

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης
Π.Μ.Σ. Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική Κινδύνου



Διπλωματική Εργασία

με θέμα:

Ένα μοντέλο αλλαγής καταστάσεων (regime switching) για την εκτίμηση του διαχρονικά μεταβαλλόμενου συστηματικού κινδύνου των μετοχών (beta).

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΟΙΤΗΤΗ: ΚΑΡΡΑΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ - ΜΑΕ/08021

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΠΑΝΟΠΟΥΛΟΥ ΑΙΚΑΤΕΡΙΝΗ

Περίληψη

Η εργασία αυτή εκτιμά το υπόδειγμα CAPM και κατά συνέπεια το συστηματικό κίνδυνο χαρτοφυλακίων μέσα από ένα μοντέλο αλλαγής καταστάσεων (Regime Switching Model), όπου η συμπεριφορά του βήτα αλλάζει ανάλογα με την κατάσταση της αγοράς (bull-bear). Η ανάλυση στηρίζεται στις αποδόσεις πέντε κλάδων και του δείκτη της αγοράς του χρηματιστηρίου των ΗΠΑ κατά την περίοδο 1963-2009. Αρχικά εκτιμάται το βήτα των κλάδων με βάση το κλασσικό υπόδειγμα CAPM και στη συνέχεια με βάση ένα μοντέλο αλλαγής καταστάσεων σύμφωνα με το οποίο οι κλάδοι και η αγορά επηρεάζονται από διάφορα σοκ που προκαλούν υψηλές ή χαμηλές διακυμάνσεις. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων δείχνουν ότι το βήτα πράγματι παίρνει διαφορετικές τιμές ανάλογα με την κατάσταση της αγοράς.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	σελ. 4
2. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ	
2.1 Το κλασσικό μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (CAPM).....	σελ. 7
2.2 Μοντέλα με διαχρονικά μεταβαλλόμενο βήτα και μοντέλα αλλαγής καταστάσεων.....	σελ. 10
3. ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ	
3.1 Το κλασσικό μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (CAPM).....	σελ. 13
3.2 Απόδειξη του CAPM - Μία απλή προσέγγιση.....	σελ. 15
3.3 Μοντέλα αλλαγής καταστάσεων (Regime Switching Models).....	σελ. 23
3.3.1 Εισαγωγή στα μοντέλα αλλαγής καταστάσεων.....	σελ. 23
3.3.2 Τα μοντέλα αλλαγής καταστάσεων Markov (Markov switching models).....	σελ. 28
4. ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ	
4.1 Εκτίμηση του συντελεστή βήτα στο απλό CAPM.....	σελ. 31
4.2 Το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων.....	σελ. 32
5. ΕΜΠΕΙΡΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	
5.1 Δεδομένα.....	σελ. 41
5.1.1 Προέλευση δεδομένων.....	σελ. 41
5.1.2 Περιγραφικά στατιστικά.....	σελ. 42
5.2 Εκτίμηση του βήτα με βάση το CAPM.....	σελ. 46
5.3 Εκτίμηση του βήτα με βάση το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων.....	σελ. 48
5.3.1 Κλάδος καταναλωτικών αγαθών.....	σελ. 49
5.3.2 Κλάδος βιομηχανίας.....	σελ. 55
5.3.3 Κλάδος τεχνολογίας.....	σελ. 61
5.3.4 Κλάδος υγείας.....	σελ. 66
5.3.5 Κλάδος λοιπών μετοχών.....	σελ. 72
5.4 Σύγκριση των κλάδων.....	σελ. 77
6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	σελ. 82
7. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	σελ. 84

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η τυπική εμπειρική προσέγγιση του κλασσικού μοντέλου αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (Capital asset pricing model, CAPM) υποθέτει ότι ο συντελεστής βήτα ενός περιουσιακού στοιχείου (μετοχή, ομόλογο, χαρτοφυλάκιο, κλπ.) είναι σταθερός. Ωστόσο πολλές μελέτες, όπως για παράδειγμα των Fabozzi και Francis (1978), προτείνουν ότι ο συντελεστής βήτα δεν παραμένει σταθερός, αλλά μεταβάλλεται τυχαία στο χρόνο. Σύμφωνα με τους Bos και Newbold (1984), η διακύμανση στις τιμές του συντελεστή βήτα μπορεί να οφείλεται στην επιρροή τόσο μικροοικονομικών παραγόντων, όσο και μακροοικονομικών. Μεταβολές στον πληθωρισμό ή στις προσδοκίες των επιχειρήσεων και των επενδυτών για μελλοντικά γεγονότα μπορούν για παράδειγμα να προκαλέσουν τέτοιες μεταβολές. Για το λόγο αυτό η χρήση διαχρονικά μεταβαλλόμενων υποδειγμάτων εξηγεί πιο ικανοποιητικά τις αποδόσεις των χρεογράφων.

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι να εκτιμήσει το υπόδειγμα CAPM και κατά συνέπεια το συστηματικό κίνδυνο πέντε κλάδων του χρηματιστηρίου των ΗΠΑ με βάση ένα μοντέλο αλλαγής καταστάσεων (Regime Switching Model), όπου η συμπεριφορά του βήτα αλλάζει ανάλογα με την κατάσταση της αγοράς (bull-bear). Οι πέντε κλάδοι που χρησιμοποιούνται, αποτελούνται από μετοχές που επιλέχθηκαν από τρεις χρηματιστηριακές αγορές των ΗΠΑ, NYSE (New York Stock Exchange), AMEX (American Stock Exchange) και NASDAQ (NASDAQ Stock Market). Ο πρώτος κλάδος αποτελείται από μετοχές καταναλωτικών αγαθών, ο δεύτερος κλάδος είναι ο βιομηχανικός, ο τρίτος της τεχνολογίας, ο τέταρτος της υγείας και ο πέμπτος κλάδος αποτελείται από λοιπές μετοχές διάφορων κατηγοριών. Για κάθε έναν από τους πέντε κλάδους καθώς και για την αγορά χρησιμοποιούνται οι εβδομαδιαίες αποδόσεις τους από το 1963 έως το 2009.

Αρχικά εκτιμάτε εμπειρικά το βήτα των κλάδων εφαρμόζοντας το κλασσικό CAPM. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Οι τιμές που προκύπτουν για τους συντελεστές βήτα συγκρίνονται στη συνέχεια με τους συντελεστές βήτα που προκύπτουν από το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων.

Το επόμενο βήμα είναι να εφαρμοστεί το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων με τη μορφή που υιοθετούν οι Flavin και Panopoulou (2009). Με βάση το μοντέλο αυτό οι κλάδοι και η αγορά επηρεάζονται από διάφορα σοκ που προκαλούν στις αποδόσεις

τους υψηλές ή χαμηλές διακυμάνσεις. Όπως θα δούμε αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ο κάθε κλάδος να αντιμετωπίζει οχτώ διαφορετικές καταστάσεις, για τις οποίες προκύπτουν και αντίστοιχοι συντελεστές βήτα. Εκτός από τους συντελεστές βήτα υπολογίζονται για κάθε κλάδο οι πιθανότητες παραμονής του κάθε σοκ σε κατάσταση υψηλής ή χαμηλής διακύμανσης καθώς και η διάρκεια (duration) όπου το κάθε σοκ παραμένει σε υψηλή διακύμανση.

Από τα αποτελέσματα που προκύπτουν φαίνεται ότι οι συντελεστές βήτα του μοντέλου αλλαγής καταστάσεων πράγματι εξαρτώνται από την κατάσταση που επικρατεί κάθε φορά. Έτσι κάθε μία από τις οχτώ καταστάσεις έχει τα δικά της χαρακτηριστικά όσον αφορά τις τιμές του συντελεστή βήτα. Για παράδειγμα όταν βρισκόμαστε στην κατάσταση όπου όλα τα σοκ παρουσιάζουν χαμηλή διακύμανση τα βήτα όλων των κλάδων είναι μεγαλύτερα της μονάδας, ενώ όταν όλα τα σοκ παρουσιάζουν υψηλή διακύμανση τα βήτα των κλάδων είναι μικρότερα της μονάδας. Επίσης συγκρίνοντας τους συντελεστές βήτα που προκύπτουν από το κλασικό CAPM με αυτούς που προκύπτουν από το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων παρατηρείται ότι οι τιμές των συντελεστών του κλασικού CAPM κυμαίνονται μεταξύ των τιμών που προκύπτουν από το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων.

Η δομή της εργασίας οργανώνεται ως εξής: Το κεφάλαιο 2 ονομάζεται “Βιβλιογραφική επισκόπηση” και αναφέρεται στις προηγούμενες μελέτες που έχουν γίνει πάνω στο κλασικό μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (Capital asset pricing model, CAPM), αλλά και στα μοντέλα αλλαγής καταστάσεων (Regime Switching Models). Το κεφάλαιο 3 ονομάζεται “Οικονομική και οικονομετρική θεωρία” και αναφέρεται στα βασικά σημεία της θεωρίας του CAPM καθώς επίσης και στη θεωρία των μοντέλων αλλαγής καταστάσεων. Το κεφάλαιο 4 ονομάζεται “Εμπειρική προσέγγιση” και στο πρώτο σκέλος παρουσιάζει τη μεθοδολογία που θα ακολουθηθεί για να εκτιμηθεί το βήτα με βάση το απλό CAPM και στο δεύτερο σκέλος παρουσιάζει τη μεθοδολογία που θα ακολουθηθεί για να εκτιμηθεί το βήτα εφαρμόζοντας το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων. Το κεφάλαιο 5 ονομάζεται “Εμπειρικά αποτελέσματα” και χωρίζεται σε τέσσερα σκέλη. Στο πρώτο σκέλος 5.1 παρουσιάζονται τα δεδομένα και δίνονται τα πρώτα περιγραφικά στατιστικά μέτρα για τους κλάδους και την αγορά. Στο δεύτερο σκέλος 5.2 εφαρμόζεται το κλασικό CAPM, ενώ στο τρίτο σκέλος 5.3 εφαρμόζεται το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων. Στο τέταρτο σκέλος 5.4 γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν. Τέλος το κεφάλαιο 6 ονομάζεται “Συμπεράσματα” και συνοψίζει τα βασικά συμπεράσματα της

εργασίας, ενώ στο κεφάλαιο 7 παρατίθεται αναλυτικά η βιβλιογραφία που χρησιμοποιήθηκε.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ

2. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στις μελέτες που έχουν γίνει παλαιότερα και αφορούν τόσο το κλασσικό μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (Capital asset pricing model, CAPM), όσο και τα μοντέλα με διαχρονικά μεταβαλλόμενο βήτα και τα μοντέλα αλλαγής καταστάσεων.

2.1 Το κλασσικό μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (CAPM)

Το κλασσικό μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (Capital asset pricing model, CAPM) των Linter (1965) και Sharpe (1964), δικαίως κατέχει την κεντρική θέση στη βιβλιογραφία της αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων και αποτελεί ένα από τα πιο διαδεδομένα χρηματοοικονομικά εργαλεία για την μέτρηση του κινδύνου και της απόδοσης που αντιστοιχεί σε αυτόν.

Μία από τις σημαντικές συνέπειες του CAPM είναι ότι υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης ενός χρηματοοικονομικού περιουσιακού στοιχείου και του κινδύνου της αγοράς, β , που μετράται από τη συνδιακύμανση της απόδοσης του περιουσιακού στοιχείου και την απόδοση της αγοράς. Πιο πρόσφατες μελέτες στηρίζουν το CAPM, όπως αυτές των Black, Jensen και Scholes (1972), Blume και Friend (1973), Fama και MacBeth (1973). Όλοι αυτοί βρήκαν ότι υπάρχει μια χοντρική γραμμική σχέση μεταξύ της απόδοσης και του κινδύνου και ότι τα χρεόγραφα με υψηλό βήτα εμφανίζουν υψηλότερες μέσες αποδόσεις απ ότι αυτά με χαμηλό.

Οι Sharpe και Cooper (1972) εξέτασαν τα αποτελέσματα ενός απλού τεστ του CAPM για να ελέγξουν αν κατά τη διάρκεια μεγάλων περιόδων, οι υψηλές αποδόσεις σχετίζονται με τον υψηλό κίνδυνο (που μετράται με το βήτα). Εξέτασαν κατά πόσο ακολουθώντας εναλλακτικές στρατηγικές με βάση τον κίνδυνο, προκύπτουν αποδόσεις σχετικές με τη μοντέρνα θεωρία της αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων. Για να πάρουν χαρτοφυλάκια με διαφορετικά βήτα, διαίρεσαν το σύνολο των μετοχών σε δεκατημόρια μια φορά κάθε χρόνο με βάση το βήτα των μετοχών. Πιο συγκεκριμένα το βήτα για μία συγκεκριμένη στιγμή υπολογίστηκε χρησιμοποιώντας δεδομένα από τους 60 προηγούμενους μήνες. Μία φορά το χρόνο, για κάθε χρόνο από το 1931 έως το 1967, όλο το New York Stock Exchange διαιρέθηκε σε δεκατημόρια με βάση τη τιμή του βήτα των μετοχών. Ένα ισοσταθμισμένο

χαρτοφυλάκιο κατασκευάστηκε για κάθε ομάδα μετοχών που αποτελούσε κάθε δεκατημόριο, ενώ κάθε ένα από τα δέκα διαφορετικά χαρτοφυλάκια για κάθε περίοδο αποτελούσε και διαφορετική στρατηγική. Τελικά οι Sharpe και Cooper (1972) κατέληξαν στο ότι υπάρχει θετική σχέση ανάμεσα στις αποδόσεις και τα βήτα των μετοχών.

Τα περισσότερα από τα πρώτα εμπειρικά τεστ του CAPM χρησιμοποιούσαν παλινδρόμηση χρονολογικών σειρών για να εκτιμήσουν το βήτα και διαστρωματική παλινδρόμηση (cross sectional regression) για να ελέγξουν τις υποθέσεις που αντλούμε από το CAPM. Για παράδειγμα ο Lintner (1965) εφάρμοσε μια τέτοια μελέτη και ο Douglas (1968) την εκτέλεσε ξανά. Ο Lintner (1965) εκτίμησε το βήτα για κάθε μία από τις 301 μετοχές του δείγματός του, παλινδρομώντας τις ετήσιες αποδόσεις κάθε μετοχής πάνω στις μέσες αποδόσεις όλων των μετοχών, χρησιμοποιώντας δεδομένα από το 1954 έως το 1963. Η παλινδρόμηση είχε τη μορφή $R_{it} = a_{it} + b_{it}R_{im} + e_{it}$. Στη συνέχεια εκτέλεσε την διαστρωματική παλινδρόμηση $R_i = a_1 + a_2b_i + a_3S_{e_i}^2 + \eta_i$, όπου $S_{e_i}^2$ είναι η διακύμανση των καταλοίπων από την πρώτη παλινδρόμηση (η διακύμανση του e_i). Τα αποτελέσματα έδειξαν να παραβαίνουν το CAPM. Ο Douglas (1968) χρησιμοποίησε παρόμοιο μοντέλο και κατέληξε σε παρόμοια αποτελέσματα.

Οι Miller και Scholes (1972) σε ένα κλασσικό άρθρο προβάλλουν μια ανάλυση των στατιστικών προβλημάτων που υπάρχουν σε όλα τα εμπειρικά τεστ του CAPM. Εκτός από το να συζητήσουν τα διάφορα θεωρητικά προβλήματα που σχετίζονται με αυτά τα τεστ, επιπλέον χρησιμοποίησαν μια σειρά προσεκτικά σχεδιασμένων προσομοιώσεων για να μετρήσουν κατά πόσο ορισμένα από τα αποτελέσματα προηγούμενων μελετών επηρεάζονταν από αυτά τα στατιστικά προβλήματα. Ενδεικτικά αναφέρονται πιο κάτω ορισμένα από τα προβλήματα που τους απασχόλησαν.

Οι Miller και Scholes (1972) απέδειξαν ότι από το μοντέλο παλινδρόμησης $R_{it} = a_{it} + \beta_{it}R_{mt} + e_{it}$, που χρησιμοποίησαν οι Lintner (1965) και Douglas (1968), μπορεί να προκύψουν μεροληπτικοί εκτιμητές για το βήτα και ότι το μοντέλο που πρέπει να χρησιμοποιείται είναι το $R_{it} = (1 - \beta_i)R_{Ft} + \beta_iR_{mt} + e_{it}$. Συγκεκριμένα, αν το R_F είναι σταθερό, τότε το μοντέλο που χρησιμοποίησαν οι Lintner (1965) και

Douglas (1968) ο είναι σωστό, Αν όμως το R_F μεταβάλλεται και είναι συσχετισμένο με το R_m , τότε ο εκτιμητής του βήτα δεν είναι αμερόληπτος.

Επίσης εξέτασαν την υπόθεση ότι η εξίσωση παλινδρόμησης δεν είναι γραμμική και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η μη γραμμικότητα δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Ένας ακόμα παράγοντας αστάθειας που εντοπίστηκε και τους προβλημάτισε ήταν η ετεροσκεδαστικότητα, η παρουσία της οποίας ευθύνεται πολλές φορές για τα προβλήματα σε διάφορα οικονομετρικά μοντέλα. Ετεροσκεδαστικότητα εμφανίζεται όταν η διακύμανση των σφαλμάτων είναι μεγαλύτερη για τις υψηλότερες τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών και χαμηλότερη για τις χαμηλότερες τιμές. Στην προκειμένη περίπτωση αυτό υποδηλώνει ότι οι μετοχές με υψηλότερο βήτα θα έχουν υψηλότερη διακύμανση στις αποδόσεις απ' ό,τι αυτές με χαμηλότερο, χωρίς αυτό να εξηγείται από την αγορά.

Στη συνέχεια θα αναφερθούμε σε δύο κλασσικές μελέτες πάνω στο CAPM. Στο τεστ των Black, Jensen και Scholes (1972) και στο τεστ των Fama και MacBeth (1973).

Οι Black, Jensen και Scholes (1972) χρησιμοποίησαν την εξίσωση $R_{it} - R_{Ft} = a_i + \beta_i (R_{mt} - R_{Ft}) + e_{it}$ στο μοντέλο τους. Αν το απλό CAPM περιγράφει τις αποδόσεις τότε ο συντελεστής a_i ισούται με το μηδέν. Για να ελεγχθεί το CAPM είναι επιθυμητό να χρησιμοποιηθεί μεγάλος αριθμός χρεογράφων. Η προφανής μεθοδολογία θα ήταν να εκτιμηθεί η εξίσωση για κάθε μία από τις σειρές των χρεογράφων και μετά να εξεταστεί η κατανομή του a . Ωστόσο αυτό είναι ακατάλληλο γιατί ο έλεγχος της κατανομής του a προϋποθέτει ότι τα κατάλοιπα (e_{it}, e_{jt}) είναι ανεξάρτητα, πράγμα που δεν ισχύει.

Ένας τρόπος για να απαλείψουν το πρόβλημα ήταν να χρησιμοποιήσουν ομαδοποιημένα δεδομένα και να τρέξουν την παλινδρόμηση πάνω στα χαρτοφυλάκια. Έτσι οι Black, Jensen και Scholes (1972) για να μειώσουν αυτές τις αλληλεξαρτήσεις έπραξαν τα ακόλουθα:

Σε πρώτο βήμα εκτίμησαν για κάθε μετοχή το βήτα, χρησιμοποιώντας μηνιαία δεδομένα πενταετών περιόδων, ταξινομήσαν τις μετοχές από αυτή με το μεγαλύτερο βήτα μέχρι το μικρότερο και τέλος δημιούργησαν τα χαρτοφυλάκια που αποτελούνταν από το 10% των μετοχών. Για παράδειγμα ταξινομούσαν τις μετοχές με βάση το βήτα για την πενταετία 1926-31 και κρατούσαν το χαρτοφυλάκιο για το

επόμενο έτος 1931. Μετά έκαναν το ίδιο για την επόμενη πενταετία 1927-1931 και κρατούσαν το χαρτοφυλάκιο για το 1932, κ.ο.κ. Σε δεύτερο βήμα υπολόγιζαν την αναμενόμενη απόδοση και το βήτα κάθε έτους, για κάθε χαρτοφυλάκιο, για την περίοδο 1931-65. Σαν αποτέλεσμα βρήκαν ότι το μοντέλο προσαρμόζεται καλά, αλλά για $\beta > 1$ ο συντελεστής α τείνει να είναι αρνητικός και για $\beta < 1$, θετικός.

Τέλος οι Black, Jensen και Scholes (1972) εφάρμοσαν και διαστρωματική παλινδρόμηση στις υπερβάλλουσες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων από την οποία πήραν αποτελέσματα που στηρίζουν το zero-beta CAPM .

Οι Fama και MacBeth (1973) χρησιμοποίησαν τα ίδια δεδομένα όπως οι Black, Jensen και Scholes (1972). Σε πρώτη φάση δημιούργησαν 20 χαρτοφυλάκια για να εκτιμήσουν το βήτα με μία απλή παλινδρόμηση, χρησιμοποιώντας την ίδια μεθοδολογία όπως οι Black, Jensen και Scholes (1972). Στη συνέχεια εκτίμησαν την ακόλουθη διαστρωματική (cross section) παλινδρόμηση:

$R_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\beta_i + \gamma_{2t}\beta_i^2 + \gamma_{3t}\sigma_{ei} + u_i$, για κάθε μήνα της περιόδου 1935-38. Τελικά κατέληξαν ότι α) η παράμετρος γ_{3t} δεν είναι σημαντική και είναι ανεξάρτητη για κάθε δείγμα και υποπερίοδο (αποτέλεσμα που δεν συμφωνεί με τους Lintner (1965) και Douglas (1968)), β) η παράμετρος γ_{2t} δεν είναι σημαντική και είναι ανεξάρτητη για κάθε δείγμα και υποπερίοδο και γ) ότι τα κατάλοιπα δεν αυτοσυσχετίζονται.

Δύο ακόμα μελέτες που έγιναν για να ελέγξουν την ισχύ του CAPM είναι αυτές του Gibbons (1982) και του Stambaugh (1982). Ο Gibbons (1982) στη μελέτη του απορρίπτει και το απλό CAPM και το zero-beta CAPM, ενώ ο Stambaugh (1982) κατέληξε σε αποτελέσματα που στηρίζουν το zero-beta CAPM αλλά όχι το απλό CAPM.

Γενικότερα τις δεκαετίες του 1960, 1970 και στις αρχές του 1980 υπήρξαν πολλές μελέτες, τα αποτελέσματα των οποίων έτειναν να συμφωνήσουν με το CAPM. Ωστόσο στις επόμενες δεκαετίες του 1980 και 1990 το CAPM σχεδόν πάντα απορριπτόταν. Πολλοί συγγραφείς αναφέρουν ανωμαλίες και αποκλίσεις από το CAPM, όπως για παράδειγμα οι Banz (1981), Fama και French (1992), Jegadeesh και Titman (1993).

2.2 Μοντέλα με διαχρονικά μεταβαλλόμενο βήτα και μοντέλα αλλαγής καταστάσεων

Στην πράξη το CAPM εξετάζει τη συμπεριφορά επενδυτών σε ένα μοντέλο μίας περιόδου. Όταν εξετάζονται εμπειρικά δεδομένα χρησιμοποιούνται χρονολογικές σειρές και μία κοινή υπόθεση που γίνεται είναι ότι το βήτα των χρεογράφων παραμένει σταθερό στο χρόνο. Παρόλο που η θεωρία επιβάλλει μία γραμμική και σταθερή σχέση μεταξύ απόδοσης και κινδύνου, υπάρχει αυξανόμενα στοιχεία που τεκμηριώνουν ότι το βήτα των αγορών μεταβάλλεται χρονικά. Για παράδειγμα εμπειρικές μελέτες όπως αυτές των Blume (1971), Chen (1981), Fabozzi και Francis (1978), Ferson και Harvey (1991, 1993), Ferson και Korajczyk (1995) και Levy (1971) γενικά κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το εκτιμώμενο βήτα τείνει να μεταβάλλεται χρονικά. Σαν αποτέλεσμα, οι Jagannathan και Wang (1996) προτείνουν να αντικαταστήσουν το στατικό CAPM με έναν μοντέλο στο οποίο το βήτα είναι χρονικά μεταβαλλόμενο.

Δοκιμάζοντας μια παραλλαγή του CAPM των Sharpe (1964) και Lintner (1965), ο Huang (2000) πρότεινε το βήτα να προέρχεται από δύο διαφορετικές καταστάσεις που τις ονομάζει καταστάσεις υψηλού και χαμηλού κινδύνου. Ο Huang (2000) κατέληξε στο ότι οι δύο υποθέσεις διαφορετικών καταστάσεων είναι αποδεκτές και ότι το CAPM είναι συνεπές με τα δεδομένα σε κατάσταση χαμηλού κινδύνου, αλλά ασυνεπές στην κατάσταση υψηλού κινδύνου. Κάτω από το ίδιο πλαίσιο, ο Huang (2001) δοκιμάζει το CAPM καθορίζοντας ένα μοντέλο με διαχρονικά μεταβαλλόμενο βήτα. Πρώτα εκτίμησε το μοντέλο προσεγγίζοντας το Μπευνζιανά. Εξαιτίας του εξειδικευμένου χαρακτήρα της μεθοδολογίας, είναι ικανός να καθορίσει την ελάχιστη ένταση του βήτα για κάθε περίοδο. Το τεστ με Μπευνζιανό διάστημα εμπιστοσύνης 95% έδειξε ότι το CAPM μπορεί να απορριφθεί σε συγκεκριμένες περιόδους.

Ανατρέχοντας στη διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν ακόμα πολλές μελέτες που χρησιμοποιούν μοντέλα με διαχρονικά μεταβαλλόμενο βήτα. Για παράδειγμα, ο Taufiq Choudhry (2004) ερευνά εμπειρικά τις επιδράσεις της Ασιατικής οικονομικής κρίσης του 1997-1998 στο διαχρονικά μεταβαλλόμενο βήτα 10 εταιριών από τη Μαλαισία και την Ταϊβάν. Ημερήσια δεδομένα από το 1990 έως το 2001 και ένα διμεταβλητό MA-GARCH μοντέλο (BEEK) χρησιμοποιούνται για να δημιουργήσει τα διαχρονικά μεταβαλλόμενα βήτα των εταιριών. Τα αποτελέσματα παρέχουν στοιχεία που δείχνουν την επίδραση που είχε η οικονομική κρίση και η περίοδος μετά, πάνω

στο βήτα των 20 εταιριών. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν είναι κατά κάποιον τρόπο μεικτά, γιατί ορισμένες φορές δείχνουν αύξηση του βήτα, ενώ κάποιες άλλες φορές πτώση. Επίσης φαίνεται από τα αποτελέσματα ότι οι εταιρίες από τη Μαλαισία επηρεάστηκαν περισσότερο από την κρίση σε σχέση με τις εταιρίες από την Ταϊβάν.

Μια ακόμα μελέτη των Choudhry, Lu και Peng (2008) μελετά εμπειρικά τις επιδράσεις της Ασιατικής οικονομικής κρίσης του 1997-1998 και της περιόδου αμέσως μετά, στο διαχρονικά μεταβαλλόμενο βήτα τεσσάρων βιομηχανικών κλάδων (χημικός, οικονομικός, λιαν εμπόριο και βιομηχανία) από την Ινδονησία, τη Σιγκαπούρη, τη Νότια Κορέα και την Ταϊβάν. Χρησιμοποιεί ημερήσια δεδομένα από το 1992 έως το 2002 και ένα διμεταβλητό μοντέλο MA-GARCH (BEEK) για να δημιουργήσει τα διαχρονικά μεταβαλλόμενα βήτα των κλάδων. Τα αποτελέσματα δείχνουν την Τα αποτελέσματα παρέχουν στοιχεία που δείχνουν την επίδραση που είχε η οικονομική κρίση και η περίοδος μετά πάνω στο διαχρονικά μεταβαλλόμενα βήτα των κλάδων των χωρών.

Ο Reyes (1999) εξετάζει τη σχέση μεταξύ του μεγέθους της επιχείρησης και του διαχρονικά μεταβαλλόμενου βήτα των μετοχών στη Μ.Βρετανία. Τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής έδειξαν ότι ο συντελεστής που μεταβάλλεται στο χρόνο δεν είναι στατιστικά σημαντικός, ούτε στις μεγάλες ούτε στις μικρές επιχειρήσεις.

Τέλος πριν κλείσουμε το κεφάλαιο της βιβλιογραφικής επισκόπησης θα αναφερθούμε σε μία ακόμα μελέτη που ερευνά τη διαχρονική μεταβολή του βήτα στο CAPM. Οι Abdymomunov και Morley (2010) στην ανάλυσή τους μοντελοποιούν τις αποδόσεις της αγοράς και των χαρτοφυλακίων χρησιμοποιώντας μια διαδικασία Markov δύο καταστάσεων, με το συντελεστή βήτα να εναλλάσσεται μεταξύ δύο καταστάσεων, χαμηλής και υψηλής διακύμανσης. Τα εμπειρικά αποτελέσματα δείχνουν μια ισχυρή διαχρονική μεταβολή των βήτα στις περισσότερες περιπτώσεις όπου το υπό συνθήκη CAPM (conditional CAPM) απορρίπτεται. Παρόλο που το υπό συνθήκη εναλλαγής καταστάσεων CAPM (regime-switching conditional CAPM) μπορεί να απορρίπτεται σε αρκετές περιπτώσεις, τα διαχρονικά μεταβαλλόμενα βήτα εξηγούν τις αποδόσεις των χαρτοφυλακίων καλύτερα από το χωρίς συνθήκη CAPM (uncoditional CAPM), ειδικά όταν η αγορά βρίσκεται σε υψηλή διακύμανση.

3. ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στα βασικότερα σημεία της θεωρίας του CAPM καθώς επίσης και στη θεωρία των μοντέλων αλλαγής καταστάσεων.

3.1 Το κλασσικό μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (CAPM)

Το πρότυπο CAPM ανήκει στην κατηγορία των προτύπων της ισορροπίας. Η αρχική του μορφή οφείλεται στους Sharpe (1964), Linter (1965) και Mossin. Βασικές έννοιες που συνδέονται με το πρότυπο είναι οι έννοιες της αποτελεσματικής αγοράς (efficient market), του αποτελεσματικού συνόρου (efficient frontier), του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου (efficient portfolio), του τυχαίου περιπάτου (random walk), της μεταβλητότητας (volatility), του βήτα (beta), του άλφα (alpha) και άλλων συντελεστών, της επιλογής χαρτοφυλακίου (portfolio selection), της αξιολόγησης του επενδυτικού αποτελέσματος (investment performance measurement) και άλλες.

Η θεωρία της ισορροπίας της αγοράς υποθέτει ότι οι τιμές στην αγορά βρίσκονται σε κατάσταση ισορροπίας. Η ισορροπία αυτή μπορεί θεωρητικά να προκύψει ως η συνισταμένη των

- διαφορετικών επιδιώξεων των συναλλασσόμενων
- ποικίλων στάσεων των συναλλασσόμενων απέναντι στο ρίσκο
- διαφορετικών προσδοκιών των συναλλασσόμενων για τη μελλοντική πορεία της αγοράς και του διαφορετικού χρονικού ορίζοντα των συναλλασσόμενων
- επιδράσεων διαφόρων ευρύτερων (εξωγενών) μακροοικονομικών παραγόντων.

Για τη δημιουργία όμως σχετικά απλών προτύπων βασισμένων στην ισορροπία, οι υποθέσεις που πρέπει να γίνουν είναι πολύ πιο περιοριστικές. Το πρότυπο CAPM είναι κατάλληλο για κινδυνόφοβους επενδυτές και πιο συγκεκριμένα επενδυτές που ανάμεσα σε επενδύσεις με την ίδια μαθηματική ελπίδα της απόδοσης, θα επιλέξουν την επένδυση της οποίας η απόδοση έχει την ελάχιστη διασπορά και ανάμεσα σε επενδύσεις με την ίδια διασπορά στην απόδοση θα επιλέξουν την επένδυση της οποίας η απόδοση έχει τη μέγιστη μαθηματική ελπίδα. Επιπλέον, ως πρότυπο βασισμένο στην ισορροπία, το πρότυπο CAPM προϋποθέτει ότι οι τιμές

καθορίζονται υπό καθεστώς αποτελεσματικής πληροφόρησης. Αυτό σημαίνει ότι κάθε πληροφορία και μεταδίδεται στιγμιαία και είναι εξίσου προσιτή σε όλους.

Οι αναγκαίες υποθέσεις για την ισχύ του CAPM είναι οι εξής:

- Όλα τα στοιχεία είναι απεριορίστως εμπορεύσιμα (marketable)
- Όλα τα στοιχεία είναι απείρως διαιρετά (infinitely divisible), δηλαδή μπορούν να διατεθούν σε οποιαδήποτε ποσότητα
- Κανείς μεμονωμένος επενδυτής δεν μπορεί να επηρεάσει τις τιμές
- Η αγορά είναι ελεύθερη τριβών (friction free), δηλαδή δεν υπάρχουν επιβαρύνσεις όπως προμήθειες, έξοδα, φόροι, κ.λ.π.
- Ο ενεργητικός και παθητικός δανεισμός είναι εφικτοί απεριορίιστα και μάλιστα με το ίδιο επιτόκιο, που είναι γνωστό ως επιτόκιο χωρίς ρίσκο (risk free rate)
- Η διάθεση στην αγορά στοιχείων που δεν είναι στην κυριότητα του διαθέτη είναι δυνατή απεριορίιστα (unlimited short sales)
- Υπάρχει ομοιογένεια των προσδοκιών (homogeneous expectations) όλων των συναλλασσόμενων (δηλαδή η ίδια εκτίμηση από τους συναλλασσόμενους όλων των μέσων και όλων των διασπορών των αποδόσεων) και όλοι οι συναλλασσόμενοι λειτουργούν με τον ίδιο επενδυτικό χρονικό ορίζοντα (time horizon)
- Τέλος, όλες οι επενδυτικές αποφάσεις βασίζονται στις δύο πρώτες ροπές των κινδύνων.

Κάτω από τις παραπάνω παραδοχές, το πρότυπο συνδέει τη μαθηματική ελπίδα, $E(R_i)$, της απόδοσης R_i μίας μετοχής i με τη μαθηματική ελπίδα, $E(R_m)$, της απόδοσης R_m της αγοράς με τη βοήθεια (α) του βήτα της μετοχής b_i και (β) της σίγουρης απόδοσης (π.χ. απόδοσης κρατικών ομολόγων) r_F . Υπό κανονικές συνθήκες, τα $E(R_i)$ και $E(R_m)$ πρέπει να είναι μεγαλύτερα από το r_F . Οι διαφορές $E(R_i) - r_F$ και $E(R_m) - r_F$ είναι η πρόσθετη αμοιβή για να επενδύσει κάποιος στη μετοχή ή στην αγορά αντιστοίχως. Σύμφωνα με το CAPM, ο λόγος των δύο αυτών πριμ επικινδυνότητας είναι το βήτα της μετοχής. Έχουμε δηλαδή $\frac{E(R_i) - r_F}{E(R_m) - r_F} = \beta_i$, σχέση που συνήθως γράφουμε $E(R_i) = r_F + \beta_i [E(R_m) - r_F]$.

Ένα άμεσο πόρισμα από την παραπάνω σχέση είναι ότι η διαφορά των μαθηματικών ελπίδων, $E(R_i)$ και $E(R_j)$, των αποδόσεων δύο μετοχών i και j οφείλεται μόνο στη διαφορά των βήτα των δύο μετοχών. Πράγματι, είναι $E(R_i) - E(R_j) = (\beta_i - \beta_j)[E(R_m) - r_F]$, όπου $E(R_m) - r_F$ είναι η ίδια σταθερά για κάθε i, j . Το μεγάλο επίτευγμα του προτύπου (οσάκις ισχύει) είναι ότι “παραμερίζει” τις συνδιακυμάνσεις $Cov(R_i, R_j)$ μεταξύ μετοχών (για τον υπολογισμό των β_i χρειάζονται μόνο οι συνδιακυμάνσεις $Cov(R_i, R_m)$ με την αγορά) και “συνοψίζει” τα χαρακτηριστικά μίας μετοχής με ένα μοναδικό αριθμό β_i .

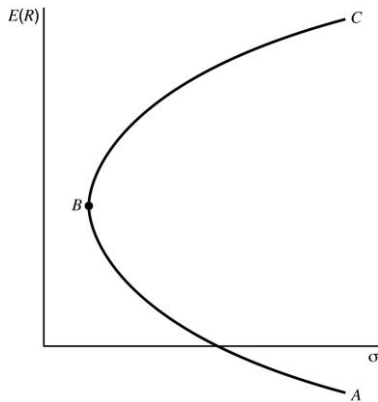
Σε συνάρτηση με το πρότυπο CAPM, ο Sharpe τόνισε τη σημασία ανάλυσης του ρίσκου μίας μετοχής σε μη συστηματικό ρίσκο (nonsystematic risk) οφειλόμενο στα χαρακτηριστικά της ίδιας της μετοχής και σε συστηματικό ρίσκο (systematic risk) που προέρχεται από την αγορά γενικότερα.

Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται για τη σωστή ερμηνεία μεγάλων τιμών του βήτα. Ένα υψηλό βήτα σημαίνει ευρύτερες κινήσεις και προς τις δύο κατευθύνσεις (κάτω και πάνω), με αποτέλεσμα μία μετοχή με υψηλό βήτα να είναι πιο επικίνδυνη.

3.2 Απόδειξη του CAPM - Μία απλή προσέγγιση

Το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο (efficient portfolio) είναι το χαρτοφυλάκιο που προτιμάται από τα άτομα που αποφεύγουν το ρίσκο. Πιο συγκεκριμένα, σε ένα σύνολο χαρτοφυλακίων με την ίδια μαθηματική ελπίδα $E(R_i) = \mu$, το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο είναι εκείνο που έχει την ελάχιστη διασπορά $Var(R_i)$. Κατά τον ίδιο τρόπο, σε ένα σύνολο χαρτοφυλακίων με την ίδια τιμή $Var(R_i) = \sigma^2$, το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο είναι εκείνο με τη μέγιστη μαθηματική ελπίδα $E(R_i)$.

Η έννοια του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου οδηγεί άμεσα στην έννοια του αποτελεσματικού συνόρου (efficient frontier). Στο διάγραμμα 3.2.1 απεικονίζεται το αποτελεσματικό σύνολο όταν δεν επιτρέπεται ο δανεισμός. Στο διάγραμμα αυτό, το τμήμα BC αντιπροσωπεύει το αποτελεσματικό σύνολο ενώ το τμήμα ABC αντιπροσωπεύει όλα τα χαρτοφυλάκια. Γενικά το αποτελεσματικό σύνολο διαφέρει από επενδυτή σε επενδυτή εξαιτίας των διαφορετικών προσδοκιών.



Διάγραμμα 3.2.1 Το αποτελεσματικό σύνορο χωρίς δανεισμό

Όταν εισάγουμε τον ακίνδυνο δανεισμό, ο επενδυτής μπορεί να δανείζει με ακίνδυνο επιτόκιο R_F επενδύοντας σε ένα περιουσιακό στοιχείο με σίγουρη απόδοση (για παράδειγμα ένα κρατικό ομόλογο) ή να δανείζεται με ακίνδυνο επιτόκιο R_F .

Εξετάζοντας την περίπτωση όπου οι επενδυτές μπορούν να δανείζουν και να δανείζονται στο ακίνδυνο επιτόκιο χωρίς όρια, υποθέτουμε ότι ο επενδυτής ενδιαφέρεται να τοποθετήσει μέρος του κεφαλαίου σε ένα χαρτοφυλάκιο P και το υπόλοιπο να το δανείσει ή να το δανεισθεί με το ακίνδυνο επιτόκιο R_F . Αν X είναι το ποσοστό επένδυσης στο χαρτοφυλάκιο P, $(1-X)$ είναι το ποσοστό επένδυσης στο ακίνδυνο περιουσιακό στοιχείο και η αναμενόμενη απόδοση του συνδυασμού αυτού είναι:

$$\bar{R}_C = (1-X)R_F + X\bar{R}_P.$$

Ο κίνδυνος (τυπική απόκλιση) σε αυτό το συνδυασμό είναι:

$$\sigma_c = \left[(1-X)^2 \sigma_F^2 + X^2 \sigma_P^2 + 2X(1-X)\sigma_P\sigma_F\rho_{FP} \right]^{1/2}.$$

Επειδή όμως $\sigma_F = 0$, ο κίνδυνος παίρνει τη μορφή

$$\sigma_c = (X^2 \sigma_p^2)^{1/2} = X\sigma_p$$

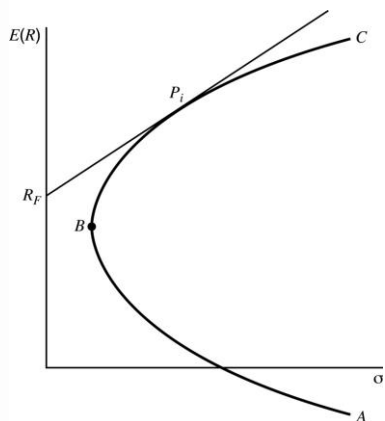
και λύνοντας ως προς X

$$X = \frac{\sigma_c}{\sigma_p}.$$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω έκφραση του X στην αναμενόμενη απόδοση του συνδυασμού προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned}\bar{R}_C &= (1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_p})R_F + \frac{\sigma_c}{\sigma_p}\bar{R}_P \Leftrightarrow \\ \bar{R}_C &= R_F + \left(\frac{\bar{R}_P - R_F}{\sigma_p}\right)\sigma_c\end{aligned}$$

Η παραπάνω σχέση είναι η εξίσωση μίας ευθείας. Όλοι οι συνδυασμοί ακίνδυνου δανεισμού και χαρτοφυλακίου P αντιστοιχούν σε κάθε σημείο της ευθείας. Η κλίση της ευθείας είναι $\frac{\bar{R}_P - R_F}{\sigma_p}$. Στο διάγραμμα 3.2.2 φαίνεται η ευθεία. Αριστερά του σημείου P αντιστοιχούν συνδυασμοί επένδυσης ποσοστού (1-X) σε τίτλους σίγουρης απόδοσης R_F και X στο χαρτοφυλάκιο P ($0 \leq X \leq 1$). Για X=0 αντιστοιχεί επένδυση 100% με επιτόκιο R_F και για X=1 αντιστοιχεί 100% επένδυση στο χαρτοφυλάκιο P. Για ακόμα περισσότερα προσδοκώμενα κέρδη, μπορεί κάποιος να δανισθεί με επιτόκιο R_F και να επενδύσει το προϊόν του δανείου στο χαρτοφυλάκιο P (για να καρπωθεί τη διαφορά στις αποδόσεις \bar{R}_P και R_F). Σε μία τέτοια κίνηση αντιστοιχούν τιμές X>1 (το 1-X είναι αρνητικό) και σημεία δεξιά του P.



Διάγραμμα 3.2.2 Το αποτελεσματικό σύνορο με δανεισμό

Αν όλοι οι επενδυτές έχουν ομογενείς προσδοκίες και δανείζουν – δανείζονται με το ίδιο επιτόκιο, τότε σε όλους θα αντιστοιχούν διαγράμματα σαν το 3.2.2 τα οποία θα είναι ίδια για όλους. Κατ επέκταση το χαρτοφυλάκιο P_i που κρατείται από κάθε επενδυτή θα είναι όμοιο με τον υπολοίπων επενδυτών. Αφού λοιπόν όλοι επενδυτές κρατούν το ίδιο χαρτοφυλάκιο, αυτό θα είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς περιέχει όλες τις μετοχές σε ποσοστό ανάλογο με αυτό της αξίας της κάθε μετοχής σε σχέση με την αξία της αγοράς. Για παράδειγμα, αν οι μετοχές της IBM αποτελούν το 3% της αγοράς, τότε το χαρτοφυλάκιο της αγοράς θα περιέχει μετοχές της IBM σε ποσοστό 3% και οι επενδυτές θα τοποθετήσουν στην IBM το 3% των χρημάτων που επενδύονται στο σύνολο των μετοχών.

Η ευθεία που απεικονίζεται στο διάγραμμα 3.2.2 αναφέρεται συχνά ως ευθεία της αγοράς (capital market line). Όλα τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια βρίσκονται πάνω στη γραμμή της αγοράς και όλοι οι επενδυτές καταλήγουν με ένα χαρτοφυλάκιο πάνω στη γραμμή της αγοράς. Ωστόσο δεν βρίσκονται όλα τα χαρτοφυλάκια πάνω στη γραμμή της αγοράς. Όσα δεν είναι αποτελεσματικά βρίσκονται κάτω από την ευθεία.

Εξετάζοντας τη γραμμή της αγοράς μπορούμε να οδηγηθούμε σε ορισμένα συμπεράσματα για την αγοραία τιμή του κινδύνου (market price of risk). Παραπάνω δείξαμε ότι η εξίσωση της ευθείας που συνδέει ένα χαρτοφυλάκιο με κίνδυνο και ένα

ακίνδυνο περιουσιακό στοιχείο (που την ονομάσαμε γραμμή της αγοράς) είναι της μορφής:

$$\bar{R}_e = R_F + \left(\frac{\bar{R}_M - R_F}{\sigma_M} \right) \sigma_e,$$

όπου ο δείκτης e υποδηλώνει ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο.

Ο παράγοντας $\frac{\bar{R}_M - R_F}{\sigma_M}$ μπορεί να θεωρηθεί η αγοραία τιμή του κινδύνου για όλα τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Είναι η επιπλέον απόδοση που μπορεί ο επενδυτής να κερδίσει αυξάνοντας το επίπεδο του κινδύνου (τυπική απόκλιση) ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου κατά μία μονάδα. Επομένως ο δεύτερος όρος στο δεξιό σκέλος της εξίσωσης είναι το γινόμενο της αγοραίας τιμής του κινδύνου και του μεγέθους του κινδύνου και εκφράζει την απόδοση που απαιτεί ο επενδυτής για να αναλάβει τον κίνδυνο. Το πρώτο σκέλος εκφράζει την τιμή του χρόνου όταν η απόδοση είναι βέβαια. Έτσι η αναμενόμενη απόδοση ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου είναι:

$$(\text{Αναμενόμενη απόδοση}) = (\text{Τιμή του χρόνου}) + (\text{Τιμή του κινδύνου}) \times (\text{Μέγεθος του κινδύνου})$$

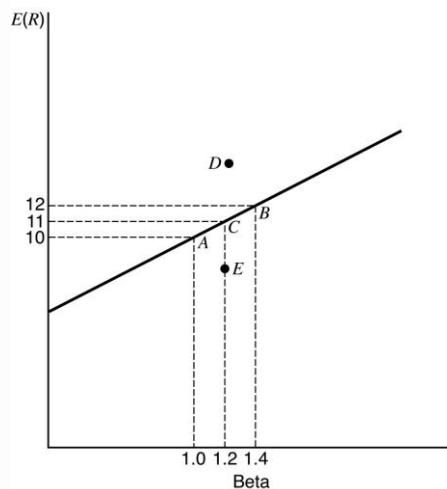
Παρόλο που αυτή η εξίσωση εκφράζει την απόδοση ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου, δεν εκφράζει την απόδοση ενός μη αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου ή ενός μεμονωμένου χρεογράφου. Στη συνέχεια θα δώσουμε μία σχέση που να εκφράζει και αυτό.

Για πολύ καλά διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια, το βήτα είναι το σωστό μέσο για τη μέτρηση του κινδύνου. Για τέτοιου είδους χαρτοφυλάκια, ο μη-συστηματικός κίνδυνος τείνει στο μηδέν και μόνο ο συστηματικός κίνδυνος μετριέται με το βήτα. Όπως εξηγήσαμε παραπάνω, κάτω από τις υποθέσεις των ομογενών προσδοκιών και του ακίνδυνου δανεισμού χωρίς όρια, όλοι οι επενδυτές κρατούν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Επομένως κρατούν ένα πολύ καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο και οι παράμετροι που τους απασχολούν είναι μόνο οι αναμενόμενη απόδοση και ο κίνδυνος.

Ας θεωρήσουμε δύο χαρτοφυλάκια με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

Επένδυση	Αναμενόμενη απόδοση	Βήτα
A	10	1.0
B	12	1.4

Η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου ισούται με το σταθμισμένο άθροισμα των αποδόσεων των μετοχών που το αποτελούν, $\bar{R}_p = X\bar{R}_A + (1-X)\bar{R}_B$, (εξίσωση 1). Επίσης το βήτα ενός χαρτοφυλακίου ισούται με το σταθμισμένο άθροισμα των βήτα των μετοχών που το αποτελούν, $\beta_p = X\beta_A + (1-X)\beta_B$, (εξίσωση 2). Αν λύσουμε την «εξίσωση 2» ως προς X και το αντικαταστήσουμε στην «εξίσωση 1» τότε προκύπτει ότι η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι μία ευθεία της μορφής $\bar{R}_p = a + b\beta_p$. Αν θεωρήσουμε ένα νέο χαρτοφυλάκιο C που αποτελείται κατά 50% από το χαρτοφυλάκιο A και 50% από το χαρτοφυλάκιο B, τότε η αναμενόμενη απόδοσή του θα είναι 11 και το βήτα του 1.2. Τα τρία αυτά υποθετικά χαρτοφυλάκια απεικονίζονται στο διάγραμμα 3.3.3 και βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία.

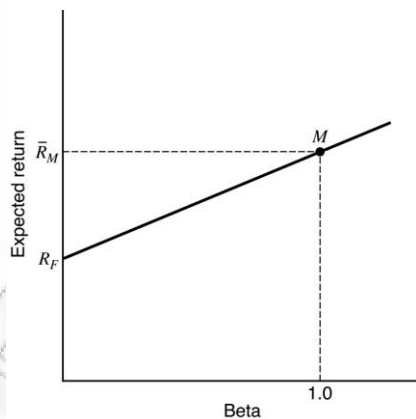


Διάγραμμα 3.3.3 Συνδυασμοί χαρτοφυλακίων

Ας υποθέσουμε τώρα μια νέα επένδυση D που έχει απόδοση 13% και βήτα 1.2. Μία τέτοια επένδυση δεν μπορεί να παραμείνει για πολύ. Ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο προσφέρει υψηλότερη απόδοση έχοντας τον ίδιο κίνδυνο με το χαρτοφυλάκιο C. Επομένως όλοι οι επενδυτές θα πουλήσουν το C προκειμένου να αγοράσουν το D.

Αυτό θα έχει σαν αποτέλεσμα να αυξηθεί η τιμή του D και να πέσει η απόδοσή του, ενώ ταυτόχρονα η τιμή του C θα μειωθεί και θα ανέβει η απόδοσή του. Παρόμοια αν υπήρχε ένα χαρτοφυλάκιο E με απόδοση 8% και βήτα 1.2, όλοι θα το πουλούσαν προκειμένου να αγοράσουν το C. Αυτό θα είχε σαν αποτέλεσμα να αυξηθεί η τιμή του D και να πέσει η απόδοσή του, ενώ ταυτόχρονα η τιμή του C θα μειωνόταν και θα ανέβαινε η απόδοσή του. Αυτές οι ευκαιρίες για arbitrage θα λαμβάνουν χώρα έως ότου και τα τρία χαρτοφυλάκια C, D, E να προσφέρουν την ίδια απόδοση και να βρεθούν στην ίδια ευθεία.

Εξηγήσαμε με αυτόν τον τρόπο γιατί θα πρέπει όλα τα χαρτοφυλάκια επενδύσεων να βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία. Για να καθορίσουμε την εξίσωση της ευθείας αρκεί να πάρουμε δύο σημεία. Προηγουμένως δείξαμε ότι κάτω από τις υποθέσεις του CAPM όλοι οι επενδυτές κρατούν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και ότι όλα τα χαρτοφυλάκια θα βρίσκονται σε ευθεία γραμμή. Επομένως το πρώτο σημείο που θα χρησιμοποιήσουμε είναι το σημείο M, που είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς με βήτα ίσο με τη μονάδα και απόδοση \bar{R}_M . Για το δεύτερο σημείο θεωρούμε ότι το βήτα ισούται με μηδέν. Σε αυτή την περίπτωση το χαρτοφυλάκιο έχει συστηματικό κίνδυνο μηδέν επομένως η απόδοση θα είναι το ακίνδυνο επιτόκιο R_F . Αυτά τα δύο σημεία καθορίζουν την ευθεία στο διάγραμμα 3.3.4.



Διάγραμμα 3.3.4 The security market line

Η εξίσωση είναι της μορφής :

$$\bar{R}_i = a + b\beta_i, \quad (1)$$

Το πρώτο σημείο θα είναι το ακίνδυνο χαρτοφυλάκιο με βήτα ίσο με το μηδέν:

$$\begin{aligned} R_F &= a + b(0) \Leftrightarrow \\ R_F &= a \end{aligned}$$

και το δεύτερο σημείο θα είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς με βήτα ίσο με τη μονάδα:

$$\begin{aligned} \bar{R}_M &= a + b(1) \Leftrightarrow \\ (\bar{R}_M - a) &= b \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας τώρα τα a , b στην σχέση (1) προκύπτει ότι:

$$\bar{R}_i = R_F + \beta_i(\bar{R}_M - R_F)$$

Η σχέση αυτή αποτελεί μία από τις σημαντικότερες ανακαλύψεις στο χώρο της οικονομίας. Περιγράφει όλες τις αναμενόμενες αποδόσεις για όλα τα περιουσιακά στοιχεία και χαρτοφυλάκια στην οικονομία ανεξαρτήτως εάν αυτά είναι αποτελεσματικά ή όχι. Η ευθεία της εξίσωσης που απεικονίζεται και στο διάγραμμα 3.3.4 ονομάζεται security market line. Το \bar{R}_M και το R_F δεν είναι συναρτήσεις και για αυτό η σχέση ανάμεσα στις αναμενόμενες αποδόσεις δύο περιουσιακών στοιχείων εξαρτάται από τη διαφορά των βήτα.

$$\text{Αν τώρα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση } \beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_M)}{\text{Var}(R_M)} = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2},$$

$$\text{τότε η security market line παίρνει τη μορφή } \bar{R}_i = R_F + \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M} \left(\frac{\bar{R}_M - R_F}{\sigma_M} \right).$$

Παρατηρώντας τη σχέση αυτή, γίνεται αντιληπτό ότι είναι παρόμοια με τη γραμμή της αγοράς (capital market line) που αναφέραμε στην αρχή της παραγράφου και είναι της μορφής:

$$(\text{Αναμενόμενη απόδοση}) = (\text{Τιμή του χρόνου}) + (\text{Τιμή του κινδύνου}) \times (\text{Μέγεθος του κινδύνου}).$$

Η μόνη διαφορά είναι ότι στη security market line το μέγεθος του κινδύνου του περιουσιακού στοιχείου είναι $\frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M}$, ενώ η αγοραία τιμή του κινδύνου παραμένει ίση

$$\text{με } \frac{\bar{R}_M - R_F}{\sigma_M}.$$

Επίσης η εξίσωση της security market line μπορεί να γραφεί στη μορφή $\bar{R}_i = R_F + \sigma_{iM} \left(\frac{\bar{R}_M - R_F}{\sigma_M^2} \right)$. Σε αυτή την περίπτωση το μέγεθος του κινδύνου θα είναι

$$\text{ίσο με } \sigma_{iM} \text{ και η αγοραία τιμή του κινδύνου ίση με } \frac{\bar{R}_M - R_F}{\sigma_M^2}.$$

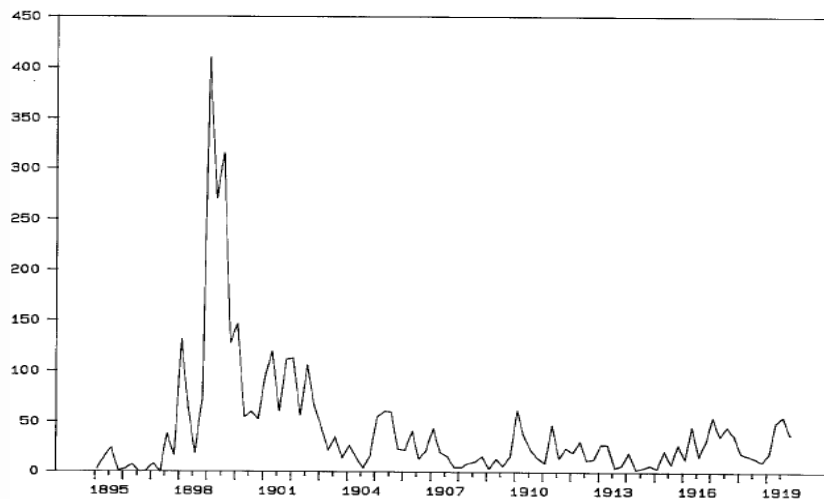
Έτσι ολοκληρώνεται η παρουσίαση του CAPM το οποίο είναι ένα μοντέλο με σταθερό βήτα και είναι πλέον δυνατό να συνεχίσουμε στην επόμενη παράγραφο αναπτύσσοντας τα μοντέλα αλλαγής καταστάσεων στα οποία το βήτα μεταβάλλεται ανάλογα με την κατάσταση στην οποία βρίσκεται το μοντέλο.

3.3 Μοντέλα αλλαγής καταστάσεων (Regime Switching Models)

3.3.1 Εισαγωγή στα μοντέλα αλλαγής καταστάσεων

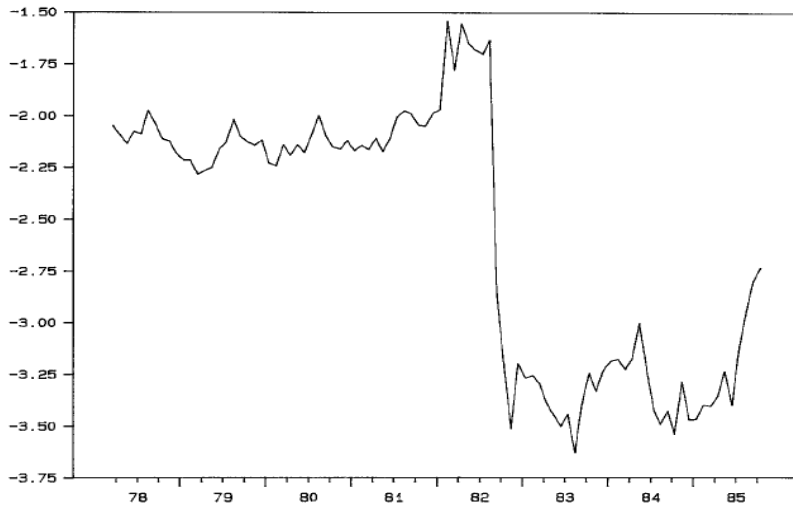
Πολλές οικονομικές και χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές δείχνουν ότι υφίστανται επεισόδια τα οποία επηρεάζουν δραματικά τη συμπεριφορά τους. Η συμπεριφορά μίας σειράς μπορεί να αλλάξει σε ότι αφορά τη μέση τιμή, τη διακύμανση ή το βαθμό στον οποίο σχετίζονται οι τωρινές τιμές της με τις προηγούμενες. Η συμπεριφορά μπορεί να αλλάξει μία φορά και για πάντα (structural break) ή μπορεί να αλλάξει για μία περίοδο και μετά να επιστρέψει στην συνηθισμένη της συμπεριφορά ή ακόμα και να μεταπηδήσει ξανά σε άλλο είδος συμπεριφοράς (regime switch).

Στο διάγραμμα 3.3.1, που προέρχεται από τον Town (1990), απεικονίζονται οι αριθμοί τω συγχωνεύσεων των αμερικάνικων εταιριών την περίοδο 1895-1919. Οι συγχωνεύσεις φαίνεται να επηρεάζονται από πολλούς διαφορετικούς παράγοντες στην αλλαγή του αιώνα.



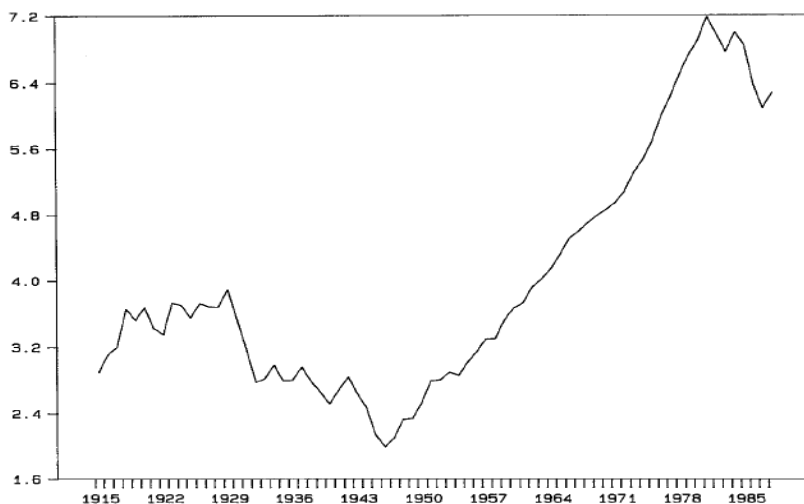
Διάγραμμα 3.3.1. Αριθμός εταιριών βιομηχανίας και μεταλλωρυχείων που εξαφανίστηκαν λόγω συγχωνεύσεων ή ενοποιήσεων λόγω χρεών την περίοδο 1895-1919, τριμηνιαία δεδομένα. Πηγή: Town (1990).

Το διάγραμμα 3.3.2, που προέρχεται από τον Rogers (1992), καταγράφει την επικράτηση στο Μεξικό των τραπεζικών λογαριασμών σε αμερικάνικο δολάριο. Η κυβέρνηση του Μεξικό πήρε σκληρά μέτρα για την περικοπή αυτών των λογαριασμών το 1982 και είναι ξεκάθαρο ότι είχε σημαντική επίδραση στη συμπεριφορά της σειράς.



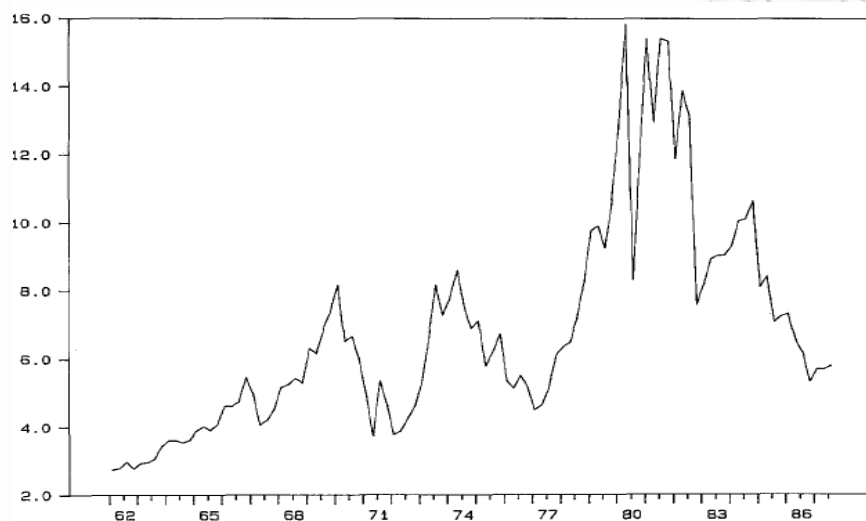
Διάγραμμα 3.3.2. Λογάριθμος του λόγου α) αξία σε pesos των δολαριακών λογαριασμών στο Μεξικό, προς β) αξία σε pesos των λογαριασμών σε pesos στο Μεξικό, μηνιαία δεδομένα 1978-1985. Πηγή: Rogers (1992).

Το διάγραμμα 3.3.3, που προέρχεται από τον Hetzel (1990), απεικονίζει το λόγο της συνολικής παραγωγής προς την προσφορά χρήματος στις ΗΠΑ. Υπήρχε μία επίμονη τάση κάθε χρόνο μετά τη λήξη του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου μέχρι το 1980, όπου ο πληθυσμός κράταγε λιγότερο χρήμα από αυτό που ξόδευε και αυτό φαίνεται στην τάση της σειράς που είναι διαφορετική σε αυτή την περίοδο.



Διάγραμμα 3.3.3. Ένταση του M1 των ΗΠΑ (λόγος του ονομαστικού ΑΕΠ προς την προσφορά χρήματος M1), ετήσια δεδομένα 1915-1988. Πηγή: Hetzel (1990).

Στο διάγραμμα 3.3.4, που προέρχεται από τον Hamilton (1988), απεικονίζεται το ονομαστικό επιτόκιο των κρατικών ομολόγων των ΗΠΑ την περίοδο 1962-1987. Κατά την περίοδο 1979-1982, η ομοσπονδιακή εκδοτική τράπεζα πειραματίστηκε με μία πολιτική που επέτρεπε μεγαλύτερη διακύμανση και υψηλότερα επίπεδα επιτοκίων. Η πολιτική αυτή φαίνεται ξεκάθαρα στο διάγραμμα της σειράς.



Διάγραμμα 3.3.4. Ονομαστικό επιτόκιο των κρατικών ομολόγων των ΗΠΑ, τριμηνιαία δεδομένα 1962-1987. Πηγή: Hamilton (1988).

Τέτοιες ουσιώδεις αλλαγές στα χαρακτηριστικά των οικονομικών και χρηματοοικονομικών σειρών είναι ο κανόνας παρά η εξαίρεση στις. Οικονομικοί πανικοί- που μπορεί να προκληθούν για παράδειγμα από τη χρεοκοπία μία τράπεζας, πόλεμοι, σημαντικές αλλαγές στην πολιτική των κυβερνήσεων- όπως για παράδειγμα νέοι στόχοι για τον πληθωρισμό, ή ακόμα και αλλαγές στη μικροδομή των αγορών- όπως το “Big Bang”, που προκλήθηκε όταν στο χρηματιστήριο αξιών του Λονδίνου οι συναλλαγές έγιναν ηλεκτρονικές, αλλάζουν δραματικά τη συμπεριφορά πολλών οικονομικών δεικτών.

Ωστόσο, είναι αλήθεια ότι αλλαγές καταστάσεων μπορούν να συμβούν και σε καθημερινή βάση και με μεγαλύτερη συχνότητα. Τέτοιες αλλαγές μπορούν να συμβούν σαν αποτέλεσμα πολλών λεπτών παραγόντων, που οδηγούν σε στατιστικά σημαντικές αλλαγές στη συμπεριφορά. Ένα παράδειγμα θα ήταν οι αλλαγές μέσα στη μέρα που παρατηρούνται στις τιμές προσφοράς και ζήτησης των μετοχών.

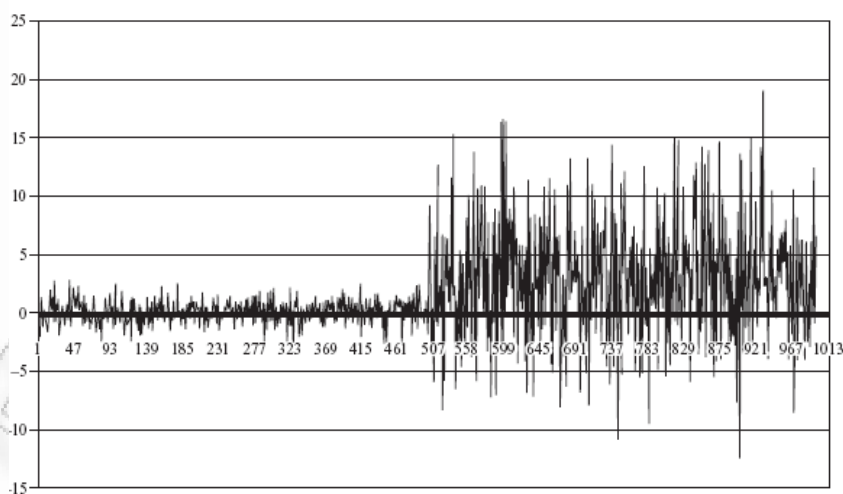
Φαίνεται ότι οι μετοχές ξεκινούν με υψηλές τιμές στο άνοιγμα, σταδιακά περιορίζονται κατά τη διάρκεια της ημέρας, πριν αυξηθούν και πάλι πριν το κλείσιμο.

Στο σημείο αυτό παραθέτουμε ένα ακραίο παράδειγμα, στο οποίο είναι εμφανείς οι αλλαγές καταστάσεων που μπορεί να λάβουν χώρα.

Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα 3.3.5, η συμπεριφορά της σειράς αλλάζει σημαντικά περίπου μετά την 500η παρατήρηση. Η σειρά όχι μόνο παρουσιάζει μεγαλύτερες διακυμάνσεις σε σχέση με τις πρώτες παρατηρήσεις, αλλά και η μέση τιμή της μεγαλώνει σημαντικά. Είναι φανερό ότι μπροστά σε τέτοιες αλλαγές καταστάσεων, η εφαρμογή ενός γραμμικού μοντέλου για την εκτίμηση της συμπεριφοράς ολόκληρης της σειράς θα ήταν λανθασμένη. Μία πιθανή προσέγγιση στο πρόβλημα θα ήταν να “σπάσουμε” τα δεδομένα στο σημείο της αλλαγής και να εκτιμήσουμε δύο διαφορετικά μοντέλα για κάθε περίπτωση. Για παράδειγμα θα μπορούσε ένα AR(1) μοντέλο να καλύπτει τα χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης σειράς, της οποίας η συμπεριφορά αλλάζει στην 500^η παρατήρηση. Τα δύο μοντέλα θα είχαν ως εξής:

$$y_t = \mu_1 + \phi_1 y_{t-1} + u_{1t}, \text{ πριν την } 500^{\text{η}} \text{ παρατήρηση}$$

$$y_t = \mu_2 + \phi_2 y_{t-1} + u_{2t}, \text{ μετά την } 500^{\text{η}} \text{ παρατήρηση}$$



Διάγραμμα 3.3.5. Δείγμα χρονολογικής σειράς που παρουσιάζει αλλαγή κατάστασης (regime switch).

Σε αυτό το πλαίσιο το μοντέλο εστιάζει στη μεταβολή του μέσου. Οι εξισώσεις παρουσιάζουν ένα απλό παράδειγμα όπου το μοντέλο συνολικά δεν είναι γραμμικό, αλλά αποτελείται από δύο μέρη, τα οποία μεμονωμένα είναι γραμμικά.

Αυτή η μέθοδος μπορεί να είναι έγκυρη, αλλά επίσης “χάνει” μέρος της πληροφορίας. Για παράδειγμα, ακόμα και αν οι παρατηρήσεις είναι αρκετές για να εκτιμηθούν δύο ξεχωριστά γραμμικά μοντέλα, υπάρχει απώλεια πληροφορίας με το να χρησιμοποιούνται λιγότερες παρατηρήσεις σε καθένα από τα δύο δείγματα, απ’ ό,τι αν χρησιμοποιούνταν όλες οι παρατηρήσεις μαζί. Επίσης θα μπορούσαμε να είχαμε περίπτωση όπου μόνο ένα χαρακτηριστικό άλλαζε-για παράδειγμα ο μέσος της σειράς, αφήνοντας τα άλλα χαρακτηριστικά ανεπηρέαστα. Σε αυτή την περίπτωση θα ήταν σημαντικό να κρατηθούν όλες οι παρατηρήσεις μαζί, αλλά και να ληφθεί υπ όψιν η συγκεκριμένη μορφή της αλλαγής στη δημιουργία του μοντέλου. Έτσι αυτό που χρειάζεται είναι ένα μοντέλο που να επιτρέπει τη χρήση σε όλες τις παρατηρήσεις, αλλά και ένα μοντέλο που να είναι επαρκώς ευέλικτο και δεκτικό στους διάφορους τύπους συμπεριφοράς σε διάφορες χρονικές περιόδους. Δύο είδη μοντέλων αλλαγής καταστάσεων που φέρουν αυτά τα χαρακτηριστικά είναι τα μοντέλα αλλαγής καταστάσεων Markov (Markov switching models) που αναπτύχθηκαν από τον Hamilton (1989) και τα threshold αυτοπαλίνδρομα μοντέλα (threshold autoregressive models) που αναπτύχθηκαν από τον Tong (1983,1990).

Τα μοντέλα threshold περιγράφουν την αλλαγή σαν μια ντετερμινιστική συνάρτηση κάποιας προηγούμενης πραγματοποίησης του. Για παράδειγμα, αν το $y_{t-1} < 0$, τότε η μέση τιμή θα παίρνει την τιμή μ_1 , ενώ όταν το $y_{t-1} > 0$ η μέση τιμή θα παίρνει την τιμή μ_2 .

Στην εργασία αυτή θα εφαρμόσουμε ένα μοντέλο Markov στο οποίο οι αλλαγές καταστάσεων είναι αποτέλεσμα μίας διαδικασίας που δεν σχετίζεται σε μεγάλο βαθμό με τις πραγματοποιήσεις της σειράς στο παρελθόν και δεν είναι από μόνες τους άμεσα παρατηρήσιμες. Φανταστείτε, για παράδειγμα, μία απαρατήρητη μεταβλητή S_t που παίρνει τις τιμές 1 ή 2.

3.3.2 Τα μοντέλα αλλαγής καταστάσεων Markov (Markov switching models)

Κάτω από την προσέγγιση ενός μοντέλου Markov, τα πιθανά συμβάντα ορίζονται από μια μεταβλητή $S_t = i$, όπου $i=1,2,\dots,m$, και αντιστοιχούν σε m καταστάσεις. Με

άλλα λόγια υποθέτουμε ότι η μεταβλητή y_t αλλάζει καταστάσεις σύμφωνα με μία απαραίτητη μεταβλητή S_t , που παίρνει ακέραιες τιμές. Στη συνέχεια θα υποθέτουμε ότι οι πιθανές καταστάσεις είναι 2, δηλαδή ότι το $m=1$ ή 2. Έτσι αν $S_t=1$, η διαδικασία βρίσκεται στην κατάσταση 1 στο χρόνο t και αν $S_t=2$, η διαδικασία βρίσκεται στην κατάσταση 2 στο χρόνο t . Οι μεταπηδήσεις της μεταβλητής y_t μεταξύ των καταστάσεων καθορίζονται από μία διαδικασία Markov, που μπορεί να εκφραστεί από τη σχέση

$$P[a < y_t \leq b / y_1, y_2, \dots, y_{t-1}] = P[a < y_t \leq b / y_{t-1}].$$

Αυτή η εξίσωση ορίζει ότι η συνάρτηση πιθανότητας της y_t οποιαδήποτε χρονική στιγμή t εξαρτάται μόνο από την κατάσταση τη χρονική στιγμή $t-1$ και όχι από τις καταστάσεις που έχουν περάσει τις χρονικές στιγμές $t-2, t-3, \dots$

Ο πιο βασικός τύπος του μοντέλου που ανέπτυξε ο Hamilton (1989), που είναι γνωστός και σαν "Hamilton's filter", ορίζει μία απαραίτητη μεταβλητή κατάστασης S_t , η οποία ακολουθεί μια διαδικασία Markov πρώτης τάξης

$$P(S_t = 1 / S_{t-1} = 1) = p_{11}$$

$$P(S_t = 2 / S_{t-1} = 1) = p_{12}$$

$$P(S_t = 1 / S_{t-1} = 2) = p_{21}$$

$$P(S_t = 2 / S_{t-1} = 2) = p_{22}$$

$$\text{όπου } p_{11} + p_{12} = p_{21} + p_{22} = 1.$$

Τα p_{11} και p_{22} ορίζουν την πιθανότητα το σύστημα να βρίσκεται στην 1^η κατάσταση δοθέντος ότι την προηγούμενη περίοδο βρισκόταν στην 1^η κατάσταση και την πιθανότητα να βρίσκεται στην 2^η κατάσταση δοθέντος ότι την προηγούμενη περίοδο βρισκόταν στην 2^η κατάσταση, αντίστοιχα. Έτσι το $p_{12}=1-p_{11}$ ορίζει την πιθανότητα ότι το y_t θα αλλάξει από την 1^η κατάσταση της χρονικής περιόδου $t-1$

στην 2^η κατάσταση την περίοδο t και το $p_{21} = 1 - p_{22}$ ορίζει την πιθανότητα αλλαγής από την 2^η κατάσταση στην 1^η.

Συνεχίζοντας, η πιθανότητα τη χρονική στιγμή t-1 να βρισκόμαστε στην 1^η κατάσταση ισούται με $P(S_{t-1} = 1) = \frac{1 - p_{22}}{(1 - p_{11}) + (1 - p_{22})}$

και αντίστοιχα η πιθανότητα τη χρονική στιγμή t-1 να βρισκόμαστε στην 2^η κατάσταση ισούται με $P(S_{t-1} = 2) = \frac{1 - p_{11}}{(1 - p_{11}) + (1 - p_{22})}$.

Γενικά ισχύει ότι η από κοινού πιθανότητα δύο καταστάσεων ισούται με $P(S_2, S_1) = P(S_2/S_1)P(S_1)$.

Επομένως,

- η πιθανότητα μετάβασης από την 1^η κατάσταση στη 2^η ισούται με

$$P(S_t = 2, S_{t-1} = 1) = P(S_t = 2/S_{t-1} = 1)P(S_{t-1} = 1) = p_{12} \frac{1 - p_{22}}{(1 - p_{11}) + (1 - p_{22})}$$

- η πιθανότητα μετάβασης από την 1^η κατάσταση στη 1^η ισούται με

$$P(S_t = 1, S_{t-1} = 1) = P(S_t = 1/S_{t-1} = 1)P(S_{t-1} = 1) = p_{11} \frac{1 - p_{22}}{(1 - p_{11}) + (1 - p_{22})}$$

- η πιθανότητα μετάβασης από την 2^η κατάσταση στη 1^η ισούται με

$$P(S_t = 1, S_{t-1} = 2) = P(S_t = 1/S_{t-1} = 2)P(S_{t-1} = 2) = p_{21} \frac{1 - p_{11}}{(1 - p_{11}) + (1 - p_{22})}$$

- η πιθανότητα μετάβασης από την 2^η κατάσταση στη 2^η ισούται με

$$P(S_t = 2, S_{t-1} = 2) = P(S_t = 2/S_{t-1} = 2)P(S_{t-1} = 2) = p_{22} \frac{1 - p_{11}}{(1 - p_{11}) + (1 - p_{22})}$$

4. ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Στο πρώτο σκέλος του κεφαλαίου αυτού θα παρουσιάσουμε τη μεθοδολογία που θα ακολουθήσουμε για να εκτιμήσουμε το βήτα με βάση το απλό CAPM και στο δεύτερο σκέλος θα παρουσιάσουμε τη μεθοδολογία που θα ακολουθήσουμε για να εκτιμήσουμε το βήτα εφαρμόζοντας ένα μοντέλο αλλαγής καταστάσεων.

4.1 Εκτίμηση του συντελεστή βήτα στο απλό CAPM

Σχεδόν όλα τα εμπειρικά τεστ του CAPM που εφαρμόζονται χρησιμοποιούν εκ των προτέρων ή παρατηρηθήσες τιμές για τις μεταβλητές. Για να εκτιμήσουμε το βήτα υποθέτουμε ότι οι αποδόσεις των χρεογράφων είναι γραμμικά συσχετισμένες με τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Αυτό το μοντέλο ονομάζεται μοντέλο της αγοράς και γράφεται ως εξής:

$$\tilde{R}_{it} = a_i + \beta_i \tilde{R}_{mt} + \tilde{\epsilon}_{it} \quad (1),$$

όπου τα $\tilde{R}_{it}, \tilde{R}_{mt}, \tilde{\epsilon}_{it}$ είναι τυχαίες μεταβλητές.

Οι αναμενόμενη τιμή της απόδοσης του χρεογράφου i είναι:

$$E(R_i) = a_i + \beta_i E(R_m)$$

$$\Leftrightarrow E(R_i) - a_i - \beta_i E(R_m) = 0.$$

Αν προσθέσουμε τη σχέση αυτή στην (1) προκύπτει ότι

$$\tilde{R}_{it} = E(R_i) + \beta_i [\tilde{R}_{mt} - E(R_m)] + \tilde{\epsilon}_{it} \quad (2).$$

Ο απλός τύπος του CAPM όμως είναι

$$E(R_i) = r_F + \beta_i [E(R_m) - r_F]$$

και αντικαθιστώντας την έκφραση αυτή του $E(R_i)$ στην (2) προκύπτει η παρακάτω εξίσωση:

$$\tilde{R}_{it} = r_{Ft} + \beta_i (\tilde{R}_{mt} - r_{Ft}) + \tilde{e}_{it}.$$

Αυτή θα είναι και η εξίσωση που θα χρησιμοποιήσουμε για να εκτιμήσουμε το βήτα.

Ωστόσο εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι πίσω από αυτό το μοντέλο υπάρχουν τρεις υποθέσεις:

1. Το μοντέλο αγοράς ισχύει σε κάθε περίοδο
2. Το CAPM ισχύει σε κάθε περίοδο
3. Το βήτα είναι σταθερό σε όλο το χρόνο

4.2 Το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων

Το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων που θα χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση του βήτα εφαρμόστηκε από τους Flavin και Ραπορούλου (2009) και συνοψίζεται ως εξής:

Έστω ότι το R_{it} εκφράζει τις αποδόσεις του i κλάδου της αγοράς και το R_{mt} εκφράζει τις αποδόσεις της αγοράς. Οι αποδόσεις μπορούν να αναλυθούν σε έναν αναμενόμενο παράγοντα, μ_i , και έναν μη αναμενόμενο, u_{it} .

Δηλαδή,

$$R_{it} = \mu_i + u_{it}, \quad E(u_{it}) = 0, \quad i=1,2,\dots, 5 \text{ και } E(u_{1t}, u_{2t}) \neq 0$$

και

$$R_{mt} = \mu_m + u_{mt}$$

Οι αναμενόμενες αποδόσεις μ_i , μ_m είναι σταθερές, ενώ τα σφάλματα πρόβλεψης έχουν μέσο μηδέν και είναι ασυσχέτιστα κατά μήκος του χρόνου ($E(u_{it+k}) = 0$, για όλα τα $k > 0$). Επίσης τα σφάλματα πρόβλεψης u_{it} , u_{mt} μπορούν

να είναι ταυτόχρονα συσχετισμένα μεταξύ τους, $E(u_{1t}, u_{mt}) \neq 0$, υποδηλώνοντας ότι κοινά σοκ μπορούν ενδεχομένως να επηρεάζουν ταυτόχρονα τις αποδόσεις του κλάδου και της αγοράς. Γι' αυτό αναλύουμε τα σφάλματα πρόβλεψης σε δύο σοκ, ένα ιδιοσυγκρατικό και ένα κοινό. Έστω ότι z_{ct} και z_{it} , είναι το κοινό και το ιδιοσυγκρατικό σοκ αντίστοιχα και έστω ότι σ_{ct} και σ_{it} είναι οι επιδράσεις που έχουν στις αποδόσεις.

Τότε το σφάλμα της πρόβλεψης γράφεται ως εξής:

$$\text{για τον } i \text{ κλάδο, } u_{it} = \sigma_{cit} z_{ct} + \sigma_{it} z_{it}, \quad i = 1, 2, \dots, 5$$

$$\text{για την αγορά, } u_{mt} = \sigma_{cmt} z_{ct} + \sigma_{mt} z_{mt}.$$

Η διακύμανση των σοκ z_{ct} και z_{it} είναι ίση με τη μονάδα. Επίσης τα σοκ έχουν μηδενική μέση τιμή και είναι ασυσχέτιστα και κατά μήκος του χρόνου και μεταξύ τους ($E[z_{it+k}] = 0$, για όλα τα $k > 0$, και $E[z_{it}, z_{jt}] = 0$, για $i \neq j$).

Το κοινό και ιδιοσυγκρατικό σοκ εναλλάσσονται μεταξύ δυο καταστάσεων- υψηλής και χαμηλής διακύμανσης. Οι συντελεστές δίνονται από τους παρακάτω τύπους:

για τους κλάδους

$$\sigma_{it} = \sigma_i (1 - S_{it}) + \sigma_i^* S_{it}, \quad i = 1, 2, \dots, 5$$

$$\sigma_{cit} = \sigma_{ci} (1 - S_{ct}) + \sigma_{ci}^* S_{ct}, \quad i = 1, 2, \dots, 5$$

και την αγορά

$$\sigma_{mt} = \sigma_m (1 - S_{mt}) + \sigma_m^* S_{mt}$$

$$\sigma_{cmt} = \sigma_{cm} (1 - S_{ct}) + \sigma_{cm}^* S_{ct}$$

όπου S_{it} , S_{mt} , S_{ct} είναι μεταβλητές που παίρνουν την τιμή ένα σε κανονικές καταστάσεις (χαμηλής διακύμανσης) και την τιμή δύο σε ταραχώδεις καταστάσεις

(υψηλής διακύμανσης). Οι μεταβλητές με τον αστερίσκο ανήκουν σε καθεστώς υψηλής διακύμανσης.

Ακολουθώντας τη βιβλιογραφία των μοντέλων αλλαγής κατάστασης, ορίζονται τα μονοπάτια καταστάσεων, τα οποία ακολουθούν το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων Markov. Δηλαδή, οι εξαρτημένες πιθανότητες παραμονής στην ίδια κατάσταση ορίζονται ως εξής:

για τους κλάδους

$$P[S_{it} = 1/S_{i,t-1} = 1] = p_{11}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, 5$$

$$P[S_{it} = 2/S_{i,t-1} = 2] = p_{22}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, 5$$

και την αγορά

$$P[S_{mt} = 1/S_{m,t-1} = 1] = p_{11}$$

$$P[S_{mt} = 2/S_{m,t-1} = 2] = p_{22}.$$

Στη συνέχεια μοντελοποιούμε τις αναμενόμενες αποδόσεις, οι οποίες είναι μεταβαλλόμενες στο χρόνο και εξαρτώνται από την κατάσταση του κοινού σοκ:

για τους κλάδους

$$\mu_{it} = \mu_i(1 - S_{ct}) + \mu_i^* S_{ct}, \quad i = 1, 2, \dots, 5$$

και την αγορά

$$\mu_{mt} = \mu_m(1 - S_{ct}) + \mu_m^* S_{ct}.$$

Από τη στιγμή που τα ιδιοσυγκρατικά σοκ είναι ασυσχέτιστα με τα κοινά σοκ και εκφράζουν τη διαφοροποίηση του κινδύνου, οι αναμενόμενες αποδόσεις δεν επηρεάζονται από την διακύμανση αυτών των σοκ.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι 8 πιθανές καταστάσεις που μπορεί να προκύψουν:

1^η Κατάσταση: Όλα τα σοκ σε κατάσταση χαμηλής διακύμανσης.

Ιδιοσυγκρατικό σοκ κλάδου	Χαμηλή διακύμανση
Κοινό σοκ κλάδου	Χαμηλή διακύμανση
Ιδιοσυγκρατικό σοκ αγοράς	Χαμηλή διακύμανση
Κοινό σοκ αγοράς	Χαμηλή διακύμανση

Οι αποδόσεις για τον κλάδο: $R_{it} = \mu_i + \sigma_{ci}z_{ci} + \sigma_i z_{it}$

και την αγορά: $R_{mt} = \mu_m + \sigma_{cm}z_{cm} + \sigma_m z_{mt}$.

Τα ιδιοσυγκρατικά σοκ υποθέτουμε ότι είναι ανεξάρτητα, επομένως οι μεταβολές των αποδόσεων καθορίζονται από το κοινό σοκ. Έτσι ο πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων είναι:

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} Var(R_i) & Cov(R_i, R_m) \\ Cov(R_i, R_m) & Var(R_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_i^2 + \sigma_{ci}^2 & \sigma_{ci}\sigma_{cm} \\ \sigma_{ci}\sigma_{cm} & \sigma_m^2 + \sigma_{cm}^2 \end{bmatrix}.$$

Απόδειξη

$$Var(R_i) = Var(\mu_i + \sigma_{ci}z_{ci} + \sigma_i z_i) = Var(\sigma_{ci}z_{ci}) + Var(\sigma_i z_i) = \sigma_{ci}^2 + \sigma_i^2$$

$$Var(R_m) = Var(\mu_m + \sigma_{cm}z_{cm} + \sigma_m z_m) = Var(\sigma_{cm}z_{cm}) + Var(\sigma_m z_m) = \sigma_{cm}^2 + \sigma_m^2$$

Τα μ_i , μ_m είναι σταθερά και τα z_{ci} , z_i και z_{cm} , z_m είναι ανεξάρτητα.

Το $Cov(R_i, R_m) = \sigma_{ci}\sigma_{cm}$ προκύπτει από τη σχέση

$$Cov(R_i, R_m) = E(R_i R_m) - E(R_i)E(R_m).$$

Επίσης από τον πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων μπορεί να υπολογιστεί το βήτα για κάθε μία από τις 8 καταστάσεις.

$$\text{Για την πρώτη κατάσταση το βήτα ισούται με: } \beta_1 = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} = \frac{\sigma_{ci}\sigma_{cm}}{\sigma_m^2 + \sigma_{cm}^2}.$$

2^η Κατάσταση:

Ιδιοσυγκρατικό σοκ κλάδου	Χαμηλή διακύμανση
Κοινό σοκ κλάδου	Υψηλή διακύμανση
Ιδιοσυγκρατικό σοκ αγοράς	Χαμηλή διακύμανση
Κοινό σοκ αγοράς	Υψηλή διακύμανση

Οι αποδόσεις για τον κλάδο: $R_{it} = \mu_i^* + \sigma_{ci}^* z_{ci} + \sigma_i z_{it}$

και την αγορά: $R_{mt} = \mu_m^* + \sigma_{cm}^* z_{cm} + \sigma_m z_{mt}$.

Ο πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων:

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} \sigma_i^2 + \sigma_{ci}^{*2} & \sigma_{ci}^* \sigma_{cm}^* \\ \sigma_{ci}^* \sigma_{cm}^* & \sigma_m^2 + \sigma_{cm}^{*2} \end{bmatrix}$$

Το βήτα ισούται με: $\beta_2 = \frac{\sigma_{ci}^* \sigma_{cm}^*}{\sigma_m^2 + \sigma_{cm}^{*2}}$.

3^η Κατάσταση:

Ιδιοσυγκρατικό σοκ κλάδου	Υψηλή διακύμανση
Κοινό σοκ κλάδου	Χαμηλή διακύμανση
Ιδιοσυγκρατικό σοκ αγοράς	Υψηλή διακύμανση
Κοινό σοκ αγοράς	Χαμηλή διακύμανση

Οι αποδόσεις για τον κλάδο: $R_{it} = \mu_i + \sigma_{ci} z_{ci} + \sigma_i^* z_{it}$

και την αγορά: $R_{mt} = \mu_m + \sigma_{cm} z_{cm} + \sigma_m^* z_{mt}$.

Ο πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων:

$$\Sigma_3 = \begin{bmatrix} \sigma_i^{*2} + \sigma_{ci}^2 & \sigma_{ci} \sigma_{cm} \\ \sigma_{ci} \sigma_{cm} & \sigma_m^{*2} + \sigma_{cm}^2 \end{bmatrix}$$

Το βήτα ισούται με: $\beta_3 = \frac{\sigma_{ci} \sigma_{cm}}{\sigma_m^{*2} + \sigma_{cm}^2}$.

4^η Κατάσταση:

Ιδιοσυγκρατικό σοκ κλάδου	Χαμηλή διακύμανση
Κοινό σοκ κλάδου	Υψηλή διακύμανση
Ιδιοσυγκρατικό σοκ αγοράς	Υψηλή διακύμανση
Κοινό σοκ αγοράς	Υψηλή διακύμανση

Οι αποδόσεις για τον κλάδο: $R_{it} = \mu_i^* + \sigma_{ci}^* z_{ci} + \sigma_i z_{it}$

και την αγορά: $R_{mt} = \mu_m^* + \sigma_{cm}^* z_{cm} + \sigma_m^* z_{mt}$

Ο πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων:

$$\Sigma_4 = \begin{bmatrix} \sigma_i^2 + \sigma_{ci}^{*2} & \sigma_{ci}^* \sigma_{cm}^* \\ \sigma_{ci}^* \sigma_{cm}^* & \sigma_m^{*2} + \sigma_{cm}^{*2} \end{bmatrix}$$

Το βήτα ισούται με: $\beta_4 = \frac{\sigma_{ci}^* \sigma_{cm}^*}{\sigma_m^{*2} + \sigma_{cm}^{*2}}$.

5^η Κατάσταση:

Ιδιοσυγκρατικό σοκ κλάδου	Υψηλή διακύμανση
Κοινό σοκ κλάδου	Χαμηλή διακύμανση
Ιδιοσυγκρατικό σοκ αγοράς	Χαμηλή διακύμανση
Κοινό σοκ αγοράς	Χαμηλή διακύμανση

Οι αποδόσεις για τον κλάδο: $R_{it} = \mu_i + \sigma_{ci} z_{ci} + \sigma_i^* z_{it}$

και την αγορά: $R_{mt} = \mu_m + \sigma_{cm} z_{cm} + \sigma_m z_{mt}$

Ο πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων:

$$\Sigma_5 = \begin{bmatrix} \sigma_i^2 + \sigma_{ci}^2 & \sigma_{ci} \sigma_{cm} \\ \sigma_{ci} \sigma_{cm} & \sigma_m^2 + \sigma_{cm}^2 \end{bmatrix}$$

Το βήτα ισούται με: $\beta_5 = \frac{\sigma_{ci} \sigma_{cm}}{\sigma_m^2 + \sigma_{cm}^2}$.

6^η Κατάσταση:

Ιδιοσυγκρατικό σοκ κλάδου	Υψηλή διακύμανση
Κοινό σοκ κλάδου	Υψηλή διακύμανση
Ιδιοσυγκρατικό σοκ αγοράς	Χαμηλή διακύμανση
Κοινό σοκ αγοράς	Υψηλή διακύμανση

Οι αποδόσεις για τον κλάδο: $R_{it} = \mu_i^* + \sigma_{ci}^* z_{ci} + \sigma_i^* z_{it}$

και την αγορά: $R_{mt} = \mu_m^* + \sigma_{cm}^* z_{cm} + \sigma_m z_{mt}$

Ο πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων:

$$\Sigma_6 = \begin{bmatrix} \sigma_i^{*2} + \sigma_{ci}^{*2} & \sigma_{ci}^* \sigma_{cm}^* \\ \sigma_{ci}^* \sigma_{cm}^* & \sigma_m^2 + \sigma_{cm}^{*2} \end{bmatrix}$$

Το βήτα ισούται με: $\beta_6 = \frac{\sigma_{ci}^* \sigma_{cm}^*}{\sigma_m^2 + \sigma_{cm}^{*2}}$.

7^η Κατάσταση:

Ιδιοσυγκρατικό σοκ κλάδου	Χαμηλή διακύμανση
Κοινό σοκ κλάδου	Χαμηλή διακύμανση
Ιδιοσυγκρατικό σοκ αγοράς	Υψηλή διακύμανση
Κοινό σοκ αγοράς	Χαμηλή διακύμανση

Οι αποδόσεις για τον κλάδο: $R_{it} = \mu_i + \sigma_{ci} z_{ci} + \sigma_i z_{it}$

και την αγορά: $R_{mt} = \mu_m + \sigma_{cm} z_{cm} + \sigma_m^* z_{mt}$.

Ο πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων:

$$\Sigma_7 = \begin{bmatrix} \sigma_i^2 + \sigma_{ci}^2 & \sigma_{ci} \sigma_{cm} \\ \sigma_{ci} \sigma_{cm} & \sigma_m^{*2} + \sigma_{cm}^2 \end{bmatrix}$$

Το βήτα ισούται με: $\beta_7 = \frac{\sigma_{ci} \sigma_{cm}}{\sigma_m^{*2} + \sigma_{cm}^2}$.

8^η Κατάσταση: Όλα τα σοκ σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης.

Ιδιοσυγκρατικό σοκ κλάδου	Υψηλή διακύμανση
Κοινό σοκ κλάδου	Υψηλή διακύμανση
Ιδιοσυγκρατικό σοκ αγοράς	Υψηλή διακύμανση
Κοινό σοκ αγοράς	Υψηλή διακύμανση

Οι αποδόσεις για τον κλάδο: $R_{it} = \mu_i^* + \sigma_{ci}^* z_{ci} + \sigma_i^* z_{it}$

και την αγορά: $R_{mt} = \mu_m^* + \sigma_{cm}^* z_{cm} + \sigma_m^* z_{mt}$.

Ο πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων:

$$\Sigma_8 = \begin{bmatrix} \sigma_i^{*2} + \sigma_{ci}^{*2} & \sigma_{ci}^* \sigma_{cm}^* \\ \sigma_{ci}^* \sigma_{cm}^* & \sigma_m^{*2} + \sigma_{cm}^{*2} \end{bmatrix}$$

Το βήτα ισούται με: $\beta_8 = \frac{\sigma_{ci}^* \sigma_{cm}^*}{\sigma_m^{*2} + \sigma_{cm}^{*2}}$.

Στο σημείο αυτό αξίζει να παρατηρήσουμε ότι τα βήτα είναι ανά δύο όμοια. Στην ουσία δηλαδή δεν υπάρχουν οχτώ διαφορετικά βήτα αλλά τέσσερα. Αυτό συμβαίνει γιατί το βήτα δεν εξαρτάται από τη διακύμανση των αποδόσεων του κλάδου αλλά μόνο από τη διακύμανση της αγοράς.

Τέλος υπολογίζουμε την αναλογία χρόνου όπου το κοινό ή το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου (αγοράς) βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. Η αναλογία προκύπτει από τον τύπο $\frac{1-p_{11}}{2-p_{11}-p_{22}}$, όπου το p_{11} και p_{22} είναι οι πιθανότητες ότι η αντίστοιχη κατάσταση θα επικρατήσει για δυο συνεχόμενες χρονικές περιόδους (βλ. παράγραφο 3.3.2).

Ο όρος “Duration” αναφέρεται στη διάρκεια όπου το κοινό ή ιδιοσυγκρατικό σοκ παραμένει σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης και υπολογίζεται από τον τύπο

$$\frac{1}{1-p_{11}}$$

5. ΕΜΠΕΙΡΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

5.1 Δεδομένα

Στο τμήμα αυτό θα παρουσιάσουμε τα δεδομένα που θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια και θα πάρουμε μία πρώτη εικόνα γι' αυτά σχολιάζοντας τα περιγραφικά στατιστικά και της γραφικές παραστάσεις των αποδόσεων τους.

5.1.1 Προέλευση δεδομένων

Το δείγμα μας περιέχει τις εβδομαδιαίες ποσοστιαίες αποδόσεις από πέντε βιομηχανικούς κλάδους και την αγορά των ΗΠΑ. Τα δεδομένα συλλέχθηκαν από την ιστοσελίδα του Kenneth R. French (<http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/Index.html>). Οι 5 κλάδοι αποτελούνται από μετοχές που επιλέχθηκαν από τρεις χρηματιστηριακές αγορές των ΗΠΑ, NYSE (New York Stock Exchange), AMEX (American Stock Exchange) και NASDAQ (NASDAQ Stock Market). Κάθε μετοχή επιλέχθηκε και τοποθετήθηκε στο χαρτοφυλάκιο στο τέλος Ιουνίου του έτους βάσης t με βάση των τετραψήφιο κωδικό της (SIC code). Στη συνέχεια υπολογίστηκαν οι αποδόσεις από τον Ιούλιο του έτους t έως τον Ιούνιο του έτους $t+1$.

Ο πρώτος κλάδος αποτελείται από μετοχές καταναλωτικών αγαθών, οι οποίες αφορούν αγαθά διαρκή ή μη διαρκή, χονδρικής ή λιανικής καθώς επίσης και κάποιες άλλες υπηρεσίες όπως καθαριστήρια ή καταστήματα επισκευών.

Ο δεύτερος κλάδος είναι ο βιομηχανικός, και αποτελείται από μετοχές που αφορούν τη βιομηχανία, την ενέργεια και επιχειρήσεις κοινής ωφέλειας.

Ο τρίτος είναι ο κλάδος της τεχνολογίας και αποτελείται από μετοχές που αφορούν εξοπλισμό επιχειρήσεων, τηλεπικοινωνίες, τηλεοπτικές μεταδόσεις και διάφορες υπηρεσίες σχετικές με ηλεκτρονικούς υπολογιστές και πληροφορική.

Ο τέταρτος είναι ο κλάδος της υγείας, που περιέχει μετοχές που σχετίζονται με τις παροχές υγειονομικής περίθαλψης, φαρμακευτικό εξοπλισμό καθώς επίσης και φάρμακα.

Τέλος, ο πέμπτος κλάδος αποτελείται από λοιπές μετοχές που αφορούν την οικονομία, τις κατασκευές, τη διασκέδαση, τις συγκοινωνίες, τις ξενοδοχειακές επιχειρήσεις, κ.α.

Για κάθε έναν από τους 5 κλάδους καθώς και για την αγορά αντιστοιχούν 2427 παρατηρήσεις, που ξεκινούν από την 1 Ιουλίου 1963 έως και την 28 Δεκεμβρίου 2009. Οι παρατηρήσεις αυτές είναι οι ποσοστιαίες εβδομαδιαίες αποδόσεις από τις οποίες έχουμε αφαιρέσει το ακίνδυνο επιτόκιο r_F , έτσι ώστε τελικά να μελετήσουμε τις «πραγματικές» αποδόσεις.

Τέλος πρέπει να αναφέρουμε ότι για την επεξεργασία των δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν τα προγράμματα EViews και Gauss. Με τη βοήθεια του προγράμματος EViews υπολογίστηκαν όλα τα περιγραφικά στατιστικά, οι συντελεστές βήτα στο απλό CAPM και δημιουργήθηκαν όλα τα διαγράμματα που παρατίθενται στη συνέχεια. Με τη βοήθεια του προγράμματος Gauss υπολογίστηκαν όλα τα στοιχεία που παρατίθενται στο τμήμα της εργασίας που αφορά το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων.

5.1.2 Περιγραφικά στατιστικά

Στον πίνακα 5.1 αναγράφονται τα περιγραφικά στατιστικά των πραγματικών αποδόσεων όλων των κλάδων και της αγοράς.

Παρατηρούμε ότι η μέση τιμή (mean) των αποδόσεων είναι θετική για όλους τους κλάδους και την αγορά και κυμαίνεται από 0,0969 (αγορά) έως 0,147 (κλάδος υγείας). Συνεπώς έχουμε κέρδος, με την αγορά να μας δίνει το μικρότερο κέρδος, ενώ από τους κλάδους, αυτός με το μεγαλύτερο κέρδος είναι της υγείας, ενώ αυτός με το μικρότερο είναι η τεχνολογία. Η τυπική απόκλιση (standard deviation) ως μέτρο διασποράς, δείχνει την μεταβλητότητα των τιμών του δείγματος. Ο κλάδος της τεχνολογίας έχει τη μεγαλύτερη τυπική απόκλιση (2,685) και επομένως παρουσιάζει τη μεγαλύτερη μεταβλητότητα, ενώ αντίθετα ο κλάδος της βιομηχανίας παρουσιάζει τη μικρότερη (2,16). Η αγορά βρίσκεται σε μια ενδιάμεση κατάσταση με τυπική απόκλιση ίση με 2,20. Επιπλέον σε όλους τους κλάδους και την αγορά εμφανίζεται αρνητική ασυμμετρία (skewness), κάτι το οποίο είναι αναμενόμενο εφόσον ο μέσος είναι μικρότερος από τη διάμεσο (median). Έτσι λοιπόν, οι περισσότερες παρατηρήσεις βρίσκονται αριστερά από την κορυφή της κατανομής των κλάδων. Επίσης βλέπουμε ότι η υπερβάλλουσα κύρτωση (excess kurtosis) είναι θετική, επομένως η κατανομή των αποδόσεων χαρακτηρίζεται από βαριές ουρές (heavy tails) και θεωρείται λεπτόκυρτη (leptokurtic), άρα εμφανίζει μεγάλη μάζα στις ουρές της κατανομής. Τέλος, σύμφωνα με την τιμή του Jarque- Bera και την αντίστοιχη τιμή

της πιθανότητας (μηδενική τιμή) αντιλαμβανόμαστε ότι οι αποδόσεις δεν κατανέμονται κανονικά, γεγονός που είναι φανερό και από την υπερβάλλουσα κύρτωση και ασυμμετρία.

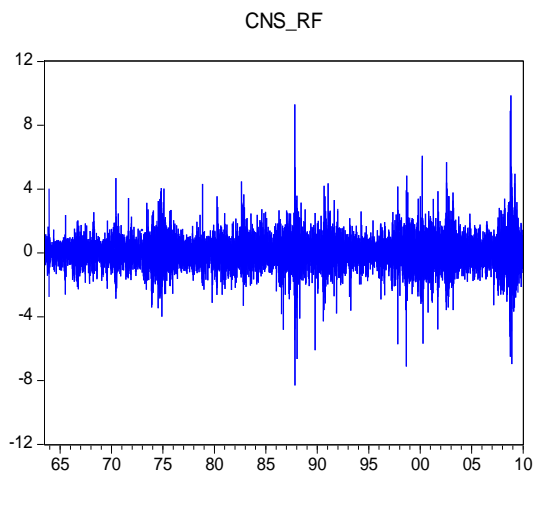
	Κλάδος καταναλωτικών αγαθών	Κλάδος βιομηχανίας	Κλάδος τεχνολογίας	Κλάδος υγείας	Κλάδος λοιπών	Αγορά
Μέση Τιμή	0.124375	0.122598	0.105762	0.147131	0.121194	0.096910
Διάμεσος	0.190000	0.260000	0.215000	0.252000	0.265000	0.280000
Μέγιστο	14.09600	18.84600	16.28600	17.77000	23.82600	17.65000
Ελάχιστο	-17.43500	-19.10500	-17.50500	-16.18500	-26.38500	-20.00000
Τυπική απόκλιση	2.189153	2.160881	2.685233	2.479834	2.646584	2.206842
Ασυμμετρία	-0.397273	-0.606863	-0.409870	-0.390942	-0.477878	-0.713064
Κύρτωση	7.841377	12.05663	7.483785	6.890669	17.65946	12.03906
Jarque-Bera Probability	2434.103 0.000000	8443.496 0.000000	2101.004 0.000000	1592.582 0.000000	21824.11 0.000000	8468.043 0.000000
Άθροισμα	301.8580	297.5450	256.6850	357.0860	294.1390	235.2000
Άθροισμα τυπ.αποκ.	11626.35	11327.98	17492.62	14918.88	16992.69	11814.99
Παρατηρήσεις	2427	2427	2427	2427	2427	2427

Πίνακας 5.1 Περιγραφικά στατιστικά 5 κλάδων και της αγοράς των ΗΠΑ

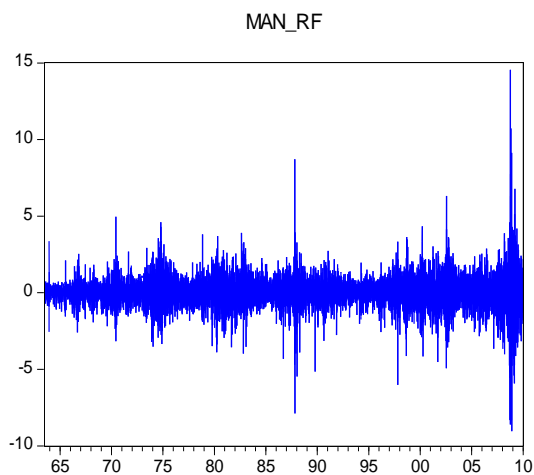
Στη συνέχεια απεικονίζεται γραφικά η πορεία των αποδόσεων των κλάδων και της αγοράς από την 1 Ιουλίου 1963 έως και την 28 Δεκεμβρίου 2009 (Διαγράμματα 5.1α.-στ.):

Με μία πρώτη ματιά στις γραφικές παραστάσεις των κλάδων και της αγοράς παρατηρούνται μεγάλες διακυμάνσεις στις αποδόσεις σε τρεις χρονικές περιόδους. Η πρώτη περίοδος εντοπίζεται στα τέλη της δεκαετίας του 1980. Συγκεκριμένα το 1987-88 παρατηρείται σε όλους τους κλάδους ανεξαιρέτως αλλά και στην αγορά ένα επεισόδιο υψηλής διακύμανσης. Μία δεύτερη παρατεταμένη περίοδος κρίσεως που παρατηρείται μεγάλη αστάθεια στις αποδόσεις είναι το διάστημα 1995-2003. Καθ' όλη τη διάρκεια αυτής της περιόδου παρατηρούνται υψηλές διακυμάνσεις σε όλους τους

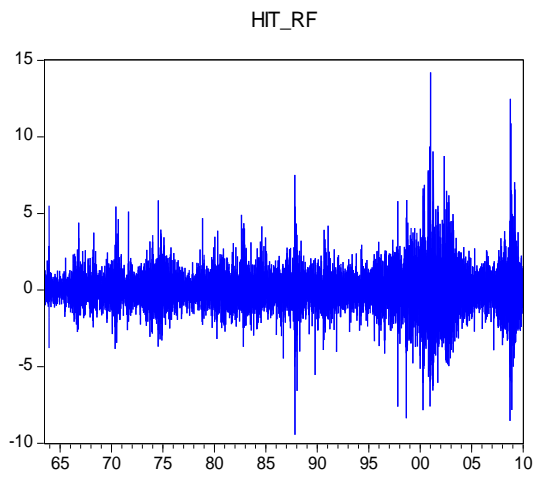
κλάδους, με τον κλάδο της τεχνολογίας να παρουσιάζει τις υψηλότερες και την αγορά τις μικρότερες. Στο επόμενο διάστημα ενώ αρχικά παρατηρείται μία περίοδος ύφεσης μέχρι το 2007, το 2008 ξεσπά η τελευταία κρίση που επηρέασε παγκοσμίως όλες τα αγορές. Είναι φανερό ότι όλοι οι κλάδοι επηρεάστηκαν, παρουσιάζοντας πολύ υψηλές διακυμάνσεις. Η αγορά ως συνήθως είναι το λιγότερο δυνατό επηρεασμένη σε σχέση με τους κλάδους, γιατί αποτελείται από μετοχές όλων των κλάδων με αποτέλεσμα την καλύτερη διαφοροποίηση του κινδύνου.



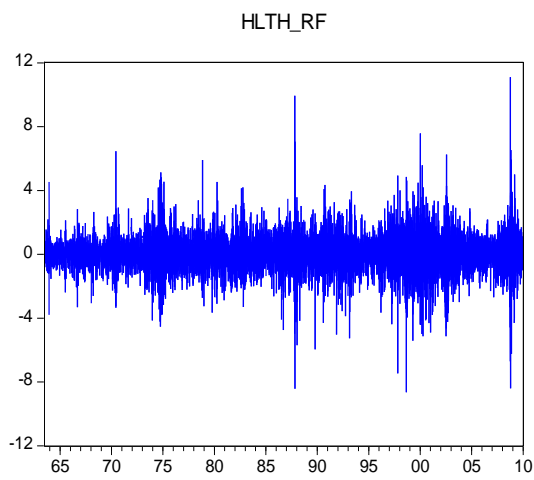
Διάγραμμα 5.1.α Κλάδος καταναλωτικών αγαθών



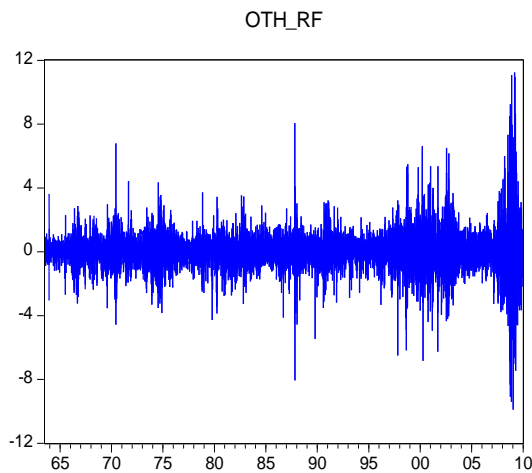
Διάγραμμα 5.1.β Κλάδος βιομηχανίας



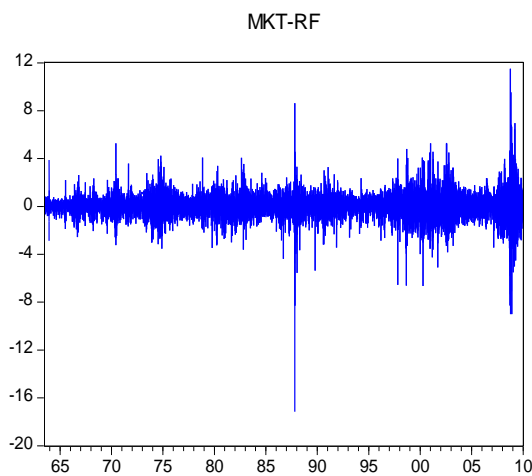
Διάγραμμα 5.1.γ Κλάδος τεχνολογίας



Διάγραμμα 5.2.δ Κλάδος υγείας



Διάγραμμα 5.1.ε Κλάδος λοιπών μετοχών



Διάγραμμα 5.1.στ Αγορά

5.2 Εκτίμηση του βήτα με βάση το CAPM

Στην παράγραφο αυτή θα εκτιμήσουμε εμπειρικά το βήτα των κλάδων χρησιμοποιώντας το κλασικό CAPM. Θα χρησιμοποιήσουμε ένα μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης της μορφής $R_{it} - R_{Ft} = a_i + \beta_i(R_{mt} - R_{Ft}) + e_{it}$ και θα το εφαρμόσουμε για κάθε κλάδο και την αγορά με τη βοήθεια του προγράμματος Eviews. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν φαίνονται στους πίνακες 5.2 α-στ.

Ο συντελεστής βήτα για τον κλάδο της κατανάλωσης ισούται με 0,89. Επειδή η τιμή του συντελεστή είναι μικρότερη της μονάδας, ο κλάδος έχει αμυντική συμπεριφορά, πράγμα που σημαίνει ότι επηρεάζεται λιγότερο από τις μεταβολές τις αγοράς. Επίσης ο συντελεστής α ή αλλιώς το σφάλμα τιμολόγησης (pricing error) παρατηρούμε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός διότι η τιμή του p-value είναι μεγαλύτερη του 0.05.

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
α1	0.038107	0.022517	1.692385	0.0907
β1	0.890185	0.023216	38.34319	0.0000

Πίνακας 5.2.α Κλάδος καταναλωτικών αγαθών

Ο συντελεστής βήτα για τον κλάδο της βιομηχανίας ισούται με 0,878. Επειδή η τιμή του συντελεστή είναι μικρότερη της μονάδας, ο κλάδος έχει αμυντική συμπεριφορά, πράγμα που σημαίνει ότι επηρεάζεται λιγότερο από τις μεταβολές τις αγοράς. Επίσης ο συντελεστής α δεν είναι στατιστικά σημαντικός γιατί το p-value είναι μεγαλύτερο του 0.05.

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
α2	0.037463	0.020429	1.833869	0.0668
β2	0.878492	0.027913	31.47293	0.0000

Πίνακας 5.2.β Κλάδος βιομηχανίας

Αντίστοιχα ο συντελεστής βήτα για τον κλάδο της τεχνολογίας ισούται με 1,074 και επειδή η τιμή του είναι μεγαλύτερη της μονάδας ο κλάδος έχει επιθετική συμπεριφορά, πράγμα που σημαίνει ότι επηρεάζεται αρκετά από τις μεταβολές τις αγοράς. Ο συντελεστής α δεν είναι στατιστικά σημαντικός γιατί το p-value είναι μεγαλύτερο του 0.05.

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
α3	0.001674	0.027229	0.061475	0.9510
β3	1.074075	0.032725	32.82146	0.0000

Πίνακας 5.2.γ Κλάδος τεχνολογίας

Ο συντελεστής βήτα για τον κλάδο της υγείας ισούται με 0,867 και επειδή η τιμή του είναι μικρότερη της μονάδας, ο κλάδος έχει αμυντική συμπεριφορά, πράγμα που σημαίνει ότι επηρεάζεται λιγότερο από τις μεταβολές τις αγορές. Ο συντελεστής α και σε αυτόν τον κλάδο δεν είναι στατιστικά σημαντικός γιατί το p-value είναι μεγαλύτερο του 0.05.

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
α4	0.063115	0.033939	1.859657	0.0631
β4	0.866943	0.040051	21.64586	0.0000

Πίνακας 5.3.δ Κλάδος υγείας

Τέλος ο κλάδος των λοιπών μετοχών έχει συντελεστή βήτα ίσο με 1,082. Επειδή η τιμή του συντελεστή είναι μεγαλύτερη της μονάδας, ο κλάδος έχει επιθετική συμπεριφορά, πράγμα που σημαίνει ότι επηρεάζεται αρκετά από τις μεταβολές τις αγορές. Το σφάλμα τιμολόγησης είναι και σε αυτή την περίπτωση στατιστικά μη σημαντικό.

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
α5	0.016256	0.024723	0.657501	0.5109
β5	1.082852	0.030691	35.28277	0.0000

Πίνακας 5.2.στ Κλάδος λοιπών μετοχών

5.3 Εκτίμηση του βήτα με βάση το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων

Στην παράγραφο αυτή θα εφαρμόσουμε το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων που περιγράψαμε στην προηγούμενη ενότητα για να εκτιμήσουμε τα β κάθε κλάδου ανάλογα με την κατάσταση της αγοράς. Οι πιθανές διαφορετικές καταστάσεις που προκύπτουν για κάθε κλάδο είναι 8, όπως θα δούμε και παρακάτω.

Συγκεκριμένα για κάθε κλάδο αρχικά θα εκτιμήσουμε τις αναμενόμενες αποδόσεις μ_i και τους συντελεστές των κοινών και ιδιοσυγκρατικών σοκ σ_{cit} , σ_{it} για καταστάσεις υψηλών και χαμηλών διακυμάνσεων.

Στη συνέχεια θα κατασκευάσουμε τους 8 πίνακες διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων που αντιστοιχούν σε κάθε μία από τις 8 διαφορετικές καταστάσεις που προκύπτουν και τέλος θα εκτιμήσουμε τα β.

5.3.1 Κλάδος καταναλωτικών αγαθών

Στον πίνακα 5.3.1 αναγράφονται οι αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου σε καταστάσεις υψηλών και χαμηλών διακυμάνσεων καθώς επίσης και οι αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς σε αντίστοιχες καταστάσεις.

↓ μέσος κλάδου	μ_l	0,26804
↓ μέσος αγοράς	μ_m	0,25462
↑ μέσος κλάδου	μ_h	-0,44317
↑ μέσος αγοράς	μ_m^*	-0,40226

Πίνακας 5.3.1 Αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου των καταναλωτικών αγαθών και της αγοράς.

Το βελάκι προς τα κάτω (↓) συμβολίζει τις χαμηλές διακυμάνσεις και το βελάκι προς τα πάνω (↑) τις υψηλές. Με μ_l και μ_h συμβολίζονται οι αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με μ_m , μ_m^* οι αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Όπως ήταν αναμενόμενο, στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι αναμενόμενες τιμές των αποδόσεων είναι θετικές και σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων αρνητικές.

Επίσης παραθέτουμε στους πίνακες 5.3.2 και 5.3.3 τις τιμές των συντελεστών ανάλογα με το είδος του σοκ και την κατάσταση της αγοράς ή του κλάδου. Συγκεκριμένα στον πίνακα 5.3.2 παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών του κοινού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης.

↓κοινό κλάδου	σ_{c1}	1,52622
↓κοινό αγοράς	σ_{cm}	1,47368
↑κοινό κλάδου	σ_{c1}^*	3,42554
↑κοινό αγοράς	σ_{cm}^*	3,45062

Πίνακας 5.3.2 Τιμές συντελεστών του κοινού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης για τον κλάδο των καταναλωτικών αγαθών.

Το βελάκι προς τα κάτω (↓) συμβολίζει τις χαμηλές διακυμάνσεις και το βελάκι προς τα πάνω (↑) τις υψηλές. Με σ_{c1} και σ_{c1}^* συμβολίζονται οι συντελεστές του κοινού σοκ του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με σ_{cm} , σ_{cm}^* οι συντελεστές του κοινού σοκ της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι τιμές των συντελεστών είναι μικρότερες απ ότι σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων.

Στον πίνακα 5.3.3 παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών του ιδιοσυγκρατικού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης.

↓ κλάδος	σ_1	0,52562
↓ αγορά	σ_m	0,00724
↑ κλάδος	σ_1^*	0,91517
↑ αγορά	σ_m^*	2,29117

Πίνακας 5.3.3 Τιμές συντελεστών του ιδιοσυγκρατικού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης για τον κλάδο των καταναλωτικών αγαθών.

Με σ_1 και σ_1^* συμβολίζονται οι συντελεστές του ιδιοσυγκρατικού σοκ του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με σ_m , σ_m^* οι συντελεστές του ιδιοσυγκρατικού σοκ της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι τιμές των συντελεστών είναι μικρότερες απ ότι σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τους 8 πίνακες διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων καθώς και τα αντίστοιχα βήτα:

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 2,60562 & 2,24916 \\ 2,24916 & 2,17179 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_1 = 1,035627$$

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} 12,106 & 11,8202 \\ 11,8202 & 11,9068 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_2 = 0,992727$$

$$\Sigma_3 = \begin{bmatrix} 2,60562 & 2,24916 \\ 2,24916 & 7,42119 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_3 = 0,303073$$

$$\Sigma_4 = \begin{bmatrix} 12,0106 & 11,8202 \\ 11,8202 & 17,1562 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_4 = 0,688976$$

$$\Sigma_5 = \begin{bmatrix} 3,16688 & 2,24916 \\ 2,24916 & 2,17179 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_5 = 1,035627$$

$$\Sigma_6 = \begin{bmatrix} 12,5719 & 11,8202 \\ 11,8202 & 11,9068 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_6 = 0,992727$$

$$\Sigma_7 = \begin{bmatrix} 3,16688 & 2,24916 \\ 2,24916 & 7,42119 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_7 = 0,303073$$

$$\Sigma_8 = \begin{bmatrix} 12,5719 & 11,8202 \\ 11,8202 & 17,1562 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_8 = 0,688976$$

Στο σημείο αυτό πρέπει να παρατηρήσουμε ότι οι τιμές των βήτα είναι ανά δύο όμοιες και ως εκ τούτου τα βήτα που προκύπτουν είναι στην πραγματικότητα 4. Αυτό συμβαίνει γιατί το βήτα εξαρτάται μόνο από τη συνδιακύμανση του κλάδου-αγοράς και τη διακύμανση της αγοράς. Δεν εξαρτάται καθόλου από τη διακύμανση του

κλάδου. Το παραπάνω φαίνεται και από τον τύπο υπολογισμού του βήτα:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}$$

Αν θέλαμε να κάνουμε ένα πρώτο σχόλιο για τις τιμές των βήτα θα λέγαμε ότι στην 1^η και 5^η κατάσταση το βήτα παίρνει την τιμή 1,035627 και επομένως στις περιπτώσεις αυτές ο κλάδος των καταναλωτικών αγαθών έχει επιθετική συμπεριφορά. Στην 2^η και 6^η κατάσταση το βήτα παίρνει τη τιμή 0,992727 και επομένως ο κλάδος παρουσιάζει σχεδόν ίδια συμπεριφορά με την αγορά. Στη 3^η και 7^η κατάσταση το βήτα παίρνει τη τιμή 0,303073 και επομένως ο κλάδος παρουσιάζει αρκετά αμυντική συμπεριφορά, ενώ στην 4^η και 8^η κατάσταση το βήτα παίρνει την τιμή 0,688976 και ο κλάδος παρουσιάζει επίσης αμυντική συμπεριφορά. Παραθέτουμε πιο κάτω για ευκολία τον πίνακα 5.3.4 στον οποίο αναγράφονται οι 8 πιθανές καταστάσεις που προκύπτουν ανάλογα με το είδος του σοκ και τις τιμές της διακύμανσης του κάθε σοκ.

	1 ^η	2 ^η	3 ^η	4 ^η	5 ^η	6 ^η	7 ^η	8 ^η
Ιδιοσυγκρατικό σοκ κλάδου	Χαμηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή
Κοινό σοκ κλάδου	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή
Ιδιοσυγκρατικό σοκ αγοράς	Χαμηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Υψηλή
Κοινό σοκ αγοράς	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή

Πίνακας 5.3.4 Οι 8 πιθανές καταστάσεις που προκύπτουν ανάλογα με το είδος του σοκ και τις τιμές της διακύμανσης

Στη συνέχεια θα αντλήσουμε ορισμένες ακόμα χρήσιμες πληροφορίες για τα δεδομένα μας. Στον πίνακα 5.3.5 παρατίθενται οι πιθανότητες παραμονής του ιδιοσυγκρατικού σοκ του κλάδου, της αγοράς και του κοινού σοκ στην ίδια κατάσταση. Η πιθανότητα το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου να παραμείνει σε κατάσταση χαμηλής διακύμανσης είναι 0,9899, ενώ να παραμείνει σε υψηλή διακύμανση είναι 0,98463. Αντίστοιχα οι πιθανότητες για το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς είναι 0,99624 και 0,96439 και για το κοινό σοκ 0,97615 και 0,90857.

	p_{11}	p_{22}
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΚΛΑΔΟΥ	0,9899	0,98463
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΑΓΟΡΑΣ	0,99624	0,96439
ΚΟΙΝΟ ΣΟΚ	0,97615	0,90857

Πίνακας 5.3.5 Πιθανότητες παραμονής στην ίδια κατάσταση

Ο πίνακας 5.3.6 προσφέρει κάποια επιπλέον στοιχεία. Ο όρος “Unc.Prop.” αναφέρεται στην αναλογία χρόνου όπου το κοινό ή το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου (αγοράς) βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. Υπολογίζεται από τον τύπο $\frac{1-p_{11}}{2-p_{11}-p_{22}}$, όπου το p_{11} και p_{22} είναι οι πιθανότητες ότι η αντίστοιχη κατάσταση θα επικρατήσει για δυο συνεχόμενες εβδομάδες. Ο όρος “Duration” αναφέρεται στη διάρκεια όπου το κοινό ή ιδιοσυγκρατικό σοκ παραμένει σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. Υπολογίζεται από τον τύπο $\frac{1}{1-p_{11}}$ και στην προκειμένη περίπτωση μετράται σε εβδομάδες.

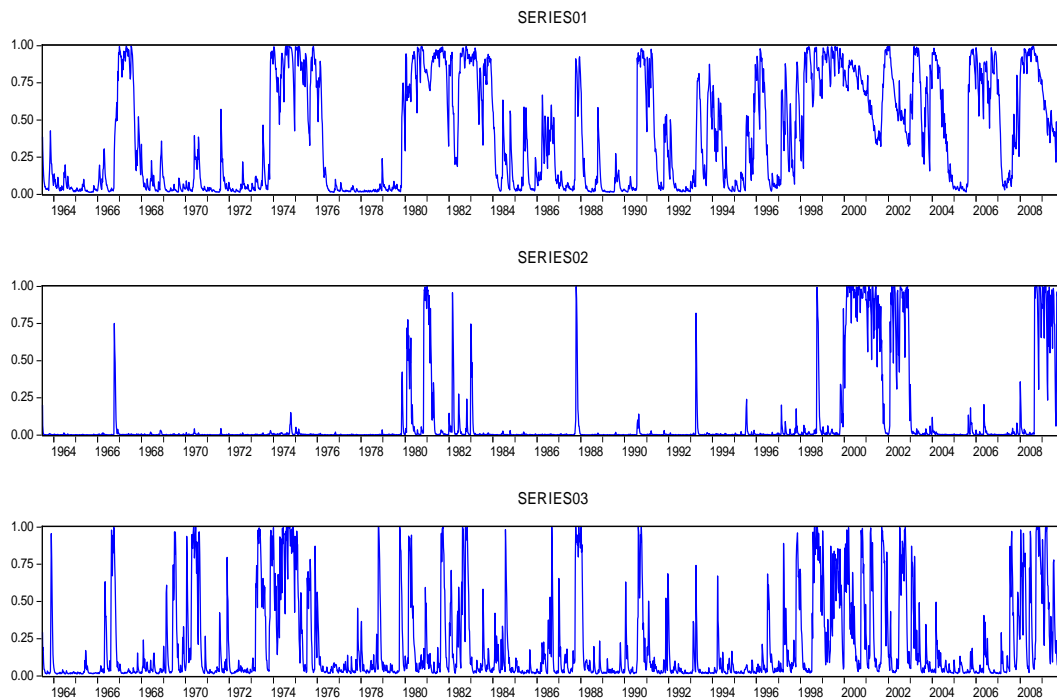
	UN.PROB.	DUR.
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΚΛΑΔΟΥ	0,396544955	99,00990099
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΑΓΟΡΑΣ	0,095504191	265,9574468
ΚΟΙΝΟ ΣΟΚ	0,206887578	41,92872117

Πίνακας 5.3.6 Unconditional Propability και Duration για τον κλάδο των καταναλωτικών αγαθών

Παρατηρούμε δηλαδή ότι το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου των καταναλωτικών αγαθών παραμένει σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης για περίπου 99 εβδομάδες, ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς για περίπου 266 εβδομάδες και το κοινό σοκ για περίπου 42 εβδομάδες. Η αναλογία χρόνου όπου ο κλάδος των καταναλωτικών

εκτίθεται σε ένα ιδιοσυγκρατικό σοκ υψηλής διακύμανσης είναι 39,65%, η αγορά 9,55% και η έκθεση σε ένα κοινό σοκ υψηλής διακύμανσης έχει συχνότητα 20,69%.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τρία διαγράμματα. Το διάγραμμα 5.3.1 α) απεικονίζει τις πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου των καταναλωτικών αγαθών να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. Το 5.3.1 β) απεικονίζει τις πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης και το 5.3.1 γ) απεικονίζει τις πιθανότητες το κοινό σοκ να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. Παρατηρούμε και στα τρία διαγράμματα με κάποιες διαφορές, ότι την περίοδο 1967-1968 οι πιθανότητες τα σοκ να βρίσκονται σε υψηλές διακυμάνσεις είναι πολύ υψηλές. Το ίδιο συμβαίνει και την περίοδο 1973-1976 όπου είναι και η περίοδος της πρώτης πετρελαϊκής κρίσης. Αντίστοιχα αποτελέσματα έχουμε και την περίοδο 1980-1984 όπου λαμβάνει χώρα η κρίση στη Λατινική Αμερική, αλλά και στα τέλη του 1987 που λαμβάνει χώρα η κρίση που έμεινε γνωστή και ως “Μαύρη Δευτέρα”. Τέλος είναι εμφανής και η κρίση του 2001 αλλά και η τελευταία κρίση που ξεκινά από το 2007 περίπου και συνεχίζει μέχρι σήμερα. Επίσης αυτό που παρατηρείται είναι ότι οι πιθανότητες τα σοκ της αγοράς να βρίσκονται σε υψηλή διακύμανση δεν παίρνουν τόσο συχνά υψηλές τιμές, όπως γίνεται με τα σοκ του κλάδου ή τα κοινά σοκ. Αυτό οφείλεται στο ότι η αγορά απορροφά καλύτερα τις καταστάσεις που προκαλούν υψηλές διακυμάνσεις λόγω της καλύτερης διαφοροποίησης που παρουσιάζει σαν χαρτοφυλάκιο.



Διαγράμματα 5.3.1 α) Πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου των καταναλωτικών αγαθών να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. β) Πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλή διακύμανσης. γ) Πιθανότητες το κοινό σοκ να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης.

5.3.2 Κλάδος βιομηχανίας

Στον πίνακα 5.3.7 αναγράφονται οι αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου σε καταστάσεις υψηλών και χαμηλών διακυμάνσεων καθώς επίσης και οι αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς σε αντίστοιχες καταστάσεις.

↓ μέσος κλάδου	μ_l	0,23387
↓ μέσος αγοράς	μ_m	0,23975
↑ μέσος κλάδου	μ_l^*	-0,40306
↑ μέσος αγοράς	μ_m^*	-0,50114

Πίνακας 5.3.7 Αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου της βιομηχανίας και της αγοράς.

Το βελάκι προς τα κάτω (\downarrow) συμβολίζει τις χαμηλές διακυμάνσεις και το βελάκι προς τα πάνω (\uparrow) τις υψηλές. Με μ_l και μ_l^* συμβολίζονται οι αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με μ_m , μ_m^* οι αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Όπως ήταν αναμενόμενο, στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι αναμενόμενες τιμές των αποδόσεων είναι θετικές και σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων αρνητικές

Επίσης παραθέτουμε στους πίνακες 5.3.8 και 5.3.9 τις τιμές των συντελεστών ανάλογα με το είδος του σοκ και την κατάσταση της αγοράς ή του κλάδου. Συγκεκριμένα στον πίνακα 5.3.8 παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών του κοινού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης

\downarrow κοινό κλάδου	σ_{cl}	1,73499
\downarrow κοινό αγοράς	σ_{cm}	1,55047
\uparrow κοινό κλάδου	σ_{cl}^*	3,68591
\uparrow κοινό αγοράς	σ_{cm}^*	3,83847

Πίνακας 5.3.8 Τιμές συντελεστών του κοινού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης για τον κλάδο της βιομηχανίας.

Το βελάκι προς τα κάτω (\downarrow) συμβολίζει τις χαμηλές διακυμάνσεις και το βελάκι προς τα πάνω (\uparrow) τις υψηλές. Με σ_{cl} και σ_{cl}^* συμβολίζονται οι συντελεστές του κοινού σοκ του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με σ_{cm} , σ_{cm}^* οι συντελεστές του κοινού σοκ της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι τιμές των συντελεστών είναι μικρότερες απ ότι σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων.

Στον πίνακα 5.3.9 παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών του ιδιοσυγκρατικού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης.

↓ κλάδος	σ_1	0,92063
↓ αγορά	σ_m	0,00556
↑ κλάδος	σ_1^*	2,93093
↑ αγορά	σ_m^*	0,0093

Πίνακας 5.3.9 Τιμές συντελεστών του ιδιοσυγκρατικού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης για τον κλάδο της βιομηχανίας.

Με σ_1 και σ_1^* συμβολίζονται οι συντελεστές του ιδιοσυγκρατικού σοκ του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με σ_m , σ_m^* οι συντελεστές του ιδιοσυγκρατικού σοκ της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι τιμές των συντελεστών είναι μικρότερες απ ότι σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τους 8 πίνακες διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων καθώς και τα αντίστοιχα βήτα. Τα βήτα είναι ανά δύο όμοια:

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 3,85775 & 2,69005 \\ 2,69005 & 2,403988 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_1 = 1,118995$$

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} 14,4335 & 14,14825 \\ 14,14825 & 14,73388 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_2 = 0,960253$$

$$\Sigma_3 = \begin{bmatrix} 3,85775 & 2,69005 \\ 2,69005 & 2,404044 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_3 = 1,118969$$

$$\Sigma_4 = \begin{bmatrix} 14,4335 & 14,14825 \\ 14,14825 & 14,73394 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_4 = 0,960249$$

$$\Sigma_5 = \begin{bmatrix} 11,60054 & 2,69005 \\ 2,69005 & 2,403988 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_5 = 1,118995$$

$$\Sigma_6 = \begin{bmatrix} 22,1763 & 14,14825 \\ 14,1483 & 14,73388 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_6 = 0,960253$$

$$\Sigma_7 = \begin{bmatrix} 11,60054 & 2,69005 \\ 2,69005 & 2,404044 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_7 = 1,118969$$

$$\Sigma_8 = \begin{bmatrix} 22,1763 & 14,1483 \\ 14,1483 & 14,73394 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_8 = 0,960249$$

Στην 1^η και 5^η κατάσταση το βήτα παίρνει την τιμή 1,11895 και επομένως στις περιπτώσεις αυτές ο κλάδος της βιομηχανίας έχει επιθετική συμπεριφορά. Στην 2^η και 6^η κατάσταση το βήτα παίρνει τη τιμή 0,960253 και επομένως ο κλάδος παρουσιάζει αμυντική συμπεριφορά. Στη 3^η και 7^η κατάσταση το βήτα παίρνει τη τιμή 1,118969 και επομένως ο κλάδος παρουσιάζει επιθετική συμπεριφορά, ενώ στην 4^η και 8^η κατάσταση το βήτα παίρνει την τιμή 0,960249 και ο κλάδος παρουσιάζει αμυντική συμπεριφορά.

Στη συνέχεια θα αντλήσουμε ορισμένες ακόμα χρήσιμες πληροφορίες για τα δεδομένα μας. Στον πίνακα 5.3.10 παρατίθενται οι πιθανότητες παραμονής του ιδιοσυγκρατικού σοκ του κλάδου, της αγοράς και του κοινού σοκ στην ίδια κατάσταση. Η πιθανότητα το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου να παραμείνει σε κατάσταση χαμηλής διακύμανσης είναι 0,9959, ενώ να παραμείνει σε υψηλή διακύμανση είναι 0,9608. Αντίστοιχα οι πιθανότητες για το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς είναι 0,83856 και 0,38495 και για το κοινό σοκ 0,98031 και 0,91739.

	P_{11}	P_{22}
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΚΛΑΔΟΥ	0,9959	0,9608
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΑΓΟΡΑΣ	0,83856	0,38495
ΚΟΙΝΟ ΣΟΚ	0,98031	0,91739

Πίνακας 5.3.10 Πιθανότητες παραμονής στην ίδια κατάσταση

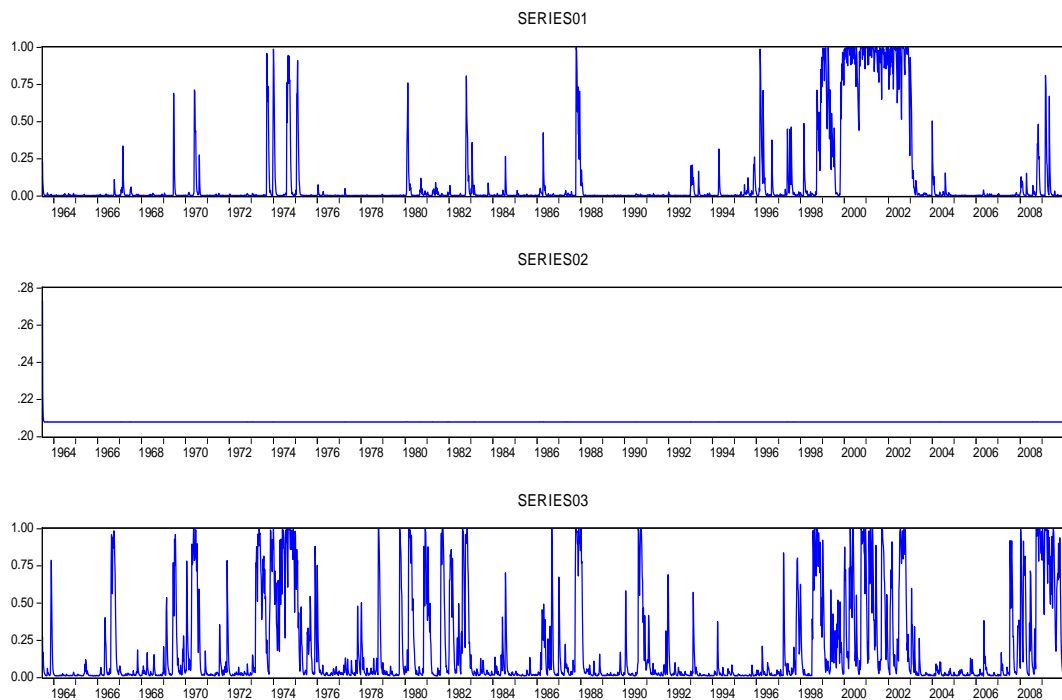
Ο πίνακας 5.3.11 προσφέρει κάποια επιπλέον στοιχεία. Παρατηρούμε ότι το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου της βιομηχανίας παραμένει σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης για περίπου 243 εβδομάδες, ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς για περίπου 6 εβδομάδες και το κοινό σοκ για περίπου 50 εβδομάδες. Η αναλογία χρόνου όπου ο κλάδος της βιομηχανίας εκτίθεται σε ένα ιδιοσυγκρατικό σοκ υψηλής διακύμανσης είναι 9,47%, η αγορά 20,79% και η έκθεση σε ένα κοινό σοκ υψηλής διακύμανσης έχει συχνότητα 19,24%.

	UN.PROB.	DUR.
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΚΛΑΔΟΥ	0,094688	243,902439
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΑΓΟΡΑΣ	0,20791	6,194251734
ΚΟΙΝΟ ΣΟΚ	0,192473	50,78720163

Πίνακας 5.3.11 Unconditional Propability και Duration για τον κλάδο της βιομηχανίας.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τρία διαγράμματα. Το διάγραμμα 5.3.2 α) απεικονίζει τις πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου της βιομηχανίας να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. Το 5.3.2 β) απεικονίζει τις πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης και το 5.3.2 γ) απεικονίζει τις πιθανότητες το κοινό σοκ να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. Με εξαίρεση το διάγραμμα 5.3.2 β) όπου παρατηρείται μία απεικόνιση μη φυσιολογική, στα διαγράμματα 5.3.2 α)-γ) παρατηρούμε με κάποιες διαφορές, ότι την περίοδο 1967-1968 οι πιθανότητές τα

σοκ να βρίσκονται σε υψηλές διακυμάνσεις είναι πολύ υψηλές. Το ίδιο συμβαίνει και την περίοδο 1973-1974 όπου είναι και η περίοδος της πρώτης πετρελαϊκής κρίσης. Αντίστοιχα αποτελέσματα έχουμε και την περίοδο 1980-1984 όπου λαμβάνει χώρα η κρίση στη Λατινική Αμερική, αλλά και στα τέλη του 1987 που λαμβάνει χώρα η κρίση που έμεινε γνωστή και ως “Μαύρη Δευτέρα”. Τέλος είναι εμφανής και η κρίση του 2001 αλλά και η τελευταία κρίση που ξεκινά από το 2007 περίπου και συνεχίζει μέχρι σήμερα. Συγκριτικά με το αντίστοιχο διάγραμμα που παρουσιάσαμε για τον κλάδο των καταναλωτικών αγαθών (Διάγραμμα 5.3.1 α)) θα λέγαμε ότι ο κλάδος της βιομηχανίας παρουσιάζει με μικρότερη συχνότητα υψηλές τιμές στις πιθανότητες.



Διαγράμματα 5.3.2 α) Πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου της βιομηχανίας να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. β) Πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλή διακύμανσης. γ) Πιθανότητες το κοινό σοκ να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης.

5.3.3 Κλάδος τεχνολογίας

Στον πίνακα 5.3.12 αναγράφονται οι αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου σε καταστάσεις υψηλών και χαμηλών διακυμάνσεων καθώς επίσης και οι αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς σε αντίστοιχες καταστάσεις.

↓ μέσος κλάδου	μ_l	0,28385
↓ μέσος αγοράς	μ_m	0,25596
↑ μέσος κλάδου	μ_l^*	-0,1828
↑ μέσος αγοράς	μ_m^*	-0,48102

Πίνακας 5.3.12 Αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου της τεχνολογίας και της αγοράς.

Το βελάκι προς τα κάτω (↓) συμβολίζει τις χαμηλές διακυμάνσεις και το βελάκι προς τα πάνω (↑) τις υψηλές. Με μ_l και μ_l^* συμβολίζονται οι αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με μ_m , μ_m^* οι αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Όπως ήταν αναμενόμενο, στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι αναμενόμενες τιμές των αποδόσεων είναι θετικές και σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων αρνητικές

Επίσης παραθέτουμε στους πίνακες 5.3.13 και 5.3.14 τις τιμές των συντελεστών ανάλογα με το είδος του σοκ και την κατάσταση της αγοράς ή του κλάδου. Συγκεκριμένα στον πίνακα 5.3.13 παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών του κοινού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης

↓ κοινό κλάδου	σ_{c1}	1,55451
----------------	---------------	---------

↓ κοινό αγοράς	σ_{cm}	1,41062
↑ κοινό κλάδου	σ_{c1}^*	3,57196
↑ κοινό αγοράς	σ_{cm}^*	3,24045

Πίνακας 5.3.13 Τιμές συντελεστών του κοινού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης για τον κλάδο της τεχνολογίας.

Το βελάκι προς τα κάτω (↓) συμβολίζει τις χαμηλές διακυμάνσεις και το βελάκι προς τα πάνω (↑) τις υψηλές. Με σ_{c1} και σ_{c1}^* συμβολίζονται οι συντελεστές του κοινού σοκ του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με σ_{cm} , σ_{cm}^* οι συντελεστές του κοινού σοκ της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι τιμές των συντελεστών είναι μικρότερες απ ότι σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων.

Στον πίνακα 5.3.14 παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών του ιδιοσυγκρατικού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης.

↓ κλάδος	σ_1	0,90806
↓ αγορά	σ_m	0,40406
↑ κλάδος	σ_1^*	2,05647
↑ αγορά	σ_m^*	2,66271

Πίνακας 5.3.14 Τιμές συντελεστών του ιδιοσυγκρατικού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης για τον κλάδο της τεχνολογίας.

Με σ_1 και σ_1^* συμβολίζονται οι συντελεστές του ιδιοσυγκρατικού σοκ του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με σ_m , σ_m^* οι συντελεστές του ιδιοσυγκρατικού σοκ της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι τιμές των συντελεστών είναι μικρότερες απ ότι σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τους 8 πίνακες διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων καθώς και τα αντίστοιχα βήτα. Τα βήτα είναι ανά δύο όμοια:

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 3,24107 & 2,192823 \\ 2,192823 & 2,153113 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_1 = 1,018443$$

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} 13,5835 & 11,5748 \\ 11,5748 & 10,66378 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_2 = 1,085427$$

$$\Sigma_3 = \begin{bmatrix} 3,241074 & 2,192823 \\ 2,192823 & 9,079873 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_3 = 0,241504$$

$$\Sigma_4 = \begin{bmatrix} 13,5835 & 11,57476 \\ 11,57476 & 17,59054 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_4 = 0,65801$$

$$\Sigma_5 = \begin{bmatrix} 6,64557 & 2,192823 \\ 2,192823 & 2,153113 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_5 = 1,018443$$

$$\Sigma_6 = \begin{bmatrix} 16,9880 & 11,5748 \\ 11,5748 & 10,66378 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_6 = 1,085427$$

$$\Sigma_7 = \begin{bmatrix} 6,64557 & 2,1928 \\ 2,1928 & 9,079873 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_7 = 0,241504$$

$$\Sigma_8 = \begin{bmatrix} 16,9880 & 11,57476 \\ 11,5748 & 17,59054 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_8 = 0,65801$$

Στην 1^η και 5^η κατάσταση το βήτα παίρνει την τιμή 1,018443 και επομένως στις περιπτώσεις αυτές ο κλάδος της τεχνολογίας έχει επιθετική συμπεριφορά. Στην 2^η και 6^η κατάσταση το βήτα παίρνει τη τιμή 1,085427 και επομένως ο κλάδος παρουσιάζει επιθετική συμπεριφορά. Στη 3^η και 7^η κατάσταση το βήτα παίρνει τη τιμή

0,241504 και επομένως ο κλάδος παρουσιάζει αρκετά αμυντική συμπεριφορά, ενώ στην 4^η και 8^η κατάσταση το βήτα παίρνει την τιμή 0,65801 και ο κλάδος παρουσιάζει επίσης αμυντική συμπεριφορά.

Στη συνέχεια θα αντλήσουμε ορισμένες ακόμα χρήσιμες πληροφορίες για τα δεδομένα μας. Στον πίνακα 5.3.15 παρατίθενται οι πιθανότητες παραμονής του ιδιοσυγκρατικού σοκ του κλάδου, της αγοράς και του κοινού σοκ στην ίδια κατάσταση. Η πιθανότητα το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου να παραμείνει σε κατάσταση χαμηλής διακύμανσης είναι 0,97934, ενώ να παραμείνει σε υψηλή διακύμανση είναι 0,92639. Αντίστοιχα οι πιθανότητες για το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς είναι 0,99714 και 0,9765 και για το κοινό σοκ 0,97746 και 0,90939.

	P_{11}	P_{22}
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΚΛΑΔΟΥ	0,97934	0,92639
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΑΓΟΡΑΣ	0,99714	0,9765
ΚΟΙΝΟ ΣΟΚ	0,97746	0,90939

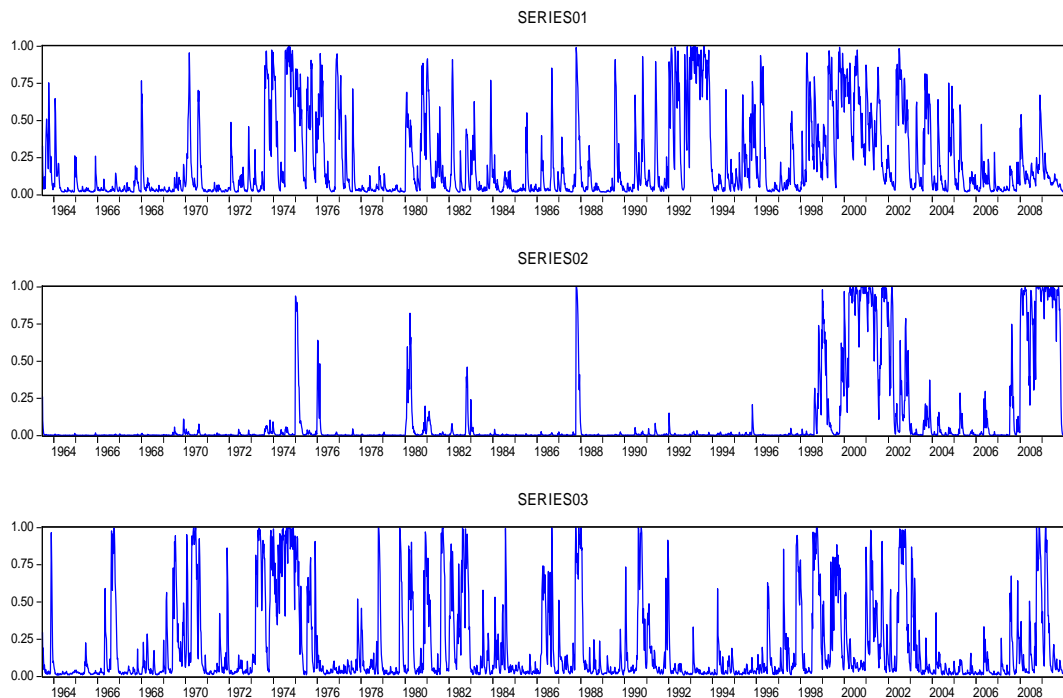
Πίνακας 5.3.15 Πιθανότητες παραμονής στην ίδια κατάσταση

Ο πίνακας 5.3.16 προσφέρει κάποια επιπλέον στοιχεία. Παρατηρούμε ότι το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου της τεχνολογίας παραμένει σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης για περίπου 48 εβδομάδες, ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς για περίπου 349 εβδομάδες και το κοινό σοκ για περίπου 44 εβδομάδες. Η αναλογία χρόνου όπου ο κλάδος της τεχνολογίας εκτίθεται σε ένα ιδιοσυγκρατικό σοκ υψηλής διακύμανσης είναι 21,91%, η αγορά 10,85% και η έκθεση σε ένα κοινό σοκ υψηλής διακύμανσης έχει συχνότητα 19,92%.

	UN.PROB.	DUR.
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΚΛΑΔΟΥ	0,219158	48,40271
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΑΓΟΡΑΣ	0,108498	349,6503
ΚΟΙΝΟ ΣΟΚ	0,199205	44,36557

Πίνακας 5.3.16 *Unconditional Propability και Duration για τον κλάδο της τεχνολογίας.*

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τρία διαγράμματα. Το διάγραμμα 5.3.3 α) απεικονίζει τις πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου της τεχνολογίας να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. Το 5.3.3 β) απεικονίζει τις πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης και το 5.3.3 γ) απεικονίζει τις πιθανότητες το κοινό σοκ να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. Παρατηρούμε και στα τρία διαγράμματα με κάποιες διαφορές, ότι την περίοδο 1967-1968 οι πιθανότητές τα σοκ να βρίσκονται σε υψηλές διακυμάνσεις είναι πολύ υψηλές. Το ίδιο συμβαίνει και την περίοδο 1973-1974 όπου είναι και η περίοδος της πρώτης πετρελαϊκής κρίσης. Αντίστοιχα αποτελέσματα έχουμε και την περίοδο 1980-1984 όπου λαμβάνει χώρα η κρίση στη Λατινική Αμερική, αλλά και στα τέλη του 1987 που λαμβάνει χώρα η κρίση που έμεινε γνωστή και ως “Μαύρη Δευτέρα”. Τέλος είναι εμφανής και η κρίση του 2001 αλλά και η τελευταία κρίση που ξεκινά από το 2007 περίπου και συνεχίζει μέχρι σήμερα. Επίσης αυτό που παρατηρείται είναι ότι οι πιθανότητες τα σοκ της αγοράς να βρίσκονται σε υψηλή διακύμανση δεν παίρνουν τόσο συχνά υψηλές τιμές, όπως γίνεται με τα σοκ του κλάδου ή τα κοινά σοκ. Τέλος, συγκριτικά με τους προηγούμενους κλάδους (Διαγράμματα 5.3.1-5.3.2 α)) που αναλύσαμε φαίνεται ότι ο κλάδος της τεχνολογίας παρουσιάζει με μεγαλύτερη συχνότητα υψηλές τιμές στις πιθανότητες.



Διαγράμματα 5.3.3 α) Πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου της τεχνολογίας να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. β) Πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλή διακύμανσης. γ) Πιθανότητες το κοινό σοκ να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης.

5.3.4 Κλάδος υγείας

Στον πίνακα 5.3.17 αναγράφονται οι αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου σε καταστάσεις υψηλών και χαμηλών διακυμάνσεων καθώς επίσης και οι αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς σε αντίστοιχες καταστάσεις.

↓ μέσος κλάδου	μ_i	0,20881
↓ μέσος αγοράς	μ_m	0,23242
↑ μέσος κλάδου	μ_i^*	-0,32684
↑ μέσος αγοράς	μ_m^*	-0,53061

Πίνακας 5.3.17 Αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου της υγείας και της αγοράς.

Το βελάκι προς τα κάτω (\downarrow) συμβολίζει τις χαμηλές διακυμάνσεις και το βελάκι προς τα πάνω (\uparrow) τις υψηλές. Με μ_1 και μ_1^* συμβολίζονται οι αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με μ_m , μ_m^* οι αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Όπως ήταν αναμενόμενο, στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι αναμενόμενες τιμές των αποδόσεων είναι θετικές και σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων αρνητικές

Επίσης παραθέτουμε στους πίνακες 5.3.18 και 5.3.19 τις τιμές των συντελεστών ανάλογα με το είδος του σοκ και την κατάσταση της αγοράς ή του κλάδου. Συγκεκριμένα στον πίνακα 5.3.18 παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών του κοινού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης.

\downarrow κοινό κλάδου	σ_{c1}	1,48801
\downarrow κοινό αγοράς	σ_{cm}	1,51058
\uparrow κοινό κλάδου	σ_{c1}^*	3,85756
\uparrow κοινό αγοράς	σ_{cm}^*	3,85232

Πίνακας 5.3.18 Τιμές συντελεστών του κοινού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης για τον κλάδο της υγείας.

Το βελάκι προς τα κάτω (\downarrow) συμβολίζει τις χαμηλές διακυμάνσεις και το βελάκι προς τα πάνω (\uparrow) τις υψηλές. Με σ_{c1} και σ_{c1}^* συμβολίζονται οι συντελεστές του κοινού σοκ του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με σ_{cm} , σ_{cm}^* οι συντελεστές του κοινού σοκ της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι τιμές των συντελεστών είναι μικρότερες απ' ότι σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων.

Στον πίνακα 5.3.19 παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών του ιδιοσυγκρατικού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης.

↓ κλάδος	σ_1	0,00221
↓ αγορά	σ_m	0,34827
↑ κλάδος	σ_1^*	0,74982
↑ αγορά	σ_m^*	2,19414

Πίνακας 5.3.19 Τιμές συντελεστών του ιδιοσυγκρατικού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης για τον κλάδο της υγείας.

Με σ_1 και σ_1^* συμβολίζονται οι συντελεστές του ιδιοσυγκρατικού σοκ του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με σ_m , σ_m^* οι συντελεστές του ιδιοσυγκρατικού σοκ της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι τιμές των συντελεστών είναι μικρότερες απ ότι σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τους 8 πίνακες διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων καθώς και τα αντίστοιχα βήτα. Τα βήτα είναι ανά δύο όμοια:

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 2,214179 & 2,2478 \\ 2,2478 & 2,403144 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_1 = 0,935341$$

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} 14,8808 & 14,8606 \\ 14,8606 & 14,96166 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_2 = 0,993242$$

$$\Sigma_3 = \begin{bmatrix} 2,214179 & 2,2478 \\ 2,2478 & 7,096102 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_3 = 0,31676$$

$$\Sigma_4 = \begin{bmatrix} 14,8808 & 14,8606 \\ 14,8606 & 19,65462 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_4 = 0,756085$$

$$\Sigma_5 = \begin{bmatrix} 2,77640 & 2,2478 \\ 2,2478 & 2,403144 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_5 = 0,935341$$

$$\Sigma_6 = \begin{bmatrix} 15,4430 & 14,8606 \\ 14,8606 & 14,96166 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_6 = 0,993242$$

$$\Sigma_7 = \begin{bmatrix} 2,77640 & 2,2478 \\ 2,2478 & 7,096102 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_7 = 0,31676$$

$$\Sigma_8 = \begin{bmatrix} 15,4430 & 14,8606 \\ 14,8606 & 19,65462 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_8 = 0,756085$$

Στην 1^η και 5^η κατάσταση το βήτα παίρνει την τιμή 0,935341 και επομένως στις περιπτώσεις αυτές ο κλάδος της υγείας έχει αμυντική συμπεριφορά. Στην 2^η και 6^η κατάσταση το βήτα παίρνει τη τιμή 0,993242 και επομένως ο κλάδος παρουσιάζει αμυντική συμπεριφορά. Στη 3^η και 7^η κατάσταση το βήτα παίρνει τη τιμή 0,31676 και επομένως ο κλάδος παρουσιάζει αρκετά αμυντική συμπεριφορά, ενώ στην 4^η και 8^η κατάσταση το βήτα παίρνει την τιμή 0,756085 και ο κλάδος παρουσιάζει επίσης αμυντική συμπεριφορά.

Στη συνέχεια θα αντλήσουμε ορισμένες ακόμα χρήσιμες πληροφορίες για τα δεδομένα μας. Στον πίνακα 5.3.20 παρατίθενται οι πιθανότητες παραμονής του ιδιοσυγκρατικού σοκ του κλάδου, της αγοράς και του κοινού σοκ στην ίδια κατάσταση. Η πιθανότητα το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου να παραμείνει σε κατάσταση χαμηλής διακύμανσης είναι 0,98041, ενώ να παραμείνει σε υψηλή διακύμανση είναι 0,98329. Αντίστοιχα οι πιθανότητες για το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς είναι 0,9983 και 0,98734 και για το κοινό σοκ 0,98405 και 0,91765.

	P_{11}	P_{22}
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΚΛΑΔΟΥ	0,98041	0,98329
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΑΓΟΡΑΣ	0,9983	0,98734
ΚΟΙΝΟ ΣΟΚ	0,98405	0,91765

Πίνακας 5.3.20 Πιθανότητες παραμονής στην ίδια κατάσταση

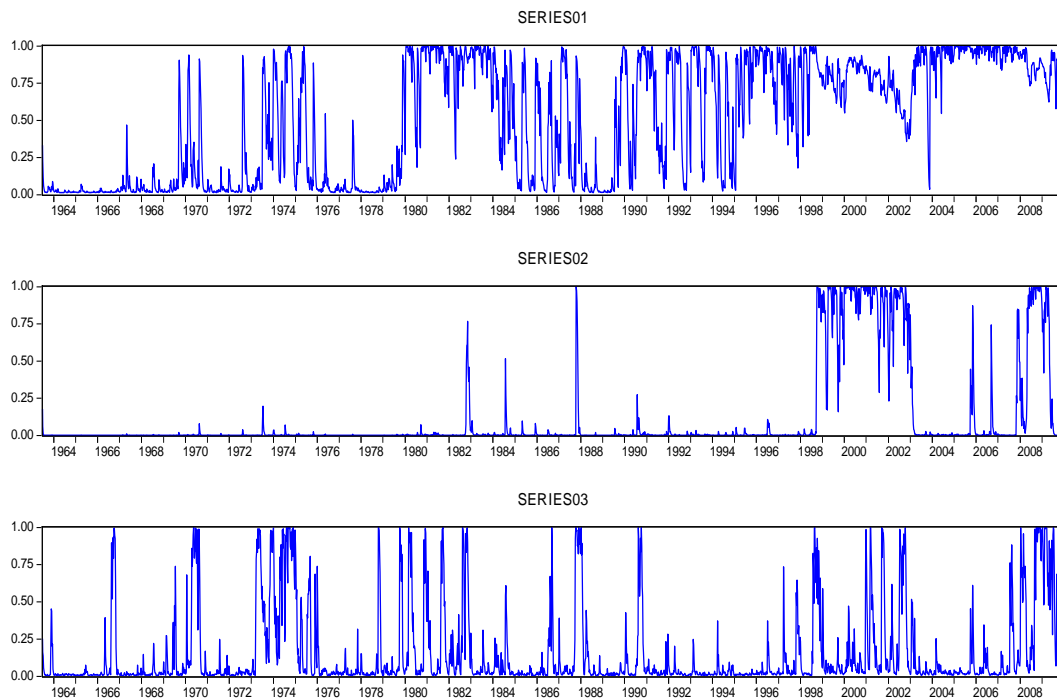
Ο πίνακας 5.3.21 προσφέρει κάποια επιπλέον στοιχεία. Παρατηρούμε ότι το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου της υγείας παραμένει σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης για περίπου 51 εβδομάδες, ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς για περίπου 588 εβδομάδες και το κοινό σοκ για περίπου 62 εβδομάδες. Η αναλογία χρόνου όπου ο κλάδος της υγείας εκτίθεται σε ένα ιδιοσυγκρατικό σοκ υψηλής διακύμανσης είναι 53,97%, η αγορά 11,84% και η έκθεση σε ένα κοινό σοκ υψηλής διακύμανσης έχει συχνότητα 16,23%.

	UN.PROB.	DUR.
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΚΛΑΔΟΥ	0,539669	51,04645
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΑΓΟΡΑΣ	0,118384	588,2353
ΚΟΙΝΟ ΣΟΚ	0,162258	62,69592

Πίνακας 5.3.21 Unconditional Propability και Duration για τον κλάδο της υγείας.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τρία διαγράμματα. Το διάγραμμα 5.3.4 α) απεικονίζει τις πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου της υγείας να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. Το 5.3.4 β) απεικονίζει τις πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης και το 5.3.4 γ) απεικονίζει τις πιθανότητες το κοινό σοκ να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. Παρατηρούμε και στα τρία διαγράμματα με κάποιες διαφορές, ότι την περίοδο 1967-1968 οι πιθανότητές τα σοκ να βρίσκονται σε υψηλές διακυμάνσεις είναι πολύ υψηλές. Το ίδιο συμβαίνει και την περίοδο 1973-1974 όπου

είναι και η περίοδος της πρώτης πετρελαϊκής κρίσης. Αντίστοιχα αποτελέσματα έχουμε και την περίοδο 1980-1984 όπου λαμβάνει χώρα η κρίση στη Λατινική Αμερική, αλλά και στα τέλη του 1987 που λαμβάνει χώρα η κρίση που έμεινε γνωστή και ως “Μαύρη Δευτέρα”. Τέλος είναι εμφανής και η κρίση του 2001 αλλά και η τελευταία κρίση που ξεκινά από το 2007 περίπου και συνεχίζει μέχρι σήμερα. Επίσης αυτό που παρατηρείται είναι ότι οι πιθανότητες τα σοκ της αγοράς να βρίσκονται σε υψηλή διακύμανση δεν παίρνουν τόσο συχνά υψηλές τιμές, όπως γίνεται με τα σοκ του κλάδου ή τα κοινά σοκ. Τέλος, συγκριτικά με τους προηγούμενους κλάδους (Διαγράμματα 5.3.1-5.3.2-5.3.3 α)) που αναλύσαμε φαίνεται ότι στον κλάδο της υγείας οι υψηλές τιμές στις πιθανότητες παραμένουν για μεγαλύτερη διάρκεια.



Διαγράμματα 5.3.4 α) Πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου της υγείας να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. β) Πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλή διακύμανσης. γ) Πιθανότητες το κοινό σοκ να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης.

5.3.5 Κλάδος λοιπών μετοχών

Στον πίνακα 5.3.22 αναγράφονται οι αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου σε καταστάσεις υψηλών και χαμηλών διακυμάνσεων καθώς επίσης και οι αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς σε αντίστοιχες καταστάσεις.

↓ μέσος κλάδου	μ_l	0,24791
↓ μέσος αγοράς	μ_m	0,22848
↑ μέσος κλάδου	μ_l^*	-0,44583
↑ μέσος αγοράς	μ_m^*	-0,27029

Πίνακας 5.3.22 Αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου λοιπών μετοχών και της αγοράς.

Το βελάκι προς τα κάτω (↓) συμβολίζει τις χαμηλές διακυμάνσεις και το βελάκι προς τα πάνω (↑) τις υψηλές. Με μ_l και μ_l^* συμβολίζονται οι αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με μ_m , μ_m^* οι αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Όπως ήταν αναμενόμενο, στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι αναμενόμενες τιμές των αποδόσεων είναι θετικές και σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων αρνητικές.

Επίσης παραθέτουμε στους πίνακες 5.3.23 και 5.3.24 τις τιμές των συντελεστών ανάλογα με το είδος του σοκ και την κατάσταση της αγοράς ή του κλάδου. Συγκεκριμένα στον πίνακα 5.3.23 παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών του κοινού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης

↓κοινό κλάδου	σ_{c1}	1,65709
↓κοινό αγοράς	σ_{cm}	1,45172
↑κοινό κλάδου	σ_{c1}^*	4,69154
↑κοινό αγοράς	σ_{cm}^*	3,87906

Πίνακας 5.3.23 Τιμές συντελεστών του κοινού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης για τον κλάδο λοιπών μετοχών.

Το βελάκι προς τα κάτω (↓) συμβολίζει τις χαμηλές διακυμάνσεις και το βελάκι προς τα πάνω (↑) τις υψηλές. Με σ_{c1} και σ_{c1}^* συμβολίζονται οι συντελεστές του κοινού σοκ του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με σ_{cm} , σ_{cm}^* οι συντελεστές του κοινού σοκ της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι τιμές των συντελεστών είναι μικρότερες απ ότι σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων.

Στον πίνακα 5.3.24 παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών του ιδιοσυγκρατικού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης.

↓ κλάδος	σ_1	0,00078
↓ αγορά	σ_m	0,48384
↑ κλάδος	σ_1^*	0,82429
↑ αγορά	σ_m^*	2,86912

Πίνακας 5.3.24 Τιμές συντελεστών του ιδιοσυγκρατικού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης για τον κλάδο λοιπών μετοχών.

Με σ_1 και σ_1^* συμβολίζονται οι συντελεστές του ιδιοσυγκρατικού σοκ του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με σ_m , σ_m^* οι συντελεστές του ιδιοσυγκρατικού σοκ της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

Στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι τιμές των συντελεστών είναι μικρότερες απ ότι σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τους 8 πίνακες διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων καθώς και τα αντίστοιχα βήτα. Τα βήτα είναι ανά δύο όμοια:

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 2,74595 & 2,405631 \\ 2,405631 & 2,341592 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_1 = 1,027348$$

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} 22,0105 & 18,19877 \\ 18,19877 & 15,28121 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_2 = 1,190925$$

$$\Sigma_3 = \begin{bmatrix} 2,745948 & 2,405631 \\ 2,405631 & 10,33934 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_3 = 0,232668$$

$$\Sigma_4 = \begin{bmatrix} 22,0105 & 18,19877 \\ 18,19877 & 23,27896 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_4 = 0,781769$$

$$\Sigma_5 = \begin{bmatrix} 3,425401 & 2,405631 \\ 2,405631 & 2,341592 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_5 = 1,027348$$

$$\Sigma_6 = \begin{bmatrix} 22,6900 & 18,19877 \\ 18,19877 & 15,28121 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_6 = 1,190925$$

$$\Sigma_7 = \begin{bmatrix} 3,42540 & 2,405631 \\ 2,405631 & 10,33934 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_7 = 0,232668$$

$$\Sigma_8 = \begin{bmatrix} 22,6900 & 18,19877 \\ 18,19877 & 23,27896 \end{bmatrix} \text{ και } \beta_8 = 0,781769$$

Στην 1^η και 5^η κατάσταση το βήτα παίρνει την τιμή 1,027348 και επομένως στις περιπτώσεις αυτές ο κλάδος των λοιπών μετοχών έχει επιθετική συμπεριφορά. Στην 2^η και 6^η κατάσταση το βήτα παίρνει τη τιμή 1,190925 και επομένως ο κλάδος

παρουσιάζει επιθετική συμπεριφορά. Στη 3^η και 7^η κατάσταση το βήτα παίρνει τη τιμή 0,232668 και επομένως ο κλάδος παρουσιάζει αρκετά αμυντική συμπεριφορά, ενώ στην 4^η και 8^η κατάσταση το βήτα παίρνει την τιμή 0,781769 και ο κλάδος παρουσιάζει επίσης αμυντική συμπεριφορά.

Στη συνέχεια θα αντλήσουμε ορισμένες ακόμα χρήσιμες πληροφορίες για τα δεδομένα μας. Στον πίνακα 5.3.25 παρατίθενται οι πιθανότητες παραμονής του ιδιοσυγκρατικού σοκ του κλάδου, της αγοράς και του κοινού σοκ στην ίδια κατάσταση. Η πιθανότητα το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου να παραμείνει σε κατάσταση χαμηλής διακύμανσης είναι 0,98868, ενώ να παραμείνει σε υψηλή διακύμανση είναι 0,98565. Αντίστοιχα οι πιθανότητες για το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς είναι 0,99789 και 0,96717 και για το κοινό σοκ 0,97805 και 0,9107.

	P_{11}	P_{22}
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΚΛΑΔΟΥ	0,98868	0,98565
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΑΓΟΡΑΣ	0,99789	0,96717
ΚΟΙΝΟ ΣΟΚ	0,97805	0,9107

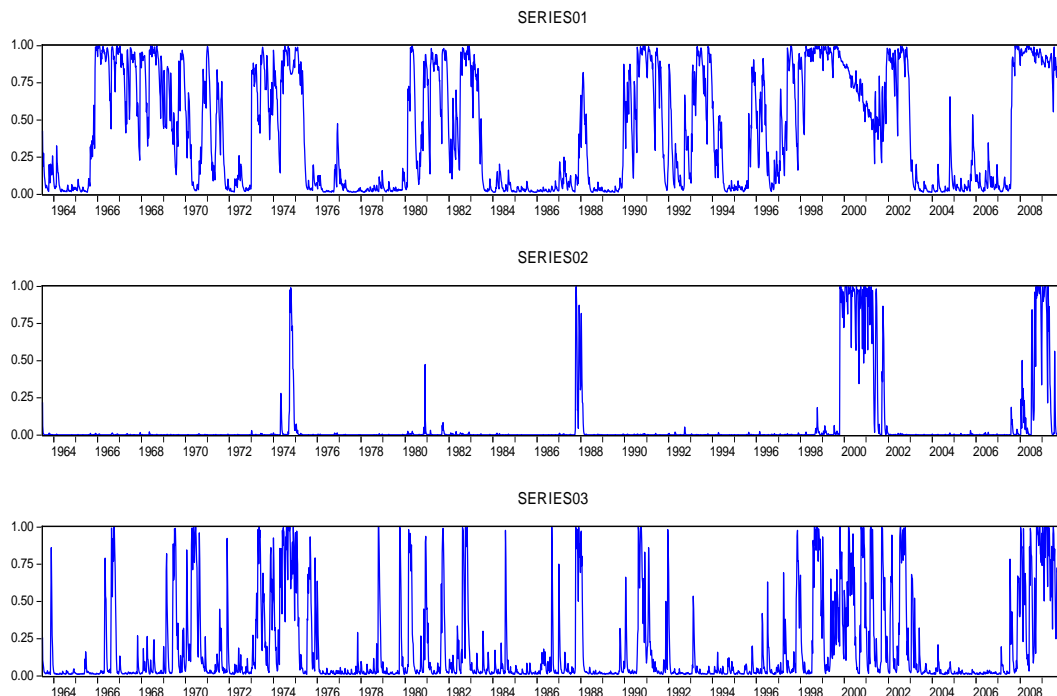
Πίνακας 5.3.25 Πιθανότητες παραμονής στην ίδια κατάσταση

Ο πίνακας 5.3.26 προσφέρει κάποια επιπλέον στοιχεία. Παρατηρούμε ότι το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου λοιπών μετοχών παραμένει σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης για περίπου 88 εβδομάδες, ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς για περίπου 474 εβδομάδες και το κοινό σοκ για περίπου 46 εβδομάδες. Η αναλογία χρόνου όπου ο κλάδος λοιπών μετοχών εκτίθεται σε ένα ιδιοσυγκρατικό σοκ υψηλής διακύμανσης είναι 44,01%, η αγορά 6,04% και η έκθεση σε ένα κοινό σοκ υψηλής διακύμανσης έχει συχνότητα 19,73%.

	UN.PROB.	DUR.
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΚΛΑΔΟΥ	0,440982	88,33922
ΙΔΙΟΣΥΓΡΑΤΙΚΟ ΣΟΚ ΑΓΟΡΑΣ	0,060389	473,9336
ΚΟΙΝΟ ΣΟΚ	0,197303	45,55809

Πίνακας 5.3.26 *Unconditional Propability και Duration για τον κλάδο λοιπών μετοχών.*

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τρία διαγράμματα. Το διάγραμμα 5.3.5 α) απεικονίζει τις πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου των λοιπών μετοχών να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. Το 5.3.5 β) απεικονίζει τις πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης και το 5.3.5 γ) απεικονίζει τις πιθανότητες το κοινό σοκ να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. Παρατηρούμε και στα τρία διαγράμματα με κάποιες διαφορές, ότι την περίοδο 1967-1968 οι πιθανότητές τα σοκ να βρίσκονται σε υψηλές διακυμάνσεις είναι πολύ υψηλές. Το ίδιο συμβαίνει και την περίοδο 1973-1974 όπου είναι και η περίοδος της πρώτης πετρελαϊκής κρίσης. Αντίστοιχα αποτελέσματα έχουμε και την περίοδο 1980-1984 όπου λαμβάνει χώρα η κρίση στη Λατινική Αμερική, αλλά και στα τέλη του 1987 που λαμβάνει χώρα η κρίση που έμεινε γνωστή και ως “Μαύρη Δευτέρα”. Τέλος είναι εμφανής και η κρίση του 2001 αλλά και η τελευταία κρίση που ξεκινά από το 2007 περίπου και συνεχίζει μέχρι σήμερα. Επίσης αυτό που παρατηρείται είναι ότι οι πιθανότητες τα σοκ της αγοράς να βρίσκονται σε υψηλή διακύμανση δεν παίρνουν τόσο συχνά υψηλές τιμές, όπως γίνεται με τα σοκ του κλάδου ή τα κοινά σοκ.



Διαγράμματα 5.3.5 α) Πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ του κλάδου των λοιπών μετοχών να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης. β) Πιθανότητες το ιδιοσυγκρατικό σοκ της αγοράς να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλή διακύμανσης. γ) Πιθανότητες το κοινό σοκ να βρίσκεται σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης.

5.4 Σύγκριση των κλάδων

Στην παράγραφο αυτή, έχοντας υπόψιν όλα τα αποτελέσματα που προέκυψαν παραπάνω, τόσο από το κλασσικό CAPM όσο και από το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων, θα συγκρίνουμε τους πέντε κλάδους.

Στον πίνακα 5.4.1 αναγράφονται οι αναμενόμενες αποδόσεις των πέντε κλάδων και της αγοράς σε καταστάσεις υψηλών και χαμηλών διακυμάνσεων. Όπως έχουμε αναφέρει και προηγουμένως με μ_1 και μ_1^* συμβολίζονται οι αναμενόμενες αποδόσεις του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με μ_m , μ_m^* οι αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

	μ_1	μ_m	μ_1^*	μ_m^*
Καταναλωτικά αγαθά	0,26804	0,25462	-0,44317	-0,40226
Βιομηχανία	0,23387	0,23975	-0,40306	-0,50114
Τεχνολογία	0,28385	0,25596	-0,1828	-0,48102
Υγεία	0,20881	0,23242	-0,32684	-0,53061
Λοιπές μετοχές	0,24791	0,22848	-0,44583	-0,27029

Πίνακας 5.4.1 Αναμενόμενες αποδόσεις των κλάδων και της αγοράς σε καταστάσεις υψηλών και χαμηλών διακυμάνσεων

Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα σε όλους τους κλάδους, οι καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων χαρακτηρίζονται από θετικές αναμενόμενες αποδόσεις, ενώ οι καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων από αρνητικές αναμενόμενες αποδόσεις. Επίσης παρατηρείται ότι όλοι οι κλάδοι όσον αφορά τις αναμενόμενες αποδόσεις έχουν σχεδόν την ίδια αντίδραση σε καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων. Οι αναμενόμενες αποδόσεις δηλαδή σε κατάσταση χαμηλής διακύμανσης παίρνουν τιμές από 0,20881 για τον κλάδο της υγείας έως 0,28385 για τον κλάδο της τεχνολογίας. Αλλά και οι αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς σε κατάσταση χαμηλής διακύμανσης κυμαίνονται επίσης σε παρόμοια επίπεδα και στους πέντε κλάδους, παίρνοντας τιμές από 0,22848 έως 0,25596. Στην κατάσταση υψηλής διακύμανσης οι αναμενόμενες αποδόσεις των κλάδων κυμαίνονται από -0,44583 στον κλάδο των λοιπών μετοχών, έως -0,1828 στον κλάδο της τεχνολογίας. Οι αναμενόμενες αποδόσεις της αγοράς σε κατάσταση υψηλής διακύμανσης κυμαίνονται από -0,53061 έως -0,27029.

Στον πίνακα 5.4.2 παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών του ιδιοσυγκρατικού και του κοινού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης για όλους τους κλάδους. Όπως έχουμε αναφέρει και στις προηγούμενες παραγράφους με σ_1 και σ_1^* συμβολίζονται οι συντελεστές του ιδιοσυγκρατικού σοκ του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με σ_m , σ_m^* οι συντελεστές του ιδιοσυγκρατικού σοκ της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα. Επίσης, με σ_{c1} και σ_{c1}^* συμβολίζονται οι συντελεστές του κοινού σοκ του κλάδου σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα και με σ_{cm} , σ_{cm}^* οι συντελεστές του κοινού σοκ της αγοράς σε χαμηλές και υψηλές διακυμάνσεις, αντίστοιχα.

	σ_1	σ_m	σ_{c1}	σ_{cm}	σ_1^*	σ_m^*	σ_{c1}^*	σ_{cm}^*
Καταναλωτικά								
αγαθά	0,52562	0,00724	1,52622	1,47368	0,91517	2,29117	3,42554	3,45062
Βιομηχανία	0,92063	0,00556	1,73499	1,55047	2,93093	0,0093	3,68591	3,83847
Τεχνολογία	0,90806	0,40406	1,55451	1,41062	2,05647	2,66271	3,57196	3,24045
Υγεία	0,00221	0,34827	1,48801	1,51058	0,74982	2,19414	3,85756	3,85232
Λοιπές								
μετοχές	0,00078	0,48384	1,65709	1,45172	0,82429	2,86912	4,69154	3,87906

Πίνακας 5.4.2 Τιμές συντελεστών του ιδιοσυγκρατικού και κοινού σοκ σε καταστάσεις χαμηλής και υψηλής διακύμανσης.

Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα κάθε κλάδου, στις καταστάσεις χαμηλών διακυμάνσεων οι τιμές των συντελεστών είναι μικρότερες απ ότι σε καταστάσεις υψηλών διακυμάνσεων. Για παράδειγμα στον κλάδο των καταναλωτικών αγαθών $\sigma_1 (=0,53) < \sigma_1^* (=0,92)$, $\sigma_m (=0,0072) < \sigma_m^* (=2,29)$, $\sigma_{c1} (=1,53) < \sigma_{c1}^* (=3,43)$ και $\sigma_{cm} (=1,47) < \sigma_{cm}^* (=3,45)$. Επίσης αυτό που παρατηρείται σε όλους τους κλάδους είναι ότι οι συντελεστές των κοινών σοκ τόσο σε χαμηλή όσο και σε υψηλή διακύμανση παίρνουν παρόμοιες τιμές. Για παράδειγμα οι τιμές των κοινών σοκ των κλάδων σε χαμηλή διακύμανση κυμαίνονται από 1,448 στον κλάδο της υγείας έως 1,735 στον κλάδο της βιομηχανίας, ενώ σε υψηλή κυμαίνονται από 3,426 στον κλάδο των καταναλωτικών αγαθών έως 4,692 στον κλάδο των λοιπών μετοχών. Αντίθετα οι συντελεστές των ιδιοσυγκρατικών σοκ παρουσιάζουν μεγαλύτερες αποκλίσεις από κλάδο σε κλάδο. Έτσι στον κλάδο των λοιπών μετοχών ο συντελεστής του ιδιοσυγκρατικού σοκ σε χαμηλή διακύμανση είναι 0,00078 ενώ του κλάδου της βιομηχανίας 0,92. Αντίστοιχα ο συντελεστής του ιδιοσυγκρατικού σοκ σε υψηλή διακύμανση στον κλάδο της υγείας είναι 0,749 ενώ στον κλάδο της τεχνολογίας 2,663.

Τέλος στον πίνακα 5.4.3 παρατίθενται οι τιμές των συντελεστών βήτα όλων των κλάδων, όπως αυτοί προέκυψαν από το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων και το κλασσικό CAPM. Οι τιμές των βήτα που προκύπτουν από το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων είναι ανά δύο όμοιες. Η 1^η και η 5^η κατάσταση έχουν ίδιο βήτα, η 2^η με την 6^η, η 3^η με την 7^η και η 4^η με την 8^η. Αυτό όπως έχουμε αναφέρει οφείλεται στο

ότι το βήτα εξαρτάται μόνο από τη συνδιακύμανση του κλάδου-αγοράς και τη διακύμανση της αγοράς. Δεν εξαρτάται καθόλου από τη διακύμανση του κλάδου.

	$\beta_1 = \beta_5$	$\beta_2 = \beta_6$	$\beta_3 = \beta_7$	$\beta_4 = \beta_8$	β_{CAPM}
Καταναλωτικά αγαθά	1,036	0,993	0,303	0,689	0,890
Βιομηχανία	1,119	0,960	1,119	0,960	0,878
Τεχνολογία	1,018	1,085	0,242	0,658	1,074
Υγεία	0,935	0,993	0,317	0,756	0,867
Λοιπές μετοχές	1,027	1,191	0,233	0,782	1,082

Πίνακας 5.4.3 Συντελεστές βήτα όλων των κλάδων με βάση το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων και το κλασσικό CAPM.

Με βάση τις τιμές του πίνακα 5.4.3 παρατηρούμε ότι τα βήτα που προκύπτουν από το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων δείχνουν να έχουν μία τάση να μην είναι σταθερά, αλλά να διαφοροποιούνται ανάλογα με την κατάσταση που επικρατεί. Για κάθε μία από τις οχτώ καταστάσεις τα βήτα των κλάδων παρουσιάζουν μια συγκεκριμένη τάση. Στην 1^η και 5^η κατάσταση οι συντελεστές βήτα παίρνουν τις υψηλότερες τιμές τους. Στην περίπτωση αυτή όλοι οι κλάδοι με εξαίρεση τον κλάδο της υγείας έχουν βήτα μεγαλύτερο της μονάδας, πράγμα που σημαίνει ότι παρουσιάζουν επιθετική συμπεριφορά. Στην 2^η και 4^η κατάσταση τα βήτα παίρνουν επίσης υψηλές τιμές, αλλά είναι χαμηλότερες απ ότι στην 1^η και 5^η κατάσταση. Παίρνουν τιμές λίγο μικρότερες από τη μονάδα με εξαίρεση τον κλάδο της τεχνολογίας και της υγείας όπου τα βήτα είναι μεγαλύτερα της μονάδας. Στις καταστάσεις 3 και 7 οι συντελεστές βήτα είναι πολύ μικρότεροι της μονάδας με μόνη εξαίρεση τον κλάδο της βιομηχανίας που έχει βήτα ίσο με 1,119. Οι τιμές αυτές που κυμαίνονται από 0,233 έως 0,317 δείχνουν ότι στην 3^η και 7^η κατάσταση όλοι οι κλάδοι έχουν πολύ αμυντική συμπεριφορά. Τέλος στις καταστάσεις 4 και 8 οι συντελεστές βήτα είναι επίσης μικρότεροι της μονάδας. Οι τιμές των βήτα που κυμαίνονται από 0,658 έως 0,960 δείχνουν ότι στην 4^η και 8^η κατάσταση όλοι οι κλάδοι έχουν αμυντική συμπεριφορά, άλλες φορές περισσότερο και άλλες λιγότερο.

Στον πίνακα 5.3.4 υπενθυμίζουμε τις 8 πιθανές καταστάσεις που προκύπτουν.

	1 ^η	2 ^η	3 ^η	4 ^η	5 ^η	6 ^η	7 ^η	8 ^η
Ιδιοσυγκρατικό σοκ κλάδου	Χαμηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή
Κοινό σοκ κλάδου	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή
Ιδιοσυγκρατικό σοκ αγοράς	Χαμηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Υψηλή
Κοινό σοκ αγοράς	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή	Χαμηλή	Υψηλή

Πίνακας 5.3.4 Οι 8 πιθανές καταστάσεις που προκύπτουν ανάλογα με το είδος του σοκ και τις τιμές της διακύμανσης

Συγκρίνοντας τώρα τις τιμές των βήτα που προκύπτουν από το κλασσικό CAPM με αυτές του μοντέλου αλλαγής καταστάσεων παρατηρούμε ότι οι τιμές του CAPM κυμαίνονται μεταξύ των τιμών που προκύπτουν από τις οχτώ καταστάσεις. Για παράδειγμα για το κλάδο των καταναλωτικών αγαθών το βήτα του CAPM ισούται με 0,890 και τα βήτα των οχτώ καταστάσεων κυμαίνονται από 0,303 έως 1,036. Μόνη εξαίρεση αποτελεί ο κλάδος της βιομηχανίας όπου το βήτα του CAPM παίρνει τιμή ίση με 0,878 ενώ τα βήτα των οχτώ καταστάσεων κυμαίνονται από 0,960 έως 1,119.

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σκοπός της εργασίας αυτής ήταν να εκτιμήσει το υπόδειγμα CAPM και κατά συνέπεια το συστηματικό κίνδυνο χαρτοφυλακίων μέσα από ένα μοντέλο αλλαγής καταστάσεων, όπου η συμπεριφορά του βήτα αλλάζει ανάλογα με την κατάσταση της αγοράς. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκαν οι αποδόσεις πέντε κλάδων (καταναλωτικών αγαθών, βιομηχανίας, τεχνολογίας, υγείας και λοιπών μετοχών) και του δείκτη της αγοράς του χρηματιστηρίου των ΗΠΑ κατά την περίοδο 1963-2009.

Αρχικά παρουσιάσαμε τα δεδομένα και πήραμε μία πρώτη εικόνα γι' αυτά σχολιάζοντας τα περιγραφικά στατιστικά και της γραφικές παραστάσεις των αποδόσεων τους. Στη συνέχεια εκτιμήσαμε εμπειρικά το βήτα των κλάδων με βάση το κλασσικό CAPM. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήσαμε ένα μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης της μορφής $R_{it} - R_{Ft} = \alpha_i + \beta_i (R_{mt} - R_{Ft}) + e_{it}$ και το εφαρμόσαμε για κάθε κλάδο και την αγορά με τη βοήθεια του προγράμματος Eviews. Οι συντελεστές βήτα που προέκυψαν έδειξαν ότι οι κλάδοι των καταναλωτικών αγαθών, βιομηχανίας και υγείας παρουσιάζουν αμυντική συμπεριφορά, ενώ οι κλάδοι της τεχνολογίας και των λοιπών μετοχών επιθετική.

Το επόμενο στάδιο της μελέτης περιλάμβανε την εφαρμογή του μοντέλου αλλαγής καταστάσεων. Με βάση το μοντέλο αυτό οι κλάδοι και η αγορά επηρεάζονται από διάφορα σοκ που προκαλούν στις αποδόσεις τους υψηλές ή χαμηλές διακυμάνσεις. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ο κάθε κλάδος να αντιμετωπίζει οχτώ διαφορετικές καταστάσεις, για τις οποίες προκύπτουν και αντίστοιχοι συντελεστές βήτα. Εκτός από τους συντελεστές βήτα υπολογίστηκαν για κάθε κλάδο οι πιθανότητες παραμονής του κάθε σοκ σε κατάσταση υψηλής ή χαμηλής διακύμανσης καθώς και η διάρκεια όπου το κάθε σοκ παραμένει σε υψηλή διακύμανση. Η εφαρμογή του μοντέλου έγινε με τη βοήθεια του προγράμματος Gauss, με το οποίο υπολογίστηκαν όλα τα απαραίτητα στοιχεία που παρουσιάζονται στην παράγραφο 5.3.

Τα βήτα που προέκυψαν από το μοντέλο αλλαγής καταστάσεων δείχνουν ότι έχουν μία τάση να μην είναι σταθερά, αλλά να διαφοροποιούνται ανάλογα με την κατάσταση που επικρατεί. Για κάθε μία από τις οχτώ καταστάσεις τα βήτα των κλάδων παρουσιάζουν μια συγκεκριμένη τάση. Στην 1^η και 5^η κατάσταση οι συντελεστές βήτα όλων των κλάδων, εκτός από τον κλάδο της υγείας, παίρνουν τιμές μεγαλύτερες της μονάδας, πράγμα που σημαίνει ότι οι κλάδοι παρουσιάζουν

επιθετική συμπεριφορά. Στην 2^η και 4^η κατάσταση τα βήτα παίρνουν επίσης υψηλές τιμές, αλλά είναι χαμηλότερες απ ότι στην 1^η και 5^η κατάσταση. Στις καταστάσεις 3 και 7 οι συντελεστές βήτα είναι πολύ μικρότεροι της μονάδας με μόνη εξαίρεση τον κλάδο της βιομηχανίας. Αυτό σημαίνει ότι οι κλάδοι ότι παρουσιάζουν αμυντική συμπεριφορά. Τέλος στις καταστάσεις 4 και 8 οι συντελεστές βήτα είναι επίσης μικρότεροι της μονάδας.

Κλείνοντας πρέπει να αναφέρουμε ότι οι τιμές των βήτα που προκύπτουν από το κλασσικό CAPM, με εξαίρεση τον κλάδο της βιομηχανίας κυμαίνονται μεταξύ των τιμών που προκύπτουν από τις οχτώ καταστάσεις του μοντέλου αλλαγής καταστάσεων.

7. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ξένη βιβλιογραφία

1. Abdymomunov, A., Morley, C.J. (2010). "Time Variation of CAPM Betas across Market Volatility Regimes."
2. Banz, R. W. (1981). "The relationship between return and market value of common stocks." *Journal of Financial Economics*, 9, 3–18.
3. Black, F., Jensen, M., & Scholes, M. (1972). "The capital asset pricing model: Some empirical tests." In: M. Jensen (Ed.), *Studies in the theory of capital markets*. New York: Praeger.
4. Blume, M. E. (1971). "On the assessment of risk." *Journal of Finance*, 26, 1–10.
5. Blume, M., & Friend, I. (1973). "A new look at the capital asset pricing model." *Journal of Finance*, 28, 19–33.
6. Bos, T., Newbold, P., (1984). "An empirical investigation of the possibility of stochastic systematic risk in the market model." *Journal of Business* 57, 35–41.
7. Chen, S. N. (1981). "Beta nonstationarity, portfolio residual risk and diversification." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 16, 95–111.
8. Choudhry, T. (2004). "Time-varying beta and the Asian financial crisis: Evidence from Malaysian and Taiwanese firms."
9. Choudhry, T., Lu, L., Peng, K. (2008). "Time-Varying Beta and the Asian Financial Crisis: Evidence From The Asian Industrial Sectors, Japan and the World Economy."

10. Douglas, G. (1968) "Risk in the Equity Markets: An Empirical Appraisal of Market Efficiency." (Ann Arbor, Mich.: University Microfilms, Inc.).
11. Elton, Gruber & Goetmann, "Modern Portfolio Theory and Investment Analysis", 6th Edition.
12. Fabozzi, F. J., & Francis, J. C. (1978). "Beta as a random coefficient." *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13, 101–116.
13. Fama, E., & French, K. R. (1992). "The cross-section of expected stock returns." *Journal of Finance*, 47, 427–465.
14. Fama, E., & MacBeth, R. (1973). "Risk, return and equilibrium: Empirical tests." *Journal of Political Economy*, 71, 607–636.
15. Ferson, W. E., & Harvey, C. R. (1991). "The variation of economic risk premiums." *Journal of Political Economy*, 99, 385–415.
16. Ferson, W. E., & Harvey, C. R. (1993). "The risk and predictability of international equity returns." *Review of Financial Studies*, 6, 527–566.
17. Ferson, W. E., & Korajczyk, R. A. (1995). "Do arbitrage pricing models explain the predictability of stock returns." *Journal of Business*, 68, 309–349.
18. Flavin, T., Panopoulou, E. (2009). "On the robustness of international portfolio diversification benefits to regime-switching volatility."
19. Flavin, T., Panopoulou, E. (2008). "Detecting shift and pure contagion in east Asian equity markets: A unified approach."
20. Gibbons, M. R. (1982). "Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach", *Journal of Financial Economics*, X, No 1 (March 1982), pp. 3-28

21. Hamilton, J.D., (1989). "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle." *Econometrica* 57, 357–384.
22. Ho-Chuan (River) Huang. (2002). "Tests of regime-switching CAPM under price limits", Department of Banking and Finance, Tamkang University, Tamsui, Taipei, 251, Taiwan, *ROC Review of Financial Economics* 12 (2003) 305-326
23. Huang, R. H. C. (2000). "Tests of regime-switching CAPM." *Applied Financial Economics*, 10, 573–578
24. Huang, R. H. C. (2001). "Tests of CAPM with nonstationary beta." *International Journal of Finance and Economics*, 6, 255–268.
25. Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996). "The conditional CAPM and the cross-section of expected returns." *Journal of Finance*, 51, 3–54.
26. Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993). "Returns to buying winners and selling losers? Implications for stock market efficiency." *Journal of Finance*, 48, 65–91.
27. Levy, R. A. (1971). "On the short-term stationarity of beta coefficients." *Financial Analysts Journal*, 27, 55–62.
28. Lintner, J. (1965). "The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolio and capital budgets." *Review of Economics and Statistics*, 47, 13–37.
29. Mario G. Reyes . (1999). "Size, time-varying beta, and conditional heteroscedasticity in UK stock returns." University of Idaho, College of Business and Economics, Moscow, ID 83844-3178, USA. *Review of Financial Economics* 8, 1–10

30. Miller, M.H., and Scholes, M. (1972). "Rates of Return in Relation to Risk: A Re-Examination of Some Recent Findings." in Jensen, M. (ed.). *Studies in Theory of Capital Markets* (New York: Praeger,)
31. Sharpe W.F., and Cooper, G.M. (1972). "Risk-Return Class of New York Stock Exchange Common Stocks, 1931-1967." *Financial Analysts Journal*, 28, No 2, pp. 33-42
32. Sharpe, W. F. (1964). "Capital asset prices? A theory of market equilibrium under conditions of risk." *Journal of Finance*, 19, 425–442.
33. Stambaugh, Robert F. (1982) "On the Exclusion of Assets from Tests of the Two Parameter Model: A Sensitivity Analysis." *Journal of Financial Economics*, X, No 3, pp. 237-268

Ελληνική βιβλιογραφία

1. Κουτσόπουλος, Κ.Ι. (2007). "Οικονομικά και Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά", Τεύχος 3, Επίλεκτα θέματα από τα Σύγχρονα Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά