατολισμό του συστήματος στην κάλυψη διαφορετικών επαγγελματικών κατηγοριών, όπως παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα<sup>4</sup>:

---

<sup>3</sup>Ηλεκτρονική διεύθυνση: [www.ggka.gr](http://www.ggka.gr)

<sup>4</sup>Ηλεκτρονική διεύθυνση: [www.ggka.gr](http://www.ggka.gr)



Αριθμός Φορέων Ασφάλισης	Επαγγελματικές κατηγορίες
22	Εργαζόμενοι ιδιωτικού τομέα
10	Προσωπικό τραπεζών
12	Προσωπικό δημόσιων επιχειρήσεων
17	Ελεύθεροι επαγγελματίες
6	Προσωπικό τύπου
1	Αγρότες
17	Δημόσιοι υπάλληλοι

Όσον αφορά τη διάρθρωση του συστήματος, το ελληνικό μοντέλο διαρθρώνεται σε τρεις κύριους πυλώνες : ο πρώτος πυλώνας επικεντρώνεται στα υποσυστήματα της κύριας και της επικουρικής ασφάλισης, ο δεύτερος πυλώνας περιλαμβάνει τα υποσυστήματα της συμπληρωματικής ασφάλισης και των επαγγελματικών ταμείων, ενώ ο τρίτος πυλώνας αφορά τα προγράμματα ιδιωτικής ασφάλισης.

Ο πρώτος πυλώνας<sup>5</sup> καλύπτει το σύνολο των εργαζομένων στην ελληνική περιφέρεια, περιλαμβάνοντας εκ του νόμου συστήματα κύριας και επικουρικής κάλυψης. Προβλέπεται η κάλυψη ακόμα και εκείνων που απασχολούνται με τις νέες ή ευέλικτες μορφές εργασίας (μερική απασχόληση, κατ' οίκον απασχόληση κ.α.). Η κύρια κάλυψη εξασφαλίζεται μέσω νομικών προσώπων δημοσίου δικαίου, τα οποία σύμφωνα με την ισχύουσα νομοθεσία αποτελούν τους αποκλειστικούς φορείς κύριας ασφάλισης στην Ελλάδα. Η επικουρική κάλυψη όμως δεν είναι ενιαία, καθώς ιδρύονται και λειτουργούν εκ του νόμου συστήματα υποχρεωτικής επικουρικής ασφάλισης μόνο για τους μισθωτούς και όχι για άλλες κατηγορίες πληθυσμού.

Ο δεύτερος πυλώνας στο ελληνικό σύστημα κοινωνικής ασφάλισης παρουσιάζει ιδιαιτερότητες που δεν εντοπίζονται σε αντίστοιχη έκταση στο επίπεδο της ευρωπαϊκής περιφέρειας. Το κύριο χαρακτηριστικό ήταν η αδυναμία σύστασης επαγγελματικών ταμείων από τους κοινωνικούς εταίρους μέσω συλλογικών συμβάσεων εργασίας : η δυνατότητα σύστασης επαγγελματικών ταμείων κατοχυρώθηκε το 2002 με τις ρυθμίσεις του Ν. 3029/2002, που προβλέπουν τη δημιουργία ταμείων επαγγελματικής ασφάλισης που θα λειτουργούν ως νομικά πρόσωπα ιδιωτικού δικαίου αποβλέποντας στην παροχή στους ασφαλισμένους και δικαιούχους των παροχών, επαγγελματικής προστασίας πέραν της παρεχόμενης από την υποχρεωτική κοινωνική ασφάλιση για τους ασφαλιστικούς κινδύνους και ενδεικτικά τους κινδύνους γήρατος, θανάτου, αναπηρίας, επαγγελματικού ατυχήματος, ασθένειας και διακοπής της εργασίας. Η απουσία γνήσιων επαγγελματικών ταμείων αναπληρώνεται από την ίδρυση καθεστώτων συμπληρωματικής ασφάλισης, που λειτουργούν με τη μορφή αλληλοβοηθητικών ταμείων και ταμείων προνοίας.

Ο τρίτος πυλώνας, λιγότερο ανεπτυγμένος σε σχέση με άλλες ευρωπαϊκές χώρες, αφορά τα προγράμματα της ιδιωτικής ασφαλιστικής κάλυψης για τους εργαζόμενους και τα μέλη

<sup>5</sup> Ηλεκτρονική διεύθυνση: [www.ggka.gr](http://www.ggka.gr)

των οικογενειών τους (μέσω ομαδικών ασφαλιστικών συμβολαίων που συνάπτονται μεταξύ επιχειρήσεων και ιδιωτικών ασφαλιστικών εταιρειών), καθώς και τα προγράμματα ατομικής κάλυψης.

#### 1.1.4 Οι φορείς ασφάλισης των μισθωτών

Η ασφαλιστική κάλυψη των μισθωτών<sup>6</sup> εργαζομένων του ιδιωτικού τομέα επιτυγχάνεται μέσω φορέων κύριας και επικουρικής ασφάλισης, ταμείων αλληλοβοήθειας για τον κίνδυνο της ασθένειας και φορέων που χορηγούν εφάπαξ παροχές. Το 2002 λειτουργούσαν περισσότεροι από 50 αντίστοιχοι φορείς.

Ο γενικός φορέας κύριας ασφάλισης των μισθωτών είναι το Ίδρυμα Κοινωνικών Ασφαλίσεων (Ι.Κ.Α), το οποίο ιδρύθηκε το 1934 και άρχισε να λειτουργεί ουσιαστικά τη δεκαετία του 1950. Το 1983 επεκτάθηκε η ασφαλιστική κάλυψη των εργαζομένων του ιδιωτικού τομέα από το Ι.Κ.Α στο σύνολο του πληθυσμού.

Το Ι.Κ.Α ασφαλίζει τα πρόσωπα που έχουν ως κύριο επάγγελμα τη παροχή έμμεσης εξαρτημένης εργασίας, καθώς και ειδικές κατηγορίες προσώπων (ορκωτοί λογιστές, εφημεριδοπώλες, συγγραφείς, μαθητευόμενοι). Οι κίνδυνοι που καλύπτονται περιλαμβάνουν τη μητρότητα, τα οικογενειακά βάρη, την ασθένεια, το γήρας, την αναπηρία, το θάνατο, το εργατικό ατύχημα και την επαγγελματική ασθένεια, καθώς και την ανεργία.

Οι ασφαλισμένοι του Ι.Κ.Α εξυπηρετούνται για τον κίνδυνο της ανεργίας από τον Οργανισμό Απασχόλησης Εργατικού Δυναμικού (Ο.Α.Ε.Δ), αυτοτελή φορέα που ιδρύθηκε το 1954 και υπάγεται στην εποπτεία του Υπουργείου Εργασίας και Κοινωνικών Ασφαλίσεων.

Η επικουρική κάλυψη των εργαζομένων του ιδιωτικού τομέα εξασφαλίζεται από ένα πλήθος φορέων δημοσίου και ιδιωτικού δικαίου, που χορηγούν πρόσθετες συνταξιοδοτικές παροχές με τη μορφή μηνιαίας σύνταξης ή εφάπαξ βοηθήματος. Ο γενικός φορέας επικουρικής συνταξιοδοτικής κάλυψης των μισθωτών είναι το Ι.Κ.Α και συγκεκριμένα ο κλάδος του με την ονομασία «Ίδρυμα Κοινωνικών Ασφαλίσεων - Τομέας Επικουρικής Ασφάλισης Μισθωτών (Ι.Κ.Α - Τ.Ε.Α.Μ)». Το Ι.Κ.Α - Τ.Ε.Α.Μ ιδρύθηκε το 1979 και εντάχθηκε στο Ι.Κ.Α το 1983.

Ιδιαίτερα σημαντικές μεταβολές στο ασφαλιστικό καθεστώς των μισθωτών υιοθετήθηκαν το 2002 με την ψήφιση του Ν. 3029/2002. Οι μεταβολές αυτές προωθούν ουσιαστικά τον οργανωτικό εκσυγχρονισμό ενός ιδιαίτερα σύνθετου και πολύπλοκου καθεστώτος, εξασφαλίζοντας τόσο την απλοποίηση των διαδικασιών υπαγωγής στην ασφάλιση όσο και τη βελτίωση της μεταχείρισης των ασφαλισμένων:

- Το Ίδρυμα Κοινωνικών Ασφαλίσεων μετονομάζεται σε Ίδρυμα Κοινωνικών Ασ-

<sup>6</sup> Ηλεκτρονική διεύθυνση: [www.ggka.gr](http://www.ggka.gr)

φαλίσεων - Ενιαίο Ταμείο Ασφάλισης Μισθωτών (Ι.Κ.Α. - Ε.Τ.Α.Μ). Οι κλάδοι σύνταξης συγκεκριμένων ειδικών ταμείων κύριας ασφάλισης (ΤΑΠ - ΟΤΕ, Τ-ΣΠΗΣΑΠ, ΤΣΠ - ΕΤΕ, ΤΣΠ - ΑΤΕ, ΤΣΠ - ΤΕ, ΤΑΠ-ΙΑΤ, ΤΑΠ - ΕΤΒΑ, ΤΣΕΑΠΓΣΟ και ΤΑΠΑΕ - Εθνική) έως 1.1.2008 εντάσσονται στον κλάδο σύνταξης του Ι.Κ.Α. - Ε.Τ.Α.Μ.

- Ιδρύεται νέος γενικός φορέας επικουρικής κάλυψης των μισθωτών, που λειτουργεί με τη μορφή νομικού προσώπου δημοσίου δικαίου και την επωνυμία Ενιαίο Ταμείο Επικουρικής Ασφάλισης Μισθωτών (Ε.Τ.Ε.Α.Μ.). Το Ε.Τ.Ε.Α.Μ τελεί υπό την εποπτεία του Υπουργείου Εργασίας και Κοινωνικών Ασφαλίσεων, διέπεται από το σύνολο των διατάξεων του καταργούμενου Ι.Κ.Α. - Τ.Ε.Α.Μ και έχει έδρα την Αθήνα. Η έναρξη λειτουργίας του ορίζεται την 1η Ιουνίου 2003, οπότε και καταργείται το Ι.Κ.Α. - Τ.Ε.Α.Μ.
- Μετατρέπονται σε νομικά πρόσωπα ιδιωτικού δικαίου υφιστάμενα ταμεία ασφάλισης, τα οποία λειτουργούν ως νομικά πρόσωπα δημοσίου δικαίου ή κλάδοι τους που χορηγούν παροχές οι οποίες δεν εμπίπτουν στο πλαίσιο της δημόσιας (κύριας και επικουρικής) ασφάλισης και για τις οποίες καταβάλλονται εισφορές μόνο από τους εργαζόμενους.
- Ιδρύονται νομικά πρόσωπα ιδιωτικού δικαίου, μη κερδοσκοπικού χαρακτήρα, τα οποία λειτουργούν υπό την εποπτεία του Υπουργείου Εργασίας και Κοινωνικών Ασφαλίσεων ως «Ταμεία επαγγελματικής ασφάλισης». Τα ταμεία επαγγελματικής ασφάλισης έχουν ως σκοπό την παροχή στους ασφαλισμένους και δικαιούχους των παροχών, επαγγελματικής ασφαλιστικής προστασίας πέραν της παρεχόμενης από την υποχρεωτική κοινωνική ασφάλιση για τους ασφαλιστικούς κινδύνους και ενδεικτικά τους κινδύνους γήρατος, θανάτου, αναπηρίας, επαγγελματικού ατυχήματος, ασθένειας, διακοπής της εργασίας. Χορηγούν παροχές σε είδος ή σε χρήμα που καταβάλλονται περιοδικώς ή εφάπαξ.

### 1.1.5 Οι φορείς ασφάλισης των αγροτών

Η ασφαλιστική προστασία των αγροτών<sup>7</sup> αποτελεί έναν από τους κύριους άξονες του ελληνικού συστήματος κοινωνικής ασφάλισης λόγω της ιδιαίτερης ανάπτυξης του πρωτογενούς τομέα στη χώρα μας και της αυξημένης συμβολής των αγροτών στην οικονομία της Ελλάδας. Οι αγρότες καλύπτονται από έναν αυτοτελή ασφαλιστικό φορέα, τον Οργανισμό Γεωργικών Ασφαλίσεων (Ο.Γ.Α), που λειτουργεί με τη μορφή νομικού προσώπου δημοσίου δικαίου.

Ο Ο.Γ.Α ιδρύθηκε το 1961 με το Ν.4169/61, επιδιώκοντας τη κάλυψη συγκεκριμένων ασφαλιστικών κινδύνων για τα άτομα που απασχολούνται προσωπικά και κατά κύριο επάγγελμα με την αγροτική οικονομία. Ο Οργανισμός καλύπτει επίσης ειδικές κατηγορίες

<sup>7</sup> Ηλεκτρονική διεύθυνση: [www.ggka.gr](http://www.ggka.gr)

αγροτών καθώς και πρόσωπα που εξομοιώνονται με αγρότες ως προς την ασφαλιστική τους προστασία. Τα κύρια χαρακτηριστικά του νέου ασφαλιστικού καθεστώτος των αγροτών είναι:

- Η χρηματοδότηση των συνταξιοδοτικών παροχών από τις εισφορές των ασφαλισμένων,
- η τυποποίηση της κρατικής χρηματοδότησης προς τον Ο.Γ.Α,
- η καθιέρωση του θεσμού της διαδοχικής ασφάλισης και για τους αγρότες,
- η καθιέρωση ενός συστήματος αυτόματης αύξησης των συντάξεων, το οποίο αντιστοιχεί στο ποσοστό αναπροσαρμογής των συντάξεων των δημοσίων υπαλλήλων,
- η επέκταση των παροχών ασθένειας σε είδος για τους ασφαλισμένους, τους συνταξιούχους του Ο.Γ.Α και τα μέλη της οικογένειάς τους,
- η χρηματοδότηση των παροχών ασθένειας από τις εισφορές των ασφαλισμένων,
- η θεσμοθέτηση της χορήγησης συντάξεως λόγω θανάτου υπό τις ίδιες προϋποθέσεις τόσο στον χήρο όσο και στην χήρα, και
- η εισαγωγή κατώτατων ορίων για τις συντάξεις λόγω αναπηρίας και λόγω ατυχήματος εκτός εργασίας.

### 1.1.6 Οι φορείς ασφάλισης των ελεύθερων επαγγελματιών

Οι ελεύθεροι επαγγελματίες<sup>8</sup> καλύπτονται από αυτοτελείς φορείς κοινωνικής ασφάλισης που λειτουργούν με τη μορφή νομικών προσώπων δημοσίου δικαίου.

Ο κύριος φορέας ασφάλισης των ελεύθερων επαγγελματιών είναι ο Οργανισμός Ασφάλισης Ελεύθερων Επαγγελματιών (Ο.Α.Ε.Ε) που συστήθηκε το 1999, καλύπτοντας υποχρεωτικά τα πρόσωπα που ασχούν το επάγγελμα του εμπόρου, του επαγγελματοβιοτέχνη, του αυτοκινητιστή και του ξενοδόχου.

Ο Ο.Α.Ε.Ε λειτουργεί ως νομικό πρόσωπο δημοσίου δικαίου και σ' αυτόν έχουν συγχωνευτεί τρία νομικά πρόσωπα που κάλυπταν πριν από την ίδρυσή του συγκεκριμένες κατηγορίες ελεύθερων επαγγελματιών: το Ταμείο Ασφάλισης Εμπόρων (Τ.Α.Ε), το Ταμείο Επαγγελματιών και Βιοτεχνών Ελλάδος (Τ.Ε.Β.Ε) και το Ταμείο Συντάξεων Αυτοκινητιστών (Τ.Σ.Α). Ο Ο.Α.Ε.Ε εξασφαλίζει την ασφαλιστική κάλυψη των ελεύθερων επαγγελματιών σε περίπτωση γήρατος, αναπηρίας, θανάτου, ατυχήματος, ασθένειας και μητρότητας. Επίσης εξασφαλίζει την κάλυψη των μελών των οικογενειών των ασφαλισμένων του σε περίπτωση ασθένειας ή θανάτου τους.

<sup>8</sup>Ηλεκτρονική διεύθυνση: [www.ggka.gr](http://www.ggka.gr)

Οι αντιπροσωπευτικότεροι φορείς κύριας ασφάλισης των ανεξάρτητων επαγγελματιών είναι το Ταμείο Νομικών, το Ταμείο Σύνταξης και Αυτασφάλισης Υγειονομικών (Τ.Σ.Α.Υ) και το Ταμείο Μηχανικών και Εργοληπτών Δημόσιων Έργων (Τ.Σ.Μ.Ε.Δ.Ε). Το Ταμείο Νομικών καλύπτει τους δικηγόρους, τους συμβολαιογράφους, τους δικαστικούς επιμελητές και ορισμένες κατηγορίες δικαστών. Το Τ.Σ.Α.Υ καλύπτει όσους ασκούν τα επαγγέλματα του ιατρού, οδοντίατρου, κτηνίατρου, και φαρμακοποιού. Το Τ.Σ.Μ.Ε.Δ.Ε καλύπτει τους διπλωματούχους πολιτικούς μηχανικούς, μηχανολόγους, ηλεκτρολόγους και εκείνους που ασκούν το επάγγελμα του εργολάβου δημοσίων έργων.

### 1.1.7 Οι φορείς ασφάλισης των δημοσίων υπαλλήλων

Η ασφάλιση των δημοσίων υπαλλήλων<sup>9</sup> καλύπτεται από φορείς κύριας και επικουρικής ασφάλισης που εποπτεύονται από το Υπουργείο Εργασίας και Κοινωνικών Ασφαλίσεων, Το Υπουργείο Εθνικής Αμύνης και το Υπουργείο Οικονομικών. Φορέας κύριας ασφάλισης είναι το Δημόσιο, που καλύπτει τους ασφαλισμένους δημοσίου υπαλλήλους μέσω του κρατικού προϋπολογισμού. Οι φορείς επικουρικής και συμπληρωματικής ασφάλισης διαφοροποιούνται ανάλογα με τις κατηγορίες των ασφαλισμένων. Οι φορείς αυτοί χορηγούν επικουρικές συντάξεις και εφάπαξ βοηθήματα στα άτομα που εμπίπτουν στο πεδίο εφαρμογής τους.

Μέχρι το 1999 λειτουργούσαν δώδεκα Ταμεία Αρωγής Δημοσίων Υπαλλήλων (στα οποία ασφαλιζόνταν για επικουρική σύνταξη οι δημόσιοι υπάλληλοι των διαφόρων υπουργείων), το Ταμείο Ασφάλισης Δημοτικών και Κοινοτικών Υπαλλήλων (στο οποίο ασφαλιζόνταν οι υπάλληλοι των Οργανισμών Τοπικής Αυτοδιοίκησης), το Ταμείο Ασφάλισης Προσωπικού Οργανισμών Κοινωνικής Ασφάλισης (στην ασφάλιση του οποίου υπάγονται οι υπάλληλοι των ασφαλιστικών οργανισμών και του Υπουργείου Εργασίας και Κοινωνικών Ασφαλίσεων), το Ταμείο Προνοίας Δημοσίων Υπαλλήλων (στην ασφάλιση του οποίου υπάγονται υποχρεωτικά όλοι οι δημόσιοι πολιτικοί υπάλληλοι που συνταξιοδοτούνται από το δημόσιο) και το Μετοχικό Ταμείο Πολιτικών Υπαλλήλων, που καλύπτει όλους τους τακτικούς δημοσίου υπάλληλους.

Από το 1999, και ισχύει μέχρι και σήμερα, αποφασίστηκε η ενοποίηση των δώδεκα Ταμείων Αρωγής προκειμένου να εξασφαλιστεί μεγαλύτερη διοικητική και οικονομική ευελιξία και αποτελεσματικότητα στο σύστημα επικουρικής ασφάλισης των δημοσίων υπαλλήλων. Έτσι συστάθηκε από 1.4.1999 ένας νέος φορέας με την επωνυμία Ταμείο Επικουρικής Ασφάλισης Δημοσίων Υπαλλήλων (Τ.Ε.Α.Δ.Υ) που εποπτεύεται από το Υπουργείο Εργασίας και Κοινωνικών Ασφαλίσεων. Το Τ.Ε.Α.Δ.Υ λειτουργεί με τη μορφή νομικού προσώπου δημοσίου δικαίου και σκοπός του είναι η παροχή επικουρικής σύνταξης στους ασφαλισμένους και στα μέλη των οικογενειών τους.

<sup>9</sup> Ηλεκτρονική διεύθυνση: [www.ggka.gr](http://www.ggka.gr)

## 1.2 Διαχείριση της Περιουσίας των Φορέων Κοινωνικής Ασφάλισης

Οι προβλεπόμενες υψηλές χρηματοδοτικές ανάγκες του Ελληνικού συστήματος κοινωνικής ασφάλισης<sup>10</sup> στο μέλλον καθιστούν επιτακτική την αποτελεσματική διαχείριση της περιουσίας των φορέων κοινωνικής ασφάλισης στη χώρα μας. Σε σημαντικό βαθμό η αποτελεσματική διαχείριση των αποθεματικών αυτών των φορέων αποτελεί προϋπόθεση για την βιωσιμότητα, την επάρκεια και την αξιοπιστία του εθνικού συστήματος κοινωνικής ασφάλισης.

Αυτό γίνεται περισσότερο ξεκάθαρο αν αναλογιστούμε ότι οι ασφυκτικοί περιορισμοί στο πλαίσιο διαχείρισης των αποθεματικών των φορέων κοινωνικής ασφάλισης από τις αρχές του 1950 μέχρι τα μέσα δεκαετίας του 1990, είχαν σαν αποτέλεσμα την υστέρηση των αποδόσεων των ταμείων σε σχέση με τον πληθωρισμό (αν και, πιθανότατα, συνέβαλαν στην ταχύτερη ανάπτυξη της χώρας, με συνέπεια αύξηση των μισθών και των εισφορών των ασφαλισμένων). Την ίδια περίοδο σειρά ρυθμίσεων οδήγησαν σε σημαντική αύξηση των μελλοντικών υποχρεώσεων του συστήματος κοινωνικής ασφάλισης. Χωρίς αμφιβολία ένα μέρος της σημερινής κρίσης του ασφαλιστικού συστήματος οφείλεται στις πενιχρές αποδόσεις των αποθεματικών κατά την περίοδο 1950 - 1994 σε σχέση με την αύξηση των υποχρεώσεων των ταμείων. Επιπρόσθετα, το πρόσφατο επεισόδιο των «δομημένων ομολόγων», έθεσε και πάλι επί τάπητος το ζήτημα της ορθής διαχείρισης των αποθεματικών των φορέων κοινωνικής ασφάλισης.

### 1.2.1 Διεθνής εμπειρία

Τα ταμεία αποθεματικών κοινωνικής ασφάλισης (social security reserve funds)<sup>11</sup> αποτελούν μέρος του δημόσιου συστήματος κοινωνικής ασφάλισης στα πλαίσια του διανεμητικού συστήματος συντάξεων (pay-as-you-go system). Σκοπός των αποθεματικών είναι η χρηματοδότηση των μελλοντικών υποχρεώσεων του δημοσίου συστήματος συντάξεων όταν οι εισφορές δε θα επαρκούν για τη πληρωμή των μελλοντικών συντάξεων. Εκτός αυτών, και τα ταμεία αποθεματικών εθνικής σύνταξης (sovereign pension reserve funds) που ιδρύονται απευθείας από την κεντρική κυβέρνηση με στόχο την κάλυψη μελλοντικών ελλειμμάτων του δημόσιου συστήματος κοινωνικής ασφάλισης, ανήκουν σ' αυτή τη κατηγορία.

Τα στοιχεία του Ο.Ο.Σ.Α (Οργανισμός Οικονομικής Συνεργασίας και Ανάπτυξης)<sup>12</sup> δείχνουν ότι τα χαρτοφυλάκια που διαχειρίζονται τα δημόσια ταμεία (ταμεία αποθεματικών κοινωνικής ασφάλισης και εθνικής σύνταξης) ξεπερνούν τα 4 τρισεκατομμύρια ευρώ.

<sup>10</sup>Ηλεκτρονική διεύθυνση: [www.edekt.gr](http://www.edekt.gr)

<sup>11</sup>Ηλεκτρονική διεύθυνση: [www.edekt.gr](http://www.edekt.gr)

<sup>12</sup>Ηλεκτρονική διεύθυνση: [www.edekt.gr](http://www.edekt.gr)

Βεβαίως, το ποσό αυτό μεταβάλλεται ανάλογα με τις συνθήκες που επικρατούν στις χρηματαγορές. Στις περισσότερες χώρες υπάρχει ένα ταμείο δημόσιων συντάξεων και ένας φορέας διαχείρισης των αποθεματικών του. Στα ταμεία αποθεματικών κοινωνικής ασφάλισης συνήθως ο φορέας διακυβέρνησης είναι ενταγμένος στο φορέα διαχείρισης. Στη περίπτωση αυτή τα αποθεματικά είναι υπό τον άμεσο έλεγχο του κράτους ή του φορέα κοινωνικής ασφάλισης. Σε ορισμένες χώρες η διαχείριση των αποθεματικών του συστήματος κοινωνικής ασφάλισης γίνεται από ανεξάρτητα δημόσια εταιρία διαχείρισης επενδύσεων (π.χ. Καναδάς, Ιρλανδία, Νέα Ζηλανδία), ενώ στη Σουηδία το δημόσιο σύστημα συντάξεων έχει δημιουργήσει πέντε ανεξάρτητες δημόσιες εταιρίες διαχείρισης των αποθεματικών του, με σκοπό να προωθήσει το μεταξύ τους ανταγωνισμό, αλλά και τη διαφοροποίηση της σχέσης κινδύνου/αποδόσεων που μπορούν να επιλέξουν οι ασφαλισμένοι<sup>13</sup>.

### Η Περιουσία των δημόσιων ταμείων σε επιλεγμένες χώρες του ΟΟΣΑ, 2008

Χώρα	Όνομα Ταμείου ή Οργανισμού	Ίδρυση	Περιουσία	
			€ δις	% του ΑΕΠ
<b>Ταμεία Αποθεματικών Κοινωνικής Ασφάλισης (social security reserve funds)</b>				
Ελλάδα	Φ.Κ.Α. (ΓΓΚΑ)	--	29,6	12,3
Καναδάς	Canadian Pension Plan	1997	73,5	6,8
Ιαπωνία	Government Pension Investment Fund	2006	835,4	23,6
Κορέα	National Pension Fund	1988	155,6	23,2
Μεξικό	IMSS Reserve	1943	7,3	0,9
Ισπανία	Fondo de Reserva de la Seguridad Social	1997	60,3	5,2
ΗΠΑ	Social Security Trust Fund	1940	1742,4	17,0
<b>Ταμεία Αποθεματικών Εθνικής Σύνταξης (sovereign pension reserve funds)</b>				
Αυστραλία	Future Fund	2006	35,9	4,8
Γαλλία	Fond de Reserve des Retraites	1999	29,1	1,4
Ιρλανδία	National Pensions Reserve Fund	2000	17	8,7
Νέα Ζηλανδία	New-Zealand Superannuation Fund	2001	6,1	6,6
Νορβηγία	Government Pension Fund - Norway	2006	11,4	3,5
Πολωνία	Demographic Reserve Fund	2002	1,3	0,3
Πορτογαλία	Social Security Financial Stabilisation Fund	1989	8,8	5,0
Σουηδία	National Pension Funds (AP1-AP4 and AP6)	2000	81	23,5
<b>Σύνολο χωρών του ΟΟΣΑ</b>			<b>3092,7</b>	

Source: OECD and various national sources.

Σχήμα 1.1: Περιουσία δημόσιων ταμείων χωρών του Ο.Ο.Σ.Α

Παλαιότερα, τα δημόσια συνταξιοδοτικά ταμεία επένδυαν πιο συντηρητικά. Όμως, τις τελευταίες δεκαετίες υπήρξαν σημαντικές αλλαγές στην διακυβέρνηση και την επενδυτική τους στρατηγική. Οι αλλαγές αυτές είχαν σαν αποτέλεσμα τη σταδιακή μεταβίβαση της

<sup>13</sup> Ηλεκτρονική διεύθυνση: [www.edekt.gr](http://www.edekt.gr)

διαχείρισης των αποθεματικών σε επαγγελματίες διαχειριστές με στόχο την επίτευξη υψηλότερων αποδόσεων (εντός πλαισίων για τον έλεγχο του επενδυτικού κινδύνου) και τη χαλάρωση του κρατικού εναγκαλισμού και, συνακόλουθα, την εγκατάλειψη της τακτικής της χρηματοδότησης των κρατικών ελλειμμάτων από τα πλεονάσματα των φορέων κοινωνικής ασφάλισης. Σαν αποτέλεσμα, παρατηρείται τάση μείωσης του ποσοστού των κεφαλαίων που επενδύονται σε ομόλογα και αύξηση επενδύσεων στις διεθνείς κεφαλαιαγορές και στις εναλλακτικές μορφές επενδύσεων (με αποτέλεσμα τη διασπορά του επενδυτικού κινδύνου).



## 1.2.2 Ελληνική πραγματικότητα

Με το Νόμο 3655/2008, οι φορείς κοινωνικής ασφάλισης<sup>14</sup> στη χώρα μας περιορίστηκαν από 133 σε 21 (5 φορείς κύριας σύνταξης, 8 φορείς επικουρικής σύνταξης, 5 φορείς πρόνοιας και 3 φορείς υγείας/αλληλοβοήθειας). Οι φορείς αυτοί διαχειρίζονται οι ίδιοι τη περιουσία τους, η οποία στα τέλη του Σεπτεμβρίου 2009 αντιστοιχούσε σε λίγο πάνω από το 12% του ΑΕΠ της χώρας. Το ποσοστό αυτό είναι υψηλότερο από ότι στις περισσότερες χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης με διανεμητικά συνταξιοδοτικά συστήματα. Η συνολική περιουσία των φορέων κοινωνικής ασφάλισης στα τέλη του Σεπτεμβρίου του 2009 ήταν περίπου 31 δις ευρώ. Από το ποσό αυτό, 53% ήταν επενδυμένο σε καταθέσεις (κυρίως στη Τράπεζα της Ελλάδος), 30% σε ομόλογα του Ελληνικού Δημοσίου (συμπεριλαμβανομένων και των δομημένων), 8% σε μετοχές του Χρηματιστηρίου Αθηνών, 4% σε αμοιβαία και 5% σε ακίνητα (αποτιμημένα με αντικειμενικές τιμές).

### Διαχείριση στην Ελλάδα και σε έξι δημόσια ταμεία του εξωτερικού, 2008

Ταμείο	Κατανομή Περιουσίας				Επενδύσεις στο εξωτερικό	Εξωτερική διαχείριση
	Μετοχές	Ομόλογα	Εναλλακτικές	Μετρητά		
<b>Ελλάδα</b>	<b>8%</b>	<b>33%</b>	<b>5%</b>	<b>54%</b>	<b>0%</b>	<b>10%</b>
NPRF - Ιρλανδία	60%	22%	8%	10%	100%	100%
Government Pension Fund - Νορβηγία	50%	50%	-	-	100%	13%
AP1 - Σουηδία	52%	39%	6%	3%	57%	40%
AP2 - Σουηδία	58%	33%	9%	-	57%	22%
NZ Superannuation Fund - Νέα Ζηλανδία	68%	16%	16%	-	76%	100%
Fonds de Reserve - Γαλλία	49%	40%	1%	10%	100%	100%

Πηγή: I I ΚΑ και ετήσιοι απολογισμοί ταμείων

ΕΠΚΟΔΙ, 9 Μαρτίου 2010

Σχήμα 1.2: Διαχείριση Περιουσίας Ταμείων

Το κανονιστικό πλαίσιο διαχείρισης επενδύσεων των ασφαλιστικών ταμείων στην Ελλάδα

<sup>14</sup>Ηλεκτρονική διεύθυνση: [www.edekt.gr](http://www.edekt.gr)

είναι το πλέον περιοριστικό στην Ευρωπαϊκή Ένωση. Το βασικό του χαρακτηριστικό μέχρι πρόσφατα ήταν το σχετικά χαμηλό ποσοστό επένδυσης σε επενδυτικά προϊόντα υψηλού επενδυτικού κινδύνου (και, επομένως, υψηλών προσδοκώμενων αποδόσεων) και η απαγόρευση επενδύσεων σε τίτλους διαπραγματευόμενους εκτός Ελλάδας (η δυνατότητα επενδύσεων σε τίτλους των χωρών μελών της ευρωζώνης δόθηκε για πρώτη φορά από το Ν. 3586/2007). Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό με την απουσία επενδυτικής υποδομής στα ταμεία είχαν σαν αποτέλεσμα να μην αναλαμβάνονται σημαντικές κινήσεις επενδυτικής τακτικής από αυτά. Η κατανομή των επενδύσεων αντικατόπτριζε κατά κύριο λόγο τις κινήσεις των αγορών και όχι συστηματικές και στοχευόμενες επενδυτικές αποφάσεις.

Το κύριο χαρακτηριστικό της δομής των φορέων κοινωνικής ασφάλισης στην Ελλάδα, το οποίο αντανακλάται και στη διαχείριση των περιουσιακών τους στοιχείων είναι ο κατακερματισμός τους. Σε καμιά άλλη χώρα του Ο.Ο.Σ.Α δεν παρατηρείται τόσο μεγάλος αριθμός (21) φορέων διαχείρισης της περιουσίας των ασφαλιστικών ταμείων. Σαν αποτέλεσμα δεν γίνεται εκμετάλλευση των δυναμικών οικονομικών κλίμακας σε όρους εξειδικευμένου προσωπικού, μηχανοργάνωσης, λογισμικού διαχείρισης επενδύσεων χαρτοφυλακίου, κλπ. Επιπλέον, πολλά από τα προβλήματα διακυβέρνησης των ταμείων οφείλονται σε αδυναμίες που έχουν την βάση τους στο τρόπο διοίκησης τους.

### 1.2.3 Επενδυτική Πολιτική των Ασφαλιστικών Ταμείων

Σύμφωνα με το νέο θεσμικό πλαίσιο η επενδυτική πολιτική των ασφαλιστικών ταμείων<sup>15</sup> θα γίνεται ελεύθερα και με ευθύνη των διοικήσεών τους. Βάση των κεφαλαίων εκ του λογαριασμού διαθέσιμων τους, τα ασφαλιστικά ταμεία θα μπορούν να το τοποθετούν σε τίτλους του Ελληνικού Δημοσίου, σταθερού ή κυμαινόμενου επιτοκίου, πλην των δομημένων (*structured*) ομολόγων, και σε τίτλους του Ελληνικού Δημοσίου με τη μορφή της αγοράς με σύμφωνο επαναπώλησης (πράξεις *REPOS*).

Πιο συγκεκριμένα, προβλέπεται ότι οι επενδυτικές αποφάσεις για την αξιοποίηση της κινητής και ακίνητης περιουσίας των Ταμείων λαμβάνονται ξεχωριστά και αποκλειστικά για κάθε κλάδο, κάθε Ταμείου.

Οι φορείς καταθέτουν τα διαθέσιμα τους στην Τράπεζα Ελλάδος και η ταμιακή διαχείριση μπορεί να αντιτίθεται σε πιστωτικά ιδρύματα, με σύμβαση που καθορίζει τους όρους, μετά από πρόσκληση εκδήλωση ενδιαφέροντος.

#### Κινητές Αξίες

Με περιορισμούς, τα Ταμεία μπορούν να επενδύουν τα διαθέσιμά τους, σε ακίνητα για στέγαση ή εκμετάλλευση και στις ακόλουθες κινητές αξίες:

<sup>15</sup>Νικόλαος Θ. Μυλωνάς, Η Σημασία και η Εποπτεία των Αποθεματικών των Ταμείων στις Αγορές Χρήματος και Κεφαλαίου, 2010

- μετοχές και άλλα χρεόγραφα εταιρειών εισηγμένων στο Χρηματιστήριο Αθηνών,
- μετοχές εταιρειών που διατίθενται σε δημόσια εγγραφή για να εισαχθούν στο Χ.Α,
- μετοχές και άλλα χρεόγραφα εταιρειών των κρατών μελών της Ευρωζώνης, εισηγμένων σε χρηματιστήρια κράτους μέλους της Ευρωζώνης και διαπραγματεύσιμων σε ευρώ, των οποίων το μετοχικό κεφάλαιο έχει ελάχιστο ύψος 500 εκατ. ευρώ,
- μερίδια αμοιβαίων κεφαλαίων, μερίδια αμοιβαίων κεφαλαίων των κρατών μελών της Ευρωζώνης και μερίδια αμοιβαίων κεφαλαίων ακίνητης περιουσίας,
- συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης και Δικαιώματα Προαίρεσης του Χρηματιστηρίου Αθηνών,
- κρατικά ομόλογα που εκδίδονται από κράτη μέλη της Ευρωζώνης, πλην των σύνθετων ομολόγων, και
- σε δικαιώματα από χρηματοδοτική μίσθωση.

Οι επενδύσεις σε μετοχές και χρεόγραφα επιτρέπονται μέχρι του 23% του ποσού των διαθέσιμων, ενώ προβλέπεται και ένα επιπλέον ποσοστό 3% που επιμερίζεται ως εξής: μέχρι μία ποσοστιαία μονάδα σε προθεσμιακές καταθέσεις σε πιστωτικά ιδρύματα της ημεδαπής, και μέχρι δύο επιπλέον ποσοστιαίες μονάδες σε σύνθετα ομόλογα του Ελληνικού Δημοσίου, όπως αυτά ορίζονται από την Τράπεζα της Ελλάδος.

### **Επενδύσεις σε Ακίνητα**

Τα Ταμεία έχουν τη δυνατότητα να συστήνουν από κοινού Εταιρείες Επένδυσης Ακίνητης Περιουσίας (Ε.Ε.Α.Π) στις οποίες θα συνεισφέρουν τα ακίνητά τους ή τα δικαιώματα επί ακινήτων που παράγουν εισόδημα, κινητές αξίες και μετρητά.

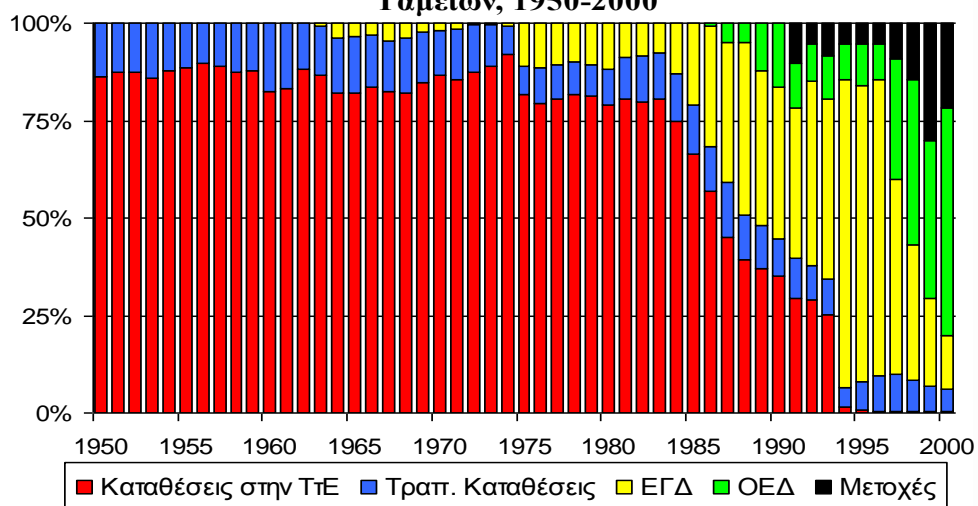
Τα διαθέσιμα της εταιρείας επενδύονται μόνο: σε ποσοστό τουλάχιστον 80% σε ακίνητη περιουσία και μέχρι ποσοστό 10% σε κινητές αξίες. Επίσης, μέχρι ποσοστού 10% επιτρέπεται επένδυση σε πρόσθετες κινητές αξίες για την εξυπηρέτηση λειτουργικών αναγκών της εταιρείας.

Η αξία κάθε ακινήτου δεν επιτρέπεται να υπερβαίνει, κατά το χρόνο της απόκτησης, το 15% της αξίας του συνόλου των επενδύσεών της.

Παρακάτω, παρατίθεται πίνακας<sup>16</sup> που απεικονίζει διαγραμματικά την επενδυτική διάρθρωση των αποθεματικών των Ταμείων, κατά τη περίοδο 1950 - 2000.

<sup>16</sup>Νικόλαος Θ. Μυλωνάς, «Η Σημασία και η Εποπτεία των Αποθεματικών των Ταμείων στις Αγορές Χρήματος και Κεφαλαίου», 2010

### Η Επενδυτική Διάρθρωση των Αποθεματικών των Ταμείων, 1950-2000



Σχήμα 1.3: Επενδυτική Διάρθρωση των Αποθεματικών των Ταμείων

#### 1.2.4 Απόδοση Αποθεματικών, 1997-2009

Η έλλειψη διαφάνειας και η δυσκολία εύρεσης στοιχείων σχετικά με την διαχείριση της περιουσίας των φορέων κοινωνικής ασφάλισης οδηγεί συχνά σε ανακριβή και ατεκμηρίωτα συμπεράσματα σε ότι αφορά την αποδοτικότητα των κεφαλαίων που έχει συσσωρεύσει το Ελληνικό σύστημα κοινωνικής ασφάλισης.

Τα αποθεματικά των ταμείων φορέων κοινωνικής ασφάλισης δημιουργήθηκαν όταν οι εισφορές του ασφαλιστικού συστήματος ήταν μεγαλύτερες από τις πληρωμές για συντάξεις. Κατά την φάση ωρίμανσης του συστήματος, όταν οι εισφορές δεν θα επαρκούν για την πληρωμή των συντάξεων, στόχος των αποθεματικών θα είναι η χρηματοδότηση των μελλοντικών ελλειμμάτων.

Με βάση το πλαίσιο διαχείρισης που έθεσε ο Ν. 1611/1950 και που ίσχυσε με μικρές τροποποιήσεις μέχρι και το 1994, τα αποθεματικά των ΦΚΑ κατατίθεντο υποχρεωτικά στην Τράπεζα της Ελλάδος με ειδικό επιτόκιο που όριζε η Νομισματική Επιτροπή. Το 1975 επετράπη η επένδυση μέρους των αποθεματικών σε έντοκα γραμμάτια του δημοσίου, ενώ το 1979 δόθηκε η δυνατότητα επένδυσης σε μετοχές (μέχρι 10% των αποθεματικών). Μερική φιλελευθεροποίηση του πλαισίου επενδύσεων των ταμείων έγινε με τους Ν. 1902/1990, Ν. 2076/1992, Ν. 2042/1992 και Ν. 2216/1994.

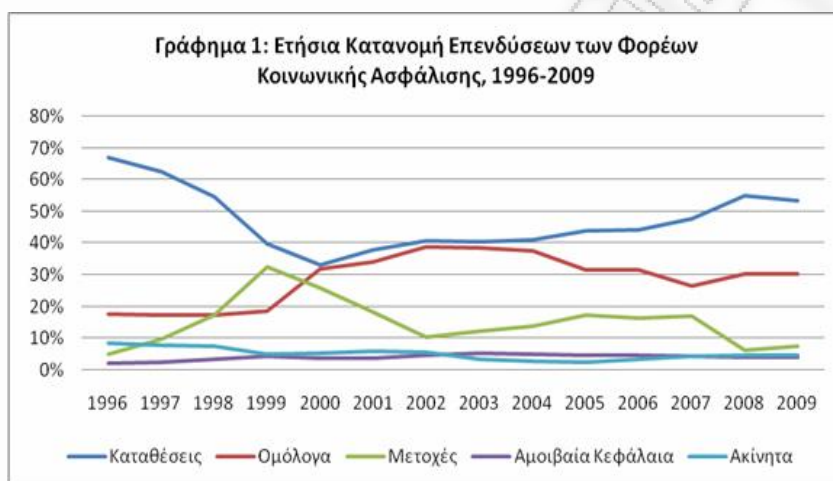
Πριν το 1973 η υποχρεωτική κατάθεση των αποθεματικών στην Τράπεζα της Ελλάδος με ειδικό επιτόκιο 4% είχε σαν αποτέλεσμα αποδόσεις σαφώς κατώτερες των τρεχόντων επιτοκίων καταθέσεων που κυμάνθηκαν μεταξύ 4%-8%. Μετά την πετρελαϊκή κρίση και την έκρηξη του πληθωρισμού, το ειδικό επιτόκιο καταθέσεων στην Τράπεζα της Ελλάδος αυξήθηκε πάντα όμως λιγότερο σε σχέση με τα τρέχοντα επιτόκια καταθέσεων αλλά και με τον πληθωρισμό. Σε πραγματικές τιμές, η μείωση της περιουσίας των ταμείων κατά την διάρκεια της έντονα πληθωριστικής περιόδου 1973-1994 (μέσος ετήσιος πληθωρισμός 17%), ήταν σημαντική.

Ποιά ήταν η απόδοση της συνολικής περιουσίας των Ταμείων μετά την μερική έστω φιλελευθεροποίηση του πλαισίου επενδύσεων των ΦΚΑ στα μέσα της δεκαετίας του 1990;

Στοιχεία για την ετήσια κατανομή της περιουσίας των ταμείων αντλήθηκαν από τα ετήσια τεύχη του Κοινωνικού Προϋπολογισμού του Υπουργείου Εργασίας και Κοινωνικής Προστασίας και αφορούν στο σύνολο των Φ.Κ.Α αρμοδιότητας της Γενικής Γραμματείας Κοινωνικών Ασφαλίσεων. Τα στοιχεία για τις αποδόσεις των μετοχών αντλήθηκαν από την βάση δεδομένων της Effect και για τις αποδόσεις αμοιβαίων από τον ιστότοπο της Ένωση Θεσμικών Επενδυτών. Για τα ομόλογα του δημοσίου υποθέτουμε ετήσια απόδοση ίση με αυτή του δείκτη Ελληνικών κρατικών ομολόγων της J.P. Morgan και για τις καταθέσεις το επιτόκιο Euribor. Για τα ακίνητα, ελλείψει στοιχείων, υποθέτουμε μηδενική απόδοση. Η υπόθεση μηδενικής απόδοσης για το χαρτοφυλάκιο ακινήτων πιθανώς οδηγεί

σε μικρή υπό-εκτίμηση των συνολικών αποδόσεων (σημειώστε ότι το ποσοστό επένδυσης σε ακίνητα είναι από τα χαμηλότερα του χαρτοφυλακίου των ΦΚΑ).

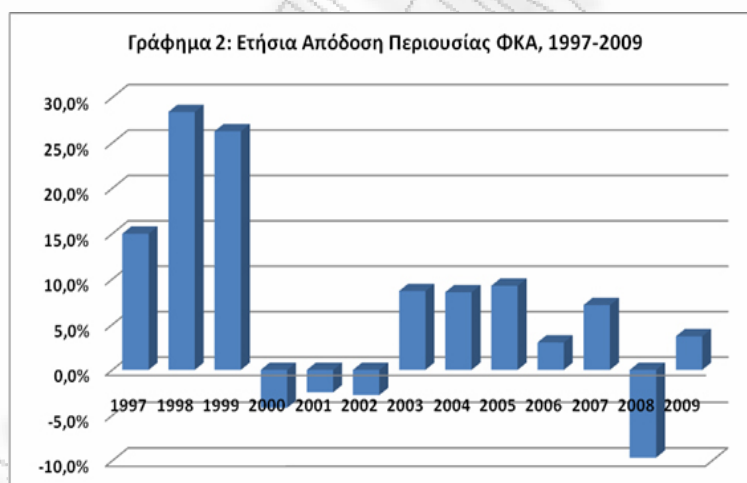
Το γράφημα 1 παρουσιάζει την κατανομή επενδύσεων των ΦΚΑ, την περίοδο 1996-2009, ανά επενδυτική κατηγορία.



Τον Δεκέμβριο του 1996, τα ταμεία είχαν επενδύσει σε καταθέσεις και έντοκα γραμμάτια του Δημοσίου το 67% της περιουσίας του, ενώ σε ομόλογα είχε επενδυθεί το 18% της περιουσίας τους. Στο τέλος του 2009 τα αντίστοιχα ποσοστά ήταν 54% και 30%. Η μέση ετήσια επένδυση σε επενδυτικά προϊόντα χαμηλού επενδυτικού κινδύνου, όπως είναι τα ομόλογα και οι καταθέσεις, ήταν 76%. Το χαμηλότερο ποσοστό επένδυσης σε τέτοιες επενδύσεις παρατηρείται το 1999, εξαιτίας της μεγάλης ανόδου του Χρηματιστηρίου Αθηνών και της σημαντικής μεγέθυνσης του χαρτοφυλακίου των μετόχων εκείνη την χρονιά.

Το μέσο ετήσιο ποσοστό επένδυσης σε μετοχές και αμοιβαία κεφάλαια είναι περίπου 20%. Το ποσοστό αυτό διπλασιάστηκε το 1999, σε αντίθεση με σήμερα που σημειώνει το χαμηλότερο επίπεδο της περιόδου (12%). Το ποσοστό επένδυσης σε ακίνητα κυμάνθηκε μεταξύ 3% και 8%.

Οι επενδύσεις των ασφαλιστικών ταμείων την περίοδο 1997-2009 γίνονται με βάση το πλέον περιοριστικό κανονιστικό πλαίσιο διαχείρισης επενδύσεων ταμείων στην Ευρωπαϊκή Ένωση. Τα βασικά χαρακτηριστικά του πλαισίου επενδύσεων σε όλη την υπό εξέταση περίοδο είναι το σχετικά χαμηλό ποσοστό σε επενδυτικά προϊόντα υψηλού επενδυτικού κινδύνου και η απαγόρευση επενδύσεων σε τίτλους διαπραγματευόμενους εκτός της Ελληνικής επικράτειας (δυνατότητα επενδύσεων σε τίτλους των χωρών μελών της ευρωζώνης δίνεται για πρώτη φορά από το Ν. 3586/2007). Οι γραφειοκρατικές διαδικασίες που επέβαλε το κανονιστικό πλαίσιο για αποφάσεις επενδύσεων ή από-επενδύσεων και η απουσία επενδυτικής υποδομής στα ταμεία είχαν σαν αποτέλεσμα να μην αναλαμβάνονται σημαντικές κινήσεις επενδυτικής τακτικής από τα ταμεία. Η κατανομή των επενδύσεων αντικατόπτριζε κατά κύριο λόγο τις κινήσεις των αγορών και όχι συστηματικές και στοχευμένες επενδυτικές αποφάσεις. Για παράδειγμα, η άνοδος του Χρηματιστηρίου Αθηνών το 1999 είχε σαν αποτέλεσμα την εκτίναξη του ποσοστού που επένδυαν τα ταμεία από 17% σε 33%. Παρομοίως, η μεγάλη πτώση των μετοχικών αξιών το 2008 μείωσε το ποσοστό επένδυσης σε μετοχές από 17% σε 6%.



Στο γράφημα 2 παρουσιάζουμε τις αποδόσεις του συνόλου της περιουσίας των φορέων κοινωνικής ασφάλισης την περίοδο 1997-2009 με βάση τα στοιχεία και τις υποθέσεις που αναφέραμε παραπάνω. Επειδή στοιχεία για την κατανομή των επενδύσεων το 2008 δεν είναι διαθέσιμα, υποθέτουμε ότι το χαρτοφυλάκιο των ταμείων το 2008 είναι το ίδιο με

αυτό του 2007.

Την περίοδο 1997-2009 η μέση ετήσια απόδοση του συνολικού χαρτοφυλακίου των φορέων κοινωνικής ασφάλισης ήταν 6,5%. Την ίδια περίοδο η μέση απόδοση καταθέσεων ήταν 5,7% και των κρατικών ομολόγων 6,9%. Εάν τα αποθεματικά είχαν επενδυθεί στο μετοχικό χαρτοφυλάκιο των ΦΚΑ η μέση ετήσια απόδοση θα ήταν 12,5%, παρά την σημαντική πτώση των μετοχικών αξιών την τριετία 2000-2002 και το κραχ του 2008. Την ίδια περίοδο, ο μέσος πληθωρισμός ήταν μόλις 3,5% ετησίως. Η μεγάλη θέση του χαρτοφυλακίου των ΦΚΑ σε καταθέσεις, έντοκα γραμμάτια και ομόλογα ενώ λειτούργησε προστατευτικά κατά την μεγάλη κρίση του 2008, η ίδια θέση οδήγησε σε σχετικά χαμηλές αποδόσεις (+3,7%) το 2009.

Η μερική έστω απελευθέρωση των επενδύσεων των ασφαλιστικών ταμείων μετά το 1994 συμπίπτει με την επίτευξη θετικών πραγματικών (αποπληθωρισμών) αποδόσεων των αποθεματικών τους. Η πραγματική μέση ετήσια απόδοση, 2,9%, που επέτυχαν οι Ελληνικοί ΦΚΑ τα τελευταία δεκατρία χρόνια μπορούν κάλλιστα να συγκριθούν με τις αποδόσεις ταμείων χωρών με μεγαλύτερη εμπειρία και επαγγελματισμό στην διαχείριση χαρτοφυλακίων ταμείων όπως οι ΗΠΑ και η Μεγάλη Βρετανία. Σύμφωνα με στοιχεία του ΟΟΣΑ η πραγματική μέση ετήσια απόδοση επαγγελματικών ταμείων τη περίοδο 1988-2008 στις ΗΠΑ ήταν 4,7% και στην Μεγάλη Βρετανία 5,4%. Την ίδια περίοδο η μέση ετήσια απόδοση του ταμείου δημοσίων υπαλλήλων της Καλιφόρνια (CALPERS), από τα μεγαλύτερα συνταξιοδοτικά ταμεία στον κόσμο με €200 δις κεφάλαια, ήταν 5,1%. Η χρηστή διακυβέρνηση, η επαγγελματική διαχείριση και οργάνωση καθώς και η θέσπιση επενδυτικού πλαισίου που θα παρέχει περισσότερες επενδυτικές επιλογές αποτελεί μονόδρομο για διαφανή και αποτελεσματική διαχείριση των αποθεματικών των ταμείων.



### 1.3 Θεσμικό Πλαίσιο Επενδύσεων και Αξιοποίησης της Περιουσίας των Φορέων Κοινωνικής Ασφάλισης

Στη συγκεκριμένη παράγραφο θα δώσουμε βάση στο νόμο 3863/2010, νόμος ο οποίος αφορά το θεσμικό πλαίσιο επενδύσεων και της αξιοποίησης της περιουσίας των Φορέων Κοινωνικής Ασφάλισης (Φ.Κ.Α.). Συγκεκριμένα, σύμφωνα με το άρθρο 45, όσον αφορά τις επενδύσεις διαθεσίμων σε κινητές αξίες που διενεργούνται χωρίς όρια, ισχύουν τα εξής:

1. Οι Φ.Κ.Α. επενδύουν χωρίς περιορισμούς στις παρακάτω κινητές αξίες:
  - σε τίτλους του Ελληνικού Δημοσίου, σταθερού ή κυμαινόμενου επιτοκίου πλην των δομημένων (structured) ομολόγων,
  - σε τίτλους του Ελληνικού Δημοσίου με τη μορφή της αγοράς με σύμφωνο επαναπώλησης (πράξεις repos).
2. Η διαχείριση των επενδύσεων αυτών γίνεται από τη Τράπεζα της Ελλάδος σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου περί «Κοινού Κεφαλαίου των Νομικών Προσώπων Δημοσίου Δικαίου και Ασφαλιστικών Φορέων».
3. Οι τίτλοι και τα δομημένα ομόλογα του Δημοσίου που βρίσκονται στα χαρτοφυλάκια των Φ.Κ.Α. μέχρι τη δημοσίευση του παρόντος νόμου, μεταφέρονται στην Τράπεζα της Ελλάδος χωρίς προμήθεια, η οποία λειτουργεί ως θεματοφύλακας τους. Οι Φ.Κ.Α., σε συνεργασία με την Τράπεζα της Ελλάδος, δύνανται με αποφάσεις των Δ.Σ. τους να δίνουν εντολές ρευστοποίησης τους προς την Τράπεζα, στο πλαίσιο της προσπάθειας ενσωμάτωσης των κεφαλαίων αυτών στο Κοινό Κεφάλαιο χωρίς τη δημιουργία κεφαλαιακών ζημιών για τους Φορείς ή την Τράπεζα της Ελλάδος εκτός εάν υπάρχει θέμα ταμειακών αναγκών των Ταμείων.
4. Η επένδυση των κεφαλαίων του «Ασφαλιστικού Κεφαλαίου Αλληλεγγύης Γενεών» (Α.Κ.Α.ΓΕ.) γίνεται από την Τράπεζα της Ελλάδος.

Βάση του άρθρου 46, όσον αφορά τις επενδύσεις σε περιουσιακά στοιχεία που διενεργούνται με προϋποθέσεις και όρια, ισχύουν τα εξής:

1. Οι Φ.Κ.Α. δύνανται, με αποφάσεις των Διοικητικών Συμβουλίων τους, να επενδύουν, μέχρι ποσοστού 5% του ποσού που προκύπτει από το συνυπολογισμό των στοιχείων σε προθεσμιακές καταθέσεις σε πιστωτικά ιδρύματα της ημεδαπής.
2. Παρέχεται επίσης, η δυνατότητα στους Φορείς Κοινωνικής Ασφάλισης να συστήνουν Ανώνυμες Εταιρείες Διαχείρισης Αμοιβαίων Κεφαλαίων (Α.Ε.Δ.Α.Κ.) και Εταιρείες Επένδυσης Ακίνητης Περιουσίας (Ε.Ε.Α.Π.) και με την προϋπόθεση ότι συμμετέχουν τουλάχιστον τρεις Φορείς Κοινωνικής Ασφάλισης.

3. Οι Φ.Κ.Α. δύνανται να διαθέτουν εκ των διαθέσιμων τους ποσά για τη χορήγηση δανείων προς ασφαλισμένους, συνταξιούχους και υπαλλήλους τους. Επίσης, με παρόμοιες αποφάσεις, οι Φορείς ή Κλάδοι ή Τομείς Κοινωνικής Ασφάλισης δύνανται, μετά από σύμφωνη γνώμη των εκπροσώπων των Φορέων ή Κλάδων ή Τομέων, να διαθέτουν έντοκα δάνεια προς άλλους Φορείς ή Κλάδους ή Τομείς Κοινωνικής Ασφάλισης. Με απόφαση του Υπουργού Εργασίας και Κοινωνικής Ασφάλισης εγκρίνονται οι όροι και η διαδικασία χορήγησης αυτών των δανείων, το χορηγούμενο ποσό, η διάρκεια του, καθώς και ο τρόπος εξόφλησης αυτού. Το επιτόκιο χορήγησης των δανείων προς άλλους Φορείς ή Κλάδους ή Τομείς Κοινωνικής Ασφάλισης είναι κυμαινόμενο για κάθε εξάμηνο και αντιστοιχεί με το ποσοστό απόδοσης του «Κοινού Κεφαλαίου Νομικών Προσώπων Δημοσίου Δικαίου και Ασφαλιστικών Φορέων» (Κοινό Κεφάλαιο) που διαχειρίζεται η Τράπεζα της Ελλάδος, όπως αυτό διαμορφώθηκε στο τέλος της τελευταίας διαχειριστικής χρήσης του Κοινού Κεφαλαίου.
4. Οι κατά τα οριζόμενα στο παρόν άρθρο κινητές αξίες των Φ.Κ.Α. κατατίθενται προς φύλαξη σε θεματοφύλακα, ο οποίος επιλέγεται από τον Φορέα, ή από τον διαχειριστή κατόπιν εντολής του Φορέα.

Βάση του άρθρου 47, όσον αφορά την διαδικασία διενέργειας επενδύσεων σε κινητές αξίες ισχύουν τα εξής:

- *Διενέργεια Επενδύσεων*  
Τα ποσά προς επένδυση σε κινητές αξίες αποφασίζονται από τα Δ.Σ. των Φ.Κ.Α. μετά από εμπειριστάωμένη και πλήρως αιτιολογημένη εισήγηση των υπηρεσιών τους. Η ανάληψη των απαιτούμενων κεφαλαίων για επενδύσεις σε κινητές αξίες πραγματοποιείται με εντολή του Φ.Κ.Α. προς την Τράπεζα της Ελλάδος, η οποία συνοδεύεται από την απόφαση του Διοικητικού Συμβουλίου.
- *Καταθέσεις σε Πιστωτικά Ιδρύματα*  
Η ανάθεση από Φ.Κ.Α. της ταμιακής του διαχείρισης σε Πιστωτικό Ίδρυμα περιορίζεται αποκλειστικά στην είσπραξη και πληρωμή τακτικών μόνο εσόδων και δαπανών του οικείου Φ.Κ.Α., όπως ισχύει και ενεργείται με απόφαση του Διοικητικού Συμβουλίου του Φορέα.
- *Προθεσμιακές Καταθέσεις*  
Οι προθεσμιακές καταθέσεις σε Πιστωτικά Ιδρύματα ενεργούνται με απόφαση του Δ.Σ. του Φορέα. Με σύμβαση που καταρτίζεται καθορίζονται το ύψος του επενδυόμενου ποσού κατάθεσης, η χρονική διάρκεια αυτής, το ύψος του επιτοκίου και κάθε αναγκαία λεπτομέρεια διασφάλισης των κεφαλαίων του Φ.Κ.Α..
- *Συμβάσεις Χρηματοδοτικής Μίσθωσης*  
Οι Φ.Κ.Α. δύνανται να συνάπτουν συμβάσεις χρηματοδοτικής μίσθωσης, όπως ισχύει, που διέπουν την κατάρτιση αυτών των συμβάσεων. Εάν η χρηματοδοτική

μίσθωση καταλήξει είτε σε απόκτηση είτε σε οριστική μεταβίβαση του κινητού ή ακίνητου περιουσιακού στοιχείου, ισχύουν οι σχετικές με την εν λόγω απόκτηση ή μεταβίβαση διατάξεις.

- *Κινητές αξίες*

Η πραγματοποίηση των επενδύσεων σε Αμοιβαία Κεφάλαια γίνεται μέσω της Α.Ε.Δ.Α.Κ. Α.Ο. και των Α.Ε.Δ.Α.Κ.-Φ.Κ.Α. που δύνανται να συσταθούν σύμφωνα με τις διατάξεις του παρόντος νόμου. Η πραγματοποίηση των επενδύσεων σε κινητές αξίες γίνεται μέσω της Ε.Δ.Ε.Κ.Τ. Α.Ε.Π.Ε.Υ., στην οποία οι Φ.Κ.Α. αναθέτουν τη διαχείριση των αξιών αυτών.

- *Υποχρεώσεις διαχειριστών*

Ο διαχειριστής υποχρεούται να ενημερώνει κατά τακτά χρονικά διαστήματα τον Φορέα του οποίου το χαρτοφυλάκιο διαχειρίζεται και στο τέλος κάθε μήνα την Ειδική Επιτροπή Ελέγχου Επενδύσεων Φ.Κ.Α., με κοινοποίηση στην αρμόδια διεύθυνση της Γενικής Γραμματείας Κοινωνικών Ασφαλίσεων, ως προς το σύνολο των υποχρεώσεων του έναντι του Φ.Κ.Α. σχετικά με τα περιουσιακά στοιχεία τα οποία φυλάσσει ή διαχειρίζεται.

Βάση του άρθρου 48, όσον αφορά την διαδικασία διενέργειας επενδύσεων σε ακίνητα, οι εκποιήσεις ακινήτων ενεργούνται με αιτιολογημένη απόφαση των Διοικητικών Συμβουλίων των Φ.Κ.Α. μετά από εμπειριστατωμένη και αιτιολογημένη εισήγηση της αρμόδιας Υπηρεσίας του Φορέα.

Επιπλέον οι επενδύσεις των Φ.Κ.Α. σε αμοιβαία κεφάλαια γίνονται μέσω της Α.Ε.Δ.Α.Κ. των Ασφαλιστικών Οργανισμών (Α.Ε.Δ.Α.Κ. Α.Ο.) ή μέσω άλλων Ανωνύμων Εταιρειών Διαχείρισης Αμοιβαίων Κεφαλαίων Φορέων Κοινωνικής Ασφάλισης (Α.Ε.Δ.Α.Κ.-Φ.Κ.Α.) που συστήνονται για το σκοπό αυτόν. Η σύσταση νέων Α.Ε.Δ.Α.Κ.-Φ.Κ.Α. έχει ως αποκλειστικό σκοπό τη διαχείριση, συγκρότηση και λειτουργία αμοιβαίων κεφαλαίων. Για τη σύσταση της Α.Ε.Δ.Α.Κ.-Φ.Κ.Α. απαιτείται η συμμετοχή τριών τουλάχιστον Φορέων Κοινωνικής Ασφάλισης, καθώς και απόφαση των Διοικητικών Συμβουλίων αυτών που εισφέρουν τα κεφάλαια, η οποία εγκρίνεται από τον Υπουργό Εργασίας και Κοινωνικής Ασφάλισης. Η απόφαση του Διοικητικού Συμβουλίου του Φ.Κ.Α. θα πρέπει να αναφέρει τους ενδιαφερόμενους φορείς που θα συμμετάσχουν στη σύσταση της εταιρείας, τον τίτλο, το ποσό που θα συνεισφέρουν και αντιστοιχεί στο μετοχικό κεφάλαιο της εταιρείας και τη διάρκεια της λειτουργίας της. Επίσης, με την απόφαση υποβάλλεται και το επιχειρησιακό ή επενδυτικό σχέδιο και έκθεση σχετικά με την οργανωτική διάρθρωση και τα τεχνικά και οικονομικά μέσα της υπό ίδρυση Α.Ε.Δ.Α.Κ.-Φ.Κ.Α.

Η διαχείριση αμοιβαίων κεφαλαίων των Φ.Κ.Α. από την Α.Ε.Δ.Α.Κ.-Φ.Κ.Α. περιλαμβάνει:

- τη συγκρότηση αμοιβαίων κεφαλαίων
- τη διαχείριση επενδύσεων και

- τη διοίκηση της Α.Ε.Δ.Α.Κ.-Φ.Κ.Α. Σε αυτήν περιλαμβάνονται νομικές υπηρεσίες, υπηρεσίες λογιστικής διαχείρισης του Αμοιβαίου Κεφαλαίου, υπηρεσίες εξυπηρέτησης Φ.Κ.Α., αποτίμηση του ενεργητικού του Αμοιβαίου Κεφαλαίου και καθορισμός της αξίας των μεριδίων του, έλεγχος τήρησης των κανονιστικών διατάξεων, έκδοση και εξαγορά μεριδίων Αμοιβαίου Κεφαλαίου, διεκπεραίωση εγγράφων και αποστολής εντύπων και βεβαιώσεων και τήρηση αρχείων.

Οι μετοχές της Α.Ε.Δ.Α.Κ.-Φ.Κ.Α. είναι ονομαστικές και δεν αποτελούν αντικείμενο διαπραγμάτευσης σε οργανωμένη αγορά. Το μετοχικό κεφάλαιο της Α.Ε.Δ.Α.Κ.-Φ.Κ.Α. ανήκει σε περισσότερους του ενός Φ.Κ.Α., καταβάλλεται σε μετρητά και έχει ελάχιστο ύψος τριών εκατομμυρίων (3.000.000) ευρώ και δύναται να μεταβιβάζεται από Φ.Κ.Α. σε Φ.Κ.Α.. Η μεταβίβαση των μετοχών γίνεται με απόφαση του Δ.Σ. του Φ.Κ.Α. σύμφωνα με τις κείμενες διατάξεις.

Οι Α.Ε.Δ.Α.Κ.-Φ.Κ.Α., καθώς και η Α.Ε.Δ.Α.Κ. Α.Ο. συγκροτούν και λειτουργούν αμοιβαία κεφάλαια όλων των κατηγοριών. Τα υφιστάμενα, επενδεδυμένα μερίδια αμοιβαίων κεφαλαίων των Φ.Κ.Α. εξαγοράζονται εντός διμήνου από τη δημοσίευση του παρόντος νόμου από τα αμοιβαία κεφάλαια της Α.Ε.Δ.Α.Κ. Α.Ο., χωρίς τη δημιουργία κεφαλαιακών ζημιών για τους Φορείς ή την Α.Ε.Δ.Α.Κ. Α.Ο.. Σε αντίθετη περίπτωση η προθεσμία εξαγοράς παρατείνεται, πάντως όχι πέραν του ενός (1) έτους από τη δημοσίευση του παρόντος νόμου. Οι πράξεις εξαγοράς απαλλάσσονται από κάθε φόρο, τέλος, τέλος χαρτοσήμου, εισφορά, δικαίωμα ή οποιαδήποτε άλλη επιβάρυνση υπέρ του Δημοσίου, Ν.Π.Δ.Δ. και γενικώς τρίτων.



## Κεφάλαιο 2

# Διαχείριση Κινδύνου και Βασικά μέτρα Υπολογισμού του

### 2.1 Διαχείριση Κινδύνου και Κατηγορίες Κινδύνου

Ένας οργανισμός αναλαμβάνει μία σειρά από κινδύνους κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του. Οι βασικοί στόχοι της διαχείρισης κινδύνου (risk management) είναι:

- η βελτίωση της χρηματοοικονομικής απόδοσης ενός οργανισμού και
- η διασφάλιση πως ο οργανισμός δε θα υποστεί «υπερβολικές» απώλειες.

Η διαχείριση των κινδύνων δε μπορεί να επαφίεται ολοκληρωτικά σε ένα ποσοτικό μοντέλο, χρειάζεται, ανθρώπινη ερμηνεία και κρίση.

Η μέτρηση του κινδύνου είναι ένα απαραίτητο και σημαντικό βήμα στη διαχείριση του κινδύνου και με αυτό θα ασχοληθούμε σε αυτή την εργασία.

Ο κίνδυνος έχει πρακτικό νόημα μόνο αν αποφέρει άμεση ή έμμεση οικονομική απώλεια. Οι χρηματοοικονομικοί οργανισμοί αντιμετωπίζουν πολλούς κινδύνους που μπορούν, αν δεν ελεγχθούν, να αυξήσουν τις συνολικές οικονομικές απώλειες.

**Ορισμός 2.1.1.** Παρόλο που στην σύγχρονη διάλεκτο ο όρος κίνδυνος προέρχεται από την έννοια κίνδυνος απώλειας, η οικονομική θεωρία προσεγγίζει παραδοσιακά τον κίνδυνο ως τη διασπορά των αποτελεσμάτων γύρω από τη μέση τους τιμή, εξ' αιτίας των μεταβολών των οικονομικών μεταβλητών που τα επηρεάζουν.

## 2.1.1 Η Εξέλιξη της Διαχείρισης Χρηματοοικονομικού Κινδύνου

Διαχείριση Χρηματοοικονομικού Κινδύνου (*Financial Risk Management* ή *FRM*) ονομάζεται η διαδικασία μέσω της οποίας ταυτοποιούνται, μετρώνται και ελέγχονται οι διάφοροι χρηματοοικονομικοί κίνδυνοι. Το αντικείμενο του *FRM* γνώρισε σημαντικές εξελίξεις τα τελευταία 15 χρόνια, κυρίως, λόγω της επινόησης ενός νέου μεγέθους μέτρησης του χρηματοοικονομικού κινδύνου, το οποίο ονομάζεται Αξία στον Κίνδυνο (*Value at Risk* ή *VaR*). Ο παρακάτω πίνακας<sup>1</sup> παρουσιάζει την εξέλιξη των αναλυτικών εργαλείων που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια του *FRM*.

1938	Bond duration
1952	Markowitz mean-variance framework
1963	Sharpe's capital asset pricing model
1966	Multiple factor models
1973	Black-Scholes option pricing model, "Greeks"
1979	Binomial option model
1983	RAROC, risk-adjusted return
1986	Limits on exposure by duration bucket
1987	Risk-weighted assets for banks Limits on "Greeks"
1992	Stress testing
1993	Value at Risk
1994	RiskMetrics
1997	CreditMetrics, CreditRisk+
1998-	Integration of credit and market risk
2000-	Enterprisewide risk management

Σχήμα 2.1: Η εξέλιξη των εργαλείων που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια του *FRM*

Οι μεγάλες οικονομικές απώλειες, οι οποίες συνέβησαν σε μεγάλες τράπεζες και πολυεθνικές εταιρείες στις αρχές της δεκαετίας του '90, έδωσαν ώθηση για τη δημιουργία μέτρων κινδύνου. Τέτοια παραδείγματα είναι οι *Barings*, *Metallgesellschaft*, *Orange County* και *Daiwa*. Το άμεσο συμπέρασμα που προκύπτει από αυτές τις απώλειες κεφαλαίων

<sup>1</sup> Θεόδωρος Β. Κακούρης, «Μέτρηση Χρηματοοικονομικού Κινδύνου με τη μέθοδο *VaR*»

είναι ότι σημαντικά κεφάλαια είναι δυνατό να χαθούν λόγω ανεπαρκούς επίβλεψης και διαχείρισης των χρηματοοικονομικών κινδύνων.

Σήμερα, το πεδίο εφαρμογών της *VaR* έχει διευρυνθεί σε τέτοιο βαθμό που μπορεί να συμπεριλάβει όχι μόνο χαρτοφυλάκια μετοχών, αλλά και χαρτοφυλάκια ομολόγων, παράγωγων χρηματοοικονομικών προϊόντων ή τραπεζικά χαρτοφυλάκια, τα οποία συμπεριλαμβάνουν εν γένει συνδυασμό όλων των προαναφερθέντων χρεογράφων. Η ευρεία εφαρμογή της *VaR* έχει οδηγήσει σε μια πλήρη αλλαγή του τρόπου που προσεγγίζουν τον χρηματοοικονομικό κίνδυνο οι διάφοροι οργανισμοί.

### 2.1.2 Μορφές Χρηματοοικονομικών Κινδύνων

Ένας οργανισμός, ο οποίος λειτουργεί στα πλαίσια της οικονομίας της αγοράς, κινδυνεύει να υποστεί οικονομικές ζημιές εξαιτίας της πραγμάτωσης ενός μη αναμενόμενου γεγονότος. Η πιθανότητα αυτή καλείται κίνδυνος. Ως κίνδυνος, λοιπόν, μπορεί να οριστεί η αβεβαιότητα που συνδέεται με κάποιο προσδοκώμενο αποτέλεσμα.

Χρηματοοικονομικοί κίνδυνοι<sup>2</sup> ονομάζονται οι κίνδυνοι που σχετίζονται με πιθανές οικονομικές ζημιές που μπορούν να συμβούν στις χρηματοοικονομικές αγορές. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν οι ζημιές που οφείλονται στις μεταβολές των επιτοκίων και αυτές που προκύπτουν σε μια τράπεζα λόγω πτώχευσης του δανειολήπτη.

Στο τραπεζικό σύστημα, δύο επιπλέον βασικές κατηγορίες κινδύνων είναι ο Κίνδυνος Επιτοκίου (*Interest Rate Risk*) και ο Συναλλαγματικός Κίνδυνος (*Foreign Exchange Risk*). Οι παραπάνω κατηγορίες κινδύνων δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Συχνά επικαλύπτονται ή αλληλεπιδρά η μία στην άλλη.

Για να αντιμετωπισθεί η κάθε μορφή κινδύνου, πρέπει να αναπτυχθεί μια ξεχωριστή στρατηγική αντιστάθμισης ή εξουδετέρωσής του. Για να επιτευχθεί αυτό, πρέπει να αναγνωρισθεί η πηγή και η φύση του κάθε κινδύνου, ώστε να αποφασισθεί η αποτελεσματικότερη και ενδεικνυόμενη, ανά περίπτωση, επιλογή αντιμετώπισής του. Ένα συνηθισμένο και αρκετά ισχυρό εργαλείο αντιστάθμισης κινδύνου αποτελούν τα παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα.

#### Κίνδυνος Αγοράς (Market Risk)

Ως κίνδυνος αγοράς<sup>3</sup> θεωρείται ο κίνδυνος μεταβολής της αγοραίας αξίας (market value) μίας απαίτησης ή υποχρέωσης. Η μεταβολή αυτή προκαλείται από μεταβολές του επιπέδου

<sup>2</sup>Ξανθόπουλος Στυλιανός (2005), «Σημειώσεις Μέτρησης και Διαχείρισης Κινδύνου», Τμήμα Στατιστικής & Αναλογιστικών Χρηματοοικονομικών Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Σάμος.

<sup>3</sup>P. Jorion. *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk* (2nd edition). McGraw Hill, New York, 2000.



ή και της διακύμανσης των τιμών χρηματοοικονομικών μεταβλητών (επιτόκια, τιμές μετοχών, συναλλαγματικές ισοτιμίες, τιμές εμπορευμάτων). Για παράδειγμα, εάν μια τράπεζα έχει θέση €1 εκατομμυρίου σε χρυσό τότε είναι εκτεθειμένη στο κίνδυνο των μεταβολών της αξίας του χρυσού.

Ο κίνδυνος αγοράς αφορά κυρίως το τμήμα εκείνο του χαρτοφυλακίου που διακρατείται με σκοπό την αποκόμιση κέρδους από τις μεταβολές των τιμών των επενδύσεων από τις οποίες απαρτίζεται. Το χαρτοφυλάκιο αυτό είναι γνωστό σαν εμπορικό χαρτοφυλάκιο ή (χαρτοφυλάκιο συναλλαγών) σε αντιπαράθεση με το επενδυτικό χαρτοφυλάκιο που διακρατείται με σκοπό τη είσπραξη εσόδων από τις επενδύσεις που το συνθέτουν και αναφέρεται σε πιο μακροχρόνιο ορίζοντα.

Η μέτρηση του κινδύνου αγοράς απασχολεί μεταξύ άλλων, τα Πιστωτικά Ιδρύματα που στο χαρτοφυλάκιο συναλλαγών κρατούν βραχυχρόνιες θέσεις που η αξία τους μπορεί να έχει μεγάλη διακύμανση. Οι ασφαλιστικοί οργανισμοί πιθανόν να έχουν κίνδυνο αγοράς για πολλά από τα στοιχεία που συνθέτουν το ενεργητικό τους (π.χ. ομόλογα). Το πρόβλημα των ασφαλιστικών οργανισμών είναι να συσχετίσουν τις αποδόσεις των επενδύσεων τους με τις υποχρεώσεις τους, όπως π.χ. την ελάχιστη υποσχεθείσα απόδοση σε πρόγραμμα ασφάλεια ζωής.

### **Πιστωτικός Κίνδυνος (Credit Risk)**

Ο πιστωτικός κίνδυνος<sup>4</sup> αναφέρεται στον κίνδυνο χρηματοοικονομικής απώλειας που προκύπτει όταν μια επιχείρηση με την οποία έχει συμβόλαιο μια τράπεζα το αθετεί (default) ή όταν οι πεποιθήσεις των επενδυτών στην αγορά καθορίζουν πως η επιχείρηση είναι αρκετά πιθανό να αθετήσει τις υποσχέσεις της. Μέτρα πιστωτικού κινδύνου, έχουν αναπτυχθεί από τράπεζες, όπως η J.P. Morgan που βασίζονται στη μεταβλητότητα των τιμών των εταιρικών ομολογιών εξαιτίας

- μιας αλλαγής στην αντιληπτή από τον εκδότη αξία ή
- ενός πραγματικού γεγονότος, δηλαδή αθέτησης.

### **Λειτουργικός Κίνδυνος (Operational Risk)**

Ο λειτουργικός κίνδυνος<sup>5</sup> αναφέρεται στην ενδεχόμενη οικονομική ζημιά λόγω ανεπαρκών εσωτερικών διαδικασιών, συστημάτων ή εξωγενών παραγόντων. Σημειώνεται ότι ο λειτουργικός κίνδυνος δεν περιλαμβάνει το στρατηγικό κίνδυνο και τον κίνδυνο φήμης (reputation risk).

---

<sup>4</sup>P. Jorion. Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk (2nd edition). McGraw Hill, New York, 2000.

<sup>5</sup>P. Jorion. Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk (2nd edition). McGraw Hill, New York, 2000.

Ακολουθούν μερικές υποκατηγορίες:

- Απώλεια ελέγχου (control failure). Αποτελεί το μεγαλύτερο κίνδυνο για όλες τις τράπεζες. Παράδειγμα η αδυναμία ελέγχου των θέσεων στην αγορά, που δημιουργούνται μέσα σε μικρά εξωχώρια καταστήματα της τράπεζας.
- Κίνδυνος ρευστότητας (liquidity risk). Είναι ο κίνδυνος ζημιών λόγω δυσκολίας ή αδυναμίας εύρεσης της απαραίτητης χρηματοδότησης σε λογικές τιμές για την εκπλήρωση των υποχρεώσεων του πιστωτικού ιδρύματος.
- Ο κίνδυνος ρευστότητας δημιουργείται από διαφορές στα μεγέθη στοιχείων του Ενεργητικού και του Παθητικού σε συνδυασμό με ασυμφωνίες σχετικά με τις ημερομηνίες ωρίμανσης τους (αναμενόμενες χρεωτοροές). Είναι από τις βασικές εργασίες της διαδικασίας διαχείρισης Ενεργητικού Παθητικού.
- Κίνδυνος χρηματικών μεταφορών (money transfer risk). Ο κίνδυνος λόγω λανθασμένων ή αποτυχημένων διακανονισμών.

### Νομικός Κίνδυνος (*Legal Risk*)

Το νομικό πλαίσιο που διέπει τη λειτουργία της αγοράς μπορεί να αλλάζει συχνά, επηρεάζοντας την κερδοφορία των οργανισμών. Μια δικαστική απόφαση που αφορά σε έναν συγκεκριμένο οργανισμό μπορεί να έχει ευρύτερες επιπτώσεις για τη διευθέτηση σημαντικών ζητημάτων του συνόλου της αγοράς. Επιπλέον, οι οργανισμοί πρέπει να διερευνούν με προσοχή το νομικό κίνδυνο<sup>6</sup>, όταν αναπτύσσουν νέα χρηματοοικονομικά προϊόντα ή εισάγουν νέους τύπους συναλλαγών.

Ο Νομικός Κίνδυνος (*Legal Risk*)<sup>7</sup> έχει συχνά και διεθνή διάσταση. Το νομικό πλαίσιο για τις χρηματοοικονομικές συναλλαγές διαφέρει ευρύτατα μεταξύ χωρών και μπορεί να επιδέχεται διαφορετικών ερμηνειών. Η εσφαλμένη κατανόηση από έναν ξένο οργανισμό του νομικού πλαισίου που διέπει το χρηματοοικονομικό σύστημα μιας χώρας μπορεί να οδηγήσει στην επιβολή επώδυνων κυρώσεων.

### Άλλα Είδη Κινδύνων

Επιπρόσθετα, υπάρχουν κατηγορίες κινδύνων που δεν μπορούν εύκολα να ορισθούν και να επιμετρηθούν ποσοτικά όπως ο στρατηγικός κίνδυνος και ο κίνδυνος φήμης. Οι κίνδυνοι αυτοί πρέπει επίσης να αξιολογούνται. Παρακάτω αναφέρουμε τους ορισμούς που χρησιμοποιούν για αυτούς τους κινδύνους κάποιες διεθνείς τράπεζες.

<sup>6</sup>P. Jorion. Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk (2nd edition). McGraw Hill, New York, 2000.

<sup>7</sup>X. Σταϊκούρας, «Τραπεζική Χρηματοοικονομική». Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Αθήνα, 2005.

- Ο στρατηγικός κίνδυνος (strategic risk) όπως ορίζεται σύμφωνα με την τράπεζα Commerzbank, είναι ο κίνδυνος αρνητικών εξελίξεων στα αποτελέσματα που προέρχονται από τις προηγούμενες ή μελλοντικές θεμελιώδεις αποφάσεις επιχειρησιακών πολιτικών.
- Ο κίνδυνος φήμης (reputational risk) σύμφωνα με την τράπεζα CSFB, είναι ο κίνδυνος όπου η εικόνα και η φήμη της τράπεζας χειροτερεύουν.

### 2.1.3 Περιπτώσεις Απώλειας Υψηλών Κεφαλαίων

#### *Barings*

Η αγγλική τράπεζα *Barings*<sup>8</sup> κύρηξε πτώχευση στις 26 Φεβρουαρίου 1995 ύστερα από 233 χρόνια λειτουργίας. Την ευθύνη για την κατάρρευση είχε αποκλειστικά ο 28-χρονος διαπραγματευτής της τράπεζας *Nicholas Leeson*, ο οποίος την οδήγησε σε απώλεια \$1.3 δισεκατομμυρίων επενδύοντας σε παράγωγα.

Η οικονομική ζημία προκλήθηκε από αλόγιστη έκθεση στην Ιαπωνική αγορά μετοχών, μέσω συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης (*futures*). Η πτώχευση της *Barings* προβλημάτισε όλους τους χρηματοοικονομικούς οργανισμούς ανά το κόσμο, καθώς ήταν γνωστή ως συντηρητική τράπεζα.

#### *Metallgesellschaft*

Η περίπτωση της *Metallgesellschaft (MG)*<sup>9</sup> σχετίζεται με μια αποτυχημένη αναπροσαρμογή (*hedging*) χαρτοφυλαχίου που κόστισε \$1.3 δισεκατομμύρια. Στις αρχές της δεκαετίας του '90 η *MG* ήταν η δέκατη τέταρτη μεγαλύτερη βιομηχανική εταιρεία της Γερμανίας. Το 1993 πλησίασε πολύ κοντά στην πτώχευση, λόγω των οικονομικών απωλειών της θυγατρικής εταιρείας της, *MG Refining & Marketing (MGRM)*, στην αγορά Συμβολαίων Μελλοντικής Εκπλήρωσης (*futures*).

Η απώλεια των \$1.3 δισεκατομμυρίων ήταν η μεγαλύτερη οικονομική ζημία που καταγράφηκε στη Γερμανία μετά το δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο.

#### *Orange Country*

Το παράδειγμα της *Orange County*<sup>10</sup> αντιπροσωπεύει την πιο ακραία μορφή ανεξέλεγκτης έκθεσης των κεφαλαίων μιας τοπικής κυβέρνησης στον κίνδυνο αγοράς. Ο ταμίας της κομητείας, *Bob Citron*, είχε αναλάβει εμπιστευτικά τη διαχείριση ενός χαρτοφυλαχίου αξίας \$7.5 δισεκατομμυρίων, τα οποία ανήκαν σε σχολεία, σε πόλεις, σε μεμονομένες περιοχές της κομητείας και στην ίδια την κομητεία. Επιπλέον, δανείστηκε \$12.5 δισεκατομμύρια μέσω Αντίστροφης Συμφωνίας Επαναγοράς (*Reverse Repos*) και επένδυσε το συνολικό ποσό των \$20 δισεκατομμυρίων σε Γραμμάτια Αντιπροσώπων (*agency notes*) μέσης διάρκειας 4 ετών.

---

<sup>8</sup>P. Jorion. *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk* (2nd edition). McGraw Hill, New York, 2000.

<sup>9</sup>P. Jorion. *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk* (2nd edition). McGraw Hill, New York, 2000.

<sup>10</sup>P. Jorion. *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk* (2nd edition). McGraw Hill, New York, 2000.

Δυστυχώς, η άνοδος των επιτοκίων που ξεκίνησε το Φεβρουάριο του 1994 έθεσε τέλος στις φιλοδοξίες του *Citron*. Το Δεκέμβριο η *Orange County* ανήμπορη να αντεπεξέλθει στις απαιτήσεις κύρηξε πτώχευση. Τον επόμενο μήνα ρευστοποιήθηκαν οι ασφάλειες του χαρτοφυλακίου που είχαν απομείνει, οδηγώντας σε επίσημες ζημιές ύψους \$1.81 δισεκατομμυρίων.

### *Daiwa*

Η περίπτωση της *Daiwa*<sup>11</sup> έχει έντονες ομοιότητες με αυτήν της *Barings*. Ο χρηματοπιστωτικός οργανισμός *Daiwa* ανακοίνωσε στις 26 Σεπτεμβρίου 1995, ότι είχαν συσσωρευθεί ζημιές ύψους \$1.1 δισεκατομμυρίων λόγω των συναλλαγών του 44-χρονου διαπραγματευτή της στη Νέα Υόρκη, *Toshihide Igushi*. Αυτές οι ζημιές ήταν περίπου της ίδιας έκτασης με αυτές της *Barings*, αλλά η *Daiwa*, η οποία ήταν η δωδέκατη μεγαλύτερη τράπεζα της Ιαπωνίας, κατάφερε να ξεπεράσει την κρίση. Η ζημία απλά απορρόφησε το 1/7 της αξίας του οργανισμού.

---

<sup>11</sup>P. Jorion. *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk* (2nd edition). McGraw Hill, New York, 2000.

## 2.2 Αξία σε Κίνδυνο (VaR)

### 2.2.1 Η Έννοια της VaR

Η VaR είναι μια άμεσα αντιληπτή μέθοδος ποσοτικοποίησης του κινδύνου αγοράς (*Market Risk*), ο οποίος σχετίζεται με τη μεταβλητότητα των αγοραίων τιμών των επενδύσεων ενός χαρτοφυλακίου. Τυπικά, η VaR μετρά τη χειρότερη αναμενόμενη απώλεια χρημάτων υπό κανονικές συνθήκες αγοράς, για δεδομένο χρονικό ορίζοντα και για δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Για παράδειγμα, έστω ότι μια τράπεζα υπολογίζει ότι η 99% ημερήσια (*daily*) VaR του επενδυτικού χαρτοφυλακίου της είναι €35 εκατομμύρια. Αυτό σημαίνει ότι κατά τη διάρκεια των επόμενων 100 ημερών, μόνο μια μέρα οι απώλειες θα είναι μεγαλύτερες από €35 εκατομμύρια. Δηλαδή, η VaR υποδεικνύει, με μεγάλο βαθμό βεβαιότητας, πόσο δυσμενής μπορεί να είναι μια ενδεχόμενη απώλεια χρημάτων.

Η μεθοδολογία της VaR συμπληρώνεται από δύο επιπλέον διαδικασίες, το *StressTesting* και το *BackTesting*. Με τη διαδικασία του *StressTesting* ελέγχουμε τη συμπεριφορά του υπό εξέταση χαρτοφυλακίου κάτω από ακραία και δυσμενή μακροοικονομικά σενάρια, ενώ με το *BackTesting* επαληθεύουμε την ορθότητα της VaR που έχουμε υπολογίσει.

Η VaR μπορεί να επεκταθεί στη μέτρηση του Πιστωτικού Κινδύνου (*Credit Risk*), αλλά δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση όλων των ειδών κινδύνου. Για παράδειγμα, δε μπορεί να μετρήσει το Λειτουργικό Κίνδυνο (*Operational Risk*) ή τον Κίνδυνο Ρευστότητας (*Liquidity Risk*).

Σήμερα, πολλές τράπεζες, μεσιτικές εταιρίες, ακόμη και μη κερδοσκοπικοί οργανισμοί χρησιμοποιούν συγκεκριμένες μεθόδους για την αποτίμηση του χρηματοοικονομικού τους κινδύνου. Οι τράπεζες και οι ασφαλιστικές εταιρίες, έχουν στηρίξει στατιστικά συστήματα διαχείρισης κινδύνου, ένα από τα οποία είναι και η αξία σε κίνδυνο (VaR: Value at Risk).

### 2.2.2 Ορισμός της Αξίας σε Κίνδυνο

**Ορισμός 2.2.1.** Η αξία σε κίνδυνο (*Value at Risk* ή *VaR*)<sup>12</sup> είναι το μέγιστο ποσό χρημάτων που μπορεί να απολεσθεί σε ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο κατά τη διάρκεια μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου, δεδομένου ενός επιπέδου εμπιστοσύνης.

Θα δώσουμε επίσης και τον μαθηματικό ορισμό της Αξίας σε Κίνδυνο.

**Ορισμός 2.2.2.** Λαμβάνοντας υπόψη κάποιο επίπεδο εμπιστοσύνης  $a \in (0, 1)$  η VaR του χαρτοφυλακίου με επίπεδο εμπιστοσύνης  $a$  δίνεται από το μικρότερο αριθμό  $l$  έτσι ώστε ότι η πιθανότητα η απώλεια  $L$  υπερβαίνει το  $l$  δεν είναι μεγαλύτερη από  $(1-a)$ , δηλαδή

<sup>12</sup>Jorion, Philippe., *Value at Risk: The New Benchmark For Controlling Market Risk*, McGraw Hill.

$$VaR_a = \inf \{l \in \mathbb{R} : Pr(L > a) \leq 1 - a\} = \inf \{l \in \mathbb{R} : F_L(l) \geq a\} \quad (2.2.1)$$

όπου  $F_L(l) = Pr(L \leq l)$  είναι η συνάρτηση αθροιστικής κατανομής.

Η  $VaR$  στη πραγματικότητα είναι ένα κομμάτι πληροφορίας που σχετίζεται με την κατανομή των πιθανών μελλοντικών απωλειών ή αποτελεσμάτων σε ένα χαρτοφυλάκιο. Τα πραγματικά κέρδη ή ζημιές δε γίνονται ορατά έως ότου πραγματοποιηθούν και μέχρι τότε αποτελούν αβέβαιη τυχαία μεταβλητή. Υπολογίζοντας την αξία σε κίνδυνο κάνουμε μία εκτίμηση. Η εκτίμηση αυτή γίνεται σε σχέση με ένα διάστημα εμπιστοσύνης που ουσιαστικά μας «μαρτυράει» το πόση σημασία θα πρέπει να δώσουμε στα αποτελέσματά μας.

### 2.2.3 Οι Παράμετροι της $VaR$

Οι τρεις παράμετροι<sup>13</sup> υπολογισμού της  $VaR$  είναι ο χρονικός ορίζοντας, το επίπεδο εμπιστοσύνης και το «παράθυρο δεδομένων». Η απόφαση για την τιμή των τριών παραμέτρων είναι καθοριστικής σημασίας για την τιμή της  $VaR$  που θα προκύψει τελικά.

Ο χρονικός ορίζοντας υπολογισμού εξαρτάται από τη συχνότητα αναπροσαρμογών του χαρτοφυλακίου και τη δυνητική ταχύτητα με την οποία ο κάθε οργανισμός μπορεί να ρευστοποιεί τις θέσεις του.

Το επίπεδο εμπιστοσύνης συνήθως λαμβάνει τιμές στατιστικής σημαντικότητας 90%, 95%, 98% και 99%. Η επιλογή του διαστήματος εμπιστοσύνης είναι ενδεικτική της στάσης κάθε οργανισμού έναντι του κινδύνου. Η εκλογή ενός μεγαλύτερου επιπέδου εμπιστοσύνης (π.χ 99% αντί 95%) ελαττώνει την πιθανότητα να αποτύχει η  $VaR$  να προβλέψει ακραία φαινόμενα.

Το «παράθυρο δεδομένων» είναι η χρονική περίοδος που καλύπτει το δείγμα των ιστορικών δεδομένων. Για την περίοδο αυτή υπολογίζονται οι διακυμάνσεις και οι συνδιακυμάνσεις των αποδόσεων των επενδύσεων του χαρτοφυλακίου. Η επιλογή του εύρους του παραθύρου δεδομένων θα πρέπει να ικανοποιεί δύο αντικρουόμενες απαιτήσεις. Από τη μια πλευρά, όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων, τόσο ακριβέστερη εκτίμηση του κινδύνου μπορεί να επιτευχθεί, αλλά από την άλλη πλευρά, η συμπεριφορά της χρονοσειράς αλλάζει με την πάροδο του χρόνου λόγω της στοχαστικής της φύσης. Κατά συνέπεια, το «παράθυρο δεδομένων» που βελτιστοποιεί την ικανότητα πρόβλεψης της  $VaR$ , είναι εκείνο που περιλαμβάνει όλες τις παρατηρήσεις που έπονται του τελευταίου σημείου καμπής της χρονοσειράς της αξίας της επένδυσης.

<sup>13</sup>X. Σταϊκούρας, «Τραπεζική Χρηματοοικονομική». Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Αθήνα, 2005.

## 2.2.4 Η Αξία σε Κίνδυνο σαν μέτρο κινδύνου

Ένας οικονομικός οργανισμός συνήθως υπολογίζει μεγέθη όπως τα delta, gamma και vega <sup>14</sup> για να περιγράψει διάφορες μορφές του κινδύνου σε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο μπορεί να περιλαμβάνει παράγωγα προϊόντα αλλά και άλλα χρηματοοικονομικά αγαθά. Ο οργανισμός συνήθως υπολογίζει αυτά τα μεγέθη κάθε μέρα για κάθε συνιστώσα της αγοράς στην οποία είναι εκτεθειμένος. Επομένως μια ανάλυση των delta-gamma-vega οδηγεί σε ένα τεράστιο αριθμό μετρήσεων κινδύνου καθημερινά. Αυτά τα μεγέθη κινδύνου παρέχουν σημαντικές πληροφορίες σε έναν διαχειριστή που είναι υπεύθυνος για το χαρτοφυλάκιο ενός οικονομικού οργανισμού και για τις συγκεκριμένες συνιστώσες της αγοράς, όμως δε μπορούν να χρησιμοποιηθούν εύκολα ή εύληπτα από τη διοίκηση του οργανισμού.

Η αξία σε κίνδυνο είναι μια προσπάθεια να παράσχει κανείς στη διοίκηση έναν και μοναδικό αριθμό που να περιλαμβάνει το συνολικό κίνδυνο για ένα χαρτοφυλάκιο χρηματοοικονομικών στοιχείων. Γι' αυτό, είναι φανερό για ποιο λόγο η χρήση της αξίας σε κίνδυνο έχει διαδοθεί ευρύτατα στους διαχειριστές χρηματοοικονομικών κεφαλαίων και στους χρηματοοικονομικούς οργανισμούς.

Όταν χρησιμοποιούμε την αξία σε κίνδυνο, ο υπεύθυνος διαχειριστής κινδύνου ενδιαφέρεται να κάνει μια αναφορά, προς τους ανωτέρους του, της εξής μορφής:

*«Είμαστε  $X$  τοις εκατό σίγουροι ότι δεν θα χάσουμε περισσότερα από  $V$  ευρώ τις επόμενες  $N$  ημέρες».*

Η παράμετρος  $V$  είναι η αξία σε κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Υπολογίζεται συναρτήσει δύο άλλων παραμέτρων: του χρονικού ορίζοντα  $N$  και του επιπέδου εμπιστοσύνης  $X$ . Είναι η μέγιστη ζημιά για την οποία ο διαχειριστής είναι  $X\%$  σίγουρος ότι δε θα την υπερβεί ο οργανισμός μέσα στις επόμενες  $N$  ημέρες. (Βέβαια, αυτό σημαίνει ότι « $1-X\%$  φορές» θα έχουμε υπέρβαση αυτής της ζημιάς).

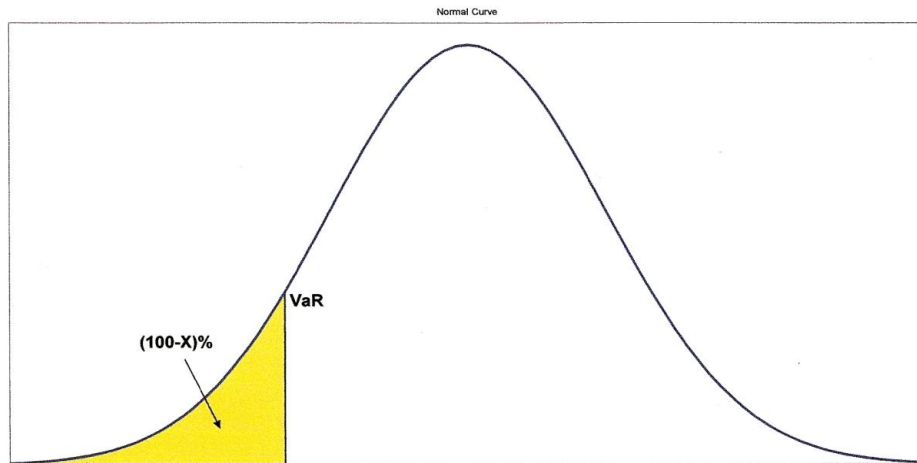
Όταν μια τράπεζα υπολογίζει τον κίνδυνο των κεφαλαίων με χρονικό ορίζοντα  $N = 10$  ημέρες και επίπεδο εμπιστοσύνης  $X = 99\%$ , αυτό σημαίνει ότι εστιάζει στην ενδεχόμενη ζημιά σε διάστημα 10 ημερών, που υπερβαίνει την αναμενόμενη (ζημιά) το  $1\%$  του χρόνου.

Γενικά, όταν ο χρονικός ορίζοντας είναι  $N$  ημέρες και  $X\%$  είναι το επίπεδο εμπιστοσύνης, η αξία σε κίνδυνο (VaR), είναι η ζημιά που αντιστοιχεί στο  $(100-X)$ -οστό εκατοστημόριο-(ποσοστημόριο) της κατανομής αποτελεσμάτων στην αξία του χαρτοφυλακίου για τις επόμενες  $N$  ημέρες<sup>15</sup>. Για παράδειγμα όταν  $N = 5$  και  $X = 97$  είναι το 3ο εκατοστημόριο της κατανομής μεταβολών στην αξία του χαρτοφυλακίου για

<sup>14</sup>Hull C. John, Options Future And Other Derivatives 5th Edition, Prentice Hall

<sup>15</sup>Για χαρτοφυλάκια εκτεθειμένα στο κίνδυνο αγοράς κοιτάζουμε συνήθως τη κατανομή αποτελεσμάτων ενώ για χαρτοφυλάκια εκτεθειμένα σε πιστωτικό κίνδυνο κοιτάζουμε συνήθως τη κατανομή ζημιών.





Γράφημα 1.1

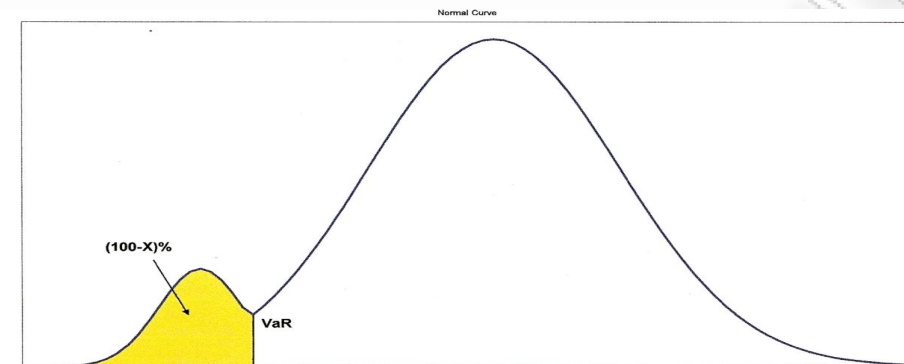
## Σχήμα 2.2: Κατανομή αποτελεσμάτων

τις επόμενες πέντε ημέρες. Στο σχήμα (2.2)<sup>16</sup> βλέπουμε να παρουσιάζεται γραφικά η περίπτωση όπου οι μεταβολές στην αξία του χαρτοφυλακίου τείνουν στη κανονικότητα.

Η αξία σε κίνδυνο είναι ένα πολύ ελκυστικό μέτρο του κινδύνου γιατί είναι εξαιρετικά εύκολο να γίνει αντιληπτό. Στην πραγματικότητα αυτό που κάνει είναι να ρωτάει: «Πόσο άσχημα μπορούν τα πράγματα να γίνουν;». Αυτή είναι η ερώτηση στην οποία τα διευθυντικά στελέχη θέλουν μια σαφή απάντηση.

Αξία σε κίνδυνο με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% σημαίνει ότι για περίπου 5% του χρόνου ο οργανισμός (τράπεζα) αναμένει να χάσει περισσότερο από τον αριθμό που μας δίνεται από τη VaR, 5% είναι μια ημέρα στις είκοσι. Επιπλέον ένα σημαντικό σημείο στο οποίο ο ορισμός της VaR δε δίνει το απαραίτητο βάρος είναι ότι η αξία σε κίνδυνο λαμβάνει υπόψη τις διαφοροποιήσεις οι οποίες βρίσκονται μέσα στο χαρτοφυλάκιο. Με άλλα λόγια ο κίνδυνος μειώνεται σημαντικά όταν μοιράζει κανείς την επένδυσή του σε διάφορα στοιχεία. Αυτή η μείωση του κινδύνου λαμβάνεται υπόψη πλήρως με τον υπολογισμό της αξίας σε κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

<sup>16</sup>Best, Philip, Implementing Value at Risk, Wiley & Sons Inc



Γράφημα 1.2

Σχήμα 2.3: Κατανομή αποτελεσμάτων

Έτσι όμως ερχόμαστε αντιμέτωποι με έναν από τους περιορισμούς της VaR. Παρόλο που η αξία σε κίνδυνο μας λέει ότι μια ζημιά μεγαλύτερη από ένα ποσό  $\Upsilon\text{€}$  θα συμβεί κατά μέσο όρο μια μέρα στις είκοσι, δε μπορεί να μας υπολογίσει το πόσο η ζημιά αυτή θα υπερβαίνει το ποσό  $\Upsilon$ . Δηλαδή με άλλα λόγια η VaR δε μπορεί να μας πει ποιο είναι το άνω φράγμα της αναμενόμενης ζημίας μας καθημερινά.

Μερικοί αναλυτές θεωρούν ότι η χρήση της VaR μπορεί να δαλεάσει ορισμένους επενδυτές να διαλέξουν χαρτοφυλάκια με κατανομή αποδόσεων παρόμοια με αυτή που φαίνεται στο παραπάνω γράφημα. Τα χαρτοφυλάκια στο σχήμα 2.2 και στο σχήμα 2.3 έχουν την ίδια VaR αλλά το χαρτοφυλάκιο στο σχήμα 2.3<sup>17</sup> είναι πιο επιρρεπές στον κίνδυνο διότι οι ενδεχόμενες ζημιές είναι κατά πολύ μεγαλύτερες.

Ένα μέτρο που αντιμετωπίζει το πρόβλημα που προαναφέραμε είναι η Conditional VaR (C-VaR). Εκεί που η VaR ρωτάει «Αν τα πράγματα πάνε άσχημα, πόσο αναμένουμε να χάσουμε». Η C-VaR είναι η αναμενόμενη ζημιά για διάστημα  $N$  ημερών δεδομένου ότι έχουμε διάστημα εμπιστοσύνης  $(100-X)\%$  και βρίσκουμε στην αριστερή ουρά της κατανομής αποδόσεων. Για παράδειγμα με  $X = 99$  και  $N = 10$ , η C-VaR είναι το μέσο ποσό χρημάτων που θα χάσουμε σε περίοδο 10 ημερών θεωρώντας ότι 1% των χειρότερων δυνατών περιπτώσεων συμβαίνουν.

Παρόλο τις αδυναμίες, η VaR και όχι η C-VaR είναι ακόμα το πιο διαδομένο μέτρο μέτρησης του κινδύνου ανάμεσα στους ρυθμιστικούς (ελεγκτικούς) μηχανισμούς και την διοίκηση των οργανισμών, αν και η C-VaR και άλλα εξελιγμένα μέτρα κινδύνου αρχίζουν

<sup>17</sup>Best, Philip, ((Implementing Value at Risk)), Wiley & Sons Inc

να κερδίζουν ολοένα και περισσότερο έδαφος.

## 2.2.5 Χρονικός Ορίζοντας

Στην θεωρία, η VaR έχει δύο μεταβλητές,  $N$  το χρονικό ορίζοντα σε ημέρες και  $X$  το επίπεδο εμπιστοσύνης. Συχνά, αν δεν υπάρχουν αρκετά δεδομένα για να εκτιμήσουμε απευθείας τη συμπεριφορά των μεταβλητών της αγοράς για περιόδους μεγαλύτερες από μια ημέρα, συνηθίζεται να υπολογίζουμε την VaR χρονικού διαστήματος μίας ημέρας. Τότε μία προσέγγιση για τη VaR διαστήματος  $N$  ημερών δίνεται από τη σχέση<sup>18</sup>:

$$VaR(Ndays) = VaR(1day) \times \sqrt{N} \quad (2.2.2)$$

Αυτός ο τύπος ισχύει όταν οι μεταβολές στην αξία του χαρτοφυλακίου ανά ημέρα είναι ανεξάρτητες και ισόνομες και ακολουθούν κανονική κατανομή με μέσο μηδέν. Στις άλλες περιπτώσεις είναι απλά μια προσέγγιση. Αναφέρουμε ότι οι ελεγκτικοί μηχανισμοί απαιτούν τα διαθέσιμα κεφάλαια των τραπεζών να είναι τουλάχιστον τρεις φορές η VaR των 10 ημερών με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%. Δεδομένου τον τρόπο υπολογισμού της VaR αυτό το ποσό είναι  $3 \times \sqrt{10} = 9.49$  φορές η VaR της μιας ημέρας με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%.

## 2.2.6 Αδυναμίες της VaR

### Ενδεχόμενη Ασουνέπεια ως προς τη διαφοροποίηση

Ένα συνεπές μέτρο κινδύνου<sup>19</sup> αναμένεται να λαμβάνει υπόψη του τη διαφοροποίηση ενός χαρτοφυλακίου. Δηλαδή, ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από αρκετά στοιχεία αναμένεται να έχει μικρότερο κίνδυνο από το άθροισμα των κινδύνων των επιμέρους στοιχείων που το απαρτίζουν. Η VaR δεν ικανοποιεί αναγκαστικά αυτή την απαίτηση. Δηλαδή ενδέχεται να ισχύει ότι  $VaR(X_1) + VaR(X_2) < VaR(X_1 + X_2)$ . Αυτή είναι η βασικότερη αδυναμία που προσάπτουν στη VaR σαν μέτρο κινδύνου και λόγω αυτής της αδυναμίας έχουν επινοηθεί νέα συνεπή μέτρα κινδύνου. Παρ' αυτή την αδυναμία, η VaR εξακολουθεί να είναι δημοφιλής, κυρίως λόγω της σχετικής ευκολίας υπολογισμού της.

### Μέγεθος απώλειας

Επίσης, αν και η VaR μας φανερώνει πως, για παράδειγμα, κατά μέσο όρο, μία στις 20 ημέρες θα έχουμε μεγαλύτερη απώλεια από την υπολογισμένη (το μέτρο VaR σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%) δε μας δίνει το μέγεθος αυτής της απώλειας. Επομένως το μέτρο VaR δεν είναι αυτόνομα επαρκές για την αποτελεσματική διαχείριση του κινδύνου της αγοράς.

<sup>18</sup>Hull C. John, Options Future And Other Derivatives 5th Edition, Prentice Hall.

<sup>19</sup>Yen Yee Chong, Investment Risk Management, Wiley & Sons Inc

## Υπόθεση Κανονικότητας

Όπως τυπικά υπολογίζεται η VaR παρέχει μια ακριβή στατιστική εκτίμηση της μέγιστης πιθανής απώλειας ενός χαρτοφυλακίου όταν οι αγορές συμπεριφέρονται φυσιολογικά. Όμως σε αρκετά συχνή βάση οι χρηματοοικονομικές αγορές παρουσιάζουν ακραίες και απροσδόκητες αλλαγές τιμών. Το μέτρο VaR δεν έχει σχεδιασθεί για να αντιμετωπίζει αυτές τις ακραίες αλλαγές τιμών.

Τα δύο αυτά μειονεκτήματα αμβλύνονται με τη συμπληρωματική τακτική του VaR, τον έλεγχο πίεσης (stress testing). Το μέτρο VaR και stress testing μαζί παρέχουν τη βάση για ένα περιεκτικό πλαίσιο μέτρησης του κινδύνου αγοράς.

### 2.2.7 Προσεγγίσεις στη Μέτρηση της Αξίας σε Κίνδυνο

Είναι εξαιρετικά σημαντικό να αναπτύσσονται μεθοδολογίες που παρέχουν ακριβείς εκτιμήσεις του κινδύνου, επειδή τα μέτρα VaR έχουν πολλές εφαρμογές, όπως στη διαχείριση κινδύνου καθώς και στην εκτίμηση αποδόσεων από τους διαχειριστές του κινδύνου.

Είναι γνωστό ότι, αν ο κίνδυνος αγοράς που αναλαμβάνει ένας οργανισμός δεν έχει εκτιμηθεί σωστά, αυτό μπορεί να οδηγήσει σε μη βελτιστοποιημένη κατανομή κεφαλαίων με αρνητικές συνέπειες στην κερδοφορία ή την χρηματοοικονομική σταθερότητα των οργανισμών. Η πρόκληση, από στατιστικής πλευράς, είναι πως με τις υπάρχουσες μεθοδολογίες για την εκτίμηση του VaR γίνεται αντιληπτό πως οι κατανομές των αποδόσεων δεν είναι σταθερές διαχρονικά. Οι μεθοδολογίες εκτίμησης VaR χωρίζονται σε τρεις βασικές κατηγορίες:

- παραμετρικές (RiskMetrics και GARCH)
- μη παραμετρικές (ιστορική προσομοίωση και υβριδικό μοντέλο)
- ημιπαραμετρικές (Extreme Value Theory<sup>20</sup>, CAViaR και quasi-maximum likelihood GARCH)

Τα αποτελέσματά τους μπορεί να είναι πολύ διαφορετικά, γι' αυτό κριτικό ρόλο στην επιλογή του κάθε μοντέλου παίζουν οι υποκείμενες υποθέσεις τους, τα μαθηματικά μοντέλα και οι ποσοτικές τεχνικές τους, ώστε ο αναλυτής να επιλέξει ποιο μοντέλο είναι πιο κοντά στα πιστεύω ή στις φρονήσεις και στους αντικειμενικούς του στόχους.

Επίσης περιγράφονται τα βασικά χαρακτηριστικά των χρηματοοικονομικών δεδομένων τα οποία εξηγούν πως:

---

<sup>20</sup>Η Θεωρία Ακραίων Τιμών (Extreme Value Theory ή EVT) είναι, ένα υποσύνολο της στατιστικής που επικεντρώνεται στις τιμές των ουρών των κατανομών και ασχολείται με το ρυθμό που αυτές οι τιμές προσεγγίζουν το μηδέν, ώστε να καθοριστεί πόσο "παχιά" είναι η ουρά.

- οι κατανομές για τις χρηματοοικονομικές αποδόσεις είναι λεπτόκυρτες, δηλαδή έχουν βαρύτερες ουρές και υψηλότερες κεντρικές τιμές από ό,τι η κανονική κατανομή, κάτι που αντικατοπτρίζεται στον υψηλότερο συντελεστή κύρτωσης από αυτόν της κανονικής κατανομής.
- οι αποδόσεις μετοχών είναι κατά κανόνα αρνητικά ασύμμετρες και πώς
- τα τετράγωνα των καταλοίπων έχουν σημαντική αυτοσυσχέτιση, δηλαδή οι μεταβλητότητες των παραγόντων της αγοράς τείνουν να ομαδοποιούνται (cluster).

Η VaR, όπως ήδη έχουμε προαναφέρει, συνοψίζει τη μέγιστη αναμενόμενη απώλεια σε ένα χρονικό ορίζοντα με δεδομένο το επίπεδο εμπιστοσύνης. Υπάρχουν αρκετές μέθοδοι για να υπολογίσει κανείς την αξία σε κίνδυνο. Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάσουμε μερικές από αυτές.

### 2.2.8 Μέθοδοι Υπολογισμού της VaR

Οι βασικές μέθοδοι υπολογισμού της  $VaR^{21}$  είναι τρεις. Η πρώτη είναι η Παραμετρική Μέθοδος (*Parametric VaR*) ή, αλλιώς, Μέθοδος Δέλτα (*Delta Method*). Η συγκεκριμένη μέθοδος θεωρεί ότι η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας της αξίας του χαρτοφυλακίου είναι κανονική και απαιτεί τον υπολογισμό των παραμέτρων διακύμανσης και συνδιακύμανσης των επενδύσεων (*assets*) από τις οποίες αποτελείται το χαρτοφυλάκιο.

Η δεύτερη μέθοδος είναι η Ιστορική Προσομοίωση (*Historical Simulation*). Σε αυτήν τη μέθοδο, η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας της αξίας του χαρτοφυλακίου κατασκευάζεται σύμφωνα με ιστορικά δεδομένα (συνήθως των τελευταίων 250 ημερών), χωρίς να θεωρούμε εκ των προτέρων ότι είναι κανονική.

Η Τρίτη μέθοδος είναι η Προσομοίωση *Monte Carlo* (*Monte Carlo Simulation*). Αυτή η μέθοδος βασίζεται σε προκαθορισμένες στατιστικές ιδιότητες της απόδοσης της επένδυσης και προσομοιώνει κατά τυχαίο τρόπο τα πιθανά μελλοντικά αποτελέσματα της επένδυσης μέσω ενός μεγάλου αριθμού σεναρίων.

<sup>21</sup>Jorion, Philippe. *Financial Risk Manager Handbook 2nd Edition*, Wiley & Sons Inc

## 2.2.9 Delta-Method

Αν θέλαμε να υπολογίσουμε την αξία σε κίνδυνο για ένα μόνο χρηματοοικονομικό στοιχείο, αυτό θα ήταν κάτι το σχετικά εύκολο. Συνήθως όμως η VaR πρέπει να υπολογιστεί για σύνθετα χαρτοφυλάκια και για μεγάλες χρονικές περιόδους.

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου για την επόμενη από την τρέχουσα περίοδο μας δίνεται από τον τύπο:

$$R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^N w_{i,t} \times R_{i,t+1} \quad (2.2.3)$$

όπου

$R_{i,t}$  είναι η απόδοση του στοιχείου  $i$  τη χρονική στιγμή  $t$ ,  
 $w_{i,t}$  είναι το βάρος σε χρήμα του στοιχείου  $i$  τη χρονική στιγμή  $t$ ,  
 $N$  είναι ο αριθμός των στοιχείων που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο.

Η Δέλτα μέθοδος<sup>22</sup> δέχεται ότι οι αποδόσεις όλων των στοιχείων κατανέμονται κανονικά. Εφόσον η απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι ένας γραμμικός συνδυασμός κανονικά κατανεμημένων μεταβλητών, κατανέμεται και αυτή κανονικά.

Χρησιμοποιώντας πίνακες η διακύμανση του χαρτοφυλακίου είναι:

$$V(R_{p,t+1}) = \acute{w}_t \times \Sigma_{t+1} \times w_t \quad (2.2.4)$$

όπου

$$w_t = \begin{pmatrix} w_{1,t} \\ w_{2,t} \\ \vdots \\ w_{N,t} \end{pmatrix} \quad (2.2.5)$$

$\acute{w}_t$  είναι ο ανεστραμμένος  $w_t$  πίνακας, και  $\Sigma$  είναι ο πίνακας συνδιακύμανσης των στοιχείων του χαρτοφυλακίου, δηλαδή  $\Sigma = (\sigma_{i,j}) \forall i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$  όπου  $\sigma_{i,j} = Cov(R_i, R_j)$  είναι η συνδιακύμανση της απόδοσης του στοιχείου  $i$  με την απόδοση του στοιχείου  $j$ .

Επομένως η εκτίμηση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου εξαρτάται αποφασιστικά από την εκτίμηση του πίνακα συνδιακύμανσης των αποδόσεων των στοιχείων που το απαρτίζουν. Δύο βασικές μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό του πίνακα διακύμανσης - συνδιακύμανσης ( $\Sigma$ ) σε αυτή τη προσέγγιση.

Η πρώτη μέθοδος βασίζεται εξ' ολοκλήρου σε ιστορικές τιμές, χρησιμοποιώντας διάφορες τεχνικές που λαμβάνουν υπόψη τους με κάποιο τρόπο την παράμετρο του χρόνου (π.χ. οι παλαιότερες παρατηρήσεις ίσως πρέπει να έχουν μικρότερο βάρος από τις πιο πρόσφατες).

<sup>22</sup>Jorion, Philippe. Value at Risk: The New Benchmark For Controlling Market Risk, McGraw Hill.

Η δεύτερη μέθοδος βασίζεται στη χρήση των τρεχουσών τιμών παραγώγων προϊόντων, από τις οποίες μπορούν να συναχθούν οι πραγματικές τιμές για τη διακύμανση ή τις συνδιακυμάνσεις των υποκείμενων τίτλων, που η ίδια η αγορά χρησιμοποιεί στο μοντέλο τιμολόγησης των παραγώγων. Οι συναγόμενες αυτές «τιμές κινδύνου» λένε τι πιστεύει η αγορά για τις διακυμάνσεις και συνδιακυμάνσεις και ως εκ τούτου μάλλον δίνουν καλύτερο αποτέλεσμα από τις ιστορικές τιμές, όμως οι συναγόμενες δεν είναι πάντα άμεσα διαθέσιμες για κάθε στοιχείο ή συνδυασμό στοιχείων.

Η Δέλτα μέθοδος είναι αντικείμενο πολλών επικρίσεων. Καταρχήν, η προσέγγιση αυτή δίνει μικρή σημασία στον κίνδυνο συμβάντος, που αναφέρεται στην πιθανότητα ασυνήθιστα μεγάλων και ακραίων μεταβολών των τιμών όπως είναι η κατάρρευση μιας αγοράς. Το πρόβλημα βασίζεται στο ότι ο κίνδυνος συμβάντος δε συμβαίνει αρκετά συχνά έτσι ώστε να αντιπροσωπεύεται ικανοποιητικά από τα δεδομένα της κατανομής πιθανότητας. Το μειονέκτημα αυτό είναι κοινό για όλες τις μεθόδους που χρησιμοποιούν ιστορικά στοιχεία.

Ένα δεύτερο πρόβλημα που πηγάζει από την εφαρμογή της Δέλτα προσέγγισης είναι η ύπαρξη «παχιών ουρών» στις αποδόσεις των περισσότερων στοιχείων. Αυτές οι παχιές ουρές είναι ιδιαίτερα ανησυχητικές ακριβώς γιατί αυτό που προσπαθεί η αξία σε κίνδυνο να κάνει είναι να συλλάβει τη συμπεριφορά της απόδοσης του χαρτοφυλακίου στην αριστερή ουρά. Με την ύπαρξη παχιών ουρών ένα μοντέλο που βασίζεται στην κανονική προσέγγιση υποεκτιμάει το ποσοστό των τιμών που βρίσκονται μακριά από το μέσο και κατά συνέπεια τη πραγματική αξία σε κίνδυνο.

Τέλος, είναι σημαντικό να υπογραμμίσει κανείς ότι η Δέλτα μέθοδος φαίνεται ανεπαρκής στον υπολογισμό μη γραμμικών στοιχείων όπως είναι τα παράγωγα προϊόντα.

Δεν θα πρέπει κανείς λανθασμένα να θεωρήσει ότι η παραπάνω μέθοδος είναι κατώτερη από τις εναλλακτικές της διότι ένα σημαντικό της πλεονέκτημα είναι ότι μπορεί εύκολα να εφαρμοστεί εκεί που οι άλλες προσεγγίσεις έχουν μεγάλη δυσκολία στον υπολογισμό. Επίσης, η Δέλτα προσέγγιση πολλές φορές αποτελεί αρκετά ικανοποιητικό μέτρο μέτρησης των κινδύνων της αγοράς.

Τα μοντέλα συνδιακύμανσης υποθέτουν την κανονικότητα που σημαίνει ότι οι ποσοστιαίες μεταβολές των τιμών στην αγορά για κάθε στοιχείο αλλά και κατά συνέπεια του χαρτοφυλακίου, είναι κανονικά κατανομημένες. Αυτή η υπόθεση μας επιτρέπει να περιγράψουμε τη μεταβλητότητα σε όρους τυπικής απόκλισης (SD).

## Υπολογισμός

Η εκτίμηση του πίνακα συνδιακύμανσης της απόδοσης των στοιχείων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο γίνεται για κάποια δεδομένη περίοδο διακράτησης, και επιτυγχάνεται με διάφορους τρόπους που κυμαίνονται από μία απλή εφαρμογή του σχετικού στατιστικού

τύπου στις τιμές των ιστορικών παρατηρήσεων έως τη χρήση προηγμένων μοντέλων όπως το μοντέλο GARCH<sup>23</sup>.

Στη συνέχεια η διακύμανση (άρα και η τυπική απόκλιση) της απόδοσης του χαρτοφυλακίου μπορεί να υπολογισθεί άμεσα από τον τύπο

$$\sigma_{\Pi} = \sqrt{VaR(R_{\Pi})} = \sqrt{\tilde{w} \cdot \Sigma \cdot \tilde{w}} \quad (2.2.6)$$

όπου  $\tilde{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \end{pmatrix}$ ,  $\tilde{w}$  είναι ο ανεστραμμένος  $\tilde{w}$  πίνακας και  $\Sigma$  ο πίνακας συνδιακύμανσης των αποδόσεων των στοιχείων του χαρτοφυλακίου.

Τότε όμως η αξία σε κίνδυνο του χαρτοφυλακίου για δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης συνάγεται άμεσα, λόγω της υπόθεσης της κανονικότητας, ως ο μέσος της κατανομής της απόδοσης του χαρτοφυλακίου μείον το γινόμενο της τυπικής απόκλισης επί τον συντελεστή που αντιστοιχεί σε δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Π.χ., για επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, ο σχετικός συντελεστής είναι 2,33.

Το αποτέλεσμα αυτό στη συνέχεια πολλαπλασιάζετε με την τρέχουσα αξία του χαρτοφυλακίου προκειμένου η VaR να εκφραστεί σε χρήματα. Άρα :

$$VaR(R_{\Pi}) = \sigma_{\Pi} \times z_{\alpha} \times P \quad (2.2.7)$$

όπου  $\sigma_{\Pi}$  η τυπική απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου,  $z_{\alpha}$  ο σχετικός συντελεστής για ορισμένο επίπεδο εμπιστοσύνης όπου  $\alpha$  το επίπεδο εμπιστοσύνης και  $P$  η αξία της θέσης.

### Παράδειγμα Υπολογισμού VaR σε χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από ένα στοιχείο

Έστω ότι αγοράσαμε €1 εκατομμύριο σε χρυσό<sup>24</sup>. Θα ελέγξουμε πόσο μπορεί να χάσουμε σε μια ημέρα.

Χρειαζόμαστε τη μεταβλητότητα των ημερήσιων μεταβολών (αποδόσεων) της τιμής του χρυσού. Έστω ότι δίνεται ως  $\sigma = 0,55\%$

Αν επιπλέον υποθέσουμε ότι οι ημερήσιες αποδόσεις του χρυσού είναι κανονικά κατανεμημένες, τότε μπορούμε να πούμε ότι με 95% πιθανότητα δε θα χάσουμε σε μια ημέρα περισσότερα από  $VaR_{95\%} = 1,65 \times 0,55\% \times 1000000 = 9.075\text{€}$ .

<sup>23</sup>Μοντέλο υπολογισμού της ιστορικής μεταβλητότητας και πρόβλεψης της μελλοντικής τιμής της.

<sup>24</sup>Ξανθόπουλος Στυλιανός (2005), «Σημειώσεις Μέτρησης και Διαχείρισης Κινδύνου», Τμήμα Στατιστικής & Αναλογιστικών Χρηματοοικονομικών Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Σάμος.



## Αξιολόγηση

Βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η ταχύτητα και ευκολία υπολογισμού της. Εντούτοις, η υπόθεση κανονικής κατανομής των αποδόσεων είναι πρακτικά κατάλληλη μόνο για μη μοχλευόμενα περιουσιακά στοιχεία (non leveraged assets), κάτι που θα πρέπει να ελεγχθεί για όλα τα στοιχεία του χαρτοφυλακίου. Για τα παράγωγα προϊόντα (options) και άλλα δομημένα (structured) προϊόντα που έχουν από τη φύση τους έχουν ενσωματωμένα παράγωγα η μέθοδος της συνδιακύμανσης δεν είναι κατάλληλη λόγω της μη γραμμικότητας της συνάρτησης αξίας του παραγώγου, γι' αυτό προτείνονται μέθοδοι που την επεκτείνουν, ενώ πρακτικά χρησιμοποιούνται οι προσομοιώσεις Monte Carlo και των ιστορικών τιμών.

## 2.2.10 Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης

Η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης<sup>25</sup> δε βασίζεται σε κάποιο συγκεκριμένο μοντέλο αν και είναι ένα στατιστικό μέτρο της ενδεχόμενης ζημιάς. Τα μαθηματικά υπολογισμού με την προσέγγιση της ιστορικής προσομοίωσης είναι σχετικά απλά και αυτό είναι ένα βασικό πλεονέκτημα όσον αφορά την αποδοχή και κατανόηση της μεθόδου από άτομα μη σχετικά με το θέμα. Το κύριο βέβαια πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι μπορεί να αντιμετωπίσει τα παράγωγα προϊόντα σε ένα χαρτοφυλάκιο κάτι που η προηγούμενη προσέγγιση αδυνατούσε να κάνει.

Όσον αφορά την απεικόνιση της αγοράς, η ιστορική προσομοίωση είναι η καλύτερη μέθοδος από οποιαδήποτε μέθοδο συνδιακύμανσης. Ένα βασικό πλεονέκτημά της είναι ότι δεν υποθέτει κανονικότητα των μεταβολών των τιμών. Η ιστορική προσομοίωση αντιλαμβάνεται τα χαρακτηριστικά της πραγματικής κατανομής μεταβολών του χαρτοφυλακίου, και καθώς η αξία σε κίνδυνο υπολογίζεται από αυτήν την πραγματική κατανομή, όταν υπάρχουν παχιές ουρές, έχει μια τάση να δίνει λίγο υψηλότερη VaR από αυτή της μεθόδου συνδιακύμανσης.

Οι τράπεζες με σύνθετα χαρτοφυλάκια παραγώγων συνήθως προτιμούν την προσομοίωση Monte Carlo ή κάποια άλλη αριθμητική μέθοδο για την εκτίμηση του χαρτοφυλακίου τους. Εν μέρει αυτό συμβαίνει γιατί τέτοιες αριθμητικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση παραγώγων συμβολαίων εξ αρχής. Τα σύνθετα χαρτοφυλάκια παραγώγων συχνά εμπεριέχουν κίνδυνο ο οποίος μπορεί να επέλθει υπό ορισμένες σπάνιες συνθήκες. Έτσι είναι δυνατόν, ένα σενάριο μεταβολής τιμών που να προκαλεί σημαντικές ζημιές, να μην έχει συμπεριληφθεί στη χρονοσειρά τιμών που χρησιμοποιεί η ιστορική προσομοίωση για να υπολογίσει την VaR. Αυτό είναι ιδιαίτερα πιθανό αν σκεφτεί κανείς ότι συνήθως χρησιμοποιείται ένα σχετικά μικρό διάστημα ιστορικών τιμών π.χ. 150 ή 250 ημερών. Η προσομοίωση Monte Carlo παράγει ένα μεγάλο αριθμό σεναρίων μεταβολών των τιμών τα οποία εφαρμόζονται στο χαρτοφυλάκιο. Επομένως είναι φυσικό να υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα μια συγκεκριμένη ζημιά να έχει ήδη συμπεριληφθεί στην κατανομή των μεταβολών του χαρτοφυλακίου.

### Υπολογισμός VaR με χρήση της Ιστορικής Προσομοίωσης

Η ιστορική προσομοίωση αυτό που κάνει είναι να παίρνει ένα χαρτοφυλάκιο χρηματοοικονομικών στοιχείων σε κάποια δεδομένη χρονική στιγμή και έπειτα να επανα-αποτιμά το χαρτοφυλάκιο ορισμένες φορές, χρησιμοποιώντας τις ιστορικές τιμές των στοιχείων που περιλαμβάνονται σε αυτό. Οι νέες αποτιμήσεις του χαρτοφυλακίου παράγουν μια κατανομή κερδών και ζημιών (P&L) οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν έτσι ώστε για ένα δεδομένο συντελεστή εμπιστοσύνης να μας δώσουν την αξία σε κίνδυνο.

<sup>25</sup>Jorion, Philippe., Value at Risk: The New Benchmark For Controlling Market Risk, McGraw Hill.

Υπάρχουν αρκετοί τρόποι να υπολογίσει κανείς την αξία σε κίνδυνο χρησιμοποιώντας την ιστορική προσομοίωση. Ο πιο απλός τρόπος είναι να επανα-αποτιμήσει κανείς το χαρτοφυλάκιο χρησιμοποιώντας ένα συγκεκριμένο αριθμό ιστορικών τιμών των στοιχείων. Έτσι έχουμε μια νέα τιμή του χαρτοφυλακίου για κάθε μια από τις ημέρες έρευνας του παρελθόντος. Η αξία σε κίνδυνο τότε μας δίνεται από το κατάλληλο εκατοστημόριο για δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Το σημαντικότερο μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι καθώς η αξία του χαρτοφυλακίου μεταβάλλεται με τον χρόνο, τα ποσοστιαία που χρησιμεύουν στον υπολογισμό αυτής της αξίας μεταβάλλονται και αυτά, και επομένως δεν αντιπροσωπεύουν τη πραγματική διάρθρωση του χαρτοφυλακίου σήμερα. Αυτό σημαίνει ότι η σύνθεση του χαρτοφυλακίου αλλάζει για όλο το χρονικό διάστημα για το οποίο χρησιμοποιήθηκαν ιστορικές τιμές. Η εκτίμηση ενός χαρτοφυλακίου με πραγματικές ιστορικές τιμές δε θα μας δώσει ένα έγκυρο αποτέλεσμα. Στη πραγματικότητα αυτό που μας χρειάζεται είναι οι ιστορικές τιμές των μεταβολών του χαρτοφυλακίου μας, σύμφωνα με το σημερινό χαρτοφυλάκιο και τη σημερινή διάρθρωση και αξία του.

Ο σωστός τρόπος υπολογισμού της αξίας σε κίνδυνο με την ιστορική προσομοίωση είναι χρησιμοποιώντας ιστορικές ποσοστιαίες μεταβολές της τιμής του χαρτοφυλακίου και έπειτα εφαρμόζοντας αυτές στο σημερινό χαρτοφυλάκιο. Πιο συγκεκριμένα:

- Απόκτηση χρονοσειρών ποσοστιαίων μεταβολών για κάθε στοιχείο κινδύνου που περιλαμβάνεται στο χαρτοφυλάκιο.
- Εφαρμογή των μεταβολών αυτών στο χαρτοφυλάκιο, έτσι ώστε να παράγουμε ιστορικές τιμές της αξίας του.
- Ταξινόμηση των μεταβολών του χαρτοφυλακίου σε ποσοστιμότητα.
- Η αξία σε κίνδυνο είναι αυτή που αντιστοιχεί στο δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί συνήθως η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης δίνει μεγαλύτερο αποτέλεσμα VaR από τη μέθοδο της συνδιακύμανσης και αυτό λόγω των παχίων ουρών. Συγκρίνοντας τα δύο αποτελέσματα μπορεί να δει κανείς ότι η διαφορά τους μπορεί να είναι το πολύ μέχρι 5%.

### 2.2.11 Προσομοίωση Monte Carlo

Με την ιστορική προσομοίωση είδαμε πώς μπορεί κανείς να προσομοιώσει τις μεταβολές του χαρτοφυλακίου για το παρελθόν χρησιμοποιώντας τις πραγματικές τιμές των παραγόντων κινδύνου.

Η ιστορική προσομοίωση είναι ένας αποτελεσματικός τρόπος υπολογισμού της αξίας σε κίνδυνο με την προϋπόθεση ότι υπάρχουν ιστορικές τιμές για τους παράγοντες κινδύνου. Όταν δεν υπάρχουν αυτές η ιστορική προσομοίωση είναι αδύνατο να υλοποιηθεί. Επιπλέον υπάρχει μια άποψη η οποία λέει ότι το παρελθόν των τιμών περιορίζει το εύρος από το οποίο μπορεί κανείς να εξάγει έναν αριθμό VaR. Σε αυτή την άποψη η προσομοίωση Monte Carlo <sup>26</sup> δίνει μια απάντηση.

Ένα σύνολο τιμών κάποιων στοιχείων σε ένα χαρτοφυλάκιο μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα ξεχωριστό συμβάν χαρτοφυλακίου. Η προσομοίωση Monte Carlo περιλαμβάνει την τεχνική παραγωγή μεγάλου αριθμού γεγονότων (συσχετισμένων μεταβολών των στοιχείων κινδύνου) από τα οποία μπορεί να εξαχθεί η αξία σε κίνδυνο. Έπειτα αφού παραχθεί ένας μεγάλος αριθμός τυχαίων αριθμών, αυτά τα γεγονότα εφαρμόζονται επάνω σε ένα χαρτοφυλάκιο και η αξία σε κίνδυνο μας δίνεται από τις μεταβολές που έχουμε σαν αποτέλεσμα με τον ίδιο τρόπο όπως και στην ιστορική προσομοίωση.

Η προσομοίωση Monte Carlo προτιμάται περισσότερο σαν μέθοδος υπολογισμού της αξίας σε κίνδυνο γιατί μπορεί να αντιμετωπίσει και τα παράγωγα προϊόντα με συνέπεια.

Κάθε ένα από αυτά τα βήματα θα αναλυθεί παρακάτω. Το πρώτο βήμα υπολογισμού είναι ακριβώς το ίδιο με τη μέθοδο της συνδιακύμανσης (οι διακυμάνσεις και οι συσχετίσεις υπολογίζονται για κάθε ένα από τους παράγοντες κινδύνου). Όταν οι διακυμάνσεις και οι συσχετίσεις δεν μπορούν να εξαχθούν άμεσα θα πρέπει να προσεγγίζονται από τις διακυμάνσεις και συσχετίσεις παραπλήσιων αγαθών.

Η διαδικασία παραγωγής ενός συνόλου μεταβολών του χαρτοφυλακίου είναι καλύτερα να αναλυθεί σε δύο μέρη. Το πρώτο βήμα είναι η παραγωγή κανονικά κατανεμημένων μεταβολών για ένα στοιχείο με τη σωστή διακύμανση. Το δεύτερο βήμα περιλαμβάνει τη παραγωγή συσχετισμένων μεταβολών των στοιχείων που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο με τη βοήθεια ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων.

Η διαδικασία αυτή εμπεριέχει τα επόμενα βήματα:

- Παραγωγή τυχαίων αριθμών
- Μετατροπή σε ένα σύνολο κανονικά κατανεμημένων μεταβολών των τιμών.

Το πρώτο βήμα για την παραγωγή κανονικά κατανεμημένων μεταβολών των τιμών είναι η παραγωγή τυχαίων αριθμών. Στην προκειμένη περίπτωση ζητάμε ένα πρόγραμμα

<sup>26</sup>Jorion, Philippe. Value at Risk: The New Benchmark For Controlling Market Risk, McGraw Hill.

παραγωγής τυχαίων με συγκεκριμένη διακύμανση και συσχέτιση. Επιπλέον για τη συγκεκριμένη μεθοδολογία οι τυχαίοι αριθμοί που χρειαζόμαστε πρέπει να βρίσκονται μεταξύ του μηδέν και της μονάδος.

Στο δεύτερο βήμα πρέπει να μετατρέψουμε τους τυχαίους αριθμούς σε κανονικά κατανεμημένους αριθμούς. Οι τυχαίοι αριθμοί κατανέμονται ομοιόμορφα στο διάστημα που έχουμε ορίσει δηλαδή ανάμεσα στο μηδέν και στη μονάδα. Το διάστημα αυτό επιλέγεται σκόπιμα έτσι ώστε να διασφαλίσουμε ότι στο επόμενο βήμα οι τυχαίοι αριθμοί είναι σημεία της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής. Κάθε τυχαίος αριθμός αντιπροσωπεύει μια πιθανότητα της κανονικής αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας. Το σύνολο των αριθμών που έχουν παραχθεί μπορούν να μετατραπούν σε κανονικά κατανεμημένους αριθμούς εφαρμόζοντας σε κάθε ένα από αυτούς την αντίστροφη αθροιστική συνάρτηση κατανομής.

Η παραπάνω διαδικασία υποθέτει την τυπική κανονική κατανομή, επομένως οι παραγόμενοι αριθμοί θα κατανέμονται κανονικά στο μηδέν - ένα (με μέση τιμή μηδέν και τυπική απόκλιση μονάδα). Όμως αυτοί οι αριθμοί, που πλέον αντιπροσωπεύουν μεταβολές στη τιμή του στοιχείου, θα πρέπει να έχουν την ίδια μεταβλητότητα με το στοιχείο που μοντελοποιείται. Γι' αυτό και σαν τελευταίο βήμα θα πρέπει κάθε μια από αυτές τις μεταβολές να πολλαπλασιαστεί με την τυπική απόκλιση του στοιχείου που εξετάζεται.

Από αυτό το σημείο και έπειτα η διαδικασία είναι η ίδια με την ιστορική προσομοίωση. Οι μεταβολές εφαρμόζονται στο χαρτοφυλάκιο και υπολογίζεται η αξία από το ποσοστημόριο του απαιτούμενου συντελεστή εμπιστοσύνης.

### 2.2.12 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα της VaR

Το μεγάλο πλεονέκτημα της  $VaR$ <sup>27</sup> συνίσταται στο ότι ενσωματώνει σε έναν και μόνο αριθμό τη συνολική έκθεση ενός οργανισμού στον κίνδυνο αγοράς. Η απλή και εύκολη κατανόηση αυτού του αριθμού εξηγεί το λόγο για τον οποίο η  $VaR$  έγινε τόσο γρήγορα ένα αναντικατάστατο εργαλείο για την παρουσίαση του αναλαμβανόμενου κινδύνου αγοράς προς τα ανώτατα διευθυντικά στελέχη, τη διοίκηση και τους μετόχους. Για παράδειγμα, η  $VaR$  ενός οργανισμού θα μπορούσε να δείχνει ότι οι απώλειες την ερχόμενη εβδομάδα θα υπερβαίνουν τα €20 εκατομμύρια με πιθανότητα 5%. Εάν η διοίκηση εκτιμά ότι η δυνητική απώλεια είναι ιδιαίτερα μεγάλη, ο οργανισμός θα πρέπει να προβεί σε αναπροσαρμογή ή καλυψη (*hedging*) του συνολικού χαρτοφυλακίου, ώστε να μειώσει τη συνολική  $VaR$ .

Η κυριότερη αρνητική κριτική για τη  $VaR$  είναι ότι η κατανομή των αποδόσεων<sup>28</sup>, σε πολλές περιπτώσεις, δεν είναι κανονική. Παρατηρείται, μάλιστα, ότι οι αποδόσεις δεικτών, μετοχών και συναλλάγματος έχουν πλατεία άκρα (*fat tails*) και ότι η κατανομή των παραγώγων προϊόντων, όπως τα δικαιώματα προαίρεσης (*options*), καθώς και των δανείων παρουσιάζει μεγάλη ασυμμετρία. Αυτό σημαίνει ότι μεγάλες διακυμάνσεις στην αγορά συμβαίνουν πολύ συχνότερα απ' ότι προβλέπει η κανονική κατανομή.

Τέλος, η  $VaR$  υπολογίζει τη μέγιστη ζημία που μπορεί να υποστεί ένας οργανισμός κατά τη διάρκεια ενός συγκεκριμένου χρονικού ορίζοντα και για δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Οι ζημίες υπολογίζονται υποθέτοντας ότι τα περιουσιακά στοιχεία μπορούν να πωληθούν στις τρέχουσες αγοραίες τιμές. Ωστόσο, αν η επιχείρηση έχει στην κατοχή της σε μεγάλο βαθμό μη ρευστοποιήσιμα στοιχεία, που σημαίνει ότι δεν μπορούν να μεταπωληθούν σύντομα, τότε η  $VaR$  μπορεί να υποεκτιμά τις πραγματικές ζημίες, αφού τα στοιχεία ίσως χρειάζεται να πωληθούν με έκπτωση.

<sup>27</sup>Best, Philip, *Implementing Value at Risk*, Wiley & Sons Inc

<sup>28</sup>Yen Yee Chong, *Investment Risk Management*, Wiley & Sons Inc

## 2.3 Stress Testing

### 2.3.1 Ορισμός του Stress Testing

Ο βασικός σκοπός της *VaR* είναι η ποσοτικοποίηση των εν δυνάμει ζημιών που είναι δυνατόν να συμβούν κάτω από κανονικές συνθήκες αγοράς. Παρά το γεγονός ότι αυξάνοντας το επίπεδο εμπιστοσύνης της *VaR* είναι δυνατόν να προβλεφθεί το μέγεθος μεγάλων ζημιών, η εξάρτηση της *VaR* από τα πρόσφατα ιστορικά δεδομένα δεν επιτρέπει την ταυτοποίηση ασυνήθιστα ακραίων και δυσμενών καταστάσεων που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε υπέρογκες ζημιές. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο η μεθοδολογία της *VaR* πρέπει να συμπληρώνεται από τακτική υλοποίηση της διαδικασίας του *Stress Testing*.

Το *Stress Testing*<sup>29</sup> ορίζεται ως η διαδικασία ταυτοποίησης και διαχείρισης καταστάσεων που θα μπορούσαν να προκαλέσουν ασυνήθιστα μεγάλες ζημιές. Στα πλαίσια του *Stress Testing*, οι παράγοντες κινδύνου υφίστανται σχετικά μεγάλες μεταβολές και γίνεται χρήση μη γραμμικών μοντέλων για τον υπολογισμό της αξίας του χαρτοφυλακίου που προκύπτει ως αποτέλεσμα. Η διαμόρφωση των δυσμενών σεναρίων μπορεί να γίνει είτε με βάση κάποια ιστορικά γεγονότα, είτε σύμφωνα με πιθανές πολιτικοοικονομικές εξελίξεις.

Πολύ πρόσφατα, διαπιστώθηκε ότι η μορφή των σεναρίων πρέπει να καθορίζεται από τις ιδιαιτερότητες του εκάστοτε χαρτοφυλακίου. Θα πρέπει, σε πρώτη φάση, να εντοπίζονται οι παράγοντες κινδύνου στους οποίους εμφανίζει ευαισθησία το χαρτοφυλάκιο, και ακολούθως να εφαρμόζονται ισχυρές διαταραχές στις τιμές αυτών των παραγόντων, ώστε να διαπιστώνεται η αντίδραση της αξίας του χαρτοφυλακίου.

Συνήθως, οι μεταβολές στους παράγοντες κινδύνου είναι τυποποιημένες, ώστε να γίνονται άμεσα αντιληπτές κατά μήκος όλης της ιεραρχίας ενός οργανισμού. Για παράδειγμα, για την υλοποίηση ενός *Stress Test*, ο δείκτης του χρηματιστηρίου θα μπορούσε να μεταβληθεί κατά +10%, +20%, -10% ή -20%. Είναι, επίσης, χρήσιμο να γίνεται ομαδοποίηση των παραγόντων κινδύνου, ώστε να είναι προκαθορισμένοι οι παράγοντες που θα μεταβληθούν ταυτόχρονα και να διευκολύνεται η ανάλυση. Η διαδικασία της ομαδοποίησης των παραγόντων κινδύνου ονομάζεται «*blocking*».

Στην περίπτωση που το *Stress Test* αναδείξει αδυναμίες για ένα χαρτοφυλάκιο, θα πρέπει να ληφθούν διορθωτικά μέτρα. Μια λύση είναι η διακράτηση επαρκούς κεφαλαίου, ώστε να καλυφθούν εν δυνάμει υπέρογκες ζημιές. Υπάρχουν, όμως περιπτώσεις όπου αυτή η λύση δεν είναι εφικτή, διότι το κεφάλαιο ασφαλείας που πρέπει να τηρηθεί είναι απαγορευτικά μεγάλο. Μια άλλη λύση είναι η αντικατάσταση των θέσεων του χαρτοφυλακίου με άλλες που θα ενέχουν μικρότερους κινδύνους. Σε κάθε περίπτωση, ο στόχος είναι η διασφάλιση

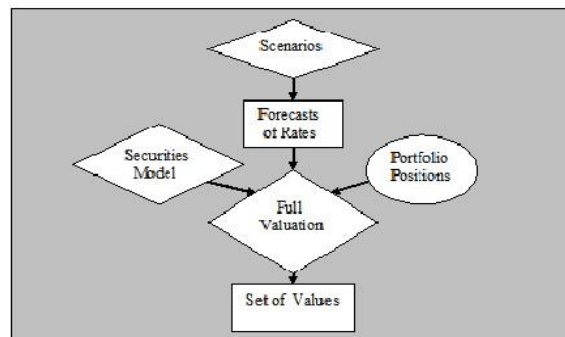
<sup>29</sup>P. Morgan. RiskMetrics: Practical Guide (1st edition), J.P. Morgan & Co, New York, 1999.

της επιβίωσης του οργανισμού σε μια ενδεχόμενη κρίση.

### 2.3.2 Βήματα Κατασκευής του *Stress Test*

Πριν υλοποιηθεί ένα *Stress Test* πρέπει να αποφασιστεί ο χρονικός ορίζοντας εντός του οποίου είναι επιθυμητό να μελετηθεί ένα ακραίο σενάριο. Ο χρονικός ορίζοντας εξαρτάται από την ικανότητα ρευστοποίησης και τη μεταβλητότητα της αξίας των επενδύσεων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο. Επίσης, είναι χρήσιμο να προκαθορίζεται η συχνότητα υλοποίησης ενός *Stress Test*. Παρακάτω φαίνεται το διάγραμμα ροής υλοποίησης του *Stress Test*.

Τα έξι βασικά βήματα υλοποίησης ενός *Stress Test* είναι τα εξής:



Σχήμα 2.4: Διάγραμμα ροής υλοποίησης του *Stress Test*

1. Καθορισμός του πλήρους συνόλου των παραγόντων κινδύνου που θα μπορούσαν να επηρεάσουν την αξία του χαρτοφυλάκιου.
2. Επιλογή των παραγόντων κινδύνου που πρέπει να ομαδοποιηθούν ή να μεταβληθούν ανεξάρτητα.



3. Απόφαση για το μέγεθος της μεταβολής που θα υποστεί κάθε παράγοντας κινδύνου. Συνήθως, οι μεταβολές είναι από τέσσερεις έως έξι φορές μεγαλύτερες από την τυπική απόκλιση της τιμής του κάθε παράγοντα για χρονικό διάστημα ίσο με τον ορίζοντα του *Stress Test*.
4. Εφαρμογή των διαταραχών στις τιμές των παραγόντων κινδύνου.
5. Υπολογισμός της αξίας του χαρτοφυλακίου που προκύπτει. Επειδή οι μεταβολές στις τιμές των παραγόντων κινδύνου είναι μεγάλες, επιβάλλεται η χρήση μη γραμμικών μοντέλων για τον υπολογισμό της αξίας του χαρτοφυλακίου.
6. Καταγραφή των ζημιών που προκύπτουν.

### 2.3.3 Διασφάλιση Εγκυρότητας του *Stress Test*

Ο στόχος του *Stress Test* είναι η ανάδειξη των αδυναμιών του χαρτοφυλακίου και η αποσαφήνιση των κινδύνων. Ένα έγκυρο και επιτυχημένο *Stress Test* θα πρέπει<sup>30</sup>:

- Να προσρμόζεται στις ιδιαιτερότητες του χαρτοφυλακίου.
- Να λαμβάνει υπόψη όλους τους παράγοντες κινδύνου που μεταβάλλονται ταυτόχρονα.
- Να εξετάζει πιθανές αλλαγές σε καθιερωμένες καταστάσεις (*regime shifts*)
- Να αποτελεί εφαλτήριο για προβληματισμό και διάλογο μεταξύ των στελεχών του οργανισμού.
- Να λαμβάνει υπόψη την έλλειψη ρευστότητας σε περιπτώσεις έντονων κρίσεων.
- Να λαμβάνει υπόψη την αλληλεπίδραση κινδύνου αγοράς και πιστωτικού κινδύνου.

Ένα ορθά διατυπωμένο ακραίο σενάριο σχεδιάζεται έτσι ώστε να δοκιμάζει τη συμπεριφορά του χαρτοφυλακίου σε ακραίες καταστάσεις και να στοχεύει στον εντοπισμό των ιδιαίτερων αδυναμιών του. Ένα χαρτοφυλακίο που συγκεντρώνεται σε λίγες επενδύσεις είναι δυνατόν να υποστεί σημαντικές ζημιές από σχετικά μικρές μεταβολές σε ορισμένους δείκτες της αγοράς. Για το λόγο αυτό, ένα *Stress Test* που προσομοιώνει μεταβολές σε γενικούς δείκτες ενδέχεται να μην αναδείξει τις ιδιαίτερες αδυναμίες του χαρτοφυλακίου.

Καθοριστική, επίσης, είναι η επιλογή του συνόλου των παραγόντων κινδύνου που θα μεταβληθούν ταυτόχρονα. Ένα ακραίο σενάριο απομονωμένο από το ευρύτερο περιβάλλον δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα, καθώς υπάρχει συσχέτιση, μικρή ή μεγάλη, μεταξύ των παραγόντων κινδύνου.

Μια ερώτηση κλειδί είναι, συχνά, αν οι παράμετροι που συνδέουν τους παράγοντες

<sup>30</sup>P. Morgan. RiskMetrics: Practical Guide (1st edition), J.P. Morgan & Co, New York, 1999.

κινδύνου θα διατηρηθούν ως έχουν ή θα τροποποιηθούν διαμορφώνοντας νέο καθεστώς στην αγορά. Μια εύλογη ερώτηση θα ήταν αν θα διατηρηθούν οι συσχετίσεις μεταξύ των παραγόντων κινδύνου ή θα παρουσιαστεί μια αλλαγή καθεστώτος. Για παράδειγμα, ενώ η ομαλή πτώση του δείκτη του χρηματιστηρίου συνδυάζεται, εν γένει, με πτώση των επιτοκίων των ομολόγων, σε μια κατακόρυφη πτώση του συγκεκριμένου δείκτη παρουσιάζεται άνοδος των επιτοκίων των ομολόγων, διότι οι επενδυτές στρέφονται σε πιο ασφαλείς επενδύσεις.

Επιπλέον, το *Stress Test* πρέπει να πυροδοτεί προβληματισμό και διάλογο μεταξύ των διαχειριστών του κινδύνου. Ένα επιτυχημένο *Stress Test* δεν αποτρέπει την πραγματοποίηση ενός ακραίου και δυσμενούς σεναρίου, αλλά προετοιμάζει τον οργανισμό που αναλαμβάνει τον κίνδυνο για ένα τέτοιο ενδεχόμενο και δίνει τη δυνατότητα για εφαρμογή προληπτικών μέτρων.

Ένα βασικό χαρακτηριστικό των διαταραγμένων αγορών είναι η απώλεια της ρευστότητας. Η ρευστότητα μπορεί να θεωρηθεί από δύο οπτικές γωνίες, την ικανότητα για πώληση θέσεων και την ικανότητα για αγορά θέσεων. Η απώλεια της ρευστότητας μπορεί να εμφανιστεί πολύ έντονα στις αναδυόμενες αγορές (*emerging markets*).

Τέλος, οι διαταραχές που ενδέχεται να εμφανιστούν σε μια αγορά οδηγούν σε αύξηση του πιστωτικού κινδύνου, σε βαθμό που τον καθιστούν συχνά πιο σημαντικό από τον αντίκτυπο των μεταβολών της αγοράς.

### 2.3.4 Δημιουργία Ακραίων Σεναρίων

Υπάρχουν τέσσερις τρόποι<sup>31</sup> για να δημιουργηθούν ακραία σενάρια, οι οποίοι παρατίθενται στη συνέχεια:

1. Χρήση ακραίων σεναρίων που έχουν εμφανιστεί στο παρελθόν.
2. Εφαρμογή διαταραχών σε μεμονωμένους παράγοντες κινδύνου, ώστε να διαπιστωθεί η ευαισθησία του χαρτοφυλακίου σε κάθε παράγοντα.
3. Εφαρμογή διαταραχών σε ομάδες συσχετισμένων παραγόντων κινδύνου, ώστε να προσομειωθούν πιθανά μελλοντικά σενάρια που μπορεί να εμφανιστούν στην αγορά.
4. Δημιουργία σεναρίων που εξειδικεύονται στις αδυναμίες του εκάστοτε χαρτοφυλακίου.

#### 1ος τρόπος

Ο πρώτος τρόπος δημιουργίας ακραίων σεναρίων είναι η χρήση ακραίων σεναρίων που έχουν συμβεί κατά το παρελθόν και σχετίζονται με το υπό εξέταση χαρτοφυλακίο.

Πρέπει να τονιστεί, ότι η εφαρμογή ιστορικών σεναρίων πρέπει να γίνεται σε περιόδους που εμφανίζεται η ίδια μεταβλητότητα στις παγκόσμιες αγορές με αυτήν που είχε καταγραφεί όταν συνέβησαν τα αντίστοιχα γογονότα. Στις περιπτώσεις που η μεταβλητότητα των αγορών είναι πιο έντονη, επιβάλλεται η χρήση περισσότερο ακραίων σεναρίων.

#### 2ος τρόπος

Μια δεύτερη προσέγγιση για την παραγωγή ακραίων σεναρίων είναι η εφαρμογή ακραίων διαταραχών σε μεμονωμένους παράγοντες κινδύνου ή στις συσχετίσεις που υφίστανται μεταξύ τους. Αυτή η μέθοδος βοηθά στον υπολογισμό της ευαισθησίας του χαρτοφυλακίου σε κάθε παράγοντα κινδύνου. Το λεπτό σημείο στην υλοποίηση αυτής της μεθόδου είναι η επιλογή των παραγόντων κινδύνου που θα μεταβληθούν και το μέγεθος αυτών των μεταβολών. Αυτή η επιλογή εξαρτάται κυρίως από τις μεταβολές που έχουν παρατηρηθεί στην αγορά κατά το παρελθόν, την εμπειρία του στελέχους που υλοποιεί το *Stress Test* και, τέλος, τη φύση του χαρτοφυλακίου.

Τα παραπάνω σενάρια μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως βάση για το *Stress Test* διαφόρων χαρτοφυλακίων. Για παράδειγμα, τα αποτελέσματα του *Stress Test* μιας πολυεθνικής τράπεζας θα μπορούσαν να έχουν, σε γενικές γραμμές, τη μορφή του παρακάτω πίνακα.

Όπως φαίνεται και στον παραπάνω πίνακα, είναι σημαντικό να γίνουν συνοπτικά σχόλια επί των αποτελεσμάτων, ώστε να γίνουν πιο ευανάγνωστοι οι αριθμοί που προκύπτουν από

<sup>31</sup>P. Morgan, RiskMetrics: Practical Guide (1st edition), J.P. Morgan & Co, New York, 1999.

*Global Bank 1-Day Stress Test* *Tuesday, March 16, 1999*

**Global Bank Stress Analysis**  
(one-day worst-case market moves)

Geographic Region	Interest rates		Equities		FX		Net by Region
	Move, bp	P/L (\$mm)	Move, %	P/L (\$mm)	Move, %	P/L (\$mm)	
North America	80	-5.6	-8	-5.8	-10	-1.5	-10.1
	-80	5.0	8	5.2	10	1.3	12.0
Europe	100	-8.7	-10	-4.6	-10	-1.3	-14.0
	-100	7.0	10	3.7	10	1.1	14.6
Japan	50	4.0	-10	3.0	-10	1.4	9.1
	-25	-3.0	10	-2.5	10	-1.6	-3.5
Emerging Asia	250	-2.0	-25	-3.2	-20	-0.1	-5.0
	-200	1.8	25	2.9	20	0.1	4.9
Russia & Eastern Europe	400	5.0	-30	-3.3	-25	3.1	5.3
	-300	-4.0	30	2.3	25	-2.2	-3.7
Latin America	1000	-12.0	-35	-4.0	-20	5.0	-10.7
	-500	8.0	35	6.0	20	-2.0	13.9
Total Portfolio	Up	-19.3	Down	-17.9	Down	6.3	-26.6
	Down	20.8	Up	17.6	Up	-3.2	37.0

**Stress Test Commentary**

- Overall economic sensitivities to stress scenarios are within tolerance limits: daily loss in a global bear market scenario is estimated at \$26.6 million, and gain in a global bull market scenario is \$37 million.
- Largest asset class exposure to a bear market is interest rates (-\$19.3/20.8), followed closely by equities (-\$17.9/17.6).
- Largest regional exposure to a bear market is Europe (-\$14.0), followed closely by North America (-\$10.1) due largely to corporate bond inventories by N.Y. and London Fixed Income.
- Note net short position in Japan and Russia across asset classes (i.e., losses in a bull market).
- Note also short position in Latin America FX (\$5.0) largely through real/USD puts, coupled with long positions in Brady bonds (-\$12.0) and equities (-\$4.0) by Emerging Markets.
- Note that the individual gains and losses in a row do not, in general, add up to the Net by Region entry (even without non-linear positions), because losses are generally lessened by big moves whereas gains are accentuated. For example, when the European equities fall by 10% and the FX rate decreases by 10%, the drop in value of a pure equity portfolio when both of these events occur is smaller than 20%, because the equities lose 10% of their value initially, and then lose 10% of their reduced value to FX.

Σχήμα 2.5: Τυπική μορφή του πίνακα αποτελεσμάτων ενός *Stress Test*.

το *Stress Test*.

Ένας άλλος τρόπος υλοποίησης του *Stress Test* με εφαρμογή διαταραχών είναι ο υπολογισμός της αξίας του χαρτοφυλακίου για ένα συγκεκριμένο εύρος μεταβολών του εκάστοτε παράγοντα κινδύνου και η παρουσίαση των αποτελεσμάτων σε μορφή γραφικής παράστασης. Στον κατακόρυφο άξονα τοποθετούνται τα κέρδη/ζημιές και στον οριζόντιο άξονα παρουσιάζονται οι μεταβολές του παράγοντα κινδύνου, όπως δείκτες μετοχών, επιτόκια, αξίες πολύτιμων μετάλλων και δείκτες συναλλάγματος. Οι γραφικές παραστάσεις είναι πολύ χρήσιμες για την κατανόηση της συμπεριφοράς χαρτοφυλακίων που αποτελούνται από θέσεις οι οποίες αποτιμώνται με μη γραμμικό τρόπο, όπως, για παράδειγμα, τα δικαιώματα προαίρεσης.

Ένας τελευταίος τρόπος υλοποίησης του *Stress Test* με εφαρμογή διαταραχών είναι να εφαρμοστούν οι διαταραχές στις τυπικές αποκλίσεις ή στους συντελεστές συσχέτισης των παραγόντων κινδύνου. Ιδιαίτερη προσοχή απαιτεί η περίπτωση εφαρμογής διαταραχών στους συντελεστές συσχέτισης, διότι είναι δυνατόν να δημιουργηθούν παράλογα σενάρια. Για παράδειγμα, αν δύο παράγοντες κινδύνου έχουν πάντοτε αντίθετες τιμές (συντελεστής συσχέτισης -1), τότε ένας τρίτος παράγοντας κινδύνου δεν μπορεί να έχει ταυτόχρονα θετικό συντελεστή συσχέτισης με καθέναν από τους δύο πρώτους.

### 3ος τρόπος

Ο τρίτος τρόπος δημιουργίας ακραίων σεναρίων είναι η κατασκευή ολοκληρωμένων σεναρίων που είναι πιθανόν να συμβούν στο μέλλον. Τα βήματα κατασκευής ενός τέτοιου σεναρίου είναι τα εξής τρία:

- Καθορισμός του βασικού γεγονότος που αντιπροσωπεύει μια πιθανή μελλοντική κρίση.
- Καθορισμός της πιθανότερης έκτασης που μπορεί να έχει ένα τέτοιο γεγονός, δηλαδή εκτίμηση για την πιθανότερη σφοδρότητα που θα μπορούσε να έχει.
- Προσδιορισμός του συνόλου των παραγόντων κινδύνου που θα μπορούσε να επηρεάσει αυτό το δριμύ γεγονός.

Το τρίτο βήμα είναι σημαντικότερο, σε σχέση με τα δύο πρώτα, για την εγκυρότητα και την επιτυχή έκβαση του *Stress Test*. Θα πρέπει, οι ταυτόχρονες μεταβολές που θα υποστούν οι παράγοντες του συνόλου που έχει επιλεγεί, να ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα.

### 4ος τρόπος

Ο τελευταίος τρόπος παραγωγής σεναρίων ερευνά για σενάρια που θα αναδείξουν τα τρωτά σημεία του υπό εξέταση χαρτοφυλακίου. Ένας τρόπος διάγνωσης των αδυναμιών του χαρτοφυλακίου είναι η εκτέλεση προσομοίωσης *Monte Carlo* ή ιστορικής προσομοίωσης, και η διερεύνηση όλων των σεναρίων που θα μπορούσαν βνα οδηγήσουν σε ζημιές που θα υπερβαίνουν ένα ορισμένο κατώφλι. Στους τρεις προηγούμενους τρόπους που παρουσιάστηκαν, προηγείται ο προσδιορισμός του ακραίου σεναρίου και ακολουθεί η εκτίμηση των ζημιών που προκύπτουν. Στον τελευταίο τρόπο, γίνεται πρώτα εκτίμηση του μεγέθους μιας ενδεχόμενης σοβαρής ζημίας και στη συνέχεια ξεκινά η αναζήτηση του σεναρίου που θα μπορούσε να οδηγήσει σε αυτήν.

### 2.3.5 Προβλήματα του *Stress Testing*

Το πιο προφανές πρόβλημα<sup>32</sup> του *Stress Testing* είναι η πλήρης εξάρτησή του από το επιλεγόμενο σενάριο και, κατά συνέπεια, από την κριτική ικανότητα και την εμπειρία του στελέχους που υλοποιεί το *Stress Test*. Αυτό το πρόβλημα αποτελεί σοβαρό μειονέκτημα καθώς τα γεγονότα, από τα οποία επιθυμεί να προστατευθεί ένας οργανισμός, είναι συνήθως δύσκολο να προβλεφθούν. Κατά το πρόσφατο παρελθόν έχει αποδειχθεί ότι η επιλογή του κατάλληλου σεναρίου είναι καθοριστικής σημασίας για τη βιωσιμότητα ενός οργανισμού. Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις εταιρειών οι οποίες βρέθηκαν σε ιδιαίτερα δυσχερή θέση, λόγω της ανικανότητας των διευθυντικών στελεχών τους να προβλέψουν επερχόμενες δυσμενείς εξελίξεις, οι οποίες σε κάποιες περιπτώσεις ήταν ως ένα βαθμό προφανείς. Ειδικά στις περιπτώσεις εξέτασης περίπλοκων χαρτοφυλακίων είναι δύσκολο να ταυτοποιηθούν οι παράγοντες κινδύνου των οποίων πρέπει να μελετηθούν οι μεταβολές, καθώς και να αποφασιστεί το μέγεθος των μεταβολών που θα εφαρμοστεί σε κάθε παράγοντα κινδύνου.

Ένα ακόμη ολοφάνερο πρόβλημα του *Stress Testing* είναι είναι η δυσκολία προσδιορισμού του συνόλου των παραγόντων κινδύνου που πρέπει να μεταβληθούν ταυτόχρονα. Κατά τη διενέργεια αυτής της διαδικασίας, τα σημεία που απαιτούν ιδιαίτερη προσοχή είναι τα εξής τρία:

- Η επιλογή της μεταβολής πολλών παραγόντων ταυτόχρονα ενέχει τον κίνδυνο αποπροσανατολισμού και δημιουργίας περίπλοκων σεναρίων. Η καλύτερη λύση είναι να επιλέξουμε ένα σύνολο, το οποίο, εκτός από τους βασικούς παράγοντες κινδύνου που χαρακτηρίζουν το σενάριο, θα περιλαμβάνει μερικούς επιπλέον που οι οποίοι θα έχουν προφανή συσχέτιση με τους βασικούς.
- Η αλληλεπίδραση μεταξύ των παραγόντων κινδύνου είναι επίσης καθοριστικής σημασίας. Η πρόχειρη επιλογή των τιμών των συντελεστών συσχέτισης μεταξύ των παραγόντων κινδύνου μπορεί να οδηγήσει σε σενάρια που είναι αδύνατο να συμβούν.
- Θα πρέπει να γίνεται έλεγχος για το ενδεχόμενο να δημιουργείται σενάριο μη μηδενικού αρβιτραγε από το συνδυασμό μεταβολών που έχουμε επιλέξει. Αν διαπιστωθεί ότι όντως δημιουργείται τέτοιο σενάριο, τότε πρέπει να γίνει αναπροσαρμογή των μεταβολών, ώστε να επιτευχθεί ένα σενάριο με μηδενικό *arbitrage*.

---

<sup>32</sup>P. Morgan. ((RiskMetrics: Practical Guide (1st edition).)) J.P. Morgan & Co, New York, 1999.

## 2.4 *Back Testing*

### 2.4.1 Ορισμός του *BackTesting*

Τα μοντέλα υπολογισμού της *VaR* είναι χρήσιμα υπό την προϋπόθεση ότι προβλέπουν το μέγεθος των ενδεχόμενων ζημιών με επαρκώς μεγάλο βαθμό επιτυχίας. Για το λόγο αυτό, η εφαρμογή των συγκεκριμένων μοντέλων πρέπει να συνοδεύεται από μια διαδικασία επικύρωσης. Το βασικό εργαλείο που χρησιμοποιείται για την επικύρωση των μοντέλων μέτρησης της *VaR* είναι η διαδικασία του *BackTesting*.

Το *BackTesting*<sup>33</sup> είναι ένα στατιστικό μεθοδολογικό πλαίσιο, το οποίο επικυρώνει ότι οι πραγματικές ζημιές που παρατηρούνται βρίσκονται εντός των ορίων που καθορίζει η εκτιμώμενη *VaR*. Η διαδικασία αυτή περιλαμβάνει συστηματική σύγκριση των ιστορικών εκτιμήσεων της *VaR* με τις αντίστοιχες ζημιές που παρατηρήθηκαν κατά τη διάρκεια του ίδιου χρονικού διαστήματος.

Η διαδικασία του *BackTesting* είναι απαραίτητη για την ορθή διαχείριση του χρηματοοικονομικού κινδύνου, καθώς παρέχει τη δυνατότητα ελέγχου του πραγματικού επιπέδου εμπιστοσύνης της εκτιμώμενης *VaR*. Στις περιπτώσεις που διαπιστώνεται ότι η εκτιμώμενη *VaR* δεν χαρακτηρίζεται από το επίπεδο εμπιστοσύνης για το οποίο είχε υπολογιστεί, το μοντέλο υπολογισμού της *VaR* θα πρέπει να επανεξετάζεται για το ενδεχόμενο εσφαλμένων υποθέσεων, λανθασμένων παραμέτρων ή ανακριβούς μοντελοποίησης.

Το *BackTesting* αποτελεί κεντρικό ζήτημα και για την Επιτροπή της Βασιλείας, καθώς αυτή έχει θεσπίσει ποινές για τις τράπεζες των οποίων τα μοντέλα υπολογισμού της *VaR* υποεκτιμούν τον κίνδυνο. Οι τράπεζες εκτελούν, εν γένει, τη διαδικασία του *BackTesting* σε μηνιαία ή τριμηνιαία βάση, ώστε να διαπιστώσουν αν η αξιοπιστία των μοντέλων μέτρησης της *VaR* που χρησιμοποιούν βρίσκεται εντός των ορίων που καθορίζει η Επιτροπή της Βασιλείας.

### 2.4.2 Υλοποίηση του *Back Test*

Η υλοποίηση του *BackTest* μπορεί να γίνει με δύο τρόπους<sup>34</sup>. Ο πιο άμεσος τρόπος υλοποίησης είναι η αναπαράσταση των καθημερινών κερδών/ζημιών στο ίδιο διάγραμμα με την εκτιμώμενη ημερήσια *VaR* και παρακολούθηση των υπερβάσεων (*excessions*) της ζώνης εμπιστοσύνης, που καθορίζεται από το επίπεδο εμπιστοσύνης της *VaR*, από τα καθημερινά κέρδη/ζημιές. Σύμφωνα με Τράπεζα Διεθνών Διακανονισμών (*Bank of International Settlements – BIS*), οι διεθνείς ρυθμιστικές αρχές πρέπει να χρησιμοποιούν το πλήθος των υπερβάσεων κατά τους τελευταίους δώδεκα μήνες

<sup>33</sup>P. Morgan, RiskMetrics: Practical Guide (1st edition), J.P. Morgan & Co, New York, 1999.

<sup>34</sup>P. Morgan, RiskMetrics: Practical Guide (1st edition), J.P. Morgan & Co, New York, 1999.

(250 μέρες συναλλαγών) ως βάση για τη άσκηση επίβλεψης στους χρηματοπιστωτικούς οργανισμούς. Το πλήθος των υπερβάσεων θα πρέπει να βρίσκεται εντός του αριθμού που καθορίζεται από το επίπεδο εμπιστοσύνης της *VaR*. Για παράδειγμα, αν γίνεται χρήση μιας 95% ημερήσιας *VaR*, τότε πρέπει να παρατηρηθούν περίπου  $(5\% \times 250) \approx 12$  υπερβάσεις των ζημιών που καθορίζει η *VaR* (*downside excessions*). Αν οι υπερβάσεις είναι σαφώς περισσότερες, τότε πρέπει να βελτιωθεί το μοντέλο υπολογισμού της *VaR*.

Ένας δεύτερος τρόπος υλοποίησης του *BackTest* είναι η σύγκριση της εκτιμώμενης *VaR* με υποθετικές τιμές για τα κέρδη/ζημιές (*Hypothetical P/L* ή *No – action P/L*), οι οποίες προκύπτουν θεωρώντας ότι οι θέσεις του χαρτοφυλακίου παραμένουν σταθερές για διάρκεια ίση με τον χρονικό ορίζοντα υπολογισμού της *VaR* και επανεκτιμώνται στη λήξη του. Προφανώς, αυτός ο δεύτερος τρόπος είναι κατάλληλος για περιπτώσεις που χρησιμοποιείται χρονικός ορίζοντας υπολογισμού της *VaR* μεγαλύτερος της μίας ημέρας.

### 2.4.3 Ανάλυση Αποτελεσμάτων του *Back Test*

Η βασική διαδικασία<sup>35</sup> που ακολουθεί ύστερα από την εξαγωγή των αποτελεσμάτων του *BackTest* είναι η μέτρηση του ποσοστού των υπερβάσεων των ζημιών που καθορίζει η *VaR*. Αν αυτό το ποσοστό είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τον αριθμό  $1 - c$ , όπου  $c$  το επίπεδο εμπιστοσύνης της *VaR*, τότε προκύπτει το συμπέρασμα ότι το μοντέλο υπολογισμού της *VaR* υποεκτιμά τη *VaR*. Στην περίπτωση που αυτό το ποσοστό είναι σημαντικά μικρότερο από τον αριθμό  $1 - c$ , τότε το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι το μοντέλο υπολογισμού της *VaR* είναι πολύ συντηρητικό. Οποιαδήποτε από τις παραπάνω δύο περιπτώσεις είναι ανεπιθύμητη, καθώς οδηγεί σε εσφαλμένη αντίληψη του κινδύνου.

Εκτός από τη μέτρηση των υπερβάσεων της ζώνης που καθορίζει η *VaR*, πρέπει να ελεγχθεί το ενδεχόμενο ύπαρξης συγκεντρωμένων υπερβάσεων (*clustered excessions*), γεγονός που αποτελεί ένδειξη για υψηλές αυτοσυσχετίσεις στους κινδύνους. Η υπερβάσεις πρέπει να είναι, κατά το δυνατό, ομοιόμορφα κατανομημένες σε όλη τη διάρκεια υλοποίησης του *BackTest*. Οι έντονες συγκεντρώσεις δεν είναι επιθυμητές και πρέπει να οδηγούν σε αναθεώρηση το μοντέλου υπολογισμού της *VaR*.

Τέλος, πρέπει να γίνεται έλεγχος του μεγέθους των υπερβάσεων. Οι υψηλές υπερβάσεις υποδεικνύουν αυξημένη πιθανότητα ύπαρξης περιστασιακών κινδύνων. Οι περιστασιακοί κίνδυνοι είναι δυνατό να εκτιμηθούν με τη βοήθεια διεξοδικών *Stress Tests*. Μακροπρόθεσμα, οι αναλυτές του κινδύνου πρέπει να βελτιώνουν τις υποθέσεις τους για την κατανομή του κινδύνου, ώστε να συμπεριλάβουν τους περιστασιακούς κινδύνους.

<sup>35</sup>P. Morgan, RiskMetrics: Practical Guide (1st edition), J.P. Morgan & Co, New York, 1999.



#### 2.4.4 Υπόδειγμα ρυθμού αποτυχίας

Η απλούστερη μέθοδος επαλήθευσης της ακρίβειας του μοντέλου είναι να καταγραφεί ο ρυθμός αποτυχίας (failure rate)<sup>36</sup>, που αποτελεί το ποσοστό των φορών που το VaR έχει παραβιαστεί από τις παρατηρήσεις των αποδόσεων, δηλαδή έχει υποεκτιμήσει τον κίνδυνο με αποτέλεσμα οι πραγματικές αποδόσεις να είναι χαμηλότερες από τις εκτιμημένες. Ασυμπτωτικά, αυτό το ποσοστό θα έπρεπε να ισούται με το συντελεστή εμπιστοσύνης  $\alpha$  που έχει επιλεγεί για τον υπολογισμό του μέτρου VaR. Ακόμη, αυτός ο έλεγχος δε στηρίζεται σε υποθέσεις για τον τύπο της κατανομής των αποδόσεων. Αυτή η προσέγγιση για backtesting είναι επομένως πλήρως μη παραμετρική.

Ο έλεγχος αποτελεί το κλασσικό πλαίσιο για μια σειρά επιτυχιών ή αποτυχιών, που επίσης ονομάζονται δοκιμές Bernoulli (Bernoulli trials). Ο αριθμός των υπερβάσεων  $x$  κατανέμεται βάση της διωνυμικής κατανομής πιθανότητας:

$$f(x) = \binom{T}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{T-x} \quad (2.4.1)$$

όπου  $T$  ο αριθμός των συνολικών ημερών,  $p$  ο συντελεστής εμπιστοσύνης που επιλέξαμε για το μέτρο κινδύνου,  $N$  ο αριθμός υπερβάσεων και  $N/T$  ο ρυθμός αποτυχίας (failure rate). Επίσης είναι  $E(X) = pT$  και  $Var(X) = p(1-p)T$ .

Όταν  $T$  είναι υψηλό, βάσει του Κ.Ο.Θ., μπορούμε να προσεγγίσουμε τη διωνυμική κατανομή με την κανονική:

$$z = \frac{x - pT}{\sqrt{p(1-p)T}} \approx N(0, 1) \quad (2.4.2)$$

Η διωνυμική κατανομή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ελεγχθεί εάν ο αριθμός των παραβιάσεων είναι αποδεκτά μικρός. Γενικότερα στο σχεδιασμό ενός ελέγχου επαλήθευσης πρέπει να ισορροπηθούν τα σφάλματα τύπου I και τύπου II, δηλαδή των πιθανοτήτων να απορριφθούν σωστά μοντέλα ή να γίνουν αποδεκτά τα λανθασμένα, αντίστοιχα.

<sup>36</sup>Yen Yee Chong, Investment Risk Management, Wiley & Sons Inc

### 2.4.5 Έλεγχος Kupiec

Ένα από τα πιο γνωστά *test*, το οποίο βασίζεται στο ποσοστό αποτυχιών, προτάθηκε από τον Kupiec (1995)<sup>37</sup>. Ο έλεγχος Kupiec, γνωστό επίσης και ως *POF – test (proportion of failures)*, καθορίζει εάν ο αριθμός των παραβιάσεων (*exceptions*) σχετίζεται με το επίπεδο εμπιστοσύνης. Κάτω από την αρχική μας υπόθεση ότι το μοντέλο είναι επαρκές, ο αριθμός των παραβιάσεων ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή, όπως συζητήσαμε στη προηγούμενη παράγραφο. Επομένως, η μοναδική πληροφορία που απαιτείται για να εφαρμοστεί το *POF – test* είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων ( $T$ ), ο αριθμός των παραβιάσεων ( $x$ ) και το επίπεδο εμπιστοσύνης ( $c$ ).

Η αρχική υπόθεση για το *POF – test* είναι:

$$H_0 : p = \hat{p} = \frac{x}{T} \quad (2.4.3)$$

Ο σκοπός είναι να διαπιστώσουμε εάν το παρατηρούμενο ποσοστό αποτυχίας  $\hat{p}$  είναι σημαντικά διαφορετικό από το θεωρητικό  $p$ , όπου το ποσοστό αποτυχίας καθορίζεται από το επίπεδο εμπιστοσύνης. Σύμφωνα με τον Kupiec (1995), το *POF – test* διεξάγεται καλύτερα όπως το *test* με το λόγο πιθανοφάνειας (*likelihood – ratio LP*).

Το στατιστικό *test* παίρνει τη μορφή

$$LR_{POF} = -2 \ln \left( \frac{(1-p)^{T-x} p^x}{\left[1 - \left(\frac{x}{T}\right)\right]^{T-x} \left(\frac{x}{T}\right)^x} \right) \quad (2.4.4)$$

Κάτω από την αρχική υπόθεση ότι το μοντέλο είναι «επαρκές», η συνάρτηση  $LR_{POF}$  ακολουθεί ασυμπτωτικά την  $\chi^2$ -κατανομή με ένα βαθμό ελευθερίας. Εάν η τιμή του στατιστικού  $LR_{POF}$  υπερβαίνει την κριτική τιμή της κατανομής  $\chi^2$ , τότε η αρχική υπόθεση απορρίπτεται και το μοντέλο χαρακτηρίζεται ως ανακριβές.

Σύμφωνα με τον Dowd (2006), το επίπεδο εμπιστοσύνης<sup>38</sup> για κάθε *test* θα έπρεπε να επιλέγεται ώστε να εξισορροπεί τα σφάλματα τύπου I και τύπου II. Είναι σύνηθες να επιλέγεται αυθαίρετα ένα επίπεδο εμπιστοσύνης, της τάξης του 95%, και να εφαρμόζεται αυτό το επίπεδο σε όλα τα *test*. Ένα επίπεδο τέτοιου μεγέθους υποδηλώνει ότι το μοντέλο θα απορριφθεί μόνο εάν τα στοιχεία εναντίον του είναι αρκετά ισχυρά.

<sup>37</sup>Kupiec, Paul (1995). Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. Journal of Derivatives, 2 (December), 73-84.

<sup>38</sup>Το επίπεδο εμπιστοσύνης που χρησιμοποιείται στο *backtest* δεν σχετίζεται με το επίπεδο εμπιστοσύνης που εφαρμόζεται στον υπολογισμό της VaR

Probability Level p	VaR Confidence Level	Nonrejection Region for Number of Failures N		
		T = 255 days	T = 510 days	T = 1000 days
0.01	99 %	N < 7	1 < N < 11	4 < N < 17
0.025	97.5 %	2 < N < 12	6 < N < 21	15 < N < 36
0.05	95 %	6 < N < 21	16 < N < 36	37 < N < 65
0.075	92.5 %	11 < N < 28	27 < N < 51	59 < N < 92
0.1	90 %	16 < N < 36	38 < N < 65	81 < N < 120

Ο παραπάνω πίνακας δείχνει, τη περιοχή αποδοχής του μοντέλου για το *POF*-test υπό διαφορετικά επίπεδα εμπιστοσύνης, και πως η ισχύς του test αυξάνει καθώς το μέγεθος του δείγματος μεγαλώνει. Για παράδειγμα, για 95% επίπεδο εμπιστοσύνης με 255 παρατηρήσεις το διάστημα  $\frac{x}{T}$  αποδοχής του μοντέλου είναι

$$\left[ \frac{6}{255} = 0.024 , \frac{21}{255} = 0.082 \right]$$

Για 1000 παρατηρήσεις το αντίστοιχο διάστημα είναι αρκετά μικρότερο:

$$\left[ \frac{37}{1000} = 0.037 , \frac{65}{1000} = 0.065 \right]$$

Επόμενως, με περισσότερα δεδομένα είμαστε ικανοί να απορρίψουμε ένα μη επαρκές μοντέλο πιο εύκολα.

Ο έλεγχος *Kurpic* χαρακτηρίζεται από δύο αδυναμίες. Πρώτον, το test είναι στατιστικά αδύναμο όσον αφορά τα μεγέθη των δειγμάτων που συμπίπτουν με το τρέχον ρυθμιστικό πλαίσιο (ένα έτος). Αυτή η αδυναμία έχει αναγνωριστεί και από τον ίδιο τον *Kurpic*. Δεύτερον, το *POF* - test εξετάζει μόνο τη συχνότητα των απωλειών (ζημιών) και όχι το χρόνο στον οποίο αυτές συμβαίνουν. Ως αποτέλεσμα, αυτό μπορεί να αποτύχει στο να απορρίψει ένα μοντέλο το οποίο παρουσιάζει ομαδοποιημένες τις παραβιάσεις.

## 2.4.6 Έλεγχος *Christoffersen*

Πιθανώς το πιο ευρέως γνωστό τεστ, το οποίο έχει προταθεί από τον *Christoffersen* (1998)<sup>39</sup>. Χρησιμοποιεί το ίδιο πλαίσιο με το τεστ που εφαρμόζει ο *Kupiec*, αλλά επεκτείνει το τεστ συμπεριλαμβάνοντας ένα ξεχωριστό στατιστικό για την ανεξαρτησία των παραβιάσεων. Επίσης για το σωστό ποσοστό καλύψεως, αυτό το τεστ εξετάζει εάν η πιθανότητα μιας παραβίασης σε κάποια μέρα εξαρτάται από το αποτέλεσμα της προηγούμενης ημέρας.

Το τεστ πραγματοποιείται αρχικά ορίζοντας μια δείτρια συνάρτηση η οποία παίρνει τη τιμή 1 εάν η *VaR* παραβιάζεται, και τη τιμή 0 εάν η *VaR* δε παραβιάζεται:

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{εάν συμβαίνουν παραβιάσεις} \\ 0, & \text{εάν όχι} \end{cases}$$

Τότε ορίζουμε  $n_{ij}$  ως τον αριθμό των ημερών όπου η συνθήκη  $j$  πραγματοποιείται υποθέτοντας ότι η συνθήκη  $i$  πραγματοποιήθηκε τη προηγούμενη μέρα. Για να το διευκρινίσουμε, το αποτέλεσμα μπορεί να παρουσιαστεί σε έναν  $2 \times 2$  συμμετρικό πίνακα:

	$I_{t-1} = 0$	$I_{t-1} = 1$	
$I_t = 0$	$n_{00}$	$n_{10}$	$n_{00} + n_{10}$
$I_t = 1$	$n_{01}$	$n_{11}$	$n_{01} + n_{11}$
	$n_{00} + n_{01}$	$n_{10} + n_{11}$	$N$

<sup>39</sup>Olli Niepola(2009), BackTesting Value at Risk Models, Master's Thesis in Economics

Επομένως, ας ορίσουμε ως  $\pi_i$  να παριστάνει τη πιθανότητα παρατήρησης μιας παράβασης στην κατάσταση  $i$  τη προηγούμενη μέρα:

$$\pi_0 = \frac{n_{01}}{n_{00}+n_{01}}, \quad \pi_1 = \frac{n_{11}}{n_{10}+n_{11}} \quad \text{και} \quad \pi = \frac{n_{01}+n_{11}}{n_{00}+n_{01}+n_{10}+n_{11}}$$

Εάν το μοντέλο είναι ακριβές, τότε μια παραβίαση σήμερα δε θα έπρεπε να εξαρτάται από το εάν ή όχι συμβεί μια παραβίαση τη προηγούμενη μέρα. Με άλλα λόγια, κάτω από την αρχική υπόθεση οι πιθανότητες  $\pi_0$  και  $\pi_1$  πρέπει να είναι ίσες. Το σχετικό στατιστικό τεστ που αφορά την ανεξαρτησία των παραβιάσεων είναι ο λόγος πιθανοφάνειας:

$$LR_{ind} = -2\ln \left( \frac{(1-\pi)^{n_{00}+n_{10}} \pi^{n_{01}+n_{11}}}{(1-\pi_0)^{n_{00}} \pi_0^{n_{01}} (1-\pi_1)^{n_{10}} \pi_1^{n_{11}}} \right) \quad (2.4.5)$$

Συνδυάζοντας αυτό το στατιστικό τεστ ανεξαρτησίας με το τεστ *Kurpic* εξασφαλίζουμε ένα κοινό τεστ το οποίο εξετάζει και τις δύο περιπτώσεις ενός επαρκούς μοντέλου *VaR*, του σωστού ποσοστού αποτυχίας και της ανεξαρτησίας των παραβάσεων, τον έλεγχο κάλυψης υπό όρους:

$$LR_{cc} = LR_{POF} + LR_{ind}$$

Η συνάρτηση  $LR_{cc}$  ακολουθεί επίσης τη  $\chi^2$  κατανομή, αλλά σ' αυτή τη περίπτωση με δύο βαθμούς ελευθερίας, επειδή υπάρχουν δύο διαφορετικά  $LR$ -στατιστικά στο συγκεκριμένο τεστ. Εάν η τιμή του στατιστικού  $LR_{cc}$  είναι μικρότερη από τη κριτική τιμή που ορίζεται σύμφωνα με την  $\chi^2$  κατανομή, το μοντέλο περνάει το τεστ. Μεγαλύτερες τιμές οδηγούν στην απόρριψη του μοντέλου.



## Κεφάλαιο 3

# Υποδείγματα Χρονολογικών Σειρών

### 3.1 Βασικές Έννοιες

#### 3.1.1 Στοχαστική Διαδικασία και Χρονολογικές Σειρές

Με τον όρο χρονολογική σειρά εννοούμε μια σειρά από παρατηρήσεις που παίρνονται σε ορισμένες χρονικές στιγμές ή περιόδους. Χρονολογική σειρά λοιπόν, είναι ένα δείγμα  $Y_1, Y_2, \dots, Y_T$  όπου ο δείκτης παριστάνει ισαπέχοντα ή μη χρονικά σημεία ή διαστήματα. Υποθέτοντας, ότι οι παρατηρήσεις  $y_1, y_2, \dots, y_T$  είναι συγκεκριμένες τιμές ή συγκεκριμένες πραγματοποιήσεις των τυχαίων μεταβλητών  $Y_1, Y_2, \dots, Y_T$  και ότι επιπλέον οι τυχαίες μεταβλητές αυτές είναι μέρος μιας άπειρης σειράς τυχαίων μεταβλητών. Η άπειρη αυτή ακολουθία των τυχαίων μεταβλητών ονομάζεται στοχαστική ή τυχαία διαδικασία ή στοχαστική ανέλιξη και παριστάνεται ως  $\{Y_t\}$ . Με την ορολογία της κλασσικής στατιστικής, η έννοια της στοχαστικής διαδικασίας είναι ανάλογη της έννοιας του πληθυσμού, ενώ η έννοια της συγκεκριμένης πραγματοποίησης είναι ανάλογη της έννοιας του δείγματος.

Παραδείγματα χρονολογικών σειρών μπορούν να παρουσιαστούν και στην Οικονομία. Τέτοια μπορεί να είναι η εξέλιξη της τιμής του πετρελαίου, η αξία μιας μετοχής, ο δείκτης συναλλαγών στο χρηματιστήριο και άλλα. Κύριο ενδιαφέρον για την οικονομία είναι η πρόβλεψη.

Γενικά όπως και στη περίπτωση  $T$  τυχαίων μεταβλητών, μια στοχαστική διαδικασία μπορεί να περιγραφεί από μια συνάρτηση πιθανότητας  $f(y_1, y_2, \dots, y_T)$ . Εάν ήταν γνωστή η συνάρτηση πιθανότητας, τότε θα ήταν εύκολο να υπολογιστεί, για παράδειγμα, η πιθανότητα μιας συγκεκριμένης πραγματοποίησης ή η πιθανότητα μιας μελλοντικής τιμής. Επειδή όμως όχι μόνο η συνάρτηση πιθανότητας δεν είναι γνωστή, αλλά ούτε και η πλήρης εξειδίκευση της μορφής της είναι δυνατή, σκοπός της ανάλυσης χρονολογικών σειρών είναι

η διατύπωση μοντέλων που να μπορούν να περιγράψουν το μηχανισμό της στοχαστικής διαδικασίας από την οποία προέκυψε η συγκεκριμένη χρονολογική σειρά.

### 3.1.2 Συνεχείς - Διακριτές Χρονολογικές Σειρές

Οι χρονολογικές σειρές διακρίνονται σε συνεχείς χρονολογικές σειρές και σε διακριτές:

**Ορισμός 3.1.1.** Συνεχείς (*continuous*) χρονολογικές σειρές είναι αυτές όπου η τιμή του φαινομένου  $X_t$  παρατηρείται συνεχώς.

Παράδειγμα συνεχών χρονολογικών σειρών είναι η συνεχόμενη καταγραφή της θερμοκρασίας του αέρα ή η συνεχής παρακολούθηση των σεισμών.

**Ορισμός 3.1.2.** Διακριτές (*discrete*) χρονολογικές σειρές είναι αυτές όπου η τιμή του φαινομένου  $X(t_i)$  καταγράφεται σε ορισμένα χρονικά διαστήματα  $\Delta t$ ,  $t_i = t\Delta t$ .

Παράδειγμα διακριτών χρονολογικών σειρών είναι η τιμή μιας μετοχής ανά ημέρα ή ο αριθμός των ηλιακών κηλίδων ανά έτος όπου υπάρχουν τιμές σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα.

Οι χρονολογικές σειρές εκτός από συνεχείς και διακριτές κατηγοριοποιούνται σε ντετερμινιστικές, όπου επιτρέπουν τη πρόγνωση με ακρίβεια, και στοχαστικές όπου επιτρέπουν προβλέψεις μόνο εν μέρει, δηλαδή με πιθανότητα  $p$  να συμβεί το γεγονός.



## 3.2 Απλά Μοντέλα Χρονολογικών Σειρών

**Χρονική ή χρονολογική σειρά** καλείται ένα σύνολο παρατηρήσεων κάθε μία από τις οποίες λαμβάνεται τη χρονική στιγμή  $t$ . Μια χρονολογική σειρά μπορεί να είναι διακριτή, συνεχής, μονοδιάστατη ή πολυδιάστατη.

Ο κύριος στόχος στην ανάλυση χρονολογικών σειρών είναι η προσαρμογή ενός μοντέλου που να περιγράφει ικανοποιητικά τα δεδομένα, καθώς και η χρησιμοποίηση αυτού του μοντέλου για πρόβλεψη.

Η συσχέτιση μεταξύ των διαδοχικών παρατηρήσεων μιας χρονολογικής σειράς ονομάζεται αυτοσυσχέτιση. Η διαπίστωσή της είναι πολύ σημαντική διότι βοηθάει στην κατανόηση της διαχρονικής εξέλιξης του φαινομένου και επιτρέπει τη διατύπωση σχέσεων για την πρόβλεψη του μέλλοντος. Η ανάλυση χρονολογικών σειρών αποσκοπεί στο να κατασκευάσει ένα υπόδειγμα το οποίο, σύμφωνα με τη θεωρία πιθανοτήτων, έχει παρόμοιες ιδιότητες με το μηχανισμό που παράγει την εν λόγω στοχαστική διαδικασία.

Προτού περάσουμε στις τεχνικές μεθόδους ανάλυσης των χρονολογικών σειρών θα παρουσιάσουμε μερικά απλά μοντέλα χρονολογικών σειρών, τα οποία από μόνα τους δεν έχουν ενδιαφέρον αλλά βοηθούν στο κτίσιμο σύνθετων μοντέλων.

### 3.2.1 Λευκός Θόρυβος (White Noise)

Μια στοχαστική διαδικασία μιας χρονοσειράς  $\epsilon_t$ ,  $t \in (-\infty, +\infty)$  χαρακτηρίζεται λευκός θόρυβος όταν για κάθε  $t$  ισχύουν,

- $E(\epsilon_t) = 0$
- $E(\epsilon_t^2) = \sigma^2$  που σημαίνει αυτόματα λόγω της παραπάνω σχέσης ότι και  $Var(\epsilon_t) = \sigma^2$
- $Cov(\epsilon_t, \epsilon_s) = 0$ ,  $\forall s \neq t$ .

Αναμφισβήτητα, ο λευκός θόρυβος είναι στάσιμη στοχαστική διαδικασία.

### 3.2.2 Τυχαίος Περίπατος

Είναι μια ακολουθία  $\{S_t\}$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$  όπου  $S_t = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ .

Οι  $X_t$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$  είναι ανεξάρτητες ισόνομες και τυχαίες μεταβλητές. Ο τυχαίος περίπατος είναι μια μη στάσιμη στοχαστική διαδικασία.

### 3.3 Υποδείγματα Χρονολογικών Σειρών

Υπάρχουν τρεις βασικές κατηγορίες στοχαστικών υποδειγμάτων χρονολογικών σειρών. Αυτά είναι:

1. Τα Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα ή Υποδείγματα AR (Autoregressive Models)
2. Τα Υποδείγματα Κινητών Μέσων ή Υποδείγματα MA (Moving Average Models)
3. Τα Μεικτά Υποδείγματα ή Υποδείγματα ARMA (Autoregressive Moving Average Models) που είναι συνδυασμός των δύο προηγούμενων.

Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε κάθε μία από αυτές τις τρεις κατηγορίες υποδειγμάτων χρονολογικών σειρών.

#### 3.3.1 Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα AR(p)

Η γενική μορφή ενός αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος  $p$  τάξεως<sup>1</sup>, ή αλλιώς ενός AR(p) είναι:

$$Y_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + \dots + a_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Η τάξη  $p$  αναφέρεται στο μήκος της χρονικής υστέρησης. Η μορφή ενός αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος μας παραπέμπει ουσιαστικά σε ένα υπόδειγμα παλινδρόμησης, όπου οι ερμηνευτικές μεταβλητές είναι οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής  $Y_t$  με χρονική υστέρηση. Εξαιτίας αυτού του γεγονότος επικράτησε ο όρος αυτοπαλίνδρομο. Η μεταβλητή  $\varepsilon_t$  θεωρείται ότι είναι λευκός θόρυβος.

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τη γενική μορφή και τις ιδιότητες ενός αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος τάξεως 1, δηλαδή το AR(1). Η γενική μορφή ενός AR(1) θα είναι:

$$Y_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.3.1)$$

Αν υποθέσουμε ότι είτε ο μέσος είναι μηδέν είτε ότι οι μεταβλητές εκφράζονται ως αποκλίσεις από τους μέσους, τότε η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.3.2)$$

όπου  $y_t = Y_t - \bar{Y}_t$  και  $y_{t-1} = Y_{t-1} - \bar{Y}_{t-1}$ .

Για το υπόδειγμα AR(1) ισχύουν επίσης οι παρακάτω σχέσεις:

- $\mu = \frac{a_0}{1-a_1}$

---

<sup>1</sup>Mills, Terence C. (1990), Time Series Techniques for Economists, Cambridge University Press

- $\gamma_0 = V(y_t) = \sigma^2 \frac{1}{1-a_1^2}$
- $\gamma_s = Cov(y_t, y_{t-s}) = a_1^s \gamma_0$
- $\rho_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_0} = a_1^s$

Επειδή αρχικά θα ασχοληθούμε με αυστηρά στάσιμες διαδικασίες, θα πρέπει να εξετάσουμε κάτω από ποιες προϋποθέσεις η χρονολογική σειρά που παριστάνεται με τη γενική μορφή ενός AR(1) θα είναι στάσιμη. Για να είναι η σειρά στάσιμη θα πρέπει  $|a_1| < 1$ . Αυτό συμβαίνει γιατί, για να είναι μια σειρά στάσιμη θα πρέπει η διακύμανση  $\gamma_0$  να είναι ένας σταθερός αριθμός. Για  $a_1 > 0$ , η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης φθίνει γεωμετρικά και τείνει προς το μηδέν καθώς το  $s$  αυξάνει. Ανάλογα, όταν  $a_1 < 0$  η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης πάλι θα τείνει προς το μηδέν αλλά με εναλλασσόμενο πρόσημο αυτή τη φορά.

Τέλος, θα ασχοληθούμε και με το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα τάξεως  $p$ , δηλαδή το AR( $p$ ). Όπως είδαμε, η γενική του μορφή δίνεται από το τύπο:

$$Y_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + \dots + a_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Για μια διαδικασία AR( $p$ ) ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

- $\gamma_0 = \sigma^2 + a_1 \gamma_1 + a_2 \gamma_2 + \dots + a_p \gamma_p = \frac{\sigma^2}{1 - a_1 \rho_1 - a_2 \rho_2 - \dots - a_p \rho_p}$
- $\gamma_s = a_1 \gamma_{s-1} + a_2 \gamma_{s-2} + \dots + a_p \gamma_{s-p}$
- $\rho_s = a_1 \rho_{s-1} + a_2 \rho_{s-2} + \dots + a_p \rho_{s-p}$

Από την τελευταία σχέση για  $s = 1, 2, \dots, p$  προκύπτουν  $p$  εξισώσεις Yule-Walker οι οποίες είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= a_1 + \rho_1 a_2 + \rho_2 a_3 + \dots + \rho_{p-1} a_p \\ \rho_2 &= \rho_1 a_1 + a_2 + \rho_1 a_3 + \dots + \rho_{p-2} a_p \\ \rho_3 &= \rho_2 a_1 + \rho_1 a_2 + a_3 + \dots + \rho_{p-3} a_p \\ &\dots \\ &\dots \\ \rho_p &= \rho_{p-1} a_1 + \rho_{p-2} a_2 + \rho_{p-3} a_3 + \dots + a_p \end{aligned}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις αποτελούν ένα σύστημα  $p$  εξισώσεων και λύνοντάς το προκύπτουν οι τιμές για τις αυτοσυσχετίσεις  $\rho_p$ , αν είναι γνωστές οι τιμές των συντελεστών  $a_1, a_2, \dots, a_p$  που ονομάζονται και συντελεστές αυτοπαλινδρόμησης (autoregressive coefficients).

Όλες οι αυτοπαλίνδρομες διαδικασίες έχουν συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης οι οποίες

βαίνουν φθίνουσες καθώς αυξάνει το μήκος της υστέρησης  $s$ , με αποτέλεσμα να είναι πολλές φορές δύσκολο να καθοριστεί η τάξη του υποδείγματος που περιγράφει τη σειρά με βάση τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης. Ένα πρόσθετο κριτήριο για το σκοπό αυτό είναι η **συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης** (partial autocorrelation function). Η μερική αυτοσυσχέτιση ανάμεσα στην  $Y_t$  και στην  $Y_{t-s}$  αναφέρεται στη συσχέτιση ανάμεσα στην  $Y_t$  και στην  $Y_{t-s}$  όταν έχουν αφαιρεθεί οι γραμμικές επιδράσεις των ενδιάμεσων μεταβλητών  $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-(s-1)}$ . Αν παραστήσουμε με  $\rho_{ss}$  το συντελεστή μερικής αυτοσυσχέτισης τάξεως  $s$ , δηλαδή το συντελεστή αυτοσυσχέτισης ανάμεσα στην  $U_t$  και στην  $U_{t-s}$  για  $s = 1, 2, \dots$ , τότε  $\rho_{ss}$  θα είναι ο συντελεστής μερικής παλινδρόμησης της μεταβλητής  $y_{t-s}$  στο υπόδειγμα:

$$y_t = \rho_{1s}y_{t-1} + \rho_{2s}y_{t-2} + \rho_{3s}y_{t-3} + \dots + \rho_{ss}y_{t-s} + \varepsilon_t$$

Οι συντελεστές μερικής αυτοσυσχέτισης  $\rho_{11}, \rho_{22}, \dots, \rho_{ss}$  προκύπτουν από διαδοχικές παλινδρομήσεις ανάμεσα στην  $y_t$  και στην  $y_{t-s}$  για  $s = 1, 2, \dots$ . Οι συντελεστές μερικής αυτοσυσχέτισης  $\rho_{ss}$  μπορούν επίσης να εκφραστούν ως συνάρτηση των συντελεστών συσχέτισης  $\rho_s$  με βάση τις εξισώσεις Yule-Walker. Η σχέση που τους ενώνει είναι:

$$\rho_s = \rho_{1s}\rho_{s-1} + \rho_{2s}\rho_{s-2} + \dots + \rho_{ss}\rho_{s-p} \quad \text{για } s = 1, 2, \dots, p$$

Οι συντελεστές μερικής αυτοσυσχέτισης  $\rho_{11}, \rho_{22}, \dots, \rho_{ss}$  προκύπτουν από τη λύση του συστήματος που προκύπτει από τη παραπάνω σχέση.

Είναι προφανές ότι, για μια αυτοπαλίνδρομη διαδικασία  $p$  τάξεως, η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης είναι μηδέν για  $s > p$  σύμφωνα με τον ορισμό της μερικής αυτοσυσχέτισης.

Στην πράξη, επειδή τόσο οι αληθινές μερικές αυτοσυσχετίσεις  $\rho_{ss}$  όσο και οι αληθινές αυτοσυσχετίσεις  $\rho_s$  δεν είναι γνωστές, χρησιμοποιούνται οι αντίστοιχες εκτιμήσεις τους από το δείγμα. Με βάση τις εκτιμήσεις αυτές μπορεί να γίνει έλεγχος σημαντικότητας των παραμέτρων στον πληθυσμό. Για μεγάλα δείγματα, οι εκτιμήσεις  $\hat{\rho}_s$  των αυτοσυσχετίσεων  $\rho_s$  κατανέμονται κανονικά με μέση τιμή το μηδέν και διακύμανση  $\frac{1}{T}$ , όπου  $T$  είναι το μέγεθος του δείγματος. Το ίδιο ισχύει και για τις εκτιμήσεις των μερικών αυτοσυσχετίσεων  $\rho_{ss}$  για υστερήσεις  $s$  μεγαλύτερες από την τάξη  $p$  της AR διαδικασίας. Συμβολικά έχουμε:

$$\hat{\rho}_s \sim N\left(0, \frac{1}{T}\right)$$

$$\hat{\rho}_{ss} \sim N\left(0, \frac{1}{T}\right) \quad \text{για } s > p$$

### 3.3.2 Υποδείγματα κινητού μέσου MA(q)

Η γενική μορφή ενός υποδείματος κινητού μέσου τάξης<sup>2</sup> q ή MA(q) είναι:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.3.3)$$

Η τάξη q αναφέρεται στο μήκος της υστέρησης της μεταβλητής, για την οποία υποθέτουμε ότι είναι λευκός θόρυβος. Ο όρος κινητός μέσος αναφέρεται στο γεγονός ότι η  $U_t$  εμφανίζεται ως ένα σταθμισμένο άθροισμα των τιμών της  $\varepsilon_t$ .

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τη γενική μορφή και τις ιδιότητες μιας MA(1) διαδικασίας, δηλαδή μιας διαδικασίας κινητού μέσου πρώτης τάξης. Η γενική μορφή μιας MA(1) είναι:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

Για το υπόδειγμα MA(1) ισχύουν επίσης τα εξής:

- $E(Y_t) = \mu$
- $\gamma_0 = V(Y_t) = (1 + \theta_1^2) \sigma^2$

•

$$\gamma_s = \begin{cases} Cov(Y_t, Y_{t-s}) = \theta_1 \sigma^2, & s = 1 \\ 0, & s > 1 \end{cases}$$

Παρατηρούμε ότι όλες οι αυτοδιακυμάνσεις και συνεπώς και οι αυτοσυσχετίσεις είναι μηδέν εκτός από τη πρώτη. Αυτό σημαίνει ότι μια οποιαδήποτε παρατήρηση της  $U_t$ , για παράδειγμα η  $Y_5$ , συσχετίζεται με τη προηγούμενη  $Y_4$  ή την επόμενη  $Y_6$  αλλά δε συσχετίζεται με καμία άλλη.

Μια MA(1) διαδικασία είναι αντιστρέψιμη ή χαρακτηρίζεται από αντιστρεψιμότητα αν μπορεί να διατυπωθεί ως μια αυτοπαλίνδρομη διαδικασία με άπειρους όρους. Οπότε, τότε η MA(1) μετατρέπεται σε AR( $\infty$ ).

Τέλος, θα ασχοληθούμε με το υπόδειγμα κινητού μέσου τάξης q, δηλαδή το MA(q). Όπως είδαμε, η γενική του μορφή δίνεται από το τύπο:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Για μια διαδικασία MA(q) ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

- $E(Y_t) = \mu$ .
- $\gamma_0 = V(Y_t) = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2) \sigma^2 = \sigma^2 \sum_{s=0}^q \theta_s^2$ , όπου  $\theta_0 = 1$

<sup>2</sup>Mills, Terence C. (1990), Time Series Techniques for Economists, Cambridge University Press

$$\bullet \gamma_s = \begin{cases} Cov(Y_t, Y_{t-s}) = (\theta_s + \theta_{s+1}\theta_1 + \theta_{s+2}\theta_2 + \dots + \theta_q\theta_{q-s}), & s = 1, 2, \dots, q \\ 0, & s > q \end{cases}$$

$$\bullet \rho_s = \begin{cases} \frac{\theta_s + \theta_{s+1}\theta_1 + \theta_{s+2}\theta_2 + \dots + \theta_q\theta_{q-s}}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2}, & s = 1, 2, \dots, q \\ 0, & s > q \end{cases}$$

Γενικά, οι αυτοσυνδιακυμάνσεις και συνεπώς η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης είναι μηδέν μετά από  $q$  υστερήσεις, δηλαδή όταν  $s > q$ .

Θα αναφέρουμε στη συνέχεια κάποιες **διαφορές** ανάμεσα σε μια  $AR(p)$  διαδικασία και σε μια  $MA(q)$ . Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης μιας  $AR(p)$  διαδικασίας μπορεί να εκτείνεται στο άπειρο, ενώ η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης μιας  $MA(q)$  διαδικασίας μηδενίζεται μετά από  $q$  υστερήσεις. Αντίθετα, η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης μιας  $AR(p)$  διαδικασίας τερματίζεται μετά από  $p$  υστερήσεις, ενώ η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης μιας  $MA(q)$  διαδικασίας εκτείνεται στο άπειρο.

Η τάξη  $q$  του υποδείγματος μπορεί να προσδιοριστεί από τη συμπεριφορά της δειγματικής συνάρτησης αυτοσυσχέτισης, όπως και στις αυτοπαλίνδρομες διαδικασίες. Είδαμε ότι η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης μιας  $MA(q)$  διαδικασίας μηδενίζεται μετά από  $q$  υστερήσεις, οπότε αυτό σημαίνει ότι οι αυτοσυσχετίσεις θα είναι σημαντικές για  $s \leq q$ , ενώ για  $s > q$  δε θα είναι σημαντικές.

### 3.3.3 Μεικτά αυτοπαλίνδρομα-κινητού μέσου Υποδείγματα ARMA(p,q)

Η γενική μορφή ενός υποδείγματος ARMA(p,q) είναι<sup>3</sup>:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Το υπόδειγμα ARMA(p,q) είναι συνδυασμός p αυτοπαλίνδρομων όρων και q όρων κινητού μέσου. Είναι προφανές ότι ένα καθαρά αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα ή ένα καθαρό υπόδειγμα κινητού μέσου μπορούν να θεωρηθούν ως ειδικές περιπτώσεις μιας ARMA διαδικασίας. Δηλαδή, θα ισχύουν τα εξής:

- $AR(p) = ARMA(p, 0)$
- $MA(q) = ARMA(0, q)$

Αντίθετα με την υπόθεση του τυχαίου περιπάτου, το γεγονός ότι εμπειρικά παρατηρούμε σημαντική αυτοσυσχέτιση στις αποδόσεις για μία χρονική υστέρηση μας οδηγεί να θεωρήσουμε ότι η τιμή των αποδόσεων τη στιγμή t εξαρτάται από την τιμή τη στιγμή t-1. Όπως είδαμε και προηγουμένως, το απλό αυτοπαλινδρονούμενο μοντέλο τάξεως p, (AR - Autoregressive) δίνεται από τον τύπο:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i \cdot y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.3.4)$$

όπου  $\mu$  η προσδοκώμενη τιμή του  $y_t$ ,  $\varepsilon_t$  είναι λευκός θόρυβος μηδενικού μέσου και διακύμανσης  $\sigma_a^2$  και  $\phi_i$  οι συντελεστές αυτοπαλινδρόμησης.

Το μοντέλο AR είναι της ίδιας μορφής με το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Το παραπάνω μοντέλο είναι το AR(p). Για να έχει το AR(p) την επιθυμητή ιδιότητα της στασιμότητας πρέπει να ισχύει ο περιορισμός  $\sum_{i=1}^p \phi_i < 1$ .

Το μοντέλο κινητού μέσου MA(q) τάξεως q είναι:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^q \theta_i \cdot \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.3.5)$$

όπου  $\theta_i$  οι συντελεστές του μοντέλου,  $\mu$  η προσδοκώμενη τιμή του  $y_t$  και  $\varepsilon_{t-i}$  λευκός θόρυβος.

Η σύνθεση των δύο προηγούμενων δίνει το μεικτό μοντέλο ARMA(p,q)

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i \cdot y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \cdot \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.3.6)$$

<sup>3</sup>Mills, Terence C. (1990), Time Series Techniques for Economists, Cambridge University Press

Το ARMA(p,q) περιλαμβάνει τους p αυτοπαλινδρονούμενους συντελεστές, και τους q συντελεστές κινητού μέσου και βοηθούν σε μια πιο λιτή μοντελοποίηση μιας σειράς δεδομένων. Γενικά τα  $\epsilon_t$  είναι λευκός θόρυβος δευτέρου βαθμού.



## 3.4 Υπόδειγμα ARCH

### 3.4.1 Εισαγωγή

Η αβεβαιότητα αποτελεί ένα από τα κύρια συστατικά στοιχεία των παγκόσμιων χρηματαγορών και κεφαλαιαγορών. Η σύγχρονη επιστημονική κοινότητα έχει αναλωθεί σε μεγάλο βαθμό στη μοντελοποίηση και ανάλυση των ιδιοτήτων αυτού του φαινομένου. Η κατασκευή αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων, η αποτίμηση περιουσιακών στοιχείων και παραγώγων προϊόντων και γενικότερα οι προβλέψεις των αποδόσεων μετοχών, συναλλαγματικών ισοτιμιών ή επιτοκίων, βασίζονται σήμερα στην ανάλυση των διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων.

Εάν και έχει αποδειχθεί από τη δεκαετία του 1960, ότι η αβεβαιότητα των αποδόσεων, όπως αυτή μετρείται από τις διακυμάνσεις και συνδιακυμάνσεις μεταβάλλεται με το πέρασμα του χρόνου (Mandelbort(1963) και Fama(1965) ), μόνο τη δεκαετία του 1980 οι ερευνητές άρχισαν να μοντελοποιούν τη διακύμανση και μεγαλύτερου βαθμού ροπές. Ένα από τα πιο διαδεδομένα εργαλεία που δημιουργήθηκε ώστε να χαρακτηρίζει τις μεταβαλλόμενες διακυμάνσεις είναι το υπόδειγμα ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity ), όπως αναπτύχθηκε από τον Engle(1982) και οι διάφορες επεκτάσεις του. Από την εισαγωγή αυτού του αυτοπαλίνδρομου σχήματος δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας, έχει εμφανιστεί ένας μεγάλος αριθμός άρθρων, που εφαρμόζουν αυτή τη μοντελοποίηση σε σειρές χρηματοοικονομικών δεδομένων.

Στον παρόν κεφάλαιο, παραθέτουμε τα κύρια συμπεράσματα από τα άρθρα εκείνα που συνέβαλαν τόσο στο σχηματισμό, όσο και στην επέκταση του μοντέλου ARCH σε θεωρητικό επίπεδο. Σε κάθε περίπτωση βαρύτητα δίδεται στα πολυμεταβλητά υποδείγματα μοντελοποίησης της ετεροσκεδαστικότητας - Multivariate GARCH (Generalized Autoregressive Heteroskedasticity), τα οποία αποτελούν και τη βάση για την ανάλυση που θα ακολουθήσει στη συνέχεια, χωρίς όμως να παραλείπουμε τα σημαντικά συμπεράσματα μελετών που έγιναν σε μονομεταβλητό πλαίσιο ανάλυσης, τα οποία άλλωστε βρίσκουν και πολυμεταβλητό πεδίο εφαρμογής.

### 3.4.2 Η Γενική μορφή του μοντέλου ARCH

Ακολουθώντας το άρθρο του Engle(1982)<sup>4</sup> θα αναφερθούμε σε όλες τις στοχαστικές διαδικασίες  $\{\varepsilon_t\}$  της μορφής:

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t \quad (3.4.1)$$

όπου  $z_t$  είναι ένας i.i.d. (independently identically distributed) όρος με αναμενόμενη τιμή  $E(z_t) = 0$  και διακύμανση  $Var(z_t) = 1$ , και  $\sigma_t$  είναι μια χρονικά μεταβαλλόμενη

<sup>4</sup>Engle,Robert F, 1982, Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation, *Econometrica* 50, 987-1008

και μετρήσιμη συνάρτηση όλης της διαθέσιμης πληροφόρησης που έχουμε μέχρι τη στιγμή  $t - 1$ .

Αρχικά υποθέτουμε ότι  $\varepsilon_t$  είναι μια μονομεταβλητή διαδικασία, αλλά οι επεκτάσεις στη πολυμεταβλητή περίπτωση είναι άμεσες όπως θα αναλυθεί στη συνέχεια. Εξ' ορισμού οι όροι  $\varepsilon_t$  είναι γραμμικά ανεξάρτητοι με μέσο μηδέν, αλλά η δεσμευμένη διακύμανση τους ισούται με  $\sigma_t^2$ , η οποία μπορεί να μεταβάλλεται με το χρόνο.

Έστω  $f(z_t)$  η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του  $z_t$ , και  $\theta$  το διάνυσμα όλων των άγνωστων παραμέτρων που θέλουμε να εκτιμήσουμε. Λύνοντας τη παραπάνω συνάρτηση ως προς  $z_t$ , παίρνοντας το γινόμενο των συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας  $f(z_t)$  για το δείγμα  $\varepsilon_T, \varepsilon_{T-1}, \dots, \varepsilon_1$  και λογαριθμίζοντας, έχουμε τη λογαριθμική συνάρτηση πιθανοφάνειας:

$$L(\theta) = \sum_{t=1}^T [\log f(\varepsilon_t \sigma_t^{-1}) - \log \sigma_t] \quad (3.4.2)$$

όπου ο δεύτερος όρος μέσα στο άθροισμα είναι ένας Ιακωβιανός όρος προερχόμενος από τη μετατροπή από  $z_t$  σε  $\varepsilon_t$ . Δεδομένου μια παραμετρικής μορφοποίησης του  $f(z_t)$ , οι εκτιμητές μεγίστης πιθανοφάνειας μπορούν να εξαχθούν κατευθείαν από αυτή τη συνάρτηση μέσω διαφόρων αριθμητικών μεθόδων μεγιστοποίησης.

Η μορφή της συνάρτησης (3.4.1) με τους περιορισμούς της είναι εξαιρετικά γενική και επιτρέπει τη χρήση μιας μεγάλης ποικιλίας μοντέλων. Στη συνέχεια του κεφαλαίου θα επικεντρωθούμε σε πιο ειδικευμένες και διαδεδομένες μεθόδους που έχουν αναπτυχθεί για τη μοντελοποίηση του  $\sigma_t^2$ . Αυτά τα μοντέλα που ασχολούνται με την επεξήγηση της χρονικής εξάρτησης της δεσμευμένης δεύτερης ροπής, έχουν σημαντικές ομοιότητες με τις τεχνικές μοντελοποίησης των πρώτων ροπών (μοντέλα ARIMA), που αναπτύχθηκαν τη δεκαετία του 1970. Όπως η εφαρμογή της ανάλυσης χρονολογικών σειρών για το δεσμευμένο μέσο στη δημιουργία διαθρωπικών οικονομικών μοντέλων οδήγησε σε ουσιαστικότερη κατανόηση των δυναμικών χαρακτηριστικών της οικονομίας, παρόμοια αποτελέσματα έχουν ήδη αρχίσει να εμφανίζονται από τη μοντελοποίηση των δεσμευμένων διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων.

### 3.4.3 Το γραμμικό μοντέλο ARCH(q)

Όπως προτείνει ο Engle(1982)<sup>5</sup> στο ίδιο άρθρο, μια πιθανή παραμετροποίηση για το  $\sigma_t^2$ , είναι να εκφραστεί ως μια γραμμική συνάρτηση της διαδικασίας,

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 = \omega + \alpha(L) \varepsilon_t^2 \quad (3.4.3)$$

<sup>5</sup>Engle, Robert F, 1982, Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation, *Econometrica* 50, 987-1008

όπου  $\omega > 0$ ,  $\alpha_i > 0$  και  $L$  αποτελεί τον τελεστή υστέρησης. Αυτό το μοντέλο είναι γνωστό ως το γραμμικό ARCH( $q$ ) μοντέλο. Αυτό το μοντέλο συλλαμβάνει το φαινόμενο «volatility clustering» που χαρακτηρίζει τις χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές, όπου χρονικές στιγμές με μεγάλη (μικρή) διακύμανση και μεταβολές στις τιμές, τείνουν να ακολουθούνται πάλι από μεγάλες (μικρές) μεταβολές στις τιμές, αλλά με μη προβλέψιμο πρόσημο.

Με σκοπό να μειωθεί ο αριθμός των παραμέτρων και να διασφαλιστεί η φθίνουσα μονοτονικότητα των πιο μακρινών διαταραχών (shocks), μια εζ' ορισμού γραμμική μορφή για τις υστερήσεις έχει υιοθετηθεί συχνά σε πολλές από τις αρχικές εφαρμογές του μοντέλου όπως στα άρθρα του Engle τη περίοδο 1982-1983. Ένας γνωστός τέτοιος μετασχηματισμός είναι ο εξής:

$$\alpha_i = \alpha (q + 1 - i) / (q (q + 1))$$

Έχουμε ήδη αναφερθεί στη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση αυτών των μοντέλων. Εάν τα  $z_t$  στη συνάρτηση (1) κατανέμονται κανονικά τότε η λογαριθμική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που θα χρησιμοποιηθεί στη συνάρτηση πιθανοφάνειας (2) γίνεται:

$$\log f (\varepsilon_t \sigma_t^{-1}) = -0.5 \log 2\pi - 0.5 \varepsilon_t^2 \sigma_t^{-2} \quad (3.4.4)$$

Οι διαδικασίες μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood-ML) για τα μοντέλα κλάσης ARCH, κάτω από αυτή την υπόθεση για κανονική κατανομή, αναλύονται στα άρθρα του Engle(1982) και Pantula(1985)<sup>6</sup>. Εάν και η συνάρτηση πιθανοφάνειας είναι μη γραμμική στις παραμέτρους ένας απλός αριθμητικός αλγόριθμος έχει προταθεί για το γραμμικό ARCH( $q$ ) μοντέλο που ορίζεται από τη συνάρτηση (3.5.3).

Ένας «Lagrange Multiplier (LM)» έλεγχος για τη μηδενική υπόθεση  $a_1 = a_2 = \dots = a_q = 0$ , μπορεί να διεξαχθεί με την παλινδρόμηση των  $\varepsilon_t^2$ , πάνω στα  $\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2$  και υπολογίζοντας το  $TR^2$ , όπου  $T$ , το μέγεθος του δείγματος και  $R^2$  ο συντελεστής προσδιορισμού για αυτή τη παλινδρόμηση.

Τα χαρακτηριστικά σε μικρά δείγματα αυτών των εκτιμητών και των στατιστικών των ελέγχων, έχουν αναλυθεί από τους Engle, Hendry και Trumble(1985), Diebold και Pauly(1989), Bollerslev και Wooldridge(1991) και Gregory(1989). Ένα ενδιαφέρον αποτέλεσμα είναι ότι η γνωστή φθίνουσα απόκλιση που παρουσιάζουν οι εκτιμήσεις των παραμέτρων σε μικρά δείγματα, στα αυτοπαλινδρόμα μοντέλα για το μέσο, εμφανίζεται και στις εκτιμήσεις των  $a_1, a_2, \dots, a_q$  στα μοντέλα ετεροσκεδαστικότητας<sup>7</sup>.

<sup>6</sup>Pantula, Sastry G., 1986, Modeling the persistence of conditional variances: A comment, *Econometric Reviews* 5, 71-74

<sup>7</sup>Αξίζει να αναφέρουμε ότι όταν υπάρχουν επιδράσεις ARCH( $q$ ), οι τυπικοί έλεγχοι για σειριακή συσχέτιση στο μέσο θα οδηγήσουν σε απόρριψη: βλέπε Weiss(1984), Taylor(1984), Milhoj(1985), Diebold(1987) και Domowitz και Hakkio(1987)

Μια σχέση που έχει αναλυθεί επίσης διεξοδικά είναι αυτή του γραμμικού μοντέλου ARCH(q) με το μοντέλο MA(q) (Moving Average), το οποίο δίδεται από τη συνάρτηση:

$$\varepsilon_t = w_t + \sum_{i=1}^q \alpha_{ti} \varepsilon_{t-i}$$

όπου τα  $w_t, \alpha_{t1}, \alpha_{t2}, \dots, \alpha_{tq}$  είναι i.i.d. με μέσο μηδέν και διακύμανση  $\omega, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q$  αντίστοιχα.

### 3.5 Το γραμμικό GARCH(p,q) μοντέλο

Σε πολλές από τις εφαρμογές με το γραμμικό ARCH(q) μοντέλο εμφανίστηκε η ανάγκη να χρησιμοποιηθεί ένας μεγάλος αριθμός υστερήσεων q, με αποτέλεσμα να μειώνονται σημαντικά οι βαθμοί ελευθερίας των εκτιμώμενων μοντέλων.

Μια εναλλακτική και πιο ευέλικτη μορφή μοντελοποίησης της διακύμανσης, δίδεται από το μοντέλο GARCH(p,q) (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), που αναπτύχθηκε από τον Bollerslev(1986)<sup>8</sup>,

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 = \omega + \alpha(L) \varepsilon_t^2 + \beta(L) \sigma_t^2 \quad (3.5.1)$$

Το μοντέλο αυτό αποδεικνύεται ότι αντιστοιχεί σε ένα αυτοπαλίνδρομο σχήμα άπειρων περιόδων:

$$\sigma_t^2 = \phi(L) \varepsilon_t^2 = (1 - \beta(L))^{-1} \alpha(L) \varepsilon_t^2.$$

Για να διασφαλιστεί ότι αυτή η διαδικασία είναι καλά ορισμένη και δεν υπάρχει πρόβλημα «invertibility», πρέπει όλες οι παράμετροι του μοντέλου να είναι μη αρνητικές και οι ρίζες του πολυωνύμου  $\beta(L) = 1$  να είναι εκτός του μοναδιαίου κύκλου. Για τη διαδικασία GARCH(1,1) αυτές οι συνθήκες αναλογούν στο ότι και το  $\alpha_1$  και το  $\beta_1$  είναι μη αρνητικά. Επίσης τα  $\varepsilon_t$  είναι στάσιμα ως προς τις συνδιακυμάνσεις εάν και μόνο εάν  $\alpha(1) + \beta(1) < 1$ <sup>9</sup>. Σε αυτή τη περίπτωση το GARCH(p,q) αντιστοιχεί επακριβώς σε ένα γραμμικό ARCH μοντέλο άπειρων όρων, με γεωμετρικά φθίνουσες παραμέτρους.

Ένα άλλο βασικό χαρακτηριστικό του μοντέλου GARCH(p,q) αφορά τη χρονική συσχέτιση στα  $\varepsilon_t^2$ . Αναπροσαρμόζοντας τους όρους στη συνάρτηση (5), έχουμε ένα ARMA μοντέλο στα  $\varepsilon_t^2$ , με AR παραμέτρους  $\alpha(L) + \beta(L)$ , MA παραμέτρους  $-\beta(L)$  και γραμμικά ασυσχέτιστα κατάλοιπα  $\{\varepsilon_t^2 - \sigma_t^2\}$ .

Σύμφωνα με τον Bollerslev(1988)<sup>10</sup>, αυτός ο μετασχηματισμός μπορεί να χρησιμοποιηθεί στον προσδιορισμό των βαθμών p και q, εάν και στις περισσότερες εφαρμογές  $p = q = 1$ , φάνεται να είναι επαρκές.

<sup>8</sup>Το απλό μοντέλο GARCH(1,1) προτάθηκε ξεχωριστά από τον Taylor(1986)

<sup>9</sup>Σε ένα ενδιαφέρον άρθρο ο Hansen(1990) εξάγει επαρκείς συνθήκες για εποχική εξάρτηση και την εφαρμογή ασυμπτωτικής θεωρίας σε ένα GARCH(1,1) μοντέλο

<sup>10</sup>Bollerslev, Tim, 1988, On the correlation structure for the generalized autoregressive conditional heteroskedastic process, Journal of Time Series Analysis 9, 121-131

### 3.5.1 Ιδιότητες του μοντέλου GARCH(p,q)

Δεδομένης της ARMA αναπαράστασης του GARCH μοντέλου πολλές ιδιότητες των μοντέλων αυτών μπορούν να εξαχθούν από αυτές των αντίστοιχων ARMA διαδικασιών για το  $\epsilon_t^2$ . Για παράδειγμα για να είναι στάσιμο το μοντέλο GARCH(1,1) πρέπει να ισχύει  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ . Δεδομένης της στασιμότητας του μοντέλου GARCH(1,1), η διακύμανση του  $\epsilon_t$  μπορεί ναδειχθεί ότι είναι ίση με

$$Var(\epsilon_t) = E(\epsilon_t^2) = \frac{\gamma_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1} \quad (3.5.2)$$

Καθώς από την (2.26) έχουμε:

$$E(\epsilon_t^2) = \gamma_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \cdot E(\epsilon_{t-1}^2) \quad (3.5.3)$$

Οπότε εξαιτίας της στασιμότητας,

$$E(\epsilon_t^2) = \gamma_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \cdot E(\epsilon_t^2) \quad (3.5.4)$$

Για την γενική περίπτωση του GARCH(p,q) τα τετράγωνα των καταλοίπων ακολουθούν ένα ARMA(max(p,q),q).

Η στασιμότητα της συνδιακύμανσης επιβάλλει

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1 \quad (3.5.5)$$

Και η διακύμανση της  $\epsilon_t$  είναι:

$$Var(\epsilon_t) = \frac{\gamma_0}{1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j} \quad (3.5.6)$$

### 3.5.2 Παρατηρήσεις

Στην πράξη οι ερευνητές έχουν ανακαλύψει πολλά αποτελέσματα όσον αφορά την αστάθεια των οικονομικών χρονικών σειρών. Πολλά από αυτά αναφέρονται από τον Bollerslev και Engle. Χρησιμοποιώντας την ARMA αναπαράσταση των GARCH μοντέλων, αποδεικνύεται ότι τα GARCH μοντέλα μπορούν να εξηγήσουν πολλά από αυτά τα αποτελέσματα. Κάποια από αυτά είναι η συσταδοποίηση αστάθειας και οι παχιές ουρές.

#### Συσταδοποίηση αστάθειας (Volatility clustering)

Θεωρούμε το μοντέλο GARCH(1,1). Συνήθως ο συντελεστής  $b_1$  κυμαίνεται γύρω από το 0.9 για πολλές εβδομαδιαίες και ημερήσιες οικονομικές χρονικές σειρές. Δεδομένης αυτής της τιμής του  $b_1$  συμπεραίνουμε ότι μεγάλες τιμές του  $\sigma_{t-1}^2$  θα ακολουθούνται από μεγάλες τιμές  $\sigma_t^2$  και μικρές τιμές  $\sigma_{t-1}^2$  θα ακολουθούνται από μικρές τιμές του  $\sigma_t^2$ . Το ίδιο μπορεί να εξαχθεί και από την ARMA αναπαράσταση, όπου μεγάλες/μικρές αλλαγές στο  $\epsilon_{t-1}^2$  ακολουθούνται από μεγάλες/μικρές αλλαγές στο  $\epsilon_t^2$ .

## Παχιές ουρές

Είναι γνωστό ότι η κατανομή πολλών χρονοσειρών υψηλής συχνότητας, έχει συνήθως πιο παχιές ουρές από την κανονική κατανομή. Αυτό σημαίνει ότι μεγάλες αλλαγές είναι πιο πιθανό να συμβούν από ότι στην κανονική κατανομή. Ο Bollerslev<sup>11</sup> δίνει την συνθήκη που πρέπει να ισχύει για την ύπαρξη τεταρτοβάθμιας ροπής ενός μοντέλου GARCH(1,1). Θεωρώντας ότι υπάρχει η τετάρτου βαθμού ροπή ο Bollerslev αποδεικνύει ότι η κύρτωση ενός GARCH(1,1) είναι μεγαλύτερη από την κύρτωση της κανονικής κατανομής. Αυτό το αποτέλεσμα μπορεί να αποδειχθεί και για την γενική περίπτωση του GARCH(p,q). Έτσι ένα μοντέλο GARCH μπορεί να μοντελοποιήσει επαρκώς τις παχιές ουρές που συνήθως παρατηρούνται σε οικονομικές χρονοσειρές.

---

<sup>11</sup>Bollerslev, Tim, 1988, On the correlation structure for the generalized autoregressive conditional heteroskedastic process, Journal of Time Series Analysis

### 3.5.3 ARMA αναπαράσταση, ορισμός της απόστασης και ιδιότητες

Εφαρμόζοντας το μοντέλο GARCH(1,1) και θεωρώντας δύο χρονοσειρές  $y_{1,t} = \epsilon_{1,t}$  και  $y_{2,t} = \epsilon_{2,t}$  έχουμε τις εξής εξισώσεις:

$$h_{1,t} = \gamma_1 + \alpha_1 \cdot \epsilon_{1,t-1}^2 + \beta_1 \cdot h_{1,t-1} \quad (3.5.7)$$

$$h_{2,t} = \gamma_2 + \alpha_2 \cdot \epsilon_{2,t-1}^2 + \beta_2 \cdot h_{2,t-1} \quad (3.5.8)$$

όπου υπενθυμίζουμε ότι  $h_t$  είναι η διακύμανση δεσμευμένη στην πληροφορία την χρονική στιγμή  $t - 1$ .

Οι περιορισμοί που ισχύουν είναι:

- $\gamma_i < 0$
- $0 < \alpha_i < 1$
- $0 < \beta_i < 1$
- $0 < \alpha_i + \beta_i < 1$

Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι τα τετράγωνα των καταλοίπων ακολουθούν ένα ARMA(1,1),

$$\epsilon_{i,t}^2 = \gamma_i + (\alpha_i + \beta_i) \cdot \epsilon_{i,t-1}^2 - \beta_i (\epsilon_{i,t-1}^2 - h_{i,t-1}) + (\epsilon_{i,t}^2 - h_{i,t}), i = 1, 2 \quad (3.5.9)$$

όπου  $\epsilon_{i,t}^2 - h_{i,t}$  είναι σφάλματα μηδενικού τύπου.

Αντικαθιστώντας τα σφάλματα με την ARMA(1,1) αναπαράστασή τους, έχουμε την AR( $\infty$ ) έκφραση:

$$\epsilon_{i,t}^2 = \frac{\gamma_i}{1 - \beta_i} + \alpha_i \sum_{j=1}^{\infty} \beta_i^{j-1} \cdot \epsilon_{i,t-j}^2 + (\epsilon_{i,t}^2 - h_{i,t}) \quad (3.5.10)$$

Σε αυτή τη μορφή τα δύο μοντέλα GARCH(1,1) μπορούν να συγκριθούν με το μέτρο της απόστασης που πρότεινε ο Piccolo. Η γενική μορφή του μέτρου είναι:

$$\left[ \sum_{j=0}^{\infty} (\pi_{1,j} - \pi_{2,j})^2 \right]^{1/2} \quad (3.5.11)$$

όπου οι σταθερές  $\pi_{1,j}$  και  $\pi_{2,j}$  είναι οι αυτοπαλινδρόμηνοι συντελεστές των δύο AR( $\infty$ ) διαδικασιών.



Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούμε να πάρουμε ένα αντίστοιχο μέτρο απόστασης για μοντέλα GARCH(1,1) το οποίο θα έχει τη μορφή:

$$d = \left[ \sum_{j=0}^{\infty} (\alpha_1 \cdot \beta_1^j - \alpha_2 \cdot \beta_2^j)^2 \right]^{1/2} \quad (3.5.12)$$

Αναπτύσσοντας την ταυτότητα στις αγκύλες παίρνουμε:

$$d = \left[ \alpha_1^2 \sum_{j=0}^{\infty} \beta_1^{2j} + \alpha_2^2 \sum_{j=0}^{\infty} \beta_2^{2j} + 2 \cdot \alpha_1 \alpha_2 \sum_{j=0}^{\infty} (\beta_1 \beta_2)^j \right]^{1/2} = \left[ \frac{\alpha_1^2}{1 - \beta_1^2} + \frac{\alpha_2^2}{1 - \beta_2^2} - \frac{2 \cdot \alpha_1 \alpha_2}{1 - \beta_1 \beta_2} \right]^{1/2} \quad (3.5.13)$$

Σημειώνεται ότι στις προηγούμενες αναπτύξεις η σταθερά  $\frac{\gamma_i}{1-\beta_i}$  δεν λήφθηκε υπ όψιν στους υπολογισμούς. Στην πράξη δεν επηρεάζει τη δυναμική της αστάθειας των 2 σειρών όπως εκφράζονται από τους αυτοπαλίνδρομους συντελεστές.

## 3.6 Ασύμμετρα Υποδείγματα ARCH/GARCH

Στο σημείο αυτό, προτού αναφερθούμε στα υπόλοιπα υποδείγματα αυτής της κατηγορίας, μια παρένθεση για να τονίσουμε ότι σχεδόν όλες οι σύγχρονες οικονομικές θεωρίες, βασίζονται στην υπόθεση της συνεχούς στοχαστικής διαδικασίας, ενώ στη πραγματικότητα όλες οι χρηματοοικονομικές χρονοσειρές είναι διακριτές. Ο Nelson(1992)<sup>12</sup> ήταν αυτός ο οποίος προσπάθησε να γεφυρώσει αυτή τη διαφαινόμενη ανακολουθία των υποδειγμάτων ARCH/GARCH με την οικονομική θεωρία, δείχνοντας ότι το διακριτό υπόδειγμα GARCH(1,1), καθώς το διάστημα μεταξύ των παρατηρήσεων του δείγματος μικραίνει, συγκλίνει σε ένα συνεχές υπόδειγμα διάχυσης (continuous time diffusion model).

Τα αρχικά υποδείγματα ARCH/GARCH αγνοούν πληροφορίες σχετικά με την κατεύθυνση (θετική ή αρνητική) των αποδόσεων, εστιάζοντας αποκλειστικά στο μέγεθος τους. Όμως, όπως έχουμε ήδη παρατηρήσει, υπάρχουν σημαντικά στοιχεία που δείχνουν ότι οι αρνητικές αποδόσεις οδηγούν σε μεγαλύτερες διακυμάνσεις από ότι οι αντίστοιχες θετικές αποδόσεις. Για να καλύψουν αυτό το κενό εμφανίστηκαν διάφορα ασύμμετρα υποδείγματα GARCH, από τα οποία τα πιο σημαντικά θα αναφέρουμε παρακάτω.

### 3.6.1 Ολοκληρωμένο Μοντέλο Πρόβλεψης GARCH (Integrated GARCH)

Είναι γνωστό ότι ένα ARMA υπόδειγμα έχει μοναδιαία ρίζα (unit root) όταν

$$\sum_{i=1}^p a_i + \sum_{j=1}^q \gamma_j = 1 \quad (3.6.1)$$

ή εναλλακτικά όταν

$$\alpha(p) + \gamma(q) = 1 \quad (3.6.2)$$

Εάν ένα μοντέλο GARCH ικανοποιεί είτε την υπόθεση (3.6.1) είτε την υπόθεση (3.6.2) τότε αυτό το μοντέλο καλείται ολοκληρωμένο μοντέλο πρόβλεψης GARCH (Engle και Bollerslev, (1986) )<sup>13</sup>. Στην περίπτωση αυτή παρουσιάζεται ένα μη στάσιμο μοντέλο το οποίο στην απλή του μορφή, IGARCH(1,1), μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\sigma_t^2 = a_0 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + (1 - \gamma_1) u_{t-1}^2 \quad (3.6.3)$$

$$a_t = \sigma_t \times u_t \quad (3.6.4)$$

<sup>12</sup>Nelson, Daniel B., 1992, Filtering and forecasting with misspecified ARCH models I: Getting the right variance with the wrong model, Journal of Econometrics 52

<sup>13</sup>Bollerslev, Tim, 1986, Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, Journal of Econometrics 31, 307-327

όπου  $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$  και υπό τον περιορισμό  $1 > \gamma_1 > 0$ . Όταν  $a_1 + \gamma_1 = 1$  η πρόβλεψη για  $\lambda$  περιόδους μπροστά δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\sigma_h^2(\lambda) = \sigma_h^2(1) + (\lambda - 1)a_0 \quad \lambda \geq 0 \quad (3.6.5)$$

Στη περίπτωση που η επίδραση της  $\sigma_h^2(1)$  στη μελλοντική μεταβλητότητα είναι ισχυρή τότε η πρόβλεψη της μεταβλητότητας αποτελεί μία ευθεία γραμμή με κλίση  $a_0$ . Αντίθετα, στην περίπτωση όπου  $a_0 = 0$  οι προβλέψεις της μελλοντικής μεταβλητότητας για όλους τους χρονικούς ορίζοντες αντιστοιχούν σε  $\sigma_h^2(1)$ .

### 3.6.2 Εκθετικό Μοντέλο Πρόβλεψης GARCH (Exponential GARCH)

Κοινό χαρακτηριστικό όλων των μοντέλων πρόβλεψης που αναλύθηκαν μέχρι στιγμής είναι ότι να μεν λαμβάνουν (capture) υπόψη τους δύο σημαντικά χαρακτηριστικά των χρηματοοικονομικών σειρών όπως είναι η συσσώρευση της μεταβλητότητας (volatility clustering) και η λεπτοκύρτωση (leptokurtosis) εν τούτοις δεν ενσωματώνουν το αποτέλεσμα της μόχλευσης (leverage effect). Σύμφωνα με τον Hamilton (1989)<sup>14</sup> τα αρνητικά σοκ έχουν μεγαλύτερη επίδραση στη μεταβλητότητα σε σχέση με τα αντίστοιχα μεγέθους θετικά. Τη λύση σε αυτό το πρόβλημα της ασύμμετρης επίδρασης των σοκ έδωσε ο Nelson (1991)<sup>15</sup> εισάγοντας το εκθετικό μοντέλο πρόβλεψης GARCH (EGARCH) όπου η δεσμευμένη διακύμανση μετατρέπεται σε λογαριθμικούς όρους. Με άλλα λόγια, στα EGARCH μοντέλα η δεσμευμένη διακύμανση δεν αποτελεί μόνο συνάρτηση του μεγέθους των υστερήσεων των καταλοίπων όπως στα GARCH μοντέλα αλλά εξαρτάται και από το πρόσημο των τελευταίων. Επίσης, σε αντίθεση με τα μοντέλα GARCH, το θετικό πρόσημο της δεσμευμένης διακύμανσης εξασφαλίζεται εκφράζοντας την ως  $\log(\sigma_t^2)$  και όχι θέτοντας περιορισμούς στις παραμέτρους. Το EGARCH(p,q) μοντέλο μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\ln \sigma_t^2 = a_0 + \frac{1 + \beta_1 \cdot B + \dots + \beta_{q-1} \cdot B^{q-1}}{1 - a_1 \cdot B - \dots - a_p \cdot B^p} \cdot g(\varepsilon_{t-1}) \quad (3.6.6)$$

όπου  $g(\varepsilon_t)$  αποτελεί τη συνάρτηση τόσο του μεγέθους όσο και του προσήμου του  $\varepsilon_t$  και παίρνει την εξής μορφή:

$$g(\varepsilon_t) = \theta \cdot \varepsilon_t + \gamma \cdot [|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)] \quad (3.6.7)$$

όπου  $\gamma$  και  $\theta$  είναι σταθερές. Η συμμετρία της  $g(\varepsilon_t)$  εξαρτάται από τις τιμές του  $\gamma$ . Εάν το  $\gamma=0$  τότε ένα θετικό shock έχει την ίδια επίδραση στη μεταβλητότητα με ένα αρνητικό shock του ίδιου μεγέθους. Για αρνητικές τιμές του  $\gamma$  ( $\gamma < 0$ ) ένα θετικό shock

<sup>14</sup>Hamilton, James D., 1989, A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle, *Econometrica* 57, 357-384

<sup>15</sup>Nelson, D., 1991, Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, *Econometrica*, 59, pp. 347-370

μειώνει την αβεβαιότητα ενώ για τη περίπτωση όπου  $\gamma > 0$  ένα θετικό shock αυξάνει τη μεταβλητότητα.

Στην απλή του εκδοχή ένα μοντέλο πρόβλεψης EGARCH(1,1) μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\sigma_t^2 = \sigma_{t-1}^{2a_1} \cdot \exp[(1 - a_1) \cdot a_0] \cdot \exp[g(\varepsilon_{t-1})] \quad (3.6.8)$$

όπου

$$g(\varepsilon_{t-1}) = \theta \cdot \varepsilon_{t-1} + \gamma \cdot (|\varepsilon_{t-1}| - \sqrt{2/\pi}) \quad (3.6.9)$$

Η πρόβλεψη της επόμενης περιόδου δίνεται από τη παρακάτω εξίσωση:

$$\sigma_h^2(1) = \sigma_h^{2a_1} \cdot \exp[(1 - a_1) \cdot a_0] \cdot \exp[g(\varepsilon_h)] \quad (3.6.10)$$

όπου όλες οι μεταβλητές στο δεξιό μέλος της εξίσωσης είναι γνωστές. Άρα η πρόβλεψη της επόμενης περιόδου (1-step ahead forecast) ισούται με  $\hat{\sigma}_h^2(1) = \sigma_{h+1}^2$ . Με τον ίδιο τρόπο οι  $\lambda$  επόμενες προβλέψεις ( $\lambda$ -step ahead forecast) θα παράγονται ως εξής:

$$\hat{\sigma}_h^2(\lambda) = \hat{\sigma}_h^{2a_1} (\lambda - 1) \exp(\omega) \left\{ \exp\left[\frac{(\theta + \gamma)^2}{2}\right] \phi(\theta + \gamma) + \exp\left[\frac{(\theta - \gamma)^2}{2}\right] \phi(\gamma - \theta) \right\} \quad (3.6.11)$$

όπου

$$\omega = (1 - a_1) \cdot a_0 - \gamma \cdot \sqrt{2/\pi} \quad (3.6.12)$$

### 3.6.3 Μοντέλο Πρόβλεψης GJR-GARCH

Πρόκειται για το μοντέλο το οποίο πρότειναν οι Glosten, Jagannathan και Runkle (1993) και που αποτελεί μια απλουστευμένη προσπάθεια προσαρμογής της ασυμμετρίας της χρονοσειράς της μεταβλητότητας. Το GJR-GARCH(1,1) δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q (a_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2 + \gamma_i \cdot S_{t-1}^- \cdot \varepsilon_{t-1}^2) + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot \sigma_{t-j}^2 \quad (3.6.13)$$

όπου  $S_t^-$  είναι μια ψευδομεταβλητή που παίρνει τιμή ίση με το 1 όταν  $\gamma_i < 0$  και 0 όταν  $\gamma_i > 0$ . Στο συγκεκριμένο μοντέλο η επίδραση του  $\varepsilon_t^2$  στη δεσμευμένη διακύμανση εξαρτάται από το πρόσημο του  $\varepsilon_t^2$ . Στη περίπτωση αποτελέσματος μόχλευσης το  $\gamma_i > 0$ . Αντίθετα, για να δεχτούμε την  $H_0$ : ότι δεν υπάρχει αποτέλεσμα μόχλευσης θα πρέπει το  $\gamma_i = 0$ , υπονοώντας ότι παλιά θετικά σοκ έχουν την ίδια επίδραση στη σημερινή μεταβλητότητα της χρονοσειράς με παλιά αρνητικά σοκ. Στο συγκεκριμένο μοντέλο η πρόβλεψη για λ-περιόδους μπροστά εξάγεται ως εξής:

$$\hat{\sigma}_{t+h|t}^2 = \hat{\omega} + \sum_{i=1}^q (\hat{a}_i \cdot \varepsilon_{t-i+h|t}^2 + \hat{\gamma}_i \cdot S_{t-1+h|t}^- \cdot \varepsilon_{t-1+h|t}^2) + \sum_{j=1}^p \hat{\beta}_j \cdot \sigma_{t-j+h|t}^2 \quad (3.6.14)$$

### 3.6.4 Μοντέλο Πρόβλεψης APARCH

Το APARCH(p,q) μοντέλο το οποίο προτάθηκε από τους Ding, Granger και Engle (1993)<sup>16</sup> έχει την εξής μορφή:

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^q a_i \cdot (|\varepsilon_t - 1| - \gamma_i \cdot \varepsilon_{t-1})^\delta + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot \sigma_{t-j}^\delta \quad (3.6.15)$$

όπου  $d > 0$  και  $-1 < \gamma_i < 1$  ( $i = 1, 2, \dots, q$ ). Το APARCH μοντέλο περιλαμβάνει άλλες επτά ARCH προεκτάσεις ως ειδικές περιπτώσεις. Συγκεκριμένα:

- Το ARCH του Engle (1982) όταν  $\delta=2$ ,  $\gamma_i = 2$  και  $\beta_j = 0$ . Παίρνει τη μορφή:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q a_i \cdot (|\varepsilon_t - 1| - 2 \cdot \varepsilon_{t-1})^2$$

- Το GARCH του Bollerslev (1986) όταν  $\delta=2$  και  $\gamma_i = 0$ . Παίρνει τη μορφή:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q a_i \cdot (|\varepsilon_t - 1|)^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot \sigma_{t-j}^2$$

<sup>16</sup>Engle, RF, Kroner KF., 1993, Multivariate simultaneous generalized ARCH, unpublished manuscript, Department of Economics, UCSD

- Το GARCH των Taylor (1986) και Schwert (1990) όταν  $\delta=1$  και  $\gamma_i = 0$ . Παίρνει τη μορφή:

$$\sigma_t = \omega + \sum_{i=1}^q a_i \cdot (|\varepsilon_t - 1|) + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot \sigma_{t-j}$$

- Το GJR-GARCH των Glosten, Jagannathan και Runkle (1993) όταν  $\delta=2$ . Παίρνει τη μορφή:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q a_i \cdot (|\varepsilon_t - 1| - \gamma_i \cdot \varepsilon_{t-1})^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot \sigma_{t-j}^2$$

- Το TARARCH του Zakoian (1994) όταν  $\delta=1$ . Παίρνει τη μορφή:

$$\sigma_t = \omega + \sum_{i=1}^q a_i \cdot (|\varepsilon_t - 1| - \gamma_i \cdot \varepsilon_{t-1}) + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot \sigma_{t-j}$$

- Το NGARCH των Higgins και Bera (1992) όταν  $\beta_j = 0$  και  $\gamma_i = 0$ . Παίρνει τη μορφή:

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^q a_i \cdot (|\varepsilon_t - 1|)^\delta$$

- Το Log-ARCH των Geweke (1986) και Pentula (1986) όταν  $\delta \rightarrow 0$ .

Σύμφωνα με το συγκεκριμένο μοντέλο το αποτέλεσμα μόχλευσης προκύπτει εάν  $\gamma \neq 0$  και  $\delta \neq 2$ . Η πρόβλεψη για  $\lambda$  περιόδους μπροστά δίνεται από:

$$\hat{\sigma}_{t+h|t}^\delta = \hat{\omega} + \sum_{i=1}^q \hat{a}_i \cdot E \left[ (\varepsilon_{t+h-i} - \hat{\gamma}_i \cdot \varepsilon_{t+h-i})^\delta | \Omega_t \right] + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot \sigma_{t+h-j|t}^\delta \quad (3.6.16)$$

όπου

$$E \left[ (\varepsilon_{t+h-i} - \hat{\gamma}_i \cdot \varepsilon_{t+h-i})^\delta | \Omega_t \right] = k_i \cdot \sigma_{t+k|t}^\delta, \quad k > 1 \quad \text{και} \quad k_i = E [ |z| - \gamma_i \cdot z ]^\delta \quad (3.6.17)$$

### 3.6.5 Μοντέλο Πρόβλεψης FIGARCH( $p, d, q$ )

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά της μεταβλητότητας των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών είναι η ισχυρή της μνήμη, το φαινόμενο δηλαδή όπου ένα ισχυρό shock επηρεάζει σε έντονο βαθμό και για μεγάλο χρονικό διάστημα τη μελλοντική μεταβλητότητα. Αυτή την ιδιότητα της μεταβλητότητας προσπαθεί να συμπεριλάβει το υπόδειγμα FIGARCH(1,d,1) το οποίο εισήγαγαν οι Ding, Granger και Engle (1993) και μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\sigma_t = \omega + \beta_1 \cdot \sigma_{t-1} + (1 - \beta_1 \cdot L - (1 - \phi_1 \cdot L) \cdot (1 - L)^d) \cdot \varepsilon_t^2 \quad (3.6.18)$$

Στην περίπτωση όπου  $d = 0$  το υπόδειγμα μετατρέπεται ουσιαστικά στο τυπικό GARCH(1,1). Για  $0 < d < 1$  η επίδραση στη πρόβλεψη της μεταβλητότητας μειώνεται με έναν υπερβολικά αργό ρυθμό. Το συγκεκριμένο μοντέλο ουσιαστικά ανατρέπει την υπόθεση του IGARCH μοντέλου, ότι ένα αρνητικό shock επηρεάζει για πάντα τη μεταβλητότητα, και βασίζεται στη παραμετροποίηση ARFIMA (Autoregressive Fractional Integrated Moving Average).

### 3.6.6 Μοντέλο Πρόβλεψης ARCH-in-Mean

Στο ARCH-in-Mean ή ARCH-M μοντέλο που αναπτύχθηκε από τους Engle, Lilien και Robins (1987), ο δεσμευμένος μέσος είναι συνάρτηση της δεσμευμένης διακύμανσης της διαδικασίας, και δίδεται από τη συνάρτηση:

$$y_t = g(x_{t-1}, \sigma_t^2; b) + \varepsilon_t \quad (3.6.19)$$

Σε αυτό το μοντέλο μια αύξηση της δεσμευμένης διακύμανσης, οδηγεί σε μια αύξηση ή μείωση του δεσμευμένου μέσου  $y_t$ , ανάλογα με το πρόσημο της μερικής παραγώγου του  $g(x_{t-1}, \sigma_t^2; b)$  ως προς  $\sigma_t^2$ . Πολλές θεωρίες στα χρηματοοικονομικά περιλαμβάνουν μια ρητή σχέση ανάμεσα στο κίνδυνο και την αναμενόμενη απόδοση. Το ARCH-M μοντέλο εξυπηρετεί τον χειρισμό αυτής της σχέσης μέσα σε ένα περιβάλλον χρονολογικών σειρών με χρονικά μεταβαλλόμενη δεσμευμένη διακύμανση. Οι πιο διαδεδομένες μορφές της συνάρτησης  $g(x_{t-1}, \sigma_t^2; b)$ , περιλαμβάνουν γραμμική ή λογαριθμική σχέση για το  $\sigma_t^2$  ή για το  $\sigma_t$ .

Τυπικά το ARCH-M μοντέλο δεν εμπεριέχει επιπλέον δυσκολίες στην εκτίμησή του. Εντούτοις, σε αντιδιαστολή με το γραμμικό GARCH μοντέλο, όπου συνεπείς εκτιμητές για τις παραμέτρους στη συνάρτηση μέσου μπορούν να εξαχθούν ακόμη και με λανθασμένη εξειδίκευση του  $\sigma_t^2$ , η συνεπής εκτίμηση στο ARCH-M μοντέλο απαιτεί το σωστό προσδιορισμό ολόκληρου του μοντέλου. Για αυτό το λόγο τα διαγνωστικά τεστ για την εξειδίκευση της διακύμανσης είναι ιδιαίτερα σημαντικά πριν εξαχθούν οποιαδήποτε συμπεράσματα για τις εκτιμήσεις των παραμέτρων.

### 3.7 Υπό συνθήκη Αξία σε Κίνδυνο Conditional VaR (CVaR)

Η αναμενόμενη υπό συνθήκη ζημία της υπέρβασης της Αξίας σε Κίνδυνο (expected loss conditional on exceeding VaR) ή αλλιώς CVaR (Conditional VaR, Tail VaR ή Expected Shortfall ή ES) αναπτύχθηκε από τους Artzner, Delbaen, Eber και Heath<sup>17</sup>. Τονίζεται όμως από τους Grootveld και Hallerbach<sup>18</sup>, πως πιθανώς η χρήση του υπονοεί ουδετερότητα στο ρίσκο σε σχέση με το εύρος των απωλειών, ένα ανεπιθύμητο χαρακτηριστικό. Το CVaR ορίζεται από Consigli<sup>19</sup> ως η αναμενόμενη απόδοση πέραν από την αξία σε κίνδυνο (*value at risk*) με δεδομένο διάστημα εμπιστοσύνης  $a$ , και μαθηματικά,

$$CVaR_a(X) = E[-X | -X \geq VaR_a(X)] \quad (3.7.1)$$

όπου  $VaR_a(X) = -\inf\{z | Pr(xr \leq z) \geq a\}$ , το VaR με συντελεστή  $a$ . Μειονέκτημα του CVaR, παρά τα θεωρητικά του πλεονεκτήματα που συζητούνται παρακάτω, και εκτός από το δύσκολο υπολογισμό του, είναι, κατά τους Yamai και Yoshihara<sup>20</sup>, πως χρειάζεται πολύ περισσότερα δεδομένα για backtesting από το VaR.

<sup>17</sup>Artzner, P., F. Delbaen, J.M. Eber and D. Heath (1999). Coherent Measures of Risk, *Mathematical Finance*, 9(3), 203 - 228.

<sup>18</sup>Grootveld, Henk and Winfried G. Hallerbach (2004). Upgrading Value at Risk from Diagnostic Metric to Decision Variable: A Wise Thing to Do? *Risk Measures for the 21st Century* [57], John Wiley & Sons, West Sussex, ISBN 0470861541.

<sup>19</sup>Consigli, Giorgio (2004). Estimation of Tail Risk and Portfolio Optimisation with Respect to Extreme Measures. *Risk Measures for the 21st Century* [57], John Wiley and Sons, West Sussex, ISBN 0470861541.

<sup>20</sup>Yamai, Y. and T. Yoshihara (2001). Comparative Analyses of Expected Shortfall and Value at Risk: Their Estimation Error, Decomposition, and Optimization. *IMES Discussion Paper Series, Research Division I, Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan* διαθέσιμο από <http://www.imes.boj.or.jp/english/publication/mes/2002/me20/1/4.pdf>.



### 3.7.1 Συνεπή Μέτρα Κινδύνου

Ενώ VaR και CVaR είναι μέτρα ασφάλειας κινδύνου (safety risk measures), δηλαδή σε αυτά προσδιορίζεται η ύπαρξη ή το επίπεδο καταστροφής των αποδόσεων με στόχο την μεγιστοποίηση της πιθανότητας να είναι οι αποδόσεις υψηλότερες από το επίπεδο καταστροφής, μόνο το CVaR είναι συνεπές μέτρο κινδύνου (coherent measure of risk).

Τα συνεπή μέτρα κινδύνου αναπτύχθηκαν αξιωματικά από τους Artzner et al<sup>21</sup>. Σε πεπερασμένους χώρους πιθανοτήτων (finite probability spaces). Αργότερα ο Delbaen<sup>22</sup> έκανε το ίδιο και για τους γενικούς χώρους πιθανοτήτων (general probability spaces).

**Ορισμός 3.7.1.** Θεωρούμε ένα σύνολο  $V$  πραγματικών τυχαίων μεταβλητών. Μια συνάρτηση  $\rho : V \rightarrow \mathbb{R}$  καλείται συνεπές μέτρο κινδύνου (coherent measure of risk) εάν είναι:

1. μονότονη (monotonous):  $X, Y \in V, Y \geq X \Rightarrow \rho(Y) \leq \rho(X)$
2. υποπροσθετική (subadditive):  $X, Y, X + Y \in V \Rightarrow \rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ ,
3. θετικά ομογενής (positively homogenous):  $X \in V, h > 0, hX \in V \Rightarrow \rho(hX) = h\rho(X)$  και
4. μεταφραστικά αμετάβλητη (translational invariant):  $X \in V, \alpha \in \mathbb{R} \Rightarrow \rho(X + \alpha) = \rho(X) + \alpha$

όπου  $X, Y, Z$  τυχαίες μεταβλητές αποδόσεων (απωλειών και κέρδους) αντίστοιχων χαρτοφυλακίων με συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα  $T$ , ενώ  $\rho(\cdot)$  είναι το μέτρο κινδύνου του υποκείμενου χαρτοφυλακίου.

Το σημαντικότερο από αυτά τα αξιώματα είναι το δεύτερο (subadditivity) που αποτελεί και την κυριότερη αδυναμία του VaR έναντι του CVaR. Στο CVaR η διαφοροποίηση δεν οδηγεί στην περίπτωση του σε χαμηλότερο κίνδυνο κατά τον Danielson<sup>23</sup> δίδοντάς του θεωρητικό πλεονέκτημα έναντι του VaR. Η υποπροσθετικότητα (subadditivity) επιτρέπει ένα χαρτοφυλάκιο που είναι σύνολο μικρότερων χαρτοφυλακίων (sub-portfolios) να έχει κίνδυνο που είναι το πολύ ίσος με το άθροισμα των κινδύνων του κάθε μικρότερου χαρτοφυλακίου. Παράδειγμα αποτελεί η κατάλληλη διάσπαση ενός χαρτοφυλακίου ώστε να μειωθεί η πιστωτική έκθεση του χαρτοφυλακίου ή τα υποχρεωτικά κεφάλαια (capital requirement), χωρίζοντας τεχνητά τα διαθέσιμα περιουσιακά στοιχεία σε μικρότερα

<sup>21</sup>Artzner, P., F. Delbaen, J.M. Eberhart and D. Heath (1997). Thinking coherently, Risk, 10, 68 - 71.

<sup>22</sup>Delbaen, F. (2002). Coherent measures of risk on general probability spaces. Advances in Finance and Stochastics, K. Sandmann and P. J. Shonbucher (Eds.), Springer Verlag, New York.

<sup>23</sup>Danielson, Jion (2004). The Emperor has no Clothes: Limits to Risk Modelling. Risk Measures for the 21st Century [57], John Wiley and Sons, West Sussex, ISBN 070861541.

χαρτοφυλάκια.

Ακόμη, η αναζήτηση συνεπών μέτρων κινδύνου έχει σκοπό να βρεθούν μέτρα που λαμβάνουν υπόψη όχι μόνο τα ποσοστημόρια της κατανομής απωλειών στο συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha$ , αλλά επίσης πληροφορίες σχετικά με την αναμενόμενη απώλεια που θα μπορούσε να συμβεί με πιθανότητα μικρότερη του  $\alpha$ , όπως συμβαίνει και στο CVaR.

Η συνέπεια θεωρείται απαραίτητη από τους Albanese και Lawi<sup>24</sup> και στην περίπτωση χαρτοφυλακίων που είναι εκτεθειμένα σε πιστωτικό και ασφαλιστικό κίνδυνο, καθώς οι κατανομές των αποδόσεων συνήθως αποκλίνουν σημαντικά από την κανονική λόγω των συνδεδεμένων μεγάλων απωλειών με γεγονότα μικρής πιθανότητας, όπως οι κρίσεις.

---

<sup>24</sup>Albanese, Claudio and Stephan Lawi (2004). Spectral Risk Measures for Credit Portfolios. Risk Measures for the 21st Century [57], John Wiley and Sons, West Sussex, ISBN 0470861541.

## 3.8 Αξιολόγηση των μέτρων *VaR* και *CVaR*

### 3.8.1 Πλεονεκτήματα

Σύμφωνα με τον Καινούριο<sup>25</sup>, οι πληροφορίες που παρέχει η συγκεκριμένη προσέγγιση χαρακτηρίζονται από απλότητα και σαφήνεια και μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τις ρυθμιστικές αρχές, τους μάνατζερ εταιριών και ιδρυμάτων, καθώς και από εσωτερικούς και εξωτερικούς ελεγκτές. Επίσης οι τράπεζες μπορούν να καθορίσουν όρια στους διαπραγματευτές συναλλάγματος και χρεογράφων σε όρους του *VaR*, επιπρόσθετα στο σύστημα οριοθέτησης των θέσεων (*Position Limit System*) που ισχύει παραδοσιακά. Επιπλέον, με τη χρήση του *VaR* είναι δυνατή η σύγκριση θέσεων σε διαφορετικές αγορές ή διαφορετικά προϊόντα σε καθημερινή, μηνιαία και ετήσια βάση.

Το κυριότερο πλεονέκτημα του *VaR*, σύμφωνα με τον Best<sup>26</sup>, είναι πως μπορεί να εφαρμοσθεί σε όλα τα εμπορεύσιμα προϊόντα. Επίσης, αν και διάφοροι τομείς επενδύσεων μιας επιχείρησης μπορεί να είναι διαφορετικοί, λόγω της ομοιογένειας του μέτρου, μπορούν να συγκριθούν άμεσα. Κάτι παρόμοιο δεν επιτυγχάνεται από τα παραδοσιακά μέτρα κινδύνου.

Άλλο πλεονέκτημα σε σχέση με τα παραδοσιακά μέτρα είναι πως το *VaR* συνοδεύεται με μια πιθανότητα και επίσης λαμβάνει υπόψη τα διαφορετικά περιουσιακά στοιχεία σε ένα χαρτοφυλάκιο και το πώς αυτά συνδυάζονται μεταξύ τους, αφήνοντας στη διαφοροποίηση να μειώσει τον μετρούμενο κίνδυνο.

Πλέον το *VaR* είναι *de facto* το ελάχιστο απαιτούμενο μέτρο ανάλυσης κινδύνου σε όλες τις ρυθμιστικές αρχές των ανεπτυγμένων χωρών. Οι ρυθμιστικές αρχές επιτρέπουν τη χρήση του *VaR* από τις τράπεζες για να ρυθμίσουν το απαιτούμενο κεφάλαιο που μάλιστα με αυτή τη μέθοδο υπολογισμού είναι συνήθως χαμηλότερο σε σχέση με τις πιο παραδοσιακές μεθόδους αφήνοντας χώρο στην τράπεζα να μοχλεύσει το κεφάλαιό της πιο αποδοτικά.

### 3.8.2 Μειονεκτήματα

Ωστόσο το *VaR* δεν είναι πανάκεια καθώς αναφέρεται σε αγορές που συμπεριφέρονται κανονικά και δεν είναι επαρκές για τις συχνά ακραίες που παρατηρούνται στις σύγχρονες χρηματοοικονομικές αγορές. Γι' αυτό και πρέπει να συνδυαστεί με το *backtesting* και *stress testing* ώστε να παρέχει ένα πολυσήμαντο πλαίσιο ανάλυσης διαχείρισης κινδύνου.

<sup>25</sup>Καινούργιος Δημήτρης., *Value at Risk (VaR) μεθοδολογία εκτίμησης του κινδύνου και VaR παράγωγα εργαλεία*, Ένωση Ελληνικών Τραπεζών.

<sup>26</sup>Best, Philip W. (1998). *Implementing Value at Risk*, John Wiley and Sons, Wiley series in financial engineering, West Sussex, ISBN 0471972053.

Ο Καινούργιος<sup>27</sup>, αναφέρει πως υπάρχουν κάποια ερωτηματικά σχετικά με το ποια είναι η καταλληλότερη μέθοδος για την εκτίμηση της διακύμανσης της απόδοσης μιας μετοχής ή ενός χαρτοφυλακίου περιουσιακών στοιχείων. Επίσης υπάρχει περίπτωση η μεθοδολογία VaR να προσφέρει υποεκτιμημένα αποτελέσματα, εάν οι αποφάσεις ενός περιουσιακού στοιχείου ή ενός χαρτοφυλακίου ξαφνικά μεταβληθούν κατά μη προβλέψιμο τρόπο, λόγω μιας δομικής αλλαγής της υποκείμενης οικονομίας μιας χώρας.

Ακόμη οι ζημιές υπολογίζονται υποθέτοντας ότι τα περιουσιακά στοιχεία μπορούν να πωληθούν στις τρέχουσες αγοραίες τιμές. Ωστόσο, εάν η επιχείρηση έχει στην κατοχή της σε μεγάλο βαθμό μη ρευστοποιήσιμα στοιχεία - που σημαίνει ότι δεν μπορούν να μεταπωληθούν γρήγορα - το VaR μπορεί να υποεκτιμά τις πραγματικές ζημιές, αφού τα στοιχεία ίσως χρειάζεται να πωληθούν με έκπτωση.

Επίσης κατά Artzner et al. το VaR δεν είναι συνεπές μέτρο για γενικές κατανομές αποδόσεων (general return distributions), ενώ είναι για μονοκόρυφες (unimodal), όπως η κανονική και η Student-t.

Επιπλέον κατά τους Grootveld και Hallerbach<sup>28</sup> το VaR δεν παρέχει πληροφορίες για τη κατανομή των αποδόσεων χαρτοφυλακίου κάτω από το επίπεδο εμπιστοσύνης που ορίζουμε. Επομένως είναι πρακτικά απίθανο ένας επενδυτής να είναι αδιάφορος μεταξύ δύο χαρτοφυλακίων που έχουν την ίδια αναμενόμενη απόδοση και το ίδιο  $\bar{R}$  όταν η κατανομή των αποδόσεων του ενός χαρτοφυλακίου έχει κοντύτερη αριστερή ουρά (δηλαδή σχετικά μικρές πιθανότητες μεγαλύτερων απωλειών από το VaR) και το άλλο μακριά αριστερή ουρά (σχετικά μεγάλες πιθανότητες μεγάλων απωλειών). Η πιθανή διαφυγή από αυτό το πρόβλημα είναι το μέτρο CVaR.

Ο Danielson<sup>29</sup> τονίζει πως όλα τα μοντέλα έχουν σοβαρά προβλήματα με έλλειψη σταθερότητας σε υψηλούς κινδύνους μεταβλητότητας, υπονοώντας πως σε πολλές περιπτώσεις οι εκτιμήσεις τους θα είναι όσο ακριβείς όσο και ο τροχός της ρουλέτας που χρησιμοποιείται για τις προβλέψεις κινδύνου.

Κύρια προβλήματα του VaR είναι πως δε δείχνει τις πιθανές απώλειες, δεν είναι συνεπές μέτρο κινδύνου, και εξαρτάται από ένα απλό ποσοστό της κατανομής κερδών και απωλειών (Profit and Loss ή P&L distribution) υπονοώντας πως είναι εύκολο να χειραγωγηθεί το μέτρο με ειδικά σχεδιασμένες εμπορικές στρατηγικές. Επιπλέον, αφορά μόνο το 99% του επιπέδου απωλειών έχοντας πολύ μικρή σχέση με τη πιθανότητα χρεοκοπίας, έντονων

<sup>27</sup>Καινούργιος Δημήτρης., Value at Risk (VaR) μεθοδολογία εκτίμησης του κινδύνου και VaR παράγωγα εργαλεία, Ένωση Ελληνικών Τραπεζών.

<sup>28</sup>Grootveld, Henk and Winfried G. Hallerbach (2004). Upgrading Value at Risk from Diagnostic Metric to Decision Variable: A Wise Thing to Do? Risk Measures for the 21st Century [57], John Wiley and Sons, West Sussex, ISBN 0470861541.

<sup>29</sup>Danielson, Jhon (2004). The Emperor has no Clothes: Limits to Risk Modelling. Risk Measures for the 21st Century [57], John Wiley and Sons, West Sussex, ISBN 0470861541.

χρηματοοικονομικών δονήσεων, ή συστημικών αποτυχιών.

Ακόμη, ο Danielson περιγράφει πως από τη στιγμή που οι αριθμοί του VaR είναι ποσοστημόρια P and L κατανομών είναι αναμενόμενο να έχουν μεγάλη μεταβλητότητα, καθώς μπορούν για παράδειγμα τη μια μέρα να διπλασιάζονται και την επομένη να υποδιπλασιάζονται.

Επίσης προκύπτει πως αν στα όρια του VaR προσκολλούνται οι αναλυτές, το κόστος της ισορρόπησης του χαρτοφυλακίου θα ήταν υψηλό. Αυτό το έχουν αντιληφθεί και η χρηματοοικονομική βιομηχανία και οι ελεγκτές υποχρεωτικών κεφαλαίων και γι αυτό πολλές επιχειρήσεις λέγεται (ανέκδοτες πληροφορίες) πως χρησιμοποιούν συγκεκριμένες ad hoc διαδικασίες εξομάλυνσης των παραγόντων κινδύνου. Έτσι για παράδειγμα μια τράπεζα,

- ενημερώνει τη μήτρα συνδιακύμανσης κάθε τρεις μήνες ή
- χειρίζεται τις προβλέψεις κινδύνου από μοντέλα υπό συνθήκη μεταβλητότητας ως τα ad hoc άνω όρια τω καθημερινών ορίων κινδύνου ή
- εναλλακτικά εξομαλύνονται διαχρονικά οι μήτρες συνδιακυμάνσεων.

Κλείνοντας, οι Engle και Manganelli<sup>30</sup> τονίζουν πως το VaR επιτελεί μια πολύ σημαντική λειτουργία, όταν εφαρμόζεται εσωτερικά σε μια επιχείρηση. Ωστόσο αμφισβητείται η χρησιμότητά του για ρυθμιστικούς λόγους προς το παρόν. Αυτό επειδή η θεμελίωση των ρυθμίσεων για τον κίνδυνο αγοράς σε αυτό το μέτρο κινδύνου μπορεί να οδηγήσει σε εμπόδια και να αυξήσει παράλογα τον τραπεζικό και συστημικό κίνδυνο. Η απαίτηση για τη σωστή εκτίμηση της μοντελοποίησης κινδύνου για επιδεξιότητα και μεράκι μπορεί να θέσει τις λανθασμένα εκτιμημένες τιμές έως και σε αχρηστία. Η χειρότερα, μπορεί να επιβάλει στην επιχείρηση σημαντικές, αλλά μη αναγκαίες απώλειες εξαιτίας της λανθασμένης κατανομής του κεφαλαίου ή υπερβολικής ισοσκέλισης του χαρτοφυλακίου.

---

<sup>30</sup>Engle, Robert F. and S. Manganelli (2004). A Comparison of Value at Risk Models in Finance. Risk Measures for the 21st Century [57], John Wiley and Sons, West Sussex, ISBN 0470861541.

## Κεφάλαιο 4

### Εφαρμογή

#### 4.1 Έλεγχος όλων των μοντέλων

Στο παρόν κεφάλαιο, θα επικεντρώσουμε τη προσοχή μας στα 10 μεγαλύτερα ασφαλιστικά ταμεία της Ελλάδος, εφαρμόζοντας εκείνες τις μεθόδους που αναφέρθηκαν και αναλύθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια και αφορούν τον υπολογισμό της Αξίας σε Κίνδυνο (*VaR*) σε χαρτοφυλάκιο επενδύσεών τους.

Συγκεκριμένα, έχουμε συλλέξει δεδομένα για τις περιόδους 2006-2008 και έχουμε υπολογίσει τις εβδομαδιαίες λογαριθμικές αποδόσεις των τιμών των μετοχών στον οποίων το κάθε ταμείο έχει επενδύσει τη συγκεκριμένη τριετία. Επίσης, όπως θα δούμε και παρακάτω αναλυτικά, θα μελετήσουμε την Αξία σε Κίνδυνο υιοθετώντας διαφορετικές υποθέσεις σχετικά με τη δεσμευμένη διακύμανση. Ειδικότερα, θα μεταβάλλουμε τον τρόπο υποδειματοποίησης της δεσμευμένης διακύμανσης (άρα και την πρόβλεψή της) χρησιμοποιώντας τα υποδείγματα *sGARCH*, *iGARCH*, *gjrGARCH*, *eGARCH* και *apARCH*, καθώς και διαφορετικές υποθέσεις αναφορικά με τη κατανομή των αποδόσεων, όπως τη *Normal (norm)*, *Generalized Error (ged)*, *Student (std)* και την *Normal Inverse Gaussian (nig)*.

Τα παραπάνω μοντέλα έτρεξαν στο πρόγραμμα *R*, εφαρμόζοντας το πακέτο *rgarch*.

Τέλος, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο *Backtesting* για να διαπιστώσουμε ποιο μοντέλο προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα μας, εφαρμόζοντας τους ελέγχους *Kupiec* και *Christoffersen*. Παρακάτω, για κάθε ταμείο, παραθέτουμε τους πίνακες που μας δείχνουν το *report* του *backtesting*, καθώς επίσης και το γράφημα που απεικονίζει τη *VaR* με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$ .

Είναι σημαντικό να αναφέρουμε επίσης ότι στη παρούσα εργασία λαμβάνονται υπόψη, οι επενδύσεις των ταμείων τη περίοδο 2006-2008, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν πριν την ενοποίηση των ασφαλιστικών ταμείων η οποία πήρε μέρος στα μέσα του 2008.

## Μεθοδολογία

Το πρώτο μας βήμα ήταν να υπολογίσουμε τις αποδόσεις των τιμών των μετοχών. Βρήκαμε τις τιμές των μετοχών<sup>1</sup> στις οποίες επένδυσε το κάθε ταμείο τη συγκεκριμένη τριετία, οι οποίες διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών (Χ.Α.Α), καταγράφοντας τις εβδομαδιαίες ιστορικές τιμές κλεισίματός τους. Στη συνέχεια, υπολογίσαμε τις εβδομαδιαίες λογαριθμικές αποδόσεις των τιμών αυτών των μετοχών.

Για παράδειγμα, έστω  $S_t$  η τιμή της μετοχής τη χρονική στιγμή  $t$  και  $S_{t+1}$  η τιμή της μετοχής τη χρονική στιγμή  $t + 1$ . Τότε η λογαριθμική απόδοση της μετοχής δίνεται από τη σχέση  $R_{t+1} = \ln \frac{S_{t+1}}{S_t}$ .

Στο επόμενο βήμα, προχωρήσαμε σε διαδοχικές 1-day ahead προβλέψεις της δεσμευμένης διακύμανσης  $\hat{\sigma}_{T+1}^2$  υιοθετώντας διαφορετικά (δημοφιλή στην εμπειρική έρευνα) μοντέλα GARCH, χρησιμοποιώντας δείγμα που αποτελείται από 155 παρατηρήσεις (καλύπτοντας τη χρονική περίοδο από 31/12/2005 έως 31/12/2007) ανάλογα με το GARCH μοντέλο που επιλέγουμε κάθε φορά.

Στη συνέχεια προβαίνουμε σε διαφορετικές υποθέσεις για τη κατανομή της διαδικασίας της καινοτομίας (άρα και των αποδόσεων) και υπολογίζουμε την αντίστοιχη Αξία σε Κίνδυνο (Value at Risk) για το δείγμα που εξετάζουμε σύμφωνα με το γενικό τύπο:  $VaR_{t+1} = F(x) \times \hat{\sigma}_{t+1}$ , όπου  $F(x)$  είναι το 95% ή 99% ποσοστημόριο της κατανομής την οποία έχουμε υποθέσει ότι ακολουθούν οι λογαριθμικές αποδόσεις.

Τέλος, πραγματοποιείται ο έλεγχος της καταλληλότητας των υποδειγμάτων. Αρχικά, μετρώντας τις ημέρες στο δείγμα μας κατά τις οποίες η απόδοση του χαρτοφυλαχίου ήταν μικρότερη από την αναμενόμενη  $VaR$  που υπολογίσαμε και διαιρώντας αυτόν τον αριθμό με το μέγεθος του δείγματος για το οποίο έχουμε κάνει εκτίμηση ορίζοντας το  $Failure\ rate = failures/T$ . Στη συνέχεια συγκρίνουμε το  $Failure\ Rate$  με το διάστημα εμπιστοσύνης που έχουμε χρησιμοποιήσει για τον υπολογισμό της  $VaR$ .

Ένας έλεγχος λόγου πιθανοφάνειας (likelihood ratio test, LR) που προτάθηκε από τον Kupiec (1995) θα μας δείξει εάν το μοντέλο που χρησιμοποιήσαμε πρέπει να απορριφθεί ή όχι.

Με  $N$  συμβολίζουμε τον αριθμό των πριπτώσεων που απέτυχε το μοντέλο και με  $T$  το μέγεθος του δείγματος, και ο αριθμός των αποτυχιών θα ακολουθεί μια διωνυμική κατανομή  $N \sim B(T, p)$ , όπου  $p$  το επίπεδο σημαντικότητας.

---

<sup>1</sup>[www.naftemporiki.gr](http://www.naftemporiki.gr)

#### 4.1.1 I.K.A.-E.T.A.M

Το μεγαλύτερο ασφαλιστικό ταμείο της χώρας είναι το Ίδρυμα Κοινωνικών Ασφαλίσεων - Ενιαίο Ταμείο Ασφάλισης Μισθωτών (ΙΚΑ-ΕΤΑΜ), του οποίου η περιουσία, μετά και την ημερομηνία αποτίμησής στις 31/12/2007, ανέρχεται σε 5.142.572.125€. Επιπλέον, επειδή σε αυτό το σημείο εξετάζουμε μόνο το μετοχικό κεφάλαιο, διαπιστώνουμε ότι το ΙΚΑ-ΕΤΑΜ έχει επενδύσει σε μετοχές περίπου 398.098.637€, δηλαδή ένα ποσοστό της τάξης του 7,74% επί της συνολικής του περιουσίας.

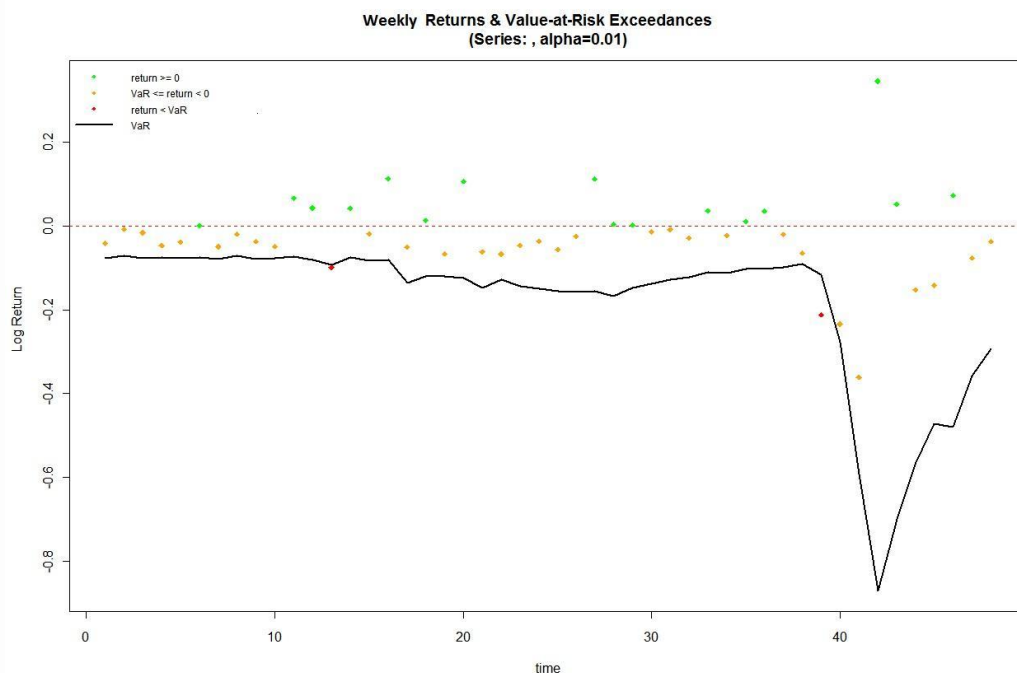
Βάση λοιπόν αυτών των στοιχείων και ύστερα από την ανάλυση των δεδομένων και εκτίμηση των μεθόδων, διαπιστώσαμε ότι τα μοντέλα που προσαρμόζονται καλύτερα είναι το *gjrGARCH – std* και το *gjrGARCH – ged*.

Παρακάτω βλέπουμε τον πίνακα που αφορά το συγκεκριμένο *report* του *Backtesting*.

Μοντέλο	<i>gjrGARCH – std – ged</i>
<i>BackTest Length</i>	48
<i>alpha</i>	1%
<i>Expected Exceed</i>	0.5
<i>Actual VaR Exceed</i>	2
<i>Actual %</i>	4.2%
<i>Unconditional Coverage (Kupiec)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.uc Statistic :</i>	2.718
<i>LR.uc Critical :</i>	3.841
<i>LR.uc p – value :</i>	0.099
<i>Reject Null :</i>	NO
<i>Conditional Coverage (Christoffersen)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.cc Statistic :</i>	2.895
<i>LR.cc Critical :</i>	5.991
<i>LR.cc p – value :</i>	0.235
<i>Reject Null :</i>	NO



Το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  είναι το παρακάτω:

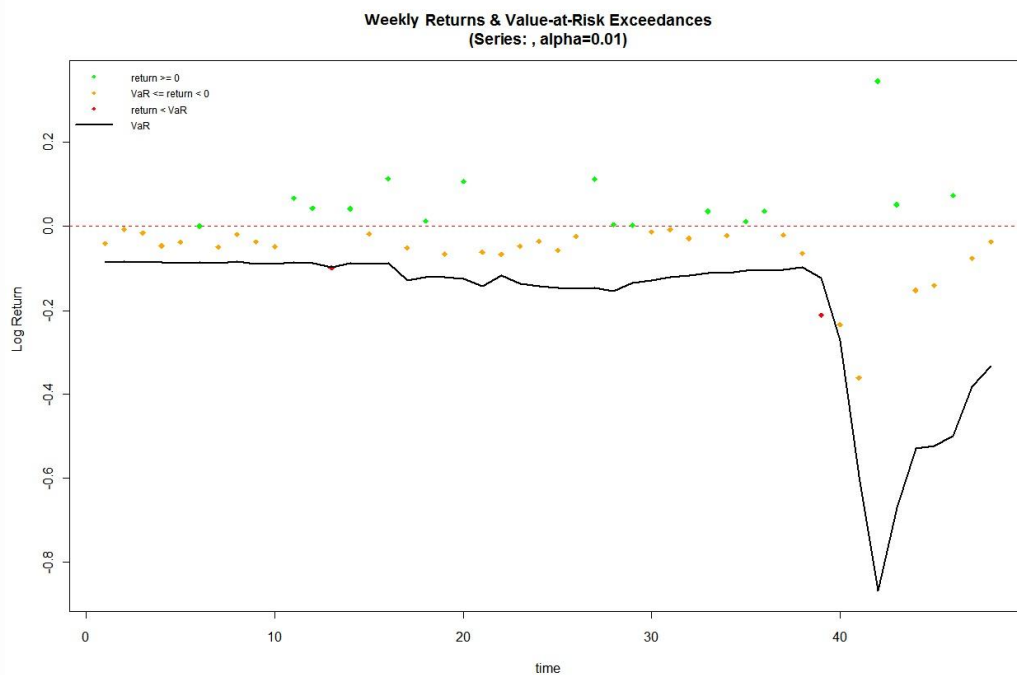


Σχήμα 4.1: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $gjrGARCH - std$  για το ταμείο ΙΚΑ-ΕΤΑΜ.

Με τη μαύρη γραμμή παρατηρούμε την  $VaR$ , οι πράσινες τελείες αποτυπώνουν τις θετικές αποδόσεις, οι κίτρινες τελείες δείχνουν τις αρνητικές αποδόσεις και τέλος με τις κόκκινες τελείες σημειώνονται οι υπερβάσεις (*exceedances*).

Παρατηρούμε ότι σύμφωνα με το παραπάνω μοντέλο η  $VaR$  μπορεί να πάρει τιμές πολύ ακραίες.

Παρακάτω βλέπουμε το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  για το μοντέλο  $gjgGARCH - ged$ :



Σχήμα 4.2: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $gjgGARCH - ged$  για το ταμείο ΙΚΑ-ΕΤΑΜ.

## Παρατηρήσεις

Όπως είναι γνωστό, το βασικό εργαλείο που χρησιμοποιείται για την επικύρωση των μοντέλων μέτρησης της *VaR* είναι η διαδικασία *Back – Testing*. Ουσιαστικά, αυτή η μέθοδος επικυρώνει ότι οι πραγματικές ζημιές που παρατηρούνται βρίσκονται εντός των ορίων που καθορίζει η εκτιμώμενη *VaR*. Στις περιπτώσεις που διαπιστώνεται ότι η εκτιμώμενη *VaR* δε χαρακτηρίζεται από το επίπεδο εμπιστοσύνης για το οποίο έχει υπολογιστεί, το μοντέλο υπολογισμού της *VaR* θα πρέπει να επανεξετάζεται για το ενδεχόμενο εσφαλμένων υποθέσεων ή ανακριβούς μοντελοποίησης.

Πιο συγκεκριμένα, όσον αφορά τα μοντέλα υπολογισμού της *VaR* που εφαρμόστηκαν σε χαρτοφυλάκια των ασφαλιστικών ταμείων, θα πρέπει να γνωρίζουμε ότι το πλήθος των υπερβάσεων θα πρέπει να βρίσκεται εντός του αριθμού που καθορίζεται από το επίπεδο εμπιστοσύνης της *VaR*. Για το συγκεκριμένο ταμείο έχει γίνει χρήση μιας 99% εβδομαδιαίας *VaR*, με χρονικό ορίζοντα 48 εβδομάδων, οπότε αναμένεται να παρατηρηθούν περίπου  $(1\% \times 48) \approx 0.5$  υπερβάσεις των ζημιών που καθορίζει η *VaR*. Αν οι υπερβάσεις είναι σαφώς περισσότερες, τότε πρέπει να βελτιωθεί το μοντέλο υπολογισμού της *VaR*.

Από τον παραπάνω πίνακα, διαπιστώνουμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα μας είναι το *gjrGARCH – std* και το *gjrGARCH – ged*. Αναμέναμε 0.5 υπερβάσεις και πραγματοποιήθηκαν 2 υπερβάσεις σε 48 εβδομάδες. Μπορούμε να πούμε ότι, για επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$ , το μοντέλο υπολογισμού της *VaR* είναι επαρκές. Για να το επιβεβαιώσουμε αυτό, χρησιμοποιήσαμε τους ελέγχους *Kupiec* και *Christoffersen*, κατά τους οποίους ένα μοντέλο είναι επαρκές εάν ισχύει  $LR_{uc} Statistic > LR_{uc} Critical$ .

Εκτός από τη μέτρηση των υπερβάσεων της ζώνης που καθορίζει η *VaR*, πρέπει να ελεγχθεί το ενδεχόμενο ύπαρξης συγκεντρωμένων υπερβάσεων (*clustered excessions*), γεγονός που θα αποτελούσε ένδειξη για υψηλές αυτοσυσχετίσεις στους κινδύνους. Από το γράφημα, βλέπουμε ότι αυτό το ενδεχόμενο δεν υπάρχει, στοιχείο που ισχυροποιεί ακόμη περισσότερο την ορθότητα του μοντέλου.

Τέλος, πρέπει να γίνεται και έλεγχος του μεγέθους των υπερβάσεων. Οι υψηλές υπερβάσεις υποδεικνύουν αυξημένη πιθανότητα ύπαρξης περιστασιακών κινδύνων. Πράγματι, παρατηρούμε ότι, το τελευταίο τρίμηνο του 2008 έχουμε μια μεγάλη πτώση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου, δηλαδή μια ζημιά περίπου στο 20%. Σημείο που δείχνει ότι το φαινόμενο της χρηματοπιστωτικής κρίσης που ξεκίνησε το 2008 έχει επηρεάσει σημαντικά την απόδοση του χαρτοφυλακίου επενδύσεων του ασφαλιστικού ταμείου ΙΚΑ-ΕΤΑΜ.

Συνοψίζοντας, αφού μελετήσαμε το χαρτοφυλάκιο επενδύσεων με 5 διαφορετικές μεθόδους και χρησιμοποιώντας 4 διαφορετικές κατανομές, διαπιστώσαμε ότι μόνο 2 μοντέλα

προσαρμόστηκαν πολύ καλά στα δεδομένα μας. Η μελέτη των υπόλοιπων μεθόδων, έδειξε ότι, εφόσον το ποσοστό των υπερβάσεων των ζημιών είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τον αριθμό  $1 - \alpha$ , όπου  $\alpha$  το επίπεδο εμπιστοσύνης της  $VaR$ , τότε προκύπτει το συμπέρασμα ότι τα υπόλοιπα μοντέλα υπολογισμού της  $VaR$  υποεκτιμούν τη  $VaR$ .

Παρακάτω παραθέτουμε τον πίνακα με τα μέτρα κινδύνου που έχουμε υπολογίσει και αφορούν όλη τη περίοδο:

ΙΚΑ-ΕΤΑΜ		
Measures	<i>gjrGARCH – std</i>	<i>gjrGARCH – ged</i>
<i>MR</i>	-0.005275	
<i>Std</i>	0.066964	
<i>Volatility</i>	0.08482	0.07069
<i>VaR<sub>95%</sub></i>	0.170916	0.116274
<i>VaR<sub>99%</sub></i>	0.285413	0.16445
<i>CVaR<sub>95%</sub></i>	0.009176	0.009178
<i>CVaR<sub>99%</sub></i>	0.007552	0.009178

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι, η μέση απόδοση των εβδομαδιαίων αποδόσεων των τιμών των μετοχών (*MR*) για τη τριετία 2006-2008 είναι αρνητική και ίση περίπου με -0,52%. Επίσης, όσον αφορά την τυπική απόκλιση (*Std*) των ιστορικών αποδόσεων την ίδια περίοδο, είναι περίπου 6,7%.

Στη συνέχεια, εκτιμήσαμε βάση των δύο καλύτερων μεθόδων, τη μεταβλητότητα (*Volatility*). Ουσιαστικά, η μεταβλητότητα, αποτελεί ένα μέτρο των προσδοκώμενων τιμών στις οποίες μπορεί να φτάσει το χαρτοφυλάκιο επενδύσεων μέσα σε κάποιο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Δηλαδή, όσο μεγαλύτερη είναι η μεταβλητότητα τόσο μεγαλύτερες είναι οι πιθανότητες για μεγάλες ανόδους ή πτώσεις των αποδόσεων. Παρατηρούμε λοιπόν ότι, με τη μέθοδο *gjrGARCH – std* εκτιμήσαμε το *volatility* περίπου στο 8,4%, ενώ με τη μέθοδο *gjrGARCH – ged* εκτιμήθηκε γύρω στο 7%, ποσοστό πολύ πιο κοντά στη τυπική απόκλιση των ιστορικών αποδόσεων.

Η εκτίμηση αυτή μας βοηθά στον υπολογισμό της  $VaR$ , όπου με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά στο χαρτοφυλάκιο μες την επόμενη εβδομάδα το πολύ 11,62%. Σε αντίθεση με την άλλη μέθοδο, όπου με το ίδιο επίπεδο εμπιστοσύνης, αναμένεται ζημιά της τάξης του 17,1%. Μεγάλη διαφορά διαπιστώνεται και στον υπολογισμό της  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%. Με τη μέθοδο *gjrGARCH – std* αναμένεται ζημιά το πολύ μέχρι 28,5% ενώ με τη μέθοδο *gjrGARCH – ged* μέχρι και 16,4%.

Τέλος, υπολογίσαμε και την Conditional Value at Risk (*CVaR*) ή αλλιώς τη μέση αναμενόμενη απώλεια πέραν της  $VaR$ . Όπως βλέπουμε, και με τις δύο μεθόδους, αναμένεται μια περαιτέρω απώλεια με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% της τάξεως του 0,9%.

#### 4.1.2 Τ.Σ.Μ.Ε.Δ.Ε

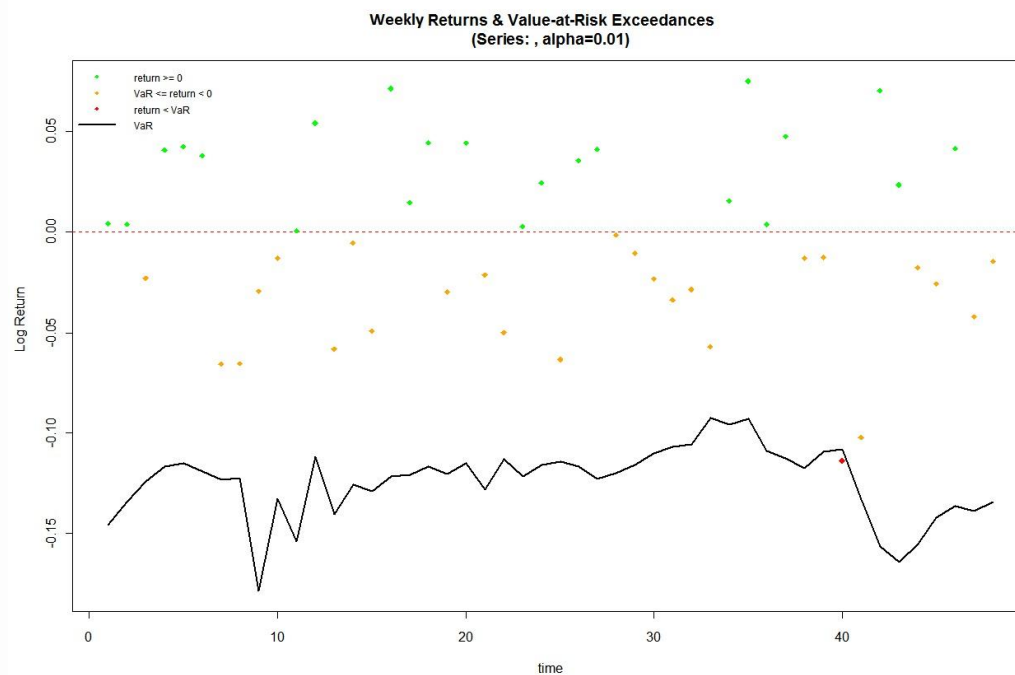
Το 2ο μεγαλύτερο ασφαλιστικό ταμείο της χώρας είναι το Ταμείο Συντάξεων Μηχανικών & Εργοληπτών Δημοσίων Έργων (ΤΣΜΕΔΕ), του οποίου η περιουσία, μετά και την ημερομηνία αποτίμησής στις 31/12/2007, ανέρχεται σε 3.162.747.807€. Επιπλέον, επειδή σε αυτό το σημείο εξετάζουμε μόνο το μετοχικό κεφάλαιο, διαπιστώνουμε ότι το ΤΣΜΕΔΕ έχει επενδύσει σε μετοχές περίπου 464.964.695€, δηλαδή ένα ποσοστό της τάξης του 14,7% επί της συνολικής του περιουσίας.

Βάση λοιπόν αυτών των στοιχείων και ύστερα από την ανάλυση των δεδομένων και εκτίμηση των μεθόδων, διαπιστώσαμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα είναι το *iGARCH – nig*.

Παρακάτω βλέπουμε τον πίνακα που αφορά το συγκεκριμένο *report* του *Backtesting*.

Μοντέλο	<i>iGARCH – nig</i>
<i>BackTest Length</i>	48
<i>alpha</i>	1%
<i>Expected Exceed</i>	0.5
<i>Actual VaR Exceed</i>	1
<i>Actual %</i>	2.1%
<i>Unconditional Coverage (Kupiec)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.uc Statistic :</i>	0.434
<i>LR.uc Critical :</i>	3.841
<i>LR.uc p – value :</i>	0.51
<i>Reject Null :</i>	NO
<i>Conditional Coverage (Christoffersen)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.cc Statistic :</i>	0.477
<i>LR.cc Critical :</i>	5.991
<i>LR.cc p – value :</i>	0.788
<i>Reject Null :</i>	NO

Το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  είναι το παρακάτω:



Σχήμα 4.3: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $iGARCH - nig$  για το ταμείο ΤΣΜΕΔΕ.

## Παρατηρήσεις

Από τον παραπάνω πίνακα, διαπιστώνουμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα μας είναι το *iGARCH – nig*. Με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  αναμέναμε 0.5 υπέρβαση ενώ πραγματοποιήθηκε 1 υπέρβαση σε διάρκεια 48 εβδομάδων. Αυτό μας δείχνει ότι το συγκεκριμένο μοντέλο υπολογισμού της *VaR* είναι επαρκές.

Όσον αφορά το ενδεχόμενο ύπαρξης συγκεντρωμένων υπερβάσεων, μπορούμε να διαπιστώσουμε από το γράφημα ότι σε κανένα σημείο δεν εμφανίζεται τέτοιο ενδεχόμενο. Επομένως και αυτό το στοιχείο επιβεβαιώνει ακόμη περισσότερο την ορθότητα του μοντέλου.

Επίσης, όσον αφορά το μέγεθος των υπερβάσεων, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι ενώ καθ' όλη τη διάρκεια του έτους οι αποδόσεις κυμαίνονταν από -0.05 έως +0.05, περίπου την 41η εβδομάδα, περίοδος όπου τα χρηματιστήρια έχασαν μέρος της αξίας τους, λόγω της οικονομικής κρίσης, έχουμε μία υπέρβαση (ζημιά) της τάξεως του 13% μέσα σε μία εβδομάδα.

Τέλος, η μελέτη των υπόλοιπων μεθόδων, έδειξε ότι, εφόσον το ποσοστό των υπερβάσεων των ζημιών είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τον αριθμό  $1 - \alpha$ , όπου  $\alpha$  το επίπεδο εμπιστοσύνης της *VaR*, τότε προκύπτει το συμπέρασμα ότι τα υπόλοιπα μοντέλα υπολογισμού της *VaR* υποεκτιμούν τη *VaR*.

Παρακάτω παραθέτουμε τον πίνακα με τα μέτρα κινδύνου που έχουμε υπολογίσει:

ΤΣΜΕΔΕ	
Measures	<i>iGARCH – nig</i>
<i>MR</i>	-0.00327
<i>Std</i>	0.03423
<i>Volatility</i>	0.04921
<i>VaR</i> <sub>95%</sub>	0.07831
<i>VaR</i> <sub>99%</sub>	0.132960
<i>CVaR</i> <sub>95%</sub>	0.003833
<i>CVaR</i> <sub>99%</sub>	0.0032749

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι, η μέση απόδοση των εβδομαδιαίων αποδόσεων των τιμών των μετοχών (*MR*) για τη τριετία 2006-2008 είναι αρνητική και ίση περίπου με -0,32%. Επίσης, όσον αφορά την τυπική απόκλιση (*Std*) των ιστορικών αποδόσεων την ίδια περίοδο, είναι περίπου 3,42%.

Στη συνέχεια, εκτιμήσαμε βάση της καλύτερης μεθόδου, τη μεταβλητότητα (*Volatility*). Παρατηρούμε λοιπόν ότι, με τη μέθοδο *iGARCH – nig* εκτιμήσαμε το *volatility* περίπου στο 4,92%, ποσοστό σχετικά κοντά στη τυπική απόκλιση των ιστορικών αποδόσεων.

Η εκτίμηση αυτή μας βοηθά στον υπολογισμό της  $VaR$ , όπου με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά στο χαρτοφυλάκιο μες την επόμενη εβδομάδα το πολύ 7,83%. Όσον αφορά τον υπολογισμό της  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά το πολύ μέχρι 13,29% για περίοδο 1 εβδομάδας.

Τέλος, υπολογίσαμε και την Conditional Value at Risk (CVaR) ή αλλιώς τη μέση αναμενόμενη απώλεια πέραν της  $VaR$ . Όπως βλέπουμε, αναμένεται μια περαιτέρω απώλεια με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% της τάξεως του 0,38%, ενώ με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% μια επιπλέον απώλεια της τάξεως του 0,32%.



### 4.1.3 Τ.Ε.Α.Δ.Υ

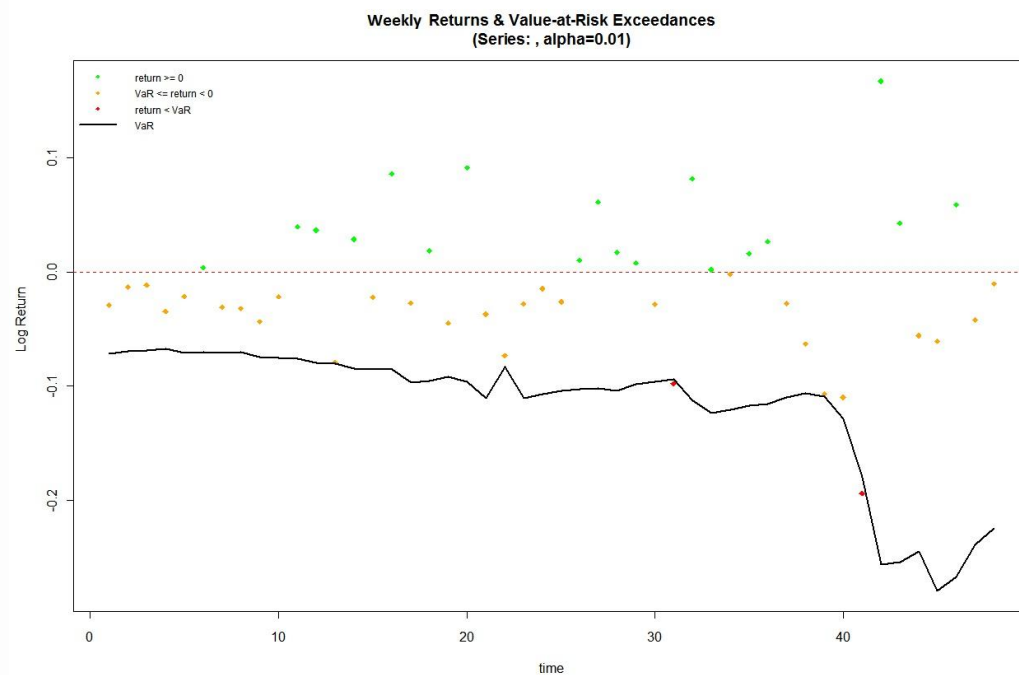
Το 3ο μεγαλύτερο ασφαλιστικό ταμείο της χώρας είναι το Ταμείο Επικουρικής Ασφάλισης Δημοσίων Υπαλλήλων (ΤΕΑΔΥ), του οποίου η περιουσία, μετά και την ημερομηνία αποτίμησής στις 31/12/2007, ανέρχεται σε 2.181.801.821€. Επιπλέον, επειδή σε αυτό το σημείο εξετάζουμε μόνο το μετοχικό κεφάλαιο, διαπιστώνουμε ότι το ΤΕΑΔΥ έχει επενδύσει σε μετοχές περίπου 301.528.798€, δηλαδή ένα ποσοστό της τάξης του 13,8% επί της συνολικής του περιουσίας.

Βάση λοιπόν αυτών των στοιχείων και ύστερα από την ανάλυση των δεδομένων και εκτίμηση των μεθόδων, διαπιστώσαμε ότι τα μοντέλα που προσαρμόζονται καλύτερα είναι το *gjrGARCH – nig* και το *iGARCH – std*.

Παρακάτω βλέπουμε τον πίνακα που αφορά το συγκεκριμένο *report* του *Backtesting*.

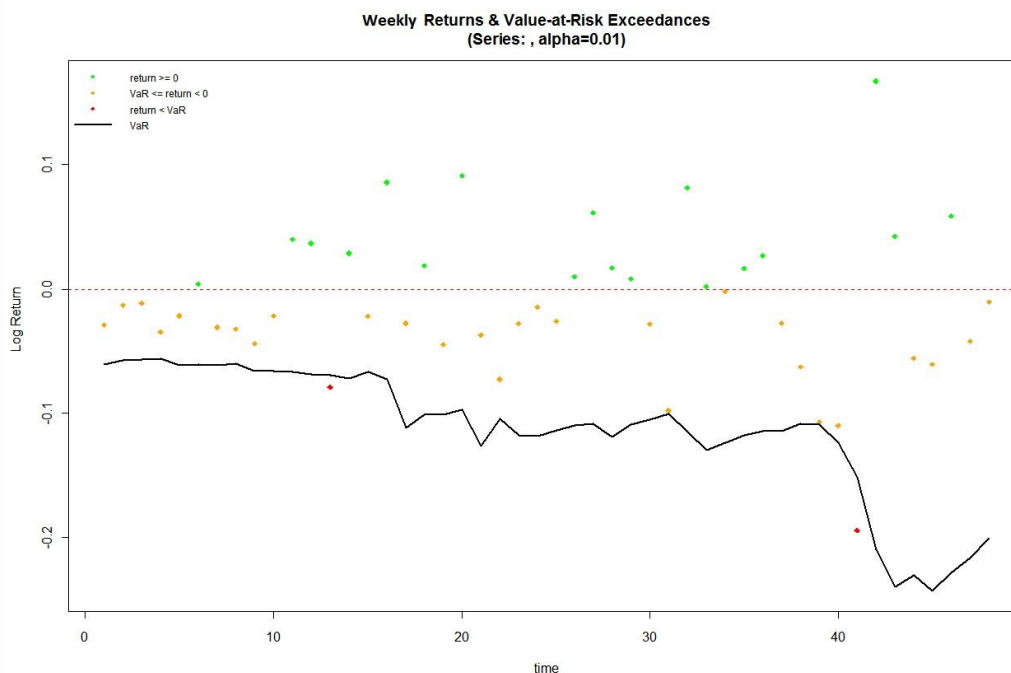
Μοντέλο	<i>gjrGARCH – nig and iGARCH – std</i>
<i>BackTest Length</i>	48
<i>alpha</i>	1%
<i>Expected Exceed</i>	0.5
<i>Actual VaR Exceed</i>	2
<i>Actual %</i>	4.2%
<i>Unconditional Coverage (Kupiec)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.uc Statistic :</i>	2.718
<i>LR.uc Critical :</i>	3.841
<i>LR.uc p – value :</i>	0.099
<i>Reject Null :</i>	NO
<i>Conditional Coverage (Christoffersen)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.cc Statistic :</i>	2.895
<i>LR.cc Critical :</i>	5.991
<i>LR.cc p – value :</i>	0.235
<i>Reject Null :</i>	NO

Το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  είναι το παρακάτω:



Σχήμα 4.4: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $gjrGARCH - nig$  για το ταμείο ΤΕΑΔΥ.

Παρακάτω βλέπουμε το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  για το μοντέλο  $iGARCH - std$ :



Σχήμα 4.5: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $iGARCH - std$  για το ταμείο ΤΕΑΔΥ.

### Παρατηρήσεις

Από τον παραπάνω πίνακα, διαπιστώνουμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα μας είναι το  $gjrgARCH - nig$  και το  $iGARCH - std$ . Με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  αναμέναμε 0.5 υπέρβαση ενώ πραγματοποιήθηκαν 2 υπερβάσεις σε διάρκεια 48 εβδομάδων. Αυτό μας δείχνει ότι το συγκεκριμένα μοντέλα υπολογισμού της  $VaR$  είναι επαρκή.

Όσον αφορά το ενδεχόμενο ύπαρξης συγκεντρωμένων υπερβάσεων, μπορούμε να διαπιστώσουμε από τα γραφήματα ότι σε κανένα σημείο δεν εμφανίζεται τέτοιο ενδεχόμενο. Επομένως και αυτό το στοιχείο επιβεβαιώνει ακόμη περισσότερο την ορθότητα του

μοντέλου.

Επίσης, όσον αφορά το μέγεθος των υπερβάσεων, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι ενώ καθ' όλη τη διάρκεια του έτους οι αποδόσεις κυμαίνονταν από -0.09 έως +0.10, περίπου την 42η εβδομάδα, περίοδος όπου τα χρηματιστήρια έχασαν μέρος της αξίας τους, λόγω της οικονομικής κρίσης, έχουμε μία υπέρβαση (ζημιά) της τάξεως του 20% μέσα σε μία εβδομάδα.

Τέλος, η μελέτη των υπόλοιπων μεθόδων, έδειξε ότι, εφόσον το ποσοστό των υπερβάσεων των ζημιών είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τον αριθμό  $1 - \alpha$ , όπου  $\alpha$  το επίπεδο εμπιστοσύνης της  $VaR$ , τότε προκύπτει το συμπέρασμα ότι τα υπόλοιπα μοντέλα υπολογισμού της  $VaR$  υποεκτιμούν τη  $VaR$ .

Παρακάτω παραθέτουμε τον πίνακα με τα μέτρα κινδύνου που έχουμε υπολογίσει:

ΤΕΑΔΥ		
<i>Measures</i>	<i>gjrGARCH – nig</i>	<i>iGARCH – std</i>
<i>MR</i>	-0.001279	
<i>Std</i>	0.031283	
<i>Volatility</i>	0.06508	0.06561
<i>VaR<sub>95%</sub></i>	0.103566	0.132207
<i>VaR<sub>99%</sub></i>	0.175839	0.220773
<i>CVaR<sub>95%</sub></i>	0.002578	0.0015733
<i>CVaR<sub>99%</sub></i>	0.001279	0.001279

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι, η μέση απόδοση των εβδομαδιαίων αποδόσεων των τιμών των μετοχών (*MR*) για τη τριετία 2006-2008 είναι αρνητική και ίση περίπου με -0,12%. Επίσης, όσον αφορά την τυπική απόκλιση (*Std*) των ιστορικών αποδόσεων την ίδια περίοδο, είναι περίπου 3,12%.

Στη συνέχεια, εκτιμήσαμε βάση των δύο καλύτερων μεθόδων, τη μεταβλητότητα (*Volatility*). Παρατηρούμε λοιπόν ότι, με τη μέθοδο *gjrGARCH – nig* εκτιμήσαμε το *volatility* περίπου στο 6,5%, ενώ με τη μέθοδο *iGARCH – std* εκτιμήθηκε γύρω στο 6.56%, ποσοστό που αποκλίνει αρκετά από την τυπική απόκλιση των ιστορικών αποδόσεων.

Η εκτίμηση αυτή μας βοηθά στον υπολογισμό της *VaR*, όπου με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά στο χαρτοφυλάκιο μες την επόμενη εβδομάδα το πολύ 10,35%. Σε αντίθεση με την άλλη μέθοδο, όπου με το ίδιο επίπεδο εμπιστοσύνης, αναμένεται ζημιά της τάξης του 13,2%. Αρκετά μεγάλη διαφορά διαπιστώνεται και στον υπολογισμό της *VaR* με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% όπου με τη μέθοδο *gjrGARCH – nig* αναμένεται ζημιά το πολύ μέχρι 17,5% ενώ με τη μέθοδο *iGARCH – std* μέχρι και 22,07%.

Τέλος, υπολογίσαμε και την Conditional Value at Risk (CVaR) ή αλλιώς τη μέση

αναμενόμενη απώλεια πέραν της  $VaR$ . Όπως βλέπουμε, και με τις δύο μεθόδους, αναμένεται μια περαιτέρω απώλεια με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% της τάξεως του 0,15%.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

#### 4.1.4 Ο.Γ.Α

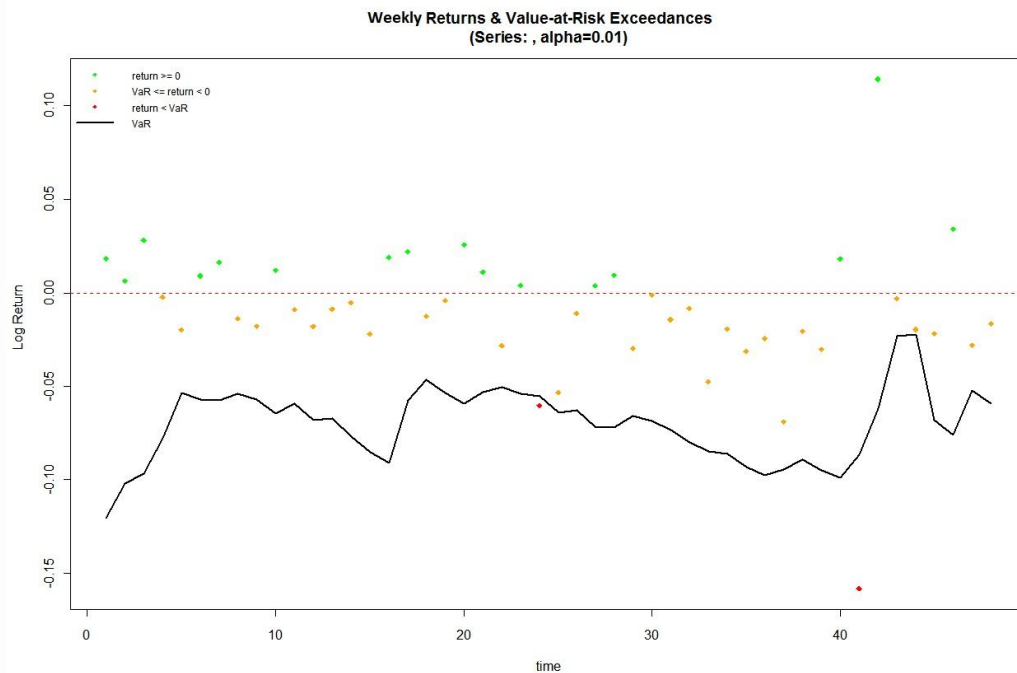
Το 4ο μεγαλύτερο ασφαλιστικό ταμείο της χώρας είναι Οργανισμός Γεωργικών Ασφαλίσεων (ΟΓΑ), του οποίου η περιουσία, μετά και την ημερομηνία αποτίμησής στις 31/12/2007, ανέρχεται σε 2.143.921.785€. Επιπλέον, επειδή σε αυτό το σημείο εξετάζουμε μόνο το μετοχικό κεφάλαιο, διαπιστώνουμε ότι το Ο.Γ.Α έχει επενδύσει σε μετοχές περίπου 217.065.659€, δηλαδή ένα ποσοστό της τάξης του 10,12% επί της συνολικής του περιουσίας.

Βάση λοιπόν αυτών των στοιχείων και ύστερα από την ανάλυση των δεδομένων και εκτίμηση των μεθόδων, διαπιστώσαμε ότι τα μοντέλα που προσαρμόζονται καλύτερα είναι το *eGARCH – ged* και το *iGARCH – ged*.

Παρακάτω βλέπουμε τον πίνακα που αφορά το συγκεκριμένο *report* του *Backtesting*.

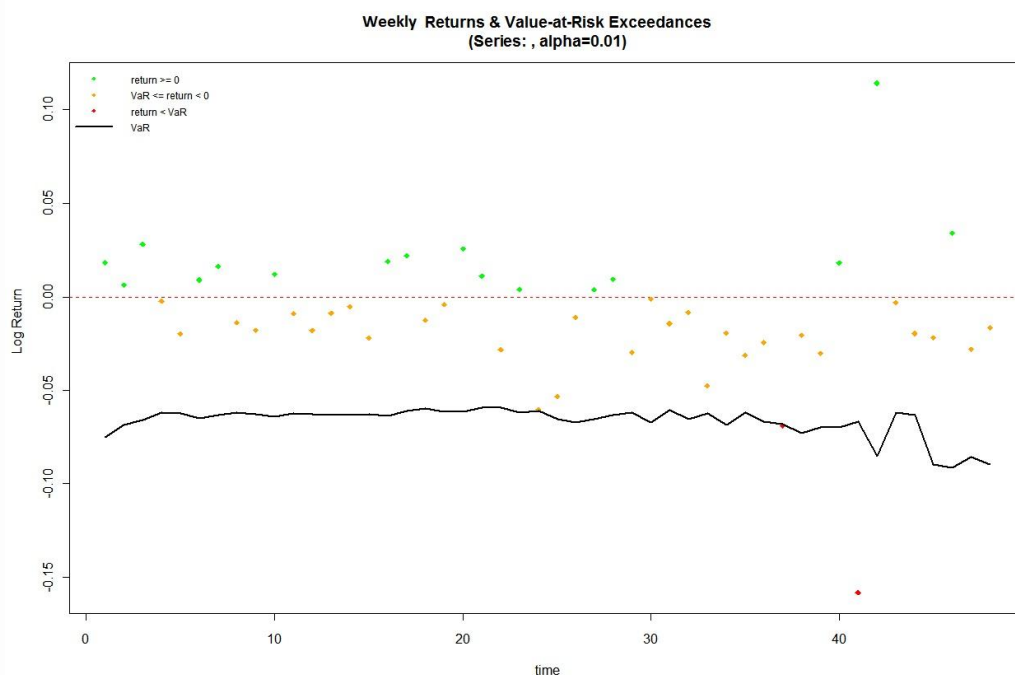
Μοντέλο	<i>eGARCH – ged</i> και <i>iGARCH – ged</i>
<i>BackTest Length</i>	48
<i>alpha</i>	1%
<i>Expected Exceed</i>	0.5
<i>Actual VaR Exceed</i>	2
<i>Actual %</i>	4.2%
<i>Unconditional Coverage (Kupiec)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.uc Statistic :</i>	2.718
<i>LR.uc Critical :</i>	3.841
<i>LR.uc p – value :</i>	0.099
<i>Reject Null :</i>	NO
<i>Conditional Coverage (Christof fersen)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.cc Statistic :</i>	2.895
<i>LR.cc Critical :</i>	5.991
<i>LR.cc p – value :</i>	0.235
<i>Reject Null :</i>	NO

Το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  είναι το παρακάτω:



Σχήμα 4.6: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $eGARCH - ged$  για το ταμείο ΟΓΑ.

Παρακάτω βλέπουμε το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  για το μοντέλο  $iGARCH - ged$ :



Σχήμα 4.7: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $iGARCH - ged$  για το ταμείο ΟΓΑ.

### Παρατηρήσεις

Από τον παραπάνω πίνακα, διαπιστώνουμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα μας είναι το  $eGARCH - ged$  και το  $iGARCH - ged$ . Με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  αναμέναμε 0.5 υπέρβαση ενώ πραγματοποιήθηκαν 2 υπερβάσεις σε διάρκεια 48 εβδομάδων. Αυτό μας δείχνει ότι το συγκεκριμένα μοντέλα υπολογισμού της  $VaR$  είναι επαρκή.

Όσον αφορά το ενδεχόμενο ύπαρξης συγκεντρωμένων υπερβάσεων, μπορούμε να διαπιστώσουμε από τα γραφήματα ότι σε κανένα σημείο δεν εμφανίζεται τέτοιο ενδεχόμενο. Επομένως και αυτό το στοιχείο επιβεβαιώνει ακόμη περισσότερο την ορθότητα του



μοντέλου.

Επίσης, όσον αφορά το μέγεθος των υπερβάσεων, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι ενώ καθ' όλη τη διάρκεια του έτους οι αποδόσεις κυμαίνονταν από -0.03 έως +0.04, περίπου την 41η εβδομάδα, περίοδος όπου τα χρηματιστήρια έχασαν μέρος της αξίας τους, λόγω της οικονομικής κρίσης, έχουμε μία μεγάλη υπέρβαση (ζημιά) της τάξεως του 16% μέσα σε μία εβδομάδα.

Τέλος, η μελέτη των υπόλοιπων μεθόδων, έδειξε ότι, εφόσον το ποσοστό των υπερβάσεων των ζημιών είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τον αριθμό  $1 - \alpha$ , όπου  $\alpha$  το επίπεδο εμπιστοσύνης της  $VaR$ , τότε προκύπτει το συμπέρασμα ότι τα υπόλοιπα μοντέλα υπολογισμού της  $VaR$  υποεκτιμούν τη  $VaR$ .

Παρακάτω παραθέτουμε τον πίνακα με τα μέτρα κινδύνου που έχουμε υπολογίσει:

ΟΓΑ		
Measures	<i>eGARCH – ged</i>	<i>iGARCH – ged</i>
<i>MR</i>	-0.00569	
<i>Std</i>	0.028827	
<i>Volatility</i>	0.02521	0.04216
<i>VaR<sub>95%</sub></i>	0.041466	0.069347
<i>VaR<sub>99%</sub></i>	0.058647	0.098078
<i>CVaR<sub>95%</sub></i>	0.0080131	0.0072285
<i>CVaR<sub>99%</sub></i>	0.0072285	0.0072285

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι, η μέση απόδοση των εβδομαδιαίων αποδόσεων των τιμών των μετοχών (*MR*) για τη τριετία 2006-2008 είναι αρνητική και ίση περίπου με -0,56%. Επίσης, όσον αφορά την τυπική απόκλιση (*Std*) των ιστορικών αποδόσεων την ίδια περίοδο, είναι περίπου 2,88%.

Στη συνέχεια, εκτιμήσαμε βάση των δύο καλύτερων μεθόδων, τη μεταβλητότητα (*Volatility*). Παρατηρούμε λοιπόν ότι, με τη μέθοδο *eGARCH – ged* εκτιμήσαμε το *volatility* περίπου στο 2,52%, ενώ με τη μέθοδο *iGARCH – ged* εκτιμήθηκε γύρω στο 4.21%, ποσοστό που αποκλίνει αρκετά από την τυπική απόκλιση των ιστορικών αποδόσεων.

Η εκτίμηση αυτή μας βοηθά στον υπολογισμό της *VaR*, όπου με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά στο χαρτοφυλάκιο μες την επόμενη εβδομάδα το πολύ 4,14%. Σε αντίθεση με την άλλη μέθοδο, όπου με το ίδιο επίπεδο εμπιστοσύνης, αναμένεται ζημιά της τάξης του 6,93%. Αρκετά μεγάλη διαφορά διαπιστώνεται και στον υπολογισμό της *VaR* με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% όπου με τη μέθοδο *eGARCH – ged* αναμένεται ζημιά το πολύ μέχρι 5,8% ενώ με τη μέθοδο *iGARCH – ged* μέχρι και 9,8%.

Τέλος, υπολογίσαμε και την Conditional Value at Risk (*CVaR*) ή αλλιώς τη μέση

αναμενόμενη απώλεια πέραν της  $VaR$ . Όπως βλέπουμε, και με τις δύο μεθόδους, αναμένεται μια περαιτέρω απώλεια με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% της τάξεως του 0,75%.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

#### 4.1.5 Ταμείο Νομικών

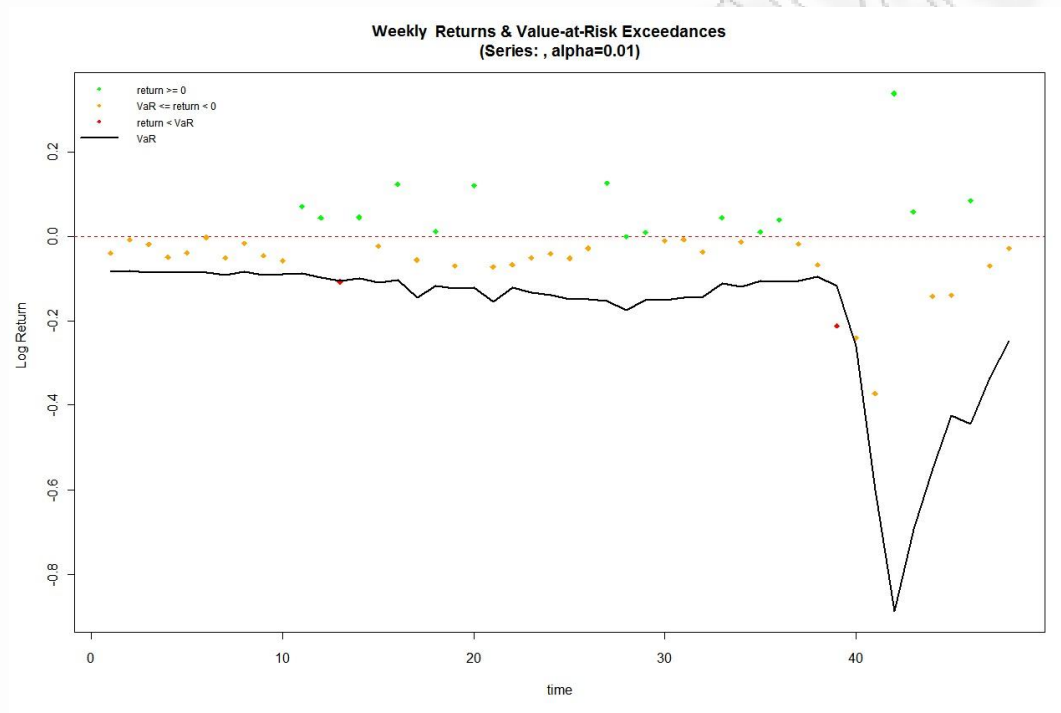
Το 5ο μεγαλύτερο ασφαλιστικό ταμείο της χώρας είναι το Ταμείο Νομικών (Τ.Ν), του οποίου η περιουσία, μετά και την ημερομηνία αποτίμησής στις 31/12/2007, ανέρχεται σε 1.380.830.035€. Επιπλέον, επειδή σε αυτό το σημείο εξετάζουμε μόνο το μετοχικό κεφάλαιο, διαπιστώνουμε ότι το Τ.Ν έχει επενδύσει σε μετοχές περίπου 292.322.420€, δηλαδή ένα ποσοστό της τάξης του 21,17% επί της συνολικής του περιουσίας.

Βάση λοιπόν αυτών των στοιχείων και ύστερα από την ανάλυση των δεδομένων και εκτίμηση των μεθόδων, διαπιστώσαμε ότι τα μοντέλα που προσαρμόζονται καλύτερα είναι το *gjrGARCH – ged* και το *gjrGARCH – std*.

Παρακάτω βλέπουμε τον πίνακα που αφορά το συγκεκριμένο *report* του *Backtesting*.

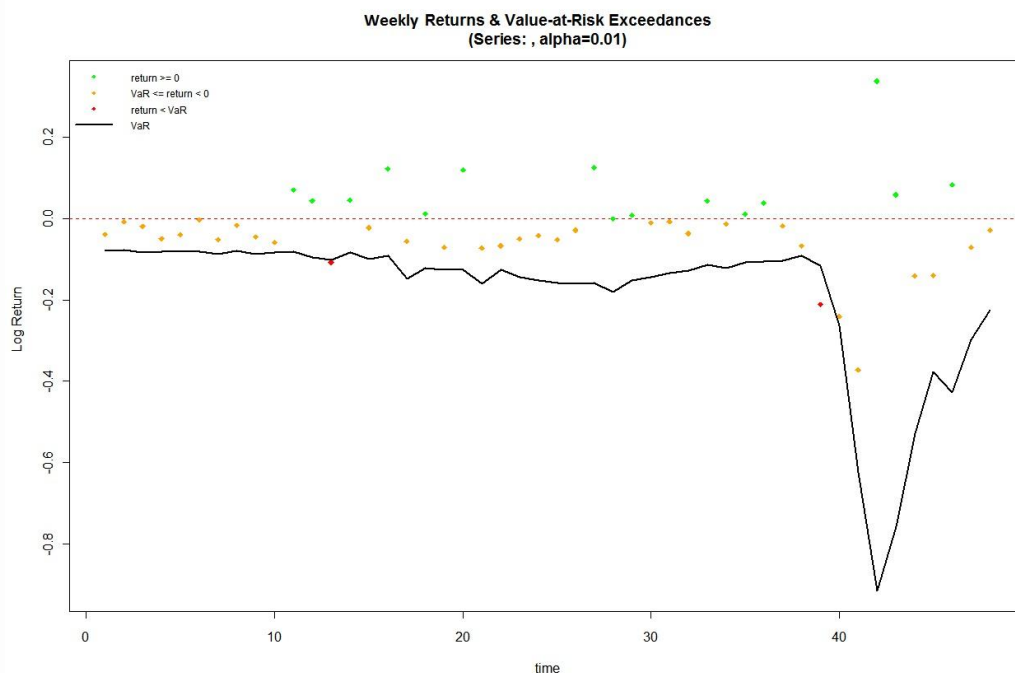
Μοντέλο	<i>gjrGARCH – ged – std</i>
<i>BackTest Length</i>	48
<i>alpha</i>	1%
<i>Expected Exceed</i>	0.5
<i>Actual VaR Exceed</i>	2
<i>Actual %</i>	4.2%
<i>Unconditional Coverage (Kupiec)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.uc Statistic :</i>	2.718
<i>LR.uc Critical :</i>	3.841
<i>LR.uc p – value :</i>	0.099
<i>Reject Null :</i>	NO
<i>Conditional Coverage (Christoffersen)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.cc Statistic :</i>	2.895
<i>LR.cc Critical :</i>	5.991
<i>LR.cc p – value :</i>	0.235
<i>Reject Null :</i>	NO

Το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  είναι το παρακάτω:



Σχήμα 4.8: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $gjgGARCH - ged$  για το Ταμείο Νομικών.

Παρακάτω βλέπουμε το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  για το μοντέλο  $gjrGARCH - std$ :



Σχήμα 4.9: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $gjrGARCH - std$  για το Ταμείο Νομικών.

### Παρατηρήσεις

Από τον παραπάνω πίνακα, διαπιστώνουμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα μας είναι το  $gjrGARCH - ged$  και το  $gjrGARCH - std$ . Με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  αναμέναμε 0.5 υπέρβαση ενώ πραγματοποιήθηκαν 2 υπερβάσεις σε διάρκεια 48 εβδομάδων. Αυτό μας δείχνει ότι το συγκεκριμένα μοντέλα υπολογισμού της  $VaR$  είναι επαρκή.

Όσον αφορά το ενδεχόμενο ύπαρξης συγκεντρωμένων υπερβάσεων, μπορούμε να διαπιστώσουμε από το γράφημα του μοντέλου  $gjrGARCH - std$  ότι έχουν πραγματοποιηθεί 2 συγκεντρωμένες υπερβάσεις, σημείο που φανερώνει την ένδειξη αυτοσυσχετίσεως των

κινδύνων. Οι υπερβάσεις πρέπει να είναι, κατά το δυνατό, ομοιόμορφα κατανομημένες σε όλη τη διάρκεια υλοποίησης του *Back – Test*. Οι έντονες συγκεντρώσεις δεν είναι επιθυμητές και πρέπει να οδηγούν σε αναθεώρηση του μοντέλου υπολογισμού της *VaR*.

Επίσης, όσον αφορά το μέγεθος των υπερβάσεων, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι ενώ καθ' όλη τη διάρκεια του έτους οι αποδόσεις κυμαίνονταν από -0.10 έως +0.10, περίπου την 40η έως 43η εβδομάδα, περίοδος όπου τα χρηματιστήρια έχασαν μέρος της αξίας τους, λόγω της οικονομικής κρίσης, παρατηρήθηκαν τρεις μεγάλες διαδοχικές ζημιές ύψους 20%, 25% και 39% μέσα σε 1 μήνα.

Τέλος, η μελέτη των υπόλοιπων μεθόδων, έδειξε ότι, εφόσον το ποσοστό των υπερβάσεων των ζημιών είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τον αριθμό  $1 - \alpha$ , όπου  $\alpha$  το επίπεδο εμπιστοσύνης της *VaR*, τότε προκύπτει το συμπέρασμα ότι τα υπόλοιπα μοντέλα υπολογισμού της *VaR* υποεκτιμούν τη *VaR*.

Παρακάτω παραθέτουμε τον πίνακα με τα μέτρα κινδύνου που έχουμε υπολογίσει:

Ταμείο Νομικών		
Measures	<i>gjrGARCH – ged</i>	<i>gjrGARCH – std</i>
<i>MR</i>	-0.00507	
<i>Std</i>	0.068399	
<i>Volatility</i>	0.0772	0.07999
<i>VaR<sub>95%</sub></i>	0.12698	0.16118
<i>VaR<sub>99%</sub></i>	0.17959	0.26916
<i>CVaR<sub>95%</sub></i>	0.0087472	0.0087472
<i>CVaR<sub>99%</sub></i>	0.0087472	0.0073061

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι, η μέση απόδοση των εβδομαδιαίων αποδόσεων των τιμών των μετοχών (*MR*) για τη τριετία 2006-2008 είναι αρνητική και ίση περίπου με -0,5%. Επίσης, όσον αφορά την τυπική απόκλιση (*Std*) των ιστορικών αποδόσεων την ίδια περίοδο, είναι περίπου 6,83%.

Στη συνέχεια, εκτιμήσαμε βάση των δύο καλύτερων μεθόδων, τη μεταβλητότητα (*Volatility*). Παρατηρούμε λοιπόν ότι, με τη μέθοδο *gjrGARCH – ged* εκτιμήσαμε το *volatility* περίπου στο 7,72%, ενώ με τη μέθοδο *gjrGARCH – std* εκτιμήθηκε γύρω στο 7,99%, ποσοστό που αποκλίνει αισθητά από την τυπική απόκλιση των ιστορικών αποδόσεων.

Η εκτίμηση αυτή μας βοηθά στον υπολογισμό της *VaR*, όπου με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά στο χαρτοφυλάκιο μες την επόμενη εβδομάδα το πολύ 12,69%. Σε αντίθεση με την άλλη μέθοδο, όπου με το ίδιο επίπεδο εμπιστοσύνης, αναμένεται ζημιά της τάξης του 16,11%. Αρκετά μεγάλη διαφορά διαπιστώνεται και στον υπολογισμό της *VaR* με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% όπου με τη μέθοδο *gjrGARCH – ged*

αναμένεται ζημιά το πολύ μέχρι 17,9% ενώ με τη μέθοδο *gjrGARCH – std* μέχρι και 26,9%.

Τέλος, υπολογίσαμε και την Conditional Value at Risk (CVaR) ή αλλιώς τη μέση αναμενόμενη απώλεια πέραν της *VaR*. Όπως βλέπουμε, και με τις δύο μεθόδους, αναμένεται μια περαιτέρω απώλεια με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% της τάξεως του 0,87%.

#### 4.1.6 Τ.Ε.Α.Α.Π.Α.Ε

Το 6ο μεγαλύτερο ασφαλιστικό ταμείο της χώρας είναι το Ταμείο Επικουρικής Ασφάλισης Ασφαλιστών & Προσωπικού Ασφαλιστικών Επιχειρήσεων (ΤΕΑΑΠΑΕ), του οποίου η περιουσία, μετά και την ημερομηνία αποτίμησής στις 31/12/2007, ανέρχεται σε 809.462.139€. Επιπλέον, επειδή σε αυτό το σημείο εξετάζουμε μόνο το μετοχικό κεφάλαιο, διαπιστώνουμε ότι το ΤΕΑΑΠΑΕ έχει επενδύσει σε μετοχές περίπου 35.778.226€, δηλαδή ένα ποσοστό της τάξης του 4,42% επί της συνολικής του περιουσίας.

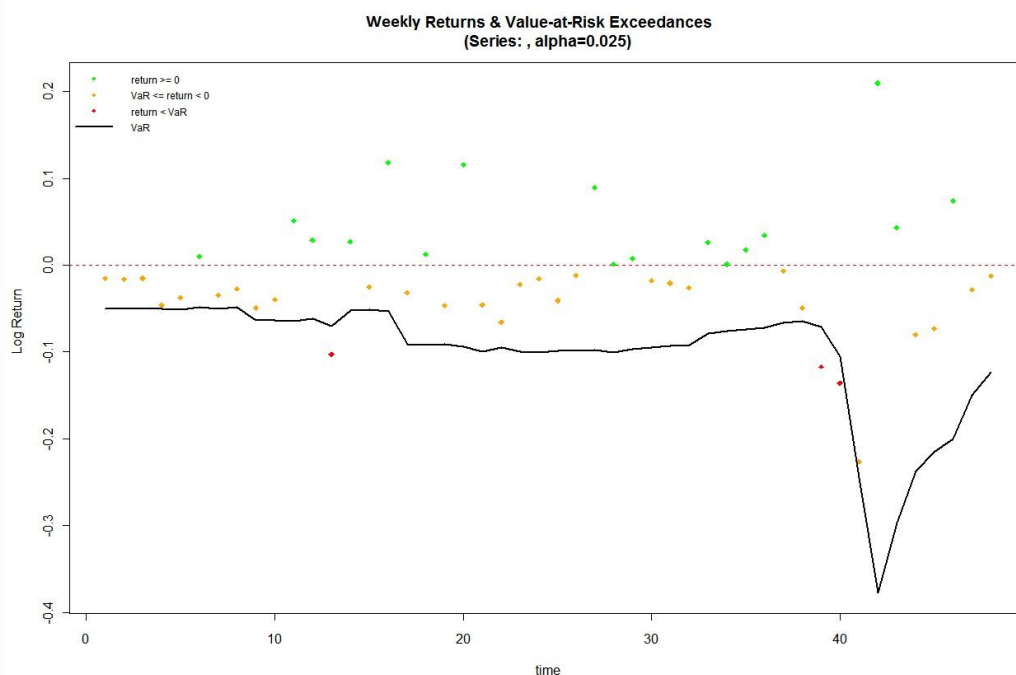
Βάση λοιπόν αυτών των στοιχείων και ύστερα από την ανάλυση των δεδομένων και εκτίμηση των μεθόδων, διαπιστώσαμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα είναι το *gjrGARCH – ged*.

Παρακάτω βλέπουμε τον πίνακα που αφορά το συγκεκριμένο *report* του *Backtesting*.

Μοντέλο	<i>gjrGARCH – ged</i>
<i>BackTest Length</i>	48
<i>alpha</i>	2.5%
<i>Expected Exceed</i>	1.2
<i>Actual VaR Exceed</i>	3
<i>Actual %</i>	6.2%
<i>Unconditional Coverage (Kupiec)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.uc Statistic :</i>	1.968
<i>LR.uc Critical :</i>	3.841
<i>LR.uc p – value :</i>	0.161
<i>Reject Null :</i>	NO
<i>Conditional Coverage (Christoffersen)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.cc Statistic :</i>	4.19
<i>LR.cc Critical :</i>	5.991
<i>LR.cc p – value :</i>	0.123
<i>Reject Null :</i>	NO



Το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $a = 97.5\%$  είναι το παρακάτω:



Σχήμα 4.10: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $gjrGARCH - ged$  για το ΤΕΑΑΠΙΑΕ.

### Παρατηρήσεις

Από τον παραπάνω πίνακα, διαπιστώνουμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα μας είναι το  $gjrGARCH - ged$ . Με επίπεδο εμπιστοσύνης  $a = 97,5\%$  αναμέναμε 1.2 υπέρβαση ενώ πραγματοποιήθηκαν 3 υπερβάσεις σε διάρκεια 48 εβδομάδων. Αυτό μας δείχνει οριακά ότι το συγκεκριμένο μοντέλο υπολογισμού της  $VaR$  είναι επαρκές.

Όσον αφορά το ενδεχόμενο ύπαρξης συγκεντρωμένων υπερβάσεων, μπορούμε να διαπιστώσουμε από το γράφημα του μοντέλου  $gjrGARCH - ged$  ότι έχουν πραγματοποιηθεί 2 συγκεντρωμένες υπερβάσεις από τις 3 συνολικά, τη 40η εβδομάδα, σημείο που φανερώνει

έντονα την ένδειξη αυτοσυσχετίσεως των κινδύνων. Οι υπερβάσεις πρέπει να είναι, κατά το δυνατό, ομοιόμορφα κατανεμημένες σε όλη τη διάρκεια υλοποίησης του *Back – Test*. Οι έντονες συγκεντρώσεις δεν είναι επιθυμητές και πρέπει να οδηγούν σε αναθεώρηση του μοντέλου υπολογισμού της *VaR*.

Επίσης, όσον αφορά το μέγεθος των υπερβάσεων, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι ενώ καθ' όλη τη διάρκεια του έτους οι αποδόσεις κυμαίνονταν από -0.05 έως +0.09, περίπου την 41η εβδομάδα, περίοδος όπου τα χρηματιστήρια έχασαν μέρος της αξίας τους, λόγω της οικονομικής κρίσης, έχουμε τρεις υπερβάσεις (ζημιές) της τάξεως του 11% καθώς και μία μεγάλη ζημιά της τάξεως του 20% την ίδια περίοδο, ζημιά που την είχε προβλέψει έστω οριακά η *VaR*.

Τέλος, η μελέτη των υπόλοιπων μεθόδων, έδειξε ότι, εφόσον το ποσοστό των υπερβάσεων των ζημιών είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τον αριθμό  $1 - \alpha$ , όπου  $\alpha$  το επίπεδο εμπιστοσύνης της *VaR*, τότε προκύπτει το συμπέρασμα ότι τα υπόλοιπα μοντέλα υπολογισμού της *VaR* υποεκτιμούν τη *VaR*. Κανένα όμως μοντέλο δε προσαρμόζεται πλήρως στα δεδομένα μας, κι αυτό οδηγεί σε μια εσφαλμένη αντίληψη του κινδύνου και ουσιαστικά στην αναθεώρηση του μοντέλου υπολογισμού της *VaR*.

Παρακάτω παραθέτουμε τον πίνακα με τα μέτρα κινδύνου που έχουμε υπολογίσει:

ΤΕΑ ΑΠΑΕ	
<i>Measures</i>	<i>gjrGARCH – ged</i>
<i>MR</i>	-0.004636
<i>Std</i>	0.045317
<i>Volatility</i>	0.05987
<i>VaR<sub>95%</sub></i>	0.09847
<i>VaR<sub>99%</sub></i>	0.139278
<i>CVaR<sub>95%</sub></i>	0.008364
<i>CVaR<sub>99%</sub></i>	0.006026

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι, η μέση απόδοση των εβδομαδιαίων αποδόσεων των τιμών των μετοχών (*MR*) για τη τριετία 2006-2008 είναι αρνητική και ίση περίπου με -0,46%. Επίσης, όσον αφορά την τυπική απόκλιση (*Std*) των ιστορικών αποδόσεων την ίδια περίοδο, είναι περίπου 4,53%.

Στη συνέχεια, εκτιμήσαμε βάση της καλύτερης μεθόδου, τη μεταβλητότητα (*Volatility*). Παρατηρούμε λοιπόν ότι, με τη μέθοδο *gjrGARCH – ged* εκτιμήσαμε το *volatility* περίπου στο 5,98%, ποσοστό που απέχει αισθητά από την τυπική απόκλιση των ιστορικών αποδόσεων.

Η εκτίμηση αυτή μας βοηθά στον υπολογισμό της *VaR*, όπου με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά στο χαρτοφυλάκιο μες την επόμενη εβδομάδα

το πολύ 9,84%. Όσον αφορά τον υπολογισμό της *VaR* με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά το πολύ μέχρι 13,92% για περίοδο 1 εβδομάδας.

Τέλος, υπολογίσαμε και την Conditional Value at Risk (CVaR) ή αλλιώς τη μέση αναμενόμενη απώλεια πέραν της *VaR*. Όπως βλέπουμε, αναμένεται μια περαιτέρω απώλεια με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% της τάξεως του 0,83%, ενώ με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% μια επιπλέον απώλεια της τάξεως του 0,60%.

#### 4.1.7 Τ.Α.Π. Ο.Τ.Ε

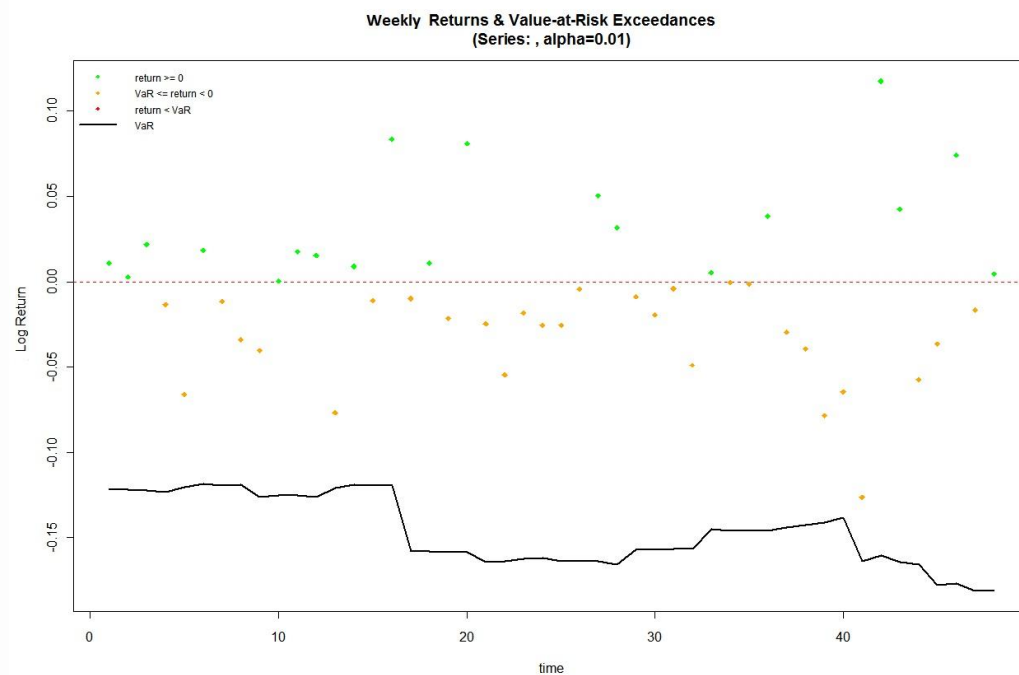
Το 7ο μεγαλύτερο ασφαλιστικό ταμείο της χώρας είναι το Ταμείο Αρωγής Προσωπικού ΟΤΕ (ΤΑΠΟΤΕ), του οποίου η περιουσία, μετά και την ημερομηνία αποτίμησής στις 31/12/2007, ανέρχεται σε 779.583.211€. Επιπλέον, επειδή σε αυτό το σημείο εξετάζουμε μόνο το μετοχικό κεφάλαιο, διαπιστώνουμε ότι το ΤΑΠΟΤΕ έχει επενδύσει σε μετοχές περίπου 33.524.393€, δηλαδή ένα ποσοστό της τάξης του 4,3% επί της συνολικής του περιουσίας.

Βάση λοιπόν αυτών των στοιχείων και ύστερα από την ανάλυση των δεδομένων και εκτίμηση των μεθόδων, διαπιστώσαμε ότι το μοντέλα που προσαρμόζονται καλύτερα είναι τα *sGARCH – nig*, *iGARCH – nig* και *apARCH – nig*.

Παρακάτω βλέπουμε τον πίνακα που αφορά το συγκεκριμένο *report* του *Backtesting*.

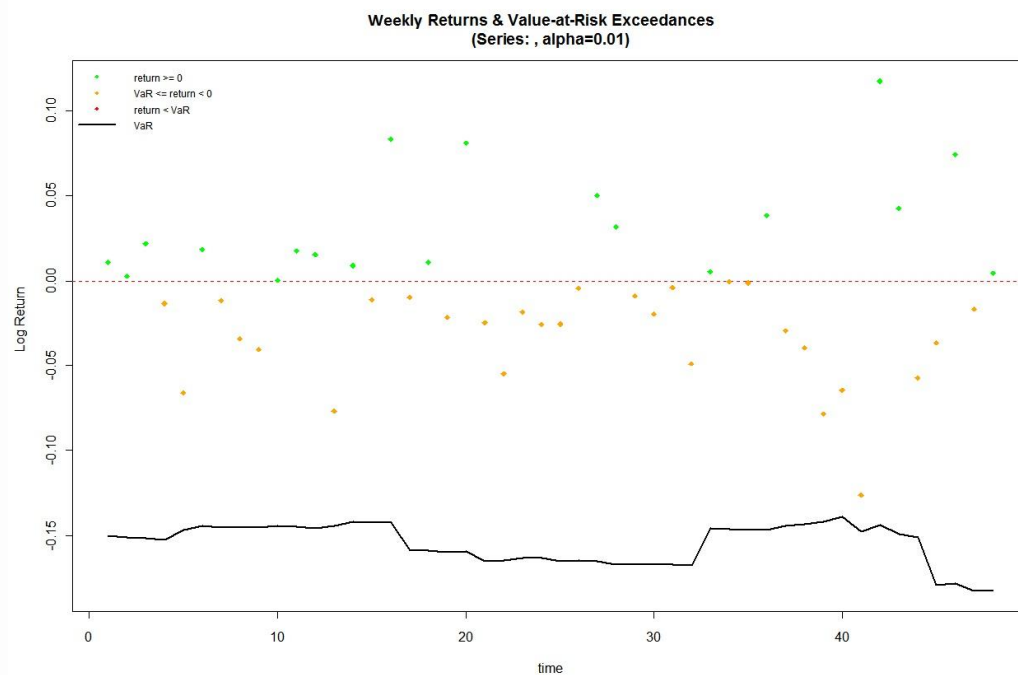
Μοντέλο	<i>sGARCH, iGARCH, apARCH – nig</i>
<i>BackTest Length</i>	48
<i>alpha</i>	1%
<i>Expected Exceed</i>	0.5
<i>Actual VaR Exceed</i>	0
<i>Actual %</i>	0%
<i>Unconditional Coverage (Kupiec)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.uc Statistic :</i>	0.965
<i>LR.uc Critical :</i>	3.841
<i>LR.uc p – value :</i>	0.326
<i>Reject Null :</i>	NO
<i>Conditional Coverage (Christoffersen)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.cc Statistic :</i>	0.965
<i>LR.cc Critical :</i>	5.991
<i>LR.cc p – value :</i>	0.617
<i>Reject Null :</i>	NO

Το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  είναι το παρακάτω:



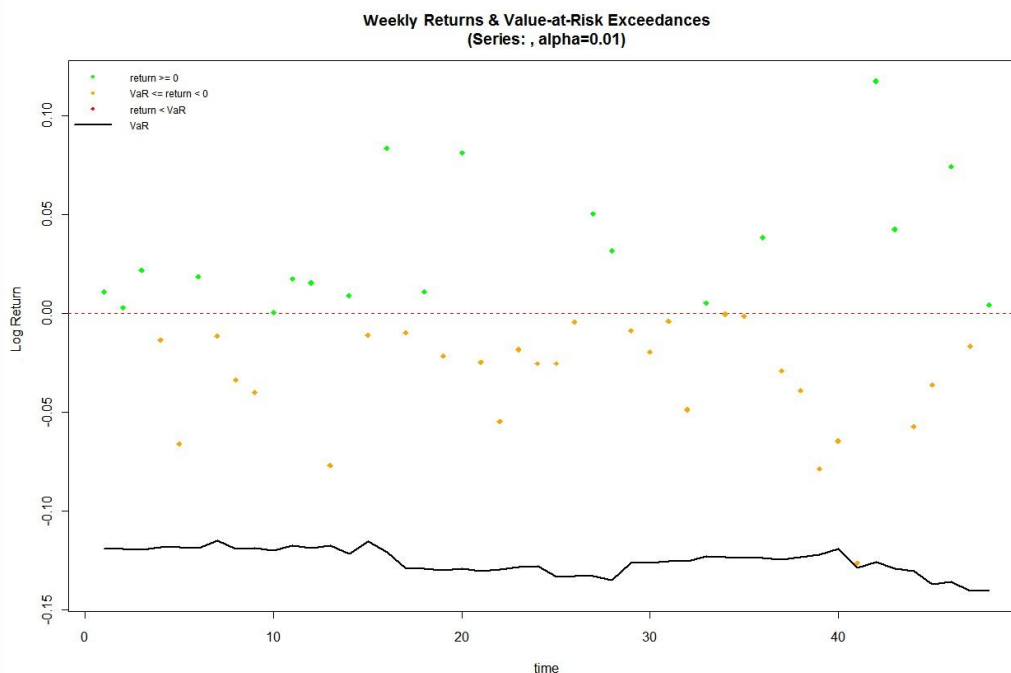
Σχήμα 4.11: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $sGARCH - nig$  για το ΤΑΠΟΤΕ.

Παρακάτω βλέπουμε το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  για το μοντέλο  $iGARCH - nig$ :



Σχήμα 4.12: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $iGARCH - nig$  για το ΤΑΠΟΤΕ.

Επίσης βλέπουμε και το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  για το μοντέλο  $apARCH - nig$ :



Σχήμα 4.13: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $apARCH - nig$  για το ΤΑΠΟΤΕ.

### Παρατηρήσεις

Από τον παραπάνω πίνακα, διαπιστώνουμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα μας είναι το  $sGARCH - nig$ , το  $iGARCH - nig$  και το  $apARCH - nig$ . Με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha = 99\%$  αναμέναμε 0.5 υπέρβαση ενώ πραγματοποιήθηκαν 0 υπερβάσεις σε διάρκεια 48 εβδομάδων. Αυτό μας δείχνει ότι το συγκεκριμένα μοντέλα υπολογισμού της  $VaR$  είναι πλήρως επαρκή.

Όσον αφορά το ενδεχόμενο ύπαρξης συγκεντρωμένων υπερβάσεων, μπορούμε να διαπιστώσουμε και από τα τρία γραφήματα του ότι δεν έχουν πραγματοποιηθεί συγκεντρωμένες υπερβάσεις σε όλη τη διάρκεια του έτους, σημείο που φανερώνει ότι είναι, κατά

το δυνατό, ομοιόμορφα κατανομημένες σε όλη τη διάρκεια υλοποίησης του *Back – Test*. Δε χρειάζεται να γίνει καμία αναθεώρηση του μοντέλου υπολογισμού.

Επίσης, όσον αφορά το μέγεθος των υπερβάσεων, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι καθ' όλη τη διάρκεια του έτους οι αποδόσεις κυμαίνονταν από -0.10 έως +0.10, και δεν πραγματοποιήθηκε καμία υπέρβαση μεγάλου μεγέθους. Χαρακτηριστικά μπορούμε να πούμε ότι, τη κρίσιμη περίοδο μετά την 40η εβδομάδα, είχαμε μια πτώση της αξίας του χαρτοφυλακίου κατά 14% περίπου, αλλά το μοντέλο είχε προβλέψει αυτήν υπέρβαση.

Τέλος, η μελέτη των υπόλοιπων μεθόδων, έδειξε ότι, το ποσοστό των υπερβάσεων των ζημιών δεν είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τον αριθμό  $1 - \alpha$ , όπου  $\alpha$  το επίπεδο εμπιστοσύνης της *VaR*, οπότε μπορούμε να πούμε ότι και τα υπόλοιπα μοντέλα υπολογισμού της *VaR* έχουν μια πολύ καλή προσαρμογή.

Παρακάτω παραθέτουμε τον πίνακα με τα μέτρα κινδύνου που έχουμε υπολογίσει:

ΤΑΠΟΤΕ			
<i>Measures</i>	<i>sGARCH – nig</i>	<i>iGARCH – nig</i>	<i>apARCH – nig</i>
<i>MR</i>	-0.007441		
<i>Std</i>	0.04090		
<i>Volatility</i>	0.04844	0.0488	0.03931
<i>VaR<sub>95%</sub></i>	0.07708	0.07766	0.06255
<i>VaR<sub>99%</sub></i>	0.13088	0.131852	0.106211
<i>CVaR<sub>95%</sub></i>	0.010044	0.010044	0.01060
<i>CVaR<sub>99%</sub></i>	0.007441	0.007441	0.0082529

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι, η μέση απόδοση των εβδομαδιαίων αποδόσεων των τιμών των μετοχών (*MR*) για τη τριετία 2006-2008 είναι αρνητική και ίση περίπου με -0,74%. Επίσης, όσον αφορά την τυπική απόκλιση (*Std*) των ιστορικών αποδόσεων την ίδια περίοδο, είναι περίπου 4,09%.

Στη συνέχεια, εκτιμήσαμε βάση των τριών καλύτερων μεθόδων, τη μεταβλητότητα (*Volatility*). Παρατηρούμε λοιπόν ότι, με τη μέθοδο *sGARCH – nig* εκτιμήσαμε το *volatility* περίπου στο 4,84%, ενώ με τη μέθοδο *iGARCH – nig* εκτιμήθηκε γύρω στο 4,88%, ποσοστό που δεν αποκλίνει αρκετά από την τυπική απόκλιση των ιστορικών αποδόσεων. Όμως με τη μέθοδο *apARCH – nig* εκτιμήσαμε το *volatility* στο 3,93% ποσοστό που πλησιάζει πολύ την τυπική απόκλιση.

Η εκτίμηση αυτή μας βοηθά στον υπολογισμό της *VaR*, όπου με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά στο χαρτοφυλάκιο μες την επόμενη εβδομάδα το πολύ 7,70%. Σε αντίθεση με τις άλλες μεθόδους, όπου με το ίδιο επίπεδο εμπιστοσύνης, αναμένεται ζημιά της τάξης του 7,76% και 6,25% αντίστοιχα. Όσον αφορά τον υπολογισμό της *VaR* με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% με τη μέθοδο *sGARCH – nig* αναμένεται ζημιά



το πολύ μέχρι 13,08%, με τη μέθοδο *iGARCH – nig* μέχρι και 13,18% ενώ με τη μέθοδο *iGARCH – nig* υπολογίζεται γύρω στο 10,62% .

Τέλος, υπολογίσαμε και την Conditional Value at Risk (CVaR) ή αλλιώς τη μέση αναμενόμενη απώλεια πέραν της *VaR*. Όπως βλέπουμε, και με τις τρεις μεθόδους, αναμένεται μια περαιτέρω απώλεια με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% της τάξεως του 1%, ενώ με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% γύρω στο 0,75%.

#### 4.1.8 Τ.Σ.Π.Ε.Τ.Ε

Το 8ο μεγαλύτερο ασφαλιστικό ταμείο της χώρας είναι το Ταμείο Συντάξεως Προσωπικού Εθνικής Τραπέζης της Ελλάδος (ΤΣΠΕΤΕ), του οποίου η περιουσία, μετά και την ημερομηνία αποτίμησής στις 31/12/2007, ανέρχεται σε 696.282.857€. Επιπλέον, επειδή σε αυτό το σημείο εξετάζουμε μόνο το μετοχικό κεφάλαιο, διαπιστώνουμε ότι το ΤΣΠΕΤΕ έχει επενδύσει σε μετοχές περίπου 8.355.394€, δηλαδή ένα ποσοστό της τάξης του 1,2% επί της συνολικής του περιουσίας.

Βάση λοιπόν αυτών των στοιχείων και ύστερα από την ανάλυση των δεδομένων και εκτίμηση των μεθόδων, διαπιστώσαμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα είναι το *sGARCH – nig*.

Παρακάτω βλέπουμε τον πίνακα που αφορά το συγκεκριμένο *report* του *Backtesting*.

Μοντέλο	<i>sGARCH – nig</i>
<i>BackTest Length</i>	48
<i>alpha</i>	1%
<i>Expected Exceed</i>	0.5
<i>Actual VaR Exceed</i>	2
<i>Actual %</i>	4.2%
<i>Unconditional Coverage (Kupiec)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.uc Statistic :</i>	2.718
<i>LR.uc Critical :</i>	3.841
<i>LR.uc p – value :</i>	0.099
<i>Reject Null :</i>	NO
<i>Conditional Coverage (Christoffersen)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.cc Statistic :</i>	6.896
<i>LR.cc Critical :</i>	5.991
<i>LR.cc p – value :</i>	0.032
<i>Reject Null :</i>	YES

Το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $a = 99\%$  είναι το παρακάτω:



Σχήμα 4.14: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $sGARCH - nig$  για το ΤΣΠΕΤΕ.

### Παρατηρήσεις

Από τον παραπάνω πίνακα, διαπιστώνουμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα μας είναι το  $sGARCH - nig$ . Με επίπεδο εμπιστοσύνης  $a = 99\%$  αναμέναμε 0.5 υπέρβαση ενώ πραγματοποιήθηκαν 2 υπερβάσεις σε διάρκεια 48 εβδομάδων. Αυτό μας δείχνει ότι το συγκεκριμένο μοντέλο υπολογισμού της  $VaR$  είναι επαρκές.

Όσον αφορά το ενδεχόμενο ύπαρξης συγκεντρωμένων υπερβάσεων, μπορούμε να διαπιστώσουμε από το γράφημα του μοντέλου  $sGARCH - nig$  ότι έχουν πραγματοποιηθεί 2 συγκεντρωμένες υπερβάσεις, σημείο που φανερώνει την ένδειξη αυτοσυσχετίσεως των κινδύνων. Οι υπερβάσεις πρέπει να είναι, κατά το δυνατό, ομοιόμορφα κατανομημένες

σε όλη τη διάρκεια υλοποίησης του *Back – Test*. Οι έντονες συγκεντρώσεις δεν είναι επιθυμητές και πρέπει να οδηγούν σε αναθεώρηση του μοντέλου υπολογισμού της *VaR*.

Επίσης, όσον αφορά το μέγεθος των υπερβάσεων, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι ενώ καθ' όλη τη διάρκεια του έτους οι αποδόσεις κυμαίνονταν από -0.05 έως +0.06, περίπου την 40η εβδομάδα, περίοδος όπου τα χρηματιστήρια έχασαν μέρος της αξίας τους, λόγω της οικονομικής κρίσης, έχουμε δύο υπερβάσεις (ζημιές) της τάξεως του 21% η κάθε μία μέσα σε μία εβδομάδα. Το χαρτοφυλάκιο του ταμείου έχασε από την αξία του περίπου 40% μέσα σε δύο εβδομάδες.

Τέλος, η μελέτη των υπόλοιπων μεθόδων, έδειξε ότι, εφόσον το ποσοστό των υπερβάσεων των ζημιών είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τον αριθμό  $1 - \alpha$ , όπου  $\alpha$  το επίπεδο εμπιστοσύνης της *VaR*, τότε προκύπτει το συμπέρασμα ότι τα υπόλοιπα μοντέλα υπολογισμού της *VaR* υποεκτιμούν τη *VaR*.

Παρακάτω παραθέτουμε τον πίνακα με τα μέτρα κινδύνου που έχουμε υπολογίσει:

ΤΣΠΕΤΕ	
<i>Measures</i>	<i>sGARCH – nig</i>
<i>MR</i>	-0.006394
<i>Std</i>	0.06758
<i>Volatility</i>	0.06417
<i>VaR<sub>95%</sub></i>	0.102118
<i>VaR<sub>99%</sub></i>	0.173380
<i>CVaR<sub>95%</sub></i>	0.011323
<i>CVaR<sub>99%</sub></i>	0.008788

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι, η μέση απόδοση των εβδομαδιαίων αποδόσεων των τιμών των μετοχών (*MR*) για τη τριετία 2006-2008 είναι αρνητική και ίση περίπου με -0,63%. Επίσης, όσον αφορά την τυπική απόκλιση (*Std*) των ιστορικών αποδόσεων την ίδια περίοδο, είναι περίπου 6,75%.

Στη συνέχεια, εκτιμήσαμε βάση της καλύτερης μεθόδου, τη μεταβλητότητα (*Volatility*). Παρατηρούμε λοιπόν ότι, με τη μέθοδο *sGARCH – nig* εκτιμήσαμε το *volatility* περίπου στο 6,41%, ποσοστό που είναι πολύ κοντά στην τυπική απόκλιση των ιστορικών αποδόσεων.

Η εκτίμηση αυτή μας βοηθά στον υπολογισμό της *VaR*, όπου με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά στο χαρτοφυλάκιο μες την επόμενη εβδομάδα το πολύ 10,21%. Όσον αφορά τον υπολογισμό της *VaR* με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά το πολύ μέχρι 17,33% για περίοδο 1 εβδομάδας.

Τέλος, υπολογίσαμε και την Conditional Value at Risk (*CVaR*) ή αλλιώς τη μέση

αναμενόμενη απώλεια πέραν της *VaR*. Όπως βλέπουμε, αναμένεται μια περαιτέρω απώλεια με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% της τάξεως του 1,13%, ενώ με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% μια επιπλέον απώλεια της τάξεως του 0,87%.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

#### 4.1.9 Τ.Υ.Δ.Κ.Υ

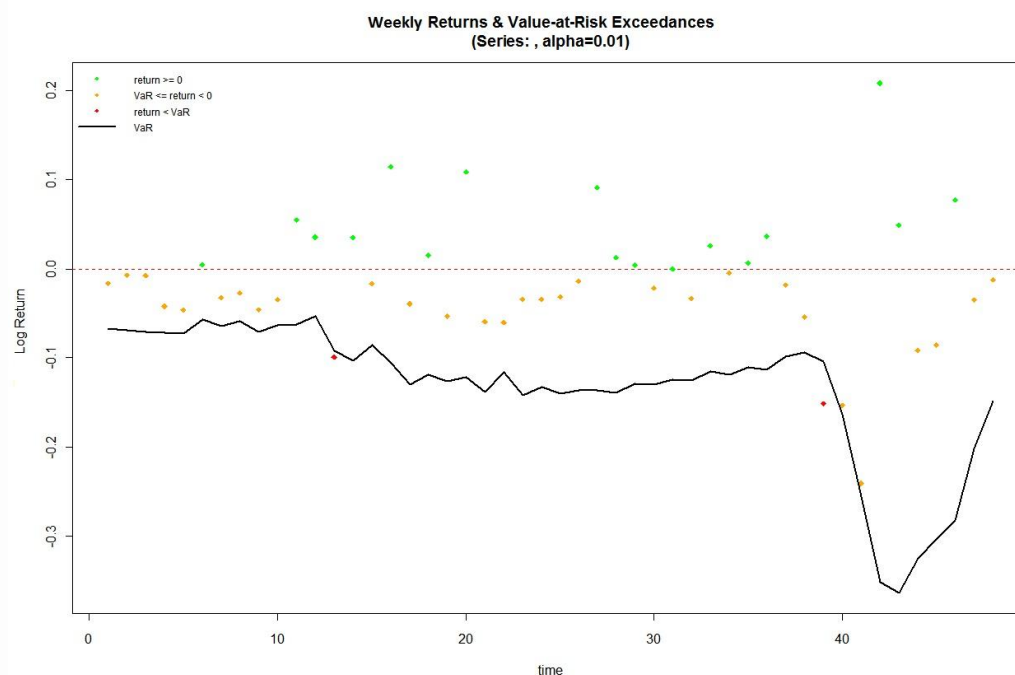
Το 9ο μεγαλύτερο ασφαλιστικό ταμείο της χώρας είναι το Ταμείο Υγείας Δημοτικών & Κοινωνικών Υπαλλήλων (ΤΥΔΚΥ), του οποίου η περιουσία, μετά και την ημερομηνία αποτίμησής στις 31/12/2007, ανέρχεται σε 686.488.948€. Επιπλέον, επειδή σε αυτό το σημείο εξετάζουμε μόνο το μετοχικό κεφάλαιο, διαπιστώνουμε ότι το ΤΥΔΚΥ έχει επενδύσει σε μετοχές περίπου 7.551.378€, δηλαδή ένα ποσοστό της τάξης του 1,1% επί της συνολικής του περιουσίας.

Βάση λοιπόν αυτών των στοιχείων και ύστερα από την ανάλυση των δεδομένων και εκτίμηση των μεθόδων, διαπιστώσαμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα είναι το *gjrGARCH – std*.

Παρακάτω βλέπουμε τον πίνακα που αφορά το συγκεκριμένο *report* του *Backtesting*.

<b>Μοντέλο</b>	<i>gjrGARCH – std</i>
<i>BackTest Length</i>	48
<i>alpha</i>	1%
<i>Expected Exceed</i>	0.5
<i>Actual VaR Exceed</i>	2
<i>Actual %</i>	4.2%
<i>Unconditional Coverage (Kupiec)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.uc Statistic :</i>	2.718
<i>LR.uc Critical :</i>	3.841
<i>LR.uc p – value :</i>	0.099
<i>Reject Null :</i>	NO
<i>Conditional Coverage (Christoffersen)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.cc Statistic :</i>	2.895
<i>LR.cc Critical :</i>	5.991
<i>LR.cc p – value :</i>	0.235
<i>Reject Null :</i>	NO

Το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $a = 99\%$  είναι το παρακάτω:



Σχήμα 4.15: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $gjrGARCH - std$  για το ΤΥΔΚΥ.

### Παρατηρήσεις

Από τον παραπάνω πίνακα, διαπιστώνουμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα μας είναι το  $gjrGARCH - std$ . Με επίπεδο εμπιστοσύνης  $a = 99\%$  αναμέναμε 0.5 υπέρβαση ενώ πραγματοποιήθηκαν 2 υπερβάσεις σε διάρκεια 48 εβδομάδων. Αυτό μας δείχνει ότι το συγκεκριμένο μοντέλο υπολογισμού της  $VaR$  είναι επαρκές.

Όσον αφορά το ενδεχόμενο ύπαρξης συγκεντρωμένων υπερβάσεων, μπορούμε να διαπιστώσουμε από το γράφημα του μοντέλου  $sGARCH - nig$  ότι έχει πραγματοποιηθεί 1 υπέρβαση αλλά και δύο οριακές υπερβάσεις. Αυτό το διάστημα φαίνεται καθαρά ότι υπήρξε μια μεγάλη συνεχή πτώση της αξίας του χαρτοφυλακίου του ταμείου, δηλαδή είχε

μια πτώση της τάξης του 50% σε ένα μήνα.

Επίσης, όσον αφορά το μέγεθος των υπερβάσεων, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι ενώ καθ' όλη τη διάρκεια του έτους οι αποδόσεις κυμαίνονταν από -0.05 έως +0.10, περίπου την 39η εβδομάδα, περίοδος όπου τα χρηματιστήρια έχασαν μέρος της αξίας τους, λόγω της οικονομικής κρίσης, έχουμε μία υπέρβαση (ζημιά) της τάξεως του 15% μέσα σε μία εβδομάδα και δύο επιπλέον προβλέψιμες απώλειες της τάξεως του 15% και 25% η κάθε μία.

Τέλος, η μελέτη των υπόλοιπων μεθόδων, έδειξε ότι, εφόσον το ποσοστό των υπερβάσεων των ζημιών είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τον αριθμό  $1 - \alpha$ , όπου  $\alpha$  το επίπεδο εμπιστοσύνης της  $VaR$ , τότε προκύπτει το συμπέρασμα ότι τα υπόλοιπα μοντέλα υπολογισμού της  $VaR$  υποεκτιμούν τη  $VaR$ .

Παρακάτω παραθέτουμε τον πίνακα με τα μέτρα κινδύνου που έχουμε υπολογίσει:

ΤΥΔΚΥ	
Measures	<i>gjrGARCH – std</i>
<i>MR</i>	-0.003617
<i>Std</i>	0.05065
<i>Volatility</i>	0.0591
<i>VaR<sub>95%</sub></i>	0.11909
<i>VaR<sub>99%</sub></i>	0.19886
<i>CVaR<sub>95%</sub></i>	0.006565
<i>CVaR<sub>99%</sub></i>	0.006565

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι, η μέση απόδοση των εβδομαδιαίων αποδόσεων των τιμών των μετοχών (*MR*) για τη τριετία 2006-2008 είναι αρνητική και ίση περίπου με -0,36%. Επίσης, όσον αφορά την τυπική απόκλιση (*Std*) των ιστορικών αποδόσεων την ίδια περίοδο, είναι περίπου 5,06%.

Στη συνέχεια, εκτιμήσαμε βάση της καλύτερης μεθόδου, τη μεταβλητότητα (*Volatility*). Παρατηρούμε λοιπόν ότι, με τη μέθοδο *gjrGARCH – std* εκτιμήσαμε το *volatility* περίπου στο 5,91%, ποσοστό που είναι κοντά στην τυπική απόκλιση των ιστορικών αποδόσεων.

Η εκτίμηση αυτή μας βοηθά στον υπολογισμό της  $VaR$ , όπου με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά στο χαρτοφυλάκιο με την επόμενη εβδομάδα το πολύ 11,90%. Όσον αφορά τον υπολογισμό της  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά το πολύ μέχρι 19,80% για περίοδο 1 εβδομάδας.

Τέλος, υπολογίσαμε και την Conditional Value at Risk (*CVaR*) ή αλλιώς τη μέση αναμενόμενη απώλεια πέραν της  $VaR$ . Όπως βλέπουμε, αναμένεται μια περαιτέρω απώλεια με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% της τάξεως του 0,65%, ενώ με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%



μια επιπλέον απώλεια της τάξεως του 0,65%.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ

#### 4.1.10 Τ.Σ.Π.Ε.Α.Θ

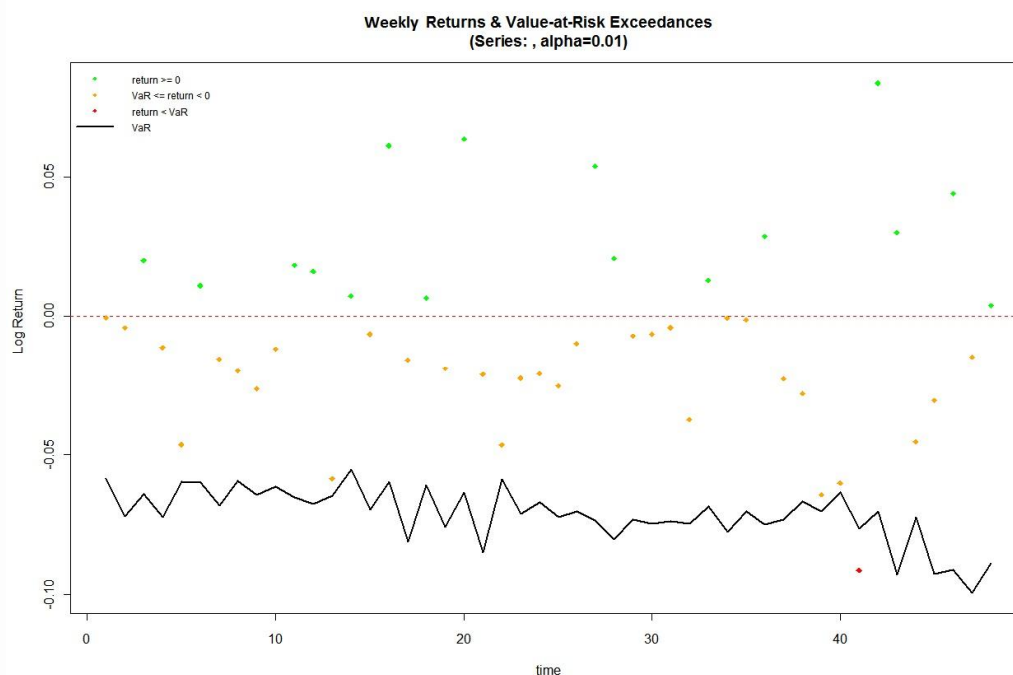
Το 10ο μεγαλύτερο ασφαλιστικό ταμείο της χώρας είναι το Ταμείο Συντάξεως Προσωπικού Εφημερίδων Αθηνών-Θεσσαλονίκης (ΤΣΠΕΑΘ), του οποίου η περιουσία, μετά και την ημερομηνία αποτίμησής στις 31/12/2007, ανέρχεται σε 664.984.155€. Επιπλέον, επειδή σε αυτό το σημείο εξετάζουμε μόνο το μετοχικό κεφάλαιο, διαπιστώνουμε ότι το ΤΣΠΕΑΘ έχει επενδύσει σε μετοχές περίπου 6.248.510€, δηλαδή ένα ποσοστό της τάξης του 0,94% επί της συνολικής του περιουσίας.

Βάση λοιπόν αυτών των στοιχείων και ύστερα από την ανάλυση των δεδομένων και εκτίμηση των μεθόδων, διαπιστώσαμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα είναι το *sGARCH – std*.

Παρακάτω βλέπουμε τον πίνακα που αφορά το συγκεκριμένο *report* του *Backtesting*.

Μοντέλο	<i>sGARCH – std</i>
<i>BackTest Length</i>	48
<i>alpha</i>	1%
<i>Expected Exceed</i>	0.5
<i>Actual VaR Exceed</i>	1
<i>Actual %</i>	2.1%
<i>Unconditional Coverage (Kupiec)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.uc Statistic :</i>	0.434
<i>LR.uc Critical :</i>	3.841
<i>LR.uc p – value :</i>	0.51
<i>Reject Null :</i>	NO
<i>Conditional Coverage (Christoffersen)</i>	
<i>Null – Hypothesis :</i>	<i>Correct Exceedances</i>
<i>LR.cc Statistic :</i>	0.477
<i>LR.cc Critical :</i>	5.991
<i>LR.cc p – value :</i>	0.788
<i>Reject Null :</i>	NO

Το γράφημα που απεικονίζει τη  $VaR$  με επίπεδο εμπιστοσύνης  $a = 99\%$  είναι το παρακάτω:



Σχήμα 4.16: Εκτιμώμενη  $VaR$  υπό το μοντέλο  $sGARCH - std$  για το ΤΣΠΕΑΘ.

### Παρατηρήσεις

Από τον παραπάνω πίνακα, διαπιστώνουμε ότι το μοντέλο που προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα μας είναι το  $sGARCH - std$ . Με επίπεδο εμπιστοσύνης  $a = 99\%$  αναμέναμε 0.5 υπέρβαση ενώ πραγματοποιήθηκε 1 υπέρβαση σε διάρκεια 48 εβδομάδων. Αυτό μας δείχνει ότι το συγκεκριμένο μοντέλο υπολογισμού της  $VaR$  είναι επαρκές.

Όσον αφορά το ενδεχόμενο ύπαρξης συγκεντρωμένων υπερβάσεων, μπορούμε να διαπιστώσουμε από το γράφημα του μοντέλου  $gjrGARCH - std$  ότι δεν έχουμε συγκεντρωμένες υπερβάσεις, σημείο που δεν φανερώνει την ένδειξη αυτοσυσχετίσεως των κινδύνων. Οι υπερβάσεις πρέπει να είναι, κατά το δυνατό, ομοιόμορφα κατανομημένες

σε όλη τη διάρκεια υλοποίησης του *Back – Test*. Οι έντονες συγκεντρώσεις δεν είναι επιθυμητές και πρέπει να οδηγούν σε αναθεώρηση του μοντέλου υπολογισμού της *VaR*.

Επίσης, όσον αφορά το μέγεθος των υπερβάσεων, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι ενώ καθ' όλη τη διάρκεια του έτους οι αποδόσεις κυμαίνονταν από -0.05 έως +0.05, περίπου την 41η εβδομάδα, περίοδος όπου τα χρηματιστήρια έχασαν μέρος της αξίας τους, λόγω της οικονομικής κρίσης, έχουμε μία υπέρβαση (ζημιά) της τάξεως του 9% μέσα σε μία εβδομάδα.

Τέλος, η μελέτη των υπόλοιπων μεθόδων, έδειξε ότι, εφόσον το ποσοστό των υπερβάσεων των ζημιών είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τον αριθμό  $1 - \alpha$ , όπου  $\alpha$  το επίπεδο εμπιστοσύνης της *VaR*, τότε προκύπτει το συμπέρασμα ότι τα υπόλοιπα μοντέλα υπολογισμού της *VaR* υποεκτιμούν τη *VaR*.

Παρακάτω παραθέτουμε τον πίνακα με τα μέτρα κινδύνου που έχουμε υπολογίσει:

ΤΣΠΕΑΘ	
<i>Measures</i>	<i>sGARCH – std</i>
<i>MR</i>	-0.001972
<i>Std</i>	0.02969
<i>Volatility</i>	0.03465
<i>VaR<sub>95%</sub></i>	0.06982
<i>VaR<sub>99%</sub></i>	0.11659
<i>CVaR<sub>95%</sub></i>	0.003342
<i>CVaR<sub>99%</sub></i>	0.00277

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι, η μέση απόδοση των εβδομαδιαίων αποδόσεων των τιμών των μετοχών (*MR*) για τη τριετία 2006-2008 είναι αρνητική και ίση περίπου με -0,19%. Επίσης, όσον αφορά την τυπική απόκλιση (*Std*) των ιστορικών αποδόσεων την ίδια περίοδο, είναι περίπου 2,96%.

Στη συνέχεια, εκτιμήσαμε βάση της καλύτερης μεθόδου, τη μεταβλητότητα (*Volatility*). Παρατηρούμε λοιπόν ότι, με τη μέθοδο *sGARCH – std* εκτιμήσαμε το *volatility* περίπου στο 3,46%, ποσοστό που είναι σχετικά κοντά στην τυπική απόκλιση των ιστορικών αποδόσεων.

Η εκτίμηση αυτή μας βοηθά στον υπολογισμό της *VaR*, όπου με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά στο χαρτοφυλάκιο μες την επόμενη εβδομάδα το πολύ 6,98%. Όσον αφορά τον υπολογισμό της *VaR* με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, υπολογίσαμε ότι αναμένεται ζημιά το πολύ μέχρι 11,60% για περίοδο 1 εβδομάδας.

Τέλος, υπολογίσαμε και την Conditional Value at Risk (*CVaR*) ή αλλιώς τη μέση αναμενόμενη απώλεια πέραν της *VaR*. Όπως βλέπουμε, αναμένεται μια περαιτέρω απώλεια

με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% της τάξεως του 0,33%, ενώ με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% μια επιπλέον απώλεια της τάξεως του 0,27%.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑΣ

## Συγκεντρωτικός Πίνακας

Παρακάτω παραθέτουμε δύο πίνακες, οι οποίοι εμπεριέχουν όλα τα μέτρα κινδύνου που έχουμε υπολογίσει με τις διάφορες μεθόδους που αναλύσαμε, και μπορούμε πλέον να συγκρίνουμε τα στατιστικά και να βγάλουμε χρήσιμα συμπεράσματα.

Συνοψίζοντας, έχοντας εκτιμήσει το volatility χρησιμοποιώντας τα μοντέλα που προσαρμόζονται, υπολογίσαμε αρχικά τη μέση απόδοση (*MR*) των εβδομαδιαίων αποδόσεων για όλη τη περίοδο 2006-2008, την τυπική απόκλιση (*std*) των αποδόσεων καθώς και τα μέτρα κινδύνου που μας ενδιαφέρουν (*VaR* και *CVaR*). Τέλος, υπολογίζουμε και τον δείκτη *Sharpe*, σύμφωνα με τον οποίο όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του τόσο καλύτερη απόδοση είχε το χαρτοφυλάκιο κατά την εξεταζόμενη περίοδο.

Ο πρώτος πίνακας εμφανίζει τα αποτελέσματα για τα πρώτα 5 ασφαλιστικά ταμεία:

<i>Measures</i>	<b>I.K.A-E.T.A.M.</b>	<b>T.Σ.Μ.Ε.Δ.Ε</b>	<b>T.Ε.Α.Δ.Υ</b>	<b>Ο.Γ.Α</b>	<b>T.N</b>
<i>MR</i>	-0.0052	-0.0032	-0.0012	-0.0056	-0.0050
<i>Std</i>	0.0669	0.0342	0.0312	0.0288	0.0684
<i>Volatility</i>	0.0707	0.0492	0.0651	0.0252	0.0772
<i>VaR<sub>95%</sub></i>	0.0915	0.0639	0.0643	0.0420	0.0976
<i>VaR<sub>99%</sub></i>	0.2213	0.1020	0.1085	0.0708	0.2235
<i>CVaR<sub>95%</sub></i>	0.1761	0.0834	0.1012	0.0719	0.1780
<i>CVaR<sub>99%</sub></i>	0.2978	0.1082	0.1522	0.1155	0.3059
<i>Sharpe Ratio</i>	-0.0783	-0.0955	-0.1204	-0.1973	-0.0742

Ο δεύτερος πίνακας εμφανίζει τα αποτελέσματα για τα υπόλοιπα 5 ταμεία:

<i>Measures</i>	<b>ΤΕΑΑΠΑΕ</b>	<b>ΤΑΠ.ΟΤΕ</b>	<b>ΤΣΠΕΤΕ</b>	<b>ΤΥΔΚΥ</b>	<b>ΤΣΠΕΑΘ</b>
<i>MR</i>	-0.0046	-0.0074	-0.0063	-0.0036	-0.0019
<i>Std</i>	0.0453	0.0409	0.0675	0.0506	0.0297
<i>Volatility</i>	0.0598	0.0393	0.0641	0.0591	0.0346
<i>VaR<sub>95%</sub></i>	0.0737	0.0636	0.0962	0.0724	0.0507
<i>VaR<sub>99%</sub></i>	0.1257	0.1385	0.2250	0.1522	0.0619
<i>CVaR<sub>95%</sub></i>	0.1138	0.1160	0.1817	0.1232	0.0620
<i>CVaR<sub>99%</sub></i>	0.1814	0.2161	0.3157	0.1969	0.0778
<i>Sharpe Ratio</i>	-0.1024	-0.1819	-0.0945	-0.0714	-0.0663

# Βιβλιογραφία

## Α. ΕΛΛΗΝΙΚΗ

- [1] Πέτρος Φ. Χατζόπουλος (2007) *Ασφαλίσεις Ζωής και Υγείας*, Εκδόσεις Συμμετρία.
- [2] Κουτσόπουλος Κ.Ι. (1999) *Αναλογιστικά Μαθηματικά, Μέρος 1, Θεωρία των Κινδύνων*, Εκδόσεις Συμμετρία.
- [3] Νεκτάριος Μιλτιάδης (1998) *Ιδιωτική Ασφάλιση*.
- [4] Γεώργιος Κ. Χρήστου (1999) *Εισαγωγή στην οικονομετρία*, Β' Έκδοση Gutenberg.
- [5] Γεωργίου Α. Καραθανάση (2002) *Χρηματοοικονομική Διοίκηση και Χρηματιστηριακές Αγορές*, Γ' Έκδοση, Εκδόσεις Γ. Μπένου.
- [6] Ξανθόπουλος Στυλιανός (2005) *Σημειώσεις Μέτρησης και Διαχείρισης Κινδύνου*, Τμήμα ΣΑΧΜ, Πανεπιστήμιο Αιγαίου.
- [7] Ξανθόπουλος Στυλιανός (2007) *Σημειώσεις Χρηματοοικονομικών Μαθηματικών I*, Τμήμα ΣΑΧΜ, Πανεπιστήμιο Αιγαίου.
- [8] Χάλλκος, Γεώργιος Εμμ. (2000) *Στατιστική: Θεωρία, Εφαρμογές & Χρήση Στατιστικών Προγραμμάτων σε Η/Υ*, τυπωθήτω, Αθήνα, πρώτη έκδοση, ISBN 960 – 8041 – 25 – 2.

## Β. ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ

- [9] Baillie, Richard T., Tim Bollerslev and Hans O. Mikkelsen (1996) *Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, J. of Econometrics, pp. 3-30
- [10] Bollerslev T., (1986): *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, J. of Econometrics, 31, 307-327
- [11] Bollerslev T. and Hans O. Mikkelsen (1996) *Modeling and Pricing Long Memory in Stock Market Volatility*, J. of Econometrics, 73, 151-184

- [12] Box G, Jenkins G. (1970) *Time series analysis: Forecasting and control*, Holden-Day: San Francisco
- [13] Engle R.F., and T. Bollerslev (1986) *Modeling the persistence of Conditional Variances*, *Econometric Reviews*, 5, 1-50
- [14] Glosten L, R. Jagannathan and D.E. Runkle (1993) *On the Relation Between Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Returns on Stocks*, *J. of Finance*.
- [15] Taylor S.J. (1994) *Modelling stochastic volatility*, A review and comparative study, *Mathematical Finance*, 4, 183-204
- [16] Engle R.F. (1982) *Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation*, *Econometrica*, 50(4), pp. 987-1007
- [17] Engle Robert F., (1995) *ARCH Selected Readings, Advanced Texts in Econometrics*, Oxford University Press
- [18] Engle R.F. and D.L. McFadden (1994) *Handbook of Econometrics, volume 4*, Elsevier Science B.V
- [19] Pindyck Robert S., Daniel L. Rubinfeld (1998) *Econometric Models and Economic Forecasts*, fourth edition, McGraw-Hill International Editions
- [20] Baxter Martin, Andrew Rennie (1996) *Financial Calculus*, Cambridge University Press, United Kingdom
- [21] Bodie Zvi, Robert C. Merton (2000) *Finance*, Prentice-Hall, USA
- [22] Jorion, Philippe *Value at Risk: The New Benchmark For Controlling Market Risk*, McGraw Hill
- [23] Jorion, Philippe *Financial Risk Manager Handbook 2nd Edition*, Wiley & Sons Inc
- [24] Hull C. John *Options Future And Other Derivatives 5th Edition*, Prentice Hall
- [25] Best, Philip *Implementing Value at Risk*, Wiley & Sons Inc
- [26] Yen Yee Chong *Investment Risk Management*, Wiley & Sons Inc
- [27] Christoffersen, P. (1998) *Evaluating Interval Forecasts*, *International Economic Review*, 39, 841-862
- [28] Kupiec, P., *Techniques for verifying the accuracy of risk management models*, *Journal of Derivatives* 3



- [29] Danielsson, J., De Vries, C.G., (2000) *Value at Risk and extreme returns*, Annales d'Economie et de Statistique No 60
- [30] Akgiray, V. (1989) *Conditional heteroskedasticity in time series of stock returns: Evidence and forecast*, Journal of Business, 55-80
- [31] Nelson, D.B. (1991) *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*, Econometrica, Vol. 59, No.2, pp.347-370
- [32] Uryasev, S. Conditional Value-at-Risk (2000) *Optimization Algorithms and Applications*, Financial Engineering News, No.14, February, 2000
- [33] Harvey, A.C. (1993) *Times Series Models*, Hemel Hempstead: Harvester Wheatsheaf
- [34] C. Chatfield, (1989) *The Analysis of Time Series, An Introduction, 4th edition*, Chapman & Hall, London
- [35] Ruey S. Tsay., *Analysis of Time Series Third Edition*, Wiley & Sons Inc