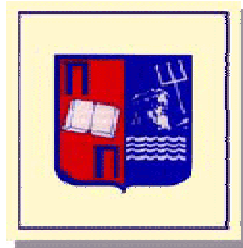


ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ
ΤΜΗΜΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ & ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ



ΘΕΜΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ :

***“ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΚΑΙ ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΤΟΥ
ΤΥΧΑΙΟΥ ΠΕΡΙΠΑΤΟΥ, ΤΩΝ MARTINGALES ΚΑΙ ΤΗΣ
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ”***

Επιβλέπων καθηγητής : Πιττής Νικήτας
Μέλη τριμελούς επιτροπής : Επικ. καθ. Μπένος Αλέξανδρος
Λεκ. Χρίστου Χριστίνα

Φοιτητής : Πουλόπουλος Γιάννης (ΜΧΡΗ/0121)

ΠΕΙΡΑΙΑΣ, ΙΟΥΛΙΟΣ 2003

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	Σελ. 1
ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ ΚΙΝΗΣΗΣ BROWN	Σελ. 2
Α. Η στοιχειώδης θεωρία της κίνησης Brown στη Φυσική	Σελ. 4
Β. Διάφορες παραλλαγές του τυχαίου περιπάτου και της θεωρίας διάχυσης ..	Σελ. 5
Γ. Η κίνηση Brown στην ανάλυση των αγορών	Σελ. 6
Η ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΗΣ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΤΟ ΠΡΩΤΟ ΜΙΣΟ ΤΟΥ ΕΙΚΟΣΤΟΥ ΑΙΩΝΑ	Σελ. 8
α) Συλλογή δεδομένων	Σελ. 8
β) Ανάλυση δεδομένων	Σελ. 9
Ο ΤΥΧΑΙΟΣ ΠΕΡΙΠΑΤΟΣ ΤΗ ΔΕΚΑΕΤΙΑ 1950 –1960	Σελ. 9
ΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ MARTINGALES	Σελ. 11
ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΗΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΑΓΟΡΩΝ	Σελ. 15
ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ (Weak-form efficiency)	Σελ. 20
Ανασκόπηση εμπειρικών ερευνών για την αποτελεσματικότητα της αγοράς (Weak-form efficiency)	Σελ. 20
Δειγματική περίοδος – Μέγεθος του δείγματος	Σελ. 22
Οι μεταβλητές	Σελ. 22
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	Σελ. 24
<i>Μη παραμετρικές στατιστικές μέθοδοι</i>	Σελ. 24
To Runs test	Σελ. 24
Ανάλυση Monte Carlo για το Runs test	Σελ. 30
Ανάλυση των εμπειρικών αποτελεσμάτων του Runs test	Σελ. 32
<i>Ημερήσιες αποδόσεις</i>	Σελ. 32
<i>Εβδομαδιαίες και μηνιαίες αποδόσεις</i>	Σελ. 34
To Q-statistic	Σελ. 36
Autocorrelation test	Σελ. 36
Ανάλυση των εμπειρικών αποτελεσμάτων του Q-Statistic	Σελ. 38
<i>Ημερήσιες αποδόσεις</i>	Σελ. 38
<i>Εβδομαδιαίες και μηνιαίες αποδόσεις</i>	Σελ. 40
<i>Παραμετρικές στατιστικές μέθοδοι</i>	Σελ. 42
Το μοντέλο AR(1-5) – GARCH(1,1)	Σελ. 43
Autoregressive models AR(p)	Σελ. 43
First order Autoregressive processes: AR (1)	Σελ. 43
ARCH και GARCH μοντέλα	Σελ. 44
Ανάλυση των εμπειρικών αποτελεσμάτων του AR(1-5) – GARCH(1,1) Μοντέλου	Σελ. 45
<i>Ημερήσιες αποδόσεις</i>	Σελ. 45
<i>Εβδομαδιαίες και μηνιαίες αποδόσεις</i>	Σελ. 47
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	Σελ. 49
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	Σελ. 53
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	Σελ. 57
Αναλυτικοί πίνακες αναπτυγμένων χωρών	Σελ. 58
Αναλυτικοί πίνακες αναπτυσσομένων χωρών	Σελ. 83
Προγράμματα	Σελ. 105

“ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΚΑΙ ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΤΟΥ ΤΥΧΑΙΟΥ ΠΕΡΙΠΑΤΟΥ, ΤΩΝ MARTINGALES ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ”

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ανθρώπινη ζωή στις διάφορες εκφάνσεις της χαρακτηρίζεται από αβεβαιότητα, παρόμοια με διάφορα φυσικά φαινόμενα, έτσι ώστε κανείς να μην μπορεί να είναι βέβαιος για το τι πρόκειται να γίνει στο επόμενο δευτερόλεπτο, λεπτό κλπ. Έτσι, ο κάθε ερευνητής θέτοντας ως στόχο τη μέτρηση ενός φαινομένου στο χρόνο, αναρωτιέται αν υπάρχει κάτι που να μπορεί να αναπαράγει και να περιγράψει τη συμπεριφορά του φαινομένου που παρατηρεί. Στην περίπτωση όπου η πολυπλοκότητα των φαινομένων καθιστά δύσκολη την περιγραφή τους από κάποιο μαθηματικό μοντέλο, ο ερευνητής στην προσπάθειά του να δομήσει την αβεβαιότητα προσάπτει πιθανότητες στα ενδεχόμενα περιγράφοντας την πολυπλοκότητα μέσω στατιστικών μοντέλων.

Ειδικότερα, στην ανάλυση των αγορών υπάρχει πάντα ένας παράγοντας αβεβαιότητας σε κάθε οικονομική κατάσταση. Έτσι για να πάρει κανείς τη σωστή επενδυτική απόφαση ή να διαλέξει τη σωστή επενδυτική στρατηγική, απαιτούνται κάποιες λειτουργικές υποθέσεις, κάποια μοντέλα (που να λαμβάνουν υπόψη αβεβαιότητα και τυχαιότητα), πάνω στα οποία θα στηρίζει τις αποφάσεις του.

Το να μπορέσει κανείς να προβλέψει την τιμή μιας μετοχής ήταν ένα πρόβλημα που γοήτευε πάντοτε τους ερευνητές. Η πρόβλεψη των μεταβολών των τιμών από παρελθούσες τιμές και μόνο χωρίς άλλη πληροφόρηση οδήγησε στο μοντέλο του τυχαίου περιπάτου (random walk) και έπειτα στα martingales μοντέλα, δύο πολύ βασικές ιδέες που γεννήθηκαν κατά την προσπάθεια του να υπερνικήσει κανείς την αγορά (to beat the market).

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι να εξετάσουμε κάτω από ποιες συνθήκες εμφανίστηκαν οι έννοιες των μοντέλων του τυχαίου περιπάτου (κίνηση Brown) και των martingales μοντέλων και πως αυτά σχετίζονται και αλληλεπιδρούν με την έννοια της αποτελεσματικότητας των αγορών. Ταυτόχρονα, θα μελετήσουμε την εξέλιξη των εννοιών αυτών και την επιρροή τους στην επιστήμη της χρηματοοικονομικής.

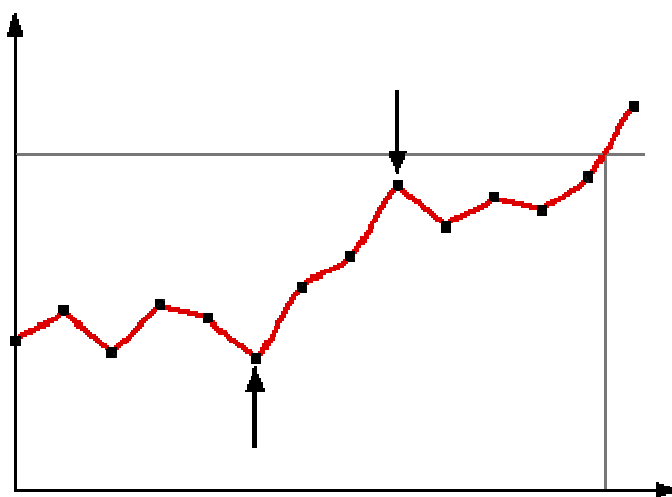
Ειδικότερα, θα αναφερθούμε στις χρονολογίες σταθμούς για την εξέλιξη των εννοιών, ξεκινώντας από την κίνηση Brown και τη μαθηματική της διατύπωση από τον Louis Bachelier το 1900. Θα δούμε την επιρροή των συμπερασμάτων του γάλλου αυτού μαθηματικού, στην θεωρητική και εμπειρική μελέτη των μεταβολών των τιμών των μετοχών από τους ερευνητές της εποχής. Τα διλήμματα και τους προβληματισμούς που προκάλεσε η υιοθέτηση του μοντέλου του τυχαίου περιπάτου έναντι των

προτιμήσεων των επενδυτών και της τεχνολογίας στον καθορισμό της τιμής των μετοχών. Θα εξετάσουμε την ανάγκη της γέννησης του martingale μοντέλου (Samuelson 1965), σαν εναλλακτική λύση στο μοντέλο του τυχαίου περιπάτου. Τη σχέση του μοντέλου αυτού με τις αποδόσεις, το ρόλο της πληροφόρησης, την έννοια της ορθολογικότητας των επενδυτών και των μοντέλων ισορροπίας της αγοράς.

Τέλος, θα ασχοληθούμε με την υπόθεση της αποτελεσματικότητας της αγοράς (ECMH), η οποία για σχεδόν τρεις δεκαετίες έχει αποτελέσει το βασικό περιβάλλον για τη νομοθεσία και πολιτική της σωστής λειτουργίας των εταιριών και αγορών. Θα αναλύσουμε την ανάπτυξη της υπόθεσης της αποτελεσματικότητας των αγορών δείχνοντας ότι η ασθενής και σχεδόν ισχυρή μορφή της βασίζονται σε γραμμική μεθοδολογία. Παράλληλα θα ελέγξουμε την υπόθεση της ασθενούς μορφής αποτελεσματικότητας για 30 χρηματιστηριακούς δείκτες. Η μελέτη της ECMH είναι σημαντική διότι από το 1970 (Fama), ένας μεγάλος αριθμός ερευνητών εξυμνούσε τις αρετές της ECMH και προωθούσε στρατηγικές βασισμένες σε αυτή. Παρόλα αυτά η κρίση του Οκτωβρίου του 1987 θύμισε σε πολλούς ότι η ECMH είναι μόνο μια υπόθεση και μάλιστα αμφιβόλου εγκυρότητας. έτσι η επανεξέτασή της είναι πάντα επίκαιρη.

ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ ΚΙΝΗΣΗΣ BROWN

Το 1827 ο Άγγλος βοτανολόγος Robert Brown μελέτησε τη τυχαία κίνηση κόκκων γύρης (αιωρούμενα σωματίδια) στην επιφάνεια του νερού. Η τυχαία αυτή κίνηση οφείλεται στο γεγονός ότι μικρά σωματίδια (μόρια του νερού) συγκρούονται με τους κόκκους γύρης κατά τυχαίο τρόπο.

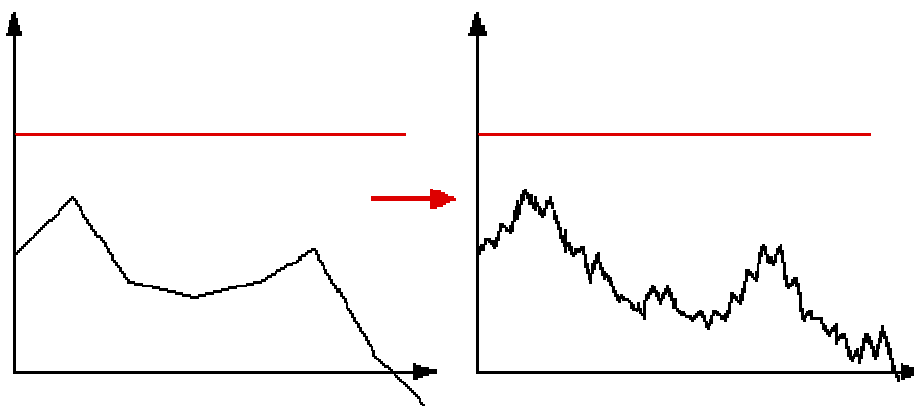


A random walk R

Εάν παρατηρούμε μόνο τις κάθετες μετακινήσεις περιοριζόμαστε σε κινήσεις μιας διάστασης. Όταν ένα σωματίδιο γύρης συγκρούεται από πάνω με ένα μόριο νερού κινείται προς τα κάτω και αντιστρόφως, όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα. Εάν λάβουμε υπόψη μας ότι γίνονται πολλά τέτοια βήματα, είναι λογικό να

αναρωτηθούμε αν υπάρχει μια συνεχής αναλογία αυτής της διαδικασίας. Πραγματικά, καταλήγουμε σε ένα τέτοιο όριο με το να διαλέγουμε όλο και μικρότερα βήματα στον τυχαίο περίπατο. Βέβαια και οι προσαυξήσεις στον τυχαίο περίπατο θα γίνονται όλο και μικρότερες σε κάθε βήμα. Καθώς το μέγεθος των βημάτων θα προσεγγίζει όλο και περισσότερο το μηδέν, ο τυχαίος περίπατος θα μοιάζει όλο και περισσότερο με μια συνεχή διαδικασία (continuous-time process), η οποία ονομάζεται κίνηση Brown.

Η κίνηση Brown μελετήθηκε για πρώτη φορά σαν μαθηματικό αντικείμενο από τον Louis Bachelier (1900) στη θεωρία του για το χρηματιστήριο της Γαλλίας, και από τον Albert Einstein (1905) για να επιβεβαιώσει τη κινηματική-μοριακή θεωρία της θερμότητας. Και οι δυο τους συνετέλεσαν στη εξαγωγή πολλών συμπερασμάτων για τις ιδιότητες της κίνησης Brown. Όμως, πέρασε αρκετός καιρός μέχρι να αποδειχθεί ότι η κίνηση Brown υπάρχει στην πραγματικότητα. Τελικά, το απέδειξε ένας Αμερικάνος μαθηματικός, ο Wiener το 1923. Πολύ αργότερα, ο Donsker (1951) έδωσε μια πλήρη απόδειξη της σύγκλισης του τυχαίου περιπάτου στην κίνηση Brown. Το σχήμα παρακάτω δείχνει την τροχιά (paths) ενός τυπικού τυχαίου περιπάτου και μιας κίνησης Brown.



A random walk (left), and limiting Brownian motion

Η κίνηση Brown εμφανίζεται σε μια πληθώρα περιοχών της επιστήμης. Διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στη φυσική (π.χ. διάχυση σωματιδίων – διάδοση θερμότητας) αλλά και στα χρηματοοικονομικά (π.χ. μπορούμε να φανταστούμε τη τιμή μιας μετοχής σαν ένα μικρό σωματίδιο το οποίο “συγκρούεται” με τους αγοραστές και τους πωλητές : ανεβαίνει όταν “συγκρούεται” με ένα αγοραστή και πέφτει όταν “συγκρούεται” με ένα πωλητή). Οι συναρπαστικές της ιδιότητες έχουν μελετηθεί σε βάθος από τους μαθηματικούς. Π.χ. ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό της είναι ότι δεν είναι πουθενά παραγωγίσιμη (αν και είναι παντού συνεχής!) κάτι που υπονοεί κάποιο είδος fractal στην κατασκευή της τροχιάς της.

A. Η στοιχειώδης θεωρία της κίνησης Brown στη Φυσική

Το 1905 όμως ο Albert Einstein κατόρθωσε να θέσει τους μαθηματικούς νόμους που διέπουν την κίνηση των αιωρούμενων σωματιδίων βασιζόμενος : (1) στην ανάλυσή του για την οσμωτική πίεση (2) στην υπόδειξη του για τη μέση τετραγωνική μετάθεση των σωματιδίων ως το κατάλληλο παρατηρήσιμο μέγεθος και (3) στην ταυτόχρονη εφαρμογή της μοριακής – κινηματικής θεωρίας της θερμότητας και της μακροσκοπικής θεωρίας της διάχυσης.

Ειδικότερα, στη θεωρία του ο Einstein υποθέτει ότι κάθε σωματίδιο κινείται ανεξάρτητα από τα υπόλοιπα σωματίδια και οι κινήσεις του ίδιου και του αυτού σωματιδίου σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα λαμβάνονται ως ανεξάρτητες μεταξύ τους διαδικασίες για όχι πολύ μικρά χρονικά διαστήματα. Έπειτα εισάγει ένα μικρό χρόνο τ , πολύ μικρότερο από τον παρατηρούμενο χρόνο t , τέτοιο ώστε οι κινήσεις του σωματιδίου σε δύο διαδοχικά τ να μπορούν να θεωρηθούν ανεξάρτητες.

Μέσα σε ένα χρονικό διάστημα τ , οι συντεταγμένες X των σωματιδίων μεταβάλλονται κατά δx , όπου το δx είναι διαφορετικό (θετικό ή αρνητικό) για κάθε σωματίδιο και ακολουθεί μια πιθανοτική κατανομή.

Κάθε σωματίδιο έχει μια πιθανότητα μετάβασης $\varphi(\delta x)$ στο στοιχειώδες χρονικό διάστημα τ , και με βάση τις παραπάνω υποθέσεις ο Einstein υπολογίζει την κατανομή των σωματιδίων τη χρονική στιγμή $t + \tau$, από την κατανομή τους τη χρονική στιγμή t .

$$f(x, t + \tau)dx = dx \int_{dx=-\infty}^{dx=+\infty} f(x + dx)\varphi(dx)d(dx)$$

$$f(x, t + \tau) = \int_{dx=-\infty}^{dx=+\infty} f(x + dx)\varphi(dx)d(dx) \quad (1)$$

όπου,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(dx)d(dx) = 1 \quad (I)$$

με $\varphi \neq 0$ για πολύ μικρές τιμές του δx και $\varphi(-\delta x) = \varphi(\delta x)$

Από την ολοκληρωτική εξίσωση (1) ο Einstein με κατάλληλες πράξεις καταλήγει στην μερική διαφορική εξίσωση της διάχυσης :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

όπου, D ο συντελεστής της διάχυσης.

Το πρόβλημα τώρα καθορίζεται πλήρως μαθηματικά και δίνει ως λύση με τις κατάλληλες οριακές συνθήκες :

$$f(x, t) = \frac{n}{\sqrt{4pDt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}$$

Αυτή θα είναι η πιθανοτική κατανομή (Gauss) των μεταθέσεων που συμβαίνουν στη διάρκεια του χρόνου t .

Η μέση τετραγωνική μετάθεση λ_x κατά τον άξονα X θα είναι :

$$\lambda_x = \sqrt{x^2} = \sqrt{2Dt}$$

Η μέση τετραγωνική μετάθεση ενός σωματιδίου από κάποια αρχική θέση σε όρους χρόνου ήταν ουσιώδης σημασίας για την ερμηνεία της κίνησης. Προσπάθειες για τη μέτρηση της ταχύτητας των αιωρούμενων σωματιδίων σε διάφορα πειράματα, είχαν καταλήξει σε αποτυχία γιατί οι ταχύτητες αυτές ήταν πολύ μεγάλες και άλλαζαν πολύ γρήγορα. Μάλιστα σε πολλά πειράματα οι ταχύτητες (μεταθέσεις διαιρεμένες με τον παρατηρούμενο χρόνο) αυξάνονταν χωρίς κανένα όριο καθώς ο χρόνος μειωνόταν. Το πρόβλημα φυσικά ήταν η μη γραμμικότητα της μετάθεσης με το χρόνο. Ο Einstein, κατέληξε στην γνωστή έκφραση της μετάθεσης η οποία αυξάνεται ανάλογα με τη τετραγωνική ρίζα του χρόνου. Ο Bachelier, όπως θα δούμε παρακάτω έφτασε σε παρόμοια σχέση για τη “μέση μετάθεση” των τιμών των μετοχών σε σχέση με το χρόνο.

B. Διάφορες παραλλαγές του τυχαίου περιπάτου και της θεωρίας διάχυσης

Ο Pearson (1905) εισήγαγε για πρώτη φορά τον όρο “τυχαίος περίπατος” (random walk). Τον ενδιέφερε να περιγράψει τη χωρική / χρονική εξάπλωση των πληθυσμών των κουνουπιών σε μια καθαρή περιοχή. Βρήκε ότι ήταν ιδιαίτερα πολύπλοκο να χρησιμοποιήσει ντετερμινιστικό μοντέλο και έτσι αντιλήφθηκε την ανάγκη για ένα τυχαίο μοντέλο.

Έτσι, έθεσε το πρόβλημα στέλνοντας το με γράμμα στο Nature :

“Εάν ένας τυχαίος περιπατητής ξεκινώντας από την αρχή κάνει βήματα μήκους l , το καθένα σε τυχαία κατεύθυνση, ποια είναι η πιθανότητα, $P (r < |x_n| < r + \delta r)$ να βρεθεί στη θέση $r + \delta r$ μετά από n βήματα ;”

Ο Rayleigh έδωσε την απάντηση μια εβδομάδα αργότερα: (είχε ήδη λύσει το πρόβλημα (1888) ενώ μελετούσε κυματικά πεδία σταθερού πλάτους και τυχαίας φάσης):

$$P_n(x) dx \sim \frac{2}{n} e^{-\frac{r^2}{n}} r dr \text{ (ουσιώδες το κεντρικό οριακό θεώρημα – Gaussian behavior)}$$

Ο Rayleigh βρήκε ακόμη τη λύση για μονοδιάστατη κίνηση :

$$P_n(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2pn}} e^{-\frac{x^2}{2n}} dx \text{ (Gaussian process με } \sigma^2 \equiv n)$$

Έτσι η εξάπλωση γύρω από την αρχή είναι $\sim \sigma$ (τυπική απόκλιση) $\sim \sqrt{n}$ όπου και εδώ διαφαίνεται ο ουσιώδης ρόλος της διασποράς.

Γ. Η κίνηση Brown στην ανάλυση των αγορών

Η κίνηση Brown έγινε ευρύτατα αποδεκτή μετά τον Einstein (1905) επειδή μπορούσε να χρησιμοποιηθεί σαν ένα πρακτικό μαθηματικό μοντέλο. Παρόλα αυτά, η γέννηση της ερμηνείας της, όπως προαναφέραμε πραγματοποιήθηκε το 1900 από τον γάλλο μαθηματικό Louis Bachelier κατά την εκπόνηση της διδακτορικής διατριβής του. Στη διατριβή αυτή ο Bachelier ερεύνησε τη γραμμική συσχέτιση των τιμών των δικαιωμάτων και των futures που διαπραγματεύονταν στο γαλλικό χρηματιστήριο και κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι μεταβολές των τιμών ακολουθούν τυχαίο περίπατο (random walk model). Η εξίσωση που ανέπτυξε ο Bachelier για να περιγράψει την συμπεριφορά των τιμών των μετοχών στις χρηματαγορές, ήταν ακριβώς η εξίσωση με την οποία ο Einstein περιγράφει την κίνηση Brown.

Από την εργασία του Bachelier, προκύπτει η έναρξη της σύγχρονης χρηματοοικονομικής και η ταυτόχρονη γέννηση των στοχαστικών ανελίξεων στο συνεχές χρόνο καθώς και η συνεχούς χρόνου αποτίμηση παράγωγων αξιογράφων. Ο Bachelier εξάγει την πυκνότητα κατανομής (Gauss) των μεταβολών των τιμών των μετοχών με δύο διαφορετικούς τρόπους. Στη πρώτη περίπτωση χρησιμοποιεί την ολοκληρωτική εξίσωση συνέλιξης κατανομών (εξίσωση Chapman – Kolmogorov) ενώ στη δεύτερη περίπτωση χρησιμοποιεί το κεντρικό οριακό θεώρημα για να εξάγει την πιθανότητα μετάβασης των τιμών των μετοχών από το διακριτού χρόνου διωνυμικό μοντέλο. Επίσης, αποδεικνύει πως η πυκνότητα κατανομής επαληθεύει την μερική διαφορική εξίσωση της θερμότητας του Fourier (εξίσωση διάχυσης).

Ειδικότερα, στην προσπάθεια του να μοντελοποιήσει τις μεταβολές των τιμών των μετοχών, εισάγει την αρχή ότι η αναμενόμενη τιμή για έναν κερδοσκόπο είναι μηδέν (*the expectation of a speculator is zero*) βασιζόμενος στο γεγονός ότι δεν υπάρχει κάποια τάση για μια τιμή έναντι κάποιας άλλης. (εννοώντας προφανώς δεσμευμένη αναμενόμενη τιμή με βάση τη πληροφορία του παρελθόντος, δηλαδή δέχεται έμμεσα ένα αξίωμα ότι η αγορά αποτιμά αξιόγραφα χρησιμοποιώντας ένα martingale μέτρο – *fair game*). Έτσι οι μεταβολές των τιμών των μετοχών είναι ανεξάρτητες και δίνονται από πιθανότητες μετάβασης :

$$P_I(x - x') \text{ (για διακριτό χρόνο),}$$

$$P(x - x', \tau) \text{ (για συνεχές χρόνο)}$$

οι οποίες αντιπροσωπεύουν την κατανομή πιθανοτήτων για μεταβολή μεγέθους, $\Delta x = x - x'$ για ένα μόνο χρονικό βήμα (διακριτή περίπτωση) ή χρονικό διάστημα, τ (συνεχής περίπτωση).

Ο Bachelier βρήκε την κατανομή πιθανότητας της τιμής την χρονική στιγμή $t + \tau$ (συνεχής περίπτωση) από την κατανομή τη στιγμή t , από τη σχέση:

$$P(x, t + \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x - x', t) P(x', t) dx'$$

Έτσι, έδωσε τη λύση :

$$P(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2ps^2t}} e^{-\frac{x^2}{2s^2t}} \quad (\text{Συνάρτηση του Gauss})$$

(Ο Bachelier χρησιμοποίησε μια ασυνήθιστη κανονικοποίηση για την συνάρτηση του Gauss ώστε να επιτρέπει μόνο θετικές τιμές για το x αντί για $x \in (-\infty, +\infty)$ όπως επιτρέπεται από τις μεταβάσεις).

Το βασικό συμπέρασμα από τη χρήση του μοντέλου του Bachelier για τις τιμές των μετοχών, είναι ότι η τυπική απόκλιση των μεταβολών των τιμών (“μέση μετάθεση”) είναι ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας του χρόνου.

Τέλος, ο Bachelier θεωρεί για κάθε τιμή της μετοχής τα εξής :

Υποθέτει ότι τη χρονική στιγμή t , οι τιμές $x_{n-2}, x_{n-1}, x_n, x_{n+1}, x_{n+2} \dots$ διαφέρουν μεταξύ τους κατά Δx , και έχουν αντίστοιχες πιθανότητες $p_{n-2}, p_{n-1}, p_n, p_{n+1}, p_{n+2} \dots$. Από τη γνώση της κατανομής πιθανότητας τη στιγμή t , μπορεί κανείς να υπολογίσει τη κατανομή πιθανότητας τη στιγμή $t + \Delta t$.

Κάθε τιμή x , κατά τη διάρκεια ενός στοιχειώδους χρονικού διαστήματος τ , “ακτινοβολεί” προς τη γειτονική του τιμή μια ποσότητα πιθανότητας ανάλογη με τη διαφορά των πιθανοτήτων τους. (Η αναλογία αναφέρεται στη σχέση μεταξύ Δx και Δt).

Έτσι με βάση την πιθανότητα ότι η τιμή x ανήκει στο διάστημα $(x, +\infty)$, υπολογίζει την αύξηση στην πιθανότητα κατά τη διάρκεια της περιόδου Δt και καταλήγει στη σχέση :

$$c^2 \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \quad \text{όπου } c \text{ σταθερά (εξίσωση Fourier).}$$

Και εδώ είναι εμφανής η αναλογία των αποτελεσμάτων του Bachelier με αυτά του Einstein (εξίσωση διάχυσης).

Η ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΗΣ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΤΟ ΠΡΩΤΟ ΜΙΣΟ ΤΟΥ ΕΙΚΟΣΤΟΥ ΑΙΩΝΑ

Παρά την σπουδαιότητα των συμπερασμάτων του Bachelier ακολουθεί ένα χάσμα πέντε δεκαετιών μεταξύ της εργασίας του και του επόμενου σημαντικού βήματος στη

θεωρία των χρηματοοικονομικών. Είναι ενδιαφέρον να δούμε γιατί η επιστημονική μελέτη των χρηματοοικονομικών παρέμεινε αφανής για αυτή την περίοδο. Τρεις είναι οι πιθανές αιτίες :

Πρώτον, οι πραγματικές αποδόσεις των χρηματαγορών ήταν μέτριες το πρώτο μισό του 20^{ου} αιώνα. Με τις χρηματαγορές να μη παράγουν και να μη μεταφέρουν αρκετό πλούτο στην οικονομία , δεν προκαλούσαν το ενδιαφέρον που προκαλούν σήμερα.

Δεύτερον, η κατάρρευση των χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης το 1929 κλόνησε την εμπιστοσύνη των επενδυτών και στα υπόλοιπα χρηματιστήρια του κόσμου.

Τρίτον, ο Bachelier είχε αναπτύξει τη μελέτη του για την εξέλιξη των τιμών των μετοχών με μαθηματικά τα οποία ήταν αρκετά μπροστά από την εποχή του. Η θεωρία των στοχαστικών ανελίξεων και ιδιαίτερα οι ανελίξεις διάχυσης ήθελαν χρόνο για να γίνουν κατανοητές.

Παρόλα αυτά, θα ήταν λάθος να συμπεράνουμε ότι καμιά σημαντική πρόοδος δεν σημειώθηκε στη χρηματοοικονομική μεταξύ 1900 και 1950. Έτσι αν και δεν υπήρξε καμιά σημαντική δημοσίευση ανάλογη της εργασίας του Bachelier, έγινε σημαντική δουλειά στον τομέα της παρατήρησης των αγορών και της συλλογής στοιχείων τα οποία είναι απαραίτητα για την εκτίμηση του οποιουδήποτε θεωρούμενου μοντέλου. Σε δύο πρωτοβουλίες αξίζει να αναφερθούμε :

α) Συλλογή δεδομένων

Ο Douglas (1929) σε ένα άρθρο εξυμνούσε τη συλλογή στοιχείων από τους ασφαλιστές της Μεγάλης Βρετανίας από την αγγλική χρηματαγορά για στατιστική μελέτη. Ο Murray (1930) αναφερόταν στην μακρά διάρκειας ενασχόληση των ασφαλιστών με χρηματιστηριακούς δείκτες. Αυτές οι σειρές τιμών από το αγγλικό χρηματιστήριο αποτέλεσαν αργότερα τη βάση για τη στατιστική μελέτη του Kendal (1953) για τις τιμές των μετοχών και το κλειδί για την εμπειρική έρευνα για την αποτελεσματικότητα των αγορών.

Στην Αμερική ο Alfred Cowles καθιέρωσε την επιτροπή Cowles (1932) για την συλλογή στοιχείων και κατασκεύασε δείκτες για το αμερικάνικο χρηματιστήριο. Επίσης έγραψε άρθρα (Cowles 1933, Cowles – Jones 1937) στα οποία μελέτησε την ισχύ της fundamental analysis. Σύμφωνα με αυτή οι αναλυτές και οι χρηματοοικονομικές υπηρεσίες υπολόγιζαν την εσωτερική αξία των μετοχών (fundamental or intrinsic value) προεξοφλώντας μελλοντικές χρηματοροές, και θεωρούσαν ότι οι πραγματικές τιμές των μετοχών μεταβάλλονταν γύρω από τις fundamental values των τιμών. Η fundamental analysis απαιτούσε πρακτικά τη πρόβλεψη μελλοντικών χρηματοροών με βάση όλες τις πληροφορίες που αφορούσαν τη μελλοντική κερδοφορία. Το πρόβλημα ήταν ότι η fundamental analysis έδειχνε να μη λειτουργεί κάτι που υπονοούσε ότι οι επενδυτές ίσως πλήρωναν άσκοπα για χρηματοοικονομικές συμβουλές.

β) Ανάλυση δεδομένων

Οι διαδικασίες στατιστικού ελέγχου ήταν στοιχειώδης και χωρίς ηλεκτρονικούς υπολογιστές ήταν πολύ επίπονο να εξαχθούν και να επιβεβαιωθούν και οι πιο στοιχειώδης ιδιότητες για τις σειρές των τιμών. Η πρώιμη εμπειρική έρευνα του Working (1934) έδειξε ότι οι σειρές των μετοχών εμφάνιζαν ιδιότητες που ήταν δύσκολες στην επεξεργασία τους ώστε δεν επιτρεπόταν η εξαγωγή ισχυρών στατιστικά συμπερασμάτων από τα δεδομένα. Έτσι ένας παρατηρητής της συμπεριφοράς των τιμών των μετοχών θα μπορούσε να διακρίνει ένα τυχαίο περίπατο σε μια σειρά τιμών αλλά επιπλέον, στο βαθμό που οι σειρές των τιμών του σιταριού προσομοίωναν με σειρές τυχαίων διαφορών ήταν κυρίως με εκείνες που μπορούσαν να εξαχθούν από *άθροισμα* τυχαίων αριθμών επιλεγμένων από ένα ελαφρά ασύμμετρο πληθυσμό μεταβαλλόμενης τυπικής απόκλισης αντί σταθερής (οι αποδόσεις των τιμών εμφάνιζαν ετεροσκεδάστικότητα). Τέτοιου είδους ιδιότητες δεν επέτρεπαν στα συνηθισμένα στατιστικά τεστ να ελέγξουν τυχόν προτεινόμενα στατιστικά μοντέλα.

Ο ΤΥΧΑΙΟΣ ΠΕΡΙΠΑΤΟΣ ΤΗ ΔΕΚΑΕΤΙΑ 1950 -1960

Η πρόβλεψη των μεταβολών των τιμών των μετοχών, ξεκινώντας από τον Working, έγινε κύριο αντικείμενο της χρηματοοικονομικής έρευνας αλλά περιέργως δεν υπήρξαν σημαντικές δημοσιεύσεις έως την εργασία του Kendal (1953). Η ‘‘υπόθεση του τυχαίου περιπάτου’’ – πρόδρομου του μοντέλου της αποτελεσματικότητας των αγορών (efficient market model)– εξιχνιάστηκε με μια μεγάλη στατιστική έρευνα από τον Kendal ο οποίος εξέτασε την πρόταση ότι οι τιμές των μετοχών ακολουθούν τυχαίο περίπατο. Στην οικονομετρική αυτή εργασία αυτή ο Kendal χρησιμοποιώντας spectral analysis, βρήκε ότι οι εβδομαδιαίες μεταβολές σε μια μεγάλη ποικιλία χρηματοοικονομικών τιμών (British stock and commodity prices) δεν μπορούσαν να προβλεφθούν τόσο από παρελθούσες μεταβολές των ίδιων των σειρών όσο και από παρελθούσες μεταβολές άλλων σειρών. Δηλαδή, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι τιμές των μετοχών ακολουθούσαν τυχαίο περίπατο όπως είχε προταθεί από τον Working (1934) αλλά και τον Bachelier (1900) με την κίνηση Brown (η συνεχούς – χρόνου αναλογία του τυχαίου περιπάτου).

Δύο περαιτέρω έρευνες για την πρόβλεψη των τιμών παρουσιάστηκαν στις δημοσιεύσεις των άρθρων των Roberts (1959) και Osborne (1959). Ο πρώτος, επισήμανε ότι στην ιδεατή αγορά των οικονομολόγων με τους ορθολογικούς επενδυτές θα περίμενε κανείς ακριβώς την αυτόματη προσαρμογή των τιμών στη νέα πληροφορία όπως το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου προβλέπει. Από την άλλη μεριά μια συστηματικά αργή προσαρμογή στη νέα πληροφορία θα σήμανε την ύπαρξη πραγματικών διαθέσιμων και κερδοφόρων επενδυτικών ευκαιριών που γίνονταν αντικείμενο εκμετάλλευσης. Δηλαδή η βασική υπόθεση στηρίζεται στον ανταγωνισμό των τέλειων αγορών : Οι επενδυτές σε μια τέτοια αγορά θα εξανεμίσουν οποιοδήποτε κέρδος πάνω από το ελάχιστο όριο που τους παρακινεί να συνεχίσουν να παίζουν εκτός από κάποιον που μπορεί να εξασκήσει κάποιου είδους μονοπωλίου. Π.χ. δεν

υπάρχει λόγος γιατί κάποιος με συγκεκριμένη πληροφορία για μελλοντικά γεγονότα να μην μπορεί να επωφεληθεί από αυτή την μονοπωλιακή γνώση. Όμως δε θα πρέπει να περιμένουμε σε μια τέτοια αγορά τους επενδυτές να μπορούν διαρκώς να κερδίζουν με τη χρήση κάποιας εξίσωσης βασιζόμενοι μόνο στο παρελθόν των τιμών και σε γενικούς διαθέσιμους κανόνες (technical analysis). Οι μεταβολές των τιμών θα είναι ανεξάρτητες και προκύπτει η ιδέα ότι οι τιμές των μετοχών ακολουθούν τυχαίο περίπατο.

Ο δεύτερος ανέπτυξε την πρόταση ότι δεν είναι οι απόλυτες μεταβολές των τιμών που θα έπρεπε να είναι ανεξάρτητες, αλλά οι λογαριθμικές τιμές των μετοχών θα έπρεπε να είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Με την επιπλέον υπόθεση ότι οι αλλαγές αυτές κατανομούνται κανονικά προκύπτει ότι οι τιμές των μετοχών παράγονται σαν τη κίνηση Brown.

Πιο συγκεκριμένα, ο Osborne έδειξε ότι οι λογάριθμοι των τιμών των μετοχών και η αξία του χρήματος μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα σύνολο αποφάσεων σε στατιστική ισορροπία και αυτό το σύνολο από τους λογαρίθμους των τιμών, όπου κάθε ένας μεταβάλλεται με το χρόνο, παρουσιάζει μια αναλογία με ένα σύνολο συντεταγμένων ενός μεγάλου αριθμού μορίων των οποίων η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας υπόκειται στη κίνηση Brown. Μια όμοια κατανομή θα ισχύει για την τιμή (αξία) του χρήματος, καθώς μετριέται προσεγγιστικά από τους χρηματιστηριακούς δείκτες. Ικανές αλλά όχι αναγκαίες συνθήκες για να εξαχθεί αυτή η κατανομή ποσοτικά δίνονται με βάση τις συνθήκες των συναλλαγών και του ψυχοφυσικού νόμου Weber – Fechner, ο οποίος συνδέει την ένταση οποιουδήποτε υποκειμενικού αισθήματος με την ένταση του αντίστοιχου ερεθίσματος (π.χ. ένταση ήχου ως ερέθισμα – ακουστότητα ως αίσθημα). Συγκεκριμένα, αναφέρει ότι ίσοι λόγοι ενός φυσικού ερεθίσματος αντιστοιχούν σε ίσα διαστήματα τιμών του υποκειμενικού αισθήματος. Η τιμή ενός υποκειμενικού αισθήματος, όπως η απόλυτη θέση στο φυσικό χώρο, δεν είναι μετρήσιμη αλλά οι αλλαγές ή οι διαφορές της αίσθησης της θέσης είναι αφού πειραματικά μπορούν να υπολογιστούν και να αναπαραχθούν ικανοποιώντας έτσι τις συνθήκες της μέτρησης. Ο Osborne δικαιολογεί δηλαδή την χρήση της λογαριθμικής κατανομή βασιζόμενος σε ψυχολογικές θεωρήσεις (ενώ οι οικονομολόγοι την δικαιολογούν με βάση τις αποδόσεις).

Το κίνητρο που έδωσαν τα δύο αυτά άρθρα ήταν τόσο μεγάλο ώστε ένας μεγάλος αριθμός άρθρων εμφανίστηκαν τα επόμενα χρόνια να μελετάνε την υπόθεση ότι οι μεταβολές των τιμών (ή οι λογαριθμικές μεταβολές) είναι ανεξάρτητες μια υπόθεση που αναγνώρισε το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου για την περιγραφή της εξέλιξης της σειράς των τιμών των μετοχών.

Ο πιο απλός τρόπος να περιγραφεί μαθηματικά το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου είναι με την σχέση:

$$P_t = P_{t-1} + \alpha_t \quad (1)$$

όπου, P_t η τιμή της μετοχής τη χρονική στιγμή t , P_{t-1} η τιμή της μετοχής τη χρονική στιγμή $t-1$, και α_t είναι ένας όρος σφάλματος με μέσο μηδέν και τιμές που είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους (*Niid*). Η μεταβολή της τιμής, $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$ ισούται με α_t

και επομένως είναι ανεξάρτητη με παρελθούσες μεταβολές των τιμών. Από την (1) με συνεχόμενες αντικαταστάσεις των προηγούμενων τιμών μπορούμε να γράψουμε την τρέχουσα τιμή P_t σαν άθροισμα όλων των προηγούμενων σφαλμάτων:

$$P_t = \sum_{i=1}^t a_i$$

έτσι ώστε, το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου να δείχνει τις τιμές να παράγονται από ένα άθροισμα τυχαίων μεταβολών όπως είχε αναφέρει και ο Working. Το μοντέλο του Osborne για με την κίνηση Brown υποδηλώνει ότι η (1) ισχύει για τον λογάριθμο της P_t και ακόμη περισσότερο ότι το a_t επιλέγεται από μια κανονική κατανομή με μέσο μηδέν και σταθερή διακύμανση.

Οφείλουμε να παρατηρήσουμε ότι το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου είναι μόνο μια υπόθεση για το πώς οι τιμές των μετοχών κινούνται. Ένας τρόπος με το οποίο μπορεί να ελεγχθεί είναι με το να εξετάσουμε τις ιδιότητες αυτοσυσχέτισης των μεταβολών των τιμών (π.χ. βλέπε Fama, 1965). Ένας πιο γενικός τρόπος είναι να δούμε την (1) σαν ένα συγκεκριμένο μοντέλο της τάξης των autoregressive – integrated – moving averages (ARIMA) μοντέλων (Box και Jenkins 1976).

TA MONTELLA MARTINGALES

Παρά την τεράστια αποδοχή που είχε το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου τη δεκαετία του '60 μετά την επανεμφάνισή του από την εποχή του Bachelier, άφηγε και πολλά ερωτήματα αναπάντητα τα οποία ήταν αντικείμενο κριτικής κυρίως από τους fundamentalists. Το κύριο ερώτημα ήταν πώς είναι δυνατόν τεράστια ποσά κεφαλαίων να ξοδεύονται κάθε χρόνο κατά την διαδικασία της χρηματοοικονομικής ανάλυσης των μετοχών, αφού αν το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου είναι σωστό, αυτό θα ήταν τελείως αντιπαραγωγικό σημαίνοντας ότι οι επενδυτές θα ενεργούσαν ανορθόδοξα. Την ίδια στιγμή οι random walkers θεωρούσαν ότι δεν μπορούν να υπάρχουν ανεκμετάλλευτα μοτίβα (patterns) στις τιμές των μετοχών, γιατί αν υπήρχαν θα σήμαινε ότι οι επενδυτές δεν είναι ορθολογιστές αφού αφήνουν ανεκμετάλλευτες επενδυτικές ευκαιρίες.

Κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του '60 πολύ έρευνα επίσης πραγματοποιήθηκε πάνω στη θεωρητική θεμελίωση των χρηματαγορών, η οποία οδήγησε στην ανάπτυξη της θεωρίας της αποτελεσματικότητας των αγορών. Έτσι, όπως αναφέρει ο Leroy (1989), αυτό οδήγησε στο να ανακύψουν μερικά σοβαρά ερωτηματικά για την υπόθεση του τυχαίου περιπάτου σαν θεωρητικό μοντέλο περιγραφής των χρηματαγορών η επίλυση του οποίου απαιτούσε την τοποθέτηση της υπόθεσης μέσα σε ένα περιβάλλον οικονομικής ισορροπίας. Με την απαίτηση της ανεξαρτησίας των μεταβολών τιμών των μετοχών το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου είναι πολύ περιοριστικό να παράγεται μέσα σε μια πλατιά τάξη μοντέλων βελτιστοποίησης. Παρόλα αυτά, ένας πιο αδύναμος περιορισμός πάνω στις τιμές των μετοχών – τα martingale μοντέλα - μπορούν να κρατήσουν τα επιχειρήματα του τυχαίου περιπάτου

και να λύσει κάποια προβλήματα που το συνοδεύουν. Ο Paul Samuelson (1965) ήταν ο πρώτος ο οποίος ανέπτυξε τη σύνδεση μεταξύ της αποτελεσματικότητας των αγορών και των martingales μοντέλων. Το άρθρο του θεωρείται το πιο σημαντικό στη βιβλιογραφία για την αποτελεσματικότητα των αγορών για το ρόλο του στη μετατόπιση της έρευνας από τον τυχαίο περίπατο στα martingale models.

Μια στοχαστική ανέλιξη x_t είναι martingale εάν έχει την ιδιότητα :

$$E(x_{t+1} / \Phi_t) = x_t \quad (A)$$

όπου, το Φ_t (information set) περιλαμβάνει όλη την τρέχουσα πληροφόρηση ως τη χρονική στιγμή t .

Εάν η στοχαστική ανέλιξη ψ_t έχει την ιδιότητα :

$$E(\psi_{t+1} / \Phi_t) = 0 \quad (B)$$

ονομάζεται, *fair game*.

Η σχέση (A) δηλώνει ότι εάν η x_t είναι martingale, η καλύτερη πρόβλεψη της x_{t+1} με βάση την τρέχουσα πληροφόρηση Φ_t είναι ίση με x_t (υποθέτουμε ότι η x_t ανήκει στην Φ_t). Ομοίως, η (B) δηλώνει ότι εάν η ψ_t είναι *fair game* η αντίστοιχη πρόβλεψη θα είναι μηδέν για κάθε πιθανή τιμή του Φ_t . Είναι φανερό ότι εάν η x_t είναι martingale η $x_{t+1} - x_t$ είναι *fair game*.

Τα martingales και fair games μοντέλα αποτελούν δύο διαφορετικές ονομασίες για τον ίδιο χαρακτηρισμό της ισορροπίας στις χρηματαγορές:

“Οι αποδόσεις των μετοχών είναι fair game αν και μόνο αν οι σειρές που σχετίζονται με τις τιμές – τιμές και το άθροισμα όλων των μερισμάτων προεξοφλημένα στο παρόν – είναι martingale. ”

Η απόδοση των μετοχών από την χρονική στιγμή t έως τη χρονική στιγμή $t+1$ ορίζεται σαν το άθροισμα της μερισματικής και κεφαλαιακής απόδοσης, δηλαδή:

$$r_{t+1} = \frac{P_{t+1} + D_{t+1} - P_t}{P_t} \quad (\Gamma)$$

όπου, D_{t+1} είναι το μέρισμα που πληρώνεται την χρονική στιγμή $t+1$.

Εάν υποθέσουμε ότι η αναμενόμενη απόδοση είναι σταθερή, $E_t(r_{t+1}) = r$ τότε η r_t είναι *fair game*.

Παίρνοντας αναμενόμενες τιμές και στα δύο μέρη της (Γ) και κάνοντας τις κατάλληλες μεταθέσεις παίρνουμε:

$$P_t = (1+r)^{-1} E_t(P_{t+1} + D_{t+1}) \quad (\Delta)$$

Η παραπάνω σχέση μας λέει ότι η τιμή της μετοχής τη χρονική στιγμή t ισούται με την αναμενόμενη τιμή της μετοχής και του μερίσματος προεξοφλημένη με r . Καμιά από τις παραπάνω μεταβλητές δεν ορίζεται μέχρι στιγμής ως martingale.

Τώρα υποθέτοντας ότι έχουμε ένα αμοιβαίο κεφάλαιο το οποίο περιλαμβάνει μια μετοχή και επανεπενδύει τα μερίσματα σε μελλοντικές αγορές της μετοχής. Η τιμή αυτού του αμοιβαίου θα είναι martingale. Έστω ότι την αρχική χρονική στιγμή t κρατάει h_t μετοχές ώστε η αξία του προεξοφλημένη στην αρχική στιγμή μηδέν να είναι $x_t = (1 + r)^{-t} h_t P_t$. Η υπόθεση ότι το αμοιβαίο επανεπενδύει τα μερίσματα δίνει για το h_{t+1} :

$$h_{t+1} P_{t+1} = h_t (P_{t+1} + D_{t+1})$$

οπότε,

$$\begin{aligned} E_t(x_{t+1}) &= E_t((1 + r)^{-(t+1)} h_{t+1} P_{t+1}) \\ &= E_t((1 + r)^{-(t+1)} (h_t (P_{t+1} + D_{t+1}))) \\ &= (1 + r)^{-t} h_t P_t \\ &= x_t \end{aligned}$$

Πρέπει να τονίσουμε ότι τιμή από μόνη της χωρίς την επανεπένδυση των μερισμάτων δεν είναι martingale:

Το πιο άμεσο τεστ όπου ένα martingale μοντέλο καλείται να καθορίσει, είναι εάν κάποια μεταβλητή από την πληροφόρηση των επενδυτών μπορεί να προβλέψει μελλοντικές αποδόσεις. Βρίσκοντας ότι κάποια μεταβλητή προβλέπει μελλοντικές αποδόσεις αυτό θα σήμαινε ότι είτε οι χρηματαγορές είναι αναποτελεσματικές (δεν υπόκεινται στην ιδιότητα των martingale) ή η μεταβλητή δεν ανήκει στο information set των επενδυτών.

Η υπόθεση ότι μια στοχαστική ανάλυση ψ_t ακολουθεί τυχαίο περίπατο (με μεταβολές που έχουν μέσο μηδέν) είναι πιο περιοριστική από την απαίτηση ότι η ψ_t είναι martingale. Η martingale αποκλείει την εξάρτηση της δεσμευμένης αναμενόμενης τιμής του $\Delta \psi_{t+1}$, πάνω στην πληροφόρηση που είναι διαθέσιμη τη χρονική στιγμή t , ενώ ο τυχαίος περίπατος αποκλείει όχι μόνο αυτού του είδους την εξάρτηση αλλά και οποιαδήποτε εξάρτηση υψηλότερων δεσμευμένων ροπών του $\Delta \psi_{t+1}$. Η σημασία της παραπάνω διάκρισης είναι φανερή:

Οι σειρές των αξιογράφων είναι γνωστό ότι περνούν παρατεταμένες περιόδους ηρεμίας καθώς και παρατεταμένες περιόδους διαταραχών. Αυτού του είδους η συμπεριφορά θα μπορούσε να παρασταθεί με μια ανάλυση με τις διαδοχικές δεσμευμένες διακυμάνσεις του $\Delta \psi_{t+1}$ (αλλά όχι των διαδοχικών τιμών – successive levels) να είναι θετικά αυτοσυσχετιζόμενες. (οι martingale ανελίξεις μπορούν να

οδηγήσουν σε μη γραμμικές στοχαστικές ανελίξεις που είναι ικανές να μοντελοποιήσουν υψηλότερες δεσμευμένες ροπές (generalized – autoregressive – conditionally – heteroskedastic model GARCH).

Επιπλέον, θα πρέπει να επισημάνουμε το διαχωρισμό μεταξύ της έννοιας *markov* και *martingale*.

Μια ανέλιξη λέμε ότι είναι *markov* όταν ισχύει :

$$D_t (P_t / P_{t-1}, P_{t-2}, \dots; \theta) = D_t (P_t / P_{t-1}, ; \theta')$$

Δηλαδή η κατανομή της P τη χρονική στιγμή t συνοψίζεται στο άμεσο παρελθόν της. Από την παραπάνω σχέση δεν προκύπτει ότι θα ισχύει πάντα

$$E(P_t / P_{t-1}) = P_{t-1}$$

Δηλαδή μια *markov* ανέλιξη δεν συνεπάγεται ότι θα είναι και *martingale*.

Οι Samuelson (1965) και Mandelbrot (1966) ανέλυσαν τα συμπεράσματα της εξίσωσης (Δ), όπου επισημαίνει ότι η τιμή της μετοχής στο ξεκίνημα του χρόνου t ισούται με το προεξοφλημένο άθροισμα της αναμενόμενης τιμής της μετοχής και του μερίσματος της επόμενης περιόδου.

Ο Samuelson έδειξε ότι το *fair game* μοντέλο (σχέση Δ) υπονοεί ότι οι τιμές των μετοχών ισούνται με την αναμενόμενη παρούσα αξία όλων των μελλοντικών μερισμάτων:

$$P_t = \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-(i+1)} E_t (D_{t+i}),$$

στην οποία καταλήγει με συνεχόμενες αντικαταστάσεις της τιμής και υποθέτοντας ότι $(1+r)^{-n} E_t (P_{t+n})$ συγκλίνει στο μηδέν καθώς $n \rightarrow \infty$, ώστε να αποφευχθούν κερδοσκοπικές φούσκες. Αντίστροφα, η παραπάνω σχέση (expected present value μοντέλο) υπονοεί ότι οι αποδόσεις των μετοχών είναι *fair game*.

Δηλαδή, ο Samuelson παρατηρεί ότι εάν οι *fundamentalists* ενεργούν σωστά με το να βλέπουν τις τιμές των μετοχών ίσες με τις προεξοφλημένες αναμενόμενες χρηματοροές, τότε συνεπάγεται ότι οι αναμενόμενες αποδόσεις είναι μη προβλέψιμες όπως ορίζει το *martingale* μοντέλο. Ο Samuelson επισήμανε ότι το *martingale* μοντέλο ικανοποιείται υπό την προϋπόθεση ότι οι επενδυτές έχουν ίδιες και χρονικά σταθερές προτιμήσεις, χρησιμοποιούν κοινές πιθανότητες, και είναι ουδέτεροι στον κίνδυνο. Εάν οι παραπάνω συνθήκες ικανοποιούνται, οι επενδυτές πάντοτε θα προτιμούν να κρατάνε αξιόγραφα που παράγουν τις υψηλότερες αναμενόμενες αποδόσεις, αδιαφορώντας τελείως για διαφορές στο κίνδυνο. Η ουδετερότητα στο κίνδυνο συνεπάγεται *martingale* μοντέλο, αλλά όχι το πιο περιοριστικό μοντέλο του τυχαίου περιπάτου. Για αυτό η ουδετερότητα στο κίνδυνο είναι συνεπής με μη μηδενικές σειριακές συσχετίσεις δεσμευμένων διακυμάνσεων. Το γεγονός ότι οι μελλοντικές δεσμευμένες διακυμάνσεις είναι μερικώς προβλέψιμες είναι άνευ

σημασίας, γιατί η ουδετερότητα στο κίνδυνο υπονοεί ότι κανείς δεν ενδιαφέρεται για αυτές τις διακυμάνσεις.

ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΗΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΑΓΟΡΩΝ

Η διαχωριστική γραμμή μεταξύ της “ προΐστορίας ” της αποτελεσματικότητας των αγορών που σχετίζεται με το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου, και της σύγχρονης βιβλιογραφίας είναι η εργασία του Fama (1970). Στην εργασία αυτή ο Fama ορίζει μια αγορά είναι αποτελεσματική, εάν όλη η πληροφόρηση (σε ένα information set Φ) αντανακλάται πλήρως στις τιμές των μετοχών (ο Fama χρεώνει στον Harry Roberts αυτόν τον αρχικό ορισμό). Στη συνέχεια ορίζει τρεις εκδοχές του μοντέλου της αποτελεσματικότητας των αγορών ανάλογα με τον καθορισμό του συνόλου των πληροφοριών Φ (information set Φ).

Οι αγορές παρουσιάζουν ασθενή μορφή αποτελεσματικότητας (*weak-form efficiency*) εάν το Φ περιλαμβάνει μόνο τις ιστορικές τιμές των μετοχών. Η ασθενής αποτελεσματικότητα υποδηλώνει ότι δεν υπάρχει κάποιος κανόνας συναλλαγών βασισμένος στις ιστορικές τιμές των μετοχών που να δίνει από μόνος του κατά μέσο όρο επιτυχή αποτελέσματα.

Οι αγορές είναι σχεδόν αποτελεσματικές (*semi-strong form efficient*) εάν το Φ επεκτείνεται για να συμπεριλάβει όλη την πληροφόρηση που είναι δημοσίως διαθέσιμη.

Τέλος, οι αγορές είναι ισχυρά αποτελεσματικές (*strong-form efficient*) εάν το Φ επεκτείνεται ακόμη περισσότερο να συμπεριλάβει κάθε είδους πληροφόρηση ακόμη και την εσωτερική πληροφόρηση.

Με βάση τα όσα ειπώθηκαν παραπάνω για το martingale μοντέλο, θα φαινόταν φυσικό να αναγνωρίσουμε την αποτελεσματικότητα, βασιζόμενοι στο ότι οι αποδόσεις ακολουθούν fair game, ως ασθενή αν η πληροφόρηση περιέχει παρελθούσες τιμές και αποδόσεις, σχεδόν αποτελεσματική αν περιέχει όλη τη δημόσια πληροφόρηση, ισχυρά αποτελεσματική αν περιέχει όλη δημόσια και ιδιωτική πληροφόρηση.

Ο Fama παρόλα αυτά όρισε την αποτελεσματικότητα με την προϋπόθεση ότι η ψ_t είναι ένα fair game:

$$E(\psi_{t+1} / \Phi_t) = 0 \quad (\Sigma .1)$$

όπου, το ψ_{t+1} ορίζεται ως:

$$\psi_{t+1} = P_{t+1} - E(P_{t+1} / \Phi_t) \quad (\Sigma .2)$$

Έτσι, ο Fama απορρίπτει την άποψη ότι η αποτελεσματικότητα των αγορών απαιτεί οι αποδόσεις να είναι ένα *fair game*. Κατά τον δικό του ορισμό, *fair game* είναι η διαφορά της πραγματικής τιμής της μετοχής από την αναμενόμενη τιμή της και η σχέση παράγει τα δοκιμαστικά τεστ της αποτελεσματικότητας των αγορών.

Το πρόβλημα με τον χαρακτηρισμό του Fama, για την αποτελεσματικότητα των αγορών είναι ότι η (Σ .1) είναι ταυτολογικής φύσης, όπως προκύπτει από τον ορισμό του ψ_{t+1} παίρνοντας αναμενόμενες τιμές και στα δύο μέλη της (Σ .2) δεσμευμένες πάνω στο Φ_t . Έτσι, ο χαρακτηρισμός του ψ_{t+1} όπως ορίστηκε από την (Σ .2) σαν μεταβλητή *fair game* δεν περιορίζει καθόλου την στοχαστική ανέλιξη της τιμής. Αυτό σημαίνει ότι κάθε αγορά είναι αποτελεσματική και δεν υπάρχει εμπειρικός τρόπος που να μπορεί να ελέγξει αυτή την υπόθεση.

Η ταυτολογική φύση των σχέσεων του Fama για την αποτελεσματικότητα των αγορών επισημάνθηκε από τον LeRoy (1976) :

Οι περισσότερες μελέτες του Fama, βασίζονται μόνο στην υπόθεση ότι οι συνθήκες της ισορροπίας της αγοράς μπορούν να καθοριστούν σε όρους αναμενόμενων αποδόσεων. Τέτοιες θεωρίες αναμενόμενων αποδόσεων μπορούν να αποδοθούν με τη μορφή,

$$E(P_{t+1} / \Phi_t) = (1 + E(r_{t+1} / \Phi_t)) P_t \quad (\Sigma .3)$$

καθώς και με ισοδύναμες αναπαραστάσεις σε όρους μεταβλητών που είναι *fair game*. Έτσι ορίζοντας με x_{t+1} την μεταβλητή,

$$x_{t+1} = P_{t+1} - E(P_{t+1} / \Phi_t) \quad (\Sigma .4)$$

και με z_{t+1} την μεταβλητή,

$$z_{t+1} = r_{t+1} - E(r_{t+1} / \Phi_t) \quad (\Sigma .5)$$

τότε,

$$E(x_{t+1} / \Phi_t) = E(z_{t+1} / \Phi_t) = 0 \quad (\Sigma .6)$$

Η δυσκολία με αυτούς τους ορισμούς είναι ότι είναι αληθής σαν ταυτότητες. Οποιοσδήποτε στοχαστικές ανελίξεις $\{ r_t \}$, $\{ P_t \}$, $\{ x_t \}$ και $\{ z_t \}$, που συνδέονται με τις (Σ .4) , (Σ .5) και τον ορισμό της απόδοσης :

$$r_{t+1} = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

θα υπακούουν και στις (Σ .3), (Σ .6). Εννοείται ότι αυτές οι εξισώσεις δεν μπορούν να χαρακτηρίσουν μια αποτελεσματική αγορά καθώς δεν υπονοούν περιορισμούς στα δεδομένα.

Οι σωστοί ορισμοί οι οποίοι αποτελούν βασική εξήγηση στη μελέτη του Fama είναι ότι οι τιμές υπακούουν στην σχέση :

$$E(P_{t+1} / \Phi_t) = P_t (1 + g(t)) \quad (\Sigma .7)$$

και για τις αποδόσεις,

$$E(r_{t+1} / \Phi_t) = g(t) \quad (\Sigma .8)$$

Οι εξισώσεις (Σ .7) και (Σ .8) δηλώνουν ότι όλη η πληροφόρηση που απαιτείται για να προβλέψουμε τη δεσμευμένη αναμενόμενη τιμή της P_{t+1} αντανακλάται στην P_t . Οι ορισμοί του Fama για το μοντέλο της αποτελεσματικότητας της αγοράς δεν υπονοούν τίποτα για τις αποδόσεις. Αν, η $\{P_t\}$ είναι στάσιμη, τότε $\frac{\partial g}{\partial t} = 0$, αλλά δεν υπάρχει

κάτι που να στηρίζει αυτή την περίπτωση με βάση την έννοια της αποτελεσματικότητας των αγορών. Η (Σ .5) δεν αποκλείει την περίπτωση η ίδια η αναμενόμενη απόδοση να εξαρτάται από την απόδοση που παρατηρείται στο t Στον τυχαίο περίπατο δε συμβαίνει αυτό αφού η αναμενόμενη απόδοση είναι στάσιμη μέσα στο χρόνο. Η μη στασιμότητα όμως δημιουργεί πρόβλημα, όχι γιατί οι αποδόσεις μπορεί να σχετίζονται (στο μοντέλο martingale δεν συσχετίζονται) αλλά γιατί συνήθως στην στατιστική για τη συσχέτιση υποθέτουμε σταθερό μέσο. Έτσι, αν δεν υπάρξει διόρθωση για τη μη στασιμότητα ένας έλεγχος για μη συσχέτιση βασισμένος στο δειγματικό συντελεστή συσχέτισης (sample correlation coefficient) θα είναι μεροληπτικός (biased) προς απόρριψη.

Ο Fama συνεχίζοντας τις επεξηγείς του για το τι σημαίνει ότι οι τιμές αντανακλούν πλήρως όλη τη διαθέσιμη πληροφόρηση, πρότεινε το *sub martingale* μοντέλο :

$$E(P_{t+1} / \Phi_t) \geq P_t$$

έτσι ώστε, (αγνοώντας τα μερίσματα) οι δεσμευμένες αναμενόμενες αποδόσεις είναι μη αρνητικές. Αυτός ο χαρακτηρισμός της αποτελεσματικότητας των αγορών δεν είναι ταυτότητα. Ο Fama ισχυρίστηκε ότι αν οι τιμές ακολουθούν ένα *sub martingale* μοντέλο, δεν υπάρχει κάποιος κανόνας συναλλαγών που να μπορεί να υπερτερεί της στρατηγικής του να αγοράζω και να κρατώ μια μετοχή (buy-and-hold). Καμιά απόδειξη δεν δόθηκε για αυτό τον ισχυρισμό και μπορεί κάποιος να δώσει παραδείγματα οικονομιών όπου η παραπάνω πρόταση δεν είναι αληθής. Π.χ. το μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων (CAPM) οι αποδόσεις ισορροπίας των περιουσιακών στοιχείων δεν ακολουθούν απαραίτητα *sub martingale* μοντέλο : Μια

μετοχή που συνδιακυμάνεται αρνητικά με την αγορά μπορεί να αποτιμηθεί έτσι ώστε να δίνει αρνητική αναμενόμενη απόδοση.

Ο Fama πρότεινε ένα διαφορετικό ορισμό της αποτελεσματικότητας των αγορών σε μια νέα δημοσίευση του (1976) :

Μια αγορά είναι αποτελεσματική εάν (1) εάν δεν αγνοεί καμιά πληροφορία που είναι σχετική με τον καθορισμό των τιμών των αξιογράφων και (2) λειτουργεί σαν να έχει ορθολογικές προσδοκίες. Η υπόθεση των ορθολογικών προσδοκιών σημαίνει ότι οι επενδυτές χρησιμοποιούν την πληροφόρηση για να κάνουν μόνο την ανάλυση σχετικά με μελλοντικά γεγονότα τα οποία δικαιολογούνται από συσχετίσεις (correlations) μεταξύ των μεταβλητών πληροφόρησης και των μελλοντικών γεγονότων. Δηλαδή, η αγορά είναι αποτελεσματική εάν χρησιμοποιεί όλη την σχετική πληροφόρηση για τον καθορισμό των τιμών των αξιογράφων και τη χρησιμοποιεί σωστά. Η αποτελεσματικότητα μπορεί να ελεγχθεί μόνο από κοινού με κάποιο συγκεκριμένο μοντέλο ισορροπίας, η φύση του οποίου εξαρτάται από τις προικοδοτήσεις και τις προτιμήσεις (endowments – preferences), αλλά δε καθορίζεται από την αποτελεσματικότητα της αγοράς

.Αν και υπάρχει μεγάλη βελτίωση από τον ορισμό του 1970, ο ορισμός της αποτελεσματικότητας του 1976 έχει μερικά μειονεκτήματα. Το κυριότερο είναι ο ανθρωπομορφικός χαρακτηρισμός της αγοράς όσον αφορά τη πληροφόρηση των επενδυτών και τις ορθολογικές τους προσδοκίες.

Η πρόταση για την υπόθεση των ορθολογικών προσδοκιών των επενδυτών (rational expectation hypothesis, REH), βασίζεται στο ότι οι οικονομικές μεταβλητές παράγονται από συστηματικές ανελίξεις. Με την πάροδο του χρόνου, οι επενδυτές μαθαίνουν πως μια ανέλιξη καθορίζει μια μεταβλητή με βάση όλη τη διαθέσιμη πληροφορία που σχετίζεται με τη μεταβλητή αυτή και χρησιμοποιούν τη γνώση αυτή για να σχηματίσουν *expectations* για τη μεταβλητή αυτή. Το αποτέλεσμα είναι ότι οι *expectations* των εταιρειών (ή πιο γενικά η υποκειμενική κατανομή πιθανότητας των αποτελεσμάτων), τείνουν να κατανοηθούν, για κάποιο information set, όπως προβλέπει η θεωρία (αντικειμενική κατανομή πιθανότητας των αποτελεσμάτων).

Έστω π.χ. μια ανέλιξη της μορφής :

$$\psi_t = \psi_{t-1} + 2x_{t-1} + 3z_{t-1} + u_t$$

όπου, η u_t κατανέμεται με μέσο μηδέν και διακύμανση. Οι αναμενόμενες τιμές της ψ_t βρίσκονται από τη μαθηματική προσδοκία της ψ_t (mathematical expectation) στο τέλος της περιόδου $t-1$:

$$E_{t-1}(\psi_t) = \psi_{t-1} + 2x_{t-1} + 3z_{t-1} + E_{t-1}(u_t)$$

Οι ψ_{t-1} , $2x_{t-1}$, $3z_{t-1}$ θεωρούνται γνωστές τη χρονική στιγμή $t-1$ και $E_{t-1}(u_t) = 0$, οπότε :

$$E_{t-1}(\psi_t) = \psi_{t-1} + 2x_{t-1} + 3z_{t-1}$$

Έτσι, η ορθολογική προσδοκία της ψ την περίοδο t είναι η μαθηματική της αναμενόμενη τιμή δεδομένης της πληροφόρησης. Δηλαδή, όπως αναφέρει ο Muth (1961) οι ορθολογικές προσδοκίες θα πρέπει να παράγονται από την ίδια στοχαστική ανέλιξη που παράγει τη μεταβλητή που θέλουμε να προβλέψουμε.

Η REH δεν υπονοεί ότι οι επενδυτές είναι πάντα σωστοί στις προσδοκίες τους για τις μελλοντικές τιμές των μεταβλητών. Κατά μέσο όρο όμως, οι ορθολογικές προσδοκίες θα είναι σωστές γιατί η μέση τιμή του προβλεπόμενου σφάλματος θα είναι ίση με μηδέν και επίσης θα είναι οι πιο αποτελεσματικές (με την στατιστική έννοια του όρου) για το σχηματισμό προσδοκιών (expectations) γιατί τα προβλεπόμενα σφάλματα τους (forecast errors) παρουσιάζουν την ιδιότητα της ελάχιστης διακύμανσης. Το τελικό συμπέρασμα είναι ότι, οι ορθολογικές προσδοκίες (rational expectations), με βάση τον ορισμό του Muth (1961), δίνουν προβλέψεις για τις μελλοντικές τιμές οι οποίες διαφέρουν από τις αντίστοιχες τελικές τιμές μόνο κατά σφάλματα τα οποία είναι ανεξάρτητα με τις μεταβλητές που χρησιμοποιούνται για να παράγουν τις προβλέψεις.

Η REH έχει δεχθεί κριτική τόσο ως προς την θεωρητική της ανάλυση όσο και προς την εμπειρική.

Ως προς την θεωρητική της ανάλυση έχει αμφισβητηθεί η ικανότητα των επενδυτών να χρησιμοποιούν σωστά όλη τη διαθέσιμη πληροφόρηση. Μια άλλη κριτική αφορά το ότι η απαραίτητη πληροφόρηση για να σχηματιστούν οι προσδοκίες δεν είναι πάντοτε διαθέσιμη και όταν είναι ίσως κοστίζει πολύ για να χρησιμοποιηθεί. Επιπλέον, έχει κατακριθεί για περιορισμένη εφαρμοσιμότητα, καθώς δεν είναι πάντα εύκολο να καθορίσουμε την ανέλιξη από την οποία παράγεται μια μεταβλητή ώστε να είναι δυνατό να βρούμε προσδοκώμενες τιμές (rational expectations).

Ως προς τη εμπειρική της ανάλυση έχει δεχθεί κριτική ως προς το ότι δεν μπορεί να ελεγχθεί (it is not testable). Η υπόθεση όμως της αποτελεσματικότητας των αγορών είναι πολλές φορές εμπειρικά αντικρουόμενη. Για να τη κάνει κάποιος λειτουργική πρέπει να καθορίσει ένα τέτοιο μοντέλο που να περιλαμβάνει π. χ. τις προτιμήσεις των επενδυτών, τη δομή της πληροφόρησης, κ.α. Τότε όμως ο έλεγχος της αποτελεσματικότητας μετατρέπεται σε ταυτόχρονο έλεγχο πολλών βοηθητικών υποθέσεων, και η απόρριψη μιας τέτοιας από κοινού υπόθεσης δε ξεκαθαρίζει ποιος παράγοντας της από κοινού υπόθεσης είναι ασυνεπής με τα δεδομένα.

Μετά το άρθρο του Fama (1976) ο όρος *αποτελεσματικότητα των αγορών* έχει υποστεί διάφορες παραλλαγές με προτάσεις ακόμη και για ασύμμετρη πληροφόρηση. (Sanford Grossman 1978, Grossman και Joseph Stiglitz 1976, 1980, James Jordan 1983, Dimson 1988, Campel, Lo και MacKinley 1988) και με έρευνα πάνω στην γνωστική ψυχολογία και τον τρόπο συμπεριφοράς των επενδυτών (Kahneman, Slovic, and Tversky, 1982; Thaler 1987, Smith).

Παρόλα αυτά πρέπει να τονίσουμε ότι η πλειοψηφία της βιβλιογραφία των χρηματοοικονομικών όσον αφορά τα εμπειρικά τεστ για την αποτελεσματικότητα των

αγορών, εξισώνουν την αποτελεσματικότητα με τις ορθολογικές προσδοκίες και τα μοντέλα του τυχαίου περιπάτου και τα martingale μοντέλα. Η κύρια παρατήρηση που πρέπει να κάνουμε είναι ότι η υπόθεση των ορθολογικών προσδοκιών δεν είναι τέλεια, αλλά δεδομένου του ότι οι προσδοκίες (expectations) ενσωματώνονται στα οικονομικά μοντέλα, είναι η καλύτερη διαθέσιμη μεθοδολογία για να μοντελοποιούμε αυτές τις προσδοκίες.

ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ (WEAK-FORM EFFICIENCY)

Σκοπός της εμπειρικής μας μελέτης είναι να ελέγξουμε την αποτελεσματικότητα 30 χρηματαγορών (16 αναπτυγμένων και 14 αναπτυσσόμενων αγορών). Η υπόθεση της ασθενούς μορφή της αποτελεσματικότητας της αγοράς (weak-form of the EMH), αποτελείται από δύο ξεχωριστές υποθέσεις : α) οι διαδοχικές μεταβολές των τιμών (μετοχών, δεικτών) είναι ανεξάρτητες β) οι μεταβολές των τιμών είναι identically distributed τυχαίες μεταβλητές. Επειδή η δεύτερη υπόθεση είναι πιο δύσκολο να ελεγχθεί, κατά την διάρκεια της εμπειρικής μελέτης επικεντρωθήκαμε στην πρώτη υπόθεση. Επιπλέον, η πρώτη υπόθεση είναι πιο ενδιαφέρουσα γιατί έχει και μια σημαντική οικονομική σημασία. Εάν οι διαδοχικές μεταβολές των τιμών είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, τότε οι παρελθούσες μεταβολές δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προβλέψουν τις μελλοντικές μεταβολές. Δηλαδή, οι ιστορικές μεταβολές δεν μας επιτρέπουν να βελτιώσουμε την επενδυτική μας στρατηγική.

Για τον έλεγχο της ανεξαρτησίας των τιμών υπάρχουν πολλά τεστ τα οποία διατίθενται στη βιβλιογραφία. Στην συγκεκριμένη μελέτη θα χρησιμοποιήσουμε τρεις βασικές μεθόδους : α) Το Runs test β) Το Q-Statistic γ) ένα AR – GARCH(1,1) μοντέλο.

Ανασκόπηση εμπειρικών ερευνών για την αποτελεσματικότητα της αγοράς (weak-form efficiency)

Αν και η βιβλιογραφία για την υπόθεση της αποτελεσματικότητας της αγοράς (EMH, Fama (1970)) είναι αρκετά εκτεταμένη, οι περισσότερες μελέτες εστιάζουν σε ένα μόνο τύπο τεστ της υπόθεσης, ή σε μία μόνο συχνότητα των δεδομένων, ή χρησιμοποιούν σαν δεδομένα μετοχές ή χρηματιστηριακούς δείκτες αναπτυγμένων ή αναπτυσσόμενων αγορών. Μερικοί ερευνητές πραγματοποιούν την μελέτη τους χρησιμοποιώντας περισσότερα από ένα τεστ, ή περισσότερες από μια συχνότητες για τα δεδομένα, ή μετοχές και δείκτες αναπτυγμένων και αναπτυσσόμενων αγορών. Παρόλα αυτά, λίγοι λαμβάνουν ταυτόχρονα υπόψη όλα αυτά τα στοιχεία. Επιπλέον, μια προσεκτικότερη έρευνα της υπάρχουσας βιβλιογραφίας αποκαλύπτει αντιτιθέμενες αποδείξεις για την αποτελεσματικότητα πολλών αγορών (weak-form), ανάλογα με το τι είδους τεστ και τι δεδομένα χρησιμοποιούν οι ερευνητές.

Οι πρώτες μελέτες ελέγχου της αποτελεσματικότητας της αγοράς (weak-form) βασίστηκαν στις ανεπτυγμένες χώρες, επιβεβαιώνοντας την υπόθεση (weak-form efficiency) καταλήγοντας σε ένα μικρό βαθμό σειριακής αυτοσυσχέτισης (Working 1934, Kendal 1943,1953, Cootner 1962, Osborne 1959,1962, Fama 1965). Όλες οι μελέτες υποστήριζαν την πρόταση ότι οι μεταβολές των τιμών είναι τυχαίες και οι παρελθούσες μεταβολές δεν ήταν ικανές στο να προβλέψουν τις μελλοντικές. Παρόλα αυτά, υπήρξαν μελέτες με προβλεψιμότητα στις μεταβολές τιμών μετοχών (Fama και French (1988), Poterba και Summers (1988)) στις ανεπτυγμένες αγορές χωρίς όμως να ανακαλύψουν ένα κανόνα κερδοφορίας. Οι Hudson, Demsey και Keasey(1994), ανακάλυψαν ότι οι κανόνες τεχνικής ανάλυσης εμφάνιζαν power προβλεψιμότητας αλλά όχι τόσο ισχυρό για να προσφέρουν υπερβάλλουσες αποδόσεις (UK market). Ομοίως, ο Nikolaas (1997), συμπέρανε ότι οι παρελθούσες αποδόσεις είχαν power προβλεψιμότητας στην αγορά της Αυστραλίας αλλά όχι αρκετά υψηλό. Γενικότερα, οι περισσότερες εμπειρικές μελέτες στις ανεπτυγμένες χώρες δεν εμφανίζουν ενδείξεις κερδοφορίας με την χρήση παρελθουσών χρονοσειρών τιμών κάτι το οποίο στηρίζει την ασθενή αποτελεσματικότητα της αγοράς.

Από την άλλη μεριά, οι μελέτες για τις αναπτυσσόμενες αγορές δίνουν αντιφατικά αποτελέσματα. Οι περισσότερες από αυτές τις αγορές εμφανίζουν χαμηλή εμπορευσιμότητα (thin trading) επιτρέποντας στους χρηματιστηριακούς παίκτες (traders) να επηρεάζουν την πορεία του χρηματιστηρίου. Γενικώς θεωρείται ότι οι αναπτυσσόμενες αγορές είναι λιγότερο αποτελεσματικές, αλλά οι εμπειρικές μελέτες δεν υποστηρίζουν πάντοτε αυτή την άποψη. Υπάρχουν δύο κατηγορίες αποτελεσμάτων : Στην πρώτη ανήκουν εκείνοι που βρίσκουν ασθενή αποτελεσματικότητα όπως οι Branes 1986 (Kuala Lumpur Stock Exchange), Chan, Gup και Pan 1992 (Asian markets), οι Dickinson και Muragu (Nairobi Stock Exchange) και οι Ojah και Karemera 1999 (four Latin markets). Στην δεύτερη κατηγορία οι ερευνητές απορρίπτουν την EMH (weak form), για τις χώρες που μελετούν όπως οι Cheung, Wong και Ho 1993 (Korea, Taiwan). Σε μια έρευνα της παγκόσμιας τράπεζας, οι Claessens, Dasgupta και Glen (1995) αναφέρουν σημαντική serial correlation σε αποδόσεις μετοχών από 19 αναπτυσσόμενες χώρες. Ο Nourredine Kabbaba (1998) μελέτησε την συμπεριφορά των τιμών (Saudi Financial Market) χωρίς να βρει ενδείξεις για αποτελεσματικότητα. Τέλος, οι Roux και Gilbertson (1978) και ο Poshakwale S. (1996) βρήκαν ενδείξεις μη τυχειότητας στις τιμές των μετοχών και αναποτελεσματικότητα για το Johannesburg Stock Exchange και την Indian market.

Συνοπτικά, οι προηγούμενες μελέτες εμφανίζουν την πλειονότητα των ανεπτυγμένων αγορών ως αποτελεσματικές και των αναπτυσσόμενων ως αναποτελεσματικές.

Δειγματική περίοδος – Μέγεθος του δείγματος

Η συνολική χρονική δειγματική περίοδος είναι οκτώ έτη, μεταξύ 1995 έως 2003. Πιο συγκεκριμένα, η ημερομηνία της πρώτης παρατήρησης είναι η 1/1/1995 (όπου αυτή είναι διαθέσιμη) και της τελευταίας η 23/5/2003.

Το δείγμα περιλαμβάνει συνολικά 2191 ημερήσιες παρατηρήσεις των ημερήσιων τιμών των δεικτών (2190 ημερήσιες αποδόσεις), 439 εβδομαδιαίες παρατηρήσεις των τιμών των δεικτών (438 εβδομαδιαίες αποδόσεις), και 101 μηνιαίες παρατηρήσεις των τιμών των δεικτών (100 μηνιαίες αποδόσεις).

Οι μεταβλητές

Τα δεδομένα τα οποία χρησιμοποιούνται σε αυτή τη μελέτη είναι οι λογαριθμικές αποδόσεις (ημερήσιες, εβδομαδιαίες, μηνιαίες)¹ χρηματιστηριακών δεικτών. Οι αποδόσεις υπολογίζονται από τις τιμές των δεικτών (ημερήσιες, εβδομαδιαίες, μηνιαίες) χωρίς την προσαρμογή των μερισμάτων ή των δικαιωμάτων. Πολλοί ερευνητές επιβεβαιώνουν ότι τα αποτελέσματά τους παραμένουν αμετάβλητα είτε προσαρμόζουν στα δεδομένα τους τα μερίσματα είτε όχι (π. χ Lakonishok και Smidt, 1988, Gosnel και Lasser, 1993).

Πίνακας : Περιγραφή μεταβλητών

Μεταβλητές	Συμβολισμός	Περιγραφή
Χρηματιστηριακές αποδόσεις (ημερήσιες, εβδομαδιαίες, μηνιαίες)	R_t	Λογαριθμικές αποδόσεις

Δηλαδή,

$$R_t = \text{Ln} (PI_t / PI_{t-1})$$

όπου,

R_t : χρηματιστηριακή απόδοση τη χρονική περίοδο t

PI_t : η τιμή του δείκτη τη χρονική περίοδο t .

PI_{t-1} : η τιμή του δείκτη τη χρονική περίοδο $t - 1$.

Ln : ο φυσικός λογάριθμος.

Οι λόγοι για τους οποίους χρησιμοποιούμε τις λογαριθμικές αποδόσεις δικαιολογούνται και θεωρητικά και εμπειρικά. Θεωρητικά, οι λογαριθμικές αποδόσεις είναι αναλυτικά πιο βολικές όταν συνδυάζουν αποδόσεις υποπεριόδων για να σχηματίσουν αποδόσεις για μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα. Εμπειρικά, οι λογαριθμικές αποδόσεις είναι πιο πιθανό να κατανέμονται κανονικά, βασική προϋπόθεση για πολλές τυπικές στατιστικές τεχνικές (Strong, 1992).

¹ Η ΕΜΗ δεν καθορίζει το χρονικό ορίζοντα υπολογισμού των αποδόσεων. Γι' αυτό τα tests πραγματοποιούνται για εναλλακτικές χρονικές περιόδους (ημερήσιες, εβδομαδιαίες, μηνιαίες ακόμη και ετήσιες).

Οι χρηματιστηριακοί δείκτες που εξετάζονται σε αυτή τη μελέτη χωρίζονται σε δύο κατηγορίες (πίνακας 1). Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν 16 χρηματιστηριακοί δείκτες αναπτυγμένων χωρών και στη δεύτερη 14 χρηματιστηριακοί δείκτες αναπτυσσόμενων αγορών (η επιλογή και ο διαχωρισμός των δεικτών βασίστηκε σε δεδομένα από την Morgan Stanley). Οι τιμές των δεικτών ελήφθησαν από τη DATASTREAM.

Πίνακας 1 : Χρηματιστηριακοί δείκτες

<i>Αναπτυγμένες Χώρες</i>		<i>Αναπτυσσόμενες Χώρες</i>	
Χώρα	Δείκτης	Χώρα	Δείκτης
Αγγλία	FTSE 100	Αργεντινή	MERVAL
Αυστραλία	S&P/ASX 50	Βενεζουέλα	VENEZUELA SE GENERAL
Βέλγιο	BEL 20	Βραζιλία	BOVESPA
Γαλλία	CAC 40	Ινδία	BSE NATIONAL
Γερμανία	DAX 30 (XETRA)	Ισραήλ	TA 100
Ελλάδα	GENERAL	Κίνα	SHANGHAI SE COMPOSITE
Ελβετία	SWISS MARKET	Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE
ΗΠΑ	DOW JONES	Μεξικό	IPC (BOLSA)
ΗΠΑ	NASDAQ	Ουγγαρία	BUDAPEST (BUX)
ΗΠΑ	S&P 500	Ρωσία	RTS INTERFAX COMPOSITE
Ιαπωνία	NIKKEI 225	Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE
Ισπανία	IBEX 35	Τουρκία	ISE NATIONAL 100
Ιταλία	MIB 30	Τσεχία	PRAGUE PX 50
Νέα Ζηλανδία	NEW ZEALAND SE 30	Χιλή	CHILE GENERAL (IGPA)
Φιλανδία	HEX 25		
Χονγκ Κονγκ	HANG SENG		

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Μη παραμετρικές στατιστικές μέθοδοι

Τα μη παραμετρικά τεστ χρησιμοποιούνται συχνά συμπληρώνοντας ή ακόμη και αντικαθιστώντας τα αντίστοιχα παραμετρικά, όταν συγκεκριμένες υποθέσεις για τον υποκείμενο πληθυσμό είναι υπό αμφισβήτηση. Πολύ συχνά, είναι και πιο ισχυρά στο να ανιχνεύουν διαφορές στον πληθυσμό όταν συγκεκριμένες υποθέσεις δεν ικανοποιούνται.

Ειδικότερα, πολλές στατιστικές μέθοδοι υποθέτουν ότι τα δεδομένα ταυτίζονται με τα χαρακτηριστικά μιας συγκεκριμένης πιθανοτικής κατανομής (κυρίως της κανονικής κατανομής), της οποίας οι παράμετροι (π. χ mean και standard deviation) είναι γνωστά. Οι στατιστικές αυτές μέθοδοι ονομάζονται παραμετρικές μέθοδοι.

Πολλά από τα παραμετρικά τεστ είναι ισχυρά κάτω από ορισμένες παραβιάσεις των υποθέσεων της κατανομής, ειδικότερα αν τα μεγέθη των δειγμάτων (sample sizes είναι αρκετά μεγάλα). Κάτω από άλλες καταστάσεις η μη παραμετρική κλάση των μεθόδων είναι πιο ισχυρή. Οι μη παραμετρικές μέθοδοι έχουν το πλεονέκτημα ότι μπορούν να εφαρμοσθούν σε περισσότερες καταστάσεις από τα παραμετρικά τεστ, κυρίως όταν οι μη παραμετρικές μέθοδοι δεν απαιτούν τα δεδομένα να κατανέμονται κανονικά. Επιπλέον τα μη παραμετρικά τεστ κάνουν χρήση τύπων δεδομένων (π. χ nominal και ordinal data types) οι οποίοι περιέχουν λιγότερη πληροφορία από τους τύπους που απαιτούνται για παραμετρικά τεστ ενώ οι υπολογισμοί είναι συχνά πιο εύκολοι από ότι στα παραμετρικά τεστ.

Από την άλλη πλευρά τα μη παραμετρικά τεστ είναι λιγότερο ευαίσθητα (less powerful) από τα παραμετρικά τεστ ενώ επιπλέον σπαταλούν ένα μέρος της πληροφορίας (η πληροφορία από τα δεδομένα κυρίως περιορίζεται στο πρόσημο και όχι στο μέγεθος). Τέλος, τα μη παραμετρικά τεστ είναι λιγότερο αποτελεσματικά εάν οι υποθέσεις για τα παραμετρικά τεστ ισχύουν.

To Runs test

Το runs test χρησιμοποιείται για να ελέγξει εάν η διάταξη ενός συνόλου παρατηρήσεων, είναι τυχαία.

Ας θεωρήσουμε ένα απλό παράδειγμα βασισμένο στη ρίψη ενός νομίσματος. Εάν πραγματοποιήσουμε οκτώ ρίψεις και παρατηρήσουμε το αποτέλεσμα ότι τέσσερις φορές ήρθαν Γράμματα (Tails) και τέσσερις Κορώνα (Heads) ίσως και να μη εκπλαγούμε. Αν όμως η διάταξη των αποτελεσμάτων είναι :



Σε τι συμπέρασμα θα καταλήγαμε ;

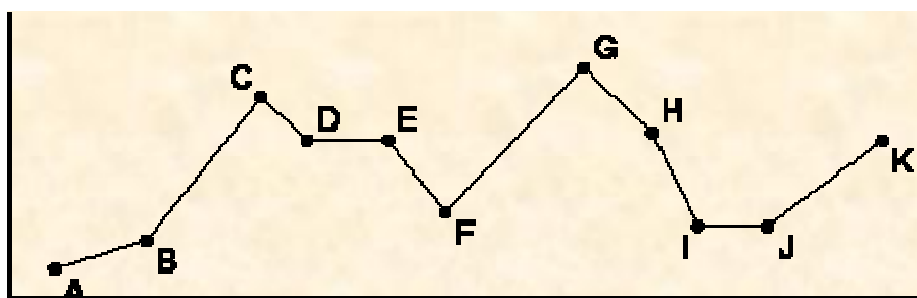
Η πιθανότητα να βρούμε ένα συγκεκριμένο αριθμό από Γράμματα (T) σε μια σειρά από n ρίψεις δίνεται από την διωνυμική κατανομή,

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, x = 0, 1, \dots, n$$

Όμως, δεν υπάρχει τίποτα σε αυτή την έκφραση που να λαμβάνει υπόψη τη διάταξη με την οποία εμφανίζονται τα Γράμματα (T). Θα μπορούσαμε να βρούμε ότι το γεγονός μια σειρά από 10H να ακολουθείται από 10T είναι ένα απίθανο γεγονός, όπως ίσως και η διάταξη HTH... Παρόλα αυτά, η πιθανότητα του αριθμού των Γραμμάτων παραμένει αμετάβλητη. Ελέγχουμε σε τέτοιου είδους δυαδικές σειρές την ύπαρξη τυχαιότητας, με το να ελέγχουμε το πλήθος των runs.

Το run ορίζεται σαν μια αδιάκοπη σειρά της ίδιας κατάστασης. Στο παραπάνω παράδειγμα υπάρχουν δύο runs (4H – 4T). Επιπλέον, είναι πιθανό το ενδιαφέρον μας να μην επικεντρώνεται αποκλειστικά σε δύο διακριτές καταστάσεις, αλλά στο αν μια παρατήρηση είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από την προηγούμενη παρατήρηση. Ας δούμε για παράδειγμα τα δεδομένα όπως εμφανίζονται στο παρακάτω σχήμα.

Σχήμα 1 : Το runs test σε continuous data.



Το ευθύγραμμο τμήμα ABC είναι ένα run up αφού οι κλίσεις AB και BC είναι και οι δύο θετικές. Ομοίως, το GHI είναι ένα run down. Το CDEF είναι επίσης ένα run down διότι όλες οι κλίσεις είναι αρνητικές εκτός από το DE η οποία είναι μηδέν. Διατηρώντας στις τιμές πολλά δεκαδικά ψηφία, πολύ λίγα σημεία θα είναι ακριβώς ίσα με τα γειτονικά τους. Εάν θεωρήσουμε μόνο το πρόσημο της κλίσης προκύπτει η σειρά :

+ + - 0 + 0 +

Λαμβάνοντας το 0 σαν ‘ - ’ βρίσκουμε 5 runs. Τρία ‘ + ’ και 2 ‘ - ’

Ο ορισμός του run μπορεί να γενικευτεί (όπως θα δούμε αναλυτικότερα παρακάτω) έτσι ώστε ένα run να περιέχει μια αδιάκοπη σειρά από γεγονότα τα οποία να είναι λιγότερα (ή περισσότερα) από κάποια σταθερά (για παράδειγμα το μέσο του run).

Τα Runs και τα σχετικά με αυτά προβλήματα προσέλκυαν την προσοχή των στατιστικών και μαθηματικών από πολύ παλιά. Το 1738 ο de Moivre έθεσε το ακόλουθο πρόβλημα : “Ποια η πιθανότητα του να πάρουμε runs μήκους r ή και περισσότερο σε N δοκιμές ; ” Παρόλα αυτά υπήρχε ένα λάθος στον τύπο του de Moivre στη προτεινόμενη λύση του (1738, *Doctrine of Chance*, Problem 88). Περισσότερες τοποθετήσεις πάνω στο συγκεκριμένο πρόβλημα ακολούθησαν από τον Simpson (1740), Laplace (1812), και Todhunter (1865). Περιέργως, ο Marbe (1916, 1934) χρησιμοποίησε παρατηρήσεις του πάνω στα runs για να υποστηρίξει την θεωρία του, σύμφωνα με την οποία : “ Εάν ένα νόμισμα δίνει - Κορώνα - πολύ συχνά, τότε η πιθανότητα του να πάρουμε - Γράμματα - κατά την ρίψη μειώνεται ” .

Παρά το γεγονός ότι προβλήματα σχετικά με τα runs άρχισαν να εντάσσονται στην θεωρία των πιθανοτήτων και στην συνδυαστική ανάλυση από την δημοσίευση του de Moivre το 1738, πέρασαν περισσότεροι από δύο αιώνες μέχρις ότου να αναπτυχθεί μια καλή εφαρμογή των runs στην στατιστική. Οι Wald και Wolfowitz (1940) χρησιμοποίησαν τα runs για να καθιερώσουν a two-sample test το οποίο μπορεί να διατυπωθεί ως εξής :

Έστω X_1, X_2, \dots, X_m ένα τυχαίο δείγμα από ένα πληθυσμό με σωρευτική συνάρτηση πιθανότητας $F_X(x)$, και έστω Y_1, Y_2, \dots, Y_n , ένα άλλο ανεξάρτητο τυχαίο δείγμα από ένα πληθυσμό με σωρευτική συνάρτηση πιθανότητας $F_Y(x)$. Το πρόβλημα που μας ενδιαφέρει είναι να ελέγξουμε την υπόθεση : $H_0 : F_X(x) = F_Y(x)$ για όλα τα x , έναντι της υπόθεσης $H_1 : F_X(x) \neq F_Y(x)$ για μερικά x . Οι Wald και Wolfowitz (1940) πρότειναν να συνδυάσουν τα δύο δείγματα, να διευθετήσουν τις $m + n$ παρατηρήσεις με αυξανόμενη τάξη μεγέθους, να αντικαταστήσουν τις διατεταγμένες τιμές με 0 ή 1 ανάλογα με το αν προέρχονται από το X – δείγμα ή το Y – δείγμα αντίστοιχα, και να χρησιμοποιήσουν το συνολικό αριθμό των runs σε αυτή τη δυαδική σειρά σαν ένα test statistic. Αφού οι X – values και Y – values αναμένεται να είναι εντελώς ανακατεμένες μεταξύ τους οι Wald και Wolfowitz (1940) πρότειναν να απορρίψουν την μηδενική υπόθεση για μικρές τιμές του συνολικού αριθμού των runs. Οι κριτικές τιμές μπορούν να καθορισθούν εύκολα για τις δεδομένες τιμές του μεγέθους των δειγμάτων m και n και το επιθυμητό επίπεδο σημαντικότητας α . Οι Wald και Wolfowitz (1940) πέτυχαν να δείξουν ότι αυτό το two-sample runs test είναι συνεπές (consistent) δηλαδή το power του τεστ τείνει στο 1 καθώς το μέγεθος και των δύο δειγμάτων (sample sizes) m και n τείνουν και τα δύο στο ∞ .

Από τότε μια ποικιλία διαφορετικών εφαρμογών των runs έχει επιτυχώς αναπτυχθεί σε πλατιά περιοχή της στατιστικής. Μια σημαντική στατιστική εφαρμογή των runs,

πριν την εργασία των Wald και Wolfowitz (1940), ήταν αυτή του Forest (1876) ο οποίος πρότεινε την εφαρμογή των runs στη σειρά των πρόσημων (signs) των residuals έτσι ώστε να εξετάσει την καταλληλότητα μιας καμπύλης στην προσαρμογή της σε παρατηρούμενο σύνολο δεδομένων. Επιπλέον, ο αριθμός των runs μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αναπτύξει κάποια τεστ τυχαιότητας (tests of randomness).

Ειδικότερα, έστω X_1, X_2, \dots, X_n , n τυχαίες μεταβλητές με από κοινού σωρευτική συνάρτηση κατανομής $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Το πρόβλημα ενδιαφέροντος είναι να ελέγξουμε την υπόθεση $H_0: X_i$'s είναι independent και identically distributed (i.i.d), δηλαδή, $F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n F'(x_i)$, όπου η $F'(x)$ είναι κάποια μονομεταβλητή σωρευτική συνάρτηση κατανομής. Μπορούμε να θεωρήσουμε τη σειρά των πρόσημων των διαφορών $X_2 - X_1, X_3 - X_2, \dots, X_n - X_{n-1}$, και να ορίσουμε ένα *run up* ως ένα run των προσήμων που αντιστοιχούν σε θετικές διαδοχικές διαφορές και ένα *run down* ως ένα run προσήμων που αντιστοιχούν σε αρνητικές διαδοχικές διαφορές. Διαφορετικά τεστ μπορούν να προταθούν βασιζόμενα στο πλήθος των *runs up* και των *runs down* ή στο μήκος των *runs up* και *runs down*. Ανάλογα με την εναλλακτική υπόθεση (alternative hypothesis), μπορεί κανείς να διαλέξει κατάλληλη κριτική περιοχή. Για παράδειγμα, εάν το πρόβλημα είναι να ελέγξουμε για randomness έναντι της υπόθεσης ότι υπάρχει τάση (trend) στα X_1, X_2, \dots, X_n , θα είναι λογικό να απορρίψουμε την H_0 εάν τα πλήθη των *runs up* και των *runs down* είναι πολύ μικρά. Εάν η εναλλακτική υπόθεση είναι να καθορίσουμε την κατεύθυνση της τάσης, τότε μπορούμε να επιλέξουμε να χρησιμοποιήσουμε ένα από αυτά (όποιο είναι το καταλληλότερο run). Επιπλέον, εάν το πρόβλημα είναι να ελέγξουμε για randomness έναντι της πρότασης να έχουμε την παρουσία μικρών κύκλων (short cycles) στα X_1, X_2, \dots, X_n , τότε θα ήταν λογικό να απορρίψουμε την H_0 εάν τα πλήθη των *runs up* και των *runs down* είναι πολύ μεγάλα.

Στα χρηματοοικονομικά το runs test είναι μια άλλη προσέγγιση για τον έλεγχο και την ανακάλυψη στατιστικής εξάρτησης (ή randomness) στις χρονοσειρές (κυρίως των αποδόσεων) η οποία μπορεί να μην παρατηρείται με auto-correlation test. Επιλέγεται το runs test πολύ συχνά για την απόδειξη του random walk model διότι το τεστ αγνοεί τις ιδιότητες της κατανομής (μη παραμετρικό τεστ). Η μηδενική υπόθεση του τεστ (null hypothesis) είναι ότι οι παρατηρούμενες σειρές είναι τυχαίες σειρές. Ένα run ορίζεται από τον Siegel (1956) ως,

“ μια σειρά (διαδοχή) από όμοια σύμβολα τα οποία προηγούνται ή έπονται διαφορετικών συμβόλων ή κανενός τύπου συμβόλων ”(p.52).

Πιο συγκεκριμένα, εξετάζουμε σειρές μεταβολών των τιμών (ειδικότερα τις λογαριθμικές αποδόσεις δεικτών, μετοχών κλπ) και ορίζουμε κάθε μεταβολή ως 1 (+) ή 0 (-). Έτσι ένα run ορίζεται ως μια σειρά μεταβολών των τιμών που συμβαίνουν προς την ίδια κατεύθυνση. Επομένως μόνο η κατεύθυνση των μεταβολών των τιμών (1 ή 0) λαμβάνονται υπόψη και όχι το μέγεθος των μεταβολών. Οι μηδενικές μεταβολές των τιμών θεωρούνται θετικές ή αρνητικές και σε αυτή την εργασία θα τις

θεωρούμε θετικές. Για παράδειγμα, η σειρά + - - - + + 0 - - - ημερήσιων αποδόσεων αντιστοιχούν σε τέσσερα runs.

Το runs test είναι ένα τεστ σχεδιασμένο ώστε να ανιχνεύει non-randomness σε μια σειρά από παρατηρήσεις μιας δυαδικής μεταβλητής, όπως μιας σειράς από 1 και 0. Ένα ‘run’ ορίζεται σαν μια σειρά από διαδοχικά 1 ή 0 και ένα run μπορεί να αποτελείται από μία μόνο παρατήρηση. Η ιδέα των runs βασίζεται στο ότι non-randomness σε μια σειρά από 1 και 0 συχνά εκδηλώνεται είτε με λίγα runs είτε με πάρα πολλά runs (όπως είδαμε και παραπάνω). Σε μια σειρά από παρατηρήσεις μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής, η μη τυχειότητα (non-randomness) μπορεί να ανιχνευθεί χρησιμοποιώντας ένα Runs test, με το να αντιστοιχούμε στο 1 πραγματοποιήσεις που ανήκουν σε μια συγκεκριμένη κατηγορία (π. χ θετικές αποδόσεις) διαφορετικά αντιστοιχούμε τις πραγματοποιήσεις στο 0. Η κατανομή του αριθμού των runs κάτω από την μηδενική υπόθεση της τυχειότητας (randomness), είναι γνωστή εδώ και πολύ καιρό. Παρόλα αυτά, αν και η ακριβής κατανομή είναι γνωστή θα χρησιμοποιήσουμε το ασυμπτωτικό αποτέλεσμα των Wald και Wolfowitz (1940) : σε μια σειρά μήκους n με n_1 1 και n_2 0, ο αναμενόμενος αριθμός των runs είναι ασυμπτωτικά normal με mean :

$$\mu_r = \frac{2n_1n_2}{n} + 1, \quad n_1 \neq n_2$$

και standard deviation :

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n)}{n^2(n-1)}}, \quad n_1 \neq n_2$$

Όπως έχουμε αναφέρει το Runs test έχει χρησιμοποιηθεί σε ένα μεγάλο φάσμα εφαρμογών σε ποικίλα πεδία της έρευνας. Στα χρηματοοικονομικά, έχει χρησιμοποιηθεί για να ελέγξει το κατά πόσο οι αποδόσεις των μετοχών αποκλίνουν από την ανεξαρτησία (Fama 1965), και στη βιβλιογραφία της οικονομετρίας (econometric forecasting) το runs test έχει χρησιμοποιηθεί για να εκτιμηθούν διαστήματα προβλέψεων (Cristoffersen and Diebold, 2000).

Ας πάρουμε μια σειρά από 1 και 0, $\{I\}_{t=1}^n$, τα οποία υποδεικνύουν το πρόσημο των αντίστοιχων πραγματοποιήσεων $\{y\}_{t=1}^n$ μιας τυχαίας μεταβλητής, π. χ των αποδόσεων των μετοχών. Οποιαδήποτε πρόβλεψη στο y_t , η οποία έχει σαν αποτέλεσμα την πρόβλεψη στην πιθανότητα των παρατηρούμενων θετικών ή αρνητικών τιμών, θα οδηγούσε σε non-randomness για το $\{I\}_{t=1}^n$. Για παράδειγμα, σε μια AR(1) ανέλιξη με strong positive autocorrelation και συμμετρική κατανομή (symmetric conditional distribution) θα υπάρχουν μεγάλες χρονικές περίοδοι όπου η πιθανότητα να

παρατηρήσουμε το ένα πρόσημο (1) θα είναι μεγαλύτερη από το αντίθετο (0). Αυτό το “clustering of probabilities” εμφανίζεται όταν υπάρχουν μεγάλοι μήκους runs των 1 και 0, δηλαδή λίγα runs. Η ίδια ιδέα έχει χρησιμοποιηθεί λεπτομερώς από τους Cristoffersen and Diebold για την μελέτη του market timing (π. χ πρόβλεψη του πρόσημου των αποδόσεων).

Έτσι λοιπόν, θα μπορούσαμε να πούμε ότι όταν ο αναμενόμενος αριθμός των runs είναι σημαντικά διαφορετικός από τον παρατηρούμενο αριθμό των runs, το τεστ απορρίπτει την μηδενική υπόθεση ότι οι αποδόσεις (ημερήσιες, μηνιαίες κλπ) είναι τυχαίες. Όπως αναφέρει ο Poshokwale (1996) :

“ Ένας μικρότερος αριθμός των runs υποδεικνύει μια υπερβολική αντίδραση της αγοράς στην πληροφόρηση, ενώ ένας μεγαλύτερος αριθμός των runs αντανακλά μια καθυστερημένη ανταπόκριση στην πληροφόρηση.” (p .89)

Επομένως αν υπάρχουν πολλά ή λίγα runs στις σειρές των αποδόσεων, τότε οι σειρές δεν είναι τυχαίες, και είναι δυνατό για τους επενδυτές να προβλέψουν μελλοντικές τιμές ακολουθώντας κάποιον κανόνα συναλλαγών.

Προκειμένου να καθορισθεί εάν ο πραγματικός αριθμός των runs είναι συστηματικά διαφορετικός από τον αναμενόμενο αριθμό των runs, υπολογίζεται ένα p-value το οποίο συγκρίνεται με την τιμή α (επίπεδο σημαντικότητας) που χρησιμοποιείται στην μελέτη. Το p-value είναι η περιοχή απόρριψης της στατιστικής κατανομής, και είναι η μικρότερη τιμή του α για την οποία μπορεί κανείς να απορρίψει την ελεγχόμενη υπόθεση. Για να απορρίψουμε την θεωρία του random walk, το p-value θα πρέπει να είναι μικρότερο από το α που έχει επιλεγεί στη μελέτη. Εάν το p-value είναι μεγαλύτερο από το α , επιβεβαιώνεται η θεωρία του μοντέλου του τυχαίου περιπάτου. Για τους σκοπούς της συγκεκριμένης εργασίας, το επίπεδο σημαντικότητας έχει καθορισθεί στην τιμή $\alpha = 0,05$.

Ορίζοντας την τιμή του α στο 0,05, επισημαίνεται ότι κατά μέσο όρο όχι περισσότερο από το 5% των μετοχών που ελέγχονται θα πρέπει να έχουν p-value μικρότερο από 0,05 έτσι ώστε να επιβεβαιώνεται η υπόθεση του random walk. Εάν υπάρχει πολύ μεγαλύτερη αναλογία από το 5% των μετοχών που έχουν p-value μικρότερο από το 0,05, οι μεταβολές των αποδόσεων δεν είναι τυχαίες και κάποιος βαθμός αναποτελεσματικότητας υφίστανται. Εάν και τα n_1 και n_2 είναι μικρά, μπορούμε να βρούμε τα p -values του παρατηρούμενου αριθμού των runs σε κατάλληλους στατιστικούς πίνακες. Αν ένα από το δειγματικό μέγεθος είναι μεγαλύτερο από το 20, μπορούμε να πάρουμε κανονική προσέγγιση :

$$Z = \frac{r - m_r}{S_r} \sim N(0, 1)$$

όπου, r ο αριθμός των παρατηρούμενων runs.

Έτσι, το Runs test μετατρέπει το συνολικό αριθμό των runs σε ένα Z-statistic ($Z = \text{standard normal variable με μέσο μηδέν και standard deviation ένα}$).

Για μεγάλα δείγματα το Z-statistic δίνει την πιθανότητα διαφοράς του πραγματικού και αναμενόμενου αριθμού των runs. Όταν η τιμή του Z είναι μεγαλύτερη ή ίση με το $\pm 1,96$ απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση (null hypothesis) στο 5% επίπεδο σημαντικότητας (Sharma and Kennedy, 1977). Έτσι αν για παράδειγμα το Z-statistic για ημερήσιες αποδόσεις είναι μικρότερο του $\pm 1,96$ και αρνητικό, αυτό σημαίνει ότι ο παρατηρούμενος αριθμός των runs είναι μικρότερος από τον αναμενόμενο αριθμό των runs. Δηλαδή το διάστημα εμπιστοσύνης (confidence interval) θα είναι :

$$\text{Prob } [\mu_r - 1.96\sigma_r < r < \mu_r + 1.96\sigma_r] = .95$$

“ Εάν σε μια εφαρμογή βρεθεί ότι είναι μικρότερος ή ίσος του 9 ή μεγαλύτερος ή ίσος του 20, τότε κανείς μπορεί να απορρίψει (στο 5% επίπεδο σημαντικότητας) την υπόθεση ότι η παρατηρούμενη σειρά είναι τυχαία (random) ” (Damodar N. Gujarati, 1988).

Ανάλυση Monte Carlo για το Runs test

Το size και το power του Runs test για την προβλεψιμότητα τυχαιότητας (randomness) μελετήθηκε χρησιμοποιώντας πειράματα Monte Carlo.

Size

Χρησιμοποιήσαμε 5000 επαναλήψεις (replications) σε κάθε πείραμα, και το τεστ εξετάστηκε πάνω σε τρία δειγματικά μεγέθη (sample sizes) των 100, 500 και των 2500 παρατηρήσεων, τα οποία αντιστοιχούν περίπου στα ημερήσια, εβδομαδιαία και μηνιαία δεδομένα μιας οκταετίας. Η πρόθεση μας ήταν να μελετήσουμε τη συμπεριφορά του τεστ για μικρά και μεγάλα μεγέθη. Για την παραγωγή των δεδομένων μας (data generating process – DGP) χρησιμοποιήσαμε 8 διαφορετικές κατανομές (Διωνυμική με $p = q = 0,5$, κανονική $N \sim (0, 1)$, η t με 1,2,3,4,5 βαθμούς ελευθερίας, η χ^2 με 3 βαθμούς ελευθερίας). Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα :

Πίνακας 2 : Το size του Runs test για iid κατανομές

Αριθμός επαναλήψεων = 5000			
Κατανομή	Μέγεθος Δείγματος		
	100	500	2500

Binom(1,0.5)	0,0528	0,0462	0,0496	S I Z E
Normal(0,1)	0,058	0,0476	0,0494	
t(1)	0,0574	0,05	0,0474	
t(2)	0,049	0,051	0,0546	
t(3)	0,0568	0,0508	0,0488	
t(4)	0,0526	0,0516	0,057	
t(5)	0,05	0,0458	0,0506	
chisq(3)	0,0506	0,0514	0,0498	

Όπως διακρίνουμε από τον πίνακα, το εμπειρικό size του Runs test προσεγγίζει το nominal size του τεστ ($\alpha = 0,05$), τονίζοντας έτσι την ισχύ του τεστ κατά την μελέτη της τυχαιότητας των υπό μελέτη χρονοσειρών.

Power

Για να επιβεβαιώσουμε το power του τεστ, πραγματοποιούμε ένα δεύτερο σετ πειραμάτων Monte Carlo, όπου τα δεδομένα μας παράγονται (DGP) από ένα AR(1) και ένα MA(1) μοντέλο. Πάλι, πραγματοποιούμε 5000 επαναλήψεις πάνω σε δείγματα των 100, 500 και 2500 παρατηρήσεων (για τους λόγους που αναφέρθηκαν παραπάνω). Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον ακόλουθο πίνακα :

Πίνακας 3 : Το power του Runs test με ένα AR(1) μοντέλο και ένα MA(1) μοντέλο

<i>Αριθμός επαναλήψεων = 5000</i>							P O W E R
	Μέγεθος Δείγματος						
	100		500		2500		
p	AR (1)	MA (1)	AR (1)	MA (1)	AR (1)	MA (1)	
0,5	0,9096	0,7654	0,8598	0,9562	0,9443	0,9812	
0,6	0,9796	0,8578	0,9856	0,9924	0,9891	0,9992	
0,7	0,996	0,8984	0,9992	0,999	0,991	1	
0,8	1	0,9308	1	0,9998	1	1	
0,9	1	0,9422	1	1	1	1	
0,95	1	0,9366	1	1	1	1	
0,99	1	0,9464	1	1	1	1	

Είναι φανερό ότι το power του test είναι πολύ ισχυρό κάτι το οποίο ενισχύει τα παραπάνω αποτελέσματα που βρήκαμε και στα Monte Carlo πειράματα.

Τέλος, πραγματοποιούμε ένα τρίτο σεντ πειραμάτων Monte Carlo, όπου τα δεδομένα μας παράγονται από δύο διαδικασίες (DGP), ένα GARCH (1,1) μοντέλο (στάσιμη σειρά) και ένα IGARCH (1,1) μοντέλο (μη στάσιμη σειρά). Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα :

Πίνακας 4 : Το power του Runs test με ένα GARCH (1,1) και ένα IGARCH (1,1) μοντέλο

<i>Αριθμός επαναλήψεων = 5000</i>					
Μέγεθος Δείγματος	50	100	250	500	
IGARCH(1,1) / $a = 0,8$ * $b = 0,2$ **	0,0774	0,069	0,068	0,0554	P O W E R
GARCH (1,1) / $a = 0,6$ * $b = 0,3$ **	0,0738	0,0564	0,0532	0,0502	

* a είναι ο συντελεστής του ARCH όρου

** b είναι ο συντελεστής του GARCH όρου

Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα, το power του τεστ είναι πολύ χαμηλό. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το Runs test δεν ανιχνεύει εξάρτηση δεύτερης ροπής καθώς περιορίζεται μόνο στο κατεύθυνση των τιμών (πρόσημο) και όχι στο μέγεθος τους

Ανάλυση των εμπειρικών αποτελεσμάτων του Runs test

Ημερήσιες αποδόσεις

Τα αποτελέσματα του Runs test (με βάση την μηδενική υπόθεση περί τυχαιότητας), πάνω στις ημερήσιες αποδόσεις των αναπτυγμένων και αναπτυσσόμενων αγορών συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα (αναλυτικότεροι πίνακες υπάρχουν στο παράρτημα).

Πίνακας 5 : Το Runs test για τις ημερήσιες αποδόσεις

<i>Ανεπτυγμένες Χώρες</i>			<i>Αναπτυσσόμενες Χώρες</i>		
Χώρα	Δείκτης	H_0 : Randomness	Χώρα	Δείκτης	H_0 : Randomness

Αγγλία	FTSE 100	YES	Αργεντινή	MERVAL	NO
Αυστραλία	S&P/ASX 50	YES	Βενεζουέλα	VENEZUELA SE GENERAL	NO
Βέλγιο	BEL 20	NO	Βραζιλία	BOVESPA	NO
Γαλλία	CAC 40	YES	Ινδία	BSE NATIONAL	NO
Γερμανία	DAX 30 (XETRA)	YES	Ισραήλ	TA 100	NO
Ελλάδα	GENERAL	NO	Κίνα	SHANGHAI SE COMPOSITE	NO
Ελβετία	SWISS MARKET	YES	Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE	NO
ΗΠΑ	DOW JONES	YES	Μεξικό	IPC (BOLSA)	NO
ΗΠΑ	NASDAQ	NO	Ουγγαρία	BUDAPEST (BUX)	NO
ΗΠΑ	S&P 500	YES	Ρωσία	RTS INTERFAX COMPOSITE	NO
Ιαπωνία	NIKKEI 225	YES	Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE	NO
Ισπανία	IBEX 35	YES	Τουρκία	ISE NATIONAL 100	YES
Ιταλία	MIB 30	YES	Τσεχία	PRAGUE PX 50	NO
Νέα Ζηλανδία	NEW ZEALAND SE 30	YES	Χιλή	CHILE GENERAL (IGPA)	NO
Φιλανδία	HEX 25	NO			
Χονγκ Κονγκ	HANG SENG	YES			

Η συντριπτική πληροφορία των αναπτυγμένων αγορών δέχεται την μηδενική υπόθεση (randomness) σε αντίθεση με τις αναπτυσσόμενες χώρες που την απορρίπτουν (όλες εκτός της Τουρκίας). Δηλαδή, οι αναπτυγμένες χώρες με βάση το Runs test εμφανίζονται αποτελεσματικές (weak-form efficiency), σε αντίθεση με τις αναπτυσσόμενες οι οποίες εμφανίζονται αναποτελεσματικές. Επιπλέον, στις χώρες που εμφανίζουν αναποτελεσματικότητα (αναπτυγμένες και αναπτυσσόμενες) ο παρατηρούμενος αριθμός των runs (# runs) είναι κατά πολύ μικρότερος από τον

αναμενόμενο θεωρητικό (μ_t) (βλέπε παράρτημα) που είναι απόδειξη μιας θετικής σχέσης μεταξύ των διαδοχικών αποδόσεων. Ταυτόχρονα, αυτό σημαίνει ότι οι αγορές αυτές εμφανίζουν μια υπερβολική αντίδραση στην πληροφόρηση (bad or good news).

Εβδομαδιαίες και μηνιαίες αποδόσεις

Όσον αφορά τις εβδομαδιαίες αποδόσεις των δεικτών των αναπτυσσόμενων χωρών, το Runs test δείχνει ότι στην πλειοψηφία τους ενισχύουν την μηδενική υπόθεση (απόρριψη έχουμε μόνο για την Αγγλία, τη Γερμανία, και τον Nasdaq). Δηλαδή, τα αποτελέσματα αντιγράφουν σχεδόν πιστά τα αντίστοιχα για τις ημερήσιες αποδόσεις. Αντίθετα, στις αναπτυσσόμενες χώρες η τάση δείχνει να αντιστρέφεται καθώς η πλειοψηφία των αγορών ως προς τις εβδομαδιαίες αποδόσεις εμφανίζεται αποτελεσματική. Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 6 : Το Runs test για τις εβδομαδιαίες αποδόσεις

<i>Ανεπτυγμένες Χώρες</i>			<i>Αναπτυσσόμενες Χώρες</i>		
Χώρα	Δείκτης	H₀ : Randomness	Χώρα	Δείκτης	H₀ : Randomness
Αγγλία	FTSE 100	NO	Αργεντινή	MERVAL	YES
Αυστραλία	S&P/ASX 50	YES	Βενεζουέλα	VENEZUELA SE GENERAL	NO
Βέλγιο	BEL 20	YES	Βραζιλία	BOVESPA	YES
Γαλλία	CAC 40	YES	Ινδία	BSE NATIONAL	YES
Γερμανία	DAX 30 (XETRA)	NO	Ισραήλ	TA 100	YES
Ελλάδα	GENERAL	YES	Κίνα	SHANGHAI SE COMPOSITE	NO
Ελβετία	SWISS MARKET	YES	Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE	YES
ΗΠΑ	DOW JONES	YES	Μεξικό	IPC (BOLSA)	YES
ΗΠΑ	NASDAQ	NO	Ουγγαρία	BUDAPEST (BUX)	YES
ΗΠΑ	S&P 500	YES	Ρωσία	RTS INTERFAX COMPOSITE	NO
Ιαπωνία	NIKKEI 225	YES	Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE	YES

Ισπανία	IBEX 35	YES	Τουρκία	ISE NATIONAL 100	YES
Ιταλία	MIB 30	YES	Τσεχία	PRAGUE PX 50	NO
Νέα Ζηλανδία	NEW ZEALAND SE 30	YES	Χιλή	CHILE GENERAL (IGPA)	NO
Φιλανδία	HEX 25	YES			
Χονγκ Κονγκ	HANG SENG	YES			

Τέλος, όταν το Runs test εφαρμόζεται στις μηνιαίες αποδόσεις η συντριπτική πλειοψηφία τόσο των αναπτυγμένων όσο και των αναπτυσσομένων αγορών εμφανίζονται αποτελεσματικές (εκτός της Φιλανδίας και της Βενεζουέλας, Ρωσίας αντίστοιχα).

Πίνακας 7 : Το Runs test για τις μηνιαίες αποδόσεις

<i>Ανεπτυγμένες Χώρες</i>			<i>Αναπτυσσόμενες Χώρες</i>		
Χώρα	Δείκτης	H₀ : Randomness	Χώρα	Δείκτης	H₀ : Randomness
Αγγλία	FTSE 100	YES	Αργεντινή	MERVAL	YES
Αυστραλία	S&P/ASX 50	YES	Βενεζουέλα	VENEZUELA SE GENERAL	NO
Βέλγιο	BEL 20	YES	Βραζιλία	BOVESPA	YES
Γαλλία	CAC 40	YES	Ινδία	BSE NATIONAL	YES
Γερμανία	DAX 30 (XETRA)	YES	Ισραήλ	TA 100	YES
Ελλάδα	GENERAL	YES	Κίνα	SHANGHAI SE COMPOSITE	YES
Ελβετία	SWISS MARKET	YES	Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE	YES
ΗΠΑ	DOW JONES	YES	Μεξικό	IPC (BOLSA)	YES
ΗΠΑ	NASDAQ	YES	Ουγγαρία	BUDAPEST (BUX)	YES

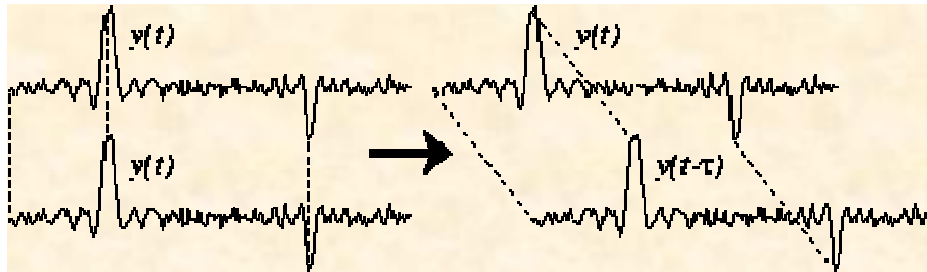
ΗΠΑ	S&P 500	YES	Ρωσία	RTS INTERFAX COMPOSITE	NO
Ιαπωνία	NIKKEI 225	YES	Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE	YES
Ισπανία	IBEX 35	YES	Τουρκία	ISE NATIONAL 100	YES
Ιταλία	MIB 30	YES	Τσεχία	PRAGUE PX 50	YES
Νέα Ζηλανδία	NEW ZEALAND SE 30	YES	Χιλή	CHILE GENERAL (IGPA)	YES
Φιλανδία	HEX 25	NO			
Χονγκ Κονγκ	HANG SENG	YES			

To Q-statistic

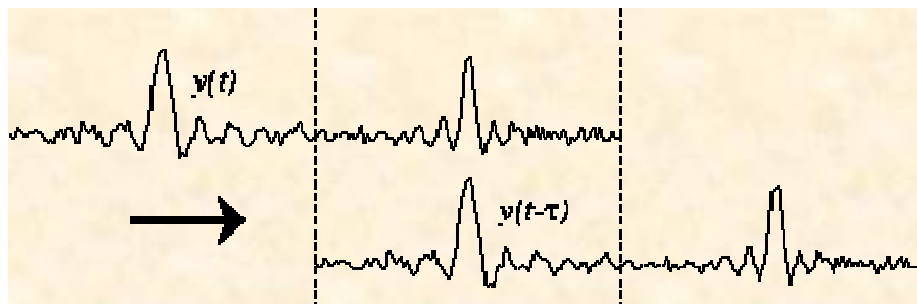
Autocorrelation test

Ο κύριος σκοπός της ανάλυσης χρονοσειρών είναι να λάβει υπόψη τη διάταξη των παρατηρήσεων προσπαθώντας να ανακαλύψει κάτι χαρακτηριστικό για τα δεδομένα όπως περιοδικότητες, κάποια τάση, επαναλαμβανόμενα μοτίβα, και να χρησιμοποιήσει αυτά τα στοιχεία για να εξάγει κάποιο συμπέρασμα για την παρατηρούμενη ανέλιξη. Επαναλήψεις και άλλα μοτίβα σε μια σειρά μπορούν να βρεθούν υπολογίζοντας ένα μέτρο της αυτό-ομοιότητας (self-similarity) της σειράς δηλαδή το σε ποιο βαθμό ένα μέρος της σειράς είναι όμοιο με ένα άλλο μέρος της ίδιας της σειράς (βλέπε τα παρακάτω σχήματα). Ένα τέτοιο μέτρο είναι γνωστό ως autocorrelation.

Σχήμα 1 : Autocorrelation είναι η συσχέτιση (correlation) μεταξύ δύο αντιγράφων της ίδιας χρονοσειράς.



Σχήμα 2 : Τα autocorrelations μπορεί να είναι υψηλά για μεγάλα lags εάν τα δεδομένα επαναλαμβάνονται.



Το Autocorrelation test είναι ένα αξιόπιστο μέτρο για να ελέγξουμε αν υφίστανται εξάρτηση ή ανεξαρτησία των τυχαίων μεταβλητών σε μια σειρά. Ο Kendall (1948, p. 412) υπολόγισε τις μεταβολές των τιμών σε διαφορετικά χρονικά βήματα (lags 1, 2, 3,4). Ο συντελεστής serial correlation μετρά τη σχέση μεταξύ των τιμών μιας τυχαίας μεταβλητής στον χρόνο t με την τιμή του στην προηγούμενη περίοδο. Το autocorrelation test δείχνει αν ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης είναι σημαντικά διαφορετικός από το μηδέν.

Ο Fama (1965) συνέστησε ότι, ένα από τα πιο άμεσα και διαισθητικά τεστ του random walk για μια χρονοσειρά είναι ο έλεγχος για serial correlation. Εάν οι τιμές των μετοχών εμφανίζουν τυχαίο περίπατο, οι αποδόσεις είναι ασυσχέτιστες (σε όλα τα lags). Το μοντέλο του serial correlation coefficient είναι :

$$l_m = \frac{\text{Cov}[r_t, r_{t-m}]}{\sqrt{\text{var}[r_t]}\sqrt{\text{var}[r_{t-m}]}} = \frac{\text{Cov}[r_t, r_{t-m}]}{\text{var}[r_t]}$$

όπου, l_m είναι ο serial correlation coefficient της χρονοσειράς r_t (r_t είναι η απόδοση μιας μετοχής ή ενός δείκτη τη χρονική στιγμή t , m είναι το lag της περιόδου). Ο serial correlation coefficient είναι ασυμπτωτικά ανεξάρτητος και κατανέμεται κανονικά με μέσο μηδέν και standard deviation $\sqrt{1/n-m}$.

Για να ελέγξουμε την μηδενική υπόθεση ότι όλοι οι serial correlation coefficients, l_m , είναι ταυτόχρονα ίσοι με μηδέν, οι Box και Pierce (1970) εφάρμοσαν το Q statistic :

$$Q = n \sum_{m=1}^k l_m^2$$

Το Q-statistic μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ελέγξει εάν ένα group από autocorrelations είναι συστηματικά διαφορετικό από το μηδέν. Οι Ljung και Box (1978) χρησιμοποίησαν τις δειγματικές αυτοσυσχετίσεις (sample autocorrelations) για να σχηματίσουν το στατιστικό τεστ για μικρά δείγματα :

$$Q(k) = n(n+2) \sum_{m=1}^k \frac{1}{n-m} l_m^2$$

Κάτω από την μηδενική υπόθεση $H_0 : l_1 = \dots = l_k = 0$, το Q κατανέμεται ασυμπτωτικά σε χ^2 με k βαθμούς ελευθερίας (k είναι το μέγιστο lag). Η βασική ιδέα πίσω από τη χρήση αυτού του τεστ είναι ότι υψηλές δειγματικές αυτοσυσχετίσεις οδηγούν σε μεγάλες τιμές του Q . Εάν οι υπολογισμένες τιμές του Q υπερβαίνουν τις κατάλληλες τιμές σε ένα χ^2 πίνακα, μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση μη συστηματικής αυτοσυσχέτισης, υποδεικνύοντας έτσι προβλεψιμότητα των σειρών. Απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης σημαίνει την αποδοχή μιας εναλλακτικής ότι τουλάχιστον ένα autocorrelation δεν είναι μηδέν.

Ανάλυση των εμπειρικών αποτελεσμάτων του Q-Statistic

Ημερήσιες αποδόσεις

Σύμφωνα με το Q-Statistic, οι μη μηδενικοί auto-correlation coefficients που είναι στατιστικά σημαντικοί στο 5% επίπεδο σημαντικότητας ($p\text{-value} < 0,05$), υπονοούν ότι οι σειρές των αποδόσεων δεν ακολουθούν το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου.

Τα αποτελέσματα του τεστ (απόρριψη-αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης) παρέχονται στους παρακάτω πίνακες (αναλυτικότερα αποτελέσματα δίνονται στους πίνακες του παραρτήματος). Ο χρονικός ορίζοντας που μελετάμε είναι 5 lags (μία εργάσιμη εβδομάδα).

Πίνακας 8 : Το Q-Statistic για τις ημερήσιες αποδόσεις

Ανεπτυγμένες Χώρες			Αναπτυσσόμενες Χώρες		
Χώρα	Δείκτης	H_0 : No serial correlation	Χώρα	Δείκτης	H_0 : No serial correlation

Αγγλία	FTSE 100	NO	Αργεντινή	MERVAL	NO
Αυστραλία	S&P/ASX 50	YES	Βενεζουέλα	VENEZUELA SE GENERAL	NO
Βέλγιο	BEL 20	NO	Βραζιλία	BOVESPA	NO
Γαλλία	CAC 40	YES	Ινδία	BSE NATIONAL	NO
Γερμανία	DAX 30 (XETRA)	YES	Ισραήλ	TA 100	NO
Ελλάδα	GENERAL	NO	Κίνα	SHANGHAI SE COMPOSITE	YES
Ελβετία	SWISS MARKET	YES	Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE	NO
ΗΠΑ	DOW JONES	YES	Μεξικό	IPC (BOLSA)	NO
ΗΠΑ	NASDAQ	YES	Ουγγαρία	BUDAPEST (BUX)	NO
ΗΠΑ	S&P 500	YES	Ρωσία	RTS INTERFAX COMPOSITE	NO
Ιαπωνία	NIKKEI 225	YES	Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE	NO
Ισπανία	IBEX 35	NO	Τουρκία	ISE NATIONAL 100	NO
Ιταλία	MIB 30	YES	Τσεχία	PRAGUE PX 50	NO
Νέα Ζηλανδία	NEW ZEALAND SE 30	NO	Χιλή	CHILE GENERAL (IGPA)	NO
Φιλανδία	HEX 25	YES			
Χονγκ Κονγκ	HANG SENG	NO			

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των αναπτυγμένων και αναπτυσσόμενων αγορών παρατηρούμε ότι οι δεύτερες εμφανίζουν μεγαλύτερο ποσοστό προβλεψιμότητας. Από τις 16 αναπτυγμένες χώρες οι 10 αποδέχονται την μηδενική υπόθεση (δηλαδή οι σειρές των αποδόσεων είναι τυχαίες σειρές), ενώ η συντριπτική πλειοψηφία των αναπτυσσόμενων την απορρίπτει (13 από τις 14 δεν εμφανίζουν randomness).

Ειδικότερα, βρίσκουμε μόνο 2 από τις 16 αναπτυγμένες χώρες με 1st order auto-correlation (στατιστικά σημαντική) που υπερβαίνει το 10% (Ελλάδα (0,157), Βέλγιο (0,162)). Στις αναπτυσσόμενες χώρες, υπάρχουν 7 χώρες με auto-correlation πάνω από το 10% (Βενεζουέλα (0,213), Ινδία (0,109), Μαλαισία (-0,122-lag 4), Μεξικό (0,104), Ρωσία (0,176-lag 1,-0,107 lag 5), Τσεχία (0,111), Χιλή (0,299-lag 1, 0,119-lag 2)). Δύο χώρες εμφανίζουν αυτοσυσχέτιση μεγαλύτερη του 20% (Βενεζουέλα, Χιλή). Την πιο υψηλή 1st order auto-correlation την εμφανίζει η Χιλή (μάλιστα εμφανίζει υψηλή αυτοσυσχέτιση σε δύο lags(1 και 4)) ενώ η Μαλαισία και η Ρωσία εμφανίζουν υψηλή αρνητική αυτοσυσχέτιση και σε μακρύ βήμα (lag 4).

Παρόλα αυτά, στην πλειοψηφία των αναπτυσσόμενων αγορών, η σειριακή αυτοσυσχέτιση των αποδόσεων των δεικτών μειώνεται βαθμιαία καθώς αυξάνονται τα lags. Αυτό σημαίνει ότι η πληροφορία που είναι ενσωματωμένη σε μεγαλύτερα lags ασκεί λιγότερη επιρροή στον καθορισμό των μελλοντικών τιμών από ότι η πληροφορία που υπάρχει στα μικρότερα lags.

Εβδομαδιαίες και μηνιαίες αποδόσεις

Όσον αφορά τις εβδομαδιαίες αποδόσεις, μόνο τρεις αναπτυγμένες χώρες εμφανίζουν σειριακή αυτοσυσχέτιση (S&P 500, Ιταλία, Φιλανδία) με την Φιλανδία να εμφανίζει την υψηλότερη (0,124-lag 3). Αντίστοιχα μειώνονται οι αναπτυσσόμενες χώρες που εμφανίζουν αυτοσυσχέτιση αλλά εξακολουθούν να αποτελούν την πλειοψηφία. Υψηλή αυτοσυσχέτιση εμφανίζουν οι Αργεντινή (0,120-lag 2), Βενεζουέλα (0,151-lag 1), Ινδία (0,105-lag 1), Ουγγαρία (0,205-lag 2), Τουρκία (0,123-lag 2), Τσεχία (0,125-lag 1, 0,144-lag 3), και Χιλή (0,238-lag 1, 0,152-lag 2). Πάλι η Χιλή εμφανίζει την υψηλότερη αυτοσυσχέτιση ενώ υψηλή εμφανίζει και η Ουγγαρία (υπερβαίνουν το 20%). Τα αποτελέσματα (με βάση την μηδενική υπόθεση) εμφανίζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα, ενώ αναλυτικότεροι πίνακες παρέχονται στο παράρτημα. Ο χρονικός ορίζοντας που μελετάμε είναι 4 lags (ένας μήνας).

Πίνακας 9 : Το Q-Statistic για τις εβδομαδιαίες αποδόσεις

<i>Ανεπτυγμένες Χώρες</i>			<i>Αναπτυσσόμενες Χώρες</i>		
Χώρα	Δείκτης	H₀: No serial correlation	Χώρα	Δείκτης	H₀: No serial correlation
Αγγλία	FTSE 100	YES	Αργεντινή	MERVAL	NO
Αυστραλία	S&P/ASX 50	YES	Βενεζουέλα	VENEZUELA SE GENERAL	NO
Βέλγιο	BEL 20	YES	Βραζιλία	BOVESPA	YES
Γαλλία	CAC 40	YES	Ινδία	BSE NATIONAL	NO
Γερμανία	DAX 30	YES	Ισραήλ	TA 100	NO

	(XETRA)				
Ελλάδα	GENERAL	YES	Κίνα	SHANGHAI SE COMPOSITE	YES
Ελβετία	SWISS MARKET	YES	Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE	YES
ΗΠΑ	DOW JONES	YES	Μεξικό	IPC (BOLSA)	YES
ΗΠΑ	NASDAQ	YES	Ουγγαρία	BUDAPEST (BUX)	NO
ΗΠΑ	S&P 500	NO	Ρωσία	RTS INTERFAX COMPOSITE	YES
Ιαπωνία	NIKKEI 225	YES	Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE	YES
Ισπανία	IBEX 35	YES	Τουρκία	ISE NATIONAL 100	NO
Ιταλία	MIB 30	NO	Τσεχία	PRAGUE PX 50	NO
Νέα Ζηλανδία	NEW ZEALAND SE 30	YES	Χιλή	CHILE GENERAL (IGPA)	NO
Φιλανδία	HEX 25	NO			
Χονγκ Κονγκ	HANG SENG	YES			

Τα αποτελέσματα για τη σειριακή αυτοσυσχέτιση των μηνιαίων αποδόσεων των δεικτών των αναπτυγμένων και αναπτυσσόμενων αγορών, αλλάζουν δραματικά σε σχέση με τις αντίστοιχες ημερήσιες και εβδομαδιαίες αποδόσεις (πίνακας). Και στις δύο κατηγορίες χωρών αποδεχόμαστε την μηδενική υπόθεση δηλαδή όλες οι αγορές δεν εμφανίζουν σειριακή αυτοσυσχέτιση για συχνότητα ενός μήνα (monthly returns). Ο χρονικός ορίζοντας είναι μέχρι 3 lags (τρεις μήνες).

Πίνακας 10 : Το Q-Statistic για τις μηνιαίες αποδόσεις

Ανεπτυγμένες Χώρες			Αναπτυσσόμενες Χώρες		
Χώρα	Δείκτης	H ₀ : No serial correlation	Χώρα	Δείκτης	H ₀ : No serial correlation

Αγγλία	FTSE 100	YES	Αργεντινή	MERVAL	YES
Αυστραλία	S&P/ASX 50	YES	Βενεζουέλα	VENEZUELA SE GENERAL	YES
Βέλγιο	BEL 20	YES	Βραζιλία	BOVESPA	YES
Γαλλία	CAC 40	YES	Ινδία	BSE NATIONAL	YES
Γερμανία	DAX 30 (XETRA)	YES	Ισραήλ	TA 100	YES
Ελλάδα	GENERAL	YES	Κίνα	SHANGHAI SE COMPOSITE	YES
Ελβετία	SWISS MARKET	YES	Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE	YES
ΗΠΑ	DOW JONES	YES	Μεξικό	IPC (BOLSA)	YES
ΗΠΑ	NASDAQ	YES	Ουγγαρία	BUDAPEST (BUX)	YES
ΗΠΑ	S&P 500	YES	Ρωσία	RTS INTERFAX COMPOSITE	YES
Ιαπωνία	NIKKEI 225	YES	Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE	YES
Ισπανία	IBEX 35	YES	Τουρκία	ISE NATIONAL 100	YES
Ιταλία	MIB 30	YES	Τσεχία	PRAGUE PX 50	YES
Νέα Ζηλανδία	NEW ZEALAND SE 30	YES	Χιλή	CHILE GENERAL (IGPA)	YES
Φιλανδία	HEX 25	YES			
Χονγκ Κονγκ	HANG SENG	YES			

ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

Επιπλέον, η ερευνά μας εφαρμόζει και παραμετρικά τεστ προκειμένου να εξετάσει εάν τα αποτελέσματά μας επιβεβαιώνουν αυτά που βρήκαμε με την εφαρμογή των runs και του Q-Statistic. Ο όρος “παραμετρικό” υπονοεί ότι υποθέτουμε κάποια κατανομή για τον πληθυσμό. Συχνά, όταν πραγματοποιούμε ένα hypothesis test υποθέτουμε ότι τα δεδομένα είναι ένα δείγμα από μια δεδομένη κατανομή κυρίως

την κανονική κατανομή. Το πλεονέκτημα ενός παραμετρικού τεστ είναι ότι εάν οι υποθέσεις μας ισχύουν, η πιθανότητα του να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση H_0 όταν αυτή είναι λανθασμένη (power του test), είναι μεγαλύτερο από το power ενός αντίστοιχου μη παραμετρικού τεστ ίσου δειγματικού μεγέθους (equal sample sizes). Αντιθέτως, ένα μη παραμετρικό τεστ δίνει πιο ισχυρά στατιστικά αποτελέσματα όταν έχουμε παραβίαση των υποθέσεων μας. Έτσι, αν παραβιασθούν οι υποθέσεις μας σε ένα τεστ που βασίζονται σε ένα παραμετρικό μοντέλο, τα συμπεράσματα που βασίζονται στα p -values του παραμετρικού τεστ ίσως είναι περισσότερο παραπλανητικά από αυτά τα οποία στηρίζονται στα p -values ενός μη παραμετρικού τεστ.

Το μοντέλο AR(1-5) – GARCH(1,1)

Παράλληλα με τις παραπάνω στατιστικές μεθόδους (Runs test, Q-Statistic), η μελέτη μας χρησιμοποιεί ένα AR(1-5)–GARCH(1,1) μοντέλο (δηλαδή AR(1)–GARCH(1,1), AR(2)-GARCH(1,1),...,AR(5)-GARCH(1,1)). Έτσι εξετάζουμε αν οι τρέχουσες αποδόσεις των δεικτών εξαρτώνται από τις παρελθούσες αποδόσεις (εξάρτηση 1^{ης} ροπής) και ταυτόχρονα αν έχουμε εξάρτηση στην 2^η ροπή.

Autoregressive models AR(p)

Στην απλή του μορφή το AR μοντέλο είναι μια εξίσωση γραμμικής παλινδρόμησης η οποία συνδέει την τρέχουσα τιμή κάποιας μεταβλητής με προηγούμενες διαφορετικές τιμές της σειράς. Η γενική μορφή των autoregressive models δίνεται από την σχέση :

$$y_t = \alpha + \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + e_t$$

όπου, $\{ e_t \}$ είναι white noise με διακύμανση σ^2 .

First order Autoregressive processes: AR (1)

Το τυπικό AR (1) (autoregressive process 1^{ης} τάξης) μπορεί να εκφραστεί ως εξής :

$$y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + e_t \quad (1)$$

όπου, $e_t \sim Niid(0, \sigma^2)$ (και $\beta < 1$ όταν η σειρά είναι στάσιμη).

Ο μέσος της χρονοσειράς y_t προκύπτει από την (1) :

$$E(y_t) = \alpha + \beta E(y_{t-1}) + E(e_t)$$

Επειδή, $E(y_t) = E(y_{t-1})$ και $E(e_t) = 0$,

$$\mu = \alpha + \beta \mu$$

και έτσι,

$$\mu = \alpha / (1 - \beta)$$

Για την διακύμανση της χρονοσειράς θα έχουμε (ύστερα από πράξεις) :

$$\sigma_y^2 = \sigma^2 / (1 - \beta^2)$$

Έτσι στην ακόλουθη πρώτης τάξης αυτοσυσχετιζόμενη παλίνδρομη εξίσωση των αποδόσεων των μετοχών έχουμε :

$$R(t) = a + b R(t-1) + e(t)$$

Εάν ο εκτιμημένος συντελεστής b είναι συστηματικά διαφορετικός από το μηδέν, τότε οι τρέχουσες αποδόσεις σχετίζονται με τις παρελθούσες. Με άλλα λόγια οι παρελθούσες αποδόσεις μπορούν να προβλέψουν τις τρέχουσες αποδόσεις. Αυτή είναι μια ένδειξη της ασθενούς μη αποτελεσματικότητας της αγοράς. Η μηδενική υπόθεση $H_0 : b = 0$ μπορεί να ελεγχθεί χρησιμοποιώντας ένα t-student test.

ARCH και GARCH μοντέλα

Το σκεπτικό των μοντέλων GARCH βασίζεται στο γεγονός ότι οι αποδόσεις τείνουν να εμφανίζουν “volatility clustering”. Δηλαδή, μεγάλες (μικρές) μεταβολές των τιμών τείνουν να ακολουθούνται από μεγάλες (μικρές) μεταβολές των τιμών (Mandelbrot, 1963). Το volatility clustering υπονοεί ότι οι δεσμευμένες ροπές 2^{15} τάξης των αποδόσεων εμφανίζουν χρονική εξάρτηση και η πιο διαδιδόμενη προσέγγιση μοντελοποίησης της time-varying volatility είναι η οικογένεια των GARCH μοντέλων. Εμπειρικά, ένα κοινό χαρακτηριστικό των μοντέλων GARCH, είναι ότι τείνουν να αποδίδουν μεγάλο βαθμό persistence στη δεσμευμένη μεταβλητότητα (conditional volatility).

Το μοντέλο GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) έχει πολλές εφαρμογές στα χρηματοοικονομικά. Βασίζεται στην υπόθεση ότι το τυχαίο μέρος του μοντέλου εμφανίζει μεταβολές στη διακύμανση. Έτσι μια απρόβλεπτη αύξηση ή πτώση στις αποδόσεις μιας μετοχής στο χρόνο t θα προκαλέσει μια αύξηση στην αναμενόμενη μεταβλητότητα για την περίοδο που έπεται.

Ειδικότερα, εισάγουμε την ανέλιξη (product process) :

$$y_t = X_t - m = s_t e_t, \text{ με } E(e_t) = 0 \text{ και } \text{var}(e_t) = 1$$

όπου η σ_t είναι η δεσμευμένη τυπική απόκλιση της ανέλιξης X_t για την οποία υποθέτουμε το εξής είδος εξάρτησης (η y_t είναι martingale difference) :

$$s_t = f(X_{t-1}, X_{t-2}, \dots)$$

Ένα ARCH (1) process ορίζεται ως εξής :

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 y_{t-1}^2 \quad (a_0, a_1 > 0)$$

Το πιο βασικό και διαδεδομένο μοντέλο είναι το GARCH (1,1) το οποίο ορίζεται ως εξής :

$$\sigma_t^2 = c + a y_{t-1}^2 + b \sigma_{t-1}^2 \quad (1)$$

Καθώς η διακύμανση πρέπει να είναι θετικός αριθμός, περιμένουμε οι συντελεστές a , b , c να είναι πάντα θετικοί, ενώ η στασιμότητα της διακύμανσης πετυχαίνεται εάν οι συντελεστές a και b έχουν άθροισμα μικρότερο της μονάδας (εάν $a + b = 1$, η σειρά δεν είναι στάσιμη και τότε αναφερόμαστε στην περίπτωση του IGARCH)

Η δεσμευμένη διακύμανση όπως ορίζεται από την παραπάνω σχέση αποτελείται από τρία μέρη :

- i. Τον σταθερό όρο, ο οποίος εκφράζεται με τον συντελεστή c .
- ii. Το μέρος της διακύμανσης το οποίο εκφράζεται τον όρο $a y_{t-1}^2$ και αποτελεί τον ARCH όρο.
- iii. Το μέρος το οποίο δίνεται από την προβλεπόμενη μεταβλητότητα της προηγούμενης περιόδου και εκφράζεται με τον όρο, $b \sigma_{t-1}^2$. Αυτός αποτελεί τον GARCH όρο.

Ανάλυση των εμπειρικών αποτελεσμάτων του AR(1-5) – GARCH(1,1) μοντέλου

Ημερήσιες αποδόσεις

Τα συνοπτικά αποτελέσματα (με βάση τη μηδενική υπόθεση) παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα. Για τις αποδόσεις κάθε δείκτη χρησιμοποιούμε πέντε μοντέλα (AR(1)-GARCH(1,1), AR(2)-GARCH(1,1), ..., AR(5)-GARCH(1,1)) για να ελέγξουμε την μηδενική υπόθεση και επιλέγουμε με βάση το Schwarz criterion (επιλέγει το κατάλληλο lag) ένα από αυτά για τις εκτιμήσεις μας (Αναλυτικότεροι πίνακες δίνονται στο παράρτημα).

Πίνακας 11 : Το AR(1-5) – GARCH(1,1) για τις ημερήσιες αποδόσεις

<i>Ανεπτυγμένες Χώρες</i>				<i>Αναπτυσσόμενες Χώρες</i>			
Χώρα	Δείκτης	H₀: Independence		Χώρα	Δείκτης	H₀: Independence	
		AR(1)	GARCH(1,1)			AR(1)	GARCH(1,1)
Αγγλία	FTSE 100	YES	NO	Αργεντινή	MERVAL	NO	NO
Αυστραλία	S&P/ASX 50	YES	NO	Βενεζουέλα	VENEZUELA SE GENERAL	NO	NO
Βέλγιο	BEL 20	NO	NO	Βραζιλία	BOVESPA	NO	NO
Γαλλία	CAC 40	YES	NO	Ινδία	BSE NATIONAL	NO	NO
Γερμανία	DAX 30 (XETRA)	YES	NO	Ισραήλ	TA 100	NO	NO
Ελλάδα	GENERAL	NO	NO	Κίνα	SHANGHAI SE COMPOSITE	YES	NO
Ελβετία	SWISS MARKET	YES	NO	Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE	NO	NO
ΗΠΑ	DOW JONES	YES	NO	Μεξικό	IPC (BOLSA)	NO	NO
ΗΠΑ	NASDAQ	YES	NO	Ουγγαρία	BUDAPEST (BUX)	NO	NO
ΗΠΑ	S&P 500	YES	NO	Ρωσία	RTS INTERFAX COMPOSITE	NO	NO
Ιαπωνία	NIKKEI 225	YES	NO	Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE	YES	NO
Ισπανία	IBEX 35	YES	NO	Τουρκία	ISE NATIONAL 100	YES	NO
Ιταλία	MIB 30	YES	NO	Τσεχία	PRAGUE PX 50	NO	NO
Νέα Ζηλανδία	NEW ZEALAND SE 30	NO	NO	Χιλή	CHILE GENERAL (IGPA)	NO	NO
Φιλανδία	HEX 25	YES	NO				
Χονγκ Κονγκ	HANG SENG	YES	NO				

Έτσι παρατηρούμε ότι η πλειοψηφία των αναπτυγμένων αγορών δέχονται την μηδενική υπόθεση ανεξαρτησίας (και επομένως αποτελεσματικότητας) με βάση το AR(1) μοντέλο, ενώ με βάση το μοντέλο GARCH (1,1) υπάρχει εξάρτηση στην 2^η ροπή. Η μελέτη επικεντρώνεται στο AR μοντέλο ώστε τα αποτελέσματα να είναι

συγκρίσιμα με αυτά του Runs test και του Q-Statistic (είδαμε ότι το Runs test δεν ανιχνεύει εξάρτηση σε υψηλές ροπές – έχει χαμηλό power).

Πιο συγκεκριμένα, το Βέλγιο, η Ελλάδα και η Νέα Ζηλανδία εμφανίζουν στατιστικά σημαντικούς αυτοπαλίνδρομους συντελεστές (auto-regression coefficients) με τις δύο τελευταίους να είναι πάνω από 10% (0,14 και 0,17 αντίστοιχα). Αντίθετα οι περισσότερες αναπτυσσόμενες αγορές εμφανίζονται ως αναποτελεσματικές (η μηδενική υπόθεση ότι οι αποδόσεις είναι ανεξάρτητες απορρίπτεται). Μάλιστα 8 από τις 14 αναπτυσσόμενες αγορές έχουν auto-regression coefficients AR_1 μεγαλύτερους από 10% (Βενεζουέλα (0,238), Ινδία (0,145), Ισραήλ (0,10), Μαλαισία (0,145), Μεξικό (0,152), Ουγγαρία (0,139), Τσεχία (0,185), Χιλή (0,319)). Οι έξι από αυτές (Βενεζουέλα, Ινδία, Μαλαισία, Μεξικό, Τσεχία, Χιλή) εμφάνιζαν υψηλό συντελεστή και στο Q-Statistic. Η Χιλή παρουσιάζει το μεγαλύτερο συντελεστή κάτι που είχαμε παρατηρήσει και με το Q-Statistic.

Εβδομαδιαίες και μηνιαίες αποδόσεις

Με βάση τις εβδομαδιαίες αποδόσεις, οι περισσότερες αναπτυγμένες αγορές αλλά και οι αναπτυσσόμενες εμφανίζονται αποτελεσματικές (πίνακας). Από τις αγορές που δείχνουν να είναι αναποτελεσματικές τους υψηλότερους συντελεστές εμφανίζουν οι Ινδία (0,109), Κίνα (0,128- AR_1 , 0,144- AR_3), Τσεχία (0,136), Χιλή (0,2100) και ο δείκτης S&P 500(-0,119).

Πίνακας 12 : Το AR(1-5) – GARCH(1,1) για τις εβδομαδιαίες αποδόσεις

<i>Ανεπτυγμένες Χώρες</i>				<i>Αναπτυσσόμενες Χώρες</i>			
Χώρα	Δείκτης	H ₀ : Independence		Χώρα	Δείκτης	H ₀ : Independence	
		AR(1)	GARCH(1,1)			AR(1)	GARCH(1,1)
Αγγλία	FTSE 100	YES	NO	Αργεντινή	MERVAL	YES	NO
Αυστραλία	S&P/ASX 50	YES	NO	Βενεζουέλα	VENEZUELA SE GENERAL	NO	NO
Βέλγιο	BEL 20	YES	NO	Βραζιλία	BOVESPA	YES	NO
Γαλλία	CAC 40	YES	NO	Ινδία	BSE NATIONAL	NO	NO
Γερμανία	DAX 30 (XETRA)	YES	NO	Ισραήλ	TA 100	YES	YES
Ελλάδα	GENERAL	YES	NO	Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE	YES	NO
Ελβετία	SWISS MARKET	YES	NO	Μεξικό	IPC (BOLSA)	YES	NO
ΗΠΑ	NASDAQ	YES	NO	Ρωσία	RTS	YES	NO

					INTERFAX COMPOSITE		
ΗΠΑ	S&P 500	NO	NO	Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE	YES	NO
Ιαπωνία	NIKKEI 225	YES	YES	Τουρκία	ISE NATIONAL 100	YES	NO
Ισπανία	IBEX 35	YES	NO	Τσεχία	PRAGUE PX 50	NO	NO
Ιταλία	MIB 30	YES	NO	Χιλή	CHILE GENERAL (IGPA)	NO	NO
Νέα Ζηλανδία	NEW ZEALAND SE 30	YES	NO	Ουγγαρία	BUDAPEST (BUX)	AR(2)	GARCH(1,1)
Φιλανδία	HEX 25	YES	NO			NO	NO
Χονγκ Κονγκ	HANG SENG	YES	NO	Κίνα	SHANGHAI SE COMPOSITE	AR(3)	GARCH(1,1)
ΗΠΑ	DOW JONES	AR(3)	GARCH(1,1)			NO	NO
		NO	NO				

Τέλος, όσον αφορά τις μηνιαίες αποδόσεις και οι δύο κατηγορίες χωρών εμφανίζονται αποτελεσματικές καθώς δέχονται την μηδενική υπόθεση της ανεξαρτησίας.

Πίνακας 13 : Το AR(1-5) – GARCH(1,1) για τις μηνιαίες αποδόσεις

<i>Ανεπτυγμένες Χώρες</i>				<i>Αναπτυσσόμενες Χώρες</i>			
Χώρα	Δείκτης	H ₀ : Independence		Χώρα	Δείκτης	H ₀ : Independence	
		AR(1)	GARCH(1,1)			AR(1)	GARCH(1,1)
Αγγλία	FTSE 100	YES	NO	Βενεζουέλα	VENEZUELA SE GENERAL	YES	NO
Αυστραλία	S&P/ASX 50	YES	NO	Βραζιλία	BOVESPA	YES	YES
Βέλγιο	BEL 20	YES	NO	Ινδία	BSE NATIONAL	YES	NO
Γαλλία	CAC 40	YES	NO	Κίνα	SHANGHAI SE COMPOSITE	YES	NO

Ελλάδα	GENERAL	YES	NO	Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE	YES	NO
Ελβετία	SWISS MARKET	YES	YES	Ουγγαρία	BUDAPEST (BUX)	YES	NO
ΗΠΑ	DOW JONES	YES	NO	Ρωσία	RTS INTERFAX COMPOSITE	YES	NO
ΗΠΑ	NASDAQ	YES	NO	Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE	YES	NO
ΗΠΑ	S&P 500	YES	NO	Τουρκία	ISE NATIONAL 100	YES	NO
Ιαπωνία	NIKKEI 225	YES	NO	Τσεχία	PRAGUE PX 50	YES	NO
Ισπανία	IBEX 35	YES	NO	Χιλή	CHILE GENERAL (IGPA)	YES	YES
Ιταλία	MIB 30	YES	NO	Αργεντινή	MERVAL	AR(3)	GARCH(1,1)
Φιλανδία	HEX 25	YES	NO			YES	NO
Χονγκ Κονγκ	HANG SENG	YES	NO	Ισραήλ	TA 100	YES	NO
Γερμανία	DAX 30 (XETRA)	AR(3)	GARCH(1,1)	Μεξικό	IPC (BOLSA)	YES	NO
		YES	NO				
Νέα Ζηλανδία	NEW ZEALAND SE 30	YES	NO				

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η συγκεκριμένη μελέτη έλεγξε την υπόθεση του τυχαίου περιπάτου για να καθορίσει την ισχύ της ασθενούς μορφής αποτελεσματικότητας 30 χρηματαγορών. Το Runs test, το Q-Statistic και το AR-GARCH(1,1) εφαρμόστηκαν σε δεδομένα ημερησίων, εβδομαδιαίων και μηνιαίων αποδόσεων. Τα αποτελέσματα τα οποία αναλύθηκαν λεπτομερειακά στις επιμέρους ενότητες παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στους δύο παρακάτω πίνακες. Ο πρώτος πίνακας αναφέρεται στα αποτελέσματα των αναπτυγμένων χωρών και δεύτερος στα αποτελέσματα των αναπτυσσόμενων.

Πίνακας 14 : Συνοπτικά αποτελέσματα του Runs test, του Q-Statistic και του AR-GARCH(1,1) μοντέλου για τις αναπτυγμένες χώρες

Αναπτυγμένες Χώρες										
		H ₀ : Randomness								
Χώρα	Δείκτης	Runs test			Q-Statistic			AR(1-5) – GARCH(1,1)		
		daily	weekly	monthly	daily	weekly	monthly	daily	weekly	monthly
Αγγλία	FTSE 100	YES	NO	YES	NO	YES	YES	YES	YES	YES
Αυστραλία	S&P/ASX 50	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES
Βέλγιο	BEL 20	NO	YES	YES	NO	YES	YES	NO	YES	YES
Γαλλία	CAC 40	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES
Γερμανία	DAX 30 (XETRA)	YES	NO	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES
Ελλάδα	GENERAL	NO	YES	YES	NO	YES	YES	NO	YES	YES
Ελβετία	SWISS MARKET	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES
ΗΠΑ	DOW JONES	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES	NO	YES
ΗΠΑ	NASDAQ	NO	NO	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES
ΗΠΑ	S&P 500	YES	YES	YES	YES	NO	YES	YES	NO	YES
Ιαπωνία	NIKKEI 225	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES	YES
Ισπανία	IBEX 35	YES	YES	YES	NO	YES	YES	YES	YES	YES
Ιταλία	MIB 30	YES	YES	YES	YES	NO	YES	YES	YES	YES
Νέα Ζηλανδία	NEW ZEALAND SE 30	YES	YES	YES	NO	YES	YES	NO	YES	YES
Φιλανδία	HEX 25	NO	YES	NO	YES	NO	YES	YES	YES	YES
Χονγκ Κονγκ	HANG SENG	YES	YES	YES	NO	YES	YES	YES	YES	YES

Πίνακας 15 : Συνοπτικά αποτελέσματα του Runs test, του Q-Statistic και του AR-GARCH(1,1) μοντέλου για τις αναπτυσσόμενες χώρες

Αναπτυσσόμενες Χώρες										
		H ₀ : Randomness								
Χώρα	Δείκτης	Runs test			Q-Statistic			AR(1-5) – GARCH(1,1)		
		daily	weekly	monthly	daily	weekly	monthly	daily	weekly	monthly
Αργεντινή	MERVAL	NO	YES	YES	NO	NO	YES	NO	YES	YES
Βενεζουέλα	VENEZUELA SE GENERAL	NO	NO	NO	NO	NO	YES	NO	NO	YES

Βραζιλία	BOVESPA	NO	YES	YES	NO	YES	YES	NO	YES	YES
Ινδία	BSE NATIONAL	NO	YES	YES	NO	NO	YES	NO	NO	YES
Ισραήλ	TA 100	NO	YES	YES	NO	NO	YES	NO	YES	YES
Κίνα	SHANGHAI SE COMPOSITE	NO	NO	YES	YES	YES	YES	YES	NO	YES
Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE	NO	YES	YES	NO	YES	YES	NO	YES	YES
Μεξικό	IPC (BOLSA)	NO	YES	YES	NO	YES	YES	NO	YES	YES
Ουγγαρία	BUDAPEST (BUX)	NO	YES	YES	NO	NO	YES	NO	NO	YES
Ρωσία	RTS INTERFAX COMPOSITE	NO	NO	NO	NO	YES	YES	NO	YES	YES
Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE	NO	YES	YES	NO	YES	YES	YES	YES	YES
Τουρκία	ISE NATIONAL 100	YES	YES	YES	NO	NO	YES	YES	YES	YES
Τσεχία	PRAGUE PX 50	NO	NO	YES	NO	NO	YES	NO	NO	YES
Χιλή	CHILE GENERAL (IGPA)	NO	NO	YES	NO	NO	YES	NO	NO	YES

Παρατηρώντας και τους δύο πίνακες καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι τα τρία tests (Runs test, Q-Statistic, AR model) δεν είναι απόλυτα ταυτόσημα ως προς την απόρριψη ή αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης (randomness). Η συμπεριφορά των ημερήσιων, εβδομαδιαίων και μηνιαίων αποδόσεων των δεικτών διαφοροποιείται χαρακτηριστικά. Η παρούσα σχολαστική ανάλυση αποφεύγει μια διαστρεβλωμένη εικόνα που μπορεί να ληφθεί με τη χρήση ενός μόνο τεστ και ενός μόνο τύπου αποδόσεων. Επίσης θέτει θέμα προς συζήτηση για το πώς οι ερευνητές χρησιμοποιούν τα διάφορα tests για να ελέγξουν την αποτελεσματικότητα της αγοράς. Για παράδειγμα ο Peirson (1995) αναφέρει ότι οι ερευνητές θα πρέπει να επικεντρώνονται στις ημερήσιες αποδόσεις, γιατί είναι δύσκολο να απορρίψει κανείς την υπόθεση του τυχαίου περιπάτου με δεδομένα εβδομαδιαίας και μηνιαίας συχνότητας σε πολλές χρηματαγορές όλου του κόσμου. Η άποψη αυτή ενισχύεται και από την δική μας μελέτη.

Συνοπτικά, θα μπορούσαμε να πούμε ότι με την παρούσα μελέτη επιβεβαιώνεται η άποψη περί αποτελεσματικότητας των αναπτυγμένων αγορών και αναποτελεσματικότητας των αναπτυσσόμενων αγορών, με βάση τις ημερήσιες

αποδόσεις των δεικτών. Παράλληλα, διαπιστώνουμε ότι με τη χρήση εβδομαδιαίων και μηνιαίων αποδόσεων οι αγορές (αναπτυγμένες και αναπτυσσόμενες) παρουσιάζουν την τάση να εμφανίζονται αποτελεσματικές.

Παρόλα αυτά, θα πρέπει να είμαστε ιδιαίτερα προσεχτικοί κατά την ερμηνεία των αποτελεσμάτων μας. Συγκεκριμένα, η παρουσία αυτοσυσχέτισης στις σειρές μας παραβιάζει την υπόθεση του μοντέλου του τυχαίου περιπάτου αλλά δεν σημαίνει απαραίτητα και την ύπαρξη αναποτελεσματικότητας². Η αυτοσυσχέτιση δεν σημαίνει απαραίτητα ότι οι τιμές είναι προβλέψιμες. Έτσι, μπορεί να οφείλεται στην παρουσία επενδυτών των οποίων η απαίτηση για μετοχές καθορίζεται από άλλους παράγοντες εκτός της αναμενόμενης απόδοσης τους (noise traders). Επιπλέον, ο χαμηλός βαθμός αποτελεσματικότητας ιδιαίτερα στις αναπτυσσόμενες χώρες μπορεί να οφείλεται σε κάποια κοινά χαρακτηριστικά όπως χαμηλή εμπορευσιμότητα και ασυνέχεια στις συναλλαγές, σε έλλειψη ρευστότητας, σε καθυστέρηση των συναλλαγών, σε έλλειψη ενός αδιάβλητου θεσμικού πλαισίου κλπ.

Σε κάθε περίπτωση όμως η μελέτη της συμπεριφοράς των αποδόσεων αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο για την έρευνα της συμπεριφοράς των χρηματαγορών για τους επενδυτές οι οποίοι προσπαθούν υπερνικήσουν την αγορά (beat the market), για τους νομοθέτες που επιθυμούν τη θέσπιση σωστών κανόνων συναλλαγών, αλλά και για τους ερευνητές οι οποίοι εξετάζουν αν τα διάφορα μοντέλα τα οποία βασίζονται στο παρελθόν προβλέπουν χωρίς μεγάλες αποκλίσεις μελλοντικές συμπεριφορές.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

² Εάν ισχύει η υπόθεση του τυχαίου περιπάτου, η υπόθεση ασθενής μορφής αποτελεσματικότητας της αγοράς πρέπει να ισχύει αλλά όχι το αντίθετο. Έτσι αποδείξεις που ενισχύουν το μοντέλο του τυχαίου περιπάτου αποδεικνύουν την αποτελεσματικότητα. Αλλά παραβίαση του random walk model δεν αποδεικνύει την ασθενή μορφή αναποτελεσματικότητας (Ko and Lee 1991, p.224).

- ▶ Bachelier, L. (1900). “ *Theory of speculation*”. Translation by Boness. In Cootner, P.H. (ed.)(1964), “*The random character of stock market prices*”. The MIT Press, 17-78, and also in Haberman & Sibbett (1995).
- ▶ Balakrishnan N., Koutras. Markos V, “*Runs and Scans with Applications*” December 2001.
- ▶ Branes, P. (1986), “ *Thin trading and stock market efficiency: A case of Kuala Lumpur Stock Exchange* ”, Journal of Business Finance and Accounting, vol13(4), winter, pp. 609-617.
- ▶ Brown, R: “*A brief account of microscopical observations made in the months of June, July, and August, 1827, on the particles contained in the pollen of plants; and on the general existence of active molecules in organic and inorganic bodies*”. Philosophical Magazine 4:161-173 (1828) 2nd series.
- ▶ Chan, K.C, Gup, B.E., and Pan M.S., “ *An empirical analysis of stock prices in major Asian Markets and United States* ”, The Financial Review, vol. 27, no-2, May 1992, pp. 289-307.
- ▶ Cheung, Y.L , Wong, K.A., and Ho, Y.K., (1993), “ *The pricing of risky assets in two emerging financial markets- Korea and Taiwan* ”, Applied Financial economics 3, issue 4, December, pp. 315-324.
- ▶ Claessens, S. Dasgupta, S., and Glen, J., “ *Return behaviour in emerging stock market* ”, The World Bank Economic Review, vol. 9, no.1, pp. 134-151.
- ▶ Cootner, P. (1962). “ *Stock Prices: Random vs. Systematic Changes* ”. Industrial Management Review, vol. 3, spring, pp.24-25.
- ▶ Cootner, P. (1964). “ *The random character of stock market prices*”. MIT Press, U.S.A.
- ▶ Copeland T. & Antikarov V. “*Real Options: A Practitioner’s Guide*”. Texere (New York - London).
- ▶ Cowles, A. III (1933).“*Can stock market forecasters forecast?*” Econometrica, 1, 309-342.
- ▶ Cristoffersen, P. F. and Diebold, F.X., (2002) “ *Financial asset returns, market timing, and volatility dynamics* ”, manuscript, McGill University and University of Pennsylvania.
- ▶ Dickinson and Muragu, (1994), “ *Market efficiency in developing countries: A case study of the Nairobi Stock Exchange* ”, Journal of Business Finance and Accounting, vol. 21(1), January, pp. 133-150.
- ▶ Donsker, M.D.:“*An invariance principle for certain probability limit theorems*”, Mem. Amer. Math. Soc. 6, Math. Review, 12, 723a.
- ▶ Einstein, A., “ *Investigations on the Theory of Brownian Movement*”; Dover: New York, 1956.
- ▶ Fama, E.F. (1965), “*The Behavior of Stock Markets*”, Journal of Business, 38, 34–105.
- ▶ Fama, E.F.(1970). “*Efficient capital markets: a review of theory and empirical work*”. Journal of Finance, 25, 383-417.
- ▶ Fama, E.F.: “*Foundations of finance*” NY Basic Books, 1976(a).
- ▶ Fama, E.F.: “*Efficient Capital Markets: Reply*”. Journal of Finance, Oct. 1976(b), 3(4), pp.143-145.

- ▶ Fama, E.F., French. K. A, (1988), “ *Permanent and temporary components of stock market prices* ”. Journal of Political Economy, vol. 96, pp. 246-273.
- ▶ Grossman S.: “ *Further results on the informational efficiency of competitive stock markets.*” J. Econ. Theory, June 1978, 18(1) pp. 81-101.
- ▶ Grossman S. and Stirlitz J.E.: “ *Information and Competitive Price Systems*”. Amer. Econ. Rev., May 1976, 66(2) pp. 246-53.
- ▶ Hamilton, J.D, “ *Times Series Analysis*”, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- ▶ Hudson. R, Demsey. M, and Keasey. K, “ *A note on the weak-form efficiency of capital markets: The application of simple technical trading rules to UK stock prices-1935 to 1994*”, Journal of Banking and Finance, vol. 20, pp. 1121-1132.
- ▶ Jordan J. “ *On the Efficient Market Hypothesis*”. Econometrica, Sept. 1983, 51(5), pp 1325-44.
- ▶ Kanheman, Slovic and Tversky, *Judgement under uncertainty. Heuristic and biases*”. Cambridge U Press, 1982.
- ▶ Kendall, M. (1953). “ *The analysis of economic time series ö Part I: Prices*”. Journal of the Royal Statistical Society, 96, Part I, 11-25.
- ▶ Lakonishok, J. and Smidt, S. (1988), “ *Are seasonal anomalies real? A ninety year perspective* ”, Review of Financial Studies, pp. 402-425.
- ▶ LeRoy, S., (1973), “ *Risk Aversion and the Martingale Property of Stock Returns,*” International Economic Review, 14, 436–446.
- ▶ LeRoy, S., (1976), “ *Efficient Capital Markets: Comment,*” Journal of Finance, 3(1), pp. 139-41.
- ▶ LeRoy, S., (1989), “ *Efficient Capital Markets and Martingales* ”, Journal of Economic Literature, Vol. XXVII.
- ▶ Lo, Andrew W. and MacKinley A. Craic. “ *Stock Market Prices do not follow Random Walks. Evidence from a Simple Specification Test*”. Rev. Fin. Studies, Spring 1988 1(1), pp. 41-66.
- ▶ Mandelbrot, B.B. (1963). “ *The variation of certain speculative prices*”. The Journal of Business, 36, 394-419.
- ▶ Mandelbrot, B.B. (1966), “ *Forecasts of Future Prices, Unbiased Markets and Martingale Models,*” Journal of Business, 39(1), pp. 242-55
- ▶ Mandelbrot, B.B. (1969), “ *When can price be arbitrated efficiently? A limit to the validity of the random walk and martingale models*”. The Review of Economics and Statistics, pp.225-235.
- ▶ Markowitz, H. (1952). “ *Portfolio selection*”. Journal of Finance, 7, 77-91.
- ▶ Markowitz, H. (1959). “ *Portfolio selection: efficient diversification of investments*”. New York. Wiley & Sons.
- ▶ Muth, J (1961) “ *Rational Expectations and the Theory of Price Movements*” Econometrica, Vol. 29, No3, pp. 315-335.
- ▶ Nicolaas, G. (1997) “ *Share market efficiency: Tests using daily data for Australia and New Zealand* ”, Applied Financial Economics, vol. 7, pp.645-657.
- ▶ Nourredine, K. (1998), “ *Behaviour of stock prices in the Saudi Arabian Financial Market: Empirical Research Findings* ”, Journal of Financial Management & Analysis vol. 11(1), Jan-Jun, pp. 48-55.

- ▶ Ojah, K and Karemera, (1999) “ *Random Walks and Market Efficiency Tests of Latin American Emerging Equity Markets: A Revisit* ”, The Financial Review, vol. 34, pp. 57-72.
- ▶ Osborne, M.F.M.: “ *Brownian motion in the stock market*”. Operations Research 7: 145-173 (1959). Reprinted in: Cootner, P. (ed.): “*The random character of stock market prices*” The MIT Press 1964, pp. 100-128. A reply to letter of A. G. Laurent, titled Comments on “*Brownian motion in the stock market*” appears in the same volume, pp. 807-811.
- ▶ Pearson, K.: “*The problem of the random walk*”. Nature (July 27, 1905), Vol. LXXII, p. 294.
- ▶ Poshakwale, S., (1996), “ *Evidence on the weak-form efficiency and the day of the week effect in the Indian Stock Market* ” Finance India, vol. 10(3), September, pp. 605-616.
- ▶ Poterba, M.J. and Summers H.L. (1988) “ *Mean Reversion of Stock Prices* ”. Journal of Financial Economics vol. 22 pp.27-59.
- ▶ Rayleigh, J.W.S.: “*On the resultant of a large number of vibrations of the same pitch and of arbitrary phases*”. Philosophical Magazine 10(5): 73-78 (1880)
- ▶ Rayleigh, J.W.S.: “*The problem of the random walk*”. Nature (August 3, 1905), Vol. LXXII, p. 318.
- ▶ Roberts, H. V.: “*Stock Market Patterns and Financial Analysis: Methodological Suggestions*”. (1959) in Cootner 1964, pp. 7-16.
- ▶ Roux and Gilbertson , (1978), “ *The behavior of share prices on the Johannesburg Stock Exchange* ”, Journal of Business Finance and Accounting, vol. 5(2), pp. 223-232.
- ▶ Samuelson, Paul A. (1965) . “*Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly.*” *Industrial Management Review*, **6**, 41–49.
- ▶ Sharma, J.L., and Kennedy, Robert, E., (1977), “ *A comparative analysis of stock price behavior on the Bombay, London and New York Exchanges* ”, Journal of Financial and Quantitative Analysis, September, pp. 391-413.
- ▶ Siegel, Sidney, (1956), “ *Non-parametric Statistics for Behavioral Sciences* ”, New York McGraw-Hill Company.
- ▶ Smith Adam. “*The money game*”. Random House (1968).
- ▶ Strong, N. (1992), “ *Modeling abnormal returns: A review article* ”, Journal of Business Finance and Accounting vol.19 (4), June 533-553.
- ▶ Taqqu, M. (2001). “*Bachelier and his times: a conversation with Bernard Bru*”. Finance and Stochastics, 5(1), 3-32. Also, a slightly expanded version with the same title in Mathematical Finance - Bachelier Congress 2000. Geman, H., Madan, D., Pliska, S.R. &Vorst, T. (Eds.), Springer (2001).
- ▶ Thaller R. “*Anomalies. The January Effect*”. J. Econ. Perspectives, Summer 1987a 1(1), pp. 197-201.
- ▶ Thaller R.: “*Anomalies: Seasonal Movements in Security Prices II, Weekend, Holiday, Turn Of The Month, and Intraday Effects*”. J.Econ. Perspectives, Fall 1987b1(2), pp. 169-78.
- ▶ Wald, A. and Wolfowitz, J., (1940), “ *On a test whether two samples are from the same population* ”, Annals of Mathematical Statistics, 11, 2, 147-162.

- ▶ Wiener N.: “*Differential Space*,” Journal of Mathematics and Physics, 58:131-174 (1923).
- ▶ Working, H. (1934). “*A random-difference series for use in the analysis of time series*”. Journal of the American Statistical Association, 29, 11-24

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ ΑΝΑΠΤΥΓΜΕΝΩΝ ΑΓΟΡΩΝ

(ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ RUNS TEST / Q-STATISTIC / AR – GARCH(1,1))

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Αγγλία	FTSE 100	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1046	1172	1018	1090,585	23,27764
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,91537	0,027723		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.012	0.012	0.3302	0.566
2	-0.052	-0.052	63.105	0.043
3	-0.089	-0.088	23.875	0.000
4	0.017	0.016	24.510	0.000
5	-0.052	-0.062	30.366	0.000
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.028260	0.2119		
ARCH (1)	0.077561	0.0000		
GARCH(1)	0.916403	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Αυστραλία	S&P/ASX 50	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1061	1162	1028	1091,900513	23,30575079
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,325875044	0,092440613		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.005	-0.005	0.0641	0.800
2	-0.026	-0.026	15.685	0.456
3	0.022	0.022	26.287	0.452
4	-0.049	-0.050	80.062	0.091
5	-0.022	-0.022	91.128	0.105
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.012633	0.5774		
ARCH (1)	0.086638	0.0000		
GARCH(1)	0.824441	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Βέλγιο	BEL 20	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
968	1193	997	1087,229	23,20591
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-5,137883	1,39176E-07		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.157	0.157	54.070	0.000
2	0.011	-0.014	54.354	0.000
3	-0.075	-0.077	66.771	0.000
4	-0.021	0.003	67.781	0.000
5	-0.067	-0.065	77.711	0.000
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.145329	0.0000		
ARCH (1)	0.126564	0.0000		
GARCH(1)	0.869286	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Γαλλία	CAC 40	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1056	1162	1028	1091,901	23,30575
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,54041	0,06173		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.019	0.019	0.8182	0.366
2	-0.024	-0.024	20.716	0.355
3	-0.062	-0.061	10.533	0.115
4	-0.003	-0.001	10.549	0.132
5	-0.047	-0.050	15.397	0.099
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.017289	0.4436		
ARCH (1)	0.063018	0.0000		
GARCH(1)	0.928783	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Γερμανία	DAX 30 (XETRA)	daily	2190	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1093	1189	1001	1087,931	23,2209
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
0,218314	0,586408		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.014	-0.014	0.4250	0.514
2	-0.022	-0.022	14.894	0.475
3	-0.028	-0.029	31.953	0.362
4	0.028	0.027	49.539	0.292
5	-0.027	-0.028	65.569	0.256
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.016258	0.5054		
ARCH (1)	0.075249	0.0000		
GARCH(1)	0.922180	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ελλάδα	Γενικός	daily	2190	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
908	1149	1041	1093,337	23,33645
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-7,941954	9,99201E-16		reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.162	0.162	57.355	0.000
2	0.000	-0.027	57.355	0.000
3	-0.003	0.001	57.375	0.000
4	-0.010	-0.010	57.579	0.000
5	0.018	0.022	58.330	0.000
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.172866	0.0000		
ARCH (1)	0.151530	0.0000		
GARCH(1)	0.828771	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ελβετία	SWISS MARKET	daily	2190	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1055	1190	1000	1087,758	23,21721
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,41093	0,079132		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.038	0.038	32.069	0.073
2	0.012	0.011	35.274	0.171
3	-0.034	-0.035	60.033	0.111
4	0.020	0.022	68.558	0.144
5	-0.069	-0.070	17.261	0.104
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.017944	0.4466		
ARCH (1)	0.112141	0.0000		
GARCH(1)	0.870085	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
ΗΠΑ	Dow Jones	daily	2190	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1091	1183	1007	1088,928	23,24222
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
0,089154	0,53552		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.003	-0.003	0.0162	0.899
2	-0.031	-0.031	21.467	0.342
3	-0.025	-0.025	35.505	0.314
4	0.001	0.000	35.538	0.470
5	-0.014	-0.016	40.143	0.547
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.024832	0.2853		
ARCH (1)	0.080912	0.0000		
GARCH(1)	0.913524	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
ΗΠΑ	Nasdaq	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1023	1230	960	1079,356	23,03763
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-2,44627	0,007217		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.004	0.004	0.0279	0.867
2	-0.026	-0.026	15.296	0.465
3	-0.015	-0.015	20.228	0.568
4	-0.003	-0.004	20.465	0.727
5	-0.023	-0.024	32.081	0.668
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.020692	0.3883		
ARCH (1)	0.093025	0.0000		
GARCH(1)	0.907492	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
ΗΠΑ	S&P 500	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1089	1178	1012	1089,709	23,2589
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,03047	0,487847		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.010	-0.010	0.2065	0.650
2	-0.023	-0.023	13.837	0.501
3	-0.040	-0.040	48.625	0.182
4	-0.011	-0.012	51.079	0.276
5	-0.025	-0.028	65.193	0.259
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.021159	0.3714		
ARCH (1)	0.069743	0.0000		
GARCH(1)	0.927942	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ιαπωνία	NIKKEI 225	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1125	1127	1063	1095,065	23,37338
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
1,280738	0,899857		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.054	-0.054	64.824	0.111
2	-0.030	-0.033	84.227	0.115
3	-0.003	-0.006	84.380	0.088
4	-0.012	-0.013	87.484	0.068
5	-0.006	-0.008	88.292	0.116
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.034840	0.1503		
ARCH (1)	0.071121	0.0000		
GARCH(1)	0.887262	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ισπανία	IBEX 35	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1043	1214	976	1083,068	23,11696
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,73326	0,041525		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.037	0.037	30.009	0.083
2	-0.040	-0.041	64.992	0.039
3	-0.047	-0.044	11.304	0.010
4	0.010	0.012	11.539	0.021
5	-0.011	-0.015	11.790	0.038
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.057059	0.1152		
ARCH (1)	0.080082	0.0000		
GARCH(1)	0.908580	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ιταλία	MIB 30	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1086	1132	1058	1094,75	23,36665
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,37445	0,354033		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.006	-0.006	0.0848	0.771
2	0.011	0.011	0.3640	0.834
3	-0.024	-0.024	16.194	0.655
4	0.067	0.067	11.557	0.121
5	-0.045	-0.044	15.988	0.070
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.002169	0.9267		
ARCH (1)	0.110192	0.0000		
GARCH(1)	0.852593	0.0000		
Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Νέα Ζηλανδία	SE 30	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1059	1159	1031	1092,259	23,31342
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,42662	0,076845		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.042	-0.042	38.688	0.049
2	0.034	0.032	63.945	0.041
3	-0.038	-0.036	95.900	0.022
4	-0.003	-0.008	96.167	0.047
5	-0.025	-0.023	10.954	0.052
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.063173	0.0079		
ARCH (1)	0.166591	0.0000		
GARCH(1)	0.768659	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Φιλανδία	HEX 25	daily	2190	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1006	1205	985	1084,95	23,15719
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-3,4093	0,000326		reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.033	0.033	23.624	0.124
2	-0.007	-0.009	24.848	0.289
3	0.001	0.001	24.861	0.478
4	0.009	0.008	26.448	0.619
5	0.006	0.006	27.331	0.741
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.050631	0.161		
ARCH (1)	0.094775	0.0000		
GARCH(1)	0.890001	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Hong Kong	HANG SENG	daily	2190	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1063	1152	1038	1093,033	23,32996
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,28731	0,098994		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.011	0.011	0.2865	0.592
2	-0.038	-0.038	34.385	0.179
3	0.095	0.096	23.043	0.000
4	-0.032	-0.037	25.344	0.000
5	-0.037	-0.029	28.322	0.000
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.059706	0.121		
ARCH (1)	0.079937	0.0000		
GARCH(1)	0.911271	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Αγγλία	FTSE 100	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
241	232	206	219,2283	10,41533
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
2,09035	0,981707		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.032	-0.032	0.4655	0.495
2	0.012	0.011	0.5281	0.768
3	-0.043	-0.043	13.559	0.716
4	-0.050	-0.053	24.670	0.651
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.090027	0.0710		
ARCH (1)	0.120796	0.0002		
GARCH(1)	0.853967	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Αυστραλία	S&P/ASX 50	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
214	233	205	219,105	10,40943
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,49042	0,311917		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.030	-0.030	0.4080	0.523
2	-0.026	-0.027	0.7027	0.704
3	0.046	0.044	16.308	0.652
4	-0.060	-0.058	32.380	0.519
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.036274	0.4929		
ARCH (1)	0.077233	0.1017		
GARCH(1)	0.751148	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Βέλγιο	BEL 20	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
216	238	200	218,3516	10,37339
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,22669	0,410331		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.013	-0.013	0.0794	0.778
2	-0.051	-0.052	12.486	0.536
3	0.001	-0.001	12.487	0.741
4	0.021	0.018	14.440	0.837
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.040132	0.4948		
ARCH (1)	0.237776	0.0000		
GARCH(1)	0.654849	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Γαλλία	CAC 40	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
232	229	209	219,5434	10,4304
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
1,194261	0,883812		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.021	-0.021	0.1965	0.658
2	-0.024	-0.024	0.4432	0.801
3	0.032	0.031	0.8891	0.828
4	-0.024	-0.023	11.484	0.887
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.057439	0.3081		
ARCH (1)	0.114575	0.0009		
GARCH(1)	0.841552	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Γερμανία	DAX 30 (XETRA)	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
197	237	201	218,5206	10,38147
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-2,07298	0,019087		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.054	0.054	12.792	0.258
2	0.013	0.010	13.516	0.509
3	-0.057	-0.059	28.074	0.422
4	0.028	0.034	31.515	0.533
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.010462	0.8378		
ARCH (1)	0.140216	0.0000		
GARCH(1)	0.860741	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ελλάδα	Γενικός	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
208	219	219	220	10,45225
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,14808	0,125468		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.080	0.080	28.316	0.092
2	-0.041	-0.047	35.612	0.169
3	0.050	0.058	46.600	0.198
4	0.028	0.017	50.132	0.286
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.104673	0.0585		
ARCH (1)	0.041885	0.0000		
GARCH(1)	0.955446	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ελβετία	SWISS MARKET	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
213	241	197	217,7899	10,34652
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,46295	0,321699		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.019	0.019	0.1651	0.685
2	0.010	0.010	0.2132	0.899
3	-0.024	-0.024	0.4674	0.926
4	0.016	0.017	0.5837	0.965
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.012776	0.8131		
ARCH (1)	0.294750	0.0000		
GARCH(1)	0.623746	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
ΗΠΑ	Dow Jones	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
216	250	188	215,6118774	10,24233201
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
0,037893962	0,515113948		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.078	-0.078	27.171	0.099
2	0.057	0.051	41.609	0.125
3	0.006	0.015	41.783	0.243
4	-0.060	-0.062	57.847	0.216
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.084584	0.0365		
AR(2)	0.031141	0.5034		
AR(3)	0.032996	0.4459		
ARCH (1)	-0.012951	0.0000		
GARCH(1)	1.011.859	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
ΗΠΑ	Nasdaq	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
197	239	199	218,1735	10,36487
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-2,04282	0,020535		reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.008	-0.008	0.0267	0.870
2	0.043	0.042	0.8267	0.661
3	0.043	0.043	16.356	0.651
4	-0.044	-0.045	25.034	0.644
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.010057	0.8514		
ARCH (1)	0.167937	0.0000		
GARCH(1)	0.844206	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
ΗΠΑ	S&P 500	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
232	241	197	217,7899	10,34652
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
1,373413	0,915188		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.097	-0.097	41.780	0.041
2	0.068	0.059	62.335	0.044
3	0.003	0.015	62.382	0.101
4	-0.087	-0.090	95.877	0.048
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.119824	0.0067		
ARCH (1)	-0.013814	0.1555		
GARCH(1)	1.013.538	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ιαπωνία	NIKKEI 225	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
222	210	228	219,6301	10,43455
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
0,227116	0,589833		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.075	-0.075	24.960	0.114
2	0.054	0.049	38.082	0.149
3	-0.028	-0.021	41.613	0.245
4	-0.026	-0.033	44.686	0.346
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.073728	0.1259		
ARCH (1)	0.002258	0.9224		
GARCH(1)	0.833887	0.1765		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ισπανία	IBEX 35	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
207	236	202	218,6804	10,38912
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,12429	0,130446		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.073	0.073	23.201	0.128
2	0.035	0.030	28.728	0.238
3	0.043	0.038	36.791	0.298
4	0.012	0.006	37.463	0.441
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.081812	0.1121		
ARCH (1)	0.106319	0.0008		
GARCH(1)	0.851291	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ιταλία	MIB 30	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
208	226	212	219,7763	10,44154
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,12783	0,129696		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.097	0.097	41.335	0.042
2	0.041	0.032	48.714	0.088
3	-0.014	-0.021	49.552	0.175
4	-0.016	-0.014	50.690	0.280
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.073390	0.1534		
ARCH (1)	0.226801	0.0001		
GARCH(1)	0.316967	0.1318		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Νέα Ζηλανδία	SE 30	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
224	217	221	219,9817	10,45137
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
0,384472	0,649686		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.024	-0.024	0.2519	0.616
2	0.028	0.027	0.5898	0.745
3	-0.003	-0.002	0.5942	0.898
4	0.062	0.061	22.985	0.681
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.002755	0.9604		
ARCH (1)	0.118017	0.0013		
GARCH(1)	0.809276	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Φιλανδία	HEX 25	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
247	191	216,4201	10,28099	247
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,04086	0,483703		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.048	0.048	10.093	0.315
2	0.015	0.013	11.084	0.575
3	0.124	0.123	78.984	0.048
4	0.006	-0.006	79.141	0.095
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient		Prob.	
AR (1)	0.032598		0.5402	
ARCH (1)	0.095788		0.0010	
GARCH(1)	0.870450		0.0000	

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Hong Kong	HANG SENG	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
208	224	214	219,8858	10,44678
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,13775	0,127612		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.032	0.032	0.4453	0.505
2	0.066	0.065	23.849	0.303
3	0.017	0.013	25.075	0.474
4	0.029	0.023	28.691	0.580
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient		Prob.	
AR (1)	0.016795		0.7346	
ARCH (1)	0.076712		0.0000	
GARCH(1)	0.915546		0.0000	

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Αγγλία	FTSE 100	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
48	57	43	50,02	4,876185
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,41426	0,339342		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.011	-0.011	0.0125	0.911
2	0.050	0.050	0.2714	0.873
3	0.005	0.006	0.2736	0.965
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.066031	0.6195		
ARCH (1)	0.496381	0.0237		
GARCH(1)	0.206937	0.4204		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Αυστραλία	S&P/ASX 50	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
50	54	46	50,68	4,94252
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,13758	0,445285		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.159	-0.159	25.931	0.107
2	-0.007	-0.033	25.985	0.273
3	-0.016	-0.023	26.251	0.453
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.138153	0.2306		
ARCH (1)	-0.164842	0.0012		
GARCH(1)	1.053492	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Βέλγιο	BEL 20	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
48	51	49	50,98	4,972673
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,59928	0,274495		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.030	0.030	0.0906	0.763
2	0.061	0.060	0.4783	0.787
3	-0.134	-0.138	23.758	0.498
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.062301	0.6636		
ARCH (1)	0.487698	0.0221		
GARCH(1)	0.355922	0.0688		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Γαλλία	CAC 40	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
52	53	47	50,82	4,956592
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
0,238067	0,594085		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.025	0.025	0.0637	0.801
2	0.121	0.120	15.788	0.454
3	0.037	0.032	17.250	0.631
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.013327	0.8876		
ARCH (1)	-0.045191	0.0931		
GARCH(1)	1.024384	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Γερμανία	DAX 30 (XETRA)	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
46	59	41	49,38	4,811859
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,70243	0,241205		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.026	0.026	0.0719	0.789
2	0.093	0.092	0.9681	0.616
3	0.026	0.022	10.413	0.791
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.061624	0.5505		
AR(2)	0.034488	0.7383		
AR(3)	0.025528	0.8329		
ARCH (1)	-0.050312	0.2486		
GARCH(1)	1.055846	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ελλάδα	Γενικός	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
44	47	53	50,82	4,956592
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,37595	0,084419		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.063	0.063	0.4039	0.525
2	0.002	-0.001	0.4045	0.817
3	0.140	0.140	24.576	0.483
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.045411	0.6604		
ARCH (1)	0.053122	0.1280		
GARCH(1)	0.916868	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ελβετία	SWISS MARKET	monthly	100	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
48	62	38	48,11999893	4,685216729
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,025612248	0,489783261		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.099	0.099	10.145	0.314
2	-0.063	-0.074	14.281	0.490
3	0.004	0.019	14.300	0.699
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.036325	0.7728		
ARCH (1)	0.188168	0.1512		
GARCH(1)	0.216464	0.7656		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
ΗΠΑ	Dow Jones	monthly	100	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
49	61	39	48,58	4,731451
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
0,088767	0,535367		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.043	-0.043	0.1926	0.661
2	-0.018	-0.020	0.2268	0.893
3	-0.053	-0.054	0.5171	0.915
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.037700	0.7210		
ARCH (1)	-0.046417	0.0019		
GARCH(1)	1.049.353	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
ΗΠΑ	Nasdaq	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
47	58	42	49,72	4,846032
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,56128	0,287302		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.033	0.033	0.1114	0.739
2	0.035	0.034	0.2362	0.889
3	0.000	-0.002	0.2362	0.972
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient		Prob.	
AR (1)	0.144334		0.1847	
ARCH (1)	0.196653		0.1488	
GARCH(1)	0.807650		0.0000	

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
ΗΠΑ	S&P 500	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
45	62	38	48,12	4,685217
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,66592	0,25273		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.033	0.033	0.1135	0.736
2	-0.028	-0.029	0.1941	0.908
3	0.058	0.060	0.5498	0.908
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient		Prob.	
AR (1)	0.018494		0.8726	
ARCH (1)	-0.048760		0.2445	
GARCH(1)	1.057091		0.0000	

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ιαπωνία	NIKKEI 225	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
47	42	58	49,72000122	4,846031784
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,561284244	0,287301858		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.008	0.008	0.0065	0.936
2	-0.065	-0.065	0.4459	0.800
3	0.068	0.069	0.9324	0.818
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.069233	0.4354		
ARCH (1)	-0.168222	0.0000		
GARCH(1)	1.028086	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ισπανία	IBEX 35	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
46	51	49	50,98	4,972673
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,00147	0,158299		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.008	0.008	0.0059	0.939
2	-0.062	-0.062	0.4067	0.816
3	0.051	0.053	0.6848	0.877
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.001608	0.9871		
ARCH (1)	0.068775	0.2190		
GARCH(1)	0.906165	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ιταλία	MIB 30	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
55	52	48	50,92	4,966643
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
0,821481	0,794314		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.031	-0.031	0.0978	0.754
2	0.034	0.033	0.2167	0.897
3	0.059	0.061	0.5861	0.900
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.066327	0.4763		
ARCH (1)	-0.060853	0.1157		
GARCH(1)	1.032.939	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Νέα Ζηλανδία	SE 30	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
57	52	48	50,92	4,966643
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
1,224167	0,889555		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.176	-0.176	31.796	0.075
2	-0.100	-0.135	42.163	0.121
3	0.164	0.127	70.591	0.070
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.071548	0.3530		
AR(2)	-0.201393	0.1111		
AR(3)	0.106909	0.2410		
ARCH (1)	-0.070062	0.0000		
GARCH(1)	1.053.182	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Φιλανδία	HEX 25	monthly	100	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
40	52	48	50,92	4,966643
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-2,19867	0,013951		reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.187	0.187	36.144	0.057
2	0.045	0.010	38.255	0.148
3	-0.076	-0.089	44.332	0.218
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.179098	0.0776		
ARCH (1)	-0.022066	0.2603		
GARCH(1)	1.027218	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Hong Kong	HANG SENG	monthly	100	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
50	50	50	51	4,974683
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,20102	0,420342		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.003	-0.003	0.0011	0.973
2	0.000	0.000	0.0011	0.999
3	-0.107	-0.107	12.077	0.751
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.130257	0.1487		
ARCH (1)	0.496156	0.0039		
GARCH(1)	-0.095217	0.1226		

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ ΑΝΑΠΤΥΣΣΟΜΕΝΩΝ ΑΓΟΡΩΝ

(ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ RUNS TEST / Q-STATISTIC / AR – GARCH(1,1))

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Αργεντινή	MERVAL	daily	2190	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1020	1183	1007	1088,927856	23,24221507
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-2,965631962	0,00151		reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.096	0.096	20.239	0.000
2	-0.023	-0.032	21.395	0.000
3	-0.031	-0.026	23.538	0.000
4	-0.011	-0.006	23.812	0.000
5	0.000	0.001	23.812	0.000
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.078976	0.0009		
ARCH (1)	0.108906	0.0000		
GARCH(1)	0.867292	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Βενεζουέλα	GENERAL - PRICE INDEX	daily	2190	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
908	1208	982	1084,339	23,14413
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-7,619161	1,28786E-14		reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.213	0.213	99.205	0.000
2	-0.005	-0.052	99.256	0.000
3	-0.057	-0.047	106.50	0.000
4	0.021	0.046	107.45	0.000
5	0.096	0.084	127.77	0.000
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.238409	0.0000		
ARCH (1)	0.194278	0.0000		
GARCH(1)	0.734311	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Βραζιλία	BOVESPA	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1038	1202	988	1085,544	23,1699
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-2,05199	0,020085		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.045	0.045	45.269	0.033
2	-0.008	-0.010	46.624	0.097
3	-0.043	-0.042	87.486	0.033
4	-0.030	-0.026	10.736	0.030
5	-0.057	-0.056	17.926	0.003
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.053095	0.0310		
ARCH (1)	0.079138	0.0000		
GARCH(1)	0.653840	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ινδία	BSE NATIONAL	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
944	1167	1023	1091,266	23,29218
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-6,322539	1,29219E-10		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.109	0.109	26.207	0.000
2	0.028	0.016	27.928	0.000
3	0.025	0.020	29.264	0.000
4	0.016	0.011	29.821	0.000
5	0.014	0.011	30.268	0.000
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.145309	0.0000		
ARCH (1)	0.092419	0.0000		
GARCH(1)	0.892428	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ισραήλ	TA 100	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
988	1224	966	1080,803	23,06855
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-4,022911	2,87555E-05		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.045	0.045	44.319	0.035
2	0.011	0.009	46.843	0.096
3	-0.001	-0.002	46.864	0.196
4	-0.001	-0.001	46.879	0.321
5	-0.065	-0.065	14.092	0.015
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient		Prob.	
AR (1)	0.100541		0.0000	
ARCH (1)	0.099879		0.0000	
GARCH(1)	0.843775		0.0000	

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Κίνα	SHANGHAI COMPOSITE	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1031	1210	980	1083,922	23,13523
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-2,28752	0,011083		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.028	0.028	17.693	0.183
2	-0.007	-0.008	18.811	0.390
3	-0.014	-0.014	23.149	0.510
4	0.005	0.006	23.806	0.666
5	0.000	-0.001	23.807	0.794
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient		Prob.	
AR (1)	0.006703		0.7534	
ARCH (1)	0.067970		0.0000	
GARCH(1)	0.935651		0.0000	

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
983	1116	1074	1095,59729	23,38476489
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-4,814984798	7,37021E-07		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.037	0.037	29.851	0.084
2	0.047	0.046	78.210	0.020
3	0.029	0.026	96.902	0.021
4	-0.122	-0.126	42.161	0.000
5	0.064	0.071	51.075	0.000
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.145700	0.0000		
ARCH (1)	0.105080	0.0000		
GARCH(1)	0.891750	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Μεξικό	IPC (BOLSA)	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
978	1148	1042	1093,435	23,33854
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-4,946096	3,7915E-07		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.104	0.104	23.794	0.000
2	-0.037	-0.048	26.733	0.000
3	-0.013	-0.004	27.095	0.000
4	0.034	0.034	29.612	0.000
5	-0.006	-0.015	29.698	0.000
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.152234	0.0000		
ARCH (1)	0.110126	0.0000		
GARCH(1)	0.867576	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ουγγαρία	BUX	daily	2190	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
991	1235	955	1078,1	23,0108
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-3,7852	7,68177E-05		reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.059	0.059	75.207	0.006
2	0.047	0.044	12.430	0.002
3	-0.064	-0.069	21.367	0.000
4	0.012	0.017	21.670	0.000
5	-0.019	-0.015	22.472	0.000
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.139501	0.0000		
ARCH (1)	0.217890	0.0000		
GARCH(1)	0.723416	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ρωσία	RTS INTERFAX COMPOSITE	daily	1404	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
635	790	614	691,9687	18,43381
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-3,09045	0,000999		reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.176	0.176	43.522	0.000
2	0.062	0.032	48.984	0.000
3	-0.035	-0.053	50.732	0.000
4	-0.051	-0.039	54.386	0.000
5	-0.107	-0.090	70.566	0.000
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.084253	0.0087		
ARCH (1)	0.127339	0.0000		
GARCH(1)	0.785890	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1033	1119	1071	1095,474	23,38213
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-2,67187	0,003772		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.001	-0.001	0.0012	0.973
2	0.020	0.020	0.8483	0.654
3	0.027	0.027	24.363	0.487
4	-0.075	-0.076	14.859	0.005
5	0.019	0.018	15.623	0.008
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient		Prob.	
AR (1)	0.003926		0.8635	
ARCH (1)	0.063589		0.0000	
GARCH(1)	0.900943		0.0000	

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Τουρκία	ISE NATIONAL 100	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
1044	1204	986	1085,14978	23,16146434
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,776648521	0,037812998		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.015	0.015	0.4812	0.488
2	0.045	0.045	50.095	0.082
3	-0.017	-0.018	56.254	0.131
4	0.035	0.033	82.895	0.082
5	-0.037	-0.037	11.363	0.045
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient		Prob.	
AR (1)	0.039642		0.0750	
ARCH (1)	0.130033		0.0000	
GARCH(1)	0.790487		0.0000	

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Τσεχία	PRAGUE PX 50	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
900	1154	1036	1092,821	23,32543
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-8,266561	1,11022E-16		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.111	0.111	26.981	0.000
2	0.058	0.046	34.306	0.000
3	0.024	0.013	35.525	0.000
4	0.043	0.038	39.677	0.000
5	-0.034	-0.045	42.222	0.000
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.185838	0.0000		
ARCH (1)	0.096912	0.0000		
GARCH(1)	0.892927	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Χιλή	IGPA	daily	2190	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
850	1118	1072	1095,517	23,38305
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-10,4998	0		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.299	0.299	195.94	0.000
2	0.119	0.032	226.96	0.000
3	0.050	0.007	232.45	0.000
4	0.043	0.025	236.49	0.000
5	0.059	0.041	244.14	0.000
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.319249	0.0000		
ARCH (1)	0.125646	0.0000		
GARCH(1)	0.854095	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Αργεντινή	MERVAL	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
208	227	211	219,7077637	10,43826529
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,121619701	0,131012139		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.048	0.048	0.9959	0.318
2	0.120	0.118	73.734	0.025
3	-0.003	-0.014	73.774	0.061
4	0.038	0.025	80.278	0.091
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.061079	0.2718		
ARCH (1)	0.137791	0.0016		
GARCH(1)	0.795970	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Βενεζουέλα	GENERAL - PRICE INDEX	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
188	229	209	219,5433807	10,43040179
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-3,024177074	0,001246622		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.151	0.151	10.053	0.002
2	0.098	0.077	14.301	0.001
3	-0.034	-0.061	14.814	0.002
4	-0.014	-0.008	14.900	0.005
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.063681	0.0325		
ARCH (1)	0.284860	0.0000		
GARCH(1)	0.593001	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Βραζιλία	BOVESPA	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
235	239	199	218,1735	10,36487
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
1,623414	0,94775		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.047	-0.047	0.9708	0.324
2	0.057	0.055	24.249	0.297
3	0.045	0.051	33.396	0.342
4	0.044	0.045	41.943	0.380
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.043055	0.4261		
ARCH (1)	0.106507	0.0043		
GARCH(1)	0.812932	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ινδία	BSE NATIONAL	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
202	219	219	220	10,45225
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,72212	0,042524		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.105	0.105	48.619	0.027
2	0.044	0.033	56.997	0.058
3	0.016	0.008	58.121	0.121
4	-0.069	-0.074	79.321	0.094
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.109875	0.0157		
ARCH (1)	0.058525	0.0029		
GARCH(1)	0.928646	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ισραήλ	TA 100	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
226	244	194	217,1461	10,31573
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
0,85829	0,804634		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.078	-0.078	26.925	0.101
2	0.095	0.089	66.811	0.035
3	-0.019	-0.005	68.337	0.077
4	0.036	0.027	74.189	0.115
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.071177	0.2036		
ARCH (1)	0.103053	0.1544		
GARCH(1)	0.265247	0.4558		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Κίνα	SHANGHAI COMPOSITE	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
196	246	192	216,6712	10,29301
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-2,00828	0,022307		reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.017	-0.017	0.1222	0.727
2	-0.080	-0.080	29.517	0.229
3	0.052	0.050	41.551	0.245
4	-0.039	-0.044	48.339	0.305
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.128603	0.0254		
AR(2)	-0.089206	0.1527		
AR(3)	0.144515	0.0165		
ARCH (1)	0.345185	0.0000		
GARCH(1)	0.659764	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
202	216	222	219,9589	10,45028
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,71851	0,042852		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.030	0.030	0.3977	0.528
2	0.070	0.069	25.414	0.281
3	0.108	0.105	77.143	0.052
4	0.038	0.029	83.701	0.079
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.100110	0.0840		
ARCH (1)	0.089326	0.0000		
GARCH(1)	0.905913	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Μεξικό	IPC (BOLSA)	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
220	236	202	218,6804	10,38912
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
0,127021	0,550538		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.063	0.063	17.572	0.185
2	0.029	0.025	21.223	0.346
3	-0.038	-0.042	27.630	0.430
4	0.078	0.083	54.736	0.242
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.025490	0.6295		
ARCH (1)	0.069401	0.0008		
GARCH(1)	0.914384	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ουγγαρία	BUX	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
211	244	194	217,1461	10,31573
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,5958	0,275654		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.008	-0.008	0.0306	0.861
2	0.205	0.205	18.590	0.000
3	0.032	0.037	19.058	0.000
4	0.072	0.032	21.380	0.000
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.012521	0.8289		
AR(2)	0.141364	0.0082		
ARCH (1)	0.126077	0.0000		
GARCH(1)	0.825057	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ρωσία	RTS INTERFAX COMPOSITE	weekly	280	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
118	153	127	139,7929	8,279323
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-2,6322	0,004242		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.040	0.040	0.4618	0.497
2	0.038	0.037	0.8787	0.644
3	-0.054	-0.057	17.032	0.636
4	-0.049	-0.046	23.873	0.665
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.059020	0.3831		
ARCH (1)	0.152360	0.0003		
GARCH(1)	0.809107	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
200	224	214	219,8858	10,44678
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,90354	0,028485		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.032	-0.032	0.4589	0.498
2	0.003	0.002	0.4640	0.793
3	0.111	0.111	59.068	0.116
4	-0.035	-0.028	64.449	0.168
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.027009	0.6242		
ARCH (1)	0.099453	0.0489		
GARCH(1)	0.703259	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Τουρκία	ISE NATIONAL 100	weekly	438	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
212	249	189	215,8904114	10,2556561
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,379343003	0,352216638		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.039	0.039	0.6642	0.415
2	0.123	0.122	73.587	0.025
3	0.042	0.033	81.292	0.043
4	0.013	-0.005	82.023	0.084
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.056234	0.2687		
ARCH (1)	0.068447	0.0018		
GARCH(1)	0.810384	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Τσεχία	PRAGUE PX 50	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
179	226	212	219,7763	10,44154
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-3,905195	4,70936E-05		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.125	0.125	68.508	0.009
2	0.082	0.067	97.941	0.007
3	0.114	0.098	15.510	0.001
4	-0.041	-0.072	16.253	0.003
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.136577	0.0064		
ARCH (1)	0.096015	0.0004		
GARCH(1)	0.870763	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Χιλή	IGPA	weekly	438	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
184	216	222	219,9589081	10,45027922
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-3,440951824	0,000289884		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.238	0.238	24.932	0.000
2	0.067	0.011	26.890	0.000
3	0.152	0.142	37.192	0.000
4	-0.015	-0.090	37.295	0.000
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.210742	0.0000		
ARCH (1)	0.117300	0.0000		
GARCH(1)	0.848606	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Αργεντινή	MERVAL	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
48	55	45	50,5	4,924429
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,50767	0,305841		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.023	0.023	0.0565	0.812
2	-0.091	-0.091	0.9138	0.633
3	-0.112	-0.108	22.301	0.526
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.013771	0.9129		
AR(2)	-0.019842	0.8642		
AR(3)	-0.151904	0.2095		
ARCH (1)	0.105333	0.1903		
GARCH(1)	0.804237	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Βενεζουέλα	GENERAL - PRICE INDEX	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
38	53	47	50,82	4,956592
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-2,58645	0,004848		reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.057	0.057	0.3308	0.565
2	0.096	0.093	12.975	0.523
3	0.065	0.055	17.424	0.628
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.119409	0.4429		
ARCH (1)	0.139117	0.0714		
GARCH(1)	0.772970	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Βραζιλία	BOVESPA	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
48	54	46	50,68	4,94252
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,54223	0,293829		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.040	-0.040	0.1633	0.686
2	-0.125	-0.127	17.843	0.410
3	0.042	0.032	19.700	0.579
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.053095	0.6625		
ARCH (1)	0.079138	0.5763		
GARCH(1)	0.653840	0.2410		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ινδία	BSE NATIONAL	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
55	46	54	50,68	4,94252
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
0,874048	0,808954		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.068	-0.068	0.4724	0.492
2	0.116	0.112	18.631	0.394
3	-0.148	-0.136	41.650	0.244
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.083339	0.4687		
ARCH (1)	0.085388	0.3814		
GARCH(1)	0.851250	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ισραήλ	TA 100	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
43	59	41	49,38	4,811859
Z-statistic		p-value	H ₀ : Randomness	
-1,32589		0,092438	cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.023	-0.023	0.0549	0.815
2	-0.090	-0.091	0.9014	0.637
3	-0.044	-0.049	11.055	0.776
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient		Prob.	
AR (1)	0.024961		0.7924	
AR(2)	-0.162236		0.1156	
AR(3)	-0.061065		0.5590	
ARCH (1)	-0.069725		0.0000	
GARCH(1)	1.041.695		0.0000	

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Κίνα	SHANGHAI COMPOSITE	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
53	48	52	50,92	4,966643
Z-statistic		p-value	H ₀ : Randomness	
0,418794		0,662317	cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.109	-0.109	12.207	0.269
2	0.147	0.137	34.848	0.175
3	-0.141	-0.115	55.686	0.135
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient		Prob.	
AR (1)	0.021011		0.8149	
ARCH (1)	-0.066500		0.0000	
GARCH(1)	1.042408		0.0000	

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Μαλαισία	KUALA LUMPUR COMPOSITE	monthly	100	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
48	49	51	50,98	4,972673
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,59928	0,274495		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.117	0.117	14.099	0.235
2	0.087	0.075	22.038	0.332
3	-0.135	-0.157	41.345	0.247
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.128742	0.3413		
ARCH (1)	0.290411	0.0113		
GARCH(1)	0.705331	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Μεξικό	IPC (BOLSA)	monthly	100	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
48	57	43	50,02000046	4,876184564
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,41425842	0,339342474		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.066	-0.066	0.4489	0.503
2	-0.091	-0.096	13.172	0.518
3	0.036	0.024	14.570	0.692
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.006933	0.9570		
AR(2)	-0.030268	0.7856		
AR(3)	0.031278	0.7623		
ARCH (1)	0.096929	0.4685		
GARCH(1)	0.820141	0.0002		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ουγγαρία	BUX	monthly	100	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
44	60	40	49	4,773665053
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,04741323	0,147454537		cannot reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.002	0.002	0.0006	0.981
2	-0.170	-0.170	30.088	0.222
3	0.095	0.098	39.481	0.267
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.026086	0.8160		
ARCH (1)	0.065755	0.2615		
GARCH(1)	0.774971	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ρωσία	RTS INTERFAX COMPOSITE	monthly	63	
Runs test				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
23	40	23	30,20634842	3,645156987
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-1,976965189	0,024022713		reject	
Q-statistic				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.162	0.162	17.340	0.188
2	0.050	0.024	19.009	0.387
3	0.012	0.000	19.100	0.591
AR (1-5) – GARCH (1,1)				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.061468	0.6339		
ARCH (1)	-0.052868	0.4585		
GARCH(1)	1.009900	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Ταϊβάν	TAIWAN SE COMPOSITE	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
47	44	56	50,28	4,902317
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,66907	0,251725		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.025	-0.025	0.0629	0.802
2	0.117	0.117	14.916	0.474
3	-0.102	-0.098	25.911	0.459
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.034064	0.7452		
ARCH (1)	-0.071843	0.0735		
GARCH(1)	1.053.626	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Τουρκία	ISE NATIONAL 100	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
51	57	43	50,02	4,876185
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
0,200977	0,579642		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.009	-0.009	0.0088	0.925
2	0.003	0.002	0.0095	0.995
3	0.034	0.034	0.1301	0.988
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	-0.100477	0.2508		
ARCH (1)	-0.074085	0.0578		
GARCH(1)	0.781087	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Τσεχία	PRAGUE PX 50	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
48	48	52	50,91999817	4,966642689
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,587921917	0,278292299		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	-0.027	-0.027	0.0750	0.784
2	-0.040	-0.041	0.2414	0.886
3	-0.042	-0.044	0.4280	0.934
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.017397	0.8766		
ARCH (1)	0.035506	0.5050		
GARCH(1)	0.916162	0.0000		

Χώρα	Δείκτης	Συχνότητα	Παρατηρήσεις	
Χιλή	IGPA	monthly	100	
<u>Runs test</u>				
# Runs	n ₁ (runs up)	n ₂ (runs down)	μ _r	σ _r
47	45	55	50,5	4,924429
Z-statistic	p-value		H ₀ : Randomness	
-0,71074	0,238622		cannot reject	
<u>Q-statistic</u>				
lags	AC	PAC	Q-stat	Prob
1	0.071	0.071	0.5154	0.473
2	-0.090	-0.096	13.626	0.506
3	-0.047	-0.034	15.984	0.660
<u>AR (1-5) – GARCH (1,1)</u>				
	Coefficient	Prob.		
AR (1)	0.105321	0.102		
ARCH (1)	-0.050670	0.2177		
GARCH(1)	0.116349	0.9303		

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ

Κώδικας σε VBA για τους υπολογισμούς του Runs test

```
Sub runs()  
Dim i As Integer, j As Integer, x As Integer, sum As Integer, E As Single, σ2 As Single, a As Single, b  
As Single, c1 As Single, d As Single, Z As Single  
Dim minimum As Range, maximum As Range, plithos As Range, med As Range, plithos1 As Range
```

```
Cells(1, 2) = "Πλήθος Τιμών"  
Set plithos = Range("A:A")  
Cells(2, 2) = Application.WorksheetFunction.Count(plithos)
```

```
Cells(1, 3) = "Ln(P)"  
cnt1 = Range("B2").Value  
For i = 1 To cnt1  
    Cells(i + 1, 3) = Application.WorksheetFunction.Ln(Cells(i + 1, 1))  
Next i
```

```
Cells(1, 4) = "Αποδόσεις"  
For i = 2 To cnt1  
    Cells(i + 1, 4) = (Cells(i + 1, 3) - Cells(i, 3))  
Next i
```

```
Cells(3, 2) = "Μέση Απόδοση"  
Set mesos = Range("D:D")  
Cells(4, 2) = Application.WorksheetFunction.Average(mesos)
```

```
For i = 2 To cnt1  
    If Cells(i + 1, 4) >= 0 Then  
        Cells(i - 1, 5) = 1  
    Else  
        Cells(i - 1, 5) = 0  
    End If  
Next i
```

```
Set plithos1 = Range("E:E")  
Cells(1, 6) = Application.WorksheetFunction.Count(plithos1)  
n = Range("F1").Value  
ReDim c(n), R(n)
```

```
For i = 1 To n  
    c(i) = Cells(i, 5)  
Next I
```

```
j = 1  
R(j) = 1  
x = c(1)  
sum = 0
```

```
For i = 2 To n  
    If c(i) = x Then  
        R(j) = R(j) + 1  
    Else  
        j = j + 1  
        R(j) = 1  
        x = c(i)  
    End If
```

```

Next i

For i = 1 To j
    Cells(1 + i, 7) = R(i)
Next i

For i = 1 To n
    sum = sum + c(i)
Next i

Set minimum = Range("G:G")
Cells(4, 8) = Application.WorksheetFunction.Min(minimum)
Set maximum = Range("G:G")
Cells(6, 8) = Application.WorksheetFunction.Max(maximum)

Cells(1, 7) = "Runs"
Cells(1, 8) = "#of runs"
Cells(2, 8) = j
Cells(3, 8) = "min of runs"
Cells(5, 8) = "max of runs"
Cells(1, 9) = "Sum"
Cells(2, 9) = sum
Cells(1, 10) = "ups"
Cells(2, 10) = Cells(2, 9)
Cells(1, 11) = "downs"
Cells(2, 11) = n - sum

E = ((2 * Cells(2, 9) * Cells(2, 11)) / (Cells(2, 9) + Cells(2, 11))) + 1
Cells(1, 12) = "E(R)"
Cells(2, 12) = E

a = 2 * Cells(2, 9) * Cells(2, 11)
b = a - Cells(2, 9) - Cells(2, 11)
c1 = (Cells(2, 9) + Cells(2, 11)) ^ 2
d = Cells(2, 9) + Cells(2, 11) - 1
σ = (a * b) / (c1 * d)
Cells(1, 13) = "σ"
Cells(2, 13) = Sqr(σ)

Z = (Cells(2, 8) - Cells(2, 12)) / Cells(2, 13)
Cells(1, 14) = "Z"
Cells(2, 14) = Z

Cells(1, 15) = "prob"
Cells(2, 15) = Application.WorksheetFunction.NormDist(Cells(2, 8), Cells(2, 12), Cells(2, 13), True)

Cells(1, 16) = "Ho:Randomness"
If Z > 1.96 Or Z < -1.96 Then
    Cells(2, 16) = "reject"
Else
    Cells(2, 16) = "cannot reject"
End If

End Sub

```

Τα Monte Carlo για το size (power) του Runs test σε κώδικα στο Eviews 4

iid κατανομές

```
subroutine filtro(series e1,series e2)
for !i=1 to !size
  if e1(!i)>=0 then
    e2(!i)=1
  else
    e2(!i)=0
  endif
endif
next
endsub
```

```
subroutine run
for !i=2 to !size
  if x(!i)<>x(!i-1) then
    !R=!R+1
  endif
endif
next
endsub
```

```
!rep=5000
!size=100
create Runs u 1 !size
!a=0
for !j=1 to !rep
  !R=1
  series e=@rtdist(5) 'Definition of distr. of initial series
  series x
  call filtro(e,x)
  call run
  !n1=@mean(x)*!size 'Number of units
  !mesos=1+2*!n1*(!size-!n1)/!size 'Sample mean
  !s=@sqrt((2*!n1*(!size-!n1)*(2*!n1*(!size-!n1)-!size))/((!size ^2)*(!size-1))) 'Sample
  Standard deviation
  !z=(!R-!mesos)/!s 'Z-test
  if @abs(!z)>1.96 then
    !a=!a+1
  endif
endif
next
delete x e
scalar size=!a!/rep
```

AR (1)

```
subroutine filtro(series e1,series e2)
for !i=1 to !size
  if e1(!i)>@mean(e1) then
    e2(!i)=1
  else
    e2(!i)=0
  endif
endif
next
```

```

endsub

subroutine run
for !i=2 to !size
  if x(!i)<>x(!i-1) then
    !R=!R+1
  endif
next
endsub

subroutine autor()
!const=2          'Constant
!p=0.8           'Persistence
series e1=nrnd
series e2=nrnd
!temp=!const/(1-!p)
for !i=1 to 50
  !temp=!const+!temp*!p+e1(!i)
next
e(1)=!temp
for !i=2 to !size
  e(!i)=!const+e(!i-1)*!p+e2(!i)
next
delete e?
endsub

!rep=1000
!size=100
create Runs u 1 !size
!a=0
for !j=1 to !rep
  !R=1
  series e          'Definition of distr. of initial series
  call autor
  series x
  call filtro(e,x)
  call run
  !n1=@mean(x)*!size          'Number of units
  !mesos=1+2*!n1*(!size-!n1)/!size          'Sample mean
  !s=@sqr((2*!n1*(!size-!n1)*(2*!n1*(!size-!n1)-!size))/((!size)^2*(!size-1)))          'Sample
Standard deviation
  !z=(!R-!mesos)/!s          'Z-test
  if @abs(!z)>1.96 then
    !a=!a+1
  endif
next
delete x e
scalar size=!a!/rep
*****
MA (1)
*****

subroutine filtro(series e1,series e2)
for !i=1 to !size
  if e1(!i)>@mean(e1) then
    e2(!i)=1
  else
    e2(!i)=0
  endif
next

```

```

endsub

subroutine run
for !i=2 to !size
  if x(!i)<>x(!i-1) then
    !R=!R+1
  endif
next
endsub

subroutine autor()
!const=2          'Constant
!p=0.8           'Persistence
series e2=nrnd
!temp=!const
for !i=2 to !size
  e(!i)=!const+e2(!i)+!p*e2(!i-1)
next
delete e?
endsub

!rep=5000
!size=500
create Runs u 1 !size
!a=0
for !j=1 to !rep
  !R=1
  series e      'Definition of distr. of initial series
  call autor
  series x
  call filtro(e,x)
  call run
  !n1=@mean(x)*!size
  'Number of units
  !mesos=1+2*!n1*(!size-!n1)/!size
  'Sample mean
  !s=@sqr((2*!n1*(!size-!n1)*(2*!n1*(!size-!n1)-!size))/((!size ^2)*(!size-1)))
'Sample Standard deviation
  !z=(!R-!mesos)/!s
'Z-test
  if @abs(!z)>1.96 then
    !a=!a+1
  endif
next
delete x e
scalar size=!a!/rep
*****
GARCH (1,1)
*****

subroutine filtro(series e1,series e2)
for !i=1 to !size
  if e1(!i)>@mean(e1) then
    e2(!i)=1
  else
    e2(!i)=0
  endif
next
endsub

```



```

subroutine run
for !i=2 to !size
  if x(!i)<>x(!i-1) then
    !R=!R+1
  endif
endif
next
endsub

subroutine autor()
!const=2          'Constant
!aa=0.6           'Persistence
!b=0.3
series e1=nrnd
series sg
!t1=0
!t2=0
if !aa+!b<1 then
  !t2=@sqr(!const/(1-!aa-!b))
endif
for !i=1 to 50
  !t2=@sqr(!const+!t1^2*!aa+!b*!t2^2)
  !t1=!t2*e1(!i)
next
e1=nrnd
e(1)=!t1
sg(1)=!t2
for !i=2 to !size
  sg(!i)=@sqr(!const+!aa*e(!i-1)^2+!b*sg(!i-1)^2)
  e(!i)=sg(!i)*e1(!i)
next
delete e1 sg
endsub

***** MAIN *****
!rep=5000
!size=100
create Runs u 1 !size
!a=0
for !j=1 to !rep
  statusline ITERATION !j
  !R=1
  series e          'Definition of distr. of initial series
  call autor
  series x
  call filtro(e,x)
  call run
  !n1=@mean(x)*!size          'Number of units
  !mesos=1+2*!n1*(!size-!n1)/!size          'Sample mean
  !s=@sqr((2*!n1*(!size-!n1)*(2*!n1*(!size-!n1)-!size))/((!size ^2)*(!size-1)))          'Sample
Standard deviation
  !z=(!R-!mesos)/!s          'Z-test
  if @abs(!z)>1.96 then
    !a=!a+1
  endif
endif
next
delete x e
scalar size=!a!/rep

```

Κώδικας στο Eviews 4 για την επιλογή του μοντέλου AR(1-5)-GARCH με βάση το Schwarz criterion και για την εκτίμηση με το μοντέλο αυτό

```
!n=30
!size=2190
for !i=1 to !n
  series s!i
next
group grp s? s??
mtos(data,grp)
delete grp

for !i=1 to !n
  !schw=10^5
  for !j=1 to 5
    equation arch!j.arch(1,1) s!i c s!i(-1 to -!j)
    scalar a!j=@schwarz
    if a!j < !schw then
      !schw = a!j
      !deikt = !j
    endif
  next
  freeze(garch!i) arch!deikt
  delete arch?
next
delete a?
```
