

Πανεπιστήμιο Πειραιώς - Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης

Π.Μ.Σ Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική Κινδύνου

**Ανάπτυξη σεναρίων ακραίων τιμών (stress testing) σε
μοντέλα Value At Risk (VaR) σε μετοχικά χαρτοφυλάκια**



Διπλωματική Εργασία

Νικολάου Δημήτρης

Τριμελής Επιτροπή: Πανοπούλου Αικατερίνη (επιβλέπουσα καθηγήτρια)

Γκλεζάκος Μιχαήλ, Βρόντος Σπυρίδων

Πειραιάς 2010

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1°	
Εισαγωγή	3
Κεφάλαιο 2°	
Η συνθήκη της Βασιλείας	6
Κεφάλαιο 3°	
3.1 Τεχνικές ποσοτικοποίησης των κινδύνων	11
3.2 Μοντέλα Value At Risk	12
3.3 Στρατηγικές εκτίμησης της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου	20
3.4 Backtesting	22
3.5 Μεθοδολογία διεξαγωγής των stress test (σενάρια ακραίων καταστάσεων)	25
Κεφάλαιο 4°	
4.1 Ανάλυση δεδομένων	29
4.2 Υπολογισμός Μοντέλων Value At Risk	33
4.3 Αποτελέσματα Backtesting	36
4.4 Εκτέλεση Stress test	40
4.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων stress test με εμπειρικά αποτελέσματα.....	51
4.6 Αποτελέσματα stress test και συνθήκη της Βασιλείας	55
Κεφάλαιο 5°	
Συμπεράσματα	59
Παράρτημα Α.....	62
Long position	63
Α) Κανονική Κατανομή	63
Β) Κατανομή Students t.....	69
Γ) Κατανομή GED	75
Short position	81
Α) Κανονική κατανομή.....	81
Β) Κατανομή Students t.....	87
Γ) Κατανομή GED	93
Βιβλιογραφία	99

Περίληψη

Στην εργασία αυτή μελετάμε τον κίνδυνο αγοράς και εφαρμόζουμε κατάλληλες τεχνικές για την πρόβλεψη δυνητικών ζημιών. Πιο συγκεκριμένα, αναπτύσσουμε μοντέλα Value At Risk (VaR) με σκοπό την ποσοτικοποίηση, μέσω πιθανοθεωρητικών διαδικασιών, των δυνητικών κινδύνων ενός χαρτοφυλακίου. Στόχος είναι να βρεθούν οι επιπτώσεις των κινδύνων αγοράς στην κεφαλαιακή επάρκεια των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων. Στη συνέχεια, αφού προηγουμένως ελέγξουμε την καταλληλότητά τους μέσα από ελέγχους *backtesting*, υποβάλλουμε τα μοντέλα σε συνθήκες ακραίων καταστάσεων (*stress testing*) με σκοπό να μελετήσουμε τη συμπεριφορά τους μέσα στο χρόνο (για δεδομένη περίοδο διακράτησης- είκοσι ημέρες) και να ποσοτικοποιήσουμε τις δυνητικές ζημιές. Τέλος, συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των *stress test* με την εμπειρική κατανομή καθώς και με το δείκτη κεφαλαιακής επάρκειας που προτείνεται από τη συνθήκη της Βασιλείας.

Κεφάλαιο 1^ο

Εισαγωγή

Η συνθήκη της Βασιλείας περιέχει τους κανονισμούς λειτουργίας των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων. Οι κανόνες καλύπτουν το σύνολο των κινδύνων που αντιμετωπίζουν τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα και έχουν στόχο να εξασφαλίσουν την ευρωστία τους, ώστε σε περίπτωση κρίσης να έχουν τη δυνατότητα να απορροφήσουν μη αναμενόμενες ζημιές. Από τους σημαντικότερους κανόνες λειτουργίας είναι αυτοί που αφορούν τα ελάχιστα κεφάλαια με τα οποία επιτρέπεται να λειτουργεί μια τράπεζα. Τα κεφάλαια μιας τράπεζας μπορούν να υπολογισθούν με πολλούς τρόπους. Τα λογιστικά κεφάλαια της τράπεζας υπολογίζονται με βάση τους λογιστικούς κανόνες, ενώ τα οικονομικά κεφάλαια με βάση τις μη αναμενόμενες ζημιές από τις δραστηριότητες της τράπεζας. Τα εποπτικά κεφάλαια υπολογίζονται με βάση τους ρυθμιστικούς κανόνες που έχουν θεσπίσει οι εποπτικές αρχές. Η Βασιλεία II τροποποιεί τη μεθοδολογία υπολογισμού (σε σχέση με τη Βασιλεία I) των ελαχίστων κεφαλαίων που πρέπει να διαθέτει μια τράπεζα για να λειτουργεί. Όραμα της επιτροπής της Βασιλείας είναι η σταθερότητα του διεθνούς χρηματοπιστωτικού περιβάλλοντος και η καθοριστική του συμβολή στην ανάπτυξη της πραγματικής οικονομίας. Όμως, η τελευταία χρηματοπιστωτική

κρίση που ξεκίνησε από την Αμερική το 2008 και επεκτάθηκε σε όλο τον κόσμο ανέδειξε τα σημαντικά προβλήματα της παγκοσμιοποιημένης οικονομίας και την επιτακτική ανάγκη για μία πιο αξιόπιστη εκτίμηση των ενδεχόμενων μελλοντικών κινδύνων.

Για την εκτίμηση των κινδύνων που προέρχονται από την αγορά, η συνθήκη της Βασιλείας προτείνει τη χρήση της μετρικής "Αξία σε Κίνδυνο" (VaR-Value at Risk). Σκοπός του VaR είναι να ποσοτικοποιήσει τη μελλοντική διακύμανση της αξίας ενός χαρτοφυλακίου (στατιστικό δείγμα), το οποίο περιέχει περιουσιακά στοιχεία του χρηματοπιστωτικού ιδρύματος, και να προβλέψει μέσω πιθανοθεωρητικών μέτρων τις δυνητικές ζημιές. Σήμερα, όλα τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα χρησιμοποιούν διάφορες παραλλαγές μοντέλων VaR με στόχο τη σωστή προσέγγιση των ελάχιστων κεφαλαιακών τους απαιτήσεων. Πιο συγκεκριμένα και κάτω υπό το πλαίσιο της Βασιλείας II (Bank for International Settlements, 2006), τα εποπτικά κεφάλαια θα πρέπει να υπολογίζονται χρησιμοποιώντας εσωτερικά μοντέλα VaR με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% για χρονικό ορίζοντα 10 ημερών (2 εβδομάδες). Η τελική κεφαλαιακή απαίτηση που προκύπτει θα είναι τρεις φορές (ελάχιστος συντελεστής) η δεκαήμερη εκτίμηση του VaR για το μέσο όρο των τελευταίων εξήντα ημερών. Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να εισάγουμε ένα μέτρο εκτίμησης της εγκυρότητας των μοντέλων. Η μετρική αυτή προκύπτει από τις διαδικασίες του backtesting και έχει ως στόχο τον έλεγχο των υποθέσεων που ορίζει η συνθήκη της Βασιλείας για κάθε μοντέλο. Ουσιαστικά, το backtesting (Escanciano J.C, Olmo J, 2008) αποτελείται από μία εφαρμογή ποσοτικών μεθόδων ελέγχου συχνοτήτων με σκοπό τον έλεγχο αν οι προβλέψεις του εκάστοτε μοντέλου VaR είναι συνεπείς με τις υποθέσεις τις οποίες έχει θέσει το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα. Οι εμπορικές τράπεζες είναι υποχρεωμένες να εκτελούν ένα σύνολο από τυποποιημένα backtests, εφόσον έχουν εφαρμόσει καθημερινά το VaR στα P/L (Profit/Loss) στοιχεία του χαρτοφυλακίου. Στη πράξη, οι προτάσεις της Βασιλείας παρουσιάζουν αδυναμίες και αυτό έγινε ιδιαίτερα αισθητό από την πτώχευση πολλών μεγάλων τραπεζών κατά τη διάρκεια της τελευταίας χρηματοπιστωτικής κρίσης.

Στην εργασία αυτή αναπτύσσονται μοντέλα VaR τα οποία βασίζονται σε ιστορικά γεγονότα των είκοσι τελευταίων ετών και στηρίζονται κυρίως σε δύο βασικές παραδοχές:

1. Η προσέγγιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου βασίζεται σε μία στατιστική κατανομή και όχι στην εμπειρική απόδοση του χαρτοφυλακίου. Με τον τρόπο αυτό θα γνωρίζουμε ex ante όλες τις πιθανότητες εμφάνισης των πιθανών αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Συνεπώς, όσο καλύτερη είναι η προσέγγιση της κατανομής στο στατιστικό δείγμα, τόσο πιο αξιόπιστη θα είναι και η πιθανότητα εμφάνισης της συγκεκριμένης απόδοσης.

2. Η μεταβλητότητα (volatility) των αποδόσεων μοντελοποιείται. Αρχικά θα μελετήσουμε τις ιδιότητες που εμφανίζει ως μετρική και στη συνέχεια θα προσπαθήσουμε να δημιουργήσουμε μοντέλα τα οποία στηρίζονται σε αυτές τις ιδιότητες.

Στη συνέχεια υποβάλλουμε τα μοντέλα σε διαδικασίες backtesting για να εξακριβώσουμε την καταλληλότητά τους. Στόχος του backtesting είναι να εξαλείψουμε τον κίνδυνο της ακαταλληλότητας των μοντέλων για το συγκεκριμένο στατιστικό δείγμα. Μέσα από αυτή τη διαδικασία, προκρίνονται τα κατάλληλα μοντέλα τα οποία στη συνέχεια υποβάλλονται σε stress testing. Τα stress tests (Alexander C, Sheedy E, 200) είναι ακραία σενάρια που ενδεχομένως να πραγματοποιηθούν στο μέλλον ή υποθετικά σενάρια με βάση τα οποία θέλουμε να ελέγξουμε την ποιότητα του χαρτοφυλακίου. Πάνω στα σενάρια αυτά εξετάζουμε τη συμπεριφορά των μοντέλων. Στα ακραία σενάρια που θα αναπτυχθούν, οι τρεις κυριότεροι παράγοντες είναι:

- Το αρχικό shock του δείγματος, το οποίο αποτελεί μία υποθετική ακραία απόδοση του χαρτοφυλακίου. Συνήθως, ακραίες καταστάσεις δημιουργούνται όταν εισέρχεται μία "ακραία" πληροφορία στη χρηματιστηριακή αγορά (πχ η χρεοκοπία μιας χώρας της Ευρωζώνης ή η χρεοκοπία μιας τράπεζας).
- Το επίπεδο εμπιστοσύνης του stress test, δηλαδή πόσο ακραία αποτελέσματα μας ενδιαφέρει να μελετήσουμε.
- Η περίοδος διακράτησης, που είναι ουσιαστικά ο χρόνος έκθεσης του χαρτοφυλακίου στον κίνδυνο. Θεωρούμε πως μετά το πέρας της περιόδου, το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα θα αντισταθμίσει τους κινδύνους (hedging).

Μέσα από τη διαδικασία του stress test ποσοτικοποιούμε ακραία σενάρια και τα μεταφράζουμε σε αξία. Έτσι, γνωρίζουμε ex ante την πιθανότητα να συμβεί ένα απρόσμενα αρνητικό σενάριο και έχουμε εκτιμήσει "πόσο μπορεί να κοστίσει" στα κεφάλαια του ιδρύματος. Συνεπώς, τα κεφάλαια αυτά δεσμεύονται από το ίδρυμα με σκοπό να απορροφήσουν τις δυνητικές ζημιές που ενδεχομένως να προκύψουν στο μέλλον. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τα stress test συγκρίνονται με αντίστοιχης πιθανότητας σενάρια που έχουν ήδη συμβεί (στο χρονικό πλαίσιο που μελετάμε). Τέλος, θα γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων που πρόβλεψαν τα μοντέλα της Βασιλείας II με τα αποτελέσματα των μοντέλων που χρησιμοποιήσαμε.

Κεφάλαιο 2^ο

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναπτύξουμε τη συνθήκη της Βασιλείας και πιο συγκεκριμένα:

- Θα αναπτύξουμε το σκοπό και το στόχο δημιουργίας της συνθήκης της Βασιλείας
- Θα αναπτύξουμε το διαχωρισμό των κινδύνων και τους πυλώνες προσέγγισης αυτών υπό τη συνθήκη της Βασιλείας

Η συνθήκη της Βασιλείας

Βασιλεία II είναι η κωδικοποιημένη ονομασία του νέου πλαισίου κεφαλαιακών απαιτήσεων των τραπεζών που έχει ψηφισθεί από το Ευρωπαϊκό Κοινοβούλιο (Οδηγίες 2006/48/EC και 2006/49/EC) και εφαρμόστηκε με κάποιες μετατροπές πλήρως το 2008. Η συνθήκη της Βασιλείας, όπως είναι ευρέως γνωστή, θεσπίστηκε από την BIS (Bank of International Settlements), η οποία ιδρύθηκε το 1930. Η BIS αποτελεί το παλαιότερο διεθνές κέντρο λήψης αποφάσεων στον κόσμο για τη διεθνή συνεργασία των τραπεζών. Σήμερα, η BIS συνεργάζεται στενά με τις κεντρικές τράπεζες όλων των ανεπτυγμένων χωρών και έχει συνεισφέρει σημαντικά, μέσα από μελέτες, στην καταγραφή αλλά και στη διαμόρφωση του παγκόσμιου τραπεζικού περιβάλλοντος. Η πρώτη συνθήκη της Βασιλείας εκδόθηκε το 1988.

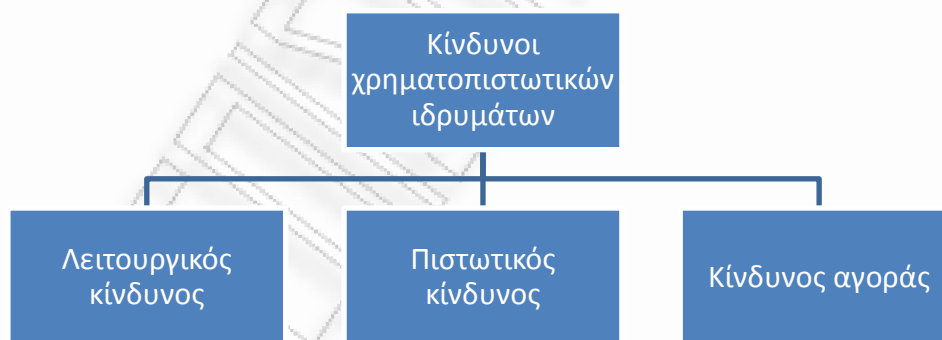
Στόχος της συνθήκης της Βασιλείας είναι αφενός να προστατέψει τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα από χρηματοοικονομικούς και λειτουργικούς κινδύνους και αφετέρου να εξασφαλίσει την επάρκεια των απαραίτητων κεφαλαίων που θα επιτρέπουν τη λειτουργία τους και μετά την έλευση του κινδύνου. Με τον όρο κεφάλαιο, εννοούμε την καθαρή θέση μεταξύ των απαιτήσεων και των υποχρεώσεων που έχει ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα. Στη περίπτωση ενός υγιούς χρηματοπιστωτικού ιδρύματος αντιπροσωπεύει το μερίδιο των ιδιοκτητών στην "επιχείρηση", ενώ στη περίπτωση ενός χρηματοπιστωτικού ιδρύματος με ελλειματικά κεφάλαια είναι μια ασπίδα προστασίας των καταθετών/πελατών έναντι της μείωσης της αξίας του ενεργητικού. Από εποπτική σκοπιά, το κεφάλαιο αποτελεί ένα απόθεμα ασφαλείας που επιτρέπει στο χρηματοπιστωτικό ίδρυμα να απορροφά ενδεχόμενες ζημιές χωρίς να θίγονται τα συμφέροντα των καταθετών - μετόχων του. Το κεφάλαιο, κατατάσσεται σε διαφορετικές βαθμίδες, ανάλογα την προτεραιότητα κατά την εξόφληση των κατόχων του σε περίπτωση πτώχευσης ή ρευστοποίησης της εταιρίας, την ικανότητα να απορροφά ζημιές, το βαθμό μονιμότητας κ.α. Συνεπώς, σκοπός του θεσμικού αυτού πλαισίου είναι να διαφυλάττει και να ενισχύει τη πειθαρχία της αγοράς με όραμα την εύρυθμη

λειτουργία του διεθνούς χρηματοπιστωτικού συστήματος και την αποφυγή κρίσεων. Παράλληλα, το θεσμικό αυτό πλαίσιο είναι διαμορφωμένο έτσι ώστε να θέτει τις ελάχιστες κεφαλαιακές απαιτήσεις για τους κινδύνους που αναλαμβάνουν τα πιστωτικά ιδρύματα και να αποτρέπεται ο κίνδυνος πτώχευσης. Ένας επιπλέον στόχος είναι να αμβλύνει τις ανισότητες στις συνθήκες διεθνούς ανταγωνισμού καθορίζοντας ομοιόμορφες διαδικασίες εποπτείας της κεφαλαιακής επάρκειας από τις αρμόδιες τοπικές αρχές.

Γενικά, θέλοντας να κατατάξουμε τις πιθανές ζημιές ενός χρηματοπιστωτικού ιδρύματος ανάλογα με τα επιχειρησιακά του πεδία, θεωρούμε πως μπορούν να προέρχονται είτε από επενδυτικές τακτικές είτε από πιστωτικές τακτικές είτε από λειτουργικές δυσλειτουργίες του οργανισμού. Για το λόγο αυτό, η συνθήκη της Βασιλείας έχει κατατάξει τους κινδύνους σε τρεις μεγάλες κατηγορίες:

- Πιστωτικός κίνδυνος – προέρχεται από την αθέτηση υποχρεώσεων προς το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα
- Κίνδυνος αγοράς – κίνδυνος που προέρχεται από τη μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου που είναι εκτεθειμένο σε αγορές χρήματος
- Λειτουργικός κίνδυνος – κίνδυνος που προέρχεται από ανθρώπινους παράγοντες, φυσικές καταστροφές, απάτες κτλ.

Κατηγοριοποίηση των κινδύνων σύμφωνα με τη συνθήκη της Βασιλείας

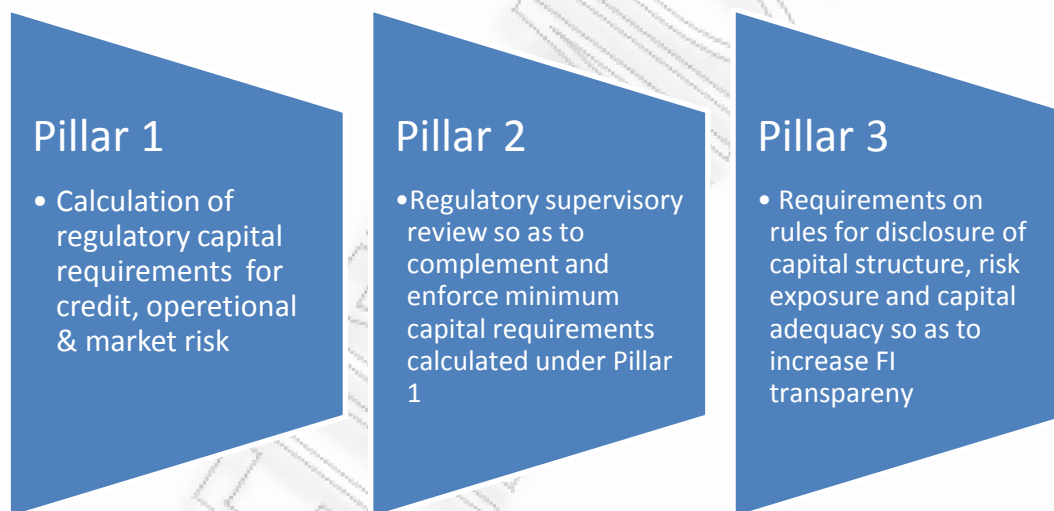


Η σωστή διαχείριση των παραπάνω κινδύνων συνδράμει τα μέγιστα για την αποφυγή της χρεοκοπίας και κατά συνέπεια της αφερεγγυότητας που θα συνοδεύσει τη φήμη του χρηματοπιστωτικού ιδρύματος σε περίπτωση που δε μπορέσει να καλύψει τις πιθανές απώλειες από την εμφάνιση του κινδύνου. Εδώ θα πρέπει να αναφέρουμε ότι ιστορικά, όταν ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα χάσει την αξιοπιστία του, δύσκολα μπορεί να επαναπροσεγγίσει πελάτες, επενδυτές κλπ. Ο διαχειριστής κινδύνων οφείλει να εξασφαλίσει ότι το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα μετά από μια περίοδο κρίσης ή μετά από την έλευση ενός χρηματοοικονομικού κινδύνου θα είναι σε θέση:

- Να προστατέψει τις καταθέσεις των πελατών του, τους κατόχους ομολόγων του ιδρύματος καθώς και τους πιστωτές του
- Να προστατέψει τα κεφάλαια των επενδυτών (TIER 1, TIER 2)
- Να προστατέψει τους επενδυτές από την αύξηση των ασφαλίσεων έναντι της χρεοκοπίας
- Να εξασφαλίσει τη πρόσβαση σε κεφάλαια με κόστος τέτοιο που θα επιτρέπει τη λειτουργία του
- Να διασφαλίσει τη φερεγγυότητα και την εμπιστοσύνη των επενδυτών και των πελατών στο χρηματοπιστωτικό ίδρυμα

Η συνθήκη της Βασιλείας ορίζει τρεις πυλώνες προσέγγισης κινδύνων οι οποίοι έχουν ως στόχο τη φερεγγυότητα, τη διαφάνεια και την εύρυθμη λειτουργία του χρηματοπιστωτικού ιδρύματος.

Οι 3 πυλώνες της Βασιλείας



Ο 1^{ος} πυλώνας έχει στόχο τη δημιουργία ενός καθολικού και διεθνοποιημένου μοντέλου υπολογισμού της απαραίτητης κεφαλαιακής επάρκειας κατηγοριοποιημένο ανάλογα με το είδος του κινδύνου. Τα τρία βασικά στοιχεία που περιέχει είναι ο ορισμός των ιδίων κεφαλαίων, ο υπολογισμός του σταθμισμένου ενεργητικού και ο ελάχιστος δείκτης κεφαλαιακής επάρκειας. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονίσουμε πως το ενεργητικό σταθμίζεται ανάλογα την έκθεση σε πιστωτικό κίνδυνο, σε λειτουργικό κίνδυνο και σε κίνδυνο αγοράς. Ο 2^{ος} πυλώνας επιτρέπει τον υπολογισμό της κεφαλαιακής επάρκειας με εσωτερική διαδικασία εκτίμησης (εσωτερικό μοντέλο). Τα εσωτερικά αυτά μοντέλα ελέγχονται από το αρμόδιο εποπτικό όργανο, την Κεντρική Τράπεζα δηλαδή της εκάστοτε χώρας που ανήκει το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα. Ο 3^{ος} πυλώνας έχει στόχο τη διαφάνεια της

λειτουργίας των ιδρυμάτων καθώς και την πειθαρχία της αγοράς. Αυτό επιτυγχάνεται με τη δημοσιοποίηση των αποτελεσμάτων των μοντέλων που εφαρμόστηκαν. Συνήθως, αυτό προϋποθέτει τη δημοσιοποίηση των ιδίων κεφαλαίων του ιδρύματος, το ποσοστό κεφαλαιακής επάρκειας (βαθμός μόχλευσης και το μοντέλο υπολογισμού αυτών) που διαθέτει έναντι του ενεργητικού, την ανάλυση των κινδύνων που έχει αναλάβει κ.α. Με τον τρόπο αυτό, οι επενδυτές είναι ενήμεροι για τη χρηματοοικονομική κατάσταση καθώς και για το βαθμό μόχλευσης του ιδρύματος.

Κατηγοριοποίηση βαθμού κεφαλαιακής επάρκειας ανάλογα τη μόχλευση

Zone	Total risk Based Ratio	Tier 1 risk based ratio	Leverage ratio
Well capitalized	10 % or above	6% or above	5% or above
Adequately capitalized	8% or above	4% or above	4% or above
Undercapitalized	Under 8%	Under 4%	Under 4%
Significantly undercapitalized	Under 6%	Under 3%	Under 3%
Critically undercapitalized	2% or under	2% or under	2% or under

Ο παραπάνω πίνακας αναλύει το βαθμό κεφαλαιακής επάρκειας των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων σε συνάρτηση με το βαθμό μόχλευσης των κεφαλαίων. Παρατηρούμε πως όταν τα κεφαλαιακά αποθέματα είναι μεγαλύτερα από το 10% του συνολικού ενεργητικού του ιδρύματος, τότε θεωρούμε ότι έχει ικανοποιητική κεφαλαιακή επάρκεια. Παράλληλα, όταν τα κεφαλαιακά αποθέματα είναι μικρότερα του 6%, τότε το ίδρυμα θα πρέπει να αντλήσει κεφάλαια (αύξηση μετοχικού κεφαλαίου) για να είναι σε θέση να ανταπεξέλθει σε πιθανούς μελλοντικούς κινδύνους. Το πλαίσιο που θεσπίζει η συνθήκη της Βασιλείας για την κεφαλαιακή επάρκεια δίνεται από το τύπο:

$$\text{Δείκτης κεφαλαιακής επάρκειας} = \frac{\text{Εποπτικό Κεφάλαιο (Core Capital)}}{\text{Συνολικό Κεφάλαιο (Assets)}}$$

Εδώ θα πρέπει να σημειώσουμε πως το παραπάνω πλαίσιο είναι γενικό και εξειδικεύεται με πιο συγκεκριμένα μοντέλα ανάλογα τον κίνδυνο ή την κατηγορία κεφαλαίων στην οποία αναφέρεται. Με τη μεθοδολογία αυτή αποκτούμε μια γενική εικόνα των μοχλευμένων κεφαλαίων του ενεργητικού του ιδρύματος. Όμως, η "ποσοτικοποίηση της φερεγγυότητας" ενός χρηματοπιστωτικού ιδρύματος σύμφωνα με το βαθμό μόχλευσης παρουσιάζει τα παρακάτω προβλήματα:

- Οι τιμές των περιουσιακών στοιχείων που έχει στη κατοχή του το ίδρυμα αλλάζουν σε καθημερινή κλίμακα, γεγονός που δείχνει πως ο βαθμός μόχλευσης μπορεί να αλλάζει καθημερινά. Για την αντιμετώπιση του συγκεκριμένου προβλήματος, έχουν δημιουργηθεί τα Διεθνή λογιστικά πρότυπα τα οποία θεσπίζουν έναν ενιαίο τρόπο αποτίμησης των περιουσιακών στοιχείων των ιδρυμάτων
- Ο κίνδυνος που περιέχει κάθε περιουσιακό στοιχείο δεν λαμβάνεται υπόψη στον υπολογισμό του βαθμού μόχλευσης και απλά σταθμίζεται η δυνητική επίπτωση των κινδύνων στα ίδια κεφάλαια
- Πολλές φορές, οι δραστηριότητες εκτός ισολογισμού μπορούν να επηρεάσουν την κεφαλαιακή επάρκεια και να μη λαμβάνεται υπόψη στον υπολογισμό του ποσοστού μόχλευσης

Από την παραπάνω προσέγγιση της κεφαλαιακής επάρκειας συμπεραίνουμε πως όταν ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα έχει χαμηλό βαθμό μόχλευσης αναγκάζεται να διακρατήσει περισσότερα κεφάλαια για την κάλυψη πιθανών ακραίων σεναρίων (ζημιών), γεγονός που αυξάνει τη φερεγγυότητά του αλλά μειώνει την κερδοφορία του λόγω μείωσης του ενεργητικού. Αντίστοιχα, ο υψηλός βαθμός μόχλευσης κάνει το ίδρυμα πιο επικίνδυνο και πιο ευάλωτο στη περίπτωση μιας κρίσης. Παρατηρούμε λοιπόν πως η κεφαλαιακή επάρκεια και η κερδοφορία έχουν σε γενικά πλαίσια μία σχέση αντιστρόφως ανάλογη. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να συνυπολογίσουμε ότι η προσέλκυση κεφαλαίων είναι ανάλογη με τη κερδοφορία. *Συνεπώς, η κεφαλαιακή επάρκεια θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να μεγιστοποιεί την κερδοφορία του ιδρύματος και παράλληλα να το προστατεύει από πιθανούς μελλοντικούς κινδύνους που θα οδηγούσαν σε χρεοκοπία.*

Κεφάλαιο 3^ο

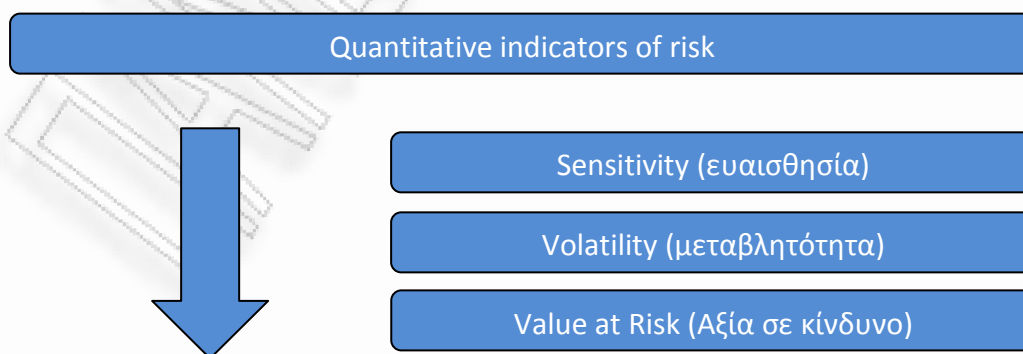
Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στον τρόπο δημιουργίας μοντέλων Value At Risk και μοντέλων stress test. Πιο συγκεκριμένα:

- Θα αναπτύξουμε το θεωρητικό υπόβαθρο για τη δημιουργία μοντέλων υπολογισμού του Value At Risk καθώς και στρατηγικές εκτίμησης της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου.
- Θα αναπτύξουμε τρόπους ελέγχων της καταλληλότητας των μοντέλων – Backtesting.
- Θα αναπτύξουμε τη μεθοδολογία δημιουργίας και εκτέλεσης των stress tests.

3.1 Τεχνικές ποσοτικοποίησης των κινδύνων

Οι μέθοδοι ποσοτικοποίησης καθώς και οι μετρικές που θα χρησιμοποιηθούν θα πρέπει να είναι τέτοιες ώστε να περιγράφουν επαρκώς τους κινδύνους. Πολλές φορές, αυτό δεν είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί απευθείας και θα πρέπει να βασιστούμε σε υποθέσεις για να μπορέσουμε να περάσουμε σε υπολογισμούς. Για το λόγο αυτό θα δανειστούμε όρους και τεχνικές από την οικονομετρία και τα στοχαστικά μαθηματικά. Έτσι, θα χαρακτηρίζουμε ως τυχαία μεταβλητή το χρηματοοικονομικό μέγεθος το οποίο μας ενδιαφέρει και στη συνέχεια θα το προσεγγίσουμε με στατιστικές/οικονομετρικές τεχνικές. Τυχαία μεταβλητή μπορεί να είναι η απόδοση, η ζημιά, η αξία κάποιου περιουσιακού στοιχείου. Σκοπός είναι να δημιουργήσουμε ποσοτικούς δείκτες οι οποίοι θα εκφράζουν το κίνδυνο που περιέχει το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο.

Βασικοί δείκτες ποσοτικοποίησης των κινδύνων



Sensitivity	<ul style="list-style-type: none"> • οι δείκτες αυτοί έχουν στόχο να μετρήσουν τη μεταβολή της εν λόγω μεταβλητής σε σχέση με κάποια άλλη μεταβλητή η οποία χρησιμοποιείται ως σημείο αναφοράς
Volatility	<ul style="list-style-type: none"> • το volatility έχει στόχο να μετρήσει τη διακύμανση μίας τιμής γύρω από ένα μέσο όρο
Downside measures of risk	<ul style="list-style-type: none"> • οι δείκτες αυτοί έχουν στόχο να μετρήσουν το χειρότερο σενάριο για τη πορεία μιας μεταβλητής και προυποθέτουν τη μοντελοποίηση της υποκείμενης αξίας

Η τελευταία κατηγορία είναι αυτή που θα μας απασχολήσει στην παρούσα εργασία. Συνήθως, οι μετρικές οι οποίες προσπαθούν να μετρήσουν τα χειρότερα σενάρια συνδυάζουν το sensitivity (σε συγκριτικά σενάρια ανάλυσης της αγοράς) και το Volatility με ένα βαθμό αβεβαιότητας. Εδώ, θα χρησιμοποιήσουμε το VaR ως μετρική για να ποσοτικοποιήσουμε τα ακραία αρνητικά σενάρια και την αβεβαιότητα των αποδόσεων των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων. Με βάση τη συνθήκη της Βασιλείας για την εποπτεία των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων το VaR καθίσταται το σύνηθες εργαλείο για τη μέτρηση του κινδύνου αγοράς. Παράλληλα, θα προσπαθήσουμε να μοντελοποιήσουμε τις αποδόσεις με σκοπό να προβλέψουμε πιθανά μελλοντικά σενάρια. Το VaR ως μέθοδος μπορεί να εφαρμοσθεί σε κάθε μορφή κινδύνου. Ο πιο κοινός τύπος που περιγράφει το VaR είναι:

$$\text{VAR} = \Phi^{-1}(\alpha) \sigma_h \quad (3.1)$$

όπου $\Phi^{-1}(\alpha)$ η συνάρτηση αντίστροφης αθροιστικής πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής και σ_h η μοντελοποιημένη μεταβλητότητα (Volatility) του υποκείμενου τίτλου στο χρονικό διάστημα h . Πριν προχωρήσουμε στην ανάλυση και τη μοντελοποίηση του VaR, θα πρέπει να εξετάσουμε τη μεταβλητότητα των μεταβλητών, τις κατανομές και τα μοντέλα μεταβλητότητας τα οποία θα χρησιμοποιήσουμε για να κατασκευάσουμε μοντέλα VaR.

3.2 Μοντέλα Value At Risk

Αρχίζοντας με τη μεταβλητότητα και παρατηρώντας την ως φαινόμενο, συνειδητοποιούμε πως δεν είναι εφικτό να παρατηρηθεί απευθείας. Συνήθως κάποια πληροφορία σχετικά με το περιουσιακό στοιχείο είναι η αιτία που θα προκαλέσει μια μεταβολή. Η πληροφορία αυτή θα καθορίσει το εύρος της

μεταβολής που θα επέλθει στην αρχική κατάσταση. Στους κινδύνους αγοράς, οι μεταβολές που μελετάμε είναι μεταβολές στις τιμές (αξία) των υποκείμενων τίτλων. Η πληροφορία που εισάγεται στην αγορά, παρεμβαίνει στην ισορροπία προσφοράς και ζήτησης, με αποτέλεσμα τη διαταραχή της αξίας του υποκείμενου τίτλου. Παρόλο που η μεταβλητότητα δεν παρατηρείται απευθείας, έχει κάποια χαρακτηριστικά τα οποία μας δίνουν τη δυνατότητα να τη μοντελοποιήσουμε. Στον κίνδυνο αγοράς και πιο συγκεκριμένα σε τίτλους που διαπραγματεύονται σε οργανωμένες αγορές, υπάρχει το πλεονέκτημα της ύπαρξης μεγάλου δείγματος τιμών και μπορούμε να εξάγουμε κάποια ασφαλή, από στατιστική άποψη, συμπεράσματα. Σημειώνεται πως στην περίπτωση που δεν έχουμε μεγάλο δείγμα τιμών για ένα περιουσιακό στοιχείο, η στρατηγική είναι να αναζητούμε ένα στοιχείο με παρόμοια χαρακτηριστικά και να μελετήσουμε τη στατιστική συμπεριφορά του μέσα στο χρόνο. Τα χαρακτηριστικά (J.D Hamilton, 1994) που θα μελετήσουμε και θα συμπεριλάβουμε στα μοντέλα τα οποία θα δημιουργήσουμε, περιγράφονται ως εξής :

- Η μεταβλητότητα είναι υψηλή για κάποιες χρονικές περιόδους στις αγορές και για κάποιες άλλες χαμηλή (volatility cluster). Αυτό οφείλεται στην υψηλή εξάρτηση των χρηματιστηριακών αγορών με τους κύκλους της πραγματικής οικονομίας αλλά και μεταξύ τους, γεγονός που έχει ως συνέπεια πως μια μεγάλη διαταραχή στο χρηματιστήριο μίας χώρας ενδέχεται να επηρεάσει και τα υπόλοιπα χρηματιστήρια.
- Η μεταβλητότητα είναι μια συνεχής συνάρτηση στο χρόνο.
- Η μεταβλητότητα δεν εκτείνεται στο άπειρο. Παρόλο που υπάρχουν περίοδοι με μεγάλη διακύμανση, υπάρχουν πάντα κάποια όρια μέσα στα οποία θα "κινείται".
- Μέσα από τις χρηματιστηριακές αγορές έχει παρατηρηθεί η ύπαρξη διαφορετικής συμπεριφοράς της μεταβλητότητας ανάλογα με την κατεύθυνση της αγοράς. Πιο συγκεκριμένα, διαφορετική συμπεριφορά παρατηρείται σε μία μεγάλη αύξηση των τιμών από μία μεγάλη πτώση των τιμών (leverage effect). Συνήθως, σε περιόδους πτώσης (bear market), υπάρχει μεγαλύτερη μεταβλητότητα καθώς μία πτώση της τιμής της μετοχής συνοδεύεται από τη μείωση της εταιρίας σε κεφαλαιοποίηση. Συνεπώς, αν υποθέσουμε ότι οι δανειακές της ανάγκες παραμένουν σταθερές, τότε γίνεται πιο επικίνδυνη (αυξάνει η πιθανότητα χρεοκοπίας)
- Οι κατανομές που χρησιμοποιούνται για να προσεγγίζουν τις μεγάλες διακυμάνσεις της αγοράς θα πρέπει να έχουν «βαριές ουρές» έτσι ώστε να συμπεριλαμβάνουν τις ακραίες τιμές της μεταβλητότητας

Τα παραπάνω χαρακτηριστικά θα ενσωματωθούν σε μοντέλα μεταβλητότητας τα οποία περιγράφονται παρακάτω. Τα μοντέλα αυτά είναι παραμετρικά μοντέλα δεσμευμένης μεταβλητότητας, λόγω του ότι εκτιμούν τη μεταβλητότητα του

υποκείμενου τίτλου σύμφωνα με κάποιες παραμέτρους και με βάση κάποιες πιθανότητες εμφάνισης. Στην εργασία αυτή δε θα ασχοληθούμε καθόλου με μη παραμετρικά μοντέλα (πχ. ιστορική προσομοίωση). Γενικά, τα μη παραμετρικά μοντέλα δεν μπορούν να ποσοτικοποιήσουν, λόγω δομής, την πιθανότητα εμφάνισης ενός σεναρίου. Έτσι, παρόλο που προβλέπουν τις δυνητικές απώλειες του χαρτοφυλακίου, δε μας αποκαλύπτουν ποια είναι η πιθανότητα εμφάνισης ενός τέτοιου σεναρίου με αποτέλεσμα να είναι δύσκολο να αξιολογηθεί η επάρκεια του μοντέλου.

Κοινό στοιχείο όλων των παραμετρικών μοντέλων που θα αναπτύξουμε είναι ο υπολογισμός της απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Αρχικά, θα θεωρήσουμε την απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου-χαρτοφυλακίου ως τυχαία μεταβλητή. Συνεπώς, η συνάρτηση υπολογισμού της μέσης απόδοσης του χαρτοφυλακίου είναι:

$$E(R_p) = \sum_i w_i E(R_i) \quad \text{και} \quad r_t = E(R_p) + \varepsilon_t = E(R_p) + \sigma_t \alpha_t, \quad \alpha_t \sim iid(0,1) \quad (3.2)$$

όπου w_i είναι η στάθμιση των στοιχείων του χαρτοφυλακίου (στη παρούσα εργασία θα θεωρείται ισοβαρές το χαρτοφυλάκιο), $E(R_i)$ είναι η μέση τιμή της απόδοσης, σ_t η διακύμανση της μέσης τιμής και α_t η κατανομή από την οποία προέρχονται οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου. Η διαφοροποίηση των μοντέλων προκύπτει από τη μοντελοποίηση της μεταβλητότητας ε_t . Τα παραμετρικά μοντέλα δεσμευμένης μεταβλητότητας που θα χρησιμοποιήσουμε στη παρούσα εργασία είναι:

1) GARCH (p, q)

Το μοντέλο (Angelidis T, Degiannakis S, Benos A, 2003) περιγράφεται από το τύπο:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q a_i \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^p b_i \sigma_{t-1}^2 \quad (3.3)$$

όπου: $\alpha_0 > 0$, $a_i \geq 0$ για $i = 1, 2, \dots, q$ και $b_i \geq 0$ για $i = 1, 2, \dots, p$.

Η τυχαία μεταβλητή ε_{t-1}^2 εκφράζει τις αποκλίσεις από τις μέσες τιμές και ο σ_{t-1}^2 εκφράζει τη τιμή της μεταβλητότητας στο χρόνο $t-1$. Παρατηρούμε πως για μία μεγάλη τιμή του ε_{t-1}^2 ή του σ_{t-1}^2 θα έχουμε ως αποτέλεσμα μία μεγάλη τιμή στο σ_t^2 . Αυτό σημαίνει πως μία μεγάλη τιμή του σ_{t-1}^2 θα ακολουθείται από μία μεγάλη τιμή σ_t^2 κάτι το οποίο μας παραπέμπει στην πρώτη ιδιότητα της μεταβλητότητας (Volatility clustering). Επίσης, αποδεικνύεται πως η κατανομή του α_t καθώς και των αποδόσεων είναι μία κατανομή με βαριά ουρά (πιο βαριά από την κανονική κατανομή αφού έχει κύρτωση >3). Το μειονέκτημα του μοντέλου είναι ότι έχει την ίδια συμπεριφορά ανεξάρτητα από την κατεύθυνση της αγοράς λόγω της συμμετρίας που έχει. Βέβαια, το αν κάποιο από τα χαρακτηριστικά ενός μοντέλου είναι μειονέκτημα ή πλεονέκτημα, εξαρτάται από τη φύση των δεδομένων που εξετάζουμε καθώς και τη χρονική διάρκεια για την οποία το μελετάμε.

2) EGARCH (p, q)

Για να μπορέσουμε να συμπεριλάβουμε στα μοντέλα μας και το leverage effect (J.D.Hamilton, 1996) θα πρέπει να τροποποιήσουμε το αρχικό μοντέλο Garch(p,q). Έτσι το μοντέλο μας γίνεται

$$\log(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q a_i (|\varepsilon_{t-i}/\sigma_{t-i}| + \gamma_i (\varepsilon_{t-i}/\sigma_{t-i})) + \sum_{i=1}^p (b_i \log(\sigma_{t-i}^2)) \quad (3.4)$$

όπου το γ_i περιλαμβάνει τον παράγοντα ασυμμετρίας (leverage effect). Σε θεωρητικό επίπεδο, το μοντέλο αυτό είναι πιο ρεαλιστικό αφού συμπεριλαμβάνει ένα από τα βασικότερα χαρακτηριστικά των αγορών, που είναι η διαφορετικότητα που παρουσιάζει η μεταβλητότητα ανάλογα με τη κατεύθυνση της αγοράς (leverage effect).

3) APARCH (p, q, δ)

Το μοντέλο (Laurent S, 2003) περιγράφεται από το παρακάτω τύπο:

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q a_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{i=1}^p b_i \sigma_{t-i}^\delta \quad (3.5)$$

όπου $\alpha_0 > 0$, $a_i \geq 0$, $-1 < \gamma_i < 1$, $b_i > 0$ και $\delta > 0$. Ο παράγοντας δ προσθέτει στο μοντέλο ευελιξία σχετικά με την ένταση της μεταβλητότητας της αγοράς με αποτέλεσμα να προσαρμόζεται "πιο γρήγορα" στα δεδομένα της αγοράς. Το μοντέλο αυτό εμπεριέχει τα μοντέλα που έχουμε παρουσιάσει μέχρι τώρα. Για παράδειγμα αν θέσουμε $\delta = 2$ και $\gamma_i = 0$ η σχέση είναι ισοδύναμη με το GARCH. Βασικά, περικλείει όλα τα χαρακτηριστικά των παραπάνω μοντέλων.

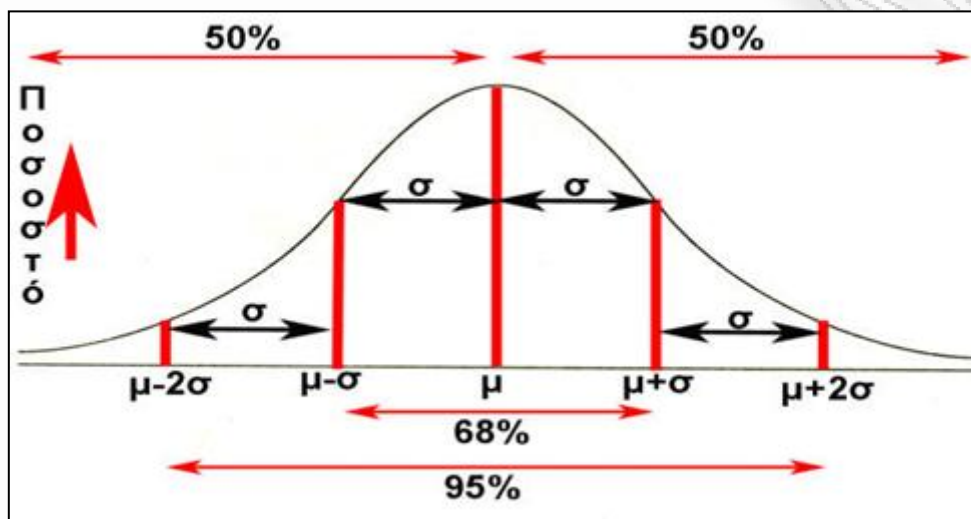
Για να εκτιμήσουμε το VaR, υπολογίζουμε για κάθε ένα από τα παραπάνω μοντέλα ξεχωριστά τρεις δεσμευμένες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας από τις οποίες θεωρούμε ότι προέρχονται οι αποδόσεις. Στατιστικά, η κατανομή που χρησιμοποιείται ευρέως από τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα είναι η εμπειρική κατανομή με ποσοστό 73%. Στη συγκεκριμένη εργασία δε θα χρησιμοποιήσουμε την εμπειρική κατανομή γιατί όπως προαναφέρθηκε δε μπορεί να εκτιμήσει επαρκώς τη πιθανότητα εμφάνισης ενός ακραίου σεναρίου. Έτσι, οι κατανομές που θα χρησιμοποιήσουμε στην παρούσα εργασία περιγράφονται παρακάτω με τα βασικά χαρακτηριστικά τους.

A) Κανονική Κατανομή

Αρχικά, θα χρησιμοποιήσουμε την κανονική κατανομή με μέση τιμή μηδέν και τυπική απόκλιση ένα (Normal $\sim (0,1)$). Η κανονική κατανομή είναι από τις πιο σημαντικές κατανομές αφού προκύπτει από το νόμο των μεγάλων αριθμών και το κεντρικό οριακό θεώρημα. Συνεπώς, όσο αυξάνει το δείγμα, τόσο εγκυρότερη γίνεται η προσέγγιση της κανονικής κατανομής με συνέπεια όσο πιο πίσω πάμε στο χρόνο τόσο πιο ασφαλή είναι τα συμπεράσματα που προκύπτουν. Όμως, παραμένει

μία προσέγγιση της εμπειρικής κατανομής. Τέλος, η κανονική κατανομή έχει κύρτωση ίση με τρία και λοξότητα ίση με μηδέν, ποσότητες οι οποίες αποτελούν κριτήρια για το κατά πόσο το δείγμα προσεγγίζει την κανονική κατανομή. Στη συνέχεια, παρατίθεται γράφημα στο οποίο παρατηρούμε το ποσοστό εμφάνισης ενός αποτελέσματος σε συνάρτηση με τη διακύμανση του δείγματος.

Γράφημα κανονικής κατανομής με τα διαστήματα εμπιστοσύνης



Το παραπάνω γράφημα περιγράφει τη σχέση της μεταβλητότητας του δείγματος με το διάστημα εμπιστοσύνης της κανονικής κατανομής. Για παράδειγμα, παρατηρούμε πως η πιθανότητα εμφάνισης μίας απόδοσης είναι 5% αν η τιμή της είναι (κατά απόλυτη τιμή) μεγαλύτερη από $\mu \pm 2\sigma$.

Στη συνέχεια, θέλοντας να συμπεριλάβουμε στους υπολογισμούς μας χαρακτηριστικά του χαρτοφυλακίου που διαφέρουν από τη κανονική κατανομή θα χρησιμοποιήσουμε δύο άλλες κατανομές, από τις οποίες ζητάμε λεπτόκυρτα χαρακτηριστικά. Έτσι, θα εξετάσουμε κατανομές που έχουν "βαριές ουρές". Με τον τρόπο αυτό θα προσεγγίσουμε τις ακραίες αποδόσεις που έχουν εμφανιστεί κατά καιρούς στις χρηματιστηριακές αγορές.

B) Students t

Η πρώτη κατανομή που θα χρησιμοποιήσουμε για να συμπεριλάβουμε πιο ακραία γεγονότα από αυτά που περιλαμβάνει η κανονική κατανομή είναι η Students t. Η τελευταία είναι μια κατανομή με βαριές ουρές και προκύπτει συνήθως από προβλήματα όπου το δείγμα δεν είναι μεγάλο (υπό στατιστική έννοια). Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για $\nu > 2$ (βαθμοί ελευθερίας) δίνεται από την παρακάτω σχέση

$$f(z_t; \nu) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})\sqrt{\pi(\nu-2)}} \left(1 + \frac{z^2}{\nu-2}\right)^{-(\nu+1)/2} \quad (3.6)$$

όπου $\Gamma(\cdot)$ είναι η συνάρτηση Γάμμα και z τυχαία μεταβλητή με μέσο μηδέν και τυπική απόκλιση 1. Το χαρακτηριστικό της κατανομής Students t είναι ότι η τυχαία μεταβλητή z υψώνεται σε δύναμη η οποία δεν είναι εκθετική όπως στην κανονική κατανομή, γεγονός που επιτρέπει την ύπαρξη παχύτερων ουρών και κατά συνέπεια την ύπαρξη πιο ακραίων αποδόσεων στο χαρτοφυλάκιο. Η κατανομή είναι συμμετρική γύρω από το 0 και τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της είναι:

$$\mu = 0$$

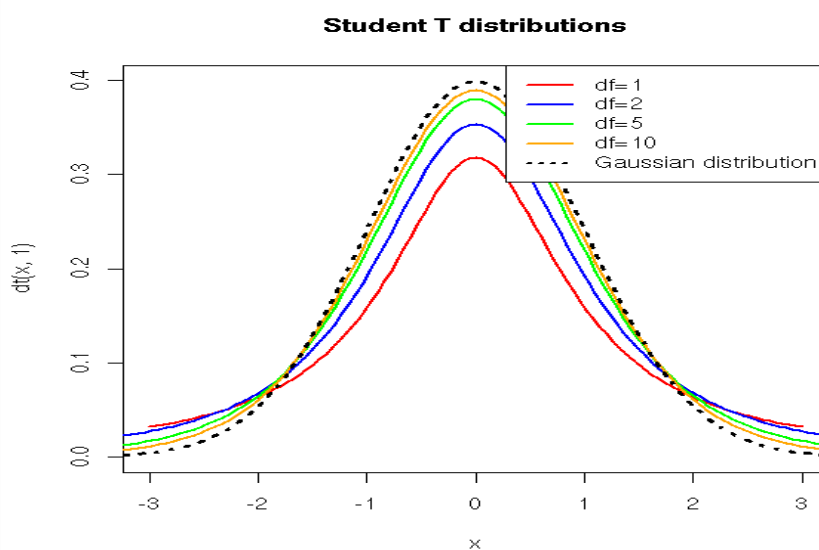
$$\sigma^2 = v / v - 2, v > 2$$

$$\gamma_1 = E(z^3) / \sigma^3 = 0 \text{ για } v > 3$$

$$\gamma_2 = E(z^4) / \sigma^4 - 3 = 6/v - 4 \text{ για } v > 4 \quad (3.7)$$

Το v θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο από το 4 για να ορίζεται η κύρτωση. Τέλος καθώς το v τείνει στο άπειρο η κατανομή τείνει στην κανονική κατανομή.

Γράφημα κατανομής Students t ανάλογα τους βαθμούς ελευθερίας



Το παραπάνω γράφημα αναλύει τη γραφική παράσταση της κατανομής ανάλογα τους βαθμούς ελευθερίας και παραθέτει τη σχέση της με την κανονική κατανομή (Gaussian distribution).

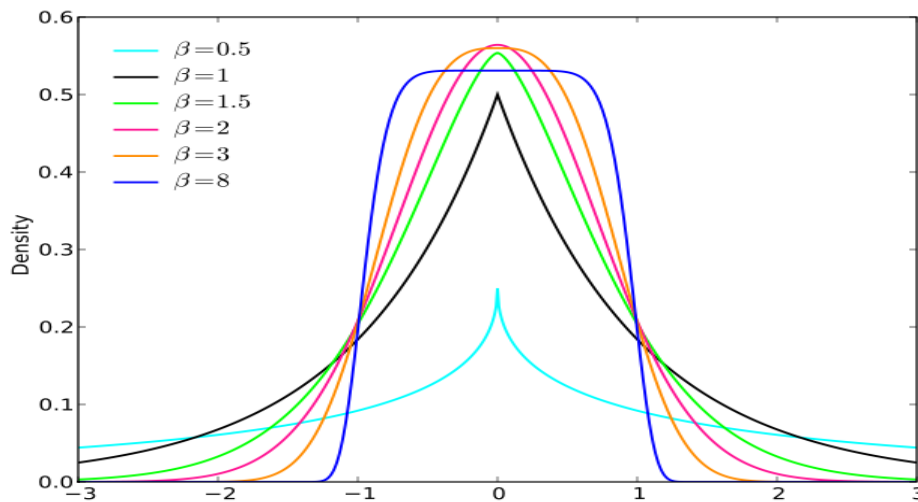
Γ) Generalized Error Distribution-GED

Η τρίτη κατανομή που θα χρησιμοποιήσουμε είναι η Γενικευμένη Κατανομή Σφάλματος (Generalized Error Distribution-GED) η οποία ισούται με την κανονική κατανομή για $v = 2$. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από τη σχέση:

$$f(z_t; v, \lambda) = \frac{v \exp\left(-0,5\left(\frac{z}{\lambda}\right)^v\right)}{\lambda} * 1/2^{(2/v)} * 1/\Gamma(v^{-1}) \quad (3.8)$$

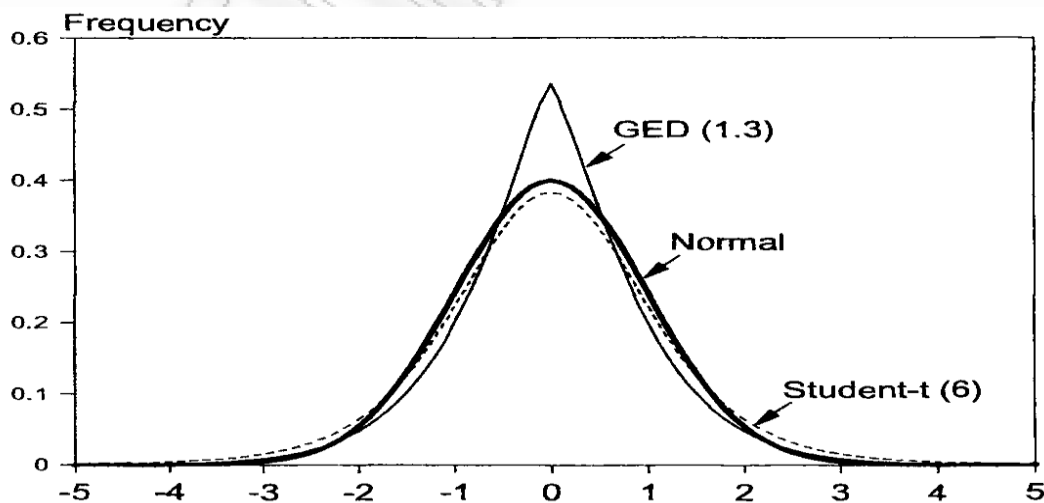
όπου οι παράμετροι $\lambda = \nu(2^{-2/\nu}\Gamma(\nu^{-1})\Gamma(3\nu^{-1}))$ και $\nu > 0$ ελέγχουν το πάχος των ουρών. Η κατανομή GED είναι πιο ευέλικτη από τη Students t αφού μπορεί να συμπεριλάβει κατανομές και με "λεπτές" καθώς και με "βαριές" ουρές.

Γράφημα της κατανομής GED ανάλογα τους βαθμούς ελευθερίας



Το παραπάνω γράφημα δείχνει το τρόπο με τον οποίο μεταβάλλονται οι ουρές της κατανομής ανάλογα τους βαθμούς ελευθερίας. Στη συνέχεια παραθέτουμε ένα γράφημα και με τις τρεις κατανομές με σκοπό να αναδείξουμε τις διαφορές μεταξύ αυτών και πώς θα τροποποιούνται τα αποτελέσματα των μοντέλων ανάλογα τη κατανομή που θα χρησιμοποιούμε κάθε φορά.

Σύγκριση της κανονικής κατανομής με τη Students t για 6 βαθμούς ελευθερίας και με τη GED για 1,3 βαθμούς ελευθερίας.



Οι παραπάνω κατανομές σε συνδυασμό με τα δεσμευμένα μοντέλα μεταβλητότητας θα χρησιμοποιηθούν για να εκτιμήσουμε το VaR.

Συνοψίζοντας τις βασικές παραμέτρους των μοντέλων και θέλοντας να περιγράψουμε το VaR (Boessis, 2002) καταλήγουμε ότι είναι το ποσό που θεωρητικά ένα χαρτοφυλάκιο μπορεί να χάσει με δεδομένο ένα επίπεδο εμπιστοσύνης σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Το επίπεδο εμπιστοσύνης είναι η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί η μείωση της αξίας των περιουσιακών στοιχείων. Το VaR είναι ένα μέτρο κινδύνου που εκτιμά τη μέγιστη απώλεια που μπορεί να εμφανιστεί σε ένα χαρτοφυλάκιο. Συνοδεύεται πάντα από μία πιθανότητα, η οποία εκφράζει πόσο πιθανό είναι οι απώλειες να είναι μικρότερες από ένα συγκεκριμένο ποσό, η οποία πηγάζει από την κατανομή που ακολουθούν οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου. Τυπικά το VaR υπολογίζεται για το διάστημα μίας ημέρας και με διάστημα εμπιστοσύνης 95%. Αυτό σημαίνει πως υπάρχει 95% πιθανότητα η απώλεια για το χαρτοφυλάκιο να είναι μικρότερη από το υπολογισμένο VaR. Αντίστροφα, η πιθανότητα οι ζημιές να ξεπεράσουν το υπολογισμένο VaR δεν ξεπερνάει το 5%. Ένα πολύ σημαντικό στοιχείο για τον υπολογισμό του VaR είναι η περίοδος διακράτησης. Όσο μεγαλύτερη είναι, τόσο αυξάνει το VaR και κατ'επέκταση το ποσό που δυνητικά το χαρτοφυλάκιο μπορεί να χάσει, γεγονός απολύτως αναμενόμενο, αφού παραμένει εκτεθειμένο για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα στις χρηματιστηριακές διακυμάνσεις (Jorion, 2007). Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφέρουμε τα μειονεκτήματα (Chistoffersen, 2003) που εντοπίζονται στη μέθοδο VaR. Αυτά είναι:

- Το VaR ως ποσότητα υπολογίζει τη πιθανότητα (διάστημα εμπιστοσύνης) η απόδοση του χαρτοφυλακίου να ξεπεράσει τις δυνητικές απώλειες. Δεν μας δίνει καμία πληροφορία για το μέγεθος των απωλειών. Για τον υπολογισμό αυτών θα πρέπει να προχωρήσουμε σε ανάπτυξη ακραίων σεναρίων.
- Το VaR υπολογίζει τα πιθανά σενάρια θεωρώντας το χαρτοφυλάκιο με σταθερή αναλογία μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων ενώ στην πραγματικότητα τα επιμέρους βάρη του αλλάζουν σε κάθε μέρα συναλλαγής.
- Το VaR δε μας δίνει καμία πληροφορία για το πώς θα πρέπει να είναι η δομή του χαρτοφυλακίου καθώς και για το διάστημα εμπιστοσύνης που θα πρέπει να επιλέξουμε. Η επιλογή του διαστήματος εμπιστοσύνης αποτελεί κρίσιμο κομμάτι για τον υπολογισμό του VaR διότι υψηλά επίπεδα εμπιστοσύνης περικλείουν τον κίνδυνο απόρριψης ενός σωστού μοντέλου (σφάλμα τύπου 1), ενώ χαμηλά επίπεδα εμπιστοσύνης περικλείουν τον κίνδυνο αποδοχής ενός μοντέλου το οποίο δεν είναι σωστό (σφάλμα τύπου 2).

Στην εργασία αυτή θα μελετήσουμε τη μεταβλητότητα των αποδόσεων σε ημερήσια κλίμακα και θα έχουμε ως σημείο αναφοράς την καθημερινή τιμή κλεισίματος του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αθηνών ASE, την καθημερινή τιμή κλεισίματος του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης S&P 500 και την καθημερινή τιμή κλεισίματος του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου του

Λονδίνου FTSE 100. Στη συνέχεια θα προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε το VaR. Το VaR θα υπολογιστεί στα 2/3 του εμπειρικού δείγματος και θα προχωρήσουμε σε προβλέψεις για το υπόλοιπο 1/3. Με τον τρόπο αυτό, θα μπορέσουμε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των προβλέψεων με τις πραγματικές αποδόσεις. Έτσι, θα έχουμε μια πρώτη εικόνα για την επάρκεια των μοντέλων που χρησιμοποιήσαμε. Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τη μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στη παρούσα εργασία για τον υπολογισμό του VaR περιγράφονται στο Κεφάλαιο 4.

3.3 Στρατηγικές εκτίμησης της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου

Στη παρούσα εργασία θα χρησιμοποιήσουμε δύο τρόπους προσέγγισης του χαρτοφυλακίου. Αρχικά θα θεωρήσουμε ότι :

$$R_{\text{port}} = 1/3R_1 + 1/3R_2 + 1/3R_3 \quad (3.9)$$

Παρατηρούμε πως με αυτή τη προσέγγιση λαμβάνουμε το χαρτοφυλάκιο ως μία ενιαία ποσότητα και η μεταβλητότητα των αποδόσεων υπολογίζεται απευθείας από την απόδοση του χαρτοφυλακίου χωρίς να λαμβάνουμε υπ' όψιν τις συνδιακυμάνσεις μεταξύ των στοιχείων. Συνεπώς, το VaR θα δίνεται από το παρακάτω τύπο:

$$\text{VAR} = \Phi^{-1}(\alpha) \sigma_h \text{ όπου } \sigma_h = \sigma_{R_{\text{port}}}$$

είναι η μεταβλητότητα των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου, όπως αυτή προκύπτει από τη στάθμιση των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου (Barone-Adesi G, Giannopoulos K, Vosper L, 1999) . Η προσέγγιση αυτή παρουσιάζει το πλεονέκτημα των εύκολων υπολογισμών αλλά παρουσιάζει τα παρακάτω μειονεκτήματα:

- Το VaR εξαρτάται απευθείας από τη κατανομή των περιουσιακών στοιχείων μέσα στο χαρτοφυλάκιο και απαιτεί εκ νέου το υπολογισμό, όταν αυτή αλλάζει.
- Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται για παθητική παρακολούθηση του χαρτοφυλακίου μιας και δε περιέχει περίπλοκους υπολογισμούς. Στη περίπτωση που θέλουμε πιο ενεργητική παρακολούθηση του χαρτοφυλακίου, η μέθοδος αυτή δεν ενδείκνυται

Στη συνέχεια, η δεύτερη μέθοδος υπολογισμού του VaR είναι πιο αναλυτική και μας επιτρέπει να έχουμε περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τη κατανομή των κινδύνων μέσα στο χαρτοφυλάκιο μας. Θα θεωρήσουμε ότι:

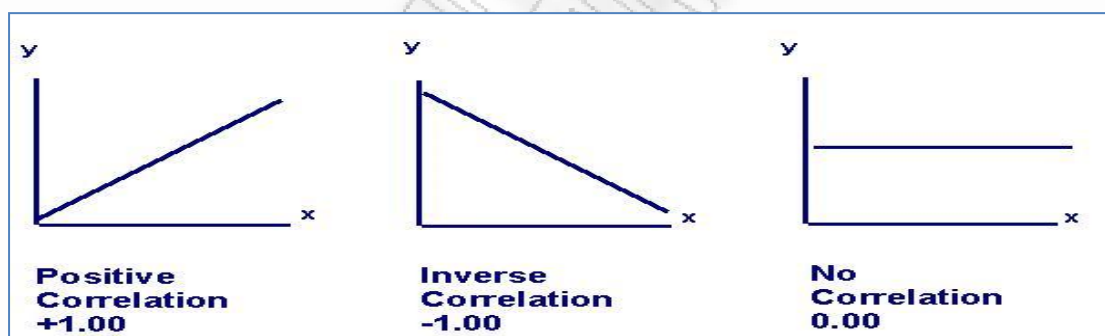
$$\text{VAR} = \Phi^{-1}(\alpha) \sigma_h$$

Όμως σε αυτή τη περίπτωση η διακύμανση του χαρτοφυλακίου θα δίνεται από το τύπο

$$\sigma_{pf,t+1}^2 = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m w_i w_j \sigma_{i,j,t+1} = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{i,t} \sigma_{j,t} \rho_{i,j,t+1} \quad (3.10)$$

όπου $\rho_{i,j,t+1}$ είναι ο συντελεστής συσχέτισης των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου (Boessis Joel, 2002). Ο συντελεστής συσχέτισης κρίνεται πολύ σημαντικός. Ως μέτρο μας δείχνει τη συσχέτιση που έχει μία μεταβλητή σε σχέση με κάποια άλλη. Έτσι, αν μεταβληθεί προς μία κατεύθυνση μία μεταβλητή "χ" γνωρίζοντας το συντελεστή συσχέτισης, γνωρίζουμε και τη κίνηση της άλλης μεταβλητής. Οι τιμές που μπορεί να πάρει είναι από -1 έως 1. Στη περίπτωση που συντελεστής συσχέτισης είναι -1, τότε έχουμε αρνητική συσχέτιση μεταξύ των στοιχείων, ενώ όταν πάρει τη τιμή 1 τότε έχουμε θετική συσχέτιση μεταξύ των στοιχείων. Ο συντελεστής συσχέτισης αποτελεί δομικό στοιχείο στη κατασκευή ενός χαρτοφυλακίου. Ιδανικά σε ένα χαρτοφυλάκιο θα θέλαμε να υπήρχε αρνητική συσχέτιση μεταξύ των στοιχείων που το αποτελούν, γιατί τότε θα πετυχαίναμε τη βέλτιστη διασπορά του κινδύνου. Στο παρακάτω γράφημα, αποτυπώνεται η σχέση μεταξύ των μεταβλητών X και Y για τις ακραίες τρεις τιμές του συντελεστή συσχέτισης.

Σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών ανάλογα το συντελεστή συσχέτισής τους



Στη περίπτωση που έχουμε n περιουσιακά στοιχεία θα έχουμε $n(n-1)/2$ διαφορετικούς συντελεστές συσχέτισης (δηλαδή εάν το n είναι 100 τότε θα έχουμε 4.950 συντελεστές συσχέτισης να υπολογίσουμε). Λόγω του ότι οι υπολογισμοί γίνονται πολύ περίπλοκοι όσο αυξάνει ο αριθμός n θα πρέπει να κάνουμε κάποιες παραδοχές – προσεγγίσεις έτσι ώστε να είμαστε σε θέση να διαχειριστούμε χαρτοφυλάκια με μεγάλο αριθμό περιουσιακών στοιχείων. Μία προσέγγιση για να μειώσουμε τον αριθμό των υπολογισμών είναι να χρησιμοποιήσουμε έτοιμους δείκτες από το χρηματιστηριακή αγορά. Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο στην παρούσα εργασία θα μελετήσουμε τρεις χρηματιστηριακούς δείκτες. Ο καθένας από αυτούς αποτελεί ένα πολύ μεγάλο και πλήρως διασπαρμένο χαρτοφυλάκιο. Πιο συγκεκριμένα ο S & P 500 αποτελείται από 500 μετοχές όλων των κατηγοριών, ο FTSE από 100 μετοχές και ο ASE από 258 μετοχές.

3.4 Backtesting

Ο μεγαλύτερος κίνδυνος ενός παραμετρικού μοντέλου VaR είναι ο κίνδυνος που περιέχει το ίδιο το μοντέλο, να μην είναι δηλαδή το κατάλληλο να περιγράψει επαρκώς το δείγμα. Για το λόγο αυτό, θα χρησιμοποιήσουμε μια σειρά από ελέγχους (Christoffersen, 2003) με σκοπό να ελέγξουμε ότι τα μοντέλα αυτά είναι επαρκή και ικανοποιούν τα κριτήρια που έχουμε θέσει. Με αυτόν τον τρόπο, δημιουργούμε μία αξιολόγηση, η οποία θα συνοδεύει τα μοντέλα.

Έστω ότι έχουμε επιλέξει το καλύτερο μοντέλο για την εκτίμηση του VaR. Τότε χρησιμοποιώντας όλες τις πληροφορίες που είναι διαθέσιμες σε εμάς τη στιγμή που γίνεται η εκτίμησή του, δε θα πρέπει να είμαστε ικανοί να προβλέψουμε πότε θα παραβιαστεί. Η πρόβλεψή μας για μια παραβίαση του VaR θα είναι απλά ένα ποσοστό $100 * \rho$ % κάθε μέρα. Αν μπορούσαμε να προβλέψουμε τις παραβιάσεις, θα ήταν δυνατό να χρησιμοποιήσουμε αυτές τις προβλέψεις για τη δημιουργία ενός καλύτερου μοντέλου κινδύνου. Συνεπώς η ακολουθία θα πρέπει να είναι εντελώς απρόβλεπτη και ανεξάρτητα κατανομημένη στο χώρο, άρα μια κατανομή Bernoulli. Έτσι έχουμε ότι:

$$H_0 : I_{t+1} \sim \text{i.i.d Bernoulli}$$

Εάν το ρ αντιστοιχεί στη πιθανότητα $\frac{1}{2}$, τότε η i.i.d Bernoulli περιγράφει τη κατανομή που προκύπτει από τη ρίψη ενός αμερόληπτου νομίσματος. Η κατανομή Bernoulli γράφεται:

$$f(I_{t+1}, \rho) = (1-\rho)^{1-I_{t+1}} \rho^{I_{t+1}} \quad (3.11)$$

Όταν εκτελούμε backtesting σε διάφορα μοντέλα κινδύνου, το ρ θα είναι της τάξης του 1% ή 5%, ανάλογα με το πεδίο κάλυψης του VaR. Γνωρίζουμε πως το μέτρο του VAR_{t+1}^{ρ} δηλώνει ότι η πραγματική απόδοση θα είναι χειρότερη από την εκτίμηση VAR_{t+1}^{ρ} μόνο κατά ένα $\rho * 100\%$ των φορών. Μπορούμε να ορίσουμε μια ακολουθία των παραβιάσεων του VAR (hit sequence) ως εξής:

$$I_{t+1} = \begin{cases} 1, & \text{αν } R_{PF,t+1} < -\text{VAR}_{t+1}^{\rho} \\ 0, & \text{αν } R_{PF,t+1} > -\text{VAR}_{t+1}^{\rho} \end{cases} \quad (3.12)$$

Η παραπάνω σχέση ισχύει στη περίπτωση που το χαρτοφυλάκιο έχει long θέση. Στη περίπτωση short θέσης ισχύει το αντίθετο. Ουσιαστικά το 1 εμφανίζεται στην ακολουθία όταν την ημέρα $t + 1$ η απώλεια έχει ξεπεράσει το VAR που έχει προβλεφθεί. Στην αντίθετη περίπτωση η ακολουθία μας δίνει 0. Τελικά όταν ελέγχουμε ένα μοντέλο με backtesting, δημιουργούμε μια ακολουθία $(I_{t+1})_{t=1}^T$ για T ημέρες αναφέροντας πότε οι απώλειες ξεπέρασαν τις προβλέψεις. Κατά τη δημιουργία ενός backtesting, εκτός από τον αριθμό των παραβιάσεων, θέλουμε να ελέγξουμε και τη συχνότητα με την οποία αυτές δημιουργούνται. Κατά συνέπεια, μέσω backtesting (Christoffersen, 2003) κάνουμε τους παρακάτω ελέγχους:

A) *Unconditional Coverage Testing*: Με το test αυτό ελέγχουμε αν το μοντέλο μας παραβίασε τον αριθμό παραβιάσεων που είχαμε θέσει. Με τον τρόπο αυτό, ελέγχουμε αν το μοντέλο μας πληροί το διάστημα εμπιστοσύνης, που είχαμε θέσει. Θεωρώντας ότι ο αριθμός των παραβιάσεων ακολουθεί μία κατανομή Βερνουλλί γράφουμε

$$L(\pi) = \prod_{t=1}^T (1 - \pi)^{1-t+1} \pi^{t+1} = (1-\pi)^{T_0} \pi^{T_1} \quad (3.13)$$

όπου T_0 και T_1 είναι οι αριθμοί 0 και 1 στην ακολουθία που δημιουργήσαμε. Εύκολα μπορούμε να εκτιμήσουμε το T_1/T_0 , κλάσμα που μας δίνει το ποσοστό των παραβιάσεων στην ακολουθία. Μεταφέροντας τις εκτιμήσεις αυτές στη προηγούμενη συνάρτηση πιθανοφάνειας, καταλήγουμε στην μεγιστοποιημένη πιθανοφάνεια:

$$L(\pi) = (1-T_1/T)^{T_0} (T_1/T)^{T_1} \quad (3.14)$$

Υπό την unconditional coverage μηδενική υπόθεση ότι $\pi=p$, όπου p είναι το γνωστό πεδίο κάλυψης του VaR, έχουμε την πιθανοφάνεια:

$$L(p) = (1-p)^{T_0} p^{T_1} \quad (3.15)$$

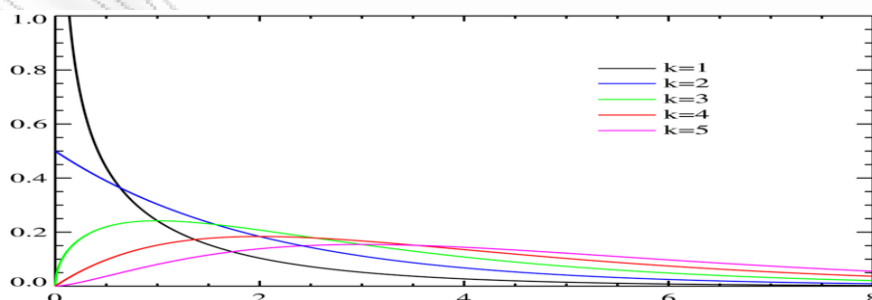
Έτσι, μπορούμε να ελέγξουμε την unconditional coverage υπόθεση χρησιμοποιώντας ένα λόγο ελέγχου πιθανοφάνειας που είναι ο ακόλουθος:

$$LR_{uc} = -2\ln[L(p)/L(\pi)] \quad (3.16)$$

Ασυμπτωτικά, έχουμε ότι καθώς ο αριθμός παρατηρήσεων T τείνει στο άπειρο, το στατιστικό δείγμα που ελέγχουμε ακολουθεί τη κατανομή χ^2 με ένα βαθμό ελευθερίας. Γενικά η κατανομή χ^2 με K βαθμούς ελευθερίας προκύπτει από το άθροισμα των τετραγώνων K ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών που κατανέμονται με κατανομή Standard Normal. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από το παρακάτω τύπο:

$$f(x, k) = \frac{1}{\Gamma(\frac{k}{2}) 2^{\frac{k}{2}}} x^{k/2-1} e^{-x/2} \quad | \quad (x>0) \quad (3.17)$$

όπου Γ η συνάρτηση Γάμμα. Στη συνέχεια παραθέτουμε το γράφημα της κατανομής χ^2 από έναν έως πέντε βαθμούς ελευθερίας.



Έστω ότι επιλέγουμε ένα επίπεδο σημαντικότητας 10% για τον έλεγχο των υποθέσεών μας. Τότε από τη κατανομή χ^2 θα έχουμε τη τιμή 2,7055. Αν η τιμή του ελέγχου LR_{uc} είναι μεγαλύτερη από τη τιμή 2,7055 απορρίπτεται το μοντέλο εκτίμησης του VaR για επίπεδο εμπιστοσύνης 10%. Η επιλογή του επιπέδου σημαντικότητας αντιστοιχεί στην αξιολόγηση του κόστους "δύο τύπων λάθους". Ο πρώτος τύπος είναι να απορρίψουμε το σωστό μοντέλο (**Type 1 Error**) και ο δεύτερος είναι να αποτύχουμε να απορρίψουμε, να δεχτούμε δηλαδή ένα λάθος μοντέλο (**Type 2 Error**). Αυξάνοντας το επίπεδο σημαντικότητας οδηγούμαστε σε μεγαλύτερα σφάλματα τύπου 1 αλλά σε μικρότερα τύπου 2 και το ανάποδο. Λόγω του ότι τα σφάλματα τύπου 2 είναι πιο δαπανηρά, στην εργασία αυτή θα εργαστούμε με επίπεδο σημαντικότητας 10%.

B) Independence Testing: Με το test αυτό ελέγχουμε την ανεξαρτησία των παραβιάσεων. Αν το μοντέλο μας πληρούσε το επίπεδο εμπιστοσύνης που είχαμε θέσει αλλά οι παραβιάσεις γίνονταν σε κοντινά διαστήματα, θα είχαμε μεγάλες επιπτώσεις στην κεφαλαιακή επάρκεια του χρηματοπιστωτικού ιδρύματος. Αν για παράδειγμα σε ένα μοντέλο VaR με διάστημα εμπιστοσύνης 5% όλες οι παραβιάσεις συνέβαιναν σε διάστημα τριών εβδομάδων, η πιθανότητα χρεοκοπίας είναι πολύ μεγαλύτερη από ότι αν συνέβαιναν σε τρία χρόνια. Συνεπώς θα απορρίπταμε ένα μοντέλο που οι παραβιάσεις συμβαίνουν σε κοντινά χρονικά διαστήματα (clustered). Στόχος είναι να αναπτύξουμε έναν έλεγχο που θα μπορεί να απορρίψει τα μοντέλα εκτίμησης VAR που εμφανίζουν παραβιάσεις σε κοντινά χρονικά διαστήματα. Ας υποθέσουμε ότι η ακολουθία επιτυχιών είναι χρονικά εξαρτημένη και μπορεί να περιγραφεί από μία ακολουθία πρώτης τάξης Markov με πίνακα μετάβασης πιθανοτήτων

$$\Pi_1 = \begin{vmatrix} 1 - \pi_{01} & \pi_{01} \\ 1 - \pi_{11} & \pi_{11} \end{vmatrix} \quad (3.18)$$

Οι παραπάνω πιθανότητες μετάβασης δηλώνουν ότι δεδομένου ότι σήμερα δεν υπάρχει παραβίαση του VaR ($I_t=0$), τότε η πιθανότητα να συμβεί αύριο μία παραβίαση ($I_t=1$) είναι π_{01} . Συνεπώς η πιθανότητα να υπάρξει αύριο παραβίαση, δεδομένου ότι και σήμερα έχουμε παραβίαση είναι:

$$\pi_{11} = \Pr(I_t = 1 \text{ και } I_{t+1} = 1) \quad (3.19)$$

Η πρώτη τάξεως ακολουθία Markov στηρίζεται στην υπόθεση ότι μόνο το σημερινό αποτέλεσμα είναι αρκετό για να υπολογίσουμε το αυριανό αποτέλεσμα. Καθώς μόνο δύο αποτελέσματα είναι πιθανά (το 0 και το 1), οι δύο πιθανότητες π_{01} και π_{11} είναι αρκετές για να περιγράψουν τη διαδικασία. Έτσι η πιθανότητα μια "μη παράβαση" να ακολουθεί μια "μη παράβαση" είναι $1-\pi_{01}$ και η πιθανότητα μιας "μη παράβασης" να ακολουθεί μια "παράβαση" είναι $1-\pi_{11}$. Αν παρατηρήσουμε μια ακολουθία T παρατηρήσεων, τότε μπορούμε να γράψουμε τη συνάρτηση πιθανοφάνειας μιας πρώτης τάξεως Markovιανής διαδικασίας ως:

$$L(\Pi_1) = (1-\pi_{01})^{T_{00}} \pi_{01}^{T_{01}} (1-\pi_{11})^{T_{10}} \pi_{11}^{T_{11}} \quad (3.20)$$

Για να ελέγξουμε την υπόθεση ανεξαρτησίας που θέλουμε, δηλαδή την περίπτωση όπου $\pi_{01} = \pi_{11}$, θα ελέγξουμε το λόγο πιθανοφάνειας

$$LR_{ind} = -2 \ln [L(\pi)/L(\Pi_1)] \sim \chi_1^2 \quad (3.21)$$

Στη περίπτωση που στο δείγμα έχουμε ότι $T_{11} = 0$, η συνάρτηση πιθανοφάνειας θα δίνεται από τη σχέση

$$L(\Pi_1) = (1-\pi_{01})^{T_{00}} \pi_{01}^{T_{01}} \quad (3.22)$$

όπου Π_1 είναι ο πίνακας μετάβασης πιθανοτήτων.

γ) Conditional Coverage Testing: Με το test αυτό μελετάμε ταυτόχρονα αν οι παραβιάσεις του VAR είναι ανεξάρτητες και πληρούν το επίπεδο εμπιστοσύνης που έχουμε θέσει καθώς και αν οι παραβιάσεις γίνονται με συχνότητα η οποία είναι αποδεκτή. Στη περίπτωση αυτή, ο έλεγχος για την υπό συνθήκη κάλυψη γίνεται

$$LR_{cc} = -2 \ln [L(p)/L(\Pi_1)] \sim \chi_1^2 \quad (3.23)$$

Εκτός από τις παραπάνω μεθόδους που ανήκουν στην κατηγορία ελέγχων που βασίζονται στη συχνότητα εμφάνισης των απωλειών έχουν αναπτυχθεί και μεθοδολογίες στηριζόμενες στην ισότητα των κατανομών, οι οποίες όμως δε θα χρησιμοποιηθούν στη παρούσα εργασία. Τα test συχνοτήτων δε μας παρέχουν καμία πληροφορία για το μέγεθος των απωλειών. Για να ποσοτικοποιήσουμε το μέγεθος των απωλειών θα χρησιμοποιήσουμε stress test με Monte Carlo προσομοίωση.

3.5 Μεθοδολογία διεξαγωγής των stress test (σενάρια ακραίων καταστάσεων)

Τα σενάρια ακραίων καταστάσεων συνιστούν ένα σημαντικό εργαλείο για τη Διαχείριση Κινδύνων αφού ποσοτικοποιούν την πιθανή επίδραση διαφόρων γεγονότων (πληροφοριών που εισέρχονται στην αγορά) στην αξία του χαρτοφυλακίου. Το stress test λαμβάνεται ως χρήσιμο συμπληρωματικό εργαλείο, από άποψη εκτίμησης, του VaR καθώς το τελευταίο δε παρέχει την πλήρη εικόνα για το ύψος των δυνητικών ζημιών του χαρτοφυλακίου. Για το λόγο αυτό, τα stress test αποτελούν μέρος μιας λογικής προσέγγισης με σκοπό την ποσοτικοποίηση των κινδύνων. Στη πράξη όμως η χρήση των αποτελεσμάτων των stress test είναι αυθαίρετη. Μέχρι σήμερα έχουν αναπτυχθεί αρκετές τεχνικές και η επιλογή καθορίζεται κάθε φορά από το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα σύμφωνα με την πολυπλοκότητα του χαρτοφυλακίου, τη συχνότητα των διαπραγματεύσεων, τη δυνατότητα ρευστοποίησης των στοιχείων που περιέχει, τη μεταβλητότητα των αγορών στις οποίες διαπραγματεύονται τα στοιχεία του και τις στρατηγικές τις

οποίες ακολουθούνται. Οι μέθοδοι για την πραγματοποίηση ενός stress test βασίζονται σε τρεις κατηγορίες, οι οποίες είναι:

1. Βασισμένο σε ιστορικά σενάρια
2. Βασισμένο σε υποθετικά σενάρια
3. Βασισμένο σε αλγορίθμους

Τα ιστορικά σενάρια συνιστούν μια προσπάθεια επαναδημιουργίας μιας συγκεκριμένης οικονομικής κατάστασης από το παρελθόν. Αντίθετα, τα υποθετικά σενάρια δημιουργούνται για να αναπαραστήσουν είτε ένα σενάριο το οποίο δεν έχει ακόμη πραγματοποιηθεί είτε για ένα αυθαίρετο σενάριο (βασισμένο πάντα σε ρεαλιστικές παραδοχές). Τα stress test τα οποία βασίζονται σε αλγορίθμους, προσπαθούν μέσω διαφόρων σεναρίων να αναγνωρίσουν το σύνολο των αλλαγών που συμβαίνουν στις αγορές και να προβλέψουν τη χειρότερη περίπτωση απώλειας.

Στο σημείο αυτό θα αναφερθούμε στις βασικές παραμέτρους που συνθέτουν το stress test και θα επιχειρήσουμε να συγκρίνουμε τα μοντέλα μεταξύ τους, αναλύοντας τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα του κάθε μοντέλου. Οι βασικοί παράμετροι οι οποίοι καθορίζουν το stress test είναι:

- Το μέγεθος της διαταραχής α (initial shock).

Με τον όρο διαταραχή, εννοούμε την υποθετική εκείνη ακραία απόδοση που θεωρούμε ότι σύμφωνα με κάποια σενάρια υπάρχουν πιθανότητες να συμβεί. Θεωρώντας ότι η διαταραχή αυτή έχει συμβεί, μελετάμε πως θα επηρεάσει την αξία του χαρτοφυλακίου σε συνάρτηση με το χρόνο. Με πιο τεχνικούς όρους και για μία θέση long, το VaR_α δηλώνει την απώλεια που ενδέχεται να συμβεί και μπορεί να ξεπεραστεί μόνο στο $\alpha\%$ των περιπτώσεων. Επομένως, για τα stress test που βασίζονται σε παραμετρικά μοντέλα δεσμευμένης μεταβλητότητας, τα α ισούται με τη πιθανότητα να συμβεί μια διαταραχή σε μία ημέρα συναλλαγών της οποίας το μέγεθος θα ισούται με $-VaR_\alpha$. Το αντίστροφο θα ισχύει για μία short θέση. Σε γενικές γραμμές, τα α προσδιορίζεται σύμφωνα με το προφίλ (risk profile) του χρηματοπιστωτικού ιδρύματος. Υπό το πρίσμα της εμπειρικής κατανομής, η αρχική διαταραχή για μία θέση long είναι το α ποσοστημόριο της εμπειρικής κατανομής ($1-\alpha$ για μία short θέση) χρησιμοποιώντας πάντα ένα επαρκές, στατιστικά, δείγμα δεδομένων.

- Το διάστημα εμπιστοσύνης

Με τον όρο διάστημα εμπιστοσύνης, αναφερόμαστε στην πιθανότητα που αντιπροσωπεύει ένα σημείο πάνω στη κατανομή. Στην εργασία αυτή, ανεξάρτητα από την κατανομή και λόγω του ότι μας ενδιαφέρουν οι ακραίες αποδόσεις, θα θεωρούμε το διάστημα εμπιστοσύνης στο 1%. Αυτό σημαίνει πως θα γνωρίζουμε ex

ante την πιθανότητα να επαληθευτεί το σενάριο και θα προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε το μέγεθος της ζημιάς. Αυτό εξάλλου είναι το μεγάλο πλεονέκτημα που προσφέρουν τα παραμετρικά μοντέλα δεσμευμένης πιθανότητας. Ο τρόπος με τον οποίο δεσμεύουμε το διάστημα εμπιστοσύνης σε ένα stress test ορίζεται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 4.

- Η περίοδος διακράτησης

Με τον όρο περίοδος διακράτησης, αναφερόμαστε στον αριθμό των ημερών που θα διακρατήσουμε τη θέση μας στο χαρτοφυλάκιο μέχρι να αντισταθμίσουμε πλήρως τον κίνδυνο. Στη παρούσα εργασία θα υπολογίσουμε τη συνολική ζημία μέχρι 20 ημέρες. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να επισημάνουμε πως δεν υπάρχει καμία ρυθμιστική αρχή η οποία να υπαγορεύει ποιά θα είναι η περίοδος διακράτησης και αφήνεται στην ευχέρεια του διαχειριστή. Συνεπώς κάθε χρηματοπιστωτικό ίδρυμα ορίζει την περίοδο διακράτησης αυθαίρετα και σύμφωνα με τους κινδύνους που έχει αναλάβει. Οι παράγοντες που θα πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν μας είναι η πιθανώς μειωμένη ρευστότητα της αγοράς, το μέγεθος της θέσης που έχουμε καθώς και κάποιες εκτιμήσεις του διαχειριστή για την κατάσταση, οι οποίες παραμένουν πάντα υποκειμενικές.

Εφόσον έχουμε ορίσει και υπολογίσει επαρκώς όλους τους παραπάνω παράγοντες, θα πρέπει να αξιολογήσουμε τη συμπεριφορά που "ακολουθεί" το stress test χρησιμοποιώντας το κατάλληλο μοντέλο κινδύνου, το οποίο έχει βρεθεί από τις διαδικασίες που περιγράφονται στις ενότητες 3.2 και 3.3. Μετά τη διαταραχή, θα περιμένουμε στο δείγμα μας μεγάλες διακυμάνσεις (volatility clustering), μεγάλες μεταβολές και σε άλλες αγορές, υψηλότερες συσχετίσεις μεταξύ των αγορών και περιορισμένη ρευστότητα.

Έστω ότι η διαταραχή συμβαίνει τη χρονική στιγμή T . Τότε τη χρονική στιγμή $T+1$, η διακύμανση θα έχει αυξηθεί σημαντικά ως αντίδραση στην αρχική διαταραχή και για ένα μοντέλο GARCH(1,1) θα έχουμε:

$$\sigma_{T+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_T^2 + b_1 \sigma_T^2 \quad (3.24)$$

Οι αποδόσεις αξιολογούνται για $h-1$ ημέρες μετά τη διαταραχή. Στη παρούσα εργασία το h ισούται με είκοσι ημέρες. Έτσι η προσομοίωση θα εξελίσσεται για το υπόλοιπο χρονικό διάστημα (περίοδος διακράτησης) με $i=1, \dots, h-1$ όπου

$$\sigma_{T+i}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{T+i}^2 + b_1 \sigma_{T+i}^2 \quad (3.25)$$

Για κάθε ημέρα διακράτησης, προσομοιώσουμε 30.000 μονοπάτια και αθροίσουμε τις ημερήσιες αποδόσεις από κάθε μονοπάτι με σκοπό τον υπολογισμό της συνολικής προσομοιωμένης απόδοσης, παραδεχόμενοι ότι η σύνθεση του χαρτοφυλακίου παραμένει σταθερή. Εδώ θα πρέπει να τονίσουμε ότι η άθροιση δε

γίνεται πάνω σε όλες τις τιμές που έχει κάθε μονοπάτι αλλά στο μικρότερο ποσοστημόριο (1%) των προσομοιωμένων η ημερών, όταν αυτές κατατάσσονται από τη μεγαλύτερη στη μικρότερη (η ίδια διαδικασία αλλά αντίστροφη επαναλαμβάνεται για μία short θέση).

Συνήθως τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα διεξάγουν stress tests τα οποία βασίζονται σε ιστορικές προσομοιώσεις δεδομένων και καταστάσεων οι οποίες θα μπορούσαν να είναι καταστροφικές για το χαρτοφυλάκιο. Το γεγονός ότι τα σενάρια αυτά βασίζονται σε πραγματικά δεδομένα και όχι σε προσομοίωση ισούται με την παραδοχή ότι το κοντινό μέλλον καθορίζεται από τα στοιχεία του παρελθόντος, καθώς και ότι τα χειρότερα σενάρια έχουν ήδη συμβεί. Όμως, πολλές φορές τα πραγματικά δεδομένα δεν είναι κατάλληλα για μελλοντικές προβλέψεις λόγω του ότι αν αλλάξει μια βασική νομοθεσία ή ένας κανόνας συναλλαγής (πχ απαγόρευση του short selling) τότε υπάρχει μεγάλο αντίκτυπο στη συμπεριφορά της αγοράς και το δείγμα δεν αποτυπώνει πλέον τη πραγματικότητα. Επιπλέον δεν έχουμε κανένα λόγο να πιστεύουμε πως τα χειρότερα σενάρια έχουν ήδη πραγματοποιηθεί. Συνεπώς, χρησιμοποιώντας προσομοιωμένα δεδομένα, κάτω από μία κατανομή, μπορούμε να λάβουμε υπ' όψιν παράγοντες σαν κι αυτούς που προαναφέρθηκαν και να ερευνήσουμε όλα τα πιθανά "μονοπάτια" αυτών των σεναρίων, με δείγμα κατάλληλο και ανεξάρτητο από νομικά πλαίσια. Επίσης, με τη χρήση προσομοιωμένων δεδομένων, μπορούμε να αποφύγουμε τον κίνδυνο υποκειμενικών λαθών που μπορεί να υποπέσει ο αναλυτής όπως να υπερεκτιμήσει ή να υποεκτιμήσει τη πιθανότητα για την εμφάνιση μιας περιόδου με υψηλή μεταβλητότητα. Η προσέγγιση της αγοράς με παραμετρικά μοντέλα δεσμευμένης μεταβλητότητας προσφέρει πιο αντικειμενική προσέγγιση των δεδομένων, βασισμένη πάνω σε χαρακτηριστικά των αγορών, όπως αυτά έχουν διαμορφωθεί μέχρι σήμερα. Όμως δε θα πρέπει να παραβλέψουμε το ενδεχόμενο μιας λανθασμένης επιλογής μοντέλου, η οποία θα μας οδηγήσει αυτόματα και σε λάθος εκτιμήσεις. Για το λόγο αυτό, η επιλογή και η διαμόρφωση των backtesting εκείνων που ελέγχουν τα μοντέλα είναι ένα πολύ σημαντικό κομμάτι για την όλη διεργασία.

Κεφάλαιο 4^ο

Στο κεφάλαιο αυτό θα υπολογίσουμε το VaR και θα εκτελέσουμε τα σενάρια ακραίων καταστάσεων. Πιο συγκεκριμένα:

- Θα αναλύσουμε τα χαρακτηριστικά της εμπειρικής κατανομής.
- Θα υπολογίσουμε το VaR για όλα τα μοντέλα και θα ελέγξουμε τη καταλληλότητά τους μέσω Backtesting.
- Θα υποβάλλουμε τα μοντέλα που προκρίθηκαν από τους ελέγχους Backtesting σε σενάρια ακραίων καταστάσεων (stress test).
- Θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των stress test με αυτά της εμπειρικής κατανομής και με την κεφαλαιακή επάρκεια που προτείνει η συνθήκη της Βασιλείας.

4.1 Ανάλυση δεδομένων

Το χαρτοφυλάκιο που επιλέξαμε να εργαστούμε αποτελείται από τρεις χρηματιστηριακούς δείκτες, από τρεις διαφορετικές χώρες. Πιο συγκεκριμένα αποτελείται από το δείκτη S&P 500 του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης, το δείκτη FTSE 100 του χρηματιστηρίου του Λονδίνου και το δείκτη FTSE-ASE του χρηματιστηρίου Αθηνών. Ο λόγος για τον οποίο διαλέξαμε έτοιμους δείκτες από την χρηματιστηριακή αγορά είναι η απλοποίηση των υπολογισμών αφού οι δείκτες αποτελούν έτοιμα χαρτοφυλάκια με επαρκή διασπορά. Διαφορετικά θα ήμασταν αναγκασμένοι να υπολογίσουμε $n(n-1)/2$ συντελεστές συσχέτισης, όπου n ο αριθμός των μετοχών. Έτσι, μελετώντας απευθείας τους δείκτες, μελετάμε 858 μετοχές (500 μετοχές από τον S&P, 100 από τον FTSE και 258 από τον ASE) από όλους τους κλάδους της οικονομίας με διασπορά σε όλο τον κόσμο, γεγονός που προσφέρει επαρκή διασπορά του κινδύνου στο χαρτοφυλάκιο. Το δείγμα περιλαμβάνει καθημερινές ιστορικές τιμές κλεισίματος των προαναφερθέντων δεικτών από το 3/1/1990 έως 13/5/2010, το οποίο μεταφράζεται σε 4883 τιμές για τον κάθε δείκτη. Τα δεδομένα προσεγγίζονται με δύο τρόπους. Αρχικά, θα θεωρήσουμε πως έχουμε μόνο ένα δείκτη, του οποίου η απόδοση υπολογίζεται από το σταθμικό μέσο των επιμέρους τιμών των δεικτών από τους οποίους αποτελείται. Για λόγους απλοποίησης των υπολογισμών, θα θεωρήσουμε ότι τα επιμέρους στοιχεία κατανέμονται με ίσα βάρη μέσα στο χαρτοφυλάκιο. Συνεπώς, η απόδοση του χαρτοφυλακίου περιγράφεται από το παρακάτω τύπο.

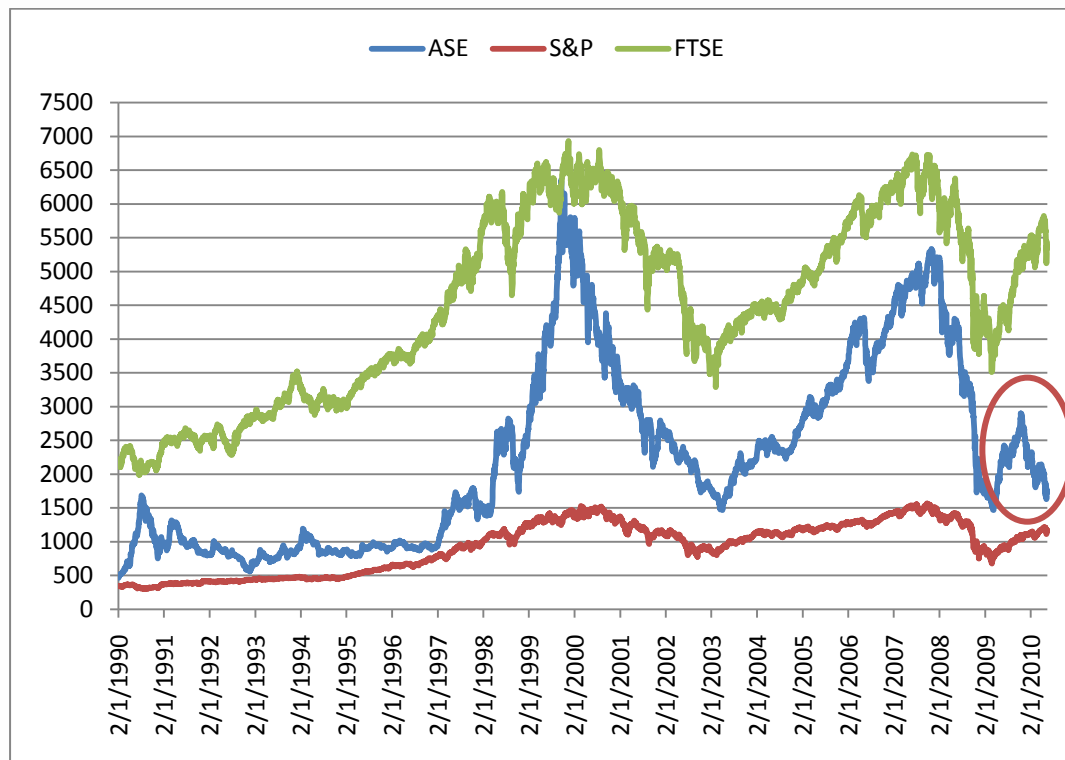
$$R_{\text{port}} = 1/3 R_{\text{s\&p}} + 1/3 R_{\text{ftse100}} + 1/3 R_{\text{ftse-ase}} \quad (4.1)$$

Σε αυτή την προσέγγιση, δε λαμβάνουμε υπ' όψιν μας τη συνδιακύμανση για τον υπολογισμό της διακύμανσης της απόδοσης του χαρτοφυλακίου και κατ' επέκταση το συντελεστή συσχέτισης που υπάρχει μεταξύ των στοιχείων. Συνεπώς, στην

προσέγγιση αυτή δε προσεγγίζουμε τους δείκτες ως στοιχεία ενός χαρτοφυλακίου αλλά ως ένα μεμονωμένο περιουσιακό στοιχείο με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά (στο εξής αυτή η προσέγγιση θα αναφέρεται ως "προσέγγιση without cc"). Στη συνέχεια, τα δεδομένα προσεγγίζονται ως ξεχωριστά στοιχεία του χαρτοφυλακίου, με αποτέλεσμα να λαμβάνουμε υπ' όψιν μας τη συνδιακύμανση και το συντελεστή συσχέτισης των επιμέρους στοιχείων του χαρτοφυλακίου. Η απόδοση του χαρτοφυλακίου δίνεται πάλι από το παραπάνω τύπο αλλά η διακύμανση του χαρτοφυλακίου πλέον είναι διαφορετική (στο εξής αυτή η προσέγγιση θα αναφέρεται ως "προσέγγιση with cc"). Με τον τρόπο αυτό εμφανίζεται το diversification effect (μείωση του επενδυτικού κινδύνου λόγω διασποράς) στο χαρτοφυλάκιο, στοιχείο πολύ βασικό για τη δημιουργία και τη διαχείριση των χαρτοφυλακίων. Αναλυτικές πληροφορίες για τις προσεγγίσεις που ακολουθήσαμε αναφέρονται στο Κεφάλαιο 3.3.

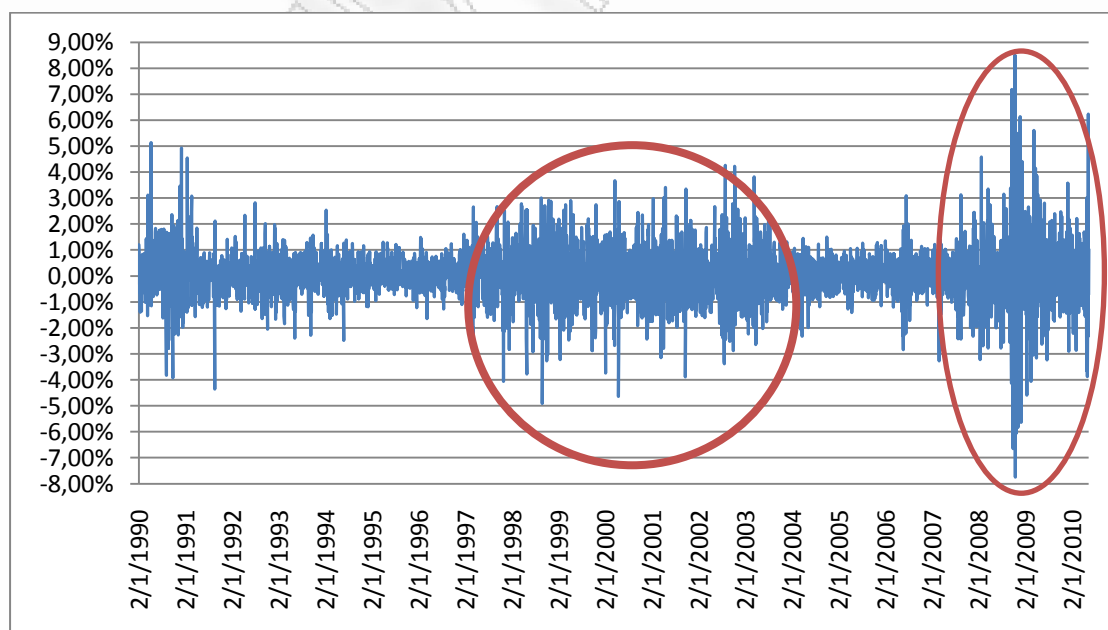
Ως πρώτη προσέγγιση των δεδομένων, παραθέτουμε τη γραφική παράσταση η οποία παριστάνει την κοινή διαδρομή των τριών χρηματιστηριακών δεικτών. Με μία πρώτη ματιά, παρατηρούμε πως υπάρχει μεγάλη συσχέτιση μεταξύ τους. Είναι φανερό πως κάθε μεγάλη άνοδος ή πτώση των δεικτών συμβαίνει παράλληλα, με μοναδική διαφοροποίηση την ένταση της μεταβλητότητας που εμφανίζει ο κάθε δείκτης, η οποία εξαρτάται από το "βάθος" της εκάστοτε αγοράς. Παρατηρούμε πως η χρηματιστηριακή αγορά είναι ανοδική από το 1990 έως το 1999 και μετά ακολουθεί μια πτώση η οποία διαρκεί τρία περίπου χρόνια. Στη συνέχεια παρατηρείται μία μεγάλη άνοδος για πέντε περίπου χρόνια και στη συνέχεια μία πολύ απότομη πτώση. Χαρακτηριστικό είναι πως στην τελευταία πτώση του 2008, οι δείκτες επανήλθαν στα επίπεδα του 2003 σε ένα μόλις έτος. Παρόμοια σε ένταση πτώση έχει παρατηρηθεί ξανά το 1930, πράγμα που αποδεικνύει το μέγεθος, τη σπανιότητα και την ένταση της κρίσης του 2008. Η μεγάλη συσχέτιση των δεικτών επιβεβαιώνει το γεγονός το οποίο θέλει τα τελευταία χρόνια πολλοί επενδυτές να ψάχνουν άλλες μορφές επενδύσεων για να διασπάσουν τους κινδύνους του χαρτοφυλακίου τους, γεγονός που κάνει πιο έντονο το φαινόμενο του trading και σε άλλα περιουσιακά στοιχεία όπως νομίσματα, μέταλλα, κτλ. Αυτό έχει ως συνέπεια την αύξηση της μεταβλητότητας στο συνολικό χρηματοπιστωτικό σύστημα. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να επισημάνουμε τη διαφοροποίηση του ελληνικού χρηματιστηρίου από την αρχή του 2010 με καθοδική πορεία, ενώ οι υπόλοιποι δείκτες έχουν ανοδική τάση. Αυτό οφείλεται στα δημοσιονομικά προβλήματα της Ελλάδας (υψηλό δημοσιονομικό έλλειμμα, αρνητικό εμπορικό ισοζύγιο, ανεργία) με αποτέλεσμα το αντίκτυπο αυτών στη πραγματική οικονομία και κατ' επέκταση στο ελληνικό χρηματιστήριο. Οι συνεχόμενες υποβαθμίσεις της πιστοληπτικής ικανότητας της Ελλάδας από διεθνείς οίκους είχαν ως αποτέλεσμα τη φυγή των επενδυτών από το ελληνικό χρηματιστήριο με αποτέλεσμα τις έντονες ρευστοποιήσεις και τη πτώση των δεικτών, σε αντίθεση με τις υπόλοιπες αγορές.

Πορεία χρηματιστηριακών δεικτών (1990 2010)



Αρχικά θα ελέγξουμε τις ιδιότητες της διακύμανσης εμπειρικά (παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 2) και θεωρούμε σκόπιμο να παραθέσουμε το γράφημα της διακύμανσης που συνοδεύει τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου.

Γράφημα διακύμανσης της απόδοσης του χαρτοφυλακίου



Από το παραπάνω γράφημα παρατηρούμε πως υπάρχουν δύο περίοδοι έντονης διακύμανσης για τη περίοδο που μελετάμε. Αυτό συμπίπτει με την πρώτη ιδιότητα

που θέλει τη διακύμανση να είναι πιο έντονη για κάποιες περιόδους, γνωστή και ως volatility clustering. Στη συνέχεια, παρατηρούμε πως παρόλο που υπάρχουν περίοδοι έντονης διακύμανσης, υπάρχουν κάποια όρια (highs, lows), τα οποία ορίζουν ένα εύρος τιμών στα οποία “κινείται” η διακύμανση, γεγονός που επαληθεύει την ιδιότητα ότι η διακύμανση δεν εκτείνεται στο άπειρο. Μελετώντας το γράφημα τιμών σε σχέση με το γράφημα της διακύμανσης, διακρίνουμε πως οι περίοδοι έντονης διακύμανσης συμπίπτουν με καθοδικές πορείες των αγορών, γεγονός που αποδεικνύει πως αλλάζει η συμπεριφορά της διακύμανσης ανάλογα με την πορεία των δεικτών (leverage effect). Τέλος, παρατηρούμε πως η διακύμανση είναι μία συνεχής ποσότητα και περιγράφεται από κατανομές με “βαριές ουρές” αφού οι αποδόσεις των δεικτών τις περιόδους 1999–2002 και 2008-2010 είναι ιδιαίτερα ακραίες αν συγκριθούν με τις μέσες τιμές των αποδόσεων της εικοσαετίας 1990-2010. Συνεπώς, από τα παραπάνω γραφήματα προκύπτει πως οι ιδιότητες της διακύμανσης που παραθέσαμε στο Κεφάλαιο 2 ισχύουν και για το δείγμα που μελετήσαμε και δικαίως προσπαθήσαμε να ενσωματώσουμε στα μοντέλα μας τις παραπάνω ιδιότητες. Τέλος, θα πρέπει να επισημάνουμε πως στην πρώτη πτωτική περίοδο (1999-2002) υπάρχει μικρότερη διακύμανση σε σχέση με τη περίοδο 2008-2010, γεγονός που αποδεικνύει την ένταση της τελευταίας χρηματοπιστωτικής κρίσης.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα περιγραφικά στατιστικά του των επιμέρους δεικτών του χαρτοφυλακίου καθώς και τα περιγραφικά στατιστικά της απόδοσης του χαρτοφυλακίου.

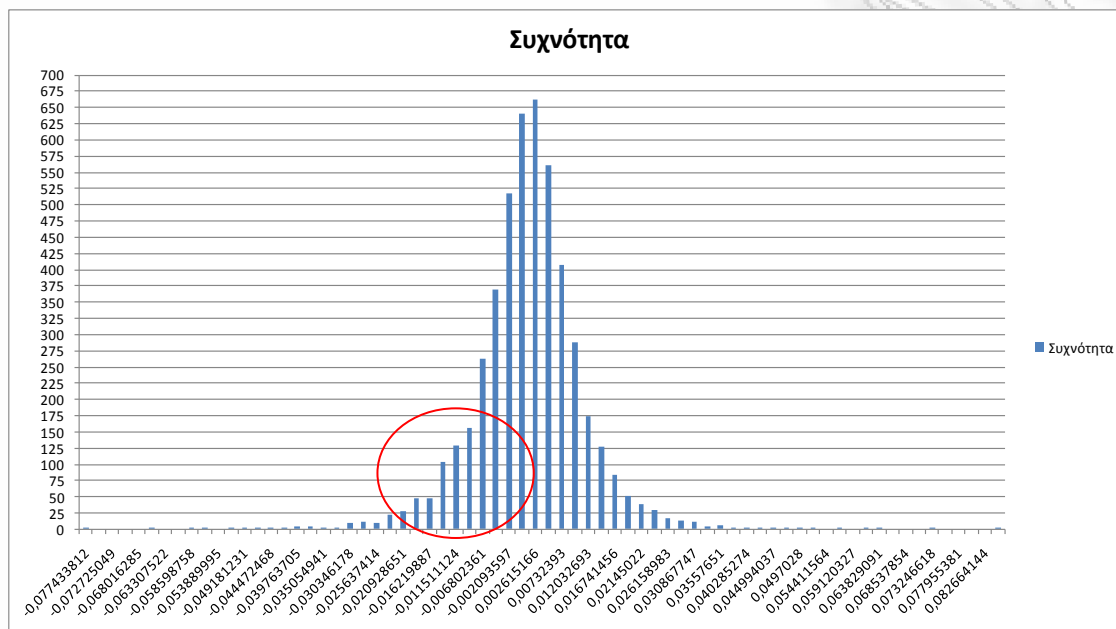
Περιγραφικά στατιστικά των επιμέρους χρηματιστηριακών δεικτών και του χαρτοφυλακίου του οποίου συνθέτουν

Portfolio		Ftse -ASE		S&P 500		Ftse 100	
Μέσος	0,0271%	Μέσος	0,0414%	Μέσος	0,0296%	Μέσος	0,0222%
Τυπικό σφάλμα	0,0144%	Τυπικό σφάλμα	0,0248%	Τυπικό σφάλμα	0,0163%	Τυπικό σφάλμα	0,0160%
Διάμεσος	0,000446	Διάμεσος	0,00013	Διάμεσος	0,00052	Διάμεσος	0,00042
Μέση απόκλιση τετραγ	0,010069	Μέση απόκλιση τετραγ	0,01764	Μέση απόκλιση τετραγ	0,01171	Μέση απόκλιση τετραγ	0,0115
Διακύμανση	0,0101%	Διακύμανση	0,0311%	Διακύμανση	0,0137%	Διακύμανση	0,0132%
Κύρτωση	6,587335	Κύρτωση	5,11916	Κύρτωση	9,24185	Κύρτωση	6,647
Ασυμμετρία	-0,087691	Ασυμμετρία	0,27583	Ασυμμετρία	-0,0041	Ασυμμετρία	0,03974
Εύρος	0,162452	Εύρος	0,2445	Εύρος	0,20615	Εύρος	0,18688
Ελάχιστο	-0,077434	Ελάχιστο	-0,0971	Ελάχιστο	-0,0903	Ελάχιστο	-0,0885
Μέγιστο	0,085019	Μέγιστο	0,1474	Μέγιστο	0,1158	Μέγιστο	0,09839
Άθροισμα	1,322884	Άθροισμα	2,1033	Άθροισμα	1,52082	Άθροισμα	1,14311

Από τα παραπάνω στατιστικά, παρατηρούμε πως το ελληνικό χρηματιστήριο παρουσιάζει το μεγαλύτερο τυπικό σφάλμα (σε σχέση με τη μέση χρηματιστηριακή απόδοση) σε διάστημα είκοσι ετών, γεγονός που αποδεικνύει ότι είναι πιο ευμετάβλητο σε περιόδους κρίσεων και κατά συνέπεια μικρότερο ως αγορά.

Επίσης, παρατηρούμε πως το μικρότερο τυπικό σφάλμα εμφανίζεται στο χαρτοφυλάκιο, γεγονός που αποδεικνύει πως η διασπορά των επενδύσεων μειώνει τον κίνδυνο. Στη συνέχεια παραθέτουμε ένα γράφημα συχνοτήτων των αποδόσεων της εμπειρικής κατανομής.

Γράφημα συχνοτήτων αποδόσεων εμπειρικής κατανομής



Πίνακας συχνοτήτων των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου					
Συχνότητα	662	640	561	518	407
Απόδοση	0,262%	0,026%	0,497%	-0,209%	0,732%

Στο παραπάνω πίνακα παραθέτουμε τις 5 πιο συχνές αποδόσεις, σε καθημερινή κλίμακα, που εμφανίστηκαν στο χαρτοφυλάκιο. Από το παραπάνω γράφημα παρατηρούμε πως η πιθανότητα να εμφανιστούν αρνητικές τιμές είναι μεγαλύτερη από την εμφάνιση θετικών τιμών, γεγονός που οφείλεται στη μεγάλη χρηματοπιστωτική κρίση και τη μεγάλη μεταβλητότητα που διαμορφώθηκε στις χρηματιστηριακές αγορές.

4.2 Υπολογισμός Μοντέλων Value At Risk

Το επόμενο βήμα στη μελέτη των χρηματιστηριακών δεικτών είναι ο υπολογισμός των μέτρων κινδύνων που μας ενδιαφέρουν και πιο συγκεκριμένα του Value At Risk (Αξία σε κίνδυνο). Το VaR εκτιμήθηκε χρησιμοποιώντας τα παραμετρικά μοντέλα δεσμευμένης μεταβλητότητας GARCH(1,1), E-GARCH(1,1) και APARCH (1,1,δ) για τρεις εναλλακτικές συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας, την κανονική κατανομή, την κατανομή Students' t και την κατανομή γενικευμένου σφάλματος GED. Για τον υπολογισμό του VaR, επιλέξαμε η πρώτη εκτίμηση (forecast) για κάθε ένα από τα τέσσερα μεγέθη (FTSE 100, S&P500, ASE, Χαρτοφυλάκιο) να προκύπτει από τις πρώτες 3361 τιμές. Έτσι, λαμβάνοντας υπ'

όψιν 3361 τιμές οι οποίες μετακυλίνουν από ημέρα σε ημέρα, εκτιμούμε το VaR για τις επόμενες 1627 τιμές, οι οποίες έπονται χρονικά των αρχικών. Διαφορετικά, το rolling sample των 3361 τιμών χρησιμεύει για να δημιουργήσει 1627 out of sample τιμές, οι οποίες θα συγκριθούν με τις πραγματικές τιμές των δεικτών, για το ίδιο χρονικό διάστημα (τελευταίες 1627 τιμές). Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να έχουμε μια αίσθηση για το επίπεδο προσέγγισης των μοντέλων μας στις πραγματικές τιμές, οι οποίες θα αποτελούν και το δείκτη αναφοράς. Για κάθε χρηματιστηριακό δείκτη αλλά και για τη συνολική απόδοση του χαρτοφυλακίου παράγουμε με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99% ημερήσιες ποσοστιαίες προβλέψεις, οι οποίες θα ελεγχθούν κατά τη διαδικασία του backtesting. (Με το επίπεδο εμπιστοσύνης εκφρασμένο σε ποσοστό, δηλώνουμε πόσο ακραίες τιμές θα λάβουμε από τη κατανομή των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου, η οποία προσεγγίζει το εκάστοτε μοντέλο.)

Μία πρώτη εικόνα για την επάρκεια των μοντέλων μας δίνεται από τη μέγιστη απώλεια που προβλέπει το κάθε μοντέλο, η οποία θα συγκριθεί με την εμπειρική κατανομή. Στο σημείο αυτό διευκρινίζεται πως με τον όρο εμπειρική κατανομή καλούνται οι πραγματικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου.

Μέγιστη απώλεια ανά μοντέλο – long θέση

Μέγιστη απώλεια ανά μοντέλο	Var method						Empirical distribution
	Garch 95%	Garch 99%	Egarch 95%	Egarch 99%	Aparch 95%	Aparch 99%	
Normal without CC	-9,10%	-12,87%	-8,12%	-11,49%	-7,56%	-10,69%	-7,74%
T-dist without cc	-8,59%	-12,15%	-7,89%	-11,49%	-8,79%	-12,87%	
Ged - dist without cc	-8,60%	-12,44%	-8,00%	-11,44%	-8,59%	-12,87%	
Normal with CC	-6,19%	-8,76%	-5,62%	-7,95%	-5,64%	-7,97%	
T-dist with cc	-5,66%	-8,43%	-5,61%	-8,48%	-6,29%	-9,51%	
Ged - dist with cc	-5,67%	-8,48%	-5,60%	-8,32%	-4,51%	-6,69%	

Μέγιστη απώλεια ανά μοντέλο – short θέση

Μέγιστη απώλεια ανά μοντέλο	Var method						Empirical distribution
	Garch 5%	Garch 1%	Egarch 5%	Egarch 1%	Aparch 5%	Aparch 1%	
Normal without CC	9,10%	12,87%	8,12%	11,49%	7,56%	10,69%	8,50%
T-dist without cc	8,59%	12,15%	7,89%	11,49%	8,79%	12,87%	
Ged - dist without cc	8,60%	12,44%	8,00%	11,44%	8,95%	12,87%	
Normal with CC	6,19%	8,76%	5,62%	7,95%	5,64%	7,97%	
T-dist with cc	5,66%	8,43%	5,61%	8,48%	6,29%	9,51%	
Ged - dist with cc	5,67%	8,48%	5,60%	8,32%	4,51%	6,69%	

Σχολιάζοντας τους παραπάνω πίνακες παρατηρούμε ότι:

- Οι μέγιστες τιμές που παρατηρούνται στην εμπειρική κατανομή είναι ιδιαίτερα μεγάλες (για long και short θέση), αν αναλογιστούμε το γεγονός πως αναφερόμαστε σε χαρτοφυλάκιο που περιέχει 858 μετοχές από όλους τους κλάδους της οικονομίας, με διασπορά σε τρεις χώρες, και θα αποτελέσουν σίγουρα πρόκληση για τα μοντέλα που θα χρησιμοποιήσουμε.
- Η προσέγγιση με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% προβλέπει πιο μεγάλες απώλειες από τη προσέγγιση με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, κάτι το οποίο είναι φυσιολογικό, αφού "μεταφερόμαστε προς τα άκρα της ουράς της κατανομής", δηλαδή σε πιο ακραίες τιμές.
- Τα μοντέλα τα οποία δε συμπεριλαμβάνουν το συντελεστή συσχέτισης στους υπολογισμούς δίνουν μεγαλύτερες απώλειες από τα μοντέλα τα οποία τον συμπεριλαμβάνουν.
- Το μοντέλο που προβλέπει τη μεγαλύτερη απώλεια για μια long θέση χωρίς να λάβουμε υπ' όψιν μας το συντελεστή συσχέτισης είναι το μοντέλο APARCH με κατανομή Students t και GED αντίστοιχα (-12,87%), ενώ για τα μοντέλα που συμπεριλαμβάνουν στους υπολογισμούς τους το συντελεστή συσχέτισης το APARCH με κατανομή Students t (-9,51%) προβλέπει τη μεγαλύτερη απώλεια.
- Το μοντέλο που προβλέπει τη μεγαλύτερη απώλεια για μια short θέση χωρίς να λάβουμε υπ' όψιν μας το συντελεστή συσχέτισης είναι το μοντέλο

APARCH με κατανομή Students t και GED αντίστοιχα (-12,87%). Για τα μοντέλα που συμπεριλαμβάνουν στους υπολογισμούς τους το συντελεστή συσχέτισης το APARCH με κατανομή Students t (-9,51%) προβλέπει τη μεγαλύτερη απώλεια.

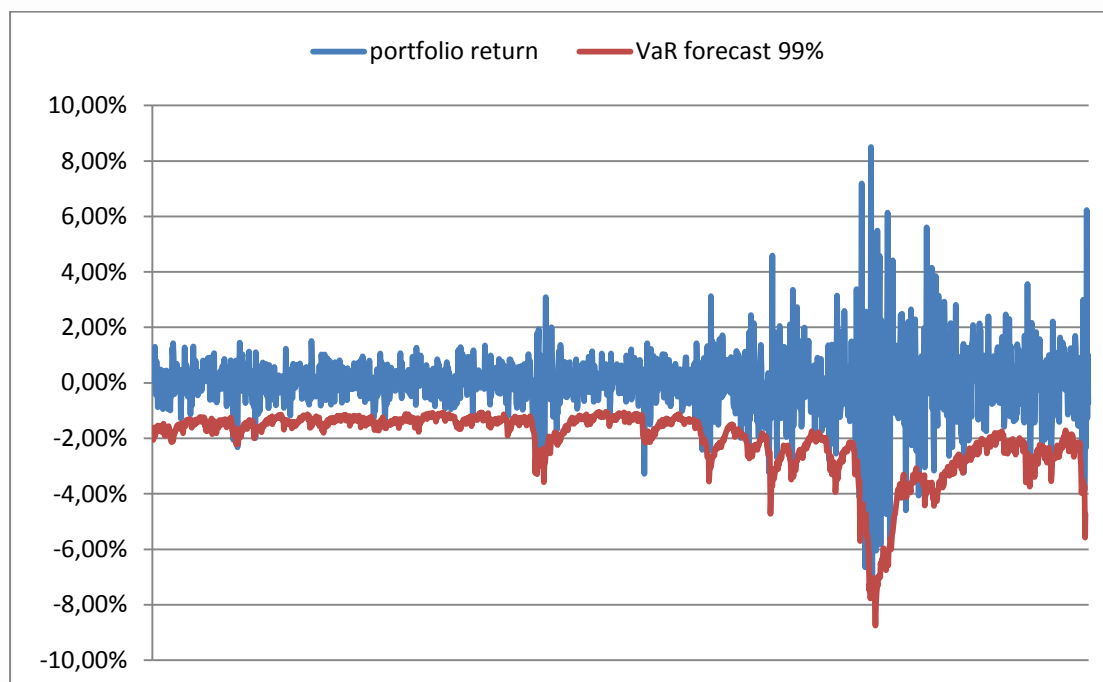
Γραφήματα των μοντέλων VaR που υπολογίστηκαν έχουν παρατεθεί αναλυτικά στο παράρτημα.

4.3 Αποτελέσματα Backtesting

Μετά την εμπειρική ανάλυση των αποτελεσμάτων και τον υπολογισμό του VaR που έγινε πιο πάνω, θα περάσουμε στην επιλογή των κατάλληλων μοντέλων μέσω της διαδικασίας backtesting (Christoffersen, 2003), όπως αυτή περιγράφεται στην ενότητα 3.4. Σκοπός του backtesting είναι να μειώσουμε στο ελάχιστο τον κίνδυνο του μοντέλου επιλογής για το stress test. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζουμε ότι διαλέξαμε το κατάλληλο μοντέλο για τη διεξαγωγή του stress test.

Αρχικά, θα κατασκευάσουμε μια ακολουθία παραβιάσεων, η οποία θα παίρνει την τιμή 1 όταν η πρόβλεψη για το VaR ξεπεράσει τη πραγματική τιμή του χαρτοφυλακίου και 0 όταν αυτή δε ξεπερνάει την πραγματική τιμή. Υπενθυμίζουμε πως η σύγκριση πραγματοποιείται μεταξύ των "out of sample" δεδομένων τα οποία έχουν παραχθεί από τις προβλέψεις των μοντέλων VaR και τις πραγματικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου. Την παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνουμε για όλα τα μοντέλα που χρησιμοποιήσαμε. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να επισημάνουμε πως κατά τη διαδικασία του backtesting έχουμε διαλέξει ένα επίπεδο εμπιστοσύνης 10% στο Chi test. Αν αλλάζαμε το επίπεδο εμπιστοσύνης του Chi test, τότε θα άλλαζαν αυτόματα και τα αποτελέσματα του backtesting, με αποτέλεσμα να θεωρούνται άλλα μοντέλα καταλληλότερα για το stress test. Ενδεικτικά, παραθέτουμε ένα γράφημα VaR για το μοντέλο GARCH(1,1) με διάστημα εμπιστοσύνης 99% (προσέγγιση με συντελεστή συσχέτισης στο χαρτοφυλάκιο) υπό τη συνθήκη το δείγμα μας να προέρχεται από κανονική κατανομή και "έχοντας θέση long προς την αγορά". Στο γράφημα συγκρίνεται η πραγματική απόδοση του χαρτοφυλακίου σε σχέση με αυτή που έχει προβλέψει το μοντέλο. Οι παραβιάσεις του μοντέλου γραφικά παρατηρούνται όταν η απόδοση του χαρτοφυλακίου διασπάσει την πρόβλεψη του μοντέλου.

VaR - μοντέλο GARCH(1,1) υπό τη κανονική κατανομή με διάστημα εμπιστοσύνης 99% - long θέση



Παρατηρώντας το γράφημα, βλέπουμε πως το μοντέλο που επιλέξαμε έχει προβλέψει ικανοποιητικά τις μεγάλες διακυμάνσεις της τελευταίας περιόδου (volatility clustering) με αποτέλεσμα οι παραβιάσεις σε επίπεδο συχνότητας αλλά και σε απόλυτα μεγέθη να είναι σχετικά λίγες (εντός των επιτρεπτών από το backtesting ορίων). Επίσης, στο σημείο αυτό θα πρέπει να σχολιάσουμε πως η μεγάλη χρηματοπιστωτική κρίση του 2008 είναι ο λόγος της αυξημένης μεταβλητότητας που παρατηρούμε στη δεξιά μεριά του γραφήματος. Έτσι, συμπεραίνουμε πως τα παραμετρικά μοντέλα δεσμευμένης μεταβλητότητας προσαρμόζονται καλύτερα στις ιδιαιτερότητες του δείγματος και καθίστανται ικανά να προβλέψουν φαινόμενα τα οποία παρατηρούνται σχετικά σπάνια. Παράλληλα, θα πρέπει να τονίσουμε πως αυτό δεν αποκλείει τη πιθανότητα ένα μη παραμετρικό μοντέλο να προσεγγίζει εξίσου καλά το δείγμα. Αλλά, αν συμπεριλάβουμε το γεγονός πως εκτός του ότι προσεγγίζουν ικανοποιητικά το δείγμα, μας παρέχουν και πιθανότητες εμφάνισης των εκάστοτε σεναρίων, τότε μάλλον θεωρούνται τα καταλληλότερα για τη διεξαγωγή των stress test. Όμως το δείγμα θα πρέπει να έχει τέτοια έκταση ώστε να μπορεί να το προσεγγίσει ικανοποιητικά μία στατιστική κατανομή, η οποία παράλληλα θα ορίζει τις πιθανότητες εμφάνισης των διαφόρων σεναρίων. Στη συνέχεια, παραθέτουμε ένα πίνακα όπου αναφέρονται τα αποτελέσματα του backtesting για όλα τα μοντέλα σε συνδυασμό με όλες τις κατανομές. Με το δείκτη ok συμβολίζουμε όσα μοντέλα πέρασαν επιτυχώς τα κριτήρια συχνότητων που είχαμε θέσει και με το δείκτη X όσα μοντέλα απέτυχαν.

Αποτελέσματα backtesting – long θέση

Backtesting results Aggregate table	Var method					
	Garch 95%	Garch 99%	Egarch 95%	Egarch 99%	Aparch 95%	Aparch 99%
Normal without CC	x	ok	x	ok	x	ok
T-dist without cc	x	ok	x	ok	x	ok
Ged - dist without cc	ok	ok	ok	ok	x	ok
Normal with CC	x	ok	x	ok	x	ok
T-dist with cc	x	ok	x	ok	x	ok
Ged - dist with cc	x	ok	x	ok		

Επισημαίνεται πως το μοντέλο Aparch δεν μπορέσαμε να το ελέγξουμε υπό τη προσέγγιση της Ged κατανομής για τεχνικούς λόγους.

Αποτελέσματα backtesting – short θέση

Backtesting results Aggregate table	Var method					
	Garch 5%	Garch 1%	Egarch 5%	Egarch 1%	Aparch 5%	Aparch 1%
Normal without CC	ok	x	ok	x	x	x
T-dist without cc	x	ok	x	x	x	x
Ged - dist without cc	x	x	x	x	x	x
Normal with CC	ok	ok	ok	ok	x	x
T-dist with cc	ok	x	ok	x	x	ok
Ged - dist with cc	x	ok	ok	ok		

Σχολιάζοντας τα αποτελέσματα του backtesting καταλήγουμε στα παρακάτω συμπεράσματα:

- Για τη long θέση όλα τα μοντέλα με διάστημα εμπιστοσύνης 99% περνούν επιτυχώς το backtesting, ενώ για τη short θέση κάτι τέτοιο δεν ισχύει.
- Για τη long θέση 11 από τα 18 μοντέλα τα οποία δε λαμβάνουν υπ' όψιν το συντελεστή συσχέτισης περνούν το backtest, ενώ για τη short θέση μόλις 3 από τα 18.
- Γενικά, για τη long θέση 19 από τα 36 περνούν με επιτυχία το backtesting, ενώ για τη short θέση μόλις 13 από τα 36.
- Συγκρίνοντας τα μοντέλα με βάση τη κατανομή που ακολουθούν, παρατηρούμε πως η κατανομή με τις περισσότερες επιτυχίες στο backtesting είναι η κανονική κατανομή με 12 επιτυχή μοντέλα στα 24,

μετά ακολουθεί η κατανομή GED με 9 επιτυχή μοντέλα στα 20 και τέλος η Students t κατανομή με 10 επιτυχή μοντέλα στα 24.

- Συγκρίνοντας τα μοντέλα με βάση τη μοντελοποίηση της μεταβλητότητας παρατηρούμε πως το μοντέλο με τις περισσότερες επιτυχίες είναι το μοντέλο GARCH(1,1) με διάστημα εμπιστοσύνης 1% και 9 επιτυχημένα μοντέλα στα 12, ενώ το μοντέλο με τις περισσότερες αποτυχίες είναι το APARCH με διάστημα εμπιστοσύνης 5%. Το δεύτερο πιο επιτυχημένο μοντέλο είναι το EGARCH με διάστημα εμπιστοσύνης 1% και 8 επιτυχίες στα 12.

Επισημαίνεται πως επιτυχία στο backtesting θεωρείται το μοντέλο να έχει περάσει επιτυχώς ταυτόχρονα και τα τρία test συχνότητας, δηλαδή και το Unconditional coverage testing και το independence testing αλλά και το conditional coverage testing, τα οποία περιγράφονται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3.

Ενδεικτικός πίνακας ελέγχου υποθέσεων που χρησιμοποιήθηκε εκτενώς στην παρούσα εργασία.

GARCH Normal			
5%		1%	
T_0	820	T_0	854
T_1	43	T_1	9
T_{00}	786	T_{00}	845
T_{01}	34	T_{01}	9
T_{10}	34	T_{10}	9
T_{11}	9	T_{11}	0
π	0,04982619	π	0,01042874
π_{01}	0,04146341	π_{01}	0,01053864
π_{11}	0,20930233	π_{11}	0,000000000
LR_{uc}	0,00054948	LR_{uc}	0,01580156
LR_{ind}	14,6222523	LR_{ind}	0,18969906
LR_{cc}	14,6228018	LR_{cc}	0,20550062
Chi-test			
Significance	10%	Significance	10%
LR_{uc}	Don't Reject VaR Model	LR_{uc}	Don't Reject VaR Model
LR_{ind}	Reject VaR Model	LR_{ind}	Don't Reject VaR Model
LR_{cc}	Reject VaR Model	LR_{cc}	Don't Reject VaR Model

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, το μοντέλο που εμφανίζεται να πληροί τα περισσότερα από τα κριτήρια που έχουμε θέσει ως τώρα, δηλαδή να περνά τα τεστ του Christoffersen αλλά και τα εμπειρικά τεστ, είναι το μοντέλο GARCH(1,1) με διάστημα εμπιστοσύνης 99%. Επίσης, η κατανομή που φαίνεται να πληροί όλα τα κριτήρια είναι η κανονική κατανομή. Πιο ανεπαρκής φαίνεται να είναι η κατανομή Students' t. **Κατά συνέπεια, το μοντέλο το οποίο θα χρησιμοποιήσουμε για τη διεξαγωγή των stress test είναι το Garch (1,1) υπό τη προσέγγιση της κανονικής κατανομής.**

Το παραπάνω μοντέλο πέρασε με το καλύτερο ποσοστό επιτυχίας τους ελέγχους backtesting του VaR καθώς και τους εμπειρικούς ελέγχους. Συνεπώς, εκτιμούμε πως είναι το καταλληλότερο μοντέλο για την εκτίμηση του VaR για το συγκεκριμένο δείγμα, από τα μοντέλα που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 3. Σημειώνεται πως αν αλλάξουμε κάποια από τις παραμέτρους, πχ αν προσθέσουμε άλλα δέκα χρόνια στο δείγμα, τότε ενδεχομένως να μην είναι το κατάλληλο. Η καταλληλότητα του μοντέλου είναι υποκειμενική και βασίζεται στη κρίση του διαχειριστή η επιλογή των παραμέτρων που θεωρεί κατάλληλες για να μελετήσει ένα δείγμα. Επίσης, τα τεστ χρησιμοποιούν πληροφορίες από το παρελθόν και με βάση αυτές γίνονται οι συγκρίσεις. Ενδεχομένως, στο μέλλον να εισέλθουν στην αγορά πληροφορίες οι οποίες να αλλάξουν εντελώς τα δεδομένα και το μοντέλο μας να μην είναι πλέον το κατάλληλο (πχ: χρεοκοπία μίας από τις χώρες των χρηματιστηριακών δεικτών που μελετάμε). Όμως, η σύγκριση γίνεται αναπόφευκτα με το παρελθόν, αφού είναι τα μοναδικά στοιχεία που έχουμε στη διάθεσή μας. Κανείς όμως δε γνωρίζει πως θα κινηθούν οι χρηματιστηριακοί δείκτες στο μέλλον αφού επηρεάζονται από χιλιάδες παραμέτρους και γεγονότα που συμβαίνουν καθημερινά σε παγκόσμιο επίπεδο.

4.4 Εκτέλεση Stress test

Στόχος του stress test είναι να ελέγξουμε αν το μοντέλο VaR, που υπολογίσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια, προβλέπει επαρκώς τις ενδεχόμενες μελλοντικές απώλειες σε σύγκριση με αυτές που προέκυψαν σε αντίστοιχες περιόδους στο παρελθόν, καθώς και με τις επιπτώσεις που θα υπάρξουν στη κεφαλαιακή επάρκεια που ορίζει η συνθήκη της Βασιλείας.

Η μεθοδολογία που ακολουθήσαμε είναι ίδια με αυτή που εφάρμοσαν οι C. Alexander & E. Sheedy στην εργασία τους "Developing a stress testing framework based on market risk models" (2006). Το πρώτο βήμα για την εκτέλεση του stress test είναι η επιλογή μίας διαταραχής (initial shock). Στη παρούσα εργασία η διαταραχή επιλέχτηκε από την εμπειρική κατανομή. Ο λόγος που επιλέξαμε την εμπειρική κατανομή και όχι πχ: την κανονική κατανομή (την οποία εμπεριέχει το μοντέλο που χρησιμοποιούμε) είναι γιατί θέλουμε να βασιστούμε σε πραγματικά σενάρια τα οποία έχουν ξανασυμβεί στο παρελθόν. Έτσι, τοποθετώντας τις

αποδόσεις του χαρτοφυλακίου σε αύξουσα σειρά από το 1990 μέχρι σήμερα, διαλέξαμε αποδόσεις με πιθανότητα εμφάνισης 1% και 5%, δηλαδή ενδεχόμενα τα οποία σχετικά σπάνια εμφανίζονται. Θα μπορούσαμε να μελετήσουμε ακόμη πιο ακραία σενάρια, όπως 0,01% και 0,05%. Εκ των υστέρων όμως αποδεικνύεται πως οι παραπάνω αρχικές διαταραχές καλύπτουν το σκοπό της εργασίας. Στη συνέχεια, παραθέτουμε πίνακες με τις αρχικές διαταραχές όπως αυτές προκύπτουν από την εμπειρική κατανομή για τις δύο προσεγγίσεις που έχουμε επιλέξει για τη προσέγγιση του χαρτοφυλακίου.

Πίνακας διαταραχών χαρτοφυλακίου στη προσέγγιση που δε συμπεριλαμβάνουμε στους υπολογισμούς το συντελεστή συσχέτισης

Initial shock by risk model		
without cc	long position in portfolio	short position in portfolio
a=5%	-1,5316%	1,5026%
a=1%	-2,8377%	2,7213%

Στο παραπάνω πίνακα, ο οποίος αναφέρεται στην προσέγγιση που δε συμπεριλαμβάνει το συντελεστή συσχέτισης των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου (without cc), οι διαταραχές υπολογίζονται κατευθείαν από τη συνολική σταθμισμένη απόδοση του χαρτοφυλακίου από το 1990 μέχρι σήμερα. Αντίθετα, στην περίπτωση που λαμβάνουμε υπ' όψιν το συντελεστή συσχέτισης των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου, οι διαταραχές υπολογίζονται από τα επιμέρους στοιχεία του χαρτοφυλακίου και η τελική διαταραχή του χαρτοφυλακίου είναι η σταθμισμένη διαταραχή των στοιχείων του. Έτσι, θεωρούμε πως ταυτόχρονα όλα τα στοιχεία του χαρτοφυλακίου δέχονται μία διαταραχή με πιθανότητα εμφάνισης 1% και 5% αντίστοιχα και θα υπολογίσουμε κάθε stress test για κάθε περιουσιακό στοιχείο ξεχωριστά. Η τελική διαταραχή του χαρτοφυλακίου θα εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά των επιμέρους στοιχείων με συνέπεια οι τελικές συνολικές απώλειες του χαρτοφυλακίου να εξαρτώνται από το συντελεστή συσχέτισης των επιμέρους στοιχείων.

Ο συντελεστής συσχέτισης έχει επιλεγεί με τον ίδιο τρόπο που έχει επιλεγεί και η διαταραχή, δηλαδή έχουν ταξινομηθεί οι τιμές του από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο και έχουμε διακρατήσει αυτές που έχουν πιθανότητα εμφάνισης 5% και 1%. Η αιτία που επιλέξαμε συντελεστή συσχέτισης από την "εμπειρική κατανομή" είναι για να έχουμε πραγματικές τις συσχετίσεις μεταξύ των στοιχείων και όχι κάποιες φανταστικές υποθέσεις ή ένα θεωρητικό μοντέλο. Επίσης, διαλέγοντας συντελεστή συσχέτισης από την εμπειρική κατανομή και όχι κάποια μοντέλοποιημένη τιμή εξάγουμε ένα σταθερό στο χρόνο συντελεστή συσχέτισης, γεγονός που είναι απολύτως επιθυμητό, αφού σταθερή θεωρούμε και την αναλογία των στοιχείων του χαρτοφυλακίου. Αν η αναλογία των στοιχείων του

χαρτοφυλακίου δε θεωρούνταν σταθερή τότε θα έπρεπε να μοντελοποιήσουμε το συντελεστή συσχέτισης. Στη συνέχεια, παραθέτουμε πίνακα ο οποίος περιγράφει τις διαταραχές κάθε στοιχείου του χαρτοφυλακίου ξεχωριστά, καθώς και τη τελική σταθμισμένη διαταραχή του χαρτοφυλακίου.

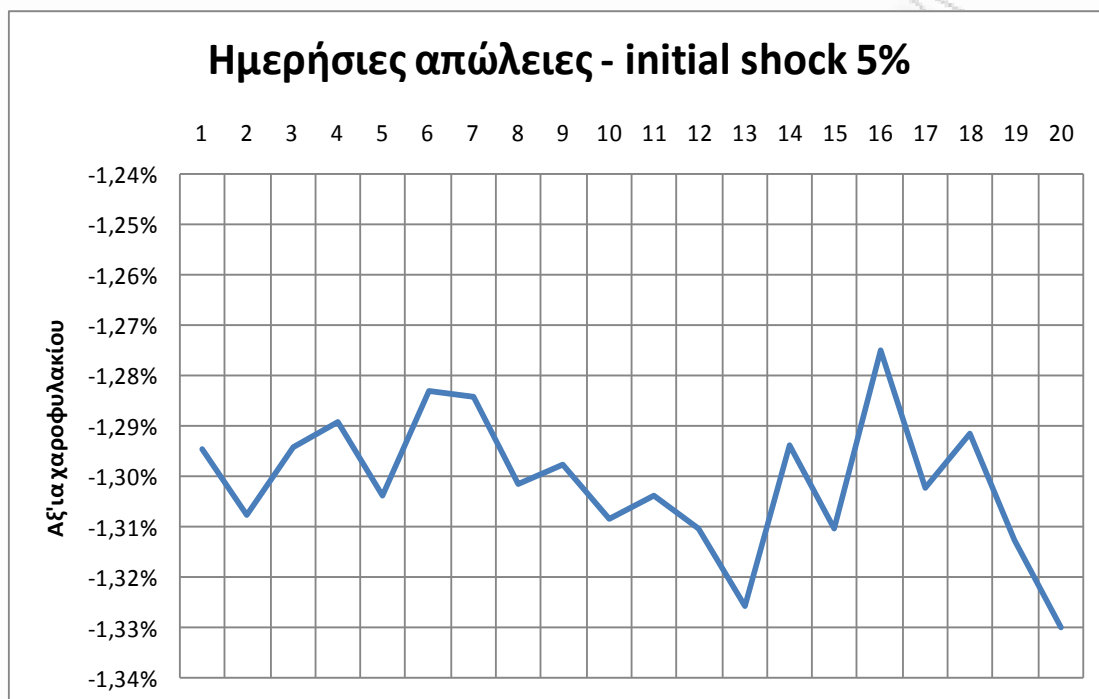
Πίνακας διαταραχών χαρτοφυλακίου στη προσέγγιση που συμπεριλαμβάνουμε στους υπολογισμούς το συντελεστή συσχέτισης

Initial shock by risk model				
<i>long position in portfolio</i>				
with cc	Ase-ftse	S&P500	Ftse	Portfolio
a=5%	-2,6060%	-1,7900%	-1,7100%	-2,0358%
a=1%	-5,1090%	-3,1110%	-3,1100%	-3,7776%
<i>short position in portfolio</i>				
with cc	Ase-ftse	S&P500	Ftse	Portfolio
a=5%	2,7469%	1,6989%	1,7133%	2,0531%
a=1%	5,0973%	3,3499%	3,0049%	3,8174%

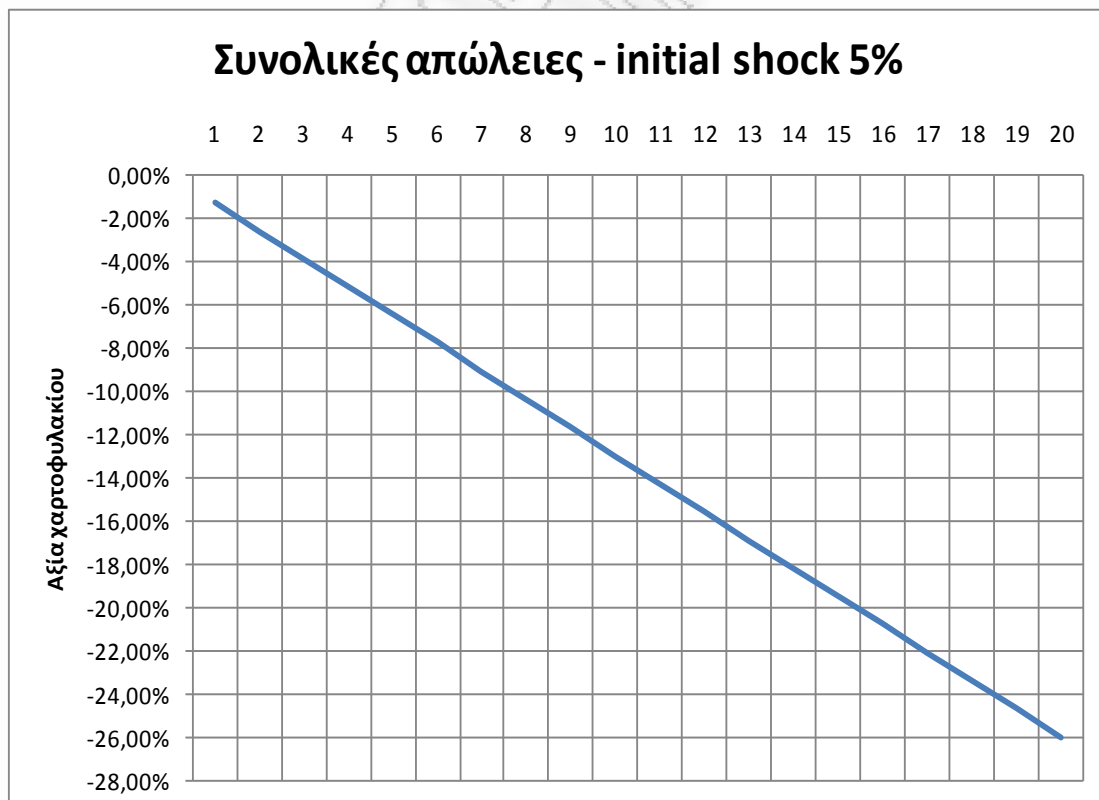
Το επόμενο βήμα είναι να εφαρμόσουμε μία στρατηγική μοντελοποίησης των αποτελεσμάτων μας. Θα πρέπει να αναφέρουμε πως το μοντέλο που διαλέξαμε είναι συμμετρικό, δηλαδή δε κάνει διαχωρισμό αν έχουμε long ή short θέση. Συνεπώς, εκτιμήσαμε τις αποδόσεις που προκύπτουν για κάθε ημέρα του stress test με βάση το μοντέλο VaR (GARCH(1,1) υπό τη κανονική κατανομή) και σύμφωνα με τις παραπάνω αρχικές διαταραχές. Κατόπιν, προσομοιώνουμε με τη μέθοδο Monte Carlo 30.000 (Alexander O, Sheedy E, 2007) μονοπάτια πιθανών αποδόσεων για κάθε ημέρα με συνολικό χρονικό ορίζοντα είκοσι ημέρες και στη συνέχεια υπολογίσαμε την αθροιστική κατανομή των απωλειών που προέκυψαν, με σκοπό να υπολογίσουμε τη πιθανή συνολική απώλεια. Έτσι, καταλήξαμε σε απώλειες για τις οποίες είμαστε σίγουροι με 99% πιθανότητα ότι δε θα ξεπεραστούν τις επόμενες είκοσι ημέρες. Η πιθανότητα αυτή υπολογίστηκε τοποθετώντας τα αποτελέσματα των stress test σε φθίνουσα σειρά και έχοντας επιλέξει αυτά που έχουν πιθανότητα εμφάνισης 1%. Ο κώδικας που χρησιμοποιήσαμε για να δημιουργήσουμε και να εκτελέσουμε το stress test είναι γραμμένος στο οικονομετρικό πρόγραμμα E-views. Η παραπάνω διαδικασία έχει πραγματοποιηθεί και για τις δύο προσεγγίσεις που έχουμε κάνει για το χαρτοφυλάκιό μας. Στη συνέχεια, παραθέτουμε γραφήματα με τα αποτελέσματα των stress test. Σημειώνεται πως ο πρώτος πίνακας αποτυπώνει τις καθημερινές δυνητικές απώλειες του χαρτοφυλακίου, ενώ ο δεύτερος αποτυπώνει τις συνολικές δυνητικές απώλειες στο διάστημα διακράτησης, σε σύνολο δηλαδή είκοσι ημερών. Επίσης, στα παρακάτω γραφήματα δεν αναφέρεται το μέγεθος της αρχικής διαταραχής αλλά η πιθανότητα εμφάνισής του, όπως προκύπτει από την εμπειρική κατανομή.

Προσέγγιση χωρίς συντελεστή συσχέτισης – long

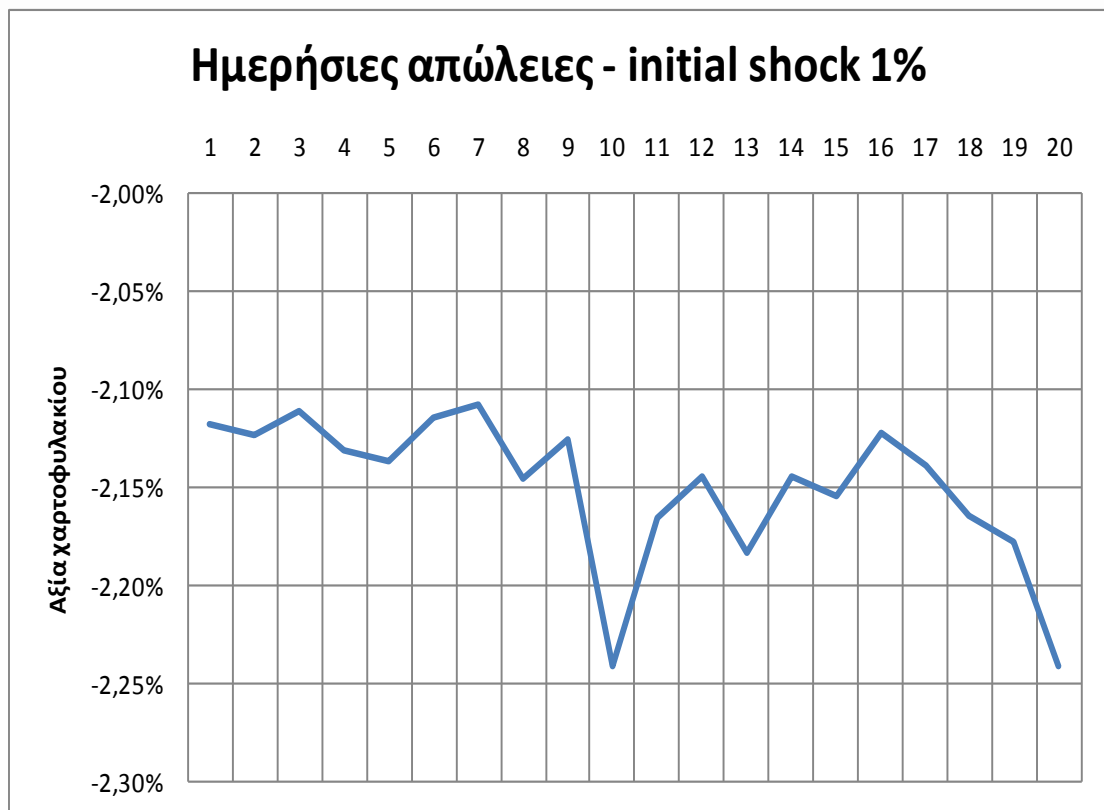
Ημερήσιες απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 5%



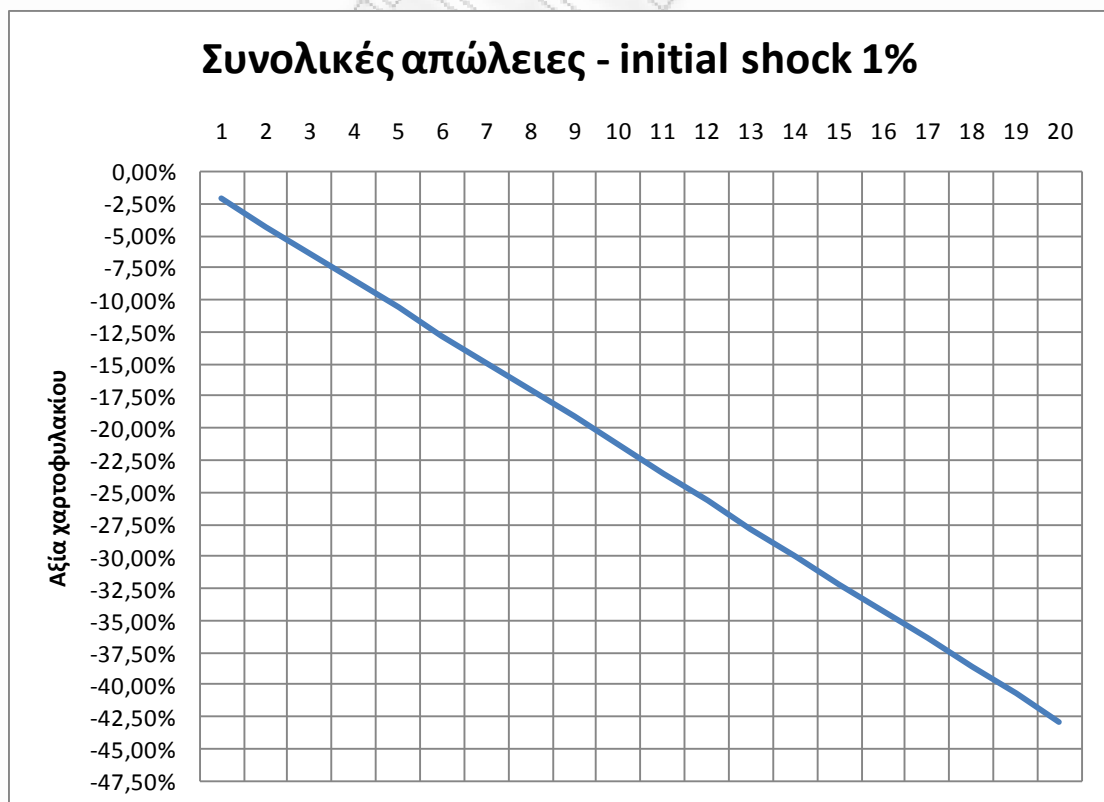
Συνολικές απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 5%



Ημερήσιες απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 1%

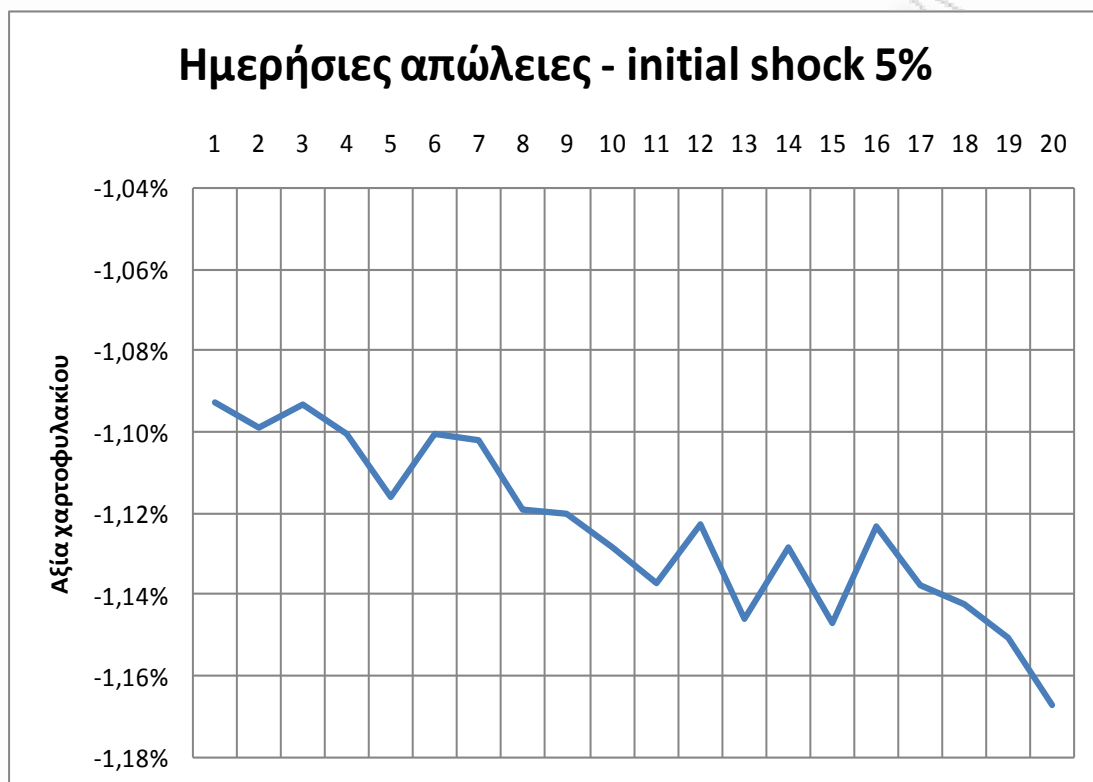


Συνολικές απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 1%

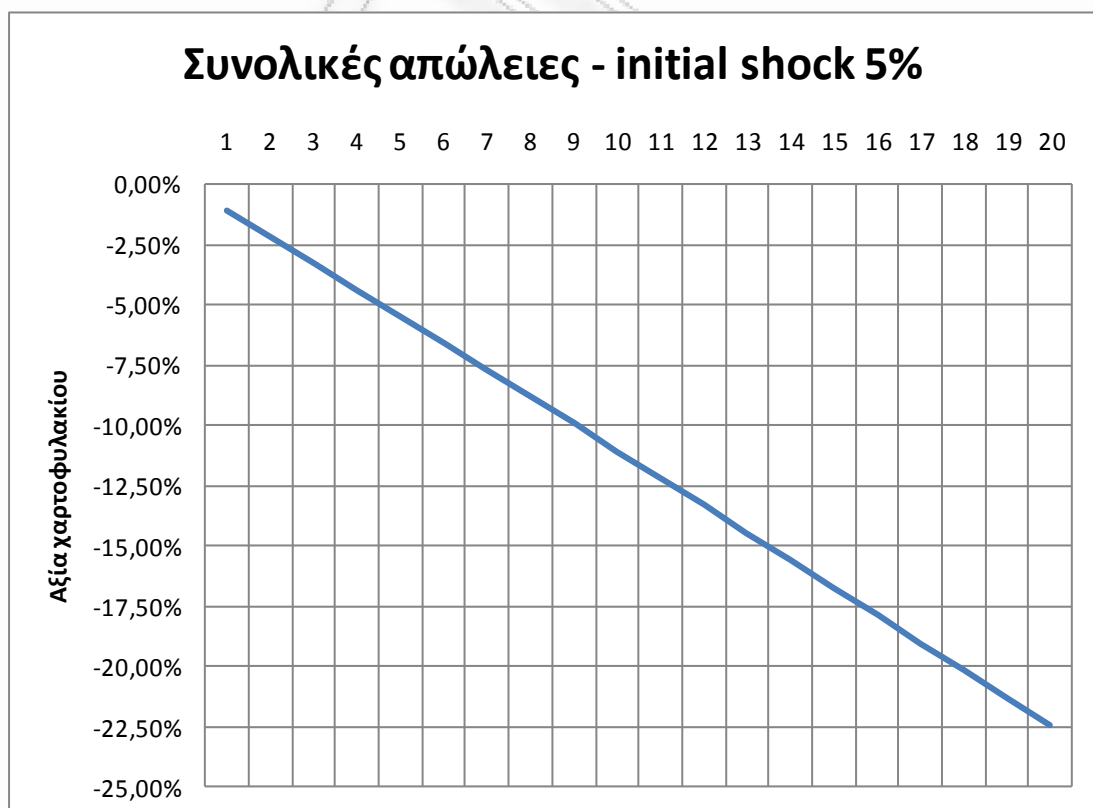


Προσέγγιση με συντελεστή συσχέτισης - long

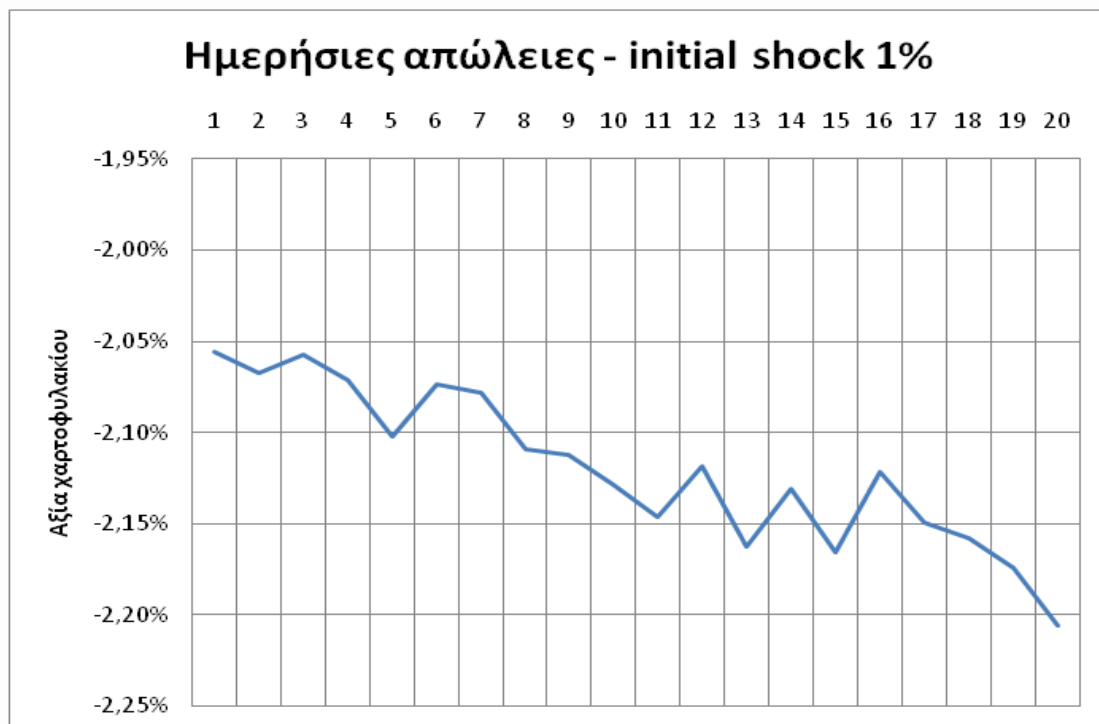
Ημερήσιες απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 5%



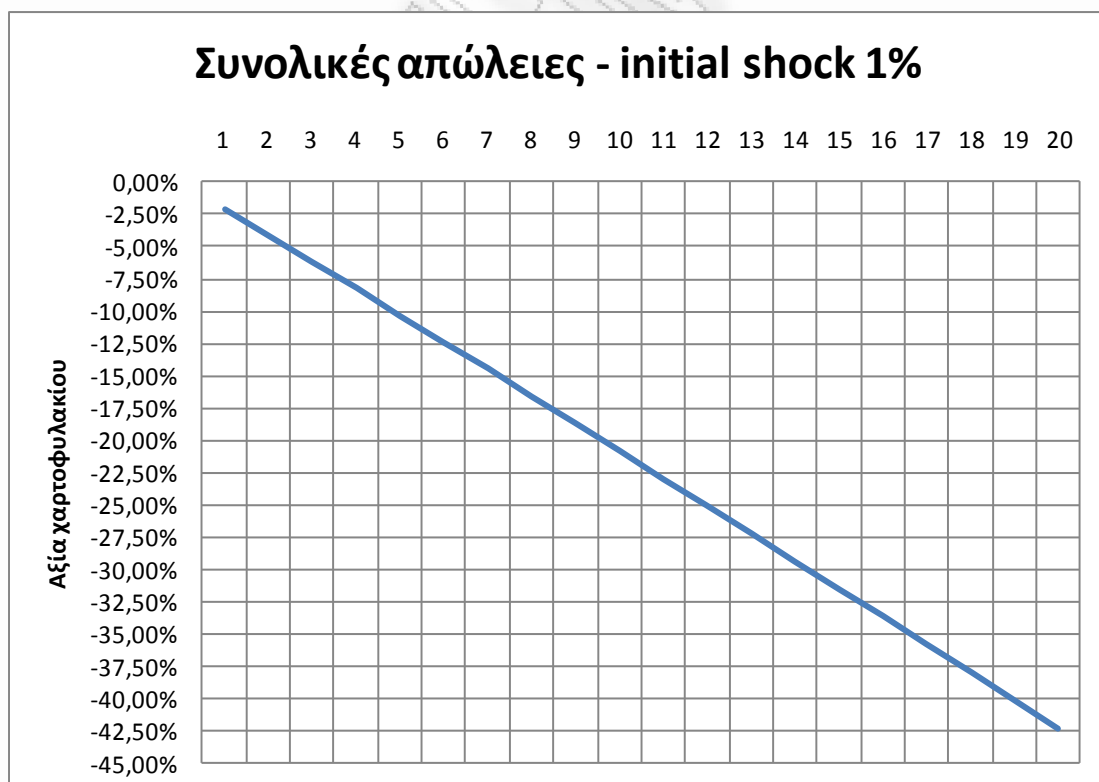
Συνολικές απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 5%



Ημερήσιες απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 1%



Συνολικές απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 1%

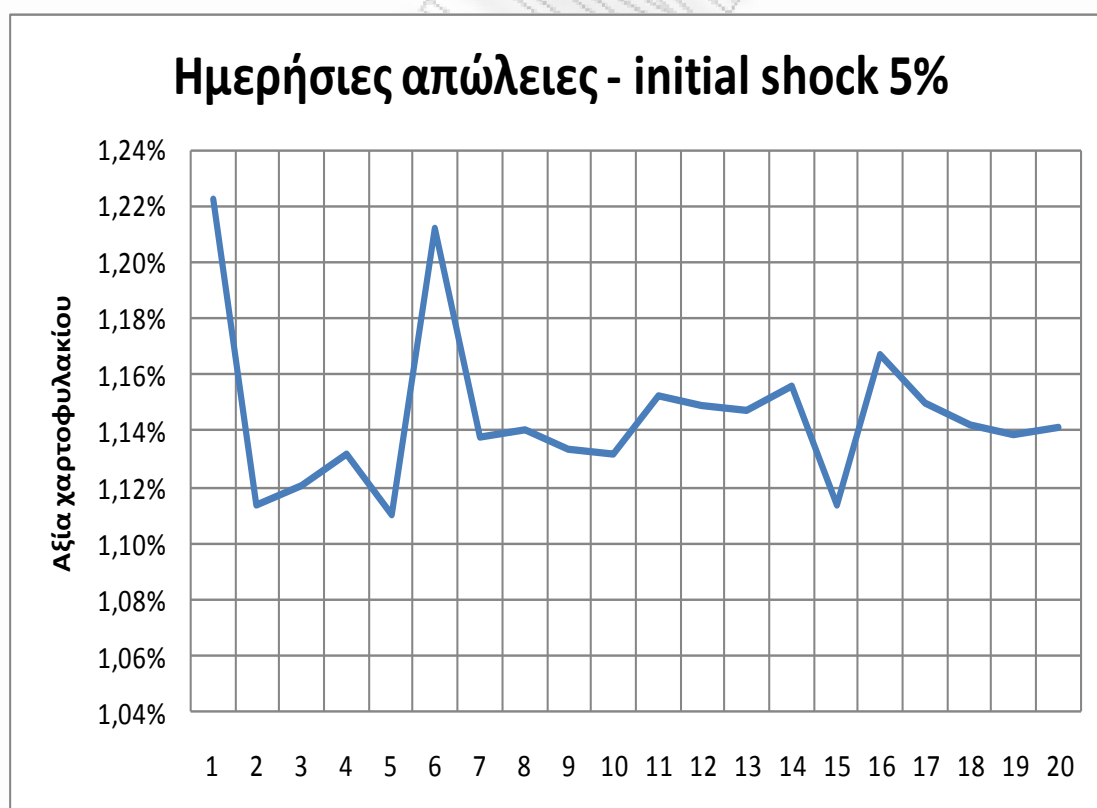


Αναφορικά με τα παραπάνω γραφήματα σημειώνεται πως ο οριζόντιος άξονας παριστάνει το χρόνο σε ημέρες, ενώ ο κάθετος άξονας παριστάνει τη δυνητική απώλεια του χαρτοφυλακίου εκφρασμένη σε ποσοστό.

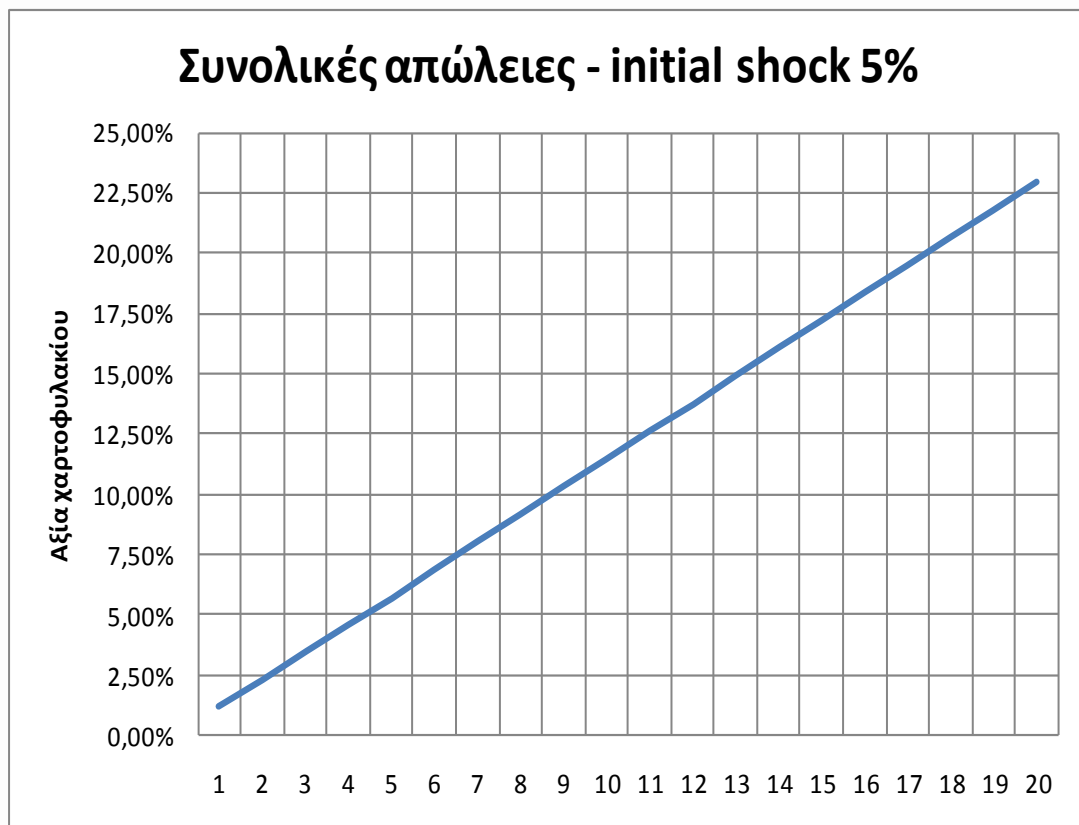
Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα, παρατηρούμε ότι η προσέγγιση χωρίς συντελεστή συσχέτισης, για long θέση, με αρχική διαταραχή 1,5316% (διάστημα εμπιστοσύνης 5%) μας δίνει συνολική δυνητική απώλεια 26,02%, ενώ με αρχική διαταραχή 2,8377% (διάστημα εμπιστοσύνης 1%) μας δίνει συνολική απώλεια 42,99%. Αντίστοιχα, για τη προσέγγιση με συντελεστή συσχέτισης και αρχική διαταραχή 2,03% έχουμε συνολική απώλεια 22,47% και για αρχική διαταραχή 3,77% έχουμε συνολική απώλεια 42,39%. Στη περίπτωση που έχουμε short θέση και στη προσέγγιση χωρίς συντελεστή συσχέτισης έχουμε για αρχική διαταραχή 1,5026% συνολική δυνητική απώλεια 22,91%, ενώ για διαταραχή 2,7213% συνολική δυνητική απώλεια 41,16%. Τέλος, στην προσέγγιση που συνυπολογίζουμε το συντελεστή συσχέτισης και για θέση short έχουμε με αρχική διαταραχή 2,031% δυνητικές απώλειες 23,07% και για αρχική διαταραχή 3,8174% απώλειες 42,51%. Μία πρώτη παρατήρηση που προκύπτει είναι πως ο συντελεστής συσχέτισης δεν έπαιξε σημαντικό ρόλο στις απώλειες του χαρτοφυλακίου, αφού ανεξάρτητα από τη προσέγγιση, λάβαμε παραπλήσιες απώλειες. Στη συνέχεια παραθέτουμε τα αντίστοιχα γραφήματα για τη short θέση.

Προσέγγιση χωρίς συντελεστή συσχέτισης - short

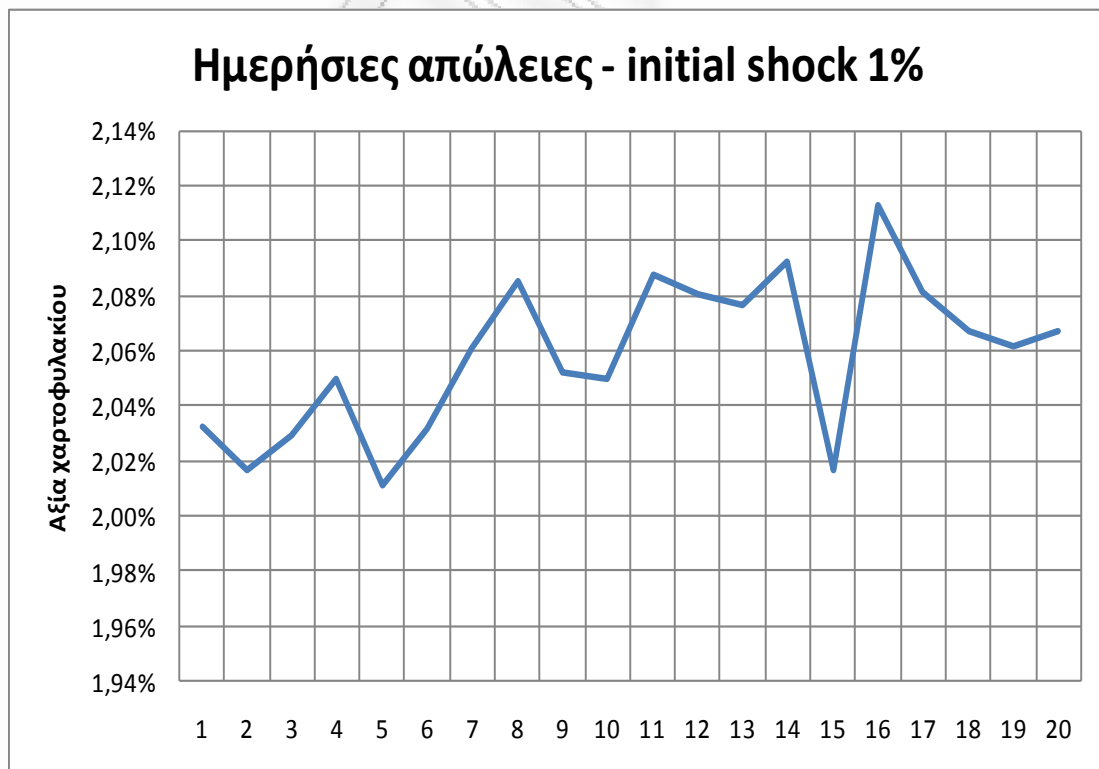
Ημερήσιες απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 5%



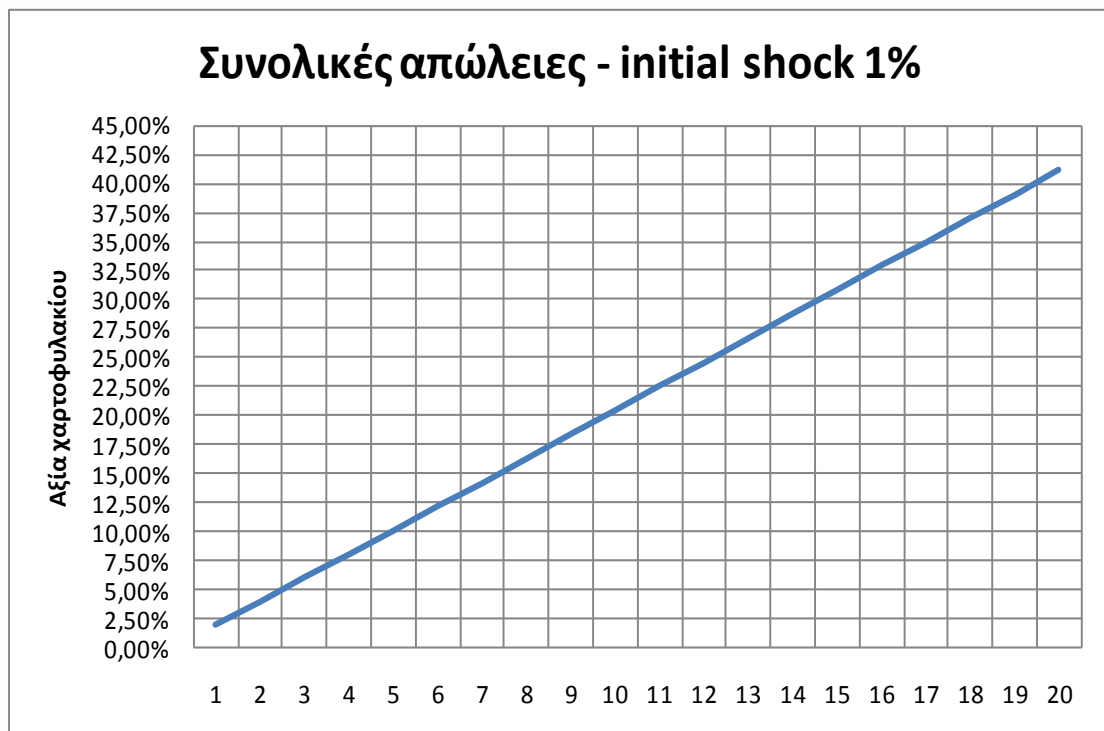
Συνολικές απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 5%



Ημερήσιες απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 1%

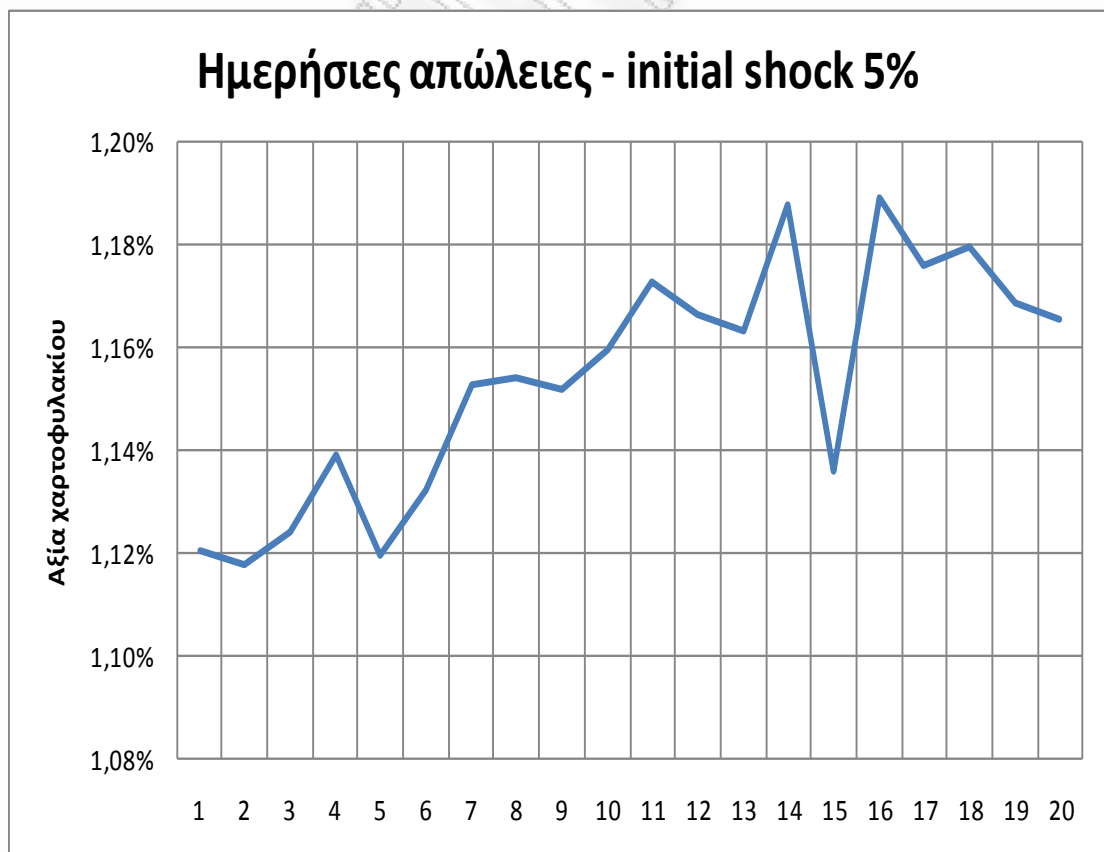


Συνολικές απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 1%

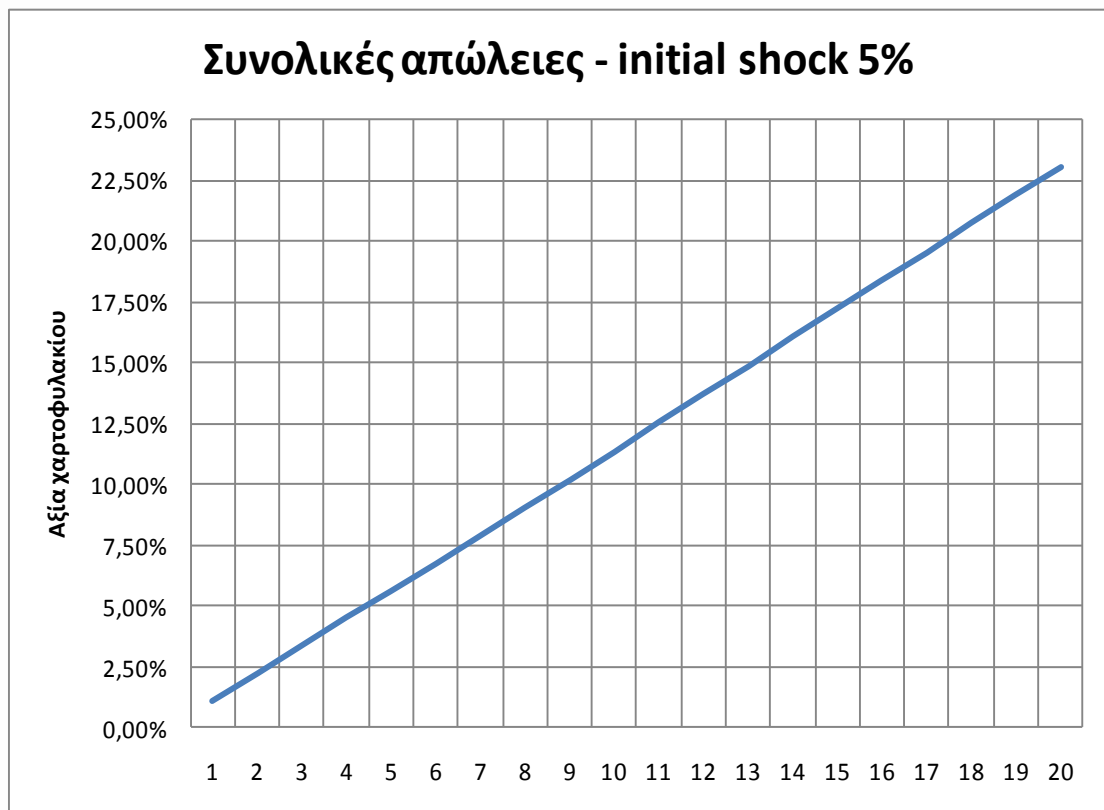


Προσέγγιση με συντελεστή συσχέτισης - short

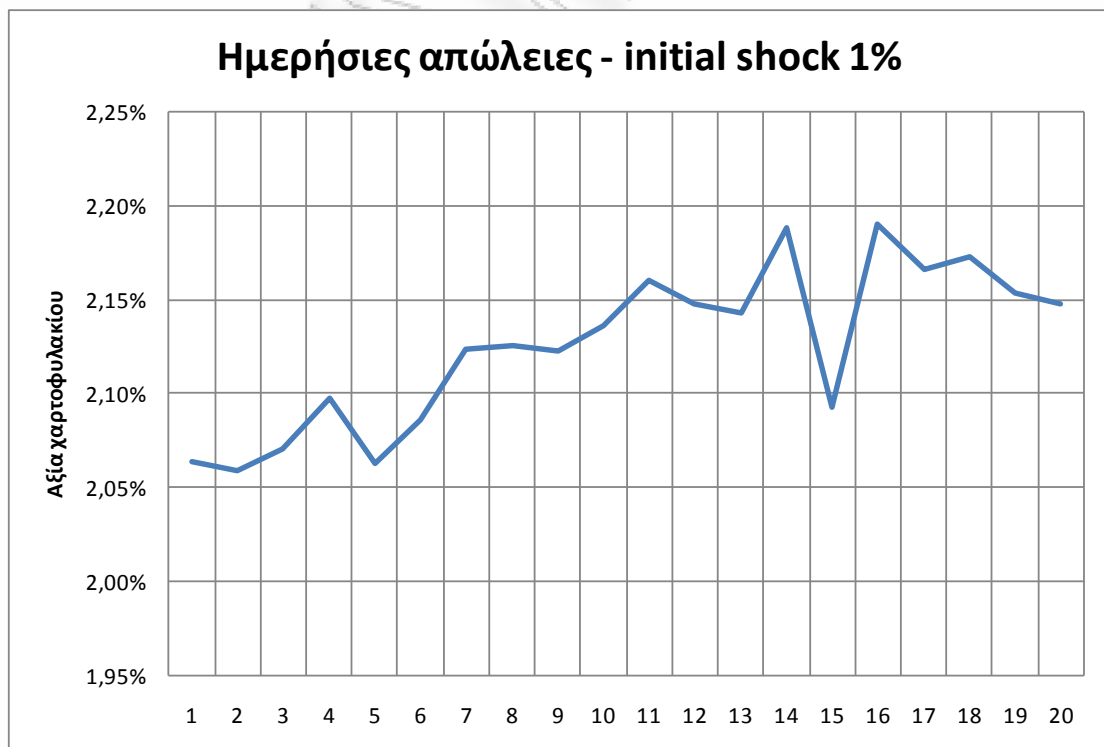
Ημερήσιες απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 5%



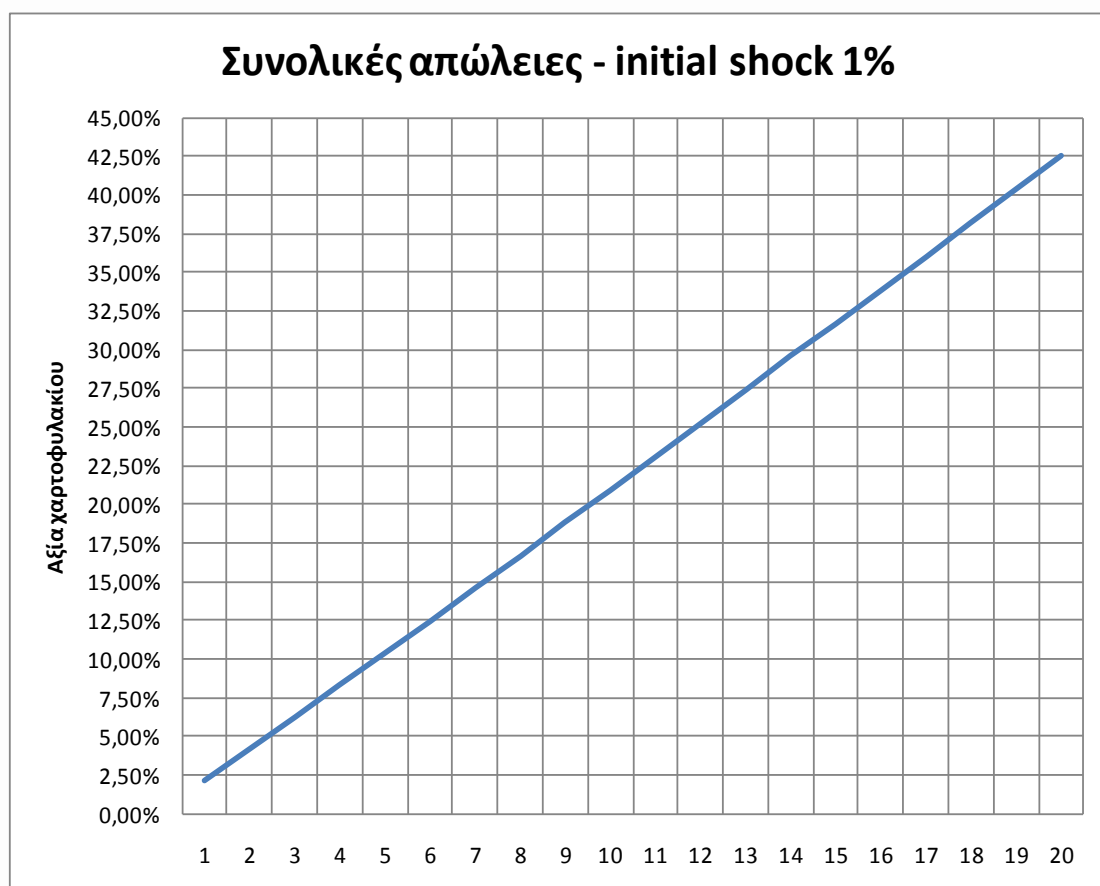
Συνολικές απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 5%



Ημερήσιες απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 1%



Συνολικές απώλειες Stress test με αρχική διαταραχή 1%

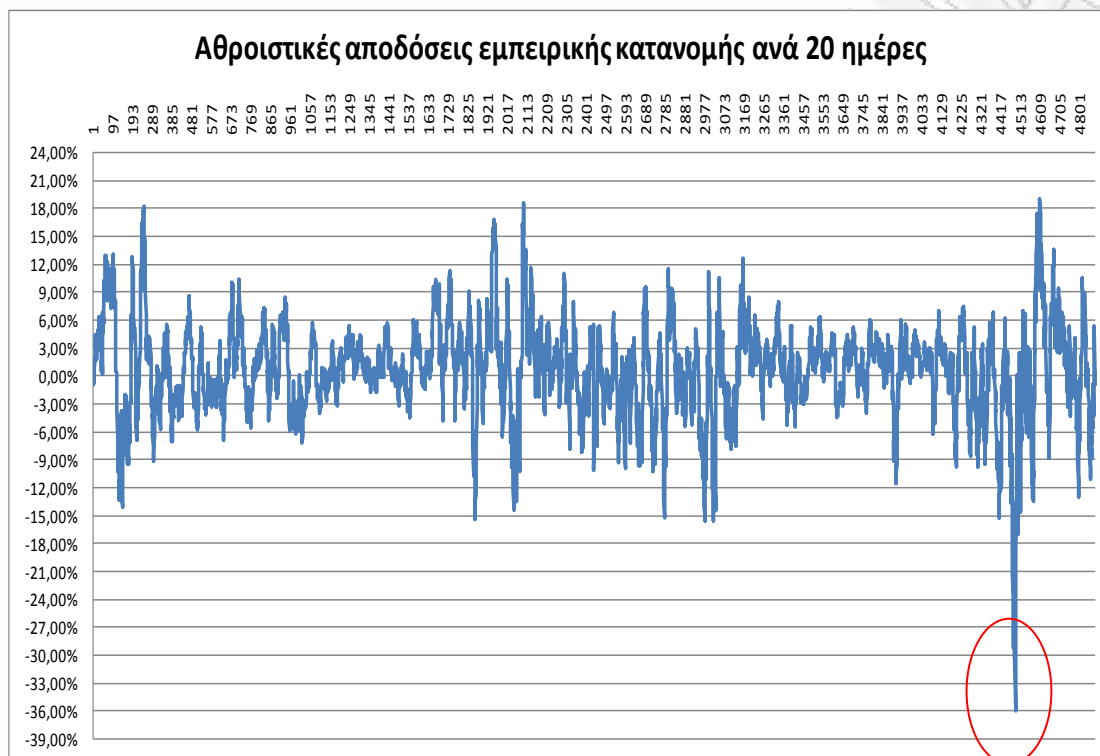


4.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων stress test με εμπειρικά αποτελέσματα

Για να έχουμε μία αίσθηση των αποτελεσμάτων που καταλήξαμε μέσω των stress test θεωρούμε σκόπιμο να παραθέσουμε τα αντίστοιχα αποτελέσματα από την εμπειρική κατανομή. Πιο συγκεκριμένα, θα συγκρίνουμε τη χειρότερη περίοδο διάρκειας είκοσι ημερών του πραγματικού χαρτοφυλακίου με τα αποτελέσματα στα οποία καταλήξαμε μέσω των stress test. Για το λόγο αυτό, θα χωρίσουμε τις πραγματικές αποδόσεις του χαρτοφυλακίου σε κυλιόμενες περιόδους των είκοσι ημερών και θα βρούμε τις πιο ζημιογόνες ανάλογα με τη θέση που έχουμε προ της αγοράς. Για τη long θέση θα αναζητήσουμε το χειρότερο εικοσαήμερο με αρνητική απόδοση και για τη short θέση θα αναζητήσουμε το χειρότερο εικοσαήμερο με θετική απόδοση. Παρακάτω, παραθέτουμε ένα γράφημα με τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου, όπου κάθε σημείο περιγράφει είκοσι ημέρες. Παρατηρώντας το παρακάτω γράφημα, επισημαίνουμε ξανά πως οι περίοδοι που έχουν μεγάλη διακύμανση είναι περίοδοι "πτωτικής αγοράς" και οι περίοδοι που έχουν μικρότερη διακύμανση είναι περίοδοι "ανοδικής αγοράς". Επίσης, παρατηρούμε στα δεξιά του

γραφήματος τη μεγάλη διακύμανση της αγοράς που εμφανίζεται, γεγονός που επιβεβαιώνει τη μέγεθος της κρίσης του 2008 σε σχέση με αυτή του 1999.

Γράφημα απόδοσης χαρτοφυλακίου χωρισμένο ανά περιόδους των είκοσι ημερών



Στο παραπάνω γράφημα, ο κάθετος άξονας παρουσιάζει τη μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου εκφρασμένη επί της εκατό και στον οριζόντιο άξονα παρουσιάζεται η χρονική περίοδος που εξετάζουμε χωρισμένη σε περιόδους των είκοσι ημερών.

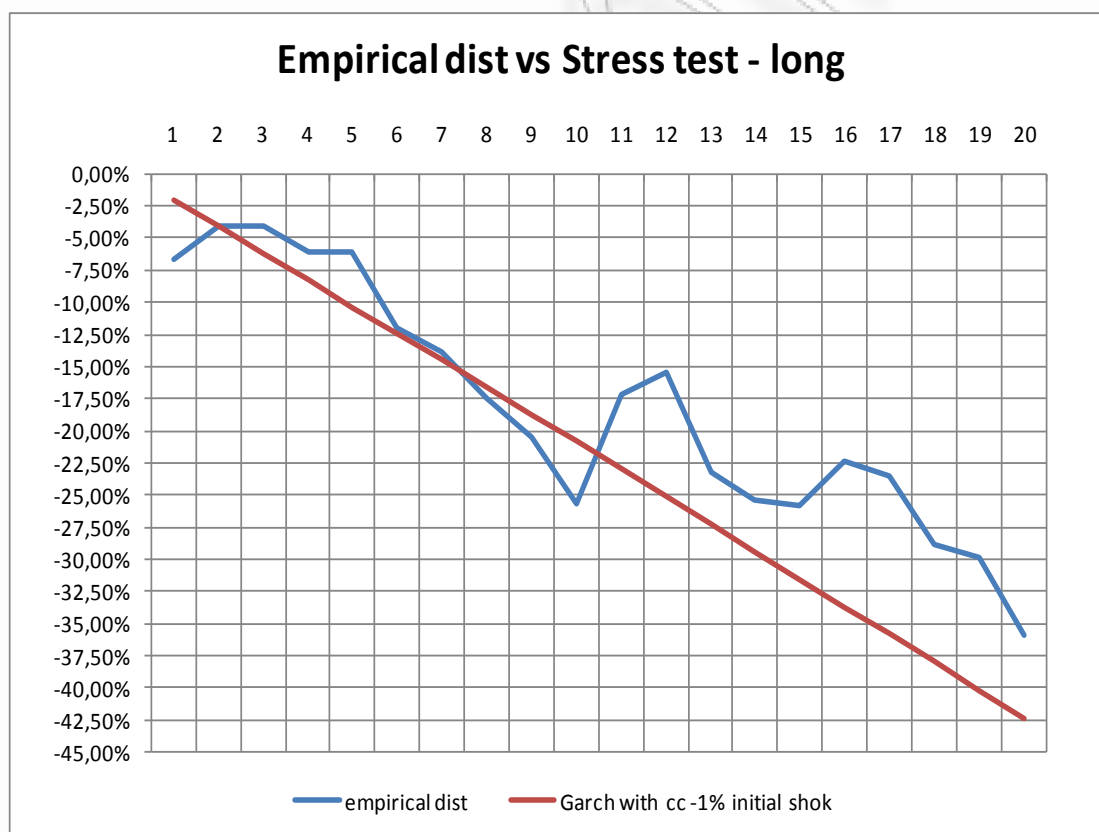
Πίνακας αποτελεσμάτων – Σύγκριση εμπειρικής κατανομής με τα αποτελέσματα των stress test

Μοντέλο	long θέση	short θέση
Εμπειρική κατανομή	-35,9451%	18,9340%
Garch(1,1) χωρίς cc και διαταραχή 5%	-26,0206%	22,9108%
Garch(1,1) χωρίς cc και διαταραχή 1%	-42,9930%	41,1632%
Garch(1,1) με cc και διαταραχή 5%	-22,4754%	23,0740%
Garch(1,1) με cc και διαταραχή 1%	-42,3879%	42,5105%

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε πως η μέγιστη απώλεια που κατάγραψε το χαρτοφυλακίο μας είναι -36% για μία θέση long και 19% για μία short θέση. Η περίοδος διακράτησης για τα παραπάνω αποτελέσματα είναι είκοσι ημέρες. Από τα

stress test που πραγματοποιήσαμε, για τη long θέση παρατηρούμε πως όταν η αρχική διαταραχή είναι σε επίπεδο εμπιστοσύνης 5%, οι πραγματικές ζημιές ξεπέρασαν τα αποτελέσματα που πρόβλεψαν τα test. Στη περίπτωση που η διαταραχή είναι σε επίπεδο εμπιστοσύνης 1%, τα test πρόβλεψαν σωστά τις δυνητικές ζημιές του χαρτοφυλακίου. Αντίστοιχα, για τη short θέση τα μοντέλα μας πρόβλεψαν σωστά τις δυνητικές ζημιές του χαρτοφυλακίου. Αυτό οφείλεται κυρίως στο ότι η τελευταία περίοδος (περίοδος που έγινε η εκτίμηση) έχει κυρίως ακραίες αρνητικές διακυμάνσεις λόγω της παγκόσμιας χρηματοπιστωτικής κρίσης του 2008. Σημειώνεται πως η προσέγγιση με ή χωρίς το συντελεστή συσχέτισης των στοιχείων του χαρτοφυλακίου έπαιξε ελάχιστο ρόλο σε σχέση με την αρχική διαταραχή η οποία ουσιαστικά καθορίζει και τα τελικά αποτελέσματα των stress test.

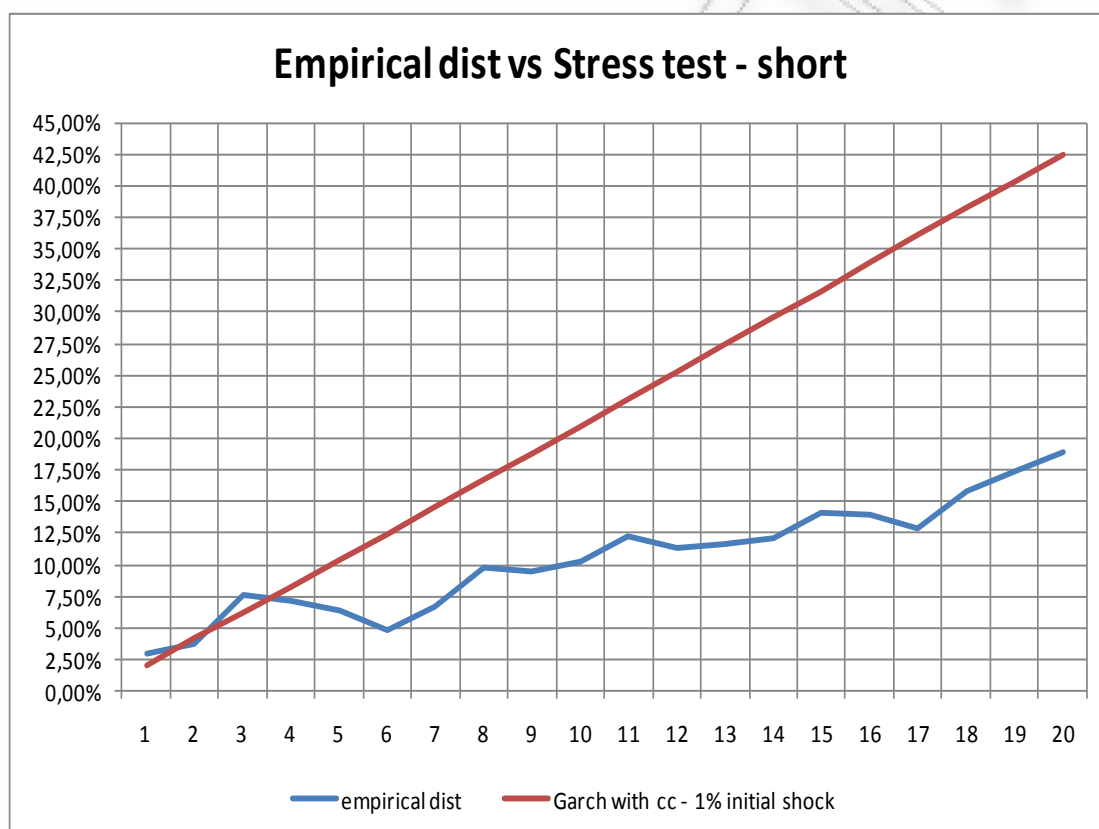
Γράφημα σύγκρισης εμπειρικής κατανομής και stress test με μοντέλο Garch(1,1) το οποίο συνυπολογίζει το συντελεστή συσχέτισης και διαταραχή με πιθανότητα εμφάνισης 1%, υπό τη προσέγγιση της κανονικής κατανομής – long θέση



Από το παραπάνω γράφημα, το οποίο συγκρίνει το τι έγινε πραγματικά στο χειρότερο εικοσαήμερο της περιόδου που μελετάμε με το τι πρόβλεψε το μοντέλο μας, παρατηρούμε πως το μοντέλο μας έχει προβλέψει ικανοποιητικά τις μελλοντικές ζημιές. Επίσης, στο γράφημα φαίνεται έντονα η εξάρτηση της εμπειρικής κατανομής από τις πληροφορίες που εισάγονται καθημερινά στη χρηματιστηριακή αγορά από τις απότομες καθημερινές αλλαγές τάσης που παρουσιάζει. Σε αντίθεση, τα μοντέλα τα οποία χρησιμοποιήσαμε βασίζονται μόνο

στις ιδιότητες και τις παραμέτρους που ορίστηκαν εξ' αρχής και γι αυτό δεν παρατηρούμε αλλαγή τάσης σε καθημερινό επίπεδο. Σε επίπεδο όμως προσέγγισης είκοσι ημερών και οι δύο προσεγγίσεις έχουν την ίδια τάση. Το γεγονός ότι το μοντέλο μας πρόβλεψε ικανοποιητικά ζημιές τις οποίες έχουν ήδη συμβεί είναι μία επιβεβαίωση των backtesting ότι είναι κατάλληλο να περιγράψει το υπάρχον δείγμα.

Γράφημα σύγκρισης εμπειρικής κατανομή και stress test με μοντέλο Garch(1,1) το οποίο συνυπολογίζει το συντελεστή συσχέτισης και διαταραχή με πιθανότητα εμφάνισης 1%, υπό τη προσέγγιση της κανονικής κατανομής – short θέση



Για τη περίπτωση που έχουμε short θέση στην αγορά παρατηρούμε πως το μοντέλο έχει επίσης προβλέψει πλήρως τις δυνητικές απώλειες του χαρτοφυλακίου. Όμως, παρατηρούμε πως υπάρχει μια υπερεκτίμηση των απωλειών και αυτό οφείλεται κυρίως στο ότι:

- Το μοντέλο είναι συμμετρικό, δηλαδή δίνει την ίδια βαρύτητα σε οποιαδήποτε κίνηση της αγοράς. Συνεπώς, λόγω της χρηματοπιστωτικής κρίσης του 2008 είχαμε μεγάλη και απότομη πτώση της αγοράς χωρίς να έχουμε την αντίστοιχη άνοδο

Ως συμπέρασμα των παραπάνω παρατηρήσεων θα καταλήγαμε στο ότι δημιουργήσαμε ένα μοντέλο το οποίο μπορεί να εκτιμήσει ικανοποιητικά τις

μελλοντικές απώλειες. Τα υπόλοιπα μοντέλα που μελετήσαμε (Egarch, Aparch) είναι σχεδιασμένα έτσι ώστε να βελτιώνουν το μοντέλο Garch και να πετυχαίνουν καλύτερες εκτιμήσεις. Παρόλα αυτά δε μπόρεσαν να περάσουν επιτυχώς τους ελέγχους backtesting, γεγονός που αποδεικνύει πως ενώ σε θεωρητικό επίπεδο είναι πιο πλήρη, πρακτικά δεν είναι κατάλληλα για το συγκεκριμένο δείγμα. Το αποτέλεσμα αυτό ενισχύει την άποψη που θέλει να μην υπάρχουν αντικειμενικά κριτήρια για το πιο μοντέλο είναι το καλύτερο αλλά οι εκάστοτε συνθήκες μαζί με τους κατάλληλους ελέγχους να διαμορφώνουν τη καταλληλότητα ενός μοντέλου.

4.6 Αποτελέσματα stress test και συνθήκη της Βασιλείας

Στη συνέχεια θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των stress test με την κεφαλαιακή επάρκεια όπως αυτή ορίζεται από τη συνθήκη της Βασιλείας (Bank for International Settlements, 2006). Με τους νέους κανόνες, τα κεφάλαια που θα πρέπει να διακρατούνται για το κίνδυνο αγοράς υπολογίζονται από το παρακάτω τύπο:

$$\text{Κεφαλαιακή απαίτηση: } \text{Max} (VaR_{t-1}, M.O VaR_{t-1} \dots VaR_{t-60}) * (3 + (0 \dots 1)) * \sqrt{10}$$

όπου $\text{Max} (VaR_{t-1}, M.O VaR_{t-1} \dots VaR_{t-60})$: είναι το μέγιστο VaR που προκύπτει από τις τελευταίες 60 ημέρες συναλλαγών, δεδομένου ότι το δείγμα προέρχεται από τη κανονική κατανομή.

$3 + (0 \dots 1)$: είναι ένας συντελεστής που εξαρτάται από τα αποτελέσματα του Backtesting. Προσαυξάνεται κατά ένα συμπληρωματικό συντελεστή ύψους 0 έως 1 ανάλογα με τον αριθμό υπερβάσεων της δυνητικής ως προς τη πραγματοποιηθείσα ζημιά κατά τις προηγούμενες 250 ημέρες όπως προκύπτει από το backtesting.

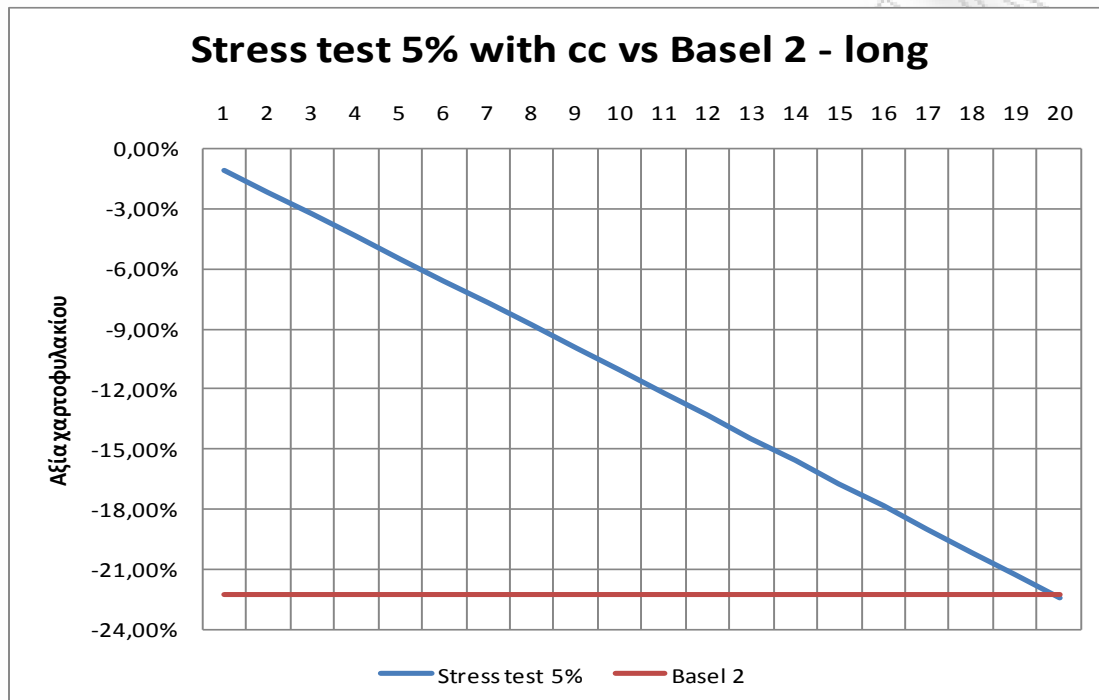
$\sqrt{10}$: ο συντελεστής αυτός προκύπτει από το γνωστό νόμο των τετραγώνων. Ουσιαστικά είναι μία προβολή του VaR στο χρόνο.

Εφαρμόζοντας το παραπάνω τύπο στο δείγμα μας εκτιμήσαμε πως τα κεφάλαια που θα πρέπει να διακρατήσει το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα αντιστοιχούν στο **22,25%** του κεφαλαίου προς επένδυση. Διαφορετικά, το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα θα πρέπει να έχει στα αποθεματικά του το 22,25% του κεφαλαίου που θα εκτεθεί σε κίνδυνο αγοράς άμεσα διαθέσιμο.

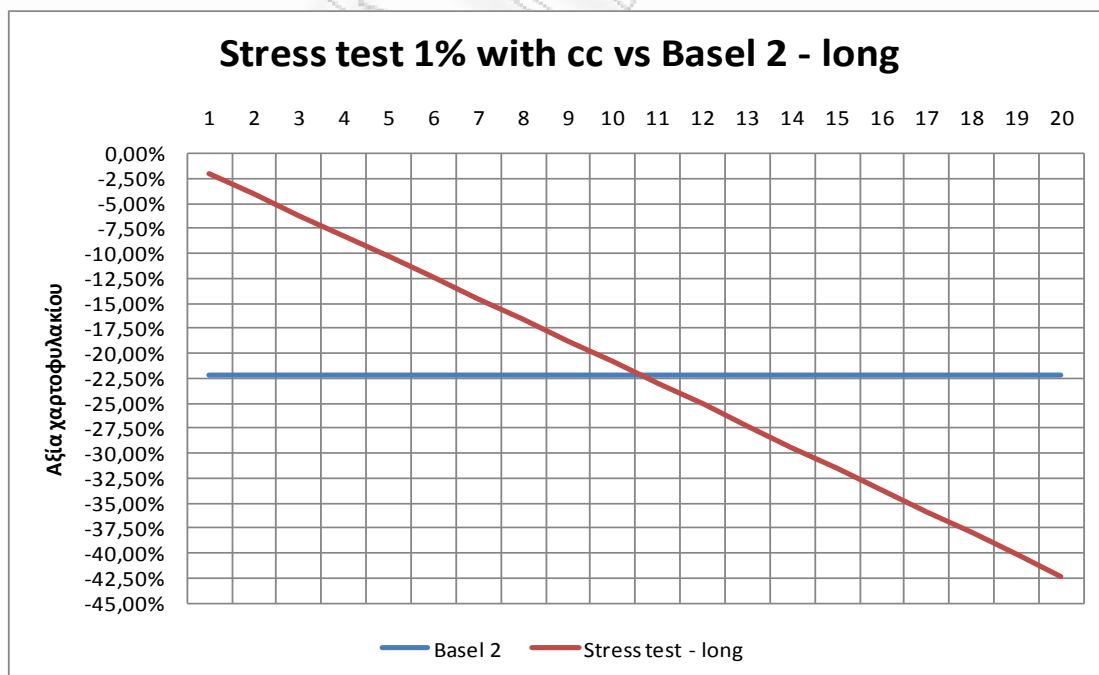
Στη συνέχεια, θα συγκρίνουμε τις κεφαλαιακές απαιτήσεις που προκύπτουν από τη συνθήκη της Βασιλείας με τα αποτελέσματα των δυνητικών ζημιών που προέκυψαν από τα stress test. Εδώ τονίζουμε πως θα συγκρίνουμε μόνο τα αποτελέσματα του stress test ,υπό τη προσέγγιση που συμπεριλαμβάνει το συντελεστή συσχέτισης, με τη κεφαλαιακή επάρκεια που προτείνεται από τη συνθήκη της Βασιλείας. Στη συνέχεια παραθέτουμε τα σχετικά γραφήματα με τις συγκρίσεις.

Προσέγγιση με συντελεστή συσχέτισης - long

Σύγκριση stress test με initial shock 5% με τη κεφαλαιοποίηση που προκύπτει από τη συνθήκη της Βασιλείας 2

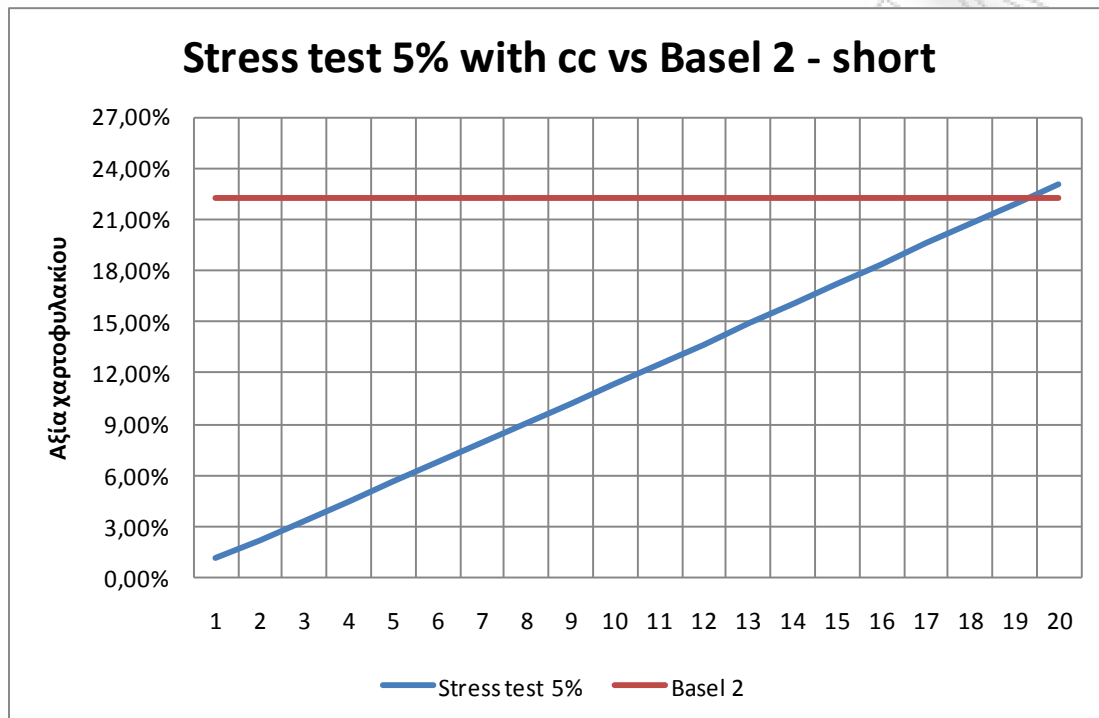


Σύγκριση stress test με initial shock 1% με τη κεφαλαιοποίηση που προκύπτει από τη συνθήκη της Βασιλείας 2

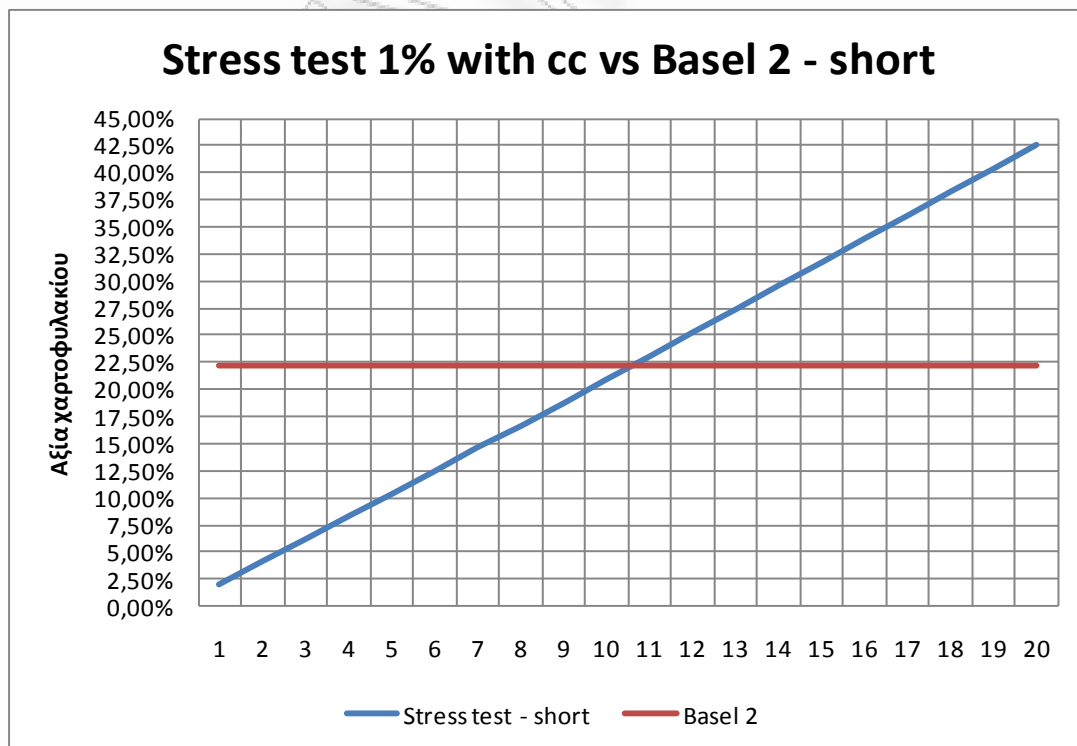


Προσέγγιση με συντελεστή συσχέτισης – short

Σύγκριση stress test με initial shock 5% με τη κεφαλαιοποίηση που προκύπτει από τη συνθήκη της Βασιλείας 2



Σύγκριση stress test με initial shock 1% με τη κεφαλαιοποίηση που προκύπτει από τη συνθήκη της Βασιλείας 2



Από τους παραπάνω πίνακες παρατηρούμε πως όταν το initial shock είναι σε επίπεδο εμπιστοσύνης 1%, χρειάζονται μόλις δέκα ημέρες για να ξεπεράσουν οι απώλειες τα κεφάλαια που ορίζει η συνθήκη της Βασιλείας. Στο σύνολο των είκοσι ημερών, οι συνολικές απώλειες είναι σχεδόν διπλάσιες από αυτές που ορίζει η συνθήκη της Βασιλείας. Αυτά ισχύουν για long και short θέση. Παράλληλα, στη περίπτωση που το initial shock είναι σε επίπεδο εμπιστοσύνης 5%, οι συνολικές δυνητικές απώλειες του stress test χρειάζονται είκοσι ημέρες για να ξεπεράσουν τις απώλειες που ορίζονται από τη συνθήκη της Βασιλείας για τη long θέση και δέκα εννιά ημέρες για τη short θέση.

Κεφάλαιο 5^ο

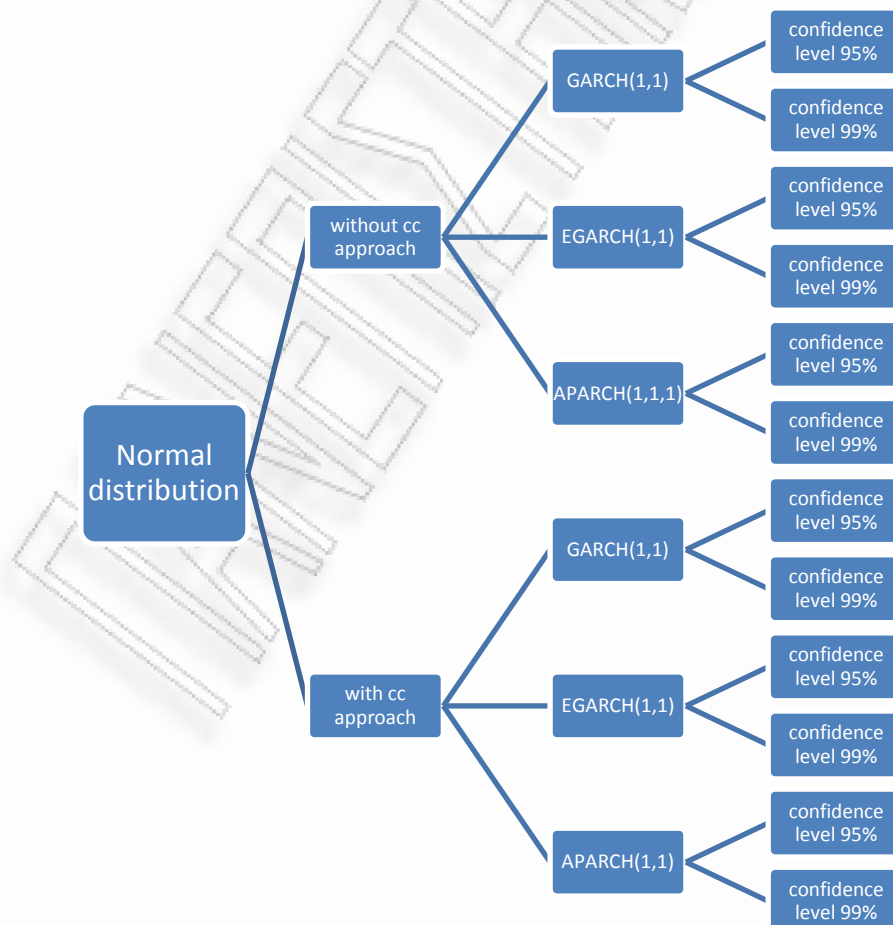
Στο κεφάλαιο αυτό θα παραθέσουμε τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την ολοκλήρωση της εργασίας και πιο συγκεκριμένα:

- Θα συγκρίνουμε τις κατανομές και τα μοντέλα που αναπτύξαμε με την εμπειρική κατανομή.
- Θα συγκρίνουμε τις δύο προσεγγίσεις που έγιναν στο χαρτοφυλάκιο με βάση τα αποτελέσματα που έδωσαν.
- Θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των stress test με τη κεφαλαιακή επάρκεια που προτείνεται από τη συνθήκη της Βασιλείας.

Συμπεράσματα

Έχοντας εξασφαλίσει ότι οι ιδιότητες των μοντέλων που επιλέξαμε να εργαστούμε περιγράφουν πλήρως τις ιδιότητες της διακύμανσης του δείγματος, θα παραθέσουμε στη συνέχεια μία αναλυτική απεικόνιση των συνδυασμών των μοντέλων που αναπτύξαμε.

Συνδυασμός παραμετρικών μοντέλων που αναπτύχθηκαν στη παρούσα εργασία



Επισημαίνεται πως το παραπάνω γράφημα παραθέτει τον τρόπο με τον οποίο αναπτύξαμε τα μοντέλα σε συνδυασμό με τις παραμέτρους που έχουμε θέσει (κατανομές, συντελεστή συσχέτισης, βαθμό εμπιστοσύνης). Η παραπάνω διαδικασία ακολουθήθηκε με την ακριβώς ίδια σειρά για τις κατανομές Students' t και General Error Distribution. Τα αποτελέσματα των παραπάνω συνδυασμών ελέγχτηκαν μέσα από διαδικασίες backtesting με Chi test 10% και προέκυψε ότι:

- Η καταλληλότερη κατανομή για να περιγράψει το στατιστικό δείγμα είναι η κανονική κατανομή.
- Το καταλληλότερο μοντέλο διακύμανσης για τη περιγραφή του δείγματος είναι το μοντέλο Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%.

Έτσι, καταλήξαμε πως το κατάλληλο μοντέλο για τη ποσοτικοποίηση των δυνητικών ζημιών του χαρτοφυλακίου μέσω του stress testing είναι το μοντέλο Garch (1,1) υπό τη προσέγγιση της κανονικής κατανομής. Τα γραφήματα των εκτιμήσεων των μοντέλων VaR για όλες τις παραπάνω περιπτώσεις έχουν παρατεθεί αναλυτικά στο παράρτημα .

Στη συνέχεια υποβάλαμε το παραπάνω μοντέλο στη διαδικασία του stress testing υπό τις προσεγγίσεις με και χωρίς συντελεστή συσχέτισης, για initial shock το οποίο προκύπτει από την εμπειρική κατανομή με πιθανότητα με πιθανότητα εμφάνισης 1% και 5% αντίστοιχα ,και τα συμπεράσματα που προέκυψαν είναι:

- Οι απώλειες είναι πολύ μεγαλύτερες όταν το initial shock είναι 1% από όταν είναι 5%.
- Η προσέγγιση με συντελεστή συσχέτισης έδωσε παραπλήσια αποτελέσματα με τη προσέγγιση χωρίς συντελεστή συσχέτισης. Παρατηρούμε, δηλαδή, πως κάτω από ακραίες καταστάσεις ο συντελεστής συσχέτισης δεν έχει τόσο σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση της τελικής απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Αυτό οφείλεται στο φαινόμενο το οποίο θέλει να υπάρχει μεγάλη συσχέτιση μεταξύ των χρηματιστηριακών δεικτών σε περιόδους κρίσης, γεγονός απόλυτα φυσιολογικό αν λάβουμε υπ'όψιν τη παγκοσμιοποίηση της οικονομίας. Χαρακτηριστικό είναι πως η μεγάλη κρίση του 2008 ξεκίνησε στην Αμερική και επεκτάθηκε σε όλες τις οικονομίες του αναπτυσσόμενου κόσμου.

Συγκρίνοντας το χειρότερο εικοσαήμερο της εικοσαετίας 1990-2010 με τα αποτελέσματα του stress test , για τη περίπτωση της long θέσης, παρατηρήσαμε ότι όταν το initial shock στο stress test είχε πιθανότητα εμφάνισης 5%, το μοντέλο δεν πρόβλεψε ικανοποιητικά τις δυνητικές ζημιές του χαρτοφυλακίου, ενώ στη περίπτωση που το αρχικό shock είχε πιθανότητα εμφάνισης 1% (με βάση την εμπειρική κατανομή) το μοντέλο πρόβλεψε σωστά τις δυνητικές ζημιές. Παράλληλα, για την περίπτωση της short θέσης το μοντέλο πρόβλεψε επαρκώς τις δυνητικές

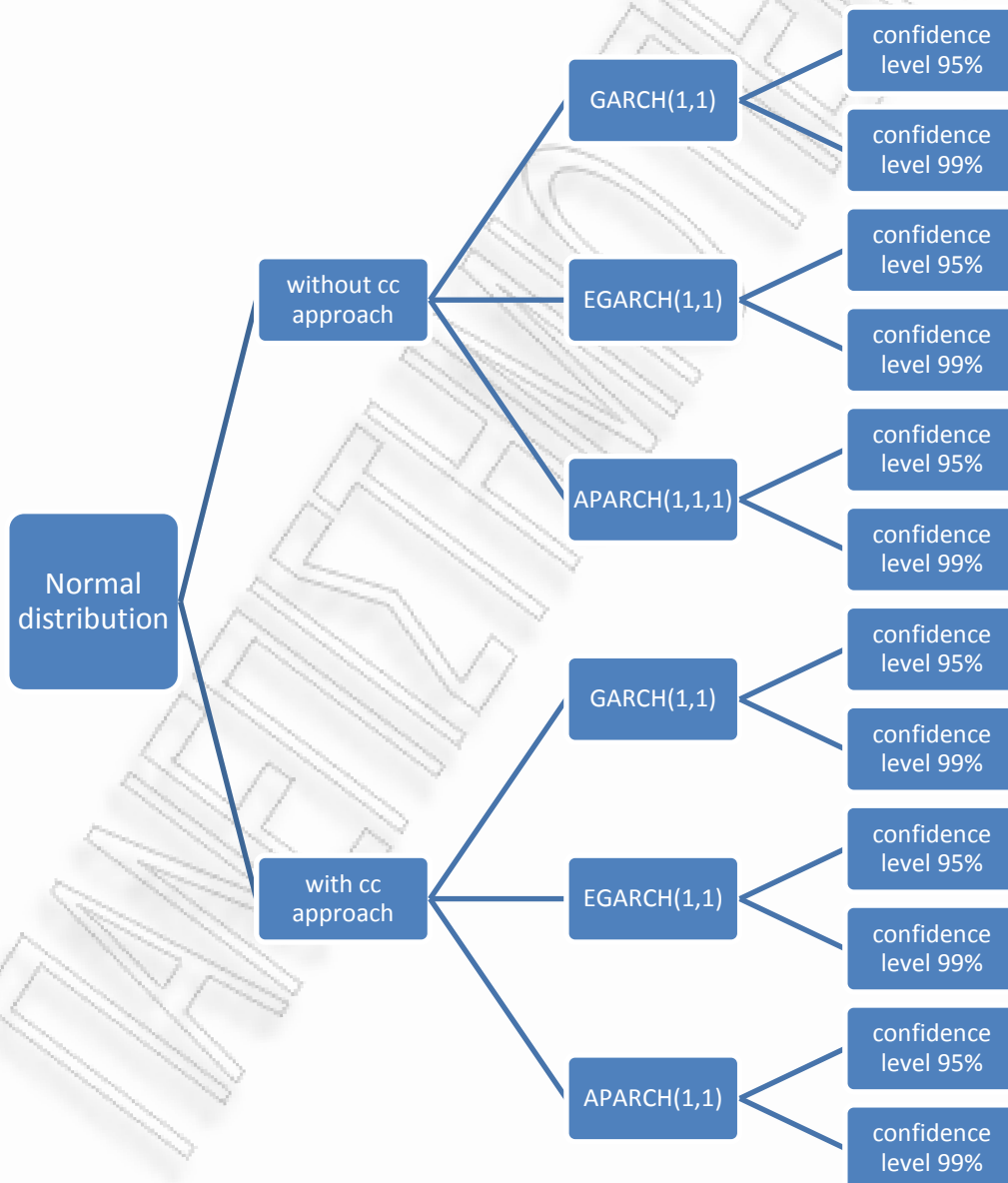
απώλειες. Υπενθυμίζουμε πως η περίοδος διακράτησης είναι είκοσι ημέρες. Σχολιάζοντας τα αποτελέσματα (ενότητα 4.5) θα πρέπει να τονίσουμε πως μία πτώση της τάξης του 35% σε είκοσι ημέρες για το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο, που έχει διασπορά σε όλο τον κόσμο και σε όλους τους οικονομικούς κλάδους, έχει πιθανότητα εμφάνισης 0,6% σύμφωνα με την εμπειρική κατανομή, γεγονός που αποδεικνύει ότι είναι μία ακραία κατάσταση. Παρόλα αυτά, τα μοντέλα στο σύνολό τους πρόβλεψαν ικανοποιητικά τις δυνητικές ζημιές του χαρτοφυλακίου. Επισημαίνεται πως α πως το δείγμα έχει μέσο όρο απόδοσης 0,0271% στη περίοδο 1990 - 2010 και εμφάνισε απόδοση -35% (αθροιστικές αποδόσεις των είκοσι χειρότερων ημερών).

Τέλος, συγκρίνοντας τη κεφαλαιακή επάρκεια που προκύπτει από τα μοντέλα που προτείνει η επιτροπή της Βασιλείας για το κίνδυνο αγοράς με τα αποτελέσματα των stress test, παρατηρούμε πως χρειάστηκαν μόλις δέκα ημέρες για να ξεπεράσουν οι ζημιές το εποπτικό κεφάλαιο. Για περίοδο διακράτησης είκοσι ημερών οι αναμενόμενες απώλειες των εποπτικών κεφαλαίων είναι σχεδόν διπλάσιες από αυτές που ορίζει η συνθήκη της Βασιλείας. Συνεπώς, σε μία κρίση με παρόμοια ένταση σαν αυτή του 2008 (η συχνότητα εμφάνισης παρόμοιων κρίσεων με το 2008 είναι μία ανά εβδομήντα χρόνια) θα είναι πολύ δύσκολο για ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα να καλύψει τις ζημιές που θα προέλθουν από τους κινδύνους της αγοράς και μόνο τυχαίο δε μπορεί να θεωρηθεί το γεγονός ότι πολλά χρηματοπιστωτικά ιδρύματα πτώχευσαν κατά τη διάρκεια της τελευταίας κρίσης.

Συνοψίζοντας, καταλήγουμε πως η επιτροπή της Βασιλείας θα πρέπει να τροποποιήσει τα μοντέλα ποσοτικοποίησης των κινδύνων αγοράς και να εξετάσει τον τρόπο με τον οποίο υπολογίζονται τα εποπτικά κεφάλαια που απορρέουν από αυτά. Η παγκόσμια χρηματοπιστωτική κρίση του 2008 έδωσε νέα δεδομένα και παραμέτρους για την προσέγγιση των κινδύνων αγοράς. Πιο συγκεκριμένα ανέδειξε πως σε περιόδους μεγάλων κρίσεων υπάρχει μεγάλη συσχέτιση μεταξύ των χρηματιστηριακών αγορών, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει σε μεγάλες απώλειες τα χαρτοφυλάκια, ακόμη και αν αυτά είναι επαρκώς διεσπαρμένα. Οι δέκα μέρες που χρειάστηκαν για να ξεπεράσουν οι ζημιές τα εποπτικά κεφάλαια είναι σίγουρα μικρός χρόνος για ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα να αντισταθμίσει της ζημιές, αν συμπεριλάβουμε παράγοντες όπως η μειωμένη ρευστότητα της αγοράς σε περιόδους κρίσεων, το μέγεθος της θέσης και οι υποκειμενικές εκτιμήσεις του διαχειριστή, γεγονότα που αυξάνει τη πιθανότητα χρεοκοπίας του. Κατά συνέπεια, η αύξηση των πιθανοτήτων χρεοκοπίας των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων αποτρέπουν την ανάπτυξη, αυξάνουν τους φόβους των επενδυτών και οδηγούν την οικονομία σε ένα φαύλο κύκλο κρίσεων.

Παράρτημα Α

Στο κεφάλαιο αυτό θα παραθέσουμε τα γραφήματα των προβλέψεων των παραμετρικών μοντέλων δεσμευμένης πιθανότητας VaR που εκτελέστηκαν κατά τη διάρκεια της εργασίας. Επισημαίνεται πως συγκρίνονται τα αποτελέσματα που πρόβλεψαν τα μοντέλα με την εμπειρική κατανομή. Στη συνέχεια παραθέτουμε μία χαρτογράφηση με το συνδυασμό των κατανομών και των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν, υπό τις δύο προσεγγίσεις που έγιναν στο χαρτοφυλάκιο. Στο παρακάτω σχήμα παραθέτουμε ενδεικτικά τους συνδυασμούς που προκύπτουν από τα μοντέλα και τις κατανομές για την κανονική κατανομή.

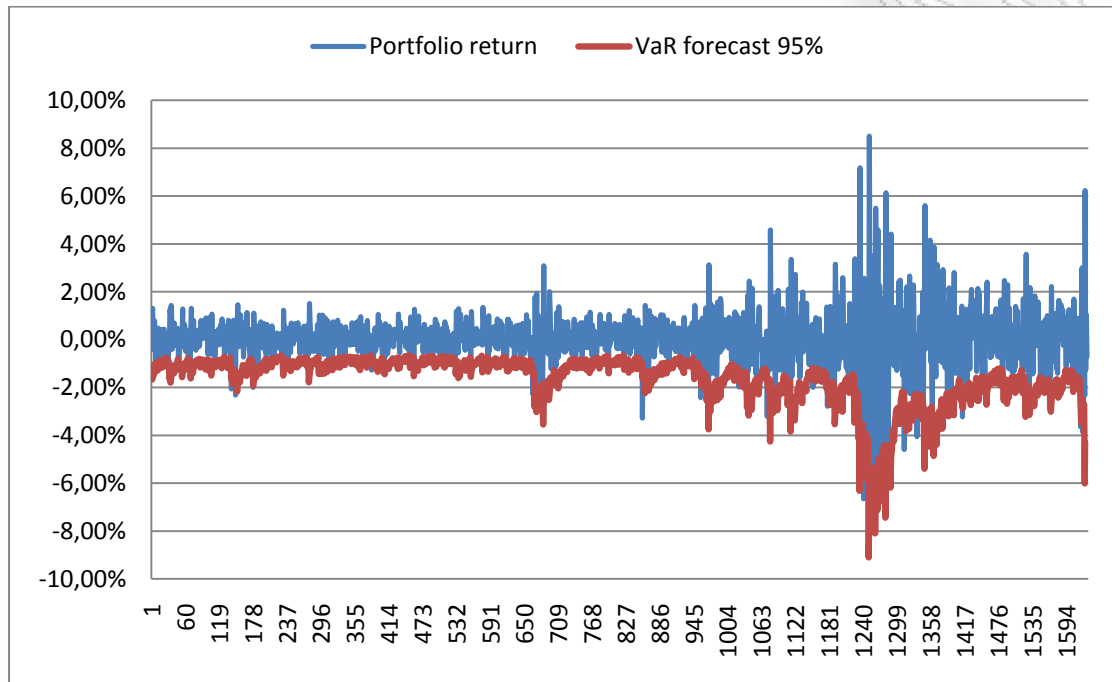


Long position

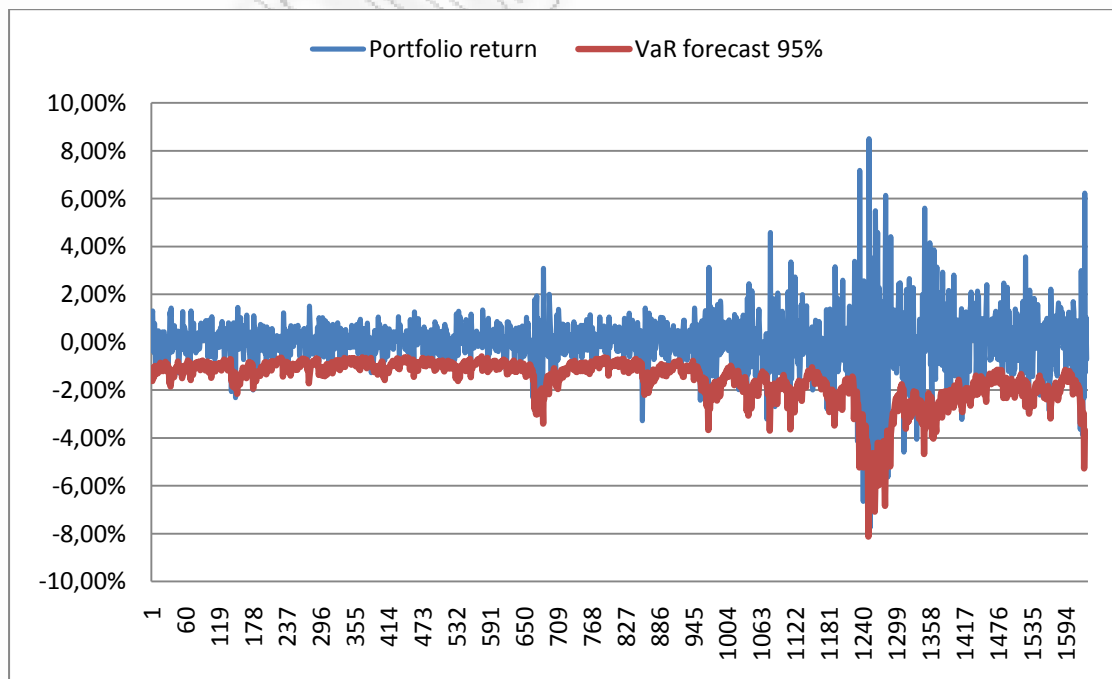
A) Κανονική Κατανομή

1) Προσέγγιση χωρίς correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

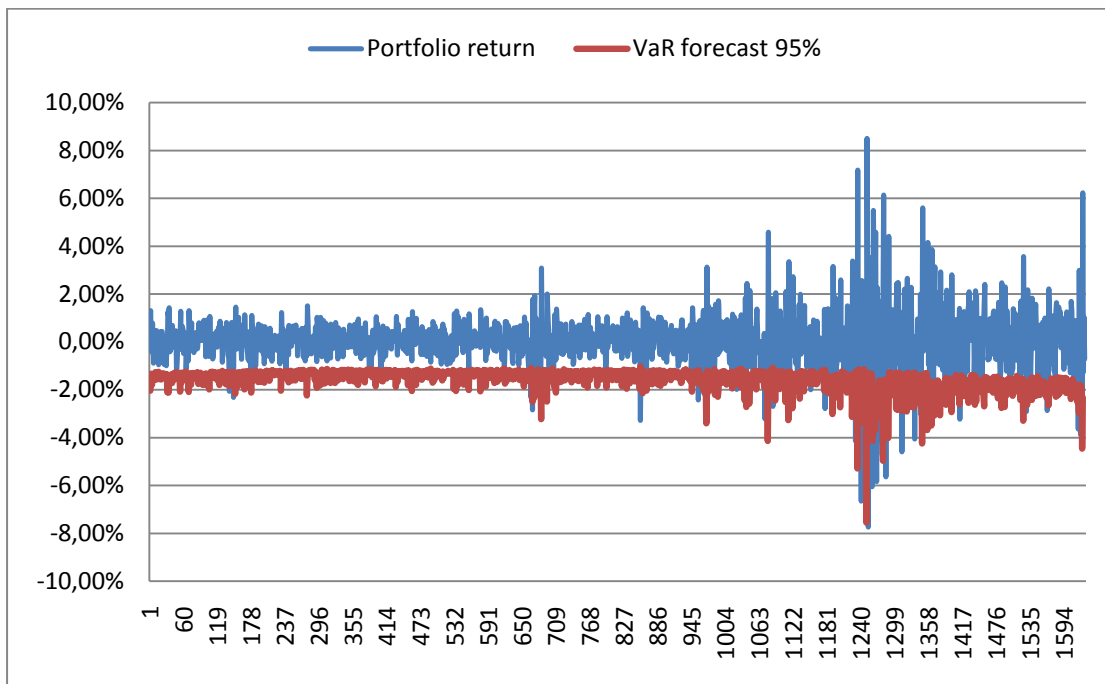
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

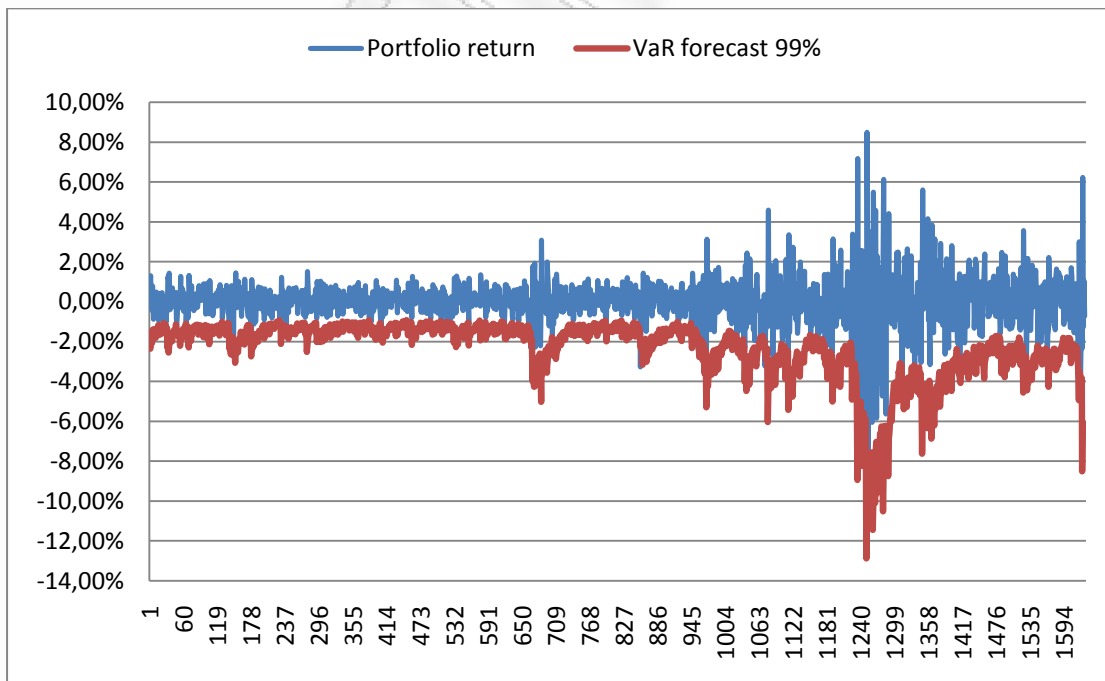


Αραρχ (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

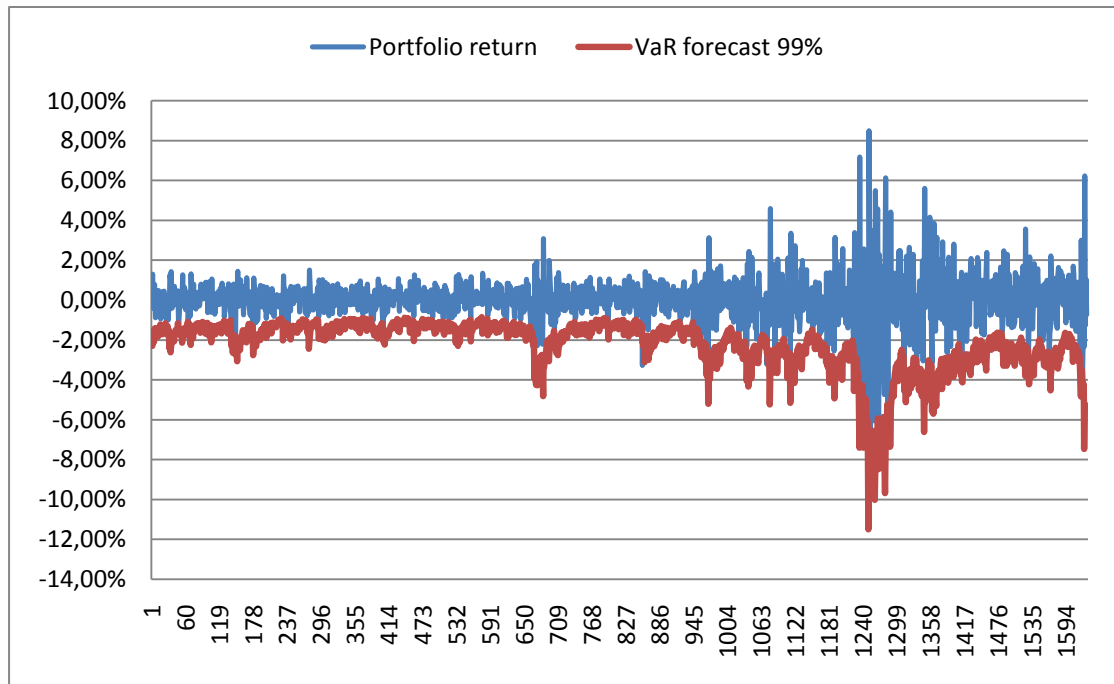


- Προσέγγιση χωρίς correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 99%

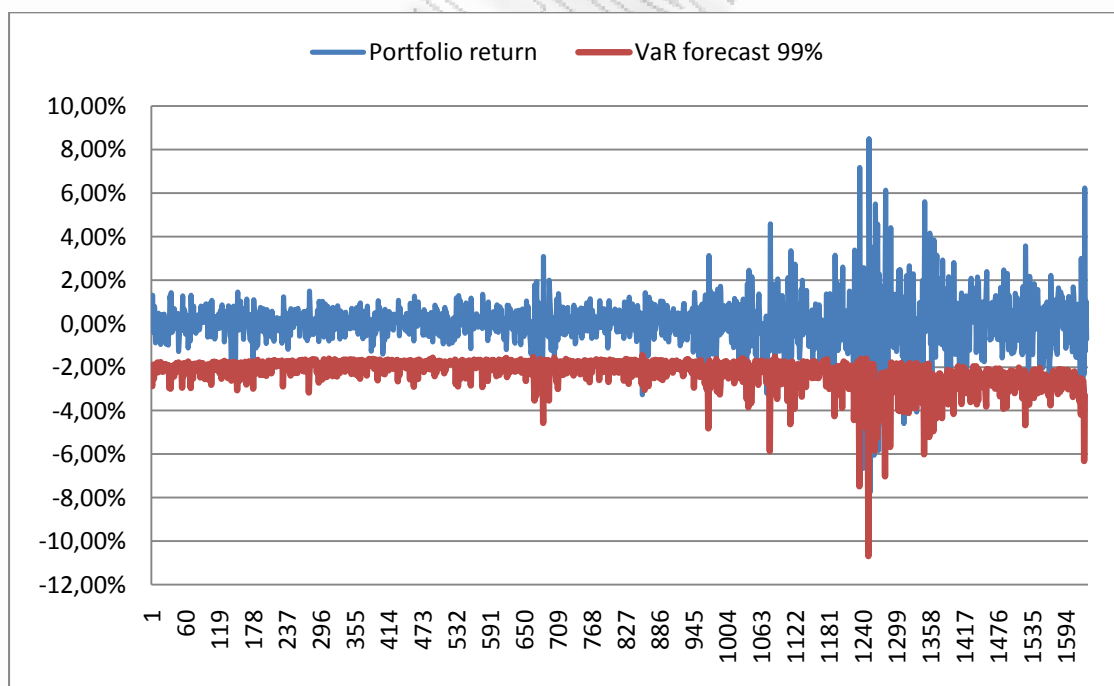
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%

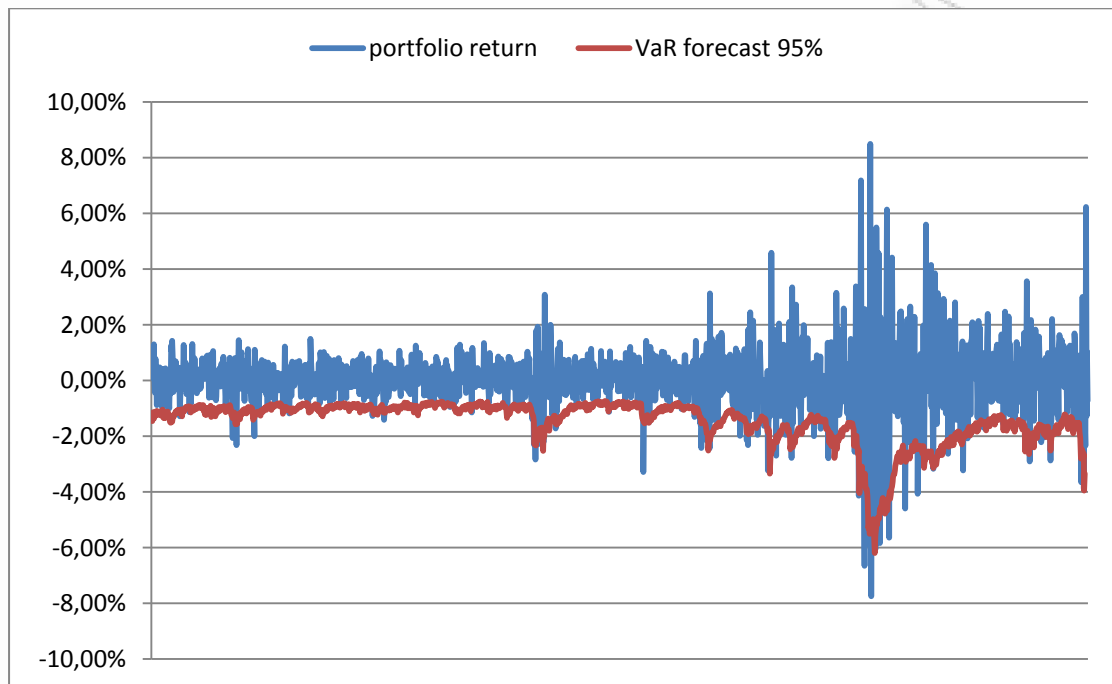


Αρarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%

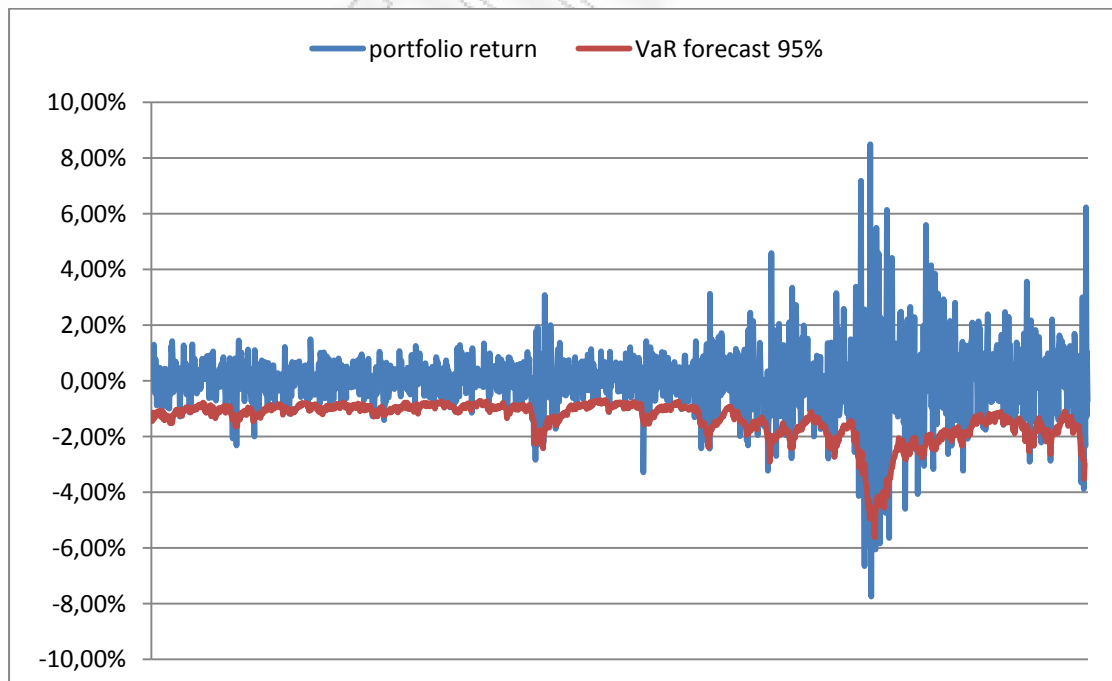


2) Προσέγγιση με correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

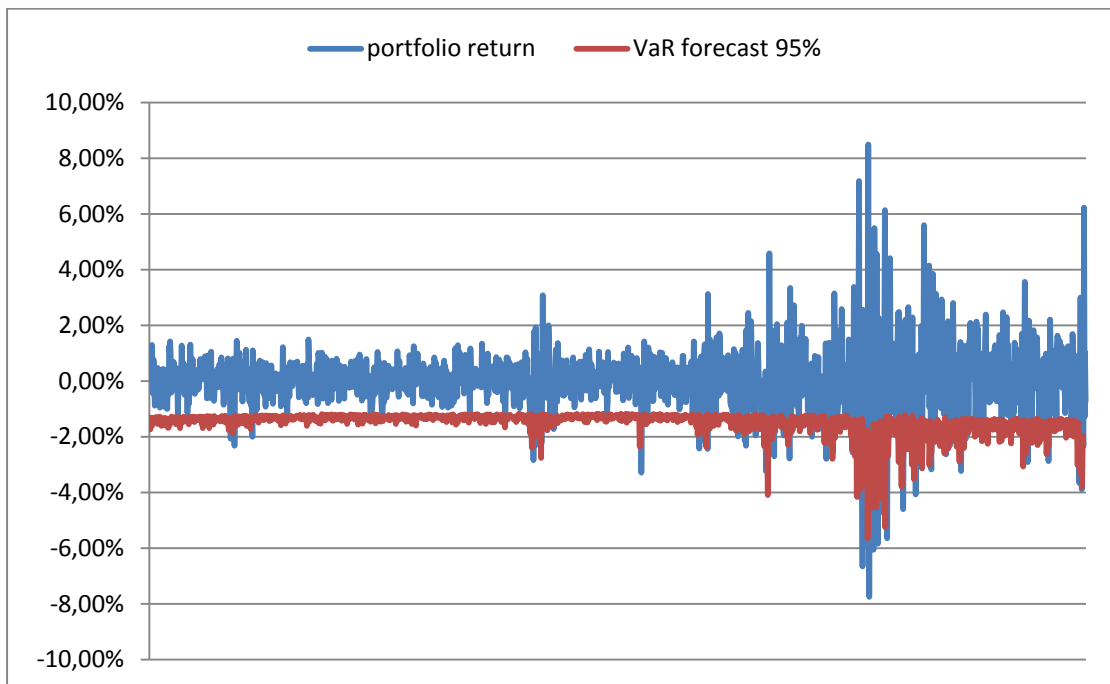
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

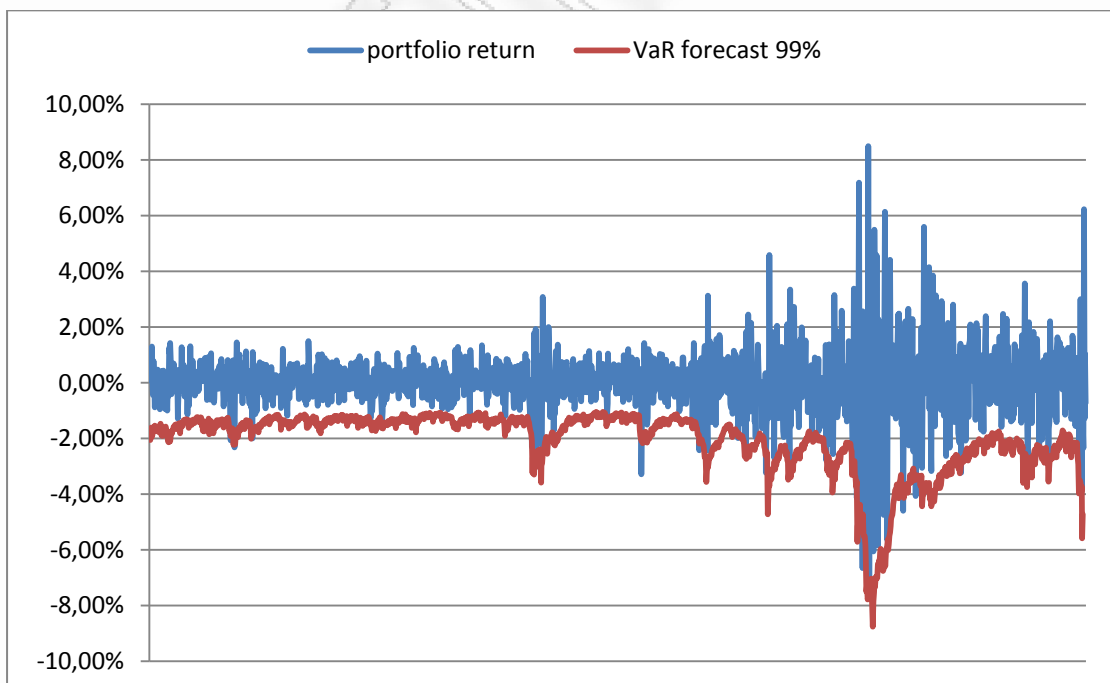


Αρχη (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

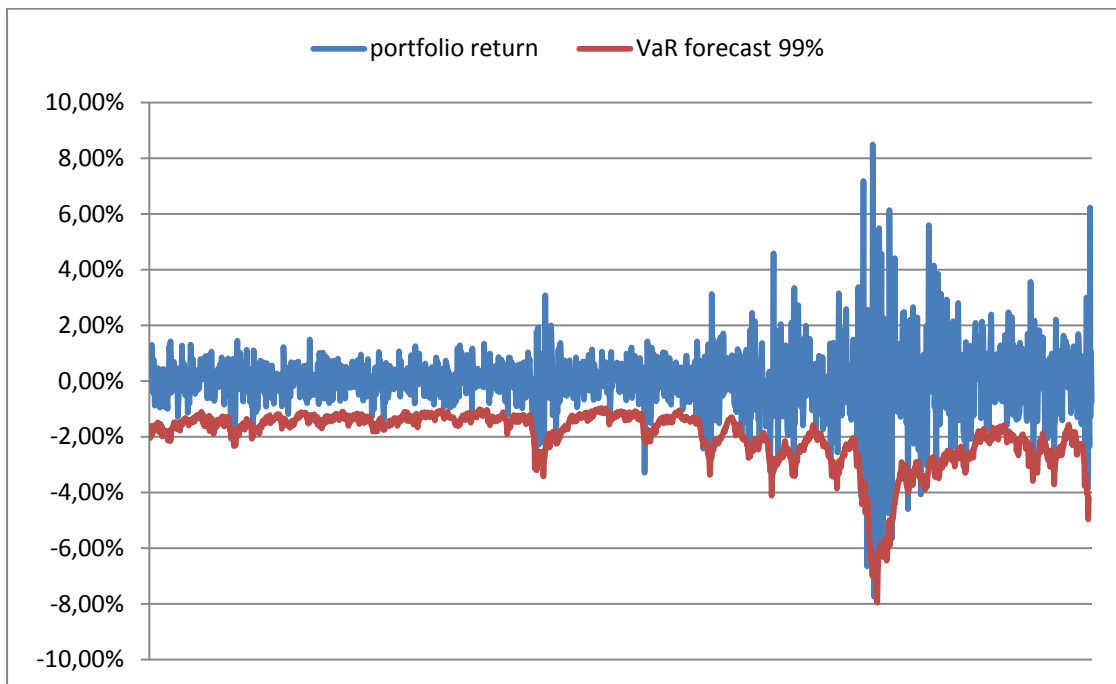


- Προσέγγιση με correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 99%

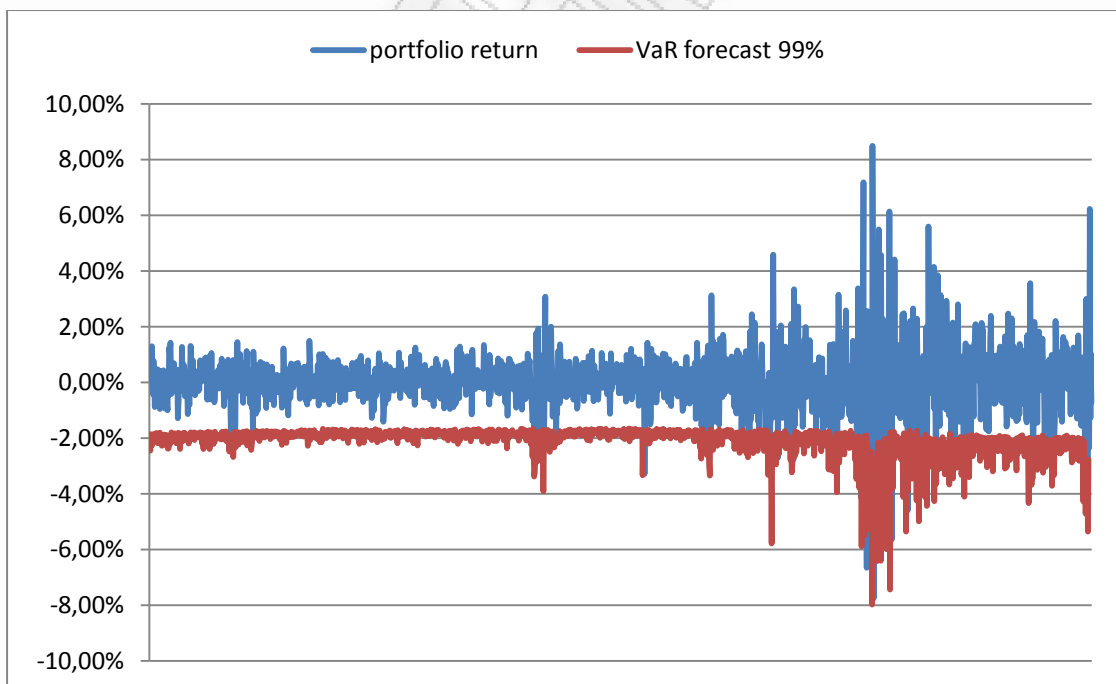
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%



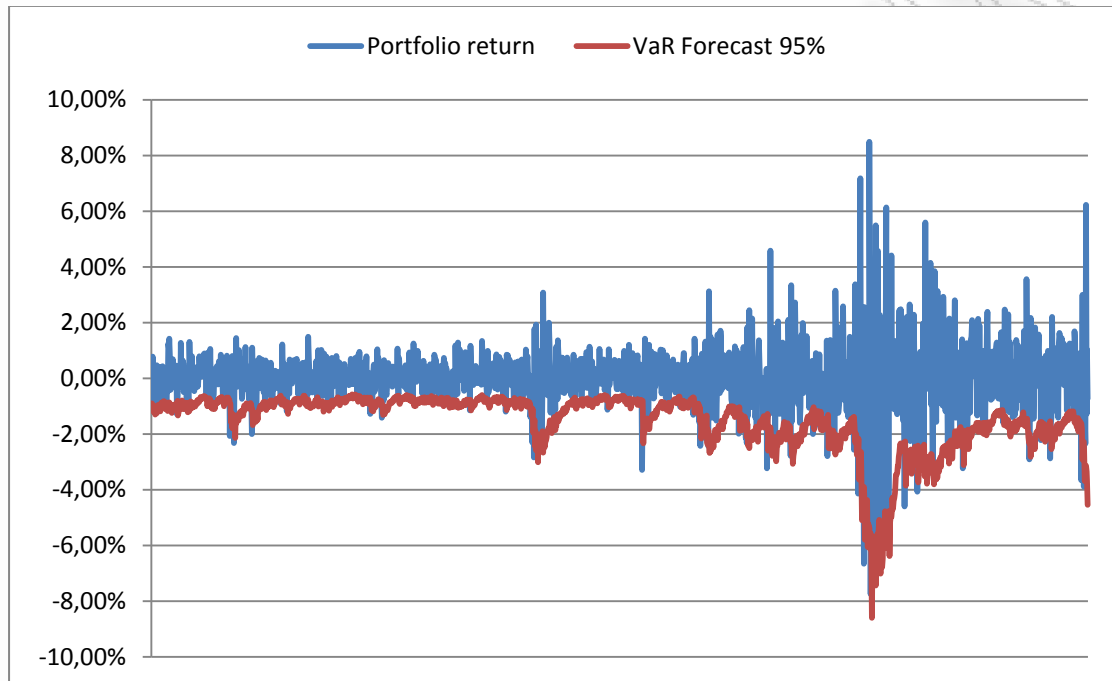
ARgarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%



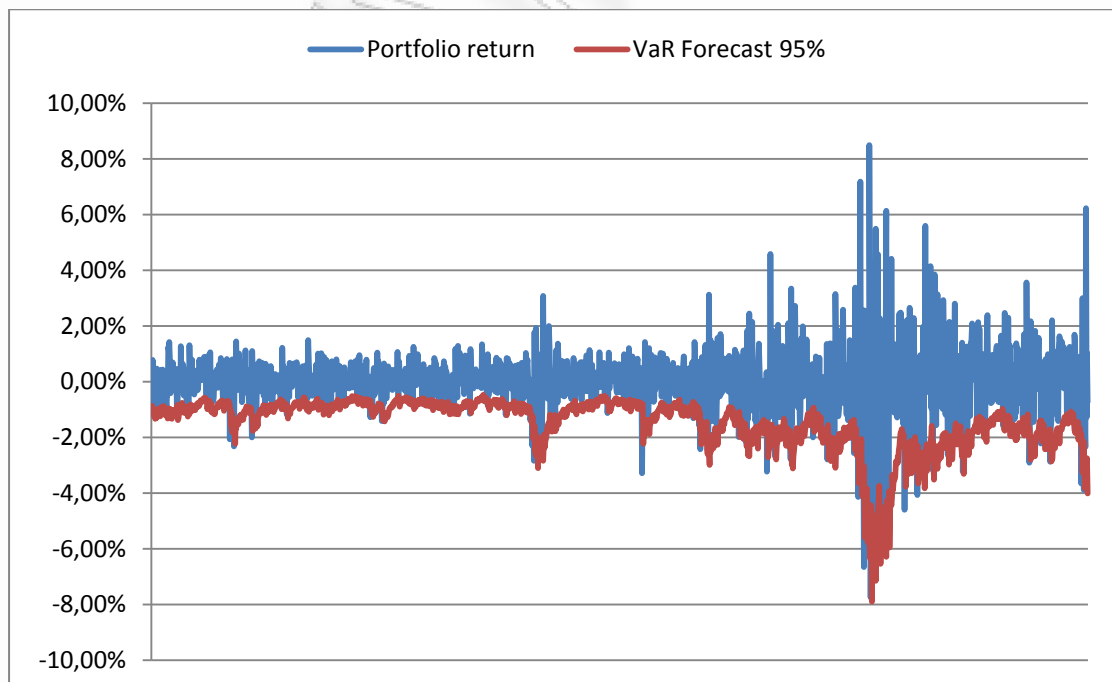
B) Κατανομή Students t

1) Προσέγγιση χωρίς correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

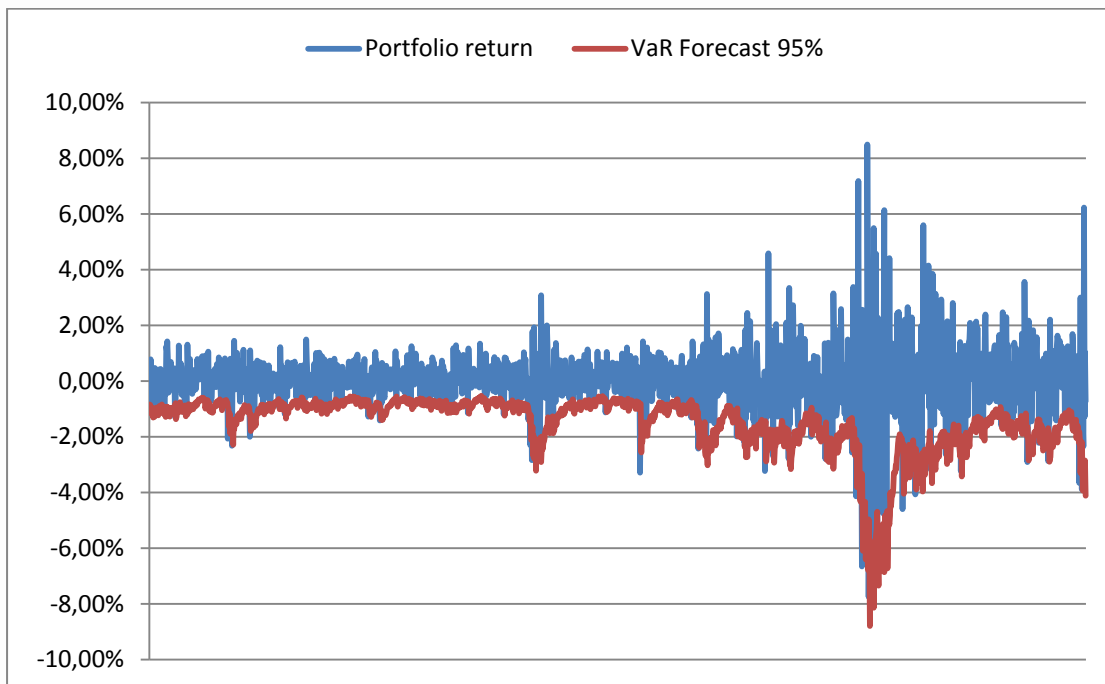
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

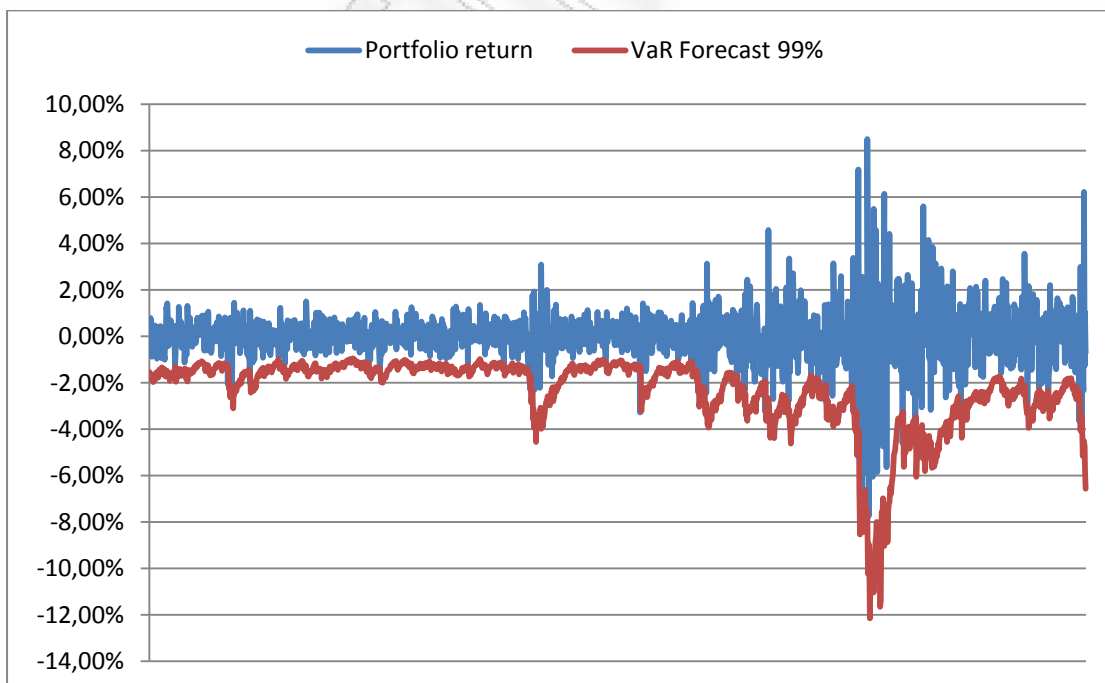


Αραρχ (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

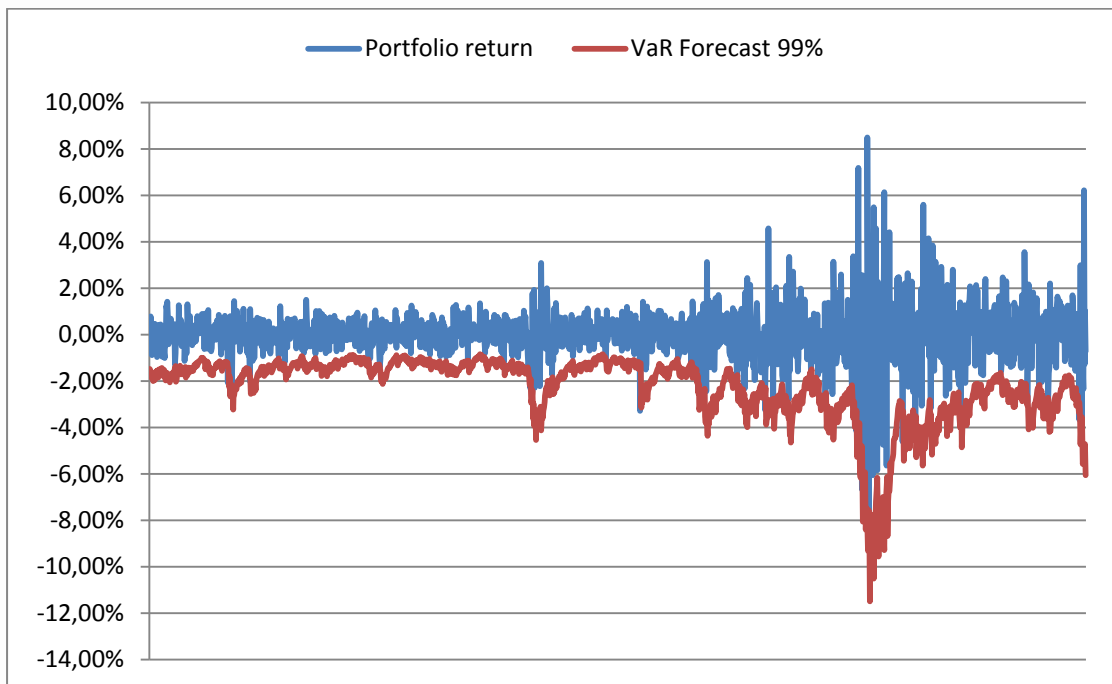


- Προσέγγιση χωρίς correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 99%

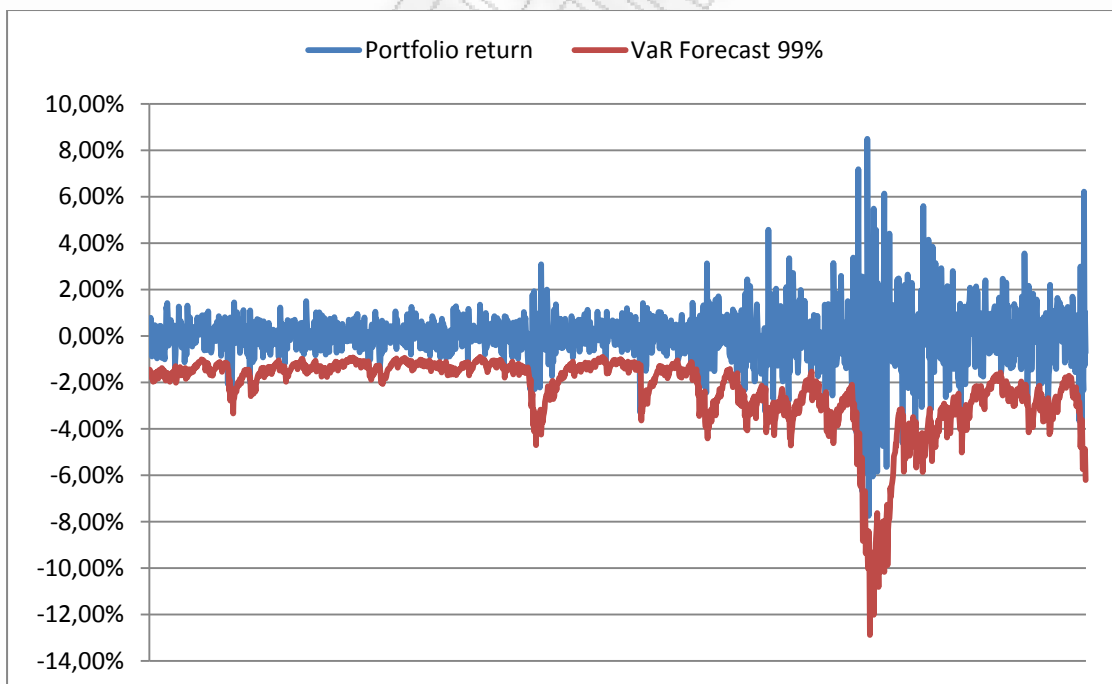
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%

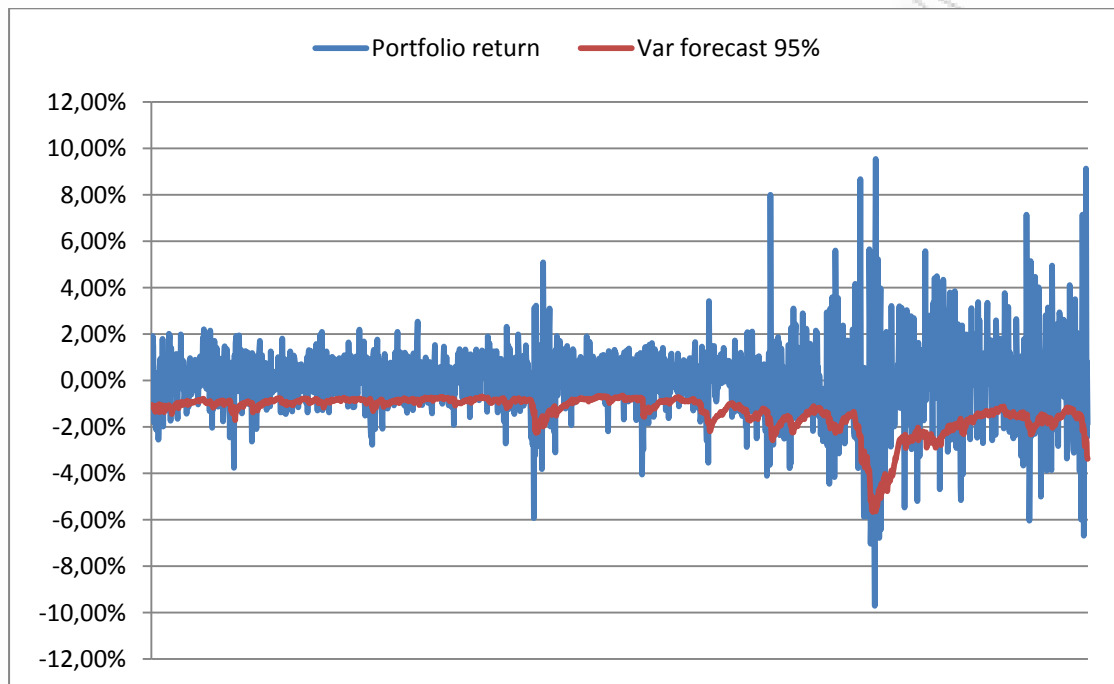


ARgarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%

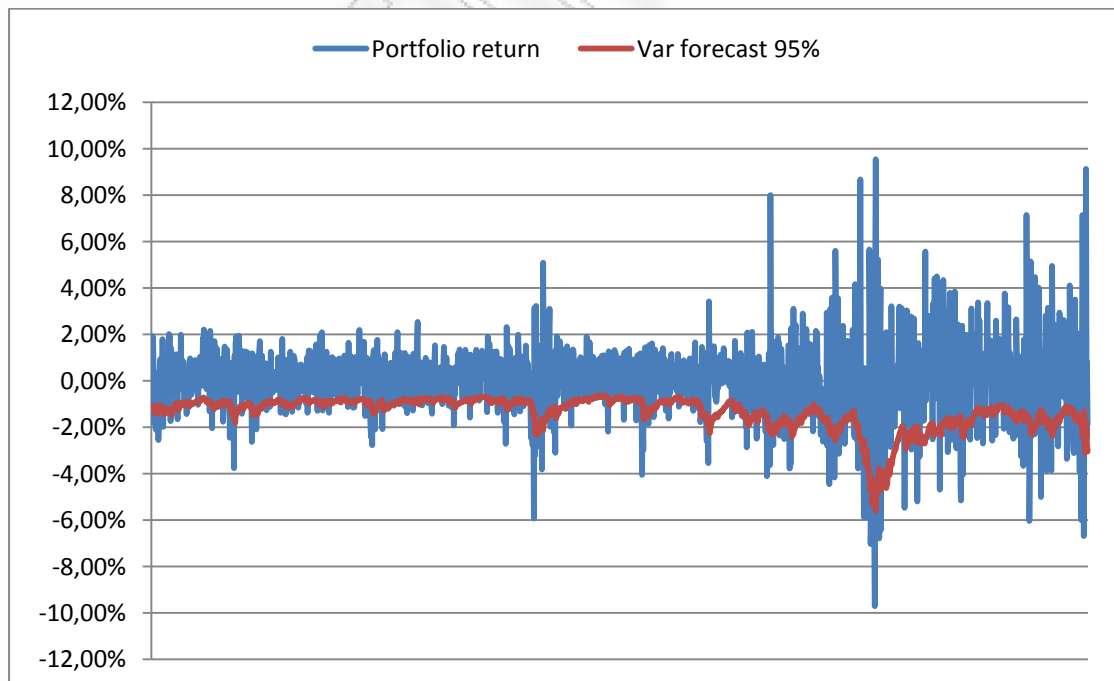


2) Προσέγγιση με correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

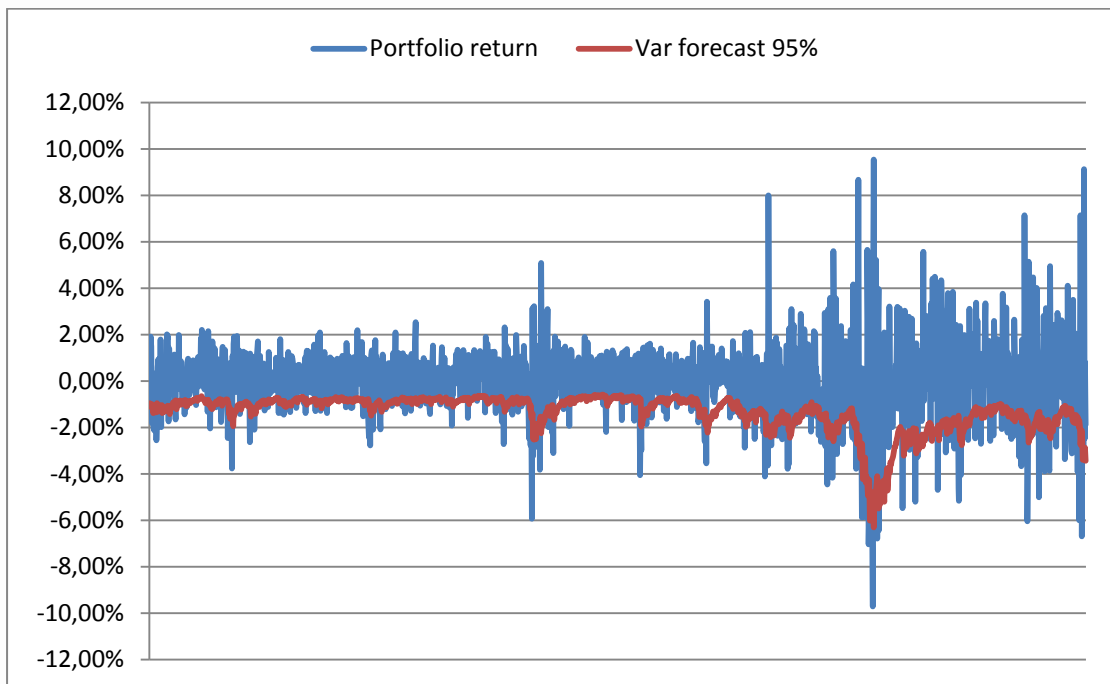
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

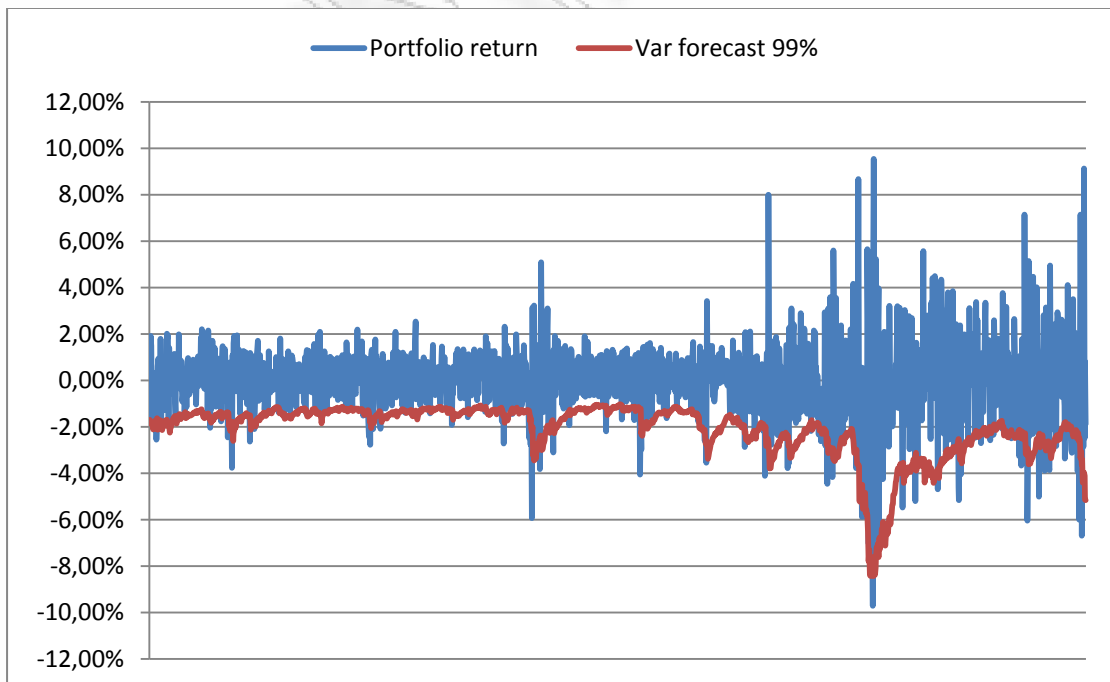


Αρarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

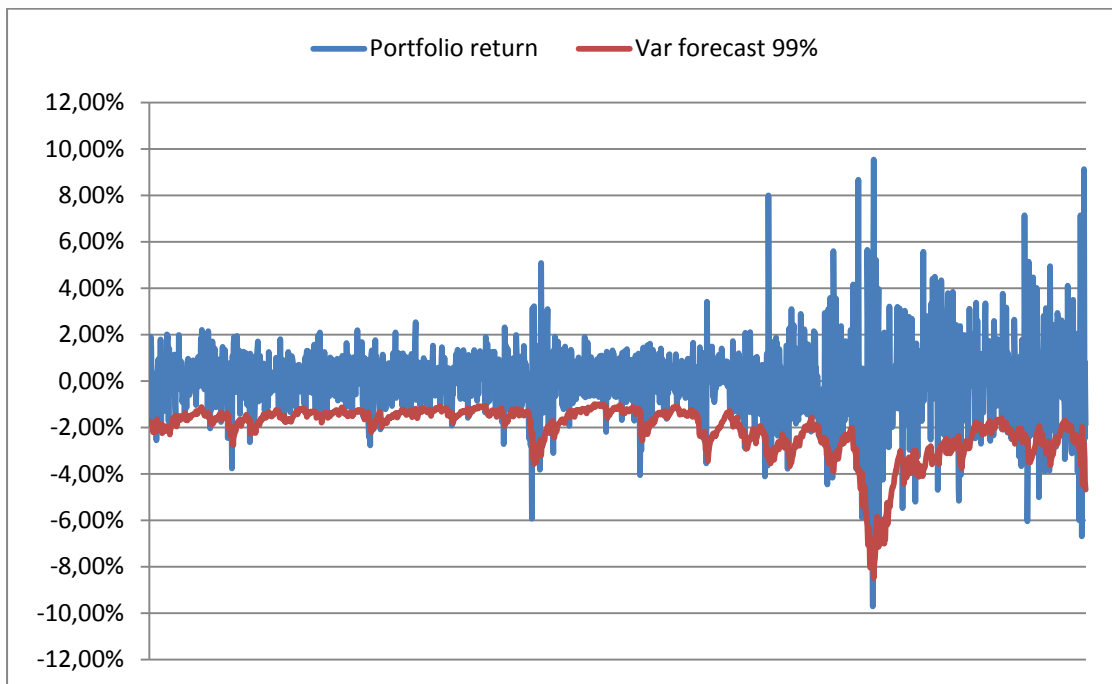


- Προσέγγιση με correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 99%

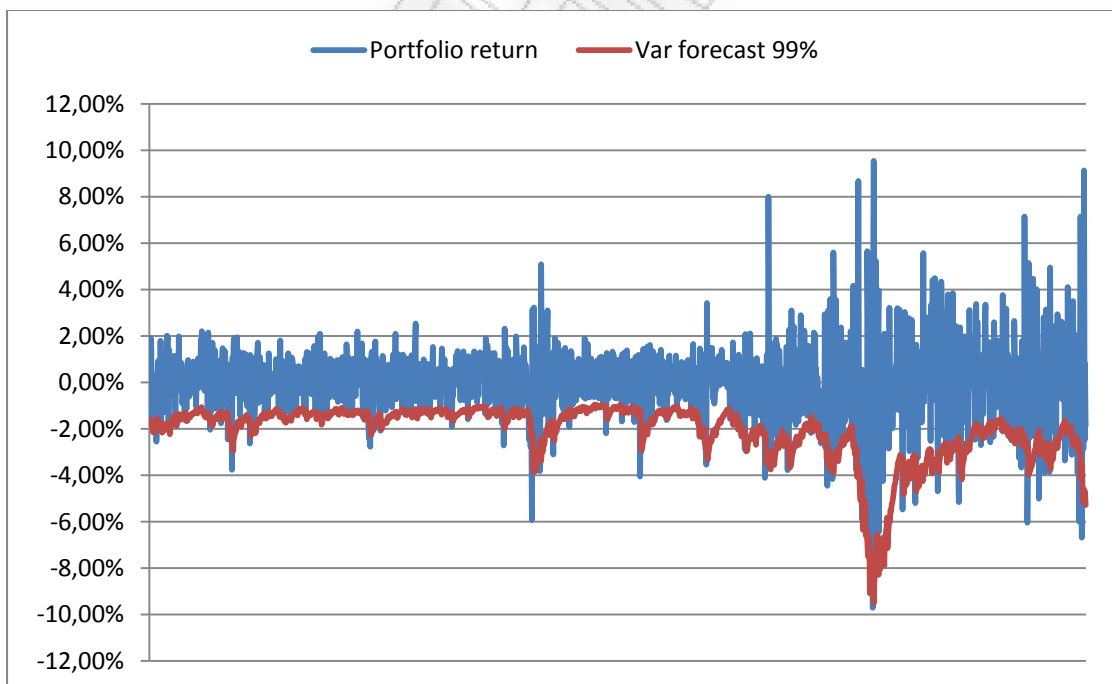
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%



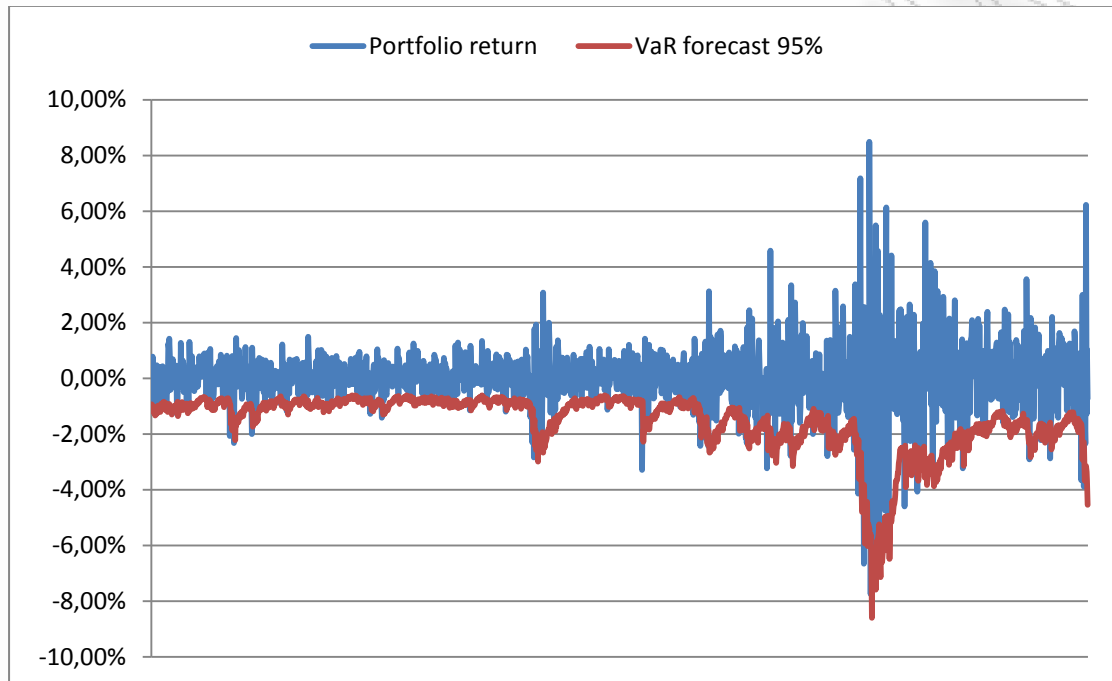
ARarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%



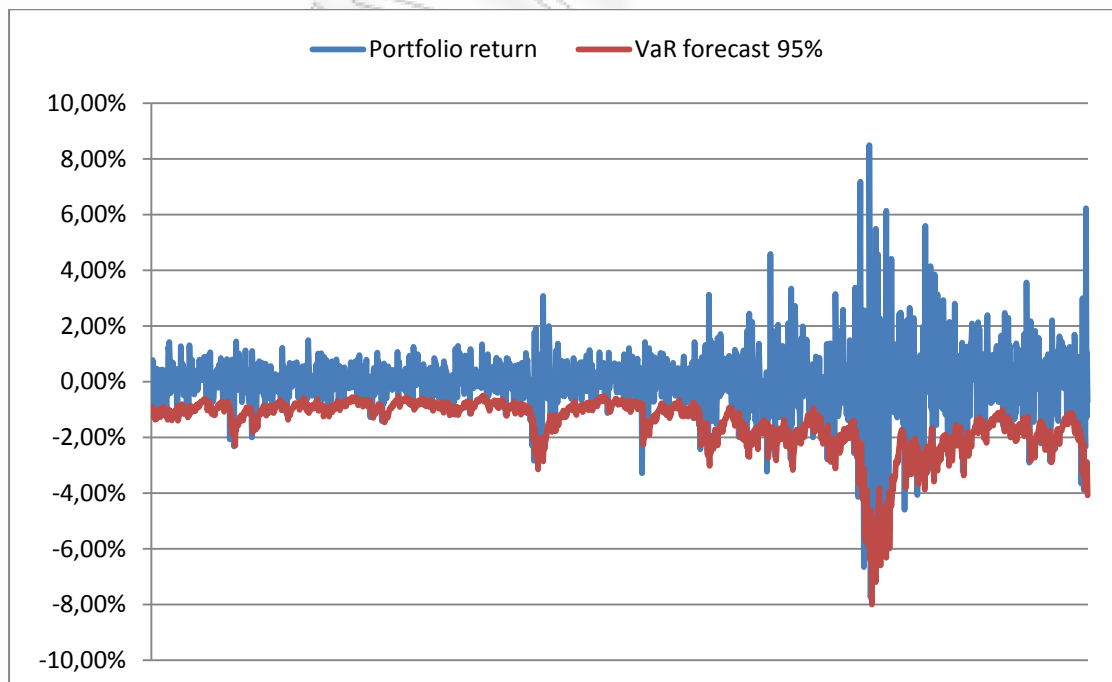
Γ) Κατανομή GED

1) Προσέγγιση χωρίς correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

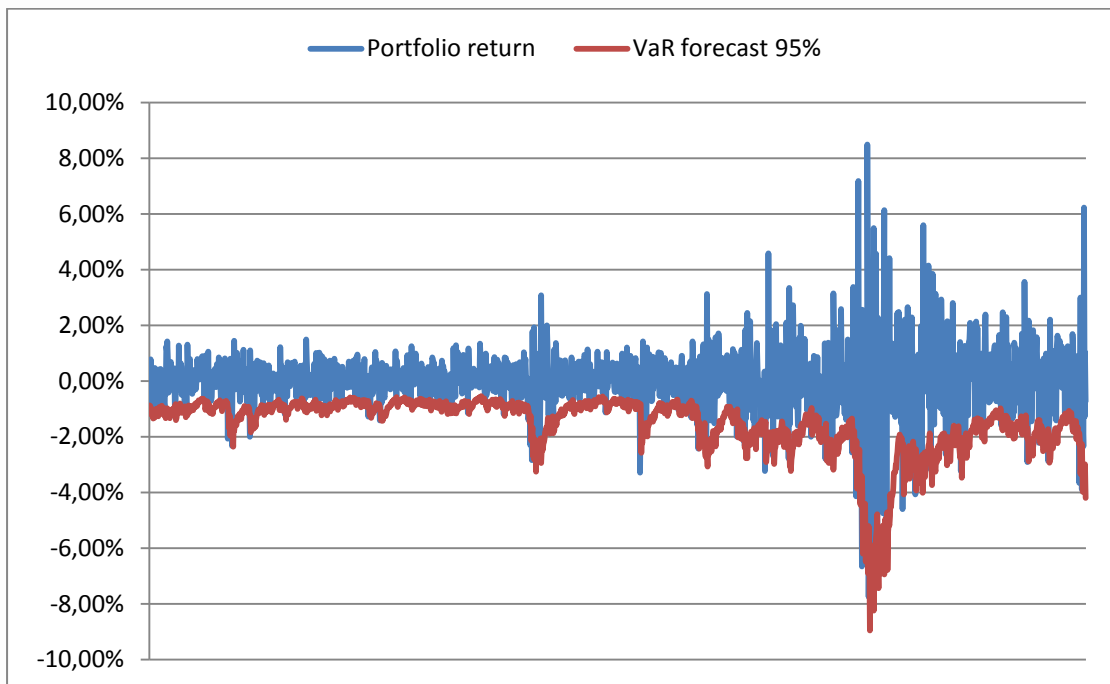
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

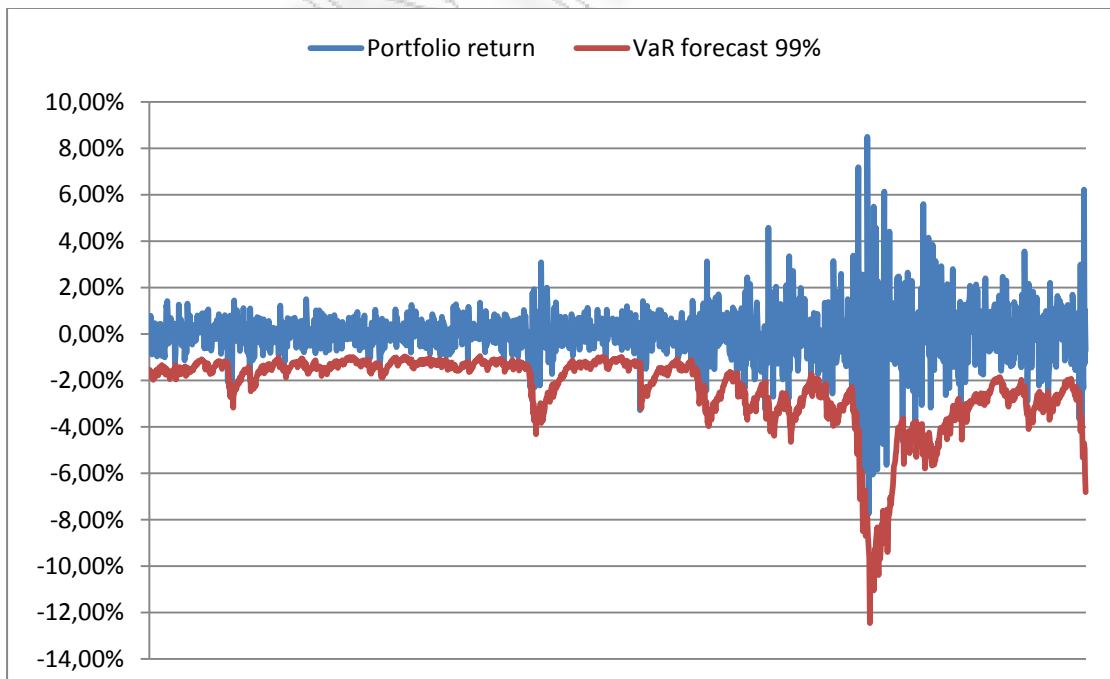


Αρarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

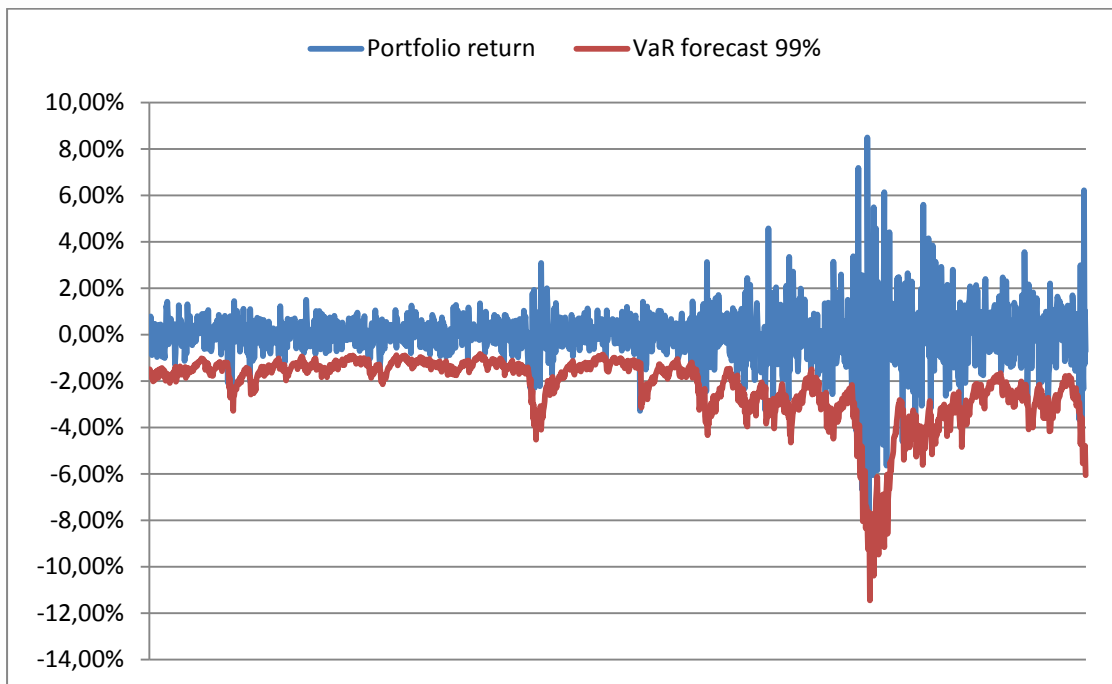


- Προσέγγιση χωρίς correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 99%

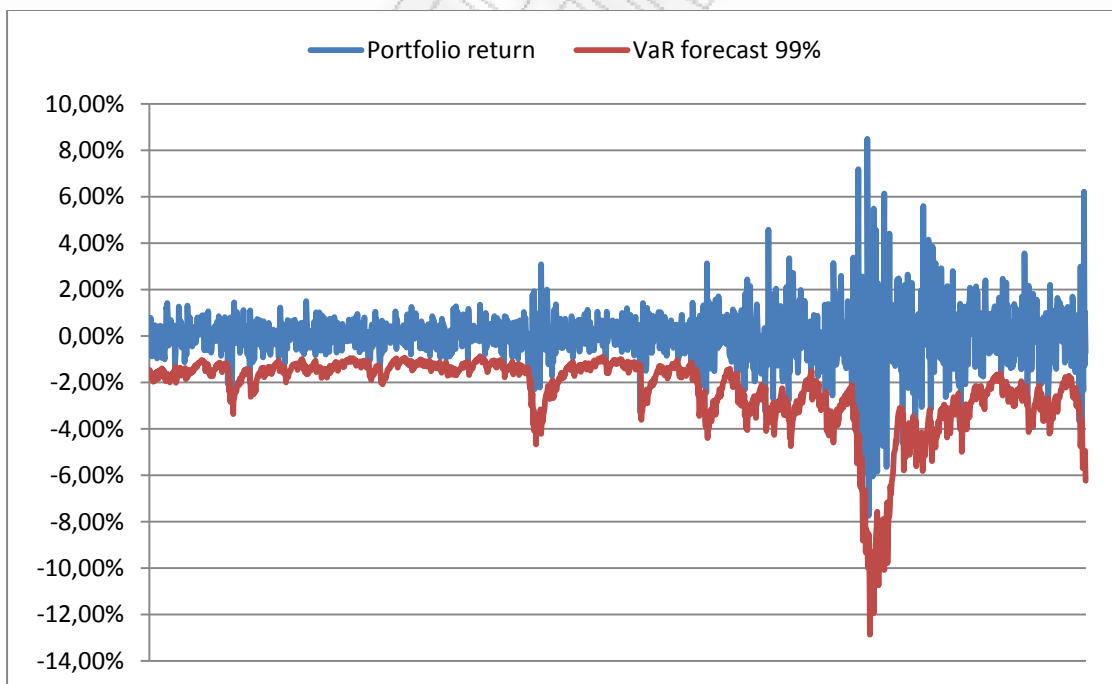
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%

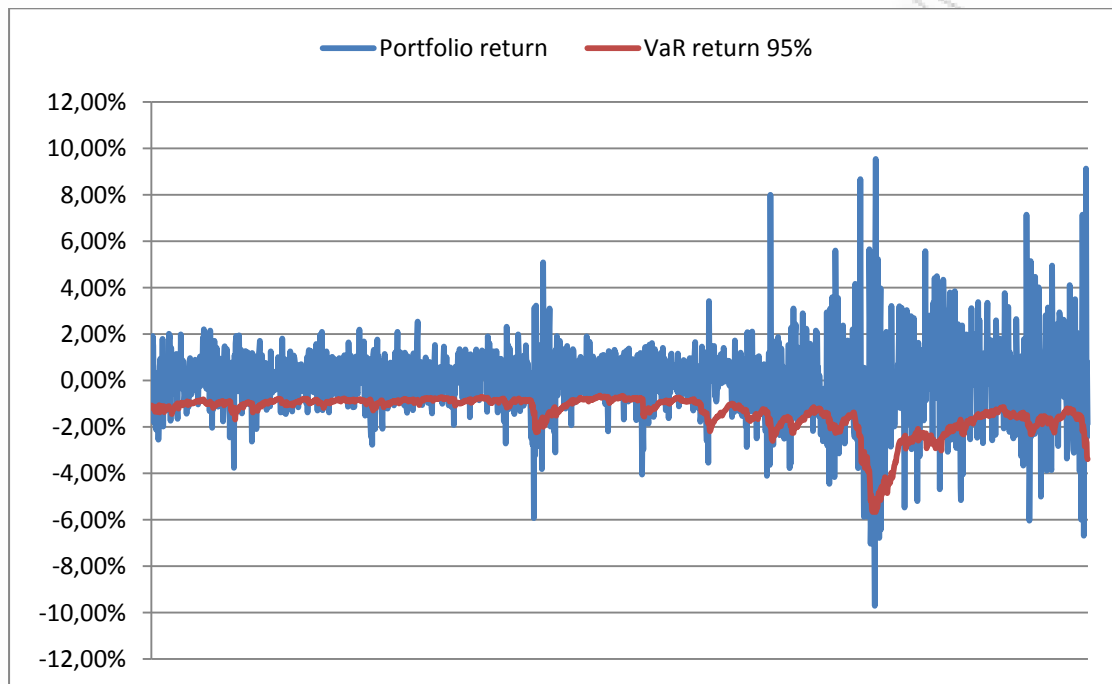


ARgarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%

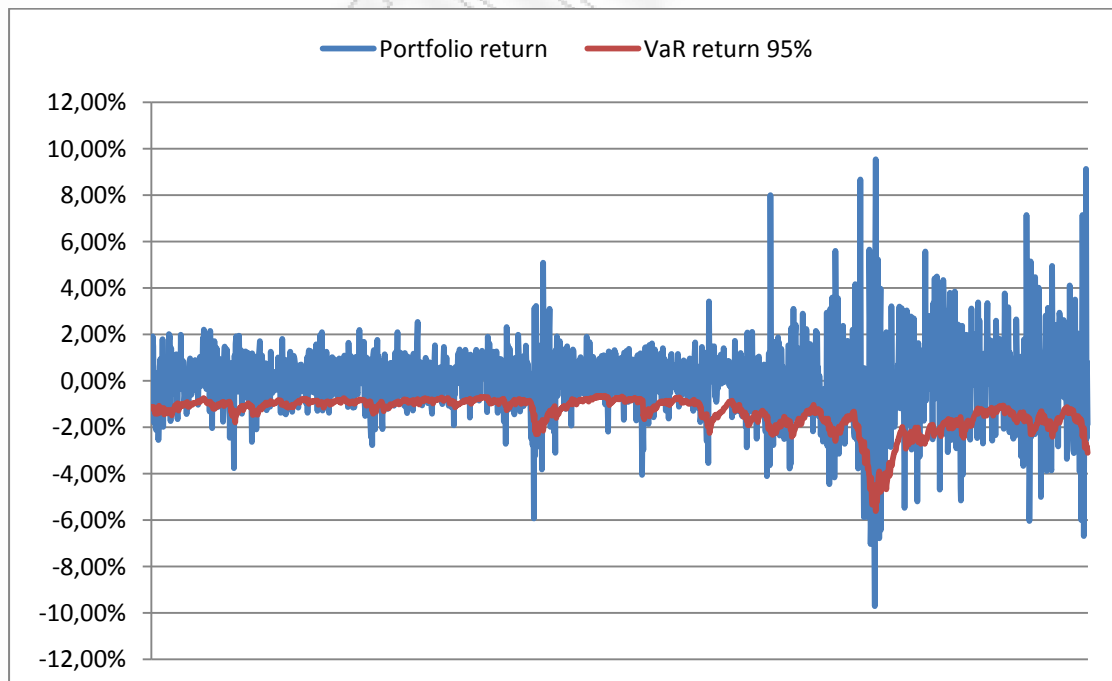


2) Προσέγγιση με correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

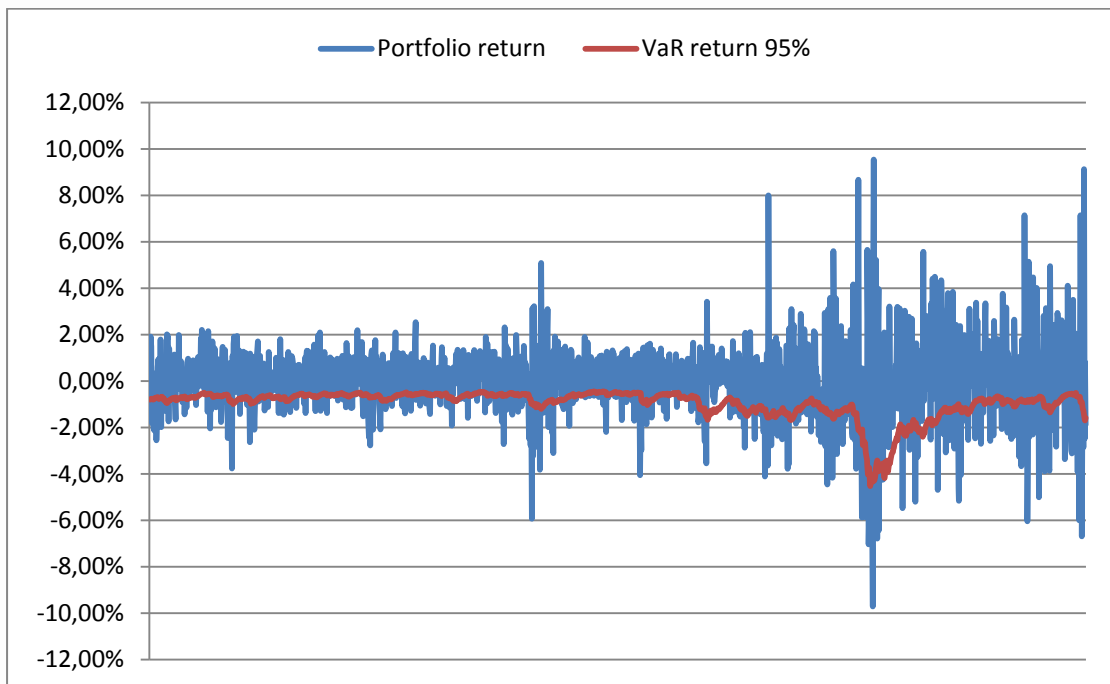
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

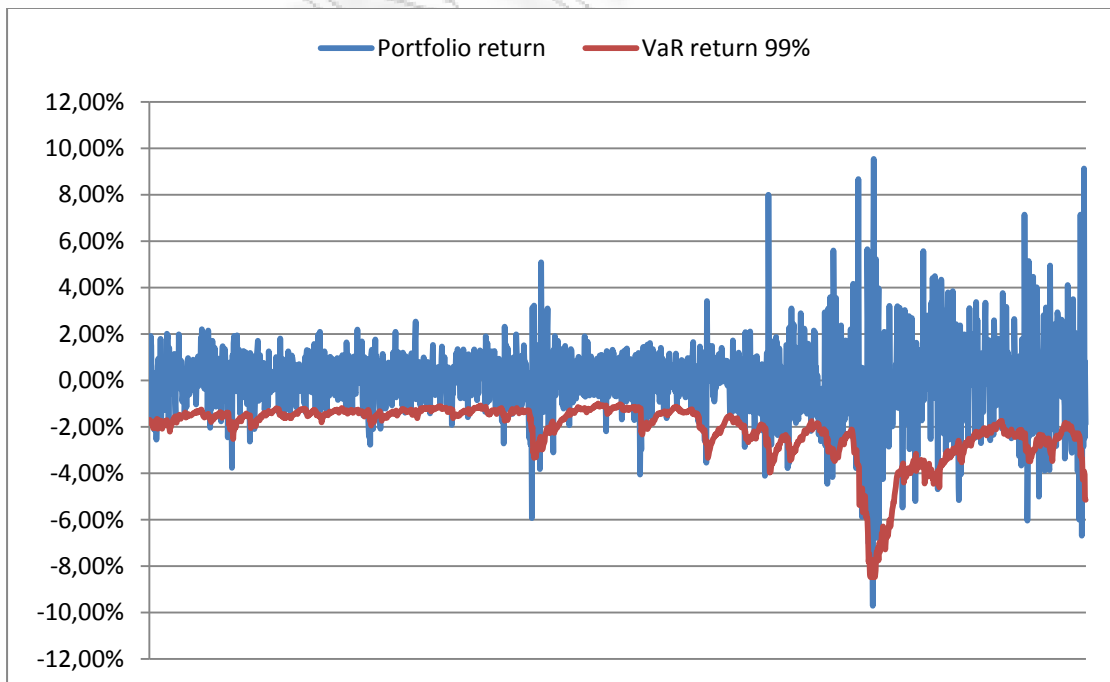


Αρarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%

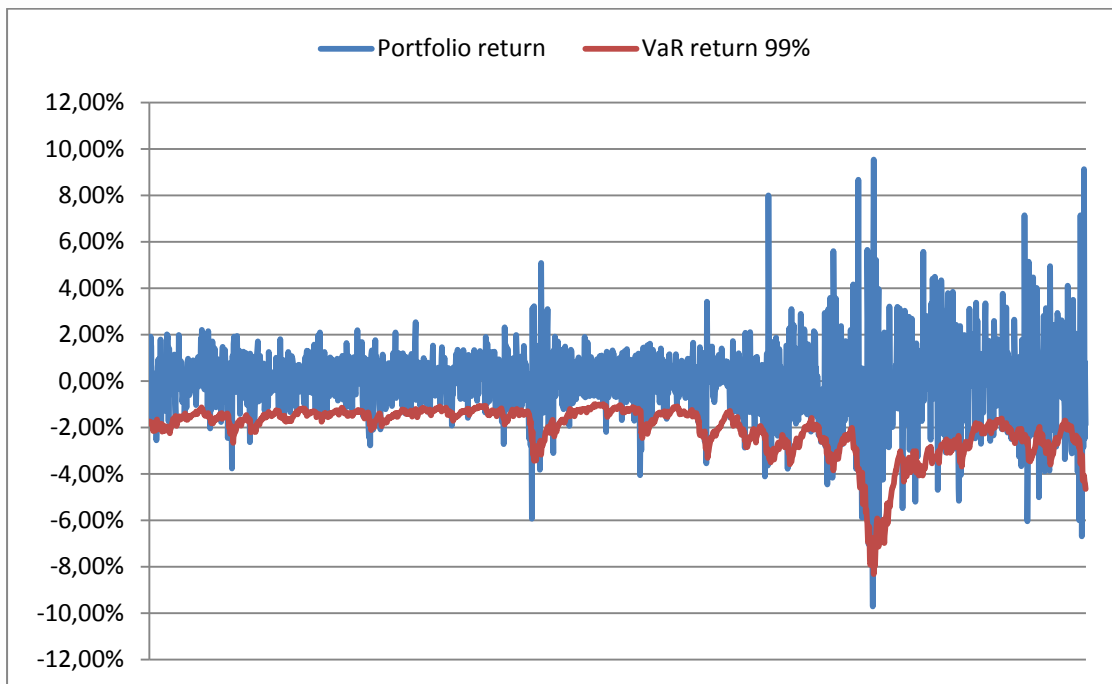


- Προσέγγιση με correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 99%

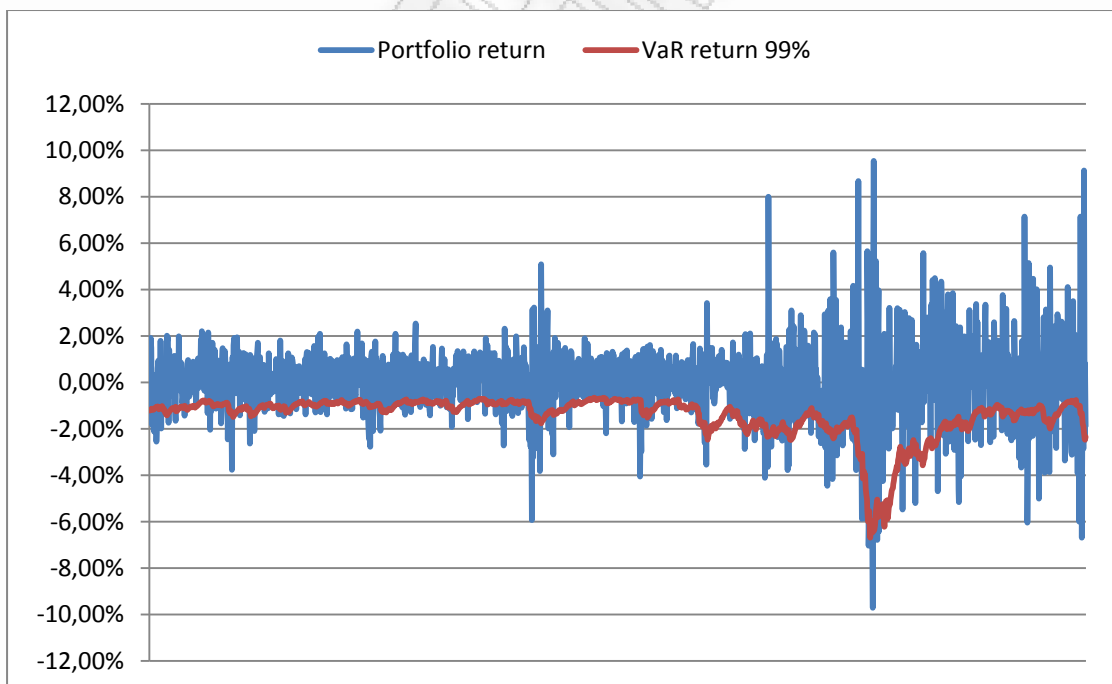
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%



ARarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 99%

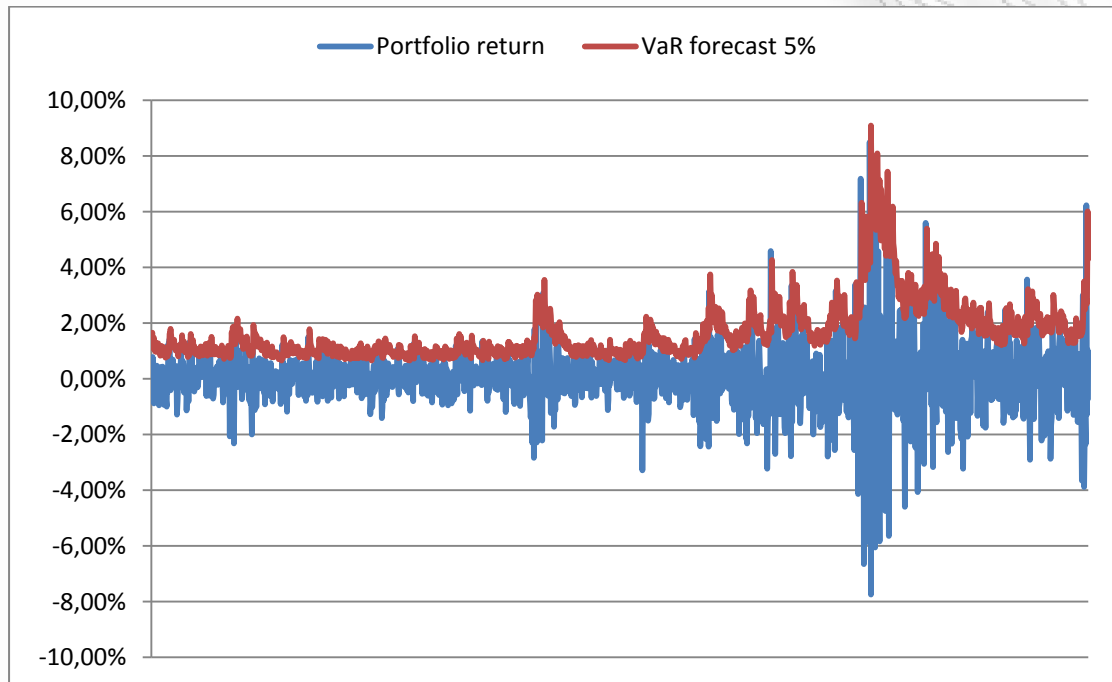


Short position

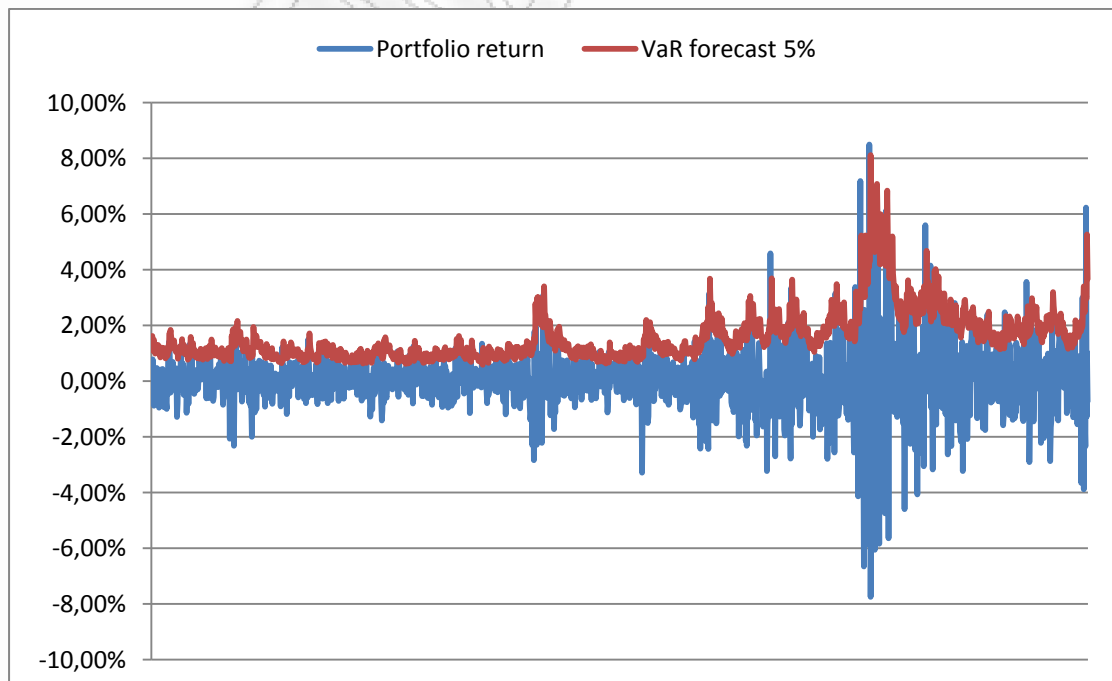
A) Κανονική κατανομή

1) Προσέγγιση χωρίς correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

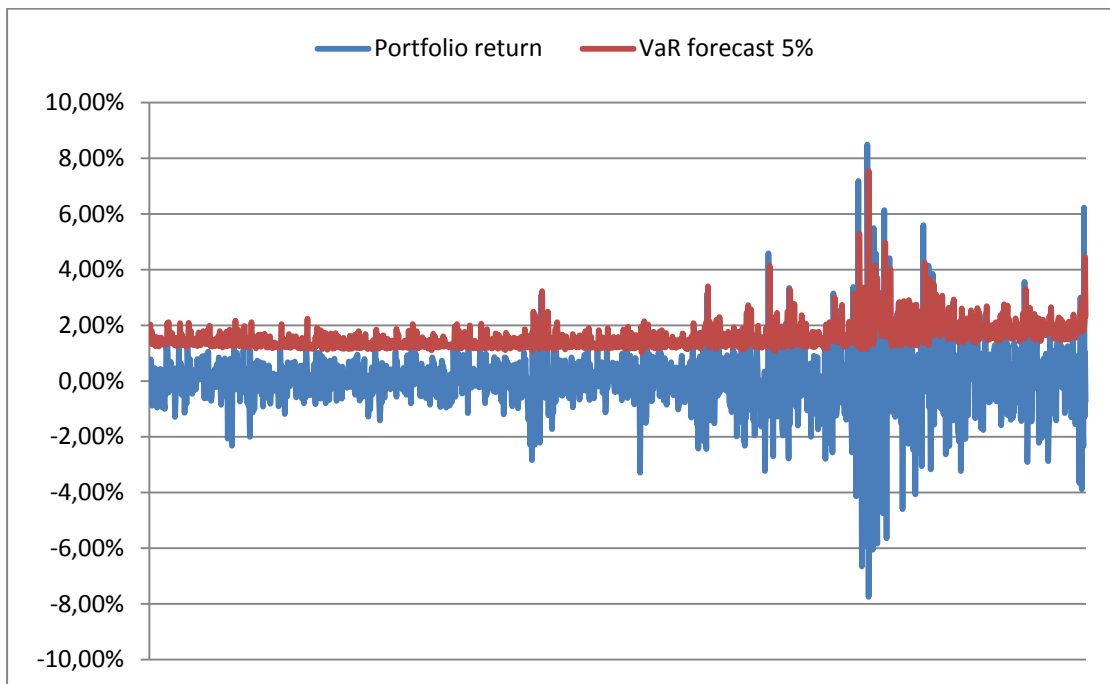
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

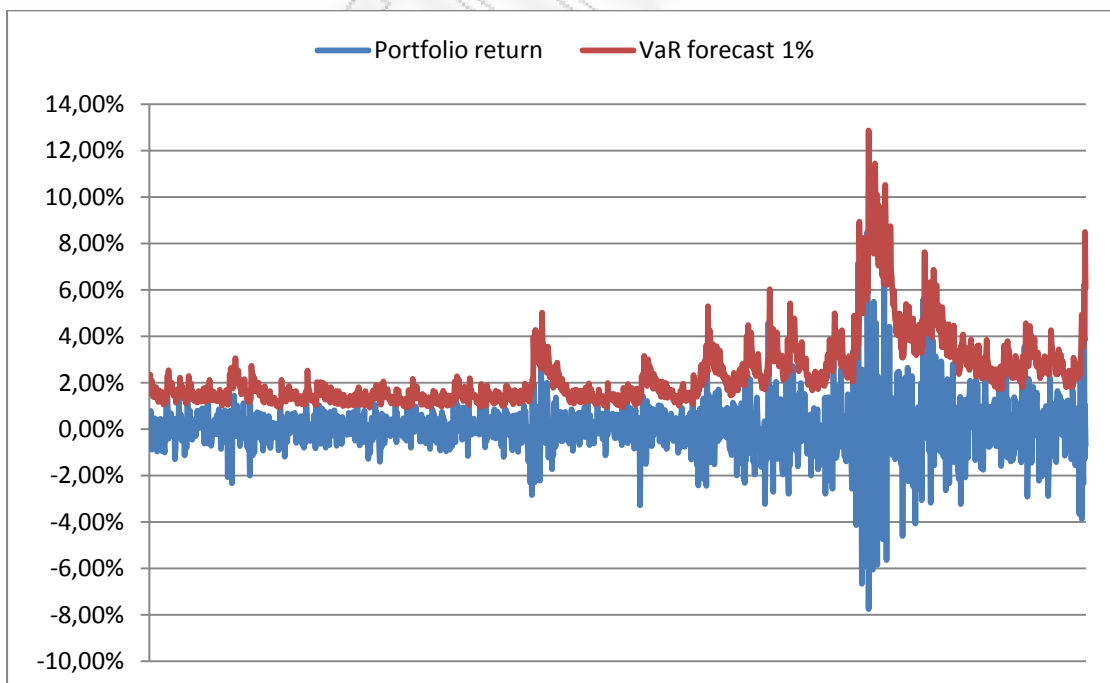


Αραρχ (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

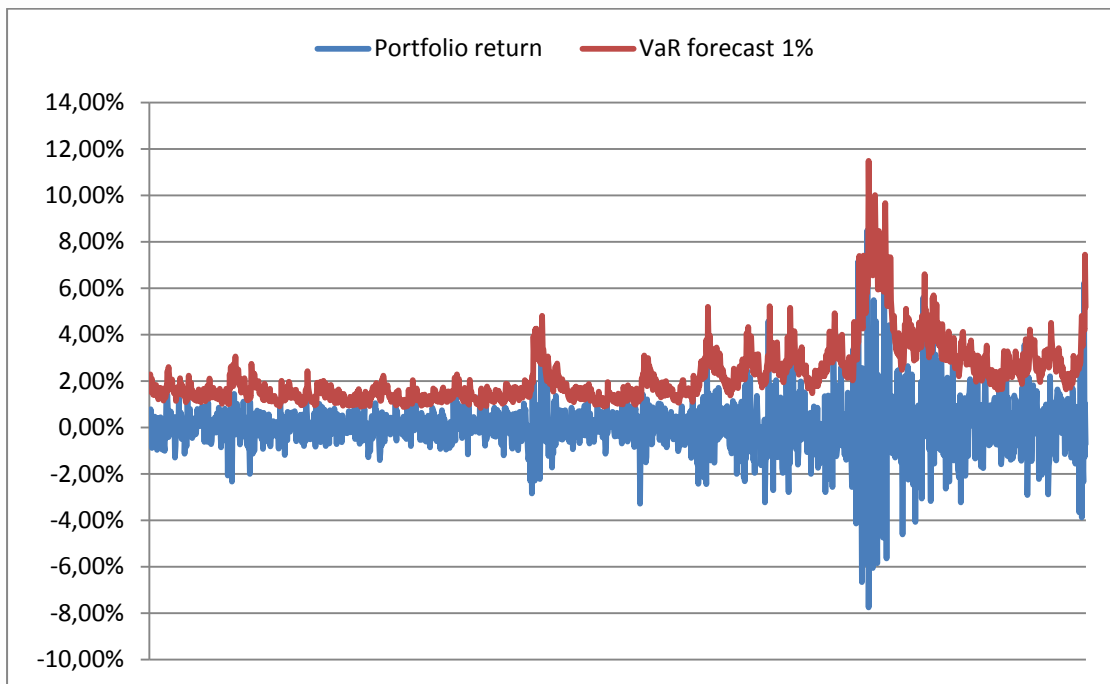


- Προσέγγιση χωρίς correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 1%

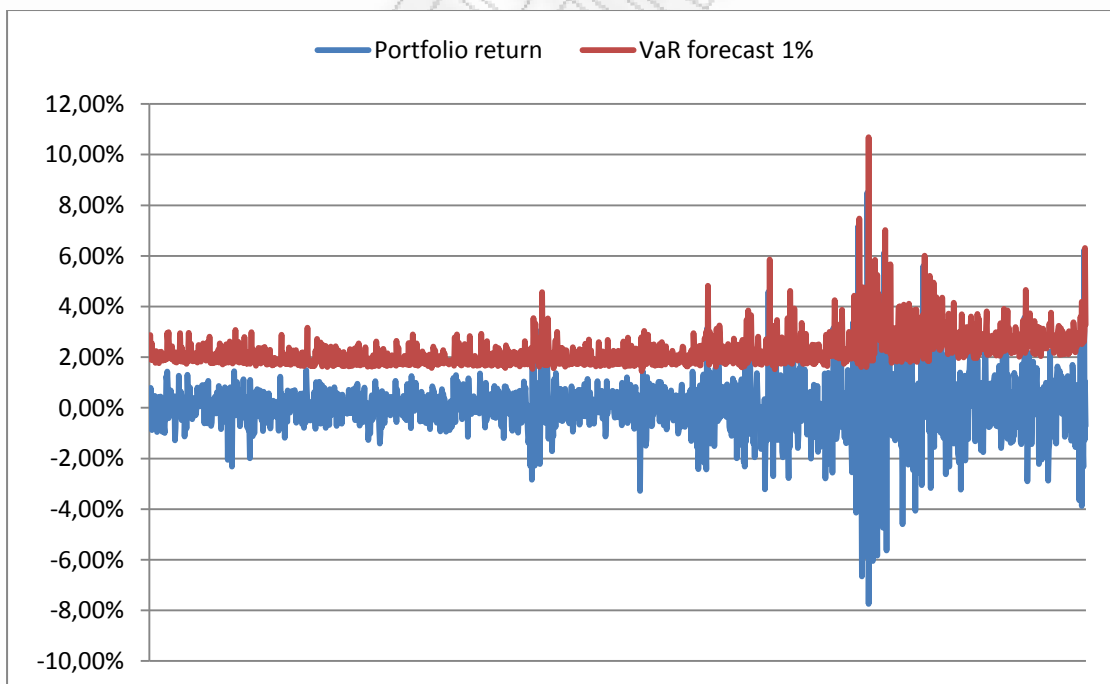
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%

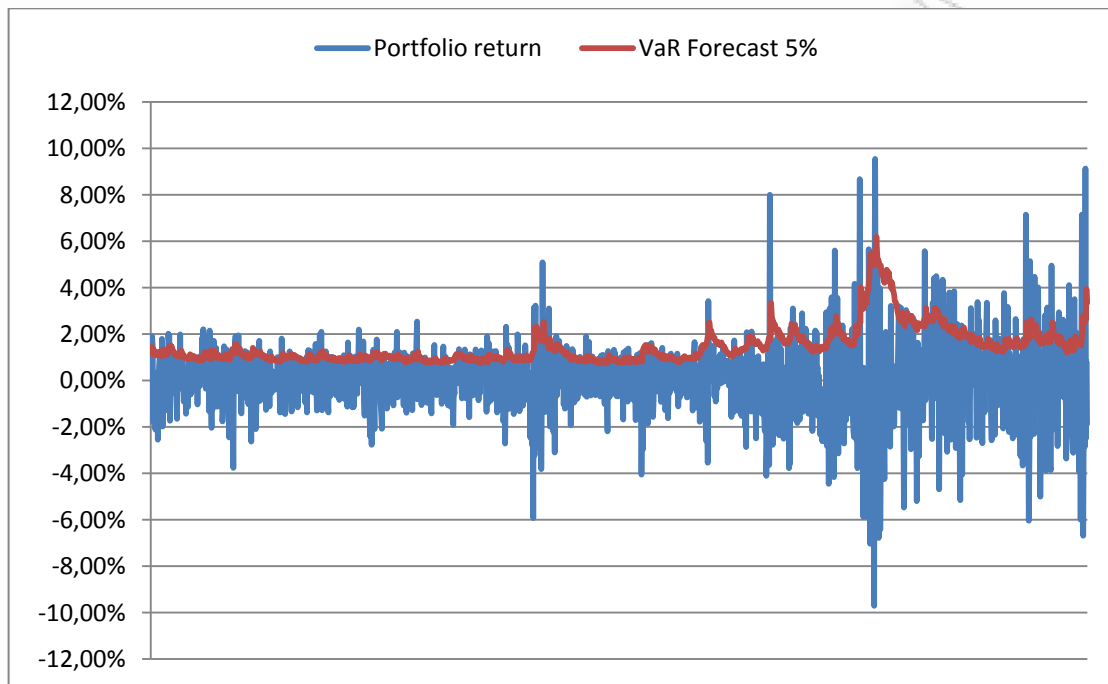


ARarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%

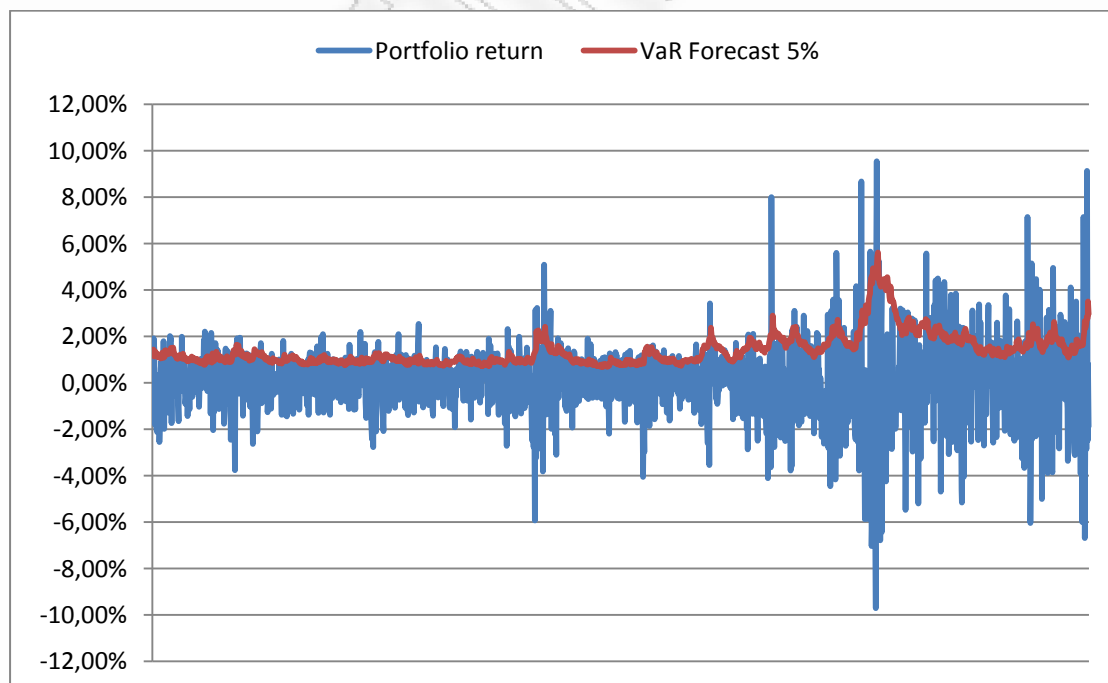


2) Προσέγγιση με correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

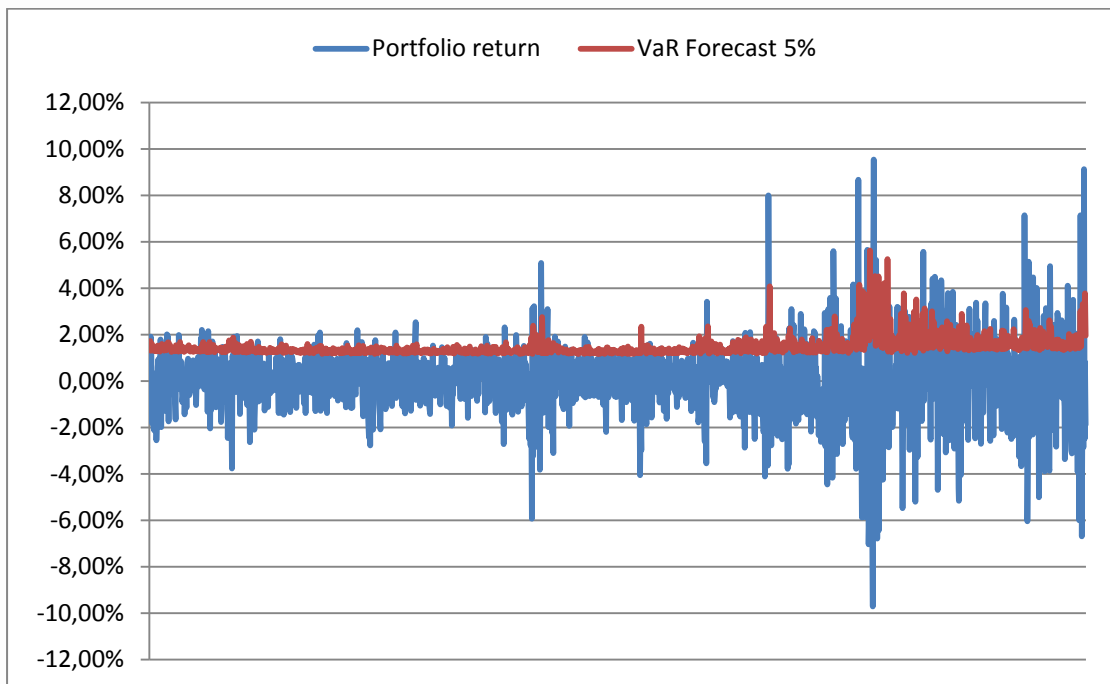
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

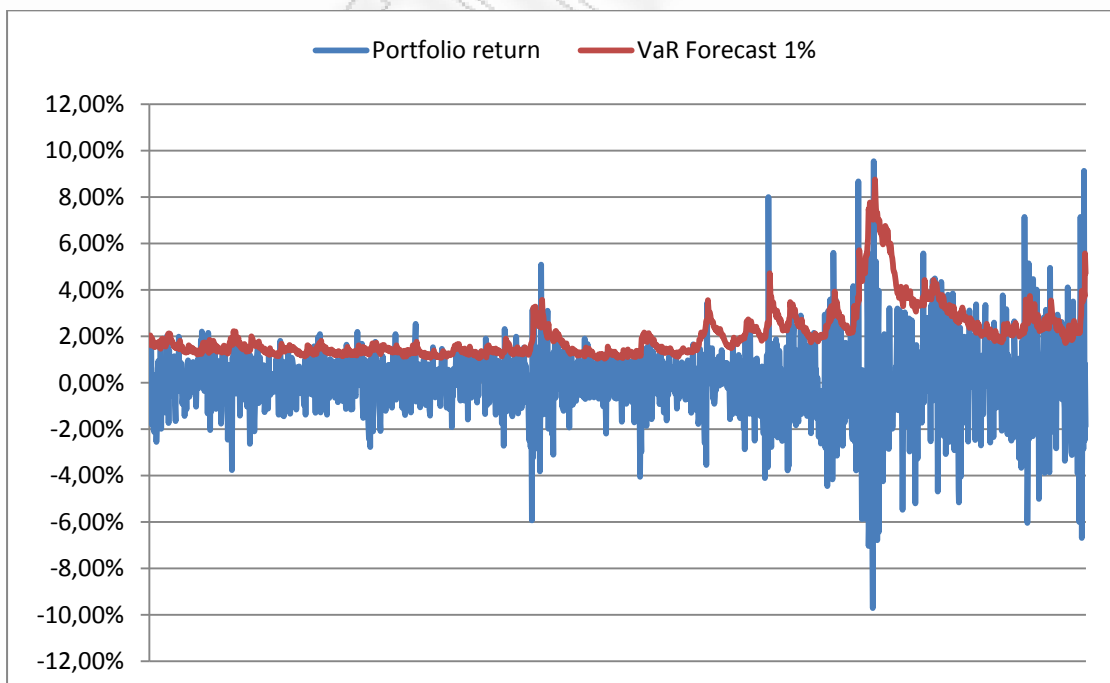


Αρσχ (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

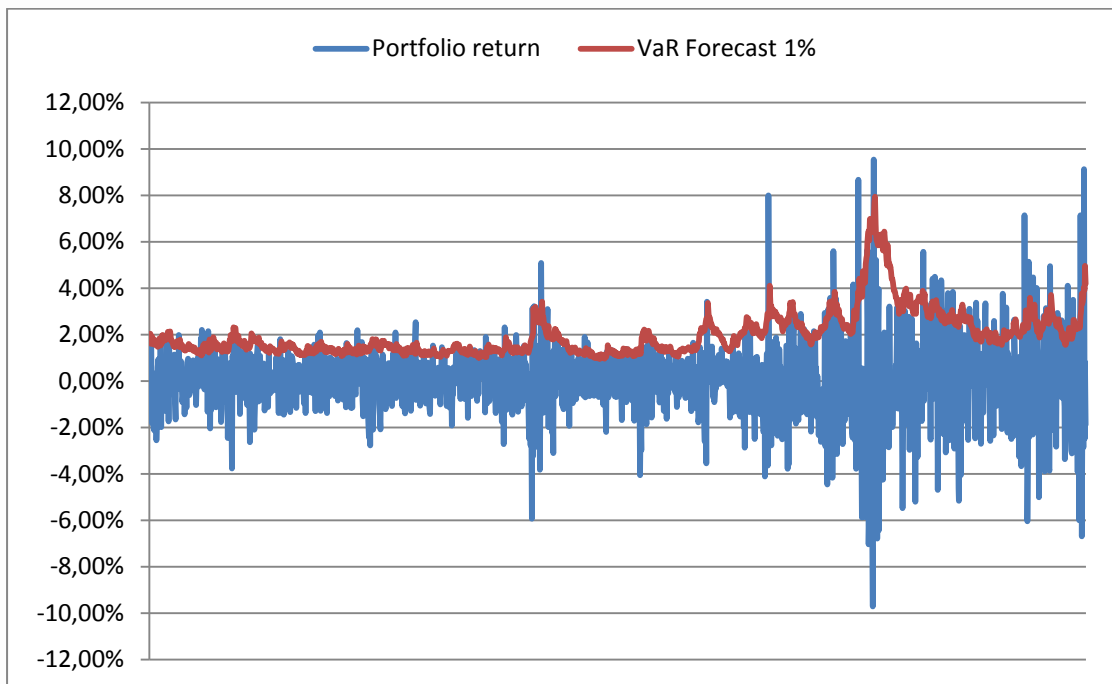


- Προσέγγιση με correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 1%

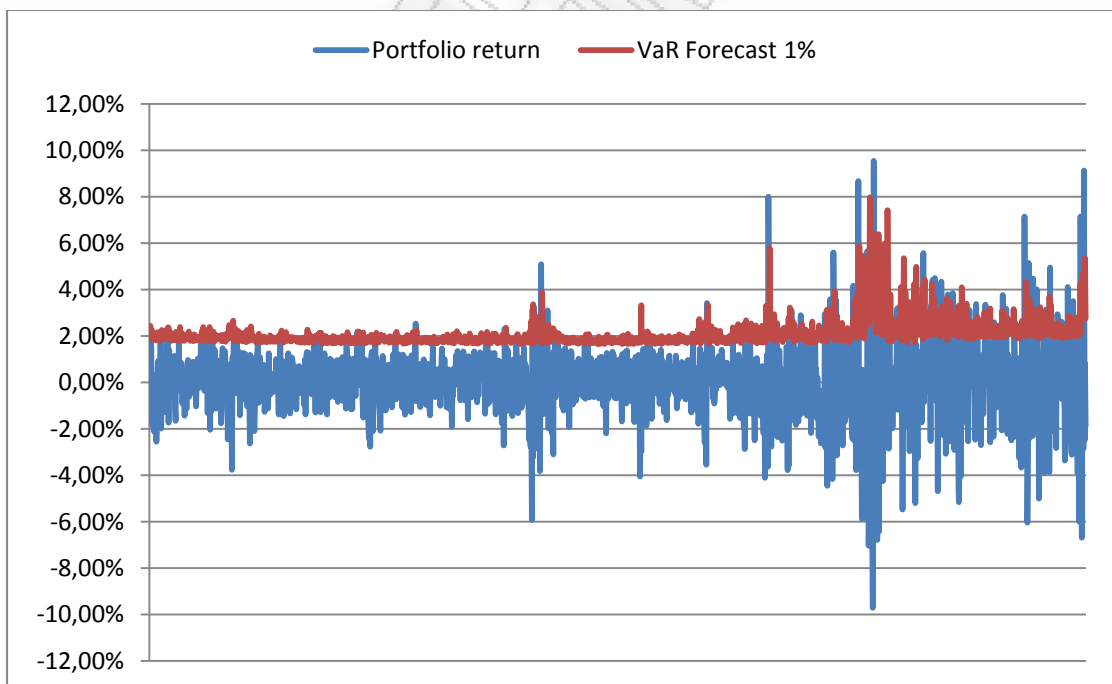
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%



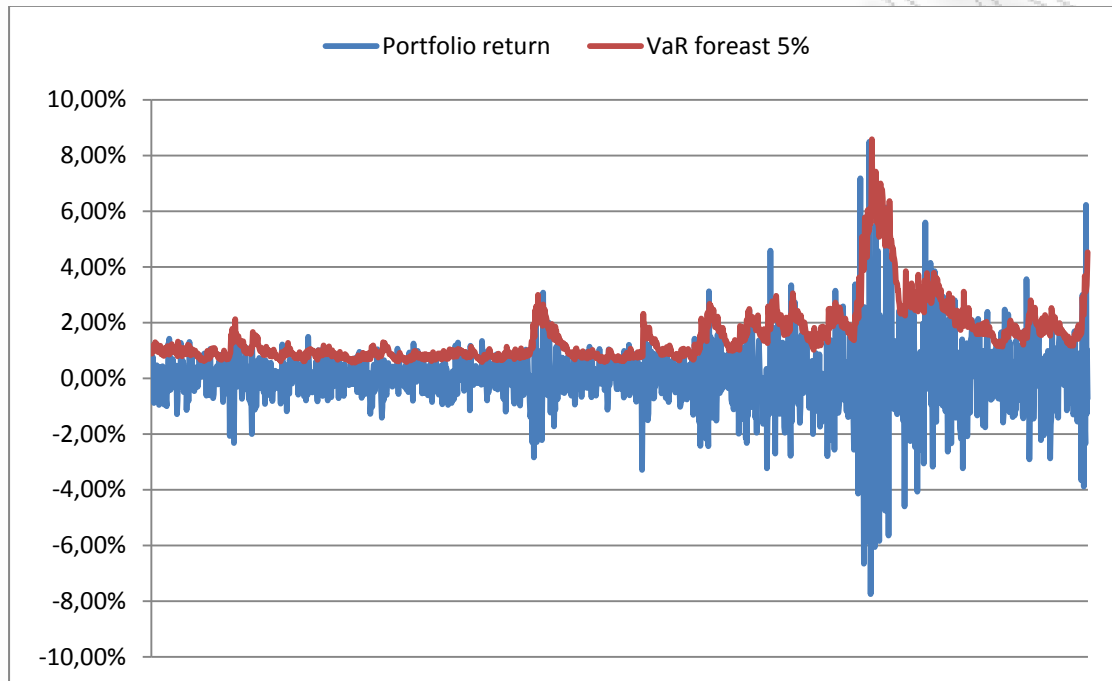
ARarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%



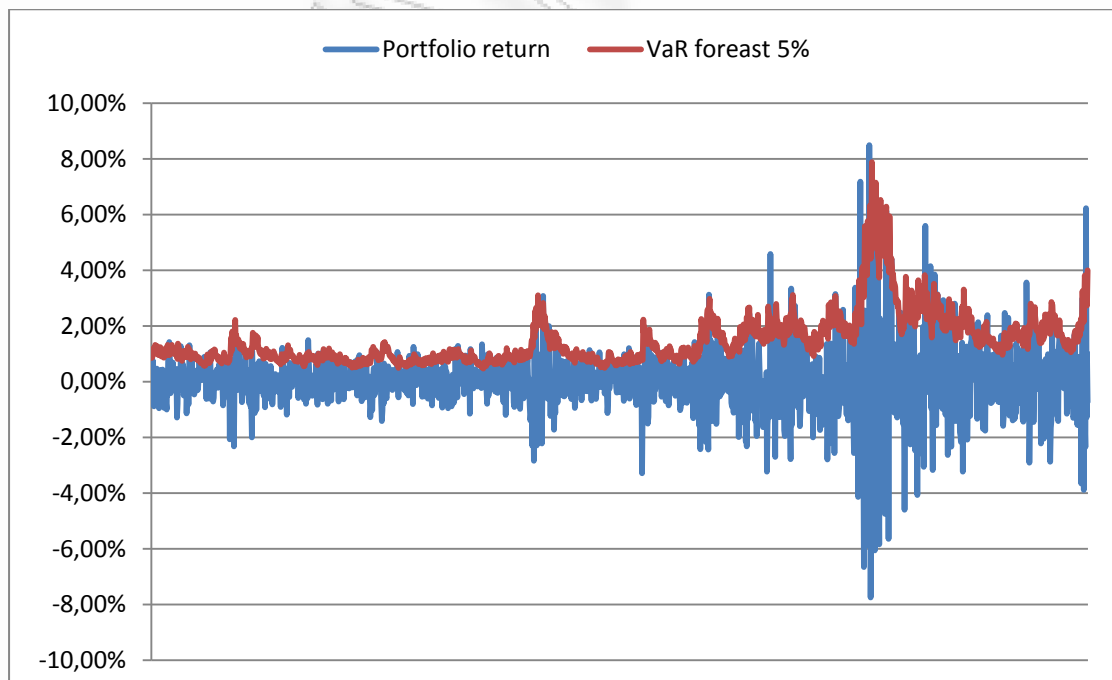
B) Κατανομή Students t

1) Προσέγγιση χωρίς correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

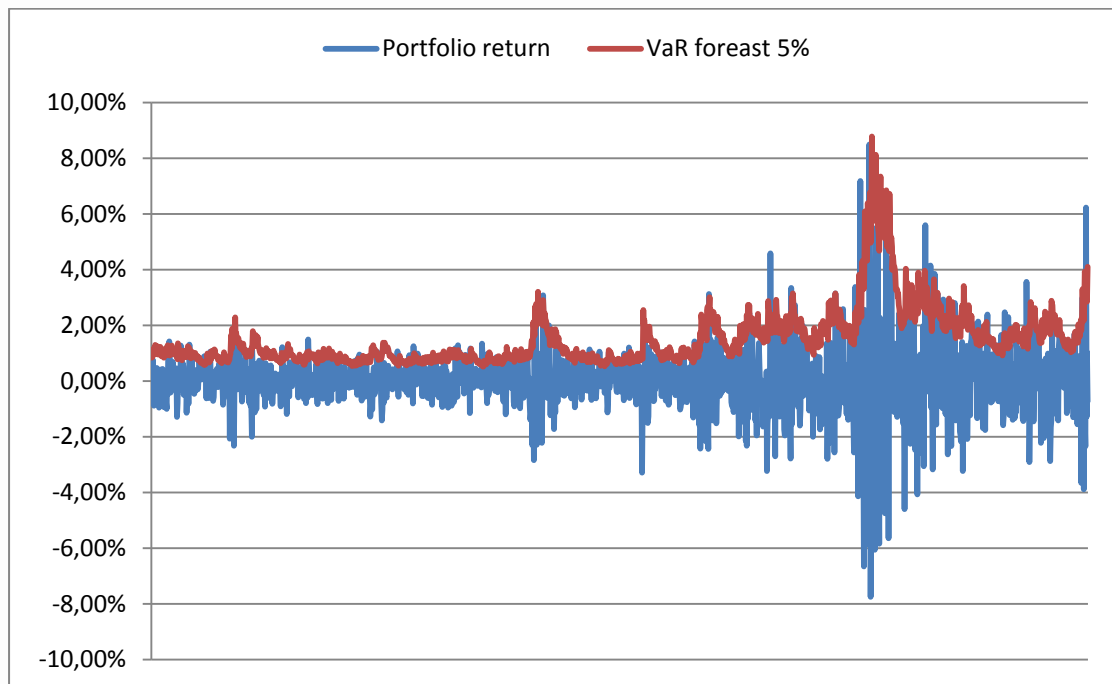
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

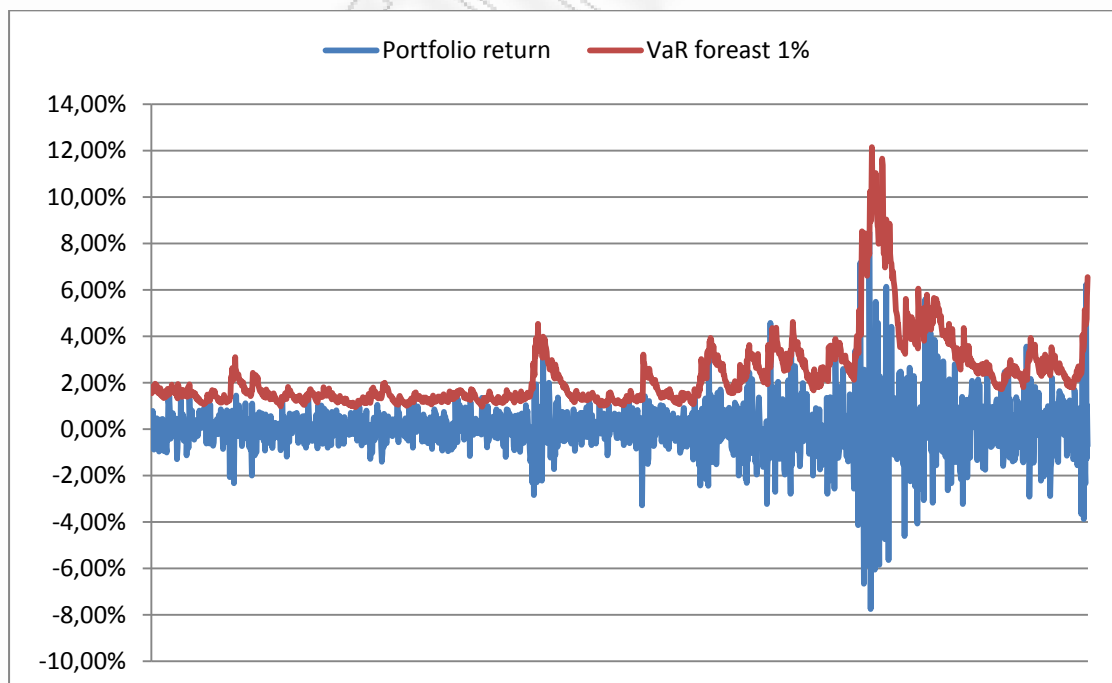


Αρarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

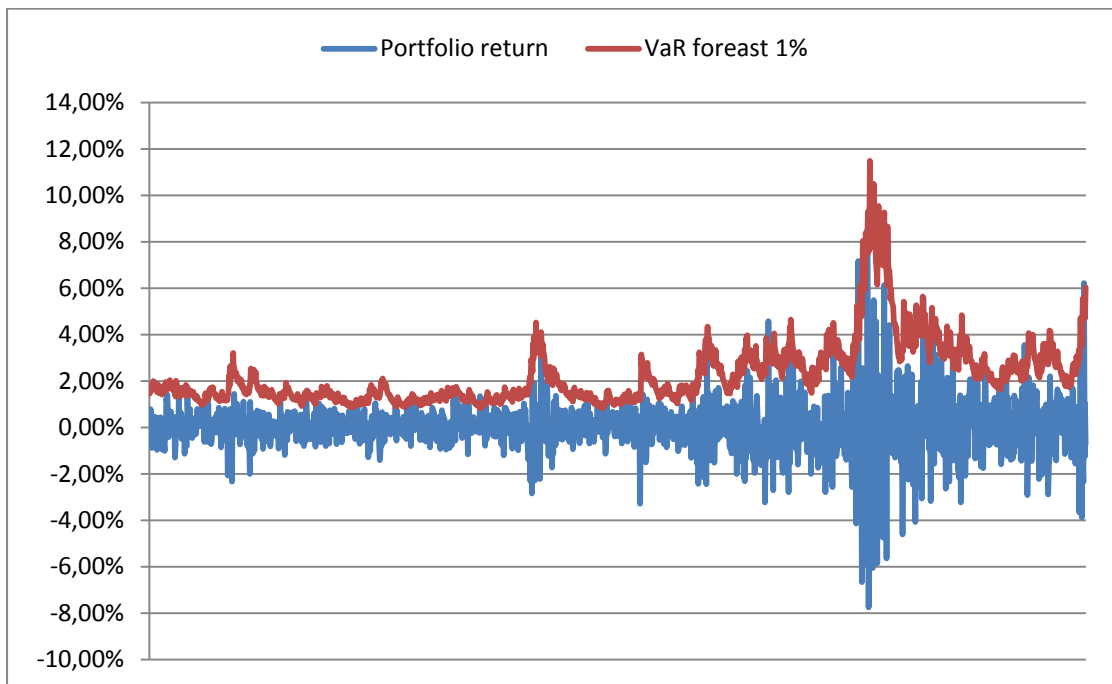


- Προσέγγιση χωρίς correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 1%

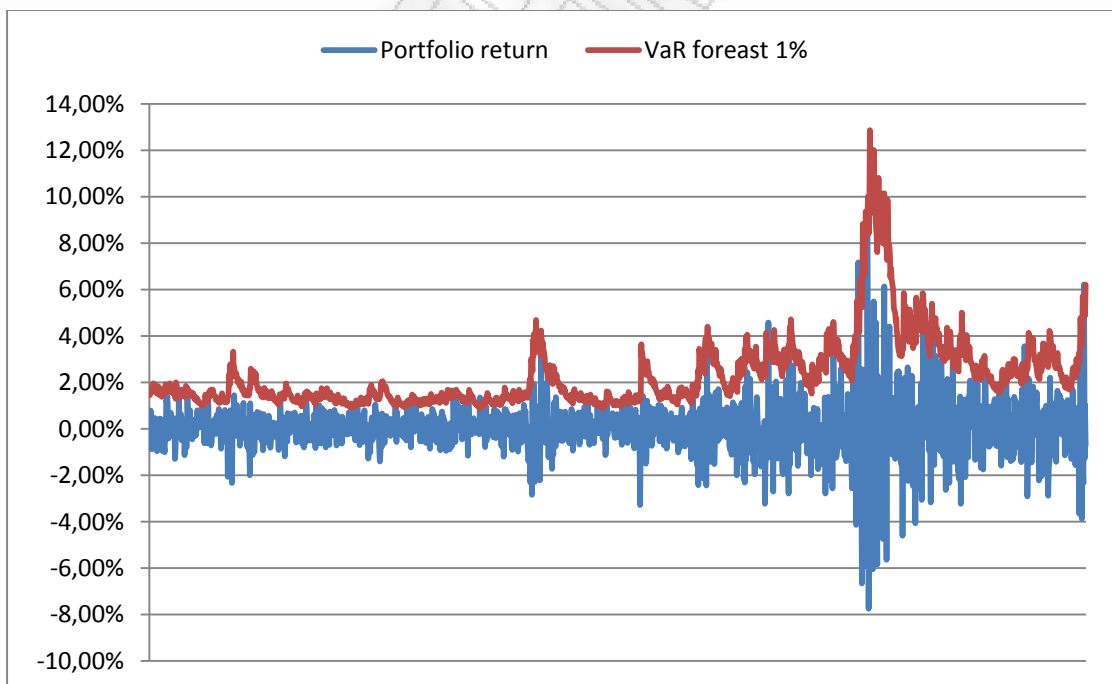
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%

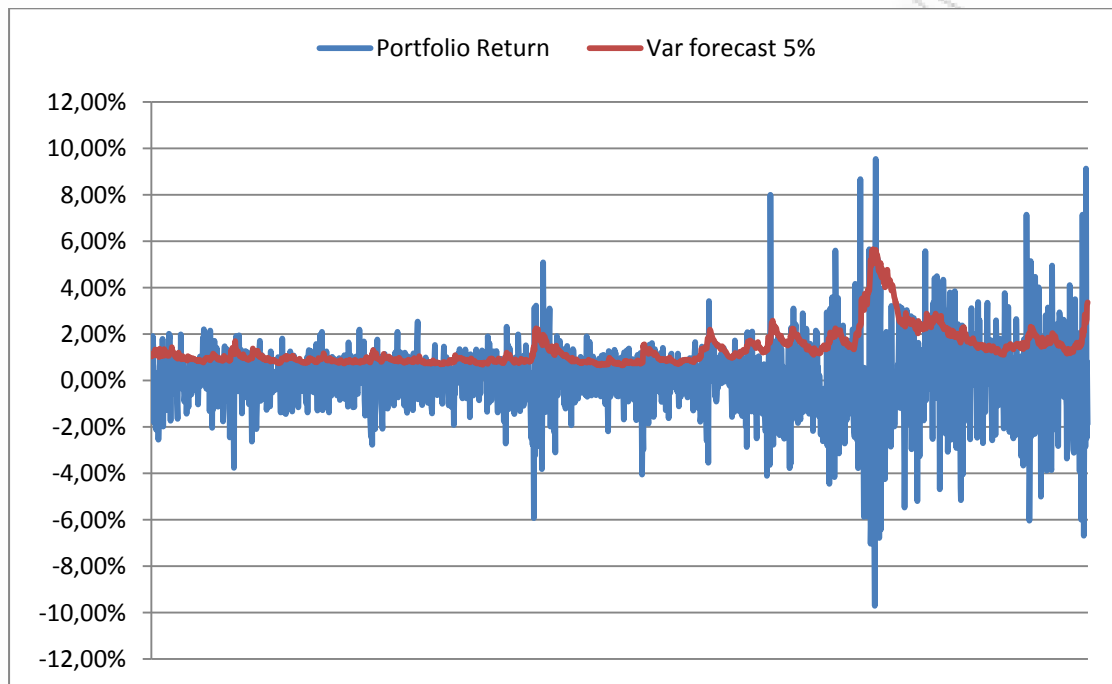


Ararch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%

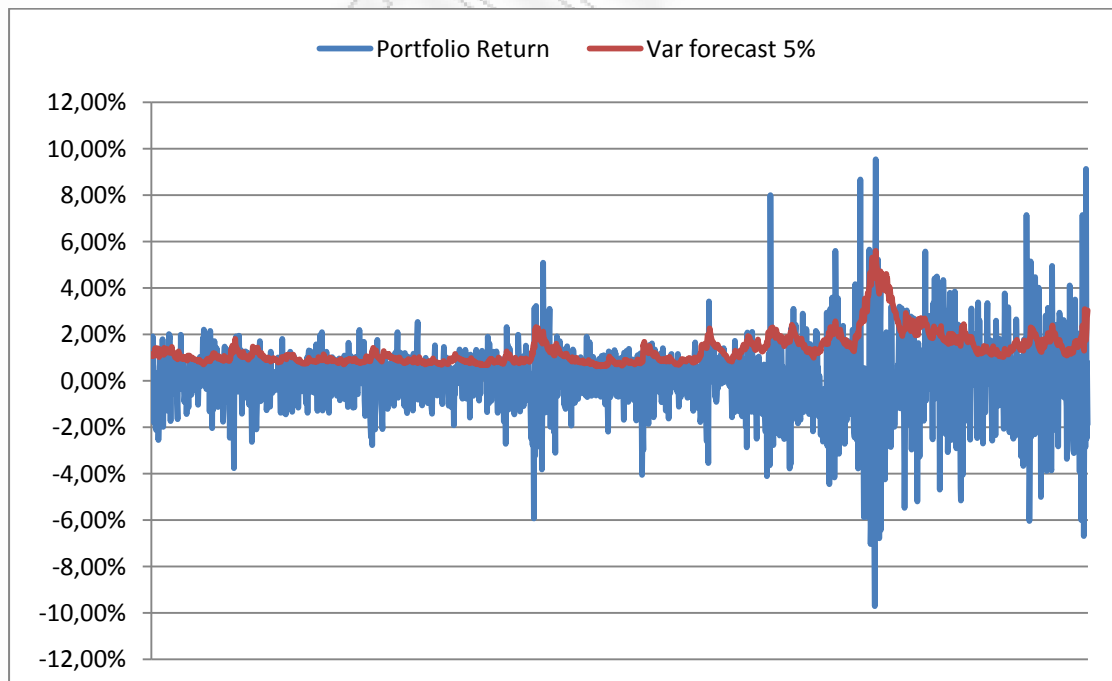


2) Προσέγγιση με correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

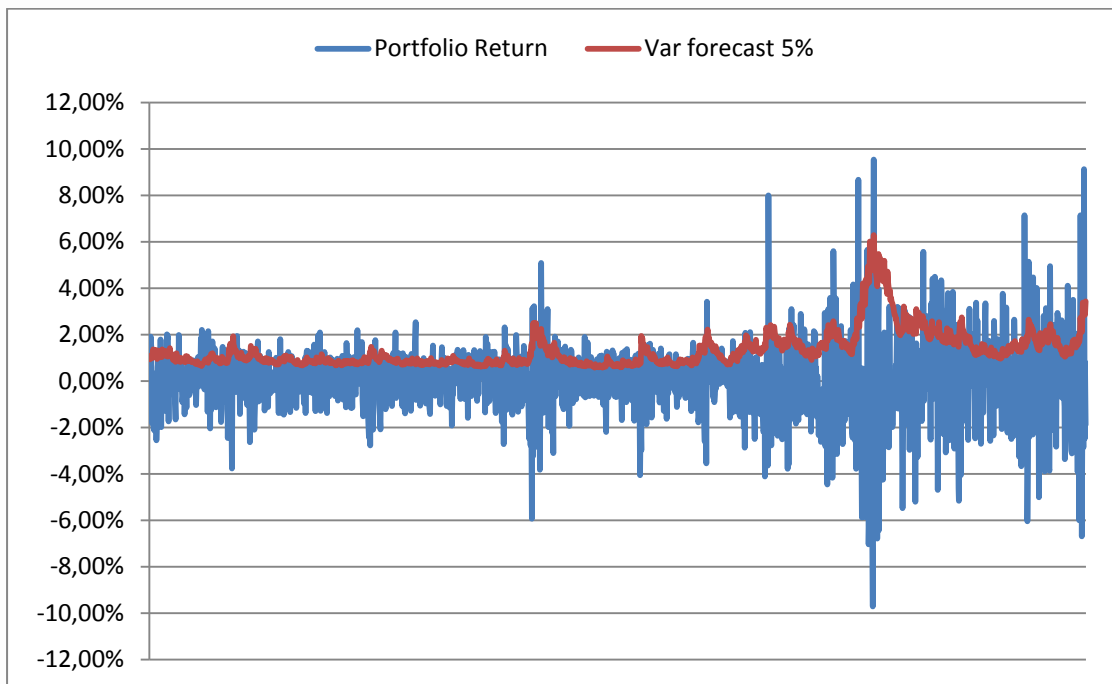
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

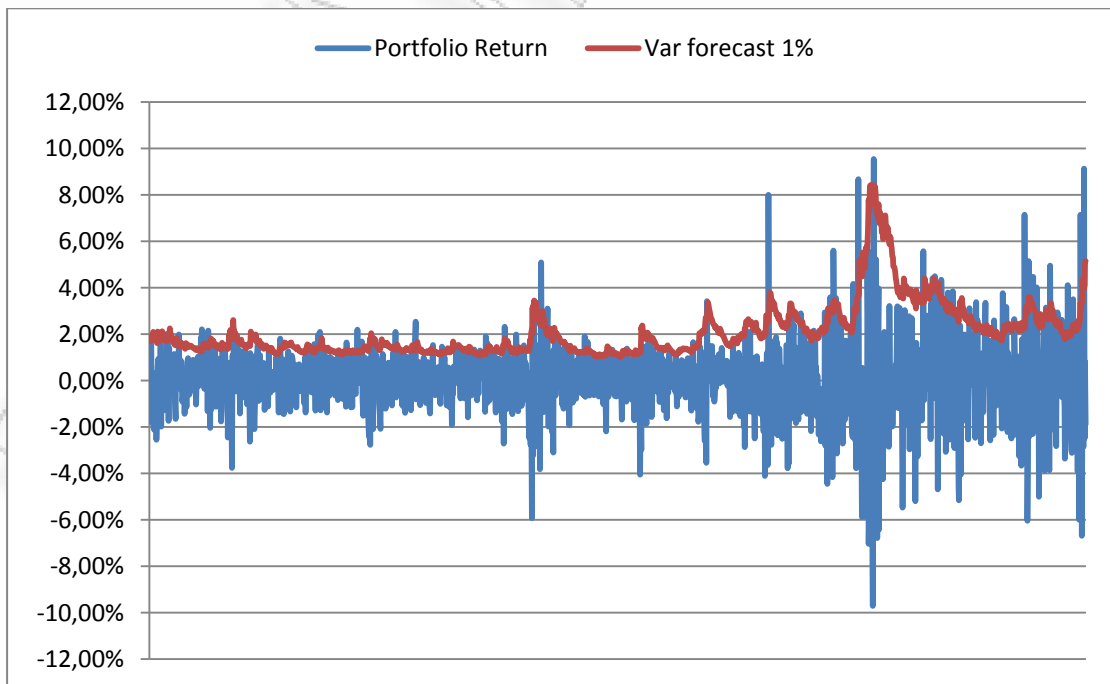


Αρσrch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

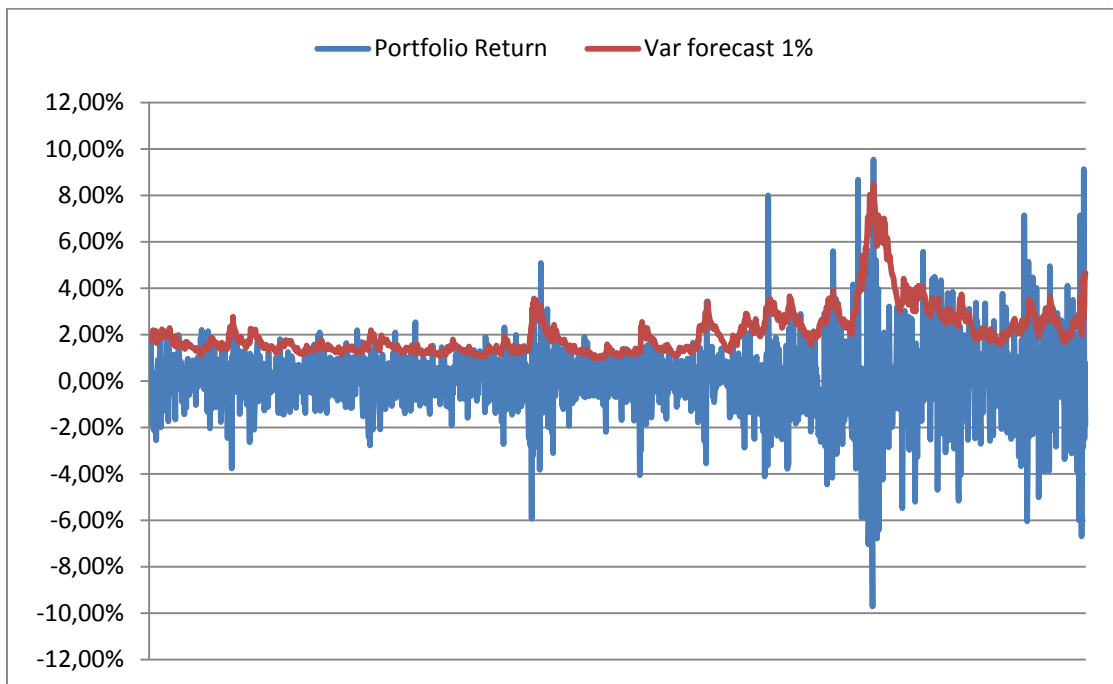


- Προσέγγιση με correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 1%

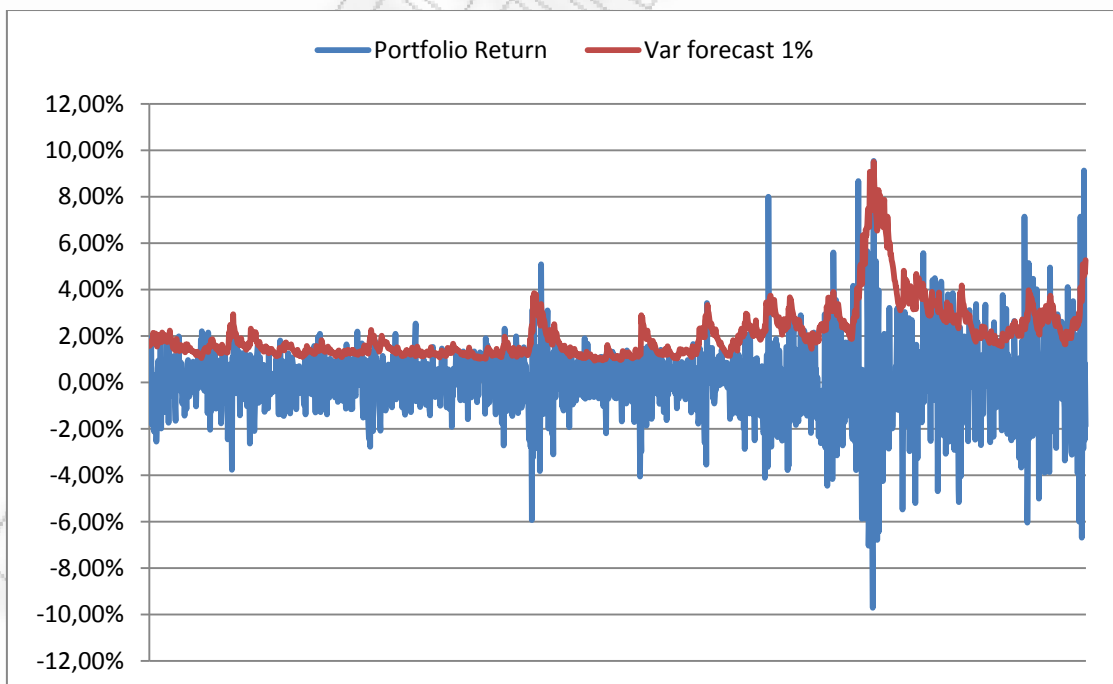
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%



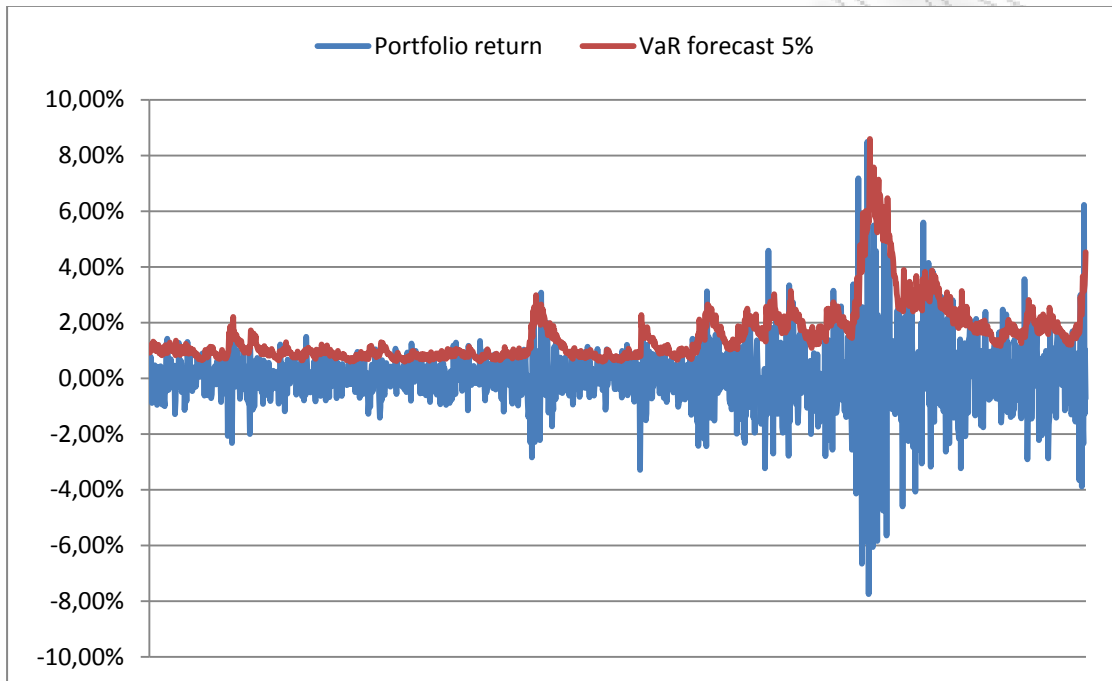
Ararch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%



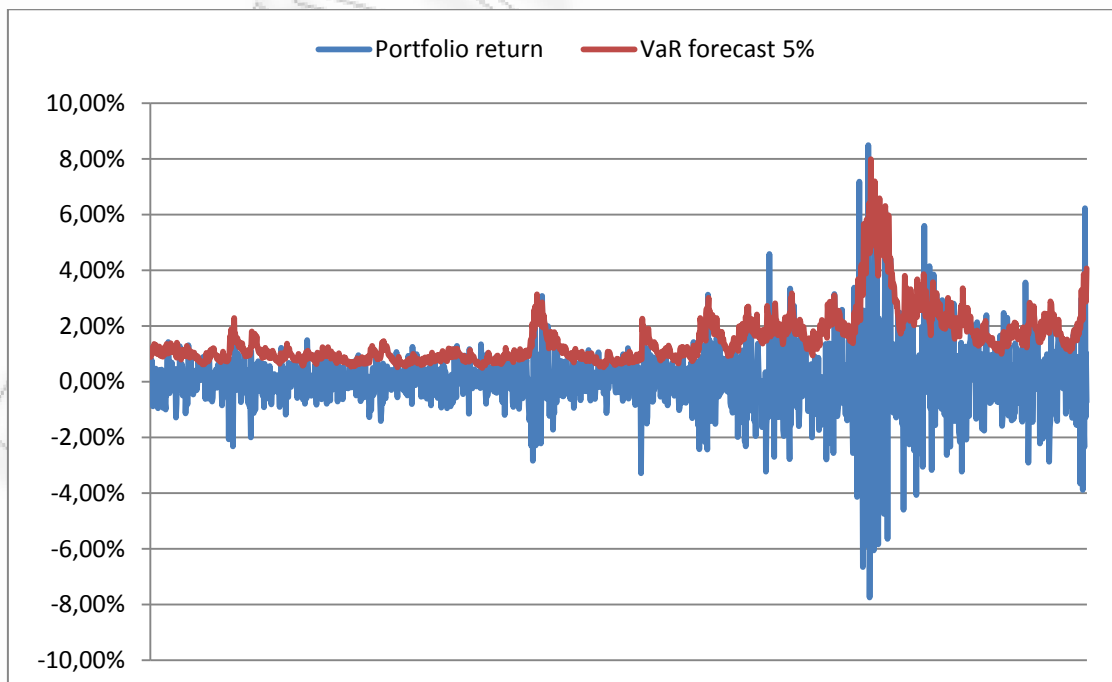
Γ) Κατανομή GED

1) Προσέγγιση χωρίς correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

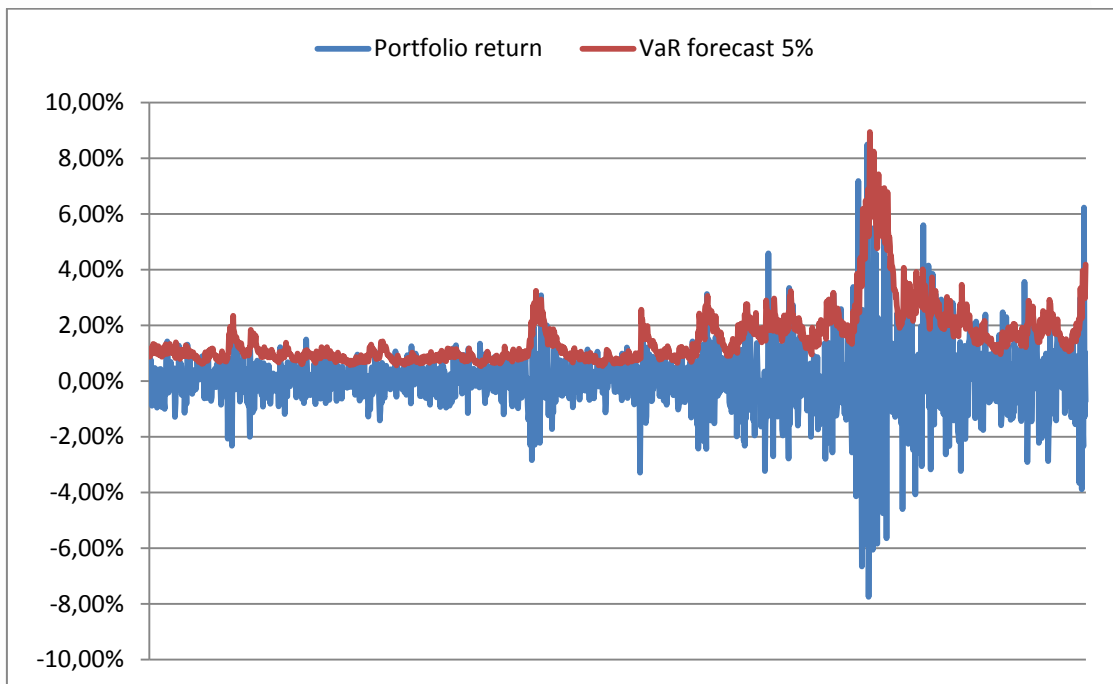
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

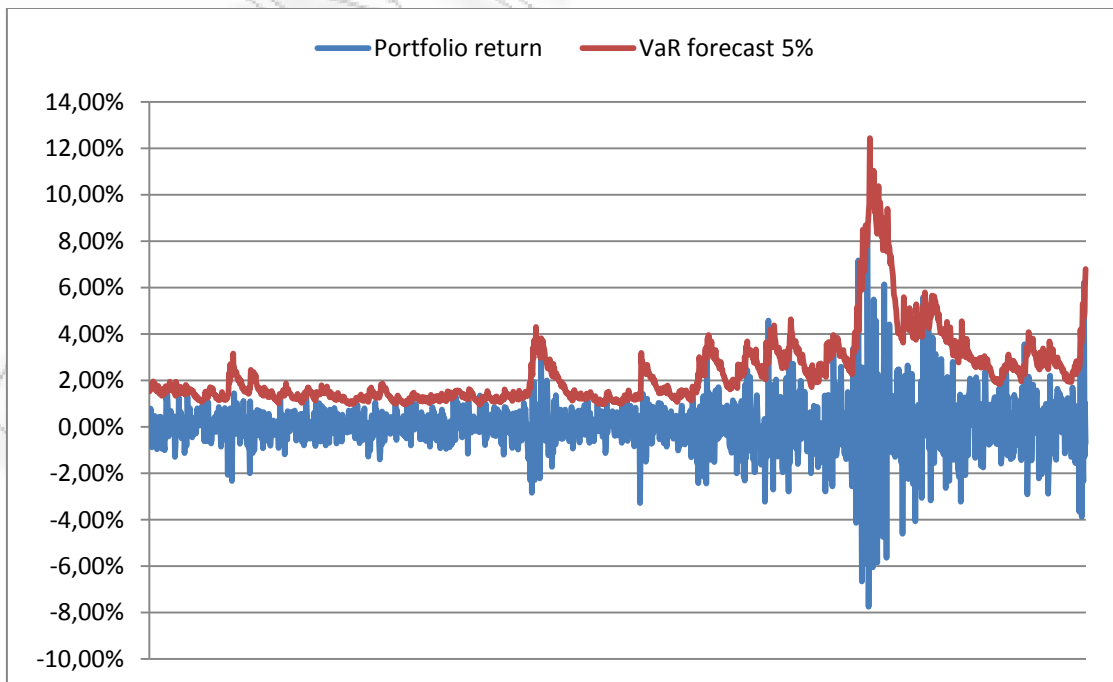


Αρχη (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

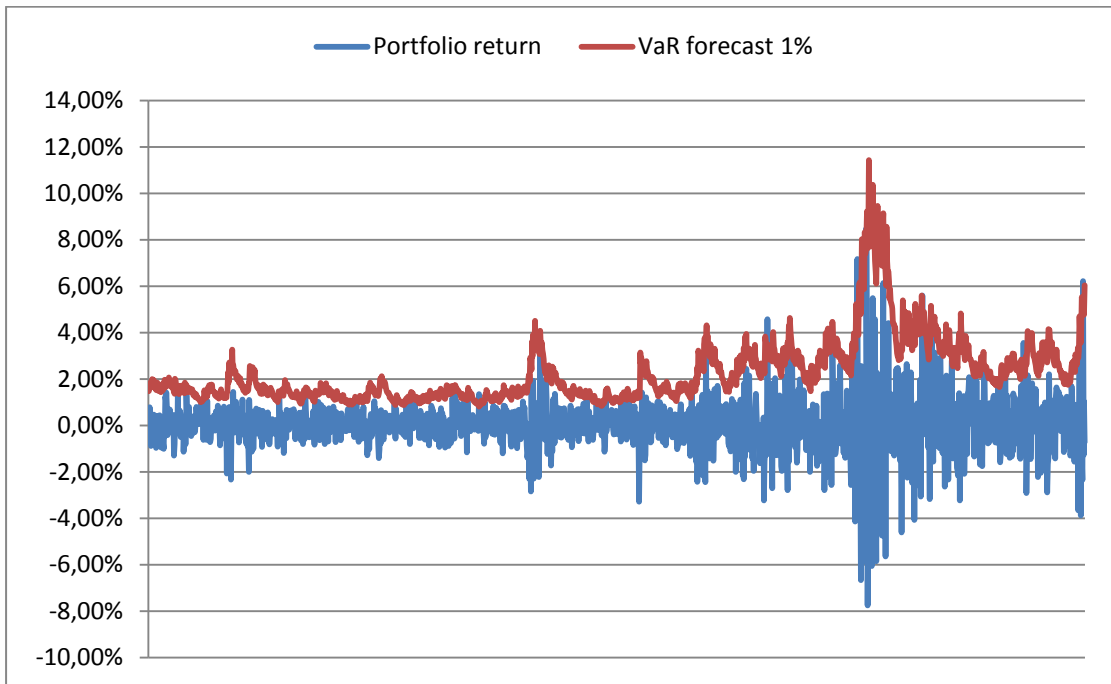


- Προσέγγιση χωρίς correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 1%

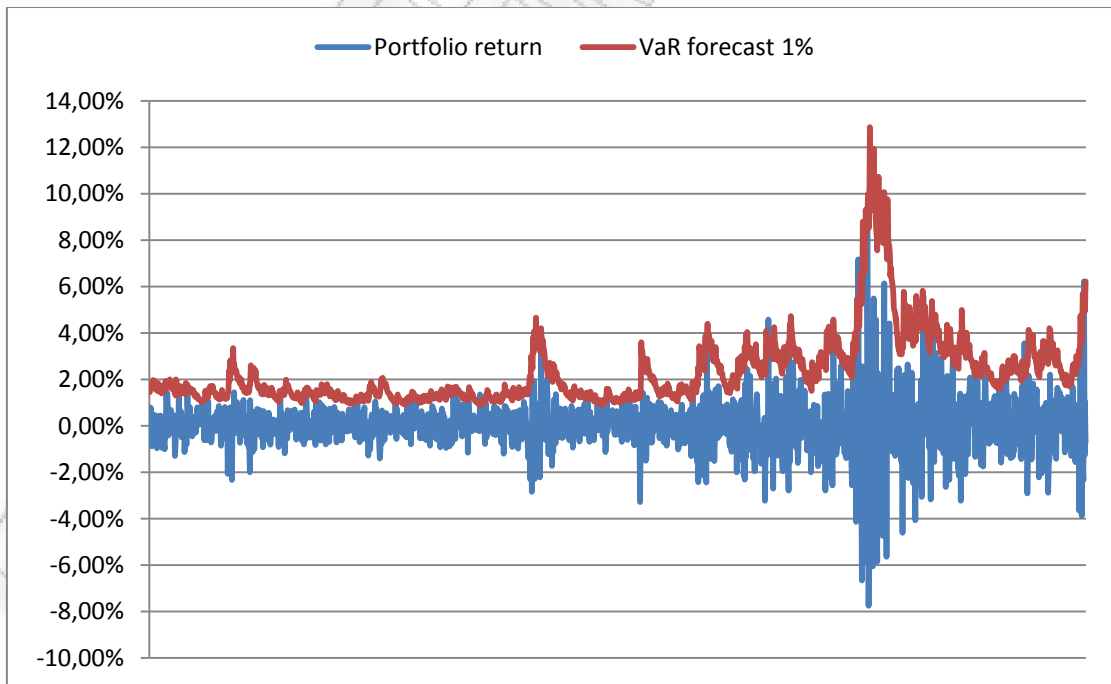
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%

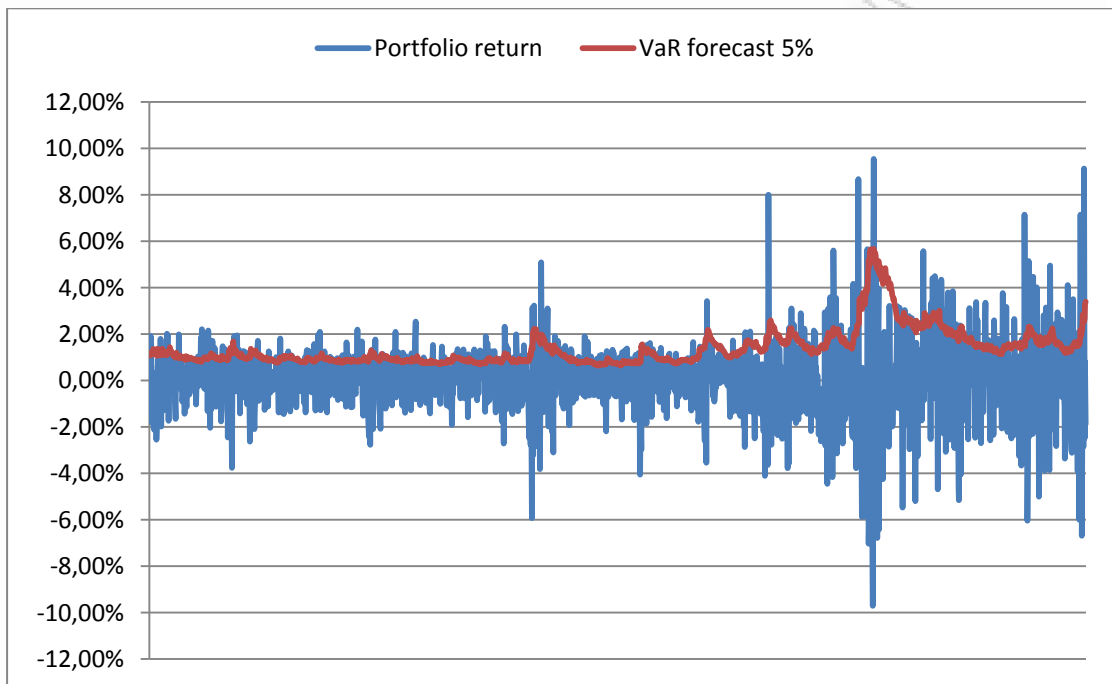


Agarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%

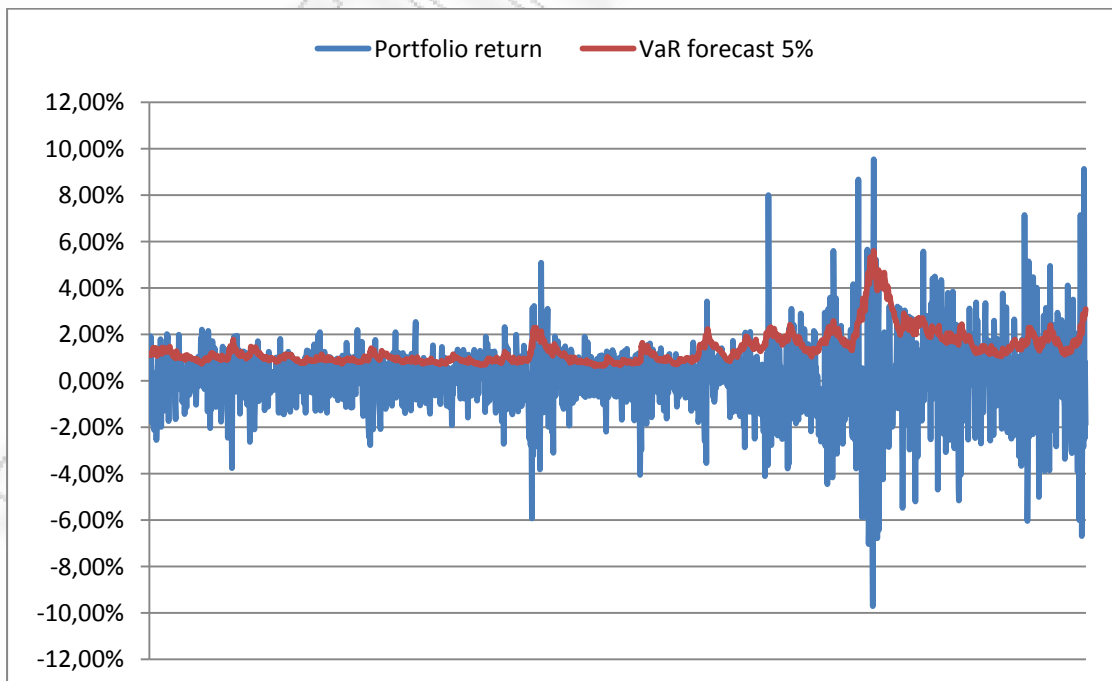


2) Προσέγγιση με correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

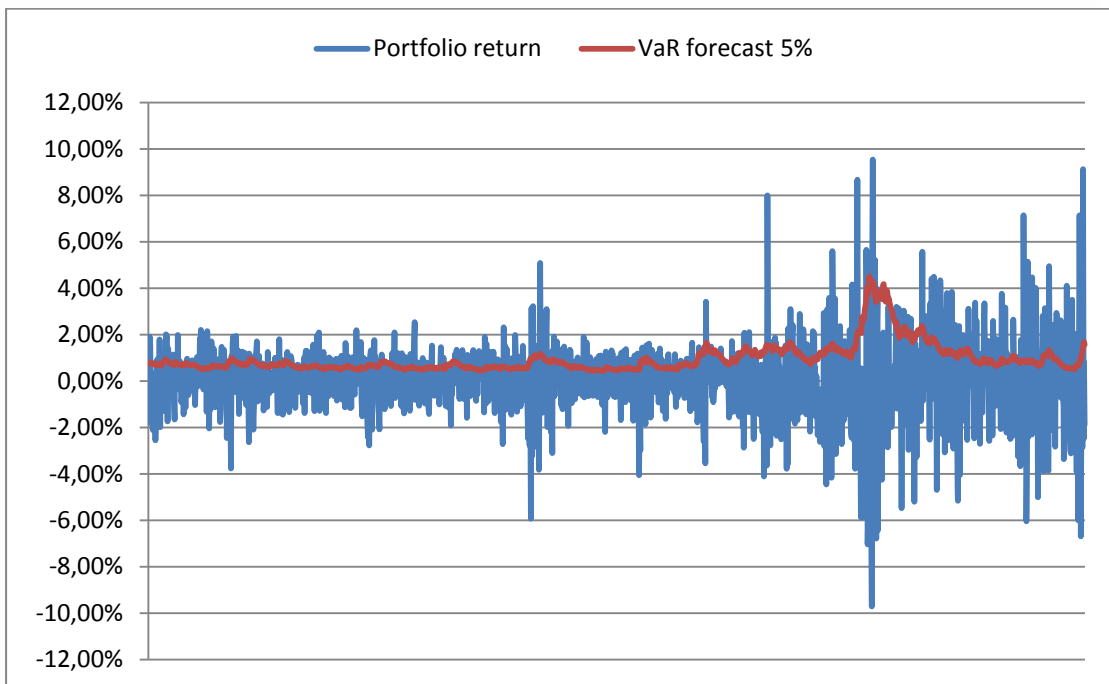
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

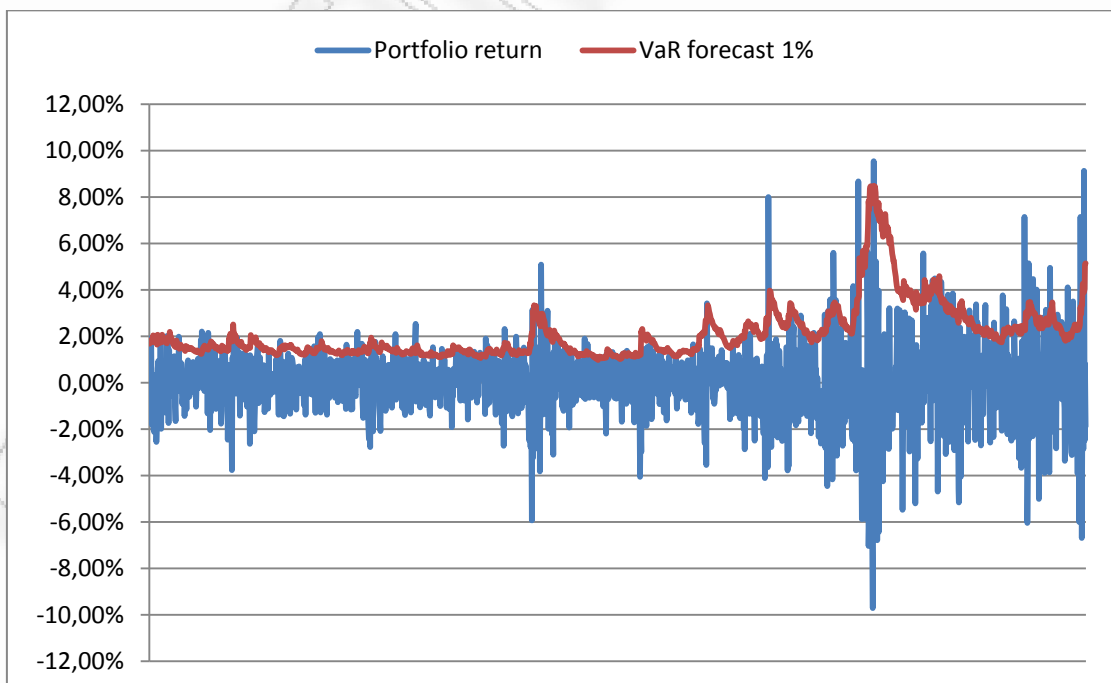


Αρarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 5%

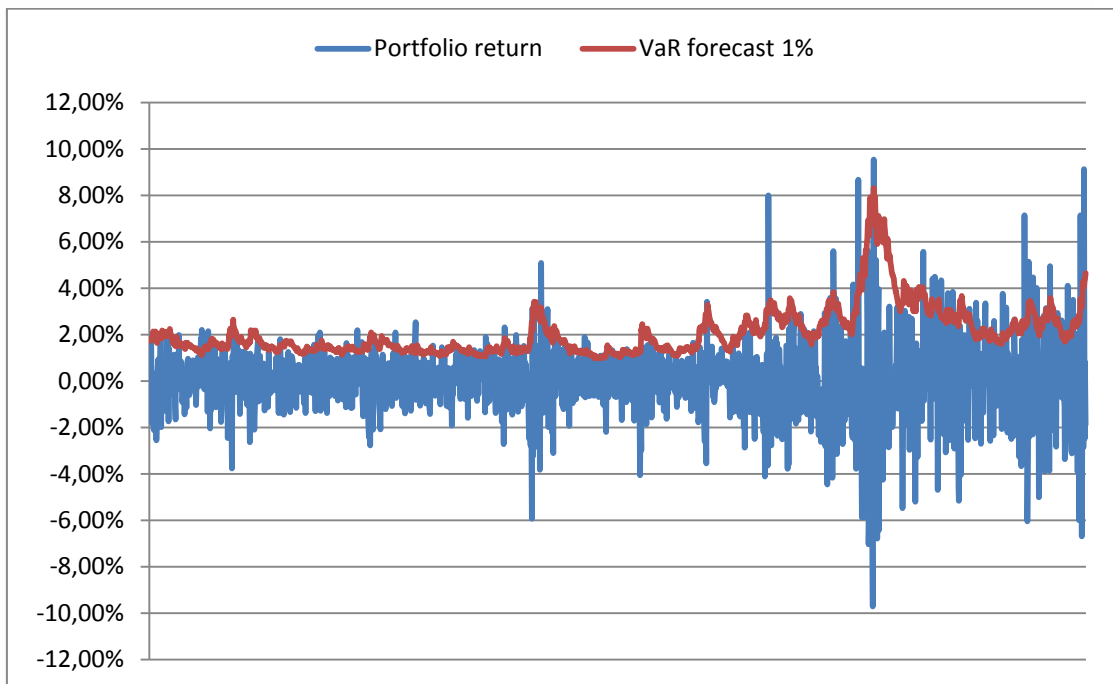


- Προσέγγιση με correlation coefficient, επίπεδο εμπιστοσύνης 1%

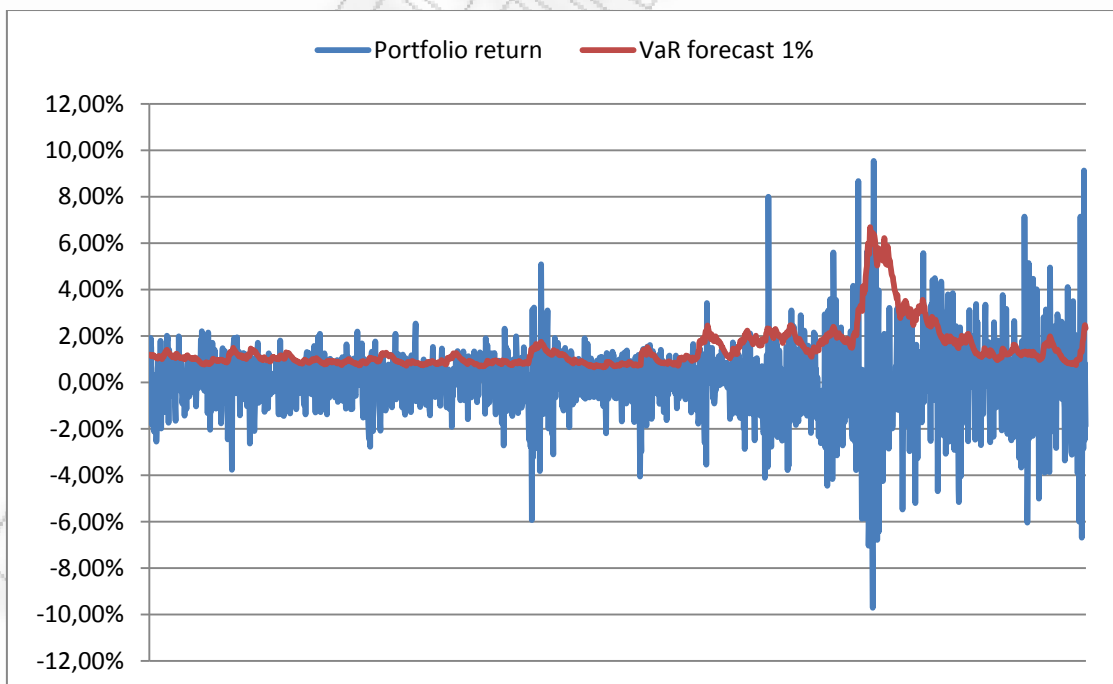
Garch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%



EGarch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%



Ararch (1,1) με επίπεδο εμπιστοσύνης 1%



Βιβλιογραφία

- [1] ALEXANDER C., SHEEDY E, 2007, *Developing a Stress Testing framework based on Market Risk Models*, Journal of Banking and Finance, Elsevier.
- [2] ALEXANDER C., SHEEDY E, 2004, *The Professional Risk Managers' Handbook*, The Professional Risk Managers' International Association.
- [3] ANGELIDIS T., DEGIANNAKIS S. 2007, *Econometric Modeling of Value-at-Risk*, In *New Econometric Modeling Research*, (ed.) Toggins, W.T., Nova Science Publishers, Inc., USA,
- [4] BARONE-ADESI G., GIANNOPOULOS K. and VOSPER L., 1999, *VaR without Correlations for Nonlinear Portfolios*, Journal of Futures Markets, 19, pp. 583-604.
- [5] BASAK S. and SHAPIRO A. 2001, *Value-at-Risk-Based Risk Management: Optimal Policies and Asset Prices*, Review of Financial Studies, 14, pp. 371-405.
- [6] BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION, 1996, *Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks*, Bank for International Settlements.
- [7] BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION, 2006, *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework Comprehensive Version*, Bank for International Settlements.
- [8] BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION, May 2009, *Principles for sound stress testing practices and supervision*, Bank for International Settlements.
- [9] BERKOWITZ J., 2001, *Testing Density Forecasts, with Applications to Risk Management*, Journal of Business and Economic Statistics 19, pp. 465-474.
- [10] BEST P, 1998, *Implementing Value at Risk*, John Wiley & Sons.
- [11] BOLLERSLEV T., 1986, *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, Journal of Econometrics, 31, pp. 307-327.
- [12] BOLLERSLEV T., 1987, *A Conditional Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return*, Review of Economics and Statistics, 69, , pp. 542-547.
- [13] CHOUDHRY M., 2006, *An Introduction to Value-at-Risk*, John Wiley & Sons Ltd.

- [14] CHRISTOFFERSEN P. F., 2002, *Elements of Financial Risk Management*, McGill University and CIRANO,.
- [15] COMMITTEE ON THE GLOBAL FINANCIAL SYSTEM, 2000, *Stress Testing by Large Financial Institutions: Current Practice and Aggregation Issues*, Bank for International Settlements.
- [16] DELBAEN F. , 2002, *Coherent Risk Measures on General Probability Spaces, Advances in Finance and Stochastics*, Essays in Honour of Dieter Sondermann, in: K. Sandmann and P.J. Schönbucher (eds.), Springer, pp. 1-38.
- [17] DING Z., GRANGER C.W.J. and ENGLE R.F., 1993, *A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model*, Journal of Empirical Finance, 1, , pp. 83-106.
- [18] DOWD K. ,2002, *Measuring Market Risk*, Wiley Finance.
- [19] ENGLE R.F., 1982, *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Ination*, Econometrica, 50, , pp. 987-1008.
- [20] ESCANCIANO J. C., OLMO J. ,2008, *Robust Backtesting Tests for Value at Risk Models*.
- [21] HOLTON G.A. , 2002, *History of Value-at-Risk: 1922-1998*, Working Paper, Contingency Analysis, United States.
- [22] HULL J., 2006, *Risk Management and Financial Institutions*, Pearson Prentice Hall,.
- [23] JORION P., 2007, *Value at Risk*, McGraw Hill,.
- [24] NELSON D., 1991, *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*, Econometrica, 59, pp. 347-370.
- [25] J.D.HAMILTON, 1994, *Time Series Analysis*, Princeton University.
- [26] BOESSIS JOEL, 2002, *Risk Management in Banking*, Wiley.
- [27] LAURENT SEBASTIAN, 2003, *Analytical derivatives of Aparch Models*
- [28] ANGELIDIS T., DEGIANNAKIS S., BENOS A., 2003, *The use of Garch Models in Risk Estimation*