

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΥ
ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Δημήτριος Α. Φρουδαράκης

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και
Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου
Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την
απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος
Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Μάϊος 2004

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΥ
ΚΙΝΔΥΝΟΥ**

Δημήτριος Α. Φρουδαράκης

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και
Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου
Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την
απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος
Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Μάϊος 2004

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίσθηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- (Επιβλέπων)
-
-

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN
APPLIED STATISTICS**

**METHODOLOGICAL ISSUES IN
SYSTEMATIC RISK
MEASUREMENT**

By

Dimitrios A. Froudarakis

MSc Dissertation

submitted to the Department of Statistics and
Insurance Science of the University of Piraeus in
partial fulfilment of the requirements for the degree
of Master of Science in Applied Statistics

Piraeus, Greece
May 2004

Στην οικογένεια μου.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους εκείνους που με τον ένα ή τον άλλο τρόπο με βοήθησαν να ολοκληρώσω την διπλωματική μου εργασία. Ένα πολύ μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στην οικογένεια μου, στην οποία και αφιερώνεται η συγκεκριμένη εργασία, για την κατανόηση και την υπομονή που έδειξαν. Ολοκληρώνοντας ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω στον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Μιχαήλ Γκλεζάκο για την πολύτιμη συμβολή του σε όλη τη διάρκεια συγγραφής της διπλωματικής εργασίας. Η συνεχής ενθάρυνση και οι εύστοχες παρατηρήσεις του με βοήθησαν να ξεπεράσω όλα τα προβλήματα που παρουσιάστηκαν.

Περίληψη

Η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία ασχολείται με τα σημαντικότερα μεθοδολογικά προβλήματα που παρουσιάζονται κατά τον υπολογισμό του συστηματικού κινδύνου. Καταρχήν τίθεται το θεωρητικό υπόβαθρο της θεωρίας χαρτοφυλακίου. Αναλύεται ο επενδυτικός κίνδυνος και στη συνέχεια γίνεται παρουσίαση των δύο υποδειγμάτων, «Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Στοιχείων» και «Υπόδειγμα Αγοράς», που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση του συστηματικού κινδύνου. Όμως αντικειμενικός σκοπός της εργασίας είναι η διεξοδική παρουσίαση και ανάλυση των μεθοδολογικών προβλημάτων, βασισμένη πάνω στις σημαντικότερες μελέτες που έχουν γίνει τις τελευταίες τρεις δεκαετίες στο χώρο της χρηματοοικονομικής ανάλυσης.

Abstract

This particular graduate thesis is concerned with the most important methodology problems that occur during the calculation of systematic risk. To begin with, the thesis introduces the theoretical background of the portfolio theory. It analyzes investment risk and then describes the «Capital Asset Pricing Model» and the «Market Model», that are used for the measurement of systematic risk. The objective goal of this work is the thorough presentation and analysis of the methodology problems in the calculation of systematic risk. This thesis is based on the most important studies that have been performed over the last three decades in the field of financial analysis.

Περιεχόμενα

Κατάλογος Πινάκων

Κατάλογος Σχημάτων

Κατάλογος Συντομογραφιών

1. Στόχοι της διπλωματικής εργασίας και διάρθρωση της	1
1.1 Γενικά	1
1.2 Στόχοι της διπλωματικής εργασίας	2
1.3 Διάρθρωση της διπλωματικής εργασίας	3
2. Ο επενδυτικός κίνδυνος	5
2.1 Εισαγωγή	5
2.2 Απόδοση	6
2.3 Κίνδυνος	6
2.4 Αναμενόμενη απόδοση και ο επενδυτικός κίνδυνος	7
2.4.1 Αναμενόμενη απόδοση	7
2.4.2 Αναμενόμενος κίνδυνος	8
2.5 Ο συντελεστής μεταβλητότητας ως μέτρο κινδύνου	10
2.6 Χαρτοφυλάκιο μετοχών	11
2.6.1 Αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια	13
2.6.2 Στάση των επενδυτών απέναντι στον κίνδυνο και στην απόδοση	14
2.6.3 Επιλογή αρίστου χαρτοφυλακίου	14
2.6.4 Συντελεστής συσχέτισης. Συνδυασμοί τίτλων για συγκρότηση χαρτοφυλακίων	15
2.7 Μέτρηση του κινδύνου και της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου	16
3. Μέτρηση του συστηματικού κινδύνου: Υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιουχικών στοιχείων, υπόδειγμα αγοράς.	21
3.1 Εισαγωγή	21
3.2 Υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιουχικών στοιχείων	22
3.2.1 Η γραμμή αγοράς κεφαλαίου	25
3.2.2 Η γραμμή αγοράς αξιογράφων	28
3.3 Υπόδειγμα αγοράς. Εκτίμηση συστηματικού κινδύνου στην πράξη	30

3.3.1	Ευαισθησία του χαρτοφυλακίου ή μεταβλητότητα (βήτα)	32
3.3.2	Η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου βασισμένη στην ανάλυση του βήτα	33
3.4	Η χαρακτηριστική γραμμή	34
3.5	Έλεγχος υποδείγματος	35
3.6	Εγκυρότητα εκτιμημένου υποδείγματος	36
4.	Μεθοδολογικά προβλήματα υπολογισμού του συστηματικού κινδύνου	39
4.1	Ο χρονικός ορίζοντας εκτίμησης	39
4.2	Το διάστημα υπολογισμού των αποδόσεων	47
4.3	Ιδιότητες των κατανομών των αποδόσεων	59
4.3.1	Κανονικότητα	59
4.3.2	Ετεροσκεδαστικότητα	60
4.3.3	Αυτοσυσχέτιση	76
4.3.4	Πολυσυγγραμμικότητα	77
5.	Διαχρονική σταθερότητα των συντελεστών βήτα	79
5.1	Εισαγωγή	79
5.2	Οι μελέτες και η μεθοδολογία τους πάνω στο θέμα της διαχρονικής σταθερότητας των συντελεστών βήτα	79
6.	Προβλήματα που συνδέονται με τις επιμέρους αγορές	91
7.	Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα	101
	Βιβλιογραφία	103

Κατάλογος Πινάκων

2-1	Υπολογισμός μέσου και τυπικής απόκλισης για την επιχείρηση A	9
2-2	Υπολογισμός συντελεστή μεταβλητότητας	10
2-3	Υπολογισμός αναμενόμενης απόδοσης χαρτοφυλακίου	17
2-4	Υπολογισμός αναμενόμενου κινδύνου χαρτοφυλακίου	19
3-1	Αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου βασισμένη στην ανάλυση βήτα	34
4-1	Σταθερότητα του βήτα: Πιθανότητες και MAD	43
4-2	Μέσες τιμές του $\beta_t - \beta_{t+1}$ και $ \beta_t - \beta_{t+1} $	46
4-3	Τεστ διαστημάτων εκτίμησης	47
4-4	Μέσα αποτελέσματα του Intervaling, 1950-1969	53
4-5	F-ratios για ANOVA 1 των αποτελεσμάτων του Intervaling. Επιλεγμένοι ορίζοντες, 1950-1969	55
4-6	Συστηματικός κίνδυνος και Intervaling, 1950-1969	56
4-7	Επίδοση της αγοράς, συστηματικός κίνδυνος και Intervaling	57
4-8	F-ratios για ANOVA 2 της επίδοσης της αγοράς, επιλεγμένων οριζόντων	58
4-9	Ετεροσκεδαστικά χρεόγραφα και χαρτοφυλάκια ανά τεστ και χρονική περίοδο	71
4-10	Τεστ του Glejser	74
4-11	Modified Glejser test's	74
4-12	Breusch-Pagan test	75
4-13	Τεστ του White	75
5-1	Συνοπτικά χαρακτηριστικά των συντελεστών	86
5-2	Σταθερότητα του βήτα διαχρονικά	88
6-1	Εκτιμήσεις αθροιστικών συντελεστών του βήτα για Ιούνιο 1955-Ιούλιο 1974	95
6-2	Εκτίμηση του βήτα σύμφωνα με το υπόδειγμα της αγοράς και σύμφωνα με το υπόδειγμα του Dimson.	97

Κατάλογος Σχημάτων

2-1	Συστηματικός και μη συστηματικός κίνδυνος	12
2-2	Αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια	13
2-3	Άριστο χαρτοφυλάκιο	15
2-4	Συντελεστής συσχέτισης	16
3-1	Γραμμή αγοράς κεφαλαίου	26
3-2	Γραμμή αγοράς αξιογράφων	30

Κατάλογος Συντομογραφιών

AC	Aggregated Coefficients
ASE	Athens Stock Exchange
CAPM	Capital Asset Pricing Model
CML	Capital Market Line
CRSP	Center for Research in Security Prices
CV	Coefficient of Variation
EW	Equally Weighted
FTA	Financial Times – Actuaries
LSPD	London Share Price Database
MAD	Mean Absolute Deviation
MSE	Mean Square Error
PM	Product Moment
S&P 500	Standard & Poor 500
SML	Security Market Line
TSE	Toronto Stock Exchange

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΣΤΟΧΟΣ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΤΗΣ.

1.1 ΓΕΝΙΚΑ

Τις τελευταίες τρεις δεκαετίες έχουν αναληφθεί τεράστιες ερευνητικές προσπάθειες για την εξερεύνηση των μεγάλων διεθνών αγορών αξιογράφων και τον υπολογισμό του κινδύνου των μετοχών. Η έννοια του κινδύνου έχει απασχολήσει τόσο την χρηματοοικονομική κοινότητα ώστε κανείς δεν χρειάζεται να πειστεί για την αναγκαιότητα αξιολόγησης του κινδύνου κάθε επενδυτικής ευκαιρίας. Ο κίνδυνος μιας μετοχής ή ενός χαρτοφυλακίου αποτελείται από δύο συστατικά μέρη, τον συστηματικό κίνδυνο, ο οποίος σχετίζεται με την κατάσταση και τις μεταβολές της αγοράς, και τον μη συστηματικό κίνδυνο, ο οποίος σχετίζεται με την αντίστοιχη επιχείρηση.

Το πρώτο μοντέλο για την μέτρηση του κινδύνου, μέσα στα πλαίσια ενός χαρτοφυλακίου, επινοήθηκε από τον Markowitz (1952), ο οποίος πρότεινε να επιλέγονται μόνο οι αποτελεσματικοί συνδυασμοί κινδύνου και απόδοσης, οι οποίοι συνιστούν ένα «αποτελεσματικό μέτωπο συνδυασμών» που συνδέει τις πλέον συμφέρουσες επενδυτικές επιλογές. «Αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο» είναι εκείνο το οποίο παρέχει την υψηλότερη απόδοση για ένα δεδομένο βαθμό κινδύνου. Η τελική επιλογή του εξαρτάται από τις προτιμήσεις, ως προς τον συνδυασμό κινδύνου και απόδοσης, του επενδυτή.

Το υπόδειγμα του Markowitz, παρά το γεγονός ότι ήταν πολύ σημαντικό και χρήσιμο, δεν μπορούσε να εφαρμοσθεί εύκολα διότι προϋπόθετε ένα τεράστιο αριθμό πράξεων. Μία εξαιρετικά πολύτιμη συμβολή στην απλοποίηση του προβλήματος αυτού ήταν η ανάπτυξη του «μοντέλου της αγοράς» από τον Sharpe (1963, 1964), ο οποίος υπέθεσε ότι οι αποδόσεις όλων των περιουσιακών στοιχείων συσχετίζονται με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Αυτή η υπόθεση είχε ως αποτέλεσμα την σημαντική μείωση των απαιτούμενων αριθμητικών πράξεων. Το «μοντέλο της αγοράς» του Sharpe καθιερώθηκε ως μέτρο μέτρησης του συστηματικού κινδύνου είτε μεμονωμένων μετοχών είτε χαρτοφυλακίων μετοχών. Η εφαρμογή του «υποδείγματος της αγοράς» και η γνώση του συστηματικού κινδύνου των μετοχών είναι ιδιαίτερης σπουδαιότητας στον βαθμό που οι τιμές αυτές χρησιμοποιούνται: α) Για τον προσδιορισμό της απόδοσης που απαιτεί η αγορά για αυτές, β) Για τον προσδιορισμό του κόστους του κεφαλαίου για αξιολόγηση επενδύσεων και τέλος γ) Για την δημιουργία αποδοτικών χαρτοφυλακίων από συμβούλους επενδύσεων. Είναι επομένως φανερό ότι

απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή στην εκτίμηση των σχετικών συντελεστών του υποδείγματος της αγοράς, διαφορετικά τα αποτελέσματα θα είναι αναξιόπιστα. Ωστόσο έχει διαπιστωθεί ένας σημαντικός αριθμός παραβιάσεων των υποθέσεων του υποδείγματος της αγοράς, οι οποίες έχουν παρατηρηθεί σε όλα σχεδόν τα χρηματιστήρια του κόσμου αλλά ιδιαίτερα σε μικρά περιφερειακά χρηματιστήρια. Αυτές οι παραβιάσεις δημιουργούν σοβαρά προβλήματα αξιοπιστίας στις τιμές του συστηματικού κινδύνου και απαιτούνται κατάλληλες μέθοδοι θεραπείας τους.

Πέρα όμως από τον έλεγχο της παραβίασης των υποθέσεων της αγοράς, πολλοί ερευνητές, έχουν επικεντρώσει την προσοχή τους και σε άλλους παράγοντες, οι οποίοι επηρεάζουν την αξιοπιστία του συστηματικού κινδύνου όπως είναι ο χρονικός ορίζοντας εκτίμησης του, το χρονικό διάστημα υπολογισμού των αποδόσεων, η διαχρονική σταθερότητα ή μη του συντελεστή συστηματικού κινδύνου.

1.2 ΣΤΟΧΟΙ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.

Στόχος της συγκεκριμένης εργασίας είναι να καταγράψει το θεωρητικό πλαίσιο της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου και να εξετάσει αναλυτικά τα μεθοδολογικά προβλήματα που συνδέονται με τον υπολογισμό του συστηματικού κινδύνου. Στα πλαίσια των πιο πάνω στόχων, παρουσιάζεται η σχετική βιβλιογραφία, η οποία ταξινομείται και αξιολογείται με την ακόλουθη δομή:

- 1) Προσδιορισμός του χρονικού ορίζοντα εκτίμησης του συστηματικού κινδύνου.
- 2) Επιλογή του άριστου χρονικού διαστήματος για τον υπολογισμό των αποδόσεων.
- 3) Εξέταση της ισχύος των υποθέσεων του υποδείγματος της αγοράς οι οποίες είναι:
 - 3.1) Κανονικότητα των αποδόσεων.
 - 3.2) Ομοσκεδαστικότητα (η διακύμανση των καταλοίπων είναι σταθερή για όλη την περίοδο του δείγματος).
 - 3.3) Αυτοσυσχέτιση (παραβίαση της υπόθεσης ανεξαρτησίας των καταλοίπων).
- 4) Εξέταση της διαχρονικής σταθερότητας του συντελεστή συστηματικού κινδύνου.
- 5) Εντοπισμός προβλημάτων που συνδέονται με επιμέρους αγορές.

1.3 ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.

Η ύλη της εργασίας αναπτύσσεται σε επτά κεφάλαια. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται το θεωρητικό πλαίσιο της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου και ο τρόπος υπολογισμού του κινδύνου και της απόδοσης. Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται αναλυτική αναφορά στο «Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Στοιχείων» και το «Υπόδειγμα Αγοράς». Τα μεθοδολογικά προβλήματα υπολογισμού του συστηματικού κινδύνου αναλύονται στο κεφάλαιο 4. Στο πέμπτο κεφάλαιο εξετάζεται η υπόθεση της διαχρονικής σταθερότητας του συστηματικού κινδύνου ενώ στο έκτο κεφάλαιο αναλύονται τα προβλήματα που συνδέονται με τις επιμέρους αγορές. Τέλος στο έβδομο κεφάλαιο καταγράφονται τα συμπεράσματα της παρούσας εργασίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Ο ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διαδικασία για την πραγματοποίηση μιας επενδυτικής επιλογής, δηλαδή για την δέσμευση πόρων από την σημερινή κατανάλωση με σκοπό την βελτίωση της μελλοντικής οικονομικής κατάστασης του επενδυτή, είναι ιδιαίτερος σύνθετη. Η λήψη τέτοιων αποφάσεων μπορεί να πραγματοποιείται υπό συνθήκες βεβαιότητας και υπό συνθήκες αβεβαιότητας. Με άλλα λόγια διακρίνουμε δύο καταστάσεις, στις οποίες είναι πιθανόν να κληθούμε να αποφασίσουμε για την ανάληψη επενδύσεων.

Στην πρώτη κατάσταση γνωρίζουμε με βεβαιότητα τι πρόκειται να συμβεί στην επένδυσή μας, ποιες δηλαδή θα είναι οι εισροές και ποιες θα είναι οι εκροές που συνδέονται με αυτή. Στην προκειμένη περίπτωση δύο είναι τα κυρίαρχα ζητήματα: Να προσδιοριστούν με ακρίβεια οι χρηματοροές που θα προκύψουν και να οριστεί ο συντελεστής προεξόφλησής τους. Στην δεύτερη κατάσταση, θα πρέπει να εισαχθεί στην ανάλυση, η παράμετρος του κινδύνου. Δηλαδή, θα πρέπει να συνεκτιμηθεί ότι οι προσδοκώμενες χρηματοροές είναι δυνατόν να μην επαληθευτούν. Ο κίνδυνος μπορεί να αφορά το ευρύτερο περιβάλλον στο οποίο δραστηριοποιείται η επιχείρηση ή μπορεί να αφορά τον τρόπο με τον οποίο έχει οργανωθεί η επενδυτική δραστηριότητα. Θα πρέπει να τονιστεί ότι ενώ η λήψη αποφάσεων υπό συνθήκες βεβαιότητας είναι μία μάλλον θεωρητική κατάσταση η οποία εκφράζει μία απλοποιημένη εκδοχή της πραγματικότητας, η λήψη αποφάσεων υπό συνθήκες αβεβαιότητας είναι πολύ πιο ρεαλιστική με την έννοια ότι αποδίδει την πραγματικότητα. Η επιχειρούμενη προσπάθεια προσέγγισης της πραγματικότητας συνδέεται με την περιπλοκότητα της προσπάθειας ποσοτικοποίησης της οικονομικής και κοινωνικής εξέλιξης, γεγονός που καθιστά εξαιρετικά σύνθετη την κατάσταση.

Σύμφωνα λοιπόν με τα παραπάνω κάθε επένδυση περικλείει κάποιο βαθμό κινδύνου ο οποίος ποικίλλει ανάλογα με τη μορφή της. Συνεπώς, τα δύο χαρακτηριστικά των επενδύσεων είναι η απόδοση (return) και ο κίνδυνος (risk). Γι' αυτό, οι επενδυτές θα πρέπει να λαμβάνουν υπόψη τους και τις δύο αυτές μεταβλητές κατά την διαδικασία αξιολόγησης και επιλογής επενδύσεων. Στη συνέχεια θα αναλύσουμε τις δύο αυτές σημαντικές μεταβλητές.

2.2 ΑΠΟΔΟΣΗ

Η απόδοση που επιτυγχάνει ένας επενδυτής από την τοποθέτηση των κεφαλαίων του σε μία επένδυση όπως για παράδειγμα σε μετοχές ή ομόλογα, αποτελείται από δύο συστατικά μέρη. Το πρώτο ονομάζεται κέρδη ή ζημιές κεφαλαίου (Capital Gains or Losses) και προκύπτει από τη διαχρονική εξέλιξη της αξίας της επένδυσης. Η τιμή του μπορεί να είναι θετική, που σημαίνει κέρδη ή αρνητική που σημαίνει ζημιές. Συνεπώς όταν η τελική αξία της επένδυσης είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη της αρχικής της αξίας έχουμε αντίστοιχα θετική ή αρνητική τιμή των κερδών. Το δεύτερο συστατικό μέρος της απόδοσης ονομάζεται τρέχον εισόδημα το οποίο μπορεί να είναι είτε μερίσματα (π.χ. από μετοχές), είτε τόκοι (π.χ. από ομόλογα), είτε οποιοδήποτε άλλο εισόδημα το οποίο διανέμεται στους επενδυτές. Έτσι λοιπόν η απόδοση μιας επένδυσης και συγκεκριμένα η απόδοση μιας μετοχής i σε μία περίοδο t δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$R_{it} = \frac{(P_{it} - P_{it-1}) + D_{it}}{P_{it-1}} \quad (2.1)$$

όπου: R_{it} = Η απόδοση της μετοχής i σε μία περίοδο t .

P_{it} = Η τιμή της μετοχής στο τέλος της περιόδου t .

P_{it-1} = Η τιμή της μετοχής στην αρχή της περιόδου t .

D_{it} = Το μέρισμα που καταβλήθηκε εντός της περιόδου.

Για παράδειγμα έστω ότι ένας επενδυτής αγόρασε τη μετοχή E στην αρχή της περιόδου στη τιμή των 30€ ανά τεμάχιο. Στο τέλος της περιόδου η αξία της μετοχής έγινε 35€ ανά τεμάχιο. Έτσι ο επενδυτής αποφάσισε να την πωλήσει. Στο τέλος της περιόδου διανεμήθηκε μέρισμα ίσο με 1,36€ ανά μετοχή. Υποθέτοντας ότι το κόστος συναλλαγών είναι μηδενικό η

απόδοση της μετοχής E για τη συγκεκριμένη περίοδο είναι: $R_{it} = \frac{(35 - 30) + 1,36}{30} = 0,212$ ή

21,2%

2.3 ΚΙΝΔΥΝΟΣ

Μία πολύ σημαντική μεταβλητή που οφείλει να λαμβάνει υπόψη ο επενδυτής κατά τη διαδικασία λήψης επενδυτικών αποφάσεων είναι ο κίνδυνος. Ο κίνδυνος ενός περιουσιακού στοιχείου ορίζεται σε σχέση με την πιθανή μεταβλητότητα των μελλοντικών αποδόσεων του στοιχείου αυτού. Η τελική απόδοση της επένδυσης δεν μπορεί να προσδιοριστεί με απόλυτη ακρίβεια, αφού υπάρχουν πολλαπλά πιθανά αποτελέσματα. Ο επενδυτής φοβάται το

ενδεχόμενο η απόδοση που θα κερδίσει να είναι διαφορετική (μικρότερη) από αυτήν που προσδοκεί. Συνεπώς ο κίνδυνος μπορεί να οριστεί ως η απόκλιση της πραγματικής από την αναμενόμενη/ προσδοκώμενη απόδοση (expected return). Όσο μεγαλύτερη μεταβλητότητα παρουσιάζουν οι προβλεπόμενες μελλοντικές αποδόσεις τόσο μεγαλύτερος είναι ο κίνδυνος της επένδυσης. Ο βαθμός επικινδυνότητας κάθε επένδυσης, όπως είναι λογικό, ποικίλει. Κάποιες επενδύσεις όπως τα έντοκα γραμμάτια του δημοσίου (Treasury Bills) είναι λιγότερο επικίνδυνες σε σχέση με κάποιες άλλες όπως είναι οι μετοχές (Stocks). Ο κίνδυνος όμως μπορεί να οριστεί με μεγαλύτερη ακρίβεια, πράγμα που είναι ιδιαίτερα χρήσιμο. Ο ορισμός αυτός απαιτεί μία ανάπτυξη βήμα προς βήμα διαδικασία που θα αποτελέσει το περιεχόμενο της επόμενης παραγράφου.

2.4 ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΗ/ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΑΠΟΔΟΣΗ ΚΑΙ ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ.

Όπως αναφέραμε στην προηγούμενη παράγραφο ο κίνδυνος ενός περιουσιακού στοιχείου σχετίζεται με την πιθανή μεταβλητότητα των μελλοντικών αποδόσεων του στοιχείου αυτού και ότι όσο μεγαλύτερη μεταβλητότητα παρουσιάζουν οι προβλεπόμενες μελλοντικές αποδόσεις τόσο μεγαλύτερος είναι ο κίνδυνος της επένδυσης. Γενικότερα οι αναμενόμενες αποδόσεις μπορούν να εκφραστούν ως πιθανοτικές κατανομές μελλοντικών αποδόσεων (όσο περιορισμένο είναι το πλάτος των τιμών μιας κατανομής τόσο μικρότερος ο κίνδυνος της επένδυσης).

Για τις αρχικές μετρήσεις των αποδόσεων και του κινδύνου χρησιμοποιήθηκαν δύο μέτρα που αναπτύχθηκαν από την κατανομή πιθανοτήτων. Τα μέτρα αυτά είναι ο Μέσος (Mean) και η Τυπική Απόκλιση (Standard Deviation).

2.4.1 ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΑΠΟΔΟΣΗ (EXPECTED RETURN)

Έστω ότι ένας επενδυτής ενδιαφέρεται να αγοράσει μία μετοχή. Ένας έξυπνος επενδυτής πρέπει να εκτιμήσει την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο της μετοχής. Έτσι θα πρέπει:

- 1) Να εκτιμήσει και να κατηγοριοποιήσει τις πραγματικά παρατηρούμενες αποδόσεις από την επένδυση στην συγκεκριμένη μετοχή και
- 2) Να εκτιμήσει την πιθανότητα να συμβεί κάθε πιθανή απόδοση.

Με άλλα λόγια θα πρέπει να φτιάξουμε μία κατανομή πιθανότητας των πιθανών αποδόσεων από την επένδυση. Η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής είναι η πιο πιθανή

απόδοση και προκύπτει πολλαπλασιάζοντας κάθε πιθανή επένδυση με την πιθανότητα που έχει να συμβεί. Και στη συνέχεια αθροίζουμε τα γινόμενα. Σε μορφή εξίσωσης η αναμενόμενη απόδοση μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$E(R_i) = \sum_{i=1}^n P_i R_i$$

όπου: $E(R_i)$ = Η αναμενόμενη απόδοση.

R_i = Κάθε πιθανή απόδοση.

P_i = Η πιθανότητα να συμβεί κάθε πιθανή απόδοση.

2.4.2 ANAMENOMENOS KINΔYNOΣ (EXPECTED RISK)

Είδαμε προηγουμένως τον τρόπο με τον οποίο υπολογίζεται η αναμενόμενη απόδοση. Αυτό που απομένει είναι να συνδέσουμε την απόδοση αυτή με κάποιο μέτρο κινδύνου. Ο αναμενόμενος κίνδυνος μιας μετοχής βασίζεται στο βαθμό μεταβλητότητας των δυνατών αποδόσεων από τις αναμενόμενες αποδόσεις. Η καλύτερη στατιστική μέθοδος για να μετρήσουμε αυτή την μεταβλητότητα είναι η τυπική απόκλιση τετραγώνου (Standard Deviation), η οποία αποτελεί το βασικό μέτρο μέτρησης της διασποράς (Dispersion) μιας κατανομής πιθανότητας. Συμβολίζεται με το Ελληνικό γράμμα σ και ισούται με την τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης. Η σχέση που χρησιμοποιείται για υπολογισμούς είναι η ακόλουθη:

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{i=1}^n P_i [R_i - E(R_i)]^2} \quad , \quad \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^n P_i [R_i - E(R_i)]^2$$

όπου: σ_i = Η τυπική απόκλιση τετραγώνου της αναμενόμενης απόδοσης.

P_i = Η πιθανότητα να συμβεί κάθε πιθανή απόδοση.

R_i = Κάθε πιθανή απόδοση.

$E(R_i)$ = Η αναμενόμενη απόδοση.

Για να γίνουν κατανοητά όλα τα παραπάνω παραθέτουμε ένα αριθμητικό παράδειγμα. Στον πίνακα 2.1 παρουσιάζονται οι υπολογισμοί του μέσου και της τυπικής απόκλισης τετραγώνου των αποδόσεων για την υποθετική επιχείρηση Α.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.1

Υπολογισμός Μέσου και Τυπικής Απόκλισης Τετραγώνου για την
Επιχείρηση Α.

Κατάσταση της Οικονομίας	P_i	R_i	$P_i R_i$	$R_i - E(R_i)$	$[R_i - E(R_i)]^2$	$P_i [R_i - E(R_i)]^2$
Ύφεση	0,2	-0,20	-0,04	-0,40	0,1600	0,0320
Κανονική	0,5	0,18	0,09	0,02	0,0004	0,0002
Ανάκαμψη	0,3	0,50	0,15	0,30	0,0900	0,0270
			$E(R_i)=0,20$			$\sigma_i^2 = 0,0592$ $\sigma_i = 0,2433$

$$E(R_i) = \sum_{i=1}^n P_i R_i = 0,2(-0,20) + 0,5(0,18) + 0,3(0,50) = 0,20$$

$$\sigma_i^2 = \sum_{i=1}^n P_i [R_i - E(R_i)]^2 = 0,2(-0,40)^2 + 0,5(-0,02)^2 + 0,3(0,30)^2 = 0,0592$$

$$\sigma_i = 0,2433$$

Μέχρι το σημείο αυτό έχουμε ορίσει και αναπτύξει τις διαδικασίες υπολογισμού δύο παραμέτρων της κατανομής πιθανοτήτων των αναμενόμενων αποδόσεων, το μέσο και την τυπική απόκλιση τετραγώνων. Η γνώση αυτών των παραμέτρων είναι αρκετή για την επιλογή των χρεογράφων. Κάθε επενδυτής λοιπόν γνωρίζοντας την μέση πιθανή απόδοση και τον κίνδυνο κάθε χρεογράφου μπορεί να επιλέξει τα χρεόγραφα με τα επιθυμητά χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης. Η βασική αρχή του κριτηρίου Μέσου – Διακύμανσης είναι ότι τα άτομα προτιμούν υψηλότερη παρά χαμηλότερη απόδοση και λιγότερο από περισσότερο κίνδυνο. Το κριτήριο Μέσου – Διακύμανσης βασίζεται στη γενική διατύπωση ότι, κατά μέσο όρο, οι επενδυτές αποφεύγουν τον κίνδυνο. Έτσι ένας επενδυτής, μεταξύ διαφόρων επενδύσεων ίδιας απόδοσης, διαλέγει εκείνη με το μικρότερο κίνδυνο ή μεταξύ επενδύσεων ίσου κινδύνου διαλέγει εκείνη που φαίνεται να παρέχει μεγαλύτερη απόδοση. Δηλαδή η ανάληψη επιπλέον κινδύνου προϋποθέτει επιπλέον απόδοση, πράγμα που σημαίνει ότι η σχέση μεταξύ κινδύνου και απόδοσης είναι θετική.

2.5 Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ ΩΣ ΜΕΤΡΟ ΚΙΝΔΥΝΟΥ.

Συχνά, είναι αναγκαίο να συγκρίνουμε τις διάφορες εναλλακτικές επενδύσεις προκειμένου να αποφασίσουμε σε ποια από αυτές θα τοποθετηθούμε. Η αξιολόγηση των επενδύσεων είναι απλή αν αυτές έχουν τον ίδιο κίνδυνο ή την ίδια απόδοση. Όταν, όμως, πρέπει να συγκρίνουμε επενδύσεις με διαφορετικά επίπεδα απόδοσης και κινδύνου, η διαδικασία αξιολόγησης τους γίνεται αρκετά πολύπλοκη. Σε μία τέτοια περίπτωση χρειαζόμαστε ένα δείκτη που να λαμβάνει υπόψη και τις δύο αυτές μεταβλητές. Μία διαδικασία που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το σκοπό αυτό είναι η εξομάλυνση του κινδύνου ανά μονάδα απόδοσης. Πρόκειται για την έννοια του συντελεστή μεταβλητότητας (Coefficient of Variation – CV) που είναι ο λόγος της τυπικής απόκλισης (σ_i) προς τη μέση απόδοση $E(R_i)$.

$$CV_i = \frac{\sigma_i}{E(R_i)}$$

Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του Συντελεστή Μεταβλητότητας τόσο μεγαλύτερος είναι και ο κίνδυνος μιας επένδυσης. Για να γίνει κατανοητή η σημασία του παραθέτουμε το ακόλουθο παράδειγμα. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 2.2.

Έστω ότι έχουμε τρεις επενδύσεις Α, Β και Γ με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.2

Υπολογισμός Συντελεστή Μεταβλητότητας

Επενδύσεις	Αναμενόμενη Απόδοση	Τυπική Απόκλιση των Αποδόσεων	Συντελεστής Μεταβλητότητας CV_i
Α	0,12	0,10	0,83
Β	0,20	0,22	1,10
Γ	0,15	0,10	0,67

Η επένδυση Α έχει την ίδια τυπική απόκλιση με την επένδυση Γ αλλά μικρότερη αναμενόμενη απόδοση. Η επένδυση Β έχει αναμενόμενη απόδοση και τυπική απόκλιση μεγαλύτερες από την επένδυση Γ. Σύμφωνα με το κριτήριο του CV η επένδυση Γ έχει μικρότερο κίνδυνο από την επένδυση Α, η οποία έχει μικρότερο κίνδυνο από την επένδυση Β. Έτσι, παρόλο που η επένδυση Α έχει ίδια τυπική απόκλιση με την επένδυση Γ ο κίνδυνος ανά μονάδα απόδοσης είναι υψηλότερος. Η επένδυση Β έχει τον υψηλότερο κίνδυνο ανά μονάδα

αναμενόμενης απόδοσης. Στην περίπτωση, λοιπόν, που η τυπική απόκλιση πρόκειται να χρησιμοποιηθεί ως μέτρο του κινδύνου μεμονωμένων επενδύσεων, δηλαδή επενδύσεων που εξετάζονται ξεχωριστά, πρέπει να εφαρμόζεται η εξομάλυνση που επιτυγχάνεται διαιρώντας το μέτρο αυτό με τη μέση απόδοση και που προσδιορίζει το Συντελεστή Μεταβλητότητας.

2.6 ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΜΕΤΟΧΩΝ (PORTFOLIO OF SECURITIES)

Από την προηγούμενη παράγραφο έγινε κατανοητό ότι η μέση απόκλιση τετραγώνου δεν αποτελεί πλήρες μέτρο κινδύνου, αφού το μέτρο αυτό χρειάζεται να εξομαλυνθεί ανά μονάδα απόδοσης. Επιπλέον θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι τα περιουσιακά στοιχεία ή οι επενδύσεις δεν είναι μεμονωμένα αλλά διατηρούνται μαζί με άλλα περιουσιακά στοιχεία ή επενδύσεις. Έτσι η επικινδυνότητα ενός περιουσιακού στοιχείου μπορεί να επηρεαστεί από την αλληλεπίδραση της διάρθρωσης των αποδόσεων του με εκείνες των αποδόσεων των άλλων περιουσιακών στοιχείων. Το γεγονός αυτό μας οδηγεί στη θεώρηση του κινδύνου ενός Χαρτοφυλακίου Επενδύσεων.

Με τον όρο Χαρτοφυλάκιο Μετοχών εννοούμε ένα σύνολο συστηματικά επιλεγμένων μετοχών, που έχουν συγκεκριμένα και επιθυμητά χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης. Στα πλαίσια του χαρτοφυλακίου είναι δυνατός ο συμψηφισμός ευνοϊκών και δυσμενών (απρόβλεπτων) εξελίξεων που επηρεάζουν τις επενδύσεις σε μετοχές. Μέσω των συμψηφισμών αυτών, μπορεί να περιοριστεί ο συνολικός κίνδυνος.

Ο συνολικός κίνδυνος (total risk) μιας επένδυσης περιλαμβάνει δύο μέρη:

- Τον Κίνδυνο της Αγοράς ή Συστηματικό Κίνδυνο (Market or Systematic Risk). Συμβολίζεται με το γράμμα (β) και αναφέρεται συχνά ως Συντελεστής Βήτα.
- Τον Ειδικό ή Μη Συστηματικό ή Διαφοροποιησιμο Κίνδυνο (Specific or Un systematic or Diversifiable Risk).

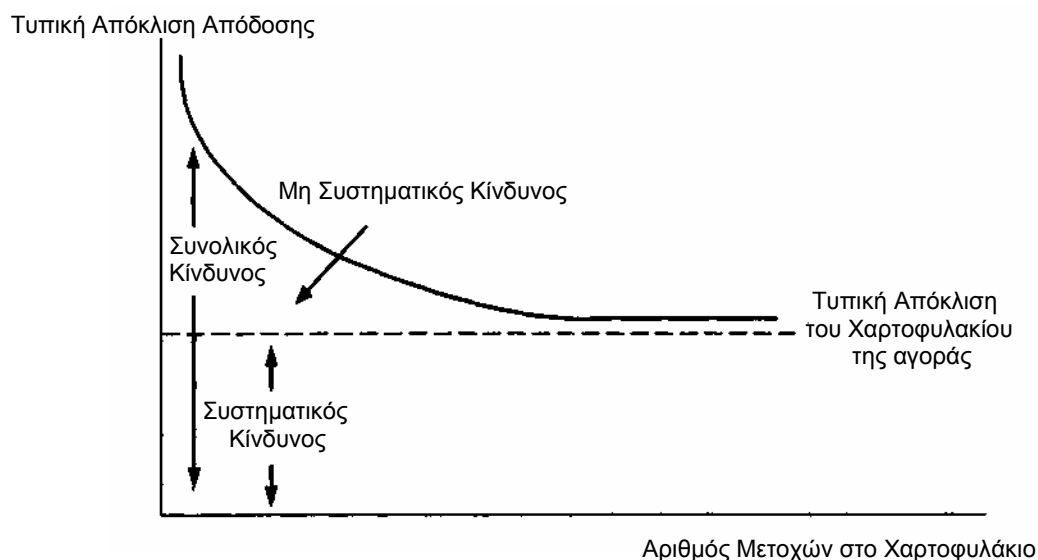
Ο Συστηματικός Κίνδυνος ταυτίζεται με την φύση της επένδυσης και δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί. Οφείλεται στη γενικότερη κατάσταση της αγοράς. Για παράδειγμα ο Συστηματικός Κίνδυνος μιας επένδυσης σε μετοχές προκαλείται από τη συμμετοχή στη χρηματιστηριακή αγορά και οφείλεται σε παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν το σύνολο της χρηματιστηριακής αγοράς. Τέτοιοι παράγοντες είναι π.χ. πολιτικοί, οικονομικοί, κοινωνικοί κ.λ.π. Πρέπει να τονισθεί ότι η αγορά ανταμείβει τον επενδυτή για το Συστηματικό Κίνδυνο που δέχεται να αναλάβει δίνοντάς του μία επιπλέον απόδοση (όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο). Η επιπλέον αυτή απόδοση λειτουργεί ως κίνητρο για τον

επενδυτή προκειμένου να αποσύρει το κεφάλαιό του από μία επένδυση με ελάχιστο κίνδυνο αλλά με μικρότερη απόδοση.

Ο Ειδικός Κίνδυνος μιας επένδυσης οφείλεται στις ειδικές συνθήκες της κάθε επιχείρησης. Σχετίζεται με διάφορα γεγονότα όπως μία απεργία, την αποτυχία ενός επενδυτικού σχεδίου, αποτελεσματικό ή μη αποτελεσματικό Marketing, τεχνολογικές καινοτομίες, καλές ή άσχημες εργασιακές σχέσεις κ.τ.λ. Για να μειωθεί ή ουσιαστικά να εξαλειφθεί ο Ειδικός Κίνδυνος ο επενδυτής θα πρέπει να δημιουργήσει ένα καλά δομημένο χαρτοφυλάκιο με διάφορες μετοχές, οι οποίες δεν θα παρουσιάζουν θετική συσχέτιση. Έτσι οι αρνητικές επιδόσεις μιας μετοχής αντισταθμίζονται από τις θετικές επιδόσεις μιας άλλης. Μελέτες έχουν δείξει ότι ένα χαρτοφυλάκιο που περιλαμβάνει 15 – 20 μετοχές τυχαία επιλεγμένες είναι ικανό να εξαλείψει το 80% του Μη Συστηματικού Κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Η εισαγωγή περισσότερων μετοχών στο χαρτοφυλάκιο δε μειώνει περαιτέρω τον ειδικό κίνδυνο.

Το διάγραμμα 2.1 απεικονίζει τη μεταβολή του συνολικού κινδύνου σε σχέση με τον αριθμό των αξιογράφων.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.1
ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΣ ΚΑΙ ΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ



Από το παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι ο Συστηματικός Κίνδυνος παραμένει σταθερός ανεξάρτητα από τον αριθμό των μετοχών που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο. Αντίθετα ο Μη Συστηματικός Κίνδυνος μειώνεται όσο αυξάνεται ο αριθμός των μετοχών. Περαιτέρω αύξηση του αριθμού των μετοχών δεν οδηγεί σε μείωση του Συνολικού Κινδύνου.

2.6.1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ (EFFICIENT PORTFOLIOS)

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου εξαρτάται από τους ακόλουθους παράγοντες:

- 1) Την τυπική απόκλιση κάθε χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο.
- 2) Από την συσχέτιση ανάμεσα σε κάθε συνδυασμό χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο.
- 3) Το ποσοστό των κεφαλαίων που επενδύονται σε κάθε χρεόγραφο.

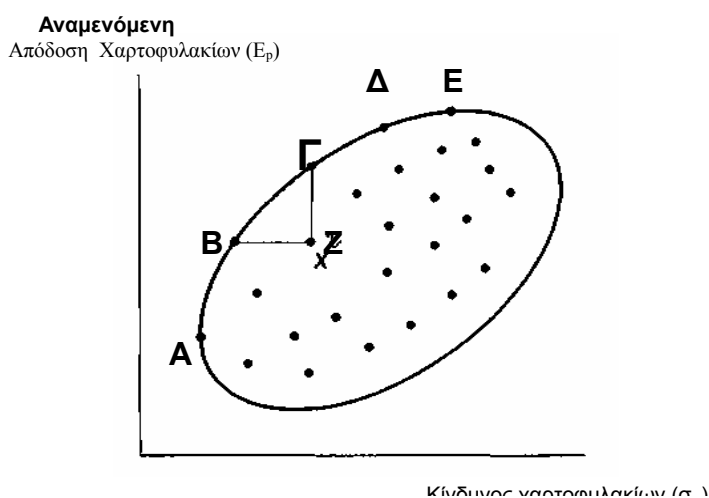
Οι επενδυτές δεν επιθυμούν να αναλάβουν περισσότερο κίνδυνο εκτός και αν υπάρχει η προσδοκία υψηλότερης απόδοσης. Με την ίδια λογική, για ένα δοσμένο επίπεδο απόδοσης αναζητούν χαρτοφυλάκια τα οποία θα ελαχιστοποιήσουν τον κίνδυνο. Κατά τον Markowitz τα χαρτοφυλάκια μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο κατηγορίες:

- 1) Σε Αποτελεσματικά Χαρτοφυλάκια και 2) σε Μη Αποτελεσματικά Χαρτοφυλάκια.

Τα Αποτελεσματικά Χαρτοφυλάκια είναι εκείνα τα οποία παρέχουν την υψηλότερη απόδοση για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου ή εναλλακτικά ελαχιστοποιούν τον κίνδυνο για ένα δεδομένο επίπεδο απόδοσης. Στο διάγραμμα 2.2 η κυκλωμένη περιοχή αντιπροσωπεύει όλα τα πιθανά χαρτοφυλάκια των διαφορετικών συνδυασμών κινδύνου και απόδοσης. Κάθε τελεία αντιπροσωπεύει την απόδοση και τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.2

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ



Το χαρτοφυλάκιο Z είναι κατώτερο του χαρτοφυλακίου Γ επειδή και τα δύο χαρτοφυλάκια Z και Γ είναι του ίδιου επιπέδου κινδύνου και ακόμη το χαρτοφυλάκιο Z λαμβάνει λιγότερη αναμενόμενη απόδοση. Επίσης το χαρτοφυλάκιο Z είναι κατώτερο του B επειδή και τα δύο χαρτοφυλάκια Z και B λαμβάνουν την ίδια αναμενόμενη απόδοση και ακόμη το χαρτοφυλάκιο Z επιφέρει υψηλότερο κίνδυνο. Τα χαρτοφυλάκια B και Γ κυριαρχούν επί του Z και γι' αυτό είναι ένα μη αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο. Από την άλλη πλευρά τα χαρτοφυλάκια A, B, Γ, Δ, E είναι αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Είναι αποτελεσματικά επειδή παρέχουν την υψηλότερη απόδοση για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου ή επιβάλλουν τον ελάχιστο κίνδυνο για ένα δεδομένο επίπεδο απόδοσης. Η γραμμή των επενδυτικών ευκαιριών ΑΒΓΔΕ καλείται Αποτελεσματικό Σύνορο. Κάθε χαρτοφυλάκιο δεξιά του αποτελεσματικού συνόρου και μέσα στην κυκλωμένη περιοχή είναι κατώτερο των χαρτοφυλακίων πάνω στο αποτελεσματικό σύνορο και γι' αυτό είναι Μη Αποτελεσματικό.

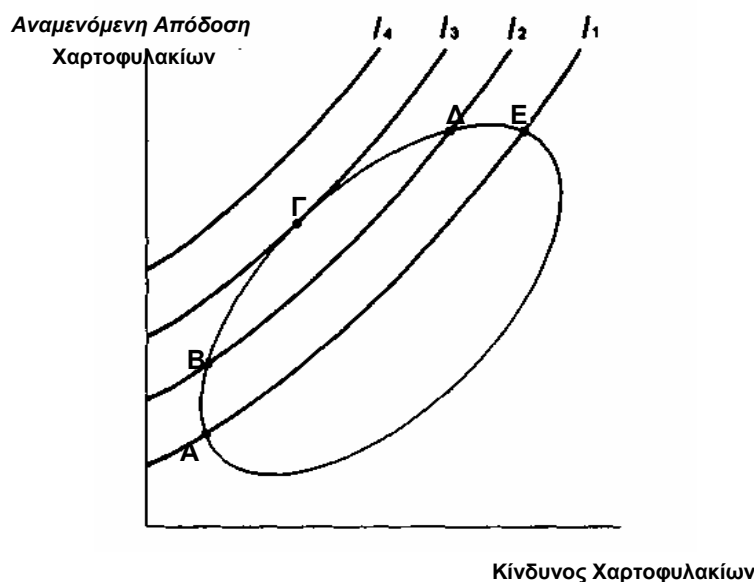
2.6.2 ΣΤΑΣΗ ΤΩΝ ΕΠΕΝΔΥΤΩΝ ΑΠΕΝΑΝΤΙ ΣΤΟΝ ΚΙΝΔΥΝΟ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΑΠΟΔΟΣΗ.

Οι επενδυτές διαφέρουν στην χρηματοοικονομική τους ικανότητα όπως επίσης και στη στάση τους ως προς την ποσότητα του κινδύνου που επιθυμούν να αναλάβουν σε αναζήτηση υψηλότερης απόδοσης. Έτσι έχει επικρατήσει ο διαχωρισμός των επενδυτών σε τρεις κατηγορίες, τους ουδέτερους (risk neutrals), τους συντηρητικούς (risk averters) και τους ρισοκίνδυνους (risk lovers). Οι ουδέτεροι ως προς τον κίνδυνο επενδυτές αναλαμβάνουν επιπλέον κινδύνους μόνο αν αναμένουν ανάλογα πρόσθετα οφέλη. Οι συντηρητικοί επενδυτές αναλαμβάνουν επιπλέον κίνδυνο μόνο αν η αντίστοιχη πρόσθετη απόδοση είναι πολύ σημαντική. Τέλος οι ρισοκίνδυνοι επενδυτές είναι διατεθειμένοι να επενδύσουν σε μετοχές υψηλού κινδύνου αρκεί να υπάρχει μία μικρή πιθανότητα σημαντικού κέρδους.

2.6.3 ΕΠΙΛΟΓΗ ΑΡΙΣΤΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Προηγουμένως δείξαμε το αποτελεσματικό σύνορο και τα χαρτοφυλάκια τα οποία αντιπροσωπεύουν τα καλύτερα διαθέσιμα χαρτοφυλάκια, όπως επίσης και τη στάση των επενδυτών προς το αντιστάθμισμα ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο. Οπλισμένοι με αυτές τις πληροφορίες, μπορούμε τώρα να αποφασίσουμε πιο από τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια είναι το άριστο χαρτοφυλάκιο για έναν επενδυτή.

Όπως φαίνεται στο διάγραμμα 2.3 το άριστο χαρτοφυλάκιο για κάποιον επενδυτή είναι το χαρτοφυλάκιο στο οποίο η καμπύλη αδιαφορίας εφάπτεται στο αποτελεσματικό σύνορο. Το άριστο χαρτοφυλάκιο για τον επενδυτή Β είναι το χαρτοφυλάκιο Γ. Τα χαρτοφυλάκια Β και Δ είναι πάνω στην καμπύλη αδιαφορίας I_2 και τα χαρτοφυλάκια Α και Ε είναι πάνω στην I_1 . Το χαρτοφυλάκιο Γ είναι πάνω στην I_3 παρέχοντας το υψηλότερο επίπεδο πιθανής ικανοποίησης στον επενδυτή Β.

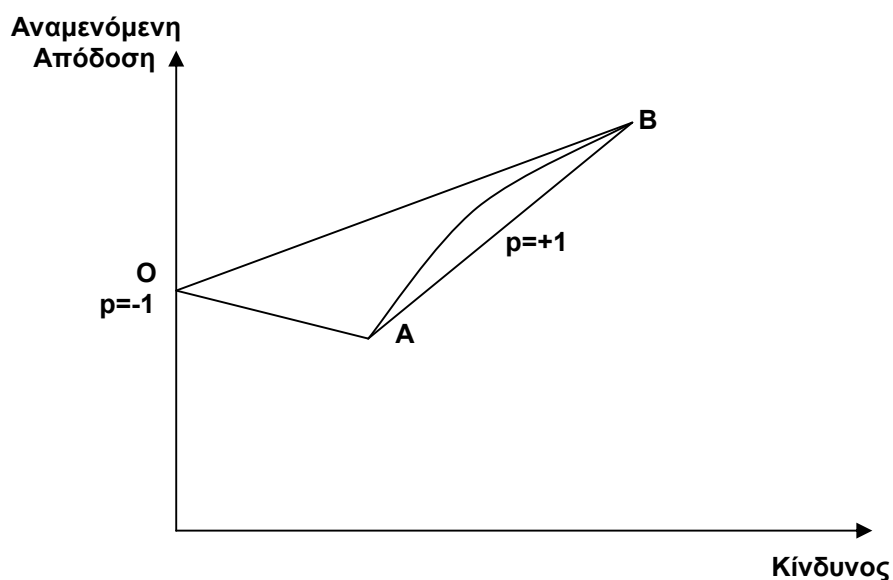


2.6.4 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ. ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ ΤΙΤΛΩΝ ΓΙΑ ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ.

Ο βαθμός συσχέτισης των τίτλων που έχουν επιλεγεί καθορίζει κατά πόσο θα μειωθεί ο κίνδυνος του επενδυτή στα πλαίσια ενός χαρτοφυλακίου. Όσο μικρότερη είναι η συσχέτιση αυτή τόσο μεγαλύτερη είναι η μείωση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου και αντίστροφα.

Στην περίπτωση που έχουμε τέλεια θετική συσχέτιση $\rho = +1$ τότε ο κίνδυνος δεν μειώνεται από την σύνθεση του χαρτοφυλακίου. Όλα τα πιθανά χαρτοφυλάκια έχουν συνδυασμούς κινδύνων – απόδοσης που τοποθετούνται σε μία ευθεία γραμμή μεταξύ των σημείων Α και Β του διαγράμματος 2.4. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι $\rho = -1$ συνεπάγεται ότι κατά τη διαδρομή της μεταβολής των αναλογιών συμμετοχής των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο υπάρχει μία και μοναδική αναλογία που καθιστά το χαρτοφυλάκιο άνευ κινδύνου ($\sigma = 0$), παρότι οι επιμέρους μετοχές φέρουν κίνδυνο. Το

αποτέλεσμα αυτό προκύπτει από την απόλυτη αντίθετη κίνηση της απόδοσης των μετοχών, έτσι ώστε τα κέρδη της μιας εξισορροπούνται από τις ζημιές της άλλης ανάλογα με το ποσοστό συμμετοχής τους στο χαρτοφυλάκιο. Όλα τα πιθανά χαρτοφυλάκια ευρίσκονται στην περιοχή AOB του σχήματος 2.4



2.7 ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΕΝΟΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ.

Αναμενόμενη Απόδοση

Ο υπολογισμός της αναμενόμενης απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου είναι σχετικά απλός. Η σχέση για τον υπολογισμό της είναι:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i)$$

όπου: $E(R_p)$ = Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.

w_i = Το ποσοστό συμμετοχής του χρεογράφου i στο συνολικό χαρτοφυλάκιο.

$E(R_i)$ = Η αναμενόμενη απόδοση του χρεογράφου i .

N = Ο συνολικός αριθμός των χρεογράφων σε ένα χαρτοφυλάκιο.

Για παράδειγμα ο επενδυτής A έχει ένα χαρτοφυλάκιο με 3 μετοχές. Η σύνθεση του χαρτοφυλακίου έχει ως εξής:

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.3

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Μετοχές	Τιμή ανά Μετοχή	Αγορασμένα Κομμάτια	Αξία	Ποσοστό Συμμετοχής	Αναμενόμενη Απόδοση
A	15€	200	3000€	30%	10%
B	30€	100	3000€	30%	15%
Γ	40€	100	4000€	40%	20%
			10000€	100%	

Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) = 0,3 * 10\% + 0,3 * 15\% + 0,4 * 20\% = 15,5\%$$

Με άλλα λόγια, η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι ο σταθμισμένος μέσος των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου.

Αναμενόμενος Κίνδυνος Ενός Χαρτοφυλακίου

Ο υπολογισμός του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου δεν μπορεί να γίνει με βάση τον σταθμισμένο μέσο (όπως προηγουμένως) των κινδύνων των επιμέρους χρεογράφων του χαρτοφυλακίου. Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου είναι συνήθως λιγότερος από το σταθμισμένο μέσο των κινδύνων των επιμέρους χρεογράφων του χαρτοφυλακίου. Η εξήγηση προκύπτει από το γεγονός ότι ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου, η τυπική απόκλιση της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου δεν εξαρτάται μόνο από τους κινδύνους των επιμέρους χρεογράφων, αλλά επίσης από την συνδιακύμανση ή τις σχέσεις μεταξύ των αποδόσεων των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο.

Γι' αυτό ο Markowitz δήλωσε ότι η τυπική απόκλιση ενός χαρτοφυλακίου προσδιορίζεται από:

- Την τυπική απόκλιση κάθε χρεογράφου.
- Την συσχέτιση ανάμεσα σε κάθε ζεύγος χρεογράφων και φυσικά
- Την ποσότητα που επενδύεται σε κάθε χρεόγραφο.

Η σχέση για τον υπολογισμό του κινδύνου του χαρτοφυλακίου δύο χρεογράφων A και B είναι:

$$\sigma_p = \sqrt{w_a^2 \sigma_a^2 + w_b^2 \sigma_b^2 + 2w_a w_b \text{cov}_{ab}}$$

όπου: σ_p = Η τυπική απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου.

w_a = Ποσοστό του χρεογράφου Α που επενδύεται στο χαρτοφυλάκιο.

w_b = Ποσοστό του χρεογράφου Β που επενδύεται στο χαρτοφυλάκιο.

σ_α = Η τυπική απόκλιση του χρεογράφου Α.

σ_β = Η τυπική απόκλιση του χρεογράφου Β.

$\text{cov}_{\alpha\beta}$ = Η συνδιακύμανση ανάμεσα στα χρεόγραφα Α και Β.

Η συνδιακύμανση ανάμεσα στις αποδόσεις των δύο χρεογράφων σχετίζεται με το συντελεστή συσχέτισης ανάμεσα στα δύο χρεόγραφα με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\text{cov}_{\alpha\beta} = P_{\alpha\beta} \sigma_\alpha \sigma_\beta$$

όπου $P_{\alpha\beta}$ συμβολίζει τον συντελεστή συσχέτισης ανάμεσα στα χρεόγραφα Α και Β. Η σχέση για τον υπολογισμό του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου δύο χρεογράφων μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\sigma_p = \sqrt{w_a^2 \sigma_\alpha^2 + w_b^2 \sigma_\beta^2 + 2w_a w_b (P_{\alpha\beta} \sigma_\alpha \sigma_\beta)}$$

Εάν το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από τρία χρεόγραφα η σχέση για τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$\sigma_p = \sqrt{w_a^2 \sigma_\alpha^2 + w_b^2 \sigma_\beta^2 + w_\gamma^2 \sigma_\gamma^2 + 2w_a w_b (P_{\alpha\beta} \sigma_\alpha \sigma_\beta) + 2w_a w_\gamma (P_{\alpha\gamma} \sigma_\alpha \sigma_\gamma) + 2w_b w_\gamma (P_{\beta\gamma} \sigma_\beta \sigma_\gamma)}$$

Για Ν χρεόγραφα μέσα σε ένα χαρτοφυλάκιο, η σχέση για τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^N w_i w_j (P_{ij} \sigma_{i\alpha} \sigma_{j\beta})}$$

Έστω τώρα ότι για το χαρτοφυλάκιο του επενδυτή Α έχουμε τις ακόλουθες πληροφορίες:

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.4
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Μετοχές Στο Χαρτοφυλάκιο	Ποσοστά	Αναμενόμενη Απόδοση	Τυπική Απόκλιση Για Κάθε Μετοχή (Risk)	Συντελεστής Συσχέτισης
A	30%	10%	12%	$P_{\alpha\beta} = 0,5$
B	30%	15%	20%	$P_{\alpha\gamma} = 0,7$
Γ	40%	20%	30%	$P_{\beta\gamma} = 0,9$

Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου του επενδυτή A, όπως υπολογίστηκε πριν είναι:

$$E(R_p) = 15,5\%$$

Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου του επενδυτή A μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sqrt{(0,3)^2(12)^2 + (0,3)^2(20)^2 + (0,4)^2(30)^2 + 2(0,3)(0,3)((0,5)(12)(20)) +} \\ &\quad + 2(0,3)(0,4)((0,7)(12)(30)) + 2(0,3)(0,4)((0,9)(20)(30))} \\ &= \sqrt{12,96 + 36 + 144 + 21,6 + 66,48 + 129,6} = \sqrt{404,64} = 20,11. \end{aligned}$$

Από τον υπολογισμό προκύπτει ότι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου όπως μετρήθηκε με βάση την τυπική απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου είναι 20,11(%)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΜΕΤΡΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ: ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥΧΙΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (CAPM, CAPITAL ASSET PRICING MODEL), ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΓΟΡΑΣ (MARKET MODEL).

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ένα από τα μεγαλύτερα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι αναλυτές ανά τον κόσμο είναι η πρόβλεψη της τιμής μιας μετοχής και ευρύτερα της τάσης που θα ακολουθήσει αλλά κυρίως της εύρεσης του βαθμού συσχέτισης, της απόδοσης της μετοχής με τον συστηματικό και τον μη συστηματικό κίνδυνο της μετοχής, αλλά και του χαρτοφυλακίου. Για την εκτίμηση όλων όσων αναφέραμε δημιουργήθηκαν ορισμένα μοντέλα προβλέψεων.

Το πρώτο υπόδειγμα το οποίο όρισε τον κίνδυνο στα πλαίσια της ανάλυσης του χαρτοφυλακίου ανεπτύχθη από τον Markowitz (1952), όπως ήδη αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Σύμφωνα με τον Markowitz οι επενδυτές υπολογίζουν την καμπύλη αποτελεσματικών συνδυασμών (efficient frontier) από όλους τους δυνατούς συνδυασμούς κινδύνου – απόδοσης. Ως γνωστόν η καμπύλη αυτή περιλαμβάνει όλα τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια (efficient portfolios) τα οποία ορίζονται ως εκείνα τα οποία παρέχουν την υψηλότερη απόδοση για δεδομένο επίπεδο κινδύνου. Σύμφωνα με τον Markowitz η επιλογή του τελικού αρίστου χαρτοφυλακίου (optimum portfolio) εξαρτάται από τις προτιμήσεις του κάθε επενδυτή αναφορικά με την σχέση κινδύνου – απόδοση.

Ωστόσο η ακριβής εφαρμογή των θεωριών του Markowitz ήταν αρκετά δύσκολη. Για να προσδιορισθεί το αποτελεσματικό σύνολο των χαρτοφυλακίων απαιτείται η εκτίμηση των αποδόσεων και του κινδύνου των αποδόσεων (τυπική απόκλιση) για κάθε επενδυτή. Επιπλέον απαιτείται η εκτίμηση του συντελεστή συσχέτισης για κάθε ζεύγος επενδύσεων. Για ένα λοιπόν χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από N επενδύσεις απαιτούνται N αποδόσεις,

$\frac{N^2 - N}{2}$ συντελεστές συσχέτισης και συνολικά $\frac{N(N + 3)}{2}$ στοιχεία.

Ο τεράστιος αριθμός πράξεων που απαιτείται για την εκτίμηση του υποδείγματος, οδήγησαν τον Markowitz να προτείνει την εξής υπόθεση: Οι αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων τα οποία βρίσκονται διαθέσιμα για επιλογή συσχετίζονται μεταξύ τους μόνον μέσα από την εξάρτησή τους ως προς το χαρτοφυλάκιο της αγοράς (Market Portfolio). Ο Sharpe υιοθέτησε την υπόθεση αυτή και μαζί με τον Lintner (1960) ανέπτυξαν το Υπόδειγμα

Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Στοιχείων και αργότερα με τους Lintner(1965), Mossin (1966) και Sharpe (1963, 1964) ανέπτυξαν το Υπόδειγμα Αγοράς (Market Model).

Η υπόθεση αυτή έχει ως αποτέλεσμα την δραστική μείωση των απαιτούμενων υπολογισμών στον βαθμό που οι απαιτήσεις για τον υπολογισμό των συντελεστών συσχέτισης μεταξύ των διαφόρων περιουσιακών στοιχείων εξαλείφονται. Έτσι ειδικότερα για την εφαρμογή του Υποδείματος Αγοράς απαιτείται η εκτίμηση μόνον $3N + 2$ στοιχείων.

3.2 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥΧΙΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (CAPITAL ASSET PRICING MODEL).

Το πρώτο Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων δημιουργήθηκε από τον William F. Sharpe (1964) και τον John Lintner (1965). Το θεωρητικό αυτό υπόδειγμα είναι μία σχέση ισορροπίας μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου μιας μετοχής ή ενός χαρτοφυλακίου. Ο κίνδυνος αυτός μετριέται με το συντελεστή βήτα και δείχνει το ποσοστό μεταβολής των αποδόσεων της μετοχής ή του χαρτοφυλακίου σε σχέση με τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς, δηλαδή μετρά εκείνο τον κίνδυνο του αξιολογούμενου που δεν εξουδετερώνεται από το αποτέλεσμα της διαφοροποίησης. Ένα σημαντικό πλεονέκτημα αυτού του μοντέλου έγκειται στο γεγονός ότι λαμβάνει την αβεβαιότητα άμεσα υπόψη του και μας επιτρέπει να μελετήσουμε τη διπλή επιρροή της αποδοτικότητας και του κινδύνου επάνω στην αξία των μετοχών των εταιριών.

Μία αδυναμία του μοντέλου είναι το γεγονός ότι στηρίζεται πάνω σε πολύ περιοριστικές υποθέσεις. Οι υποθέσεις στις οποίες στηρίζεται το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων είναι οι εξής:

- 1) Όλοι οι επενδυτές είναι αποτελεσματικοί επενδυτές κατά Markowitz οι οποίοι θέλουν να είναι κάπου πάνω στο αποτελεσματικό σύνορο. Δηλαδή, στόχος κάθε επενδυτή είναι η μεγιστοποίηση του πλούτου του, οι επενδυτές επιλέγουν τα χαρτοφυλάκιά τους με βάση την απόδοση αλλά και τον κίνδυνο που αναλογεί στον καθένα και όλοι οι επενδυτές έχουν τους ίδιους στόχους ως προς την απόδοση και τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, που είναι η μεγιστοποίηση της απόδοσης και ελαχιστοποίηση του κινδύνου.
- 2) Είναι δυνατόν για τους επενδυτές να δανείζονται ή να δανείζουν οποιοδήποτε ποσό χρημάτων με ένα σταθερό επιτόκιο, το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο ή επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (Risk Free Rate of Return, RFR).

- 3) Όλοι οι επενδυτές έχουν ομοιογενείς προσδοκίες (Homogeneous Expectations) και κατά συνέπεια προβαίνουν στις ίδιες εκτιμήσεις αναμενόμενων αποδόσεων, τυπικών αποκλίσεων και συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων των τίτλων.
- 4) Όλοι οι επενδυτές έχουν τον ίδιο επενδυτικό ορίζοντα. Έχουν ως χρονικό ορίζοντα μία και μόνη περίοδο διακράτησης των τίτλων (π.χ. 1 μήνα, 6 μηνών, 1 χρόνου κ.τ.λ.)
- 5) Οι χρηματοπιστωτικοί τίτλοι είναι τέλεια διααιρετοί που σημαίνει ότι ο επενδυτής μπορεί να πουλήσει ή να αγοράσει οποιοδήποτε κλάσμα ενός τίτλου.
- 6) Δεν υπάρχουν φόροι ή κόστη συναλλαγών που να περιλαμβάνονται στην αγορά ή πώληση τίτλων.
- 7) Δεν υπάρχει πληθωρισμός.
- 8) Όλες οι υπάρχουσες πληροφορίες περιέρχονται σε γνώση όλων των επενδυτών αμέσως και χωρίς κόστος. Δεν υπάρχουν τριβές που εμποδίζουν τις συναλλαγές.

Όλες αυτές οι υποθέσεις αποτελούν σαφείς παρεκκλίσεις από τις πραγματικές συνθήκες που επικρατούν στην οικονομία. Θα μπορούσε κανείς να ισχυρισθεί ότι αφού το υπόδειγμα στηρίζεται σε αυτές τις υποθέσεις δεν είναι αξιόπιστο και χρήσιμο. Όμως πολλές από αυτές τις υποθέσεις μπορούν να χαλαρώσουν με πολύ μικρή συνέπεια στο μοντέλο και κύρια αλλαγή στην κύρια σημασία του και στα συμπεράσματα. Επιπλέον μία θεωρία δεν πρέπει ποτέ να κρίνεται πάνω στη βάση των υποθέσεων που περιλαμβάνει, αλλά πάνω στο πόσο καλά εξηγεί και μας βοηθάει να προβλέψουμε καταστάσεις στον πραγματικό κόσμο.

Με βάση λοιπόν αυτές τις υποθέσεις το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων μπορεί να εκφραστεί με τον ακόλουθο μαθηματικό τύπο:

$$E(R_i) = R_f + (E(R_m) - R_f)\beta_{im}$$

όπου: $E(R_i)$ = Η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου i .

R_f = Η απόδοση του αξιογράφου μηδενικού κινδύνου.

$E(R_m)$ = Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

β_{im} = Ο συντελεστής βήτα, ο δείκτης σχετικού κινδύνου του χρεογράφου i ως προς την αγορά (Συστηματικός Κίνδυνος). Δείχνει την ποσοστιαία οριακή συμβολή του χρεογράφου i στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

$E(R_m) - R_f$ = Συμβολίζει το πριμ κινδύνου. Δηλαδή την επιπλέον απόδοση από το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου R_f που απαιτούν οι επενδυτές για να επενδύσουν στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς.

Πριν προχωρήσουμε στην περαιτέρω ανάλυση του ΥΑΚΣ, κρίνουμε σκόπιμο να αναφερθούμε σε δύο πολύ βασικές έννοιες του υποδείγματος. Οι έννοιες αυτές είναι το Αξιογράφο Μηδενικού Κινδύνου (Risk Free Security) και το Χαρτοφυλάκιο της Αγοράς.

Με τον όρο αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου εννοούμε εκείνο το αξιόγραφο του οποίου η απόδοση είναι γνωστή με βεβαιότητα για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Ως αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου συνήθως χρησιμοποιούμε έντοκα γραμμάτια του δημοσίου ή κρατικές ομολογίες. Η απόδοση αυτών των αξιογράφων ονομάζεται απόδοση μηδενικού κινδύνου και συμβολίζεται με R_f .

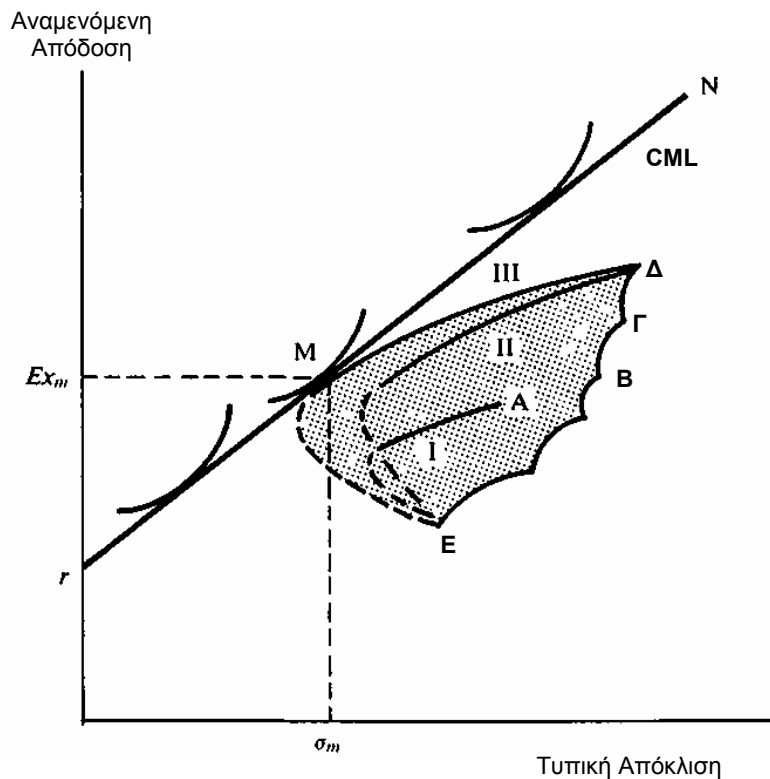
Το Χαρτοφυλάκιο της Αγοράς (Market Portfolio) που θα συμβολίζεται με (M) περιλαμβάνει όλους τους επικίνδυνους τίτλους που κυκλοφορούν στην αγορά (όλων των εταιριών που είναι εισηγμένες στο χρηματιστήριο). Επειδή το χαρτοφυλάκιο της αγοράς περιλαμβάνει όλους τους επικίνδυνους τίτλους είναι τέλεια διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο. Εξαιτίας αυτού όλος ο μη συστηματικός κίνδυνος (ειδικός κίνδυνος) των επιμέρους περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου εξουδετερώνεται στο χαρτοφυλάκιο M της αγοράς. Ο κίνδυνος ενός περιουσιακού στοιχείου αντισταθμίζεται από την μεταβλητότητα των άλλων περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου. Ο μοναδικός κίνδυνος που παραμένει στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι ο συστηματικός κίνδυνος (Systematic Risk) που προκαλείται από μακροοικονομικούς παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν όλα τα επικίνδυνα περιουσιακά στοιχεία. Αυτός ο συστηματικός κίνδυνος μετριέται από την τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Μπορεί να αλλάζει κατά τη διάρκεια του χρόνου εάν υπάρχει αλλαγή στους μακροοικονομικούς παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν όλα τα επικίνδυνα περιουσιακά στοιχεία.

Όλοι οι επενδυτές θέλουν να επενδύσουν σε αυτό το χαρτοφυλάκιο επικίνδυνων τίτλων. Όλοι οι επικίνδυνοι τίτλοι πρέπει να είναι σε αυτό το χαρτοφυλάκιο. Εάν ένας επικίνδυνος τίτλος δεν είναι μέσα σε αυτό δεν θα έχει καθόλου ζήτηση και γι' αυτό καθόλου αξία. Επειδή η αγορά είναι σε ισορροπία, όλοι οι τίτλοι περιλαμβάνονται σε αυτό το χαρτοφυλάκιο σε αναλογία της αγοραίας αξίας τους. Εάν για παράδειγμα υπάρχει υψηλότερη αναλογία ενός τίτλου από ότι δικαιολογείται από την αξία του, η επιπλέον ζήτηση γι' αυτόν τον τίτλο θα προκαλέσει αύξηση στην τιμή του μέχρι η αξία του να γίνει συνεπής με την αναλογία. Επειδή το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι τεράστιο σε μέγεθος στην περίπτωση των μετοχών χρησιμοποιείται ο Γενικός Δείκτης του Χρηματιστηρίου.

3.2.1 Η ΓΡΑΜΜΗ ΑΓΟΡΑΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ (CAPITAL MARKET LINE)

Στις υποθέσεις του ΥΑΚΣ αναφέρουμε ότι ένας επενδυτής μπορεί να δανείσει ή να δανειστεί (lend or borrow) στο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (riskless rate of interest) R_f . Αυτή η επιλογή, η οποία παρουσιάζεται στο διάγραμμα 3.1 με την Γραμμή Αγοράς Κεφαλαίου (CML) δηλώνεται ως $R_f N$, ανέρχεται από το επιτόκιο R_f πάνω στον κάθετο άξονα και είναι εφαπτόμενη στην καμπύλη αδιαφορίας στο σημείο M, εκθέτει όλους τους εναλλακτικούς συνδυασμούς του χαρτοφυλακίου κινδύνου M που μπορεί να κάνει κάποιος επενδυτής με το να δανειστεί ή να δανείσει ακίνδυνα. Το τμήμα από το σημείο R_f στο σημείο M περιλαμβάνει τα ανάμικτα χαρτοφυλάκια επικίνδυνων χρεογράφων και ομολογιών. Τα χαρτοφυλάκια που περιέχουν δανεισμένα κεφάλαια (συνδυασμός του M με ακίνδυνα δάνεια) αντιπροσωπεύονται από τα σημεία κατά μήκος της γραμμής πέρα από το M. Το σημείο M αντιπροσωπεύει τα χαρτοφυλάκια κινδύνου – απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Αυτό το χαρτοφυλάκιο είναι άριστο μιας και δίνει την επιλογή το να δανειστεί ή να δανείσει κάποιος ακίνδυνα σε ποσοστό R_f . Το χαρτοφυλάκιο M επιτρέπει στον επενδυτή να φτάσει την υψηλότερη γραμμή αγοράς, επιτρέποντας ως εκ τούτου σε αυτόν να φθάσει την υψηλότερη δυνατή καμπύλη αδιαφορίας. Σημειώνουμε ότι το άριστο χαρτοφυλάκιο κινδύνου, που αντιπροσωπεύεται από το σημείο M, έχει την ιδιότητα να μεγιστοποιεί την γωνία που σχηματίζεται όταν η ευθεία γραμμή σχεδιάζεται από το σημείο R_f σε οποιοδήποτε σημείο πάνω στην καμπύλη αδιαφορίας. Έτσι η γραμμή $R_f N$ έχει την υψηλότερη δυνατή κλίση από οποιαδήποτε γραμμή αγοράς που σχεδιάζεται σε οποιοδήποτε σημείο πάνω στην καμπύλη αδιαφορίας.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.1
ΓΡΑΜΜΗ ΑΓΟΡΑΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ



Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στην ιδανική μας αγορά όλοι οι επενδυτές πρέπει να έχουν ένα σημαντικό χαρακτηριστικό κοινό. Ένας επενδυτής ο οποίος επιλέγει να επενδύσει σε επικίνδυνα περιουσιακά στοιχεία χτίζει ένα χαρτοφυλάκιο κινδύνου το οποίο έχει τις άριστες αναλογίες που αντιπροσωπεύονται από το σημείο M. Γι' αυτό οι αναλογίες κάθε χρεογράφου στο τμήμα του κινδύνου των χαρτοφυλακίων όλων των επενδυτών είναι ίδιες ανεξάρτητα από τις ατομικές τους προτιμήσεις. Παρά τις διαφορετικές προτιμήσεις, όλα τα άτομα θα διαφοροποιήσουν το επικίνδυνο μέρος των χαρτοφυλακίων τους με τις ίδιες αναλογίες ανάμεσα στα επιμέρους χρεόγραφα.

Η γραμμή αγοράς κεφαλαίου υποδεικνύει ότι η αναμενόμενη απόδοση και ο κίνδυνος (τυπική απόκλιση) όλων των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων είναι πάνω στην ευθεία γραμμή $R_f N$ (βλέπε διάγραμμα 3.1). Από τη στιγμή που ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο είναι ένα απλό μίγμα ακίνδυνων περιουσιακών στοιχείων και του χαρτοφυλακίου M έχουμε:

$$E(R_p) = w_{R_f} R_f + (1 - w_{R_f}) E(R_m)$$

όπου: $w_{R_f} = H$ αναλογία που επενδύεται σε ακίνδυνα περιουσιακά στοιχεία. Αντικαθιστώντας

$(1 - w_{R_f}) = \frac{\sigma(R_p)}{\sigma(R_m)}$ στην πρώτη εξίσωση μπορούμε να πάρουμε την γραμμή αγοράς κεφαλαίου

(CML):

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma(R_m)} \sigma(R_p)$$

Όλα τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια βρίσκονται πάνω στην ευθεία γραμμή. Προφανώς, στην ειδική περίπτωση όπου το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς τότε έχουμε $\sigma(R_p) = \sigma(R_m)$ και έτσι $E(R_p) = E(R_m)$. Μία άλλη ακραία περίπτωση είναι αυτή του ακίνδυνου περιουσιακού στοιχείου. Εξ ορισμού το ακίνδυνο περιουσιακό στοιχείο είναι επίσης αποτελεσματικό με $\sigma(R_p) = 0$ και γι' αυτό $E(R_p) = R_f$.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ

Δεδομένης της ύπαρξης της CML, οποιοσδήποτε θα πρέπει να επενδύσει στο ίδιο επικίνδυνο χαρτοφυλάκιο περιουσιακών στοιχείων, το χαρτοφυλάκιο M της αγοράς. Η μόνη διαφορά ανάμεσα στους ατομικούς επενδυτές θα πρέπει να είναι στην χρηματοοικονομική απόφαση που παίρνουν, η οποία εξαρτάται πάνω στις προτιμήσεις τους ως προς τον κίνδυνο που θέλουν να αναλάβουν. Εάν κάποιος είναι σχετικά συντηρητικός επενδυτής (risk averse), θα δανείσει ένα μέρος του χαρτοφυλακίου με επιτόκιο χωρίς κίνδυνο (π.χ. θα αγοράσει μερικά χρεόγραφα μηδενικού κινδύνου) και θα επενδύσει τα υπόλοιπα στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Για παράδειγμα, μπορεί να επενδύσει στο χαρτοφυλάκιο, στο συνδυασμό του σημείου A στο σχήμα 3.1. Σε αντίθεση, εάν κάποιος προτιμά περισσότερο κίνδυνο μπορεί να δανειστεί κεφάλαια με το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο και να επενδύσει τα πάντα στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς, το οποίο θα είναι ένα χαρτοφυλάκιο όπως είναι ο συνδυασμός στο σημείο B, παρέχοντας περισσότερο κίνδυνο και μεγαλύτερη απόδοση από ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Έτσι η CML γίνεται το αποτελεσματικό σύνορο των χαρτοφυλακίων, και οι επενδυτές αποφασίζουν που θέλουν να είναι κατά μήκος αυτού του αποτελεσματικού συνόρου. Αυτή η διαίρεση της επενδυτικής απόφασης (investment decision) από τη χρηματοοικονομική απόφαση (financing decision) αναφέρεται σαν Θεώρημα Διαχωρισμού, όπως συγκεκριμενοποιήθηκε από τον Tobin. Συγκεκριμένα, για να είναι κάποιος επενδυτής κάπου πάνω σ' αυτό το αποτελεσματικό σύνορο (π.χ. το CML),

αρχικά παίρνει μία επενδυτική απόφαση να επενδύσει στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς M. Μεταγενέστερα, βασιζόμενος πάνω στις προτιμήσεις του ως προς τον κίνδυνο, παίρνει μία χωριστή χρηματοοικονομική απόφαση (π.χ. να δανειστεί ή να δανείσει) για να πετύχει το προτιμητέο σημείο πάνω στην CML (π.χ. A ή B).

3.2.2 Η ΓΡΑΜΜΗ ΑΓΟΡΑΣ ΑΞΙΟΓΡΑΦΩΝ (SECURITY MARKET LINE, SML).

Το ΥΑΚΣ, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, διατυπώνει μία θεωρία σχετικά με τη σχέση μεταξύ του κινδύνου ενός περιουσιακού στοιχείου και του απαιτούμενου συντελεστή προσαρμογής για την κάλυψη του κινδύνου αυτού. Η σχέση αυτή ορίζεται ως Γραμμή Αγοράς Χρεογράφων (Security Market Line, SML). Η προηγούμενη σχέση της § 3.2.1 μπορεί τώρα να χρησιμοποιηθεί για να πάρουμε την ακόλουθη συνθήκη ισορροπίας ανάμεσα στον κίνδυνο και την απόδοση ενός χρεογράφου:

$$E(R_i) = R_f + \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma^2(R_m)} \text{cov}(R_i, R_m)$$

όπου: $\sigma^2(R_m)$ και $E(R_m)$ δηλώνουν, αντίστοιχα την αναμενόμενη απόδοση και την διακύμανση των αποδόσεων της αγοράς. $E(R_m) - R_f$ είναι η αποζημίωση που παρέχει το χαρτοφυλάκιο M για την ανάληψη του κινδύνου (είναι το παρεχόμενο ασφάλιστρο) και $\frac{\text{cov}(R_i, R_m)}{\sigma^2(R_m)}$ εκφράζει το συστηματικό κίνδυνο β του τίτλου ως ποσοστό του κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

Η σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο πρέπει να ισχύει για κάθε χρεόγραφο i στην αγορά. Έτσι η αναμενόμενη απόδοση κάθε χρεογράφου αντανακλά το ακίνδυνο επιτόκιο και ένα πριμ κινδύνου (αμοιβή) το οποίο σχετίζεται με τη συμβολή του χρεογράφου σε ολόκληρο τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Από την παραπάνω σχέση είναι επίσης ξεκάθαρο ότι όσο μεγαλύτερη είναι η σχέση ανάμεσα στην απόδοση ενός χρεογράφου και την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, τόσο μεγαλύτερο είναι το απαιτούμενο πριμ κινδύνου.

Η σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση κάθε επικίνδυνου περιουσιακού στοιχείου και του κινδύνου του καλείται Γραμμή Αγοράς Χρεογράφων, η οποία συνιστά μία γραμμική σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο. Δηλώνοντας την «τιμή, αξία αγοράς του κινδύνου» (όπως μετριέται από τη διακύμανση) με:

$$\lambda = \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma^2(R_m)}$$

η τελευταία εξίσωση μπορεί να ξαναγραφτεί ως εξής:

$$E(R_i) = R_f + \lambda \text{cov}(R_i, R_m)$$

Έτσι, $E(R_i)$, η αναμενόμενη απόδοση του i -οστού χρεογράφου είναι ίση με το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο συν την «αξία του κινδύνου» λ πολλαπλασιασμένη με την συμβολή του i -οστού χρεογράφου στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου π.χ. με $\text{cov}(R_i, R_m)$. Μιας και το λ είναι σταθερός παράγοντας για όλα τα χρεόγραφα μπορούμε να τοποθετήσουμε την $E(R_i)$ στον κάθετο άξονα και την $\text{cov}(R_i, R_m)$ στον οριζόντιο άξονα και έτσι παράγουμε μία γραμμική σχέση ανάμεσα στην $E(R_i)$ και $\text{cov}(R_i, R_m)$. Ωστόσο, ο πιο κοινός τρόπος να παρουσιάσουμε τη γραμμική σχέση ανάμεσα στην $E(R_i)$ και τον κίνδυνο είναι ως ακολούθως:

Πρώτα υπενθυμίζουμε ότι εάν τρέξουμε την ακόλουθη εξίσωση παλινδρόμησης $R_{it} = a_i + \beta_i R_{mt} + e_{it}$ τότε εξ ορισμού της κλίσης της παλινδρόμησης έχουμε:

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_m)}{\sigma^2(R_m)}$$

Αντικαθιστώντας το β_i στην εξίσωση κινδύνου απόδοσης παίρνουμε την

ακόλουθη Γραμμή Αγοράς Χρεογράφων:

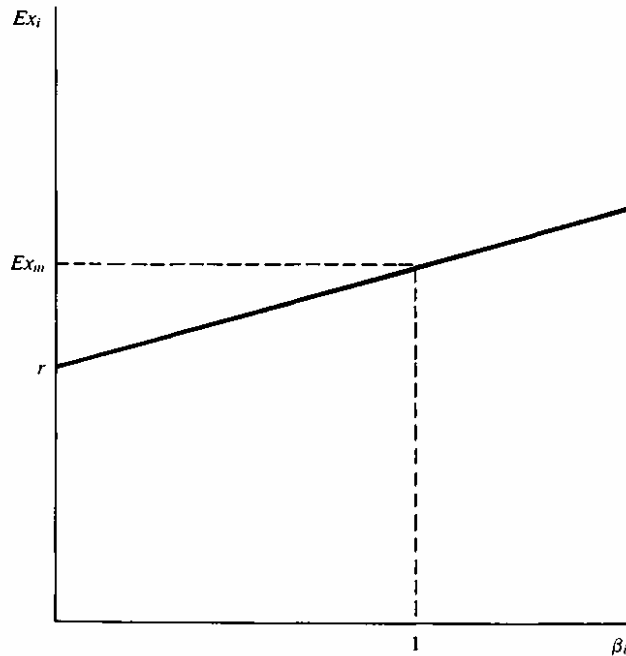
$$E(R_i) = R_f + (E(R_m) - R_f)\beta_i \text{ (Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Στοιχείων).}$$

Το διάγραμμα 3.2 περιγράφει αυτή τη γραμμική σχέση.

Σημειώνουμε ότι εάν $\beta_i = 1$ το χρεόγραφο έχει τον ίδιο κίνδυνο όπως το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και γι' αυτό $E(R_i) = R_f + (E(R_m) - R_f) * 1 = E(R_m)$. Εάν $\beta_i = 0$ το i -οστό χρεόγραφο έχει μηδενική συμβολή στον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου και γι' αυτό η αναμενόμενη απόδοση του χρεογράφου είναι ίση με το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο $E(R_i) = R_f$.

Γενικά $E(R_i)$ αυξάνεται γραμμικά με την αύξηση του β_i .

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.2
ΓΡΑΜΜΗ ΑΓΟΡΑΣ ΑΞΙΟΓΡΑΦΩΝ



Ο συντελεστής β όπως έχουμε ήδη αναφέρει μετράει τον συστηματικό κίνδυνο. Εκφράζει το βαθμό στον οποίο οι αποδόσεις του τίτλου συνδιακυμαίνονται με τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Έτσι αποτελεί μέτρο του κινδύνου, που δεν μειώνεται με περαιτέρω διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου. Ο συντελεστής β μπορεί να εκφραστεί και ως εξής: $\beta_i = P_{im} \frac{\sigma(R_i)}{\sigma(R_m)}$ δεδομένου ότι ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των αποδόσεων του τίτλου i και των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου M ισούται με:

$$P_{im} = \frac{\text{cov}(R_i, R_m)}{\sigma(R_i)\sigma(R_m)}$$

Έτσι ο συντελεστής β_i εκφράζει το συστηματικό κίνδυνο $P_{im}\sigma_i$ του τίτλου i ως ποσοστό του κινδύνου του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

3.3 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΓΟΡΑΣ (MARKET MODEL). ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΣΤΗΝ ΠΡΑΞΗ.

Δεδομένου ότι οι επενδυτές αγοράζουν χρεόγραφα βασισμένοι στις μελλοντικές τους προσδοκίες, θα έπρεπε να ενδιαφέρονται περισσότερο για τους *ex ante* (περιγραφή

μελλοντικού γεγονότος που προβλέπεται να συμβεί με βάση τα σημερινά στοιχεία ή δεδομένα) συντελεστές βήτα παρά για τους ιστορικούς ή ex post συντελεστές βήτα. Ένας ικανοποιητικός τρόπος προσέγγισης για την εκτίμηση ex ante συντελεστών είναι η χρησιμοποίηση των ιστορικών τιμών βήτα του χρεογράφου ως αρχικό σημείο. Στη συνέχεια μπορούν να γίνουν κατάλληλες προσαρμογές στις συγκεκριμένες ex post τιμές χρησιμοποιώντας πληροφορίες αναφορικά με τωρινές ή μελλοντικές μεταβολές στα βασικά χαρακτηριστικά της εταιρίας. Το βασικό σημείο έναρξης της διαδικασίας είναι η εκτίμηση του ιστορικού συντελεστή βήτα των χρεογράφων. Η εκτίμηση των ex post συντελεστών βήτα είναι σχετικά μία άμεση διαδικασία μέσω του μοντέλου αγοράς: Απλά παλινδρομούμε τις αποδόσεις του χρεογράφου R_{it} κατά την περίοδο t στις αποδόσεις κάποιου κατάλληλου δείκτη της αγοράς R_{mt} .

Η μαθηματική εξειδίκευση του υποδείγματος της αγοράς είναι η πιο κάτω:

$$R_{it} = a_i + \beta_i R_{mt} + e_{it}$$

όπου: R_{it} = Είναι η απόδοση της μετοχής i κατά την διάρκεια της περιόδου $t - 1, t$.

R_{mt} = Είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου κατά την ίδια χρονική περίοδο με προηγούμενως.

a_i = Είναι η απόδοση της μετοχής i όταν η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι μηδενική. Είναι το μέρος της απόδοσης που δεν σχετίζεται με τις διακυμάνσεις της απόδοσης του Γενικού Δείκτη.

β_i = Είναι ο συντελεστής βήτα (ο συστηματικός κίνδυνος της μετοχής i), η κλίση της γραμμής παλινδρόμησης και μετράει την ευαισθησία της απόδοσης της μετοχής στις κινήσεις των αποδόσεων του Δείκτη της Αγοράς.

e_{it} = Είναι μία μεταβλητή η οποία εκφράζει την συνδυασμένη επίδραση όλων των άλλων μη συστηματικών παραγόντων, οι οποίοι είναι ανεξάρτητοι από τις διακυμάνσεις του χρηματιστηρίου.

Η εφαρμογή του Υποδείγματος Της Αγοράς και η γνώση του συστηματικού κινδύνου των μετοχών είναι ιδιαίτερης σπουδαιότητας στον βαθμό που οι τιμές αυτές χρησιμοποιούνται:

- 1) Στον προσδιορισμό της απόδοσης που απαιτεί η αγορά γι' αυτές.
- 2) Στον προσδιορισμό του κόστους του κεφαλαίου για αξιολόγηση επενδύσεων και τέλος
- 3) Στον δημιουργία αποδοτικών χαρτοφυλακίων από συμβούλους επενδύσεων.

Για όλους τους παραπάνω λόγους είναι φανερό ότι απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή στην εκτίμηση των σχετικών συντελεστών του Υποδείγματος Της Αγοράς, διαφορετικά τα αποτελέσματα θα είναι αναξιόπιστα.

Η εκτίμηση του Υποδείγματος Της Αγοράς γίνεται συχνά εφαρμόζοντας την Απλή Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων (Method of Ordinary Least Squares, OLS), η χρησιμοποίηση της οποίας προϋποθέτει την υιοθέτηση αρκετά περιοριστικών υποθέσεων οι οποίες πρέπει να ελέγχονται εμπειρικά. Οι υποθέσεις αυτές αφορούν κυρίως, αλλά όχι μόνο, την συμπεριφορά του στοχαστικού όρου e_{it} , οι οποίες χρησιμοποιώντας μαθηματικά σύμβολα είναι οι ακόλουθες:

- 1) Η αναμενόμενη τιμή του στοχαστικού όρου είναι 0, δηλαδή $E(e_{it}) = 0, \forall t$.
- 2) Δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση μεταξύ δύο τιμών του στοχαστικού όρου, δηλαδή $\text{cov}(e_{it}, e_{it+k}) = 0, \forall k \neq 0$. Η υπόθεση αυτή αναφέρεται στην διαχρονική ανεξαρτησία των καταλοίπων.
- 3) Ο στοχαστικός όρος είναι ανεξάρτητος με την ανεξάρτητη μεταβλητή R_{mt} (η οποία εκφράζει την απόδοση του Χαρτοφυλακίου Της Αγοράς), δηλαδή $\text{cov}(e_{it}, R_{mt}) = 0$.
- 4) Η διακύμανση των καταλοίπων (residuals) είναι σταθερή σε σχέση με τον χρόνο, για κάθε τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής. Δηλαδή $\text{Var}(e_{it}) = \sigma^2$. Η υπόθεση αυτή είναι η υπόθεση της Ομοσκεδαστικότητας (Homoscedasticity).
- 5) Ο στοχαστικός όρος ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο όρο 0 και διακύμανση σ^2 , δηλαδή $e \sim N(0, \sigma^2)$.

Εάν οι προαναφερθείσες υποθέσεις πληρούνται τότε οι εκτιμητές ελαχίστων τετραγώνων είναι Αριστοι (Best), Γραμμικοί (Linear), και Αμερόληπτοι (Unbiased) εκτιμητές και έχουν την μικρότερη διακύμανση μεταξύ όλων των γραμμικών και αμερόληπτων εκτιμητών. Πρέπει όμως να σημειωθεί ότι η παραβίαση των υποθέσεων αυτών δημιουργεί σοβαρά προβλήματα αξιοπιστίας στην τιμή του συντελεστή βήτα, τα οποία θα εξετάσουμε αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο.

3.3.1 ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑ ΤΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ Η ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ (ΒΗΤΑ)

Το βήτα (β_i) ενός μεμονωμένου χρεογράφου μετράει την ευαισθησία των αποδόσεων του στις αλλαγές των αποδόσεων ενός ευρύτερου δείκτη της αγοράς. Η ευαισθησία του χαρτοφυλακίου ή το βήτα εξαρτάται από δύο παράγοντες:

- 1) Το βήτα ενός μεμονωμένου χρεογράφου στο χαρτοφυλάκιο και
- 2) Το ποσοστό των κεφαλαίων που επενδύονται σε κάθε χαρτοφυλάκιο.

Ο τύπος για το βήτα του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i$$

όπου: β_i = Είναι το βήτα των επιμέρους χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο.

w_i = Το ποσοστό των κεφαλαίων του χαρτοφυλακίου που επενδύονται στο χρεόγραφο i .

β_p = Το βήτα του χαρτοφυλακίου.

3.3.2 Η ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΑΠΟΔΟΣΗ ΕΝΟΣ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΒΑΣΙΣΜΕΝΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΒΗΤΑ.

Βασισμένοι στην μέθοδο Sharpe, η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$\begin{aligned} E(R_p) &= \sum w_i (a_i + \beta_i E(R_{mt})) = \sum w_i a_i + \sum w_i \beta_i E(R_{mt}) = \\ &= \sum w_i a_i + \beta_p E(R_{mt}). \end{aligned}$$

Όπου: $E(R_p)$ = Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου.

w_i = Το ποσοστό των κεφαλαίων του χαρτοφυλακίου που επενδύονται στο χρεόγραφο i .

$E(R_{mt})$ = Η αναμενόμενη απόδοση του δείκτη της αγοράς.

Στη συνέχεια παραθέτουμε ένα παράδειγμα για τον υπολογισμό του βήτα και της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Έστω ότι ο επενδυτής Α έχει τρία χρεόγραφα στο χαρτοφυλάκιο του με τις ακόλουθες πληροφορίες:

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1

ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗ ΑΠΟΔΟΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΒΑΣΙΣΜΕΝΗ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ
ΒΗΤΑ

Χρεόγραφο	w_i	a_i	β_i	Τυπική Απόκλιση των Σφαλμάτων	Αναμενόμενη Απόδοση	Τυπική Απόκλιση
X	30%	2%	1,3	4%		
Y	45%	1%	0,8	2%		
Z	25%	-2%	1,1	2,5%		
Δείκτης της Αγοράς					10%	7%

Το βήτα του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i = 0,3(1,3) + 0,45(0,8) + 0,25(1,1) = 1,025$$

Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου του επενδυτή A είναι:

$$E(R_p) = \sum w_i a_i + \beta_p E(R_m) = 0,3(2) + 0,45(1) + 0,25(-2) + 1,025(10) = 11,8(\%) .$$

3.4 Η ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΗ

Η γραμμή παλινδρόμησης των R_i και R_m καλείται Χαρακτηριστική Γραμμή. Η χαρακτηριστική γραμμή επιτρέπει την κατηγοριοποίηση των εταιριών με βάση το συστηματικό τους κίνδυνο.

Οι μετοχές των οποίων ο συντελεστής βήτα είναι μεγαλύτερος από τη μονάδα ($\beta > 1$), δηλαδή είναι μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο της αγοράς, αναμένεται να αποφέρουν υψηλές αποδόσεις. Οι μετοχές αυτές θεωρούνται επιθετικές (aggressive stocks) και αποφέρουν ικανοποιητικά κέρδη σε καταστάσεις όπου η αγορά χαρακτηρίζεται από συνεχή άνοδο των τιμών (Bull Market). Οι μετοχές όμως αυτές δεν έχουν καθόλου ικανοποιητική συμπεριφορά σε καταστάσεις όπου η αγορά χαρακτηρίζεται από τάση πτώσεως των τιμών (Bear Market). Για παράδειγμα μία μετοχή με $\beta = 1,5$ θα μεταβληθεί κατά μέσον όρο κατά 15% σε μία μεταβολή της αγοράς κατά 10%. Με την ίδια συλλογιστική ένα διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο τέτοιων μετοχών θα είναι 1,5 φορές μεταβλητό ως προς τον δείκτη της αγοράς.

Αντίθετα μία μετοχή με βήτα μικρότερο από τη μονάδα ($\beta < 1$) π.χ. $\beta = 0,5$ θα μεταβληθεί κατά μέσο όρο κατά 5% σε μία πιθανή μεταβολή της αγοράς κατά 10%. Ένα χαρτοφυλάκιο

με τέτοιες μετοχές θα είναι 0,5 φορές μεταβλητό ως προς τον δείκτη της αγοράς. Οι μετοχές αυτές θεωρούνται αμυντικές (defensive stocks) και αποφέρουν χαμηλότερες από την αγορά αποδόσεις σε καταστάσεις συνεχούς ανόδου των τιμών αλλά ανθίστανται ικανοποιητικά σε καταστάσεις συνεχούς πτώσης των τιμών.

Οι μετοχές που έχουν βήτα ίσο με τη μονάδα ($\beta = 1$) έχουν τον ίδιο συστηματικό κίνδυνο με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι επενδυτές, σύμφωνα με τη θεωρία αυτή δεν θα πρέπει να επενδύσουν σε μη αποδοτικά χαρτοφυλάκια ή σε μεμονωμένες μετοχές με υψηλό ειδικό κίνδυνο επειδή οι μετοχές τιμολογούνται από την αγορά έτσι ώστε η απόδοσή τους να είναι συνάρτηση μόνο του συστηματικού κινδύνου.

3.5 ΈΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Με την ολοκλήρωση της εκτίμησης των συντελεστών του Υποδείγματος Της Αγοράς θα πρέπει να λάβουν χώρα οι κατάλληλοι στατιστικοί έλεγχοι που αφορούν το Υπόδειγμα. Ο έλεγχος του υποδείγματος μπορεί να πραγματοποιηθεί εξετάζοντας το τυπικό σφάλμα και το συντελεστή προσδιορισμού.

Τυπικό Σφάλμα: Υπό ιδανικές συνθήκες θα επιθυμούσαμε όλα τα σημεία του υποδείγματος να βρίσκονται πάνω στη χαρακτηριστική γραμμή. Σε αυτή την περίπτωση οι τιμές των καταλοίπων e θα είναι μηδενικές. Το ίδιο θα ισχύει και για την διακύμανσή τους. Δηλαδή το μέγεθος της διακύμανσης των καταλοίπων φανερώνει πόσο κοντά ή μακριά βρίσκονται τα νέφη των σημείων από τη χαρακτηριστική γραμμή. Η διακύμανση των καταλοίπων δίδεται από τον ακόλουθο τύπο με $(n - 2)$ βαθμούς ελευθερίας.

$$S_e^2 = \frac{\sum (e)^2}{n - 2}$$

όπου: S_e^2 = Η διακύμανση των καταλοίπων.

e = Τα κατάλοιπα.

n = Το μέγεθος του δείγματος.

Ενώ η τυπική απόκλιση δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum (e)^2}{n - 2}}$$

Όσο μικρότερη είναι η τυπική απόκλιση τόσο καλύτερα θα ερμηνεύονται οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής R_i από το συστηματικό μέρος του υποδείγματος ($a + \beta R_m$).

Συντελεστής Προσδιορισμού: Ένα δεύτερο εργαλείο για τον έλεγχο του υποδείγματος είναι ο συντελεστής προσδιορισμού (Coefficient of Determination), ο οποίος συμβολίζεται με R^2 . Ο συγκεκριμένος συντελεστής μας δείχνει το ποσοστό της μεταβολής της εξαρτημένης μεταβλητής R_i που οφείλεται σε μεταβολές της ανεξάρτητης μεταβλητής R_m . Όσο αυξάνεται η τιμή του συγκεκριμένου ποσοστού τόσο βελτιώνεται η ερμηνευτική ικανότητα του υποδείγματος. Το εναπομένον ποσοστό, από τη μεταβολή της εξαρτημένης μεταβλητής οφείλεται σε παράγοντες που δεν λήφθηκαν υπόψη. Ο συντελεστής προσδιορισμού λαμβάνει τιμές μεταξύ 0 και 1 ($0 \leq R^2 \leq 1$). Όταν $R^2 = 1$ όλα τα ζεύγη τιμών, μεταξύ της εξαρτημένης και της ανεξάρτητης μεταβλητής, βρίσκονται πάνω στην χαρακτηριστική γραμμή. Υπάρχει δηλαδή πλήρης γραμμική σχέση ανάμεσα στις μεταβλητές αυτές. Όταν $R^2 = 0$ δεν υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών. Ο συντελεστής προσδιορισμού δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$R^2 = \frac{\sum (R_i^* - \bar{R}_i)^2}{\sum (R_i - \bar{R})^2}$$

όπου: $R^2 = 0$ συντελεστής προσδιορισμού.

R_i^* = Η εκτιμημένη τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής.

\bar{R}_i = Η μέση τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής.

3.5 ΕΓΚΥΡΟΤΗΤΑ ΕΚΤΙΜΗΜΕΝΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει η παραβίαση των υποθέσεων του υποδείγματος της αγοράς δημιουργεί σοβαρά προβλήματα αξιοπιστίας στην τιμή του συντελεστή βήτα. Ας δούμε όμως περιληπτικά (αναλυτικά θα αναφερθούμε στο επόμενο κεφάλαιο) ποια είναι αυτά τα προβλήματα.

Εάν παραβιάζεται η υπόθεση της ανεξαρτησίας των καταλοίπων (ύπαρξη αυτοσυσχέτισης, autocorrelation) $\text{cov}(e_{it}, e_{it+k}) = 0, \forall k \neq 0$ και εκτιμήσουμε το υπόδειγμα της αγοράς με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων οι συντελεστές του υποδείγματος θα είναι μεν αμερόληπτοι πλην όμως δεν θα είναι αποτελεσματικοί. Επιπρόσθετα, και ίσως το πιο σημαντικό, οι δειγματικές διακυμάνσεις των εκτιμηθέντων συντελεστών θα είναι μεροληπτικές με αποτέλεσμα οι συνήθεις έλεγχοι στατιστικής σημαντικότητας και η κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης να μην είναι έγκυρη.

Τις ίδιες ακριβώς επιπτώσεις θα έχουμε εάν παραβιάζεται η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας (homoscedasticity) και εμείς εκτιμήσουμε το υπόδειγμα της αγοράς με την απλή μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

Η παραβίαση της υπόθεσης της ανεξαρτησίας της μεταβλητής R_{mt} από τον στοχαστικό όρο e_{it} δημιουργεί σοβαρά οικονομετρικά προβλήματα στον βαθμό που οι εκτιμηθέντες συντελεστές με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων είναι μεροληπτικοί και ασυνεπείς.

Η παραβίαση της υπόθεσης $E(e_{it}) = 0, \forall t$ όπως και η παραβίαση της υπόθεσης της κανονικότητας του στοχαστικού όρου δεν έχουν σημαντικές επιπτώσεις στην συνέπεια των εκτιμητών των ελαχίστων τετραγώνων. Αυτό ισχύει ιδιαίτερα όταν το μέγεθος του δείγματος είναι μεγάλο.

Πρέπει όμως να σημειώσουμε ότι η παραβίαση της υπόθεσης περί κανονικής κατανομής των καταλοίπων έχει μεγάλη σημασία κατά την διατύπωση συμπερασμάτων αναφορικά με τον βαθμό αξιοπιστίας των εκτιμηθέντων συντελεστών του υποδείγματος. Όπως είναι γνωστό τα κλασσικά κριτήρια στατιστικού ελέγχου της σημαντικότητας των διαφορών υποθέσεων βασίζονται στην υπόθεση της κανονικότητας. Κατά συνέπεια αυτά δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον έλεγχο των εκτιμηθέντων συντελεστών και την κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης όταν τα e_i δεν ακολουθούν κανονική κατανομή.

Μία έμμεση υπόθεση η οποία υιοθετείται κατά την εκτίμηση του υποδείγματος της αγοράς είναι ότι οι συντελεστές βήτα είναι σταθεροί διαχρονικά. Ας σημειωθεί ότι η υπόθεση αυτή έχει αμφισβητηθεί έντονα στην διεθνή βιβλιογραφία (Blume 1975, Fabozzi – Francis 1978, Alexander – Benson 1982 κ.α.) και ως εκ τούτου απαιτούνται κατάλληλοι έλεγχοι διαχρονικής σταθερότητας του υποδείγματος. Είναι προφανές ότι εάν παρατηρείται (στατιστικά σημαντική) διαχρονική αστάθεια των συντελεστών βήτα τα αποτελέσματα της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων θα είναι αναξιόπιστα.

Η προηγούμενη ανάλυση καθιστά φανερό ότι η εκτίμηση του υποδείγματος της αγοράς πρέπει να γίνεται προσεκτικά εξετάζοντας αναλυτικά την παραβίαση των περιοριστικών υποθέσεων, οι οποίες γίνονται παραδεκτές. Στο επόμενο κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε αναλυτικά όλα τα μεθοδολογικά προβλήματα εκτίμησης του συστηματικού κινδύνου καθώς και τις σημαντικότερες μελέτες που αναφέρονται σε αυτά και στην αντιμετώπισή τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

4.1 Ο ΧΡΟΝΙΚΟΣ ΟΡΙΖΟΝΤΑΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ (The Time Horizon)

Ένα σημαντικό θέμα που απασχολεί τους ερευνητές της χρηματοοικονομικής για την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου είναι ο χρονικός ορίζοντας (Time Horizon) εκτίμησης. Αναφορικά με το θέμα αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι υπάρχει διάσταση απόψεων στην διεθνή βιβλιογραφία. Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τις πιο σημαντικές μελέτες πάνω στο συγκεκριμένο θέμα, δηλαδή ποιος είναι ο χρονικός ορίζοντας που απαιτείται για να βρούμε τον «καλύτερο», τον βέλτιστο εκτιμητή του βήτα.

Ο *Gonedes* (1973) υποστήριξε ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο χρονικός ορίζοντας τόσο πιο ακριβείς είναι οι εκτιμήσεις. Έτσι κατά την άποψή του το άριστο διάστημα εκτίμησης του συστηματικού είναι τα επτά χρόνια.

Σε αντιδιαστολή με τον *Gonedes* ο *Baesel* (1974) διατείνεται ότι το άριστο διάστημα εκτίμησης του συστηματικού κινδύνου είναι εννέα έτη. Σε αυτή την μελέτη ο *Baesel* εξέτασε την σχέση του μεγέθους του χρόνου εκτίμησης και της σταθερότητας του συντελεστή βήτα. Τα δεδομένα τα οποία χρησιμοποίησε ήταν 160 μετοχές εισηγμένες στο χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης (NYSE) για την περίοδο Ιανουάριος 1950 – 1967. Οι 216 μηνιαίες τιμές των μετοχών χωρίστηκαν με 5 διαφορετικούς τρόπους σε υποπεριόδους 12,24,48,72 και 108 μηνών με 18,9,4,3 και 2 παρατηρήσεις αντίστοιχα. Μετά σχημάτισε πίνακες στους οποίους κάθε τιμή i_j αντιπροσώπευε το ποσοστό των χαρτοφυλακίων που ενώ στην μία περίοδο άνηκε στην κλάση κινδύνου i την επόμενη ανήκε στην κλάση κινδύνου j . Τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξε ήταν ότι η αστάθεια του βήτα μειώνεται καθώς το μέγεθος του χρόνου αυξάνει. Για να εξετάσει αν τα αποτελέσματα ήταν αντιπροσωπευτικά και όχι τυχαία χρησιμοποίησε ένα x -statistic. Αποδείχτηκε ότι δεν κατέληξε τυχαία σε αυτά τα αποτελέσματα. Επίσης συμπέρανε ότι διαλέγοντας χαμηλά ή υψηλά βήτα έχουμε μεγαλύτερη πιθανότητα να είμαστε στην ίδια κλάση την επόμενη περίοδο σε σχέση με αν πάρουμε κλάση μεσαίων βήτα.

Οι *Gordon Alexander* και *Norman Chervany* (1980) υποστήριξαν ότι το άριστο διάστημα εκτίμησης του συστηματικού κινδύνου κυμαίνεται από τέσσερα έως έξι χρόνια. Σε αυτή την μελέτη τους έθεσαν ως στόχο τους να εξετάσουν πιο είναι το βέλτιστο χρονικό διάστημα

προσδιορισμού και την σταθερότητα των συντελεστών βήτα. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήσαν ήταν 160 μετοχές του χρηματιστηρίου αξιών της Νέας Υόρκης και πιο συγκεκριμένα οι μηνιαίες αποδόσεις τους από το 1950 έως το 1967. Ως δείκτη της αγοράς χρησιμοποιήσαν τον S&P 500. Η διαδικασία που ακολούθησαν ήταν η εξής : Πρώτα υπολόγισαν για κάθε ένα από τα 18 έτη ένα βήτα, μετά άλλα 9 για διετής περιόδους και ανάλογα για 4,6,9,έτη. Με αυτό τον τρόπο υπολογίστηκαν 36 βήτα για κάθε χρεόγραφο.

Έπειτα δημιουργήθηκαν κατά τα γνωστά οι πίνακες μετάβασης (transition matrices) και υπολογίστηκε και η μέση απόλυτη απόκλιση παρατηρώντας ότι μεγαλύτερες αλλαγές υπήρξαν στις ακραίες κλάσεις. Για να εξετάσουν αν οι διαφορές στην κατανομή των μέσων απόλυτων αποκλίσεων ήταν τυχαία ή όχι χρησιμοποιήσαν το Kruskal-Wallis test. Η μηδενική υπόθεση ότι έχουμε την ίδια κατανομή της μέσης απόλυτης απόκλισης σε κάθε κλάση απορρίπτεται. Κατέληξαν ότι ο Baesel δεν είχε δίκαιο, τα βήτα στις ακραίες κλάσεις είναι λιγότερο σταθερά από τα μεσαία σύμφωνα με την μέση απόλυτη απόκλιση. Επίσης μέσω του Kruskal-Wallis κατέληξαν ότι δεν μπορούμε να υποθέσουμε ότι δεν ακολουθούν την ίδια κατανομή οι μέσες απόλυτες αποκλίσεις. Το κυρίως συμπέρασμα της εργασίας τους ήταν μέσω του Mann-Whitney U test. Συμπέραναν ότι το βέλτιστο χρονικό διάστημα εκτίμησης είναι 4 – 6 χρόνια. Επιπλέον για να ελέγξουν την μελέτη των Porter και Ezzel εκτίμησαν 500 βήτα μετοχών του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης για δύο συνεχόμενες εφταετίες, 1962-1968 και 1969-1975. Χαρτοφυλάκια από 1,2,4,7,10,20,35 και 50 χρεόγραφα (ίσα σταθμισμένα) δημιουργήθηκαν τυχαία. Μέσω αυτού του δείγματος κατέληξαν ότι μειώνεται η απόκλιση και γενικότερα έχουμε καλύτερη στασιμότητα για διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια. Πρέπει να σημειωθεί ότι η θέση των Alexander-Chervany είναι σύμφωνη με την πρακτική που ακολουθούν οι μεγάλοι διεθνείς χρηματιστηριακοί οργανισμοί όπως η Merrill Lynch, η Value Line και η Standard and Poor's στην Αμερική και η Risk Measurement Service η οποία εκδίδεται από την London Business School στο Ηνωμένο Βασίλειο, που για την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου χρησιμοποιούν μηνιαίες αποδόσεις για ένα διάστημα πέντε ετών. Παρόλα αυτά, εάν κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης πενταετίας έχει επέλθει κάποια σημαντική μεταβολή στην κεφαλαιακή διάρθρωση της εταιρίας ή κάποια σημαντική συγχώνευση αυτό πρέπει να ληφθεί υπόψη.

Οι Altman, Jacquillat, Lévassieur (1981) παρουσίασαν μία μελέτη έχοντας ως στόχο να εξετάσουν την εφαρμογή του υποδείγματος της αγοράς στην Γαλλία και κατά δεύτερο λόγο να συγκρίνουν τα αποτελέσματα με τα αντίστοιχα των μελετών για τις ΗΠΑ. Τα δεδομένα

που χρησιμοποιήσαν ήταν 316 μετοχές του Bourse από τον Ιανουάριο του 1964 έως τον Νοέμβριο του 1971. Επιπλέον εξέτασαν και 2 σετ. Το ένα περιείχε 35 εταιρίες βιομηχανικού κλάδου και το δεύτερο 9 μεγάλους κλάδους. Ο δείκτης που χρησιμοποιήσαν ήταν ο Compagnie des Agents de Change Market Value Weighted ο οποίος αποτελείται από 430 μετοχές.

Κύρια συμπεράσματα στα οποία κατέληξαν ήταν ότι όσο μεγαλύτερη είναι η περίοδος εκτίμησης του βήτα τόσο μεγαλύτερη είναι η συσχέτιση των βήτα μεταξύ τους. Όμως δεν συμπεράναν ότι η αύξηση της ακρίβειας είναι γραμμικά συσχετισμένη με την αύξηση του διαστήματος εκτίμησης. Αναγνωρίζουν όμως ότι υπάρχει πρόβλημα στις μεθόδους εκτίμησης και δεν θεωρούν τα βήτα σταθερά και ανεξάρτητα το ένα από το άλλο. Συγκεκριμένα εξέτασαν την στασιμότητα των βήτα από περίοδο σε περίοδο αλλά και σε υποπεριόδους της οκταετίας. Τα αποτελέσματα ήταν ότι τα βήτα δεν είναι σταθερά. Ακολούθως υπολόγισαν τους συντελεστές συσχέτισης των βήτα για 1,2,3,4,5,10,20,31 και 50 χρεογράφων. Η περίοδος σύγκρισης είναι ένα έτος. Κάθε χαρτοφυλάκιο αποτελείται από τα N μεγαλύτερα βήτα. Κάθε χαρτοφυλάκιο συγκρίνεται με το χαρτοφυλάκιο που έχει φτιαχτεί την επόμενη χρονιά με τις ίδιες μετοχές. Τα αποτελέσματα ήταν ότι όταν έχουμε χαρτοφυλάκια με 10 ή περισσότερες μετοχές τότε έχουμε καλή εκτίμηση των βήτα, ενώ το αντίθετο ισχύει σε χαρτοφυλάκια μικρού μεγέθους. Στο ίδιο συμπέρασμα κατέληξαν και όταν η περίοδος εκτίμησης είναι μισό έτος. Ακολούθως εξέτασαν την περίπτωση στην οποία δεν έχουν διαδοχικές περιόδους και η περίοδος σύγκρισης είναι 2,3 και 7 χρόνια. Βρήκαν ότι οι μέσες συσχετίσεις για 1,5,10,50 χρεόγραφα είναι περίπου ίδιες υψηλότερες με αυτές των μονοετών περιόδων σύγκρισης. Για την επταετή περίοδο βρέθηκε μικρότερη συσχέτιση από την διετή ή την τριετή.

Για να ελεγχθεί κατά πόσο οι εταιρίες αλλάζουν κλάσεις βήτα ακολούθησαν την εξής διαδικασία: Χώρισαν τα χρεόγραφα σε ομάδες των 31 μετοχών. Μετά εξέτασαν ποιες μετοχές ήταν στην ίδια κλάση κινδύνου την χρονιά $t+1$ και $t+5$. Τα συμπεράσματα στο οποίο κατέληξαν ήταν ότι στις ακραίες κλάσεις τείνουν να μην μεταβληθούν.

Όπως αναφέραμε προηγουμένως η θέση των Alexander-Chervany είναι σύμφωνη με την πρακτική που ακολουθούν οι μεγάλοι διεθνείς χρηματιστηριακοί οργανισμοί. Γι' αυτό λοιπόν το λόγο θεωρούμε σκόπιμο να αναφερθούμε αναλυτικά στην σχετική τους μελέτη για τον βέλτιστο χρονικό ορίζοντα εκτίμησης του βήτα.

Στο ένα μέρος του άρθρου τους «On the Estimation and Stability of Beta» οι Alexander-Chervany εξετάζουν τη διαφορά ανάμεσα στις απόψεις του Baesel και του Gonedes και εξάγουν συμπεράσματα σχετικά με τον άριστο χρονικό ορίζοντα εκτίμησης. Ο Baesel στο άρθρο του «On the Assessment of Risk: Some Further Considerations» (1974) κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η σταθερότητα (stability) του βήτα εξαρτάται πάνω και στον εκτιμημένο ορίζοντα που χρησιμοποιήθηκε και πάνω στα ακραία (extremity) βήτα που επελέγησαν. Πολύ περισσότερο, συμπέρανε ότι το μεγαλύτερο από τα εκτιμημένα διαστήματα, 9 χρόνια, ήταν άριστο. Ωστόσο ο Gonedes στο άρθρο του «Evidence On The Information Content Of Accounting-Numbers: Accounting based and Market-based Estimates of Systematic Risk» (1973), υποδεικνύει ότι το άριστο διάστημα εκτίμησης είναι επτά χρόνια.

Οι Alexander-Chervany χρησιμοποίησαν πίνακες μετάβασης. Ο Baesel υπολόγισε συντελεστές βήτα για 160 χρεόγραφα χρησιμοποιώντας διαφορετικού μήκους διαστήματα εκτίμησης από το 1950 έως το 1967. Αφού ταξινομήσε τους συντελεστές βήτα και τοποθέτησε τα χρεόγραφα σε κλάσεις για μια περίοδο εκτίμησης t , σχημάτισε πίνακες μετάβασης προσδιορίζοντας σε ποια κλάση ήταν τα χρεόγραφα κατά την διάρκεια της επόμενης περιόδου $t+1$. Ερμηνεύοντας τους πίνακες μετάβασης, ο Baesel δήλωσε ότι: « Η σταθερότητα των βήτα εξαρτάται από τα ακραία βήτα που επελέγησαν». Συγκεκριμένα, σημείωσε ότι οι ακραίες πιθανότητες της διαγωνίου ήταν υψηλότερες από τις εσωτερικές, μεσαίες διαγώνιες πιθανότητες, που σημαίνει ότι και τα λιγότερο επικίνδυνα και τα περισσότερο επικίνδυνα χρεόγραφα έχουν την μεγαλύτερη σταθερότητα.

Οι Alexander-Chervany προκειμένου να προσδιορίσουν εάν τα βήτα των ακραίων κλάσεων είναι περισσότερο σταθερά από εκείνα των μεσαίων κλάσεων, πήραν ένα δείγμα από 160 κοινές μετοχές του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης. Οι αξίες των αποδόσεων υπολογίστηκαν για το μηνιαίο δείγμα από το 1950-1967 καθώς επίσης για τον S&P 500 σύνθετο δείκτη ως εξής:

$$R_{it} = \frac{P_{it} - P_{it-1} + D_{it}}{P_{it-1}}$$

όπου P_{it} = η τιμή του χρεογράφου i στο χρόνο t

D_{it} = το μέρισμα του χρεογράφου i από το χρόνο $t-1$ έως το χρόνο t .

Στη συνέχεια ο συντελεστής βήτα β_i υπολογίστηκε χρησιμοποιώντας το μοντέλο αγοράς του Sharpe. Για το δείγμα των 18 χρόνων, οι συντελεστές βήτα υπολογίστηκαν για διαδοχικά ενός χρόνου διαστήματα εκτίμησης, με αποτέλεσμα να πάρουν 18 βήτα ανά χρεόγραφο. Στη

συνέχεια 9 βήτα ανά χρεόγραφο υπολογίστηκαν για διαδοχικά διαστήματα εκτίμησης 2 χρόνων. Η διαδικασία επαναλήφθηκε για να παράγει 4 βήτα για τεσσάρων χρόνων διαστήματα εκτίμησης, 3 βήτα για έξι χρόνων διαστήματα εκτίμησης και 2 βήτα για εννέα χρόνων διαστήματα εκτίμησης. Έτσι για κάθε χρεόγραφο υπολογίστηκαν 36 συντελεστές βήτα.

Μετά τον υπολογισμό των βήτα, σχηματίστηκαν πίνακες μετάβασης για τις διάφορες περιόδους εκτίμησης. Έτσι 17 αντιπαραβολές, συγκρίσεις των β_t και β_{t+1} εκτελέστηκαν για κάθε χρεόγραφο χρησιμοποιώντας περίοδο εκτίμησης ενός χρόνου, 8 αντιπαραβολές για περίοδο εκτίμησης δύο χρόνων και ούτω καθ' εξής, τελειώνοντας με 1 αντιπαραβολή για περίοδο εκτίμησης εννέα χρόνων. Οι διαγώνιες καταχωρήσεις των πέντε πινάκων μετάβασης φαίνονται στον πίνακα 4.1:

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1
ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΒΗΤΑ: ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ MAD

Μήκος Εκτιμημένης Περίόδου	Κλάση β_t					
	1	2	3	4	5	H Test
1 Χρόνου :						
Πιθανότητες	0,18	0,22	0,22	0,18	0,24	
MAD	2,50	1,26	1,40	1,40	2,60	453,35*
2 Χρόνων :						
Πιθανότητες	0,21	0,23	0,21	0,21	0,29	
MAD	1,49	0,75	0,75	0,92	1,32	157,42*
4 Χρόνων :						
Πιθανότητες	0,21	0,23	0,18	0,23	0,29	
MAD	0,80	0,48	0,51	0,57	0,83	41,22*
6 Χρόνων :						
Πιθανότητες	0,30	0,25	0,16	0,13	0,23	
MAD	0,87	0,57	0,54	0,60	0,53	8,27**
9 Χρόνων :						
Πιθανότητες	0,28	0,25	0,25	0,25	0,44	
MAD	0,67	0,43	0,30	0,41	0,46	14,56*
Baesel Πιθανότητες:						
1 Χρόνου	0,33	0,23	0,23	0,21	0,34	
9 Χρόνων	0,35	0,41	0,13	0,21	0,55	

*Significant at the 0,05 level. **Significant at the 0,01 level.

Οι παραφουσκωμένες πιθανότητες για τις κλάσεις 1 και 5 είναι πάλι φανερές για τα μακρύτερα διαστήματα εκτίμησης, αν και δεν είναι τόσο ακραίες όσο εκείνες που εμφανίζονται στο δείγμα του Baesel. Η κλάση 1 αντιστοιχεί στο 20% των μικρότερων βήτα ενώ η κλάση 5 αντιστοιχεί στο 20% των μεγαλύτερων βήτα.

Μαζί με τις πιθανότητες παραμονής σε μία κλάση υπολογίστηκε η μέση απόλυτη απόκλιση (MAD, Mean Absolute Deviation) των αλλαγών των βήτα. Τα MAD Statistics που εμφανίζονται στον πίνακα 4.1 εισηγούνται ότι οι μεγαλύτερες αλλαγές στα βήτα συνέβησαν στις ακραίες κλάσεις απ' ότι στις μεσαίες κλάσεις για όλα εκτός από μία περίπτωση, στην πέμπτη κλάση χρησιμοποιώντας περίοδο εκτίμησης 6 χρόνων. Η μέση απόλυτη απόκλιση $|\beta_t - \beta_{t+1}|$ χρησιμοποιείται εδώ σαν ένα μέτρο σταθερότητας του βήτα. Προκειμένου να προσδιορίσουν εάν οι διαφορές στις κατανομές των MAD ήταν εξαιτίας δειγματικού σφάλματος εφάρμοσαν το Kruskal-Wallis H test. Το Kruskal-Wallis H test είναι ένα μη παραμετρικό τεστ παρόμοιο με το F-test της ανάλυσης διακύμανσης. Το παραμετρικό F-test υποθέτει κανονικότητα και ίσες διακυμάνσεις μεταξύ των ομάδων (treatments). Καθώς τα δεδομένα υποδεικνύουν πιθανή κανονικότητα και άνισες διακυμάνσεις μεταξύ των κλάσεων, το μη παραμετρικό H test των ίσων κατανομών εφαρμόστηκε. Όπως φαίνεται στον πίνακα 4.1 η μηδενική υπόθεση των ανεξάρτητων κατανομών των απόλυτων αποκλίσεων σε κάθε κλάση μπορεί να απορριφθεί για όλες τις περιόδους εκτίμησης. Έτσι το συμπέρασμα του Baesel σχετικά με την σταθερότητα των βήτα στις ακραίες κλάσεις έρχεται σε αντίθεση με τα στοιχεία που παρουσιάζονται στον πίνακα 4.1. Τα βήτα στις ακραίες κλάσεις είναι λιγότερο σταθερά από εκείνα των μεσαίων κλάσεων όπως μετρήθηκαν από τη MAD κάθε κλάσεως.

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις εκτίμησης για ένα απλό μοντέλο παλινδρόμησης, η εκτιμημένη αξία του συντελεστή βήτα ενός χρεογράφου υπολογίζεται ως εξής:

$$\beta_i = \frac{\sum_{i=1}^n (R_{mt} - \bar{R}_{mt})(R_{it} - \bar{R}_{it})}{\sum_{i=1}^n (R_{mt} - \bar{R}_{mt})^2}$$

Όπου n είναι ο αριθμός παρατηρήσεων του δείγματος. Η εκτιμημένη διακύμανση του β_i μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$\sigma_{\beta}^2 = \frac{\sigma_{\varepsilon_i}^2}{\sum_{i=1}^n (R_{mt} - \bar{R}_{mt})^2} \quad \text{όπου} \quad \sigma_{\varepsilon_i}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{it}^2}{(n-2)}$$

Ο Gonedes παρατήρησε ότι αυξάνοντας το μέγεθος του δείγματος n μειώνεται το δειγματικό σφάλμα για τον β_i, σ_β^2 , όπως υπολογίστηκαν προηγουμένως. Αυτό σημαίνει ότι ευρύτερα διαστήματα εκτίμησης θα έχουν ως αποτέλεσμα περισσότερο ακριβείς εκτιμήσεις του βήτα. Ωστόσο, ο Gonedes επίσης θεώρησε το αποτέλεσμα να περιλαμβάνονται, σαν αποτέλεσμα της αύξησης του διαστήματος εκτίμησης, αποδόσεις που δημιουργήθηκαν κάτω από διαφορετικές διαρθρωτικές συνθήκες. Για παράδειγμα έστω ότι το βήτα ενός χαρτοφυλακίου στο πρώτο μισό του διαστήματος εκτίμησης είναι β_{i1} και στο δεύτερο μισό είναι β_{i2} , όπου $\beta_{i1} \neq \beta_{i2}$, εξαιτίας μίας διαρθρωτικής αλλαγής στην εταιρία. Εάν β_i υποδηλώνει την εμπειρική εκτίμηση του βήτα σε ολόκληρο το διάστημα εκτίμησης, τότε $E(\beta_i) \neq \beta_{i1}$ και $E(\beta_i) \neq \beta_{i2}$. Αυτό σημαίνει ότι το β_i δεν είναι πλέον αμερόληπτος εκτιμητής ούτε του β_{i1} ούτε του β_{i2} . Εν κατακλείδι, ενώ αυξάνοντας το μέγεθος του διαστήματος εκτίμησης n θα έχει ως αποτέλεσμα λιγότερο δειγματικό σφάλμα, θα αυξήσει ενδεχομένως τη μεροληψία της εκτιμημένης παραμέτρου εξαιτίας πιθανών δομικών αλλαγών. Έτσι ένα σημαντικό θέμα είναι ποιο είναι το άριστο μέγεθος του διαστήματος εκτίμησης.

Ο πίνακας 4.2 παρουσιάζει μία ταξινόμηση, κατά κλάση και συνολικά για διαφορετικά διαστήματα εκτίμησης, των μέσων τιμών των $\beta_i - \beta_{i+1}$ και $|\beta_i - \beta_{i+1}|$. Για την κατασκευή του πίνακα χρησιμοποιήθηκαν ενός χρόνου διαστήματα πρόβλεψης για όλα τα διαστήματα εκτίμησης, μιας και ενδιαφερόμαστε για το άριστο διάστημα εκτίμησης.

Από τον πίνακα 4.2 προκύπτουν αρκετά ενδιαφέροντα στοιχεία. Πρώτον η μέση αλλαγή στο βήτα είναι αρνητική για την πρώτη και τη δεύτερη κλάση και θετική για την τέταρτη και πέμπτη κλάση, αδιάφορα από το διάστημα εκτίμησης που χρησιμοποιήθηκε. Επίσης, η μέση αλλαγή στο βήτα γενικά τείνει προς το 0 όσο πιο κοντά είναι η κλάση προς τη μέση. Αυτή η παρατήρηση υποδηλώνει μεγαλύτερη πιθανότητα κίνησης των βήτα είτε προς τα πάνω, είτε προς τα κάτω (αλλά μικρότερης σπουδαιότητας) για τα βήτα κοντά στη μονάδα. Τα αποτελέσματα του Kruskal-Wallis H test υποδηλώνουν ότι η μηδενική υπόθεση των ίσων κατανομών των αλλαγών των βήτα ανάμεσα στις κλάσεις μπορεί να απορριφθεί για οποιοδήποτε διάστημα εκτίμησης ελέγχθηκε.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2

ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΟΥ $\beta_t - \beta_{t+1}$ ΚΑΙ $|\beta_t - \beta_{t+1}|$

Κλάση	Διάστημα Εκτίμησης				
	1 Χρόνου	2 Χρόνων	4 Χρόνων	6 Χρόνων	9 Χρόνων
1 : Μέσος	-2,2891	-1,7272	-1,2204	-0,4833	-0,3740
MAD	2,4978	2,1435	1,7078	0,7805	1,1480
2 : Μέσος	-0,6746	-0,2531	-0,2869	-0,3599	-0,0235
MAD	1,2616	1,0734	1,2523	0,7221	1,1764
3 : Μέσος	0,0147	-0,1088	-0,1982	-0,0732	0,4374
MAD	1,1390	1,1751	1,4893	0,6650	1,5144
4 : Μέσος	0,6190	0,5123	0,1920	0,2487	0,1622
MAD	1,4024	1,4212	1,6673	0,8802	1,6028
5: Μέσος	2,1760	1,0354	0,5002	0,8189	1,7987
MAD	2,5991	2,0068	1,7991	1,0149	2,3389
Συνολικά:					
Μέσος	-0,0308	-0,1083	-0,2027	-0,0302	0,4002
MAD	1,7800	1,5640	1,5831	0,8125	1,5561
H Test:					
Μέσος	1135,22*	295,21*	63,84*	67,19*	29,86*
MAD	453,35*	108,84*	17,61*	14,20*	24,07*

*Significant at the 0,05 level

Δεύτερον, μία μέτρηση του μεγέθους της αλλαγής του βήτα, μέση απόλυτη απόκλιση, υποδηλώνει ότι γενικά η αλλαγή στο βήτα θα είναι μικρότερης σημασίας όσο πιο κοντά είναι αυτό στη μεσαία κλάση, αδιάφορα από το διάστημα εκτίμησης. Πάλι, το Kruskal-Wallis H Test δείχνει ότι η μηδενική υπόθεση των ανεξάρτητων κατανομών των απολύτων αποκλίσεων ανάμεσα στις κλάσεις μπορεί να απορριφθεί για οποιοδήποτε διάστημα εκτίμησης που ελέγχθηκε.

Τρίτον, για κάθε κλάση και συνολικά, η μέση απόλυτη απόκλιση είναι μικρότερη για διάστημα εκτίμησης 6 χρόνων. Αυτό είναι συνεπές με τα ευρήματα του Gonedé, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, αλλά είναι ασυνεπή με τα συμπεράσματα του Baesel. Μία πιθανή εναρμόνιση αυτών των ασύμφωνων ευρημάτων θα μπορούσε να είναι ότι η διαφορά

στην σταθερότητα του βήτα ανάμεσα σε 6 χρόνων και 9 χρόνων διαστήματα εκτίμησης δεν είναι στατιστικά σημαντικά. Ούτε ο Gonedes ούτε ο Baesel διεξήγαγαν στατιστικά τεστ σημαντικότητας για να προσδιορίσουν το άριστο διάστημα εκτίμησης. Προκειμένου να διευθετηθεί αυτό το θέμα, ένα δείγμα 160 χρεογράφων χωρίστηκε σε δύο υποδείγματα των 80 χρεογράφων το καθένα. Τότε η δειγματοληπτική κατανομή του $|\beta_t - \beta_{t+1}|$ παράχθηκε από το ένα υπόδειγμα για ένα, δύο, τεσσάρων και εννέα χρόνων διαστήματα εκτίμησης, και για έξι χρόνων από το άλλο υπόδειγμα. Στη συνέχεια έγιναν συγκρίσεις κατά ζεύγη συνολικά και με κάθε κλάση ανάμεσα στις αλλαγές του έξι χρόνων διαστήματος εκτίμησης και των άλλων διαστημάτων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 4.3. Βασισμένοι στο Man-Witney U Test, το διάστημα εκτίμησης έξι χρόνων, συνολικά και για συγκεκριμένες κλάσεις, είναι ανώτερο του ενός, δύο και 9 χρόνων διαστήματα εκτίμησης (Το Man-Witney U Test είναι ένα μη παραμετρικό τεστ της ισότητας των κατανομών δύο πληθυσμών). Ωστόσο η διαφορά ανάμεσα στα διαστήματα εκτίμησης τεσσάρων και έξι χρόνων δεν είναι σημαντική. Εμφανίζεται λογικό, εν συνεχεία, να συμπεράνουμε ότι το άριστο διάστημα εκτίμησης περιλαμβάνει μαζί τεσσάρων και έξι χρόνων περιόδους.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3

ΤΕΣΤ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ

Κλάση	1 Χρόνου Σύγκριση MAD			2 Χρόνων Σύγκριση MAD			4 Χρόνων Σύγκριση MAD			9 Χρόνων Σύγκριση MAD		
	1 Χρόνο	6 Χρόνια	U Test	2 Χρόνια	6 Χρόνια	U Test	4 Χρόνια	6 Χρόνια	U Test	9 Χρόνια	6 Χρόνια	U Test
1	2,2564	0,7960	32,26*	1,5672	0,7746	13,14*	1,0198	0,7746	1,04	1,0512	0,7988	0,89
2	1,1738	0,8923	5,03*	0,9202	0,6487	2,30	0,6963	0,6487	0,23	1,1890	1,0342	0,07
3	0,7087	0,6828	0,29	0,7090	0,5429	2,82**	0,6205	0,5429	0,94	1,6212	0,7084	6,76*
4	0,9516	0,7855	0,61	0,7176	1,04	2,32	0,9522	1,04	0,51	1,3568	0,5024	8,64*
5	1,61777	0,9134	7,95*	1,1774	1,1121	0,35	1,0703	1,1121	0,05	2,3365	0,9489	12,29*
Συνολικά	1,3417	0,8014	28,70*	1,0183	0,8237	6,60*	0,8718	0,8237	0,54	1,5109	0,7986	20,48*

* Significant at the 0,05 level.

** Significant at the 0,10 level.

4.2 ΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ (The Time Interval).

Η εμπειρική έρευνα έχει παίξει έναν σημαντικό ρόλο στην πρόσφατη θεωρητική ανάπτυξη της χρηματοοικονομικής θεωρίας και συγκεκριμένα στην διατύπωση και στον έλεγχο ποικίλων θεωριών της αποτίμησης κεφαλαιουχικών στοιχείων (Capital Asset Pricing). Μία κοινή διαδικασία είναι η χρησιμοποίηση ιστορικών τιμών και διαιρετέων δεδομένων για την

εκτίμηση των παραμέτρων της χαρακτηριστικής γραμμής, η οποία συνδέει την απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου ή ενός χαρτοφυλακίου με την απόδοση της αγοράς. Αν και πάρα πολύ πιθανοί περιορισμοί τέτοιων διαδικασιών έχουν διερευνηθεί μία επαναλαμβανόμενη ερώτηση είναι ποιο είναι το κατάλληλο μήκος κάθε διαστήματος που χρησιμοποιείται στην εκτίμηση. Προφανώς τα δυνητικά χρονικά διαστήματα υπολογισμού των αποδόσεων είναι τα εξής: Ημέρα, εβδομάδα, μήνας, τρίμηνο και έτος δοθέντος ότι οι τιμές των μετοχών τυπικά αναφέρονται στο τέλος της ημέρας, της εβδομάδας, του μήνα, του τριμήνου και του έτους.

Πρέπει να σημειωθεί ότι υπάρχουν πλεονεκτήματα/μειονεκτήματα όταν κάποιος χρησιμοποιεί μικρότερα χρονικά διαστήματα σε σχέση με αντίστοιχα μεγαλύτερα. Ένα προφανές πλεονέκτημα χρησιμοποίησης μικρότερων χρονικών διαστημάτων είναι η δυνατότητα χρησιμοποίησης μεγαλύτερου αριθμού παρατηρήσεων (δοθέντος ενός συγκεκριμένου χρονικού ορίζοντα). Για παράδειγμα μέσα σε ένα χρονικό διάστημα ενός έτους μπορούμε να αντλήσουμε πληροφορίες μέσω περίπου 250 ημερήσιων παρατηρήσεων, 52 εβδομαδιαίων αλλά μόνο 12 μηνιαίων. Η χρησιμοποίηση περισσότερων παρατηρήσεων (και ταυτόχρονα περισσότερων πληροφοριών) έχει ως αποτέλεσμα την μεγαλύτερη αξιοπιστία στην εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου. Όμως το βασικό πρόβλημα χρησιμοποίησης μικρών χρονικών διαστημάτων (π.χ. ημερησίων ή εβδομαδιαίων) έχει να κάνει με το ονομαζόμενο στη διεθνή βιβλιογραφία πρόβλημα του Thin Trading. Τα χρεόγραφα πολλών εταιριών δεν κινούνται καθημερινά με αποτέλεσμα οι αποδόσεις τους να μην μπορούν να υπολογισθούν ή να πρέπει να αγνοηθούν. Τα ο πρόβλημα αυτό μειώνεται σημαντικά με τη χρησιμοποίηση μεγαλύτερων χρονικών διαστημάτων, για παράδειγμα το μήνα.

Η χρησιμοποίηση του μήνα ως του καταλληλότερου χρονικού διαστήματος δικαιολογείται λόγω της ελαχιστοποίησης του προβλήματος του Thin Trading και της ταυτόχρονης ύπαρξης αρκετών παρατηρήσεων. Για παράδειγμα χρησιμοποιώντας έναν χρονικό ορίζοντα τεσσάρων ετών θα υπάρχουν $4 \cdot 12 = 48$ παρατηρήσεις, αριθμός ιδιαίτερα ικανοποιητικός για την εκτίμηση του υποδείγματος της αγοράς (Market Model).

Η εμπειρική έρευνα στα τελευταία χρόνια συχνά έχει παρουσιάσει εκατοντάδες κοινές μετοχές και παρελθοντικούς ορίζοντες αρκετών δεκαετιών, ενώ η πολυπλοκότητα της έρευνας εξαρτιόταν από τους σύνθετους τρόπους με τους οποίους χρησιμοποιούνταν οι πίνακες δεδομένων. Πολλές από τις εμπειρικές έρευνες έχουν άμεση ή έμμεση επαφή με το ερώτημα του χρονικού διαστήματος υπολογισμού των αποδόσεων.

Ένας τύπος των μελετών έχει να κάνει με την σταθερότητα της χαρακτηριστικής γραμμής. Για ένα δοσμένο ορίζοντα η κλίση της χαρακτηριστικής γραμμής (συντελεστής βήτα) είναι ένα μέτρο του συστηματικού κινδύνου για το περιουσιακό στοιχείο (μετοχή ή χαρτοφυλάκιο), η σταθερά άλφα μετράει πόσο καλά το περιουσιακό στοιχείο αποδίδει σε σχέση με την αγορά και ο συντελεστής προσδιορισμού ερμηνεύεται σαν ένα μέτρο διαφοροποίησης της. Εξετάζοντας την σταθερότητα του βήτα μέσα στο χρόνο, ο Blume χρησιμοποίησε μηνιαία διαστήματα, ενώ ο Levy χρησιμοποίησε εβδομαδιαία δεδομένα (και γι' αυτό στενότερα διαστήματα) για να δείξει ότι η σταθερότητα αυξάνει με την διαφοροποίηση. Χρησιμοποιώντας μηνιαία δεδομένα για οριζόντες ποικίλου μήκους, ο Baesel βρήκε ότι η σταθερότητα του βήτα αυξάνει ουσιαστικά με το μήκος του ορίζοντα. Ο Gonedes στην μελέτη του «πληροφοριακό περιεχόμενο των λογιστικών αριθμών», βρήκε ότι επτά χρόνια μηνιαίων δεδομένων έδωσαν την καλύτερη συνολικά προσαρμογή για τις χαρακτηριστικές γραμμές. Τελικά ο Altman et al. χρησιμοποίησε εβδομαδιαία, μηνιαία και τριμηνιαία δεδομένα για να συγκρίνει μέτρα κινδύνου ανάμεσα σε Γαλλικούς και Αμερικάνικους οίκους. Επίσης βρήκαν ότι η σταθερότητα αυξάνει με την διαφοροποίηση και ότι οι συντελεστές προσδιορισμού για τις εκτιμήσεις αυξήθηκαν με μακρύτερα διαστήματα.

Ένας άλλος τύπος μελετών εξετάζει την εκ των υστέρων (αναδρομικά) σχέση ανάμεσα στην απόδοση και τον κίνδυνο. Ο Jacob σύγκρινε μέσες αποδόσεις μετοχών και χαρτοφυλακίων χρησιμοποιώντας μηνιαία, τριμηνιαία και ετήσια διαστήματα. Ανέφερε υψηλότερη συνέπεια ανάμεσα σε αυτά τα μέτρα όταν ο ορίζοντας εκτίμησης περιλαμβάνει 5-20 παρατηρούμενα διαστήματα, και ότι ετήσια δεδομένα είναι καλύτερα για οριζόντες 5-10 χρόνων, ενώ μηνιαία δεδομένα χρειάζονταν βραχύτερους οριζόντες 1 χρόνου. Οι Miller και Scholes στην λεπτομερή τους ανάλυση των ευρημάτων απόδοσης – κινδύνου του Douglas, συζητήθηκε μία σειρά από δυνατές μεροληψίες που μπορούν να συμβούν σε τέτοιες εμπειρικές μελέτες, περιλαμβάνοντας την επιρροή της συμμετρίας στην κατανομή των αποδόσεων των εκτιμημένων παραμέτρων. Αν και οι συγγραφείς δεν έχουν παρουσιάσει κάποια άμεσα τεστ, εξάγουν το συμπέρασμα ότι βραχύτερα διαστήματα πιθανόν να οδηγήσουν στη μείωση της ασυμμετρίας (Skewness).

Αν και δεν συγκεντρώθηκε ευθέως στο πρόβλημα της επιλογής διαστήματος, η δουλειά του Jensen είναι σχετική. Έδειξε προσεκτικά πως η εκ των προτέρων (ex ante) σχέση τιμολόγησης περιουσιακών στοιχείων μπορεί να επεκταθεί σε ένα εκ των υστέρων (ex post) μοντέλο αποτίμησης για τα χαρτοφυλάκια επενδύσεων. Επίσης έδειξε ότι εάν τα δεδομένα

δείγματος για μακρύτερα διαστήματα είναι σωστά μετασχηματισμένα έτσι ώστε να διατηρούν την έμφυτη γραμμικότητα του μοντέλου τιμολόγησης κεφαλαιουχικών στοιχείων (CAPM), τότε τα χαρτοφυλάκια μπορούν να εκτιμηθούν για παρελθοντικές περιόδους χρησιμοποιώντας διαστήματα ενός δοσμένου μήκους. Ojensen ήθελε να δείξει ότι χρήση λογαριθμικών επιπλέον αποδόσεων παρέχουν έναν κατάλληλο μετασχηματισμό (logarithmic excess returns).

Οι Cheng και Deets διαφώνησαν σημαντικά λέγοντας ότι ενώ οι λογαριθμικοί μετασχηματισμοί διατηρούν την γραμμικότητα στο CAPM, οι εκτιμήσεις του συστηματικού κινδύνου προερχόμενες από αυτούς τους μετασχηματισμούς δεν είναι ανεξάρτητες από το μήκος του ορίζοντα επάνω εις τον οποίο έγιναν οι μετρήσεις. Επίσης παρουσίασαν μία εμπειρική σύγκριση τριών διαφορετικών εκτιμητών του συστηματικού κινδύνου: Πεπερασμένου ορίζοντα, στιγμιαίου, ακαριαίου ορίζοντα χρησιμοποιώντας λογαριθμικό μετασχηματισμό και στιγμιαίο ορίζοντα βασισμένο πάνω στην προέλευσή τους. Οι συνακόλουθες εκτιμήσεις του συστηματικού κινδύνου ήταν αρκετά κοντά ειδικά για βραχύτερους ορίζοντες μόνο μερικών εβδομάδων. Συζητώντας την δουλειά τους, ο Jacob έδωσε επίσης χρήσιμη άποψη πάνω στο πρόβλημα του ορίζοντα, πρότεινε ότι η επιχειρηματολογία των Cheng και Deets είχε περισσότερη ουσία από μία θεωρητική σκοπιά και ότι η εμπειρική σημασία έγκειται στο πως οι εκτιμήσεις του συστηματικού κινδύνου, χρησιμοποιώντας ιστορικές αποδόσεις, μπορούν να είναι χρήσιμες στην πρόβλεψη μελλοντικών αποδόσεων.

Οι Levhari και Levy εξέτασαν το πρόβλημα του Time Interval από μία διαφορετική προοπτική. Ανέπτυξαν την πρόταση ότι τα εκτιμημένα βήτα των επιθετικών χρεογράφων (βήτα μεγαλύτερα από τη μονάδα) θα έπρεπε να αυξάνουν με το μήκος του διαστήματος, ενώ εκείνα των αμυντικών χρεογράφων (βήτα μικρότερα από τη μονάδα) θα έπρεπε να μειώνονται με το μήκος του διαστήματος. Μόνο εάν το βήτα ενός περιουσιακού στοιχείου είναι μονάδα, το μήκος του διαστήματος δεν θα μπορούσε να επηρεάσει την εκτίμησή του. Το ανάπτυγμά τους είναι βασισμένο πάνω στις υποθέσεις ότι οι αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων είναι ανεξάρτητες και ισόνομα κατανεμημένες στο χρόνο. Και παρόλο που τυποποίησαν το πρόβλημα σε όρους αληθινών, αλλά άγνωστων, βήτα για το περιουσιακό στοιχείο, η απόδειξή τους είναι τέτοια ώστε η πρότασή τους κρατά ανεξάρτητα από την τιμή του αληθινού βήτα και γι' αυτό είναι ικανή για έλεγχο. Οι Lavhari και Levy επίσης όρισαν ένα περιορισμένο, οριακό τεστ της πρότασής τους χρησιμοποιώντας μηνιαία δεδομένα

αποδόσεων για ένα δείγμα 101 μετοχών του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης, αλλά ειδικότερα δύο υποδείγματα των δέκα μετοχών το κάθε ένα. Για μακρύτερα διαστήματα (πέραν των μηνιαίων) διασυνδέθηκαν με απλό πολλαπλασιασμό της συγκριτικά καλύτερης μηνιαίας απόδοσης.

Αν και κάποια συμφωνία φαίνεται να υπάρχει σχετικά με την ερώτηση του Intervaling από μία θεωρητική σκοπιά, υπάρχει σε μικρότερο βαθμό εμπειρική επιβεβαίωση. Ακόμη, ερευνητές οι οποίοι έχουν διεξαγάγει εκ των υστέρων (ex post) ή αναδρομικά εμπειρικά τεστ για κάποιο αόριστο λόγο με τον ένα ή με τον άλλο τρόπο, έχουν να επιλέξουν ένα σωστό διάστημα στην συγκέντρωση και επεξεργασία τιμών κοινών μετοχών και μερισμάτων. Μία από τις λίγες εμπειρικές μελέτες που έχουν γίνει πάνω στο πρόβλημα του Intervaling είναι αυτή του Keith V. Smith «The Effect of Intervaling On Estimating Parameters Of The Capital Asset Pricing Model» Ιούνιος 1978.

Ο βασικός σχεδιασμός ήταν μία διερεύνηση του πόσο επηρεάζουν τα διαφορετικά μήκη των διαστημάτων τις μονάδες μέτρησης των κατανομών των αποδόσεων (π.χ. G_j γεωμετρικός μέσος, V_j συντελεστής μεταβλητότητας, S_j σχετική ασυμετρία) και την εκτίμηση των χαρακτηριστικών γραμμών (π.χ. a_j, β_j, R_j^2). Έτσι λοιπόν χρησιμοποιήθηκαν μηνιαία δεδομένα για ένα δείγμα 200 κοινών μετοχών για ένα ορίζοντα 20 χρόνων από το 1950-1969. Επιπροσθέτως μέτρηση και εκτίμηση έγινε για τρεις (επικαλυπτόμενους/overlapping) ορίζοντες 10 – χρόνων, τέσσερις (μη επικαλυπτόμενους/non overlapping) ορίζοντες 5 – χρόνων και τέσσερις (μη επικαλυπτόμενους/non overlapping) ορίζοντες 3 – χρόνων. Το δείγμα αποτελείται από τις πρώτες 200 εταιρίες για τις οποίες υπήρχαν ολοκληρωμένα δεδομένα διαθέσιμα από το CRSP tape. Για τον υπολογισμό των αποδόσεων της αγοράς χρησιμοποιήθηκαν κατάλληλες τιμές του Standard and Poor's Composite Stock Index. Ενώ οι ακίνδυνες αποδόσεις βασίστηκαν πάνω στις τιμές των 90 – ημερών κρατικών ομολόγων των Ηνωμένων Πολιτειών (90 – day U.S. Treasury Bills). Ο αριθμός των μηνών ανά διάστημα κυμαινόταν από 1 έως 20 (9 επίπεδα), έστω και αν προηγούμενες μελέτες συνήθως περιόριζαν τον αριθμό των μηνών σε 12 ή λιγότερους.

Ένας άλλος τρόπος σχεδιασμού της έρευνας ήταν να παρουσιαστούν οι μετρήσεις και οι εκτιμήσεις σε όρους μέσων χαρτοφυλακίων. Κατασκευάστηκαν 10 χαρτοφυλάκια των 20 μετοχών το κάθε ένα με ομαδοποίηση σύμφωνα με τον εκτιμημένο συστηματικό κίνδυνο σε πολλές προηγούμενες μελέτες. Για παράδειγμα, το χαρτοφυλάκιο 1 αποτελείται από 20

μετοχές με τα υψηλότερα βήτα, το χαρτοφυλάκιο 2 με τα επόμενα 20 και ούτω καθ' εξής. Όλες οι μετρήσεις και οι εκτιμήσεις έγιναν από μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία.

Κάθε επιλογή του μήκους του διαστήματος μπορεί να θεωρηθεί σαν μία διαφορετική «αγωγή» (treatment) για μέτρηση και εκτίμηση πάνω σε ένα δοσμένο ορίζοντα. Για να συγκρίνουμε κάθε ένα από τα τρία μέτρα των κατανομών των αποδόσεων και τις τρεις παραμέτρους της χαρακτηριστικής γραμμής διαμέσου 9 διαστημάτων αγωγών (καθώς το μήκος του ορίζοντα μικραίνει, ο αριθμός των διαθέσιμων παρατηρήσεων για κάθε εκτίμηση μειώνεται. Αντίστοιχα για ορίζοντες 5-χρόνων, 6 διαστήματα εξετάστηκαν, για ορίζοντες 3-χρόνων, μόνο 5 διαστήματα συγκρίθηκαν), εκτελέστηκε ανάλυση διακύμανσης κατά ένα παράγοντα (One-Way Analysis of Variance ANOVA1). Και επιπλέον για να συγκρίνουμε το αποτέλεσμα του Intervaling σε σχέση με τον συστηματικό κίνδυνο εφαρμόστηκε ανάλυση διακύμανσης κατά δύο παράγοντες (Two-Way Analysis of Variance ANOVA2), με το Intervaling και τον συστηματικό κίνδυνο σαν τις δύο αγωγές. Έλεγχοι σημαντικότητας για την ανάλυση διακύμανσης είναι γνωστό ότι είναι έγκυροι μόνο εάν οι παρατηρήσεις θεωρηθούν ότι είναι από πληθυσμούς κανονικά κατανεμημένους οι οποίοι έχουν ίσες διακυμάνσεις. Και οι δύο αυτές υποθέσεις θα δειχθεί παρακάτω ότι παραβιάζονται στην παρούσα μελέτη.

Τα αποτελέσματα της εμπειρικής έρευνας παρουσιάζονται στους πίνακες 4.4-4.10. Μέσες τιμές των 6 μέτρων για τις δύο δεκαετίες εμφανίζονται στον πίνακα 4.4 για κάθε ένα από τα 9 μήκους διαστήματα. Οι τιμές στον πίνακα 4.4 είναι υπολογισμένες (κατά μέσο όρο) πάνω στις 200 κοινές μετοχές. Κάθε μέτρο για κάθε μετοχή είναι βασισμένο στον ενδεικνυόμενο αριθμό των παρατηρήσεων, κατανεμημένες από το 240 (για μηνιαία διαστήματα) στο 12 (20-μηνων διαστήματα). Η τελευταία γραμμή του πίνακα περιλαμβάνει υπολογισμένα F-ratios για ανάλυση διακύμανσης κατά ένα παράγοντα των 9 διαστημάτων αγωγών.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4

Μέσα Αποτελέσματα του Intervaling, 1950-1969

Διάστημα m	Παρατηρήσεις I	G_j	V_j	S_j	β_j	a_j	R_j^2
1	240	0,121	6,63	0,668	0,901	0,029	0,136
2	120	0,121	4,68	0,574	1,038	0,013	0,217
3	80	0,121	3,83	0,547	1,075	0,010	0,257
4	60	0,120	3,32	0,575	1,139	0,004	0,270
6	40	0,120	2,78	0,535	1,105	0,010	0,299
8	30	0,119	2,44	0,454	1,098	0,009	0,334
12	20	0,119	2,11	0,648	1,182	0,009	0,385
15	16	0,118	1,87	0,714	0,946	0,028	0,324
20	12	0,117	1,65	0,698	0,914	0,029	0,291
ANOVA1 F(8,1791)		0,211	178,5*	2,29	9,62*	6,05*	44,35*

*Significant at 0,01

Όπως με την κατανομή των συνακόλουθων αποδόσεων, ο γεωμετρικός μέσος των αποδόσεων G_j μειώνεται ελαφρώς με τα μακρύτερα διαστήματα. Αυτό το αποτέλεσμα δεν είναι ισχυρό όπως εκφράζεται από το χαμηλό F-ratio για την γεωμετρική μέση απόδοση (στατιστικά μη σημαντικό). Την ίδια στιγμή ο συντελεστής μεταβλητότητας μειώνεται αρκετά σημαντικά καθώς το μήκος του διαστήματος αυξάνει. Φυσικά ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι ορισμένος σαν τυπική απόκλιση μιας κατανομής διαιρούμενη από το μέσο της. Από τη στιγμή που ο μέσος αλλάζει πού λίγο με το Intervaling, είναι ξεκάθαρο ότι η διασπορά της κατανομής των αποδόσεων μειώνεται με το μακρύτερο διάστημα.

Η μέση τιμή της ασυμμετρίας ποικίλλει από μία χαμηλή 0,454 ($m = 8$) σε μία υψηλή 0,714 ($m = 15$). Η στατιστική σημαντικότητα ενός μεμονωμένου μέτρου ασυμμετρίας εκτείνεται από μία κριτική τιμή 0,619 για 50 παρατηρήσεις σε 0,130 για 250 παρατηρήσεις (αυτές οι κριτικές τιμές πάρθηκαν από τον Pearson και Hartley). Έτσι ενώ υπάρχει καθαρή απόδειξη θετικής ασυμμετρίας στις αποδόσεις των μετοχών για την περίοδο των 20-χρόνων, δεν υπάρχει συνακόλουθο αποτέλεσμα διαμέσου του εύρους των μηκών του διαστήματος. Με μία εξαίρεση, η ασυμμετρία ακριβώς μειώνεται με μακρύτερα διαστήματα μέχρι και $m = 8$, αλλά μετά η τάση αντιστρέφεται.

Όσο για τις χαρακτηριστικές γραμμές, εκτιμημένες από τις κατανομές αυτών των αποδόσεων, όλα τα τρία μέτρα επηρεάστηκαν σημαντικά από το μήκος του διαστήματος. Ο

συντελεστής προσδιορισμού R_j^2 επανειλημμένα αυξήθηκε με μακρύτερα διαστήματα το οποίο είναι συνεπές με την μειωμένη σχετική διασπορά. Μεγαλύτερα διαστήματα κρύβουν πολλές από τις μικρότερου εύρους διακυμάνσεις στις τιμές των μετοχών (πιθανότατα τυχαία) και των μερισμάτων (πιθανότατα όχι τυχαία) μέσα στο χρόνο. Αυτό το εύρημα επίσης παρατηρήθηκε από τον Altman et.al αλλά όχι από τους Levhari και Levy οι οποίοι ανέφεραν ότι δεν υπάρχει καμία επιρροή του Intervaling στο goodness of fit. Η μέση σταθερά και η μέση κλίση των εκτιμημένων χαρακτηριστικών γραμμών είναι σημαντικές δια μέσου της ANOVA1, αλλά δεν επιδεικνύουν μία συνεπή τάση καθώς το μήκος του διαστήματος αλλάζει. Το μεγαλύτερο μέσο βήτα συμβαίνει για ετήσια δεδομένα, και το μικρότερο β_j , συμβαίνει για τα ακραία ($m = 1$ και $m = 20$) μήκους διαστήματα. Όπως αναμενόταν, οι εκτιμήσεις των a_j τείνουν να κινηθούν σε αντίθετες κατευθύνσεις από εκείνες των βήτα μέσω των ερευνημένων διαστημάτων.

Ο πίνακας 4.5 επεκτείνει αυτά τα ευρήματα σε βραχύτερους ορίζοντες μέσα στην 20-χρονη περίοδο. Επειδή ο χώρος απαγορεύει μία ολοκληρωμένη παρουσίαση των 6 μέτρων για κάθε μήκος διάστημα, υπολογισμένα F-ratios παρουσιάζονται σαν τελικοί δείκτες της δύναμης του Intervaling effect σε κάθε μέτρο. Σε αντίθεση με το αποτέλεσμα του Intervaling πάνω στον συντελεστή προσδιορισμού ο οποίος συνακολούθως ήταν σημαντικός και πάνω στο γεωμετρικό μέσο των αποδόσεων ο οποίος δεν ήταν, άλλα 4 αποτελέσματα ήταν σχετικά με την κατάσταση. Η πιο έντονη αλλαγή ήταν στο αποτέλεσμα του Intervaling στον συντελεστή μεταβλητότητας, έγινε μη σημαντικός για τους μικρότερους 3 και 5 χρόνων ορίζοντες και επίσης για 2 από τους 10-χρόνων ορίζοντες. Αυτό δεν είναι έκπληξη από τη στιγμή που οι δύο δεκαετίες περιείχαν περισσότερο ακραίες κινήσεις της αγοράς και γι' αυτό η διασπορά ήταν περισσότερο επηρεασμένη από την επιλογή του Intervaling.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5

F-ratios για ANOVA1 των Αποτελεσμάτων του Intervaling, Επιλεγμένοι Ορίζοντες, 1950-1969

Ορίζοντας	G_j	V_j	S_j	β_j	a_j	R_j^2
20 Χρόνων:						
1950-1969	0,211	178,5	2,29	9,62	6,05	44,35
10 Χρόνων:						
1950-1959	0,194	3,98	3,49	12,09	9,83	73,65
1955-1964	0,076	0,732	7,42	5,83	2,13	29,70
1960-1969	0,034	0,831	1,97	2,85	0,508	26,62
5 Χρόνων:						
1950-1954	0,075	0,501	3,54	22,30	24,11	141,6
1955-1959	0,017	1,07	7,39	15,85	4,034	102,6
1960-1964	0,013	1,27	13,36	1,38	0,221	45,7
1965-1969	0,014	0,904	4,05	17,02	0,149	118,0
3 Χρόνων:						
1952-1954	0,021	1,19	5,49	4,63	3,33	83,12
1956-1958	0,010	0,988	11,83	13,55	1,07	87,52
1961-1963	0,002	1,41	39,29	2,39	0,279	85,08
1965-1967	0,006	0,926	6,06	10,99	0,303	76,15

Ο πίνακας 4.6 παρέχει ένα απευθείας τεστ της πρότασης των Levhari-Levy ότι τα αποτελέσματα του Intervaling εξαρτώνται από το επίπεδο του συστηματικού κινδύνου. Σε κάθε μία από τις πρώτες πέντε στήλες (χαρτοφυλάκια με περιουσιακά στοιχεία υψηλότερου βήτα), το μήκος του διαστήματος προκάλεσε τις εκτιμήσεις του βήτα να αυξηθούν, τουλάχιστον μέχρι τα ετήσια δεδομένα. Αντιστρόφως στις τελευταίες στήλες (χαρτοφυλάκια με χρεόγραφα χαμηλότερου βήτα), οι εκτιμήσεις του βήτα μειώνονται με το μήκος του διαστήματος. Μία ανάλυση διακύμανσης κατά δύο παράγοντες στο τέλος του πίνακα 4.6 δείχνει ότι τα διαστήματα και η αλληλεπίδραση τους με το συστηματικό κίνδυνο ήταν αρκετά έντονη για τον ορίζοντα 1950-1969. Ξεκάθαρα αυτά τα ευρήματα είναι υποστηρικτικά της πρότασης. Σημαντική είναι η απλή παρατήρηση ότι οι εκτιμήσεις του βήτα για ένα δοσμένο περιουσιακό στοιχείο ποικίλουν σημαντικά εξαρτώμενες από το επιλεγμένο διάστημα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.6

ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΚΑΙ INTERVALING, 1950-1969

Διάστημα m	Χαρτοφυλάκιο (βασισμένο στο β_j)										Μέσος Όρος
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1,436	1,192	1,072	0,991	0,928	0,870	0,788	0,695	0,597	0,440	0,901
2	1,640	1,370	1,256	1,175	1,093	0,999	0,914	0,804	0,652	0,479	1,038
3	1,739	1,443	1,284	1,198	1,131	1,052	0,931	0,827	0,655	0,491	1,075
4	1,960	1,585	1,408	1,280	1,183	1,056	0,957	0,822	0,655	0,486	1,139
6	1,869	1,531	1,373	1,271	1,165	1,051	0,917	0,777	0,630	0,467	1,105
8	1,974	1,530	1,357	1,241	1,155	1,018	0,895	0,734	0,620	0,451	1,098
12	2,286	1,700	1,507	1,348	1,213	1,047	0,888	0,783	0,637	0,409	1,182
15	2,041	1,490	1,288	1,123	0,942	0,803	0,689	0,555	0,427	0,102	0,946
20	2,198	1,648	1,343	1,093	0,890	0,720	0,592	0,479	0,331	-0,152	0,914
Μέσος Όρος	1,905	1,499	1,321	1,191	1,078	0,957	0,841	0,720	0,578	0,353	1,044

ANOVA2	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F-ratio
Intervals	16,87	8	2,11	187,4*
Risk	341,67	9	37,96	3374,5*
Interaction	22,90	72	0,32	28,3*
Error	19,24	1710	0,01	
Total	400,68	1799		

*Significant at 0,01

Εάν οι εκτιμήσεις του βήτα ποικίλουν με το Intervaling, τότε κάποιος θα περίμενε ότι οι εκτιμήσεις του άλφα θα κάνουν το ίδιο επίσης. Οι πίνακες 4.7 και 4.8 παρέχουν απόδειξη ότι αυτό είναι αλήθεια. Ο πίνακας 4.7 περιλαμβάνει μέσες εκτιμήσεις του άλφα για διάστημα κάθε μήκους μέσα σε κάθε επίπεδο του συστηματικού κινδύνου. Στις δύο δεκαετίες που διερευνήθηκαν η συνολική μέση τιμή του άλφα ήταν 1,5 τοις εκατό, αν και επιμέρους μέσες τιμές κατατάσσονται από -5,9 τοις εκατό (χαρτοφυλάκιο 1) έως 15 τοις εκατό (χαρτοφυλάκιο 10). Οι αντίστοιχες στήλες των πινάκων 4.6 και 4.7 παρέχουν περισσότερη υποστήριξη της αντίστροφης σχέσης ανάμεσα στις εκτιμήσεις του άλφα και του βήτα καθώς το Intervaling είναι ποικίλο. Αυτά τα ευρήματα υποστηρίζουν νωρίτερα αποτελέσματα των Smith και Tito,

των Friend και Blume, και των Black, Jensen και Scholes ότι η σχετική επίδοση της αγοράς εξαρτάται από το επίπεδο του συστηματικού κινδύνου.

Συμφωνα με τον ANOVA2 στο τέλος του πίνακα 4.6 Intervaling, επίπεδο συστηματικού κινδύνου και η αλληλεπίδραση τους είναι όλοι σημαντικοί παράγοντες για τον προσδιορισμό του επιπέδου της αποτελεσματικότητας της αγοράς. Ο πίνακας 4.7 επεκτείνει αυτά τα ευρήματα σε όλους τους ορίζοντες οι οποίοι διερευνήθηκαν. Όχι απρόβλεπτα η ολική εκτίμηση του άλφα ποικίλει αξιοσημείωτα, ειδικά για βραχύτερους ορίζοντες. Ο συστηματικός κίνδυνος συνακόλουθα ήταν ένας σημαντικός παράγοντας ενώ η επίδραση του Intervaling ήταν σχετική με την κατάσταση. Η αλληλεπίδραση τους ήταν γενικά ασήμαντη για τους βραχύτερους ορίζοντες.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.7

ΕΠΙΔΟΣΗ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ, ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΚΑΙ INTERVALING

Διάστημα m	Χαρτοφυλάκιο (βασισμένο στο β_j)										Μέσος Όρος
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	-0,014	-0,004	0,015	0,040	0,045	0,049	0,0410,038	0,035	0,034	0,043	0,029
2	-0,038	0,004	-0,003	0,008	0,030	0,014	0,044	0,021	0,025	0,033	0,013
3	-0,043	-0,007	0,003	0,012	-0,004	0,016	0,031	0,021	0,028	0,029	0,010
4	-0,059	-0,031	-0,005	-0,016	-0,010	0,034	0,046	0,031	0,022	0,038	0,004
6	-0,029	-0,033	-0,003	-0,002	-0,006	0,010	0,024	0,039	0,030	0,044	0,010
8	-0,037	-0,015	-0,010	-0,025	0,017	0,037	0,033	0,018	0,031	0,050	0,009
12	-0,041	-0,024	-0,010	-0,017	-0,005	0,014	0,041	0,063	0,019	0,055	0,009
15	-0,034	-0,022	-0,009	-0,015	0,022	0,052	0,035	0,047	0,066	0,129	0,028
20	-0,053	-0,036	0,009	0,006	0,048	0,036		0,043	0,059	0,150	0,029
Μέσος Όρος	-0,039	-0,019	-0,002	-0,001	0,015	0,029	0,037	0,035	0,035	0,063	0,015

ANOVA2	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F-ratio
Intervals	0,165	8	0,021	8,59*
Risk	1,510	9	0,168	69,71*
Interaction	0,489	72	0,007	2,82*
Error	4,117	1710	0,002	
Total	6,282	1799		

*Significant at 0,01

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.8
F-Ratios ΓΙΑ ANOVA 2 ΤΗΣ ΕΠΙΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑ, ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΩΝ
ΟΡΙΖΟΝΤΩΝ

Ορίζοντες	Συνολικός Μέσος	Intervaling	Συστηματικός Κίνδυνος	Αλληλεπίδραση
20 Χρόνων:				
1950-1969	0,015	8,59	69,71	2,82
10 Χρόνων:				
1950-1959	0,008	16,70	124,4	2,97
1955-1964	0,009	2,91	66,81	1,79
1960-1964	0,028	0,539	7,05	1,31
5Χρόνων:				
1950-1954	-0,013	46,14	109,4	3,57
1955-1959	0,027	4,47	15,75	0,898
1960-1964	-0,005	0,242	13,95	1,06
1965-1969	0,082	0,198	33,19	0,871
3 Χρόνων:				
1952-1954	-0,039	6,29	96,11	1,72
1956-1958	0,050	1,18	8,82	1,55
1961-1963	-0,010	0,293	6,63	1,00
1965-1967	0,102	0,354	18,81	0,770

Τα ευρήματα της εμπειρικής μελέτης μπορούν να συμπυκνωθούν σε όρους του κατά πόσο το Intervaling επηρεάζει τη μέτρηση των αποδόσεων και την εκτίμηση των χαρακτηριστικών γραμμών. Όσον αφορά την μέτρηση, ο γεωμετρικός μέσος των αποδόσεων μειώνεται ελαφρώς και αναμενόμενα με το Intervaling, ενώ στις δύο δεκαετίες η διασπορά των κατανομών των αποδόσεων μειώνεται με μακρύτερα διαστήματα. Οι εκτιμήσεις των άλφα και βήτα επίσης επηρεάστηκαν από την επιλογή του διαστήματος, αλλά δεν παρατηρήθηκε κανένα πρότυπο, υπόδειγμα μέχρι που το δείγμα διανεμήθηκε μέσα στα χαρτοφυλάκια βάση του συστηματικού κινδύνου. Όταν έγινε αυτό, η πρόταση ότι οι εκτιμήσεις του βήτα αυξάνονται (μειώνονται) με το Intervaling για επιθετικές/aggressive (αμυντικές/defensive)

μετοχές, επιβεβαιώθηκε. Η αναμενόμενη αντίστροφη σχέση ανάμεσα στις εκτιμήσεις του άλφα και του βήτα όμοια παρατηρήθηκε.

4.3 ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ ΤΩΝ ΑΠΟΛΟΣΕΩΝ

Κατά την ανάλυση του υποδείγματος της αγοράς στο κεφάλαιο 3 και συγκεκριμένα στην παράγραφο 3.3 είδαμε ότι η εκτίμηση του υποδείγματος με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων (OLS) προϋποθέτει την υιοθέτηση των πέντε περιοριστικών υποθέσεων που ήδη έχουμε αναφέρει. Οι υποθέσεις αυτές αφορούν κυρίως τη συμπεριφορά του στοχαστικού όρου e_{it} και η παραβίαση τους δημιουργεί σοβαρά προβλήματα αξιοπιστίας στην τιμή του συντελεστή βήτα. Στη συνέχεια της παραγράφου αυτής θα παρουσιάσουμε διεξοδικά τα προβλήματα αυτά που αφορούν στην εγκυρότητα των στατιστικών ελέγχων.

4.3.1 ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑ (NORMALITY)

Η παραβίαση της υπόθεσης της κανονικότητας του στοχαστικού όρου δεν έχει σημαντικές επιπτώσεις στην συνέπεια των εκτιμητών των ελαχίστων τετραγώνων. Αυτό ισχύει ιδιαίτερα όταν το μέγεθος του δείγματος είναι μεγάλο. Πρέπει όμως να σημειωθεί ότι η παραβίαση της υπόθεσης περί κανονικής κατανομής των καταλοίπων έχει μεγάλη σημασία κατά την διατύπωση συμπερασμάτων αναφορικά με τον βαθμό αξιοπιστίας των εκτιμηθέντων συντελεστών του υποδείγματος. Όπως είναι γνωστό τα κλασσικά κριτήρια στατιστικού ελέγχου της σημαντικότητας των διαφορών υποθέσεων βασίζονται στην υπόθεση της κανονικότητας. Κατά συνέπεια αυτά δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον έλεγχο των εκτιμηθέντων συντελεστών και την κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης όταν τα e_{it} δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Προκειμένου να διαπιστώσουμε αν το τυχαίο σφάλμα ακολουθεί την κανονική κατανομή χρησιμοποιούμε το κριτήριο Jarque-Bera (J.B) ελέγχοντας την μηδενική υπόθεση ότι το τυχαίο σφάλμα ακολουθεί κανονική κατανομή. Λαμβάνοντας την τιμή του κριτηρίου (από το στατιστικό πακέτο που χρησιμοποιούμε) και γνωρίζοντας ότι (το στατιστικό του) ακολουθεί την X^2 (Chi-Square) κατανομή με 2 βαθμούς ελευθερίας καταλήγουμε στα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Εάν η τιμή του $Jarque - Bera > X_{\beta, \varepsilon, \alpha}^2$ απορρίπτουμε την H_0 (δεν υπάρχει δηλαδή κανονικότητα)

- Εάν η τιμή του $Jarque - Bera < X_{\beta, \varepsilon, \alpha}^2$ δεν απορρίπτουμε την H_0 (υπάρχει δηλαδή κανονικότητα)

Οι Καραθανάσης και Φίλιππας στο άρθρο τους «Έλεγχοι Παραβίασης των Υποθέσεων του Υποδείγματος της Αγοράς στη Χρηματιστηριακή Αγορά των Αθηνών» στο περιοδικό Σπουδαί (1994), ελέγχουν τις υποθέσεις του Υποδείγματος της Αγοράς στην αναδυόμενη χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών. Στο άρθρο αυτό εξετάζονται οι 22 πιο εμπορεύσιμες μετοχές εταιριών οι οποίες είναι εισηγμένες στο ASE (Athens Stock Exchange) για την περίοδο 1-1-1988 – 31-12-1991. Για την εκτίμηση του Υποδείγματος της Αγοράς χρησιμοποίησαν μηνιαία δεδομένα τα οποία προσαρμόστηκαν για τυχούσες διασπάσεις μετοχών και αυξήσεις μετοχικού κεφαλαίου. Μεταξύ των ελέγχων παραβιάσεων και υποθέσεων του Υποδείγματος της Αγοράς ήταν και ο έλεγχος της κανονικότητας με το κριτήριο των Jarque-Bera.

Εξετάζοντας τα εμπειρικά αποτελέσματα κατά επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας οι Καραθανάσης και Φίλιππας διαπίστωσαν ότι οι 9 από τις 22 εταιρίες που εξετάστηκαν παρουσιάζουν προβλήματα παραβίασης της υπόθεσης της κανονικότητας του στοχαστικού όρου (ποσοστό 41%) και σε επίπεδο σημαντικότητας 5% και σε ε.σ. 1%. Το ποσοστό αυτό είναι αρκετά μεγάλο και ως εκ τούτου καθίσταται φανερό ότι η απλή μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων είναι ανεπαρκής μέθοδος για την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου των μετοχών οι οποίες είναι εισηγμένες στο ASE. Είναι βέβαια γνωστό ότι η οικονομετρία προσφέρει ικανοποιητικές μεθόδους θεραπείας.

Ένας τρόπος για να βελτιωθεί η κανονικότητα της κατανομής των αποδόσεων είναι να πάρουμε έναν τροποποιημένο τύπο του κλασσικού γραμμικού υποδείγματος που θα έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\ln(1 + R_{it}) = a_i + \beta_i \ln(1 + R_{mt}) + e_{it}$$

δηλαδή επιλέγουμε λογαριθμικές αποδόσεις για να μετρήσουμε το ποσοστό της απόδοσης κάτω από συνεχή ανατοκισμό.

4.3.2 ΕΤΕΡΟΣΚΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ (HETEROSCEDASTICITY)

Μία από τις πιο βασικές υποθέσεις του τυχαίου σφάλματος στο Υπόδειγμα της Αγοράς είναι η υπόθεση της Ομοσκεδαστικότητας (Homoscedasticity) που σημαίνει ότι η διακύμανση του τυχαίου όρου είναι σταθερή για κάθε τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής

$(Var(e_{it}) = \sigma_t^2, \forall t)$. Επίσης η υπόθεση ότι η κατανομή των e_{it} είναι ανεξάρτητη όλων των R_{mt} περικλείει το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας η οποία συμβαίνει όταν η διακύμανση των σφαλμάτων εξαρτάται από το R_{mt} ή το χρόνο. Η ετεροσκεδαστικότητα εμφανίζεται κυρίως στα διαστρωματικά δεδομένα (τα δεδομένα που αφορούν τις τιμές μιας μεταβλητής σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή).

Εάν παραβιάζεται η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας (ετεροσκεδαστικότητα) και εκτιμήσουμε το Υπόδειγμα της Αγοράς με την απλή μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων τότε οι συντελεστές του υποδείγματος θα είναι μεν αμερόληπτοι αλλά δεν θα είναι αποτελεσματικοί. Γι' αυτό η πρακτική σημαντικότητα της ετεροσκεδαστικότητας προέρχεται από την τάση της να μεγενθύνει, φουσκώνει τα δειγματικά σφάλματα των ε.ε.τ a_j, β_j και e_{it} . Με αποτέλεσμα παραδοσιακά τεστ υποθέσεων που αφορούν αυτούς τους εκτιμητές δεν μπορούν πλέον να γίνονται πλέον από τη στιγμή που οι δειγματικές διακυμάνσεις τους είναι μεροληπτικές. Ακόμη υπερεκτιμά το συντελεστή προσδιορισμού. Έτσι, η ετεροσκεδαστικότητα μπορεί να εξηγήσει, τουλάχιστον εν μέρει, την προφανή αστάθεια των βήτα μεμονωμένων χαρτοφυλακίων πέρα από μία διαδοχική χρονική περίοδο.

Ένας απλός τρόπος για να διαπιστώσουμε την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας είναι να απεικονίσουμε σε ένα διάγραμμα τις τιμές των καταλοίπων. Εάν παρατηρείται συστηματική αύξηση ή μείωση τους τότε υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα.

Εναλλακτικά ο έλεγχος για ετεροσκεδαστικότητα γίνεται κυρίως με το κριτήριο του White, σύμφωνα με το οποίο εξετάζεται η μηδενική υπόθεση μη ύπαρξης ετεροσκεδαστικότητας. Η τιμή του κριτηρίου White υπολογίζεται από το γινόμενο

$$nR^2$$

όπου n : ο αριθμός των παρατηρήσεων

R^2 : ο συντελεστής προσδιορισμού των καταλοίπων.

Η τιμή του κριτηρίου δίδεται αυτόματα από όλα σχεδόν τα στατιστικά προγράμματα. Το κριτήριο White συγκρίνεται με την κριτική τιμή της κατανομής χ^2 με δύο βαθμούς ελευθερίας:

- Εάν $nR^2 > \chi_{\beta, \varepsilon, \alpha}^2$ απορρίπτουμε την H_0 (υπάρχει δηλαδή ετεροσκεδαστικότητα).
- Εάν $nR^2 < \chi_{\beta, \varepsilon, \alpha}^2$ δεν απορρίπτουμε την H_0 (δεν υπάρχει δηλαδή ετεροσκεδαστικότητα).

Εφόσον διαπιστωθεί η ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας οφείλουμε να την διορθώσουμε. Έτσι μπορούμε να εφαρμόσουμε τη μέθοδο White για την αντιμετώπιση του συγκεκριμένου προβλήματος.

Πάνω στο πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας έχουν γίνει πολλές και σημαντικές μελέτες όπως είναι αυτές του Praetz (1969), των John D.Martin και Robert C.Klemkosky (1975), Stephen J.Brown (1977), Ahmed Belkaoui (1977), David J. Fowler, C.Harvey Rorke και Vijaym.Jog (1979), Brennar και Smidt (1979), Roger P.Bey και George E.Pinches (1980), Καραθανάσης και Φίλιππας (1993), Καραθανάσης και Πατσός (1993). Στη συνέχεια θα δούμε πως προσέγγισαν το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας οι συγκεκριμένοι επιστήμονες.

Ο Praetz στο άρθρο του «Australian Share Prices and the Random Walk Hypothesis» (1969) έλεγξε για την ετεροσκεδαστικότητα μαζί εβδομαδιαίες και μηνιαίες αλλαγές τιμών σε ένα δείγμα αποτελούμενο (1) από εβδομαδιαία στοιχεία για 16 δείκτες τιμών μετοχών του χρηματιστηρίου του Σύδνεη από το 1958 έως το 1966, (2) από εβδομαδιαίες αλλαγές τιμών των 20 πιο εμπορεύσιμων Αυστραλιανών κοινών μετοχών για την ίδια περίοδο από τα χρηματιστήρια της Μελβούρνης και του Σύδνεη και (3) από μηνιαία στοιχεία για δύο δείκτες μετοχών από το χρηματιστήριο του Σύδνεη από το 1875 έως το 1966. Πάνω στην βασική πρόταση συλλογισμού ότι οι τιμές των μετοχών δοκιμάζουν περιόδους σχετικής αδράνειας και υπερβολικής δραστηριότητας, ο Praetz υπέθεσε ότι η διακύμανση στις αλλαγές των τιμών των μετοχών ήταν μη σταθερή μέσα στο χρόνο. Για να ελέγξει αυτή την υπόθεση, υπολόγισε ετήσιες διακυμάνσεις των αλλαγών των τιμών για κάθε μία από τις 37 σειρές τιμών που μελετήθηκαν. Το τεστ του Bartlett για την ετεροσκεδαστικότητα χρησιμοποιήθηκε τότε για να ελέγξει την υπόθεση ότι οι ετήσιες διακυμάνσεις των μεταβολών των τιμών ήταν ίσες. Τα αποτελέσματα του συγκεκριμένου τεστ ήταν πολύ συνεπή καθώς κάθε σειρά μεταβολών τιμών, εκτός από δύο επέδειξαν σημαντική ετεροσκεδαστικότητα σε επίπεδο σημαντικότητας 1%.

Συγκεκριμένα το στατιστικό τεστ του Bartlett ορίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$B - test = \frac{Q}{L}$$

$$\text{Όπου } Q = (N - k) \log S_p^2 - \sum_{j=1}^k (n_j - 1) \log S_j^2$$

$$L = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left(\sum_{j=1}^k \frac{1}{n_j - 1} - \frac{1}{N - k} \right)$$

S_j^2 η διακύμανση των καταλοίπων για το j-οστό υπόδειγμα ($j = 1, \dots, k$)

$$S_p^2 = \left(\sum_{j=1}^k (n_j - 1) S_j^2 \right) / (N - k), \quad n_j = \text{o αριθμός των παρατηρήσεων ανά υπόδειγμα,}$$

$N = \sum_{j=1}^k n_j$ και k ο αριθμός των υποδειγμάτων που χρησιμοποιήθηκαν.

Εάν τα κατάλοιπα, e_{it} , είναι κανονικά και ανεξάρτητα κατανομημένα τότε το B ακολουθεί μία X^2 -κατανομή με $k-1$ βαθμούς ελευθερίας.

Οι John D. Martin και Robert C. Klemkosky στο άρθρο τους «Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model», (1975), κάνουν μία στατιστική ανάλυση της υπόθεσης της ομοσκεδαστικότητας. Τα αποτελέσματα των τεστ που χρησιμοποίησαν βασίζονται πάνω σε ένα δείγμα που περιέχει 355 κοινές μετοχές του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης. Οι μηνιαίες αποδόσεις υπολογίστηκαν για 112 μηνιαίες περιόδους από τον Απρίλιο του 1964 – τον Ιούλιο του 1973 χρησιμοποιώντας τις πρώτες διαφορές των φυσικών λογαρίθμων των μεταβολών των τιμών:

$$R_{it} = \ln(P_{it}) - \ln(P_{i(t-1)})$$

όπου P_{it} είναι η τιμή του χρεογράφου i για τον μήνα t και $P_{i(t-1)}$ είναι η ανταποκρινόμενη τιμή στο προηγούμενο μήνα.

Επιλέχτηκαν λογαριθμικές μεταβολές των τιμών για την μέτρηση της απόδοσης των χρεογράφων και της αγοράς επειδή αυτός ο τύπος προσεγγίζει το ποσοστό των αποδόσεων κάτω από συνεχή ανατοκισμό και βελτιώνει την κανονικότητα της δειγματικής κατανομής.

Το γραμμικό μοντέλο παλινδρόμησης αξασφαλίζει ότι e_{it} δεν είναι γραμμικά εξαρτημένο με το R_{mt} , ωστόσο, δεν αποκλείει την ύπαρξη μη γραμμικής εξάρτησης. Έτσι το πρώτο τεστ που πραγματοποιήσαν για ετεροσκεδαστικότητα αποτελείτο από υπολογισμένα Rank Correlations ανάμεσα στις απόλυτες τιμές των σφαλμάτων του μοντέλου αγοράς, $|e_{it}|$, και τις αντίστοιχες αποδόσεις της αγοράς, R_{mt} , για κάθε μία από τις 355 μετοχές. Σημαντικά θετική (αρνητική) συσχέτιση θα αποδύκναι μία τάση για μεγάλα (μικρά) $|e_{it}|$ να είναι συνδεδεμένα με μεγάλα R_{mt} . Τα αποτελέσματα των Rank Correlation tests έδειξαν ότι μόνο 24 από τις 355

μετοχές που ελέγχθηκαν σημαντική συσχέτιση σε επίπεδο σημαντικότητας 10%. Από αυτές τις 24 απορρίψεις, 9 προέκυψαν από θετική και 11 από αρνητική εξάρτηση.

Ένα περισσότερο ακριβή τεστ που χρησιμοποιήσαν για ετεροσκεδαστικότητα, ήταν το τεστ του Bartlett (αναφέρθηκε αναλυτικά προηγουμένως), το οποίο μπορεί να γίνει, όπου τα δεδομένα του δείγματος περιέχουν πολλαπλές παρατηρήσεις του e_{it} , για κάθε R_{mt} . Έτσι επιλέχθηκαν τέσσερα υποδείγματα από τις ταξινομημένες τιμές του R_{mt} . Έγιναν χωριστές παλινδρομήσεις για κάθε ένα από τα υποδείγματα (Subsamples) με υπολογισμένες για το καθένα διακυμάνσεις σφαλμάτων. Η υπόθεση που ελέγχθηκε είναι ότι δεν υπάρχει διαφορά στις διακυμάνσεις των σφαλμάτων των υποδειγμάτων. Αποτελέσματα από το τεστ του Bartlett δείχνουν ότι 12 από τις 355 ελεγμένες μετοχές επέδειξαν σημαντικά διαφορετικές διακυμάνσεις σφαλμάτων των υποδειγμάτων σε επίπεδο σημαντικότητας 10%. Από αυτές τις 12 μετοχές μόνο 3 ήταν κοινές στις απορρίψεις χρησιμοποιώντας το Rank Correlation Test. Η εξήγηση που έδωσαν οι Martin – Klemkosky για τον μειωμένο αριθμό των απορρίψεων στο τεστ του Bartlett σε σχέση με το Rank Correlation Test, σχετίζεται με το γεγονός τοι ολόκληρη η διακύμανση των τιμών του R_{mt} περιλαμβανόταν μέσα στον πληθυσμό από τον οποίο τα τέσσερα υποδείγματα τραβήχτηκαν.

Στη συνέχεια οι Martin – Klemkosky εφάρμοσαν το τεστ που πρότειναν οι Goldfield και Quandt. Οι συγκεκριμένοι πρότειναν ένα εναλλακτικό τεστ για την ετεροσκεδαστικότητα το οποίο, όπως το τεστ του Bartlett, περιλαμβάνει έλεγχο της διαφοράς των διακυμάνσεων των σφαλμάτων των υποδειγμάτων. Ωστόσο η διαδικασία Goldfield – Quandt χρειάζεται τα υποδείγματα να είναι χωρισμένα παραλείποντας τις κεντρικές τιμές του R_{mt} . Αυτή η διαδικασία δειγματοληψίας έχει το αποτέλεσμα της αύξησης της ευαισθησίας του τεστ στην ανίχνευση διαφορών στις διακυμάνσεις των σφαλμάτων των υποδειγμάτων. Συγκεκριμένα το τεστ των Goldfield – Quandt περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

- 1) Ταξινόμηση του R_{mt} κατά φθίνουσα τάξη.
- 2) Παράλειψη c κεντρικών παρατηρήσεων από τα ταξινομημένα R_{mt} . Η ισχύ του τεστ ποικίλει αντιστρόφως με την τιμή του c .

- 3) Στη συνέχεια χωριστές παλινδρομήσεις προσαρμόζονται με ελάχιστα τετράγωνα στις πρώτες $\frac{(n-c)}{2}$ παρατηρήσεις και στις τελευταίες $\frac{(n-c)}{2}$ παρατηρήσεις, με $\frac{(n-c)}{2}$ πρέπει να ξεπερνούν τον αριθμό των προς εκτίμηση παραμέτρων και
- 4) Το στατιστικό τεστ έχει την ακόλουθη μορφή:

$$R = \frac{S_2}{S_1}$$

Το R έχει την F κατανομή, κάτω από την υπόθεση των ίσων διακυμάνσεων, με $\frac{(n-c-2m)}{2}$ και $\frac{(n-c-2m)}{2}$ βαθμούς ελευθερίας.

Όπου S_1 και S_2 είναι τα αθροίσματα των τετραγώνων των αποκλίσεων από τις δύο παλινδρομήσεις. Ο δείκτης 1 δηλώνει τις μικρότερες τιμές του R_{mi} και ο 2 τις μεγαλύτερες τιμές του R_{mi} .

Η ισχύς του τεστ προφανώς εξαρτάται από την τιμή του c. Όσο μεγαλύτερο είναι το c, τόσο λιγότερη ισχύ έχει το τεστ. Ωστόσο, καθώς το c μειώνεται, η πρόσθετη ισχύ του τεστ εξαιτίας της αύξησης των παρατηρήσεων είναι μερικά αντισταθμισμένη με μία μείωση της ευαισθησίας στην ανίχνευση των διαφορών των S_1 και S_2 . Οι Goldfield – Quandt πρότειναν μία αναλογία 8 προς 30 για c/n σαν ένα λογικό αντιστάθμισμα ανάμεσα στην ισχύ και στην ευαισθησία. Στα τεστ των οποίων τα αποτελέσματα παρουσιάζονται παρακάτω, περίπου 1/3 των παρατηρήσεων παραλήφθηκαν από το κεντρικό εύρος των τιμών του R_{mi} , διατηρώντας σε κάθε υπόδειγμα 1/3. Αυτό είναι σε κάποιο βαθμό μεγαλύτερο από την προτεινόμενη αναλογία του c/n που χρησιμοποιήθηκε σε μία προσπάθεια αύξησης της ευαισθησίας του τεστ.

Όπως προσδοκόταν το Goldfield – Quandt τεστ αποδείχθηκε περισσότερο ευαίσθητο στην ανίχνευση διαφορών των διακυμάνσεων των σφαλμάτων απ' ότι το τεστ του Bartlett. 30 μετοχές βρέθηκαν οι οποίες κατέληξαν στην απόρριψη της υπόθεσης της μη διαφοράς των διακυμάνσεων των σφαλμάτων σε επίπεδο σημαντικότητας 10%. Από αυτές τις 30 μετοχές μόνο 3 ήταν κοινές με εκείνες που απορρίφθηκαν χρησιμοποιώντας το τεστ του Bartlett και 12 ήταν κοινές με την λίστα των μετοχών που απορρίφθηκαν χρησιμοποιώντας το Rank Correlation Test.

Μόνο 3 μετοχές βρέθηκαν να επιδεικνύουν σημαντική απόδειξη ετεροσκεδαστικότητας σε όλα τα τρία τεστ. Ωστόσο, ακόμη και εάν κάποιος δεχτεί την απόρριψη με οποιοδήποτε από τα τρία τεστ σαν απόδειξη ετεροσκεδαστικότητας στο μοντέλο αγοράς, αυτό θα αντιπροσωπεύει λιγότερο από 15 % του δείγματος. Τα ευρήματα των Marin – Klemkosky είναι σε αντίθεση με εκείνα του Praetz, ο οποίος βρήκε σημαντική ετεροσκεδαστικότητα ουσιαστικά σε όλες τις σειρές των τιμών των μετοχών που μελετήθηκαν. Ωστόσο, δύο διαφορές είναι προφανείς στα τεστ των των Marin – Klemkosky και σε εκείνα του Praetz. Πρώτον το δείγμα των δύο πρώτων αποτελείται από μετοχές του NYSE σε αντίθεση των Αυστραλιανών μετοχών και δεικτών. Δεύτερον οι διακυμάνσεις των σφαλμάτων υπολογίστηκαν από υποδείγματα, τα οποία περιελάμβαναν άμεση θεώρηση, μελέτη του επιπέδου του R_{mt} , σε αντίθεση των ετήσιων υποδειγμάτων που χρησιμοποιήθηκαν από τον Praetz. Το κυριότερο συμπέρασμα παραμένει, ωστόσο, ότι τα τεστ που ολοκληρώθηκαν από τους Martin – Klemkosky βρήκαν ότι η ετεροσκεδαστικότητα δεν ήταν ένα σοβαρό πρόβλημα στο μοντέλο αγοράς για την πλειοψηφία των μετοχών που ελέγχθηκαν.

Ο Ahmed Belkaoui (1977) στο άρθρο του «Canadian Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model» παρουσίασε μία απόδειξη ετεροσκεδαστικότητας για το Μοντέλο της Αγοράς στον Καναδά. Το συγκεκριμένο άρθρο επεκτείνει τις προσπάθειες των Praetz και Martin και Klemkosky στο Καναδικό Μοντέλο Αγοράς. Τα ίδια τεστ που διεξήχθησαν από τους Martin και Klemkosky θα εφαρμοστούν τώρα στις μετοχές του χρηματιστηρίου του Τορόντο.

Τα παραμετρικά και μη παραμετρικά τεστ της ομοσκεδαστικότητας που χρησιμοποιεί ο Ahmed Belkaoui εφαρμόζονται σε ένα δείγμα 45 τυχαία επιλεγμένων κοινών μετοχών του χρηματιστηρίου του Τορόντο (TSE). Ο Belkaoui συνέλεξε δεκαπενθήμερες μετοχές και τιμές αγοράς σχετικές για μία περίοδο 48 μηνών Ιανουάριος 1971 – Δεκέμβριος 1971. Η απόδοση της αγοράς εκφράζεται από το βιομηχανικό δείκτη του χρηματιστηρίου του Τορόντο. Τα τεστ που χρησιμοποίησε ήταν τα ακόλουθα:

- Ο συντελεστής συσχέτισης κατά τάξεις (Rank Correlation Coefficient) του Spearman. (Μέθοδος υπολογισμού της σχέσης μεταξύ δύο μεταβλητών με κατάταξη των ποσών κατά τάξη μεγέθους και επακόλουθη σύγκριση).
- Το τεστ του Bartlett και
- Το τεστ των Goldfield και Quandt.

Το πρώτο τεστ βασίζεται επάνω στον συντελεστή συσχέτισης κατά τάξεις του Spearman r_s ανάμεσα στις απόλυτες τιμές των σφαλμάτων και στην απόδοση της αγοράς. Η

σπουδαιότητα του r_s , κάτω από την μηδενική υπόθεση ότι e_{it} δεν είναι συσχετισμένα με R_{mt} , μπορεί να ελεγχθεί από τον τύπο :

$$t = r_s \sqrt{(n-2)/(1-r_s^2)}$$

με $n = 96$ παρατηρήσεις. Με $96 - 2 = 94$ βαθμούς ελευθερίας, η κριτική τιμή του t για ένα δίπλευρο τεστ σε επίπεδο σημαντικότητας 10% είναι 1,662. 41 υπολογισμένες τιμές ήταν υψηλότερες από την κριτική τιμή του t σε επίπεδο 10%. Έτσι τα αποτελέσματα από το συντελεστή συσχέτισης κατά τάξεις του Spearman έδειξαν ότι 41 από τις 45 Καναδικές μετοχές που περιλαμβάνονταν στο δείγμα έδειξαν σημαντική συσχέτιση σε επίπεδο 10%.

Στη συνέχεια ο Belkaoui εφάρμοσε το τεστ των Goldfield και Quandt (έχει αναλυθεί προηγουμένως). Η τιμή του επιλεγμένου c ήταν 26 ακολουθώντας την πρόταση των Goldfield και Quandt μιας αναλογίας 8 προς 30 για c/n σαν ένα κατάλληλο αντιστάθμισμα ανάμεσα στην ισχύ και την ευαισθησία για το τεστ τους. Σε επίπεδο σημαντικότητας 10% οι κριτικές τιμές της F είναι $F_1(0.05,22,22) = 2.05$ και $F_2(0.95,22,22) = 0.49$. 18 παρατηρούμενες τιμές του F εκτίθενται στις υψηλότερες και χαμηλότερες περιοχές απόρριψης. Αυτό το τεστ αποδείχτηκε πάλι να είναι περισσότερο ισχυρό από το μη παραμετρικό τεστ. Τα αποτελέσματα πάνω μόνο στις 18 μετοχές οδήγησαν στην απόρριψη της υπόθεσης ότι δεν υπάρχουν διαφορές στις διακυμάνσεις των σφαλμάτων σε επίπεδο 10%. Από αυτές τις 18 μετοχές 15 είχαν προηγουμένως οδηγήσει στην απόρριψη της υπόθεσης ότι δεν υπάρχει συσχέτιση σύμφωνα με το συντελεστή συσχέτισης του Spearman.

Τέλος προκειμένου να ελέγξει ο Belkaoui για περισσότερη ακρίβεια χρησιμοποίησε το τεστ του Bartlett πάνω στα δεδομένα του δείγματος (έχει αναλυθεί λεπτομερώς προηγουμένως). Όμοια με τους Martin και Klemkosky, επέλεξε 4 υποδείγματα όπου το καθένα κάλυπτε μία χρονιά. Τα αποτελέσματα του τεστ του Bartlett έδειξαν ότι 28 μετοχές έχουν σημαντικές διακυμάνσεις σφαλμάτων σε επίπεδο 10%. Περιλαμβάνονταν 16 μετοχές που είχαν ήδη απορριφθεί από την διαδικασία των Goldfield και Quandt και 26 μετοχές που ήδη είχαν απορριφθεί από τον συντελεστή συσχέτισης κατά τάξεις του Spearman.

Αυτό σημαίνει ότι η απόδειξη ετεροσκεδαστικότητας στο Καναδικό Μοντέλο Αγοράς ήταν ίση με το 91 % από το δείγμα της φέρμας χρησιμοποιώντας τον συντελεστή συσχέτισης κατά τάξεις του Spearman, 40% χρησιμοποιώντας τις διαδικασίες των Goldfield και Quandt και 62% χρησιμοποιώντας το τεστ του Bartlett. Χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε από αυτά τα αποτελέσματα μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι η ετεροσκεδαστικότητα θα μπορούσε να

θεωρηθεί ένα σοβαρό πρόβλημα στο Μοντέλο Αγοράς για την πλειοψηφία των ελεγμένων Καναδικών μετοχών. Αυτό το συμπέρασμα μοιάζει με τα Αυστραλιανά ευρήματα και διαφέρει με τα Αμερικανικά.

Ο Stephen J. Brown (1977) σε ένα σχόλιο του πάνω στους Martin και Klemkosky στο άρθρο του «Heteroscedasticity in the Market Model: A comment», χρησιμοποίησε τα δεδομένα των Fama και Mc Beth δηλαδή 683 μετοχές του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης για την περίοδο Ιανουαρίου 1961 έως Ιούνιος 1968. Εφάρμοσε το τεστ των Goldfield – Quandt (χωρίς να παραλείψει καμία παρατήρηση) που εφάρμοσαν και οι Martin – Klemkosky. Ο Brown συμπέρανε ότι η μηδενική υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας 1% για τις μετοχές και για χαρτοφυλάκια σε επίπεδο σημαντικότητας 5%. Βρήκε αρκετά υψηλότερο ποσοστό απόρριψης στον έλεγχο της ομοσκεδαστικότητας από τους Martin – Klemkosky.

Οι Brenner και Smidt (1979) χρησιμοποιώντας το τεστ του Glejer πάνω σε μηνιαία δεδομένα για 200 μετοχές του NYSE για την περίοδο Ιούλιος 1958 – Ιούνιο 1968 κατέληξαν στην ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας για το 17,5% των 200 μετοχών. Το κριτήριο του Glejer έχει ως εξής:

- Κάνει μία αρχική εκτίμηση μέσω της εξίσωσης του Υποδείγματος της Αγοράς.
- Παλινδρομεί τις απόλυτες τιμές των υπολοίπων στην ανεξάρτητη μεταβλητή R_{mt} δηλαδή $|e_{it}| = a_0 + a_1 R_{mt} + u_{it}$ και
- Ελέγχει τα a_0 και a_1 με ένα δίπλευρο t-test και
 - 1) εάν τα a_0 και a_1 ή μόνο το a_1 παρουσιάζονται σημαντικά τότε το μοντέλο είναι ομοσκεδαστικό.
 - 2) εάν το a_0 είναι μη σημαντικό και το a_1 είναι σημαντικό τότε παρατηρείται ετεροσκεδαστικότητα.
 - 3) εάν τα a_0 και a_1 είναι σημαντικά τότε δεχόμαστε την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας.

Οι Roger P. Bey και George E. Pinches στο άρθρο τους «Additional Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model» (1980) είχαν ως αντικειμενικό σκοπό

- να ξεδιαλύνουν τις διαφορές πάνω στην ετεροσκεδαστικότητα των προηγούμενων μελετών,
- να αναγνωρίσουν την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας στα χρεόγραφα,

- να συζητήσουν τις χρηματοοικονομικές συνέπειες της ετεροσκεδαστικότητας στο Μοντέλο Αγοράς.

Προκειμένου να πετύχουν το στόχο τους ανέλυσαν ένα μεγάλο δείγμα από 665 εταιρίες οι οποίες ήταν εισηγμένες στο NYSE (από το αρχείο CRSP, Center for Research in Security Prices). Χρησιμοποιώντας έξι στατιστικά τεστ για την ετεροσκεδαστικότητα σε τρεις μη επικαλυπτόμενες χρονικές περιόδους. Τα δεδομένα ήταν μηνιαίες αποδόσεις μετοχών από τον Ιανουάριο του 1962 έως τον Δεκέμβριο του 1976. Το διάστημα αυτό χωρίστηκε σε τρεις περιόδους των πέντε χρόνων: 1962 – 1966, 1967 – 1971 και 1972 – 1976. Για ετεροσκεδαστικότητα ελέγχθηκαν μεμονωμένες μετοχές για κάθε μία από τις τρεις περιόδους καθώς και χαρτοφυλάκια τα οποία σχηματίστηκαν με την ακόλουθη διαδικασία ομαδοποίησης:

Τα χρεόγραφα των περιόδων 1962 – 1966 και 1967 – 1971 κατατάχθηκαν κατά αύξουσα σειρά του βήτα. Στη συνέχεια σχηματίστηκαν 20 χαρτοφυλάκια με δεδομένα από τις υποπεριόδους των πέντε χρόνων: 1967 – 1971 και 1972 – 1976. Σύμφωνα με την διαδικασία των Fama και McBeth το πρώτο χαρτοφυλάκιο αποτελείται από 35 μετοχές με τις χαμηλότερες τιμές του βήτα της προηγούμενης πεντάχρονης περιόδου. Τα επόμενα 18 χαρτοφυλάκια αποτελούνται από 33 μετοχές, ενώ το τελευταίο αποτελείται από 36 μετοχές με τις υψηλότερες τιμές του βήτα της προηγούμενης πεντάχρονης περιόδου. Οι δείκτες που χρησιμοποιήσαν ήταν ο ίσα σταθμισμένος και ο σταθμισμένος ανάλογα με την αξία των μετοχών δείκτης του CRSP. Ο κύριος δείκτης που χρησιμοποιήσαν σύμφωνα και με τον Fama ήταν ο σταθμισμένος ανάλογα με την αξία των χρεογράφων. Ο ίσα σταθμισμένος δείκτης χρησιμοποιήθηκε για να είναι εφικτή η σύγκριση των αποτελεσμάτων της έρευνας τους με τα αντίστοιχα αποτελέσματα των προηγούμενων μελετών.

Τα τεστ που χρησιμοποιήσαν ήταν τα εξής:

- 1) Bartlett
- 2) Goldfield – Quandt
- 3) Kendall
- 4) Peak
- 5) Glejer
- 6) Τροποποιημένο τεστ του Glejer (Modified Glejer Test)

Τα τεστ των Bartlett, Goldfield – Quandt, Glejer, έχουν ήδη αναλυθεί. Όσον αφορά το τεστ του Kendall αυτό δεν χρειάζεται κανονικότητα και υπολογίζεται με την ακόλουθη διαδικασία:

- Εκτιμούμε την εξίσωση του Υποδείγματος Αγοράς για όλες τις 60 παρατηρήσεις ανά χρεόγραφο και ανά χρονική περίοδο.
- Κατατάσσουμε τα R_{mt} κατά αύξουσα σειρά και παίρνουμε τις απόλυτες τιμές των αντίστοιχων υπολοίπων, $|e_{it}|$.
- Μετατρέπουμε τις τιμές των R_{mt} και $|e_{it}|$ σε αντίστοιχη τάξη.
- Παρατηρούμε ποια από τα ζεύγη αυτά των τιμών είναι σύμφωνα (Concordant) και ποια είναι μη σύμφωνα (discordant) (όπου N_c δηλώνει τον αριθμό των σύμφωνων ζευγών και N_d τον αριθμό των μη σύμφωνων ζευγών) και
- Υπολογίζουμε το Kendall's tau ως εξής:

$$\tau = \frac{N_c - N_d}{N(N-1)/2}$$

Για μεγάλα δείγματα ($N > 10$) τ κατανέμεται προσεγγιστικά κανονικά ως εξής:

$$Z = \frac{\tau}{\sqrt{\frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}}}$$

Το Peak τεστ αναπτύχθηκε από τους Goldfield και Quandt. Τα βασικά βήματα υπολογισμού του είναι τα εξής :

- 1) Εκτιμούμε την εξίσωση του Υποδείγματος Αγοράς όπως στο τεστ του Kendall.
- 2) Κατατάσσουμε κατά αύξουσα σειρά τα R_{mt} και στη συνέχεια τα υπόλοιπα e_{it} όπως τα R_{mt} .
- 3) Προσπαθούμε να βρούμε ένα peak, μία κορυφή στα διατεταγμένα υπόλοιπα για το οποίο $|e_{ip}| \geq |e_{ip-k}|$ για όλα τα $p - k < p$ (το πρώτο υπόλοιπο e_{i1} δεν αποτελεί peak) και
- 4) Καθορίζουμε την σημαντικότητα συγκρίνοντας τον αριθμό των παρατηρούμενων κορυφών (peaks) με μία κριτική τιμή καθορισμένη από τους Goldfield και Quandt. Εάν τα κατάλοιπα επιδुकνεύουν ετεροσκεδαστικότητα, η

διακύμανση αυξάνει ανάλογα με το R_{mt} και ο αριθμός των παρατηρούμενων peaks τείνει να μεγαλώνει.

Το τροποποιημένο τεστ του Glejser ακολουθεί την ίδια διαδικασία με το Glejser τεστ με την εξαίρεση ότι χρησιμοποιούμε το τετράγωνο της απόλυτης τιμής των υπολοίπων δηλαδή $e_{it}^2 = a_0 + a_1 R_{mt} + u_{it}$. Ο έλεγχος και η ερμηνεία του είναι η ίδια όπως στο τεστ του Glejser.

Τα αποτελέσματα των έξι τεστ για την ετεροσκεδαστικότητα παρουσιάζονται στον πίνακα 4.9 και έχουν ως εξής:

- Το ποσοστό των χρεογράφων που παρουσιάζουν ετεροσκεδαστικότητα την ίδια περίοδο κυμαίνεται από το χαμηλό 5,71 για το Peak τεστ (1972 – 1976) έως το υψηλό 33,23 για το Goldfield – Quandt τεστ.

- Οι ενδείξεις ετεροσκεδαστικότητας για μεμονωμένα χρεόγραφα ποικίλουν ευρέως ανάμεσα στα έξι τεστ και

- Η ένδειξη ετεροσκεδαστικότητας ποικίλει ανάμεσα στις τρεις χρονικές περιόδους και όλα τα τεστ, εκτός από το Peak τεστ, επιδεικνύουν περισσότερη ετεροσκεδαστικότητα στην περίοδο 1972 – 1976 απ' ό τι στις δύο προηγούμενες περιόδους.

Για τα χαρτοφυλάκια, μία ανάλυση του πίνακα 4.8 δείχνει πολύ μικρή ένδειξη ετεροσκεδαστικότητας, εκτός από το Peak τεστ, στην χρονική περίοδο 1972 – 1976. Τελικά ο σχηματισμός χαρτοφυλακίων δεν ελαχιστοποίησε την ετεροσκεδαστικότητα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.9

ΕΤΕΡΟΣΚΕΔΑΣΤΙΚΑ ΧΡΕΟΓΡΑΦΑ ΚΑΙ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ ΑΝΑ ΤΕΣΤ ΚΑΙ ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟ

Χρονική Περίοδος	Τεστ Ετεροσκεδαστικότητας											
	Bartlett		Goldfeld/Quandt		Kendall		Peak		Glejser		Modified Glejser	
	No.	(%)	No.	(%)	No.	(%)	No.	(%)	No.	(%)	No.	(%)
Χρεόγραφα												
1962-1966	121	18,2	122	18,3	40	6,0	62	9,3	40	6,0	43	6,5
1967-1971	116	17,4	145	21,8	69	10,4	58	8,7	69	10,4	65	9,8
1972-1976	191	28,7	221	33,2	89	13,4	38	5,7	191	28,7	217	32,6
Χαρτοφυλάκια												
1967-1971	2	10,0	0	0,0	0	0,0	1	5,0	1	5,0	1	5,0
1972-1976	5	25,0	12	60,0	5	25,0	0	0,0	9	45,0	9	45,0

$\alpha = 0,05$

Η επόμενη κίνηση των ερευνητών ήταν να ελέγξουν αν υπάρχουν σημαίνουσες διαφορές ανάμεσα στα έξι τεστ. Οι έλεγχοι που πραγματοποίησαν ήταν τα τεστ των Cochran, McNemar και Friedman. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν ήταν τα εξής:

- Κανένα από τα έξι τεστ για ετεροσκεδαστικότητα δεν παρείχε ίδια αποτελέσματα.
- Τα έξι τεστ αναγνωρίζουν ουσιαστικά διαφορετικά σεν χρεογράφων και χαρτοφυλακίων που επιδεικνύουν ετεροσκεδαστικότητα.

Τέλος εξέτασαν αν για την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας ευθύνεται το γεγονός ότι τα κατάλοιπα ακολουθούν κανονική κατανομή μιας και τα τέσσερα από τα έξι τεστ υποθέτουν κανονικότητα. Έτσι χρησιμοποίησαν το Lilliefors τεστ (είναι μία τροποποίηση του Kolmogorov Smirnov one sample test για κανονικότητα όταν ο μέσος και η διακύμανση της θεωρητικής κατανομής πρέπει να εκτιμηθεί από τα δειγματικά δεδομένα) και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι αν και η παραβίαση της κανονικότητας οδήγησε σε διπλάσιο μέγεθος ετεροσκεδαστικότητας δεν είναι αυτή η γενεσιουργός αιτία του προβλήματος. Η πηγή στην οποία αποδίδουν την ετεροσκεδαστικότητα είναι η αύξηση της διακύμανσης της αγοράς.

Η παρουσία ετεροσκεδαστικότητας έχει σημαντικές χρηματοοικονομικές συνέπειες για την μελλοντική έρευνα στα χρηματοοικονομικά. Πρώτον η ετεροσκεδαστικότητα είναι ένα πρόβλημα το οποίο οι μελλοντικοί ερευνητές θα πρέπει να το λάβουν υπόψη σημαντικά στο σχεδιασμό της έρευνας. Δεύτερον, η χρησιμοποίηση του Μοντέλου Αγοράς ίσως χρειάζεται μία προσέγγιση η οποία εφαρμόζει σταθμισμένα ελάχιστα τετράγωνα ή γενικευμένα ελάχιστα τετράγωνα ή τεχνικές εκτίμησης μεγίστης πιθανοφάνειας. Τέλος ο τύπος του Μοντέλου Αγοράς θα πρέπει να αναθεωρηθεί από τη στιγμή που ο ελλιπής προσδιορισμός του Μοντέλου (misspecification) ίσως να είναι η αιτία της παρατηρούμενης ετεροσκεδαστικότητας.

Οι Γ. Καραθανάσης και Ν. Φίλιππας στο άρθρο τους «Heteroscedasticity in the Market Model: Some Evidence from the Athens Stock Exchange» παρουσίασαν μερικές αποδείξεις για την ετεροσκεδαστικότητα στο Μοντέλο της Αγοράς από Ελληνικά δεδομένα. Το δείγμα που επέλεξαν αποτελείτο από όλες τις μετοχές των εταιριών που περιλαμβάνονται στον Γενικό Δείκτη Τιμών Μετοχών υπολογισμένος καθημερινά από τις υπηρεσίες του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών. Ο δείκτης μετοχών είναι ένας σταθμισμένος δείκτης (Value – Weighted Index). Μερίσματα δεν περιλαμβάνονται στον υπολογισμό του δείκτη.

Οι Καραθανάσης και Φίλιππας προκειμένου να διαπιστώσουν την ύπαρξη και επίπτωση της ετεροσκεδαστικότητας στα χρεόγραφα χρησιμοποίησαν έναν αριθμό εναλλακτικών τεστ,

των οποίων η απόδειξη για την ανωτερότητα του ενός ή του άλλου δεν είναι αδιαμφισβήτητη.

Έτσι χρησιμοποιήσαν τέσσερα τεστ:

- 1) Το τεστ του Glejser
- 2) Το τροποποιημένο τεστ του Glejser
- 3) Ένα περισσότερο δυνατό τεστ σχεδιαζόμενο από τους Breusch και Pagan (1979) και
- 4) Το τεστ του White το οποίο είναι ευρέως χρησιμοποιημένο στην περιοχή των χρηματοοικονομικών.

Τα τεστ του Glejser, τροποποιημένο τεστ του Glejser και τεστ του White έχουν ήδη αναλυθεί εκτενώς. Γι' αυτό θα επικεντρωθούμε στο τεστ των Breusch και Pagan. Με αυτό το κριτήριο υποθέτουμε ότι τα σφάλματα e_{it} είναι τυχαία κατανομημένα, έχουν αναμενόμενη τιμή 0 με διακύμανση $\sigma_t^2 = h(Z_t'a)$, όπου h είναι μία συνάρτηση εξαρτώμενη από το t , Z_t είναι ένα $(2*1)$ μη στοχαστικό διάνυσμα με το πρώτο στοιχείο ίσο με τη μονάδα και $a = (a_1, a^{*'})'$ είναι ένα $(2*1)$ διάνυσμα από άγνωστους συντελεστές. Το παραπάνω μας επιτρέπει να εκφράσουμε την μηδενική υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας ως εξής: $H_0 : a = 0$. Οι Breusch και Pagan έδειξαν ότι το πολλαπλασιαστικό στατιστικό του Lagrange για την μηδενική υπόθεση, όπως δηλώθηκε παραπάνω, δίνεται από τον τύπο:

$$\lambda = \frac{q'z'(z'z)^{-1}z'q}{2\sigma^4}$$

όπου $q = e - \sigma^2 j$, e είναι ένα διάνυσμα των τετραγώνων των ελαχίστων τετραγώνων των σφαλμάτων e του Μοντέλου Αγοράς, $j = (1, \dots, 1, \dots, 1)'$, $z' = (z_1, z_2, \dots, z_T)$ και $\sigma^2 = e'e/T$. Κάτω από την H_0 , λ είναι ασυμπτωτικά κατανομημένο σαν X_1^2 . Το στατιστικό λ μπορεί να υπολογιστεί σημειώνοντας ότι ο αριθμητής της παραπάνω εξίσωσης είναι ισοδύναμος με το ερμηνευτικό άθροισμα τετραγώνων για την παλινδρόμηση του q πάνω στο z . Εάν η εκτιμημένη τιμή του λ είναι μικρότερη από X_1^2 , για δοσμένο επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας τότε αποδεχόμαστε την H_0 , δηλαδή ότι το μοντέλο είναι ομοσκεδαστικό. Αντιστρόφως, εάν η τιμή του είναι μεγαλύτερη από την κριτική του τιμή απορρίπτουμε την H_0 και αποδεχόμαστε την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας.

Τα αποτελέσματα που λήφθηκαν από τους Καραθανάση και Φίλιππα συγκεντρώνονται στους πίνακες 4.10 έως 4.13. Από αυτούς τους πίνακες παρατηρούμε ότι όλα τα τεστ

αποκαλύπτουν επίδραση ετεροσκεδαστικότητας για ένα σημαντικό αριθμό εταιριών. Με το τεστ των Breusch και Pagan παρατηρούμε δυνατότερη απόδειξη ετεροσκεδαστικότητας από οποιοδήποτε άλλο. Με κάθε ένα από αυτά τα τεστ μπορεί κάποιος να συμπεράνει ότι η ετεροσκεδαστικότητα θέτει ένα σοβαρό πρόβλημα στο Μοντέλο της Αγοράς για ένα μεγάλο αριθμό εταιριών του ASE. Τα αποτελέσματα αυτής της έρευνας μοιάζουν να είναι στην ίδια γραμμή με τα Καναδικά (Belkaoui, 1977) και τα Αυστραλιανά (Praetz, 1969) ευρήματα, αλλά διαφέρουν από την Αμερικάνικη έρευνα (Martin και Klemkosky, 1975, Brenner και Smidt 1977, Famma et al. 1969). Θα έπρεπε, ωστόσο να αναφέρουμε ότι οι αποδείξεις με τα Αμερικάνικα δεδομένα είναι ανάμεικτες. Τοιουτοτρόπως οι Bey και Pinches (1980) βρήκαν ότι, άσχετα με το τεστ που χρησιμοποίησαν, κατασκευασμένο ή μη, τα αποτελέσματα της έρευνας τους έδειξαν ισχυρές αποδείξεις ετεροσκεδαστικότητας σε ένα μεγάλο αριθμό εταιριών του NYSE.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.10
ΤΕΣΤ ΤΟΥ GLEJSER

Αριθμός Εταιριών	Ετεροσκεδαστικές Μετοχές			
	Αριθμός Μετοχών (%)		Αριθμός Μετοχών (%)	
	Σε ε.σ. 5%	Σε ε.σ. 5%	Σε ε.σ. 1%	Σε ε.σ. 1%
43	18	42	11	26

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.11
MODIFIED GLEJSER TEST'S

Αριθμός Εταιριών	Ετεροσκεδαστικές Μετοχές			
	Αριθμός Μετοχών (%)		Αριθμός Μετοχών (%)	
	Σε ε.σ. 5%	Σε ε.σ. 5%	Σε ε.σ. 1%	Σε ε.σ. 1%
43	17	39	12	28

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.12
BREUSCH-PAGAN TEST

Αριθμός Επειριών	Ετεροσκεδαστικές Μετοχές			
	Αριθμός Μετοχών (%)		Αριθμός Μετοχών (%)	
	Σε ε.σ. 5%	Σε ε.σ. 5%	Σε ε.σ. 1%	Σε ε.σ. 1%
43	21	49	14	32

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.13
ΤΕΣΤ ΤΟΥ WHITE

Αριθμός Επειριών	Ετεροσκεδαστικές Μετοχές			
	Αριθμός Μετοχών (%)		Αριθμός Μετοχών (%)	
	Σε ε.σ. 5%	Σε ε.σ. 5%	Σε ε.σ. 1%	Σε ε.σ. 1%
43	19	44	13	30

Οι Καραθανάσης και Πατσός (1993) ασχολήθηκαν με το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας και γενικότερα με τα λάθη προσδιορισμού του Υποδείγματος της Αγοράς. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν οι μηνιαίες τιμές 43 μετοχών του ASE από τον Δεκέμβριο του 1986 έως τον Δεκέμβριο του 1990. Χρησιμοποιήθηκε ένας σταθμισμένος δείκτης με βάση την αξία κάθε μετοχής. Τα τεστ που χρησιμοποιήσαν ήταν τα εξής:

- 1) Τεστ του Glejser.
- 2) Τροποποιημένο τεστ του Glejser.
- 3) Τεστ των Breusch – Pagan.
- 4) Τεστ του White.
- 5) Spearman Rank Correlation τεστ.
- 6) Goldfeld – Quandt τεστ.
- 7) Kendall τεστ.

Τα αποτελέσματα ήταν θετικά ως προς την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας σε ένα ποσοστό από 27,9% έως 69,77% ανάλογα με την στάθμη σημαντικότητας. Επίσης εξετάζοντας τα κατάλοιπα κατέληξαν ότι δεν ακολουθούν κανονική κατανομή σε ποσοστό πάνω από 50%.

Οι ίδιοι καταλήγουν ότι η ύπαρξη καταλοίπων που δεν ακολουθούν κανονική κατανομή οδηγούν σε ετεροσκεδαστικότητα.

Τέλος ο Ν. Φίλιππας (2000) παρουσιάζει μία μελέτη σε σχέση με την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας στο Υπόδειγμα Αγοράς με παρατηρούμενο δείγμα το σύνολο των μετοχών για το ASE. Χρησιμοποιώντας το τεστ του White συμπαιρνεί ότι σε 20% των μετοχών παρατηρούμε ετεροσκεδαστικότητα.

4.3.3 ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗ (ΑΥΤΟCORRELATION)

Όπως είδαμε κατά την εξέταση των υποθέσεων του υποδείγματος αγοράς εάν παραβιάζεται η υπόθεση της ανεξαρτησίας των καταλοίπων $\text{cov}(e_{it}, e_{it+k}) = 0, \forall k \neq 0$, δηλαδή έχουμε ύπαρξη αυτοσυσχέτισης, και εκτιμήσουμε το υπόδειγμα της αγοράς με την απλή μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων οι συντελεστές του υποδείγματος θα είναι αμερόληπτοι μεν πλην όμως δεν θα είναι αποτελεσματικοί. Επιπρόσθετα, και ίσως το πιο σημαντικό, οι δειγματικές διακυμάνσεις των εκτιμηθέντων συντελεστών θα είναι μεροληπτικές με αποτέλεσμα οι συνήθεις έλεγχοι στατιστικής σημαντικότητας και η κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης να μην είναι έγκυρη. Μειώνεται η αξιοπιστία του συντελεστή προσδιορισμού (R^2) και της στατιστικής F.

Το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης εμφανίζεται σε δεδομένα που προέρχονται από χρονοσειρές, δηλαδή δεδομένα που δείχνουν την εξέλιξη των τιμών μιας μεταβλητής σε ίσες διαδοχικές χρονικές περιόδους. Η πιο συνηθισμένη μορφή αυτοσυσχέτισης είναι η αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού, η οποία ορίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$e_t = \rho e_{t-1} + u_t$$

όπου: e_t, e_{t-1} = το τυχαίο σφάλμα για τις περιόδους t και t-1 αντίστοιχα.

ρ = ο συντελεστής συσχέτισης, ο οποίος παίρνει τιμές μεταξύ -1 και 1.

u_t = το τυχαίο σφάλμα της προηγούμενης σχέσης.

Εάν $\rho = 0$ οι τιμές του τυχαίου σφάλματος είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Εάν $\rho = 1$ ή $\rho = -1$ υπάρχει θετική ή αντίστοιχα αρνητική σχέση μεταξύ των τιμών του τυχαίου σφάλματος. Για να ελέγξουμε αν υπάρχει αυτοσυσχέτιση, αρκεί να διενεργήσουμε ένα δίπλευρο έλεγχο υποθέσεων:

$$H_0 : \rho = 0 - H_a : \rho \neq 0$$

Για τη σύγκριση των δύο υποθέσεων χρησιμοποιείται το στατιστικό των Durbin και Watson, το οποίο δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t^* - e_{t-1}^*)^2}{\sum_{t=1}^n (e_t^*)^2}$$

Το d του παραπάνω τύπου συγκρίνεται με τις τιμές από τον στατιστικό πίνακα των Durbin και Watson. Ο συγκεκριμένος πίνακας έχει εφαρμογή μόνο για επίπεδο σημαντικότητας 1% ή 5% με την προϋπόθεση ότι το δείγμα που μελετάμε περιλαμβάνει περισσότερες από 15 παρατηρήσεις. Έτσι ανάλογα με τον αριθμό των ανεξάρτητων μεταβλητών και τον αριθμό των παρατηρήσεων βρίσκουμε δύο τιμές d_L και d_U , όπου d_L συμβολίζει τη μικρότερη τιμή και το d_U τη μεγαλύτερη τιμή του d . Έτσι :

- Εάν $d > d_U$ δεχόμαστε την H_0 , δηλαδή δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση.
- Εάν $d < d_L$ απορρίπτουμε την H_0 , άρα υπάρχουν ενδείξεις για αυτοσυσχέτιση.
- Εάν $d_L < d < d_U$ δεν μπορούμε να βγάλουμε συμπέρασμα.

Γενικότερα μπορούμε να πούμε ότι μία τιμή του d κοντά στο 2 φανερώνει ότι δεν υπάρχει πρόβλημα αυτοσυσχέτισης πρώτου βαθμού, ενώ τιμές κοντά στο 0 ή στο 4 δείχνουν ότι υπάρχει θετική ή αρνητική συσχέτιση πρώτου βαθμού. Εφόσον διαπιστωθεί η ύπαρξη αυτοσυσχέτισης υπάρχουν διάφοροι μέθοδοι για την αντιμετώπισή της όπως η $AR(1)$.

4.3.4 ΠΟΛΥΣΥΓΓΡΑΜΜΙΚΟΤΗΤΑ (MULTICOLLINEARITY)

Η πολυσυγγραμμικότητα εμφανίζεται στο διμεταβλητό υπόδειγμα όταν υπάρχει εξάρτηση μεταξύ των ανεξάρτητων μεταβλητών. Για παράδειγμα έστω ότι στο υπόδειγμα:

$$R_i = a + \beta_1 R_{XAA} + \beta_2 R_{\Delta O} + e$$

παρατηρείται κάποιος βαθμός εξάρτησης μεταξύ των μεταβλητών R_{XAA} και $R_{\Delta O}$. Σε αυτή την περίπτωση αν μεταβληθεί μία από τις ανεξάρτητες μεταβλητές, ο συντελεστής της δεν μπορεί να προσδιορίσει τη μερική μεταβολή της εξαρτημένης μεταβλητής. Η πολυσυγγραμμικότητα επηρεάζει τις τυπικές αποκλίσεις των εκτιμημένων συντελεστών και τους στατιστικούς ελέγχους.

Για να εξακριβώσουμε υπάρχει σχέση εξάρτησης μεταξύ δύο ανεξάρτητων μεταβλητών αρκεί να υπολογίσουμε το συντελεστή συσχέτισης για αυτές. Ο συντελεστής συσχέτισης δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$p = \frac{n \sum (R_{XAA} * R_{\Delta O}) - (\sum R_{XAA}) * (\sum R_{\Delta O})}{\sqrt{n \sum (R_{XAA})^2 - (\sum R_{XAA})^2} * \sqrt{n \sum (R_{\Delta O})^2 - (\sum R_{\Delta O})^2}}$$

Το p παίρνει πάντοτε τιμές μεταξύ του -1 και $+1$. Εάν η τιμή του είναι κοντά στο -1 ή στο $+1$ υπάρχει εξάρτηση μεταξύ των συγκεκριμένων μεταβλητών. Για τη διόρθωση της πολυσυγγραμμικότητας θα πρέπει είτε να μη συμπεριλάβουμε μια από αυτές τις μεταβλητές στην εκτίμηση του υποδείγματος, είτε να αυξήσουμε το μέγεθος του δείγματος μας. Όταν όμως $p = -1$ ή $p = +1$ η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων αδυνατεί να προσδιορίσει τους συντελεστές του υποδείγματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗ ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΒΗΤΑ

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Μία έμμεση υπόθεση η οποία υιοθετείται κατά την εκτίμηση του υποδείγματος αγοράς είναι ότι οι συντελεστές βήτα είναι σταθεροί διαχρονικά. Πρέπει να σημειώσουμε ότι η υπόθεση αυτή έχει αμφισβητηθεί έντονα στην διεθνή αρθρογραφία (Blume (1971), Alexander-Chervany (1980) κ.α.) και ως εκ τούτου απαιτούνται κατάλληλοι έλεγχοι διαχρονικής σταθερότητας του υποδείγματος. Είναι προφανές ότι εάν παρατηρείται (στατιστικά σημαντική) διαχρονική αστάθεια των συντελεστών βήτα τα αποτελέσματα της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων θα είναι αναξιόπιστα. Στη συνέχεια αναφέρουμε τις σημαντικότερες μελέτες και τη μεθοδολογία τους πάνω στο θέμα της διαχρονικής σταθερότητας των συντελεστών βήτα.

5.2 ΟΙ ΜΕΛΕΤΕΣ ΚΑΙ Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥΣ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΘΕΜΑ ΤΗΣ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗΣ ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΒΗΤΑ

Ο Marshall E. Blume στο άρθρο του «On The Assessment Of Risk» (1971) εξετάζει τις στατιστικές ιδιότητες του συντελεστή βήτα, την διαχρονική του σταθερότητα και προτείνει μία μέθοδο βελτίωσης αυτού του μέτρου κινδύνου. Το δείγμα που χρησιμοποίησε ήταν από το αρχείο CRSP (Center for Research in Security Prices at the Graduate School of Business, University of Chicago). Αυτό το αρχείο περιλαμβάνει μηνιαίες αποδόσεις όλων των κοινών μετοχών του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης από τον Ιανουάριο του 1926 έως τον Ιούνιο του 1968. Ο Blume χώρισε το χρονικό διάστημα σε έξι ίσες χρονικές περιόδους αρχίζοντας από τον Ιούλιο του 1926 και τελειώνοντας τον Ιούνιο του 1968. Ο δείκτης που χρησιμοποίησε ήταν εκείνος που όρισε ο Fisher σαν μέτρο του παράγοντα της αγοράς.

Για να εξετάσει ο Blume την εμπειρική συμπεριφορά των μέτρων κινδύνου για τα χαρτοφυλάκια διαχρονικά, επέλεξε αυθαίρετα χαρτοφυλάκια η χρεογράφων ως εξής: Οι εκτιμήσεις των βήτα προήλθαν χρησιμοποιώντας δεδομένα από την πρώτη περίοδο, Ιουλίου 1926 έως Ιουνίου 1933, και στη συνέχεια τις κατέταξε σε αύξουσα σειρά. Το πρώτο χαρτοφυλάκιο η χρεογράφων αποτελείτο από εκείνα τα χρεόγραφα με τις η χαμηλότερες εκτιμήσεις του βήτα. Το δεύτερο χαρτοφυλάκιο αποτελείτο από εκείνα τα χρεόγραφα με τις επόμενες η μικρότερες εκτιμήσεις του βήτα και ούτω καθ' εξής μέχρι ο αριθμός των

εναπομείναντων χρεογράφων να είναι μικρότερος από n . Ο αριθμός των χρεογράφων που επιτρεπόταν να είναι στο χαρτοφυλάκιο ήταν 1,2,4,7,10,20,35,50,75 και 100. Αυτή η διαδικασία επαναλήφθηκε για κάθε μία από τις επόμενες τέσσερις περιόδους. Το βήτα κάθε χαρτοφυλακίου ήταν ο μέσος όρος των χρεογράφων που περιείχε.

Το μέτρο του κινδύνου που υπολογίστηκε από τα παρελθόντα δεδομένα μπορεί να θεωρηθεί ως το μέτρο του μελλοντικού κινδύνου και η εκτίμηση την συγκεκριμένη περίοδο ως το αληθινό μέτρο. Έτσι μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ δύο τιμών αποτελεί ένα μέτρο ακρίβειας. Οι τιμές των συντελεστών συσχέτισης που προέκυψαν ήταν εντυπωσιακές. Η αποτίμηση του συντελεστή συσχέτισης χρησιμοποιώντας δεδομένα της περιόδου Ιουλίου 1933 έως Ιουνίου 1940, βασισμένοι πάνω στα δεδομένα της περιόδου Ιουλίου 1926 έως Ιούνιο 1933, κυμαινόταν από το 0,63 για μεμονωμένα χρεόγραφα έως το 0,98 για χαρτοφυλάκια 50 χρεογράφων. Η υψηλή τιμή του πιο πρόσφατου συντελεστή υποδηλώνει ότι ουσιαστικά όλη η μεταβλητότητα στον κίνδυνο ανάμεσα στα χαρτοφυλάκια των 50 χρεογράφων μπορεί να εξηγηθεί από αποτιμήσεις βασισμένες πάνω σε προηγούμενα δεδομένα. Αυτά τα αποτελέσματα, τα οποία τυπικά είναι άλλων περιόδων, δηλώνουν ότι τα χαρτοφυλάκια με μεγαλύτερο αριθμό μετοχών έχουν ικανοποιητικά αποτελέσματα μέσω της συγκεκριμένης μεθόδου, σε αντίθεση με τα μικρά σε μέγεθος χαρτοφυλάκια ή με μεμονωμένες μετοχές οι οποίες δεν έχουν αρκετά ικανοποιητικές εκτιμήσεις.

Ο Blume προχώρησε την έρευνα εκτιμώντας την παράμετρο του κινδύνου για χαρτοφυλάκια 100 χρεογράφων. Για όλα και για τα πέντε διαφορετικά σεντ χαρτοφυλακίων παρατήρησε κάποια τάση για τις εκτιμημένες τιμές της παραμέτρου κινδύνου να αλλάζει βαθμιαία στην διάρκεια του χρόνου. Αυτή η τάση είναι περισσότερο έντονη στα χαρτοφυλάκια χαμηλού κινδύνου, για τα οποία ο εκτιμημένος κίνδυνος της δεύτερης περιόδου είναι αμετάβλητα υψηλότερος από εκείνον που εκτιμήθηκε στην πρώτη περίοδο. Υπάρχει κάποια τάση για τα χαρτοφυλάκια υψηλού κινδύνου να έχουν χαμηλότερο εκτιμημένο συντελεστή κινδύνου την δεύτερη περίοδο από εκείνον που εκτιμήθηκε στην πρώτη. Συμπέρανε λοιπόν ότι οι εκτιμημένες τιμές των συντελεστών κινδύνου σε μία περίοδο είναι μεροληπτικές σε σχέση με τις μελλοντικές τιμές και επιπλέον οι τιμές των συντελεστών κινδύνου, όπως μετρήθηκαν από τις εκτιμήσεις του βήτα, τείνουν να παλινδρομούν προς το μέσο με εντονότερη την τάση όταν έχουμε χαρτοφυλάκια χαμηλού κινδύνου απ' ότι όταν έχουμε χαρτοφυλάκια υψηλού κινδύνου.

Η μέθοδος που πρότεινε ο Blume για την βελτίωση του μέτρου κινδύνου ήταν η εξής: Να παλινδρομήσουμε τις εκτιμημένες τιμές του βήτα σε μία χρονική περίοδο πάνω στις εκτιμημένες τιμές του βήτα της προηγούμενης περιόδου και να χρησιμοποιήσουμε αυτή την εκτιμημένη σχέση για να τροποποιήσουμε την μελλοντική εκτίμηση. Έτσι πραγματοποίησε αυτές τις παλινδρομήσεις για 5 περιόδους. Αυτή η διαδικασία επαναλήφθηκε για κάθε μία από τις επόμενες περιόδους. Προκειμένου να εξετάσει την ακρίβεια των δύο εναλλακτικών μεθόδων αποτίμησης χρησιμοποίησε το Μέσο Σφάλμα Τετραγώνου:

$$MSE = \frac{\sum (\beta_1 - \beta_2)^2}{n}$$

όπου β_1 = είναι η αποτιμημένη τιμή του μελλοντικού κινδύνου.

β_2 = είναι η εκτιμημένη τιμή του κινδύνου και n ο αριθμός των χαρτοφυλακίων.

Για μεμονωμένα χρεόγραφα καθώς επίσης και για χαρτοφυλάκια δύο ή περισσότερων χρεογράφων οι προσαρμοσμένες αποτιμήσεις για τις ιστορικές εκτιμήσεις της παλινδρόμησης είναι περισσότερο ακριβής από ότι οι μη προσαρμοσμένες αποτιμήσεις.

Ο Juan A. Palacios στο άρθρο του «The Stock Market In Spain. Tests of Efficiency and Capital Market Theory» (1971) ερευνά την διαδικασία σχηματισμού των τιμών των χρεογράφων στην Ισπανική αγορά μετοχών. Μεταξύ άλλων εξετάζει την σταθερότητα του συντελεστή βήτα στην Ισπανία. Χρησιμοποίησε μηνιαίες αποδόσεις για μια περίοδο λίγο μικρότερη των 14 ετών, από τον Ιανουάριο του 1958 έως το Σεπτέμβριο του 1971. Ένα συνολικό αριθμό 165 μηνιαίων παρατηρήσεων. Ο δείκτης που χρησιμοποίησε ήταν το ίσα σταθμισμένο χαρτοφυλάκιο της αγοράς.

Ο Palacios εφάρμοσε την ίδια διαδικασία που εφάρμοσε και ο Blume για να εκτιμήσει τα βήτα 60 μηνιαίων παρατηρήσεων. Σχημάτισε τέσσερα ζεύγη περιόδων και στη συνέχεια υπολόγισε τον συντελεστή συσχέτισης. Ο συντελεστής συσχέτισης είναι αξιοσημείωτα χαμηλότερος από εκείνον που υπολογίστηκε από τον Blume, κάτι που υποδηλώνει ότι τα βήτα είναι λιγότερο σταθερά στην Ισπανία από ότι στις Ηνωμένες Πολιτείες. Αντίθετα με τα αποτελέσματα των Ηνωμένων Πολιτειών, οι Ισπανικοί συντελεστές συσχέτισης μοιάζουν να αυξάνουν στις πιο πρόσφατες περιόδους, το οποίο υποδηλώνει μία αύξηση της σταθερότητας του βήτα διαχρονικά.

Ο Vasicek, O. Στο άρθρο του «A note On Using Cross-Sectional Information in Bayesian Estimation On Security Beta's» (1973) παρουσιάζει μία άλλη μέθοδο προσαρμογής του βήτα. Χρησιμοποιεί τον Vasicek εκτιμητή για την εκτίμηση και πρόβλεψη του συστηματικού

κινδύνου. Με βάση λοιπόν τον εκτιμητή αυτό η πρόβλεψη του βήτα για το χρεόγραφο i δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\beta_{i2} = \frac{\sigma_{\beta_{i1}}^2}{\sigma_{\beta_1}^2 + \sigma_{\beta_{i1}}^2} \bar{\beta}_1 + \frac{\sigma_{\beta_1}^2}{\sigma_{\beta_1}^2 + \sigma_{\beta_{i1}}^2} \beta_{i1}$$

όπου β_{i2} = δηλώνει την πρόβλεψη.

β_{i1} = είναι η OLS εκτίμηση του βήτα του χρεογράφου i την περίοδο 1.

$\bar{\beta}_1$ = είναι ο μέσος όρος των βήτα στο δείγμα των μετοχών της ιστορικής περιόδου.

$\sigma_{\beta_{i1}}^2$ = δηλώνει την διακύμανση της εκτίμησης του βήτα για το χρεόγραφο i , μετρημένη την χρονική περίοδο 1. Ξεκάθαρα αυτό είναι ένα μέτρο της αβεβαιότητας συνδεδεμένη με την εκτίμηση του βήτα μεμονωμένων χρεογράφων.

$\sigma_{\beta_1}^2$ = δηλώνει την διακύμανση της κατανομής των ιστορικά εκτιμημένων βήτα πάνω στο δείγμα των μετοχών. Αυτό δίνει ένα μέτρο της αβεβαιότητας σχετικά με το μέσο βήτα.

Ουσιαστικά ο Vasicek έχει κατασκευάσει ένα σταθμικό μέσο του συντελεστή βήτα της μετοχής και του μέσου όλων των μετοχών που θα χρησιμοποιήσουμε για την περίοδο αυτή, προσαρμόζοντας την τιμή προς το μέσο όρο. Ο εκτιμητής Vasicek είναι μία Μπειζιανή τεχνική εκτίμησης.

Οι Porter, R. Burr και John R. Ezzel στο άρθρο τους «A Note on the Predictive Ability of Beta Coefficients» (1975) πραγματοποίησαν εκ νέου την μελέτη του Blume με την μόνη διαφορά ότι το χαρτοφυλάκιο που δημιούργησαν αποτελείται από τυχαία επιλεγμένες μετοχές. Οι δύο μελετητές οδηγήθηκαν σε διαφορετικά αποτελέσματα από τον Blume χρησιμοποιώντας στοιχεία από το χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης για την περίοδο 1926 – 1968. Οι Porter και Ezzel χρησιμοποίησαν μία περίοδο 7 χρόνων για να προσδιορίσουν τους συντελεστές βήτα των χρεογράφων. Στη συνέχεια οι συντελεστές βήτα των χαρτοφυλακίων υπολογίστηκαν ως ο μέσος όρος των βήτα των χρεογράφων σε κάθε χαρτοφυλάκιο. Αφού προσδιόρισαν τα βήτα των χαρτοφυλακίων για την περίοδο των 7 χρόνων, υπολόγισαν τον συντελεστή συσχέτισης συγκρίνοντας τα δύο σετ των συντελεστών βήτα των χαρτοφυλακίων. Η διαδικασία επαναλήφθηκε για το σύνολο των έξι συνεχόμενων περιόδων, των επτά χρόνων, αρχίζοντας από τον Ιούλιο του 1926 και τελειώνοντας τον Ιούνιο του 1968. Ενώ ο Blume σημείωσε ότι οι συσχετίσεις αυξάνονται μονοτονικά με το n (ο αριθμός των χρεογράφων σε κάθε χαρτοφυλάκιο), οι Porter και Ezzel παρατήρησαν ότι οι συσχετίσεις δεν δείχνουν καμία διακριτή τάση. Αυτό οδήγησε τους Porter και Ezzel στο συμπέρασμα ότι η

σταθερότητα των συντελεστών βήτα των χαρτοφυλακίων για τα τυχαία επιλεγμένα χαρτοφυλάκια ήταν ασήμαντη και άσχετη με το n . Ωστόσο δεν υποδεικνύουν την σπουδαιότητα της μη σταθερότητας των συντελεστών βήτα του χαρτοφυλακίου.

Οι Robert Klemkosky και John Martin στο άρθρο τους «The Adjustment of Beta Forecasts» (1975) θέλησαν να μελετήσουν τα λάθη πρόβλεψης και τις αιτίες δημιουργίας τους. Τα δεδομένα που χρησιμοποίησαν ήταν μηνιαίες τιμές του CRSP από τον Ιούλιο του 1947 έως τον Ιούνιο του 1972. Χώρισαν το χρονικό διάστημα σε πενταετίες και κατέταξαν τις μετοχές κατά φθίνουσα σειρά ανάλογα με τις τιμές των βήτα και τις χώρισαν σε χαρτοφυλάκια των 3,5,7,10 μετοχών. Ως σφάλμα πρόβλεψης χρησιμοποίησαν το μέσο σφάλμα πρόβλεψης, το οποίο υπολογίζεται μέσω του τύπου:

$$MSE = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (A_j - P_j)$$

όπου A_j = είναι η τιμή του βήτα για το χαρτοφυλάκιο j και

P_j = είναι η πρόβλεψη της τιμής του βήτα για το χαρτοφυλάκιο j .

Διάλεξαν το μέσο σφάλμα τετραγώνων επειδή είναι εύκολα υπολογίσιμο και μπορούμε να το σπάσουμε σε τρία κομμάτια και να μελετήσουμε ποια είναι η προσφορά του κάθε μέρους στην ύπαρξη του λάθους ως εξής:

$$MSE = (\bar{A} - \bar{P})^2 + (1 - \beta_1)^2 S_p^2 + (1 - r_{AP}) S_A^2$$

Ο πρώτος όρος του αθροίσματος αποτελεί ένδειξη αμεροληψίας, ο δεύτερος όρος αφορά την αποτελεσματικότητα του εκτιμητή ενώ ο τρίτος όρος δείχνει την συμβολή του τυχαίου όρου.

Τα αποτελέσματα που έλαβαν ήταν θετικά όσο αφορά την συμβολή του τυχαίου όρου και της μη αποτελεσματικότητας των εκτιμητών. Αντίθετα δεν υπήρχαν ενδείξεις προβλήματος μεροληψίας. Το μεγαλύτερο μέρος οφείλεται στο διαταρακτικό μέρος του μέσου μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Σημαντικό πρόβλημα αναποτελεσματικότητας φαίνεται να υπάρχει στην δεύτερη και τέταρτη περίοδο που μελέτησαν. Επίσης κατέληξαν στο πόρισμα ότι αυξάνοντας το μέγεθος του χαρτοφυλακίου μειώνεται το σφάλμα κυρίως γιατί μειώνεται η συμβολή του τρίτου όρου. Ακολούθως σύγκριναν τα αποτελέσματα αυτά με τις εκτιμήσεις των βήτα τριών μεθόδων προσαρμογής. Οι ίδιοι ανέμεναν ότι θα μειωνόταν η συμβολή του δευτέρου όρου του αθροίσματος. Οι μέθοδοι προσαρμογής που χρησιμοποίησαν ήταν :

- Μέθοδος Blume.
- Μέθοδος Vasicek.
- Μία μέθοδος που πρότειναν οι Merrill Lynch, Pierce, Fenner&Smith Inc.

Η μέθοδος προσαρμογής του Blume, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, είναι μία γραμμική παλινδρόμηση του βήτα του χρεογράφου j την περίοδο 2 στην αντίστοιχη τιμή για την περίοδο 1. Η μέθοδος Vasicek, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, είναι μία Μπειζιανή εκτίμηση του συντελεστή βήτα. Η μέθοδος που πρότειναν οι Merrill Lynch, Pierce, Fenner&Smith Inc. Ουσιαστικά προσαρμόζει τα βήτα προς την μονάδα μέσω της εξίσωσης:

$$\beta = 1 + k(\beta_{ji} - 1)$$

όπου β_{ji} =είναι η εκτίμηση του βήτα του χρεογράφου j την περίοδο 2 και k είναι μία σταθερά.

Τα αποτελέσματα στα οποία κατέληξαν συγκρίνοντας τους συντελεστές βήτα που πήραν από τις μεθόδους προσαρμογής και τις μη αναπροσαρμοσμένες εκτιμήσεις ήταν τα εξής:

- Οι μέθοδοι προσαρμογής δίνουν καλύτερες εκτιμήσεις από τα μη αναπροσαρμοσμένα βήτα.
- Η βελτιωτική ικανότητα των μεθόδων προσαρμογής οφειλόταν στην μείωση της συμβολής του τυχαίου όρου. Το μέρος που οφείλεται στην αναποτελεσματικότητα του εκτιμητή δεν μειώθηκε γιατί η αναπροσαρμογή έγινε στα βήτα των χρεογράφων πριν δημιουργηθούν ακόμα τα χαρτοφυλάκια. Ακόμα και όταν με την μέθοδο Vasicek προσπάθησαν να αναπροσαρμόσουν τα βήτα του χαρτοφυλακίου τα αποτελέσματα δεν ήταν ικανοποιητικά.
- Η καλύτερη μέθοδος αναπροσαρμογής αποδείχθηκε η μέθοδος Vasicek (και σε μία μόνο περίοδο η μέθοδος Merrill Lynch, Pierce, Fenner&Smith Inc.)

Τέλος οι δύο ερευνητές κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι προτιμότερη μέθοδος είναι η μέθοδος Vasicek σε συνδυασμό με ένα χαρτοφυλάκιο μεγάλου σχετικά μεγέθους.

Οι Bradford Cornell και J. Kimball Dietrich στο άρθρο τους «Mean-Absolute-Deviation Versus Least-Squares Regression Estimation Of Beta Coefficients» (1978) πρότειναν μία εναλλακτική μέθοδο εκτίμησης του συντελεστή βήτα μέσω της ελαχιστοποίησης του αθροίσματος των απολύτων αποκλίσεων (MAD) στον υπολογισμό της γραμμής παλινδρόμησης. Εάν η τεχνική MAD μειώσει το μετρήσιμο σφάλμα θα παράγει περισσότερο σταθερά βήτα. Συγκεκριμένα προσπαθούν να χρησιμοποιήσουν MAD-εκτιμημένα βήτα για να προβλέψουν μελλοντικά βήτα και να συγκρίνουν αυτά με LS-εκτιμημένα από το ίδιο δείγμα.

Έτσι λοιπόν εκτίμησαν συντελεστές βήτα για κάθε μία από τις 100 τυχαία επιλεγμένες εταιρίες από την λίστα του S&P 500 για 13 περιόδους του ενός χρόνου, αρχίζοντας από τον

Ιούλιο του 1962 και επεκτείνοντας ως τον Ιούνιο του 1975. Κάθε σετ των ετήσιων βήτα εκτιμάται χρησιμοποιώντας εβδομαδιαία δεδομένα. Έτσι για κάθε περίοδο συγκρίνουν τα βήτα που υπολογίζουν μέσω της μεθόδου MAD με τα αντίστοιχα της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων.

Τα αποτελέσματα της έρευνας ήταν ιδιαίτερα απογοητευτικά. Οι κατανομές των βήτα είναι πολύ όμοιες. Συγκεκριμένα η τυπική απόκλιση του δείγματος των MAD βήτα είναι μεγαλύτερη από την τυπική απόκλιση των LS βήτα σε 10 από τις 13 περιόδους. Επιπλέον αναλύοντας τα σφάλματα κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι οι MAD και LS εκτιμήσεις δεν διαφέρουν η μία από την άλλη συστηματικά μέσα σε μία περίοδο. Αυτό το αποτέλεσμα δεν είναι έκπληξη υπό το φως του γεγονότος ότι και οι δύο τεχνικές MAD και LS παράγουν αμερόληπτους εκτιμητές.

Οι Edwin J. Elton, Martin J. Gruber και Thomas J. Urich στο άρθρο τους «Are Betas Best?» (1978) σύγκριναν έξι μεθόδους εκτίμησης των βήτα, οι οποίες αναφέρονται παρακάτω:

- Μέθοδος Blume.
- Μέθοδος Vasicek.
- Overall mean.
- Βήτα ίσα με την μονάδα.
- Παρελθοντικά βήτα.
- Μη προσαρμοσμένα βήτα.

Σύμφωνα με την μέθοδο overall mean θέτουν κάθε συντελεστή συσχέτισης ίσο με το μέσο όλων των συντελεστών συσχέτισης. Στηρίζουν την μέθοδο αυτή πάνω στην υπόθεση ότι τα ιστορικά στοιχεία περιέχουν πληροφορία μόνο για τον μέσο συντελεστή συσχέτισης και ότι οι παρατηρούμενες διαφορές από τον μέσο είναι τυχαίες. Τα τεστ που χρησιμοποίησαν ήταν τα εξής:

- Εξετάζουν τις διαφορές των λαθών πρόβλεψης ανά δύο μεθόδους. Θεωρούνε ότι μία μέθοδος υπερέχει των άλλων αν ο μέσος των διαφορών είναι σημαντικά διαφορετικός από το μηδέν σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.
- Εξετάζουν την κατανομή των διαφορών των απολύτων λαθών πρόβλεψης και κατέληξαν στα ίδια συμπεράσματα με τους προηγούμενους.

Οι Gordon J. Alexander και Norman L. Chervany στο άρθρο τους «On The Estimation And Stability Of Beta» παρουσιάζουν νέα στοιχεία πάνω στην εκτίμηση και σταθερότητα του

βήτα. Συνέκριναν τα αποτελέσματα των δύο προηγούμενων μελετών των Blune και Porter και Ezzel προκειμένου να εξετάσουν την σταθερότητα των συντελεστών βήτα.

Συγκεκριμένα προκειμένου να επανεξετάσουν τα ευρήματα των Porter και Ezzel υπολόγισαν, χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα της αγοράς, συντελεστές βήτα για 500 μετοχές του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης πάνω σε δύο συνεχόμενα διαστήματα εκτίμησης των επτά χρόνων, 1962 – 1968, 1969 – 1975. Χρησιμοποιήθηκαν μηνιαίες αποδόσεις και ο S&P 500 χρησιμοποιήθηκε σαν δείκτης της αγοράς. Χαρτοφυλάκια αποτελούμενα από 1,2,4,7,10,20,35 και 50 χρεόγραφα σχηματίστηκαν τυχαία και με τη διαδικασία της κατηγοριοποίησης βασισμένη πάνω στους συντελεστές βήτα των χρεογράφων του πρώτου διαστήματος εκτίμησης των επτά χρόνων. Ο πίνακας 5.1 παρουσιάζει περιληπτικά τα χαρακτηριστικά αυτών των δύο σετ των χαρτοφυλακίων. Σημαντική είναι η παρατήρηση ότι το εύρος και η τυπική απόκλιση των συντελεστών βήτα του τυχαία σχηματισμένου χαρτοφυλακίου γίνονται μικρότερα καθώς ο αριθμός των χρεογράφων στο χαρτοφυλάκιο αυξάνει. Μία παρόμοια παρατήρηση δεν είναι εμφανής για τα χαρτοφυλάκια που είναι σχηματισμένα με την διαδικασία κατηγοριοποίησης.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.1

Συνοπτικά Χαρακτηριστικά Των Συντελεστών Βήτα

Διάστημα Εκτίμησης	Αριθ Χρε. Ανά Χαρ.	Αριθ Χαρ	Τυχαία Επιλεγμένα Χαρτοφυλάκια			Χαρτοφυλάκια με τη Διαδικασία Κατηγ.		
			Μέσος	Τυπ. Απο	Εύρος	Μέσος	Τυπ. Απο	Εύρος
1962-1968	1	500	1,09	0,32	0,28-2,30	1,09	0,32	0,28-2,30
	2	250	1,09	0,23	0,43-1,76	1,09	0,32	0,31-2,22
	4	125	1,09	0,16	0,71-1,66	1,09	0,32	0,35-2,12
	7	71	1,09	0,12	0,78-1,45	1,08	0,31	0,38-1,91
	10	50	1,09	0,11	0,92-1,44	1,09	0,32	0,41-1,98
	20	25	1,09	0,07	1,00-1,34	1,09	0,32	0,47-1,88
	35	14	1,08	0,07	0,96-1,26	1,07	0,30	0,53-1,67
	50	10	1,09	0,06	1,01-1,23	1,09	0,32	0,58-1,72

Διάστημα Εκτίμησης	Αριθ Χρε. Ανά Χαρ.	Αριθ Χαρ	Τυχαία Επιλεγμένα Χαρτοφυλάκια			Χαρτοφυλάκια με τη Διαδικασία Κατηγ.		
			Μέσος	Τυπ.	Εύρος	Μέσος	Τυπ.	Εύρος
				Απο			Απο	
1969-1975	1	500	1,14	0,32	0,22-2,53	1,14	0,32	0,22-2,53
	2	250	1,14	0,23	0,57-1,84	1,14	0,24	0,54-2,38
	4	125	1,14	0,16	0,83-1,63	1,14	0,20	0,69-1,92
	7	71	1,14	0,14	0,88-1,52	1,14	0,17	0,77-1,61
	10	50	1,14	0,12	0,88-1,38	1,14	0,17	0,78-1,63
	20	25	1,14	0,07	1,03-1,28	1,14	0,15	0,88-1,56
	35	14	1,14	0,07	1,02-1,24	1,14	0,14	0,87-1,43
	50	10	1,14	0,06	1,06-1,23	1,14	0,14	0,94-1,42

Ο πίνακας 5.2 παρουσιάζει ένα σύνολο εναλλακτικών μέτρων της σταθερότητας του βήτα του χαρτοφυλακίου που προκύπτουν από τις συγκρίσεις των συντελεστών βήτα των χαρτοφυλακίων ανάμεσα στις δύο επτάχρονες περιόδους. Και οι παραγοντικές ροπές και ο συντελεστής συσχέτισης κατά τάξεις γίνονται μεγαλύτεροι καθώς το μέγεθος του χαρτοφυλακίου αυξάνεται για τα χαρτοφυλάκια που σχηματίστηκαν με την διαδικασία της κατηγοριοποίησης, υποδηλώνοντας μεγαλύτερη σταθερότητα των βήτα για τα περισσότερο διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια. Αυτό το αποτέλεσμα είναι συνεπή με τα ευρήματα του Blume. Ο συντελεστής συσχέτισης παραμένει στο επίπεδο του 0,5 καθώς το μέγεθος του χαρτοφυλακίου αυξάνεται για τα τυχαία σχηματισμένα χαρτοφυλάκια, υποδηλώνοντας καμία ευδιάκριτη βελτίωση στην σταθερότητα των βήτα για τα περισσότερο διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια. Αυτό το αποτέλεσμα είναι συνεπή με τα ευρήματα των Porter και Ezzel. Η εξέταση μιας εναλλακτικής μέτρησης της σταθερότητας του βήτα, η Μέση Τυπική Απόκλιση, υποδηλώνει ότι τα αποτελέσματα των Porter και Ezzel και Blume δεν είναι ασυνεπή. Αυτό το μέτρο γενικά μειώνεται καθώς το μέγεθος των χαρτοφυλακίων αυξάνεται και για τις δύο τεχνικές σχηματισμού χαρτοφυλακίων. Αυτές οι βελτιώσεις στην σταθερότητα του βήτα είναι περισσότερο αξιοσημείωτη καθώς το μέγεθος του χαρτοφυλακίου αυξάνεται σε 10 χρεόγραφα, με σχετικά μικρή βελτίωση μετέπειτα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2
ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΒΗΤΑ ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΑ

Μέθοδος Σχηματισμού Χαρτοφυλακίου	Αριθμός Χρεογράφων Ανά Χαρτοφυλάκιο	Συσχέτιση		Μέση Απόλυτη Απόκλιση
		PM	Rank	
Κατηγοριοποίηση	1	0,4479	0,4255	0,2733
	2	0,5869	0,5689	0,2157
	4	0,7265	0,7089	0,1889
	7	0,8197	0,7964	0,1694
	10	0,8660	0,8618	0,1657
	20	0,9529	0,9631	0,1538
	35	0,9713	0,9736	0,1432
	50	0,9789	0,9879	0,1510
Σχηματισμού Χαρτοφυλακίου Μέθοδος	Αριθμός Χρεογράφων Ανά Χαρτοφυλάκιο	Συσχέτιση		Μέση Απόλυτη Απόκλιση
		PM	Rank	
Τυχαία	1	0,4479	0,4255	0,2733
	2	0,4957	0,4705	0,1863
	4	0,4922	0,5104	0,1333
	7	0,5060	0,5079	0,1218
	10	0,4815	0,4679	0,1091
	20	0,3964	0,4954	0,0825
	35	0,6498	0,6308	0,0659
	50	0,5285	0,4788	0,0633

Οι Γ. Καραθανάσης και Ν. Φίλιππα στο άρθρο τους «Ελέγχοι Των Υποθέσεων Του Υποδείγματος Της Αγοράς Στην Χρηματιστηριακή Αγορά Των Αθηνών» (1994) παρουσιάζουν στοιχεία από τους ελέγχους που έκαναν στις υποθέσεις του υποδείγματος της αγοράς, εφαρμοσμένο στο χρηματιστήριο των Αθηνών. Μία αναδυόμενη αγορά που παρουσιάζει όλα τα προβλήματα τα σχετικά με το thin trading. Για την εκτίμηση του

υποδείγματος επιλέγησαν οι 22 πιο εμπορεύσιμες μετοχές εταιριών οι οποίες είναι εισηγμένες στο χρηματιστήριο των Αθηνών. Οι μετοχές αυτές παρατηρήθηκαν για την περίοδο 1.1.1988 έως και 31.12.1991. Μεταξύ των άλλων ελέγχων που πραγματοποίησαν εφάρμοσαν και ελέγχους διαχρονικής σταθερότητας του υποδείγματος όπου χρησιμοποιούνται τα κριτήρια F και LR (Likelihood Ratio). Τα ευρήματά τους έδειξαν ότι ένας μεγάλος αριθμός εταιριών (8) φαίνεται ότι παρουσιάζει προβλήματα διαχρονικής σταθερότητας του υποδείγματος σε επίπεδο σημαντικότητας 5%. Ενώ σε επίπεδο σημαντικότητας 1% ο αριθμός των εταιριών οι οποίες έδειξαν ότι υπάρχουν προβλήματα διαχρονικής σταθερότητας μειώθηκε αρκετά. Έξι εταιρίες σύμφωνα με το κριτήριο F και μόνο τέσσερις σύμφωνα με το κριτήριο του λόγου των πιθανοφανειών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΥ ΣΥΝΔΕΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΙΣ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΑΓΟΡΕΣ (THIN TRADING)

Ένα σημαντικό πρόβλημα κατά τη διαδικασία εκτίμησης της σχέσης

$$R_{it} = a_i + \beta_i R_{mt} + e_{it} \quad (1)$$

προκύπτει όταν οι μετοχές δεν εμπορεύονται στο τέλος κάθε εξεταζόμενης περιόδου. Το πρόβλημα αυτό έχει ονομασθεί στην διεθνή βιβλιογραφία ως «Thin Non synchronous Trading» και εμφανίζεται κυρίως σε περιφερειακές και ταυτόχρονα μικρές κεφαλαιαγορές όπου οι συναλλαγές ορισμένων μετοχών (κυρίως μικρών εταιριών) είναι ακανόνιστες και συχνά αδρανείς. Τα προαναφερθέντα χαρακτηριστικά χαρακτηρίζουν και το Χρηματιστήριο των Αθηνών και πρέπει να ληφθούν σοβαρά υπόψη κατά την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου.

Το βασικό πρόβλημα προκύπτει από το γεγονός ότι οι τιμές που εμφανίζονται στο τέλος της χρονικής περιόδου δεν αντανακλούν το αποτέλεσμα των συναλλαγών της περιόδου αυτής αλλά μάλλον συναλλαγές οι οποίες έγιναν αρκετά νωρίτερα. Άμεσο αποτέλεσμα του γεγονότος αυτού είναι ότι ένα τμήμα της πραγματικής απόδοσης του χρεογράφου μπορεί να αντανακλάται στην επόμενη μετρούμενη απόδοση. Εάν δε οι αποδόσεις της αγοράς υπολογίζονται με βάση τις τιμές αυτές θα είναι μεροληπτικές με μία θετική συσχέτιση στις αποδόσεις των εμπορευομένων με αδράνεια μετοχών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η εκτιμηθείσα διακύμανση και συνδιακύμανση να συσχετίζεται θετικά με την συχνότητα εμπορευσιμότητάς τους. Δοθέντος δε ότι ο μέσος συντελεστής βήτα όλων των χρεογράφων είναι μονάδα, οι μετοχές με χαμηλή εμπορευσιμότητα θα έχουν εκτιμηθέντα συντελεστή συστηματικού κινδύνου μεροληπτικό προς τα κάτω, ενώ οι μετοχές με υψηλή εμπορευσιμότητα θα έχουν εκτιμηθέντα συντελεστή συστηματικού κινδύνου μεροληπτικό προς τα πάνω.

Για την ελαχιστοποίηση του προβλήματος αυτού έχουν γίνει εναλλακτικές μεθοδολογικές προσεγγίσεις με γνωστότερη αυτή του Elroy Dimson (1979). Συγκεκριμένα έχουν προταθεί τρεις προσεγγίσεις στην βιβλιογραφία για την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου μετοχών, των οποίων οι συναλλαγές είναι ακανόνιστες και συχνά αδρανείς.

- Μερικοί ερευνητές έχουν εισάγει υστερήσεις (lags) των αποδόσεων της αγοράς σαν επιπρόσθετες μεταβλητές στις παλινδρομήσεις που κάνουν στο μοντέλο της αγοράς. Αυτή

τη μέθοδο τη χρησιμοποίησαν ο Ibbotson (1975), Dimson (1974b) και Schwert (1977). Οι Pogue και Solnik (1974) συζήτησαν αυτή την επιλογή αλλά την απέρριψαν.

➤ Άλλοι συγγραφείς έχουν υπολογίσει τις αποδόσεις τους πάνω στη βάση του trade-to-trade και παλινδρομούν αυτές τις αποδόσεις πάνω στις κινήσεις της αγοράς, υπολογισμένες άλλη μια φορά επακριβώς με τα ίδια trade-to-trade χρονικά διαστήματα. Αυτή η διαδικασία έχει εμφανιστεί να χρησιμοποιείται μόνο από το Marsh (1979), Schwert (1977) και Franks, Broyles και Hecht (1977).

➤ Τελικά οι Scholes και Williams (1977) έδειξαν ότι είναι πιθανό να συνδυαστούν αυτές οι ιδέες και να χρησιμοποιήσουν μη σύγχρονες και σύγχρονες αποδόσεις της αγοράς (non synchronous plus synchronous market returns) σαν ερμηνευτικές μεταβλητές για trade-to-trade αποδόσεις.

Ενώ κάθε μία από αυτές τις προσεγγίσεις έχει την δική της βαρύτητα σε συγκεκριμένες περιστάσεις, καμία δεν έχει γενική εφαρμοσιμότητα. Η πρώτη μέθοδος μπορεί μόνο να δικαιολογηθεί εάν τα συστατικά του δείκτη της αγοράς δεν πάσχουν από αμελητέα ποσότητα μη εμπορευσιμότητας (non trading). Η μέθοδος trade-to-trade χρειάζεται κάθε τιμή μετοχής να μαρκάρεται, χαρακτηρίζεται με μία ημερομηνία συναλλαγής, και επίσης χρειάζεται συχνή καταγραφή του δείκτη της αγοράς, ο οποίος πρέπει να έχει αμελητέα χαμηλή εμπορευσιμότητα. Η μέθοδος των Scholes και Williams χρειάζεται ημερομηνίες συναλλαγής και απέτυχε να κάνει χρήση των τιμών των μετοχών οι οποίες δεν προηγούνται ή ακολουθούν από μία συναλλαγή σε μία αμέσως συνεχόμενη χρονική περίοδο.

Η μέθοδος όμως που χρησιμοποίησε ο Dimson και η οποία αναπτύχθηκε από την προσέγγιση των υστερήσεων (lags) των αποδόσεων της αγοράς, σε μεγάλο βαθμό ξεπερνά αυτές τις οπισθοχωρήσεις που είδαμε προηγουμένως. Συγκεκριμένα, δεν χρειάζεται ούτε τον δείκτη της αγοράς να είναι συνεχούς εμπορευσιμότητας, ούτε συμπληρωματικά δεδομένα, όπως πληροφορίες συναλλαγής, να είναι διαθέσιμα. Έτσι λοιπόν ο Dimson προτείνει την μέθοδο των ολικού αθροίσματος των συντελεστών, αθροιστικών συντελεστών (aggregated coefficients ή AC method). Θεώρησε την πολλαπλή παλινδρόμηση των παρατηρούμενων αποδόσεων πάνω σε προηγούμενες και μεταγενέστερες αποδόσεις της αγοράς, δηλαδή το πιο κάτω υπόδειγμα:

$$R_t = a + \sum_{k=-n}^n \beta_k M_{t+k} + w_t \quad (2)$$

όπου R_t = είναι η απόδοση του χρεογράφου κατά την περίοδο t.

M_t = είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς με κατάλληλες προηγήσεις (leads) και υστερήσεις (lags).

a = είναι σταθερά και

w_t = είναι ένας τυχαίος στοχαστικός όρος, ο οποίος υποθέτουμε ότι πληρεί τις υποθέσεις του γραμμικού υποδείγματος.

Ο εκτιμητής του συστηματικού κινδύνου κατά τον Dimson ορίζεται ως το άθροισμα των συντελεστών παλινδρόμησης:

$$\beta = \sum_{k=-n}^n \beta_k$$

Οι τιμές του n επιλέγονται χρησιμοποιώντας εξωγενείς πληροφορίες για τον βαθμό εμπορευσιμότητας των μετοχών. Ο εκτιμητής του Dimson αποτελεί γενίκευση του εκτιμητή του υποδείγματος της αγοράς. Όπως είναι φανερό, οι δύο προσεγγίσεις ταυτίζονται εάν $n = 0$.

Με άλλα λόγια ο συστηματικός κίνδυνος του υποδείγματος αγοράς μπορεί να αποκτηθεί από δεδομένα τιμών χρεογράφων τα οποία είναι αντικείμενο μη συχνής εμπορευσιμότητας. Το μόνο που χρειάζεται να γίνει είναι να εκτελέσουμε την προηγούμενη πολλαπλή παλινδρόμηση των αποδόσεων των χρεογράφων έναντι του συνταιριάσματος των υστερήσεων και των προηγήσεων των αποδόσεων της αγοράς. Ένας συνεπής εκτιμητής του βήτα λοιπόν αποκτιέται αθροίζοντας τους συντελεστές των κλίσεων από αυτή την παλινδρόμηση.

Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι εάν η αγορά έχει πολύ μεγάλη εμπορευσιμότητα τότε οι συντελεστές των αποδόσεων της αγοράς με κατάλληλες χρονικές προηγήσεις θα είναι μικροί σε σύγκριση με τους συντελεστές αποδόσεων της αγοράς με κατάλληλες χρονικές υστερήσεις. Συνεπώς, θέλουμε να παλινδρομήσουμε μετοχές πάνω σε ένα δείκτη, ο οποίος αποτελείται από μεγάλες εταιρίες, οι συντελεστές που είναι σημαντικοί είναι οι συντελεστές υστερήσεων.

Καθώς ο αριθμός του n αυξάνεται μειώνεται η μεροληψία του εκτιμητή AC. Από την άλλη μεριά η αποτελεσματικότητα της μεθόδου AC μειώνεται. Αυτό συμβαίνει επειδή οι συντελεστές υστερήσεων και προηγήσεων β_k πάσχουν από σφάλμα εκτίμησης.

Οι υστερήσεις και οι προηγήσεις του δείκτη της αγοράς συμβάλουν στο να παραχθεί μία αμερόληπτη εκτίμηση του βήτα όσο $Var(\beta_k) > 0$ και αυτό γιατί η εκτιμημένη διακύμανση του β_k δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$Var(\beta_k) \cong Var(\beta_k) - Mean(Var(\beta_k))$$

Πέρα από ένα σίγουρο αριθμό υστερήσεων (και προηγήσεων) η τιμή της $Var(\beta_k)$ θα είναι μικρή και θα τείνει γύρω από το 0 καθώς το $|k|$ αυξάνεται. Αυτό δίνει μία ένδειξη του μέγιστου αριθμού των προηγήσεων και των υστερήσεων, που χρειάζονται για να αποφύγουμε την μεροληψία στον εκτιμητή.

Ο Dimson για να αποτιμήσει την μέθοδο AC εμπειρικά υπολόγισε αποδόσεις από το αρχείο LSPD (London Share Price Database). Το LSPD αποτελείται από αποδόσεις και βοηθητικά δεδομένα πάνω σε τέσσερις επικαλυπτόμενα δείγματα εταιριών του χρηματιστηρίου του Λονδίνου ανάμεσα στον Ιανουάριο του 1955 και τον Δεκέμβριο του 1974:

- 1) Το ένα τρίτο του τυχαίου δείγματος όλων των εταιριών μπαίνει στη λίστα μετά τον Ιανουάριο του 1955.
- 2) Οι 500 μεγαλύτερες εταιρίες ως προς την αξία αγοράς το 1955.
- 3) Οι 200 μεγαλύτερες εταιρίες ως προς την αξία αγοράς το 1972.
- 4) Οι 1000 μεγαλύτερες εταιρίες ως προς την αξία αγοράς το 1976.

Από τις 1900 εταιρίες στο τυχαίο δείγμα του LSPD, μόνο οι 421 διατηρούνταν συνεχώς στη λίστα από το 1955 – 1974. Οι μετοχές κατηγοριοποιήθηκαν με τη κατά μέσο όρο ηλικία των τιμών τους στο τέλος του μήνα και τοποθετήθηκαν σε ομάδες σύμφωνα με την συχνότητα συναλλαγής τους, εμπορευσιμότητάς τους (1= πολύ μεγάλη συχνότητα συναλλαγής, 10 = σε μεγάλο βαθμό μη εμπορεύσιμες). Οι δείκτες που χρησιμοποιήθηκαν ήταν ο ίσια σταθμισμένος δείκτης της αγοράς (EW, equally weighted) και ο FTA (value weighted financial times – actuaries all share index). Ο FTA είναι ένας αριθμητικός δείκτης των σχετικών τιμών, ο οποίος καλύπτει αρκετές από τις 650 μεγαλύτερες Βρετανικές εταιρίες. Ο EW είναι ένας αριθμητικός μέσος των αποδόσεων όλων των N χρεογράφων στο αρχείο των αποδόσεων. Υπολογίζεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$M_t \sum_{j=1}^N \frac{R_{jt}}{N} \quad \text{όπου } R_{jt} = \ln(p_t + d_t) - \ln p_{t-1}$$

Ο Dimson προκειμένου να ελέγξει τον εκτιμητή AC (και να αποφύγει τον κίνδυνο του data mining) σε όλες τις παλινδρομήσεις χρησιμοποίησε 5 υστερήσεις και 5 προηγήσεις. Τα βήτα που εκτιμήθηκαν χρησιμοποιώντας την μέθοδο AC με την πολλαπλή παλινδρόμηση είχαν πολύ περισσότερο ομαλή κατανομή δια μέσω των ομάδων της συχνότητας συναλλαγής. Όπως δείχνει και ο πίνακας 6.1 το εύρος των βήτα μειώνεται από 0,47 – 1,20, στην

περίπτωση της εκτίμησης της απλής παλινδρόμησης, σε 0,25 – 1,13, στην περίπτωση των πέντε υστερήσεων και προηγήσεων της εκτίμησης AC. Επιπροσθέτως ο \bar{R}^2 αυξάνεται από έναν μέσο 22,1% σε 23,8%, μία βελτίωση της προσαρμογής σε σχέση με το απλό μοντέλο παλινδρόμησης. Αυτή η βελτίωση δείχνει ότι οι μη σύγχρονοι όροι της αγοράς έχουν αρκετή ερμηνευτική ισχύ.

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.1

Εκτιμήσεις Αθροιστικών Συντελεστών Του Βήτα για Ιούνιο 1955 – Ιούλιο 1974.

Ομάδα Συχνότητας Συναλλαγής	Εκτιμήσεις Βήτα		\bar{R}^2	
	Απλή Παλινδρόμηση	Αθροιστικοί Συντελεστές	Απλή Παλινδρόμηση	Αθροιστικοί Συντελεστές
1	1,16	0,93	34,6	36,6
2	1,20	1,04	32,0	33,5
3	1,16	1,04	28,9	30,6
4	1,17	1,07	26,1	27,1
5	1,14	1,13	24,4	25,1
6	1,04	0,99	21,7	22,9
7	1,01	1,02	22,8	24,5
8	0,95	1,03	14,9	15,6
9	0,68	0,85	10,6	13,4
10	0,47	0,91	5,3	8,4
Όλες οι μετοχές.	1	1	22,1	23,8

Εκτός από τον Dimson, ο οποίος εξέτασε την επίδραση της χαμηλής εμπορευσιμότητας στην αποτελεσματικότητα της Βρετανικής κεφαλαιαγοράς χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα της αγοράς, και άλλοι ερευνητές εξέτασαν το ίδιο φαινόμενο σε χρηματιστήρια που παρουσιάζουν το πρόβλημα του thin trading. Μία τέτοια περίπτωση είναι η Καναδική κεφαλαιαγορά.

Συγκεκριμένα ο R. Morin στο άρθρο του «Capital Asset Pricing Theory: The Canadian Experience» (1976), σημείωσε ότι το υπόδειγμα της αγοράς εξηγεί περίπου 18 – 20% της παρατηρούμενης μεταβλητότητας των αποδόσεων Καναδικών χρεογράφων και στην περίπτωση χρεογράφων χαμηλής εμπορευσιμότητας η ερμηνευτική ισχύ είναι ακόμη χαμηλότερη. Αυτή η παρατήρηση υποδηλώνει ότι η χρησιμοποίηση μη σύγχρονων τιμών σε χρεόγραφα χαμηλής εμπορευσιμότητας οδηγεί σε χαμηλότερες τιμές του R^2 .

Επιπλέον, οι *Fowler, Rorke, McClearly και Pinter* στο άρθρο τους «A Preliminary Examination Of Insider Trading in Canada» (1977), σημείωσαν ότι όταν ερευνά κανείς κέρδη συναλλαγών επιχειρήσεων (insider trading profits) στο χρηματιστήριο του Τορόντο, η ανάλυση των σφαλμάτων δίνει αποτελέσματα όμοια με εκείνα που αναφέρονται στην βιβλιογραφία εάν τα χρεόγραφα έχουν υψηλή εμπορευσιμότητα. Ωστόσο, όταν χρησιμοποιούνται χρεόγραφα χαμηλής εμπορευσιμότητας τα αποτελέσματα προκαλούν «σύγχυση».

Οι *Fowler, Rorke και Riding* στο άρθρο τους «Thin Trading, Errors in Variables and the Market Model» (1979), προχώρησαν στην απόδειξη του ότι η χρήση τιμών παλιάς χρονολογίας εισάγει σφάλματα και στις ανεξάρτητες και εξαρτημένες μεταβλητές. Έτσι οι εκτιμητές παλινδρόμησης β_i , ίσως να είναι μεροληπτικοί και μη συνεπής. Αυτό επίσης συνεπάγεται ότι, για χρεόγραφα χαμηλής εμπορευσιμότητας, το R^2 θα είναι χαμηλό και η παλινδρόμηση ίσως να επιδεικνύει ετεροσκεδαστικότητα.

Οι *Fowler, Rorke και Jog* στο άρθρο τους «Heteroscedasticity, R^2 and Thin Trading on the Toronto Stock Exchange» (1979), χρησιμοποιούν ένα δείγμα από μετοχές με διαφορετικές συχνότητες εμπορευσιμότητας για να προσδιορίσουν εάν υπάρχει ή όχι σχέση ανάμεσα α) στην χαμηλή εμπορευσιμότητα και το R^2 και β) στην χαμηλή εμπορευσιμότητα και την ετεροσκεδαστικότητα. Τα δεδομένα που χρησιμοποίησαν ήταν μηνιαίες τιμές, μερίσματα και αποδόσεις, από το αρχείο Laval για την περίοδο Ιούνιος 1965 έως Ιούνιος 1976. Έτσι δημιούργησαν ένα στρωματοποιημένο δείγμα 69 εταιριών του χρηματιστηρίου του Τορόντο. Το δείγμα αυτό είχε τα ακόλουθα χαρακτηριστικά: 30 μετοχές των οποίων οι συναλλαγές συμβαίνουν πάντα στο τέλος της περιόδου του μήνα ή παραβιάζουν αυτή την προϋπόθεση μόνο μία φορά σε ολόκληρη την περίοδο των 94 μηνών, 23 μετοχές των οποίων οι συναλλαγές συμβαίνουν τουλάχιστον μία φορά σε κάθε περίοδο αλλά όχι απαραίτητα στο τέλος της περιόδου, 16 μετοχές των οποίων οι συναλλαγές δεν συμβαίνει καθόλου για τουλάχιστον μία περίοδο. Οι δείκτες που χρησιμοποίησαν ήταν ο TSE 300 και ο Global ενώ ο υπολογισμός των αποδόσεων έγινε και αριθμητικά και λογαριθμικά.

Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι το R^2 σε όλες τις περιπτώσεις είναι χαμηλότερο για λιγότερο συχνά εμπορεύσιμα χρεόγραφα και η χρήση λογαριθμικών αποδόσεων δίνει κάποια βελτίωση σε σχέση με τις αριθμητικές αποδόσεις. Επίσης όλα τα τεστ που χρησιμοποίησαν για τον έλεγχο της υπόθεσης ομοσκεδαστικότητας, modified Bartlett test, Goldfield-quandt test, εκτός από το Spearman rank correlation test, έδειξαν ξεκάθαρα ότι η

συχνότητα εμπορευσιμότητας έχει σημαντική επίδραση πάνω στην ομοσκεδαστικότητα. Ένα μεγάλο ποσοστό χρεογράφων με χαμηλή εμπορευσιμότητα παρουσίασε ετεροσκεδαστικότητα σε διαφορετικά επίπεδα σημαντικότητας. Η χρήση όμως λογαριθμικών τιμών μειώνει την ετεροσκεδαστικότητα.

Οι Καραθανάσης και Φίλιππας στο άρθρο τους «Η Εκτίμηση Του Συστηματικού Κινδύνου Κοινών Μετοχών Εισηγμένων Στο Χρηματιστήριο Των Αθηνών» δίνουν ιδιαίτερη έμφαση στην εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου μετοχών κάτω από καταστάσεις αδράνειας και προτείνουν ως κατάλληλη μέθοδο εκτίμησης εκείνη του Dimson. Το πρόβλημα αυτό εμφανίζεται ως γνωστό στο σύνολο σχεδόν των μετοχών οι οποίες είναι εισηγμένες στο χρηματιστήριο Αθηνών. Χρησιμοποιώντας μηνιαίες αποδόσεις για μια περίοδο πέντε ετών, Ιανουάριος 1984 – Δεκέμβριος 1988, εκτίμησαν τα υποδείγματα (1) και (2) για 41 εταιρίες οι οποίες είναι εισηγμένες στο χρηματιστήριο των Αθηνών. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται κλαδικά στους παρακάτω πίνακες για το υπόδειγμα της αγοράς (1) και για το υπόδειγμα του Dimson (2):

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.2

ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΟΥ ΒΗΤΑ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ ΚΑΙ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΤΟΥ DIMSON

Εκτίμηση Του Βήτα Σύμφωνα Με Το Υπόδειγμα Αγοράς				Εκτίμηση Του Βήτα Σύμφωνα Με Το Υπόδειγμα Dimson		
Τράπεζες				Τράπεζες		
Όνομα Εταιρίας	Βήτα	Τιμή t του student	\bar{R}^2	Βήτα	\bar{R}^2	Τιμές k
Γενική	1,22	8,8	0,568	1,22	0,568	(0)
Εθνική	1,00	14,6	0,786	1,00	0,786	(0)
Ελλάδος	0,87	9,3	0,598	0,87	0,598	(0)
ΕΤΕΒΑ	0,92	8,4	0,546	1,23	0,593*	(0,-1,-2)
Εμπορική	1,24	11,1	0,678	1,11	0,694*	(0,-1)
Εργασίας	0,896	8,1	0,526	0,84	0,591*	(0,-1,-2,-3)
Κτηματική	0,824	8,2	0,536	0,62	0,648*	(+1,0,-1)
Ιονική	0,85	10,5	0,653	0,85	0,635	(0)
Μακ-Θράκης	1,01	13,0	0,743	0,91	0,755*	(0,-1)
Πίστεως	1,09	8,7	0,562	1,09	0,562	(0)

Κλωστοϋφαντουργικές				Κλωστοϋφαντουργικές		
Όνομα Εταιρίας	Βήτα	Τιμή t του student	\bar{R}^2	Βήτα	\bar{R}^2	Τιμές k
Φιντεξπορτ	0,60	2,7	0,100	1,45	0,192*	(+2,+1,0,-1,-2)
Βόμβυξ	0,94	3,1	0,126	1,70	0,322*	(0,-1)
ΔΔΔ	1,03	6,0	0,373	1,48	0,521*	(0,-1)
ΕΤΜΑ	1,05	5,9	0,369	0,95	0,492*	(0,-1,-2,-3)
Καμισογλου	0,98	6,8	0,442	0,98	0,441	(0)
Ναούσης Κλ.	1,05	6,7	0,432	2,03	0,524*	(+3,+2,+1,0,-1)
Λέκκας	1,35	6,3	0,398	1,35	0,398	(0)
Μαβής	0,38	1,0	0,001	1,49	0,329*	(0,-1)
Χημικές				Χημικές		
Όνομα Εταιρίας	Βήτα	Τιμή t του student	\bar{R}^2	Βήτα	\bar{R}^2	Τιμές k
Λιπάσματα	0,91	6,6	0,420	0,91	0,420	(0)
Πετζετάκις	1,08	6,0	0,373	1,65	0,329	(+1,0,-1)

Οικοδομήσιμων Υλικών				Οικοδομήσιμων Υλικών		
Όνομα Εταιρίας	Βήτα	Τιμή t του student	\bar{R}^2	Βήτα	\bar{R}^2	Τιμές k
Κέκροψ	0,63	3,7	0,181	0,63	0,181	(0)
Χαλκίς	1,27	6,1	0,383	1,27	0,383	(0)
Τιτάν	1,06	4,3	0,229	2,00	0,380*	(+2,+1,0)
Μεταλλουργικές				Μεταλλουργικές		
Όνομα Εταιρίας	Βήτα	Τιμή t του student	\bar{R}^2	Βήτα	\bar{R}^2	Τιμές k
Αλουμίνιο	0,90	6,3	0,403	1,07	0,427*	(0,-1)
Βιομετάλ	0,57	2,05	0,052	0,57	0,052	(0)
Βιοσώλ	1,00	4,3	0,229	1,00	0,229	(0)
Λεβεντέρης	0,90	9,3	0,595	0,90	0,595	(0)

ΜΕΤΚΑ	1,25	7,6	0,498	1,25	0,498	(0)
Οινοποιητικές - Διατροφής				Οινοποιητικές - Διατροφής		
Όνομα Εταιρίας	Βήτα	Τιμή t του student	\bar{R}^2	Βήτα	\bar{R}^2	Τιμές k
Καμπάς	1,12	5,8	0,361	1,12	0,361	(0)
Παυλίδης	1,92	8,1	0,529	2,23	0,553*	(0,-1)
Αλετροποιητικές				Αλευροποιητικές		
Όνομα Εταιρίας	Βήτα	Τιμή t του student	\bar{R}^2	Βήτα	\bar{R}^2	Τιμές k
Μύλοι Αγίου Γεωργίου	0,87	5,0	0,292	1,16	0,352*	(+1,0)
Καπνού				Καπνού		
Όνομα Εταιρίας	Βήτα	Τιμή t του student	\bar{R}^2	Βήτα	\bar{R}^2	Τιμές k
Καρέλιας	1,09	7,0	0,454	1,35	0,513*	(0,-1)
Κεράνης	0,44	1,35	0,014	0,45	0,014	(0)
Εμπορικές				Εμπορικές		
Όνομα Εταιρίας	Βήτα	Τιμή t του student	\bar{R}^2	Βήτα	\bar{R}^2	Τιμές k
Βιοτέρ	0,49	1,9	0,044	0,50	0,196*	(0,-1,-2)
Διαμαντής	0,70	3,2	0,134	1,03	0,206*	(0,-1)
Ιπποτουρ	0,89	3,9	0,196	0,89	0,196	(0)
Κλαουδάτος	0,83	4,9	0,281	0,83	0,281	(0)
Λαμπρόπουλ.	0,77	4,1	0,212	0,77	0,212	(0)
Ξυλεμπορία	0,68	4,6	0,255	0,90	0,307*	(0,-1)
Αθηναία	0,55	5,1	0,303	0,45	0,437*	(0,-1,-2,-3,-4)

Από τις 41 εταιρίες που εξετάστηκαν σύμφωνα με το κριτήριο του Schwarz, οι 20 εταιρίες έχουν καλύτερη προσαρμογή σύμφωνα με το υπόδειγμα του Dimson παρά με το υπόδειγμα της αγοράς. Από τις 20 εταιρίες όπου το $k \neq 0$ οι 19 περιλαμβάνουν την απόδοση της αγοράς με χρονική υστέρηση, γεγονός που αποκαλύπτει την σημαντικότητα της μεταβλητής αυτής.

Επιπλέον μόνο 6 από τις 20 εταιρίες έχουν στατιστικά σημαντικούς συντελεστές στις προηγήσεις των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Πρέπει να σημειωθεί ότι τα εμπειρικά αυτά αποτελέσματα συμφωνούν με αντίστοιχα άλλων ερευνητών (Ibbotson 1975, Schwert 1977 κ.α.) που επισημαίνουν τον ιδιαίτερο ρόλο των υστερήσεων στις αποδόσεις της αγοράς ως προς τις αντίστοιχες προηγήσεις. Ένα άλλο σημαντικό σημείο που προκύπτει από τα εμπειρικά αποτελέσματα είναι οι υψηλές τιμές \bar{R}^2 που παρουσιάζουν οι εμπορικές τράπεζες. Το \bar{R}^2 είναι ένα στατιστικό μέτρο το οποίο δείχνει το ποσοστό των μεταβολών της τιμής της μετοχής που οφείλεται σε μεταβολές του δείκτη της αγοράς. Αντίθετα με τις τράπεζες το \bar{R}^2 των βιομηχανικών και εμπορικών εταιριών είναι σημαντικά χαμηλότερο, γεγονός που αποκαλύπτει υψηλό ειδικό κίνδυνο των εταιριών αυτών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σκοπός μας μέσα από την συγκεκριμένη διπλωματική εργασία ήταν να αναφέρουμε και να αναλύσουμε τα πιο σημαντικά μεθοδολογικά προβλήματα που παρουσιάζονται κατά τον υπολογισμό του συστηματικού. Γι' αυτό το σκοπό έγινε διεξοδική παρουσίαση και ανάλυση των σημαντικότερων μελετών που έχουν γίνει τις τελευταίες τρεις δεκαετίες. Μελετώντας κανείς την εργασία διαπιστώνει ότι μεταξύ των επιστημόνων υπάρχουν υπάρχουν πολύ σημαντικές διαφορές και αλληλοσυγκρουόμενα αποτελέσματα, γεγονός που θέτει πολλές φορές σε αμφισβήτηση την εγκυρότητα του υποδείγματος αποτίμησης κεφαλαιουχικών στοιχείων και του υποδείγματος αγοράς. Μία αμφισβήτηση όμως που είναι πολύ σημαντική για την πρόοδο και εξέλιξη της χρηματοοικονομικής επιστήμης.

Στο κεφάλαιο 4 εξετάστηκε ποιος είναι ο καταλληλότερος χρονικός ορίζοντας των αποδόσεων για την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου, ποιο είναι το καταλληλότερο διάστημα υπολογισμού των αποδόσεων, ελέγχθηκαν οι ιδιότητες των κατανομών των αποδόσεων και τα αποτελέσματα που προέκυψαν ήταν τα εξής: Όσον αφορά τον χρονικό ορίζοντα είδαμε ότι η άποψη που κυριαρχεί είναι αυτή των Alexander – Chervany η οποία εφαρμόζεται από μεγάλους διεθνείς χρηματιστηριακούς οργανισμούς. Συγκεκριμένα για την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου χρησιμοποίησαν μηνιαίες αποδόσεις για ένα διάστημα 5 ετών. Για το διάστημα υπολογισμού των αποδόσεων είδαμε ότι υπάρχουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα όταν κάποιος χρησιμοποιεί μικρά χρονικά διαστήματα. Ένα προφανές πλεονέκτημα χρησιμοποίησης μικρότερων χρονικών διαστημάτων είναι η δυνατότητα χρησιμοποίησης μεγαλύτερου αριθμού παρατηρήσεων. Όμως το βασικό πρόβλημα χρησιμοποίησης μικρών χρονικών διαστημάτων έχει να κάνει με το ονομαζόμενο στη διεθνή βιβλιογραφία πρόβλημα του thin trading. Το πρόβλημα αυτό μειώνεται σημαντικά με τη χρησιμοποίηση μεγαλύτερων χρονικών διαστημάτων, όπως του μήνα. Η χρησιμοποίηση του μήνα ως του μήνα ως του καταλληλότερου χρονικού διαστήματος δικαιολογείται λόγω της ελαχιστοποίησης του προβλήματος του thin trading και της ταυτόχρονης ύπαρξης αρκετών παρατηρήσεων. Όσον αφορά τις ιδιότητες των κατανομών των αποδόσεων είδαμε ότι η παραβίαση της υπόθεσης της κανονικότητας του στοχαστικού όρου δεν έχει σημαντικές επιπτώσεις στην συνέπεια των εκτιμητών των ελαχίστων τετραγώνων. Αυτό ισχύει ιδιαίτερα όταν το μέγεθος του δείγματος είναι μεγάλο. Πρέπει όμως να σημειωθεί ότι η παραβίαση της

υπόθεσης περί κανονικής κατανομής των καταλοίπων έχει μεγάλη σημασία κατά την διατύπωση συμπερασμάτων αναφορικά με τον βαθμό αξιοπιστίας των ακτιμηθέντων συντελεστών του υποδείγματος. Αντίθετα εάν παραβιάζεται η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας και εκτιμήσουμε το υπόδειγμα της αγοράς με την απλή μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων τότε οι συντελεστές του υποδείγματος θα είναι μεν αμερόληπτοι αλλά δεν θα είναι αποτελεσματικοί. Η πρακτική σημαντικότητα της ετεροσκεδαστικότητας προέρχεται από την τάση της να μεγενθύνει τα δειγματικά σφάλματα των ε.ε.τ. Όπως με την παραβίαση της υπόθεσης της ετεροσκεδαστικότητας έτσι και με την παραβίαση της υπόθεσης της ανεξαρτησίας των καταλοίπων (αυτοσυσχέτιση), εάν εκτιμήσουμε το υπόδειγμα της αγοράς με την απλή μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων οι συντελεστές του υποδείγματος θα είναι αμερόληπτοι αλλά όχι αποτελεσματικοί. Επίσης οι δειγματικές διακυμάνσεις των εκτιμηθέντων συντελεστών θα είναι μεροληπτικές με αποτέλεσμα συνήθεις έλεγχοι στατιστικής σημαντικότητας και η κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης να μην είναι έγκυρη.

Στο κεφάλαιο 5 εξετάστηκε η διαχρονική σταθερότητα των συντελεστών βήτα. Κατά την εκτίμηση του υποδείγματος της αγοράς υιοθετείται η υπόθεση ότι οι συντελεστές βήτα είναι σταθεροί διαχρονικά. Είδαμε ότι η υπόθεση αυτή έχει αμφισβητηθεί έντονα στην διεθνή αρθρογραφία και για αυτό απαιτούνται κατάλληλοι έλεγχοι διαχρονικής σταθερότητας του υποδείγματος. Διαπιστώθηκε ότι εάν παρατηρείται διαχρονική αστάθεια των συντελεστών βήτα τα αποτελέσματα της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων θα είναι ανξιόπιστα.

Τέλος στο κεφάλαιο 6 εξετάστηκε το πρόβλημα του thin trading. Σύμφωνα με το πρόβλημα αυτό ένα τμήμα της πραγματικής απόδοσης του χρεογράφου μπορεί να αντανακλάται στην επόμενη μετρούμενη απόδοση. Εάν οι αποδόσεις της αγοράς υπολογίζονται με βάση τις τιμές αυτές τότε είναι μεροληπτικές με μία θετική συσχέτιση στις αποδόσεις των εμπορευομένων με αδράνεια μετοχών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η εκτιμηθείσα διακύμανση και συνδιακύμανση να συσχετίζεται θετικά με την συχνότητα εμπορευσιμότητάς τους.

Μέσα από την εργασία διαπιστώνεται ότι οι πειραματικοί έλεγχοι της ισχύος του υποδείγματος αποτίμησης κεφαλαιουχικών στοιχείων δεν δίνουν μία ξεκάθαρη εικόνα υπέρ ή κατά του μοντέλου. Παρουσιάζουν όμως ενδείξεις που συνηγορούν ότι αυτό αποτελεί ικανοποιητική περιγραφή των τάσεων που επικρατούν στην κεφαλαιαγορά σχετικά με την διαμόρφωση των τιμών των μετοχών.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

Γκλεζάκος, Μ. Η σύγχρονη θεωρία χαρτοφυλακίου, κριτική παρουσίαση των αρχών και της πειραματικής διερεύνησης της, *Εμπορική Τράπεζα Οικονομική Επιθεώρηση*.

Διακογιάννη, Π. Γ. (1996). Η επίδραση του συστηματικού κινδύνου και του μεγέθους των εταιριών στην απόδοση των μετοχών του χρηματιστηρίου αξιών Αθηνών, *Εμπορική Τράπεζα Οικονομική Επιθεώρηση*, τεύχος 5.

Καραθανάση, Γ. και Φίλιππα, Ν. (1989). Η εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου κοινών μετοχών εισηγμένων στο χρηματιστήριο των Αθηνών. Μία κλαδική ανάλυση, *Δελτίο Ένωσης Ελληνικών Τραπεζών*, Νο 27.

Καραθανάση, Γ. και Φίλιππα, Ν. (1994). Έλεγχοι παραβίασης των υποθέσεων του υποδείγματος της αγοράς στην χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών, *Περιοδικό Σπουδαί*, Vol. 44, Πανεπιστήμιο Πειραιώς.

Πετράκης, Π. Ε. (2000). Αξιολόγηση και χρηματοοικονομική διοίκηση τόμος Α. Αποτίμηση κινδύνου και επενδύσεων.

Weston, F. J. και Brigham, E. F. (1986) (Μετάφραση Γιάννης Λειβαδίτης). Βασικές αρχές της χρηματοοικονομικής διαχείρισης και πολιτικής, Εκδόσεις Παπαζήση.

Ξένη

- Altman, E. I., Jacquillet, B. and Levasseur, M. Comparative analysis of risk measures: France and the United States, *Journal of Finance*, vol 29, 1495 – 1511.
- Alexander, J. G. and Chervany, L. N. (1980). On the estimation and stability of beta, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. XV, No1.
- Baesel, J. (1974). On the assessment of risk: Some further considerations, *Journal of Finance*, 1491 – 1494.
- Belkaoui, A. (1977). Canadian evidence of heteroscedasticity in the market model, *The Journal of Finance*, vol XXXII, No 4.
- Bey, P. R. and Pinches, E. G. (1980). Additional evidence of heteroscedasticity in the market model, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol XV, No 2.
- Blume, E. M. (1971). On the assessment of risk, *The Journal of Finance*, vol XXVI, No 1.
- Brenner, M. and Smidt, S. (1977). A simple model of non stationarity of systematic risk, *Journal of Finance*, 1081 – 1092.
- Brown, L. S. (1979). Autocorrelation, market imperfections and the CAPM, *Journal of Financial Quantitative Analysis*, vol XIV, No 5.
- Cheng, P. C. and Deets, K. M. (1973). Systematic risk and the horizon problem, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol 8, 299 – 316.
- Cornell, B. and Dietrich, J. K. (1978). Mean-Absolute-Deviation versus Least-Squares regression estimation of beta coefficients, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*.
- Dimson, E. (1979). Risk measurement when shares are subject to infrequent trading, *Journal of Financial Economics*, 7, 197 – 226.
- Douglas, G. W. (1969). Risk in the equity markets: An empirical appraisal of market efficiency, *Yale Economics Essays*, vol 9, 5 – 45.
- Edwin, J. E., Martin, J. G. and Thomas, J. M. (1978). Are betas best?, *Journal of Finance*, 1375 – 1384.
- Fowler, J. D., Rorke, C. H. and Vijay, M. J. (1979). Heteroscedasticity, R^2 and thin trading on the Toronto stock exchange, *The Journal of Finance*, vol XXXIV, No 5.
- Gonedes, N. (1973). Evidence on the information content of accounting numbers: Accounting-based and market-based estimates of systematic risk, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 407 – 443.
- Jacob, N. (1971). The measurement of systematic risk for securities and portfolios: Some empirical results, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol 6, 815 – 833.
- Jensen, M. C. (1969). Risk, the pricing of capital assets and the evaluation of investment portfolios, *Journal of Business*, vol 42, 167 – 247.
- Karathanasis, G. and Philippas, N. (1993). Note: Heteroscedasticity in the market model: Some evidence from the Athens stock exchange, *Managerial and Decision Economics*, vol 14, 563 – 567.

- Levhari, D. and Levy, H. (1977). The capital asset pricing model and the investment horizon, *Review of Economics and Statistics*, vol 59, 92 – 104.
- Levy, R. A. (1971). On the short-term stationarity of beta coefficients, *Financial Analysts Journal*, vol 27, 55 – 62.
- Martin, D. J. and Klemkosky, C. R. (1975). Evidence of heteroscedasticity in the market model, *The Journal of Business*.
- Miller, M. and Scholes, M. (1972). Rates of return in relation to risk: A re-examination of some recent findings. In *Studies in the Theory of Capital Markets*, edited by M.C.Jensen. Praeger Publishers.
- Mullins, W. D., Jr. (1982). Does the capital asset pricing model work?, *Harvard Business Review*.
- Palacios, A. J. (1973). The stock market in Spain. Tests of efficiency and capital market theory.
- Praetz, P. (1969). Australian share prices and the random walk hypothesis, *Australian Journal of Statistics*, 11.
- Reilly, K. F. Investment analysis and portfolio management, third edition, chapter 8, 17.
- Smith, V. K. (1978). The effect of intervaling on estimating parameters of the capital asset pricing model, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*.
- Smith, V. K. and Tito, A. D. (1969). Risk-Return measures of ex post portfolio performance, *Journal of Financial Quantitative Analysis*, vol 4, 445 – 471.
- Stanley, S. C., Huang, M., Randall, R. Investment analysis and management, second edition, chapter 18.