ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΒΥΡ. ΔΕΡΠΑΝΗΣ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

- ΠΕΙΡΑΙΑΣ 2009 -

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΔΙΑΤΡΙΒΗ

για την απόκτηση Διδακτορικού

Διπλώματος του Τμήματος Πληροφορικής

Δημητρίου Β. Δερπάνη

ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Τριμελής Συμβουλευτική Επιτροπή :

Επιβλέπων :
Φούντας Ευάγγελος
Καθηγητής Πανεπιστημίου Πειραιώς

Μέλη :
Νικόλαος Αλεξανδρής
Καθηγητής Πανεπιστημίου Πειραιώς

Γρηγόριος Χονδροκούκης
Αναπληρωτής Καθηγητής
Πανεπιστημίου Πειραιώς

Επταμελής Εξεταστική Επιτροπή :

Φούντας Ευάγγελος
Καθηγητής Πανεπιστημίου Πειραιώς

Αλεξανδρής Νικόλαος
Καθηγητής Πανεπιστημίου Πειραιώς

Γρηγόριος Χονδροκούκης
Αναπληρωτής Καθηγητής
Πανεπιστημίου Πειραιώς

Θεόδωρος Αρτίκης
Καθηγητής Πανεπιστημίου Πειραιώς

Θεόδωρος Παπαηλίας
Καθηγητής Τ.Ε.Ι. Πειραιώς

Ευάγγελος Σαμπράκος
Καθηγητής Πανεπιστημίου Πειραιώς

Γεώργιος Τσιχριντζής
Αναπληρωτής Καθηγητής
Πανεπιστημίου Πειραιώς

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

« Ήθελα, πριν μες στ' άπειρο σιωπήσω,
στο αιώνιο φως δύο στίχων να σε κλείσω.
Κι όταν οι αιώνες που έρχονται αλλοιούν
Και μηδενίζουν τα όσα βλέπεις μπρος σου,
Φύλακες μπρος στον ήλιο να φρουρούν
Δύο στίχους μου τον τάφο το δικό σου».

(Νικηφόρος Βρεττάκος – «Ιερή μνήμη»)

Εις μνήμην του πατέρα μου, Βύρωνα……

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Με την παρούσα Διατριβή έχουμε ως στόχο να βελτιστοποιήσουμε διάφορα μοντέλα απόφασης με τη βοήθεια της DEA-IDEA(Interval Data Envelopment Analysis) και AHP –IAHP (Interval Analytical Hierarcy Process). Προτείνουμε μια νέα μεθοδολογική και τεχνική προσέγγιση για την Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων. Η μέθοδος επεκτείνεται σε προβλήματα όπου συνυπάρχουν δεδομένα με ακριβείς αλλά και μη ακριβής τιμές. Και λέγοντας «μη ακριβή δεδομένα», (imprecise data) στην παρούσα διατριβή, δε σημαίνει ότι η έννοια αυτή συνδέεται με την θεωρία της ασαφούς λογικής (fuzzy logic), αλλά αναφέρεται στις περιπτώσεις όπου τα δεδομένα λαμβάνουν μορφή διαστημάτων με σταθερά όρια εντός των οποίων κυμαίνονται οι άγνωστες πραγματικές τιμές (interval data) **χωρίς οποιαδήποτε άλλη πληροφορία**. Επιπλέον, η ειδική περίπτωση κατά την οποία το σύνολο των δεδομένων αποτελείται αποκλειστικά από δεδομένα αυτής της μορφής μελετάται στην παρούσα διατριβή και προτείνονται μοντέλα κατάταξης των αποδοτικών μονάδων, καθώς και εκτίμησης της αποδοτικότητας για όλες τις μονάδες. Γίνεται προσπάθεια εξεύρεσης νέων μοντέλων και ελαχιστοποίησης της προσπάθειας των managers στη διαδικασία λήψης απόφασης. Με κατάλληλη σύνθεση εισροών (ελαχιστοποίηση) και εκροών (μεγιστοποίηση) η Περιβάλλουσα Ανάλυση με μη ακριβείς τιμές είναι σε θέση να αναδείξει το μέγιστο δυνατό αποτέλεσμα με τη ελάχιστη δυνατή προσπάθεια. Τέλος με τη βοήθεια της επιχειρησιακής έρευνας παρουσιάζουμε ένα νέο μοντέλο λήψης απόφασης . Η δομή της Διατριβής έχει ως εξής :

<u>Κεφάλαιο Ι</u> : Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων.

Στο κεφάλαιο αυτό δίνεται ο ορισμός για τον όρο ‘απόφαση’ και γίνεται μια αναφορά στην ανάλυση των αποφάσεων, στα χαρακτηριστικά της επιχειρηματικής απόφασης, στα συστήματα, όπου διαχωρίζεται η αποδοτικότητα με την αποτελεσματικότητά τους, καθώς και στα μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την υποστήριξη των αποφάσεων (διοικητικά συστήματα υποστήριξης). Επιπλέον, αναλύονται τα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων (DSS) και τα συστήματα υποστήριξης συλλογικών αποφάσεων (GDSS).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

<u>Κεφάλαιο ΙΙ</u> : Μέθοδοι Εκτίμησης (Παλινδρόμηση-Χρονοσειρές).

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύονται ορισμένα μοντέλα παλινδρόμησης και μελετούνται οι μέθοδοι εκτίμησης που χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών μιας χρονοσειράς, καθώς και ορισμένες από τις πλέον γνωστές μεθόδους εξομάλυνσης, με τις οποίες προσδιορίζουμε τις μελλοντικές τιμές μιας μεταβλητής στηριζόμενοι αποκλειστικά στις διαθέσιμες παρατηρήσεις της και ανεξάρτητα από τη σχέση που μπορεί να έχει η μεταβλητή αυτή με άλλη ή άλλες μεταβλητές.

<u>Κεφάλαιο ΙΙΙ</u> : Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων(Data Envelopment Analysis-DEA) και Ανακριβής Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (Imprecise Data Envelopment Analysis-IDEA).

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η έννοια της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων. Η μέθοδος της DEA (Data envelopment analysis) αποτελεί μια τεχνική μέτρησης της σχετικής απόδοσης των οργανωτικών μονάδων, δηλαδή των μονάδων λήψης απόφασης (DMU : decision making unit) αν χρησιμοποιηθεί ο επιστημονικός όρος. Η σχετική απόδοση υπολογίζεται στα πλαίσια της DEA με τη χρήση μαθηματικών μοντέλων γραμμικού προγραμματισμού. Η εφαρμογή της μεθόδου βρίσκει απήχηση σε ένα μεγάλο εύρος προβλημάτων, όπου αξιολογείται η απόδοση διαφορετικού είδους μονάδων, των οποίων οι δραστηριότητες είναι διαφορετικού περιεχομένου και σε διαφορετικές χώρες. Επίσης αναλύονται οι κλίμακες των σταθερών και μεταβλητών αποδόσεων (CRS και VRS αντίστοιχα), διαχωρίζονται οι έννοιες της αποδοτικότητας και της αποτελεσματικότητας και τέλος παρουσιάζονται ορισμένα μοντέλα γραμμικού προγραμματισμού για την εκτίμηση της αποδοτικότητας σε καθεστώς κλίμακας σταθερών αποδόσεων. Στη συνέχεια παρουσιάζονται ορισμένα μοντέλα IDEA. Η υπόθεση της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων, η οποία θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως θεμελιώδης, είναι ότι οι μεταβλητές που εκφράζουν τα δεδομένα των επιδόσεων των μονάδων είναι συνεχείς σε κλίμακα πραγματικών αριθμών. Βέβαια, οι ακριβείς τιμές των δεδομένων δεν είναι γνωστές σε πολλά προβλήματα. Αυτό οφείλεται κυρίως στη φύση των προβλημάτων αλλά και στις αντικειμενικές δυσκολίες και στα σφάλματα που παρουσιάζονται κατά τη διαδικασία μέτρησης των δεδομένων. Επιπλέον στο κεφάλαιο αυτό γίνεται ταξινόμηση των μονάδων απόφασης με τα ανώτερα και τα κατώτερα όρια των τιμών της αποδοτικότητας και διατυπώνονται ορισμένες ειδικές περιπτώσεις και νέες επεκτάσεις αυτών. Εδώ γίνεται αναφορά σε νέα μοντέλα απόφασης - μεθοδολογικές προσεγγίσεις και παρουσιάζονται ορισμένες περιπτωσιολογικές μελέτες με τη

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

βοήθεια της Περιβάλλουσας Ανάλυσης με μη ακριβείς τιμές. Συγκεκριμένα εξετάζεται η ευαισθησία των τιμών αποδοτικότητας.

<u>Κεφάλαιο IV</u> : Ιεραρχική Ανάλυση Αποφάσεων (AHP) και Ανακριβής Ιεραρχική Ανάλυση Αποφάσεων (IAHP).

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η έννοια της Ιεραρχικής Ανάλυσης Αποφάσεων (AHP) και Ανακριβούς Ιεραρχικής Ανάλυση Αποφάσεων (IAHP). Η Αναλυτική Ιεραρχική Μέθοδος ή Ιεραρχική Ανάλυση Αποφάσεων (AHP), μέθοδος που αναπτύχθηκε από τον Tomas Saaty, είναι μια μέθοδος που επιτρέπει να βελτιωθεί η κατανόηση των σύνθετων αποφάσεων με την επιμέρους τμηματοποίηση του προβλήματος σε μια ιεραρχική δομή. Το πρώτο στάδιο εφαρμογής της AHP είναι ίσως το σημαντικότερο και καθορίζει την ποιότητα των αποτελεσμάτων της μεθόδου στη συνέχεια. Στο πρώτο στάδιο λοιπόν, ο απώτερος (ο γενικότερος) επιδιωκόμενος στόχος στο υπο μελέτη πρόβλημα απόφασης αναλύεται σε επιμέρους υποστόχους, οι οποίοι στη συνέχεια αναλύονται όλο και περισσότερο στα πρότυπα μιας ιεραρχικής δομής. Στόχος της Διατριβής είναι να παρουσιάσει μια νέα μεθοδολογική προσέγγιση σε στοιχεία απόφασης με ανακριβείς τιμές (διαστήματα) και γίνεται προσπάθεια εξαγωγής προτεραιοτήτων από συνεπείς και από ασυνεπείς πίνακες με τιμές διαστημάτων. Τέλος, γενικεύουμε το μοντέλο που αναπτύξαμε και με ακριβείς τιμές.

<u>Κεφάλαιο V</u> : Η συνεισφορά της επιχειρησιακής έρευνας στην λήψη απόφασης και η παρουσίαση ενός νέου μοντέλου.

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η συνεισφορά της επιχειρησιακής έρευνας και συγκεκριμένα η θεωρία παιγνίων - συνδυαστικής ανάλυσης στη λήψη αποφάσης. Η Θεωρία των Παιγνίων ασχολείται με τις αποφάσεις δύο ή περισσότερων ατόμων με διαφορετικούς σκοπούς και στόχους, υπο συνθήκες αβεβαιότητας, οπου κάθε άτομο (παίκτης) προσπαθεί να βελτιστοποιήσει τη δική του απόφαση. Εξετάζει λοιπόν τον τρόπο με τον οποίο οι άνθρωποι παίρνουν αλληλεξαρτώμενες αποφάσεις, οι συνέπειες των οποίων εξαρτώνται από τις αποφάσεις που παίρνουν οι άλλοι. Στην παρούσα Διατριβή παρουσιάζονται νέα μοντέλα στη λήψη αποφάσεων, εστιάζοντας τα προβλήματα επιλογής -προτίμησης - ψηφοφορίας.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

<u>Κεφάλαιο VI</u> : Επίλογος - Συμπεράσματα.

Στον επίλογο γίνεται ανακεφαλαίωση της όλης Διατριβής με αναφορές σε πλεονεκτήματα και πεδία εφαρμογής της Περιβάλλουσας Ανάλυσης με μη ακριβείς τιμές.

Τέλος στο Παράρτημα Α′, προσδιορίζονται δύο ορισμοί της συνέπειας για τις μήτρες σύγκρισης διαστήματος και υποβάλλεται μια απλή προσέγγιση για τον έλεγχο εάν μια μήτρα σύγκρισης διαστήματος είναι ή δεν είναι συνεπής, χωρίς να πρέπει να λυθεί οποιοσδήποτε μαθηματικός προγραμματισμός, βάση της εργασίας των Ying-Ming Wang, Jian-Bo Yang & Dong-Ling Xu (Manchester School of Management). Στην περίπτωση των συνεπών μητρών σύγκρισης διαστήματος, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος γραμμικού προγραμματισμού του Arbel για να παραχθούν συνεπή βάρη διαστήματος. Αναπτύχθηκε δηλαδή μια μέθοδο ιδιοδιανύσματος (eigenvector), βασισμένη στη μέθοδο προσέγγισης μη γραμμικού προγραμματισμού (NLP) – EM-based NLP μέθοδος – για να παραχθούν ικανοποιητικά βάρη διαστήματος, μέσω της οποίας μπορεί να ρυθμιστεί από τον αποφασίζοντα, ο βαθμός του λόγου ασυνέπειας ή συνέπειας (CR). Παρατίθενται πέντε αριθμητικά παραδείγματα για να επεξηγήσουν την ισχύ και την ευρεία δυνατότητα εφαρμογής της μεθόδου. Δεδομένου ότι οι ασαφείς μήτρες σύγκρισης μπορούν να μετασχηματιστούν σε μήτρες σύγκρισης, η μέθοδος αυτή μπορεί επίσης να ισχύσει στις ασαφείς μήτρες σύγκρισης. Επομένως, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ευρέως για να εξετασθούν τα προβλήματα απόφασης, που μπορούν να διαμορφωθούν χρησιμοποιώντας το διάστημα, τις ασαφείς μήτρες και τις μήτρες σύγκρισης ομάδας.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ **8**

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ **12**

1.1 Εισαγωγη 13
1.2 Χαρακτηριστικα Αποφασης 16
1.3 Τα Συστηματα και η Δομη τους 19
1.3.1 Δύο διαφορετικές έννοιες : Αποτελεσματικότητα και Αποδοτικότητα. *21*
1.3.2 Λήψη Αποφάσεων : Η διαδικασία. *22*
1.4 Διοικητικα Συστηματα Υποστηριξης (Management Support Systems – MSS) Η Αρχικη εννοια των Συστηματων Υποστηριξης Αποφασεων 24
1.4.1 Προσδιορισμός της έννοιας των DSS *25*
1.4.2 Πληροφοριακά Συστήματα Διοίκησης (MIS) *29*
1.4.3 Συστήματα Στήριξης Αποφάσεων (DSS) *29*
1.5 Συστηματα Υποστηριξης Ομαδικα λαμβανομενων Αποφασεων (GDSS) 35
1.5.1 Περιβάλλοντα Λήψης Συλλογικών Αποφάσεων *38*
1.5.2 Μειονεκτήματα των Συστημάτων Υποστήριξης Συλλογικών Αποφάσεων *39*
1.6 Πληροφοριακα Συστηματα Υποβοηθησης Στελεχων (EIS) 41
1.7 Τεχνητη Νοημοσυνη 43
1.7.1 Πλεονεκτήματα της φυσικής νοημοσύνης *43*
1.7.2 Διαφορές τεχνητής νοημοσύνης από συμβατικά υπολογιστικά συστήματα *44*
1.7.3 Έμπειρα Συστήματα *44*
1.8 Τεχνητα Νευρωνικα Δικτυα 45
1.9 Υβριδικα Συστηματα Στηριξης (Hybrid Support Systems) 46
1.10 Τεχνολογιες και MSS 47
1.10.1 Η σημασία της ενσωμάτωσης μοντέλων στην επιτυχία ενός MSS *47*
1.10.2 Προσομοίωση *48*
1.11 Τεχνολογιες Αναλυσης και υποστηριξης Αναλυσης 50
1.11.1 Online Analytical Processing (OLAP). *50*
1.11.2 Εξόρυξη Δεδομένων (Data Mining) *51*
1.11.3 Παράγοντες που επηρεάζουν την επιτυχή εγκαθίδρυση ενός MSS *52*
1.11.4 Εσωτερικοί παράγοντες *52*
1.11.5 Εξωτερικό περιβάλλον *52*
1.12 Επιπτωσεις χρησης Συστηματων Υποστηριξης Διοικητικων Αποφασεων 53
1.12.1 Οργανωτικές και κοινωνικές επιπτώσεις *53*
1.12.2 Επιπτώσεις στην παραγωγικότητα και την ανταγωνιστικότητα *53*
1.13 Συμπερασματα 54

ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ (ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ-ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΕΣ) **56**

2.1 Προβλεψη 57
2.2 Αναλυση Παλινδρομησης 58
2.2.1 Ανάλυση - Μοντέλα Παλινδρόμησης *59*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

2.2.2 Υλοποίηση της Παλινδρόμησης στο περιβάλλον του Excel *60*
2.2.3 Εκτίμηση Διαστήματος των Παραμέτρων της Παλινδρόμησης. *61*
2.3 ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ 63
2.3.1 Εισαγωγή *63*
2.3.2 Κριτήρια Αξιολόγησης Μεθόδων Προβλέψεων *65*
2.3.3. Απλός Κινητός Μέσος *68*
2.3.4 Απλή Εκθετική Εξομάλυνση *69*
2.4 ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΕΣ 71
2.4.1 Συνθετικά Στοιχεία Χρονοσειρών *72*
2.4.2 Ανάλυση Εποχικότητας *75*
2.4.3 Ανάλυση Μακροχρόνιας Τάσης *76*
2.4.4 Ανάλυση Κυκλικότητας και Μη-Κανονικότητας *78*
2.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 79

ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ (DATA ENVELOPMENT ANALYSIS- DEA) ΚΑΙ ΑΝΑΚΡΙΒΗΣ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ (IMPRECISE DATA ENVELOPMENT ANALYSIS - IDEA) **82**

3.2 ΚΛΙΜΑΚΑ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ CRS ΚΑΙ ΚΛΙΜΑΚΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ VRS 85
3.3 ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑ ΜΟΝΑΔΟΣ ΚΑΙ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΛΙΜΑΚΑΣ 86
3.4 ΜΟΝΤΕΛΑ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΚΑΘΕΣΤΩΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ 89
3.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ 94
3.6 ΜΟΝΑΔΕΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΕΙΚΟΝΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ 95
3.7 ΑΝΑΚΡΙΒΗΣ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΥΣΑ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ IMPRECISE DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (IDEA) ... 96
3.7.1 Εισαγωγή *96*
3.7.2 Μοντέλα IDEA *98*
3.7.3 Ταξινόμηση – Ανώτερα και Κατώτερα όρια των τιμών της αποδοτικότητας *101*
3.7.4 Η Διατύπωση Μιας Ειδικής Περίπτωσης *103*
3.7.5 Συμπεράσματα *108*
3.8 ΜΙΑ ΝΕΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ 108
3.9 ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ DEA ΜΕ ΑΝΑΚΡΙΒΗ ΔΕΔΟΜΕΝΑ 111
3.9.1 Εξέταση περίπτωσης η DMU να ανήκει στο σύνολο E^+. *111*
3.9.2 Εξέταση περίπτωσης η DMU να ανήκει στο σύνολο E^- *120*
3.10 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ 124

ΙΕΡΑΡΧΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ (AHP) ΚΑΙ ΑΝΑΚΡΙΒΗΣ ΙΕΡΑΡΧΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ (IAHP) **125**

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ 126
4.2 ΣΚΟΠΟΣ - ΘΕΩΡΙΑ 127
4.3 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΩΝ 131
4.3.1 Έλεγχος συνέπειας (Μέθοδος I) *134*
4.3.2 Έλεγχος συνέπειας (Μέθοδος II) *135*
4.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΙΔΙΟΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ $\hat{w}$ 137
4.5 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΤΗΝ AHP 138

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

4.5.1 Έλεγχος συνέπειας (Μέθοδος I) ... *141*
4.5.2 Ταξινόμηση προτεραιοτήτων κριτηρίων ... *142*
4.5.3 Έλεγχος συνέπειας (Μέθοδος II) ... *149*
4.5.4 Ταξινόμηση προτεραιοτήτων εναλλακτικών λύσεων ... *150*
4.5.6 Παραγωγή λύσης ... *162*
4.5.7 SDA 8 : Μία διαφορετική προσέγγιση ... *164*
4.5.8 Σχόλια – Παρατηρήσεις επί των συγκρίσεων (Μέθοδος I και Μέθοδος II) ... *169*
4.6 ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΜΕΘΟΔΩΝ ΜΕ ΜΗ ΣΥΝΕΠΗ ΠΙΝΑΚΑ ... 169
4.6.1 Μέθοδος I ... *171*
4.6.2 Μέθοδος II ... *172*
4.6.3 Σχόλια – Παρατηρήσεις επί των συγκρίσεων ... *176*
4.7 ΌΡΟΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ & ΒΑΘΜΟΣ ΣΥΝΕΠΕΙΑΣ ... 177
4.7.1 Μη σεβασμός θεμελιώδους όρου μέτρησης ... *178*
4.7.2 Ανάλυση ενός παραδείγματος του Saaty ... *182*
4.7.3 Γενικά η έννοια του λόγου ασυνέπειας ... *187*
4.7.4 Συμπέρασμα ... *189*
4.8 ΑΛΛΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΒΑΡΩΝ ... 190
4.8.1 Η μέθοδος του μέσου μετασχηματισμού (mean transformation method) ... *190*
4.8.2 Η μέθοδος του γεωμετρικού μέσου κατά γραμμή (row geometric mean) ... *191*
4.8.3 Η μέθοδος του γεωμετρικού μέσου κατά στήλη (column geometric mean) ... *191*
4.8.4 Η μέθοδος του απλού μέσου κατά γραμμή (simple row average) ... *191*
4.9 AHP – ΚΡΙΣΕΙΣ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΟΣ ... 192
4.9.1 Ιστορική Αναδρομή ... *192*
4.9.2 Εισαγωγή στον γραμμικό προγραμματισμό και στο goal programming model ... *194*
4.9.3 Ασαφής Γραμμικός Προγραμματισμός ... *198*
4.9.4 Ανάλυση - Εφαρμογές ... *203*
4.9.5 Συμπέρασματα ... *213*

Η ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑ ΤΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ ΣΤΗΝ ΛΗΨΗ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΚΑΙ Η ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΕΝΟΣ ΝΕΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ... 214

5.1 ΤΙ ΕΙΝΑΙ Η ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ... 215
5.1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ... 215
5.1.2 ΠΑΙΓΝΙΟ ΜΗΔΕΝΙΚΟΥ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ (ZERO-SUM GAME) ... 217
5.1.3 ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ... 218
Α) ΑΜΙΓΕΙΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ (PURE STRATEGIORS) ... 218
5.1.4 Μη Συνεργατική Θεωρία Παιγνίων ... *219*
5.2 ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ... 231
5.2.1 Αλγοριθμική Διάταξη Προτεραιότητας ... *231*
ΕΚΛΕΚΤΟΡΕΣ ... 232
5.2.2 Πρώτη Κατηγορία ... *233*
5.2.3 Δεύτερη κατηγορία ... *238*
5.3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΝΩΜΩΝ ... 239
5.3.1 Σχηματισμός μιας συλλογικής γνώμης ξεκινώντας από τις ατομικές γνώμες ... *239*

***ΥΠΟΘΕΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ* ... 240**

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

5.3.2 Οργάνωση του συνόλου των γνωμών *243*
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΙΙ 247
ΠΟΛΙΤΙΚΟ ΓΕΓΟΝΟΣ 247
5.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 247
ΕΠΙΛΟΓΟΣ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 250
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ 253
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α' *253*
ΑΡΘΡΑ *281*
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ *287*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Κεφάλαιο 1

Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων

1.1 Εισαγωγή
1.2 Χαρακτηριστικά Απόφασης
1.3 Τα Συστήματα και η Δομή τους
1.4 Διοικητικά Συστήματα Υποστήριξης (Management Support Systems – MSS) Η Αρχική έννοια των Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων
1.5 Συστήματα Υποστήριξης Ομαδικά λαμβανόμενων Αποφάσεων (GDSS)
1.6 Πληροφοριακά Συστήματα Υποβοήθησης Στελεχών (EIS)
1.7 Τεχνητή νοημοσύνη
1.8 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα
1.9 Υβριδικά Συστήματα Στήριξης (Hybrid Support Systems)
1.10 Τεχνολογίες και MSS
1.11 Τεχνολογίες Ανάλυσης και υποστήριξης Ανάλυσης
1.12 Επιπτώσεις χρήσης Συστημάτων Υποστήριξης Διοικητικών Αποφάσεων
1.13 Συμπεράσματα

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

1.1 Εισαγωγή

Σε ένα παγκόσμιο ανταγωνιστικό περιβάλλον, η λήψη αποφάσεων δημιούργησε την ανάγκη για αποδοτικότερη και αποτελεσματικότερη οργάνωση των επιχειρήσεων. Η πληροφορία έχει μετατραπεί σε πόρο 'κλειδί' για την αύξηση του ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος μιας επιχείρησης, με αποτέλεσμα την αλλαγή της φύσης της επιχειρηματικής στρατηγικής. Έτσι δημιουργήθηκε η ανάγκη για τη χάραξη μιας στρατηγικής η οποία θα υπολογίζει την πληροφορία ως περιουσιακό στοιχείο θα δίνει έμφαση στη συλλογή της, στην ομαλή ροή της μέσα στον οργανισμό και στη σωστή διαχείριση με αποτέλεσμα την ορθότερη λήψη αποφάσεων σε όλες τις διαδικασίες που εφαρμόζονται στον οργανισμό. Από όλα αυτά προκύπτει πως μια σύγχρονη επιχείρηση χρειάζεται απαραίτητα ένα πληροφοριακό σύστημα υποστήριξης αποφάσεων το οποίο θα εξυπηρετεί τους σκοπούς της επιχειρηματικής στρατηγικής. Για την κάλυψη αυτών των αναγκών αναπτύχθηκαν ή εξελίχθηκαν περαιτέρω νέοι επιστημονικοί κλάδοι όπως η επιχειρησιακή έρευνα, οι εφαρμοσμένες οικονομικές επιστήμες, η επιστήμη της συμπεριφοράς κ.α. Η ανάπτυξη αυτών των κλάδων οδήγησε στην επιστημονική αντιμετώπιση των προβλημάτων οργάνωσης και διοίκησης των διαφόρων επιχειρήσεων.

Η ανάπτυξη της επιστήμης των ηλεκτρονικών υπολογιστών, τόσο από πλευράς υλικού, όσο και από πλευράς λογισμικού, και η παράλληλη ανάπτυξη των συστημάτων τηλεπικοινωνίας, έπαιξαν σημαντικό ρόλο στις εξελίξεις αυτές. Η σύνθεση των νέων αυτών αντιλήψεων είχε σαν αποτέλεσμα τη διεύρυνση και την ενίσχυση του ρόλου του ανθρώπινου παράγοντα στις διαδικασίες λήψης αποφάσεων και οδήγησε στη δημιουργία ενός νέου επιστημονικού κλάδου της Επιστήμης των Αποφάσεων.

Ο ρόλος ενός manager στη διοίκηση μιας επιχείρησης είναι εξαιρετικά σημαντικός και πολυδιάστατος. Η μελέτη του Mintzberg (1980) σε ανώτερα διοικητικά στελέχη, καθώς και άλλες σχετικές μελέτες, κατέληξαν στο ότι τα καθήκοντα και οι ικανότητες των managers μπορούν να διακριθούν σύμφωνα με την ακόλουθη κατηγοριοποίηση :

- **Διαπροσωπικές ικανότητες επικοινωνίας :** Επικεφαλής, σύνδεσμος.
- **Διαχείριση πληροφοριών :** Επεξεργασία σε σύντομο χρόνο, επιμέλεια και διανομή της ελάχιστης απαιτούμενης ποσότητας πληροφορίας.
- **Αποφασιστικότητα :** Επιχειρηματικό πνεύμα, χειρισμός αναταραχών, υπεύθυνος κατανομής πόρων, ικανός διαπραγματευτής.

Το management κατ' αυτόν τον τρόπο αναδεικνύεται σε μια διαδικασία από την οποία τα κέρδη επιτυγχάνονται μέσω της βέλτιστης χρήσης των πόρων (άνθρωποι, χρήματα, υλικά,

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

χρόνος). Οι πόροι θεωρούνται εισροές και η επίτευξη των στόχων θεωρείται το εξαγόμενο της διαδικασίας αυτής. Το αποτέλεσμα της επιτυχίας ενός manager μετριέται από το συσχετισμό εισροών – εκροών. Η αναλογία αυτών των δύο μεγεθών είναι μια ένδειξη της παραγωγικότητας του οργανισμού.

$$\text{Παραγωγικότητα} = \frac{\text{εκροές (προϊόντα, υπηρεσίες)}}{\text{εισροές (πόροι)}}$$

Η παραγωγικότητα αποτελεί την κύρια μέριμνα του οργανισμού, λόγω της άμεσης συνάφειάς της με την ομαλή συνύπαρξη του οργανισμού και των μελών του. Το επίπεδο της παραγωγικότητας σχετίζεται άμεσα με την εκτέλεση συγκεκριμένων λειτουργιών, όπως του σχεδιασμού, της οργάνωσης, της διεύθυνσης και του ελέγχου. Καθίσταται συνεπώς προφανές, πως ο ρόλος ενός manager συνδέεται άρρηκτα με την εμπλοκή σε μια ατέρμονα διαδικασία λήψης αποφάσεων. Για πολλά χρόνια, επικρατούσε η άποψη ότι η λήψη αποφάσεων είναι τέχνη – ταλέντο που αποκτάται μετά από ένα μεγάλο χρονικό διάστημα μέσα από την εμπειρία (μάθηση μέσα από δοκιμές και λάθη). Η διοίκηση θεωρούνταν μια τέχνη, γιατί διάφορα προσωπικά στυλ μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν στην προσέγγιση και την επιτυχή λύση του ίδιου τύπου διοικητικών προβλημάτων. Αυτά τα στυλ, βασίζονται συνήθως στη δημιουργικότητα, την κρίση, τη διαίσθηση και την εμπειρία του decision maker και όχι σε μια πιο επιστημονική προσέγγιση με χρήση συστηματικών και επιστημονικών μεθόδων.

Ωστόσο, το περιβάλλον στο οποίο λειτουργεί σήμερα η διοίκηση, αλλάζει πολύ γρήγορα. Η επιχείρηση και το περιβάλλον της, είναι σήμερα πιο σύνθετα από κάθε άλλη φορά και η πολυπλοκότητα τείνει να αυξάνεται. Η λήψη αποφάσεων σήμερα είναι πολύ πιο πολύπλοκη από ότι στο παρελθόν. Ορισμένοι από τους παράγοντες που ευθύνονται για τη λήψη αποφάσεων είναι:

ΠΑΡΑΓΟΝΤΑΣ

- *1 Τεχνολογία-Τεχνογνωσία*
- *2 Πληροφορική – Η/Υ-Διαδίκτυο*
- *3 Ανταγωνισμός*
- *4 Διεθνείς αγορές*
- *5 Πολιτική αστάθεια*
- *6 Κυβερνητικές παρεμβάσεις*
- *7 Περισσότερες διαφορετικές επιλογές*
- *8 Μεγαλύτερο κόστος λαθών*
- *9 Μεγαλύτερη αβεβαιότητα για το μέλλον*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Σαν αποτέλεσμα αυτών των τάσεων και των αλλαγών, είναι πολύ δύσκολο να βασιστούμε στην προσέγγιση δοκιμής – σφάλματος (trial and error) για την άσκηση του διευθυντικού έργου. Απαιτείται η εξειδίκευση του ρόλου των διευθυντικών στελεχών, ώστε να ενσωματώσουν στο έργο τους τη χρήση εργαλείων και τεχνικών που δημιουργούνται γύρω από το αντικείμενό τους.

Για να μπορέσει ένας οργανισμός να επιτελέσει τις διοικητικές δραστηριότητές του όπως το σχεδιασμό, την οργάνωση, την καθοδήγηση, τον έλεγχο και τη στελέχωση, χρειάζεται μια **συνεχή διαδικασία λήψης απόφασης.** Σαν απόφαση θεωρούνται όλες εκείνες οι ενέργειες (σκέψεις, κρίσεις κ.λ.π) που γίνονται από έναν ή περισσότερους ανθρώπους με στόχο την επιλογή ενός τρόπου δράσης (ενέργειας) μέσα από ένα σύνολο εναλλακτικών επιλογών δράσης.

Κατά τον *H.A.Simon* οι αποφάσεις διακρίνονται σε :

1 **Προγραμματισμένες** (programmed) που αφορούν επαναλαμβανόμενα προβλήματα συγκεκριμένης δομής και τυποποιημένο τρόπο αντιμετώπισης.

2 **Απρογραμμάτιστες** (non programmed) που αναφέρονται σε πρωτοεμφανιζόμενα προβλήματα, για τα οποία δεν υπάρχει συγκεκριμένος τρόπος αντιμετώπισης.

Κατά τον *P. Drucker* οι αποφάσεις διακρίνονται σε :

1 **Τακτικές** (tactical) που στρέφονται στη φάση της υλοποίησης του προγραμματισμού, με κύριους αντικειμενικούς στόχους τη μεγιστοποίηση του κέρδους ή την ελαχιστοποίηση του κόστους.

2 **Στρατηγικές** που αναφέρονται στον καθορισμό αντικειμενικών στόχων, προσδιορισμό των πόρων, κλπ.

Αντίστοιχα οι *Keen και Scott-Morton* (1978) και ο *Keen* (1980) διακρίνουν τις αποφάσεις σε δομημένες (structured), ημιδομημένες (semi structured) και αδόμητες (unstructured).

1 **Δομημένες**, χαρακτηρίζονται εκείνες οι αποφάσεις των οποίων η επίλυση προέρχεται από μια αυτοματοποιημένη διαδικασία. Οι δομημένες αναφέρονται σε συνηθισμένα και επαναλαμβανόμενα προβλήματα για τα οποία υπάρχουν έτοιμες λύσεις.

2 **Ημιδομημένες**, ονομάζονται εκείνες οι αποφάσεις οποίων η λύση επιδιώκεται στα πλαίσια ενός εύρους πιθανών λύσεων αφήνοντας στον ανθρώπινο παράγοντα περιθώρια επιλογής της.

3 **Αδόμητες,** χαρακτηρίζονται εκείνες οι αποφάσεις των οποίων οι λύσεις δεν μπορούν να δομηθούν ή δεν έχει διερευνηθεί σε βάθος η δυνατότητα δόμησης τους.

Οι αδόμητες αναφέρονται σε ασαφώς διατυπωμένα, περίπλοκα προβλήματα για τα οποία δεν υπάρχουν έτοιμες λύσεις.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Ο Simon περιγράφει τη διαδικασία για τη λήψη μιας απόφασης σαν μια αλληλουχία τριών φάσεων : **πληροφόρηση**, **σχεδίαση** και **απόφαση**. Σε ένα *δομημένο* πρόβλημα και οι τρεις αυτές φάσεις έχουν τέτοια διάρθρωση, ώστε οι διαδικασίες για την επιλογή της καλύτερης λύσης είναι γνωστές. Είτε η λύση αφορά την εύρεση της κατάλληλης στάθμης αποθέματος, ή την επιλογή της βέλτιστης επενδυτικής πολιτικής, τα κριτήρια της λύσης είναι σαφώς καθορισμένα. Αυτά έχουν συνήθως το μικρότερο κόστος ή το μεγαλύτερο κέρδος. Ο manager μπορεί να χρησιμοποιήσει μηχανογραφημένη βοήθεια υπαλλήλου, επεξεργασία δεδομένων ή μοντέλα της διοικητικής επιστήμης για να υποστηρίξει τις δομημένες αποφάσεις.

Τα *ημιδομημένα* προβλήματα, στα οποία κάποιες μόνο από τις φάσεις είναι δομημένες, απαιτούν ένα συνδυασμό των συνηθισμένων διαδικασιών επίλυσης και ατομικής κρίσης. Οι Keen και Scott-Morton (1978) δίνουν τα ακόλουθα παραδείγματα ημιδομημένων προβλημάτων : εμπορικοί συνασπισμοί, καθορισμός επενδύσεων σε marketing για την προώθηση καταναλωτικών προϊόντων, ανάλυση απόκτησης κεφαλαίου.

Οι δομημένες αποφάσεις μπορούν να λαμβάνονται από μηχανογραφημένες εφαρμογές χωρίς τη συμμετοχή του αποφασίζοντος, ενώ οι ημιδομημένες αποφάσεις λαμβάνονται οπωσδήποτε με τη συμμετοχή του, μέσα από την αλληλεπίδραση αποφασίζοντος - συστήματος. Οι δομημένες και οι ημιδομημένες αποφάσεις υποστηρίζονται από τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές από την δεκαετία του ’60. Οι αποφάσεις αυτού του τύπου λαμβάνονται ιδιαίτερα για τους τομείς της παραγωγής και της οικονομίας. Αν γίνει δεκτό ότι η απόφαση είναι αποκλειστικό χαρακτηριστικό της ανθρώπινης σκέψης και κρίσης, τότε οδηγείται κανείς στο συμπέρασμα ότι η πρώτη κατηγορία του διαχωρισμού των αποφάσεων σε δομημένες μπορεί να μη γίνει αποδεκτή, λόγω του ότι σε αυτές δεν παρεμβαίνει ο ανθρώπινος παράγων.

1.2 Χαρακτηριστικά Απόφασης

Ένα από τα βασικά εργαλεία για την διοίκηση της επιχείρησης είναι η λήψη έγκαιρων και κοντά στην πραγματικότητα αποφάσεων, οι οποίες βασίζονται σε:

- Προβλέψεις.
- Ύπαρξη στοιχείων του παρελθόντος.
- Δειγματοληψίες.
- Επεξεργασία στοιχείων του παρόντος.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

- Απόψεις και γνώμες.

Η λήψη αποφάσεων απαιτεί :

- Την ύπαρξη ενός αριθμού εναλλακτικών λύσεων.
- Την κατά το δυνατόν καλύτερη γνώση των αποτελεσμάτων τα οποία προκαλεί κάθε εναλλακτική λύση.
- Την ύπαρξη μιας κλίμακας προτιμήσεων ανάλογα με την ωφέλεια η οποία αναμένεται.

Τα βασικά στοιχεία στην λήψη απόφασης είναι:

- Αντικειμενικοί στόχοι.
- Οι καταστάσεις της φύσης (States of the nature).
- Οι πιθανότητες εμφάνισης των καταστάσεων της φύσης.
- Οι εναλλακτικές στρατηγικές(Strategies).
- Τα αναμενόμενα αποτελέσματα από την εφαρμογή των στρατηγικών (Outcomes).

Κριτήρια επιλογής :

1/ Κριτήριο της αναμενόμενης αξίας(expected value) : επιλογή στρατηγικής με το καλύτερο αναμενόμενο θετικό αποτέλεσμα.

2/ Κριτήριο της αναμενόμενης απώλειας ευκαιρίας (expected opportunity loss) : επιλογή στρατηγικής που παρουσιάζει την μικρότερη αναμενόμενη απώλεια.

3/ Κριτήριο της αναμενόμενης αξίας της τέλειας πληροφόρησης(expected value of perfect information).

4/ Κριτήριο της αναμενόμενης χρησιμότητας (expected utility) : όταν η εμφάνιση της αναμενόμενης κατάστασης της φύσης επιφέρει μεγάλη ωφέλεια και η μη εμφάνιση της, μεγάλη ζημιά.

5/ Το συνολικό αποτέλεσμα με βάση τα κριτήρια επιλογής.

6/ Μήτρα αποτελεσμάτων.

Μια επιχειρησιακή απόφαση προσδιορίζεται από ορισμένα χαρακτηριστικά. Καταρχάς οι εναλλακτικές λύσεις που εξετάζονται στα πλαίσια ενός επιχειρησιακού προβλήματος τις περισσότερες φορές είναι πολυάριθμες (εκατοντάδες ή ακόμα και χιλιάδες). Επιπλέον οι

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

αποφάσεις είναι αλληλένδετες. Μια συγκεκριμένη απόφαση μπορεί να έχει επιπτώσεις σε πολλά άτομα και ομάδες μέσα στον οργανισμό.

Συνήθως στις επιχειρήσεις οι αποφάσεις λαμβάνονται από μια ομάδα ατόμων και συνεπώς τα μέλη της ομάδας μπορεί να έχουν προκαταλήψεις σε ορισμένα θέματα. Ακόμη, μπορεί να υπάρξουν αρκετοί αλληλοσυγκρουόμενοι στόχοι.

Δε θα πρέπει να ξεχνάμε ότι οι περισσότερες αποφάσεις περιέχουν ρίσκο και τα άτομα έχουν διαφορετική στάση απέναντι στον κίνδυνο. Τα άτομα πρέπει να είναι υπεύθυνα για την υποστήριξη μιας απόφασης, καθώς ο πειραματισμός με το πραγματικό σύστημα μπορεί να οδηγήσει σε αποτυχία και ανεπανόρθωτη ζημιά για τον οργανισμό.

Τα αποτελέσματα της λήψης μιας απόφασης συνήθως λαμβάνουν χώρα στο άμεσο μέλλον. Κανένας δεν μπορεί να προβλέψει τι μπορεί να συμβεί στο μέλλον. Οι αλλαγές είναι συχνό φαινόμενο στο περιβάλλον λήψης απόφασης. Οι αλλαγές αυτές μπορούν να επηρεάσουν την ποιότητα της απόφασης, αφού μπορούν να επιβάλλουν χρονική πίεση στον αποφασίζοντα.

Πρέπει να σημειωθεί ότι η συλλογή των πληροφοριών και η ανάλυση του προβλήματος είναι χρονοβόρες και μπορεί να είναι δαπανηρές για την επιχείρηση. Είναι δύσκολο να καθοριστεί πότε πρέπει να σταματήσουν οι διαδικασίες αυτές για να προχωρήσει κανείς στην λήψη αποφάσεων. Υπάρχει περίπτωση να μην υπάρξουν ικανοποιητικές πληροφορίες για τη λήψη απόφασης, αλλά και από την αντίθετη πλευρά μπορεί να υπάρξουν πάρα πολλές πληροφορίες διαθέσιμες και έτσι να προκύψει υπερφόρτωση δεδομένων, κάτι το οποίο καθιστά την λήψη απόφασης δύσκολη.

Τέλος, η ανατροφοδότηση(feedback) είναι μια σημαντική πτυχή της διαδικασίας λήψης μιας απόφασης.

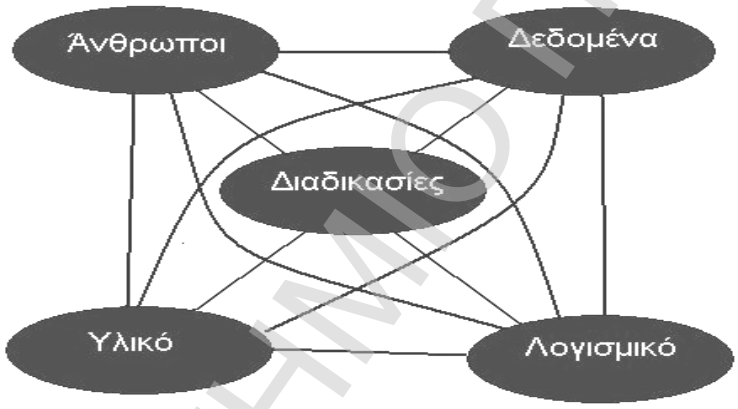
Συμπερασματικά, στόχος είναι οι αποφασίζοντες να μπορούν να λάβουν τις καλύτερες αποφάσεις. Και λέγοντας καλύτερες, δεν εννοούμε και τις γρηγορότερες. Το γρήγορα εξελισσόμενο επιχειρησιακό περιβάλλον απαιτεί συχνά τις γρηγορότερες αποφάσεις, οι οποίες μπορούν να είναι καταστρεπτικές στην ποιότητα απόφασης. Για να είναι αποτελεσματική λοιπόν η δημιουργία συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων, θα πρέπει να είναι κατανοητή οι διαδικασίες που ακολουθούν οι αποφασίζοντες για να καταλήξουν στην ιδανικότερη απόφαση.

Πολλοί είναι οι τομείς που επηρεάζουν την διαδικασία λήψης απόφασης. Αυτοί μπορεί προέρχονται από επιστημονικές συμπεριφορές της φύσης, αλλά και από ορισμένες φιλοσοφίες, όπως η Ανθρωπολογία, η Νομική, η Πολιτική επιστήμη, η Πληροφορική, η Κοινωνική ψυχολογία, τα Οικονομικά, η Εφαρμοσμένη μηχανική και τα Μαθηματικά.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

1.3 Τα Συστήματα και η Δομή τους

Με τον όρο σύστημα εννοούμε μια συλλογή αντικειμένων όπως οι άνθρωποι, οι πόροι, οι έννοιες και οι διαδικασίες που προορίζονται για να εξυπηρετήσουν ένα συγκεκριμένο σκοπό ή για να εκπληρώσουν μια αναγνωρίσιμη λειτουργία. Μια σχηματική δομή του συστήματος βλέπουμε στο *Σχήμα 1.2*. Για παράδειγμα, το πανεπιστήμιο είναι ένα σύστημα που αποτελείται από τους φοιτητές, τη σχολή, το προσωπικό, τους διοικητικούς υπαλλήλους, το κτίριο, τον εξοπλισμό και τους κανόνες, με στόχο την εκπαίδευση των σπουδαστών, την έρευνα και γενικότερα την υπηρεσία στην κοινότητα.



Σχήμα 1.2 : *Σχηματική δομή του συστήματος.*

Η έννοια των επιπέδων (δηλ., μια ιεραρχία) συστημάτων απεικονίζει το γεγονός ότι όλα τα συστήματα στην πραγματικότητα είναι υποσυστήματα, επειδή κάθε σύστημα περιλαμβάνεται μέσα σε κάποιο μεγαλύτερο. Παραδείγματος χάριν, μια τράπεζα περιλαμβάνει τέτοια υποσυστήματα όπως ένα εμπορικό τμήμα δανείου, ένα τμήμα αποταμίευσης και ένα τμήμα διαδικασιών. Η ίδια η τράπεζα μπορεί επίσης να είναι μέρος μιας συλλογής άλλων τραπεζών, και αυτές οι τράπεζες μπορούν συλλογικά να είναι υποκαταστήματα μιας εταιρίας εκμετάλλευσης, όπως η τράπεζα της Αμερικής, που είναι ένα υποσύστημα του τραπεζικού συστήματος της Καλιφόρνιας. Το σύστημα αυτό, με τη σειρά του, είναι μέρος του εθνικού τραπεζικού συστήματος που είναι τομέας της εθνικής οικονομίας. Οι διασυνδέσεις και οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των υποσυστημάτων καλούνται διεπαφές.

Τα συστήματα διαιρούνται σε τρία ξεχωριστά μέρη που είναι τα εξής:

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Εισροές (inputs) : Οι εισροές είναι στοιχεία που εισάγουν το σύστημα. Παραδείγματα εισροών είναι οι πρώτες ύλες που μπαίνουν σε χημικές εγκαταστάσεις, οι σπουδαστές που αναγνωρίζονται σε ένα πανεπιστήμιο και η εισαγωγή στοιχείων ιστοσελίδας για μια ερώτηση βάσεων δεδομένων.

Διαδικασίες (processes) : Οι διαδικασίες είναι όλα τα απαραίτητα στοιχεία για να μετατρέψουν ή να μετασχηματίσουν τις εισροές σε εκροές. Παραδείγματος χάριν, μια διαδικασία σε χημικές εγκαταστάσεις μπορεί να περιλάβει τη θέρμανση των υλικών, χρησιμοποιώντας τις λειτουργικές διαδικασίες, με τη χρήση ενός υποσυστήματος υλικών καθώς και με τους υπαλλήλους και τις μηχανές.

Εκροές (outputs) : Οι εκροές είναι τα ολοκληρωμένα προϊόντα του συστήματος. Παραδείγματος χάριν, τα λιπάσματα είναι μια παραγωγή χημικών εγκαταστάσεων, οι μορφωμένοι άνθρωποι είναι μια παραγωγή ενός πανεπιστημίου, και οι αναφορές μπορούν να είναι τα αποτελέσματα ενός συγκροτήματος ηλεκτρονικών υπολογιστών. Ένας κεντρικός υπολογιστής δικτύου μπορεί να παραγάγει ιστοσελίδες δυναμικά, βασισμένες στις εισαγωγές και τις διαδικασίες του.

Τα συστήματα περιβάλλονται από ένα περιβάλλον και περιλαμβάνουν συχνά έναν μηχανισμό ανατροφοδότησης (feedback). Επιπλέον, ο αποφασίζων θεωρείται μέρος του συστήματος. Στον μηχανισμό ανατροφοδότησης υπάρχει μια ροή πληροφοριών από το τμήμα παραγωγής στον αποφασίζοντα, που αφορά τα αποτελέσματα ή την απόδοση του συστήματος. Με βάση τα αποτελέσματα, ο αποφασίζων, που ενεργεί ως έλεγχος, μπορεί να αποφασίσει να τροποποιήσει τις εισαγωγές, τις διαδικασίες, ή και τα δύο. Αυτή η ροή πληροφοριών μπορεί να θεωρηθεί ως ένας κλειστός βρόγχος και ονομάζεται ανατροφοδότηση. Ο αποφασίζων συγκρίνει τα αποτελέσματα με τα προσδοκούμενα αποτελέσματα και έτσι ρυθμίζει τις εισαγωγές και τις διαδικασίες για να πλησιάσει όσο γίνεται περισσότερο τους στόχους παραγωγής.

Το περιβάλλον του συστήματος αποτελείται από διάφορα στοιχεία που βρίσκονται έξω από αυτό, υπό την έννοια ότι δεν είναι εισαγωγές, αποτελέσματα ή διαδικασίες. Εντούτοις, έχουν επιπτώσεις στην απόδοση του συστήματος και συνεπώς στην επίτευξη των στόχων του.

Ένα σύστημα χωρίζεται από το περιβάλλον του από ένα όριο. Το σύστημα είναι μέσα στο όριο, ενώ το περιβάλλον βρίσκεται έξω από αυτό. Ένα όριο μπορεί να είναι φυσικό ή μπορεί να είναι κάποιος μη φυσικός παράγοντας. Για παράδειγμα, ένα σύστημα μπορεί να είναι οριακό όσον αφορά το χρόνο. Σε αυτή την περίπτωση, μπορούμε να αναλύσουμε μια οργάνωση για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Το όριο ενός συστήματος καθορίζεται στενεύοντας το πεδίο του συστήματος ώστε να απλοποιηθεί η ανάλυσή του. Τα όρια συσχετίζονται με τις έννοιες των

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

κλειστών και ανοικτών συστημάτων. Ένα κλειστό σύστημα είναι συνολικά ανεξάρτητο, ενώ ένα ανοικτό σύστημα εξαρτάται πολύ από το περιβάλλον του. Ένα ανοικτό σύστημα δέχεται τις εισαγωγές (πληροφορίες, ενέργεια, υλικά) από το περιβάλλον και μπορεί να παραδώσει τα αποτελέσματα στο περιβάλλον. Κατά καθορισμό της επιρροής των αποφάσεων σχετικά με ένα ανοικτό σύστημα, πρέπει να καθορίσουμε τη σχέση του με το περιβάλλον καθώς και με άλλα συστήματα. Σε ένα κλειστό σύστημα, δεν χρειαζόμαστε να το κάνουμε αυτό επειδή το σύστημα θεωρείται απομονωμένο. Γενικά, τα κλειστά συστήματα είναι αρκετά απλής φύσης.

Τα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων διαπραγματεύονται με συστήματα, τα οποία είναι ανοικτά. Τέτοια συστήματα είναι πολύπλοκα και κατά την ανάλυσή τους πρέπει να καθορίζονται οι επιδράσεις από και προς το περιβάλλον.

1.3.1 Δύο διαφορετικές έννοιες : Αποτελεσματικότητα και Αποδοτικότητα.

Η αξιολόγηση των συστημάτων γίνεται με βάση δύο μέτρων απόδοσης, την αποτελεσματικότητα και την αποδοτικότητα. Οι δύο αυτές έννοιες έχουν διαφορετική σημασία γα την αξιολόγηση των συστημάτων.

Η **αποτελεσματικότητα** (effectiveness) είναι ο βαθμός στον οποίο οι στόχοι επιτυγχάνονται. Προκύπτει λοιπόν από τα αποτελέσματα του συστήματος τα οποία μπορούν να αξιολογηθούν, όπως για παράδειγμα οι συνολικές πωλήσεις ή το κέρδος ανά μερίδιο.

Η **αποδοτικότητα** (efficiency) είναι ένα μέτρο της χρήσης των εισόδων του συστήματος για να επιτευχθούν τα αποτελέσματα, όπως για παράδειγμα το ποσό των χρημάτων που απαιτούνται για να παραγάγουν ένα ορισμένο επίπεδο πωλήσεων.

Η μέτρηση της αποτελεσματικότητας και της αποδοτικότητας των συστημάτων αποτελεί ένα σημαντικό πρόβλημα. Αυτό ισχύει ιδιαίτερα για τα συστήματα που επιδίδουν ανθρώπινες υπηρεσίες, όπως είναι για παράδειγμα η εκπαίδευση, η υγεία και η διασκέδαση, οι οποίες συχνά παρουσιάζουν διαφορετικούς ποιοτικούς και συγκρουόμενους στόχους.

«Η αποτελεσματικότητα κάνει το σωστό πράγμα. Η αποδοτικότητα κάνει το πράγμα σωστό». «Effectiveness is doing the right thing, efficiency is doing the thing right.» (Peter Drucker).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

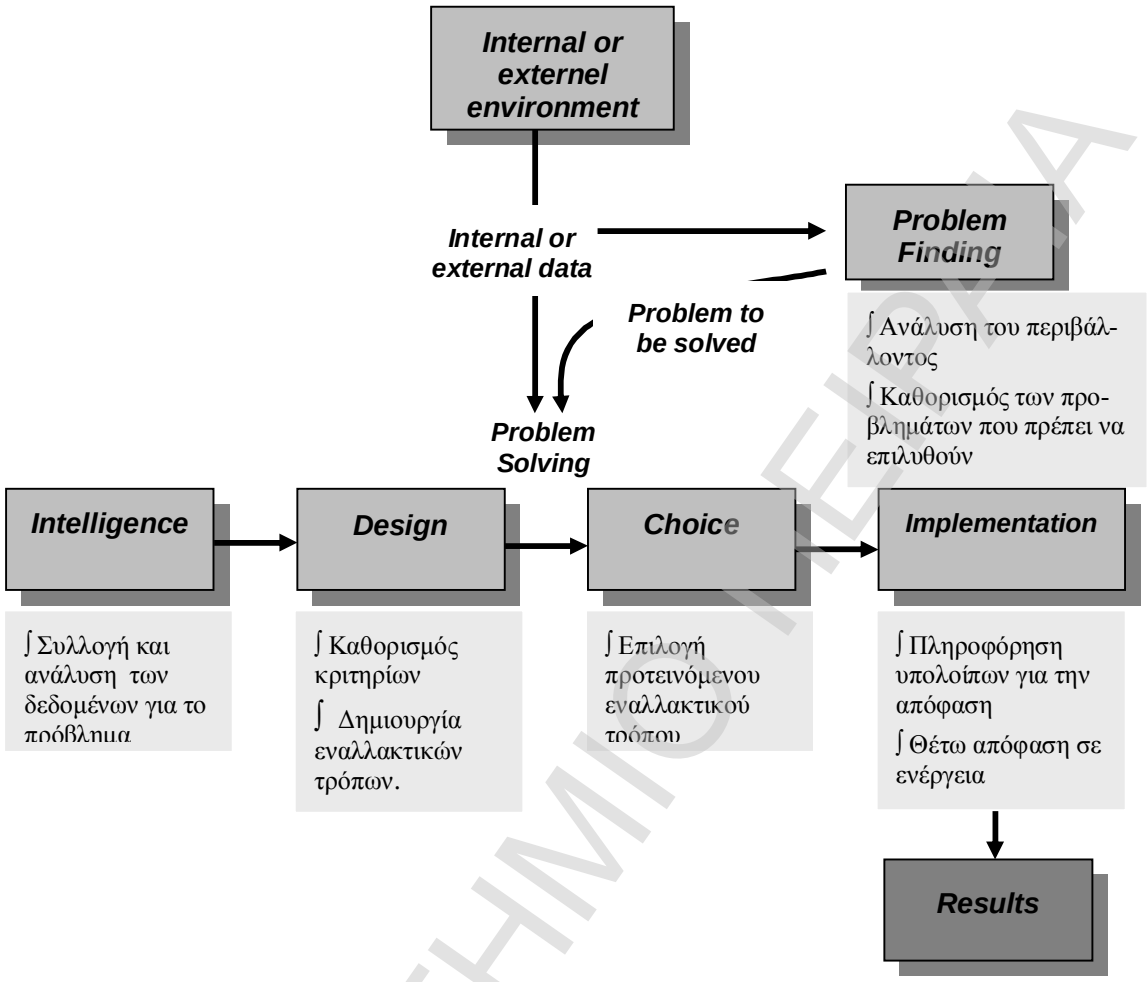
1.3.2 Λήψη Αποφάσεων : Η διαδικασία.

Η διαδικασία λήψης μιας απόφασης σύμφωνα με τον Simon μπορεί να χωριστεί στις ακόλουθες τρεις φάσεις:

Τη Νοητική φάση (Intelligent phase) όπου αναζητούνται καταστάσεις για τις οποίες μπορεί να ληφθούν αποφάσεις, **το Σχεδιασμό (Design)** όπου γίνεται έρευνα, ανάλυση και ανάπτυξη όλων των δυνατών εναλλακτικών αποφάσεων και τη φάση της **Επιλογής (Choice)** όπου γίνεται η επιλογή της καταλληλότερης απόφασης μέσα από το σύνολο των εναλλακτικών αποφάσεων.

Όταν κατά τη διάρκεια λήψης μιας απόφασης και οι τρεις ανωτέρω φάσεις είναι δομημένες, πρόκειται για πλήρως δομημένο πρόβλημα. Αν καμιά από τις τρεις φάσεις δεν είναι δομημένη, τότε το πρόβλημα θεωρείται πλήρως αδόμητο. Τέλος, αν κάποιες από τις φάσεις είναι δομημένες και κάποιες αδόμητες, τότε το πρόβλημα θεωρείται ημιδομημένο. Αργότερα ο Simon πρόσθεσε και μια τέταρτη φάση, την υλοποίηση (implementation). Η φάση αυτή μπορεί να περιέχεται στην φάση της επιλογής, αλλά η σημαντικότητά της την καθιστά ως μια ξεχωριστή τέταρτη φάση από πολλούς συγγραφείς. Γι' αυτό το λόγο έχει σχεδιαστεί διαφορετικά και στο ***Σχήμα 1.3.***

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ



Σχήμα 1.3 : *Φάσεις διαδικασίας λήψης απόφασης.*

Αναλύοντας περισσότερο τις φάσεις της διαδικασίας λήψης απόφασης έχουμε τα εξής :

Νοητική Φάση

Αρχικά αναζητούνται πιθανά προβλήματα στον περιβάλλοντα χώρο, που απαιτούν τη λήψη μιας απόφασης. Ακολούθως γίνεται διερεύνηση για το αν το κάθε συγκεκριμένο πρόβλημα είναι αφενός μεν πραγματικό και αφετέρου ότι δεν αποτελεί μέρος άλλου προβλήματος. Στη συνέχεια, το κάθε πρόβλημα καθορίζεται συγκεκριμένα και προσδιορίζεται ο βαθμός σημαντικότητάς του έτσι, ώστε να είναι γνωστή η προτεραιότητα, που θέτει η επιχείρηση για την επίλυσή του. Κάθε πρόβλημα ταξινομείται σε μια από τις προκαθορισμένες κατηγορίες (δομημένα, ημιδομημένα ή κακώς δομημένα προβλήματα) και στη συνέχεια διασπάται, αν είναι δυνατό, σε επιμέρους υποπροβλήματα. Η φάση αυτή τελειώνει με τη καταγραφή του προβλήματος.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Φάση Σχεδιασμού

Η φάση της σχεδίασης ξεκινά με τη μελέτη του προβλήματος ώστε αυτό να γίνει πλήρως κατανοητό. Ακολούθως, γίνεται προσπάθεια να ευρεθούν όλοι οι πιθανοί εναλλακτικοί τρόποι δράσης, οι οποίοι στη συνέχεια, αφού αναπτυχθούν και αναλυθούν, θα εφαρμοσθούν για τον υπολογισμό των λύσεων οι οποίες με τη σειρά τους θα ελεγχθούν για το αν είναι δυνατή η υλοποίησή τους. Σημαντικό μέρος της φάσης αυτής αποτελεί η μοντελοποίηση του προβλήματος. Δηλαδή η κατασκευή ενός μοντέλου που θα αναπαριστά τη κατάσταση του προβλήματος. Το μοντέλο αυτό στη συνέχεια ελέγχεται και επαληθεύεται.

Φάση Επιλογής

Στη φάση αυτή εκτελούνται οι εργασίες αναζήτησης, εκτίμησης και εύρεσης της κατάλληλης λύσης του μοντέλου. Η αναζήτηση της λύσης μπορεί να είναι, είτε κατευθυνόμενη από το στόχο (goal-driven) όπου με βάση τα δεδομένα που έχουμε στη διάθεσή μας προσπαθούμε να φθάσουμε σε συμπεράσματα, που προσεγγίζουν τους επιθυμητούς στόχους, είτε κατευθυνόμενη από τα δεδομένα (datadriven) όπου ξεκινάμε, είτε από τους στόχους που έχουμε θέσει, είτε από αυτούς που αναμένουμε να επιτύχουμε και ψάχνουμε για γεγονότα που θα στηρίξουν ή θα απορρίψουν αυτές τις υποθέσεις μας. Πρέπει να αναφέρουμε ότι η αναζήτηση της λύσης μπορεί να είναι και συνδυασμός και των δύο παραπάνω τρόπων.

Φάση Εφαρμογής

Κατά την φάση αυτή εφαρμόζουμε την προτεινόμενη λύση. Αν τα αποτελέσματα της ολοκλήρωσης είναι ικανοποιητικά, τότε συμπεραίνεται, ότι οι εργασίες των προηγούμενων φάσεων έγιναν σωστά. Αν όχι, τότε έχουμε τη δυνατότητα να επαναλάβουμε τμήματα των προηγούμενων εργασιών, μέχρις ότου καταλήξουμε σε ικανοποιητικά αποτελέσματα.

1.4 Διοικητικά Συστήματα Υποστήριξης (Management Support Systems – MSS) Η Αρχική έννοια των Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων

Αρχικά, ο όρος σύστημα υποστήριξης απόφασης είναι μια σχετικά ελεύθερη έκφραση που μπορεί να σημαίνει διαφορετικά πράγματα σε διαφορετικούς ανθρώπους. Επομένως, δεν υπάρχει κανένας παγκοσμίως αποδεκτός ορισμός για τα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

1.4.1 Προσδιορισμός της έννοιας των DSS

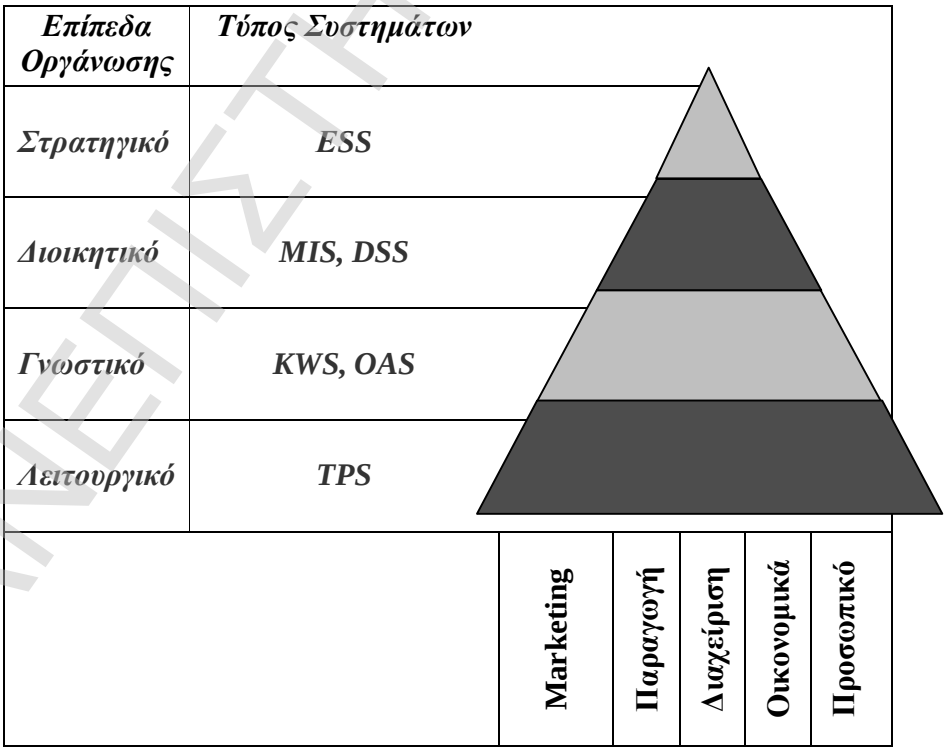
Οι υπολογιστές χρησιμοποιούνται ως υποστηρικτικά εργαλεία στη λήψη διοικητικών αποφάσεων για περισσότερο από τρεις δεκαετίες. Τα εργαλεία της κατηγορίας αυτής μπορούν να χωριστούν στις παρακάτω κατηγορίες :

- Συστήματα διαχείρισης συναλλαγών (Transaction Process Systems – TPS)
- Πληροφοριακά Συστήματα Διοίκησης (Management Information Systems – MIS)
- Αυτοματοποίησης Γραφείου (Office Automation System - OAS)
- Συστήματα υποστήριξης διοικητικών αποφάσεων (Management Support Systems – MSS)

που υποδιαιρούνται στις ακόλουθες κατηγορίες :

1. Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων (Decision Support Systems) και Συστήματα Υποστήριξης ομαδικά λαμβανόμενων Αποφάσεων (group DSS)
2. Έμπειρα συστήματα (Expert Systems)
3. Συστήματα Πληροφόρησης Επιτελών (Executive Information Systems- EIS)
4. Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (Artificial Neural Networks – ANN)

Η οργανωτική πυραμίδα υποστηρίζεται από τα Διοικητικά Συστήματα Υποστήριξης όπως στο *Σχήμα 1.4.*



Σχήμα 1.4 : *Οργανωτική Πυραμίδα*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Οι τύποι Συστημάτων σύμφωνα με την Οργανωτική Πυραμίδα έχουν ως εξής :

Ο Anthony (1965), προσδιορίζει τρεις κατηγορίες που περιγράφουν όλες τις διοικητικές ενέργειες :

(1) *ο στρατηγικός σχεδιασμός* – οι μακροχρόνιοι στόχοι και πολιτικές για την κατανομή των πόρων

(2) *ο διοικητικός έλεγχος* – η απόκτηση και η αποτελεσματική χρήση των πόρων στην επίτευξη των οργανωτικών στόχων

(3) *ο λειτουργικός έλεγχος* – η αποτελεσματική και πετυχημένη εκτέλεση συγκεκριμένων ενεργειών.

Οι ταξινομήσεις των Anthony και Simon συνδυάζονται στο ακόλουθο πλαίσιο στήριξης αποφάσεων, που παριστάνεται στο *Σχήμα 1.5*. Οι χαμηλού επιπέδου επόπτες εκτελούν συνήθως τις δομημένες και προσανατολισμένες στο λειτουργικό έλεγχο ενέργειες (κελιά 1, 2 και 4), ενώ οι ενέργειες των κελιών 6,8 και 9 ανήκουν στην αρμοδιότητα των ανώτερων ειδικών. Τα κελιά 3, 5 και 7 ανήκουν στην αρμοδιότητα των μεσαίων manager και/ή του ειδικευμένου προσωπικού.

Κάθε μία από τις παραπάνω κατηγορίες τύπων ελέγχου σε συνδυασμό με το είδος του προβλήματος – απόφασης, προτείνει τα καταλληλότερα εργαλεία και μεθόδους, που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν με επιτυχία για την επίλυση του προβλήματος και τη λήψη της σωστής απόφασης.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

	Τύπος ελέγχου			
Τύπος απόφασης	**Λειτουργικός Έλεγχος**	**Διοικητικός Έλεγχος**	**Στρατηγικός Σχεδιασμός**	**Στήριξη που απαιτείται**
Δομημένος	1 Ποσά, παραγγελίες	2 Ανάλυση προϋπολογισμού, βραχυπρόθεσμοι στόχοι, αναφορές προσωπικού, ανάλυση make-or-buy	3 Οικονομική διαχείριση (επένδυση), μέρος αποθήκης, συστήματα διανομής)	MIS, μοντέλα διοικητικής επιστήμης, οικονομικά, στατιστικά
Ημιδομημένος	4 Χρονοπρογραμματισμός παραγωγής, έλεγχος αποθέματος	5 Αποτίμηση αξιοπιστίας, δημιουργία προϋπολογισμού, σχεδιασμός κτιριακών εγκαταστάσεων, προγραμματισμός εργασιών, αμοιβή σχεδιασμού συστημάτων	6 Κατασκευή νέων εγκαταστάσεων, συγχωνεύσεις και κτήσεις, σχεδιασμός καινούριων προϊόντων, σχεδιασμός πληρωμών, σχεδιασμός εξασφάλισης ποιότητας	DSS
Αδόμητος	7 Επιλογή εξώφυλλου για ένα περιοδικό, αγορά λογισμικού, έγκριση δανείων	8 Διαπραγματεύσεις, στρατολόγηση ενός διοικητικού υπαλλήλου, αγορά υλικού, παρασκηνιακή προώθηση	9 Πλάνα επανάσχεδιασμού, ανάπτυξη νέων τεχνολογιών, σχεδιασμός κοινωνικής ευθύνης	DSS ES Νευρωνικά Δίκτυα
Τεχνολογική υποστήριξη	MIS, Διοικητική Επιστήμη	Διοικητική Επιστήμη, DSS, EIS, ES	EIS, ES, Νευρωνικά Δίκτυα	

Ο συσχετισμός μεταξύ των διαφορετικών αυτών τεχνολογιών μπορεί να συνοψιστεί στα ακόλουθα **:**

- Οι τεχνολογίες μπορούν να θεωρηθούν σαν κλάσεις της τεχνολογίας πληροφοριών.
- Υπάρχει συνεργασία μεταξύ τους και κάθε μια υποστηρίζει ορισμένους τομείς της διαδικασίας αποφάσεων.
- Η εξέλιξη και η δημιουργία νέων εργαλείων βοηθά στην επέκταση του ρόλου της πληροφορικής για τη βελτίωση της διαχείρισης των οργανισμών.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Ορισμένα από τα χαρακτηριστικά των κυριότερων υπολογιστικών συστημάτων φαίνονται στο ***Σχήμα 1.6*** :

	Transaction Processing Systems (TPS)	**Management Information systems (MIS)**	**Decision Support Systems (DSS)**	**Expert Systems (ES)**	**Executive Information Systems (EIS)**
Εφαρμογές	Πληρωμή, διατήρηση αρχείων, πληροφόρηση για πωλήσεις και παραγωγή	Έλεγχος παραγωγής, πρόβλεψη πωλήσεων	Στρατηγικός σχεδιασμός μακράς εμβέλειας	Διάγνωση, στρατηγικός σχεδιασμός, στρατηγική διαχείρισης	Υποστήριξη σε αποφάσεις της ανώτατης διοίκησης
Ικανότητα λήψης αποφάσεων	Καμιά απόφαση, ούτε στοιχειώδη μοντέλα αποφάσεων	Δομημένα προβλήματα ρουτίνας με συμβατικές διαδικασίες και εργαλεία έρευνας	Ημιδομημένα προβλήματα, ολοκληρωμένα μοντέλα, ανάμιξη κρίσης και δομημένων διαδικασιών.	Το σύστημα παίρνει πολύπλοκες αποφάσεις, αδόμητες	Καμιά
Τύπος πληροφόρησης	Περιληπτικές αναφορές	Προγραμματισμένες και κατ' απαίτηση αναφορές	Πληροφόρηση για την υποστήριξη συγκεκριμένων αποφάσεων	Συμβουλές και επεξηγήσεις	Παροχή ενδείξεων

Σχήμα 1.6 : *Χαρακτηριστικά υπολογιστικών Συστημάτων*

Όπως καθίσταται προφανές με μια πρώτη θεώρηση, υπάρχουν αρκετές διαφορές ανάμεσα σε ένα υπολογιστικό σύστημα υποστήριξης αποφάσεων (DSS) και σε ενα πληροφοριακό σύστημα διοίκησης (MIS). 'Οτι αναμένει κανείς απο ένα DSS είναι λιγότερο πιθανό με ένα MIS. Συγκεκριμένα, ένα DSS μπορεί να βοηθήσει στην επίλυση ad hoc, μη αναμενόμενων προβλημάτων. Τα περισσότερα MIS είναι προσανατολισμένα στην παροχή δομημένων ροών πληροφορίας, με τη μορφή περιλήψεων και χειρισμό μεμονωμένων προβλημάτων, και οι αναφορές που παρέχουν είναι μικρής αξίας καθόσον δεν είναι αφαιρετικές αλλά αρκετά

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

προσανατολισμένες στο συγκεκριμένο πρόβλημα. ‘Ενα DSS ενσωματώσει μια έγκυρη αναπαράσταση του πραγματικού κόσμου. Ο τρόπος που ενσωματώνονται τα μοντέλα σε ένα MIS, δε μπορεί να εμπνέει την ίδια εμπιστοσύνη ωστόσο.

1.4.2 Πληροφοριακά Συστήματα Διοίκησης (MIS)

‘Ενα πληροφοριακό σύστημα διοίκησης είναι ένα τυπικό υπολογιστικό σύστημα, που στοχεύει στην εξαγωγή και συνδυασμό των δεδομένων, προερχόμενων από διαφορετικές πηγές με σκοπό να παρέχει σε ορισμένο χρόνο πληροφόρηση αναγκαία για τη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Τα MIS έχουν δοκιμαστεί με επιτυχία στην παροχή πληροφόρησης για συνήθη, δομημένα και αναμενόμενα είδη αποφάσεων, έχουν αποτύχει ωστόσο στην υποστήριξη σύνθετων καταστάσεων. Αυτό οφείλεται στην έλλειψη δυνατοτήτων αναγκαίων για την υποστήριξη σύνθετων καταστάσεων, και τα MIS παραδοσιακά δεν ήταν ποτέ εύκολο να αναπτυχθούν αλλά ούτε και να χρησιμοποιηθούν από τους managers. Επιπλέον, όταν κινηθούμε ανοδικά στην ιεραρχία διοίκησης, τα προβλήματα τα οποία καλείται ένας manager να αντιμετωπίσει, έχουν ολοένα και περισσότερο εξωγενή προέλευση και συνδέονται με καταστάσεις που η προέλευσή τους βρίσκεται εκτός του οργανισμού. ‘Ετσι, η υποστηρικτική ικανότητα που μπορεί να παρέχει ενα MIS, ελλατώνεται όσο ανεβαίνουμε στην ιεραρχία διοίκησης. Η προσέγγισή μας συνεπώς καθίσταται αναγκαίο να επικεντρωθεί σε συστήματα περισσότερο ικανά να αντιμετωπίσουν προβλήματα μη τετριμμένα, που απαιτούν μίξη διοικητικής πείρας σε συνδυασμό με τυπική ανάλυση.

1.4.3 Συστήματα Στήριξης Αποφάσεων (DSS)

Οι μεγάλες επιχειρήσεις έχουν αναπτύξει τα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων για ορισμένους πολύ σημαντικούς λόγους. Αρχικά είναι γνωστό ότι οι επιχειρήσεις εργάζονται σε μια ασταθή και γρήγορα μεταβαλλόμενη οικονομία. Επιπλέον, υπάρχουν πολυάριθμες δυσκολίες στην καταγραφή των επιχειρησιακών διαδικασιών και το γεγονός ότι τα υπάρχοντα συστήματα δεν υποστηρίζουν την υποστήριξη απόφασης, κάνουν ακόμα περισσότερο απαραίτητη την χρησιμοποίηση DSS. Επίσης, στις επιχειρήσεις απαιτείται ειδική ανάλυση της αποδοτικότητας καθώς και υψηλότερη ποιότητα απόφασης. Ένας ακόμη από τους σημαντικότερους λόγους που οδηγούν στην ανάπτυξη των DSS είναι ο ανταγωνισμός, ο οποίος αυξάνεται διαρκώς. Αξίζει να

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

σημειωθεί ότι πολλοί από τους τελικούς χρήστες δεν έχουν εξειδικευμένες γνώσεις σχετικά με τους υπολογιστές και συνεπώς χρειάζονται εύχρηστα εργαλεία και διαδικασίες για να εκτελούν αποτελεσματικά τις εργασίες τους. Τα DSS ικανοποιούν τις απαιτήσεις των χρηστών αυτών και γι' αυτό το λόγο αποτελούν ένα απαραίτητο εργαλείο για τους αποφασίζοντες.

Οι αρχές τις οποίες θα ενσωματώνει ένα Σύστημα Στήριξης Αποφάσεων, εμφανίστηκαν για πρώτη φορά στις αρχές της δεκαετίας του 70 από τον Scott-Morton, με τον όρο συστήματα διοικητικών αποφάσεων (management decision systems). Τα όρισε σαν «αλληλεπιδρώντα υπολογιστικά συστήματα, που βοηθούν τα επιφορτισμένα με τη λήψη αποφάσεων άτομα, να αξιολογήσουν δεδομένα και πρότυπα για την επίλυση μη δομημένων προβλημάτων». 'Ενας άλλος κλασσικός ορισμός που δόθηκε απο τους Keen και Scott-Morton, είναι ο ακόλουθος :

«Τα Συστήματα Στήριξης Αποφάσεων συνδέουν τους διανοητικούς πόρους των ατόμων, με τις ικανότητες ενός υπολογιστή, με στόχο να βελτιώσουν την ποιότητα των αποφάσεων. Πρόκειται για βασισμένα σε υπολογιστή συστήματα στήριξης αποφάσεων, που βοηθούν στην επίλυση ημιδομημένων προβλημάτων».

Το κύριο πλεονέκτημα ενός DSS, είναι ότι μπορεί να τροφοδοτήσει με σημαντικές πληροφορίες μέσα σε λίγο χρονικό διάστημα. Η λειτουργία ενός DSS βασίζεται στην επεξεργασία δεδομένων με τη βοήθεια υπολογιστή και την συστηματική επεξεργασία τους, με βάση κάποια μοντέλα. Ένα DSS μπορεί να αναπτυχθεί καθώς ο manager μαθαίνει περισσότερα γύρω από κάποιο πρόβλημα. Σε πολλές περιπτώσεις, οι managers δεν μπορούν να περιγράψουν προκαταβολικά τι ακριβώς θέλουν από τους προγραμματιστές αλλά και από όσους αναπτύσσουν μοντέλα. Οι απαιτήσεις αυτές άλλωστε δεν είναι λογικό να περιγράφουνε προκαταβολικά όταν πρόκειται για αδόμητες ή ημιδομημένες λειτουργίες. Ένα DSS μπορεί να αναπτυχθεί με τη βοήθεια ατόμων που δεν είναι ειδικοί στην επεξεργασία δεδομένων, αρκεί να υπάρχει η κατάλληλη υποστήριξη σε λογισμικό. Ένα Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων, θα πρέπει να ενσωματώνει όσο γίνεται περισσότερα από τα παρακάτω χαρακτηριστικά :

- Θα πρέπει καταρχήν να παρέχει υποστήριξη στους υπεύθυνους για τη λήψη αποφάσεων σε ημιδομημένες και αδόμητες καταστάσεις, συνενώνοντας την ανθρώπινη κρίση και την πληροφορία όπως έχει αποθηκευτεί σε υπολογιστές.
- Η υποστήριξη θα παρέχεται σε διάφορα επίπεδα διοίκησης, από τα κατώτερα έως τα πλέον υψηλά κλιμάκια.
- Θα πρέπει να μπορούν να υποβοηθήσουν τόσο μεμονωμένα άτομα, όσο και ομάδες.

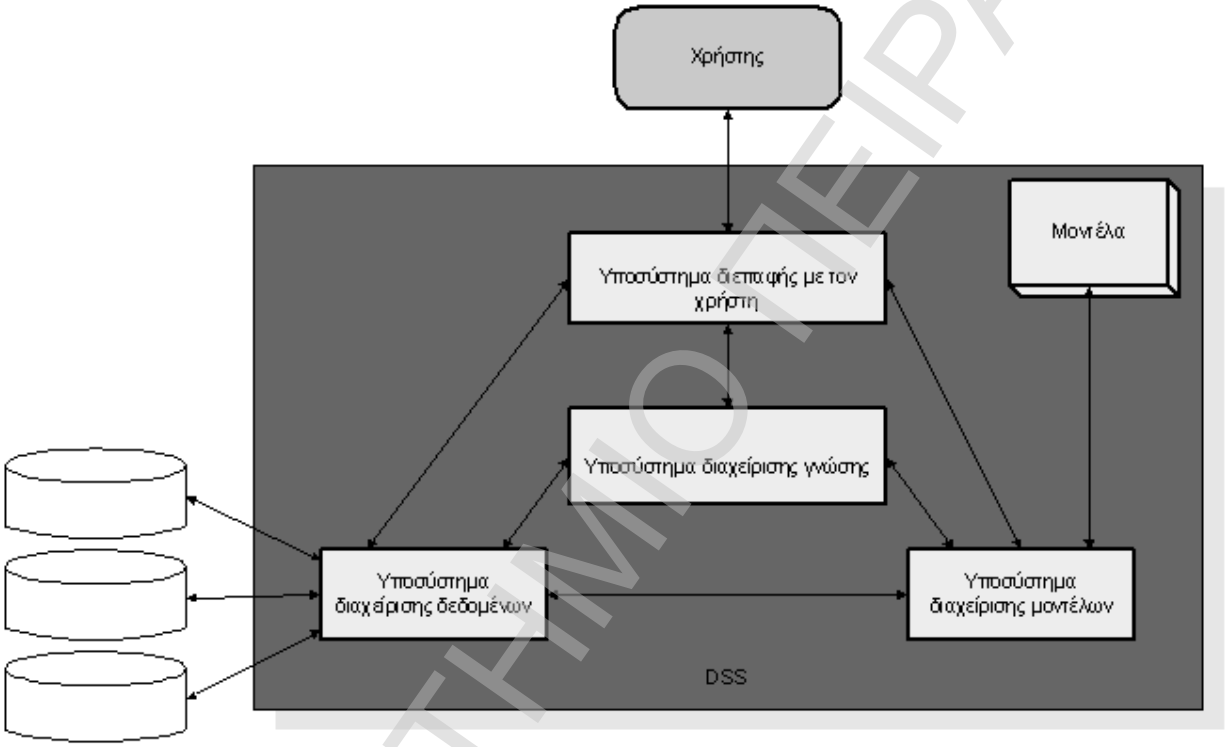
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

- Θα πρέπει να μπορούν να παρέχουν υποστήριξη τόσο σε ανεξάρτητες, όσο και σε διαδοχικές διαδικασίες.
- Η εμπλοκή τους θα πρέπει να γίνεται και στις τέσσερις φάσεις της διαδικασίας λήψης αποφάσεων : πληροφόρηση, σχεδίαση, επιλογή και υλοποίηση.
- Θα πρέπει να είναι προσαρμόσιμα. Ο υπεύθυνος για μια απόφαση θα πρέπει να αντιδρά και να μπορεί να αντιμετωπίσει τις μεταβαλλόμενες καταστάσεις γρήγορα και για το σκοπό αυτό θα πρέπει να μπορεί το DSS να μπορεί να προσαρμοστεί ώστε να ικανοποιήσει αυτές τις ανάγκες.
- Θα πρέπει να είναι απλό στη χρήση, να έχει φιλικό στο χρήστη γραφικό περιβάλλον και να βρίσκεται σε αλληλεπίδραση με το χρήστη.
- Ο υπεύθυνος για τη λήψη της απόφασης έχει τον πλήρη έλεγχο σε όλα τα ενδιάμεσα στάδια της διαδικασίας. Το σύστημα σε καμιά περίπτωση δεν τον υποκαθιστά, απλά υποβοηθά το έργο του.
- Τα DSS οδηγούν στην απόκτηση περισσότερης γνώσης μέσα από την οποία διαδικασία εξελίσσεται και βελτιώνεται το ίδιο το DSS.
- Τα DSS είναι σχετικά εύκολα στην υλοποίηση. Οι τελικοί χρήστες θα πρέπει να είναι σε θέση να κατασκευάζουν απλά συστήματα αυτής της μορφής από μόνοι τους. Συστήματα που προορίζονται για πολύ μεγαλύτερους σε μέγεθος οργανισμούς, θα πρέπει να μπορούν να κατασκευαστούν σχεδόν εξ' ολοκλήρου από το εσωτερικό του οργανισμού ή με ελάχιστη υποστήριξη από το εξωτερικό, από ειδικούς των πληροφοριακών συστημάτων.
- Ανώτερα DSS εφοδιάζονται και με μια γνωστική συνιστώσα, κατάλληλη για την αποτελεσματική και αποδοτική επίλυση πολύ δύσκολων προβλημάτων.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

1.4.3.1 Συνιστώσες ενός DSS

Μια εφαρμογή ενός συστήματος υποστήριξης αποφάσεων μπορεί να αποτελείται από τα υποσυστήματα που παρουσιάζονται στο ***Σχήμα 1.7*** :



Σχήμα 1.7 : Συνιστώσες ενός DSS

Υποσύστημα διαχείρισης δεδομένων (Data-management subsystem) : Το υποσύστημα αυτό περιλαμβάνει μια βάση δεδομένων που περιέχει τα σχετικά στοιχεία για την κατάσταση και διευθύνεται από ένα λογισμικό το οποίο αποκαλείται σύστημα διαχείρισης βάσεων δεδομένων (Database management system-DBMS). Το υποσύστημα διαχείρισης δεδομένων μπορεί να διασυνδεθεί με μια εταιρική Αποθήκη Δεδομένων, μια αποθήκη για τα δεδομένα τα οποία είναι σχετικά με τα στοιχεία της διαδικασίας λήψης της απόφασης. Συνήθως τα δεδομένα αποθηκεύονται ή προσεγγίζονται μέσω ενός κεντρικού υπολογιστή δικτύου βάσεων δεδομένων.

Υποσύστημα διαχείρισης μοντέλων (Model management subsystem) : Αυτό είναι ένα πακέτο λογισμικού που περιλαμβάνει την οικονομική, στατιστική, διοικητική επιστήμη ή άλλα ποσοτικά πρότυπα που παρέχουν τις αναλυτικές ικανότητες του συστήματος και την κατάλληλη διαχείριση λογισμικού. Επίσης συμπεριλαμβάνονται και ορισμένες γλώσσες που

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

χρησιμοποιούνται για την υλοποίηση των μοντέλων αυτών. Αυτό το λογισμικό καλείται συχνά σύστημα διαχείρισης βάσεων μοντέλων (Model base management system-MBMS). Αυτό το συστατικό μπορεί να είναι συνδεδεμένο με την εταιρική ή την εξωτερική αποθήκη μοντέλων. Οι μέθοδοι επίλυσης μοντέλων και τα συστήματα διαχείρισης εφαρμόζονται στα συστήματα ανάπτυξης του Web (όπως η Java) που "τρέχουν" στους κεντρικούς υπολογιστές.

Υποσύστημα διεπαφής με τον χρήστη (User interface subsystem) : Ο χρήστης μπορεί να επικοινωνεί και να δίνει εντολές μέσω αυτού του υποσυστήματος στο σύστημα υποστήριξης αποφάσεων. Πολλοί ερευνητές επιβεβαιώνουν ότι μερικές από τις πραγματικά μοναδικές συνεισφορές των DSS προέρχονται από την εντατική αλληλεπίδραση που κυριαρχεί ανάμεσα στον υπολογιστή και στον αποφασίζοντα. Ο Web browser παρέχει μια οικεία γραφική διεπαφή στον χρήστη για τα περισσότερα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων.

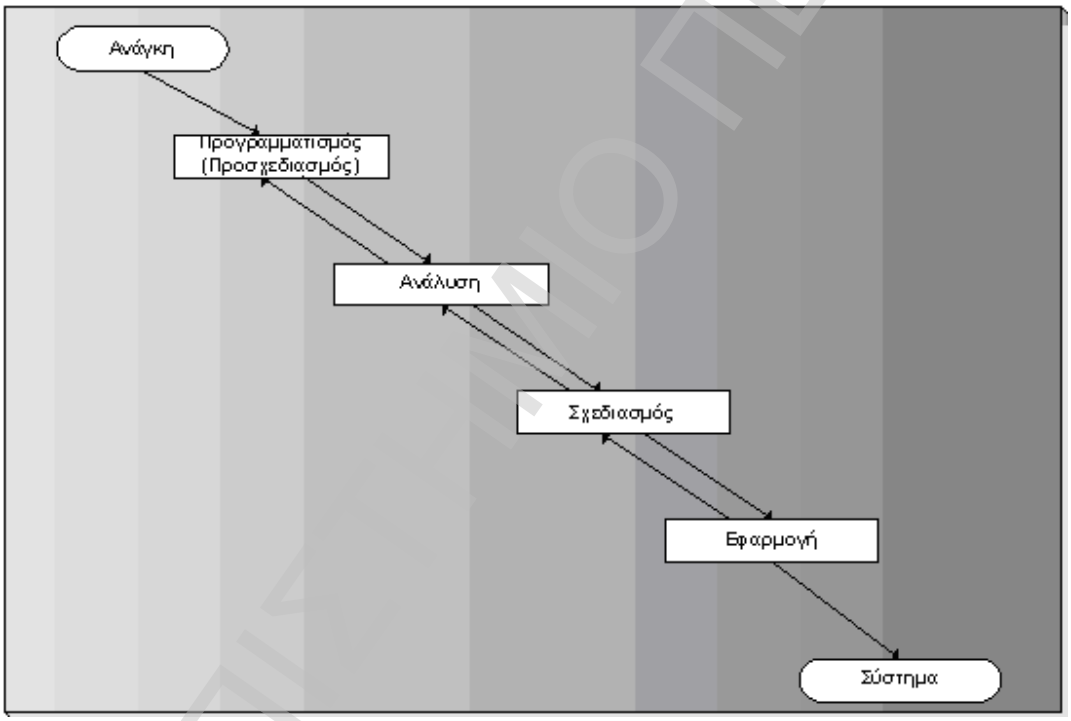
Υποσύστημα διαχείρισης γνώσης (Knowledge-based management subsystem) : Αυτό το υποσύστημα μπορεί να υποστηρίξει οποιοδήποτε από τα άλλα υποσυστήματα ή να ενεργήσει ως ανεξάρτητο συστατικό. Παρέχει τη νοημοσύνη για να βοηθήσει τον αποφασίζοντα στην λήψη απόφασης. Μπορεί να είναι αλληλοσυνδεδεμένο με την αποθήκη γνώσης του οργανισμού, η οποία μερικές φορές ονομάζεται οργανωτική βάση γνώσης (organizational knowledge base). Η γνώση μπορεί να διακινείται μέσω των κεντρικών υπολογιστών δικτύου. Πολλές μέθοδοι τεχνητής νοημοσύνης έχουν υλοποιηθεί στα Web συστήματα ανάπτυξης και είναι εύκολο να ενοποιηθούν με τα άλλα συστατικά των συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων.

Συμπερασματικά, ένα σύστημα υποστήριξης αποφάσεων θα πρέπει να περιλαμβάνει τα τρία βασικά συστατικά που είναι : Το υποσύστημα διαχείρισης δεδομένων, το υποσύστημα διαχείρισης μοντέλων και το υποσύστημα διεπαφής με τον χρήστη. Το υποσύστημα διαχείρισης γνώσης είναι προαιρετικό, αλλά μπορεί να παρέχει πολλά οφέλη στα τρία παραπάνω βασικά συστατικά του συστήματος, καθώς και στο DSS συνολικά. Αξίζει να αναφερθεί ότι ο χρήστης μπορεί να θεωρηθεί ως μέλος του συστήματος. Αυτά τα συστατικά σχηματίζουν την εφαρμογή των συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων, η οποία μπορεί να είναι συνδεδεμένη στο εταιρικό εσωτερικό δίκτυο(intranet), στο εξωτερικό δίκτυο της εταιρείας ή ακόμα και στο διαδίκτυο. Τέλος, τα συστατικά του συστήματος μπορούν να επικοινωνούν διαμέσου της τεχνολογίας του διαδικτύου.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

1.4.3.2 Ο Κύκλος Ανάπτυξης ενός DSS

Υπάρχουν πολλοί κύκλοι ανάπτυξης συστημάτων για τα συστήματα πληροφοριών, που περιλαμβάνουν και τα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων. Οι εφαρμογές για τα DSS δημιουργούνται σύμφωνα με τις ανάγκες της κάθε περίπτωσης που εξετάζεται. Κάθε μεθοδολογία δίνει έμφαση σε διαφορετικά στάδια και φυσικά με διαφορετικούς τρόπους, σύμφωνα με τις ανάγκες του προβλήματος. Αλλά ολόκληρος ο κύκλος ανάπτυξης των συστημάτων **(*Σχήμα 1.8)*** πρέπει να ακολουθεί ορισμένες βασικές οδηγίες και διαδικασίες.



Σχήμα 1.8 : Ο Κύκλος ανάπτυξης ενός DSS.

Μια ανάγκη οποιουδήποτε είδους, είναι αρκετή για να ξεκινήσει η διαδικασία. Ένας παραδοσιακός κύκλος ανάπτυξης αποτελείται από τέσσερις θεμελιώδεις φάσεις : τον προγραμματισμό (προσχεδιασμό), την ανάλυση, τον σχεδιασμό και την εφαρμογή. Αυτές οι φάσεις οδηγούν σ' ένα επεκταμένο σύστημα Το σύστημα είναι ένας κύκλος επειδή είναι δυνατό να επιστρέψει σε οποιαδήποτε φάση από οποιαδήποτε άλλη. Βέβαια η ιδανικότερη πρόοδος είναι όταν πραγματοποιούνται οι φάσεις με τη σειρά. Όλα τα προγράμματα πρέπει να ακολουθούν μέχρι τέλους όλες τις φάσεις. Κάθε φάση αποτελείται από μια σειρά βημάτων, τα οποία στηρίζονται σε συγκεκριμένες τεχνικές.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Η ιδανική ροή, όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα είναι από πάνω προς τα κάτω. Τα βέλη που δείχνουν προς τα πάνω δηλώνουν ότι οι αλλαγές που μπορεί να γίνουν κατά τη διάρκεια ανάπτυξης του συστήματος μπορούν να γυρίσουν τη διαδικασία ανάπτυξης προς την αντίθετη φορά, σε μια προηγούμενη φάση.

Αναφερόμενοι στις τέσσερις αυτές φάσεις μπορούμε να τονίσουνε τα εξής :

Προγραμματισμός (Προσχεδιασμός) : Σ' αυτή τη φάση αναγνωρίζεται το πρόβλημα που πρόκειται να επιλυθεί. Αναγνωρίζεται επίσης η αξία της του έργου και κατά πόσο όλη η διαδικασία είναι εφαρμόσιμη. Κατά τη διάρκεια της φάσης αυτής δημιουργείται το πλάνο της εργασίας. Στην περίπτωση που το έργο εγκρίνεται, προσδιορίζεται ο διαχειριστής του έργου, ο οποίος δημιουργεί το πλάνο σχεδιασμού, επανδρώνει το έργο με το κατάλληλο διαθέσιμο προσωπικό και υιοθετεί μεθόδους για τη σωστή διαχείριση του έργου.

Ανάλυση : Η φάση της ανάλυσης περιλαμβάνει την συγκομιδή πληροφοριών για την επίλυση του προβλήματος, την περιγραφή των ενεργειών που απαιτούνται να γίνουν προκειμένου να ολοκληρωθεί το έργο καθώς και τον καθορισμό των χρηστών.

Σχεδιασμός : Η φάση του σχεδιασμού καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο πρόκειται να δουλέψει το σύστημα, λαμβάνοντας υπόψη όλες τις λεπτομέρειες για το hardware, το λογισμικό, την δικτυακή υποδομή καθώς και τη διεπαφή των χρηστών. Περιλαμβάνει επίσης το σχεδιασμό των βάσεων δεδομένων που χρειάζονται για το σύστημα.

Εφαρμογή : Η φάση της εφαρμογής συνδυάζει όλα τα ανωτέρω. Η κατασκευή περιλαμβάνει όχι μόνο το χτίσιμο του συστήματος αλλά και τον έλεγχο ότι δουλεύει σωστά. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με αυτά που έχουν προβλεφθεί και τέλος λαμβάνει χώρα και μια συνεχής προσαρμογή του συστήματος σύμφωνα με τα νέα δεδομένα.

1.5 Συστήματα Υποστήριξης Ομαδικά λαμβανόμενων Αποφάσεων (GDSS)

Στη σύγχρονη κοινωνία τις περισσότερες φορές οι λαμβανόμενες αποφάσεις είναι πολύ σύνθετες και απαιτείται η συμμετοχή περισσοτέρων του ενός αποφασιζόντων. Έτσι λοιπόν δημιουργείται η ανάγκη της ομαδικής εργασίας. Η ομαδική εργασία παρουσιάζει ιδιαιτερότητες και διαφορετικά χαρακτηριστικά από την ατομική εργασία.

Καταρχάς τα μέλη μιας ομάδας μπορεί να βρίσκονται σε διαφορετικές φυσικές θέσεις και να εργάζονται διαφορετικές χρονικές στιγμές για τον ίδιο ή διαφορετικούς οργανισμούς.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Η ομάδα μπορεί να είναι προσωρινή ή μόνιμη και μπορεί να βρίσκεται σε ένα διοικητικό επίπεδο ή να καλύπτει περισσότερα επίπεδα. Προφανώς είναι δυνατή η ύπαρξη συνεργιών και διαφωνιών μέσα στην ομάδα.

Πρέπει να τονίσουμε ότι η συλλογική εργασία μπορεί να αποφέρει οφέλη και/ ή απώλειες στην παραγωγικότητα. Επιπλέον, μπορεί να απαιτείται να εκτελεστεί η εργασία σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα και η συγκρότηση της ομάδας καθυστερεί πολλές φορές τη διαδικασία. Δε θα πρέπει να μην αναφερθεί ότι μπορεί να είναι αδύνατο ή οικονομικά δαπανηρό όλα τα μέλη της ομάδας να συνευρεθούν χωροταξικά σε ένα σημείο, καθώς και το γεγονός ότι μπορεί να απαιτηθεί η εμπειρογνωμοσύνη ατόμων εκτός των μελών της ομάδας.

Όταν οι άνθρωποι εργάζονται σε ομάδες, ειδικότερα όταν τα μέλη βρίσκονται σε διαφορετικές φυσικές θέσεις και πιθανώς εργάζονται διαφορετικές χρονικές στιγμές, χρειάζεται να επικοινωνούν, να συνεργάζονται και να έχουν πρόσβαση σ' ένα ανομοιογενές σύνολο πληροφοριακών πηγών. Ακόμη και στους ιεραρχικά δομημένους οργανισμούς, η λήψη αποφάσεων (decision-making) αποτελεί γενικά μια ομαδική διαδικασία. Τα διευθυντικά στελέχη σπανίως επιλύουν μόνοι τους τα προβλήματα, που προκύπτουν, και ιδιαίτερα τις πολύπλοκες επιχειρησιακές αποφάσεις. Η πολυπλοκότητα των αποφάσεων αυτών υποστηρίζεται από τις ομαδικές εργασίες. Συγκεκριμένα, η πραγματοποίηση συσκέψεων και εργασιών σε ομάδες αποτελούν ομαδικές προσεγγίσεις επίλυσης προβλημάτων και εφαρμόζονται σε πολλές εταιρείες.

Οι προσπάθειες που γίνονται στρέφονται προς τη κατεύθυνση βελτίωσης της αποτελεσματικότητας των ομάδων εργασίας μέσω της ανάπτυξης κατάλληλων Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων, που υποστηρίζονται από την τεχνολογία και αναπτύχθηκαν κατά τη δεκαετία του 1980. Η νέα αυτή κατηγορία ονομάζεται ***Συστήματα Υποστήριξης Συλλογικών Αποφάσεων (Group Decision Support Systems-GDSS).*** Ένα GDSS μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σύνολο από λογισμικό, υλικό και γλωσσικές διαδικασίες που υποστηρίζουν μία ομάδα ανθρώπων οι οποίοι συσκέπτονται για τη λήψη αποφάσεων. Μπορεί επίσης ένα GDSS να οριστεί ως ένα αλληλεπιδραστικό υπολογιστικό σύστημα που διευκολύνει την επίλυση αδόμητων προβλημάτων από μία ομάδα αποφασιζόντων που συνεργάζονται μεταξύ τους με αντικειμενικό σκοπό τη λήψη μίας απόφασης.

Τα Συστήματα Υποστήριξης Συλλογικών Αποφάσεων είναι σχεδιασμένα στενά για την υποστήριξη της εργασίας ομάδων αποφασιζόντων, με στόχο τόσο τη βελτίωση των διαδικασιών απόφασης όσο και των λαμβανομένων αποφάσεων. Είναι ειδικώς σχεδιασμένα συστήματα και όχι μια περιστασιακή σύνδεση ήδη υπαρχόντων συστημάτων και είναι εύκολα στη χρήση τους.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Τέλος, περιέχουν μηχανισμούς αντιμετώπισης προβλημάτων που τυχών θα ανακύπτουν κατά τη διαδικασία λήψης μίας απόφασης (αρνητική ομαδική συμπεριφορά, συγκρούσεις μελών κ.λ.π).

Σημαντικά χαρακτηριστικά ενός GDSS αποτελούν περιληπτικά :

- Ένα GDSS αποτελεί ένα ειδικά σχεδιασμένο πληροφοριακό σύστημα, όχι ένα συνδυασμό από ήδη υπάρχουσες συνιστώσες.
- Ένα GDSS, σχεδιάζεται με στόχο την υποστήριξη της υπεύθυνης για τη λήψη αποφάσεων ομάδας στο έργο τους. Έτσι, θα πρέπει να καθιστά πολύ πιο εύκολη τη διαδικασία λήψης αποφάσεων, σε σχέση με την περίπτωση που δε γινόταν χρήση του.
- Ένα GDSS είναι εύκολο στην εκμάθηση και τη χρήση.
- Ένα GDSS εμπεριέχει εσωτερικούς μηχανισμούς που αποθαρρύνουν την εμφάνιση αρνητικών ως προς την ομάδα συμπεριφορών, όπως διασπαστικές αντιπαλότητες ή ελλιπή επικοινωνία.
- Στόχος ενός GDSS, είναι να βελτιώσει την αποδοτικότητα των συσκέψεων που έχουν σκοπό τη λήψη αποφάσεων, ή τη βελτίωση της ποιότητας των τελικά λαμβανόμενων αποφάσεων. Αυτό γίνεται με την παροχή υποστήριξης στη ανταλλαγή ιδεών, απόψεων και προτιμήσεων μέσα στην ομάδα.
- Στα οφέλη μιας διεργασίας από τη χρήση GDSS συγκαταλέγονται :
- Υποστήριξη παράλληλης επεξεργασίας από όλα τα συμμετέχοντα μέλη.
- Επιτρέπει μεγαλύτερες ομάδες με πιο πλήρη ενημέρωση, γνώσεις και ικανότητες να συμμετέχουν στην ίδια συνάντηση.
- Επιτρέπει σε ομάδες να χρησιμοποιούν δομημένες ή όχι τεχνικές για την επίλυση του προβλήματος.
- Προσφέρει πρόσβαση σε εξωτερική πληροφόρηση.
- Υποστηρίζει την ανάπτυξη μιας διεργασίας μνήμης στο εσωτερικό του οργανισμού μεταξύ διαδοχικών συσκέψεων.
- Βοηθά τους συμμετέχοντες να έχουν ευρύτερη εικόνα.
- Παρέχει στιγμιαία αποτελέσματα υπερψήφισης ή όχι απόψεων.
- Επιτρέπει στους χρήστες να αλληλεπιδρούν ταυτόχρονα.
- Παρέχει εύκολη πρόσβαση σε εξωτερικά δεδομένα.
- Όλες οι πληροφορίες, που περνούν από το σύστημα, καταγράφονται αυτόματα για μελλοντική ανάλυση.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Ένα GDSS, στην ουσία είναι ένα πληροφοριακό σύστημα που αξιοποιεί τις δυνατότητες ενός συνόλου από υπολογιστές διασυνδεδεμένων μεταξύ τους μέσω δικτύου με στόχο τη μεγιστοποίηση της αποδοτικότητας μιας ομάδας επιφορτισμένης με τη λήψη αποφάσεων.

1.5.1 Περιβάλλοντα Λήψης Συλλογικών Αποφάσεων

Η αξιολόγηση των περισσότερων εναλλακτικών αυξάνει την πιθανότητα μιας καλύτερης απόφασης. Τα GDSS συνεισφέρουν στην επίλυση του προβλήματος με το να παρέχουν ρυθμίσεις, που είναι αποτελεσματικές στην επικοινωνία. Σύμφωνα με τις ρυθμίσεις αυτές τα μέλη της ομάδας μπορούν να συναντιούνται στον ίδιο ή σε διαφορετικό χρόνο. Όταν η συνάντηση γίνεται κατά τον ίδιο χρόνο, ονομάζεται «σύγχρονη ανταλλαγή/επικοινωνία». Παράδειγμα, αποτελεί η σύσκεψη συμβουλίου. Όταν όμως η συνάντηση γίνεται σε διαφορετικούς χρόνους, ονομάζεται «ασύγχρονη ανταλλαγή/επικοινωνία», όπως για παράδειγμα η επικοινωνία μέσω του ηλεκτρονικού ταχυδρομείου. Μερικά από τα περιβάλλοντα στα οποία μπορεί να λάβει μέρος η διαδικασία λήψης συλλογικών αποφάσεων είναι τα εξής :

- **Τοπικό Δίκτυο Απόφασης :** Όταν είναι αδύνατη η διαπροσωπική συνάντηση μικρής ομάδας μελών, τα μέλη μπορούν να επικοινωνούν μέσω ενός τοπικού δικτύου. Ένα μέλος εισάγει τα σχόλια του σε μια τερματική συσκευή με πληκτρολόγιο και βλέπει τα σχόλια των υπολοίπων μελών στην οθόνη.
- **Υπό κανόνες Σύσκεψη :** Όταν η ομάδα είναι πολύ μεγάλη για ένα Δωμάτιο Αποφάσεων, τότε απαιτείται μια υπό κανόνες Σύσκεψη. Το μέγεθος της ομάδας επιβάλλει περιορισμούς στην επικοινωνία. Επομένως, πρέπει να δίνονται ίσες ευκαιρίες συμμετοχής σε όλα τα μέλη της ομάδας, καθώς και οριοθετημένος χρόνος. Μια άλλη προσέγγιση εναπόκειται στον συντονιστή, καθώς αυτός είναι υπεύθυνος για να επιλέξει το προς παρουσίαση στην οθόνη καταλληλότερο υλικό των μελών.
- **Δωμάτιο αποφάσεων :** Το Δωμάτιο Αποφάσεων αποτελεί την ρύθμιση διαπροσωπικής σύσκεψης μιας μικρής ομάδας. Το Δωμάτιο συνεισφέρει στην επικοινωνία μέσω της διαρρύθμισής του, του εξοπλισμού που παρέχει, και της χωροδιάταξής του. Παραδείγματος χάριν, μπορεί να περιλαμβάνει σταθμούς εργασίας, μικρόφωνα, βιντεοκάμερες και μεγάλες οθόνες γραφικών. Στο κέντρο του Δωματίου βρίσκεται ο εξοπλισμός του ανθρώπου, που συντονίζει την συζήτηση (διευκολυντής-facilitator's control). Τα μέλη επικοινωνούν μεταξύ τους μέσω μιας μεγάλης

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

οθόνης, όπου έχουν πρόσβαση όλα τα μέλη καθώς επίσης και μέσω βιντεοκασετών, έγχρωμων διαφανειών και slides.

- **Σύσκεψη που διευκολύνεται από Η/Υ :** Αρκετές εικονικές εφαρμογές γραμματειακής υποστήριξης, επιτρέπουν την επικοινωνία μεταξύ μιας μεγάλης ομάδας, η οποία είναι γεωγραφικά απομακρυσμένη. Αυτές οι εφαρμογές είναι γνωστές σαν «τηλεσυσκέψεις» και περιλαμβάνουν audio conferencing, video conferencing και computer conferencing.

Είναι ιδιαίτερα σημαντικό να υπενθυμίζεται στους συμμετέχοντες σε ποιο στάδιο της σύσκεψης βρίσκονται και να εστιάζουν στους μακροπρόθεσμους στόχους. Άλλα θέματα αφορούν στην ασφάλεια (για την προστασία πολύτιμων πληροφοριών), στην πρόσβαση (από οποιαδήποτε εξ' αποστάσεως θέση εργασίας), στην πρόσκληση και στην ενημέρωση των συμμετεχόντων (τα μέλη της ομάδας πρέπει να ενημερωθούν για τη σύγκληση μιας σύσκεψης), στην παροχή πληροφοριών σχετικά με τους συμμετέχοντες (ηλεκτρονικές επαγγελματικές κάρτες), στην ενημέρωση για το ποιος βρίσκεται διασυνδεδεμένος με το σύστημα την εκάστοτε χρονική στιγμή, στους περιορισμούς που θέτονται από το συντονιστή (έναρξη και λήξη κάθε συνεδρίας, ελεγχόμενη πρόσβαση σε ορισμένες ενέργειες). Το πιο κρίσιμο σημείο της διαδικασίας είναι ο σχεδιασμός της σύσκεψης. Ο συντονιστής πρέπει να παρέχει τα κίνητρα, να προωθήσει την έκβαση της σύσκεψης, να επικοινωνεί συχνά και συγκεκριμένα, να αναθέτει ρόλους και εργασίες υπεύθυνα και να διαβιβάσει με σαφή τρόπο τους στόχους και τις ενέργειες στους συμμετέχοντες.

1.5.2 Μειονεκτήματα των Συστημάτων Υποστήριξης Συλλογικών Αποφάσεων

Από την άλλη μεριά, τα Συστήματα Υποστήριξης Συλλογικών Αποφάσεων παρουσιάζουν και βασικά μειονεκτήματα. Η συνεχής ροή δεδομένων από όλα τα στελέχη της ομάδας προς το σύστημα μπορεί να το οδηγήσει σε μια κατάσταση υπερφόρτωσης. Αξίζει να σημειωθεί ότι πολλές φορές η πληροφορία αυτή είναι σε μεγάλο βαθμό άχρηστη για την επίλυση του προβλήματος και έχει ως αποτέλεσμα των αποπροσανατολισμό του συστήματος και συνεπώς τη σπατάλη πολύτιμου χρόνου. Πολλές φόρές η συνεχής χρήση των GDSS τείνει να μειώσει την διαπροσωπική επαφή των ατόμων μιας ομάδας. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να αυξάνεται κοινωνική απόσταση μεταξύ τους και να δυσχεραίνεται η συνεργασία τους.

Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι συνήθως τα στελέχη των επιχειρήσεων δεν έχουν μεγάλη εμπειρία στη χρήση των εξειδικευμένων πακέτων λογισμικού και αυτό δυσκολεύει την

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

εξοικείωση τους με τα Συστήματα Υποστήριξης Συλλογικών Αποφάσεων και τους κάνει να είναι πολλές φορές επιφυλακτικοί ή ακόμη εχθρικοί με τη χρήση τους. Το πρόβλημα αυτό πάντως αναμένεται να μειωθεί καθώς με την πάροδο του χρόνου οι άνθρωποι μαθαίνουν να χειρίζονται όλο και καλύτερα τους υπολογιστές και τα προγράμματά τους.

Τέλος, ένα από τα μεγαλύτερα μειονεκτήματα των Συστημάτων Υποστήριξης Συλλογικών Αποφάσεων είναι το πολύ υψηλό κόστος υλοποίησης και εγκατάστασής τους. Το πρόβλημα αυτό υπήρχε και στην αρχή της ανάπτυξης των Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων. Με την πρόοδο όμως της τεχνολογίας και την εισαγωγή όλο και φθηνότερου υλικού και λογισμικού αναμένεται ότι η έκταση του προβλήματος θα μειωθεί. Ένα πολύ φτηνό μάλιστα μέσο υλοποίησης GDSS αποτελεί πλέον το Internet, στο οποίο η δικτυακή υποδομή είναι ήδη έτοιμη και συνεπώς το κόστος ανάπτυξης ενός συστήματος μειώνεται σημαντικά.

Η επιτυχία ενός GSS βασίζεται κυρίως στην αποτελεσματικότητά του. Ένα σύστημα είναι επιτυχές όταν μειώνει το κόστος, υποστηρίζει τους συμμετέχοντες στη λήψη καλύτερων αποφάσεων και/ ή αυξάνει σημαντικά την παραγωγικότητα. Για να χαρακτηριστεί επιτυχές ένα GSS, απαιτείται να ικανοποιούνται πολλοί από τους παράγοντες επιτυχίας που ισχύουν για όλα τα πληροφοριακά συστήματα : οργανωτική δέσμευση, υποστήριξη από τη Διοίκηση, συμμετοχή και εκπαίδευση χρηστών, φιλική διεπαφή με τον χρήστη (user interface), κλπ. Η υποστήριξη από τη Διοίκηση και κατά επακόλουθο η οργανωτική δέσμευση αποτελούν κρίσιμους παράγοντες επιτυχίας. Η οργανωτική κουλτούρα πρέπει να έχει αποδεχθεί και αφομοιώσει πρώτα τη διαπροσωπική συνεργασία πριν γίνει η εφαρμογή του GSS (πίνακας 12). Σε αντίθετη περίπτωση το σύστημα δεν θα χρησιμοποιηθεί και είναι καταδικασμένο σε αποτυχία. Αυτό αποτελεί θέμα κρίσιμης σημασίας για τη διαχείριση της γνώσης, η οποία προϋποθέτει τη συνεργασία σε ολόκληρο τον οργανισμό. Η ύπαρξη ενός αφοσιωμένου, καλά εκπαιδευμένου συντονιστή είναι επίσης κρίσιμης σημασίας. Τέλος, το GSS πρέπει να παρέχει τα κατάλληλα εργαλεία για την υποστήριξη της ομαδικής εργασίας και να διασφαλίζει την *παράλληλη εργασία* και *ανωνυμία* προκειμένου να επιφέρει οφέλη διαδικασίας. Ο καλός σχεδιασμός αποτελεί το κλειδί για την οργάνωση επιτυχημένων συσκέψεων και αυτό ισχύει και στη περίπτωση των ηλεκτρονικών συσκέψεων. Ένας κακός σχεδιασμός μπορεί να οδηγήσει την ομάδα να κατηγορήσει το GSS για την άσχημη απόδοση. Τέλος, το GSS πρέπει να καταδείξει τη μείωση κόστους μέσω μιας αποτελεσματικότερης και αποδοτικότερης διαδικασίας σύσκεψης ή μέσω μείωσης των εξόδων μετακίνησης.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

1.6 Πληροφοριακά Συστήματα Υποβοήθησης Στελεχών (EIS)

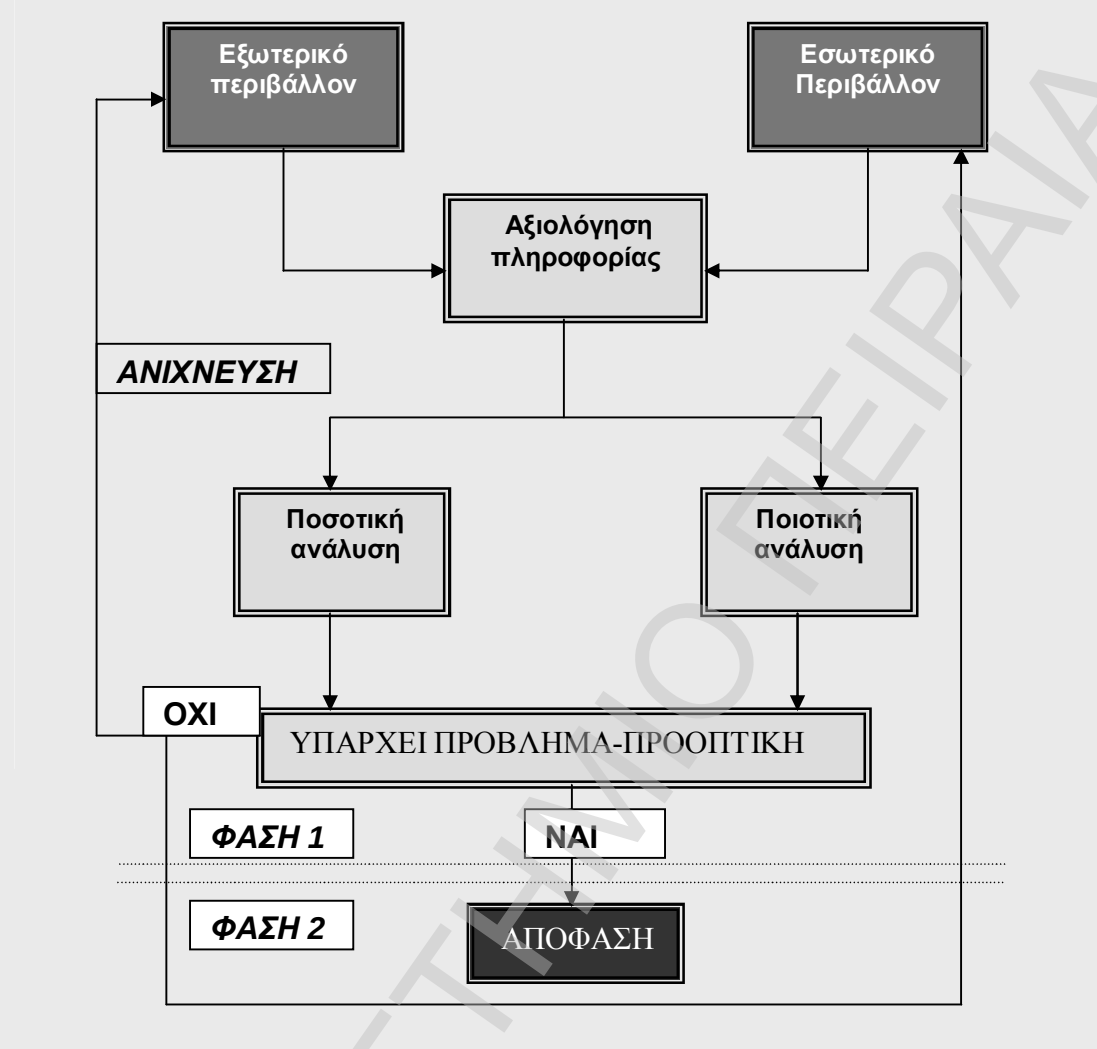
Πολλοί χρήστες συστημάτων DSS είναι επαγγελματίες (πχ. οικονομικοί αναλυτές, προγραμματιστές παραγωγής), ή μεσαίας κλίμακας διευθυντές. Πολύ σπάνια ωστόσο, τα συστήματα αυτά υποστηρίζουν απευθείας ανώτατα στελέχη. Ο λόγος είναι ότι σε ανώτερο επίπεδο οι αποφάσεις είναι μείζονος σημασίας και ο χρόνος απόκρισης είναι θεμελιώδους σημασίας, σε αντίθεση με τις αναγκαίες πληροφορίες για την επίτευξη μιας ορθής απόφασης, οι οποίες είναι αποκεντρωμένες και μπορεί να αφορούν διαφορετικές περιοχές, πληροφορίες για κλιματικές συνθήκες, παλαιότερες δραστηριότητες και προσφορές, ή ενημέρωση σε σχέση με τον ανταγωνισμό. 'Ενα πληροφοριακό σύστημα υποστήριξης στελεχών μπορεί να λειτουργήσει σε συνδυασμό με την εφαρμογή συστημάτων DSS σε επίπεδο υπαλλήλων, οι οποίοι θα έχουν την υποχρέωση να τροφοδοτούν με τις αναγκαίες πληροφορίες το σύστημά τους, ενώ το EIS λειτουργεί συγκεντρωτικά αναλύοντας τους τεράστιους όγκους πληροφοριών, δίνοντας έτσι τη δυνατότητα στους διευθυντές να αποφασίσουν σε σύντομο χρονικό διάστημα χωρίς να εξαρτώνται από πρόσθετο ανθρώπινο δυναμικό. 'Ετσι μπορούν να χειριστούν και να φιλτράρουν δεδομένα, ώστε να έχουν πολύ μεγαλύτερη αξία και στρατηγική σημασία .

Σύμφωνα με τους ορισμούς των Rockart και Delong οι όροι ***πληροφοριακό σύστημα επιτελών*** (Executive Information System – EIS) και ***σύστημα υποστήριξης επιτελών*** (Executives Support System – ESS) δεν ταυτίζονται κατ' ανάγκη :

- Ένα EIS είναι ένα σύστημα βασισμένο σε υπολογιστή που εξυπηρετεί τις πληροφοριακές ανάγκες των ανώτερων στελεχών. Παρέχει ταχύτατη πρόσβαση σε χρονικά κρίσιμες πληροφορίες και άμεση πρόσβαση σε διοικητικές αναφορές. 'Ενα EIS είναι εύκολο στη χρήση, υποστηρίζει γραφικά και διοικητικές αναφορές, καθώς και κατακερματισμό της πληροφορίας. Για παράδειγμα, μια αναφορά ως προς τις ημερήσιες αποδόσεις της εταιρίας να μπορεί να αναλυθεί ώστε να εμφανιστούν οι πωλήσεις ανά περιοχή, ανά, προϊόν ή ανά πωλητή. Μια τέτοια διεργασία βοηθά το χρήστη-στέλεχος να εντοπίσει το πρόβλημα.
- Ένα σύστημα υποστήριξης επιτελών ESS είναι πιο σύνθετο από ένα Διοικητικό Πληροφοριακό Σύστημα. Επεκτείνεται ώστε να περιλάβει επικοινωνίες, αυτοματισμούς γραφείων και υποστήριξη σε ανάλυση αναφορών.

Η σημασία του ρόλου ενός στελέχους στη λήψη αποφάσεων, αναπαρίσταται στο ***Σχήμα 1.9*** :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ



Σχήμα 1.9 : *Ο ρόλος ενός στελέχους στη λήψη απόφασης*

Όπως διαπιστώνεται από το *Σχήμα 1.9*, η πληροφορία ρέει στα στελέχη από το εξωτερικό και το εσωτερικό περιβάλλον. Η εσωτερική πληροφόρηση πηγάζει από τις λειτουργικές μονάδες (λογιστήριο, τμήμα παραγωγής, προσωπικό κτλ). Η εξωτερική πληροφόρηση προέρχεται από εξωγενείς πηγές όπως βάσεις δεδομένων, κυβερνητικές αναφορές, προσωπικές επαφές κτλ. Είναι προφανές, πως ο συνδυασμός των πληροφοριών αυτών είναι εξαιρετικής σημασίας προκειμένου ο οργανισμός να μπορέσει να σταθεί αποτελεσματικά απέναντι στον ανταγωνισμό, αλλά και να αντισταθεί στα εσωτερικής παθογένειας προβλήματα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

1.7 Τεχνητή Νοημοσύνη

Η τεχνητή νοημοσύνη είναι ένας όρος στον οποί έχουν δοθεί πολλές ερμηνείες. Οι περισσότεροι ειδικοί συγκλίνουν στο ότι η τεχνητή νοημοσύνη επικεντρώνεται σε δυο ιδέες : Αφ' ενός μεν αφορά τη μελέτη των λειτουργιών της ανθρώπινης σκέψης, αφ' ετέρου δε, ασχολείται με την αναπαράσταση αυτών των διαδικασιών με τη βοήθεια υπολογιστών. Σύμφωνα με τους Rich και Knight : "*η τεχνητή νοημοσύνη είναι το πώς οι υπολογιστές θα κάνουν πράγματα, στα οποία αυτή τη στιγμή οι άνθρωποι είναι καλύτεροι*".

Η δυνητική αξία της τεχνητής νοημοσύνης, μπορεί να κατανοηθεί καλύτερα σε αντιπαράθεση με τη φυσική νοημοσύνη. Σύμφωνα με τον Kaplan η τεχνητή νοημοσύνη έχει ορισμένα σημαντικά πλεονεκτήματα :

- Είναι περισσότερο μόνιμη. Οι υπάλληλοι καθώς αλλάζουν περιβάλλον ή αντικείμενο δραστηριότητας, ξεχνούν διάφορες πληροφορίες. Η τεχνητή νοημοσύνη όσο το υλικό ή το λογισμικό παραμένει το ίδιο, δε μεταλλάσσεται.
- Μπορεί να αντιγραφεί πολύ εύκολα. Η μεταφορά της γνώσης μεταξύ ατόμων, απαιτεί μια μακρόχρονη διεργασία. Ωστόσο, η ενσωματωμένη γνώση σε κάποιο υπολογιστή, μπορεί να μεταφερθεί πολύ εύκολα.
- Η τεχνητή νοημοσύνη μπορεί να είναι πολύ φτηνότερη. Σε πολλές περιπτώσεις η παροχή μιας υπηρεσίας από έναν υπολογιστή, στοιχίζει πολύ λιγότερο σε μακροχρόνια βάση, απ' ότι αν την ίδια εργασία εκτελούσε ένας άνθρωπος.
- Μπορεί να τεκμηριωθεί. Οι αποφάσεις ενός υπολογιστή μπορούν να τεκμηριωθούν από τις δραστηριότητες του συστήματος. Η φυσική νοημοσύνη είναι δύσκολο να αναπαραχθεί.

1.7.1 Πλεονεκτήματα της φυσικής νοημοσύνης

- Η φυσική νοημοσύνη είναι δημιουργική, ενώ η τεχνητή είναι μη εμπνευσμένη. Η ικανότητα να κατακτάται η γνώση είναι προνόμιο του ανθρώπινου γένους, ωστόσο με την τεχνητή νοημοσύνη η γνώση μπορεί να ενσωματωθεί σε ένα καλά δομημένο σύστημα.
- Η φυσική νοημοσύνη επιτρέπει την ενσωμάτωση της αισθητηριακής εμπειρίας και επομένως καλύπτει ένα πολύ ευρύτερο γνωστικό ορίζοντα, ενώ τα τεχνητά συστήματα μπορούν να γίνουν ισχυρά εργαλεία μόνο όταν εστιαστούν σε πολύ μικρό γνωσιακό εύρος.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

1.7.2 Διαφορές τεχνητής νοημοσύνης από συμβατικά υπολογιστικά συστήματα

Τα συμβατικά υπολογιστικά συστήματα, βασίζονται σε κάποιο αλγόριθμο για την επίλυση προβλημάτων. Μπορεί να είναι ένας μαθηματικός τύπος, ή μια επαναληπτική διαδικασία που θα οδηγήσει στην επίλυση του προβλήματος. Το λογισμικό της τεχνητής νοημοσύνης, βασίζεται στη συμβολική αναπαράσταση και χειρισμό συμβόλων. Ένα σύμβολο είναι ένα γράμμα, λέξη ή αριθμός που χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση αντικειμένων, διαδικασιών και τις σχέσεις τους. Με χρήση συμβόλων είναι δυνατό να δημιουργήσουμε μια βάση γνώσης που τεκμηριώνει γεγονότα, παραδοχές και συσχετίσεις ανάμεσά τους. Κατόπιν, διάφορες διαδικασίες χρησιμοποιούνται για το χειρισμό συμβόλων με στόχο τη γένεση συμβουλών ή προτάσεων για την επίλυση προβλημάτων.

1.7.3 Έμπειρα Συστήματα

Τα έμπειρα συστήματα μπορούν να οριστούν ως υπολογιστικά συμβουλευτικά προγράμματα, που αποπειρώνται να μιμηθούν τη διαδικασία αιτιολόγησης και γνώσης από ειδικούς, στην επίλυση συγκεκριμένων τύπων προβλημάτων. Χρησιμοποιούνται περισσότερο από οποιοδήποτε άλλο κομμάτι της τεχνητής νοημοσύνης. Τα έμπειρα συστήματα τυγχάνουν μεγάλου ενδιαφέροντος από μεγάλους οργανισμούς, εξαιτίας της δυνατότητάς τους να ενδυναμώσουν την παραγωγικότητα και να υποβοηθήσουν σημαντικά το προσωπικό σε ορισμένες εξειδικευμένες περιοχές, όπου η ανθρώπινη εξειδίκευση είναι εξαιρετικά δύσκολο να βρεθεί και να συντηρηθεί. Οι παρούσες εφαρμογές περιορίζονται σε εξαιρετικά λίγες και στενού εύρους περιοχές εμπειρίας. Οι ειδικοί συνήθως εξειδικεύονται σε σχετικά μικρού εύρους περιοχές επίλυσης προβλημάτων. Τυπικά, οι ειδικοί έχουν τα εξής χαρακτηριστικά: επιλύουν τα προβλήματα γρήγορα και με αρκετή ακρίβεια, εξηγώντας τι και ορισμένες φορές πώς το κάνουν, κρίνουν την αξιοπιστία των δικών τους συμπερασμάτων, γνωρίζουν πότε βρίσκονται σε λάθος δρόμο και επικοινωνούν με άλλους ειδικούς. Μπορούν επίσης, να μαθαίνουν βάσει της εμπειρίας τους να αλλάζουν την άποψή τους σχετικά με κάποιο πρόβλημα, και να μεταβιβάζουν τη γνώση τους από κάποιο πεδίο σε ενα άλλο. Τέλος, χρησιμοποιούν εργαλεία όπως μαθηματικά μοντέλα, ή λεπτομερείς προσομοιώσεις, για να υποστηρίξουν τις αποφάσεις τους.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Η γνώση είναι σημαντικός πόρος και συνήθως βρίσκεται στην κατοχή λίγων ειδικών. Είναι σημαντικό να μπορούμε να ενσωματώσουμε τη γνώση, ώστε να μπορέσουν να την χρησιμοποιήσουν και άλλοι. Οι άνθρωποι ενδέχεται να αρρωστήσουν και η γνώση τους μπορεί να καταστεί μη διαθέσιμη τη στιγμή που τη χρειαζόμαστε. Τα βιβλία και τα εγχειρίδια μπορούν να βοηθήσουν σε μερικό βαθμό αλλά η ευθύνη της περάτωσης της εφαρμογής αφήνεται στον αναγνώστη. Τα έμπειρα συστήματα ωστόσο, μπορούν να παρέχουν έναν απευθείας τρόπο πρακτικής εφαρμογής της συσσωρευμένης γνώσης. Ένα έμπειρο σύστημα, επιτρέπει η γνώση και η εμπειρία λίγων ειδικών να αποτυπωθεί και να αποθηκευτεί σε εναν υπολογιστή. Αυτή η γνώση, θα μπορεί να χρησιμοποιηθεί από οποιονδήποτε τη χρειαστεί. Ο σκοπός ενός έμπειρου συστήματος δεν είναι να υποκαταστήσει τους ειδικούς, αλλά απλά να καταστήσει τη γνώση και την εμπειρία τους ευρύτερα διαθέσιμη. Από τεχνική άποψη, υπάρχουν πολύ περισσότερα προβλήματα από όσοι ειδικοί είναι σε θέση να τα χειριστούν. Ένα έμπειρο σύστημα επιτρέπει την αύξηση της παραγωγικότητας, τη βελτίωση της ποιότητας των αποφάσεων και την επίλυση προβλημάτων όταν δεν υπάρχει διαθέσιμος ειδικός.

1.8 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

Τα εργαλεία που αναπτύχθηκαν, παρά την ομολογουμένως μεγάλη πρόοδο της τεχνητής νοημοσύνης, περιορίστηκαν σε καθαρά σειριακή επεξεργασία και σε συγκεκριμένες μόνο αναπαραστάσεις γνώσης και λογικής. Μια διαφορετική προσέγγιση στα ευφυή συστήματα, περιλαμβάνει την κατασκευή υπολογιστών με αρχιτεκτονικές και ικανότητες επεξεργασίας που μιμούνται τις λειτουργίες επεξεργασίας του ανθρώπινου εγκεφάλου. Τα αποτελέσματα είναι γνωσιακές αναπαραστάσεις βασισμένες σε μαζική παράλληλη επεξεργασία, ταχεία ανάκληση μεγάλων ποσοτήτων πληροφορίας και ικανότητα να δημιουργούμε υποδείγματα επεξεργασίας βάσει της εμπειρίας μας. Η τεχνολογία που επιχειρεί να επιτύχει αυτά τα αποτελέσματα είναι γνωστή με την ονομασία τεχνητά νευρωνικά δίκτυα. Πρόκειται για μια τεχνολογία εμπνευσμένη από μελέτες του ανθρώπινου εγκεφάλου και του νευρικού συστήματος. Το ενδιαφέρον για την τεχνολογία αυτή αναζωπυρώθηκε γύρω στα τέλη της δεκαετίας του 80, λόγω της ανάγκης για ανθρώπινου τύπου επεξεργασία της πληροφορίας, επίτευξης προόδου στους τομείς της πληροφορικής και τέλος λόγω της εν μέρει κατανόησης της λειτουργίας του ανθρώπινου εγκεφάλου. Ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο, είναι ένα μοντέλο που προσομοιώνει τη λειτουργία των ανθρώπινων βιολογικών νευρωνικών δικτύων. Σήμερα, ένα πολύ μικρό εύρος παραδοχών

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

από το φυσικό βιολογικό σύστημα υιοθετούνται. Οι παραδοχές χρησιμοποιούνται για την υλοποίηση προσομοιώσεων μαζικών παράλληλων επεξεργασιών, όπως ακριβώς θα συνέβαινε και με ένα σύνολο ανθρώπινων νευρώνων. Ο μόνος τύπος πληροφορίας που μπορούμε να επεξεργαστούμε με αυτόν τον τρόπο είναι αριθμοί. Εάν ένα πρόβλημα εμπεριέχει ποιοτικές αναφορές ή εικόνες, πρέπει πρώτα να γίνει ο μετασχηματισμός τους σε αριθμητικά ισοδύναμα, πριν μπορέσουν να υποστούν επεξεργασία από το νευρωνικό δίκτυο.

Τα νευρωνικά δίκτυα έχουν τα πιο κάτω χαρακτηριστικά :

- *Ανοχή σε σφάλματα :* Επειδή εμπεριέχουν πολλούς διαφορετικούς κόμβους επεξεργασίας, ακόμη και αν ορισμένοι υποστούν ζημιά, το σύστημα δεν αναστέλει τη λειτουργία του.
- *Γενίκευση :* Όταν ένα νευρωνικό δίκτυο έρθει αντιμέτωπο με ελλιπή ή πρωτόγνωρα δεδομένα, μπορεί να δημιουργήσει μια λογική απόκριση.
- *Προσαρμοστικότητα :* Το δίκτυο μαθαίνει μέσα σε νέα περιβάλλοντα.

Συνεπώς, ο νευρωνικός υπολογισμός διαφέρει από τις κλασσικές υπολογιστικές μεθόδους σε πολλούς τομείς και μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε περιπτώσεις όπου τα δεδομένα δίνονται μέσω πολλών μεταβλητών και μπορεί να έχουν υψηλό ποσοστό παραμόρφωσης ή να είναι ελλιπή, ή όταν πολλές υποθέσεις είναι αναγκαίο να γίνουν και μεγάλος υπολογιστικός φόρτος απαιτείται.

1.9 Υβριδικά Συστήματα Στήριξης (Hybrid Support Systems)

Ένα υπολογιστικό πληροφοριακό σύστημα (computer-based information system), ανεξάρτητα από το όνομα ή τη φύση του, έχει ως αντικειμενικό στόχο να βοηθήσει τη διοίκηση να λύσει διοικητικά ή οργανωτικά προβλήματα γρηγορότερα και καλύτερα από ότι χωρίς τη χρήση υπολογιστών. Για την επίτευξη αυτού του στόχου μπορεί να χρησιμοποιήσουμε μία ή περισσότερες τεχνολογίες πληροφορικής. Τα πλεονεκτήματα της ολοκλήρωσης των τεχνολογιών εξετάστηκαν από τους Forgionne και Kohli (1995), οι οποίοι ανακάλυψαν σημαντικές βελτιώσεις από τη χρήση ολοκληρωμένων συστημάτων.

Το βασικό είναι η *επιτυχής λύση* του διοικητικού προβλήματος και όχι η χρήση ενός συγκεκριμένου εργαλείου ή τεχνικής. Μια χρήσιμη αντιστοίχιση είναι η επισκευή μιας μηχανής. Ο επισκευαστής κάνει διάγνωση του προβλήματος και ψάχνει για τα καλύτερα εργαλεία που θα φέρουν σε πέρας την επισκευή. Μερικές φορές δεν υπάρχουν συγκεκριμένα εργαλεία. Τότε, μπορούν να κατασκευαστούν ειδικά εργαλεία. Συχνά είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθούν αρκετά εργαλεία για να υπάρξουν καλύτερα αποτελέσματα. Πράγματι, πολλά σύνθετα

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

προβλήματα απαιτούν αρκετές τεχνολογίες MSS. Όταν αυτός που προσπαθεί να λύσει το πρόβλημα χρησιμοποιεί αρκετά εργαλεία, μπορεί να τα αξιοποιήσει με διαφορετικούς τρόπους.

Ακολουθούν μερικές πιθανές προσεγγίσεις :

- Χρήση του κάθε εργαλείου ανεξάρτητα από τα άλλα, για την επίλυση μιας διαφορετικής πλευράς του προβλήματος.
- Χρήση μερικών εργαλείων που ολοκληρώνονται χαλαρά. Μια τέτοια προσέγγιση αφορά κυρίως μεταφορά δεδομένων από το ένα εργαλείο στο άλλο (από ένα EIS σε ένα DSS, για παράδειγμα) για περαιτέρω επεξεργασία.
- Χρήση μερικών εργαλείων που είναι στενά συνδεδεμένα. Αυτό είναι το εργαλείο που φαίνεται στον χρήστη σαν ένα υβριδικό σύστημα.

Πέρα από το να εκτελούν διαφορετικές ενέργειες μέσα στη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος, τα εργαλεία μπορούν να αλληλοϋποστηριχτούν. Για παράδειγμα, ένα έμπειρο σύστημα μπορεί να βοηθήσει στη μοντελοποίηση και τη διαχείριση των δεδομένων ενός DSS. Ένα νευρωνικό υπολογιστικό σύστημα ή ένα GDSS μπορεί να υποστηρίξει τη διαδικασία απόκτηση γνώσης, που απαιτείται για την κατασκευή ενός έμπειρου συστήματος.

1.10 Τεχνολογίες και MSS

1.10.1 Η σημασία της ενσωμάτωσης μοντέλων στην επιτυχία ενός MSS

Η δημιουργία ενός συστήματος στήριξης διοικητικών αποφάσεων, στηρίζεται σε μεγάλο βαθμό στην ενσωμάτωση κατάλληλων μοντέλων. Συνήθως περιλαμβάνονται τρία είδη μοντέλων:

- Στατιστικό μοντέλο, που χρησιμεύει στην εύρεση σχέσεων μεταξύ μεταβλητών. Αυτό το μοντέλο επαναπρογραμματίστηκε στη διάρκεια κατασκευής ενός εργαλείου λογισμικού.
- Ένα οικονομικό μοντέλο, για την αποτίμηση των εσόδων και την προβολή οικονομικών δεδομένων σε περίοδο ετών. Το μοντέλο αυτό είναι ημιδομημένο και έχει γραφεί σε ειδική γλώσσα.
- Ένα μοντέλο βελτιστοποίησης που επιτυγχάνεται μέσω ενός διοικητικού επιστημονικού μοντέλου που καλείται γραμμικός προγραμματισμός με στόχο την επιλογή των καταλληλότερων μέσων.

Άλλοι τομείς όπου είναι χρήσιμη η εφαρμογή μοντέλων, είναι οι ακόλουθοι :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

- *οριοθέτηση του προβλήματος και περιβαλλοντική ανάλυση*. Ένας τομέας στον οποίο δε δίνεται συνήθως η πρέπουσα σημασία, είναι η ανίχνευση και ανάλυση περιβάλλοντος, που αναφέρεται στην παρακολούθηση και επεξήγηση της συλλεγμένης πληροφορίας.
- *προσδιορισμός των μεταβλητών και καθορισμός αυτών που είναι μείζονος σημασίας όπως και των σχέσεων μεταξύ τους*.
- *πρόβλεψη για το μέλλον*. Η πρόβλεψη είναι πολύ σημαντική για την κατασκευή και το χειρισμό των μοντέλων.

Θα πρέπει να αναφερθούμε για λίγο, στις δύο κατηγορίες μοντέλων που μπορεί να ενσωματώσει ένα DSS και που διακρίνονται σε :

- Στατικά, των οποίων η χρησιμότητα είναι επαρκής σε προβλήματα όπου τα στιγμιότυπα συμβαίνουν σε ομοιόμορφα χρονικά διαστήματα, μικρής ή μεγάλης διάρκειας, όπως για παράδειγμα οι μηνιαίες καταβολές μισθωμάτων, ή
- Δυναμικά, που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση σεναρίων σε σχέση με το χρόνο. Τα δυναμικά μοντέλα είναι εξαρτώμενα από το χρόνο. Για παράδειγμα, ο καθορισμός των υπαλλήλων που θα βρίσκονται στα ταμεία μιας αλυσίδας τροφίμων είναι πρόβλημα εξαρτώμενο από την ώρα της ημέρας.

1.10.2 Προσομοίωση

Πολλές ερμηνείες έχουν δοθεί στην προσομοίωση, ανάλογα με την περιοχή στην οποία χρησιμοποιείται. Ετυμολογικά, σημαίνει να υποθέτουμε την παρουσία χαρακτηριστικών της πραγματικότητας. Στα MSS, αναφέρεται σε μια τεχνική για την καθοδήγηση πειραμάτων με την βοήθεια υπολογιστή, στις βάσεις ενός μοντέλου ή για τη διαχείριση συστήματος.

1.10.2.1 Κύρια χαρακτηριστικά

Η προσομοίωση δεν είναι με τον αυστηρό ορισμό ένας τύπος μοντέλου. Γενικά, τα μοντέλα αναπαριστούν την πραγματικότητα, ενώ η προσομοίωση την μιμείται. Η λειτουργία της είναι περισσότερο περιγραφική. Από τα διάφορα γνωστά χαρακτηριστικά περιγράφονται και επιλέγονται, ορισμένα κάτω από διαφορετικές συνθήκες. Όταν αυτά είναι πλέον γνωστά,

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

επιλέγονται τα καλύτερα για την επίλυση του προβλήματος. Η διαδικασία προσομοίωσης συχνά συνίσταται στην επανάληψη ενός πειράματος πολλές φορές, έως ότου εκτιμηθεί σχετική επίδραση ορισμένων παραγόντων. Συνήθως γίνεται χρήση προσομοίωσης, μόνον όταν το πρόβλημα είναι περίπλοκο για να αντιμετωπιστεί με αριθμητικές μεθόδους.

1.10.2.2 Πλεονεκτήματα προσομοίωσης

- Το μοντέλο προσομοίωσης αθροίζει σχέσεις και αλληλοσυσχετίσεις, πολλές από τις οποίες εισάγονται σταδιακά κατόπιν απαίτησης του manager.
- Είναι περιγραφική παρά φορμαλιστική. Επομένως επιτρέπει να τίθενται υποθετικές ερωτήσεις του τύπου «what-if», που συνεπάγεται την δυνατότητα να υιοθετηθεί μια προσέγγιση δοκιμής-σφάλματος στην επίλυση προβλημάτων ώστε η τελική επιλογή του manager να μπορεί να γίνει με το μικρότερο δυνατό ρίσκο.
- Ένα ακριβές μοντέλο προσομοίωσης απαιτεί μια εσωτερική γνώση του προβλήματος, ωθώντας τον δημιουργό του MSS να αλληλεπιδρά με τον manager στις φάσεις της υλοποίησης του συστήματος.
- Ο manager μπορεί να πειραματιστεί όσον αφορά στον καθορισμό των μεταβλητών που είναι εξέχουσας σημασίας.
- Λόγω της φύσης της προσομοίωσης ένα μεγάλο ποσοστό συμπίεσης του χρόνου μπορεί να επιτευχθεί, επιτρέποντας τον καθορισμό μακροπρόθεσμων πολιτικών μέσα σε λίγα λεπτά.
- Επιτρέπει την εξαγωγή συμπερασμάτων σε προβλήματα ενσωματώνοντας την πολυπλοκότητα καταστάσεων της καθημερινής ζωής.

1.10.2.3 Ασαφής λογική (Fuzzy logic)

Η τεχνικής της ασαφούς αιτιολόγησης αποτελεί την βάση για ορισμένα συστήματα. Αυτή η τεχνική στηρίζεται στο μαθηματικό υπόβαθρο της θεωρίας ασαφών συνόλων (fuzzy set theory) και επιτρέπει στον υπολογιστή να λειτουργεί με λιγότερο φορμαλισμό με αποτέλεσμα να προσομοιώνει περισσότερο τον τρόπο λειτουργίας του ανθρώπινου εγκεφάλου. Η χρήση αυτής της τεχνικής μπορεί να αποδειχθεί ωφέλιμη για τους ακόλουθους λόγους :

- Παρέχει μεγάλη ευελιξία. Ο στερεότυπος τρόπος σκέψης μπορεί να οδηγήσει σε μη ικανοποιητικά συμπεράσματα, ενώ η χρήση ασαφούς λογικής δίνει μεγαλύτερα περιθώρια κινήσεων επιτρέποντας ακόμη και την αλλαγή στρατηγικής αν αυτό κριθεί αναγκαίο.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

- Είναι πιο ανεκτική σε σφάλματα, γιατί ορισμένες αποφάσεις δεν είναι αναγκαίο να λαμβάνονται με τη λογική «άσπρο-μαύρο», αλλά βάσει ποσοστών βεβαιότητας. Έτσι, δεν υπάρχει η λογική της απόλυτης επιτυχίας ενός στόχου ή της ολοκληρωτικής αποτυχίας, αλλά οι στόχοι τίθενται με κριτήριο πότε πλησιάζουμε περισσότερο το ζητούμενο.

1.11 Τεχνολογίες Ανάλυσης και υποστήριξης Ανάλυσης

Η ανάγκη ενός manager να έχει μια συνοπτική, πλην όμως περιγραφική εικόνα από ένα σύνολο διαφορετικής φύσεως πληροφοριών αντλούμενων από μεγάλες σε όγκο βάσεις, καθιστά αναγκαία τη χρήση ειδικών τεχνικών, όπως το OLAP (Online Analytical Processing) και Data Mining.

1.11.1 Online Analytical Processing (OLAP)

Αρκετά συχνά είναι αναγκαίο να αναλύονται δεδομένα με μεγάλο χρονικό εύρος για να μπορέσουν να εξαχθούν συμπεράσματα και εκτιμήσεις για την υπάρχουσα κατάσταση και τη μέλλουσα προοπτική. Μια τεχνική που παρέχει τέτοιου είδους δυνατότητες ονομάζεται OLAP. Οι δυνατότητες που προσφέρονται από την τεχνική αυτή είναι οι εξής :

- Ανάλυση των σχέσεων ανάμεσα σε τύπους επιχειρηματικών στοιχείων, όπως πωλήσεις, προϊόντα και περιοχές.
- Εμφάνιση συγκεντρωτικών δεδομένων, όπως όγκος πωλήσεων.
- Σύγκριση συγκεντρωτικών δεδομένων σε ιεραρχικά χρονικά διαστήματα – ανά μήνα, ανά τρίμηνο, ανά χρόνο.
- Εμφάνιση των δεδομένων από διαφορετικές οπτικές γωνίες, όπως πωλήσεις ανά προϊόν.
- Διενέργεια σύνθετων υπολογισμών μεταξύ των στοιχείων δεδομένων, όπως το αναμενόμενο κέρδος ως συνάρτηση των εσόδων πωλήσεων για κάθε τύπο καναλιού πωλήσεων, σε μια συγκεκριμένη περιοχή.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

1.11.2 Εξόρυξη Δεδομένων (Data Mining)

Η εξόρυξη δεδομένων (data mining) είναι η χρήση εργαλείων ανάλυσης δεδομένων με στόχο την εξαγωγή πρωτότυπων συμπερασμάτων που θα οδηγήσουν στην εκμετάλλευση νέων επιχειρηματικών δυνατοτήτων. Για παράδειγμα :

- *Αυτόματη πρόβλεψη τάσεων και συμπεριφορών*. Με την τεχνική της εξόρυξης δεδομένων ομαδοποιούνται εύκολα τα δεδομένα ώστε να μπορεί να γίνει ευκολότερα η πρόβλεψη συμπεριφορών συγκεκριμένων ομάδων. Με την άντληση κάποιων κοινών χαρακτηριστικών, θα καθορίσουμε την πελατειακή βάση στην οποία θα κατευθύνουμε την διαφημιστική εκστρατεία ενός προϊόντος.
- *Εύρεση πρωτότυπων συσχετισμών όχι άμεσα ορατών*. Τα εργαλεία εξόρυξης δεδομένων, ενδέχεται να αποκαλύψουν συσχετίσεις ανάμεσα σε προϊόντα οι οποίες δεν είναι προφανείς για τον κοινό νου. Για παράδειγμα, οι πωλήσεις ζύμης για πίτσα και μπύρας στην απογευματινή ζώνη λειτουργίας ενός καταστήματος τροφίμων. Ωστόσο ορισμένες από αυτές τις συσχετίσεις μπορεί να είναι εντελώς συμπτωματικές και να μην έχουν καμία αξία για την λήψη επιχειρηματικών αποφάσεων. Για παράδειγμα ένα πρόγραμμα εξόρυξης δεδομένων μπορεί να υποδείξει την ύπαρξη συσχέτισης ανάμεσα στις πωλήσεις παγωτού στην Ελλάδα και την πώληση ρυζιού στο Μπαγκλαντές.

Οι παραπάνω τεχνολογίες είχαν την ανάγκη της διαρκούς και άμεσης πρόσβασης σε μεγάλα τμήματα μιας διαρκώς ενημερώσιμης βάσης δεδομένων. Η ταυτόχρονη πρόσβαση των πελατών και η άντληση των δεδομένων προς ανάλυση, δημιουργούσε καθυστερήσεις στην εξυπηρέτηση των πελατών. Η λύση που δόθηκε σε αυτό το πρόβλημα ήταν η δημιουργία μιας εφεδρικής βάσης η οποία ενημερωνόταν περιοδικά από την κύρια βάση δεδομένων, με στόχο να λειτουργεί καθαρά υποστηρικτικά ως προς την ανάλυση των δεδομένων. Αυτή η εφεδρική βάση συχνά εγκαθίσταται σε εναν διαφορετικό υπολογιστή που μαζί με το ειδικό λογισμικό καλείται *αποθήκη δεδομένων (data warehouse).*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

1.11.3 Παράγοντες που επηρεάζουν την επιτυχή εγκαθίδρυση ενός MSS

Λόγω της μικρής σε βάθος χρόνου πείρας στη χρήση συστημάτων MSS και λόγω ανεπάρκειας ερευνών γύρω απ' αυτό το θέμα, δεν είναι εύκολος ο καθορισμός των παραγόντων από τους οποίους εξαρτάται η επιτυχής ενσωμάτωση ενός MSS σε εναν οργανισμό. Το αποτέλεσμα εξαρτάται τόσο από εσωτερικούς σε σχέση με το περιβάλλον του οργανισμού παράγοντες, όσο και από εξωτερικούς παράγοντες.

1.11.4 Εσωτερικοί παράγοντες

- *Υποστήριξη από τα υψηλά διοικητικά κλιμάκια.*
- Ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες αναγκαίους για την εισαγωγή οποιασδήποτε αλλαγής είναι η υποστήριξη απ' τα ανώτερα στελέχη. Οι πιθανότητες επιτυχίας αυξάνουν σημαντικά όταν οι διευθυντές αφοσιώνουν αρκετό χρόνο και μεγάλη προσοχή. Προηγούμενη εμπειρία, μπορεί να δράσει ενισχυτικά προς αυτή την κατεύθυνση.
- *Εκπαίδευση των χρηστών και συμμετοχή τους στη δημιουργία του MSS.*
- Αποτελεί αξίωμα η παραδοχή ότι η ενεργός συμμετοχή χρηστών είναι μια σημαντική συνθήκη για την επιτυχή υλοποίηση ενός MSS.
- *Επάρκεια πόρων.*

Η επιτυχία ενός συστήματος σχετίζεται σε μεγάλο βαθμό και με τις διαθέσιμες ευκολίες σε σχέση με τα ήδη υπάρχοντα υπολογιστικά συστήματα. Δηλαδή εξαρτάται από παράγοντες όπως η διαθεσιμότητα υπολογιστών και τερματικών, η απόδοση του τοπικού δικτύου, η διαθεσιμότητα των βάσεων δεδομένων, η υποστήριξη και η δυνατότητα συντήρησης του λογισμικού.

1.11.5 Εξωτερικό περιβάλλον

Η επιτυχής υλοποίηση ενός MSS μπορεί να επηρεαστεί και από εξωγενείς προς την ομάδα που αναπτύσσει το σύστημα παράγοντες. Το εξωτερικό περιβάλλον περιλαμβάνει νομικούς, κοινωνικούς, οικονομικούς και άλλους παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν την υλοποίηση ενός συστήματος αρνητικά είτε θετικά.

Γενικά, η αξιολόγηση της επιτυχούς εφαρμογής κάθε σχεδίου, απαιτεί το συνυπολογισμό πολλών παραγόντων. Για πληροφοριακά συστήματα γενικά, οι παράγοντες αυτοί μπορούν να συνοψιστούν στα ακόλουθα (Meredith) :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

- Ύπαρξη ενός σημαντικού προβλήματος που χρειάζεται να λυθεί.
- Μια σημαντική ευκαιρία που πρέπει να αξιοποιηθεί.
- Πόσο επείγουσα είναι η επίλυση του προβλήματος.
- Να υπάρχει αποδεδειγμένα αντάλλαγμα αν το πρόβλημα λυθεί.

1.12 Επιπτώσεις χρήσης Συστημάτων Υποστήριξης Διοικητικών Αποφάσεων

1.12.1 Οργανωτικές και κοινωνικές επιπτώσεις

Η απομόνωση της επίδρασης των MSS από άλλα υπολογιστικά συστήματα είναι ένα δύσκολο έργο, λόγω της τάσης υλοποίησης ενός MSS με άλλα υπολογιστικά συστήματα. Πολύ λίγα πράγματα έχουν δημοσιευθεί για τα MSS, λόγω του ότι αυτές οι τεχνικές είναι πολύ πρόσφατες. Ωστόσο, είναι κοινώς αποδεκτό ότι υπάρχουν σημαντικές οργανωτικές, κοινωνικές και πολιτισμικές επιρροές. Οι αλλαγές μπορεί να είναι μικρής ή μεγάλης κλίμακας. Μπορεί να επηρεαστούν συγκεκριμένα άτομα ή εργασίες, η εργατική δομή των τμημάτων, αλλά και μονάδες στο εσωτερικό του οργανισμού. Πιο συγκεκριμένα, η εξομοίωση των ρόλων και η ελάττωση των διοικητικών αρμοδιοτήτων, είναι προφανές πως προκαλεί τη δυσαρέσκεια των διευθυντικών στελεχών. Επίσης, υπό συζήτηση τίθεται το κατά πόσο τα MSS σε σχέση με τα κλασσικά υπολογιστικά συστήματα επεξεργασίας δεδομένων επιτυγχάνουν να είναι περισσότερο ευέλικτα και να μην αποπροσωποποιούν το ρόλο των χειριστών. Τέλος, η συνεργασία των ειδικών όσον αφορά την παροχή της γνώσης τους σε ενα έμπειρο σύστημα είναι προφανές ότι δεν θεωρείται βέβαιη, εξαιτίας του φόβου αντικατάστασής τους από το σύστημα.

1.12.2 Επιπτώσεις στην παραγωγικότητα και την ανταγωνιστικότητα

Τα κυριότερα πλεονεκτήματα της χρήσης ενός MSS που μπορούν να συντελέσουν σε ένα ανταγωνιστικό πλεονέκτημα, είναι:

Αύξηση της παραγωγικότητας : Λόγω της ολοκλήρωσης των διεργασιών με γρηγορότερους ρυθμούς και με λιγότερες διακοπές, η παραγωγικότητα αυξάνεται δραστικά. (Liebowitz, Sviolka).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Αύξηση της ποιότητας : Η ποιότητα αυξάνεται με την ελάττωση των λαθών και με την βελτίωση της εποπτείας στον ποιοτικό έλεγχο.

Ελάττωση κόστους : Η παραγωγή ενός προϊόντος ή η παροχή μιας υπηρεσίας με χαμηλότερο κόστος από τον ανταγωνισμό (διατηρώντας την ίδια ποιότητα), παρέχει ένα ανταγωνιστικό πλεονέκτημα.

- *Ελάττωση του χρόνου παραγωγής :* Η δυνατότητα παραγωγής προϊόντων ή υπηρεσιών όποτε αυτό απαιτηθεί, δίνει ένα σημαντικό προβάδισμα έναντι του ανταγωνισμού.
- *Γρήγορη εκπαίδευση του προσωπικού :* Τα κόστη εκπαίδευσης μπορεί να είναι πολύ υψηλά ειδικά σε περιπτώσεις ραγδαίων τεχνολογικών μεταβολών. Ο απαιτούμενος χρόνος εκπαίδευσης και το κόστος, μπορούν να ελαττωθούν δραστικά με τη χρήση τεχνητής νοημοσύνης (Senker).
- *Καινοτομικές υπηρεσίες :* Η χρήση τεχνολογίας, όπως μετάδοση ήχου και εικόνας για παράδειγμα, μπορεί να δώσει τη δυνατότητα να προσφερθούν πρωτοποριακές υπηρεσίες από τράπεζες και τηλεπικοινωνιακούς οργανισμούς.

1.13 Συμπεράσματα

Τα MSS είναι εξ' ορισμού Πληροφοριακά Συστήματα που στόχο έχουν την υποστήριξη διοικητικών αποφάσεων. Συνεπώς σχετίζονται με την επίλυση ημιδομημένων ή και αδόμητων προβλημάτων, γεγονός που λόγω της δεδομένης πολυπλοκότητας που αυτά τα προβλήματα παρουσιάζουν, καθίσταται δύσκολη η επίλυσή τους και αναπόδραστα συμπαρασύρουν στην ίδια λογική και το ερώτημα της αποτελεσματικότητας και της αξιολόγησης της συνεισφοράς του MSS στην όλη διαδικασία. Είναι σαφές πώς επειδή σε ορισμένα προβλήματα δεν υπάρχει μονοσήμαντη απάντηση, ειδικά σε θέματα αυξημένης αβεβαιότητας η απάντηση δεν είναι άσπρο – μαύρο ή ναι – όχι, δεν μπορεί να εξαχθεί με βεβαιότητα συμπέρασμα ως προς την αξιολόγηση των MSS. Το μόνο που μπορούμε να πούμε είναι ότι η αξιολόγησή τους θα πρέπει να γίνεται κατά περίπτωση και ότι ο ρόλος τους είναι επικουρικός και σε καμιά περίπτωση δεν μπορούν να υποκαταστήσουν τον ανθρώπινο παράγοντα. Η ύπαρξη αναντιστοιχίας ανάμεσα στις προσδοκίες και στα πραγματικά αποτελεσμάτα των εξελιγμένων μορφών MSS, που στηρίζονταν στην τεχνητή νοημοσύνη, οφείλεται μάλλον στο ότι ο όρος ''τεχνητή νοημοσύνη'' είναι παραπλανητικός και στην ουσία δεν πρόκειται για νοημοσύνη αλλά για διαχείριση γνώσης, η οποία σε ορισμένες περιπτώσεις μπορεί να φανεί χρήσιμη, αλλά δεν πρόκειται κατά τα φαινόμενα να ξεπεράσει ποτέ την ανθρώπινη νόηση.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Τέλος το σπουδαιότερο έργο της διοίκησης είναι η λήψη απόφασης. Τα D.S.S αλλάζουν τον τρόπο που λαμβάνονται οι αποφάσεις καθώς και τον τρόπο εργασίας τους. Οι τομείς που επηρεάζονται είναι :

α. Αυτοματοποίηση της διαδικασίας λήψης απόφασης.

β. Για τη λήψη απόφασης χρειάζονται λιγότερο ειδικοί.

γ. Γρηγορότερη λήψη απόφασης.

δ. Μικρότερη εξάρτηση από εξειδικευμένο προσωπικό για την υποστήριξη των διευθυντών.

ε. Δυναμική επαναπληροφόρηση των διευθυντών.

στ. Υποστηρίζονται σύνθετες αποφάσεις πιο γρήγορα και ποιοτικά καλύτερα.

Πολλοί διευθυντές αναφέρουν ότι οι Η/Υ τους διαθέτουν περισσότερο χρόνο για να είναι «έξω από το γραφείο και περισσότερο στο πεδίο της μάχης». Επίσης ότι μπορούν να ξοδεύουν περισσότερο χρόνο για σχεδίαση από το να «σβήνουν φωτιές». Οι περισσότεροι διευθυντές ασχολούνται με πολλά θέματα ταυτοχρόνως και μετακινούνται από το ένα στο άλλο καθώς περιμένουν νέα στοιχεία ή κάποιο γεγονός να τα διακόψει. Τα D.S.S τείνουν να μειώσουν το χρόνο που χρειάζεται για να ληφθεί μια απόφαση. Επομένως οι διευθυντές θα εργάζονται σε λιγότερα θέματα την ημέρα, αλλά θα ολοκληρώνουν τα περισσότερα. Αν και το έργο των διευθυντών δεν θα αλλάξει δραματικά, θα αλλάξουν οι μέθοδοι εργασίας των.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Κεφάλαιο 2

Μέθοδοι Εκτίμησης (Παλινδρόμηση-Χρονοσειρές)

2.1 Πρόβλεψη
2.2 Ανάλυση Παλινδρόμησης
2.3 Μέθοδοι Εξομάλυνσης
2.4 Χρονοσειρές
2.5 Συμπεράσματα

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

2.1 Πρόβλεψη

Λέγοντας *πρόβλεψη (forecasting)* αναφερόμαστε στην εκτίμηση της τιμής που θα λάβει μια μεταβλητή (ή ένα σύνολο μεταβλητών) σε μια μελλοντική χρονική στιγμή. Η πρόβλεψη χρησιμοποιείται ως εργαλείο στη λήψη αποφάσεων και τον προγραμματισμό.

Ορισμένα χαρακτηριστικά παραδείγματα προβλημάτων απόφασης που βασίζονται στην πρόβλεψη είναι ο έλεγχος αποθεμάτων, ο προγραμματισμός παραγωγής και η οικονομική πολιτική είναι, για παράδειγμα, ο προγραμματισμός της παραγωγής ενός προϊόντος για τον επόμενο μήνα θα γίνει αφού προηγουμένως γίνει πρόβλεψη της ζήτησης που πρόκειται να έχει το προϊόν.

Τα προβλήματα πρόβλεψης μπορούν να διακριθούν ως προς την χρονική τους διάσταση (χρονικό ορίζοντα της πρόβλεψης), δηλαδή σε τι βάθος χρόνου γίνεται η πρόβλεψη. Ως προς τον παράγοντα αυτό οι προβλέψεις διακρίνονται σε βραχυπρόθεσμες, μεσοπρόθεσμες και μακροπρόθεσμες. Το εύρος χρόνου σε κάθε μια από τις κατηγορίες αυτές όμως εξαρτάται άμεσα και από τη φύση του προβλήματος απόφασης. Για παράδειγμα, η πρόβλεψη της ζήτησης ενέργειας, όταν γίνεται σε χρονικό ορίζοντα 5-10 ετών, αποτελεί βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη, ενώ η αντίστοιχη πρόβλεψη για τα επόμενα 50 χρόνια συνιστά μακροπρόθεσμη πρόβλεψη. Αντίθετα, σε επιχειρησιακά προβλήματα απόφασης, όπως η πρόβλεψη της ζήτησης ενός προϊόντος, οι βραχυπρόθεσμες προβλέψεις αναφέρονται σε χρονικό ορίζοντα μέχρι 6 μήνες, ενώ ένας χρονικός ορίζοντας 2-3 ετών συνιστά μακροπρόθεσμη πρόβλεψη. Μια τέτοια κατηγοριοποίηση είναι αναγκαία επειδή διαφορετικές τεχνικές πρόβλεψης χρησιμοποιούνται σε κάθε περίπτωση.

Χρονικός ορίζοντας	Επίπεδο απόφασης	Προβλήματα
Βραχυπρόθεσμος -6 μήνες	**Λειτουργικό**	Έλεγχος αποθεμάτων Προγραμματισμός παραγωγής Διανομή
Μεσοπρόθεσμος 6-24 μήνες	**Τακτικό**	Ενοικίαση εγκαταστάσεων και εξοπλισμού Εργασιακά θέματα
Μακροπρόθεσμος 24- μήνες	**Στρατηγικό**	Έρευνα και ανάπτυξη Αγορές – Συγχωνεύσεις Νέα προϊόντα

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Οι τεχνικές πρόβλεψης κατατάσσονται σε δυο κατηγορίες :

- ***Ποσοτικές :*** Η πρόβλεψη γίνεται με τη βοήθεια μαθηματικών μοντέλων και επί τη βάσει αριθμητικών δεδομένων, όπως είναι η παλινδρόμηση και οι χρονοσειρές.
- ***Ποιοτικές :*** Η πρόβλεψη βασίζεται στην κρίση, την εμπειρία και άλλους μη μετρήσιμους παράγοντες.

2.2 Ανάλυση Παλινδρόμησης

Ο κύριος και αντικειμενικός σκοπός της ανάλυσης της συσχέτισης (correlation analysis) είναι ο προσδιορισμός της ύπαρξης μιας γραμμικής σχέσης μεταξύ δυο τυχαίων μεταβλητών. Αυτό επιτυγχάνεται με βάση τον υπολογισμό του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης, η τιμή του οποίου καθορίζει την κατεύθυνση, θετική ή αρνητική, αλλά και το βαθμό αυτής της σχέσης. Πολλές φορές η έννοια του συντελεστή συσχέτισης συνδέεται και με την έννοια της ανεξαρτησίας των μεταβλητών, αφού ως γνωστό αν οι δύο μεταβλητές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, τότε εξ ορισμού ο συντελεστής συσχέτισης λαμβάνει την τιμή μηδέν. Το αντίστροφο δεν ισχύει κατά ανάγκη. Επομένως, αν επιθυμούμε να μελετήσουμε την απόδοση των φοιτητών ενός πανεπιστημίου στις εξετάσεις των μαθημάτων στατιστικής και πληροφορικής τότε η τιμή του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης καθορίζει αν υπάρχει και σε ποιο βαθμό και με ποια κατεύθυνση συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών που εμπλέκονται στην ερμηνεία του υπό εξέταση φαινομένου.

Μπορεί να συμπεράνει κανείς ότι ο αντικειμενικός στόχος της ανάλυσης της παλινδρόμησης έχει διπλό χαρακτήρα. Αφενός προσπαθεί να εκτιμήσει (estimate) την σχέση εξάρτησης μεταξύ των δύο μεταβλητών και αφετέρου χρησιμοποιώντας αυτή την πληροφορία επιδιώκει να προβλέψει (forecast) την αναμενόμενη συμπεριφορά της μιας μεταβλητής με βάση τις τιμές που λαμβάνει η άλλη μεταβλητή.

Το πρόβλημα της παλινδρόμησης (regression problem) είναι ο καθορισμός της ποσοτικής σχέσης μεταξύ $E[Y/x]$ και x. Έτσι, για παράδειγμα είναι περισσότερο λογικό να αναφερόμαστε στον αναμενόμενο ή πιθανότερο βαθμό που μπορεί να λάβει ένας φοιτητής στο μάθημα της πληροφορικής παρά στον ίδιο το βαθμό, αν γνωρίζουμε το βαθμό του στο μάθημα της στατιστικής. Η κατασκευή του υποδείγματος στο οποίο καθορίζεται η σχέση εξάρτησης μεταξύ των μεταβλητών είναι πολύ σημαντικό στοιχείο στην ανάλυση της παλινδρόμησης.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Εντούτοις, έχει επικρατήσει στην ανάλυση της παλινδρόμησης να χρησιμοποιείται η ακόλουθη συναρτησιακή σχέση :

$$E[Y/x] = a + bx$$,όπου α και b είναι σταθεροί αριθμοί.

Η σχέση αυτή δηλώνει ότι η υπό συνθήκη αναμενόμενη τιμή της Υ αποτελεί ***γραμμική (Iinear)*** συνάρτηση της Χ. Η γραμμική αυτή σχέση αν και περιγράφει με απλό τρόπο τη σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών, εντούτοις έχει αποδειχθεί ότι εκφράζει αρκετά συχνά την πραγματικότητα.

2.2.1 Ανάλυση - Μοντέλα Παλινδρόμησης

Οι μέθοδοι παλινδρόμησης αναφέρονται στην εκτίμηση (πρόβλεψη) της τιμής μιας μεταβλητής Υ (εξαρτημένης μεταβλητής) από την τιμή μιας άλλης μεταβλητής Χ (ανεξάρτητης μεταβλητής) και επί τη βάσει δεδομένων τιμών (παρατηρήσεων) $((X_i, Y_i), i = 1, ..., n)$ για τις δύο μεταβλητές. Σε πρώτη φάση γίνεται η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου παλινδρόμησης από τις γνωστές τιμές $((X_i, Y_i), i = 1, ..., n)$ και στη συνέχεια γίνεται η πρόβλεψη με βάση το εκτιμημένο μοντέλο παλινδρόμησης. Όταν η πρόβλεψη της Υ γίνεται από μια μόνο ανεξάρτητη μεταβλητή Χ τότε η μέθοδος παλινδρόμησης ονομάζεται ***απλή παλινδρόμηση***. Όταν στο μοντέλο παλινδρόμησης υπεισέρχονται περισσότερες της μιας ανεξάρτητες μεταβλητές $X_1, X_2, ..., X_m$ τότε η μέθοδος ονομάζεται ***πολλαπλή παλινδρόμηση***.

- **Απλή Γραμμική Παλινδρόμηση**

Το βασικότερο μοντέλο παλινδρόμησης είναι η *γραμμική παλινδρόμηση (Iinear regression).* Σύμφωνα με αυτό, η συναρτησιακή σχέση που συνδέει την μεταβλητή Υ με την μεταβλητή Χ , υποτίθεται γραμμική, είναι της μορφής :

$$Y = ax + b$$

Η παραπάνω ονομάζεται ***ευθεία της παλινδρόμησης*** και οι συντελεστές της α και b υπολογίζονται από τις σχέσεις :

$$b = [n\sum xy - (\sum x)(\sum y)] / n\sum x^2 - (\sum x)^2$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Όπου $\bar{x}$ και $\bar{y}$ είναι η μέση τιμή των x_i και y_i αντίστοιχα $(i=1,...,n)$. Η εκτίμηση των παραμέτρων α και b γίνεται με την αρχή των ελαχίστων τετραγώνων, δηλαδή κατά τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται η ακόλουθη συνάρτηση:

$$e(a,b)=\sum_{i=1}^{n}(y_i-Y_i)^2=\sum_{i=1}^{n}(y_i-a-bx_i)^2$$

όπου y_i είναι οι παρατηρούμενες τιμές της μεταβλητής Y και Y_i είναι οι προβλεπόμενες (εκτιμούμενες) τιμές της.

- **Πολλαπλή Γραμμική Παλινδρόμηση**

Η *πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση (multiple regression)* αποτελεί γενίκευση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Το μοντέλο της πολλαπλής παλινδρόμησης στο οποίο υπεισέρχονται περισσότερες της μιας ανεξάρτητες μεταβλητές περιγράφεται από την ακόλουθη σχέση:

$$Y_i=\alpha+b_1X_1+b_2X_2+...+b_mX_m$$

2.2.2 Υλοποίηση της Παλινδρόμησης στο περιβάλλον του Excel

Οποιοδήποτε ποσοτικό μοντέλο πρόβλεψης μπορεί να υλοποιηθεί στο περιβάλλον του Excel. Το Excel περιέχει τέσσερις ενσωματωμένες (έτοιμες) συναρτήσεις που σχετίζονται με το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης επιτρέπουν τόσο την εκτίμηση των παραμέτρων της ευθείας παλινδρόμησης όσο και την διενέργεια προβλέψεων με την τεχνική αυτή. Οι συναρτήσεις αυτές είναι οι ακόλουθες :

SLOPE (Y, X) : Η συνάρτηση αυτή επιστρέφει την κλίση της ευθείας παλινδρόμησης δηλαδή την τιμή της παραμέτρου b της εξίσωσης Y=α+bX. Δέχεται ως ορίσματα τις γνωστές τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής (Y) και τις αντίστοιχες γνωστές τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής (X).

INTERCEPT (Y, X) : Η συνάρτηση αυτή επιστρέφει την τιμή της παραμέτρου α της εξίσωσης Y=a+bx, δηλαδή το σημείο στο οποίο η ευθεία της παλινδρόμησης τέμνει τον άξονα των Y. Τα ορίσματα Y και X είναι όπως στην προηγούμενη συνάρτηση.

FORECAST (x, Y, X) : Η συνάρτηση αυτή επιστρέφει μία πρόβλεψη για την τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής Y όταν η ανεξάρτητη μεταβλητή έχει την τιμή x. Τα υπόλοιπα δύο ορίσματα Y και X είναι όπως στις προηγούμενες συναρτήσεις.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

STEYX (Y, X) : Η συνάρτηση αυτή επιστρέφει το τυπικό σφάλμα του μοντέλου πρόβλεψης. Τα ορίσματα Y και X είναι όπως στις προηγούμενες συναρτήσεις.

Εκτός των παραπάνω έτοιμων συναρτήσεων, το Excel περιλαμβάνει και μία πρόσθετη εφαρμογή (Add-in) που κάτω από το γενικό όνομα data analysis παρέχει, μεταξύ άλλων, και τη δυνατότητα πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης.

2.2.3 Εκτίμηση Διαστήματος των Παραμέτρων της Παλινδρόμησης.

Βασικός στόχος της ανάλυσης της παλινδρόμησης είναι να κατασκευάσουμε ένα υπόδειγμα το οποίο, εφόσον πληροί ορισμένες προϋποθέσεις, να είναι σε θέση να εκφράσει με αντιπροσωπευτικό τρόπο την ποσοτική σχέση εξάρτησης μεταξύ των μεταβλητών που ερμηνεύουν ένα φαινόμενο. Ειδικότερα, στην περίπτωση όπου εμπλέκονται μόνο δυο μεταβλητές για την ερμηνεία ενός φαινομένου, δηλαδή οι μεταβλητές Y και X, τότε το απλό γραμμικό υπόδειγμα *Σχέση (2.1)* όπως αναλύσαμε, στηριζόμενο στις υποθέσεις του ικανοποιεί τις προϋποθέσεις της ανάλυσης της παλινδρόμησης. Επομένως στη συνέχεια θα αναπτύξουμε τη δομή και τον τρόπο ερμηνείας του υποδείγματος όπως αυτό δίνεται. Αρχικά, θα πρέπει να σημειωθεί ότι το απλό γραμμικό υπόδειγμα, το οποίο χρησιμοποιεί τρεις συνολικά μεταβλητές, καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο δημιουργούνται οι τιμές εξαρτημένης μεταβλητής Y

$$Y_i = \alpha + b\ X_i + \varepsilon_i \qquad \textbf{\textit{Σχέση (2.2)}}$$

Συγκεκριμένα όπως φαίνεται οι τιμές Y_i της εξαρτημένης μεταβλητής Y για $i = 1, ..., n$, προσδιορίζονται από δυο μέρη:

1. από το συστηματικό μέρος (systematic part), δηλαδή από τον όρο $\alpha + b\ X_i$ και
2. από το τυχαίο μέρος (random part) δηλαδή από το ε_i .

Πρέπει να τονίσουμε ότι όσο πιο στενή είναι η σχέση εξάρτησης μεταξύ των δυο μεταβλητών X και Y, τόσο καλύτερα προσδιορίζονται οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής από το συστηματικό μέρος, δηλαδή η τιμή του όρου $\alpha + b\ X_i$ θα πρέπει να είναι κοντά στην πραγματική τιμή Y_i της εξαρτημένης μεταβλητής Y για κάθε $i = 1, ..., n$. Αντίθετα, αν η σχέση εξάρτησης των μεταβλητών X και Y είναι ασθενής, τότε το συστηματικό μέρος δεν είναι σε θέση να προσδιορίσει με αξιοπιστία τις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής Y. Στην περίπτωση αυτή, οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής Y καθορίζονται κυρίως από το τυχαίο μέρος, δηλαδή από τις

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

τιμές του τυχαίου σφάλματος ε_i. Είναι προφανές ότι η ασθενής σχέση εξάρτησης μεταξύ των μεταβλητών, δεν αποτελεί αντικείμενο ενδιαφέροντος της ανάλυσης της παλινδρόμησης. Όπως επανειλημμένα έχει αναφερθεί η ανάλυση της παλινδρόμησης ενδιαφέρεται να προσδιορίσει ποσοτικές σχέσεις μεταξύ μεταβλητών, οι οποίες όμως θα πρέπει να συνδέονται σε κάποιο σημαντικό βαθμό μεταξύ τους.

Στην περίπτωση αυτή η κατασκευή του απλού γραμμικού υποδείγματος έχει πραγματική έννοια. Έτσι η συμπεριφορά των τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής Y θα καθορίζεται κατά μέσο όρο αποκλειστικά από το συστηματικό μέρος της παλινδρόμησης, ενώ η διακύμανση των τιμών αυτών θα καθορίζεται αποκλειστικά από τη διακύμανση του τυχαίου σφάλματος,

Συγκεκριμένα, η *Σχέση (2.2)* η οποία είναι γνωστή ως πληθυσμιακή γραμμή παλινδρόμησης (population regression line) φανερώνει τον τρόπο με τον οποίο σχηματίζεται κατά μέσο όρο η κάθε τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής Y για δεδομένη τιμή της X, όταν οι τιμές των a και b είναι γνωστές. Τα a και b είναι σταθερές και ονομάζονται συντελεστές της παλινδρόμησης (regression coefficient) και εκφράζουν τον σταθερό όρο (intercept) και την κλίση της γραμμής παλινδρόμησης αντίστοιχα.

Το α φανερώνει την αναμενόμενη τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής Y όταν η ανεξάρτητη μεταβλητή X λάβει τιμή μηδέν. Αν και αυτό είναι απόλυτα θεωρητικά σωστό, εντούτοις είναι δύσκολο στην πράξη να έχει πάντα έννοια η ερμηνεία του σταθερού όρου. Ας υποθέσουμε για παράδειγμα ότι έχουμε εκτιμήσει τη ζήτηση ενός προϊόντος σε σχέση με την τιμή του. Το a στην περίπτωση αυτή φανερώνει το μέγεθος της ζήτησης του συγκεκριμένου προϊόντος όταν η τιμή του προϊόντος είναι ίση με μηδέν, μια κατάσταση που δεν ανταποκρίνεται στην οικονομική πραγματικότητα. Είναι ωστόσο χρήσιμο και θα πρέπει να τονιστεί ότι η παρουσία του σταθερού όρου a στην ανάλυση της παλινδρόμησης εκτός του ότι ικανοποιεί τη γραμμικότητα του υποδείγματος, είναι πολύ σημαντική όπως θα αναλυθεί στη συνέχεια. Τέλος, το υπόδειγμα που δίνεται από τη *Σχέση (2.2)* και περιέχει το σταθερό όρο a συχνά αποκαλείται στην ανάλυση της παλινδρόμησης ως το απλό γραμμικό υπόδειγμα με σταθερό όρο. Σε αντίθεση ο συντελεστής b φανερώνει κατά πόσο θα μεταβληθεί η αναμενόμενη τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής Y, αν η ανεξάρτητη μεταβλητή X μεταβληθεί κατά μια μονάδα. Εκτός όμως από το μέγεθος του, το πρόσημο του συντελεστή b παίζει σημαντικό ρόλο στην συνολική ερμηνεία του, διότι με βάση αυτό καθορίζεται εκάστοτε η φορά της σχέσης εξάρτησης μεταξύ των δυο μεταβλητών. Αν ο συντελεστής b είναι θετικός αριθμός, τότε αυτό σημαίνει ότι υπάρχει θετική σχέση των μεταβλητών X και Y δηλαδή αύξηση ή μείωση της τιμής της ανεξάρτητης μεταβλητής X συνεπάγεται αύξηση ή μείωση αντίστοιχα της αναμενόμενης τιμής της

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

εξαρτημένης μεταβλητής Υ. Αν όμως ο συντελεστής b είναι αρνητικός αριθμός τότε οι μεταβλητές Χ και Υ σχετίζονται αρνητικά, δηλαδή αύξηση ή μείωση της τιμής της ανεξάρτητης μεταβλητής Χ θα επιφέρει μείωση ή αύξηση αντίστοιχα της αναμενόμενης τιμής της εξαρτημένης μεταβλητής Υ.

Η επιλογή του απλού γραμμικού υποδείγματος για τη λεπτομερή παρουσίαση της ανάλυσης της παλινδρόμησης δεν στηρίζεται μόνο στην απλοποίηση των υπολογιστικών πράξεων που απαιτούνται αλλά βασίζεται επίσης και στο γεγονός ότι το πρόβλημα της παλινδρόμησης μπορεί να παρουσιαστεί και διαγραμματικά, αφού εμπλέκονται μόνο δυο μεταβλητές. Κατά συνέπεια, μπορούμε να πούμε ότι διαγραμματικά η πληθυσμιακή γραμμή της παλινδρόμησης είναι μια ευθεία γραμμή πάνω στην οποία βρίσκονται οι τιμές του υπό συνθήκη μέσου όρου της εξαρτημένης μεταβλητής Υ για κάθε τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής Χ. Το σύνολο αυτό των τιμών παρουσιάζεται διαγραμματικά με την κανονική κατανομή. Ο μέσος όρος αυτής της κατανομής για κάθε τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής είναι ο υπό συνθήκη μέσος όρος της για δεδομένη τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής, όπου από το σημείο αυτό περνάει και η γραμμή της παλινδρόμησης.

2.3 Μέθοδοι Εξομάλυνσης

2.3.1 Εισαγωγή

Η μεθοδολογία της ανάλυσης της παλινδρόμησης έχει ως τελικό σκοπό τη δημιουργία προβλέψεων για τις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής, όπως αυτές προσδιορίζονται από ένα σύνολο ανεξάρτητων μεταβλητών. Πιο συγκεκριμένα, η ανάλυση της παλινδρόμησης αποσκοπεί αρχικά στο να αναγνωριστεί η ποσοτική σχέση μεταξύ των μεταβλητών που εμπλέκονται στην ερμηνεία του οικονομικού φαινομένου και στη συνέχεια το "σωστά" εκτιμηθέν υπόδειγμα, με τη στατιστική έννοια του όρου, χρησιμοποιείται για τη δημιουργία προβλέψεων της εξαρτημένης μεταβλητής. Ωστόσο, απαραίτητη προϋπόθεση για την υλοποίηση αυτής τής προσπάθειας αποτελεί η ύπαρξη κάποιας σχέσης γραμμικής μορφής μεταξύ της εξαρτημένης μεταβλητής και του συνόλου των ανεξάρτητων μεταβλητών, οι τιμές των οποίων είναι διαθέσιμες και ερμηνεύουν τη συμπεριφορά των τιμών της εξαρτημένης.

Υπάρχουν όμως περιπτώσεις για τις οποίες η ανάλυση της παλινδρόμησης δεν ενδείκνυται για διάφορους λόγους για τη διαμόρφωση προβλέψεων μιας μεταβλητής. Αυτό

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ενδέχεται να συμβαίνει όταν είναι δύσκολο να προσδιορίσουμε τη σχέση μεταξύ των μεταβλητών ή όταν δεν έχουμε στη διάθεση μας τις παρατηρήσεις των μεταβλητών που επηρεάζουν σημαντικά τη συμπεριφορά της εξαρτημένης μεταβλητής. Επίσης, ένας άλλος λόγος μπορεί να είναι ο σχετικά μικρός αριθμός παρατηρήσεων των μεταβλητών του δείγματος, οπότε στην περίπτωση αυτή τα αποτελέσματα της παλινδρόμησης να θεωρούνται ότι δεν είναι στατιστικά αξιόπιστα.

Το γεγονός ότι στις παραπάνω περιπτώσεις δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε την ανάλυση της παλινδρόμησης, δεν σημαίνει πως αδυνατούμε να διαμορφώσουμε προβλέψεις για τη μελλοντική εξέλιξη των τιμών της εξεταζόμενης μεταβλητής. Ειδικότερα, εδώ θα αναπτύξουμε ορισμένες από τις πλέον γνωστές μεθόδους εξομάλυνσης, με τις οποίες προσδιορίζουμε τις μελλοντικές τιμές μιας μεταβλητής στηριζόμενοι αποκλειστικά στις διαθέσιμες παρατηρήσεις της και ανεξάρτητα από τη σχέση που μπορεί να έχει η μεταβλητή αυτή με άλλη ή άλλες μεταβλητές. Κύριο χαρακτηριστικό της εφαρμογής αυτών των μεθόδων είναι ότι μπορούμε, χωρίς μεγάλο υπολογιστικό βαθμό δυσκολίας, να διαμορφώσουμε εύκολα και σχετικά γρήγορα προβλέψεις για μια μεταβλητή, που προέρχονται από τη διαχρονική μελέτη του τρόπου δημιουργίας των τιμών της συγκεκριμένης μεταβλητής.

Οι μέθοδοι αυτές εφαρμόζονται για μεταβλητές, τα δεδομένα των οποίων προέρχονται αποκλειστικά από χρονοσειρές, δηλαδή από παρατηρήσεις που έχουν καταγραφεί κατά τη διάρκεια ίσων διαδοχικών χρονικών περιόδων, ενώ ο αριθμός των διαθέσιμων παρατηρήσεων της μεταβλητής δεν αποτελεί κατά κανόνα ανασταλτικό παράγοντα για την εφαρμογή τους. Ορισμένες από αυτές τις μεθόδους μπορούν να χρησιμοποιηθούν ακόμα και για δείγματα παρατηρήσεων μικρού μεγέθους.

Η διαδικασία δημιουργίας των προβλέψεων για μια μεταβλητή αποτελείται από δύο χαρακτηριστικά στάδια, το στάδιο της αναγνώρισης και το στάδιο της διαμόρφωσης των προβλέψεων. Στο πρώτο στάδιο, στηριζόμενοι στα διαθέσιμα δεδομένα της χρονοσειράς, προσπαθούμε να αναγνωρίσουμε και κατά συνέπεια να προσδιορίσουμε τον πλέον αντι-προσωπευτικό τρόπο δημιουργίας των τιμών της μεταβλητής. Αφού επιτύχουμε αυτό χρησιμοποιούμε στη συνέχεια στο δεύτερο στάδιο την αποκτηθείσα πληροφόρηση για το σχηματισμό των μελλοντικών τιμών της μεταβλητής. Η διαδικασία αυτή βασίζεται στην υπόθεση ότι δεν αναμένονται να υπάρξουν σοβαρές αλλαγές στον τρόπο δημιουργίας των τιμών της συγκεκριμένης μεταβλητής, τουλάχιστον βραχυπρόθεσμα, ώστε η πληροφόρηση που αποκτήθηκε στο πρώτο στάδιο να ισχύει και στο δεύτερο για τη δημιουργία των προβλέψεων.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

2.3.2 Κριτήρια Αξιολόγησης Μεθόδων Προβλέψεων

Στην ενότητα αυτή αναφέρονται τα κριτήρια αξιολόγησης των μεθόδων προβλέψεων, τα οποία χρησιμοποιούνται για την επιλογή της "κατάλληλης" μεθόδου. Τα κριτήρια αυτά βασίζονται, όπως και στην ανάλυση της παλινδρόμησης, στις τιμές των αποκλίσεων των προβλεπόμενων τιμών από τις αντίστοιχες πραγματικές τιμές της χρονοσειράς. Όσο πιο μικρές είναι οι αποκλίσεις αυτές, τόσο πιο καλή θεωρείται ότι είναι η μέθοδος πρόβλεψης που χρησιμοποιήθηκε, δεδομένου ότι είναι σε θέση να προσδιορίζει με σχετικά μεγάλη ακρίβεια τις τιμές της χρονοσειράς. Αντίθετα, όσο περισσότερο απέχουν οι πραγματικές τιμές της χρονοσειράς από τις προβλεπόμενες, τόσο λιγότερο αξιόλογη είναι η χρησιμοποιούμενη μέθοδος πρόβλεψης. Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει να διερευνήσουμε το πρόβλημα και να εφαρμόσουμε άλλη μέθοδο, η οποία να δίνει "καλύτερες" προβλέψεις για τις τιμές της συγκεκριμένης μεταβλητής. Αναμφισβήτητα, η αξιοπιστία των προβλέψεων εξαρτάται όχι μόνο από τη μέθοδο πρόβλεψης, αλλά και από την "ποιότητα" και τον αριθμό των διαθέσιμων παρατηρήσεων της μεταβλητής. Για μια μεταβλητή Y, η απόκλιση της προβλεπόμενης τιμής της $\hat{Y}_t$, από την αντίστοιχη πραγματική τιμή της Y_t για την περίοδο t, όπου $t = 1,...,n$, ονομάζεται *σφάλμα της πρόβλεψης* (forecast error), συμβολίζεται με e_t, και ορίζεται ως :

$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t \qquad \textbf{\textit{Σχέση (2.3)}}$$

Με άλλα λόγια, η *Σχέση (2.3)* εκφράζει για κάθε περίοδο t τη διαφορά μεταξύ της πραγματικής τιμής Y, και της αντίστοιχης προβλεπόμενης τιμής $Y_t^{\wedge}$ που προήλθε από τη μέθοδο πρόβλεψης που χρησιμοποιήθηκε. Επομένως, για να προσδιορίσουμε την αξιοπιστία μιας συγκεκριμένης μεθόδου πρόβλεψης, θα πρέπει να μελετήσουμε τη διαχρονική συμπεριφορά των τιμών των σφαλμάτων της πρόβλεψης. Αυτό γίνεται με την εφαρμογή διάφορων κριτηρίων, σύμφωνα με τα οποία αξιολογούμε τη χρησιμοποιούμενη μέθοδο πρόβλεψης. Κάθε ένα από τα κριτήρια αυτά, που θα παρουσιάσουμε στη συνέχεια, ορίζεται από μια συγκεκριμένη συναρτησιακή σχέση των σφαλμάτων της πρόβλεψης και μπορεί να χρησιμοποιηθεί όχι μόνο για την αξιολόγηση μιας μεθόδου πρόβλεψης, αλλά και για την επιλογή της "καλύτερης" μεταξύ δύο ή περισσότερων εναλλακτικών μεθόδων προβλέψεων. Έτσι λοιπόν έχουμε τα εξής κριτήρια :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

- ***Μέση Απόλυτη Απόκλιση***

Ένα πολύ απλό και εύκολο στη χρήση του κριτήριο είναι η *μέση απόλυτη απόκλιση MAD (Mean Absolute Deviation),* που ορίζεται ως το άθροισμα των απόλυτων τιμών του σφάλματος της πρόβλεψης διαιρούμενο με τον αριθμό των περιόδων η, στις οποίες έγιναν προβλέψεις, δηλαδή :

$$MAD = 1/n \sum_{t=1}^{n} |Y_t - \hat{Y}_t| = \sum_{t=1}^{n} |e_t| \qquad \textit{Σχέση (2.4)}$$

Το MAD εκφράζει τη μέση τιμή των απόλυτων αποκλίσεων των προβλεπόμενων τιμών της χρονοσειράς από τις αντίστοιχες πραγματικές και έχει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά :

- Η μονάδα μέτρησης του είναι η ίδια με εκείνη των τιμών της χρονοσειράς και έτσι είναι εύκολη η ερμηνεία του.
- Κατά τον υπολογισμό του λαμβάνονται υπ' όψιν μόνο οι απόλυτες τιμές των σφαλμάτων και όχι οι πραγματικές τιμές τους. Αυτό σημαίνει ότι το MAD είναι ανεξάρτητο από θετικές ή αρνητικές τιμές του σφάλματος, δηλαδή είναι ανεξάρτητο από το αν οι τιμές των προβλέψεων είναι μικρότερες (υποεκτίμηση) ή μεγαλύτερες (υπερεκτίμηση) των πραγματικών τιμών.
- Το MAD βασίζεται στην υπόθεση ότι η σοβαρότητα του σφάλματος ή το κόστος που δημιουργείται από το σφάλμα της πρόβλεψης σχετίζεται γραμμικά με το μέγεθος του σφάλματος. Έτσι, το κόστος από τα σφάλματα της πρόβλεψης είναι το ίδιο, άσχετα αν προέρχεται από λίγα μεγάλα σφάλματα ή πολλά μικρά που έχουν το ίδιο συνολικό άθροισμα απόλυτων τιμών.

- ***Μέσο Σφάλμα Τετραγώνου***

Ένα άλλο κριτήριο που χρησιμοποιείται στην πράξη για την αξιολόγηση των μεθόδων προβλέψεων είναι το *μέσο σφάλμα τετραγώνου MSE (Mean Squared Error),* που ορίζεται ως το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων διαιρούμενο με τον αριθμό των χρονικών περιόδων n, στις οποίες έγιναν προβλέψεις, δηλαδή :

$$MSE = 1/n \sum_{t=1}^{n} \left(Y_t - \hat{Y}_t \right)^2 = \sum_{t=1}^{n} e_t^2 \qquad \textit{Σχέση (2.5)}$$

Το MSE είναι η μέση τιμή των τετραγώνων των αποκλίσεων των προβλεπόμενων τιμών της χρονοσειράς από τις αντίστοιχες πραγματικές.

Η μονάδα μέτρησης του είναι εκφρασμένη στη μονάδα μέτρησης των τιμών των παρατηρήσεων, υψωμένη όμως στο τετράγωνο. Γι' αυτόν λοιπόν το λόγο, η ερμηνεία του MSE

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

δεν είναι εύκολα κατανοητή. Έτσι, χρησιμοποιούμε τη θετική τιμή της τετραγωνικής του ρίζας, που ονομάζεται *τετραγωνική ρίζα μέσου σφάλματος τετραγώνου* ***RMSE (Root Mean Square Error)***, δηλαδή είναι :

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{1/n}\sqrt{k} \qquad \textbf{Σχέση (2.6)}$$

όπου $k = \sum_{t=1}^{n} e_t^2$ και εκφράζεται στην ίδια μονάδα μέτρησης με εκείνη των τιμών της χρονοσειράς. Η σχέση μεταξύ των κριτηρίων RMSE και MSE είναι ανάλογη με τη σχέση μεταξύ τυπικής απόκλισης και διακύμανσης. Επίσης, ο τρόπος υπολογισμού του κριτηρίου MSE δίνει πολύ μεγαλύτερη βαρύτητα στις μεγάλες τιμές των σφαλμάτων της πρόβλεψης, απ' ότι στις μικρές. Η ύπαρξη προβλέψεων που απέχουν πολύ από τις αντίστοιχες πραγματικές τιμές γίνεται πολύ περισσότερο αισθητή με το κριτήριο MSE, απ' ό,τι με το κριτήριο MAD, επειδή οι τιμές των σφαλμάτων της πρόβλεψης υψώνονται στο τετράγωνο. Για τον παραπάνω λόγο, το MSE χρησιμοποιείται συνήθως όταν το κόστος από την πρόβλεψη αυξάνεται με μεγάλο ρυθμό σε σχέση με το μέγεθος του σφάλματος της πρόβλεψης. Το κριτήριο αυτό είναι στατιστικά περισσότερο αξιόπιστο από το κριτήριο MAD και χρησιμοποιείται συχνότερα επιλογή της "κατάλληλης" μεθόδου πρόβλεψης

- ***Μέσο Απόλυτο Ποσοστιαίο Σφάλμα***

Αντίθετα με το MAD και το MSE, το *μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα MAPE* ***(Mean Absolute Percentage Error)*** εξετάζει τη συμπεριφορά της απόλυτης τιμής του σφάλματος της πρόβλεψης σε σχέση με την πραγματική τιμή της χρονοσειράς. Το MAPE ορίζεται ως το άθροισμα των απόλυτων τιμών των σφαλμάτων της πρόβλεψης προς τις αντίστοιχες πραγματικές τιμές της χρονοσειράς, διαιρούμενο με τον αριθμό των χρονικών περιόδων n, στις οποίες έγιναν προβλέψεις, δηλαδή :

$$MAPE = 1/n \sum_{t=1}^{n} |(Y_t - \hat{Y_t})| / Y_t) = 1/n \sum_{t=1}^{n} (|e_t| / Y_t) \qquad \textbf{Σχέση (2.7)}$$

Ως κριτήριο αξιολόγησης προβλέψεων, το MAPE δείχνει πόσο μεγάλο είναι το σφάλμα της πρόβλεψης σε σχέση με τις πραγματικές τιμές της χρονοσειράς. Έτσι, όσο μικρότερη είναι η τιμή του, τόσο πιο καλύτερη είναι η μέθοδος πρόβλεψης. Το κριτήριο αυτό, επειδή είναι απαλλαγμένο από μονάδες μέτρησης, το χρησιμοποιούμε και για να συγκρίνουμε την ακρίβεια μιας ή περισσότερων μεθόδων προβλέψεων και για περισσότερες από μια χρονοσειρές.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

- ***Μέσο Ποσοστιαίο Σφάλμα***

Σε περίπτωση που ενδιαφερόμαστε να προσδιορίσουμε αν η μέθοδος πρόβλεψης είναι μεροληπτική, δηλαδή αν οι προβλεπόμενες τιμές είναι συστηματικά μεγαλύτερες ή μικρότερες από τις αντίστοιχες πραγματικές, τότε μπορούμε να εφαρμόσουμε το *μέσο ποσοστιαίο σφάλμα MPE (Mean Percentage Error)*. Το κριτήριο αυτό υπολογίζεται όπως και το κριτήριο MAPE, μόνο που χρησιμοποιούνται οι πραγματικές και όχι οι απόλυτες τιμές του σφάλματος της πρόβλεψης, δηλαδή :

$$MPE = 1/n \sum_{t=1}^{n} (Y_t - \hat{Y_t}) / Y_t) = 1/n \sum_{t=1}^{n} (e_t) / Y_t) \qquad \textbf{\textit{Σχέση (2.8)}}$$

Παρατηρούμε ότι όσο πιο κοντά στο μηδέν είναι η τιμή του MPE, τόσο πιο αμερόληπτη και καλή είναι η μέθοδος πρόβλεψης που χρησιμοποιήθηκε. Αντίθετα, μεγάλες απόλυτες τιμές του MPE φανερώνουν μεγάλη μεροληψία της μεθόδου. Ειδικότερα, μεγάλη αρνητική τιμή του MPE σημαίνει ότι η μέθοδος πρόβλεψης παρέχει συστηματικά υπερτιμημένες προβλέψεις σε σχέση με τις πραγματικές τιμές, ενώ μεγάλη θετική τιμή του MPE δηλώνει υποεκτίμηση των τιμών της χρονοσειράς.

2.3.3. Απλός Κινητός Μέσος

Μια πολύ απλή μέθοδος προβλέψεων είναι η μέθοδος του *απλού κινητού μέσου* ***(simple moving average)*** που χρησιμοποιεί ως πρόβλεψη την τιμή του αριθμητικού μέσου όρου των m πλέον πρόσφατων παρατηρήσεων της χρονοσειράς. Αυτό συμβαίνει διότι οι πλέον πρόσφατες παρατηρήσεις της χρονοσειράς θεωρούνται περισσότερο αντιπροσωπευτικές για τη δημιουργία προβλέψεων απ' ό,τι οι πιο απομακρυσμένες στο παρελθόν. Ο μέσος όρος αυτός ονομάζεται "κινητός", επειδή η τιμή του δεν είναι σταθερή, αλλά αναπροσαρμόζεται κάθε φορά που μια νέα παρατήρηση της χρονοσειράς γίνεται διαθέσιμη.

Ειδικότερα, οι προβλέψεις μιας χρονοσειράς Y_t, για $t = 1, 2, ..., n$, δημιουργούνται με τη μέθοδο του απλού κινητού μέσου ως εξής :

$$\hat{Y}_{t+1} = M_{t+1} = 1/m \sum_{j=1}^{m} Y_{t-j+1} = 1/m(Y_t + Y_{t-1} + Y_{t-2} ..... Y_{t-m+1}) \qquad \textbf{\textit{Σχέση (2.9)}}$$

όπου $\hat{Y}_{t+1}$ είναι η πρόβλεψη για την περίοδο $(t+1)$ και m ο αριθμός των περιόδων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της τιμής του μέσου όρου. Η πρόβλεψη συμβολίζεται επίσης και με M_{t+1} για να δηλώσει τη μέθοδο του απλού κινητού μέσου που εφαρμόστηκε.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Για την εφαρμογή της μεθόδου αυτής, απαραίτητη προϋπόθεση είναι να γνωρίζουμε την τιμή του m. Αν η τιμή του m είναι γνωστή, τότε μπορούμε να εφαρμόσουμε τη *Σχέση (2.9)* για τη δημιουργία της πρόβλεψης της περιόδου $(t+1)$. Η πρόβλεψη που προκύπτει στην περίπτωση αυτή είναι ο αριθμητικός μέσος όρος των m πιο πρόσφατων παρατηρήσεων της χρονοσειράς και για το λόγο αυτό η μέθοδος ονομάζεται και *απλός κινητός μέσος* m*-περιόδων*. Στην πράξη όμως η τιμή του m δεν είναι πάντα προκαθορισμένη, αλλά εξαρτάται από την κρίση του αναλυτή και από τα δεδομένα των παρατηρήσεων της χρονοσειράς. Συνήθως, για να προσδιορίσουμε την τιμή του m για τη δημιουργία προβλέψεων σε μια χρονοσειρά, εφαρμόζουμε τη μέθοδο του απλού κινητού μέσου στη χρονοσειρά για διαφορετικές τιμές του m και επιλέγουμε εκείνη την τιμή του m που ελαχιστοποιεί την τιμή του κριτηρίου MSE ή κάποιου άλλου κριτηρίου. Σημειώνουμε ότι για $m=1$ η πρόβλεψη της επόμενης περιόδου είναι ίση με την πραγματική τιμή της προηγούμενης περιόδου, δηλαδή ισχύει η σχέση :

2.3.4 Απλή Εκθετική Εξομάλυνση

Σ' αυτό το σημείο πρέπει να τονίσουμε ότι η μέθοδος του απλού κινητού μέσου m-περιόδων δέχεται κριτική επειδή για τον υπολογισμό των προβλέψεων δίνει ίση βαρύτητα σε κάθε παρατήρηση, ανεξάρτητα από το πόσο κοντά ή μακριά βρίσκεται σε σχέση με την προβλεπόμενη περίοδο. Για παράδειγμα, ο απλός κινητός μέσος 7-περιόδων δίνει την ίδια βαρύτητα, δηλαδή 1/7, τόσο στην πιο πρόσφατη παρατήρηση όσο και στην έβδομη κατά σειρά πιο απομακρυσμένη παρατήρηση. Το "μειονέκτημα" αυτό γίνεται περισσότερο αισθητό, όταν η τιμή του m αυξάνεται σε σχέση με το είδος των δεδομένων, π.χ. m = 20 για ετήσια δεδομένα.

Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί με τη μέθοδο της *απλής εκθετικής εξομάλυνσης*, σύμφωνα με την οποία οι προβλέψεις δημιουργούνται με βάση κάποιο σταθμικό μέσο όρο, έτσι ώστε να δίνεται διαφορετική βαρύτητα σε κάθε παρατήρηση. Πιο συγκεκριμένα, με τη μέθοδο αυτή δίνεται πολύ μεγαλύτερη βαρύτητα στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις, από αυτή που δίνεται στις πιο απομακρυσμένες.

Για να κατανοήσουμε το μηχανισμό λειτουργίας της μεθόδου, ας θεωρήσουμε ότι οι προβλέψεις της χρονοσειράς δημιουργούνται ως εξής :

$$\hat{Y}_{t+1} = aY_t + a(1-a)Y_{t-1} + a(1-a)^2 Y_{t-2} + \ldots\ldots \qquad \textbf{\textit{Σχέση (2.10)}}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

όπου η παράμετρος α ονομάζεται **σταθερά εξομάλυνσης** και λαμβάνει τιμές μεταξύ 0 και 1, δηλαδή : $0 < a < 1$

Έτσι, σύμφωνα με τη *Σχέση (2.10)* η πρόβλεψη $\hat{Y}_{t+1}$ προκύπτει ως ένας σταθμικός μέσος όρος των παρατηρήσεων της χρονοσειράς, αφού το άθροισμα των συντελεστών της *Σχέση (2.10)* είναι ίσο με τη μονάδα. Επίσης, η *Σχέση (2.10)* φανερώνει ότι η βαρύτητα που δίνεται σε κάθε παρατήρηση για το σχηματισμό των προβλέψεων μειώνεται εκθετικά, κάθε φορά κατά τον όρο $(1-a)$, όσο αυξάνεται ο αριθμός των χρονικών περιόδων μεταξύ της πρόβλεψης και της πραγματικής τιμής της χρονοσειράς. Κατά συνέπεια, όσο πιο μεγάλη είναι η τιμή της παραμέτρου a, τόσο μεγαλύτερη βαρύτητα δίνεται στις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις και πολύ μικρή έως μηδαμινή βαρύτητα στις πιο απομακρυσμένες.

Αυτό συμβαίνει διότι όσο αυξάνεται η τιμή του t, τόσο πιο γρήγορα η τιμή του όρου $(1-a)$ τείνει στο μηδέν. Αντίθετα, όσο πιο μικρή είναι η τιμή του a, τόσο πιο πολλές παρατηρήσεις συμπεριλαμβάνονται στον υπολογισμό των προβλέψεων, δεδομένου ότι οι τιμές των συντελεστών της *Σχέση (2.10)* δεν μηδενίζονται γρήγορα.

Με βάση τη *Σχέση (2.10)* η πρόβλεψη $\hat{Y}_t$, της χρονοσειράς για την περίοδο I, που γίνεται στην αρχή τής περιόδου αυτής, υπολογίζεται ως εξής :

$$\hat{Y}_t = aY_{t-1} + a(1-a)Y_{t-2} + a(1-a)^2 Y_{t-3} + ... \qquad \textbf{\textit{Σχέση (2.11)}}$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της *Σχέσης (2.11)* με $(1-a)$ και αφαιρώντας την στη συνέχεια από τη Σχέση (2.10), προκύπτει η ακόλουθη σχέση :

$$\hat{Y}_{t+1} = aY_t + (1-a)\hat{Y}_t \qquad \textbf{\textit{Σχέση (2.12)}}$$

Η σχέση αυτή είναι η μαθηματική έκφραση της μεθόδου της απλής εκθετικής εξομάλυνσης και ορίζεται, για $t = 2,3,...,n$, με αρχική συνθήκη $Y_2 = Y_1$.

Αν για παράδειγμα η τιμή της παραμέτρου a είναι ίση με 0,2, τότε η πρόβλεψη της επόμενης περιόδου προσδιορίζεται κατά 20% από την πραγματική τιμή και κατά 80% από την πρόβλεψη της τρέχουσας περιόδου.

Επομένως, το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε κατά την εφαρμογή της μεθόδου αυτής είναι αν θα πρέπει να ενδιαφερόμαστε για μεγαλύτερη εξομάλυνση των παρατηρήσεων, δίνοντας σχετικά μικρή τιμή στο a, ή για μεγαλύτερη ανταπόκριση στις πραγματικές μεταβολές των παρατηρήσεων, δίνοντας μεγάλη τιμή στη σταθερά εξομάλυνσης.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Η τιμή της παραμέτρου a, στην πράξη, μπορεί να καθοριστεί από τον ερευνητή, ιδιαίτερα όταν αυτός έχει προηγούμενη εμπειρία για τη συγκεκριμένη χρονοσειρά. Ωστόσο, είναι πιο αντικειμενικό η "άριστη" τιμή του a να προσδιορίζεται από τα δεδομένα της χρονοσειράς. Ειδικότερα, εφαρμόζοντας τη μέθοδο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης στις παρατηρήσεις της χρονοσειράς για τιμές του α από το μηδέν μέχρι τη μονάδα, επιλέγουμε εκείνη την τιμή του a που ελαχιστοποιεί την τιμή του κριτηρίου MSE ή κάποιου άλλου κριτηρίου. Αυτό επιτυγχάνεται πολύ εύκολα με τα σύγχρονα υπολογιστικά πακέτα και έτσι οι προβλέψεις της χρονοσειράς είναι οι καλύτερες δυνατές που μπορεί να δώσει η μέθοδος της απλής εκθετικής εξομάλυνσης.

Θα πρέπει να σημειώσουμε όμως ότι η "άριστη" τιμή του a προσδιορίζεται με βάση συγκεκριμένο αριθμό παρατηρήσεων της χρονοσειράς και δεν θα πρέπει απαραίτητα να χρησιμοποιείται η ίδια τιμή, όταν αυξάνεται αρκετά ο αριθμός των παρατηρήσεων της χρονοσειράς. Με άλλα λόγια, κρίνεται σκόπιμο να γίνεται περιοδική επανεκτίμηση της "άριστης" τιμής της παραμέτρου a, ώστε οι προβλέψεις που προκύπτουν να είναι πιο αξιόπιστες.

2.4 Χρονοσειρές

Για την πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών μιας χρονοσειράς χρησιμοποιούνται οι μέθοδοι εξομάλυνσης. Οι προβλέψεις με τις τεχνικές εξομάλυνσης δημιουργούνται σύμφωνα με την υπόθεση ότι ο μέχρι τώρα τρόπος δημιουργίας των παρατηρήσεων της χρονοσειράς θα εξακολουθεί να ισχύει και στο άμεσο μέλλον. Έτσι πρωταρχικός σκοπός των μεθόδων εξομάλυνσης είναι η καλύτερη δυνατή αναγνώριση της συμπεριφοράς των τιμών της χρονοσειράς για τη διαμόρφωση στη συνέχεια προβλέψεων με το μικρότερο αναμενόμενο σφάλμα της πρόβλεψης.

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε μια άλλη διαφορετική μέθοδο προσδιορισμού του τρόπου δημιουργίας των τιμών των χρονοσειρών η οποία ονομάζεται ***διάσπαση χρονοσειρών*** **(time series decomposition).** Αντικειμενικός σκοπός της διάσπασης των χρονοσειρών είναι η αναγνώριση των χαρακτηριστικών του μηχανισμού εκείνου, σύμφωνα με τον οποίο διαμορφώνονται οι τιμές της χρονοσειράς. Όταν τα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς αναγνωριστούν με επιτυχία τότε έχουμε τη δυνατότητα να σχηματίσουμε καλύτερες προβλέψεις για τις αναμενόμενες μελλοντικές τιμές της εξεταζόμενης χρονοσειράς, θεωρώντας ότι τα χαρακτηριστικά αυτά δεν θα μεταβληθούν σημαντικά στο άμεσο μέλλον.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η μέθοδος αυτή ενώ μπορεί να μειώσει το σφάλμα της πρόβλεψης, δεν προσδιορίζει απαραίτητα με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια το μέλλον, κάτι το οποίο ισχύει γενικά για όλες τις μεθόδους προβλέψεων. Αυτό προϋποθέτει ότι για την τελική διαμόρφωση της πρόβλεψης θα πρέπει να λαμβάνονται υπ' όψιν και άλλοι παράγοντες, όπως π.χ. υποκειμενικοί παράγοντες. Άλλωστε, η παραδοχή ότι τα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς παραμένουν διαχρονικά σταθερά μπορεί να μην ισχύει για πολλές χρονοσειρές που αφορούν κυρίως οικονομικές και επιχειρησιακές δραστηριότητες. Στις περιπτώσεις αυτές είναι σκόπιμο η σύνδεση του παρόντος με το παρελθόν και το μέλλον να εκτιμάται κάθε φορά που αποκτάται νέα σημαντική πληροφόρηση.

2.4.1 Συνθετικά Στοιχεία Χρονοσειρών

Καταρχάς, στη διάσπαση των χρονοσειρών, προσπαθούμε να αναγνωρίσουμε τα στοιχεία εκείνα, καθένα από τα οποία συμβάλλει ξεχωριστά στη δημιουργία των τιμών της χρονοσειράς. Τα στοιχεία αυτά λέγονται *συνθετικά στοιχεία* (components) της χρονοσειράς και είναι :

- ***Η τάση (trend component) :*** Σε πολλές περιπτώσεις, οι τιμές των παρατηρήσεων ορισμένων χρονοσειρών τείνουν να αυξάνονται ή να μειώνονται με αρκετά σταθερό ρυθμό για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Η συμπεριφορά αυτή εκφράζεται από την τάση που φανερώνει τη μακροχρόνια εξέλιξη της χρονοσειράς, η οποία μπορεί να είναι ανοδική ή καθοδική. Η τάση οφείλεται συνήθως σε πληθυσμιακές αλλαγές, σε τεχνολογικές αλλαγές, σε οικονομικούς παράγοντες, όπως π.χ. στον πληθωρισμό, στην αύξηση της παραγωγικότητας κ.ά.
- ***Η εποχικότητα (seasonality component):*** Τα δεδομένα ορισμένων οικονομικών χρονοσειρών αναφέρονται σε χρονικές περιόδους μικρότερες του έτους, όπως π.χ. μήνες ή τρίμηνα. Έτσι είναι δυνατό να παρατηρούνται εποχικές διακυμάνσεις, οι οποίες εμφανίζονται κατά τη διάρκεια του έτους και επαναλαμβάνονται με την ίδια ή περίπου την ίδια μορφή από έτος σε έτος. Για παράδειγμα, η μηνιαία κατανάλωση παγωτού είναι μεγαλύτερη κατά την καλοκαιρινή περίοδο και μικρότερη κατά τη χειμερινή, ενώ η κατανάλωση θερμαντικών σωμάτων παρουσιάζεται αυξημένη κατά τους χειμερινούς μήνες και αρκετά χαμηλότερη κατά τους θερινούς. Γενικά, το φαινόμενο της εποχικότητας οφείλεται κυρίως σε μεταβολές του καιρού, σε πολιτικές της διοίκησης αναφορικά με περιόδους εκπτώσεων, καθώς και σε άλλους παράγοντες, όπως π.χ. θρησκευτικούς, κοινωνικούς κ.ά. Οι εποχικές διακυμάνσεις, επειδή παρουσιάζονται συνήθως με συστηματικό τρόπο, μπορούν σχετικά εύκολα να αναλυθούν και να προσδιοριστούν και κατά

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

συνέπεια να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών της χρονοσειράς, κάτι που συμβαίνει άλλωστε και με την τάση.

- ***Η κυκλικότητα (cyclical component) :*** Το συνθετικό αυτό στοιχείο των χρονοσειρών εμφανίζεται ακανόνιστα με κυματοειδή μορφή και διαρκεί για χρονικό διάστημα πολύ μεγαλύτερο του έτους. Η συμπεριφορά αυτή των τιμών των χρονοσειρών αποδίδεται κυρίως στους οικονομικούς κύκλους, οι οποίοι οφείλονται σε μεταβαλλόμενες οικονομικές, τεχνολογικές και άλλες συνθήκες. Επειδή όμως οι οικονομικοί κύκλοι δεν εμφανίζονται με την ίδια περιοδικότητα ή και την ίδια μορφή, για το λόγο αυτό το στοιχείο της κυκλικότητας, σε αντίθεση με την τάση και την εποχικότητα, δεν θεωρείται ότι συμβάλλει άμεσα στη δημιουργία προβλέψεων. Ωστόσο, η κυκλικότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προσδιοριστεί η μέχρι τώρα εξέλιξη των τιμών της χρονοσειράς.
- ***Η μη-κανονικότητα (irregular component) :*** Οι τιμές των χρονοσειρών επηρεάζονται από την μη-κανονικότητα κατά ένα τυχαίο και μη-συστηματικό τρόπο, ο οποίος δεν μπορεί να προσδιοριστεί. Αυτό σημαίνει ότι το στοιχείο της μη-κανονικότητας δεν είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί στη διαμόρφωση των μελλοντικών τιμών των χρονοσειρών. Η μη-κανονικότητα οφείλεται σε όλους εκείνους τους τυχαίους και απρόσμενους παράγοντες που επηρεάζουν τις τιμές των χρονοσειρών και οι οποίοι δεν προσδιορίζονται από την τάση, την εποχικότητα και την κυκλικότητα. Οι παράγοντες αυτοί μπορεί να είναι πόλεμοι, σεισμοί, απρόσμενες καιρικές μεταβολές, απεργίες, διαδόσεις για συγκεκριμένο προϊόν, αιφνίδιες μεταβολές στις προτιμήσεις των καταναλωτών, απρόσμενες αλλαγές στη νομοθεσία κ.ά.

Για να αντιλαμβανόμαστε τον τρόπο δημιουργίας των παρατηρήσεων της χρονοσειράς, χρειάζεται να αναγνωρίζουμε όσο το δυνατόν καλύτερα τα τέσσερα αυτά στοιχεία. Αυτό μας δίνει τη δυνατότητα διαμόρφωσης περισσότερο τεκμηριωμένων προβλέψεων, που σημαίνει ότι οι προβλεπόμενες τιμές αναμένεται να προσεγγίζουν περισσότερο τις αντίστοιχες πραγματικές τιμές της χρονοσειράς.

Θα πρέπει να τονίσουμε ότι σε μια συγκεκριμένη χρονοσειρά είναι δυνατό να μην συνυπάρχουν και τα τέσσερα στοιχεία, αλλά μόνο κάποια από αυτά. Για παράδειγμα, σε ετήσια δεδομένα χρονοσειρών δεν εμφανίζεται το στοιχείο της εποχικότητας.

Οι συμβολισμοί τους οποίους θα χρησιμοποιήσουμε είναι οι εξής :

Για $t = 1, 2, \ldots,$ η έχουμε :

$$Y_t = \textit{Πραγματική τιμή της χρονοσειράς}$$

$$T_t = \textit{Τάση}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

S_t = ***Εποχικότητα***

C_t = ***Κυκλικότητα***

I_t = ***Μη-κανονικότητα***

Η εξέταση των στοιχείων αυτών γίνεται σύμφωνα με κάποιο μαθηματικό υπόδειγμα που φανερώνει τον τρόπο με τον οποίο οι παρατηρήσεις της χρονοσειράς προσδιορίζονται από τα συνθετικά της στοιχεία. Τα χρησιμοποιούμενα υποδείγματα είναι το *προσθετικό (additive model)* και το *πολλαπλασιαστικό (multiplicative model).*

Στο προσθετικό υπόδειγμα οι πραγματικές τιμές της χρονοσειράς για κάθε περίοδο θεωρούνται ως το άθροισμα των τεσσάρων συνθετικών στοιχείων της και δημιουργούνται με τον ακόλουθο τρόπο :

$$m_6 = (40 + 44 + 41)/3 = 41.67 \qquad \textit{Σχέση (2.13)}$$

Από τη *Σχέση (2.13)* είναι φανερό ότι όλα τα συνθετικά στοιχεία της χρονοσειράς είναι εκφρασμένα στην ίδια μονάδα μέτρησης με εκείνη των παρατηρήσεων της χρονοσειράς.

Στο πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα, αντίθετα, οι πραγματικές τιμές της χρονοσειράς προσδιορίζονται από το γινόμενο των τεσσάρων συνθετικών στοιχείων της, δηλαδή ως ακολούθως :

$$Y_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot I_t \qquad \textit{Σχέση (2.14)}$$

Στο υπόδειγμα αυτό μόνο η τάση Tt, είναι εκφρασμένη στην ίδια μονάδα μέτρησης με εκείνη της χρονοσειράς Yt ενώ τα στοιχεία C_t, S_t, και I_t είναι δείκτες ανεξάρτητοι από μονάδες μέτρησης.

Από τα δύο παραπάνω υποδείγματα το προσθετικό υπόδειγμα χρησιμοποιείται λιγότερο συχνά στην πράξη, επειδή είναι δύσκολο στην ανάλυση του για υπολογιστικούς κυρίως λόγους. Επίσης, βασίζεται στην υπόθεση ότι τα συνθετικά στοιχεία της χρονοσειράς είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, που σημαίνει, για παράδειγμα, ότι η τάση δεν επηρεάζει την εποχικότητα στον υπολογισμό των τιμών της χρονοσειράς. Η παραδοχή αυτή μπορεί να είναι σωστή για φυσικά κυρίως φαινόμενα, αλλά σπάνια ισχύει σε επιχειρησιακές και οικονομικές εφαρμογές, στις οποίες συνήθως η τάση επηρεάζει μεταξύ των άλλων και τις εποχικές διακυμάνσεις. Για τους παραπάνω πρακτικούς και θεωρητικούς λόγους το

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα πλεονεκτεί του προσθετικού για την ανάλυση των οικονομικών χρονοσειρών.

2.4.2 Ανάλυση Εποχικότητας

Η εποχικότητα, όπως αναφέρθηκε, είναι ένα από τα τέσσερα συνθετικά στοιχεία των χρονοσειρών που πρέπει να μελετηθεί, όταν στις παρατηρήσεις τους εμφανίζεται κάποιο εποχικό πρότυπο. Η εποχικότητα μετριέται με τους δείκτες εποχικότητας (seasonal average), σκοπός των οποίων είναι η ανίχνευση του τρόπου συμπεριφοράς των παρατηρήσεων της χρονοσειράς που προκαλείται από αυτό το εποχικό φαινόμενο. Ο προσδιορισμός των δεικτών αυτών συμβάλλει στην απαλλαγή των τιμών της χρονοσειράς από το στοιχείο της εποχικότητας, ώστε να δημιουργηθούν πιο αξιόπιστες βραχυπρόθεσμες και μεσοπρόθεσμες προβλέψεις.

Οι δείκτες εποχικότητας προσδιορίζονται με την εφαρμογή της μεθόδου του κεντρικού κινητού μέσου (centered moving average) στις παρατηρήσεις της χρονοσειράς. Με τη μέθοδο αυτή επιδιώκουμε να απομονώσουμε την εποχικότητα από τα άλλα τρία συνθετικά στοιχεία της χρονοσειράς, δηλαδή από την τάση, την κυκλικότητα και τη μη-κανονικότητα. Βέβαια, η εφαρμογή της μεθόδου προϋποθέτει ότι η συνολική συμπεριφορά των τριών άλλων συνθετικών στοιχείων μπορεί να εκφραστεί αντιπροσωπευτικά από κάποιο κινητό μέσο. Σημειώνουμε πως ο κεντρικός κινητός μέσος χρησιμοποιείται εδώ για την εξομάλυνση των τιμών της χρονοσειράς και όχι για τη διενέργεια προβλέψεων.

Στην περίπτωση του πολλαπλασιαστικού υποδείγματος *Σχέση (2.14)* ο δείκτης εποχικότητας S_t, της περιόδου t, για t=1,2, ..., η, καθορίζεται από την ακόλουθη σχέση :

$$S_t = \frac{Y_t}{CA_t} = (T_t S_t C_t I_t) / T_t C_t I_t \qquad \textbf{\textit{Σχέση (2.15)}}$$

όπου CA_t είναι η εξομαλυνθείσα τιμή της χρονοσειράς που προέρχεται από τη μέθοδο του κεντρικού κινητού μέσου. Έτσι, σύμφωνα με τη *Σχέση (2.15)*, η εποχικότητα προσδιορίζεται από το λόγο των πραγματικών τιμών Y_t, της χρονοσειράς προς τις εξομαλυνθείσες τιμές της CA_t, θεωρώντας ότι οι τιμές CA_t, εκφράζουν ικανοποιητικά την ταυτόχρονη συμπεριφορά της τάσης, της κυκλικότητας και της μη-κανονικότητας.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

2.4.3 Ανάλυση Μακροχρόνιας Τάσης

Στην ενότητα αυτή θα χρησιμοποιήσουμε τις απαλλαγμένες από εποχικότητα τιμές της χρονοσειράς για να μελετήσουμε το άλλο συνθετικό της στοιχείο που είναι η τάση.

Όπως έχουμε αναφέρει, η τάση φανερώνει τη μακροχρόνια εξέλιξη των τιμών της χρονοσειράς (ανοδική ή πτωτική), η οποία οφείλεται σε δημογραφικούς, τεχνολογικούς, οικονομικούς και άλλους παράγοντες. Για τον προσδιορισμό της θα υποθέσουμε ότι αυτή μπορεί να εκφραστεί ικανοποιητικά από ένα γραμμικό υπόδειγμα, στο οποίο ως ανεξάρτητη μεταβλητή θα είναι ο χρόνος. Αντίθετα, δεν θα αναφερθούμε σε μη γραμμικά υποδείγματα, τόσο διότι δεν χρησιμοποιούνται πολύ συχνά στην πράξη, όσο και διότι πολλά από αυτά μπορούν να αντιμετωπισθούν ως γραμμικά με κατάλληλο μετασχηματισμό τους. Έστω ότι η τάση δίνεται από το ακόλουθο γραμμικό υπόδειγμα :

$$Y_t = a + b_t + e_t \qquad \textit{Σχέση (2.16)}$$

όπου Y_t είναι οι παρατηρήσεις της χρονοσειράς, t η ανεξάρτητη μεταβλητή του χρόνου που λαμβάνει τιμές 1, 2, …, η και ε το τυχαίο σφάλμα της παλινδρόμησης. Οι εκτιμήσεις των συντελεστών του υποδείγματος *Σχέση (2.16)* προσδιορίζονται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων OLS ως εξής :

$$\hat{b} = \frac{[n\sum_{t=1}^{n} tY_t - (\sum_{t=1}^{n} t)(\sum_{t=1}^{n} Y_t)]}{n\sum_{t=1}^{n} t^2 - (\sum_{t=1}^{n} t)^2} \qquad \textit{Σχέση (2.17)}$$

Και $$\hat{a} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} Y_t - \hat{b}\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} t \qquad \textit{Σχέση (2.18)}$$

Η ερμηνεία των συντελεστών αυτών είναι αντίστοιχα ίδια με εκείνη που παρουσιάσαμε για τους συντελεστές του απλού γραμμικού υποδείγματος στην ανάλυση της παλινδρόμησης. Πιο συγκεκριμένα, η τιμή του $\hat{a}$ είναι η σταθερά της γραμμικής τάσης, δηλαδή η τιμή της τάσης όταν $t = 0$. Αντίθετα, η τιμή του $\hat{b}$ είναι η κλίση της γραμμικής τάσης και δηλώνει το πόσο θα μεταβληθεί η τιμή της χρονοσειράς, όταν ο χρόνος t μεταβληθεί κατά μια μονάδα. Έτσι, όταν η

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

τιμή του $\hat{b}$ είναι θετική, η μακροχρόνια τάση είναι ανοδική, ενώ όταν η τιμή του είναι αρνητική, η μακροχρόνια τάση είναι πτωτική.

Η τάση είναι το μόνο συνθετικό στοιχείο της χρονοσειράς που μπορούμε να καθορίσουμε, ανεξάρτητα από την ύπαρξη ή όχι εποχικότητας στις τιμές της χρονοσειράς. Όταν δεν υπάρχει εποχικότητα, οι συντελεστές του υποδείγματος Σχέση (2.16) προσδιορίζονται χρησιμοποιώντας ως εξαρτημένη μεταβλητή τις πραγματικές τιμές Y_t, της χρονοσειράς. Αντίθετα, όταν υπάρχει εποχικότητα, η Y_t του υποδείγματος Σχέση (2.16) είναι η SAY_t, δηλαδή οι απαλλαγμένες από εποχικότητα τιμές της χρονοσειράς. Στην περίπτωση αυτή, οι παρατηρήσεις της χρονοσειράς περιέχουν την τάση, την κυκλικότητα και τη μη-κανονικότητα, δηλαδή οι τιμές SAY_t, προσδιορίζονται ως :

$$SAY_t = T_t \cdot C_t \cdot I_t \qquad \textbf{Σχέση (2.19)}$$

Οι τιμές SAY_t χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για την εκτίμηση του υποδείγματος *Σχέση (2.16)*, από το οποίο μπορούμε να προσδιορίσουμε την εκτιμηθείσα γραμμική τάση ως εξής :

$$\hat{T}_t = \hat{a} + \hat{b}t \qquad \textbf{Σχέση (2.20)}$$

για όλες τις τιμές του χρόνου t, δηλαδή για $t = 1, \ldots, n$.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

2.4.4 Ανάλυση Κυκλικότητας και Μη-Κανονικότητας

Έχοντας προσδιορίσει την εποχικότητα και την τάση, στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε τα στοιχεία της κυκλικότητας και της μη-κανονικότητας της χρονοσειράς. Για να γίνει αυτό, θα πρέπει πρώτα να απομονώσουμε την κυκλικότητα και τη μη-κανονικότητα από τα άλλα δύο συνθετικά στοιχεία της χρονοσειράς που αναλύσαμε. Η απομόνωση αυτή γίνεται με την απαλλαγή της τάσης από τις ήδη απαλλαγμένες από εποχικότητα τιμές της χρονοσειράς. Έτσι, διαιρώντας τη Σχέση (2.19) με τη Σχέση (2.20) λαμβάνουμε για το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα την ακόλουθη σχέση :

$$TAY_t = \frac{SAY_t}{T_t} = C_t I_t, \qquad \textit{Σχέση (2.21)}$$

όπου TAY_t είναι οι τιμές της χρονοσειράς οι απαλλαγμένες και από την τάση, δηλαδή οι τιμές αυτές περιέχουν μόνο την κυκλικότητα και τη μη-κανονικότητα.

Από τη Σχέση (2.21) είναι φανερό ότι η κυκλικότητα και η μη-κανονικότητα εκφράζονται ως ποσοστό της τάσης και είναι δείκτες ανεξάρτητοι από τη μονάδα μέτρησης των παρατηρήσεων της χρονοσειράς, όπως και οι εποχικοί. Αν ο λόγος $\frac{SAY_t}{T_t}$, είναι ίσος με τη μονάδα για όλες τις παρατηρήσεις της χρονοσειράς, τότε τα στοιχεία της κυκλικότητας και της μη-κανονικότητας δεν εμφανίζονται στις παρατηρήσεις της χρονοσειράς. Διαγραμματικά αυτό σημαίνει ότι όλες οι απαλλαγμένες από εποχικότητα τιμές της χρονοσειράς βρίσκονται στην εκτιμηθείσα γραμμή της τάσης. Αντίθετα, αν ο λόγος $\frac{SAY_t}{T_t}$, δεν ισούται με τη μονάδα, που είναι και η πλέον συνηθισμένη περίπτωση, τότε στις παρατηρήσεις της χρονοσειράς υπάρχει κυκλικότητα και μη-κανονικότητα που προσδιορίζεται από το λόγο αυτό.

Γνωρίζουμε ότι κύριο χαρακτηριστικό της κυκλικότητας είναι ότι η περιοδικότητα της δεν μπορεί να προσδιοριστεί επακριβώς, ώστε να χρησιμοποιηθεί το συνθετικό αυτό στοιχείο για την πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών της χρονοσειράς. Πιο συγκεκριμένα, η διάρκεια του κύκλου, καθώς και το εύρος των κυκλικών διακυμάνσεων, ακολουθούν σ' όλες σχεδόν τις χρονοσειρές έναν ακαθόριστο τρόπο συμπεριφοράς που κατά κανόνα δεν είναι προβλέψιμος, ακόμα και όταν ο αριθμός των παρατηρήσεων είναι σχετικά μεγάλος. Ο κύκλος αυτός οφείλεται σε μεταβαλλόμενες

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

οικονομικές, τεχνολογικές και άλλες συνθήκες και εμφανίζεται διαγραμματικά με κυματοειδή μορφή, δηλαδή με συνεχόμενες τιμές του SAY_t, μεγαλύτερες (μικρότερες) του T_t, και κατόπιν με συνεχόμενες τιμές του SAY_t, μικρότερες (μεγαλύτερες) του T_t. Για το λόγο αυτό, το στοιχείο της κυκλικότητας εξετάζεται συνήθως μαζί με το στοιχείο της μη-κανονικότητας.

Σε περίπτωση που ενδιαφερόμαστε να απομονώσουμε την κυκλικότητα από τη μη-κανονικότητα, τότε εφαρμόζουμε τη μέθοδο του σταθμικού κεντρικού κινητού μέσου στα απαλλαγμένα από εποχικότητα και τάση δεδομένα της χρονοσειράς. Ο σταθμικός κεντρικός κινητός μέσος δίνει μεγαλύτερη βαρύτητα στην κεντρική παρατήρηση και μικρότερη όσο απομακρυνόμαστε χρονικά από αυτή. Οι συντελεστές βαρύτητας ορίζονται από τον ερευνητή, ανάλογα με το είδος των δεδομένων (μηνιαία, διμηνιαία κ.λπ.), ενώ το άθροισμα τους πρέπει να είναι ίσο με τη μονάδα.

Πρέπει να τονίσουμε ότι με τη μέθοδο του σταθμικού κεντρικού κινητού μέσου, στην πραγματικότητα εξομαλύνουμε τα απαλλαγμένα από εποχικότητα και τάση δεδομένα της χρονοσειράς. Οι εξομαλυνθείσες τιμές που προκύπτουν είναι δείκτες, οι τιμές των οποίων είναι μικρότερες, ίσες ή μεγαλύτερες της μονάδας και φανερώνουν την ποσοστιαία μεταβολή της τιμής της χρονοσειράς που οφείλεται στην κυκλικότητα για κάθε χρονική περίοδο.

Τέλος, μπορούμε να απομονώσουμε τη μη-κανονικότητα εάν απομακρύνουμε την κυκλικότητα από τα απαλλαγμένα από εποχικότητα και τάση δεδομένα της χρονοσειράς. Αυτό επιτυγχάνεται διαιρώντας τη Σχέση (2.21) με κάποιο σταθμικό κεντρικό κινητό μέσο, δηλαδή :

$$CAY_t = \frac{TAY_t}{WA_t} = I_t \qquad \textit{Σχέση (2.22)}$$

όπου CAY_t είναι οι τιμές της χρονοσειράς οι απαλλαγμένες και από την κυκλικότητα. Έτσι, οι τιμές αυτές περιέχουν μόνο το στοιχείο της μη-κανονικότητας. Στην περίπτωση που θέλουμε να μελετήσουμε ξεχωριστά τη μη-κανονικότητα, εφαρμόζουμε κάποια μέθοδο κινητού μέσου για να εξομαλύνουμε το στοιχείο αυτό από τα δεδομένα της χρονοσειράς.

2.5 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό προσπαθήσαμε να καλύψουμε τις περιπτώσεις εκείνες για τις οποίες η διαμόρφωση μια πρόβλεψης καθίσταται δύσκολη. Για τους παραπάνω λόγους χρησιμοποιήσαμε τις μεθόδους εξομάλυνσης όπως μέση απόλυτη απόκλιση, μέσο σφάλμα τετράγωνου, μέσο απόλυτο ποσοτικό σφάλμα και μέσο ποσοτικό σφάλμα. Επίσης, αναγέρθηκαν οι μέθοδοι του απλού κινητού μέσου της απλής εκθετικής εξομάλυνσης.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Αντίθετα με τις μεθόδους εξομάλυνσης, οι οποίες εφαρμόζονται κυρίως για τη διαμόρφωση βραχυχρόνιων προβλέψεων, καθώς και για χρονοσειρές με σχετικά μικρό αριθμό παρατηρήσεων, η διάσπαση των χρονοσειρών προϋποθέτει μεγαλύτερο αριθμό παρατηρήσεων και μπορεί να παράγει ακόμα και μακροπρόθεσμες προβλέψεις. Βέβαια, παρά το γεγονός ότι η ανάλυση αυτής της μορφής των χρονοσειρών είναι περισσότερο χρονοβόρα σε σχέση με τις προηγούμενες μεθόδους εξομάλυνσης, ωστόσο μας παρέχει τη δυνατότητα να μελετήσουμε πιο διεξοδικά τον τρόπο δημιουργίας των παρατηρήσεων μιας χρονοσειράς.

Η ανάλυση των χρονοσειρών με τη μέθοδο αυτή στηρίχθηκε στη διάσπαση των παρατηρήσεων τους σε τέσσερα συνθετικά στοιχεία, δηλαδή στην τάση, στην εποχικότητα, στην κυκλικότητα και στη μη-κανονικότητα. Σκοπός της διάσπασης των χρονοσειρών είναι η απομόνωση των τεσσάρων παραπάνω συνθετικών στοιχείων, ώστε να προσδιορίσουμε το βαθμό που επηρεάζει κάθε ένα στοιχείο ξεχωριστά τον τρόπο δημιουργίας των παρατηρήσεων των χρονοσειρών. Όταν αυτό επιτευχθεί, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα αποτελέσματα της ανάλυσης για τη διαμόρφωση προβλέψεων.

Θα πρέπει να επισημάνουμε πως κάθε συνθετικό στοιχείο της χρονοσειράς έχει και το δικό του χαρακτηριστικό γνώρισμα. Η εποχικότητα περιλαμβάνει τις βραχυχρόνιες εποχικές διακυμάνσεις των παρατηρήσεων της χρονοσειράς που εμφανίζονται κατά τη διάρκεια του έτους και οι οποίες οφείλονται σε καιρικά φαινόμενα, καθώς και σε θρησκευτικούς, κοινωνικούς και άλλους παράγοντες. Οι διακυμάνσεις αυτές εκφράζονται από τους εποχικούς δείκτες, τους οποίους χρησιμοποιούμε για να απαλλάξουμε τα δεδομένα της χρονοσειράς από την εποχικότητα.

Εφαρμόσαμε στη συνέχεια την απλή γραμμική παλινδρόμηση στα απαλλαγμένα από την εποχικότητα δεδομένα για να προσδιορίσουμε την τάση της χρονοσειράς, δηλαδή τη μακροχρόνια εξέλιξη των τιμών της. Όταν εκτιμήσουμε τους συντελεστές του υποδείγματος της παλινδρόμησης και κατά συνέπεια προσδιορίσουμε την τάση, μπορούμε πλέον να απαλλάξουμε τις παρατηρήσεις της χρονοσειράς και από την τάση και να μελετήσουμε τη συμπεριφορά των δύο άλλων συνθετικών στοιχείων, δηλαδή της κυκλικότητας και της μη-κανονικότητας.

Όπως τονίσαμε, η κυκλικότητα αναφέρεται στις κυκλικές διακυμάνσεις των παρατηρήσεων της χρονοσειράς, οι οποίες διαρκούν για χρονικό διάστημα αρκετά μεγαλύτερο του έτους και συσχετίζονται συνήθως με τους οικονομικούς κύκλους. Για να απαλλάξουμε την κυκλικότητα από τις παρατηρήσεις, εφαρμόζουμε τη μέθοδο του σταθμικού κεντρικού κινητού μέσου και αυτό που απομένει είναι το στοιχείο της μη-κανονικότητας, το οποίο περιέχει όλες τις τυχαίες και απρόσμενες διακυμάνσεις των τιμών της χρονοσειράς.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Δε θα πρέπει να ξεχνάμε ότι βασικό μειονέκτημα του στοιχείου της κυκλικότητας είναι πως δεν μπορούμε να προβλέψουμε τη μελλοντική εξέλιξη των κυκλικών κινήσεων, διότι η περιοδικότητα τους δεν έχει προκαθορισμένη συμπεριφορά. Για το λόγο αυτό, την κυκλικότητα και κατ' επέκταση και τη μη-κανονικότητα δεν τις συμπεριλαμβάνουμε στη διαμόρφωση των προβλέψεων. Έτσι, σχηματίζουμε τις προβλέψεις βασιζόμενοι μόνο στην τάση χρονοσειράς.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Κεφάλαιο 3

Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (Data Envelopment Analysis- DEA) και Ανακριβής Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (Imprecise Data Envelopment Analysis - IDEA)

3.1 Περιβάλλουσα ανάλυση Δεδομενων : Η Έννοια
3.2 Κλίμακα σταθερών αποδόσεων CRS και κλίμακα μεταβλητών αποδόσεων VRS
3.3 Αποδοτικοτητα μονάδος και αποδοτικότητα κλίμακας
3.4 Μοντέλα γραμμικού προγραμματισμού για την εκτίμηση της αποδοτικότητας σε καθεστώς κλίμακας σταθερών αποδόσεων
3.5 Συμπεράσματα-Παρατηρήσεις
3.6 Μονάδες αναφοράς και εικονικές μονάδες
3.7 Ανακριβής περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων Imprecise Data Envelopment Analysis(IDEA)
3.8 Μια νέα μεθοδολογία
3.9 Επεκτάσεις των μοντέλων διαστημάτων DEA με ανακριβή δεδομένα
3.10 Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

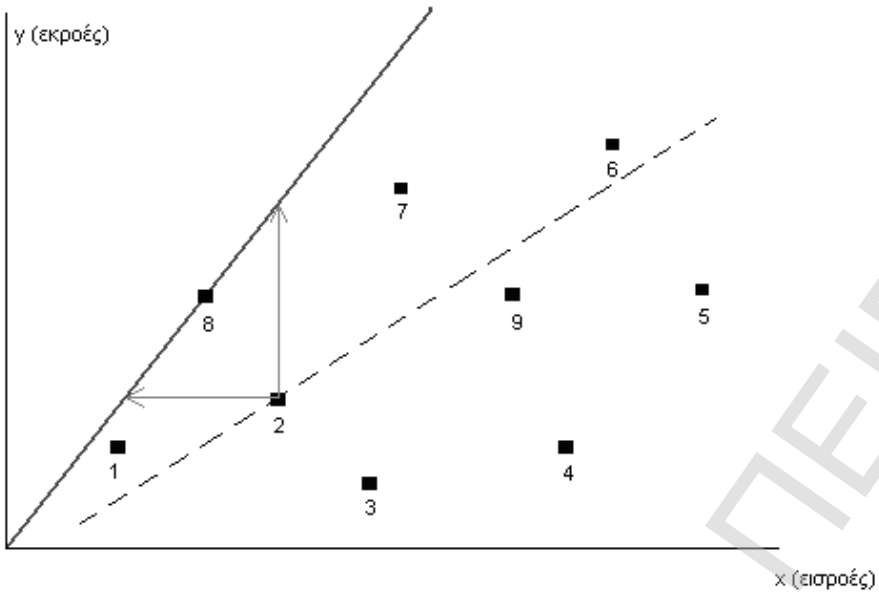
3.1 Περιβάλλουσα ανάλυση δεδομενων : Η έννοια

Η DEA περιλαμβάνει μια εναλλακτική αρχή για την εξαγωγή πληροφοριών για έναν πληθυσμό παρατηρήσεων όπως εκείνοι που παρουσιάζονται στο ***Σχήμα (3.1)***. Σε αντίθεση με τις παραμετρικές προσεγγίσεις των οποίων αντικείμενο είναι να βελτιστοποιηθεί ένα μοντέλο παλινδρόμησης βάσει των δεδομένων, η DEA βελτιστοποιεί, σε κάθε μεμονωμένη παρατήρηση, ένα μεμονωμένο σύνορο που καθορίζεται από το σύνολο των κατά Pareto αποδοτικών DMUs. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι τόσο οι παραμετρικές όσο και οι μη παραμετρικές προσεγγίσεις μαθηματικού προγραμματισμού χρησιμοποιούν όλες τις πληροφορίες που περιλαμβάνονται στα δεδομένα. Στην παραμετρική ανάλυση, η βελτιστοποιημένη εξίσωση παλινδρόμησης *υποτίθεται ότι ισχύει για κάθε* DMU. Η DEA, αντίθετα, βελτιστοποιεί το μέτρο απόδοσης κάθε DMU. Αυτό οδηγεί σε μια ερμηνεία για κάθε DMU, αντί της απεικόνισης μιας "μέσης" DMU. Με άλλα λόγια, η Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων εστιάζει στις *μεμονωμένες* παρατηρήσεις, όπως αυτές αντιπροσωπεύονται από τις n βελτιστοποιήσεις (μία για κάθε παρατήρηση) που απαιτούνται στην DEA, σε αντίθεση με τις στατιστικές προσεγγίσεις μεμονωμένης βελτιστοποίησης, οι οποίες εστιάζουν στους *μέσους όρους* και την *εκτίμηση* των παραμέτρων.

Η παραμετρική προσέγγιση απαιτεί την επιβολή μιας συγκεκριμένης συναρτησιακής μορφής, όπως είναι για παράδειγμα μια εξίσωση παλινδρόμησης ή μια συνάρτηση παραγωγής, συσχετίζοντας τις ανεξάρτητες με τις εξαρτημένες μεταβλητές. Η συναρτησιακή μορφή που επιλέγεται απαιτεί επιπλέον τις συγκεκριμένες υποθέσεις για τη διανομή των λανθασμένων όρων και πολλών άλλων περιορισμών, όπως οι παράγοντες που κερδίζουν την αξία του οριακού προϊόντος τους. Αντίθετα, η DEA δεν απαιτεί οποιαδήποτε υπόθεση για τη συναρτησιακή μορφή. Η DEA υπολογίζει ένα μέγιστο μέτρο απόδοσης για κάθε DMU σχετικά με όλες τις υπόλοιπες DMUs στον παρατηρηθέντα πληθυσμό με τη μόνη απαίτηση ότι κάθε DMU βρίσκεται επάνω ή κάτω από το εξωτερικό όριο.

Έστω ότι έχουμε 9 μονάδες απόφασης, οι οποίες απεικονίζονται ως σημεία στο ***Σχήμα (3.1).***

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ



Σχήμα (3.1)

Κάθε μονάδα απαιτεί μια εισροή x για να παραγάγει μια εκροή y. Η αποδοτικότητα κάθε μονάδας εκφράζεται από τον λόγο y/x (εκροή ανά μονάδα εισροής). Δηλαδή :

$$apodotikótha = \frac{ekroéV}{eisroéV}$$

Ο λόγος αυτός παριστάνεται από την κλίση της ευθείας που συνδέει την αρχή των αξόνων με το κάθε σημείο(μονάδα). Όσο μεγαλύτερη είναι η κλίση αυτή τόσο μεγαλύτερη είναι η αποδοτικότητα της μονάδας. Όπως φαίνεται στο ***Σχήμα (3.1),*** την μεγαλύτερη κλίση στην ευθεία αυτή έχει η μονάδα 8. Η μονάδα 8 δηλαδή είναι αυτή που παρουσιάζει την μεγαλύτερη σχετική αποδοτικότητα. Η ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από τα σημεία με την μεγαλύτερη σχετική αποδοτικότητα, χαρακτηριζόμενα ως *αποδοτικά* (μονάδα 8 στο παράδειγμα), ονομάζεται *σύνορο αποδοτικότητας* ***(efficient frontier)*** και *περιβάλλει* (envelops) τις υπόλοιπες μονάδες με την έννοια ότι αυτές βρίσκονται δεξιά και κάτω από το σύνορο αποδοτικότητας. Ο χώρος των σημείων που περιβάλλεται από το σύνορο αποδοτικότητας ονομάζεται *σύνολο παραγωγικών δυνατοτήτων* ***(production possibility set).*** Από αυτήν την ιδιότητα του ορίου αποδοτικότητας να περιβάλλει το σύνολο των μονάδων, προκύπτει το όνομα της μεθόδου (περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Στο ***Σχήμα (3.1)*** φαίνεται επίσης και η διαφορά προσέγγισης μεταξύ περιβάλλουσας ανάλυσης δεδομένων και παλινδρόμησης (η ευθεία παλινδρόμησης εμφανίζεται με διακεκομμένη γραμμή). Με την παλινδρόμηση η εκτίμηση της συνάρτησης παραγωγής γίνεται με βάση την μέση, κεντρική τάση των παρατηρήσεων (μονάδων), ενώ η DEA προσεγγίζει τη συνάρτηση παραγωγής με βάση τις μονάδες που παρουσιάζουν την καλύτερη πρακτική (best practice units), όπως προαναφέρθηκε.

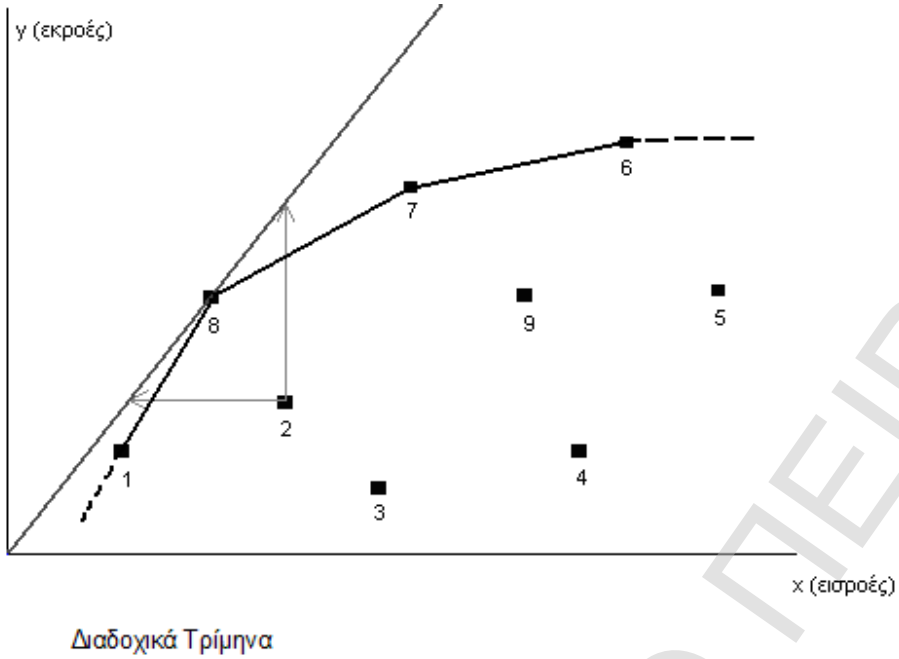
3.2 Κλίμακα Σταθερών Αποδόσεων CRS και Κλίμακα Μεταβλητών Αποδόσεων VRS

Το σύνορο αποδοτικότητας εξυπηρετεί την οριοθέτηση στόχων και αποτελεί σημείο αναφοράς μέτρησης (benchmark) για τις μη αποδοτικές μονάδες. Η απόσταση μιας μη αποδοτικής μονάδας από το όριο αποδοτικότητας εκφράζει σε ποιο βαθμό αυτή μπορεί να βελτιωθεί προκειμένου να καταστεί αποδοτική. Τα σημεία προβολής των μη αποδοτικών μονάδων επί του ορίου αποδοτικότητας αποτελούν στόχους για την επίτευξη της αποδοτικότητας. Στο χώρο των δύο διαστάσεων όπως αυτός του παραδείγματος, κάθε μη αποδοτική μονάδα μπορεί να γίνει αποδοτική είτε μειώνοντας τις εισροές της (input oriented) είτε αυξάνοντας τις εκροές της (output oriented) (βλ. μονάδα 2 στο παραπάνω σχήμα). Στις περιπτώσεις που μία μονάδα βελτιώνει τις επιδόσεις της και γίνεται αποδοτική, η σχετική αποδοτικότητα των υπολοίπων δεν μεταβάλλεται.

Υπάρχουν δύο διαφορετικές υποθέσεις για την απεικόνιση του συνόρου αποδοτικότητας. Η απεικόνιση στο ***Σχήμα (3.1)*** στηρίζεται στην υπόθεση περί ***κλίμακας σταθερών αποδόσεων (constant returns to scale – CRS).*** Σύμφωνα με την υπόθεση αυτή, μεταβάλλοντας (αυξάνοντας ή μειώνοντας) την εισροή x κατά ένα σταθερό παράγοντα λ (δηλαδή από x σε λx), η εκροή μεταβάλλεται κατά τον ίδιο παράγοντα (από y σε λy). Έτσι το σύνορο αποδοτικότητας διέρχεται από την αρχή των αξόνων και ορίζεται από τη (τις) μονάδα (μονάδες) μεγίστης αποδοτικότητας.

Υπό την υπόθεση ***κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων (variable returns to scale – VRS)***, το σύνορο αποδοτικότητας **(*Σχήμα (3.2)*)** είναι πλέον η κυρτή τεθλασμένη γραμμή που ορίζεται από τις μονάδες 1, 6,7 και 8 και απεικονίζεται με κόκκινο χρώμα. Τρεις μονάδες πλέον (μονάδες 1, 6 και 7) εμφανίζονται ως αποδοτικές.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ



Σχήμα (3.2)

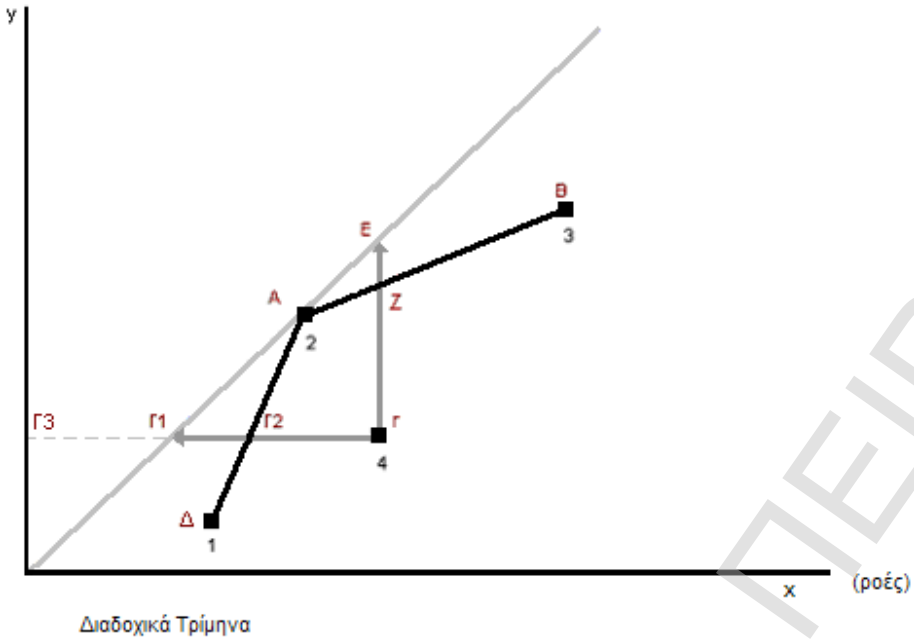
Πρέπει να σημειώσουμε ότι η μονάδα 8 είναι λογικό να είναι αποδοτική και κατά VRS, αφού είναι αποδοτική κατά CRS. Σε αντίθεση η μονάδα απόφασης 7 είναι αποδοτική μόνο κατά VRS.

Είναι πλέον φανερό ότι η αποδοτικότητα κάθε μη αποδοτικής μονάδος είναι διαφορετική αν υπολογίζεται με προσανατολισμό την μείωση της εισροής και διαφορετική αν υπολογίζεται με προσανατολισμό την αύξηση της εκροής. Τούτο οφείλεται στο γεγονός ότι κάθε μη αποδοτική μονάδα προβάλλεται, ανάλογα με τον προσανατολισμό, σε τμήμα του συνόρου αποδοτικότητας με διαφορετική εν γένει κλίση.

3.3 Αποδοτικότητα μονάδος και αποδοτικότητα κλίμακας

Έστω ότι έχουμε μια τεχνολογία παραγωγής με μια εισροή (X) και μια εκροή (Y) που υλοποιείται από τις μονάδες 1,2,3, και 4, όπως φαίνεται στο ***Σχήμα (3.3)***.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ



Σχήμα (3.3)

Σύμφωνα με την κλίμακα σταθερών αποδόσεων (CRS), μόνο η μονάδα 2 είναι αποδοτική. Το σύνορο αποδοτικότητας ορίζεται από την *κωνική θήκη (conical hull)* ΟΑΕ, την περιβάλλουσα δηλαδή επιφάνεια που ορίζεται ως

$$\{l_1(X_1, Y_1) + l_2(X_2, Y_2) \setminus l_1 + l_2 = 1\}$$

Όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, υπάρχει μια μονάδα η οποία είναι μη αποδοτική. Αυτή είναι η μονάδα 4. Η μονάδα 4 μπορεί να γίνει αποδοτική είτε μειώνοντας την εισροή κατά $ΓΓ_1$, διατηρώντας σταθερή την εκροή είτε αυξάνοντας την εκροή κατά ΓΕ, δηλαδή μέχρι το σύνορο αποδοτικότητας, διατηρώντας σταθερή την εισροή. Θα πρέπει να τονίσουμε ότι η μονάδα 4 μπορεί να γίνει αποδοτική εάν αυξηθεί η εκροή και μειωθεί ταυτόχρονα η εισροή κατά τρόπο ώστε να προβάλλεται σε κάποιο σημείο του τμήματος $Γ_1$Ε του συνόρου αποδοτικότητας. Σύμφωνα με την κλίμακα σταθερών αποδόσεων, η μονάδα Β μπορεί να επεκτείνει την δραστηριότητά της πάνω στο σύνορο αποδοτικότητας σε σημεία όπως το Ε χωρίς να αλλάξει ο λόγος εκροή/εισροή.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Υποθέτοντας μια τεχνολογία παραγωγής με κλίμακα μεταβλητών αποδόσεων (VRS), το σύνορο αποδοτικότητας ορίζεται από την *κυρτή θήκη (convex hull)* ΔΑΒ. Σ' αυτή την περίπτωση αποδοτικές θεωρούνται όχι μόνο η μονάδα 2, αλλά και οι μονάδες 1 και 3. Η μονάδα 4 εξακολουθεί να είναι μη αποδοτική. Υπό την υπόθεση κλίμακας μεταβλητών αποδόσεων, για να γίνει η μονάδα 4 αποδοτική θα πρέπει να μειωθεί η εισροή κατά $\Gamma\Gamma_1$ $\Gamma\Gamma_2$ ώστε να προβληθεί στην περιβάλλουσα επιφάνεια ΔΑ. Η επιφάνεια ΔΑ ορίζεται ως :

$$\{l_1(X_1, Y_1) + l_2(X_2, Y_2) \setminus l_1 + l_2 = 1\}$$

Αν η αποδοτικότητα της μονάδος 4 υπολογισθεί με βάση την εκροή, θα είναι διαφορετική αφού στην περίπτωση αυτή η προβολή της γίνεται στο σημείο Z, που βρίσκεται στο τμήμα ΑΒ της περιβάλλουσας επιφάνειας, το οποίο έχει διαφορετική κλίση από το ΔΑ. Παρατηρούμε ότι οι μονάδα 4 και οι εικονικές μονάδες Γ_1 και Γ_2 παράγουν όλες το ίδιο επίπεδο εκροής και διαφέρουν μόνο κατά το επίπεδο εισροής που καταναλώνουν. Όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, η μονάδα 4 είναι μη αποδοτική, η εικονική μονάδα Γ_2 είναι VRS-αποδοτική, ενώ η Γ_1 είναι CRS-αποδοτική.

Η VRS-αποδοτικότητα της μονάδας Γ δίνεται από τον λόγο $\frac{y}{\Gamma\Gamma_3}$, ενώ η εικονική μονάδα Γ_2, που είναι η VRS-προβολή της Γ στο σύνορο αποδοτικότητας, έχει δείκτη αποδοτικότητας $\frac{y}{\Gamma_2\Gamma_3}$. Άρα λοιπόν η σχετική VRS-αποδοτικότητα του Γ ως προς την Γ_2 είναι $\frac{\Gamma_2\Gamma_3}{\Gamma\Gamma_3}$, δηλαδή

$$\Sigma cetik\acute{\eta}\ apodotik\acute{o}thta\ thV\ \Gamma = \frac{\Gamma_2\Gamma_3}{\Gamma\Gamma_3} = \left(\frac{\Gamma_2\Gamma_3}{\Gamma\Gamma_1}\right)\left(\frac{\Gamma\Gamma_1}{\Gamma\Gamma_3}\right)$$

Ο παράγοντας $\left(\frac{\Gamma_2\Gamma_3}{\Gamma\Gamma_1}\right)$ ονομάζεται *αποδοτικότητα κλίμακας(scale efficiency)* και ο παράγοντας $\left(\frac{\Gamma\Gamma_1}{\Gamma\Gamma_3}\right)$ ονομάζεται καθαρή *τεχνική αποδοτικότητα (pure technical efficiency).*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

3.4 Μοντέλα Γραμμικού Προγραμματισμού για την εκτίμηση της Αποδοτικότητας σε καθεστώς Κλίμακας Σταθερών Αποδόσεων

Ας θεωρήσουμε μία τεχνολογία παραγωγής ***(Πίνακας 3.1)*** που ορίζεται από n μονάδες παραγωγής (μονάδες απόφασης), κάθε μια από τις οποίες καταναλώνει m εισροές $(X_1, X_2, ..., X_m)$ για να παράγει s εκροές $(Y_1, Y_2, ..., Y_s)$. Ας θεωρήσουμε επίσης ότι y_{rj} είναι η ποσότητα της εκροής y_r που παράγεται από την μονάδα j και x_{ij} είναι η ποσότητα της εισροής x_i που καταναλίσκεται από την μονάδα j.

	Εκροές $(Y_1, ..., Y_r, ..., Y_s)$				**Εισροές** $(X_1, ..., X_i, ..., X_m)$			
DMU_1	y_{11}	y_{r1}	...	y_{s1}	x_{11}	x_{i1}	...	x_{m1}
DMU_2	y_{12}	y_{r2}	...	y_{s2}	x_{12}	x_{i2}	...	x_{m2}
...	...	...	...	...	...	...	...	...
DMU_j	y_{1j}	y_{rj}	...	y_{sj}	x_{1j}	x_{ij}	...	x_{mj}
...	...	...	...	...	...	...	...	...
DMU_n	y_{1n}	y_{rn}	...	y_{sn}	x_{1n}	x_{in}	...	x_{mn}
	u_1	u_r	...	u_s	v_1	v_i	...	v_m

Πίνακας 3.1

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι όλες οι μονάδες απόφασης $(j = 1, ..., n)$ είναι συγκρίσιμες ως προς όλες τις εισροές και εκροές, αφού θεωρείται ότι χρειάζονται τις ίδιες εισροές και παράγουν τις ίδιες εκροές.

Επιπλέον οι εισροές και οι εκροές θεωρούνται αγαθά. Πιο συγκεκριμένα, οι εισροές είναι αγαθά προς εξοικονόμηση, αφού περισσότερο επιθυμητά είναι τα μικρότερα επίπεδα κατανάλωσης, ενώ οι εκροές είναι αγαθά προς μεγιστοποίηση, αφού περισσότερα επιθυμητά είναι τα μεγαλύτερα επίπεδα παραγωγής. Τέλος, θεωρείται ότι οι ποσότητες y_{rj} και x_{ij} είναι μη αρνητικές.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Έτσι η σχετική CRS-αποδοτικότητα μιας μονάδας j, που συμβολίζεται με h_j, ορίζεται ως το πηλίκο του σταθμισμένου αθροίσματος των εκροών ως προς το σταθμισμένο άθροισμα των εισροών, δηλαδή από τον παρακάτω λόγο:

$$h_j = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}}$$

Με το παρακάτω μαθηματικό πρόγραμμα εκτιμάται η αποδοτικότητα της αποτιμόμενης μονάδας απόφασης j_0:

$$\max h_{j_0}(u,v) = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}}$$

$$s.t$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0 \qquad j = 1,\ldots,n$$

$$u_r, v_i \ge e \quad \forall r, i$$

Το αντίστοιχο γραμμικό πρόβλημα έχει την μορφή:

$$\max h_{j_0}(u,v) = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}$$

$$s.t.$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0 \qquad j = 1,\ldots,n$$

$$u_r, v_i \ge e \quad \forall r, i$$

και η μορφή του αντίστοιχου δυϊκού του είναι η εξής:

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$\min E$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\, l_j - y_{rj_0} \geq 0 \qquad r = 1,...,s$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\, l_j - x_{ij_0} E \leq 0 \qquad i = 1,...,m$$

$$l_j \geq 0 \qquad j = 1,...,n$$

Στο παραπάνω γραμμικό πρόβλημα οι μεταβλητές απόφασης $u = (u_1,...,u_r,...,u_s)$ και $v = (v_1,...,v_i,...,v_m)$ αντιπροσωπεύουν τα βάρη με τα οποία σταθμίζονται οι εκροές και οι εισροές αντίστοιχα. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα βάρη προσδιορίζονται στην βέλτιστη λύση του γραμμικού προβλήματος με τέτοιον τρόπο με τον οποίο να μεγιστοποιείται η σχετική αποδοτικότητα της αποτιμόμενης μονάδας j_0, σε σχέση πάντα με τις υπόλοιπες μονάδες απόφασης.

Όταν η βέλτιστη τιμή της αποδοτικότητας της αποτιμόμενης μονάδας απόφασης j_0 ισούται με τη μονάδα, δηλαδή όταν $h_{j_0} = 1$, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η μονάδα αυτή είναι αποδοτική και αντίστροφα.

Η αποδοτικότητα λαμβάνει τιμή στο φραγμένο διάστημα $[0,1]$. Κάθε μονάδα για την οποία η τιμή της αποδοτικότητας είναι μικρότερη της μονάδος $h_m < 1$ είναι μη αποδοτική.

Σημαντικός είναι και ο τελευταίος περιορισμός του παραπάνω γραμμικού προβλήματος, ο οποίος εξασφαλίζει ότι κανένα βάρος δεν πρόκειται να μηδενισθεί. Σε περίπτωση που συνέβαινε κάτι τέτοιο, θα σήμαινε ότι κάποια εισροή ή εκροή δεν θα λαμβανόταν καθόλου υπόψη στην διαμόρφωση της αποδοτικότητας της αποτιμόμενης μονάδας και συνεπώς η αναφορά της θα ήταν εντελώς άσκοπη.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Παράδειγμα 3.1

Έστω ότι έχουμε 6 μονάδες απόφασης Α, Β, Γ, Δ, Ε και Ζ κάθε μια από τις οποίες έχει δύο εισροές και δύο εκροές, όπως αυτές φαίνονται στον παρακάτω πίνακα :

	Εισροές		**Εκροές**	
Μονάδες	X_1	X_2	Y_1	Y_2
Α	1,50	0,20	1,40	0,35
Β	4,00	0,70	1,40	2,10
Γ	3,20	1,20	4,20	1,05
Δ	5,20	2,00	2,80	4,20
Ε	3,50	1,20	1,90	2,50
Ζ	3,20	0,70	1,40	1,50

Θα υπολογίσουμε την αποδοτικότητα κάθε μονάδας απόφασης για να εντοπίσουμε ποιες μονάδες είναι αποδοτικές και ποιες όχι.

Έτσι για την αποτίμηση της αποδοτικότητας της μονάδας Δ το παραπάνω γραμμικό πρόγραμμα λαμβάνει την ακόλουθη μορφή :

$$\max h_{\Delta} = 2,80u_1 + 4,20u_2$$
$$s.t.$$
$$5,20v_1 + 2,00v_2 = 1$$
$$1,40u_1 + 0,35u_2 - 1,50v_1 - 0,20v_2 \le 0$$
$$1,40u_1 + 2,10u_2 - 4,00v_1 - 0,70v_2 \le 0$$
$$4,20u_1 + 1,05u_2 - 3,20v_1 - 1,20v_2 \le 0$$
$$2,80u_1 + 4,20u_2 - 5,20v_1 - 2,00v_2 \le 0$$
$$1,90u_1 + 2,50u_2 - 3,50v_1 - 1,20v_2 \le 0$$
$$1,40u_1 + 1,50u_2 - 3,20v_1 - 0,70v_2 \le 0$$
$$u_1, u_2, v_1, v_2 \ge e$$

Με τη βοήθεια του Excel επιλύσαμε το παραπάνω γραμμικό πρόβλημα. Η βέλτιστη λύση του προβλήματος λοιπόν για $e = 10^{-6}$ είναι

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$v_1 = 0,104$$
$$v_2 = 0,227$$
$$u_1 = 0,102$$
$$u_2 = 0,169$$

με αποδοτικότητα $h_\Delta = 1$, δηλαδή συμπεραίνουμε ότι η μονάδα απόφασης Δ είναι αποδοτική.

Χρησιμοποιώντας το Excel επιλύουμε τα αντίστοιχα γραμμικά προβλήματα που προκύπτουν για κάθε μία από τις υπόλοιπες μονάδες απόφασης, για $e = 10^{-6}$.

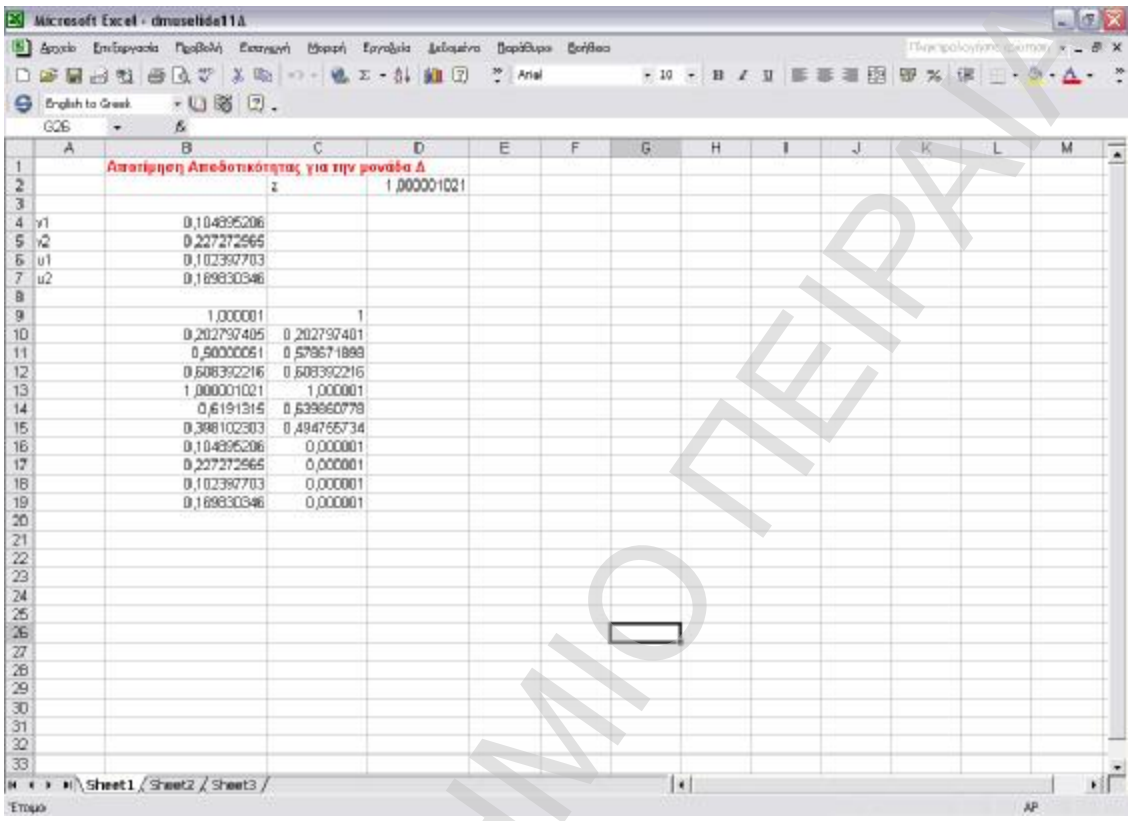
Συνοψίζουμε τα αποτελέσματα στον παρακάτω πίνακα, στον οποίο απεικονίζονται η βέλτιστη λύση για κάθε πρόβλημα των επιμέρους μονάδων απόφασης καθώς και η αποδοτικότητα κάθε μονάδας.

	Α	**Β**	**Γ**	**Δ**	**Ε**	**Ζ**
v_1	$1,346$	10^{-6}	$0,312$	$0,104$	$0,109$	$0,154$
v_2	$1,346$	$1,428$	10^{-6}	$0,227$	$0,512$	$0,721$
u_1	$0,483$	10^{-6}	$0,238$	$0,102$	$0,115$	$0,162$
u_2	$0,921$	$0,476$	10^{-6}	$0,169$	$0,303$	$0,427$
h	$h_\Gamma = 1$	$h_B = 1$	$h_\Gamma = 1$	$h_\Delta = 1$	$h_E = 0.997$	$h_Z = 0.867$

Αναλύοντας τα αποτελέσματα παρατηρούμε ότι οι μονάδες απόφασης Α, Β, Γ και Δ είναι αποδοτικές, ενώ οι μονάδες Ε και Ζ είναι μη αποδοτικές.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Φύλλο εργασίας στο Excel



	A	B	C	D
1		Απαίτηση Αποδοτικότητας για την μονάδα Δ		
2			z	1,000001021
3				
4	v1	0,104895206		
5	v2	0,227272665		
6	u1	0,102397703		
7	u2	0,169830346		
8				
9		1,000001	1	
10		0,202797405	0,202797401	
11		0,5000051	0,57857188	
12		0,608392216	0,608392216	
13		1,000001021	1,000001	
14		0,6191315	0,639860778	
15		0,388102303	0,494755734	
16		0,104895206	0,000001	
17		0,227272665	0,000001	
18		0,102397703	0,000001	
19		0,169830346	0,000001	

3.5 Συμπεράσματα - Παρατηρήσεις

Παρατηρούμε ότι η Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων χωρίζει τις μονάδες απόφασης σε αποδοτικές και μη αποδοτικές. Ο χαρακτηρισμός μιας μονάδας ως αποδοτικής είναι δυνατόν να αμφισβητηθεί αφού κάθε διαχειριστής μπορεί να σταθμίζει τις εισροές και τις εκροές με διαφορετικά βάρη, σύμφωνα με τις προσωπικές του εκτιμήσεις που αφορούν την σημαντικότητά τους. Έτσι μια αποδοτική μονάδα απόφασης για την Περιβάλλουσα Ανάλυση δεδομένων μπορεί να φαίνεται ως μη αποδοτική. Αντίθετα, ο χαρακτηρισμός μιας μονάδας ως μη αποδοτικής δεν μπορεί να είναι αμφισβητήσιμος, αφού η αποδοτικότητά της υπολογίζεται πάντοτε υπό τους περισσότερο ευνοϊκούς όρους για την μονάδα της οποίας υπολογίζεται η αποδοτικότητα.

Επιπλέον, όταν ο αριθμός των μονάδων είναι μικρός σε σχέση με τον αριθμό των εισροών και των εκροών η Περιβάλλουσα Ανάλυση δε μπορεί να διαχωρίσει με αποτελεσματικό τρόπο τις μονάδες σε αποδοτικές και σε μη αποδοτικές.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

3.6 Μονάδες Αναφοράς και Εικονικές Μονάδες

Στο παραπάνω παράδειγμα τρεις από τις πέντε μονάδες απόφασης είναι αποδοτικές. Οι μη αποδοτικές μονάδες μπορούν να καταταγούν κατά σειρά φθίνουσας αποδοτικότητας.

Για κάθε μη αποδοτική μονάδα, η λύση του γραμμικού προγράμματος αναδεικνύει τις αποδοτικές μονάδες που ορίζουν το σύνορο αποδοτικότητας που σχετίζεται με την αποτιμόμενη μονάδα απόφασης. Αν για μία μη αποδοτική μονάδα υπολογίσουμε την αποδοτικότητά της, αντικαθιστώντας τα βάρη της με τα αντίστοιχα βάρη μιας αποδοτικής μονάδας, τότε υπάρχει περίπτωση η μη αποδοτική μονάδα να καταστεί αποδοτική. Στη περίπτωση αυτή, η αποδοτική μονάδα ονομάζεται **μονάδα αναφοράς** για την αποτιμόμενη μη αποδοτική μονάδα. Επιπλέον η προβολή της μη αποδοτικής μονάδας στο σύνορο αποδοτικότητας αποτελεί μια **εικονική μονάδα** απόφασης. Στο ***Πίνακα 3.2*** που ακολουθεί παρουσιάζονται κατά γραμμή οι μονάδες αναφοράς των μη αποδοτικών μονάδων του παραδείγματος 3.1.

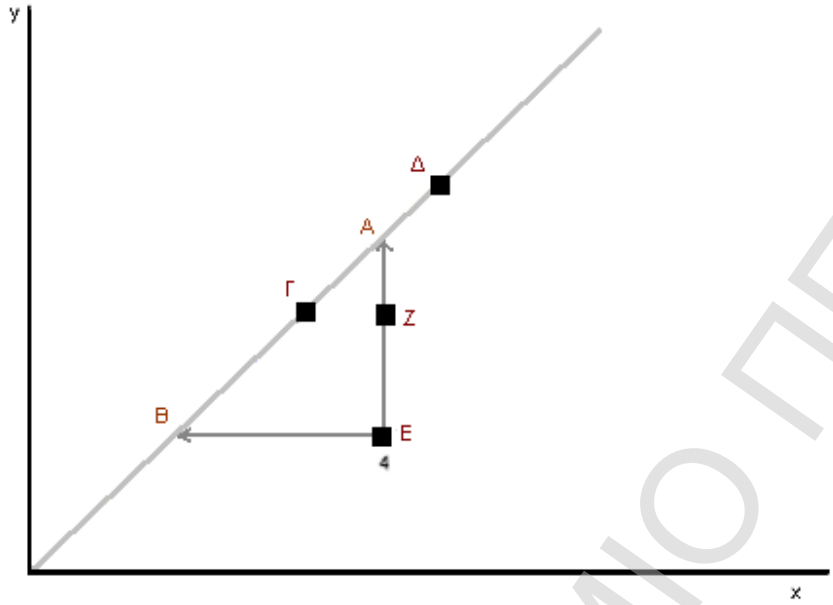
	Α	**Β**	**Γ**	**Δ**
Ε	**1**	**1**		
Ζ	1			

Πίνακας 3.2

Παρατηρούμε λοιπόν ότι οι μονάδες αναφοράς για την μη αποδοτική μονάδα Ε είναι οι μονάδες Α και Β, ενώ για την μη αποδοτική μονάδα Ζ μονάδα αναφοράς είναι μόνο η μονάδα απόφασης Α.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Σχηματικά έχουμε:



3.7 Ανακριβής περιβάλλουσα ανάλυση δεδομένων Imprecise Data Envelopment Analysis (IDEA)

3.7.1 Εισαγωγή

Όπως είδαμε, η Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων είναι μια μη παραμετρική μέθοδος για την αποτίμηση της αποδοτικότητας των μονάδων απόφασης που αποτιμούνται βάσει των πολλαπλών εισροών και εκροών τους. Στη Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (DEA) οι τιμές των εισροών και των εκροών μιας παραγωγικής μονάδας πρέπει να είναι γνωστές με τις ακριβείς τιμές τους. Όμως, εξαιτίας της πολυπλοκότητας της σημερινής μας εποχής, είναι σχεδόν αδύνατο για κάθε επιχείρηση να μπορεί να προβλέψει και να γνωρίζει ακριβώς τις τιμές των εισροών και των εκροών της, είτε αυτές είναι εύκολα μετρήσιμες είτε όχι. Όταν λοιπόν μερικές εκροές ή εισροές είναι άγνωστες μεταβλητές απόφασης, όπως συμβαίνει με τα bounded data, τα original data και τα ratio bounded data, τότε το μοντέλο της Περιβάλλουσας Ανάλυσης

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Δεδομένων μετατρέπεται σε ένα μη γραμμικό πρόβλημα προγραμματισμού και καλείται ***Ανακριβής Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (Imprecise Data Envelopment Analysis-IDEA)***. Με τον όρο «ανακριβή δεδομένα» εννοούμε τις τιμές των εισροών και των εκροών των μονάδων απόφασης, οι οποίες βρίσκονται μέσα σε φραγμένα διαστήματα ή ακόμα και σε σειρά διάταξης. Η Ανακριβής DEA είναι η πρώτη προσέγγιση για την άμεση αποτίμηση των μονάδων απόφασης με χρήση τέτοιου είδους δεδομένων.

Για να μπορέσουμε να αναπτύξουμε το μοντέλο IDEA χρησιμοποιούμε ένα είδος ποινής–τιμωρίας (penalty) στις μονάδες λήψης απόφασης (DMUs), οι οποίες προσπαθούν από μόνες τους να σταθμίσουν τις απότομες διαφορές στις τιμές των εισροών τους. Η διαδικασία αυτή αποσκοπεί στο να μη μπορεί να αμφισβητηθεί ο χαρακτηρισμός μιας μονάδας απόφασης ως αποδοτικής.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων (DEA) είναι μια μη-παραμετρική μέθοδος που χρησιμοποιείται για την αποτίμηση της σχετικής αποδοτικότητας των μονάδων λήψης απόφασης (DMUs) από τις πολλαπλές εισροές και εκροές τους. Το μοντέλο CCR υποθέτει ότι οι τιμές των εισροών και των εκροών κάθε μονάδας απόφασης είναι γνωστές επακριβώς. Εντούτοις, αυτή η υπόθεση μπορεί να μην είναι αληθινή. Εάν λοιπόν ενσωματώνουμε τέτοιες ανακριβείς πληροφορίες στοιχείων στο τυποποιημένο γραμμικό μοντέλο CCR, προκύπτει ένα μοντέλο DEA το οποίο είναι ένα πρόγραμμα μη γραμμικό και επίσης μη κυρτό. Το μοντέλο αυτό καλείται *Ανακριβής Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων* ***(Imprecise Data Envelopment Analysis-IDEA)***. Σημειώστε ότι το IDEA είναι ένα ντετερμινιστικό πρόβλημα προγραμματισμού, αν και εξετάζει τις αποκλίσεις των δεδομένων.

Ο Cooper (1999) μελετά τον τρόπο που πρέπει να διαχειρίζεται κανείς τα bounded data και τα weak ordinal data και να παρέχει ένα ενοποιημένο IDEA μοντέλο, όταν οι περιορισμοί των βαρών είναι παρόντες.

Έχει ήδη αναπτυχθεί μια εναλλακτική προσέγγιση για την εξέταση των ανακριβών δεδομένων, το μη γραμμικό μοντέλο DEA έχει μετασχηματιστεί σε ένα ισοδύναμο μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού, χρησιμοποιώντας μια απλή διατύπωση, απολύτως διαφορετικής από αυτή στο μοντέλο IDEA. Αντιθέτως, στο μοντέλο IDEA οι μετασχηματισμοί τους στις μεταβλητές έγιναν στη βάση του αρχικού συνόλου δεδομένων, χωρίς εφαρμογή οποιωνδήποτε μετασχηματισμών στα ίδια τα δεδομένα. Το αρχικό μοντέλο CCR DEA με τα ακριβή στοιχεία, στην πολλαπλασιαστική του μορφή, παράγεται απευθείας ως μια ειδική περίπτωση του παραπάνω μοντέλου. Η δυνατότητα των μετασχηματισμών τους, τους δίνει την δυνατότητα να αποκαλύψουν και να εξετάσουν λεπτομερώς μερικές νέες πτυχές της αποδοτικότητας σε ένα

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ανακριβές σύνολο δεδομένων, όπως είναι η απόκλιση των τιμών αποδοτικότητας των μονάδων απόφασης. Βάσει των ιδιαίτερων μετασχηματισμών τους, τα νέα μοντέλα εισήχθησαν ομαλά για να υπολογίσουν τα ανώτερα και τα κατώτερα όρια των τιμών αποδοτικότητας των μονάδων, καθώς επίσης και για να ταξινομήσουν και να διαχωρίσουν τις μονάδες από την άποψη της μεταβλητότητας των τιμών αποδοτικότητάς τους. Επιπλέον εξέτασαν και έλυσαν το πρόβλημα καθορισμού των κατώτατων ορίων εισροών, τα οποία μετατρέπουν μια μη αποδοτική μονάδα σε αποδοτική, σε ένα ανακριβές σύνολο δεδομένων.

Σήμερα οι επιχειρήσεις θεωρούν επιτακτική ανάγκη την μεγιστοποίηση των εκροών με ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση των εισροών τους. Για να επιτευχθεί λοιπόν κάτι τέτοιο, θα πρέπει να βρούμε το ελάχιστο των μέγιστων τιμών εκροών των διαστημάτων των μονάδων απόφασης καθώς επίσης και το μέγιστο των ελάχιστων τιμών εισροών στις οποίες οι μονάδες απόφασης χάνουν την αποδοτικότητά τους.

3.7.2 Μοντέλα IDEA

Έστω ότι έχουμε n μονάδες απόφασης, καθεμία από τις οποίες χρησιμοποιεί m εισροές για να παράγει s εκροές. Συμβολίζουμε με y_{rj} τη στάθμη της r εκροής $(r=1,...,s)$ της μονάδας j $(j=1,...,n)$ και με x_{ij} τη στάθμη της i εισροής $i=(1,...,m)$ της μονάδας j. Θεωρούμε ως j_0 την αποτιμόμενη μονάδα απόφασης. Σύμφωνα λοιπόν με τα παραπάνω έχουμε το ακόλουθο CCR DEA μοντέλο:

$$\max h_{j_0} = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}$$

$$s.t$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0$$

$$j = 1,...,n$$

$$u_r, v_i \geq e, \quad \forall r, i$$

Μοντέλο (Ι)

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Σε αντίθεση με το αρχικό μοντέλο DEA, υποθέτουμε περαιτέρω ότι οι στάθμες των εισροών και των εκροών δεν είναι γνωστές επακριβώς. Αυτό που γνωρίζουμε, στην περίπτωση αυτή, είναι τα φραγμένα διαστήματα μέσα στα οποία βρίσκονται οι πραγματικές τιμές των δεδομένων των εισροών και εκροών. Τα διαστήματα αυτά είναι τα εξής :

$$x_{ij} \in [x_{ij}^L, x_{ij}^U] \quad kai \quad y_{rj} \in [y_{rj}^L, y_{rj}^U]$$

Στα διαστήματα αυτά οι τιμές των ανώτερων και των κατώτερων ορίων θεωρούνται σταθερές και μάλιστα αυστηρά θετικές.

Έστω j_0 η αποτιμόμενη μονάδα απόφασης. Στην περίπτωση αυτή το μοντέλο CCR DEA είναι μη γραμμικό, αφού εκτός από τις αρχικές μεταβλητές $u_1,...,u_r,...,u_s$ και $v_1,...,v_i,...,v_m$ (βάρη των εισροών και των εκροών, αντίστοιχα), οι στάθμες των εισροών x_{ij} και των εκροών y_{rj} είναι μεταβλητές των οποίων οι ακριβείς τιμές πρέπει να αποτιμηθούν. Σύμφωνα λοιπόν με τους Δεσπότη και Σμυρλή έχουμε :

$$x_{ij} = x_{ij}^L + s_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L), i = 1,...,m; j = 1,...,n \quad me \ 0 \le s_{ij} \le 1$$

και

$$y_{rj} = y_{rj}^L + t_{rj}(y_{rj}^U - y_{rj}^L), r = 1,...,s; j = 1,...,n \quad me \ 0 \le t_{rj} \le 1$$

Με αυτούς τους μετασχηματισμούς, οι μεταβλητές x_{ij} και y_{rj} του ***Μοντέλου (Ι)*** αντικαταστάθηκαν από τις νέες μεταβλητές s_{ij} και t_{rj}, οι οποίες τοποθετούν τις στάθμες των εισροών και των εκροών στα φραγμένα διαστήματα $[x_{ij}^L, x_{ij}^U]$ και $[y_{rj}^L, y_{rj}^U]$, αντιστοίχως.

Όμως το ***Μοντέλο (Ι)*** παραμένει μη γραμμικό εξαιτίας των παραγόμενων μεταβλητών $v_i s_{ij}$ για τις εισροές και $u_r t_{rj}$ για τις εκροές. Γι' αυτό το λόγο λοιπόν τις αντικαθιστούμε με νέες μεταβλητές $q_{ij} = v_i s_{ij}$ και $p_{rj} = u_r t_{rj}$.

Σύμφωνα με τους παραπάνω μετασχηματισμούς το άθροισμα των βαρών των εισροών για τη μονάδα j στο ***Μοντέλο (Ι)*** παίρνει τη μορφή :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} &= \sum_{i=1}^{m} v_i \left[x_{ij}^L + s_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \right] \\ &= \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L + v_i s_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \\ &= \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L + q_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \end{aligned}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

υπό τους περιορισμούς $0 \le q_{ij} \le v_i$,αφού $s_{ij} = \frac{q_{ij}}{v_i}$ με $v_i \ge e$ και $0 \le s_{ij} \le 1$ για κάθε i και j.

Όμοια, το άθροισμα των βαρών των εκροών για τη μονάδα j παίρνει την μορφή :

$$\begin{aligned}\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} &= \sum_{r=1}^{s} u_r \left[y_{rj}^L + t_{ij}(y_{rj}^U - y_{rj}^L) \right] \\ &= \sum_{r=1}^{m} u_r y_{rj}^L + u_r t_{rj}(y_{rj}^U - y_{rj}^L) \\ &= \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L + p_{rj}(y_{rj}^U - y_{rj}^L)\end{aligned}$$

υπό τους περιορισμούς $0 \le p_{rj} \le u_r$, αφού $t_{rj} = \frac{p_{rj}}{u_r}$ με $u_i \ge e$ και $0 \le t_{ij} \le 1$ για κάθε r και j.

Με τις παραπάνω αντικαταστάσεις το Μοντέλο (I) μετασχηματίζεται τελικά στο παρακάτω γραμμικό πρόγραμμα :

$$\max\ h_{j_0} = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L + p_{rj_0}(y_{rj_0}^U - y_{rj_0}^L)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L) = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L + p_{rj}(y_{rj}^U - y_{rj}^L) - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L + q_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \le 0$$

$$j = 1,\ldots,n \quad j \ne j_0$$

$$p_{rj} - u_r \le 0 \quad r = 1,\ldots,s\,;\ j = 1,\ldots,n$$

$$q_{ij} - v_i \le 0 \quad i = 1,\ldots,m\,;\ j = 1,\ldots,n$$

$$u_r, v_i \ge e \quad \forall r, i$$

$$p_{rj} \ge 0,\ q_{ij} \ge 0 \quad \forall r, i, j$$

Μοντέλο (II)

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

3.7.3 Ταξινόμηση – Ανώτερα και Κατώτερα όρια των τιμών της αποδοτικότητας

Πολλές μονάδες είναι πιθανό να αποδειχθούν αποδοτικές μέσα σ' ένα διάστημα δεδομένων, αφού εκτός από την ευελιξία που έχουν στην επιλογή των βαρών, έχουν επίσης την δυνατότητα να ρυθμίσουν τις στάθμες των εισροών και των εκροών κατά τον ευνοϊκότερο τρόπο μέσα στα διαστήματα. Κατά συνέπεια η περαιτέρω διάκριση των αποδοτικών μονάδων γίνεται πιο ουσιαστική σε ένα σύνολο διαστημάτων.

Έτσι λοιπόν το ***Μοντέλο (ΙΙ)***, προβλέπει για κάθε μονάδα ένα φραγμένο διάστημα $[h_j^L, h_j^*]$, σύμφωνα με το μοντέλο που ακολουθεί, στο οποίο οι πιθανές τιμές της αποδοτικότητάς της βρίσκονται από την καλύτερη στην χειρότερη περίπτωση.

$$\max h_j^* = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^U$$

$$s.t$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^U - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{rj_0}^L \le 0$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{rj}^U \le 0$$

$$j \ne j_0 \quad , j = 1,\ldots,n;$$

$$u_r, v_i \ge e \ , \forall \ r \ , i$$

Μοντέλο (ΙΙΙ)

Για την αποτιμόμενη μονάδα, οι εισροές ρυθμίζονται στα κατώτερα όρια και οι εκροές στα ανώτερα όρια των διαστημάτων. Δυσμενώς για τις υπόλοιπες μονάδες απόφασης, οι εισροές ρυθμίζονται στα ανώτερα όρια και οι εκροές στα κατώτερα όριά τους.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$\max h_j^L = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L$$

s.t

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^U = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^U \le 0$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L \le 0$$

$$j \ne j_0 \quad j = 1,...,n$$

$$u_r, v_i \ge e \text{ , } \forall r, i$$

Μοντέλο (IV)

Για την αποτιμόμενη μονάδα, οι εισροές ρυθμίζονται στα ανώτερα όρια και οι εκροές στα κατώτερα όρια των διαστημάτων. Δυσμενώς για τις υπόλοιπες μονάδες απόφασης, οι εισροές ρυθμίζονται στα κατώτερα όρια και οι εκροές στα ανώτερα όριά τους.

Βάσει των παραπάνω τιμών των διαστημάτων αποδοτικότητας, οι μονάδες μπορούν καταρχάς να ταξινομηθούν σε τρία υποσύνολα ως εξής :

$$E^{++} = \{ j \in J / h_j^L = 1 \}$$
$$E^{+} = \{ j \in J / h_j^L < 1 \, kai \, h_j^* = 1 \}$$
$$E^{-} = \{ j \in J / h_j^* < 1 \}$$

όπου J είναι το σύνολο των δεικτών $(1,...,n)$ των μονάδων.

Το σύνολο E^{++} περιλαμβάνει τις μονάδες απόφασης που είναι αποδοτικές σε κάθε περίπτωση, δηλαδή με κάθε συνδυασμό εισροών και εκροών.

Το σύνολο E^{+} περιλαμβάνει τις μονάδες που είναι αποδοτικές στην περίπτωση που έχουμε την ελάχιστη τιμή εισροής και την μέγιστη τιμή εκροής, αλλά υπάρχουν συνδυασμοί εισροών και εκροών που καθιστούν τις μονάδες ως μη αποδοτικές.

Τέλος, το σύνολο E^{-} περιλαμβάνει τις αναμφίβολα μη αποδοτικές μονάδες, δηλαδή οι μονάδες αυτές είναι μη αποδοτικές ακόμη κι αν έχουμε την ελάχιστη εισροή και την μέγιστη εκροή. Επιπλέον, η έκταση των πιθανών τιμών αποδοτικότητας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ταξινομήσει περαιτέρω τις μονάδες στο σύνολο E^{-}.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

3.7.4 Η Διατύπωση Μιας Ειδικής Περίπτωσης

Κάθε μονάδα DMU επιχειρεί να μεγιστοποιήσει την παράσταση $t_{ij}(y_{rj}^U - y_{rj}^L)$ και επίσης να ελαχιστοποιήσει την παράσταση $s_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L)$.

Σ' αυτό το μοντέλο που θα περιγράψουμε προσπαθούμε να περιορίσουμε την ελευθερία κάθε μονάδας απόφασης. Έτσι τοποθετούμε έναν *βαθμό δυσκολίας* l, που μπορεί να χαρακτηριστεί και ως πέναλτι, αναλογικά προς το βαθμό ελευθερίας που κάθε μονάδα κατέχει στην παραπάνω επιλογή. Πρώτα λοιπόν, εφαρμόζουμε τους ακόλουθους μετασχηματισμούς στις μεταβλητές x_{ij} και y_{rj}:

$$x_{ij} = x_{ij}^L + s_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L) + l[x_{ij}^U - x_{ij}^L - s_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L)]$$
$$i = 1,...,m; \quad j = 1,...,n \quad me \quad 0 \le s_{ij} \le 1$$

$$y_{rj} = y_{rj}^L + t_{rj}(y_{rj}^U - y_{rj}^L) - l\,t_{rj}(y_{rj}^U - y_{rj}^L)$$
$$r = 1,...,s; \quad j = 1,...,n \quad me \quad 0 \le t_{rj} \le 1,$$
$$0 \le l \le 1$$

- Για $l = 0$, που σημαίνει ότι «αφήνουμε» την μονάδα απόφασης εντελώς ελεύθερη, έχουμε :

$$x_{ij} = x_{ij}^L + s_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L)$$

και

$$y_{rj} = y_{rj}^L + t_{rj}(y_{rj}^U - y_{rj}^L)$$

- Για $l = 1$, που σημαίνει ότι περιορίζουμε την μονάδα απόφασης στον μέγιστο βαθμό έτσι ώστε να παίρνει την χειρότερη θέση, έχουμε :

$$x_{ij} = x_{ij}^U$$

και

$$y_{rj} = y_{rj}^L$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Έτσι το ***Μοντέλο (ΙΙ)*** παίρνει την μορφή :

$$\max\ h_{j_0} = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L + p_{rj_0}(y_{rj_0}^U - y_{rj_0}^L) - \sum_{r=1}^{s} l\, p_{rj_0}(y_{rj_0}^U - y_{rj_0}^L)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L) + \sum_{i=1}^{m} l\left[v_i x_{ij_0}^U - v_i x_{ij_0}^L - q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L)\right] = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L + p_{rj_0}(y_{rj_0}^U - y_{rj_0}^L) - \sum_{r=1}^{s} l\, p_{rj_0}(y_{rj_0}^U - y_{rj_0}^L) \le \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L) + \sum_{i=1}^{m} l\left[v_i x_{ij_0}^U - v_i x_{ij_0}^L - q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L)\right]$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L + p_{rj}(y_{rj}^U - y_{rj}^L) - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L + q_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \le 0$$

$$j = 1,\ldots,n \quad j \ne j_0$$

$$p_{rj} - u_r \le 0 \quad r = 1,\ldots,s\,;\ j = 1,\ldots,n$$

$$q_{ij} - v_i \le 0 \quad i = 1,\ldots,m\,;\ j = 1,\ldots,n$$

$$u_r, v_i \ge e \quad \forall r, i$$

$$p_{rj} \ge 0,\ q_{ij} \ge 0 \quad \forall r, i, j$$

$$0 \le l \le 1$$

Μοντέλο (V)

Παρατηρούμε ότι όταν $l = 0$ τότε από το ***Μοντέλο (V)*** προκύπτει το ***Μοντέλο (ΙΙ)***, που σημαίνει ότι στην μονάδα απόφασης δίνεται η απόλυτη ελευθερία, ενώ όταν $l = 1$ το ***Μοντέλο (V)*** παίρνει την μορφή :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$\max\ h_{j_0} = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^U = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L + p_{rj}(y_{rj}^U - y_{rj}^L) - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L + q_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \le 0$$

$$j = 1,...,n \quad j \ne j_0$$

$$p_{rj} - u_r \le 0 \quad r = 1,...,s\,;\ j = 1,...,n$$

$$q_{ij} - v_i \le 0 \quad i = 1,...,m\,;\ j = 1,...,n$$

$$u_r, v_i \ge e \quad \forall r, i$$

$$p_{rj} \ge 0,\ q_{ij} \ge 0 \quad \forall r, i, j$$

$$0 \le l \le 1$$

Μοντέλο (VI)

Παρατηρούμε λοιπόν ότι η περίπτωση αυτή είναι η χειρότερη για την μονάδα απόφασης, αφού οι εκροές της λαμβάνουν την ελάχιστη και οι εισροές της την μέγιστη τιμή. Ουσιαστικά, θα μπορούσε να υποστηρίξει κανείς ότι δίνοντας την τιμή $l = 1$ είναι σαν να τοποθετούμε ένα είδος φορτίου στην προσπάθεια της DMU να καταστεί αποδοτική, αλλά δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι μπορεί τελικά να καταστεί αποδοτική.

Βάσει λοιπόν των παραπάνω τιμών αποδοτικότητας, οι μονάδες μπορούν να ταξινομηθούν σε τρία υποσύνολα ως εξής :

$$D^{++} = \{ j \in J / h_j = 1 \}$$
$$D^{+} = \{ j \in J / h_j = [0..1] \}$$
$$D^{-} = \{ j \in J / h_j < 1 \}$$

όπου J είναι το σύνολο των δεικτών $(1,...,n)$ των μονάδων.

Το σύνολο D^{++} περιλαμβάνει τις μονάδες απόφασης που είναι αποδοτικές για οποιονδήποτε βαθμό του l .

Το σύνολο D^{+} περιλαμβάνει τις μονάδες που είναι αποδοτικές για ένα μικρό βαθμό που εξαρτάται από το l .

Τέλος, το σύνολο D^{-} περιλαμβάνει τις αναμφίβολα μη αποδοτικές μονάδες.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Παράδειγμα 3.2

Έστω ότι έχουμε οκτώ μονάδες απόφασης οι οποίες αποτιμούνται βάσει των αποδοτικοτήτων τους, σύμφωνα με τις εισροές και τις εκροές τους.

Τα δεδομένα των εισροών και των εκροών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα και απεικονίζονται με τη μορφή διαστημάτων, δηλαδή μπορούν να χαρακτηριστούν ως ανακριβή, αφού η μοναδική πληροφορία για τις τιμές των εισροών και των εκροών είναι τα διαστήματα.

	Εισροές		**Εκροές**	
DMU J	X_{1J}	X_{2J}	Y_{1J}	Y_{2J}
1	[16 21]	[0,30 0,50]	[120 125]	[19 21]
2	[18 25]	[0,44 0,53]	[122 130]	[20 21]
3	[20 27]	[0,41 0,61]	[124 131]	[16 24]
4	[12 15]	[0,21 0,48]	[138 144]	[21 22]
5	[10 17]	[0,10 0,70]	[143 159]	[28 35]
6	[4 30]	[0,16 0,35]	[157 198]	[21 29]
7	[19 22]	[0,12 0,19]	[158 181]	[21 25]
8	[14 15]	[0,06 0,09]	[157 161]	[28 40]

Πίνακας 3.2

Εφαρμόζοντας τα ***Μοντέλα (III)*** και ***(IV)*** βρίσκουμε για την κάθε μονάδα απόφασης DMU το φραγμένο διάστημα $[h_j^L, h_j^*]$, προκειμένου να τις ταξινομήσουμε. Στον ***Πίνακα 3.3*** φαίνεται η ταξινόμηση των μονάδων απόφασης σύμφωνα με τα διαστήματα E^{++}, E^{+} και E^{-}.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

	Εισροές		Εκροές			
DMU	X_1	X_2	Y_1	Y_2	**Διάστημα Αποδοτικότητας**	**Ταξινόμηση**
1	[16 21]	[0,30 0,50]	[120 125]	[19 21]	[0,177 0,746]	$\mathbf{E^-}$
2	[18 25]	[0,40 0,53]	[122 130]	[20 21]	[0,165 0,693]	$\mathbf{E^-}$
3	[20 27]	[0,41 0,61]	[124 131]	[16 24]	[0,148 0,643]	$\mathbf{E^-}$
4	[12 15]	[0,21 0,48]	[138 144]	[21 22]	[0,224 1,000]	$\mathbf{E^+}$
5	[10 17]	[0,10 0,70]	[143 159]	[28 35]	[0,227 1,000]	$\mathbf{E^+}$
6	[4 30]	[0,16 0,35]	[157 198]	[21 29]	[0,823 1,000]	$\mathbf{E^+}$
7	[19 22]	[0,12 0,19]	[158 181]	[21 25]	[0,445 0,907]	$\mathbf{E^-}$
8	[14 15]	[0,06 0,09]	[157 161]	[28 40]	[1,000 1,000]	$\mathbf{E^{++}}$

Πίνακας 3.3

Αν θέλουμε να ταξινομήσουμε τις μονάδες απόφασης, εφαρμόζοντας το συντελεστή δυσκολίας l , έχουμε τα εξής αποτελέσματα ***(Πίνακας 3.4)*** :

Λ	***DMU1***	***DMU2***	***DMU3***	***DMU4***	***DMU5***	***DMU6***	***DMU7***	***DMU8***
0.0	0,746	0,693	0,643	1	1	1	0,907	1
0.1	0,720	0,660	0,600	1	1	1	0,880	1
0.2	0,695	0,630	0,578	1	1	1	0,860	1
0.3	0,671	0,600	0,557	1	1	1	0,835	1
0.4	0,650	0,580	0,537	1	1	1	0,812	1
0.5	0,630	0,550	0,518	1	1	1	0,790	1
0.6	0,600	0,538	0,500	0,970	1	1	0,767	1
0.7	0,590	0,518	0,480	0,940	1	1	0,746	1
0.8	0,570	0,500	0,467	0,920	1	1	0,725	1
0.9	0,550	0,480	0,450	0,900	0,94	1	0,705	1
1.0	0,540	0,466	0,438	0,870	0,88	1	0,686	1
Class	$\boldsymbol{D^-}$	$\boldsymbol{D^-}$	$\boldsymbol{D^-}$	$\boldsymbol{D^+}$	$\boldsymbol{D^+}$	$\boldsymbol{D^{++}}$	$\boldsymbol{D^-}$	$\boldsymbol{D^{++}}$

Πίνακας 3.4

Με βάση τα αποτελέσματα των δύο προηγούμενων πινάκων, παρατηρούμε ότι με τη χρησιμοποίηση της προσέγγισής μας η ταξινόμηση των μονάδων απόφασης DMUs είναι η ίδια με αυτήν του ***Πίνακα 3.2*** με μοναδική εξαίρεση την ταξινόμηση της μονάδας DMU 6. Αυτό δικαιολογείται για δύο κύριους λόγους. Ο πρώτος είναι ότι το εύρος του διαστήματος αποδοτικότητας για το συγκεκριμένο DMU είναι πολύ μικρό, και αφετέρου ότι το άνω φράγμα του διαστήματος αποδοτικότητας είναι ίσος με 1.

3.7.5 Συμπεράσματα

Αναπτύξαμε λοιπόν μια εναλλακτική προσέγγιση για την εξέταση των μονάδων απόφασης με τη χρήση των ανακριβών δεδομένων στην Περιβάλλουσα Ανάλυση Δεδομένων, δηλαδή στην IDEA. Αρχικά, θελήσαμε να περιορίσουμε την ελευθερία των DMUs χρησιμοποιώντας ένα είδος ποινής-τιμωρίας στις μονάδες απόφασης, οι οποίες προσπαθούν από μόνες τους να σταθμίσουν τις εισροές και τις εκροές τους προκειμένου να μεγιστοποιήσουν την αποδοτικότητά τους.

3.8 Μια Νέα Μεθοδολογία

Στο σημείο αυτό αναπτύσσουμε μια εναλλακτική προσέγγιση για την εξέταση ανακριβούς DEA. Η προσέγγισή μας είναι να μετασχηματίσουμε ένα μη γραμμικό μοντέλο DEA σε έναν γραμμικό πρόγραμμα ισοδύναμο βάσει του αρχικού συνόλου δεδομένων, με την εφαρμογή μετασχηματισμών μόνο στις μεταβλητές. Κατόπιν προχωράμε στη διατύπωση ενός άλλου μοντέλου για τον περιορισμό των μεγάλων διαστημάτων των εισροών, καθώς επίσης και των εκροών των DMUs χωρίς να επηρεάζεται η αποδοτικότητά τους. Θα αναπτύξουμε λοιπόν ένα απλοποιημένο μοντέλο IDEA και θα προσπαθήσουμε να καθορίσουμε την ελάχιστη από τις μέγιστες τιμές των εκροών των διαστημάτων, καθώς επίσης και την μέγιστη από τις ελάχιστες τιμές των εισροών των διαστημάτων των μονάδων απόφασης, ώστε αυτές να μην χάνουν την αποδοτικότητά τους.

Σκοπός της προσέγγισής μας είναι αρχικά ο μετασχηματισμός του ***Μοντέλου (I)*** σε ένα ισοδύναμο γραμμικό πρόγραμμα και έπειτα η απλοποίηση του ***Μοντέλου (II).***

Έτσι λοιπόν πρώτα εφαρμόζουμε τους παρακάτω μετασχηματισμούς στις μεταβλητές x_{ij} και y_{rj}:

$$x_{ij} = x_{ij}^L + a_{ij} \quad i = 1,...,n \quad me \quad 0 \le a_{ij} \le (x_{ij}^U - x_{ij}^L)$$

και

$$y_{rj} = y_{rj}^L + b_{rj} \quad r = 1,...,s \quad me \quad 0 \le b_{rj} \le (y_{rj}^U - y_{rj}^L)$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Οι νέες μεταβλητές a_{ij} και b_{rj} εκφράζουν την απόσταση μεταξύ των αγνώστων x_{ij} , y_{rj} και των κάτω φραγμάτων x_{ij}^L, y_{rj}^L. Εξ' ορισμού ισχύει ότι $a_{ij} = 0$ ($b_{rj} = 0$) αν και μόνο αν η στάθμη της εισροής i (εισροής r) για την μονάδα j ισούται με το x_{ij}^L (y_{rj}^L). Ανάλογα, ισχύει $a_{ij} = (x_{ij}^U - x_{ij}^L)$ $\left(b_{rj} = (y_{rj}^U - y_{rj}^L)\right)$ αν και μόνο αν η στάθμη της εισροής i (εισροής r) για την μονάδα j ισούται με το x_{ij}^U (y_{rj}^U).

Εκτελώντας τους μετασχηματισμούς αυτούς, οι μεταβλητές x_{ij} και y_{rj} στο ***Μοντέλο (Ι)*** αντικαθίστανται από τις νέες μεταβλητές a_{ij} και b_{rj}, οι οποίες τοποθετούν τις στάθμες των εισροών και των εκροών μέσα στα φραγμένα διαστήματα $[x_{ij}^L, x_{ij}^U]$ και $[y_{rj}^L, y_{rj}^U]$ αντίστοιχα.

Πρέπει να σημειώσουμε ότι το ***Μοντέλο (Ι)*** παραμένει μη γραμμικό εξαιτίας των παραγόμενων όρων $v_i a_{ij}$ για τις εισροές και $u_r b_{rj}$ για τις εκροές. Γι' αυτόν το λόγο αντικαθιστούμε τους όρους αυτούς με τις νέες μεταβλητές $\bar{a}_{ij} = v_i a_{ij}$ και $\bar{b}_{rj} = u_r b_{rj}$. Σύμφωνα λοιπόν με τους νέους αυτούς μετασχηματισμούς, το άθροισμα των εισροών της μονάδας j στο ***Μοντέλο (Ι)*** παίρνει τη μορφή :

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} &= \sum_{i=1}^{m} v_i \left[x_{ij}^L + a_{ij} \right] \\ &= \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L + v_i a_{ij} \\ &= \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L + \bar{a}_{ij}\end{aligned}$$

υπό τους περιορισμούς $0 \le \bar{a}_{ij} \le v_i (x_{ij}^U - x_{ij}^L)$ αφού $a_{ij} = \dfrac{\bar{a}_{ij}}{v_i}$ με $v_i \ge e$ και $0 \le a_{ij} \le (x_{ij}^U - x_{ij}^L)$ για κάθε i και j.

Όμοια το άθροισμα των εκροών για την μονάδα j παίρνει τη μορφή :

$$\begin{aligned}\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} &= \sum_{r=1}^{s} u_r \left[y_{rj}^L + b_{rj} \right] \\ &= \sum_{r=1}^{m} u_r y_{rj}^L + u_r b_{rj} \\ &= \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L + \bar{b}_{rj}\end{aligned}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

υπό τους περιορισμούς $0 \le \bar{b}_{rj} \le u_r(y_{rj}^U - y_{rj}^L)$ αφού $b_{rj} = \dfrac{\bar{b}_{rj}}{u_r}$ με $u_r \ge e$ και $0 \le b_{rj} \le (y_{rj}^U - y_{rj}^L)$ για κάθε r και j.

Έτσι λοιπόν, εφαρμόζοντας τους μετασχηματισμούς αυτούς, το ***Μοντέλο (I)*** μετασχηματίζεται στο ακόλουθο γραμμικό πρόγραμμα :

$$\max h_{j_0} = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L + \bar{b}_{rj}$$

$$s.t$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + \bar{a}_{ij} = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L + \bar{b}_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L + \bar{a}_{ij} \le 0 \quad j = 1,\ldots,n$$

$$0 \le \bar{b}_{rj} \le u_r(y_{rj}^U - y_{rj}^L) \quad r = 1,\ldots,s; \;\; j = 1,\ldots,n$$

$$0 \le \bar{a}_{ij} \le v_i(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \quad i = 1,\ldots,m; \;\; j = 1,\ldots,n$$

$$u_r, v_i \ge e, \quad \forall r, i$$

Μοντέλο (VII)

Επισημαίνουμε ότι το Μοντέλο CCR της Περιβάλλουσας Ανάλυσης Δεδομένων με τις ακριβείς δεδομένα των εισροών και των εκροών προκύπτει ως μια ειδική περίπτωση του ***Μοντέλου (VII)***. Πράγματι, εάν τα άνω και κάτω φράγματα συμπίπτουν για όλες τις εισροές και τις εκροές, τότε όλα τα φραγμένα διαστήματα έχουν μηδενικό μήκος. Επομένως, οι δεύτεροι όροι στα αθροίσματα εξαλείφονται με τις μεταβλητές $\bar{a}_{ij}$ και $\bar{b}_{rj}$. Συνεπώς, αφαιρούνται και οι περιορισμοί $\bar{a}_{ij} \le v_i(x_{ij}^U - x_{ij}^L)$ και $\bar{b}_{rj} \le u_r(y_{rj}^U - y_{rj}^L)$ με αποτέλεσμα το ***Μοντέλο (VII)*** να μετατρέπεται στο ***Μοντέλο (I)***. Πρέπει να σημειώσουμε ότι στο ***Μοντέλο (VII)*** η αποτιμόμενη μονάδα ρυθμίζει όχι μόνο τα βάρη, αλλά επίσης και τις στάθμες των εισροών και εκροών μέσα στα επιτρεπτά διαστήματα για καλύτερα αποτελέσματα. Αυτό επιτυγχάνεται διαμέσου των μεταβλητών $\bar{a}_{ij}$ και $\bar{b}_{rj}$. Συγκεκριμένα, έχουμε $\bar{a}_{ij} = 0$ ($\bar{b}_{rj} = 0$) αν μια μόνο αν η στάθμη της εισροής i (εκροής r) για την μονάδα j ισούται με το x_{ij}^L (y_{ij}^L). Ανάλογα, έχουμε $\bar{a}_{ij} = v_i(x_{ij}^U - x_{ij}^L)$ $\left(\bar{b}_{rj} = u_r(y_{rj}^U - y_{rj}^L)\right)$ αν και μόνο αν η στάθμη της εισροής i (εκροής r) για την μονάδα j ισούται με το x_{ij}^U (y_{ij}^U).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Οι ισχυρισμοί αυτοί αποδεικνύονται εύκολα με τη βοήθεια των μετασχηματισμών που εισήχθησαν παραπάνω. Επιπλέον αποδεικνύεται ότι το ***Μοντέλο (II)*** είναι ακριβώς το ίδιο με το ***Μοντέλο (VII)***.

Για παράδειγμα, ας πάρουμε την περίπτωση των εισροών (παρόμοια είναι και η περίπτωση των εκροών).

Έχουμε τις σχέσεις :

$$x_{ij} = x_{ij}^L + s_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L), i = 1,...,m;\ j = 1,...,n \quad me\ 0 \le s_{ij} \le 1 \qquad (1)$$

$$x_{ij} = x_{ij}^L + a_{ij}, i = 1,...,m;\ j = 1,...,n \quad me\ 0 \le a_{ij} \le (x_{ij}^U - x_{ij}^L) \qquad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι :

$$\begin{aligned} 0 \le s_{ij} \le 1 \quad &\equiv \quad 0 \le a_{ij} \le (x_{ij}^U - x_{ij}^L) \quad \Leftrightarrow \\ 0 \le v_i s_{ij} \le v_i \quad &\equiv \quad 0 \le v_i a_{ij} \le v_i (x_{ij}^U - x_{ij}^L) \Leftrightarrow \\ 0 \le q_{ij} \le v_i \quad &\equiv \quad 0 \le \bar{a}_{ij} \le v_i (x_{ij}^U - x_{ij}^L) \qquad \forall\, i, j \end{aligned}$$

3.9 Επεκτάσεις των Μοντέλων Διαστημάτων DEA με Ανακριβή Δεδομένα

3.9.1 Εξέταση περίπτωσης η DMU να ανήκει στο σύνολο E^+.

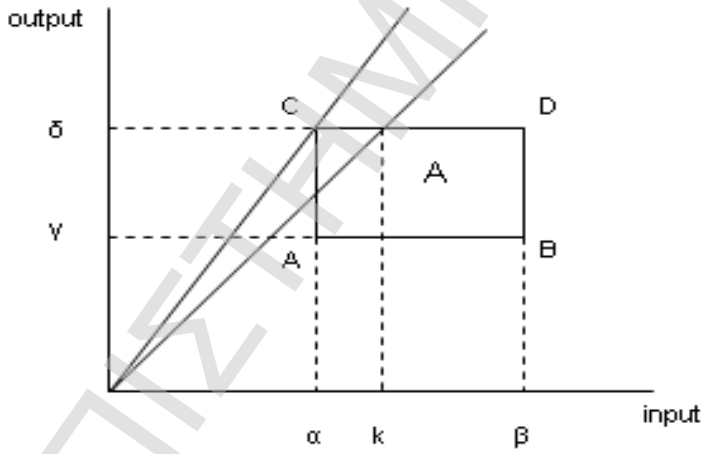
Στα ***Μοντέλα (II)*** και ***(VII)***, η αποτιμόμενη μονάδα j_0 , προκειμένου να μεγιστοποιήσει την αποδοτικότητά της σε σχέση με τις υπόλοιπες μονάδες, δεν επιλέγει μόνο τους παράγοντες των εισροών και των εκροών v_i, u_r , όπως συμβαίνει στην περίπτωση του αρχικού Μοντέλου DEA . Επιπλέον, καθορίζει έμμεσα από την αποτίμηση των $q_{ij}(\bar{a}_{ij})$ και $p_{rj}(\bar{b}_{rj})$, τις αρχικές τιμές των x_{ij_0} και y_{rj_0} με σκοπό να επιτευχθεί η μέγιστη τιμή αποδοτικότητας. Πράγματι, επιλύοντας το ανάλογο πρόβλημα και υπολογίζοντας τη βέλτιστη τιμή της αποδοτικότητας,

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

εκτιμούμε τις τιμές των $s_{ij}\,(a_{ij})$ και $t_{rj}\,(b_{rj})$ από τις σχέσεις $s_{ij}=\dfrac{q_{ij}}{v_i}$ $(a_{ij}=\dfrac{\bar{a}_{ij}}{v_i})$ και $t_{rj}=\dfrac{p_{rj}}{u_r}$ $(b_{rj}=\dfrac{\bar{b}_{rj}}{u_r})$.

Βάσει των αποτελεσμάτων αυτών, προκύπτουν άμεσα οι τιμές των x_{ij_0} και y_{rj_0} εντός των διαστημάτων που καθορίζουν την αποδοτικότητα των μονάδων. Οι τιμές αυτές δεν έχουν συγκεκριμένη ιδιότητα και θεωρητικά, για την μονάδα j_0, υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί τιμών $x_{1j_0}, x_{2j_0}, ..., x_{mj_0}$ και $y_{1j_0} y_{2j_0}, ..., y_{sj_0}$, με τους οποίους επιτυγχάνεται η ίδια τιμή αποδοτικότητας.

Είναι γενικά αποδεκτό ότι οι διαχειριστές έχουν τεράστια δυσκολία στο να καταφέρουν να ελαχιστοποιήσουν τις εισροές και να μεγιστοποιήσουν τις εκροές των μονάδων απόφασης. Για παράδειγμα, έστω ότι έχουμε μια DMU με μία εισροή x_1 και μία εκροή y_1 με ανακριβή δεδομένα $x_1 \in [a, b]$ και $y_1 \in [g, d]$, όπως φαίνεται στο ***Σχήμα 3.1*** :



Σχήμα 3.1

Όπως είναι φυσικό, η βέλτιστη θέση για την μονάδα απόφασης είναι το σημείο Γ όπου σημειώνεται η ελάχιστη εισροή α και η μέγιστη εκροή δ. Όμως θα πρέπει να τονίσουμε ότι μπορεί να υπάρχουν τιμές για την εισροή στο διάστημα $[a, b]$ για τις οποίες η DMU να είναι επίσης αποδοτική. Έτσι λοιπόν θα πρέπει να βρούμε την μέγιστη τιμή (έστω κ) από όλες τις πιθανές, καθώς «κινούμαστε» στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, μετά από την οποία η μονάδα απόφασης αρχίζει να χάνει την αποδοτικότητά της. Το ίδιο ισχύει και για την περίπτωση της εκροής με μικρή διαφοροποίηση την οποία και θα εξετάσουμε.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Θα εξετάσουμε τις DMUs που ανήκουν στο σύνολο E^{+}, αφού οι μονάδες που ανήκουν στο σύνολο E^{++} διατηρούν την αποδοτικότητά τους για οποιαδήποτε τιμή των εισροών/εκροών και οι μονάδες που ανήκουν στο σύνολο E^{-} δεν μπορεί σε καμία περίπτωση να γίνουν αποδοτικές.

Ειδικότερα μελετάται, ενδεικτικά για μία μόνο εισροή μιας μη αποδοτικής μονάδας, ποια πρέπει να είναι η μέγιστη αύξηση του κάτω φράγματος του διαστήματος, μέσα στο οποίο βρίσκεται η μονάδα, ώστε αυτή να παραμείνει αποδοτική. Στην περίπτωση αυτή, καθορίζεται ένα αποδοτικό όριο για την συγκεκριμένη εισροή της συγκεκριμένης μονάδας.

Για να υπολογίσουμε την παραπάνω τιμή του ορίου αποδοτικότητας θα χρησιμοποιήσουμε ταυτόχρονα τα ***Μοντέλα (II)*** και ***(VII)*** και στο τέλος θα συγκρίνουμε τα τελικά αποτελέσματα. Για την κατανόηση της ανάλυσης το ***Μοντέλο (VII)*** παρουσιάζεται στις παρενθέσεις που ακολουθούν το ***Μοντέλο (II).***

Εξετάζουμε τη μονάδα j_0:

Θεωρούμε ότι υπάρχει μια εισροή (έστω g), της οποίας δεν χρειάζεται να πάρουμε την ελάχιστη τιμή για να γίνει η DMU αποδοτική. Δηλαδή $x_{gj_0} = x^{L}_{gj_0} + s_{gj_0}(x^{U}_{gj_0} - x^{L}_{gj_0})$ $\left(x_{gj_0} = x^{L}_{gj_0} + a_{gj_0}\right)$. Αυτό σημαίνει ότι θα βρούμε μια τιμή για το x_{gj_0}, η οποία μπορεί να είναι μικρότερη από την τιμή του $x^{U}_{gj_0}$. Αυτή η τιμή μπορεί να επιτευχθεί αποτιμώντας τα q_{gj_0} ($\bar{a}_{gj_0}$) και v_g που μεγιστοποιούν το $s_{gj_0} = \dfrac{q_{gj_0}}{v_g}$ $\left(a_{gj_0} = \dfrac{\bar{a}_{gj_0}}{v_g}\right)$. Όλα αυτά επιτυγχάνονται με το παρακάτω Μοντέλο :

$\max z$	$\max z$
s.t	*s.t*
$(u, v, Q, P) \in S$	$(u, v, Q, P) \in S$
$q_{gj_0} - z v_g \geq 0$	$\bar{a}_{gj_0} - z v_g \geq 0$

όπου $u = (u_r \quad r = 1, \ldots, s)$, $v = (v_i \quad i = 1, \ldots, m)$, $Q = (q_{ij} \quad i = 1, \ldots, m; \quad j = 1, \ldots, n)$ και $P = (p_{rg} \quad r = 1, \ldots, s; \quad j = 1, \ldots, n)$ είναι οι μεταβλητές απόφασης σε διανυσματική μορφή, η

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

μεταβλητή z είναι η μέγιστη τιμή του λόγου $s_{gj_0} = \frac{q_{gj_0}}{v_g}$ $\left(a_{gj_0} = \frac{\bar{a}_{gj_0}}{v_g} \right)$ και S είναι το σύνολο λύσεων που προκύπτει υπό τους περιορισμούς :

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L) = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L + p_{rj_0}(y_{ij_0}^U - y_{ij_0}^L) - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L) = 0$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L + p_{rj}(y_{ij}^U - y_{ij}^L) - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L + q_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \le 0$$

$$j = 1,\ldots,n \quad j \ne j_0$$

$$p_{rj} - u_r \le 0 \quad r = 1,\ldots,s; \;\; j = 1,\ldots,n$$

$$q_{ij} - v_i \le 0 \quad i = 1,\ldots,m; \;\; j = 1,\ldots,n$$

$$p_{rj} \ge 0 \quad \forall r, j \qquad q_{ij} \ge 0 \quad \forall i, j$$

$$u_r, v_i \ge e \quad \forall r, i$$

$$\sum_{i=1}^{s} v_i x_{ij_0}^L + \bar{a}_{ij_0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L + \bar{b}_{rj_0} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + \bar{a}_{ij_0} = 0$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L + \bar{b}_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L + \bar{a}_{ij} \le 0$$

$$j = 1,\ldots,n \quad j \ne j_0$$

$$0 \le \bar{b}_{rj} \le u_r(y_{rj}^U - y_{rj}^L) \quad r = 1,\ldots,s; \;\; j = 1,\ldots,n$$

$$0 \le \bar{a}_{ij} \le v_i(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \quad i = 1,\ldots,m; \;\; j = 1,\ldots,n$$

$$u_r, v_i \ge e, \quad \forall r, i$$

Μοντέλο (VIII)

Το ***Μοντέλο (VIII)*** είναι μη γραμμικό εξαιτίας του τελευταίου περιορισμού. Παρόλα αυτά μπορεί να επιλυθεί καταφεύγοντας στο σύνηθες γραμμικό πρόγραμμα ακολουθώντας τα δύο παρακάτω στάδια:

Στάδιο Ι : Επιλύουμε το εξής γραμμικό πρόγραμμα :

$$\max q_{gj_0} \qquad \max \bar{a}_{gj_0}$$
$$s.t \qquad s.t$$
$$(u, v, Q, P) \in S \qquad (u, v, Q, P) \in S$$

Μοντέλο (IX)

Αν $q_{gj_0}^0 (\bar{a}_{gj_0}^0), v_g^0$ είναι οι τιμές των μεταβλητών $q_{gj_0}(\bar{a}_{ij_0}), v_g$ της βέλτιστης λύσης του ***Μοντέλου (IX)***, τότε ο λόγος $\frac{q_{gj_0}^0}{v_g^0}$ $\left(\frac{\bar{a}_{gj_0}^0}{v_g^0} \right)$ είναι η τιμή του z για την οποία η μονάδα j_0 γίνεται αποδοτική, αφού ικανοποιεί, μεταξύ των άλλων, τους δύο πρώτους περιορισμούς του ***Μοντέλου (VIII)***. Από

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

τη άλλη μεριά έχουμε ότι $z>0$ αφού $q_{gj_0}>0$ ($\bar{a}^0_{gj_0}>0$). Έτσι λοιπόν η βέλτιστη (μέγιστη) τιμή του z θα βρίσκεται στο φραγμένο διάστημα $\left[0,\frac{q^0_{gj_0}}{v^0_g}\right]\left(\left[0,\frac{\bar{a}^0_{gj_0}}{v^0_g}\right]\right)$.

Στάδιο ΙΙ : Βάσει του ***Μοντέλου (VIII)***, διχοτομούμε το διάστημα $\left[0,\frac{q^0_{gj_0}}{v^0_g}\right]\left(\left[0,\frac{\bar{a}^0_{gj_0}}{v^0_g}\right]\right)$.

Έστω $\underline{Z}$ η τιμή του z για την οποία οι περιορισμοί του ***Μοντέλου (VIII)*** είναι συνεπείς (αρχικά $\underline{Z}=\frac{q^0_{gj_0}}{v^0_g}\left(\underline{Z}=\frac{\bar{a}^0_{gj_0}}{v^0_g}\right)$) και $\bar{Z}$ η τιμή του z για την οποία οι περιορισμοί του ***Μοντέλου (VIII)*** δεν είναι συνεπείς (αρχικά $\bar{Z}=0$). Έπειτα η συνέπεια των περιορισμών εξετάζεται για $z'=\frac{\underline{Z}+\bar{Z}}{2}$. Αν είναι συνεπής τότε το z' αντικαθιστά το $\underline{Z}$, ενώ στην αντίθετη περίπτωση που δεν είναι συνεπής το z' αντικαθιστά το $\bar{Z}$. Η διχοτόμηση συνεχίζεται έως ότου τα $\bar{Z}$ και $\underline{Z}$ έρθουν αρκετά «κοντά», μέχρι τον επιθυμητό βαθμό ακρίβειας. Η επαναληπτική αυτή διαδικασία τελειώνει όταν $z^*=\underline{Z}\cong\bar{Z}$ και (u^*,v^*,Q^*,P^*) που είναι η βέλτιστη λύση του ***Μοντέλου (VIII)*** ($z^*=\frac{q^*_{gj_0}}{v^*_g}\left(z^*=\frac{\bar{a}^*_{gj_0}}{v^*_g}\right)$). Το σύνορο αποδοτικότητας $\bar{x}_{gj_0}$ προκύπτει από τη σχέση $\bar{x}_{gj_0}=x^L_{gj_0}+\frac{q^*_{gj_0}}{v^*_g}(x^U_{gj_0}-x^L_{gj_0})$. Ωστόσο, αν θέλουμε να γίνουμε περισσότερο ακριβείς θα πρέπει να εξετάσουμε την χειρότερη περίπτωση για την μονάδα j_0, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι όλες οι υπόλοιπες μονάδες θα βρίσκονται στην βέλτιστη κατάσταση, δηλαδή τις μικρότερες εισροές και τις μεγαλύτερες εκροές.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$\max q_{gj_0}$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L) = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L + p_{rj_0}(y_{rj_0}^U - y_{rj_0}^L) - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L) = 0$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L \le 0$$

$$j = 1,...,n \quad j \ne j_0$$

$$p_{rj} - u_r \le 0 \quad r = 1,...,s;\ j = 1,...,n$$

$$q_{ij} - v_i \le 0 \quad i = 1,...,m;\ j = 1,...,n$$

$$p_{rj} \ge 0,\ q_{ij} \ge 0 \quad \forall r, i, j$$

$$u_r, v_i \ge e \quad \forall r, i$$

$$\max \bar{a}_{jg_0}$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + \bar{a}_{ij_0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L + \bar{b}_{ij_0} p_{rj_0} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + \bar{a}_{ij_0} = 0$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L \le 0 \quad j = 1,...,n \quad j \ne j_0$$

$$0 \le \bar{b}_{rj} \le u_r(y_{rj}^U - y_{rj}^L) \quad r = 1,...,s;\ j = 1,...,n$$

$$0 \le \bar{a}_{ij} \le v_i(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \quad i = 1,...,m;\ j = 1,...,n$$

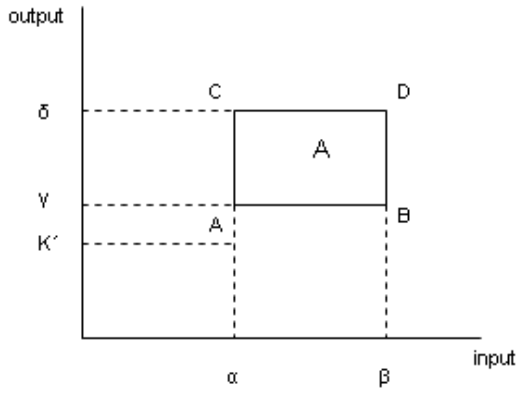
$$u_r, v_i \ge e \quad \forall r, i$$

Μοντέλο (Χ)

Εξετάζοντας την περίπτωση των εκροών διαπιστώνουμε μια τροποποίηση στα παραπάνω μοντέλα για τον ακόλουθο λόγο :

Σύμφωνα με το ***Σχήμα 3.2*** η εκροή παίρνει τιμές που βρίσκονται στο διάστημα $[g, d]$. Όμως μπορεί να υπάρξουν τιμές εκροής, οι οποίες να είναι μικρότερες από το g και για τις οποίες η μονάδα να παραμένει αποδοτική. Συνεπώς, πρέπει να βρούμε την ελάχιστη τιμή (έστω k') από όλες τις πιθανές καθώς κινούμαστε στο ευθύγραμμο τμήμα CA, μετά από την οποία η μονάδα απόφασης αρχίζει να χάνει την αποδοτικότητά της. Η περίπτωση αυτή είναι ευκολότερη για τον διαχειριστή για να την πραγματοποιήσει.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ



Σχήμα 3.2

Έτσι λοιπόν το ***Μοντέλο (IX)*** παίρνει τη μορφή :

$$\min p_{gj_0}$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L) = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L + p_{rj_0}(y_{rj_0}^U - y_{rj_0}^L) - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L) = 0$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L + p_{rj}(y_{rj}^U - y_{rj}^L) - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L + q_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \le 0 \quad j = 1,\ldots,n \quad j \ne j_0$$

$$p_{rj_0} - u_r \le 0 \quad r = 1,\ldots,s\,;\; j = 1,\ldots,n$$

$$q_{ij_0} - v_i \le 0 \quad i = 1,\ldots,m\,;\; j = 1,\ldots,n$$

$$p_{rj} \ge 0,\; q_{ij} \ge 0 \quad \forall r, i, j$$

$$u_r, v_i \ge e \quad \forall r, i$$

$$p_{gj_0} \quad free$$

$$\min \bar{b}_{gj_0}$$

$$\sum_{i=1}^{s} v_i x_{ij_0}^L + \bar{a}_{ij_0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L + \bar{b}_{ij_0} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + \bar{a}_{ij_0} = 0$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L \le 0 \quad j = 1,\ldots,n \quad j \ne j_0$$

$$\bar{b}_{rj} \le u_r(y_{rj}^U - y_{rj}^L) \quad r = 1,\ldots,s;\;\; j = 1,\ldots,n$$

$$0 \le \bar{a}_{ij} \le v_i(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \quad i = 1,\ldots,m;\;\; j = 1,\ldots,n$$

$$\bar{b}_{gj_0} \quad free$$

$$u_r, v_i \ge e, \quad \forall r, i$$

Μοντέλο (XI)

Πρέπει να τονίσουμε ότι το $\bar{b}_{gj_0}$ μπορεί να πάρει και αρνητικές τιμές διατηρώντας την αποδοτικότητα της μονάδας απόφασης, ακόμα κι αν η εκροή της είναι μικρότερη από το κάτω όριο του διαστήματος.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Ωστόσο αν θέλουμε να γίνουμε περισσότερο ακριβείς, θα πρέπει να εξετάσουμε την χειρότερη περίπτωση για την μονάδα j_0, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι όλες οι υπόλοιπες μονάδες θα βρίσκονται στην βέλτιστη κατάσταση, δηλαδή θα έχουν τις μικρότερες εισροές και τις μεγαλύτερες εκροές.

$$\min p_{gj_0}$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L) = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L + p_{rj_0}(y_{rj_0}^U - y_{rj_0}^L) - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L) = 0$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L \le 0$$

$$j = 1,\dots,n \quad j \ne j_0$$

$$p_{rj_0} - u_r \le 0 \quad r = 1,\dots,s\,;\; j = 1,\dots,n$$

$$q_{ij_0} - v_i \le 0 \quad i = 1,\dots,m\,;\; j = 1,\dots,n$$

$$p_{rj} \ge 0,\; q_{ij} \ge 0 \quad \forall r,i,j$$

$$u_r, v_i \ge e \quad \forall r,i$$

$$p_{gj_0} \quad free$$

$$\min \bar{b}_{gj_0}$$

$$\sum_{i=1}^{s} v_i x_{ij_0}^L + \bar{a}_{ij_0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L + \bar{b}_{ij_0} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + \bar{a}_{ij_0} = 0$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L \le 0$$

$$j = 1,\dots,n \quad j \ne j_0$$

$$\bar{b}_{rj} \le u_r(y_{rj}^U - y_{rj}^L) \quad r = 1,\dots,s;\;\; j = 1,\dots,n$$

$$0 \le \bar{a}_{ij} \le v_i(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \quad i = 1,\dots,m;\;\; j = 1,\dots,n$$

$$\bar{b}_{gj_0} \quad free$$

$$u_r, v_i \ge e, \quad \forall r,i$$

Μοντέλο (XII)

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Παράδειγμα 3.3

Σύμφωνα με το παράδειγμα 4.1 έχουμε τον παρακάτω πίνακα στο οποίο φαίνονται τα διαστήματα αποδοτικότητας των 8 μονάδων απόφασης καθώς και η ταξινόμησή τους στα σύνολα E^-, E^+ και E^{++}.

	Εισροές		**Εκροές**			
DMU	X_1	X_2	Y_1	Y_2	**Διάστημα Αποδοτικότητας**	**Ταξινόμηση**
1	[16 21]	[0,30 0,50]	[120 125]	[19 21]	[0,177 0,746]	$\mathbf{E^-}$
2	[18 25]	[0,40 0,53]	[122 130]	[20 21]	[0,165 0,693]	$\mathbf{E^-}$
3	[20 27]	[0,41 0,61]	[124 131]	[16 24]	[0,148 0,643]	$\mathbf{E^-}$
4	[12 15]	[0,21 0,48]	[138 144]	[21 22]	[0,224 1,000]	$\mathbf{E^+}$
5	[10 17]	[0,10 0,70]	[143 159]	[28 35]	[0,227 1,000]	$\mathbf{E^+}$
6	[4 30]	[0,16 0,35]	[157 198]	[21 29]	[0,823 1,000]	$\mathbf{E^+}$
7	[19 22]	[0,12 0,19]	[158 181]	[21 25]	[0,445 0,907]	$\mathbf{E^-}$
8	[14 15]	[0,06 0,09]	[157 161]	[28 40]	[1,000 1,000]	$\mathbf{E^{++}}$

Εφαρμόζουμε το ***Μοντέλο (VIII)*** στην DMU6 και έχουμε :

$$q_{16}^* = 0,030328 \text{ και } v_1^* = 0,054083.$$

Έτσι

$$\bar{x}_{gj_0} = x_{gj_0}^L + \frac{q_{gj_0}^*}{v_g^*}(x_{gj_0}^U - x_{gj_0}^L) = 4 + \frac{0,030328}{0,052864}(30-4) = 18,9$$

το οποίο δηλώνει ότι η εισροή της DMU6 μπορεί να πάρει τιμές μεταξύ του 18,9 και του 30, αφού για οποιαδήποτε τιμή από το 4 έως το 18,9 η μονάδα αυτή είναι αποδοτική.

Εφαρμόζουμε το ***Μοντέλο (X)*** στην DMU6 και έχουμε :

$$q_{16}^* = 0,026105 \text{ και } v_1^* = 0,080314.$$

Έτσι

$$\bar{x}_{kj_0} = x_{kj_0}^L + \frac{q_{kj_0}^*}{v_k^*}(x_{kj_0}^U - x_{kj_0}^L) = 4 + \frac{0,026105}{0,080314}(30-4) = 12,4$$

$$\bar{x}_{14} = 17,105$$

το οποίο δηλώνει ότι η εισροή της DMU6 μπορεί να πάρει τιμές μεταξύ του 12,4 και του 30, αφού για οποιαδήποτε τιμή από το 4 έως το 12,4 η μονάδα αυτή είναι αποδοτική.

Εφαρμόζουμε το ***Μοντέλο (XI)*** στην DMU4 και έχουμε :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$p_{14}^{*} = -0,016449 \text{ και } u_1^{*} = 0,007959 .$$

Έτσι

$$y_{gj_0} = y_{gj_0}^{L} + \frac{p_{gj_0}^{*}}{u_g^{*}}(y_{gj_0}^{U} - y_{gj_0}^{L}) = 138 - \frac{0,016449}{0,007959}(144-138) = 125,6$$

το οποίο δηλώνει ότι η DMU4 μπορεί να είναι αποδοτική ακόμα κι αν η εκροή της είναι μικρότερη από το κατώτερο όριό της.

Εφαρμόζουμε το ***Μοντέλο (XII)*** στην DMU4 και παρατηρούμε ότι η λύση δε βρίσκεται μέσα στο διάστημα.

Βρήκαμε λοιπόν τα όρια των εισροών και των εκροών, στα οποία η μονάδα απόφασης βρίσκει ή χάνει την αποδοτικότητά της.

3.9.2 Εξέταση περίπτωσης η DMU να ανήκει στο σύνολο E^{-}.

Τα μοντέλα που παρουσιάστηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια υποθέτουν ότι τα άνω και κάτω φράγματα των διαστημάτων των δεδομένων δίνονται ως σταθερές. Σ' ένα τέτοιο σύνολο διαστημάτων, οι μη αποδοτικές μονάδες (αυτές που ανήκουν στο E^{-}) μπορούν να γίνουν αποδοτικές αν γίνουν αλλαγές στα άνω και κάτω φράγματα των διαστημάτων. Θα εξετάσουμε λοιπόν το θέμα αυτό για μία μονάδα απόφασης και για μία εισροή (η περίπτωση που έχουμε εκροή αντί για εισροή είναι όμοια).

Υποθέτουμε λοιπόν ότι η μονάδα j_0, η οποία αποτιμάται με το ***Μοντέλο (II)*** είναι μη αποδοτική. Η μονάδα j_0 μπορεί να γίνει αποδοτική ελαττώνοντας μια συγκεκριμένη εισροή (έστω η εισροή k) ακόμη και κάτω από το κάτω φράγμα του ορίου αποδοτικότητας $\bar{x}_{kj_0}$. Εφόσον ισχύει ότι $\bar{x}_{kj_0} = x_{kj_0}^{L} + s_{kj_0}(x_{kj_0}^{U} - x_{kj_0}^{L})$, μπορούμε να καθορίσουμε το $\bar{x}_{kj_0}$ κάτω από το $x_{kj_0}^{L}$, αν αφήσουμε το $s_{kj_0} = \frac{q_{kj_0}}{v_k}$ να πάρει αρνητικές τιμές. Και επειδή $v_k > 0$, αρκεί το q_{kj_0} να πάρει αρνητικές τιμές. Μας ενδιαφέρει τώρα να υπολογίσουμε τη μέγιστη τιμή του $\bar{x}_{kj_0}$ που μπορεί να μετατρέψει την μη αποδοτική μονάδα απόφασης j_0 σε αποδοτική. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

μεγιστοποιώντας το $s_{kj_0} = \frac{q_{kj_0}}{v_k}$, αποτιμώντας δηλαδή τα q_{kj_0} και v_k. Το μοντέλο με το οποίο επιτυγχάνεται η διαδικασία αυτή είναι το εξής :

$$\max z$$
$$s.t$$
$$(u, v, Q, P) \in S$$
$$q_{kj_0} - z v_k \geq 0$$

Μοντέλο (XIII)

όπου $u = (u_r \quad r = 1, ..., s)$, $v = (v_i \quad i = 1, ..., m)$, $Q = (q_{ij} \quad i = 1, ..., m; \quad j = 1, ..., n)$ και $P = (p_{rj} \quad r = 1, ..., s; \quad j = 1, ..., n)$ είναι οι μεταβλητές απόφασης σε διανυσματική μορφή. Η μεταβλητή z είναι η μέγιστη τιμή του λόγου $s_{kj_0} = \frac{q_{kj_0}}{v_k}$ και S είναι το σύνολο λύσεων που προκύπτει υπό τους περιορισμούς :

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L) = 1$$
$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0}^L + p_{rj_0}(y_{rj_0}^U - y_{rj_0}^L) -$$
$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}^L + q_{ij_0}(x_{ij_0}^U - x_{ij_0}^L) = 0$$
$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^L + p_{rj}(y_{rj}^U - y_{rj}^L) - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^L + q_{ij}(x_{ij}^U - x_{ij}^L) \leq 0$$
$$j = 1, ..., n \quad j \neq j_0$$
$$p_{rj} - u_r \leq 0 \quad r = 1, ..., s \; ; \; j = 1, ..., n$$
$$q_{ij} - v_i \leq 0 \quad i = 1, ..., m \; ; \; j = 1, ..., n$$
$$p_{rj} \geq 0 \quad \forall r, i$$
$$q_{ij} \geq 0 \quad \forall i \neq k, \; j \neq j_0$$
$$u_r, v_i \geq e \quad \forall r, i$$
$$q_{kj_0} \quad free$$

Μοντέλο (XIV)

Το ***Μοντέλο (XIII)*** είναι μη γραμμικό εξαιτίας του τελευταίου περιορισμού. Παρόλα αυτά μπορεί να επιλυθεί καταφεύγοντας στο σύνηθες γραμμικό πρόγραμμα ακολουθώντας τα δύο παρακάτω στάδια :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Στάδιο I : Επιλύουμε το εξής γραμμικό πρόγραμμα :

$$\max q_{kj_0}$$
$$s.t$$
$$(u, v, Q, P) \in S$$

Μοντέλο (XV)

Αν $q_{kj_0}^0, v_k^0$ είναι οι τιμές των μεταβλητών q_{kj_0}, v_k της βέλτιστης λύσης του ***Μοντέλου (XV),*** τότε ο λόγος $\frac{q_{kj_0}^0}{v_k^0}$ είναι η τιμή του z, για την οποία η μονάδα j_0 γίνεται αποδοτική, αφού ικανοποιεί, μεταξύ των άλλων, τους δύο πρώτους περιορισμούς. Από τη άλλη μεριά έχουμε ότι $z < 0$ αφού $q_{kj_0} < 0$. Έτσι λοιπόν η βέλτιστη(μέγιστη) τιμή του z θα βρίσκεται στο φραγμένο διάστημα $\left[\frac{q_{kj_0}^0}{v_k^0}, 0\right]$.

Στάδιο II : Βάσει του ***Μοντέλου (XIII)***, διχοτομούμε το διάστημα $\left[\frac{q_{kj_0}^0}{v_k^0}, 0\right]$. Έστω $\underline{Z}$ η τιμή του z για την οποία οι περιορισμοί του ***Μοντέλου (XIII)*** είναι συνεπείς (αρχικά $\underline{Z} = \frac{q_{kj_0}^0}{v_k^0}$) και $\overline{Z}$ η τιμή του z για την οποία οι περιορισμοί του ***Μοντέλου (XIII)*** δεν είναι συνεπείς (αρχικά $\overline{Z} = 0$). Έπειτα η συνέπεια των περιορισμών εξετάζεται για $z' = \frac{\underline{Z} + \overline{Z}}{2}$. Αν είναι συνεπείς, τότε το z' αντικαθιστά το $\underline{Z}$, ενώ στην αντίθετη περίπτωση που δεν είναι συνεπείς, το z' αντικαθιστά το $\overline{Z}$. Η διχοτόμηση συνεχίζεται έως ότου τα $\overline{Z}$ και $\underline{Z}$ έρθουν αρκετά «κοντά», μέχρι τον επιθυμητό βαθμό ακρίβειας. Η επαναληπτική αυτή διαδικασία τελειώνει όταν $z^* = \underline{Z} \cong \overline{Z}$ και (u^*, v^*, Q^*, P^*) που είναι η βέλτιστη λύση του ***Μοντέλου (XIII)*** ($z^* = \frac{q_{kj_0}^*}{v_k^*}$). Το σύνορο αποδοτικότητας $\overline{x}_{kj_0}$ προκύπτει από τη σχέση $\overline{x}_{kj_0} = x_{kj_0}^L + \frac{q_{kj_0}^*}{v_k^*}(x_{kj_0}^U - x_{kj_0}^L)$.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Παράδειγμα 3.4

Θεωρούμε τα δεδομένα των διαστημάτων του ***Πίνακα 3.4*** για 5 μονάδες απόφασης, οι οποίες έχουν 2 εισροές και 2 εκροές η καθεμία. Οι τιμές της αποδοτικότητας καθώς και η ταξινόμηση των μονάδων προέκυψαν από την επίλυση των ***Μοντέλων (II)*** και ***(IV)***.

	Εισροές		**Εκροές**			
DMU	X_{1j}	X_{2j}	Y_{1j}	Y_{2j}	**Διάστημα Αποδοτικότητας**	**Ταξινόμηση**
1	[12 15]	[0,21 0,48]	[138 144]	[21 22]	[0,224 1,000]	$\mathbf{E}^{+}$
2	[10 17]	[0,10 0,70]	[143 159]	[28 35]	[0,227 1,000]	$\mathbf{E}^{+}$
3	[4 12]	[0,16 0,35]	[157 198]	[21 29]	[0,823 1,000]	$\mathbf{E}^{+}$
4	[19 22]	[0,12 0,19]	[158 181]	[21 25]	[0,445 0,907]	$\mathbf{E}^{-}$
5	[14 15]	[0,06 0,09]	[157 161]	[28 40]	[1,000 1,000]	$\mathbf{E}^{++}$

Πίνακας 4.4

Εφαρμόζουμε το ***Μοντέλο (XIII)*** στην περίπτωση της μη αποδοτικής μονάδας απόφασης (DMU4) που αφορά την πρώτη εισροή και παίρνουμε την βέλτιστη λύση $q_{14}^{*} = -0,034154$ και $v_1^{*} = 0,054083$. Από τη βέλτιστη αυτή λύση προκύπτει ότι η τιμή της πρώτης εισροής της DMU4 μπορεί να καθοριστεί ως $\bar{x}_{14} = 17,105$. Η τιμή αυτή είναι το όριο της αποδοτικότητας που αφορά την πρώτη εισροή. Όμοια, το όριο της αποδοτικότητας που αφορά την δεύτερη εισροή της μη αποδοτικής μονάδας DMU4 είναι $\bar{x}_{24} = 0,1038$ (με $q_{24}^{*} = -2,236360$ και $v_2^{*} = 9,637718$).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

3.10 Συμπεράσματα - Παρατηρήσεις

Μια πιθανή εφαρμογή των Μοντέλων που παρουσιάστηκαν είναι αυτή της εκτίμησης στο πρόβλημα της «καλύτερης αγοράς» (Best Buys) σε μια αγορά ανταγωνιστικών προϊόντων ή ακόμα και υπηρεσιών, όπως είναι η σημερινή. Δηλαδή θα μπορούσε κανείς να αποτιμήσει τα προϊόντα που προσφέρουν την μεγαλύτερη *"value-for-money"*. Ο όρος *"value"* αντιπροσωπεύει ένα σύνθετο μέτρο για τις παροχές που μπορεί να έχει ο χρήστης από ένα προϊόν ή μια υπηρεσία, ενώ ο όρος *"money"* είναι η αξία που πληρώνει ο χρήστης γι' αυτό. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να διατυπωθεί ως ανακριβές πρότυπο DEA με μία μόνο εισροή (τιμή) και πολλαπλές εκροές (δείκτες και εκτιμήσεις απόδοσης).

Σύμφωνα με την ορολογία DEA, οι αποδοτικές μονάδες (προϊόντα) είναι εκείνες που αξίζουν την τιμή τους. Δεδομένου ότι η τιμή ενός συγκεκριμένου προϊόντος μπορεί να ποικίλει από έμπορο σε έμπορο, αλλά και λόγω των διαφορετικών πολιτικών έκπτωσης, συνήθως βρίσκεται μέσα σε ένα φραγμένο διάστημα, μεταξύ της χαμηλότερης και υψηλότερης τιμής που καταγράφεται στην αγορά. Αφ' ετέρου, τα αποτελέσματα προϊόντων μπορούν να μετρηθούν είτε από ακριβείς τιμές είτε από φραγμένα διαστήματα (για παράδειγμα, γενικές κρίσεις αξιολόγησης που γίνονται από διαφορετικούς εμπειρογνώμονες) ή και από ταξινομημένες μεταβλητές (εκτιμήσεις προϊόντων που λαμβάνονται από εμπειρογνώμονες ή έρευνες).

Σε μια τέτοια κατάσταση απόφασης, τα Μοντέλα που περιγράφηκαν έχουν την δυνατότητα να καθορίσουν τα προϊόντα που αποτελούν την καλύτερη αγορά (αποδοτικές μονάδες απόφασης) καθώς και εκείνα που αποτελούν την χειρότερη αγορά (μη αποδοτικές μονάδες απόφασης). Η μορφή του διαστήματος της τιμής μπορεί να αποκαλύψει προϊόντα που αποτελούν την καλύτερη αγορά ακόμη και στην υψηλότερη τιμή τους (δηλ. προϊόντα στην κατηγορία E^{++}).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Κεφάλαιο 4

Ιεραρχική Ανάλυση Αποφάσεων (AHP) και Ανακριβής Ιεραρχική Ανάλυση Αποφάσεων (IAHP)

4.1 Εισαγωγή
4.2 Σκοπός – θεωρία
4.3 Εκτίμηση Προτεραιοτήτων
4.4 Υπολογισμός του ιδιοδιανύσματος $\hat{w}$
4.5 Παράδειγμα στην AHP
4.6 Συμπεριφορά μεθόδων με μη συνεπή πίνακα
4.7 Όρος μέτρησης & Βαθμός Συνέπειας
4.8 Άλλα μοντέλα εκτίμησης βαρών
4.9 AHP – Κρίσεις διαστήματος

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

4.1 Εισαγωγή

Η Αναλυτική Ιεραρχική Μέθοδος ή Ιεραρχική Ανάλυση Αποφάσεων (AHP), μέθοδος που αναπτύχθηκε από τον ***Thomas Saaty*** στο Wharton School of Business, είναι ένα περιεκτικό, λογικό και δομικό πλαίσιο, το οποίο επιτρέπει να βελτιωθεί η κατανόηση των σύνθετων αποφάσεων με την επιμέρους τμηματοποίηση του προβλήματος σε μια ιεραρχική δομή. Το πρώτο στάδιο εφαρμογής της *AHP* είναι ίσως το σημαντικότερο και καθορίζει την ποιότητα των αποτελεσμάτων της μεθόδου στη συνέχεια. Στο πρώτο στάδιο λοιπόν, ο απώτερος (ο γενικότερος) επιδιωκόμενος στόχος στο υπό μελέτη πρόβλημα απόφασης αναλύεται σε επιμέρους υποστόχους, οι οποίοι στη συνέχεια αναλύονται όλο και περισσότερο στα πρότυπα μιας ιεραρχικής δομής.

Στην κορυφή της ιεραρχικής αυτής δομής (δομή δένδρου) ευρίσκεται ο απώτερος στόχος, που είναι γενικός σε σχέση με την απαίτηση ή την απόφαση που τελικώς θα ληφθεί, εφόσον βεβαίως θεωρηθεί σαν η καλύτερη δυνατή. Είναι προφανές ότι οι εναλλακτικές λύσεις σε ένα πρόβλημα απόφασης είναι αδύνατο να συγκριθούν ως προς ένα τόσο γενικό στόχο ή κριτήριο. Έτσι ο απώτερος στόχος αναλύεται (εξειδικεύεται) σε έναν αριθμό περισσότερο συγκεκριμένων υποστόχων (στοιχείων απόφασης). Η ανάλυση αυτή γίνεται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε η ικανοποίηση των επιμέρους στόχων να έχει ως αποτέλεσμα την εξυπηρέτηση τελικά του γενικότερου στόχου. Έτσι η διαδικασία λήψης απόφασης συμπεριλαμβάνει την κατασκευή κριτηρίων πολλαπλής επιλογής σε μία ιεραρχία, ώστε να εκτιμάται η σχετική σπουδαιότητα των κριτηρίων αυτών και να συγκρίνονται οι εναλλακτικές λύσεις για κάθε κριτήριο, με στόχο τον καθορισμό μιας συνολικής κατάταξης όλων αυτών των εναλλακτικών.

Η ενσωμάτωση όλων των σχετικών κριτηρίων απόφασης και η ανά ζεύγη σύγκρισή τους, επιτρέπουν στον ιθύνοντα να καθορίσει τις προτεραιότητες και τα βάρη μεταξύ των εναλλακτικών λύσεων προς επίτευξη του στόχου. Η εφαρμογή της ***AHP*** προσέγγισης αναγνωρίζει ρητά και ενσωματώνει τη γνώση και την πείρα των συμμετεχόντων, θέτοντας μια διαδικασία προτεραιότητας στη χρησιμοποίηση των υποκειμενικών κρίσεών τους, γεγονός που αποτελεί ένα ιδιαίτερα σημαντικό χαρακτηριστικό γνώρισμα, για τις αποφάσεις που λαμβάνονται με την συμβολή μιας μικρής σχετικά βάσης πληροφοριών.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

4.2 Σκοπός - θεωρία

Η *AHP* επιτρέπει στους υπεύθυνους λήψης αποφάσεων να διαμορφώσουν ένα σύνθετο πρόβλημα και να το μετατρέψουν σε μια ιεραρχική δομή μέσα από την οποία παρουσιάζονται οι σχέσεις του στόχου, των κριτηρίων, των πιθανών υποκριτηρίων και εναλλακτικών λύσεων. Με αυτόν τον τρόπο είναι εφικτή η εφαρμογή της εμπειρίας, της διορατικότητας, και της διαίσθησης επί των δεδομένων, μέσα από έναν λογικό και λεπτομερή τρόπο, επιτρέποντας στους αποφασίζοντες να δημιουργήσουν μία κλίμακα συσχετίσεων προτεραιοτήτων ή βαρών, ώστε να αποφευχθεί μια πιθανή αυθαίρετη απόφαση. Έτσι όχι μόνο τους βοηθά να ενεργούν κατάλληλα σε πολύπλοκο περιβάλλον δύσκολων κρίσεων, αλλά τους επιτρέπει ταυτόχρονα να ενσωματώσουν αντικειμενικές και υποκειμενικές εκτιμήσεις στις διαδικασίες απόφασης.

Η *AHP* αποτελεί μία αντισταθμιστική μεθοδολογία απόφασης, αφού οι εναλλακτικές λύσεις που είναι ανεπαρκείς όσον αφορά ένα ή περισσότερα κριτήρια, μπορούν να αντισταθμιστούν από την απόδοσή τους όσον αφορά κάποια άλλα κριτήρια.

Αποτελείται και προέρχεται από αρκετές προϋπάρχουσες αλλά ασυσχέτιστες έννοιες και τεχνικές, όπως η ιεραρχική δόμηση της πολυπλοκότητας, οι ανά ζεύγη συγκρίσεις, οι περιττές κρίσεις και η μέθοδος ιδιοδιανύσματος για τα βάρη και τις εκτιμήσεις συνέπειας.

Αν και αυτές οι έννοιες και τεχνικές ήταν γενικώς χρήσιμες, ο συνδυασμός τους όπως ο *Saaty* τον εφάρμοσε, έφερε την δυνατότητα μια διαδικασίας, η δύναμη της οποίας είναι πράγματι πολύ μεγαλύτερη από την επί μέρους δύναμη των τμημάτων της.

Ένα από τα σημαντικότερα προτερήματα της *AHP* είναι ότι η θεωρία της δεν απαιτεί την τέλεια *συνέπεια*. Η *AHP* επιτρέπει την ασυνέπεια, αλλά παρέχει ταυτόχρονα ένα μέτρο της ασυνέπειας σε κάθε σύνολο κρίσεων. Αυτό το μέτρο ασυνέπειας είναι ένα σημαντικό υποπροϊόν της διαδικασίας παραγωγής προτεραιοτήτων βασισμένων στις ανά ζεύγη συγκρίσεις. Η συνέπεια είναι συχνά η αναγκαία προϋπόθεση μια καθαρής σκέψης, όμως ο πραγματικός κόσμος είναι μετά βίας και σπανίως συνεπής. Ένας άλλος λόγος ύπαρξης της ασυνέπειας είναι η σχετική έλλειψη πληροφοριών για τους παράγοντες που συγκρίνονται. Συνήθως ένας λόγος ασυνέπειας περίπου 10% ή και λιγότερο, θεωρείται αποδεκτός.

Η *AHP* στηρίζεται σε ένα απλό θεωρητικό υπόβαθρο βασισμένο σε τρεις βασικές αρχές :

1 ***Αποσύνθεση (τεμαχισμός – τμηματοποίηση) του προβλήματος απόφασης,***
2 ***Συγκριτικές κρίσεις των στοιχείων, θέτοντας τα αντίστοιχα βάρη (local priorities)***
3 ***Ιεραρχική σύνθεση ή σύνθεση των προτεραιοτήτων*(calculation of global priorities)**

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Η αρχή αποσύνθεσης εφαρμόζεται για να μετατραπεί ένα σύνθετο πρόβλημα σε μια ιεραρχία ομάδων και πιθανών υποομάδων. Η αρχή των συγκριτικών κρίσεων εφαρμόζεται για να κατασκευασθούν οι ανά ζεύγη συγκρίσεις όλων των συνδυασμών των στοιχείων μιας ομάδας, σε ό,τι αφορά το γονέα (ανώτερο επίπεδο) της ομάδας. Αυτές οι ανά ζεύγη συγκρίσεις χρησιμοποιούνται για να παραγάγουν τις "τοπικές" (επί μέρους) προτεραιότητες των στοιχείων σε μια ομάδα όσον αφορά το γονέα τους.

Η αρχή της ιεραρχικής σύνθεσης (σύνθεση προτεραιοτήτων) εφαρμόζεται για να πολλαπλασιασθούν οι τοπικές επί μέρους προτεραιότητες των στοιχείων μιας ομάδας με τη γενική προτεραιότητα του στοιχείου γονέα, παράγοντας τις σφαιρικές – γενικές (global) προτεραιότητες για τα στοιχεία χαμηλότερων επιπέδων (εναλλακτικές λύσεις) ***(Saaty, 1980).***

Αναλυτικότερα, ο ***Saaty*** εισήγαγε τα ακόλουθα βήματα για να εφαρμόσει την ***Analytical Hierarchy Process – AHP*** :

- Προσδιορισμός του προβλήματος και καθορισμός του στόχου του.
- Δόμηση της ιεραρχίας από την κορυφή (αντικειμενικοί σκοποί – στόχοι από την άποψη του αποφασίζοντα) μέσω των ενδιαμέσων επιπέδων (κριτήρια από τα οποία εξαρτώνται τα διάφορα υποεπίπεδα) προς το χαμηλότατο – τελευταίο επίπεδο, το οποίο συνήθως περιέχει τον κατάλογο από τις εναλλακτικές λύσεις.
- Σχεδίαση ενός συνόλου πινάκων ανά ζεύγη συγκρίσεων (μεγέθους $n \times n$) για κάθε ένα από τα κατώτερα επίπεδα, με έναν πίνακα για κάθε στοιχείο του αμέσως χαμηλότερου επιπέδου, με την χρήση της σχετικής κλίμακας μετρήσεων που αναφέρεται στον Πίνακα 1 που ακολουθεί. Οι ανά ζεύγη συγκρίσεις εκτελούνται όσον αφορά το ποιο στοιχείο επικρατεί ή αλλιώς ποιο στοιχείο υπερισχύει του άλλου ή είναι σημαντικότερο αυτού.
- Υπάρχουν $n(n-1)$ κρίσεις, οι οποίες απαιτούνται για να σχηματισθεί το σύνολο των πινάκων του 3^{ου} βήματος. Οι αντίστροφες κρίσεις προσδιορίζονται αυτόματα σε κάθε μία από τις ανά ζεύγη συγκρίσεις.
- Χρησιμοποιείται η ιεραρχική σύνθεση για να μετρήσει τα ιδιοδιανύσματα (eigenvectors) από τα βάρη των κριτηρίων και του συνόλου όλων των μετρημένων ιδιοδιανυσμάτων, επενεργώντας έτσι σε αυτά που ανήκουν στο χαμηλότερο επίπεδο της ιεραρχίας.
- Αφού γίνουν όλες οι ανά ζεύγη συγκρίσεις, προσδιορίζεται η συνέπεια, με την χρήση της ιδιοτιμής (eigenvalue) και του λ_{max} (η μέγιστη ιδιοτιμή του πίνακα), ώστε να υπολογισθεί ο δείκτης συνέπειας *CI* από την σχέση : $CI = (\lambda_{max} - n)/(n-1)$, όπου το n αποτελεί το μέγεθος του πίνακα. Η συνέπεια των κρίσεων μπορεί να ελεγχθεί λαμβάνοντας τον λόγο συνέπειας

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

(consistency ratio – *CR*) του *CI* από την κατάλληλη τιμή του πίνακα παραγράφου *1.3.2*. Η τιμή του *CR* είναι αποδεκτή εάν δεν υπερβαίνει το 0,10. Εάν είναι μεγαλύτερη, τότε ο πίνακας κρίσεων είναι ασυνεπής. Για να επιτευχθεί συνεπής πίνακας, οι κρίσεις πρέπει να επαναπροσδιορισθούν.

Τα βήματα 3 – 6 εκτελούνται για όλα τα επίπεδα της ιεραρχίας.

Είναι γεγονός ότι όσο απλούστερα και λιγότερα είναι τα αξιώματα, επί των οποίων βασίζεται μια θεωρία, τόσο γενικότερη και εφαρμόσιμη θεωρείται.

Αρχικά, η *AHP* βασίστηκε σε *τρία* σχετικά απλά αξιώματα :

- **Το *<u>πρώτο αξίωμα</u>***, το αμοιβαίο αξίωμα, απαιτεί ότι εάν w_{ij} είναι ο λόγος βαρών – προτεραιοτήτων των στοιχείων ***i*** και ***j*** ενός πίνακα ανά ζεύγη συγκρίσεων (δηλαδή, $w_{ij} = w_i / w_j$), τότε $w_{ij} = 1/ w_{ji}$ για κάθε ***i, j***. Για παράδειγμα, εάν το ***i*** είναι ***5*** φορές μεγαλύτερο από το ***j***, τότε το ***j*** είναι ταυτόχρονα το ένα πέμπτο (***1/5***) του ***i***.
- **Το *<u>δεύτερο αξίωμα</u>***, ή αξίωμα ομοιογένειας, δηλώνει ότι τα στοιχεία που συγκρίνονται δεν πρέπει να διαφέρουν πάρα πολύ, αλλιώς θα υπάρχει τάση να δημιουργούνται μεγαλύτερα λάθη στην κρίση. Κατά την κατασκευή μιας ιεραρχίας στόχων, πρέπει να γίνεται προσπάθεια τακτοποίησης των στοιχείων μιας ομάδας, με τρόπο ώστε να μην διαφέρουν περισσότερο από ένα συγκεκριμένο μέγεθος. (Οι λεκτικές σειρές της κλίμακας *AHP* εκτείνονται από το 1 έως το 9). Σημειώνεται ότι οι κρίσεις πέρα από ένα μέγεθος, γενικά οδηγούν σε μια μείωση της ακρίβειας και στην αύξηση της ασυνέπειας.
- **Το *<u>τρίτο αξίωμα</u>*** δηλώνει ότι κατά τις κρίσεις, ή τον ορισμό προτεραιοτήτων, τα στοιχεία (elements) μιας ιεραρχίας δεν εξαρτώνται από τα στοιχεία χαμηλότερων επιπέδων. Ενώ τα πρώτα δύο αξιώματα συμφωνούν πάντα με τις εφαρμογές σε συνθήκες πραγματικής εργασίας, αυτό το αξίωμα απαιτεί μια πλέον προσεκτική εξέταση, δεδομένου ότι συνηθίζεται η παραβίασή του. Η αρχή της ιεραρχικής σύνθεσης απαιτεί την ισχύ αυτού του αξιώματος.
- **Ένα *<u>τέταρτο αξίωμα</u>***, που εισήχθη αργότερα από τον *Saaty*, λέει ότι οι αποφασίζοντες που έχουν ένα ισχυρό λόγο βαρύτητας των πεποιθήσεών τους, πρέπει να σιγουρευτούν ότι οι ιδέες τους αντιπροσωπεύονται επαρκώς, ούτως ώστε ως προς την έκβαση, να ταιριάξουν με τις προσδοκίες. Ενώ αυτό το αξίωμα ηχεί λίγο ασαφές, είναι πολύ σημαντικό επειδή η γενικότητα μιας *AHP* καθιστά πιθανή την εφαρμογή της με ποικίλους τρόπους και η εμμονή σε αυτό το αξίωμα εξασφαλίζει τον καταλληλότερο τρόπο εφαρμογής της.

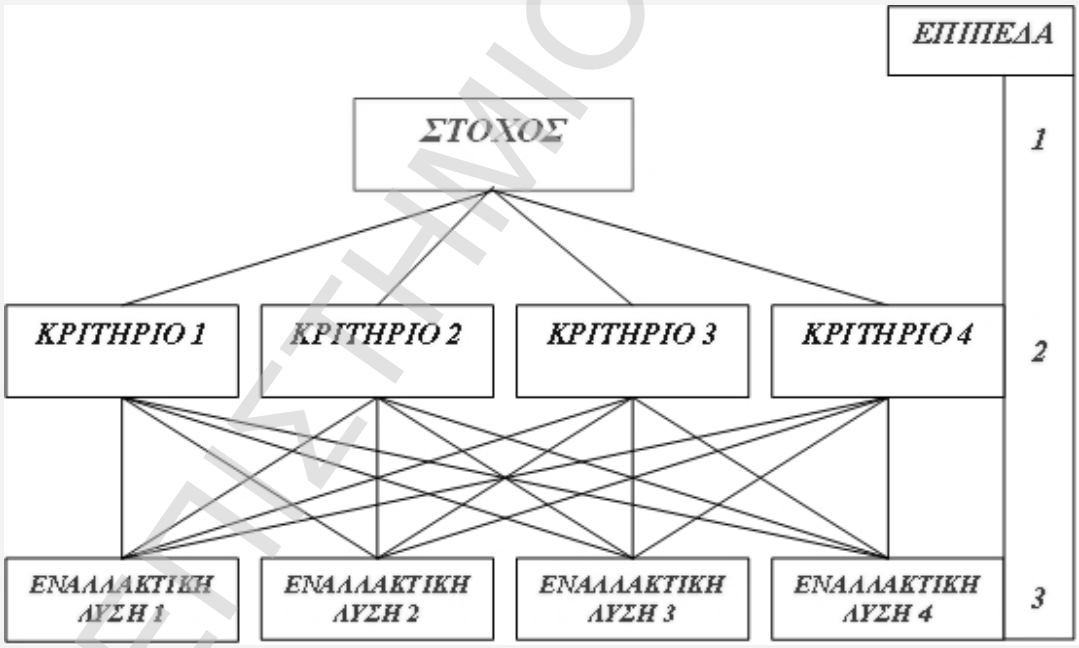
Όπως αναφέρθηκε, τα αξιώματα πίσω από την *AHP* είναι απλά. Αυτή η απλότητα και τα μέτρα κλίμακας που η *AHP* παράγει, την καθιστούν μια ισχυρή θεωρία απόφασης.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Η *AHP* ενσωματώνει επίσης και τις πληροφορίες που αξιολογούνται σαν αντικειμενικές και αδιαμφισβήτητες, όπου και όταν αυτές είναι διαθέσιμες.

Το πρώτο βήμα είναι να κτιστεί το πρόβλημα απόφασης και να οργανωθεί με μια ιεραρχία όπως απεικονίζεται στο σχήμα 1. Ο στόχος της απόφασης, όπως θα μπορούσε παραδείγματος χάριν να είναι ***"Η αγορά ενός νέου αυτοκινήτου"***, είναι το ανώτερο επίπεδο της ιεραρχίας (*Goal*). Το επόμενο επίπεδο αποτελείται από δευτερεύοντες στόχους, κριτήρια, ή υποκριτήρια σχετικά με το πρόβλημα απόφασης και τον στόχο (ποιότητα, οικονομία, κ.λπ.), ενώ στο κατώτατο επίπεδο είναι οι εναλλακτικές λύσεις (π.χ. μοντέλα των αυτοκινήτων), που αξιολογούνται για την τελική επίτευξη του στόχου.

Ο αριθμός των επιπέδων δεν είναι αυστηρά καθορισμένος, αλλά συνήθως δεν υπερβαίνει τα τέσσερα ή πέντε επίπεδα, με την ακόλουθη γενική μορφή.



Το επόμενο βήμα είναι η σύγκριση των εναλλακτικών λύσεων και των κριτηρίων, τα οποία κρίνονται ανά ζεύγη και σε σχέση με τα στοιχεία κάθε επόμενου υψηλότερου επιπέδου. Ο αποφασίζων θα πρέπει να εκφράσει τις απόψεις και προτιμήσεις του, μεταξύ των ανά ζεύγη συγκρινόμενων στοιχείων κάθε επιπέδου, με την έννοια της εκτίμησης και της κρίσης αυτών των προτιμήσεων. Τα κριτήρια μπορούν να εκφρασθούν σε σχέση με την σπουδαιότητα τους με

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

κατάλληλους συντελεστές βαρών, (V_j, $j=1,2,...,k$). Οι εναλλακτικές λύσεις μπορούν επίσης να εκφρασθούν με δείκτες προτίμησης σε σχέση και με αναφορά στο κάθε κριτήριο (W_{ij}, $i=1,2,...,n$, $j=1,2,...,k$). Σε τελικό στάδιο, το σύνολο των προτεραιοτήτων που αφορούν όλες τις εναλλακτικές λύσεις $s(X_i)$, $i=1,2,...,n$, βρίσκεται με την κατάλληλη σύνθεση των επιμέρους προτεραιοτήτων. Στην προκειμένη περίπτωση : $s(X_i)=\sum_{j=1}^{k} v_i w_{ij}$ με $i=1,2,...,n$.

Για αυτήν την σχετική σύγκριση, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η θεμελιώδης κλίμακα του παρακάτω Πίνακα , η οποία επιτρέπει να εκφρασθούν συγκρίσεις λεκτικών όρων, που έπειτα μεταφράζονται στους αντίστοιχους αριθμούς, αλλά και το αντίστροφο.

ΒΑΘΜΟΣ	***ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ***	***ΕΞΗΓΗΣΗ***
1	**Ισοδυναμία**	Εξίσου σημαντικός (ισοδύναμος), πιθανός ή προτιμημένος. Οι δύο δραστηριότητες έχουν την ίδια αξία, συμβάλλοντας εξ' ίσου στην επιλογή του αντικείμενου.
3	**Μέτρια ή ελαφριά**	Συγκρατημένα σημαντικότερος, πιθανός ή προτιμημένος. Ελαφριά εύνοια προτίμησης της μιας δραστηριότητας έναντι της άλλης.
5	**Ουσιαστική ή ισχυρή**	Έντονα σημαντικότερος, πιθανός ή προτιμημένος. Εύνοια προτίμησης της μιας δραστηριότητας έναντι της άλλης.
7	**Πολύ ισχυρή**	Πολύ έντονα σημαντικότερος, πιθανός ή προτιμημένος. Η μία δραστηριότητα ευνοείται πολύ έντονα έναντι της άλλης.
9	**Απόλυτη**	Εξαιρετικά σημαντικότερος, πιθανός ή προτιμημένος. Απόλυτη προτίμηση της μίας δραστηριότητας έναντι της άλλης.
2,4,6,8	**Ενδιάμεσες τιμές**	Όταν απαιτείται και χρειάζεται η απεικόνιση των ενδιάμεσων διαβαθμίσεων.

4.3 Εκτίμηση Προτεραιοτήτων

Ας υποθέσουμε ότι το ***X*** = { x_1, x_2...., x_n } είναι ένα σύνολο στοιχείων (εναλλακτικές λύσεις) και η *PV (point of view)* είναι μια πτυχή, ένα χαρακτηριστικό ή ένα ιδίωμα αυτών των

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

στοιχείων (κριτήριο απόφασης), για τα οποία ένα πρόσωπο ***A*** δείχνει ενδιαφέρον. Παραδείγματος χάριν, το ***X*** θα μπορούσε να είναι ένα σύνολο αυτοκινήτων και το ***PV*** να ήταν η σχεδίαση, η αξιοπιστία, η οικονομία ή το χρώμα του.

<u>Ερώτημα</u> : Πώς μπορούμε να βοηθήσουμε ένα πρόσωπο ***A*** στον υπολογισμό της σχετικής δύναμης επικράτησης (έντασης) ή της προτεραιότητας (σπουδαιότητας) των στοιχείων του ***X*** από την άποψη του ***PV*** ;

Η μέθοδος του ***Saaty***, για να παραγάγει τις προτεραιότητες για τα στοιχεία του ***X***, απαιτεί ότι ένας αριθμός – της μορφής w_{ij} – ορίζεται για κάθε ζευγάρι των στοιχείων (x_i, x_j), αντιπροσωπεύοντας σύμφωνα με τη γνώμη του ***A*** την αναλογία ή αλλιώς τον λόγο προτεραιότητας του κυρίαρχου στοιχείου (X_i) επί του άλλου στοιχείου (X_j) ***(Saaty 1977)***.

Ο ***A*** συγκρίνει τα στοιχεία ανά ζεύγη και μπορεί να εκφράσει τις κρίσεις του με δύο διαφορετικούς τρόπους :

- Είτε αριθμητικά, από έναν πραγματικό αριθμό μεταξύ 1 και 9 (συμπεριλαμβανομένων) ***(Saaty 1989)***. Παραδείγματος χάριν, εάν X_i είναι ένα ***Ford*** και X_j ένα ***Fiat*** και εάν ο ***A*** κρίνει ότι το ***Ford*** είναι έξι φορές περισσότερο προτιμητέο από το ***Fiat***, τότε w_{ij} = 6.

- Είτε προφορικά, με την επιλογή μιας από τις ακόλουθες εννέα εκφράσεις : ίση σημασία, μέτρια επικράτηση, ισχυρή επικράτηση, πολύ ισχυρή επικράτηση, ακραία επικράτηση, ή μια ενδιάμεση κρίση μεταξύ δύο διαδοχικών από αυτές. Μετά κάθε λεκτική απάντηση μετατρέπεται αυτόματα σε έναν αριθμό w_{ij} σύμφωνα με τον παραπάνω *Πίνακα*. Για παράδειγμα, εάν X_i είναι ένα ***Citroen*** και X_j ένα ***Opel*** και εάν ο ***A*** κρίνει το ***Citroen*** συγκρατημένα πιο προτιμητέο (μέτριο) από το ***Opel***, τότε w_{ij} = 3.

Μετά την διαδικασία «επερώτησης», συμπληρώνεται ένας θετικός αμοιβαίος πίνακας (μια γραμμή και μια στήλη για κάθε στοιχείο $X_1, X_2,..., X_n$ του X), με την τοποθέτηση του αριθμού στην διατομή της γραμμής του X_i με τη στήλη του X_j :

$$\begin{Bmatrix} w_{ij} & \text{εάν } x_i \text{ epikrateí tou } x_j \\ 1/w_{ij} & \text{εάν } x_j \text{ epikrateí tou } x_i \\ 1 & \text{εάν } x_i \text{ den epikrateí tou } x_j \text{ kai } x_j \text{ den epikrateí tou } x_i \end{Bmatrix}$$

Υποθέτοντας ότι για όλα τα $i, j \in \{1,2,...,n\}$ το X_i υπερτερεί του X_j εάν και μόνο εάν το $i < j$, τότε το σχήμα του θετικού αμοιβαίου πίνακα θα είναι :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$w = \begin{bmatrix} 1 & w_{12} & \mathbf{K} & w_{1n} \\ w_{21} & 1 & \mathbf{K} & w_{2n} \\ \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} \\ w_{n1} & w_{n2} & \mathbf{K} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & w_{12} & \mathbf{K} & w_{1n} \\ 1/w_{12} & 1 & \mathbf{K} & w_{2n} \\ \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} & \mathbf{K} \\ 1/w_{1n} & 1/w_{2n} & \mathbf{K} & 1 \end{bmatrix}$$

Προκειμένου να συνδεθεί με κάθε στοιχείο X_i μια "προτεραιότητα" ή ένα "βάρος" (αριθμητική αξία που υποδεικνύει το $w(x_i)$), ο ***Saaty*** υπολόγισε την μέγιστη ιδιοτιμή (eigenvalue) της μήτρας ***W*** και καθόρισε το αντίστοιχο ομαλοποιημένο ιδιοδιάνυσμα με τρόπο ώστε : τα συστατικά αυτού του διανύσματος να είναι τα $w(x_i)$ και η αριθμητική κλίμακα $w: X \to \Re$ που αποκτιέται να είναι μια κλίμακα λόγων.

Σε αυτό το στάδιο, που είναι καθαρά υπολογιστικό, υπολογίζονται για κάθε πίνακα συγκρίσεων οι σχετικές προτεραιότητες ***w*** (σχετικά βάρη) των συγκρινόμενων στοιχείων απόφασης, σε σχέση πάντα με το γονικό στοιχείο. Στον πίνακα που ακολουθεί για παράδειγμα, τα σχετικά βάρη w_1, w_2 και w_3 υπολογίζονται με βάση τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα και εκφράζουν το σχετικό βάρος, με το οποίο συμμετέχουν τα στοιχεία απόφασης *Σ.Α.1*, *Σ.Α.2* και *Σ.Α.3* αντίστοιχα στη διαμόρφωση του απώτερου στόχου ***Α.Σ.***

Α.Σ.	***Σ.Α.1***	***Σ.Α.2***	***Σ.Α.3***	***Κάρη***
Σ.Α.1	1	2	7	v_1
Σ.Α.2	1/2	1	3	v_2
Σ.Α.3	1/7	1/3	1	v_3

Ο τρόπος υπολογισμού των σχετικών βαρών από τον πίνακα συγκρίσεων στηρίζεται στο ακόλουθο σκεπτικό. Αν ο αποφασίζων ήταν σε θέση να γνωρίζει τα πραγματικά σχετικά βάρη των στοιχείων απόφασης, ο πίνακας των ανά ζεύγη συγκρίσεων θα είχε την ακόλουθη μορφή :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Α/Σ.	Σ.Α.1	Σ.Α.2	Σ.Α.3	Βάρη
Σ.Α.1	w_1/w_1	w_1/w_2	w_1/w_3	v_1
Σ.Α.2	w_2/w_1	w_2/w_2	w_2/w_3	v_2
Σ.Α.3	w_3/w_1	w_3/w_2	w_3/w_3	v_3

Στην περίπτωση αυτή τα σχετικά βάρη προκύπτουν εύκολα από τις γραμμές ή τις στήλες του πίνακα. Για ένα τέτοιο πίνακα (έστω A) ισχύει η σχέση : $Aw = nw$

όπου w είναι το διάνυσμα των πραγματικών σχετικών βαρών και n είναι το πλήθος των συγκρινόμενων στοιχείων (n=3 στο παράδειγμα). Σύμφωνα με την ορολογία της γραμμικής άλγεβρας, τα n και w είναι αντίστοιχα η μέγιστη ιδιοτιμή και το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα του πίνακα A.

4.3.1 Έλεγχος συνέπειας (Μέθοδος Ι)

Αν για τα στοιχεία ενός πίνακα A ισχύει ότι :

$$a_{ij} \times a_{jk} = a_{ik} \text{ για κάθε } (i, j, k)$$

τότε ο πίνακας A ονομάζεται *συνεπής (consistent)*. Ο παραπάνω πίνακας, που στηρίζεται στην υπόθεση ότι τα σχετικά βάρη είναι γνωστά, έχει αυτή την ιδιότητα, δηλαδή είναι *συνεπής*. Στην πραγματικότητα όμως ο αποφασίζων δεν γνωρίζει τα πραγματικά βάρη w και κατά συνέπεια δεν είναι σε θέση να προσδιορίσει με ακρίβεια τα στοιχεία του πίνακα A, δηλαδή τα πηλίκα των βαρών που εκφράζουν την σχετική προτίμηση του ενός στοιχείου έναντι του άλλου. Έτσι είναι φυσικό, ο πίνακας συγκρίσεων, όπως δίδεται από τον αποφασίζοντα *(observed matrix)*, να περιέχει ανακολουθίες και να χαρακτηρίζεται σαν *ασυνεπής (inconsistent matrix)*. Στην περίπτωση αυτή η εκτίμηση των βαρών δίδεται από τη σχέση :

$$\hat{A}\hat{w} = l_{\max}\hat{w} \quad \text{όπου } \hat{A}, l_{\max}, \hat{w}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

που είναι αντίστοιχα ο πίνακας των ανά ζεύγη συγκρίσεων, δηλαδή η μέγιστη ιδιοτιμή του πίνακα αυτού και το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα. Το εκτιμώμενο διάνυσμα $\hat{w}$ αποτελεί προσέγγιση του διανύσματος των πραγματικών σχετικών βαρών $\boldsymbol{w}$.

Επίσης η *ιδιοτιμή* λ_{max} μπορεί να θεωρηθεί ως μια εκτίμηση του $\boldsymbol{n}$, δηλαδή του πλήθους των συγκρινόμενων στοιχείων (διάσταση του πίνακα $\boldsymbol{A}$). Έχει δε δειχθεί ότι τα λ_{max} και $\boldsymbol{n}$ συνδέονται με την σχέση : $l_{\max} \geq n$ Όσο πιο μεγάλη είναι η διαφορά $l_{\max} - n$ τόσο περισσότερες είναι οι ασυνέπειες (ανακολουθίες) μεταξύ των τιμών του πίνακα $\hat{A}$. Στην ιδιότητα αυτή στηρίζεται ο *δείκτης συνέπειας (consistency index – CI)*

$$CI = (l_{\max} - n)/(n-1)$$ και ο *λόγος συνέπειας (consistency ratio – CR)*

$$CR = (CI / RI_n) * 100$$

Στον τελευταίο δείκτη ο RI_n είναι μια μέση τιμών δεικτών συνέπειας που υπολογίζεται βάσει βαρών που δημιουργούνται με τυχαίο τρόπο στα πλαίσια προσομοίωσης. Ένας πρακτικός κανόνας είναι ότι μια τιμή του CR μικρότερη ή ίση του 10% είναι αποδεκτή. Σε αντίθετη περίπτωση, ο αποφασίζων πρέπει να επανεξετάσει τον πίνακα Α ώστε να αρθούν οι ανακολουθίες, τουλάχιστον μέχρι ενός αποδεκτού επιπέδου.

4.3.2 Έλεγχος συνέπειας (Μέθοδος II)

Για μια περαιτέρω ανάλυση, ας υποθέσουμε ότι ο $\boldsymbol{A}$ είναι ένας πίνακας ανά ζεύγη συγκρίσεων $\boldsymbol{n}$ στόχων. Υποθέτουμε επίσης ότι το $\boldsymbol{w}$ είναι το διάνυσμα βάρους που υπολογίζεται για τον $\boldsymbol{A}$. Τότε η συνέπεια του $\boldsymbol{A}$ μπορεί να ελεγχθεί χρησιμοποιώντας την ακόλουθη διαδικασία :

1. Υπολογίζουμε $A \cdot w^T$
2. Υπολογίζουμε $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{ith\ entry\ in\ A \cdot w^T}{ith\ entry\ in\ w^T}$
3. Υπολογίζουμε το δείκτη συνέπειας $CI = \frac{(result\ \ from\ step\ 2) - n}{n-1}$
4. Εάν $CI = 0$ τότε ο πίνακας $\boldsymbol{A}$ είναι συνεπής.

   Εάν $CI/RI_n \leq 0{,}10$ τότε ο πίνακας $\boldsymbol{A}$ είναι επαρκώς συνεπής ($CR \leq 10\%$).

   Εάν $CI/RI_n \geq 0{,}10$ τότε ο πίνακας $\boldsymbol{A}$ είναι σοβαρά ασυνεπής ($CR \geq 10\%$).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Ο τυχαίος δείκτης RI_n είναι η μέση τιμή του CI για τις τυχαία επιλεγμένες καταχωρήσεις στον $\boldsymbol{A}$ (υπό τον όρο ότι $a_{ii}=1$ και $a_{ij}=1/a_{ji}$) και δίδονται από :

n	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**…**
$\boldsymbol{RI_n}$	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	**…**

Σημειώνεται επίσης ότι οι ανακολουθίες που εμφανίζονται κατά την σύγκριση των στοιχείων απόφασης, ανά δύο, έχουν δύο πηγές προέλευσης :

- τον αποφασίζοντα και
- την ίδια την κλίμακα έκφρασης των προτιμήσεων.

Οι ανακολουθίες αυτές ελέγχονται από τον βαθμό στον οποίο παραβιάζονται οι ακόλουθες δύο ιδιότητες :

$$(a)\ \text{An}\ a_{ij}>1\ kai\ a_{jk}>1\ t\acute{o}te\ kai\ a_{ik}>1$$
$$(b)\ a_{ij}\times a_{jk}=a_{ik}\ gia\ k\acute{a}qe\ (i,j,k)$$

Εάν λοιπόν οι κρίσεις του $\boldsymbol{A}$ είναι τέτοιες που $w_{ij}w_{ik}=w_{ik}$ *giά kάqe* $i<j<k$ *(βασικός όρος συνέπειας)*, τότε το παραγόμενο $w(x_i)$ είναι τέτοιο που :

$$w_{ij}=w(x_i)/w(x_j)\ giá\ k\acute{a}qe\ i<j.$$

Η πρώτη ιδιότητα εκφράζει την μεταβατικότητα των προτιμήσεων και η παραβίασή της υποδηλώνει εσφαλμένη εκτίμηση του αποφασίζοντα. Η δεύτερη ιδιότητα, της οποίας η καθολική ισχύς, όταν διαπιστώνεται, εκφράζει την απόλυτη συνέπεια των απαντήσεων του αποφασίζοντα, δεν επαληθεύεται πολλές φορές λόγω της φραγμένης κλίμακας των διαβαθμίσεων στις προτιμήσεις. Για παράδειγμα, αν α_{12} =3 και α_{23} =5 τότε για να επαληθεύεται η ιδιότητα (β) πρέπει να είναι α_{13} =15, γεγονός όμως αδύνατο αφού η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή στην κλίμακα είναι το 9. Είναι φανερό ότι τούτο δεν οφείλεται στην επιλογή της συγκεκριμένης κλίμακας του ***Saaty***, αλλά το ίδιο θα συνέβαινε σε οποιαδήποτε άλλη φραγμένη κλίμακα.

Αναφέρεται ιδιαίτερα, ότι ο όρος ασυνέπειας παραβιάζεται κάθε φορά που $w_{ij}w_{ik}>10$, δεδομένου ότι μια τέτοια περίπτωση είναι συχνή.

Ο ***Saaty*** εφάρμοσε έναν *"έλεγχο συνέπειας"*, για να αποτρέψει αποδοχή των προτεραιοτήτων εάν το επίπεδο ασυνέπειας είναι υψηλό. Παράλληλα δημιούργησε έναν δείκτη για να μετρήσει το επίπεδο ασυνέπειας της $\boldsymbol{W}$ μήτρας των κρίσεων και έναν *"λόγο ασυνέπειας"* έτσι ώστε, σύμφωνα με το ***Expert Choice*** (εφαρμογή λογισμικού της μεθόδου ***Saaty***) *"ένας λόγος ασυνέπειας της τάξεως του 0,1 ή και περισσότερο μπορεί να επιτρέψει κάποια έρευνα"*. Δηλαδή η

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ασυνέπεια δηλώνεται σαν ένα θέμα ανησυχίας, εάν ο δείκτης υπερβαίνει το 0,1 (εμπειρικά), οπότε σε αυτή την περίπτωση οι συγκρίσεις θα πρέπει να επανεξεταστούν.

Εάν τα στοιχεία πρόκειται να συγκριθούν σύμφωνα με διαφορετικό *PV (κριτήριο)*, ο *Saaty* προτείνει την δημιουργία μιας ιεραρχίας, με τον γενικό στόχο να βρίσκεται στην κορυφή, τα στοιχεία στο κατώτατο σημείο και τα *PV* σε ενδιάμεσα επίπεδα. Η διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω επανειλημμένα εφαρμόζεται, με κατεύθυνση από κάτω προς τα επάνω, με σκοπό :

- να υπολογίσει ένα διάνυσμα προτεραιοτήτων για τα στοιχεία, όσον αφορά κάθε *PV* που τοποθετείται στο κατώτατο σημείο του ενδιάμεσου επιπέδου,
- να υπολογίσει ένα διάνυσμα βαρών για κάθε συστάδα των *PV* των διαφορετικών επιπέδων.

Έπειτα όλες αυτές οι πληροφορίες κρίσης συνθέτονται από κάτω έως επάνω μέσω διαδοχικών πρόσθετων συναθροίσεων, προκειμένου να παραχθεί ένα διάνυσμα από γενικές προτεραιότητες των στοιχείων. Αυτή η μέθοδος είναι γνωστή ως *AHP* (*Ιεραρχική ανάλυση αποφάσεων*).

Δεδομένου ότι ο *Saaty* εισήγαγε την *AHP* (*Saaty* 1977 και 1980), πάρα πολλές πραγματικές εφαρμογές έχουν αναφερθεί (*Zahedi* 1986 – *Golden* 1989 – *Shim* 1989 – *Vargas* 1990). Παράλληλα, η *AHP* έχει επικριθεί συχνά στην βιβλιογραφία, από διάφορες προοπτικές και προσεγγίσεις (βλ., παραδείγματος χάριν, οι *Watson* και *Freeling* 1982 και 1983 – οι *Belton* και *Gear* 1985 – ο *French* 1988 – *Holder* 1990 – ο *Dyer* 1990 – οι *Barlizai* και *Golany* 1994 – *Salo* και *Hämäläinen* 1995). Ο *Saaty* έχει απαντήσει συχνά σε όλες αυτές τις κριτικές (βλ., παραδείγματος χάριν, *Saaty et Al* 1983 – *Saaty* και *Varga* 1984 – *Saaty* 1990 και 1997) αλλά στην ουσία, δεν έχει τροποποιήσει την αρχική μέθοδό του για να τους λάβει πραγματικά υπόψη.

4.4 Υπολογισμός του ιδιοδιανύσματος $\hat{w}$

Ο υπολογισμός του ιδιοδιανύσματος $\hat{w}$ από τον πίνακα των ανά ζεύγη συγκρίσεων γίνεται με την εξής επαναληπτική διαδικασία :

1. Αθροίζονται τα στοιχεία του πίνακα (αρχικά του πίνακα A) κατά γραμμή:
   $s_i = \sum_j a_{ij}$ για κάθε i.
2. Για κάθε γραμμή του πίνακα, γίνεται προσέγγιση του βάρους του αντίστοιχου στοιχείου με το πηλίκο του s_i δια του αθροίσματος των στοιχείων όλου του πίνακα : $w_i = s_i / \sum_i \sum_j a_{ij}$.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Λαμβάνεται έτσι το $\hat{w}$, του οποίου οι συνιστώσες είναι κανονικοποιημένες, δηλαδή έχουν άθροισμα τη μονάδα.

3. Υψώνεται ο πίνακας στο τετράγωνο και η διαδικασία επαναλαμβάνεται από το βήμα 1. Η διαδικασία ολοκληρώνεται όταν δύο διαδοχικές προσεγγίσεις του $\hat{w}$ δεν διαφέρουν σημαντικά στα πλαίσια μιας επιθυμητής ακρίβειας.

Υποθέτουμε λοιπόν ότι $A=\{a_{ij} \mid a_{ji}=1/a_{ij},\ \ a_{ij}>0,\ \ i,j=1,2,...,k\}$, όπου το ***k*** είναι ο αριθμός των στοιχείων ενός συγκεκριμένου επιπέδου. Ο *Saaty* όπως προαναφέρθηκε, εισήγαγε την έννοια έκφρασης των προτιμήσεων a_{ij} ακεραίων σε μια κλίμακα μεταξύ του **1** και του **9** μόνο, όπου το **1** σημαίνει ότι το ***i*** και το ***j*** στοιχείο έχουν ισοδύναμη αξία και το **9** σημαίνει ότι το ***i*** στοιχείο έχει απολύτως μεγαλύτερη αξία έναντι του στοιχείου ***j***.

Οι επιμέρους προτεραιότητες παράγονται με την επίλυση του προβλήματος ιδιοδιανύσματος και τον υπολογισμό του : $\hat{A}\hat{w}=l_{\max}\hat{w},\ \sum_{i=1}^{k}\hat{w}_i=1$, όπου όπως προαναφέρθηκε το $l_{\max}$ είναι το ιδιοδιάνυσμα του ***A*** με την μεγαλύτερη τιμή και $\hat{w}$ είναι το κανονικοποιημένο ιδιοδιάνυσμα που ανήκει στο $l_{\max}$ **.**

Σαν τελευταίο βήμα, συνθέτουμε τις συγκρίσεις για να πάρουμε τις προτεραιότητες των εναλλακτικών λύσεων όσον αφορά το κάθε κριτήριο, καθώς και τα βάρη κάθε κριτηρίου όσον αφορά το στόχο. Οι προτεραιότητες αυτές πολλαπλασιάζονται έπειτα με τα βάρη του αντίστοιχου κριτηρίου. Τα αποτελέσματα συνοψίζονται για να προκύψει η γενική προτεραιότητα κάθε εναλλακτικής λύσης.

4.5 Παράδειγμα στην AHP

Το ακόλουθο παράδειγμα της διαδικασίας λήψης απόφασης για την αγορά ενός νέου αυτοκινήτου, επεξηγεί την *AHP* και τα σχετικά μαθηματικά που χρησιμοποιούνται για να παραγάγουν τα βάρη και τις προτεραιότητες, μέσω προσέγγισης της μεθόδου εύρεσης ιδιοδιανύσματος. Σημειώνεται ότι ενώ αυτή η προσέγγιση είναι εφικτή όταν οι κρίσεις είναι συνεπείς, μπορεί να μην είναι απαραίτητα έτσι για τις ασυμβίβαστες (μη συνεπείς) κρίσεις και επομένως δεν συστήνεται, εκτός αν είναι διαθέσιμος υπολογιστής και το κατάλληλο λογισμικό.

Τα πρώτα τρία (3) βήματα είναι :

1. <u>Δήλωση του στόχου :</u>

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

- ***Επιλογή ενός νέου αυτοκίνητου.***

2. <u>Καθορισμός κριτηρίων (ή των στόχων)</u>

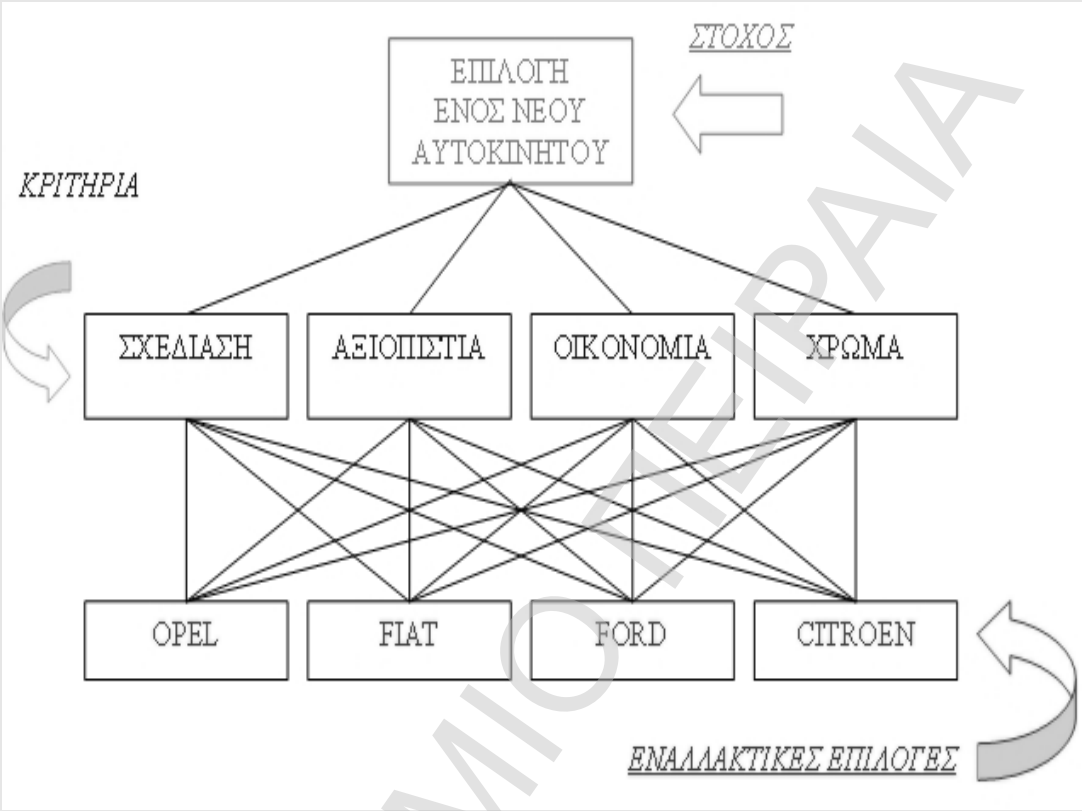
- ***Σχεδίαση – Style (δηλ., θέλετε ένα όμορφο αυτοκίνητο;)***
- ***Αξιοπιστία – Reliability (δηλ., θέλετε ένα σίγουρο χωρίς προβλήματα αυτοκίνητο, χωρίς σοβαρές βλάβες και την ανάγκη συχνών services;)***
- ***Η οικονομία καυσίμων – Fuel Economy (δηλ., θέλετε ένα οικονομικό στην κατανάλωση βενζίνης αυτοκίνητο;)***
- ***Το χρώμα – Color (δηλ., θέλετε ένα αυτοκίνητο που θα επηρεάζει θετικά την αισθητική και την διάθεσή σας;)***

3. <u>Προσδιορισμός των εναλλακτικών λύσεων :</u>

- ***Opel***
- ***Fiat***
- ***Ford***
- ***Citroen***

Έπειτα αυτές οι πληροφορίες τακτοποιούνται σε ένα ιεραρχικό δέντρο ως εξής :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ



Για να καθορισθεί η ανάλογη σπουδαιότητα στην διαδικασία ταξινόμησης των κριτηρίων και των στόχων, χρησιμοποιείται η παρακάτω καθιερωμένη κλίμακα :

1 $\Rightarrow$ ισοδύναμο

3 $\Rightarrow$ ασθενής προτίμηση

5 $\Rightarrow$ ισχυρή προτίμηση

7 $\Rightarrow$ πολύ ισχυρή προτίμηση

9 $\Rightarrow$ απόλυτη προτίμηση

Κατά συνέπεια, μια πιθανή έκβαση των σχέσεων κριτηρίων θα ήταν ότι :

1) Η *σχεδίαση* είναι ***2*** φορές πιο σημαντική από την *οικονομία* στα καύσιμα και ***3*** φορές σημαντικότερη από το *χρώμα*.

2) Η *αξιοπιστία* είναι ***1,5*** φορά πιο σημαντική από την *σχεδίαση*, ***3*** φορές πιο σημαντική από την *οικονομία* στα καύσιμα και ***4*** φορές από το *χρώμα*.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

3) Η *οικονομία* είναι ***3*** φορές πιο σημαντική από το *χρώμα*.

Όλες αυτές οι σχέσεις μπορούν να εκφραστούν ως ένας πίνακας :

	ΣΧΕΔΙΑΣΗ	***ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ***	***ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ***	***ΧΡΩΜΑ***
ΣΧΕΔΙΑΣΗ	1/1	1/1,5	2/1	3/1
ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ	1,5/1	1/1	3/1	4/1
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ	1/2	1/3	1/1	3/1
ΧΡΩΜΑ	1/3	1/4	1/3	1/1

4.5.1 Έλεγχος συνέπειας (Μέθοδος Ι)

Σε αυτό το σημείο ελέγχουμε την συνέπεια του πίνακα που εξετάζουμε, ο οποίος και παρουσιάζει την μορφή :

$$A=\begin{bmatrix} 1 & \frac{2}{3} & 2 & 3 \\ \frac{3}{2} & 1 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

Για την εύρεση του l_{max} επιλύουμε την εξίσωση $\det[A-lI]=0$,

όπου: $$\det\begin{bmatrix} 1-l & \frac{2}{3} & 2 & 3 \\ \frac{3}{2} & 1-l & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1-l & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1-l \end{bmatrix}=0$$

ή

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$(1-l)\begin{bmatrix} 1-l & 3 & 4 \\ \frac{1}{3} & 1-l & 3 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1-l \end{bmatrix} - \left(\frac{2}{3}\right)\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & 1-l & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 1-l \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 1-l & 4 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 1-l \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 1-l & 3 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1-l \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} =$$

$$= (1-l)\left[(1-l)\begin{bmatrix} 1-l & 3 \\ \frac{1}{3} & 1-l \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 3 \\ \frac{1}{4} & 1-l \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 1-l \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}\right] -$$

$$-\left(\frac{2}{3}\right)\left[\left(\frac{3}{2}\right)\begin{bmatrix} 1-l & 3 \\ \frac{1}{3} & 1-l \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 3 \\ \frac{1}{3} & 1-l \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1-l \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}\right] +$$

$$+2\left[\left(\frac{3}{2}\right)\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 3 \\ \frac{1}{4} & 1-l \end{bmatrix} - (1-l)\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 3 \\ \frac{1}{3} & 1-l \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}\right] -$$

$$-3\left[\left(\frac{3}{2}\right)\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 1-l \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} - (1-l)\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1-l \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}\right] = 0$$

δηλαδή:

$$(1-l)^4 - 6(1-l)^2 + \frac{221}{24}(1-l) - \frac{101}{24} = 0$$

η μέγιστη λύση της οποίας είναι η $l_{\max} = 4,081$, γεγονός που επιτρέπει να θεωρήσουμε τον πίνακα A σαν συνεπή (*μέθοδος 1*), αφού από τον τύπο υπολογισμού του δείκτη συνέπειας $CI = \frac{l_{\max} - n}{n-1}$ προκύπτει ότι $CI = 0,027 < 0,10$.

4.5.2 Ταξινόμηση προτεραιοτήτων κριτηρίων

Για να λάβουμε μια ταξινόμηση προτεραιοτήτων από έναν πίνακα ανά ζεύγη συγκρίσεων, χρησιμοποιούνται τα ιδιοδιανύσματα. Η λύση αυτή καταδείχθηκε από μαθηματική άποψη, ως η καλύτερη δυνατή προσέγγιση από τον *Dr Saaty*.

Για να υπάρξει λύση μέσω ιδιοδιανύσματος απαιτείται :

- Τακτοποίηση του πίνακα κατά τους διαδοχικούς υπολογισμούς.
- Τα ποσά των σειρών, πρώτα υπολογίζονται και έπειτα ομαλοποιούνται.
- Τερματισμός της διαδικασίας, όταν η διαφορά μεταξύ αυτών των ποσών σε δύο διαδοχικούς υπολογισμούς είναι μηδενική, ή έστω μικρότερη από μια ορισμένη τιμή.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Αρχικά μετατρέπονται τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς, έτσι ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί η τυποποιημένη άλγεβρα πινάκων :

	ΣΧΕΔΙΑΣΗ	***ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ***	***ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ***	***ΧΡΩΜΑ***
ΣΧΕΔΙΑΣΗ	**1,0000**	**0,6666**	**2,0000**	**3,0000**
ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ	**1,5000**	**1,0000**	**3,0000**	**4,0000**
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ	**0,5000**	**0,3333**	**1,0000**	**3,0000**
ΧΡΩΜΑ	**0,3333**	**0,2500**	**0,3333**	**1,0000**

<u>Βήμα 1.</u>

Υψώνεται ο πίνακας στο τετράγωνο, χρησιμοποιώντας κανόνες πινάκων. Έτσι παραδείγματος χάριν (1,0000 * 1,0000) + (1,5000 * 0,6666) + (0,5000 * 2,0000) + (0,3333 * 3,0000) = 4,0000 είναι η πρώτη είσοδο στον κανονικοποιημένο πίνακα, ο οποίος με την ίδια συλλογιστική και τις αντίστοιχες πράξεις παίρνει την ακόλουθη μορφή :

4,0000	**2,7500**	**7,0000**	**14,6666**
5,8333	4,0000	10,3333	21,5000
2,5000	1,7500	4,0000	8,8333
1,2083	0,8333	2,0833	4,0000

Ακολουθεί ο υπολογισμός του πρώτου ιδιοδιανύσματος (Eigenvector).

Πρώτα αθροίζονται οι σειρές :

4,0000	**2,7500**	**7,0000**	**14,6666**	**= 28,4166**
5,8333	4,0000	10,3333	21,5000	= 41,6666
2,5000	1,7500	4,0000	8,8333	= 17,0833

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

1,2083	0,8333	2,0833	4,0000	= 8,1249

Ακολούθως αθροίζονται τα ποσά του συνόλου των σειρών (δηλ., 28,4166 + 41,6666 + 17,0833 + 8,1249 = 95,2916) και κανονικοποιούνται, ώστε να έχουν άθροισμα την μονάδα, με τη διαδικασία διαίρεσης του ποσού κάθε σειράς με το άθροισμα των σειρών.

28,4166/ 95,2914= 0,2982
41,6666/ 95,2914= 0,4372
17,0833/ 95,2914= 0,1793
8,1249/ 95,2914= 0,0853
1,0000

Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το ιδιοδιάνυσμα (Eigenvector) του ***πρώτου*** βήματος :

0,2982
0,4372
0,1793
0,0853

Βήμα 2.

Αυτή η διαδικασία πρέπει να επαναληφθεί έως ότου δεν αλλάζει περαιτέρω η λύση από την προηγούμενη επανάληψη. Επομένως, συνεχίζοντας το παράδειγμα, πάλι υψώνουμε τον πίνακα στο τετράγωνο μετά την κανονικοποίηση της πρώτης επανάληψης (Βήμα 1).

Αποτέλεσμα αυτού είναι να προκύψει ο πίνακας :

67,2632	**46,4717**	**114,9715**	**238,2909**
98,4781	68,0408	168,2905	348,8318
40,8816	28,2358	69,9857	144,9579
19,7355	13,6350	33,7352	70,0400

Ακολούθως υπολογίζεται το ιδιοδιάνυσμα (Eigenvector) (Βήμα 2) :

67,2632	**46,4717**	**114,9715**	**238,2909**	**= 466,9973**
98,4781	68,0408	168,2905	348,8318	= 683,6412
40,8816	28,2358	69,9857	144,9579	= 284,0609
19,7355	13,6350	33,7352	70,0400	= 137,1458

Έπειτα αθροίζονται πάλι τα ποσά του συνόλου όλων των σειρών (δηλ. 466,9973 + 683,6412 + 284,0609 + 137,1458 = 1571,8452) και κανονικοποιούνται, ώστε να έχουν άθροισμα την μονάδα (διαίρεση του ποσού κάθε σειράς με το άθροισμα των σειρών).

466,9973 / 1571,8452= 0,2971
683,6412 / 1571,8452= 0,4349
284,0609 / 1571,8452= 0,1807
137,1458 / 1571,8452= 0,0873
1,0000

Το αποτέλεσμα είναι το ιδιοδιάνυσμα σε ***δεύτερο*** βήμα :

0,2971
0,4349
0,1807
0,0873

Βήμα 3.

Επειδή τα ιδιοδιανύσματα του 1ου και 2ου βήματος δεν είναι ίδια, αυτή η διαδικασία πρέπει να επαναληφθεί. Επομένως συνεχίζοντας, πάλι υψώνουμε τον πίνακα στο τετράγωνο μετά την κανονικοποίηση της δεύτερης επανάληψης (Βήμα 2).

Αποτέλεσμα αυτού είναι να προκύψει ο πίνακας :

18503,7971	**12783,2127**	**31639,2542**	**65594,9411**

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

27089,84 21	18714,12 84	46318,63 97	96028,44 74
11252,37 78	7773,622 1	19240,21 31	39889,07 54
5431,651 3	3752,416 6	9287,465 5	19254,91 45

Ακολούθως υπολογίζεται το ιδιοδιάνυσμα (Eigenvector) (Βήμα 3) :

18503,7971	**12783,2127**	**31639,2542**	**65594,9411**	**=128521,2050**
27089,8421	18714,1284	463 18,6397	96028,4474	=188150,0577
11252,3778	7773,6221	192 40,2131	39889,0754	= 78155,2883
5431,6513	3752,4166	928 7,4655	19254,9145	= 37726,4479

Έπειτα αθροίζονται τα ποσά του συνόλου όλων των σειρών (δηλ. 128521,2050 + 188150,0577 + 78155,2883 + 37726,4479 = 432552,9990) και κανονικοποιούνται, ώστε να έχουν άθροισμα την μονάδα (διαίρεση του ποσού κάθε σειράς με το άθροισμα των σειρών).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

128521,2050/ 432552,9990= 0,2971

188150,0577 / 432552,9990= 0,4350

78155,2883 / 432552,9990= 0,1807

37726,4479 / 432552,9990= 0,0872

1,0000

Το αποτέλεσμα είναι το ιδιοδιάνυσμα σε ***τρίτο*** βήμα :

0,2971
0,4350
0,1807
0,0872

Βήμα 4.

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται επειδή τα ιδιοδιανύσματα του 2ου και 3ου βήματος δεν είναι ίδια. Συνεχίζοντας λοιπόν το παράδειγμα, υψώνουμε πάλι τον πίνακα στο τετράγωνο μετά την κανονικοποίηση της τρίτης επανάληψης (Βήμα 3).

Αποτέλεσμα αυτού είναι να προκύψει ο πίνακας :

1400978624,6139	**967855808,8038**	**2395504104,8040**	**4966393122,9583**
2050978383,1231	1416903375,2273	3506925123,1364	7270606958,8218
851951829,5413	588564673,6900	1456734648,8416	3020122957,6161
411246846,6856	284106868,1733	703182398,3713	1457847732,5308

Ακολούθως υπολογίζεται εκ νέου το ιδιοδιάνυσμα (Eigenvector) (Βήμα 4) :

1400978624,6139	**967855808,8038**	**2395504104,8040**	**4966393122,9583**	**= 9730731661,1800**
2050978383,1231	1416903375,2273	3506925123,1364	7270606958,8218	= 14245413840,3085
851951829,5413	588564673,6900	1456734648,8416	3020122957,6161	= 5917374109,6890
411246846,6856	284106868,1733	703182398,3713	1457847732,5308	= 2856383845,7610

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Έπειτα αθροίζονται τα ποσά του συνόλου όλων των σειρών (δηλ. 9730731661,1800 + 14245413840,3085 + 5917374109,6890 + 2856383845,7610 = 32749903456,9385) και κανονικοποιούνται, ώστε να έχουν άθροισμα την μονάδα (διαίρεση του ποσού κάθε σειράς με το άθροισμα των σειρών).

9730731661,1800 / 32749903456,9385 = 0,2971
14245413840,3085 / 32749903456,9385 = 0,4350
5917374109,6890 / 32749903456,9385 = 0,1807
2856383845,7610 / 32749903456,9385 = 0,0872
1,0000

Το αποτέλεσμα είναι το ιδιοδιάνυσμα σε ***τέταρτο*** βήμα :

0,2971
0,4350
0,1807
0,0872

Σημειώνεται εκ νέου, ότι αυτή η διαδικασία θα συνεχιζόταν έως ότου να μην υπάρχει καμία διαφορά στις τέσσερις δεκαδικές θέσεις των ιδιοδιανυσμάτων των δύο τελευταίων επαναλήψεων, γεγονός βέβαια που επιτεύχθηκε στο τέταρτο βήμα αφού και τα δύο ιδιοδιανύσματα (3^{ου} και 4^{ου} βήματος) που προέκυψαν είναι τα ίδια. Αν και είναι χρήσιμο να γίνουν κατανοητά τα μαθηματικά πίσω από την θεωρία απόφασης, δεν είναι απαραίτητο να είναι γνωστό πώς γίνονται οι υπολογισμοί σε άλλης μορφής πολύπλοκα προβλήματα, αφού ειδικά προγράμματα λογισμικού (π.χ. το Expert Choice) κάνουν όλους τους υπολογισμούς αυτόματα.

Η διαδικασία υπολογισμού του ιδιοδιανύσματος μας παρέχει την σχετική ταξινόμηση των κριτηρίων ή των στόχων μας. Έτσι χρησιμοποιώντας για παράδειγμα τον υπολογισμό του ιδιοδιανύσματος του τέταρτου βήματος προκύπτει :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΣΧΕΔΙΑΣΗ	**0,2971**	**Το δεύτερο πλέον σημαντικό κριτήριο**
ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ	0,4350	**Το σημαντικότερο κριτήριο**
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ	0,1807	Το τρίτο σημαντικότερο κριτήριο
ΧΡΩΜΑ	0,0872	Το λιγότερο σημαντικό κριτήριο

4.5.3 Έλεγχος συνέπειας (Μέθοδος ΙΙ)

Μετά τον υπολογισμό ιδιοδιανύσματος, επανεξετάζουμε το παράδειγμα επιλογής αυτοκινήτου και τον πίνακα A των ανά ζεύγη συγκρίσεων :

$$\begin{array}{c} \\ \Sigma \\ A \\ O \\ X \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \Sigma & A & O & X \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & \frac{2}{3} & 2 & 3 \\ \frac{3}{2} & 1 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \end{array} \quad \text{με} \quad \begin{array}{l} \Sigma = \Sigma\, cedía\ sh \\ A = A\, xiopistía \\ O = O\, ikonomía \\ X = X\, rώma \end{array}$$

Ακολούθως ελέγχουμε την συνέπεια του πίνακα A (*μέθοδος 2*) :

1. $$A \cdot w^T = \begin{bmatrix} 1 & \frac{2}{3} & 2 & 3 \\ \frac{3}{2} & 1 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0,2971 \\ 0,4350 \\ 0,1807 \\ 0,0872 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,2101 \\ 1,7716 \\ 0,7359 \\ 0,3552 \end{bmatrix}$$
$$\overline{\qquad 1 \qquad} \quad \overline{\qquad 4,0727 \qquad}$$

2. $$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{ith\ entry\ in\ A \cdot w^T}{ith\ entry\ in\ w^T} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1,2101}{0,2971} + \frac{1,7716}{0,4350} + \frac{0,7359}{0,1807} + \frac{0,3552}{0,0872} \right) = 4,0728$$

3. $$CI = \frac{(result\ \ from\ step\ 2) - n}{n-1} = \frac{4,0728 - 4}{3} = 0,0243$$

4. Για $\boldsymbol{n}$ = 4 βρίσκουμε ότι $\boldsymbol{RI_4}$ = 0,90 και έτσι :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

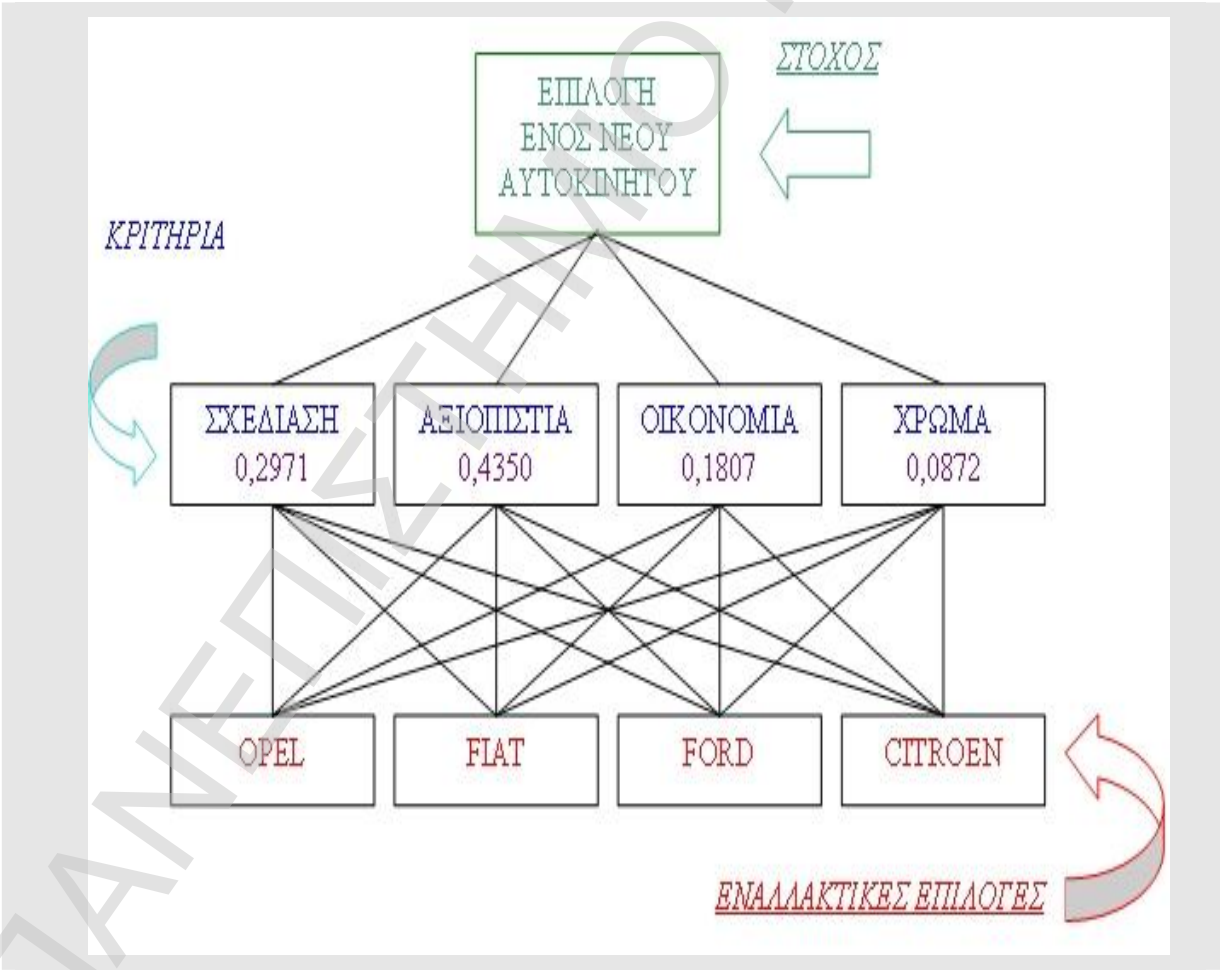
$$CI / RI_4 = \frac{0,02443}{0,90} = 0,027 < 0,10$$

Ολοκληρώνοντας παρατηρούμε ότι ο πίνακας $\boldsymbol{A}$ είναι αρκετά συνεπής.

Το διάνυσμα βάρους $w = [0,2971,\ \ 0,4350,\ \ 0,1807,\ \ 0,0872]$ είναι λοιπόν μια αρκετά καλή προσέγγιση.

4.5.4 Ταξινόμηση προτεραιοτήτων εναλλακτικών λύσεων

Επιστρέφοντας στο ιεραρχικό δέντρο, τα βάρη μας παρουσιάζονται ως εξής :



Έπειτα, ο ίδιος τύπος των ανά ζεύγη συγκρίσεων εκτελείται για κάθε μια από τις εναλλακτικές λύσεις. Παραδείγματος χάριν, από την άποψη της **ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ**, οι ανά ζεύγη

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

συγκρίσεις καθορίζουν τις προτιμήσεις του συγκεκριμένου κριτηρίου επί κάθε εναλλακτικής λύσης. Έτσι για προτιμήσεις που περιγράφονται στον πίνακα που ακολουθεί, έχουμε κατά σειρά:

ΣΧΕΔΙΑ ΣΗ	**OPEL**	**FIAT**	**FORD**	**CITROEN**
OPEL	1/1	2/1	1/3	1/2
FIAT	1/2	1/1	1/4	1/3
FORD	3/1	4/1	1/1	3/1
CITROEN	2/1	3/1	1/3	1/1

Ακολούθως μετατρέπονται τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς έτσι ώστε να είναι δυνατή η χρησιμοποίηση της τυποποιημένης άλγεβρας πινάκων :

	OPEL	**FIAT**	**FORD**	**CITROEN**
OPEL	1,0000	2,0000	0,3333	0,5000
FIAT	0,5000	1,0000	0,2500	0,3333
FORD	3,0000	4,0000	1,0000	3,0000
CITROEN	2,0000	3,0000	0,3333	1,0000

Βήμα 1. Υψώνεται ο πίνακας στο τετράγωνο, χρησιμοποιώντας κανόνες πινάκων.

4,0000	**6,8333**	**1,3333**	**2,6667**
2,4167	4,0000	0,7778	1,6667
14,0000	23,0000	4,0000	8,8333
6,5000	11,3333	2,0833	4,0000

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Βήμα 2. Υπολογισμός πρώτου ιδιοδιανύσματος (Eigenvector).

Πρώτα αθροίζονται οι σειρές :

4,0000	**6,8333**	**1,3333**	**2,6667**	= **14,8333**
2,4167	4,0000	0,7778	1,6667	= 8,8611
14,0000	23,0000	4,0000	8,8333	= 49,8333
6,5000	11,3333	2,0833	4,0000	= 23,9167

Ακολούθως αθροίζονται τα ποσά του συνόλου των σειρών (δηλ., 14,8333 + 8,8611 + 49,8333 + 23,9167 = 97,4444), και έπειτα κανονικοποιούνται, ώστε να έχουν άθροισμα την μονάδα, με τη διαδικασία διαίρεσης του ποσού κάθε σειράς με το άθροισμα των σειρών.

14,8333 / 97,4444= 0,1522
8,8611 / 97,4444= 0,0909
49,8333 / 97,4444= 0,5114
23,9167 / 97,4444= 0,2455
1,0000

Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το ιδιοδιάνυσμα (Eigenvector) ***πρώτου*** βήματος :

0,1522
0,0909
0,5114
0,2455

Ακολουθώντας τα παραπάνω βήματα, υπολογίζεται το ιδιοδιάνυσμα για να καθορισθεί η σχετική ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων, δηλαδή :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

OPEL	**0,1522**
FIAT	**0,0909**
FORD	**0,5114**
CITROEN	**0,2455**

Από την άποψη της **ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ**, οι ανά ζεύγη συγκρίσεις καθορίζουν τις προτιμήσεις του συγκεκριμένου κριτηρίου επί κάθε εναλλακτικής λύσης. Έτσι για προτιμήσεις που περιγράφονται στον πίνακα που ακολουθεί, έχουμε κατά σειρά :

ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ	**OPEL**	**FIAT**	**FORD**	**CITROEN**
OPEL	1/1	3/1	1/2	2/1
FIAT	1/3	1/1	1/4	1/3
FORD	2/1	4/1	1/1	3/1
CITROEN	1/2	3/1	1/3	1/1

Ακολούθως μετατρέπονται τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς έτσι ώστε να είναι δυνατή η χρησιμοποίηση της τυποποιημένης άλγεβρας πινάκων :

	OPEL	**FIAT**	**FORD**	**CITROEN**
OPEL	1,0000	3,0000	0,5000	2,0000
FIAT	0,3333	1,0000	0,2500	0,3333
FORD	2,0000	4,0000	1,0000	3,0000
CITROEN	0,5000	3,0000	0,3333	1,0000

Βήμα 1. Υψώνεται ο πίνακας στο τετράγωνο, χρησιμοποιώντας κανόνες πινάκων.

4,0000	**14,0000**	**2,4167**	**6,5000**
1,3333	4,0000	0,7778	2,0833
6,8333	23,0000	4,0000	11,3333

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

2,6667	8,8333	1,6667	4,0000

Βήμα 2. Υπολογισμός πρώτου ιδιοδιανύσματος (Eigenvector).

Πρώτα αθροίζονται οι σειρές :

4,0000	**14,0000**	**2,4167**	**6,5000**	**= 26,9167**
1,3333	4,0000	0,7778	2,0833	= 8,1944
6,8333	23,0000	4,0000	11,3333	= 45,1667
2,6667	8,8333	1,6667	4,0000	= 17,1667

Ακολούθως αθροίζονται τα ποσά του συνόλου των σειρών (δηλ., 26,9167 + 8,1944 + 45,1667 + 17,1667 = 97,4444) και έπειτα κανονικοποιούνται, ώστε να έχουν άθροισμα την μονάδα, με τη διαδικασία διαίρεσης του ποσού κάθε σειράς με το άθροισμα των σειρών.

26,9167/ 97,4444= 0,2762
8,1944/ 97,4444= 0,0841
45,1667/ 97,4444= 0,4635
17,1667/ 97,4444= 0,1762
1,0000

Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το ιδιοδιάνυσμα (Eigenvector) ***πρώτου*** βήματος :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

0,2762
0,0841
0,4635
0,1762

Ακολουθώντας τα παραπάνω βήματα, υπολογίζεται το ιδιοδιάνυσμα για να καθορισθεί η σχετική ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων, δηλαδή :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

OPEL	**0,2762**
FIAT	**0,0841**
FORD	**0,4635**
CITROEN	**0,1762**

Δεδομένου ότι η *AHP* μπορεί να συνδυάσει και τις ποιοτικές και τις ποσοτικές πληροφορίες, οι πληροφορίες **ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ** καυσίμων, (*π.χ. η καλυπτόμενη απόσταση σε χιλιόμετρα ανά λίτρο βενζίνης για κάθε εναλλακτική λύση)*, λαμβάνονται και κανονικοποιούνται για να μπορούν να χρησιμοποιηθούν μαζί με τις άλλες ταξινομήσεις, όπως ακολούθως παρουσιάζεται :

OPEL	12 χιλ./λίτρο	⇒ 12/42	= 0,2857
FIAT	9 χιλ./λίτρο	⇒ 09/42	= 0,2143
FORD	11 χιλ./λίτρο	⇒ 11/42	= 0,2619
CITROEN	10 χιλ./λίτρο	⇒ 10/42	= 0,2381
ΣΥΝΟΛΟΝ	42		1,0000

Το ιδιοδιάνυσμα και η ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων για το κριτήριο **ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ** μπορεί επίσης να δημιουργηθεί με τον ίδιο τρόπο που περιγράφεται στην αρχή της ενότητας, αφού πρώτα δημιουργηθεί ο αντίστοιχος πίνακας των ανά ζεύγη συγκρίσεων, οι οποίες και καθορίζουν τις προτιμήσεις του συγκεκριμένου κριτηρίου επί κάθε εναλλακτικής λύσης. Για τις αντίστοιχες προτιμήσεις λοιπόν που περιγράφονται στον πίνακα που ακολουθεί, οι οποίες και λαμβάνουν υπόψη *την καλυπτόμενη απόσταση σε χιλιόμετρα ανά λίτρο βενζίνης για κάθε εναλλακτική λύση*, έχουμε κατά σειρά :

ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ	**OPEL**	**FIAT**	**FORD**	**CITROEN**
OPEL	1/1	12/9	12/11	12/10
FIAT	9/12	1/1	9/11	9/10
FORD	11/12	11/9	1/1	11/10
CITROE	10/12	10/9	10/11	1/1

N				

Ακολούθως μετατρέπονται τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς έτσι ώστε να είναι δυνατή η χρησιμοποίηση της τυποποιημένης άλγεβρας πινάκων :

	OPEL	**FIAT**	**FORD**	**CITROEN**
OPEL	1,0000	1,3333	1,0909	1,2000
FIAT	0,7500	1,0000	0,8182	0,9000
FORD	0,9167	1,2222	1,0000	1,1000
CITROEN	0,8333	1,1111	0,9091	1,0000

Βήμα 1. Υψώνεται ο πίνακας στο τετράγωνο, χρησιμοποιώντας κανόνες πινάκων.

4,0000	**5,3333**	**4,3636**	**4,8000**
3,0000	4,0000	3,2727	3,6000
3,6667	4,8889	4,0000	4,4000
3,3333	4,4444	3,6364	4,0000

Βήμα 2. Υπολογισμός πρώτου ιδιοδιανύσματος (Eigenvector).

Πρώτα αθροίζονται οι σειρές :

4,0000	**5,3333**	**4,3636**	**4,8000**	**= 18,4970**
3,0000	4,0000	3,2727	3,6000	= 13,8727
3,6667	4,8889	4,0000	4,4000	= 16,9556
3,3333	4,4444	3,6364	4,0000	= 15,4141

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Ακολούθως αθροίζονται τα ποσά του συνόλου των σειρών (δηλ., 18,4970+ 13,8727 + 16,9556 + 15,4141 = 64,7394), και έπειτα κανονικοποιούνται, ώστε να έχουν άθροισμα την μονάδα, με τη διαδικασία διαίρεσης του ποσού κάθε σειράς με το άθροισμα των σειρών.

18,4970/ 64,7394 = 0,2857
13,8727/ 64,7394 = 0,2143
16,9556/ 64,7394 = 0,2619
15,4141/ 64,7394 = 0,2381
1,0000

Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το ιδιοδιάνυσμα (Eigenvector) ***πρώτου*** βήματος :

0,2857
0,2143
0,2619
0,2381

Ακολουθώντας τα παραπάνω βήματα, το ιδιοδιάνυσμα υπολογίζεται για να καθορισθεί η σχετική ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων, δηλαδή :

OPEL	**0,2857**
FIAT	**0,2143**
FORD	**0,2619**
CITROEN	**0,2381**

Το ιδιοδιάνυσμα και η ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων για το **ΧΡΩΜΑ** ολοκληρώνεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο. Έτσι μέσω των ανά ζεύγη συγκρίσεων καθορίζονται οι προτιμήσεις του συγκεκριμένου κριτηρίου επί κάθε εναλλακτικής λύσης. Για τις προτιμήσεις λοιπόν που περιγράφονται στον πίνακα που ακολουθεί, έχουμε κατά σειρά :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΧΡΩΜΑ	**OPEL**	**FIAT**	**FORD**	**CITROEN**
OPEL	1/1	1,5/1	1/2	1,5/1
FIAT	1/1,5	1/1	1/2,5	1/3
FORD	2/1	2,5/1	1/1	3/1
CITROEN	1/1,5	3/1	1/3	1/1

Πρώτα μετατρέπονται τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς έτσι ώστε να είναι δυνατή η χρησιμοποίηση της τυποποιημένης άλγεβρας πινάκων :

	OPEL	**FIAT**	**FORD**	**CITROEN**
OPEL	1,0000	1,5000	0,5000	1,5000
FIAT	0,6667	1,0000	0,4000	0,3333
FORD	2,0000	2,5000	1,0000	3,0000
CITROEN	0,6667	3,0000	0,3333	1,0000

Βήμα 1. Υψώνεται ο πίνακας στο τετράγωνο, χρησιμοποιώντας κανόνες πινάκων.

4,0000	**8,7500**	**2,1000**	**5,0000**
2,3556	4,0000	1,2444	2,8667
7,6667	17,0000	4,0000	9,8333
4,0000	7,8333	2,2000	4,0000

Βήμα 2. Υπολογισμός πρώτου ιδιοδιανύσματος (Eigenvector).

Πρώτα αθροίζονται οι σειρές :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

4,0000	**8,7500**	**2,1000**	**5,0000**	**= 19,8500**
2,3556	4,0000	1,2444	2,8667	= 10,4667
7,6667	17,0000	4,0000	9,8333	= 38,5000
4,0000	7,8333	2,2000	4,0000	= 18,0333

Ακολούθως αθροίζονται τα ποσά του συνόλου των σειρών (δηλ., 19,8500 + 10,4667 + 38,5000 + 18,0333 = 86,8500) και έπειτα κανονικοποιούνται, ώστε να έχουν άθροισμα την μονάδα, με τη διαδικασία διαίρεσης του ποσού κάθε σειράς με το άθροισμα των σειρών.

19,8500 / 86,8500 = 0,2286
10,4667 / 86,8500 = 0,1205
38,5000/ 86,8500 = 0,4433
18,0333 / 86,8500 = 0,2076
1,0000

Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το ιδιοδιάνυσμα (Eigenvector) ***πρώτου*** βήματος :

0,2286
0,1205
0,4433
0,2076

Ακολουθώντας τα παραπάνω βήματα, υπολογίζεται το ιδιοδιάνυσμα για να καθορισθεί η σχετική ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων, δηλαδή :

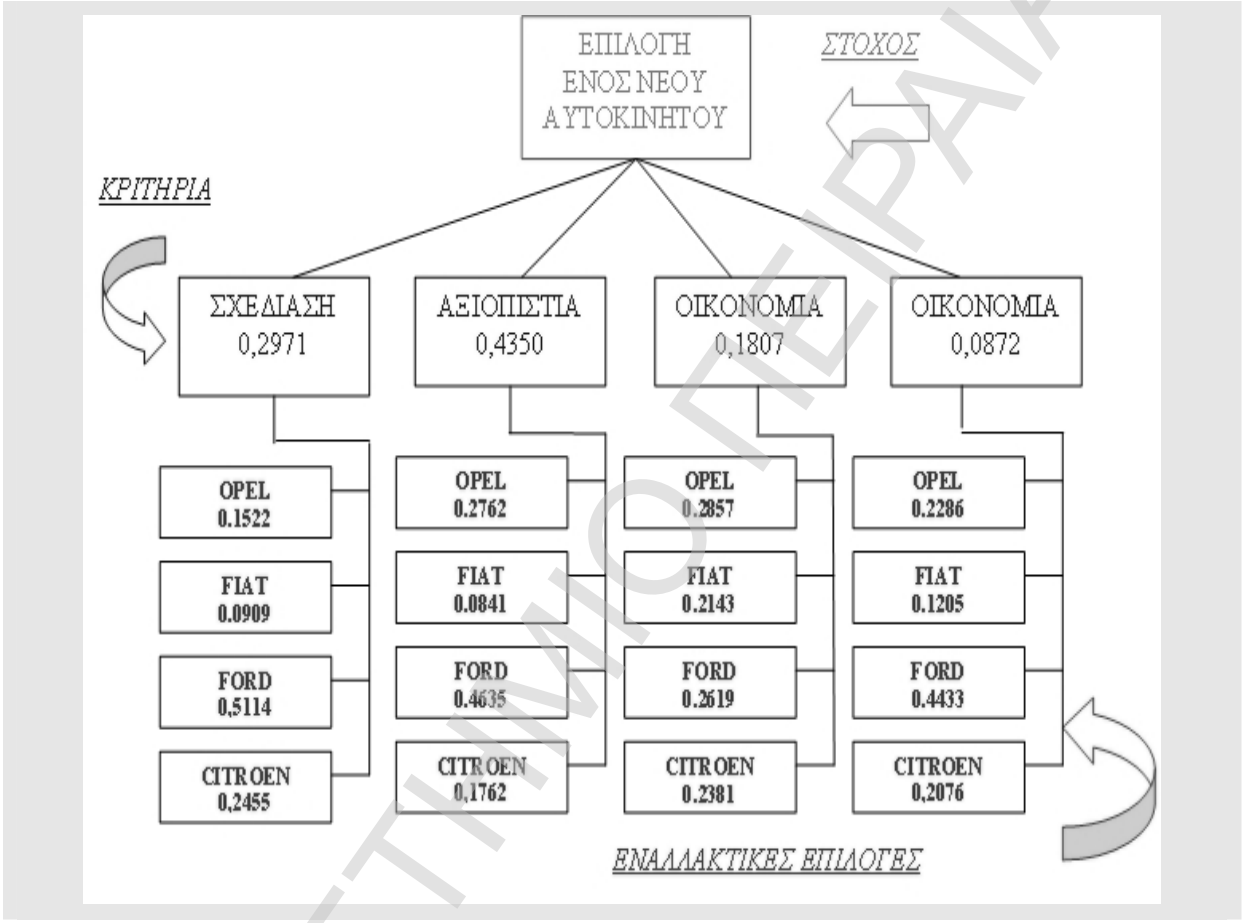
OPEL	**0,2286**
FIAT	**0,1205**
FORD	**0,4433**
CITROEN	**0,2076**

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Έτσι παρατίθεται το παραγόμενο ιεραρχικό δέντρο με όλα τα ανωτέρω υπολογισμένα σχετικά βάρη.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

4.5.6 Παραγωγή λύσης



Στο τελευταίο βήμα και για να παραχθεί η λύση, χρησιμοποιείται η άλγεβρα πινάκων για μία ακόμα φορά και πολλαπλασιάζονται τα βάρη των κριτηρίων με τα βάρη των εναλλακτικών λύσεων, για να προκύψουν σε σειρά τα εξής :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Πολλαπλασιασμός των δύο (2) πινάκων :

	ΣΧΕΔΙΑΣΗ	**ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ**	**ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ**	**ΧΡΩΜΑ**
OPEL	0,1522	0,2762	0,2857	0,2286
FIAT	0,0909	0,0841	0,2143	0,1205
FORD	0,5114	0,4635	0,2619	0,4433
CITROEN	0,2455	0,1762	0,2381	0,2076

$\times$

ΚΡΙΤΗΡΙΟ	**ΒΑΡΟΣ**
ΣΧΕΔΙΑΣΗ	0,2971
ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ	0,4350
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ	0,1807
ΧΡΩΜΑ	0,0872

= ….

ώστε να προκύψει η λύση, που αναλυτικά παρατίθεται :

$$0{,}2971\times\begin{pmatrix}0{,}1522\\0{,}0909\\0{,}5114\\0{,}2454\end{pmatrix}+0{,}4350\times\begin{pmatrix}0{,}2762\\0{,}0841\\0{,}4635\\0{,}1762\end{pmatrix}+0{,}1807\times\begin{pmatrix}0{,}2857\\0{,}2143\\0{,}2619\\0{,}2381\end{pmatrix}+0{,}08$$

$$=\begin{pmatrix}0{,}0452\\0{,}0270\\0{,}1520\\0{,}0729\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0{,}1201\\0{,}0366\\0{,}2016\\0{,}0766\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0{,}0516\\0{,}0387\\0{,}0473\\0{,}0430\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0{,}0199\\0{,}0105\\0{,}0387\\0{,}0181\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0{,}2369\\0{,}1128\\0{,}4396\\0{,}2107\end{pmatrix}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Έτσι προσδιορίζεται η λύση για τις εναλλακτικές σε :

OPEL	**0,2369**
FIAT	0,1128
FORD	**0,4396**
CITROEN	0,2107

Τα τελικά αποτελέσματα δείχνουν ότι το **FORD** είναι η καλύτερη επιλογή για τα κριτήρια που δηλώθηκαν, δημιουργώντας την υψηλότερη ταξινόμηση με τιμή **0,4396**.

4.5.7 SDA 8 : Μία διαφορετική προσέγγιση

Τα σχετικά βάρη των κριτηρίων μπορούν επίσης να υπολογισθούν σαν κανονικοποιημένες γεωμετρικές έννοιες των γραμμών του πίνακα (οι οποίες είναι πολύ κοντά στο ιδιοδιάνυσμα που ταιριάζει στην μέγιστη ιδιοτιμή του πίνακα).

Αυτές οι γεωμετρικές έννοιες υπολογίζονται για τον πίνακα που επεξεργασθήκαμε ανωτέρω, όπως και ακολούθως αναφέρεται :

	ΣΧΕΔΙΑΣΗ	***ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ***	***ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ***	***ΧΡΩΜΑ***
ΣΧΕΔΙΑΣΗ	1/1	1/1,5	2/1	3/1
ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ	1,5/1	1/1	3/1	4/1
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ	1/2	1/3	1/1	3/1
ΧΡΩΜΑ	1/3	1/4	1/3	1/1

Σε πρώτη φάση δημιουργούνται οι σχέσεις :

$$m_1 = \sqrt[4]{1 \times \frac{2}{3} \times 2 \times 3}$$

$$m_2 = \sqrt[4]{1,5 \times 1 \times 3 \times 4}$$

$$m_3 = \sqrt[4]{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 1 \times 3}$$

$$m_4 = \sqrt[4]{\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times 1}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Απ' όπου προκύπτει ότι : m_1= 1,9999, m_2= 4,2426, m_3= 0,7071 & m_4= 0,1667.

Έτσι, το σχετικό βάρος ***P*** (προτεραιότητα) του κριτηρίου, π.χ. «***ΣΧΕΔΙΑΣΗ***», υπολογίζεται βάσει του τύπου :

$$p_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$ και προκύπτει ότι ισούται με : $\mathbf{P_1}$= 0,2994 .

Με την ίδια μεθοδολογία υπολογίζονται τα σχετικά βάρη $\mathbf{P_2}$, $\mathbf{P_3}$ & $\mathbf{P_4}$ των κριτηρίων ***«ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ», «ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ» & «ΧΡΩΜΑ»*** αντίστοιχα και προκύπτουν :

$\mathbf{P_2}$ = 0,4361 $\mathbf{P_3}$ = 0,1780 & $\mathbf{P_4}$ = 0,0864, τα οποία και συνοψίζονται στον πίνακα :

	ΣΧΕΔΙΑΣΗ	***ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ***	***ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ***	***ΧΡΩΜΑ***	***Προτεραιότητα (Σχετικό βάρος)***
ΣΧΕΔΙΑΣΗ	1/1	1/1,5	2/1	3/1	0,2994
ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ	1,5/1	1/1	3/1	4/1	0,4361
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ	1/2	1/3	1/1	3/1	0,1780
ΧΡΩΜΑ	1/3	1/4	1/3	1/1	0,0864

Ακολούθως συγκρίνουμε τις εναλλακτικές λύσεις για κάθε ένα από τα κριτήρια και υπολογίζουμε ομοίως τα σχετικά τους βάρη.

Έτσι για τις εναλλακτικές λύσεις σε σχέση με το κριτήριο **<u>ΣΧΕΔΙΑΣΗ</u>** και τον πίνακα που το αφορά έχουμε :

$$m_1 = \sqrt[4]{1 \times 2 \times \tfrac{1}{3} \times \tfrac{1}{2}}$$
$$m_2 = \sqrt[4]{\tfrac{1}{2} \times 1 \times \tfrac{1}{4} \times \tfrac{1}{3}}$$
$$m_3 = \sqrt[4]{3 \times 4 \times 1 \times 3}$$
$$m_4 = \sqrt[4]{2 \times 3 \times \tfrac{1}{3} \times 1}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Προκύπτουν λοιπόν τα m_1= 0,7598 , m_2= 0,4518, m_3= 2,4495 & m_4= 1,1892 και έπειτα υπολογίζονται οι προτεραιότητες, σύμφωνα με τα προαναφερθέντα.

ΣΧΕΔΙΑΣΗ	**OPEL**	**FIAT**	**FORD**	**CITROEN**	***Προτεραιότητα (Σχετικό βάρος)***
OPEL	1/1	2/1	1/3	1/2	0,1566
FIAT	1/2	1/1	1/4	1/3	0,0931
FORD	3/1	4/1	1/1	3/1	0,5050
CITROEN	2/1	3/1	1/3	1/1	0,2452

Για τις εναλλακτικές λύσεις σε σχέση με το κριτήριο **ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ** και τον πίνακα που το αφορά έχουμε :

$$m_1 = \sqrt[4]{1 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 2}$$
$$m_2 = \sqrt[4]{\frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}}$$
$$m_3 = \sqrt[4]{2 \times 4 \times 1 \times 3}$$
$$m_4 = \sqrt[4]{\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{3} \times 1}$$

Προκύπτει ότι m_1= 1,3161 , m_2= 0,4082 , m_3= 2,2134 & m_4= 0,8409 και ακολούθως υπολογίζονται οι προτεραιότητες, σύμφωνα με τα προαναφερθέντα.

ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ	**OPEL**	**FIAT**	**FORD**	**CITROEN**	***Προτεραιότητα (Σχετικό βάρος)***
OPEL	1/1	3/1	1/2	2/1	0,2754
FIAT	1/3	1/1	1/4	1/3	0,0854
FORD	2/1	4/1	1/1	3/1	0,4632
CITROEN	1/2	3/1	1/3	1/1	0,1760

Για τις εναλλακτικές λύσεις σε σχέση με το κριτήριο **ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ** και τον πίνακα που το αφορά δημιουργούνται οι αντίστοιχες σχέσεις :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$m_1 = \sqrt[4]{1 \times \frac{12}{9} \times \frac{12}{11} \times \frac{12}{10}}$$
$$m_2 = \sqrt[4]{\frac{9}{12} \times 1 \times \frac{9}{11} \times \frac{9}{10}}$$
$$m_3 = \sqrt[4]{\frac{11}{12} \times \frac{11}{9} \times 1 \times \frac{11}{10}}$$
$$m_4 = \sqrt[4]{\frac{10}{12} \times \frac{10}{9} \times \frac{10}{11} \times 1}$$

Έτσι προκύπτει ότι m_1= 1,1494 , m_2= 0,8621 , m_3= 1,0536 & m_4= 0,9578 και ακολούθως υπολογίζονται ομοίως οι προτεραιότητες.

ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ	**OPEL**	**FIAT**	**FORD**	**CITROEN**	***Προτεραιότητα (Σχετικό βάρος)***
OPEL	1/1	12/9	12/11	12/10	0,2857
FIAT	9/12	1/1	9/11	9/10	0,2143
FORD	11/12	11/9	1/1	11/10	0,2619
CITROEN	10/12	10/9	10/11	1/1	0,2381

Τέλος για τις εναλλακτικές λύσεις σε σχέση με το κριτήριο **ΧΡΩΜΑ** και τον πίνακα που το αφορά έχουμε τις σχέσεις :

$$m_1 = \sqrt[4]{1 \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times 1,5}$$
$$m_2 = \sqrt[4]{\frac{2}{3} \times 1 \times 0,4 \times \frac{1}{3}}$$
$$m_3 = \sqrt[4]{2 \times 2,5 \times 1 \times 3}$$
$$m_4 = \sqrt[4]{\frac{2}{3} \times 3 \times \frac{1}{3} \times 1}$$

Έτσι προκύπτουν οι τιμές των m_1= 1,0299, m_2= 0,5460, m_3= 1,9680 & m_4= 0,9036 και ακολούθως υπολογίζονται πάλι οι προτεραιότητες.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΧΡΩΜΑ	**OPEL**	**FIAT**	**FORD**	**CITROEN**	***Προτεραιότητα (Σχετικό βάρος)***
OPEL	1/1	1,5/1	1/2	1,5/1	0,2316
FIAT	1/1,5	1/1	1/2,5	1/3	0,1228
FORD	2/1	2,5/1	1/1	3/1	0,4425
CITROEN	1/1,5	3/1	1/3	1/1	0,2032

Στο τελευταίο βήμα και για να παραχθεί η λύση, χρησιμοποιείται η άλγεβρα πινάκων για μία ακόμα φορά και πολλαπλασιάζονται τα βάρη των κριτηρίων με τα βάρη των εναλλακτικών λύσεων, για να προκύψουν σε σειρά τα εξής :

$$0,2994\times\begin{pmatrix}0,1566\\0,0931\\0,5050\\0,2452\end{pmatrix}+0,4361\times\begin{pmatrix}0,2754\\0,0854\\0,4632\\0,1760\end{pmatrix}+0,1780\times\begin{pmatrix}0,2857\\0,2143\\0,2619\\0,2381\end{pmatrix}+0,0864\times\begin{pmatrix}0,2316\\0,1228\\0,4425\\0,2032\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}0,0469\\0,0279\\0,1512\\0,0734\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0,1201\\0,0372\\0,2020\\0,0768\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0,0509\\0,0381\\0,0466\\0,0424\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0,0200\\0,0106\\0,0382\\0,0176\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0,2379\\0,1139\\0,4380\\0,2101\end{pmatrix}$$

Έτσι προσδιορίζεται η λύση για τις εναλλακτικές επιλογές σε :

OPEL	0,2379
FIAT	0,1139
FORD	**0,4380**
CITROEN	0,2101

Παρατηρούμε ότι το FORD είναι η καλύτερη επιλογή για τα κριτήρια και τα βάρη που δηλώθηκαν, αφού δημιουργεί την υψηλότερη ταξινόμηση με τιμή : **0,4380.**

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

4.5.8 Σχόλια – Παρατηρήσεις επί των συγκρίσεων (Μέθοδος Ι και Μέθοδος ΙΙ)

Μετά τις ανωτέρω αναλυτικά περιγραφόμενες τεχνικές, προκύπτει καταρχήν ότι και οι δύο προσεγγίσεις, για τις οποίες χρησιμοποιήθηκαν *συνεπείς* πίνακες βαρών παρουσιάζουν υψηλότερες ταξινομήσεις για την επιλογή της λύσης του **FORD** αυτοκινήτου.

Επιπλέον σημειώνεται ότι και οι δύο προσεγγίσεις δημιουργούν τιμές ταξινόμησης που δεν παρουσιάζουν ουσιαστικές μεταξύ τους διαφορές, αφού η διακύμανσή τους κυμαίνεται μεταξύ 0,2% και 1% .

Επομένως και οι δύο προσεγγίσεις δημιουργούν αποτελέσματα παρεμφερή, χωρίς διαφοροποιήσεις στην σειρά κατάταξης, με εμφανή τάση σύγκλισης αποτελεσμάτων.

Χρήση συνεπών πινάκων	***1η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ***	***2η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ***
OPEL	0,2369	0,2379
FIAT	0,1128	0,1139
FORD	**0,4396**	**0,4380**
CITROEN	0,2107	0,2101

4.6 Συμπεριφορά μεθόδων με μη συνεπή πίνακα

Και στις δύο παραπάνω αναφερόμενες μεθόδους – εύρεσης βαρών και ταξινομήσεων για τον προσδιορισμό των επιθυμητών λύσεων – χρησιμοποιούμε μία *μη συνεπή* μήτρα ως αρχικό πίνακα έκφρασης και απεικόνισης των προτιμήσεων επί των ίδιων κριτηρίων, της μορφής :

	ΣΧΕΔΙΑΣΗ	*ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ*	*ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ*	*ΧΡΩΜΑ*
ΣΧΕΔΙΑΣΗ	1/1	2/1	2/1	2/1
ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ	1/2	1/1	1/3	5/1
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ	1/2	3/1	1/1	1/8

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΧΡΩΜΑ	1/2	1/5	8/1	1/1

για τον έλεγχο συμπεριφοράς των μεθόδων σε περιπτώσεις ασυνέπειας.

Αρχικά βρίσκουμε το ιδιοδιάνυσμα του πίνακα ***A*** χρησιμοποιώντας την διαδικασία της πρώτης μεθόδου, μέσω της οποίας και στο **5ο** βήμα της προκύπτει το ιδιοδιάνυσμα :

Ακολούθως ελέγχουμε την συνέπεια του πίνακα ***A*** (*μέθοδος 2*) :

0,2601
0,2809
0,1772
0,2818

1. $$A \cdot w^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{3} & 5 \\ \frac{1}{2} & 3 & 1 & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{5} & 8 & 1 \end{bmatrix} * \underbrace{\begin{bmatrix} 0,2601 \\ 0,2809 \\ 0,1772 \\ 0,2818 \end{bmatrix}}_{1} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1,7399 \\ 1,8790 \\ 1,1852 \\ 1,8856 \end{bmatrix}}_{6,6897}$$

2. $$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{ith\ entry\ in\ A \cdot w^T}{ith\ entry\ in\ w^T} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1,7399}{0,2601} + \frac{1,8790}{0,2809} + \frac{1,1852}{0,1772} + \frac{1,8856}{0,2818} \right) = 6,6896$$

3. $$CI = \frac{(result\ \ from\ step\ 2) - n}{n-1} = \frac{6,6897 - 4}{3} = 0,8965$$

4. Για $\boldsymbol{n} = 4$ βρίσκουμε ότι $\boldsymbol{RI_4} = 0,90$ και έτσι :

$$CI\ /\ RI_4 = \frac{0,8965}{0,90} = 0,9961 >> 0,10$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Ολοκληρώνοντας παρατηρούμε ότι ο πίνακας $\boldsymbol{A}$ παρουσιάζει σοβαρή ασυνέπεια. Το διάνυσμα βάρους $w=[0,2601,\ 0,2809,\ 0,1772,\ 0,2818]$ δεν αποτελεί λοιπόν καλή προσέγγιση.

Στην συνέχεια με την χρήση των ίδιων πινάκων και προτιμήσεων σε ό,τι αφορά τις εναλλακτικές λύσεις (OPEL – FIAT – FORD – CITROEN), αλλά με τον παραπάνω μη συνεπή πίνακα σε ό,τι αφορά τα κριτήρια (*ΣΧΕΔΙΑΣΗ – ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ – ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ – ΧΡΩΜΑ*), προκύπτουν κατά σειρά τα εξής :

4.6.1 Μέθοδος Ι

Ακολουθώντας την πρώτη μεθοδολογία και για να παραχθεί η λύση, χρησιμοποιείται η άλγεβρα πινάκων και πολλαπλασιάζονται τα βάρη των κριτηρίων με τα βάρη των εναλλακτικών λύσεων, για να προκύψουν :

	ΣΧΕΔΙΑΣΗ	**ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ**	**ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ**	**ΧΡΩΜΑ**
OPEL	0,1522	0,2762	0,2857	0,2286
FIAT	0,0909	0,0841	0,2143	0,1205
FORD	0,5114	0,4635	0,2619	0,4433
CITROEN	0,2455	0,1762	0,2381	0,2076

$\times$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΡΙΤΗΡΙΟ	ΒΑΡΟΣ
ΣΧΕΔΙΑΣΗ	0,2601
ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ	0,2809
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ	0,1772
ΧΡΩΜΑ	0,2818

= …

ώστε να προκύψει η λύση, που αναλυτικά παρατίθεται :

$$0{,}2601\times\begin{pmatrix}0{,}1522\\0{,}0909\\0{,}5114\\0{,}2454\end{pmatrix}+0{,}2809\times\begin{pmatrix}0{,}2762\\0{,}0841\\0{,}4635\\0{,}1762\end{pmatrix}+0{,}1772\times\begin{pmatrix}0{,}2857\\0{,}2143\\0{,}2619\\0{,}2381\end{pmatrix}+0{,}281$$

$$=\begin{pmatrix}0{,}0396\\0{,}0237\\0{,}1330\\0{,}0639\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0{,}0776\\0{,}0236\\0{,}1302\\0{,}0495\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0{,}0506\\0{,}0380\\0{,}0464\\0{,}0422\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0{,}0644\\0{,}0340\\0{,}1249\\0{,}0585\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0{,}2322\\0{,}1193\\0{,}4345\\0{,}2140\end{pmatrix}$$

Έτσι προσδιορίζεται η λύση για τις εναλλακτικές σε :

OPEL	0,2322
FIAT	0,1193
FORD	**0,4345**
CITROEN	0,2140

Τα τελικά αποτελέσματα της *πρώτης* μεθόδου δείχνουν ότι το **FORD** είναι πάλι η καλύτερη επιλογή για τα κριτήρια που δηλώθηκαν, δημιουργώντας την υψηλότερη ταξινόμηση με τιμή **0,4345**.

4.6.2 Μέθοδος II

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Στην δεύτερη μεθοδολογία, όπως προαναφέρθηκε, τα σχετικά βάρη των κριτηρίων (προτεραιότητες) μπορούν να υπολογισθούν σαν κανονικοποιημένες γεωμετρικές έννοιες των γραμμών του πίνακα.

Αυτές λοιπόν οι γεωμετρικές έννοιες υπολογίζονται για τον ίδιο μη συνεπή πίνακα, σε ό,τι αφορά τα κριτήρια, όπως και ακολούθως αναφέρεται :

	ΣΧΕΔΙΑΣΗ	***ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ***	***ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ***	***ΧΡΩΜΑ***
ΣΧΕΔΙΑΣΗ	1/1	2/1	2/1	2/1
ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ	1/2	1/1	1/3	5/1
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ	1/2	3/1	1/1	1/8
ΧΡΩΜΑ	1/2	1/5	8/1	1/1

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Σε πρώτη φάση δημιουργούνται οι σχέσεις :

$$m_1 = \sqrt[4]{1 \times 2 \times 2 \times 2}$$
$$m_2 = \sqrt[4]{\tfrac{1}{2} \times 1 \times \tfrac{1}{3} \times 5}$$
$$m_3 = \sqrt[4]{\tfrac{1}{2} \times 3 \times 1 \times \tfrac{1}{8}}$$
$$m_4 = \sqrt[4]{\tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{5} \times 8 \times 1}$$

Απ' όπου προκύπτει ότι : m_1=1,6818 , m_2=0,9554 , m_3=0,6580 & m_4=0,9457. Έτσι, το σχετικό βάρος ***P*** (προτεραιότητα) του κριτηρίου, π.χ. «***ΣΧΕΔΙΑΣΗ***», υπολογίζεται βάσει του τύπου :

$$p_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$ και προκύπτει ότι ισούται με : $\mathbf{P_1}$= 0,3966 .

Με την ίδια μεθοδολογία υπολογίζονται τα σχετικά βάρη $\mathbf{P_2}$, $\mathbf{P_3}$ & $\mathbf{P_4}$ των κριτηρίων ***«ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ», «ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ» & «ΧΡΩΜΑ»*** αντίστοιχα και προκύπτουν : $\mathbf{P_2}$ = 0,2253, $\mathbf{P_3}$ = 0,1552 & $\mathbf{P_4}$ = 0,2230, τα οποία και φαίνονται στον πίνακα :

	ΣΧΕΔΙΑΣΗ	***ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ***	***ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ***	***ΧΡΩΜΑ***	***Προτεραιότητα (Σχετικό Βάρος)***
ΣΧΕΔΙΑΣΗ	1/1	2/1	2/1	2/1	0,3966
ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ	1/2	1/1	1/3	5/1	0,2253
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ	1/2	3/1	1/1	1/8	0,1552
ΧΡΩΜΑ	1/2	1/5	8/1	1/1	0,2230

Έπειτα χρησιμοποιούμε τις ίδιες προτεραιότητες (*σχετικά βάρη*), σε ό,τι αφορά τις εναλλακτικές λύσεις, οι οποίες υπολογίσθηκαν σε προηγούμενα βήματα (*μέθοδος 2)*, τα αριθμητικά δεδομένα των οποίων απεικονίζονται στον ακόλουθο πίνακα :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Εναλλακτικές Λύσεις	***Σχεδίαση***	***Αξιοπιστία***	***Οικονομία***	***Χρώμα***
OPEL	**0,1566**	**0,2754**	**0,2857**	**0,2316**
FIAT	**0,0931**	**0,0854**	**0,2143**	**0,1228**
FORD	**0,5050**	**0,4632**	**0,2619**	**0,4425**
CITROEN	**0,2452**	**0,1760**	**0,2381**	**0,2032**

Στο τελευταίο βήμα και για να παραχθεί η λύση, χρησιμοποιείται η άλγεβρα πινάκων και πολλαπλασιάζονται τα βάρη των κριτηρίων του *μη συνεπή* πίνακα με τα ανωτέρω βάρη των εναλλακτικών λύσεων, για να προκύψουν σε σειρά τα εξής :

$$0,3966\times\begin{pmatrix}0,1566\\0,0931\\0,5050\\0,2452\end{pmatrix}+0,2253\times\begin{pmatrix}0,2754\\0,0854\\0,4632\\0,1760\end{pmatrix}+0,1552\times\begin{pmatrix}0,2857\\0,2143\\0,2619\\0,2381\end{pmatrix}+0,2230\times\begin{pmatrix}0,2316\\0,1228\\0,4425\\0,2032\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}0,0604\\0,0361\\0,2028\\0,0974\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0,0622\\0,0189\\0,1044\\0,0397\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0,0443\\0,0333\\0,0406\\0,0370\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0,0510\\0,0269\\0,0988\\0,0463\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0,2179\\0,1151\\0,4467\\0,2203\end{pmatrix}$$

Έτσι προσδιορίζεται η λύση για τις εναλλακτικές σε :

OPEL	**0,2179**
FIAT	0,1151
FORD	**0,4467**
CITROEN	0,2203

Παρατηρούμε ότι το FORD είναι η καλύτερη επιλογή για τα κριτήρια και τα βάρη που δηλώθηκαν, αφού δημιουργεί την υψηλότερη ταξινόμηση με τιμή : **0,4467.**

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

4.6.3 Σχόλια – Παρατηρήσεις επί των συγκρίσεων

Μετά τις ανωτέρω αναλυτικά περιγραφόμενες τεχνικές προσέγγισης και υπολογισμούς, οι οποίες βασίζονται στην χρήση *μη συνεπών* πινάκων (σε ό,τι αφορά τα κριτήρια), αρχικά προκύπτει ότι και οι δύο παρουσιάζουν υψηλότερες ταξινομήσεις για την επιλογή της λύσης του FORD αυτοκινήτου.

Επιπλέον σημειώνεται ότι και οι δύο προσεγγίσεις δημιουργούν τιμές ταξινόμησης που δεν παρουσιάζουν ουσιαστικές μεταξύ τους διαφορές, αφού η διακύμανσή τους κυμαίνεται μεταξύ 0,42% και 1,43% .

Επομένως και οι δύο προσεγγίσεις δημιουργούν αποτελέσματα παρεμφερή, χωρίς διαφοροποιήσεις στην σειρά κατάταξης, με εμφανή τάση σύγκλισης αποτελεσμάτων, αν και χρησιμοποιήθηκε για τους υπολογισμούς ένας *μη συνεπής* πίνακας βαρών.

Χρήση μη συνεπών πινάκων	***1η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ***	***2η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ***
OPEL	0,2322	0,2179
FIAT	0,1193	0,1151
FORD	**0,4345**	**0,4467**
CITROEN	0,2140	0,2203

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

4.7 Όρος μέτρησης & Βαθμός Συνέπειας

Σε αυτό το τμήμα θα επιχειρηθεί μια ανάλυση της συμπεριφοράς των υπολογισμένων ιδιοδιανυσμάτων και λόγων βαρών των κριτηρίων ενός πίνακα ανά ζεύγη συγκρίσεων, σε σχέση με τα βάρη – προτεραιότητες που ο ίδιος ο ***A*** *(αποφασίζων)* προσδιορίζει. Θα επιχειρηθεί να γίνει σύγκριση αποτελεσμάτων τόσο των συμπερασμάτων των Costa C. & Vansnick J-C., (2004 *"A fundamental criticism to Saaty's use of the eigenvalue procedure to derive priorities"*) όσο με τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ανάλυση του παραδείγματος επιλογής αυτοκινήτου, το οποίο αναλύθηκε λεπτομερώς σε προηγούμενες παραγράφους.

Δεδομένου ότι η αριθμητική κλίμακα κατασκευάζεται από τις κρίσεις που διατυπώνονται από τον ***A***, σε απάντηση μιας συγκεκριμένης διαδικασίας επερώτησης (που είναι και η ίδια ένα συστατικό της διαδικασίας προσδιορισμού της τιμής), η τεχνική που χρησιμοποιείται για να κατασκευασθεί η κλίμακα πρέπει να είναι τέτοια, ώστε οποιαδήποτε σημαντική δήλωση που μπορεί να παραχθεί, να σέβεται τις κρίσεις του ***A*** (γενικότερα, όλα αυτά να μπορούν λογικά να παραχθούν από αυτές τις κρίσεις).

Επομένως, στα πλαίσια της διαδικασίας του *Saaty*, λαμβάνοντας π.χ. υπόψη τέσσερα στοιχεία το **a**, το **b**, το **c** και το **d** έτσι ώστε το **a** να υπερτερεί του **b** και το **c** να υπερτερεί του **d**, εάν οι κρίσεις του ***A*** δείχνουν ότι ο βαθμός με τον οποίο το **a** υπερτερεί του **b** είναι υψηλότερος από το βαθμό με τον οποίο το **c** υπερτερεί του **d** (παραδείγματος χάριν, υποθέστε ότι ο ***A*** κρίνει ότι το **a** υπερτερεί έντονα του **b** και το **c** υπερτερεί μέτρια του **d**) τότε είναι θεμελιώδης κατά την άποψη των Costa C. & Vansnick J-C. το ότι, όποτε είναι δυνατόν, η αριθμητική κλίμακα *W*, η οποία μετράει τη σχετική δύναμη ή τις προτεραιότητες του **a**, **b**, **c** και του **d**, να είναι τέτοια ώστε:

$$\frac{w(a)}{w(b)} > \frac{w(c)}{w(d)}$$

(Δεδομένου δε ότι η *w* είναι μια κλίμακα λόγων, αυτή η δήλωση είναι σημαντική).

Ο κύριος σκοπός είναι να προσδιορισθεί αν αυτός ο όρος είναι πάντα σεβαστός από τη διαδικασία μέγιστης ιδιοτιμής, που χρησιμοποιείται από τον *Saaty* για την μέτρηση των προτεραιοτήτων. Ακριβέστερα, αν η διαδικασία του *Saaty* ικανοποιεί τον ακόλουθο όρο :

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΟΡΟΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ: *Για όλα τα στοιχεία a, b, c, d τέτοια ώστε το a υπερτερεί του b και το c υπερτερεί του d (σύμφωνα με έναν εκτιμητή A και για μια ιδιότητα – χαρακτηριστικό ή κριτήριο PV) και εφόσον οι κρίσεις του A δείχνουν ότι ο βαθμός με τον οποίο το*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

a υπερτερεί του b, είναι μεγαλύτερος από τον βαθμό με τον οποίο το c υπερτερεί του d, τότε το διάνυσμα των προτεραιοτήτων $w: X \to \Re$ *πρέπει να είναι τέτοιο ώστε :*

$$w(a)/w(b) > w(c)/w(d).$$

Μερικές φορές, δεν υπάρχει μια αριθμητική κλίμακα συμβατή με τις κρίσεις του ***A***, η οποία να ικανοποιεί τον θεμελιώδη όρο μέτρησης. Είναι ουσιαστικό να ανιχνευθεί αυτή η κατάσταση ασυμβιβάστου, προκειμένου να συζητηθεί αυτό με τον ***A***. Ένας συμπληρωματικός στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι να δειχτεί αυτό.

4.7.1 Μη σεβασμός θεμελιώδους όρου μέτρησης

Σε αυτήν την παράγραφο παρουσιάζουμε δύο παραδείγματα στα οποία ο θεμελιώδης όρος μέτρησης που διατυπώνεται στην προηγούμενη παράγραφο, μπορεί να παραβιαστεί από τα διανύσματα των προτεραιοτήτων που προήλθαν από τη μέθοδο του *Saaty*, είτε από τις λεκτικές κρίσεις (*παράδειγμα 1*), είτε από τις αριθμητικές κρίσεις (*παράδειγμα 2*), ακόμα και αν υπάρχουν άλλες κλίμακες που ενδεχομένως να ισχύουν.

4.7.1.1 Παράδειγμα 1 (υπόθεση των λεκτικών κρίσεων)

Υποθέτουμε ότι το $X = \{ x_1, x_2...., x_n \}$ είναι ένα σύνολο στοιχείων, μεταξύ των οποίων διατυπώθηκαν οι ακόλουθες ανά ζεύγη συγκρίσεις από ένα πρόσωπο ***A*** :

$\{x_1, x_2\}$	το x_1 υπερτερεί του x_2	ίση προς μέτρια επικράτηση
$\{x_1, x_3\}$	το x_1 υπερτερεί του x_3	μέτρια επικράτηση
$\{x_1, x_4\}$	το x_1 υπερτερεί του x_4	ισχυρή επικράτηση
$\{x_1, x_5\}$	το x_1 υπερτερεί του x_5	ακραία επικράτηση
$\{x_2, x_3\}$	το x_2 υπερτερεί του x_3	ίση προς μέτρια επικράτηση
$\{x_2, x_4\}$	το x_2 υπερτερεί του x_4	μέτρια προς ισχυρή επικράτηση
$\{x_2, x_5\}$	το x_2 υπερτερεί του x_5	ακραία επικράτηση
$\{x_3, x_4\}$	το x_3 υπερτερεί του x_4	ίση προς μέτρια επικράτηση
$\{x_3, x_5\}$	το x_3 υπερτερεί του x_5	πολύ ισχυρή προς ακραία επικράτηση
$\{x_4, x_5\}$	το x_4 υπερτερεί του x_5	πολύ ισχυρή επικράτηση.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Αυτές οι κρίσεις αντιστοιχούν στην ακόλουθο θετική αμοιβαία μήτρα του ***Saaty*** :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 & 9 \\ 1/2 & 1 & 2 & 4 & 9 \\ 1/3 & 1/2 & 1 & 2 & 8 \\ 1/5 & 1/4 & 1/2 & 1 & 7 \\ 1/9 & 1/9 & 1/8 & 1/7 & 1 \end{bmatrix}$$

για τον οποίο το κανονικοποιημένο ιδιοδιάνυσμα (eigenvector), που αντιστοιχεί με την μέγιστη ιδιοτιμή του (eigenvalue) είναι το :

$$\begin{pmatrix} 0,426 \\ 0,281 \\ 0,165 \\ 0,101 \\ 0,027 \end{pmatrix}$$

Αυτό σημαίνει ότι, λαμβάνοντας υπόψη τις κρίσεις του ***A***, οι προτεραιότητες που δίνονται από την μέθοδο του ***Saaty*** είναι :

$$w(x_1) = 0,426$$
$$w(x_2) = 0,281$$
$$w(x_3) = 0,165$$
$$w(x_4) = 0,101$$
$$w(x_5) = 0,027$$

Έτσι, ειδικότερα έχουμε :

$$\frac{w(x_1)}{w(x_4)} \approx 4,218 \ \ kai \ \ \frac{w(x_4)}{w(x_5)} \approx 3,741$$

Που σημαίνει :

$$\frac{w(x_1)}{w(x_4)} > \frac{w(x_4)}{w(x_5)}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Εν τούτοις, δεδομένου ότι ο ***A*** έκρινε ότι το x_4 υπερτερεί πολύ έντονα του x_5 και το x_1 υπερτερεί έντονα του x_4, μπορεί να βεβαιωθεί ότι για τον ***A***,

το x_4 υπερτερεί του x_5 (7 φορές)

περισσότερο από όσο

το x_1 υπερτερεί του x_4 (5 φορές).

Επομένως, στην περίπτωση του παραδείγματος 1, το διάνυσμα προτεραιοτήτων που δίνονται από την μέθοδο του ***Saaty*** δεν τηρεί τον θεμελιώδη όρο μέτρησης.

Ακόμα, για παράδειγμα, η ακόλουθη κλίμακα w*.

4.7.1.2 Παράδειγμα 2 (υπόθεση των αριθμητικών κρίσεων)

Υποθέτουμε ότι το $X = \{ x_1, x_2...., x_n \}$ είναι ένα σύνολο στοιχείων, μεταξύ των οποίων διατυπώθηκαν οι ακόλουθες ανά ζεύγη κρίσεις συγκρίσεων από τον ***A*** :

$\{x_1 , x_2\}$	το x_1 υπερτερεί του x_2	2,5	φορές
$\{x_1 , x_3\}$	το x_1 υπερτερεί του x_3	4	φορές
$\{x_1 , x_4\}$	το x_1 υπερτερεί του x_4	9,5	φορές
$\{x_2 , x_3\}$	το x_2 υπερτερεί του x_3	3	φορές
$\{x_2 , x_4\}$	το x_2 υπερτερεί του x_4	6,5	φορές
$\{x_3 , x_4\}$	το x_3 υπερτερεί του x_4	5	φορές

Αυτές οι συγκρίσεις αντιστοιχούν στην ακόλουθη θετική αμοιβαία μήτρα – πίνακα :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2,5 & 4 & 9,5 \\ 1/2,5 & 1 & 3 & 6,5 \\ 1/4 & 1/3 & 1 & 5 \\ 1/9,5 & 1/6,5 & 1/5 & 1 \end{bmatrix}$$

για τις οποίες το ομαλοποιημένο ιδιοδιάνυσμα που αντιστοιχεί με την μέγιστη ιδιοτιμή του είναι:

$$\begin{bmatrix} 0,533 \\ 0,287 \\ 0,139 \\ 0,041 \end{bmatrix}$$

Αυτό σημαίνει ότι, λαμβάνοντας υπόψη τις κρίσεις του ***A***, οι προτεραιότητες που δίνονται από την μέθοδο του ***Saaty*** είναι :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$w(x_1) = 0,533$$
$$w(x_2) = 0,287$$
$$w(x_3) = 0,139$$
$$w(x_4) = 0,041$$

Για κάθε $i, j \in \{1,2,3,4\}$ *τέτοια ώστε* $i < j$, ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει την αριθμητική τιμή του w_{ij} που δόθηκε από τον ***A***, όταν έκρινε πόσες φορές το x_i υπερτερεί του x_j, μαζί με την αντίστοιχη τιμή του λόγου $w(x_i)/w(x_j)$.

Πίνακας : Παράδειγμα 2 – τιμές του w_{ij} και του $w(x_i)/w(x_j)$

	w_{ij}	$w(x_i)/w(x_j)$
$\{x_1, x_2\}$	2,5	1,86
$\{x_1, x_3\}$	4	3,83
$\{x_1, x_4\}$	9,5	13
$\{x_2, x_3\}$	3	2,06
$\{x_2, x_4\}$	6,5	7
$\{x_3, x_4\}$	5	3,39

Δεν αποτελεί έκπληξη ότι οι τιμές $w(x_i)/w(x_j)$ δεν είναι οι ίδιες με τις αριθμητικές κρίσεις των w_{ij} (επειδή τα τελευταία δεν είναι συνεπή), αλλά αυτό που εντυπωσιάζει κατά τον έλεγχο είναι ότι ακόμα και η επιθυμία τους δεν γίνεται σεβαστή. Πραγματικά, μπορεί να επιβεβαιωθεί λαμβάνοντας υπόψη τις κρίσεις του ***A*** αποφασίζοντα ότι :

Η επικράτηση του x_1 πάνω στο x_4 (w_{14}=9,5) είναι μεγαλύτερη από
την επικράτηση του x_2 πάνω στο x_4 (w_{24}=6,5) που είναι μεγαλύτερη από
την επικράτηση του x_3 πάνω στο x_4 (w_{34}=5) που είναι μεγαλύτερη από
την επικράτηση του x_1 πάνω στο x_3 (w_{13}=4) που είναι μεγαλύτερη από
την επικράτηση του x_2 πάνω στο x_3 (w_{23}=3) που είναι μεγαλύτερη από
την επικράτηση του x_1 πάνω στο x_2 (w_{12}=2,5)

Αλλά

$$3,39 = \frac{w(x_3)}{w(x_4)} < \frac{w(x_1)}{w(x_3)} = 3,83.$$

Επομένως, στην περίπτωση επίσης του παραδείγματος 2, το διάνυσμα προτεραιοτήτων που δίνεται από την μέθοδο του ***Saaty*** δεν τηρεί το θεμελιώδη όρο μέτρησης.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Ακόμα, παραδείγματος χάριν, έστω ότι η ακόλουθη κλίμακα w*:

$$w^*(x_1) = 0,48$$
$$w^*(x_2) = 0,32$$
$$w^*(x_3) = 0,16$$
$$w^*(x_4) = 0,04$$

τηρεί το θεμελιώδη όρο μέτρησης. Πράγματι,

$$\frac{w^*(x_1)}{w^*(x_4)} = 12 > \frac{w^*(x_2)}{w^*(x_4)} = 8 > \frac{w^*(x_3)}{w^*(x_4)} = 4 > \frac{w^*(x_1)}{w^*(x_3)} = 3 > \frac{w^*(x_2)}{w^*(x_3)} = 2 > \frac{w^*(x_1)}{w^*(x_2)} = 1,5$$

Επιπλέον, η τιμή του λόγου ασυνέπειας για τις κρίσεις του παραδείγματος 2 που δίνονται από το *Expert Choice* είναι η [0,05], σημαντικά μικρότερη από το κατώτατο όριο του [0,10], επομένως στην προοπτική του *Saaty*, οι κρίσεις δεν χρειάζεται να αναθεωρούνται.

4.7.2 Ανάλυση ενός παραδείγματος του Saaty

Σε αυτό το τμήμα αναλύεται ο μη σεβασμός στον όρο της θεμελιώδους μέτρησης σε ένα από τα παραδείγματα που παρουσιάζονται από τον *Saaty*, για να επικυρώσει εμπειρικά την μέθοδό του, μέσα από τις μελέτες (*Saaty* 1977) και (*Saaty* 1980), που αποτελούν τις πρώτες δύο δημοσιεύσεις αναφοράς σχετικά με την *AHP*.

Ο *Saaty* παρουσιάζει ένα παράδειγμα από ανά ζεύγη συγκρίσεις του Α.Ε.Π. διάφορων χωρών, στις οποίες για έναν δεδομένο πίνακα λεκτικών κρίσεων, οι προτεραιότητες που δίνονται από την *AHP* είναι εντυπωσιακά κοντά με τις ομαλοποιημένες τιμές του Α.Ε.Π.

Οι χώρες είναι (σημείωση του *Saaty*) "*U.S., U.S.S.R., China, France, U.K., Japan & W. Germany*" και η μήτρα στην οποία παρουσιάζονται οι κρίσεις από τον *Saaty* είναι η ακόλουθη :

	U.S.	*U.S.S.R.*	*China*	*France*	*U.K.*	*Japan*	*W. Germany*
U.S.	1	4	9	6	6	5	5
U.S.S.R.	$\frac{1}{4}$	1	7	5	5	3	4
China	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{7}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5}$
France	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	5	1	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
U.K.	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	5	1	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
Japan	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	7	3	3	1	2
W. Germany	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	5	3	3	$\frac{1}{2}$	1

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Οι προτεραιότητες που δίνονται από το πρόγραμμα *Expert Choice είναι* :

w(U.S.) = 0,427
w(U.S.S.R.) = 0,230
w(China) = 0,021
w(France) = 0,052
w(U.K.) = 0,052
w(Japan) = 0,123
w(W. Germany) = 0,094.

Αυτές είναι οι προτεραιότητες που εμφανίζονται (*Saaty*, 1980) και οι οποίες είναι λίγο διαφορετικές από εκείνες (*Saaty*, 1977) : [0,429, 0,231, 0,021, 0,053, 0,053, 0,119, και 0,095, αντίστοιχα]. Εντούτοις, και στις δύο περιπτώσεις μπορούν να παρατηρηθούν οι ίδιες πέντε παραβιάσεις του θεμελιώδους όρου μέτρησης. Ακολούθως εδώ θα αναλυθούν δύο από αυτές.

1) Από τον πίνακα των κρίσεων οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι :

Οι U.S. υπερτερούν της U.S.S.R. (4 φορές) περισσότερο από όσο η Japan υπερτερεί της France (3 φορές).

Αλλά, $\frac{w(U.S.)}{w(U.S.S.R)} \approx 1,857 \;\; kai \;\; \frac{w(Japan)}{w(France)} \approx 2,365$

που σημαίνει ότι, $\frac{w(U.S)}{w(U.S.S.R)} < \frac{w(Japan)}{w(France)}$.

2) Από τον πίνακα των κρίσεων οδηγούμαστε επίσης στο συμπέρασμα ότι :

Η Ιαπωνία υπερτερεί της Κίνας (7 φορές) περισσότερο από όσο οι ΗΠΑ υπερτερούν του Ηνωμένου Βασιλείου (6 φορές).

Αλλά, $\frac{w(Japan)}{w(China)} \approx 5,857 \;\; kai \;\; \frac{w(U.S.)}{w(U.K.)} \approx 8,212$

που σημαίνει ότι, $\frac{w(Japan)}{w(China)} < \frac{w(U.S.)}{w(U.K.)}$.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Ως εκτούτου, είναι δυνατό να αποφευχθεί ο μη σεβασμός του θεμελιώδους όρου μέτρησης, όπως παραδείγματος χάριν με το ακόλουθο διάνυσμα των προτεραιοτήτων w*, όπως τούτο καταδεικνύεται στον παρακάτω πίνακα :

w*(U.S.) = 0,414
w*(U.S.S.R.) = 0,217
w*(China) = 0,019
w*(France) = 0,069
w*(U.K.) = 0,069
w*(Japan) = 0,117
w*(W. Germany) = 0,095.

Πίνακας : Επαλήθευση του θεμελιώδους όρου μέτρησης	
Πιθανό λεκτικό ζευγάρι κρίσεων	*Ζεύγη ($x_i x_j$) και αντίστοιχοι λόγοι $w^*(x_i) / w^*(x_j)$*
Ίσο προς μέτριο	(Japan, W. Germany): 1,23
Μέτριο	(W. Germany, France): 1,38 (W. Germany, U.K.): 1,38 (Japan, France): 1,70 (Japan, U.K.): 1,70 (U.S.S.R., Japan): 1,85
Μέτριο προς ισχυρό	(U.S., U.S.S.R.): 1,91 (U.S.S.R., W. Germany): 2,28
Ισχυρό	(U.S.S.R., France): 3,14 (U.S.S.R., U.K.): 3,14 (U.S., Japan): 3,54 (U.K., China): 3,63 (France, China): 3,63 (U.S., W. Germany): 4,36
Ισχυρό προς πολύ ισχυρό	(U.S., France): 6,00 (U.S., U.K.): 6,00
Πολύ ισχυρό	(Japan, China): 6,16 (U.S.S.R., China): 11,42
Πολύ ισχυρό προς ακραίο	∅

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Ακραίο	(U.S., China): 21,79

Επισημαίνουμε επίσης ότι η τιμή του λόγου ασυνέπειας για τις κρίσεις αυτού του παραδείγματος που δίνεται από το *Expert Choice* είναι : [0,08].

4.7.2.1 Η ΔΙΚΗ ΜΑΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ (1)

Αναφερόμενος στο παράδειγμα που έχουμε ήδη επεξεργασθεί και αφορά το πρόβλημα επιλογής μάρκας αυτοκινήτου και ιδιαίτερα στον πίνακα των κριτηρίων, καταρχήν δεν σημειώνονται οι ίδιες παρατηρήσεις, αφού οι λόγοι προτεραιοτήτων, δεν αναιρούν τα υπολογισμένα αντίστοιχα μεγέθη των βαρών και ιδιοδιανύσματος, μέρος των οποίων αναλύεται ακολούθως .

Έτσι υπενθυμίζουμε ότι, για την δεδομένη μήτρα ανά ζεύγη συγκρίσεων,

$$\begin{array}{c} \\ \Sigma \\ A \\ O \\ X \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \Sigma & A & O & X \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & \frac{2}{3} & 2 & 3 \\ \frac{3}{2} & 1 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \end{array} \text{με} \quad \begin{array}{l} \Sigma = \Sigma cedía\ sh \\ A = A xiopistía \\ O = O ikonomía \\ X = X rώma \end{array}$$

οι προτεραιότητες που προέκυψαν από τους υπολογισμούς είναι :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΣΧΕΔΙΑΣΗ	**0,2971**
ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ	0,4350
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ	0,1807
ΧΡΩΜΑ	0,0872

Για τις συγκεκριμένες επιλογές και αποτελέσματα δεν μπορούν να παρατηρηθούν παραβιάσεις του θεμελιώδους όρου μέτρησης σε καμία περίπτωση και ειδικότερα αναφέρονται δύο (2) περιπτώσεις, για τις οποίες αναλυτικά έχουμε :

1. Από τον πίνακα των κρίσεων οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι :

η **ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ** υπερτερεί του **ΧΡΩΜΑΤΟΣ** (4 φορές)
περισσότερο από όσο
η **ΣΧΕΔΙΑΣΗ** υπερτερεί της **ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ** (2 φορές).

Γεγονός που προκύπτει από τον έλεγχο των λόγων προτεραιοτήτων, αφού :

$$\frac{w(\text{Axiopistía})}{w(\text{Xrώmato})} \approx 4,989 \;\; kai \;\; \frac{w(\Sigma\text{cedíasi})}{w(\text{Oikonomía})} \approx 1,644$$

που σημαίνει ότι, $\frac{w(\text{Axiopistía})}{w(\text{Xrώmato})} > \frac{w(\Sigma\text{cedíasi})}{w(\text{Oikonomía})}$, γεγονός αληθές.

2. Από τον πίνακα των κρίσεων οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι :

η **ΣΧΕΔΙΑΣΗ** υπερτερεί της **ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ** (2 φορές)
περισσότερο από όσο
η **ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ** υπερτερεί της **ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ** (3/2 φορές).

Γεγονός που προκύπτει από τον έλεγχο των λόγων προτεραιοτήτων, αφού :

$$\frac{w(\Sigma\text{cedíasi})}{w(\text{Oikonomía})} \approx 1,644 \;\; kai \;\; \frac{w(\text{Axiopistía})}{w(\Sigma\text{cedíasi})} \approx 1,464$$

που σημαίνει ότι, $\frac{w(\Sigma\text{cedíasi})}{w(\text{Oikonomía})} > \frac{w(\text{Axiopistía})}{w(\Sigma\text{cedíasi})}$, γεγονός αληθές.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Πίνακας : Επαλήθευση του θεμελιώδους όρου μέτρησης	
Πιθανό λεκτικό ζευγάρι κρίσεων	*Ζεύγη ($x_i x_j$) και αντίστοιχοι λόγοι $w^*(x_i)$ / $w^*(x_j)$*
Ίσο προς μέτριο	(Αξιοπιστία, Σχεδίαση): 1,464 (Σχεδίαση, Οικονομία): 1,644
Μέτριο	(Σχεδίαση, Χρώμα): 3,407 (Αξιοπιστία, Οικονομία): 2,407 (Οικονομία, Χρώμα): 2,072
Μέτριο προς ισχυρό	(Αξιοπιστία, Χρώμα): 4,989

4.7.3 Γενικά η έννοια του λόγου ασυνέπειας

Σε αυτό το τμήμα συζητείται η αξία του λόγου ασυνέπειας στην περίπτωση του ανωτέρω παραδείγματος «επιλογής μάρκας αυτοκινήτου», στο οποίο ο θεμελιώδης όρος μέτρησης δεν γίνεται σεβαστός, δηλαδή όταν η κλίμακα λόγων δεν είναι συμβατή με τις κρίσεις του ***A***. Με γνώμονα λοιπόν τον ακόλουθο *Πίνακα μετατροπής «γλωσσικών κρίσεων» σε «αριθμούς»*,

Πίνακας : Μετατροπή «γλωσσικών κρίσεων» σε «αριθμούς»	
Γλωσσικές Εκφράσεις	Σχετικοί αριθμοί
Ίση αξία	1
Ίση προς μέτρια επικράτηση	2
Μέτρια επικράτηση	3
Μέτρια προς ισχυρή επικράτηση	4
Ισχυρή επικράτηση	5
Ισχυρή προς πολύ ισχυρή επικράτηση	6
Πολύ ισχυρή επικράτηση	7
Πολύ ισχυρή προς ακραία επικράτηση	8
Ακραία επικράτηση	9

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

υποθέτουμε ότι το X = {x_1, x_2, x_3, x_4} είναι ένα σύνολο στοιχείων, μεταξύ των οποίων, όπως έχει προαναφερθεί, διατυπώθηκαν οι ακόλουθες ανά ζεύγη κρίσεις συγκρίσεων από ένα πρόσωπο ***A*** (αποφασίζων).

	Σ	Α	Ο	Χ
Σ	1	$\frac{2}{3}$	2	3
Α	$\frac{3}{2}$	1	3	4
Ο	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	1	3
Χ	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	1

με

Σ = Σ *c e d í a s h*
Α = Α *x i o p i s t í a*
Ο = Ο *i k o n o m í a*
Χ = Χ *r ώ m a*

Σύμφωνα λοιπόν με τον ανωτέρω Πίνακα 1 (μετατροπής «γλωσσικών κρίσεων» σε «αριθμούς») και την ανωτέρω μήτρα ανά ζεύγη συγκρίσεων, προκύπτουν τα ακόλουθα :

{x_2, x_1}	το x_2 υπερτερεί του x_1	Ίση προς ίση προς μέτρια επικράτηση
{x_1, x_3}	το x_1 υπερτερεί του x_3	Ίση προς μέτρια επικράτηση
{x_1, x_4}	το x_1 υπερτερεί του x_4	Μέτρια επικράτηση
{x_2, x_3}	το x_2 υπερτερεί του x_3	Μέτρια επικράτηση
{x_2, x_4}	το x_2 υπερτερεί του x_4	Μέτρια προς ισχυρή επικράτηση
{x_3, x_4}	το x_3 υπερτερεί του x_4	Μέτρια επικράτηση

Για αυτό το σύνολο των κρίσεων, είναι αδύνατο να γίνει σεβαστός ο θεμελιώδης όρος μέτρησης. Πράγματι, για να γίνει αυτό δυνατό, πρέπει ταυτόχρονα να ισχύουν τα κάτωθι :

1. $\frac{w(x_2)}{w(x_3)} = \frac{w(x_1)}{w(x_4)}$ βάση των προτεραιοτήτων της μήτρας,

επειδή από τις κρίσεις του ***A*** προκύπτει ότι :

το x_2 επικρατεί του x_3 (μέτρια επικράτηση)

όσο

το x_1 επικρατεί του x_4 (μέτρια επικράτηση).

2. $\frac{w(x_3)}{w(x_4)} > \frac{w(x_2)}{w(x_1)}$ βάση των προτεραιοτήτων της μήτρας,

επειδή από τα αποτελέσματα κρίσεων του ***J*** ισχύει ότι :

το x_3 επικρατεί του x_4 (μέτρια επικράτηση)

περισσότερο από όσο

το x_2 επικρατεί του x_1 (ίση προς ίση προς μέτρια επικράτηση).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Αυτό είναι αδύνατο επειδή το αποτέλεσμα αυτών των σχέσεων (πολλαπλασιασμός ανά μέλη) δίνει : $\frac{w(x_2)}{w(x_4)} > \frac{w(x_2)}{w(x_4)}$.

Υπενθυμίζουμε ότι έχει ήδη υπολογισθεί, μέσω των παραπάνω κρίσεων, ένα διάνυσμα των προτεραιοτήτων και μια τιμή [0,027] για τον λόγο ασυνέπειας. Έτσι, η τιμή του λόγου ασυνέπειας, αντίθετα προς αυτό που θα μπορούσε να αναμένεται από το όνομά του, δεν αποκαλύπτει απαραίτητα το ασυμβίβαστο μεταξύ ενός συνόλου κρίσεων του αποφασίζοντα και της δημιουργίας μιας κλίμακας λόγων του Χ. Επομένως, η έννοια του λόγου ασυνέπειας καταρχήν φαίνεται ασαφής.

4.7.3.1 Η ΔΙΚΗ ΜΑΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ (2)

Εάν βέβαια εξετάσουμε το ίδιο παράδειγμα από την άποψη των υπολογισμένων ιδιοδιανυσμάτων (προτεραιοτήτων – βαρών), ισχύουν τα κάτωθι :

1. $\frac{w(x_2)}{w(x_3)} < \frac{w(x_1)}{w(x_4)}$, αφού

$$\frac{w(\text{Axiopistía V})}{w(\text{Oikonomía V})} \approx 2,407 < \frac{w(\text{Σcedíash V})}{w(\text{Xrώmato V})} \approx 3,407 \quad \text{και}$$

2. $\frac{w(x_3)}{w(x_4)} > \frac{w(x_2)}{w(x_1)}$, αφού $\frac{w(\text{Oikonomía V})}{w(\text{Xrώmato V})} \approx 2,072 > \frac{w(\text{Axiopistía V})}{w(\text{Σcedíash V})} \approx 1,464$,

οπότε αλλάζουν πλέον οι ανισότητες των ανά ζεύγη συγκρίσεων και εάν πολλαπλασιάσουμε ανά μέλη προκύπτει ότι πράγματι :

$$\frac{w(\text{Axiopistía V})}{w(\text{Xrώmato V})} \approx \frac{w(\text{Axiopistía V})}{w(\text{Xrώmato V})} \approx 4,987$$

4.7.4 Συμπέρασμα

Σε αυτό το τμήμα, εξετάσθηκαν οι αρχές της μεθόδου του *Saaty*, αναλύοντας την διαδικασία ιδιοτιμής, που χρησιμοποιείται για να παραγάγει ένα διάνυσμα των προτεραιοτήτων,

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

κάτω από το πρίσμα κριτικής της εργασίας των *Costa C. & Vansnick J-C.* Το κύριο συμπέρασμα είναι ότι, αυτή η διαδικασία είναι πολύ κομψή από μαθηματική άποψη, ακόμα και αν δεν τηρεί επακριβώς τον θεμελιώδη όρο μέτρησης. Βεβαίως πρέπει να αποδεχθούμε ότι τέτοιες εκτροπές δημιουργούνται αφού οι κρίσεις του αποφασίζοντα δεν είναι πάντα απόλυτα συνεπείς.

Έτσι αφού ο βαθμός συνέπειας ουσιαστικά δείχνει πόσο «μη συνεπής» είναι ένας πίνακας ανά ζεύγη συγκρίσεων, τότε και οι λόγοι βαρών στοιχείων – κριτηρίων σύμφωνα με το υπολογισμένο ιδιοδιάνυσμα, πολλές φορές δεν τηρούν επακριβώς τον θεμελιώδη όρο μέτρησης. Το γεγονός αυτό όμως δεν αναδεικνύει την ανάγκη επαναπροσδιορισμού της μεθόδου εύρεσης ιδιοδιανύσματος και βαθμού συνέπειας των μητρών σύγκρισης, αφού ο βασικός στόχος επαρκούς προσδιορισμού τους, σε σχέση με τα δεδομένα βάρη που καθορίζει ο αποφασίζων, υπερκαλύπτεται σε κάθε περίπτωση.

4.8 ΑΛΛΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΒΑΡΩΝ

Εκτός της «μεθόδου του ιδιοδιανύσματος» *(eigenvector method)* που παρουσιάστηκε στις προηγούμενες παραγράφους, έχουν προταθεί στην βιβλιογραφία και άλλες μέθοδοι υπολογισμού των σχετικών βαρών από πίνακες ανά ζεύγη συγκρίσεων. Μερικές βασικές από αυτές δίδονται στη συνέχεια.

4.8.1 Η μέθοδος του μέσου μετασχηματισμού (mean transformation method)

Δεδομένου ενός πίνακα $A=\left(a_{ij}\right)$ συγκρίσεων ανά ζεύγη, τα σχετικά βάρη (προτεραιότητες) των συγκρινόμενων στοιχείων απόφασης εκτιμώνται ως βέλτιστη λύση του ακόλουθου μοντέλου:

$$\min_{w_j>0} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left(b_{ij} - w_j\right)^2$$

Όπου:

$$b_{ij} = a_{ij} / \sum_{i} a_{ij}$$

Η βέλτιστη λύση του παραπάνω μαθηματικού προγράμματος είναι :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$w_i = \frac{1}{n}\sum_j b_{ij}$$

4.8.2 Η μέθοδος του γεωμετρικού μέσου κατά γραμμή (row geometric mean)

Η μέθοδος του γεωμετρικού μέσου, που είναι γνωστή και ως μέθοδος λογαριθμικών ελαχίστων τετραγώνων *(logarithmic least squares method)* εκτιμά τα σχετικά βάρη των συγκρινόμενων στοιχείων απόφασης με το ακόλουθο μαθηματικό πρόγραμμα :

$$\min_{w_j>0} \sum_{i\neq j}\left[\ln a_{ij} - \left(\ln w_i - \ln w_j\right)\right]^2$$

Η βέλτιστη λύση του προγράμματος αυτού δίδεται από τη σχέση :

$$w_i = \left(\prod_{j=1}^{n} a_{ij}\right)^{1/n}$$

4.8.3 Η μέθοδος του γεωμετρικού μέσου κατά στήλη (column geometric mean)

Με ανάλογο όπως παραπάνω τρόπο τα σχετικά βάρη δίδονται από τη σχέση :

$$w_j = \left(\prod_{i=1}^{n} a_{ij}\right)^{1/n}$$

4.8.4 Η μέθοδος του απλού μέσου κατά γραμμή (simple row average)

Τα βάρη στην περίπτωση αυτή υπολογίζονται απλά από τον πίνακα συγκρίσεων ως η μέση τιμή των στοιχείων της κάθε γραμμής, δηλαδή από τη σχέση :

$$w_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

4.9 AHP – Κρίσεις Διαστήματος

4.9.1 Ιστορική Αναδρομή

Στο πλαίσιο εργασίας της ασαφούς λογικής, οι Van Laarhoven & Pedryz (1983) πρότειναν τις τριγωνικές σχεσιακές λειτουργίες για το ανακριβές συμπέρασμα των ανά ζεύγη συγκρίσεων και του υπολογισμού των αλληλοεπιδράσεων των ασαφών βαρών. Ο Buckley (1985) και ο Boender (1989) επέκτειναν αυτά τα αποτελέσματα σε μεγαλύτερη γενίκευση των σχεσιακών λειτουργιών και όπως οι Van Laarhoven & Pedryz (1983), έδωσαν την λογαριθμική μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων για τον υπολογισμό των προτεραιοτήτων. Πέρα από τις πολλές σύνθετες διαδικασίες υπολογισμού, η κύρια αδυναμία αυτών των προσεγγίσεων είναι η έλλειψη σαφών κανόνων για την μετατροπή των ασαφών βαρών στα ζητούμενα αποτελέσματα.

Ακολουθώντας μια διαφορετική γραμμή έρευνας οι Saaty & Vargas (1987) πρότειναν τις κρίσεις διαστημάτων στην *AHP*, σαν ένα είδος μοντέλου κατάλληλου να εκφράσει την υποκειμενική αβεβαιότητα των προτιμήσεων του αποφασίζοντα *(Decision Maker – DM)*. Με αυτές τις κρίσεις διαστημάτων ο αποφασίζων μπορεί να δηλώνει ότι το ***i*** υποστοιχείο είναι κατ' ελάχιστον ασθενές και κατά το μέγιστο ισχυρά σημαντικότερο από το ***j*** υποστοιχείο. Χρησιμοποιώντας αριθμητικά ισοδύναμα των λεκτικών εκφράσεων ισχύος της προτίμησης, δίνεται η ισοδύναμη έκφραση «το ***i*** υποστοιχείο είναι τρεις **έως** πέντε φορές σημαντικότερο από το ***j*** υποστοιχείο». Αυτό εν συντομία περιγράφεται σαν $I_{ij} = [l_{ij}, u_{ij}] = [3,5]$.

Στους όρους των ανά διαστήματα κρίσεων, ο πίνακας αναπαράστασης συγκρίσεων μπορεί να γραφτεί :

$$\begin{pmatrix} 1 & < l_{12}, u_{12} > & \mathbf{L} & < l_{1n}, u_{1n} > \\ < l_{21}, u_{21} > & 1 & \mathbf{L} & < l_{2n}, u_{2n} > \\ \mathbb{M} & \mathbb{M} & & \mathbb{M} \\ < l_{n1}, u_{n1} > & < l_{n2}, u_{n2} > & \mathbf{L} & 1 \end{pmatrix}$$

Εάν ο αποφασίζων θεωρεί ότι το ***i*** υποστοιχείο είναι σημαντικότερο από το ***j*** υποστοιχείο ($l_{ij} = 1$), τότε το ***j*** υποστοιχείο θα πρέπει να είναι κατ' ελάχιστον σημαντικό ως προς το ***i***

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

υποστοιχείο ($u_{ji}=1$). Επεκτείνοντας αυτή την παραδοχή σε μια γενική περίπτωση προκύπτει ότι $l_{ij}u_{ji}=1$ για $i \neq j$.

Οι Saaty & Vargas (1987) μελέτησαν την δημιουργία των επί μέρους προτεραιοτήτων από τον πίνακα αναπαράστασης συγκρίσεων, αλλά κατέληξαν ότι το πρόβλημα υπολογισμού όλων των ιδιοδιανυσμάτων αυτών των αντίστροφων πινάκων των οποίων τα στοιχεία ανήκουν στο διάστημα I_{ij}, είναι μια σχετικά δύσκολη υπόθεση.

Πρακτικά το ιδιοδιάνυσμα είναι μία μη γραμμική συνάρτηση των στοιχείων του πίνακα και έτσι δεν υπάρχουν ακριβείς τεχνικές για τον προσδιορισμό των ορίων των συνιστωσών. Μια πιθανότητα προσέγγισης αυτών των ορίων είναι η χρησιμοποίηση της Monte Carlo προσομοίωσης για την παραγωγή ιδιοδιανυσμάτων από δείγματα πινάκων τα στοιχεία των οποίων ανήκουν στα δεδομένα διαστήματα.

Ο Yoon (1988) μελέτησε πόσο ευαίσθητες είναι οι επί μέρους προτεραιότητες και τα τελικά βάρη στα πιθανά λάθη κατά την σύγκριση. Για να αποφύγει πολύπλοκους αλγεβρικούς υπολογισμούς προσέγγισε τις επί μέρους προτεραιότητες χρησιμοποιώντας την κανονικοποίηση αθροισμάτων των συγκρίσεων.

Αντί να αναλύσει τις ιδιότητες του πίνακα διαστημάτων, ο Arbel (1989, 1991) παρουσίασε τις κρίσεις διαστημάτων σαν γραμμικούς περιορισμούς των επί μέρους προτεραιοτήτων. Δίνοντας έμφαση στον προσδιορισμό των κρίσεων διαστημάτων, επισήμανε ότι ένα δεδομένο επί μέρους ιδιοδιάνυσμα προτεραιοτήτων $w=(w_1,....,w_n)$ είναι συνεπές με την κρίση $I_{ij}=[l_{ij},u_{ij}]$ μόνο αν ικανοποιεί τους περιορισμούς : $l_{ij}w_j \leq w_i \leq u_{ij}w_j$.

Μετά καθόρισε την *εφικτή περιοχή* ***(feasible region)***, σαν ένα σύνολο των επί μέρους προτεραιοτήτων που ικανοποιούν όλους αυτούς τους περιορισμούς. Έτσι η εφικτή περιοχή μπορεί να γραφτεί σαν :

$$S = Q^n \cap \{w \mid l_{ij}w_j \leq w_i \leq u_{ij}w_j\} \text{ όπου } Q^n = \{(w_1,....,w_n) \mid w_i \geq 0, \sum_{i=1}^{n} w_i = 1\}$$

και τα l_{ij}, u_{ij} συμφωνούν με αυτά τα όρια διαστημάτων που ο αποφασίζων έχει προσδιορίσει.

Σύμφωνα με αυτό τον προσδιορισμό, η εφικτή περιοχή καθορίζεται πολύ καλά ακόμα και αν μερικά ή όλα τα όρια διαστημάτων δεν υπάρχουν, αλλά δεν μπορεί να προσδιορισθεί αν οι κρίσεις είναι ασύμβατες.

Οι Arbel & Vargas (1992) διατύπωσαν τα προβλήματα μεγιστοποίησης και ελαχιστοποίησης για τον καθορισμό των ορίων διαστημάτων σύμφωνα με την μέθοδο εύρεσης

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ιδιοδιανυσμάτων, όταν τα στοιχεία ενός αντίστροφου πίνακα ανήκουν στα διαστήματα. Επίσης χαρακτήρισαν τα διαστήματα των εναλλακτικών βαρών σαν λύσεις μη γραμμικών προβλημάτων, στα οποία όλοι οι επί μέρους περιορισμοί της ιεραρχίας συμπεριλαμβάνονται σαν μεταβλητές απόφασης.

Αποτέλεσμα είναι ο χρόνος, που απαιτείται για την επίλυση αυτών των προβλημάτων βελτιστοποίησης, να αυξάνεται ανάλογα με το μέγεθος της ιεραρχίας. Έτσι αυτή η προσέγγιση σε συνεπείς περιπτώσεις μπορεί να δημιουργήσει παρόμοια διαστήματα βαρών, δεν λειτουργεί σωστά στην υποστήριξη υλοποίησης αλληλοεπιδράσεων των αποφάσεων.

Η μέθοδος των Solymosi & Dombi (1986) μετατρέπει την συλλογή προτιμήσεων σε μια εφικτή περιοχή, από την οποία επιλέγεται το κεντρικό διάνυσμα για να αναπαραστήσει τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα.

Οι Olson & Dorai (1992) παρατήρησαν ότι η κεντροειδής μέθοδος δίνει συχνά κατά προσέγγιση παρόμοια αποτελέσματα με την *AHP*, ακόμα και αν απαιτούνται περισσότερα στοιχεία εισόδου. Όμως η κεντροειδής μέθοδος μπορεί να αποδειχθεί ανακριβής, αφού δεν επιτρέπει στον αποφασίζοντα να εισάγει λόγους ή άλλες μορφές κρίσης περιεκτικότερες των ταξινομημένων συγκρίσεων.

Στόχος είναι η επικέντρωση στη διαδικασία υπολογισμού αποτελεσματικών μηχανισμών εύρεσης εναλλακτικών προτιμήσεων, όταν οι επί μέρους προτιμήσεις εμπεριέχονται σε εφικτά σύνολα. Με αυτόν τον τρόπο επεκτείνεται η εργασία των Salo & Hamalainen (1992) πάνω στην παραγωγή διαστημάτων βαρών, μέσω της μελέτης υπολογισμού των πεδίων βαρών των κριτηρίων και της εισήγησης ενός δείκτη μέτρησης του επιπέδου ανακρίβειας των κρίσεων του αποφασίζοντα.

Η μεθοδολογία αυτή μπορεί να θεωρηθεί σαν μια γενίκευση της συμβατικής *AHP*. Η κύρια διαφορά είναι ότι μαζί με τις συγκρίσεις αναλογιών – λόγων, ο αποφασίζων μπορεί να καθορίσει επιπλέον και τα διαστήματα κρίσεων.

4.9.2 Εισαγωγή στον γραμμικό προγραμματισμό και στο goal programming model

Ο προγραμματισμός στόχου είναι ένας κλάδος της λήψης αποφάσεων πολλαπλών στόχων και είναι βασισμένος στην έννοια της εύρεσης των εφικτών σημείων όσο το δυνατόν πιο κοντά σε διάφορους στόχους. Ένα σύνολο στόχων επιλέγεται από τον αποφασίζοντα. Οποιεσδήποτε

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

(ανεπιθύμητες) αποκλίσεις από αυτούς τους στόχους «τιμωρούνται» προκειμένου να αποκτηθεί μια ικανοποιητική λύση. Πώς αυτές οι «ρήτρες» εφαρμόζονται, εξαρτώνται από τον τύπο προγράμματος στόχου.

Ο προγραμματισμός στόχου αποτελεί ένα πολύ δημοφιλές μοντέλο μετατροπής πολυκριτηρίων γ.π. σε μονοκριτήρια. Ο αποφασίζων πρέπει να ορίσει ένα στόχο που θέλει να πετύχει, για κάθε κριτήριο στο οποίο αναφέρεται. Με αυτό τον τρόπο κατά προσέγγιση, ορίζονται οι τιμές – στόχοι που ονομάζουμε $s_1, s_2, ..., s_n$.

Έτσι το προκύπτον μοντέλο μετατρέπει όλες τις αντικειμενικές συναρτήσεις σε περιορισμούς, με την εισαγωγή μεταβλητών απόκλισης (σφάλματος) που προέρχονται από τους στόχους. Αυτή η γενική μορφή του μοντέλου αναφέρεται ως :

$$[\min] z = \sum_{i=1}^{n} p_i f_i \left(d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, ..., d_n^-, d_n^+ \right)$$

Υπό τους όρους

$$\sum_{j=1}^{l} c_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = s_i, \quad i = 1, 2, ..., n$$

$$x \in A$$

$$d_i^- \geq 0, \; d_i^+ \geq 0, \; i = 1, 2, ..., n$$

Όπου :

s_i αποτελεί την αριθμητική τιμή του στόχου i.

p_i είναι ο βαθμός προτεραιότητας (βάρος) του στόχου i.

d_i^+ εκφράζει το πλεονέκτημα αγαθού ή μέσου ως προς το στόχο s_i.

d_i^- αντίστοιχα εκφράζει το έλλειμμα αγαθού ή μέσου ως προς το στόχο s_i.

f_i αποτελεί μια γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών d_i^+ και d_i^-.

Βεβαίως ανάλογα με τη φύση του εξεταζόμενου προβλήματος, ορισμένες μεταβλητές d_i^+ ή d_i^- μπορεί να μην συμπεριλαμβάνονται μέσα στη γραμμική συνάρτηση f_i.

Η διαδικασία βελτιστοποίησης του ανωτέρω αναφερόμενου γραμμικού προβλήματος συνεπάγεται τη σχέση $d_i^- \times d_i^+ = 0 \; \forall \; i$, δηλαδή ότι τουλάχιστον μια μεταβλητή απόκλισης παίρνει μηδενική τιμή.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Ο *σταθμισμένος προγραμματισμός στόχου* ***(Weighted Goal Programming – WGP)*** συνδέει τα βάρη σύμφωνα με την ανάλογη σημασία κάθε στόχου όπως αυτή γίνεται αντιληπτή από τον αποφασίζοντα και ελαχιστοποιεί (minimises) το σύνολο των βαρών. Τα μηδενικά βάρη είναι συνδεμένα με τις αποκλίσεις που δεν είναι απαραίτητο να ελαχιστοποιηθούν (παραδείγματος χάριν, θετικές αποκλίσεις από τον αναμενόμενο στόχο επιστροφής χαρτοφυλακίων).

Ο *λεξικογραφικός προγραμματισμός στόχου* ***(Lexicographic Goal Programming – LGP)*** χωρίζει τους στόχους σε έναν αριθμό διαφορετικών επίπεδων προτεραιότητας, όπου η ικανοποίηση των στόχων με υψηλότερη προτεραιότητα θεωρείται ως απείρως σημαντικότερη από την ικανοποίηση των στόχων χαμηλότερων επιπέδων. Ένα πρακτικό LGP πρότυπο, που εισήχθη πρώτα από τον Lee (1980), και μια διατύπωση του σε επίπεδο WGP προτύπου, μπορούν να βρεθούν στον Tamiz (1996).

Ο Tamiz κ.ά. (1996), χρησιμοποιώντας ένα πρότυπο - παράγοντα των επιστροφών αποθεμάτων, μετρά τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου ως το σύνολο των απόλυτων αποκλίσεων των ευαισθησιών του παράγοντα χαρτοφυλακίου από εκείνους ενός καθορισμένου στόχου. Ο απρογραμμάτιστος κίνδυνος δεν λαμβάνεται καθόλου υπόψη, ούτε τυγχάνει κάποιου είδους επεξεργασίας. Για να επιτευχθεί η διαφοροποίηση των συγκεκριμένων κινδύνων των αποθεμάτων, εφαρμόζεται ένας περιορισμός στις συνολικές μετοχές, που επιτρέπονται σε κάθε τομέα της βιομηχανίας.

4.9.2.1. Weighted Goal Programming – WGP

Ακολούθως παρουσιάζεται μια απλουστευμένη έκδοση ενός τέτοιου προτύπου **WGP.** Ο στόχος του προτύπου είναι να ελαχιστοποιηθεί ο κίνδυνος που συνδέεται με το χαρτοφυλάκιο ***και*** να μεγιστοποιηθεί ταυτόχρονα η αναμενόμενη επιστροφή.

Δεν διευκρινίζεται ένα ιδιαίτερο μέτρο του κινδύνου. Το μόνο όριο στο μέτρο κινδύνου είναι ότι ο κίνδυνος χαρτοφυλακίων είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των κινδύνων που συνδέονται με αποθέματα των συστατικών.

Εισάγουμε επίσης μερικές πρόσθετες παραμέτρους και μεταβλητές για αυτό το πρότυπο.

Παράμετροι :

Υποθέτουμε ότι :

$W1$: δείχνει το θετικό βάρος της ρήτρας που συνδέεται με τα ελλείμματα στην επιστροφή χαρτοφυλακίων κάτω από τον επιθυμητό στόχο,

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

*W*2 : δείχνει το θετικό βάρος της ρήτρας που συνδέεται με τον υπερβολικό κίνδυνο χαρτοφυλακίων σε σχέση με τον επιθυμητό στόχο,

Riskp : δείχνει τον κίνδυνο που συνδέεται με το χαρτοφυλάκιο,

Riski : δείχνει τον κίνδυνο που συνδέεται με το προτέρημα *i.*

Μεταβλητές Απόφασης :

Υποθέτουμε ότι :

n_1 : δείχνει την αρνητική απόκλιση από το επίπεδο στόχων επιστροφής χαρτοφυλακίων,

p_1 : …την θετική απόκλιση από το επίπεδο στόχων επιστροφής των χαρτοφυλακίων,

n_2 : … την αρνητική απόκλιση από το επίπεδο κινδύνου των στόχων,

p_2 : … την θετική απόκλιση από το επίπεδο κινδύνου των στόχων.

WGP :

$$\text{Min} \quad Z_{WGP} = W_1 n_1 + W_2 p_2 \qquad (1)$$

υπό τους όρους

$$\sum_{i=1}^{N} x_i m_i + n_1 - p_1 = r \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{N} Risk_i x_i + n_2 - p_2 = Risk_p \qquad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \qquad (4)$$

$$n_1, n_2, p_1, p_2 \geq 0 \qquad (5)$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, ..., N \qquad (6)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (1) επιδιώκει να ελαχιστοποιήσει τον κίνδυνο και να μεγιστοποιήσει την επιστροφή, σε ανταπόδοση με τον υπερβολικό κίνδυνο και τα ελλείμματα, σχετικά με τους αντίστοιχους στόχους. Τα χαμηλότερα επίπεδα κινδύνου και τα υψηλότερα επίπεδα επιστροφής δεν περιορίζονται. Τα ελλείμματα σε ανταπόδοση και οι υπερβολές στον κίνδυνο καθορίζονται από τους περιορισμούς (2) και (3) αντίστοιχα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

4.9.3 Ασαφής Γραμμικός Προγραμματισμός

Η ασαφής θεωρία είναι μια μέθοδος που διευκολύνει την ανάλυση αβεβαιότητας των συστημάτων, όπου η αβεβαιότητα προκύπτει λόγω της αοριστίας ή "της ασάφειας" παρά λόγω μόνο του τυχαίου (***Evans κ.ά.***,1986). Είναι βασισμένη σε ένα υπερσύνολο της συμβατικής (***Boolean***) λογικής, που έχει επεκταθεί για να χειριστεί την έννοια της μερικής αλήθειας, δηλαδή τιμές αλήθειας μεταξύ "απολύτως αληθινού" και "απολύτως ψεύτικου". Εισήχθη από τον ***Zadeh*** ως μέσον διαμόρφωσης της αβεβαιότητας της φυσικής γλώσσας (***Zadeh***, 1965). Η ασαφής θεωρία χρησιμοποιεί τη διαδικασία "***fuzzification***" ως μεθοδολογία για να γενικεύσει οποιαδήποτε συγκεκριμένη θεωρία και να την ανάγει από μία ξεκάθαρη σε μια συνεχή (συγκεχυμένη – ασαφή) μορφή.

Ένας επίσημος καθορισμός του ασαφούς γραμμικού προγραμματισμού προσφέρεται από τον Zimmermann (1991) :

Σαν κλασσικό πρότυπο του γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να δηλωθεί :

$$\begin{aligned} &\max imize && f(x) = c^T x \\ &up\acute{o}\ touV\ \acute{o}rouV && Ax \le b \\ & && x \ge 0 \\ &me\ \ c, x \in \Re^n, b \in \Re^m, a \in \Re^{m \times n} \end{aligned} \qquad (1)$$

Εδώ θα πρέπει να ξεχάσουμε όλες τις κλασσικές υποθέσεις, ότι όλοι οι συντελεστές *του A*, *του b*, και *του c* είναι σταθεροί αριθμοί, ότι το $\le$ εννοείται υπό μια σταθερή έννοια και ότι το "μεγιστοποιήστε" είναι μια ακριβής έννοια. Εάν υποθέσουμε ότι η LP απόφαση πρέπει να γίνει σε ασαφή περιβάλλοντα, τότε υπάρχουν αρκετά διαφορετικές πιθανές τροποποιήσεις της (1).

Ο αποφασίζων μπορεί μην θέλει πραγματικά να μεγιστοποιήσει ή να ελαχιστοποιήσει την αντικειμενική συνάρτηση. Μάλλον θα θελήσει να φθάσει μερικά επίπεδα επιθυμίας του, τα οποία επιπλέον να μην είναι ακόμη σταθερά προσδιορισμένα. Κατά συνέπεια ίσως να θελήσει π.χ. «να βελτιώσει αρκετά την παρούσα κατάσταση δαπανών» κ.λπ.

Οι περιορισμοί μπορεί να είναι ασαφείς με έναν από τους ακόλουθους τρόπους. Το $\le$ σημάδι ίσως να μην σημαίνει κάτι υπό την ακριβή μαθηματική έννοια, αλλά ότι κάποιες μικρότερες παραβιάσεις μπορεί να είναι αποδεκτές. Αυτό μπορεί να συμβεί εάν οι περιορισμοί αντιπροσωπεύουν τα επίπεδα επιθυμίας όπως αναφέρονται ανωτέρω, ή εάν παραδείγματος χάριν, οι περιορισμοί αντιπροσωπεύουν τις αισθητήριες απαιτήσεις (γεύση, χρώμα, μυρωδιά, κ.λπ.), γεγονός το οποίο δεν μπορεί επαρκώς να προσεγγιστεί από έναν σταθερό περιορισμό. Φυσικά, οι

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

συντελεστές των διανυσμάτων ***b*** ή ***c*** ή της ίδιας της μήτρας ***A*** μπορεί να έχουν έναν ασαφή χαρακτήρα, είτε επειδή είναι συγκεχυμένης φύσης, είτε επειδή η αντίληψη πού υπάρχει για αυτούς είναι επίσης συγκεχυμένη – ασαφής.

Ο ρόλος των περιορισμών μπορεί να είναι διαφορετικός από αυτόν του κλασσικού γραμμικού προγραμματισμού, όπου η παραβίαση οποιουδήποτε απλού περιορισμού με οποιοδήποτε τρόπο καθιστά τη λύση απραγματοποίητη. Ο αποφασίζων ίσως να δεχτεί κάποιες μικρές παραβιάσεις διαφορετικών περιορισμών. Ο ασαφής γραμμικός προγραμματισμός προσφέρει διάφορους τρόπους για όλους αυτούς τους τύπους ασαφειών.

Το πρότυπο του ασαφούς γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να εκφραστεί :

$$\begin{array}{ll} \max imize & c^T \underline{\approx>} z \\ upó\ touV\ órouV & Ax \underline{\approx>} b \\ & x \geq 0 \end{array} \qquad (2)$$

όπου το $\underline{\approx>}$ δείχνει την ασαφή έκδοση του $\geq$ και έχει την γλωσσική ερμηνεία *«ουσιαστικά μεγαλύτερη από»*. Η αντικειμενική συνάρτηση (1) ίσως να πρέπει να γραφτεί ως μια ελαχιστοποίηση του στόχου, προκειμένου να θεωρηθεί ότι το ***z*** αποτελεί το άνω όριο. Βλέπουμε ότι η (2) είναι πλήρως συμμετρική όσον αφορά την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς.

Προσοχή πρέπει να δοθεί σε ασκήσεις όταν δύο ασαφή σύνολα συνδέονται για να αναπτύξουν ένα νέο ασαφές σύνολο που εξετάζει ταυτόχρονα και τα δύο πρώτα σύνολα. Τα σύνολα τυπικά συνδυάζονται μέσω της μεγιστοποίησης ή της ελαχιστοποίησης των διαδικασιών αλλά σε πραγματικά συστήματα μπορεί να συσχετιστούν οι αρχικοί παράγοντες.

Οι παράγοντες μπορούν επίσης να είναι *αντισταθμιστικοί*, όπως εξηγούνται από τον Zimmermann (1991) :

Δεδομένου ότι ο βαθμός συγγενείας στο αθροισμένο ασαφές σύνολο είναι :

$m_{Agg}(x_k) = f(m_A(x_k), m_B(x_k)) = k$ το f είναι αντισταθμιστικό εάν $m_{Agg}(x_k) = k$ αποκτιέται για ένα διαφορετικό $m_A(x_k)$ από μια αλλαγή στο $m_B(x_k)$.

Με έναν ανάλογο τρόπο, οι δυαδικές διαδικασίες που αθροίζουν δύο ασαφή σύνολα μπορούν να οδηγήσουν σε ένα τρίτο ασαφές σύνολο, που δεν είναι απλά ένα μέγιστο, ένα ελάχιστο, ή ένας μέσος όρος των προσθετέων.

Οι διαδικασίες γνωστές σαν τριγωνικοί κανόνες (***t-conorms)*** συναθροίζουν ασαφή σύνολα και επιδρούν στις υπερ-μέγιστες (supermaximal) συγγένειες. Οι διαδικασίες γνωστές ως τριγωνικοί κανόνες (***t-norms)*** συναθροίζουν ασαφή σύνολα και επιδρούν στις υπο-ελάχιστες (subminimal) συγγένειες.

Το συμβατικό πρότυπο του γραμμικού προγραμματισμού (LP) μπορεί να δηλωθεί σαν : $\langle c, x\rangle \to \min \; upó\; ton\; óro\; Ax \le b$,

όπου

- $\langle c, x\rangle = c_1 x_1 + ... + c_n x_n$ είναι η αντικειμενική συνάρτηση,
- $x = (x_1, ..., x_n)$ είναι η μεταβλητή απόφασης,
- $(Ax)_i = \langle a_i, x\rangle = a_{i1} x_1 + ... + a_{in} x_n$
- $X = \{x \mid Ax \le b\}$ είναι το σύνολο *εφικτών* εναλλακτικών λύσεων.
- $x_{opt} \in X$ καλείται η βέλτιστη λύση στο πρόβλημα LP εάν :

$\langle c, x_{opt}\rangle \le \langle c, x\rangle \; giá\; káqe\; x \in X$.

Σε πολλά πραγματικά προβλήματα μπορεί να είναι ικανοποιητικό να καθοριστεί ένα x έτσι ώστε : $c_1 x_1 + ... + c_n x_n \le b_0, upó\; ton\; óro\; Ax \le b$, όπου $το\; b_0$ είναι ένα προκαθορισμένο *επίπεδο επιθυμίας*.

Η ασαφής αντικειμενική συνάρτηση χαρακτηρίζεται από τη συνάρτηση συγγενείας και το ίδιο ισχύει και για τους περιορισμούς.

Δεδομένου ότι θέλουμε να ικανοποιήσουμε την αντικειμενική συνάρτηση καθώς επίσης και τους περιορισμούς, μια απόφαση σε ένα ασαφές περιβάλλον καθορίζεται ανάλογα με το μη ασαφές περιβάλλον, δηλαδή ως επιλογή των δραστηριοτήτων που ικανοποιούν ταυτόχρονα την αντικειμενική συνάρτηση *και* τους περιορισμούς.

Στην ασαφή θεωρία η διατομή των συνόλων κανονικά αντιστοιχεί στο λογικό «*και*». Η απόφαση στο ασαφές περιβάλλον μπορεί επομένως να αντιμετωπισθεί ως διατομή των ασαφών περιορισμών και της ασαφούς αντικειμενικής συνάρτησης.

Η συγγένεια μεταξύ των περιορισμών και των αντικειμενικών συναρτήσεων σε ένα ασαφές περιβάλλον είναι επομένως πλήρως συμμετρική, δηλαδή δεν υπάρχει πλέον διαφορά μεταξύ προηγούμενου και τελευταίου.

Ξεκινώντας από το πρόβλημα : $\langle c, x\rangle \to \min \; upó\; ton\; óro\; Ax \le b$, ενώ η υιοθετημένη ασαφής αντίστοιχη έκδοση είναι : $\langle c, x\rangle \lesssim b_0 \; upó\; ton\; óro\; Ax \lesssim b$.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Δηλαδή,

$$c_1 x_1 + \ldots + c_n x_n \lesssim b_0$$

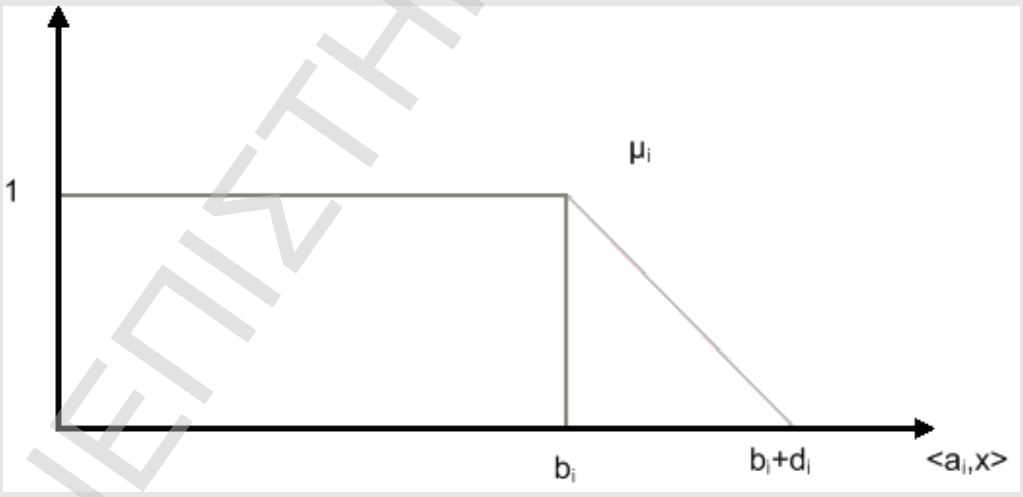
$$a_{i1} x_1 + \ldots + a_{in} x_n \lesssim b_i,\ i = 1, \ldots, m\,.$$

Εδώ το b_0 σημαίνει ένα επίπεδο επιθυμίας του ιθύνοντος.

Καθορίζουμε τώρα τις συναρτήσεις συγγενείας για τους περιορισμούς :

$$m_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{εάν } \langle a_i, x \rangle \le b_i \\ 1 - \dfrac{\langle a_i, x \rangle - b_i}{d_i} & \text{εάν } b_i < \langle a_i, x \rangle \le b_i + d_i \\ 0 & \text{εάν } \langle a_i, x \rangle > b_i + d_i \end{cases}$$

όπου $d_i > 0$ είναι οι *υποκειμενικά επιλεγμένες σταθερές των αποδεκτών παραβιάσεων*, $i = 1, \ldots, m$.



Σαν $m_i(x)$ αναφέρεται ο βαθμός, στον οποίο το x ικανοποιεί τον ***i*** περιορισμό.

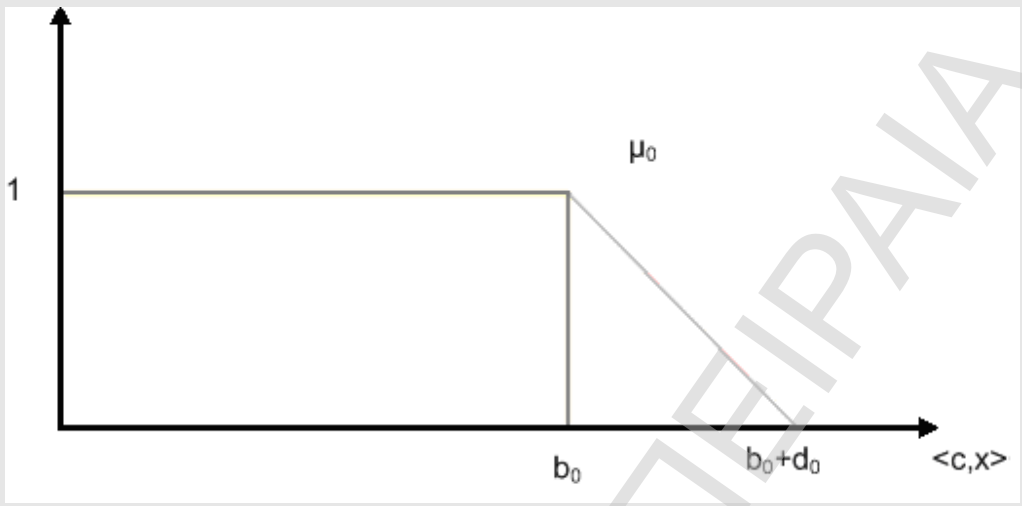
Η συνάρτηση συγγενείας της αντικειμενικής συνάρτησης καθορίζεται σαν :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$m_0(x)=\begin{cases}1 & \text{εάν } \langle c,x\rangle \le b_0 \\ 1-\dfrac{\langle c,x\rangle - b_0}{d_0} & \text{εάν } b_0 < \langle c,x\rangle \le b_0+d_0 \\ 0 & \text{εάν } \langle c,x\rangle > b_0+d_0 \end{cases}$$

όπου $d_0 > 0$ είναι οι υποκειμενικά επιλεγμένες σταθερές των αποδεκτών παραβιάσεων.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ



Σαν $m_0(x)$ αναφέρεται ο βαθμός, στον οποίο το x ικανοποιεί την ασαφή συνάρτηση στόχου.

Η *ασαφής απόφαση* ορίζεται από τους ***Bellman*** και ***Zadeh*** ως :

$$D(x) = \min\{m_0(x), m_1(x), ..., m_m(x)\}$$

όπου το x μπορεί να είναι οποιοδήποτε στοιχείο του διαστατικού διαστήματος, αφού οποιοδήποτε στοιχείο έχει έναν βαθμό εφικτό, ο οποίος είναι μεταξύ μηδέν και ένα.

Μια καταλληλότερη – βέλτιστη λύση στον ασαφή LP καθορίζεται από τη σχέση :

$$D(x^*) = \max_{x \in \mathbb{R}^n} D(x)$$

Οι τριγωνικοί κανόνες ***(Triangular norms, t-norms*** *για συντομία)* εισήχθησαν από τους Schweizer και Sklar (1963) για να μοντελοποιήσουν τις αποστάσεις στα πιθανολογικά μετρικά διαστήματα.

Στην ασαφή θεωρία οι τριγωνικοί κανόνες χρησιμοποιούνται εκτενώς για να διαμορφώσουν το λογικό συνδετικό *«και»*.

4.9.4 Ανάλυση - Εφαρμογές

Πολλοί υπεύθυνοι για τη λήψη αποφάσεων εξετάζουν το πρόβλημα μεταξύ διάφορων εναλλακτικών λύσεων βάσει ενός προσδιορισμένου συνόλου κριτηρίων. Τέτοια προβλήματα

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

καλούνται *πολλαπλά κριτήρια λήψης απόφασης* ***(MCDM)***. Η ιεραρχική ανάλυση αποφάσεων (***analytic hierarchy process – AHP***) προτεινόμενη από τον ***Saaty*** χρησιμοποιείται ευρέως για την δημιουργία πολλαπλών κριτηρίων λήψης απόφασης. Η ***AHP*** όχι μόνο βοηθά τους υπεύθυνους για τη λήψη αποφάσεων, να λαμβάνουν την καλύτερη απόφαση, αλλά και παρέχουν μια σαφή λογική ότι είναι καλύτερη η μείωση των σύνθετων αποφάσεων σε σειρά μίας προς μίας συγκρίσεων συνθέτοντας τα αποτελέσματα. Η μεγάλη δημοτικότητα και αποδοχή της ***AHP*** είναι η εννοιολογική απλότητά της και η ικανότητά χειρισμού των υποκειμενικών κριτηρίων και των ασυνεπειών στη διαδικασία λήψης απόφασης.

Σύμφωνα με τον Arbel η αρχή των συγκριτικών κρίσεων απαιτεί την οργάνωση μιας μήτρας (μαθηματικός πίνακας) ώστε να πραγματοποιηθούν οι ανά ζεύγη συγκρίσεις στοιχείων ανάλογης σπουδαιότητας, σαν ένα συστατικό όσον αφορά τα στοιχεία κριτηρίων, αλλά και σαν ένα ανώτερο συστατικό σε πιο υψηλό επίπεδο στην ιεραρχία. Η μορφή αυτού του πίνακα δείχνεται στον ***C (1)***. Η μήτρα *C* είναι ένας πίνακας ανά ζεύγη συγκρίσεων για την παραγωγή του διανύσματος προτεραιότητας $w^T = [w_1, w_2 \dots w_n]$ και συσχετίζεται με τα ***n*** στοιχεία ενός συγκεκριμένου επίπεδου και σε σχέση με ένα απλό στοιχείο, ενός επίπεδου αμέσως επάνω από αυτό. Ας υποθέσουμε ότι ο ανά ζεύγη πίνακας σύγκρισης είναι :

$$C = \begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \frac{w_1}{w_3} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \frac{w_2}{w_3} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \frac{w_3}{w_1} & \frac{w_3}{w_2} & \frac{w_3}{w_3} & \dots & \frac{w_3}{w_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \frac{w_n}{w_3} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} \qquad (1)$$

Όπου ***n*** είναι ο αριθμός των στοιχείων, με $c_{ij} > 0$ να μετρά την σχετική σπουδαιότητα του αντίκτυπου επί ενός κριτηρίου από το στοιχείο ***i,*** ενάντια σε αυτήν από το στοιχείο ***j***. Προφανώς, εάν συγκρίνουμε το ***i*** στοιχείο με το ***j*** στοιχείο γίνεται ταυτόχρονα μια σύγκριση του ***j*** στοιχείου με το ***i*** στοιχείο. Αυτό αναγκάζει τη μήτρα σύγκρισης να αποτελεί στην ουσία έναν πίνακα ανταποδοτικής ικανοποίησης του τύπου :

$$c_{ij} = \frac{1}{c_{ji}}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Στην βασική δομή της *AHP* προσέγγισης, με μια ιεραρχική δόμηση επιπέδων, ο αποφασίζων εκφράζει πάντα και με ακρίβεια την προτίμηση του ανάμεσα σε δύο στοιχεία των συγκρινόμενων ζευγών. Όμως γενικώς είναι πολύ δύσκολο για αυτόν να εκφράσει απόλυτα στις κρίσεις του και ταυτόχρονα να είναι βέβαιος γι αυτές. Απεναντίας θα προτιμούσε να του δίνεται η δυνατότητα έκφρασης των προτιμήσεών του, μέσα από ένα έστω και περιορισμένο διάστημα τιμών.

Για παράδειγμα αντί να πρέπει να πει ότι το ***i*** στοιχείο είναι πέντε φορές προτιμότερο από το ***j*** στοιχείο, να μπορούσε να πει ότι ***i*** στοιχείο είναι τουλάχιστον *τρεις* αλλά όχι περισσότερο από *πέντε* φορές προτιμότερο από το ***j*** στοιχείο.

Αυτό είναι και ένα από τα σημαντικότερα προτερήματα της *AHP*, αφού η θεωρία της δεν απαιτεί την τέλεια συνέπεια. Αντιθέτως η *AHP* επιτρέπει την ασυνέπεια, παρέχοντας βέβαια ένα μέτρο της ασυνέπειας σε κάθε σύνολο κρίσεων. Αυτό το μέτρο ασυνέπειας είναι ένα σημαντικό υποπροϊόν της διαδικασίας παραγωγής προτεραιοτήτων βασισμένων στις ανά ζεύγη συγκρίσεις. Η συνέπεια είναι συχνά η αναγκαία προϋπόθεση μια καθαρής σκέψης, δυστυχώς όμως ο πραγματικός κόσμος, όπως προαναφέρθηκε, είναι μετά βίας συνεπής. Ένας άλλος σημαντικός λόγος της ύπαρξης ασυνέπειας είναι η έλλειψη πληροφοριών για τους παράγοντες που συγκρίνονται. Γενικώς ένας λόγος ασυνέπειας περίπου 10% ή λιγότερο θεωρείται συνήθως αποδεκτός.

Το *AHP* μοντέλο με τις κρίσεις του αποφασίζοντα μέσα από τα διαστήματα τιμών, ονομάζεται συνήθως interval ***AHP (IAHP)*** μοντέλο και χαρακτηρίζεται από τις ανά ζεύγη συγκρίσεις, με τιμές στοιχείων που ανήκουν σε διαστήματα τιμών.

Γενικώς η κρίση κατά *IAHP* μπορεί να θεωρηθεί σαν μια τυχαία μεταβλητή, μέσα σε ένα δεδομένο διάστημα τιμών με κάποια πιθανότητα. Με αυτό τον τρόπο βέβαια αλλάζει ο τρόπος προσέγγισης της *IAHP* από ένα μάλλον ντετερμινιστικό μοντέλο σε ένα περισσότερο στοχαστικό – πιθανολογικό και αυτό βέβαια οφείλεται στο ότι δεν είναι δυνατή πια η ανάλυση του προβλήματος και η λύση του με τον κλασσικό τρόπο υπολογισμού του ιδιοδιανύσματος (eigenvector).

Μια μη στατιστική προσέγγιση επεξεργασίας ανακριβών ή ασυμβίβαστων κρίσεων είναι να ενσωματωθούν και να εκφρασθούν από τα διαστήματα. Αυτή η ιδέα προτάθηκε αρχικά από τους Saaty και Vargas[33] (1987), από τον Arbe (1989) και αναπτύχθηκε περαιτέρω από τον Zahir (1991), τους Arbel και Vargas[3] (1992), καθώς επίσης από τους Salo και Hamalainen(1992).

Οι Saaty και Vargas (1987) πρότειναν τις *AHP* κρίσεις διαστήματος σαν τρόπο μοντελοποίησης υποκειμενικής αβεβαιότητας των προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Με τις

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

κρίσεις διαστήματος ο αποφασίζων μπορεί να κάνει δηλώσεις του τύπου « το στοιχείο ***i*** είναι τουλάχιστον τρεις, αλλά λιγότερο από επτά φορές περισσότερο προτιμητέο από το στοιχείο ***j*** ». Οι κρίσεις διαστήματος για τέτοιες ανά ζεύγη συγκρίσεις, περιλαμβάνουν στη συνέχεια τα ανώτερα και κατώτατα όρια των σημείων κρίσεων και συγκεντρώνονται συνήθως σε μια μήτρα της μορφής (2).

$$C=\begin{bmatrix} 1 & [l_{12}\ \ u_{12}] & [l_{13}\ \ u_{13}] & \cdots & [l_{1n}\ \ u_{1n}] \\ \left[\frac{1}{u_{12}},\ \frac{1}{l_{12}}\right] & 1 & [l_{23}\ \ u_{23}] & \cdots & [l_{2n}\ \ u_{2n}] \\ \left[\frac{1}{u_{13}},\ \frac{1}{l_{13}}\right] & \left[\frac{1}{u_{23}},\ \frac{1}{l_{23}}\right] & 1 & \cdots & [l_{3n}\ \ u_{3n}] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \left[\frac{1}{u_{1n}},\ \frac{1}{l_{1n}}\right] & \left[\frac{1}{u_{2n}},\ \frac{1}{l_{2n}}\right] & \left[\frac{1}{u_{3n}},\ \frac{1}{l_{3n}}\right] & \cdots & 1 \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Όπου l_{ij} και u_{ij} είναι αντίστοιχα οι χαμηλότερες και ανώτερες κρίσεις των ***i, j*** στοιχείων. Ένας τέτοιος πίνακας – μήτρα καλείται πίνακας κρίσεων διαστήματος και είναι αμοιβαίος υπό την έννοια ότι $l_{ij}=\frac{1}{u_{ji}}$ και $u_{ij}=\frac{1}{l_{ji}}$ για κάθε i,j=1…..,n .

Οι Saaty και Vargas (1987) εξέτασαν την παραγωγή των τοπικών προτεραιοτήτων από τον πίνακα (2), αλλά κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι το πρόβλημα προσδιορισμού όλων των σωστών κύριων ιδιοδιανυσμάτων των αμοιβαίων πινάκων, τα στοιχεία των οποίων ανήκουν στα διαστήματα C_{ij}, είναι υπολογιστικά ένας σχετικά δύσκολος και συχνά ανεπίτευκτος στόχος. Ο Zahir (1991), αφ' ετέρου, χαρακτηρίζει αυτές τις διατάξεις σαν σωστό κύριο ιδιοδιάνυσμα, λόγω της αβεβαιότητας των στοιχείων του πίνακα σύγκρισης.

Σύμφωνα με τους Salo και Hamalainen οι δηλώσεις των αποφασιζόντων ερμηνεύονται ως γραμμικοί περιορισμοί, που μετά από κάθε νέα δήλωση προτίμησης υποβάλλονται σε επεξεργασία, μέσω των αναθεωρημένων αποτελεσμάτων των μη σπουδαιότερων εναλλακτικών λύσεων. Αυτά τα αποτελέσματα βαθμιαία αποκτούν περισσότερη πληροφορία, δεδομένου ότι ο αποφασίζων διευκρινίζει το πρότυπο προτίμησης του με περισσότερες λεπτομέρειες. Οι συνέπειες των προηγούμενων κρίσεων παρουσιάζονται επίσης σε όλη την διάρκεια της

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ανάλυσης, για να βοηθήσουν τον αποφασίζοντα να εισαγάγει δηλώσεις, που οδηγούν σε κάποια αποφασιστικότερα αποτελέσματα.

Σε αυτό το τμήμα αναπτύσσεται μια εναλλακτική προσέγγιση για την εξέταση των κρίσεων διαστήματος (με ακρίβεια, με διαστήματα ή μέσω μικτών πινάκων σύγκρισης ανεξάρτητα από τη συνέπειά τους). Η προσέγγιση στρέφεται στο δεύτερο και στο τρίτο βήμα του προβλήματος *AHP* (πρόβλημα δόμησης, υπολογισμός τοπικών προτεραιοτήτων, υπολογισμός γενικών προτεραιοτήτων). Το δεύτερο τμήμα διαιρείται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος συνοψίζονται μερικές από τις προηγούμενες εργασίες που αφορούν την ανακριβή στάθμιση των κρίσεων. Θα παρουσιασθούν οι πλέον ευρύτατα μελετημένες και χρησιμοποιημένες μέθοδοι όπως είναι η *LGP (Lexicographic Goal Programming)* και η *FLP (Fuzzy Linear Programming)*.

Η μεθοδολογία αυτή μπορεί να θεωρηθεί ως μια γενίκευση της συμβατικής *AHP*. Η κύρια διαφορά είναι ότι επιπρόσθετα με τις ακριβείς συγκρίσεις, ο αποφασίζων μπορεί επίσης να διευκρινίσει και να ορίσει κρίσεις διαστήματος.

4.9.4.1 Λεξικογραφικός προγραμματισμός στόχου

Υποθέτουμε ότι ο $C = ([l_{ij}, u_{ij}])_{n\times n}$ είναι ένας $n\times n$ θετικός αμοιβαίος πίνακας ανά ζεύγη συγκρίσεων (κρίσεων διαστημάτων) των n στοιχείων απόφασης, υπό την έννοια της ιεραρχικής ανάλυσης αποφάσεων. Κάθε εισαγωγή $C_{ij} = [l_{ij}, u_{ij}]$ αντιπροσωπεύει τις κρίσεις σχετικά με την αντιληπτή επικράτηση (ανάλογη σπουδαιότητα ή προτίμηση) του στοιχείου απόφασης i πάνω στο στοιχείο j. Προκειμένου να προσαρμόσουμε το πρότυπό μας σε *AHP*, μπορούμε να υποθέσουμε ότι οι καταχωρήσεις $C_{ij} = [l_{ij}, u_{ij}]$ εξάγονται από την ειδική κλίμακα ορίων $\frac{1}{9} \le C_{ij} = [l_{ij}, u_{ij}] \le 9$ που προτάθηκε από τον *Saaty*. Εντούτοις η επιλογή της κλίμακας δεν είναι περιοριστική στην περίπτωσή μας. Υποθέτουμε ότι $w^T = [w_1, w_2 \dots w_n]$ καταδεικνύει τις προτεραιότητες των στοιχείων απόφασης που εξάγονται από τον πίνακα C.

Έτσι έχουμε:

$$S = \left\{ (w_1, w_2, \dots w_n) : l_{ij} \le \frac{w_i}{w_j} \le u_{ij},\ w_i \ge 0,\ \sum_{i=1}^{n} w_i = 1,\ \text{για } i, j, \dots, n \right\}$$

Σύμφωνα με τους Islam, Biswai και Alam η *LGP* καταλήγει σε :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$
\begin{aligned}
&\min \quad a = \left(p_{nn} + n_{nn}, \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (p_{ij} + p'_{ij})\right) \\
&\text{υπό τους όρους :} \\
&-w_i + l_{ij} w_j + n_{ij} - p_{ij} = 0 \\
&w_i - u_{ij} w_j + n'_{ij} - p'_{ij} = 0 \\
&i = 1, 2, 3, \ldots . n-1, \quad j = i+1, \ldots, n \\
&\sum_{i=1}^{n} w_i + n_{nn} - p_{nn} = 1 \\
&\text{με } w_i, n_{ij}, p_{ij}, p'_{ij}, n'_{ij} \geq 0 \quad \text{για κάθε } i, j
\end{aligned}
\tag{3}
$$

όπου $a = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (p_{ij} + p'_{ij})$ είναι το δεύτερο συστατικό του διανύσματος που βρέθηκε και εάν γίνει θετικό, τότε αυτή του η ιδιότητα υποδεικνύει την ύπαρξη ασυνεπειών στις διαρθρωμένες κρίσεις.

4.9.4.2 Ασαφής γραμμικός προγραμματισμός

Όπως ήδη δηλώθηκε σε σημείο του προηγούμενου κεφαλαίου, κάθε κρίση $[l_{ij}, u_{ij}]$ του πίνακα $C = ([l_{ij}, u_{ij}])_{nxn}$ προκαλεί την ακόλουθη ανισότητα :

$l_{ij} \leq \frac{w_i}{w_j} \leq u_{ij} \qquad w_i, w_j \geq 0$, το οποίο με την σειρά του σημαίνει :

$$-w_i + l_{ij} w_j \leq 0 \quad \text{και} \quad w_i - u_{ij} \leq 0 \cdot \tag{4}$$

Η ανισότητα της (4) μπορεί να μετασχηματιστεί σε ένα σύνολο δύο ενιαίων – δευτερευόντων ασαφών (fuzzy) περιορισμών της μορφής :

$$-w_i + l_{ij} w_j \tilde{\leq} 0 \quad \text{και} \quad w_i - u_{ij} \tilde{\leq} 0 \cdot$$

Εδώ το σύμβολο $\tilde{\leq}$ υποδεικνύει χαλαρωμένη ή ασαφή έκδοση της κανονικής ανισότητας "$\leq$". Το παραπάνω σύνολο *n (n-1)* ασαφών περιορισμών περιγράφεται σε μια μορφή πινάκων, όπως :

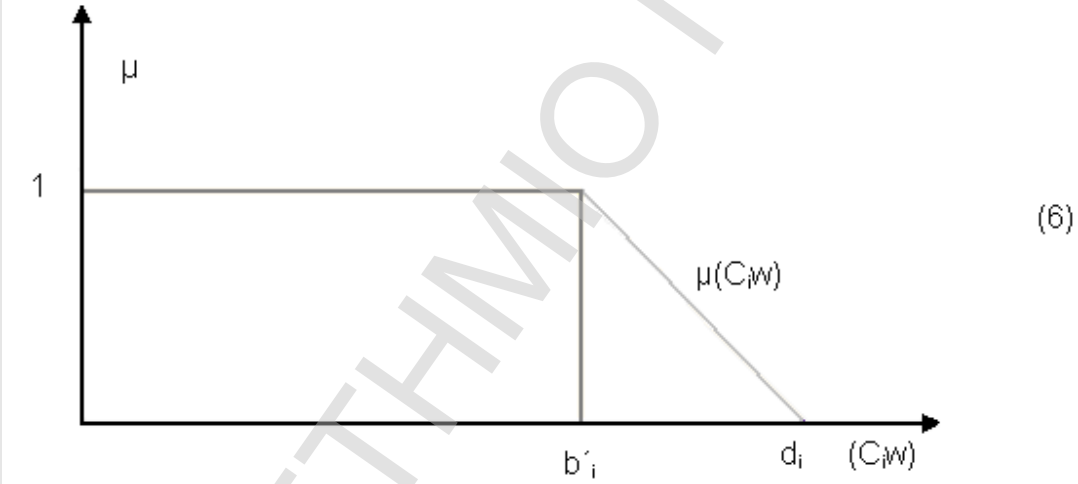
$$C w \tilde{\leq} 0 \tag{5}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Αυτές οι ασαφείς ανισότητες αντιπροσωπεύουν τον ασαφή στόχο του αποφασίζοντα και η ασάφεια των περιορισμών σημαίνει ότι ο περιορισμός C_W, πρέπει να είναι ουσιαστικά μικρότερος ή ίσος με το **0**. Έτσι σύμφωνα με τον Zimmerman[45] έχουμε :

Η ***i*** σειρά της (5) αντιπροσωπεύει έναν ασαφή γραμμικό περιορισμό και καθορίζεται από μια γραμμική λειτουργική ιδιότητα.

$$m_i(C_i w) = \begin{cases} 1 & (C_i w) \le b_i' \\ 1 - \dfrac{(C_i w) - b_i'}{d_i} & b_i' \le (C_i w) \le b_i' + d_i \\ 0 & (C_i w) \ge b_i' + d_i \end{cases}$$



(6)

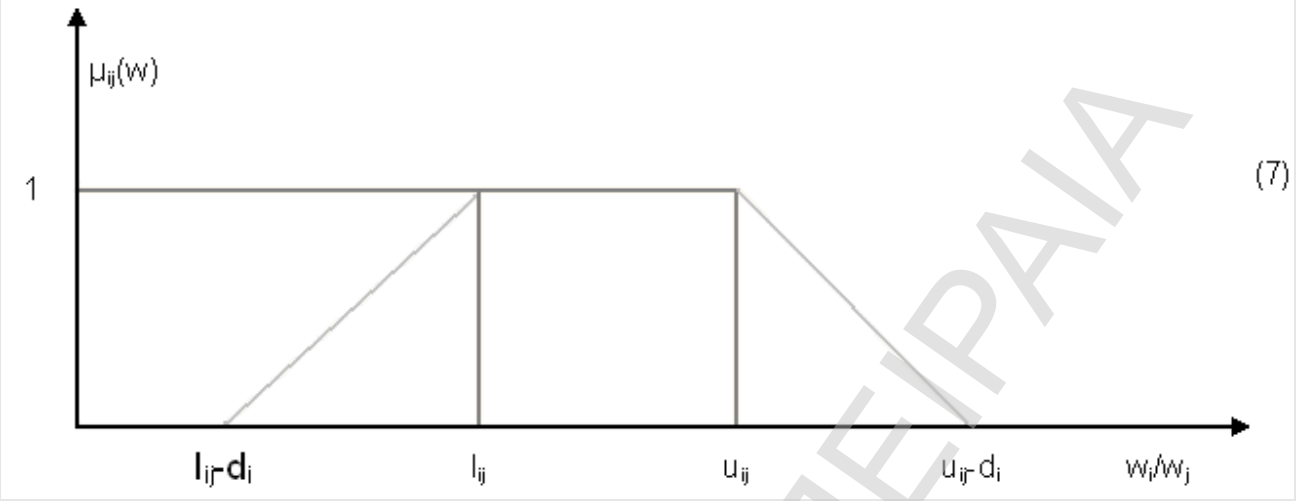
Ο Mikhailov εισήγαγε μια νέα μεταβλητή ***λ*** που μετρά τον βαθμό του ανήκειν στην ασαφή εφικτή περιοχή, μετασχηματίζοντας το ανωτέρω πρόγραμμα σε ένα γραμμικό πρόγραμμα :

$$\max \quad l$$

Υπό τους όρους

$$d_i l + C_i w \le d_i$$
$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$
$$w_i \ge 0, \quad i = 1,2,\ldots,n, \quad k = 1,2,\ldots.m, \quad 1 \ge l \ge 0$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ



Η βέλτιστη λύση στο ανωτέρω γραμμικό πρόγραμμα είναι ένα διάνυσμα ***(w*,λ*)***. Η τιμή του λ^* μετρά το βαθμό ικανοποίησης και είναι ένας δείκτης αποκαλούμενος δείκτης συνέπειας. Όταν οι κρίσεις διαστήματος είναι συνεπείς, τότε το λ^* είναι ίσο με 1. Όμως αν το λ* παίρνει τιμές μεταξύ μηδενός και ένα, τότε έχουμε ασυμβίβαστες κρίσεις.

4.9.4.3 Η δική μας Προσέγγιση

Όπως γνωρίζουμε κάθε κρίση $[l_{ij}, u_{ij}]$ του πίνακα $C = ([l_{ij}, u_{ij}])_{nxn}$ προκαλεί την ακόλουθη ανισότητα :

$$l_{ij} \le \frac{w_i}{w_j} \le u_{ij} \qquad w_i, w_j \ge 0$$

Αρχικά υποθέτουμε ότι το σύστημα είναι επιλύσιμο για όλα τα ***i, j***, με τις κρίσεις διαστήματος να είναι πλήρως συνεπείς. Οι ανωτέρω ανισότητες μπορούν ακολούθως να εκφραστούν ως εξής :

$$\frac{w_i}{w_j} = l_{ij} + s_{ij}(u_{ij} - l_{ij}) \Rightarrow w_i = w_j l_{ij} + w_j s_{ij}(u_{ij} - l_{ij}) me \qquad s_{ij} \in [0,1] \qquad (8)$$

Εάν $s_{ij} = 0$ τότε $w_i = w_j l_{ij}$ και αν $s_{ij} = 1$ τότε $w_i = w_j u_{ij}$

Το μοντέλο (8) παραμένει ακόμα μη γραμμικό. Εάν αντικαταστήσουμε τα $w_j s_{ij}$ με τις μεταβλητές $p_{ij} (p_{ij} = w_j s_{ij})$, οι νέες μεταβλητές p_{ij} ικανοποιούν τους όρους $0 \le p_{ij} \le w_j$ αφού

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ισχύει $s_{ij} = p_{ij} / w_j$ με $w_j \geq 0$ και, σε περίπτωση συνεπών κρίσεων διαστήματος, είναι επίσης $0 \leq s_{ij} \leq 1$ για το κάθε ***i*** και ***j***. Έτσι η ανωτέρω (8) ισότητα γίνεται :

$$w_i = w_j l_{ij} + p_{ij}(u_{ij} - l_{ij}) \qquad (9)$$

σχέση που μετασχηματίζεται σε γραμμικό πρόγραμμα .

Παρατηρούμε ότι για $p_{ij} = 0$ ισχύει $w_i / w_j = l_{ij}$ και για $p_{ij} = w_j$ ισχύει $w_i / w_j = u_{ij}$. Με τις ανωτέρω διατυπώσεις μπορούμε να χειριστούμε επίσης την περίπτωση των ασυμβίβαστων κρίσεων διαστήματος, η οποία συμβαίνει όταν μερικά ή όλα τα κατ' εκτίμηση όρια βαρών w_i / w_j κείνται έξω από τα διαστήματα. Αυτό μπορεί να γίνει επιτρέποντας τις αντίστοιχες βοηθητικές μεταβλητές p_{ij} να πάρουν τιμές πέρα από w_j (για να μοντελοποιηθεί η κατάσταση στην οποία το εύρος βαρών υπερβαίνει την ανώτερη τιμή του διαστήματος) και κάτω από **0**.

Υποθέτουμε ότι το ***z*** είναι μια μη αρνητική μεταβλητή έτσι ώστε:

$$-z \leq p_{ij\leq} w_j + z \, .$$

Συνοψίζοντας, έχουμε το ακόλουθο σύστημα :

$$\begin{aligned}
&w_i = w_j l_{ij} + w_j s_{ij}(u_{ij} - l_{ij}) = w_j l_{ij} + p_{ij}(u_{ij} - l_{ij}) \\
&-z \leq p_{ij\leq} w_j + z \\
&or \\
&w_{i-} w_j l_{ij} - p_{ij}(u_{ij} - l_{ij}) = 0 \\
&p_{ij-} w_j - z \leq 0 \\
&-z - p_{ij\leq} 0
\end{aligned} \qquad (10)$$

Και τα βάρη μπορούν να εκτιμηθούν από το ακόλουθο πρότυπο :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$
\begin{aligned}
&\min \quad z \\
&w_{i-} w_j l_{ij} - p_{ij}(u_{ij} - l_{ij}) = 0 \\
&p_{ij-} w_j - z \le 0 \\
&-z - p_{ij\le} 0 \qquad\qquad (11) \\
&\sum_{j=1}^{n} w_j = 1 \\
&w_j \ge 0, z \ge 0 \\
&p_{ij} \quad free
\end{aligned}
$$

Μπορεί να ειπωθεί ότι το μοντέλο με τις ακριβείς προτιμήσεις παράγεται σαν μια ειδική περίπτωση του προτύπου (11) και ότι αυτό το πρότυπο παραμένει ένα γραμμικό πρόβλημα.

4.9.4.4 Αριθμητικά παραδείγματα

Ας πάρουμε δύο παραδείγματα με κρίση διαστήματος.

	A	**B**	**C**	**D**
A	**1**	**[1 2]**	**[1 2]**	**[2 5]**
B		**1**	**[2 5]**	**[4 5]**
C			**1**	**[2 3]**
D				**1**

Πίνακας (1)

	A	**B**	**C**	**D**
A	**1**	**[1 2]**	**[1 2]**	**[2 3]**
B		**1**	**[3 5]**	**[4 5]**
C			**1**	**[6 8]**
D				**1**

Πίνακας (2)

Ο Kress έχει δείξει ότι στην περίπτωση (1) έχουμε τη συνεπή μήτρα – πίνακα και στην περίπτωση (2) έχουμε ασυμβίβαστη – μη συνεπή μήτρα.

Σε σχέση με το μοντέλα (3, 7, 11), έχουμε :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

	ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ (1)			ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ (2)		
	LGP	FLP di=1	D.D.	LGP	FLP di=1	D.D.
W1	0,3636	0,3636	0,3636	0,3030	0,31818	0,3103
W2	0,3636	0,3636	0,3636	0,4545	0,43181	0,4137
W3	0,1818	0,1818	0,1818	0,1515	0,19318	0,2068
W4	0,0909	0,0909	0,0909	0,0910	0,05681	0,0689
	α = 0	λ = 1	z = 0	α =0,5758	λ=0,8522	z = 0,1034

Φαίνεται ότι λόγω της ασυνέπειας της μήτρας σύγκρισης διαστήματος, μερικές τιμές διαστήματος είναι περίπου ή σχεδόν ικανοποιητικές. Παραδείγματος χάριν οι τιμές σύγκρισης διαστήματος μεταξύ του ***w1*** και του ***w2*** είναι [1–2], ενώ ο εκτιμώμενος ο λόγος τους είναι $\frac{w1}{w2} = \frac{0,3103}{0,4137} = 0,75$.

Παρατηρούμε ότι σε περίπτωση που έχουμε συνεπή μήτρα, τα βάρη της ***FLP*** και της δικής μας προσέγγισης συμπίπτουν.

4.9.5 Συμπέρασματα

Θεωρείται ότι στον πραγματικό κόσμο ο αποφασίζων είναι μη συνεπής στις κρίσεις του, ειδικά όταν δεν χρησιμοποιεί μόνο τα όρια της κλίμακας (1/9 – 9), αλλά και κρίσεις διαστήματος. Αντίθετα με τις υπάρχουσες θεωρίες για τις μεθόδους καθορισμού προτεραιοτήτων στις κρίσεις διαστήματος ***(LGP, FLP)***, η μέθοδος *μας* εστίασε στα ανακριβή και ασαφή δεδομένα, σαν μια νέα προσέγγιση άντλησης προτεραιοτήτων από συνεπείς και μη συνεπείς κρίσεις διαστήματος και μπορεί να εφαρμοστεί εύκολα για τα προβλήματα καθορισμού προτεραιοτήτων μεγαλύτερων διαστάσεων, δεδομένου ότι απαιτεί την επίλυση ενός απλού προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού. Φυσικά σε κάθε επιλογή υπάρχουν πολλά κριτήρια και εναλλακτικές λύσεις και η ιεραρχία απόφασης μπορεί να περιλάβει τα ενδιάμεσα επίπεδα υποκριτηρίων.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Κεφάλαιο 5

Η συνεισφορά της επιχειρησιακής έρευνας στην λήψη απόφασης και η παρουσίαση ενός νέου μοντέλου

5.1 Τι είναι η θεωρία παιγνίων

5.2 Συνδυαστική Ανάλυση

5.3 Ανάλυση γνωμών

5.4 Συμπέρασμα

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

5.1 ΤΙ ΕΙΝΑΙ Η ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

5.1.1 Εισαγωγή

Η θεωρία παιγνίων εξετάζει καταστάσεις στις οποίες υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ ενός μικρού αριθμού ατόμων. Σε οποιαδήποτε περίπτωση, αν ο αριθμός των ατόμων που συμμετέχουν είναι μικρός, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα εργαλεία της θεωρίας παιγνίων, προκειμένου να αναλύσουμε τη συγκεκριμένη κατάσταση και να βρούμε μια ισορροπία ή μια λύση λογική. Η **Θεωρία Παιγνίων** ασχολείται με τις αποφάσεις δύο ή περισσοτέρων ατόμων με διαφορετικούς σκοπούς και στόχους, υπό συνθήκες αβεβαιότητας, όπου κάθε άτομο (παίκτης) προσπαθεί να βελτιστοποιήσει τη δική του απόφαση, εις βάρος των άλλων ή σε συνεργασία με τους άλλους, με βάση τη διαμόρφωση συνασπισμών.

Η θεωρία παιγνίων εστιάζει στην αλληλεξάρτηση των αποφάσεων ομάδων ανθρώπων, όπου η απόφαση καθενός επηρεάζει τους υπολοίπους. Ασχολείται με αποφάσεις υπό αβέβαιες συνθήκες όπου:

- Υπάρχουν τουλάχιστον δύο λογικοί παίκτες,
- Κάθε παίκτης έχει περισσότερες από δύο επιλογές,
- Το αποτέλεσμα εξαρτάται από τις στρατηγικές που θα ακολουθήσει ο κάθε παίκτης.

Η θεωρία παιγνίων, με άλλα λόγια, είναι ένας συστηματικός τρόπος διερεύνησης των παρακάτω στοιχείων:

- **Ομάδα (group):** Σε κάθε παίγνιο υπάρχουν περισσότερα από ένα άτομα που λαβαίνουν αποφάσεις (decision makers). Κάθε τέτοιο άτομο ονομάζεται παίκτης (player).
- **Αλληλεπίδραση (interaction):** Οι «κινήσεις» καθενός παίκτη επηρεάζουν τους υπολοίπους.
- **Στρατηγική σκοπιμότητα (strategic):** Κάθε παίκτης επιλέγει τις ενέργειες του με βάση την ερμηνεία των αλληλεπιδράσεων.
- **Ορθολογικότητα (rationality):** Η ενέργεια που επιλέγει να εκτελέσει κάθε παίκτης είναι η καλύτερη δυνατή για αυτόν.

Η θεωρία παιγνίων (game theory) γεννήθηκε το 1928 από τον **Borel** και στη συνέχεια με το βιβλίο των **John von Neumann** και **Oskar Morgenstern**, «Theory of Games and Economic Behavior», πάνω σε παίγνια μηδενικού αθροίσματος, θεμελιώθηκε κατά μαθηματικό τρόπο.

Οι J. von Neumann και O. Morgenstern :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

I. Όρισαν αξιωματικά την θεωρία της χρησιμότητας (utility theory),
II. Ανέλυσαν διεξοδικά τις βέλτιστες λύσεις στα παιχνίδια μηδενικού αθροίσματος,
III. Εισήγαγαν μια νέα κατηγορία παιχνιδιών, τα συνεργατικά παιχνίδια (cooperative games).

Το 1950 ο **John Nash** εισήγαγε την έννοια της ισορροπίας, η οποία είναι η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη έννοια στη σύγχρονη θεωρία παιγνίων. Γενίκευσε το πρόβλημα σε παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος και πρόσφερε σαν λύση την ισορροπία Nash (Nash equilibrium).

Ο **Reinhard Selten**, έδωσε λύση σε δυναμικά παίγνια εισάγοντας την έννοια της ισορροπίας στα υποπαίγνια (sub game perfect equilibrium) και της ισορροπίας τρεμάμενου χεριού (trembling hand perfect equilibrium)

Ο **John Harsanyi**, μελέτησε παίγνια μερικής πληροφόρησης σχετικά με τις προτιμήσεις και τις αποφάσεις των άλλων παικτών.

Όπως και στη **Θεωρία των αποφάσεων** (η οποία δεν είναι τίποτε άλλο παρά θεωρία παιγνίων, όπου υπάρχει μόνο ένας παίκτης) έτσι και στη θεωρία παιγνίων θα χρησιμοποιήσουμε δύο τρόπους παράστασης των παιγνίων:

- **το δέντρο** και
- **τη μήτρα**

Πιο αναλυτικά:

- **Μορφή κανονική ή στρατηγική ή μήτρας.** Είναι η πιο συνηθισμένη μορφή του παιγνίου. Λέγοντας στρατηγική εννοούμε ότι αυτό που περιγράφει το παίγνιο, είναι οι στρατηγικές κάθε παίκτη καθώς και τα αποτελέσματα που προκύπτουν από κάθε συνδυασμό στρατηγικών. Αυτό μπορεί να γίνει με τη μορφή μήτρας, όπου σε κάθε γραμμή της υπάρχει η στρατηγική του παίκτη 1, και σε κάθε στήλη της η στρατηγική του παίκτη 2. Στην περίπτωση που έχουμε 3 ή 4 ή 5 παίκτες μπορούμε να πάρουμε μήτρα περισσοτέρων διαστάσεων.
- **Αναλυτική μορφή ή μορφή δέντρου**. Σ αυτή τη δεύτερη μορφή εμφανίζονται όλες οι λεπτομέρειες της αλληλεπίδρασης των παικτών.

Η στρατηγική μορφή είναι πολύ απλά μια μήτρα. Για παράδειγμα ας υποθέσουμε ότι είμαστε σε ένα απλό παιχνίδι με δύο παίκτες: τους (1) και (2).

Ο παίκτης (1) έχει τις στρατηγικές Α και Β ενώ ο παίκτης (2) τις Γ και Δ. Στη μήτρα μπαίνουν επίσης τα αποτελέσματα των στρατηγικών. Σε κάθε κουτάκι χρειαζόμαστε δυο αριθμούς : π.χ. το τι πετυχαίνει ο παίκτης (1) όταν ακολουθεί τη στρατηγική Α, τη στιγμή που ο

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

παίκτης (2) ακολουθεί τη στρατηγική Γ. Το πρώτο παριστάνει το τι πετυχαίνει ο παίκτης (1), ενώ το δεύτερο το τι πετυχαίνει ο παίκτης (2). Έτσι για παράδειγμα το (7, 9) μας δίνει το αποτέλεσμα όταν οι στρατηγικές είναι Α και Γ.

	Γ	Δ
A	7,9	3,10
B	9,19	0,7

Η ερώτηση βέβαια, σε ένα τέτοιο παίγνιο, είναι τί περιμένουμε να συμβεί. Με άλλα λόγια, τί στρατηγική θα ακολουθήσει ο παίκτης (1) και τί στρατηγική θα ακολουθήσει ο παίκτης (2) σε μια λογική κατάσταση, σε μια ισορροπία. Για να μπορέσουμε να δώσουμε απάντηση στο ερώτημα αυτό θα πρέπει πρώτα να ορίσουμε κάποιες επιλύσεις των παιγνίων.

Στοιχεία ενός παιγνίου (όλα τα παρακάτω στοιχεία εμφανίζονται στην αναλυτική μορφή όχι όμως στην κανονική).

(1) Όλοι οι παίκτες (ίσως ένας από αυτούς είναι η τύχη).

(2) Τι κινήσεις - επιλογές διαθέτει κάθε παίκτης κάθε φορά που καλείται να αποφασίσει.

(3) Πότε μπορεί να πάρει τις αποφάσεις του, κάθε παίκτης.

(4) Τί πληροφόρηση έχει κάθε παίκτης όταν παίρνει την απόφαση του.

(5) Τα αποτελέσματα κάθε «παρτίδας» (Payoffs) -κάτι που παίζεται και φτάνει σε ένα σημείο, τελειώνει και όταν τελειώσει παίρνει ο καθένας το μερίδιο του.

Στην αναλυτική μορφή (στην μορφή δέντρου) εμφανίζονται όλα τα στοιχεία (1) – (5). **Στη στρατηγική μορφή** λείπουν τα (3) και (4) γιατί προφανώς στη στρατηγική με τη μορφή μήτρας δεν υπάρχει ο χρόνος (είναι στατικό / άχρονο), και επιπλέον δε γνωρίζουμε τί πληροφόρηση έχει ο κάθε παίκτης. Το μόνο που εμφανίζεται είναι οι στρατηγικές, τα αποτελέσματα (pay oft) και οι παίκτες.

5.1.2 Παίγνιο μηδενικού αθροίσματος (zero-sum game)

Παίγνιο μηδενικού αθροίσματος είναι το παίγνιο όπου ένας παίκτης κερδίζει και ο άλλος χάνει. Πληρώνει δηλαδή ο ένας τον άλλο. Σε αυτά τα παίγνια όπου το άθροισμα αποτελεσμάτων είναι μηδέν δεν χρειάζεται να έχουμε δύο νούμερα γιατί ότι κερδίζει ο ένας χάνει ο άλλος. Οπότε μπορούμε να το απλοποιήσουμε. (Πάνω σε αυτό το παίγνιο θα δούμε τα διάφορα στοιχεία και

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

έτσι θα αρχίσουμε σιγά – σιγά να βλέπουμε τις πιθανές λύσεις, πριν προχωρήσουμε την ανάλυση μας σε βάθος).

Τώρα θα δούμε τί στρατηγική θα ακολουθήσει κάθε παίκτης κάθε στιγμή, χρησιμοποιώντας την μεθοδολογία της οπισθογενούς επαγωγής **(backward induction)**. Η λογική εδώ είναι η εξής: Ο Ι ξέρει ότι ο παίκτης ΙΙ είναι ορθολογικός. Στη θεωρία παιγνίων όπως και στα οικονομικά, υπάρχει μια πολύ ισχυρή υπόθεση που λέγεται ορθολογισμός. Δηλαδή ο κάθε παίκτης είναι ορθολογικός και το ίδιο πιστεύει και για τον αντίπαλό του. Επιπλέον πιστεύει ότι ο αντίπαλος του πιστεύει ότι αυτός ο ίδιος είναι ορθολογικός και είναι αυτό που λέμε «κοινή γνώση». Άρα δεδομένης αυτής της υπόθεσης ο παίκτης Ι ξέρει ότι ο ΙΙ είναι ορθολογικός.

Ένας ορθολογικός παίκτης αυτό που θα κάνει είναι να προσπαθήσει να κερδίσει. Ο παίκτης Ι ξέρει ότι ο ΙΙ είναι ορθολογικός και ο ΙΙ ξέρει ότι ο παίκτης Ι είναι ορθολογικός, οπότε για να δούμε τί θα γίνει αν υπάρχει ένας ορθολογικός παίκτης στην τελευταία κίνηση (c), ο παίκτης Ι θα επιλέξει το r. Πάμε ένα βήμα πίσω στην κίνηση (A). Ο παίκτης ΙΙ ξέρει ότι ένας ορθολογικός παίκτης Ι θα επιλέξει r. Οπότε ξέρει ο ΙΙ ότι αν επιλέξει L θα χάσει. Αν επιλέξει R πάλι έχασε. Οτιδήποτε και αν κάνει είναι το ίδιο, οπότε και οι δυο πράξεις είναι ισοδύναμες. Τώρα πάμε πίσω, στην κίνηση (D). Ο ΙΙ ξέρει ότι από κει και πέρα το χάνει το παιχνίδι. Αλλά και R να επιλέξει στην κίνηση (D), πάλι χάνει το παιχνίδι. Άρα ο παίκτης Ι ξέροντας ότι ο παίκτης ΙΙ ξέρει ότι έχει χάσει το παιχνίδι θα παίξει r (υποθέτουμε ότι ο ΙΙ αναγκάζεται να παίξει αυτό το παιγνίδι έστω και αν είναι ορθολογικός). Σε αυτό το παιγνίδι ο παίκτης ΙΙ είναι χαμένος από χέρι.

Είδαμε λοιπόν ένα τρόπο με τον οποίο μπορεί να λυθεί ένα παίγνιο όταν είναι στην αναλυτική του μορφή.

5.1.3 Στρατηγικές

α) Αμιγείς Στρατηγικές (Pure Strategiors)

Μέχρι τώρα δώσαμε τα στοιχεία ενός παιγνίου σε μορφή δέντρου και σε μορφή μήτρας. Τώρα θα ορίσουμε τη στρατηγική στην αναλυτική μορφή του παιγνίου (η στρατηγική ορίζεται από κάθε στήλη ή γραμμή της μήτρας στην στρατηγική μορφή).

Αμιγής στρατηγική ενός παίκτη Ι, είναι ένα πλήρες σχέδιο που προσδιορίζει μια επιλογή (action) σε κάθε ένα από τα σύνολα πληροφόρησης (κόμβους, εάν μιλάμε για τέλεια πληροφόρηση), στα οποία ο παίκτης Ι θα πρέπει να πάρει απόφαση στην περίπτωση που του ζητηθεί. Αυτό σημαίνει ότι ο παίκτης από την αρχή του παιγνίου πρέπει να έχει αποφασίσει τι επιλογές θα κάνει ακόμα και στην περίπτωση που ποτέ δεν θα κληθεί να τις εφαρμόσει.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Το παιχνίδι μπορεί να ακολουθήσει ένα συγκεκριμένο δρόμο, όμως υπάρχουν π.χ. 10000 δρόμοι που θα μπορούσε να ακολουθήσει το παιγνίδι. Στους 10000 αυτούς δρόμους κάθε φορά που θα μπορούσε να κληθεί ο παίκτης, πρέπει να έχει έτοιμη την απάντηση του, τη στιγμή μηδέν. Πρέπει να έχει ετοιμάσει το σχέδιο του από τώρα, για όλα τα ενδεχόμενα.

Μια στρατηγική είναι κάτι περίπλοκο, διότι μπορεί κάποιος να είναι σχεδόν σίγουρος ότι το παιγνίδι θα πάρει μια συγκεκριμένη τροπή, όμως ο ίδιος θα πρέπει να προσδιορίσει τη στιγμή μηδέν, τι θα έκανε στην περίπτωση που θα του ζητιόταν να πάρει μια απόφαση.

Αν δεν υπάρχει τέλεια πληροφόρηση τη στιγμή που ο παίκτης θα κληθεί να πάρει την απόφαση του, δηλαδή δεν γνωρίζει ο ίδιος τι έχει συμβεί στο παρελθόν (με άλλα λόγια δεν ξέρει τι έχει κάνει ο αντίπαλός του), τότε δεν θα ξέρει σε ποιο κόμβο βρίσκεται. Θα πρέπει λοιπόν να πάρει μια απόφαση, άσχετα αν βρίσκεται στον πάνω ή κάτω κόμβο. Συνεπώς αντί για κόμβους είναι καλύτερα να μιλούμε για σύνολα πληροφόρησης, έτσι ώστε να καλύψουμε και τα παίγνια που δεν έχουν τέλεια πληροφόρηση.

β) Παίγνιο χωρίς τέλεια πληροφόρηση

Έστω ότι συνολικά ο παίκτης Α έχει 8 στρατηγικές ενώ ο παίκτης Β έχει 4 .

Η στρατηγική μορφή του παιγνίου είναι η ακόλουθη :

e,d / a,b,c	ΔΔ	ΔΟ	ΟΔ	ΟΟ
ΝΔΔ	2,1	2,1	14,0	14,0
ΝΔΟ	2,1	2,1	14,0	14,0
ΝΟΔ	0,7	0,7	10,5	10,5
ΝΟΟ	0,7	0,7	10,5	10,5
ΟΔΔ	½,1/2	2,0	½, 1/2	2,0
ΟΔΟ	0,2	1,1	0,2	1,1
ΟΟΔ	½,1/2	2,0	½,1/2	2,0
ΟΟΟ	0,2	1,1	0,2	1,1

5.1.4 Μη Συνεργατική Θεωρία Παιγνίων

Στο σημείο αυτό θα παρουσιάσουμε μερικές βασικές έννοιες για τη μη συνεργατική θεωρία παιγνίων (non cooperative game theory) και κυρίως για την έννοια της ισορροπίας Nash.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Αρχικά δείχνουμε με παραδείγματα κάποια παιχνίδια και βλέπουμε τι περιμένουμε να κάνουν οι παίκτες σε αυτά. Στη συνέχεια ορίζουμε τυπικά την έννοια της ισορροπίας Nash και δείχνουμε πώς μπορεί να υπολογιστεί.

Σε ένα παίγνιο έχουμε n παίκτες, καθένας από τους οποίους μπορεί να διαλέξει ανάμεσα σε ένα πεπερασμένο πλήθος διαφορετικών στρατηγικών, τις οποίες ονομάζουμε **γνήσιες** (pure strategies). Ανάλογα με τις στρατηγικές που διαλέγουν όλοι οι παίκτες καθορίζεται για κάθε έναν από αυτούς το όφελος του (payoff) από το παιχνίδι. Κάθε παίκτης έχει σκοπό να μεγιστοποιήσει το όφελος του. Θεωρούμε ότι όλοι οι παίκτες είναι λογικοί (rational) και ξέρουν τι όφελος θα έχει κάθε παίκτης από κάθε συνδυασμό στρατηγικών. Συνεπώς κάθε παίκτης παίζει έτσι ώστε να μεγιστοποιήσει το όφελος του, χωρίς να κάνει λάθος κινήσεις. Τα παιχνίδια που μας ενδιαφέρουν είναι μη συνεργατικά, δηλαδή θεωρούμε ότι οι παίκτες δεν έχουν τη δυνατότητα να συνεργαστούν.

Ας δούμε τα παραπάνω με ένα παράδειγμα ενός παιχνιδιού δύο παικτών. Τα παιχνίδια δύο παικτών συνήθως παριστάνονται με έναν πίνακα m x k, όπου m και k τα πλήθη των γνήσιων στρατηγικών του πρώτου και του δεύτερου παίκτη αντίστοιχα. Στον παρακάτω πίνακα, για παράδειγμα, για $m = 2$ και $k = 3$:

B / A	B1	B2	B3
A1	(1,1)	(2,-2)	(2,-3)
A2	(5,6)	(1,1)	(2,-2)

Ο πρώτος παίκτης έχει ως στρατηγικές τις γραμμές του πίνακα και ο δεύτερος τις στήλες.

Για κάθε συνδυασμό γνήσιων στρατηγικών των δύο παικτών, βλέπουμε από τον πίνακα τι κερδίζουν οι παίκτες. Για παράδειγμα αν ο πρώτος παίκτης επιλέξει την στρατηγική A1και ο δεύτερος τη στρατηγική B3, το όφελος του πρώτου παίκτη θα είναι 2 και του δεύτερου -3, δηλαδή ο πρώτος παίκτης θα κερδίσει 2 και ο δεύτερος θα χάσει 3.

Έχουμε θεωρήσει λοιπόν ότι κάθε παίκτης ξέρει τον πίνακα των κερδών, είναι λογικός και προσπαθεί να μεγιστοποιήσει το κέρδος του, χωρίς να συνεργάζεται με τους υπόλοιπους παίκτες. Το ερώτημα σε ένα τέτοιο παιχνίδι είναι τι θα παίξουν οι παίκτες. Ας δούμε τι θα γίνει

στο παιχνίδι του πίνακα. Στο παιχνίδι αυτό και οι δύο παίκτες μεγιστοποιούν το κέρδος τους στο ίδιο σημείο του πίνακα, όταν ο πρώτος παίκτης παίξει την στρατηγική Α2 (δηλαδή τη δεύτερη γραμμή) και ο δεύτερος την Β1 (δηλαδή την πρώτη στήλη). Αυτό θα το καταλάβουν και οι δύο παίκτες και θα παίξουν τις αντίστοιχες στρατηγικές.

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ NASH

Η επίλυση ενός παιχνιδιού αποτελεί ένα ερώτημα στο σημείο αυτό και είναι γεγονός ότι έχουν προταθεί κατά καιρούς αρκετές μέθοδοι. Μια από αυτές είναι η κυριαρχία (dominance). Η κυριαρχία εντοπίζεται σε περιπτώσεις παιγνίων στα οποία μια στρατηγική είναι καλύτερη από τις υπόλοιπες για κάποιον παίκτη.

Παράδειγμα

Έστω ο παίκτης Α με στρατηγικές Α1, Α2 και ο παίκτης Β με στρατηγικές Β1, Β2.

Παίκτης **Β**

Παίκτης **Α**

	B1	**B2**
A1	(9,6)	(8,2)
A2	(1,1)	(3,3)

Στο παιχνίδι αυτό ο πρώτος παίκτης επιλέγει γραμμή (έχει δύο στρατηγικές) και ο παίκτης Β επιλέγει στήλη (και έχει επίσης δύο στρατηγικές). Από τον πίνακα προκύπτει πως ότι και αν παίξει ο δεύτερος παίκτης, ο πρώτος παίκτης έχει μεγαλύτερο κέρδος αν παίξει την στρατηγική Α1. Με άλλα λόγια η στρατηγική Α1 κυριαρχεί ανάμεσα σε όλες τις άλλες του παίκτη Α. Άρα ο παίκτης Α θα παίξει Α1. Ο παίκτης Β ακολουθεί την σκέψη του αντιπάλου του και θα επιλέξει να παίξει την στρατηγική εκείνη που θα μεγιστοποιήσει το κέρδος του όταν ο πρώτος παίκτης παίζει Α1. Η στρατηγική λοιπόν για τον παίκτη Β είναι η Β1. Επομένως η λύση του παιχνιδιού είναι (Α1,Β1).

Ένα αντίστροφο σκεπτικό οδήγησε στην επίλυση με χρήση των κυριαρχούμενων στρατηγικών. Δηλαδή, οι παίκτες αντί να παίζουν τις κυρίαρχες στρατηγικές τους παίζουν τις **κυριαρχούμενες** (dominated) στρατηγικές τους.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Ορισμός : Μία στρατηγική χαρακτηρίζεται ως **κυριαρχούμενη** για έναν παίκτη, εάν ανεξάρτητα από τι θα παίξουν οι άλλοι παίκτες, ο παίκτης αυτός έχει μικρότερο όφελος αν παίξει την στρατηγική αυτή από το αν παίξει κάποια άλλη.

Η εφαρμογή της μεθόδου αυτής στο παραπάνω παράδειγμα θα οδηγούσε σε ακριβώς την ίδια ανάλυση. Είναι γεγονός ότι τόσο η μέθοδος των κυρίαρχων στρατηγικών όσο και των κυριαρχούμενων στρατηγικών δεν οδηγούν πάντα σε λύση του παιγνίου, όπως φαίνεται στο παράδειγμα που ακολουθεί :

B / **A**	**B1**	**B2**
A1	(4,5)	(0,1)
A2	(2,0)	(3,4)

Στο παίγνιο αυτό δεν υπάρχει κάποια στρατηγική που να κυριαρχεί των άλλων για κανέναν από τους δύο παίκτες, οπότε καθίσταται επιτακτική η ανάγκη εύρεσης ενός ισχυρότερου σκεπτικού λύσης, της **ισορροπίας Nash.** Εάν προσέξουμε τα σημεία (4,5) (για την στρατηγική (A1,B1)) και (3,4) (που αντιστοιχεί στις στρατηγικές (A2,B2)) παρατηρούμε ότι στα σημεία αυτά κανένας από τους δύο παίκτες δεν μπορεί να βελτιώσει μονομερώς την θέση του. Υπάρχει λοιπόν ένα σημείο ισορροπίας Nash όπου κάθε παίκτης με δεδομένες τις στρατηγικές των υπολοίπων παικτών δεν έχει όφελος να αποκλίνει από την στρατηγική του. Το παιχνίδι λοιπόν αυτό του παραπάνω πίνακα έχει δύο σημεία ισορροπίας Nash.

Θα μπορούσαμε να πούμε ότι η έννοια της ισορροπίας Nash είναι πιο γενική από τις κυρίαρχες στρατηγικές γιατί από τη μία βρίσκει εφαρμογή σε περισσότερες περιπτώσεις και από την άλλη οι λύσεις που προκύπτουν από την κυριαρχία (dominance) είναι σημεία ισορροπίας Nash.

Ορισμός Ισορροπίας Nash

Η ισορροπία Nash αποτελεί το πιο ευρέως διαδεδομένο σκεπτικό λύσης της θεωρίας παιγνίων και δεν εξετάζει την διαδικασία με την οποία έχει επιτευχθεί η σταθερή αυτή κατάσταση.

Ορισμός : Ονομάζουμε ισορροπία κατά Nash ενός παιγνίου

- Ένα διάνυσμα από στρατηγικές, έτσι ώστε δεδομένων των υπολοίπων στρατηγικών, ο παίκτης που εξετάζουμε κάνει το καλύτερο δυνατό, όταν

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ακολουθήσει την στρατηγική που υπάρχει στο διάνυσμα.

- Ø Ένα διάνυσμα στρατηγικών, τέτοιο ώστε κανείς από τους παίκτες δεν έχει κίνητρο να αλλάξει την συμπεριφορά του, δεδομένου ότι οι υπόλοιποι παίκτες ακολουθούν τις στρατηγικές που λέει αυτό το διάνυσμα/μερίδιο τους.

Έστω δύο παίκτες, Α και Β.

• Ας υποθέσουμε ότι δεν υπάρχει καμία κυρίαρχη ούτε κυριαρχούμενη στρατηγική, για κανέναν παίκτη.

• Ωστόσο, ας υποθέσουμε ότι ο Α "μαντεύει" ποια στρατηγική θα επιλέξει ο αντίπαλος, έστω s_B^*.

• Τότε προφανώς θα επιλέξει εκείνη από τις δικές του στρατηγικές, έστω s_A^*, η οποία είναι η καλύτερη απάντηση στην s_B^*.

Υποθέτουμε τώρα ότι ο Β καταλαβαίνει ποια στρατηγική σκοπεύει να επιλέξει ο Α και δεν αλλάζει τη στρατηγική του s_B^*.

• Δηλαδή συμβαίνει και η s_B^* να είναι για τον Β η καλύτερη απάντηση στην s_A^*.

• Το ζεύγος στρατηγικών (s_A^*, s_B^*) αποτελεί μια ισορροπία Nash.

Μια στρατηγική s_i^* είναι η καλύτερη απάντηση (best response) σε ένα διάνυσμα στρατηγικών των άλλων παικτών s_{-i}^*, εάν ισχύει :

$$\mathbf{u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*)}$$

Ένας συνδυασμός στρατηγικών $s^*=(s_1^*, s_2^*, ..., s_N^*)$ αποτελεί μια ισορροπία Nash, εάν :

Για κάθε i και κάθε s_i, ισχύει $\mathbf{u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*)}$

Με άλλα λόγια, ένα διάνυσμα στρατηγικών s* αποτελεί ισορροπία Nash, εάν κάθε στρατηγική s_i^* αποτελεί την καλύτερη απάντηση στο συνδυασμό στρατηγικών των άλλων παικτών s_{-i}^*.

Παραδείγματα παιγνίων

Τα παρακάτω παραδείγματα παρουσιάζουν διάφορα χαρακτηριστικά είδη στρατηγικών αλληλεπιδράσεων. Τα παίγνια που θα παρουσιάσουμε είναι πολύ απλά. Σε κάθε παιχνίδι

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

συμμετέχουν ακριβώς δύο παίκτες και σε κάθε παίκτη αντιστοιχούν δύο στρατηγικές. Παρόλα αυτά όμως κάθε ένα από τα παίγνια αυτά συλλαμβάνει την ουσία κάποιου συγκεκριμένου τύπου στρατηγικής αλληλεπίδρασης που εμφανίζεται συχνά σε πιο πολύπλοκες αλληλεπιδράσεις.

Παράδειγμα 1

Ένα ζευγάρι επιθυμεί να πάει σε ένα μουσικό κονσέρτο. Όμως υπάρχουν δύο επιλογές, δηλαδή μπορούν να ακούσουν είτε Bach είτε Stravinsky. Η κύρια επιδίωξη τους είναι να βγουν έξω μαζί, αλλά ο άντρας προτιμά τον Bach και η γυναίκα τον Stravinsky. Οι προτιμήσεις τους μάλιστα εκφράζονται από τον πίνακα που ακολουθεί.

Α / **Γ**	**Β**	**S**
Β	(2,1)	(0,0)
S	(0,0)	(1,2)

Το παίγνιο αυτό μοντελοποιεί μια κατάσταση κατά την οποία οι παίκτες θέλουν να συνεργαστούν μεταξύ τους αλλά τα συμφέροντα τους είναι σε σύγκρουση. «Η Μάχη των Φύλλων» έχει δύο σημεία ισορροπίας Nash, τα **(B,B)** και **(S,S)**, δηλαδή τα σημεία που οι παίκτες είτε συμφωνούν να παρακολουθήσουν Bach (B) είτε συμφωνούν να παρακολουθήσουν Stravinsky (S).

Παράδειγμα 2 (ένα συνεργατικό παίγνιο)

Όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα, έτσι και τώρα ένα ζευγάρι επιθυμεί να πάει σε ένα μουσικό κονσέρτο. Υπάρχουν δύο επιλογές, μπορούν να ακούσουν είτε Mahler είτε Bach. Η κύρια επιδίωξη τους είναι να βγουν έξω μαζί, αλλά ταυτόχρονα, τόσο ο άντρας όσο και η γυναίκα, προτιμούν τον Mahler. Οι προτιμήσεις τους μάλιστα εκφράζονται από τον παρακάτω πίνακα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

		ΑΝΔΡΑΣ	
		Μ	**Β**
ΓΥΝΑΙΚΑ	**Μ**	(2,2)	(0,0)
	Β	(0,0)	(1,1)

Όπως και η «Μάχη των Φύλλων», έτσι και αυτό το παίγνιο έχει δύο σημεία ισορροπίας Nash, τα οποία αντιστοιχούν στις δύο περιπτώσεις ταύτισης των κινήσεων των δύο παικτών. Πράγματι, τόσο το (Μ,Μ) όσο και το (Β,Β) συνιστούν σημεία ισορροπίας Nash. Σε αντίθεση όμως με την «Μάχη των Φύλλων», οι δύο παίκτες έχουν ένα αμοιβαίο συμφέρον να επιτύχουν μία συγκεκριμένη ισορροπία, την (Μ,Μ), παρόλα αυτά η έννοια την ισορροπίας Nash δεν αποκλείει την σταθερή εκείνη κατάσταση κατά την οποία η έκβαση του παιγνίου αντιστοιχεί στην «κατώτερη» ισορροπία (Β,Β).

Παράδειγμα 3 (Σύγκριση κερμάτων)

Κάθε ένας από τους δύο παίκτες επιλέγει είτε Κεφαλή είτε Γράμματα. Εάν οι επιλογές διαφέρουν τότε ο πρώτος παίκτης πληρώνει τον δεύτερο 1 Ευρώ. Στην αντίθετη περίπτωση, που οι επιλογές τους είναι ίδιες τότε ο δεύτερος παίκτης πληρώνει τον πρώτο 1 Ευρώ. Το μοντέλο του παιγνίου αυτού απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.

Π2 / **Π1**	**Μ**	**Β**
Μ	(1,-1)	(-1,1)
Β	(-1,1)	(1,-1)

Το παιχνίδι αυτό δεν έχει γνήσιο σημείο ισορροπίας Nash. Παρατηρούμε ότι το συνολικό όφελος είναι πάντα 0 (zero-sum), δηλαδή ότι κερδίζει ο ένας παίκτης το χάνει ο άλλος. Σε αυτά τα παιχνίδια αρκεί να έχουμε τον πίνακα με τα οφέλη του ενός παίκτη.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΑΡΑΔΟΞΑ

Ένα σημείο ισορροπίας Nash, όπως είδαμε παραπάνω, είναι ένα σημείο από το οποίο κανένας παίκτης, με δεδομένες τις στρατηγικές των υπολοίπων παικτών, δεν έχει όφελος να αποκλίνει. Με άλλα λόγια τα σημεία ισορροπίας είναι σημεία που σε γενικές γραμμές συμφέρουν τους παίκτες. Υπάρχουν όμως κάποια παράδοξα για την ισορροπία Nash, δηλαδή παιχνίδια στα οποία το σημείο ισορροπίας όπου όλοι οι παίκτες έχουν μικρότερο όφελος από ότι σε κάποιο άλλο σημείο.

Δίλημμα των φυλακισμένων

Το πιο γνωστό παράδοξο είναι το δίλημμα των φυλακισμένων (prisoner's dilemma), το οποίο προκύπτει από την παρακάτω ιστορία. Ένας αστυνόμος έχει συλλάβει δύο κλέφτες, αλλά δεν έχει αρκετά ενοχοποιητικά στοιχεία. Αν είχε, θα τους φυλάκιζε και τους δύο για 3 χρόνια, ενώ χωρίς στοιχεία μπορεί να τους φυλακίσει για έναν χρόνο. Για να τους αναγκάσει να ομολογήσουν, τους βάζει σε χωριστά δωμάτια και λέει στον καθένα ότι αν συνεργαστεί με την αστυνομία και ο άλλος δεν συνεργαστεί, θα χρησιμοποιήσει την κατάθεση του για να ενοχοποιήσει τον άλλον, τον οποίο θα φυλακίσει για 4 χρόνια, ενώ αυτόν που ομολόγησε δε θα τον φυλακίσει καθόλου. Αν συνεργαστούν και οι δύο θα φυλακιστούν 3 χρόνια.

Από τα παραπάνω προκύπτει ένα παίγνιο δύο παικτών, στο οποίο κάθε παίκτης έχει δύο στρατηγικές. Η μία είναι να συνεργαστεί (Σ) με την αστυνομία και η άλλη να μην συνεργαστεί (ΜΣ). Η πρώτη στρατηγική του κάθε παίκτη (πρώτη γραμμή και πρώτη στήλη αντίστοιχα για τους δύο παίκτες) είναι να συνεργαστεί και η άλλη να μην συνεργαστεί. Στον πίνακα του παιχνιδιού βάζουμε τα χρόνια που θα πάει φυλακή κάθε παίκτης, τα οποία προφανώς θέλει να ελαχιστοποιήσει.

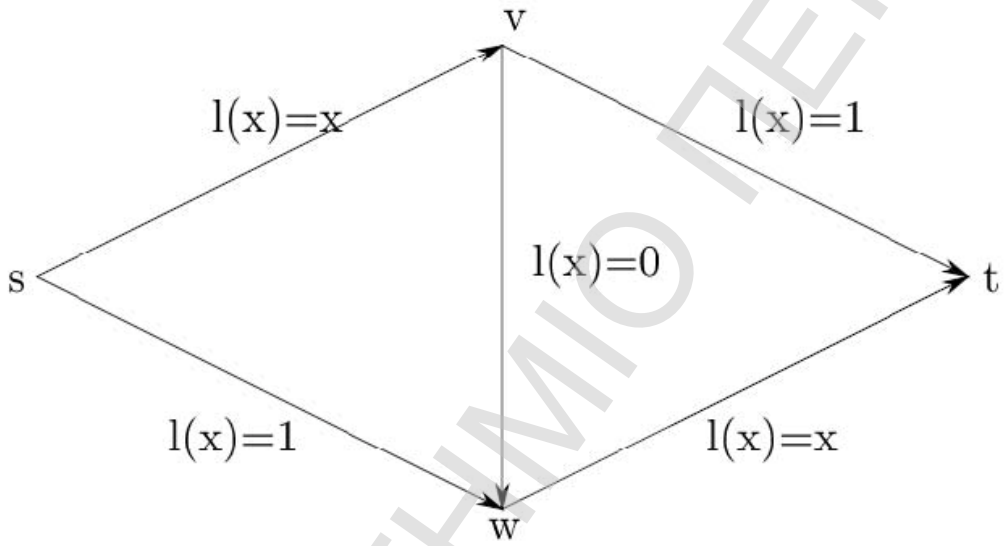
Φ1		**Σ**	**ΜΣ**
	Σ	(3,3)	(0,4)
	ΜΣ	(4,0)	(1,1)

Από τον παραπάνω πίνακα βλέπουμε ότι το παιχνίδι έχει ένα γνήσιο σημείο ισορροπίας το (Σ,Σ) δηλαδή να συνεργαστούν και οι δύο παίκτες με την αστυνομία. Στο σημείο ισορροπίας φυλακίζονται και οι δύο παίκτες για 3 χρόνια, ενώ αν και οι δύο δεν συνεργάζονταν θα φυλακίζονταν μόνο ένα χρόνο. Αυτό ακριβώς είναι το παράδοξο.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Παράδοξο του Braess

Το παράδοξο του Braess δεν αφορά ένα πεπερασμένο παίγνιο, αλλά ένα παίγνιο άπειρων παικτών. Η έννοια της ισορροπίας Nash μπορεί να επεκταθεί σε αυτό το μοντέλο. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται ένα δίκτυο με πέντε κατευθυνόμενες ακμές. Υπάρχει κάποια ποσότητα κίνησης r που θέλει να πάει από τον κόμβο s στον κόμβο t χρησιμοποιώντας τα μονοπάτια του δικτύου. Η κίνηση r αποτελείται από την απειροστή ροή άπειρων παικτών(χρηστών του δικτύου) και κάθε παίκτης δρομολογεί τη ροή του ώστε να ελαχιστοποιήσει την καθυστέρηση του.



Οι ακμές έχουν συναρτήσεις καθυστέρησης l(x) που παρουσιάζονται στο σχήμα και έχουν όρισμα το x, δηλαδή την κίνηση που δρομολογείται στην ακμή. Αν για παράδειγμα, η ακμή st έχει κίνηση ½, η καθυστέρηση σε αυτήν είναι ½ , ενώ η ακμή sw έχει καθυστέρηση 1, όση και να είναι η κίνηση.

Θεωρούμε ότι η συνολική κίνηση είναι r = 1. Το σημείο ισορροπίας Nash είναι όλη η κίνηση να δρομολογηθεί στο μονοπάτι s $\Rightarrow$ u $\Rightarrow$ w $\Rightarrow$ t. Τότε η καθυστέρηση στην ακμή su είναι 1, στην uw 0 και στην wt 1. Συνεπώς συνολικά το μονοπάτι έχει καθυστέρηση 2. Κανένας χρήστης δεν έχει λόγο να χρησιμοποιήσει άλλο μονοπάτι, γιατί δεν υπάρχει μονοπάτι με μικρότερη καθυστέρηση από 2, οπότε πράγματι πρόκειται για ισορροπία Nash.

Το παράδοξο είναι ότι αν αφαιρεθεί η μηδενικής καθυστέρηση ακμή uw από το δίκτυο, προκύπτει καλύτερη ισορροπία Nash για όλους τους χρήστες, δηλαδή ισορροπία στην οποία όλοι οι χρήστες έχουν μικρότερη καθυστέρηση από 2. Το σημείο ισορροπίας Nash του καινούργιου δικτύου είναι η μισή κίνηση να χρησιμοποιήσει το μονοπάτι s $\Rightarrow$ u $\Rightarrow$ t και η υπόλοιπη το s $\Rightarrow$ w $\Rightarrow$ t. Τότε η καθυστέρηση και στα δύο μονοπάτια είναι 3/2, δηλαδή μικρότερη από 2.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Μεικτές στρατηγικές

Έστω η μάχη των φύλων. Κάθε παίκτης έχει δύο διαθέσιμες στρατηγικές, «**Γήπεδο»** ή «**Όπερα»**. Ωστόσο υπάρχει (τουλάχιστον) μια ακόμη στρατηγική :

- "Στρίβουμε" ένα κέρμα και αν έρθει "γράμματα" πάμε στο γήπεδο, εάν έρθει "κορώνα" πάμε στην όπερα.

Η τελευταία στρατηγική ονομάζεται μικτή στρατηγική (mixed strategy) και μεταφράζεται σε 50% πιθανότητα να επιλέξει ο παίκτης το Γήπεδο και 50% πιθανότητα να επιλέξει την Όπερα.

Υπάρχουν άπειρες μικτές στρατηγικές, ανάλογα με τις πιθανότητες που δίνουμε στις διάφορες επιλογές.

Ορισμός : Έστω ότι ένας παίκτης έχει M καθαρές (pure) στρατηγικές, s_1, s_2, ..., s_M. Μια μικτή στρατηγική για αυτόν τον παίκτη είναι μια κατανομή πιθανότητας επί των καθαρών στρατηγικών του :

$(p_1, p_2, ..., p_M)$, έτσι ώστε $p_1+p_2+...+p_M=1$.

Η αξιολόγηση της αναμενόμενης χρησιμότητας μιας μικτής στρατηγικής γίνεται αθροίζοντας τα γινόμενα των (αναμενόμενων) αποτελεσμάτων των επιμέρους στρατηγικών επί τις αντίστοιχες πιθανότητες.

Παρακάτω φαίνεται το παιχνίδι της μάχης των φύλων, με μια επιπλέον στρατηγική για κάθε παίκτη :

Γ / Α	**Γήπεδο**	**Όπερα**	**0.5-0.5**
Γήπεδο	(3,1)	(0,0)	(1.5,0.5)
Όπερα	(0,0)	(1,3)	(0.5,1.5)
0.5-0.5	(1.5,0.5)	(0.5,1.5)	(1,1)

Έστω μια μικτή στρατηγική s_m που αποτελείται από τρεις καθαρές στρατηγικές, s_{i1}, s_{i2} και s_{i3}, με πιθανότητες p_1, p_2και p_3. Έστω ότι οι αντίπαλοι εφαρμόζουν συνολικά τη στρατηγική s_{-i}.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Τότε το όφελος για τον παίκτη i είναι :

$$u(s_m,s_{-i})=p_1\cdot u(s_{i1},s_{-i})+ p_2\cdot u(s_{i2},s_{-i})+ p_3\cdot u(s_{i3},s_{-i})$$

Ας υποθέσουμε ότι $u(s_{i1},s_{-i})>u(s_{i2},s_{-i})>u(s_{i3},s_{-i})$. Τότε θα συνέφερε τον παίκτη i να παίξει την καθαρή στρατηγική s_{i1}, αντί της μικτής στρατηγικής m !

Για να είναι λοιπόν μια μικτή στρατηγική m η καλύτερη απάντηση σε έναν συνδυασμό στρατηγικών s_{-i} των υπολοίπων παικτών, θα πρέπει κάθε επιμέρους καθαρή στρατηγική της μικτής στρατηγικής να είναι από μόνη της επίσης η καλύτερη απάντηση. Δηλαδή :

$$\mathbf{u(s_m,s_{-i})=u(s_{i1},s_{-i})=u(s_{i2},s_{-i})=u(s_{i3},s_{-i})}$$

Σε αυτή την περίπτωση, κάθε συνδυασμός (p_1',p_2',p_3') των επιμέρους στρατηγικών είναι καλύτερη απάντηση στο συνδυασμό στρατηγικών s_{-i}.

Παράδειγμα

Έστω το παιχνίδι "μονά-ζυγά", στο οποίο δεν υπάρχει κανένα σημείο ισορροπίας Nash.

B / **A**	**0**	**1**
0	(1,0)	(0,1)
1	(0,1)	(1,0)

Ας υποθέσουμε ότι ο παίκτης Α επιλέγει να παίζει '0' με πιθανότητα p.

Εάν ο παίκτης Β παίξει καθαρά '0', τότε το αναμενόμενο όφελός του είναι :

$$Eu_B('0')=p\cdot 0+(1-p)\cdot 1=1-p$$

Παρόμοια, εάν ο παίκτης Β παίξει καθαρά '1', το αναμενόμενο όφελός του είναι :

$$Eu_B('1')=p\cdot 1+(1-p)\cdot 0=p$$

Προφανώς ισχύει :

$$Eu_B('0')>Eu_B('1') \Leftrightarrow (1-p)>p \Leftrightarrow p<½$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

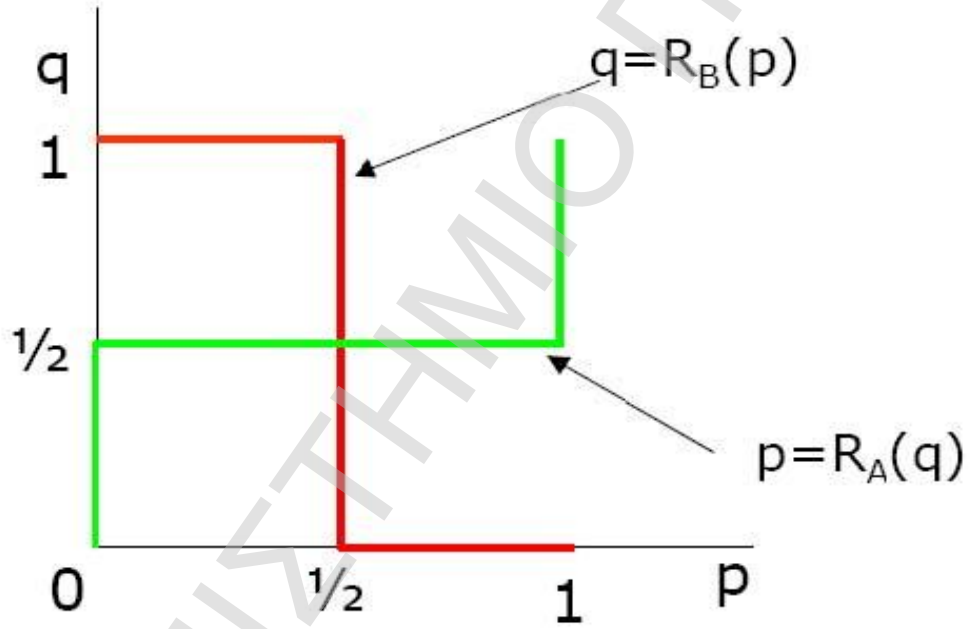
Εάν p= ½, τότε ο παίκτης Β μπορεί να επιλέξει οποιαδήποτε στρατηγική, είτε την '0', είτε την ΄1΄, είτε ακόμη οποιαδήποτε μικτή στρατηγική από αυτές τις δύο.

Άρα, μεταξύ άλλων, η μικτή στρατηγική (0.5, 0.5) για τον παίκτη Β, είναι καλύτερη απάντηση στην μεικτή στρατηγική (0.5,0.5) του παίκτη Α.

Με παρόμοιο συλλογισμό μπορεί να βρεθεί ότι ισχύει και το ακριβώς αντίστροφο για τους δύο παίκτες.

Στο επόμενο διάγραμμα με q συμβολίζεται η πιθανότητα με την οποία ο παίκτης Β επιλέγει '0'.

Οι γραφικές παραστάσεις καλύτερης απάντησης για τους δύο παίκτες είναι οι εξής :



Άρα το ζεύγος στρατηγικών (0.5, 0.5) – (0.5, 0.5) αποτελεί σημείο ισορροπίας Nash, διότι :

1. Κανένας παίκτης δεν έχει λόγο να ξεφύγει από το σημείο αυτό, γιατί δεν πρόκειται να κερδίσει άμεσα.
2. Οποιοσδήποτε παίκτης ξεφύγει από αυτό το σημείο δίνει τη δυνατότητα στον άλλο παίκτη να το εκμεταλλευτεί.

Για παράδειγμα, εάν στα "μονά-ζυγά" κάποιος παίκτης δείχνει για πολλή ώρα προτίμηση σε ένα από τα δύο νούμερα, δίνει τη δυνατότητα στον άλλο παίκτη να κερδίσει μερικούς "πόντους".

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Όλα τα παιχνίδια έχουν τουλάχιστον ένα σημείο ισορροπίας Nash στις μεικτές στρατηγικές. Δεν έχουν ωστόσο όλα τα παιχνίδια σημείο ισορροπίας Nash στις καθαρές (pure) στρατηγικές, όπως είδαμε στο παιχνίδι "μονά-ζυγά".

Το σημείο ισορροπίας Nash στις μεικτές στρατηγικές έχει διαφορετική ερμηνεία αφού : «Ένας παίκτης δεν "φεύγει" από αυτό», γιατί :

1. Δεν θα κερδίσει άμεσα
2. Μπορεί να χάσει μελλοντικά

Αντίθετα, στα σημεία καθαρής ισορροπίας, ένας παίκτης δεν φεύγει γιατί θα χάσει άμεσα.

5.2 ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

5.2.1 Αλγοριθμική Διάταξη Προτεραιότητας

Στις μέρες μας ένα από τα πιο βασικά προβλήματα που αντιμετωπίζουν αυτοί που παίρνουν αποφάσεις είναι να παίρνουν αποφάσεις στηριζόμενοι σε ακριβή δεδομένα. Εμείς θα ασχοληθούμε συγκεκριμένα με δεδομένα διάταξης και θα δείξουμε πως αυτοί που παίρνουν αποφάσεις μπορούν να πάρουν καλύτερες σε περιπτώσεις μιας ομάδας-παρατηρητών που έχουν διάφορες προτιμήσεις ανάμεσα σε ένα σύνολο πιθανών συνδυασμών.

Η έρευνά μας απηχεί σε μεγάλο εύρος εφαρμογών, αφού οι «μεταθέσεις» βρίσκουν εφαρμογή σε αρκετές περιπτώσεις όπως σε εκλογικές αναμετρήσεις, επιλογές αγαθών, επενδύσεων, διάταξη μηχανημάτων κ.α.

Τα δεδομένα διάταξης αντιπροσωπεύονται με τις ακόλουθες μορφές

- Με αριθμητική κλίμακα (1….10 ή 1…..100).
- Με ποσοτική κλίμακα (υπέροχο, πολύ καλό, καλό, μέτριο, άσχημο).
- Με ειδική κλίμακα (εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του αντικειμένου που εκτιμάται, π.χ. ψηλό, κοντό, παχύ, λεπτό).

Στις ανωτέρω κατηγορίες οι μόνες επιτρεπόμενες σχέσεις είναι «το πολύ» (≤) και «τουλάχιστον» (≥). Τα προβλήματα που αντιμετωπίζουμε γίνονται πιο περίπλοκα όσο ο αριθμός των ατόμων και των επιλογών αυξάνονται. Πολλές θεωρίες έχουν αναπτυχθεί πάνω σ’ αυτό το θέμα και οι πιο σημαντικές από αυτές παρουσιάζονται παρακάτω :

- **Το κριτήριο του Kaldor :** σύμφωνα με αυτό το κριτήριο, εάν έχουμε δύο καταστάσεις (states) Α, Β και δύο πρόσωπα Χ, Υ (όπου το Χ πρόσωπο προτιμά την Α κατάσταση ενώ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

το πρόσωπο Υ προτιμά την Β) μπορούμε να πούμε ότι Α**f**Β εάν το πρόσωπο Χ μπορεί να αποζημιώσει το πρόσωπο Υ επικερδώς.

- **Το κριτήριο του Hicks :** σύμφωνα με αυτό το κριτήριο, εάν έχουμε δύο καταστάσεις Α, Β και δύο πρόσωπα Χ, Υ (όπου το Χ πρόσωπο προτιμά την Α κατάσταση ενώ το πρόσωπο Υ προτιμά την Β) μπορούμε να πούμε ότι Α**f**Β εάν το πρόσωπο Υ δεν μπορεί να δωροδοκήσει το πρόσωπο Χ επικερδώς.
- **Το κριτήριο του Scitovski :** για να συμβεί αυτό το κριτήριο πρέπει το κριτήριο του Kaldor και το κριτήριο του Hicks να πραγματοποιούνται ταυτόχρονα.

Επιπλέον, έχουμε την μέθοδο της ψήφου για να πάρουμε αποφάσεις βασιζόμενοι στα δεδομένα διάταξης. Σ' αυτή την μέθοδο έχουμε το παράδοξο της πλειοψηφίας των ψήφων. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε τρεις κοινωνικοοικονομικές τάξεις Χ, Υ, Ζ και το εκλογικό σώμα αποτελείται από τρία άτομα Α, Β και Γ. Ο πίνακας 1 δείχνει τις ταξινομήσεις των τάξεων Χ, Υ, Ζ σύμφωνα με τις προτιμήσεις των Α, Β, Γ. Για παράδειγμα το άτομο Α προτιμά να επιλέξει την τάξη Χ από την Υ, ενώ ταυτόχρονα προτιμά την τάξη Υ από την Ζ. Είναι φανερό ότι η ταυτόχρονη ψήφος και για τις τρεις κοινωνικοοικονομικές τάξεις δεν οδηγεί σε κανένα συμπέρασμα. Πράγματι το άτομο Α προτιμά την τάξη Χ, το άτομο Β προτιμά την τάξη Υ και το άτομο Γ την τάξη Ζ. Συνεπώς, για να καταλήξουμε σε ένα συμπέρασμα θα πρέπει να συγκρίνουμε τις κοινωνικοοικονομικές τάξεις σε ζευγάρια των δύο.

ΕΚΛΕΚΤΟΡΕΣ / **ΚΑΤΑΤΑΞΗ**	**Α**	**Β**	**Γ**
Πρώτος	**Χ**	**Υ**	**Ζ**
Δεύτερος	**Υ**	**Ζ**	**Χ**
Τρίτος	**Ζ**	**Χ**	**Υ**

Πίνακας 1

Ανάμεσα στις κοινωνικοοικονομικές τάξεις Χ και Υ, αυτή που υπερέχει στους ψήφους είναι η Χ, επειδή:

Χ**f**Υ για το Α, Χ**p**Υ για το Β, Χ**f**Υ για το Γ.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Είναι προφανές ότι η κοινωνικοοικονομική τάξη Χ παίρνει δύο ψήφους από τους τρεις. Επιπλέον, ανάμεσα στις τάξεις Υ και Ζ παρατηρούμε ότι η τάξη Υ συγκεντρώνει την πλειοψηφία των ψήφων γιατί :

Υ **f** Ζ για το Α, Υ **f** Ζ για το Β, Υ **p** Ζ για το Γ.

Τέλος, ανάμεσα στο Χ και Ζ, η κατάσταση Ζ ψηφίστηκε από τα άτομα Β, Γ και έχει την πλειοφηφία των ψήφων.

Χ **f** Ζ για το Α, Χ **p** Ζ για το Β, Χ **p** Ζ για το Γ.

Από τις τρεις παραπάνω διαδοχικές ψηφοφορίες, έχουμε τις ακόλουθες συγκεντρωτικές προτιμήσεις.

Χ **f** Υ, Υ **f** Ζ, Χ **p** Ζ .

Οι ανωτέρω συγκεντρωτικές προτιμήσεις δεν ισχύουν (δεν έχουν συνέπεια).

Στην μελέτη μας, θα αναπτύξουμε μια σειρά από μεθοδολογίες υποστηρίζοντας την ordinal scale data. Πρωτίστως πρέπει να κάνουμε έναν διαχωρισμό ανάμεσα σε δύο κατηγορίες σύμφωνα με τον αριθμό των σχέσεων που δίνονται. Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει την περίπτωση όπου ο αριθμός των διατάξεων είναι μικρότερος από τον αριθμό των πιθανών συνδυασμών (σ΄αυτή την κατηγορία περιλαμβάνονται δύο μεθοδολογίες). Στη δεύτερη κατηγορία είναι ισάριθμες οι διατάξεις και οι πιθανοί συνδυασμοί (αυτή η μεθοδολογία βασίζεται στην Black's permutation).

Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι έχουμε έξι διαφορετικές καταστάσεις και δύο πρόσωπα. Σ΄ αυτή την περίπτωση οι πιθανοί συνδυασμοί είναι δεκαπέντε. Έτσι, εάν έχουμε 15 order relationships είμαστε στην δεύτερη κατηγορία, ενώ να έχουμε λιγότερες είμαστε στην πρώτη κατηγορία.

5.2.2 Πρώτη Κατηγορία

5.2.2.1 Κατασκευαστικός Αλγόριθμος

Βήμα 1 : Τοποθετούμε στη σειρά τις προτεραιότητες κατάστασης του προβλήματος.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Βήμα 2 : Ξεκινώντας από την πρώτη προτεραιότητα, ελέγχουμε ότι κάθε προτεραιότητα ικανοποιείται. Εάν είναι έτσι, μετά προχωράμε στην επόμενη προτεραιότητα, διαφορετικά βλέπουμε ότι ικανοποιείται προσθέτοντας ένα πόντο στον συντελεστή που προηγείται της προτεραιότητας που εξετάζουμε.

Βήμα 3 : Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία που περιγράφεται στο βήμα 2 μέχρι να πληρούνται όλες οι απαιτήσεις.

Βήμα 4 : Φτιάχνουμε ένα γράφημα σύμφωνα με τα δεδομένα που έχουν προκύψει, όπου κάθε καταχώρηση αντιστοιχεί σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο.

Για να κατανοήσουμε καλύτερα τον αλγόριθμο θα αναλύσουμε ένα παράδειγμα. Έχουμε τις ακόλουθες σχέσεις προτεραιότητας :

A**f**B, A**f**Γ, A**f**E, B**f**E, Γ**f**B, Δ**f**A, Δ**f**E, Δ**f**Z, Z**f**Γ, Z**f**E.

Όπου έχουμε το σύμβολο Π.Ε. (Προχώρα στο Επόμενο), τότε έχουμε μια νέα σχέση και επαναλαμβάνουμε την διαδικασία του ελέγχου από την αρχή. Εξαίρεση είναι προφανώς η πρώτη σχέση εξαιτίας της θέσης της. Τα αρχικά δεδομένα του συντελεστή είναι 0.

1	A **f** B	A=1, B=0	A=2, B=1	A=2, B=1	A=3, B=1	A=3, B=1	A=3, B=1
2	A **f** Γ	A=1, Γ=0	A=2, Γ=0	A=3, Γ=2	A=3, Γ=2	A=3, Γ=2	A=3, Γ=2
3	A **f** E	A=1, E=0	A=2, E=0	Π.Ε.	A=3, E=0	A=3, E=0	A=3, E=0
4	B **f** E	B=1, E=0	B=1, E=0		B=1, E=0	B=1, E=0	B=1, E=0
5	Γ **f** B	Π.Ε.	Γ=2, B=1		Γ=2, B=1	Γ=2, B=1	Γ=2, B=1
6	Δ **f** A		Π.Ε.		Δ=4, A=3	Δ=4, A=3	Δ=4, A=3

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

7	Δ **f** Ε				Π.Ε.	Δ=4, Ε=0	Δ=4,Ε=0
8	Δ **f** Ζ					Δ=4, Ζ=0	Δ=4,Ζ=3
9	Ζ **f** Γ					Ζ=3, Γ=2	Ζ=3, Γ=2
10	Ζ **f** Ε					Π.Ε.	Ζ=3, Ε=0

Πίνακας 2

Το τελικό αποτέλεσμα είναι το ακόλουθο :

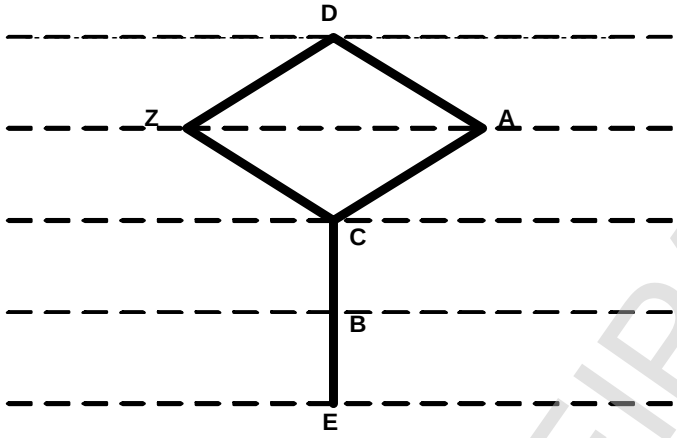
Α = 3, Β = 1, Γ = 2, Δ = 4, Ε = 0, Ζ = 3.

Αυτοί οι αριθμοί αντιστοιχούν στο ίδιο επίπεδο. Το γράφημα 1 μας δείχνει το αποτέλεσμα βασισμένο στις προτεραιότητες που έχουμε δώσει.

Για να φτιάξουμε τον Πίνακα 2 παραπάνω, χρησιμοποιούμε την ακόλουθη μέθοδο. Ξεκινώντας από την πρώτη στήλη βρίσκουμε την πρώτη προτεραιότητα Α**f**Β και το δείχνουμε αυτό καθιστώντας το Α = 1 και Β = 0. Ακολουθώντας τις προτεραιότητες (αρχές), το 2 και 3 δείχνονται με τον ίδιο τρόπο. Παρόλα αυτά βλέπουμε ότι η προτεραιότητα 4 δεν ισχύει και την αντικαθιστούμε βάζοντας το Β = 1. Σ΄ αυτό το σημείο επιστρέφουμε στην αρχή επειδή έχουμε μια νέα σχέση.

Στη στήλη 2 συνειδητοποιούμε ότι οι προτεραιότητες 1 έως 4 είναι αληθινές, ενώ η προτεραιότητα 5 δεν είναι. Εμείς θα αντικαταστήσουμε το Γ = 2 Θα επιστρέψουμε στην αρχή και θα ελέγξουμε τις προτεραιότητες. Συνειδητοποιούμε επίσης το λόγο για τον οποίο σε κάθε νέα σχέση επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία από την αρχή. Κατά συνέπεια η προτεραιότητα 2 μας αναγκάζει να τοποθετήσουμε το Α = 3 για να είναι η νέα σχέση αληθινή. Στις επόμενες στήλες ακολουθείται η ίδια διαδικασία, παρατηρώντας ότι η τέταρτη στήλη Δ = 4 και η πέμπτη στήλη Ζ=3. Η τελευταία στήλη είναι αυτή που ελέγχει όλες τις προτεραιότητες και συνεπώς καθορίζει και τα επίπεδα προβλημάτων μας.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ



Γράφημα 1

Κατά συνέπεια τα αποτελέσματα που εμφανίζονται είναι τα ακόλουθα :

1. ΔΑΓΒΕ
2. ΔΖΓΒΕ

Ο αλγόριθμος αυτής της μεθοδολογίας παρουσιάζεται στο παράρτημα.

5.2.2.2 Κατασκευαστικός Αλγόριθμος της Συνάθροισης

Σ' αυτή την μεθοδολογία θα χρησιμοποιήσουμε το ανωτέρω παράδειγμα με τον ακόλουθο αλγόριθμο :

Βήμα Ι. Κάνουμε ένα πίνακα συνδυασμού με τις καταστάσεις. Όταν η σχέση μεταξύ των καταστάσεων είναι έγκυρη τοποθετούμε στο κελί του πίνακα το 1, διαφορετικά τοποθετούμε το 0.

Βήμα ΙΙ. Καθορίζουμε τις διαδικασίες 0-0 = Χ, Χ-0=Χ, 0-Χ=Χ.

Βήμα ΙΙΙ. Η στήλη Κ αντιπροσωπεύει το άθροισμα των στοιχείων κάθε σειράς.

Βήμα ΙV. Στην τελευταία σειρά καταγράφουμε την κατάσταση του κελιού Κ ή το Κi που είναι ίσο με το 0.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Βήμα V. Η στήλη K_1 προκύπτει από το αποτέλεσμα της αφαίρεσης στήλης Κ, από την τελευταία σειρά όπου καταγράφεται η κατάστασή της.

Βήμα VI. Ομοίως, η στήλη Ki προκύπτει από από το αποτέλεσμα της αφαίρεσης στήλης $K_{i-1,}$ από την τελευταία σειρά όπου καταγράφεται η κατάστασή της στήλης $K_{i-1,}$.

Βήμα VII. Οι αλγόριθμοί μας τελειώνουν όταν η στήλη Κn έχει 0 ή x.

σ(i)		**σ(1)**	**σ(2)**	**σ(3)**	**σ(4)**	**σ(5)**	**σ(6)**	**K**	**K_1**	**K_2**	**K_3**	**K_4**
		Α	**Β**	**Γ**	**Δ**	**Ε**	**Ζ**					
1	**Α**	0	1	1	0	1	0	3	2	1	0	X
2	**Β**	0	0	0	0	1	0	1	0	X	X	X
3	**Γ**	0	1	0	0	0	0	1	1	0	X	X
4	**Δ**	1	0	0	0	1	1	3	2	2	2	0
5	**Ε**	0	0	0	0	0	0	0	X	X	X	X
6	**Ζ**	0	0	1	0	1	0	2	1	1	0	X
ΤΕΛΕΥΤΑΙΑ								Ε	Β	Γ	Α,Ζ	Δ

Πίνακας 3

Τα αποτελέσματα είναι ΔΑΖΓΒΕ ή ΔΖΑΓΒΕ και ΔΖΓΒΕ.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

5.2.3 Δεύτερη κατηγορία

5.2.3.1 Μεταθέσεις κατά Black

Ορισμοί :

Έστω σ=σ (1) σ(2) σ(3)….σ(n) μια μετάθεση και [n] = {1,2,…n}, n ένας ακέραιος αριθμός μεγαλύτερος ή ίσος του 2 και Sn το σύνολο των μεταθέσεων του [n].

Καλούμε πρότυπο (pattern) μιας μετάθεσης σ μήκους n μια λέξη w με n-1 χαρακτήρες ώστε:

$$w=z_1z_2\ldots..z_{n-1}, z_i \in \{-1, +1\}^{n-1}$$

$$\mathbf{Z}_i = \begin{cases} -1 & \text{αν} \quad \sigma(i) > \sigma(i+1) \\ +1 & \text{αν} \quad \sigma(i) < \sigma(i+1) \end{cases} \qquad i \in [n-1]$$

Για κάθε σ∈ Sn συμβολίζουμε με

$A^+(\sigma) \equiv \{i \in [2,n] : \sigma(i) > \sigma(1)\}$ και $A^-(\sigma) \equiv \{i \in [2,n] : \sigma(i) < \sigma(1)\}$

A^+ $\sigma \in S_n$ ονομάζεται μετάθεση κατά Black.

Αυτές οι μεταθέσεις εισήχθησαν από τον Black και χρησιμοποιούνται για να αντιμετωπίσουν το παράδοξο του Condorcet.

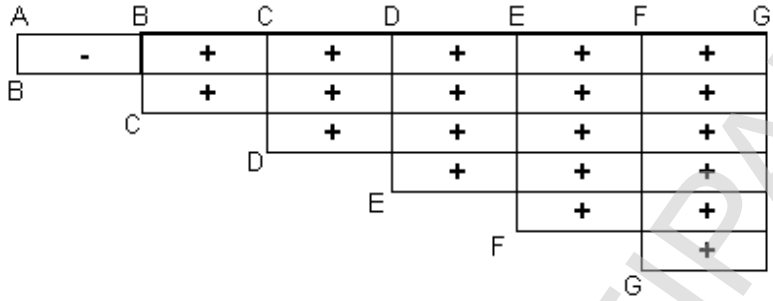
Οι παρακάτω συγκρίσεις

Α **f** Β	Α **f** Γ	Α **f** Δ	Α **f** Ε	Α **f** F	Α **f** Η	Β **f** Γ
Β **f** Δ	Β **f** Ε	Β **f** Ζ	Β **f** Η	Γ **f** Δ	Γ **f** Ε	Γ **f** F
Γ **f** Ζ	Δ **f** Ε	Δ **f** Ζ	Δ **f** Η	Ε **f** Ζ	Ε **f** Η	F **f** Η

Πίνακας 4

Ορίζουν μετάθεση κατά Black με σ = ΒΑΓΔΕΖΗ και πρότυπο w = - + + + + + όντας όπως φαίνεται και στα επόμενα σχήματα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ



Πίνακας 1

5.3 Ανάλυση γνωμών

α) Σχηματισμός μιας συλλογικής γνώμης ξεκινώντας από τις ατομικές γνώμες (Μέθοδος Borda – Μέθοδος – Condorcet).

β) Οργάνωση του συνόλου των γνωμών.

(Μέθοδος των Ασυμφωνιών – Συμμετρικά σχήματα των αποστάσεων – κατεύθυνση ενός δικτύου γνωμών – Στατιστική των αποστάσεων).

γ) Σύγκριση απόψεων και εύρεση των διαφωνιών τους.

δ) Παρουσίαση της συνθέσεως μιας γνώμης.

5.3.1 Σχηματισμός μιας συλλογικής γνώμης ξεκινώντας από τις ατομικές γνώμες

Εφαρμογή Ι

Οικονομικό γεγονός:

Ύστερα από μια μακροχρόνια πτωτική πορεία τους τελευταίους μήνες η τιμή του αργού πετρελαίου έχει πλέον διαμορφωθεί στις διεθνείς αγορές κοντά στα 15$ το βαρέλι. Αναζητώντας, λοιπόν, τα αίτια της μεγάλης πτώσης της τιμής του πετρελαίου οι περισσότεροι αναλυτές σήμερα πιστεύουν τα εξής:

α : η πτώση της τιμής του πετρελαίου οφειλόταν στην αύξηση του πλαφόν (δηλαδή του κατώτερου ορίου παραγωγής πετρελαίου) που αποφασίστηκε από τον OPEC τον Νοέμβριο του 1977 ύστερα από ισχυρές πιέσεις της Σαουδικής Αραβίας.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

β : η πτώση της τιμής του πετρελαίου οφειλόταν στο ότι δεν εισακούστηκαν οι εκκλήσεις προς τα μέλη του OPEC που έλεγαν να μην υπερβαίνονται από τα μέλη του οργανισμπύ οι ποσοστώσεις (δηλαδή οι προκαθορισμένοι ποσοτικοί περιορισμοί), στην παραγωγή του πετρελαίου που είχαν αποδοθεί σε κάθε χώρα – μέλος του OPEC.

γ : η πτώση της τιμής του πετρελαίου οφειλόταν στη χαμηλή ζήτηση πετρελαίου λόγω της Ασιατικής κρίσης (δηλαδή λόγω της κακής οικονομικής κατάστασης στην Ασία).

δ : η πτώση της τιμής του πετρελαίου οφειλόταν στη μειωμένη ζήτηση πετρελαίου λόγω του ήπιου χειμώνα στο βόρειο ημισφαίριο της γης (δηλαδή μειώθηκε η ζήτηση πετρελαίου, δημιουργήθηκε υπερπροσφορά, αυξήθηκαν τα αποθέματα πετρελαίου των εταιριών και έτσι οι εταιρίες υποχρεώθηκαν να μειώσουν την τιμή του πετρελαίου τους).

ε : η πτώση της τιμής του πετρελαίου οφειλόταν στη συμφωνία που επιτεύχθηκε στα τέλη του Φεβρουαρίου του 1998 μεταξύ του Ιράκ και του Γενικού Γραμματέα των Ηνωμένων Εθνών, Κόφι Ανάν, η οποία οδήγησε στην αποκλιμάκωση της έντασης στον Περσικό Κόλπο και η οποία μεταξύ άλλων υποχρέωνε το Ιράκ να αγοράζει από ξένες χώρες (δηλαδή να εσάγει) τρόφιμα πληρώνοντάς τα σε κατά πολύ πιο αυξημένες ποσότητες πετρελαίου από πριν, γεγονός που ανάγκασε πολλές χώρες να μειώσουν την τιμή του πετρελαίου τους.

Υποθετικό παράδειγμα

Σύμφωνα με τα παραπάνω, λοιπόν, 10 οικονομικοί αναλυτές (που καταδεικνύονται από τους αριθμούς 1 έως 10), λαμβάνοντας υπόψη τους τα αίτια της πτώσης της τιμής του πετρελαίου, δηλαδή τα *α,β,γ,δ* και *ε* εξέφρασαν τη γνώμη τους, ο καθένας με το δικό του τρόπο, ιεραρχώντας τα παραπάνω αίτια ξεκινώντας από τα πιο σπουδαία και καταλήγοντας στα λιγότερο σημαντικά.

Οι εκτιμήσεις των αναλυτών ήταν :

1 :	α	β	γ	δ	ε
2 :	β	γ	α	ε	δ
3 :	ε	α	γ	δ	β
4 :	γ	α	β	δ	ε
5 :	δ	γ	α	β	ε
6 :	α	γ	δ	β	ε
7 :	ε	δ	γ	α	β
8 :	γ	ε	α	β	δ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

9 : β δ γ ε α
10 : δ α ε γ β

Για να βρούμε, λοιπόν, ποια γνώμη είναι η επικρατέστερη από τις παραπάνω εκτιμήσεις (ή γνώμες) των αναλυτών και για να σχηματίσουμε μια σφαιρικότερη άποψη του αποτελέσματος είναι καλό και αναγκαίο να αναλύσουμε τα παραπάνω αποτελέσματα περισσότερο διεξοδικά.

Με βάση τη Μέθοδο του Borda:

- Αρχικά μπορούμε να βρούμε τη θέση που έδωσε κάθε αναλυτής σε κάθε αίτιο.
  Δηλαδή έχουμε τα εξής:

Το αίτιο **α** θεωρήθηκε ως $1^{ο}$ από τους: 1 και 6 αναλυτές
$2^{ο}$ από τους: 3,4 και 10 αναλυτές
$3^{ο}$ από τους: 2,5 και 8 αναλυτές
$4^{ο}$ από τον: 7 αναλυτή
τελευταίο από τον: 9 αναλυτή

Το αίτιο **β** θεωρήθηκε ως $1^{ο}$ από τους: 2 και 9 αναλυτές
$2^{ο}$ από τον: 1 αναλυτή
$3^{ο}$ από τον: 4 αναλυτή
$4^{ο}$ από τους: 5,6 και 8 αναλυτές
τελευταίο από τους: 3,7 και 10 αναλυτές

Το αίτιο **γ** θεωρήθηκε ως $1^{ο}$ από τους: 4 και 8 αναλυτές
$2^{ο}$ από τους: 2,5 και 6 αναλυτές
$3^{ο}$ από τους: 1,3,7 και 9 αναλυτές
$4^{ο}$ από τους: 3 και 10 αναλυτές
τελευταίο από κανέναν αναλυτή

Το αίτιο **δ** θεωρήθηκε ως $1^{ο}$ από τους: 5 και 10 αναλυτές
$2^{ο}$ από τους: 7 και 9 αναλυτές
$3^{ο}$ από τον: 6 αναλυτή
$4^{ο}$ από τους: 1,3 και 4 αναλυτές
τελευταίο από τους: 2 και 8 αναλυτές

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Το αίτιο **ε** θεωρήθηκε ως	$1^{ο}$ από τους:	3 και 7 αναλυτές
	$2^{ο}$ από τον:	8 αναλυτή
	$3^{ο}$ από τον:	10 αναλυτή
	$4^{ο}$ από τους:	2 και 9 αναλυτές
	τελευταίο από τους:	1,4,5 και 6 αναλυτές

- Στη συνέχεια μπορούμε να επικεντρώσουμε την προσοχή μας σε βαρύνουσας σημασίας θέσεις που κατέχει το κάθε αίτιο, όπως είναι η θέση του πρώτου και του τελευταίου.

	Κρίθηκε ως Πρώτο αίτιο από		Κρίθηκε ως τελευταίο αίτιο από			
α :	1	6	9			
β :	2	9	6	6	7	10
γ :	4	8	(κανένα)			
δ :	5	10	2	8		
ε :	3	7	1	4	5	

Με βάση τη μέθοδο του Condorcet

- Μπορούμε να χωρίσουμε σε ζευγάρια τα αίτια της πτώσης της τιμής του πετρελαίου και να τα συγκρίνουμε μεταξύ τους βρίσκοντας έτσι αυτά τα αίτια που θα υπερισχύσουν των άλλων :

Για παράδειγμα μπορούμε να πάρουμε τη γνώμη «το α είναι πιο σημαντικό από το β», ή αλλιώς το α **f** β, οπότε θα έχουμε ότι α **f** β είναι η γνώμη των 1,3,4,5,6,7,8 και 10 ενώ β **f** α είναι η γνώμη των 2 και 9.

Άρα λέμε η γνώμη α **f** β υποστηρίζεται από 8 ψήφους έναντι 2 κατά.

Συγκεντρωτικά, λοιπόν, αν εξετάσουμε όλες τις συγκρίσεις των ζευγαριών ανά δύο, συγκρατώντας για το καθένα τη γνώμη της πλειοψηφίας θα έχουμε τον ακόλουθο πίνακα :

Γνώμη της πλειοψηφίας	Αριθμός αναλυτών που συμφωνούν	Αριθμός αναλυτών που διαφωνούν
α **f** β	8	2
γ **f** β	7	3
γ **f** ε	7	3
α **f** δ	6	4
α **f** ε	6	4
γ **f** α	6	4
δ **f** ε	6	4
γ **f** δ	6	4

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

β **f** ε	6	4
β **f** δ	5	5
δ **f** β	5	5
ε **f** β	4	6
δ **f** γ	4	6

- Σύμφωνα με τα παραπάνω μπορούμε να πάρουμε τις πιο ξεκάθαρα δηλωμένες γνώμες των αναλυτών και να έχουμε :

8	υποστηρίζουν	ότι	α **f** β
7	υποστηρίζουν	ότι	γ **f** β
7	υποστηρίζουν	ότι	γ **f** ε
6	υποστηρίζουν	ότι	γ **f** δ
6	υποστηρίζουν	ότι	α **f** δ
6	υποστηρίζουν	ότι	α **f** ε
6	υποστηρίζουν	ότι	γ **f** α
6	υποστηρίζουν	ότι	δ **f** ε
6	υποστηρίζουν	ότι	β **f** ε

από τα οποία προκύπτουν ότι : γ **f** α **f** β **f** ε
γ **f** α **f** δ **f** ε

Έτσι, από τις σχέσεις (1), (2) συμπεραίνουμε ότι η γενική γνώμη των αναλυτών για την κατάταξη των αιτιών της πτώσης της τιμής του πετρελαίου είναι :

γ **f** α **f** δ **f** ε

Όσο για το αίτιο β (που είναι β **f** ε) είναι ειδική περίπτωση γιατί οι μισοί αναλυτές το θεωρούν ως το τρίτο αίτιο της πτώσης της τιμής του πετρελαίου και οι άλλοι μισοί ως το τέταρτο αίτιο.
Άρα η οριστική ιεράρχηση των παραπάνω αιτιών θα είναι:

γαβδε ή γαδβε

5.3.2 Οργάνωση του συνόλου των γνωμών

Εφαρμογή ΙΙ

Οικονομικό γεγονός :

Στις οικονομικά αναπτυγμένες χώρες και ιδίως στις ΗΠΑ τις τελευταίες δεκαετίες έχουν γνωρίσει τρομερή άνθηση και παίζουν πρωτεύοντα ρόλο στη λειτουργία της οικονομίας διαφόρων ειδών χρηματοδοτικοί οργανισμοί, που οι περισσότεροι έχουν σαν σκοπό τους την επίτευξη του μέγιστου κέρδους.

Οι πιο σημαντικοί χρηματοδοτικοί οργανισμοί είναι :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

i) **Οι Εμπορικές Τράπεζες,** στις οποίες άλλοι δανείζονται απ' αυτές κάποια χρηματικά ποσά καταβάλλοντας κάποιο τόκο και άλλοι καταθέτουν χρήματα έναντι κάποιας αμοιβής (τόκου)

ii) **Οι Τράπεζες Αμοιβαίων Κεφαλαίων,** οι οποίες τοποθετούν τις καταθέσεις των ατόμων στη αγορά κυβερνητικών ομολογιών και ομολογιών ανωνύμων εταιριών.

iii) **Οι Πιστωτικές Ενώσεις** που είναι κάποιοι χρηματοδοτικοί οργανισμοί που δημιουργούνται από υπαλλήλους επιχειρήσεων και σα σκοπό τους έχουν τη χορήγηση χαμηλότοκων δανείων στα μέλη τους.

iv) **Οι Ασφαλιστικές Εταιρίες**, οι οποίες πωλούν ασφάλειες ζωής και τις αποταμιεύσεις των ασφαλιζομένων τους τις τοποθετούν σε μετοχές και σε ομολογίες ανωνύμων εταιριών.

v) **Οι Εταιρίες Επενδύσεων Κεφαλαίων,** οι οποίες δέχονται τις αποταμιεύσεις των ατόμων δίνοντάς τους ως αντάλλαγμα μετοχές τους, οι οποίες αποφέρουν σταθερές χρηματικές αποδόσεις, αφού οι εταιρίες αυτές επενδύουν τα κεφάλαιά τους σε μεγάλη ποικιλία ομολογιών και μετοχών, ελαχιστοποιώντας έτσι τους κινδύνους.

Παράλληλα πρέπει να πούμε ότι οι τρεις πιο συνηθισμένοι τρόποι επένδυσης χρηματικών κεφαλαίων που ακολουθούνται από τους καταναλωτές και από τους χρηματοδοτικούς οργανισμούς είναι :

α : η κατάθεση χρημάτων σε τράπεζες

μ : η αγορά μετοχών

ο : η αγορά ομολογιών (κρατικών ή μη)

Υποθετικό παράδειγμα:

Έστω ότι με Κ συμβολίζουμε τους καταναλωτές, με Ε τις Εμπορικές Τράπεζες, με Α τις Τράπεζες Αμοιβαίων Κεφαλαίων, με Π τις Πιστωτικές Ενώσεις, με Τις Ασφαλιστικές Εταιρίες, με U τις Εταιρίες Επενδύσεων Κεφαλαίων, ενώ παράλληλα η σειρά προτίμησης των επενδυτικών επιλογών όλων των παραπάνω είναι η ακόλουθη :

$$\gamma \ \mathbf{f}\ \alpha \ \mathbf{f}\ \beta = K$$
$$\alpha \ \mathbf{f}\ o \ \mathbf{f}\ \mu = E$$
$$\mu \ \mathbf{f}\ \alpha \ \mathbf{f}\ o = A$$
$$\mu \ \mathbf{f}\ o \ \mathbf{f}\ \alpha = \Pi$$
$$o \ \mathbf{f}\ \alpha \ \mathbf{f}\ \mu = T$$
$$o \ \mathbf{f}\ \mu \ \mathbf{f}\ \alpha = U$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Εδώ σκοπός μας είναι να εξετάσουμε τους επενδυτές και όχι τις επενδυτικές τους επιλογές (δηλαδή τις γνώμες τους) και εν συνεχεία να τους απεικονίσουμε σε σχήματα ίσων αποστάσεων.

Με βάση τη μέθοδο των ασυμφωνιών :

η οποία δεν εξετάζει τις γνώμες αλλά τα άτομα που εκφέρουν τις γνώμες, συγκρίνοντας τις σειρές προτιμήσεών τους και με τη βοήθεια του παραπάνω πίνακα που απεικονίζει τις σειρές προτίμησης επενδυτικών επιλογών των Κ,Ε,Α,Π, και U θα προσπαθήσουμε να οργανώσουμε το σύνολο των 6 γνωμών τους σε σχήματα ίσων αποστάσεων (οι γνώμες των επενδυτών αναγκαστικά είναι 3!=6 γιατί μεταθέτουμε τρεις επενδυτικές επιλογές).

Έτσι, το Κ με το U, το Ε με το Π και το Α με το Τ είναι «διαμετρικά αντίθετα».

Επίσης σύμφωνα με τη μέθοδο του Condorcet έχουμε :

Κ :	α **f** μ **f** ο	δηλαδή	(α **f** μ) και	(α **f** ο) και (μ **f** ο)
Ε :	α **f** ο **f** μ	δηλαδή	(α **f** ο) και	(α **f** μ) και (ο **f** μ)
Α :	α **f** μ **f** ο	δηλαδή	(μ **f** α) και	(μ **f** ο) και (α **f** ο)
Π :	α **f** μ **f** ο	δηλαδή	(α **f** μ) και	(α **f** ο) και (μ **f** ο)
Τ :	ο **f** α **f** μ	δηλαδή	(ο **f** α) και	(α **f** μ) και (ο **f** μ)
U :	ο **f** μ **f** α	δηλαδή	(ο **f** μ) και	(μ **f** α) και (ο **f** α)

Έχοντας, λοιπόν, υπόψη μας όλα τα παραπάνω μπορούμε να μετρήσουμε τις ασυμφωνίες μεταξύ των 6 επενδυτών (Κ,Ε,Α,Π,Τ,U) συμβολίζοντας με D(x,y) τον αριθμό των ασυμφωνιών μεταξύ δύο τυχαίων επενδυτών x,y.

Οπότε θα έχουμε :

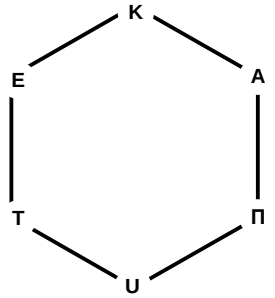
D(K,E) = 1	αφού	α **f** μ **f** ο = Κ
		α **f** ο **f** μ = Ε
D(K,A) = 1	αφού	α **f** μ **f** ο = Κ
		μ **f** α **f** ο = Α

ομοίως

D(E,T) = 1 ……..
D(A,Π) = 1 ……..
D(T,U) = 1 ……..
D(Π,U) = 1 ……..
D(K,T) = 2 ……..
D(K,Π) = 1 ……..
D(E,U) = 2 ……..
D(A,U) = 2 ……..
D(K,U) = 3, αυτός είναι και ο μέγιστος αριθμός ασυμφωνιών.

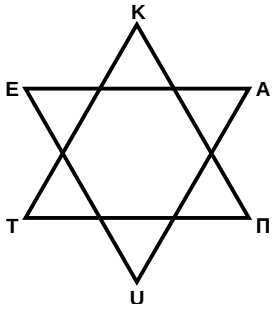
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Τα παραπάνω μπορούν να φανούν διαγραμμματικά (ή σχηματικά) στα ακόλουθα σχήματα ίσων αποστάσεων :

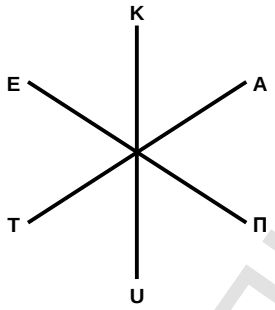


δηλαδή
Κ → Ε υπάρχει 1 ασυμφωνία
Κ → Α υπάρχει 1 ασυμφωνία
Κ → Τ υπάρχουν 2 ασυμφωνίες
Κ → Π υπάρχουν 2 ασυμφωνίες
Κ → U υπάρχουν 3 ασυμφωνίες
κ.λ.π.

Στο παραπάνω σχήμα μεταξύ δύο διπλανών επενδυτών (π.χ. μεταξύ των Κ και Ε) υπάρχει απόσταση ένα ή αλλιώς υπάρχει μια ασυμφωνία.

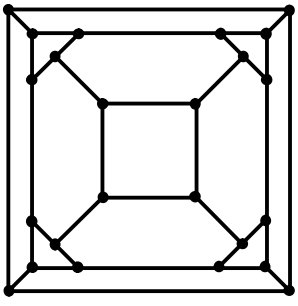


Στο διπλανό σχήμα οι αποστάσεις μεταξύ των επενδυτών είναι ίσες με 2, δηλαδή αυτό το σχήμα μας δείχνει όλα τα ζευγάρια των επενδυτών που έχουν 2 ασυμφωνίες.



Το διπλανό σχήμα ίσων αποστάσεων 3 μας δείχνει όλα τα ζευγάρια των επενδυτών που έχουν 3 ασυμφωνίες στις επενδυτικές τους επιλογές.

Αν είχαμε ν = 4 επενδυτικές επιλογές (ή γενικά γνώμες) τότε θα είχαμε ένα σχήμα παρόμοιο με το διπλανό, στο οποίο παρατηρούμε ότι σχηματίζονται:



6 τετράπλευρα
και 8 εξάγωνα (ή εξάπλευρα)

Παρακάτω η εφαρμογή που ακολουθεί δείχνει σχηματικά την κατεύθυνση ενός δικτύου τεσσάρων γνωμών και κάποια επιπλέον στοιχεία που βοηθούν ένα παρατηρητή να έχει μια ολοκληρωμένη εικόνα ενός συμβάντος (γεγονότος).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Εφαρμογή ΙΙ

Πολιτικό γεγονός

Το εκλογικό σύστημα της Γαλλίας στις εκλογές του Μαϊου του 1997 ήταν δύο γύρων και λειτουργούσε ως εξής: στον πρώτο γύρο κάθε ψηφοφόρος επέλεγε έναν υποψήφιο στην εκλογική του περιφέρεια κι αν ένας υποψήφιος συγκέντρωνε πάνω από το 50% του συνόλου των ψηφοφόρων μιας εκλογικής περιφέρειας εκλεγόταν στην Εθνοσυνέλευση, ενώ αν κανένας υποψήφιος δεν ελάμβανε την απόλυτη πλειοψηφία τότε συμμετείχαν στον δεύτερο γύρο όλοι οι υποψήφιοι που είχαν συγκεντρώσει τουλάχιστον το 12,5% των ψήφων.

Στο δεύτερο γύρο, όμως, σε αντίθεση με τον πρώτο εκλεγόταν στην Γαλλική Εθνοσυνέλευση οι υποψήφιοι που θα συγκέντρωναν τον μεγαλύτερο αριθμό ψήφων.

Πέρα, όμως, από το τότε υπάρχον γαλλικό εκλογικό σύστημα αυτό που έχει μεγαλύτερη σημασία για εμάς αυτή τη στιγμή είναι να δούμε ποιές πολιτικές δυνάμεις ξεχώριζαν εκείνη τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

Λίγο πριν, λοιπόν, την 25^{η} Μαϊου και την 1^{η} Ιουνίου του 1997 όπου θα διεξάγονταν οι δύο εκλογικοί γύροι τα τέσσερα κόμματα που φαινόταν ότι θα συγκέντρωναν τους περισσότερους ψηφοφόρους (όπως και τελικά έγινε) ήταν το Σοσιαλιστικό Κόμμα (PS), το Κόμμα του Συναγερμού για τη Δημοκρατία (RPR), το Κόμμα της Ένωσης για τη Γαλλική Δημοκρατία (UDF) και το Γαλλικό Κομμουνιστικό Κόμμα (PC)

Υποθετικό παράδειγμα :

Αν θεωρήσουμε ότι τα παραπάνω τέσσερα γαλλικά κόμματα συγκεντρώνουν τις περισσότερες προβλέψεις για να εκλεγούν μπορούμε να συμβολίσουμε :

$$\mathrm{P}_{1\mathrm{V}2}me\mathrm{K}_{(1v2)} = K_1^- \cup K_2^- = \{gb, da, db, dg, ea, eb, eg, ed\}$$

5.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην έρευνά μας προσπαθούμε να βρούμε λύσεις στα προβλήματα όπου τα δεδομένα δεν είναι έγκυρα και ακριβή αλλά παίρνουν τιμές σε διαστήματα. Λόγω των απέραντων πληροφοριών, της ασάφειας και των εναλλακτικών λύσεων που οδηγούν στον επιθυμητό στόχο είναι δύσκολο για κάποιον να φτάσει στη βέλτιστη απόφαση.

Με τους αλγόριθμούς μας αυτοματοποιούμε τη διαδικασία απόφασης, κατά συνέπεια μειώνετε και ο χρόνος λήψης απόφασης.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

The algorithm

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;
vector <int> values ;
vector <int> big;
vector <int> small;
void check_relationships(int n)
{
    int i;
    {
        for(i=1;i<n;i++)
        {
            if(values[big[i]]<=values[small[i]])
                values[big[i]]=values[small[i]]+1;
            if(i>1)
                check_relationships(i);
        }
    }
}
int main(void)
{
    int letters,cnt=1,i;
    char answer;
    bool continueRel=true;
    cout<<"Please enter how many letters you want to use.\n";
    cin>>letters;
    values.resize(letters);
    //dump values
    for(i=0;i<letters+1;i++)
        values[i]=0;
        while(continueRel)
    {
        big.resize(cnt+1);
```

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

```
            small.resize(cnt+1);
            cout<<"Enter the new relationship\n";
            cout<<"What letter is bigger? ";
            cin>>big[cnt];
            cout<<"What letter is smaller? ";
            cin>>small[cnt];
            cout<<"Continue?\n";
            cin>>answer;
            continueRel=(answer=='y');
            cnt++;
    }
            cout<<"The relations that you have entered are:"<<endl;
    for(i=1;i<cnt;i++)
            cout<<big[i]<<"         >         "<<small[i]<<endl;
    check_relationships(cnt);
            //output the found values
    for(i=1;i<letters+1;i++)
            cout<<"letter "<<i<<" = "<<values[i]<<endl;
\}
```

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Κεφάλαιο 6

Επίλογος - Συμπεράσματα

Το σπουδαιότερο έργο της διοίκησης είναι η λήψη απόφασης. Τα D.S.S. αλλάζουν τον τρόπο που λαμβάνονται οι αποφάσεις καθώς και τον τρόπο εργασίας τους.Οι τομείς που επηρεάζονται είναι :

α. Αυτοματοποίηση της διαδικασίας λήψης απόφασης.

β. Για τη λήψη απόφασης χρειάζονται λιγότερο ειδικοί.

γ. Γρηγορότερη λήψη απόφασης.

δ. Μικρότερη εξάρτηση από εξειδικευμένο προσωπικό για την υποστήριξη των διευθυντών.

ε. Δυναμική επαναπληροφόρηση των διευθυντών.

ζ.Υποστηρίζονται σύνθετες αποφάσεις πιο γρήγορα και ποιοτικά καλύτερα.

Πολλοί διευθυντές αναφέρουν ότι οι Η/Υ τους διαθέτουν περισσότερο χρόνο για να είναι «έξω από το γραφείο και περισσότερο στο πεδίο μάχης». Επίσης, ότι μπορούν να ξοδεύουν περισσότερο χρόνο για σχεδίαση από το να «σβήνουν φωτιές». Οι περισσότεροι διευθυντές ασχολούνται με πολλά θέματα ταυτοχρόνως και μετακινούνται από το ένα στο άλλο καθώς περιμένουν νέα στοιχεία ή κάποιο γεγονός να τα διακόψει. Τα D.S.S. τείνουν να μειώσουν το χρόνο που χρειάζεται για να ληφθεί μια απόφαση. Επομένως,οι διευθυντές θα εργάζονται σε λιγότερα θέματα την ημέρα, αλλά θα ολοκληρώνουν τα περισσότερα. Αν και το έργο των διευθυντών δεν θα αλλάξει δραματικά, θα αλλάξουν οι μέθοδοι εργασίας τους.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Σε αυτή την Διατριβή :

Μελετήθηκε η συνεισφορά συνεπών και μη συνεπών μήτρων ανά ζεύγη συγκρίσεων των βαρών κριτηρίων ενός αποφασίζοντα, στην παραγωγή ιδιοδιανυσμάτων δύο μεθόδων, με την χρήση επίσης δύο μεθόδων προσδιορισμού βαθμού συνέπειας, μέσα από ένα αναλυτικά περιγραφόμενο παράδειγμα επιλογής μάρκας αυτοκινήτου. Από αυτήν την μελέτη παρατηρήθηκαν τα εξής :

- Μετά τις ανωτέρω αναλυτικά περιγραφόμενες τεχνικές, προκύπτει καταρχήν ότι και οι δύο προσεγγίσεις, για τις οποίες χρησιμοποιήθηκαν *συνεπείς* αλλά και *μη συνεπείς* πίνακες βαρών παρουσιάζουν υψηλότερες ταξινομήσεις για την επιλογή της ίδιας λύσης αυτοκινήτου (***FORD***), με ελαφρές διακυμάνσεις ταξινόμησης, που δεν παρουσιάζουν ουσιαστικές μεταξύ τους διαφορές, αφού η διακύμανσή τους κυμαίνεται μεταξύ 0,2% –1% και 0,42% –1,43% για συνεπείς και μη συνεπείς πίνακες αντίστοιχα.
- Το γεγονός αυτό καταδεικνύει, ότι η ασυνέπεια ενός πίνακα δεν αποτελεί σοβαρό παράγοντα αλλοίωσης του προσδοκούν αποτελέσματος, εφόσον οι κρίσεις δεν βασίζονται αποκλειστικά σε αυτόν, αλλά στην αλυσίδα υπολογισμού των τελικών βαρών εμπλέκονται και άλλες συνεπείς μήτρες.

Αναλύθηκε η διαδικασία ιδιοτιμής, που χρησιμοποιείται για να παραχθεί ένα διάνυσμα προτεραιοτήτων, κάτω από το πρίσμα κριτικής της εργασίας των *Costa C. & Vansnick J-C* και παρατηρήθηκαν τα εξής :

- Αφού οι κρίσεις του αποφασίζοντα δεν είναι πάντα απόλυτα συνεπείς, η όλη διαδικασία της μεθόδου του *Saaty* αν και είναι πολύ κομψή από μαθηματική άποψη, δεν τηρεί επακριβώς τον θεμελιώδης όρο μέτρησης σε κάθε περίπτωση. Έτσι εφόσον ο βαθμός συνέπειας ουσιαστικά δείχνει τις περισσότερες φορές πόσο «μη συνεπής» είναι ένας πίνακας ανά ζεύγη συγκρίσεων, είναι φυσικό και οι λόγοι των βαρών στοιχείων – κριτηρίων σύμφωνα με το υπολογισμένο ιδιοδιάνυσμα, πολλές φορές να μη τηρούν επακριβώς τον θεμελιώδη όρο μέτρησης. Το γεγονός αυτό όμως δεν αναδεικνύει την ανάγκη επαναπροσδιορισμού της μεθόδου εύρεσης ιδιοδιανύσματος και βαθμού συνέπειας των μήτρων σύγκρισης, αφού ο βασικός στόχος επαρκή προσδιορισμού τους, σε σχέση με τα δεδομένα βάρη που καθορίζει ο αποφασίζων, υπερκαλύπτεται σε κάθε περίπτωση.

Επιχειρήθηκε μια ανάλυση των μεθόδων *LGP (Lexicographic Goal Programming)* και *FLP (Fuzzy Linear Programming)* σε σύγκριση με τη δική μας προσέγγιση για την εξέταση των κρίσεων διαστήματος (με ακρίβεια, με διαστήματα ή μέσω μικτών πινάκων σύγκρισης

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ανεξάρτητα από τη συνέπειά τους), βάση του τρίτου βήματος του προβλήματος *AHP* (πρόβλημα δόμησης, υπολογισμός τοπικών προτεραιοτήτων, υπολογισμός γενικών προτεραιοτήτων). Από αυτήν την ανάλυση παρατηρήθηκαν τα εξής :

- Σε αντιδιαστολή με τις υπάρχουσες θεωρίες για τις μεθόδους καθορισμού προτεραιοτήτων στις κρίσεις διαστήματος ***(LGP, FLP)***, η μέθοδος *μας* εστιάστηκε στα ανακριβή και ασαφή δεδομένα, σαν μια νέα προσέγγιση άντλησης προτεραιοτήτων από συνεπείς και μη συνεπείς κρίσεις διαστήματος και μπορεί να εφαρμοστεί εύκολα για τα προβλήματα καθορισμού προτεραιοτήτων μεγαλύτερων διαστημάτων , δεδομένου ότι απαιτεί την επίλυση ενός απλού γραμμικού προγραμματισμού.

Ως γενικό συμπέρασμα θα μπορούσαμε να πούμε ότι μια πολύ καλή εφαρμογή των Μοντέλων που παρουσιάστηκαν είναι αυτή της εκτίμησης στο πρόβλημα της «καλύτερης αγοράς» (Best Buys) σε μια αγορά ανταγωνιστικών προϊόντων ή ακόμα και υπηρεσιών, όπως είναι η σημερινή. Δηλαδή θα μπορούσε κανείς να αποτιμήσει τα προϊόντα που προσφέρουν την μεγαλύτερη *"value-for-money"*. Ο όρος *"value"* αντιπροσωπεύει ένα σύνθετο μέτρο για τις παροχές που μπορεί να έχει ο χρήστης από ένα προϊόν ή μια υπηρεσία, ενώ ο όρος *"money"* είναι η αξία που πληρώνει ο χρήστης γι' αυτό. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να διατυπωθεί ως ανακριβές πρότυπο DEA με μία μόνο εισροή (τιμή) και πολλαπλές εκροές (δείκτες και εκτιμήσεις απόδοσης).

Σύμφωνα με την ορολογία DEA, οι αποδοτικές μονάδες (προϊόντα) είναι εκείνες που αξίζουν την τιμή τους. Δεδομένου ότι η τιμή ενός συγκεκριμένου προϊόντος μπορεί να ποικίλει από έμπορο σε έμπορο, αλλά και λόγω των διαφορετικών πολιτικών έκπτωσης, συνήθως βρίσκεται μέσα σε ένα φραγμένο διάστημα, μεταξύ της χαμηλότερης και υψηλότερης τιμής που καταγράφεται στην αγορά. Αφ' ετέρου, τα αποτελέσματα προϊόντων μπορούν να μετρηθούν είτε από ακριβείς τιμές είτε από φραγμένα διαστήματα (για παράδειγμα, γενικές κρίσεις αξιολόγησης που γίνονται από διαφορετικούς εμπειρογνώμονες) ή και από ταξινομημένες μεταβλητές (εκτιμήσεις προϊόντων που λαμβάνονται από εμπειρογνώμονες ή έρευνες).

Σε μια τέτοια κατάσταση απόφασης, τα Μοντέλα που περιγράφηκαν έχουν την δυνατότητα να καθορίσουν τα προϊόντα που αποτελούν την καλύτερη αγορά (αποδοτικές μονάδες απόφασης) καθώς και εκείνα που αποτελούν την χειρότερη αγορά (μη αποδοτικές μονάδες απόφασης). Η μορφή του διαστήματος της τιμής μπορεί να αποκαλύψει προϊόντα που αποτελούν την καλύτερη αγορά ακόμη και στην υψηλότερη τιμή τους (δηλ. προϊόντα στην κατηγορία E^{++}).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α’

1. ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σε αυτό το τμήμα, θα προσδιορισθούν δύο ορισμοί της συνέπειας για τις μήτρες σύγκρισης διαστήματος και θα υποβληθεί μια απλή, πλην όμως πραγματική προσέγγιση για τον έλεγχο εάν μια μήτρα σύγκρισης διαστήματος είναι ή δεν είναι συνεπής, βάση της εργασίας των Ying-Ming Wang, Jian-Bo Yang & Dong-Ling Xu (Manchester School of Management), χωρίς να πρέπει να λυθεί οποιοσδήποτε μαθηματικός προγραμματισμός. Στην περίπτωση των συνεπών μήτρων σύγκρισης διαστήματος, θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος γραμμικού προγραμματισμού του Arbel για να παραγάγει συνεπή βάρη διαστήματος. Θα αναπτυχθεί μια μέθοδος ιδιοδιανύσματος (eigenvector), βασισμένη στη μέθοδο προσέγγισης μη γραμμικού προγραμματισμού (NLP) (EM – based NLP μέθοδος) για να παραγάγει ικανοποιητικά βάρη διαστήματος, μέσω της οποίας μπορεί να ρυθμιστεί από τον αποφασίζοντα, ο βαθμός του λόγου ασυνέπειας ή συνέπειας (CR). Αυτό είναι ένα από τα ευνοϊκότερα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της μεθόδου, πέρα από τις άλλες υπάρχουσες μεθόδους εκτίμησης βάρους, όπως αναφέρεται σε αυτό το έγγραφο. Πέντε αριθμητικά παραδείγματα θα επεξηγήσουν την ισχύ και την ευρεία δυνατότητα εφαρμογής της μεθόδου. Δεδομένου ότι οι ασαφείς μήτρες σύγκρισης μπορούν να μετασχηματιστούν σε μήτρες σύγκρισης, η μέθοδος αυτή μπορεί επίσης να ισχύσει στις ασαφείς μήτρες σύγκρισης. Επομένως, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ευρέως για να εξετασθούν τα προβλήματα απόφασης, που μπορούν να διαμορφωθούν χρησιμοποιώντας το διάστημα, τις ασαφείς μήτρες και τις μήτρες σύγκρισης ομάδας.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ ΒΑΡΩΝ ΑΠΟ ΜΗΤΡΕΣ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΟΣ

2.1 Εισαγωγή

Ένα από τα έμφυτα χαρακτηριστικά που συνδέονται με τα σύνθετα πραγματικά προβλήματα λήψης απόφασης είναι τα πολλαπλά κριτήριά τους, που είναι συνήθως ασύμμετρα και συχνά συγκρουόμενα. Επομένως η λύση ενός πολλαπλών κριτηρίων προβλήματος ανάλυσης απόφασης (multiple criteria decision analysis – MCDA) απαιτεί ανταλλαγές μεταξύ των κριτηρίων. Υπό αυτήν τη μορφή, η εκτίμηση των σχετικών βαρών των κριτηρίων διαδραματίζει έναν σημαντικό ρόλο σε μια διαδικασία MCDA.

Έχουν προταθεί πολλές μέθοδοι εκτίμησης των βαρών. Μεταξύ άλλων πλαισίων, οι μήτρες ανά ζεύγη συγκρίσεων παρέχουν ένα φυσικό πλαίσιο για να αποσπάσουν τις προτιμήσεις από τους υπεύθυνους για τη λήψη αποφάσεων και έχουν χρησιμοποιηθεί σε διάφορες μεθόδους παραγωγής βάρους, όπως η κύρια μέθοδος ιδιοδιανύσματος (eigenvector) (EM) (Saaty, 1977, 1980, 1988, 1994), και η λογαριθμική μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων (LLSM) (Saaty και Vargas, 1984, Crawford και Williams, 1985, Barzilai, 1987), η οποία είναι επίσης γνωστή ως μέθοδος γεωμετρικού μέσου όρου (GMM) (Crawford, 1987 Barzilai, 1997). Σε μια συμβατική ανά ζεύγη μήτρα σύγκρισης, χρησιμοποιούνται κανονικά οι 1-9 κλίμακες λόγων για να αποσπάσουν τις ακριβείς συγκρίσεις. Εντούτοις, λόγω της πολυπλοκότητας και της αβεβαιότητας που περιλαμβάνονται στα πραγματικά προβλήματα απόφασης και της έμφυτης υποκειμενικής φύσης των ανθρώπινων κρίσεων, είναι μερικές φορές μη ρεαλιστικό και ίσως απραγματοποίητο να αποκτηθούν οι ακριβείς κρίσεις. Είναι φυσικότερο ή ευκολότερο να παρασχεθούν οι ασαφείς (fuzzy) ή οι κρίσεις διαστήματος (interval) για μέρη ή για το σύνολο των κρίσεων σε μια ανά ζεύγη μήτρα σύγκρισης. Διάφορες τεχνικές έχουν αναπτυχθεί για να χρησιμοποιήσουν μια τέτοια ασαφή ή μήτρα σύγκρισης διαστήματος, ώστε να παραχθούν τα βάρη.

Οι Van Laarhoven και Pedryce (1983) για να διαχειριστούν τα στοιχεία μιας μήτρας σύγκρισης τα θεώρησαν ως ασαφείς αριθμούς με τριγωνικές συναρτήσεις συγγενείας (triangular membership function) και υιοθέτησαν τη λογαριθμική μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων για να παραγάγουν τα ασαφή βάρη. Ο Buckley (1985) επέκτεινε τη μέθοδο στις τραπεζοειδείς συναρτήσεις συγγένειας (trapezoidal membership function). Ο Boender κ.ά. 1989 βρήκαν ένα

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

λάθος στη διαδικασία κανονικοποίησης της μεθόδου των Van Laarhoven και Pedryce για τα ασαφή βάρη και τροποποίησαν στη συνέχεια τη μέθοδο. Οι Xu και Zhai (1996) συζήτησαν το πρόβλημα των ασαφών βαρών από μια ασαφή μήτρα κρίσης χρησιμοποιώντας επίσης τη λογαριθμική μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων βασισμένη σε έναν καθορισμό απόστασης σε ένα ασαφές διάστημα κρίσης. Ο Xu (2000) χρησιμοποίησε τον ίδιο καθορισμό απόστασης για να αναπτύξει μια ασαφή μέθοδο προτεραιότητας ελαχίστων τετραγώνων. Οι Leung και Cao (2000) πρότειναν έναν ασαφή καθορισμό συνέπειας με την εξέταση μιας ανοχής απόκλισης και καθόρισαν τα ασαφή τοπικά και σφαιρικά βάρη χρησιμοποιώντας την αρχή επέκτασης. Ο Buckley κ.ά. (2001) άμεσα ασαφοποίησε την αρχική διαδικασία του υπολογισμού των βαρών στην ιεραρχική ανάλυση του Saaty, ώστε να εξαχθούν τα ασαφή βάρη στη ασαφή ιεραρχική ανάλυση. Οι Csutora και Buckley (2001) παρουσίασαν την Lambda-Max μέθοδο, που είναι η άμεση ασαφοποίηση της $l_{\max}$ μεθόδου, για να προκύψουν τα ασαφή βάρη. Εντούτοις, οι περισσότερες από τις ανωτέρω ασαφείς τεχνικές προτεραιότητας λαμβάνουν υπόψη τους τις ασυμβίβαστες – μη συνεπείς κρίσεις.

Οι Saaty & Vargas (1987) πρότειναν τις κρίσεις διαστήματος για τη μέθοδο AHP ως τρόπο διαμόρφωσης της υποκειμενικής αβεβαιότητας και χρησιμοποίησαν την προσέγγιση προσομοίωσης Monte Carlo για να ανακαλύψουν τα διαστήματα βάρους από τις μήτρες σύγκρισης διαστήματος. Επισήμαναν επίσης τις δυσκολίες χρησιμοποίησης αυτής της προσέγγισης. Ο Arbel (1989-1991) ερμήνευσε τις κρίσεις διαστήματος ως γραμμικούς περιορισμούς στις τοπικές προτεραιότητες και εφάρμοσε μια προσέγγιση γραμμικού προγραμματισμού (LP) για να παραγάγει τα βάρη, η οποία είναι απλή να εφαρμοστεί και μπορεί να παραγάγει διαστήματα βάρους από μια συνεπή μήτρα σύγκρισης διαστήματος. Ο Kress (1991) διαπίστωσε ότι η μέθοδος Arbel είναι αναποτελεσματική για τις ασυνεπείς μήτρες σύγκρισης διαστήματος, επειδή καμία εφικτή περιοχή δεν υπάρχει σε τέτοιες περιστάσεις. Οι Arbel & Vargas (1992-1993) διατύπωσαν τα προβλήματα μεγιστοποίησης και ελαχιστοποίησης για καθορισμό των ορίων των συστατικών των κύριων ιδιοδιανυσμάτων. Χαρακτήρισαν τα διαστήματα βάρους ως λύσεις στα μη γραμμικά προγράμματα, στα οποία όλες οι τοπικές προτεραιότητες, σε μια ιεραρχία, συμπεριλαμβάνονται ως μεταβλητές απόφασης.

Οι Salo & Hämäläinen (1992-1995) υπολόγισαν τις μέγιστες και ελάχιστες εφικτές τιμές για κάθε βάρος, χρησιμοποιώντας τις γραμμικές τεχνικές προγραμματισμού και ενσωμάτωσαν τα επακόλουθα διαστήματα στην περαιτέρω σύνθεση για να λάβουν τα σφαιρικά (global) διαστήματα βάρους. Ο Islame κ.ά. (1997) χρησιμοποίησε έναν λεξικογραφικό στόχο

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

προγραμματισμού (Lexicographic Goal Programming – LGP) για να ανακαλύψει τα βάρη από τις ασυμβίβαστες μήτρες ανά ζεύγη κρίσεων διαστήματος και ερεύνησε τις ιδιότητες και τα πλεονεκτήματά του, ως τεχνική εκτίμησης βάρους. Ο Haines (1998) πρότεινε μια στατιστική προσέγγιση για να εξάγει τις προτιμήσεις από τις μήτρες κρίσης διαστήματος. Εξετάστηκαν δύο ασαφείς διανομές σε μια εφικτή περιοχή και χρησιμοποιήθηκε ο μέσος όρος των διανομών ως βάση για την αξιολόγηση και την ταξινόμηση.

Εντούτοις, όλες οι προαναφερθείσες μέθοδοι είναι είτε πολύ περίπλοκες στον υπολογισμό όπως η προσομοίωση Monte Carlo, είτε μάλλον ευαίσθητες στις ασυμβίβαστες – μη συνεπείς κρίσεις όπως οι LP & LGP, είτε και τα δύο όπως η στατιστική προσέγγιση. Η υψηλή ευαισθησία στις ασυμβίβαστες κρίσεις οδηγεί συχνά είτε στην μη βέλτιστη λύση είτε μόνο σε μια εκτίμηση σημείου. Εάν οι κρίσεις σε μια μήτρα σύγκρισης είναι ανακριβείς, υποστηρίζεται ότι ένα διάνυσμα βάρους διαστήματος θα πρέπει να είναι περισσότερο λογικό και αποδεκτό από ένα διάνυσμα βάρους σημείου, ώστε να αντιπροσωπεύσει τέτοια ανακρίβεια. Εντούτοις, μέχρι τώρα λίγη εργασία έχει βρεθεί στη βιβλιογραφία για το πώς να αντλούνται τα βάρη διαστήματος με ικανοποιητική συνέπεια από τις ασυμβίβαστες μήτρες σύγκρισης διαστήματος. Σε αυτό το τμήμα, παρατίθεται μια απλή όμως πραγματική μέθοδος δοκιμής συνέπειας, για να ελέγξει εάν μια μήτρα σύγκρισης διαστήματος είναι συνεπής ή όχι. Εάν είναι συνεπής, τότε χρησιμοποιείται η γραμμική μέθοδος προγραμματισμού Arbel (Arbel, 1989) για να παραγάγει τα βάρη διαστήματος. Διαφορετικά, προτείνεται η μέθοδος ιδιοδιανύσματος (eigenvector) – βασισμένη στη μέθοδο προσέγγισης μη γραμμικού προγραμματισμού (NLP) –, για να παραγάγει τα βάρη διαστήματος που καλύπτονται από τις προκαθορισμένες απαιτήσεις συνέπειας. Δεδομένου ότι οι ασαφείς μήτρες σύγκρισης μπορούν να μετασχηματιστούν εύκολα σε πίνακες σύγκρισης διαστήματος με την χρήση $a-level$ διαχωρισμού, αυτό το τμήμα επεξεργάζεται μόνο την ανάλυση των πινάκων σύγκρισης διαστήματος.

Η παράγραφος 2.2 αρχικά δίνει δύο ορισμούς της συνέπειας για τις μήτρες σύγκρισης διαστήματος και παραθέτει έπειτα μια απλή όμως πραγματική προσέγγιση, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ελέγξει εάν μια μήτρα σύγκρισης διαστήματος είναι συνεπής ή όχι χωρίς την επίλυση οποιουδήποτε προτύπου προγραμματισμού. Στην παράγραφο 2.3, συζητείται ο γραμμικός προγραμματισμός του Arbel και προτείνεται μια νέα μέθοδος ιδιοδιανύσματος (eigenvector) – βασισμένη στη μέθοδο προσέγγισης μη γραμμικού προγραμματισμού (NLP) – για να παραγάγει συνεπή βάρη διαστήματος και ικανοποιητικά βάρη διαστήματος από τις συνεπείς και μη συνεπείς μήτρες σύγκρισης, αντίστοιχα. Η παράγραφος 2.4 συζητά τις μεθόδους

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

σύνθεσης βαρών διαστήματος. Η παράγραφος 2.5 παρέχει πέντε αριθμητικά παραδείγματα συμπεριλαμβανομένου ενός προβλήματος ανάλυσης απόφασης ομάδας, με μια ομάδα μήτρων σύγκρισης και ενός ιεραρχικού προβλήματος απόφασης (AHP), για να παρουσιασθεί η ισχύς και η πρακτικότητα των προτεινόμενων μεθόδων.

2.2 Δοκιμή συνέπειας για τις μήτρες σύγκρισης διαστήματος

Υποθέστε ότι ο αποφασίζων παρέχει κρίσεις διαστήματος αντί των ακριβών κρίσεων για μια ανά ζεύγη σύγκριση. Παραδείγματος χάριν, θα μπορούσε να κριθεί ότι το κριτήριο i είναι μεταξύ l_{ij} και u_{ij} φορές τόσο σημαντικό όσο το κριτήριο j, με τα l_{ij} και u_{ij} να αποτελούν μη αρνητικούς πραγματικούς αριθμούς και το $l_{ij} \le u_{ij}$. Έτσι, μια μήτρα σύγκρισης διαστήματος μπορεί να αντιπροσωπευθεί από :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & [l_{12}, u_{12}] & \mathbf{L} & [l_{1n}, u_{1n}] \\ [l_{21}, u_{21}] & 1 & \mathbf{L} & [l_{2n}, u_{2n}] \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ [l_{n1}, u_{n1}] & [l_{n2}, u_{n2}] & \mathbf{L} & 1 \end{bmatrix} \qquad (1)$$

όπου $l_{ij} = 1/u_{ji}$ και $u_{ij} = 1/l_{ji}$. Περί της ανωτέρω μήτρας σύγκρισης διαστήματος, υπάρχουν οι επόμενοι ορισμοί και θεωρήματα:

Ορισμός 1 : Λαμβάνοντας υπόψη μια μήτρα σύγκρισης διαστήματος $A = (a_{ij})_{n \times n}$ με $l_{ij} \le a_{ij} \le u_{ij}$ και $a_{ii} = l_{ii} = u_{ii} = 1$ για $i, j = 1, ..., n$, εάν $a_{ik} a_{kj} \equiv a_{ij}$ για όλα τα $i, j, k = 1, ..., n$, τότε λέγεται ότι ο A είναι μια τέλεια συνεπής μήτρα σύγκρισης διαστήματος.

Ορισμός 2 : Λαμβάνοντας υπόψη μια μήτρα σύγκρισης διαστήματος $A = (a_{ij})_{n \times n}$ με $l_{ij} \le a_{ij} \le u_{ij}$ και $a_{ii} = l_{ii} = u_{ii} = 1$ για $i, j = 1, ..., n$, εάν η ακόλουθη κυρτή εφικτή περιοχή $S_w = \left\{ w = (w_1, ..., w_n) \,|\, l_{ij} \le w_i / w_j \le u_{ij}, \sum_{i=1}^{n} w_i = 1, w_i \ge 0 \right\}$ είναι μη κενή, τότε ο A λέγεται ότι είναι μια συνεπής μήτρα σύγκρισης διαστήματος.

Θεώρημα 1 : Ο $A = (a_{ij})_{n \times n}$ είναι μια συνεπής μήτρα σύγκρισης διαστήματος εάν και μόνο εάν ικανοποιεί τον ακόλουθο περιορισμό ανισότητας :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$\max_k \left(l_{ik} l_{kj}\right) \le \min_k \left(u_{ik} u_{kj}\right), \text{ για κάθε } \; i, j, k = 1, ..., n \qquad (2)$$

Απόδειξη : Εάν ο A είναι μια συνεπής μήτρα σύγκρισης διαστήματος, τότε η κυρτή εφικτή περιοχή S_w είναι μη κενή, γεγονός που σημαίνει ότι δεν υπάρχει καμία αντίφαση μεταξύ των ακόλουθων περιορισμών ανισότητας :

$$l_{ik} \le w_i / w_k \le u_{ik}, \quad i, k = 1, ..., n \qquad (3)$$

$$l_{kj} \le w_k / w_j \le u_{kj}, \quad k, j = 1, ..., n \qquad (4)$$

$$l_{ij} \le w_i / w_j \le u_{ij}, \quad i, j = 1, ..., n \qquad (5)$$

Πολλαπλασιάζοντας την (3) με την (4) οδηγούμαστε στις ακόλουθες συνεπαγόμενες έμμεσες ανισότητες:

$$l_{ik} l_{kj} \le w_i / w_j \le u_{ik} u_{kj}, \quad i, j, k = 1, ..., n \qquad (6)$$

Είναι προφανές ότι οι συνεπαγόμενοι έμμεσοι περιορισμοί ανισότητας δεν πρέπει να έρθουν σε αντίθεση με τους άμεσους περιορισμούς ανισότητας (5), που σημαίνει ότι για $\forall i, j$, η (2) ισχύει πάντα.

Αντιθέτως, εάν η (2) ισχύει $\forall\, i, j, k$, τότε η κυρτή εφικτή περιοχή S_w πρέπει να είναι μη κενή. Εάν η S_w ήταν κενή, τότε θα υπήρχε τουλάχιστον ένα ζευγάρι των περιορισμών ανισότητας μεταξύ των (3) & (6), που έρχεται σε αντίθεση ο ένας με τον άλλον. Αυτό σημαίνει ότι τουλάχιστον μια κρίση διαστήματος δεν θα μπορούσε να ικανοποιήσει τον όρο (2), ο οποίος έρχεται σε αντίθεση με την υπόθεση ότι ο (2) ισχύει για οποιεσδήποτε $i, j, k = 1, ..., n$. Έτσι, η S_w δεν μπορεί να είναι κενή. Εκ του ορισμού 2, ο A αποτελεί μια συνεπή μήτρα σύγκρισης διαστήματος.

Ο ορισμός 1 καθορίζει μια τέλεια συνεπή μήτρα σύγκρισης διαστήματος. Απαιτεί ότι $l_{ij} = l_{ik} l_{kj}$ και $u_{ij} = u_{ik} u_{kj}$ και ισχύει για όλα τα $i, j, k = 1, ..., n$. Τέτοιοι όροι είναι εξαιρετικά αυστηροί και λίγες μήτρες σύγκρισης διαστήματος θα μπορούσαν να ικανοποιήσουν τέτοιους ακριβείς όρους, στις πραγματικές καταστάσεις απόφασης.

Ο ορισμός 2 χαλαρώνει τους όρους της συνέπειας και επομένως εμφανίζεται να είναι πρακτικότερος. Το θεώρημα 1 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να κρίνει εάν μια μήτρα σύγκρισης διαστήματος είναι ή δεν είναι συνεπής, χωρίς την επίλυση οποιουδήποτε μαθηματικού προτύπου προγραμματισμού. Έτσι απαιτεί μόνο απλές αλγεβρικές διαδικασίες. Θα παρουσιασθεί αυτό το

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

χαρακτηριστικό γνώρισμα στην εξέταση των παραδειγμάτων 1-3 στην παράγραφο 5. Δεδομένου ότι μια μήτρα σύγκρισης διαστήματος είναι αμοιβαίας φύσης, πρέπει μόνο να ελέγξουμε τις ανώτερες ή τις χαμηλότερες κρίσεις της.

2.3 Μέθοδοι παραγωγής προτεραιότητας για μήτρες σύγκρισης διαστήματος

2.3.1 Μια μέθοδος γραμμικού προγραμματισμού

Όπως αναφέρεται στην παράγραφο 1, υπάρχουν διάφορες μέθοδοι που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αντλήσουν τις προτεραιότητες από τις μήτρες σύγκρισης διαστήματος. Η μέθοδος γραμμικού προγραμματισμού του Arbel είναι ακόμα ο απλούστερος και αποτελεσματικότερος τρόπος να αντληθούν οι προτεραιότητες από συνεπείς μήτρες σύγκρισης διαστήματος. Η μέθοδος μπορεί να παραγάγει συνεπή βάρη διαστήματος που μπορούν να ικανοποιήσουν όλες τις κρίσεις, σε μια συνεπή μήτρα σύγκρισης διαστήματος. Έτσι, αυτή η μέθοδος συστήνεται, εάν μια μήτρα σύγκρισης διαστήματος θεωρείται συνεπής, χρησιμοποιώντας το Θεώρημα 1.

Η μέθοδος αναπτύχθηκε αρχικά για να βρει τις κορυφές της κυρτής εφικτής περιοχής $S_w = \left\{ w = (w_1, ..., w_n) \,|\, l_{ij} \le w_i \Big/ w_j \le u_{ij}, \sum_{i=1}^{n} w_i = 1, w_i \ge 0 \right\}$, και τότε παρήχθη ένα κεντροειδές διάνυσμα βάρους για τις τελικές προτεραιότητες, με τον υπολογισμό του μέσου όρου όλων των κορυφών. Δεδομένου ότι το κεντροειδές βάρος είναι μόνο μια εκτίμηση του σημείου των προτεραιοτήτων, τα βάρη διαστήματος προτείνονται ως τελικές προτεραιότητες, οι οποίες μπορούν να ληφθούν με την επίλυση των ακόλουθων ζευγαριών των προτύπων γραμμικού προγραμματισμού (LP):

Ελαχιστοποίηση /μεγιστοποίηση (Min/Max) w_i (7)

Υπό τον όρο $W \in S_w$ (8)

όπου $W = (w_1, ..., w_n)$. Οι λύσεις στα ανωτέρω ζευγάρια των μοντέλων LP διαμορφώνουν τα διαστήματα βάρους που δίνονται από $\left[w_i^L, w_i^U \right], \quad i = 1, ..., n$.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

2.3.2 Μια νέα μέθοδος ιδιοδιανύσματος (eigenvector), βασισμένη στη μέθοδο προσέγγισης μη γραμμικού προγραμματισμού (NLP).

Η δοκιμή της συνέπειας διαδραματίζει έναν σημαντικό ρόλο στην AHP. Λόγω της αβεβαιότητας και της πολυπλοκότητας των πραγματικών προβλημάτων σφαιρικής απόφασης και της υποκειμενικότητας των ειδικών κρίσεων και των συγκρίσεων, είναι αναπόφευκτο να παραχθούν ασυμβίβαστες – μη συνεπείς συγκρίσεις. Η υψηλή ασυνέπεια οδηγεί σε αναξιόπιστα βάρη και σε προτιμήσεις ταξινόμησης των εναλλακτικών λύσεων. Επομένως, ο έλεγχος της ικανοποιητικής (satisfactory) συνέπειας είναι απαραίτητος για να εξασφαλισθεί η ορθολογιστική ικανότητα των αποφάσεων.

Σε αυτήν την υποενότητα, θα λυθεί αυτό το πρόβλημα με μια μέθοδο ιδιοδιανύσματος (eigenvector), βασισμένη στη μέθοδο προσέγγισης μη γραμμικού προγραμματισμού (NLP), για να παραχθούν τα διαστήματα βάρους που μπορούν να καλύψουν τις προκαθορισμένες απαιτήσεις συνέπειας.

Από την κύρια μέθοδο ιδιοδιανύσματος (Eigenvector Method - EM), ξέρουμε ότι :

$$\hat{A}W = l_{\max}W \qquad (9)$$

όπου $\hat{A}$ είναι μια ξεκάθαρη μήτρα σύγκρισης, η $l_{\max}$ είναι η μέγιστη ιδιοτιμή της μήτρας σύγκρισης $\hat{A}$, το W είναι κύριο ιδιοδιάνυσμα που αντιστοιχεί στην $l_{\max}$. Η σχέση μεταξύ $l_{\max}$ και του λόγου συνέπειας (Consistency Ratio – CR) μπορούν να περιγραφούν από :

$$CR = \frac{CI}{RI} = \frac{l_{\max} - n}{n-1} \Big/ RI = \frac{l_{\max} - n}{(n-1)RI} \qquad (10)$$

όπου RI είναι ένας μέσος τυχαίος δείκτης συνέπειας (Saaty, 1988). Προτείνεται ότι εάν $CR \le 0,1$ τότε η μήτρα σύγκρισης θεωρείται ότι έχει ικανοποιητική συνέπεια και είναι αποδεκτή και ότι εάν $CR > 0,1$ έχει φτωχή συνέπεια και πρέπει να αναθεωρηθεί.

Τώρα, ξαναγράφουμε την (10) όπως κάτωθι :

$$l_{\max} = n + (n-1)RI \cdot CR \qquad (11)$$

Η αντικατάσταση της (11) σε την (9) παράγει :

$$\hat{A}W = \left[n + (n-1)RI \cdot CR\right]W \qquad (12)$$

Ο τύπος (12) προέρχεται από τις ξεκάθαρες μήτρες σύγκρισης αλλά μπορεί να επεκταθεί στις μήτρες σύγκρισης διαστήματος. Εάν ο A είναι μια μήτρα σύγκρισης διαστήματος που

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

αντιπροσωπεύεται από την (1), τότε μπορούν να παραχθούν από αυτήν ξεκάθαρες μήτρες σύγκρισης.

Υποθέστε ότι $\hat{A}=\left(\hat{a}_{ij}\right)_{n\times n}$ είναι μια ξεκάθαρη μήτρα σύγκρισης, η οποία παράγεται τυχαία από τη μήτρα σύγκρισης διαστήματος A με $l_{ij}\le\hat{a}_{ij}\le u_{ij}$ και $\hat{a}_{ji}=1/\hat{a}_{ij}$. Τότε η (12) ισχύει για τον $\hat{A}$. Κατά συνέπεια, τα ακόλουθα ζευγάρια των μη γραμμικών προτύπων προγραμματισμού, που είναι βασισμένα στην κύρια σωστή μέθοδο ιδιοδιανύσματος (EM) του Saaty, μπορούν να αναπτυχθούν για να παραγάγουν τα διαστήματα βάρους με ικανοποιητική συνέπεια :

Ελαχιστοποίηση /μεγιστοποίηση (min/max) w_i (13)

Υπό τους όρους

$$\sum_{j=1}^{i-1}\frac{w_j}{\hat{a}_{ij}}-(n-1)(1+RI\cdot CR)w_i+\sum_{j=i+1}^{n}\hat{a}_{ij}w_i=0,\quad i=1,\ldots,n \tag{14}$$

$$\sum_{i=1}^{n}w_i=1 \tag{15}$$

$$l_{ij}\le\hat{a}_{ij}\le u_{ij},\quad i=1,\ldots,n,\quad j=i+1,\ldots,n \tag{16}$$

$$CR\le 0{,}1 \tag{17}$$

όπου η (14) είναι η επέκταση της (12) και η (16) είναι οι περιορισμοί διαστήματος. Οι βέλτιστες αντικειμενικές τιμές του ανωτέρω ζευγαριού των NLP προτύπων αποτελούνται από το πιθανό διάστημα του w_i, το οποίο σημειώνεται με $\left[w_i^L, w_i^U\right]$.

Επαναλαμβάνοντας την ανωτέρω διαδικασία λύσης για κάθε βάρος $w_i\,(i=1,\ldots,n)$, μπορούν να ληφθούν όλα τα διαστήματα προτεραιότητας, που καλύπτουν τις απαιτήσεις της ικανοποιητικής συνέπειας ($CR\le 0{,}1$). Αυτό θα παρουσιαστεί στην παράγραφο 5 χρησιμοποιώντας αριθμητικά παραδείγματα.

Η αριθμητική αξία CR στην (17) μπορεί να ρυθμιστεί από τον αποφασίζοντα (DM). Επιπλέον, τα ανωτέρω NLP πρότυπα μπορούν επίσης να μετασχηματιστούν στο ακόλουθο πρότυπο, που ελαχιστοποιεί την ασυνέπεια μιας μήτρας σύγκρισης διαστήματος :

Ελαχιστοποίηση (min) της CR (18)

Υπό τους όρους :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$\sum_{j=1}^{i-1} \frac{w_j}{\hat{a}_{ij}} - (n-1)(1+RI \cdot CR) w_i + \sum_{j=i+1}^{n} \hat{a}_{ij} w_i = 0, \quad i = 1,...,n \tag{19}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \tag{20}$$

$$l_{ij} \le \hat{a}_{ij} \le u_{ij}, \quad i = 1,...,n, \quad j = i+1,...,n \tag{21}$$

Ένα τέτοιο NLP πρότυπο οδηγεί συνήθως σε ένα ξεκάθαρο σύνολο βαρών. Αλλά αυτό δεν συμβαίνει πάντα, όπως παρουσιάζεται από το παράδειγμα 3 στην παράγραφο 5.

2.4 Σύνθεση των βαρών διαστήματος

Υποθέτουμε τα βάρη διαστήματος για τα ανώτερα κριτήρια και όλες τις χαμηλότερες εναλλακτικές λύσεις που έχουν ληφθεί, οι οποίες παρουσιάζονται στον πίνακα 1.

Εναλλακτικές λύσεις	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	...	Κριτήριο m	Σύνθετα βάρη
	$\left[w_1^L, w_1^U\right]$	$\left[w_2^L, w_2^U\right]$	...	$\left[w_m^L, w_m^U\right]$	
A_1	$\left[w_{11}^L, w_{11}^U\right]$	$\left[w_{12}^L, w_{12}^U\right]$	...	$\left[w_{1m}^L, w_{1m}^U\right]$	$\left[w_{A_1}^L, w_{A_1}^U\right]$
A_2	$\left[w_{21}^L, w_{21}^U\right]$	$\left[w_{22}^L, w_{22}^U\right]$	...	$\left[w_{2m}^L, w_{2m}^U\right]$	$\left[w_{A_2}^L, w_{A_2}^U\right]$
M	M	M	...	M	⋮
A_n	$\left[w_{n1}^L, w_{n1}^U\right]$	$\left[w_{n2}^L, w_{n2}^U\right]$	...	$\left[w_{nm}^L, w_{nm}^U\right]$	$\left[w_{A_K}^L, w_{A_K}^U\right]$

Πίνακας 1: Σύνθεση των βαρών διαστήματος

Ο απλούστερος τρόπος για να υπολογισθούν προσεγγιστικά τα σύνθετα βάρη είναι να χρησιμοποιηθεί η αριθμητική διαστήματος ως εξής :

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

$$w_{A_i}{}^L = \sum_{j=1}^{m} w_{ij}^L w_j^L \quad i = 1,...,n \quad , \qquad (22)$$

$$w_{A_i}{}^U = \sum_{j=1}^{m} w_{ij}^U w_j^U \quad i = 1,...,n \qquad (23)$$

Τα ακριβή σύνθετα βάρη μπορούν να ληφθούν με την επίλυση των ακόλουθων ζευγαριών των προτύπων LP :

Ελαχιστοποίηση $w_{A_i}{}^L = \sum_{j=1}^{m} w_{ij}^L w_j^L$ (24)

Υπό τον όρο $W \in \Omega_W$ (25)

Μεγιστοποίηση $w_{A_i}{}^U = \sum_{j=1}^{m} w_{ij}^U w_j^U$ (26)

Υπό τον όρο $W \in \Omega_W$ (27)

όπου $W = (w_1,...,w_m)$ και $\Omega_w = \left\{ w = (w_1,...,w_m) \mid w_j{}^L \le w_j \le w_j{}^U, \sum_{j=1}^{m} w_j = 1, w_j \ge 0 \right\}$

2.5 Αριθμητικά παραδείγματα

Σε αυτό το τμήμα, εξετάζονται πέντε αριθμητικά παραδείγματα για να επεξηγήσουν τις προτεινόμενες μεθόδους, την ισχύ και τις ευρείες πιθανές απαιτήσεις τους. Θα γίνουν επίσης συγκρίσεις με άλλες υπάρχουσες διαδικασίες.

Παράδειγμα 1 : Θεωρήστε την ακόλουθη μήτρα σύγκρισης διαστήματος, η οποία εξετάστηκε από τους Arbel & Vargas (1992-1993) και τον Haines (1998).

$$A = \begin{bmatrix} 1 & [2,5] & [2,4] & [1,3] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right] & 1 & [1,3] & [1,2] \\ \left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{3},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{2},1\right] \\ \left[\frac{1}{3},1\right] & \left[\frac{1}{2},1\right] & [1,2] & 1 \end{bmatrix}$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Η συνέπεια του A μπορεί να εξεταστεί χρησιμοποιώντας το Θεώρημα 1. Ο Πίνακας 2 παρουσιάζει τα αποτελέσματα των δοκιμών συνέπειας, από τις οποίες είναι σαφές ότι ο A ξεπερνά όλες τις δοκιμές συνέπειας. Έτσι, αποτελεί μια συνεπή μήτρα σύγκρισης διαστήματος και μπορεί να χρησιμοποιηθεί η γραμμική μέθοδος προγραμματισμού του Arbel για να παραγάγει τα διαστήματα βάρους. Ο Πίνακας 3 καταγράφει όλες τις κορυφές της κυρτής εφικτής περιοχής S_w. Πρέπει να επισημανθεί ότι οι Arbel και Vargas (1993) βρήκαν μόνο πέντε από τις έξι κορυφές, ενώ δεν βρήκαν την σωστή κορυφή στην τελευταία στήλη του πίνακα 3. Τα αντίστοιχα διαστήματα βάρους μπορούν να παραχθούν από τον πίνακα 3 και παρουσιάζονται στον πίνακα 4. Μπορούν επίσης να ληφθούν με την επίλυση των προτύπων LP που δίνονται από τις (7) & (8). Είναι σαφές στον Πίνακα 4 ότι το κριτήριο 1 είναι το σημαντικότερο, επειδή το ελάχιστο βάρος του είναι μεγαλύτερο από τα μέγιστα βάρη όλων των άλλων κριτηρίων. Σύμφωνα με τον κανόνα σύγκρισης για τους αριθμούς διαστήματος, για δύο αριθμούς διαστήματος $a=[a_1,a_2]$ και $b=[b_1,b_2]$, εάν $a_1 \geq b_1$ και $a_2 \geq b_2$, τότε $a \geq b$. Επομένως, τα τέσσερα βάρη διαστήματος ταξινομούνται ως εξής: $w_1 > w_2 > w_4 > w_3$, το οποίο είναι το ίδιο με τις τάξεις που δίνονται από τους Arbel & Vargas (1992-1993) που χρησιμοποιούν τα κεντροειδή βάρη και από τον Haines (1998) που χρησιμοποιεί τα αναμενόμενα βάρη.

Στοιχείο					u_i	Δοκιμή συνέπειας
a_{12}					5	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=2$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=3$
					4	
					3	Επιτυχία
a_{13}					4	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=2$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=4$
					6	Επιτυχία

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

a_{14}					3	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=2$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=3$ Επιτυχία
					1	
					4	
a_{23}					2	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=1$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=2$ Επιτυχία
					3	
					4	
a_{24}						$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=1$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=3/2$ Επιτυχία
					2	
					3	
a_{34}						$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=1/2$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=1$ Επιτυχία
					2	
					1	

Πίνακας 2 : Δοκιμή συνέπειας για το Παράδειγμα 1

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Κορυφή #1	Κορυφή #2	Κορυφή #3	Κορυφή #4	Κορυφή #5	Κορυφή #6
0,522	0,500	0,400	0,444	0,480	0,462
0,174	0,167	0,200	0,222	0,240	0,231
0,130	0,167	0,200	0,111	0,120	0,154
0,174	0,167 (0,174 *)	0,200	0,222	0,160	0,154

Πίνακας 3: Κορυφές της εφικτής περιοχής S_w

* Σημείωση: 0,174 είναι ο λανθασμένος αριθμός που δίνεται από τους Arbel και Vargas (1993).

W	w_1	w_2	w_3	w_4
$w_i^L = \min w_i$	0,400	0,167	0,111	0,154
$w_i^U = \min w_i$	0,522	0,240	0,200	0,222

Πίνακας 4 : Τα διαστήματα των προτεραιοτήτων που λαμβάνονται με τη μέθοδο γραμμικού προγραμματισμού του Arbel

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Παράδειγμα 2 : Θεωρούμε την ακόλουθη μήτρα σύγκρισης διαστήματος, η οποία ερευνήθηκε από τον Kress (1991) και τον Islam κ.ά.(1997).

$$A=\begin{bmatrix} 1 & [1,2] & [1,2] & [2,3] \\ [\frac{1}{2},1] & 1 & [3,5] & [4,5] \\ [\frac{1}{2},1] & [\frac{1}{5},\frac{1}{3}] & 1 & [6,8] \\ [\frac{1}{3},\frac{1}{2}] & [\frac{1}{5},\frac{1}{4}] & [\frac{1}{8},\frac{1}{6}] & 1 \end{bmatrix}$$

Ο Kress (1991) έδειξε ότι αυτή η μήτρα σύγκρισης διαστήματος είναι ασυμβίβαστη – ασυνεπής και ως εκ τούτου δεν μπορεί να λυθεί χρησιμοποιώντας τη μέθοδο γραμμικού προγραμματισμού του Arbel ή την παραλλαγή της. Αυτό μπορεί να επιβεβαιωθεί από τη δοκιμή συνέπειας χρησιμοποιώντας το Θεώρημα 1. Ο πίνακας 5 παρουσιάζει τα αποτελέσματα των δοκιμών συνέπειας, από τις οποίες είναι σαφές ότι ο A αποτελεί μια ασυμβίβαστη – ασυνεπή μήτρα σύγκρισης διαστήματος.

Στοιχείο κρίσης				$l_{ik}l_{kj}$	$u_{ik}u_{kj}$	Δοκιμή συνέπειας
a_{12}				1	2	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=1$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=2/3$ Αποτυχία
				1/5	2/3	
				2/5	3/4	
a_{13}				1	2	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=3$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=1/2$ Αποτυχία
				3	10	

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

				1/4	1/2	
a_{14}				2	3	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=6$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=3$ Αποτυχία
				4	10	
				6	10	
a_{23}				1/2	2	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=3$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=5/6$ Αποτυχία
				3	5	
				1/2	5/6	
a_{24}				1	3	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=18$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=3$ Αποτυχία
				4	5	
				18	40	
a_{34}				1	3	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=6$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=5/3$ Αποτυχία
				4/5	5/3	

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

				6	8	

Πίνακας 5

Ο Islam κ.ά. (1997) χρησιμοποίησε το λεξικογραφικό προγραμματισμό στόχου (LGP) για να πάρει μια εκτίμηση σημείου για το διάνυσμα προτεραιότητας, δηλ. το W=(0.3030, 0.4545, 0.1515, 0.0910)T, το οποίο δείχνει ότι $w_2 > w_1 > w_3 > w_4$.

Εντούτοις, φαίνεται πειστικό ή λογικό ότι μόνο μια εκτίμηση σημείου θα μπορούσε να προκύψει από όλες τις συγκρίσεις διαστήματος. Μάλλον, η παρουσία ασυνέπειας στις μήτρες σύγκρισης διαστήματος, δεν πρέπει να σημαίνει ότι δεν θα μπορούσε να βρεθεί κανένα αποδεκτό διάνυσμα βάρους (τεχνική LP του Arbel) ή ότι θα μπορούσε να παραχθεί μόνο ένα αποδεκτό διάνυσμα προτεραιότητας σημείου (μέθοδος LGP του Islam κ.ά.). Ο λόγος για αυτό είναι ακριβής και μάλλον απλός.

Όπως είναι γνωστό στην AHP, η ασυνέπεια υπάρχει και συναντάται ευρέως στις μήτρες σύγκρισης. Η ύπαρξή της έχει επιπτώσεις μόνο στο βαθμό πεποίθησης, παρά στην ύπαρξη του διανύσματος προτεραιότητας. Επομένως, θα ήταν λογικότερο και τελικώς αποδεκτό, εάν οι μήτρες σύγκρισης διαστήματος γενικά οδηγούσαν σε ικανοποιητικά διανύσματα προτεραιότητας διαστήματος.

Τα βασισμένα στην (EM) μέθοδο προτεινόμενα μη γραμμικά πρότυπα προγραμματισμού (13)–(17), λύνονται για να παραγάγουν τα βάρη διαστήματος κάτω από διαφορετικές CR τιμές. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 6, από τον οποίο είναι σαφές ότι, όταν δεν υπάρχει κανένας περιορισμός στην ασυνέπεια της μήτρας σύγκρισης διαστήματος, τα διαστήματα βάρους είναι ευρύτερα και όταν περιορίζεται η ασυνέπεια για να είναι λιγότερη ή ίση προς 0,1 τότε τα διαστήματα βάρους γίνονται στενότερα, ενώ όταν περιορίζεται η συνέπεια στο ελάχιστο, οι προτεραιότητες εκφυλίζονται για να γίνουν μια εκτίμηση σημείου. Μπορεί να κριθεί εύκολα από τον Πίνακα 6 ότι $w_2 > w_1 > w_3 > w_4$, που είναι το ίδιο με την ταξινόμηση που δίνεται από τον Islam κ.ά. (1997), αλλά το τρέχον έγγραφο παρέχει πολύ πλουσιότερες πληροφορίες για τις αληθινές προτεραιότητες.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Προτεραιότητα	$\min CR = 0,0831$			Κανένας περιορισμός στο CR			Με τον περιορισμό $CR \le 0,1$		
	w_i^L	w_i^U	Τάξη	w_i^L	w_i^U	Τάξη	w_i^L	w_i^U	Τάξη
w_1	0,2812	0,2812	2	0,2282	0,3830	2	0,2577	0,3259	2
w_2	0,4132	0,4132	1	0,3264	0,4758	1	0,3878	0,4297	1
w_3	0,2386	0,2386	3	0,1792	0,2819	3	0,2116	0,2579	3
w_4	0,0670	0,0670	4	0,0562	0,0843	4	0,0637	0,0743	4

Πίνακας 6 : Τα διαστήματα των προτεραιοτήτων για το Παράδειγμα 2

Παράδειγμα 3 : Θεωρήστε την ακόλουθη μήτρα σύγκρισης διαστήματος, η οποία ερευνήθηκε από τους Saaty και Vargas (1987).

$$A = \begin{bmatrix} 1 & [2,4] & [3,5] & [3,5] \\ \left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right] & 1 & \left[\frac{1}{2},1\right] & [2,5] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & [1,2] & 1 & \left[\frac{1}{3},1\right] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right] & [1,3] & 1 \end{bmatrix}$$

Μπορεί να επιβεβαιωθεί χρησιμοποιώντας το Θεώρημα 1 ότι ο A είναι μια ασυμβίβαστη – ασυνεπής μήτρα σύγκρισης διαστήματος. Ο Πίνακας 7 παρουσιάζει το αποτέλεσμα των δοκιμών συνέπειας. Κατά συνέπεια, τα βασισμένα σε EM – NLP πρότυπα (13) – (17) λύνονται για να παραγάγουν τα βάρη διαστήματος κάτω από τρία διαφορετικά είδη επιπέδων ασυνέπειας. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 8, από τον οποίο μπορεί να φανεί ότι ακόμη και κάτω από τον περιορισμό του ελάχιστου επιπέδου ασυνέπειας $CR = 0,0149$ οι προτεραιότητες είναι ακόμα διαστήματα παρά εκτιμήσεις σημείων. Σύμφωνα με τον κανόνα σύγκρισης για τους αριθμούς διαστήματος, λαμβάνεται η ακόλουθη προτίμηση ταξινόμησης: $w_1 > w_2 > w_3 > w_4$.

Οι Saaty και Vargas (1987) χρησιμοποίησαν την προσέγγιση προσομοίωσης Monte Carlo, για να εξάγουν τα βάρη διαστήματος από την ανωτέρω μη συνεπή μήτρα σύγκρισης διαστήματος, χωρίς την επιβολή οποιωνδήποτε περιορισμών στους βαθμούς ασυνέπειας. Τα συμπεράσματά τους παρατίθενται στον Πίνακα 9, από τα οποία προκύπτει αμέσως ένα μειονέκτημα της προσέγγισης προσομοίωσης Monte Carlo. Δεδομένου ότι ο αριθμός

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

προσομοιώσεων Monte Carlo είναι πάντα περιορισμένος, ανεξάρτητα από το πόσες προσομοιώσεις διεξάγονται, τα διαστήματα προτεραιότητας αναπόφευκτα μικραίνουν σε έκταση. Αυτό εξηγεί γιατί τα διαστήματα των προτεραιοτήτων στον Πίνακα 9, συμπεριλαμβάνονται πάντα σε αυτά που παρουσιάζονται στις τρίτες και τέταρτες στήλες του Πίνακα 8. Αυτό επίσης σημαίνει ότι η προσομοίωση Monte Carlo δεν είναι απαραίτητα ικανή να παραγάγει τα πραγματικά διαστήματα βάρους από τις μήτρες σύγκρισης διαστήματος. Σε αυτήν την πτυχή, η προτεινόμενη EM-based NLP μέθοδος είναι ανώτερη από τις προαναφερθείσες μεθόδους.

Στοιχείο κρίσης	i	j	k	$l_{ik}l_{kj}$	$u_{ik}u_{kj}$	Δοκιμή συνέπειας
a_{12}	1	2	1	2	4	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=3$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=5/2$
	1	2	3	3	10	
	1	2	4	3/5	5/2	Αποτυχία
a_{13}	1	3	1	3	5	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=3$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=4$
	1	3	2	1	4	
	1	3	4	3	15	Επιτυχία
a_{14}	1	4	1	3	5	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=4$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=5$
	1	4	2	4	20	
	1	4	3	1	5	Επιτυχία
a_{23}	2	3	1	3/4	5/2	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=2$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=1$
	2	3	2	1/2	1	
	2	3	4	2	15	Αποτυχία

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

a_{24}	2	4	1	3/4	5/2	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=2$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=1$
	2	4	2	2	5	
	2	4	3	1/6	1	Αποτυχία
a_{34}	3	4	1	3/5	7/6	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=2$ $\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=1$
	3	4	2	2	10	
	3	4	3	1/3	1	Αποτυχία

Πίνακας 7 : Δοκιμή συνέπειας για το Παράδειγμα 3

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Προτεραιότητα α	$\min CR = 0,0149$			Κανένας περιορισμός στο CR			Με τον περιορισμό $CR \le 0,1$		
	w_i^L	w_i^U	Τάξη	w_i^L	w_i^U	Τάξη	w_i^L	w_i^U	Τάξη
w_1	0,492	0,562	1	0,381	0,601	1	0,432	0,601	1
w_2	0,180	0,209	2	0,139	0,305	2	0,139	0,288	2
w_3	0,143	0,166	3	0,101	0,214	3	0,103	0,212	3
w_4	0,113	0,132	4	0,085	0,208	4	0,087	0,193	4

Πίνακας 8 : Τα διαστήματα των προτεραιοτήτων για το Παράδειγμα 3

W	w_1	w_2	w_3	w_4
$w_i^{\min}$	0,4374	0,1654	0,1111	0,1011
$w_i^{\max}$	0,5696	0,2708	0,1971	0,1633
Μέσος όρος ($\overline{w}_i$)	0,5093	0,2131	0,1496	0,1280

Πίνακας 9 : Τα διαστήματα των προτεραιοτήτων που λαμβάνονται από τους Saaty και Vargas (1987)

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Παράδειγμα 4 : Θεωρήστε μια κατάσταση ανάλυσης απόφασης ομάδας που λήφθηκε από τους WANG και Xu (1990). Υποθέστε ότι έξι υπεύθυνοι για τη λήψη αποφάσεων δίνουν τις ακόλουθες μήτρες σύγκρισης, όσον αφορά το ίδιο πρόβλημα απόφασης, αντίστοιχα.

$$A_1=\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 4 & 7 \\ \frac{1}{3} & 1 & 3 & 2 & 5 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{2} & 3 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 2 & 1 & 3 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2=\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 5 & 8 \\ \frac{1}{4} & 1 & 4 & 3 & 6 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 1 & 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 & 1 & 7 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{6} & \frac{1}{5} & \frac{1}{7} & 1 \end{bmatrix}, \quad A_3=\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 3 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 5 & 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 1 & 2 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & 1 & 5 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{2} & 2 & \frac{1}{5} & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 & 3 & 3 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 5 & 4 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & 2 & 1 & 5 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{5} & 1 \end{bmatrix}, \quad A_4=\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 2 & 6 \\ \frac{1}{3} & 1 & 1 & 3 & 2 \\ \frac{1}{5} & 1 & 1 & 4 & 5 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{5} & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_6=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 & 9 \\ \frac{1}{2} & 1 & 3 & 2 & 6 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 & 1 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 & 1 & 3 \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

Συνήθως, εξαιτίας του γεγονότος ότι διαφορετικοί εμπειρογνώμονες μπορούν να έχουν διαφορετικά υπόβαθρα, γνώση και εμπειρία, είναι μη ρεαλιστικό να απαιτηθεί από όλους τους εμπειρογνώμονες να παρέχουν τις ίδιες κρίσεις ή να φθάνουν απαραίτητα σε ανάλογα συμπεράσματα συναίνεσης. Σε αυτό το παράδειγμα, καταδεικνύεται πώς το πρόβλημα των κρίσεων και των συγκρίσεων ομάδας, μπορεί να μετασχηματιστεί σε ένα πρόβλημα με μήτρες σύγκρισης διαστήματος. Χρησιμοποιώντας τις ελάχιστες και μέγιστες τιμές για το ίδιο στοιχείο των ανωτέρω έξι μητρών σύγκρισης, μπορεί να κατασκευαστεί μια μήτρα σύγκρισης διαστήματος κυκλικά ως εξής :

$$A=\begin{bmatrix} 1 & \left[\frac{1}{2},4\right] & [3,6] & [2,5] & [3,9] \\ \left[\frac{1}{4},2\right] & 1 & [1,5] & [1,5] & [2,6] \\ \left[\frac{1}{6},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{5},1\right] & 1 & \left[\frac{1}{2},4\right] & \left[\frac{1}{2},5\right] \\ \left[\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{5},1\right] & \left[\frac{1}{4},2\right] & 1 & \left[\frac{1}{2},7\right] \\ \left[\frac{1}{9},\frac{1}{3}\right] & \left[\frac{1}{6},\frac{1}{2}\right] & \left[\frac{1}{5},2\right] & \left[\frac{1}{7},2\right] & 1 \end{bmatrix}$$

Με βάση αυτήν την μήτρα σύγκρισης διαστήματος, μπορούν να παραχθούν εύκολα τα βάρη διαστήματος, της ομάδας υπεύθυνων για τη λήψη αποφάσεων. Αφού ο A αποτελεί μια συνεπή μήτρα σύγκρισης διαστήματος, χρησιμοποιώντας όπως παρουσιάζεται τη δοκιμή συνέπειας που δίνεται στον Πίνακα 10, μπορούν να παραχθούν συνεπή βάρη διαστήματος με τη

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

χρησιμοποίηση της μεθόδου γραμμικού προγραμματισμού του Arbel. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 11, από τον οποίο οι ταξινομήσεις των πέντε κριτηρίων δίνονται από $w_1 > w_2 > w_4 > w_3 > w_5$.

Στοιχείο κρίσης				l_{ik}	$u_{ik}u$	Δοκιμή συνέπειας
a_{12}				1	4	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=3/5$
					6	$\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=4$
					5	
				1		Επιτυχία
a_{13}				3	6	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=3$
				1	20	$\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=6$
				1	10	
						Επιτυχία
a_{14}				2	5	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=2$
				1	20	$\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=5$
						Επιτυχία
a_{15}				3	9	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=3$
				1		$\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=9$
				1		Επιτυχία
a_{23}						$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=1$
				1	5	$\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=5$
					10	
						Επιτυχία
a_{24}				1	10	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=1$
				1	5	$\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=5$
				1	20	

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

a_{25}						$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=2$
				2	6	$\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=6$
				1		
				1		Επιτυχία
a_{34}						$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=1/2$
					5	$\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=5/3$
				1	4	
					10	Επιτυχία
a_{35}				1	3	$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=1/2$
					6	$\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=3$
				1	5	
						Επιτυχία
a_{45}						$\max\left(l_{ik}l_{kj}\right)=3/5$
					6	$\min\left(u_{ik}u_{kj}\right)=9/2$
					10	
				1	7	Επιτυχία

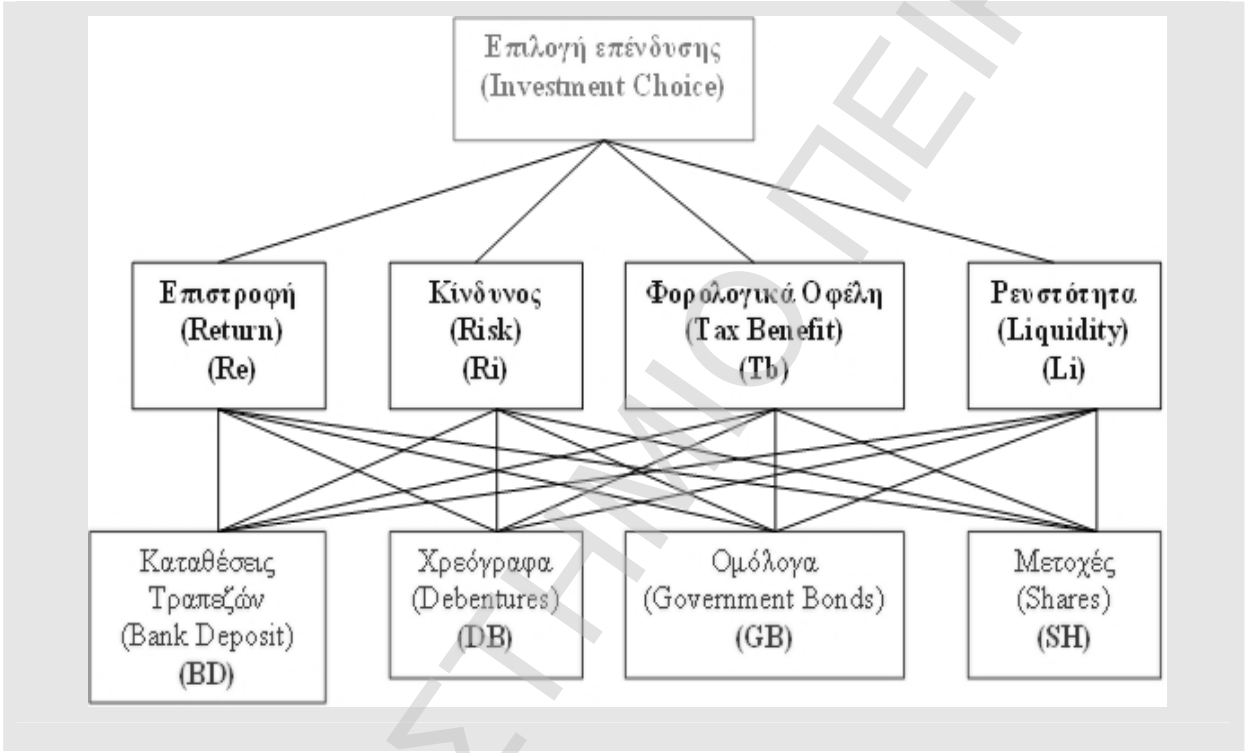
Πίνακας 10 : Δοκιμή συνέπειας για το Παράδειγμα 4

W	w_1	w_2	w_4	w_3	w_5
$w_i^L=\min w_i$	0,2609	0,1333	0,0625	0,0698	0,0426
$w_i^U=\min w_i$	0,5788	0,4615	0,1685	0,2118	0,1408

Πίνακας 11 : Τα διαστήματα των προτεραιοτήτων για το Παράδειγμα 4

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Παράδειγμα 5 : Θεωρήστε μία ιεραρχία κριτηρίων, η οποία λαμβάνεται από τον Islam κ.ά. (1997) και παρουσιάζεται στο Σχήμα 1. Ένα πρόσωπο ενδιαφέρεται για την επένδυση των χρημάτων του σε οποιοδήποτε από τα τέσσερα χαρτοφυλάκια: κατάθεση τραπεζών (BD), χρεόγραφα (DB), ομόλογα (GB), και μετοχές (SH). Από αυτά τα χαρτοφυλάκια πρέπει να επιλέξει μόνο το ένα που βασίζεται σε τέσσερα κριτήρια: επιστροφή (Re), κίνδυνος (Ri), φορολογικά οφέλη (Tb), και ρευστότητα (Li).



Σχήμα 1. Δομή ιεραρχίας (Hierarchy Structure)

Οι μήτρες σύγκρισης διαστήματος για όλα τα κριτήρια καθώς επίσης και για όλες τις εναλλακτικές λύσεις συνοψίζονται στους πίνακες 12 – 16. Μπορεί να αποδειχθεί, χρησιμοποιώντας το Θεώρημα 1, ότι και οι πέντε μήτρες είναι όλες ασυμβίβαστες (μη συνεπείς) μήτρες σύγκρισης διαστήματος. Επομένως, η EM-based NLP μέθοδος χρησιμοποιείται για να παραγάγει τα τοπικά βάρη διαστήματος με ικανοποιητική συνέπεια, από τις πέντε μήτρες σύγκρισης διαστήματος. Τα αποτελέσματα αναφέρονται στον πίνακα 17, όπου τα σφαιρικά βάρη διαστήματος λαμβάνονται ακριβώς με την επίλυση των προτύπων LP (24) – (27). Είναι σαφές από τον Πίνακα 17 ότι SH **f** BD **f** DB **f** GB. Εάν η αριθμητική διαστήματος χρησιμοποιηθεί για να υπολογίσει τα σύνθετα βάρη, μπορούν να αποκτηθούν τα ακόλουθα διαστήματα βάρους: BD=[0,2132 0,3012], DB=[0,1938 0,2808], GB=[0,1104 0,1624], SH=[0,3429 0,4300].

Κατόπιν, μπορεί να παραχθεί η ίδια ταξινόμηση. Όταν η ασυνέπεια περιορίζεται στο ελάχιστο, όλες οι προτεραιότητες θα εκφυλιστούν για να γίνουν εκτιμήσεις σημείου. Ο Πίνακας 18 παρουσιάζει αντίστοιχες τοπικές και σφαιρικές προτεραιότητες, από τις οποίες λαμβάνεται η ίδια ταξινόμηση SH **f** BD **f** DB **f** GB. Έτσι, η επένδυση των χρημάτων του στις μετοχές (SH), αποτελεί την καλύτερη επιλογή για τον αποφασίζοντα.

	Re	Ri	Tb	Li
Re	1	⌈3 4⌉	⌈5 6⌉	⌈6 7⌉
Ri		1	⌈4 5⌉	⌈5 6⌉
Tb			1	⌈3 4⌉
Li				1

Πίνακας 12 : Μήτρα σύγκρισης διαστήματος για όλα τα κριτήρια

Re	BD	DB	GB	SH
BD	1	[1/4]	[3 4]	[1/6
DB		1	[6 7]	[1/5
GB			1	[1/7
SH				1

Πίνακας 13 : Η μήτρα σύγκρισης διαστήματος για όλες τις εναλλακτικές λύσεις όσον αφορά το κριτήριο "επιστροφή (Re)"

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Ri	BD	DB	GB	SH
BD	1	[3 4]	[4 5]	[6 7]
DB		1	[3 4]	[5 6]
GB			1	[4 5]
SH				1

Πίνακας 14 : Η μήτρα σύγκρισης διαστήματος για όλες τις εναλλακτικές λύσεις όσον αφορά το κριτήριο "κίνδυνος (Ri)"

Tb	BD	DB	GB	SH
BD	1	1	[1/6	[1/4
DB		1	[1/6	[1/4
GB			1	[4 5]
SH				1

Πίνακας 15 : Μήτρα σύγκρισης διαστήματος για όλες τις εναλλακτικές λύσεις όσον αφορά το κριτήριο "φορολογικά οφέλη (Tb)"

Li	BD	DB	GB	SH
BD	1	[3 4]	6	[6 7]
DB		1	[3 4]	[3 4]
GB			1	[3 4]
SH				1

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Πίνακας 16 : Μήτρα σύγκρισης διαστήματος για όλες τις εναλλακτικές λύσεις όσον αφορά το κριτήριο "ρευστότητα (Li)"

	Re	Ri	Tb	Li	Σφαιρική προτεραιότητα
	[0,5365-				
BD	[0,0936-				[0,2198-
DB	[0,2209-				[0,2065-
GB	[0,0454-				[0,1146-
SH	[0,5794-				[0,3474-

Πίνακας 17 : Τοπικά και σφαιρικά διαστήματα προτεραιότητας που λαμβάνονται κάτω από τον περιορισμό $CR \le 0,1$**.**

	Re	Ri	Tb	Li	Σφαιρική	Τάξη
	0,56					
BD					0,2529	2
DB					0,2349	3
GB					0,1377	4
SH					0,3745	1

Πίνακας 18 : Τοπικές και σφαιρικές προτεραιότητες που λαμβάνονται μέσω του ελάχιστου CR .

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΑΡΘΡΑ

[1] Arbel A., 1989 : "Approximate articulation of preference and priority derivation", *European Journal of Operational Research 43, 317-326*.

[2] Arbel A., 1991 : "A linear programming approach for processing approximate articulation of preference", In: Korhonen, P., Lewandowski, A. and Wallenius, J. (Eds.), *Multiple Criteria Decision Support*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 356, Spring-Verlag, Berlin, 79-86.

[3] Arbel A., Vargas, L.G., 1992 : "The analytic hierarchy process with interval judgments", In: Goicoechea, A., Duckstein, L., Zoints, S. (Eds.), *Multiple Criteria Decision Making*. Proceedings of the Ninth International Conference held in Fairfax, Virginia, 1990, Springer, New York, 61-70.

[4] Arbel A., Vargas, L.G., 1993 : "Preference simulation and preference programming: robustness issues in priority deviation", *European Journal of Operational Research 69, 200-209.*

[5] Barzilai J., 1997 : "Deriving weights from pairwise comparison matrices", Journal of *Operational Research Society, 48, 1226-1232.*

[6] Barzilai, J., Cook, W.D., Golany, B., 1987 : "Consistent weights for judgments matrices of the relative importance of alternatives", *Operations Research 6(3), 131-134.*

[7] Belton, V., Gear, A.E., 1985 : "The legitimacy of rank reversal – a comment", *Omega, 13, 3 (143-144).*

[8] Bonder, C.G.E., de Graan, J.G., Lootsma, F.A., 1989 : "Multicretia decision analysis with fuzzy pairwise comparisons", *Fuzzy Sets and Systems 29, 133-143.*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

[9] Buckley, J.J., Feuring, T., Hayashi, Y., 2001 : "Fuzzy hierarchical analysis revisited", *European Journal of Operational Research 129,48-64.*

[10] Chu, A., Kalaba, R., Springarn, K., 1979 : "A comparison of two methods for determing the weights of belonging to fuzzy sets", *Journal of Optimization Theory and Applications 27, 531-541.*

[11] Cogger, K.O., Yu, P.L., 1985 : "Eigenweight vectors and least-distance approximation for revealed preference in pairwise weight ratios", *Journal of Optimization Theory and Applications 46(4), 483-491*.

[12] Crawford, G., Williams, C.A., 1985 : "A note on the analysis of subjective judgment matrices", *Journal of Mathematical Psychology 29, 387-405.*

[13] Crawford, G.B., 1987 : "The geometric mean procedure for estimating the scale of a judgment matrix", *Mathematical Modelling 9(3-5), 327-334.*

[14] Csutora, R., Buckley, J.J., 2001 : "Fuzzy hierarchical analysis: the Lamda-Max method", *Fuzzy Sets and Systems 120, 181-195*.

[15] Dyer, J.S., 1990(a) : "Remarks on the Analytic Hierarchy Process", *Management Science, 36, 3 (249-258).*

[16] Dyer, J.S., 1990(b) : "A clarification of 'Remarks on the Analytic Hierarchy Process'", *Management Science, 36, 3 (274-275).*

[17] Rench, S., 1988 : "Decision Theory : An Introduction to the Mathematics of Rationality", *Ellis Horwood Limited, Chichester.*

[18] Golden, B.L., Wasil, E.A., Harker, P.T. (eds.), 1989 : "The Analytic Hierarchy Process: Applications and Studies", *Springer-Verlag, New York.*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

[19] Haines, L.M., 1998 : "A statistical approach to the analytic hierarchy process with interval judgments", (I). Distributions on feasible regions. *European Journal of Operational Research 110,112-125*.

[20] Holder, R. D., 1990 : "Some comments on the Analytic Hierarchy Process", *Journal of the Operational Research Society, 41, 11 (1073-1076).*

[21] Islam,R., Biswal, M.P., Alam,S.S., 1997 : "Preference programming and inconsistent interval judgments", *European Journal of Operational Research 97,53-62*.

[22] Leung, L.C., Cao, D., 2000 : "On consistency and *ranking of alternatives in fuzzy AHP", European Journal of Operational Research 124, 102-113.*

[23] Mikhailov L. : "A Fuzzy approach to deriving priorities from interval pairwise comparison judgements", *European Journal of Operational Research (2003- in press).*

[24] Saaty, T.L., 1977 : "A scaling method for priorities in hierarchical structures", *Journal of Mathematical Psychology, 15 (234-281).*

[25] Saaty, T.L., 1980 : "The Analytic Hierarchy Process", *McGraw-Hill, New York.*

[26] Saaty, T.L., 1989 : "Decision making, scaling, and number crunching", *Decision Sciences, 20 (404-409).*

[27] Saaty, T.L., 1990 : "An exposition of the AHP in reply to the paper 'Remarks on the Analytic Hierarchy Process", *Management Science, 36, 3 (259-268).*

[28] Saaty, T.L., 1988 : "Multicriteria Decision Making: The Analytic Hierarchy Process", *RWS Publications, Pittsburgh, PA.*

[29] Saaty, T.L., 1994 : "Fundamentals of Decision Making and Priority Theory with the Analytic Hierarchy Process", *RWS Publications, Pittsburgh, PA.*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

[30] Saaty, T.L., Vargas, L.G., 1984 : "The legitimacy of rank reversal", *Omega, 12, 5 (513-516).*

[31] Saaty, T.L., Vargas, L.G., 1984, "Comparison of eigenvalue, logarithmic least squares and least squares methods in estimating ratios", *Mathematical Modelling 5, 309-324.*

[32] Saaty, T.L., Vargas, L.G., Wendell, R.E., 1983 : "Assessing attribute weights by ratios", *Omega, 11, 1 (9-12).*

[33] Saaty T.L and Vargas L.G. : "Uncertainly and rank order in the analytic hierarchy process", *European Journal of Operational Research 32 (1987) 107-117*.

[34] Salo, A., Hämäläinen, R.P., 1992 : "Processing interval judgments in the analytic hierarchy process", In: Goicoechea, A., Duckstein, L., Zoints, S. (Eds.), *Multiple Criteria Decision Making*. Proceedings of the Ninth International Conference held in Fairfax, Virginia, 1990, Springer, New York, 359-372.

[35] Salo, A., Hämäläinen, R.P., 1995 : "Preference programming through approximate ratio comparisons", *European Journal of Operational Research 82,458-475.*

[36] Shim, J.P., 1989 : "Bibliography research on the Analytic Hierarchy Process (AHP)", *Socio-Economic Planning Sciences, 23 (161-167).*

[37] Takeda, E., Cooger, K.O., Yu, P.L., 1987 : "Estimating criterion weights using *eigenvectors: A comparative study",* European Journal of Operational Research 29, 360-369.

[38] Vargas, L.G., 1990 : An overview of the Analytic Hierarchy Process and its applications", *European Journal of Operational Research, 48 (2-8).*

[39] Wang,Y.M., Xu, N.R., 1990 : "Linear programming method for solving the group-AHP", *J ournal of Southeast University 20(6), 58-63 (in Chinese).*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

[40] Watson, S.R., Freeling, A.N.S., 1982 : "Assessing attribute weights", *Omega, 10, 6 (582-583).*

[41] Watson, S.R., Freeling, A.N.S., 1983 : "Comment on: Assessing attribute weights by ratios", *Omega, 11, 1 (13).*

[42] Xu, R., 2000 : "Fuzzy least-squares priority method in the analytic hierarchy process", *Fuzzy Sets and Systems 112, 359-404.*

[43] Xu, R., Zhai, X., 1996 : "Fuzzy logarithmic least squares ranking method in analytic hierarchy process", *Fuzzy Sets and Systems 77, 175-190.*

[44] Zahedi, F., 1986 : "The Analytic Hierarchy Process – A survey of the method and its applications", *Interfaces, 16, 4 (96-108).*

[45] Zimmerman H-J., 1985 : "Fuzzy Set Theory and Its Application ", Second Edition (1991) , *Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.*

[46] Despotis D.K. : "Data envelopment analysis with imprecise data", *European Journal of Operational Research 140 (2002) 24-36.*

[47] Kress M. : "Approximate articulation of preference and priority derivation – A comment", *European Journal of Operational Research 52 (1991) 382-383.*

[48] Gorry G. M., and M. S. Scott-Morton : " A framework for management Information Systems." *Sloan Management Review, Fall 1971.*

[49] Simon H. : "The new Science of management decision". *Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 197 .*

[50] Anthony, R. N. : "Planning and Control Systems: A framework for analysis." *Cambridge MA : Harvard University Graduate school of business, 1965.*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

[51] Scott-Morton, M. S. : "Management Decision Systems: computer based support for Decision Making." *Cambridge, MA : division of research, Harvard University, 1971.*

[52] Finholt, T. and Sproull : "Electronic Groups at work.". *Organization science, vol 1, No1, 1990.*

[53] Rockart ,J. F. and Delong D. : "Executive Support Systems." *Homewood, IL :Dow Jones –Irwin, 1988.*

[54] Rich E. and Knight K. : "Artificial Intelligence". 2nd edition, New York, *Mc Graw Hill 1991*.

[55] Negoita,C.F. : " Expert systems and fuzzy systems". Menlo Park, California : *Benjamin-Cummings 1985.*

[56] Zadeh,L.A. : "Coping with the imprecision of the real world" *Communications of ACM-April 1984*.

[57] Meredith, J.R. : "The Implementation of Computer Based Systems." *Journal of Operational Management (October 1981).*

[58] Liebowitz, J. : "Possible Societal Impacts of Artificial Intelligence." *Information Age (July 1989).*

[59] Sviolka, J.J. : " An Examination of the Impact of Expert Systems on the firm : the Case XCON." *MIS Quarterly (June 1990).*

[60] Senker P. : "Implications of Expert Systems for Skill Requirements and working Life." *AI and Society 3 (1989).*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Steven Alter, ‘’Information Systems-A Management respective’’, 3rd Edition, *Addison-Wesley, Longman.*

[2] Joseph P.Bigus, ‘’Data Mining With Neural Networks’’, *Mc Graw-Hill, 1996.*

[3] Vasant Dhar-Roger Stein, ‘’Intelligent Decision Support Methods – The Science of Knowledge Work’’, *Prentice-Hall Inc., 1997.*

[4] Αντώνης Δημητριάδης ‘’Διοίκηση - Διαχείριση Πληροφοριακών Συστημάτων (Ανάπτυξη - Οργάνωση Διοίκηση – Λειτουργία – Τεχνολογία - Λήψη Αποφάσεων)’’, *Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, 1998.*

[5] Efraim Turban,‘’Decision Support and Expert Systems-Management Support Systems’’, 3rd Edition, *Macmillan Publ.Co,1993.*

[6] Michel R.Klein- Leif B.Methlie, ‘’Knowledge – based Decision Support Systems- With Applications in Business’’, 2rd Edition, *Wiley & Sons Ltd, 1995.*

[7] M.G.Singh – J.C.Bennavail, ‘’Knowledge Support Systems For Improving Managerial Decisions’’ .

[8] Efraim Turban, Jay E. Aronson, “Decision Support Systems and Intelligence Systems”, *Prentice Hall, 1998.*

[9] Kenneth C. Laudon, Jane Price Laudon, “Information Systems. A problem-solving approach”, Third edition, *The Dryden Press, 1995.*

[10] Turban, McLean, Wetherbe, “Information Technology for Management. Making Connections for Strategic Advantage”, Second edition, *John Wiley & sons Inc., 1999.*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

[11] Decision Support Systems : "An Organizational Perspective", Keen, Peter,GW and Scott Morton, Michael S., *Addison-Wesley, 1978.*

[12] Αγιακλόγλου, Χ. Ν. και Μπένος, Θ. Ε., "Εισαγωγή στην Οικονομετρική Ανάλυση", Τόμος Α και Β, *Εκδόσεις Μπένου, Αθήνα 2000 και 2001.*

[13] Αθανασόπουλου, Δ. Α., "Θεωρία Πιθανοτήτων", Ι και ΙΙ, *Εκδόσεις Α. Σταμούλης, Πειραιάς, 1989.*

[14] Αθανασόπουλου, Δ. και Μπένου, Β., "Εφαρμογές Στατιστικής", Τόμος Α και Β, *Εκδόσεις Α. Σταμούλης, Πειραιάς, 1990.*

[15] Ανδρικόπουλου, Α. Α., "Οικονομετρική Θεωρία και Εμπειρικές Εφαρμογές", *Εκδόσεις Ε. Μπένου, Αθήνα, 1998.*

[16] Γκαμαλέτσου, Θ. Γ., "Θεωρητική Οικονομετρία", Α' και Β', *Εκδόσεις Α. Σταμούλης, Πειραιάς, 1990.*

[17] Δερβιτσιώτη, Κ. Ν., "Διοίκηση Παραγωγής : Για Μεγαλύτερη Ανταγωνιστικότητα", *Εκδόσεις Α. Σταμούλης, Πειραιάς, 1990.*

[18] Δερβιτσιώτη, Κ. Ν., "Συστήματα Παραγωγής : Σχεδίαση – Ανάλυση", Τόμος Α, *Εκδοτικός Οίκος Αφών Κυριακίδη, Θεσσαλονίκη, 1982.*

[19] Κιντή, Α. Α., "Στατιστικές και Οικονομετρικές Μέθοδοι", *Αθήνα. 1994.*

[20] Κονδύλη, Ε. Κ., "Στατιστικές Τεχνικές Διοίκησης Επιχειρήσεων", *Εκδόσεις Interbooks Αθήνα, 1999.*

[21] Μπένου, Β. Κ., "Στατιστική", Μέρος Α και Β, *Εκδόσεις Α. Σταμούλης. Πειραιάς, 1999.*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

[22] Ζαχαροπούλου, Χ., "Παλινδρόμηση - Συσχέτιση, Θεωρία και Πράξη" *Θεσσαλονίκη, 1994.*

[23] Θαλασσινού, Λ. Ι., "Οικονομετρία - Ανάλυση Απλής Παλινδρόμησης" *Εκδόσεις Α. Σταμούλης, Πειραιάς, 1992 [18].*

[24] Κασκαρέλη, Α. Ι.,"Ενδεκα Μαθήματα Οικονομετρίας, Gutenberg", *Αθήνα, 1999*

[25] Κεβόρκ, Κ. Η., "Νεότερη Θεωρία Αποφάσεων", *Εκδόσεις Ελληνική Λιθογραφία, Αθήνα 1993.*

[26] Κιντή, Α. Α., "Στατιστικές και Οικονομετρικές Μέθοδοι", *Αθήνα, 1994.*

[27] Οικονόμου, Γ. Σ. και Αγιακλόγλου, Χ. Ν., "Τεχνικές Ανάλυσης Διοικητικών και Οικονομικών Αποφάσεων", *Εκδόσεις Ε. Μπένου, Αθήνα. 1997.*

[28] Χρήστου, Γ. Κ., "Εισαγωγή στην Οικονομετρία", Τόμος 1 και 2, *Αθήνα, 1980.*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ