

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Ιανουάριος 2011



ΘΕΜΑ:

## “Tail risk και τα Quantile betas των ελληνικών τραπεζών”

*Νικόλαος Μάρκου ΜΧΡΗ0909*

Επιβλέπων Καθηγητής:

Επικ. Καθηγητής Ν. Κουρογένης

Τριμελής Επιτροπή:

Επικ. Καθηγητής Ν. Κουρογένης, Καθηγητής Ν. Πιττής, Αναπλ. Καθηγητής Γ. Σκιαδόπουλος

ΤΜΗΜΑ: Χρηματοοικονομικής και Τραπεζικής Διοικητικής

---

## **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Σκοπός της παρούσης εργασίας είναι η μελέτη του tail risk που “αναλαμβάνουν” οι ελληνικές τράπεζες αλλά και η καταγραφή των βήτα των μετοχών τους σε σχέση με την ελληνική και την ευρωπαϊκή αγορά, χρησιμοποιώντας την μέθοδο της οικονομετρικής τεχνικής Quantile regression (QR).

Η εργασία καλύπτει ένα μεγάλο εύρος διεθνής βιβλιογραφίας τόσο για μελέτες σχετικές με το tail risk αλλά και για μελέτες που ασχολούνται με την QR και τις εφαρμογές αυτής στον χρηματοοικονομικό τομέα. Η επισκόπηση των μελετών που χρησιμοποιήθηκαν για την παρούσα εργασία δείχνει πως ο χρηματοοικονομικός τομέας είχε αμελήσει μέχρι πρόσφατα την σημασία που έχει ο κίνδυνος απρόσμενων γεγονότων (right tail risk), αφού η πραγματοποίηση ακραίων καταστάσεων συνοδεύεται με μικρή πιθανότητα αλλά ταυτόχρονα όταν συμβεί, φέρνει καταστροφικά αποτελέσματα. Για την καταγραφή του tail risk που αναλαμβάνουν αυτήν την στιγμή οι ελληνικές τράπεζες χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος των stable κατανομών και συγκεκριμένα έγινε εκτίμηση της παραμέτρου “α” που μας δείχνει το πάχος των tails που έχει μία κατανομή. Το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε για την πραγματοποίηση αυτής της εκτίμησης είναι το πρόγραμμα “STABLE” το οποίο έχει κατασκευαστεί από τον John P. Nolan και παρέχεται δωρεάν στο site του.

Όσο αφορά την επισκόπηση που έγινε στην βιβλιογραφία που αναφέρεται στην QR, φαίνεται πως η συγκεκριμένη μέθοδος χρησιμοποιείται όλο και περισσότερο τελευταία λόγω της θεαματικής αύξησης της αντλούμενης πληροφόρησης σε σχέση με πιο συμβατικές μεθόδους όπως αυτή των ελαχίστων τετραγώνων, δημιουργώντας έτσι ένα σημαντικό ερμηνευτικό αποτέλεσμα αφού μπορούμε να δούμε τις επιδράσεις που ασκούνται σε όλο το εύρος της κατανομής. Η εκτίμηση των quantile βήτα των μετοχών των ελληνικών τραπεζών σε σχέση με την ελληνική αλλά και την ευρωπαϊκή αγορά έγινε χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα “Eviews6” και για λόγους σύγκρισης εκτιμήθηκαν τα αντίστοιχα βήτα με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, χρησιμοποιώντας το ίδιο πρόγραμμα.

Πολύ συνοπτικά τα βασικά συμπεράσματα της συγκεκριμένης εργασίας είναι:

1. Το tail risk που αναλαμβάνουν οι ελληνικές τράπεζες βρίσκεται σε επικίνδυνα επίπεδα, με τα tails των κατανομών των αποδόσεων των μετοχών τους να είναι ιδιαίτερα παχιά.

2. Η ελληνική τραπεζική αγορά επηρεάζεται σε μικρότερο βαθμό από την ευρωπαϊκή αγορά από ότι από την εγχώρια.
3. Παρατηρούνται συγκεκριμένες τάσεις στην συμπεριφορά των μετοχών των ελληνικών τραπεζών σε σχέση με τις αποδόσεις του ελληνικού και ευρωπαϊκού δείκτη.

Η εργασία χωρίζεται σε 5 μέρη. Στο πρώτο μέρος δίνονται κάποια γενικά εισαγωγικά σχετικά με το tail risk και τα Quantile betas. Στο δεύτερο μέρος παρουσιάζεται αναλυτικά η έννοια του tail risk και καλύπτεται πλήρως η σχετική βιβλιογραφία, ενώ στο τρίτο μέρος χρησιμοποιείται το ίδιο μοτίβο για την QR μέθοδο και την έννοια του βήτα. Τέλος στο τέταρτο μέρος παρουσιάζεται το εμπειρικό κομμάτι της εργασίας και στο πέμπτο μέρος παρατίθεται η βιβλιογραφία που χρησιμοποιήθηκε.

## ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

	Σελίδα
Πίνακας 2.1: Συντελεστές QR (& OLS)	13
Πίνακας 3.1: Δεδομένα για hedge funds – Brown και Spitzer	48
Πίνακας 3.2: Απόδοση των χαρτοφυλακίων Α και Β – Yamai και Yoshiba	50
Πίνακας 3.3: Απόδοση των χαρτοφυλακίων Α και Β με άλλες μεθόδους - Yamai και Yoshiba	51
Πίνακας 3.4: Στατιστικά στοιχεία για 30 αναδυόμενες χώρες - Yamai και Yoshiba	117
Πίνακας 3.5: Tail dependence για 30 αναδυόμενες χώρες - Yamai και Yoshiba	119
Πίνακας 3.6: Χρησιμοποιούμενα δεδομένα από Mike K.P.So και Alex S.L.TSE	121
Πίνακας 3.7: Χρησιμοποιούμενα δεδομένα από Mike K.P.So και Alex S.L.TSE	122
Πίνακας 3.8: Συσχέτιση των TDCS - Mike K.P.So και Alex S.L.TSE	58
Πίνακας 3.9.1 και 3.9.2: Στατιστικά στοιχεία από Jorge Cruz Lopez	122,123
Πίνακας 4.1: Τιμές κλεισίματος και εύρος τιμών που χρησιμοποιήθηκαν για 7 τράπεζες	62
Πίνακας 4.2: Παρατηρήσεις που χρησιμοποιήθηκαν (FTSE20)	63
Πίνακας 4.3: Δείκτες που συμμετέχουν οι 7 τράπεζες	123
Πίνακας 4.4: Παρατηρήσεις που χρησιμοποιήθηκαν (EEBP300)	64
Πίνακας 4.5: Quantile betas της alpha bank (FTSE20)	66
Πίνακας 4.6: LS beta της alpha bank (FTSE20)	68
Πίνακας 4.7: Quantile betas της alpha bank (EEBP300)	69
Πίνακας 4.8: LS beta της alpha bank (EEBP300)	71
Πίνακας 4.9: Quantile betas της Eurobank (FTSE20)	71

Πίνακας 4.10: LS beta της Eurobank (FTSE20)	73
Πίνακας 4.11: Quantile betas της Eurobank (EEBP300)	74
Πίνακας 4.12: LS beta της Eurobank (EEBP300)	75
Πίνακας 4.13: Quantile betas της Marfin popular bank (FTSE20)	76
Πίνακας 4.14: LS beta της Marfin popular bank (FTSE20)	78
Πίνακας 4.15: Quantile betas της Marfin popular bank (EEBP300)	79
Πίνακας 4.16: LS beta της Marfin popular bank (EEBP300)	80
Πίνακας 4.17: Quantile betas της Αγροτικής τράπεζας (FTSE20)	81
Πίνακας 4.18: LS beta της Αγροτικής τράπεζας (FTSE20)	82
Πίνακας 4.19: Quantile betas της Αγροτικής τράπεζας (EEBP300)	83
Πίνακας 4.20: LS beta της Αγροτικής τράπεζας (EEBP300)	85
Πίνακας 4.21: Quantile betas της Εθνικής τράπεζας (FTSE20)	86
Πίνακας 4.22: LS beta της Εθνικής τράπεζας (FTSE20)	87
Πίνακας 4.23: Quantile betas της Εθνικής τράπεζας (EEBP300)	88
Πίνακας 4.24: LS beta της Εθνικής τράπεζας (EEBP300)	89
Πίνακας 4.25: Quantile betas της τράπεζας Κύπρου (FTSE20)	90
Πίνακας 4.26: LS beta της τράπεζας Κύπρου (FTSE20)	91
Πίνακας 4.27: Quantile betas της τράπεζας Κύπρου (EEBP300)	92
Πίνακας 4.28: LS beta της τράπεζας Κύπρου (EEBP300)	93
Πίνακας 4.29: Quantile betas της τράπεζας Πειραιώς (FTSE20)	94
Πίνακας 4.30: LS beta της τράπεζας Πειραιώς (FTSE20)	96
Πίνακας 4.31: Quantile betas της τράπεζας Πειραιώς (EEBP300)	96
Πίνακας 4.32: LS beta της τράπεζας Πειραιώς (EEBP300)	98
Πίνακας 4.33: Δείκτης “α” των 7 τραπεζών	111

## **ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ**

	<u>Σελίδα</u>
Διάγραμμα 2.1: Σχέση 2 μετοχών στην απόδοση αγοράς	6
Διάγραμμα 2.2: Διασπορά δεδομένων Engel	12
Διάγραμμα 2.3: Συντελεστές παλινδρόμησης – Koenker και Hallock	14
Διάγραμμα 2.4: Συντελεστές παλινδρόμησης – Koenker και Hallock	15
Διάγραμμα 3.1: Κανονική κατανομή και πιθανότητα μεταβολής της τιμής μίας μετοχής	34
Διάγραμμα 3.2: Kurtosis	35
Διάγραμμα 3.3: Skewness	36
Διάγραμμα 3.4: Δεξιό tail risk με threshold K	53
Διάγραμμα 3.5: Δεξιό tail risk με threshold K με διαφορετικές κατανομές	53
Διάγραμμα 4.1: Quantile betas της Alpha bank (FTSE20)	67
Διάγραμμα 4.2: Quantile betas της Alpha bank (EEBP300)	70
Διάγραμμα 4.3: Quantile betas της Eurobank (FTSE20)	72
Διάγραμμα 4.4: Quantile betas της Eurobank (EEBP300)	74
Διάγραμμα 4.5: Quantile betas της Marfin popular bank (FTSE20)	77
Διάγραμμα 4.6: Quantile betas της Marfin popular bank (EEBP300)	79
Διάγραμμα 4.7: Quantile betas της Αγροτικής τράπεζας (FTSE20)	80
Διάγραμμα 4.8: Quantile betas της Αγροτικής τράπεζας (EEBP300)	84
Διάγραμμα 4.9: Quantile betas της Εθνικής τράπεζας (FTSE20)	86
Διάγραμμα 4.10: Quantile betas της Εθνικής τράπεζας (EEBP300)	88
Διάγραμμα 4.11: Quantile betas της τράπεζας Κύπρου (FTSE20)	90
Διάγραμμα 4.12: Quantile betas της τράπεζας Κύπρου (EEBP300)	92
Διάγραμμα 4.13: Quantile betas της τράπεζας Πειραιώς (FTSE20)	95
Διάγραμμα 4.14: Quantile betas της τράπεζας Πειραιώς (EEBP300)	97

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	σελ.1
2: Quantile Regressions και Συντελεστής Beta.....	σελ.4
2.1: Συντελεστής Beta.....	σελ.4
2.2: Quantile Regression.....	σελ.7
2.2.1: Ιδιότητες του μοντέλου.....	σελ.9
2.2.2: Ανάπτυξη υπολογιστικά και γραφικά των χαρακτηριστικών της QR.....	σελ.11
2.2.3: Quantile Regression – Ένα μοντέλο ευρείας χρήσης.....	σελ.15
3: Tail risk.....	σελ.33
3.1: Tail risk – Εισαγωγικά.....	σελ.33
3.2: VaR - CVaR - Stress Testing.....	σελ.36
3.2.1: Value at Risk (VaR).....	σελ.37
3.2.1.1: Ο υπολογισμός του VaR .....	σελ.38
3.2.1.2: Μειονεκτήματα VaR.....	σελ.38
3.2.2: Stress Testing.....	σελ.39
3.2.3: CVaR (ή Expected shortfall).....	σελ.40
3.3: Αξιολόγηση των μέτρων VaR και CVaR.....	σελ.41

3.4: Hill estimator.....	σελ.44
3.4.1: Hill estimator(εισαγωγικά).....	σελ.44
3.4.2: Hill estimator(περιγραφή μοντέλου).....	σελ.46
3.5: Μελέτες για Tail Risk.....	σελ.47
4: Μεθοδολογία και Παρουσίαση Αποτελεσμάτων για Quantile Betas και Tail Risk.....	σελ.61
4.1.1: Μεθοδολογία για Quantile Betas.....	σελ.61
4.1.2: Παρουσίαση και ανάλυση των αποτελεσμάτων – Quantile Betas.....	σελ.66
4.1.3: Συμπεράσματα για Quantile Betas.....	σελ.98
4.2.1: Μεθοδολογία για Tail Risk.....	σελ.103
4.2.2: Stable distributions.....	σελ.105
4.2.3: Maximum likelihood estimation (MLE).....	σελ.108
4.2.4: Παρουσίαση και ανάλυση των αποτελεσμάτων – Tail Risk.....	σελ.111
4.2.5: Συμπεράσματα για Tail Risk των ελληνικών τραπεζών.....	σελ.112
5: Βιβλιογραφία.....	σελ.114
Παράρτημα1: Πίνακες.....	σελ.117
Παράρτημα2: Εμπειρική μελέτη για την πιο πρόσφατη τάση των ελληνικών τραπεζών.....	σελ.118



# Μέρος 1ο: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

---

Η πρόσφατη πιστωτική κρίση άφησε τα σημάδια της σε κάθε κράτος ανά τον πλανήτη. Αν και πολλοί έχουμε πει κατά καιρούς ότι κάπου εδώ τελειώνει το πρόβλημα, εντούτοις έχει συνεχιστεί για πολύ περισσότερο χρόνο και έχει κάνει πολύ μεγαλύτερη ζημιά από ότι οι εμπλεκόμενοι στις αγορές μπορούσαν να προβλέψουν. Απόδειξη αυτού είναι ότι οι μεγαλύτερες τράπεζες και οι εξυπνότερες επενδυτικές εταιρείες έχουν καταγράψει τεράστιες απώλειες. Το ερώτημα λοιπόν είναι γιατί οι τράπεζες και οι επενδυτικοί οίκοι δεν μπορούσαν να δουν αρκετά μακριά και να προβλέψουν τι θα γινόταν και άρα να μπορούσαμε να αποφύγουμε όλη αυτή την κατάσταση που βλέπουμε; Μια απάντηση βρίσκεται στην φύση των τραπεζικών εργασιών και στο πως δουλεύουν οι τράπεζες. Οι τράπεζες αναλαμβάνουν ένα ειδικό ρίσκο που δεν αναλαμβάνει ο μη τραπεζικός τομέας. Το ρίσκο στο να είσαι τραπεζίτης είναι ότι πάντα υπάρχει η πιθανότητα να τραβήξουν τις καταθέσεις τους οι αποταμιευτές. Όταν γίνει αυτό, οι τράπεζες θα πρέπει να πουλήσουν τα μακροπρόθεσμα δάνεια για να εξυπηρετήσουν τις βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις. Αυτό το ρίσκο (μία εκ των περιπτώσεων) το ονομάζουμε tail risk. Αυτό το είδος ρίσκου παρουσιάζετε πολύ σπάνια. Όταν όμως παρουσιάζετε μπορεί να είναι καταστροφικό. Για να καταλάβουμε πόσο σπάνιο είναι αυτό το είδος ρίσκου στην Αγγλία είχε να γίνει «run on the banks», πριν την κρίση, πάνω από 100 χρόνια. Τόσο σπάνιο είναι αυτό το ρίσκο πλέον, που οι αγορές αλλά και τα μοντέλα ρίσκου των τραπεζών δεν το λογαριάζουν πλέον ή πιο ορθά δεν το λογάριζαν μέχρι τα πρόσφατα καταστροφικά γεγονότα για την οικονομία. Δεν είναι μόνο η αγορά και τα τραπεζικά ιδρύματα που δεν λάμβαναν υπόψη το tail risk. Οι ίδιες οι κεντρικές τράπεζες επίσης δε το λογάριζαν. Απόδειξη αυτού είναι ότι οι Άγγλοι όπου δημιούργησαν μία σύγχυση αναμεταξύ τους για το ποιος θα έχει την ευθύνη να σώσει την Northern Rock (Η Τράπεζα της Αγγλίας δεν έχει τις ίδιες αρμοδιότητες που έχει η FED). Ουσιαστικά οι τράπεζες δανείζονται short και δανείζουν long. Όταν το κάνουν αυτό δημιουργούν ρευστότητα στο σύστημα. Οι τράπεζες ουσιαστικά δίνουν ρευστότητα στο σύστημα, αλλά μοχλεύουν τους ισολογισμούς τους για να το κάνουν. Όταν γίνει το αντίθετο, τότε θα πρέπει να μειώσουν τη μόχλευση, αλλά παράλληλα αφαιρούν ρευστότητα από τον μη τραπεζικό τομέα (credit crunch, tighter lending standards, difficult to secure financing, υψηλότερα επιτόκια κτλ είναι το αποτέλεσμα αυτής της αντίστροφης ροής ρευστότητας). Οι τράπεζες, όπως ανέφερα πιο πάνω, δε λογαριάζουν και δεν λαμβάνουν υπόψη τι θα μπορούσε να γίνει σε ένα liquidity crisis. Οι λόγοι για αυτό είναι ότι δεν γίνονται πλέον αυτά στην εποχή μας και δεύτερον, δεν είναι εύκολο να γίνουν. Θα πρέπει να

δημιουργηθούν πολλά και να δούμε ακραίες καταστάσεις για να φτάσουμε στο σημείο που φτάσαμε πριν λίγο καιρό. Δυστυχώς, όπως είπα πιο πάνω, επειδή οι τράπεζες δε λογαριάζουν τώρα και πολλά χρόνια το tail risk, απέτυχαν στο να μπορούν να προβλέψουν αλλά και να αποτιμήσουν σωστά το ρίσκο σε όλα αυτά τα χρεόγραφα που τώρα είναι προβληματικά. Επίσης δεν προέβλεψαν τις επιπτώσεις που θα είχε το όλο θέμα στην καρδιά του συστήματος. Αποτέλεσμα είναι ότι όταν παρουσιάστηκε το πρόβλημα, άρχισε ένας αγώνας δρόμου για να μειώσουν οι τράπεζες το χρονικό spread μεταξύ των υποχρεώσεων τους και των απαιτήσεων τους. Είχε γίνει λοιπόν το εξής. Ενώ οι κεντρικές τράπεζες προσπαθούσαν να διοχετεύσουν ρευστότητα στο σύστημα, οι τράπεζες το απορροφούσαν σαν σφουγγάρι για να μειώσουν το χρονικό spread, όπως είπαμε πιο πάνω. Το αποτέλεσμα είναι ότι έχουμε καταστροφή πιστώσεων και αφαίμαξη ρευστότητας από το σύστημα, παρόλο που φαινομενικά φαίνεται ότι οι κεντρικές τράπεζες διοχέτευσαν πολλά λεφτά στις αγορές. Πριν από λίγο καιρό είπαμε ότι οι αγορές κοιτάζουν μπροστά και όχι πίσω. Δυστυχώς όμως για να μπορείς να προβλέψεις το tail risk, θα πρέπει να κοιτάξεις πίσω. Οι αγορές είναι πολύ καλές στο να μπορούν να προβλέψουν καταστάσεις και να διορθώσουν πολύ πριν από τις εξελίξεις. Επειδή όμως όπως είπαμε στην αρχή το tail risk έχει ουσιαστικά πάψει να είναι πρόβλημα τώρα και πολλά χρόνια (μέχρι πρόσφατα βέβαια), οι τράπεζες, οι κεντρικές τράπεζες αλλά και οι ίδιες οι αγορές όχι μόνο δεν το λαμβάνουν υπόψη, αλλά είχαν παντελώς από-προγραμματιστεί από την ύπαρξη αυτού. Με λίγα λόγια λοιπόν ένα μεγάλο σφάλμα που έγινε εκείνη την περίοδο ήταν η ολοκληρωτική και επιλεκτική άγνοια των τραπεζών για το tail-risk. Κάτι που δεν δικαίωσε κανέναν.

Ένα άλλο θέμα το οποίο θα έπρεπε να απασχολεί, και συνήθως έτσι γίνεται, τις τράπεζες γενικότερα, και κατά συνέπεια τις Ελληνικές, είναι τα λεγόμενα βήτα (Beta). Ο συντελεστής beta μετράει την μεταβλητότητα της τιμής της μετοχής σε σχέση με την μεταβολή των τιμών ολόκληρης της αγοράς. Όταν ο beta είναι μεγαλύτερος της μονάδας αυτό σημαίνει ότι εάν η αγορά (για παράδειγμα ο Δείκτης που αντιπροσωπεύει την αγορά) παρουσιάσει αύξηση 100%, η μετοχή μας θα παρουσιάσει μεγαλύτερη του 100%. Εάν ο beta είναι μικρότερος της μονάδας και η αγορά κινηθεί ανοδικά κατά 100%, η μετοχή μας θα κινηθεί ανοδικά λιγότερο από 100%. Άρα είναι εύκολο να συμπεράνουμε ότι το βήτα των μετοχών παίζει καθοριστικό ρόλο για τα ενδεχόμενα κέρδη ή απώλειες που μπορεί να έχει ένας επενδυτής. Στην πρόσφατη περίοδο της οικονομικής κρίσης που βίωσε το χρηματοοικονομικό σύστημα, και συνεπώς οι τράπεζες, ριψοκίνδυνα χαρτοφυλάκια με υψηλά betas επέφεραν καταστροφικές ζημιές στους κατόχους τους, οι οποίοι σκεφτόμενοι πως μπορούν να ρισκάρουν για ένα επιπλέον κέρδος αγνόησαν το μέγεθος του κινδύνου που λάμβαναν. Αυτή η εργασία θα

ασχοληθεί με τα βήτα των ελληνικών τραπεζών και συγκεκριμένα τα Quantile betas. Πιο αναλυτικά για τις Quantile Regressions θα αναφερθώ στο επόμενο μέρος.

Μετά τα εισαγωγικά, η παρούσα διπλωματική εργασία θα συνεχίσει με το Μέρος 2<sup>ο</sup> όπου εκεί θα μιλήσουμε περεταίρω για τις Quantile παλινδρομήσεις και για τον συντελεστή beta. Στο ίδιο Μέρος θα αναλύσουμε τους δύο αυτούς όρους, ορίζοντας τους και εξηγώντας περεταίρω την χρησιμότητά τους. Επίσης θα αφιερωθεί ένα μεγάλο κομμάτι για την μέχρι τώρα μελέτη των Quantile Regressions από διάφορους συγγραφείς και επιστήμονες. Το ίδιο μοτίβο θα ακολουθηθεί στο Μέρος 3<sup>ο</sup> για το tail risk και στο Μέρος 4<sup>ο</sup> θα προχωρήσω στο εμπειρικό κομμάτι όπου θα εξάγω διάφορα συμπεράσματα σχετικά με τα Quantile betas και tail risk των Ελληνικών Τραπεζών, χρησιμοποιώντας μοντέλα που εξυπηρετούν τους σκοπούς αυτής της εργασίας. Τέλος στο Μέρος 5<sup>ο</sup> θα δοθεί η βιβλιογραφία.

# Μέρος 2ο: Quantile Regressions και Συντελεστής Beta.

---

## 2.1 Συντελεστής Beta

Ένας από τους κυριότερους παράγοντες που επηρεάζουν την επιλογή μιας μετοχής είναι ο κίνδυνος (γνωστός και ως ρίσκο) που περικλείεται σε αυτήν. Αυτός ο κίνδυνος μπορεί να διακριθεί σε συστηματικό και σε μη συστηματικό κίνδυνο. Ο συντελεστής “beta” (beta coefficient) είναι ένα σύγχρονο χρηματοοικονομικό εργαλείο που βοηθά στη μέτρηση του συστηματικού (μη διαφοροποιήσιμο) κινδύνου μιας μετοχής, δηλαδή του κινδύνου του αξιόγραφου που προέρχεται από τις διακυμάνσεις της συνολικής χρηματιστηριακής αγοράς και ο οποίος δεν εξουδετερώνεται από τη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου. Με τη λέξη διαφοροποίηση ορίζουμε το συνδυασμό μετοχών διαφορετικού κινδύνου και προσδοκώμενης απόδοσης (δηλαδή συνήθως διαφορετικών εταιριών και κλάδων), ώστε να επιτευχθεί ο περιορισμός του συνολικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου μετοχών. Ο μη συστηματικός (διαφοροποιήσιμος) κίνδυνος προκύπτει από γεγονότα και δεδομένα που αφορούν στην ίδια την εταιρία και τα οποία μπορούν να επηρεάσουν την τιμή της βραχυχρόνια ή μακροχρόνια. Γιατί είναι όμως τόσο σημαντική η ερμηνεία του κινδύνου και η διάκρισή του σε συστηματικό και μη συστηματικό;

Πρώτος λόγος είναι η σχέση που υπάρχει ανάμεσα στον κίνδυνο και την απόδοση του χαρτοφυλακίου. Όσο μεγαλύτερη είναι η συμμετοχή των μετοχών των οποίων ο συντελεστής κινδύνου είναι υψηλός, τόσο μεγαλύτερος θα είναι και ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου, αλλά και τόσο μεγαλύτερη θα είναι η δυνητική του απόδοση, δηλαδή η αποζημίωση του επενδυτή με υψηλότερα κέρδη στο μέλλον. Ένας δεύτερος λόγος για τη διάκριση των κινδύνων συνίσταται στο γεγονός ότι οι επενδυτές έχουν διαφορετικές χρηματοοικονομικές γνώσεις και ξεχωριστές πληροφορίες με αποτέλεσμα να διαφοροποιείται η ερμηνεία των οικονομικών στοιχείων και η αξιολόγηση της ποιότητας των οικονομικών επιδόσεων των εισηγμένων εταιριών. Το γεγονός αυτό τους οδηγεί σε επίσης διαφοροποιημένες προβλέψεις για την πορεία της αγοράς, με αποτέλεσμα να διαρθρώνουν τα χαρτοφυλάκιά τους με μετοχές διαφορετικών εταιριών και κλάδων, δηλαδή με διαφορετικό συντελεστή κινδύνου. Τέλος, η διάκριση μεταξύ δύο τύπων κινδύνου είναι κρίσιμη, για τον τρόπο με τον οποίο θα

γίνει η διαφοροποίηση των μετοχών που απαρτίζουν ένα χαρτοφυλάκιο, ώστε να μειωθεί ο ειδικός (μη συστηματικός) κίνδυνος μέσω της διαφοροποίησης. Τι ακριβώς όμως μετρά ο συντελεστής “beta”;

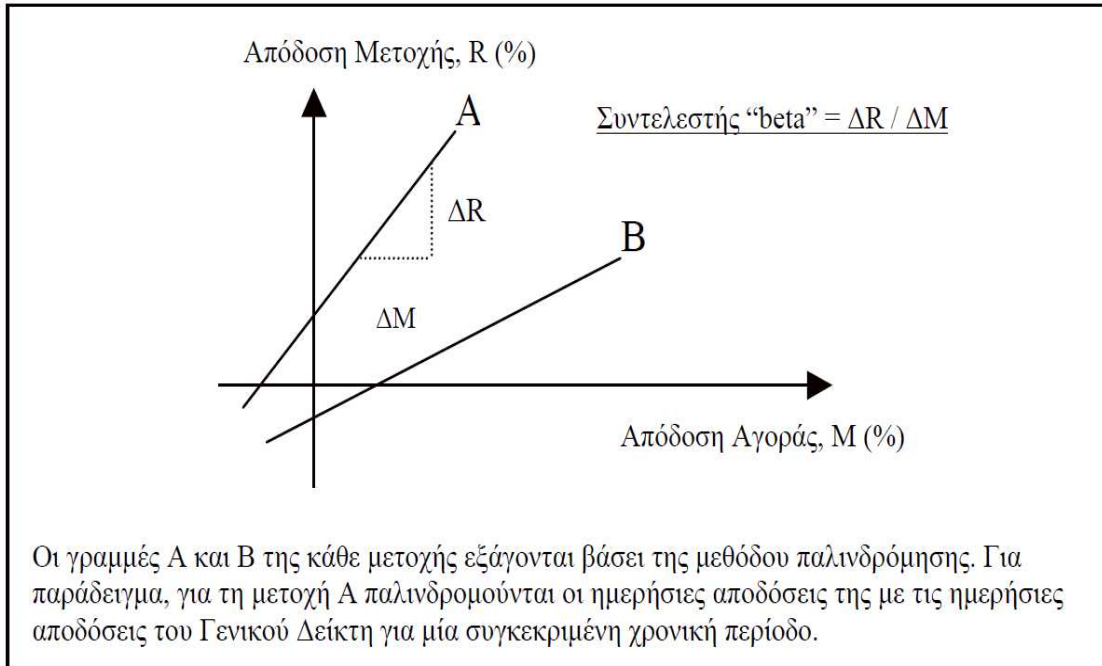
Μετράει τον βαθμό στον οποίο οι αποδόσεις μιας μετοχής συν-διακυμαίνονται με τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου αγοράς  $M$ , την απόδοση δηλαδή μιας μετοχής σε σύγκριση με την απόδοση της αγοράς, που ορίζεται από την πορεία του γενικού δείκτη του κάθε χρηματιστηρίου. Ο γενικός δείκτης - ο οποίος μετρά την επίδοση της συγκεκριμένης αγοράς - έχει εξ’ ορισμού συντελεστή “beta” ίσο με τη μονάδα. Αυτό σημαίνει ότι μια μετοχή με συντελεστή “beta” 1,3, θα μεταβάλλεται κατά 1,3% για κάθε μεταβολή του δείκτη ίση με 1,0% (ή θα μεταβάλλεται κατά 13% για κάθε μεταβολή του δείκτη ίση με 10%). Απαραίτητη προϋπόθεση βέβαια για την ορθή εξαγωγή του “beta”, είναι ένας αντιπροσωπευτικός γενικός δείκτης. Τι είναι όμως η διαφοροποίηση του κινδύνου, στην οποία αναφερθήκαμε παραπάνω, και πώς επιτυγχάνεται;

Η διαφοροποίηση του κινδύνου (diversification effect) σε ένα χαρτοφυλάκιο μετοχών επιτυγχάνεται όταν συνδυάζοντας μετοχές διαφορετικού κινδύνου και προσδοκώμενης απόδοσης - όπως π.χ. μετοχές από διαφορετικούς κλάδους - καταφέρουμε να περιορίσουμε το μη συστηματικό (διαφοροποιήσιμο) κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Όσο μικρότερος είναι δηλαδή ο συντελεστής συσχέτισης “ $\rho$ ” μεταξύ των μετοχών, τόσο μικρότερος είναι και ο συνολικός κίνδυνος. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι τυχαίες μεταβολές στην απόδοση του ενός αξιόγραφου αντισταθμίζονται από τις τυχαίες μεταβολές στην απόδοση του άλλου αξιόγραφου, έτσι ώστε να διασπείρεται ο κίνδυνος για το συνολικό χαρτοφυλάκιο. Ο συντελεστής αυτός είναι ο συντελεστής συσχετισμού των αποδόσεων των αξιόγραφων που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο και μπορεί να λάβει τιμές από -1 έως 1. Όταν δε ο συντελεστής αυτός έχει θετική συσχέτιση μονάδας (είναι δηλαδή ίσος με 1), τότε ο κίνδυνος δεν εξουδετερώνεται, καθώς οι τυχαίες μεταβολές στις αποδόσεις των αξιόγραφων του χαρτοφυλακίου συγκλίνουν στην πορεία τους μέσα στο χρόνο.

Η εξαγωγή του συντελεστή “beta” μπορεί να γίνει είτε διαγραμματικά, είτε με στατιστικές παρατηρήσεις πάνω στην απόδοση (π.χ. ημερήσια ή σε βάση 5 συνεδριάσεων) ενός αξιόγραφου σε σχέση με την απόδοση (στην αντίστοιχη χρονική βάση) της αγοράς (δηλαδή του Γενικού Δείκτη) για μια συγκεκριμένη περίοδο. Για να δώσουμε μια εικόνα στο πως ακριβώς εξάγεται ο συντελεστής βήτα θα περιγράψω εν συντομία πως γίνεται με την διαγραμματική μέθοδο.

Στο διάγραμμα 1 φαίνεται η σχέση ανάμεσα στην απόδοση δύο μετοχών A και B και στην απόδοση της αγοράς.

### Διάγραμμα 2.1:



Το πρώτο βήμα για την εξαγωγή του συντελεστή είναι η σχεδίαση των συντεταγμένων για τις ημερήσιες αποδόσεις της αγοράς (Γενικού Δείκτη) και της μετοχής και για μια σειρά ετών - π.χ. 5 ετών σε διαφορετικά σημεία. Η χαρακτηριστική γραμμή που προκύπτει για κάθε μία μετοχή ξεχωριστά δείχνει με το καλύτερο δυνατό τρόπο τη σχέση ανάμεσα στην απόδοση της αγοράς και στην απόδοση της κάθε μετοχής. Για την εκτίμηση του συντελεστή "beta" υπολογίζεται η απόδοση (μέρισμα και κεφαλαιακά κέρδη) για κάθε μετοχή, και η αντίστοιχη απόδοση του Γενικού Δείκτη της αγοράς (όπως προαναφέρθηκε είτε σε ημερήσια βάση είτε σε πιο αραιή χρονική βάση). Η κλίση της ευθείας που αντιπροσωπεύει καλύτερα τις τιμές των παρατηρήσεων που έχουν συλλεχθεί – και η οποία συνήθως υπολογίζεται στατιστικά με τη μέθοδο της παλινδρόμησης των ελαχίστων κανονικών τετραγώνων - είναι και η τιμή του συντελεστή "beta". Στο παραπάνω παράδειγμά μας, ο συντελεστής είναι 1,30 για τη μετοχή A και 0,80 για τη μετοχή B. Αυτό προκύπτει από το λόγο των μεταβολών των αποδόσεων των μετοχών και της αγοράς αντίστοιχα ( $\Delta R/\Delta M$ ) και σημαίνει ότι η μετοχή B θα παρουσιάσει θετική απόδοση κατά 8% , όταν η αγορά - δηλαδή ο Γενικός Δείκτης -

παρουσιάσει θετική απόδοση κατά 10%. Αντίστοιχα η απόδοση για τη μετοχή A θα είναι +13% στην ενδεχόμενη μεταβολή του Γενικού Δείκτη κατά +10%.

Η παρουσίαση του παραπάνω παραδείγματος έγινε για την καλύτερη κατανόηση της έννοιας του συντελεστή βήτα από τον αναγνώστη. Στην παρούσα διπλωματική εργασία ο συντελεστής βήτα θα εξαχθεί χρησιμοποιώντας στατιστικές παρατηρήσεις, και όχι χρησιμοποιώντας την διαγραμματική μέθοδο όπως παραπάνω. Συγκεκριμένα όπως προΐδεάζει και ο τίτλος της εργασίας θα χρησιμοποιήσουμε τις Quantile Παλινδρομήσεις.

## 2.2 Quantile Regression

Οι Koenker και Bassett (1978) εισηγούνται μια ανθεκτική (ή ευσταθή - robust) εναλλακτική λύση, για την εκτίμηση των συντελεστών παλινδρόμησης του γραμμικού υποδείγματος, την οποία ονομάζουν quantile regression (παλινδρόμηση κατά εκατοστημόριο). Οι εκτιμητές που προτείνουν, αφενός έχουν συγκρίσιμη αποτελεσματικότητα με τον εκτιμώμενο συντελεστή  $\beta$  υποδειγμάτων που έχουν κανονική κατανομή, ενώ είναι σημαντικά καλύτεροι στην περίπτωση υποδειγμάτων που τα κατάλοιπά τους δεν έχουν κανονική κατανομή. Οι προτεινόμενοι εκτιμητές αντιστοιχούν σε γραμμικούς συνδυασμούς στα εκατοστημόρια του δείγματος για υπόδειγμα παραμέτρου θέσης, έναντι της στήριξης της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων στον μέσο του δείγματος. Οι γραμμικοί συνδυασμοί αφορούν σε στατιστικές διατάξεις, οι οποίες έχουν αποδειχθεί πολύ αποτελεσματικές στον χειρισμό του προβλήματος υπολογισμού ανθεκτικών εκτιμητών ενός υποδείγματος παραμέτρου θέσης. Σημείο εκκίνησης της ανάλυσής τους αποτελεί ένας βασικός ορισμός των εκατοστημορίων του δείγματος, ο οποίος, παρακάμπτοντας τη συνήθη στήριξη σε διατεταγμένες σειρές των παρατηρήσεων του δείγματος, εύκολα επεκτείνεται στο γραμμικό μοντέλο. Έστω ότι  $\{y_t: t= 1, \dots, T\}$  είναι ένα τυχαίο δείγμα μιας τυχαίας μεταβλητής  $Y$  που έχει συνάρτηση κατανομής  $F$ . Το  $\theta$ -στο εκατοστημόριο του δείγματος, όπου  $0 < \theta < 1$ , μπορεί να οριστεί ως οποιαδήποτε λύση στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης:

$$\min_{b \in R} \left[ \sum_{t \in \{t: y_t \geq b\}} \theta |y_t - b| + \sum_{t \in \{t: y_t < b\}} (1 - \theta) |y_t - b| \right]$$

Στην περίπτωση της διαμέσου, είναι, φυσικά, γνωστό ότι  $\theta = 1/2$ .

Στην περίπτωση της κλασικής παλινδρόμησης, η ύπαρξη εξαιρετικά υψηλών ή χαμηλών (ακραίων) παρατηρήσεων (outliers) δημιουργεί ερμηνευτικό πρόβλημα. Αυτό καταδεικνύει την ουσιαστική ασάφεια που δημιουργείται, όταν πρόκειται να επεκταθεί στο γραμμικό μοντέλο η ιδέα των συνήθων εκατοστημορίων του δείγματος, που βασίζονται στην διάταξη των παρατηρήσεων του δείγματος. Η επίλυση αυτού του προβλήματος, μπορεί να επιτευχθεί με την άμεση γενίκευση του παραπάνω προβλήματος ελαχιστοποίησης. Έστω ότι  $\{x_t : t = 1, \dots, T\}$  είναι μια ακολουθία (γραμμής)  $K$ -διανυσμάτων ενός γνωστού πίνακα και  $\{y_t : t = 1, \dots, T\}$  είναι ένα τυχαίο δείγμα στη διαδικασία παλινδρόμησης  $u_t = y_t - x_t b$  με συνάρτηση κατανομής  $F$ . Το  $\theta$ -στο εκατοστημόριο παλινδρόμησης (regression quantile), όπου  $0 < \theta < 1$ , ορίζεται ως οποιαδήποτε λύση στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης:

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta \in R^K} \left[ \sum_{i \in \{i | y_i \geq x_i' \beta_\tau\}} \tau |y_i - x_i' \beta_\tau| + \sum_{i \in \{i | y_i < x_i' \beta_\tau\}} (1 - \tau) |y_i - x_i' \beta_\tau| \right]$$

Στο υπόδειγμα θέσης ( $K = 1$ ,  $x_t = 1$ , για κάθε  $t$ ), τα δυο προβλήματα ελαχιστοποίησης συμπίπτουν. Ο εκτιμητής LAE (least absolute error) είναι η διάμεσος της παλινδρόμησης, δηλαδή το εκατοστημόριο παλινδρόμησης για  $\theta = 1/2$ . Σε πιο πρόσφατες ερευνητικές εργασίες, τα εκατοστημόρια συμβολίζονται με το ελληνικό γράμμα  $\tau$ , αντί του  $\theta$ , όπου  $0 < \tau < 1$  και τα εκτιμώμενα εκατοστημόρια ως  $Q_\tau(\tau | X)$ , ή ως  $\tau$  (Cade κ.ά. 1999, Koenker και Machado 1999, Koenker και Geling 2001). Αν  $(y_i, x_i)$ , για  $i = 1, \dots, n$  είναι ένα δείγμα του πληθυσμού, όπου  $y_i$  είναι η εξαρτημένη μεταβλητή και  $x_i$  είναι διανύσματα ερμηνευτικών μεταβλητών, το μοντέλο της quantile regression παίρνει τη μορφή  $y_i = x_i \beta_\tau + u_{\tau_i}$  και  $Quant_\tau(y_i | x_i) = x_i \beta_\tau$

Όπου το  $Quant_\tau(y_i | x_i) = x_i \beta_\tau$  στο εξαρτημένο εκατοστημόριο  $y_i$ , από το διάνυσμα της ερμηνευτικής μεταβλητής  $x_i$  και  $\tau \in (0, 1)$ . Οι εκτιμώμενοι συντελεστές  $\hat{\beta}$  για κάθε  $\tau$ , προκύπτουν ως λύσεις στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης:

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta \in R^K} \left[ \sum_{i \in \{i | y_i \geq x_i' \beta_\tau\}} \tau |y_i - x_i' \beta_\tau + \gamma| + \sum_{i \in \{i | y_i < x_i' \beta_\tau\}} (1 - \tau) |y_i - x_i' \beta_\tau| \right]$$



Οι παραπάνω παραστάσεις που περιγράφουν το πρόβλημα ελαχιστοποίησης, σημαίνουν ότι κάθε απόλυτη διαφορά των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερη της (άγνωστης) optimum αξίας σταθμίζονται με  $\tau$  (ή  $\theta$ ), ενώ κάθε απόλυτη διαφορά των παρατηρήσεων που είναι μικρότερη της optimum αξίας σταθμίζονται με  $(1-\tau)$ . Η επίλυση του προβλήματος ελαχιστοποίησης γίνεται με γραμμικό προγραμματισμό.

### **2.2.1 Ιδιότητες του μοντέλου**

Η quantile regression (QR) αποτελεί ένα σχετικά παλαιό οικονομετρικό εργαλείο, αλλά με σημαντικές εφαρμογές, που πρόσφατα αναδύθηκαν στη διεθνή βιβλιογραφία σε πολλούς και διαφοροποιημένους επιστημονικούς χώρους. Αυτό οφείλεται στις βασικές ιδιότητες του μοντέλου, οι οποίες είναι οι εξής (Koenker και Bassett 1978, Buchinsky 1998, Koenker 2000, Koenker και Hallock 2001, Koenker 2005, Ronning και Schulze 2004, He και Wei 2005, Tian 2006, Birch και Miller 2006):

#### **α) Ερμηνεία σε όλη την έκταση των παρατηρήσεων**

Βασικό χαρακτηριστικό της quantile regression είναι ότι επιτρέπει τη διερεύνηση της επίδρασης μιας ή περισσότερων ερμηνευτικών μεταβλητών στην εξαρτημένη μεταβλητή σε όλη την κατανομή των παρατηρήσεων ενός δείγματος με τον καθορισμό διαφορετικών τιμών στο  $\tau$ . Αυτό σημαίνει ότι παρέχεται ευρεία ερμηνεία για κάθε εκατοστημόριο των παρατηρήσεων του δείγματος και όχι μόνο με βάση τον μέσο του δείγματος, παρέχοντας πληροφόρηση ακόμη και για την μορφή της κατανομής.

#### **β) Βελτιωμένοι εκτιμητές για μη-κανονική κατανομή διαταρακτικού όρου**

Οι εκτιμητές με βάση την QR είναι αποτελεσματικότεροι και περισσότερο αξιόπιστοι από τους αντίστοιχους της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων, στην περίπτωση που ο διαταρακτικός όρος δεν κατανέμεται κανονικά. Αυτό ισχύει διότι οι εκτιμητές που προκύπτουν από την QR βασίζονται στη διάμεσο, έναντι των αντιστοιχών της κλασικής παλινδρόμησης που στηρίζονται στον μέσο του δείγματος. Βασική υπόθεση της κλασικής παλινδρόμησης είναι οι διαταρακτικοί όροι να ακολουθούν την κανονική κατανομή, με μέσο 0 και σταθερή διακύμανση ( $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ ).

### γ) Ανθεκτικότητα (robustness)

Η QR ικανοποιεί μια από τις σημαντικές θεωρήσεις της Στατιστικής (και της Οικονομετρίας) που αφορά στην ανθεκτικότητα ενός υποδείγματος, σε σχέση με τις υποθέσεις για την μορφή της κατανομής των εκάστοτε μεταβλητών. Από την άποψη αυτή είναι σημαντική η έμφαση που δίνεται στο ότι η QR «κληρονομεί» την ανθεκτικότητα από τα συνήθη εκατοστημόρια του δείγματος. Στην παραπάνω εξίσωση, το δεύτερο σκέλος απαρτίζεται από σταθμισμένες απόλυτες διαφορές, οι οποίες αποδίδουν μικρότερη σημασία στις ακραίες τιμές (από ότι π.χ. το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών) και καθιστούν τις εκτιμήσεις μη ευαίσθητες σε πιθανές ακραίες τιμές. Οι εκτιμήσεις με βάση την QR ενέχουν και την ανεξαρτησία έναντι της κατανομής των μεταβλητών, καθώς τόσο η εκτίμηση του εκατοστημορίου όσο και των παραμέτρων επηρεάζονται μόνο από την γειτονική συμπεριφορά της κατανομής της εξαρτημένης μεταβλητής, πλησίον του συγκεκριμένου εκατοστημορίου. Δεδομένης μιας λύσης  $\hat{\beta}_\tau$ , η οποία βασίζεται σε παρατηρήσεις  $\{y, X\}$ , η απόσταση των  $(y_i)$  παρατηρήσεων από την γραμμή (ή το υπερεπίπεδο, στην περίπτωση της πολυμεταβλητής) παλινδρόμησης δεν επηρεάζει την αρχική λύση. Μόνο τα πρόσημα των καταλοίπων έχουν σημασία στον καθορισμό των εκτιμήσεων στην QR και οι ακραίες τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής επηρεάζουν την λύση που δόθηκε μόνο από τη σχετική θέση τους (επάνω ή κάτω) από τη γραμμή ή το υπερεπίπεδο της παλινδρόμησης και δεν έχει σημασία πόσο επάνω ή πόσο κάτω βρίσκονται.

### δ) Ομοσκεδαστικότητα

Τέσσερις ιδιότητες, οι οποίες ομαδοποιούνται και αναφέρονται ως ομοσκεδαστικότητα (equivariance, homoscedasticity), έχουν διατυπωθεί από την αρχή της εισήγησης της QR. Η ισχύς των ιδιοτήτων αυτών αποτελεί ένα σημαντικό σημείο για την ερμηνεία των στατιστικών αποτελεσμάτων και έχουν ως εξής:

Έστω το  $\tau$ -στο εκατοστημόριο παλινδρόμησης, που βασίζεται σε παρατηρήσεις  $(y, X)$  με συντελεστή  $\hat{\beta}(\tau; y, X)$  και επίσης μη μοναδιαίος πίνακας  $A$ ,  $\gamma \in R^p$  και  $\alpha > 0$ . Τότε, για κάθε  $\tau \in (0,1)$  ισχύουν:

- 1)  $\hat{\beta}(\tau; \alpha y, X) = \alpha \hat{\beta}(\tau; y, X)$
- 2)  $\hat{\beta}(\tau; -\alpha y, X) = -\alpha \hat{\beta}(1 - \tau; y, X)$
- 3)  $\hat{\beta}(\tau; y + X\gamma, X) = \hat{\beta}(\tau; y, X) + \gamma$
- 4)  $\hat{\beta}(\tau; y, XA) = A^{-1} \hat{\beta}(\tau; y, X)$

Οι ιδιότητες (1) και (2) υποδηλώνουν ίσες διακυμάνσεις μετά από μια μεταβολή της κλίμακας μέτρησης των μεταβλητών, π.χ. από βαθμούς Κελσίου σε βαθμούς Φαρενάιτ (Koenker, 2005). Η (3) υποδηλώνει ίσες διακυμάνσεις μετά από μετατόπιση της εξίσωσης παλινδρόμησης, δηλαδή αν ο συντελεστής  $\hat{\beta}_\tau$  αποτελεί τη λύση για τις παρατηρήσεις  $(y, X)$ , τότε  $\hat{\beta}_\tau + \gamma$  αποτελεί τη λύση για τις τιμές  $(y^*, X)$ , όπου  $y^* = y + X\gamma$ . Τέλος, η (4) υποδηλώνει ότι προκύπτουν ίσες διακυμάνσεις μετά από επαναπαραμετροποίηση, δηλαδή σε τέτοιες περιπτώσεις, ο μετασχηματισμός του  $\hat{\beta}_\tau$  προκύπτει από τον αντίστροφο μετασχηματισμό της μεταβλητής  $X$ .

Αυτές οι ιδιότητες της ομοσκεδαστικότητας που ισχύουν για την QR, διευκολύνουν τους μετασχηματισμούς για τους αλγόριθμους τους γραμμικού προγραμματισμού, προκειμένου να υπολογιστούν οι παράμετροι των εκατοστημορίων της παλινδρόμησης και επιταχύνουν τον χρόνο επεξεργασίας.

Συνολικά, οι ιδιότητες της QR την καθιστούν αποτελεσματικότερο μοντέλο ανάλυσης της επίδρασης στην εξαρτημένη μεταβλητή από μια ή περισσότερες ανεξάρτητες μεταβλητές σε σχέση με την κλασική παλινδρόμηση, καθώς δύναται να παρέχει διευρυμένη και αξιόπιστη πληροφόρηση με λιγότερο αυστηρές υποθέσεις.

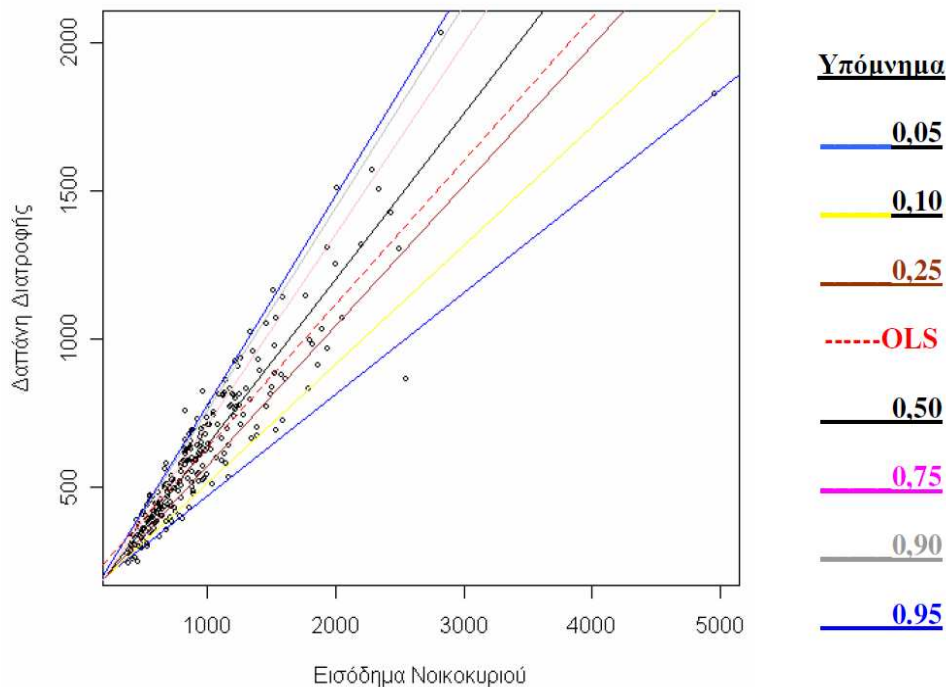
## 2.2.2 Ανάπτυξη υπολογιστικά και γραφικά των χαρακτηριστικών της QR

Σημείο αναφοράς για την ανάπτυξη υπολογιστικά και γραφικά των χαρακτηριστικών της QR, αποτελούν δεδομένα από εργασία του Engel, η οποία αναφέρεται στην ανάλυση της σχέσης μεταξύ της δαπάνης για διατροφή και του εισοδήματος ενός νοικοκυριού (Koenker 2000, 2005, 2007, Koenker και Hallock 2001). Τα δεδομένα αποτελούνται από 235 ζεύγη εισοδήματος και δαπάνης για διατροφή που αφορούν σε ευρωπαϊκά νοικοκυριά και βρίσκονται στη βάση δεδομένων του προγράμματος R. Τα δεδομένα αυτά εισάγονται για επεξεργασία με την εντολή *data (Engel)* και παρέχονται

από την ιστοσελίδα <http://www.r-proiect.org>, μέσα από την βάση δεδομένων της εντολής library (quantreg) του προγράμματος R.

Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζεται η διασπορά των δεδομένων, μαζί με τις ευθείες της QR για τα εκατοστημόρια [0,05], [0,10], [0,25], [0,50], [0,75], [0,90], [0,95] καθώς και την ευθεία της κλασικής παλινδρόμησης με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (Ordinary Least Squares- OLS).

## Διάγραμμα 2.2:



Πηγή: Δεδομένα Engel, υπολογισμοί και εκτύπωση με χρήση του R.

Τόσο η διασπορά όσο και η ευθεία OLS δείχνουν την τάση για αύξηση της δαπάνης για διατροφή, όσο το εισόδημα αυξάνεται. Επίσης, η αρμονικότητα των εκατοστημορίων που έχουν υπολογιστεί γύρω από την ευθεία που αντιστοιχεί στη διάμεσο (0,50) και η σχετική πύκνωση των ευθειών των ανώτερων εκατοστημορίων, σε σχέση με τα κατώτερα, δείχνει αρνητική ασυμμετρία (skewed to the left). Αυτό σημαίνει σχετική πύκνωση της κατανομής στα ανώτερα επίπεδα με μικρή ουρά και σχετική αραιώση στα κατώτερα επίπεδα με μεγαλύτερη ουρά. Η σχετική θέση της ευθείας OLS, μη λαμβανομένων υπόψη των πρόσθετων ευθειών της QR, θα μπορούσε εύκολα να οδηγήσει στο συμπέρασμα μιας αρκετά καλής προσαρμογής της ευθείας της κλασικής

παλινδρόμησης, καθώς φαίνεται να διχοτομεί τη διασπορά των δεδομένων. Το γεγονός όμως ότι ο σταθερός όρος αυτής

### Πίνακας 2.1:

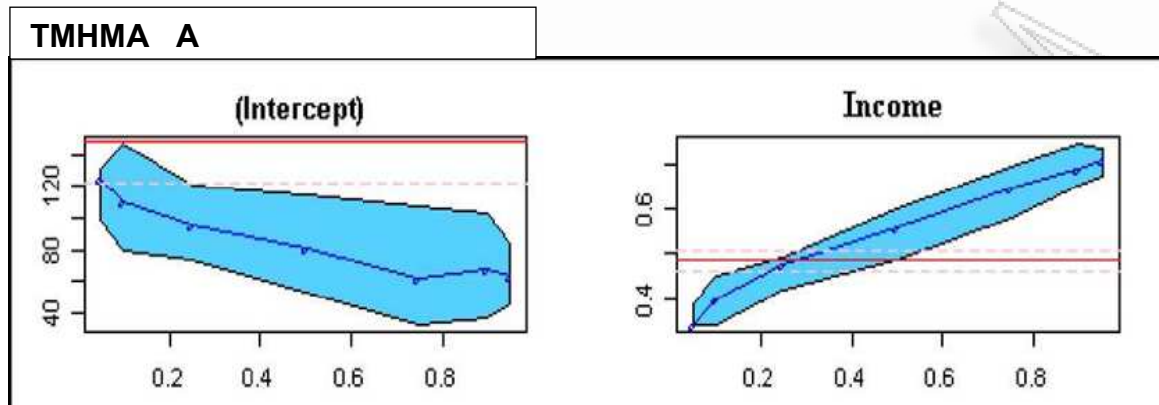
Πίνακας με Συντελεστές QR (& OLS), Δεδομένα: Engel

Εκατοστημόρια (& OLS)								
Coefficients:	0,05	0,10	0,25	OLS	0,50	0,75	0,90	0,95
(Intercept)	124,88	110,14	95,48	147,48	81,48	62,40	67,35	64,10
Income	0,34	0,40	0,47	0,49	0,56	0,64	0,69	0,71

Degrees of freedom: 235 total; 233 residual

της ευθείας είναι μεγαλύτερος ακόμα και από τον αντίστοιχο του χαμηλότερου εκατοστημορίου (0,05), ενώ ο συντελεστής  $\hat{\beta}$  κινείται σε μέσα περίπου επίπεδα σε σχέση με τους συντελεστές της QR, δείχνει την μη καλή προσαρμογή της ευθείας OLS. Γραφικά, η διέλευσή της είναι τέτοια, ώστε οι χαμηλότεροι συνδυασμοί εισοδήματος και δαπάνης να βρίσκονται κάτω από αυτήν και οι υψηλότεροι συνδυασμοί να βρίσκονται πάνω από αυτήν. Εξαιρέση αποτελούν οι δυο συνδυασμοί σχετικά υψηλού εισοδήματος και χαμηλής δαπάνης για διατροφή, που φαίνονται επί και κάτω από την ευθεία του εκατοστημορίου [0,05] της QR, οι οποίοι επηρεάζουν τον μέσο του δείγματος και συνεπώς τη θέση της ευθείας OLS. Η αίσθηση ότι η προσαρμογή της OLS δεν είναι ικανοποιητική, επιτείνεται από την παρουσία των ευθειών της QR, οι οποίες φαίνεται να καταδεικνύουν τις αδυναμίες της κλασικής παλινδρόμησης και να παρέχουν πληρέστερη πληροφόρηση για όλο το εύρος των παρατηρήσεων. Εκτός από την προσαρμογή των ευθειών παλινδρόμησης ανά εκατοστημόριο στο διάγραμμα διασποράς των δεδομένων, με βάση εντολές του προγράμματος R είναι δυνατή η δημιουργία και εκτύπωση διαγραμμάτων περιγραφής της επίδρασης της ανεξάρτητης μεταβλητής πάνω στην εξαρτημένη για κάθε εκατοστημόριο. Στο Τμήμα Α (παρακάτω διάγραμμα) παρουσιάζονται οι συντελεστές παλινδρόμησης, με βάση τα στοιχεία του πίνακα με Συντελεστές QR (& OLS).

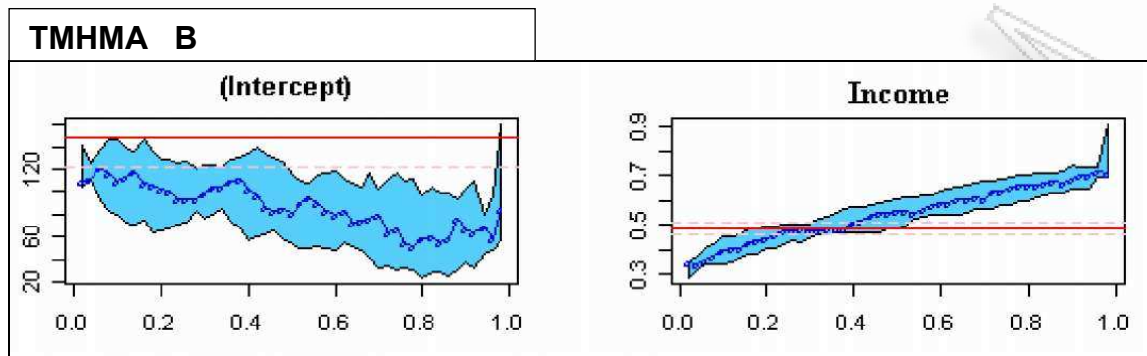
Διάγραμμα 2.3:



Πηγή: *Koenker and Hallock (2001)*

Στο αριστερό σκέλος αυτού του τμήματος, φαίνονται οι τιμές της σταθεράς και στο δεξιό σκέλος οι συντελεστές  $\hat{\beta}$  για κάθε εκατοστημόριο. Κάθε κουκίδα στην τεθλασμένη γραμμή αντιστοιχεί στην σταθερά και στον συντελεστή  $\hat{\beta}$  αντίστοιχα, ενώ οι σκιασμένες (μπλε) περιοχές πάνω και κάτω της γραμμής αυτής, αντιπροσωπεύουν διαστήματα εμπιστοσύνης 90% για κάθε τιμή. Η οριζόντια ευθεία (κόκκινη) γραμμή κάθε διαγράμματος αντιστοιχεί στην τιμή του αντίστοιχου συντελεστή (σταθερά, ή  $\hat{\beta}$ ) και οι διακεκομμένες (κόκκινες) γραμμές αντιστοιχούν σε διαστήματα εμπιστοσύνης 90%. Αν υπάρχει ερευνητική επιθυμία για προσέτι εκτενέστερη μελέτη της επίδρασης που ασκείται από την ανεξάρτητη στην εξαρτημένη μεταβλητή, η ανάλυση μπορεί να διευρυνθεί με την πρόσθεση περισσότερων εκατοστημορίων (μέχρι και από 1<sup>ο</sup> έως το 99<sup>ο</sup>). Στην περίπτωση αυτή προκύπτουν διαγράμματα όπως αυτά που φαίνονται στο Τμήμα Β (παρακάτω διάγραμμα).

## Διάγραμμα 2.4:



Πηγή: Koenker and Hallock (2001)

Η γενική συμπεριφορά των συντελεστών παλινδρόμησης της QR δεν μεταβάλλεται, παρουσιάζεται όμως η επίδραση σε περισσότερα τμήματα της κατανομής των δεδομένων. Αξίζει να τονιστεί στο σημείο αυτό, παρά την αύξηση της πληροφόρησης που παρέχεται από τους ακόμη περισσότερους συντελεστές της QR, δεν έχει αλλάξει τίποτε για τους συντελεστές OLS. Ένα πρόσθετο στοιχείο που έχει σημασία για την ανάλυση με την QR, είναι ότι στην περίπτωση που μελετάται η επίδραση περισσότερων της μιας ανεξάρτητων μεταβλητών επί της εξαρτημένης μεταβλητής, το πρόγραμμα R αποδίδει ένα διάγραμμα για την σταθερά και ιδιαίτερο διάγραμμα για κάθε μια από τις ανεξάρτητες μεταβλητές. Στην περίπτωση αυτή, ισχύει φυσικά ότι η επίδραση κάθε ανεξάρτητης μεταβλητής διερευνάται θεωρουμένων των υπολοίπων ως σταθερών. Για παράδειγμα, οι Koenker και Hallock (2001), μελετούν την επίδραση 15 ανεξάρτητων μεταβλητών επί μιας εξαρτημένης.

### 2.2.3 Quantile Regression – Ένα μοντέλο ευρείας χρήσης

Η QR χαρακτηρίζεται από ιδιότητες, όπως έχει προαναφερθεί, που την καθιστούν ένα στατιστικό μοντέλο ευρείας χρήσης. Το βασικό της πλεονέκτημα βρίσκεται στο ότι με τον υπολογισμό των συντελεστών των εκατοστημορίων αυξάνεται θεαματικά η παρεχόμενη πληροφόρηση και αυτό της προσδίδει σημαντικές ερμηνευτικές δυνατότητες, έναντι της κλασικής παλινδρόμησης. Σε αντίθεση με την κλασική παλινδρόμηση, όπου αποδίδεται ένας συντελεστής για κάθε μεταβλητή και σε αυτόν

βασίζεται η ερμηνεία της επίδρασης της ανεξάρτητης στην εξαρτημένη μεταβλητή, ο υπολογισμός ανεξάρτητου συντελεστή για κάθε εκατοστημόριο «τοπικοποιεί» την επίδραση της ανεξάρτητης στην εξαρτημένη, στο περιβάλλον του εκάστοτε εκατοστημορίου. Επιπλέον, η ανάλυση με βάση τους συντελεστές της κλασικής παλινδρόμησης αρχίζει από την διαπίστωση της στατιστικά σημαντικής ή μη τιμής του εκάστοτε συντελεστή. Στην QR όμως, ακόμη και στην περίπτωση που οι συντελεστές των εκατοστημορίων είναι μη στατιστικά σημαντικοί, οπότε περιορίζεται η αξιοποίησή τους για στατιστική επαγωγή, η ανάλυση της επίδρασης συνεχίζεται, στηριζόμενη σε άλλα χαρακτηριστικά των συντελεστών, όπως το πρόσημό τους και το σχετικό μέγεθος της τιμής τους, καθώς και στην συγκριτική εξέλιξή τους στα διάφορα εκατοστημόρια. Ο υπολογισμός δε συντελεστών για αρκετά εκατοστημόρια της κατανομής, προσδίδει ιδιαίτερη ερμηνευτικότητα στη συνολική επίδραση της ανεξάρτητης μεταβλητής στην εξαρτημένη. Η χρήση της QR σε διάφορους επιστημονικούς χώρους έχει δημιουργήσει αρκετή ερευνητική βιβλιογραφία.

Ακολουθεί σύντομη περιγραφή ερευνητικών εργασιών που έχουν χρησιμοποιήσει την QR και έχουν βοηθήσει στην θεμελίωση του μοντέλου και στην διεύρυνση των πεδίων εφαρμογής της. Παρόλο που η παρούσα εργασία ασχολείται κυρίως με την εφαρμογή της QR στον χρηματοοικονομικό τομέα, παρακάτω θα επισημανθούν και papers/άρθρα χρησιμοποιούν την QR και σε άλλους τομείς.

**O Buchinsky (1994)** μελετά την δομή των μισθών στις ΗΠΑ σε σχέση με τις σπουδές και την εμπειρία, για την περίοδο 1963-1987 με τη χρήση της QR. Σχολιάζει σκωπτικά το «on the average» των αποτελεσμάτων με την κλασική παλινδρόμηση και επικεντρώνει το ενδιαφέρον του στα εκατοστημόρια [0,10 0,25 0,50 0,75 0,90] καθώς και σε δυο μέτρα ανισότητας που δημιουργεί με την αφαίρεση [0,90-0,10] και [0,75-0,25] για την ανάλυση της ανισότητας εντός των ιδίων ομάδων. Τα αποτελέσματά του δείχνουν ότι η συνολική αύξηση της απόδοσης των σπουδών οφείλεται στην κολεγιακή εκπαίδευση τόσο για τους νέους όσο και τους έμπειρους εργαζόμενους. Ιδιαίτερα μάλιστα η απόδοση των σπουδών είναι μεγαλύτερη για τα υψηλότερα εκατοστημόρια, ενώ η απόδοση με βάση την εμπειρία διαφέρει ανάλογα με το επίπεδο δεξιοτήτων των εργαζομένων και παρουσιάζεται αυξημένη για τα κατώτερα εκατοστημόρια για τους νέους εργαζόμενους και αντίθετα αυξημένη για τα ανώτερα εκατοστημόρια στους έμπειρους εργαζόμενους. Η διαφορά στην απόδοση για την εμπειρία για τους νέους εργαζόμενους είναι υψηλότερη για το πρώτο μισό της περιόδου της έρευνας και μικρότερη για το δεύτερο μισό και ιδιαίτερα για την δεκαετία του '80. Σε σχέση με την ανισότητα των μισθών εντός των ιδίων ομάδων, η ανισότητα εμφανίζεται πιο συστηματική εντός των ομάδων με υψηλές δεξιότητες, ενώ δεν υπάρχει σαφής



ένδειξη για την ανισότητα εντός των ομάδων με χαμηλού επιπέδου δεξιότητες. Οι διαφορές που παρουσιάζονται στις ανισότητες προέρχονται από αναλύσεις των ουρών και των δυο σκελών της κατανομής των μισθών, οι οποίες εμφανίζονται μακριές. Στον επίλογο της έρευνάς του, ο Buchinsky τονίζει τις δυνατότητες που παρέχονται από την ανάλυση των εκατοστημορίων του δείγματος.

**O Abreveya (2001)** παρουσιάζει τα αποτελέσματα έρευνάς του, σχετικά με τους παράγοντες που επηρεάζουν τις ελλειποβαρείς γεννήσεις στις ΗΠΑ, για τα έτη 1992 και 1996. Το ενδιαφέρον, με βάση τις παρατηρήσεις, υπάρχει για το κατώτερο σκέλος της κατανομής δειγματοληψίας, όπου το βάρος των νεογνών είναι μικρό και αυτό επιβαρύνει το ιατρικό και οικονομικό κόστος μακροχρόνια. Λόγω του ενδιαφέροντος στο κατώτερο σκέλος της κατανομής δειγματοληψίας, η εφαρμογή της κλασικής παλινδρόμησης δεν ικανοποιούσε με τα αποτελέσματά της. Ο Abreveya μελέτησε την επίδραση 14 ανεξάρτητων μεταβλητών με υπολογισμό των συντελεστών OLS και των συντελεστών για τα εκατοστημόρια [0,10 0,25 0,50 0,75 0,90] και διαπίστωσε την διαφορετική επίδραση των ανεξάρτητων μεταβλητών μεταξύ χαμηλών και υψηλών εκατοστημορίων και την υποεκτίμηση της επίδρασης στα χαμηλότερα επίπεδα από τους συντελεστές της κλασικής παλινδρόμησης.

Η σημαντικότητα των ευρημάτων για την κοινωνική, κυρίως, πολιτική, έχει οδηγήσει και τους **Koenker και Hallock (2001)** να ασχοληθούν με το προηγούμενο πρόβλημα. Τα δεδομένα τους αναφέρονται στο έτος 1997 και χρησιμοποιούν την QR με 15 ανεξάρτητες μεταβλητές. Η επεξεργασία των αποτελεσμάτων τους είναι ακόμη πιο λεπτομερής με ανάλυση των εκατοστημορίων [0,05 έως 0,95 ανά 0,05], δημιουργώντας έτσι μια σειρά 19 παρατηρήσεων για κάθε μια από τις 15 μεταβλητές. Τους δόθηκε έτσι η δυνατότητα να προσδιορίσουν για κάθε παράγοντα επακριβώς το μέγεθος της επιβάρυνσης που δημιουργεί στην ελλειποβαρή γέννηση (σε γραμμάρια). Γραφικά, έχουν παρουσιάσει τα αποτελέσματά τους όπως έχει αναλυθεί παραπάνω.

**O Koenker (2005)** παρουσιάζει τα αποτελέσματα έρευνας του **Chamberlain από το 1994**, που αναφέρεται στις αυξήσεις μισθών που οφείλονται στη δράση των εργατικών σωματίων. Τα δεδομένα αφορούν δείγμα 5338 ανδρών από την απογραφή του 1987 στις ΗΠΑ, με 20-29 έτη εργασιακής εμπειρίας. Με βάση τον συντελεστή κλίσης της κλασικής παλινδρόμησης για την ανεξάρτητη μεταβλητή «εργατική σύμβαση», οι εργαζόμενοι στον μεταποιητικό τομέα έχουν μεγαλύτερο μισθό κατά περίπου 16%, ενώ οι μη απασχολούμενοι στον μεταποιητικό τομέα έχουν μεγαλύτερο μισθό κατά περίπου 33%, έναντι των μη εγγεγραμμένων σε σωματείο. Το ερώτημα που ήταν το κίνητρο της έρευνας, αναφέρεται στο κατά πόσο αυτά τα ποσοστά ισχύουν για όλες τους

εργαζόμενους που μετέχουν σε σωματεία, όπως υποτίθεται ότι ισχύει με βάση τον συντελεστή της παλινδρόμησης, έστω και κατά μέσο όρο. Τα αποτελέσματα από την QR για τα εκατοστημόρια [0,10 0,25 0,50 0,75 0,90] δείχνουν ότι, για τους απασχολούμενους στη μεταποίηση, υπάρχει σημαντική ωφέλεια 28% περίπου για το χαμηλότερο εκατοστημόριο, ενώ αντίθετα το υψηλότερο εκατοστημόριο έχει σχεδόν μηδενική μεταβολή (-0,003). Η εξέλιξη αυτή είναι ραγδαία φθίνουσα μετά τη διάμεσο, στην οποία αντιστοιχεί ποσοστό περίπου 17%. Ανάλογη εικόνα παρουσιάζουν και τα ποσοστά για τους μη απασχολούμενους στη μεταποίηση. Στο χαμηλότερο εκατοστημόριο αντιστοιχεί ποσοστό περίπου 47%, ενώ στο υψηλότερο εκατοστημόριο ποσοστό περίπου 18%. Η μείωση των ποσοστών κλιμακώνεται αναλογικότερα σε αυτήν την περίπτωση και το ποσοστό για τη διάμεσο είναι περίπου 33%. Οι σημαντικές αυτές διαπιστώσεις κατέστησαν δυνατές μόνο μετά την ανάλυση των δεδομένων με την QR, κάτι που για ακόμη μια ερευνητική εργασία δείχνει την πληρέστερη πληροφόρηση που παρέχει η QR.

**Οι Basset και Chen (2001)** διερευνούν το επενδυτικό στυλ των διαχειριστών χαρτοφυλακίου (αμοιβαίων κεφαλαίων), το οποίο αναφέρεται στις προσεγγίσεις και τις επενδυτικές επιλογές που υιοθετούν οι διαχειριστές, προκειμένου να πετύχουν υψηλότερες αποδόσεις. Στην εγχώρια αγορά των ΗΠΑ, οι διαχειριστές διακρίνουν τις επιλογές μετοχών που μπορούν να κάνουν σε τέσσερις κατηγορίες: μετοχές μεγάλης, ή μικρής κεφαλαιοποίησης, με βάση την ισχυρή τους ανάπτυξη και μετοχές μεγάλης, ή μικρής κεφαλαιοποίησης, με βάση την εσωτερική τους αξία. Η ταξινόμηση κάθε χαρτοφυλακίου βασίζεται στην ανάλυση της απόδοσης κάθε χαρτοφυλακίου έναντι της απόδοσης του δείκτη της αντίστοιχης κατηγορίας, με παλινδρόμηση. Για τη σύγκριση της επίδοσης κάθε χαρτοφυλακίου, χρησιμοποιούν τους δείκτες Russel 1000 value index, Russel 1000 growth index, Russel 2000 value index και Russel 2000 growth index. Για την διερεύνηση του επενδυτικού στυλ των διαχειριστών, αναλύουν δυο χαρτοφυλάκια που το μὲν ένα είναι συνδεδεμένο με την απόδοση του δείκτη S&P500 και το άλλο είναι ενεργού διαχείρισης της εταιρείας Fidelity, το Fidelity Magellan Fund. Παραθέτουν σε κάθε περίπτωση τους αντίστοιχους συντελεστές της κλασικής παλινδρόμησης, αλλά η περαιτέρω ανάλυση του επενδυτικού στυλ στηρίζεται στη χρήση των συντελεστών της QR. Για το χαρτοφυλάκιο που είναι συνδεδεμένο με τον δείκτη S&P500, οι αποδόσεις κατά κατηγορία επιμέρους δείκτη με βάση τους συντελεστές της κλασικής (πολυμεταβλητής) παλινδρόμησης, καταδεικνύουν περίπου το αναμενόμενο για τον δείκτη αυτό, ότι δηλαδή συντίθεται από μετοχές μεγάλης κεφαλαιοποίησης, κατά 50% ανάπτυξης και 50% αξίας. Οι αντίστοιχοι συντελεστές της QR για τα εκατοστημόρια [0,10 0,30 0,50 0,70 0,90] καταδεικνύουν επίσης, με μικρές

διαφορές μεταξύ τους, την ίδια σύνθεση του χαρτοφυλακίου. Για το χαρτοφυλάκιο Fidelity Magellan Fund, οι συντελεστές της κλασικής παλινδρόμησης δείχνουν ισχυρή προτίμηση προς τις μετοχές μεγάλης κεφαλαιοποίησης και εσωτερικής αξίας, με σημαντική συμμετοχή μετοχών μικρής κεφαλαιοποίησης και ισχυρής ανάπτυξης καθώς και μεγάλης κεφαλαιοποίησης και ισχυρής ανάπτυξης. Οι συντελεστές όμως της QR, για τα ίδια εκατοστημόρια όπως προηγουμένως, δείχνουν σημαντικές διαφορές, έναντι του κάθε συντελεστή της κλασικής παλινδρόμησης. Οι διαφορές είναι σημαντικές ακόμη και στο εκατοστημόριο  $[0,50]$ , όπου εμφανίζεται σύνθεση που βασίζεται κατά ακόμη μεγαλύτερο ποσοστό στις μετοχές μεγάλης κεφαλαιοποίησης και εσωτερικής αξίας και να εγκαταλείπονται οι μετοχές μεγάλης κεφαλαιοποίησης και ισχυρής ανάπτυξης. Το ποσοστό μετοχών μεγάλης κεφαλαιοποίησης και εσωτερικής αξίας είναι ακόμη υψηλότερο στο  $[0,70]$  και διατηρείται επίσης υψηλό στο  $[0,90]$ . Η διαφορά μεταξύ του συντελεστή της κλασικής παλινδρόμησης και του συντελεστή της QR στο  $[0,50]$ , όπου θα μπορούσαν να υπάρχουν μικρότερες διαφορές, κάτι που συμβαίνει για το χαρτοφυλάκιο που στηρίζεται στον δείκτη S&P500, δείχνει ότι η ερμηνεία του επενδυτικού στυλ με βάση μόνο τους συντελεστές της κλασικής παλινδρόμησης είναι ελλιπής. Στην περίπτωση όπου τα αποτελέσματα των συντελεστών της QR, ως περισσότερο αναλυτικά, ισχυροποιούν τα αποτελέσματα της κλασικής παλινδρόμησης, θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν και τα δυο υποδείγματα για την ερμηνεία των «μέσων» επιλογών του διαχειριστή. Για την ερμηνεία όμως των επιλογών εκτός μέσου όρου και ιδιαίτερα στις «ουρές» της κατανομής των αποδόσεων, η χρησιμοποίηση της QR είναι πολύ πιο αξιόπιστη. Αυτό φαίνεται ακόμη πιο έντονα στην περίπτωση του δεύτερου χαρτοφυλακίου, όπου οι διαφορές εκτείνονται σε όλο το εύρος της κατανομής και υποδηλώνουν την ύπαρξη παραγόντων που επηρεάζουν το επενδυτικό στυλ των διαχειριστών.

**Οι Lingjie Ma και Larry Pohlman (2002)** επισημαίνουν το όλο και μεγαλύτερο ενδιαφέρον που δημιουργείται γύρω από την QR και ιδιαίτερα στην χρησιμοποίηση της στο Value at risk και στα Copula μοντέλα. Ξεκινούν δίνοντας μια γενική ερμηνεία της QR στην χρηματοοικονομική αγορά και συνεχίζουν εξερευνώντας την πλήρη διανεμητική επίδραση των παραγόντων όσον αφορά την απόδοση των κινητών αξιών και βρίσκουν ότι η επιρροή των παραγόντων στην απόδοση των κινητών αξιών διαφέρει αισθητά, από quantile σε quantile. Χρησιμοποιώντας την διανεμητική πληροφόρηση από τα QR μοντέλα, προτείνουν 2 γενικές μεθόδους για την πρόβλεψη της απόδοσης και της κατασκευής χαρτοφυλακίων. Δείχνουν ότι κάτω από “ήπιες” συνθήκες αυτές οι μέθοδοι παρέχουν πιο ακριβή προβλέψεις και δυνητικά πιο value-added χαρτοφυλάκια από ότι αυτά της κλασικής μεθόδου του εξαρτημένου μέσου. Σε ένα εμπειρικό

παράδειγμα που δίνουν χρησιμοποιούν μηνιαία στοιχεία από Valueline για την αμερικανική αγορά μετοχών από την 1η Ιανουαρίου 1990 έως τον Ιούνιο 2004. Επικεντρώνονται σε ένα μεγάλο ποσοστό της αγοράς, το οποίο αποτελείται από μετοχές στους Russell1000 S&P500 και S&P400 δείκτες για περίπου 1100 securities κάθε μήνα. Στους Value Regressors χρησιμοποιήθηκαν το book to price (BTOP), earnings to price (ETOP), debt ratio (Dratio), retained earnings to assets (REOA), liabilities to price (LTOP) και zscore (Zscore). Χρησιμοποιούν ένα απλό γραμμικό QR μοντέλο:

$$Q_y(\tau|x_1, x_2, x_3) = x_1^\top \beta_1(\tau) + x_2^\top \beta_2(\tau) + x_3^\top \beta_3(\tau),$$

Όπου  $x_1$  είναι οι value factors BTOP, ETOP, Dratio, REOA, LTOP και Zscore. Το  $x_3$  αντιπροσωπεύει τεχνικούς factors και το  $x_2$  προσδοκώμενους factors. Εκτιμώντας το μοντέλο αυτό για  $T = \{0.1, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.75, 0.8, 0.9\}$  με διάστημα εμπιστοσύνης 90%. Για τον BTOP καταλήγει στο συμπέρασμα ότι δεν είναι σημαντικός στο αριστερό tail της κατανομής αλλά όσο το  $\tau$  αυξάνεται, η επιρροή του BTOP αυξάνεται επίσης και μάλιστα όταν το  $\tau=0.8$  ο factor BTOP παίρνει την τιμή 4. Για τον Dratio αναφέρει πως έχει θετική επιρροή στις εταιρείες με μικρότερη απόδοση, ενώ όσο η απόδοση αυξάνει, η επιρροή αυτού του παράγοντα μειώνεται και γίνεται ασήμαντος μετά τη διάμεσο. Στη συνέχεια ενώ η προσμονή του ήταν ότι ο ETOP θα είχε την ίδια συμπεριφορά με τον BTOP, διαψεύδεται συμπεραίνοντας ότι ο ETOP είναι ασήμαντος εκτός από το αριστερό tail της κατανομής. Για τον REOA οι επίδραση δείχνει ασήμαντη στην διάμεσο ενώ δείχνει να είναι πού σημαντικός στα tails της κατανομής. Αυτό μας δίνει να καταλάβουμε ότι ο συγκεκριμένος παράγοντας έχει πολύ θετική επιρροή στις χαμηλών αποδόσεων εταιρείες, ενώ στις εταιρείες με υψηλή απόδοση έχει αρνητική επίδραση. Συνεχίζοντας για τον LTOP, οι Lingjie Ma και Larry Pohlman, συμπεραίνουν πως μία εταιρεία με χαμηλή απόδοση θα μειώνει την αξία της περεταίρω ενώ οι χαμηλών αποδόσεων εταιρείες θα είχαν μία αύξηση της πραγματικής τους αξίας εάν ο παράγοντας αυτός αυξανόταν. Το Zscore, που αντιπροσωπεύει την χρηματοοικονομική δύναμη, είναι αποτελεσματικό μόνο για το δεξιό tail της κατανομής και ελάχιστα σημαντικό για το αριστερό tail. Όσο υψηλότερο είναι το Zscore, σύμφωνα με την μελέτη των Lingjie Ma και Larry Pohlman, τόσο πιο μεγάλη είναι η επίδραση στις υψηλών αποδόσεων μετοχές. Παράλληλα καταλήγουν στα συμπεράσματα ότι για μετοχές με υψηλές αποδόσεις στο παρόν, το μέγεθος των αποδόσεων τους στο παρελθόν δεν είναι ένας σημαντικός παράγοντας, ενώ για τις υπόλοιπες μετοχές φαίνεται πως το ιστορικό των αποδόσεων τους έχει αρνητική επίδραση και επίσης πως

το μέγεθος της εταιρείας παίζει θετικό ρόλο για τις χαμηλών αποδόσεων μετοχές ενώ το αντίστροφο συμβαίνει όταν αναφερόμαστε σε χαμηλών αποδόσεων μετοχές. Τέλος καταλήγουν σε ένα ακόμη σημαντικό συμπέρασμα. Ο παράγοντας "προβλέψεις των αναλυτών», IBES\_EPS, για ενός χρόνου πρόβλεψη στα κέρδη/μετοχή, έχει αρνητική επίδραση σε μετοχές με χαμηλή απόδοση, αλλά καμιά επιρροή σε μετοχές με υψηλή απόδοση. Με άλλα λόγια αυτό το συμπέρασμα δείχνει πως το να επενδύσουμε ενάντια στις προβλέψεις των αναλυτών...μπορεί και να μην είναι και τόσο άσχημη ιδέα.

**Οι Eide και Showalter (1998)** είναι από τους πρώτους που χρησιμοποίησαν την QR στο χώρο της εκπαίδευσης (Koenker και Hallock, 2001). Η έρευνά τους αναφέρεται στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση και πηγάζει από το γεγονός ότι όσες έρευνες έχουν δημοσιευτεί, δείχνουν ότι, κατά μέσο όρο, η βελτίωση σχολικών δεικτών, όπως η σχέση «μαθητές ανά διδάσκοντα», ή η σχέση «δαπάνες ανά μαθητή», δεν βελτιώνουν την μαθητική επίδοση, όπως αυτή εκτιμάται με αντικειμενικά τεστ. Παρατηρούν ωστόσο, ότι η μεθοδολογία των ερευνών που συνήθως ακολουθείται, στηρίζεται στην κλασική παλινδρόμηση, πράγμα που σημαίνει ότι τα αποτελέσματα στηρίζονται στον μέσο της κατανομής και ερμηνεύουν «κατά μέσο όρο» την οποιαδήποτε επίδραση. Στη συνέχεια εκφράζουν την επιφύλαξη ότι η συνήθης μεθοδολογία ενδέχεται να μην αναδεικνύει τις επιδράσεις από τις παραπάνω βελτιώσεις των σχολικών δεικτών σε διάφορα σημεία της δειγματοληψίας της εξαρτημένης μεταβλητής, όπως για παράδειγμα στα κατώτερα επίπεδά της, παρά μόνο στο επίπεδο της μέσης επίδοσης. Υποστηρίζουν όμως ότι, με τη χρήση της QR, θα μπορούσαν όχι μόνο να απαντήσουν στο ερώτημα «έχει σημασία η διάθεση χρήματος;», αλλά και στο «για ποιον έχει σημασία η διάθεση χρήματος;». Τα δεδομένα τους προέρχονται από βάση δεδομένων του National Center for Education Statistics του Υπουργείου Παιδείας των ΗΠΑ και ως εξαρτημένη μεταβλητή θέτουν την διαφορά της επίδοσης στα μαθηματικά, μεταξύ δεύτερου (sophomore) και τέταρτου (senior) έτους σπουδών στη δευτεροβάθμια (προ-κολεγιακή) εκπαίδευση, όπως έχει εκτιμηθεί με αντικειμενικό τεστ. Ως ανεξάρτητες μεταβλητές θέτουν τον δείκτη «μαθητές ανά διδάσκοντα», τη διάρκεια του σχολικού έτους σε ημέρες, το ποσοστό των διδασκόντων με αυξημένα προσόντα, τον συνολικό αριθμό μαθητών του σχολείου και την δαπάνη ανά μαθητή για την περιοχή του σχολείου. Τα αποτελέσματα της QR δεν παρουσιάζονται διαγραμματικά, αλλά σε πίνακα. Ο πίνακας περιλαμβάνει τους συντελεστές της QR για τα εκατοστημόρια [0,05 0,25 0,50 0,75 0,95], μαζί με την εκτίμηση OLS, για κάθε ανεξάρτητη μεταβλητή. Εκτός από τον συντελεστή OLS για τον συνολικό αριθμό των μαθητών του σχολείου, ο οποίος είναι θετικός και στατιστικά σημαντικός, οι υπόλοιποι τέσσερις είναι μη στατιστικά σημαντικοί, αποτέλεσμα που με βάση την κλασική παλινδρόμηση σημαίνει ότι μόνο μια από τις ανεξάρτητες μεταβλητές

που εξετάζονται επηρεάζει την διαφορά επίδοσης στα μαθηματικά. Οι συγγραφείς σχολιάζουν όμως ότι τα πρόσημα των τεσσάρων μη στατιστικά σημαντικών συντελεστών είναι προς την αναμενόμενη κατεύθυνση. Για παράδειγμα, οι συντελεστές για την διάρκεια του σχολικού έτους και την δαπάνη ανά μαθητή, είναι θετικοί, ενώ ο δείκτης «μαθητές ανά διδάσκοντα» είναι αρνητικός. Οι συντελεστές όμως της QR δίνουν μια τελείως διαφορετική εικόνα. Παρότι οι συντελεστές, για τα ως άνω εκατοστημόρια, για τη μεταβλητή «μαθητές ανά διδάσκοντα» δεν είναι στατιστικά σημαντικοί, τα πρόσημά τους είναι αρνητικά, εκτός του  $[0,75]$ . Συμφωνούν δηλαδή, ως προς την κατεύθυνση της επίδρασης, με τον συντελεστή OLS. Οι συντελεστές για τη διάρκεια του σχολικού έτους είναι αρνητικοί (και μη στατιστικά σημαντικοί) για τα κατώτερα εκατοστημόρια, είναι όμως θετικοί και στατιστικά σημαντικοί για τα εκατοστημόρια  $[0,50, 0,75, 0,95]$ . Αυτό σημαίνει ότι η επίδοση στα μέσα και ανώτερα επίπεδα βελτιώνεται με τη επιμήκυνση της διάρκειας του διδακτικού έτους, κάτι που φαίνεται να λειτουργεί αρνητικά για τα κατώτερα επίπεδα της κατανομής. Οι συντελεστές για το ποσοστό των διδασκόντων με αυξημένα προσόντα, παρότι δεν είναι στατιστικά σημαντικοί, είναι αρνητικοί, εκτός του  $[0,75]$ . Αυτό αποτελεί ένα μη αναμενόμενο αποτέλεσμα, παρότι το πρόσημο των συντελεστών της QR συμφωνεί με το πρόσημο του συντελεστή OLS. Οι συντελεστές για τον συνολικό αριθμό των μαθητών του σχολείου, είναι θετικοί και στατιστικά σημαντικοί (πλην του συντελεστή για το  $[0,95]$ ). Η κατεύθυνση της μεταβολής συμφωνεί με την αντίστοιχη του συντελεστή OLS, η τιμή όμως για το εκατοστημόριο  $[0,05]$  είναι κατά πολύ μεγαλύτερη του OLS, βαίνει φθίνουσα μέχρι τον συντελεστή  $[0,50]$  και στη συνέχεια αυξάνεται. Τα αποτελέσματα αυτά δείχνουν ότι, ενώ γενικά η αύξηση του αριθμού των μαθητών βελτιώνει την επίδοση στα μαθηματικά, η βελτίωση είναι μεγαλύτερη για τους αδύνατους μαθητές. Τέλος, οι συντελεστές για την δαπάνη ανά μαθητή για την περιοχή του σχολείου, είναι θετικοί, δηλαδή προς την αναμενόμενη κατεύθυνση, όπως και ο αντίστοιχος OLS, για δε το εκατοστημόριο  $[0,05]$  είναι σχετικά μεγάλος (0,43) και στατιστικά σημαντικός. Αυτό σημαίνει ότι η αύξηση των δαπανών έχει θετικό και σημαντικό αποτέλεσμα για τους λιγότερο ικανούς μαθητές. Τα αποτελέσματα από τη χρήση της QR είναι αρκετά πλουσιότερα σε πληροφόρηση από τα αντίστοιχα της κλασικής παλινδρόμησης και επιτρέπουν στους συγγραφείς να απαντήσουν και στα δυο ερωτήματα που έθεσαν: όντως μπορεί να έχει σημασία η διάθεση χρήματος στη βελτίωση της επίδοσης, αρκεί η δαπάνη να κατευθύνεται εκεί που μπορεί να αποδώσει καλύτερα και τα αποτελέσματα της έρευνάς τους δίνουν απαντήσεις και προς αυτή την κατεύθυνση.

**O Levin (2001)** χρησιμοποιεί την QR για τη διερεύνηση της επίδρασης του μεγέθους της τάξης (class size) και της δια-μαθητικής μάθησης (peer effect) στην επίδοση στα

μαθήματα των μαθηματικών και της γλώσσας, στην 4η, 6η και 8η τάξη της οκτάχρονης πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στην Ολλανδία. Το κίνητρό του πηγάζει από το γεγονός της μη υποστήριξης με τεκμηριωμένες έρευνες της ευρύτερης κοινωνικής εντύπωσης ότι η μείωση του αριθμού των μαθητών ανά τάξη, βελτιώνει τη μάθηση και, συνακόλουθα, την σχολική επίδοση. Διαπιστώνει, όπως οι Eide και Showalter προηγουμένως στους οποίους και αναφέρεται, ότι οι περισσότερες έρευνες χρησιμοποιούν την κλασική παλινδρόμηση, η οποία δίνει έμφαση στη μέση επίδοση. Τα δεδομένα του προέρχονται από την έρευνα PRIMA, που περιέχει έναν τεράστιο πλούτο πληροφοριών για την εκπαίδευση στην Ολλανδία, από την οποία χρησιμοποιεί πληροφορίες που αναφέρονται στην επίδοση των μαθητών για τα έτη 1994/1995 για τα μαθηματικά και τη γλώσσα, καθώς και στο IQ τους. Υπολογίζει τους συντελεστές της QR για τα (κλασικά) εκατοστημόρια [0,10 0,25 0,50 0,75 0,90] και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται με δυο τρόπους: διαγραμματικά και σε πίνακες, στους οποίους περιλαμβάνεται μια ακόμη ερμηνευτική μεταβλητή που αναφέρεται στον συνολικό αριθμό μαθητών του σχολείου, καθώς και οι συντελεστές OLS. Από την ανάλυση του περιεχομένου των διαγραμμάτων και των πινάκων, δεν μπορεί να τεκμηριωθεί συνολικά κάποια συγκεκριμένη κατεύθυνσης επίδραση από το μέγεθος της τάξης στην επίδοση στα δυο μαθήματα, ούτε με βάση τους συντελεστές της κλασικής παλινδρόμησης, ούτε με τους, πολύ περισσότερους, συντελεστές της QR. Με βάση τα στοιχεία των πινάκων, μόνο σε δυο περιπτώσεις, επίδοση στα μαθηματικά και στη γλώσσα για την 8η τάξη, παρουσιάζονται θετικοί και στατιστικά σημαντικοί συντελεστές OLS, όπου παρουσιάζονται θετικοί και στατιστικά σημαντικοί συντελεστές και για την QR. Στην περίπτωση της επίδοσης στα μαθηματικά, οι συντελεστές της QR παρουσιάζουν αύξηση μέχρι το [0,50] και μείωση στη συνέχεια. Φαίνεται να ωφελούνται στην επίδοση οι μέσης ικανότητας μαθητές, με τιμή μάλιστα του συντελεστή σχεδόν διπλάσια του αντίστοιχου OLS. Οι συντελεστές για τα κεντρικά εκατοστημόρια [0,25 0,50 0,75] είναι και στατιστικά σημαντικοί. Στην δεύτερη περίπτωση της επίδοσης στο μάθημα της γλώσσας, η ανοδική-καθοδική πορεία των τιμών των συντελεστών της QR, παρουσιάζει μέγιστη τιμή στο [0,25], η οποία είναι και η μοναδική στατιστικά σημαντική. Αναφορικά με την δεύτερη ερμηνευτική μεταβλητή που περιλαμβάνεται στους πίνακες, την επίδραση από τον συνολικό αριθμό μαθητών του σχολείου, ούτε και αυτή η μεταβλητή παρουσιάζει συγκεκριμένη κατεύθυνσης επίδραση. Η διερεύνηση της επίδρασης της δια-μαθητικής μάθησης (peer effect) που αναφέρθηκε παραπάνω, αρχίζει με ένα σχόλιο από τον Levin: μια πλευρά της εκπαιδευτικής δραστηριότητας που έχει συστηματικά αμεληθεί στην οικονομική βιβλιογραφία, ενώ προσελκύει το ενδιαφέρον των εκπαιδευτικών ερευνητών, αφορά στην διάδραση μεταξύ αυτών που μαθαίνουν, εντός του εκπαιδευτικού περιβάλλοντος, δηλαδή στην ύπαρξη μιας δια- μαθητικής μάθησης (peer effect). Και είναι αυτή η

επίγνωση που οδηγεί τους διδάσκοντες στη δημιουργία ομάδων μαθητών με χαρακτηριστικά που μπορούν να ενισχύσουν την μαθησιακή διαδικασία. Υλοποιώντας την ιδέα αυτή, ο Levin εισάγει στο υπόδειγμά του τη μεταβλητή «αριθμός συμμαθητών με παρόμοιο IQ», η οποία ελέγχει τον αριθμό των συμμαθητών σε κάθε τάξη και αναδομεί τις συνθέσεις των τάξεων. Το υπόδειγμά του περιλαμβάνει πλέον τρεις ερμηνευτικές μεταβλητές, μέγεθος τάξης, δια-μαθητική μάθηση και συνολικός αριθμός μαθητών του σχολείου και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται σε πίνακες. Η νέα ερμηνευτική μεταβλητή απορροφά σημαντικό μέρος της επίδρασης των άλλων δυο, των οποίων οι τιμές των συντελεστών μειώνονται σημαντικά, ενώ της ίδιας είναι θετικές και αρκετά υψηλές. Παράλληλα, οι συντελεστές OLS είναι θετικοί και σε πέντε από τις έξι περιπτώσεις είναι και στατιστικά σημαντικοί, ενώ οι συντελεστές της QR είναι επίσης όλοι θετικοί και οι δεκαέξι από τους τριάντα είναι στατιστικά σημαντικοί. Το αποτέλεσμα αυτό χαρακτηρίζεται από τον Levin ως καταπληκτικό. Συνοδεύεται δε από τη διαπίστωση ότι οι τιμές των συντελεστών της QR που αναφέρονται στην επίδραση στην επίδοση των μαθηματικών, είναι υψηλές για τα κατώτερα εκατοστημόρια και βαίνουν μονοτόνως φθίνουσες και για τις τρεις τάξεις. Στην περίπτωση δε της επίδρασης στην επίδοση στη γλώσσα, οι τιμές των συντελεστών QR διαγράφουν αύξουσα-φθίνουσα πορεία και για τις τρεις τάξεις και μεγιστοποιούνται στο [0,50] για την 4η τάξη, στο [0,25] για την 6η τάξη και στο [0,50] για την 8η τάξη. Σε όλες τις περιπτώσεις, οι τιμές των συντελεστών της QR είναι στο χαμηλότερο επίπεδό τους στο [0,90], ενώ ο μέσος όρος του λόγου μεταβολής μεταξύ των εκατοστημορίων [0,25] και [0,90] είναι περίπου 11 φορές. Τα αποτελέσματα αυτά συνηγορούν υπέρ της ενίσχυσης της διάδρασης μεταξύ των διδασκόμενων, αναδεικνύουν τη σχέση εξάρτησης που υπάρχει μέσα σε μια τάξη μεταξύ ασθενέστερων και ισχυρότερων μαθητών, με τους δεύτερους να παρουσιάζονται σημαντικά ανεξάρτητοι μαθησιακά. Η τάση δε να φθίνει η επίδραση του peer effect προς το ανώτατο εκατοστημόριο, σε συγκερασμό με την γενικά μη σημαντική και όχι προς την ίδια κατεύθυνση επίδραση του μεγέθους της τάξης, προβάλλει την πιθανότητα μεροληπτικών και ετεροβαρών εκπαιδευτικών αποτελεσμάτων στην περίπτωση που μειωθεί ο αριθμός των μαθητών ανά τάξη.

**Οι Chernozhukov και Umantsev (2001)** χρησιμοποιούν την QR, προκειμένου να υπολογίσουν την Value at Risk (VaR), όχι μόνο για τα συνήθη επίπεδα εμπιστοσύνης [0,90 0,95 0,99] αλλά για ολόκληρο το εύρος [0,01 0,99]. Πρόθεσή τους είναι να εκτιμήσουν και να μετρήσουν τον ακραίο κίνδυνο, σαν εξαρτημένη μεταβλητή από διάφορους παράγοντες. Ως λόγο που δικαιολογεί την διερεύνηση του κινδύνου και στα δυο άκρα της κατανομής, αναφέρουν το ότι ένας επενδυτής μπορεί να έχει ανοίξει θέση πώλησης (short), ή θέση αγοράς (long), που θα πρέπει να κλεισθεί. Θεωρούν ότι η QR



αποτελεί ιδανικό υπόδειγμα για την εξυπηρέτηση του σκοπού τους και ότι είναι σε τέλεια αντίθεση με τις παραδοσιακές μεθόδους που στηρίζονται στον μέσο, ή σε άλλα μέτρα τάσης μιας κατανομής. Για την εμπειρική ανάλυση του θέματος, εκτιμούν την VaR του ομολόγου της Occidental Petroleum, το οποίο διαπραγματεύεται στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης. Τα δεδομένα τους περιλαμβάνουν 2527 ημερήσιες παρατηρήσεις, που αφορούν την ημερήσια απόδοση του ομολόγου, τιμές και αποδόσεις άλλων ομολόγων που επηρεάζουν το συγκεκριμένο ομόλογο, την απόδοση του δείκτη Dow Jones Industrial (DJI) και την spot τιμή του πετρελαίου. Ως διάρκεια του ομολόγου τίθενται 2500 ημέρες, που αντιστοιχούν σε δεκαετές ομόλογο. Τα αποτελέσματα από την προσαρμογή των (υπέρ) επιπέδων παλινδρόμησης, σε σχέση με τον χρόνο, τα εκατοστημόρια και τον κίνδυνο, δείχνουν διαφοροποίηση του κινδύνου σε διάφορες χρονικές στιγμές. Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων επίδρασης στην ανεξάρτητη μεταβλητή για όλα τα εκατοστημόρια, γίνεται με διάγραμμα του τύπου που παρουσιάστηκε στο διάγραμμα 7 παραπάνω, σε τρία διαφορετικά πλάτη εκατοστημορίων: ένα για [0,04 έως 0,96] και από ένα για τα κατώτατα [0 έως 0,04] και τα ανώτατα [0,96 έως 1] εκατοστημόρια. Η διαφοροποίηση του κινδύνου στα ακραία εκατοστημόρια παρουσιάζει διεύρυνση των διαστημάτων εμπιστοσύνης, κάτι που δείχνει την αυξημένη αβεβαιότητα στα όρια αυτά. Οι συγγραφείς τονίζουν επίσης ότι τα αποτελέσματα από την χρήση της QR είναι σημαντικά πληρέστερα, σε σχέση με τις συνήθεις μεθόδους εκτίμησης του κινδύνου, καθώς επίσης ότι τα αποτελέσματα αυτά οφείλονται σε σημαντικό βαθμό στην επίδραση των παραγόντων που εκφράζονται μέσα από τις ανεξάρτητες μεταβλητές. Τα στοιχεία αυτά βοηθούν στην καλύτερη εκτίμηση και αντιμετώπιση του αναλαμβανόμενου κινδύνου καθώς και στην λογιστική αντιμετώπισή του, όπου αυτό είναι απαραίτητο.

**Οι Baur και Schulze (2005)** χρησιμοποιούν την QR προκειμένου να εκτιμήσουν την έκταση και τον χρόνο μετάδοσης των χρηματιστηριακών κρίσεων, μεταξύ των χρηματιστηριακών αγορών ανά τον κόσμο. Η χρήση της QR στον εντοπισμό αρνητικών (σε περίπτωση κρίσης) και θετικών συνυπερβάσεων μεταξύ των χρηματιστηριακών αγορών, παρέχει το περιθώριο θεώρησης των τιμών των εξαιρετικά χαμηλών και υψηλών συνυπερβάσεων χωρίς να απαιτείται προκαθορισμός κάποιας μορφής κατανομής ή «κατωφλίου». Για τον προσδιορισμό της έκτασης και του χρόνου μετάδοσης των κρίσεων από κάποια χρηματιστηριακή αγορά, από την οποία θεωρείται ότι ξεκίνησε μια κρίση, σε άλλες, μελετούν ένα διμεταβλητό και ένα πολυμεταβλητό υπόδειγμα QR, που είναι,

$$Q_{Coex_t}(\tau) = \beta_0(\tau) + \beta_1(\tau)D_t^{crisis}$$

για το διμεταβλητό, όπου  $D_t^{crisis}$  είναι μια ψευδομεταβλητή που παίρνει τιμή 1, εάν το  $t$  είναι εντός της περιόδου κρίσης και 0 αν δεν είναι και

$$Q_{Coex_t}(\tau) = \beta_0(\tau) + \beta_1(\tau)D_t^{crisis} + \beta_2(\tau)r_{Mt} + \beta_3(\tau)\hat{h}_{Mt} + \beta_4(\tau)Q_{Coex_{t-1}}$$

για το πολυμεταβλητό. Οι άλλες τρεις μεταβλητές που συμπληρώνουν το πολυμεταβλητό υπόδειγμα, αναφέρονται σε ένα γενικό δείκτη απόδοσης της παγκόσμιας αγοράς ή των αγορών μιας περιοχής, στη διακύμανση των αγορών της περιοχής (volatility) και στην συνυπέρβαση με υστέρηση μιας χρονικής περιόδου, όπως φαίνονται στο δεύτερο υπόδειγμα κατά σειρά. Μετάδοση της κρίσης από μια αγορά σε μια άλλη, θεωρείται ότι υπάρχει όταν ο συντελεστής  $\beta_1(\tau)$  παίρνει τιμές σημαντικά μικρότερες του μηδενός, είτε στο διμεταβλητό, είτε στο πολυμεταβλητό υπόδειγμα. Τα δεδομένα της έρευνάς τους αποτελούνται από συνεχόμενες ημερήσιες (από κλείσιμο σε κλείσιμο) αποδόσεις έντεκα Ασιατικών αγορών (Κίνας, Χονγκ Κονγκ, Ινδίας, Ινδονησίας, Ιαπωνίας, Νότιας Κορέας, Μαλαισίας, Φιλιππίνων, Σιγκαπούρης, Ταϊβάν και Ταϊλάνδης), καθώς επίσης από αποδόσεις δεικτών τεσσάρων περιοχών (Αναπτυσσόμενων Ασιατικών αγορών, Αναπτυσσόμενων αγορών Λατινικής Αμερικής, Ευρωπαϊκών αγορών και αγορών ΗΠΑ), ήτοι συνολικά 15 δείκτες. Η χρονική περίοδος στην οποία αναφέρονται τα δεδομένα αρχίζει στις 30/4/1997 και τελειώνει στις 31/10/2001 και περιλαμβάνει  $T=1176$  παρατηρήσεις. Η περίοδος αυτή περιλαμβάνει την κρίση του χρηματιστηρίου του Χονγκ Κονγκ (17/10 έως 17/11/1997) καθώς και την κρίση του χρηματιστηρίου της Ταϊλάνδης (2/7 έως 17/11/1997). Ακολουθώντας τη συνήθη μέθοδο των συντελεστών συσχέτισης για περιόδους χρηματιστηριακής ηρεμίας και κρίσεων, εντοπίζουν ότι οι συντελεστές συσχέτισης του χρηματιστηρίου του Χονγκ Κονγκ με τις μισές από τις υπόλοιπες δεκατέσσερις αγορές, αυξάνονται σημαντικά στην περίοδο κρίσης, ενώ οι αντίστοιχοι του χρηματιστηρίου της Ταϊλάνδης μειώνονται έναντι των υπολοίπων, πλην μιας (της Ινδίας). Το μεγαλύτερο ποσοστό αύξησης του συντελεστή συσχέτισης για την περίοδο κρίσης, παρουσιάζεται ανάμεσα στους δείκτες του Χονγκ Κονγκ και της Μαλαισίας (87%) και για αυτόν το λόγο αναλύουν περαιτέρω συστηματικά με την QR τη σχέση μεταξύ αυτών των δυο χρηματιστηριακών αγορών. Για την εξέταση της επίδρασης των τεσσάρων μεταβλητών του πολυμεταβλητού υποδείγματος, εκτιμούν τα εκατοστημόρια [0,01 έως 0,99]. Οι τιμές του συντελεστή

$\beta_1(\tau)$  της ψευδομεταβλητής  $D_t^{crisis}$  είναι αρνητικές για όλα τα κατώτερα εκατοστημόρια, μέχρι περίπου το [0,50], που σημαίνει ότι υπάρχει έντονη μετάδοση της κρίσης. Η επίδραση από το κλίμα που διαμορφώθηκε στην περιοχή των αναπτυσσόμενων αγορών της Ασίας (δείκτης Αναπτυσσόμενων Ασιατικών αγορών), όπως φαίνεται από τις τιμές του συντελεστή  $\beta_2(\tau)$ , εμφανίζεται να είναι πτωτική μέχρι το [0,47] και αυξητικά από εκεί και μετά για τα ανώτερα εκατοστημόρια. Η επίδραση από την διακύμανση των αγορών της περιοχής (volatility), όπως φαίνεται από τις τιμές του συντελεστή  $\beta_3(\tau)$ , παρουσιάζει αυξητική τάση, είναι όμως αρνητική μέχρι το εκατοστημόριο [0,50] περίπου και θετική από εκεί και μετά και ιδιαίτερα στα ανώτερα εκατοστημόρια. Η επίδραση της τελευταίας ανεξάρτητης μεταβλητής  $Q_{Coex_{t-1}}$  που δείχνει τις συνυπερβάσεις, όπως φαίνεται από τις τιμές του συντελεστή  $\beta_4(\tau)$ , παρουσιάζει μικτή επίδραση, με αρνητικές τιμές για τα κατώτατα εκατοστημόρια, να συμπίπτει με τον συντελεστή των OLS για τα εκατοστημόρια [0,24 έως 0,35], [0,83 έως 0,85] και [0,87 έως 0,89] με σχεδόν μηδενική επίδραση και με θετικές τιμές για τα εκατοστημόρια [0,93 έως 0,98]. Η πλούσια αυτή πληροφόρηση συμπληρώνεται με ένα ακόμη αποτέλεσμα, το οποίο αναφέρεται στον εντοπισμό της χρονικής περιόδου της κρίσης. Με τη χρήση της QR παρουσιάζεται γραφικά η πλοκή της σχέσης των συνυπερβάσεων μεταξύ Χονγκ Κονγκ και Ευρώπης σε σχέση με τον χρόνο, επειδή μεταξύ τους υπάρχουν σημαντικές συνυπερβάσεις, για τα εκατοστημόρια [0,02 0,50 0,98]. Στο σχετικό διάγραμμα εμφανίζονται έντονες μεταβολές του συντελεστή των συνυπερβάσεων για το χρονικό διάστημα 17/10/97 έως 17/11/97, το οποίο αντιστοιχεί στο χρονικό διάστημα της κρίσης του χρηματιστηρίου του Χονγκ Κονγκ.

**Οι Yu κ.ά. (2003)**, κάνουν μια συνολική αναφορά στην QR, τόσο ως θεωρητικού μοντέλου σε αντιπαράθεση με την κλασική παλινδρόμηση, όσο και ως ερευνητικού μοντέλου χρησιμοποιούμενου σε διάφορους επιστημονικούς τομείς. Θεωρούν ότι τα χαρακτηριστικά της QR αποτελούν από μόνα τους κίνητρο για την αξιοποίηση του μοντέλου σε έρευνες για την ανάλυση των δεδομένων και την ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Για τη σύγκριση της καλύτερης πληροφόρησης που προσφέρει η QR, οι συγγραφείς αναφέρονται σε εμπειρική έρευνα ανάλυσης της σχέσης μισθού και ετών ακαδημαϊκής απασχόλησης καθηγητών στατιστικής, σε κολέγια και πανεπιστήμια των ΗΠΑ, για την περίοδο 1980 έως 1990, που είχε πραγματοποιήσει ο Bailar (1991) με χρήση της κλασικής παλινδρόμησης. Η καλύτερη γραμμή παλινδρόμησης που μπορούσε να προσαρμοστεί στα δεδομένα, ήταν μια μη γραμμική (δευτεροβάθμια,

κοίλη), η οποία πολύ λίγο ταίριαζε στη διασπορά των δεδομένων, καθώς έδειχνε τάση μείωσης των αποδοχών, μετά τα 22-23 έτη απασχόλησης. Η ανάλυση με μη γραμμικό μοντέλο QR και την προσαρμογή για τα εκατοστημόρια (τεταρτημόρια) [0,25 0,50 0,75] ανέδειξε τη διαφορά με την κλασική παλινδρόμηση στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων: η τάση για μείωση τεκμηριώνεται για τα εκατοστημόρια [0,25 0,50] ακριβέστερα μετά από τα 20 έτη, όχι όμως και για το εκατοστημόριο [0,75], για το οποίο υπάρχει έντονη αύξηση μετά τα 14 έτη. Επίσης, η «ψαλίδα» των διαφορών μεταξύ των εκατοστημορίων [0,25 0,50] ανοίγει μεταξύ των ετών απασχόλησης 5 έως 20 και κλείνει στη συνέχεια, ενώ η «ψαλίδα» των διαφορών μεταξύ των εκατοστημορίων [0,50 0,75] ανοίγει μεταξύ των ετών 5 έως 14, κλείνει μεταξύ 14 και 20 ετών και στη συνέχεια ανοίγει έντονα μέχρι τα 25. Ο υπολογισμός των τριών μόλις εκατοστημορίων, αύξησε σημαντικά την πληροφόρηση και έδωσε τη δυνατότητα λεπτομερέστερης ανάλυσης της σχέσης μισθού και ετών απασχόλησης. Η πληροφόρηση μπορεί να αυξηθεί με τον υπολογισμό, όταν και όπου κρίνεται απαραίτητο, περισσότερων εκατοστημορίων, προκειμένου να καταστεί ενδελεχέστερη η μελέτη της επίδρασης στην εξαρτημένη μεταβλητή μιας ή περισσότερων ανεξάρτητων μεταβλητών (όπως στα παραπάνω η περίπτωση των Koenker και Hallock (2001), με 15 ανεξάρτητες μεταβλητές και 19 εκατοστημόρια).

**Οι Bassett κ.ά. (2002)** χρησιμοποιούν την QR για την εκτίμηση των σχέσεων μεταξύ, αφενός των χαρακτηριστικών των εισροών των σχολείων της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, των κοινωνικοοικονομικών χαρακτηριστικών των οικογενειών των μαθητών, των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών κάθε σχολείου και αφετέρου της επίδοσης των υποψήφιων φοιτητών για κολέγια και πανεπιστήμια στο τυποποιημένο American College Testing (ACT) τεστ. Στην τρέχουσα εργασία τους όμως, παρουσιάζουν μόνο τη σχέση μεταξύ των χαρακτηριστικών των εισροών και της επίδοσης στο ACT. Το κίνητρό τους βρίσκεται, πάλι, στο ότι προηγούμενες έρευνες που χρησιμοποιούν παραδοσιακές μεθόδους ανάλυσης, δείχνουν ότι χαρακτηριστικά εισροών των σχολείων, όπως τα αυξημένα προσόντα των διδασκόντων, ο δείκτης «μαθητές ανά διδάσκοντα», δαπάνες ανά μαθητή και συνολικός αριθμός μαθητών του σχολείου, δεν ασκούν κάποια επίδραση στην επίδοση. Τα δεδομένα τους αναφέρονται στο 1996, προέρχονται από βάση δεδομένων του Illinois Goal Assessment Program και αφορούν μαθητές 585 σχολείων δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται με διαγράμματα καθώς και με πίνακες. Η ανάλυση των δεδομένων με την κλασική παλινδρόμηση αποδίδει συντελεστές OLS, οι οποίοι, εκτός από τον συντελεστή για τον συνολικό αριθμό των μαθητών του σχολείου, είναι μη στατιστικά σημαντικοί. Αντίθετα, οι συντελεστές της QR για τα εκατοστημόρια [0,10 0,30 0,50 0,70 0,90] είναι, με εξαίρεση τους συντελεστές [0,70 0,90] για την δαπάνη ανά μαθητή, στατιστικά σημαντικοί. Σε ότι

αφορά την κατεύθυνση της επίδρασης, παρατηρούνται τα εξής διαφορετικά αποτελέσματα. Ο συντελεστής OLS για τα αυξημένα προσόντα των διδασκόντων είναι αρνητικός, ενώ οι συντελεστές της QR είναι θετικοί για τα δυο πρώτα και αρνητικοί για τα υπόλοιπα εκατοστημόρια με τιμές φθίνουσες, δείχνοντας ότι οι διδάσκοντες με αυξημένα προσόντα λειτουργούν επικουρικά στους αδύναμους μαθητές. Ο συντελεστής OLS για τον δείκτη «μαθητές ανά διδάσκοντα» είναι θετικός, όπως και οι συντελεστές της QR πλην του πρώτου εκατοστημορίου, με τιμές αύξουσες, δείχνοντας ότι η αύξηση της τιμής του δείκτη ( $X = 18,25$  και  $SD = 2,62$ ) βελτιώνει την επίδοση. Ο συντελεστής OLS για την δαπάνη ανά μαθητή είναι αρνητικός, όπως και συντελεστές της QR, η τιμή των οποίων παρουσιάζει αύξηση μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου εκατοστημορίου [0,10 0,30] και παραμένει σχετικά σταθερός για τα υπόλοιπα, δείχνοντας ότι η αύξηση της δαπάνης ανά μαθητή βελτιώνει την επίδοση των ασθενέστερων μαθητών. Τέλος, ο συντελεστής OLS για τον συνολικό αριθμό των μαθητών του σχολείου είναι θετικός, όπως και οι συντελεστές της QR, με μικρή αύξηση της τιμής μεταξύ [0,10] και [0,30] και φθίνουσα πορεία στη συνέχεια, δείχνοντας ότι υπάρχουν κάποια ικανοποιητικά όρια στο μέγεθος των σχολείων, πέραν των οποίων η μεγέθυνσή τους λειτουργεί αρνητικά στην επίδοση ( $\bar{X} = 1581$  και  $SD = 863$ ). Πέραν της σημαντικά διαφορετικής πληροφόρησης που παρέχεται από τους συντελεστές της QR, οι συγγραφείς τονίζουν και ακόμη μια σημαντική διαφορά: σε κάποιες περιπτώσεις, οι τιμές των συντελεστών της QR είναι μεγαλύτερες από τα ανώτερα και μικρότεροι από τα κατώτερα όρια των διαστημάτων εμπιστοσύνης των συντελεστών OLS στα ακραία εκατοστημόρια, γεγονός που δείχνει την σημαντικότητα της συμβολής στην ερμηνεία της επίδρασης μιας ανεξάρτητης μεταβλητής πέραν των μέσων περιοχών της κατανομής.

**Οι Ng κ.ά. (2005)** χρησιμοποιούν την QR για την διερεύνηση των αποτελεσμάτων από τον επανασχεδιασμό ενός προγράμματος διδασκαλίας του μαθήματος Στατιστική Επιχειρήσεων στο Northern Arizona University των ΗΠΑ. Η φιλοσοφία του επανασχεδιασμού ήταν να καταστούν οι φοιτητές υπεύθυνοι για τη μάθηση με ενεργό εμπλοκή τους στη διαδικασία μάθησης και το μαθησιακό περιβάλλον οργανώθηκε με εφαρμογή της διδακτικής στρατηγικής της συνεργατικής μάθησης. Για την επιτυχή και διαρκή εμπλοκή των φοιτητών στη μάθηση, σχεδίασαν και εφάρμοσαν σημαντικό αριθμό τεστ, εργασιών και εξετάσεων, ενώ κατέγραφαν και τις παρουσίες των φοιτητών για τα 30 μαθήματα του εξαμήνου. Στην αρχή του εξαμήνου όλοι οι φοιτητές που παρακολουθούσαν το μάθημα συμπλήρωσαν το Index of Learning Styles (ILS) (Felder, 1988), προκειμένου να εξακριβωθούν οι τρόποι μάθησης των φοιτητών. Κατά την ακαδημαϊκή περίοδο 2003-2004, το παραπάνω επανασχεδιασμένο πρόγραμμα διδασκαλίας εφαρμόστηκε σε οκτώ τμήματα, με διδάσκοντες του δυο από τους

συγγραφείς, καθηγητές Pin Ng και James Pinto στο ως άνω πανεπιστήμιο των ΗΠΑ. Τα δεδομένα τους προέρχονται από 173 παρατηρήσεις από την ως άνω ακαδημαϊκή περίοδο, τα οποία επεξεργάζονται με την κλασική παλινδρόμηση, αλλά και με την QR και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται σε πίνακες για την κλασική παλινδρόμηση και διαγραμματικά για την QR. Διενεργούν δυο παλινδρομήσεις, τις οποίες εκτελούν καταρχήν με την κλασική παλινδρόμηση και στη συνέχεια με την QR. Στην πρώτη παλινδρόμηση, εξαρτημένη μεταβλητή είναι η συνολική επίδοση στο μάθημα και ανεξάρτητες μεταβλητές είναι ο βαθμός γραπτής εξέτασης (ως σταθμισμένη επίδοση δυο προόδων και μιας τελικής εξέτασης), οι απουσίες από το μάθημα, ο μέσος βαθμός των quiz, ο βαθμός της γραπτής εργασίας, καθώς και τέσσερις τρόποι μάθησης από το ILS. Στην δεύτερη παλινδρόμηση, εξαρτημένη μεταβλητή τοποθετείται ο βαθμός γραπτής εξέτασης και ανεξάρτητες οι υπόλοιπες επτά, όπως στην πρώτη περίπτωση. Οι συντελεστές OLS για την πρώτη παλινδρόμηση είναι στατιστικά σημαντικοί για τις τέσσερις μεταβλητές που αναφέρονται στη βαθμολογία και στην παρακολούθηση του μαθήματος, αλλά για καμία από τις τέσσερις που αναφέρονται στους τρόπους μάθησης. Ο συντελεστής που αναφέρεται στις απουσίες στο μάθημα έχει αρνητικό πρόσημο, το οποίο υποδηλώνει ότι οι απουσίες επηρεάζουν αρνητικά την επίδοση στο μάθημα. Οι άλλοι τρεις είναι, ως αναμένεται, θετικοί, αφού από αυτούς τους παράγοντες διαμορφώνεται η βαθμολογία. Από τους συντελεστές OLS για την δεύτερη παλινδρόμηση, μόνο ο συντελεστής για τον μέσο βαθμό των quiz είναι στατιστικά σημαντικός (και θετικός), ενώ οι άλλοι δυο (απουσίες στο μάθημα και βαθμός γραπτής εργασίας) είναι μη στατιστικά σημαντικοί (ο συντελεστής για τις απουσίες παραμένει αρνητικός). Στη δεύτερη αυτή παλινδρόμηση όμως παρουσιάζονται και δυο από τους τέσσερις τρόπους μάθησης να είναι στατιστικά σημαντικοί. Αυτοί οι συντελεστές αντιστοιχούν στους «σκεπτικούς» και στους «λεκτικούς» (καλοί χρήστες γραπτού και προφορικού λόγου) και η επίδραση στον βαθμό γραπτής εξέτασης δικαιολογείται από το σχετικό πλεονέκτημα που έχουν οι φοιτητές που προτιμούν αυτούς τους τρόπους μάθησης. Πριν προχωρήσουν στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων με τη χρήση της QR, οι συγγραφείς καταγράφουν ένα σχόλιο, σχετικά με την περιορισμένη πληροφόρηση που παρέχει η κλασική παλινδρόμηση, σε σχέση με την κατανομή των εκάστοτε μεταβλητών και την επικέντρωση των αποτελεσμάτων στο μέσο όρο, παρά την ανάγκη διεύρυνσης της ανάλυσης σε όλα τα εκατοστημόρια της κατανομής. Το σχόλιο αυτό το μεταφέρουν από τους Mosteller και Tukey (1977), οι οποίοι αναφέρονται σε αυτήν την αναζήτηση. Αναφέρονται στη συνέχεια στη λύση που δόθηκε στο θέμα αυτό από τους Koenker και Bassett (1978) και εφαρμόζουν το μοντέλο της QR, ως μια προσπάθεια απόκτησης πληρέστερης εικόνας της επίδρασης των ανεξάρτητων μεταβλητών στην βαθμολογική επίδοση. Υπολογίζουν συντελεστές QR για τα

εκατοστημόρια [0,05 έως 0,95 ανά 0,05], δηλαδή εξάγουν 19 συντελεστές για την ερμηνεία της επίδρασης κάθε ανεξάρτητης μεταβλητής και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται διαγραμματικά, όπως αναφέρθηκε στα παραπάνω. Για την πρώτη παλινδρόμηση, που περιλαμβάνει και τις 8 ερμηνευτικές μεταβλητές, οι τιμές των συντελεστών για τον βαθμό γραπτής εξέτασης, τον μέσο βαθμό των quiz και τον βαθμό της γραπτής εργασίας, κινούνται σχεδόν επί της ευθείας γραμμής που αντιστοιχεί στον συντελεστή OLS. Σημαντικά διαφορετική εικόνα όμως δίνεται για την επίδραση των απουσιών από το μάθημα: οι τιμές του συντελεστή QR αρχίζουν (αρνητικές) από το κατώτατο όριο του διαστήματος εμπιστοσύνης του συντελεστή OLS, ισούνται με τον OLS στο [0,23 0,25] και συνεχίζουν αυξανόμενες, ξεπερνούν το άνω όριο του διαστήματος εμπιστοσύνης του OLS στο [0,45 0,46] και ισούνται με μηδέν σχεδόν για όλα τα εκατοστημόρια μετά από το [0,57], πλην του [0,95] όπου ο συντελεστής είναι αρνητικός και ισούται με το άνω όριο του διαστήματος εμπιστοσύνης του OLS (περίπου -0,5). Αυτό σημαίνει ότι η αρνητική επίδραση από την μη παρακολούθηση μαθημάτων δεν είναι ίδια για όλους τους φοιτητές, όπως υποτίθεται με βάση τον αντίστοιχο συντελεστή OLS, αλλά είναι περισσότερο επιβαρυντική στα κατώτερα εκατοστημόρια, ενώ δεν έχει σχεδόν καμία επίδραση από το [0,57] εκατοστημόριο και μετά. Εξαίρεση αποτελεί το ανώτατο εκατοστημόριο [0,95], όπου η αρνητική τιμή του συντελεστή σημαίνει ότι οι απουσίες στα ανώτατα τμήματα της βαθμολογικής κλίμακας, δεν επιτρέπουν στους φοιτητές να επιτύχουν τη μέγιστη δυνατή βαθμολογία. Οι συντελεστές QR για τους τέσσερις τρόπους μάθησης, κινούνται πολύ κοντά στο μηδέν σε όλες τις περιπτώσεις, με ελάχιστες εξαιρέσεις και με ελάχιστες διαφορές στην τιμή τους. Αυτό βρίσκεται σε πλήρη συμφωνία με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της κλασικής παλινδρόμησης. Για την δεύτερη παλινδρόμηση, όπου ο βαθμός γραπτής εξέτασης τοποθετείται ως εξαρτημένη μεταβλητή και παραμένουν οι υπόλοιπες επτά ως ανεξάρτητες, η εικόνα που δίνουν οι συντελεστές QR για την επίδραση των απουσιών από το μάθημα, του μέσου βαθμού των quiz και του βαθμού της γραπτής εργασίας είναι διαφορετική από την επίδραση που ασκούν στο συνολικό βαθμό στο μάθημα. Οι τιμές των συντελεστών QR για την επίδραση από τις απουσίες κινείται γύρω από την τιμή του αντίστοιχου συντελεστή OLS και πολύ κοντά στο μηδέν. Η επίδραση από τον μέσο βαθμό των quiz είναι περισσότερο ενισχυτική σχεδόν για όλα τα εκατοστημόρια κάτω του [0,50] και λιγότερο ενισχυτική σχεδόν για όλα τα μεγαλύτερα του [0,50] εκατοστημόρια. Η επίδραση από τον βαθμό γραπτής εργασίας είναι μηδενική έως πολύ μικρή για τα εκατοστημόρια μέχρι το [0,40], ενώ παρουσιάζει πορεία αυξητική-φθίνουσα από εκεί και μετά, με κορύφωση στο εκατοστημόρια [0,68 0,72], όπου ξεπερνάει και το άνω όριο του διαστήματος εμπιστοσύνης του συντελεστή OLS. Σε ότι αφορά τους συντελεστές για τους τρόπους μάθησης, η πληροφόρηση είναι σημαντικά πλουσιότερη

για την επίδρασή τους στον βαθμό γραπτής εξέτασης. Για τα μέσα και ανώτερα εκατοστημόρια, φοιτητές που προτιμούν τον «λεκτικό» και τον «σκεπτικό» τρόπο μάθησης παρουσιάζουν καλύτερη επίδοση, ενώ οι φοιτητές που προτιμούν τον «ενορατικό» τρόπο μάθησης παρουσιάζουν καλύτερη επίδοση στα μέσα εκατοστημόρια. Οι συγγραφείς, κλείνοντας το άρθρο τους, αναφέρουν μια διαπίστωση σχετικά με την επιτυχία του επανασχεδιασμού του προγράμματος διδασκαλίας του μαθήματος Στατιστική Επιχειρήσεων: ο νέος σχεδιασμός του τρόπου προσφοράς του μαθήματος, με την εφαρμογή της διδακτικής στρατηγικής που καθιστά υπεύθυνους τους φοιτητές για τη μάθηση και τους ενεργοποιεί στη διαδικασία μάθησης, καθώς και η σωστή διαχείριση και διάχυση της πληροφόρησης από την ανάλυση των δεδομένων της έρευνάς τους, έχει οδηγήσει στη μείωση της σταδιακής φυγής των φοιτητών από το συγκεκριμένο μάθημα, που είχε παρατηρηθεί σε προηγούμενα εξάμηνα.

Συνολικά, τα παραπάνω αποτελέσματα καταδεικνύουν τις ερμηνευτικές δυνατότητες της QR στη διερεύνηση σημαντικών προβληματισμών στο χώρο της Χρηματοοικονομικής και δικαιολογούν τόσο την ευρεία εφαρμογή της, όσο και τις συνεχείς προσπάθειες επέκτασης σε νέους ερευνητικούς τομείς της.





## Μέρος 3ο: Tail risk.

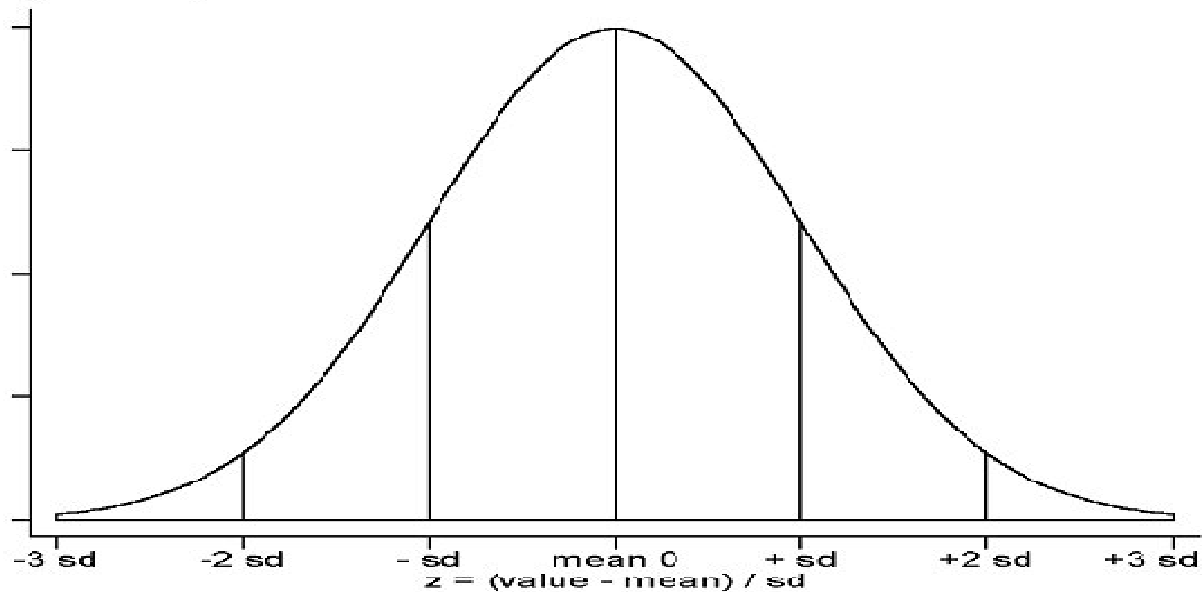
---

### **3.1 Tail risk – Εισαγωγικά**

Το tail risk είναι μία έννοια που μετά την πρόσφατη οικονομική κρίση έχει δεχθεί μεγάλη προσοχή. Το tail risk με απλά λόγια είναι ο κίνδυνος που υπάρχει σε κάθε μας ενέργεια, να γίνει κάποιο πολύ σπάνιο γεγονός αλλά με “καταστροφικές” ή πολύ “ευεργετικές” συνέπειες προς εμάς. Συγκεκριμένα για τον χρηματοοικονομικό κλάδο, η έννοια tail risk αναφέρεται σε γεγονότα που μπορεί να συμβούν με πολύ μικρή πιθανότητα πραγματοποίησης αλλά αν συμβούν μπορούν είτε να αποφέρουν τεράστια κέρδη είτε να οδηγήσουν σε τεράστιες απώλειες. Στην πρώτη περίπτωση αναφερόμαστε στο “right tail”, ενώ στην δεύτερη περίπτωση αναφερόμαστε στο “left tail risk”. Ποιο συγκεκριμένα το tail risk είναι, ανάλογα τις περιστάσεις, η πιθανότητα να υπάρξει μεταβολή π.χ. της τιμής μια μετοχής παραπάνω από τυπική απόκλιση (std) μακριά από τον μέσο. Ένα παράδειγμα: Έστω ότι έχουμε σαν δείγμα την stock market του Περού. Η τυπική απόκλιση και ο μέσος της Περουβιανής μετοχής έχουν εκτιμηθεί αντίστοιχα 1.618% και -1.081%. Χρησιμοποιώντας την κανονική κατανομή, για απλούστευση του παραδείγματος, η τιμή της μετοχής περιμένουμε να μην κυμανθεί περισσότερο από std, αφού με 99.73% πιθανότητα θα είναι μέσα σε αυτό το διάστημα (είτε αρνητική μεταβολή είτε θετική  $\pm$  std). Παρόλα αυτά την “τάδε” ημερομηνία η μετοχή ενώ περιμέναμε να είχε μία μεταβολή maximum (-)5.935%, μεταβλήθηκε κατά 8.457%. Άρα παρατηρούμε ότι υπήρξε μία πτώση της τιμής της μετοχής πάνω από std για 22 από τις 3211 (0.69%) ημέρες που παρατηρούσαμε την τιμή της. Δηλαδή παρόλο που η πιθανότητα να πέσει η τιμή της πάνω από std ήταν πολύ χαμηλή, 0.135% , υπήρξε 0.69% των παρατηρήσεων που κάναμε όπου η τιμή της έπεσε παραπάνω από το αναμενόμενο.

Σχηματικά:

**Διάγραμμα 3.1:**



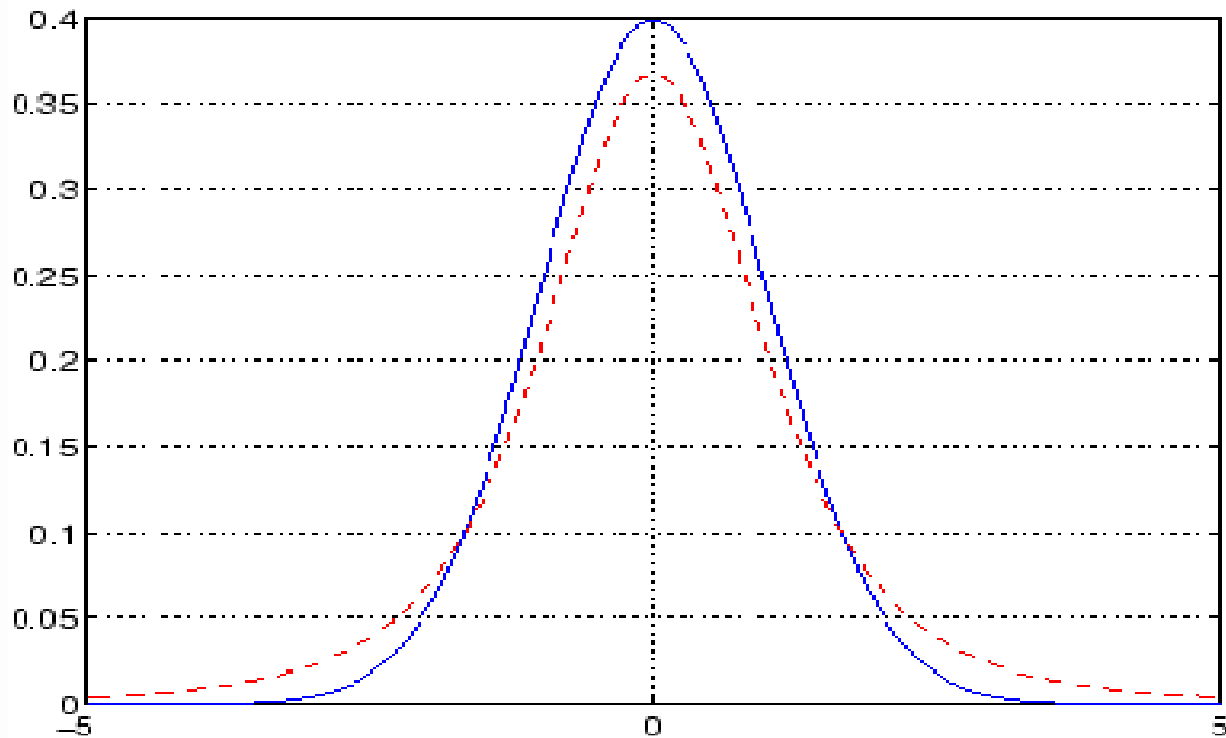
Στο παραπάνω σχήμα βλέπουμε την πιθανότητα μεταβολής της τιμής της μετοχής μέσα στα όρια του αναμενόμενου, σύμφωνα με την κανονική κατανομή πάντα. Βλέπουμε ότι η πιθανότητα όσο πάμε όλο και πιο μακριά από τον μέσο είναι πολύ μικρή και παρόλο που φαίνεται να μην συνεχίζει πέρα από τις  $-3\text{ std}$  στην πραγματικότητα υπάρχει συνέχεια της γραμμής αυτής που τείνει, αλλά δεν ακουμπάει, τον οριζόντιο άξονα. Αυτό είναι το tail risk και συγκεκριμένα το left tail risk.

Τώρα το πρόβλημα που υπάρχει με την απλούστευση του παραδείγματος που ανέφερα παραπάνω είναι ότι η κανονική κατανομή υποθέτει ότι οι μεταβλητές μας είναι συμμετρικά κατανομημένες, κάτι που στην πραγματικότητα δεν συμβαίνει ποτέ. Αυτό λοιπόν είναι και ένα λάθος που γίνεται στον υπολογισμό του tail risk. Έννοιες όπως το kurtosis και το skewness, πρέπει να ληφθούν υπόψη. Το kurtosis risk υποδηλώνει ότι παρατηρήσεις είναι διεσπαρμένες με ένα ευρύτερο τρόπο από αυτόν που η κανονική κατανομή μπορεί “να διαβάσει”. Με άλλα λόγια, μπορεί να έχουμε λιγότερες παρατηρήσεις κοντά στο μέσο όρο και περισσότερες παρατηρήσεις στις ακραίες

περιπτώσεις, είτε πολύ παραπάνω ή πολύ κάτω από το μέσο όρο σε σύγκριση με την “καμπανοηδή” μορφή της καμπύλης που έχει η κανονική κατανομή.

Σχηματικά:

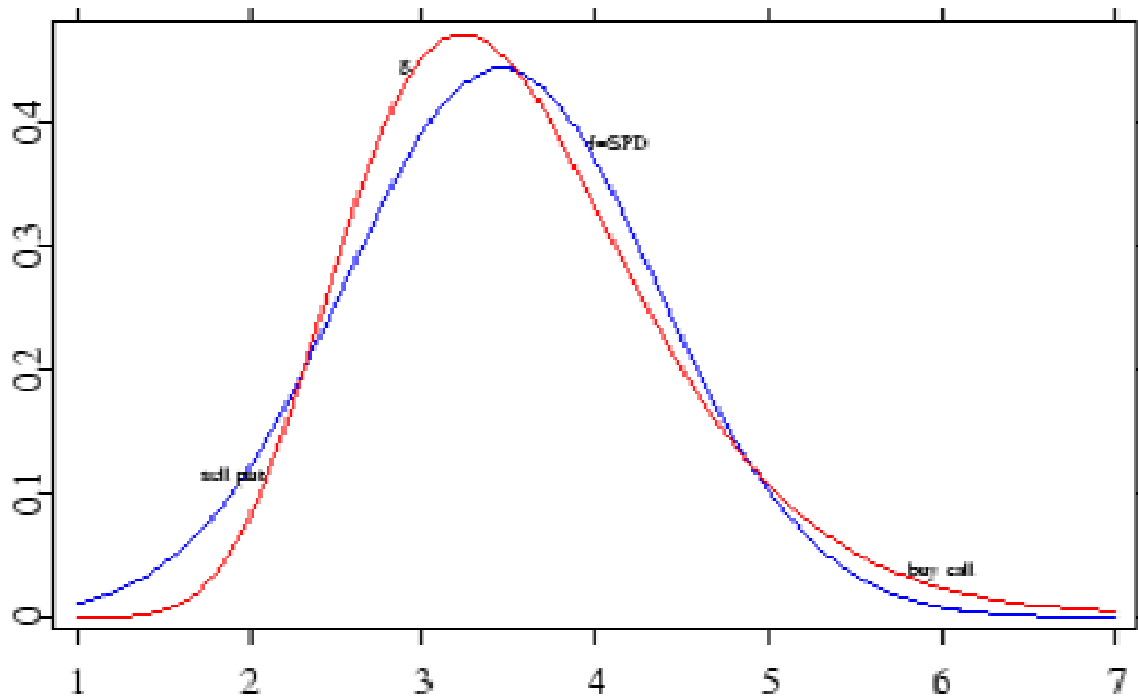
**Διάγραμμα 3.2:**



Βλέπουμε δηλαδή ότι η κόκκινη διακεκομμένη καμπύλη να έχει πιο παχιά tails (άρα και μεγαλύτερη πιθανότητα ένα extreme event συμβεί), ενώ η μπλε πιο λεπτά. Αγνοώντας λοιπόν το kurtosis θα είχαμε σαν αποτέλεσμα να πάρουμε τιμές που θα υποτιμούσαν τον κίνδυνο που διατρέχουμε από το tail risk σε ένα περιβάλλον με υψηλό kurtosis. Από την άλλη πλευρά το skewness risk, αναφέρεται στον κίνδυνο οι μεταβλητές μας να μην είναι γύρω από την μέση τιμή αλλά διασκορπισμένες. Αυτό θα έχει σαν συνέπεια ο μέσος και η διάμεσος, στην πραγματικότητα, να είναι διαφορετικοί από αυτούς που θα εκτιμούσαμε με την κανονική κατανομή.

Σχηματικά:

**Διάγραμμα 3.3:**



Βλέπουμε λοιπόν ότι η κόκκινη καμπύλη έχει διαφορετικό μέσο και διάμεσο από την μπλε καμπύλη. Έτσι αγνοώντας το skewness risk υποθέτοντας πως οι τιμές μας είναι συμμετρικά κατανομημένες, ενώ δεν είναι, διατρέχουμε τον κίνδυνο να έχουμε μεταβλητές με υψηλό skewness.

Έχουν γραφτεί αρκετά papers για risk measures που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τα οποία είμαι tail risk free και το καθένα έχει τις δικές του “ιδιαιτερότητες”. Risk measures όπως το VAR, το CVAR και άλλα, έχει αποδειχθεί ότι δεν είναι tail risk free και πως παρόλη την χρησιμότητα τους αλλά και την ευρεία εφαρμογή τους, δεν είναι σε θέση να λάβουν υπόψιν την πληροφορία που βρίσκεται στα tails της κατανομής μετά από ένα συγκεκριμένο threshold.

## **3.2 VaR - CVaR - Stress Testing**

Σε αυτό το κομμάτι της εργασίας θα αναφέρω κάποια μοντέλα υπολογισμού του ρίσκου και συγκεκριμένα, υπολογισμού ακραίων τιμών και γεγονότων.

### **3.2.1 Value at Risk (VaR)**

Ο Danielson προσδιορίζει τρεις βασικές έννοιες κινδύνου αυξανόμενης πολυπλοκότητας:

- Μεταβλητότητα. Το παραδοσιακό μέτρο κινδύνου, που είναι ουσιαστικά ανεπαρκές για τον χρηματοοικονομικό κίνδυνο. Αναφέρεται στην τυπική απόκλιση των αποδόσεων. Ωστόσο είναι εξαιρετικά παραπλανητική έννοια κινδύνου (βλ. Σχήμα 1.1).
- Value at Risk. Το θεμέλιο των κανονισμών κινδύνου της αγοράς, που αν και αναπόφευκτο κάθε άλλο παρά αψεγάδιαστο είναι.
- Συνεπή μέτρα κινδύνου. Ο προτεινόμενος τρόπος μέτρησης κινδύνου, που δυστυχώς ενέχει δύσκολο υπολογισμό.

Βάσει της Διεθνούς Τράπεζας Διακανονισμών, το Value at Risk είναι βιομηχανικό πρότυπο για τον προσδιορισμό της έκθεσης στον κίνδυνο της αγοράς σχετικά με τους υπολογισμούς για την επάρκεια κεφαλαιακών αποθεμάτων και ενθαρρύνεται έντονα η χρήση από ρυθμιστικές υπηρεσίες (regulatory agencies), όπως η Morgan Guaranty Trust Company, Global Research.

Η Αξία σε Κίνδυνο (Value at Risk ή VaR), σύμφωνα με τον Ramazan είναι ένα μέτρο της μέγιστης δυνατής αλλαγής στην τιμή ενός χαρτοφυλακίου από χρηματοοικονομικά εργαλεία σε δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Το επόμενο παράδειγμα από το τεχνικό έγγραφο RiskMetrics εξηγεί την ιδέα:

Υποθέστε πως μια Ευρωπαϊκή επιχείρηση διακρατεί \$120 εκατομμύρια. Αν η συναλλαγματική ισοτιμία \$/€ είναι 1,2 \$/€ τότε η αγοραία αξία της θέσης είναι €100 εκατομμύρια, που είναι και η συνολική έκθεση (exposure) της επιχείρησης. Εάν η ισοτιμία μειωθεί, η επιχείρηση θα έχει απώλειες, ενώ αν αυξηθεί θα ήταν γεγονός θετικό για την επιχείρηση. Η τυπική απόκλιση των κερδών στην ισοτιμία \$/€ θα μπορούσε να θεωρηθεί ένας δείκτης της ενδεχόμενης αλλαγής στη συναλλαγματική ισοτιμία. Η τυπική μεθοδολογία υποθέτει πως οι τυποποιημένες αποδόσεις στην ισοτιμία \$/€ είναι κανονικά κατανομημένες. Έτσι, δεδομένης της τιμής της ημερήσιας τυπικής απόκλισης, μπορεί να υπολογιστεί μια υποτιθέμενη πτώση στη συναλλαγματική ισοτιμία τη μία ημέρα. Ακόμη, κατά Best [13], ένας γενικός επίσημος ορισμός της VaR μπορεί να αποτελέσει η φράση :

Η αξία σε κίνδυνο (Value at Risk ή VaR) είναι το μέγιστο ποσό χρημάτων που μπορεί να απολεσθεί σε ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο κατά τη διάρκεια μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου, δεδομένου ενός επιπέδου εμπιστοσύνης.

Συχνά το VaR υπολογίζεται για χρονική περίοδο μιας ημέρας —γνωστή ως η περίοδος διακράτησης (holding period)— και συνήθως υπολογίζεται με 99% επίπεδο εμπιστοσύνης, που σημαίνει πως (κατά μέσο όρο) υπάρχει 99% πιθανότητα να είναι κάποια απώλεια του χαρτοφυλακίου μικρότερη από την υπολογισμένη VaR. Έτσι ένας απλοϊκός ορισμός του VaR είναι πως δίνει το μέγιστο χρηματικό ποσό που μπορεί να χαθεί σε ένα χαρτοφυλάκιο μέσα σε 24 ώρες, με πιθανότητα 99%.

Ο ορισμός της περιόδου διακράτησης είναι αρκετά σημαντικός, επειδή όσο μεγαλύτερος είναι, τόσο μεγαλύτερη και η αξία σε κίνδυνο. Το επίπεδο ή διάστημα εμπιστοσύνης είναι επίσης σημαντικό, καθώς αν μια τράπεζα ορίζει 95% επίπεδο εμπιστοσύνης σημαίνει πως το υπόλοιπο 5% αντιστοιχεί σε μία ημέρα στις 20, ενώ αν ορίσει 99% επίπεδο εμπιστοσύνης σημαίνει πως το υπόλοιπο 1% αντιστοιχεί σε μία ημέρα στις 100, δηλαδή σε γεγονότα που συμβαίνουν μία φορά κάθε 4 μήνες περίπου.

### **3.2.1.1 Ο υπολογισμός του VaR**

Αν υποθέσουμε πως έχουμε μία τυχαία μεταβλητή  $X$  με continuous distribution function  $F$  που μοντελοποιεί τις απώλειες ή την ζημία για ένα συγκεκριμένο χρηματοοικονομικό αγαθό και για ένα συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα. Το VaR τότε μπορεί να ορισθεί ως το  $p$ -οστό quantile της κατανομής  $F$

$$VaR_p = F^{-1}(1 - p)$$

Όπου  $F^{-1}$  είναι η λεγόμενη Quantile Function ορισμένη όπως έχουμε αναφέρει ως η αντίστροφη της  $F$ .

Για υπολογισμό εσωτερικού ρίσκου, οι περισσότερες εταιρείες χρησιμοποιούν ένα 5% VaR για περίοδο μίας ημέρας.

### **3.2.1.2 Μειονεκτήματα VaR:**

Πρέπει να τονιστεί (Best) πως το VaR λαμβάνει υπόψη το αποτέλεσμα διαφοροποίησης της διαφοροποίησης που πιθανότατα υπάρχει στο χαρτοφυλάκιο. Δηλαδή ο παράγοντας μείωσης του κινδύνου συμπεριλαμβάνεται ολοκληρωτικά στο μέτρο VaR. Λόγω του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος (Central Limit Theorem), κατά τους

Albanese και Lawi, ένα τέλεια διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο δίδει κανονικές αποδόσεις. Σημαντικές αποκλίσεις οφείλονται λόγω ατελών στρατηγικών διαφοροποίησης ή λόγω του κινδύνου διαφοροποίησης (diversification risk). Επίσης, αν και το VaR μας φανερώνει πως, για παράδειγμα, κατά μέσο απώλειας όρο, μία στις 20 ημέρες θα έχουμε μεγαλύτερη απώλεια από την υπολογισμένη (το VaR σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%) δε μας δίδει το μέγεθος αυτής της απώλειας. Επομένως το VaR δεν είναι αυτόνομα επαρκές για την αποτελεσματική διαχείριση κινδύνου της αγοράς. και απροσδόκητες αλλαγές τιμών. Το VaR δεν έχει σχεδιασθεί για να αντιμετωπίζει αυτές τις ακραίες αλλαγές τιμών.

Τα δύο αυτά μειονεκτήματα αμβλύνονται με τη συμπληρωματική τακτική του VaR, τον έλεγχο πίεσης (stress testing). VaR και stress testing μαζί παρέχουν τη βάση για ένα περιεκτικό πλαίσιο μέτρησης του κινδύνου αγοράς, σύμφωνα με τον Best.

### **3.2.2 Stress Testing**

Ο έλεγχος πίεσης (stress testing), σύμφωνα με τον Best, αποτελείται από την εφαρμογή προκαθορισμένων τιμών στα περιουσιακά στοιχεία που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο και εργασία στις αλλαγές της αξίας του χαρτοφυλακίου λόγω αυτών των τιμών. Γενικότερα για συγκεκριμένα παράγωγα προϊόντα δεν είναι δυνατόν να προσδιοριστεί η μέγιστη απώλεια, μιας και αν πωληθεί ένα παράγωγο προϊόν ο πωλητής είναι υπεύθυνος για κάθε ύψος απώλειας. Έτσι δεν είναι δυνατόν πάντοτε για ένα χαρτοφυλάκιο να προσδιοριστεί η μέγιστη απώλεια. Ωστόσο πρέπει να είμαστε ικανοί να προσδιορίζουμε τη μέγιστη απώλεια του χαρτοφυλακίου στις ακραίες συνθήκες της αγοράς. Για αυτό και χρησιμοποιούμε ακραίες αλλαγές τιμών στο χαρτοφυλάκιο με αναφορά (αλλά όχι περιορισμό) στις ακραίες τιμές του παρελθόντος. Δυστυχώς αυτή η διαδικασία είναι προβληματική επειδή η χρήση τιμών του παρελθόντος δεν συμβαδίζει πάντα με τις συνθήκες της αγοράς που πιθανώς έχουν αλλάξει. Επομένως, η ανάλυση παλαιών αλλαγών στις τιμές έχει περιορισμένη εγκυρότητα στην αγορά του σήμερα. Στην πραγματικότητα οι διαχειριστές κινδύνου πρέπει να χρησιμοποιήσουν έναν συνδυασμό ιστορικής πιθανότητας και της δικής τους υποκειμενικής κρίσης για την πιθανότητα ενός τέτοιου γεγονότος στην αγορά του σήμερα. Η κύρια εργασία του stress testing είναι να ταυτοποιεί τα σενάρια που θα μπορούσαν να προκαλέσουν σημαντικές απώλειες σε έναν χρηματοοικονομικό οργανισμό έτσι ώστε ένας διαχειριστής κινδύνου να ενημερώσει τα στελέχη του οργανισμού του για τους κινδύνους και να αποφασίσουν με πιο στέρεα κριτήρια για το εάν είναι πρόθυμοι να τους αποδεχθούν.

### 3.2.3 CVaR (ή Expected shortfall)

Η αναμενόμενη υπό συνθήκη ζημία της υπέρβασης της Αξίας σε Κίνδυνο ( expected loss conditional on exceeding VaR) ή αλλιώς CVaR ("Conditional VaR", "Tail VaR" ή "Expected Shortfall" ή "ES") αναπτύχθηκε από τους Artzner, Delbaen, Eber και Heath.] Τονίζεται όμως από Grootveld και Hallerbach πως πιθανώς η χρήση του υπονοεί ουδετερότητα στο ρίσκο σε σχέση με το εύρος των απωλειών, ένα ανεπιθυμητό χαρακτηριστικό. Το CVaR ορίζεται από Consigli ως η αναμενόμενη απόδοση πέραν από την αξία σε κίνδυνο (value at risk) με δεδομένο διάστημα εμπιστοσύνης  $\alpha$  και μαθηματικά:

$$CVaR_{\alpha}(X) = E[-X | -X \geq VaR_{\alpha}(X)]$$

όπου  $VaR_{\alpha}(X) = -\inf\{z | P(X \leq z) > \alpha\}$ , το VaR με συντελεστή  $\alpha$ . Μειονέκτημα του CVaR, παρά τα θεωρητικά του πλεονεκτήματα που συζητούνται παρακάτω, και εκτός από το δύσκολο υπολογισμό του, είναι, κατά τους Yamai και Yoshihara, πως χρειάζεται πολύ περισσότερα δεδομένα για backtesting (βλ. 1.5) από το VaR.

1. μονότονη (monotonous):  $X, Y \in V, Y \geq X \Rightarrow p(Y) \leq p(X)$
2. υποπροσθετική (subadditive):  $X, Y, X+Y \in V \Rightarrow p(X+Y) \leq p(X) + p(Y)$
3. Θετικά ομογενής (positively homogenous):  
 $X \in V, h > 0, hX \in V \Rightarrow p(hX) = hp(X)$  και
4. μεταφραστικά αμετάβλητη (translational invariant):  
 $X \in V, a \in R \Rightarrow p(X+a) = p(X) + a,$

όπου  $X, Y, Z$  τυχαίες μεταβλητές αποδόσεων (απωλειών και κέρδους) αντίστοιχων χαρτοφυλακίων με συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα  $T$ , ενώ  $p(\bullet)$  είναι το μέτρο κινδύνου του υποκείμενου χαρτοφυλακίου.

Το σημαντικότερο από αυτά τα αξιώματα είναι το δεύτερο (subadditivity) που αποτελεί και την κυριότερη αδυναμία του VaR έναντι του CVaR. Στο CVaR η διαφοροποίηση δεν οδηγεί στην περίπτωση του σε χαμηλότερο κίνδυνο κατά τον Danielson δίδοντάς του θεωρητικό πλεονέκτημα έναντι του VaR. Η υποπροσθετικότητα (subadditivity) επιτρέπει ένα χαρτοφυλάκιο που είναι σύνολο μικρότερων χαρτοφυλακίων (sub-portfolios) να έχει κίνδυνο που είναι το πολύ ίσος με το άθροισμα των κινδύνων του κάθε μικρότερου



χαρτοφυλακίου. Παράδειγμα αποτελεί η κατάλληλη διάσπαση ενός χαρτοφυλακίου ώστε να μειωθεί η πιστωτική έκθεση του χαρτοφυλακίου ή τα υποχρεωτικά κεφάλαια (capital requirement), χωρίζοντας τεχνητά τα διαθέσιμα περιουσιακά στοιχεία σε μικρότερα χαρτοφυλάκια.

Ακόμη, η αναζήτηση συνεπών μέτρων κινδύνου έχει σκοπό να βρεθούν μέτρα που λαμβάνουν υπόψη όχι μόνο τα ποσοστημόρια της κατανομής απωλειών στο συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha$ , αλλά επίσης πληροφορίες σχετικά με την αναμενόμενη απώλεια που θα μπορούσε να συμβεί με πιθανότητα μικρότερη του  $\alpha$ , όπως συμβαίνει και στο CVaR.

Η συνέπεια θεωρείται απαραίτητη από τους Albanese και Lawi και στην περίπτωση χαρτοφυλακίων που είναι εκτεθειμένα σε πιστωτικό και ασφαλιστικό κίνδυνο, καθώς οι κατανομές των αποδόσεων συνήθως αποκλίνουν σημαντικά από την κανονική λόγω των συνδεόμενων μεγάλων απωλειών με γεγονότα μικρής πιθανότητας, όπως οι κρίσεις.

### **3.3 Αξιολόγηση των μέτρων VaR και CVaR**

Οι πληροφορίες που παρέχει η συγκεκριμένη προσέγγιση χαρακτηρίζονται από απλότητα και σαφήνεια και μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τις ρυθμιστικές αρχές, τους μάνατζερ εταιρειών και ιδρυμάτων, καθώς και από εσωτερικούς και εξωτερικούς ελεγκτές. Επίσης οι τράπεζες μπορούν να καθορίσουν όρια στους διαπραγματευτές συναλλάγματος και χρεογράφων σε όρους του VaR, επιπρόσθετα στο σύστημα οριοθέτησης των θέσεων (Position Limit System) που ισχύει παραδοσιακά. Επιπλέον, με τη χρήση του VaR είναι δυνατή η σύγκριση θέσεων σε διαφορετικές αγορές ή διαφορετικά προϊόντα σε καθημερινή, μηνιαία και ετήσια βάση,

Το κυριότερο πλεονέκτημα του VaR, σύμφωνα με τον Best , είναι πως μπορεί να εφαρμοσθεί σε όλα τα εμπορεύσιμα προϊόντα. Επίσης, αν και διάφοροι τομείς επενδύσεων μιας επιχείρησης μπορεί να είναι διαφορετικοί, λόγω της ομοιογένειας του μέτρου, μπορούν να συγκριθούν άμεσα. Κάτι παρόμοιο δεν επιτυγχάνεται από τα παραδοσιακά μέτρα κινδύνου.

Άλλο πλεονέκτημα σε σχέση με τα παραδοσιακά μέτρα είναι πως το VaR συνοδεύεται με μια πιθανότητα και επίσης λαμβάνει υπόψη τα διαφορετικά περιουσιακά στοιχεία σε ένα χαρτοφυλάκιο και το πως αυτά συνδυάζονται μεταξύ τους, αφήνοντας στη διαφοροποίηση να μειώσει τον μετρούμενο κίνδυνο.

Πλέον το VaR είναι de facto το ελάχιστο απαιτούμενο μέτρο ανάλυσης κινδύνου σε όλες τις ρυθμιστικές αρχές των αναπτυσσόμενων χωρών. Οι ρυθμιστικές αρχές επιτρέπουν τη χρήση του VaR από τις τράπεζες για να ρυθμίσουν το απαιτούμενο κεφάλαιο που μάλιστα με αυτή τη μέθοδο υπολογισμού είναι συνήθως χαμηλότερο σε σχέση με τις πιο παραδοσιακές μεθόδους αφήνοντας χώρο στην τράπεζα να μοχλεύσει το κεφάλαιό της πιο αποδοτικά.

Ωστόσο το VaR δεν είναι πανάκεια καθώς αναφέρεται σε αγορές που συμπεριφέρονται «κανονικά» και δεν είναι επαρκές για τις συχνά ακραίες που παρατηρούνται στις σύγχρονες χρηματοοικονομικές αγορές. Για αυτό και πρέπει να συνδυαστεί με το backtesting και stress testing ώστε να παρέχει ένα πολυσήμαντο πλαίσιο ανάλυσης διαχείρισης κινδύνου.

Επίσης αναφέρεται πως υπάρχουν κάποια ερωτηματικά σχετικά με το ποια είναι η καταλληλότερη μέθοδος για την εκτίμηση της διακύμανσης της απόδοσης μιας μετοχής ή ενός χαρτοφυλακίου περιουσιακών στοιχείων. Επίσης υπάρχει περίπτωση η μεθοδολογία VaR να προσφέρει υποεκτιμημένα αποτελέσματα, εάν οι αποφάσεις ενός περιουσιακού στοιχείου ή ενός χαρτοφυλακίου ξαφνικά μεταβληθούν κατά μη προβλέψιμο τρόπο, λόγω μιας δομικής αλλαγής της υποκείμενης οικονομίας μιας χώρας.

Ακόμη οι ζημίες υπολογίζονται υποθέτοντας ότι τα περιουσιακά στοιχεία μπορούν να πωληθούν στις τρέχουσες αγοραίες τιμές. Ωστόσο, εάν η επιχείρηση έχει στην κατοχή της σε μεγάλο βαθμό μη ρευστοποιήσιμα στοιχεία —που σημαίνει ότι δεν μπορούν να μεταπωληθούν γρήγορα— το VaR μπορεί να υποεκτιμά της πραγματικές ζημίες, αφού τα στοιχεία ίσως χρειάζεται να πωληθούν με έκπτωση.

Επίσης κατά Artzner et al το VaR δεν είναι συνεπές μέτρο για γενικές κατανομές αποδόσεων (general return distributions), ενώ είναι για μονοκόρυφες ( unimodal ), όπως η κανονική και η Student-t.

Επιπλέον κατά τους Grootveld και Hallerbach το VaR δεν παρέχει πληροφορίες για την κατανομή των αποδόσεων χαρτοφυλακίου κάτω από το επίπεδο εμπιστοσύνης που ορίζουμε. Επομένως είναι πρακτικά απίθανο ένας επενδυτής να είναι αδιάφορος μεταξύ δύο χαρτοφυλακίων που έχουν την ίδια αναμενόμενη απόδοση και το ίδιο VaR όταν η κατανομή των αποδόσεων του ενός χαρτοφυλακίου έχει κοντύτερη αριστερή ουρά (δηλαδή σχετικά μικρές πιθανότητες μεγαλύτερων απωλειών από το VaR) και το άλλο μακρύτερη αριστερή ουρά (σχετικά μεγάλες πιθανότητες μεγάλων απωλειών). Η πιθανή διαφυγή από αυτό το πρόβλημα είναι το μέτρο CVaR.

Ο Danielson τονίζει πως όλα τα μοντέλα έχουν σοβαρά προβλήματα με έλλειψη σταθερότητας σε υψηλούς κινδύνους μεταβλητότητας, υπονοώντας πως σε πολλές περιπτώσεις οι εκτιμήσεις τους θα είναι όσο ακριβείς όσο ο τροχός της ρουλέτας που χρησιμοποιείται για τις προβλέψεις κινδύνου.

Κύρια προβλήματα του VaR είναι πως δε δείχνει τις πιθανές απώλειες, δεν είναι συνεπές μέτρο κινδύνου, και εξαρτάται από ένα απλό ποσοστό της κατανομής κερδών και απωλειών (Profit & Loss ή P & L distribution) υπονοώντας πως είναι εύκολο να χειραγωγηθεί το μέτρο με ειδικά σχεδιασμένες εμπορικές στρατηγικές. Επιπλέον, αφορά μόνο το 99% του επιπέδου απωλειών έχοντας πολύ μικρή σχέση με την πιθανότητα χρεοκοπίας, έντονων χρηματοοικονομικών δονήσεων, ή συστημικών αποτυχιών.

Ακόμη, ο Danielson περιγράφει πως από τη στιγμή που οι αριθμοί του VaR είναι ποσοστημόρια P & L κατανομών είναι αναμενόμενο να έχουν μεγάλη μεταβλητότητα, καθώς μπορούν για παράδειγμα τη μια ημέρα να διπλασιάζονται και την επομένη να υποδιπλασιάζονται.

Επίσης προκύπτει πως αν στα όρια του VaR προσκολλούνται οι αναλυτές, το κόστος της ισορρόπησης του χαρτοφυλακίου θα ήταν υψηλό. Αυτό το έχουν αντιληφθεί και η χρηματοοικονομική βιομηχανία και οι ελεγκτές υποχρεωτικών κεφαλαίων και για αυτό πολλές επιχειρήσεις λέγεται (ανέκδοτες πληροφορίες) πως χρησιμοποιούν συγκεκριμένες ad hoc διαδικασίες εξομάλυνσης των παραγόντων κινδύνου. Έτσι για παράδειγμα μια τράπεζα

- Ενημερώνει τη μήτρα συνδιακύμανσης κάθε τρεις μήνες ή
- Χειρίζεται τις προβλέψεις κινδύνου από μοντέλα υπό συνθήκη μεταβλητότητας ως τα ad hoc άνω όρια των καθημερινών ορίων κινδύνου ή
- Εναλλακτικά εξομαλύνονται διαχρονικά οι μήτρες συνδιακυμάνσεων.

Κλείνοντας, οι Engle και Manganelli τονίζουν πως το VaR επιτελεί μια πολύ σημαντική λειτουργία, όταν εφαρμόζεται εσωτερικά σε μια επιχείρηση. Ωστόσο αμφισβητείται η χρησιμότητά του για ρυθμιστικούς λόγους προς το παρόν. Αυτό επειδή η θεμελίωση των ρυθμίσεων για τον κίνδυνο αγοράς σε αυτό το μέτρο κινδύνου μπορεί να οδηγήσει σε εμπόδια εισόδου και να αυξήσει παράλογα τον τραπεζικό και συστημικό κίνδυνο. Η απαίτηση για τη σωστή εκτίμηση της μοντελοποίησης κινδύνου για επιδεξιότητα και μεράκι μπορεί να θέσει τις λανθασμένα εκτιμημένες τιμές έως και σε αχρηστία. Ή χειρότερα, μπορεί να επιβάλει στην επιχείρηση σημαντικές, αλλά μη αναγκαίες

απώλειες εξαιτίας της λανθασμένης κατανομής του κεφαλαίου ή υπερβολικής ισοσκέλισης του χαρτοφυλακίου.

## **3.4 Hill estimator**

### **3.4.1 Hill estimator – εισαγωγικά**

Υπάρχουν εμπειρικές αποδείξεις ότι οι κατανομές των αποδόσεων των μετοχών και άλλων asset είναι τυπικά λεπτόκυρτη (leptokurtic), πράγμα που σημαίνει, η unconditional return κατανομή δείχνει μεγάλα peaks (Κορυφή στο κέντρο της κατανομής) και παχιά tails. Όπως έχει τονιστεί το τελευταίο φαινόμενο έχει ιδιαίτερη σημασία αφού όσο η συχνότητα και το magnitude των Outliers – συγκρινόμενα με τυπικές γκαουσιανές κατανομές – μεγαλώνουν όσο τα tails γίνονται πιο παχιά. Παρόλο λοιπόν που η εκτίμηση των tails μιας κατανομής είναι πάρα πολύ σημαντική για διάφορες εφαρμογές (όπως η ανάλυση ρίσκου), λίγη σημασία έχει δοθεί κυρίως λόγω των δυσκολιών που έχει η εκτίμηση τους. Συνήθως, η εμπειρική εκτίμηση των tails απαιτεί τη δημιουργία υπόθεσης για την κατανομή που αυτά ακολουθούν. Κάποιος μπορεί να διάλεγε την Student-t ή την stable distribution ή μια οποιοδήποτε fat-tailed κατανομή και έπειτα να υπολόγιζε κάποια στατιστική μεταβλητή που να μετρούσε το πόσο παχιά είναι τα tails. Δυστυχώς όμως αυτή η μέθοδος, σύμφωνα με διάφορους επιστήμονες, είναι μη πρακτική και αναλύσεις που μπορεί να βασιστούν σε αυτή την μέθοδο είναι ευαίσθητες σε σφάλμα μη σωστού προσδιορισμού (misspecification error). Για αυτό λοιπόν παραδοσιακές τεχνικές υπολογισμού των tails δεν δίνουν τα επιθυμητά αποτελέσματα και αυτό γιατί, όπως είναι φυσικό, “θυσιάζουν” την ακρίβεια τους στα tails για περισσότερη ακρίβεια στο μεσαίο κομμάτι της κατανομής.

Τα τελευταία χρόνια όμως, η EVT (extreme value theory) προσφέρει μια εναλλακτική προσέγγιση η οποία υπερπηδά αυτό το εμπόδιο. Η EVT “επιστρατεύει” μόνο ένα κομμάτι του data που έχει συλλεχθεί και συγκεκριμένα αυτό που αναφέρεται στο upper ή lower ακραίο percentile, κάνοντας έτσι το πρόβλημα της εκτίμησης να εστιάσει στα tails, και μόνο σε αυτά. Τα πλεονεκτήματα αυτής της προσέγγισης, όπως συνοψίζονται από τον Diebold et al (1998), είναι:

1. Η εκτίμηση σχεδιάζεται έτσι ώστε να επικεντρώνει την προσοχή της στο αντικείμενο ενδιαφέροντος, τα tails της κατανομής, παρά στο κέντρο της κατανομής.
2. Μια λογική και functional μορφή των tail μπορεί να σχηματιστεί από στοιχεία που λαμβάνονται υπόψη μετά την εκτίμηση.

Η EVT είναι βασισμένη στο θεώρημα του Fisher-Tippett, το οποίο αποδείχτηκε από τον Gnedenko (1943), το οποίο δίνει την limit distribution του location αλλά και του scale των standardized extremes. Καθώς το δείγμα, από το οποίο το παίρνουμε το maximum, τείνει στο άπειρο, η αθροιστική κατανομή του standardized maximum συγκλίνει στην κατανομή που είναι γνωστή ως γενικευμένη κατανομή των ακραίων τιμών (Generalized extreme value distribution – gev). Η μορφή που θα πάρει η gen κατανομή εξαρτάται από την παράμετρο που ονομάζεται tail index και μπορεί να πάρει τρεις μορφές. Μία μορφή που είναι σχετική με τα fat-tailed δεδομένα είναι η Frechet distribution μορφή. Μία επαρκή υπόθεση για την αθροιστική κατανομή των δεδομένων, για την μορφή ορίου τύπου Frechet, είναι ότι η αθροιστική κατανομή παίρνει συχνά διάφορες μορφές στο άπειρο, υπαινίσσοντας ότι το δεξιό tail της κατανομής δείχνει την ίδια υπερβολική μείωση (decline) όπως αυτήν που δείχνει η κατανομή Pareto. Το πλεονέκτημα βέβαια της χρησιμοποίησης της EVT είναι ότι δεν χρειάζεται καμία ιδιαίτερη γνώση για την κατανομή που ακολουθείται. Ο όρος του fat-tailedness, που χρησιμοποιείται από την EVT, είναι συμβατός με ένα ευρύ φάσμα τυχαίων μεταβλητών, όπως Pareto, Cauchy, Burr, Loggamma, Frechet, Stable, student-t τυχαίες μεταβλητές αλλά επίσης και διαδικασίες Garch. Έτσι λοιπόν το tail index μετράει το fat-tailedness (το πάχος των tails) της κατανομής και συνοψίζει την συμπεριφορά των άκρων (Το tail index, από εδώ και πέρα θα αναφέρεται ως “a”).

Ο πιο γνωστός και περισσότερο χρησιμοποιημένος extreme value estimator για το  $a$  είναι ο μη παραμετρικός estimator που δόθηκε από τον Hill (1975). Η μέθοδος του Hill χρησιμοποιείται ευρέως διότι συνδυάζει καλά εμπειρικά features, είναι εύκολο να εφαρμοστεί, έχει ισχυρές θεωρητικές ιδιότητες, είναι συνεπής (consistent) και ασυμπτωτικά κανονικός.

Εφαρμογές του Hill estimator και άλλων ειδών εκτιμητών, απαιτεί μία εκ των προτέρων επιλογή του αριθμού  $m_T$  των tail παρατηρήσεων (threshold) που θα συμπεριλάβουμε. Το τυπικό πρόβλημα του α) σχετικά μικρής διακύμανσης αλλά biased εκτίμησης εάν συμπεριλάβουμε πάρα πολλές παρατηρήσεις και β) υψηλή διακύμανση αλλά μικρό bias

στην εκτίμηση εάν συμπεριλάβουμε πολύ μικρό δείγμα, ισχύει και για αυτήν την περίπτωση. Είναι σύνηθες στις εκτιμήσεις να χρησιμοποιείται ένα κομμάτι του δείγματος που έχουμε όπως π.χ.  $m_T = [kT]$  με  $k=10\%$ . Ο Hall απέδειξε ότι το bias του  $\hat{\gamma}_T = \hat{a}_T^{-1}$  αυξάνεται στο  $m_T$  (η διακύμανση μειώνεται κατά  $m_T$ ). Άρα ένα μικρό  $m_T$  προτιμάτε εάν θέλουμε ένα μικρό bias ενώ μια σημαντική παρατήρηση που έγινε από τον Hall (1990) δείχνει πως εάν χρησιμοποιείται ένα  $m_T$  μεγαλύτερο του 0 τότε πάντα θα αντιμετωπίζουμε κάποιο bias.

### **3.4.2 Hill estimator - Περιγραφή μοντέλου**

*Το θεώρημα του Fisher-Tippet:* Έστω ότι  $(X_n)$  είναι μία σειρά από iid τυχαίες μεταβλητές. Εάν υπάρχει κάποιο  $a$  έτσι ώστε  $(a_n > 0)$ ,  $(b_n)$  και κάποια df  $H$  έτσι ώστε

$$P \left\{ a_n^{-1} \left( \max_{1 \leq k \leq n} X_k - b_n \right) \leq x \right\} \rightarrow H(x),$$

τότε η  $H$  ανήκει σε έναν από τους παρακάτω τύπους standard extreme value κατανομών:

*Gumbel*       $\Lambda(x) = \exp(-e^{-x}), \quad x \in \mathbb{R},$

*Frechet*       $\Phi_\alpha(x) = \exp(-x^{-\alpha}), \quad x > 0, \alpha > 0,$

*Weibull*       $\Psi_\alpha(x) = \exp(-(-x)^\alpha), \quad x \leq 0, \alpha > 0.$

Στη συνέχεια λέμε ότι η  $F$  είναι μέσα στο domain of attraction της  $H$  και ορίζουμε  $F \in D(H)$ . Μία ενοποιημένη παρουσίαση των τριών αυτών domains γράφεται ως εξής:

$$H_\gamma(x) = \exp(-(1 + \gamma x)^{-1/\gamma}),$$

με στόχο μας να υπολογίσουμε την παράμετρο  $\gamma = 1/a > 0$ . Σε αυτό το σημείο είναι που ο Hill (1975) πρότεινε τον Hill estimator για το  $\gamma = 1/a$  ο οποίος μπορεί να υπολογιστεί όπως ακολουθεί:

Για  $1 \leq i \leq n$ , ορίζουμε  $X_{i,n}$  για την  $i$ -th μεγαλύτερη τιμή του  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Ο Hill estimator που βασίζεται στις τιμές  $X_1, X_2, \dots, X_n$  είναι:

$$H_{k,n} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \log \frac{X_{n-i+1,n}}{X_{n-k,n}}$$

Σημειωτέον ότι το  $k$  είναι ο αριθμός των upper order statistics τον οποίο χρησιμοποιούμε για την εκτίμηση δηλαδή το  $m_T$  που αναφέρθηκε στο προηγούμενο μέρος. Ο Hill estimator είναι γνωστό ότι είναι συνεπής και κάτω από λογικά conditions ασυμπτωτικά κανονικός για iid δείγματα. Παρόλα αυτά όμως, έχει και κάποιες ιδιαιτερότητες που πρέπει να προσεχθούν:

1. Ο Hill estimator υπερεκτιμά κατά πολύ την παράμετρο  $a$  (στην σχέση  $\gamma = 1/a$ ) για δεδομένα με  $1.5 < a < 2$  (McCulloch (1997))
2. Ο Resnick (1997) και οι Forfack και Nolan (1999) παρατήρησαν ότι ο συγκεκριμένος εκτιμητής δεν αποδίδει καλά για data με  $1.5 < a < 2$
3. Ο παραδοσιακός Hill estimator όταν χρησιμοποιείται σαν διαγνωστικό εργαλείο είναι πιο αποτελεσματικός όταν η κατανομή είναι Pareto ή πολύ κοντά σε μία Pareto.

### 3.5 Μελέτες για Tail Risk

Η έννοια του tail risk, και γενικότερα τα μοντέλα που ασχολούνται με την πιθανότητα πραγματοποίησης ακραίων γεγονότων, έχουν λάβει μεγάλη προσοχή και έχουν γραφτεί πολλά Papers και άρθρα με κεντρικό θέμα τους τον κίνδυνο που παραμονεύει στα άκρα των κατανομών. Σε αυτό το κομμάτι θα γίνει μια σύντομη περίληψη για μελέτες και άρθρα που έχουν γραφτεί ανά τον κόσμο, είτε προτείνοντας μοντέλα για υπολογισμό του tail risk, είτε προσπαθώντας να βρουν μεθόδους μερικής διαφοροποίησής του ή ακόμα και προτάσεις για εξέλιξη του tail risk (βλέπε pk tail risk παρακάτω). Η παρουσίαση θα γίνει με τον ίδιο τρόπο που έγινε η αντίστοιχη για την Quantile Regression σε προηγούμενο μέρος της εργασίας.

**Οι Stephen J. Brown και Jonathan F. Spitzer (2006)** προτείνουν, όπως αναφέρουν, ένα απλό και ταυτόχρονα σταθερό (robust) μοντέλο μέτρησης του λεγόμενης tail ουδετερότητας (tail neutrality). Σύμφωνα με το μέτρο αυτό τα κεφαλαία υψηλού

κινδύνου είναι πιο ευαίσθητα στον κίνδυνο της αγοράς όταν η ίδια η αγορά βιώνει μία μεγάλη πτώση. Η άποψη αυτή ενισχύεται όταν λάβουμε υπόψη μας έναν αριθμό διαφορετικών «τύπων» χαρτοφυλακίων υψηλού κινδύνου. Επειδή το ρίσκο στα άκρα της κατανομής δεν μπορεί να διαφοροποιηθεί (τουλάχιστον όχι πλήρη διαφοροποίηση), για αυτόν τον λόγο όσο μεγαλύτερο είναι ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από επενδύσεις υψηλού κινδύνου, τόσο πιο πολύ συσσωρεύεται το tail risk παρά διαφοροποιείται. Όπως αναφέρουν, στην σημερινή αγορά το να επενδύσει κάποιος και να ξέρει ότι δεν έχει διακυμάνσεις “day-to-day” στην αγορά είναι κάτι που φαντάζει πολύ δελεαστικό. Η αλήθεια είναι πως πολλές στρατηγικές που εφαρμόζονται σήμερα στην αγορά μπορούν να το κάνουν αυτό. Δηλαδή εφαρμόζοντας μία στρατηγική επένδυσης μπορείς να είσαι σίγουρος, ή 99% σίγουρος, ότι οι αποδόσεις σου δεν θα έχουν καμία διακύμανση από αυτό που αναμένεις. Στην πραγματικότητα όμως αυτού του είδους η ασφάλεια, όπως αναφέρουν οι Stephen J. Brown και Jonathan F. Spitzer, είναι μια αυταπάτη. Μπορεί μέρα με τη μέρα οι αποδόσεις σε ένα χαρτοφυλάκιο που έχουμε να είναι σταθερές λόγω πολύπλοκων και καλά μελετημένων στρατηγικών που έχουμε εφαρμόσει, αλλά σε μία κρίση ρευστότητας για παράδειγμα, οι στρατηγικές αυτές μπορεί να επιφέρουν τεράστιες απώλειες για το χαρτοφυλάκιο.

Στο μοντέλο που δίνουν έχουν χρησιμοποιήσει δεδομένα για hedge funds από την βάση δεδομένων TASS, Οκτώβριος του 2005. Ο πίνακας των δεδομένων που χρησιμοποίησαν δίνεται παρακάτω:

**Πίνακας 3.1:**

	Number of funds	Funds Ceased Reporting	Average Obs per fund	Min. obs.	Max. obs.
<i>All funds</i>	1162	488	35.99	10	119
<i>Funds-of-funds</i>	157	50	36.86	10	117
<i>Convertible Arbitrage</i>	48	17	38.21	12	109
<i>Dedicated short Bias</i>	12	6	43.42	11	82
<i>Emerging Markets</i>	25	17	48.64	12	108
<i>Equity Market Neutral</i>	70	32	36.79	10	108
<i>Event Driven</i>	131	48	39.66	10	111
<i>Fixed Income Arbitrage</i>	44	16	34.05	10	96
<i>Global Macro</i>	41	18	31.44	11	109
<i>Long short Equity</i>	487	219	35.11	10	119
<i>Managed Futures</i>	104	45	32.65	11	89

Πηγή: Stephen J. Brown και Jonathan F. Spitzer (2006)



Χρησιμοποιώντας λοιπόν τα παραπάνω δεδομένα καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι όλες οι μορφές hedge funds, εκτός από περιπτώσεις σταθερής απόδοσης από τέλειο arbitrage, έχουν μεγάλο correlation με τον δείκτη S&P 500. Όπως εξηγούν ακόμη και funds που παρουσιάζονται ως “Market Neutral” έχουν υψηλή συσχέτιση με τον S&P500. Για αυτό τον λόγο άλλωστε βλέπουμε πλέον τον όρο “market neutrality” να χρησιμοποιείται όλο και λιγότερο πλέον και την θέση του να παίρνει ο όρος “absolute return” που περιγράφει καλύτερα αυτό που «κάνουν» τα hedge funds. Αναλύοντας τα αποτελέσματα τους βλέπουν πως τα correlations μπορούν να χαρακτηριστούν, από κάποιους, μικρά. Αλλά ακόμα και αν συμβαίνει αυτό, το ερώτημα που θέτουν είναι: “Οι επενδυτές όμως θα είναι εφησυχασμένοι;” Η απάντηση είναι όχι γιατί όπως διαπιστώνουν και οι ίδιοι, χρησιμοποιώντας μοντέλα υπολογισμού του tail neutrality, τα hedge funds είναι πολύ πιο correlated στον κίνδυνο της αγοράς εάν αυτή περνάει από μία μεγάλη πτώση. Ακόμη υποστηρίζουν πως υπάρχουν δεδομένα που παρουσιάζουν την λεγόμενη “καθυστερημένη επιρροή” σε hedge funds από μία πτώση στην αγορά. Έτσι ακόμα και αν οι επενδύσεις μας προς το παρόν δεν δείχνουν να έχουν διακυμάνσεις στις αποδόσεις τους, μπορεί απλά η πτώση ...να μην τις έχει “πιάσει” ακόμη. Αλλά αναπόφευκτα αυτό θα γίνει.

**Οι Yasuhiro Yamai and Toshinao Yoshiba (2002)** συγκρίνουν το CVaR ή expected shortfall, όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω στην εργασία, με το VaR σε όρους συνοχής με την μεγιστοποίηση της αναμενόμενης χρησιμότητας (expected utility maximization) και εξάλειψης του tail risk. Η έννοια του expected utility maximization είναι ευρέως αποδεκτή στο χώρο των χρηματοοικονομικών και της οικονομίας γενικότερα. Παρουσιάζει τις προτιμήσεις των επενδυτών σύμφωνα με την λογική της ορθολογικότητας του υποκειμένου, δηλαδή υποθέτει πως η επιλογή ενός επενδυτή π.χ. θα είναι αυτή που θα μεγιστοποιήσει την αξία/χρησιμότητα του εάν βέβαια δεχθούμε τα τέσσερα αξιώματα που έχουν δοθεί από τους Neumann and Morgenstern (1953). Οι Yasuhiro Yamai and Toshinao Yoshiba χρησιμοποιούν το concept της στοχαστικής κυριαρχίας (stochastic dominance) για να εξετάσουν τις δύο αυτές πτυχές των μέτρων ρίσκου. Αναλύουν την έννοια του stochastic dominance και αναφέρουν ότι με λίγα λόγια τοποθετεί σε κλιμάκια τις επενδυτικές ευκαιρίες χρησιμοποιώντας μερική πληροφόρηση σχετικά με utility functions. Το concept της stochastic dominance είναι πολύ πρακτικό αφού κάποιος μπορεί να κατηγοριοποιήσει χαρτοφυλάκια χωρίς να καθορίσει επακριβώς τις utility functions που χρησιμοποιεί. Στην μελέτη αυτή, θεωρείται από τους συγγραφείς πως ένα μέτρο ρίσκου έχει συνοχή με την expected utility maximization εάν παρέχει τον ίδιο βαθμό επενδυτικών ευκαιριών (Portfolios) σε σύγκριση με αυτόν που παρέχει η expected utility maximization. Δίνοντας λοιπόν στην συνέχεια θεωρήματα,

ορισμούς και μαθηματικά μοντέλα για έννοιες όπως το tail risk, utility maximization, 1<sup>ης</sup> τάξης stochastic dominance κτλ καταλήγουν σε ένα πολύ ενδιαφέρον συμπέρασμα. Μετά από αναλυτικά tests διαπιστώνουν πως η μέθοδος του expected shortfall είναι πιο εφαρμόσιμη από το VaR και στις δύο πτυχές που μελετήθηκαν από τους συγγραφείς. Μάλιστα κατέληξαν ότι το expected shortfall έχει συνοχή με την μεγιστοποίηση της αναμενόμενης χρησιμότητας και είναι ελεύθερο από tail risk, κάτω από πιο «βολικούς» όρους από ότι το VaR. Τέλος έδειξαν πως παρόλο που η μέθοδος του expected shortfall είναι πιο λειτουργική σε σχέση με το VaR, έχει και αυτή προβλήματα εφαρμογής κάτω από συγκεκριμένες καταστάσεις. Οι Yasuhiro Yamai and Toshinao Yoshihara δίνουν το εξής παράδειγμα για να το αποδείξουν: Στον παρακάτω πίνακα δίνονται δύο χαρτοφυλάκια, το χαρτοφυλάκιο A και B.

**Πίνακας 3.2:**

<i>Portfolio A</i>			<i>Portfolio B</i>		
<i>Payoff</i>	<i>Loss</i>	<i>Probability (percent)</i>	<i>Payoff</i>	<i>Loss</i>	<i>Probability (percent)</i>
100	-2.95	50000	98	-0.95	50000
95	2.05	49000	97	0.05	49000
50	47.05	1000	90	7.05	0.457
			20	77.05	0.543

Πηγή: Yasuhiro Yamai and Toshinao Yoshihara (2002)

Το χαρτοφυλάκιο A είναι καλύτερο από το B και με λιγότερο ακραίο ρίσκο. Όταν λοιπόν τα χαρτοφυλάκια δεν είναι κατηγοριοποιημένα από stochastic dominance 2<sup>ης</sup> τάξης τότε το expected shortfall δεν είναι ούτε σε συνοχή με την μεγιστοποίηση της αναμενόμενης χρησιμότητας αλλά ούτε ελεύθερα από tail risk.

**Πίνακας 3.3:**

	<i>Portfolio A</i>	<i>Portfolio B</i>	<i>Description</i>
<u>Expected payoff</u>	97050	97050	The same
<u>Expected utility (log function)</u>	4573	4571	Portf.A>Portf.B
<u>Expected utility ( polynomial with degree three)</u>	663379	663439	Portf.B> Portf.A
<u>Var (99 percent confidence level)</u>	47050	7050	Portf.A>Portf.B
<u>Expected shortfall (99 percent confidence level)</u>	47050	45050	Portf.A>Portf.B
<u>Second lower partial moment (K=-1)</u>	21746	31564	Portf.B> Portf.A

Πηγή: *Yasuhiro Yamai and Toshinao Yoshiba (2002)*

Όπως φαίνεται λοιπόν στον πίνακα που δίνουν οι Yasuhiro Yamai and Toshinao Yoshiba σύμφωνα με την μέθοδο του expected shortfall δεχόμαστε το χαρτοφυλάκιο B ως λογικότερη επιλογή πράγμα που δείχνει ότι η μέθοδος αυτή στην συγκεκριμένη περίπτωση δεν είναι ελεύθερη από tail risk αφού θα έπρεπε να είχε διαλέξει το χαρτοφυλάκιο A που έχει μικρότερο ακραίο ρίσκο από το B. Επίσης σύμφωνα με την Log utility Function το χαρτοφυλάκιο A είναι καλύτερο αφού έχει μεγαλύτερη χρησιμότητα από το B, ενώ σύμφωνα με το expected shortfall το χαρτοφυλάκιο που διαλέγουμε ως καλύτερο είναι το B. Αυτό λοιπόν δείχνει πως το expected shortfall, κάτω από κατηγοριοποίηση διαφορετική από stochastic dominance 2<sup>ης</sup> τάξης, δεν έχει συνοχή με την μεγιστοποίηση της αναμενόμενης χρησιμότητας.

**O Shaun Wang (1998)** σε μία μελέτη του με τίτλο «AN ACTUARIAL INDEX OF THE RIGHT-TAIL RISK» πραγματεύεται τον ασφαλιστικό κίνδυνο και συγκεκριμένα τον κίνδυνο του right tail risk ο οποίος όπως έχει διατυπωθεί και σε άλλα σημεία της εργασίας είναι ο κίνδυνος να συμβεί κάτι το οποίο έχει πολύ μικρή πιθανότητα να συμβεί και θα επιφέρει μεγάλη ζημία. Προτείνει ένα μέτρο για υπολογισμό του right tail risk ορίζοντας το right tail deviation και το right tail index. Εξηγεί λεπτομερώς πως το right tail deviation υπολογίζει το right tail risk και το συγκρίνει με διάφορες παρόμοιες μεθόδους υπολογισμού του right tail risk όπως αυτή της τυπικής απόκλισης, του Gini μέσου και της αναμενόμενης απώλειας του ασφαλισμένου. Η αναλυτική σύγκριση μεταξύ των μεθόδων υπολογισμού του right tail risk, που αναφέραμε και παραπάνω,

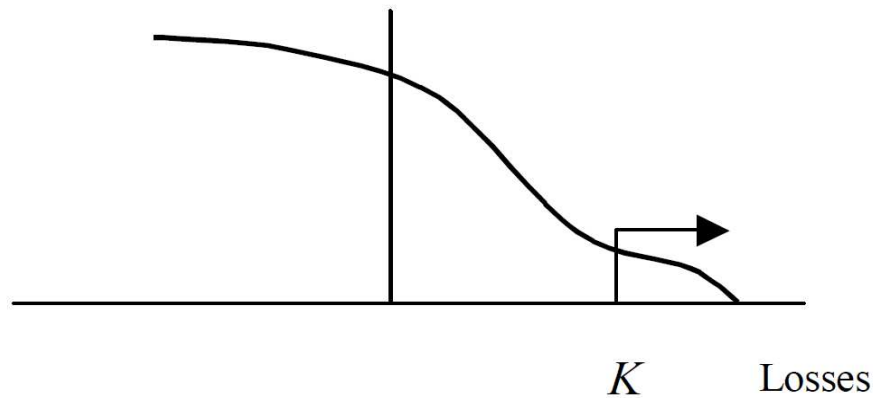
οδηγεί τον Wang στο συμπέρασμα ότι το concept για το right tail deviation για μία τυχαία μεταβλητή  $X \geq 0$ :

$$D[X] = \int_0^{\infty} \sqrt{\Pr\{X > t\}} dt - E[X],$$

είναι ένα σχετικά απλό αλλά πολύ λειτουργικό και δυνατό εργαλείο για τον υπολογισμό του right tail risk. Τα αποτελέσματα των συγκρίσεων δείχνουν πως το right tail deviation μέτρο, ξεπερνάει σε κάθε τομέα τα μοντέλα της τυπικής απόκλισης, του Gini μέσου και της αναμενόμενης απώλειας του ασφαλισμένου.

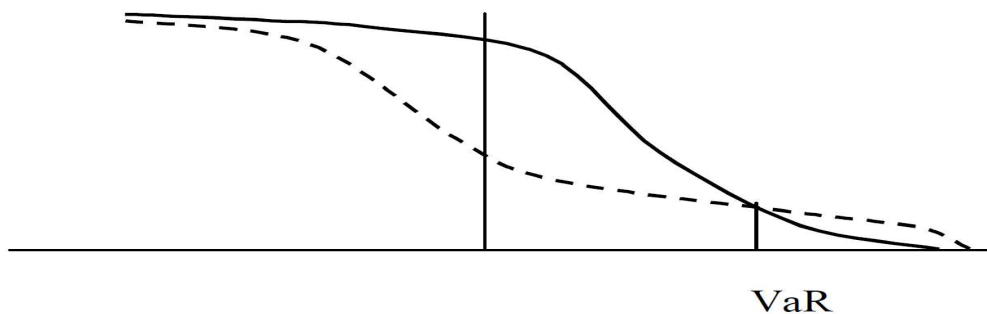
**Οι Carlos P. Gonçaves και Miguel A. Ferreira (2004)** συζητάνε στο συγκεκριμένο ραρεγ την δυνατότητα των μέτρων που χρησιμοποιούμε για τον υπολογισμό του tail risk και την ικανότητα να απεικονίζουν αυτού του είδους το ρίσκο με ακρίβεια. Στην συνέχεια αφού αναλύουν τις δυνατότητες των μέτρων tail risk συνδέουν την αυστηρή έννοια του όρου με ένα νέο μέτρο υπολογισμού του tail risk, το λεγόμενο pk-tail risk. Συγκεκριμένα το pk-tail risk είναι το ρίσκο το οποίο σχετίζεται με ένα μέτρο πιθανότητας το οποίο εξαρτάται από το γεγονός ότι οι απώλειες είναι μεγαλύτερες ή έστω τόσο μεγάλες όσο ένα σημείο K. Οι Carlos P. Gonçaves και Miguel A. Ferreira αποδεικνύουν πως το VaR και το CVaR δεν είναι μέτρα υπολογισμού του tail risk τα οποία είναι free of tail risk. Free of tail risk χαρακτηρίζονται μέτρα υπολογισμού του tail risk τα οποία μπορούν με ακρίβεια να απεικονίσουν το ακραίο αυτό ρίσκο, χωρίς να χάνεται κάποιο κομμάτι του από ένα σημείο αναφοράς και μετά. Δίνοντας λοιπόν κάποιο definitions για το tail risk γενικότερα, ορίζουν στην συνέχεια το pk-tail risk και αποδεικνύουν ότι το pk-tail risk είναι ένα πιο λειτουργικό μέτρο υπολογισμού του tail risk αφού λαμβάνει υπόψην του μόνο την “ουρά” της κατανομής και επίσης συμπεριλαμβάνει στα conditions του το είδος της κατανομής. Σχηματικά:

### Διάγραμμα 3.4:



Όπως βλέπουμε σε αυτό το σχήμα μετά από ένα σημείο αναφοράς  $K$ , μοντέλα και μέθοδοι όπως π.χ. το VaR και το CVaR μπορούν να υπολογίσουν το tail risk, αυτό όμως που δεν “βλέπουν” είναι το πώς κατανέμεται η καμπύλη αυτή μετά το  $K$ .

### Διάγραμμα 3.5:



Το σχήμα αυτό δείχνει δύο διαφορετικά κατανεμημένες καμπύλες μετά το  $K$ . Το VaR (που είναι τώρα στη θέση  $K$  του προηγούμενου σχήματος) δεν μπορεί να διαβάσει πως κατανέμεται η καμπύλη μετά το  $K$ , κάτι που για το μέτρο που δίνουν οι Carlos P. Goncalves και Miguel A. Ferreira είναι δυνατόν. Έτσι έχουμε μία πλήρη εικόνα για το μέγεθος του κινδύνου που μπορεί να ελλοχεύει με πολύ μικρή πιθανότητα πραγματοποίησής τους.

Αποσπασματικά δίνω κάποιους από τους βασικούς ορισμούς που δίνουν οι Carlos P. Goncalves και Miguel A. Ferreira:

Έστω ότι έχουμε ένα μετρήσιμο χώρο  $(R, B)$ , όπου  $R$  είναι ένα set από απώλειες και για απλούστευση θεωρούμε ότι είναι ίσο με τους πραγματικούς αριθμούς  $R$  (άρα μία αρνητική απώλεια είναι ένα έσοδο) και όπου  $B$  έχουμε ένα Borel  $\sigma$ -algebra στο  $R$ .

Επίσης ορίζουμε ένα set από probability measures  $p$  σε αυτόν τον μετρήσιμο χώρο. Έτσι ένας χώρος πιθανότητας  $(R, B, p)$ , με  $p \in P$ , είναι ένας loss probability space. Από την στιγμή που αυτό που διακρίνει τους χώρους μεταξύ τους είναι το μέτρο πιθανότητας, θεωρούμε ότι το ρίσκο είναι συνδεδεμένο με τα loss probabilities όπως αυτά μετριούνται από κάθε μέτρο πιθανότητας μέσα στο  $P$ . Αυτό μας οδηγεί στον πρώτο ορισμό:

**Ορισμός 1 (Risk measure):** Ένα Risk measure  $\rho$  είναι μία συνάρτηση που ορίζεται από το  $\rho: P \mapsto R$ .

Σύμφωνα λοιπόν με τον Ορισμό 1, ένα risk measure είναι μια συνάρτηση που σχετίζεται με ένα πραγματικό αριθμό ο οποίος αντιπροσωπεύει το ρίσκο αφού υπολογίζεται από το εκάστοτε risk measure. Έτσι ένα risk measure για να μπορεί να χαρακτηριστεί ως tail risk measure θα πρέπει να επικεντρώνει την προσοχή του στα tails. Τα tails ορίζονται από συγκεκριμένα γεγονότα όπως προανέφερα τα οποία είναι ένα υποσύνολο του  $B$ . Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω μπορούμε να ορίσουμε την  $n$ -th order decumulative distribution function ως εξής:

**Ορισμός 2 ( $n$ -th order DDF):** Η  $n$ -th order DDF,  $G^{(n)}$  που σχετίζεται με το μέτρο πιθανότητας  $p \in P$  ορίζεται ως:

$$G^{(n)}(k) = G^{(n)}(k), \forall k \geq K$$

Όπου  $G^{(1)}(k) = G(k) = P[s : s \geq k]$ .

Λαμβάνοντας λοιπόν υπόψη αυτόν τον ορισμό μπορούμε να ορίσουμε το tail risk order ως εξής:

**Ορισμός 3 (Tail risk Order):** Για κάθε δύο μέτρα πιθανότητας  $p, Q \in P$  με  $n$ -th order DDF,  $G^{(n)}$  και  $H^{(n)}$  αντίστοιχα, μπορούμε να πούμε ότι το  $p$  είναι “πιο πίσω” από το  $Q$  in the sense of  $n$ -th tail risk order, με ένα threshold  $K$  (το οποίο γράφεται  $p \succeq_{n-tr}^K Q$ ) εάν και μόνο εάν:

$$G^{(n)}(k) \geq H^{(n)}(k), \forall k \geq K$$

Η σειρά (ordering) έχει ορισθεί σε όρους ρίσκου δηλαδή  $p \succeq_{n-tr}^K Q$  μεταφράζεται ότι το  $p$  έχει τουλάχιστον τόσο tail risk όσο το  $Q$ . Πιο αναλυτικά το μέτρο πιθανότητας  $p$  προηγείται του  $Q$  in the sense of  $n$ -th tail risk order εάν, και μόνο εάν, η  $n$ -th order DDF  $G^{(n)} H^{(n)}$  (η οποία σχετίζεται με το  $p$ ), για επίπεδα απώλειας τουλάχιστον  $K$ , είναι τουλάχιστον τόσο μεγάλη όσο η  $n$ -th order DDF του  $H^{(n)}$  (η οποία σχετίζεται με το  $Q$ ), για επίπεδα απώλειας το λιγότερο έως  $K$ . Σε περίπτωση που  $G^{(n)}(k) = G^{1(n)}(k), \forall k \geq K$  τότε ισχύει ότι  $p \succ \prec_{n-tr}^K Q$ , δηλαδή το λεγόμενο tail indifference. Σε αυτήν την περίπτωση τα δύο μέτρα πιθανότητας είναι αδιάφορα (Indifferent) in the sense of  $n$ -th tail risk ordering, με threshold  $K$ .

**Ο Xiao-Ming Li (2009)** στο paper του με τίτλο «The Tail Risk of Emerging Stock Markets» ερευνά το tail risk σε αναδυόμενες αγορές συγκρίνοντας τα επενδυτικά και μη επενδυτικά κομμάτια τους σε όρους του, είδη αναφερόμενου παραπάνω, expected shortfall σε σταθερές αποδόσεις και σε tail dependence στην παγκόσμια αγορά. Χρησιμοποιεί ένα μοντέλο με skewed student-t GJR GARCH και την συμμετρική Joe-Clayton copula. Για την διεξαγωγή αποτελεσμάτων χρησιμοποιεί τιμές σε ημερήσια βάση ώστε να πάρει όσο το δυνατόν πιο ακριβής εκτιμήσεις για τις ασυμπτωτικές tail πιθανότητες. Δεδομένα για τις αποδόσεις του δείκτη της παγκόσμιας αγοράς έχουν παρθεί από την βάση δεδομένων DataStream και δεδομένα για τις αναδυόμενες οικονομίες βρέθηκαν στη βάση δεδομένων γνωστή ως EMDB 2000. Χρήσιμο είναι να αναφέρω ότι η συγκεκριμένη βάση δεδομένων δίνει πληροφορίες και στατιστικά δεδομένα για 35 αναδυόμενες οικονομίες σε Ασία, Ανατολική Ευρώπη, Ευρώπη, Λατινική Αμερική και Αφρική. Ο παρακάτω πίνακας δίνει τον αριθμό των παρατηρήσεων και τις περιόδους του δείγματος όπως επίσης και μία σύνοψη των στατιστικών στοιχείων από το πρώτο έως το τέταρτο σημείο των επενδυτικών και μη επενδυτικών αποδόσεων για τις 30 αναδυόμενες χώρες όπως παρουσιάζοντα από τον δείκτη Composite. Από τον πίνακα αυτόν φαίνεται καθαρά πως λόγω του kurtosis που είναι μεγαλύτερο του 3, η κατανομή δεν είναι κανονική.

#### **Πίνακας 3.4: (Παράρτημα, σελ 117)**

Επίσης από τον πίνακα αυτόν μπορούμε να βγάλουμε πολλά συμπεράσματα βλέποντας το skewness, την τυπική απόκλιση και τον μέσο. Χρησιμοποιώντας λοιπόν αυτά τα δεδομένα και κάνοντας κάποιες εμπειρικές αναλύσεις ο Xiao-Ming Li δείχνει

πως για π.χ.  $p=0.135\%$ , ένα επίπεδο τοπικό ίσο με 80% και για ένα επίπεδο παγκόσμιο ίσο με 83% των επενδυτικών αγορών, χαρακτηρίζονται από μικρότερο tail risk σε σχέση με τις μη επενδυτικές αγορές και μάλιστα η διαφορά μπορεί να φτάσει τα 1.387 δολάρια με πιθανότητα 0.135% για κάθε δολάριο που επενδύεται. Επίσης καταλήγει και στο συμπέρασμα ότι οι αναδυόμενες αγορές είναι πιο πιθανό να εξαρτώνται από την παγκόσμια αγορά κατά την διάρκεια μεγάλων απωλειών παρά κατά την διάρκεια απολαβής μεγάλων κερδών. Τέλος παρέχει στοιχεία που δείχνουν ότι το tail dependence της aggregate και την investable αγοράς στην παγκόσμια αγορά διαφέρει ανάλογα τις χώρες και τις περιοχές που εξετάζουμε.

### Πίνακας 3.5: (Παράρτημα, σελ 119)

**Οι Mike K.P. So και Alex S.L. Tse (2007)** στο paper με τίτλο «Dynamic Modeling of Tail Risk: Applications to China, Hong Kong and Other Asian Markets» εξετάζουν την ακραία εξάρτηση μεταξύ του Hong Kong, της Σαγκάη, της πόλης του Shezhen, της Ταιβάν και της Σιγκαπούρης. Ο συντελεστής της tail εξάρτησης (TDC), ο οποίος μετρά την πιθανότητα να κινούνται μαζί οι χρηματοοικονομικές αποδόσεις σε ακραίες καταστάσεις της αγοράς, έχει μοντελοποιηθεί δυναμικά χρησιμοποιώντας το μοντέλο Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity με το correlation του χρόνου να μεταβάλλεται χρησιμοποιώντας τον πίνακα των Tse και Tsui (2002). Χρησιμοποιούν ένα MGARCH μοντέλο για να πραγματοποιήσουν το δυναμικό μοντέλο του TDC σε δύο ομάδες χρηματοοικονομικών δεδομένων, επιλεγμένες μετοχές του Hong Kong και δείκτες στην Κίνα και άλλες ασιατικές περιοχές. Λαμβάνουν υπόψη τους 15 μετοχές του Hong Kong, (Cheung Kong Holdings Ltd (CK), CLP Holdings Ltd (CLP), Hong Kong and China Gas Company Ltd (HK & China Gas), HSBC Holdings plc (HSBC), Hong Kong Electric Holdings Ltd (HK Electric), Hang Seng Bank Ltd (Hang Seng Bank), Hutchison Whampoa Ltd (Hutchison), Sun Hung Kai Properties Ltd (SHK), Swire Pacific Ltd 'A' (Swire A), Bank of East Asia Ltd (BEA), Hang Lung Properties Ltd (Hang Lung), CITIC Pacific Ltd (CITIC Pacific), Esprit Holdings Ltd (Esprit), Li & Fung Ltd (Li & Fung) and Yue Yuen Industrial (Holdings) Ltd (Yue Yuen)) χρησιμοποιώντας κριτήρια όπως π.χ. τον βιομηχανικό τομέα που ανήκουν, το market capitalization σε κάθε τομέα κτλ. Τέλος το δείγμα τοποθετείται χρονικά από το 1994 έως το 2007. Κάποια βασικά στατιστικά στοιχεία δίνονται στον παρακάτω πίνακα. Επίσης στον δεύτερο πίνακα κατά σειρά δίνονται τα αντίστοιχα στατιστικά στοιχεία για τους Ασιατικούς δείκτες που επιλέχθηκαν.



**Πίνακας 3.6: (Παράρτημα, σελ 121)****Πίνακας 3.7: (Παράρτημα, σελ 122)**

Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία αυτά οι Mike K.P. So και Alex S.L. Tse δίνουν συμπεράσματα τα οποία, όπως λένε και οι ίδιοι, θα βοηθήσουν τους risk managers, τις ομάδες διαχείρισης των asset αλλά και τους επενδυτές γενικότερα να προσαρμόσουν το χαρτοφυλάκιο τους με τέτοιο τρόπο ώστε να μειώσουν το tail risk λόγω των μεγάλων κινήσεων των αγορών που επηρεάζουν άλλες αγορές. Από την ανάλυση τους στις μετοχές του Hong Kong, παρατηρούν ότι γενικά ο TDC που σχετίζεται με τις ιδιότητες των sectors είναι αρκετά μεγάλος ενώ ο TDC που σχετίζεται με τον τομέα των καταναλωτικών αγαθών είναι πολύ μικρός. Οι τρεις TDC στον properties sector δείχνουν μία τάση αύξησης από το 2002 έως το 2007 με spikes κατά την διάρκεια της SARS (Severe Acute Respiratory Syndrome outbreak in Honk Kong) περιόδου. Παρόλα αυτά οι τρεις TDCs στον τομέα των καταναλωτικών αγαθών παραμένουν χαμηλοί κατά την διάρκεια της περιόδου 1996 έως 2007, πράγμα που δείχνει ότι οι μετοχές σε καταναλωτικά αγαθά είναι σχετικά σταθερές ακόμη και όταν υπήρξε μια υψηλή πτώση στην stock market του Hong Kong κατά την διάρκεια της ασιατικής χρηματοοικονομικής κρίσης το 2003. Ο μέσος TDC για την περίοδο 1996-2007 δείχνει ότι οι δείκτες φαίνεται να έχουν μεγαλύτερη ακραία εξάρτηση μεταξύ τους από ότι οι μετοχές του Hong Kong. Εν συντομία τα αποτελέσματα που βρέθηκαν δείχνουν ότι ο μέσος TDC για τους δείκτες έχει την τάση να κινείται ανοδικά και το ρίσκο που αποδίδεται σε ακραία εξάρτηση μεγαλώνει ( πιθανόν γιατί οι Ασιατικές αγορές γίνονται όλο και πιο ενιαίες ). Τέλος οι Mike K.P. So και Alex S.L. Tse στον επίλογό τους γράφουν πως η ποσοτική μελέτη των ακραίων συν-κινήσεων των αγορών θα πρέπει να λάβουν περισσότερη προσοχή στο μέλλον.

Ο πίνακας που δείχνει την συσχέτιση των TDCs δίνεται παρακάτω:

### Πίνακας 3.8:

Πηγή: Mike K.P. So και Alex S.L. Tse (2007)

	<u>HSCEI</u>	<u>HSI</u>	<u>SSEA</u>	<u>SSEB</u>	<u>SSEC</u>	<u>STI</u>	<u>SZSA</u>	<u>SZSB</u>	<u>SZSC</u>	<u>TWII</u>
<u>HSCEI</u>		-0.0945 0.6906 -0.0991 0.0036	-0.0874 0.4553 -0.0965 -0.0808	-0.0838 0.5926 -0.075 -0.1065	-0.0852 0.4568 -0.0944 -0.0811	-0.091 0.7157 -0.0834 -0.0858	-0.0618 0.5048 -0.0788 -0.0756	-0.0778 0.5369 -0.0795 -0.1127	-0.0857 0.4766 -0.0842 -0.0841	-0.103 0.5706 -0.0862 -0.1128
<u>HSI</u>	0.6906 -0.0438 0.0019		0.4238 -0.0933	0.6011 -0.1009 -0.0849	0.4258 -0.0925 -0.0009	0.7525 -0.0829 -0.1073	0.4633 -0.0932 -0.0795	0.5366 -0.0941 -0.0933	0.4484 -0.0999 -0.0305	0.5953 -0.0883 -0.076
<u>SSEA</u>	0.5173 -0.0702 -0.0193	0.5022 -0.074 0.0056		0.7532 -0.0842	0.6077 -0.0066 -0.0885	0.5163 -0.0997 -0.0889	0.7431 -0.0752 -0.0861	0.7594 -0.0825 -0.0806	0.776 -0.0059 -0.0894	0.4484 -0.078 -0.0974
<u>SSEB</u>	0.4828 -0.0561 0.0019	0.5 -0.0865 0.0042	0.6501 -0.0691 -0.0221		0.7451 -0.0865 -0.074	0.5978 -0.0803 -0.1074	0.6881 -0.0889 -0.0752	0.7779 -0.0661 -0.094	0.7368 -0.0951 -0.0304	0.5161 -0.1069 -0.0761
<u>SSEC</u>	0.5151 -0.0698 -0.0113	0.5021 -0.0743 -0.0189	0.6797 -0.013 -0.0037	0.643 -0.0654 -0.0143		0.5192 -0.0998 -0.0034	0.7448 -0.07 -0.0711	0.7553 -0.0839 -0.1021	0.776 -0.0087 -0.116	0.4484 -0.0784 -0.1228
<u>STI</u>	0.7381 -0.0563 -0.0101	0.6894 -0.0692 -0.0216	0.6311 -0.0766 0.0029	0.6247 -0.0607 0.0006	0.6386 -0.0782 0.0034		0.4778 -0.0857 -0.0152	0.5515 -0.0834 -0.0961	0.5162 -0.1111 -0.0231	0.5482 -0.0847 -0.0694
<u>SZSA</u>	0.4372 -0.0395 -0.0281	0.5639 -0.0865 -0.0341	0.9562 -0.0069 -0.0511	0.9378 -0.0235 -0.0789	0.9565 -0.0064 -0.0419	0.6236 -0.0749 -0.0366		0.6567 0.1017	0.7845 -0.0226 -0.0962	0.4855 -0.0975 -0.0954
<u>SZSB</u>	0.5099 -0.0161 0.0165	0.5681 -0.0709 -0.0102	0.7721 -0.0185 -0.0704	0.7777 -0.0394 -0.0834	0.7727 -0.011 -0.0428	0.643 -0.0837 -0.0321	0.9237 -0.0274 0.0395		0.7406 -0.0871	0.4746 -0.0983 -0.0711
<u>SZSC</u>	0.4868 -0.0319 -0.1073	0.5342 -0.0718 -0.1315	0.8686 0.014 0.0555	0.6992 -0.074 -0.0168	0.8489 0.0363 0.0571	0.6375 -0.0928 -0.118	0.8989 0.0312 -0.0314	0.6934 -0.0626 -0.0033		0.4585 -0.0811
<u>TWII</u>	0.7062 -0.0226	0.6593 -0.0176	0.4146 0.0037	0.607 -0.0781	0.4307 0.0051	0.5836 -0.0145	0.5136 -0.0828	0.5553 -0.0365	0.5118 -0.0438	

**Ο Jorge Cruz Lopez (2008)** στο paper του με τίτλο «The Limits of Diversification and the Pricing of Tail Risk» χρησιμοποιεί μία προσέγγιση copula (Είναι μία μαθηματική μετατροπή που μας βοηθάει να εκτιμήσουμε την από κοινού κατανομή 2 η περισσότερων μεταβλητών σε συνάρτηση με τις marginal κατανομές τους.) για να προσδιορίσει τη δομή της εξάρτησης που υπάρχει στην Αμερικάνικη αγορά μετοχών. Εφτά είδη copula επιστρατεύει ο Lopez: Gaussian, Student *t*, Clayton, rotated Clayton,

Gumbel, rotated Gumbel και BB4. Το δείγμα του είναι παρατηρήσεις ημερησίων αποδόσεων σε χρονικό εύρος 22 ετών, βασισμένο στα 17 βιομηχανικά χαρτοφυλάκια των Fama και French (1993). Ο πίνακας που ακολουθεί δίνει τα βασικά στατιστικά στοιχεία:

**Πίνακας 3.9.1: (Παράρτημα, σελ 122)**

**Πίνακας 3.9.2: (Παράρτημα, σελ 123)**

Από τις 7 διαφορετικές copula προσεγγίσεις, παρατηρούν ότι η student t copula παρέχει την καλύτερη προσέγγιση της εξάρτησης που υπάρχει μεταξύ των αποδόσεων των χαρτοφυλακίων. Αυτό το αποτέλεσμα οδηγεί στο συμπέρασμα, ότι οι αποδόσεις των μετοχών έχουν πιο παχιές ουρές από αυτές που η γκαουσιανή κατανομή υποθέτει. Επίσης, διαπιστώνεται ότι οι Gaussian, Gumbel και rotated Clayton copulas υπερτιμούν τα οφέλη τα οποία μπορεί να έχει η οικονομία από μία διαφοροποίηση του tail risk, ενώ οι rotated Gumbel και Clayton copulas τείνουν να τα υποτιμάνε. Λόγω λοιπόν των efficient markets και του risk aversion είναι λογικό να υποθέσουμε ότι οι επενδυτές που θα διάλεγαν να “φορτωθούν” με επιπλέον tail risk, θα απαιτούσαν και ένα έξτρα premium. Αυτή η υπόθεση υιοθετείται από τον Lopez και εξετάζεται κατά πόσο τα premiums αυτά διαφέρουν σε διαφορετικά επίπεδα tail εξάρτησης. Οι αναλύσεις που πραγματοποιούνται στο Paper δείχνουν αρνητική tail εξάρτηση συσχετίζεται με θετικά premiums και θετική tail εξάρτηση συσχετίζεται με αρνητικά premiums. Παρόλα αυτά, όπως εξηγεί ο Lopez, εάν η συνδιακύμανση με την αγορά λαμβάνεται υπόψη, η σημαντικότητα των premiums διαλύεται, ειδικά για συμμετρικές κατανομές.

**Οι Vineer Bhansali and Joshua M. Davis (2010)** στο paper με τίτλο “Offensive Risk Management: Can Tail Risk Hedging Be Profitable?” αναλύουν την τάση που υπάρχει ακόμη και μέχρι σήμερα να θεωρούν οι επενδυτές ότι μία διαφοροποίηση, σπάνιων να συμβούν γεγονότων, θα ήταν ένα επιπλέον κόστος παρά μια ασφάλεια για το μέλλον των επενδύσεων τους. Όπως εξηγούν οι συγγραφείς με συζητήσεις που είχαν με υψηλού κύρους managers, το πρόβλημα συνήθως παρουσιάζεται στην διαδικασία όπου ο manager προσπαθεί να “πείσει” τους έχοντες τα χρήματα, ότι όχι μόνο μία διαφοροποίηση του tail risk δεν θα είναι ένα επιπλέον μη απαραίτητο κόστος αλλά την ίδια στιγμή θα εξασφαλίζουν το ασφαλέστερο μέλλον των επενδύσεων τους. Χρησιμοποιούν ένα μοντέλο με βασικές υποθέσεις ότι τα assets ακολουθούν μία κατανομή «πραγματικού κόσμου» όπως την χαρακτηρίζουν, που απαιτεί να γίνεται hedging στα tails, και ότι υπάρχει και μία risk-neutral κατανομή με την οποία

αποτιμούνται οι αγορές των παραγώγων. Το μοντέλο έτσι όπως δίνεται από τους συγγραφείς είναι το εξής:  $r_t \sim N((r_t^f + rp_t)xdt, \sigma_{t-1} \sqrt{dt})$

Όπου το  $r_t^f$  αναπαριστά τα ετήσια μικρής διάρκειας επιτόκια, το  $rp_t$  είναι το ετήσιο risk premium του asset, το  $dt$  είναι η ποσότητα του χρόνου που κάθε απόδοση μετράται (για χρόνο π.χ.  $dt = 1/52$  για εβδομαδιαία «κομμάτια») και  $\sigma_{t-1}$  είναι η ετήσια διακύμανση της απόδοσης της μετοχής δεδομένης της πληροφορίας στον χρόνο t-1.

Με αυτόν τον συμβολισμό λοιπόν και χρησιμοποιώντας πολύ απλές υποθέσεις οι Vineer Bhansali and Joshua M. Davis κατάφεραν να δείξουν με επιτυχία στο paper αυτό, ότι το tail hedging μπορεί να λειτουργήσει όχι μόνο ως αμυντικός μηχανισμός αλλά επίσης και για την καλύτερη τοποθέτηση μας, από άποψη ρίσκου, σε πολύ δελεαστικά χαρτοφυλάκια. Με λίγα λόγια δείχνουν ότι αν έχουμε 2 χαρτοφυλάκια, όπου η σύνθεση του ενός είναι : 60% σε μετοχές + 40% T-Bills, και του δεύτερου (1-x%) σε μετοχές + Tail Hedge, το δεύτερο χαρτοφυλάκιο είναι αντικειμενικά μία καλύτερη από άποψη απόδοσης/κινδύνου επένδυση. Αυτό συμβαίνει γιατί έχοντας στο δεύτερο χαρτοφυλάκιο ένα 1-x ποσοστό από μετοχές που δίνουν μεγάλη απόδοση αλλά έχουν υψηλό ρίσκο και μειώνοντας αυτό το ρίσκο με ένα Tail hedge, κάνουμε μια επένδυση υψηλού ρίσκου και υψηλής απόδοσης, μία επένδυση χαμηλότερου ρίσκου και ελάχιστο πιο μικρής απόδοσης (λόγο του κόστους του hedging) που παρόλα αυτά όμως έχει πιθανότητες να μας δώσει περισσότερα κέρδη από το πρώτο χαρτοφυλάκιο και περίπου τις ίδιες πιθανότητες να μας δώσουν τις ίδιες απώλειες. Οι Vineer Bhansali and Joshua M. Davis κλείνουν το σύγγραμμα τους επισημαίνοντας στον επίλογο πως οι επενδυτές θα πρέπει να πάψουν να θεωρούν το tail hedge ως μία μορφή ανεπιθύμητου κόστους και θα πρέπει στην συνέχεια να κοιτάνε περισσότερο τα μακροχρόνια οφέλη του tail hedging στις επενδύσεις τους, αφού όπως μας δείχνει και το παράδειγμα που δόθηκε παραπάνω μπορούμε να βελτιώσουμε τις αποδόσεις τους με ένα πολύ μικρό κόστος.

# Μέρος 4ο: Μεθοδολογία και Παρουσίαση Αποτελεσμάτων για Quantile Betas και Tail Risk

---

## **4.1.1 Μεθοδολογία για Quantile Betas**

Η παρούσα εργασία, όπως έχει είδη αναφερθεί, μελετάει τα quantile betas και το tail risk των ελληνικών τραπεζών και σκοπός της είναι να διεξάγει αποτελέσματα και συμπεράσματα όχι μόνο ως προς τον Έλληνα επενδυτή αλλά και ως προς τον επενδυτή που εδρεύει στο εξωτερικό. Έτσι σε αυτήν την εργασία δεν θα βγουν συμπεράσματα μόνο για τα ελληνικά Beta αλλά θα υπολογίσουμε και τα beta των ελληνικών τραπεζών σε σχέση με την υπόλοιπη Ευρώπη. Στην ανάλυση θα συμπεριληφθούν μόνον οι ελληνικές τράπεζες που ανήκουν στον δείκτη FTSE20, οι οποίες απαριθμούνται σε επτά. Οι τράπεζες αυτές είναι:

- 1. ALPHA BANK (ALPHA GA Equity)**
- 2. EUROBANK EFG (EUROB GA Equity)**
- 3. MARFIN POPULAR BANK (MARFB GA Equity)**
- 4. ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ (ATE GA Equity)**
- 5. ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ (ETE GA Equity)**
- 6. ΚΥΠΡΟΥ ΤΡΑΠΕΖΑ (BOC GA Equity)**
- 7. ΠΕΙΡΑΙΩΣ ΤΡΑΠΕΖΑ (TPEIR GA Equity)**

Για να υπολογιστούν τα ελληνικά βήτα βρέθηκαν τιμές κλεισίματος των τραπεζών αυτών, από την ημερομηνία που εισήχθησαν στο Χρηματιστήριο Αθηνών αλλά επίσης

και τιμές κλεισίματος του δείκτη FTSE20 από τότε που αυτός δημιουργήθηκε. Ακολουθεί πίνακας σχετικός με τις τιμές κλεισίματος (σε ημερήσια βάση) και το εύρος των τιμών που χρησιμοποιήθηκε για αυτήν την εργασία.

**Πίνακας 4.1:**

<u>ΤΡΑΠΕΖΕΣ</u>	<u>Ημερομηνία που εισήχθησαν στο ΧΑ.</u>	<u>Σύνολο παρατηρήσεων από Ημ. Ησαγ. Στο ΧΑ.</u>	<u>Ημερομηνία από όπου χρησιμοποιήθηκαν παρατηρήσεις.</u>	<u>Σύνολο παρατηρήσεων</u>
<b>ALPHA BANK</b>	4/1/1988	5722	4/1/2005	1475
<b>EUROBANK EFG</b>	5/1/1988	5721	4/1/2005	1475
<b>MARFIN POPULAR BANK</b>	8/1/2007	951	8/1/2007	951
<b>ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ</b>	18/1/2001	2319	4/1/2005	1475
<b>ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ</b>	4/1/1988	5722	4/1/2005	1475
<b>ΚΥΠΡΟΥ ΤΡΑΠΕΖΑ</b>	7/11/2000	2371	4/1/2005	1475
<b>ΠΕΙΡΑΙΩΣ ΤΡΑΠΕΖΑ</b>	13/4/1988	5650	4/1/2005	1475

Όπως φαίνεται και από τον παραπάνω πίνακα η MARFIN POPULAR BANK είναι η τράπεζα που εισήχθη στο Χ.Α. πιο πρόσφατα και άρα είναι η τράπεζα που για να βρεθούν τα βήτα της χρησιμοποιήθηκαν 951 παρατηρήσεις αντί 1475 που

χρησιμοποιήθηκαν για τις υπόλοιπες. Το σύνολο των παρατηρήσεων αναφέρεται σε ημερήσιες αποδόσεις και τα δεδομένα πάρθηκαν από την βάση δεδομένων Datastream.

Το επόμενο βήμα ήταν η εύρεση των τιμών κλεισίματος του δείκτη FTSE20, κάτι που έγινε με παρόμοιο τρόπο με τα παραπάνω, και χρησιμοποιήθηκε η ίδια βάση δεδομένων. Ο αντίστοιχος πίνακας δίνεται παρακάτω.

#### Πίνακας 4.2:

ΔΕΙΚΤΗΣ	FTSE20
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΑΡΧΗΣ	23/9/1997
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΜΩΝ ΤΙΜΩΝ	
ΣΥΝΟΛΟ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ	3375
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΑΡΧΗΣ	3/1/2005
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΜΩΝ ΤΙΜΩΝ ΜΕ ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΩΝ ΤΡΑΠΕΖΩΝ ΝΑ ΣΥΜΜΕΤΕΧΕΙ ΣΤΟΝ ΔΕΙΚΤΗ	
ΣΥΝΟΛΟ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ	1475

Όπως είναι φυσικό υπάρχουν παρατηρήσιμες τιμές από τις 4/1/2005, όπου και μας ενδιαφέρει, μέχρι και 31/8/2010. Οι παρατηρήσεις είναι και πάλι σε ημερήσια βάση. Στο επόμενο στάδιο της εύρεσης δεδομένων για υπολογισμό των Quantile betas θεωρήθηκε χρήσιμο να συμπεριληφθούν στην ανάλυση μας και τα βήτα των ελληνικών τραπεζών σε σχέση με την Ευρώπη γενικότερα. Το πρώτο βήμα ήταν να βρεθεί σε ποιους δείκτες (Ευρωπαϊκούς) συμμετέχουν αυτές οι μετοχές. Με την βοήθεια των εργαστηρίων του πανεπιστημίου και της Bloomberg βρέθηκαν οι δείκτες που συμμετέχουν αυτές οι μετοχές, σε ευρωπαϊκό και παγκόσμιο επίπεδο. Ο πίνακας αυτός δίνεται παρακάτω.

### Πίνακας 4.3: (Παράρτημα, σελ 123)

Από όλους αυτούς τους δείκτες, που όπως φαίνεται σε κάποιες περιπτώσεις είναι πάρα πολλοί, βρέθηκε ένας κοινός δείκτης όπου συμμετέχουν όλες οι τράπεζες. Αυτό θεωρήθηκε ως η βέλτιστη λύση διότι εάν λαμβάναμε υπόψη όλο τον όγκο των δεδομένων και χρησιμοποιούσαμε ότι ευρωπαϊκό δείκτη είχαμε στην διάθεση μας, θα υπήρχε, προφανώς, ένα data overloading. Ο μοναδικός δείκτης που εύρισκε όλες τις τράπεζες να συμμετέχουν σε αυτόν είναι ο ΕΕΒΡ. Ο ΕΕΒΡ ή ολογράφως STOXX Eastern Europe 300 δείκτης, προέρχεται από τον STOXX Eastern Europe Total Market Index (TMI). Έχει ένα σταθερό αριθμό με 300 μέλη που τον απαρτίζουν και συμπεριλαμβάνει υψηλής, μέτριας και χαμηλής κεφαλαιοποίησης εταιρείες από 18 Χώρες της Ανατολικής Ευρώπης. Σε αυτό το σημείο χρησιμοποιήθηκε και πάλι η βάση δεδομένων Datastream για την εύρεση των τιμών κλεισίματος αυτού του δείκτη. Ο σχετικός πίνακας δίνεται παρακάτω.

### Πίνακας 4.4:

Παλαιότερη ημερομηνία που βρέθηκαν παρατηρήσεις	4/1/2005
Σύνολο παρατηρήσεων από 3/1/2005 έως 31/8/2010	1450
Παρατηρήσεις που θα χρησιμοποιηθούν (5/1/2007 έως 31/8/2010)	1450

Λόγω κάποιων διαφορετικών ημερομηνιών στις παρατηρήσεις που βρέθηκαν σε αυτόν τον δείκτη, ο πληθυσμός προσαρμόστηκε με τέτοιο τρόπο ώστε να μην υπάρχουν ασύμφωνες ημερομηνίες, κατά την διαδικασία υπολογισμού των ευρωπαϊκών βήτα, και κατ' επέκταση λάθος συμπεράσματα. Έτσι το σύνολο των παρατηρήσεων για τον



υπολογισμό των ευρωπαϊκών βήτα μειώθηκε από 1475 σε 1450 λόγω της παραπάνω προσαρμογής του πληθυσμού.

Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των βήτα είναι αυτό που έχει αναλυθεί στο μέρος 2.2, με διάστημα εμπιστοσύνης 0.95 και χωρίς την χρησιμοποίηση σταθεράς και το πρόγραμμα που έγιναν οι υπολογισμοί των ελληνικών αλλά και ευρωπαϊκών βήτα είναι το Eview 6.

## **4.1.2 Παρουσίαση και ανάλυση των αποτελεσμάτων - Quantile Betas**

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων θα γίνεται για κάθε τράπεζα ξεχωριστά και θα συγκρίνονται με τα αποτελέσματα που δόθηκαν από την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, χρησιμοποιώντας τις ίδιες τιμές, πλήθος και το ίδιο πρόγραμμα. Για κάθε τράπεζα θα δίνεται αρχικά ένας πίνακας των βήτα για τα 0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8 και 0.9 quantile όπως επίσης και ένα γράφημα που παρουσιάζει τα βήτα της εκάστως τραπεζής σε κάθε quantile. Έπειτα μετά από μία σύντομη ανάλυση θα παρουσιάζονται και τα αποτελέσματα που πάρθηκαν από την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

### **ALPHA BANK (ALPHA GA Equity)**

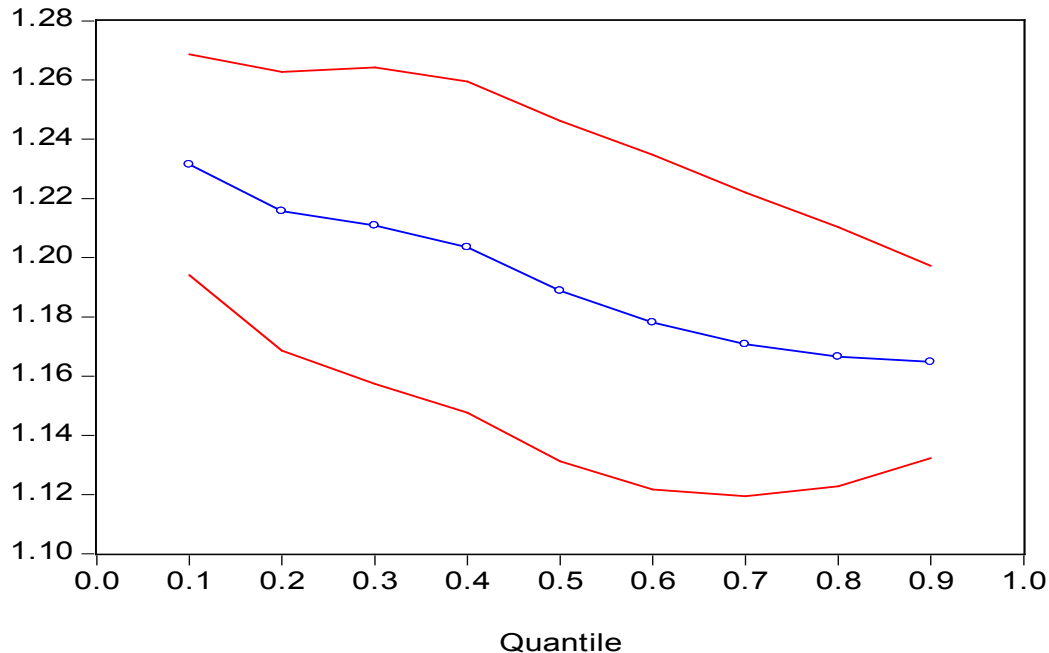
Ο πίνακας των βήτα για την τράπεζα της Alpha bank είναι ο εξής:

**Πίνακας 4.5:**

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.100	1.231422	0.019007	64.78737	0.0000
	0.200	1.215703	0.023988	50.67915	0.0000
	0.300	1.210786	0.027253	44.42697	0.0000
	0.400	1.203541	0.028522	42.19632	0.0000
	0.500	1.188729	0.029323	40.53954	0.0000
	0.600	1.178175	0.028842	40.84999	0.0000
	0.700	1.170721	0.026141	44.78477	0.0000
	0.800	1.166511	0.022323	52.25681	0.0000
	0.900	1.164755	0.016585	70.22998	0.0000

και γραφικά:

**Διάγραμμα 4.1:**



Όπως φαίνεται από τον πίνακα των beta όσο ανεβαίνουμε σε μεγαλύτερα quantiles το βήτα μειώνεται σχεδόν με σταθερό ρυθμό της τάξεως του 0.01 με 0.02 μονάδες ανά quantile. Αυτό βέβαια σημαίνει ότι όσο οι αποδόσεις του ελληνικού δείκτη, ftse20, γίνονται υψηλότερες, η ευαισθησία της alpha bank στις μεταβολές του μειώνεται. Εάν παραδείγματος χάριν ο δείκτης είχε μια πολύ μεγάλη θετική απόδοση τότε η alpha bank θα είχε μια σχετικά πιο μικρή θετική μεταβολή στην απόδοση της μετοχής της. Από την άλλη πλευρά εάν ο ftse20 δεν πήγαινε καλά, δηλαδή βρισκόμασταν σε quantiles κάτω του 0.5, τότε η μεταβολή της απόδοσης της μετοχής θα ήταν πιο μεγάλη σε σχέση με την προηγούμενη κατάσταση. Στο γράφημα που φτιάχτηκε από το πρόγραμμα Eviews 6 μπορεί κάποιος να δει ξεκάθαρα την μείωση της ευαισθησίας της μετοχής της alpha καθώς μεταφερόμαστε σε μεγαλύτερα quantiles.

Τώρα όσον αφορά τα υπόλοιπα στοιχεία του πίνακα, βλέπουμε ότι τα standard errors είναι αρκετά χαμηλά για όλα τα βήτα που υπολογίστηκαν, άρα μπορούμε να πούμε με μεγαλύτερη σιγουριά ότι τα q-beta που βρέθηκαν έχουν χαμηλό θόρυβο και άρα έχουν

υψηλό reliability. Στην συνέχεια βλέποντας το t-statistic είναι φανερό ότι, λόγω των υψηλών τιμών που έχει για κάθε quantile beta, μπορούμε με ασφάλεια να απορρίψουμε την υπόθεση ότι τα βήτα μας μπορεί στην πραγματικότητα να έχουν πάρει την τιμή μηδέν. Στην ουσία αυτό που μας δίνει το t-statistic είναι ένα ratio του εκτιμώμενου βήτα με το standard error του, όσο πιο υψηλή είναι η τιμή αυτή τόσο μικρότερη η πιθανότητα το βήτα μας να είναι στατιστικά ασήμαντο (τιμή = 0). Τα στοιχεία αυτά ενισχύονται από το τελευταίο μέρος του πίνακα το οποίο π.χ. για ένα διάστημα εμπιστοσύνης 5% (όπως και στην παρούσα περίπτωση), εάν η τιμή του είναι μικρότερη του 0.05 μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση ότι το πραγματικό βήτα ισούται με το 0, έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης ότι το βήτα διαφέρει από το 0. Όπως λοιπόν φαίνεται όλα τα p-value για κάθε ένα από τα quantile που ορίσαμε, είναι όχι μόνο κάτω από 0.05 αλλά, ίσα με μηδέν. Γενικά λοιπόν εξετάζοντας όλα τα στοιχεία βλέπουμε στατιστικά σημαντικά βήτα με πολύ μικρό noise και μηδενική πιθανότητα να ισούνται με μηδέν, πράγμα που δείχνει την καταλληλότητα όχι μόνο των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν αλλά και του ίδιου του μοντέλου.

Στη συνέχεια δίνεται και ο πίνακας της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων:

**Πίνακας 4.6:**

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.993471	0.031070	31.97492	0.0000
R-squared	0.409309	Mean dependent var		-0.000612
Adjusted R-squared	0.409309	S.D. dependent var		0.030398
S.E. of regression	0.023363	Akaike info criterion		-4.674650
Sum squared resid	0.804552	Schwarz criterion		-4.671060
Log likelihood	3448.555	Hannan-Quinn criter.		-4.673312
Durbin-Watson stat	2.029075			

Όπως φαίνεται από τον πίνακα το βήτα εκτιμήθηκε 0.992471 με χαμηλό standard error και υψηλό t-statistic. Αυτό αρχικά δείχνει μία στατιστικά σημαντική εκτίμηση, με παρόμοια πιθανότητα (σε σχέση με το εκτιμημένο  $\alpha$ -beta) το βήτα να ισούται με το 0 και χαμηλό noise που δείχνει επίσης το υψηλό reliability που έχει η εκτίμηση μας. Παρόλα αυτά, συγκρίνοντας τα εκτιμημένα βήτα και των δύο μεθόδων, βλέπουμε ότι αυτό που πήραμε με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων είναι αισθητά πιο μικρό από το βήτα που πήραμε με την QR μέθοδο, για κάθε quantile. Η διαφορά αυτή είναι ίση, κατά μέσο όρο, με 0.2 μονάδες. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων, βλέπουμε ότι από την LS μέθοδο παίρνουμε καταρχήν μία ενιαία εικόνα για την ευαισθησία της τράπεζας σε μεταβολές του ftse20, άσχετα με το μέγεθος της μεταβολής του δείκτη, και επίσης βλέπουμε ότι το βήτα είναι αισθητά πιο χαμηλό και με πολύ μικρότερη στατιστική σημαντικότητα (t-statistic) από αυτά της QR. Φαίνεται λοιπόν πολύ καθαρά ότι παρόλο που η LS μέθοδο δίνει μια εικόνα για την κατάσταση, αυτή είναι ελλιπής και λιγότερο αξιόπιστη σε σχέση με την εικόνα που παίρνουμε χρησιμοποιώντας την QR μέθοδο.

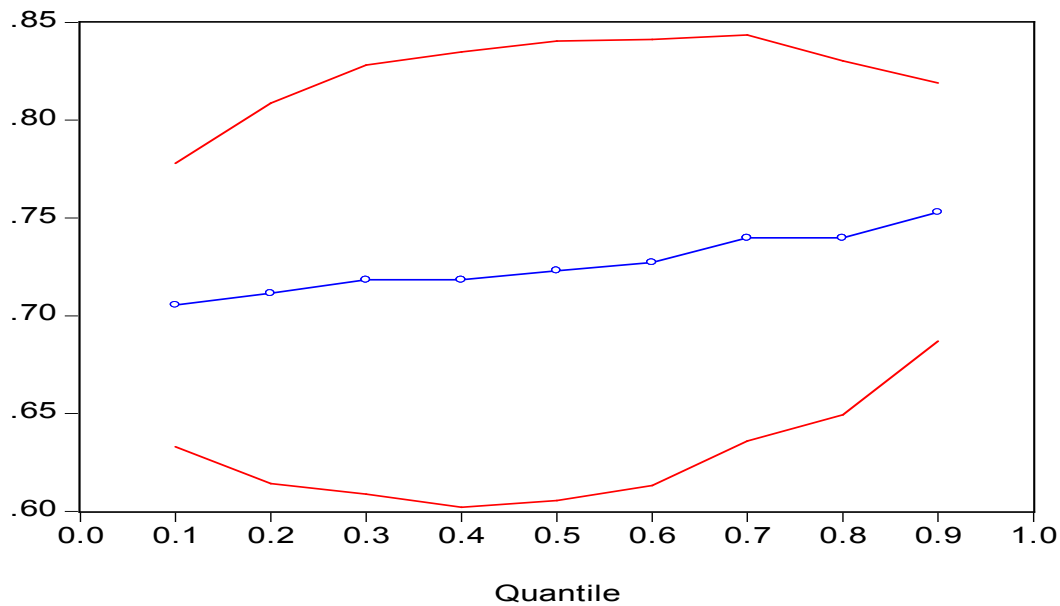
Όσο αφορά τώρα την Ευρωπαϊκή αγορά, δίνονται τα παρακάτω αποτελέσματα από των υπολογισμό των βήτα με την QR μέθοδο:

**Πίνακας 4.7:**

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.100	0.705466	0.036982	19.07570	0.0000
	0.200	0.711433	0.049605	14.34209	0.0000
	0.300	0.718463	0.056011	12.82721	0.0000
	0.400	0.718463	0.059429	12.08945	0.0000
	0.500	0.723027	0.059913	12.06786	0.0000
	0.600	0.727248	0.058154	12.50557	0.0000
	0.700	0.739800	0.052978	13.96422	0.0000
	0.800	0.739800	0.046149	16.03068	0.0000
	0.900	0.752946	0.033654	22.37293	0.0000

και γραφικά:

**Διάγραμμα 4.2:**



Σε αυτήν την περίπτωση βλέπουμε τις αποδόσεις της alpha να επηρεάζονται πολύ λιγότερο από την ευρωπαϊκή αγορά και μάλιστα με ένα εκτιμημένο βήτα μικρότερο κατά σχεδόν 0.5 μονάδες. Παρόλα αυτά βλέπουμε πως σε χαμηλά quantiles ξεκινάμε από ένα βήτα ίσο με 0.705466 και φτάνουμε σε υψηλότερα quantiles μέχρι και 0.752946, μία διαφορά της τάξεως του 0,05 περίπου. Αυτό είναι ένα στοιχείο που δείχνει πως παρόλο του ότι η απόδοση της μετοχής της alpha επηρεάζεται λιγότερο από την ευρωπαϊκή αγορά, σε σχέση με την ελληνική, βλέπουμε μία αντίστροφη συμπεριφορά της μεταβολής των βήτα όσο πηγαίνουμε σε υψηλότερα Quantiles. Αναλυτικότερα βλέπουμε ότι όσο οι αποδόσεις του Ευρωπαϊκού δείκτη ανεβαίνουν τόσο ανεβαίνει, αν και σε πολύ μικρό βαθμό, η ευαισθησία των αποδόσεων της μετοχής της alpha, σε αντίθεση βέβαια με την περίπτωση της ελληνικής αγοράς. Γραφικά μπορεί να δει κάποιος την μεταβολή των βήτα θετικά, όσο προχωράμε σε υψηλότερα quantiles.

Όσο αφορά τα υπόλοιπα στοιχεία, βλέπουμε ότι και εδώ έχουμε χαμηλό θόρυβο αν και λίγο υψηλότερο σε σχέση με αυτόν της ελληνικής αγοράς, έχουμε στατιστικά σημαντικά βήτα με ratio εκτιμημένου βήτα και standard error αρκετά υψηλό και επίσης βλέπουμε πως το p-value μας επιτρέπει να πούμε με ασφάλεια ότι το πραγματικό βήτα σε καμία περίπτωση δεν είναι ίσο με μηδέν.

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων έδωσε τον παρακάτω πίνακα:

**Πίνακας 4.8:**

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.781242	0.033097	23.60498	0.0000
R-squared	0.277431	Mean dependent var		-0.000595
Adjusted R-squared	0.277431	S.D. dependent var		0.028912
S.E. of regression	0.024576	Akaike info criterion		-4.573405
Sum squared resid	0.875165	Schwarz criterion		-4.569764
Log likelihood	3316.719	Hannan-Quinn criter.		-4.572046
Durbin-Watson stat	1.921636			

Εδώ βλέπουμε ότι το εκτιμημένο βήτα είναι υψηλότερο από τα προηγούμενα, με χαμηλό θόρυβο και αυτό, και επίσης στατιστικά σημαντικό και με μηδενική πιθανότητα να ισούται με το 0. Και σε αυτήν την περίπτωση βλέπουμε ένα διαφορετικό βήτα και μια ελλιπέστερη εικόνα από αυτήν της QR μεθόδου.

## **2. EUROBANK EFG (EUROB GA Equity)**

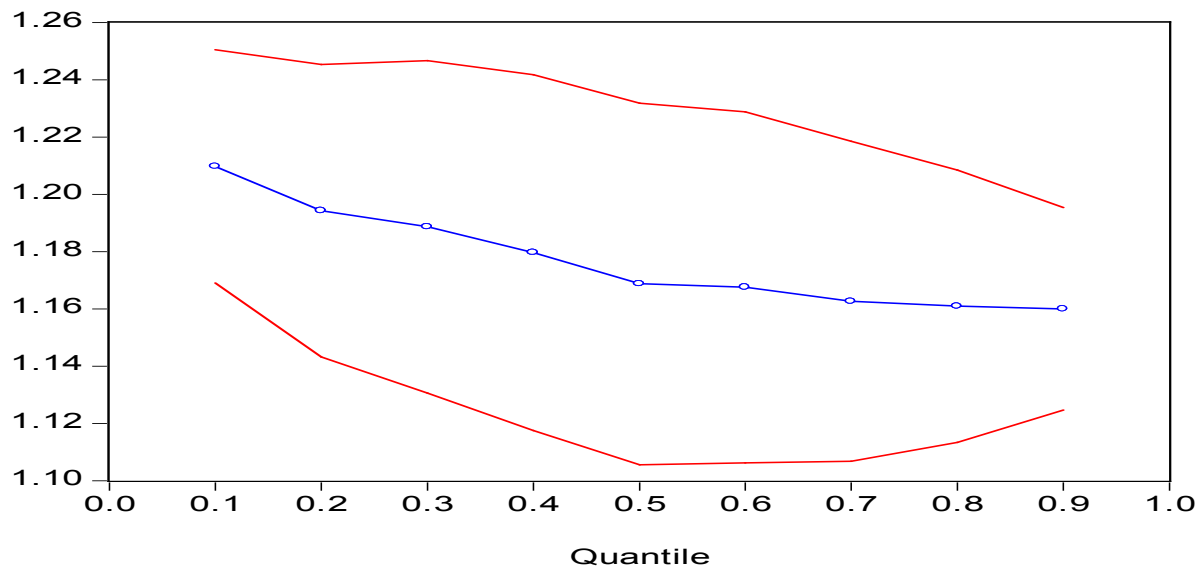
Για τον ελληνικό δείκτη ο πίνακας των βήτα για κάθε quantile έχει ως εξής:

**Πίνακας 4.9:**

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.100	1.209777	0.020755	58.28894	0.0000
	0.200	1.194286	0.026044	45.85673	0.0000
	0.300	1.188657	0.029595	40.16433	0.0000
	0.400	1.179653	0.031691	37.22375	0.0000
	0.500	1.168719	0.032201	36.29457	0.0000
	0.600	1.167559	0.031268	37.34061	0.0000
	0.700	1.162671	0.028517	40.77180	0.0000
	0.800	1.160974	0.024269	47.83697	0.0000
	0.900	1.160007	0.018046	64.27937	0.0000

Και γραφικά:

**Διάγραμμα 4.3:**



Για την τράπεζα της Eurobank παρατηρούνται βήτα παρόμοια με αυτά της alpha. Βλέπουμε ένα βήτα για το 0.1 quantile ίσο με 1.209777 και ένα βήτα για το 0.9 quantile ίσο με 1.160007. Παρόλο όμως που τα βήτα των δύο τραπεζών είναι σχεδόν ίδια και η μεταβολή τους είναι μειωτική καθώς πάμε σε υψηλότερα quantiles, αν παρατηρήσουμε τα διαγράμματα και των δύο τραπεζών, θα δούμε ότι αυτό της Eurobank έχει μικρότερη κλίση. Αυτό δείχνει μία μετοχή πιο σταθερή στις μεταβολές της, με πιο σταθερή επιρροή της απόδοσης της από τον ελληνικό δείκτη.

Όσο αφορά τα υπόλοιπα στοιχεία του πίνακα, βλέπουμε μία εικόνα ίδια με αυτήν της Alfabank, δηλαδή στατιστικά σημαντικά βήτα, μηδενική πιθανότητα τα βήτα να είναι ίσα με το μηδέν, χαμηλός θόρυβος και τέλος υψηλό reliability.



Τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν από την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων είναι τα εξής:

**Πίνακας 4.10:**

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	1.252260	0.020789	60.23702	0.0000
R-squared	0.710946	Mean dependent var		-0.000717
Adjusted R-squared	0.710946	S.D. dependent var		0.029075
S.E. of regression	0.015632	Akaike info criterion		-5.478320
Sum squared resid	0.360184	Schwarz criterion		-5.474729
Log likelihood	4041.261	Hannan-Quinn criter.		-5.476981
Durbin-Watson stat	1.899326			

Η LS μέθοδος μας παρουσιάζει ένα βήτα μεγαλύτερο ακόμα και από το βήτα του 0.1 quantile δείχνοντας την εικόνα μίας μετοχής που επηρεάζεται αρκετά από τις αλλαγές του ελληνικού δείκτη και ασφαλώς λόγω της απουσίας των quantile από αυτή τη μέθοδο, η εικόνα αυτή δίνεται για οποιαδήποτε κατάσταση της ελληνικής αγοράς. Π.χ. ένας επενδυτής ο οποίος θα ήθελε να φτιάξει ένα χαρτοφυλάκιο και έψαχνε μία μετοχή με βήτα κοντά στο 1.25 και σε καιρό όπου οι αποδόσεις του δείκτη να κινούνται ανοδικά, εσφαλμένα θα επέλεγε την μετοχή της eurobank αφού ναι μεν η LS μέθοδος θα του έδινε ένα βήτα ίσο με 1.25 περίπου, αλλά σύμφωνα με την QR μέθοδο όταν ο δείκτης κινείται πολύ ανοδικά (π.χ. 0.8 ή 0.9 quantile) το βήτα της μετοχής σε σχέση με τον ελληνικό δείκτη θα ήταν αρκετά χαμηλότερο.

Για τα υπόλοιπα στοιχεία παρατηρούμε και εδώ παρόμοια κατάσταση με στατιστικά σημαντικό βήτα, μηδενική πιθανότητα το βήτα να είναι ίσο με το μηδέν, χαμηλός θόρυβος και τέλος υψηλό reliability.

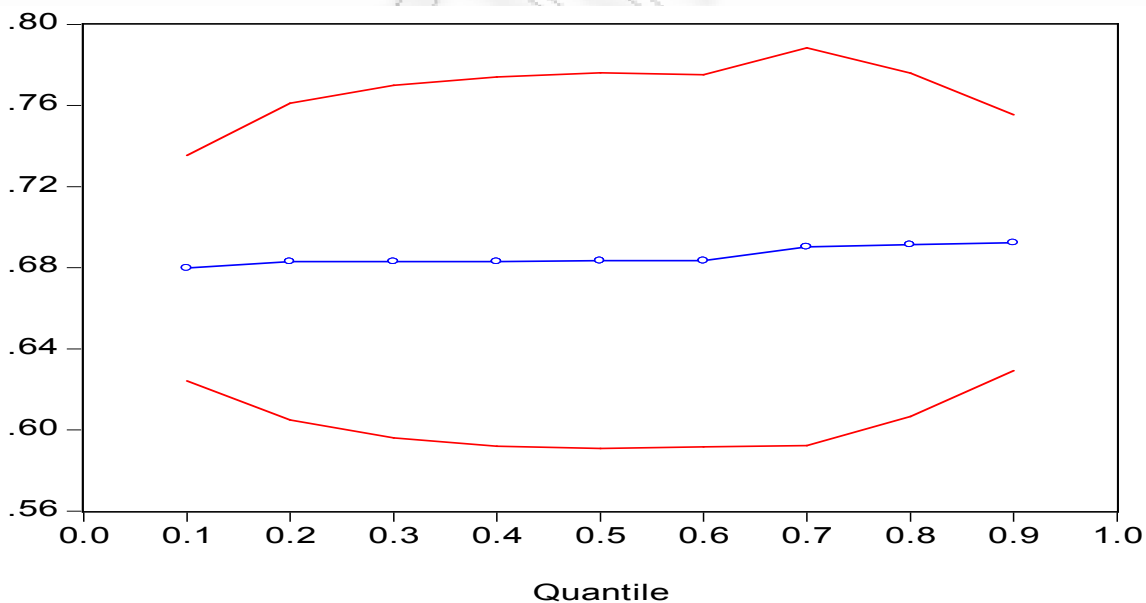
Για την Ευρωπαϊκή αγορά τα αποτελέσματα που πάρθηκαν από την QR μέθοδο είναι τα εξής:

Πίνακας 4.11:

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.100	0.679894	0.028400	23.93978	0.0000
	0.200	0.682988	0.039861	17.13408	0.0000
	0.300	0.682988	0.044345	15.40151	0.0000
	0.400	0.682988	0.046460	14.70040	0.0000
	0.500	0.683496	0.047259	14.46288	0.0000
	0.600	0.683496	0.046820	14.59840	0.0000
	0.700	0.690366	0.050044	13.79527	0.0000
	0.800	0.691368	0.043224	15.99510	0.0000
	0.900	0.692296	0.032205	21.49653	0.0000

και γραφικά:

Διάγραμμα 4.4:



Σε παρόμοιο μοτίβο κινούνται τα βήτα της Eurobank και για τον ευρωπαϊκό δείκτη, σε σχέση με αυτά της Alpha, με τα πρώτα να είναι σχετικά χαμηλότερα αλλά να κινούνται

και αυτά ανοδικά όσο πηγαίνουμε από το 0.1 quantile στο 0.9. Άξιο παρατηρήσεως είναι ότι και σε σχέση με την ευρωπαϊκή αγορά η Eurobank έχει μια πιο σταθερή επιρροή από τον δείκτη, σε σχέση με αυτήν της alpha, με μικρότερες μεταβολές του βήτα από quantile σε quantile. Άρα η σταθερότητα των αποδόσεων της μετοχής της Eurobank δεν ισχύει μόνο για τον ελληνικό δείκτη αλλά και για τον ευρωπαϊκό.

Τα standard errors είναι σχετικά μεγαλύτερα σε σύγκριση με αυτά που εκτιμήθηκαν για τον ελληνικό δείκτη αλλά ακόμη παραμένουν σε χαμηλά επίπεδα, υποδηλώνοντας χαμηλό θόρυβο. Τα p-value Και πάλι είναι μηδενικά και τα t-statistic αν και έχουν μικρότερες τιμές σε σχέση με αυτά που πήραμε για τον ελληνικό δείκτη, παραμένουν υψηλά τονίζοντας την στατιστική σημαντικότητα που υπάρχει στα βήτα μας.

Τα αποτελέσματα της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

**Πίνακας 4.12:**

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.787880	0.033648	23.41556	0.0000
R-squared	0.274074	Mean dependent var		-0.000724
Adjusted R-squared	0.274074	S.D. dependent var		0.029325
S.E. of regression	0.024985	Akaike info criterion		-4.540370
Sum squared resid	0.904559	Schwarz criterion		-4.536729
Log likelihood	3292.768	Hannan-Quinn criter.		-4.539011
Durbin-Watson stat	1.876797			

Το βήτα που εκτιμήθηκε με την LS μέθοδο είναι και πάλι αισθητά διαφορετικό με αυτά της QR μεθόδου και μάλιστα κατά 0.1 μονάδες υψηλότερο από το πιο υψηλό βήτα της QR. Παραμένει στατιστικά σημαντικό με σαφή απόρριψη της υπόθεσης ότι το βήτα είναι ίσο με μηδέν και μικρό θόρυβο. Παρόλα αυτά και σε αυτήν την περίπτωση παίρνουμε μία ελλιπή και εσφαλμένη εικόνα για την ευαισθησία των αποδόσεων της μετοχής σε

σχέση με τον ευρωπαϊκό δείκτη, πάντα σε σύγκριση με την εικόνα που μας δίνει η QR μέθοδος που παρουσιάστηκε παραπάνω.

### **3.MARFIN POPULAR BANK (MARFB GA Equity)**

Η Marfin Popular Bank είναι η πιο νέα τράπεζα στο χώρο του χρηματιστηρίου, από τις τράπεζες που έχουν επιλεγεί για αυτήν την εργασία. Για αυτό τον λόγο αντί για τις 1475, περίπου, παρατηρήσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τις υπόλοιπες τράπεζες, χρησιμοποιήθηκαν στο σύνολο τους 951 παρατηρήσιμες αποδόσεις. Αυτό δεν μειώνει καθόλου την αξιοπιστία των δεδομένων όπως θα φανεί και στη συνέχεια αλλά θεωρώ πως είναι σωστό να αναφερθεί ξανά (υπάρχει αναλυτικός πίνακας στο κομμάτι της μεθοδολογίας) για να έχει μια πιο πλήρη εικόνα ο αναγνώστης.

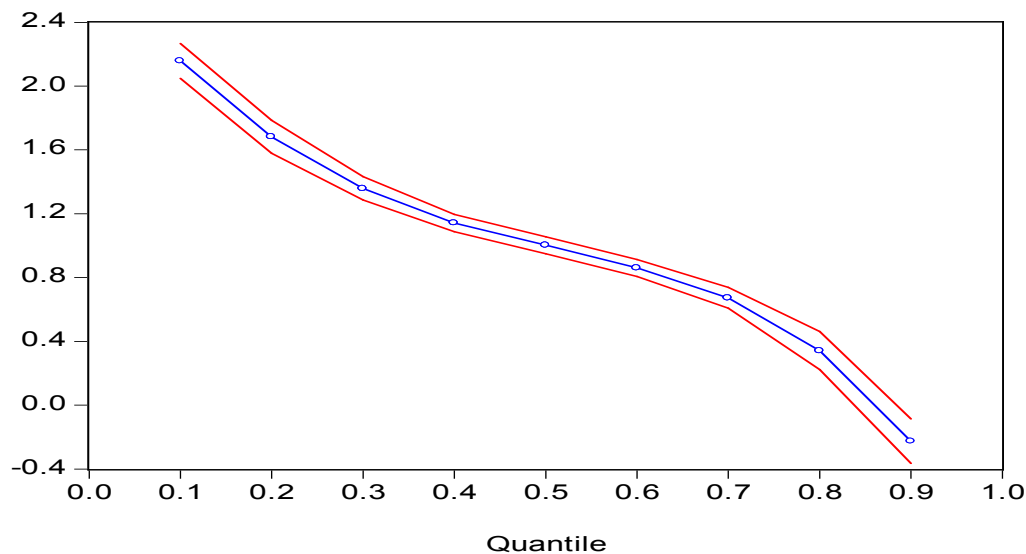
Τα βήτα που πήραμε από την QR μέθοδο, για τον ελληνικό δείκτη είναι τα εξής:

**Πίνακας 4.13:**

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X_MARFIN_2007	0.100	2.157227	0.055817	38.64847	0.0000
	0.200	1.681851	0.052513	32.02754	0.0000
	0.300	1.358653	0.037068	36.65332	0.0000
	0.400	1.141521	0.027575	41.39771	0.0000
	0.500	1.002122	0.026730	37.49063	0.0000
	0.600	0.860886	0.027064	31.80880	0.0000
	0.700	0.672293	0.033189	20.25642	0.0000
	0.800	0.341627	0.061079	5.593189	0.0000
	0.900	-0.225656	0.070933	-3.181272	0.0015

και γραφικά:

#### Διάγραμμα 4.5:



Όπως βλέπουμε η εικόνα των βήτα για την τράπεζα Marfin είναι κάπως ακραία με τα quantile beta της να κυμαίνονται από -0.225656 έως 2.157227. Η εκτίμηση μου για την εικόνα αυτή είναι πως η σύντομη πορεία της marfin bank στο χρηματιστήριο δεν είναι αρκετή για να δώσει μία σταθερότητα στην μετοχή της σε σχέση με τις μεταβολές του δείκτη, παρόλα αυτά, αυτή είναι μια προσωπική εκτίμηση. Αυτό που είναι επίσης άξιο προσοχής είναι πως και η συγκεκριμένη τράπεζα ακολουθεί την ίδια τάση, όσο αφορά τα quantile beta της, δείχνοντας να επηρεάζεται όλο και λιγότερο όσο ο δείκτης πηγαίνει καλύτερα. Μάλιστα από ένα βήτα της τάξεως του 2.157227, σε περιπτώσεις που ο δείκτης δεν έχει καλές αποδόσεις (0.1 Quantile), καταλήγουμε να παρατηρούμε ένα βήτα ίσο με -0.225656 που σημαίνει ότι όταν ο δείκτης έχει πολύ υψηλές αποδόσεις, η μετοχή της marfin bank τείνει να μην πηγαίνει καλά.

Όσο αφορά τα υπόλοιπα στοιχεία του πίνακα βλέπουμε τα ίδια χαρακτηριστικά με τις τράπεζες που έχουν αναλυθεί έως τώρα, με την διαφορά όμως ότι το βήτα που εκτιμήθηκε για τον 0.9 quantile έχει ένα σχετικά υψηλό θόρυβο και μια πιθανότητα μη μηδενική, πράγμα που πρώτη φορά παρατηρείτε μέχρι στιγμής. Παρόλα αυτά το βήτα είναι στατιστικά σημαντικό σύμφωνα με το πρόγραμμα και επίσης η πιθανότητα αν και

διαφορά του μηδενός, μας επιτρέπει με μεγάλη σιγουριά να πούμε πως το πραγματικό βήτα δεν είναι ίσο με το μηδέν.

Παρατηρώντας τον πίνακα που δόθηκε χρησιμοποιώντας την LS μέθοδο,

**Πίνακας 4.14:**

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X_MARFIN_2007	0.961342	0.032030	30.01406	0.0000
R-squared	-0.029193	Mean dependent var		-0.032144
Adjusted R-squared	-0.029193	S.D. dependent var		0.032079
S.E. of regression	0.032544	Akaike info criterion		-4.011405
Sum squared resid	1.006147	Schwarz criterion		-4.006298
Log likelihood	1908.423	Hannan-Quinn criter.		-4.009459
Durbin-Watson stat	1.902305			

βλέπουμε πως το βήτα διαφέρει κατά πολύ από αυτά που δόθηκαν νωρίτερα με την QR. Συγκεκριμένα η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων μας δίνει ένα βήτα ίσο με 0.961342 το οποίο φαίνεται να είναι στατιστικά σημαντικό, με πολύ μικρό θόρυβο και μηδενική πιθανότητα να ισχύει ότι το πραγματικό βήτα ισούται με το 0. Το συγκεκριμένο βήτα διαφέρει μέχρι και 1 μονάδα περίπου, σε κάποιες περιπτώσεις, από τα  $\alpha$ -βήτα που δόθηκαν νωρίτερα, δίνοντας μια εικόνα ότι η απόδοση της μετοχής της υπό ανάλυση τραπεζής πάει σχεδόν το ίδιο καλά με τον ελληνικό δείκτη ftse20.

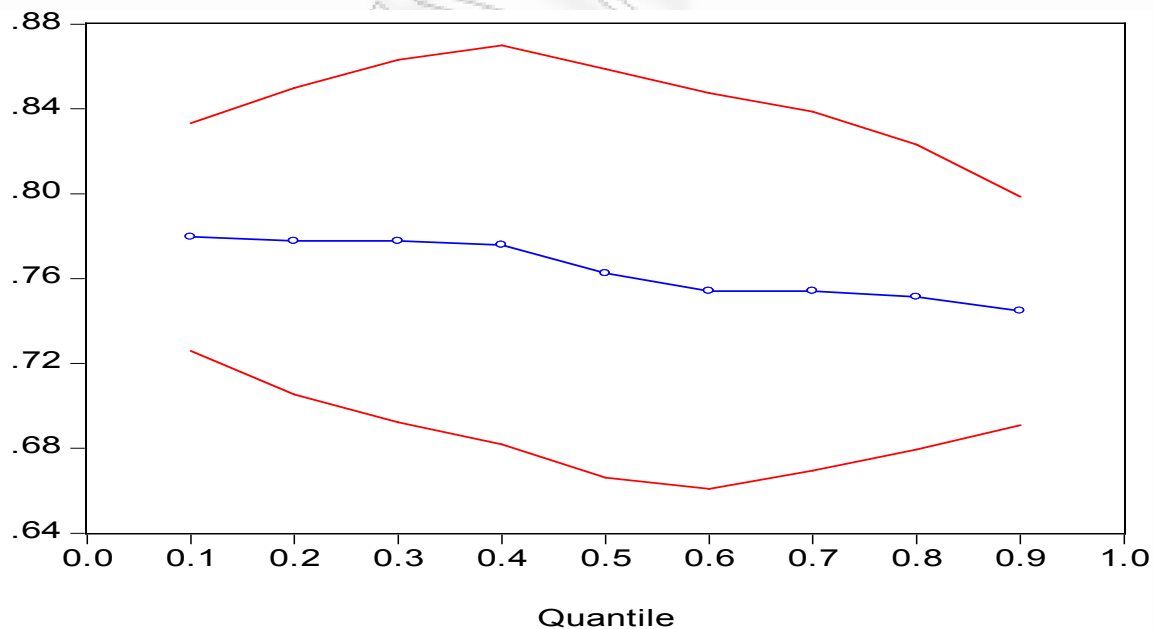
Για τον ευρωπαϊκό δείκτη τα αντίστοιχα q-βήτα είναι τα εξής:

**Πίνακας 4.15:**

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X_MARFIN_2007	0.100	0.779631	0.027420	28.43302	0.0000
	0.200	0.777651	0.036831	21.11376	0.0000
	0.300	0.777651	0.043587	17.84152	0.0000
	0.400	0.775775	0.047983	16.16782	0.0000
	0.500	0.762489	0.049121	15.52260	0.0000
	0.600	0.754104	0.047582	15.84866	0.0000
	0.700	0.754104	0.043196	17.45779	0.0000
	0.800	0.751294	0.036649	20.49972	0.0000
	0.900	0.744738	0.027465	27.11574	0.0000

και γραφικά:

**Διάγραμμα 4.6:**



Εδώ παρατηρούμε μία απόκλιση από την τάση που είδαμε στις 2 τράπεζες που αναλυθήκαν παραπάνω, δηλαδή βλέπουμε πως τα quantile βήτα της Marfin δεν

αυξάνονται καθώς πηγαίνουμε από το 0.1 quantile στο 0.9, αντιθέτως μειώνονται με πολύ μικρά βήματα. Αυτό, προφανώς, σημαίνει πως η Marfin Popular Bank τείνει να επηρεάζεται όλο και λιγότερο από την απόδοση της ευρωπαϊκής αγοράς, καθώς αυτή γίνεται όλο και μεγαλύτερη. Γενικότερα τα βήτα βλέπουμε να είναι όλα κάτω από 0.8 και μεγαλύτερα από 0.7, πράγμα που δείχνει ότι η μετοχή της Marfin δεν επηρεάζεται πάρα πολύ από την ευρωπαϊκή αγορά. Τα υπόλοιπα στοιχεία (Std. Error, t-Statistic, Prob.), είναι παρόμοια με αυτά των υπόλοιπων τραπεζών μέχρι τώρα, χωρίς κάποιο στοιχείο να αποκλίνει

Ο πίνακας που δίνει η LS Method για το βήτα της μετοχής της Marfin σε σχέση με τον ευρωπαϊκό δείκτη δίνεται στη συνέχεια.

**Πίνακας 4.16:**

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X_MARFIN_2007	0.834176	0.039676	21.02467	0.0000
R-squared	0.320019	Mean dependent var		-0.001497
Adjusted R-squared	0.320019	S.D. dependent var		0.032349
S.E. of regression	0.026676	Akaike info criterion		-4.409071
Sum squared resid	0.663907	Schwarz criterion		-4.403890
Log likelihood	2060.036	Hannan-Quinn criter.		-4.407095
Durbin-Watson stat	1.942931			

Η εικόνα που δίνεται από την εφαρμογή αυτής της μεθόδου, είναι μια μετοχή που δεν δέχεται υπερβολική επιρροή από την απόδοση της ευρωπαϊκής αγοράς αλλά δεν παύει να επηρεάζεται αισθητά από μία μεταβολή της απόδοσης του ευρωπαϊκού δείκτη. Για κάθε μονάδα λοιπόν που αυξάνεται η απόδοση του δείκτη, η μετοχή της Marfin θα τείνει να αυξάνει την δική της απόδοση κατά 0.8 μονάδες.



#### 4.ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ (ΑΤΕ GA Equity)

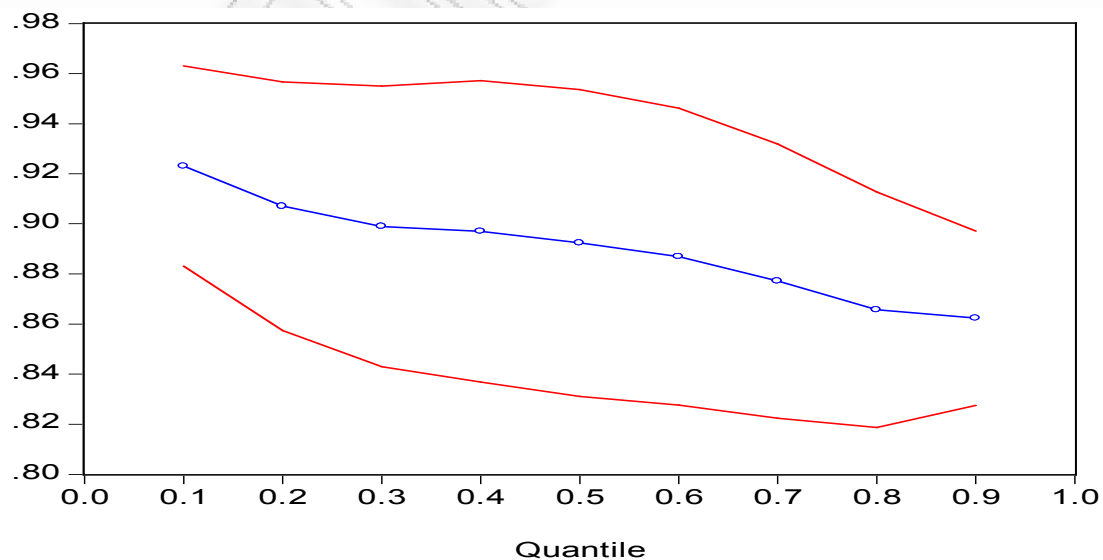
Σειρά έχει η αγροτική τράπεζα και τα quantile betas για τον ελληνικό δείκτη ftse20:

Πίνακας 4.17:

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.100	0.923044	0.020372	45.30924	0.0000
	0.200	0.907042	0.025330	35.80945	0.0000
	0.300	0.898962	0.028574	31.46052	0.0000
	0.400	0.897010	0.030704	29.21435	0.0000
	0.500	0.892345	0.031243	28.56124	0.0000
	0.600	0.886896	0.030253	29.31562	0.0000
	0.700	0.877165	0.027940	31.39486	0.0000
	0.800	0.865689	0.023970	36.11576	0.0000
	0.900	0.862292	0.017774	48.51486	0.0000

Και γραφικά τα βήτα:

Διάγραμμα 4.7:



Όπως φαίνεται από τον πίνακα αλλά και το γράφημα των βήτα για κάθε quantile από 0.1 έως 0.9 η τάση της μετοχής της αγροτικής τράπεζας να επηρεάζεται λιγότερο από τον ελληνικό δείκτη όσο πηγαίνουμε σε μεγαλύτερες αποδόσεις, συμβαδίζει με τις υπόλοιπες τράπεζες του δείκτη. Παρατηρείται ένα βήτα της τάξεως του 0.923044 για το μικρότερο quantile και φτάνουμε σε ένα βήτα ίσο με 0.862292 στο 0.9 quantile. Η πτωτική πορεία των βήτα μπορεί να διαπιστωθεί πολύ εύκολα απλά κοιτάζοντας το γράφημα και την κλίση αυτού. Η στατιστική σημαντικότητα των αποτελεσμάτων που πήραμε παραμένει πολύ υψηλή, όπως και σε αυτά των προηγούμενων τραπεζών, η απόρριψη της υπόθεσης ότι τα πραγματικά βήτα είναι μηδέν ενισχύεται από το p-value το οποίο και πάλι είναι μηδενικό και επίσης ο θόρυβος παραμένει πάρα πολύ μικρός ενισχύοντας το reliability των αποτελεσμάτων.

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων για τον ίδιο δείκτη μας δίνει ένα βήτα ίσο με, σχεδόν, 1 πράγμα που δείχνει ότι η απόδοση της μετοχής της αγροτικής τράπεζας συμβαδίζει σχεδόν απόλυτα με τον ftse20 και κατ' επέκταση με την ελληνική αγορά. Ο πίνακας δίνεται παρακάτω.

**Πίνακας 4.18:**

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.993471	0.031070	31.97492	0.0000
R-squared	0.409309	Mean dependent var		-0.000612
Adjusted R-squared	0.409309	S.D. dependent var		0.030398
S.E. of regression	0.023363	Akaike info criterion		-4.674650
Sum squared resid	0.804552	Schwarz criterion		-4.671060
Log likelihood	3448.555	Hannan-Quinn criter.		-4.673312
Durbin-Watson stat	2.029075			

Ο standard error και με αυτήν την μέθοδο είναι πολύ χαμηλός και το πραγματικό βήτα είναι διάφορο του μηδενός σύμφωνα με το P-value. Τέλος παρατηρείται από την μέχρι

τώρα ανάλυση των τραπεζών ότι η αγροτική τράπεζα έχει το πιο κοντινό βήτα στη μονάδα μέχρι στιγμής, πάντα κοιτάζοντας την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Το βήτα αυτής της μεθόδου δεν διαφέρει πάρα πολύ με αυτά της QR αλλά όσο προχωράμε σε μεγαλύτερα quantiles φαίνεται ότι αυτή η διαφορά μεγαλώνει.

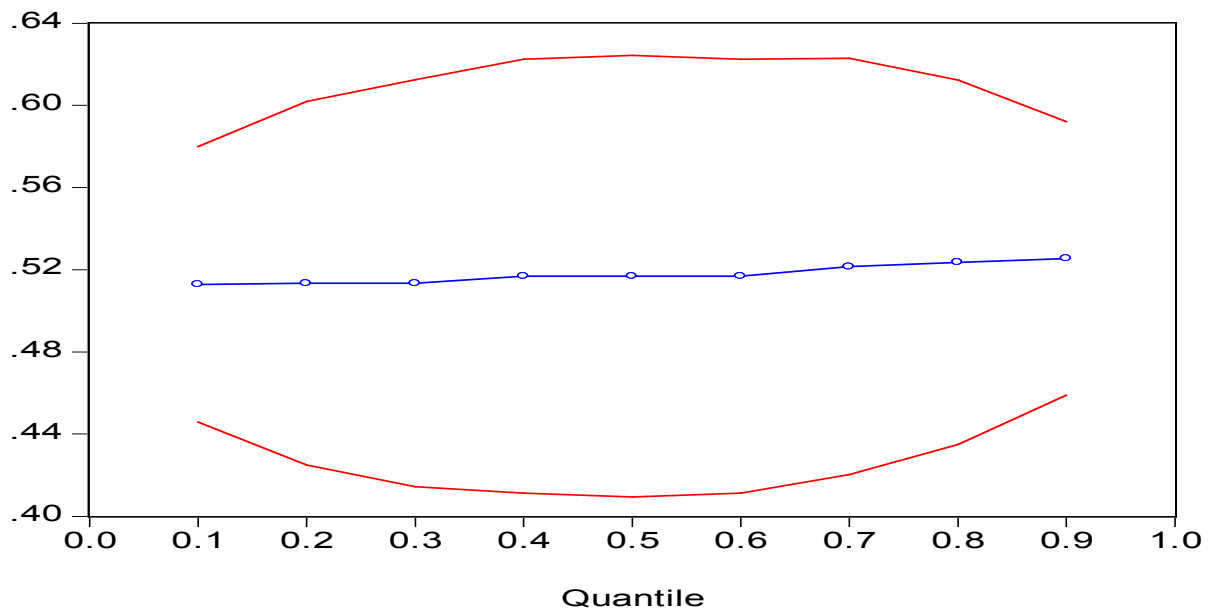
Για την ευρωπαϊκή αγορά τώρα, τα αποτελέσματα δίνονται στην συνέχεια στην μορφή του γνωστού πίνακα που χρησιμοποιεί το `enviews6` για να δώσει το `outrout` της προσομοίωσης, αλλά επίσης δίνεται και το γράφημα για μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα. Ο πίνακας είναι ο εξής:

**Πίνακας 4.19:**

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.100	0.512906	0.034214	14.99128	0.0000
	0.200	0.513393	0.045147	11.37169	0.0000
	0.300	0.513471	0.050570	10.15375	0.0000
	0.400	0.516824	0.053895	9.589445	0.0000
	0.500	0.516824	0.054843	9.423644	0.0000
	0.600	0.516824	0.053895	9.589445	0.0000
	0.700	0.521526	0.051722	10.08320	0.0000
	0.800	0.523638	0.045251	11.57179	0.0000
	0.900	0.525448	0.033959	15.47322	0.0000

Και το γράφημα:

**Διάγραμμα 4.8:**



Τα quantile betas από το μικρότερο έως το μεγαλύτερο quantile βλέπουμε πως έχουν πολύ μικρές διαφορές, με την αγροτική τράπεζα να επηρεάζεται σταθερά από την ευρωπαϊκή αγορά ανεξάρτητα από την απόδοση της τελευταίας. Συγκεκριμένα όπως φαίνεται και στον πίνακα το βήτα του 0.1 quantile είναι ίσο με 0.512906 και το αντίστοιχο βήτα για το μεγαλύτερο quantile είναι 0.525448. Αυτή η πολύ μικρή διαφορά των βήτα ανά quantile μπορεί να παρατηρηθεί και από το γράφημα όπου η κλίση αν και θετική είναι πολύ μικρή. Από τα αποτελέσματα αυτά βλέπουμε ότι η μετοχή της αγροτικής τράπεζας επηρεάζεται από την κίνηση της ευρωπαϊκής αγοράς σχεδόν στο μισό από ότι από την ελληνική αγορά. Έτσι όταν παραδείγματος χάριν ο ευρωπαϊκός δείκτης ανεβάζει την απόδοση του κατά μία μονάδα η μετοχή της αγροτικής τράπεζας θα επηρεαστεί στο μισό, έχοντας την τάση να αυξήσει την απόδοσή της για μισή μονάδα περίπου. Τα υπόλοιπα στοιχεία του πίνακα παραμένουν σε ίδια επίπεδα με τις προηγούμενες αναλύσεις, εξαιρουμένης ασφαλώς αυτήν της Marfin. Αυτό που είναι άξιο παρατήρησης στα αποτελέσματα αυτά, είναι ότι τα βήτα της μετοχής της αγροτικής τράπεζας ακολουθούν μία πορεία ανοδική όπως μετακινούμαστε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο quantile, παρόμοια δηλαδή με αυτήν της Marfin τράπεζας, αν και βέβαια με μικρότερες διακυμάνσεις.

Το βήτα που εκτιμάται με την LS μέθοδο, όπως φαίνεται και στον παρακάτω πίνακα, είναι σχεδόν 0.65, μακριά σχεδόν κατά 0.1 μονάδες από αυτά της QR, με το std. Error, το P-value και το t-statistic να είναι σε παρόμοια επίπεδα με αυτά των παραπάνω τραπεζών για τον ίδιο δείκτη.

**Πίνακας 4.20:**

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.652723	0.037569	17.37394	0.0000
R-squared	0.172068	Mean dependent var		-0.000617
Adjusted R-squared	0.172068	S.D. dependent var		0.030659
S.E. of regression	0.027897	Akaike info criterion		-4.319896
Sum squared resid	1.127684	Schwarz criterion		-4.316255
Log likelihood	3132.925	Hannan-Quinn criter.		-4.318537
Durbin-Watson stat	1.998028			

## 5.ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ (ETE GA Equity)

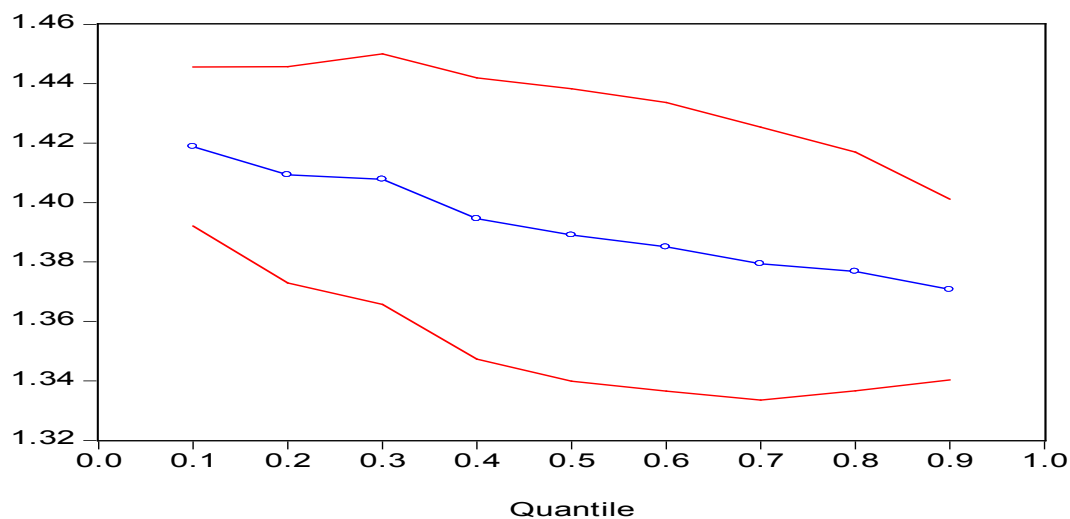
Τα quantile betas της εθνικής τράπεζας, σύμφωνα με την μέθοδο της quantile regression, δίνονται παρακάτω:

**Πίνακας 4.21:**

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.100	1.418862	0.013637	104.0458	0.0000
	0.200	1.409350	0.018573	75.88188	0.0000
	0.300	1.407863	0.021497	65.49096	0.0000
	0.400	1.394604	0.024150	57.74746	0.0000
	0.500	1.389028	0.025102	55.33619	0.0000
	0.600	1.385059	0.024783	55.88677	0.0000
	0.700	1.379436	0.023441	58.84830	0.0000
	0.800	1.376783	0.020479	67.22779	0.0000
	0.900	1.370705	0.015525	88.28949	0.0000

Και το αντίστοιχο γράφημα έχει ως εξής:

**Διάγραμμα 4.9:**



Παρατηρούμε πως το βήτα για το μικρότερο quantile είναι ίσο με 1.418862, ενώ αυτό για το μεγαλύτερο quantile ισούται με το 1.370705 και είναι εμφανές ότι η μείωση αυτή

των βήτα καθώς προχωράμε από μικρότερα quantiles σε μεγαλύτερα γίνεται σταδιακά. Η πτωτική όλο και λιγότερη επιρροή του δείκτη στην απόδοση της μετοχής της εθνικής τράπεζας όσο προχωράμε σε υψηλότερες αποδόσεις είναι εύκολο να παρατηρηθεί από το γράφημα που δίνεται παραπάνω και αυτό που δεν παρατηρείται στις υπόλοιπες τράπεζες, είναι η σχετικά πιο αρνητική κλίση που έχει το γράφημα δίνοντας στον αναγνώστη να καταλάβει πως, σε σχέση με τις υπόλοιπες τράπεζες, η επιρροή του ftse20 στις αποδόσεις της μετοχής μειώνεται με σχετικά μεγαλύτερα βήματα από μικρότερο σε μεγαλύτερο quantile. Μία ακόμα παρατήρηση που μπορεί να γίνει σχετικά με τα βήτα της εθνικής, είναι ότι ξεπερνάνε σε όλες τις περιπτώσεις την μονάδα και μάλιστα αυτό για το 0.1 quantile προσεγγίζει το 1.5, που σημαίνει ότι εάν ο δείκτης μεταβάλει την απόδοση του κατά μία μονάδα, η απόδοση της μετοχής της συγκεκριμένης τράπεζας θα μεταβληθεί κατά 1.5 μονάδες, πράγμα που δείχνει ότι η μετοχή είναι αρκετά ευμετάβλητη σε χαμηλές αποδόσεις του δείκτη. Κλείνοντας την συγκεκριμένη ανάλυση είναι χρήσιμο να επαναληφθεί ότι για ακόμη μία φορά τα υπόλοιπα στοιχεία τονίζουν την σημαντικότητα και το reliability των αποτελεσμάτων, αφού κυμαίνονται σε πολύ καλά επίπεδα για να στηρίξουν τα αποτελέσματα που πήραμε.

Το βήτα που έδωσε η LS μέθοδος δίνεται στον πίνακα που ακολουθεί:

**Πίνακας 4.22:**

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	1.443494	0.016479	87.59659	0.0000
R-squared	0.838840	Mean dependent var		-0.000322
Adjusted R-squared	0.838840	S.D. dependent var		0.030866
S.E. of regression	0.012391	Akaike info criterion		-5.942997
Sum squared resid	0.226317	Schwarz criterion		-5.939406
Log likelihood	4383.960	Hannan-Quinn criter.		-5.941658
Durbin-Watson stat	1.996931			

παρατηρείτε πως το βήτα που δίνει η συγκεκριμένη μέθοδος αποκλίνει, αν και για λίγο, ακόμη και από το μεγαλύτερο βήτα που μας έδωσε η προηγούμενη μέθοδος, εκτιμώντας ότι το Least Squares method βήτα ισούται με 1.443494. Το βήτα λοιπόν παραμένει σε υψηλά επίπεδα, πάντα συγκρίνοντας το με τις μέχρι τώρα αναλυθείσες τράπεζες, και τονίζει την μεγάλη επιρροή που ασκούν οι κινήσεις του δείκτη στην απόδοση της συγκεκριμένης μετοχής.

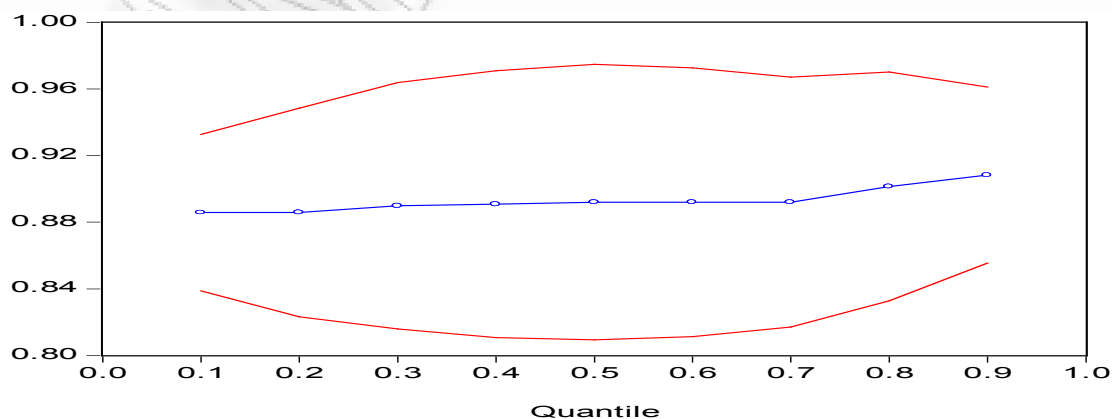
Όσο αφορά τώρα τα αποτελέσματα που πήραμε από την εφαρμογή του QR μοντέλου για την ευρωπαϊκή αγορά, αυτά παρουσιάζονται στον πίνακα στη συνέχεια.

**Πίνακας 4.23:**

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.100	0.885761	0.023960	36.96829	0.0000
	0.200	0.885813	0.031990	27.69067	0.0000
	0.300	0.889857	0.037763	23.56434	0.0000
	0.400	0.890842	0.040910	21.77540	0.0000
	0.500	0.892026	0.042197	21.13944	0.0000
	0.600	0.892026	0.041185	21.65904	0.0000
	0.700	0.892026	0.038316	23.28090	0.0000
	0.800	0.901466	0.035051	25.71874	0.0000
	0.900	0.908326	0.026994	33.64905	0.0000

και το αντίστοιχο γράφημα :

**Διάγραμμα 4.10:**





Τα βήτα κυμαίνονται από 0.88 έως 0.90 περίπου, εμφανώς χαμηλότερα σε σχέση με αυτά της ελληνικής αγοράς. Παρατηρείτε λοιπόν πως η απόδοση της μετοχής επηρεάζεται πιο πολύ από την κίνηση της ελληνικής αγοράς παρά της αντίστοιχης ευρωπαϊκής. Παρόλα αυτά είναι φανερό η αύξηση αυτής της επιρροής όσο πηγαίνουμε σε μεγαλύτερες αποδόσεις και μάλιστα μετά από το 0.7 quantile βλέπουμε μια πιο μεγαλύτερη αυξητική τάση των βήτα σε σύγκριση με προηγούμενα quantiles. Εμφανές επίσης είναι πως τα q-betas είναι στατιστικά σημαντικά, με το πραγματικό βήτα να διαφέρει του μηδενός και το noise να κυμαίνεται σε πολύ χαμηλά επίπεδα.

Το βήτα που μας έδωσε η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα.

**Πίνακας 4.24:**

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.986072	0.032967	29.91113	0.0000
R-squared	0.381674	Mean dependent var		-0.000322
Adjusted R-squared	0.381674	S.D. dependent var		0.031131
S.E. of regression	0.024480	Akaike info criterion		-4.581264
Sum squared resid	0.868315	Schwarz criterion		-4.577623
Log likelihood	3322.416	Hannan-Quinn criter.		-4.579905
Durbin-Watson stat	2.030970			

βλέπουμε πως είναι ίσο με 0.986072, πολύ κοντά στην μονάδα, εκτιμώντας πως η απόδοση της μετοχής κινείται σχεδόν με τον ίδιο ρυθμό που κινείται η ευρωπαϊκή αγορά. Παρόλα αυτά βλέπουμε και πως αυτό το βήτα απέχει από αυτά που εκτιμήθηκαν με την προηγούμενη μέθοδο, αν και παραμένει και αυτό στατιστικά σημαντικό, με χαμηλό θόρυβο και ενισχύει την υπόθεση ότι το πραγματικό βήτα είναι διάφορο του μηδενός. Τονίζεται για ακόμα μία φορά πως το βήτα αυτό υποθέτει μία ενιαία κίνηση της απόδοσης της μετοχής σε σχέση με την ευρωπαϊκή αγορά και δεν

δίνει μία ολοκληρωμένη εικόνα όπως αυτή που έχουμε με την εφαρμογή της quantile regression.

### **6.ΤΡΑΠΕΖΑ ΚΥΠΡΟΥ (BOC GA Equity)**

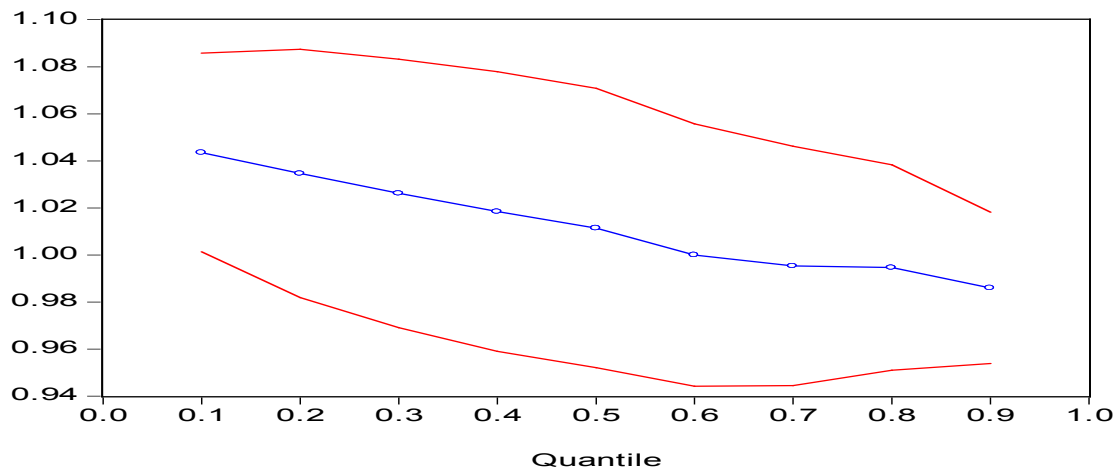
Για την τράπεζα της Κύπρου τα εξής αποτελέσματα εκτιμήθηκαν με την μέθοδο QR, για σε σχέση με τον ελληνικό δείκτη:

**Πίνακας 4.25:**

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.100	1.043540	0.021517	48.49798	0.0000
	0.200	1.034628	0.026900	38.46144	0.0000
	0.300	1.026179	0.029080	35.28800	0.0000
	0.400	1.018433	0.030305	33.60652	0.0000
	0.500	1.011417	0.030265	33.41915	0.0000
	0.600	1.000000	0.028453	35.14567	0.0000
	0.700	0.995316	0.025936	38.37539	0.0000
	0.800	0.994654	0.022248	44.70734	0.0000
	0.900	0.986034	0.016386	60.17402	0.0000

και γραφικά:

**Διάγραμμα 4.11:**



Τα quantile βήτα για την συγκεκριμένη τράπεζα κυμαίνονται πολύ κοντά στην μονάδα και μάλιστα στο 6<sup>ο</sup> quantile, δηλαδή σε αποδόσεις του δείκτη άνω του μετρίου, βλέπουμε πως το αντίστοιχο βήτα ισούται με την μονάδα ακριβώς. Από το μικρότερο 0.1 quantile έως το μεγαλύτερο 0.9, έχουμε ένα άλμα στην τιμή των quantile βήτα της τάξεως του -0.06 περίπου, πράγμα που δείχνει ότι γενικά η μετοχή της συγκεκριμένης τράπεζας επηρεάζεται με σχετικά σταθερό ρυθμό σε όλα τα quantiles. Η πτωτική πορεία των βήτα όσο προχωράμε σε μεγαλύτερα quantiles μπορεί να παρατηρηθεί εύκολα και από το γράφημα που δίνεται παραπάνω. Επίσης βλέπουμε ότι η αρνητική κλίση που παρουσιάζεται στο γράφημα σχετικά με τον ελληνικό δείκτη, ενισχύει το φαινόμενο που παρατηρείται στην πλειοψηφία των τραπεζών που έχουν εξεταστεί έως τώρα. Τέλος βλέπουμε πως τα p-value, σύμφωνα με τον πίνακα, είναι όλα μηδέν έχοντας ως αποτέλεσμα να απορρίπτουμε την υπόθεση ότι τα πραγματικά βήτα σε κάθε quantile είναι μηδέν, τα standard errors είναι πολύ χαμηλά και επίσης η στατιστική σημαντικότητα των αποτελεσμάτων είναι πολύ υψηλή.

Το βήτα που εκτιμήθηκε για τον ίδιο δείκτη αλλά από την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, δίνεται στον πίνακα που ακολουθεί.

**Πίνακας 4.26:**

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	1.099612	0.026660	41.24640	0.0000
R-squared	0.535672	Mean dependent var		0.000462
Adjusted R-squared	0.535672	S.D. dependent var		0.029419
S.E. of regression	0.020046	Akaike info criterion		-4.980859
Sum squared resid	0.592337	Schwarz criterion		-4.977268
Log likelihood	3674.384	Hannan-Quinn criter.		-4.979520
Durbin-Watson stat	1.913844			

Βλέπουμε πως αυτό ισούται με 1.1 περίπου, κοντά στο 0.1 quantile που εκτιμήθηκε

νωρίτερα αλλά και πάλι διαφέρει αισθητά από αυτό. Η τάση παρόλα αυτά της μετοχής της τράπεζας της Κύπρου να επηρεάζεται από τον ελληνικό δείκτη σχεδόν με τις ίδιες μεταβολές που υπόκεινται και αυτός, είναι εμφανής αφού και αυτό το βήτα είναι κοντά στην μονάδα.

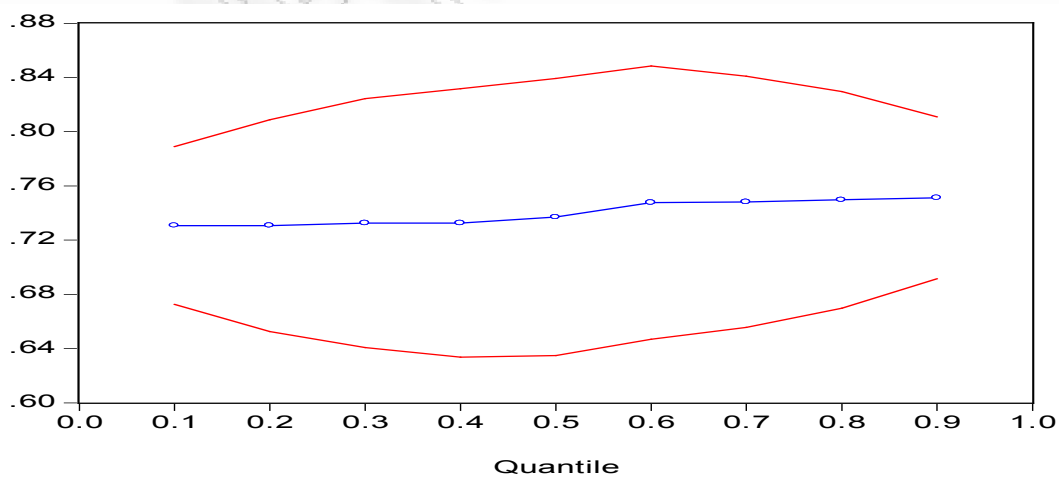
Για τον ευρωπαϊκό δείκτη τώρα, πήραμε τα παρακάτω αποτελέσματα χρησιμοποιώντας την QR:

**Πίνακας 4.27:**

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.100	0.730701	0.029687	24.61376	0.0000
	0.200	0.730701	0.039892	18.31706	0.0000
	0.300	0.732556	0.046789	15.65641	0.0000
	0.400	0.732556	0.050548	14.49236	0.0000
	0.500	0.736996	0.052143	14.13406	0.0000
	0.600	0.747716	0.051406	14.54542	0.0000
	0.700	0.748221	0.047260	15.83199	0.0000
	0.800	0.749636	0.040730	18.40483	0.0000
	0.900	0.751208	0.030483	24.64384	0.0000

και γραφικά:

**Διάγραμμα 4.12:**



Τα βήτα που παρατηρούμε για τις αποδόσεις της μετοχής της τράπεζας Κύπρου με τον ευρωπαϊκό δείκτη, κυμαίνονται χαμηλότερα σε σχέση με αυτά του ελληνικού. Έτσι για μικρότερες αποδόσεις έχουμε ένα βήτα ίσο με 0.73 περίπου και για μεγαλύτερες αποδόσεις έχουμε  $\alpha$ -beta ίσο με 0.75 περίπου, πράγμα που δείχνει πως και αυτή η τράπεζα ακολουθεί την τάση που έχουν και οι υπόλοιπες τράπεζες μέχρι τώρα, στην πλειοψηφία τους, δηλαδή να παρατηρούνται μεγαλύτερα βήτα καθώς πηγαίνουμε σε μεγαλύτερα quantiles, μιλώντας βέβαια για τον ευρωπαϊκό δείκτη. Η διαφορά των βήτα από το μικρότερο έως το μεγαλύτερο quantile δεν δείχνει να είναι μεγάλη, εκτιμώντας το μοντέλο μία σταθερή επιρροή της μετοχής από τον ευρωπαϊκό δείκτη για όλες τις αποδόσεις του. Ο πολύ μικρός θόρυβος και το υψηλό reliability είναι και πάλι εμφανή στα αποτελέσματα που δίνονται από το πρόγραμμα enviews.

Το beta που πήραμε χρησιμοποιώντας την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων δίνεται στον πίνακα που ακολουθεί.

**Πίνακας 4.28:**

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.786669	0.034205	22.99861	0.0000
R-squared	0.267230	Mean dependent var		0.000476
Adjusted R-squared	0.267230	S.D. dependent var		0.029671
S.E. of regression	0.025399	Akaike info criterion		-4.507512
Sum squared resid	0.934775	Schwarz criterion		-4.503871
Log likelihood	3268.946	Hannan-Quinn criter.		-4.506153
Durbin-Watson stat	1.879925			

Το βήτα της LS method είναι σχετικά κοντά σε αυτά που εκτιμήθηκαν με την QR αλλά για ακόμη μία φορά διαφέρει ακόμη και από το υψηλότερο βήτα που πήραμε νωρίτερα. Η εικόνα που παίρνουμε είναι ότι η απόδοση της μετοχής της τράπεζας Κύπρου σε μια αλλαγή της απόδοσης του ευρωπαϊκού δείκτη π.χ. για 1 μονάδα, η ίδια θα μεταβάλλει

την απόδοση της κατά 0.79 μονάδες περίπου. Αυτό βέβαια αν και προσεγγίζει την εικόνα που παίρνουμε από την QR, δεν παύει να είναι ελλιπής αφού υποθέτει ότι αυτή η αλλαγή είναι η ίδια ανεξάρτητα το μέγεθος των αποδόσεων της ευρωπαϊκής αγοράς. Τέλος βλέπουμε πως και με αυτή τη μέθοδο το πραγματικό βήτα είναι διάφορο του μηδενός, το noise χαμηλό και η στατιστική σημαντικότητα υψηλή.

### **7.ΠΕΙΡΑΙΩΣ ΤΡΑΠΕΖΑ (TPEIR GA Equity)**

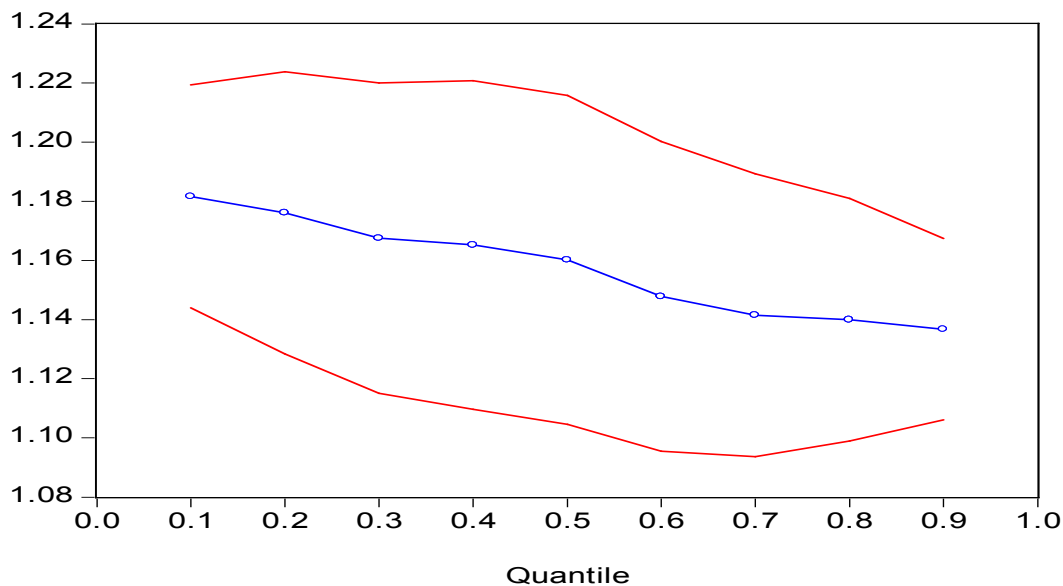
Για την τελευταία τράπεζα από τις επτά που επιλέχθηκαν, τα q-betas παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

**Πίνακας 4.29:**

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.100	1.181658	0.019216	61.49473	0.0000
	0.200	1.176079	0.024351	48.29608	0.0000
	0.300	1.167529	0.026766	43.62042	0.0000
	0.400	1.165251	0.028337	41.12087	0.0000
	0.500	1.160146	0.028359	40.90957	0.0000
	0.600	1.147825	0.026713	42.96873	0.0000
	0.700	1.141514	0.024382	46.81816	0.0000
	0.800	1.139950	0.020944	54.42885	0.0000
	0.900	1.136747	0.015665	72.56437	0.0000

Και το αντίστοιχο γράφημα:

**Διάγραμμα 4.13:**



Παρατηρούμε ότι τα βήτα της τράπεζας Πειραιώς είναι, σε κάθε quantile, μεγαλύτερα της μονάδας, φαίνοντας πως ο ελληνικός δείκτης επηρεάζει αρκετά την απόδοση της μετοχής της συγκεκριμένης τράπεζας. Αναλυτικά τα quantile betas της Πειραιώς ξεκινάνε από 1.18 περίπου στο μικρότερο quantile και καταλήγουν στις 1.13 μονάδες για το υψηλότερο quantile (0.9). Παρατηρούμε επίσης πως η κλίση του γραφήματος είναι αρνητική, ενισχύοντας την τάση που παρατηρείται στις αναλυθέντες τράπεζες, σχετικά με την επιρροή που ασκεί ο ελληνικός δείκτης, στις αποδόσεις των μετοχών τους. Ακόμα φαίνεται πως το reliability των αποτελεσμάτων παραμένει υψηλό, με τα επίπεδα του θορύβου να κυμαίνονται σε χαμηλά επίπεδα και ασφαλώς και τα υπόλοιπα στοιχεία που βλέπουμε στον πίνακα να κυμαίνονται σε ιδανικά επίπεδα για τα αποτελέσματα που εκτιμήθηκαν.

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων εκτίμησε τα παρακάτω αποτελέσματα, για τον ίδιο δείκτη:

**Πίνακας 4.30:**

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	1.099612	0.026660	41.24640	0.0000
R-squared	0.535672	Mean dependent var		0.000462
Adjusted R-squared	0.535672	S.D. dependent var		0.029419
S.E. of regression	0.020046	Akaike info criterion		-4.980859
Sum squared resid	0.592337	Schwarz criterion		-4.977268
Log likelihood	3674.384	Hannan-Quinn criter.		-4.979520
Durbin-Watson stat	1.913844			

Το Beta που εκτιμάτε είναι κοντά στο 1.1 και για ακόμη μία φορά αν και είναι κοντά στα  $\alpha$ -beta απέχει από το μεγαλύτερο αλλά και από το μικρότερο βήτα. Ότι ισχύει για την εικόνα που πήραμε από τις προηγούμενες αναλύσεις με την μέθοδο LS, ισχύει και για το αποτέλεσμα που πήραμε για την παρούσα τράπεζα, απλά να επισημάνουμε για μία ακόμη φορά πως παρόλο η εικόνα που λαμβάνουμε από αυτήν την μέθοδο είναι ελλιπής, τα αποτελέσματα της σε όλες τις περιπτώσεις που είδαμε μέχρι τώρα, αλλά και σε αυτή, είναι στατιστικά σημαντικά, με μικρό St.error και υψηλό t-statistic.

Για τον ευρωπαϊκό δείκτη τώρα:

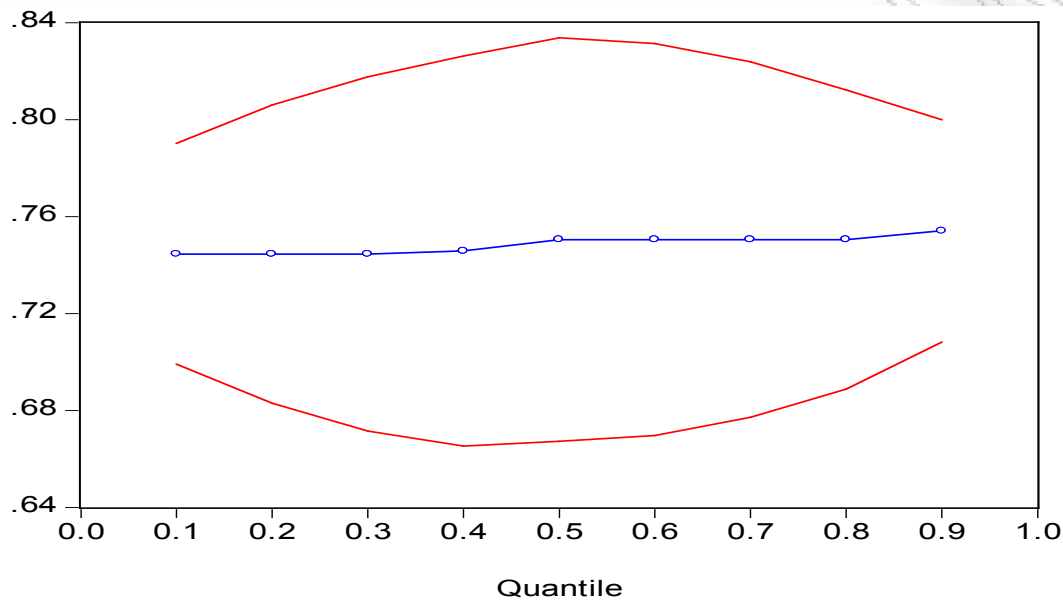
**Πίνακας 4.31:**

	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.100	0.744635	0.023232	32.05242	0.0000
	0.200	0.744635	0.031375	23.73354	0.0000
	0.300	0.744635	0.037300	19.96340	0.0000
	0.400	0.745846	0.041064	18.16296	0.0000
	0.500	0.750550	0.042464	17.67507	0.0000
	0.600	0.750550	0.041229	18.20452	0.0000
	0.700	0.750550	0.037389	20.07420	0.0000
	0.800	0.750550	0.031455	23.86132	0.0000
	0.900	0.754157	0.023406	32.22078	0.0000



και γραφικά:

**Διάγραμμα 4.14:**



Και αυτή τη φορά τα βήτα για τον ευρωπαϊκό κυμαίνονται σε πιο χαμηλά επίπεδα από τον ελληνικό και επίσης βλέπουμε πως και πάλι το γράφημα έχει θετική κλίση με τα βήτα να αυξάνονται καθώς πηγαίνουμε από μικρότερα σε μεγαλύτερα quantiles. Τα  $\alpha$ -betas από το μικρότερο έως το μεγαλύτερο quantile έχουν μία διαφορά της τάξεως του 0.01, δείχνοντας μια σταθερή επιρροή του ευρωπαϊκού δείκτη στην μετοχή της Πειραιώς, άσχετα από το μέγεθος της απόδοσης του. Στα υπόλοιπα στοιχεία του πίνακα δεν βλέπουμε αποκλίσεις από το φυσιολογικό με την ανάλυση τους να παραμένει ίδια με τις προηγούμενες τράπεζες.

Το βήτα που εκτιμήθηκε από την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων δίνεται στον πίνακα που ακολουθεί.

Πίνακας 4.32:

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.817456	0.031535	25.92254	0.0000
R-squared	0.316594	Mean dependent var		-0.000521
Adjusted R-squared	0.316594	S.D. dependent var		0.028325
S.E. of regression	0.023416	Akaike info criterion		-4.670093
Sum squared resid	0.794509	Schwarz criterion		-4.666453
Log likelihood	3386.818	Hannan-Quinn criter.		-4.668735
Durbin-Watson stat	1.867179			

Και πάλι έχουμε μία σχετικά υψηλή απόκλιση με το βήτα της LS method να εκτιμάται στις 0.82 μονάδες περίπου, διαφέροντας κατά 0.15 μονάδες από το βήτα που εκτιμήθηκε νωρίτερα για το 0.9 quantile. Παρατηρείται λοιπόν πως με την μέθοδο αυτή εκτιμάται ότι ο Ευρωπαϊκός δείκτης επηρεάζει περισσότερο την μετοχή της Πειραιώς συγκρίνοντας την με την προηγούμενη μέθοδο. Τέλος από τα υπόλοιπα αποτελέσματα του πίνακα μπορούμε να υποθέσουμε ότι το πραγματικό βήτα είναι διάφορο του μηδενός, πως ο θόρυβος είναι πολύ χαμηλός αλλά και η στατιστική σημαντικότητα των αποτελεσμάτων μας υψηλή.

### **4.1.3 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΓΙΑ QUANTILE BETAS**

Χάριν στην παρουσίαση και ανάλυση των αποτελεσμάτων για τα quantile και LS βήτα, που έγινε παραπάνω, μπορούμε να καταλήξουμε σε κάποια πολύ ενδιαφέροντα συμπεράσματα για τις τάσεις που παρατηρούνται στα βήτα των ελληνικών τραπεζών. Βλέποντας τμηματικά μόνο τα quantile betas των ελληνικών τραπεζών σε σχέση με την ελληνική αγορά (ftse20), μπορούμε να πούμε πως, χωρίς καμία εξαίρεση, όλες οι τράπεζες που αναλύθηκαν παρουσιάζουν q-betas μεγαλύτερα στο 0.1 quantile, τα οποία στην συνέχεια και όσο προχωράμε σε μεγαλύτερα quantiles, μειώνονται και μάλιστα στις περισσότερες περιπτώσεις με σταθερό ρυθμό. Αυτή η παρατήρηση μας

οδηγεί στο συμπέρασμα ότι όσο ο δείκτης *ftse20*, και κατ' επέκταση η ελληνική αγορά, φαίνεται να παρουσιάζουν μεγαλύτερες αποδόσεις, τόσο λιγότερο οι αποδόσεις των μετοχών των τραπεζών που βρίσκονται στον δείκτη αυτό επηρεάζονται από τις κινήσεις της αγοράς. Συγκεκριμένα, βλέποντας τα αποτελέσματα όλων των τραπεζών, παρατηρούμε ότι τα *q-betas* είναι όλα σχετικά κοντά στην μονάδα, στο 0.1 quantile, χωρίς καμία τράπεζα να ξεφεύγει πολύ μακριά από αυτήν. Πιο αναλυτικά βλέπουμε το μεγαλύτερο βήτα στο 0.1 quantile να είναι ίσο με 1.41 (εθνική τράπεζα) και το μικρότερο να είναι ίσο με 0.92 (αγροτική τράπεζα), μη συμπεριλαμβάνοντας τα αποτελέσματα που πήραμε από την *Marfin*, αφού φαίνεται πως λόγω της σύντομης παρουσίας της στο χρηματιστήριο και στους ευρωπαϊκούς δείκτες παρουσιάζει κάποιες “μη αναμενόμενες” αποκλίσεις που αποτελούν την εξαίρεση στο σύνολο των επτά τραπεζών που αναλύθηκαν παραπάνω. Στην συνέχεια παρατηρούμε πως στο 0.9 quantile τα βήτα έχουν το ίδιο μικρές αποκλίσεις μεταξύ τους, εκτιμώντας το μεγαλύτερο βήτα ίσο με 1.37 (εθνική τράπεζα) και το μικρότερο ίσο με 0.86 (αγροτική τράπεζα) δηλαδή και στο 0.1 quantile αλλά και στο 0.9, βλέπουμε μία απόκλιση μεταξύ του μικρότερου και του μεγαλύτερου βήτα στο κάθε quantile σχεδόν ίδια και ίση περίπου με 0.5 (0.49 για το 0.9 quantile και 0.51 για το 0.1 quantile). Αν παρόλα αυτά εξαιρούσαμε και τα σχετικά υψηλά βήτα της εθνικής τράπεζας θα βλέπαμε πως οι αποκλίσεις είναι πολύ μικρότερες αφού το αμέσως μικρότερο βήτα είναι πολύ πιο μικρό από αυτό της εθνικής. Καταλήγοντας λοιπόν για την τάση που παρουσιάζουν τα βήτα όσο πάμε σε υψηλότερα quantiles, μπορούμε να πούμε πως ναι μεν είναι πτωτική και βλέπουμε πως όσο η αγορά πηγαίνει καλύτερα τόσο πιο λίγο επηρεάζει τις αποδόσεις των μετοχών των παραπάνω τραπεζών αλλά από την άλλη βλέπουμε πως η επιρροή που ασκεί η αγορά από quantile σε quantile είναι σχετικά σταθερή, αφού όπως αναφέρθηκε και παραπάνω οι αποκλίσεις από το 0.1 στο 0.9 quantile είναι πολύ μικρές και κοντά στην μονάδα. Άρα παρατηρούμε μία ελληνική αγορά που όταν η ίδια πάει καλά, τότε και οι τράπεζες της πηγαίνουν σχεδόν το ίδιο καλά με αυτήν.

Για έναν επενδυτή όμως, αυτές οι μικρές διαφορές παίζουν μεγάλο ρόλο για τον σχηματισμό των χαρτοφυλακίων του. Έτσι αν έχουμε έναν γενικά ριψοκίνδυνο επενδυτή που θέλει να αγοράσει μετοχές ελληνικών τραπεζών, τότε η καλύτερη λύση για εκείνον είναι να επιλέξει την Εθνική τράπεζα, η οποία όταν ο δείκτης πηγαίνει καλά εκείνη θα

πηγαίνει σχετικά πολύ καλύτερα ενώ αν ο δείκτης παρουσιάζει μικρές αποδόσεις οι και πτώση τότε εκείνη θα παρουσιάζει ακόμα περισσότερη πτώση της τιμής της. Από την άλλη μεριά αν έχουμε έναν συντηρητικό επενδυτή που θέλει να επενδύσει σε μετοχές ελληνικών τραπεζών, τότε η καλύτερη επιλογή του είναι η μετοχή της αγροτικής τράπεζας, όπου ναι μεν θα έχει μικρότερες αποδόσεις σε σχέση με τον δείκτη, όταν αυτός πηγαίνει πολύ καλά, αλλά από την άλλη μεριά θα έχει και μικρότερη ζημιά εάν ο δείκτης δείχνει να πέφτει. Τέλος αν έχουμε έναν επενδυτή που είναι στην μέση περίπου των δύο αυτών τύπων επενδυτών, θα του πρότεινα να επιλέξει την μετοχή της τράπεζας Κύπρου αφού φαίνεται να έχει την μετοχή με βήτα πιο κοντά στην μονάδα σε σχέση με τις υπόλοιπες τράπεζες.

Παρατηρώντας τώρα τα βήτα της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων, για τον ίδιο δείκτη, βλέπουμε πως αυτό της εθνικής συνεχίζει να είναι το μεγαλύτερο και μάλιστα ίσο με 1.443 περίπου, ενώ το μικρότερο εξ' αυτών είναι αυτό της τράπεζας της alpha αλλά και της αγροτικής αφού και τα δύο είναι ίσα με περίπου 0.99. Συγκρίνοντας τα με αυτά της μεθόδου της QR βλέπουμε πως, σε γενικές γραμμές, έχουν σχετικά μεγάλες αποκλίσεις και μάλιστα στις περισσότερες περιπτώσεις δεν ήταν ίδια με κανένα βήτα κανενός quantile από 0.1 έως 0.9. Αυτό δείχνει πως πράγματι η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων αν και είναι αρκετά απλή και ίσως η πιο συχνά χρησιμοποιημένη μέθοδος, δεν είναι αρκετή για την σύλληψη μίας ολοκληρωμένης εικόνας για τον τρόπο που επηρεάζονται οι μετοχές από την αγορά, διότι όχι μόνο δεν δίνει betas τα οποία είναι σχετικά κοντά σε αυτά που δίνει η QR αλλά επίσης δεν δίνει και τον διαφορετικό τρόπο επιρροής των μετοχών σε διαφορετικά επίπεδα αποδόσεων. Αυτό δηλαδή που αναφέρεται σε τόσα σχετικά papers φαίνεται και σε αυτήν την εργασία ξεκάθαρα, ενισχύοντας ακόμη περισσότερο την θέση που παίρνουν οι "οπαδοί" απέναντι στα ελλιπή αποτελέσματα που δίνονται από την Least Squared Method. Βέβαια είναι σημαντικό να επισημάνω ότι δεν υπάρχει τόσο στενή σύγκριση μεταξύ των δύο αυτών μεθόδων αφού η μία χρησιμοποιεί απόλυτες τιμές και η άλλη τα τετράγωνα των τιμών, παρόλα αυτά όμως αν τις δούμε σαν δύο διαφορετικά εργαλεία για τον ίδιο σκοπό, βλέπουμε πως αυτό της QR είναι σαφώς καλύτερο.

Παρατηρώντας τώρα τα αντίστοιχα αποτελέσματα της Quantile Regression μεθόδου αλλά σχετικά με την ευρωπαϊκή αγορά (EEBP300), βλέπουμε πως και σε αυτήν την

περίπτωση παρατηρούνται κάποιες συγκεκριμένες τάσεις που οδηγούν σε πολύ ενδιαφέροντα αποτελέσματα για τις ελληνικές τράπεζες και τον τρόπο που επηρεάζονται από την ευρωπαϊκή αγορά. Με μία πρώτη ματιά παρατηρείται ότι τα Quantile betas των ελληνικών τραπεζών σε σχέση με τον ευρωπαϊκό δείκτη eebp300, είναι σαφώς μικρότερα από τα αντίστοιχα για τον ftse20 και μάλιστα στις περισσότερες περιπτώσεις βλέπουμε αποκλίσεις της τάξεως της μισής μονάδας μικρότερα. Πρώτο συμπέρασμα που βγαίνει από αυτήν την παρατήρηση είναι ότι η ελληνική τραπεζική αγορά επηρεάζεται σε μικρότερο βαθμό από την ευρωπαϊκή αγορά από ότι από την ίδια εγχώρια αγορά. Αυτό δείχνει πολύ φυσιολογικό αλλά αυτό που είναι ακόμη πιο ενδιαφέρον, είναι ότι η ελληνικές τράπεζες έχουν “ευρωπαϊκά” βήτα μικρότερα κατά μισή μονάδα συγκρινόμενα με τα ελληνικά, πράγμα που αν το σκεφτούμε συνδυαστικά με το τι επικράτησε την περίοδο της κρίσης και πόσο πολύ άργησε αυτή να επηρεάσει τον ελληνικό τραπεζικό κλάδο, θα δούμε γιατί το ελληνικό τραπεζικό σύστημα θεωρούνταν τότε “θωρακισμένο” από τις ξένες επιρροές.

Ένα άλλο εξίσου ενδιαφέρον συμπέρασμα, που κατά κάποιο τρόπο συνδέεται με το προηγούμενο, είναι η τάση που παρατηρείται, στις έξι από τις επτά τράπεζες, να έχουν βήτα τα οποία γίνονται όλο και μεγαλύτερα όσο προχωράμε από το 0.1 quantile στο 0.9. Αυτό ενισχύει ότι ειπώθηκε νωρίτερα, δείχνοντας ότι όταν η ευρωπαϊκή αγορά δεν πηγαίνει καλά και οι αποδόσεις τις βρίσκονται στο χαμηλότερο quantile, τότε οι μετοχές των ελληνικών τραπεζών τείνουν να επηρεάζονται λιγότερο με αποτέλεσμα εάν π.χ. ο ευρωπαϊκός δείκτης έχει μια πτώση 1%, η απόδοση της αγροτικής τραπεζής να επηρεαστεί μόνο στο μισό (βήτα = 0.50 περίπου) ενώ εάν ο ευρωπαϊκός δείκτης έχει υψηλές αποδόσεις της τάξεως του π.χ. 0.7 quantile τότε οι ελληνικές τράπεζες έχουν την τάση να επηρεάζονται περισσότερο και έτσι με μια υψηλή απόδοση του ευρωπαϊκού δείκτη, η επιρροή της μετοχής π.χ. της αγροτικής τράπεζας θα είναι μεγαλύτερη από το μισό (βήτα = 0.50) έχοντας σε γενικές γραμμές μεγαλύτερη επιρροή σε υψηλά quantiles και μικρότερη σε quantiles που πλησιάζουν όλο και πιο κοντά στο 0. Έτσι είναι εμφανή η αντίθεση που υπάρχει στα βήτα των ελληνικών τραπεζών με τους δύο δείκτες, τα οποία όσο αφορά τον ελληνικό, τείνουν να γίνονται μικρότερα όσο προχωράμε από μικρό σε μεγαλύτερο quantile ενώ για τον ξένο ισχύει το ακριβώς αντίθετο, με τα βήτα να αυξάνονται όσο προχωράμε σε μεγαλύτερα quantiles. Επίσης χρήσιμο είναι να

αναφερθεί ότι οι τράπεζες που έχουν τα μεγαλύτερα και μικρότερα βήτα σε σχέση με τον ευρωπαϊκό δείκτη είναι οι ίδιες που είχαν τα αντίστοιχα βήτα σε σχέση με τον ελληνικό δείκτη. Έτσι για την εθνική τράπεζα εκτιμάται το μεγαλύτερο βήτα και ίσο με 0.88 στο μικρότερο quantile που ορίστηκε για αυτήν την εργασία και 0.90 στο μεγαλύτερο quantile (0.9) ενώ για την αγροτική τράπεζα έχουμε τα μικρότερα βήτα, σε σχέση με τις υπόλοιπες τράπεζες, και είναι 0.51 στο 0.1 quantile ενώ στο 0.9 quantile είναι ίσο με 0.52, απέχοντας πολύ από τα αντίστοιχα βήτα της εθνικής.

Κοιτάζοντας τώρα τα βήτα που δίνει η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων για τις ελληνικές τράπεζες σε σχέση με τον ευρωπαϊκό δείκτη, φαίνεται πως η συγκεκριμένη μέθοδος εκτιμάει τα βήτα αρκετά υψηλότερα σε σχέση με την QR και μάλιστα, σε όλες τις περιπτώσεις, είναι μεγαλύτερα από τα βήτα στο 0.9 quantile, που όπως επισημάνθηκε και νωρίτερα είναι το quantile με τα υψηλότερα εκτιμημένα βήτα (ευρωπαϊκός δείκτης). Αυτή η παρατήρηση μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι εάν ακολουθήσουμε τα βήτα που δίνονται από την LS method για π.χ. την δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου, θα έχουμε ακολουθήσει βήτα τα οποία είναι υπερτιμημένα και μάλιστα σε υψηλό βαθμό, που επίσης δεν θα μας δίνουν εικόνα για το τι γίνεται όταν ο δείκτης πηγαίνει καλά ή άσχημα, αφού η συγκεκριμένη μέθοδος, όπως έχει επισημανθεί πολλές φορές, μας δίνει ένα βήτα για όλες τις περιπτώσεις δηλαδή υποθέτει μια ενιαία μεταβολή των αποδόσεων των μετοχών σε σχέση με την ευρωπαϊκή αγορά. Τέλος χρήσιμο είναι να ειπωθεί ότι η αγροτική τράπεζα εξακολουθεί να έχει το μικρότερο βήτα και με αυτή τη μέθοδο, αφού είναι ίσο με 0.65, και η εθνική παρουσιάζει το μεγαλύτερο βήτα με την LS method, ίσο με 0.99 περίπου.

Κοιτάζοντας λοιπόν συνολικά τα αποτελέσματα που παίρνουμε και από τους δύο δείκτες αλλά και από τις δύο μεθόδους, καταλήξαμε σε πολύ ενδιαφέροντα αποτελέσματα με σημαντικές πληροφορίες για τα βήτα των ελληνικών τραπεζών είτε αυτά ήταν σε σχέση με την ευρωπαϊκή αγορά είτε με την ελληνική. Επισημάνθηκε και αποδείχτηκε στην παρούσα εργασία και συγκεκριμένα στο παρόν μέρος της, η ανωτερότητα της QR μεθόδου να παρέχει μια πλήρη εικόνα για τα υπό εξέταση στοιχεία, έναντι της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων που αποδεικνύεται για ακόμη μία φορά πως στις περισσότερες περιπτώσεις όχι μόνο δεν βοηθάει να κατανοήσουμε πλήρως την κατάσταση που επικρατεί στα στοιχεία που εξετάζουμε, αλλά επίσης

παρουσιάζει εμφανείς αποκλίσεις στις εκτιμήσεις της από την QR μέθοδο. Στο κομμάτι αυτό τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν, έδειξαν, όλα, πως ήταν ιδιαίτερα σημαντικά (στατιστικά), παρουσιάζοντας πολύ μικρό θόρυβο σε όλες τις περιπτώσεις, με ισχυρό reliability εκτιμήσεων και με πιθανότητες να έχουμε επαλήθευση των μηδενικών υποθέσεων ίσες με μηδέν. Αυτή η εικόνα ενισχύει την πεποίθησή μου ότι τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν και ο τρόπος που προσεγγίστηκε το συγκεκριμένο θέμα είναι ο σωστός και πως τα αποτελέσματα και συμπεράσματα που εξήχθησαν από τις παραπάνω αναλύσεις είναι σίγουρα έμπιστα και άξια προσοχής.

### **4.2.1 Μεθοδολογία για Tail Risk**

Για να υπολογιστεί το tail risk των ελληνικών τραπεζών χρησιμοποιήθηκε ένα δείγμα και πάλι 1475 παρατηρήσεων, το οποίο αποτελείται από αποδόσεις των 7 τραπεζών που εξετάζουμε. Η ημερομηνία παρακολούθησης των αποδόσεων των μετοχών ξεκινάει από τις 4/1/2005 και σταματάει στις 31/8/2010 εξαιρουμένης ασφαλώς της Marfin τράπεζα όπου, λόγω μετέπειτα εισαγωγής της στο Χ.Α., οι παρατηρήσεις ξεκινάνε από 8/1/2007 και είναι στο σύνολο τους 975.

Επιλέχτηκε να χρησιμοποιηθεί το πρόγραμμα “STABLE” το οποίο έχει κατασκευαστεί από τον John P. Nolan και παρέχεται δωρεάν στο site του (<http://academic2.american.edu/~jpnolan/stable/stable.html>). Το συγκεκριμένο πρόγραμμα κατασκευάστηκε για να διευκολύνει τον υπολογισμό παραμέτρων του υπό εξέταση πληθυσμού χρησιμοποιώντας Stable distributions. Οι λόγοι που επιλέχτηκε το συγκεκριμένο πρόγραμμα είναι πολλοί, αλλά οι κυριότεροι εξ’ αυτών αφορούν τις δυνατότητες των stable κατανομών και, εμπειρικά, την παρατήρηση παχιών tail και skewness σε μεγάλα δείγματα, κάτι που μπορεί να “διαχειριστεί” η συγκεκριμένη οικογένεια κατανομών.

Ο γενικός τύπος των stable κατανομών μπορεί να περιγραφεί με 4 παραμέτρους: έναν δείκτη σταθερότητας “α” ο οποίος παίρνει τιμές από 0 έως 2, μία παράμετρο “β” που παίρνει τιμές  $-1 \leq \beta \leq 1$  και περιγράφει το skewness, την παράμετρο “γ” που είναι μία scale παράμετρος και μπορεί να πάρει οποιαδήποτε θετική τιμή και τέλος την

παράμετρο  $\delta$  που είναι μία παράμετρος τοποθεσίας (location) και μπορεί να πάρει οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό ως τιμή.

Στην παρούσα εργασία επειδή θέλουμε να βρεθούν το πόσο παχιά είναι τα tails των ελληνικών τραπεζών, χωρίς να μας ενδιαφέρει κάποια άλλη λεπτομέρεια της κατανομής τους, ο μόνος δείκτης που θα εκτιμήσουμε και μας ενδιαφέρει είναι το  $\alpha$ , η stability parameter. Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα το  $\alpha$  παίρνει τιμές μεταξύ του 0 και του 2 και ανάλογα την τιμή που το  $\alpha$  θα πάρει, μπορούμε να καταλάβουμε εάν το δείγμα μας έχει fat-tailed κατανομή ή light-tail κατανομή. Συνεπώς όταν το  $\alpha$  παίρνει τιμές κοντά στο 2, τότε έχουμε λεπτά tails στην κατανομή μας και άρα μικρό tail risk. Εάν το  $\alpha$  παίρνει τιμές κοντά στο 1.5 και πιο κάτω (μέχρι το 0) τότε αυτό είναι ένα κακό σημάδι για το tail risk που υπάρχει αφού, σύμφωνα με το  $\alpha$ , έχουμε παχιά tails στην κατανομή του δείγματος μας και άρα υψηλό tail risk.

Το πρόγραμμα STABLE έχει την δυνατότητα να χρησιμοποιήσει αρκετές μεθόδους για τον υπολογισμό των 4 παραμέτρων που αναφέρθηκαν νωρίτερα (περισσότερες λεπτομέρειες αλλά και βιβλιογραφία υπάρχουν στο site του J.P. Nolan), όπου κάποιες από αυτές είναι η χρησιμοποίηση quantile, max likelihood estimation, fractional moment method κτλ. Οι μέθοδοι αυτοί αφού συγκρίθηκαν σε μία πολύ μεγάλη μελέτη προσομοίωσης, Ojeda (2001), διαπιστώθηκε ότι η μέθοδος μεγίστης πιθανοφάνειας (ML method) δίνει εκτιμήσεις που σχεδόν πάντα είναι πιο ακριβής από αυτές των άλλων μεθόδων, με την sample characteristic function (SCF) να ακολουθεί δεύτερη και την μέθοδο των quantile να είναι τρίτη κατά σειρά. Για αυτόν λοιπόν τον λόγο επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί η ML μέθοδος, αφού είναι πιο ακριβής από τις υπόλοιπες και δεν χρειάζεται να περιοριστεί το δείγμα ώστε να λειτουργήσει αποτελεσματικά (βλέπε hill estimator και mt)

Τέλος εφαρμογές της συγκεκριμένης μεθόδου, που έχουν γίνει από πολλούς οικονομολόγους, μπορούν να βρεθούν στο paper του John P. Nolan (2002) με τίτλο “modeling financial data with data distributions” και σε ένα ακόμα paper του ίδιου με τίτλο “Maximum likelihood estimation and diagnostics for stable distributions”. Επίσης στο Site του J.P. Nolan που δόθηκε παραπάνω, υπάρχουν οδηγίες για το πώς μπορεί κάποιος να χρησιμοποιήσει το πρόγραμμα αναλυτικά.



## **4.2.2 Stable distributions**

Οι stable κατανομές είναι μια πλούσια κατηγορία “πιθανοτικών” κατανομών που επιτρέπουν το skewness και παχιές ουρές, και έχουν πολλές μαθηματικές ιδιότητες. Η συγκεκριμένη κατηγορία κατανομών χαρακτηρίστηκε από τον Paul Levy κατά τη μελέτη που έκανε στα αθροίσματα των ανεξάρτητων μεταβλητών με πανομοιότυπη κατανομή κατά το 1920. Η έλλειψη των κλειστών εναλλακτικών λύσεων για πυκνότητες και distribution functions, για όλες, εκτός από λίγες σταθερές κατανομές (cauchy και Levy), αποτελούσαν ένα σημαντικό μειονέκτημα για τη χρήση των stable κατανομών από επαγγελματίες. Όμως, υπάρχουν πλέον αξιόπιστα προγράμματα ηλεκτρονικών υπολογιστών που μπορούν με ευκολία να υπολογίσουν stable πυκνότητες, κατανομές και quantiles. Με τα προγράμματα αυτά, είναι δυνατή η χρήση stable μοντέλων σε μια ποικιλία πρακτικών προβλημάτων.

Οι stable κατανομές έχουν γίνει πρότυπο για πολλούς τύπους φυσικών και οικονομικών συστημάτων. Υπάρχουν πολλοί λόγοι για τη χρήση μιας stable κατανομής για την περιγραφή ενός συστήματος. Ο πρώτος είναι η χρησιμοποίησή τους όταν υπάρχουν στέρεοι θεωρητικοί λόγοι λόγω των οποίων αναμένουμε ένα non-Gaussian stable μοντέλο, βλέπε Feller (1971) και Uchaikin και Zolotarev (1999) για παραδείγματα. Ο δεύτερος λόγος είναι το Generalized Central Limit Theorem που αναφέρει ότι το μόνο δυνατό, μη ασήμαντο όριο των normalized αθροισμάτων των ανεξάρτητων και με πανομοιότυπη κατανομή όρων, είναι stable. Έχει συζητηθεί ότι κάποιες παρατηρήσιμες ποσότητες είναι το άθροισμα πολλών μικρών όρων - η τιμή μιας μετοχής, ο θόρυβος σε ένα σύστημα επικοινωνιών, κλπ και συνεπώς ένα stable υπόδειγμα θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή των συστημάτων αυτών. Το τρίτο επιχείρημα για την κατάρτιση μοντέλων με stable distributions αφορά την εμπειρική σκοπιά: πολλές μεγάλες σειρές δεδομένων παρουσιάζουν μεγάλες ουρές και skewness. Τα ισχυρά εμπειρικά στοιχεία σε συνδυασμό με το Generalized Central Limit Theorem, χρησιμοποιείται από πολλούς για να δικαιολογήσουν τη χρήση των stable distribution μοντέλων. Παραδείγματα στον τομέα των χρηματοοικονομικών και οικονομικών γενικότερα, παρατίθενται στις μελέτες των Mandelbrot (1963), Fama (1965), Samuelson (1967), Roll (1970), Embrechts et al. (1997), Rachev and Mittnik (2000), McCulloch (1996), σε συστήματα επικοινωνίας οι Stuck and Kleiner (1974), Zolotarev (1986), και Nikias και Shao (1995). Τέτοιου είδους σειρές δεδομένων δεν μπορούν να περιγραφτούν αποτελεσματικά με κλασσικά γκαουσιανά μοντέλα, αλλά μπορούν εύκολα να περιγραφτούν από μία stable κατανομή.

Μια σημαντική ιδιότητα των κανονικών ή γκαουσιανών τυχαίων μεταβλητών είναι ότι το άθροισμα 2 εξ αυτών είναι και αυτό μία κανονική τυχαία μεταβλητή. Μια συνέπεια αυτού είναι ότι αν το  $X$  είναι κανονικό, τότε για  $X_1$  και  $X_2$  ανεξάρτητα αντίγραφα του  $X$  και για κάθε θετική σταθερά  $a$  και  $b$  ισχύει,

$$aX_1 + bX_2 \stackrel{d}{=} cX + d$$

Για κάποιο θετικό  $c$  και κάποιο  $d \in R$ . (το σύμβολο  $\stackrel{d}{=}$  σημαίνει ότι έχουμε ισοδυναμία στις κατανομές π.χ. και οι δύο έχουν τον ίδιο νόμο πιθανοτήτων). Με λόγια η παραπάνω εξίσωση μας λέει πως το “σχήμα” του  $X$  διατηρείται (μέχρι κάποιο scale και shift) στα πλαίσια μία άθροισης.

Ένας βασικός ορισμός για το πότε μια τυχαία μεταβλητή είναι stable, δίνεται στη συνέχεια:

Μία τυχαία μεταβλητή  $X$  είναι Stable ή Stable με την ευρεία έννοια του όρου εάν για  $X_1$  και  $X_2$  ανεξάρτητα αντίγραφα του  $X$  και για κάθε θετικές σταθερές  $a$  και  $b$ , η εξίσωση  $aX_1 + bX_2 \stackrel{d}{=} cX + d$  ισχύει για κάποιο θετικό  $c$  και κάποιο θετικό  $d \in R$ . Η τυχαία μεταβλητή είναι αυστηρά Stable η Stable με την στενή έννοια του όρου εάν η εξίσωση  $aX_1 + bX_2 \stackrel{d}{=} cX + d$  ισχύει με το  $d=0$  για όλες τις επιλογές των  $a$  και  $b$ . Μία τυχαία μεταβλητή είναι συμμετρικά stable εάν είναι stable και συμμετρικά κατανεμημένη γύρω από το 0, π.χ.  $X \stackrel{d}{=} -X$ .

Ένας επιπρόσθετος κανόνας για ανεξάρτητες και κανονικές τυχαίες μεταβλητές αναφέρει πως ο μέσος του αθροίσματος είναι το άθροισμα των μέσων και η διακύμανση του αθροίσματος είναι το άθροισμα των διακυμάνσεων. Αν υποθέσουμε ότι το  $N(a\mu, (a\sigma)^2)$ , τότε οι όροι του αριστερού πάνω μέρους είναι  $N(c\mu + d, (c\sigma)^2)$  και  $N(b\mu, (b\sigma)^2)$  αντίστοιχα, ενώ η δεξιά πλευρά είναι  $N(c\mu + d, (c\sigma)^2)$ . Με τον κανόνα αυτό θα πρέπει να έχουμε  $c^2 = a^2 + b^2$  και  $d = (a + b - c)\mu$ .

Η λέξη σταθερή (stable) χρησιμοποιείται διότι το σχήμα είναι σταθερό και αμετάβλητο στο πλαίσιο του τύπου  $aX_1 + bX_2 \stackrel{d}{=} cX + d$ . Μερικοί συγγραφείς χρησιμοποιούν την φράση “sum stable” για να τονίσουν το γεγονός ότι αυτή η εξίσωση αφορά ένα άθροισμα και για να την διαχωρίσουν από άλλες παραλλαγές των stable distributions.

Μια γενικής μορφής stable κατανομή χρειάζεται 4 παραμέτρους για να περιγραφεί: Έναν δείκτη σταθερότητας ή *characteristic exponent*  $\alpha \in (0, 2]$ , μία παράμετρος για το skewness  $\beta \in [-1, 1]$ , μία scale παράμετρος  $\gamma \geq 0$  και μία location παράμετρο  $\delta \in R$ . Οι παράμετροι περιορίζονται σε ένα εύρος τιμών  $\alpha \in (0, 2], \beta \in [-1, 1], \gamma \geq 0$  και  $\delta \in R$  και επειδή οι παράμετροι  $\alpha$  και  $\beta$  καθορίζουν την μορφή της κατανομής, μπορούν να θεωρηθούν παράμετροι σχήματος (shape parameters).

Υπάρχουν πολλαπλές parameterizations για τους λεγόμενους stable νόμους και έχει προκληθεί μεγάλη σύγχυση από το πόσες πολλές διαφορετικές parameterizations υπάρχουν. Η ποικιλία των parameterizations προκαλείται από το συνδυασμό της ιστορικής εξέλιξης με τα πολυάριθμα προβλήματα που έχουν αναλυθεί μέσω εξειδικευμένων μορφών των Stable Distributions.

Στις περισσότερες περιπτώσεις στην σύγχρονη βιβλιογραφία, ο συμβολισμός  $S_a(\sigma, \beta, \mu)$  χρησιμοποιείται για την κατηγορία των stable laws. Παρόλα αυτά στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθεί ένας συμβολισμός της μορφής  $S(\alpha, \beta, \gamma, \delta; k)$  επειδή και οι 4 παράμετροι είναι άγνωστοι και πρέπει να εκτιμηθούν, επειδή η scale παράμετρος “ $\gamma$ ” δεν είναι το standard deviation και επειδή η location παράμετρος “ $\delta$ ” στις περισσότερες περιπτώσεις δεν είναι ο αντίστοιχος μέσος. Οπότε χρησιμοποιείται το  $\gamma$  για το scale (όχι το  $\sigma$ ) και το  $\delta$  για το location (όχι το  $\mu$ ). Τέλος ο ακέραιος  $k$  μας δείχνει τι είδους παραμετροποίηση χρησιμοποιούμε πράγμα που κάθε χρήστης των stable distributions πρέπει να λαμβάνει υπόψη του. Στην συνέχεια δύνονται δύο ορισμοί για το πότε μία τυχαία μεταβλητή  $X$  έχει τύπο παραμετροποίησης 0 και πότε 1 ( $k=0, k=1$ ).

- Μία τυχαία μεταβλητή  $X$  είναι  $S(\alpha, \beta, \gamma, \delta; 0)$  εάν

$$X = \begin{cases} \gamma(Z - \beta \tan \frac{\pi\alpha}{2}) + \delta \rightarrow \alpha \neq 1 \\ \gamma Z + \delta \rightarrow \alpha = 1 \end{cases},$$

Όπου  $Z = Z(\alpha, \beta)$  δίνεται από την σχέση:

$$E \exp(iuZ) = \begin{cases} \exp(-|u|^a [1 - i\beta \tan \frac{\pi\alpha}{2} (\text{sign} u)]) \rightarrow \alpha \neq 1 \\ \exp(-|u| [1 + i\beta \frac{2}{\pi} (\text{sign} u) \log |u|]) \rightarrow \alpha = 1 \end{cases}.$$

Η  $X$  έχει την λεγόμενη characteristic function:

$$E\exp(iuX) = \begin{cases} \exp(-\gamma|u|^a [1+i\beta(\tan\frac{\pi\alpha}{2})(\text{sign}u)(|u|^{1-a}-1)]+i\delta u) \rightarrow \alpha \neq 1 \\ \exp(-\gamma|u| [1+i\beta\frac{2}{\pi})(\text{sign}u)\log\gamma|u|]+i\delta u) \rightarrow \alpha = 1 \end{cases} .$$

- Μία τυχαία μεταβλητή  $X$  είναι της μορφής  $S(\alpha, \beta, \gamma, \delta; 1)$  εάν

$$X \stackrel{d}{=} \begin{cases} \gamma Z + \delta \rightarrow \alpha \neq 1 \\ \gamma Z + (\delta + \beta \frac{2}{\pi} \gamma \log \gamma) \rightarrow \alpha = 1 \end{cases}$$

όπου το  $Z = Z(\alpha, \beta)$  δίνεται από την σχέση

$$E\exp(iuZ) = \begin{cases} \exp(-|u|^a [1-i\beta \tan\frac{\pi\alpha}{2}(\text{sign}u)]) \rightarrow \alpha \neq 1 \\ \exp(-|u| [1+i\beta\frac{2}{\pi}(\text{sign}u)\log|u|]) \rightarrow \alpha = 1 \end{cases} .$$

Η  $X$  έχει την λεγόμενη characteristic function:

$$E\exp(iuX) = \begin{cases} \exp(-\gamma|u|^a [1-i\beta(\tan\frac{\pi\alpha}{2})(\text{sign}u)+i\delta u] \rightarrow \alpha \neq 1 \\ \exp(-\gamma|u| [1+i\beta\frac{2}{\pi})(\text{sign}u)\log|u|]+i\delta u) \rightarrow \alpha = 1 \end{cases} .$$

### **4.2.3 Maximum likelihood estimation (MLE)**

Η μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας είναι μια δημοφιλής στατιστική μέθοδος που χρησιμοποιείται για να “ταιριάξει” ένα στατιστικό μοντέλο στα δεδομένα, και παρέχει εκτιμήσεις για τις παραμέτρους του εκάστοτε μοντέλου.

Η μέθοδος μέγιστης πιθανότητα ανταποκρίνεται σε πολλές γνωστές Estimation μεθόδους στην στατιστική. Για παράδειγμα, κάποιος μπορεί να ενδιαφέρεται για τα ύψη των ενήλικων θηλυκών καμηλοπαρδάλεων, αλλά δεν είναι σε θέση λόγω του κόστους ή χρονικών περιορισμών, να μετρήσει το ύψους της κάθε καμηλοπάρδαλης ξεχωριστά σε έναν πληθυσμό. Αν υποθεθεί ότι το ύψος ακολουθούν την κανονική κατανομή

(Γκαουσιανή) με κάποιον άγνωστο μέσο και διακύμανση, ο μέσος όρος και η διακύμανση μπορεί να εκτιμηθούν με την MLE μόνο γνωρίζοντας τα ύψη ορισμένου δείγματος του συνολικού πληθυσμού. Η MLE θα το καταφέρει αυτό παίρνοντας τον μέσο και την διακύμανση ως παραμέτρους και βρίσκοντας τις ειδικές τιμές για αυτές τις παραμέτρους που παράγουν την κατανομή που είναι πιο πιθανό να έχουν τα παρατηρηθέντα αποτελέσματα.

Σε γενικές γραμμές, για ένα καθορισμένο σύνολο δεδομένων και υποκείμενου probability μοντέλου, η μέθοδος της μέγιστης πιθανότητας επιλέγει τιμές των παραμέτρων του μοντέλου που παράγουν την κατανομή που είναι πιο πιθανό να ακολουθούν τα δεδομένα (δηλαδή τις παραμέτρους που μεγιστοποιεί την συνάρτηση πιθανοφάνειας). Παρόλα αυτά όμως υπάρχουν περιπτώσεις που η MLE δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ή ακόμα μπορεί και να μην υπάρχει.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα δείγμα  $x_1, x_2, \dots, x_n$  από  $n$  παρατηρήσεις οι οποίες είναι IID και ακολουθούν μία κατανομή με άγνωστη density  $f_0(\cdot)$ . Παρόλα αυτά όμως γνωρίζουμε ότι η συνάρτηση  $f_0(\cdot)$  ανήκει σε μία συγκεκριμένη οικογένεια κατανομών  $\{f(\cdot|\theta), \theta \in \Theta\}$ , η οποία ονομάζεται παραμετρικό μοντέλο, έτσι ώστε  $f_0(\cdot) = f(\cdot|\theta_0)$ . Η τιμή  $\theta_0$  είναι άγνωστη και αναφέρεται σαν η “true value” της παραμέτρου. Έτσι πρέπει να βρεθεί ένας εκτιμητής  $\hat{\theta}_0$  ο οποίος θα είναι όσο πιο κοντά γίνεται στο πραγματικό  $\theta_0$ . Και οι δύο παραταθέντες μεταβλητές  $x_i$  και η παράμετρος  $\theta$  μπορεί να είναι διανύσματα.

Για να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος ML, πρέπει πρώτα να καθοριστεί η joint density function για όλες τις παρατηρήσεις. Για ένα iid δείγμα θα ήταν π.χ.

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = f(x_1|\theta) \cdot f(x_2|\theta) \cdots f(x_n|\theta).$$

Τώρα θέλουμε να παρατηρήσουμε αυτήν την συνάρτηση από διαφορετική οπτική γωνία: Έστω ότι οι παρατηρηθέντες τιμές  $x_1, x_2, \dots, x_n$  είναι fixed παράμετροι αυτής της εξίσωσης, όπου το  $\theta$  θα είναι η μεταβλητή της εξίσωσης και θα μπορεί να παίρνει διάφορες τιμές. Από αυτή την οπτική γωνία η εξίσωση της κατανομής θα ονομαστεί “likelihood”:

$$\mathcal{L}(\theta | x_1, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta).$$

Στην πράξη είναι περισσότερο βολικό να χρησιμοποιείται η λογαριθμική likelihood συνάρτηση, η οποία αποκαλείται log-likelihood και η σταθμισμένη έκδοση της ονομάζεται log-likelihood:

$$\ln \mathcal{L}(\theta | x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \ln f(x_i | \theta), \quad \hat{\ell} = \frac{1}{n} \ln \mathcal{L}.$$

Όπως είναι φανερό το “l” είναι ένας εκτιμητής και στην πράξη εκτιμάει την αναμενόμενη Log-likelihood μίας παρατήρησης του μοντέλου. Η μέθοδος της μεγίστης πιθανοφάνειας υπολογίζει το  $\theta_0$  βρίσκοντας την τιμή του  $\theta$  που μεγιστοποιεί το  $\hat{\ell}(\theta | \mathbf{x})$ . Αυτή η μέθοδος εκτίμησης είναι η maximum likelihood estimation (MLE) του  $\theta_0$ :

Μία MLE εκτίμηση είναι η ίδια ανεξάρτητα από το αν μεγιστοποιούμε την likelihood ή την log-likelihood συνάρτηση, επειδή η λογαριθμική συνάρτηση είναι στην ουσία μια μονότονη μετατροπή. Για πολλά μοντέλα, ένας μεγίστης πιθανοφάνειας εκτιμητής μπορεί να βρεθεί σαν μοναδικός (δηλαδή χωρίς να υπάρχει άλλος που να μεγιστοποιεί το likelihood) για τα δεδομένα  $x_1, \dots, x_n$ . Για πολλά άλλα μοντέλα, ωστόσο, υπάρχουν μη κλειστής-μορφής λύσεις για το πρόβλημα μεγιστοποίησης, και το MLE πρέπει να βρεθεί αριθμητικά χρησιμοποιώντας μεθόδους βελτιστοποίησης. Για ορισμένα προβλήματα, μπορεί να υπάρχουν πολλαπλές εκτιμήσεις που να μεγιστοποιούν την πιθανότητα ενώ για άλλα προβλήματα, δεν υπάρχει καν η δυνατότητα χρησιμοποίησης της Maximum likelihood μεθόδου.

Στο παράδειγμα που δόθηκε παραπάνω υποθέτουμε ότι το δείγμα μας είναι iid (independent and identically distributed). Παρόλα αυτά όμως η μέθοδος αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ένα ευρύτερο περιβάλλον όπου το μόνο που χρειάζεται είναι να μπορεί να γραφεί η joint density function  $f(x_1, \dots, x_n | \theta)$  και η παράμετρος  $\theta$  να έχει μια πεπερασμένη διάσταση η οποία δεν εξαρτάται από το μέγεθος του δείγματος  $n$ . Σε μία πιο απλή εφαρμογή, μπορεί να οριστεί έτσι η ετερογένεια του δείγματος, ώστε η Joint density να είναι ίση με  $f_1(x_1 | \theta) \cdot f_2(x_2 | \theta) \cdot \dots \cdot f_n(x_n | \theta)$ . Σε πιο πολύπλοκα μοντέλα time series, η υπόθεση ανεξαρτησίας μπορεί να χρειαστεί να απορριφθεί.

## 4.2.4 Παρουσίαση και ανάλυση των αποτελεσμάτων – Tail Risk.

Αφού χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα stable και εισήχθησαν ξεχωριστά οι αποδόσεις της κάθε μετοχής ξεχωριστά, δόθηκαν τα εξής “α” που συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα.

**Πίνακας 4.33:**

ΤΡΑΠΕΖΕΣ	Αγροτική	Πειραιώς	Κύπρου	Εθνική	Marfin	Alpha	Eurobank
ΕΚΤΙΜΗΜΕΝΟ “a”	1.355525	1.313488	1.470548	1.380232	1.440896	1.447626	1.358572

Όπως μπορεί εύκολα να παρατηρήσει κάποιος τα α που δίνονται από το πρόγραμμα δείχνουν μία σχετικά άσχημη εικόνα για το tail risk που διατρέχουν οι ελληνικές τράπεζες. Όπως αναφέρθηκε και στο παραπάνω μέρος (μεθοδολογία για Tail Risk), όταν το α είναι κοντά στο 2 τότε έχουμε λεπτά tails και άρα μειωμένο ρίσκο από απρόσμενες μεταβολές ενώ αν το α είναι μακριά από το 2 και παίρνει τιμές κοντά στο 1.5 και μικρότερες, τότε τα tails μας είναι παχιά με αποτέλεσμα να υπάρχει μεγάλο tail risk.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι το μεγαλύτερο α ανήκει στην τράπεζα της Κύπρου ενώ το μικρότερο ανήκει στην τράπεζα Πειραιώς. Αυτό δείχνει πως σε σχέση με τις υπόλοιπες τράπεζες που εξετάζονται σε αυτήν την εργασία, η Τράπεζα Κύπρου έχει τα λιγότερο παχιά tails ενώ η τράπεζα της Πειραιώς έχει την πιο fat-tailed κατανομή. Η χρησιμοποίηση της φράσης “λιγότερο παχιά tails” δεν είναι τυχαία και αυτό διότι με μια ματιά μπορούμε εύκολα να δούμε ότι τα tails και των 7 τραπεζών είναι παχιά.

Το μεγαλύτερο α απέχει από το μικρότερο 0.12 μονάδες, πράγμα που δείχνει ότι δεν έχουμε πάρα πολύ μεγάλες αποκλίσεις στο tail risk που έχουν οι τράπεζες. Αφού λοιπόν παρατηρούνται παρόμοια tails στις κατανομές των αποδόσεων των τραπεζών, μπορούμε να πούμε, μιλώντας πιο γενικά, ότι ο τραπεζικός κλάδος δεν φαίνεται να

λαμβάνει υπόψη του όσο πρέπει τον κίνδυνο που εγκυμονεί από απρόσμενες μεταβολές.

Τέλος παρατηρώντας τον παραπάνω πίνακα με τα εκτιμημένα  $\alpha$ , μπορούμε να δούμε ότι όλα τα  $\alpha$  είναι μικρότερα από 1.5, δηλαδή κανένα δεν πλησιάζει όχι μόνο το 2 αλλά ούτε και μικρότερες τιμές όπως π.χ. 1.8 που θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν τα tails ως “κανονικά”, λαμβανομένου πάντα υπόψη ότι το data μας αφορά χρηματοοικονομικά δεδομένα που χαρακτηρίζονται από σχετικά υψηλή αστάθεια.

#### **4.2.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΓΙΑ Tail Risk των ελληνικών τραπεζών**

Το tail risk που διατρέχουν οι ελληνικές τράπεζες βρίσκεται σε επικίνδυνα επίπεδα, με τα tails των κατανομών των αποδόσεων των μετοχών τους να είναι ιδιαίτερα παχιά. Καμία, από τις υπό εξέταση τράπεζες, δεν εξαιρείται από τον χαρακτηρισμό της τράπεζας που δεν υπολογίζει όσο θα έπρεπε τον κίνδυνο στα tails της κατανομής με αποτέλεσμα να διακινδυνεύει το μέλλον της σε καταστάσεις της ελληνικής αγοράς όπου παρατηρούνται απρόσμενες μεταβολές σε χρηματοοικονομικούς παράγοντες.

Όπως έχουν αναφέρει πολλά papers με κύριο θέμα τους το tail risk, αλλά έχει αναφερθεί και στην παρούσα εργασία, το tail risk στις περισσότερες περιπτώσεις δεν γίνεται να διαφοροποιηθεί πλήρως, μειώνοντας τον κίνδυνο από απρόσμενες μεταβολές στο 0. Παρόλα αυτά το tail risk μπορεί να μειωθεί με διάφορες τακτικές και να έρθει σε επίπεδα αποδεκτά για την οικονομία αλλά και για την ευρωστία των ιδίων των τραπεζών. Τράπεζες με υψηλό tail risk, όπως οι ελληνικές, δείχνουν ένα ασταθές προφίλ που δηλώνει ξεκάθαρα ότι δεν μπορεί να προστατέψει τον επενδυτή σε οποιαδήποτε κατάσταση της οικονομίας, δηλαδή με άλλα λόγια είναι σαν να χρησιμοποιεί εργαλεία τα οποία αποδίδουν μια χαρά υπό φυσιολογικές συνθήκες αλλά σε μία αγορά υπό πίεση και με υψηλές διακυμάνσεις, χαρακτηρίζονται ως “εύθραυστα”.

Σίγουρα η εικόνα που μας δίνουν τα  $\alpha$  των τραπεζών δεν είναι η καλύτερη αφού ακόμη και το  $\alpha$  της τράπεζας Κύπρου για να θεωρηθεί “αποδεκτό” για έναν επενδυτή θα έπρεπε να είναι τουλάχιστον μεγαλύτερο κατά 0.3 με 0.4 μονάδες, δείχνοντας έτσι πως η τράπεζα έχει λάβει υπόψη της τον κίνδυνο από την



πραγματοποίηση μη αναμενόμενων γεγονότων που σε πολλές περιπτώσεις έχει βάλει σε κίνδυνο χρεοκοπίας άλλες τράπεζες. Σύμφωνα λοιπόν με τις εκτιμήσεις που δόθηκαν από το πρόγραμμα stable, η ελληνικές τράπεζες θα πρέπει να βελτιώσουν την εικόνα τους όσο αφορά τον κίνδυνο ακραίων γεγονότων που διατρέχουν, να υιοθετήσουν τακτικές που θα βελτιώσουν την προστασία τους από απρόσμενες καταστάσεις και ασφαλώς να αλλάξουν εξολοκλήρου την στάση τους απέναντι στην επικίνδυνη αυτή μορφή ρίσκου, δίνοντας το καλό παράδειγμα και στις ευρωπαϊκές τράπεζες αφού όπως έχει τονιστεί επανειλημμένως στην παρούσα εργασία, η άγνοια των τραπεζών/επιχειρήσεων για το tail risk δεν είναι ελληνικό φαινόμενο αλλά, χωρίς καμία υπερβολή, ένα παγκόσμιο γεγονός.

## Μέρος 5ο: Βιβλιογραφία

---

- *Marcio Poletti Laurini (2007) 'A note on the use of quantile regression in beta convergence analysis.', Economics Bulletin, v. 3, p. 1-8, 2007.*
- *J. Rene Van Dorp and Thomas A. Mazzuchi (2009) 'Solving for the parameters of a beta distribution under two quantile constraints.', Journal of Statistical Computation and Simulation, 2000, Vol. 67, pp. 189 – 201.*
- *Alan D. Hutson (1999) 'Calculating nonparametric confidence intervals for quantiles using fractional order statistics.', Journal of Applied Statistics, 1360-0532, Volume 26, Issue 3, Pages 343 – 353.*
- *Rene J. Van Dorp; Thomas A. Mazzuchi (2000) 'Solving for the parameters of a beta distribution under two quantile constraints', Journal of Statistical Computation and Simulation, 1563-5163, Volume 67, Issue 2, 2000, Pages 189 – 201.*
- *Martin Knaup and Wolf Wanger (2009) 'Tail risk at banks', Working paper, Available at [http://www.tilburguniversity.edu/research/institutes-and-research-groups/center/phd\\_stud/knaup/TAI.pdf](http://www.tilburguniversity.edu/research/institutes-and-research-groups/center/phd_stud/knaup/TAI.pdf).*
- *Dirk G. Baur and Niels Schulze (2010) 'The risk of beta – Investor learning and prospect theory', Finance and Corporate Governance Conference 2010 Paper.*
- *Roger Koenker and Kevin F. Hallock (2001) 'Quantile Regression', Journal of Economic Perspectives—Volume 15, Number 4—Fall 2001—Pages 143–156.*
- *Xiaoming Li and Lawrence C. Rose (2009) 'The tail risk of emerging stock markets', Massey U. College of Business Research Paper No. 6, Available at [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=1413463###](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1413463###).*
- *Carlos Pedro Dos Santos Goncales and Miguel A. Ferreira (2004) 'Tail risk and pk-tail risk', Working Paper, Available at [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=639181](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=639181).*
- *Woon K. Wong (2007) 'Backtesting the tail risk of var in holding us dollars', Taylor and Francis Journals, vol. 19(4), pages 327-337.*
- *Vineer Bhansali and Josh Davis (2010) 'Offensive risk management: can tail risk hedging be profitable?', Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1573760>.*
- *Jorge Cruz Lopez (2008) 'The limits of diversification and the pricing of tail risk', Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1557516>.*

- *Leyuan You and Robert T. Daigler (2007) 'Downside four-moment tail risk and its effect on financial and commodity diversification', Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1024021>.*
- *Carole Bernard and Weidong Tian (2009) 'Optimal reinsurance arrangements under tail risk measures', Journal of Risk and Insurance, Vol. 76, No. 3, (September 2009), pp. 709-725.*
- *Krassimir Kostadinov (2006) 'Tail approximation for credit risk portfolios with heavy-tailed risk factor', Journal of Risk, Vol. 8, No. 2, Winter 2006.*
- *Jean-Francois Bacmann and Hregor Gawron (2004) 'Fat tail risk in portfolios of hedge funds and traditional investments', EFMA 2004 Basel Meetings Paper.*
- *Mike K. P. So and Alex S. L. Tse (2009) 'Dynamic modeling of tail risk: Applications to China, Hong Kong and other Asian markets', Asia-Pacific Financial Markets, Vol. 16, pp. 183-210, 2009.*
- *Viral V. Acharya, Thomas F. Cooley, Matthew P. Richardson and Ingo Walter (2010) 'Manufacturing tail risk: a perspective on the financial crisis of 2007-09', Foundations and Trends in Finance, Vol. 4, 2010.*
- *Francesco Paolo Natale (2006) 'Optimization with tail-dependence and tail risk: a copula based approach for strategic asset allocation', Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=942275>.*
- *Tobias Adriany and Markus K. Brunnermeier (2007) 'Hedge fund tail risk', Available at [http://www.princeton.edu/~markus/research/papers/tail\\_risk.pdf](http://www.princeton.edu/~markus/research/papers/tail_risk.pdf).*
- *Shaun Wang (1998) 'An actuarial index of the right-tail risk', NAAJ Vol. 2 No. 2 April 1998.*
- *Yasuhiro Yamai and Toshinao Yoshibo (2002) 'Comparative analysis of expected shortfall and value at risk (2): expected utility maximization and tail risk', Monetary and Economic Studies, 2002, vol. 20, issue 2, pages 95-115.*
- *Stephen J. Brown and Jonathan F. Spitzer (2006) 'Caught by the tail: tail risk neutrality and hedge fund returns', Available at <http://pages.stern.nyu.edu/~sbrown/FIRN/Caught%20by%20the%20tail.pdf>.*
- *John P. Nolan (2009) 'Stable Distributions – Models for heavy tailed data', chapter 1 from a forthcoming book, Boston.*
- *John P. Nolan 'Maximum likelihood estimation and diagnostics for stable distributions', Available at <http://academic2.american.edu/~jpnolan/stable/mle.pdf>.*

- *John P. Nolan (2005) 'Modeling financial data with stable distributions', Available at <http://academic2.american.edu/~jpnolan/stable/StableFinance23Mar2005.pdf>.*
- *James W. Taylor (1999) 'A quantile regression approach to estimating the distribution of multiperiod returns', *Journal of Derivatives*, 7, 64-78.*
- *Gabriel Frahm, Markus Junker and Rafael Schmidt (2006) 'Estimating the tail-dependence coefficient: properties and pitfalls', *Insurance: Mathematics and Economics*, Elsevier, vol. 37(1), pages 80-100, August.*
- *Roger Koenker and Kevin F. Hallock 'Quantile regression an introduction', Available at <http://www.econ.uiuc.edu/~roger/research/intro/rq3.pdf>.*
- *Abreveya, J. (2001), 'The effects of demographics and maternal behavior on the distribution of birth outcomes', *Empirical Economics*, 26, pp. 246-257.*
- *Buchinsky, M. (1994), 'Changes in the U.S. Wage Structure 1963-1987: Application of Quantile Regression', *Econometrica*, Vol. 62, No 2, March, pp. 405-458.*
- *Yu, K., Z. Lu, & J. Stander (2003). *Quantile regression: applications and current research areas*, *The Statistician*, 52, Part 3, pp. 331-350.*
- *Bassett Jr., G.W. & R. Koenker (1982), 'An Empirical Quantile Function for Linear Models with iid Errors', *Journal of the American Statistical Association*, June 1982, Vol.77, No 378, Theory and Methods Section, pp. 407-415.*
- *Bassett Jr., G.W., Mo-Yin S. Tam, K. Knight, (2002), 'Quantile models and estimators for data analysis', *Metrika*, 55, pp. 17-26'.*

# Παράρτημα 1<sup>ο</sup>

Πίνακας 3.4:

Πηγή: Yasuhiro Yamai and Toshinao Yoshiba (2002)

<i>Market</i>	<i>Effective sample period</i>	<i>Aggregate market</i>				<i>Investable submarket</i>				<i>Noninvestable submarket</i>			
		Mean	Std. Dev	Skewness	Kurtosis	Mean	Std. Dev	Skewness	Kurtosis	Mean	Std. Dev	Skewness	Kurtosis
<i>Asia</i>	<i>30/06.95-01.07.08 (3372)</i>	0.014	1.166	-0.334	6.238	0.013	1.401	-0.181	6.638	0.020	1.099	-0.403	6.544
<i>China</i>	<i>30/06.95-01.07.08 (3372)</i>	0.060	1.553	-0.335	7.949	0.030	2.065	-0.185	8.899	0.069	1.782	-0.198	7.648
<i>India</i>	<i>30/06.95-01.07.08 (3372)</i>	0.043	1.621	-0.421	7.190	0.038	1.652	-0.414	6.997	0.048	1.621	-0.439	7.126
<i>Indonesia</i>		-0.002	3.088	-1.052	28.45	-0.003	3.114	-1.011	27.52	0.005	3.629	-1.131	32.17
<i>Korea</i>		0.022	2.475	0.226	14.87	0.024	2.500	0.224	14.61	0.003	2.402	0.396	16.80
<i>Malaysia</i>		0.003	1.783	0.660	35.94	0.002	1.786	0.681	35.71	0.024	1.938	0.352	31.10
<i>Pakistan</i>		-0.052	2.023	-0.428	9.808	-0.053	2.173	-0.413	9.284	-0.027	1.722	-0.168	9.119
<i>Philippines</i>		-0.017	1.605	0.800	18.54	-0.024	1.739	0.758	16.55	-0.010	1.526	0.833	20.35
<i>Sri Lanka</i>		-0.035	1.081	0.510	11.14	-0.044	1.476	0.931	12.49	-0.026	1.045	0.320	10.09
<i>Taiwan</i>		0.009	1.729	-0.029	5.457	0.011	1.731	-0.032	5.409	0.007	1.777	0.036	5.430

<u>Thailand</u>	-0.018	2.164	0.356	10.79	-0.018	2.139	0.345	11.14	-0.017	2.220	0.367	10.45
<u>Easter n Europe</u>	0.081	1.887	-0.677	13.80	0.060	1.780	-0.796	8.990	0.120	2.549	-0.287	9.947
<u>Czech</u>	0.022	1.360	-0.266	4.785	0.028	1.597	-0.183	4.822	0.021	1.425	-8.186	209.9
<u>Hungary</u>	0.070	1.877	-0.580	10.72	0.068	1.914	-0.563	10.87	0.100	1.874	0.906	29.67
<u>Poland</u>	0.055	1.685	-0.015	4.567	0.055	1.699	-0.010	4.515	0.150	1.951	0.246	8.697
<u>Slovakia</u>	-0.065	1.780	-0.238	5.901	-0.062	1.964	-0.259	6.067	-0.015	1.925	-0.205	12.20
<u>Europe</u>	0.082	1.663	-0.627	7.508	0.075	1.633	-0.536	6.489	0.132	2.355	-0.186	9.990
<u>Portugal</u>	0.082	1.185	-0.415	9.218	0.082	1.197	-0.403	9.119	0.081	1.350	0.082	10.90
<u>Russia</u>	0.080	2.927	-0.644	14.20	0.073	3.055	-0.566	15.84	0.127	3.444	-0.220	15.36
<u>Latin America</u>	0.066	1.473	-0.557	9.268	0.066	1.515	-0.514	9.178	0.080	1.232	-0.869	10.55
<u>Argentina</u>	0.043	2.103	-1.771	32.31	0.043	2.135	-1.736	31.36	0.096	2.991	3.484	56.76
<u>Brazil</u>	0.078	2.149	-0.351	7.975	0.078	2.197	-0.328	8.259	0.090	2.066	-0.021	8.889
<u>Chile</u>	0.028	1.090	-0.200	6.489	0.026	1.119	-0.186	6.475	0.040	0.985	-0.027	10.86
<u>Colombia</u>	-0.061	1.166	0.183	9.319	-0.067	1.360	0.369	10.14	-0.045	1.234	-0.246	21.17
<u>Mexico</u>	0.061	1.648	-0.098	8.886	0.061	1.675	-0.089	9.085	0.087	1.975	12.98	464.0
<u>Peru</u>	0.071	1.261	-0.426	7.623	0.070	1.366	-0.428	7.818	0.086	1.405	0.617	17.12
<u>Venezuela</u>	0.024	2.739	-10.65	300.3**	0.022	2.827	-9.632	265.2**	0.023	3.187	-6.909	166.0
<u>ME &amp; Africa</u>	0.043	1.017	-1.213	12.88	0.036	1.263	-0.900	10.56	0.082	0.999	-2.813	54.12
<u>Egypt</u>	0.053	1.451	-0.186	8.520	0.062	1.583	0.072	7.833	0.039	1.323	-0.644	14.64

<u>Israel</u>		0.048	1.347	-0.385	8.518	0.048	1.348	-0.379	8.486	0.078	2.308	-0.146	12.98
<u>Jordan</u>		0.017	0.692	-0.294	23.15	0.019	0.803	0.117	19.02	0.017	0.662	-0.345	23.77
<u>Morocco</u>		0.069	0.886	0.041	6.714	0.069	0.926	0.087	6.637	0.061	0.974	0.250	9.990
<u>South Africa</u>		0.099	1.560	-0.466	5.112	0.095	1.562	-0.464	5.102	0.175	1.890	0.128	6.205
<u>Turkey</u>		0.036	3.256	-0.066	10.62	0.036	3.266	-0.059	10.51	-0.018	4.021	-6.663	155.0
<u>Zimbabwe</u>		0.031	2.191	-2.184	30.73	0.030	2.412	-1.941	26.85	0.036	2.158	-2.161	30.59
<u>Composite</u>		0.035	0.939	-0.806	6.835	0.038	1.068	-0.805	7.066	0.032	0.920	-0.705	7.733
<u>World</u>		0.034	0.799	-0.282	5.298	-	-	-	-	-	-	-	-

### Πίνακας 3.5:

Πηγή: Yasuhiro Yamai and Toshinao Yoshiba (2002)

<u>Market</u>	<u>Aggregate market</u>			<u>Investable submarket</u>			<u>Noninvestable submarket</u>		
	$p = 5\%$	$p = 1\%$	$p = 0.135\%$	$p = 5\%$	$p = 1\%$	$p = 0.135\%$	$p = 5\%$	$p = 1\%$	$p = 0.135\%$
<u>Asia</u>	0.593	0.635	0.750	0.616	0.676	0.822	0.581	0.621	0.734
<u>China</u>	0.696	0.859	1.203	0.624	0.713	0.912	0.739	0.979	1.486
<u>India</u>	0.710	0.847	1.133	0.701	0.828	1.096	0.703	0.833	1.105
<u>Indonesia</u>	0.590	0.613	0.698	0.586	0.610	0.694	0.569	0.575	0.633
<u>Korea</u>	0.611	0.661	0.788	0.611	0.659	0.784	0.608	0.682	0.853
<u>Malaysia</u>	0.578	0.628	0.756	0.576	0.626	0.754	0.598	0.665	0.822
<u>Pakistan</u>	0.826	1.207	2.052	0.825	1.212	2.073	0.762	1.096	1.834
<u>Philippines</u>	0.687	0.837	1.151	0.670	0.806	1.095	0.686	0.838	1.157
<u>Sri Lanka</u>	0.719	0.926	1.360	0.823	1.208	2.063	0.727	0.939	1.383
<u>Taiwan</u>	0.627	0.739	0.979	0.626	0.736	0.974	0.611	0.715	0.941

<u>Thailand</u>	0.637	0.783	1.092	0.638	0.784	1.093	0.637	0.781	1.086
<u>Eastern Europe</u>	0.712	0.857	1.160	0.706	0.820	1.060	0.716	0.941	1.417
<u>Czech</u>	0.604	0.659	0.795	0.593	0.658	0.812	0.696	0.886	1.284
<u>Hungary</u>	0.652	0.764	1.006	0.649	0.759	0.996	0.655	0.824	1.182
<u>Poland</u>	0.559	0.595	0.699	0.557	0.591	0.692	0.621	0.729	0.962
<u>Slovakia</u>	0.951	1.632	3.332	0.964	1.767	3.888	0.807	1.634	4.032
<u>Europe</u>	0.679	0.778	0.991	0.670	0.754	0.939	0.714	0.937	1.408
<u>Portugal</u>	0.640	0.789	1.103	0.652	0.807	1.133	0.666	0.899	1.397
<u>Russia</u>	0.663	0.759	0.969	0.676	0.802	1.067	0.695	0.843	1.153
<u>Latin America</u>	0.655	0.721	0.875	0.651	0.713	0.861	0.665	0.780	1.027
<u>Argentina</u>	0.582	0.603	0.684	0.577	0.596	0.674	0.633	0.741	0.976
<u>Brazil</u>	0.629	0.673	0.789	0.629	0.668	0.777	0.612	0.700	0.894
<u>Chile</u>	0.525	0.516	0.549	0.523	0.514	0.546	0.775	1.134	1.933
<u>Colombia</u>	0.638	0.744	0.973	0.662	0.804	1.105	0.813	1.215	2.121
<u>Mexico</u>	0.591	0.616	0.703	0.591	0.615	0.701	0.761	1.104	1.864
<u>Peru</u>	0.666	0.792	1.061	0.657	0.774	1.024	0.787	1.166	2.016
<u>Venezuela</u>	0.621	0.744	1.006	0.614	0.734	0.991	0.763	1.101	1.847
<u>ME &amp; Africa</u>	0.629	0.691	0.840	0.564	0.563	0.609	0.823	1.207	2.064
<u>Egypt</u>	0.542	0.551	0.611	0.536	0.543	0.599	0.597	0.633	0.737
<u>Israel</u>	0.531	0.518	0.547	0.532	0.521	0.550	0.517	0.517	0.564
<u>Jordan</u>	0.520	0.500	0.518	0.497	0.472	0.481	0.541	0.532	0.565
<u>Morocco</u>	0.599	0.706	0.936	0.612	0.737	1.003	0.701	0.892	1.293
<u>South Africa</u>	0.588	0.583	0.621	0.588	0.582	0.620	0.613	0.699	0.892
<u>Turkey</u>	0.637	0.748	0.988	0.635	0.745	0.982	0.779	1.003	1.467
<u>Zimbabwe</u>	0.807	1.157	1.924	0.832	1.264	2.245	0.780	1.078	1.717



<i>Composite</i>	0.536	0.506	0.509	0.549	0.530	0.549	0.556	0.556	0.602
<i>World</i>	0.573	0.562	0.592	-	-	-	-	-	-

### Πίνακας 3.6:

Πηγή: Mike K.P. So και Alex S.L. Tse (2007)

<i>Name</i>	<i>Ticker</i>	<i>Sector</i>	<i>Mean</i>	<i>Stdev</i>	<i>Skewness</i>	<i>Kurtosis</i>
<u>1. Cheung Kong</u>	0001.HK	Properties	0.0256	2.2158	0.3579	6.8421
<u>2. CLP</u>	0002.HK	Utilities	0.0043	1.4707	0.6169	13.8931
<u>3. HK &amp; China Gas</u>	0003.HK	Utilities	0.03	1.6877	0.2719	8.344
<u>4. HSBC</u>	0005.HK	Finance	0.0381	1.6249	-0.102	15.507
<u>5. HK Electric</u>	0006.HK	Utilities	0.0038	1.5034	-0.0991	12.7511
<u>6. Hang Seng Bank</u>	0011.HK	Finance	0.0147	1.7996	-0.0344	9.4222
<u>7. Hutchison</u>	0013.HK	Commerce	0.0232	2.1751	0.2194	6.7725
<u>8. SHK</u>	0016.HK	Properties	0.0116	2.3896	0.4477	7.2887
<u>9. Swire A</u>	0019.HK	Commerce	0.007	2.3012	0.4452	8.547
<u>10. BEA</u>	0023 .HK	Finance	0.0146	2.0133	0.2594	9.6376
<u>11. Hang Lung</u>	0101.HK	Properties	0.0234	2.2605	0.0584	2.6847
<u>12. CITIC Pacific</u>	0267.HK	Commerce	0.0153	2.4798	0.2874	7.9984
<u>13. Esprit</u>	0330.HK	Consumer goods	0.0995	3.1452	0.4598	12.0565
<u>14. Li &amp; Fung</u>	0494.HK	Consumer goods	0.0935	2.6488	0.2019	5.6071
<u>15. Yue Yuen</u>	0551.HK	Consumer goods	0.0415	2.2184	0.2698	3.4826

**Πίνακας 3.7:**

Πηγή: Mike K.P. So και Alex S.L. Tse (2007)

<u>Index</u>	<u>Region</u>	<u>Mean</u>	<u>Stdev</u>	<u>Skewness</u>	<u>Kurtosis</u>
<u>HSCEI</u>	<u>Hong Kong</u>	0.0345	2.2869	0.2233	6.5891
<u>HSI</u>	<u>Hong Kong</u>	0.0303	1.5503	0.0928	12.4234
<u>SSEA</u>	<u>Shanghai</u>	0.0739	2.076	1.9374	34.1975
<u>SSEB</u>	<u>Shanghai</u>	0.0465	2.1722	0.3123	5.3278
<u>SSEC</u>	<u>Shanghai</u>	0.0727	2.059	1.7646	31.0561
<u>STI</u>	<u>Singapore</u>	0.0192	1.3712	-0.2495	29.5181
<u>SZSA</u>	<u>Shenzhen</u>	0.0764	1.8855	1.1165	19.534
<u>SZSB</u>	<u>Shenzhen</u>	0.0576	2.2053	-0.1425	6.9305
<u>SZSC</u>	<u>Shenzhen</u>	0.0744	2.0384	1.0826	23.3269
<u>TWII</u>	<u>Taiwan</u>	0.0101	1.503	-0.1721	2.6867

**Πίνακας 3.9.1:**

	<u>MKT</u>	<u>Mines</u>	<u>Oil</u>	<u>Utils</u>	<u>Food</u>	<u>Cnsum</u>	<u>Cars</u>	<u>Chems</u>	<u>Steel</u>
<u>Mean</u>	0.052	0.050	0.062	0.050	0.063	0.066	0.045	0.055	0.051
<u>Median</u>	0.088	0.020	0.050	0.070	0.070	0.060	0.030	0.055	0.040
<u>St. dev.</u>	0.977	1.494	1.252	0.857	1.012	1.151	1.361	1.174	1.517
<u>Variance</u>	0.955	2.233	1.569	0.734	1.023	1.325	1.853	1.379	2.303
<u>Excess Kurtosis</u>	22.636	6.020	14.231	17.773	16.762	15.096	10.141	14.123	15.814
<u>Excess Skewness</u>	-1.169	-0.266	-0.657	-0.819	-0.175	-0.766	-0.552	-0.681	-0.801
<u>Range</u>	25.790	28.410	29350	20.410	25.130	28.260	26.620	26.260	34.180
<u>Minimum</u>	-17.133	-15.710	-19.680	-12.860	-15.980	-17780	-19280	-17840	-23900
<u>Maximum</u>	8.657	12.700	9670	7.550	9.150	10.480	7.340	8.420	10.280

<i>Observations</i>	5550	5550	5550	5550	5550	5550	5550	5550	5550
---------------------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Πηγή: Jorge Cruz Lopez (2008)

### Πίνακας 3.9.2:

	<i>FabPr</i>	<i>Clths</i>	<i>Cnstr</i>	<i>Trans</i>	<i>Durbl</i>	<i>Rtail</i>	<i>Machn</i>	<i>Finan</i>	<i>Other</i>
<i>Mean</i>	0.047	0.050	0.060	0.051	0.041	0.058	0.053	0.063	0.049
<i>Median</i>	0.060	0.080	0.080	0.080	0.060	0.080	0.080	0.080	0.090
<i>St. dev.</i>	1.051	1.139	1.240	1.059	1.090	1.209	1.607	1.082	1.137
<i>Variance</i>	1.105	1.297	1.538	1.122	1.187	1.462	2.584	1.172	1.293
<i>Excess Kurtosis</i>	13.695	18.767	18.089	19.454	25.306	12.961	10.783	12.258	16.542
<i>Excess Skewness</i>	-0.715	-0.896	-0.935	-1.285	-1.344	-0.560	-0.004	-0.476	-0.843
<i>Range</i>	22.910	29.820	27.990	24.030	29.660	28.260	35.550	23.180	27.210
<i>Minimum</i>	-15.600	-18.580	-18.390	-17.340	19.880	-17.440	-20.030	-15.510	17.860
<i>Maximum</i>	7.310	11.240	9.600	6.690	9.780	10.820	15.520	7.670	9.350
<i>Observations</i>	5550	5550	5550	5550	5550	5550	5550	5550	5550

Πηγή: Jorge Cruz Lopez (2008)

### Πίνακας 4.3:

<b>ETE GA Equity</b>	<b>EUROB GA Equity</b>	<b>MARFB GA Equity</b>	<b>ALPHA GA Equity</b>	<b>ATE GA Equity</b>	<b>BOC GA Equity</b>	<b>TPEIR GA Equity</b>
<b>INDEX_LIST</b>	INDEX_LIST	INDEX_LIST	INDEX_LIST	INDEX_LIST	INDEX_LIST	INDEX_LIST
<b>ASEDTR</b>	ASEDTR	EEBP	ASEDTR	BGANSRHT	ASEDTR	ASEDTR
<b>ASESAGD</b>	ASESAGD	EUETMP	ASESAGD	BWDNK	ASESAGD	ASESAGD
<b>BE500</b>	BE500		BE500	EEBP	EEBP	BESGCOV
<b>BE500E</b>	BE500E		BE500E	EUSTRS	EUE15P	BESGPRO
<b>BEBANKS</b>	BEBANKS		BEBANKS	MED1	EUETMP	BFDICBHC
<b>BEFINC</b>	BEFINC		BEFINC	SBBMGLU		BGANSRHT

<b>BESGCOV</b>	BESGCOV	BESGCOV	SCRTWU	BWDNK
<b>BESGPRO</b>	BESGPRO	BESGPRO		EEBP
<b>BEUBANK</b>	BEUROPE	BGANSHRT		EUSTRS
<b>BEUFINL</b>	BGANSHRT	BWDNK		MCXE
<b>BEUROPE</b>	BWDNK	EEBP		MCXP
<b>BGANSHR T</b>	EEBP	EUSTRS		MED1
<b>BWBANK</b>	EUSTRS	MCXE		PGG
<b>BWDNK</b>	MCXE	MCXP		SBBMGLU
<b>BWFINL</b>	MCXP	MED1		SCRTWU
<b>BWORLD</b>	MED1	PGG		SX7E
<b>BWORLD U</b>	PGG	SBBMGLU		SX7P
<b>BWORLD 1</b>	SBBMGLU	SCRTWU		SXXE
<b>BWRLDE 1</b>	SCRTWU	SEBANKX		SXXP
<b>E300E</b>	SEBANKX	SEUFINL		
<b>E300S</b>	SEUFINL	SGFS		
<b>EEBP</b>	SGFS	SPEP		
<b>EUSTRS</b>	SPEP	SPEU		
<b>LCXE</b>	SPEU	SPEURO		
<b>LCXP</b>	SPEURO	SPEURO2		
<b>MED1</b>	SPEURO2	SPEURO40		
<b>MSER</b>	SPEURO40	SPGLOB		
<b>MSPE</b>	SPGLOB	SX7E		
<b>PGG</b>	SX7E	SX7P		
<b>SBBMGLU</b>	SX7P	SXXE		
<b>SCRTWU</b>	SXXE	SXXP		
<b>SEBANKX</b>	SXXP			
<b>SEUFINL</b>				
<b>SGFS</b>				
<b>SPEP</b>				
<b>SPEU</b>				
<b>SPEURO</b>				
<b>SPEURO2</b>				
<b>SPEURO40</b>				
<b>SPGLOB</b>				
<b>SX7E</b>				
<b>SX7P</b>				
<b>SXXE</b>				
<b>SXXP</b>				
<b>XBCHF</b>				

## Παράρτημα 2<sup>ο</sup>

Το παρόν παράρτημα δίνεται ως συμπληρωματικό της εμπειρικής μελέτης των Quantile βήτα που έγινε στο κύριο μέρος της εργασίας. Σκοπός αυτής της μελέτης είναι η εκτίμηση της επίδρασης που έχει η ελληνική αγορά και η ευρωπαϊκή αγορά στις μετοχές των 7 προαναφερθέντων τραπεζών, αλλάζοντας όμως το δείγμα μας.

Αυτό που διαφέρει στην συγκεκριμένη μελέτη είναι ο αριθμός και η «ηλικία» των παρατηρήσεων, αφού για να δούμε μια πιο πρόσφατη εικόνα των διαφόρων επιρροών που ασκούνται στον ελληνικό τραπεζικό κλάδο, αφαιρέθηκαν οι 500 πιο παλιές παρατηρήσεις από το δείγμα που αναφέρθηκε στο κύριο μέρος, μειώνοντας έτσι το δείγμα μας αλλά ταυτόχρονα δημιουργώντας ένα δείγμα πιο «πρόσφατο», χωρίς επιρροές από το μακρινό παρελθόν. Το δείγμα παρόλα αυτά εξακολουθεί να έχει ένα μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων ίσο με 900, περίπου, παρατηρήσεων για την κάθε τράπεζα.

Κρατώντας λοιπόν όλα τα στοιχεία ίδια και χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα Eviews6, όπως και στο κύριο μέρος, παρατίθενται οι πίνακες με τα quantile βήτα, πρώτα σε σχέση με την ελληνική αγορά και έπειτα με την ευρωπαϊκή. Να επισημανθεί επίσης ότι η Marfin τράπεζα συμπεριλαμβάνεται στην παρούσα μελέτη παρόλο που το δείγμα που χρησιμοποιήθηκε για την ίδια, στο κύριο μέρος της εργασίας, είναι της ίδιας «ηλικίας» με αυτό που χρησιμοποιείται στην συνέχεια.

FTSE20 AGROTIKI

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_AGROTIKI					
Specification: Y_AGROTIKI R_FTSE20					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.100	0.935025	0.022389	41.76329	0.0000
	0.200	0.917440	0.028305	32.41244	0.0000
	0.300	0.897010	0.030151	29.75062	0.0000
	0.400	0.892345	0.032139	27.76519	0.0000
	0.500	0.885529	0.032241	27.46596	0.0000
	0.600	0.865689	0.030768	28.13627	0.0000
	0.700	0.855680	0.028600	29.91928	0.0000
	0.800	0.848643	0.024600	34.49823	0.0000
	0.900	0.834935	0.018477	45.18820	0.0000

FTSE20 ALPHA

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_ALPHA					
Specification: Y_ALPHA R_FTSE20					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.100	1.239483	0.020698	59.88423	0.0000
	0.200	1.231979	0.027208	45.27981	0.0000
	0.300	1.227533	0.030807	39.84653	0.0000
	0.400	1.210786	0.032239	37.55631	0.0000
	0.500	1.188729	0.032844	36.19312	0.0000
	0.600	1.173837	0.032735	35.85883	0.0000
	0.700	1.168922	0.030756	38.00578	0.0000
	0.800	1.164657	0.026615	43.75904	0.0000
	0.900	1.155228	0.019665	58.74594	0.0000

FTSE20 ETHNIKI

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_ETHNIKI					
Specification: Y_ETHNIKI R_FTSE20					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.100	1.430340	0.016803	85.12456	0.0000
	0.200	1.428112	0.022542	63.35257	0.0000
	0.300	1.421064	0.026203	54.23345	0.0000
	0.400	1.409350	0.028536	49.38817	0.0000
	0.500	1.402852	0.029416	47.69082	0.0000
	0.600	1.387215	0.029151	47.58751	0.0000
	0.700	1.379436	0.027834	49.55947	0.0000
	0.800	1.376535	0.024489	56.20933	0.0000
	0.900	1.364624	0.018838	72.44131	0.0000

FTSE20 EUROBANK

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_EUROBANK					
Specification: Y_EUROBANK R_FTSE20					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.100	1.335662	0.038024	35.12654	0.0000
	0.200	1.318919	0.049938	26.41133	0.0000
	0.300	1.298090	0.054529	23.80559	0.0000
	0.400	1.265287	0.050139	25.23544	0.0000
	0.500	1.255689	0.048784	25.73979	0.0000
	0.600	1.201798	0.041316	29.08776	0.0000
	0.700	1.191966	0.037581	31.71715	0.0000
	0.800	1.174893	0.031805	36.94074	0.0000
	0.900	1.163185	0.023241	50.04821	0.0000

FTSE20 KIPROU

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_KIPROU					
Specification: Y_KIPROU R_FTSE20					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.100	1.074231	0.025758	41.70454	0.0000
	0.200	1.067541	0.034742	30.72764	0.0000
	0.300	1.056011	0.037714	28.00051	0.0000
	0.400	1.053399	0.038989	27.01796	0.0000
	0.500	1.042749	0.037795	27.58936	0.0000
	0.600	1.027257	0.034289	29.95846	0.0000
	0.700	1.011417	0.029911	33.81416	0.0000
	0.800	0.998719	0.024713	40.41281	0.0000
	0.900	0.994654	0.018174	54.72970	0.0000

FTSE20 PIREOS

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_PIREOS					
Specification: Y_PIREOS R_FTSE20					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_FTSE20	0.100	1.238523	0.020902	59.25324	0.0000
	0.200	1.225395	0.028025	43.72491	0.0000
	0.300	1.190002	0.030984	38.40654	0.0000
	0.400	1.185460	0.032709	36.24271	0.0000
	0.500	1.180038	0.033318	35.41744	0.0000
	0.600	1.167529	0.032424	36.00862	0.0000
	0.700	1.164719	0.029978	38.85276	0.0000
	0.800	1.147825	0.025066	45.79162	0.0000
	0.900	1.141514	0.018464	61.82431	0.0000



FTSE20 MARFIN

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_MARFIN_FTSE20					
Specification: Y_MARFIN_2007 X_MARFIN_2007					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X_MARFIN_2007	0.100	2.157227	0.055817	38.64847	0.0000
	0.200	1.681851	0.052513	32.02754	0.0000
	0.300	1.358653	0.037068	36.65332	0.0000
	0.400	1.141521	0.027575	41.39771	0.0000
	0.500	1.002122	0.026730	37.49063	0.0000
	0.600	0.860886	0.027064	31.80880	0.0000
	0.700	0.672293	0.033189	20.25642	0.0000
	0.800	0.341627	0.061079	5.593189	0.0000
	0.900	-0.225656	0.070933	-3.181272	0.0015

EEBP AGROTIKI

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_AGROTIKI					
Specification: Y_AGROTIKI R_EEBP					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.100	0.619637	0.039882	15.53690	0.0000
	0.200	0.617949	0.053067	11.64476	0.0000
	0.300	0.614644	0.059932	10.25567	0.0000
	0.400	0.611742	0.062932	9.720661	0.0000
	0.500	0.606741	0.064036	9.475053	0.0000
	0.600	0.604226	0.063095	9.576491	0.0000
	0.700	0.583656	0.058971	9.897400	0.0000
	0.800	0.572551	0.052091	10.99133	0.0000
	0.900	0.550156	0.039180	14.04175	0.0000

EEBP ALPHA

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_ALPHA					
Specification: Y_ALPHA R_EEBP					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.100	0.857538	0.046862	18.29930	0.0000
	0.200	0.836231	0.060686	13.77965	0.0000
	0.300	0.833898	0.069432	12.01035	0.0000
	0.400	0.832501	0.074075	11.23864	0.0000
	0.500	0.827675	0.075490	10.96397	0.0000
	0.600	0.821623	0.073600	11.16341	0.0000
	0.700	0.821089	0.068654	11.95990	0.0000
	0.800	0.804426	0.058849	13.66930	0.0000
	0.900	0.803334	0.043961	18.27382	0.0000

EEBP ETHNIKI

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_ETHNIKI					
Specification: Y_ETHNIKI R_EEBP					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.100	1.059043	0.037553	28.20108	0.0000
	0.200	1.059043	0.049922	21.21377	0.0000
	0.300	1.055149	0.057392	18.38505	0.0000
	0.400	1.042292	0.063676	16.36857	0.0000
	0.500	1.040847	0.064508	16.13528	0.0000
	0.600	1.035015	0.064617	16.01767	0.0000
	0.700	1.035015	0.061110	16.93691	0.0000
	0.800	1.016978	0.053585	18.97891	0.0000
	0.900	0.991640	0.028489	34.80787	0.0000

EEBP EUROBANK

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_EUROBANK					
Specification: Y_EUROBANK R_EEBP					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.100	0.832852	0.039911	20.86793	0.0000
	0.200	0.821780	0.052270	15.72189	0.0000
	0.300	0.821780	0.059882	13.72339	0.0000
	0.400	0.797190	0.063027	12.64829	0.0000
	0.500	0.793802	0.064625	12.28324	0.0000
	0.600	0.793802	0.063054	12.58925	0.0000
	0.700	0.782221	0.058864	13.28850	0.0000
	0.800	0.782221	0.050760	15.41027	0.0000
	0.900	0.770805	0.037755	20.41593	0.0000

EEBP KIPROU

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_KIPROU					
Specification: Y_KIPROU R_EEBP					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.100	0.870326	0.046848	18.57748	0.0000
	0.200	0.859797	0.063156	13.61387	0.0000
	0.300	0.855843	0.071097	12.03770	0.0000
	0.400	0.850951	0.075016	11.34355	0.0000
	0.500	0.844797	0.075357	11.21053	0.0000
	0.600	0.835107	0.074063	11.27570	0.0000
	0.700	0.808540	0.064970	12.44483	0.0000
	0.800	0.793060	0.054008	14.68412	0.0000
	0.900	0.787701	0.039886	19.74862	0.0000

EEBP AGROYTIKI

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_PIREOS					
Specification: Y_PIREOS R_EEBP					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
R_EEBP	0.100	0.896290	0.032961	27.19241	0.0000
	0.200	0.896290	0.043910	20.41183	0.0000
	0.300	0.896290	0.050108	17.88712	0.0000
	0.400	0.875565	0.055902	15.66259	0.0000
	0.500	0.860029	0.058198	14.77756	0.0000
	0.600	0.851853	0.058169	14.64458	0.0000
	0.700	0.836449	0.057653	14.50837	0.0000
	0.800	0.818862	0.051661	15.85054	0.0000
	0.900	0.814443	0.038762	21.01145	0.0000

EEBP MARFIN

Quantile Process Estimates					
Equation: QR_MARFIN_EEBP					
Specification: Y_MARFIN_2007 X_MARFIN_2007					
	Quantile	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X_MARFIN_2007	0.100	0.779631	0.027420	28.43302	0.0000
	0.200	0.777651	0.036831	21.11376	0.0000
	0.300	0.777651	0.043587	17.84152	0.0000
	0.400	0.775775	0.047983	16.16782	0.0000
	0.500	0.762489	0.049121	15.52260	0.0000
	0.600	0.754104	0.047582	15.84866	0.0000
	0.700	0.754104	0.043196	17.45779	0.0000
	0.800	0.751294	0.036649	20.49972	0.0000
	0.900	0.744738	0.027465	27.11574	0.0000

# Συμπεράσματα

---

1. Τα βήτα των τραπεζών δεν διαφέρουν δραματικά, ωστόσο σε αρκετές περιπτώσεις η διαφορά δεν είναι αμελητέα με πιο χαρακτηριστική εκείνη της Eurobank με τον δείκτη ftse20 (0.17) καθώς και της Marfin.
2. Τα βήτα παραμένουν στατιστικά σημαντικά, με πολύ χαμηλό θόρυβο και πιθανότητα τα πραγματικά βήτα να είναι μηδέν, ίση με μηδέν.
3. Η τάση που παρατηρείται στο κύριο μέρος για την ελληνική αγορά παρατηρείται και στην παρούσα μελέτη. Τα βήτα των τραπεζών μειώνονται όσο προχωράμε σε μεγαλύτερα Quantiles.
4. Τέλος αυτό που διαφέρει στα αποτελέσματα μας, συγκρίνοντας τα με αυτά του κυρίου μέρους, είναι η αντιστροφή της τάσης που παρατηρήθηκε σε σχέση με την Ευρωπαϊκή αγορά.

## Συμπέρασμα 4<sup>ο</sup> :

Είναι φανερό ότι το 4<sup>ο</sup> συμπέρασμα είναι αυτό που διαφοροποιεί την παρούσα μελέτη, με εξαίρεση ίσως το 1<sup>ο</sup> συμπέρασμα, από αυτήν που έγινε νωρίτερα, με μεγαλύτερο δείγμα. Είχαμε παρατηρήσει μία τάση των ελληνικών τραπεζών να αυξάνουν τα βήτα τους καθώς προχωρούσαμε σε μεγαλύτερα quantiles και άρα μεγαλύτερες αποδόσεις, πράγμα που δεν ισχύει με την αλλαγή του δείγματος μας.

Αυτό που παρατηρείται πλέον ξεκάθαρα για τις ελληνικές τράπεζες και την επιρροή των μετοχών τους από τον ευρωπαϊκό δείκτη, είναι ότι αυτή μειώνεται καθώς προχωράμε σε μεγαλύτερα quantiles. Αυτό μπορεί να ερμηνευτεί από την εξέλιξη της Ελληνικής οικονομίας τα τελευταία χρόνια. Η Ελληνική οικονομία έγινε πιο «risky» με αποτέλεσμα να είναι πιο ευαίσθητες οι μετοχές σε αρνητικά ερεθίσματα από το εξωτερικό και άρα να έχουμε μεγαλύτερο βήτα όταν έχουμε αρνητικές αποδόσεις, στα πρώτα quantiles.

Τέλος να αναφερθεί ότι το συγκριμένο παράρτημα δεν αποτελεί πλήρως αναλυτική μελέτη των αποτελεσμάτων και απλά συμπληρώνει την μελέτη που έγινε στο κύριο

μέρος, παρουσιάζοντας πολύ συνοπτικά μια πιο πρόσφατη εικόνα των επιρροών που παρατηρούνται μέσα από τα quantile βήτα των ελληνικών τραπεζών.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ