



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΤΜΗΜΑ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ
& ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ (MBA)

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΔΟΤΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΩΝ ΤΡΑΠΕΖΗΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΦΟΙΤΗΤΗ:

ΑΝΑΣΤΑΣΟΠΟΥΛΟΣ ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ

ΜΔΕ/0541

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΑΘΗΝΑ, ΙΟΥΝΙΟΣ 2009

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ



Θα ήθελα να ευχαριστήσω μέσα από την καρδιά μου,

τον άνθρωπο που μου στάθηκε τόσο πολύ κατά την εκπόνηση της συγκεκριμένης εργασίας , μα και, σε πολλές άλλες περιπτώσεις κατά τη διετή φοίτησή μου στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα, τον καθηγητή μου, αλλά και Πρύτανη του Πανεπιστημίου Πειραιώς κ. Γεώργιο Οικονόμου.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο : Αποτελεσματικότητα

A) Τράπεζες και Αποτελεσματικότητα.....	7
B) Μέθοδοι εκτίμησης αποτελεσματικότητας.....	9

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο : Data envelopment analysis

A) Data envelopment analysis (DEA).....	12
B) Μελέτες μεταξύ τραπεζών και υποκαταστημάτων.....	14

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο : Παναθηναϊκή Τράπεζα και Εναλλακτικές Τάσεις

A) Παν-αθηναϊκή Τράπεζα.....	17
B) Εναλλακτικές Τάσεις.....	20

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο : Το μοντέλο και η επίλυσή του

A) Εισαγωγικά στοιχεία και το σενάριο.....	24
B) Βασικές υποθέσεις.....	31

Γ) Το μοντέλο.....	34
Δ) Η επίλυση του μοντέλου.....	45

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο : Ανάλυση ευαισθησίας και παραλλαγές

A) Ανάλυση των αντικειμενικών συντελεστών.....	50
B) Ανάλυση των δεξιών μελών των περιορισμών.....	51
Γ) Το μοντέλο για την τραπεζική μονάδα II.....	54
Δ) Παραλλαγές Μοντελοποίησης.....	58

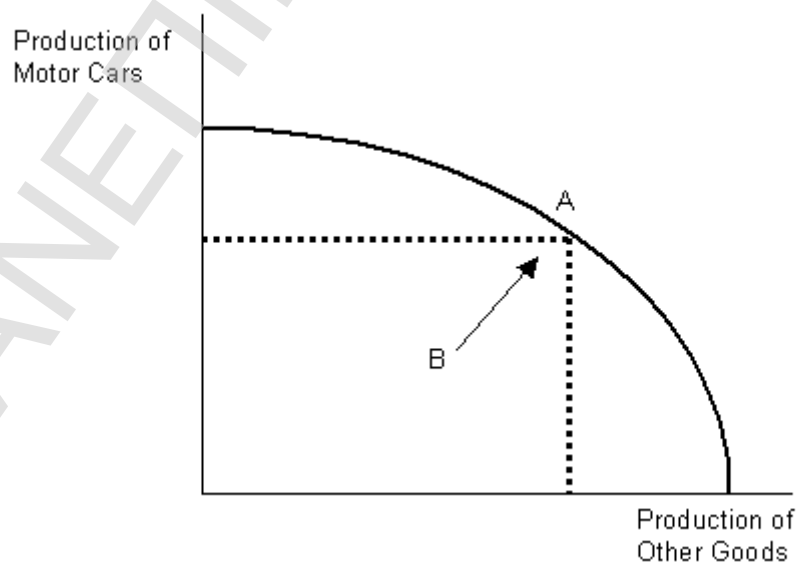
Συμπεράσματα.....	66
--------------------------	-----------

Ευρετήριο πινάκων.....	69
-------------------------------	-----------

Βιβλιογραφία.....	70
--------------------------	-----------

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

Αποτελεσματικότητα



Α) Τράπεζες και Αποτελεσματικότητα

Ένας σταθερός και αξιόπιστος τραπεζικός τομέας είναι ουσιαστικής σημασίας για την οικονομική ανάπτυξη και τη χρηματοοικονομική σταθερότητα μιας χώρας. Οι τράπεζες βρίσκονται στο κέντρο των περισσότερων χρηματοοικονομικών συναλλαγών και γι' αυτό οι κυβερνήσεις θέτουν το πλαίσιο λειτουργίας των τραπεζών και του τραπεζικού συστήματος, με σκοπό την επίτευξη και διατήρηση της χρηματοοικονομικής σταθερότητας, αλλά και την άσκηση της νομισματικής τους πολιτικής. Οι τράπεζες διευκολύνουν τις χρηματικές ροές που απαιτούνται για μια υγιή και εύρωστη οικονομία. Μια τράπεζα μπορεί να θεωρηθεί ως μια οντότητα χρηματοοικονομικής διαμεσολάβησης που συλλέγει κεφάλαια από πελάτες, με μορφή καταθέσεων, και έπειτα τα δανείζει με σκοπό την αποκόμιση κερδών από τα περιθώρια των επιτοκίων και τα κόστη συναλλαγών. Οι τράπεζες, επίσης, διευκολύνουν τις πληρωμές, για υπηρεσίες και προϊόντα, είτε σε τοπικό είτε σε διεθνές επίπεδο, καθώς και το διεθνές εμπόριο.

Στο σημερινό διεθνές ανταγωνιστικό περιβάλλον, οι τράπεζες οφείλουν να διατηρήσουν την οικονομική σταθερότητα, καθώς και να είναι ικανές να αντιμετωπίσουν, αποτελεσματικά, τον ανταγωνισμό. Για όλους αυτούς τους λόγους είναι σημαντικό, για τις τράπεζες, να μπορούν να αξιολογούν τις επιδόσεις τους.

Κατά την διάρκεια των τελευταίων είκοσι ετών σημειώθηκαν σημαντικές αλλαγές στο κοινωνικό και οικονομικό πλαίσιο λειτουργίας των Τραπεζών. Στις αλλαγές αυτές συγκαταλέγονται η απελευθέρωση της κινήσεως κεφαλαίων, η απελευθέρωση των επιτοκίων και η ενεργοποίηση των χρηματοπιστωτικών αγορών. Οι αλλαγές αυτές είχαν ως αποτέλεσμα τον μεγαλύτερο αριθμό ανταγωνιστών, τις συστηματικά μεγαλύτερες, εντονότερες και ορθολογιστικότερες απαιτήσεις των πελατών, τη βελτίωση της ποιότητας των παρεχομένων υπηρεσιών, την μείωση των περιθωρίων, και τελευταία τις συγχωνεύσεις Τραπεζών.

Το κατά πόσον οι αλλαγές αυτές βελτίωσαν πράγματι την αποτελεσματικότητα των Τραπεζών είναι ένα θέμα που εξετάζεται (και θα συνεχίζει να εξετάζεται) συστηματικά, αλλά τα αποτελέσματα δεν είναι σαφή και συγκρίσιμα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η εκτίμηση της αποτελεσματικότητας των Τραπεζών, που είναι μία πολύπλοκη διαδικασία, δεν γίνεται με την ίδια μέθοδο, ενώ τα κριτήρια που χρησιμοποιούνται (κέρδη, ρευστότητα, ποιότητα στοιχείων ενεργητικού, κίνδυνος και στρατηγικές διοίκησης κ.ά.) είναι πολλά και η ποσοτική τους έκφραση παρουσιάζει δυσκολίες.

Κύριος στόχος όλων των μεθόδων είναι να παρέχουν πληροφορίες για τον βαθμό της αποτελεσματικής χρήσης των εισροών για την παραγωγή εκροών. Στην διεθνή βιβλιογραφία έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι μέτρησης της αποτελεσματικότητας των Τραπεζών ή/και των τραπεζικών καταστημάτων, στηριζόμενες σε τεχνικές της Στατιστικής, της Οικονομετρίας και της Επιχειρησιακής Έρευνας.

B) Μέθοδοι εκτίμησης αποτελεσματικότητας

Η παραδοσιακή μέθοδος εκτίμησης της αποτελεσματικής χρησιμοποίησης των πόρων ενός τραπεζικού καταστήματος είναι η ανάπτυξη των δεικτών (Απόδοση ενεργητικού, Απόδοση Ιδίων κεφαλαίων, κ.λ.π). Όμως, κάθε ένας από αυτούς τους δείκτες περιορίζεται σε μία μόνο εισροή και μία μόνον εκροή, και δεν μπορεί να συμπεριλάβει καταστάσεις στις οποίες αντιστοιχούν πολλές εισροές και εκροές ταυτόχρονα, όπως συμβαίνει στον τραπεζικό τομέα, και η χρησιμοποίησή τους εμφανίζει σημαντικές αδυναμίες (Sherman και Gold 1985, Foster 1986). Η αδυναμία αυτή επιτείνεται ακόμη περισσότερο, όταν μια Τράπεζα διαθέτει πολλά καταστήματα, όπου μια σε βάθος ανάλυση με βάση τους δείκτες είναι δύσκολη και δεν αντιμετωπίζει την υφισταμένη αλληλεξάρτηση μεταξύ των εισροών καθώς και των εκροών.

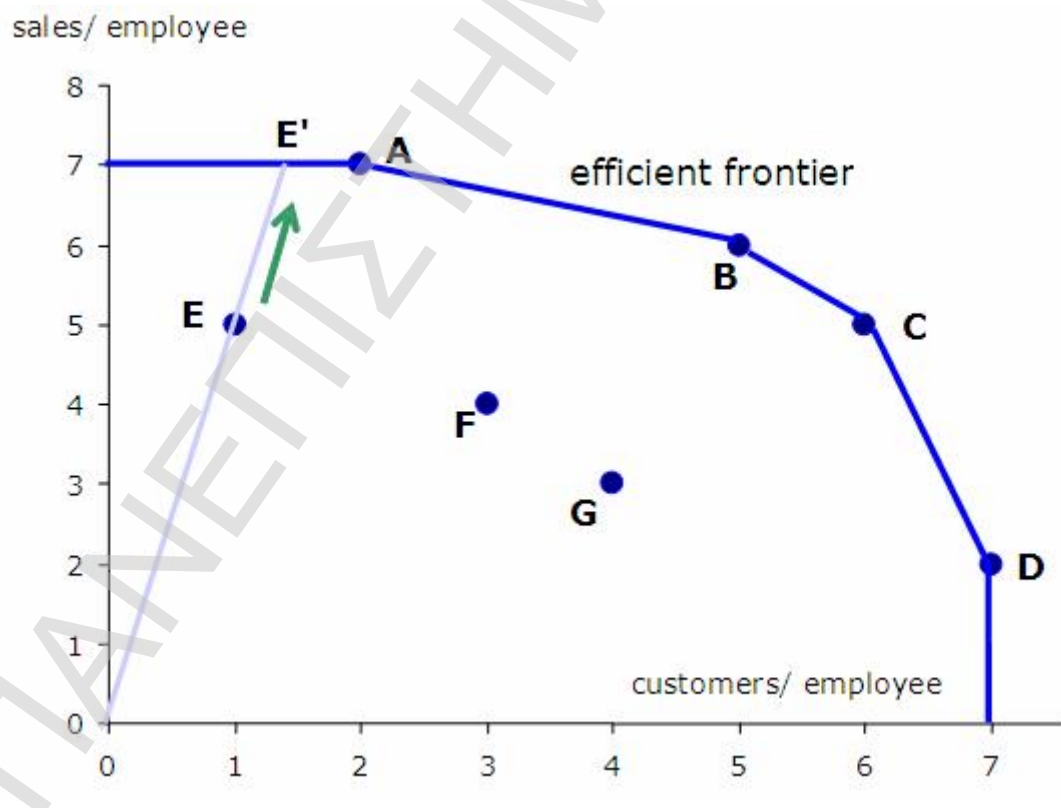
Οι οικονομετρικές μέθοδοι, με βάση τις οποίες εκτιμάται μια συνάρτηση παραγωγής ή συνάρτηση κόστους (Clark 1984, Ferrer και Lovell 1990, Δονάτος και Γκιώκας 1995, Δονάτος, Αθανασόπουλος και Γκιώκας 1997), υπερτερούν της απλής εφαρμογής των δεικτών, κυρίως επειδή στο υπόδειγμα λαμβάνεται υπόψη η αλληλοεπίδραση αριθμού εισροών — εκροών των καταστημάτων. Η εφαρμογή αυτής της μεθοδολογίας στηρίζεται στην υπόθεση ότι υπάρχει μια κοινή συνάρτηση παραγωγής (ή κόστους) για όλα τα καταστήματα που εξετάζονται. Ειδικότερα, εκτιμάται η σχετική αποτελεσματικότητα κάθε καταστήματος σε σύγκριση με την μέση αποτελεσματικότητα που θα έπρεπε να επιτευχθεί, σύμφωνα με την συνάρτηση.

Και εδώ όμως, όπως στη χρήση δεικτών, δεν καθορίζονται με σαφήνεια οι αποκλίσεις της σχετικής αποτελεσματικότητας, από τη μέση αποτελεσματικότητα εκτιμώμενης συνάρτησης, που καθιστούν το συγκεκριμένο κατάστημα μη αποτελεσματικό.

Οι αδυναμίες, που εμφανίζουν οι παραπάνω μέθοδοι, αντιμετωπίζονται με την Data Envelopment Analysis (DEA), που θεωρείται όχι μόνο συμπληρωματική των άλλων μεθόδων (κυρίως των δεικτών), αλλά παρέχει πληροφορίες που βοηθούν ουσιαστικά τους υπευθύνους λήψης αποφάσεων. Η μέθοδος αυτή, η οποία βασίζεται στον γραμμικό προγραμματισμό και χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της σχετικής αποδοτικότητας (comparative efficiency) ομοιογενών λειτουργικών μονάδων, δηλαδή μονάδων με όμοιες δραστηριότητες, στόχους και ανάλογες εισροές και εκροές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

Data envelopment analysis



A)Data Envelopment Analysis (DEA)

Η μέθοδος DEA προτάθηκε για πρώτη φορά το 1978 από τους Charnes, Cooper και Rhodes ως μια γενική προσέγγιση μέτρησης της αποδοτικότητας λειτουργικών μονάδων λήψης αποφάσεων –DMU's(Decision Making Units) και έκτοτε σημείωσε ραγδαία ανάπτυξη. Λαμβάνει υπόψη τη σύνθεση των παραγωγικών μέσων, που χρησιμοποιεί κάθε κατάσταση, τη σύνθεση των προϊόντων που παρέχει (λαμβάνει, δηλαδή υπόψη πολλές εισροές και εκροές) και προσδιορίζει την σχετική αποτελεσματικότητα κάθε καταστήματος, επιλύοντας διαφορετικό πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού. Κάθε πρόβλημα, αφορά την μεγιστοποίηση του βαθμού αποτελεσματικότητας ενός καταστήματος και προσδιορίζει αυτόν το βαθμό σε σύγκριση μόνο με καταστήματα του δείγματος που παρουσιάζουν παρομοίους συνδυασμούς εισροών — εκροών με το κατάστημα της συνάρτησης σκοπού. Με τη βοήθεια του συνόλου αναφοράς η DEA προσδιορίζει τα μη αποτελεσματικά καταστήματα και προτείνει τρόπους (μείωση εισροών ή/και αύξηση εκροών) για ένα μη αποτελεσματικό κατάστημα, έτσι ώστε να γίνει αποτελεσματικό. Αυτό σημαίνει ότι, με την μέθοδο αυτή, μπορεί να γίνει μια ανακατανομή των παραγωγικών μέσων, μεταξύ των καταστημάτων, με τελικό στόχο την αύξηση της συνολικής αποτελεσματικότητας.

Αναγκαία προϋπόθεση για την εφαρμογή της μεθόδου είναι ο καθορισμός των εισροών και εκροών, δηλαδή των προϊόντων και των παραγωγικών συντελεστών που χρησιμοποιούνται, για την παραγωγή των προϊόντων.

Αρχικά, η μέθοδος χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση με κερδοσκοπικών οργανισμών (νοσοκομεία, σχολεία, δημόσιοι οργανισμοί, κ.λπ.), όπου οι κλασικές λογιστικές τεχνικές δεν έδιναν λύσεις. Σταδιακά όμως έχει αποκτήσει ευρύτερη απήχηση και αποδοχή, καθώς έχει γίνει φανερό ότι δίνει χρήσιμες πληροφορίες και για την λειτουργία κερδοσκοπικών οργανισμών, που χαρακτηρίζονται κυρίως από την χρήση πολλών πόρων (εισροών) για την παραγωγή πολλών προϊόντων (εκροών).

Β) Μελέτες μεταξύ τραπεζών και υποκαταστημάτων

Τα τελευταία χρόνια έχει δημοσιευθεί ένας αρκετά μεγάλος αριθμός μελετών που εξετάζει την αποτελεσματικότητα τραπεζικών οργανισμών, με χρήση της DEA, τόσο σε συνολικό επίπεδο, όσο και σε επίπεδο τραπεζικού καταστήματος. Ενδεικτικά, συγκρίσεις της αποτελεσματικότητας μεταξύ Τραπεζών, έχουν γίνει στις εξής χώρες και από τους εξής μελετητές:

- § Αμερική (Aly και Pasurka 1988, Aly, Grabowski και Rangan 1990, Berger και Humphrey 1991, Elyasiani και Mehdian 1990 και 1992, Ferrier και Lovell 1990, Miller και Noulas 1996, Rangan, Grabowski, , Thompson, Brinkman, Dharmapala και Thrall 1997),
- § Ισπανία (Grifell-Tatje και Lovell 1997),
- § Ιταλία (Resti 1997),
- § Μεξικό (Taylor, Thompson, Thrall και Dharmapala 1997),
- § Νορβηγία (Berg, Forsund και Jansen 1991),
- § Τουρκία (Zaim, 1995).

Ανάλογες μελέτες έχουν γίνει και για την εκτίμηση της αποτελεσματικότητας μεταξύ των καταστημάτων μιας Τράπεζας, όπως:

- § Αγγλία (Drake και Howcroft 1994, Athanassopoulos 1998),

- § Αμερική (Sherman και Gold 1985, Berger, Leusner και Mingo 1997),
- § Βέλγιο (Tulkens, 1993),
- § Ελλάδα (Vassiloglou και Giokas 1990, Giokas 1991, Athanassopoulos 1997, Athanassopoulos and Giokas 2000, Δονάτος και Γκιώκας 1995, Δονάτος, Αθανασσόπουλος και Γκιώκας 1997),
- § Καναδά (Parkan, 1987),
- § Κύπρο (Zenios, Zenios, Agathocleous και Soteriou 1996, Soteriou και Zenios 1999),
- § Τουρκία (Oral και Yolalan 1990, Oral, Kettani και Yolalan 1992).

Επίσης, πρέπει να τονίσουμε ότι έχουν γίνει εργασίες και για την σύγκριση της αποτελεσματικότητας μεταξύ Τραπεζών διαφορετικών κρατών, όπως είναι εκείνη των Berg, Forsund Hjalmarsson και Suominen (1993), που συγκρίνει την αποτελεσματικότητα των Τραπεζών των τριών Σκανδιναβικών κρατών (Νορβηγία, Σουηδία, Φινλανδία).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

Παναθηναϊκή Τράπεζα

και

Εναλλακτικές Τάσεις



Α) Παν-αθηναϊκή Τράπεζα

Η Παν-αθηναϊκή Τράπεζα ιδρύθηκε το 1929, αν και ουσιαστικά κάνει την εμφάνισή της το 1908 σαν <<Τράπεζα των Παν-Αθηναίων>> . Από τότε η Τράπεζα πέρασε από πολλές φάσεις για να καταλήξει σήμερα να είναι ένα από τα μεγαλύτερα τραπεζικά ιδρύματα στην Ελλάδα και να έχει συνεχή, γόνιμη και ενεργό συμμετοχή στην ανάπτυξη της ελληνικής οικονομίας και στον εκσυγχρονισμό της τραπεζικής αγοράς στη χώρα μας.

Οι σημαντικότεροι ιστορικοί σταθμοί της Παν-αθηναϊκής Τράπεζας είναι οι εξής:

1908 Ίδρυση της <<Τράπεζας των Παν- Αθηναίων>>.

1929 Ίδρυση Παν-αθηναϊκής Τραπεζής της Ελλάδος, έπειτα από μετατροπή της Ε.Ε σε Ανώνυμη Εταιρία με την επωνυμία «Παν-αθηναϊκή Τράπεζα της Ελλάδος Α.Ε». Εισαγωγή στο Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών.

1934-1946 Ίδρυση εμπορικών καταστημάτων σε όλη την Ελλάδα.

1951-1968 Ίδρυση εμπορικών καταστημάτων της Παν-αθηναϊκής Τράπεζας σε όλη την Ευρώπη.

1979 Εορτασμός της πεντηκονταετίας από την ίδρυση της Παν-αθηναϊκής Τράπεζας, με συνεχή και ραγδαία αύξηση των οικονομικών μεγεθών της.

1980 Εξαγορά της Ολυμπιακής Τράπεζας.

1981-1987 Συνεχείς εξαγορές μικρών και μικρομεσαίων τραπεζών.

1990 Ίδρυση νέων υποκαταστημάτων σε Ελλάδα και επέκταση στην Κύπρο.

1995 Πώληση της Ολυμπιακής Τράπεζας και άλλων μικρών τραπεζών.

1999-2001 Εξαγορά έξι θυγατρικών εταιριών στην προσπάθεια ανασύνταξης.

2002-2007 Ίδρυση νέων, χρηματοπιστωτικών κυρίως, εταιριών της Τράπεζας (Leasing, Factoring κ.α.).

2008 Διάθεση ιδίων μετοχών, που αντιπροσωπεύουν το 7,4% του μετοχικού κεφαλαίου της Τράπεζας.

Σήμερα, η Παν-αθηναϊκή Τράπεζα δραστηριοποιείται στις εγχώριες και στις διεθνείς αγορές κεφαλαίου και χρήματος, προσφέροντας ένα πλήρες φάσμα παραδοσιακών και σύγχρονων τραπεζικών προϊόντων και υπηρεσιών, τα οποία καλύπτουν τις αποταμιευτικές, χρηματοδοτικές και επενδυτικές ανάγκες των πελατών της.

Η Παν-αθηναϊκή Τράπεζα διαθέτει 180 καταστήματα στην Ελλάδα. Επίσης, έχει διεθνή παρουσία μέσω θυγατρικών της Τραπεζών στην Κύπρο, τη Γιουγκοσλαβία, τη Βουλγαρία, την Αλβανία, την Ρουμανία και την Τουρκία.

B)Εναλλακτικές Τάσεις

Ο καθορισμός των προϊόντων μιας τράπεζας, αποτελεί βασικό πρόβλημα στην ανάλυση της αποτελεσματικότητας των υποκαταστημάτων της. Υπάρχουν δύο εναλλακτικές τάσεις σχετικά με το συγκεκριμένο θέμα.

Κάτω από την πρώτη τάση, η οποία ονομάζεται "παραγωγική", η τράπεζα παρέχει υπηρεσίες στους πελάτες της. Τα υποκαταστήματα εκτελούν συναλλαγές και προσφέρουν διάφορες χρηματοοικονομικές υπηρεσίες. Σύμφωνα με την πρώτη αυτή τάση, το προϊόν μετράται καλύτερα με τον αριθμό και τη μορφή των συναλλαγών και υπηρεσιών, που διενεργούνται σε μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Συνήθως, οι συναλλαγές ταξινομούνται σε διάφορες κατηγορίες ανάλογα με τον βαθμό δυσκολίας ή το τμήμα του υποκαταστήματος που τις εκτελεί. Η πρακτική αυτή έχει υιοθετηθεί από το σύνολο, σχεδόν, των ερευνητών (Sherman και Gold 1985, Vassiloglou και Giokas 1990, Giokas 1991, Kuussaari και Vesala 1995).

Πρέπει να σχολιάσουμε ότι, στις περισσότερες των περιπτώσεων, δεν υπάρχουν στοιχεία για τον αριθμό των συναλλαγών και για τον λόγο αυτό χρησιμοποιούνται δεδομένα που σχετίζονται με τον αριθμό των λογαριασμών, όπως καταθέσεις και χορηγήσεις (Ferrier και Lovel 1990, Grifell-Tatje και Lovell 1997). Στην παραγωγική τάση χρησιμοποιούνται ως εισροές, κυρίως, η εργασία, το κεφάλαιο, τα λειτουργικά έξοδα, ο αριθμός των αυτομάτων ταμειακών μηχανών (ΑΤΜς), οι αποσβέσεις κ.λπ.

Πρέπει εδώ να επισημανθεί ότι, σε αυτή την κατηγορία, ο καλύτερος τρόπος έκφρασης του καθορισμού και μέτρησης των προϊόντων ενός τραπεζικού καταστήματος είναι ο αριθμός των συναλλαγών (αν είναι διαθέσιμος), που πραγματοποιείται από το κατάστημα, για τους εξής λόγους:

α) οι καταθέσεις σε κάθε ένα κατάστημα δεν αποτελούν απαραίτητα καταθέσεις σε αυτό το κατάστημα και

β) ο όγκος των συναλλαγών επιδρά άμεσα στις πηγές, που απαιτούνται για να διατηρηθεί στο κατάστημα ένας αριθμός λογαριασμών, δεδομένου ότι όλοι οι λογαριασμοί δεν μπορούν να έχουν και δεν έχουν την ίδια κίνηση.

Κάτω από τη δεύτερη τάση, η οποία ονομάζεται "ενδιάμεση", θεωρείται ότι η Τράπεζα λειτουργεί ως «διαμεσολαβητής» μεταξύ καταθετών και επενδυτών, αγοράζοντας και πουλώντας κεφάλαια με σκοπό το κέρδος. Το προϊόν ,κάτω από αυτή την τάση, μετράται συνήθως από το υπόλοιπο των λογαριασμών (Berger και Humphrey 1991, Resti 1997).

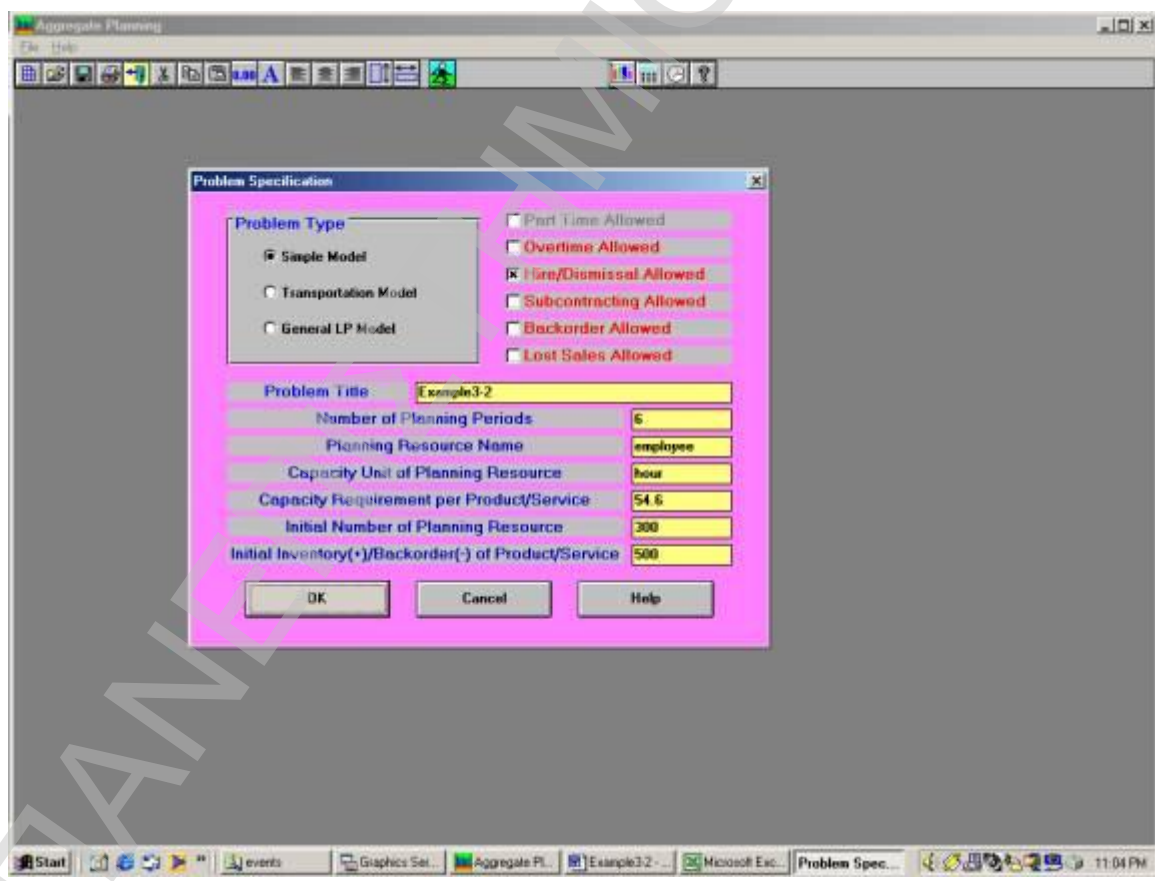
Στην ενδιάμεση τάση, εκτός από την εργασία, το κεφάλαιο και τις πρώτες ύλες, ως εισροή χρησιμοποιούνται και οι χρεωστικοί τόκοι. Αυτό συμβαίνει διότι, κατά τη διαδικασία της διαμεσολάβησης η δυνατότητα χορηγήσεων είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με τις υπάρχουσες καταθέσεις.

Οι Berg, Forsund και Jansen (1991), Kuussaari (1993) και Athanassopoulos (1997) εφάρμοσαν ταυτόχρονα και τις δύο προσεγγίσεις, χωρίς να εμφανισθούν ουσιαστικές διαφορές στα αποτελέσματα. Σημειώνεται ότι στην παραγωγική προσέγγιση ως προϊόν ελήφθη και στις τρεις εργασίες ο αριθμός των λογαριασμών.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

Το μοντέλο και η επίλυσή του



Α)Εισαγωγικά στοιχεία και το σενάριο

Στο σημερινό διεθνές ανταγωνιστικό περιβάλλον, οι τράπεζες οφείλουν να διατηρήσουν την οικονομική σταθερότητα, καθώς και να είναι ικανές να αντιμετωπίσουν, αποτελεσματικά, τον ανταγωνισμό. Για όλους αυτούς τους λόγους είναι σημαντικό, για τις τράπεζες, να μπορούν να αξιολογούν τις επιδόσεις τους.

Τα τελευταία χρόνια, έχουν εκφραστεί παράπονα από τις διευθύνσεις των τραπεζικών μονάδων για τη χρηματοδότηση που τους παραχωρείται σε ό, τι έχει να κάνει με την κάλυψη των βασικών τους λειτουργικών εξόδων. Άμεσος στόχος των κεντρικών της τράπεζας είναι να στηρίξουν τη χρηματοδότηση των υποκαταστημάτων, αλλά και να κάνουν κάποιες παρεμβάσεις σε στοιχεία, τα οποία έχουν να κάνουν με την αποδοτικότητα των λειτουργικών μονάδων, με απώτερο στόχο την βελτίωση της θέσης της Τράπεζας όσο αφορά την αποδοτικότητά της σε σχέση με τις υπόλοιπες Τράπεζες. Το γεγονός αυτό συμβαίνει, διότι ενδιαφέρονται να υποστηρίξουν, αλλά και να βελτιώσουν εκείνα τα υποκαταστήματα, τα οποία φαίνεται να υστερούν και όχι για τον λόγο ότι έχουν ως πρόθεση να χρηματοδοτήσουν, κατ' ανάγκη, με μεγαλύτερα κονδύλια, τις σχετικά πιο αποδοτικές μονάδες.

Ένα πολύ ενδιαφέρον πρόβλημα, εκείνο, το οποίο έχει, γενικότερα, να κάνει με τη μέτρηση της λειτουργικής αποδοτικότητας οργανωτικών μονάδων (organizational units, operating units, decision making units, DMU 's) και ειδικότερα με τη μέτρηση της σχετικής αποδοτικότητας και τη σύγκριση των λειτουργικών αυτών μονάδων είναι

και το κέντρο αναφοράς του προτεινόμενου σεναρίου. Η μέτρηση είναι σχετικά εύκολη όταν έχουμε μία εισροή και μία εκροή ή ομοιογενείς εισροές και εκροές.

Το πρόβλημα και οι δυσκολίες προκύπτουν στην περίπτωση παραγωγικών διαδικασιών με μεγάλο αριθμό εισροών και εκροών, και τούτο, λόγω της ύπαρξης πολλών ανομοιογενών μέσων, πόρων, δραστηριοτήτων και εξωγενών παραγόντων. Ειδικότερα, σε παραγωγικές διαδικασίες που διακρίνονται από μεγάλη ευελιξία προσαρμογής σε προϊόντα ή υπηρεσίες με διαφορετικές προδιαγραφές, το πρόβλημα παρουσιάζεται ιδιαίτερα έντονο.

Οι μέθοδοι, που αναφέρθηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο της εργασίας, εμφανίζουν αδυναμίες, οι οποίες αντιμετωπίζονται με την Data Envelopment Analysis (DEA), που θεωρείται όχι μόνο συμπληρωματική των άλλων μεθόδων (κυρίως των δεικτών), αλλά παρέχει πληροφορίες που βοηθούν ουσιαστικά τους υπευθύνους λήψης αποφάσεων.

Μία μέθοδος, λοιπόν, που στηρίζεται στον γραμμικό προγραμματισμό είναι η μέθοδος Data Envelopment Analysis (DEA). Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της σχετικής αποδοτικότητας (comparative efficiency) ομοιογενών λειτουργικών μονάδων, δηλαδή μονάδων με όμοιες δραστηριότητες, στόχους και ανάλογες εισροές και εκροές. Η Data Envelopment Analysis έχει χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση της σχετικής αποδοτικότητας ομοιογενών λειτουργικών μονάδων.

Θα μπορούσαμε να αναφέρουμε ως παράδειγμα τραπεζικά υποκαταστήματα (κάτι με το οποίο θα ασχοληθούμε στη συγκεκριμένη εργασία), νοσηλευτικές μονάδες, εκπαιδευτικές μονάδες, δημόσιες υπηρεσίες, αστυνομικά τμήματα, αγροτικές και κτηνοτροφικές μονάδες, καταστήματα λιανικής πώλησης εστιατόρια γρήγορης εξυπηρέτησης κλπ .

Όσον αφορά τη βασική ιδέα της μεθόδου DEA, αυτή δεν άλλη απ' το ότι υπάρχει ένα πλήθος από λειτουργικές μονάδες που δέχονται εισροές (παραγωγικούς συντελεστές-πόρους, inputs) και οι οποίες παράγουν ένα σύνολο από εκροές (προϊόντα-υπηρεσίες, outputs).

Έτσι, κάθε λειτουργική μονάδα δέχεται ένα επίπεδο εισροών, το οποίο δεν είναι απαραίτητα το ίδιο μεταξύ τους και παράγει προϊόντα ή υπηρεσίες σε διαφορετικό, επίσης, επίπεδο.

Ας επικεντρωθούμε σε μία από τις λειτουργικές αυτές μονάδες, έστω στο τραπεζικό υποκατάστημα I. Σ' αυτή την περίπτωση κάνουμε τις παρακάτω σκέψεις και υποθέσεις:

Έστω ότι, το συγκεκριμένο υποκατάστημα παράγει έναν όγκο εκροών (π.χ. y_1 συναλλαγές λογαριασμών προθεσμιακών καταθέσεων) χρησιμοποιώντας ένα δεδομένο σύνολο εισροών (x_1 ταμειολογιστές), τότε, θεωρητικά μιλώντας, και τα υπόλοιπα υποκαταστήματα θα πρέπει να μπορούν να κάνουν το ίδιο (αν όχι κάτι καλύτερο) ώστε να θεωρούνται σχετικά αποδοτικά.

Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο σκέψης, θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι πρέπει να ισχύει και για το II και ούτω καθεξής για όλα τα υπόλοιπα υποκαταστήματα. Με τη βοήθεια κατάλληλων συντελεστών βαρύτητας, αν συνδυάσουμε όλες αυτές τις πληροφορίες με τον ενδεδειγμένο τρόπο, μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα σύνθετο υποκατάστημα (διαφορετικό για κάθε πραγματικό υποκατάστημα), το οποίο να αποτελεί μέτρο σύγκρισης για το αντίστοιχο πραγματικό. Στη συνέχεια συγκρίνοντας το σύνθετο υποκατάστημα με το αληθινό, μπορούμε να εξάγουμε πολύ χρήσιμα συμπεράσματα, όσον αφορά τη σχετική αποδοτικότητα της πραγματικής μονάδας.

Θα μπορούσαμε να σχολιάσουμε, πιο συγκεκριμένα, μέσα από τη διαδικασία που περιληπτικά περιγράψαμε παραπάνω, πως κύριος στόχος της Data Envelopment Analysis είναι ο εντοπισμός και η εστίαση της προσοχής μας σε εκείνες τις λειτουργικές μονάδες, οι οποίες χαρακτηρίζονται από μειωμένη σχετική αποδοτικότητα σε σχέση με τις υπόλοιπες μονάδες που συμμετέχουν στην ανάλυση.

Από τα παραπάνω λοιπόν προκύπτει ότι, η DEA είναι μία διαδικασία μέτρησης της αποδοτικότητας και αυτό, πάντα σε σχέση με την αποδοτικότητα όμοιων ως προς τις λειτουργίες μονάδων που συμμετέχουν στην ανάλυση.

Διαπιστώνεται ότι, δεν είναι εύκολο να μετρηθεί η σχετική αποδοτικότητα επιμέρους λειτουργικών μονάδων και να γίνει σύγκριση μεταξύ τους, και αυτό συμβαίνει κυρίως, γιατί κάθε λειτουργική μονάδα έχει τα επιμέρους χαρακτηριστικά της, τα οποία διαφοροποιούν τα επίπεδα των εισροών και των εκροών της.

Στην περίπτωση που έχουμε πολλαπλές εισροές και εκροές, το πρόβλημα, που σχετίζεται, με τον εντοπισμό των λειτουργικών μονάδων που υστερούν σε απόδοση σε σχέση με τις υπόλοιπες μονάδες είναι πολύπλοκο. Αντίθετα, στην περίπτωση εκείνη, όπου έχουμε μία εισροή και μία εκροή. π.χ. ταμειολογιστές και συναλλαγές, για να πάρουμε μία ένδειξη της απόδοσης, αρκεί να υπολογίσουμε τον αντίστοιχο δείκτη παραγωγικότητας.

Η μέθοδος DEA, αναπτύχθηκε με στόχο την επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων, εντοπίζοντας την μία ή τις παραπάνω λειτουργικές μονάδες που είναι λιγότερο αποδοτικές (ανεπαρκείς - inefficient) σε σχέση με τις υπόλοιπες της ομάδας που έχει επιλεγεί.

Εδώ θα πρέπει να αναφέρουμε ότι, η μέθοδος αποτελεί μία διαδικασία μέτρησης για τον εντοπισμό των κατάλληλων συντελεστών στάθμισης, που καταδεικνύουν τις αποδοτικές και τις λιγότερο αποδοτικές λειτουργικές μονάδες. Μάλιστα, στις πολύπλοκες, δηλαδή με πολλαπλές εισροές και εκροές, περιπτώσεις, η διερεύνηση της σχετικής αποδοτικότητας μίας λειτουργικής μονάδας πραγματοποιείται με τη βοήθεια του γραμμικού προγραμματισμού. Αυτός ακριβώς, είναι ο στόχος τον οποία θα προσπαθήσουμε να επιτεύξουμε στη συνέχεια στο σενάριο της μελέτης της παρούσας περιπτώσεως.

Η διοίκηση της <<Παν-αθηναϊκής Τράπεζας>>, στην προσπάθεια της να εκτιμήσει τη σχετική αποδοτικότητα των τεσσάρων λειτουργικών μονάδων, συνέλλεξε δεδομένα σχετικά με πέντε εισροές και δυο εκροές.

Στον πίνακα 1 δίνονται οι μετρήσεις των εισροών, τις οποίες για μεγαλύτερη ευκολία ονομάζουμε E1 έως E5. Οι αποδοχές του προσωπικού, τα ενοίκια και τα έξοδα προβολής- διαφήμισης είναι σε χιλιάδες χρηματικές μονάδες. Ενώ οι ταμειολογιστές σε άτομα και ο χώρος σε τετραγωνικές μονάδες για τη συγκεκριμένη κοινή περίοδο διερεύνησης των τριών ετών και για τις τέσσερις τραπεζικές μονάδες. Όλα τα δεδομένα είναι ετήσιες μέσες τιμές για την περίοδο τριετίας, στρογγυλοποιημένα στον πλησιέστερο ακέραιο.

Πίνακας 1 Εισροές για την ανάλυση DEA

Εισροή		Τραπεζική Μονάδα.			
		A	B	Γ	Δ
E1	Ταμειολογιστές	21	14	18	19
E2	Χώρος	750	600	650	627
E3	Διαφήμιση -Προβολή	9	4	8	9
E4	Ενοίκια	100	60	25	110
E5	Αποδοχές προσωπικού	720	593	615	630

Στον πίνακα 2 δίνονται οι μετρήσεις των δύο εκροών (σε χιλιάδες συναλλαγές) που τις ονομάζουμε K1 και K2, δηλαδή οι συναλλαγές λογαριασμών καταθέσεων όψεως και οι συναλλαγές λογαριασμών προθεσμιακών καταθέσεων.

Πίνακας 2 Εκροές για την ανάλυση DEA

Εκροή		Τραπεζική Μονάδα.			
		A	B	Γ	Δ
K1	Συναλλαγές λογαριασμών καταθέσεων όψεως	18	14	16	20
K2	Συναλλαγές λογαριασμών προθεσμιακών καταθέσεων	32	27	22	38

Ο αντικειμενικός μας σκοπός είναι να εντοπίσουμε, με τη βοήθεια της μεθόδου DEA εκείνες τις τραπεζικές μονάδες, οι οποίες παρουσιάζουν μειωμένη σχετική αποδοτικότητα με σκοπό να υποστηριχθούν, αλλά και να βελτιωθούν.

B) Οι Βασικές Υποθέσεις

Η αποδοτικότητα των υποκαταστημάτων εξετάζεται με βάση το χρονικό διάστημα μιας τριετίας, μέσα στο οποίο υπολογίστηκαν οι μέσες τιμές των διαφόρων επιλεγμένων εισροών και εκροών. Για να υπολογίσουμε το δείκτη αποδοτικότητας κάποιου από τα υποκαταστήματα της τράπεζας θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τον γραμμικό προγραμματισμό. Με την προϋπόθεση βέβαια ότι, για να χρησιμοποιηθεί, θα πρέπει να ισχύουν οι βασικές παραδοχές του.

Παρά το γεγονός ότι, οι μετρήσεις που θα χρησιμοποιήσουμε στην ανάλυση DEA, διέπονται από την αρχή της προσδιοριστικότητας, και αυτό διότι έχουν προέλθει, πιθανότατα, είτε από ιστορικά στοιχεία είτε από γνωστές μετρήσεις είτε και από κάποιο πληροφοριακό σύστημα, είναι πάρα πολύ σημαντικό το να γίνει σωστή επιλογή των εισροών και των εκροών (ως προς το πλήθος, αλλά και ως προς το είδος τους).

Λόγω της εξειδίκευσης υπηρεσιών που πιθανόν να υπάρχει, όσο περισσότερες εισροές και εκροές υπεισέρχονται σε ένα πρόβλημα, τόσο περισσότερες λειτουργικές μονάδες τείνουν να αξιολογούνται με μονάδα, δηλαδή ως αποδοτικές. Και τούτο, είναι κάτι που αντικατοπτρίζεται στις εκροές τους.

Αντίστοιχα, όσο λιγότερες είναι οι εισροές και οι εκροές τόσο περισσότερες λειτουργικές μονάδες μπορούν να συγκρίνονται άμεσα μεταξύ τους και ο λόγος δεν είναι άλλος από την έλλειψη εξειδίκευσης στις λειτουργίες που παρουσιάζουν. Έτσι προκύπτει χωρίς αυτό να είναι πάντα εφικτό, ένας γενικός κανόνας, της φιλοσοφίας, ότι το πλήθος των λειτουργικών μονάδων με το πλήθος των παραμέτρων θα πρέπει να σχετίζεται σε αναλογία 1 προς 3.

Άλλη μία σοβαρή υπόθεση, της μεθόδου, είναι εκείνη που εξετάζει αν τα επίπεδα της χρήσης των πόρων και οι εκροές υπακούουν στην αρχή της αναλογικότητας, καθώς επίσης και αν δεν επηρεάζονται από την κλίμακα των λειτουργιών. Έτσι, αν υποθέσουμε ότι, η παραγωγικότητα αυξάνεται αναλογικά, όταν όλες οι εισροές αυξάνονται σύμφωνα με κάποιο συντελεστή ή αντίθετα με την αύξηση της παραγωγής αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία οικονομιών κλίμακας. Εδώ θα πρέπει να επισημανθεί ότι έχουν αναπτυχθεί μοντέλα, μερικά εκ των οποίων αντιμετωπίζουν το πρόβλημα από την πλευρά των αυξανόμενων ή μειούμενων αποδόσεων κλίμακας (increasing-decreasing returns to scale) και άλλα από την πλευρά των σταθερών αποδόσεων κλίμακας (constant returns to scale).

Κάτι εξίσου σημαντικό, που πρέπει να σχολιάσουμε είναι ότι οι τιμές των εισροών, αλλά και των εκροών, πρέπει γενικά, να μην είναι αρνητικές. Στην περίπτωση που υπάρχουν αρνητικές εισροές ή εκροές, τότε μπορούν να γίνουν κάποιοι μετασχηματισμοί.

Ο απλούστερος των εφικτών μετασχηματισμών είναι η πρόσθεση σε όλες τις τιμές εκροών-εισροών, ενός θετικού αριθμού, ο οποίος να είναι μεγαλύτερος από την απόλυτη τιμή του μικρότερου αρνητικού αριθμού.

Επίσης, η ομοιογένεια είναι μια άλλη σημαντική υπόθεση, που αναφέρεται στην απαίτηση που υπάρχει ώστε να προέρχονται οι λειτουργικές μονάδες από τον ίδιο τομέα δραστηριότητας και να έχουν καταγραφεί τιμές από τις ίδιες παραμέτρους (εισροές και εκροές), για όλες.

Τέλος, μια άλλη υπόθεση, η οποία υποστηρίζει ότι όταν αυξάνεται έστω και μία εισροή, τότε παρατηρείται αύξηση σε τουλάχιστον μία εκροή και οπωσδήποτε όχι μείωση και η οποία υπονοείται στα μοντέλα DEA, είναι εκείνη της ισοτονικότητας (isotonicity). Μπορούμε, όμως να παρακάμψουμε την παραβίαση αυτής της αρχής με διάφορους μετασχηματισμούς.

Γ) Το Μοντέλο

Με βάση τα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, θα προσπαθήσουμε να αναπτύξουμε ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού που να μπορεί να εντοπίσει τη σχετική αποδοτικότητα κάθε υποκαταστήματος. Στην Data Envelopment Analysis κατασκευάζουμε μια σύνθετη ή αλλιώς εικονική λειτουργική μονάδα (composite/virtual), η οποία βασίζεται στις εισροές και εκροές των υπολοίπων λειτουργικών μονάδων. Λέγοντας υπόλοιπων λειτουργικών μονάδων εννοείται ότι αναφερόμαστε στις πραγματικές λειτουργικές μονάδες. Για καθεμία από τις εκροές που μετράμε, εντοπίζεται η αντίστοιχη εκροή της εικονικής μονάδας ως σταθμισμένος μέσος όρος των εκροών των πραγματικών λειτουργικών μονάδων και αντίστοιχα οι εισροές της εικονικής μονάδας υπολογίζονται με τους ίδιους συντελεστές στάθμισης από τις εισροές των πραγματικών τραπεζικών μονάδων.

Έτσι, πρέπει η αξιολόγηση κάθε υποκαταστήματος να πραγματοποιείται ξεχωριστά. Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε, για παράδειγμα, πρώτα να αξιολογήσουμε το υποκατάστημα I. Οι περιορισμοί του μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού που θα δημιουργήσουμε θα πρέπει να είναι κατασκευασμένοι έτσι, ώστε οι εκροές της σύνθετης μονάδας να είναι ως ποσότητες, τουλάχιστον όσο και του υποκαταστήματος I. Αντίστοιχα, θα δημιουργήσουμε για τη σύνθετη μονάδα ακόμα μια ομάδα περιορισμών, που θα διασφαλίζουν ότι το σύνθετο υποκατάστημα δεν καταναλώνει ποσότητες εισροών, μεγαλύτερες από εκείνες της αξιολογούμενης μονάδας I.

Η αντικειμενική συνάρτηση θα υποδεικνύει το ελάχιστο ποσοστό εισροών που απαιτείται από τη σύνθετη μονάδα, ώστε να έχει τουλάχιστον τις ίδιες ποσότητες εκροών με την αξιολογούμενη.

Αν αποδειχτεί ότι υπάρχει τουλάχιστον μία εισροή μικρότερη από εκείνες που δέχεται το υποκατάστημα I, ελέγχοντας τις εισροές της σύνθετης μονάδας και συγκρίνοντας τις με εκείνες της αξιολογούμενης, τότε το υποκατάστημα I δεν είναι κατά Pareto αποδοτικό, δηλαδή είναι υποδεέστερο του σύνθετου, αφού το τελευταίο παράγει τουλάχιστον τις ίδιες εκροές, αλλά με μια τουλάχιστον εισροή μειωμένη. Στην περίπτωση, λοιπόν αυτή αποδεικνύεται ότι το υποκατάστημα I έχει μειωμένη σχετική αποδοτικότητα, κάτι το οποίο προκύπτει πάντα σε σχέση με τα άλλα τρία υποκαταστήματα, και αυτό διότι το σύνθετο υποκατάστημα είναι ένας σταθμισμένος μέσος όρος των υπολοίπων.

Όσον αφορά, το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού, με το οποίο θα υπολογίσουμε τους συντελεστές βαρύτητας κάθε πραγματικής μονάδας και από τους οποίους θα κατασκευάσουμε το σύνθετο υποκατάστημα ως μέτρο σύγκρισης για το υποκατάστημα I, ορίζουμε αρχικά τις ακόλουθες μεταβλητές απόφασης:

x_1 = συντελεστής βαρύτητας για τις εισροές και τις εκροές του υποκαταστήματος I

x_2 = συντελεστής βαρύτητας για τις εισροές και τις εκροές του υποκαταστήματος II

x_3 = συντελεστής βαρύτητας για τις εισροές και τις εκροές του υποκαταστήματος III

x_4 = συντελεστής βαρύτητας για τις εισροές και τις εκροές του υποκαταστήματος VI

Στη συνέχεια θα αναφέρουμε στους περιορισμούς και θα συνεχίσουμε με την αντικειμενική συνάρτηση. Πρώτα απ' όλα, χρειαζόμαστε έναν περιορισμό που να καθορίζει ότι οι συντελεστές βαρύτητας πρέπει να αθροίζονται στη μονάδα (το σύνολο), οπότε έχουμε :

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

Επίσης, υπάρχουν δύο ομάδες περιορισμών εκείνη των εισροών και εκείνη των εκροών.

Αν ξεκινήσουμε με εκείνη των εκροών, τότε ισχύει ξεχωριστά, για κάθε εκροή της σύνθετης λειτουργικής μονάδας, η σχέση:

$$\text{Εκροή σύνθετης μονάδας} = (\text{εκροή της I}) * x_1 + (\text{εκροή της II}) * x_2 + (\text{εκροή της III}) * x_3 + (\text{εκροή της VI}) * x_4$$

Οπότε για την εκροή E1 έχουμε :

$$\text{Εκροή E1 σύνθετης μονάδας} = 18 * x_1 + 14 * x_2 + 16 * x_3 + 20 * x_4$$

για την εκροή E2 έχουμε :

$$\text{Εκροή E2 σύνθετης μονάδας} = 32 * x_1 + 27 * x_2 + 22 * x_3 + 38 * x_4$$

Έπειτα, λόγω του ότι θέλουμε να εξασφαλίσουμε ότι κάθε εκροή της σύνθετης μονάδας πρέπει να είναι τουλάχιστον τόσο καλή όσο εκείνη της αξιολογούμενης λειτουργικής μονάδας I , κατασκευάζουμε τους περιορισμούς της πρώτης ομάδας , θέτοντας τις εκροές E1 και E2 της σύνθετης μονάδας να είναι μεγαλύτερες ή ίσες από εκείνες της I αντίστοιχα:

$$18 * x_1 + 14 * x_2 + 16 * x_3 + 20 * x_4 \geq 18$$

$$32 * x_1 + 27 * x_2 + 22 * x_3 + 38 * x_4 \geq 32$$

Οι παραπάνω περιορισμοί διασφαλίζουν ότι αν υπάρχει άριστη λύση για τους συντελεστές βαρύτητας, είναι εκείνος ο συνδυασμός που εξασφαλίζει ότι η σύνθετη μονάδα έχει εκροές μεγαλύτερες, ή ίσες στην οριακή περίπτωση, από εκείνες της μονάδας I που αξιολογείται.

Επίσης, είναι πλέον φανερό ότι οι λειτουργικές μονάδες δεν μπορούν να αξιολογηθούν όλες μαζί με ένα μοναδικό μοντέλο, αλλά πρέπει να κατασκευάσουμε ένα ξεχωριστό μοντέλο για κάθε μονάδα, αφού τα δεξιά μέλη των παραπάνω περιορισμών είναι οι εκροές της λειτουργικής μονάδος που αξιολογείται κάθε φορά.

Τελειώνοντας, λοιπόν, με τις εκροές περνάμε στη δεύτερη ομάδα περιορισμών που σχετίζεται με τις εισροές και διασφαλίζει ότι η σύνθετη λειτουργική μονάδα καταναλώνει εισροές που δεν ξεπερνούν εκείνες του αξιολογούμενου υποκαταστήματος. Η διαφορά είναι ότι εδώ θα χρησιμοποιήσουμε μια επιπλέον μεταβλητή, η οποία εκφράζει για τη σύνθετη μονάδα το μέγιστο ποσοστό κατανάλωσης των εισροών της αξιολογούμενης μονάδας I και θα την ονομάσουμε F (fraction). Η μέγιστη τιμή, που μπορεί να πάρει η μεταβλητή F , δεν είναι άλλη από τη μονάδα.

Ειδικότερα, χρησιμοποιώντας τους συντελεστές βαρύτητας a_s εξετάσουμε αρχικά την εισροή $\Sigma 1$. Από αυτό έχουμε :

$$21 * x_1 + 14 * x_2 + 18 * x_3 + 19 * x_4 \leq 21$$

Σύμφωνα όμως με τη λογική που περιγράψαμε παραπάνω, τοποθετούμε στο δεξιό μέλος το $21 * F$, αντί για το 21, κάτι το οποίο σημαίνει κατανάλωση πόρου από την σύνθετη ως ποσοστό της αντίστοιχης κατανάλωσης του αξιολογούμενου υποκαταστήματος I.

Έτσι, η μορφή που παίρνει τελικά ο περιορισμός είναι:

$$21 * x_1 + 14 * x_2 + 18 * x_3 + 19 * x_4 \leq 21 * F$$

Αν η μεταβλητή F πάρει τη μέγιστη τιμή της, το ένα, τότε η σύνθετη λειτουργική μονάδα έχει τη δυνατότητα να καταναλώνει τη μέγιστη ποσότητα της συγκεκριμένης εισροής. Αν, όμως, η μεταβλητή F πάρει τιμή μικρότερη της μονάδας, τότε το σύνθετο υποκατάστημα χρειάζεται να καταναλώνει μικρότερη ποσότητα του πόρου, από εκείνη που χρειάζεται η αξιολογούμενη μονάδα I. Βέβαια, σύμφωνα με την πρώτη ομάδα περιορισμών, το σύνθετο υποκατάστημα έχει εκροές τουλάχιστον ίσες με εκείνες του αξιολογούμενου, κάτι που αποδεικνύει τη μειωμένη αποδοτικότητα του αξιολογούμενου. Θεωρητικά, αν η μεταβλητή F πάρει τιμή μεγαλύτερη της μονάδας, αυτό σημαίνει ότι η σύνθετη λειτουργική μονάδα απαιτεί κατανάλωση μεγαλύτερης ποσότητας του πόρου από το υποκατάστημα I. Ωστόσο, αυτό δεν πρόκειται να συμβεί ποτέ και το λόγο, με την ολοκλήρωση του μοντέλου, θα τον αντιληφθούμε καλύτερα.

Οι υπόλοιποι περιορισμοί της ομάδας αυτής είναι :

$$750 * x_1 + 600 * x_2 + 650 * x_3 + 627 * x_4 \leq 750 * F$$

$$9 * x_1 + 4 * x_2 + 8 * x_3 + 9 * x_4 \leq 9 * F$$

$$100 * x_1 + 60 * x_2 + 25 * x_3 + 110 * x_4 \leq 100 * F$$

$$720 * x_1 + 593 * x_2 + 615 * x_3 + 630 * x_4 \leq 720 * F$$

Τέλος, η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου της μεθόδου DEA είναι:

$$\text{Minimize } z = F$$

Το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για τον εντοπισμό των συντελεστών βαρύτητας που καθορίζουν τη σύνθετη λειτουργική μονάδα, ώστε να χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση του υποκαταστήματος I ,είναι σε κανονική μορφή το εξής:

$$\text{Min } z = F \tag{1}$$

με περιορισμούς

1. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$
2. $18 * x_1 + 14 * x_2 + 16 * x_3 + 20 * x_4 \geq 18$
3. $32 * x_1 + 27 * x_2 + 22 * x_3 + 38 * x_4 \geq 32$
4. $21 * x_1 + 14 * x_2 + 18 * x_3 + 19 * x_4 \leq 21 * F$
5. $750 * x_1 + 600 * x_2 + 650 * x_3 + 627 * x_4 \leq 750 * F$
6. $9 * x_1 + 4 * x_2 + 8 * x_3 + 9 * x_4 \leq 9 * F$
7. $100 * x_1 + 60 * x_2 + 25 * x_3 + 110 * x_4 \leq 100 * F$
8. $720 * x_1 + 593 * x_2 + 615 * x_3 + 630 * x_4 \leq 720 * F$

με $x_j \geq 0$, για $j = 1, 2, 3, 4$ και $F \geq 0$

Η Minimize $z = F$ προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το ποσοστό της F . Με άλλα λόγια, ουσιαστικά να ελαχιστοποιήσει το μέγιστο ποσοστό κατανάλωσης των εισροών που δύναται να χρησιμοποιήσει η σύνθετη λειτουργικά μονάδα, σε σχέση με εκείνες που καταναλώνει η αξιολογούμενη. Πρέπει να σημειώσουμε ότι η μεταβλητή F , που είναι το ποσοστό κατανάλωσης των πόρων από το σύνθετο υποκατάστημα, είναι η ίδια για κάθε εισροή του υποκαταστήματος I . Συνεπώς, όπως ορίζουμε την αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου, η μεταβλητή F αποκλείεται να πάρει τιμή μεγαλύτερη από τη μονάδα. Μάλιστα, αν συνέβαινε κάτι τέτοιο, τότε η σύνθετη λειτουργική μονάδα θα ήταν ανεπαρκής, πράγμα αδύνατο, αφού βρίσκεται στην καμπύλη Pareto.

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση της άριστης λύσης, αξίζει να θυμίσουμε κάτι που ισχύει για κάθε πρότυπο γραμμικού προγραμματισμού. Δηλαδή, ότι η αντικειμενική συνάρτηση στο πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού περιορίζεται από έναν αριθμό παραγόντων, καθένας από τους οποίους μπορεί να μετριέται σε διαφορετικές μονάδες μέτρησης.

Σημειώνουμε επίσης ότι ούτε επιβάλλεται, αλλά ούτε έχει νόημα και στις περισσότερες περιπτώσεις δεν είναι καν εφικτό, να μετατρέψουμε περιορισμούς με τέτοιο τρόπο, ώστε να έχουν τις ίδιες μονάδες μέτρησης. Για παράδειγμα, αν σε ένα πρόβλημα ένας περιορισμός εκφράζει κατανάλωση ανθρωποωρών εργασίας και ένας άλλος εκφράζει κατανάλωση χρόνου μηχανής σε λεπτά, δεν υπάρχει ουσιαστικό νόημα να μετατραπεί είτε ο πρώτος σε λεπτά είτε ο δεύτερος σε ώρες. Ακόμα και αυτό να γίνει, συνήθως δεν κερδίζουμε τίποτα ως προς τη βελτίωση της λειτουργικής δομής του μοντέλου μας.

Με την επίλυση του μοντέλου εντοπίζεται το ελάχιστο άνω φράγμα F . Η μεταβλητή F αντιπροσωπεύει ποσοστό, που καθορίζει την ελάχιστη απαιτούμενη κατανάλωση πόρων, για να μπορέσει η σύνθετη μονάδα να παράγει τις ίδιες, τουλάχιστον, εκροές με εκείνες του υποκαταστήματος I . Η F , επειδή καθορίζει το ελάχιστο άνω φράγμα κατανάλωσης των πόρων που απαιτούνται για να παραχθούν οι ίδιες εκροές, είναι ο ακτινωτός δείκτης αποδοτικότητας DEA της αξιολογούμενης λειτουργικής μονάδας I .

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε από τη μορφή των περιορισμών και τη χρήση των εισροών του υποκαταστήματος I ως συντελεστών της x_1 και της F, η μεταβλητή F δεν μπορεί να πάρει τιμή μεγαλύτερη της μονάδας ($F \leq 1$). Η μέγιστη τιμή της F (δηλαδή $F=1$) προκύπτει, όταν από τα δεδομένα δεν υπάρχουν αρκετές αποδείξεις για να ισχυριστούμε ότι το υποκατάστημα I είναι σχετικά μειωμένης αποδοτικότητας. Οπότε, σε αυτή την περίπτωση θεωρείται επαρκής.

Έτσι, η σύνθετη λειτουργική μονάδα παράγει ακριβώς τις ίδιες εκροές, χρησιμοποιώντας τις ίδιες εισροές με εκείνες της μονάδας I. Κάνοντας το πιο συγκεκριμένο, οφείλουμε να πούμε ότι, ταυτόχρονα, πρέπει και οι χαλαρές μεταβλητές των περιορισμών της ομάδας των εισροών να είναι μη βασικές (μηδενικές), γιατί μόνο τότε είμαστε σίγουροι ότι και το σύνθετο και το πραγματικό υποκατάστημα καταναλώνουν τους ίδιους πόρους. Αυτή είναι η περίπτωση, όπου η αξιολογούμενη μονάδα βρίσκεται επάνω στην καμπύλη Pareto και προφανώς είναι $x_1=1$.

Επομένως, η μέθοδος DEA εντοπίζει τις σχετικά μη αποδοτικές λειτουργικές μονάδες, όταν $F < 1$, αλλά, όταν $F = 1$, αυτό δεν μπορεί να θεωρηθεί ως επαρκής ένδειξη ότι η αξιολογούμενη είναι και σχετικά αποδοτική, εφόσον δεν ελέγχουμε και τις τιμές των χαλαρών μεταβλητών των περιορισμών 4 έως 8.

Όπως αναφέραμε, όταν η άριστη τιμή της μεταβλητής F είναι μικρότερη της μονάδας, το αξιολογούμενο υποκατάστημα δεν λειτουργεί αποδοτικά σε σχέση με τα υπόλοιπα. Η άριστη τιμή της μεταβλητής F παριστάνει το όριο, στο οποίο θα μπορούσαν να συρρικνωθούν με ομοιόμορφο τρόπο οι εισροές, χωρίς να μειωθούν οι εκροές. Όταν προκύπτει μια τέτοια άριστη λύση, τότε οι βασικές μεταβλητές x_j δίνουν τις λειτουργικές μονάδες αναφοράς (efficient referents) για την αξιολογούμενη. Ισοδύναμα, το μοντέλο θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι έχει ως στόχο να μεγιστοποιήσει τις εκροές της σύνθετης μονάδας σε σχέση με τις εισροές της, ικανοποιώντας όμως τον περιορισμό ότι οι εισροές αυτές δεν μπορούν να ξεπεράσουν εκείνες της αξιολογούμενης μονάδας.

Για να γίνει αυτό, το μοντέλο εντοπίζει τη σύνθετη μονάδα που χρησιμοποιεί το κατάλληλο ποσοστό πόρων, από εκείνους που χρησιμοποιεί η αξιολογούμενη, δηλαδή το F , και είναι ταυτόχρονα κατά Pareto βέλτιστη.

Δηλαδή, οποιαδήποτε μετακίνηση από τη σύνθετη μονάδα είναι δυνατή, μόνον εάν αυξηθούν κάποιες εισροές. Στην περίπτωση που οι εισροές θεωρούνται σταθερές, μια πιθανή μετακίνηση προκαλεί μείωση των εκροών.

Δ) Η επίλυση του μοντέλου

Για την επίλυση του μοντέλου 1 με τη μέθοδο simplex χρησιμοποιήσαμε το win QSB.

Στον πίνακα 3 δίνουμε το φύλλο εισαγωγής δεδομένων του win QSB με όλες τις τιμές των παραμέτρων.

Πίνακας 3

Variable-->	X1	X2	X3	X4	F	Direction	R . H . S
Minimize					1		
C1	1	1	1	1		=	1
C2	18	14	16	20		>=	18
C3	32	27	22	38		>=	32
C4	21	14	18	19	-21	<=	0
C5	750	600	650	627	-750	<=	0
C6	9	4	8	9	-9	<=	0
C7	100	60	25	110	-100	<=	0
C8	720	593	615	630	-720	<=	0
LowerBound	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M		
Variable Type	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Η άριστη λύση του προβλήματος βρέθηκε μετά από 6 επαναλήψεις της μεθόδου simplex και δίνεται στον πίνακα 4. Η άριστη τιμή του z είναι ίση με **0,8598**.

Πίνακας 4

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit $c(j)$	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min $c(j)$	Allowable Min $c(j)$
1	X1	0	0	0	0,1402	at bound	-0,1402	M
2	X2	0,2384	0	0	0	basic	-0,7750	0,0201
3	X3	0,1424	0	0	0	basic	-0,0134	0,5167
4	X4	0,6192	0	0	0	basic	-0,0874	0,0403
5	F	0,8598	1,0000	0,8598	0	basic	0	M
	Objective Function		{Min}=	0,8598				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or surplus	Shadow Price	Allowable Min R . H . S	Allowable Min R . H . S
1	C1	1,0000	=	1,0000	0	0,6715	0,9795	1,0594
2	C2	18,0000	>=	18,0000	0	0,0105	16,9907	18,4136
3	C3	33,0996	>=	32,0000	1,0996	0	-M	33,0996
4	C4	-0,3899	<=	0	0,3899	0	-0,3899	M
5	C5	-20,9996	<=	0	20,9996	0	-20,9996	M
6	C6	-0,6917	<=	0	0,6917	0	-0,6917	M
7	C7	0,0000	<=	0	0	-0,0003	-6,7254	7,5463
8	C8	0,0000	<=	0	0	-0,0014	-55,3333	11,2882

Από τα αποτελέσματα του πίνακα 4 συμπεραίνουμε ότι η σύνθετη λειτουργική μονάδα είναι πιο αποδοτική από την αξιολογούμενη μονάδα I, αφού η σύνθετη χρησιμοποιεί μικρότερες ποσότητες εισροών, που δεν ξεπερνούν σε ποσοστό το 85,98% εκείνων που χρησιμοποιεί το υποκατάστημα I. Από την άλλη πλευρά, η σύνθετη μονάδα επιτυγχάνει τις ίδιες, αν όχι μεγαλύτερες, εκροές.

Συμπερασματικά, το υποκατάστημα I είναι σχετικά μειωμένης αποδοτικότητας σε σχέση με το σύνθετη και κατ' επέκταση θεωρείται ως μη αποδοτικό (inefficient), συγκρινόμενο με τα υπόλοιπες τρία μονάδες της «Παν-αθηναϊκής Τράπεζας».

Η άριστη λύση είναι $x_1 = 0$, $x_2 = 0,2384$, $x_3 = 0,1424$ και $x_4 = 0,6192$. Έτσι, οι τρεις άλλες λειτουργικές μονάδες είναι οι μονάδες αναφοράς (efficient referents) με συντελεστές βαρύτητας τις παραπάνω τιμές, ενώ η σύνθετη μονάδα προκύπτει ως κυρτός συνδυασμός των τριών αυτών υποκαταστημάτων.

Αν εκτελέσουμε τους υπολογισμούς του κυρτού αυτού συνδυασμού, θα πάρουμε τα αποτελέσματα του πίνακα 5, στον οποίο έχουμε τις εισροές, τις εκροές και τις τιμές τους για το υποκατάστημα I, καθώς και τις αντίστοιχες τιμές της σύνθετης μονάδας. Συγκρίνοντας τις τρέχουσες τιμές της αξιολογούμενης μονάδας I με τις αντίστοιχες τιμές-στόχους της σύνθετης μονάδας, υπολογίζουμε στην τελευταία στήλη το στόχο που πρέπει να καλύψει η μονάδα I, ως ποσοστό μείωσης για τις εισροές της και ποσοστό αύξησης για τις εκροές της, ώστε να καταστεί αποδοτική.

Πίνακας 5

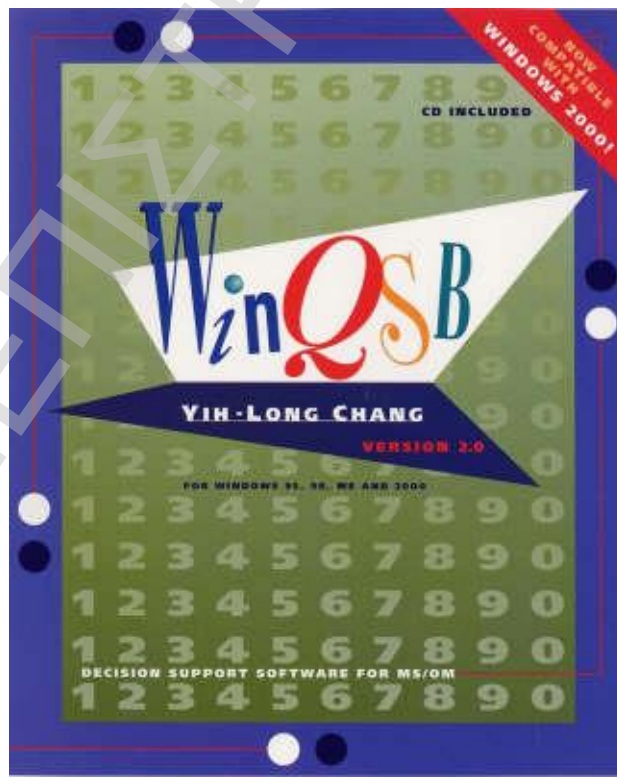
Εισροή	Τρέχουσα τιμή μονάδας I	Τιμή σύνθετης μονάδας	Στόχος
Σ1	21	17,67	15,9%
Σ2	750	623,84	16,8%
Σ3	9	7,05	21,7%
Σ4	100	85,98	14,02%
Σ5	720	619,06	14,02%
Εκροή			
Ε1	18	18	0%
Ε2	32	39,10	22,2%

Σε γενικές γραμμές, οι τιμές του πίνακα 5 παρέχουν σημαντικά στοιχεία που θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει η διοίκηση της «Παν-αθηναϊκής Τράπεζας», για να κατευθύνει την προσπάθεια βελτίωσης του υποκαταστήματος I.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

Ανάλυση ευαισθησίας

και παραλλαγές



Α) Ανάλυση των αντικειμενικών συντελεστών

Ξεκινάμε την ανάλυση ευαισθησίας εστιάζοντας την προσοχή μας αρχικά στα αποτελέσματα που αναφέρονται στους συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης.

Για την ανάλυση ευαισθησίας των αντικειμενικών συντελεστών δεν έχουμε να σχολιάσουμε κάτι ιδιαίτερο, αφού οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης είναι μηδενικοί για τους συντελεστές βαρύτητας και μονάδα για τον δείκτη F.

Πιθανή μεταβολή των συντελεστών αυτών δεν έχει φυσικό νόημα. Παρατηρούμε όμως, ότι το κόστος ευκαιρίας της μεταβλητής x_1 είναι ίσο με 0,1402, δηλαδή ίσο με $1-F$, υποδεικνύοντας πόσο ακριβώς υπολείπεται η μονάδα I από πλευράς απόδοσης για να γίνει βασική. Με άλλα λόγια, να γίνει το x_1 ίσο με 1 και να ενταχθεί η μονάδα I στις αποδοτικές λειτουργικές μονάδες, δηλαδή να μετακινηθεί στο σύνορο Pareto.

Σε όλες τις περιπτώσεις η ανάλυση ευαισθησίας αναφέρεται κάθε φορά στη μεταβολή ενός μόνο αντικειμενικού συντελεστή του συγκεκριμένου προβλήματος, οπότε η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης επηρεάζεται από πιθανές μεταβολές, επειδή οι αντίστοιχες μεταβλητές απόφασης είναι βασικές. Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις, στις οποίες με την ανάλυση που έχουμε στη διάθεση μας μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για ταυτόχρονες πολλαπλές μεταβολές.

B) Ανάλυση των δεξιών μελών των περιορισμών

Εξετάζοντας την ανάλυση ευαισθησίας των δεξιών μελών των περιορισμών, μπορούμε να εξάγουμε χρήσιμα συμπεράσματα που σχετίζονται με τον βαθμό επίτευξης των εκροών και τον βαθμό χρήσης των εισροών από τη σύνθετη λειτουργική μονάδα. Οι τιμές των χαλαρών μεταβλητών και των μεταβλητών πλεονασμού αναδεικνύουν τις πληροφορίες αυτές, τις οποίες συνοπτικά έχουμε ήδη καταχωρήσει στον πίνακα 5.

Σχετικά με τις εκροές της σύνθετης μονάδας, έχουμε ότι η εκροή E2 είναι μεγαλύτερη κατά 1,09 μονάδες από εκείνη του αξιολογούμενου I, επειδή η μεταβλητή πλεονασμού ε_3 , του περιορισμού C3, έχει τιμή ίση με 1,09. Πράγματι, η εκροή της σύνθετης μονάδας ανέρχεται σε 33,09, όπως είχαμε υπολογίσει και στον πίνακα 5.

Η εκροή E1 της σύνθετης είναι ίση με εκείνη του υποκαταστήματος, δηλαδή 18 μονάδες, αφού η μεταβλητή πλεονασμού ε_2 , του περιορισμού C2, έχει τιμή μηδενική.

Αν οι συναλλαγές αυξηθούν κατά μία, τότε σύμφωνα με τη σκιάδη τιμή του περιορισμού C2, η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης θα αυξηθεί κατά 0,0105ευρώ. Η σκιάδης αυτή τιμή ισχύει στο εύρος εφικτότητας 16,9907 και 18,4136.

Συνεχίζοντας με τις εισροές έχουμε να αναφέρουμε πολλά σημαντικά σημεία. Πιο συγκεκριμένα, εξετάζοντας τη χαλαρή μεταβλητή s_4 του περιορισμού C4, παρατηρούμε ότι η σύνθετη μονάδα χρησιμοποιεί λιγότερο από το 85,98% της εισροής Σ1 στο υποκατάστημα I, που είναι ίση με 21. Αυτό επιβεβαιώνεται και από το γεγονός ότι η s_4 είναι βασική, με τιμή 0,3899 που είναι η ποσότητα που υπολείπεται μέχρι το $0,8598 \times 21 = 18,06$ (υπάρχουν σφάλματα στρογγυλοποίησης).

Η σύνθετη μονάδα καταναλώνει $18,06 - 0,39 = 17,67$ μονάδες εισροής Σ1, τιμή που επιβεβαιώνει τα αποτελέσματα του πίνακα 5.

Εξετάζοντας τη χαλαρή μεταβλητή του περιορισμού C5, βλέπουμε ότι το σύνθετο υποκατάστημα καταναλώνει λιγότερο από το 85,98% της εισροής Σ2 που δέχεται το υποκατάστημα I, που είναι ίση με 750. Αυτό διότι η s_5 είναι ίση με 20,9996, ενώ $0,8598 \times 750$ είναι 644,85.

Έτσι, η διαφορά από την κατανάλωση της σύνθετης, που είναι 623,84, είναι όσο και η τιμή της χαλαρής μεταβλητής. Από τις μηδενικές τιμές των χαλαρών μεταβλητών των περιορισμών C7 και C8 προκύπτει ότι η σύνθετη λειτουργική μονάδα χρειάζεται ακριβώς το 85,98% των εισροών Σ4 και Σ5 που καταναλώνει το I. Πράγματι, έχουμε $0,8598 \times 100 = 85,98$ και $0,8598 \times 720 = 619,06$.

Έπειτα, εξετάζοντας τον περιορισμό C6, έχουμε για την εισροή Σ3 ότι η κατανάλωση της σύνθετης μονάδας είναι 7,05 μονάδες εισροής, που είναι κατά 0,697 μικρότερη από το $0,8598 \times 9 = 7,74$.

Τέλος, από τις μηδενικές τιμές των χαλαρών μεταβλητών των περιορισμών C7 και C8 προκύπτει ότι η σύνθετη λειτουργική μονάδα χρειάζεται ακριβώς το 85,98% των εισροών Σ4 και Σ5 που καταναλώνει το I. Πράγματι, έχουμε $0,8598 \times 100 = 85,98$ και $0,8598 \times 720 = 619,06$.

Από την άριστη λύση και την περαιτέρω ανάλυση που παραθέσαμε παραπάνω, προκύπτει ότι η μονάδα I είναι υποδεέστερη (κατά Pareto) της σύνθετης τραπεζικής μονάδας. Αυτό σημαίνει ότι υπολείπεται σε απόδοση από τις λειτουργικές μονάδες αναφοράς II, III και VI.

Λογικά, αναμένουμε ότι αν κατασκευάσουμε τα αντίστοιχα γραμμικά μοντέλα για τις τρεις άλλες λειτουργικές μονάδες, θα πρέπει να πάρουμε $F = 1$ και τους αντίστοιχους συντελεστές βαρύτητας, της καθεμίας ξεχωριστά, ίσους με τη μονάδα. Αυτό το επιβεβαιώνουμε για τη λειτουργική μονάδα II, δίνοντας το μοντέλο 2 και την επίλυση του στον πίνακα 6 .

Γ) Το μοντέλο για την τραπεζική μονάδα II

Το μοντέλο DEA για την τραπεζική μονάδα II προκύπτει εύκολο από το μοντέλο 1 , αν τοποθετήσουμε στα δεξιά μέλη των περιορισμών C2 και C3 τις αντίστοιχες εκροές της μονάδας II και θέσουμε στους τεχνολογικούς συντελεστές της μεταβλητής F στους περιορισμούς C4 έως C8 τις εισροές της II αντί της I.

Το μοντέλο που προκύπτει είναι το ακόλουθο:

$$\text{Min } z = F \quad (2)$$

με περιορισμούς

1. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$
2. $18 * x_1 + 14 * x_2 + 16 * x_3 + 20 * x_4 \geq 14$
3. $32 * x_1 + 27 * x_2 + 22 * x_3 + 38 * x_4 \geq 27$
4. $21 * x_1 + 14 * x_2 + 18 * x_3 + 19 * x_4 \leq 14 * F$
5. $750 * x_1 + 600 * x_2 + 650 * x_3 + 627 * x_4 \leq 600 * F$
6. $9 * x_1 + 4 * x_2 + 8 * x_3 + 9 * x_4 \leq 4 * F$
7. $100 * x_1 + 60 * x_2 + 25 * x_3 + 110 * x_4 \leq 60 * F$
8. $720 * x_1 + 593 * x_2 + 615 * x_3 + 630 * x_4 \leq 593 * F$

με $x_j \geq 0$, για $j = 1, 2, 3, 4$ και $F \geq 0$.

Τα αποτελέσματα της επίλυσης τα βλέπουμε στον πίνακα 6 . Παρατηρούμε ότι, $x_2 = 1$, $F = 1$ και όλες οι χαλαρές μεταβλητές και οι μεταβλητές πλεονασμού είναι μη βασικές (μηδενικές). Δηλαδή, το υποκατάστημα II είναι σχετικά αποδοτικό και βρίσκεται στην καμπύλη Pareto. Όμοια συμπεράσματα θα προκύψουν, αν επιλύσουμε τα αντίστοιχα μοντέλα για τα υποκαταστήματα III και IV.

Πίνακας 6

Variable-->	X1	X2	X3	X4	F	Direction	R . H . S
Minimize					1		
C1	1	1	1	1		=	1
C2	18	14	16	20		>=	14
C3	32	27	22	38		>=	27
C4	21	14	18	19	-14	<=	0
C5	750	600	650	627	-600	<=	0
C6	9	4	8	9	-4	<=	0
C7	100	60	25	110	-60	<=	0
C8	720	593	615	630	-593	<=	0
LowerBound	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M		
Variable Type	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Πίνακας 7

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit $c(j)$	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min $c(j)$	Allowable Min $c(j)$
1	X1	0	0	0	0,2619	at bound	-0,2619	M
2	X2	1,0000	0	0	0	basic	-M	0,2500
3	X3	0	0	0	0,1667	at bound	-0,1667	M
4	X4	0	0	0	0	basic	-0,3571	0,3929
5	F	1,0000	1,0000	1,0000	0	basic	0	M
	Objective Function		{Min}=	1,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or surplus	Shadow Price	Allowable Min R . H . S	Allowable Min R . H . S
1	C1	1,0000	=	1,0000	0	0,1667	1,0000	1,0000
2	C2	14,0000	>=	14,0000	0	0,0595	14,0000	14,0000
3	C3	27,0000	>=	27,0000	0	0	-M	27,0000
4	C4	0	<=	0	0	-0,0714	-M	0
5	C5	0	<=	0	0	0	0	M
6	C6	0	<=	0	0	0	0	M
7	C7	0	<=	0	0	0	0	M
8	C8	0	<=	0	0	0	0	M

Επιστρέφουμε στον πίνακα 4 , για να σχολιάσουμε τη σκιώδη τιμή του περιορισμού C2. Η τιμή αυτή είναι ίση με 0,0105 και υποδεικνύει τη βελτίωση στην τιμή του z, αν η εκροή του υποκαταστήματος I (το δεξιό μέλος του περιορισμού C2) ήταν κατά μία μονάδα μεγαλύτερη. Το αποτέλεσμα βέβαια είναι ελαφρώς παραπλανητικό, διότι δεν μπορούμε να μεταβάλουμε μόνο το δεξιό μέλος του περιορισμού C3, χωρίς να μεταβάλουμε ταυτόχρονα και τον αντίστοιχο τεχνολογικό συντελεστή της x_1 στον ίδιο περιορισμό. Όμως, επειδή για μικρές μεταβολές του δεξιού μέλους η x_1 είναι και παραμένει μη βασική, η σκιώδης αυτή τιμή πράγματι ισχύει και υποδεικνύει τη βελτίωση του Z, αν είχαμε μεγαλύτερη εκροή E1.

Δ) Παραλλαγές Μοντελοποίησης

Στον πίνακα 8 έχουμε αυξήσει το δεξιό μέλος του περιορισμού C2 και τον τεχνολογικό συντελεστή της x_1 περισσότερο από το δεξιό άκρο του διαστήματος ευαισθησίας, που είναι 18,41, θέτοντας το ίσο με 19, δηλαδή έχουμε θέσει $b_2 = 19$ και $a_{21} = 19$.

Πίνακας 8

Η άριστη λύση του μοντέλου 1 με $b_2=19$ και $a_{21}=19$

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit $c(j)$	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min $c(j)$	Allowable Min $c(j)$
1	X1	0	0	0	0,1081	at bound	-0,1081	M
2	X2	0,0057	0	0	0	basic	-0,7750	0,1667
3	X3	0,1415	0	0	0	basic	-0,1111	0,4476
4	X4	0,7528	0	0	0	basic	-0,3304	0,1436
5	F	0,8919	1,0000	0,8919	0	basic	0	M
	Objective Function		{Min}=	0,8919				

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or surplus	Shadow Price	Allowable Min R . H . S	Allowable Min R . H . S
1	C1	1,0000	=	1,0000	0	-0,0088	0,9986	1,0318
2	C2	19,0000	>=	19,0000	0	0,0474	18,4136	19,0267
3	C3	34,0740	>=	32,0000	2,0740	0	-M	34,0740
4	C4	0,0000	<=	0	0	-0,0392	-3,1833	0,0900
5	C5	-36,5316	<=	0	36,5316	0	-36,5316	M
6	C6	-0,0499	<=	0	0,0499	0	-0,0499	M
7	C7	0,0000	<=	0	0	-0,0018	-0,5357	14,2874
8	C8	-16,0069	<=	0	16,0070	0	-16,0070	M

Παρατηρούμε ότι, αν η εκροή E1 ήταν 19 χιλιάδες συναλλαγές λογαριασμών καταθέσεων όψεως, θα είχαμε καλύτερο δείκτη απόδοσης, αφού η F θα ήταν ίση με 0,8919 και οι τραπεζικές μονάδες αναφοράς θα ήταν τώρα οι III και VI. Αυτό βέβαια δεν σημαίνει ότι έπαψε να είναι σχετικά αποδοτική η II. Για να το ελέγξουμε, θα πρέπει να κατασκευάσουμε και να λύσουμε το αντίστοιχο μοντέλο τύπου 2 για το υποκατάστημα II . Παρατηρούμε, ότι στον πίνακα 8 η εκροή E2 του σύνθετου υποκαταστήματος ξεπερνάει κατά 1,0996 χιλιάδες συναλλαγές λογαριασμών καταθέσεων προθεσμίας εκείνη του υποκαταστήματος I .

Επίσης, εκτός από τις εισροές Σ1 και Σ4 που καταναλώνονται ακριβώς σε ποσοστό 89,19%, όπως επιβεβαιώνεται από τη μηδενική τιμή της χαλαρής μεταβλητής των περιορισμών C4 και C7, όλες οι υπόλοιπες εισροές παρουσιάζουν μικρότερη κατανάλωση από το ποσοστό αυτό.

Το δεξιό άκρο του διαστήματος ευαισθησίας του δεξιού μέλους του περιορισμού C2 είναι τώρα ίσο με 19,0267. Αν το αυξήσουμε πέρα από την τιμή αυτή και ταυτόχρονα πραγματοποιήσουμε την ίδια μεταβολή και στον τεχνολογικό συντελεστή της x_1 στον περιορισμό C2, τότε το αξιολογούμενο υποκατάστημα I θα καταστεί σχετικά αποδοτικό και ίσως κάποια άλλη να καταστεί μη αποδοτική.

Στον πίνακα 9 έχουμε επιλύσει το μοντέλο 1, θέτοντας στο δεξιό μέλος b_3 και στον τεχνολογικό συντελεστή a_{31} την τιμή 19,1. Βλέπουμε, ότι ο συντελεστής βαρύτητας x_x έχει γίνει μονάδα, το ποσοστό F είναι επίσης μονάδα και οι χαλαρές μεταβλητές των περιορισμών C4 έως C8 μηδενικές.

Συνεπώς, ένας τρόπος για να καταστεί σχετικά αποδοτικό το υποκατάστημα I είναι να βελτιώσει την εκροή E1 τουλάχιστον 20 μονάδες εκροής, χωρίς να χρειάζεται να προσαρμόσει τις υπόλοιπες παραμέτρους του πίνακα 5.

Όσον αφορά το ερώτημα ποιο υποκατάστημα έχει καταστεί τώρα μη αποδοτικό, σημειώνουμε ότι δεν είναι απαραίτητο να έχει συμβεί κάτι τέτοιο και ότι για να το διαπιστώσουμε θα πρέπει να επιλύσουμε τα αντίστοιχα μοντέλα του 2, με τις κατάλληλες μετατροπές στις παραμέτρους.

Πίνακας 9

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit $c(j)$	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min $c(j)$	Allowable Min $c(j)$
X1	0	0	0	0,0912	at bound	-0,0912	M
X2	0	0	0	0,7750	basic	-0,7750	M
X3	0,2250	0	0	0	basic	-M	0,4056
X4	0,7750	0	0	0	basic	-0,8500	0,1177
F	0,9088	1,0000	0,9088	0	basic	0	M
Objective	Function	{Min}=	0,9088				

Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or surplus	Shadow Price	Allowable Min R . H . S	Allowable Min R . H . S
C1	1,0000	=	1,0000	0	-3,1500	0,9550	1,0039
C2	19,1000	>=	19,1000	0	0,2125	19,0267	20,0000
C3	34,4000	>=	32,0000	2,4000	0	-M	34,4000
C4	-0,3088	<=	0	0,3088	0	-0,3088	M
C5	-49,3876	<=	0	49,3876	0	-49,3876	M
C6	-0,1788	<=	0	0,1788	0	-0,1788	M
C7	0,0000	<=	0	0	-0,0100	-M	1,4702
C8	-27,6750	<=	0	27,6751	0	-27,6751	M

Πίνακας 10

Η άριστη λύση του μοντέλου 1 με $b_2=20$ και $a_{21}=20$

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit $c(j)$	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min $c(j)$	Allowable Min $c(j)$
X1	1,0000	0	0	0	at bound	-0,0607	0,1000
X2	0	0	0	0,2927	basic	-0,2927	M
X3	0	0	0	0	basic	-M	0,1951
X4	0	0	0	0	basic	-0,1000	0,0677
F	1,0000	1,0000	1,0000	0	basic	0	M
Objective	Function	{Min}=	1,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or surplus	Shadow Price	Allowable Min R . H . S	Allowable Min R . H . S
C1	1,0000	=	1,0000	0	-1,1951	1,0000	1,0512
C2	20,0000	>=	20,0000	0	0,1098	19,0267	20,0000
C3	32,0000	>=	32,0000	0	0	-M	32,0000
C4	0	<=	0	0	-0,0244	-4,1000	0
C5	0	<=	0	0	0	0	M
C6	0	<=	0	0	0	0	M
C7	0	<=	0	0	-0,0049	0	19,5238
C8	0	<=	0	0	0	0	M

Στους περιορισμούς C4 μέχρι C8 η μεταβολή κάποιας εισροής υλοποιείται με την ταυτόχρονη μεταβολή δύο τεχνολογικών συντελεστών κάτι το οποίο δεν αναλύεται αυτόματα με το χρησιμοποιούμενο λογισμικό. Μετά από κάθε τέτοια μεταβολή πρέπει να λύσουμε ξανά το αντίστοιχο μοντέλο. Ως παράδειγμα, στον πίνακα 11 δίνουμε την επίλυση του μοντέλου 1, θέτοντας τους τεχνολογικούς συντελεστές $a_{81} = -620$ και $a_{85} = -620$ αντίστοιχα.

Δηλαδή ο περιορισμός είναι :

$$620 * x_1 + 593 * x_2 + 615 * x_3 + 630 * x_4 - 620 * F \leq 0,$$

που σημαίνει ότι έχουμε μείωση της εισροής Σ5 από τις 720 μονάδες αποδοχών προσωπικού στις 620.

Όπως βλέπουμε στην άριστη λύση του πίνακα 11, παρ' όλο που το υποκατάστημα I παραμένει μη αποδοτικό ,βελτιώθηκε σημαντικά ο δείκτης απόδοσης του, ενώ τα υποκαταστήματα αναφοράς είναι τα Β και Δ με συντελεστές βαρύτητας $x_2=0,3333$ και $x_4 = 0,6667$.

Αν μειωθεί ακόμη περισσότερο η απαιτούμενη εισροή Σ5 και φτάσει τις 600 μονάδες, το υποκατάστημα I θα καταστεί σχετικά αποδοτικό.

Πίνακας 11

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit $c(j)$	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min $c(j)$	Allowable Min $c(j)$
1	X1	0	0	0	0,0038	at bound	-0,0038	M
2	X2	0,3333	0	0	0	basic	- M	0,0113
3	X3	0	0	0	0,0156	at bound	-0,0156	M
4	X4	0,6667	0	0	0	basic	-0,0597	0,0056
5	F	0,9962	1,0000	0,9962	0	basic	0	M
	Objective Function		{Min}=	0,9962				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or surplus	Shadow Price	Allowable Min R . H . S	Allowable Min R . H . S
1	C1	1,0000	=	1,0000	0	0,8172	0,9545	1,2857
2	C2	18,0000	>=	18,0000	0	0,0099	16,7273	18,8571
3	C3	34,3333	>=	32,0000	2,3333	0	-M	34,3333
4	C4	-3,5876	<=	0	3,5876	0	-3,5876	M
5	C5	-129,1774	<=	0	129,1774	0	-129,1774	M
6	C6	-2,2995	<=	0	2,2995	0	-2,2995	M
7	C7	-6,2903	<=	0	6,2903	0	-6,2903	M
8	C8	0,0000	<=	0	0	-0,0016	- M	39,0000

Συμπεράσματα

Û Όσον αφορά το αν μπορούμε να γνωρίζουμε εκ των προτέρων το σύνολο αναφοράς για μια λειτουργική μονάδα που είναι σχετικά μη αποδοτική, η απάντηση είναι πως δεν μπορούμε να ξέρουμε ποιες είναι. Όμως σίγουρα ανήκουν στην καμπύλη Pareto και είναι σχετικά αποδοτικές. Επίσης δεν είναι απαραίτητο όλες οι υπόλοιπες μονάδες να είναι στο σύνολο αναφοράς, κάτι που το είδαμε στον πίνακα 9.

Û Σε περίπτωση που ζητηθεί μια πιο συγκεκριμένη πρόταση βελτίωσης, θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι υπολογισμοί του πίνακα 6, που προέκυψαν από την επίλυση του μοντέλου 1 και τα αποτελέσματα του πίνακα 4, μας καθοδηγούν ως προς που θα πρέπει να εστιάσει την προσοχή της η εταιρία, για να βελτιώσει την κατάσταση. Σε γενικές γραμμές το υποκατάστημα I θα πρέπει να μιμηθεί τα άλλα τρία, ακολουθώντας τους συντελεστές βαρύτητας της άριστης λύσης. Εν κατακλείδι, το σύνθετο υποκατάστημα δείχνει τα επίπεδα τα οποία θα μπορούσε να θέσει ως στόχους για τις εισροές και τις εκροές, ώστε να καταστεί το υποκατάστημα I αποδοτικό σε σύγκριση πάντα με τα άλλα.

Ü Αυτό όμως δε σημαίνει ότι το κατάστημα I δεν μπορεί να βελτιωθεί με κάποιες άλλες στρατηγικές, κάτι που είδαμε στους πίνακες 8 και 10. Το ζητούμενο γενικά είναι να μετακινηθεί η μη αποδοτική λειτουργική μονάδα στο σύνορο Pareto και μία λύση είναι αυτή που προτείνεται από τη σύνθετη μονάδα. Επίσης, είναι χρήσιμο να αναφέρουμε ότι μερικές φορές οι στόχοι που τίθενται μετά την ανάλυση DEA, πιθανώς να μην μπορούν να επιτευχθούν ή να μην είναι άμεσα ελεγχόμενοι από την επιχείρηση, επειδή ενδεχομένως οι τιμές κάποιων εισροών ή εκροών είναι εξωγενή στοιχεία. Στην περίπτωση αυτή, μπορεί να είναι δύσκολο για την εταιρία να πετύχει όλους τους στόχους που θέτει η σύνθετη λειτουργική μονάδα.

Ü Όταν για μια αξιολογούμενη λειτουργική μονάδα η τιμή του δείκτη F είναι ίση με τη μονάδα, αυτό δε σημαίνει μέγιστη δυνατή αποδοτικότητα. Ουσιαστικά σημαίνει ότι, με βάση τα στοιχεία που υπάρχουν, είμαστε σίγουροι πως δεν μπορεί να θεωρηθεί μη αποδοτική και ότι η απόδοσή της σε σχέση με τις υπόλοιπες είναι επαρκής. Το πρόβλημα της μεγιστοποίησης της αποδοτικότητας δεν αντιμετωπίζεται με την διαδικασία που περιγράψαμε στην περούσα περίπτωση.

ü Θα πρέπει επίσης να σημειώσουμε ότι δεν σχολιάζουμε καθόλου τον περιορισμό C1, διότι δεν έχει νόημα καμιά μεταβολή στις παραμέτρους του.

ü Αντιλαμβάνεται ο αναγνώστης ότι ο γραμμικός προγραμματισμός, ως βασικός μηχανισμός της τεχνικής DEA, μπορεί να αποτελέσει ένα σημαντικό εργαλείο πειραματισμού και διερεύνησης της αξιολόγησης των τραπεζικών υποκαταστημάτων και όχι μόνο, προς την κατεύθυνση της βελτίωσης και αναδιοργάνωσης του τρόπου λειτουργίας τους.

Ευρετήριο Πινάκων

<i>Πίνακας 1</i>	Εισροές για την ανάλυση DEA.....	27
<i>Πίνακας 2</i>	Εκροές για την ανάλυση DEA.....	28
<i>Πίνακας 3</i>	Φύλλο εισαγωγής δεδομένων του μοντέλου 1.....	43
<i>Πίνακας 4</i>	Η επίλυση του μοντέλου 1.....	44
<i>Πίνακας 5</i>	Κατάστημα I – Σύνθετη μονάδα.....	46
<i>Πίνακας 6</i>	Φύλλο εισαγωγής δεδομένων του μοντέλου 2.....	53
<i>Πίνακας 7</i>	Η επίλυση του μοντέλου 2.....	54
<i>Πίνακας 8</i>	Η άριστη λύση του μοντέλου 1 με $b_2=19$ και $a_{21}=19$	56-57
<i>Πίνακας 9</i>	Η άριστη λύση του μοντέλου 1 με $b_2=19,1$ και $a_{21}=19,1$	59-60
<i>Πίνακας 10</i>	Η άριστη λύση του μοντέλου 1 με $b_2=20$ και $a_{21}=20$	61
<i>Πίνακας 11</i>	Η άριστη λύση του μοντέλου 1 με $a_{81} = -620$ και $a_{85} = -620$	63

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Ø Athanassopoulos, A.D. (1997), "Service quality and operating efficiency synergies for management control in the provision of financial services: Evidence from Greek bank branches", *European Journal of Operational Research*.
- Ø Athanassopoulos, A.D. (1998), "Nonparametric frontier models for assessing the market and cost efficiency of large-scale bank branch networks", *Journal of Money and Credit Banking*.
- Ø Athanassopoulos, A.D. and D. Giokas (2000), "The use of Data Envelopment Analysis in Banking Institutions: Evidence from the Commercial Bank of Greece".
- Ø Banker R.D., Charnes A and Cooper W.W. (1984), "Models for estimating technical and scale efficiencies in Data Envelopment Analysis", *Management Science*.
- Ø Berg, S.A., F.R. Forsund and E.S.Jansen (1991), "Technical efficiency of Norwegian banks:A nonparametric approach to efficiency measurement", *Journal of productivity analysis*.
- Ø Berger, A., J. Lesuner, and J. Mingo (1997), "The efficiency of bank branches", *Journal of Monetary Economics*.

- Ø Charnes, A., W.W. Cooper and E. Rhodes (1978), "Measuring the Efficiency of Decision Making Units", *European Journal of Operational Research*.
- Ø Οικονόμου Γ. Σ , Γεωργίου Α. Κ και Τσιότρα Γ. Δ (2006)"Μελέτες περιπτώσεων επιχειρησιακής έρευνας"
- Ø Δονάτος, Γ. και Δ. Γκιώκας (1995), "Μία Εμπειρική μελέτη της σχετικής παραγωγικότητας των καταστημάτων Ελληνικής Τράπεζας με χρήση DEA και OLS", *Πρακτικά 7^ο Πανελληνίου Συνεδρίου Στατιστικής*, Κύπρος.
- Ø Δονάτος, Γ., Αθανασόπουλος, Α., και Δ. Γκιώκας (1997), "Εκτίμηση της αποτελεσματικότητας χρησιμοποίησης των παραγωγικών μέσων των καταστημάτων της Κτηματικής Τράπεζας", Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.
- Ø Elyasiani, E., and S. Mehdian (1992), "Productive efficiency performance of minority and nonminority - owned banks: An nonparametric approach", *Journal of Banking and Finance*.
- Ø Ferrier G. and K. Lovell (1990), "Measuring cost efficiency in banking: Econometric and near programming evidence", *Journal of Econometrics*.
- Ø Griefell-Tatje, E., and Lovell, C.A.K. (1997), "The sources of productivity changes in Spanish banking", *European Journal of Operational Research*.
- Ø Giokas, D. (1991), "Bank branch operating efficiency: A comparative application of DEA and the Loglinear Model", *Omega International Journal of Management Science*.

- Ø Kuussaari, H. (1993), Productive efficiency in Finnish local banking during 1985-1990, Working paper, Bank of Finland.
- Ø Miller, S.M. and A. G. Noulas (1996), "The technical efficiency of large bank production", *Journal of Banking and Finance*.
- Ø Oral, M. and R. Yolalan (1990), "An empirical study on measuring operating efficiency and profitability of bank branches", *European Journal of Operational Research*..
- Ø Oral, M., O. Kettani and R. Yolalan (1992), "An empirical study of analysing the productivity of bank branches", *HE Transactions*.
- Ø Resti A. (1997), "Evaluating the cost-efficiency of the Italian Banking System:What can belearned from the joint application of parametric and non-parametric techniques", *Journalof Banking & Finance*.
- Ø Sherman, H.D. and F. Gold (1985), "Bank branch operating efficiency: Evaluation with Data Envelopment Analysis", *Journal of Banking and Finance*.
- Ø Thompson, R., Brinkmann, E., Dharmapala, P. Lima, M. and Thrall, R. (1997), "DEA/AR profit ratios and sensitivity of 100 large U.S. banks", *European Journal of Operational Research*.
- Ø Vassiloglou, M., and D. Giokas (1990), "A study of the relative efficiency of bank branches: An Application of Data Envelopment Analysis", *Journal of Operational Research Society*.

Ø Zenios, C., Zenios, S., Agathocleous, K., and Soteriou, A. (1996),
"Benchmarks of the efficiency of bank branches", *Working Paper*, University
of Cyprus, Nicosia, Cyprus.

Ø Πηγές από διαδίκτυο(internet).

<http://www.deazone.com>

<http://mat.gsia.cmu.edu/mstc/dea/dea.html>

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ