

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ
ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΜΕΤΟΧΩΝ**

Νικόλαος Π. Καρανικόλας

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος
Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Ιούνιος 2010

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Μιχαήλ Γκλεζάκος (Επιβλέπων)
- Αικατερίνη Πανοπούλου
- Νικόλαος Τσαγκαράκης

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN APPLIED
STATISTICS**

**FORECASTING THE VOLATILITY
OF SHARE PRICES**

By
Nikolaos P. Karanikolas

MSc Dissertation

submitted to the Department of Statistics and Insurance Science
of the University of Piraeus in partial fulfilment of the
requirements for the degree of Master of Science in Applied
Statistics

Piraeus, Greece

June 2010

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΔΑΛΙΑΣ

Στους γονείς μου
Παναγιώτη και Αργυρούλα

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή κύριο Μιχαήλ Γκλεζάκο, για την πολύτιμη βοήθεια και τις συμβουλευτικές κατευθύνσεις που μου παρείχε σε όλη τη διάρκεια της παρούσας εργασίας. Χωρίς την υπομονή και τη στήριξή του, δεν θα ήταν εφικτή η ολοκλήρωση της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

Περίληψη

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας αποτελεί η πρόβλεψη της μεταβλητότητας των τιμών των χρηματιστηριακών τίτλων. Στο πλαίσιο αυτό οι σημαντικότερες από τις μεθοδολογίες πρόβλεψης που έχουν κατά καιρούς προταθεί στη σχετική βιβλιογραφία αναλύονται και αξιολογούνται. Στη συνέχεια, ένα υποσύνολο από τις προαναφερθείσες μεθόδους εφαρμόζεται σε δεδομένα 10 χρηματιστηριακών αγορών, περιλαμβανομένου του Χρηματιστηρίου Αθηνών.

Τα αποτελέσματα αυτής της εμπειρικής έρευνας, παρέχουν ενδείξεις ότι οι μέθοδοι της Εκθετικής Εξομάλυνσης, του Τυχαίου Περιπάτου και του Ιστορικού Μέσου οδηγούν σε αποτελεσματικότερη εκτίμηση της μεταβλητότητας των μετοχικών τίτλων.

Abstract

The objective of this study is the forecast of financial market volatility. In this context, the most frequently applied methods in the relevant literature were presented and appraised. In a next step, a sub-set of the above methodologies were applied to the data of the indices of ten stock markets (including the Athens Stock Exchange) for the period 2000-2008.

The results suggest that Exponential Smoothing, Random Walk and Historical Mean produce the most efficient results.

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή	1
1.1 Σκοπός της εργασίας	1
1.2 Η έννοια της μεταβλητότητας στη χρηματιστηριακή αγορά	2
2. Επισκόπηση της σχετικής βιβλιογραφίας	3
2.1 Εισαγωγή	3
2.2 Μεταβλητότητα, τυπική απόκλιση και κίνδυνος	8
2.3 Ορισμός και μέτρηση της μεταβλητότητας	9
2.4 Ιδιότητες της μεταβλητότητας	11
3. Μεθοδολογία	17
3.1 Μέθοδοι πρόβλεψης της μεταβλητότητας	17
3.1.1 Ιστορικά υποδείγματα	19
3.1.1.1 Υποδείγματα «Μιας Κατάστασης»	19
3.1.1.2 Αλλαγή Σταδίου/ Καθεστώτος και Transition Exponential Smoothing	27
3.1.1.3 Προβλεπτική ικανότητα των Ιστορικών υποδειγμάτων	29
3.1.2 Αυτοπαλινδρομικά υποδείγματα υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικότητας	30
3.1.2.1 Γενικά στοιχεία	30
3.1.2.2 Χαρακτηριστικά των υποδειγμάτων ARCH	33
3.1.2.3 Γραμμικά υποδείγματα ARCH	35
3.1.2.4 Μη γραμμικά υποδείγματα GARCH	40
3.1.2.5 Οι μελλοντικές προκλήσεις	44
3.1.2.6 Προβλεπτική ικανότητα των υποδειγμάτων ARCH	45
3.1.3 Υποδείγματα Long Memory	47
3.1.3.1 Γενικά στοιχεία	47
3.1.3.2 Κλασματικά Ολοκληρωμένα υποδείγματα	49
3.1.3.3 Άλλα υποδείγματα	50
3.1.3.4 Προβλεπτική ικανότητα των υποδειγμάτων Long Memory	53
3.1.4 Υποδείγματα Στοχαστικής Μεταβλητότητας	55
3.1.5 Προβλέψεις βασισμένες σε δικαιώματα προαίρεσης	57

3.1.5.1 Ο τύπος των Black and Scholes	58
3.1.5.2 Τιμολόγηση μέσω του υποδείγματος Black-Scholes	62
3.1.5.3 Αξιολόγηση του υποδείγματος των Black-Scholes	67
3.1.5.4 Το Διωνυμικό υπόδειγμα τιμολόγησης	68
3.1.5.5 Το υπόδειγμα τιμολόγησης του Heston	69
3.1.5.6 Προβλεπτική ικανότητα των δικαιωμάτων προαίρεσης	70
3.1.6 Μη παραμετρικά υποδείγματα	73
3.1.7 Συνδυασμός υποδειγμάτων πρόβλεψης	74
3.1.8 Γενικά συμπεράσματα συγκρίσεων των προβλέψεων	74
3.2 Αξιολόγηση των προβλέψεων της μεταβλητότητας	75
3.2.1 Μέτρηση σφαλμάτων πρόβλεψης	75
3.2.2 Συμμετρικές στατιστικές συναρτήσεις σφάλματος	76
3.2.3 Μη συμμετρικές στατιστικές συναρτήσεις σφάλματος	78
3.2.4 Σύγκριση σφαλμάτων πρόβλεψης διαφορετικών υποδειγμάτων	79
3.2.5 Μέτρηση της αποτελεσματικότητας μέσω ανάλυσης παλινδρόμησης και έλεγχος ορθογωνικότητας	80
3.2.6 Επιπλέον ζητήματα στην αξιολόγηση των προβλέψεων	81
3.3 Μεθοδολογία της παρούσας εργασίας	82
3.3.1 Γενικά στοιχεία	82
3.3.2 Το δείγμα	83
3.3.3 Υπολογισμός των αποδόσεων	84
3.3.4 Υπολογισμός της Πραγματοποιηθείσας Μεταβλητότητας	86
3.3.5 Υποδείγματα πρόβλεψης της μεταβλητότητας	87
3.3.6 Κριτήρια αξιολόγησης	90
4. Ανάλυση των δεδομένων και ερμηνεία των αποτελεσμάτων	93
4.1 Ανάλυση των αποδόσεων	93
4.1.1 Γραφήματα	93
4.1.2 Περιγραφικά στατιστικά	97
4.1.3 Στατιστικοί έλεγχοι	103
4.2 Ανάλυση της μεταβλητότητας	106
4.2.1 Μέσο Απόλυτο Σφάλμα	106

4.2.2 Στατιστικό σφάλματος MME(U)	110
4.2.3 Στατιστικό σφάλματος MME(O)	113
4.2.4 Συμπεράσματα	116
5. Ανακεφαλαίωση – συμπεράσματα	119
Παράρτημα	122
Βιβλιογραφία	148

РАНЕЕЗНАМО ПЕРПАА

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

1.1. Σκοπός της εργασίας

Η πρόβλεψη της μεταβλητότητας των τιμών των κεφαλαιουχικών αγαθών αποτελεί ένα προσφιλές θέμα τόσο για τους ακαδημαϊκούς ερευνητές όσο και για τους επαγγελματίες του χώρου της χρηματοοικονομικής. Αυτή η προτίμηση δικαιολογείται από το γεγονός ότι από πολλές εμπειρικές έρευνες προκύπτει ότι η γνώση της μεταβλητότητας ενισχύει την προοπτική λήψης επιτυχών επενδυτικών αποφάσεων.

Στην παρούσα εργασία επιχειρείται η πρόβλεψη της μεταβλητότητας των τιμών σε δέκα χρηματιστηριακές αγορές, οι οποίες περιλαμβάνουν το Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης, το Χρηματιστήριο του Τόκιο και οκτώ ευρωπαϊκά χρηματιστήρια, στα οποία περιλαμβάνεται και το Χρηματιστήριο Αθηνών.

Το υπόλοιπο μέρος της παρούσας εργασίας διαμορφώνεται ως εξής: Στο Κεφάλαιο 2 πραγματοποιείται μια επισκόπηση της διεθνούς βιβλιογραφίας σχετικά με την πρόβλεψη της χρηματιστηριακής μεταβλητότητας. Στο Κεφάλαιο 3 παρατίθενται οι κυριότερες μέθοδοι πρόβλεψης της χρηματιστηριακής μεταβλητότητας, καθώς και αξιολόγησης της προβλεπτικής ισχύος των υποδειγμάτων της μεταβλητότητας. Επίσης, αποσαφηνίζεται η μεθοδολογία της παρούσας εργασίας. Στο Κεφάλαιο 4 γίνεται εφαρμογή της επιλεγείσας μεθοδολογίας στα δεδομένα του Χρηματιστηρίου Αθηνών, των χρηματιστηρίων Ν.Υόρκης και Τόκιο, καθώς και σε επτά ακόμη ευρωπαϊκά χρηματιστήρια. Τέλος, το Κεφάλαιο 5, περιλαμβάνει μια σύντομη επισκόπηση καθώς και τα τελικά συμπεράσματα της μελέτης.

1.2 Η έννοια της μεταβλητότητας στη χρηματιστηριακή αγορά

Στο χώρο της χρηματοοικονομικής, ως μεταβλητότητα νοείται η αβεβαιότητα ή ο κίνδυνος που σχετίζεται με το μέγεθος και τη συχνότητα των διακυμάνσεων της αξίας ενός κεφαλαιουχικού αγαθού. Μια μεγαλύτερη μεταβλητότητα συνεπάγεται ότι η παραπάνω αξία μπορεί ενδεχομένως να εξαπλωθεί σε μεγαλύτερο εύρος τιμών. Δηλαδή, η αξία του κεφαλαιουχικού αγαθού ενδέχεται να αλλάξει «δραματικά» σε μικρό χρονικό διάστημα προς οποιαδήποτε κατεύθυνση. Αντίθετα, μια μικρή μεταβλητότητα σημαίνει ότι η αξία του αγαθού δεν παρουσιάζει δραματικές διακυμάνσεις, αλλά αλλάζει σταδιακά σε μεγάλο χρονικό διάστημα. Από τεχνικής άποψης, ο όρος μεταβλητότητα συνήθως αναφέρεται στην τυπική απόκλιση της αξίας ενός χρηματοοικονομικού αγαθού σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.

Η μεταβλητότητα συχνά θεωρείται αρνητικός παράγοντας επειδή αντιπροσωπεύει την αβεβαιότητα και τον κίνδυνο. Ωστόσο, η υψηλή μεταβλητότητα μπορεί να καταστήσει ορισμένους τύπους συναλλαγών περισσότερο ελκυστικούς για εκείνους που δραστηριοποιούνται στην αγορά. Για παράδειγμα, η δυνατότητα κέρδους σε «ευμετάβλητες» αγορές αποτελεί έναν σημαντικό παράγοντα για τους επενδυτές που πραγματοποιούν ημερήσιες συναλλαγές, ενώ βρίσκεται σε αντίθεση με τη στρατηγική των μακροπρόθεσμων επενδυτών.

Η μεταβλητότητα δεν συνεπάγεται κατεύθυνση, απλώς περιγράφει τον βαθμό διακυμάνσεων μιας αξίας. Για παράδειγμα, μια ευμετάβλητη χρηματιστηριακή τιμή μιας μετοχής είναι πιθανό να αυξηθεί ή να μειωθεί περισσότερο από μια μη ευμετάβλητη τιμή. Μια συνήθης «συντηρητική» επένδυση, όπως ένας λογαριασμός αποταμίευσης, χαρακτηρίζεται από χαμηλή μεταβλητότητα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Επισκόπηση της σχετικής βιβλιογραφίας

2.1. Εισαγωγή

Η πρόβλεψη της μεταβλητότητας αποτελεί ένα ζήτημα κομβικής σημασίας για τις αγορές, έχοντας προσελκύσει το ενδιαφέρον των ακαδημαϊκών ερευνητών και των επαγγελματιών του χώρου της χρηματοοικονομικής κατά τις τρεις τελευταίες δεκαετίες. Οι δημοσιευθείσες μελέτες αναφορικά με την αξιολόγηση της προβλεπτικής ισχύος των υποδειγμάτων της μεταβλητότητας υπερβαίνουν τις εκατό. Πολύ μεγαλύτερο είναι, όμως, το πλήθος των μελετών που αναφέρονται στο θέμα της υποδειγματοποίησης της μεταβλητότητας, δίχως να κάνουν αναφορά στην πρόβλεψή της.

Το εκτεταμένο ενδιαφέρον για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας αντανακλά το σημαντικό ρόλο που αυτή διαδραματίζει στους παρακάτω τομείς:

- Επενδυτικές αποφάσεις – όταν ερμηνεύεται ως αβεβαιότητα, η μεταβλητότητα αποτελεί βασικό παράγοντα πολλών επενδυτικών αποφάσεων και αναπόσπαστο κομμάτι της διαχείρισης χαρτοφυλακίων.
- Τιμολόγηση χρηματοοικονομικών προϊόντων – αποτελεί την πιο σημαντική μεταβλητή στην τιμολόγηση των δικαιωμάτων προαίρεσης.
- Διαχείριση Κινδύνου – όταν η μεταβλητότητα ερμηνεύεται ως κίνδυνος, η πρόβλεψη της μεταβλητότητας αποτελεί σημαντικό εργαλείο για την αξιολόγηση των κινδύνων.
- Διαμόρφωση νομισματικής πολιτικής – η μεταβλητότητα στις αγορές επηρεάζει σημαντικά την επενδυτική ψυχολογία και κατά συνέπεια την ευρύτερη οικονομία. Επομένως, οι Κεντρικές Τράπεζες λαμβάνουν σοβαρά υπόψη τους τη μεταβλητότητα των μετοχών, ομολόγων, νομισμάτων και εμπορευμάτων προκειμένου να χαράξουν την νομισματική τους πολιτική.

Η μεταβλητότητα είναι η σημαντικότερη μεταβλητή στην τιμολόγηση των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων. Για να τιμολογήσουμε ένα δικαίωμα, θα πρέπει να

γνωρίζουμε τη μεταβλητότητα του υποκείμενου αγαθού από σήμερα έως τη λήξη του δικαιώματος. Στην πράξη, η αγορά καταγράφει τις τιμές των δικαιωμάτων σε όρους μεταβλητότητας. Σήμερα πλέον μπορεί κάποιος να αγοράσει δικαιώματα επί της μεταβλητότητας καθεαυτής, δικαιώματα δηλαδή στα οποία η μεταβλητότητα θεωρείται ως το υποκείμενο «κεφαλαιουχικό αγαθό». Σε αυτά τα συμβόλαια ο ορισμός και η μέτρηση της μεταβλητότητας καθορίζονται σαφώς στους όρους που τα διέπουν. Κατά συνέπεια, για την τιμολόγηση τέτοιων συμβολαίων είναι απαραίτητη εκτός της πρόβλεψης της μεταβλητότητας και μία πρόβλεψη της «μεταβλητότητας της μεταβλητότητας» κατά τη διάρκεια της θεωρούμενης χρονικής περιόδου.

Έπειτα από την πρώτη συμφωνία της Βασιλείας το 1996, η Διοικητική Χρηματοοικονομικών Κινδύνων έχει λάβει κεντρικό ρόλο. Έτσι, η ορθή πρόβλεψη της μεταβλητότητας απασχολεί σήμερα πολλά χρηματοπιστωτικά ιδρύματα ανά την υφήλιο. Οι τράπεζες και οι εμπορικές επιχειρήσεις υποχρεώνονται να διατηρούν αποθεματικό κεφάλαιο το οποίο να είναι τουλάχιστον τριπλάσιο αυτού της αξίας-σε-κίνδυνο (value-at-risk), η οποία ορίζεται ως η ελάχιστη αναμενόμενη ζημιά σε επίπεδο σημαντικότητας 1% για δεδομένο χρονικό ορίζοντα (συνήθως μία ή δέκα ημέρες). Μερικές φορές χρησιμοποιείται επίπεδο σημαντικότητας 5%. Τέτοιες εκτιμήσεις της αξίας-σε-κίνδυνο είναι άμεσα διαθέσιμες, δοθείσας της πρόβλεψης της μεταβλητότητας, της εκτίμησης της μέσης τιμής και μιας υπόθεσης κανονικής κατανομής των μεταβολών της αξίας του συνολικού ενεργητικού. Όταν η υπόθεση της κανονικής κατανομής αμφισβητείται, πράγμα το οποίο συμβαίνει πολύ συχνά, η μεταβλητότητα εξακολουθεί να είναι αναγκαία στη διαδικασία προσομοίωσης η οποία χρησιμοποιείται για να εφαρμοσθεί η μεθοδολογία VaR.

Η χρηματιστηριακή μεταβλητότητα είναι δυνατό να έχει αντίκτυπο σε ολόκληρη την οικονομία. Για παράδειγμα, τα συμβάντα τα οποία έλαβαν χώρα εξαιτίας της τρομοκρατικής επίθεσης της 11ης Σεπτεμβρίου 2001, δημιούργησαν μεγάλη αναταραχή στις χρηματαγορές σε διάφορες ηπείρους και έναν αρνητικό αντίκτυπο στην παγκόσμια οικονομία. Το γεγονός αυτό αποτελεί σαφή ένδειξη της σημαντικής διασύνδεσης που υπάρχει μεταξύ της αβεβαιότητας στις χρηματιστηριακές αγορές και της επενδυτικής συμπεριφοράς. Για το λόγο αυτό, οι υπεύθυνοι χάραξης πολιτικής συχνά χρησιμοποιούν τις εκτιμήσεις της αγοράς για τη μεταβλητότητα ως ένα δείκτη του πόσο ευάλωτες είναι οι χρηματοοικονομικές αγορές και η οικονομία. Κατά τη διαμόρφωση της νομισματικής της πολιτικής, η Ομοσπονδιακή Τράπεζα των Ηνωμένων Πολιτειών λαμβάνει υπόψη τη μεταβλητότητα των μετοχών, των ομολογιών,

του συναλλάγματος και των εμπορευμάτων [Sylvia Nasar (1992)]. Η Τράπεζα της Αγγλίας είναι επίσης γνωστή για τις συχνές εκτιμήσεις της για σημαντικές χρηματοοικονομικές μεταβλητές κατά τη διαμόρφωση της νομισματικής πολιτικής.

Δεδομένης της ιδιαίτερης σημασίας που έχει η μεταβλητότητα στους τομείς της λήψης επενδυτικών αποφάσεων, της τιμολόγησης χρηματοοικονομικών προϊόντων, της Διαχείρισης Κινδύνου και της χάραξης νομισματικής πολιτικής, τα ερωτήματα που ανακύπτουν είναι ποιες μεθόδους μπορούμε να προβλέψουμε αποτελεσματικά τη μεταβλητότητα και εάν είναι δυνατό να εντοπίσουμε την καλύτερη από αυτές τις μεθόδους.

Στη σχετική βιβλιογραφία έχει αναπτυχθεί πληθώρα μεθοδολογιών πρόβλεψης της μεταβλητότητας. Οι μεθοδολογίες αυτές κυμαίνονται από ιδιαίτερα απλά υποδείγματα που χρησιμοποιούν απλοϊκές υποθέσεις, όπως ο τυχαίος περίπατος, έως περισσότερο περίπλοκες μεθόδους, όπως είναι τα υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικά υποδείγματα της οικογένειας των GARCH. Καμία, ωστόσο, από τις προτεινόμενες μεθοδολογίες της βιβλιογραφίας δεν υπερτερεί σταθερά έναντι των υπολοίπων.

Η μελέτη των Dimson and Marsh (1990) αποτελεί χαρακτηριστική περίπτωση επικράτησης των απλούστερων έναντι των περισσότερο σύνθετων υποδειγμάτων¹. Στη μελέτη αυτή εφαρμόζονται οι εξής πέντε τύποι υποδειγμάτων πρόβλεψης: Ο τυχαίος περίπατος, η μακροπρόθεσμη μέση τιμή, ο κινητός μέσος όρος, η εκθετική εξομάλυνση και υποδείγματα παλινδρόμησης. Από τα υποδείγματα αυτά προκρίνονται η εκθετική εξομάλυνση και η παλινδρόμηση.

Άλλες μελέτες καταλήγουν σε ετερόκλιτα συμπεράσματα αναφορικά με το ποια υποδείγματα είναι καταλληλότερα για την πρόβλεψη της μελλοντικής μεταβλητότητας. Στον Akgiray (1989) υπερισχύει το υπόδειγμα GARCH (1, 1) έναντι των πιο κλασικών μεθοδολογιών, όταν εφαρμόζεται στη μηνιαία μεταβλητότητα δεδομένων του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης. Οι Brailsford and Faff (1996) διερευνούν την εκτός του δείγματος προβλεπτική ικανότητα διαφόρων υποδειγμάτων της μηνιαίας μεταβλητότητας του χρηματιστηρίου της Αυστραλίας. Για την αξιολόγηση της προβλεπτικής ικανότητας αυτών των υποδειγμάτων χρησιμοποιούν, εκτός των κλασικών, συμμετρικών συναρτήσεων απώλειας και ορισμένες μη συμμετρικές συναρτήσεις απώλειας, έτσι ώστε να σταθμίσουν με διαφορετικό τρόπο την υποεκτίμηση από την υπερεκτίμηση της μεταβλητότητας. Τα υποδείγματα που τελικά προκρίνονται είναι τα ARCH και η απλή παλινδρόμηση. Ωστόσο, στη

¹ Θα πρέπει πάντως να επισημανθεί ότι τα υποδείγματα ARCH δεν περιελήφθησαν στη συγκεκριμένη μελέτη.

συγκεκριμένη μελέτη, η ιεράρχηση των διαφόρων υποδειγμάτων ως προς την προβλεπτική ικανότητα βρέθηκε να εξαρτάται από την επιλογή της στατιστικής συνάρτησης σφάλματος που χρησιμοποιήθηκε για την αξιολόγησή τους. Αντίθετα, οι Tse (1991) και Tse and Tung (1992), οι οποίοι ερεύνησαν, αντίστοιχα, τις αγορές της Ιαπωνίας και της Σιγκαπούρης, κατέληξαν στην υπεροχή του υποδείγματος του εκθετικού σταθμικού κινητού μέσου σε σύγκριση με τα υποδείγματα ARCH.

Στον Πίνακα 1 παραθέτονται ορισμένες χαρακτηριστικές μελέτες που έχουν ως αντικείμενο την αξιολόγηση της προβλεπτικής ισχύος διαφόρων υποδειγμάτων πρόβλεψης της μεταβλητότητας, για διάφορες χρηματιστηριακές αγορές ανά την υφήλιο.

Πίνακας 1: Μελέτες της πρόβλεψης της χρηματιστηριακής μεταβλητότητας

<i>Χώρες των οποίων οι αγορές μελετήθηκαν</i>	<i>Συγγραφείς/ Συγγραφείς</i>	<i>Χρηματιστηριακές Αγορές-Χρονικές Περίοδοι-Συχνότητα Δεδομένων</i>
1. Αυστραλία	Brailsford and Faff (1996)	Australian Statex-Actuaries Accumulation Index for top 56, 1974-1993, ημερήσια στοιχεία
	Walsh and Tsou (1998)	Australian indices: VW20, VW50 & VW300, 1993-1995, πεντάλεπτα στοιχεία για το σχηματισμό ωριαίων, ημερησίων και εβδομαδιαίων αποδόσεων
2. Γερμανία	Bluhm and Yu (2000)	German DAX stock index και VDAX (the DAX volatility index), 1966-1999, ημερήσια στοιχεία
3. Ιαπωνία	Tse (1991)	Topix Nikkei Stock Average, 1986-1989, ημερήσια στοιχεία
4. Νέα Ζηλανδία	Yu (2002)	NZSE40, 1980-1998, ημερήσια στοιχεία
5. Ολλανδία, Γερμανία, Ισπανία και Ιταλία	Franses and Ghijsels (1999)	Αποδόσεις Ολλανδικής, Γερμανικής, Ισπανικής και Ιταλικής χρηματιστηριακής αγοράς, 1983-1994, εβδομαδιαία στοιχεία
6. Σιγκαπούρη	Tse and Tung (1992)	Singapore, 5 VW market & industry indices, 1975-1988, ημερήσια στοιχεία
7. Σουηδία	Frennberg and Hansson (1996)	VW Swedish stock market returns, Index option (European style), 1919-1990, μηνιαία στοιχεία
8. Καναδάς	Doidge and Wei (1998)	Toronto 35 stock index & European options, 1988-1995, ημερήσια στοιχεία
10. Ηνωμένο Βασίλειο	Dimson and Marsh (1990)	UK FT All Share, 1955-1989, τριμηνιαία στοιχεία
	Loudon et al. (2000)	FT All Share, 1971-1997, ημερήσια στοιχεία
	McMillan et al. (2000)	1) FTSE100, 1984-1996, ημερήσια/εβδομαδιαία στοιχεία, 2) FT All Share, 1969-1996, μηνιαία στοιχεία
11. Ηνωμένες Πολιτείες	Akgiray (1989)	CRSP VW & EW indices, 1963-1986, ημερήσια στοιχεία
	Pagan and Schwert (1990)	US stock market, 1834-1937, μηνιαία στοιχεία
	Hamilton and Lin (1996)	Excess stock returns (S&P 500 minus T-bill) & Ind Production, 1965-1993, μηνιαία στοιχεία
	Brooks (1998)	DJ Composite, 1978-1988, ημερήσια στοιχεία

2.2 Μεταβλητότητα, τυπική απόκλιση και κίνδυνος

Καταρχήν, είναι σημαντικό να διαχωρίσουμε τις έννοιες της μεταβλητότητας, της τυπικής απόκλισης και του κινδύνου. Στα χρηματοοικονομικά, ο όρος μεταβλητότητα συχνά αναφέρεται στην τυπική απόκλιση, σ , ή στη διακύμανση, σ^2 , υπολογισμένη από ένα σύνολο παρατηρήσεων ως εξής:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (R_t - \bar{R})^2, \quad (2.1)$$

όπου \bar{R} είναι η μέση απόδοση.

Το στατιστικό $\hat{\sigma}$ της δειγματικής τυπικής απόκλισης είναι μια παράμετρος ελεύθερη κατανομής, η οποία εκφράζει τη δεύτερη ροπή του δείγματος. Μόνο εφόσον το σ αναφέρεται σε συγκεκριμένη (γνωστή) κατανομή όπως είναι, για παράδειγμα, η κανονική ή η t , μπορεί να δοθεί αναλυτικός τύπος για την πυκνότητα πιθανότητας ή για την αθροιστική πυκνότητα πιθανότητας. Σε διαφορετική περίπτωση, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας θα πρέπει να εξαχθεί εμπειρικά. Στο συνεχή χρόνο το σ είναι η παράμετρος κλίμακας, η οποία πολλαπλασιάζει ή μειώνει το μέγεθος των διακυμάνσεων που προκαλούνται από μια τυπική διαδικασία. Ανάλογα με τη στοχαστική διαδικασία που χρησιμοποιείται και την ευαισθησία των μεταβλητών στο χρόνο, προκύπτουν εναλλακτικές κατανομές αποδόσεων. Έτσι, δεν έχει νόημα να χρησιμοποιήσουμε το σ ως μέτρο του κινδύνου εκτός και αν αναφερόμαστε σε συγκεκριμένη κατανομή. Όταν το σ χρησιμοποιείται ως μέτρο της αβεβαιότητας, αυτοί οι οποίοι το χρησιμοποιούν συνήθως υποθέτουν ότι η κατανομή των αποδόσεων είναι κανονική.

Η τυπική απόκλιση, σ , είναι το ορθό μέτρο διασποράς για την κανονική και ορισμένες άλλες κατανομές, όχι όμως για όλες. Άλλα μέτρα τα οποία έχουν προταθεί και βρεθεί χρήσιμα περιλαμβάνουν τη μέση απόλυτη απόδοση και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος.

Οι έννοιες της μεταβλητότητας και του κινδύνου σχετίζονται μεταξύ τους χωρίς να ταυτίζονται. Ενώ ο κίνδυνος συνδέεται πάντα με κάποιο αρνητικό αποτέλεσμα, η μεταβλητότητα, θεωρούμενη ως μέτρο της αβεβαιότητας, είναι δυνατό να οδηγήσει και σε θετικό αποτέλεσμα. Όταν η μεταβλητότητα μεταφράζεται ως αβεβαιότητα, διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στις επενδυτικές αποφάσεις και στη δημιουργία χαρτοφυλακίων. Δεδομένου ότι οι επενδυτές και οι διαχειριστές των χαρτοφυλακίων δύνανται να αναλαμβάνουν κινδύνους μέχρι ένα συγκεκριμένο μέγεθος, μια επιτυχημένη πρόβλεψη της μεταβλητότητας

της αξίας των τίτλων συνεισφέρει στην καλύτερη αξιολόγηση του επενδυτικού κινδύνου. Επιπλέον, ένας σημαντικός λόγος για τον οποίο η μεταβλητότητα, εκφραζόμενη μέσω της τυπικής απόκλισης, δεν αποτελεί πολύ καλό μέτρο του κινδύνου είναι το γεγονός ότι αυτή δίνει πληροφορία μόνο για το άπλωμα (spread) μιας κατανομής και όχι για το σχήμα (shape) της.

Επιπλέον, ο κίνδυνος περισσότερο συχνά συνδέεται με μικρές ή αρνητικές αποδόσεις, ενώ τα περισσότερα μέτρα διασποράς δεν κάνουν τέτοια διάκριση. Ένα τέτοιο μέτρο διασποράς, το οποίο λανθασμένα ποινικοποιεί τις υψηλές αποδόσεις, είναι ο Sharpe ratio, ο οποίος ορίζεται ως το πηλίκο του πριμ κινδύνου δια της τυπικής απόκλισης. Ο δείκτης αυτός συχνά χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της αποτελεσματικότητας χαρτοφυλακίων. Η ιδέα της «ημιδιακύμανσης» [Harry Markowitz (1991)], η οποία χρησιμοποιεί μόνο τα τετράγωνα των αποδόσεων κάτω από το μέσο, δεν έχει ευρέως χρησιμοποιηθεί, κυρίως διότι δεν είναι λειτουργικά εύκολο να εφαρμοστεί στην κατασκευή χαρτοφυλακίων.

2.3 Ορισμός και μέτρηση της μεταβλητότητας

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η μεταβλητότητα συχνά υπολογίζεται ως η δειγματική τυπική απόκλιση, η οποία είναι η τετραγωνική ρίζα της εξίσωσης (2.1).

Ο Stephen Figlewski (1997) σημειώνει ότι οι στατιστικές ιδιότητες του δειγματικού μέσου τον καθιστούν έναν μη ακριβή εκτιμητή του πραγματικού μέσου, ιδιαίτερα για μικρά δείγματα. Έτσι, είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθούν οι αποκλίσεις από το μηδέν αντί από τον μέσο, για να αυξηθεί η ακρίβεια της πρόβλεψης της μεταβλητότητας.

Υπάρχουν μέθοδοι εκτίμησης της μεταβλητότητας που είναι σχεδιασμένες για να εκμεταλλεύονται ή να μειώνουν την επιρροή των ακραίων τιμών. Τέτοιες είναι, για παράδειγμα, η μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας η οποία προτάθηκε από τους Clifford Ball and Walter Torous (1984) και η μέθοδος high-low η οποία προτάθηκε από τους Michael Parkinson (1980) και Mark Garman and Michael Klass (1980).

Ενώ η εξίσωση (2.1) είναι ένας αμερόληπτος εκτιμητής του σ^2 , η τετραγωνική ρίζα του $\hat{\sigma}^2$ είναι ένας μεροληπτικός εκτιμητής του σ λόγω της ανισότητας Jensen². Οι John Cox and Mark Rubinstein (1985) εξηγούν το πώς αυτή η μεροληψία μπορεί να διορθωθεί μέσω της υπόθεσης της κανονικότητας της κατανομής των R_t . Ωστόσο, στις περισσότερες περιπτώσεις,

² Εάν $r_t \sim N(0, \sigma_t^2)$, τότε $E |r_t| = \sigma_t \sqrt{2/\pi}$. Επομένως, $\hat{\sigma}_t = |r_t|/\sqrt{2/\pi}$ εάν η r_t ακολουθεί δεσμευμένη κανονική κατανομή.

η επίδραση αυτής της προσαρμογής είναι μικρή.

Οι Zhuanxin Ding, Clive Granger and Robert Engle (1993) προτείνουν μέτρηση της μεταβλητότητας μέσω των απολύτων τιμών των αποδόσεων. Οι Marie Davidian and Raymond Carroll (1987) δείχνουν ότι αυτή η μέθοδος είναι περισσότερο ανθεκτική απέναντι στην ασυμμετρία και τη μη-κανονικότητα. Η εμπειρική έρευνα προσφέρει ενδείξεις ότι τα υποδείγματα που βασίζονται σε αποκλίσεις ή σε απόλυτες αποδόσεις παράγουν πιο εύστοχες προβλέψεις της μεταβλητότητας σε σύγκριση με αυτά που βασίζονται σε τετραγωνικές αποδόσεις [Stephen Taylor (1986), Louis Ederinton and Wei Guan (2000a), Michael McKenzie (1999)]. Ωστόσο, η πλειονότητα των υποδειγμάτων χρονοσειρών της μεταβλητότητας, ιδιαίτερα αυτά της κατηγορίας ARCH, βασίζονται σε τετραγωνικές αποδόσεις.

Αναφορικά με το ανάλογο της (2.1) για το συνεχή χρόνο, υποθέτουμε για την ευκολία της έκφρασης ότι οι στιγμιαίες αποδόσεις προέρχονται από το martingale συνεχούς χρόνου,

$$dp_t = \sigma_t dW_{p,t} \quad (2.2)$$

όπου το $dW_{p,t}$ συμβολίζει μια standard διαδικασία Wiener. Από την (2.2), η υπό συνθήκη διακύμανση για τις αποδόσεις μιας περιόδου, $r_{t+1} \equiv p_{t+1} - p_t$, είναι $\int_0^1 \sigma_{t+\tau}^2 d\tau$, η οποία είναι επίσης γνωστή ως η ολοκληρωμένη μεταβλητότητα για την περίοδο από t έως $t + 1$. Αυτή η ποσότητα είναι κεντρικής σημασίας στην τιμολόγηση των παραγώγων κάτω από στοχαστική μεταβλητότητα [John Hull and Alan White (1987)]. Ενώ το p_t μπορεί να παρατηρηθεί στο χρόνο t , η σ_t είναι μια μη παρατηρήσιμη, λανθάνουσα μεταβλητή³, η οποία κλιμακώνει τη στοχαστική διαδικασία $dW_{p,t}$ συνεχώς στη διάρκεια του χρόνου.

Ας θεωρήσουμε ότι m είναι η συχνότητα της δειγματοληψίας και υπάρχουν m λογαριθμικές αποδόσεις στη μονάδα του χρόνου, έτσι ώστε

$$r_{m,t} \equiv P_t - r_{t-1/m}$$

³ Λανθάνουσα μεταβλητή (latent variable): μεταβλητή η οποία δεν είναι άμεσα παρατηρήσιμη αλλά κατά μείζονα λόγο προκύπτει, μέσω ενός μαθηματικού υποδείγματος, από άλλες μεταβλητές, οι οποίες παρατηρούνται και μετρούνται άμεσα.

Εάν οι ασυνεχείς δειγματικές αποδόσεις είναι σειριακά ασυσχέτιστες και η δειγματοληψία του σ_t συνεχής, με βάση τη θεωρία quadratic variation, προκύπτει ότι [Ioannis Karatzas and Stephen Shreve (1988)]:

$$p \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\int_0^1 \sigma_{t+\tau}^2 - \sum_{j=1, \dots, m} r_{m,t+j/m}^2 \right) = 0$$

Επομένως, η μεταβλητότητα της περιόδου t είναι θεωρητικά παρατηρήσιμη όταν η δειγματοληψία είναι αρκετά συχνή. Ο όρος πραγματοποιηθείσα μεταβλητότητα (realized volatility) έχει χρησιμοποιηθεί από τους William Fung and David Hsieh (1991) και τους Torben Andersen and Tim Bollerslev (1998), για να δηλώσει το άθροισμα των ενδοσυνεδριακών τετραγωνικών αποδόσεων σε μικρά χρονικά διαστήματα, όπως δεκαπέντε ή πέντε λεπτών. Ένας τέτοιος εκτιμητής της μεταβλητότητας έχειδειχθεί ότι παρέχει μια ακριβή εκτίμηση της διαδικασίας η οποία καθορίζει τη μεταβλητότητα. Από τα χαρακτηριστικά των δεδομένων των χρηματαγορών τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στις προαναφερθείσες μελέτες προκύπτει ότι οι αποδόσεις οι οποίες μετρήθηκαν σε ένα διάστημα μικρότερο των πέντε λεπτών «μαστίζονται» από φαινομενική σειριακή συσχέτιση, η οποία προκαλείται από ποικίλα αποτελέσματα της μικροδομής της αγοράς, συμπεριλαμβανομένου του ασύγχρονου εμπορίου, της ενδοσυνεδριακής μεταβλητότητας και της αλληλεπίδρασης των τιμών bid-ask. Οι Andersen and Bollerslev (1998) και George Christodoulakis and Satchell (1988) δείχνουν το πως ο εμπειρεχόμενος θόρυβος στην προσέγγιση της πραγματικής και μη παρατηρήσιμης μεταβλητότητας από τετραγωνικές αποδόσεις καταλήγει σε παραπλανητική αξιολόγηση της πρόβλεψης. Αυτά τα θεωρητικά αποτελέσματα αποδεικνύεται ότι έχουν σημαντικές επιπτώσεις στην έρευνα για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας.

2.4 Ιδιότητες της μεταβλητότητας

Στην παρούσα ενότητα αναφέρονται ορισμένες σημαντικές ιδιότητες της μεταβλητότητας και των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών, οι οποίες έχουν προκύψει μέσα από τη διεθνή έρευνα και βιβλιογραφία.

Βαριές ουρές

Από τις αρχές της δεκαετίας του 1960 έχει καταγραφεί ότι οι αποδόσεις των διαφόρων αξιών ακολουθούν λεπτόκυρτες κατανομές [Mandelbrot (1963), Fama (1965)].

Volatility clustering

Υπάρχουν περίοδοι κατά τις οποίες η μεταβλητότητα είναι παρατεταμένα υψηλή, ενώ άλλες κατά τις οποίες είναι παρατεταμένα χαμηλή. Η συσσώρευση (clustering) της μεταβλητότητας και οι βαριές ουρές της κατανομής των αποδόσεων σχετίζονται άμεσα. Οι Mandelbrot (1963) και Fama (1965) έδειξαν ότι οι μεγάλες μεταβολές στην τιμή ενός αγαθού ακολουθούνταν από άλλες μεγάλες μεταβολές και ότι μικρές μεταβολές, επίσης ακολουθούνταν από μικρές μεταβολές. Η πρακτική συνέπεια αυτής της ιδιότητας είναι ότι ενδεχόμενες ασυνήθιστα υψηλές τιμές της μεταβλητότητας σήμερα, θα επηρεάσουν την πρόβλεψη της μελλοντικής μεταβλητότητας για μεγάλο χρονικό διάστημα. Τόσο τα υποδείγματα ARCH όσο και αυτά της στοχαστικής μεταβλητότητας στην ουσία αναπτύχθηκαν για να συμπεριλάβουν το φαινόμενο volatility clustering.

Επαναφορά στο μέσο της μεταβλητότητας

Οι περίοδοι υψηλής ή χαμηλής μεταβλητότητας τείνουν να ακολουθούνται από περιόδους αντιστροφής προς τη μέση/ κανονική μεταβλητότητα. Επομένως, μια περίοδος υψηλής μεταβλητότητας θα δώσει τη θέση της σε πιο κανονικές διακυμάνσεις τιμών και αντίστοιχα, μια περίοδος χαμηλής μεταβλητότητας θα ακολουθηθεί από άνοδο της μεταβλητότητας. Αυτό φυσικά υποδηλώνει ότι υπάρχει ένα κανονικό επίπεδο μεταβλητότητας, στο οποίο τελικά επανερχόμαστε. Άρα, οι προβλέψεις για τη μεταβλητότητα σε μακροπρόθεσμο ορίζοντα, ανεξαρτήτως σε ποια χρονική στιγμή αυτές γίνονται, θα πρέπει να συγκλίνουν στο ίδιο, περίπου, κανονικό επίπεδο τιμών. Παρόλο που όλοι σχεδόν συμφωνούν στο ότι η μεταβλητότητα επιστρέφει σε μία κανονική μέση τιμή, διαφωνίες υπάρχουν τόσο ως προς ποιο είναι αυτό το κανονικό επίπεδο, όσο και για το αν αυτό παραμένει σταθερό στο πέρασμα του χρόνου, ή μεταβάλλεται καθώς οι συνθήκες στις αγορές αλλάζουν.

Ασυμμετρία της μεταβλητότητας

Μια αρνητική μεταβολή των αποδόσεων προκαλεί μεγαλύτερη μεταβλητότητα από ότι μια ισόποση θετική μεταβολή. Η θεωρία του Sharpe (1964), το Capital Asset Pricing Model

(CAPM) υποστηρίζει ότι, όταν αυξάνεται η μεταβλητότητα, οι αναμενόμενες αποδόσεις πέφτουν. Στις αγορές μετοχών μια εξήγηση αυτού του φαινομένου είναι ότι η πτώση της τιμής αυξάνει τη σχέση ξένων προς ιδίων κεφαλαίων, οδηγώντας σε αυξημένη μεταβλητότητα των αποδόσεων των μετοχών της εταιρείας. Το αντίστροφο συμβαίνει όταν η τιμή ανεβαίνει. Αυτό το γεγονός συνήθως αποκαλείται φαινόμενο μόχλευσης (leverage effect) και παρατηρήθηκε από τον Black (1976). Γενικότερα, η εμπειρική έρευνα δείχνει ότι υπάρχει αρνητική συσχέτιση της μεταβλητότητας με τις αποδόσεις των μετοχικών αξιών [Christie (1982), Nelson (1991), Glosten et al. (1993), Engle and Ng (1993)]. Επίσης, για τα επιτόκια, μια αντίστοιχη ασυμμετρία υπάρχει λόγω του γεγονότος ότι αυτά δε μπορούν να πάρουν αρνητικές τιμές. Όταν τα επιτόκια πέφτουν, επομένως οι τιμές αυξάνουν, η εμπειρική έρευνα δείχνει ότι η μεταβλητότητα μειώνεται [Engle et al. (1990), Chan et al. (1992), Brenner et al. (1996)]. Τέλος, δεν έχει βρεθεί τέτοιος συσχετισμός για τις ισοτιμίες νομισμάτων.

Χαρακτηριστική ιδιότητα αποτελούν, ακόμα, οι κοινές συμπεριφορές στη μεταβλητότητα μεταξύ κεφαλαιουχικών αγαθών και μεταξύ χρηματαγορών.

Πρόσφατες έρευνες έχουν δείξει ότι η συσχέτιση μεταξύ της μεταβλητότητας είναι ισχυρότερη από αυτή μεταξύ των αποδόσεων, ενώ και στις δύο περιπτώσεις τείνει να αυξάνεται κατά τη διάρκεια φάσεων πτωτικής τάσης στα χρηματιστήρια και χρηματοοικονομικών κρίσεων. Δεδομένης της σύνθετης δομής της μεταβλητότητας των χρηματοοικονομικών χρονοσειρών, οι Francis Diebold et al. (1998) αναφέρουν ότι οι προβλέψεις θα διαφοροποιούνται αναφορικά με τα τρέχοντα επίπεδα της μεταβλητότητας, τη δομή της (π.χ. το βαθμό της επιμονής και της επαναφοράς στο μέσο, κλπ.) και τον ορίζοντα της πρόβλεψης.

Εάν οι αποδόσεις είναι ανεξάρτητες και ισόνομες ή αυστηρά λευκός θόρυβος, τότε η διακύμανση των αποδόσεων για ένα μακροχρόνιο ορίζοντα μπορεί να προκύψει ως ένα απλό πολλαπλάσιο της δικύμανσης μιας περιόδου. Όμως, η υπόθεση αυτή δεν ευσταθεί για πολλές χρηματοοικονομικές χρονοσειρές, όπως προκύπτει και από τις ιδιότητες που αναφέραμε παραπάνω. Ενώ μια σημειακή πρόβλεψη του $\hat{\sigma}_{T-1, T|t-1}$ γίνεται αρκετά ανακριβής καθώς $T \rightarrow \infty$, μια σωρευτική πρόβλεψη, $\hat{\sigma}_{t, T|t-1}$, γίνεται περισσότερο ακριβής λόγω της αναίρεσης των σφαλμάτων και της επαναφοράς της μεταβλητότητας στο μέσο, εκτός και αν υπάρξει

θεμελιώδης διαφοροποίηση στο επίπεδο ή στη δομή της μεταβλητότητας⁴.

Σε ορισμένες μελέτες η χρονολογική σειρά της μεταβλητότητας εμφανίζεται να έχει μοναδιαία ρίζα [Philip Perry (1982) και Adrian Pagan and G. William Schwert (1990)]. Δηλαδή:

$$\sigma_t = \phi \sigma_{t-1} + \varepsilon_t,$$

με το ϕ να είναι στατιστικά ίσο με 1. Σε άλλες μελέτες, ορισμένα μέτρα μεταβλητότητας ημερησίων και ενδοσυνεδριακών αποδόσεων παρουσιάζουν μια ιδιότητα long memory [Granger, Ding and Scott Spear (2000)]. Οι αυτοσυσχετίσεις των διακυμάνσεων και ιδιαίτερα αυτές των μέσων απολύτων αποκλίσεων, παραμένουν θετικές και σημαντικά μεγαλύτερες του μηδενός για περισσότερες από χίλιες χρονικές υστερήσεις. Αυτά τα ευρήματα υποδηλώνουν ότι μια διαταραχή στη διαδικασία της μεταβλητότητας θα έχει μακροχρόνια επίδραση στη μελλοντική μεταβλητότητα.

Το πρόβλημα αναφορικά με την επιλογή του ορίζοντα πρόβλεψης οφείλεται εν μέρει στην επαναφορά στο μέσο της μεταβλητότητας. Γενικά, η ακρίβεια της πρόβλεψης της μεταβλητότητας βελτιώνεται όσο η συχνότητα της δειγματοληψίας αυξάνεται σε σχέση με τον ορίζοντα πρόβλεψης [Andersen, Bollerslev and Steve Lange (1999)]. Ωστόσο, αναφορικά με τις προβλέψεις της μεταβλητότητας για μεγάλο χρονικό ορίζοντα, ο Figlewski (1997) βρίσκει ότι το σφάλμα της πρόβλεψης διπλασιάζεται σε μέγεθος όταν χρησιμοποιούνται ημερήσια αντί για μηνιαία δεδομένα για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας με ορίζοντα μεγαλύτερο των 24 μηνών. Σε ορισμένες περιπτώσεις, όταν για παράδειγμα ο ορίζοντας πρόβλεψης υπερβεί τα δέκα έτη, μια εκτίμηση της μεταβλητότητας βασισμένη σε μικρότερης συχνότητας δεδομένα, όπως εβδομαδιαία ή μηνιαία, είναι καλύτερη, διότι η επαναφορά στο μέσο της μεταβλητότητας είναι δύσκολο να επιτευχθεί με τη χρήση δεδομένων υψηλής συχνότητας. Γενικά, οι προβλέψεις οι οποίες βασίζονται σε υποδείγματα χάνουν την υπεροχή τους όταν ο ορίζοντας πρόβλεψης αυξάνεται σε σχέση με τη συχνότητα των δεδομένων. Για ορίζοντες πρόβλεψης μεγαλύτερους των έξι μηνών, μια απλή ιστορική μέθοδος με τη χρήση δεδομένων χαμηλής συχνότητας, μιας περιόδου τουλάχιστον τόσο μεγάλης όσο ο ορίζοντας

⁴ Το $\hat{\sigma}_{t,T|t-1}$ συμβολίζει μια πρόβλεψη της μεταβλητότητας η οποία γίνεται στο χρόνο $t-1$ για την μεταβλητότητα της χρονικής περιόδου από t έως T .

πρόβλεψης είναι η καλύτερη [Andrew Alford and James Boatsman (1995) και Figlewski (1997)].

Σε ότι αφορά τη συχνότητα δειγματοληψίας, οι Feike Drost and Theo Nijman (1993) αποδεικνύουν, θεωρητικά και ειδικά για το GARCH (1, 1), ότι η δομή της μεταβλητότητας θα έπρεπε να διατηρείται μέσω της διαχρονικής ολοκλήρωσής της. Αυτό σημαίνει ότι, όταν κάποιος υποδειγματοποιήσει τη μεταβλητότητα στα ωριαία, ημερήσια, ή μηνιαία διαστήματα, η δομή της μεταβλητότητας θα πρέπει να είναι η ίδια. Όμως, είναι γνωστό ότι αυτό δεν συμβαίνει στην πράξη, διότι η επιμονή της μεταβλητότητας, η οποία είναι πολύ ισχυρή στα ημερήσια δεδομένα, εξασθενεί όσο η συχνότητα των δεδομένων μεγαλώνει [Diebold (1988), Richard Baillie and Bollerslev (1989) και Poon and Stephen Taylor (1992)]. Αυτό περιπλέκει ακόμα περισσότερο κάθε απόπειρα γενίκευσης των υποδειγμάτων προσδιορισμού της μεταβλητότητας και των αποτελεσμάτων των προβλέψεων.

РАНЕЕ НЕ ПЕРПА

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Μεθοδολογία

3.1. Μέθοδοι πρόβλεψης της μεταβλητότητας

Δεδομένης της καίριας σημασίας που έχει η μεταβλητότητα στους τομείς των επενδύσεων, της τιμολόγησης χρηματοοικονομικών προϊόντων, της Διαχείρισης Κινδύνου, καθώς και της διαμόρφωσης της νομισματικής πολιτικής, πληθώρα μεθόδων πρόβλεψής της έχει αναπτυχθεί στη διεθνή βιβλιογραφία. Πάντως, όπως έχει προκύψει μέσα από τη διεθνή έρευνα και βιβλιογραφία, καμία από αυτές τις μεθόδους, δεν υπερτερεί σταθερά έναντι των υπολοίπων.

Μια κατηγοριοποίηση των μεθόδων πρόβλεψης της μεταβλητότητας είναι η παρακάτω:

1. Υποδείγματα Χρονολογικών Σειρών:
 - i. Ιστορικά υποδείγματα
 - ii. Ομάδα υποδειγμάτων ARCH/ GARCH
2. Υποδείγματα Στοχαστικής Μεταβλητότητας
3. Υποδείγματα Long Memory
4. Υποδείγματα βασισμένα στις τιμές αγοράς των δικαιωμάτων προαίρεσης – Τεκμαρτή Μεταβλητότητα
5. Μη παραμετρικά υποδείγματα

Υποδείγματα Χρονολογικών Σειρών

Ο πιο διαδεδομένος τρόπος υποδειγματοποίησης και παραγωγής προβλέψεων της μεταβλητότητας των χρηματοοικονομικών δεικτών είναι τα υποδείγματα χρονοσειρών. Τα υποδείγματα αυτά βασίζονται στην υπόθεση ότι η μεταβολή της τιμής ενός μεγέθους (π.χ.

δείκτης, υποκείμενος τίτλος, κ.α.) ακολουθεί ένα συγκεκριμένο πρότυπο, το οποίο έχει μεγάλη πιθανότητα να επαναληφθεί. Η επιτυχία των υποδειγμάτων των χρονοσειρών εστιάζεται στην αναγνώριση του «λανθάνοντος» προτύπου μιας χρονοσειράς και την προέκτασή του στο μέλλον. Οι Stephen Brown (1990), Engle (1993) και Abdurrahman Aydemir (1998) αναφέρονται σε διάφορα υποδείγματα χρονολογικών σειρών για τη μεταβλητότητα. Ο Kroner (1996) εξηγεί τον τρόπο με τον οποίο οι προβλέψεις της μεταβλητότητας μπορούν να δημιουργηθούν και να χρησιμοποιηθούν.

Εάν υπάρχουν T το πλήθος διαθέσιμες παρατηρήσεις στο δείγμα και το T είναι μεγάλο, τότε υπάρχουν δύο τρόποι με τους οποίους μπορούν να διεξαχθούν οι εκτός του δείγματος προβλέψεις. Ας υποθέσουμε ότι χρησιμοποιούμε n παρατηρήσεις για την εκτίμηση και κάνουμε $T - n$ το πλήθος προβλέψεις. Το recursive scheme χρησιμοποιεί τις παρατηρήσεις $\{1, \dots, n\}$ του δείγματος και κάνει την πρώτη πρόβλεψη στη θέση $n+1$. Για τη δεύτερη πρόβλεψη που αφορά στη θέση $n+2$ θα συμπεριληφθεί και η αμέσως προηγούμενη παρατήρηση, δηλαδή θα χρησιμοποιηθούν οι παρατηρήσεις $\{1, \dots, n+1\}$. Όμοια, για την τελευταία πρόβλεψη που αφορά στη θέση T θα χρησιμοποιηθούν οι παρατηρήσεις $\{1, \dots, T-1\}$, δηλαδή όλες οι διαθέσιμες παρατηρήσεις στο δείγμα εκτός της τελευταίας.

Από την άλλη πλευρά, το rolling scheme που είναι και το συνηθέστερα χρησιμοποιούμενο στην πράξη, βασίζει τις εκτιμήσεις του σε συγκεκριμένο αριθμό παρατηρήσεων. Έτσι, η πρόβλεψη για τη θέση $n+2$ θα βασιστεί στις παρατηρήσεις $\{2, \dots, n+1\}$, ενώ η τελευταία πρόβλεψη στο T θα βασιστεί στις $\{T-n, \dots, T-1\}$. Το rolling scheme δεν λαμβάνει υπόψη την πληροφορία του απώτερου παρελθόντος. Επιπλέον, είναι πιο εύχρηστο από άποψη υπολογισμών, όταν το T είναι πολύ μεγάλο. Ακόμη, η μέθοδος αυτή μπορεί να είναι καταλληλότερη όταν υπάρχει μη στασιμότητα ή χρονική διαφοροποίηση στις εκτιμήσεις των παραμέτρων του υποδείγματος. Η ασυμπτωτική θεωρία του West (1996) μπορεί να εφαρμοστεί μόνο στο recursive scheme. Για μικρό δείγμα και προβλέψεις με βάση το rolling scheme, οι μεθοδολογίες των Diebold and Mariano (1995) είναι περισσότερο κατάλληλες.

Στη σχετική βιβλιογραφία εμφανίζεται πληθώρα μοντέλων χρονοσειρών, τα κυριότερα από τα οποία συγκροτούν τις εξής κατηγορίες υποδειγμάτων:

- Ιστορικά υποδείγματα και
- Υποδείγματα ARCH.

Στη συνέχεια αναφερόμαστε αναλυτικά στις δύο αυτές κατηγορίες υποδειγμάτων.

3.1.1 Ιστορικά υποδείγματα

Σε σύγκριση με τις υπόλοιπες κατηγορίες υποδειγμάτων, τα ιστορικά υποδείγματα είναι τα απλούστερα στην κατασκευή και την εφαρμογή. Σε αντίθεση με τα ARCH και τα υποδείγματα στοχαστικής μεταβλητότητας, στα ιστορικά υποδείγματα η συμπεριφορά της υπό συνθήκη μεταβλητότητας εξετάζεται ξεχωριστά από τις αποδόσεις και επομένως είναι λιγότερο περιοριστικά και περισσότερο έτοιμα να ανταποκριθούν σε αλλαγές στη δυναμική της μεταβλητότητας.

Επιπλέον, η εμπειρική έρευνα προσφέρει ενδείξεις ότι έχουν καλές επιδόσεις στην πρόβλεψη της μεταβλητότητας [Taylor (1986, 1987), Figlewski (1997), Figlewski and Green (1999), Andersen, Bollerslev, Diebold and Labys (2001) και Taylor, J. (2004)].

Η προβλεπτική τους ικανότητα αναμένεται μάλιστα να ενισχυθεί ακόμη περισσότερο, λόγω της προϊούσας διαθεσιμότητας ενδοσυνεδριακών δεδομένων.

Τα ιστορικά υποδείγματα βασίζονται στις προβλέψεις τους στις ιστορικές τιμές της μεταβλητότητας, οι οποίες εκφράζονται συνήθως με δειγματικές τυπικές αποκλίσεις των αποδόσεων των κεφαλαιουχικών αγαθών. Τα υποδείγματα αυτά στηρίζονται στην υπόθεση ότι η μεταβλητότητα της χρονικής περιόδου $t - \tau$, $\sigma_{t-\tau}$, είναι γνωστή ή μπορεί να εκτιμηθεί, εάν θέσουμε όπου t το $t - 1$, για κάθε τιμή του $\tau > 0$.

Οι προβλέψεις που παράγονται από τα ιστορικά υποδείγματα χρησιμοποιούνται και για να συγκριθούν τα αποτελέσματα των περισσότερο εξελιγμένων υποδειγμάτων πρόβλεψης.

Στη σχετική βιβλιογραφία εμφανίζονται πολλοί τύποι ιστορικών υποδειγμάτων για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας. Τα υποδείγματα αυτά διαχωρίζονται σε δύο κατηγορίες: στα υποδείγματα «μιας κατάστασης» (single-state models) και στα υποδείγματα «αλλαγής σταδίου/καθεστώτος» (regime-switching models). Επιπροσθέτως, τα ιστορικά υποδείγματα διαφέρουν μεταξύ τους με βάση τον αριθμό των όρων χρονικών υστερήσεων (lag terms) που περιλαμβάνουν, καθώς και με βάση τις βαρύτητες που προσδίδουν σε αυτούς τους όρους.

3.1.1.1 Υποδείγματα «Μιας Κατάστασης»

Τα κυριότερα ιστορικά υποδείγματα αυτής της κατηγορίας είναι τα εξής:

- Το υπόδειγμα του Τυχαίου Περιπάτου,

- Το υπόδειγμα της Ιστορικής Μέσης Τιμής,
- Το υπόδειγμα του Κινητού Μέσου,
- Η Εκθετική Εξομάλυνση,
- Ο Εκθετικός Σταθμικός Κινητός Μέσος και
- Το υπόδειγμα Παλινδρόμησης.

Ακολούθως, αναφερόμαστε αναλυτικά στα παραπάνω υποδείγματα.

Το υπόδειγμα του Τυχαίου Περιπάτου (Random Walk)

Πρόκειται για το απλούστερο ιστορικό υπόδειγμα πρόβλεψης της μεταβλητότητας. Το μοντέλο αυτό θεωρεί ότι η μεταβλητότητα μεταβάλλεται τυχαία και κατά συνέπεια η βέλτιστη στρατηγική είναι να θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχει μεταβολή στη μεταβλητότητα μεταξύ δύο διαδοχικών χρονικών περιόδων. Έτσι, σύμφωνα με το υπόδειγμα του Τυχαίου Περιπάτου η προβλεπόμενη τιμή της μεταβλητότητας μιας δεδομένης χρονικής περιόδου, έστω $t+1$, δηλαδή η $\hat{\sigma}_{t+1}$, θα ισούται με την τιμή της πραγματοποιηθείσας μεταβλητότητας της αμέσως προηγούμενης χρονικής περιόδου, σ_t . Δηλαδή:

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \sigma_t$$

Επομένως, η βέλτιστη πρόβλεψη για την αυριανή μεταβλητότητα είναι η σημερινή μεταβλητότητα. Παρατηρούμε ότι μόνο το σ_t χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη του σ_{t+1} .

Παρόλη την απλότητά του, το υπόδειγμα του Τυχαίου Περιπάτου έχει καλές επιδόσεις αναφορικά με την πρόβλεψη της μεταβλητότητας, όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα αρκετών μελετών [Dimson and Marsh (1990), Tse (1991)].

Το υπόδειγμα της Ιστορικής Μέσης Τιμής (Historical Average)

Η μεθοδολογία αυτή εκτιμά τη μελλοντική μεταβλητότητα βασιζόμενη σε ολόκληρο το υπό διάθεση τυχαίο δείγμα. Συγκεκριμένα, κάνει πρόβλεψη για μια χρονική περίοδο

μπροστά, λαμβάνοντας υπόψη όλες τις διαθέσιμες ιστορικές τιμές της μεταβλητότητας μέχρι και την αμέσως προηγούμενη περίοδο. Έτσι, η τιμή της μεταβλητότητας της επόμενης χρονικής περιόδου, σ_{t+1} , εκτιμάται από τη μέση τιμή όλων των προηγούμενων ιστορικών τιμών της μεταβλητότητας τις οποίες έχουμε διαθέσιμες στο δείγμα, δηλαδή τις $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_t$. Δηλαδή:

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \frac{1}{t}(\sigma_t + \sigma_{t-1} + \dots + \sigma_1)$$

Το υπόδειγμα της Ιστορικής Μέσης Τιμής προσδίδει την ίδια βαρύτητα σε κάθε μία από τις προηγούμενες περιόδους, δεν κάνει δηλαδή διάκριση μεταξύ των πιο πρόσφατων και των παλαιότερων παρατηρήσεων. Εάν η κατανομή της μεταβλητότητας έχει στάσιμο μέσο, τότε η Ιστορική Μέση Τιμή είναι το βέλτιστο υπόδειγμα για πρόβλεψη.

Το υπόδειγμα του Κινητού Μέσου Όρου (Moving Average)

Το υπόδειγμα αυτό προσομοιάζει με αυτό της Ιστορικής Μέσης Τιμής με τη διαφορά ότι λαμβάνει υπόψη μόνο τις σχετικά πιο πρόσφατες παρατηρήσεις. Σύμφωνα με αυτό το υπόδειγμα, η μεταβλητότητα μιας χρονικής περιόδου μπροστά, σ_{t+1} , εκτιμάται από το μέσο όρο των τιμών των τ προηγούμενων χρονικών περιόδων, δηλαδή:

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \frac{1}{\tau}(\sigma_t + \sigma_{t-1} + \dots + \sigma_{t-\tau+1})$$

Η μεθοδολογία αυτή χρησιμοποιείται για να εξουδετερωθεί η βραχυπρόθεσμη τάση που εμπεριέχεται στα δεδομένα. Η τιμή του τ , το οποίο δηλώνει τον αριθμό των χρονικών υστερήσεων που θεωρούνται στο υπόδειγμα, μπορεί να επιλεγεί υποκειμενικά ή να είναι τέτοιο ώστε να ελαχιστοποιεί το εντός του δείγματος σφάλμα της πρόβλεψης, $\zeta_{t+1} = \sigma_{t+1} - \hat{\sigma}_{t+1}$.

Εκθετική Εξομάλυνση (Exponential Smoothing)

Η μεθοδολογία αυτή προσομοιάζει με αυτή της Ιστορικής Μέσης Τιμής, υπό την έννοια ότι εκτιμά τη μεταβλητότητα μιας χρονικής περιόδου μπροστά από ένα μέσο όρο όλων των

προγενέστερων ιστορικών τιμών της. Αντίθετα όμως με την Ιστορική Μέση Τιμή, η Εκθετική Εξομάλυνση προσδίδει διαφορετική βαρύτητα σε κάθε μία από τις ιστορικές τιμές. Δηλαδή, η μέθοδος αυτή εκτιμά τη μελλοντική μεταβλητότητα ως ένα σταθμικό μέσο όρο των προγενέστερων τιμών της.

Ειδικότερα, οι πιο πρόσφατες παρατηρήσεις, οι οποίες θεωρείται ότι επιδρούν περισσότερο στη διαμόρφωση της μελλοντικής μεταβλητότητας λαμβάνουν συγκριτικά αυξημένη βαρύτητα, ενώ οι παλαιότερες λαμβάνουν συγκριτικά μειωμένη βαρύτητα.

Το υπόδειγμα είναι το εξής:

$$\sigma_t = (1 - \beta)\sigma_{t-1} + \beta\hat{\sigma}_{t-1} + \xi_t \text{ και } 0 \leq \beta \leq 1,$$

$$\hat{\sigma}_{t+1} = (1 - \beta)\sigma_t + \beta\hat{\sigma}_t$$

Η παράμετρος β ονομάζεται «παράμετρος εξομάλυνσης» (smoothing parameter), ενώ η ποσότητα $1 - \beta$ καλείται «σταθερά της εκθετικής εξομάλυνσης» (exponential smoothing constant). Η παράμετρος εξομάλυνσης β εκτιμάται μέσω της ελαχιστοποίησης των εντός του δείγματος σφαλμάτων πρόβλεψης, ξ_t .

Οι βαρύτητες των παρατηρήσεων μειώνονται γεωμετρικά καθώς μετακινούμαστε από την πιο πρόσφατη προς την παλαιότερη παρατήρηση. Έτσι, η πιο πρόσφατη παρατήρηση λαμβάνει τη μεγαλύτερη βαρύτητα, $1 - \beta$, ενώ οι βαρύτητες των παρατηρήσεων 2, 3, 4, κλπ. περιόδων πίσω είναι αντίστοιχα $(1 - \beta)\beta$, $(1 - \beta)\beta^2$, κλπ.

Η παράμετρος β λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0,1]$. Όταν $\beta = 0$, η εκτίμηση του υποδείγματος της εκθετικής εξομάλυνσης είναι ότι η μεταβλητότητα της επόμενης περιόδου θα ισούται με την μεταβλητότητα της πλέον πρόσφατης περιόδου. Στην περίπτωση αυτή, η πρόβλεψη του υποδείγματος συμπίπτει με εκείνη του Τυχαίου Περιπάτου. Όταν το β είναι μικρό (π.χ. από 0,2 έως 0,5) το υπόδειγμα δίνει σχετικά μεγαλύτερη βαρύτητα στις πρόσφατες παρατηρήσεις. Για μεγάλες τιμές του β (π.χ. από 0,8 έως 0,9), η επίδραση του πρόσφατου παρελθόντος στη διαμόρφωση της μελλοντικής μεταβλητότητας είναι σχετικά μικρότερη, ενώ σχετικά μεγαλύτερο ρόλο στη διαμόρφωσή της παίζουν οι τιμές της μεταβλητότητας του απώτερου παρελθόντος. Καθώς το β προσεγγίζει τη μονάδα, η πρόβλεψη μέσω της Εκθετικής Εξομάλυνσης προσεγγίζει αυτή μέσω της Ιστορικής Μέσης Τιμής.

Σύμφωνα με τον Brown (1962), όταν δεν υπάρχει διαθέσιμη καμία άλλη πληροφορία, η εκ

των προτέρων εκτίμηση του β θα πρέπει να κυμαίνεται από 0,05 έως 0,30. Κατά τους Dimson and Marsh (1990), η βέλτιστη τιμή του β εξαρτάται τόσο από την υπό μελέτη χρονική περίοδο, όσο και από την εξεταζόμενη αγορά. Οι Dimson and Marsh (1990) και Brailsford and Faff (1996) επιλέγουν τη βέλτιστη τιμή του β ετήσια.

Εκθετικός Σταθμικός Κινητός Μέσος Όρος (Exponentially Weighted Moving Average – EWMA)

Η μεθοδολογία αυτή είναι η μέθοδος του Κινητού Μέσου Όρου με εκθετικά βάρη. Όπως και ο Κινητός Μέσος, ο Εκθετικός Σταθμικός Κινητός Μέσος βασίζεται μόνο στις πιο πρόσφατες ιστορικές τιμές της μεταβλητότητας. Επιπλέον, όπως η Εκθετική Εξομάλυνση, ο Εκθετικός Σταθμικός Κινητός Μέσος δίνει σχετικά μεγαλύτερη βαρύτητα στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις με την βαρύτητα και εδώ να μειώνεται γεωμετρικά. Το υπόδειγμα είναι:

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \frac{\sum_{i=1}^{\tau} \beta^i \sigma_{t-i+1}}{\sum_{i=1}^{\tau} \beta^i}$$

Όπως και στη μέθοδο της Εκθετικής Εξομάλυνσης, η παράμετρος εξομάλυνσης β εκτιμάται μέσω της ελαχιστοποίησης των εντός του δείγματος σφαλμάτων πρόβλεψης ξ_t . Οι Brailsford and Faff (1996) επιλέγουν τη βέλτιστη τιμή του β ετήσια.

Το υπόδειγμα Παλινδρόμησης (Regression)

Το υπόδειγμα αυτό εκφράζει τη μεταβλητότητα ως μια συνάρτηση των προγενέστερων τιμών της:

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \gamma + \beta_1 \sigma_{t-1} + \beta_2 \sigma_{t-2} + \dots + \beta_n \sigma_{t-n} + \nu_t, \\ \hat{\sigma}_{t+1} &= \gamma + \beta_1 \sigma_t + \beta_2 \sigma_{t-1} + \dots + \beta_n \sigma_{t-n+1} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Πρόκειται για μια παλινδρόμηση της τρέχουσας επάνω σε όλες τις παρελθούσες, n το πλήθος, τιμές της μεταβλητότητας, τις οποίες έχουμε διαθέσιμες στο δείγμα. Οι συντελεστές $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ εκφράζουν τις βαρύτητες οι οποίες αποδίδονται στις παρελθούσες τιμές της

μεταβλητότητας. Οι συντελεστές αυτοί δεν είναι προκαθορισμένοι, αλλά προκύπτουν από εκτίμηση. Το v_t είναι το τυχαίο σφάλμα της παλινδρόμησης. Έτσι, η μεταβλητότητα της περιόδου $t+1$ εκτιμάται ως $\gamma + \beta_1\sigma_t + \beta_2\sigma_{t-1} + \dots + \beta_n\sigma_{t-n+1}$.

Η μέθοδος της Παλινδρόμησης είναι βασικά μια αυτοπαλινδρομική μέθοδος (AR). Εάν σε αυτή συμπεριληφθούν εκτός του σφάλματος v_t και τα σφάλματα του παρελθόντος, v_{t-1}, v_{t-2}, \dots , τότε προκύπτει ένα νέο υπόδειγμα (ARMA), το εξής:

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \beta_1\sigma_t + \beta_2\sigma_{t-1} + \dots + \gamma_1v_t + \gamma_2v_{t-1} + \dots \quad (3.2)$$

Τα υποδείγματα (3.1) και (3.2) μπορούν να λειτουργήσουν και με τις διαφορές d τάξης των τιμών της μεταβλητής [ARIMA (p, d, q)].

Για την ορθή εφαρμογή του υποδείματος της παλινδρόμησης είναι αναγκαίο να εκπληρώνονται ορισμένες υποθέσεις αναφορικά με τις τιμές του τυχαίου σφάλματος, v_t . Καταρχήν, η αναμενόμενη τιμή του τυχαίου σφάλματος οφείλει να είναι μηδέν για κάθε χρονική στιγμή παρατήρησης. Δηλαδή, θα πρέπει να ισχύει η σχέση:

$$E(v_t) = 0 \quad (3.3)$$

Επιπλέον, η διακύμανση των τιμών του τυχαίου σφάλματος οφείλει να είναι σταθερή για κάθε χρονική στιγμή παρατήρησης. Δηλαδή, να ισχύει η σχέση:

$$Var(v_t) = \sigma^2 \quad (3.4)$$

Οι τιμές του τυχαίου σφάλματος, επιπλέον, οφείλουν να είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Δηλαδή, πρέπει να ισχύει η σχέση:

$$E(v_{t_1}v_{t_2}) = 0 \quad (3.5)$$

$\forall t_1, t_2 \in T_C$ (με το t_1 να είναι διάφορο του t_2), όπου T_C είναι το σύνολο των χρονικών στιγμών επί των οποίων λαμβάνονται παρατηρήσεις για το υπόδειγμα. Επιπροσθέτως, οι

τιμές του τυχαίου σφάλματος οφείλουν να είναι ανεξάρτητες από τις τιμές των ερμηνευτικών μεταβλητών. Δηλαδή, πρέπει να ισχύει η σχέση:

$$E(u_t \sigma_{t-k}) = 0 \quad (3.6)$$

για τις επιμέρους τιμές του k . Οι τιμές του τυχαίου σφάλματος, τέλος, οφείλουν να ακολουθούν την κανονική κατανομή. Δηλαδή, πρέπει να ισχύει ότι:

$$u_t \sim iidN(0, \sigma^2) \quad (3.7)$$

Στην περίπτωση κατά την οποία μια ή περισσότερες από τις παραπάνω υποθέσεις δεν ευσταθούν, τότε ανακύπτουν διάφορα προβλήματα κατά την ανάλυση παλινδρόμησης. Ορισμένα από τα προβλήματα αυτά αναπτύσσονται συνοπτικά παρακάτω.

Περιπτώσεις παραβιάσεων των υποθέσεων του τυχαίου σφάλματος

Κατά γενική παραδοχή, οι περιπτώσεις κατά τις οποίες παραβιάζονται οι υποθέσεις (3.3)-(3.7) δεν είναι σπάνιες. Στη μελέτη οικονομικών ζητημάτων, τα φαινόμενα παραβιάσεων των εν λόγω υποθέσεων που συνήθως ανακύπτουν, είναι τα εξής:

- Παραβίαση της κανονικότητας,
- Πολυσυγγραμμικότητα,
- Ετεροσκεδαστικότητα και
- Αυτοσυσχέτιση

Ακολούθως, γίνεται συνοπτική αναφορά στα παραπάνω φαινόμενα.

Παραβίαση της κανονικότητας

Το φαινόμενο της παραβίασης της κανονικότητας προκύπτει έπειτα από παραβίαση της σχέσης (3.7). Η εκπλήρωση της υπόθεσης της κανονικότητας (normality) των τιμών του τυχαίου σφάλματος, αν και δεν διαδραματίζει κανένα ρόλο στην εκτίμηση του υποδείγματος με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, αποτελεί ωστόσο καθοριστικό παράγοντα στην υλοποίηση στατιστικών αναφορών επί των παραμέτρων του. Δίχως την ισχύ αυτής της

υπόθεσης, κανένας στατιστικός έλεγχος για τις παραμέτρους του υποδείγματος δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί.

Το πρόβλημα της μη κανονικότητας των τιμών του τυχαίου σφάλματος δεν είναι δυνατό να αντιμετωπιστεί. Ο μοναδικός τρόπος ενδεχόμενης αντιμετώπισής του είναι η εκτίμηση του υποδείγματος σε λογαριθμική μορφή, κάτι που θα οδηγήσει σε μείωση του μεγέθους των τιμών των παρατηρήσεων όλων των μεταβλητών.

Πολυσυγγραμμικότητα

Το φαινόμενο της πολυσυγγραμμικότητας (multilinearity) προκύπτει έπειτα από παραβίαση της σχέσης (3.6). Ο όρος «πολυσυγγραμμικότητα» δηλώνει την ύπαρξη μιας ή περισσότερων γραμμικών σχέσεων μεταξύ των ερμηνευτικών μεταβλητών ενός οικονομετρικού υποδείγματος. Η χρησιμοποίηση, σε ένα πολλαπλό γραμμικό υπόδειγμα, ερμηνευτικών μεταβλητών που συσχετίζονται γραμμικά μεταξύ τους δεν συντελεί στην αύξηση της πραγματικής «ποσοτικής» πληροφορίας που υπεισέρχεται στο υπόδειγμα. Άμεση συνέπεια της εμφάνισης της πολυσυγγραμμικότητας είναι να μην επιτυγχάνεται ο βέλτιστος προσδιορισμός των τιμών της ερμηνευόμενης μεταβλητής.

Η πολυσυγγραμμικότητα επηρεάζει το εύρος των τιμών του διαστήματος εμπιστοσύνης των συντελεστών του υποδείγματος, καθώς επίσης και την αξιοπιστία των στατιστικών ελέγχων επί των συγκεκριμένων συντελεστών. Επηρεάζει, επίσης, την ακρίβεια και τη σταθερότητα των εκτιμήσεων του υποδείγματος. Επιπλέον, δημιουργεί προβλήματα στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων και στον καθορισμό του υποδείγματος.

Ετεροσκεδαστικότητα

Το φαινόμενο της ετεροσκεδαστικότητας (heteroscedasticity) προκύπτει έπειτα από παραβίαση της σχέσης (3.4). Το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας εμφανίζεται στην ανάλυση παλινδρόμησης, όταν κατά την εκτίμηση ενός γραμμικού υποδείγματος παραβιάζεται η υπόθεση της σταθερής και ίσης διακύμανσης των τιμών του τυχαίου σφάλματος του υποδείγματος. Άμεσο επακόλουθο αποτελεί η αμφισβήτηση της αξίας των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την εκτίμηση του υποδείγματος με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων.

Οι αιτίες της εμφάνισης της ετεροσκεδαστικότητας σχετίζονται κυρίως με το είδος των παρατηρήσεων του δείγματος των μεταβλητών. Μια άλλη αιτία αποτελεί η χρήση ερμηνευτικών μεταβλητών των οποίων οι τιμές εμπερικλείουν μεγάλη αβεβαιότητα.

Η ετεροσκεδαστικότητα έχει ως επακόλουθο να μην λαμβάνονται ως εκτιμητές των συντελεστών ενός υποδείγματος εκείνοι με τη μικρότερη διακύμανση. Υπό αυτές τις συνθήκες, οποιαδήποτε στατιστική αναφορά για τους συντελεστές ενός υποδείγματος, είτε με τη μορφή ενός διαστήματος εμπιστοσύνης είτε μέσω ενός στατιστικού ελέγχου, θα είναι προβληματική. Αφενός το εύρος των διαστημάτων εμπιστοσύνης των εν λόγω συντελεστών θα προκύπτει υπέρμετρα μεγάλο και αφετέρου, η μηδενική υπόθεση για τον έλεγχο της στατιστικής σημαντικότητάς τους θα απορρίπτεται πολύ συχνότερα, με αποτέλεσμα να εξάγονται λανθασμένα συμπεράσματα.

Αυτοσυσχέτιση

Το φαινόμενο της αυτοσυσχέτισης (autocorrelation) προκύπτει έπειτα από παραβίαση της σχέσης (3.5). Το πρόβλημα αυτό εμφανίζεται στην ανάλυση παλινδρόμησης κάθε φορά που παραβιάζεται η υπόθεση της ανεξαρτησίας των τιμών του τυχαίου σφάλματος ενός υποδείγματος. Η εμφάνιση αυτοσυσχέτισης οφείλεται σε τρεις λόγους: Πρώτον, στην παράλειψη σημαντικών ερμηνευτικών μεταβλητών σε ένα υπόδειγμα, δεύτερον, στη λανθασμένη αλγεβρική μορφή του υποδείγματος και τρίτον, στην ύπαρξη χρονικών υστερήσεων.

Η αυτοσυσχέτιση εμφανίζεται με διάφορες μορφές, με συνηθέστερη αυτή της συσχέτισης των τιμών του τυχαίου σφάλματος, οι οποίες απέχουν μεταξύ τους μια χρονική περίοδο (αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού). Οι τιμές των τυπικών σφαλμάτων των εκτιμητών των συντελεστών ενός υποδείγματος επηρεάζονται σημαντικά από το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης, με αποτέλεσμα όλοι οι διενεργούμενοι επί αυτού στατιστικοί έλεγχοι να είναι αμφιβόλου αξίας.

3.1.1.2 Αλλαγή Σταδίου/ Καθεστώτος και Transition Exponential Smoothing

Τα κυριότερα ιστορικά υποδείγματα που υπάγονται στην κατηγορία υποδειγμάτων «αλλαγής σταδίου/ καθεστώτος» είναι τα εξής δύο:

- Το υπόδειγμα Threshold Autoregressive και

- Το υπόδειγμα Smooth Transition Exponential Smoothing.

Το υπόδειγμα Threshold Autoregressive (TAR)

Το υπόδειγμα αυτό, το οποίο προτάθηκε από τους Cao and Tsay (1992), διαχωρίζει την παρατηρηθείσα μεταβλητότητα σε στάδια, για καθένα από τα οποία εκτελείται διαφορετική και ανεξάρτητη παλινδρόμηση:

$$\sigma_t = \phi_0^{(i)} + \phi_1^{(i)}\sigma_{t-1} + \dots + \phi_p^{(i)}\sigma_{t-p} + \nu_t, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \phi_0^{(i)} + \phi_1^{(i)}\sigma_t + \dots + \phi_p^{(i)}\sigma_{t+1-p}$$

Η πρόβλεψη $\hat{\sigma}_{t+1}$ μπορεί να βασιστεί αποκλειστικά στο τρέχον στάδιο i υποθέτοντας ότι και στο μέλλον η μεταβλητότητα θα παραμείνει στο ίδιο στάδιο. Εναλλακτικά, η πρόβλεψη $\hat{\sigma}_{t+1}$ είναι δυνατό να βασιστεί σε πληροφορίες από όλα τα στάδια της μεταβλητότητας οι οποίες να είναι σταθμισμένες από την πιθανότητα μετάβασης για κάθε στάδιο.

Οι Cao and Tsay (1992) βρήκαν ότι το υπόδειγμα Threshold Autoregressive είχε καλύτερη προβλεπτική ικανότητα από τα EGARCH και GARCH για την πρόβλεψη ενός έως τριάντα μηνών μεταβλητότητας του S&P value-weighted index. Το EGARCH είχε, όμως, καλύτερα αποτελέσματα για τον S&P equally weighted index, ενδεχομένως διότι ο equally weighted index προσδίδει μεγαλύτερη βαρύτητα από τον value-weighted index σε μετοχές μικρής κεφαλαιοποίησης για τις οποίες το αποτέλεσμα της μόχλευσης θα μπορούσε να είναι περισσότερο σημαντικό.

Το υπόδειγμα Smooth Transition Exponential Smoothing (STES)

Αυτό το υπόδειγμα, το οποίο προτάθηκε από τον Taylor, J. (2004), έχει ως εξής:

$$\hat{\sigma}_t = \alpha_{t-1}\varepsilon_{t-1}^2 + (1 - \alpha_{t-1})\hat{\sigma}_{t-1}^2 + \nu_t,$$

όπου $\alpha_{t-1} = \frac{1}{1 + \exp(\beta + \gamma V_{t-1})}$

και $V_{t-1} = a\varepsilon_{t-1} + b|\varepsilon_{t-1}|$ είναι η μεταβλητή μετάβασης. Η παράμετρος εξομάλυνσης

(smoothing parameter) α_{t-1} κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1 και η τιμή της εξαρτάται από το μέγεθος και το πρόσημο του ε_{t-1} . Η εξάρτηση από το ε_{t-1} σημαίνει ότι οι προβλέψεις πολλών περιόδων μπροστά μπορούν να γίνουν μόνο μέσω προσομοίωσης⁵.

Με εξαίρεση τα υποδείγματα του Τυχαίου Περιπάτου και της Ιστορικής Μέσης Τιμής, η επιτυχημένη εφαρμογή των προαναφερθέντων υποδειγμάτων απαιτεί συνήθως έρευνα για την επιλογή του βέλτιστου αριθμού χρονικών υστερήσεων ή της βέλτιστης στάθμισης των ιστορικών δεδομένων. Μια τέτοια βελτιστοποίηση συνήθως περιλαμβάνει την ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων πρόβλεψης εντός του δείγματος. Η τελική επιλογή του αριθμού των όρων υστερήσεων ή των σταθμίσεων συνδέεται με το συγκερασμό μεταξύ αύξησης της ποσότητας της πληροφορίας και επικαιροποίησης της πληροφορίας.

Μια περισσότερο εξεζητημένη διαδικασία πρόβλεψης περιλαμβάνει την επικαιροποίηση των παραμέτρων των υποδειγμάτων κάθε φορά που υπάρχει εισροή νέας πληροφορίας.

3.1.1.3 Προβλεπτική ικανότητα των Ιστορικών υποδειγμάτων

Η μελέτη του Taylor (1987) που είναι μια από τις παλαιότερες για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας, χρησιμοποιεί high, low και τιμές κλεισίματος για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας των DM/\$ futures για μία έως είκοσι ημέρες μπροστά και βρίσκει ότι μια συνδυαστική πρόβλεψη, δηλαδή μια πρόβλεψη που συνδυάζει τις προβλέψεις περισσότερων του ενός υποδειγμάτων πρόβλεψης με κατάλληλο τρόπο (κατάλληλες σταθμίσεις), είναι η καλύτερη. Ο Wiggins (1992) βρίσκει ότι οι εκτιμητές που προκύπτουν από ακραίες τιμές υπερτερούν. Ο Sill (1993) βρίσκει ότι η μεταβλητότητα του S&P 500 είναι υψηλότερη στις υφέσεις από τις περιόδους ανάπτυξης και ότι το spread μεταξύ commercial-paper και T-Bill rates προβλέπει τη μεταβλητότητα της χρηματαγοράς.

Παρά την απλότητά τους, οι μέθοδοι του τυχαίου περιπάτου και του ιστορικού μέσου έχουν πολύ καλά αποτελέσματα για μεσοπρόθεσμους και μακροπρόθεσμους ορίζοντες πρόβλεψης. Οι Alford and Boatsman (1995) βρίσκουν ότι η HIS (δηλαδή η ιστορική μεταβλητότητα που υπολογίζεται από την τυπική απόκλιση των αποδόσεων του παρελθόντος) παρέχει καλύτερη πρόβλεψη της μεταβλητότητας για πέντε έτη μπροστά. Οι Alford and Boatsman (1995), Figlewski (1997) και Figlewski and Green (1999)

⁵ Το ίδιο ισχύει και για πολλά μη γραμμικά υποδείγματα ARCH και στοχαστικής μεταβλητότητας.

υπογραμμίζουν τη σημασία ύπαρξης μιας αρκετά μεγάλης περιόδου εκτίμησης ώστε να διεξάγουμε καλές προβλέψεις της μεταβλητότητας για μεγάλους ορίζοντες.

3.1.2 Αυτοπαλινδρομικά υποδείγματα υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικότητας

3.1.2.1 Γενικά στοιχεία

Η εκτεταμένη χρήση των ιστορικών υποδειγμάτων πρόβλεψης των χρονοσειρών της μεταβλητότητας, ώθησε τους ερευνητές στην αναζήτηση νέων εξελιγμένων υποδειγμάτων πρόβλεψης. Όπως παρατηρήθηκε στις χρηματοοικονομικές χρονοσειρές, οι αποκλίσεις των παρατηρήσεων εμφανίζουν ανά τακτά χρονικά διαστήματα περιόδους όπου η μεταβλητότητα είναι μεγαλύτερη συγκριτικά με άλλες περιόδους (volatility clustering). Επιπλέον, οι χρηματοοικονομικές χρονοσειρές χαρακτηρίζονται από έντονη ασυμμετρία και κύρτωση. Τα εν λόγω χαρακτηριστικά απεικονίστηκαν καλύτερα χρησιμοποιώντας την κατηγορία των υποδειγμάτων αυτοπαλινδρομικής δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας (ARCH/ GARCH υποδείγματα), τα οποία θα αναλυθούν παρακάτω.

Οι ρίζες της μεθοδολογίας των υποδειγμάτων αυτοπαλινδρομικής δεσμευμένης ετεροσκεδαστικότητας βρίσκονται σε μελέτες του Bachelier στις αρχές του 1900, ο οποίος έγραψε για τη συμπεριφορά των κερδοσκοπικών τιμών. Ύστερα από ένα μεγάλο χρονικό διάστημα ο Mandelbrot (1963, 1967) έδειξε ενδιαφέρον για τις ιδιότητες των χρονοσειρών και διαπίστωσε τα ακόλουθα:

- Οι μη δεσμευμένες κατανομές παρουσιάζουν αύξηση προς το τέλος τους.
- Οι διακυμάνσεις μεταβάλλονται διαχρονικά.
- Οι μεγάλες μεταβολές τείνουν να ακολουθούνται από μεγάλες μεταβολές και ομοίως, οι μικρές μεταβολές τείνουν να ακολουθούνται από μικρές μεταβολές.

Η αρχή μιας συστηματικής προσπάθειας να δημιουργηθούν οικονομετρικά υποδείγματα πρόβλεψης της μεταβλητότητας, τα οποία θα μπορούσαν να περιγράψουν τα παραπάνω χαρακτηριστικά και ιδιότητες, έγινε με το θεμελιώδες άρθρο του Engle (1982), στο οποίο εισάγεται για πρώτη φορά το οικονομετρικό υπόδειγμα ARCH. Έκτοτε, τα οικονομετρικά υποδείγματα έχουν καταφέρει να προσελκύσουν το έντονο ενδιαφέρον της διεθνούς βιβλιογραφίας, παρά το σύντομο της ζωής τους.

Πριν την εισαγωγή των οικονομετρικών μοντέλων της οικογένειας των ARCH, οι ερευνητές είχαν συνειδητοποιήσει τις μεταβολές της διακύμανσης, αλλά χρησιμοποιούσαν μη συστηματικές μεθόδους για αναπαραστήσουν αυτό το χαρακτηριστικό. Για παράδειγμα, ο Mandelbrot (1963) χρησιμοποίησε την μέθοδο των διαδοχικών εκτιμήσεων της διακύμανσης (recursive estimates).

Engle (1982)

Στο θεμελιώδες άρθρο του, ο Engle (1982), μελετώντας τον πληθωρισμό της Μεγάλης Βρετανίας, εισήγαγε το φαινόμενο της υπό συνθήκη ή δεσμευμένης (conditional) μεταβλητότητας, δείχνοντας ότι μεγάλα και μικρά σφάλματα πρόβλεψης τείνουν να εμφανίζονται κατά ομάδες, πράγμα που υποδεικνύει ότι η διακύμανση έχει έναν τύπο ετεροσκεδαστικότητας, η οποία εξαρτάται από τις προηγούμενες τιμές του διαταρακτικού όρου⁶. Ο Engle ονόμασε αυτού του είδους την ετεροσκεδαστικότητα «αυτοπαλινδρομική υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητα». Με τον τρόπο αυτό, ο Engle ανέτρεψε την υφισταμένη παραδοχή της σταθερής και ίσης διαχρονικά διακύμανσης.

Για να αντιμετωπίσει το φαινόμενο της αυτοπαλινδρομικής υπό συνθήκη ετεροσκεδαστικότητας, ο Engle (1982) εισήγαγε μια νέα κατηγορία υποδειγμάτων, τα ονομαζόμενα Αυτοπαλινδρομικά υποδείγματα υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικότητας, γνωστά ως υποδείγματα ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroscedastic models). Στα υποδείγματα αυτά η διακύμανση του τυχαίου σφάλματος εξαρτάται συστηματικά από τη διακύμανση των τιμών των προηγούμενων χρονικών περιόδων. Με βάση αυτή την παραδοχή, ο Engle ανέπτυξε τη μέθοδο εκτίμησης αυτών των υποδειγμάτων, δηλαδή την ταυτόχρονη εκτίμηση των συντελεστών ενός γραμμικού υποδείγματος, στο οποίο η διακύμανση του τυχαίου σφάλματος ακολουθεί μια συγκεκριμένη ARCH μορφή, όπως επίσης και τον στατιστικό έλεγχο για να διαπιστωθεί αν η διακύμανση του τυχαίου σφάλματος ακολουθεί μία συγκεκριμένη ARCH μορφή.

⁶ Engle, R. F., 1982, "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity With Estimates of the Variance of U.K. Inflation", *Econometrica*, 50, 987-1008.

Οικογένεια υποδειγμάτων ARCH

Το άρθρο του Engle ήταν μόνο η αρχή, αφού στη συνέχεια ο Bollerslev (1986) επινόησε τη γενικευμένη μορφή υποδειγμάτων ARCH, γνωστών ως Generalized ARCH ή GARCH υποδείγματα.

Ύστερα από εκτεταμένη έρευνα διαπιστώθηκε ότι τα βασικά οικονομετρικά υποδείγματα, ARCH και GARCH, δεν είναι σε θέση να εξηγήσουν ορισμένα σημαντικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών, όπως για παράδειγμα το «αποτέλεσμα μόχλευσης» (leverage effect), την υπερβάλλουσα κύρτωση και τον υψηλό βαθμό μη γραμμικότητας. Ως συνέπεια αυτού και με δεδομένο ότι η συμβατική μαθηματική διατύπωση των υποδειγμάτων ARCH μπορεί να υποστεί ποικίλες τροποποιήσεις, έχουν γίνει αρκετές τροποποιήσεις – επεκτάσεις στα βασικά υποδείγματα ARCH/ GARCH για να επιτευχθεί καλύτερη προσαρμογή σε συγκεκριμένες χρηματοοικονομικές χρονοσειρές. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, το αποκαλούμενο και «φαινόμενο ARCH» να περιγράφεται από μια ολόκληρη οικογένεια υποδειγμάτων, κάτι που θα γίνει περισσότερο σαφές στη συνέχεια.

Τα υποδείγματα ARCH προσέφεραν νέα εργαλεία για τη μέτρηση του κινδύνου και της επίπτωσής του στις αποδόσεις, καθώς και για την τιμολόγηση και την αντιστάθμιση κινδύνου αγαθών τα οποία δεν μπορούν να αξιολογηθούν με γραμμικά υποδείγματα, όπως π.χ. τα δικαιώματα.

Μια άλλη εφαρμογή των υποδειγμάτων ARCH είναι στον τομέα της διαχείρισης του πιστωτικού κινδύνου. Υπάρχουν διάφορες μελέτες που εξετάζουν τη χρησιμότητα των υποδειγμάτων μεταβλητότητας στον υπολογισμό της Αξίας σε Κίνδυνο (VaR) και οι οποίες συγκρίνουν τα υποδείγματα ARCH με την Εκθετική Εξομάλυνση, καθώς και με τα υποδείγματα Εκθετικού Σταθμικού Κινητού Μέσου [Christoffersen and Diebold (2000), Christoffersen, Hahn and Inoue (2001)].

Πολυμεταβλητά υποδείγματα ARCH για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας έχουν επίσης προταθεί. Πρόκειται για υποδείγματα στα οποία λαμβάνονται υπόψη, όχι μόνο οι μεταβλητότητες, αλλά και οι συσχετίσεις. Μεταξύ των επιμέρους μεταβλητών. Πάντως, κανένα από αυτά τα υποδείγματα δεν έχει καταφέρει ακόμα να έχει επιτυχημένη εφαρμογή. Τέτοια υποδείγματα είναι το Diagonal GARCH [Bollerslev, Engle and Wooldridge (1988)], το BEKK GARCH [Engle and Kroner (1995)] και το Constant Conditional Correlation (CCC) [Bollerslev (1990)] που είναι και το συνηθέστερα χρησιμοποιούμενο πολυμεταβλητό υπόδειγμα.

Υπάρχουν αρκετές και ιδιαίτερα αξιόλογες επισκοπήσεις για τα υποδείγματα ARCH. Ενδεικτικά αναφέρονται αυτές των Poon and Granger (2003), Engle and Patton (2001), Andersen and Bollerslev (1998b), Franses and van Dijk (1996), Diebold and Lopez (1995), Bollerslev et al. (1994), Bera and Higgins (1993) και Bollerslev et al. (1992).

3.1.2.2 Χαρακτηριστικά των υποδειγμάτων ARCH

Τα υποδείγματα ARCH λαμβάνουν υπόψη τους μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων, χρησιμοποιώντας όμως σταθμίσεις, δίνοντας μεγαλύτερη βαρύτητα στις πρόσφατες παρατηρήσεις και λιγότερη στις παλαιότερες. Έτσι, τα γεγονότα που συνέβησαν στο απώτερο παρελθόν, έχουν μια στάθμιση, έστω μικρή, επομένως εξακολουθούν να επηρεάζουν τη μελλοντική μεταβλητότητα. Η τεράστια καινοτομία αυτών των υποδειγμάτων είναι ότι οι σταθμίσεις που χρησιμοποιούνται δεν είναι δεδομένες, αλλά υπολογίζονται με βάση τα ιστορικά στοιχεία της κάθε χρονοσειράς, ώστε να ανταποκρίνονται καλύτερα στις ιδιαιτερότητες των υπό εξέταση παρατηρήσεων. Από τη στιγμή που οι σταθμίσεις αυτές καθοριστούν, τα υποδείγματα αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προβλέπουν τη μεταβλητότητα σε οποιαδήποτε μελλοντική χρονική στιγμή.

Ενώ τα ιστορικά υποδείγματα βασίζονται στις δειγματικές τυπικές αποκλίσεις των αποδόσεων των κεφαλαιουχικών αγαθών για τη διεξαγωγή των προβλέψεων, τα υποδείγματα ARCH δεν χρησιμοποιούν τις δειγματικές τυπικές αποκλίσεις, αλλά σχηματίζουν την υπό συνθήκη διακύμανση, h_t , των αποδόσεων μέσω εκτίμησης μέγιστης πιθανοφάνειας. Επιπλέον, από τον τρόπο κατασκευής των υποδειγμάτων ARCH, η h_t είναι γνωστή κατά τη χρονική περίοδο $t-1$. Έτσι, η πρόβλεψη μιας περιόδου μπροστά είναι άμεσα διαθέσιμη, πράγμα που αποτελεί ένα από τα μεγαλύτερα πλεονεκτήματα αυτών των υποδειγμάτων. Για προβλέψεις περισσότερων περιόδων χρησιμοποιείται μια ακολουθιακή διαδικασία.

Ένα βασικό πλεονέκτημα των υποδειγμάτων ARCH είναι ότι είναι σε θέση να αντιμετωπίσουν το φαινόμενο “volatility clustering”. Σύμφωνα με αυτό, οι υψηλές τιμές της μεταβλητότητας τείνουν να ακολουθούνται από υψηλές τιμές και οι χαμηλές τιμές τείνουν να ακολουθούνται από χαμηλές τιμές. Δηλαδή, μικρές και μεγάλες τιμές της μεταβλητότητας τείνουν να εμφανίζονται κατά ομάδες. Μια φάση αυξημένης μεταβλητότητας μπορεί να οφείλεται σε κάποιο σημαντικό γεγονός, όπως είναι ένα χρηματιστηριακό κραχ ή μια πετρελαϊκή κρίση.

Ένα άλλο πλεονέκτημα των υποδειγμάτων ARCH είναι ότι μπορούν να περιγράψουν ικανοποιητικά τις βαριές ουρές των εμπειρικών κατανομών των αποδόσεων πολλών κεφαλαιουχικών αγαθών.

Επιπλέον, τα υποδείγματα αυτού του τύπου είναι σε θέση να υποδειγματοποιήσουν το φαινόμενο της μόχλευσης (leverage effect). Το φαινόμενο αυτό, στο οποίο αναφέρθηκε πρώτος ο Black (1976), σχετίζεται με το ότι μια αρνητική απόδοση ακολουθείται από σχετικά υψηλότερη μεταβλητότητα σε σύγκριση με μια θετική απόδοση του ίδιου μεγέθους.

Ορισμένες χαρακτηριστικές ιδιότητες της υποδειγματοποίησης της μεταβλητότητας που δεν συλλαμβάνονται από τα υποδείγματα ARCH/ GARCH είναι οι εξής:

- Τα τυποποιημένα κατάλοιπα των υποδειγμάτων ARCH/ GARCH εξακολουθούν να παρουσιάζουν μεγάλη κύρτωση, ακόμα και όταν χρησιμοποιείται η Student- t κατανομή για την κατασκευή της συνάρτησης πιθανοφάνειας.
- Η μηδενική υπόθεση της ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας στη διακύμανση δεν απορρίπτεται σε διάφορες μελέτες που είναι βασισμένες σε δεδομένα διαφόρων χρηματιστηριακών αγορών (για παράδειγμα French et al. (1987), Pagan and Schwert (1990)).
- Το αποτέλεσμα GARCH effect χάνεται όταν συμβαίνουν μεγάλες απότομες μεταβολές [Aggarwal, Inclan and Leal (1999)].

Επιπλέον, ο Figlewski (1997) αναφέρει τις εξής αδυναμίες:

- Τα υποδείγματα ARCH απαιτούν πολυπληθή δεδομένα για ανθεκτική εκτίμηση, κάτι που απαιτεί την εκτίμηση μεγάλου αριθμού παραμέτρων.
- Τα υποδείγματα ARCH δεν έχουν σχεδιαστεί για τη διεξαγωγή προβλέψεων για μακρινούς ορίζοντες, καθώς δεν είναι ικανά να ενσωματώνουν νέες πληροφορίες από τις διαταραχές του άγνωστου μέλλοντος. Ύστερα από ορισμένες χρονικές περιόδους μπροστά, η υπό συνθήκη διακύμανση των υποδειγμάτων ARCH συγκλίνει στη μακροχρόνια διακύμανση με ρυθμό που εξαρτάται από τις τιμές των παραμέτρων.

3.1.2.3 Γραμμικά υποδείγματα ARCH

Στη σχετική βιβλιογραφία, τα συχνότερα απαντώμενα γραμμικά υποδείγματα της οικογένειας ARCH, τα οποία χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας, είναι τα εξής:

- Το υπόδειγμα ARCH,
- Το υπόδειγμα GARCH,
- Το Ολοκληρωμένο υπόδειγμα GARCH - IGARCH (Integrated GARCH) και
- Το Κλασματικά Ολοκληρωμένο υπόδειγμα GARCH - FIGARCH (Fractionally Integrated GARCH)

Το τελευταίο υπόδειγμα υπάγεται στην κατηγορία των υποδειγμάτων Long Memory και θα αναφερθούμε αναλυτικά σε αυτό στην παράγραφο 3.1.3. Τα υπόλοιπα υποδείγματα περιγράφονται αναλυτικά στη συνέχεια.

Το υπόδειγμα ARCH

Το ARCH αποτελεί το θεμελιώδες υπόδειγμα της οικογένειας των ARCH. Μετά την εισαγωγή του από τον Engle (1982), έχει επεκταθεί από πολλούς ερευνητές και έχει διερευνηθεί σε βάθος από τους Bera and Higgins (1993), Bollerslev, Chou and Kroner (1992), Bollerslev, Engle and Nelson (1994) και Diebold and Lopez (1995).

Για να ορίσουμε ένα υπόδειγμα ARCH, ορίζουμε καταρχήν τις αποδόσεις, r_t , ως εξής:

$$\begin{aligned} r_t &= \mu + \varepsilon_t, \\ \varepsilon_t &= \sqrt{h_t} z_t, \end{aligned} \tag{3.8}$$

όπου το ε_t αποτελεί μια διαδικασία λευκού θορύβου και $z_t \sim D(0,1)$.

Η κατανομή D συχνά λαμβάνεται ως κανονική. Η διαδικασία z_t κλιμακώνεται από την h_t , την υπό συνθήκη διακύμανση, η οποία με τη σειρά της είναι μια συνάρτηση των τετραγωνικών υπολειμματικών αποδόσεων του παρελθόντος.

Το υπόδειγμα ARCH (q) το οποίο προτάθηκε από τον Engle (1982), έχει ως εξής:

$$h_t = \omega + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 \quad (3.9)$$

με $\omega > 0$ και $\alpha_j \geq 0$ για να διασφαλισθεί ότι η υπό συνθήκη διακύμανση h_t είναι αυστηρά θετική ποσότητα. Συνήθως, το q έχει υψηλή τιμή λόγω του φαινομένου της επιμονής της μεταβλητότητας στις χρηματιστηριακές αγορές. Από τον τρόπο υποδειματοποίησης της μεταβλητότητας στην (3.8), η h_t είναι γνωστή κατά τη χρονική περίοδο $t-1$. Έτσι, η πρόβλεψη μιας περιόδου μπροστά είναι άμεσα διαθέσιμη. Οι προβλέψεις περισσότερων μελλοντικών περιόδων μπορούν να δοθούν υποθέτοντας ότι:

$$E[\varepsilon_{t+\tau}^2] = h_{t+\tau}$$

Η απλή (unconditional) διακύμανση του r_t δίνεται από την επόμενη σχέση:

$$\sigma^2 = \frac{\omega}{1 - \sum_{j=1}^q \alpha_j}$$

Η διαδικασία έχει στάσιμη συνδιακύμανση αν και μόνο αν το άθροισμα των αυτοπαλινδρομικών παραμέτρων είναι μικρότερο της μονάδας, $\sum_{j=1}^q \alpha_j < 1$.

Σε ένα υπόδειγμα ARCH (q), μία μεγάλη διαταραχή αποτυπώνεται με μια μεγάλη απόκλιση της h_t και παράλληλα μία μεγάλη τιμή (θετική ή αρνητική) του σφάλματος ε_t . Η διακύμανση του σφάλματος είναι μία αύξουσα συνάρτηση με χρονική υστέρηση (q), χωρίς να ενδιαφέρεται για το αν είναι θετικά ή αρνητικά τα σφάλματα, εφόσον είναι υψωμένα στο τετράγωνο. Η τάξη της χρονικής υστέρησης (q) είναι αυτή που καθορίζει το μήκος του χρόνου στο οποίο μια διαταραχή μπορεί να επηρεάσει την δεσμευμένη διακύμανση. Όσο μεγαλύτερο είναι το μήκος της χρονικής υστέρησης q , τόσο μακρύτερο θα είναι το χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο θα εκτείνονται οι επιδράσεις των διαταραχών. Η επιλογή της τάξης q σε ένα υπόδειγμα ARCH (q) είναι ένα σημαντικό εμπειρικό ζήτημα.

Πολλοί ερευνητές θεωρούν τα υποδείγματα της οικογένειας ARCH πολύ περιοριστικά λόγω της υπόθεσης ύπαρξης δευτεροβάθμιας σχέσης μεταξύ των παρελθουσών τιμών του ε_t και της h_t .

Το Γενικευμένο υπόδειγμα ARCH (GARCH)

Για ορισμένες χρονοσειρές που εξετάστηκαν με το οικονομετρικό υπόδειγμα που εισήγαγε ο Engle, παρατηρήθηκε ότι χρειαζόταν μεγάλη τάξη μεγέθους (q), ώστε να εξάγονται ακριβή αποτελέσματα. Γεγονός που συνεπάγεται την εκτίμηση μεγάλου αριθμού παραμέτρων. Την επίλυση αυτού του προβλήματος έδωσε το υπόδειγμα GARCH, το οποίο οφείλεται στους Bollerslev (1986) και Taylor (1986). Το υπόδειγμα αυτό αποτελεί επέκταση του υποδείγματος ARCH. Ειδικότερα, συγκρινόμενο με το ARCH (q), το οποίο επιτρέπει στην υπό συνθήκη διακύμανση h_t να εξαρτάται αποκλειστικά από τις τετραγωνικές υπολειμματικές αποδόσεις του παρελθόντος, το GARCH (p, q) επιτρέπει, επιπροσθέτως, εξάρτηση της υπό συνθήκη διακύμανσης h_t από τις παρελθούσες τιμές της, για p χρονικές υστερήσεις. Επιτρέπει, δηλαδή, στην h_t να εξαρτάται από τις p προηγούμενες τιμές της, $h_{t-1}, h_{t-2}, \dots, h_{t-p}$. Συγκεκριμένα, στο υπόδειγμα GARCH (p, q), η υπό συνθήκη διακύμανση h_t έχει τη μορφή μιας διαδικασίας ARMA (p).

Το υπόδειγμα GARCH (p, q) είναι:

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2, \quad \omega > 0$$

Για το GARCH (1, 1) χρειάζονται οι περιορισμοί $\alpha_1 \geq 0$ και $\beta_1 \geq 0$ ώστε να διασφαλισθεί ότι η h_t είναι αυστηρά θετική ποσότητα. Για υποδείγματα GARCH μεγαλύτερης τάξης, οι περιορισμοί στα β_i και α_j είναι περισσότερο σύνθετοι⁷.

Η απλή διακύμανση εκφράζεται από την επόμενη σχέση:

$$\sigma^2 = \frac{\omega}{1 - \sum_{i=1}^p \beta_i - \sum_{j=1}^q \alpha_j}$$

⁷ Για λεπτομέρειες, βλέπε Nelson and Cao (1992).

Το υπόδειγμα GARCH (p, q) έχει στάσιμη συνδιακύμανση αν και μόνο αν

$$\sum_{i=1}^p \beta_i + \sum_{j=1}^q \alpha_j < 1$$

Ξανά, η επιλογή των p και q αποτελεί ένα σημαντικό εμπειρικό ζήτημα.

Το πιο διαδεδομένο υπόδειγμα GARCH είναι αυτό με μία χρονική υστέρηση, δηλαδή το GARCH (1, 1). Προβλέψεις με τη χρήση του υποδείγματος GARCH (1, 1) μπορούν να διεξαχθούν με επαναλαμβανόμενες αντικαταστάσεις. Αρχικά, χρησιμοποιούμε τη σχέση (3.9) για να λάβουμε μια εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής των τετραγωνικών καταλοίπων:

$$E[\varepsilon_t^2] = h_t E[z_t^2] = h_t$$

Η υπό συνθήκη διακύμανση h_{t+1} και η πρόβλεψη μιας περιόδου μπροστά είναι γνωστά στο χρόνο t ,

$$\hat{h}_{t+1} = \omega + \alpha_1 \varepsilon_t^2 + \beta_1 h_t \quad (3.10)$$

Η πρόβλεψη για το h_{t+2} χρησιμοποιεί το γεγονός ότι $E[\varepsilon_{t+1}^2] = h_{t+1}$ και έχουμε

$$\hat{h}_{t+2} = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t+1}^2 + \beta_1 h_{t+1} = \omega + (\alpha_1 + \beta_1) h_{t+1}$$

Όμοια,

$$\begin{aligned} \hat{h}_{t+3} &= \omega + (\alpha_1 + \beta_1) h_{t+2} \\ &= \omega + \omega(\alpha_1 + \beta_1) + (\alpha_1 + \beta_1)^2 h_{t+1} \\ &= \omega + \omega(\alpha_1 + \beta_1) + \omega(\alpha_1 + \beta_1)^2 + (\alpha_1 + \beta_1)^2 [\alpha_1 \varepsilon_t^2 + \beta_1 h_t] \end{aligned}$$

Καθώς ο ορίζοντας της πρόβλεψης τ επιμηκώνεται,

$$\hat{h}_{t+\tau} = \frac{\omega}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)} + (\alpha_1 + \beta_1)^\tau [\alpha_1 \varepsilon_t^2 + \beta_1 h_t] \quad (3.11)$$

Εάν $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, ο δεύτερος όρος του δεξιού μέλους της (3.11) φθίνει και το $\hat{h}_{t+\tau}$ συγκλίνει στο $\omega/[1 - (\alpha_1 + \beta_1)]$, δηλαδή στην απλή διακύμανση.

Εάν γράψουμε $v_t = \varepsilon_t^2 - h_t$ και αντικαταστήσουμε $h_t = \varepsilon_t^2 - v_t$ στην (3.10), λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t^2 - v_t &= \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 - \beta_1 v_{t-1} \\ \varepsilon_t^2 &= \omega + (\alpha_1 + \beta_1) \varepsilon_{t-1}^2 + v_t - \beta_1 v_{t-1} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Δηλαδή, οι τετραγωνικές υπολειμματικές αποδόσεις, ε_t^2 , ακολουθούν διαδικασία ARMA με αυτοπαλινδρομική παράμετρο $(\alpha_1 + \beta_1)$. Εάν η παράμετρος αυτή είναι κοντά στο 1, η αυτοπαλινδρομική διαδικασία στην (3.12) φθίνει αργά.

Το υπόδειγμα GARCH (1, 1) έχει βρεθεί ότι διαθέτει ικανοποιητική προβλεπτική ικανότητα σε πολλές εφαρμογές.

Αντί να υποδειγματοποιήσουμε τη μεταβλητότητα ως ένα ARCH (q) υψηλής τάξης, είναι προτιμότερο να την υποδειγματοποιήσουμε ως ένα GARCH (p, q). Αυτό είναι σημαντικό δεδομένου ότι στις περισσότερες εμπειρικές μελέτες για το υπόδειγμα ARCH (q), το q θα πρέπει να είναι μεγάλο.

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα του υποδείγματος GARCH είναι ότι μπορεί αποτελεσματικά να αφαιρέσει την υπερβολική κύρτωση των αποδόσεων. Ένα μειονέκτημά του είναι ότι, λόγω των συμμετρικών εξαρτήσεων που υποθέτει, δεν μπορεί να περιγράψει την ασυμμετρία που πολλές φορές παρουσιάζουν οι κατανομές των αποδόσεων.

Το Ολοκληρωμένο υπόδειγμα GARCH (IGARCH)

Οι Engle and Bollerslev (1986) επέκτειναν το υπόδειγμα GARCH, δημιουργώντας το Ολοκληρωμένο υπόδειγμα GARCH (IGARCH) που, σε σχέση με το GARCH, έχει τον επιπλέον περιορισμό, $\sum_{i=1}^p \beta_i + \sum_{j=1}^q \alpha_j = 1$. Όταν ισχύει η τελευταία ισότητα, τότε η απλή διακύμανση, σ^2 , δεν είναι πλέον πεπερασμένη ($\sigma^2 \rightarrow \infty$). Επιπλέον, στο IGARCH η σειρά των αποδόσεων, r_t , δεν έχει στάσιμη συνδιακύμανση, αν και παραμένει αυστηρά στάσιμη,

ενώ δεν υπάρχει πεπερασμένη τέταρτη ροπή. Στο υπόδειγμα IGARCH, μια διαταραχή στην υπό συνθήκη μεταβλητότητα επηρεάζει τις μελλοντικές προβλέψεις της μεταβλητότητας για άπειρο χρονικό διάστημα.

3.1.2.4 Μη γραμμικά υποδείγματα GARCH

Τα υποδείγματα ARCH/ GARCH που αναλύθηκαν παραπάνω αγνοούν πληροφορίες σχετικά με την κατεύθυνση των αποδόσεων, εάν δηλαδή αυτή είναι θετική ή αρνητική, εστιάζοντας αποκλειστικά στο μέγεθος τους. Όμως, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, υπάρχουν σημαντικά στοιχεία που δείχνουν ότι οι αρνητικές αποδόσεις οδηγούν σε μεγαλύτερες διακυμάνσεις από ότι οι αντίστοιχες θετικές αποδόσεις. Τα δύο βασικά επιχειρήματα υπέρ αυτής της προσέγγισης σχετίζονται με την επιχειρηματική μόχλευση [Black (1976), Christie (1982), Nelson (1991)] και την άφιξη των πληροφοριών [Campbell and Hentschel (1992)]. Αναφορικά με την επιχειρηματική μόχλευση, μια εξήγηση για την παραπάνω ασυμμετρία είναι ότι θετικές και αρνητικές διαταραχές οδηγούν σε διαφορετικές τιμές για τη μόχλευση μιας επιχείρησης, πράγμα που με τη σειρά του οδηγεί σε διαφορετική μεταβλητότητα.

Για να αντιμετωπιστούν τα παραπάνω προβλήματα επινοήθηκαν διάφορα μη γραμμικά ή αλλιώς, μη συμμετρικά υποδείγματα GARCH, υποδείγματα GARCH δηλαδή στα οποία η υπό συνθήκη διακύμανση δεν είναι γραμμική συνάρτηση του lagged τετραγωνικού σφάλματος και της lagged διακύμανσης. Στη σχετική βιβλιογραφία τα συχνότερα απαντώμενα υποδείγματα αυτού του τύπου είναι τα εξής:

- Το Εκθετικό υπόδειγμα GARCH - EGARCH (Exponential GARCH),
- Το υπόδειγμα GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan and Runkle GARCH),
- Το υπόδειγμα TGARCH (Threshold GARCH),
- Το Τετραγωνικό υπόδειγμα GARCH - QGARCH (Quadratic GARCH),
- Το υπόδειγμα CGARCH (Component GARCH),
- Το υπόδειγμα GARCH Αλλαγής Σταδίου/ Καθεστώτος - RS-GARCH (Regime-Switching GARCH) και
- Το υπόδειγμα STGARCH (Smooth Transition GARCH).

Τα τρία τελευταία υποδείγματα υπάγονται στην κατηγορία των υποδειγμάτων Long Memory και θα αναλυθούν στην παράγραφο 3.1.3. Τα υπόλοιπα υποδείγματα αναλύονται στη συνέχεια.

Το Εκθετικό υπόδειγμα GARCH (EGARCH)

Το Εκθετικό υπόδειγμα GARCH οφείλεται στον Nelson (1991). Στο υπόδειγμα EGARCH (p, q) η υπό συνθήκη διακύμανση εκφράζεται σε λογαριθμική μορφή ως εξής:

$$\ln h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln h_{t-j} + \sum_{k=1}^p \left[\theta_k \psi_{t-k} + \gamma_k |\psi_{t-k}| - \sqrt{2/\pi} \right],$$

όπου $\psi_t = \varepsilon_t / \sqrt{h_t}$.

Στην περίπτωση του EGARCH δεν χρειάζεται να τεθούν περιορισμοί στις τιμές των παραμέτρων του υποδείματος κατά την εκτίμησή του ώστε να αποφευχθεί η αρνητική διακύμανση.

Στο υπόδειγμα αυτό, η h_t εξαρτάται τόσο από το μέγεθος όσο και από το πρόσημο των ε_t . Θέτοντας κατάλληλες συνθήκες για τις παραμέτρους, το υπόδειγμα αυτό μπορεί να περιγράψει το φαινόμενο μια αρνητική διαταραχή να οδηγεί σε υψηλότερη μελλοντική μεταβλητότητα σε σχέση με μια ισόποση θετική διαταραχή. Η διαδικασία έχει στάσιμη συνδιακύμανση εάν και μόνο εάν ισχύει $\sum_{j=1}^q \beta_j < 1$.

Η πρόβλεψη μέσω του υποδείματος EGARCH είναι λίγο περίπλοκη λόγω του λογαριθμικού μετασχηματισμού. Ο Tsay (2002) έδειξε τον τρόπο διεξαγωγής των προβλέψεων μέσω του EGARCH $(1, 0)$, δίνοντας την πρόβλεψη μιας περιόδου μπροστά ως εξής:

$$\hat{h}_{t+1} = h_t^{2\alpha_1} \exp[(1 - \alpha_1)\alpha_0] \exp[g(\psi)],$$

όπου

$$g(\psi) = \theta \psi_{t-1} + \gamma |\psi_{t-1}| - \sqrt{2/\pi}$$

Για προβλέψεις πολλών μελλοντικών περιόδων ισχύει

$$\hat{h}_{t+\tau} = h_t^{2\alpha_1} (\tau - 1) \exp(\omega) \{ \exp[0,5(\theta + \gamma)^2] \Phi(\theta + \gamma) + \exp(\theta - \gamma)^2 \Phi(\theta - \gamma) \},$$

όπου

$$\omega = (1 - \alpha_1) \alpha_0 - \gamma \sqrt{2/\pi}$$

και $\Phi(\cdot)$ είναι η αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας της τυπικής κανονικής κατανομής.

Οι Boudoukh, Richardson and Whitelay (1997) επισημαίνουν ότι η διεξαγωγή προβλέψεων μέσω του EGARCH παρουσιάζει δύο αδυναμίες. Πρώτον, αν η μεταβλητότητα εμφανίζει ανά τακτά χρονικά διαστήματα, περιόδους όπου είναι μεγαλύτερη συγκριτικά με άλλες περιόδους (volatility clustering), τότε υπάρχει κίνδυνος να δοθεί μεγαλύτερη βαρύτητα στις πιο πρόσφατες τιμές και να προκύψουν λανθασμένες εκτιμήσεις. Δεύτερον, η επιλογή του αριθμού των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν στον υπολογισμό του κινητού μέσου όρου δεν είναι αντικειμενική. Η εν λόγω παρατήρηση των Boudoukh, Richardson και Whitelay οδήγησε πολλούς ερευνητές του χώρου να χρησιμοποιήσουν το EGARCH σε όλο το δείγμα της χρονοσειράς, για την παραγωγή προβλέψεων της μεταβλητότητας.

Πολλές μελέτες έδειξαν ότι τα υποδείγματα EGARCH προσαρμόζονται πολύ καλά στις χρηματοοικονομικές χρονοσειρές, αλλά παρουσιάζουν εξαιρετική δυσκολία στην εξαγωγή προβλέψεων της μεταβλητότητας [Carol (1998), Stentoft (2005)].

Ένα ακόμα πρόβλημα του υποδείματος EGARCH είναι ότι, επειδή η επίδραση των lagged τετραγωνικών καταλοίπων είναι εκθετική, η επίδραση των μεγάλων διαταραχών μπορεί να διογκωθεί υπερβολικά.

Άλλες μορφές μη γραμμικότητας

Ένα απλούστερο υπόδειγμα για την αντιμετώπιση της ασυμμετρίας της χρονοσειράς της μεταβλητότητας είναι το GJR-GARCH [Glosten, Jagannathan and Runkle (1993)]. Το υπόδειγμα αυτό έχει ως εξής:

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \delta_j D_{j,t-1} \varepsilon_{t-j}^2,$$

$$D_{t-1} = \begin{cases} 1, & \text{εάν } \varepsilon_{t-1} < 0 \\ 0, & \text{εάν } \varepsilon_{t-1} \geq 0 \end{cases}$$

Η υπό συνθήκη διακύμανση είναι θετική όταν οι παράμετροι ικανοποιούν τις συνθήκες:

$$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \alpha_i + \gamma_i \geq 0 \text{ και } \beta_j \geq 0, \text{ για } i = 1, \dots, p \text{ και } j = 1, \dots, q$$

Η διαδικασία έχει στάσιμη συνδιακύμανση εάν και μόνο εάν

$$\sum_{i=1}^p \beta_i + \sum_{j=1}^q \left(\alpha_j + \frac{1}{2} \gamma_j \right) < 1$$

Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε το GJR-GARCH (1, 1). Η πρόβλεψη μιας περιόδου μπροστά είναι

$$\hat{h}_{t+1} = \omega + \beta_1 h_t + \alpha_1 \varepsilon_t^2 + \delta_1 \varepsilon_t^2 D_t,$$

και η πρόβλεψη πολλών περιόδων

$$\hat{h}_{t+\tau} = \omega + \left(\frac{1}{2} (\alpha_1 + \gamma_1) + \beta_1 \right) h_{t+\tau-1}$$

και χρησιμοποιούμε επαναλαμβανόμενη αντικατάσταση για το $h_{t+\tau-1}$.

Το υπόδειγμα TGARCH (Threshold GARCH) του Zakoian (1994) προσομοιάζει με το GJR-GARCH με τη διαφορά ότι χρησιμοποιεί τις απόλυτες αποδόσεις αντί για τις τετραγωνικές. Το υπόδειγμα είναι:

$$\sigma_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \left[\alpha_i |\varepsilon_{t-i}| + \gamma_i D_{i,t-i} |\varepsilon_{t-i}| \right] + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}$$

Η υπό συνθήκη διακύμανση είναι θετική όταν

$$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \alpha_i + \gamma_i \geq 0 \text{ και } \beta_j \geq 0, \text{ για } i = 1, \dots, p \text{ και } j = 1, \dots, q$$

Η διαδικασία έχει στάσιμη συνδιακύμανση, στην περίπτωση $p = q = 1$, εάν και μόνο εάν

$$\beta_1^2 + \frac{1}{2}[\alpha_1^2 + (\alpha_1 + \gamma_1)^2] + \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \beta_1(\alpha_1 + \gamma_1) < 1$$

Επισημαίνεται, τέλος, ότι οι Franses and van Dijk (2000) κάνουν μια επισκόπηση διαφόρων μη γραμμικών υποδειγμάτων GARCH. Ένα από αυτά είναι το QGARCH (Quadratic GARCH). Ένα QGARCH (1, 1) έχει την εξής μορφή:

$$h_t = \omega + \alpha(\varepsilon_{t-1} - \gamma)^2 + \beta h_{t-1}$$

3.1.2.5 Οι μελλοντικές προκλήσεις

Ο Engle (2002), είκοσι χρόνια μετά τη δημοσίευση του υποδείγματος ARCH, επισημαίνει τα ακόλουθα πεδία έρευνας αναφορικά με τα υποδείγματα ARCH:

- *Υποδείγματα μεταβλητότητας υψηλής συχνότητας:*

Η μελέτη υποδειγμάτων μεταβλητότητας που χρησιμοποιούν ενδοσυνεδριακά δεδομένα αποτελεί φυσική επέκταση αυτών που χρησιμοποιούν ημερήσια δεδομένα. Συνήθως, τα υποδείγματα υψηλής συχνότητας εστιάζουν σε παρατηρήσεις που συλλέγονται ανά ίσα χρονικά διαστήματα. Όμως, είναι επιθυμητό να βρεθούν υποδείγματα που να συλλέγουν δεδομένα σε άνισα μεταξύ τους χρονικά διαστήματα, όπως tick data ή δεδομένα πολύ υψηλής συχνότητας. Για τα υποδείγματα αυτά, η συχνότητα των συναλλαγών, η ύπαρξη των spreads και άλλες οικονομικές μεταβλητές μπορεί να είναι σημαντικές στην πρόβλεψη της μεταβλητότητας.

- *Πολυμεταβλητά υποδείγματα:*

Καθώς οι υπολογισμοί γίνονται ευκολότεροι και ταχύτεροι, η δυνατότητα κατασκευής μεγάλων χρονικά μεταβαλλόμενων πινάκων υπό συνθήκη συνδιακύμανσης και συσχέτισης βελτιώνεται. Οι συσχετίσεις μπορούν επίσης να εκτιμηθούν σε ενδοσυνεδριακό επίπεδο. Ωστόσο, καθώς η συχνότητα αυξάνεται, ο μη συγχρονισμός μεταξύ των συναλλαγών και των αποδόσεων οδηγεί σε σημαντική υπεκτίμηση των από κοινού μεταβολών.

- *Τιμολόγηση δικαιωμάτων και Hedging:*
Ένα ζήτημα της μελλοντικής έρευνας είναι η τιμολόγηση των δικαιωμάτων όταν το υποκείμενο αγαθό ακολουθεί μια διαδικασία GARCH.
- *Εφαρμογή Monte Carlo προσομοίωσης για τον έλεγχο των μη γραμμικών ιδιοτήτων οποιουδήποτε υποδείγματος.*
Η μεταβλητότητα της μεταβλητότητας (VoV) για διάφορα υποδείγματα δεσμευμένης μεταβλητότητας μπορεί να εκτιμηθεί μέσω προσομοίωσης Monte Carlo, η οποία καθιστά δυνατή τη σύγκριση ακόμη και για υποδείγματα GARCH για τα οποία δεν υπάρχουν αναλυτικά αποτελέσματα. Επιπλέον, μέθοδοι προσομοίωσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση στοχαστικών υποδειγμάτων μεταβλητότητας.

3.1.2.6 Προβλεπτική ικανότητα των υποδειγμάτων ARCH

Οι περισσότερες σχετικές μελέτες εστιάζουν σε δείκτες μετοχών και συναλλαγματικές ισοτιμίες. Αν και η μελέτη του Taylor (1986) αποτελεί μια από τις παλαιότερες αναφορικά με την προβλεπτική ικανότητα των GARCH, ο Akgiray (1989) αναφέρεται σε μεγαλύτερο βαθμό στις βιβλιογραφικές αναφορές των μεταγενέστερων μελετών των GARCH.

Τα υποδείγματα ARCH έχουν πολλούς υποστηρικτές. Στον Akgiray (1989) το GARCH υπερσχύει του EWMA και του Τυχαίου Περιπάτου, σε όλες τις υποπεριόδους και με τη χρήση όλων των κριτηρίων αξιολόγησης. Οι Pagan and Schwert (1990) βρίσκουν ότι το καλύτερο υπόδειγμα είναι το EGARCH, ιδιαίτερα σε σύγκριση με ορισμένες μη παραμετρικές μεθόδους. Παρά το χαμηλό R^2 , οι Cumby, Figlewski and Hasbrouck (1993) συμπεραίνουν ότι το EGARCH υπερτερεί του Τυχαίου Περιπάτου. Ο Figlewski (1997) συμπεραίνει ότι το GARCH υπερτερεί μόνο όταν εφαρμόζεται σε χρηματιστηριακά δεδομένα και μόνο για μικρούς ορίζοντες πρόβλεψης.

Τα υποδείγματα που λαμβάνουν υπόψη την ασυμμετρία της μεταβλητότητας έχουν γενικά καλές επιδόσεις, λόγω της ισχυρής σχέσης της μεταβλητότητας με τις αρνητικές διαταραχές. Στους Cao and Tsay (1992), Heynen and Kat (1994), Lee (1991) και Pagan and Schwert (1990) επικρατούν τα υποδείγματα EGARCH αναφορικά με τη μεταβλητότητα δεικτών μετοχών και ισοτιμιών. Οι Brailsford and Faff (1996) και Taylor, J. (2004) βρίσκουν ότι το GJR-GARCH υπερτερεί του GARCH στους δείκτες μετοχών. Ο Bali (2000) βρίσκει ότι το

GARCH έχει καλές επιδόσεις και ότι το μη γραμμικό GARCH κάνει την καλύτερη πρόβλεψη για τη μεταβλητότητα μιας εβδομάδας μπροστά των US T-Bill yields. Οι Cao and Tsay (1992) συμπεραίνουν ότι το υπόδειγμα Threshold Autoregressive έχει τις καλύτερες επιδόσεις στις μετοχές μεγάλης κεφαλαιοποίησης, ενώ το EGARCH στις μετοχές μικρής κεφαλαιοποίησης και υποπεύονται ότι το τελευταίο μπορεί να οφείλεται στο αποτέλεσμα της μόχλευσης.

Άλλες μελέτες δεν καταλήγουν σε σαφή συμπεράσματα. Αυτές περιλαμβάνουν τους Lee (1991), West and Cho (1995), Brailsford and Faff (1996), Brooks (1998) και McMillan, Spreight and Gwilym (2000). Οι Brailsford and Faff (1996) και Taylor (2004) βρίσκουν ότι το GJR-GARCH υπερτερεί στους δείκτες μετοχών, ενώ οι Franses and van Dijk (1996) βρίσκουν ότι το QGARCH και άλλα υποδείγματα υπερέχουν του GJR-GARCH.

Θα πρέπει να επισημανθεί ότι όλα τα υποδείγματα ARCH υποθέτουν στάσιμη διακύμανση και έχουν κακές επιδόσεις όταν η σειρά δεν είναι στάσιμη. Η αιτία της μη στασιμότητας θα μπορούσε να είναι, για παράδειγμα, οι πολλές υποπερίοδοι που χρησιμοποιούνται σε μια μελέτη και μια σχετικά μικρή περίοδος εκτίμησης σε κάθε υποπερίοδο.

Αντίθετα με τα υποδείγματα ARCH, δεν υπάρχει περιορισμός στη στασιμότητα ή στη σύγκλιση στην απλή διακύμανση στο υπόδειγμα EWMA ή σε άλλες «απλούστερες» μεθοδολογίες. Για το λόγο αυτό, η χρήση αυτών των υποδειγμάτων μπορεί να οδηγήσει σε μεγάλα σφάλματα πρόβλεψης. Ωστόσο, όταν υπάρχουν μεταβολές στο επίπεδο της μεταβλητότητας, η χρήση «απλούστερων» μεθοδολογιών μπορεί να βελτιώσει το αποτέλεσμα. Για λεπτομέρειες, βλέπε Taylor (1986), Tse (1991), Tse and Tung (1992), Boudoukh, Richardson and Whitelaw (1997), Walsh and Tsou (1998), Ederington and Guan (1999) και Ferreira (1999).

Το GJR-GARCH επιτρέπει στην επιμονή της μεταβλητότητας να μεταβάλλεται σχετικά γρήγορα όταν οι αποδόσεις αλλάζουν πρόσημο από θετικό σε αρνητικό και το αντίστροφο. Εάν η απλή (unconditional) μεταβλητότητα όλων των παραμετρικών υποδειγμάτων της μεταβλητότητας είναι η ίδια, τότε το GJR-GARCH θα έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα υποεκτίμησης της μεταβλητότητας. Στους Brailsford and Faff (1996), το GJR-GARCH (1, 1) υπερτερεί των υπολοίπων υποδειγμάτων, όταν η αξιολόγηση γίνεται με τα κριτήρια MAE, RMSE και MAPE.

Επειδή τα απλούστερα υποδείγματα, σε αντίθεση με αυτά της κατηγορίας των ARCH, δεν ξεχωρίζουν την επιμονή της μεταβλητότητας από τις διαταραχές στη μεταβλητότητα και

συνήθως δεν λαμβάνουν υπόψη τους την επαναφορά στο μέσο της μεταβλητότητας, πολύ συχνά καταλήγουν σε μεγαλύτερες προβλέψεις.

Οι απλούστερες μέθοδοι, όπως ο ιστορικός μέσος, ο κινητός μέσος, η εκθετική εξομάλυνση και ο εκθετικός σταθμικός κινητός μέσος δεν είναι προσαρμοστικές. Η δομή της μεταβλητότητας που εκφράζουν δεν ανταποκρίνεται γρήγορα σε διαταραχές στις αποδόσεις. Τα υποδείγματα GARCH είναι περισσότερο προσαρμοστικά. Σε αυτά, η μεταβλητότητα διαχωρίζεται σε αυτή που οφείλεται στις παρελθούσες διαταραχές και σε αυτή που οφείλεται στην επιμονή της μεταβλητότητας. Για το λόγο αυτό, οι διαταραχές στις αποδόσεις, λαμβάνονται γρήγορα υπόψη στη διεξαγωγή των προβλέψεων. Επιπλέον, τα GJR-GARCH και QGARCH είναι ακόμα περισσότερο προσαρμοστικά, διότι επιτρέπουν στην επιμονή της μεταβλητότητας να αλλάζει σχετικά γρήγορα όταν οι αποδόσεις αλλάζουν πρόσημο.

Γενικά, οι απλούστερες μεθοδολογίες τείνουν να παράγουν μεγαλύτερες προβλέψεις σε σχέση με τις περισσότερο εξεζητημένες. Τα GJR-GARCH και QGARCH παρουσιάζουν μια τάση να υποεκτιμούν τη μεταβλητότητα.

3.1.3 Υποδείγματα Long Memory

3.1.3.1 Γενικά στοιχεία

Ένα υπόδειγμα GARCH χαρακτηρίζεται από το ότι η αυτοσυσχέτιση των υπό συνθήκη διακυμάνσεων φθίνει εκθετικά. Όμως, έχει παρατηρηθεί ότι οι τετραγωνικές και οι απόλυτες αποδόσεις των χρηματοοικονομικών αγαθών συνήθως έχουν σειριακές συσχετίσεις οι οποίες φθίνουν αργά, όπως συμβαίνει σε μια $I(d)$ διαδικασία. Υπό αυτές τις συνθήκες, μια διαταραχή στη σειρά της μεταβλητότητας φαίνεται να έχει πολύ «ισχυρή μνήμη», επηρεάζοντας τη μελλοντική μεταβλητότητα για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα.

Το παραπάνω αποτέλεσμα είναι γνωστό ως η ιδιότητα long memory της χρηματοοικονομικής μεταβλητότητας. Πρόκειται για ένα ευρέως γνωστό φαινόμενο, το οποίο έχει σημαντικές επιπτώσεις στην πρόβλεψη της μεταβλητότητας και την τιμολόγηση των δικαιωμάτων προαίρεσης.

Η χρήση υποδειγμάτων πρόβλεψης, τα οποία να εκμεταλλεύονται τα χαρακτηριστικά long memory της μεταβλητότητας, εμφανίζεται σχετικά πρόσφατα στη βιβλιογραφία. Στις σχετικές μελέτες περιλαμβάνονται αυτές των Andersen, Bollerslev, Diebold and Labys (2003), Vilasuso (2002) και Zumbach (2002). Επιπλέον, περιλαμβάνονται οι μελέτες των Kai

Li (2002), Martin Martens and Jason Zein (2002) και Shiuayan Pong et al. (2002), οι οποίες συγκρίνουν τις προβλέψεις των υποδειγμάτων long memory με την τεκμαρτή μεταβλητότητα των δικαιωμάτων προαίρεσης.

Η έννοια της ιδιότητας long memory στη μεταβλητότητα

Αν θεωρήσουμε ότι ρ_τ είναι η συσχέτιση μεταξύ x_t και $x_{t-\tau}$, τότε, η χρονοσειρά x_t θεωρείται ότι έχει short memory εάν το $\sum_{\tau=1}^n \rho_\tau$ συγκλίνει σε μια σταθερά καθώς το n μεγαλώνει. Μια σειρά long memory έχει συντελεστές αυτοσυσχέτισης που φθίνουν με έναν αργό υπερβολικό (hyperbolic) ρυθμό. Η ιδιότητα long memory στη μεταβλητότητα εμφανίζεται όταν οι επιδράσεις των διαταραχών στη χρονοσειρά της μεταβλητότητας εξασθενούν με αργό ρυθμό, πράγμα το οποίο εντοπίζεται από την αυτοσυσχέτιση των μέτρων μεταβλητότητας, όπως είναι οι απόλυτες και οι τετραγωνικές αποδόσεις. Μια διαδικασία long memory έχει στάσιμη συνδιακύμανση εάν το $\sum_{\tau=1}^n \rho_\tau / \tau^{2d-1}$, για κάποιο θετικό $d < \frac{1}{2}$, συγκλίνει σε κάποια σταθερά καθώς $n \rightarrow \infty$. Όταν $d \geq \frac{1}{2}$, η σειρά της μεταβλητότητας δεν έχει στάσιμη συνδιακύμανση, αν και παραμένει αυστηρά στάσιμη.

Ο Taylor (1986) ήταν ο πρώτος που παρατήρησε ότι η αυτοσυσχέτιση των απολύτων αποδόσεων, $|r_t|$, εξασθενεί με πιο αργό ρυθμό σε σύγκριση με αυτή των τετραγωνικών αποδόσεων, r_t^2 . Ακολουθώντας τους Granger and Joyeux (1980) και Hosking (1981) οι οποίοι έδειξαν ότι οι κλασματικά ολοκληρωμένες σειρές έχουν την ανωτέρω περιγραφείσα ιδιότητα long memory, οι Ding, Granger and Engle (1993) προτείνουν ένα κλασματικά ολοκληρωμένο υπόδειγμα βασισμένο στο $|r_t|^d$, όπου d είναι ένα κλάσμα.

Έπειτα από τη δημοσίευση των Ding, Granger and Engle (1993), σημαντικό ερευνητικό έργο έχει γίνει αναφορικά με το εάν αυτά τα κλασματικά ολοκληρωμένα υποδείγματα μπορούν να βοηθήσουν στη διεξαγωγή καλύτερων προβλέψεων της μεταβλητότητας [Li (2002), Vilasuso (2002), Andersen, Bollerslev, Diebold and Labys (2003), Pong, Shackleton, Taylor and Xu (2004), Martens and Zein (2004), Martens, van Dijk and de Pooter (2004), Bhardwaj and Swanson (2006)] και εάν η ιδιότητα long memory μπορεί να ερμηνεύσει τις ανωμαλίες στις τιμές των δικαιωμάτων [Bollerslev and Mikkelsen (1999), Taylor (2000)].

3.1.3.2 Κλασματικά Ολοκληρωμένα υποδείγματα

Το υπόδειγμα IGARCH των Engle and Bollerslev (1986) μπορεί να συλλάβει το αποτέλεσμα της ισχυρής μνήμης της μεταβλητότητας, όμως, στο συγκεκριμένο υπόδειγμα, μια διαταραχή στην υπό συνθήκη διακύμανση επηρεάζει τις μελλοντικές προβλέψεις της μεταβλητότητας στο διηλεκές. Επιπλέον, η απλή διακύμανση δεν ορίζεται σε αυτό το υπόδειγμα.

Βελτιώσεις του υποδείματος IGARCH, με την παραλλαγή FIGARCH (p, d, q) (κλασματικά ολοκληρωμένο GARCH, fractionally integrated GARCH), παρουσίασαν οι Baillie, Bollerslev and Mikkelsen (1996). Μια άλλη παραλλαγή, το υπόδειγμα FIEGARCH (p, d, q), παρουσίασαν οι Bollerslev and Mikkelsen (1996). Άλλα κλασματικά ολοκληρωμένα υποδείγματα περιλαμβάνουν τα: VAR-RV [Andersen, Bollerslev, Diebold and Labys (2003)], LM-ARCH [Zumbach (2002)], ARFIMA (Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average) [Li (2002)] και log-ARFIMA [Hwang and Satchell (1998), Martens and Zein (2004), Pong, Shackleton, Taylor and Xu (2004)].

Ένα κλασματικά ολοκληρωμένο υπόδειγμα έχει τάξη διαφοροποίησης μεταξύ 0 και 1, ενώ ένα ολοκληρωμένο υπόδειγμα έχει τάξη διαφοροποίησης 1. Η επίδραση μιας διαταραχής στην υπό συνθήκη διακύμανση των κλασματικά ολοκληρωμένων υποδειγμάτων είναι παροδική, βαίνοντας μειούμενη με έναν αργό υπερβολικό ρυθμό εξασθένισης.

Το υπόδειγμα FIGARCH (1, d , 1):

$$h_t = \omega + [1 - \beta_1 L - (1 - \phi_1 L)(1 - L)^d] \varepsilon_t^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

χρησιμοποιήθηκε από τους Baillie, Bollerslev and Mikkelsen (1996) και όλες οι παρακάτω εκφράσεις είναι ισοδύναμες:

$$\begin{aligned} (1 - \beta_1 L)h_t &= \omega + [1 - \beta_1 L - (1 - \phi_1 L)(1 - L)^d] \varepsilon_t^2, \\ h_t &= \omega(1 - \beta_1)^{-1} + (1 - \beta_1 L)^{-1} [1 - \beta_1 L - (1 - \phi_1 L)(1 - L)^d] \varepsilon_t^2, \\ h_t &= \omega(1 - \beta_1)^{-1} + [1 - (1 - \beta_1 L)^{-1}(1 - \phi_1 L)(1 - L)^d] \varepsilon_t^2 \end{aligned}$$

Για την πρόβλεψη μιας περιόδου μπροστά

$$\hat{h}_{t+1} = \omega(1 - \beta_1)^{-1} + [1 - (1 - \beta_1 L)^{-1}(1 - \phi_1 L)(1 - L)^d] \varepsilon_t^2,$$

και για την πρόβλεψη πολλών μελλοντικών περιόδων

$$h_{T+\tau} = \omega(1 - \beta_1)^{-1} + [1 - (1 - \beta_1 L)^{-1}(1 - \phi_1 L)(1 - L)^d] \varepsilon_{T+\tau-1}^2$$

Το υπόδειγμα FIGARCH έχει μικρότερη επιμονή μεταβλητότητας από το IGARCH και μεγαλύτερη από το GARCH. Ένα υπόδειγμα FIGARCH μπορεί να μετατραπεί σε ARCH με άπειρο αριθμό χρονικών υστερήσεων.

Οι Bollerslev and Mikkelsen (1999) χρησιμοποίησαν ένα υπόδειγμα AR(2)-FIEGARCH (1, d, 1), όπως φαίνεται παρακάτω:

$$\begin{aligned} r_t &= \mu + (\rho_1 L + \rho_2 L^2) r_t - 0,5 h_t + \varepsilon_t, \\ \ln h_t &= \omega_t + (1 + \psi_1 L)(1 - \phi_1 L)^{-1} (1 - L)^{-d} g(z_t), \\ g(z_t) &= \theta z_{t-1} + \gamma [|z_{t-1}| - E |z_{t-1}|], \\ \omega_t &= \omega + \ln(1 + \delta N_t), \end{aligned} \quad (3.13)$$

όπου $\varepsilon_t = z_t h_t^{1/2}$ και N_t είναι ο αριθμός των ημερών κατά τις οποίες δεν διεξάγονται συναλλαγές μεταξύ των περιόδων $t-1$ και t .

Το υπόδειγμα FIEGARCH στην (3.13) είναι ένα υπόδειγμα για απόλυτες αποδόσεις. Το υπόδειγμα αυτό, όπως και το EGARCH, παρέχει προβλέψεις για το $\ln h_t$ και όχι για το h_t . Σε αντίθεση με το FIEGARCH, το υπόδειγμα FIGARCH παρουσιάζει μια λανθάνουσα ανοδική τάση στην υπό συνθήκη διακύμανση.

Πάντως, όπως οι Hwang and Satchell (1998) και Granger (2001) επισημαίνουν, τα κλασματικά ολοκληρωμένα υποδείγματα εξακολουθούν να παρουσιάζουν αρκετές αδυναμίες.

3.1.3.3 Άλλα υποδείγματα

Οι παλαιότερες έρευνες για τη μελέτη της ιδιότητας long memory στη μεταβλητότητα επικεντρώνονταν στα κλασματικά ολοκληρωμένα υποδείγματα. Πιο πρόσφατες μελέτες, ωστόσο, έχουν δείξει ότι ορισμένα μη γραμμικά, short memory υποδείγματα μεταβλητότητας μπορούν να παράγουν χαρακτηριστικά φαινομενικής long memory στη μεταβλητότητα.

Δύο τέτοια υποδείγματα είναι το υπόδειγμα volatility component και το υπόδειγμα αλλαγής σταδίου/ καθεστώτος. Τα δύο αυτά υποδείγματα παρέχουν μια πλούσια ερμηνεία της δομής της χρηματιστηριακής μεταβλητότητας, σε σύγκριση με τα κλασματικά ολοκληρωμένα υποδείγματα που απλά προϋποθέτουν ότι οι επενδυτές έχουν μνήμη σχετικά με τις διαταραχές της αγοράς, για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα. Τα δύο αυτά υποδείγματα και το κλασματικά ολοκληρωμένο υπόδειγμα παράγουν πολύ διαφορετικές προβλέψεις της μεταβλητότητας.

Το υπόδειγμα Component GARCH (CGARCH)

Πρόκειται για υπόδειγμα που προτάθηκε από τους Engle and Lee (1999). Σε αυτό το υπόδειγμα η διαδικασία της μεταβλητότητας εκφράζεται ως το άθροισμα μιας μόνιμης διαδικασίας, m_t , που έχει μνήμη κοντά στη μοναδιαία ρίζα και μιας μεταβατικής διαδικασίας σύγκλισης προς τον μέσο, u_t , που φθίνει με σχετικά γρήγορο ρυθμό από περίοδο σε περίοδο. Το υπόδειγμα μπορεί να θεωρηθεί ως μια επέκταση του GARCH (1, 1) με την υπό συνθήκη διακύμανση να τείνει στο m_t , μέσα από μια διαδικασία σύγκλισης προς τη μέση τιμή, αντί για τη διαμόρφωσή της σε μια σταθερή τιμή σ . Συγκεκριμένα, η m_t εξελίσσεται με αργό ρυθμό, στο πλαίσιο μιας αυτοπαλινδρομικής διαδικασίας. Το υπόδειγμα CGARCH (1, 1) έχει την ακόλουθη μορφή:

$$(h_t - m_t) = \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - m_{t-1}) + \beta(h_{t-1} - m_{t-1}) \equiv u_t$$

$$m_t = \omega + \rho m_{t-1} + \varphi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}),$$

όπου το $(h_t - m_t) = u_t$ παριστάνει το βραχυπρόθεσμο μεταβατικό στοιχείο και το m_t εκφράζει μια τάση που διαφοροποιείται με τον χρόνο, επηρεάζεται από το σφάλμα πρόβλεψης της μεταβλητότητας $(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1})$ και ολοκληρώνεται αν $\rho = 1$.

Για την πρόβλεψη μιας περιόδου ισχύει

$$\hat{h}_{t+1} = q_{t+1} + \alpha(\varepsilon_t^2 - q_t) + \beta(h_t - q_t),$$

$$q_{t+1} = \omega + \rho q_t + \varphi(\varepsilon_t^2 - h_t)$$

και για την πρόβλεψη πολλών περιόδων,

$$h_{t+\tau} = q_{t+\tau} - (\alpha + \beta)q_{t+\tau-1} + (\alpha + \beta)h_{t+\tau},$$

$$q_{t+\tau} = \omega + \rho q_{t+\tau-1},$$

όπου τα $h_{t+\tau}$ και $q_{t+\tau-1}$ υπολογίζονται μέσω επαναλαμβανόμενων αντικαταστάσεων.

Το υπόδειγμα Αλλαγής Σταδίου/ Καθεστώτος (Regime–Switching model)

Έχει από καιρό υποστηριχθεί η άποψη ότι η χρηματαγορά αντιδρά με διαφορετικό τρόπο σε μικρές και μεγάλες διαταραχές και ότι ο ρυθμός της επαναφοράς στο μέσο είναι ταχύτερος για τις μεγάλες διαταραχές. Υπάρχουν εξηγήσεις και εμπειρικές ενδείξεις ότι η προσαρμογή της μεταβλητότητας σε στάδια υψηλής και χαμηλής μεταβλητότητας ακολουθεί μια διαδικασία δύο ταχυτήτων: πιο αργή προσαρμογή και μεγαλύτερη επιμονή μεταβλητότητας για στάδια χαμηλής μεταβλητότητας και ταχύτερη προσαρμογή και μικρότερη επιμονή για στάδια υψηλής μεταβλητότητας.

Ένας τρόπος για να υποδειγματοποιηθούν οι μεταβολές στο επίπεδο και στην επιμονή της μεταβλητότητας είναι η χρήση ενός υποδείγματος αλλαγής σταδίων (RS) τύπου Hamilton (1989), το οποίο, όπως και το GARCH, είναι αυστηρά στάσιμο και έχει στάσιμη συνδιακύμανση. Τόσο τα υποδείγματα ARCH όσο και τα GARCH έχουν χρησιμοποιηθεί στο πλαίσιο ενός τέτοιου περιβάλλοντος αλλαγής σταδίων, στο οποίο η επιμονή της μεταβλητότητας μπορεί να λάβει διάφορες τιμές, ανάλογα με το αν βρισκόμαστε σε στάδιο υψηλής ή χαμηλής μεταβλητότητας. Το υπόδειγμα Threshold Autoregressive των Cao and Tsay (1992) είναι παρόμοιο με ένα υπόδειγμα στοχαστικής μεταβλητότητας τύπου regime switching.

Η πιο γενική μορφή ενός υποδείγματος αλλαγής σταδίου/ καθεστώτος είναι το υπόδειγμα RS-GARCH (1, 1) που χρησιμοποιήθηκε από τους Gray (1996) και Klaassen (1998):

$$h_{t,S_{t-1}} = \omega_{S_{t-1}} + \alpha_{S_{t-1}} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_{S_{t-1}} h_{t-1,S_{t-1}},$$

όπου το S_t υποδηλώνει σε ποιο στάδιο βρισκόμαστε στο χρονικό σημείο t .

Σε παλαιότερες εφαρμογές της αλλαγής σταδίου/ καθεστώτος, όπως αυτή των Pagan and Schwert (1990), η υπό συνθήκη διακύμανση εξαρτάται από το στάδιο της μεταβλητότητας αλλά όχι από το χρόνο. Σε αυτές τις μελέτες, χρησιμοποιείται μόνο η υπό συνθήκη διακύμανση υποδειγμάτων ARCH.

Οι μεταγενέστερες επεκτάσεις των Gray (1996) και Klaassen (1998) επιτρέπουν την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας τύπου GARCH σε κάθε στάδιο και οι πιθανότητες μετάβασης από ένα στάδιο σε κάποιο άλλο να εξαρτώνται από το χρόνο. Ο Peria (2001) επιτρέπει στις πιθανότητες μετάβασης να μεταβάλλονται με βάση τις οικονομικές συνθήκες, σύμφωνα με το παρακάτω υπόδειγμα RS-GARCH:

$$r_i | \Phi_{t-1} \sim N(\mu_i, h_{ii}) \text{ με πιθανότητα } p_{ii},$$

$$h_{ii} = \omega_i + \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_i h_{t-1},$$

όπου το i αντιπροσωπεύει το στάδιο της μεταβλητότητας, $p_{ii} = \Pr(S_t = i | \Phi_{t-1})$ και $\sum p_{ii} = 1$.

Το υπόδειγμα STGARCH (smooth transition GARCH) χρησιμοποιήθηκε από τον Taylor, J. (2004):

$$h_t = \omega + (1 - F(\varepsilon_{t-1}))\alpha\varepsilon_{t-1}^2 + F(\varepsilon_{t-1})\delta\varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1},$$

όπου

$$F(\varepsilon_{t-1}) = \frac{1}{1 + \exp(-\theta\varepsilon_{t-1})},$$

για το λογιστικό STGARCH και

$$F(\varepsilon_{t-1}) = 1 + \exp(-\theta\varepsilon_{t-1}^2),$$

για το εκθετικό STGARCH.

3.1.3.4 Προβλεπτική ικανότητα των υποδειγμάτων Long Memory

Οι Bollerslev and Mikkelsen (1996) βρήκαν ότι τα κλασματικά ολοκληρωμένα υποδείγματα προσαρμόζονται καλύτερα στις αποδόσεις του S&P500. Ειδικότερα, βρήκαν ότι τα κλασματικά ολοκληρωμένα υποδείγματα έχουν καλύτερες επιδόσεις από τα GARCH (p, q) και IGARCH (p, q), καθώς και ότι η εκδοχή FIEGARCH υπερτερεί της FIGARCH. Οι Bollerslev and Mikkelsen (1999) επιβεβαιώνουν ότι το FIEGARCH υπερτερεί των EGARCH και IEGARCH στην τιμολόγηση δικαιωμάτων επί συμβολαίων του S&P500 LEAPS (Long-term Equity Anticipation Securities).

Ο Vilasuso (2002) μελετά πέντε ισοτιμίες και βρίσκει ότι το FIGARCH δίνει καλύτερες προβλέψεις για μια και δέκα ημέρες μπροστά. Ο Zumbach (2002) επίσης μελετά ισοτιμίες και δεν βρίσκει διαφορά στην προβλεπτική ικανότητα των υποδειγμάτων για προβλέψεις μιας ημέρας μπροστά. Οι Andersen, Bollerslev, Diebold and Labys (2003) χρησιμοποιούν δεδομένα υψηλής συχνότητας για ισοτιμίες και συμπεραίνουν ότι μια long-memory Gaussian διανυσματική αυτοπαλινδρόμηση για τις πραγματοποιηθείσες λογαριθμικές μεταβλητότητες (VAR-RV) δίνει τις καλύτερες προβλέψεις για μια και για δέκα ημέρες μπροστά.

Τρεις άλλες μελέτες που συγκρίνουν τις προβλέψεις των υποδειγμάτων Long Memory με αυτές της τεκμαρτής μεταβλητότητας, βρίσκουν γενικά τις τελευταίες να υπερτερούν. Οι Martens and Zein (2004) συγκρίνουν την πρόβλεψη μέσω του log-ARFIMA με αυτή μέσω της τεκμαρτής μεταβλητότητας και βρίσκουν ότι η πρώτη είναι καλύτερη για τα S&P 500 futures, ενώ η δεύτερη υπερτερεί στις ισοτιμίες και στα συμβόλαια πετρελαίου. Ο Li (2002) καταλήγει στο συμπέρασμα ότι το ARFIMA είναι καλύτερο για ένα μεγαλύτερο ορίζοντα πρόβλεψης, όμως οι προβλέψεις μέσω της τεκμαρτής μεταβλητότητας υπερτερούν στον μικρό ορίζοντα. Οι Pong, Shackleton, Taylor and Xu (2004) βρίσκουν ότι οι προβλέψεις μέσω της τεκμαρτής μεταβλητότητας υπερτερούν αυτών μέσω υποδειγμάτων χρονοσειρών, συμπεριλαμβανομένων των log-ARFIMA (2, 1) και GARCH (1, 1), για την πρόβλεψη ενός έως τριών μηνών μελλοντικής μεταβλητότητας της ισοτιμίας δολαρίου-στερλίνας.

Πολλές μελέτες για τα κλασματικά ολοκληρωμένα υποδείγματα χρησιμοποιούν πραγματοποιηθείσες μεταβλητότητες που υπολογίζονται από ενδοσυνεδριακά δεδομένα υψηλής συχνότητας. Όταν γίνεται σύγκριση με την τεκμαρτή μεταβλητότητα, αυτή συνήθως εξάγεται από τις ημερήσιες τιμές κλεισίματος των δικαιωμάτων προαίρεσης. Παρά τη μικρότερη συχνότητα δεδομένων, οι προβλέψεις της τεκμαρτής μεταβλητότητας υπερτερούν αυτών των υποδειγμάτων Long Memory που βασίζονται σε ενδοσυνεδριακά δεδομένα.

Ο Klaassen (1998) μελετά συναλλαγματικές ισοτιμίες και βρίσκει ότι το RS-GARCH έχει καλύτερη προβλεπτική ικανότητα από τα RS-ARCH και GARCH (1, 1). Επιπλέον, ο Gray (1996) που εστιάζει σε US one-month T-Bills, βρίσκει την προβλεπτική ικανότητα του RS-GARCH σε σημαντική βελτίωση, κάτι που μπορεί να οφείλεται στο επίπεδο των επιτοκίων.

3.1.4 Υποδείγματα Στοχαστικής Μεταβλητότητας

Τα υποδείγματα στοχαστικής μεταβλητότητας έχουν τις ρίζες τους τόσο στα χρηματοοικονομικά μαθηματικά όσο και στη χρηματοοικονομική οικονομετρία. Πρωτοπαρουσιάστηκαν από τους Hull and White (1987), οι οποίοι τιμολόγησαν δικαιώματα προαίρεσης Ευρωπαϊκού τύπου, χρησιμοποιώντας υποδείγματα στοχαστικής μεταβλητότητας συνεχούς χρόνου για το υποκείμενο αγαθό. Προσπάθεια βρίσκουμε και στον Taylor (1986), ο οποίος σχηματοποίησε ένα διακριτό υπόδειγμα στοχαστικής μεταβλητότητας ως εναλλακτική πρόταση στα υποδείγματα ARCH.

Τα υποδείγματα στοχαστικής μεταβλητότητας αποτελούν κατά κύριο λόγο θεωρητικά υποδείγματα και λιγότερο υποδείγματα που χρησιμοποιούνται στην πράξη για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας. Ωστόσο, δεν θα πρέπει να παραγνωριστούν οι εξελίξεις στον επιστημονικό τομέα της στοχαστικής μεταβλητότητας, με ιδιαίτερη τη συνεισφορά των Ole Barndorff-Nielsen και Neil Shephard.

Γενικά, τα στοχαστικά υποδείγματα βασίζονται σε μια διαφορετική λογική από ότι τα υποδείγματα ιστορικής μεταβλητότητας, γεγονός που τα κάνει θεωρητικά πιο συμβατά με τις σύγχρονες χρηματοοικονομικές θεωρίες, αλλά πρακτικά πιο δύσκολα στην εφαρμογή τους. Εάν βρισκόμασταν σε ένα γραμμικό κόσμο, αυτά τα υποδείγματα θα ήταν μια διαφορετική απεικόνιση της ίδιας διαδικασίας, αυτό όμως δεν συμβαίνει.

Αναφορικά με την εφαρμογή της μεθοδολογίας, αυτή εξακολουθεί να αποτελεί πρόκληση για πολλούς ερευνητές. Πρόσφατες δημοσιεύσεις [Tsay (2002)] καταδεικνύουν μια υπεροχή της προσέγγισης MCMC (Monte Carlo Markov Chain). Μια παλαιότερη ανασκόπηση των υποδειγμάτων στοχαστικής μεταβλητότητας περιέχεται στους Ghysels, Harvey and Renault (1996), όμως το αντικείμενο αυτό διαρκώς εξελίσσεται. Τα υποδείγματα στοχαστικής μεταβλητότητας και τα υποδείγματα ARCH είναι στενά συνδεδεμένα.

Σύμφωνα με την Poon (2005), το υπόδειγμα στοχαστικής μεταβλητότητας διακριτού χρόνου δίνεται ως εξής:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t,$$

$$\varepsilon_t = z_t \exp(0,5h_t),$$

$$h_t = \omega + \beta h_{t-1} + \nu_t,$$

όπου το v_t μπορεί να είναι ή να μην είναι ανεξάρτητο του z_t .

Σε σύγκριση με τα ARCH, τα υποδείγματα στοχαστικής μεταβλητότητας είναι περισσότερο ευέλικτα, προσαρμόζονται καλύτερα σε αποδόσεις χρηματιστηριακών αγορών και έχουν κατάλοιπα που είναι πιο κοντά σε αυτά της τυπικής κανονικής κατανομής. Επιπλέον, τα υποδείγματα στοχαστικής μεταβλητότητας προσομοιάζουν με θεωρητικά υποδείγματα από τον χώρο της χρηματοοικονομικής, ιδιαίτερα με εκείνα που χρησιμοποιούνται στην τιμολόγηση των παραγώγων. Η υποδειματοποίηση της μεταβλητότητας ως μια στοχαστική μεταβλητή, οδηγεί άμεσα σε κατανομές με βαριές ουρές για τις αποδόσεις. Long memory υποδείγματα στοχαστικής μεταβλητότητας έχουν επίσης προταθεί [Harvey (1998)].

Το υπόλειμμα (noise term) της μεταβλητότητας κάνει τα υποδείγματα στοχαστικής μεταβλητότητας πολύ περισσότερο ευέλικτα, αλλά αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα υποδείγματα αυτά να μην έχουν κλειστή μορφή και κατά συνέπεια να μην είναι δυνατό να εκτιμηθούν απευθείας μέσω μέγιστης πιθανοφάνειας. Πιθανώς, εξαιτίας αυτού του λόγου, τα υποδείγματα στοχαστικής μεταβλητότητας έχουν λάβει σχετικά μικρή προσοχή στη βιβλιογραφία της πρόβλεψης της μεταβλητότητας.

Διάφορες μέθοδοι έχουν προταθεί για την εκτίμηση των υποδειγμάτων στοχαστικής μεταβλητότητας. Η προσέγγιση της ψευδο-μέγιστης πιθανοφάνειας (quasi-maximum likelihood estimation – QMLE) των Harvey, Ruiz and Shephard (1994) είναι αναποτελεσματική εάν τα proxies της μεταβλητότητας δεν είναι Gaussian [Andersen and Sorensen (1997)]. Οι εναλλακτικές προσεγγίσεις είναι αυτή της γενικευμένης μεθόδου των ροπών (generalized method of moments – GMM) μέσω προσομοιώσεων [Duffie and Singleton (1993)] ή αναλυτικών λύσεων [Singleton (2001)] και η προσέγγιση της πιθανοφάνειας μέσω αριθμητικής ολοκλήρωσης [Fridman and Harris (1998)] ή ολοκλήρωσης Monte Carlo χρησιμοποιώντας είτε δειγματοληψία (importance sampling) [Danielsson (1994), Pitt and Shephard (1997), Durbin and Koopman (2000)] είτε μαρκοβιανή αλυσίδα [Jacquier, Polson and Rossi (1994), Kim, Shephard and Chib (1998)].

Προβλεπτική ικανότητα των υποδειγμάτων Στοχαστικής Μεταβλητότητας

Λόγω των υπολογιστικών απαιτήσεών τους, τα υποδείγματα στοχαστικής μεταβλητότητας δεν άρχισαν να ερευνώνται παρά μόνο στα μέσα της δεκαετίας του 1990, σχεδόν μια δεκαετία δηλαδή μετά την ανάπτυξη των ARCH/ GARCH.

Την αποτελεσματικότητα των υποδειγμάτων στοχαστικής μεταβλητότητας έχουν εξετάσει αρκετοί ερευνητές. Οι Heynen and Kat (1994) βρίσκουν ότι το υπόδειγμα στοχαστικής μεταβλητότητας έχει τις καλύτερες επιδόσεις για δείκτες μετοχών, όμως τα EGARCH και GARCH έχουν καλύτερα αποτελέσματα στις ισοτιμίες. Σε μια διδακτορική διατριβή, ο Heynen (1995) βρίσκει ότι η στοχαστική μεταβλητότητα δίνει καλύτερες προβλέψεις για έναν σημαντικό αριθμό μετοχικών δεικτών σε διάφορες χώρες και ηπείρους. Ο Yu (2002), επίσης βρίσκει ότι το υπόδειγμα στοχαστικής μεταβλητότητας είναι το καλύτερο για τη χρηματιστηριακή αγορά της Νέας Ζηλανδίας. Ο Lopez (2001) εστιάζει στις ισοτιμίες και συγκρίνοντας το υπόδειγμα στοχαστικής μεταβλητότητας με το GARCH και το EWMA, δεν βρίσκει καμία διαφορά στην προβλεπτική ικανότητα. Οι Bluhm and Yu (2000) βρίσκουν ότι οι προβλέψεις μέσω της τεκμαρτής μεταβλητότητας υπερτερούν αυτών μέσω του υποδείγματος στοχαστικής μεταβλητότητας για τον μετοχικό δείκτη. Οι Dunis, Laws and Chauvin (2000), μελετώντας συναλλαγματικές ισοτιμίες, συγκρίνουν τα υποδείγματα στοχαστικής μεταβλητότητας και GARCH με την τεκμαρτή μεταβλητότητα των δικαιωμάτων προαίρεσης και βρίσκουν ότι οι συνδυαστικές προβλέψεις υπερτερούν.

3.1.5 Προβλέψεις βασισμένες σε δικαιώματα προαίρεσης

Σύμφωνα με τη θεωρία, η τιμή ενός δικαιώματος εξαρτάται από διάφορες μεταβλητές, μία από τις οποίες είναι και η μεταβλητότητα. Συνεπώς, για τον υπολογισμό της θεωρητικής τιμής ενός δικαιώματος (δίκαιη τιμή) εισάγονται οι εν λόγω μεταβλητές, συμπεριλαμβανομένης και της μεταβλητότητας σε ένα μοντέλο αποτίμησης δικαιωμάτων. Στην περίπτωση που αντιστραφεί η διαδικασία και εισαχθεί η πραγματική τιμή ενός δικαιώματος σε ένα μοντέλο αποτίμησης, εξάγεται η πραγματική τιμή της μεταβλητότητας, η οποία ονομάζεται τεκμαρτή μεταβλητότητα (*implied volatility*). Συνεπώς, η τεκμαρτή μεταβλητότητα αποτελεί ένα σημαντικό κριτήριο στην αποτίμηση δικαιωμάτων προαίρεσης και υποδεικνύει το πώς οι επενδυτές εκτιμούν και αξιολογούν την αγορά.

Το δημοφιλέστερο υπόδειγμα αποτίμησης δικαιωμάτων προαίρεσης που εμφανίζεται στη βιβλιογραφία είναι αυτό των Black and Scholes (1973), το οποίο περιγράφεται εκτενώς στη συνέχεια. Άλλα υποδείγματα αποτίμησης περιλαμβάνουν το υπόδειγμα διάχυσης αλμάτων (*jump-diffusion model*) του Merton (1976), τα στοχαστικά υποδείγματα τιμολόγησης δικαιωμάτων των Hull and White (1987), Johnson and Shanno (1987), Scott (1987) και Wiggins (1987), το υπόδειγμα εναλλαγής σταδίων του Naik (1993), καθώς και τα

υποδείγματα τεκμαρτών διωνυμικών δέντρων των Dupire (1994), Derman and Kani (1994) και Rubinstein (1994). Επισκοπήσεις των διαφόρων υποδειγμάτων τιμολόγησης δικαιωμάτων βρίσκονται στους Cox and Rubinstein (1985), Mason and Merton (1985) και Bates (1996).

3.1.5.1 Ο τύπος των Black and Scholes

Το 1973, οι Fisher Black και Myron Scholes ανέπτυξαν ένα υπόδειγμα για την τιμολόγηση Ευρωπαϊκών δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης. Το υπόδειγμα αυτό που είναι γνωστό ως ο «τύπος των Black and Scholes», αποτελεί την κλασική μέθοδο αποτίμησης των δικαιωμάτων προαίρεσης. Το υπόδειγμα των Black and Scholes υπήρξε ιδιαίτερα πρωτοποριακό για την τιμολόγηση των δικαιωμάτων επειδή καθόριζε την τιμή ενός δικαιώματος αποκλειστικά με βάση γνωστές παραμέτρους.

Ο τύπος των Black and Scholes [Black and Scholes (1973)] δίνεται ως εξής:

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2),$$

$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1),$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T},$$

$$N(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{d_1} e^{-0.5z^2} dz,$$

όπου c είναι η τιμή του Ευρωπαϊκού δικαιώματος αγοράς, p είναι η τιμή του Ευρωπαϊκού δικαιώματος πώλησης, S_0 είναι η τρέχουσα τιμή του υποκείμενου κεφαλαιουχικού αγαθού, K είναι η τιμή εξάσκησης, r είναι η απόδοση των επενδύσεων μηδενικού κινδύνου και T είναι ο χρόνος έως τη λήξη του δικαιώματος. $N(d_1)$ είναι η συνάρτηση κατανομής της $N(0,1)$ στη θέση d_1 και $N(-d_1) = 1 - N(d_1)$.

Καθώς $T \rightarrow 0$,

$$d_1 \text{ και } d_2 \rightarrow \infty,$$

$$N(d_1) \text{ και } N(d_2) \rightarrow 1,$$

$$N(-d_1) \text{ και } N(-d_2) \rightarrow 0,$$

πράγμα το οποίο σημαίνει ότι

$$c \geq S_0 - K, \quad p \geq 0 \quad \text{για } S_0 > K, \quad (3.14)$$

$$c \geq 0, \quad p \geq K - S_0 \quad \text{για } S_0 < K \quad (3.15)$$

Καθώς $\sigma \rightarrow 0$, πάλι

$$N(d_1) \text{ και } N(d_2) \rightarrow 1,$$

$$N(-d_1) \text{ και } N(-d_2) \rightarrow 0$$

Από αυτό προκύπτει ότι

$$c \geq S_0 - Ke^{-rT}, \quad (3.16)$$

$$p \geq Ke^{-rT} - S_0 \quad (3.17)$$

Οι συνθήκες (3.14), (3.15), (3.16) και (3.17) αποτελούν τις συνοριακές συνθήκες για τον έλεγχο των τιμών των δικαιωμάτων προαίρεσης, προτού αυτά χρησιμοποιηθούν σε εμπειρικούς ελέγχους. Δικαιώματα που οι τιμές που έχουν στην αγορά παραβιάζουν τις παραπάνω συνοριακές συνθήκες θα πρέπει να απορρίπτονται.

Σύμφωνα με το υπόδειγμα των Black-Scholes, η τιμή ενός Ευρωπαϊκού δικαιώματος προαίρεσης στο χρόνο t είναι μια συνάρτηση της τιμής του υποκείμενου τίτλου S_t , της τιμής εξάσκησης K , του επιτοκίου χωρίς κίνδυνο r , του χρόνου μέχρι τη λήξη του δικαιώματος T και της μεταβλητότητας σ . Υπάρχει μια ένα-προς-ένα σχέση μεταξύ της τιμής του δικαιώματος και του σ . Δοθέντων των S_t , K , r και T , εφόσον είναι γνωστή η τιμή του δικαιώματος στην αγορά, μπορούμε αντίστροφα, από τον τύπο των Black-Scholes να βρούμε το σ που αντιστοιχεί σε αυτή την τιμή. Η εκτίμηση του σ με αυτό τον τρόπο αποτελεί την τεκμαρτή μεταβλητότητα του δικαιώματος. Η αντιστροφή του τύπου των Black-Scholes μπορεί να γίνει με τη χρήση μιας επαναληπτικής προσεγγιστικής μεθόδου, όπως η Newton-Raphson.

Η θεωρητική αποτίμηση των δικαιωμάτων προαίρεσης με βάση το υπόδειγμα των Black-Scholes χρησιμοποιεί τις εξής υποθέσεις:

- Οι αποδόσεις του υποκείμενου τίτλου ακολουθούν τη λογαριθμοκανονική κατανομή.
- Δυνατότητα ανοιχτών πωλήσεων (short selling) με πλήρη χρήση των εσόδων.
- Ανυπαρξία κόστους ή φόρου συναλλαγών· οι τίτλοι είναι απόλυτα διαιρετοί.
- Δεν υπάρχουν μερίσματα και άλλες πληρωμές στους υποκείμενους τίτλους κατά τη διάρκεια της ζωής του παραγωγού.
- Ανυπαρξία εξισορροποιητικής κερδοσκοπίας (η αγορά βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας).
- Συνεχείς συναλλαγές (έτσι ώστε οι βαρύτητες των τίτλων εντός του χαρτοφυλακίου να αναπροσαρμόζονται άμεσα).
- Σταθερό επιτόκιο χωρίς κίνδυνο, r .
- Σταθερή μεταβλητότητα, σ .

Είναι γνωστό ότι ορισμένες από τις παραπάνω υποθέσεις δεν ισχύουν απόλυτα. Για παράδειγμα, τα εμπειρικά ευρήματα δείχνουν ότι η τιμολόγηση των δικαιωμάτων προαίρεσης δεν είναι ευαίσθητη στην υπόθεση ότι τα επιτόκια παραμένουν σταθερά. Σήμερα, υπάρχουν αποτελεσματικές προσεγγιστικές μέθοδοι για την τιμολόγηση δικαιωμάτων Αμερικανικού τύπου και δικαιωμάτων που αντιμετωπίζουν πληρωμές μερισμάτων προτού να λήξουν. Η επίδραση της στοχαστικής μεταβλητότητας στην τιμολόγηση των παραγώγων είναι πολύ μεγάλη. Με την εξαίρεση της υπόθεσης της σταθερής μεταβλητότητας, η παραβίαση οποιασδήποτε από τις υπόλοιπες υποθέσεις θα έχει ως αποτέλεσμα η τιμή διαπραγμάτευσης του δικαιώματος στην αγορά να ανήκει σε ένα διάστημα τιμών αντί να ισούται με τη θεωρητική τιμή.

Το χαμόγελο της μεταβλητότητας

Όπως έχει βρεθεί από την εμπειρική έρευνα, η τεκμαρτή μεταβλητότητα, όπως αυτή προκύπτει από τον τύπο των Black-Scholes, διαφέρει μεταξύ διαφορετικών τιμών εξάσκησης. Συγκεκριμένα, θεωρώντας σταθερές τις υπόλοιπες μεταβλητές, έχειδειχθεί ότι η συνάρτηση (ή το γράφημα) της τεκμαρτής μεταβλητότητας έναντι της τιμής εξάσκησης, όπως αυτές παρατηρούνται στα δικαιώματα που διαπραγματεύονται στην αγορά, δεν είναι μια ευθεία

οριζόντια γραμμή, όπως θα έπρεπε αν ίσχυε το υπόδειγμα των Black-Scholes, αλλά έχει τη μορφή χαμόγελου. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό στη βιβλιογραφία ως το «χαμόγελο της μεταβλητότητας» (volatility smile).

Εξαιτίας του φαινομένου αυτού, η μεταβλητότητα που τεκμαίρεται από τις τιμές δικαιωμάτων με την ίδια διάρκεια αλλά με διαφορετικές τιμές εξάσκησης δεν είναι η ίδια. Επομένως, ανάλογα με την τιμή εξάσκησης η αγορά φαίνεται να έχει διαφορετική εκτίμηση της μεταβλητότητας, γεγονός που δημιουργεί επιφυλάξεις ως προς την αποτελεσματικότητα της τεκμαρτής μεταβλητότητας.

Το φαινόμενο “volatility smile” έχει ερευνηθεί εκτεταμένα στη διεθνή βιβλιογραφία και η βασική επιχειρηματολογία περιστρέφεται γύρω από τις αδυναμίες του υποδείγματος των Black-Scholes. Σύμφωνα με αυτή την άποψη, αν η τεκμαρτή μεταβλητότητα υπολογιστεί χρησιμοποιώντας το σωστό υπόδειγμα (για παράδειγμα ένα υπόδειγμα στοχαστικής μεταβλητότητας), τότε η μεταβλητότητα που τεκμαίρεται από διαφορετικές τιμές εξάσκησης θα είναι η ίδια και επομένως δεν θα προκύπτει το χαμόγελο της μεταβλητότητας.

Ειδικότερα, η αδυναμία του υποδείγματος των Black-Scholes έγκειται στο ότι η κατανομή των αποδόσεων των χρηματοοικονομικών αγαθών δεν είναι λογαριθμοκανονική, όπως υποθέτει το συγκεκριμένο υπόδειγμα, αλλά έχει λεπτόκυρτες ουρές. Συνήθως η κύρτωση της κατανομής αυτής κυμαίνεται από τέσσερα μέχρι πενήντα, υποδηλώνοντας σαφέστατα μη κανονική κατανομή⁸. Επομένως, για τα δικαιώματα αγοράς με πολύ υψηλές τιμές εξάσκησης ή για τα δικαιώματα πώλησης με πολύ χαμηλές τιμές εξάσκησης, οι πιθανότητες να καταλήξουν τελικά εντός του χρηματικού ισοδύναμου (in-the-money) είναι μεγαλύτερες από αυτές που υποθέτει η κανονική κατανομή. Το γεγονός αυτό οδηγεί σε υψηλότερες τιμές τα εν λόγω δικαιώματα και επομένως σε υψηλότερη τεκμαρτή μεταβλητότητα, όπως αυτή υπολογίζεται από τον τύπο των Black-Scholes. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να επισημάνουμε την άμεση σχέση της τιμής των δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης μέσω της γνωστής ισοδυναμίας δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης (put-call parity).

Μια άλλη πιθανή εξήγηση του φαινομένου volatility smile είναι το ενδεχόμενο η μεταβλητότητα να είναι στοχαστική. Όταν συμβαίνει αυτό, εμφανίζονται βαριές ουρές και ασυμμετρία στις κατανομές των αποδόσεων των χρηματοοικονομικών αγαθών. Στην περίπτωση αυτή το κατάλληλο υπόδειγμα τιμολόγησης των δικαιωμάτων είναι ένα

⁸ Μια κανονική κατανομή έχει βαθμό κύρτωσης ίσο με τρία.

στοχαστικό υπόδειγμα, όπως αυτό του Heston (1993), στο οποίο θα αναφερθούμε αναλυτικά στην παράγραφο 3.1.5.5.

Άλλες πιθανές ερμηνείες του χαμόγελου της μεταβλητότητας σχετίζονται με τη μικροδομή της αγοράς, τα σφάλματα μέτρησης, καθώς και με τη στάση των επενδυτών απέναντι στον κίνδυνο. Έτσι, παράγοντες όπως η ρευστότητα, το άνοιγμα μεταξύ των τιμών αγοράς-πώλησης, το tick size, το ασυνεχές εμπόριο και η επίδραση των πακέτων διαφοροποιούν την παρατηρηθείσα τιμή συναλλαγής από την τιμή ισορροπίας της αγοράς και επηρεάζουν την τεκμαρτή μεταβλητότητα.

Ο Figlewski (1997) αναφέρει τον τρόπο που το άνοιγμα μεταξύ των τιμών bid-ask και το tick size διαφοροποιούν την τεκμαρτή από την πραγματική μεταβλητότητα. Η ίδια μελέτη, σε μια άλλη προσπάθεια επεξήγησης, υποστηρίζει ότι οι επενδυτές μπορεί να αντιμετωπίζουν τα δικαιώματα προαίρεσης με πολύ μακρινή τιμή εξάσκησης ως ένα είδος λαχείου και επομένως η τιμολόγησή τους ενδέχεται να μην είναι απόλυτα ορθολογική (lottery premium).

3.1.5.2 Τιμολόγηση μέσω του υποδείγματος Black-Scholes

Η δυναμική της τιμής της μετοχής

Το υπόδειγμα των Black-Scholes για την τιμολόγηση Ευρωπαϊκών δικαιωμάτων υποθέτει ότι η τιμή της υποκείμενης μετοχής, S , ακολουθεί μια γεωμετρική κίνηση Brown, με σταθερή τάση μ και σταθερή μεταβλητότητα σ :

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

και για το ρυθμό αύξησης της τιμής της μετοχής:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

Ο λογάριθμος της τιμής της μετοχής ικανοποιεί την ακόλουθη διαφορική εξίσωση:

$$d \ln S = \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dz,$$

το οποίο σημαίνει ότι η τιμή της μετοχής ακολουθεί την λογαριθμοκανονική κατανομή ή ισοδύναμα, ότι ο λογάριθμος της τιμής της μετοχής ακολουθεί την κανονική κατανομή. Στο διακριτό χρόνο:

$$\begin{aligned}
 d \ln S &= \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dz, \\
 \Delta \ln S &= \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}, \\
 \ln S_T - \ln S_0 &\sim N \left[\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T, \sigma \sqrt{T} \right], \\
 \ln S_T &\sim N \left[\ln S_0 + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) T, \sigma \sqrt{T} \right] \quad (3.18)
 \end{aligned}$$

Η μερική διαφορική εξίσωση των Black-Scholes

Η εξαγωγή της μερικής διαφορικής εξίσωσης των Black-Scholes βασίζεται στο γεγονός ότι η τιμή του δικαιώματος και η τιμή της μετοχής εξαρτώνται από την ίδια υποκείμενη πηγή αβεβαιότητας. Τότε, μπορεί να δημιουργηθεί ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από τη μετοχή και το δικαίωμα, το οποίο να περιορίζει αυτή την πηγή αβεβαιότητας. Δοθέντος ότι το χαρτοφυλάκιο αυτό είναι μηδενικού κινδύνου, θα πρέπει συνεπώς να έχει απόδοση ίση με την απόδοση των επενδύσεων μηδενικού κινδύνου. Η λογική είναι η εξής:

$$\begin{aligned}
 \Delta S &= \mu S \Delta t + \sigma S \Delta z, \\
 \Delta f &= \left[\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right] \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta z
 \end{aligned}$$

Δημιουργούμε ένα hedged χαρτοφυλάκιο, Π , το οποίο αποτελείται από $\partial f / \partial S$ το πλήθος μετοχές και είναι short μια μονάδα από το δικαίωμα. Η μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$\Delta \Pi = -\Delta f + \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S$$

$$\begin{aligned}
&= -\left[\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right] \Delta t - \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta z + \frac{\partial f}{\partial S} \mu S \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta z \\
&= -\left[\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right] \Delta t
\end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι η αβεβαιότητα που οφείλεται στο Δz απαλείφεται και το μ , το πριμ κινδύνου, επίσης απαλείφεται. Έτσι, το $\Delta \Pi$, όχι μόνο δεν έχει αβεβαιότητα, αλλά είναι και ανεξάρτητο από τη στάση των επενδυτών απέναντι στον κίνδυνο, καθώς και από την απαιτούμενη αποδοτικότητα της μετοχής, μ .

Εάν η αξία του χαρτοφυλακίου είναι πλήρως hedged, τότε η υπόθεση της ανυπαρξίας εξισορροπητικής κερδοσκοπίας συνεπάγεται ότι αυτό θα πρέπει να αποδίδει μόνο την απόδοση μηδενικού κινδύνου:

$$\begin{aligned}
r\Pi\Delta t &= \Delta \Pi, \\
r\Pi\Delta t &= -\Delta f + \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S, \\
r\left(-f + \frac{\partial f}{\partial S} S\right)\Delta t &= -\left[\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right] \Delta t - \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta z + \frac{\partial f}{\partial S} [\mu S \Delta t + \sigma S \Delta z], \\
r(-f)\Delta t &= -rS \frac{\partial f}{\partial S} \Delta t - \frac{\partial f}{\partial S} \mu S \Delta t - \frac{\partial f}{\partial t} \Delta t - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \Delta t - \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta z + \frac{\partial f}{\partial S} \mu S \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta z
\end{aligned}$$

και τελικά λαμβάνουμε τη γνωστή μερική διαφορική εξίσωση των Black-Scholes:

$$rf = rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \quad (3.19)$$

Επίλυση της μερικής διαφορικής εξίσωσης

Υπάρχουν πολλές λύσεις για την (3.19), οι οποίες αντιστοιχούν σε διαφορετικά παράγωγα, f , με υποκείμενο αγαθό S . Με άλλα λόγια, χωρίς επιπλέον περιορισμούς, η μερική διαφορική εξίσωση στην (3.19) δεν έχει μοναδική λύση. Το συγκεκριμένο αξιόγραφο το οποίο τιμολογείται καθορίζεται από τις αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες της διαφορικής εξίσωσης. Για ένα Ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς, η αξία στη λήξη, $c(S, T) = \max(S - K, 0)$, αποτελεί την

τελική συνθήκη της μερικής διαφορικής εξίσωσης των Black-Scholes. Στη συνέχεια θα δείξουμε πως προκύπτει ο τύπος των Black-Scholes με τη χρήση της σχέσης αποτίμησης ουδέτερου ρίσκου. Χρειαζόμαστε τα ακόλουθα:

(i) Από την (3.18),

$$\ln S \sim N\left(\ln S_0 + \mu - \frac{1}{2}\sigma^2, \sigma\right)$$

Λόγω της σχέσης αποτίμησης ουδέτερου ρίσκου, $\mu = r$ και

$$\ln S \sim N\left(\ln S_0 + r - \frac{1}{2}\sigma^2, \sigma\right)$$

(ii) Εάν y είναι μια κανονικά κατανομημένη μεταβλητή,

$$\int_a^\infty e^y f(y) dy = N\left(\frac{\mu_y - a}{\sigma_y} + \sigma_y\right) e^{\mu_y + \frac{1}{2}\sigma_y^2}$$

(iii) Από τον ορισμό της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής της κανονικής κατανομής,

$$\int_a^\infty f(y) dy = 1 - N\left(\frac{a - \mu_y}{\sigma_y}\right) = N\left(\frac{\mu_y - a}{\sigma_y}\right)$$

Στο σημείο αυτό είμαστε έτοιμοι για την επίλυση του τύπου των Black-Scholes.

Καταρχήν, η τερματική αξία ενός δικαιώματος αγοράς είναι

$$\begin{aligned} c_T &= E[\max(S - K, 0)] \\ &= \int_K^\infty (S - K) f(S) dS \\ &= \int_{\ln K}^\infty e^{\ln S} f(\ln S) d \ln S - K \int_{\ln K}^\infty f(\ln S) d \ln S \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τα (ii) και (iii), χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες του (i) και τις σχέσεις

$$\mu_y = \ln S_0 + r - \frac{1}{2}\sigma^2,$$

$$\sigma_y = \sigma,$$

$$a = \ln K,$$

λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} c_T &= S_0 e^{rT} N\left(\frac{\ln S_0 + r + \frac{1}{2}\sigma^2 - \ln K}{\sigma\sqrt{T}}\right) - KN\left(\frac{\ln S_0 + r - \frac{1}{2}\sigma^2 - \ln K}{\sigma\sqrt{T}}\right) \\ &= S_0 e^{rT} N(d_1) - KN(d_2), \end{aligned} \quad (3.20)$$

όπου

$$d_1 = \frac{\ln S_0/K + r + \frac{1}{2}\sigma^2}{\sigma\sqrt{T}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Αναφορικά με την (3.20), θα πρέπει να γίνουν οι ακόλουθες επισημάνσεις, οι οποίες ισχύουν μόνο για έναν κόσμο «ουδέτερου ρίσκου»:

- (i) $N(d_2)$ είναι η πιθανότητα του δικαιώματος να εξασκηθεί.
- (ii) Εναλλακτικά, $N(d_2)$ είναι η πιθανότητα το δικαίωμα αγοράς να καταλήξει τελικά εντός του χρηματικού ισοδύναμου.
- (iii) $KN(d_2)$ είναι η αναμενόμενη πληρωμή.
- (iv) $S_0 e^{rT} N(d_1)$ είναι η αναμενόμενη τιμή $E[S_T - X]^+$, όπου $E[\cdot]^+$ είναι η αναμενόμενη τιμή υπολογισμένη μόνο για τις θετικές τιμές.
- (v) Με άλλα λόγια, $S_0 e^{rT} N(d_1)$ είναι η ουδέτερου ρίσκου αναμενόμενη τιμή της S_T , $E^Q[S_T]$ με $S_T > X$.

3.1.5.3 Αξιολόγηση του υποδείγματος των Black-Scholes

Με βάση το υπόδειγμα των Black and Scholes, τα δικαιώματα προαίρεσης παρουσιάζουν διάφορες ανωμαλίες σε σχέση με την τιμή τους. Υπάρχει μια πληθώρα ερευνών και εργασιών που προσπαθεί να αντιμετωπίσει αυτά τα προβλήματα, από τις οποίες η συντριπτική πλειοψηφία προσπαθεί να γενικεύσει τις υποθέσεις των Black and Scholes σχετικά με τη δυναμική της υποκείμενης αξίας.

Το υπόδειγμα Black-Scholes είναι ιδιαίτερα χρήσιμο γιατί συνδέει την κατανομή των υποκείμενων αποδόσεων με τις ιδιότητες των τιμών των δικαιωμάτων προαίρεσης. Από την άλλη πλευρά όμως, το υπόδειγμα αυτό θεωρεί ότι ο υποκείμενος δείκτης ακολουθεί μια τυχαία διαδρομή, με σταθερή μεταβλητότητα κατά τη διάρκεια της ζωής του δικαιώματος. Αν η υπόθεση αυτή είναι σωστή, τότε η κατανομή του δείκτη είναι λογαριθμοκανονική και όλα τα δικαιώματα θα πρέπει να έχουν την ίδια τεκμαρτή μεταβλητότητα. Μια υπόθεση που στην πράξη όμως είναι δεδομένο ότι δεν ισχύει. Παρόλα αυτά η χρήση του υποδείγματος παραμένει διαδεδομένη για δύο βασικούς λόγους.

Πρώτον, έχει αποδειχτεί, ότι οι προβλέψεις που βασίζονται στο υπόδειγμα Black-Scholes, παρόλο που η μεταβλητότητα δεν παραμένει σταθερή, διαφέρουν ελάχιστα από αυτές που βασίζονται σε υποδείγματα τιμολόγησης που θεωρούν τη μεταβλητότητα στοχαστική – και επομένως μεταβαλλόμενη κατά τη διάρκεια της ζωής του δικαιώματος – με την προϋπόθεση βέβαια ότι πρόκειται για δικαιώματα που είναι στο χρηματικό ισοδύναμο και έχουν σύντομη διάρκεια ζωής. Ο Feinstein (1989) δείχνει ότι υποδείγματα βασισμένα γενικότερα στη λογική του υποδείγματος Black-Scholes καταλήγουν σε περισσότερο αμερόληπτες εκτιμήσεις της τεκμαρτής μεταβλητότητας από στοχαστικά υποδείγματα, όπως αυτό των Hull and White (1987). Βεβαίως, οι απόψεις δίστανται καθώς άλλες έρευνες δεν κατέληξαν σε ανάλογα συμπεράσματα [Wiggins (1987)].

Ο δεύτερος λόγος που το υπόδειγμα Black-Scholes έχει επικρατήσει έχει να κάνει με το σκοπό των περισσότερων σχετικών ερευνών, ο οποίος δεν είναι άλλος από την εξέταση της αποτελεσματικότητας της αγοράς δικαιωμάτων. Για το σκοπό αυτό, εκτιμάται η μελλοντική μεταβλητότητα και με βάση αυτή υπολογίζεται η θεωρητική τιμή που θα έπρεπε να έχουν τα δικαιώματα. Ακολούθως, καταστρώνεται μια επενδυτική στρατηγική βασισμένη στις διαφορές των πραγματικών αγοραίων τιμών των δικαιωμάτων και των θεωρητικών τιμών που έχουν υπολογιστεί. Αν η στρατηγική αυτή έχει ως αποτέλεσμα μεγαλύτερες από το κανονικό αποδόσεις, τότε αυτό δεν μπορεί να αποδοθεί στη χρήση λανθασμένου υποδείγματος

τιμολόγησης. Όπως σημειώνουν οι Harvey and Whaley (1992), το χρησιμοποιούμενο υπόδειγμα μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα «μαύρο κουτί» που μετατρέπει τις τιμές σε τεκμαρτή μεταβλητότητα, η οποία με τη σειρά της χρησιμοποιείται ως μέσο πρόβλεψης της μελλοντικής μεταβλητότητας και μετά μετατρέπει την εκτιμώμενη μεταβλητότητα πάλι σε τιμή δικαιώματος. Σε περίπτωση βέβαια που η σχεδιαζόμενη στρατηγική δεν εμφανίζει υπεραπόδοση, τότε η επιλογή του υποδείγματος τιμολόγησης μπορεί να είναι ένα ζήτημα, καθώς, με δεδομένο ότι η τεκμαρτή μεταβλητότητα είναι μια μη γραμμική μετατροπή των τιμών των δικαιωμάτων προαίρεσης, η καλύτερη γραμμική πρόβλεψη της τεκμαρτής μεταβλητότητας δεν είναι αυτόματα και η καλύτερη πρόβλεψη για τις τιμές των δικαιωμάτων.

3.1.5.4 Το Διωνυμικό υπόδειγμα τιμολόγησης

Όπως προαναφέραμε, εκτός από το υπόδειγμα των Black-Scholes, στη βιβλιογραφία εμφανίζονται και άλλα υποδείγματα για την τιμολόγηση των δικαιωμάτων προαίρεσης. Ένα από αυτά είναι το Διωνυμικό υπόδειγμα, το οποίο προτάθηκε από τους Cox, Ross and Rubinstein (1979). Το μοντέλο αυτό θεωρείται επίσης πρωτοποριακό επειδή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την τιμολόγηση όλων των τύπων δικαιωμάτων, τόσο απλών και περισσότερο εξωτικών, καθώς και Ευρωπαϊκού και Αμερικανικού τύπου.

Ειδικότερα, οι Cox, Ross και Rubinstein εξηγούν τον τρόπο που μπορεί να κατασκευαστεί ένα συνδυαστικό διωνυμικό δέντρο, το οποίο να κάνει διακριτή την γεωμετρική κίνηση Brown. Το υπόδειγμα αυτό χρησιμοποιεί μια σχετικά απλουστευμένη μέθοδο που βασίζεται στη λογική της μη ύπαρξης δυνατότητας εξισορροποιοτικής κερδοσκοπίας. Σε αντίθεση με το υπόδειγμα των Black-Scholes που είναι συνεχές, το Διωνυμικό υπόδειγμα είναι ασυνεχές. Βεβαίως, στο όριο, ένα διωνυμικό δέντρο με μεγάλο αριθμό βημάτων ισοδυναμεί με το υπόδειγμα των Black-Scholes.

Ακόμα μία σημαντική διαφορά μεταξύ των δύο υποδειγμάτων είναι ότι, ενώ το υπόδειγμα Black-Scholes είναι αναλυτικό (ακριβές) υπόδειγμα, το Διωνυμικό υπόδειγμα παρέχει τιμές κατά προσέγγιση. Σύμφωνα με το Διωνυμικό υπόδειγμα η τιμή του δικαιώματος μπορεί να θεωρηθεί ως η προεξοφλημένη αξία των αναμενόμενων μελλοντικών ροών σε ένα περιβάλλον όπου οι επενδυτές είναι ουδέτεροι απέναντι στον κίνδυνο (risk-neutral world).

Σύμφωνα με το Διωνυμικό υπόδειγμα, η τιμή του υποκείμενου αγαθού μπορεί, είτε να αυξηθεί κατά μια σταθερή τιμή u , με πιθανότητα p , είτε να ελαττωθεί κατά μια σταθερή τιμή

d , με πιθανότητα $1-p$. Η τιμή του δικαιώματος αγοράς υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$c = e^{-rT} \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} p^i (1-p)^{n-i} (S_0 u^i d^{n-i} - K)$$

3.1.5.5 Το υπόδειγμα τιμολόγησης του Heston

Από την εποχή που οι Black και Scholes παρουσίασαν το υπόδειμά τους, πολλοί ερευνητές ανέπτυξαν υποδείγματα τιμολόγησης δικαιωμάτων, τα οποία ελάμβαναν υπόψη τους τη στοχαστικότητα της μεταβλητότητας. Γενικότερα, τα στοχαστικά υποδείγματα που προέκυψαν αποδίδουν υψηλότερες τιμές στα δικαιώματα με τιμή εξάσκησης σημαντικά μακριά από το χρηματικό ισοδύναμο, ώστε να αντισταθμίσουν τη μη κανονικότητα των αποδόσεων που οφείλεται στη διαχρονικά μεταβαλλόμενη μεταβλητότητα.

Μακράν το πιο σημαντικό στοχαστικό υπόδειγμα για την τιμολόγηση των δικαιωμάτων προαίρεσης – που έχει αποτελέσει μάλιστα βάση για διάφορες παραλλαγές στη σύγχρονη βιβλιογραφία – είναι αυτό του Heston (1993). Ο Heston προτείνει ένα υπόδειγμα στοχαστικής μεταβλητότητας συνεχούς χρόνου, το οποίο δεν βασίζεται στο υπόδειγμα των Black-Scholes. Το υπόδειγμα αυτό παρέχει μια λύση κλειστής μορφής για την τιμή ενός Ευρωπαϊκού δικαιώματος αγοράς, όταν η υποκείμενη αξία συσχετίζεται με τη μεταβλητότητα, ενώ, επιπλέον, προσαρμόζεται ώστε να λαμβάνει υπόψιν του στοχαστικά επιτόκια.

Για να βρούμε το υπόδειγμα αυτό, θεωρούμε καταρχήν ότι η τιμή της μετοχής και η τιμή της μεταβλητότητας γράφονται ως εξής:

$$dS_t = \mu S dt + \sqrt{v_t} S dz_{s,t},$$

$$dv_t = \kappa[\theta - v_t] dt + \sigma_v \sqrt{v_t} dz_{v,t},$$

όπου v_t είναι η στιγμιαία διακύμανση, κ είναι η ταχύτητα της επαναφοράς στο μέσο, θ είναι το μακροχρόνιο επίπεδο της μεταβλητότητας και σ_v είναι η «μεταβλητότητα της μεταβλητότητας». Οι δύο διαδικασίες Wiener, $dz_{s,t}$ και $dz_{v,t}$ έχουν σταθερή συσχέτιση ρ . Η υπόθεση ότι η αύξηση της κατανάλωσης έχει σταθερή συσχέτιση με τις τρέχουσες αποδόσεις δημιουργεί ένα πριμ κινδύνου αναλογικό του v_t . Δοθέντος του ασφαλιστρου κινδύνου της μεταβλητότητας, η ουδέτερου ρίσκου διαδικασία της μεταβλητότητας μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\begin{aligned}
dv_t &= \kappa[\theta - v_t]dt - \lambda v_t dt + \sigma_v \sqrt{v_t} dz_{v,t}^* = \\
&= \kappa^* [\theta^* - v_t] dt + \sigma_v \sqrt{v_t} dz_{v,t}^*,
\end{aligned} \tag{3.21}$$

όπου λ είναι η αγοραία τιμή του κινδύνου, $\kappa^* = \kappa + \lambda$ και $\theta^* = \kappa\theta / (\kappa + \lambda)$. Εδώ, κ^* είναι η ουδέτερου ρίσκου παράμετρος της επαναφοράς στο μέσο και θ^* είναι το ουδέτερου ρίσκου μακροχρόνιο επίπεδο της μεταβλητότητας. Η παράμετρος σ_v και το συνεπαγόμενο ρ της διαδικασίας ουδέτερου ρίσκου είναι ίδια με αυτά της πραγματικής διαδικασίας της μεταβλητότητας.

Στην ουδέτερου ρίσκου στοχαστική διαδικασία της μεταβλητότητας στην (3.21), μια χαμηλή τιμή του κ (ή του κ^*) αντιστοιχεί σε ισχυρή επιμονή της μεταβλητότητας, ισχυρή μνήμη της μεταβλητότητας και υψηλή κύρτωση. Μια μεταβλητότητα με ταχεία επαναφορά στο μέσο θα μειώσει την επίδραση της στοχαστικής μεταβλητότητας.

Αν και το στοχαστικό υπόδειγμα Heston στην (3.21) είναι αποτελεσματικό στην τιμολόγηση των δικαιωμάτων προαίρεσης, παρουσιάζει δυσκολία στην πρακτική εφαρμογή του, δεδομένου ότι είναι πολύ δύσκολος ο υπολογισμός της συνεχούς μεταβλητότητας από διακριτές παρατηρήσεις.

3.1.5.6 Προβλεπτική ικανότητα των δικαιωμάτων προαίρεσης

Η τεκμαρτή μεταβλητότητα εκφράζει την προσδοκώμενη από την αγορά μελλοντική μεταβλητότητα. Για το λόγο αυτό, είναι ευρέως αποδεκτό ότι η τεκμαρτή μεταβλητότητα περιέχει σημαντική πληροφορία για τη μελλοντική μεταβλητότητα. Αφού ο υπολογισμός της τεκμαρτής μεταβλητότητας βασίζεται στις εκτιμήσεις της αγοράς, η τεκμαρτή μεταβλητότητα υπολογίζεται με βάση μεγαλύτερου εύρους και περισσότερο επικαιροποιημένων πληροφοριών, σε σύγκριση με τις εκτιμήσεις της μεταβλητότητας που βασίζονται σε ιστορικά δεδομένα. Είναι αναμενόμενο λοιπόν ότι η προβλεπτική της ικανότητα θα υπερέχει από αυτή των υποδειγμάτων χρονοσειρών. Εφόσον η αγορά είναι αποτελεσματική, η τεκμαρτή μεταβλητότητα θεωρείται ένας αμερόληπτος εκτιμητής.

Οι συγκρίσεις της προβλεπτικής ισχύος μεταξύ των διαφόρων υποδειγμάτων πρόβλεψης της μεταβλητότητας καταδεικνύουν μια σαφή υπεροχή της τεκμαρτής μεταβλητότητας των δικαιωμάτων προαίρεσης. Συγκεκριμένα, η μέθοδος αυτή υπερέχει έναντι πολλών ιστορικών

υποδειγμάτων, παρουσιάζοντας εφάμιλλες επιδόσεις με τα υποδείγματα χρονοσειρών που χρησιμοποιούν μεγάλη ποσότητα δεδομένων υψηλής συχνότητας.

Όπως προαναφέραμε, δικαιώματα με διαφορετικές τιμές εξάσκησης, ακόμα και επί του ίδιου αγαθού, οδηγούν σε διαφορετική τεκμαρτή μεταβλητότητα. Στην πράξη, για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας συχνά χρησιμοποιείται η τεκμαρτή μεταβλητότητα των δικαιωμάτων προαίρεσης στο χρηματικό ισοδύναμο (at-the-money, ATM) διότι τα ATM δικαιώματα είναι τα περισσότερο ρευστοποιήσιμα και επομένως τα λιγότερο υποκείμενα σε σφάλματα μέτρησης (βλέπε, π.χ. Feinstein, 1989a). Όταν τα ATM δεν είναι διαθέσιμα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα NTM (nearest-to-the-money) δικαιώματα. Ορισμένες φορές, για να μειώσουμε τα σφάλματα μέτρησης και το αποτέλεσμα του bid-ask bounce, χρησιμοποιούμε ένα μέσο όρο τιμών τεκμαρτής μεταβλητότητας από μια ομάδα NTM δικαιωμάτων. Άλλοι δημοφιλείς τρόποι στάθμισης περιλαμβάνουν το vega (δηλαδή τη μερική παράγωγο της τιμής του δικαιώματος ως προς τη μεταβλητότητα) weighted και το trading volume weighted.

Παρόλο που το υπόδειγμα των Black-Scholes είναι αρκετά επιτυχημένο για την τιμολόγηση μετοχικών δικαιωμάτων προαίρεσης, είναι επίσης καταγεγραμμένο ότι είναι μεροληπτικό [Rubinstein (1985)]. Για να εξεταστεί η μεροληψία της πρόβλεψης, χρησιμοποιείται συνήθως η εξίσωση παλινδρόμησης, $X_t = \alpha + \beta \hat{X}_t + v_t$, όπου \hat{X}_t είναι η πρόβλεψη της περιόδου t . Η πρόβλεψη είναι αμερόληπτη μόνο εάν $\alpha = 0$ και $\beta = 1$. Οι Canina and Figlewski (1993), Fleming, Ostdiek and Whaley (1995), Christensen and Prabhala (1998) και Fleming (1998) αναφέρουν μεροληψία στην αγορά δικαιωμάτων επί του S&P 100. Οι Feinstein (1989b) και Ederington and Guan (1999, 2002) αναφέρουν μεροληψία στα futures του S&P 500. Οι Wei and Frankel (1991), Jorion (1995), Guo (1996b), Scott and Tucker (1989) και Li (2002) καταγράφουν μεροληψία σε δικαιώματα επί συναλλάγματος για μακροχρόνιο ορίζοντα. Ωστόσο, η μηδενική υπόθεση της αμεροληψίας για πρόβλεψη μιας ημέρας μπροστά δεν μπορεί να απορριφθεί στον Jorion (1996).

Η έρευνα αναφορικά με την τεκμαρτή μεταβλητότητα των δικαιωμάτων προαίρεσης ξεκινά από τους Latane and Rendleman (1976). Οι έρευνες που ακολουθούν καταλήγουν σε αντικρουόμενα συμπεράσματα. Στη συνέχεια εξετάζεται η αποτελεσματικότητα της τεκμαρτής μεταβλητότητας στα διάφορα αγαθά, όπως αυτή έχει καταγραφεί στη διεθνή βιβλιογραφία.

Μεμονωμένες μετοχές

Παλαιότερες μελέτες, όπως αυτές των Latane and Rendleman (1976), Chiras and Manaster (1978), Schmalensee and Trippi (1978), Beckers (1981) και Gemmill (1986), εστιάζουν σε μεμονωμένες μετοχές και οι ορίζοντες πρόβλεψης είναι πολύ μεγάλοι. Όλοι βρήκαν ότι η τεκμαρτή μεταβλητότητα έχει καλή προβλεπτική ικανότητα. Οι Lamoureux and Lastrapes (1993) μελετούν δικαιώματα επί μετοχών για δέκα μετοχές που δεν αποδίδουν μέρισμα και κατατάσσουν την τεκμαρτή μεταβλητότητα στην πρώτη θέση ως προς την προβλεπτική ικανότητα. Οι Vasilellis and Meade (1996) επίσης επικεντρώνουν το ενδιαφέρον τους σε μεμονωμένες μετοχές και βρίσκουν ότι τις καλύτερες επιδόσεις έχει ένα συνδυαστικό υπόδειγμα τεκμαρτής μεταβλητότητας και GARCH.

Μετοχικοί δείκτες

Ορισμένες μελέτες για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας μελετούν έναν συγκεκριμένο χρηματιστηριακό δείκτη. Οι περισσότερες από αυτές τις μελέτες αναφέρονται στον δείκτη S&P 100 ή στον S&P 500. Στους Fleming, Ostdiek and Whaley (1995), Christensen and Prabhala (1998), Fleming (1998), Blair, Poon and Taylor (2001), Hol and Koopman (2002) και Szakmary, Ors, Kim and Davidson (2002) το υπόδειγμα τεκμαρτής μεταβλητότητας υπερτερεί. Οι Blair, Poon and Taylor (2001) καταγράφουν το υψηλότερο R^2 για τον S&P 100. Όλες σχεδόν οι μελέτες συμφωνούν ότι η τεκμαρτή μεταβλητότητα εμπεριέχει σημαντική πληροφορία για τη μελλοντική μεταβλητότητα. Ωστόσο, οι Canina and Figlewski (1993), οι οποίοι μελετούν τον S&P 100 χρησιμοποιώντας δεδομένα πριν από το κραχ, δεν βρίσκουν καμία συσχέτιση μεταξύ της τεκμαρτής και της μελλοντικής μεταβλητότητας.

Συναλλαγματικές ισοτιμίες

Ανάλογα είναι τα αποτελέσματα των μελετών για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας και στις αγορές συναλλάγματος. Έτσι, οι Scott and Tucker (1989), Fung, Lie and Moreno (1990), Wei and Frankel (1991), Jorion (1995), Xu and Taylor (1995), Guo (1996a, b), Li (2002) και Martens and Zein (2004) υποστηρίζουν την τεκμαρτή μεταβλητότητα, ενώ οι Dunis, Laws and Chauvin (2001) και Taylor and Xu (1997) βρίσκουν ότι ένα συνδυαστικό υπόδειγμα παρουσιάζει τις καλύτερες επιδόσεις. Οι Fung and Hsieh (1991) και Li (2002) βρίσκουν ότι η πρόβλεψη με υποδείγματα χρονοσειρών με τη χρήση ενδοσυνεδριακών δεδομένων υψηλής

συχνότητας μπορεί να είναι περισσότερο ακριβής σε σχέση με την πρόβλεψη μέσω της τεκμαρτής μεταβλητότητας.

Άλλα περιουσιακά στοιχεία

Οι Fung and Hsieh (1991), Edey and Elliot (1992) and Amin and Ng (1997) μελετούν interest-rate options και βρίσκουν ότι η τεκμαρτή μεταβλητότητα έχει καλές επιδόσεις. Επιπλέον, οι Day and Lewis (1993) και Martens and Zein (2004) στα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης επί αργού πετρελαίου, οι Kroner, Kneafsey and Claessens (1995) στα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης επί αγροτικών προϊόντων και μετάλλων και οι Szakmary, Ors, Kim and Davidson (2003) στα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης επί ενέργειας, μετάλλων, γεωργικών και κτηνοτροφικών προϊόντων, όλοι βρήκαν ότι η τεκμαρτή μεταβλητότητα υπερτερεί της ανάλυσης χρονοσειρών. Τέλος, οι Kroner, Kneafsey and Claessens (1995) βρήκαν ότι το καλύτερο υπόδειγμα είναι ο συνδυασμός GARCH και τεκμαρτής μεταβλητότητας.

3.1.6 Μη παραμετρικά υποδείγματα

Ενώ τα παλαιότερα υποδείγματα πρόβλεψης της μεταβλητότητας ήταν αυστηρά παραμετρικά, στη σύγχρονη βιβλιογραφία έχουν κάνει την εμφάνισή τους και λιγότερο παραμετρικές μέθοδοι, καθώς και εντελώς μη παραμετρικά υποδείγματα. Πάντως, οι μεθοδολογίες αυτές δεν παρουσιάζουν αξιόλογες επιδόσεις αναφορικά με την πρόβλεψη της μεταβλητότητας [Pagan and Schwert (1990), Kenneth West and Dongchul Cho (1995)].

Μια από τις πρώτες προσπάθειες ανάπτυξης μη παραμετρικής μεθόδου έγινε από τους Pagan and Schwert (1990). Άλλες μη παραμετρικές μέθοδοι περιλαμβάνουν τις εξής: την Ημιπαραμετρική πρόβλεψη κατανομής ουδέτερου ρίσκου (Semiparametric estimate of risk-neutral distribution) [Ait-Sahalia and Lo (2000)], τη Μέγιστη αρχή εντροπίας (Maximum entropy principle) [Buchen and Kelly (1996)], την Κανονική Αποτίμηση (Canonical valuation) [Stutzer (1996)], τη διωνυμική κατανομή (Binomial tree approach) [Rubinstein (1994)], τη μη παραμετρική μέθοδο [Ait-Sahalia and Duarte (2003)] που χρησιμοποιεί τιμές των δικαιωμάτων προαίρεσης, τις υπεργεωμετρικές εξισώσεις (Hypergeometric functions) [Abadir (1999)], τα Νευρωνικά δίκτυα (Neural networks) [Gottschling et al. (1999)] και τέλος τους Αλγόριθμους Τόξου και ανύσματος πάνω σε λογαριθμικό πυρήνα τιμολόγησης (Splines on the log-pricing kernel) [Gourieroux and Monfort (2006)].

3.1.7 Συνδυασμός υποδειγμάτων πρόβλεψης

Ο συνδυασμός μοντέλων πρόβλεψης προτάθηκε αρχικά από τους Bates and Granger (1969), παρόλο που υπάρχουν και παλαιότερες ενδείξεις τέτοιων πειραμάτων. Οι Bates και Granger θεωρούνται ως οι πρωτοπόροι της μεθόδου, διότι είναι οι πρώτοι που εισήγαγαν διαφορετικούς συντελεστές βαρύτητας για κάθε υπόδειγμα που χρησιμοποιείται, ώστε να επιτευχθεί καλύτερη προσαρμογή του σύνθετου υποδείγματος στην χρονοσειρά. Δηλαδή, δεν επιλέγεται το ακριβέστερο υπόδειγμα πρόβλεψης, αλλά επιχειρείται ένας συνδυασμός περισσοτέρων, ώστε να μεγιστοποιηθεί η εκμετάλλευση των πληροφοριών που παρέχονται από την χρονοσειρά.

Στα αρχικά στάδια η θεωρία του συνδυασμού υποδειγμάτων πρόβλεψης αντιμετώπισε τα σχόλια επικριτών, οι οποίοι υποστήριζαν ότι με το συνδυασμό πολλών υποδειγμάτων πρόβλεψης το κάθε ένα ξεχωριστά έχανε την ταυτότητά του, με αποτέλεσμα να μην περιλαμβάνει πλέον της ιδιότητες για τις οποίες είχε αρχικά δημιουργηθεί. Αυτή η άποψη σύντομα καταρρίφθηκε. Από τότε έως σήμερα έχουν γίνει πολλές δημοσιεύσεις, οι οποίες έχουν ως θέμα την πρόβλεψη της μεταβλητότητας με συνδυασμό υποδειγμάτων πρόβλεψης, γεγονός που εδραιώνει την θέση της εν λόγω θεωρίας στο χώρο των προβλέψεων.

3.1.8 Γενικά συμπεράσματα συγκρίσεων των προβλέψεων

Προσπαθώντας να ανακεφαλαιώσουμε τα αποτελέσματα των συγκρίσεων των διαφορετικών υποδειγμάτων και χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα της έρευνας των Roop and Granger (2003), όπου εξετάζονται 93 εργασίες, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η τεκμαρτή μεταβλητότητα αποτελεί το καλύτερο μέσο πρόβλεψης της μελλοντικής μεταβλητότητας, με τα ιστορικά υποδείγματα και την κατηγορία των υποδειγμάτων GARCH να ακολουθούν. Τα υποδείγματα GARCH μάλιστα, παρουσιάζουν ένα ελαφρύ προβάδισμα έναντι των ιστορικών. Τα στοχαστικά υποδείγματα, αν και συνήθως είναι και τα πιο πολύπλοκα και σύνθετα, υπολείπονται, τις περισσότερες φορές, σε αποτελέσματα των προαναφερθέντων. Η επιτυχία της τεκμαρτής μεταβλητότητας έγκειται στο γεγονός ότι χρησιμοποιεί, μέσω των τιμών των δικαιωμάτων, σαφώς ευρύτερες και πιο σχετικές πληροφορίες έναντι των άλλων υποδειγμάτων. Από την άλλη πλευρά βέβαια, δεν είναι πρακτικά εφικτό να χρησιμοποιηθεί για όλα τα αγαθά, καθώς δεν υπάρχουν παράγωγα για όλα.

Σχετικά με τις εναλλακτικές μορφές των GARCH, τα συμπεράσματα είναι τα εξής: είναι ξεκάθαρο ότι το GARCH υπερσχύει του ARCH. Επίσης, υποδείγματα που λαμβάνουν υπόψη τους την ασυμμετρία της μεταβλητότητας, όπως τα EGARCH και GJR-GARCH, έχουν καλύτερα αποτελέσματα από το GARCH. Αλλά βεβαίως υπάρχουν και κάποιες ειδικές προσαρμογές, όπως το Fractionally Integrated GARCH (FIGARCH) και το Regime-Switching GARCH (RS-GARCH), που έχουν καλύτερα αποτελέσματα σε κάποιες συγκεκριμένες έρευνες.

3.2 Αξιολόγηση των προβλέψεων της μεταβλητότητας

Έπειτα από τη διεξαγωγή των προβλέψεων της μεταβλητότητας, το επόμενο βήμα είναι η αξιολόγηση των προβλέψεων, καθώς και η σύγκριση της προβλεπτικής ικανότητας συναγωνιζομένων υποδειγμάτων πρόβλεψης. Αντίθετα με τις προσπάθειες οι οποίες έχουν λάβει χώρα στους τομείς της κατασκευής υποδειγμάτων μεταβλητότητας και πρόβλεψης της μεταβλητότητας, μικρή σχετικά σημασία έχει δοθεί στο θέμα της αξιολόγησης των προβλέψεων στη σχετική βιβλιογραφία.

3.2.1 Μέτρηση σφαλμάτων πρόβλεψης

Ιδανικά, μια αξιολόγηση θα πρέπει να εκφράζει την απόλυτη ή τη σχετική χρησιμότητα που έχει μια πρόβλεψη της μεταβλητότητας για τους επενδυτές. Για να συμβεί όμως αυτό, θα πρέπει να είναι γνωστές η διαδικασία λήψης αποφάσεων και η συνάρτηση ωφελιμότητας των επενδυτών. Τα κριτήρια αξιολόγησης που βασίζονται στη συνάρτηση ωφελιμότητας, όπως αυτό των West, Edison and Cho (1993), απαιτούν ορισμένες προϋποθέσεις για την συνάρτηση ωφελιμότητας. Δεδομένου ότι στην πράξη, τα παραπάνω κόστη, οφέλη και η συνάρτηση ωφελιμότητας δεν είναι γνωστά, για την αξιολόγηση των προβλέψεων χρησιμοποιούνται συνήθως στατιστικά κριτήρια.

Τα κριτήρια αποτίμησης των προβλέψεων θα πρέπει να έχουν κάποια γενικά χαρακτηριστικά, όπως αξιοπιστία σε διάφορους τύπους δεδομένων (reliability), εγκυρότητα (validity), οικονομικότητα (expense), ευαισθησία (sensitivity) και να είναι κατανοητά (understandability). Μια ανασκόπηση των μετρικών ελέγχων των διαφόρων υποδειγμάτων βρίσκεται στον Συριόπουλο (1996).

3.2.2 Συμμετρικές στατιστικές συναρτήσεις σφάλματος

Για όλες τις συναρτήσεις που αναφέρουμε στη συνέχεια, θεωρούμε: N είναι το πλήθος των διενεργουμένων προβλέψεων της μεταβλητότητας, σ_t είναι η τιμή της πραγματοποιηθείσας μεταβλητότητας της χρονικής περιόδου t και $\hat{\sigma}_t$ είναι η πρόβλεψη της μεταβλητότητας για την ίδια χρονική περίοδο.

Οι συμμετρικές στατιστικές συναρτήσεις σφάλματος ονομάζονται συμμετρικές, διότι αποδίδουν την ίδια βαρύτητα στην υπεκτίμηση και την υπερεκτίμηση της μεταβλητότητας του ίδιου απολύτου μεγέθους. Δημοφιλείς στη βιβλιογραφία στατιστικές συναρτήσεις αυτού του τύπου περιλαμβάνουν τις εξής:

- Το Μέσο Σφάλμα (Mean Error, ME):

$$ME = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon_t = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\hat{\sigma}_t - \sigma_t),$$

- Το Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (Mean Square Error, MSE):

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\hat{\sigma}_t - \sigma_t)^2,$$

- Τη Ρίζα Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (Root Mean Square Error, $RMSE$):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\hat{\sigma}_t - \sigma_t)^2},$$

- Το Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (Mean Absolute Error, MAE):

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |\varepsilon_t| = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |\hat{\sigma}_t - \sigma_t|,$$

- Το Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα (Mean Absolute Percent Error, *MAPE*):

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|\varepsilon_t|}{\sigma_t} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|\hat{\sigma}_t - \sigma_t|}{\sigma_t}$$

Το στατιστικό του μέσου σφάλματος (*ME*) παρουσιάζει το πρόβλημα ότι μεγάλα θετικά και αρνητικά σφάλματα αλληλοαναιρούνται, πράγμα που μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένη ιεράρχηση της προβλεπτικής ικανότητας των διαφόρων υποδειγμάτων πρόβλεψης. Η σημαντικότερη ενδεχομένως πληροφορία που δίνει το κριτήριο *ME* είναι ο βαθμός της κατά μέσο όρο υποεκτίμησης ή υπερεκτίμησης της μεταβλητότητας.

Οι Bollerslev and Ghysels (1996) πρότειναν μια προσαρμοσμένη για ετεροσκεδαστικότητα εκδοχή του *MSE*, το *HMSE*:

$$HMSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[\frac{\sigma_t}{\hat{\sigma}_t} - 1 \right]^2$$

Αυτό το κριτήριο αξιολόγησης δεν είναι κατάλληλο εάν ενδιαφερόμαστε ιδιαίτερα για το απόλυτο μέγεθος του σφάλματος πρόβλεψης. Η ύψωση του σφάλματος στο τετράγωνο θα δώσει μεγαλύτερη βαρύτητα στα μεγάλα σφάλματα.

Ένα άλλο συμμετρικό μέτρο αξιολόγησης αποτελεί ο Μέσος Λογάριθμος των Απολύτων Σφαλμάτων (Mean Logarithm of Absolute Errors, *MLAE*) [Pagan and Schwert (1990)], ο οποίος δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$MLAE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \ln|\varepsilon_t| = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \ln|\hat{\sigma}_t - \sigma_t|$$

Ένα ακόμα κριτήριο αποτίμησης είναι το στατιστικό *Theil-U*. Το στατιστικό αυτό τυποποιεί το σφάλμα της πρόβλεψης, με βάση το σφάλμα ενός υποδείγματος που λαμβάνεται ως «υπόδειγμα αναφοράς» (benchmark model). Για το υπόδειγμα αναφοράς, το στατιστικό *Theil-U* ισούται με 1. Με αυτό τον τρόπο, το στατιστικό *Theil-U* δεν επηρεάζεται από κανέναν γραμμικό μετασχηματισμό και είναι ανεξάρτητο από τη μονάδα μέτρησης της μεταβλητότητας. Αν και το στατιστικό *Theil-U* αποτελεί ένα καθιερωμένο μέτρο που

χρησιμοποιείται στην αξιολόγηση μεθόδων πρόβλεψης στη μακροοικονομία, χρησιμοποιείται πολύ σπανιότερα στη βιβλιογραφία της πρόβλεψης της μεταβλητότητας.

Το στατιστικό *Theil-U* δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$Theil - U = \frac{\sum_{t=1}^N (\hat{\sigma}_t - \sigma_t)^2}{\sum_{t=1}^N (\hat{\sigma}_t^{BM} - \sigma_t)^2},$$

όπου $\hat{\sigma}_t^{BM}$ είναι η πρόβλεψη της μεταβλητότητας μέσω του υποδείγματος αναφοράς.

3.2.3 Μη συμμετρικές στατιστικές συναρτήσεις σφάλματος

Οι στατιστικές συναρτήσεις σφάλματος που περιγράφηκαν στην παράγραφο 3.2.2 είναι συμμετρικές, αποδίδουν δηλαδή ίδια βαρύτητα στις υπεκτιμήσεις και τις υπερεκτιμήσεις της μεταβλητότητας, όταν αυτές έχουν το ίδιο απόλυτο μέγεθος. Στην πράξη, ωστόσο, πολλοί επενδυτές δεν αποδίδουν την ίδια σημασία στην υπεκτίμηση και την υπερεκτίμηση της μεταβλητότητας. Για παράδειγμα, στην τιμολόγηση των δικαιωμάτων προαίρεσης, η υποεκτίμηση της μεταβλητότητας είναι ανεπιθύμητη για έναν πωλητή, ενώ η υπερεκτίμηση είναι ανεπιθύμητη για έναν αγοραστή. Επομένως, καθίσταται αναγκαία η χρήση μη συμμετρικών στατιστικών σφάλματος, κριτηρίων δηλαδή με μη συμμετρική συνάρτηση απώλειας μέσω της οποίας τα θετικά σφάλματα να σταθμίζονται διαφορετικά από τα αρνητικά σφάλματα.

Δύο τέτοια στατιστικά σφάλματος είναι τα μέσα μικτά σφάλματα (mean mixed errors) ή *MME*, τα οποία δίνονται ως εξής [Pagan and Schwert (1990), Brailsford and Faff (1996)]:

$$MME(U) = \frac{1}{N} \left[\sum_{t=1}^O |\hat{\sigma}_t - \sigma_t| + \sum_{t=1}^U \sqrt{|\hat{\sigma}_t - \sigma_t|} \right],$$

$$MME(O) = \frac{1}{N} \left[\sum_{t=1}^U |\hat{\sigma}_t - \sigma_t| + \sum_{t=1}^O \sqrt{|\hat{\sigma}_t - \sigma_t|} \right],$$

όπου O είναι το πλήθος των υπερεκτιμήσεων και U είναι το πλήθος των υπεκτιμήσεων της μεταβλητότητας. Το $MME(U)$ αποδίδει μεγαλύτερη βαρύτητα στην υπεκτίμηση και το $MME(O)$ στην υπερεκτίμηση της μεταβλητότητας.

Ένα άλλο κριτήριο με μη συμμετρική συνάρτηση απώλειας είναι το *LINEX*:

$$LINEX = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [\exp\{-\alpha(\hat{\sigma}_t - \sigma_t)\} + \alpha(\hat{\sigma}_t - \sigma_t) - 1]$$

Η συνάρτηση απώλειας του *LINEX* σταθμίζει διαφορετικά τα θετικά από τα αρνητικά σφάλματα, σύμφωνα με το πρόσημο του α . Συγκεκριμένα, μια θετική τιμή του α ποινικοποιεί περισσότερο τις υπεκτιμήσεις, ενώ μια αρνητική τις υπερεκτιμήσεις της μεταβλητότητας. Η επιλογή της παραμέτρου α είναι υποκειμενική. Εάν $\alpha > 0$, η συνάρτηση είναι προσεγγιστικά γραμμική για υπερεκτιμήσεις και εκθετική για υπεκτιμήσεις.

Μέσω του *LINEX*, είναι δυνατό να δοθεί η αναλυτική έκφραση της βέλτιστης πρόβλεψης κάτω από την υπόθεση ότι η διαδικασία είναι δεσμευμένη κανονική. Μια αντίστοιχη αναλυτική έκφραση δεν υπάρχει, όμως, για τα κριτήρια *MME*. Αυτός είναι ένας σημαντικός λόγος που το *LINEX* είναι περισσότερο δημοφιλές από τα *MME* στη σχετική βιβλιογραφία. Έχειδειχθεί ότι, για μια κατάλληλη επιλογή του α , η αξιολόγηση των προβλέψεων μέσω του *LINEX* υπερτερεί αυτής μέσω των συμβατικών κριτηρίων.

Ο Granger (1999) περιγράφει ένα σύνολο διαφόρων μη συμμετρικών συναρτήσεων κόστους ή απώλειας. Δεδομένου ότι οι περισσότεροι επενδυτές έχουν διαφορετική συμπεριφορά απέναντι στα κέρδη και στις ζημιές, η χρήση μη συμμετρικών συναρτήσεων απώλειας μπορεί να είναι ενδεδειγμένη, δεν είναι όμως συνηθισμένη στη βιβλιογραφία.

3.2.4 Σύγκριση σφαλμάτων πρόβλεψης διαφορετικών υποδειγμάτων

Στην ειδική περίπτωση όπου η κατανομή σφαλμάτων ενός υποδείγματος επικρατεί αυτής ενός άλλου, η σύγκριση είναι ξεκάθαρη [Granger (1999)]. Στην πράξη, όμως, αυτό συμβαίνει σπάνια και οι περισσότερες συγκρίσεις γίνονται με βάση τα κριτήρια που αναφέρθηκαν στις παραγράφους 3.2.2 και 3.2.3. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι αυτές οι στατιστικές συναρτήσεις σφάλματος είναι και οι ίδιες υποκείμενες σε σφάλμα. Έτσι, εάν ένα στατιστικό σφάλματος του υποδείγματος A είναι υψηλότερο από το αντίστοιχο του υποδείγματος B, δεν μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι το υπόδειγμα B υπερτερεί του A χωρίς τη διεξαγωγή ελέγχων σημαντικότητας. Αναφορικά με τη στατιστική συμπερασματολογία, οι West (1996), West and Cho (1995) και West and McCracken (1998) δείχνουν το πώς τα τυπικά σφάλματα του μέσου σφάλματος, του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, του μέσου απολύτου σφάλματος και της ρίζας μέσου τετραγωνικού σφάλματος μπορούν να προκύψουν λαμβάνοντας υπόψη

την σειριακή συσχέτιση στα σφάλματα της πρόβλεψης και την εμπεριεχόμενη αβεβαιότητα στις εκτιμήσεις των παραμέτρων των υποδειγμάτων μεταβλητότητας.

3.2.5 Μέτρηση της αποτελεσματικότητας μέσω ανάλυσης παλινδρόμησης και έλεγχος ορθογωνικότητας

Η μέθοδος αξιολόγησης των προβλέψεων που βασίζεται στην παλινδρόμηση είναι με διαφορά η δημοφιλέστερη μέθοδος που χρησιμοποιείται στην πρόβλεψη της μεταβλητότητας. Η μέθοδος αυτή περιλαμβάνει την παλινδρόμηση των πραγματικών τιμών της μεταβλητότητας, X_t , στις εκτιμώμενες, \hat{X}_t :

$$X_t = \alpha + \beta \hat{X}_t + v_t \quad (3.22)$$

Η πρόβλεψη θεωρείται αμερόληπτη μόνο όταν $\alpha = 0$ και $\beta = 1$.

Εφόσον το σφάλμα v_t είναι ετεροσκεδαστικό και σειριακά συσχετισμένο όταν επικαλυπτόμενες προβλέψεις αξιολογούνται, τα τυπικά σφάλματα των εκτιμήσεων των παραμέτρων συχνά υπολογίζονται ως εξής [Hansen and Hodrick (1980)]: Θεωρούμε ότι Y είναι ο πίνακας γραμμή των μεταβλητών παλινδρόμησης συμπεριλαμβανομένου του σταθερού όρου. Στην (3.22), ο $Y_t = 1 \quad \hat{X}_t$ είναι ένας πίνακας 1×2 . Τότε,

$$\hat{\Psi} = T^{-1} \sum_{t=1}^T v_t^2 Y_t Y_t + T^{-1} \sum_{k=1}^T \sum_{t=k+1}^T Q(k,t) v_k v_t Y_t Y_k + Y_k Y_t,$$

όπου v_k και v_t είναι τα κατάλοιπα των παρατηρήσεων k και t της παλινδρόμησης. Ο τελεστής $Q(k,t)$ είναι μια συνάρτηση που λαμβάνει την τιμή 1 όταν υπάρχει επικάλυψη πληροφορίας μεταξύ των Y_k και Y_t . Ο προσαρμοσμένος πίνακας συνδιακυμάνσεων των συντελεστών της παλινδρόμησης υπολογίζεται ως εξής:

$$\hat{\Omega} = Y Y^{-1} \hat{\Psi} Y Y^{-1}$$

Στις περιπτώσεις όπου χρησιμοποιούνται περισσότερα του ενός υποδείγματα πρόβλεψης, οι επιπλέον προβλέψεις προστίθενται στο δεξιό μέλος της (3.22) για να ελεγχθεί εάν υπάρχει

βελτίωση της πρόβλεψης. Ένας τέτοιου είδους έλεγχος πρωτοεμφανίζεται στον Theil (1966). Εάν αυτές οι επιπρόσθετες προβλέψεις δεν αυξάνουν σημαντικά το R^2 της παλινδρόμησης, τότε θεωρείται ότι η πρώτη πρόβλεψη συμπεριλαμβάνει και την πληροφορία που εμπεριέχεται στις υπόλοιπες προβλέψεις.

Εναλλακτικά, μπορεί να διεξαχθεί ένας έλεγχος ορθογωνικότητας μέσω της παλινδρόμησης των καταλοίπων της (3.22) πάνω σε άλλες προβλέψεις. Εάν οι προβλέψεις αυτές είναι ορθογώνιες, δεν εμπεριέχουν δηλαδή επιπρόσθετη πληροφορία, τότε οι συντελεστές της παλινδρόμησης θα είναι μηδενικοί.

Αν και είναι χρήσιμο να έχουμε μια αμερόληπτη πρόβλεψη, είναι σημαντικό να διακρίνουμε μεταξύ μεροληψίας και προβλεπτικής ισχύος. Ένα υπόδειγμα πρόβλεψης θεωρείται μεροληπτικό όταν συστηματικά υποεκτιμά ή υπερεκτιμά τη μεταβλητότητα. Αντίθετα, ένα υπόδειγμα θεωρείται αμερόληπτο στην περίπτωση που, όταν δεν προβλέπει επακριβώς τη μεταβλητότητα, 50% του χρόνου την υποεκτιμά και 50% την υπερεκτιμά. Μια μεροληπτική πρόβλεψη μπορεί να έχει προβλεπτική ισχύ εάν η μεροληψία μπορεί να διορθωθεί. Μια αμερόληπτη πρόβλεψη είναι άχρηστη εάν όλα τα σφάλματα της πρόβλεψης είναι μεγάλα. Για να θεωρείται το \hat{X}_t ως μια καλή πρόβλεψη, θα πρέπει το $Var(v_t)$ να είναι μικρό και το R^2 της παλινδρόμησης πρέπει να τείνει στο 100%.

3.2.6 Επιπλέον ζητήματα στην αξιολόγηση των προβλέψεων

Στην αξιολόγηση των προβλέψεων, υπάρχει διάκριση μεταξύ των εντός του δείγματος και των εκτός του δείγματος προβλέψεων. Η εντός του δείγματος πρόβλεψη, η οποία είναι βασισμένη σε εκτιμήσεις των παραμέτρων με τη χρήση όλων των δεδομένων του δείγματος, σιωπηρά υποθέτει ότι οι εκτιμήσεις των παραμέτρων είναι ευσταθείς (stable) διαχρονικά. Στην πράξη, η χρονική μεταβλητότητα των εκτιμήσεων των παραμέτρων είναι ένα σημαντικό ζήτημα για την πρόβλεψη.

Ένα επιπλέον πρόβλημα είναι εάν η μεταβλητότητα θα πρέπει να εκφράζεται ως τυπική απόκλιση ή ως διακύμανση. Το πρόβλημα αυτό επιδεινώνεται όταν καλούμαστε να επιλέξουμε το στατιστικό σφάλματος που θα χρησιμοποιήσουμε (π.χ. μέσο απόλυτο σφάλμα ή μέσο τετραγωνικό σφάλμα). Το τετράγωνο ενός σφάλματος διακύμανσης είναι η τέταρτη δύναμη του ίδιου σφάλματος μετρούμενου από την τυπική απόκλιση. Αυτό μπορεί να περιπλέξει τη διαδικασία της αξιολόγησης της πρόβλεψης, εξαιτίας της δυσκολίας εκτίμησης τέταρτης τάξης ροπών για τις συνηθισμένες κατανομές, δυσκολία που γίνεται ακόμη

μεγαλύτερη για τις κατανομές βαριών ουρών που εμφανίζονται στη χρηματοοικονομική. Το διάστημα εμπιστοσύνης του στατιστικού του μέσου σφάλματος μπορεί να είναι πολύ πλατύ όταν τα σφάλματα της πρόβλεψης μετρούνται με τυπικές αποκλίσεις και να χειροτερεύσει εάν αυτά τετραγωνιστούν. Αυτό οδηγεί σε δυσκολία εύρεσης σημαντικών διαφορών μεταξύ εναλλακτικών υποδειγμάτων πρόβλεψης. Για το λόγο αυτό, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ένας λογαριθμικός μετασχηματισμός, όπως στους Pagan and Schwert (1990), ώστε να μειωθεί η επίδραση των ακραίων παρατηρήσεων.

3.3 Μεθοδολογία της παρούσας εργασίας

3.3.1 Γενικά στοιχεία

Στο πλαίσιο της δικής μας ανάλυσης ασχολούμαστε με την πρόβλεψη της μεταβλητότητας, όπως αυτή εκφράζεται από τις μεταβολές των αποδόσεων δέκα χρηματιστηριακών δεικτών. Αρχικά, διεξάγονται προβλέψεις της μεταβλητότητας με τη χρήση εναλλακτικών μεθοδολογιών. Κατόπιν, οι προβλέψεις αυτές αξιολογούνται με τη χρήση διαφόρων κριτηρίων αποτίμησης. Η αξιολόγηση αυτή έχει διπλό στόχο:

- Να καταδείξει πόσο εύστοχες είναι οι προβλέψεις αυτές, δηλαδή το πόσο κοντά βρίσκονται στις αντίστοιχες πραγματικές τιμές της μεταβλητότητας και
- Να ιεραρχήσει τις μεθοδολογίες πρόβλεψης ανάλογα με την προβλεπτική τους ισχύ.

Οι χρηματιστηριακές αγορές τις οποίες εξετάζουμε είναι αυτές του Βελγίου, της Γαλλίας, της Γερμανίας, της Ελλάδας, των Ηνωμένων Πολιτειών, του Ηνωμένου Βασιλείου, της Ιαπωνίας, της Ισπανίας, της Ιταλίας και των Κάτω Χωρών. Οι χώρες αυτές καλύπτουν ένα μεγάλο τμήμα του παγκόσμιου χάρτη.

Οι υπολογισμοί της μεταβλητότητας γίνονται με τη χρήση ημερησίων τιμών κλεισίματος δεικτών των παραπάνω αγορών. Η χρονική περίοδος που ερευνάται καλύπτει εννέα έτη, ξεκινώντας από την 1η Ιανουαρίου του 2000 και καταλήγοντας στην 31η Δεκεμβρίου του 2008.

Τα δεδομένα εξετάζονται τόσο για τη συνολική περίοδο των εννέα ετών, όσο και κατά υποπεριόδους. Αναφορικά με την εξέταση κατά υποπεριόδους, τα δεδομένα αναλύονται κατά περιόδους ύφεσης ή ανόδου των αγορών, προκειμένου:

- Να δειχθεί το πώς επηρεάζεται η μεταβλητότητα και η προβλεπτική ισχύς των μεθοδολογιών πρόβλεψης της από τις φάσεις αυτές και
- Να γίνει ιεράρχηση της προβλεπτικής ικανότητας των μεθοδολογιών πρόβλεψης, ανάλογα με τη φάση την οποία διανύουν κάθε φορά οι αγορές (ανοδική, καθοδική, χρηματοοικονομική κρίση).

Ειδικότερα, στη μελέτη μας θεωρούμε τις ακόλουθες τρεις υποπεριόδους:

- Η πρώτη υποπερίοδος εκτείνεται από τον Ιανουάριο του 2000 έως και το Μάρτιο του 2003. Πρόκειται για την περίοδο πτωτικής τάσης των αγορών, η οποία διαδέχτηκε το σπάσιμο της παγκόσμιας χρηματιστηριακής φούσκας των τελών της δεκαετίας του 1990.
- Η δεύτερη υποπερίοδος αναφέρεται στο διάστημα από τον Απρίλιο του 2003 μέχρι και τον Ιούλιο του 2007. Η περίοδος αυτή αποτελεί φάση ανοδικής τάσης για τις αγορές.
- Η τρίτη υποπερίοδος εκτείνεται από τον Αύγουστο του 2007 έως και το Δεκέμβριο του 2008. Συμπίπτει με την περίοδο της παγκόσμιας χρηματοοικονομικής κρίσης που διαδέχτηκε το σπάσιμο της φούσκας στην αγορά ακινήτων των Ηνωμένων Πολιτειών.

3.3.2 Το δείγμα

Στο πλαίσιο της ανάλυσης μας χρησιμοποιούμε ημερήσιες τιμές κλεισίματος δέκα δεικτών μετοχών που αντιστοιχούν σε δέκα χώρες. Οι υπό διερεύνηση χώρες και οι αντίστοιχοι δείκτες παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 2: Υπό διερεύνηση χρηματιστηριακές αγορές και δείκτες

Χώρα	Κωδική Ονομασία Δείκτη	Δείκτης
Βέλγιο	BEL	Bel 20
Γαλλία	CAC	France Cac 40
Γερμανία	DAX	Dax 30 Performance
Ελλάδα	GEN	Γενικός Αθηνών
ΗΠΑ	DJ	Βιομηχανικός Dow Jones
Ηνωμένο Βασίλειο	FTSE	FTSE – 100
Ιαπωνία	NIKKEI	Nikkei 225
Ισπανία	MADRID	Γενικός Μαδρίτης
Ιταλία	MILAN	Γενικός Milan Comit
Κάτω Χώρες	AEX	Aex Index

Η υπό διερεύνηση χρονική περίοδος εκτείνεται από την 1η Ιανουαρίου 2000 έως την 31η Δεκεμβρίου 2008 και συνολικά χρησιμοποιούνται 2349 ημερήσιες παρατηρήσεις (τιμές κλεισίματος) για κάθε χώρα, δηλαδή συνολικά 23490 ημερήσιες παρατηρήσεις. Πηγή των δεδομένων είναι η βάση δεδομένων *Datastream*.

3.3.3 Υπολογισμός των αποδόσεων

Αρχικά, υπολογίζουμε τις ημερήσιες λογαριθμικές (continuously compounded) αποδόσεις των υπό μελέτη χρηματιστηριακών δεικτών. Αυτές εκφράζονται ως ο φυσικός λογάριθμος της μεταβολής της τιμής του δείκτη από την προηγούμενη ημέρα⁹:

$$CCR_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}},$$

⁹ Στο πλαίσιο της ανάλυσης μας, η «ημέρα» αναφέρεται στις ημέρες κατά τις οποίες διεξάγονται συναλλαγές (trading days).

όπου CCR_t είναι η λογαριθμική απόδοση του δείκτη την ημέρα t ,

P_t είναι η τιμή κλεισίματος του δείκτη την ημέρα t και

P_{t-1} είναι η τιμή κλεισίματος του δείκτη την ημέρα $t-1$.

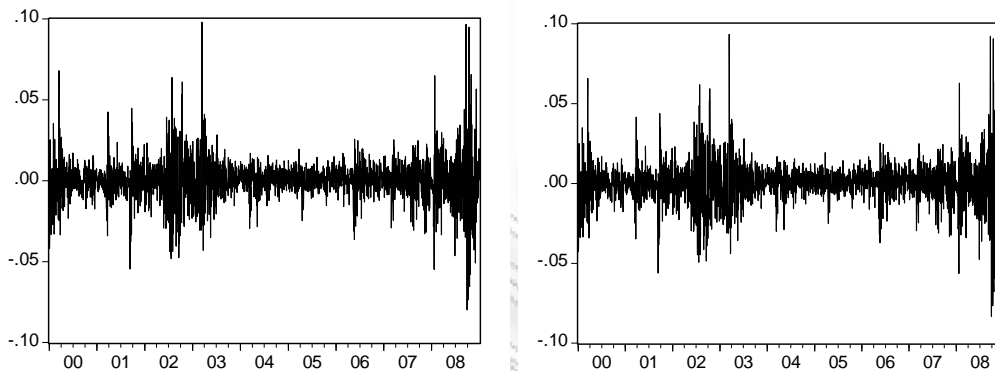
Οι λόγοι που επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε στη μελέτη μας τις λογαριθμικές και όχι τις καθαρές αποδόσεις, $R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$, είναι οι εξής:

- Οι καθαρές και οι λογαριθμικές αποδόσεις δεν είναι ίσες, αλλά είναι περίπου ίσες όταν αναφερόμαστε σε μικρές αποδόσεις. Η διαφορά μεταξύ τους όμως είναι μεγάλη εφόσον οι ποσοστιαίες μεταβολές είναι μεγάλες. Έτσι, κοιτάζοντας τις λογαριθμικές αποδόσεις, μπορούμε να δούμε τις σχετικές αλλαγές στις τιμές του δείκτη, καθώς και να τις συγκρίνουμε άμεσα με αυτές άλλων δεικτών που μπορεί να έχουν διαφορετικές τιμές βάσης.
- Οι λογαριθμικές αποδόσεις, αντίθετα με τις καθαρές, είναι συμμετρικές. Έτσι, όταν ένας χρηματιστηριακός δείκτης που έχει τιμή 100 μονάδες, παρουσιάσει στη συνέχεια καθαρή απόδοση +50% και έπειτα μια καθαρή απόδοση -50%, τότε η τελική του τιμή θα είναι 75 μονάδες. Όμως, όταν ένας δείκτης με αρχική τιμή 100 μονάδες, εμφανίσει στη συνέχεια λογαριθμική απόδοση +50% και ακολούθως μια λογαριθμική απόδοση -50%, τότε η τελική του τιμή θα είναι πάλι 100 μονάδες.
- Ένα άλλο πλεονέκτημα των λογαριθμικών έναντι των καθαρών αποδόσεων είναι ότι, εάν υποδιαιρέσουμε μια χρονική περίοδο σε υποπεριόδους, όπως κάνουμε και στη δική μας μελέτη, τότε η λογαριθμική απόδοση της αρχικής περιόδου θα ισούται με το άθροισμα των λογαριθμικών αποδόσεων των υποπεριόδων.

Εξάλλου, για υψηλής συχνότητας δεδομένα, όπως είναι τα ημερήσια τα οποία και εξετάζουμε, η λογαριθμική απόδοση προσεγγίζει την καθαρή. Η πλειονότητα των σχετικών με τη δική μας μελετών χρησιμοποιούν λογαριθμικές αποδόσεις. Μια καθαρή απόδοση +50% ισοδυναμεί με λογαριθμική απόδοση +40,55%, ενώ μια καθαρή απόδοση -50% ισοδυναμεί με λογαριθμική απόδοση -69,31%.

Στο Σχήμα 1 αντιπαραβάλλονται, ενδεικτικά, οι καθαρές (αριστερό γράφημα) με τις λογαριθμικές (δεξί γράφημα) αποδόσεις του χρηματιστηριακού δείκτη BEL 20 για την υπό μελέτη χρονική περίοδο.

Σχήμα 1: Ημερήσιες καθαρές και λογαριθμικές αποδόσεις του δείκτη BEL 20



3.3.4 Υπολογισμός της Πραγματοποιηθείσας Μεταβλητότητας

Το επόμενο στάδιο της ανάλυσης μας αφορά στον υπολογισμό της μεταβλητότητας των ημερησίων λογαριθμικών αποδόσεων. Ως μέτρο της μεταβλητότητας των αποδόσεων χρησιμοποιείται η τυπική τους απόκλιση. Ο υπολογισμός της πραγματοποιηθείσας μεταβλητότητας γίνεται για κάθε μήνα ξεχωριστά. Ο μήνας συμβολίζεται με m και λαμβάνει γενικά τιμές από 1 έως 108, όπου το 1 αντιστοιχεί στον Ιανουάριο του 2000, το 2 στο Φεβρουάριο 2000, ..., το 107 στο Νοέμβριο 2008 και το 108 στο Δεκέμβριο 2008. Ο αριθμός των ημερών του μήνα m συμβολίζεται με n_m . $CCR_{m,t}$ είναι η ημερήσια λογαριθμική απόδοση για την ημέρα t του μήνα m , $t = 1, 2, \dots, n_m$.

Σε αυτό το πλαίσιο, αρχικά υπολογίζεται η μέση ημερήσια λογαριθμική απόδοση του δείκτη για τον μήνα m :

$$\mu_m = \frac{1}{n_m} \sum_{t=1}^{n_m} CCR_{m,t}$$

Ακολούθως, ορίζουμε τη μηνιαία πραγματοποιηθείσα μεταβλητότητα του μήνα m ως την εντός του μήνα τυπική απόκλιση των ημερησίων λογαριθμικών αποδόσεων:

$$\sigma_m = \sqrt{\left[\frac{1}{n_m - 1} \sum_{t=1}^{n_m} (CCR_{m,t} - \mu_m)^2 \right]}$$

Έπειτα από τους παραπάνω υπολογισμούς, στο φύλλο δεδομένων κάθε δείκτη υπάρχουν συνολικά 108 μηνιαίες παρατηρήσεις της μεταβλητότητας.

3.3.5 Υποδείγματα πρόβλεψης της μεταβλητότητας

Έπειτα από τον υπολογισμό των τιμών της μηνιαίας πραγματοποιηθείσας μεταβλητότητας, το επόμενο βήμα είναι η εύρεση των αντίστοιχων εκτιμήσεων (προβλέψεων) αυτών των τιμών με τη χρήση εναλλακτικών μεθοδολογιών. Οι μεθοδολογίες που εφαρμόζουμε για το σκοπό αυτό είναι ο τυχαίος περίπατος, η ιστορική μέση τιμή, ο κινητός μέσος όρος και η εκθετική εξομάλυνση. Οι προβλέψεις με τις παραπάνω μεθοδολογίες λαμβάνουν χώρα τόσο για τη συνολική περίοδο, όσο και για κάθε μια από τις τρεις υποπεριόδους ξεχωριστά.

Οι λόγοι που χρησιμοποιούμε στη μελέτη μας τα συγκεκριμένα ιστορικά υποδείγματα σχετίζονται με την απλότητα και την ευκολία της εφαρμογής τους. Επιπλέον, τα υποδείγματα αυτά χρησιμοποιούνται ως μέτρο για να συγκριθούν τα περισσότερα εξελιγμένα υποδείγματα πρόβλεψης. Ακόμη, η βιβλιογραφία παρέχει ενδείξεις ότι τα παραπάνω υποδείγματα έχουν καλές επιδόσεις στην πρόβλεψη της μεταβλητότητας.

Στη συνέχεια αναφερόμαστε αναλυτικά στις μεθοδολογίες πρόβλεψης που εφαρμόζουμε. Για όλες τις μεθοδολογίες, πρόβλεψης και αξιολόγησης, τις οποίες θα αναφέρουμε στη συνέχεια, σ_m είναι η τιμή της πραγματοποιηθείσας μεταβλητότητας για το μήνα m και $\hat{\sigma}_m$ είναι η πρόβλεψη της μεταβλητότητας για τον ίδιο μήνα.

Υπόδειγμα Τυχαίου Περιπάτου

Σύμφωνα με αυτό το υπόδειγμα, η βέλτιστη πρόβλεψη της μεταβλητότητας για τον παρόντα μήνα ισούται με την πραγματοποιηθείσα μεταβλητότητα του προηγούμενου μήνα:

$$\hat{\sigma}_m = \sigma_{m-1},$$

όπου $m = 2, 3, \dots, 108$, όταν αναφερόμαστε στη συνολική περίοδο,

$m = 2, 3, \dots, 39$, όταν αναφερόμαστε στην πρώτη υποπερίοδο,

$m = 41, 42, \dots, 91$, όταν αναφερόμαστε στη δεύτερη υποπερίοδο και

$m = 93, 94, \dots, 108$, όταν αναφερόμαστε στην τρίτη υποπερίοδο.

Υπόδειγμα Ιστορικής Μέσης Τιμής

Σύμφωνα με το υπόδειγμα αυτό, η βέλτιστη πρόβλεψη για τον παρόντα μήνα είναι ο μέσος όρος όλων των προγενέστερων τιμών της πραγματοποιηθείσας μεταβλητότητας που έχουμε διαθέσιμες στο δείγμα:

$$\hat{\sigma}_m = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^{m-1} \sigma_j,$$

όπου $m = 3, 4, \dots, 108$, όταν αναφερόμαστε στη συνολική περίοδο,

$m = 3, 4, \dots, 39$, όταν αναφερόμαστε στην πρώτη υποπερίοδο,

$m = 42, 43, \dots, 91$, όταν αναφερόμαστε στη δεύτερη υποπερίοδο και

$m = 94, 95, \dots, 108$, όταν αναφερόμαστε στην τρίτη υποπερίοδο.

Υπόδειγμα Κινητού Μέσου Όρου

Σύμφωνα με το υπόδειγμα αυτό η βέλτιστη πρόβλεψη της μεταβλητότητας του παρόντα μήνα είναι ο μέσος όρος των k προγενέστερων τιμών της πραγματοποιηθείσας μεταβλητότητας. Στη μελέτη μας θεωρούμε $k = 3$:

$$\hat{\sigma}_m = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 \sigma_{m-j},$$

όπου $m = 4, 5, \dots, 108$, όταν αναφερόμαστε στη συνολική περίοδο,

$m = 4, 5, \dots, 39$, όταν αναφερόμαστε στην πρώτη υποπερίοδο,

$m = 43, 44, \dots, 91$, όταν αναφερόμαστε στη δεύτερη υποπερίοδο και

$m = 95, 96, \dots, 108$, όταν αναφερόμαστε στην τρίτη υποπερίοδο.

Εκθετική Εξομάλυνση

Στο υπόδειγμα αυτό, το οποίο λαμβάνει υπόψη όλες τις παρελθούσες τιμές της πραγματοποιηθείσας μεταβλητότητας, οι βαρύτητες που έχουν οι τιμές αυτές στην πρόβλεψη μειώνονται γεωμετρικά καθώς μετακινούμαστε από την πιο πρόσφατη προς την παλαιότερη παρατήρηση:

$$\hat{\sigma}_m = (1 - \beta)\sigma_{m-1} + \beta\hat{\sigma}_{m-1}, \quad 0 \leq \beta \leq 1,$$

όπου β είναι η παράμετρος εξομάλυνσης.

Ισοδύναμα, το παραπάνω υπόδειγμα γράφεται ως εξής:

$$\hat{\sigma}_m = a\sigma_{m-1} + (1 - a)\hat{\sigma}_{m-1}, \quad 0 \leq a \leq 1,$$

όπου $m = 1, 2, \dots, 108$, όταν αναφερόμαστε στη συνολική περίοδο,

$m = 1, 2, \dots, 39$, όταν αναφερόμαστε στην πρώτη υποπερίοδο,

$m = 40, 41, \dots, 91$, όταν αναφερόμαστε στη δεύτερη υποπερίοδο,

$m = 92, 93, \dots, 108$, όταν αναφερόμαστε στην τρίτη υποπερίοδο,

a είναι ο εξομαλυντικός παράγοντας και $a = 1 - \beta$.

Η επιλογή της παραμέτρου a αποτελεί εμπειρικό ζήτημα. Η βέλτιστη τιμή της εξαρτάται από την εξεταζόμενη χρονική περίοδο καθώς και από την υπό μελέτη χρηματιστηριακή αγορά. Όσο μικρότερο είναι το a , τόσο «ομαλότερη» θα είναι η σειρά των προβλεπόμενων τιμών. Στην παρούσα μελέτη εκτιμούμε την παράμετρο a , ελαχιστοποιώντας το άθροισμα των τετραγωνικών σφαλμάτων της πρόβλεψης μιας περιόδου μπροστά. Έτσι, στη μελέτη μας, το υπόδειγμα Εκθετικής Εξομάλυνσης εκτιμάται ξεχωριστά για κάθε χώρα και για κάθε εξεταζόμενη χρονική περίοδο.

Οι προβλέψεις μέσω της Εκθετικής Εξομάλυνσης διεξάγονται με βάση μια ακολουθιακή διαδικασία. Για να ξεκινήσει αυτή η διαδικασία απαιτείται, εκτός της τιμής της παραμέτρου a και μια αρχική τιμή για το $\hat{\sigma}_m$. Στην παρούσα μελέτη χρησιμοποιείται ως αρχική τιμή ο

μέσος όρος των ιστορικών τιμών, $\bar{\sigma}_m$. Για τη συνέχεια της διαδικασίας, το μόνο που απαιτείται είναι να καταγράψουμε κάθε φορά την πρόβλεψη του πλέον πρόσφατου μήνα, $\hat{\sigma}_m$. Στο τέλος κάθε μήνα, η πρόβλεψη για τον επόμενο μήνα θα είναι:

$$\hat{\sigma}_{m+1} = a\sigma_m + (1-a)\hat{\sigma}_m$$

3.3.6 Κριτήρια αξιολόγησης

Το επόμενο στάδιο έπειτα από τη διεξαγωγή των προβλέψεων της μεταβλητότητας είναι η αξιολόγησή τους, δηλαδή ο έλεγχος του κατά πόσο οι προβλέψεις αυτές αποκλίνουν από τις αντίστοιχες πραγματικές τιμές της μεταβλητότητας. Επιπλέον, μέσω της αξιολόγησης ιεραρχούμε τα υποδείγματα πρόβλεψης με βάση την προβλεπτική τους ισχύ.

Η αξιολόγηση που κάνουμε βασίζεται στις εξής τρεις στατιστικές συναρτήσεις σφάλματος: στο μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE), καθώς και στα μέσα μικτά σφάλματα, $MME(U)$ και $MME(O)$, της πρόβλεψης. Οι συναρτήσεις αυτές ορίζονται ως εξής:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N |\hat{\sigma}_m - \sigma_m|,$$

$$MME(U) = \frac{1}{N} \left[\sum_{t=1}^O |\hat{\sigma}_m - \sigma_m| + \sum_{t=1}^U \sqrt{|\hat{\sigma}_m - \sigma_m|} \right],$$

$$MME(O) = \frac{1}{N} \left[\sum_{t=1}^U |\hat{\sigma}_m - \sigma_m| + \sum_{t=1}^O \sqrt{|\hat{\sigma}_m - \sigma_m|} \right],$$

όπου U είναι το πλήθος των υπεκτιμήσεων της μεταβλητότητας, O είναι το πλήθος των υπερεκτιμήσεων της μεταβλητότητας και $N = U + O$, είναι ο συνολικός αριθμός των προβλέψεων της μεταβλητότητας.

Η συνάρτηση MAE δεν επηρεάζεται από το πρόσημο των αποκλίσεων μεταξύ πραγματικών και εκτιμώμενων τιμών της μεταβλητότητας, όπως συμβαίνει με τη συνάρτηση του μέσου σφάλματος, στην οποία θετικές και αρνητικές αποκλίσεις αλληλοαναιρούνται. Επιπλέον, η συνάρτηση MAE είναι συμμετρική, αποδίδοντας την ίδια βαρύτητα στην υπεκτίμηση και υπερεκτίμηση της μεταβλητότητας (του ίδιου απολύτου μεγέθους).

Για την περίπτωση που η αγορά αξιολογεί διαφορετικά την υποεκτίμηση από την υπερεκτίμηση της μεταβλητότητας, τα μη συμμετρικά στατιστικά $MME(U)$ και $MME(O)$

αποδίδουν, το μεν πρώτο μεγαλύτερη βαρύτητα στην υποεκτίμηση, το δε δεύτερο μεγαλύτερη βαρύτητα στην υπερεκτίμηση της μεταβλητότητας.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ

РАНЕЕ НЕ ПЕРПА

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Ανάλυση των δεδομένων και ερμηνεία των αποτελεσμάτων

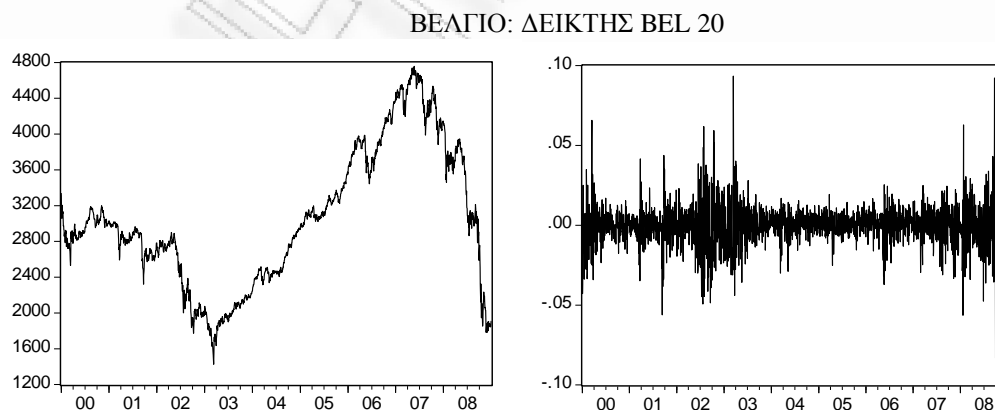
4.1 Ανάλυση των αποδόσεων

Για τη συνέχεια της ανάλυσής μας, με τον όρο «απόδοση» θα αναφερόμαστε στη λογαριθμική απόδοση. Η ανάλυση των αποδόσεων βασίζεται σε δείγμα 2348 ημερησίων παρατηρήσεων (λογαριθμικών αποδόσεων) για την κάθε χώρα. Αρχικά, διενεργείται ανάλυση με βάση τις γραφικές ενδείξεις των τιμών των μετοχικών δεικτών και των αποδόσεών τους. Ακολούθως, αναλύονται τα περιγραφικά στατιστικά των αποδόσεων και τέλος, δίνονται και ερμηνεύονται τα αποτελέσματα ορισμένων στατιστικών ελέγχων επί των αποδόσεων.

4.1.1 Γραφήματα

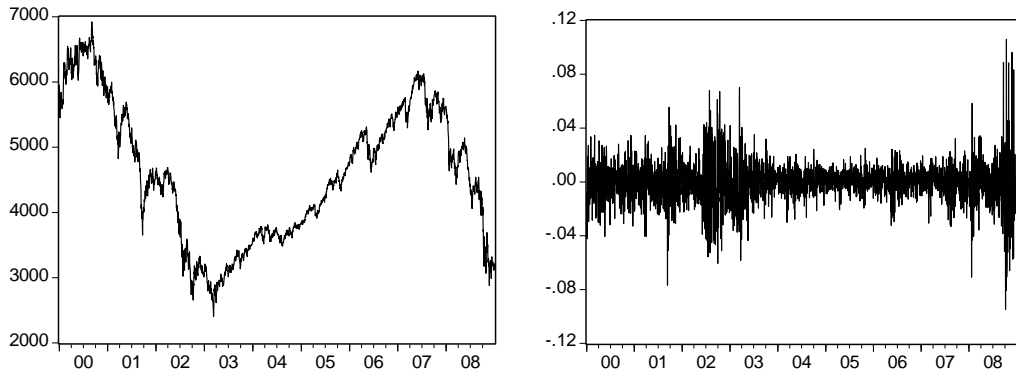
Στο Σχήμα 2 παρουσιάζονται τα γραφήματα των ημερησίων τιμών κλεισίματος και των αντίστοιχων αποδόσεων των δεικτών, κατά τη διάρκεια της θεωρούμενης χρονικής περιόδου.

Σχήμα 2: Τιμές κλεισίματος και ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις δεικτών

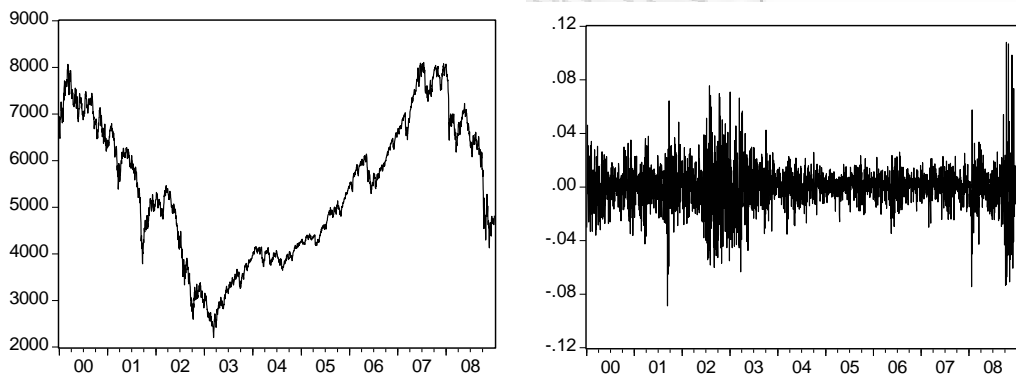


Σχήμα 2 (συνέχεια)

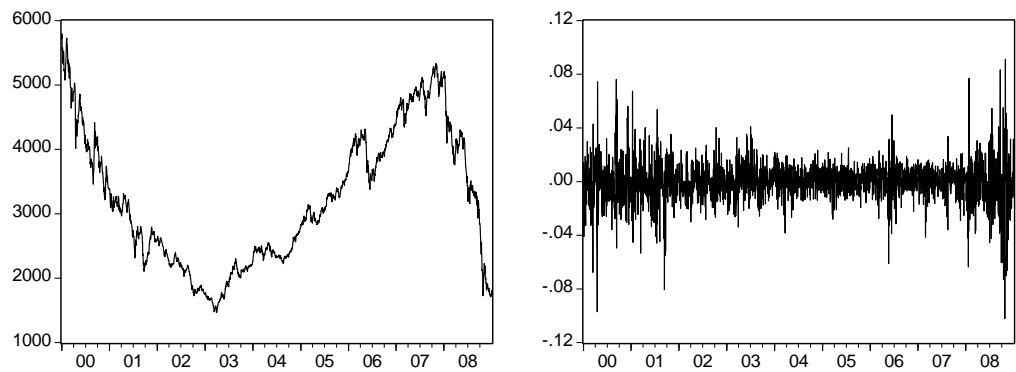
ΓΑΛΛΙΑ: ΔΕΙΚΤΗΣ CAC 40



ΓΕΡΜΑΝΙΑ: ΔΕΙΚΤΗΣ DAX

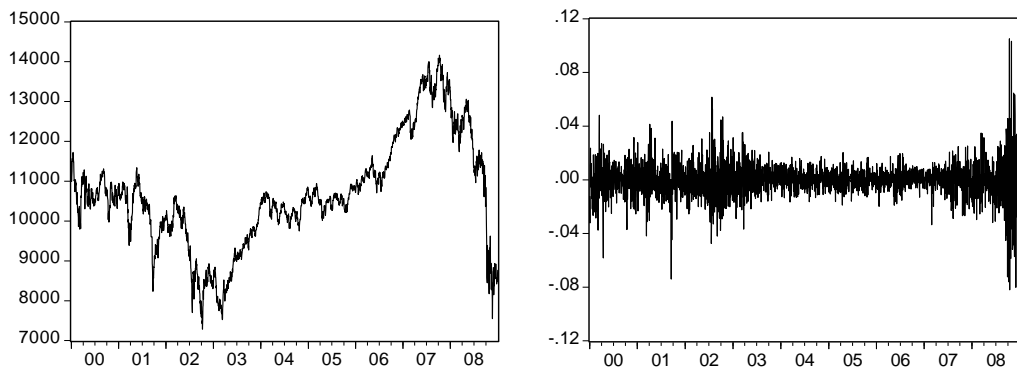


ΕΛΛΑΔΑ: ΓΕΝΙΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ ΑΘΗΝΩΝ

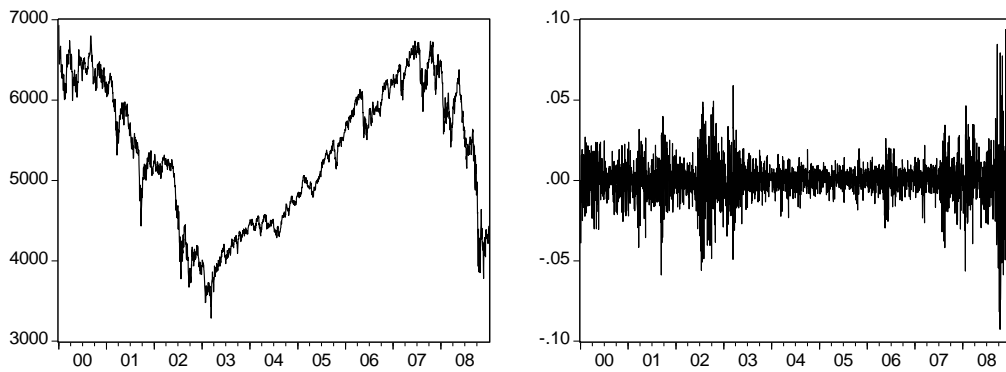


Σχήμα 2 (συνέχεια)

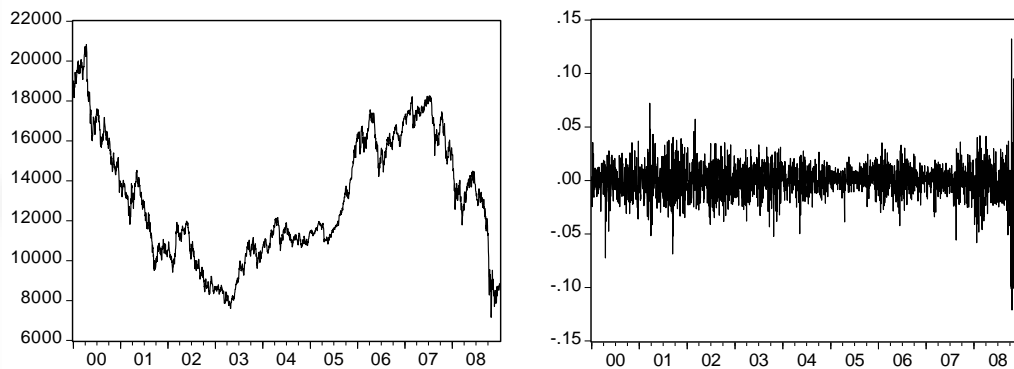
Η.Π.Α.: ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ DOW JONES



ΜΕΓΑΛΗ ΒΡΕΤΑΝΙΑ: ΔΕΙΚΤΗΣ FTSE 100

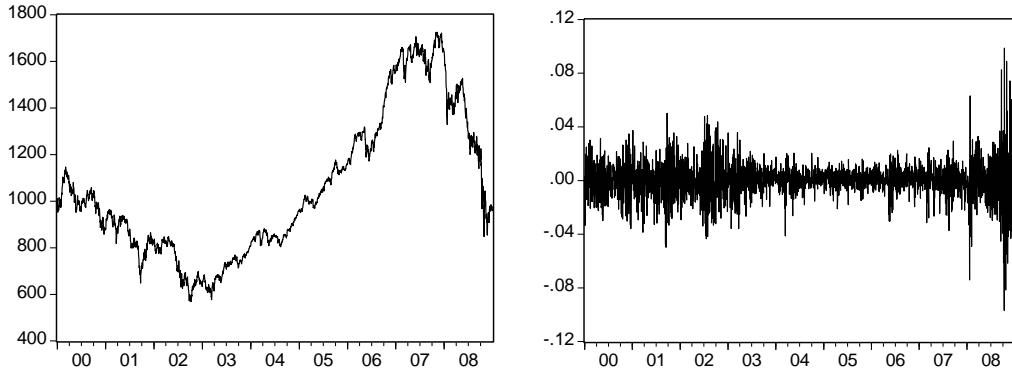


ΙΑΠΩΝΙΑ: ΔΕΙΚΤΗΣ ΝΙΚΚΕΙ 225

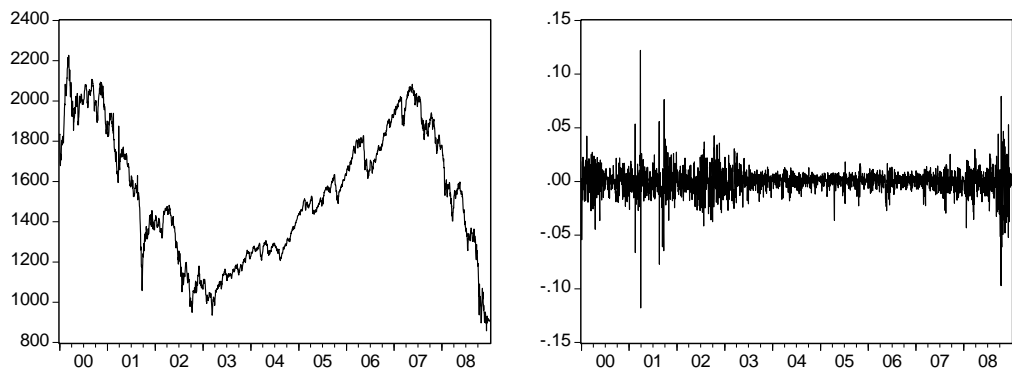


Σχήμα 2 (συνέχεια)

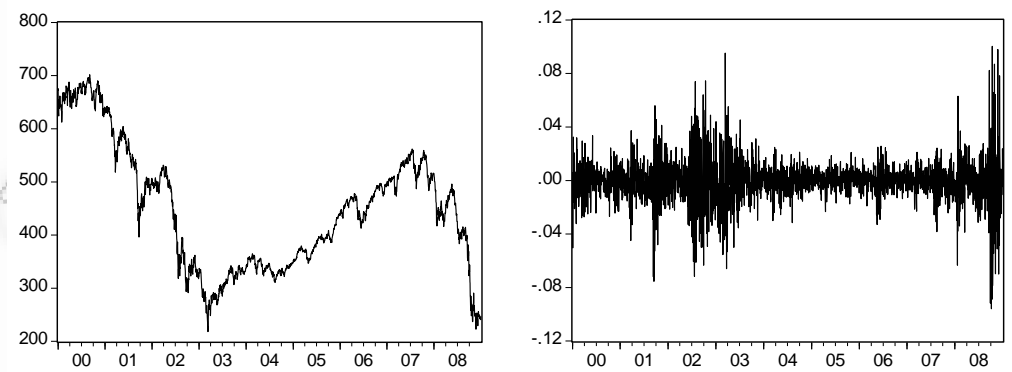
ΙΣΠΑΝΙΑ: ΔΕΙΚΤΗΣ MADRID



ΙΤΑΛΙΑ: ΔΕΙΚΤΗΣ MILAN COMIT



ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ: ΔΕΙΚΤΗΣ AEX



Όπως φαίνεται από τα παραπάνω γραφήματα, η συμπεριφορά των υπό μελέτη δεικτών και των αποδόσεων τους παρουσιάζει μεγάλες ομοιότητες μεταξύ των διαφόρων αγορών.

Ειδικότερα, οι τιμές των δεικτών εμφανίζουν για όλες τις υπό μελέτη αγορές, μείωση κατά την πρώτη υποπερίοδο, αύξηση κατά τη δεύτερη και ξανά μείωση κατά την τρίτη. Μάλιστα, η μείωση στις τιμές των δεικτών στην τρίτη υποπερίοδο είναι περισσότερο απότομη από ότι στην πρώτη. Οι υψηλότερες τιμές των δεικτών εμφανίζονται, γενικά, κατά τα έτη 2000 και 2007.

Επιπλέον, οι σειρές των αποδόσεων φαίνονται να κινούνται πάντοτε γύρω από μια συγκεκριμένη μέση τιμή, εμφανίζοντας στασιμότητα για κάθε χώρα και για όλες τις υπό μελέτη περιόδους. Ακόμα, παρατηρούμε ότι η πρώτη και η τρίτη υποπερίοδος παρουσιάζουν συγκριτικά μεγαλύτερες διακυμάνσεις στις αποδόσεις από ότι η δεύτερη.

4.1.2 Περιγραφικά στατιστικά

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται ορισμένα βασικά περιγραφικά στατιστικά για τις αποδόσεις.

Μέγιστη – ελάχιστη τιμή

Πίνακας 3: Μέγιστη τιμή ημερησίων λογαριθμικών αποδόσεων (%)

	1/2000-3/2003	4/2003-7/2007	8/2007-12/2008	Συνολική περίοδος
ΒΕΛΓΙΟ	9,3340	4,0162	9,2213	9,3340
ΓΑΛΛΙΑ	7,0023	4,0475	10,5946	10,5946
ΓΕΡΜΑΝΙΑ	7,5527	5,6713	10,7975	10,7975
ΕΛΛΑΔΑ	7,6202	4,9736	9,1144	9,1144
ΗΠΑ	6,1547	2,6318	10,5083	10,5083
ΗΒ	5,9026	3,1346	9,3843	9,3843
ΙΑΠΩΝΙΑ	7,2217	3,5220	13,2346	13,2346
ΙΣΠΑΝΙΑ	5,0186	3,0258	9,8701	9,8701
ΙΤΑΛΙΑ	12,2095	2,6581	7,9331	12,2095
ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	9,5169	5,5224	10,0283	10,0283

Πίνακας 4: Ελάχιστη τιμή ημερησίων λογαριθμικών αποδόσεων (%)

	1/2000-3/2003	4/2003-7/2007	8/2007-12/2008	Συνολική περίοδος
ΒΕΛΓΙΟ	-5,6102	-3,7073	-8,3193	-8,3193
ΓΑΛΛΙΑ	-7,6781	-4,3533	-9,4715	-9,4715
ΓΕΡΜΑΝΙΑ	-8,8747	-4,7408	-7,4335	-8,8747
ΕΛΛΑΔΑ	-9,6920	-6,1067	-10,2140	-10,2140
ΗΠΑ	-7,3962	-3,3488	-8,2005	-8,2005
ΗΒ	-5,8853	-3,1975	-9,2656	-9,2656
ΙΑΠΩΝΙΑ	-7,2340	-5,2258	-12,1110	-12,1110
ΙΣΠΑΝΙΑ	-4,9700	-4,1237	-9,6799	-9,6799
ΙΤΑΛΙΑ	-11,7790	-3,6237	-9,7081	-11,7790
ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	-7,5310	-4,9936	-9,5903	-9,5903

Παρατηρούμε ότι για τη συνολική περίοδο 2000-2008, η μέγιστη ημερήσια απόδοση καταγράφηκε στο δείκτη Nikkei της Ιαπωνίας, ήτοι 13,2346%, ακολουθούμενη από αυτή του Milan Comit της Ιταλικής αγοράς (12,2095%). Αντίστοιχα, για την ίδια περίοδο, τις ελάχιστες ημερήσιες αποδόσεις είχαν και πάλι οι δείκτες Nikkei (-12,1110%) και Milan Comit (-11,7790%). Προκύπτει, επομένως ότι οι δύο παραπάνω δείκτες εμφάνισαν αντίστοιχα και το μεγαλύτερο εύρος ημερησίων αποδόσεων.

Για τις περισσότερες αγορές, οι μέγιστες τιμές αποδόσεων καταγράφονται στην τρίτη υποπερίοδο της χρηματοοικονομικής κρίσης, οι αμέσως μικρότερες «μέγιστες τιμές» κατά την πρώτη, πτωτικής τάσης υποπερίοδο και οι μικρότερες «μέγιστες» αποδόσεις καταγράφονται κατά τη δεύτερη υποπερίοδο της ανοδικής τάσης. Παρατηρούμε, δηλαδή ότι όσο υψηλότερες μέγιστες αποδόσεις εμφανίζονται σε κάποια χρονική περίοδο, τόσο περισσότερο πτωτική είναι η τάση των αγορών και το αντίστροφο.

Εξετάζοντας τις ελάχιστες τιμές αποδόσεων, προκύπτει ότι οι μικρότερες αποδόσεις εμφανίζονται στην τρίτη υποπερίοδο, οι αμέσως μεγαλύτερες «ελάχιστες» τιμές στην πρώτη και οι υψηλότερες ελάχιστες αποδόσεις παρουσιάζονται στη δεύτερη υποπερίοδο. Συμπεραίνουμε επομένως ότι όσο υψηλότερες (χαμηλότερες) ελάχιστες αποδόσεις καταγράφονται σε κάποια χρονική περίοδο, τόσο περισσότερο πτωτική (ανοδική) είναι η τάση των αγορών στην περίοδο αυτή.

Με βάση την έως τώρα ανάλυση, διαπιστώνουμε ότι όσο χειρότερη είναι η φάση της αγοράς, τόσο μεγαλώνει το εύρος των ημερησίων αποδόσεων.

Μέση τιμή

Πίνακας 5: Μέση ημερήσια λογαριθμική απόδοση (%)

	1/2000-3/2003	4/2003-7/2007	8/2007-12/2008	Συνολική περίοδος
ΒΕΛΓΙΟ	-0,0844	0,0872	-0,2242	-0,0238
ΓΑΛΛΙΑ	-0,0972	0,0696	-0,1565	-0,0262
ΓΕΡΜΑΝΙΑ	-0,1247	0,1009	-0,1227	-0,0157
ΕΛΛΑΔΑ	-0,1606	0,1069	-0,2729	-0,0495
ΗΠΑ	-0,0430	0,0444	-0,1103	-0,0115
ΗΒ	-0,0770	0,0500	-0,0972	-0,0190
ΙΑΠΩΝΙΑ	-0,1022	0,0682	-0,1796	-0,0323
ΙΣΠΑΝΙΑ	-0,0587	0,0864	-0,1384	-0,0014
ΙΤΑΛΙΑ	-0,0734	0,0589	-0,1998	-0,0297
ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	-0,1175	0,0676	-0,2090	-0,0428

Για τη συνολική περίοδο 2000-2008, όλες οι υπό διερεύνηση αγορές ήταν κατά μέσο όρο ζημιογόνες. Την καλύτερη επίδοση μεταξύ όλων των χωρών είχε η Ισπανία, παρουσιάζοντας μέση ημερήσια απόδοση -0,0014%. Για την ίδια περίοδο, η Ελληνική αγορά παρουσίασε τη μικρότερη μέση απόδοση, ήτοι -0,0495%.

Η αρνητική αυτή εικόνα οφείλεται στην κακή κατάσταση που επικρατούσε στις αγορές κατά τη διάρκεια της πρώτης (1/2000-3/2003) και της τρίτης (8/2007-12/2008) υποπεριόδου που εξετάζουμε. Έτσι, κατά τις δύο αυτές υποπεριόδους όλες οι υπό μελέτη αγορές εμφάνισαν αρνητικές μέσες αποδόσεις, με περισσότερο κακές τις αποδόσεις της τρίτης υποπεριόδου που αντιστοιχεί στην περίοδο της παγκόσμιας χρηματοοικονομικής κρίσης. Στη φάση αυτή τις μεγαλύτερες απώλειες εμφάνισαν η Ελληνική και η Βελγική αγορά.

Αντίθετα, κατά τη δεύτερη θεωρούμενη υποπερίοδο (4/2003-7/2007), η οποία αποτέλεσε φάση ανόδου για τις αγορές, όλες οι αγορές ήταν κερδοφόρες, με τις μεγαλύτερες αποδόσεις να καταγράφονται στην Ελληνική και τη Γερμανική αγορά.

Τυπική απόκλιση

Πίνακας 6: Τυπική απόκλιση ημερησίων λογαριθμικών αποδόσεων (%)

	1/2000-3/2003	4/2003-7/2007	8/2007-12/2008	Συνολική περίοδος
ΒΕΛΓΙΟ	1,4797	0,7867	2,0688	1,3321
ΓΑΛΛΙΑ	1,8354	0,9156	2,2184	1,5496
ΓΕΡΜΑΝΙΑ	2,0422	1,0625	2,0361	1,6466
ΕΛΛΑΔΑ	1,6198	1,0050	2,1079	1,4682
ΗΠΑ	1,4040	0,6855	2,0579	1,2677
ΗΒ	1,4645	0,7264	2,0889	1,3109
ΙΑΠΩΝΙΑ	1,5777	1,1161	2,4964	1,5775
ΙΣΠΑΝΙΑ	1,5184	0,7747	2,0884	1,3470
ΙΤΑΛΙΑ	1,5347	0,6197	1,6749	1,2183
ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	1,9075	0,9708	2,2888	1,6130

Για τη συνολική περίοδο των εννέα ετών, η αγορά της Γερμανίας εμφανίζει την υψηλότερη μεταβλητότητα, όπως αυτή εκφράζεται μέσω της τυπικής απόκλισης των ημερησίων αποδόσεων, ήτοι 1,6466%. Η Ολλανδική αγορά έπεται (1,6130%). Αντίθετα, για την ίδια περίοδο, η Ιταλία παρουσιάζει τη μικρότερη μεταβλητότητα, έχοντας τυπική απόκλιση 1,2183%. Η Αμερικανική αγορά ακολουθεί με 1,2677%.

Όπως παρατηρούμε, η πτώση στην απόδοση μιας αγοράς συνδέεται με αύξηση της μεταβλητότητάς της και το αντίστροφο. Έτσι, η τρίτη υποπερίοδος που αντιστοιχεί στη χρηματοοικονομική κρίση είναι αυτή κατά την οποία καταγράφεται για όλες τις χώρες η υψηλότερη μεταβλητότητα. Οι αμέσως μικρότερες τιμές μεταβλητότητας για κάθε χώρα καταγράφονται στην πρώτη υποπερίοδο που επίσης αποτελεί φάση πτωτικής τάσης των αγορών, πτωτική τάση που είναι όμως μικρότερη από αυτή της τρίτης υποπεριόδου. Τέλος, οι μικρότερες τιμές μεταβλητότητας για όλες τις χώρες καταγράφονται κατά τη δεύτερη υποπερίοδο που αποτελεί φάση ανόδου των αγορών.

Η υψηλότερη μεταβλητότητα καταγράφεται στην Ιαπωνική και την Ολλανδική αγορά στη διάρκεια της τρίτης υποπεριόδου, ενώ η μικρότερη μεταβλητότητα εμφανίζεται στο Ιταλικό και το Αμερικανικό χρηματιστήριο κατά τη δεύτερη υποπερίοδο.

Τα παραπάνω εμπειρικά ευρήματα επιβεβαιώνουν τα αποτελέσματα πολλών μελετών που δείχνουν ότι υπάρχει αρνητική συσχέτιση της μεταβλητότητας με τις αποδόσεις των μετοχικών αξιών [Christie (1982), Nelson (1991), Glosten et al. (1993), Engle and Ng (1993)].

Επιπλέον, παρατηρείται το φαινόμενο της συσσώρευσης της μεταβλητότητας (volatility clustering). Συγκεκριμένα, οι μικρότερες τιμές μεταβλητότητας συγκεντρώνονται στη δεύτερη υποπερίοδο, στην πρώτη υποπερίοδο συγκεντρώνονται οι τιμές που είναι γενικά μεγαλύτερες από αυτές της δεύτερης, αλλά μικρότερες από αυτές της τρίτης υποπεριόδου, ενώ στην τρίτη υποπερίοδο απαντώνται οι υψηλότερες τιμές μεταβλητότητας. Το φαινόμενο volatility clustering αποτελεί χαρακτηριστική ιδιότητα της μεταβλητότητας [Mandelbrot (1963), Fama (1965)].

Ασυμμετρία

Πίνακας 7: Ασυμμετρία ημερησίων λογαριθμικών αποδόσεων

	1/2000-3/2003	4/2003-7/2007	8/2007-12/2008	Συνολική περίοδος
ΒΕΛΓΙΟ	0,5285	-0,3701	-0,0136	0,0251
ΓΑΛΛΙΑ	0,0672	-0,2270	0,2805	0,0269
ΓΕΡΜΑΝΙΑ	0,0408	-0,0221	0,4930	0,0570
ΕΛΛΑΔΑ	0,0028	-0,3092	-0,2203	-0,3247
ΗΠΑ	0,0135	-0,0963	0,1659	-0,0009
ΗΒ	-0,0820	-0,2676	0,0581	-0,1341
ΙΑΠΩΝΙΑ	0,0651	-0,4204	-0,3060	-0,3510
ΙΣΠΑΝΙΑ	0,0901	-0,5095	0,1363	-0,0635
ΙΤΑΛΙΑ	-0,1242	-0,7372	-0,2667	-0,4043
ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	0,1060	0,0285	0,0055	-0,0639

Αναφορικά με την ασυμμετρία των κατανομών των αποδόσεων, στη συνολική περίοδο οι κατανομές τεσσάρων χωρών, της Ελλάδας, του Ηνωμένου Βασιλείου, της Ιαπωνίας και της Ιταλίας, παρουσιάζουν αρνητική ασυμμετρία, ενώ για τις υπόλοιπες έξι, η ασυμμετρία

βρίσκεται κοντά στο μηδέν, με την κατανομή αποδόσεων των Η.Π.Α. να εμφανίζει την πλησιέστερη στο μηδέν τιμή (-0,0009).

Στην πρώτη υποπερίοδο οι αποδόσεις του Βελγίου και των Κάτω Χωρών εμφανίζονται με θετική ασυμμετρία, της Ιταλίας με αρνητική, ενώ οι υπόλοιπες πέντε αγορές έχουν περίπου μηδενική ασυμμετρία στις εμπειρικές κατανομές αποδόσεων, με περισσότερο κοντά στο μηδέν αυτή της Ελληνικής αγοράς. Στη δεύτερη υποπερίοδο η εικόνα αλλάζει. Οι επτά από τις δέκα χώρες εμφανίζουν αριστερά ασύμμετρες κατανομές αποδόσεων, ενώ οι υπόλοιπες τρεις, Γερμανία, Η.Π.Α. και Κάτω Χώρες, κατανομές με περίπου μηδενική ασυμμετρία. Στην τρίτη υποπερίοδο, οι κατανομές τεσσάρων χωρών εμφανίζουν θετική ασυμμετρία, τριών χωρών αρνητική και τριών χωρών περίπου μηδενική ασυμμετρία.

Αυτό που παρατηρούμε είναι ότι η ανοδική τάση των αγορών συνδέεται περισσότερο με αριστερά ασύμμετρες εμπειρικές κατανομές αποδόσεων από ότι συνδέεται η καθοδική τάση. Στις καθοδικές φάσεις υπερτερούν ελαφρά οι κατανομές με θετική ασυμμετρία έναντι των αριστερά ασύμμετρων, όμως, στις φάσεις αυτές η πλειονότητα των κατανομών των αποδόσεων εμφανίζουν περίπου μηδενική ασυμμετρία.

Η ασυμμετρία στις εμπειρικές κατανομές των αποδόσεων των μετοχών έχει καταγραφεί σε πολλές μελέτες.

Κύρτωση

Πίνακας 8: Κύρτωση ημερησίων λογαριθμικών αποδόσεων

	1/2000-3/2003	4/2003-7/2007	8/2007-12/2008	Συνολική περίοδος
ΒΕΛΓΙΟ	4,4203	3,0522	3,5160	7,3299
ΓΑΛΛΙΑ	1,3750	1,6383	5,2335	5,7235
ΓΕΡΜΑΝΙΑ	1,3390	2,2773	7,4439	4,9113
ΕΛΛΑΔΑ	4,4058	2,7822	4,0568	6,3412
ΗΠΑ	2,1742	1,0623	5,3427	8,9778
ΗΒ	1,5974	1,6880	4,3368	7,1708
ΙΑΠΩΝΙΑ	1,5537	1,5481	5,6247	7,6962
ΙΣΠΑΝΙΑ	0,3705	2,1939	5,0224	6,4362
ΙΤΑΛΙΑ	10,8828	2,8520	5,9843	14,8333
ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	2,6790	3,1931	5,3409	6,6681

Η κύρτωση των εμπειρικών κατανομών των αποδόσεων γενικά μειώνεται στις υποπεριόδους σε σύγκριση με τη συνολική περίοδο. Έτσι, για τη συνολική περίοδο όλες οι κατανομές αποδόσεων είναι λεπτόκυρτες με αυτή της Ιταλικής αγοράς να παρουσιάζει με διαφορά την υψηλότερη κύρτωση από τις υπόλοιπες (14,8333).

Στις υποπεριόδους η εικόνα είναι μικτή. Στην τρίτη υποπερίοδο και πάλι όλες οι κατανομές είναι λεπτόκυρτες, αν και οι τιμές κύρτωσης εμφανίζονται σημαντικά μειωμένες σε σχέση με τη συνολική περίοδο. Ακριβώς αντίθετη είναι η εικόνα στη δεύτερη υποπερίοδο, κατά την οποία οι κατανομές αποδόσεων των οκτώ από τις δέκα χωρών είναι πλατύκυρτες, ενώ οι κατανομές του Βελγίου και των Κάτω Χωρών μπορούν να χαρακτηριστούν ως μεσόκυρτες.

Μικτή είναι η εικόνα στην πρώτη υποπερίοδο. Σε αυτή οι κατανομές αποδόσεων του Βελγίου, της Ελλάδας και της Ιταλίας εμφανίζονται λεπτόκυρτες, ενώ οι υπόλοιπες πλατύκυρτες. Ιδιαίτερη αναφορά πρέπει να γίνει στο Γενικό δείκτη Milan Comit της Ιταλίας, η κατανομή των αποδόσεων του οποίου και πάλι εμφανίζεται με πολύ υψηλή κύρτωση (10,8828).

Η κύρτωση των κατανομών των αποδόσεων κατά την τρίτη υποπερίοδο, όπως και κατά τη συνολική περίοδο επιβεβαιώνει τα εμπειρικά αποτελέσματα πολλών μελετών που έχουν δείξει ότι οι εμπειρικές κατανομές αποδόσεων των μετοχών είναι λεπτόκυρτες.

4.1.3 Στατιστικοί έλεγχοι

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα ορισμένων στατιστικών ελέγχων επί των αποδόσεων.

Κανονικότητα

Πίνακας 9: Έλεγχοι Jarque-Bera ημερησίων λογαριθμικών αποδόσεων

	1/2000-3/2003	4/2003-7/2007	8/2007-12/2008	Συνολική περίοδος
ΒΕΛΓΙΟ	717,68	459,38	184,29	5230,56
ΓΑΛΛΙΑ	65,81	134,24	414,35	3188,64
ΓΕΡΜΑΝΙΑ	62,02	241,20	844,97	2348,60
ΕΛΛΑΔΑ	674,02	378,16	248,61	3955,23
ΗΠΑ	163,62	53,93	428,55	7847,39
ΗΒ	89,04	145,71	281,06	5012,65
ΙΑΠΩΝΙΑ	83,91	144,39	478,99	5814,45
ΙΣΠΑΝΙΑ	5,74*	272,53	378,20	4033,80
ΙΤΑΛΙΑ	4122,47	480,68	540,25	21490,88
ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	250,26	474,80	426,56	4329,80

* Δηλώνει αποδοχή της υπόθεσης κανονικής κατανομής των αποδόσεων

Η κανονικότητα των αποδόσεων ελέγχεται μέσω του στατιστικού του ελέγχου Jarque-Bera, το οποίο υπό τη μηδενική υπόθεση της κανονικότητας ακολουθεί μια χ^2 -κατανομή με δύο βαθμούς ελευθερίας.

Η περιγραφική ανάλυση των αποδόσεων μπορεί να δικαιολογήσει τις τιμές του στατιστικού Jarque-Bera, που απορρίπτουν την κανονικότητα των αποδόσεων σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, για όλες τις αγορές και σε όλες τις εξεταζόμενες περιόδους. Εξαίρεση αποτελεί η αγορά της Ισπανίας κατά την πρώτη υποπερίοδο, με την κατανομή των αποδόσεων του Γενικού δείκτη της Μαδρίτης να εμφανίζεται ως κανονική. Κατά τα άλλα, οι πολύ υψηλές τιμές του στατιστικού Jarque-Bera που εμφανίζονται είναι δηλωτικές της πολύ μεγάλης απόκλισης που έχουν οι εμπειρικές κατανομές των αποδόσεων από την κανονική κατανομή.

Τα ευρήματα αυτά επιβεβαιώνουν τα αποτελέσματα πολλών μελετών που έχουν δείξει ότι η εμπειρική κατανομή των αποδόσεων των μετοχών είναι συνήθως μη κανονική [Hsu et al. (1974), Hagerman (1978), Lau et al. (1990), Kim and Kon (1994)].

Στασιμότητα

Πίνακας 10: Έλεγχοι μοναδιαίας ρίζας ημερησίων λογαριθμικών αποδόσεων

ΧΩΡΑ	1/2000-3/2003		4/2003-7/2007		8/2007-12/2008		Συνολική περίοδος	
	ADF	PP	ADF	PP	ADF	PP	ADF	PP
ΒΕΛΓΙΟ	-24,763	-24,560	-34,966	-34,962	-18,956	-18,966	-44,885	-44,779
ΓΑΛΛΙΑ	-29,014	-29,650	-36,203	-36,548	-9,898	-22,788	-22,964	-51,658
ΓΕΡΜΑΝΙΑ	-30,231	-30,375	-35,579	-35,591	-20,627	-20,847	-50,729	-50,782
ΕΛΛΑΔΑ	-25,630	-25,575	-31,490	-31,504	-18,166	-18,189	-43,877	-43,846
ΗΠΑ	-29,473	-29,518	-35,357	-35,489	-17,767	-23,806	-39,217	-52,880
ΗΒ	-30,007	-30,902	-37,070	-37,188	-9,719	-21,982	-22,907	-52,567
ΙΑΠΩΝΙΑ	-30,071	-30,167	-33,723	-33,730	-15,492	-19,192	-36,604	-48,945
ΙΣΠΑΝΙΑ	-29,534	-29,664	-34,479	-34,469	-20,763	-21,682	-50,255	-50,478
ΙΤΑΛΙΑ	-28,598	-28,605	-28,825	-28,833	-14,942	-18,006	-45,914	-45,905
ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	-28,779	-29,184	-36,427	-36,427	-20,796	-21,011	-23,563	-50,045

Ο Πίνακας 10 παρουσιάζει τα *t*-στατιστικά που προέρχονται από Ελέγχους Μοναδιαίας Ρίζας στις σειρές των λογαριθμικών αποδόσεων όλων των υπό μελέτη αγορών. Οι έλεγχοι αφορούν τόσο τη συνολική περίοδο όσο και τις υποπεριόδους. Συγκεκριμένα, διενεργείται ο Επαυξημένος έλεγχος Dickey-Fuller (ADF) και ο έλεγχος Phillips-Perron (PP) και τα αποτελέσματα δείχνουν ότι, σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, η μηδενική υπόθεση της ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας στη σειρά των λογαριθμικών αποδόσεων μπορεί να απορριφθεί για όλες τις χώρες και σε όλες τις εξεταζόμενες περιόδους. Αυτό συνεπάγεται ότι οι σειρές των αποδόσεων θεωρούνται στάσιμες, για όλες τις χώρες, τις υποπεριόδους, καθώς και για τη συνολική περίοδο.

Μεταξύ των υποπεριόδων, οι λιγότερο στάσιμες σειρές αποδόσεων είναι αυτές της τρίτης υποπεριόδου. Οι αποδόσεις της πρώτης υποπεριόδου είναι περισσότερο στάσιμες από αυτές της τρίτης και λιγότερο από αυτές της δεύτερης υποπεριόδου, ενώ οι αποδόσεις της δεύτερης υποπεριόδου είναι οι περισσότερο στάσιμες από όλων των υποπεριόδων. Οι αποδόσεις της συνολικής περιόδου εμφανίζουν στις περισσότερες περιπτώσεις, μεγαλύτερη στασιμότητα από αυτές των υποπεριόδων. Επομένως, συμπεραίνουμε τα εξής:

- Η επιδείνωση της εικόνας της οικονομίας συνδέεται με μείωση της στασιμότητας των αποδόσεων των μετοχικών αξιών.
- Όταν μεταφερόμαστε από τη συνολική περίοδο στις υποπεριόδους, η στασιμότητα των σειρών των αποδόσεων μειώνεται στις περισσότερες περιπτώσεις.

4.2 Ανάλυση της μεταβλητότητας

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης μας αναφορικά με την πρόβλεψη της μεταβλητότητας. Αρχικά, τα αποτελέσματα παρουσιάζονται κατηγοριοποιημένα με βάση τη μέθοδο αξιολόγησης των προβλέψεων που χρησιμοποιήθηκε. Ακολούθως, δίνονται τα γενικά συμπεράσματα της ανάλυσης μας.

4.2.1 Μέσο Απόλυτο Σφάλμα

Ο Πίνακας 11 παρουσιάζει τα αποτελέσματα των στατιστικών σφάλματος της πρόβλεψης για κάθε υπόδειγμα σύμφωνα με το κριτήριο *MAE*. Ο πίνακας δείχνει επίσης, την ιεράρχηση των υποδειγμάτων πρόβλεψης ως προς την προβλεπτική τους ικανότητα, για κάθε χώρα και για όλες τις υπό διερεύνηση περιόδους. Έτσι, η κατάταξη του κάθε υποδείγματος κυμαίνεται από το 1, το οποίο αντιστοιχεί στο υπόδειγμα με τη μεγαλύτερη προβλεπτική ικανότητα, έως το 4, που αναφέρεται στο υπόδειγμα με τη μικρότερη ικανότητα πρόβλεψης.

Πίνακας 11: Μέσο απόλυτο σφάλμα (ΜΑΕ) πρόβλεψης της μεταβλητότητας

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ : 1/1/2000 – 31/12/2008										
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ	ΒΕΛΓΙΟ		ΓΑΛΛΙΑ		ΓΕΡΜΑΝΙΑ		ΕΛΛΑΔΑ		ΗΠΑ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	0,3936	2	0,3617	2	0,3884	2	0,4740	3	0,3099	2
Ιστορικός Μέσος	0,5566	4	0,5880	4	0,6452	4	0,5489	4	0,4859	4
Κινητός Μέσος	0,4087	3	0,4031	3	0,4244	3	0,4293	2	0,3151	3
Εκθ. Εξομάλυνση	0,3834	1	0,3562	1	0,3737	1	0,4042	1	0,2998	1
	HB		ΙΑΠΩΝΙΑ		ΙΣΠΑΝΙΑ		ΙΤΑΛΙΑ		ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	0,3561	2	0,4185	3	0,3500	2	0,3701	2	0,4175	2
Ιστορικός Μέσος	0,5173	4	0,4642	4	0,5066	4	0,5179	4	0,6665	4
Κινητός Μέσος	0,3638	3	0,4175	2	0,3583	3	0,3724	3	0,4695	3
Εκθ. Εξομάλυνση	0,3405	1	0,3727	1	0,3232	1	0,3458	1	0,4111	1
1 ^η ΥΠΟΠΕΡΙΟΔΟΣ : 1/1/2000 – 31/3/2003										
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ	ΒΕΛΓΙΟ		ΓΑΛΛΙΑ		ΓΕΡΜΑΝΙΑ		ΕΛΛΑΔΑ		ΗΠΑ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	0,4520	1	0,3849	2	0,4623	2	0,5668	3	0,3978	4
Ιστορικός Μέσος	0,6048	4	0,4972	3	0,6046	4	0,6078	4	0,3866	2
Κινητός Μέσος	0,5072	3	0,4996	4	0,5145	3	0,5177	2	0,3919	3
Εκθ. Εξομάλυνση	0,4538	2	0,3842	1	0,4575	1	0,4761	1	0,3582	1
	HB		ΙΑΠΩΝΙΑ		ΙΣΠΑΝΙΑ		ΙΤΑΛΙΑ		ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	0,4044	2	0,4114	3	0,3706	3	0,5071	3	0,4613	1
Ιστορικός Μέσος	0,4390	3	0,3405	1	0,3704	2	0,4875	2	0,6601	4
Κινητός Μέσος	0,4471	4	0,4128	4	0,4215	4	0,5870	4	0,6255	3
Εκθ. Εξομάλυνση	0,3865	1	0,3453	2	0,3522	1	0,4746	1	0,4668	2
2 ^η ΥΠΟΠΕΡΙΟΔΟΣ : 1/4/2003 – 31/7/2007										
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ	ΒΕΛΓΙΟ		ΓΑΛΛΙΑ		ΓΕΡΜΑΝΙΑ		ΕΛΛΑΔΑ		ΗΠΑ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	0,2072	3	0,2012	2	0,2301	1	0,2532	2	0,1493	1
Ιστορικός Μέσος	0,2555	4	0,2561	4	0,3514	4	0,2663	4	0,1729	4
Κινητός Μέσος	0,2036	1	0,2000	1	0,2501	3	0,2661	3	0,1561	3
Εκθ. Εξομάλυνση	0,2040	2	0,2028	3	0,2431	2	0,2458	1	0,1532	2
	HB		ΙΑΠΩΝΙΑ		ΙΣΠΑΝΙΑ		ΙΤΑΛΙΑ		ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	0,1903	3	0,2753	2	0,1992	3	0,1832	4	0,2381	3
Ιστορικός Μέσος	0,2114	4	0,3292	4	0,2078	4	0,1644	3	0,3675	4
Κινητός Μέσος	0,1772	2	0,2974	3	0,1798	2	0,1581	2	0,2281	2
Εκθ. Εξομάλυνση	0,1723	1	0,2661	1	0,1763	1	0,1505	1	0,2249	1

Πίνακας 11 (συνέχεια)

3 ^η ΥΠΟΠΕΡΙΟΔΟΣ : 1/8/2007 – 31/12/2008										
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ	ΒΕΛΓΙΟ		ΓΑΛΛΙΑ		ΓΕΡΜΑΝΙΑ		ΕΛΛΑΔΑ		ΗΠΑ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	0,7469	3	0,7323	2	0,7000	2	0,9436	4	0,5895	2
Ιστορικός Μέσος	0,7126	2	0,8224	4	0,7790	4	0,7456	2	0,7456	4
Κινητός Μέσος	0,7714	4	0,7426	3	0,7576	3	0,8167	3	0,6651	3
Εκθ. Εξομάλυνση	0,6853	1	0,6992	1	0,6191	1	0,7036	1	0,5637	1
	ΗΒ		ΙΑΠΩΝΙΑ		ΙΣΠΑΝΙΑ		ΙΤΑΛΙΑ		ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	0,6999	2	0,8508	4	0,7407	2	0,6192	4	0,7695	2
Ιστορικός Μέσος	0,7134	4	0,8364	2	0,7888	4	0,6126	3	0,8818	4
Κινητός Μέσος	0,7022	3	0,8464	3	0,7823	3	0,5963	2	0,8193	3
Εκθ. Εξομάλυνση	0,6844	1	0,6964	1	0,6588	1	0,5194	1	0,7439	1

Οι τιμές του MAE πρέπει να πολλαπλασιαστούν με 10^{-2} . Τιμή είναι τα υπολογισμένα στατιστικά σφάλματα. Το υπόδειγμα με την καλύτερη επίδοση έχει κατάταξη 1.

Όπως προκύπτει από τον παραπάνω πίνακα, η Εκθετική Εξομάλυνση αποτελεί γενικά, με διαφορά την καλύτερη μέθοδο πρόβλεψης της μηνιαίας μεταβλητότητας. Συγκεκριμένα, η μέθοδος αυτή είχε την καλύτερη επίδοση και για τις δέκα χώρες στη συνολική περίοδο, για επτά από τις δέκα χώρες στην πρώτη υποπερίοδο (με τις άλλες τρεις χώρες να την κατατάσσουν δεύτερη), για έξι από τις δέκα χώρες στη δεύτερη υποπερίοδο και για όλες τις χώρες στην τρίτη υποπερίοδο. Παρατηρούμε δηλαδή ότι, αν και η Εκθετική Εξομάλυνση αποτελεί το επικρατέστερο υπόδειγμα σε όλες τις εξεταζόμενες περιόδους, εντούτοις, η σχετική με τα υπόλοιπα υποδείγματα επίδοσή της εμφανίζεται μειωμένη κατά την πρώτη και ακόμα περισσότερο, κατά τη δεύτερη υποπερίοδο.

Από τις επτά περιπτώσεις στις οποίες η Εκθετική Εξομάλυνση δεν κατατάσσεται πρώτη, στις έξι κατατάσσεται δεύτερη με μικρή συνήθως διαφορά από την πρώτη μεθοδολογία (η οποία στις περισσότερες περιπτώσεις είναι ο Τυχαίος Περίπατος) και μόνο σε μια περίπτωση (για τη Γαλλία στη δεύτερη υποπερίοδο) κατατάσσεται τρίτη. Πάντως, για τις περιπτώσεις που η Εκθετική Εξομάλυνση δεν αποτελεί την ενδεδειγμένη μέθοδο πρόβλεψης, οι επιδόσεις της εξακολουθούν να είναι ικανοποιητικές.

Αναφορικά με την υπάρχουσα βιβλιογραφία, τα αποτελέσματά μας, με ορισμένες μελέτες συμφωνούν, ενώ με άλλες έρχονται σε αντίθεση. Έτσι, η υπεροχή της Εκθετικής

Εξομάλυνσης επιβεβαιώνει τα ευρήματα των Dimson and Marsh (1990) για τον UK FT All shares index. Άλλες μελέτες που επίσης προτείνουν ένα βαθμό ανωτερότητας της συγκεκριμένης μεθόδου περιλαμβάνουν αυτή των Figlewski and Green (1999) για τον S&P 500, καθώς και αυτή των McMillan, Speight and Gwilym (2000), στην οποία η Εκθετική Εξομάλυνση, ο Κινητός Μέσος και ο Τυχαίος Περίπατος είχαν καλές επιδόσεις για χαμηλής συχνότητας δεδομένα της Βρετανικής αγοράς που περιελάμβαναν το κραχ. Ακόμη, υπεροχή της Εκθετικής Εξομάλυνσης καταγράφει και ο Ferreira (1999) για το Γαλλικό διατραπεζικό one-month mid rate. Ωστόσο, η ανωτερότητα της Εκθετικής Εξομάλυνσης έρχεται σε σύγκρουση με τα αποτελέσματα των Brailsford and Faff (1996), οι οποίοι βρήκαν ότι για έναν χρηματιστηριακό δείκτη της Αυστραλίας, η μέθοδος αυτή δεν παρουσίασε αξιόλογες επιδόσεις.

Από την άλλη πλευρά, το χειρότερο υπόδειγμα πρόβλεψης σύμφωνα με το κριτήριο MAE, αποτελεί ο Ιστορικός Μέσος, ακολουθούμενος από τον Κινητό Μέσο. Για τη συνολική περίοδο 2000-2008, ο Ιστορικός Μέσος αποτελεί σταθερά το χειρότερο υπόδειγμα πρόβλεψης με μεγάλες μάλιστα διαφορές από τα αμέσως καλύτερα υποδείγματα.

Στην πρώτη υποπερίοδο η εικόνα διαφοροποιείται, με τον Κινητό Μέσο να εμφανίζεται ως το χειρότερο υπόδειγμα (για πέντε από τις δέκα χώρες). Στην υποπερίοδο αυτή ο Ιστορικός Μέσος εμφανίζει μικτά αποτελέσματα, σύμφωνα με τα οποία για ορισμένες χώρες (Βέλγιο, Γερμανία, Ελλάδα, Κάτω Χώρες) εξακολουθεί να αποτελεί το χειρότερο υπόδειγμα, ενώ για άλλες (ΗΠΑ, Ιαπωνία, Ισπανία, Ιταλία) παρουσιάζει καλές επιδόσεις. Για την Ιαπωνία μάλιστα αποτελεί το βέλτιστο υπόδειγμα πρόβλεψης.

Στη δεύτερη υποπερίοδο που αποτελεί φάση ανοδικής τάσης των αγορών και πάλι ο Ιστορικός Μέσος κατατάσσεται τελευταίος, για όλες τις αγορές πλην της Ιταλικής όπου κατέχει την προτελευταία θέση.

Στην τρίτη υποπερίοδο της χρηματοοικονομικής κρίσης ο Ιστορικός Μέσος αποτελεί και πάλι το χειρότερο υπόδειγμα, καταλαμβάνοντας την τελευταία θέση σε έξι από τις δέκα χώρες. Στις περιπτώσεις που ο Ιστορικός Μέσος δεν αποτελεί το χειρότερο υπόδειγμα, τη θέση αυτή καταλαμβάνει τις περισσότερες φορές ο Τυχαίος Περίπατος.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι το χειρότερο υπόδειγμα πρόβλεψης ποικίλει ανάλογα με την υπό εξέταση περίοδο.

Αναφορικά με το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου, παρά την απλότητά του, σε πολλές περιπτώσεις παρουσιάζει αξιόλογα αποτελέσματα. Για παράδειγμα, στη συνολική περίοδο

κατατάσσεται δεύτερο μετά την Εκθετική Εξομάλυνση, για οκτώ από τις δέκα χώρες. Τα ευρήματα αυτά επιβεβαιώνουν τα αποτελέσματα αρκετών εμπειρικών ερευνών, όπως αυτές των Dimson and Marsh (1990) και Tse (1991) που έχουν δείξει ότι η μέθοδος του τυχαίου περιπάτου παρουσιάζει αξιόλογες επιδόσεις στην πρόβλεψη της μεταβλητότητας. Άλλες μελέτες ωστόσο, έχουν δείξει ότι η μέθοδος αυτή συχνά υπεκτιμά τη μηνιαία μεταβλητότητα (βλέπε και σχετική παρατήρηση στην παράγραφο 4.2.4).

Παρατηρούμε ότι στη δεύτερη υποπερίοδο της ανοδικής τάσης είναι δυσκολότερο να εντοπιστεί ένα συγκεκριμένο υπόδειγμα πρόβλεψης που να είναι το καταλληλότερο για όλες τις χώρες. Στη φάση αυτή, εκτός του Ιστορικού Μέσου, κάθε ένα από τα υπόλοιπα υποδείγματα έχει βρεθεί ότι είναι το καλύτερο για μία τουλάχιστον χώρα. Έτσι, στην περίοδο αυτή η σχετική αποτελεσματικότητα της Εκθετικής Εξομάλυνσης μειώνεται σημαντικά, ενώ βελτιώνονται εντυπωσιακά οι επιδόσεις του Κινητού Μέσου. Πάντως, παρά τις διαφοροποιήσεις στην κατάταξη των υποδειγμάτων πρόβλεψης μεταξύ των χωρών, στην υποπερίοδο αυτή η προβλεπτική ικανότητα όλων των υποδειγμάτων βελτιώνεται σημαντικά σε σχέση με τις υπόλοιπες περιόδους, δεδομένου ότι η μεταβλητότητα γίνεται πολύ περισσότερο προβλέψιμη. Το γεγονός αυτό αντανακλάται στις σημαντικά μικρότερες τιμές του στατιστικού MAE .

Γενικότερα, παρατηρούμε ότι όσο χειρότερη είναι η φάση που διανύει η οικονομία, τόσο μεγαλύτερα είναι τα στατιστικά σφάλματος, δηλαδή τόσο λιγότερο προβλέψιμη καθίσταται η μεταβλητότητα.

Επιπλέον, γενικά, προέκυψε ότι η σχετική κατάταξη των υποδειγμάτων και η προβλεπτική τους ικανότητα γενικότερα, διαφοροποιείται όταν μεταφερόμαστε από τη συνολική περίοδο στις υποπεριόδους, καθώς και μεταξύ των υποπεριόδων.

4.2.2 Στατιστικό σφάλματος $MME(U)$

Στον Πίνακα 12 παρουσιάζεται η αξιολόγηση των τεσσάρων υποδειγμάτων πρόβλεψης της μεταβλητότητας, όταν αυτή γίνεται με το κριτήριο $MME(U)$.

Πίνακας 12: Στατιστικό σφάλματος ΜΜΕ(Υ) από την πρόβλεψη της μεταβλητότητας

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ : 1/1/2000 – 31/12/2008										
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ	ΒΕΛΓΙΟ		ΓΑΛΛΙΑ		ΓΕΡΜΑΝΙΑ		ΕΛΛΑΔΑ		ΗΠΑ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	2,7266	3	2,6254	2	2,7570	3	3,2687	4	2,4527	2
Ιστορικός Μέσος	2,9937	4	2,6744	3	2,7260	2	2,2485	1	2,3577	1
Κινητός Μέσος	2,7026	2	2,8734	4	2,9937	4	2,9779	3	2,5345	4
Εκθ. Εξομάλυνση	2,6338	1	2,5955	1	2,6763	1	2,8500	2	2,4724	3
	HB		ΙΑΠΩΝΙΑ		ΙΣΠΑΝΙΑ		ΙΤΑΛΙΑ		ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	2,6303	3	2,8705	2	2,6248	2	2,8011	4	2,8172	2
Ιστορικός Μέσος	2,6574	4	2,9261	3	2,6828	4	2,0271	1	3,1068	4
Κινητός Μέσος	2,6068	2	3,0187	4	2,6484	3	2,6526	3	2,8750	3
Εκθ. Εξομάλυνση	2,4566	1	2,7267	1	2,4279	1	2,4978	2	2,7850	1
1 ^η ΥΠΟΠΕΡΙΟΔΟΣ : 1/1/2000 – 31/3/2003										
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ	ΒΕΛΓΙΟ		ΓΑΛΛΙΑ		ΓΕΡΜΑΝΙΑ		ΕΛΛΑΔΑ		ΗΠΑ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	3,0148	2	2,7186	1	3,3012	1	3,8594	4	2,8974	3
Ιστορικός Μέσος	3,7704	4	3,6966	4	4,5382	4	2,2487	1	2,8691	2
Κινητός Μέσος	3,0197	3	3,4239	3	3,4509	3	3,1907	3	2,8454	1
Εκθ. Εξομάλυνση	3,0046	1	2,8017	2	3,3020	2	2,4221	2	2,9270	4
	HB		ΙΑΠΩΝΙΑ		ΙΣΠΑΝΙΑ		ΙΤΑΛΙΑ		ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	2,8640	2	3,0044	1	2,8546	1	3,3983	4	2,9533	1
Ιστορικός Μέσος	3,0570	4	3,3604	4	3,3373	4	2,7005	1	4,6204	4
Κινητός Μέσος	3,0145	3	3,0905	2	3,0883	2	3,2629	3	3,5632	3
Εκθ. Εξομάλυνση	2,7132	1	3,1424	3	3,1563	3	3,0907	2	3,0870	2
2 ^η ΥΠΟΠΕΡΙΟΔΟΣ : 1/4/2003 – 31/7/2007										
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ	ΒΕΛΓΙΟ		ΓΑΛΛΙΑ		ΓΕΡΜΑΝΙΑ		ΕΛΛΑΔΑ		ΗΠΑ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	2,0076	4	2,0699	4	2,0531	2	2,2960	4	1,6647	4
Ιστορικός Μέσος	1,3195	1	1,1440	1	1,0777	1	1,7142	1	1,0292	1
Κινητός Μέσος	1,8415	2	1,9061	2	2,2110	4	2,2023	2	1,6599	3
Εκθ. Εξομάλυνση	1,9759	3	2,0305	3	2,2010	3	2,2298	3	1,5466	2
	HB		ΙΑΠΩΝΙΑ		ΙΣΠΑΝΙΑ		ΙΤΑΛΙΑ		ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	2,0138	4	2,4031	4	2,0259	4	2,0538	4	2,2329	4
Ιστορικός Μέσος	1,2305	1	1,9354	1	1,5147	1	1,2835	1	0,8907	1
Κινητός Μέσος	1,7292	2	2,3845	3	1,6934	2	1,8182	3	1,7937	2
Εκθ. Εξομάλυνση	1,7425	3	2,1705	2	1,8950	3	1,7681	2	1,9893	3

Πίνακας 12 (συνέχεια)

3 ^η ΥΠΟΠΕΡΙΟΔΟΣ : 1/8/2007 – 31/12/2008										
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ	ΒΕΛΓΙΟ		ΓΑΛΛΙΑ		ΓΕΡΜΑΝΙΑ		ΕΛΛΑΔΑ		ΗΠΑ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	4,0659	1	3,9549	1	3,9872	2	4,9121	2	3,8128	1
Ιστορικός Μέσος	5,8260	4	5,7616	4	5,8477	4	5,7563	4	6,0674	4
Κινητός Μέσος	5,0158	3	4,9481	3	5,3608	3	5,2243	3	5,2294	3
Εκθ. Εξομάλυνση	4,0722	2	4,0074	2	3,5866	1	4,4252	1	3,8168	2
	ΗΒ		ΙΑΠΩΝΙΑ		ΙΣΠΑΝΙΑ		ΙΤΑΛΙΑ		ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	3,7713	1	3,7197	1	3,8537	2	3,6545	2	4,0437	1
Ιστορικός Μέσος	5,1320	4	5,3882	4	5,8020	4	5,0091	4	5,8637	4
Κινητός Μέσος	4,7366	3	4,9612	3	4,9571	3	4,5279	3	5,1039	3
Εκθ. Εξομάλυνση	3,9378	2	4,0818	2	3,5884	1	3,6178	1	4,1462	2

Οι τιμές του $MME(U)$ πρέπει να πολλαπλασιαστούν με 10^{-2} . Τιμή είναι τα υπολογισμένα στατιστικά σφάλματος. Το υπόδειγμα με την καλύτερη επίδοση έχει κατάταξη 1.

Τα αποτελέσματα της αξιολόγησης μέσω του κριτηρίου $MME(U)$, το οποίο προσδίδει μεγαλύτερη βαρύτητα στις υπεκτιμήσεις της μεταβλητότητας, είναι περισσότερο συγκεκριμένα από ότι αυτά μέσω του MAE .

Για τη συνολική περίοδο, η Εκθετική Εξομάλυνση παρουσιάζει τις καλύτερες επιδόσεις για επτά από τις δέκα χώρες. Η κατάταξη των υπόλοιπων υποδειγμάτων ποικίλει ανάλογα με τη χώρα που εξετάζεται.

Στην πρώτη υποπερίοδο ο Τυχαίος Περίπατος αξιολογείται ως το καλύτερο υπόδειγμα για πέντε από τις δέκα χώρες, ενώ ο Ιστορικός Μέσος αποτελεί το χειρότερο υπόδειγμα για επτά από τις δέκα αγορές. Εξαιρέση αποτελούν η Ελληνική και η Ιταλική αγορά, για τις οποίες ο Ιστορικός Μέσος κατατάσσεται πρώτος και ο Τυχαίος Περίπατος τελευταίος.

Στη δεύτερη υποπερίοδο ο Ιστορικός Μέσος κυριαρχεί, όντας η καλύτερη μεθοδολογία πρόβλεψης για όλες τις υπό μελέτη αγορές. Για την ίδια περίοδο, ο Τυχαίος Περίπατος αποτελεί το χειρότερο υπόδειγμα σε εννέα από τις δέκα χώρες. Οι κακές αυτές επιδόσεις μπορούν να αποδοθούν στην υπεκτίμηση της μηνιαίας μεταβλητότητας, η οποία απαντάται συχνά στον Τυχαίο Περίπατο.

Όπως συνέβη και με τις τιμές του κριτηρίου MAE , οι τιμές του στατιστικού $MME(U)$ ελαττώνονται σημαντικά κατά τη δεύτερη υποπερίοδο.

Στην τρίτη υποπερίοδο ο Τυχαίος Περίπατος παρουσιάζει τις καλύτερες επιδόσεις σε έξι από τις δέκα αγορές, ενώ ο Ιστορικός Μέσος έχει τη χειρότερη επίδοση και για τις δέκα χώρες. Η Εκθετική Εξομάλυνση παρουσιάζει αξιολογικά αποτελέσματα.

Γενικά, παρατηρούμε ότι οι επιδόσεις της Εκθετικής Εξομάλυνσης υποχωρούν σε σχέση με αυτές που καταγράφηκαν μέσω του *MAE*. Οι επιδόσεις του Κινητού Μέσου επίσης δεν είναι ιδιαίτερα καλές. Ο Τυχαίος Περίπατος έχει αρκετά καλές επιδόσεις στις φάσεις πτωτικής τάσης της οικονομίας και πολύ κακές στην ανοδική φάση. Αντίθετα, ο Ιστορικός Μέσος επικρατεί στην ανοδική φάση και κατατάσσεται τελευταίος στις καθοδικές φάσεις. Όσο επιδεινώνεται η κατάσταση στην οικονομία, τόσο πέφτει η θέση κατάταξής του. Αντίστροφη είναι η εικόνα που εμφανίζει ο Τυχαίος Περίπατος.

Γενικά, η κατάταξη των υποδειγμάτων μέσω του κριτηρίου *MME(U)* διαφοροποιείται σημαντικά, ανάλογα με την υπό εξέταση χρονική περίοδο και τη φάση που διανύει η οικονομία (ανοδική ή καθοδική). Η διαφοροποίηση αυτή είναι εντονότερη από την αντίστοιχη διαφοροποίηση μέσω του κριτηρίου *MAE*.

4.2.3 Στατιστικό σφάλματος *MME(O)*

Στον Πίνακα 13 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αξιολόγησης των υποδειγμάτων πρόβλεψης μέσω του κριτηρίου *MME(O)*.

Πίνακας 13: Στατιστικό σφάλματος ΜΜΕ(Ο) από την πρόβλεψη της μεταβλητότητας

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ : 1/1/2000 – 31/12/2008										
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ	ΒΕΛΓΙΟ		ΓΑΛΛΙΑ		ΓΕΡΜΑΝΙΑ		ΕΛΛΑΔΑ		ΗΠΑ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	3,1001	1	2,9259	2	3,0163	1	3,2235	2	2,7326	3
Ιστορικός Μέσος	4,3777	4	4,8848	4	5,3181	4	5,1720	4	4,5382	4
Κινητός Μέσος	3,2640	3	2,9945	3	3,1566	3	3,2621	3	2,6493	1
Εκθ. Εξομάλυνση	3,1828	2	2,9144	1	3,0440	2	3,2200	1	2,6755	2
	HB		ΙΑΠΩΝΙΑ		ΙΣΠΑΝΙΑ		ΙΤΑΛΙΑ		ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	2,9226	2	3,2147	3	2,9143	2	2,8119	1	3,1745	2
Ιστορικός Μέσος	4,3920	4	3,6104	4	4,3953	4	5,0959	4	4,9375	4
Κινητός Μέσος	2,9098	1	3,1301	2	2,9435	3	2,8973	2	3,4963	3
Εκθ. Εξομάλυνση	2,9759	3	3,1022	1	2,8488	1	2,9225	3	3,1441	1
1 ^η ΥΠΟΠΕΡΙΟΔΟΣ : 1/1/2000 – 31/3/2003										
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ	ΒΕΛΓΙΟ		ΓΑΛΛΙΑ		ΓΕΡΜΑΝΙΑ		ΕΛΛΑΔΑ		ΗΠΑ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	3,2356	1	3,0328	3	3,1755	2	3,3800	1	3,2630	3
Ιστορικός Μέσος	3,8046	3	2,8839	1	2,9998	1	5,8639	4	3,2753	4
Κινητός Μέσος	3,8287	4	3,3305	4	3,4661	4	3,8605	2	3,1360	2
Εκθ. Εξομάλυνση	3,3398	2	2,9641	2	3,2527	3	4,3938	3	2,9067	1
	HB		ΙΑΠΩΝΙΑ		ΙΣΠΑΝΙΑ		ΙΤΑΛΙΑ		ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	3,0923	1	3,1650	3	3,1630	3	3,2341	1	3,2970	3
Ιστορικός Μέσος	3,2009	2	2,2759	1	2,5987	1	4,0159	4	3,0229	1
Κινητός Μέσος	3,3456	4	3,1740	4	3,3985	4	3,9553	3	4,1423	4
Εκθ. Εξομάλυνση	3,2020	3	2,6674	2	2,6007	2	3,5957	2	3,2302	2
2 ^η ΥΠΟΠΕΡΙΟΔΟΣ : 1/4/2003 – 31/7/2007										
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ	ΒΕΛΓΙΟ		ΓΑΛΛΙΑ		ΓΕΡΜΑΝΙΑ		ΕΛΛΑΔΑ		ΗΠΑ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	2,3145	1	2,1691	1	2,3836	1	2,4841	1	1,9753	1
Ιστορικός Μέσος	3,6850	4	3,9114	4	4,8749	4	3,3975	4	3,1653	4
Κινητός Μέσος	2,4242	3	2,3279	3	2,5883	3	2,7431	3	2,0795	2
Εκθ. Εξομάλυνση	2,3465	2	2,3064	2	2,4416	2	2,5651	2	2,2966	3
	HB		ΙΑΠΩΝΙΑ		ΙΣΠΑΝΙΑ		ΙΤΑΛΙΑ		ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	2,1989	2	2,7576	1	2,1333	2	2,0636	3	2,3896	2
Ιστορικός Μέσος	3,3096	4	3,8530	4	2,9713	4	2,6569	4	5,2527	4
Κινητός Μέσος	2,2451	3	2,9535	3	2,2498	3	1,9882	2	2,7191	3
Εκθ. Εξομάλυνση	2,1639	1	2,8759	2	2,1036	1	1,9478	1	2,3540	1

Πίνακας 13 (συνέχεια)

3 ^η ΥΠΟΠΕΡΙΟΔΟΣ : 1/8/2007 – 31/12/2008										
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ	ΒΕΛΓΙΟ		ΓΑΛΛΙΑ		ΓΕΡΜΑΝΙΑ		ΕΛΛΑΔΑ		ΗΠΑ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	4,7946	4	4,6325	4	4,2543	4	5,0497	4	3,6969	4
Ιστορικός Μέσος	2,3759	1	2,8445	1	2,4166	1	2,2486	1	1,9461	1
Κινητός Μέσος	3,6442	2	3,1310	2	3,0070	2	3,6585	2	2,5990	2
Εκθ. Εξομάλυνση	4,2362	3	4,3608	3	3,9039	3	3,7139	3	3,4877	3
	ΗΒ		ΙΑΠΩΝΙΑ		ΙΣΠΑΝΙΑ		ΙΤΑΛΙΑ		ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ	
	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη	Τιμή	Κατάταξη
Τυχαίος Περίπατος	4,4853	4	4,7316	4	4,5472	4	4,0249	4	4,8670	4
Ιστορικός Μέσος	3,0041	1	3,2279	1	2,7514	1	2,3664	1	3,0341	1
Κινητός Μέσος	3,0354	2	3,5992	2	3,4779	2	2,8329	2	3,4749	2
Εκθ. Εξομάλυνση	4,2488	3	3,7244	3	4,0601	3	3,3608	3	4,6002	3

Οι τιμές του MME(O) πρέπει να πολλαπλασιαστούν με 10^{-2} . Τιμή είναι τα υπολογισμένα στατιστικά σφάλματος. Το υπόδειγμα με την καλύτερη επίδοση έχει κατάταξη 1.

Αναφορικά με την αξιολόγηση μέσω του *MME(O)* που αποδίδει μεγαλύτερη βαρύτητα στην υπερεκτίμηση της μεταβλητότητας, στη συνολική περίοδο η Εκθετική Εξομάλυνση κατατάσσεται πρώτη στις μισές χώρες. Από την άλλη πλευρά, ο Ιστορικός Μέσος καταλαμβάνει την τελευταία θέση για όλες τις αγορές.

Οι Balaban et al. (2006), οι οποίοι εφαρμόζουν 11 υποδείγματα πρόβλεψης σε 15 χρηματιστηριακές αγορές, επίσης βρίσκουν ότι η Εκθετική Εξομάλυνση έχει πολύ καλή κατάταξη, όταν ποινικοποιούνται περισσότερο οι υπερεκτιμήσεις. Αντίθετα, για την ίδια περίπτωση, οι Brailsford and Faff (1996) κατατάσσουν την Εκθετική Εξομάλυνση τελευταία.

Στην πρώτη υποπερίοδο τα αποτελέσματά μας είναι συγκεχυμένα. Αν και ο Ιστορικός Μέσος εμφανίζει τις συγκριτικά καλύτερες επιδόσεις (για τις πέντε από τις δέκα χώρες), εντούτοις τόσο στην Ελληνική όσο και στην Ιταλική αγορά κατατάσσεται τελευταίος. Ο Τυχαίος Περίπατος αποτελεί το δεύτερο καλύτερο υπόδειγμα. Για επτά χώρες ο Κινητός Μέσος αποτελεί το χειρότερο υπόδειγμα πρόβλεψης.

Στη δεύτερη υποπερίοδο της ανοδικής φάσης των αγορών, ο Τυχαίος Περίπατος επικρατεί σε πέντε χώρες. Η Εκθετική Εξομάλυνση έπεται, επικρατώντας σε τέσσερις αγορές. Ο Ιστορικός Μέσος αποτελεί και πάλι τη χειρότερη μέθοδο για όλες τις αγορές. Όπως συνέβη

και με τις τιμές των κριτηρίων MAE και $MME(U)$, οι τιμές του στατιστικού $MME(O)$ ελαττώνονται σημαντικά στη δεύτερη υποπερίοδο.

Στην τρίτη υποπερίοδο η εικόνα διαφοροποιείται σημαντικά. Η κατάταξη των υποδειγμάτων είναι κοινή για όλες τις χώρες. Τις καλύτερες επιδόσεις παρουσιάζει ο Ιστορικός Μέσος και τις χειρότερες ο Τυχαίος Περίπατος. Ο Κινητός Μέσος και η Εκθετική Εξομάλυνση καταλαμβάνουν αντίστοιχα τη δεύτερη και τρίτη θέση.

Μια σημαντική παρατήρηση είναι ότι, με βάση το κριτήριο $MME(O)$, η κατάταξη του Ιστορικού Μέσου διαφοροποιείται ριζικά, ανάλογα με τη φάση που διανύει η οικονομία. Έτσι, στην ανοδική φάση κατατάσσεται τελευταίος (για όλες τις χώρες), ενώ στις καθοδικές φάσεις αποτελεί το βέλτιστο υπόδειγμα πρόβλεψης. Όσο χειρότερη είναι η φάση της οικονομίας, τόσο βελτιώνεται η θέση του σε σχέση με τα υπόλοιπα υποδείγματα.

Όπως συνέβη και στην αξιολόγηση μέσω του $MME(U)$, η κατάταξη των υποδειγμάτων διαφοροποιείται σημαντικά ανάλογα με την εξεταζόμενη χρονική περίοδο και τη φάση της οικονομίας και η διαφοροποίηση αυτή είναι εντονότερη από την αντίστοιχη μέσω του συμμετρικού κριτηρίου.

4.2.4 Συμπεράσματα

Τα πρώτα μας αποτελέσματα αφορούν στην αξιολόγηση που κάνουμε μέσω του συμμετρικού στατιστικού του μέσου απολύτου σφάλματος. Στο πλαίσιο αυτό, βρήκαμε ότι η μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης διενεργεί, γενικά, τις καλύτερες προβλέψεις της μηνιαίας μεταβλητότητας, τόσο στη συνολική περίοδο των εννέα ετών, όσο και στις τρεις υποπεριόδους. Έτσι, με βάση τα ευρήματά μας, όταν αυτά αξιολογούνται μέσω του συμμετρικού κριτηρίου, προκύπτει ότι για ποικίλες φάσεις της αγοράς και για διάφορες χρηματιστηριακές αγορές ανά την υφήλιο, το υπόδειγμα της εκθετικής εξομάλυνσης είναι το ενδεικνυόμενο.

Πάντως, η κατάταξη των υποδειγμάτων διαφοροποιείται σημαντικά όταν μεταφερόμαστε από τη συνολική περίοδο στις υποπεριόδους, καθώς και μεταξύ των υποπεριοδών. Για όλες τις εξεταζόμενες περιόδους, όμως, η Εκθετική Εξομάλυνση αποτελεί το βέλτιστο υπόδειγμα πρόβλεψης, για τις περισσότερες ή για όλες τις υπό μελέτη αγορές.

Συνεπώς, για τις περιπτώσεις που στην κατεύθυνση του σφάλματος πρόβλεψης αποδίδεται η ίδια σημασία, όπως συμβαίνει για παράδειγμα στην επιλογή χαρτοφυλακίου, η μελέτη μας, απύσασ οποιασδήποτε άλλης πληροφορίας που θα μπορούσε να οδηγήσει σε διαφορετικό

συμπέρασμα, υποδεικνύει την Εκθετική Εξομάλυνση ως το καταλληλότερο υπόδειγμα πρόβλεψης.

Αναφορικά με την αξιολόγηση μέσω των μη συμμετρικών συναρτήσεων σφάλματος, οι οποίες προσδίδουν διαφορετική βαρύτητα στην υπεκτίμηση από την υπερεκτίμηση της μεταβλητότητας, η πρώτη σημαντική παρατήρηση είναι ότι τα συμπεράσματά μας διαφοροποιούνται σημαντικά σε σχέση με αυτά μέσω του συμμετρικού κριτηρίου. Η παρατήρηση αυτή ενισχύει τα ευρήματα των Brailsford and Faff (1996).

Ειδικότερα, για τη συνολική περίοδο, οι επιδόσεις της Εκθετικής Εξομάλυνσης εμφανίζονται μειωμένες σε σχέση με την αποτίμηση μέσω του συμμετρικού στατιστικού, αν και παραμένει η καλύτερη μέθοδος πρόβλεψης.

Ωστόσο, τόσο η επιλογή του βέλτιστου υποδείγματος όσο και η κατάταξη των υποδειγμάτων συνολικά, διαφοροποιούνται σημαντικά όταν μεταφερόμαστε από τη συνολική περίοδο στις υποπεριόδους, καθώς και μεταξύ των υποπεριόδων. Επιπλέον, σημαντικές ανακατατάξεις μεταξύ των υποδειγμάτων στις υποπεριόδους παρατηρούνται και σε σύγκριση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα μέσω του *MAE*. Έτσι, στις υποπεριόδους, μέσω της αποτίμησης με τα μη συμμετρικά στατιστικά, η Εκθετική Εξομάλυνση δεν αποτελεί το βέλτιστο υπόδειγμα. Τη θέση αυτή καταλαμβάνουν εναλλάξ, ο Ιστορικός Μέσος και ο Τυχαίος Περίπατος. Συγκεκριμένα, όταν «ποινικοποιείται» περισσότερο η υπεκτίμηση της μεταβλητότητας, το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου επικρατεί στις φάσεις καθοδικής τάσης των αγορών, ενώ ο Ιστορικός Μέσος στην ανοδική φάση. Αντίθετα, όταν αποδίδεται μεγαλύτερη βαρύτητα στην υπερεκτίμηση της μεταβλητότητας, τότε ο Ιστορικός Μέσος υπερτερεί στις καθοδικές φάσεις των αγορών και ο Τυχαίος Περίπατος στην ανοδική.

Η επόμενη παρατήρηση αφορά στις επιδόσεις του Τυχαίου Περιπάτου. Συγκεκριμένα, είναι γνωστό ότι το το υπόδειγμα αυτό συνήθως υπεκτιμά τη μηνιαία μεταβλητότητα [Balaban, Bayar and Faff (2006)]. Τα ευρήματά μας άλλοτε ενισχύουν και άλλοτε απορρίπτουν αυτόν τον ισχυρισμό. Έτσι, κατά την πρώτη και τρίτη υποπερίοδο, όταν ποινικοποιούμε περισσότερο την υπεκτίμηση της μεταβλητότητας, ο Τυχαίος Περίπατος, αντίθετα με ότι αναμενόταν, αποτελεί το βέλτιστο υπόδειγμα πρόβλεψης.

Όπως και στην αξιολόγηση μέσω του μέσου απολύτου σφάλματος, προκύπτει ότι όσο καλύτερη είναι η φάση της αγοράς, τόσο περισσότερο προβλέψιμη καθίσταται η μεταβλητότητα.

Τα παραπάνω ευρήματα έχουν μεγάλη σημασία για εφαρμογές όπως αυτές της μεθοδολογίας VaR, όπου μια σημαντική υπεκτίμηση της μεταβλητότητας θα μπορούσε να έχει δραματικές συνέπειες για τους επενδυτές. Έτσι, με βάση τα ευρήματα της μελέτης μας, οι τελευταίοι θα εξυπηρετούνταν καλύτερα χρησιμοποιώντας προβλέψεις μέσω του Ιστορικού Μέσου για τις περιόδους ανοδικής τάσης των αγορών, προβλέψεις μέσω του Τυχαίου Περιπάτου για τις φάσεις καθοδικής τάσης και προβλέψεις μέσω της Εκθετικής Εξομάλυνσης για περιόδους με μικτές τάσεις στις αγορές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Ανακεφαλαίωση – συμπεράσματα

Η πρόβλεψη της μεταβλητότητας έχει εκτεταμένα διερευνηθεί στη χρηματοοικονομική βιβλιογραφία. Έχουν προταθεί διάφορες κατηγορίες υποδειγμάτων για την πρόβλεψη της χρηματιστηριακής μεταβλητότητας και ειδικότερα για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας των μετοχικών αξιών, με συνηθέστερα χρησιμοποιούμενα τα ιστορικά, τα ARCH, τα στοχαστικά, καθώς και εκείνα που βασίζονται στην τεκμαρτή μεταβλητότητα των δικαιωμάτων προαίρεσης.

Οι επιδόσεις των υποδειγμάτων πρόβλεψης αναφορικά με την προβλεπτική τους ικανότητα, έχουν αξιολογηθεί με ποικίλα κριτήρια αποτίμησης, τα οποία γενικά ομαδοποιούνται σε συμμετρικά και μη συμμετρικά. Από την αξιολόγηση αυτή έχουν προκύψει μικτά αποτελέσματα. Από τη μία πλευρά, ορισμένες έρευνες υποστηρίζουν τις σχετικά απλούστερες μεθοδολογίες πρόβλεψης, ενώ άλλες προτείνουν περισσότερο σύνθετα υποδείγματα όπως τα ARCH.

Το γενικό συμπέρασμα, όπως αυτό προκύπτει από την υπάρχουσα βιβλιογραφία, είναι ότι η τεκμαρτή μεταβλητότητα παρουσιάζει τις καλύτερες επιδόσεις στην πρόβλεψη της μεταβλητότητας, ακολουθούμενη από τα υποδείγματα GARCH (σε διάφορες παραλλαγές) και τα ιστορικά υποδείγματα. Τα μοντέλα GARCH μάλιστα παρουσιάζουν ένα ελαφρύ προβάδισμα έναντι των ιστορικών. Τα στοχαστικά υποδείγματα, παρά την πολυπλοκότητά τους εμφανίζουν τις συγκριτικά χειρότερες επιδόσεις.

Στο πλαίσιο της δικής μας ανάλυσης και επιδιώκοντας να συνεισφέρουμε στις ήδη υπάρχουσες μαρτυρίες, εφαρμόζουμε τέσσερις ιστορικές μεθόδους πρόβλεψης της μεταβλητότητας σε δέκα μετοχικούς δείκτες. Ειδικότερα, η ανάλυσή μας αναφέρεται στην εννεαετή περίοδο 2000 έως 2008 και χρησιμοποιεί αποδόσεις των χρηματιστηριακών αγορών του Βελγίου, της Γαλλίας, της Γερμανίας, της Ελλάδας, των Η.Π.Α., του Ηνωμένου Βασιλείου, της Ιαπωνίας, της Ισπανίας, της Ιταλίας και των Κάτω Χωρών.

Στην ανάλυσή μας εφαρμόζουμε τέσσερις εναλλακτικούς τύπους υποδειγμάτων πρόβλεψης – ένα υπόδειγμα τυχαίου περιπάτου, ένα υπόδειγμα ιστορικού μέσου, ένα

υπόδειγμα κινητού μέσου και υποδείγματα εκθετικής εξομάλυνσης. Επιπλέον, αξιολογούμε και ιεραρχούμε τις παραπάνω μεθόδους πρόβλεψης, με βάση τόσο συμμετρικά όσο και μη συμμετρικά στατιστικά σφάλματος. Η εν λόγω ανάλυση λαμβάνει χώρα, αφενός για τη συνολική περίοδο 2000-2008 και αφετέρου, σε επίπεδο υποπεριόδων, οι οποίες καθορίζονται με βάση τις φάσεις της αγοράς.

Τα σημαντικότερα ευρήματα της ανάλυσής μας μπορούν να συνοψιστούν ως εξής: Καταρχήν, στο πλαίσιο της αξιολόγησης με το συμμετρικό στατιστικό του μέσου απολύτου σφάλματος, η μεθοδολογία της εκθετικής εξομάλυνσης υπερέχει, τόσο για τη συνολική υπό μελέτη περίοδο όσο και για τις τρεις υποπεριόδους. Έτσι, για τις περιπτώσεις που στην κατεύθυνση του σφάλματος πρόβλεψης αποδίδεται η ίδια σημασία, όπως συμβαίνει για παράδειγμα στην επιλογή χαρτοφυλακίου, η μελέτη μας, απύσασ οποιασδήποτε άλλης πληροφορίας που θα μπορούσε να οδηγήσει σε διαφορετικό συμπέρασμα, προτείνει την Εκθετική Εξομάλυνση ως την πλέον ενδεδειγμένη μέθοδο πρόβλεψης της μεταβλητότητας των μετοχικών αξιών.

Δεύτερον, στο πλαίσιο της αξιολόγησης με τα μη συμμετρικά μέτρα σφάλματος, η Εκθετική Εξομάλυνση παραμένει το βέλτιστο υπόδειγμα για τη συνολική περίοδο 2000-2008, ενώ για τις υποπεριόδους, όταν οι υπεκτιμήσεις (υπερεκτιμήσεις) της μεταβλητότητας ποινικοποιούνται σε μεγαλύτερο βαθμό, προτείνεται ο Ιστορικός Μέσος για τις ανοδικές (καθοδικές) φάσεις της αγοράς και ο Τυχαίος Περιπάτος για τις καθοδικές (ανοδικές) φάσεις.

Τα αποτελέσματα αυτά είναι σημαντικά για την τιμολόγηση των δικαιωμάτων προαίρεσης, καθώς και για εφαρμογές διαχείρισης του κινδύνου αγοράς. Για παράδειγμα, στην εφαρμογή της μεθόδου της αξίας-σε-κίνδυνο, μια υπεκτίμηση του κινδύνου θα μπορούσε να αποβεί καταστροφική. Έτσι, με βάση τα ευρήματά μας, όσοι εφαρμόζουν τη μεθοδολογία VaR θα έχουν καλύτερα αποτελέσματα αν χρησιμοποιήσουν προβλέψεις μέσω του Ιστορικού Μέσου για τις περιόδους ανοδικής τάσης των αγορών, προβλέψεις μέσω του Τυχαίου Περιπάτου για τις καθοδικές φάσεις και προβλέψεις μέσω της Εκθετικής Εξομάλυνσης για τις περιόδους με μικτές τάσεις στις αγορές.

Γενικότερα, μέσω της ανάλυσης, τόσο με το συμμετρικό όσο και με τα μη συμμετρικά κριτήρια αποτίμησης, προέκυψε ότι η σχετική κατάταξη και η προβλεπτική ισχύς των υποδειγμάτων πρόβλεψης επηρεάζονται έντονα από τη φάση που διανύουν κάθε φορά οι αγορές.

РАНЕЕ НЕ ПЕРПА

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ

Πίνακας Π1: Εκτιμηθέντα υποδείγματα Εκθετικής Εξομάλυνσης

ΒΕΛΓΙΟ				
	Συνολική Περίοδος	Πρώτη Υποπερίοδος	Δεύτερη Υποπερίοδος	Τρίτη Υποπερίοδος
Παράμετρος α	0,5900	0,7440	0,4720	0,5980
Άθροισμα τετραγωνικών καταλοίπων	0,003576	0,001702	0,000411	0,001326
Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος	0,005754	0,006606	0,002810	0,008833
End of Period Levels: Mean	0,024560	0,029970	0,008571	0,024465
ΓΑΛΛΙΑ				
	Συνολική Περίοδος	Πρώτη Υποπερίοδος	Δεύτερη Υποπερίοδος	Τρίτη Υποπερίοδος
Παράμετρος α	0,8780	0,9990	0,4300	0,9500
Άθροισμα τετραγωνικών καταλοίπων	0,003227	0,001224	0,000357	0,001416
Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος	0,005466	0,005602	0,002619	0,009125
End of Period Levels: Mean	0,029112	0,032760	0,009738	0,028284
ΓΕΡΜΑΝΙΑ				
	Συνολική Περίοδος	Πρώτη Υποπερίοδος	Δεύτερη Υποπερίοδος	Τρίτη Υποπερίοδος
Παράμετρος α	0,7140	0,6440	0,5320	0,8200
Άθροισμα τετραγωνικών καταλοίπων	0,003723	0,001675	0,000560	0,001533
Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος	0,005871	0,006553	0,003282	0,009495
End of Period Levels: Mean	0,029103	0,030639	0,011280	0,027714
ΕΛΛΑΔΑ				
	Συνολική Περίοδος	Πρώτη Υποπερίοδος	Δεύτερη Υποπερίοδος	Τρίτη Υποπερίοδος
Παράμετρος α	0,2780	0,1640	0,6120	0,2980
Άθροισμα τετραγωνικών καταλοίπων	0,003709	0,001380	0,000534	0,001660
Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος	0,005860	0,005949	0,003204	0,009882
End of Period Levels: Mean	0,024899	0,011384	0,008715	0,025104

Πίνακας Π1 (συνέχεια)

Η. Π. Α.				
	Συνολική Περίοδος	Πρώτη Υποπερίοδος	Δεύτερη Υποπερίοδος	Τρίτη Υποπερίοδος
Παράμετρος α	0,7560	0,0780	0,1000	0,9990
Άθροισμα τετραγωνικών καταλοίπων	0,002234	0,000852	0,000170	0,000995
Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος	0,004548	0,004675	0,001806	0,007651
End of Period Levels: Mean	0,029842	0,014341	0,006426	0,026488
ΗΝΩΜΕΝΟ ΒΑΣΙΛΕΙΟ				
	Συνολική Περίοδος	Πρώτη Υποπερίοδος	Δεύτερη Υποπερίοδος	Τρίτη Υποπερίοδος
Παράμετρος α	0,7400	0,6820	0,2860	0,9990
Άθροισμα τετραγωνικών καταλοίπων	0,003038	0,001242	0,000293	0,001324
Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος	0,005304	0,005644	0,002374	0,008826
End of Period Levels: Mean	0,025157	0,021945	0,008303	0,021120
ΙΑΠΩΝΙΑ				
	Συνολική Περίοδος	Πρώτη Υποπερίοδος	Δεύτερη Υποπερίοδος	Τρίτη Υποπερίοδος
Παράμετρος α	0,3420	0,0220	0,5120	0,3760
Άθροισμα τετραγωνικών καταλοίπων	0,004410	0,000769	0,000537	0,002886
Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος	0,006390	0,004440	0,003212	0,013029
End of Period Levels: Mean	0,032644	0,015077	0,007765	0,033158
ΙΣΠΑΝΙΑ				
	Συνολική Περίοδος	Πρώτη Υποπερίοδος	Δεύτερη Υποπερίοδος	Τρίτη Υποπερίοδος
Παράμετρος α	0,6020	0,0840	0,2160	0,6680
Άθροισμα τετραγωνικών καταλοίπων	0,002804	0,000830	0,000294	0,001568
Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος	0,005096	0,004614	0,002378	0,009603
End of Period Levels: Mean	0,026688	0,015681	0,008819	0,025831

Πίνακας Π1 (συνέχεια)

ΙΤΑΛΙΑ				
	Συνολική Περίοδος	Πρώτη Υποπερίοδος	Δεύτερη Υποπερίοδος	Τρίτη Υποπερίοδος
Παράμετρος α	0,4340	0,0010	0,0010	0,5400
Άθροισμα τετραγωνικών καταλοίπων	0,003519	0,001821	0,000184	0,001115
Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος	0,005708	0,006832	0,001882	0,008098
End of Period Levels: Mean	0,023756	0,013449	0,005825	0,023782
ΚΑΤΩ ΧΩΡΕΣ				
	Συνολική Περίοδος	Πρώτη Υποπερίοδος	Δεύτερη Υποπερίοδος	Τρίτη Υποπερίοδος
Παράμετρος α	0,9120	0,9990	0,5260	0,9990
Άθροισμα τετραγωνικών καταλοίπων	0,004403	0,001979	0,000546	0,001565
Ρίζα μέσου τετραγωνικού σφάλματος	0,006385	0,007124	0,003242	0,009595
End of Period Levels: Mean	0,028786	0,041357	0,008373	0,027614

Πίνακας Π2: Μελέτες για την πρόβλεψη της χρηματιστηριακής μεταβλητότητας

	Συγγραφείς/ Συγγραφείς	Χρηματιστηριακή Αγορά-Χρονική Περίοδος-Συχνότητα Δεδομένων	Μεθοδολογία/ες (ιεραρχημένες) – Περίοδος Πρόβλεψης	Αποτελέσματα- Παρατηρήσεις
1.	Akgiray (1989)	CRSP VW & EW indices, 1963-1986, ημερήσια στοιχεία	GARCH(1,1) ARCH(2) EWMA HIS (ιεραρχημένα) 20 ημέρες μπροστά εκτιμήθηκαν από 4 ετών κυλιόμενα δεδομένα. Ημερήσιες αποδόσεις χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή της πραγματικής μεταβλητότητας· έγινε προσαρμογή για αυτοσυσχέτιση.	Κριτήρια αξιολόγησης: ME, RMSE, MAE, MAPE Το GARCH είναι το λιγότερο μεροληπτικό υπόδειγμα και είχε την καλύτερη προβλεπτική ικανότητα, ειδικά σε περιόδους υψηλής μεταβλητότητας και όταν οι αλλαγές στη μεταβλητότητα επιμένουν. Η ετεροσκεδαστικότητα είναι μικρότερη για δεδομένα χαμηλής συχνότητας και οι μηνιαίες αποδόσεις είναι προσεγγιστικά κανονικές.
2.	Andersen and Bollerslev (1998)	DM/\$, ¥/\$, 1987-1993 ημερήσια (5 λεπτά) στοιχεία	GARCH(1, 1) Πρόβλεψη για 1 ημέρα μπροστά. Χρήση 5λεπτων αποδόσεων για τον υπολογισμό της πραγματικής μεταβλητότητας.	Το R^2 είναι 5-10% χρησιμοποιώντας ημερήσιες αποδόσεις και 50% για πεντάλεπτες αποδόσεις. Το R^2 αυξάνεται καθώς αυξάνεται η συχνότητα των παρατηρήσεων του δείγματος.
3.	Andersen, Bollerslev, Diebold and Labys (2002)	¥/US\$, DM/US\$ Reuters FFX quotes, 1986-1999, Tick (30 λεπτά)	VAR-RV, AR-RV, FIEGARCH-RV GARCH-D, RM-D, FIEGARCH-D VAR-ABS (ιεραρχημένα) RV είναι η πραγματοποιηθείσα μεταβλητότητα, D η ημερήσια απόδοση και ABS η απόλυτη τιμή της ημερήσιας απόδοσης. Προβλέψεις για 1 και 10 ημέρες μπροστά. Η πραγματική μεταβλητότητα	Το R^2 για μια μέρα μπροστά κυμαίνεται μεταξύ 27 και 40% και για 10 ημέρες μπροστά μεταξύ 20 και 33%. Η βελτίωση των προβλέψεων οφείλεται κυρίως στη χρήση δεδομένων υψηλής συχνότητας.

			προκύπτει από 30λεπτες αποδόσεις.	
4.	Andersen, Bollerslev and Lange (1999)	DM/US\$ Reuters quotes, 1986-1996, πεντάλεπτα στοιχεία	GARCH(1,1) σε 5λεπτο, 10λεπτο, ωριαίο, 8ωρο, ημερήσιο, 5ήμερο, 20ήμερο διάστημα Αναφορικά με τα κριτήρια αξιολόγησης των προβλέψεων, τα HRMSE και HMAE είναι κριτήρια κατάλληλα προσαρμοσμένα για ετεροσκεδαστικότητα, ενώ LL είναι η λογαριθμική συνάρτηση απώλειας. Προβλέψεις για 1, 5 και 20 ημέρες μπροστά. Χρήση 5λεπτων αποδόσεων για την κατασκευή της πραγματικής μεταβλητότητας.	Κριτήρια αξιολόγησης: RMSE, MAE, HRMSE, HMAE, LL. Οι αποδόσεις υψηλών συχνοτήτων και τα υποδείγματα GARCH(1,1) υψηλών συχνοτήτων βελτιώνουν την ακρίβεια των προβλέψεων. Όμως, για δειγματικές συχνότητες μικρότερες της μιας ώρας, τα θεωρητικά αποτελέσματα και η βελτίωση της πρόβλεψης «χαλάνε».
5.	Bali (2000)	3-, 6-, 12-month T-Bill rates, 1954-1998, εβδομαδιαία στοιχεία	NGARCH GJR, TGARCH AGARCH, QGARCH TSGARCH GARCH VGARCH Constant vol. (ιεραρχημένα) Πρόβλεψη για 1 εβδομάδα μπροστά. Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας με τη χρήση εβδομαδιαίας απόλυτης μεταβολής του επιτοκίου.	Το R^2 αυξάνει από 2% σε 60% όταν λαμβάνονται υπόψη οι ασυμμετρίες, το level effect και η μεταβαλλόμενη μεταβλητότητα.
6.	Blair, Poon and Taylor (2001)	S&P 100 (VIX), 1987-1999, Tick	Implied _{VXO} GJR HIS ₁₀₀ (ιεραρχημένα) 1, 5, 10 και 20 ημέρες μπροστά εκτιμήθηκαν με τη χρήση ενός κυλιόμενου δείγματος 1000 ημερών. Η ημερήσια πραγματική μεταβλητότητα υπολογίζεται από	Το R^2 για μια ημέρα μπροστά είναι 45% για το VXO και 50% για το συνδυαστικό υπόδειγμα. Χρησιμοποιώντας τετραγωνικές αποδόσεις μειώνεται το R^2 σε 36% τόσο για το VXO όσο και για το συνδυαστικό υπόδειγμα. Η τεκμαρτή μεταβλητότητα έχει

			5λεπτες αποδόσεις.	τη δική της δομή ως προς την επιμονή. Το GJR δεν έχει σωρευτικό πληροφοριακό περιεχόμενο.
7.	Bluhm and Yu (2000)	German DAX stock index and VDAX the DAX volatility index, 1966-1999, ημερήσια στοιχεία	<p>Implied_{VDAX} GARCH(-M), SV EWMA, EGARCH, GJR, HIS (ιεραρχημένα κατά προσέγγιση)</p> <p>Προβλέψεις για 45 ημερολογιακές ημέρες, 1, 10 και 180 trading days.</p> <p>Η πραγματική μεταβλητότητα είναι το άθροισμα ημερήσιων τετραγωνικών αποδόσεων.</p>	<p>Κριτήρια αξιολόγησης: MAPE, LINEX.</p> <p>Η ιεράρχηση των υποδειγμάτων ποικίλει σημαντικά, εξαρτώμενη από τον ορίζοντα πρόβλεψης και τα κριτήρια αξιολόγησής τους.</p>
8.	Brace and Hodgson (1991)	Futures option on Australian Stock Index, 1986-1987, ημερήσια στοιχεία	<p>HIS_{5, 20, 65 days} Implied_{NFM call, 20-75 days} (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις για 20 ημέρες μπροστά. Χρήση ημερησίων αποδόσεων για τον υπολογισμό των τυπικών αποκλίσεων.</p>	<p>Τα R^2-adj είναι 20% για το HIS και 17% για το υπόδειγμα που συνδυάζει τα HIS και Implied.</p> <p>Μεγάλες αυξομειώσεις του R^2 από μήνα σε μήνα. Τα αποτελέσματα μπορεί να οφείλονται στη δυσκολία αποτίμησης της αξίας των futures style options.</p>
9.	Brailsford and Faff (1996)	Australian Statex-Actuaries Accumulation Index for top 56, 1974-1993, ημερήσια στοιχεία	<p>GJR, Regr, HIS, GARCH, MA, EWMA, RW, ES</p> <p>(η ιεράρχηση εξαρτάται από τα στατιστικά σφάλματος)</p> <p>Προβλέψεις για 1 μήνα μπροστά. Τα υποδείγματα εκτιμήθηκαν από κυλιόμενα δεδομένα 12 ετών.</p>	<p>Κριτήρια αξιολόγησης: ME, MAE, RMSE, MAPE και ένα σύνολο από μη συμμετρικές συναρτήσεις απώλειας.</p> <p>Αν και οι διαφορές μεταξύ των υποδειγμάτων ως προς την προβλεπτική ικανότητα δεν είναι μεγάλες, ορισμένα μοντέλα υπερτερούν έναντι άλλων. Συγκεκριμένα, MA12 > MA5 και Regr. > MA > EWMA > ES. Το GJR έδωσε αρκετά καλά αποτελέσματα αλλά είναι το μόνο μοντέλο που πάντοτε</p>

				υπεκτιμά τη μεταβλητότητα.
10.	Brooks (1998)	DJ Composite, 1978-1988, ημερήσια στοιχεία	RW, HIS, MA, ES, EWMA, AR, GARCH, EGARCH, GJR, Neural Network (όλα έχουν περίπου τις ίδιες επιδόσεις) 1 ημέρας μπροστά τετραγωνικές αποδόσεις εκτιμήθηκαν από 2000 κυλιόμενες παρατηρήσεις.	Κριτήρια αξιολόγησης: MSE, MAE, ποσοστό υπερεκτίμησης. Το R^2 είναι περίπου στο 4% ενώ αυξάνει σε 24% για δεδομένα πριν από το κραχ. Παρόμοια αποτελέσματα μεταξύ των υποδειγμάτων ειδικά εάν εξαιρεθεί το κραχ του '87. Εξεζητημένα υποδείγματα όπως τα GARCH και το Neural Network δεν υπερτερούν. Ο όγκος δεν συνεισέφερε στην πρόβλεψη της μεταβλητότητας.
11.	Canina and Figlewski (1993)	S&P 100 (OEX), 1983-1987, ημερήσια στοιχεία	HIS ₆₀ calendar days Implied Binomial Call (ιεραρχημένα) Προβλέψεις 7 έως 127 ημερολογιακών ημερών, ανάλογα με το maturity του δικαιώματος. Επικαλυπτόμενες προβλέψεις. Proxy της πραγματικής μεταβλητότητας μέσω δειγματικής τυπικής απόκλισης ημερησίων αποδόσεων.	Το R^2 του συνδυαστικού υποδείγματος είναι 17% με μικρή συνεισφορά από το Implied. Όλα τα $\alpha_{\text{Implied}} > 0$, $\beta_{\text{Implied}} < 1$ με σημαντικά τυπικά σφάλματα.
12.	Cao and Tsay (1992)	Excess returns for S&P, VW EW indices, 1928-1989, μηνιαία στοιχεία	TAR EGARCH(1, 0) ARMA(1, 1) GARCH(1, 1) (ιεραρχημένα) Προβλέψεις για 1 έως 30 μήνες. Η περίοδος που χρησιμοποιείται για εκτίμηση κυμαίνεται από 684 έως 743 μήνες. Ημερήσιες αποδόσεις χρησιμοποιούνται για την κατασκευή της πραγματικής μεταβλητότητας.	Κριτήρια αξιολόγησης: MSE, MAE. Το TAR κάνει άριστες προβλέψεις για μετοχές μεγάλης κεφαλαιοποίησης. Το EGARCH κάνει άριστες, μακροπρόθεσμου ορίζοντα προβλέψεις για μετοχές μικρής κεφαλαιοποίησης (αυτό ίσως να οφείλεται στο αποτέλεσμα μόγλευσης). Η διαφορά στα MAE μπορεί να αγγίζει και

				το 38%.
13.	Chiras and Manaster (1978)	All stock options from CBOE, 1973-1975, μηνιαία στοιχεία	<p>Implied (weighted by price elasticity) $HIS_{20\text{ months}}$ (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις για 20 μήνες μπροστά. Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας μέσω της τυπικής απόκλισης 20 μηνιαίων αποδόσεων.</p>	<p>Το R^2 των διαστρωματικών δεδομένων κυμαίνεται μεταξύ 13-50% κατά τη διάρκεια 23 μηνών. Το HIS προσθέτει 0-15% στο R^2. Η μέθοδος Implied υπερίσχυσε της HIS ιδιαίτερα κατά τους τελευταίους 14 μήνες. Οι επιδόσεις του Implied βελτιώθηκαν έπειτα από τις προσαρμογές για μέρισμα και τις αποδείξεις για λανθασμένη τιμολόγηση, ενδεχομένως εξαιτίας της χρήσης Ευρωπαϊκού υποδείγματος τιμολόγησης σε Αμερικανικού τύπου δικαιώματα.</p>
14.	Christensen and Prabhala (1998)	S&P 100 (OEX) Monthly expiry cycle, 1983-1995, μηνιαία στοιχεία	<p>$Implied_{BS\ ATM\ 1\text{-month\ Call}} HIS_{18\ days}$ (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις για 24 ημερολογιακές ημέρες (ή 18 trading days) χωρίς επικάλυψη. Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας μέσω της τυπικής απόκλισης των ημερήσιων αποδόσεων.</p>	<p>Το R^2 του $\log\ var$ είναι 39% για το Implied, 32% για το HIS και 41% για το συνδυαστικό υπόδειγμα. $\alpha < 0$ (εξαιτίας του \log), $\beta < 1$ με σημαντικά τυπικά σφάλματα. Το Implied είναι περισσότερο μεροληπτικό πριν από το κραχ. Χωρίς προσαρμογές για μέρισμα και early exercise. Το Implied υπερισχύει του HIS. Το HIS δεν παρέχει επιπρόσθετη πληροφορία στην ανάλυση των υποπεριόδων.</p>
15.	Cumby, Figlewski and Hasbrouck (1993)	¥/\$, stocks, bonds, 1977-1990, εβδομαδιαία στοιχεία	<p>EGARCH HIS (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις για 1 εβδομάδα μπροστά. Η περίοδος που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση κυμαίνεται</p>	<p>Το R^2 κυμαίνεται από 0,3% έως 10,6%. Το EGARCH υπερισχύει της ιστορικής μεθόδου, αν και το R^2 είναι χαμηλό.</p>

			από 299 έως 689 εβδομάδες.	
16.	Day and Lewis (1992)	S&P 100 (OEX) option, Reconstructed S&P 100, 1976-1989, εβδομαδιαία στοιχεία	<p>Implied_{BS Call} HIS_{1 week} GARCH EGARCH (ιεραρχημένα)</p> <p>1 εβδομάδα μπροστά εκτιμάται από ένα κυλιόμενο δείγμα 410 παρατηρήσεων. Γίνεται proxy της πραγματικής εβδομαδιαίας μεταβλητότητας μέσω της δειγματικής διακύμανσης των ημερήσιων αποδόσεων.</p>	<p>Τα R^2 της παλινδρόμησης της διακύμανσης είναι 2,6% για το Implied και 3,8% για το συνδυαστικό υπόδειγμα. Η επιπρόσθετη συνεισφορά όλων των μεθοδολογιών είναι οριακή. Η $H_0: \alpha_{\text{Implied}} = 0, \beta_{\text{Implied}} = 1$ δεν μπορεί να απορριφθεί με σημαντικά τυπικά σφάλματα. Η περίπτωση του early exercise παραλείπεται. Η επίδραση του κραχ του '87 δεν είναι σαφής. Όταν χρησιμοποιήθηκαν εβδομαδιαίες αποδόσεις για να γίνει proxy της «πραγματικής μεταβλητότητας», το R^2 αυξήθηκε και έγινε μέγιστο για το HIS, αντίθετα με αυτό που αναμενόταν (9% με αντίστοιχη τιμή 3,7% για το Implied).</p>
17.	Day and Lewis (1993)	Crude oil futures options, Crude oil futures, 1983-1991, ημερήσια στοιχεία	<p>Implied_{BinomialATMCall} HIS_{forecast horizon} GARCH-M EGARCH-AR(1) (ιεραρχημένα)</p> <p>Η εκτίμηση έγινε από 500 κυλιόμενες παρατηρήσεις.</p>	<p>Κριτήρια αξιολόγησης: ME, RMSE, MAE. Τα R^2 της παλινδρόμησης της διακύμανσης είναι 72% (βραχυχρόνιο maturity) και 49% (μακροχρόνιο maturity). Με σημαντικά τυπικά σφάλματα, $\alpha > 0$ για το βραχυχρόνιο, $\alpha = 0$ για το μακροχρόνιο, $\beta = 1$ για κάθε maturity. Το Implied είχε εξαιρετικές επιδόσεις. Ανάλογες επιδόσεις παρουσίασαν και τα HIS και GARCH. Το EGARCH ήταν πολύ κατώτερο. Οι προσαρμογές για μεροληψία και το</p>

				<p>συνδυαστικό υπόδειγμα δεν είχαν τόσο καλά αποτελέσματα όσο το Implied χωρίς προσαρμογές. Το GARCH δεν έχει σωρευτικό πληροφοριακό περιεχόμενο. Η εισβολή του Ιράκ στο Κουβέιτ έχει ενδεχομένως συντελέσει στη διαμόρφωση των αποτελεσμάτων.</p>
18.	Dimson and Marsh (1990)	UK FT All Share, 1955-1989, τριμηνιαία στοιχεία	<p>ES, Regression RW, HA, MA (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις για το επόμενο τρίμηνο. Χρήση ημερησίων αποδόσεων για την κατασκευή της πραγματικής μεταβλητότητας.</p>	<p>Κριτήρια αξιολόγησης: MSE, RMSE, MAE, RMAE.</p> <p>Προτείνεται η εκθετική εξομάλυνση και το υπόδειγμα παλινδρόμησης με τη χρήση συγκεκριμένων σταθμίσεων.</p>
19.	Doige and Wei (1998)	Toronto 35 stock index & European options, 1988-1995, ημερήσια στοιχεία	<p>Συνδυαστικό3 Συνδυαστικό2 GARCH EGARCH HIS_{100 days} Συνδυαστικό1 Implied_{BS Call+Put} (Όλα τα maturities > 7 ημέρες) (ιεραρχημένα)</p> <p>Το υπόδειγμα Συνδυαστικό1 δίνει ίση βαρύτητα στις προβλέψεις μέσω GARCH και implied. Το Συνδυαστικό2 δίνει βάρη στο GARCH και στο implied βασισμένα στην ακρίβεια των προβλέψεών τους στο πρόσφατο παρελθόν. Το υπόδειγμα Συνδυαστικό3 τοποθετεί την τεκμαρτή μεταβλητότητα στην υπό συνθήκη διακύμανση του GARCH. Το Συνδυαστικό3 εκτιμήθηκε</p>	<p>Κριτήρια αξιολόγησης: MAE, MAPE, RMSE. Δεδομένου ότι το υπόδειγμα Συνδυαστικό3 εκτιμήθηκε με τη χρήση ολοκλήρου του δείγματος, αυτό δεν παρέχει στην πραγματικότητα out-of-sample προβλέψεις.</p>

			<p>χρησιμοποιώντας ολόκληρο το δείγμα εξαιτίας ενός προβλήματος σύγκλισης.</p> <p>1 μήνας μπροστά εκτιμάται από κυλιόμενο δείγμα. Δεν υπάρχει αναφορά στο πώς προέκυψε η πραγματική μεταβλητότητα.</p>	
20.	Ederington and Guan (2000) "Forecasting Volatility"	5 DJ Stocks, S&P 500, 3m Euro\$ rate, 10y T-Bond yield, DM/\$, 1962-1997, ημερήσια στοιχεία	<p>GW_{MAD}, GW_{STD}, GARCH, EGARCH, AGARCH, $HIS_{MAD, n}$, $HIS_{STD, n}$ (ιεραρχημένα, τα στατιστικά σφάλματος είναι κοντά, το GW_{MAD} είναι σταθερά το καλύτερο αν και με μικρή διαφορά)</p> <p>GW: γεωμετρικές σταθμίσεις, MAD: μέση απόλυτη απόκλιση, STD: τυπική απόκλιση.</p> <p>$n = 10, 20, 40, 80$ και 120 ημέρες μπροστά εκτιμώνται από ένα κυλιόμενο παράθυρο 1260 ημερών. Οι παράμετροι επανεκτιμώνται κάθε 40 ημέρες. Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας μέσω της ημερήσιας τετραγωνικής απόκλισης.</p>	<p>Κριτήρια αξιολόγησης: RMSE, MAE.</p> <p>Αν θεωρήσουμε τη μεταβλητότητα μιας σχετικά μεγαλύτερης χρονικής περιόδου τότε λαμβάνουμε καλύτερες προβλέψεις. Τα υποδείγματα που χρησιμοποιούν απόλυτες αποδόσεις έχουν γενικά καλύτερα αποτελέσματα από αυτά που χρησιμοποιούν τετραγωνικές αποδόσεις (με την εξαίρεση του GARCH > AGARCH). Καθώς επιμηκύνεται ο ορίζοντας πρόβλεψης, καμία μέθοδος δεν υπερισχύει.</p>
21.	Ederington and Guan (2002) "Efficient Predictor"	S&P 500 futures options, 1983-1995, ημερήσια στοιχεία	<p>$Implied_{Black4NTM}$, GARCH, $HIS_{40\text{ days}}$ (ιεραρχημένα)</p> <p>Επικαλυπτόμενες προβλέψεις για λήξεις δικαιωμάτων: 7-90, 91-180, 181-365 και 7-365 ημέρες μπροστά. Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας με τη χρήση της δειγματικής</p>	<p>Το R^2 κυμαίνεται από 22% έως 12% καθώς μετακινούμαστε από βραχυχρόνιο σε μακροχρόνιο ορίζοντα πρόβλεψης. Το R^2 σχεδόν διπλασιάζεται μετά το κραχ του '87. $\alpha_{Implied} > 0$ και $\beta_{Implied} < 1$ με σημαντικά τυπικά σφάλματα. Οι παράμετροι του</p>

			τυπικής απόκλισης κατά μήκος του ορίζοντα πρόβλεψης.	GARCH εκτιμήθηκαν με τη χρήση ολοκλήρου του δείγματος. Τα GARCH και HIS είχαν μικρή συνεισφορά στο R^2 των 7-90 ημερών. Όταν εξαιρεθεί το κραχ του '87 το HIS συνεισφέρει σημαντικά στην πρόβλεψη 181-365 ημερών μπροστά.
22.	Edey and Elliot (1992)	α. Futures options on A\$ 90d-Bill, 10yr bond, Stock index, Futures options: inception to 12/88, εβδομαδιαία στοιχεία β. A\$/US\$ options, 1984-1987, εβδομαδιαία στοιχεία	Implied _{BK NTM, call} Implied _{BK NTM, put} (Χωρίς ιεράρχηση, 1 call και 1 put, επιλεγμένα με βάση τον υψηλότερο όγκο συναλλαγών) α. Προβλέψεις για το χρόνο λήξης του δικαιώματος, ο οποίος υπερβαίνει τους 3 μήνες. β. Πρόβλεψη για 1 μήνα μπροστά. Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας με χρήση του αθροίσματος εβδομαδιαίων τετραγωνικών αποδόσεων.	Κριτήριο αξιολόγησης: παλινδρόμηση. Στις περισσότερες περιπτώσεις $\alpha_{\text{Implied}} > 0$ και $\beta_{\text{Implied}} < 1$ με σημαντικά τυπικά σφάλματα. Για το stock index option η υπόθεση $\beta_{\text{Implied}} = 1$ δεν μπορεί να απορριφθεί με σημαντικά τυπικά σφάλματα. Το R^2 δεν είναι συγκρίσιμο με αυτό άλλων μελετών.
23.	Ferreira (1999)	French & German interbank 1M mid rate, 1981-1997, εβδομαδιαία στοιχεία	ES, HIS _{26, 52, all} GARCH(-L) (E)GJR(-L) (η ιεράρχηση διαφοροποιείται μεταξύ Γαλλικού και Γερμανικού επιτοκίου, μεθόδου δειγματοληψίας και στατιστικών σφάλματος). L: το επίπεδο του επιτοκίου, E: εκθετικό Προβλέψεις για 1 εβδομάδα μπροστά. Γίνεται proxy της εβδομαδιαίας μεταβλητότητας με τη	Κριτήρια αξιολόγησης: παλινδρόμηση, MPE, MAPE, RMSPE. Το R^2 είναι 41% για τη Γαλλία και 3% για τη Γερμανία. Το γαλλικό επιτόκιο είχε υψηλή μεταβλητότητα κατά τη διάρκεια των ERM crises. Αντίθετα, το γερμανικό ήταν εξαιρετικά σταθερό. Αν και υπάρχουν πολλές διαφορές μεταξύ των δύο επιτοκίων, τα καλύτερα υποδείγματα είναι μη

			<p>χρήση ημερησίων τετραγωνικών μεταβολών του επιτοκίου.</p>	<p>παραμετρικά: το ES για τη Γαλλία και το simple level effect για τη Γερμανία. Είναι αναγκαία μια διαφορετική προσέγγιση για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας των επιτοκίων.</p>
24.	Figlewski (1997)	<p>α. S&P 500, 3M US T-Bill, 20Y T-Bond, DM/\$, 1947-1995, μηνιαία στοιχεία</p> <p>β. S&P 500, 3M US T-Bill, 20Y T-Bond, DM/\$, 1962-1995, ημερήσια στοιχεία</p>	<p>α. $HIS_{6, 12, 24, 36, 48, 60m}$ GARCH(1, 1) για S&P και bond yield. (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις για 6, 12, 24, 36, 48, 60 μήνες μπροστά.</p> <p>Χρήση ημερησίων αποδόσεων για τον υπολογισμό της πραγματικής μεταβλητότητας.</p> <p>β. GARCH(1, 1) $HIS_{1, 3, 6, 12, 24, 60 \text{ months}}$ (ιεραρχημένα για το S&P, αντίστροφα για τα υπόλοιπα assets)</p> <p>Προβλέψεις για 1, 3, 6, 12 και 24 μήνες μπροστά.</p>	<p>α. Κριτήριο αξιολόγησης: RMSE. Η πιο έγκυρη πρόβλεψη είναι αυτή που γίνεται για τον πλέον μακροπρόθεσμο ορίζοντα. Το HIS που χρησιμοποιεί τη μεγαλύτερη περίοδο εκτίμησης είναι το καλύτερο υπόδειγμα εκτός για το χαμηλό rate.</p> <p>β. Κριτήριο αξιολόγησης: RMSE. Το GARCH είναι το καλύτερο για το S&P και το χειρότερο για τις υπόλοιπες αγορές. Γενικά, όσο επιμηκύνεται ο ορίζοντας πρόβλεψης τόσο θα πρέπει να μεγαλώνει και το in-sample length.</p>
25.	Figlewski and Green (1999)	<p>α. S&P 500 US LIBOR 10 yr T-Bond yield, 1971-1996, ημερήσια στοιχεία</p> <p>β. DM/\$, 1971-1996, μηνιαία στοιχεία</p>	<p>α. $HIS_{3, 12, 60 \text{ months}}$ ES (η κατάταξη ποικίλει)</p> <p>Προβλέψεις 1, 3 και 12 μηνών.</p> <p>β. $HIS_{26, 60, \text{all months}}$ ES (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις 24 και 60 μηνών.</p>	<p>α. Κριτήριο αξιολόγησης: RMSE. Το ES είναι άριστο για το S&P (1-3 μήνες) και για το χαμηλό rate (και για τους 3 ορίζοντες). Το HIS είναι το καλύτερο για το bond yield, το exchange rate καθώς και για μακροχρόνιες προβλέψεις του S&P. Όσο μεγαλύτερος ο ορίζοντας πρόβλεψης τόσο μεγαλύτερη και η περίοδος που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση.</p> <p>β. Για τα S&P, bond yield και DM/\$, είναι</p>

				καλύτερο να χρησιμοποιηθούν όλα τα διαθέσιμα μηνιαία δεδομένα.
26.	Fleming (1998)	S&P 100 (OEX), 1985-1992, ημερήσια στοιχεία	<p>$\text{Implied}_{\text{FW ATM calls}}$ $\text{Implied}_{\text{FW ATM puts}}$ ARCH/GARCH $\text{HIS}_{\text{H-L 28 days}}$ (ιεραρχημένα)</p> <p>Τα δύο Implieds χρησιμοποιούν όλα τα ATM options κατά τα 10 τελευταία λεπτά πριν το κλείσιμο της αγοράς.</p> <p>Προβλέψεις για το option maturity (το ελάχιστο, όμως > 15 ημέρες, κατά μέσο όρο 30 ημερολογιακές ημέρες). Επιπλέον, διενεργούνται προβλέψεις για 1 και για 28 ημέρες μπροστά. Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας με τη χρήση ημερησίων τετραγωνικών αποκλίσεων αποδόσεων.</p>	<p>Το R^2 είναι 29% για τις μηνιαίες και 6% για τις ημερήσιες προβλέψεις. Όλα τα $\alpha_{\text{Implied}} = 0$ και $\beta_{\text{Implied}} < 1$.</p> <p>Το Implied υπερισχύει. Όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές που σχετίζονται με τη μεταβλητότητα, όπως οι αποδόσεις των μετοχών, το επιτόκιο και οι παράμετροι του GARCH δεν παρέχουν επιπρόσθετη πληροφορία από αυτή που δίνει το Implied.</p>
27.	Fleming, Ostdiek and Whaley (1995)	S&P 100 (VIX), 1986-1992, ημερήσια/εβδομαδιαία στοιχεία	<p>$\text{Implied}_{\text{VXO}}$ $\text{HIS}_{20 \text{ days}}$ (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις για 28 calendar (ή 20 trading) days.</p> <p>Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας με τη χρήση δειγματικών τυπικών αποκλίσεων των ημερησίων αποδόσεων.</p>	<p>Το R^2 αυξήθηκε από 15% σε 45% όταν εξαιρέθηκε το κραχ. Έχουμε, $\alpha_{\text{VXO}} = 0$ και $\beta_{\text{VXO}} < 1$ με σημαντικά τυπικά σφάλματα.</p> <p>Το VXO υπερισχύει του HIS αλλά είναι μεροληπτικό. Ο έλεγχος ορθογωνικότητας απορρίπτει το HIS όταν συμπεριλαμβάνεται το VXO.</p>
28.	Franses and van Dijk (1996)	Stock indices (Germany, Netherlands, Spain, Italy, Sweden), 1986-1994, εβδομαδιαία στοιχεία	<p>QGARCH RW GARCH GJR (ιεραρχημένα)</p> <p>1 εβδομάδα μπροστά εκτιμάται από 4 κυλιόμενα έτη.</p>	<p>Κριτήριο αξιολόγησης: MedSE. Το QGARCH είναι το καλύτερο υπόδειγμα εφόσον στα δεδομένα δεν περιλαμβάνονται ακραίες τιμές. Το RW είναι το καλύτερο</p>

			Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας με τη χρήση εβδομαδιαίων τετραγωνικών αποκλίσεων.	όταν συμπεριληφθεί το κραχ του '87. Το GJR δεν συστήνεται.
29.	Frennberg and Hansson (1996)	VW Swedish stock market returns, Index option (European style), 1919-1990, μηνιαία στοιχεία	<p>$AR_{12}(ABS)-S$ RW, Implied_{BS ATM Call} (λήξη του δικαιώματος η πλησιέστερη στον 1 μήνα)</p> <p>GARCH-S, ARCH-S (ιεραρχημένα)</p> <p>S: προσαρμογή για εποχικότητα</p> <p>Προβλέψεις για 1 μήνα μπροστά.</p>	<p>Κριτήριο αξιολόγησης: MAPE. Το R^2 είναι 2-7% για την πρώτη περίοδο και 11-24% για τη δεύτερη, υψηλότερης μεταβλητότητας περίοδο. Η υπόθεση $H_0: \alpha_{Implied} = 0$ και $\beta_{Implied} = 1$ δεν μπορεί να απορριφθεί με σημαντικά τυπικά σφάλματα. Τα υποδείγματα χωρίς προσαρμογή για εποχικότητα δεν είχαν ικανοποιητικές επιδόσεις. Σε μια τόσο μικρή χρηματιστηριακή αγορά στην οποία οι αποδόσεις παρουσιάζουν έντονη εποχικότητα το RW παρουσιάζει πολύ καλά αποτελέσματα. Το option εισήχθη το '86 και κάλυψε το κραχ του '87· το RW είχε καλύτερες επιδόσεις από το option. Τα ARCH/GARCH δεν είχαν πολύ καλές επιδόσεις κατά τη δεύτερη περίοδο της υψηλότερης μεταβλητότητας.</p>
30.	Fung and Hsieh (1991)	S&P 500, DM/\$ US T-bond Futures and futures options, 1983-1989, ημερήσια (15 λεπτά) στοιχεία	<p>RV-AR(n)</p> <p>Implied_{BAW NTM Call/Put} RV, RW (C-t-C)</p> <p>HL (ιεραρχημένα, ορισμένες από τις διαφορές είναι μικρές)</p> <p>RV: Η πραγματοποιηθείσα μεταβλητότητα 15λεπτων αποδόσεων.</p> <p>AR(n): αυτοπαλινδρομικά lags</p>	<p>Κριτήρια αξιολόγησης: RMSE και MAE του log σ. Η επίδραση του κραχ του '87 δεν φαίνεται να είναι σημαντική πιθανώς διότι έχουμε λογαριθμήσει. Γενικά, η χρήση δεδομένων υψηλής συχνότητας βελτιώνει πολύ την προβλεπτική ικανότητα.</p>

			<p>τάξης n. RW(C-t-C): τυχαίος περίπατος βασισμένος σε αποδόσεις κλεισίματος. HL: η μέθοδος high-low του Parkinson για ημερήσια δεδομένα.</p> <p>Προβλέψεις 1 ημέρας μπροστά. Για την κατασκευή της «πραγματικής μεταβλητότητας» γίνεται χρήση 15λεπτων δεδομένων.</p>	
31.	Gray (1996)	US 1M T-Bill, 1970-1994, εβδομαδιαία στοιχεία	<p>RSGARCH GARCH Constant variance (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις 1 εβδομάδας μπροστά (το υπόδειγμα δεν επανεκτιμάται). Γίνεται proxy της μεταβλητότητας με τη χρήση της εβδομαδιαίας τετραγωνικής απόκλισης.</p>	<p>Το R^2 υπολογισμένο χωρίς σταθερό όρο, είναι 4-8% για το RSGARCH και αρνητικό για ορισμένα CV και GARCH. Εδώ, τα RMSE και MAE είναι συγκρίσιμα μόνο μεταξύ των GARCH και RSGARCH. Η μεταβλητότητα περιγράφεται από τη διαδικασία GARCH. Αύξηση του επιτοκίου αυξάνει την πιθανότητα αύξησης της μεταβλητότητας. Σε κατάσταση υψηλής μεταβλητότητας η χαμηλή μεταβλητότητα παρουσιάζει επιμονή και το επιτόκιο εμφανίζει έντονο mean reversion. Σε κατάσταση χαμηλής μεταβλητότητας το επιτόκιο ακολουθεί τυχαίο περίπατο και η μεταβλητότητα παρουσιάζει μεγάλη επιμονή.</p>
32.	Hamilton and Lin (1996)	Excess stock returns (S&P 500 minus T-bill) & Ind Production, 1965-1993, μηνιαία στοιχεία	<p>Bivariate RSARCH Univariate RSARCH GARCH+L ARCH+L AR(1) (ιεραρχημένα)</p> <p>L: αποτέλεσμα</p>	<p>Κριτήριο αξιολόγησης: MAE. Βρέθηκε ότι οι οικονομικές υφέσεις προκαλούν διακυμάνσεις στη μεταβλητότητα των αποδόσεων των</p>

			<p>μόγλευσης.</p> <p>Προβλέψεις για 1 μήνα μπροστά.</p> <p>Γίνεται proxy της μεταβλητότητας με τη χρήση τετραγωνικών μηνιαίων υπολειμματικών αποδόσεων.</p>	<p>μετοχών. Το υπόδειγμα RS υπερίχουσε ARCH και GARCH+L.</p>
33.	Hamilton and Susmel (1994)	NYSE VW stock index, 1962-1987, εβδομαδιαία στοιχεία	<p>RSARCH+L GARCH+L ARCH+L (ιεραρχημένα)</p> <p>L: μόγλευση</p> <p>Τα στατιστικά σφάλματος των υποδειγμάτων υπολογίστηκαν από τη διακύμανση και το λογάριθμο της διακύμανσης.</p> <p>Προβλέψεις για 1, 4 και 8 εβδομάδες μπροστά.</p> <p>Γίνεται proxy της μεταβλητότητας με τη χρήση τετραγωνικών εβδομαδιαίων υπολειμματικών αποδόσεων.</p>	<p>Κριτήρια αξιολόγησης: MSE, MAE, MSLE, MALE. Το RSARCH με μόγλευση υπερίχουσε.</p>
34.	Heynen and Kat (1994)	7 stock indices and 5 exchange rates, 1980-1992, ημερήσια στοιχεία	<p>SV(?) EGARCH GARCH RW (ιεραρχημένα, βλ. και δεξιά στήλη)</p> <p>Ο ορίζοντας πρόβλεψης είναι 5, 10, 15, 20, 25, 50, 75 και 100 ημέρες (μη επικαλυπτόμενες) με διαρκή επανεκτίμηση των παραμέτρων.</p> <p>Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας με τη χρήση δειγματικών τυπικών αποκλίσεων ημερησίων αποδόσεων.</p>	<p>Κριτήριο αξιολόγησης: MedSE. Το SV φαίνεται να υπερίχουσε στους δείκτες όμως στις ισοτιμίες παράγει σφάλματα 10 φορές μεγαλύτερα από αυτά του (E)GARCH. Η επίδραση του κραχ του '87 είναι ασαφής. Το συμπέρασμα είναι ότι η προβλεπτική ικανότητα των υποδειγμάτων εξαρτάται από την κατηγορία αγαθών στην οποία αναφερόμαστε.</p>
35.	Jorion (1995)	DM/\$, ¥/\$, SrFr/\$ futures options on CME, 1985-1992, ημερήσια στοιχεία	<p>Implied_{ATMBS}call+put GARCH (1, 1), MA₂₀ (ιεραρχημένα)</p>	<p>Το R^2 είναι 5% (1 ημέρας) ή 10-15% (option maturity). Με σημαντικά τυπικά</p>

			<p>Προβλέψεις για 1 ημέρα μπροστά και για το option maturity. Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας με τη χρήση τετραγωνικών αποδόσεων και αθροίσματος τετραγωνικών αποδόσεων.</p>	<p>σφάλματα, $\alpha_{\text{implied}} > 0$ και $\beta_{\text{implied}} < 1$ για μακροχρόνιο ορίζοντα. Το Implied υπερτερεί των ιστορικών μεθόδων και είναι λιγότερο μεροληπτικό.</p>
36.	Klaassen (1998)	US\$/£, US\$/DM and US\$/¥, 1978-1997, ημερήσια στοιχεία	<p>RSGARCH RSARCH GARCH(1, 1) (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις για 1 και 10 ημέρες μπροστά. Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας με τη χρήση 1 και 10 ημερών τετραγωνικών αποδόσεων προσαρμοσμένων στο μέσο.</p>	<p>Κριτήριο αξιολόγησης: MSE της διακύμανσης. Τα RS παρέχουν στατιστικά σημαντική βελτίωση στην πρόβλεψη της μεταβλητότητας της US\$/DM αλλά όχι και των υπολοίπων ισοτιμιών.</p>
37.	Lamoureux and Lastrapes (1993)	Stock options for 10 non-dividend paying stocks (CBOE), 1982-1984, ημερήσια στοιχεία	<p>Implied_{Hull-White} NTM Call HIS GARCH (ιεραρχημένα)</p> <p>90 έως 180 ημέρες εκτιμήθηκαν από 300 κυλιόμενες παρατηρήσεις. Proxy της πραγματικής μεταβλητότητας με χρήση της δειγματικής διακύμανσης των ημερησίων αποδόσεων.</p>	<p>Κριτήρια αξιολόγησης: ME, MAE, RMSE. Το R^2 της διακύμανσης κυμαίνεται από 3 ως 84% μεταξύ μετοχών και υποδειγμάτων. Η τεκμαρτή μεταβλητότητα υπερτερεί αλλά είναι μεροληπτική. Το HIS εμφανίζει το μικρότερο RMSE.</p>
38.	Li (2002)	<p>α. \$/DM, \$/£, \$/¥, 1986-1999, Tick (5 λεπτά)</p> <p>β. OTC ATM options \$/£, \$/¥ \$/DM, 1994-1999, ημερήσια στοιχεία</p>	<p>Implied_{GK} OTC ATM ARFIMA_{realised} (Το Implied είναι καλύτερο για πιο βραχυχρόνιο ορίζοντα ενώ το ARFIMA για μακροχρόνιο)</p> <p>Προβλέψεις για 1, 2, 3 και 6 μήνες μπροστά. Οι παράμετροι δεν επανεκτιμώνται. Για την κατασκευή της πραγματικής μεταβλητότητας γίνεται χρήση 5λεπτων αποδόσεων.</p>	<p>Κριτήριο αξιολόγησης: MAE. Το R^2 κυμαίνεται μεταξύ 0,3–51% (implied), 7,3–47% (LM). Και για τα δύο υποδείγματα, οι $H_0: \alpha=0, \beta=1$ απορρίπτονται και συνήθως $\beta < 1$ με σημαντικά τυπικά σφάλματα. Και τα δύο υποδείγματα έχουν σωρευτικό πληροφοριακό περιεχόμενο, ειδικά για μακροχρόνιο</p>

				ορίζοντα.
39.	Martens and Zein (2004)	S&P 500 futures, ¥/US\$ futures, Crude oil futures, 1993-2000, Tick	<p>Implied_{BAW} VXO_{style} Log-ARFIMA GARCH (ιεραρχημένα)</p> <p>Μη επικαλυπτόμενες προβλέψεις για 1, 5, 10, 20, 30 και 40 ημέρες.</p>	<p>Κριτήριο αξιολόγησης: RMSE προσαρμοσμένο για ετεροσκεδαστικότητα. Το R^2 κυμαίνεται μεταξύ 25–52% (implied), 15–48% (LM), διαφοροποιούμενο μεταξύ αγαθών και οριζόντων πρόβλεψης. Με βάση το R^2, το Implied υπερτερεί του GARCH σε κάθε περίπτωση και υπερέρχει του Log-ARFIMA για τα ¥/US\$ και crude oil. Το Implied έχει υψηλότερο HRMSE από το Log-ARFIMA στις περισσότερες περιπτώσεις.</p>
40.	Noh, Engle and Kane (1994)	S&P 500 index options, 1985-1992, ημερήσια στοιχεία	<p>GARCH προσαρμοσμένο για σαββατοκύριακο και διακοπές Implied_{BS} (ιεραρχημένα, προβλέψεις για την τιμή του δικαιώματος, όχι για την πραγματική μεταβλητότητα)</p> <p>Προβλέψεις για το χρόνο λήξης του δικαιώματος. Εκτιμήσεις με βάση κυλιόμενη περίοδο 1000 ημερών.</p>	<p>Χρήση παλινδρόμησης για την πρόβλεψη της τεκμαρτής μεταβλητότητας και της τιμής του δικαιώματος μιας ημέρας μπροστά.</p>
41.	Pagan and Schwert (1990)	US stock market, 1834-1937, μηνιαία στοιχεία	<p>EGARCH(1, 2) GARCH(1, 2) 2 βημάτων δεσμευμένη διακύμανση RS-AR(m) Kernel (1 lag) Fourier (1 ή 2 lags) (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις 1 μήνα μπροστά. Proxy της πραγματικής μεταβλητότητας με τη χρήση τετραγωνικών υπολειμματικών</p>	<p>Το R^2 είναι 7–11% για την περίοδο 1900–25 και 8% για την 1926–37. Συγκρινόμενο με το R^2 για τη διακύμανση, το R^2 για το λογάριθμο της διακύμανσης είναι μικρότερο για την περίοδο 1900–25 και μεγαλύτερο για την 1926–37. Τα μη παραμετρικά υποδείγματα είχαν χειρότερες επιδόσεις</p>

			μηνιαίων αποδόσεων.	από τα παραμετρικά. Το EGARCH είχε τις καλύτερες επιδόσεις λόγω της ικανότητας να περιγράψει την ασυμμετρία της μεταβλητότητας. Παρατηρήθηκε ορισμένη μεροληψία στις προβλέψεις.
42.	Pong, Shackleton, Taylor and Xu (2002)	US\$/£, 1987-1998, 5λεπτα και 30λεπτα στοιχεία	<p>Implied_{ATM, OTC quote} (προσαρμοσμένο για μεροληψία)</p> <p>Log-ARMA(2, 1)</p> <p>Log-ARFIMA (1, d, 1)</p> <p>GARCH(1, 1) (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις 1 και 3 μηνών μπροστά.</p>	<p>Κριτήρια αξιολόγησης: ME, MSE, παλινδρόμηση. Το R^2 κυμαίνεται μεταξύ 22–39% (1-μήνα) και 6–21% (3-μηνών).</p> <p>Τα Implied, ARMA και ARFIMA έχουν παρόμοιες επιδόσεις. Το GARCH(1, 1) είναι σαφώς υποδεέστερο. Ο καλύτερος συνδυασμός αποτελεί το Implied + ARMA (2, 1).</p>
43.	Poteshman (2000)	<p>α. S&P 500 (SPX) & futures, 1988-1997, ημερήσια στοιχεία /futures Tick</p> <p>β. S&P 500, 1962-1993, μηνιαία στοιχεία</p>	<p>Implied_{Heston}</p> <p>Implied_{BS} (και τα δύο implieds αποτελούνται από δικαιώματα με λήξη <7 μηνών αλλά >6 ημερολογιακών ημερών)</p> <p>HIS_{1, 2, 3, 6 months} (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις για 3,5 με 4 εβδομάδες (περίπου). Proxy πραγματικής μεταβλητότητας με χρήση 5λεπτων αποδόσεων.</p>	<p>Το R^2 του BS υπερβαίνει το 50%. Το implied του Heston είχε παρόμοιο R^2. Οι υποθέσεις $H_0: \alpha_{BS} = 0, \beta_{BS} = 1$ απορρίπτονται μέσω του F-test. Καταγράφεται μεροληψία στα implieds, η οποία περιορίζεται με τη χρήση του υποδείγματος Heston, καθώς και με τη χρήση δεδομένων υψηλής συχνότητας.</p>
44.	Schmalensee and Trippi (1978)	6 CBOE stock options, 1974-1975, εβδομαδιαία στοιχεία	<p>Implied_{BS call} (απλός μέσος όρος όλων των τιμών εξάσκησης και όλων των maturities)</p> <p>Προβλέψεις 1 εβδομάδας μπροστά. Proxy της πραγματικής μεταβλητότητας μέσω εβδομαδιαίου εύρους και μέσης απόκλισης τιμών.</p>	<p>Βρέθηκε ότι η τεκμαρτή μεταβλητότητα αυξάνεται όταν η τιμή της μετοχής μειώνεται, αρνητική σειριακή συσχέτιση στις μεταβολές της τεκμαρτής μεταβλητότητας, καθώς και μια τάση των IV διαφορετικών μετοχών να συμμεταβάλλονται.</p>

45.	Scott and Tucker (1989)	DM/\$, £/\$, C\$/\$, ¥/\$ & SrFr/\$ American options on PHLX, 1983-1987, Daily closing tick	<p>Implied_{GK} (vega weighted) Implied_{CEV} (παρόμοιες επιδόσεις)</p> <p>Προβλέψεις για το option maturity: 3, 6 και 9 μήνες (χωρίς επικάλυψη). Proxy της πραγματικής μεταβλητότητας μέσω δειγματικών τυπικών αποκλίσεων των ημερησίων αποδόσεων.</p>	<p>Κριτήριο αξιολόγησης: MSE. Το R^2 κυμαίνεται μεταξύ 42 και 49%. Σε όλες τις περιπτώσεις, $\alpha > 0$, $\beta < 1$. Το HIS δεν έχει σωρευτικό πληροφοριακό περιεχόμενο. Οι προβλέψεις μέσω του B-S το ίδιο καλές με αυτές του υποδείγματος CEV. Η παράληψη του early exercise δεν είναι σημαντική. Ο τρόπος στάθμισης δεν έχει σημασία.</p>
46.	Szakmary, Ors, Kim and Davidson (2002)	Futures options on S&P 500, 9 interest rates, 5 currency, 4 energy, 3 metals, 10 agriculture, 3 livestock, 1983-2001, ημερήσια στοιχεία	<p>Implied_{Bk, NTM} 2Calls + 2Puts eq al weight HIS₃₀, GARCH (ιεραρχημένα)</p> <p>Προβλέψεις για το option maturity, το ελάχιστο όμως >10 ημέρες. Ύπαρξη χρονικής επικάλυψης. Proxy πραγματικής μεταβλητότητας μέσω δειγματικών τυπικών αποκλίσεων των ημερησίων αποδόσεων.</p>	<p>Το R^2 είναι μικρότερο για τα χρηματοοικονομικά αγαθά (23–28%), υψηλότερο για τα μέταλλα και τη γεωργία (30–37%) και μέγιστο για την κτηνοτροφία και την ενέργεια (47–58%). Τα HIS₃₀ και GARCH έχουν λίγο η καθόλου σωρευτικό πληροφοριακό περιεχόμενο. $\alpha_{\text{implied}} > 0$ για 24 περιπτώσεις (ή 69%), για όλες τις 35 περιπτώσεις ισχύει $\beta_{\text{implied}} < 1$ με σημαντικά τυπικά σφάλματα.</p>
47.	Taylor SJ (1986)	15 US stocks, FT30, 6 metal, £/\$, 5 agricultural futures, 4 interest rate futures, διάφορες χρονικές περίοδοι, ημερήσια στοιχεία	<p>EWMA Log-AR(1) ARMACH-Abs ARMACH-Sq HIS (ιεραρχημένα)</p> <p>Το ARMACH-Sq είναι παρόμοιο με το GARCH.</p> <p>Προβλέψεις για τις απόλυτες αποδόσεις, για 1 και 10 ημέρες μπροστά. Τα 2/3 του δείγματος χρησιμοποιούνται για</p>	<p>Κριτήριο αξιολόγησης: Relative MSE.</p> <p>Η συγκεκριμένη μελέτη αποτελεί μια από τις παλαιότερες για την πρόβλεψη μέσω υποδειγμάτων ARCH. Το ζήτημα της στασιμότητας της μεταβλητότητας δεν είναι σημαντικό όταν διεξάγονται προβλέψεις για βραχυχρόνιο ορίζοντα. Οι μη στάσιμες σειρές (π.χ.</p>

			<p>την εκτίμηση. Η πραγματική μεταβλητότητα υπολογίζεται ως η απόκλιση των ημερησίων απολύτων αποδόσεων.</p>	<p>EWMA) έχουν το πλεονέκτημα της ύπαρξης λιγότερων παραμέτρων προς εκτίμηση και οι προβλέψεις ανταποκρίνονται στις μεταβολές της διακύμανσης αρκετά γρήγορα.</p>
48.	Taylor SJ (1987)	DM/\$ futures, 1977-1983, ημερήσια στοιχεία	<p>High, low και closing prices</p> <p>Προβλέψεις για 1, 5, 10 και 20 ημέρες μπροστά. 5ετής περίοδος εκτίμησης.</p>	<p>Κριτήριο αξιολόγησης: RMSE</p> <p>Το καλύτερο υπόδειγμα είναι ένα σταθμικού μέσου των παροντικών και παρελθοντικών υψηλών, χαμηλών και τιμών κλεισίματος με προσαρμογές για τις επιδράσεις του σαββατοκύριακου και των διακοπών.</p>
49.	Taylor SJ and Xu (1997)	<p>α. DM/\$, 1992-1993, Quote</p> <p>β. DM/\$ options on PHLX, 1992-1993, ημερήσια στοιχεία</p>	<p>Implied + ARCH (συνδυασμένα)</p> <p>Implied ARCH</p> <p>HIS_{9 months}</p> <p>HIS_{last hour realised vol} (ιεραρχημένα)</p>	<p>α. Κριτήρια αξιολόγησης: MAE και MSE στην τυπική απόκλιση και τη διακύμανση.</p> <p>β. Η τεκμαρτή μεταβλητότητα προέρχεται από δικαιώματα NTM αγοράς και πώλησης με τη χρήση BAW και με το μικρότερο maturity (>9 ημερολογιακές ημέρες).</p>
50.	Tse (1991)	Topix Nikkei Stock Average, 1986-1989, ημερήσια στοιχεία	<p>EWMA</p> <p>HIS</p> <p>ARCH, GARCH (ιεραρχημένα)</p> <p>25 ημέρες μπροστά εκτιμούνται από 300 κυλιόμενες παρατηρήσεις.</p>	<p>Κριτήρια αξιολόγησης: ME, RMSE, MAE, MAPE της διακύμανσης, για 21 μη επικαλυπτόμενες 25ήμερες περιόδους. Η μη κανονικότητα έχει καλύτερη προσαρμογή αλλά κάνει φτωχότερες προβλέψεις. Τα ARCH/GARCH καθυστερούν να αντιδράσουν σε απότομες μεταβολές της μεταβλητότητας. Το EWMA προσαρμόζεται στις</p>

				μεταβολές πολύ γρήγορα.
51.	Tse and Tung (1992)	Singapore, 5 VW market & industry indices, 1975-1988, ημερήσια στοιχεία	EWMA HIS GARCH (ιεραρχημένα) 25 ημέρες μπροστά εκτιμούνται από 425 κυλιόμενες παρατηρήσεις.	Κριτήρια αξιολόγησης: RMSE, MAE. Το EWMA υπερτερεί, το GARCH είναι το χειρότερο. Απόλυτες αποδόσεις > 7% περικόπτονται. Υπάρχει ένδειξη μη στασιμότητας. Ορισμένα GARCH δεν συγκλίνουν.
52.	Vasilellis and Meade (1996)	Stock options 12 UK stocks (LIFFE), 1986-1991, εβδομαδιαία στοιχεία	Συνδυαστικό (Implied + GARCH) Implied GARCH EWMA HIS _{3 months} (ιεραρχημένα) Προβλέψεις για 3 μήνες μπροστά. Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας με τη χρήση δειγματικών τυπικών αποκλίσεων ημερησίων αποδόσεων.	Κριτήριο αξιολόγησης: RMSE Τρόποι στάθμισης: max vega > vega weighted > elasticity weighted > max elasticity (με το '>' αναφερόμαστε σε καλύτερη προβλεπτική ικανότητα). Προσαρμογή για μέρισμα και early exercise: Rubinstein > Roll > constant yield.
53.	Vilasuso (2002)	C\$/\$, Ffr/\$, DM/\$, ¥/\$, £/\$, 1979-1999, ημερήσια στοιχεία	FIGARCH GARCH, IGARCH (ιεραρχημένα, GARCH οριακά καλύτερο του IGARCH) Προβλέψεις 1, 5 και 10 ημερών μπροστά. Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας με τη χρήση ημερησίων τετραγωνικών αποδόσεων.	Κριτήρια αξιολόγησης: MSE, MAE και έλεγχος Diebold-Mariano για σημαντικές διαφορές. Η προβλεπτική ικανότητα του FIGARCH υπερέχει σημαντικά.
54.	Wei and Frankel (1991)	SrFr/\$, DM/\$, ¥/\$, £/\$ options (PHLX), Spot rates, 1983-1990, μηνιαία/ημερήσια στοιχεία	Implied _{GK ATM call} (ελάχιστο maturity) Μη επικαλυπτόμενες προβλέψεις για 1 μήνα μπροστά. Γίνεται proxy της πραγματικής μεταβλητότητας μέσω δειγματικών τυπικών αποκλίσεων των	Το R^2 είναι 30%(£), 17%(DM), 3%(SrFr), 0%(¥). $\alpha > 0$, $\beta < 1$ (εξαιρουμένης της £/\$, $\alpha > 0$, $\beta = 1$). Χρησιμοποιείται υπόδειγμα τιμολόγησης Ευρωπαϊκών δικαιωμάτων σε Αμερικανικά δικαιώματα. Το

			ημερησίων αποδόσεων των συναλλαγματικών ισοτιμιών.	implied τείνει να υπερεκτιμά την υψηλή μεταβλητότητα και να υπεκτιμά τη χαμηλή.
55.	Wiggins (1992)	S&P 500 futures, 1982-1989, ημερήσια στοιχεία	Υπόδειγμα ARMA με 2 τύπους εκτιμητών: 1. Εκτιμητές Parkinson/Garmen-Klass extreme value 2. Εκτιμητής close-to-close (ιεραρχημένα) Προβλέψεις για 1 εβδομάδα μπροστά και για 1 μήνα μπροστά. Υπολογισμός πραγματικής μεταβλητότητας από ημερήσιες παρατηρήσεις.	Κριτήρια αξιολόγησης: Έλεγχος μεροληψίας, έλεγχος αποτελεσματικότητας, παλινδρόμηση. Η προσέγγιση modified Parkinson είναι η λιγότερο μεροληπτική. Ο εκτιμητής C-t-C είναι τρεις φορές λιγότερο αποτελεσματικός από τους εκτιμητές EV.
56.	Yu (2002)	NZSE40, 1980-1998, ημερήσια στοιχεία	SV (του λογαριθμού της διακύμανσης) GARCH (3, 2), GARCH (1, 1) HIS, MA _{5yr} or 10yr ES και EWMA (μηνιαία αναθεώρηση) Παλινδρόμηση ARCH(9), RW, (ιεραρχημένα) 1 μήνας μπροστά εκτιμάται από 180 έως 228 προηγούμενους μήνες. Χρήση αθροίσματος ημερησίων τετραγωνικών αποδόσεων για την κατασκευή της πραγματικής μηνιαίας μεταβλητότητας.	Κριτήρια αξιολόγησης: RMSE, MAE, Theil-U και LINEX στη διακύμανση. Οι επιδόσεις του GARCH επηρεάζονται από το μέτρο αξιολόγησης: η παλινδρόμηση και το EWMA δεν είχαν καλά αποτελέσματα.

Ιεραρχημένα: τα υποδείγματα εμφανίζονται με σειρά προβλεπτικής ικανότητας· το υπόδειγμα με τις καλύτερες επιδόσεις στην κορυφή. Εάν δύο τρόποι στάθμισης ή δύο υποδείγματα πρόβλεψης διαχωρίζονται με το σύμβολο '>', αυτό σημαίνει ότι το αριστερό είναι καλύτερο από το δεξί σε όρους προβλεπτικής ικανότητας. **ATM:** Στο χρηματικό ισοδύναμο (At the money). **NTM:** Κοντά στο χρηματικό ισοδύναμο (Near the money). **WLS:**

ένας τρόπος σθάμισης της τεκμαρτής μεταβλητότητας που χρησιμοποιήθηκε από τον Whaley (1982). **HIS:** Ιστορική μεταβλητότητα που υπολογίζεται με βάση την παρελθούσα διακύμανση/ τυπική απόκλιση. **VXO:** ο δείκτης μεταβλητότητας του Χρηματιστηρίου δικαιωμάτων του Σικάγου, ο οποίος προκύπτει από δικαιώματα προαίρεσης επί του S&P100. Ο VXO μετονομάστηκε από VIX σε VXO τον Σεπτέμβριο του 2003. **RS:** Αλλαγή σταδίου/καθεστώτος. **BS:** Black-Scholes. **BK:** Το υπόδειγμα του Black για την τιμολόγηση δικαιωμάτων προαίρεσης. **BAW:** Το υπόδειγμα των Barone-Adesi και Whaley για την τιμολόγηση δικαιωμάτων προαίρεσης Αμερικανικού τύπου. **FW:** Η προσαρμοσμένη διωνυμική μέθοδος των Fleming and Whaley (1994). **GK:** Το υπόδειγμα των Garman και Kohlhagan για την τιμολόγηση Ευρωπαϊκών δικαιωμάτων επί νομισμάτων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Αγιακλόγλου, Χ. και Θ. Μπένος, 2002, Εισαγωγή στην Οικονομετρική Ανάλυση, Τόμος Α΄, Εκδόσεις Ε. Μπένου, Αθήνα.
2. Αγιακλόγλου, Χ. και Θ. Μπένος, 2002, Εισαγωγή στην Οικονομετρική Ανάλυση, Τόμος Β΄, Εκδόσεις Ε. Μπένου, Αθήνα.
3. Μαρής, Κ., 2006, Ολοκληρωμένη μεθοδολογία και πληροφοριακό σύστημα παραγωγής πρόβλεψης της μεταβλητότητας παραγών χρηματιστηριακών δεικτών και εφαρμογή της σε κατάλληλη επενδυτική στρατηγική, διδακτορική διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.
4. Συριόπουλος, Κ., 1996, Ανάλυση και Έλεγχοι Μονομεταβλητών Χρηματοοικονομικών Χρονολογικών Σειρών, Εκδόσεις Τυπωθήτω.
5. Φάσσας, Α., 2009, Υποδείγματα πρόβλεψης μεταβλητότητας σε χρηματοοικονομικές αγορές: μετοχές, δικαιώματα προαίρεσης, νομίσματα, διδακτορική διατριβή, Πανεπιστήμιο Πατρών.
6. Aggarwal, R., C. Inclan and R. Leal, 1999, “Volatility in emerging stock markets”, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 34, 1, 33–55.
7. Akgiray, V., 1989, “Conditional heteroskedasticity in time series of stock returns: evidence and forecasts”, Journal of Business, 62, 55–80.
8. Alford, A.W., and J.R. Boatsman, 1995, “Predicting long-term stock return volatility: Implications for accounting and valuation of equity derivatives”, Accounting Review, 70, 4, 599–618.
9. Amin, K., and V. Ng, 1997, “Inferring future volatility from the information in implied volatility in Eurodollar options: A new approach”, Review of Financial Studies, 10, 333–367.
10. Andersen, T., and T. Bollerslev, 1998, “Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts”, International Economic Review, 39, 4, 885–905.
11. Andersen, T.G., T. Bollerslev, F.X. Diebold and P. Labys, 2001, “The distribution of realized exchange rate volatility”, Journal of American Statistical Association, 96, 453, 42–57.
12. Andersen, T.G., T. Bollerslev, F.X. Diebold and P. Labys, 2003, “Modeling and forecasting realized volatility”, Econometrica, 71, 2, 529–626.
13. Andersen, T.G., T. Bollerslev and S. Lange, 1999, “Forecasting financial market volatility: Sample frequency vis-à-vis forecast horizon”, Journal of Empirical Finance, 6, 5, 457–477.
14. Andersen, T.G., and B.E. Sorensen, 1997, “GMM and QML asymptotic standard deviations in stochastic volatility models”, Journal of Econometrics, 76, 397–403.
15. Aydemir, A., 1998, “Volatility modeling in finance”, in Forecasting Volatility in the Financial Markets, J. Knight and S. Satchell, eds. Butterworth Heinemann, ch. 1, 1–46.

16. Bachelier, L., 1900, « Theorie de la speculation », Annales de l' Ecole Normale Supérieure, 17, 21–86.
17. Baillie, R.T., and T. Bollerslev, 1989, “The message in daily exchange rates: a conditional-variance tale”, Journal of Business and Economic Statistics, 7, 3, 297–305.
18. Baillie, R.T., T. Bollerslev and H.O. Mikkelsen, 1996, “Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity”, Journal of Econometrics, 74, 1, 3–30.
19. Balaban, Ercan, Bayar, Asli and Faff, Robert W., 2006, “Forecasting stock market volatility: Further international evidence”, The European Journal of Finance, 12, 2, 171–188.
20. Bali, T.G., 2000, “Testing the empirical performance of stochastic volatility models of the short-term interest rate”, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 35, 2, 191–215.
21. Ball, C.A., and W.N. Torous, 1984, “The maximum likelihood estimation of security price volatility: Theory, evidence and application to option pricing”, Journal of Business, 57, 1, 97–113.
22. Bates, D.S., 1996, “Testing option pricing models”, v.14: Statistical methods in Finance, pp.567–611 in: Maddala, G.S., and C.R. Rao (eds.), Handbook of Statistics, Elsevier, Amsterdam: North Holland.
23. Bates, J.M., and C.W.J. Granger, 1969, “Combination of forecasts”, Operational Research, Quarterly, 20, 451–468.
24. Beckers, S., 1981, “Standard deviations implied in option prices as predictors of future stock price variability”, Journal of Banking and Finance, 5, 363–382.
25. Bera, A.K., and M.L. Higgins, 1993, “ARCH models: properties, estimation and testing”, Journal of Economic Surveys, 7, 4, 305–365.
26. Bhardwaj, G., and N. Swanson, 2006, “A Predictive Comparison of Some Simple Long Memory and Short Memory Models of Daily U.S. Stock Returns, With Emphasis on Business Cycle Effects”, Departmental Working Papers 200613, Rutgers University, Department of Economics.
27. Black, F., 1976, “Studies of stock price volatility changes”, American Statistical Association Journal, 177–181.
28. Black, F., and M. Scholes, 1973, “The pricing of options and corporate liabilities”, Journal of Political Economy, 81, 637–659.
29. Blair, B., S.-H. Poon and S.J. Taylor, 2001, “Forecasting S&P 100 volatility: The incremental information content of implied volatilities and high frequency index returns”, Journal of Econometrics, 105, 5–26.
30. Bluhm, H.H.W., and J. Yu, 2000, “Forecasting volatility: Evidence from the German stock market”, Working paper, University of Auckland.
31. Bollerslev T., 1986, “Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity”, Journal of Econometrics, 31, 307–328.

32. Bollerslev, T., 1990, "Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH model", Review of Economics and Statistics, 72, 498–505.
33. Bollerslev, T., R.Y. Chou and K.P. Kroner, 1992, "ARCH modeling in finance: A Review of the theory and empirical evidence", Journal of Econometrics, 52, 5–59.
34. Bollerslev, T., R.F. Engle and D.B. Nelson, 1994, "ARCH models", in: Engle, R.F., and D.L. McFadden (eds), Handbook of Econometrics, Vol. IV, North Holland, Amsterdam, pp. 2959–3038.
35. Bollerslev, T., R.F. Engle and J.M. Wooldridge, 1988, "A capital asset pricing model with time-varying covariances", Journal of Political Economy, 96, 1, 116–131.
36. Bollerslev, T., and E. Ghysels, 1996, "Periodic autoregressive conditional heteroskedasticity", Journal of Business and Economic Statistics, 14, 2, 139–151.
37. Bollerslev, T., and H.O. Mikkelsen, 1996, "Modeling and pricing long memory in stock market volatility", Journal of Econometrics, 73, 1, 151–184.
38. Bollerslev, T., and H. O. Mikkelsen, 1999, "Long-term equity anticipation securities and stock market volatility dynamics", Journal of Econometrics, 92, 75–99.
39. Boudoukh, J., M. Richardson, and R.F. Whitelaw, 1997, "Investigation of a class of volatility estimators", Journal of Derivatives, 4, 63–67.
40. Brace, A., and A. Hodgson, 1991, "Index futures options in Australia – An empirical focus on volatility", Accounting and Finance, 31, 2, 13–31.
41. Brailsford, T.J., and R.W. Faff, 1996, "An evaluation of volatility forecasting techniques", Journal of Banking and Finance, 20, 3, 419–438.
42. Brenner, R. J., Harjes, R.H., and Kroner, K.F., 1996, "Another Look at Models of the Short-Term Interest Rate", Journal of Financial and Quantitative Analysis, 31, 1, 85–107.
43. Brooks, C., 1998, "Predicting stock market volatility: Can market volume help?", Journal of Forecasting, 17, 1, 59–80.
44. Brown, R.G., 1962, Smoothing, forecasting and prediction, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
45. Brown, S., 1990, "Estimating volatility", in Financial Options: From Theory to Practice, S. Figlewski, W. Silber and M. Subrahmanyam, eds. Chicago: Irwin.
46. Campbell, J.Y., and Hentschel, L., 1992, "No News Is Good News: An Asymmetric Model of Changing Volatility in Stock Returns", Review of Economic Studies, 31, 281–318.
47. Canina, L., and S. Figlewski, 1993, "The informational content of implied volatility", Review of Financial Studies, 6, 3, 659–681.
48. Cao, C.Q., and R.S. Tsay, 1992, "Nonlinear time-series analysis of stock volatilities", Journal of Applied Econometrics, December, Supplement, 1, S165–S185.
49. Carol, A., 1998, "Risk Management Analysis", Measuring And Modelling Financial Risk, 1.

50. Chan, K.C., G.A. Karolyi, F.A. Longstaff and A.B. Sanders, 1992, "An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate", Journal of Finance, 47, 3, 1209–1227.
51. Chiras, D., and S. Manaster, 1978, "The information content of option prices and a test of market efficiency", Journal of Financial Economics, 6, 213–234.
52. Christensen, B.J., and N.R. Prabhala, 1998, "The relation between implied and realized volatility", Journal of Financial Economics, 50, 2, 125–150.
53. Christensen, B.J., and N.R. Prabhala, 1998, "The relation between implied and realized volatility", Journal of Financial Economics, 50, 2, 125–150.
54. Christie, A.A., 1982, "The stochastic behaviour of common stock variances: Value, leverage, and interest rate effect", Journal of Financial Economics, 10, 407–432.
55. Christodoulakis, G.A., and S.E. Satchell, 1998, "Hashing GARCH: A re-assessment of volatility forecast and performance", Chapter 6, pp. 168–192, in: Knight, J., and S. Satchell (eds), Forecasting Volatility in the Financial Markets, Butterworth.
56. Christoffersen, P.F., and F.X. Diebold, 2000, "How relevant is volatility forecasting for risk management?", Review of Economics and Statistics, 82, 1, 12–22.
57. Christoffersen, P.F., J. Hahn, and A. Inoue, 2001, "Testing and comparing Value at Risk measures", Journal of Empirical Finance, 8, 3, 325–342.
58. Cox, J., and M. Rubinstein, 1985, Options Markets, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
59. Cumby, R., S. Figlewski and J. Hasbrouck, 1993, "Forecasting volatilities and correlations with EGARCH models", Journal of Derivatives, 1, 51–63.
60. Danielsson, J., 1994, "Stochastic volatility in asset prices: Estimation with simulated maximum likelihood", Journal of Econometrics, 64, 375–400.
61. Davidian, M., and R.J. Carroll, 1987, "Variance function estimation", Journal of American Statistical Association, 82, 1079–1091.
62. Day, T.E., and C.M. Lewis, 1992, "Stock market volatility and the information content of stock index options", Journal of Econometrics, 52, 267–287.
63. Day, T.E., and C.M. Lewis, 1993, "Forecasting futures market volatility", Journal of Derivatives, 1, 33–50.
64. Derman, E., and I. Kani, 1994, "Riding on a smile", Risk, 7, 32–39.
65. Diebold, F.X., 1988, Empirical Modeling of Exchange Rate Dynamics, Springer Verlag, New York.
66. Diebold, F.X., A. Hickman, A. Inoue and T. Schuermann, 1998, "Scale models", RISK Magazine, 11, 104–107.
67. Diebold, F.X., and J.A. Lopez, 1995, "Modelling volatility dynamics", in: Hoover, K. (ed.), Macroeconomics: Developments, Tensions and Prospects, Kluwer, Dordrecht, pp. 427–466.
68. Diebold, F.X., and R.S. Mariano, 1995, "Comparing predictive accuracy", Journal of Business and Economic Statistics, 13, 253–263.

69. Dimson, E., and P. Marsh, 1990, "Volatility forecasting without data-snooping", Journal of Banking and Finance, 14, 2–3, 399–421.
70. Ding, Z., C.W.J. Granger and R.F. Engle, 1993, "A long memory property of stock market returns and a new model", Journal of Empirical Finance, 1, 83–106.
71. Doidge, C., and J.Z. Wei, 1998, "Volatility forecasting and the efficiency of the Toronto 35 index options market", Canadian Journal of Administrative Science, 15, 1, 28–38.
72. Drost, F.C., and T.E. Nijman, 1993, "Temporal aggregation of GARCH process", Econometrica, 61, 4, 909–927.
73. Duffie, D., and K.J. Singleton, 1993, "Simulated moments estimation of Markov models of asset prices", Econometrica, 61, 929–952.
74. Dunis, C.L., J. Laws and S. Chauvin, 2000, "The use of market data and model combination to improve forecast accuracy", Working paper, Liverpool Business School.
75. Dunis, C. L., J. Laws, and S. Chauvin, 2001, "The Use of Market Data and Model Combination to Improve Forecast", in: Developments in Forecast Combination, John Wiley.
76. Dupire, B., 1994, "Pricing with a Smile", Risk, 7, 18–20.
77. Durbin, J., and S.J. Koopman, 2000, "Time series analysis of non-Gaussian observations based on state space models from both classical and Bayesian perspectives", Journal of Royal Statistical Society Series, 62, 1, 3–56.
78. Ederington, L.H., and W. Guan, 1999 "The information frown in option prices", Working paper, University of Oklahoma.
79. Ederington, L.H., and W. Guan, 2000a, "Forecasting volatility", Working paper, University of Oklahoma.
80. Ederington, L.H., and W. Guan, 2002, "Is implied volatility an informationally efficient and effective predictor of future volatility?", Journal of Risk, 4, 3.
81. Edey, M., and G. Elliot, 1992, "Some evidence on option prices as predictors of volatility", Oxford Bulletin of Economics & Statistics, 54, 4, 567–578.
82. Engle, R.F., 1982, "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation", Econometrica, 50, 4, 987–1007.
83. Engle, R.F., 1993, "Statistical models for financial volatility", Financial Analysts Journal, 49, 1, 72–78.
84. Engle, R.F., 2002, "New frontiers for ARCH models", Journal of Applied Econometrics, 17, 425–446.
85. Engle, R.F., and T. Bollerslev, 1986, "Modelling the persistence of conditional variances", Econometric Reviews, 5, 1–50.
86. Engle, R., and K.F. Kroner, 1995, "Multivariate simultaneous generalized ARCH", Econometric Theory, 11, 122–150.
87. Engle, R.F., and G.J. Lee, 1999, "A long-run and short-run component model of stock

- return volatility”, in: Engle, R.F., and H. White (ed.), Cointegration, Causality and Forecasting, Oxford University Press, Oxford, Chapter 10, pp. 475–497.
88. Engle, R.F., and V.K. Ng, 1993, “Measuring and testing the impact of news on volatility”, Journal of Finance, 48, 1749–1778.
 89. Engle, R. F., V. Ng and M. Rothschild, 1990, “Asset pricing with a factor-ARCH covariance structure: Empirical estimates for Treasury Bills”, Journal of Econometrics, 45, 213–239.
 90. Engle, R. F., and A.J. Patton, 2001, “What good is a volatility model?” Quantitative finance, 1, 2, 237–245.
 91. Fama, E.F., 1965, “The Behavior of Stock-Market Prices”, Journal of Business, 38, 1, 34–105.
 92. Feinstein, S.P., 1989a, “The Black–Scholes formula is nearly linear in sigma for at-the money options; therefore implied volatilities from at-the-money options are virtually unbiased”, Working paper, Federal Reserve Bank of Atlanta.
 93. Feinstein, S.P., 1989b, “Forecasting stock market volatility using options on index Futures”, Economic Review, (Federal Reserve Bank of Atlanta), 74, 3, 12–30.
 94. Ferreira, M.A., 1999, “Forecasting interest rate volatility from the information in historical data”, Working paper, Department of Finance, University of Wisconsin-Madison.
 95. Figlewski, S., 1997, “Forecasting volatility”, Financial Markets, Institutions and Instruments (New York University Salomon Center), 6, 1, 1–88.
 96. Figlewski, S., and T.C. Green, 1999, “Market risk and model risk for a financial institution writing options”, Journal of Finance, 54, 4, 1465–1999.
 97. Fleming, J., 1998, “The quality of market volatility forecasts implied by S&P 100 index option prices”, Journal of Empirical Finance, 5, 4, 317–345.
 98. Fleming, J., B. Ostdiek and R.E. Whaley, 1995, “Predicting stock market volatility: A new measure”, Journal of Futures Market, 15, 3, 265–302.
 99. Fleming, J., and R.E. Whaley, 1994, “The value of wildcard options”, Journal of Finance, 49, 1, 215–236, March.
 100. Franses, P.H., and D. van Dijk, 1996, “Forecasting stock market volatility using (nonlinear) Garch models”, Journal of Forecasting, 15, 3, 229–235.
 101. Franses, P.H., and D. van Dijk, 2000, Non-Linear Time Series Models in Empirical Finance, Cambridge University Press, Cambridge.
 102. Franses, P. H., and H. Ghijssels, 1999, “Additive outliers, GARCH and forecasting volatility”, International Journal of Forecasting, 15, 1–9.
 103. Frennberg, P., and B. Hansson, 1996 “An evaluation of alternative models for predicting stock volatility”, Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, 5, 117–134.
 104. French, K.R., G.W. Schwert and R.F. Stambaugh, 1987, “Expected stock returns and volatility”, Journal of Financial Economics, 19, 1, 3–30.

105. Fridman, M., and L. Harris, 1998, "A maximum likelihood approach for non-Gaussian stochastic volatility models", Journal of Business and Economic Statistics, 16, 284–291.
106. Fung, W.K.H., and D.A. Hsieh, 1991, "Empirical analysis of implied volatility: Stocks, bonds and currencies", Working paper, Department of Finance, Fuqua School of Business.
107. Fung, H.-G., C.-J. Lie and A. Moreno, 1990, "The forecasting performance of the implied standard deviation in currency options", Managerial Finance, 16, 3, 24–29.
108. Garman, M.B., and M.J. Klass, 1980, "On the estimation of security price volatilities from historical data", Journal of Business, 53, 1, 67–78.
109. Gemmill, G., 1986, "The forecasting performance of stock options on the London Traded Options Markets", Journal of Business Finance and Accounting, 13, 4, 535–546.
110. Ghysels, E., A. Harvey and E. Renault, 1996, "Stochastic volatility", pp. 119–191, in: Maddala, G.S., and C.R. Rao (eds), Handbook of Statistics: Statistical Methods in Finance, Vol. 14, Elsevier Science, Amsterdam.
111. Glosten, L.R., R. Jagannathan and D.E. Runkle, 1993, "On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks", Journal of Finance, 48, 1779–1801.
112. Granger, C.W.R., 1999, Empirical Modeling in Economics. Specification and Evaluation, Cambridge University Press, Cambridge.
113. Granger, C.W.J., 2001, "Long memory processes – an economist's viewpoint", Working paper, University of California, San Diego.
114. Granger, C.W.J., Z. Ding and S. Spear, 2000, "Stylized facts on the temporal and distributional properties of absolute returns: An update", Working paper, University of California, San Diego.
115. Granger, C.W.J., and R. Joyeux, 1980, "An introduction to long memory time series and fractional differencing", Journal of Time Series Analysis, 1, 15–39.
116. Gray, S.F., 1996, "Modeling the conditional distribution of interest rates as a regime-switching process", Journal of Financial Economics, 42, 1, 27–62.
117. Guo, D., 1996a, "The predictive power of implied stochastic variance from currency options", Journal of Futures Markets, 16, 8, 915–942.
118. Guo, D., 1996b, "The information content of implied stochastic volatility from currency options", Canadian Journal of Economics, 29, S, 559–561.
119. Hagerman, R.L., 1978, "More Evidence on the Distribution of Security Returns", Journal of Finance, 33, 4, 1213–1221.
120. Hamilton, J.D., 1989, "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle", Econometrica, 57, 357–384.
121. Hamilton, J.D., and G. Lin, 1996, "Stock market volatility and the business cycle", Journal of Applied Econometrics, 11, 5, 573–593.

122. Hamilton, J.D., and R. Susmel, 1994, "Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime", Journal of Econometrics, 64, 1–2, 307–333.
123. Hansen, L.P., and R.J. Hodrick, 1980, "Forward exchange rates as optimal predictors of future spot rates: An econometric analysis", Journal of Political Economy, 88, 829–853.
124. Harvey, A.C., 1998, "Long memory in stochastic volatility", Chapter 12, pp. 307–320, in: Knight, J., and S. Satchell (eds), Forecasting Volatility in the Financial Markets, Butterworth, Oxford.
125. Harvey, A.C., E. Ruiz and N. Shephard, 1994, "Multivariate stochastic variance models", Review of Economic Studies, 61, 247–264.
126. Harvey, A.C., and R.E. Whaley, 1992, "Market Volatility Prediction and the Efficiency of S&P 100 Index Option Market", Journal of Finance, 31, 43–73.
127. Heston, S.L, 1993, "A closed solution for options with stochastic volatility, with application to bond and currency options", Review of Financial Studies, 6, 2, 327–343.
128. Heynen, R.C., 1995, Essays on Derivatives Pricing Theory, Thesis Publishers, Amsterdam.
129. Heynen, R.C., and H.M. Kat, 1994, "Volatility prediction: A comparison of stochastic volatility, GARCH (1,1) and EGARCH (1,1) models", Journal of Derivatives, 2, 50–65.
130. Hol, E., and S.J. Koopman, 2002, "Forecasting the variability of stock index returns with stochastic volatility models and implied volatility", Working paper, Free University, Amsterdam.
131. Hosking, J.R.M., 1981, "Fractional differencing", Biometrika, 68, 165–176.
132. Hsu, D.-A., R.B. Miller and D.W. Wichern, 1974, "On the Stable Paretian Behavior of Stock-Market Prices", Journal of the American Statistical Association, 69, 345, 108–113.
133. Hull, J., and A. White, 1987, "The pricing of options on assets with stochastic volatilities", Journal of Finance, 42, 2, 281–300.
134. Hwang, S., and S. Satchell, 1998, "Implied volatility forecasting: A comparison of different procedures including fractionally integrated models with applications to UK equity options", Chapter 7, pp. 193–225, in: Knight, J., and S. Satchell (eds), Forecasting Volatility in the Financial Markets, Butterworth, Oxford.
135. Jacquier, E., N.G. Polson and P.E. Rossi, 1994, "Bayesian analysis of stochastic volatility models: reply", Journal of Business and Economic Statistics, 12, 4, 413–417.
136. Johnson, H., and D. Shanno, 1987, "Option pricing when the variance is changing", Journal of Financial and Quantitative Analysis, 22, 143–151.
137. Jorion, P., 1995, "Predicting volatility in the foreign exchange market", Journal of Finance, 50, 2, 507–528.

138. Jorion, P., 1996, "Risk and turnover in the foreign exchange market", in: Frankel, J.A., G. Galli and A. Giovannini (eds), The Microstructure of Foreign Exchange Markets, The University of Chicago Press, Chicago.
139. Karatzas, I., and S.E. Shreve, 1988, Brownian Motion and Stochastic Calculus, Springer Verlag, New York.
140. Kim, D., and S.J. Kon, 1994, "Alternative Models for the Conditional Heteroscedasticity of Stock Returns", Journal of Business, 67, 4, 563-598.
141. Kim, S., N. Shephard and S. Chib, 1998, "Stochastic volatility: likelihood inference and comparison with ARCH models", Review of Economic Studies, 65, 361-393.
142. Klaassen, F., 1998, "Improving GARCH volatility forecasts", Empirical Economics, 27, 363-394.
143. Kroner, K., 1996, "Creating and using volatility forecasts", Derivatives Quart. 3:2, 39-53.
144. Kroner, K., Kneafsey K. and S. Claessens, 1995, "Forecasting volatility in commodity markets", Journal of Forecasting, 14, 77-95.
145. Lamoureux, C., and W. Lastrapes, 1993, "Forecasting stock-return variance: toward an understanding of stochastic implied volatilities", Review of Financial Studies, 6, 2, 293-326.
146. Latane, H., and R.J. Rendleman, 1976, "Standard deviations of stock price ratios implied in option prices", Journal of Finance, 31, 2, 369-381.
147. Lau, A., H.-L., H.-S. Lau and J.R. Wingender, 1990, "The Distribution of Stock Returns: New Evidence against the Stable Model", Journal of Business & Economic Statistics, 8, 2, 217-223.
148. Lee, K.Y., 1991, "Are the GARCH models best in out-of-sample performance?", Economics Letters, 37, 3, 305-308.
149. Li, K., 2002, "Long-memory versus option-implied volatility prediction", Journal of Derivatives, 9, 3, 9-25.
150. Lopez, J.A., 2001, "Evaluating the predictive accuracy of volatility models", Journal of Forecasting, 20, 2, 87-109.
151. Loudon, G., Watt, W. and Yadav, P., 2000, "An empirical analysis of alternative parametric ARCH models", Journal of Applied Econometrics, 15, 117-136.
152. Mandelbrot, B., 1963, "The Variation of Certain Speculative Prices", Journal of Business, 36, 4, 394-419.
153. Mandelbrot, B., 1967, "The Variation of Some Other Speculative Prices", Journal of Business, 40, 4, 393-413.
154. Markowitz, H., 1991, Portfolio Selection, Blackwell Publishers.
155. Martens, M., D. van Dijk and M. de Pooter, 2004, "Modeling and Forecasting S&P 500 Volatility: Long Memory, Structural Breaks and Nonlinearity", Tinbergen Institute Discussion Papers, 04-067/4, Tinbergen Institute.

156. Martens, M., and J. Zein, 2004, "Predicting financial volatility: High-frequency timeseries forecasts vis-a-vis implied volatility", Journal of Futures Markets, 24, 11, 1005–1028.
157. Mason, S.P., and R.C. Merton, 1985, "The role of contingent claims analysis in corporate finance", pp.153–160, in: Altman, E., Subrahmantam, M. (eds), Recent Advances in Corporate Finance, RD Irwin: Homewood, IL.
158. Merton, R.C., 1976, "Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous", Journal of Financial Economics, 3, 1, 125–144.
159. McKenzie M.D., 1999, "Power transformation and forecasting the magnitude of exchange rate changes", International Journal of Forecasting, 15, 49–55.
160. McMillan, D.G., A.H. Speight and O.A.P. Gwilym, 2000, "Forecasting UK stock market volatility", Journal of Applied Economics, 10, 435–448.
161. Naik, V., 1993, "Option valuation and hedging strategies with jumps in the volatility of asset returns", Journal of Finance, 48, 5, 1969–1984.
162. Nasar, S., 1992, "For Fed, a New Set of Tea Leaves", New York Times.
163. Nelson, D.B., 1991, "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach", Econometrica, 59, 2, 347–370.
164. Nelson, D.B., and C.Q. Cao, 1992, "Inequality constraints in the univariate GARCH model", Journal of Business and Economic Statistics, 10, 2, 229–235.
165. Noh, J., R.F., Engle and A. Kane, 1994, "Forecasting volatility and option prices of the S&P 500 index", Journal of Derivatives, 2, 17–30.
166. Pagan, A.R., and G.W. Schwert, 1990, "Alternative models for conditional stock volatility", Journal of Econometrics, 45, 1–2, 267–290.
167. Parkinson, M., 1980, "The extreme value method for estimating the variance of the rate of return", Journal of Business, 53, 61–65.
168. Peria, M.S.M., 2001, "A regime-switching approach to the study of speculative attacks: A focus on EMS crises", Working paper, World Bank.
169. Perry, P., 1982, "The time-variance relationship of security returns: Implications for the return-generating stochastic process", Journal of Finance, 37, 857–870.
170. Pitt, M.J., and N. Shephard, 1997, "Likelihood analysis of non-Gaussian measurement time series", Biometrika, 84, 653–667.
171. Pong, S., M.B. Shackleton, S.J. Taylor and X. Xu, 2004, "Forecasting Sterling/Dollar volatility: A comparison of implied volatilities and AR(FI)MA models", Journal of Banking and Finance, 28, 2541–2563.
172. Poon, S.-H., 2005, (ed.) A Practical Guide to Forecasting Financial Market Volatility, John Wiley & Sons, Ltd.
173. Poon, S.-H., and C.W.J. Granger, 2003, "Forecasting financial market volatility: A review", Journal of Economic Literature, 41, 2, 478–539.
174. Poon, S.-H., and C.W.J. Granger, 2005, "Practical issues in forecasting

- volatility”, Financial Analyst Journal, 61, 1, 45–65.
175. Poon, S., and S.J. Taylor, 1992, “Stock returns and stock market volatilities”, Journal of Banking and Finance, 16, 37–59.
 176. Poteshman, A.M., 2000, “Forecasting future volatility from option prices”, Working paper, University of Illinois at Urbana-Champaign.
 177. Rubinstein, M., 1985, “Nonparametric tests of alternative option pricing models using all reported trades and quotes on the 30 most active CBOE option classes from August 23, 1976 through August 31, 1978”, Journal of Finance, 40, 455–480.
 178. Rubinstein, M., 1994, “Implied binomial trees”, Journal of Finance, 49, 771–818.
 179. Schmalensee, R., and R.R. Trippi, 1978, “Common stock volatility expectations implied by option premia”, Journal of Finance, 33, 1, 129–147.
 180. Scott, L.O., 1987, “Option pricing when the variance changes randomly: theory, estimation, and an application”, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 22, 419–438.
 181. Scott, E., and A.L. Tucker, 1989, “Predicting currency return volatility”, Journal of Banking and Finance, 13, 6, 839–851.
 182. Sharpe, W.F., 1964, “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk”, Journal of Finance, 19, 425–442.
 183. Sill, D.K., 1993, “Predicting stock-market volatility”, Business Review (Federal Reserve Bank of Philadelphia), Jan./Feb., 15–27.
 184. Stentoft, L., 2005, “Pricing American options when the underlying asset follows GARCH processes”, Journal of Empirical Finance, 12, 4, 576–611.
 185. Szakmary, A., E. Ors, J.K. Kim and W.D. Davidson III, 2002, “The predictive power of implied volatility: Evidence from 35 futures markets”, Working paper, Southern Illinois University.
 186. Szakmary, A., E. Ors, J.K. Kim, and W.D. Davidson, 2003, “The predictive power of implied volatility: Evidence from 35 futures markets”, Journal of Banking and Finance, 27, 11, 2151–2175.
 187. Taylor, J.W., 2004, “Volatility forecasting with smooth transition exponential smoothing”, International Journal of Forecasting, 20, 273–286.
 188. Taylor, S.J., 1986, Modelling Financial Time Series, John Wiley & Sons Ltd, Chichester.
 189. Taylor, S.J., 1987, “Forecasting of the volatility of currency exchange rates”, International Journal of Forecasting, 3, 159–170.
 190. Taylor, S.J., 2000, “Consequences for option pricing of a long memory in volatility”, Working paper, University of Lancaster.
 191. Taylor, S.J., and G.X. Xu, 1997, “The incremental volatility information in one million foreign exchange quotations”, Journal of Empirical Finance, 4, 4, 317–340.

192. Theil, H., 1966, Applied Economic Forecasting, North-Holland, Amsterdam.
193. Tsay, R.S., 2002, Analysis of Financial Time Series: Financial Econometrics, John Wiley & Sons Ltd, Chichester.
194. Tse, Y.K., 1991, "Stock return volatility in the Tokyo Stock Exchange", Japan and the World Economy, 3, 285–298.
195. Tse, T.Y.K., and S.H. Tung, 1992, "Forecasting volatility in the Singapore stock market", Asia Pacific Journal of Management, 9, 1, 1–13.
196. Vasilellis, G.A., and N. Meade, 1996, "Forecasting volatility for portfolio selection", Journal of Business Finance and Accounting, 23, 1, 125–143.
197. Vilasuso, J., 2002, "Forecasting exchange rate volatility", Economics Letters, 76, 59–64.
198. Walsh, D.M., and G.Y.-G. Tsou, 1998, "Forecasting index volatility: Sampling integral and non-trading effects", Applied Financial Economics, 8, 5, 477–485.
199. Wei, S.J., and J.A. Frankel, 1991, "Are option-implied forecasts of exchange rate volatility excessively variable?", NBER working paper No. 3910.
200. West, K.D., 1996, "Asymptotic inference about predictive ability", Econometrica, 64, 1067–1084.
201. West, K.D., and D. Cho, 1995, "The predictive ability of several models of exchange rate volatility", Journal of Econometrics, 69, 2, 367–391.
202. West, K.D., H.J. Edison and D. Cho, 1993, "A utility based comparison of some methods of exchange rate volatility", Journal of International Economics, 35, 1–2, 23–45.
203. West, K.D., and M. McCracken, 1998, "Regression based tests of predictive ability", International Economic Review, 39, 817–840.
204. Whaley, R.E., 1982, "Valuation of American call options on dividend-paying stocks", Journal of Financial Economics, 10, 29–58.
205. Wiggins, J. B., 1987, "Option values under stochastic volatility: theory and empirical estimates", Journal of Financial Economics, 19, 351–377.
206. Wiggins, J.B., 1992, "Estimating the volatility of S&P 500 futures prices using the Extreme-Value Method", Journal of Futures Markets, 12, 3, 256–273.
207. Xu, X., and S.J. Taylor, 1995, "Conditional volatility and the informational efficiency of the PHLX currency options market", Journal of Banking and Finance, 19, 5, 803–821.
208. Yu, J., 2002, "Forecasting volatility in the New Zealand Stock Market", Applied Financial Economics, 12, 193–202.
209. Zakoian, J.-M., 1994, "Threshold heteroskedastic models", Journal of Economic Dynamics and Control, 18, 5, 931–955.
210. Zumbach, G., 2002, "Volatility processes and volatility forecast with long memory", Working paper, Olsen Associates.

