

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ
ΚΙΝΔΥΝΟΥ**

Διπλωματική Εργασία
**«ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΚΡΙΣΕΙΣ ΚΑΙ
ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΧΩΡΩΝ. Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ
ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ»**

ΕΙΡΗΝΗ ΒΑΣΙΛΕΙΟΥ

ΑΜ: ΜΑΕ07029

Πειραιάς, 2010

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστώ θερμά την επιβλέπουσα καθηγήτριά μου κα. Αικατερίνη Πανοπούλου για τις πολύτιμες συμβουλές και την καθοδήγησή της, καθώς και τους υπόλοιπους καθηγητές του ΜΠΣ Αναλογιστικής Επιστήμης και Διοικητικής Κινδύνου για τις γνώσεις που μου προσέφεραν κατά τη διάρκεια των σπουδών μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η χρηματοοικονομική κρίση που ξέσπασε στα μέσα του 2008 στις ΗΠΑ φαίνεται να επηρέασε είτε λιγότερο είτε περισσότερο όλα τα χρηματιστήρια παγκοσμίως. Το ερώτημα που προκύπτει είναι το αν το χρηματιστήριο των ΗΠΑ είναι εκείνο που επηρεάζει άμεσα τα υπόλοιπα ή αν υπάρχει τελικά μια έμμεση αλληλουχία μεταξύ των μεγάλων και των μικρών χρηματιστηρίων, τα οποία μεταδίδουν τις διάφορες κρίσεις μεταξύ τους αναλόγως των δεσμών που έχουν.

Η παρούσα μελέτη βασίζεται στους χρηματιστηριακούς δείκτες των τριών μεγαλύτερων χρηματιστηρίων του κόσμου (ΗΠΑ, Αγγλία και Ιαπωνία) και της Ελλάδας. Στόχος μας είναι να διερευνήσουμε αν κάποιο από τα τρία αυτά μεγάλα χρηματιστήρια και κατά πόσο επηρεάζει το ελληνικό.

Στην παρούσα μελέτη παρουσιάζεται μια χρονική ανασκόπηση για τη χρηματοοικονομική κρίση από το 2007 έως το 2010, καθώς και βιβλιογραφική επισκόπηση. Αναπτύσσεται η οικονομετρική μεθοδολογία πάνω στην οποία βασίστηκε η ανάλυση των δεδομένων μας. Τα διανυσματικά αυτοπαλίνδρομα μοντέλα VAR, ο έλεγχος αιτιότητας κατά Granger, η αντίδραση σε διαταραχή είναι οι μέθοδοι επιλέχθηκαν για την ανάλυση των αλληλεπιδράσεων στο μέσο των αποδόσεων των 4 χρηματιστηρίων, ενώ για την ανάλυση των αλληλεπιδράσεων στη διακύμανση εκτιμήθηκε το μοντέλο σταθερής δεσμευμένης συσχέτισης CCC GARCH.

Η περίοδος που εξετάζεται είναι από το 1997 έως και το 2008 και τα δεδομένα μας είναι εβδομαδιαίας βάσης. Τα αποτελέσματα έδειξαν μεγάλη επιρροή της Αγγλίας τόσο στις ΗΠΑ όσο και στην Ιαπωνία ως τον 9/1999. Από εκεί και έπειτα, παρατηρούμε αλλαγές στις επιρροές. Ειδικά την περίοδο της κρίσης (10/2007 – 12/2008), οι ΗΠΑ φαίνεται να επηρεάζουν τόσο στην Αγγλία όσο και την Ιαπωνία, ενώ η Αγγλία επηρεάζει μόνο την Ιαπωνία. Καμία χώρα όμως, δεν φαίνεται να επηρεάζει την Ελλάδα.

Τέλος, στην ανάλυση αλληλεπιδράσεων στη διακύμανση, οι συσχετίσεις μεταξύ ΗΠΑ – Αγγλίας είναι ιδιαίτερα μεγάλες καθ' όλο το διάστημα και φαίνεται να αυξάνονται σταδιακά. Κατά την περίοδο της κρίσης, όλες οι συσχετίσεις μεταξύ των χωρών αυξάνονται απότομα, λόγω της μετάδοσης της μεταβλητότητας, η οποία είναι έντονη αυτή την περίοδο λόγω της αβεβαιότητας που κυριαρχεί.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1. Η ελληνική χρηματοπιστωτική κρίση το 2007 – 2010.....	1
1.2. Βιβλιογραφική επισκόπηση.....	4
2. ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ.....	7
2.1. Διανυσματικά Αυτοπαλίνδρομα Μοντέλα (VAR).....	7
2.1.1. Ορισμός.....	7
2.1.2. Ορισμός του διανύσματος διαδικασίας λευκού θορύβου.....	7
2.1.3. Ιδιότητες του VAR(1) μοντέλου.....	8
2.1.4. Βοηθητική μορφή (Companion form).....	12
2.2. Έλεγχος Αιτιότητας κατά Granger (Granger Causality Test).....	14
2.2.1. Ορισμός.....	14
2.2.2. Ο έλεγχος.....	15
2.3. Αντίδραση σε Διαταραχή (Impulse Response).....	15
2.3.1. Ορισμός.....	16
2.3.2. Συσχετισμένα σοκ και μη μοναδική διακύμανση.....	17
2.3.3. Διαστήματα εμπιστοσύνης.....	18
2.4. Πολυμεταβλητά μοντέλα μεταβλητότητας - ARCH μοντέλα.....	21
2.4.1. Διανυσματικά (vec) GARCH μοντέλα.....	22
2.4.2. BEKK GARCH μοντέλα.....	24
2.4.2.1. Ορισμός BEKK GARCH μοντέλου.....	24
2.4.2.2. Ορισμός Διαγώνιου BEKK GARCH μοντέλου.....	25
2.4.2.3. Ορισμός Βαθμωτού (Scalar) BEKK GARCH μοντέλου.....	26
2.4.3. Matrix GARCH (M- GARCH) μοντέλα.....	26
2.4.4. Σταθερής Δεσμευμένης Συσχέτισης (CCC) GARCH μοντέλα.....	27
2.4.5. Δυναμικής Δεσμευμένης Συσχέτισης (DCC) GARCH μοντέλα.....	28
2.4.6. Ορθογώνια GARCH (OGARCH) μοντέλα.....	30
2.4.7. Δεσμευμένες ασυμμετρίες.....	31
2.4.8. Εκτιμώντας πολυμεταβλητά GARCH μοντέλα.....	32
3. ΕΜΠΕΙΡΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	34
3.1. Δεδομένα.....	34
3.2. Αλληλεπιδράσεις στο μέσο.....	38

3.3. Αλληλεπιδράσεις στη διακύμανση.....	50
4. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	55
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	57

ΓΑΛΕΡΙΟ ΤΗΜΟ ΓΕΡΑΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Η ελληνική χρηματοπιστωτική κρίση το 2007 – 2010

Η χρηματοοικονομική κρίση που ξεκίνησε στις ΗΠΑ στην αγορά των μειωμένης εξασφάλισης (sub-prime) στεγαστικών δανείων το Φεβρουάριο 2007, έφτασε την αποκορύφωση της στα μέσα του Σεπτεμβρίου 2008 με την καταστροφική χρεοκοπία της Lehman Brothers. Καθώς η παγκόσμια οικονομική κρίση αναπτύχθηκε σε αρκετά στάδια, οι αγορές χρήματος σε όλο τον κόσμο πέρασαν από απότομες μεταπτώσεις, με τη μεταβλητότητα να διαδίδεται στις αγορές με πρωτοφανή ταχύτητα.

Η χρηματοοικονομική κρίση του 2007, η οποία υπάρχει μέχρι σήμερα, πυροδοτήθηκε από το έλλειμμα ρευστότητας στο τραπεζικό σύστημα των ΗΠΑ και ήταν αποτέλεσμα της κατάρρευσης μεγάλων χρηματοοικονομικών ιδρυμάτων, την απαλλαγή υποχρεώσεων των τραπεζών από τις εθνικές κυβερνήσεις και την πτώση των χρηματιστηρίων σε όλο τον κόσμο. Σε πολλές περιοχές, η στεγαστική αγορά υπέστη επίσης ζημία, με αποτέλεσμα τις πολυάριθμες εξώσεις, κατασχέσεις και την επιμήκυνση του χρόνου αναμονής ενοικίασης χώρων. Πολλοί οικονομολόγοι θεωρούν ότι είναι η χειρότερη οικονομική κρίση, η οποία συνέβαλε στην αποτυχία σημαντικών επιχειρήσεων, στην πτώση του καταναλωτικού πλούτου (που υπολογίζεται σε εκατοντάδες δισεκατομμύρια αμερικάνικων δολαρίων), στα σημαντικά χρηματοοικονομικά χρέη που επιβαρύνθηκαν οι κυβερνήσεις και της ουσιαστικής πτώσης της οικονομικής δραστηριότητας.

Η παρούσα χρηματοοικονομική κρίση δεν είναι η πρώτη αυτού του είδους. Έπειτα από το κύμα παγκοσμιοποίησης στα μέσα της δεκαετίας του '90, οι κρίσεις στις χρηματοοικονομικές αγορές έχουν γίνει πιο συχνά φαινόμενα, ειδικά στις αναδυόμενες οικονομίες αγορών. Στη διάρκεια αυτών των κρίσεων, η μεταβλητότητα στις χρηματοοικονομικές αγορές αυξήθηκε απότομα, αφού οι αποδόσεις των μετοχών κινήθηκαν σε αρνητικά επίπεδα. Όταν οι αρχικές αναταράξεις κάθε μίας από αυτές τις κρίσεις δεν περιορίζονται στη χώρα από την οποία προέρχονται αλλά διαδίδονται και σε άλλες χώρες, είναι σημαντικό να υπολογίζεται ένα μέτρο των αποδόσεων των spillovers και της μεταβλητότητας τους μεταξύ των χωρών κατά τη διάρκεια των χρηματοοικονομικών κρίσεων.

Πολλές αιτίες προτάθηκαν από τους εμπειρογνώμονες, με ποικίλη βαρύτητα η καθεμιά. Η πιο σημαντική είναι η κατάρρευση της «φούσκας» των κατοικιών, η οποία οξύνθηκε το 2006, ανάγκασε τις αξίες των τίτλων που συνδέονταν με τις τιμές των ακινήτων περιουσιών να πέσουν κατακόρυφα, προκαλώντας έκτοτε ζημιά στα χρηματοοικονομικά ιδρύματα παγκοσμίως. Τα ερωτήματα σχετικά με τη φερεγγυότητα των τραπεζών, η πτώση της πιστωτικής διαθεσιμότητας και η κατεστραμμένη εμπιστοσύνη των επενδυτών άσκησαν επίδραση στα χρηματιστήρια παγκοσμίως, όπου οι τίτλοι υπέστησαν τεράστιες ζημιές στα τέλη του 2008 με αρχές του 2009. Οι οικονομίες επιβραδύνθηκαν παγκοσμίως κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου, αφού οι πιστώσεις συρρικνώθηκαν και μειώθηκε το διεθνές εμπόριο. Πολλοί υποστήριξαν ότι οι οίκοι αξιολόγησης (credit rating agencies) και οι επενδυτές απέτυχαν στην αξιολόγηση του ρίσκου που συσχετιζόταν με οικονομικά παράγωγα στεγαστικών δανείων και ότι οι κυβερνήσεις δεν διαρρύθμισαν τις πρακτικές τους ώστε να εξετάσουν τις χρηματοοικονομικές αγορές κατά τον 21^ο αιώνα. Στο πρόβλημα της κρίσης, οι κυβερνήσεις και οι κεντρικές τράπεζες αποκρίθηκαν με πρωτοφανή δημοσιονομικά κίνητρα επέκτασης νομισματικής πολιτικής και θεσμικές αλλαγές.

Στην Ευρώπη, η κρίση αναπτύχθηκε ακαριαία και διέδωσε έναν παγκόσμιο οικονομικό κλονισμό, με συνέπεια την αποτυχία πολλών ευρωπαϊκών τραπεζών, την πτώση πολλών δεικτών μετοχών και τη μεγάλη μείωση στην αξία αγορών δικαιωμάτων και υποχρεώσεων.

Τόσο οι τιλοποιήσεις ενυπόθηκων δανείων (MBS) όσο και οι ενυπόθηκες δανειακές υποχρεώσεις (CDO) αγοράστηκαν από εταιρικούς και θεσμικούς επενδυτές παγκοσμίως. Παράγωγα προϊόντα όπως credit default swaps επίσης αύξησαν τους δεσμούς μεταξύ μεγάλων χρηματοοικονομικών ιδρυμάτων. Επιπλέον, η απομόχλευση των χρηματοοικονομικών ιδρυμάτων, δεδομένου ότι τα περιουσιακά στοιχεία πουλήθηκαν προκειμένου να ξεχρεωθούν οι υποχρεώσεις, οι οποίες δεν θα μπορούσαν να επαναχρηματοδοτηθούν στις «παγωμένες» πλέον πιστωτικές αγορές, επιτάχυνε περαιτέρω την κρίση φερεγγυότητας και προκάλεσε μείωση στο διεθνές εμπόριο.

Οι πολιτικοί ηγέτες παγκοσμίως, οι υπουργοί οικονομικών των χωρών και οι διευθυντές κεντρικών τραπεζών συντόνισαν τις προσπάθειες τους προκειμένου να μειώσουν το φόβο, αλλά η κρίση συνεχίστηκε. Στα τέλη του Οκτώβρη 2008 μία νομισματική κρίση αναπτύχθηκε, όπου οι επενδυτές μετέφεραν απέραντους κύριους

πόρους σε ισχυρότερα νομίσματα, όπως το γιεν, το δολάριο και το ελβετικό φράγκο, οδηγώντας πολλές νεοσύστατες οικονομίες να ζητήσουν βοήθεια από το Διεθνές Νομισματικό Ταμείο.

Μία από τις μακροπρόθεσμες παγκόσμιες συνέπειες της χρηματοοικονομικής κρίσης είναι η κυρίαρχη κρίση χρέους της Ευρώπης του 2010 (2010 European sovereign debt crisis). Αυτή η κρίση αρχικά «χτύπησε» πέντε χώρες: την Ελλάδα, την Ιρλανδία, την Πορτογαλία, την Ιταλία και την Ισπανία. Οι κυβερνήσεις αυτών των χωρών παρουσιάζουν συνήθως μεγάλα κυβερνητικά δημοσιονομικά προβλήματα. Άλλες χώρες που περιλαμβάνονται στην Ευρωζώνη είναι οι Γαλλία, Βέλγιο, Ολλανδία, Λουξεμβούργο, Γερμανία, Φιλανδία, Αυστρία και Ιταλία. Η Ελλάδα, η οποία κατά τη διάρκεια της κρίσης, έπασχε επίσης από κακή διακυβέρνηση με διαδεδομένη τη δωροδοκία και τη φοροδιαφυγή, χτυπήθηκε άσχημα και στοχεύτηκε από τους οίκους αξιολόγησης ως το αδύνατο σημείο της Ευρωζώνης. Υπό τον φόβο ότι τα προβλήματα χρέους της Ελλάδας θα ανάγκαζαν τους δανειστές να σταματήσουν να της δανείζουν, με αποτέλεσμα η Ελλάδα να μην μπορεί να πληρώσει τα χρέη της, προκλήθηκε η εικασία ότι μια τέτοια χρεοκοπία θα ανάγκαζε τους δανειστές να σταματήσουν να δανείζουν και στις άλλες χώρες (Πορτογαλία, Ιρλανδία, Ιταλία, Ελλάδα και Ισπανία - PIGS), με συνέπεια σταδιακά όλες οι χώρες να μην μπορούν να πληρώσουν τα χρέη τους. Η μη αποπληρωμή των χρεών από τις Ισπανία, Πορτογαλία, Ιταλία και Ελλάδα θα προκαλούσε τόσο μεγάλες απώλειες στις τράπεζες τέτοιες ώστε κάθε ευρωπαϊκή τράπεζα θα γινόταν αφερέγγυα λόγω των παρόντων ανεξόφλητων δανείων των τεσσάρων αυτών χωρών.

Την 7^η Μαΐου 2010, φτιάχτηκε ένα μακροπρόθεσμο χρηματοοικονομικό πακέτο βοήθειας για την Ελλάδα. Παρόλα αυτά, ήταν εμφανές ότι και οι άλλες χώρες, εξαιτίας των εξαιρετικά μεγάλων χρεών, θα είχαν (ή ήδη είχαν) χρηματοοικονομικές δυσκολίες. Έτσι, μία βδομάδα αργότερα, μία μεγάλη ομάδα υπουργών της Ευρωζώνης, που συνήλθε στις Βρυξέλλες, αποφάσισε αμοιβαία στην δημιουργία χρηματοοικονομικού πακέτου ενίσχυσης €750 δις. και η Ευρωπαϊκή Κεντρική Τράπεζα ανακοίνωσε ότι μελλοντικά θα υποστηρίζει ρητά τη νομισματική βοήθεια, εάν είναι αναγκαίο, στα κυβερνητικά ομόλογα των χωρών της Ευρωζώνης (το οποίο δεν επιτρεπόταν προηγουμένως, λόγω του φόβου του πληθωρισμού).

Ήδη, την 21^η Μαΐου 2010, το γερμανικό κοινοβούλιο, με μια μικρή μόνο πλειοψηφία, ήταν το πρώτο που δέχτηκε τις νέες διατάξεις και παρόλο που αυτό το

πακέτο βοήθειας έχει αποτρέψει μέχρι στιγμής έναν χρηματοοικονομικό πανικό, οι PIGS συνεχίζουν να έχουν προβλήματα.

1.2 Βιβλιογραφική επισκόπηση

Η εμπειρική χρηματοοικονομική βιβλιογραφία έχει πλήθος μελετών για διασυννοριακούς δεσμούς των αποδόσεων των χρηματιστηρίων. Αυτό δεν προκαλεί καμία έκπληξη. Η εμπειρική μοντελοποίηση αυτών των δεσμών είναι σχετική με τη ανταλλαγή και προστασία στρατηγικών μεθόδων και παρέχει τις ιδέες στη μετάδοση των σοκ (νέων) στις αγορές. Ενημερωμένα από τα κλασσικά μοντέλα τιμολόγησης περιουσιακών στοιχείων και υποστηριγμένα από τις προόδους στην οικονομετρική μοντελοποίηση της μεταβλητότητας, η έρευνα στις προηγούμενες δύο δεκαετίες εστιάστηκε στις αλληλοεξαρτήσεις της πρώτης και δεύτερης ροπής της κατανομής των αποδόσεων. Οι πρώτες μελέτες για τα spillover στα εθνικά χρηματιστήρια κάλυψαν πρώτα τις αναπτυσσόμενες χώρες. Παρακινούμενοι από την πτώση του χρηματιστηρίου τον Οκτώβριο 1987, οι Hamao et al. (1990), King και Wadhvani (1990) και Schwert (1990) εξέτασαν τα spillovers σε σημαντικές αγορές πριν και μετά από την πτώση. Επόμενες έρευνες επανακαθόρισαν και επέκτειναν την ανάλυση των δεσμών μεταξύ σημαντικών αγορών εξετάζοντας τα spillovers έχοντας στοιχεία μεγάλης συχνότητας (π.χ. ωριαία) (Susmel και Engle, 1990), την ασυμμετρία στη μετάδοση θετικών και αρνητικών σοκ (Bae και Karolyi, 1994; Koutmos και Booth, 1995), τις διαφορές στη μετάδοση των παγκόσμιων και τοπικών κλονισμών (Lin et al., 1994) και τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ μεγαλύτερων συνόλων σημαντικών αγορών (Theodossiou και Lee, 1993; Fratzscher, 2002). Η έρευνα στους διασυννοριακούς δεσμούς στα αναδυόμενα χρηματιστήρια ωθήθηκε από την ανάπτυξη και το αυξανόμενο άνοιγμα αυτών των αγορών, καθώς επίσης και η ταχύτητα και η οξύτητα με την οποία οι προηγούμενες οικονομικές κρίσεις στις οικονομίες των αναδυόμενων αγορών (emerging market economies - EMEs) διαδόθηκαν σε άλλες χώρες. Οι Bekaert και Harvey (1995, 1997, 2000) και Bekaert et al. (2005) ανάλυσαν τις επιπτώσεις της αυξανόμενης ενσωμάτωσης με παγκόσμιες αγορές για τοπικές αποδόσεις, μεταβλητότητα και διασυννοριακές συσχετίσεις, καλύπτοντας ένα διαφορετικό σύνολο από EMEs στην Αφρική, την Ασία, τη Λατινική Αμερική και τη Μεσόγειο. Οι περισσότερες άλλες μελέτες των χρηματιστηρίων των EMEs εστιάζουν σε συγκεκριμένες περιοχές. Οι Scheicher (2001), Chelley-Steely (2005), και Yang et al. (2006) εξέτασαν την έκταση και τις επιδράσεις της ενσωμάτωσης χρηματιστηρίων

της Κεντρικής και Ανατολικής Ευρώπης, και μέσα στη περιοχή και με προηγμένες αγορές, ενώ οι Chen et al. (2002) εξέτασαν τα στοιχεία των περιφερειακών συνδέσμων μεταξύ των χρηματιστηρίων της Λατινικής Αμερικής. Ο Floros (2008) εστίαστηκε στη Μέση Ανατολή, ενώ οι Ng (2000), Tay και Zhu (2000), Worthington και Higgs (2004), Caporale et al. (2005, 2006), Engle et al. (2008), και Li και Rose (2008) εξέτασαν τα χρηματιστήρια της αναδυόμενης Ασίας.

Αυτές οι μελέτες δείχνουν γενικά την αύξηση των δεσμών τόσο μεταξύ των αναδυόμενων χρηματιστηρίων όσο και μεταξύ αυτών των αγορών με τις ώριμες αγορές. Εντούτοις, τα αποτελέσματα είναι δύσκολο να συγκριθούν μεταξύ των χωρών επειδή είναι βασισμένα σε διαφορετικές μεθοδολογίες, χρονικές περιόδους, και συχνότητες στοιχείων.

Στην παρούσα εργασία τα δεδομένα μας εξετάζονται με δύο τρόπους. Αρχικά, εκτιμούμε τις αλληλεπιδράσεις στο μέσο, βασισμένοι στην μεθοδολογία των VAR μοντέλων. Τα VAR μοντέλα έγιναν δημοφιλή από τους Sims (1980). Ο Lutkepohl το 1991 δίνει την οριστικοποιημένη τεχνική αναφορά τους και έπειτα ακολουθούν ενημερωμένες έρευνες από τους Watson (1994) και Lutkepohl (1999) και Waggoner και Zha (1999). Εφαρμογές των VAR μοντέλων σε χρηματοοικονομικά δεδομένα δίνονται από τους Hamilton (1994), Campbell, Lo και MacKinlay (1997), Cuthbertson (1996), Mills (1999) και Tsay (2001).

Έπειτα, εκτιμούμε τις αλληλεπιδράσεις στη διακύμανση, χρησιμοποιώντας ένα από τα γνωστότερα διανυσματικά πολυμεταβλητά μοντέλα μεταβλητότητας GARCH, γνωστό ως μοντέλο σταθερής δεσμευμένης συσχέτισης CCC GARCH (Bollerslev, 1990). Το μοντέλο του Bollerslev είναι μια γενίκευση του μοντέλου σταθερής διανυσματικής συσχέτισης ARCH το οποίο προτάθηκε από τους Cecchetti, Cumby και Figlewski (1988).

Στο δεύτερο κεφάλαιο της μελέτης αναπτύσσεται η οικονομετρική μεθοδολογία πάνω στην οποία βασίστηκε η ανάλυση των δεδομένων μας. Τα διανυσματικά αυτοπαλίνδρομα μοντέλα, γνωστά ως VAR, ο έλεγχος αιτιότητας κατά Granger, η αντίδραση σε διαταραχή (impulse response) είναι οι μέθοδοι που επιλέχθηκαν για την ανάλυση των αλληλεπιδράσεων στο μέσο των λογαριθμικών αποδόσεων των 4 χρηματιστηρίων, ενώ για την ανάλυση των αλληλεπιδράσεων στη διακύμανση εκτιμήθηκε το μοντέλο σταθερής δεσμευμένης συσχέτισης CCC GARCH. Σημειώνεται ότι για την ανάλυση των δεδομένων έγινε χρήση του οικονομετρικού λογισμικού πακέτου E-VIEWS 6, ως εργαλείο εξαγωγής συμπερασμάτων.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα της ανάλυσης των αλληλεπιδράσεων των λογαριθμικών αποδόσεων στο μέσο και τη διακύμανση.

Τέλος, στο τέταρτο κεφάλαιο συνοψίζουμε τα βασικά συμπεράσματα της διπλωματικής εργασίας.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

2.1 Διανυσματικά Αυτοπαλίνδρομα Μοντέλα (VAR)

Οι διανυσματικές αυτοπαλινδρομήσεις είναι αξιοσημείωτα παρόμοιες με τις αυτοπαλινδρομήσεις μίας μεταβλητής. Είναι τόσο όμοιες, που η ενόραση των περισσότερων αποτελεσμάτων μεταφέρεται, απλά αντικαθιστώντας τα βαθμωτά (scalars) με πίνακες και τις πράξεις μεταξύ βαθμωτών με πράξεις μεταξύ πινάκων.

2.1.1 Ορισμός

Ο ορισμός της διανυσματικής αυτοπαλινδρόμησης είναι σχεδόν παρόμοιος με αυτόν της αυτοπαλινδρόμησης μίας μεταβλητής.

Η διανυσματική αυτοπαλινδρόμηση p -τάξης, γνωστή ως VAR(P), είναι μια διαδικασία η οποία εξελίσσεται ως εξής:

$$y_t = \Phi_0 + \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \dots + \Phi_P y_{t-P} + \varepsilon_t$$

όπου y_t είναι μία διανυσματική στοχαστική διαδικασία $K \times 1$ τάξης, Φ_0 είναι ένα διάνυσμα $K \times 1$ τάξης που περιλαμβάνει τις σταθερές, $\Phi_j, j = 1, \dots, P$ είναι οι πίνακες $K \times K$ παραμέτρων και ε_t είναι διάνυσμα διαδικασίας λευκού θορύβου με επιπρόσθετη προϋπόθεση ότι $E_{t-1}[\varepsilon_t] = 0$.

Αντικαθιστώντας απλά τα διανύσματα και τους πίνακες με βαθμωτά αναπαράγεται ο ορισμός ενός AR(P) μοντέλου.

Ένα διάνυσμα διαδικασίας λευκού θορύβου έχει τις ίδιες χρήσιμες ιδιότητες όπως η διαδικασία μιας μεταβλητής λευκού θορύβου: ο μέσος ισούται με το μηδέν, έχει πεπερασμένη συνδιακύμανση και είναι μη συσχετιζόμενη με το παρελθόν, παρόλο που τα στοιχεία ενός διανύσματος διαδικασίας λευκού θορύβου δεν απαιτείται να είναι ταυτοχρόνως μη συσχετιζόμενα.

2.1.2 Ορισμός διανυσματικής διαδικασίας λευκού θορύβου

Ένα διάνυσμα $K \times 1$ τάξης στοχαστικής διαδικασίας $\{\varepsilon_t\}$ λέγεται ότι είναι διανυσματική διαδικασία λευκού θορύβου αν ισχύουν τα εξής:

$$E[\varepsilon_t] = 0_k$$

$$E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-s}'] = 0_{k \times k}$$

$$E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = \Sigma$$

όπου Σ είναι ένας πεπερασμένος θετικά ορισμένος πίνακας.

Το πιο απλό VAR είναι ένα πρώτης τάξης διμεταβλητό μοντέλο, το οποίο μπορεί ισάξια να εκφραστεί ως

$$y_t = \Phi_0 + \Phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\begin{bmatrix} y_{1,t} \\ y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1,0} \\ \phi_{2,0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,t-1} \\ y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix}$$

$$y_{1,t} = \phi_{1,0} + \phi_{1,1} y_{1,t-1} + \phi_{1,2} y_{2,t-1} + \varepsilon_{1,t}$$

$$y_{2,t} = \phi_{2,0} + \phi_{2,1} y_{1,t-1} + \phi_{2,2} y_{2,t-1} + \varepsilon_{2,t}$$

Είναι φανερό ότι το επίπεδο του y_t είναι μια συνάρτηση κάθε επιπέδου του y_{t-1} , παρόλο που μερικές παραμετροποιήσεις του Φ_1 μπορεί να απομακρύνουν την εξάρτηση. Αν τις επεξεργαστούμε ως ατομικές χρονολογικές σειρές, θα εξάγουμε τις ιδιότητες των VAR σαν μια απλή άσκηση. Παρόλα αυτά, μερικά εργαλεία της γραμμικής άλγεβρας μπορούν να δουλέψουν με τα VAR λίγο δυσκολότερα από ότι οι αυτοπαλινδρομήσεις.

2.1.3 Ιδιότητες του VAR(1) μοντέλου

Οι ιδιότητες ενός VAR(1) μοντέλου είναι εύκολο να μελετηθούν. Το πιο σημαντικό είναι ότι αποδεικνύεται πως όλα τα VAR(P) μοντέλα μπορούν να γραφτούν εκ νέου σαν ένα VAR(1) μοντέλο και έτσι η γενική περίπτωση δεν απαιτεί επιπρόσθετη προσπάθεια από ότι το VAR πρώτης τάξεως.

Στασιμότητα

Το VAR(1) μοντέλο οδηγούμενο από διανυσματικό σοκ λευκού θορύβου, $y_t = \Phi_0 + \Phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$, έχει στασιμότητα συνδιακύμανσης εάν οι χαρακτηριστικές ρίζες του Φ_1 είναι μικρότερες από τη μονάδα κατά απόλυτη τιμή. Στην περίπτωση μίας μεταβλητής, αυτό είναι ίσο με $|\phi| < 1$. Υποθέτοντας ότι οι χαρακτηριστικές ρίζες του

ϕ_1 είναι μικρότερες από τη μονάδα κατά απόλυτη τιμή, με ανάδρομη αντικατάσταση (backward recursion) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δείξει ότι:

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i \Phi_0 + \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i \varepsilon_{t-i}$$

στο οποίο, αν εφαρμόσουμε την θεωρία των δυνάμεων πινάκων, είναι ίσο με

$$y_t = (\mathbf{I}_k - \Phi_1)^{-1} \Phi_0 + \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i \varepsilon_{t-i}$$

όπου ο όρος της χαρακτηριστικής ρίζας διασφαλίζει ότι το Φ_1^i θα συγκλίνει στο μηδέν όσο το i αυξάνεται.

Μέσος

Μπορούμε να πάρουμε προβλέψεις του y_t χρησιμοποιώντας ανάδρομη αντικατάσταση στον τύπο:

$$\begin{aligned} E[y_t] &= E\left[(\mathbf{I}_k - \Phi_1)^{-1} \Phi_0\right] + E\left[\sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i \varepsilon_{t-i}\right] \\ &= (\mathbf{I}_k - \Phi_1)^{-1} \Phi_0 + \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i E[\varepsilon_{t-i}] \\ &= (\mathbf{I}_k - \Phi_1)^{-1} \Phi_0 + \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i 0 \\ &= (\mathbf{I}_k - \Phi_1)^{-1} \Phi_0 \end{aligned}$$

Αυτό το αποτέλεσμα είναι παρόμοιο με αυτό ενός μονοδιάστατου AR(1) μοντέλου, το οποίο έχει μέσο ίσο με $(1 - \phi_1)^{-1} \phi_0$. Η χαρακτηριστική ρίζα παίζει σημαντικό ρόλο στον καθορισμό του μέσου. Εάν η χαρακτηριστική ρίζα του Φ_1 είναι κοντά στη μονάδα, το $(\mathbf{I}_k - \Phi_1)^{-1}$ θα παίρνει μεγάλες τιμές και η απόλυτη τιμή του μέσου θα είναι μεγάλη. Εάν $\Phi_1 = 0$, τότε ο μέσος είναι Φ_0 αφού το $\{y_t\}$ παράγεται από λευκό θόρυβο και μία σταθερά.

Διακύμανση

Πριν παράγουμε την διακύμανση ενός VAR(1) μοντέλου, είναι συχνά χρήσιμο να διατυπώσουμε το VAR σε μορφή αποκλίσεων. Έστω ότι $\mu = E[y_t]$, η μη δεσμευμένη πρόβλεψη του y (και έστω ότι είναι πεπερασμένη). Το VAR(P) μοντέλο

$$y_t = \Phi_0 + \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \dots + \Phi_P y_{t-P} + \varepsilon_t$$

σε μορφή αποκλίσεων είναι το εξής:

$$y_t - \mu = \Phi_1 (y_{t-1} - \mu) + \Phi_2 (y_{t-2} - \mu) + \dots + \Phi_P (y_{t-P} - \mu) + \varepsilon_t$$

$$\tilde{y}_t = \Phi_0 + \Phi_1 \tilde{y}_{t-1} + \Phi_2 \tilde{y}_{t-2} + \dots + \Phi_P \tilde{y}_{t-P} + \varepsilon_t$$

και στην περίπτωση ενός VAR(1) μοντέλου,

$$\tilde{y}_t = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_1^i \varepsilon_{t-i}$$

Ο τύπος των αποκλίσεων είναι απλά ένας τρόπος γραφής του VAR από τον αρχικό του μέσο, μ , σε έναν μηδενικό μέσο. Το πλεονέκτημα του τύπου των αποκλίσεων είναι ότι όλες οι δυναμικές και τα σοκ είναι πανομοιότυπα και έτσι μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην παραγωγή των μακροπρόθεσμων συνδιακυμάνσεων, αυτοσυνδιακυμάνσεων και των προβλέψεων. Χρησιμοποιώντας ανάδρομη αντικατάσταση στον τύπο ενός VAR(1) μοντέλου, οι μακροπρόθεσμες συνδιακυμάνσεις μπορούν να αποδοθούν ως:

$$E \left[(y_t - \mu)(y_t - \mu)' \right] = E \left[\tilde{y}_t \tilde{y}_t' \right] = E \left[\left(\sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i \varepsilon_{t-i} \right) \left(\sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i \varepsilon_{t-i} \right)' \right]$$

$$= E \left[\sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i \varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}' \Phi_1^{i'} \right] \quad (\text{Εφόσον } \varepsilon_t \text{ είναι λευκός θόρυβος})$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i E \left[\varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}' \right] \Phi_1^{i'}$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i \Sigma \Phi_1^{i'}$$

$$\text{vec} \left(E \left[(y_t - \mu)(y_t - \mu)' \right] \right) = (I_{k^2} - \Phi_1 \otimes \Phi_1)^{-1} \text{vec}(\Sigma)$$

όπου $\mu = (I_k - \Phi_1)^{-1} \Phi_0$. Συγκριτικά με την μακροπρόθεσμη διακύμανση αυτοπαλινδρόμησης μοναδιαίας μεταβλητής, $\sigma^2 / (1 - \phi_1^2)$, οι ομοιότητες είναι λιγότερο εμφανείς. Οι διαφορές προέρχονται από την αμετάβλητη ιδιότητα των πινάκων $AB \neq BA$. Η τελευταία γραμμή χρησιμοποιεί τον τελεστή *vec* (διάνυσμα) για να επανακαθορίσει την συνδιακύμανση. Ο τελεστής *vec* στοιβάζει τα στοιχεία ενός πίνακα γινομένων σε μία μονή στήλη.

Για άλλη μια φορά, οι χαρακτηριστικές ρίζες του Φ_1 παίζουν σημαντικό ρόλο. Εάν είναι πλησίον της μονάδας, η διακύμανση θα είναι μεγάλη, εφόσον οι χαρακτηριστικές ρίζες βασικά καθορίζουν την επιμονή των σοκ: στην περίπτωση των βαθμωτών αυτοπαλινδρομήσεων, μεγαλύτερη επιμονή οδηγεί σε μεγαλύτερες διακυμάνσεις.

Αυτοσυνδιακυμάνσεις

Οι πίνακες των αυτοσυνδιακυμάνσεων ενός διανύσματος συνδιακυμάνσεων $K \times 1$ τάξης στάσιμων στοχαστικών διαδικασιών $\{y_t\}$ ορίζονται:

$$\Gamma_s = E \left[(y_t - \mu)(y_{t-s} - \mu)' \right]$$

και

$$\Gamma_{-s} = E \left[(y_t - \mu)(y_{t+s} - \mu)' \right]$$

όπου $\mu = E[y_t] = E[y_{t-j}] = E[y_{t+j}]$. Αυτά δείχνουν την πρώτη σπουδαία απόκλιση από μία ανάλυση μονοδιάστατης χρονολογικής σειράς. Αντί να είναι συμμετρικές γύρω από το t , είναι συμμετρικές γύρω από τη μετατόπισή τους. Συγκεκριμένα,

$$\Gamma_s \neq \Gamma_{-s}$$

αλλά είναι στην περίπτωση που

$$\Gamma_s = \Gamma_{-s}'.$$

Σε αντίθεση, οι αυτοσυνδιακυμάνσεις των στατικών διαβαθμισμένων διαδικασιών ικανοποιούν τη σχέση $\gamma_s = \gamma_{-s}$. Ο υπολογισμός των αυτοσυνδιακυμάνσεων είναι επίσης εύκολος να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας ανάδρομη αντικατάσταση:

$$\begin{aligned}\Gamma_s &= E\left[(y_t - \mu)(y_{t-s} - \mu)'\right] = E\left[\left(\sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i \varepsilon_{t-i}\right)\left(\sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i \varepsilon_{t-s-i}\right)'\right] = \dots = \\ &= \Phi_1^s V[y_t]\end{aligned}$$

και

$$\begin{aligned}\Gamma_{-s} &= E\left[(y_t - \mu)(y_{t+s} - \mu)'\right] = E\left[\left(\sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i \varepsilon_{t-i}\right)\left(\sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i \varepsilon_{t+s-i}\right)'\right] = \dots = \\ &= V[y_t] \Phi_1^{t's}\end{aligned}$$

όπου $V[y_t]$ είναι ο συμμετρικό πίνακας συνδιακυμάνσεων του VAR. Όπως οι περισσότερες ιδιότητες του VAR, αυτό το αποτέλεσμα είναι πανομοιότυπο με την συνάρτηση της αυτοσυνδιακύμανσης ενός AR(1) μοντέλου:

$$\gamma_s = \phi_1^s \sigma^2 / (1 - \phi_1^2) = \phi_1^s V[y_t].$$

2.1.4 Βοηθητική μορφή (Companion Form)

Έχοντας εξετάσει τις ιδιότητες ενός VAR(1) μοντέλου, ένα εκπληκτικό και χρήσιμο αποτέλεσμα είναι ότι κάθε στάσιμο VAR(P) μοντέλο μπορεί να επαναδιατυπωθεί σαν ένα VAR(1). Έστω $\{y_t\}$, το οποίο ακολουθεί διαδικασία VAR(P)

$$y_t = \Phi_0 + \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \dots + \Phi_P y_{t-P} + \varepsilon_t$$

Αφαιρώντας το μέσο και στοιβάζοντας το P στο y_t μέσα σε μία μεγάλη στήλη διανύσματος, έστω z_t , ένα VAR(P) μπορεί να μετασχηματιστεί σε VAR(1) μοντέλο με την κατασκευή της βοηθητικής μορφής.

Έστω ότι το y_t είναι VAR(P) το οποίο είναι της μορφής

$$y_t = \Phi_0 + \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \dots + \Phi_P y_{t-P} + \varepsilon_t$$

όπου ε_t είναι διάνυσμα διαδικασίας λευκού θορύβου και ο μέσος

$\mu = \left(I - \sum_{p=1}^p \Phi_p \right)^{-1} \Phi_0 = E[y_t]$ είναι πεπερασμένος. Η βοηθητική μορφή δίνεται από τον τύπο

$$z_t = Yz_{t-1} + \xi_t$$

όπου

$$z_t = \begin{bmatrix} y_t - \mu \\ y_{t-1} - \mu \\ \vdots \\ y_{t-p+1} - \mu \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 & \Phi_3 & \dots & \Phi_{p-1} & \Phi_p \\ I_k & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I_k & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I_k & 0 \end{bmatrix}$$

και

$$\xi_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Αυτό είναι γνωστό ως βοηθητική μορφή και επιτρέπει να υπολογίζονται άμεσα οι στατιστικές ιδιότητες οποιουδήποτε VAR(P) μοντέλου, χρησιμοποιώντας μόνο τα αποτελέσματα ενός VAR(1) μοντέλου, λαμβάνοντας υπόψη ότι

$$E[\xi_t \xi_t'] = \begin{bmatrix} \Sigma & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Χρησιμοποιώντας αυτή τη μορφή, μπορούμε να ορίσουμε ότι ένα VAR(P) μοντέλο έχει στασιμότητα συνδιακύμανσης εάν όλες οι χαρακτηριστικές ρίζες του Y (υπάρχουν kP ρίζες) είναι μικρότερες από τη μονάδα κατά απόλυτη τιμή.

2.2 Έλεγχος Αιτιότητας κατά Granger (Granger Causality)

Η πρώτη σκέψη για την ανάλυση διανυσμάτων είναι ο έλεγχος αιτιότητας κατά Granger (Granger Causality). Το Granger Causality είναι η συνήθης μέθοδος για να προσδιορίσουμε για το αν μια μεταβλητή είναι χρήσιμη στην πρόβλεψη κάποιας άλλης και ο έλεγχος αιτιότητας κατά Granger είναι ένας εξαιρετικά χρήσιμος στα πλαίσια ενός VAR.

2.2.1 Ορισμός

Το Granger Causality ορίζεται αποδεικνύοντας το αντίστροφο.

Έστω μια τυχαία μεταβλητή μεγεθών $\{x_t\}$. Η $\{x_t\}$ δεν αιτιάζει κατά Granger την $\{y_t\}$ εάν $E[y_t | x_{t-1}, y_{t-1}, x_{t-2}, y_{t-2}, \dots] = E[y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots]$. Αυτό σημαίνει ότι το $\{x_t\}$ δεν αιτιάζει κατά Granger εάν η πρόβλεψη του $\{y_t\}$ παραμένει ίδια είτε ληφθούν υπόψη οι τιμές του x_t στο παρελθόν είτε όχι.

Το Granger Causality μπορεί εύκολα να επεξηγηθεί σε ένα διμεταβλητό VAR μοντέλο.

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11,1} & \phi_{12,1} \\ \phi_{21,1} & \phi_{22,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11,2} & \phi_{12,2} \\ \phi_{21,2} & \phi_{22,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t-2} \\ y_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix}$$

Σε αυτό το μοντέλο, εάν $\phi_{21,1} = \phi_{21,2} = 0$, τότε το $\{x_t\}$ δεν αιτιάζει κατά Granger το $\{y_t\}$. Εάν συμβαίνει αυτό, ίσως θεωρηθεί ότι μπορεί το $\{y_t\}$ να γραφτεί ως:

$$y_t = \phi_{22,1}y_{t-1} + \phi_{22,2}y_{t-2} + \varepsilon_{2,t}$$

Παρόλα αυτά, αυτό δεν ισχύει: τα $\varepsilon_{1,t}$ και $\varepsilon_{2,t}$ μπορεί να είναι συγχρόνως συσχετισμένα. Στην περίπτωση που το $\{x_t\}$ δεν αιτιάζει κατά Granger το $\{y_t\}$ και τα $\varepsilon_{1,t}$ και $\varepsilon_{2,t}$ δεν έχουν παράλληλα συσχέτιση μεταξύ τους, τότε το $\{y_t\}$ ονομάζεται ασθενώς εξωγενής μεταβλητή και μπορεί να μοντελοποιηθεί επαρκώς ανεξαρτήτως από το $\{x_t\}$. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι αν το $\{x_t\}$ δεν αιτιάζει κατά Granger το $\{y_t\}$, δεν σημαίνει τίποτα για το αν το $\{y_t\}$ αιτιάζει κατά Granger το $\{x_t\}$ ή όχι.

Ένας σημαντικός περιορισμός του ελέγχου αιτιότητας κατά Granger είναι ότι δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για έμμεσες επιρροές. Έστω, για παράδειγμα, ότι υπάρχουν

x_t , y_t τα οποία αιτιάζονται και τα δύο κατά Granger από το z_t . Σε αυτή τη περίπτωση, το x_t συνήθως αιτιάζει κατά Granger το y_t , ακόμα και αν δεν ασκεί επιρροή, δεδομένου της ύπαρξης του z_t , και έτσι ισχύει ότι $E[y_t | y_{t-1}, z_{t-1}, x_{t-1}, \dots] = E[y_t | y_{t-1}, z_{t-1}, \dots]$, αλλά $E[y_t | y_{t-1}, x_{t-1}, \dots] \neq E[y_t | y_{t-1}, \dots]$.

2.2.2 Ο έλεγχος

Ο έλεγχος της αιτιότητας κατά Granger σε ένα VAR(P) μοντέλο συνήθως διεξάγεται χρησιμοποιώντας ελέγχους πιθανοτήτων (Likelihood ratio tests). Σε αυτή την περίπτωση,

$$y_t = \Phi_0 + \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \dots + \Phi_P y_{t-P} + \varepsilon_t$$

το $y_{j,t}$ δεν αιτιάζει κατά Granger το $y_{i,t}$ εάν $\phi_{ij,1} = \phi_{ij,2} = \dots = \phi_{ij,P} = 0$. Η τιμή του ελέγχου πιθανότητας μπορεί να υπολογιστεί από τον τύπο:

$$\left(T - (Pk^2 - k) \right) \left(\ln |\hat{\Sigma}_r| - \ln |\hat{\Sigma}_u| \right) \chi_P^2$$

όπου Σ_r είναι η εκτιμώμενη συνδιακύμανση των καταλοίπων όταν η μηδενική υπόθεση είναι ότι δεν έχουμε αιτιότητα κατά Granger ($H_0 : \phi_{ij,1} = \phi_{ij,2} = \dots = \phi_{ij,P} = 0$) και Σ_u είναι η εκτιμώμενη συνδιακύμανση ενός VAR(P) χωρίς περιορισμούς. Εάν δεν υπάρχει αιτιότητα κατά Granger σε ένα VAR, θα είναι καλό να μην χρησιμοποιήσουμε κάποια μεταβλητή.

2.3 Αντίδραση σε Διαταραχή (Impulse response)

Η δεύτερη σκέψη, η οποία είναι σχετικά νέα στην ανάλυση πολυμεταβλητών χρονολογικών σειρών, είναι η συνάρτηση της αντίδρασης σε διαταραχή (impulse response). Σε ένα σύστημα μίας μεταβλητής, η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (ACF) ήταν αρκετή για την κατανόηση πώς ένα σοκ φθίνει. Ένα σοκ σε μια σειρά δεδομένων έχει άμεση επιρροή σε αυτή τη σειρά αλλά μπορεί επίσης να επηρεάσει και άλλες μεταβλητές μέσα στο σύστημα, το οποίο διαδοχικά μπορεί να κάνει ανάδραση στην αρχική μεταβλητή. Έπειτα από μερικές επαναλήψεις αυτού του κύκλου, είναι πολύ δύσκολο να καθορίσουμε πώς ένα σοκ διαδίδεται ακόμα και σε ένα απλό διμεταβλητό VAR(1) μοντέλο.

2.3.1 Ορισμός

Η συνάρτηση της αντίδρασης σε διαταραχή του y_i , ένα στοιχείο του y , σε σχέση ένα σοκ στο ε_j , ένα στοιχείο του ε , για κάθε j και i , ορίζεται ως η αλλαγή σε $y_{it+s} \geq 0$ για μία μονάδα σοκ στο $\varepsilon_{j,t}$.

Αυτός ο ορισμός είναι λίγο δύσκολο να αναλυθεί και η συνάρτηση του impulse response μπορεί σαφώς να απεικονιστεί μέσω του διανύσματος κινούμενου μέσου (vector moving average VMA). Αν το y_t έχει στάσιμο πίνακα διακυμάνσεων - συνδιακυμάνσεων, πρέπει να έχει μία VMA απεικόνιση

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \Xi_1 \varepsilon_{t-1} + \Xi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots$$

Με την χρήση του VMA, το impulse response y_t υπό σοκ στο ε_j είναι απλά $\{1, \Xi_{1[i]}, \Xi_{2[i]}, \Xi_{3[i]}, \dots\}$ αν $i = j$ και $\{0, \Xi_{1[j]}, \Xi_{2[j]}, \Xi_{3[j]}, \dots\}$ διαφορετικά. Το δύσκολο σημείο είναι ο υπολογισμός του Ξ_l , $l \geq 1$. Στο απλό μοντέλο VAR(1) είναι εύκολο να υπολογιστεί αφού

$$y_t = (I_k - \Phi_1)^{-1} \Phi_0 + \varepsilon_t + \Phi_1 \varepsilon_{t-1} + \Phi_1^2 \varepsilon_{t-2} + \dots$$

Παρόλα αυτά, σε πιο σύνθετα μοντέλα, είτε για VAR μεγάλης τάξεως είτε για VARMA μοντέλα, ο καθορισμός της μορφής του MA(∞) είναι μάλλον κουραστική. Μια εκπληκτικά απλή, και μέχρι στιγμής σωστή, μέθοδος του υπολογισμού των στοιχείων του $\{\Xi_j\}$ είναι η προσομοίωση της επίδρασης ενός σοκ του $\varepsilon_{j,t}$. Έστω ένα μοντέλο VAR σε μορφή που περιλαμβάνει τις αποκλίσεις:

$$y_t - \mu = \Phi_1 (y_{t-1} - \mu) + \Phi_2 (y_{t-2} - \mu) + \dots + \Phi_p (y_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t$$

Το impulse response μπορεί να υπολογιστεί «σοκάροντας» το ε_t κατά μία μονάδα και προχωρώντας την διαδικασία μπροστά. Για να χρησιμοποιήσουμε αυτή τη μεθοδολογία, θέτουμε $y_{t-1} = y_{t-2} = \dots = y_{t-p} = 0$ και τότε ξεκινούμε την εξομοίωση θέτοντας $\varepsilon_{j,t} = 1$. Η μηδενική διαταραχή προφανώς θα ισούται με $e_j = [0_{j-1} \ 1 \ 0_{k-j}]'$, το οποίο είναι διάνυσμα με μονάδα στη θέση j και μηδενικά οπουδήποτε αλλού. Η πρώτη διαταραχή θα είναι

$$\Xi_1 = \Phi_1 e_j$$

Η δεύτερη θα είναι

$$\Xi_2 = \Phi_1^2 e_j + \Phi_2 e_j$$

Η τρίτη θα είναι

$$\Xi_3 = \Phi_1^3 e_j + \Phi_1 \Phi_2 e_j + \Phi_2 \Phi_1 e_j + \Phi_3 e_j$$

Αυτό μπορεί να συνεχίζεται μέχρι να υπολογιστεί οποιοδήποτε επιθυμητό Ξ_j .

2.3.2 Συσχετισμένα σοκ και μη μοναδική διακύμανση

Στο 3.1 χρησιμοποιήθηκε ένα μοναδιαίο σοκ e_j , το οποίο αναπαριστά μία αλλαγή κατά μία μονάδα στο j σφάλμα. Αυτό παρουσιάζει δύο προβλήματα: τα πραγματικά σφάλματα δεν έχουν μοναδικές διακυμάνσεις και συνήθως είναι συσχετισμένα. Η λύση για αυτά τα προβλήματα είναι η χρησιμοποίηση των μη τυποποιημένων καταλοίπων και/ή των συσχετισμένων καταλοίπων. Έστω ότι τα κατάλοιπα σε ένα VAR μοντέλο έχουν συνδιακύμανση Σ . Η προσομοίωση της επιρροής ενός σοκ στο στοιχείο j , e_j , μπορεί να αντικατασταθεί με $\tilde{e}_j = \Sigma^{1/2} e_j$ και οι διαταραχές υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τη μεθοδολογία όπως αναπτύχθηκε προγενέστερα.

Αυτή η αλλαγή έχει δύο επιδράσεις. Κατ' αρχήν, όλες οι σειρές έχουν γενικά μια στιγμιαία διαταραχή σε οποιοδήποτε σοκ όταν τα σφάλματα είναι συσχετισμένα. Δεύτερον, η επιλογή του πίνακα της τετραγωνικής ρίζας $\Sigma^{1/2}$ έχει σημασία. Υπάρχουν δύο πίνακες τετραγωνικής ρίζας: του Choleski και της φασματικής ανάλυσης. Η τετραγωνική ρίζα του Choleski είναι ένας μικρότερος τριγωνικός πίνακας, ο οποίος επιβάλλει μια τάξη στα σοκ. Το στοιχείο j που σοκάρεται (με τη χρήση του e_j) έχει μια επίδραση σε κάθε σειρά $1, 2, \dots, j$ αλλά όχι στην $j+1, \dots, k$. Αντιθέτως, ο φασματικός πίνακας τετραγωνικής ρίζας είναι συμμετρικός και ένα σοκ στο j σφάλμα θα επηρεάσει γενικά κάθε σειρά στιγμιαία. Δυστυχώς δεν υπάρχει σωστή επιλογή μεταξύ των δύο. Εάν υπάρχει μια φυσική ταξινόμηση στο VAR όπου σοκάροντας μια σειρά μπορεί λελογισμένα να μην επιδράσει ταυτόχρονα στις άλλες σειρές, τότε η σωστή επιλογή είναι ο Choleski. Παρόλα αυτά, στις περισσότερες

περιπτώσεις η θεωρητική καθοδήγηση είναι μη επαρκής και η φασματική ανάλυση φαίνεται να είναι καλύτερη επιλογή.

2.3.3 Διαστήματα εμπιστοσύνης

Η αντίδραση σε διαταραχή, όπως οι παράμετροι των VAR, εκτιμάται ποσοτικά και υπόκειται σε στατιστική διακύμανση. Περιοχές εμπιστοσύνης μπορούν να κατασκευαστούν προκειμένου να προσδιοριστεί αν η αντίδραση σε διαταραχή είναι υψηλή σε στατιστικά σημαντικό επίπεδο. Όταν οι παράμετροι του VAR είναι ασυμπτωτικά κανονικές (εφόσον το VAR είναι στάσιμο και οι καινοτομίες είναι λευκός θόρυβος), η αντίδραση σε διαταραχή θα είναι επίσης ασυμπτωτικώς κανονική εφαρμόζοντας τη μέθοδο δ . Ο υπολογισμός της παραγώγου της συνδιακύμανσης της συνάρτησης του impulse response είναι δύσκολος και δεν έχει ιδιαίτερη αξία. Αντιθέτως, υπάρχουν δύο υπολογιστικές μέθοδοι κατασκευής διαστημάτων εμπιστοσύνης για την αντίδραση σε διαταραχή: η Monte Carlo και η μέθοδος bootstrap.

Διαστήματα εμπιστοσύνης Monte Carlo

Τα διαστήματα εμπιστοσύνης Monte Carlo εμφανίζονται σε δύο μορφές: η μία προσομοιώνει άμεσα το $\hat{\Phi}_i$ από την ασυμπτωτική του κατανομή και η άλλη προσομοιώνει το VAR και προσεγγίζει το $\hat{\Phi}_i$ ως αποτέλεσμα της εκτίμησης των αγνώστων παραμέτρων στο προσομοιωμένο VAR.

Η άμεση μέθοδος δειγματοληψίας είναι απλή:

1. Υπολογίζεται το $\hat{\Phi}$ από τα αρχικά δεδομένα και εκτιμάται ο πίνακας συνδιακύμανσης $\hat{\Lambda}$ στην ασυμπτωτική κατανομή

$$\sqrt{T}(\hat{\Phi} - \Phi_0) \stackrel{d}{\rightarrow} N(0, \Lambda).$$

2. Χρησιμοποιώντας το $\hat{\Phi}$ και το $\hat{\Lambda}$, παράγονται προσομοιωμένες τιμές $\tilde{\Phi}_b$ από την ασυμπτωτική κατανομή καθώς $\hat{\Lambda}^{1/2}\varepsilon + \hat{\Phi}$, όπου $\varepsilon \stackrel{i.i.d.}{\rightarrow} N(0,1)$.

Αυτά είναι ανεξάρτητες και κανονικές (i.i.d.) απεικονίσεις μιας $N(\hat{\Phi}, \hat{\Lambda})$ κατανομής.

3. Χρησιμοποιώντας τα $\tilde{\Phi}_b$, υπολογίζουμε τις αντιδράσεις σε διαταραχή $\{\hat{\Xi}_{j,b}\}$, όπου $b = 1, 2, \dots, B$. Αποθηκεύουμε αυτές τις τιμές.
4. Επιστρέφουμε στο βήμα 2 και υπολογίζουμε ένα συνολικό αριθμό B αντιδράσεων σε διαταραχή. Τυπικά το B ανήκει μεταξύ 100 και 1000.
5. Για κάθε αντίδραση σε διαταραχή κάθε ορίζοντα, ταξινομούμε τις αντιδράσεις. Το 5^ο και το 95^ο ποσοστιαίο σημείο αυτής της κατανομής είναι τα διαστήματα εμπιστοσύνης.

Η δεύτερη Monte Carlo μέθοδος διαφέρει μόνο στη μέθοδο υπολογισμού του $\tilde{\Phi}_b$.

1. Υπολογίζουμε το $\hat{\Phi}$ από τα αρχικά μας δεδομένα και εκτιμούμε στην συνδιακύμανση των καταλοίπων $\hat{\Sigma}$.
2. Χρησιμοποιώντας τα $\hat{\Phi}$, $\hat{\Sigma}$, προσομοιώνουμε μια χρονολογική σειρά $\{\tilde{y}_t\}$ με όσες περισσότερες παρατηρήσεις από τα αρχικά μας δεδομένα.. Αυτά μπορούν να υπολογιστούν άμεσα χρησιμοποιώντας forward recursion

$$\tilde{y}_t = \hat{\Phi}_0 + \hat{\Phi}_1 y_{t-1} + \dots + \hat{\Phi}_p y_{t-p} + \hat{\Sigma}^{1/2} \varepsilon_t$$

3. Χρησιμοποιώντας τα $\{\tilde{y}_t\}$, εκτιμούμε τα $\tilde{\Phi}_b$ χρησιμοποιώντας ένα VAR μοντέλο.
4. Χρησιμοποιώντας τα $\tilde{\Phi}_b$, υπολογίζουμε τις αντιδράσεις σε διαταραχή $\{\hat{\Xi}_{j,b}\}$, όπου $b = 1, 2, \dots, B$. Αποθηκεύουμε αυτές τις τιμές.
5. Επιστρέφουμε στο βήμα 2 και υπολογίζουμε ένα συνολικό αριθμό B αντιδράσεων σε διαταραχή. Τυπικά το B ανήκει μεταξύ 100 και 1000.
6. Για κάθε αντίδραση σε διαταραχή κάθε ορίζοντα, ταξινομούμε τις αντιδράσεις. Το 5^ο και το 95^ο ποσοστιαίο σημείο αυτής της κατανομής είναι τα διαστήματα εμπιστοσύνης.

Από αυτές τις δύο μεθόδους, η τελευταία θα πρέπει να προτιμάται αφού η υπόθεση για ανεξάρτητα και κανονικά σφάλματα (i.i.d.) μπορεί να μην είναι πραγματική. Η τελευταία μέθοδος, η οποία χρησιμοποιεί μια διαδικασία γνωστή ως bootstrap, συνδυάζει την άνεση της δεύτερου με την ευρωστία της πρώτης μεθοδολογίας.

Bootstrap διαστήματα εμπιστοσύνης

Το bootstrap είναι ένα υπολογιστικό εργαλείο, το οποίο έχει γίνει πολύ διάσημο τα τελευταία χρόνια κυρίως χάρη στη σημαντική αύξηση της δύναμης υπολογισμών στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Το όνομα του έχει παραχθεί από την αγγλική έκφραση «pulling yourself up by your bootstraps», που σε ελεύθερη απόδοση σημαίνει ‘να βελτιώσεις την κατάσταση σου με προσωπική προσπάθεια’, ένα φαινομενικά αδύνατο επίτευγμα. Η ιδέα είναι απλή: εάν τα κατάλοιπα είναι η πραγματοποίηση της πραγματικής διαδικασίας των λαθών, τότε μπορεί κάποιος άμεσα να προσομοιώσει αυτή την κατανομή παρά να κάνει μια αυθαίρετη υπόθεση για την κατανομή των λαθών. Η διαδικασία είναι ουσιαστικά παρόμοια με την δεύτερη διαδικασία Monte Carlo όπως περιγράφηκε παραπάνω:

1. Υπολογίζουμε το $\hat{\Phi}$ από τα αρχικά μας δεδομένα και εκτιμούμε τα κατάλοιπα $\hat{\varepsilon}_t$.
2. Χρησιμοποιώντας τα $\hat{\varepsilon}_t$, υπολογίζουμε μια νέα σειρά καταλοίπων $\tilde{\varepsilon}_t$, κάνοντας δειγματοληψία, με αντικατάσταση, από τα αρχικά κατάλοιπα. Η νέα σειρά των καταλοίπων περιγράφεται ως $\{\hat{\varepsilon}_{u_1}, \hat{\varepsilon}_{u_2}, \dots, \hat{\varepsilon}_{u_T}\}$, όπου τα u_i είναι i.i.d. ξεχωριστές ομοειδές τυχαίες μεταβλητές που παίρνουν τις τιμές $1, 2, \dots, T$. Στην ουσία, η νέα ομάδα καταλοίπων είναι απλά τα παλιά κατάλοιπα επαναταξινομημένα μαζί με κάποια αναπαραγωγή και παράλειψη.
3. Χρησιμοποιώντας τα $\hat{\Phi}$ και $\{\hat{\varepsilon}_{u_1}, \hat{\varepsilon}_{u_2}, \dots, \hat{\varepsilon}_{u_T}\}$, προσομοιώνουμε μια χρονολογική σειρά $\{\tilde{y}_t\}$ με όσες περισσότερες παρατηρήσεις από τα αρχικά μας δεδομένα.. Αυτά μπορούν να υπολογιστούν άμεσα χρησιμοποιώντας forward recursion
$$\tilde{y}_t = \hat{\Phi}_0 + \hat{\Phi}_1 y_{t-1} + \dots + \hat{\Phi}_p y_{t-p} + \hat{\varepsilon}_{u_t}$$
4. Χρησιμοποιώντας τα $\{\tilde{y}_t\}$, εκτιμούμε τα $\tilde{\Phi}_b$ χρησιμοποιώντας ένα VAR μοντέλο.
5. Χρησιμοποιώντας τα $\tilde{\Phi}_b$, υπολογίζουμε τις αντιδράσεις σε διαταραχή $\{\tilde{\Xi}_{j,b}\}$, όπου $b = 1, 2, \dots, B$. Αποθηκεύουμε αυτές τις τιμές.

6. Επιστρέφουμε στο βήμα 2 και υπολογίζουμε ένα συνολικό αριθμό B αντιδράσεων σε διαταραχή. Τυπικά το B ανήκει μεταξύ 100 και 1000.
7. Για κάθε αντίδραση σε διαταραχή κάθε ορίζοντα, ταξινομούμε τις αντιδράσεις. Το 5° και το 95° ποσοστιαίο σημείο αυτής της κατανομής είναι τα διαστήματα εμπιστοσύνης.

Η μέθοδος bootstrap έχει πολλές χρήσεις στην οικονομετρία.

2.4 Πολυμεταβλητή μεταβλητότητα και εξάρτηση - ARCH μοντέλα

Η μοντελοποίηση πολυμεταβλητών συστημάτων μεταβλητότητας είναι παρόμοια με την μοντελοποίηση της μεταβλητότητας ενός μοναδικού περιουσιακού στοιχείου. Οι αρχικές προκλήσεις που προκύπτουν στο πολυμεταβλητό πρόβλημα εξασφαλίζουν ότι η πρόβλεψη της συνδιακύμανσης είναι θετικά ορισμένη και περιορίζει τον αριθμό των παραμέτρων που χρειάζονται για να εκτιμηθεί όσο ο αριθμός των σειρών μεγαλώνει. Σε αυτό το υποκεφάλαιο θα αναλυθούν τα πολυμεταβλητά ARCH μοντέλα.

Τα περισσότερα μοντέλα μεταβλητότητας έχουν «χτιστεί» είτε χρησιμοποιώντας τις αποδόσεις του, το οποίο είναι κατάλληλο εάν ο χρονικός ορίζοντας είναι μικρός και/ή ο δεσμευμένος μέσος είναι μικρότερος σε σχέση με την δεσμευμένη μεταβλητότητα, ή τις demeaned αποδόσεις όταν χρησιμοποιούνται μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα ή αν εργάζονται με σειρές χωρίς μηδενικό μέσο. Το διάνυσμα των αποδόσεων $K \times 1$ τάξης συμβολίζεται ως r_t και οι αντίστοιχες demeaned αποδόσεις ισούται με $\varepsilon_t = r_t - \mu_t$, όπου $\mu_t = E_{t-1}[r_t]$.

Η δεσμευμένη συνδιακύμανση, $E_{t-1}[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = \Sigma_t$, θεωρείται ότι είναι ένας $K \times K$ θετικά ορισμένος πίνακας. Μερικά μοντέλα μπορεί να χρησιμοποιούν τα τυποποιημένα (devolatilized) κατάλοιπα, τα οποία ορίζονται ως $u_{i,t} = \varepsilon_{i,t} / \sigma_{i,t}$, $i = 1, 2, \dots, k$, ή σε μορφή πινάκων $u_t = \varepsilon_t \oslash \sigma_t$ όπου το \oslash είναι το σύμβολο της διαίρεσης του Hadamard (στοιχείο με στοιχείο). Τα πολυμεταβλητά τυποποιημένα κατάλοιπα, τα οποία είναι τόσο τυποποιημένα όσο και μη συσχετισμένα, ορίζονται ως $e_t = \Sigma_t^{-1/2} \varepsilon_t$, επομένως $E_{t-1}[e_t e_t'] = I_k$. Κάποια μοντέλα παραμετροποιούν

κατηγορηματικά την δεσμευμένη συσχέτιση, $E[u_t u_t'] \equiv R_t = \Sigma_t \mathcal{O}(\sigma_t \sigma_t')$ ή ισοδύναμα

$R_t = D_t^{-1} \Sigma_t D_t^{-1}$ όπου

$$D_t = \begin{bmatrix} \sigma_{1,t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{2,t} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{k,t} \end{bmatrix}$$

και έτσι $\Sigma_t = D_t R_t D_t$.

Μερικά μοντέλα αξιοποιούν την παραγοντική δομή προκειμένου να μειώσουν τη διάσταση του προβλήματος της εκτίμησης. Το διάνυσμα των παραγόντων $p \times 1$ διάστασης συμβολίζεται με f_t και οι αποδόσεις των παραγόντων θεωρείται ότι ισούται με το μηδέν (ή demeaned εάν η υπόθεση του δεσμευμένου μέσου να ισούται με το μηδέν είναι μη επιτρεπτή). Η δεσμευμένη συνδιακύμανση των παραγόντων συμβολίζεται με $\Sigma_t^f = E_{t-1}[f_t f_t']$.

Αυτό το υποκεφάλαιο επικεντρώνεται αποκλειστικά σε μοντέλα που είναι ικανά να προβλέψουν τη συνδιακύμανση στο χρόνο t , χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες του F_{t-1} . Η πρόβλεψη σε πολλά βήματα (multi step) είναι δυνατή από τα περισσότερα μοντέλα που περιγράφονται παρακάτω. Εναλλακτικά, τεχνικές άμεσης πρόβλεψης μπορούν να χρησιμοποιηθούν ώστε να αναμειχθεί μεγάλη συχνότητα δεδομένων (π.χ. ημερήσια) με μακρύ ορίζοντα προβλέψεων (π.χ. 2 εβδομάδες ή μήνα).

2.4.1 Διανυσματικά (vec) GARCH μοντέλα

Το διανυσματικό (vec) GARCH ήταν ο πρώτος ορισμός του πολυμεταβλητού ARCH μοντέλου (Bollerslev, Engle and Wooldridge, 1988) και η εμφανής επέκταση του καθιερωμένου μοντέλου GARCH. Το μοντέλο ορίζεται χρησιμοποιώντας το vec του πίνακα δεσμευμένης συνδιακύμανσης.

Ορισμός

Η συνδιακύμανση ενός GARCH μοντέλου (vec) αναπτύσσεται σύμφωνα με τον τύπο

$$\text{vec}(\Sigma_t) = \text{vec}(C) + A \text{vec}(\varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}') + B \text{vec}(\Sigma_{t-1})$$

όπου C είναι ένας θετικά ορισμένος πίνακας $k \times k$ διάστασης και τα A, B είναι πίνακες παραμέτρων $k^2 \times k^2$ διάστασης.

Ο ορισμός του τελεστή vec έγινε σε προηγούμενο υποκεφάλαιο. Το vec επιτρέπει κάθε σταυρωτό γινόμενο (cross-product) να επηρεάσει κάθε συνδιακύμανση της χρονικής περιόδου. Για την κατανόηση της αφθονίας του ορισμού, θεωρήστε την εξέλιξη της δεσμευμένης συνδιακύμανσης σε ένα διμεταβλητό μοντέλο

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11,t} \\ \sigma_{12,t} \\ \sigma_{12,t} \\ \sigma_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{12} \\ c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{42} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{32} & b_{33} \\ b_{41} & b_{42} & b_{42} & b_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11,t-1} \\ \sigma_{12,t-1} \\ \sigma_{12,t-1} \\ \sigma_{22,t-1} \end{bmatrix}$$

Ο τελεστής vec στοιβάζει τα στοιχεία του πίνακα συνδιακύμανσης και τα εξωτερικά γινόμενα των αποδόσεων. Η εξέλιξη της δεσμευμένης διακύμανσης του πρώτου περιουσιακού στοιχείου είναι

$$\sigma_{11,t} = c_{11} + a_{11}\varepsilon_{1,t-1}^2 + 2a_{12}\varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} + a_{13}\varepsilon_{2,t-1}^2 + b_{11}\sigma_{11,t-1} + 2b_{12}\sigma_{12,t-1} + b_{33}\sigma_{22,t-1}$$

και εξαρτάται από όλες τις τετραγωνικές αποδόσεις και τα εξωτερικά γινόμενα του παρελθόντος. Πρακτικά είναι πολύ δύσκολο να χρησιμοποιηθεί ένα διανυσματικό μοντέλο GARCH, αφού είναι αδύνατο να παραχθούν γενικές υποθέσεις για τα A και B , οι οποίες να διαβεβαιώνουν ότι το Σ_t είναι θετικά ορισμένο.

Το διαγώνιο μοντέλο vec είναι πιο επιτυχημένο, επειδή είναι σχετικά απλή η εύρεση των υποθέσεων που διαβεβαιώνουν ότι η δεσμευμένη συνδιακύμανση είναι θετικά ημι-ορισμένη. Το διαγώνιο vec μοντέλο περιορίζει τα A, B σε διαγώνιους πίνακες, το οποίο σημαίνει ότι τα στοιχεία του Σ_t εξελίσσονται σύμφωνα με

$$\Sigma_t = C + \tilde{A} \square \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} + \tilde{B} \square \Sigma_{t-1}$$

όπου \tilde{A} και \tilde{B} είναι συμμετρικοί παραμετρικοί πίνακες και το \square είναι το γινόμενο του Hadamard. Όλα τα στοιχεία του Σ_t εξελίσσονται σύμφωνα με ένα GARCH(1,1) σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση:

$$\sigma_{ij,t} = c_{ij} + a_{ij}\varepsilon_{i,t-1}\varepsilon_{j,t-1} + b_{ij}\sigma_{ij,t-1}$$

Το διαγώνιο vec απαιτεί ακόμα περιορισμούς στις παραμέτρους προκειμένου να διαβεβαιώσει ότι η δεσμευμένη συνδιακύμανση είναι θετικά ορισμένη.

2.4.2 BEKK GARCH μοντέλα

Το BEKK (Baba, Engle, Kraft, Kroner) διευθετεί άμεσα τις δυσκολίες εύρεσης περιορισμών στις παραμέτρους του προσδιορισμού ενός vec (Engle and Kroner, 1995). Η πρωταρχική καινοτομία του BEKK είναι ότι οι αλγεβρικές μορφές είναι θετικά ημι-ορισμένες και το άθροισμα ενός θετικά ημι-ορισμένου πίνακα και ενός θετικά ορισμένου πίνακα είναι θετικά ορισμένο.

2.4.2.1 Ορισμός BEKK GARCH

Η συνδιακύμανση ενός BEKK GARCH(1,1) μοντέλου εξελίσσεται σύμφωνα με τον τύπο

$$\Sigma_t = CC' + A\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}'A' + B\Sigma_{t-1}B'$$

όπου C είναι ένας κάτω τριγωνικός πίνακας $k \times k$ διάστασης και τα A, B είναι οι πίνακες παραμέτρων $k \times k$ διάστασης.

Χρησιμοποιώντας τον τελεστή vec , το BEKK μοιάζει με μια περιορισμένη έκδοση ενός vec , όπου τα $A \otimes A$ και $B \otimes B$ ελέγχουν την αντίδραση σε νέα γεγονότα και την επιμονή, αντίστοιχα

$$vec(\Sigma_t) = vec(CC') + A \otimes A vec(\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}') + B \otimes B vec(\Sigma_{t-1})$$

Γενικά, τα στοιχεία του Σ_t εξαρτώνται από όλα τα cross products. Έστω ένα διμεταβλητό BEKK,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \sigma_{11,t} & \sigma_{12,t} \\ \sigma_{12,t} & \sigma_{22,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{12} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}' \\ &+ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}' \\ &+ \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11,t-1} & \sigma_{12,t-1} \\ \sigma_{12,t-1} & \sigma_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}' \end{aligned}$$

Η δεσμευμένη διακύμανση του πρώτου περιουσιακού στοιχείου δίνεται από τον τύπο

$$\sigma_{11,t} = c_{11}^2 + a_{11}^2 \varepsilon_{1,t-1}^2 + 2a_{11}a_{12} \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} + a_{12}^2 \varepsilon_{2,t-1}^2 + b_{11}^2 \sigma_{11,t-1} + 2b_{11}b_{12} \sigma_{12,t-1} + b_{12}^2 \sigma_{22,t-1}$$

Η άλλη δεσμευμένη διακύμανση και η δεσμευμένη συνδιακύμανση έχουν παρόμοιες μορφές που εξαρτώνται τόσο από τις αποδόσεις υψωμένες στο τετράγωνο όσο και από τα cross-products των αποδόσεων.

Το ολοκληρωμένο BEKK, είναι εφικτό όταν ο αριθμός των περιουσιακών στοιχείων είναι χαμηλός, εφόσον το πλήθος των παραμέτρων στο μοντέλο είναι $(5k^2 + k)/2$. Το διαγώνιο BEKK μειώνει το πλήθος των παραμέτρων περιορίζοντας τα A και B σε διαγώνιους πίνακες.

2.4.2.2 Ορισμός Διαγώνιου BEKK GARCH

Η συνδιακύμανση σ' ένα διαγώνιο BEKK GARCH(1,1) μοντέλο εξελίσσεται ως εξής:

$$\Sigma_t = CC' + \tilde{A} \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} \tilde{A}' + \tilde{B} \Sigma_{t-1} \tilde{B}'$$

όπου C ένας κάτω τριγωνικός πίνακας $k \times k$ τάξης και \tilde{A} , \tilde{B} είναι διαγώνιοι πίνακες παραμέτρων.

Οι δεσμευμένες συνδιακυμάνσεις σ' ένα διαγώνιο BEKK εξελίσσονται σύμφωνα με τον τύπο

$$\sigma_{ij,t} = \tilde{c}_{ij} + a_i a_j \varepsilon_{i,t-1} \varepsilon_{j,t-1} + b_i b_j \sigma_{ij,t-1}$$

όπου το \tilde{c}_{ij} είναι το ij στοιχείο του CC' . Αυτή η εξέλιξη της συνδιακύμανσης είναι παρόμοια με το προσδιορισμένο διαγώνιο vec με μόνη διαφορά ότι οι παράμετροι μοιράζονται μεταξύ διαφορετικών σειρών.

Το scalar BEKK περιορίζει επιπλέον τους πίνακες παραμέτρων ώστε να είναι κοινοί μεταξύ όλων των περιουσιακών στοιχείων και είναι ένα ιδιαίτερα απλό (και περιοριστικό) μοντέλο.

2.4.2.3 Ορισμός Scalar BEKK

Η συνδιακύμανση ενός βαθμωτού (Scalar) BEKK - GARCH(1,1) μοντέλου εξελίσσεται σύμφωνα με τον τύπο

$$\Sigma_t = CC' + a^2 \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' + b^2 \Sigma_{t-1}$$

όπου C είναι ένας $k \times k$ διάστασης κάτω τριγωνικός πίνακας και a, b είναι βαθμωτοί παράμετροι.

Το βαθμωτό BEKK έχει ένα επιπλέον πλεονέκτημα: μπορεί να είναι θέσει στο στόχο συνδιακύμανση (covariance targeted). Σε αυτή την περίπτωση αντικαθιστούμε την σταθερά (CC') με έναν συνεπή εκτιμητή $(1 - a^2 - b^2) \bar{\Sigma}$, όπου $\bar{\Sigma}$ είναι η μακροπρόθεσμη διακύμανση των δεδομένων. Το $\bar{\Sigma}$ συνήθως εκτιμάται με την χρήση των εξωτερικών γινομένων των αποδόσεων και έτσι $\bar{\Sigma} = T^{-1} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t \varepsilon_t'$.

$$\Sigma_t = (1 - a^2 - b^2) \bar{\Sigma} + a^2 \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' + b^2 \Sigma_{t-1}$$

Χρησιμοποιώντας αυτή την κατανομή, μόνο τα a, b πρέπει να εκτιμηθούν, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood) και έτσι αυτό το μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μεγάλα χαρτοφυλάκια ($k > 50$), σ' αντίθεση με τα μοντέλα χωρίς στόχο.

2.4.3 Matrix GARCH (M-GARCH)

Το Matrix GARCH περιέχει ένα σετ από παραμετροποιήσεις οι οποίες συμπεριλαμβάνουν το διαγώνιο vec και μια εναλλακτική παραμετροποίηση ενός διαγώνιου BEKK.

Ορισμός

Η συνδιακύμανση σ' ένα Matrix GARCH(1,1) μοντέλου εξελίσσεται σύμφωνα με

$$\Sigma_t = CC' + AA' \square \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' + BB' \square \Sigma_{t-1}$$

όπου C, A και B , είναι κάτω τριγωνικοί πίνακες.

Οι Ding και Engle (2001) απέδειξαν ότι εάν U και V θετικά ημι-ορισμένοι πίνακες, τότε και ο $U \square V$ είναι επίσης, ο οποίος, όταν συνδυάζεται με

δευτεροβάθμιες μορφές στο μοντέλο, διαβεβαιώνει ότι τα Σ_t είναι θετικά ορισμένα όσο το C είναι πλήρους τάξης. Επίσης, εισηγούνται ότι ο ορισμός ενός Matrix GARCH που είναι ισάξιος με ένα διαγώνιο BEKK.

Ορισμός

Η συνδιακύμανση σε ένα διαγώνιο Matrix GARCH(1,1) μοντέλο εξελίσσεται σύμφωνα με

$$\Sigma_t = CC' + aa' \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' + bb' \Sigma_{t-1}$$

όπου C είναι ένας κάτω τριγωνικός πίνακας και τα a, b είναι διανύσματα παραμέτρων $k \times 1$ διάστασης.

Η βαθμωτή μορφή του Matrix GARCH είναι παρόμοια με το βαθμωτό BEKK.

2.4.4 Σταθερής Δεσμευμένης Συσχέτισης (CCC) GARCH μοντέλα

Το σταθερής δεσμευμένης συσχέτισης (Constant Conditional Correlation) GARCH (Bollerslev, 1990) χρησιμοποιεί μια διαφορετική προσέγγιση από το vec, το BEKK και το Matrix GARCH. Το CCC GARCH αναλύει την δεσμευμένη συνδιακύμανση σε k δεσμευμένες διακυμάνσεις και στην δεσμευμένη συσχέτιση, η οποία θεωρείται ότι είναι η σταθερά

$$\Sigma_t = D_t R D_t$$

όπου το D_t είναι διαγώνιος πίνακας με την δεσμευμένη απόλυτη απόκλιση του i περιουσιακού στοιχείου στην i διαγώνια θέση.

$$D_t = \begin{bmatrix} \sigma_{1,t} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{2,t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{3,t} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_{k,t} \end{bmatrix}$$

όπου $\sigma_{ij,t} = \sqrt{\sigma_{ii,t}}$. Οι δεσμευμένες διακυμάνσεις είναι τυπικά μοντελοποιημένες χρησιμοποιώντας τα τυπικά GARCH(1,1) μοντέλα

$$\sigma_{ii,t} = \omega_i + a_i r_{i,t-a}^2 + \beta_i \sigma_{ii,t-1}$$

παρόλο που άλλα μοντέλα, όπως το TARCH ή το EGARCH, μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Είναι επίσης δυνατόν να μοντελοποιηθούν οι δεσμευμένες διακυμάνσεις χρησιμοποιώντας διαφορετικά μοντέλα εφόσον είναι δυνατόν για τις δυναμικές της μεταβλητότητας (volatility dynamics). Η δεσμευμένη συσχέτιση είναι σταθερά

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \dots & \rho_{1k} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} & \dots & \rho_{2k} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 & \dots & \rho_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{1k} & \rho_{2k} & \rho_{3k} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας των δεσμευμένων συνδιακυμάνσεων υπολογίζεται βάσει των δεσμευμένων τυπικών αποκλίσεων και της δεσμευμένης συσχέτισης, και έτσι όλες οι δυναμικές στη δεσμευμένη συνδιακύμανση είναι αποδοτέες σε αλλαγή στις δεσμευμένες διακυμάνσεις

$$\Sigma_t = \begin{bmatrix} \sigma_{11,t} & \rho_{12}\sigma_{1,t}\sigma_{2,t} & \rho_{13}\sigma_{1,t}\sigma_{3,t} & \dots & \rho_{1k}\sigma_{1,t}\sigma_{k,t} \\ \rho_{12}\sigma_{1,t}\sigma_{2,t} & \sigma_{22,t} & \rho_{23}\sigma_{2,t}\sigma_{3,t} & \dots & \rho_{2k}\sigma_{2,t}\sigma_{k,t} \\ \rho_{13}\sigma_{1,t}\sigma_{3,t} & \rho_{23}\sigma_{2,t}\sigma_{3,t} & \sigma_{33,t} & \dots & \rho_{3k}\sigma_{3,t}\sigma_{k,t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{1k}\sigma_{1,t}\sigma_{k,t} & \rho_{2k}\sigma_{2,t}\sigma_{k,t} & \rho_{3k}\sigma_{3,t}\sigma_{k,t} & \dots & \sigma_{kk,t} \end{bmatrix}$$

Ο Bollerslev (1990) έδειξε ότι το CCC GARCH μοντέλο μπορεί να εκτιμηθεί σε δύο βήματα. Το πρώτο προσαρμόζει k δεσμευμένα μοντέλα διακύμανσης (πχ. GARCH) και παράγει το διάνυσμα των τυποποιημένων καταλοίπων u_i όπου $u_{i,t} = \varepsilon_{i,t} / \sqrt{\hat{\sigma}_{ii,t}}$. Το δεύτερο βήμα εκτιμά την σταθερά της δεσμευμένης συσχέτισης χρησιμοποιώντας τον συντελεστή τυπικής συσχέτισης (constant conditional correlation) στα τυποποιημένα κατάλοιπα.

Ορισμός του CCC GARCH

Η συνδιακύμανση σε ένα CCC GARCH μοντέλο εξελίσσεται σύμφωνα με

$$\Sigma_t = \begin{bmatrix} \sigma_{11,t} & \rho_{12}\sigma_{1,t}\sigma_{2,t} & \rho_{13}\sigma_{1,t}\sigma_{3,t} & \cdots & \rho_{1k}\sigma_{1,t}\sigma_{k,t} \\ \rho_{12}\sigma_{1,t}\sigma_{2,t} & \sigma_{22,t} & \rho_{23}\sigma_{2,t}\sigma_{3,t} & \cdots & \rho_{2k}\sigma_{2,t}\sigma_{k,t} \\ \rho_{13}\sigma_{1,t}\sigma_{3,t} & \rho_{23}\sigma_{2,t}\sigma_{3,t} & \sigma_{33,t} & \cdots & \rho_{3k}\sigma_{3,t}\sigma_{k,t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{1k}\sigma_{1,t}\sigma_{k,t} & \rho_{2k}\sigma_{2,t}\sigma_{k,t} & \rho_{3k}\sigma_{3,t}\sigma_{k,t} & \cdots & \sigma_{kk,t} \end{bmatrix}$$

όπου $\sigma_{i,t}^2, i=1,2,\dots,k$ εξελίσσεται σύμφωνα με κάποια διαδικασία GARCH μίας μεταβλητής στο i στοιχείο του ενεργητικού, συνήθως ένα GARCH(1,1).

2.4.5 Δυναμικής Δεσμευμένης Συσχέτισης (DCC) GARCH μοντέλα

Η DCC (Dynamic Conditional Correlation) επεκτείνει το CCC GARCH βάζοντας ένα απλό, βαθμωτό BEKK, όπως οι δυναμικές στις δεσμευμένες συσχετίσεις, και έτσι το R στο CCC αντικαθιστάται με το R_t στο DCC (Engle, 2002).

Ορισμός του DCC GARCH

Η συνδιακύμανση σε ένα δυναμικό δεσμευμένης συσχέτισης GARCH μοντέλο εξελίσσεται σύμφωνα με

$$\Sigma_t = D_t R D_t$$

Όπου

$$R_t = Q_t \Phi Q_t^*$$

$$Q_t = (1-a-b)\bar{R} + au_{t-1}u'_{t-1} + bQ_{t-1},$$

$$Q_t^* = \begin{bmatrix} q_{11,t} & \sqrt{q_{11,t}q_{22,t}} & \sqrt{q_{11,t}q_{33,t}} & \cdots & \sqrt{q_{11,t}q_{kk,t}} \\ \sqrt{q_{11,t}q_{22,t}} & q_{22,t} & \sqrt{q_{22,t}q_{33,t}} & \cdots & \sqrt{q_{22,t}q_{kk,t}} \\ \sqrt{q_{11,t}q_{33,t}} & \sqrt{q_{22,t}q_{33,t}} & q_{33,t} & \cdots & \sqrt{q_{33,t}q_{kk,t}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sqrt{q_{11,t}q_{kk,t}} & \sqrt{q_{22,t}q_{kk,t}} & \sqrt{q_{33,t}q_{kk,t}} & \cdots & q_{kk,t} \end{bmatrix}$$

u_t είναι το $k \times 1$ διάστασης διάνυσμα των τυποποιημένων αποδόσεων ($u_{i,t} = \varepsilon_{i,t} / \sqrt{\hat{\sigma}_{ii,t}}$) και \oslash το σύμβολο της διαίρεσης του Hadamard (στοιχείο με στοιχείο). D_t είναι ένα διαγώνιος πίνακας με την δεσμευμένη τυπική απόκλιση του περιουσιακού στοιχείου i στην i διαγώνια θέση. Η δεσμευμένη διακύμανση, $\sigma_{i,t}^2, i=1,2,\dots,k$ εξελίσσεται σύμφωνα με κάποια διαδικασία GARCH μίας μεταβλητής στο i περιουσιακό στοιχείο, συνήθως ένα GARCH(1,1).

Οι τύποι των R_t και Q_t^* χρειάζονται προκειμένου να διαβεβαιώσουν ότι το R_t είναι ένας πίνακας συσχετίσεων με διαγώνια στοιχεία ίσα με τη μονάδα. Η διαδικασία Q_t είναι παραμετροποιημένη με παρόμοιο τρόπο στη διακύμανση όπως το BEKK, το οποίο επιτρέπει την εκτίμηση τριών βημάτων. Τα δύο πρώτα βήματα είναι παρόμοια με αυτά του CCC GARCH μοντέλου. Το τρίτο προβάλλει την εκτίμηση της συσχέτισης στον τύπο 7.44 ώστε να εκτιμήσει τις παραμέτρους οι οποίες επηρεάζουν τις δυναμικές δεσμευμένης συσχέτισης, a και b .

2.4.6 Ορθογώνια GARCH (OGARCH) μοντέλα

Τα κύρια μέρη ενός $T \times k$ διάστασης πίνακα αποδόσεων ε ορίζονται ως $F = \varepsilon U$ όπου U είναι ο πίνακας των ιδιοδιανυσμάτων των εξωτερικών γινομένων του ε . Το ορθογώνιο GARCH χρησιμοποιεί το πρώτο p κύριο μέρος για να μοντελοποιήσει την δεσμευμένη συνδιακύμανση υποθέτοντας ότι οι παράγοντες είναι δεσμευμένα μη συσχετισμένοι.

Ορισμός (OGARCH)

Η συνδιακύμανση σε ένα ορθογώνιο GARCH μοντέλο εξελίσσεται σύμφωνα με

$$\Sigma_t = \beta \Sigma_t^f \beta' + \Omega$$

όπου το β είναι ένας $k \times p$ διάστασης πίνακας παραγόντων (factor loadings) που αντιστοιχεί στον p παράγοντα με το μεγαλύτερο συνολικό R^2 . Η δεσμευμένη συνδιακύμανση των παραγόντων είναι διαγώνια

$$\Sigma_t^f = \begin{bmatrix} \psi_{1,t}^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \psi_{2,t}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \psi_{3,t}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \psi_{1,t}^2 \end{bmatrix}$$

Και η δεσμευμένη διακύμανση κάθε παράγοντα ακολουθεί GARCH(1,1) διαδικασία (είναι δυνατόν και άλλα μοντέλα)

$$\psi_{i,t}^2 = \varphi_i + a_i f_{i,t-1}^2 + \beta_i \psi_{i,t-1}^2$$

Η δεσμευμένη συνδιακύμανση των καταλοίπων θεωρείται ότι είναι σταθερά και διαγώνια,

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \omega_t^2 \end{bmatrix}$$

όπου κάθε διακύμανση εκτιμάται χρησιμοποιώντας τα κατάλοιπα από ένα μοντέλο με p παράγοντες

$$\omega_i^2 = \sum_{t=1}^T \eta_{i,t}^2 = \sum_{t=1}^T (\varepsilon_{i,t} - f_t \beta_i)^2$$

Παραλλαγές του OGARCH μοντέλου περιλαμβάνουν παραμετροποιήσεις όπου ο αριθμός των παραγόντων είναι ίσος με τον αριθμό των περιουσιακών στοιχείων, και έτσι $\Omega = 0$ και ο προσδιορισμός ο οποίος αντικαθιστά το Ω με το Ω_t , όπου κάθε $\omega_{i,t}^2$ ακολουθεί διαδικασία GARCH μίας μεταβλητής.

2.4.7 Δεσμευμένες ασυμμετρίες

Τα τυπικά πολυμεταβλητά ARCH μοντέλα είναι συμμετρικά με την έννοια ότι οι νέες καμπύλες επιπτώσεων (impact curves) είναι παρόμοιες για ε_t και για $-\varepsilon_t$ αφού εξαρτώνται μόνο από τα εξωτερικά γινόμενα των αποδόσεων. Τα περισσότερα μοντέλα μπορούν να μετατραπούν σε απλές μεθόδους ώστε να επιτρέπουν

δεσμευμένες ασυμμετρίες στην συνδιακύμανση οι οποίες μπορεί να είναι σημαντικές όταν μοντελοποιούνται αποδόσεις μετοχών. Έστω $\zeta_t = \varepsilon_t \square I_{[\varepsilon_t < 0]}$ όπου $I_{[\varepsilon_t < 0]}$ είναι ένα $k \times 1$ διάστασης διάνυσμα δεικτών των μεταβλητών όπου η i θέση είναι ίση με τη μονάδα αν $r_{i,t} < 0$. Ένα ασύμμετρο BEKK μοντέλο μπορεί να φτιαχτεί ως

$$\Sigma_t = CC' + A\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}A' + G\zeta_{t-1}\zeta'_{t-1}G' + B\Sigma_{t-1}B'$$

όπου G είναι ένας $k \times k$ διάστασης πίνακας παραμέτρων ο οποίος ελέγχει την αντίδραση της συνδιακύμανσης σε άσχημα νέα, και όταν το $k=1$ αυτό το μοντέλο μειώνει την διακύμανση του GJR-GARCH(1,1,1) μοντέλου. Τα διαγώνια και βαθμωτά BEKK μοντέλα μπορούν να υιοθετηθούν ομοίως.

Μία ασύμμετρη εκδοχή του Matrix GARCH μπορεί να κατασκευαστεί με παρόμοιο τρόπο

$$\Sigma_t = CC' + AA' \square \varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1} + GG' \square \zeta_{t-1}\zeta'_{t-1} + BB' \square \Sigma_{t-1}$$

όπου G είναι ένας κάτω τριγωνικός πίνακας παραμέτρων. Οι δυναμικές των συνδιακυμάνσεων στην ασυμμετρική διαδικασία Matrix GARCH δίνεται από τη σχέση

$$\sigma_{ij,t} = \tilde{c}_{ij} + \tilde{a}_{ij}r_{i,t-1}r_{j,t-1} + \tilde{g}_{ij}r_{i,t-1}r_{j,t-1}I_{i,t-1}I_{j,t-1} + \tilde{b}_{ij}\sigma_{ij,t-1}$$

όπου $\tilde{c}_{ij,t}$ είναι το ij στοιχείο του CC' και \tilde{a}_{ij} , \tilde{g}_{ij} και \tilde{b}_{ij} είναι παρόμοια ορισμένα. Όλες οι δεσμευμένες διακυμάνσεις ακολουθούν GJR-GARCH(1,1,1) μοντέλα και οι συνδιακυμάνσεις εξελίσσονται χρησιμοποιώντας παρόμοιες δυναμικές μόνο που οδηγούνται από τα εξωτερικά γινόμενα των αποδόσεων. Ο όρος της ασυμμετρίας έχει μια μικρή διαφορά στην ερμηνεία της συνδιακύμανσης, αφού είναι σχετικός μόνο όταν και οι δύο οι δείκτες είναι ίσοι με τη μονάδα, το οποίο συμβαίνει μόνο εάν οι δύο αγορές βιώσουν άσχημα νέα (αρνητικές αποδόσεις). Ένα ασύμμετρο DCC μοντέλο έχει προταθεί από τους Cappiello, Engle και Sheppard (2006).

2.4.8 Εκτιμώντας Πολυμεταβλητά GARCH μοντέλα

Τα πολυμεταβλητά ARCH μοντέλα εκτιμώνται μέσα από μεγιστοποίηση της πολυμεταβλητής κανονικής συνάρτησης πιθανοφάνειας του Gauss (multivariate Gaussian likelihood function)

$$f(\varepsilon_i; \theta) = (2\pi)^{-\frac{k}{2}} |\Sigma_i|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \varepsilon_i' \Sigma_i^{-1} \varepsilon_i\right)$$

Όπου το θ χρησιμοποιείται για να αναπαριστάει την συλλογή των παραμέτρων στο μοντέλο. Η εκτίμηση είναι, κατ' αρχήν, ένα απλό πρόβλημα. Πρακτικά, η εκτίμηση παραμέτρων είναι απλή όταν ο αριθμός των περιουσιακών στοιχείων, k , είναι σχετικά μικρός (λιγότερο από 10) ή όταν το μοντέλο είναι επ' ακριβώς παραμετροποιημένο (πχ. Βαθμωτό BEKK). Τα προβλήματα στην εκτίμηση οφείλονται σε δύο λόγους. Πρώτον, η πιθανότητα είναι σχετικά ομαλή σε πολλές κατευθύνσεις και έτσι η εύρεση της μεγαλύτερης τιμής είναι δύσκολη. Δεύτερον, το υπολογισμένο κόστος του υπολογισμού της πιθανότητας αυξάνεται με τον αριθμό των αγνώστων παραμέτρων και τυπικά αυξάνεται κατά k^3 στα πολυμεταβλητά ARCH μοντέλα.

Ένας αριθμός μοντέλων έχει σχεδιαστεί ώστε να χρησιμοποιεί εκτίμηση πολλών σταδίων ώστε να αποφευχθούν αυτά τα προβλήματα, τα οποία περιέχουν:

- Covariance Targeting BEKK: Η Intercept επικεντρώνεται στην χρησιμοποίηση του δείγματος της συνδιακύμανσης των αποδόσεων, και έτσι μόνο οι παράμετροι που διέπουν τις δυναμικές της δεσμευμένης συνδιακύμανσης χρειάζεται να εκτιμηθούν χρησιμοποιώντας αριθμητικές μεθόδους.
- Constant Conditional Correlation: Εκτιμώντας ένα CCC GARCH προϋποθέτει την προσαρμογή k GARCH μοντέλων μίας μεταβλητής και έπειτα την χρησιμοποίηση μίας κλειστής μορφής εκτιμητή για την δεσμευμένη συσχέτιση σταθεράς.
- Dynamic Conditional Correlation: Εκτιμώντας ένα DCC GARCH συνδυάζει το πρώτο στάδιο του CCC GARCH με το targeting της συσχέτισης παρόμοια με το targeting συνδιακύμανσης BEKK.
- Ορθογώνιο GARCH: Το ορθογώνιο GARCH προϋποθέτει μόνο την προσαρμογή $p \leq k$ GARCH μοντέλων μίας μεταβλητής και χρησιμοποιεί κλειστή μορφή εκτιμητή για τη διακύμανση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΕΜΠΕΙΡΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

3.1 Δεδομένα

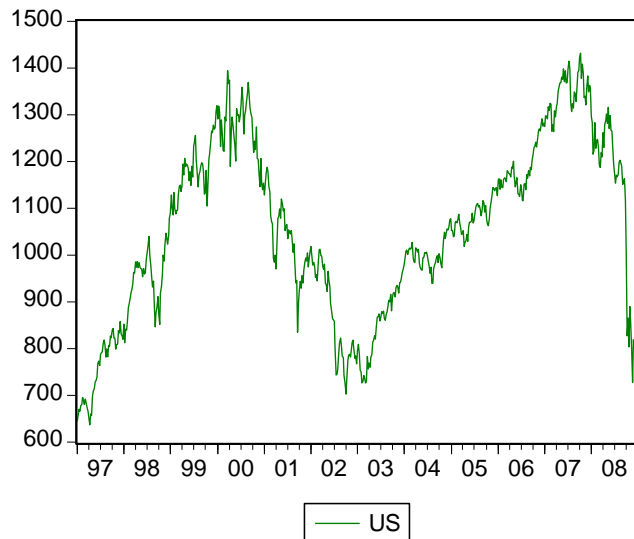
Για την ανάλυση χρησιμοποιούμε εβδομαδιαία δεδομένα για το διάστημα 3/1/1997 έως 26/12/2008 για τέσσερα χρηματιστήρια: της Αγγλίας, των Η.Π.Α., της Ιαπωνίας και της Ελλάδας.

Προκειμένου να γίνει καλύτερη ανάλυση το δείγμα μας χωρίστηκε σε τέσσερις υποπεριόδους ώστε να ακολουθεί την πορεία του ελληνικού χρηματιστηρίου. Σύμφωνα με το διάγραμμα του δείκτη ΧΑΑ (Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών) έχουμε 2 ανοδικές πορείες και δύο καθοδικές στο διάστημα 3/1/1997 έως 26/12/2008. Τα δείγματα ελέχθησαν έτσι ώστε να υπάρχουν τιμές σε όλα τα χρηματιστήρια την ίδια ημερομηνία. Στην περίπτωση κενής τιμής σε κάποιο από τα τέσσερα χρηματιστήρια σε κάποια ημερομηνία, αφαιρέθηκαν οι τιμές από όλα ώστε να μην επηρεαστεί η ανάλυση.

Το δείγμα, όπως προαναφέρθηκε, είναι οι εβδομαδιαίοι γενικοί δείκτες τεσσάρων χωρών (πηγή δεδομένων: Datastream). Για κάθε χώρα χρησιμοποιούμε κωδικό όνομα, το οποίο είναι το εξής:

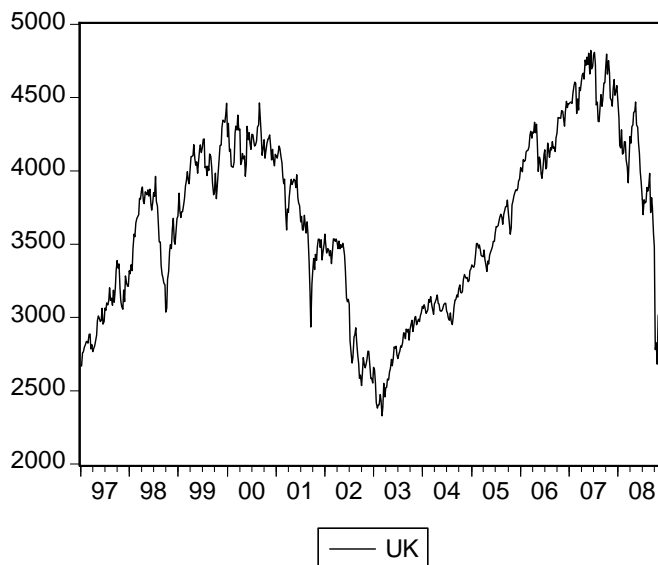
ΧΩΡΑ	ΚΩΔΙΚΟΣ	ΚΩΔΙΚΟΣ DATASTREAM
ΗΠΑ	US	TOTMK_US
Αγγλία	UK	TOTMK_UK
Ιαπωνία	JP	TOTMK_JP
Ελλάδα	GR	TOTMK_GR

Αρχικά σχεδιάστηκαν γραφήματα για το σύνολο των δεδομένων κάθε χώρας ώστε να πάρουμε μια εικόνα της κίνησης των δεικτών κατά τη διάρκεια του χρόνου.



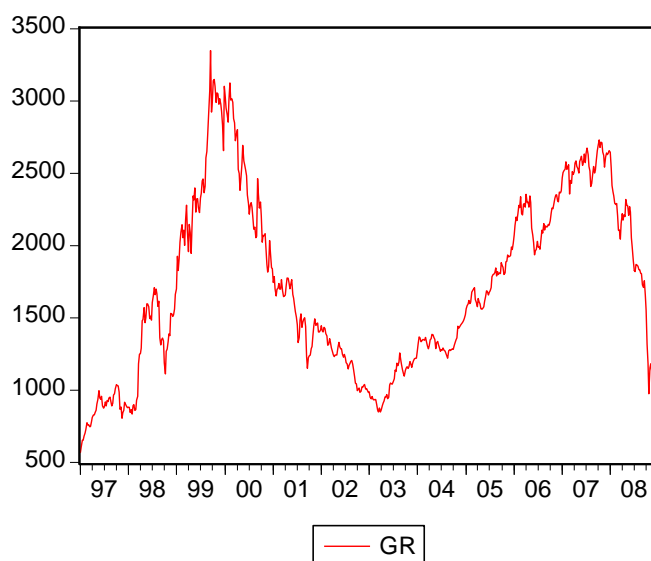
Γράφημα 1: Διάγραμμα δείκτη χρηματιστηρίου των ΗΠΑ

Παρατηρούμε ότι στο χρηματιστήριο των ΗΠΑ υπάρχει σχετικά ανοδική πορεία στο διάστημα 1997 -1999, έπειτα μεταξύ 1999 - 2003 υπάρχει μία σταδιακή κάθοδος και ακολουθεί αυξητική τάση πάλι μέχρι και το 2007 όπου ξεκίνησε η οικονομική κρίση και επομένως και η απότομη πτώση. Παρόμοιες πορείες βλέπουμε και στα χρηματιστήρια της Αγγλίας



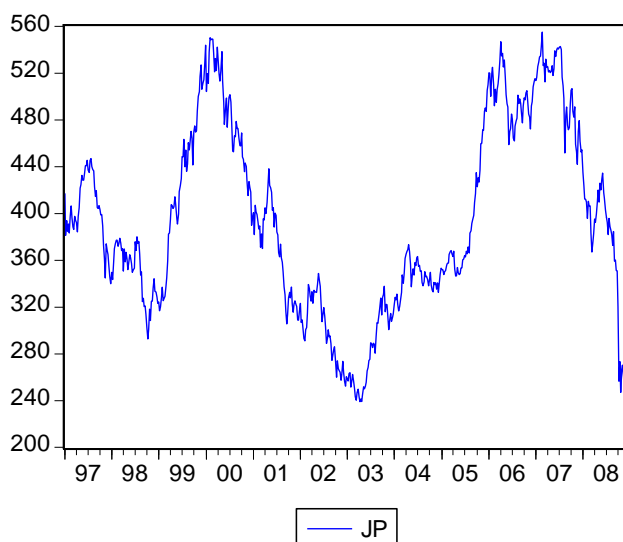
Γράφημα 2: Διάγραμμα δείκτη χρηματιστηρίου Αγγλίας

και της Ελλάδας



Γράφημα 3: Διάγραμμα δείκτη χρηματιστηρίου Ελλάδας

Στην περίπτωση του χρηματιστηρίου της Ιαπωνίας υπάρχουν ομοίως ανοδικές και καθοδικές πορείες στα ίδια διαστήματα χρόνου με μόνη διαφορά την παρουσία μιας πτώσης από το 1997 μέχρι τα μέσα του 1998.



Γράφημα 4: Διάγραμμα δείκτη χρηματιστηρίου Ιαπωνίας

Αυτό όμως που μας ενδιαφέρει να εξετάσουμε είναι οι λογαριθμικές αποδόσεις των 4 χρηματιστηρίων, τις οποίες και υπολογίζουμε βάσει του τύπου (παράδειγμα για το ελληνικό χρηματιστήριο):

$$L_GR = \log(GR / GR(-1)) * 100 ,$$

όπου L_GR η λογαριθμική απόδοση, GR η απόδοση τη συγκεκριμένη στιγμή και GR(-1) η απόδοση με μία χρονική υστέρηση. Για καλύτερη επεξεργασία τις έχουμε μετατρέψει σε ποσοστιαίες μονάδες.

Για τις νέες τιμές που προκύπτουν, υπολογίζουμε τα περιγραφικά στατιστικά.

Πίνακας 1: Περιγραφικά στατιστικά των λογαριθμικών αποδόσεων

	Log_US	Log_UK	Log_JP	Log_GR
<i>Mean</i>	0.034474	0.013126	-0.074149	0.087912
<i>Median</i>	0.210507	0.220227	0.058448	0.218010
<i>Maximum</i>	11.74839	12.30908	8.083408	21.10312
<i>Minimum</i>	-20.03443	-22.54460	-22.14981	-19.45730
<i>Std. Dev.</i>	2.684316	2.491289	2.874789	3.963726
<i>Skewness</i>	-1.018904	-1.201703	-0.915620	0.015785
<i>Kurtosis</i>	10.69929	15.61807	8.421204	7.810869
<i>Jarque-Bera</i>	1651.870	4296.671	852.6795	602.7462
<i>Probability</i>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<i>Sum</i>	21.54616	8.203818	-46.34337	54.94484
<i>Sum Sq. Dev.</i>	4496.266	3872.870	5156.993	9803.743
<i>Observations</i>	625	625	625	625

Το ελληνικό χρηματιστήριο φαίνεται να είναι το πιο επικίνδυνο, λόγω της μεγάλης του μεταβλητότητας, ενώ το χρηματιστήριο της Αγγλίας φαίνεται να είναι το ασφαλέστερο σε σχέση με τα υπόλοιπα. Επίσης, στα χρηματιστήρια των ΗΠΑ, της Αγγλίας και της Ιαπωνίας έχουμε αρνητική ασυμμετρία (Skewness), το οποίο συνεπάγεται ότι έχουμε μεγαλύτερο πλήθος παρατηρήσεων αριστερά από την κορυφή κατανομής των αποδόσεων τους. Αντίθετα, στο Ελληνικό χρηματιστήριο η ασυμμετρία είναι θετική και επομένως το μεγαλύτερο πλήθος των παρατηρήσεων είναι δεξιά από την κορυφή κατανομής των αποδόσεων της. Επιπλέον, βλέπουμε ότι η κύρτωση όλων των αποδόσεων (Kurtosis) είναι μεγαλύτερη του 3, οπότε οι κατανομές και των τεσσάρων δεικτών είναι λεπτόκυρτες. Ο έλεγχος Jarque – Bera και η μηδενική πιθανότητα (Probability) που υπάρχει και στις τέσσερις χώρες μας δείχνει ότι οι αποδόσεις και των τεσσάρων χρηματιστηρίων δεν κατανέμονται κανονικά.

3.2 Αλληλεπιδράσεις στο μέσο

Για την καλύτερη διεξαγωγή συμπερασμάτων χωρίζουμε τα δεδομένα μας σε 4 χρονικές περιόδους σύμφωνα με τις ανοδικές και καθοδικές πορείες του ελληνικού χρηματιστηρίου (Γράφημα 3). Συγκεκριμένα, βρίσκουμε την μέγιστη τιμή του ελληνικού δείκτη στο διάστημα 1999 – 2000, η οποία είναι 3348,51 στις 17/9/1999, έπειτα την ελάχιστη τιμή στο διάστημα 2003 – 2004, η οποία είναι 848,56 στις 14/3/2003 και τέλος τη μέγιστη τιμή στο διάστημα 2007 – 2008, η οποία είναι 2730,83 στις 12/10/2007. Επομένως, οι τέσσερις χρονικές περιόδους που θα εξετάσουμε ξεχωριστά σύμφωνα με τα παραπάνω είναι:

Χρονική Περίοδος	Ημερομηνίες
A'	3/1/1997 – 17/9/1999
B'	24/9/1999 – 14/3/2003
Γ'	21/3/2003 – 12/10/2007
Δ'	19/10/2007 – 26/12/2008

Ακολουθώντας την οικονομετρική μεθοδολογία που αναφέρθηκε προτύτερα και το πακέτο οικονομετρικής ανάλυσης E-VIEWS εκτιμούμε για την κάθε χρονική περίοδο ξεχωριστά ένα μοντέλο VAR(1), τον έλεγχο Granger Causality και τα Impulse responses σε σοκ.

Για την **A' Χρονική περίοδο**, οι συντελεστές των διανυσματικών αυτοπαλινδρομήσεων του VAR(1) μοντέλου βρίσκονται στον Πίνακα 2. Παρατηρούμε ότι όλοι οι συντελεστές των λογαριθμικών αποδόσεων μίας χρονικής υστέρησης της Ελλάδας είναι αρνητικοί σε όλες τις χώρες, ενώ της Αγγλίας θετικοί. Μέσα στις αγκύλες έχουμε τον έλεγχο t-statistic, όπου παρατηρούμε ότι για επίπεδο σημαντικότητας 5%, οι συντελεστές των λογαριθμικών αποδόσεων με χρονική υστέρηση των ΗΠΑ και της Αγγλίας είναι στατιστικά σημαντικοί. Αυτό συνεπάγεται ότι οι λογαριθμικές αποδόσεις μίας χρονικής υστέρησης των ΗΠΑ και της Αγγλίας είναι σημαντικές στην επεξήγηση των λογαριθμικών αποδόσεων των ΗΠΑ. Επίσης, οι λογαριθμικές αποδόσεις με χρονική υστέρηση της Αγγλίας είναι σημαντικές στην επεξήγηση της λογαριθμικής απόδοσης της Ιαπωνίας, ενώ αν αυξήσουμε το επίπεδο σημαντικότητας σε 10%, είναι στατιστικά σημαντικές και για την Ελλάδα.

Πίνακας 2: Εκτιμήσεις VAR, Α΄ Χρονική περίοδος

	L_US	L_UK	L_JP	L_GR
L_US(-1)	-0.286250 [-2.54012]	0.025393 [0.23323]	0.028071 [0.21758]	-0.193651 [-0.75934]
L_UK(-1)	0.295050 [2.44428]	0.021366 [0.18320]	0.273272 [1.97751]	0.488968 [1.78995]
L_JP(-1)	0.041362 [0.53411]	-0.049206 [-0.65765]	-0.149093 [-1.68171]	0.109436 [0.62444]
L_GR(-1)	-0.021343 [-0.49353]	-0.048006 [-1.14895]	-0.046548 [-0.94022]	-0.033295 [-0.34021]
C	0.479578 [2.38124]	0.318710 [1.63789]	0.117517 [0.50970]	1.193800 [2.61927]

Στον έλεγχο αιτιότητας κατά Granger, παρατηρούμε ότι οι λογαριθμικές αποδόσεις της Αγγλίας αιτιάζονται τις λογαριθμικές αποδόσεις των ΗΠΑ και της Ιαπωνίας (Πίνακες 3 και 5 αντίστοιχα) σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%.

Πίνακας 3: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή οι ΗΠΑ

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_UK	5.974518	1	0.0145
L_JP	0.285278	1	0.5933
L_GR	0.243573	1	0.6216
All	6.898978	3	0.0752

Πίνακας 4: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή η Αγγλία

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_US	0.054394	1	0.8156
L_JP	0.432498	1	0.5108
L_GR	1.320085	1	0.2506
All	1.976677	3	0.5773

Πίνακας 5: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή η Ιαπωνία

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_US	0.047343	1	0.8278
L_UK	3.910532	1	0.0480
L_GR	0.884022	1	0.3471
All	6.022015	3	0.1105

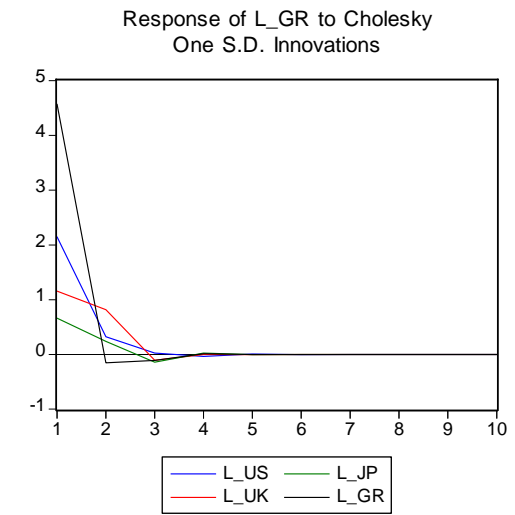
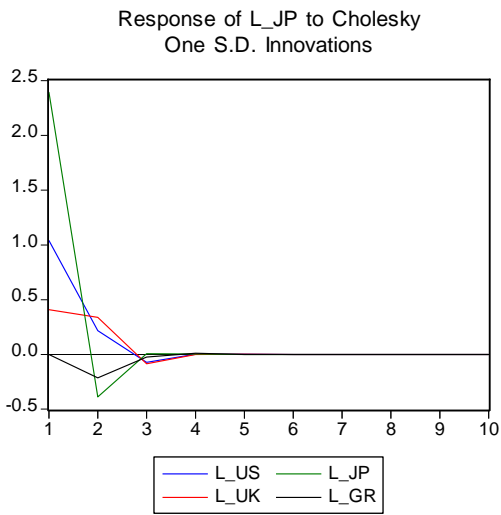
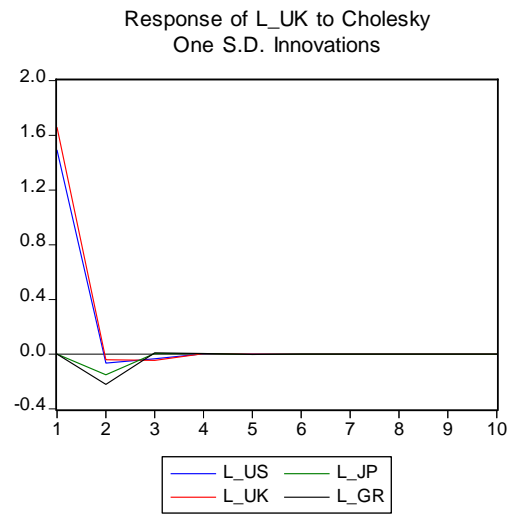
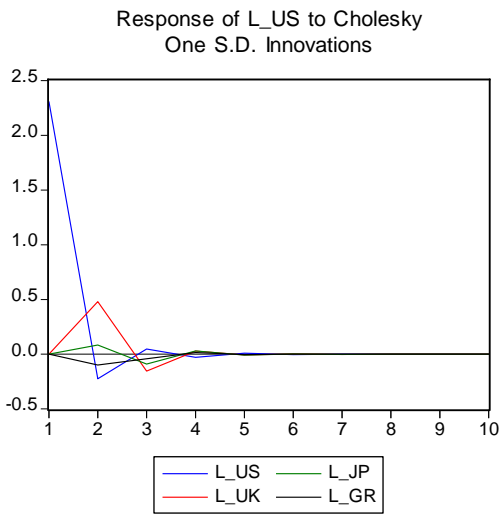
Πίνακας 6: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή η Ελλάδα

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_US	0.576596	1	0.4476
L_UK	3.203934	1	0.0735
L_JP	0.389931	1	0.5323
All	4.283264	3	0.2325

Αντιθέτως, στους Πίνακες 4 και 6, βλέπουμε ότι καμία χώρα δεν αιτιάζει τις λογαριθμικές αποδόσεις της Αγγλίας και της Ελλάδας αντίστοιχα.

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε την αντίδραση σε διαταραχή (Impulse response). Στο Γράφημα 5 παρατηρούμε ότι σε περίπτωση σοκ της απόδοσης των ΗΠΑ, η Αγγλία φαίνεται να επηρεάζεται περισσότερο σε σχέση με την Ιαπωνία και την Ελλάδα, αλλά όχι σε ιδιαίτερο βαθμό. Αντιθέτως, στην περίπτωση σοκ των αποδόσεων της Αγγλίας, οι ΗΠΑ εκτινάσσονται και φτάνουν σχεδόν στο ίδιο επίπεδο διαταραχής, ενώ η Ελλάδα και η Ιαπωνία έχουν πολύ χαμηλά επίπεδα επηρεασμού. Εν συνεχεία, στην περίπτωση διαταραχής της απόδοσης την Ιαπωνίας επηρεάζονται περισσότερο οι ΗΠΑ, ακολουθεί η Αγγλία και πολύ λιγότερο η Ελλάδα, ενώ τέλος, στην διαταραχή των αποδόσεων της Ελλάδας αντιδρούν όλες οι άλλες χώρες, οι ΗΠΑ με μεγαλύτερο βαθμό και έπειτα η Αγγλία και η Ιαπωνία.

Γράφημα 5: Αντίδραση σε διαταραχή (Impulse response)



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΑΣ

Για την **Β' Χρονική περίοδο**, στον Πίνακα 7 υπάρχουν οι συντελεστές των διανυσματικών αυτοπαλινδρομήσεων.

Πίνακας 7: Εκτιμήσεις VAR, Β' Χρονική περίοδος

	L_US	L_UK	L_JP	L_GR
L_US(-1)	-0.343025 [-3.16800]	-0.033430 [-0.36587]	0.211401 [2.17723]	-0.053247 [-0.39988]
L_UK(-1)	0.438730 [3.17483]	0.077013 [0.66042]	0.065017 [0.52468]	0.160622 [0.94514]
L_JP(-1)	0.025008 [0.28676]	-0.005357 [-0.07280]	-0.132358 [-1.69250]	0.050588 [0.47170]
L_GR(-1)	-0.060053 [-0.92153]	0.003099 [0.05636]	-0.099241 [-1.69827]	0.028687 [0.35796]
C	-0.239127 [-1.02019]	-0.252172 [-1.27492]	-0.413097 [-1.96535]	-0.633452 [-2.19754]

Παρατηρούμε ότι κατά απόλυτη τιμή ο μεγαλύτερος συντελεστής είναι το 0.438730 μεταξύ των λογαριθμικών αποδόσεων μίας χρονικής υστέρησης της Αγγλίας με τις λογαριθμικές αποδόσεις των ΗΠΑ. Επίσης, όλοι οι συντελεστές των λογαριθμικών αποδόσεων μίας χρονικής υστέρησης της Αγγλίας με τις λογαριθμικές αποδόσεις των υπολοίπων χωρών είναι θετικοί. Από το t-statistic μπορούμε να συμπεράνουμε ότι για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%, οι λογαριθμικές αποδόσεις μίας χρονικής υστέρησης των ΗΠΑ και της Αγγλίας είναι στατιστικά σημαντικές στην επεξήγηση των λογαριθμικών αποδόσεων των ΗΠΑ. Τέλος, οι λογαριθμικές αποδόσεις μίας χρονικής υστέρησης των ΗΠΑ είναι στατιστικά σημαντικές και για τις λογαριθμικές αποδόσεις της Ιαπωνίας.

Πίνακας 8: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή οι ΗΠΑ

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_UK	10.07955	1	0.0015
L_JP	0.082233	1	0.7743
L_GR	0.849214	1	0.3568
All	11.14114	3	0.0110

Πίνακας 9: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή η Αγγλία

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_US	0.133863	1	0.7145
L_JP	0.005300	1	0.9420
L_GR	0.003177	1	0.9551
All	0.143011	3	0.9862

Πίνακας 10: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή η Ιαπωνία

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_US	4.740331	1	<i>0.0295</i>
L_UK	0.275284	1	0.5998
L_GR	2.884131	1	0.0895
All	12.84189	3	<i>0.0050</i>

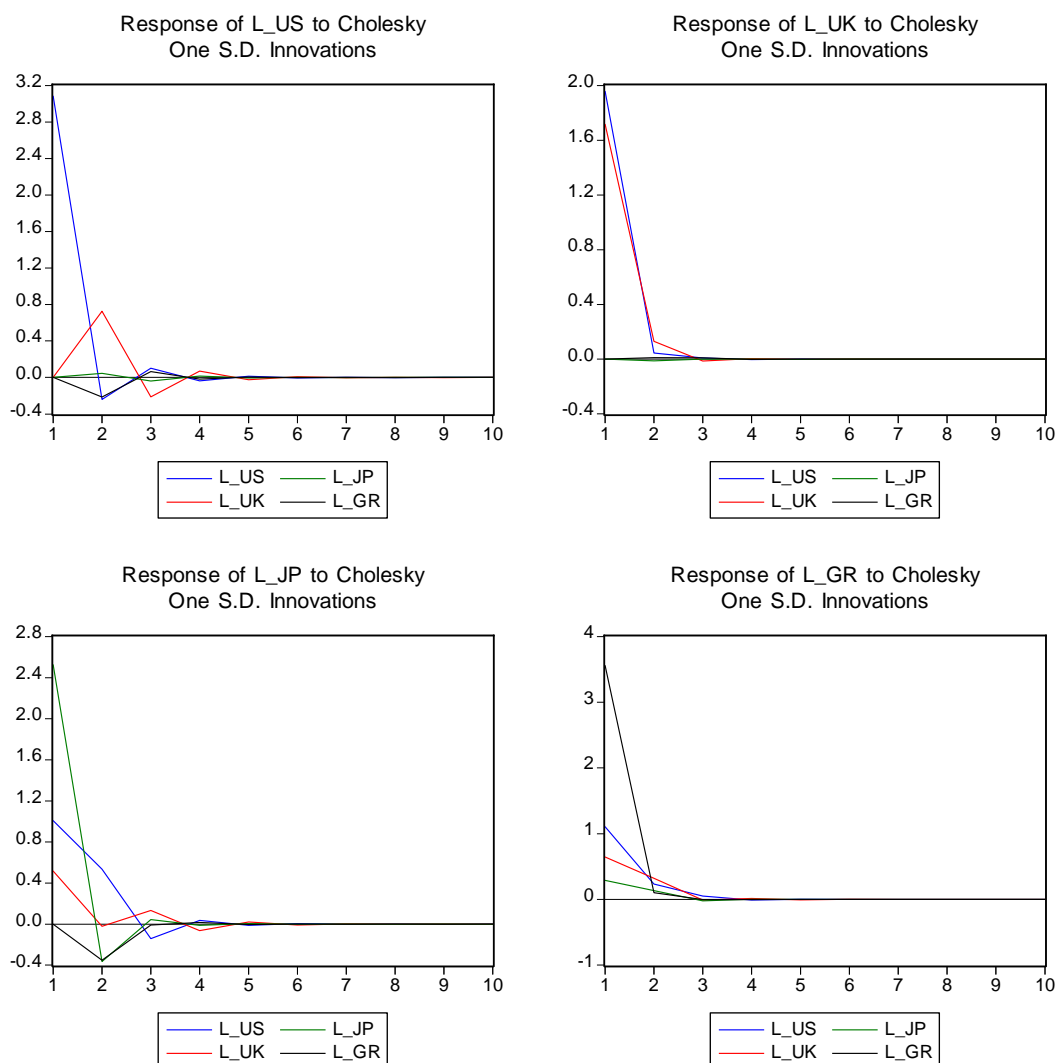
Πίνακας 11: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή η Ελλάδα

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_US	0.159903	1	0.6892
L_UK	0.893298	1	0.3446
L_JP	0.222496	1	0.6371
All	1.664277	3	0.6449

Στον έλεγχο κατά Granger (Πίνακες 8 - 11) βλέπουμε ότι οι ΗΠΑ και η Ιαπωνία αιτιάζονται μόνο από την Αγγλία και τις ΗΠΑ αντίστοιχα, ενώ η Αγγλία και η Ελλάδα δεν αιτιάζονται από καμία άλλη χώρα σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%.

Στο Γράφημα 6, βλέπουμε τα αποτελέσματα της αντίδρασης σε διαταραχή σε σοκ.

Γράφημα 6: Αντίδραση σε διαταραχή (Impulse response)



Διαπιστώνουμε ότι όταν ταρασσεται η απόδοση των ΗΠΑ, αντιδράει σε ένα χαμηλό βαθμό η Αγγλία και πολύ λίγο η Ελλάδα, ενώ η Ιαπωνία φαίνεται να παραμένει σχεδόν σταθερή. Στην περίπτωση σοκ της απόδοσης την Αγγλίας βλέπουμε ότι η απόδοση των ΗΠΑ αντιδρά στο μέγιστο βαθμό, ξεπερνώντας ακόμα και τη Αγγλία, ενώ οι αποδόσεις της Ελλάδας και της Ιαπωνίας παραμένουν σε χαμηλότερα επίπεδα.

Πίνακας 12: Εκτιμήσεις VAR, Γ' Χρονική περίοδος

	L_US	L_UK	L_JP	L_GR
L_US(-1)	0.043929 [0.44467]	0.174410 [1.73472]	0.017494 [0.11490]	0.192753 [1.30176]
L_UK(-1)	-0.116298 [-1.11770]	-0.180982 [-1.70909]	0.187634 [1.17010]	0.178759 [1.14623]
L_JP(-1)	-0.111877 [-2.23698]	-0.041205 [-0.80955]	-0.117773 [-1.52801]	-0.049925 [-0.66602]
L_GR(-1)	0.028322 [0.55643]	-0.031068 [-0.59975]	-0.071008 [-0.90522]	-0.070879 [-0.92907]
C	0.308390 [3.13416]	0.311821 [3.11387]	0.314842 [2.07620]	0.446792 [3.02951]

Για την Γ' Χρονική περίοδο, παρατηρούμε ότι οι συντελεστές διανυσματικών αυτοπαλινδρομήσεων των λογαριθμικών αποδόσεων με χρονική υστέρηση της Ιαπωνίας (Πίνακας 12) είναι όλοι αρνητικοί, ενώ των ΗΠΑ θετικοί. Αυτό ομοίως συμβαίνει και στην Ελλάδα, με εξαίρεση της λογαριθμικής απόδοσης των ΗΠΑ. Ιδιαίτερη εντύπωση μας κάνει ότι στον έλεγχο t-statistic ο μόνος συντελεστής που φαίνεται να είναι στατιστικά σημαντικός σε επίπεδο 5% είναι εκείνος μεταξύ των λογαριθμικών αποδόσεων με χρονική υστέρηση της Ιαπωνίας με τις λογαριθμικές αποδόσεις των ΗΠΑ.

Στους Πίνακες 13 - 16 (έλεγχος αιτιότητας κατά Granger),

Πίνακας 13: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή οι ΗΠΑ

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_UK	1.249264	1	0.2637
L_JP	5.004097	1	0.0253
L_GR	0.309609	1	0.5779
All	7.299809	3	0.0629

Πίνακας 14: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή η Αγγλία

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_US	3.009265	1	0.0828
L_JP	0.655378	1	0.4182
L_GR	0.359702	1	0.5487
All	3.646911	3	0.3022

Πίνακας 15: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή η Ιαπωνία

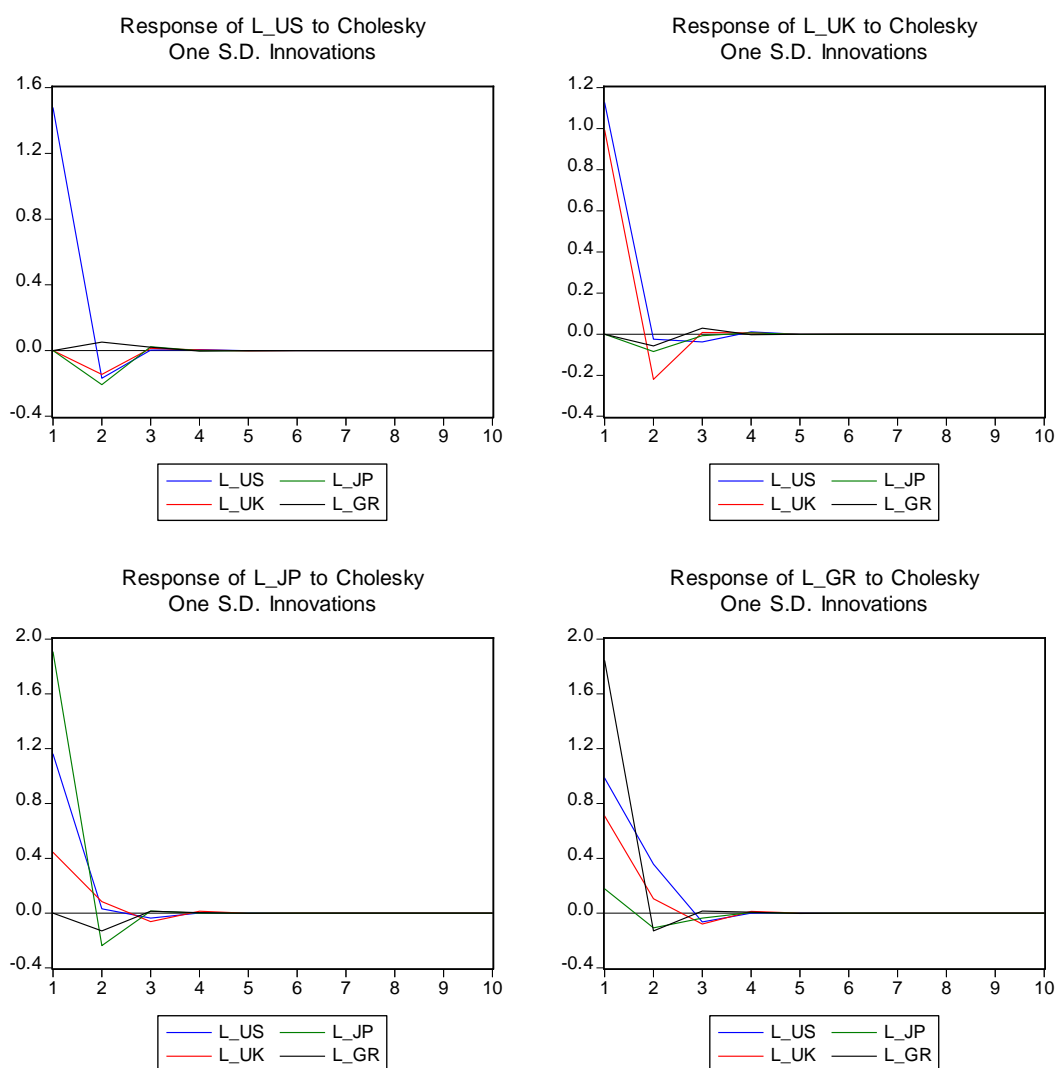
Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_US	0.013203	1	0.9085
L_UK	1.369132	1	0.2420
L_GR	0.819417	1	0.3654
All	2.649106	3	0.4489

Πίνακας 16: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή η Ελλάδα

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_US	1.694578	1	0.1930
L_UK	1.313833	1	0.2517
L_JP	0.443587	1	0.5054
All	8.592652	3	0.0352

βλέπουμε ότι οι λογαριθμικές αποδόσεις με χρονική υστέρηση των ΗΠΑ αιτιάζονται από την Ιαπωνία, ενώ οι Αγγλία, Ιαπωνία και η Ελλάδα δεν αιτιάζονται από καμία άλλη χώρα. Επίσης, παρατηρούμε ότι για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 10% υπάρχει οριακά αιτιότητα κατά Granger από τις ΗΠΑ στην Αγγλία.

Γράφημα 7: Αντίδραση σε διαταραχή (Impulse response)



Στην αντίδραση σε διαταραχή (Γράφημα 7) βλέπουμε ότι στην περίπτωση διαταραχής των απόδοσης των ΗΠΑ, οι υπόλοιπες διαταράσσονται σε χαμηλά επίπεδα. Στη συνέχεια, στην περίπτωση διαταραχής της απόδοσης της Αγγλίας, οι ΗΠΑ ξεπερνούν σε ποσοστό το σοκ της Αγγλίας, ενώ η Ιαπωνία και η Ελλάδα παραμένουν σε πολύ χαμηλά επίπεδα. Στις περιπτώσεις σοκ της Ιαπωνίας και της Ελλάδας, οι ΗΠΑ αντιδρούν και πάλι σε σχετικά υψηλό βαθμό, ακολουθεί η Αγγλία σε χαμηλότερο επίπεδο κυμαίνονται η Ελλάδα και η Ιαπωνία αντίστοιχα.

Για την Δ' Χρονική περίοδο, παρατηρούμε στον Πίνακα 17 ότι οι συντελεστές διανυσματικών αυτοπαλινδρομήσεων των λογαριθμικών αποδόσεων μίας χρονικής υστέρησης των ΗΠΑ και της Ελλάδας είναι όλοι θετικοί, ενώ της Αγγλίας είναι όλοι αρνητικοί.

Πίνακας 17: Εκτιμήσεις VAR, Δ΄ Χρονική περίοδος

	L_US	L_UK	L_JP	L_GR
L_US(-1)	0.458725 [1.52040]	0.709432 [2.33549]	0.697477 [2.35956]	0.394784 [1.13777]
L_UK(-1)	-0.510983 [-1.72587]	-0.849324 [-2.84929]	-0.661222 [-2.27952]	-0.200002 [-0.58739]
L_JP(-1)	-0.139388 [-0.60623]	0.045654 [0.19722]	-0.334579 [-1.48527]	-0.154815 [-0.58548]
L_GR(-1)	0.008292 [0.04758]	0.008087 [0.04609]	0.215135 [1.26001]	0.055943 [0.27913]
C	-1.047116 [-1.72756]	-0.776001 [-1.27164]	-0.891757 [-1.50169]	-1.540473 [-2.20994]

Το t-statistic μας δείχνει ότι στατιστικά σημαντικοί συντελεστές είναι εκείνοι μεταξύ των λογαριθμικών αποδόσεων μίας χρονικής υστέρησης των ΗΠΑ και της Αγγλίας με τις αντίστοιχες λογαριθμικές αποδόσεις της Αγγλίας και της Ιαπωνίας. Στους πίνακες ελέγχου αιτιότητας κατά Granger (18 - 21) παρατηρούμε ότι τις ΗΠΑ και την Ελλάδα δεν τις αιτιάζουν οι υπόλοιπες χώρες, την Αγγλία την αιτιάζει μόνο οι ΗΠΑ, ενώ την Ιαπωνία την αιτιάζουν οι ΗΠΑ και η Αγγλία.

Πίνακας 18: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή οι ΗΠΑ

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_UK	2.978630	1	0.0844
L_JP	0.367517	1	0.5444
L_GR	0.002264	1	0.9621
All	4.610150	3	0.2027

Πίνακας 19: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή η Αγγλία

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_US	5.454523	1	0.0195
L_JP	0.038897	1	0.8437
L_GR	0.002124	1	0.9632
All	6.969904	3	0.0729

Πίνακας 20: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή η Ιαπωνία

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_US	5.567513	1	0.0183
L_UK	5.196214	1	0.0226
L_GR	1.587636	1	0.2077
All	7.465431	3	0.0585

Πίνακας 21: Έλεγχος αιτιότητας του Granger – Εξαρτημένη μεταβλητή η Ελλάδα

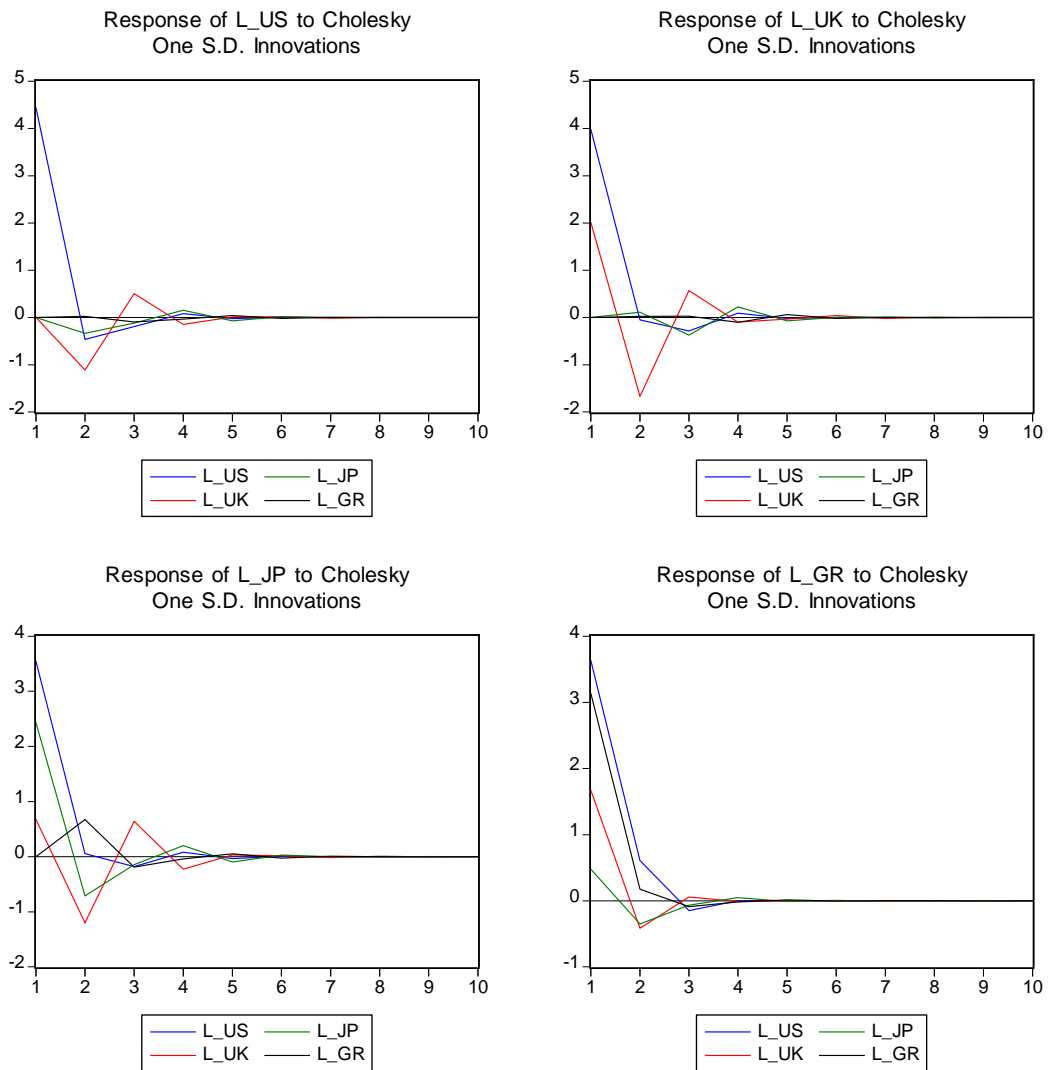
Excluded	Chi-sq	df	Prob.
L_US	1.294517	1	0.2552
L_UK	0.345022	1	0.5569
L_JP	0.342787	1	0.5582
All	1.329054	3	0.7222

Στο γράφημα της αντίδρασης σε διαταραχή (Γράφημα 8) παρατηρούμε ότι σε περίπτωση σοκ των ΗΠΑ οι υπόλοιπες χώρες αντιδρούν σε χαμηλά επίπεδα, με την Αγγλία να έχει τη μεγαλύτερη αντίδραση. Στις περιπτώσεις διαταραχής των υπόλοιπων χρηματιστηρίων παρατηρούμε αυξημένη αντίδραση από το χρηματιστήριο των ΗΠΑ, η οποία ξεπερνά σε τιμή το αντίστοιχο σοκαρισμένο χρηματιστήριο. Ιδιαίτερη εντύπωση κάνει ότι η αντίδραση της Ιαπωνίας και της Ελλάδας στην περίπτωση διαταραχής του χρηματιστηρίου της Αγγλίας παραμένουν σε εξαιρετικά χαμηλό επίπεδο.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω αποτελέσματα παρατηρούμε ότι στις Α' και Β' χρονικές περιόδους η Αγγλία επηρεάζει τόσο το χρηματιστήριο των ΗΠΑ όσο και της Ιαπωνίας. Στη Γ' χρονική περίοδο βλέπουμε μια αλλαγή στις επιρροές. Η Ιαπωνία φαίνεται να επηρεάζει τις ΗΠΑ και οι ΗΠΑ να επηρεάζουν την Αγγλία. Στην περίοδο της κρίσης (Δ') οι ΗΠΑ επηρεάζουν τόσο στην Αγγλία όσο και την Ιαπωνία, ενώ η Αγγλία επηρεάζει την Ιαπωνία.

Το σημαντικότερο όμως αποτέλεσμα είναι ότι φαίνεται η Ελλάδα να μην επηρεάζεται ούτε να επηρεάζει κάποια από τις άλλες χώρες, ανεξάρτητα από την ανοδική ή την καθοδική της πορεία.

Γράφημα 8: Αντίδραση σε διαταραχή (Impulse response)



3.3 Αλληλεπιδράσεις στη διακύμανση

Εκτός από τις αλληλεπιδράσεις στο μέσο, εξετάστηκαν και οι αλληλεπιδράσεις στη διακύμανση των λογαριθμικών αποδόσεων. Το μοντέλο που υπολογίσαμε είναι το CCC GARCH, για το οποίο ισχύουν οι εξής τύποι:

$$\sigma_{ii,t} = \omega_i + \alpha_i r_{i,t-a}^2 + \beta_i \sigma_{ii,t-1}$$

$$\sigma_{ij,t} = R_{ij} \cdot \sqrt{\sigma_{ii,t} \cdot \sigma_{jj,t}}$$

Σημειώνεται ότι η αντιστοιχία των αριθμών με τις χώρες είναι οι εξής:

1	ΗΠΑ	3	Ιαπωνία
2	Αγγλία	4	Ελλάδα

Τα αποτελέσματα για την κάθε χρονική περίοδο εμφανίζονται στους παρακάτω πίνακες (Πίνακες 22 – 25) αντίστοιχα:

Πίνακας 22: Αποτελέσματα CCC GARCH μοντέλου – Α' χρονική περίοδος

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
ω_1	2.058509	1.967639	1.046182	0.2955
α_1	0.214506	0.144625	1.483191	0.1380
β_1	0.410110	0.413570	0.991633	0.3214
ω_2	0.071662	0.120657	0.593936	0.5526
α_2	-0.068461	0.028403	-2.410320	0.0159
β_2	1.061331	0.044991	23.58961	0.0000
ω_3	3.104750	2.268154	1.368845	0.1710
α_3	0.157600	0.129504	1.216949	0.2236
β_3	0.399818	0.387611	1.031493	0.3023
ω_4	47.64703	12.75894	3.734405	0.0002
α_4	-0.039156	0.043222	-0.905930	0.3650
β_4	-0.717551	0.444218	-1.615314	0.1062
$R_{1,2}$	0.642005	0.061901	10.37142	0.0000
$R_{1,3}$	0.364506	0.078271	4.656958	0.0000
$R_{1,4}$	0.436135	0.078776	5.536367	0.0000
$R_{2,3}$	0.324275	0.076841	4.220070	0.0000
$R_{2,4}$	0.401403	0.083811	4.789364	0.0000
$R_{3,4}$	0.302874	0.076537	3.957204	0.0001

Παρατηρούμε ότι το CCC GARCH φαίνεται να μοντελοποιεί κατάλληλα τις συσχετίσεις των αποδόσεων, οι οποίες είναι στατιστικά σημαντικές. Οι συντελεστές συσχέτισης κυμαίνονται από 0.30 για το ζευγάρι Ιαπωνία – Ελλάδα έως 0.64 για το ζευγάρι ΗΠΑ – Αγγλία.

Για την Ελλάδα παρατηρούμε ότι έχει τη μεγαλύτερη συσχέτιση με τις ΗΠΑ, λιγότερο με την Αγγλία και μετά με την Ιαπωνία.

Πίνακας 23: Αποτελέσματα CCC GARCH μοντέλου – Β' χρονική περίοδος

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
ω_1	0.140767	0.130337	1.080018	0.2801
α_1	-0.059718	0.018188	-3.283407	0.0010
β_1	1.043319	0.013514	77.20350	0.0000
ω_2	3.850839	4.799745	0.802301	0.4224
α_2	0.075845	0.064927	1.168145	0.2427
β_2	0.292156	0.826571	0.353456	0.7237
ω_3	1.214258	0.232420	5.224420	0.0000
α_3	-0.200260	0.036394	-5.502506	0.0000
β_3	1.049097	0.039065	26.85520	0.0000
ω_4	-0.145507	0.094084	-1.546562	0.1220
α_4	-0.025961	0.007076	-3.669062	0.0002
β_4	1.046841	0.012470	83.94705	0.0000
$R_{1,2}$	0.742396	0.029898	24.83135	0.0000
$R_{1,3}$	0.331213	0.073394	4.512814	0.0000
$R_{1,4}$	0.300562	0.074173	4.052190	0.0001
$R_{2,3}$	0.354569	0.075426	4.700908	0.0000
$R_{2,4}$	0.350378	0.065036	5.387478	0.0000
$R_{3,4}$	0.209337	0.077023	2.717848	0.0066

Στην Β' χρονική περίοδο βλέπουμε ότι οι συσχετίσεις των αποδόσεων παραμένουν στατιστικά σημαντικές, ενώ οι συντελεστές συσχέτισης κυμαίνονται από 0.21 για το ζευγάρι Ιαπωνία – Ελλάδα έως 0.74 για το ζευγάρι ΗΠΑ – Αγγλία.

Επιπλέον, οι συντελεστές συσχέτισης ΗΠΑ – Αγγλίας και Αγγλίας – Ιαπωνίας φαίνεται να αυξήθηκαν σε σχέση με την Α' χρονική περίοδο, ενώ όλοι οι υπόλοιποι έχουν μειωθεί.

Για την Ελλάδα παρατηρούμε ότι έχει ενδυναμωθεί ο συντελεστής συσχέτισης με την Αγγλία, ενώ έχει αποδυναμωθεί αρκετά εκείνος με τις ΗΠΑ.

Πίνακας 24: Αποτελέσματα CCC GARCH μοντέλου – Γ' χρονική περίοδος

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
ω_1	0.546842	0.551416	0.991705	0.3213
α_1	-0.004740	0.029219	-0.162235	0.8711
β_1	0.753839	0.248151	3.037828	0.0024
ω_2	1.078399	0.421392	2.559137	0.0105
α_2	0.186835	0.078086	2.392680	0.0167
β_2	0.335669	0.211222	1.589176	0.1120
ω_3	1.193890	0.789355	1.512488	0.1304
α_3	0.151180	0.075121	2.012498	0.0442
β_3	0.622917	0.196030	3.177656	0.0015
ω_4	0.033519	0.063447	0.528304	0.5973
α_4	-0.049601	0.015984	-3.103173	0.0019
β_4	1.042651	0.023400	44.55842	0.0000
$R_{1,2}$	0.755387	0.026944	28.03507	0.0000
$R_{1,3}$	0.502759	0.058873	8.539745	0.0000
$R_{1,4}$	0.418201	0.052792	7.921619	0.0000
$R_{2,3}$	0.510314	0.048137	10.60139	0.0000
$R_{2,4}$	0.518119	0.046732	11.08709	0.0000
$R_{3,4}$	0.353287	0.060043	5.883872	0.0000

Στην Γ' χρονική περίοδο, οι συσχετίσεις των αποδόσεων παραμένουν στατιστικά σημαντικές σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, ενώ οι συντελεστές συσχέτισης κυμαίνονται από 0.35 για το ζευγάρι Ιαπωνία – Ελλάδα έως 0.76 για το ζευγάρι ΗΠΑ – Αγγλία.

Όλοι οι συντελεστές συσχέτισης έχουν αυξηθεί αυτή την περίοδο, με μεγαλύτερη την αύξηση του συντελεστή συσχέτισης Ελλάδας – Ιαπωνίας κατά 66,7%.

Για την Ελλάδα, ο μεγαλύτερος συντελεστής συσχέτισης παραμένει εκείνος με την Αγγλία, ακολουθεί εκείνος με τις ΗΠΑ και τέλος της Ιαπωνίας.

Πίνακας 25: Αποτελέσματα CCC GARCH μοντέλου – Δ' χρονική περίοδος

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
ω_1	5.858610	4.182310	1.400807	0.1613
α_1	0.329796	0.276731	1.191758	0.2334
β_1	0.176904	0.418164	0.423049	0.6723
ω_2	-0.585266	0.518560	-1.128637	0.2591
α_2	-0.044110	0.104122	-0.423632	0.6718
β_2	1.171459	0.190764	6.140886	0.0000
ω_3	9.753310	6.216807	1.568862	0.1167
α_3	0.359431	0.333110	1.079014	0.2806
β_3	-0.004987	0.499738	-0.009979	0.9920
ω_4	4.557566	5.325047	0.855873	0.3921
α_4	0.319944	0.261340	1.224246	0.2209
β_4	0.351179	0.526470	0.667045	0.5047
$R_{1,2}$	0.805770	0.047213	17.06669	0.0000
$R_{1,3}$	0.733589	0.080876	9.070588	0.0000
$R_{1,4}$	0.629714	0.088118	7.146218	0.0000
$R_{2,3}$	0.680722	0.112259	6.063848	0.0000
$R_{2,4}$	0.725856	0.081460	8.910597	0.0000
$R_{3,4}$	0.645931	0.109081	5.921590	0.0000

Τέλος, και στη Δ' χρονική περίοδο, οι συσχετίσεις των αποδόσεων παραμένουν στατιστικά σημαντικές, ενώ οι συντελεστές συσχέτισης κυμαίνονται από 0.63 για το ζευγάρι ΗΠΑ – Ελλάδα έως 0.81 για το ζευγάρι ΗΠΑ – Αγγλία.

Όλοι οι συντελεστές συσχέτισης λόγω της κρίσης έχουν αυξηθεί αυτή την περίοδο, με μεγαλύτερη την αύξηση του συντελεστή συσχέτισης Ελλάδας – Ιαπωνίας κατά 85,7%.

Για την Ελλάδα, ο μεγαλύτερος συντελεστής συσχέτισης είναι με την Αγγλία, έπειτα με την Ιαπωνία και τέλος με τις ΗΠΑ.

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα παρατηρούμε ότι οι συσχετίσεις μεταξύ ΗΠΑ – Αγγλίας και Αγγλίας – Ιαπωνίας αυξάνονται και στις τέσσερις περιόδους με τις συσχετίσεις ΗΠΑ – Αγγλίας να είναι πάντα οι μεγαλύτερες. Παράλληλα στην περίπτωση της Ελλάδας βλέπουμε ότι εκτός από την Α' χρονική περίοδο, όλες τις υπόλοιπες χρονικές περιόδους είχε τη μεγαλύτερη συσχέτιση με την Αγγλία. Τέλος, κατά την περίοδο της κρίσης, όλες οι συσχετίσεις μεταξύ των χωρών αυξήθηκαν απότομα, κάτι που συνεπάγεται ότι η μετάδοση της μεταβλητότητας είναι έντονη αυτή την περίοδο λόγω της αβεβαιότητας που κυριαρχεί.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η παρούσα μελέτη στηρίχτηκε στην ανάλυση των αλληλεπιδράσεων τόσο στο μέσο όσο και στη διακύμανση των λογαριθμικών αποδόσεων των χρηματιστηριακών δεικτών τεσσάρων χρηματιστηρίων· ΗΠΑ, Αγγλία, Ιαπωνία και Ελλάδα από το 1997 ως το 2008.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήσαμε είναι εβδομαδιαίας βάσης και η ανάλυση έγινε μέσω του λογισμικού πακέτου E-VIEWS 6. Αρχικά, δημιουργήσαμε τις λογαριθμικές αποδόσεις των τεσσάρων χρηματιστηριακών δεικτών και σχολιάσαμε τα περιγραφικά στατιστικά τους. Έπειτα, διαχωρίσαμε τα δεδομένα σε τέσσερις χρονικές περιόδους βάσει τις ανόδους και καθόδους του δείκτη του ΧΑΑ. Για κάθε χρονική περίοδο ξεχωριστά, εκτιμήσαμε τα διανυσματικά πολυμεταβλητά μοντέλα VAR, τον έλεγχο αιτιότητας κατά Granger και την αντίδραση σε διαταραχή, ενώ στο τέλος προχωρήσαμε στην εκτίμηση του μοντέλου σταθερής δεσμευμένης συσχέτισης CCC GARCH.

Τα αποτελέσματα στην ανάλυση αλληλεπιδράσεων στο μέσο των αποδόσεων των χρηματιστηρίων, έδειξαν ότι η Αγγλία επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό τόσο τις ΗΠΑ όσο και την Ιαπωνία κατά την περίοδο 1/1997 – 9/1999. Από τον Σεπτέμβρη 1999 μέχρι τον Μάρτιο 2003, η Αγγλία επηρεάζει τις ΗΠΑ και οι ΗΠΑ επηρεάζουν την Ιαπωνία. Από τον Απρίλιο 2003 έως τον Οκτώβρη 2007, υπάρχει αντιστροφή στις επιρροές: η Ιαπωνία επηρεάζει τις ΗΠΑ και οι ΗΠΑ επηρεάζουν την Αγγλία. Κατά την περίοδο της χρηματοοικονομικής κρίσης (10/2007 – 12/2008), οι ΗΠΑ επηρεάζουν τόσο στην Αγγλία όσο και την Ιαπωνία, ενώ η Αγγλία επηρεάζει την Ιαπωνία. Αξιόλογο επίσης είναι το γεγονός ότι σε περίπτωση σοκ του χρηματιστηρίου της Αγγλίας, το μόνο χρηματιστήριο που φαίνεται να αναταράσσεται σε ακραίο βαθμό είναι εκείνο των ΗΠΑ, σε αντίθεση με της Ιαπωνίας και της Ελλάδας που παραμένουν σε χαμηλά επίπεδα αναταραχής. Το πιο σημαντικό όμως όλων, είναι ότι καθ' όλο το παραπάνω χρονικό διάστημα, καμία χώρα δεν φαίνεται να επηρεάζει το χρηματιστήριο της Ελλάδας.

Στην ανάλυση αλληλεπιδράσεων στην διακύμανση των αποδόσεων των χρηματιστηριακών δεικτών, οι συσχετίσεις μεταξύ ΗΠΑ – Αγγλίας είναι ιδιαίτερα

μεγάλες όλο το χρονικό διάστημα που εξετάζουμε και φαίνεται να αυξάνονται σταδιακά ανά χρονική περίοδο.

Στην περίπτωση της Ελλάδας, παρατηρούμε ότι έχει τη μεγαλύτερη συσχέτιση με τις ΗΠΑ κατά το διάστημα 1/1997 έως 9/1999, ενώ από εκεί και έπειτα είχε τη μεγαλύτερη συσχέτιση με την Αγγλία.

Τέλος, κατά την περίοδο της χρηματοοικονομικής κρίσης (10/2007 – 12/2008), όλες οι συσχετίσεις μεταξύ των χωρών αυξήθηκαν απότομα (μέγιστη αύξηση κατά 85,7% μεταξύ Ιαπωνίας – Ελλάδας), κάτι που συνεπάγεται ότι η μετάδοση της μεταβλητότητας είναι έντονη την περίοδο αυτή λόγω της αβεβαιότητας που κυριαρχεί παγκοσμίως.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Bae, K.-H., Karolyi, G.A., 1994. Good news, bad news and international spillovers of stock returns between Japan and the US. *Pacific-Basin Finance Journal* 2, 405–438.
- Beirne, J., Caporale, G. M., Schulze-Ghattas, M., Spagnolo N., 2010. Global and regional spillovers in emerging stock markets: A multivariate GARCH-in-mean analysis. *Emerging Markets Review* 11 (2010) 250–260
- Bekaert, G., Harvey, C.R., 1995. Time-varying world market integration. *Journal of Finance* 50 (2), 403–444.
- Bekaert, G., Harvey, C.R., 1997. Emerging equity market volatility. *Journal of Financial Economics* 43, 29–77.
- Bekaert, G., Harvey, C.R., 2000. Foreign speculators and emerging equity markets. *Journal of Finance* 55 (2), 565–613.
- Bekaert, G., Harvey, C.R., Ng, A., 2005. Market integration and contagion. *Journal of Business* 78 (1), 39–69.
- Bollerslev, T., Engle R. F., and Wooldridge J. M., 1988. A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances. *Journal of Political Economy*, 96, 116–131
- Bollerslev, T., 1990. Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH model. *Review of Economics and Statistics* 72, 498–505
- Campbell, J. A. Lo and C. MacKinlay, 1997. *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press, New Jersey.
- Caporale, G.M., Cipollini, A., Spagnolo, N., 2005. Testing for contagion: a conditional correlation analysis. *Journal of Empirical Finance* 12, 476–489.
- Caporale, G.M., Pittis, N., Spagnolo, N., 2006. Volatility transmission and financial crises. *Journal of Economics and Finance* 30 (3), 376–390.
- Cappiello, L., R. F. Engle, and K. Sheppard, 2006. Asymmetric Dynamics in the Correlations of Global Equity and Bond Returns, *Journal of Financial Econometrics*, 4, 537–572

- Cecchetti, S.G., R.E. Cumby, & S. Figlewski, 1988. Estimation of the optimal futures hedge. *Review of Economics and Statistics* 70, 623–630.
- He, C., and Terasvirta, T., 2004. An extended constant conditional correlation GARCH model and its forth-moment structure. *Econometric Theory*, 20, 904–926
- Chelley-Steely, P.L., 2005. Modeling equity market integration using smooth transition analysis: a study of Eastern European stock markets. *Journal of International Money and Finance* 24, 818–831.
- Chen, G.-M., Firth, M., Rui, O.M., 2002. Stock market linkages: evidence from Latin America. *Journal of Banking and Finance* 26, 1113–1141.
- Cuthbertson, K., 1996. *Quantitative Financial Economics: Stocks, Bonds and Foreign Exchange*. John Wiley and Sons, Chichester
- Ding, Z. and R. Engle, 2001. Large Scale Conditional Matrix Modeling, Estimation and Testing. *Academia Economic Papers*, 29, 157–184
- Engle, R. F. and K. F. Kroner, 1995. Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11, 122–150.
- Engle, R., 2002a. New frontiers for ARCH models. *Journal of Applied Econometrics*, 17, 425–446
- Engle, R.F., Gallo, G., Velucchi, M., 2008. A MEM-based analysis of volatility spillovers in East Asian financial markets. *Econometrics Working Papers Archive*, WP 2008_09, Universita degli Studi di Firenze, Dipartimento di Statistica “G. Parenti”.
- Floros, C., 2008. Modelling volatility using GARCH models: evidence from Egypt and Israel. *Middle Eastern Finance and Economics* 2, 31–41.
- Fratzscher, M., 2002. Financial market integration in Europe: on the effects of EMU on stock markets. *International Journal of Finance and Economics* 7, 165–193.
- Hamao, Y., Masulis, R.W., Ng, V., 1990. Correlations in price changes and volatility across international stock markets. *Review of Financial Studies* 3 (2), 281–307.
- Hamilton, J.D., 1994. *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton.

- King, M., Wadhvani, S., 1990. Transmission of volatility between stock markets. *Review of Financial Studies* 3 (1), 5–33.
- Koutmos, G., Booth, G.G., 1995. Asymmetries in the conditional mean and the conditional variance: evidence from nine stock markets. *Journal of Economics and Business* 50, 277–290.
- Li, X.-M., Rose, L.C., 2008. Market integration and extreme co-movements in APEC emerging equity markets. *Applied Financial Economics* 18 (2), 99–113.
- Lin, Wen-Ling, Engle, R.F., Ito, T., 1994. Do bulls and bears move across borders? *Review of Financial Studies* 7 (3), 507–538.
- Lutkepohl, H., 1991. *Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer-Verlag, Berlin. 11.7 References 427
- Lutkepohl, H., 1999. “Vector Autoregressions,” unpublished manuscript, Institut für Statistik und Ökonometrie, Humboldt-Universität zu Berlin.
- Mills, T.C., 1999. *The Econometric Modeling of Financial Time Series*, Second Edition. Cambridge University Press, Cambridge
- Ng, A., 2000. Volatility spillover effects from Japan and the US to the Pacific Basin. *Journal of International Money and Finance* 19, 207–233.
- Sheppard K., 2010. *Financial Econometrics Notes*. University of Oxford, 333–426.
- Scheicher, M., 2001. The comovements of stock markets in Hungary, Poland, and the Czech Republic. *International Journal of Finance and Economics* 6, 27–39.
- Schwert, G.W., 1990. Stock volatility and the crash. *Review of Financial Studies* 3, 77–102.
- Sims, C.A., 1980. “Macroeconomics and Reality,” *Econometrica*, 48, 1–48.
- Susmel, R., Engle, R.F., 1990. Hourly volatility spillovers between international equity markets. Working Paper. University of California, San Diego.
- Tay, N.S.P., Zhu, Z., 2000. Correlations in returns and volatilities in Pacific-Rim stock markets. *Open Economies Review* 11, 27–47.
- Theodossiou, P., Lee, U., 1993. Mean and volatility spillovers across major national stock markets: further empirical evidence. *Journal of Financial Research* 16, 337–350.

- Tsay, R., 2001. *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley & Sons. New York.
- Watson, M., 1994. “Vector Autoregressions and Cointegration,” in *Handbook of Econometrics, Volume IV*. R.F. Engle and D. McFadden (eds.). Elsevier Science Ltd., Amsterdam.
- Waggoner, D. F., and Zha, T., 1999. “Conditional Forecasts in Dynamic Multivariate Models,” *Review of Economics and Statistics*, 81 (4), 639-651.
- Worthington, A., Higgs, H., 2004. Transmission of equity returns and volatility in Asian developed and emerging markets: a multivariate GARCH analysis. *International Journal of Finance & Economics* 9, 71–80.
- Yang, J., Hsiao, C., Qi, L., Wang, Z., 2006. The emerging market crisis and stock market linkages: further evidence. *Journal of Applied Econometrics* 21, 727–744.
- Yilmaz, K., 2009. Return and volatility spillovers among the East Asian equity markets. *Journal of Asian Economics* 21 (2010) 304–313.