



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ**

**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**

**ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ (MBA)**

**Διπλωματική Εργασία**

**ΠΑΡΑΓΩΓΑ ΕΠΙ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ**

**ΔΗΜΟΣΘΕΝΗΣ Β. ΠΑΠΑΘΑΝΑΣΙΟΥ**

**Πειραιάς, 2008**

# ΠΑΡΑΓΩΓΑ ΕΠΙ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ

Δημοσθένης Β. Παπαθανασίου

**Σημαντικοί όροι:** Χρηματοοικονομικά Παράγωγα, Παράγωγα επί Μετεωρολογικών Δεικτών, Μετεωρολογικά Δεδομένα, Μέθοδοι Τιμολόγησης

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Με τη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία γίνεται παρουσίαση μίας νέας γενιάς χρηματοοικονομικών παραγώγων, γνωστά ως Παράγωγα επί Μετεωρολογικών Δεικτών, με τη χρήση των οποίων αντισταθμίζεται ο κίνδυνος έναντι των μεταβολών των καιρικών φαινομένων.

Κύριος στόχος της εργασίας αυτής είναι α) η παρουσίαση και ανάλυση των χαρακτηριστικών αυτών των παραγώγων και β) η παρουσίαση και ανάλυση των μεθόδων τιμολόγησης για τα συμβόλαια αυτά.

Τέλος, επιχειρείται μία σύγκριση των μεθόδων τιμολόγησης και προτείνεται η καλύτερη μέθοδος.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Σελίδα
<b>ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ</b>	<b>I</b>
<b>ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ</b>	<b>II</b>
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b>	
1.1 Αντικειμενικός σκοπός	1
1.2 Μεθοδολογία	1
1.3 Σπουδαιότητα έρευνας	1
1.4 Διάρθρωση	2
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΠΑΡΑΓΩΓΑ ΕΠΙ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ</b>	
2.1 Εισαγωγή	3
2.2 Παράγωγα Χρηματοοικονομικά Προϊόντα	4
2.3 Παράγωγα επί Μετεωρολογικών Δεικτών	5
2.4 Αντιστάθμιση του κινδύνου του καιρού	7
2.5 Συμμετέχοντες στην αγορά των Π.Μ.Δ	8
2.6 Μεταβλητές καιρού και δείκτες	9
2.6.1 Θερμοκρασία	10
2.6.2 Βροχόπτωση	11
2.6.3 Χιονόπτωση	11
2.6.4 Άνεμος	12
2.6.5 Άλλες μεταβλητές καιρού	12
2.7 Βασικά είδη Π.Μ.Δ	13
2.7.1 Collar βασισμένο σε μέση θερμοκρασία	15
2.7.2 Ανταλλαγή βασισμένη σε μέση θερμοκρασία	16
2.7.3 Δικαιώματα αγοράς και πώλησης	17
2.7.4 Συμβόλαια κρίσιμων γεγονότων	19
2.8 Βιβλιογραφία	20
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΚΑΙΡΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΤΑΣΕΙΣ</b>	
3.1 Εισαγωγή	21
3.2 Καιρικά δεδομένα	22
3.2.1 Μετεωρολογικά δίκτυα	23
3.2.2 Ιστορικό σταθμών και ιστορικά μετεωρολογικά δεδομένα	24
3.2.3 Διαθεσιμότητα και κόστος	25
3.3 Τακτοποίηση δεδομένων	26
3.4 Προσαρμογή σημείων ασυνέχειας	27
3.4.1 Πιθανές ημερομηνίες ασυνέχειας	28
3.4.2 Ανίχνευση σημείων ασυνέχειας	29
3.4.2.1 Υποκειμενικές μέθοδοι	30
3.4.2.2 Αντικειμενικές μέθοδοι	32
3.4.3 Ποσοτικοποίηση των σημείων ασυνέχειας	33
3.5 Τάσεις στα καιρικά δεδομένα	34
3.5.1 Γεωγραφική κατανομή των τάσεων	36
3.5.2 Κλιματικά μοντέλα	36

3.5.3.Μελέτες αστικοποίησης	37
3.6 Μεταφορά των τάσεων	37
3.6.1 Μεταφορά τάσης μετεωρολογικού δείκτη	38
3.6.2 Μεταφορά τάσης ημερήσιων τιμών	40
3.7 Ποια τάση και πόσα έτη δεδομένων να χρησιμοποιούνται;	41
3.8 Βιβλιογραφία	42

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ Π.Μ.Δ.

4.1 Ανάλυση burn	43
4.1.1. Burn ανάλυση για συμβόλαια ανταλλαγών	43
4.1.1.1 Δίκαια τιμή άσκησης για γραμμικές ανταλλαγές	43
4.1.1.2 Δίκαια τιμή άσκησης για ανταλλαγές με όρια πληρωμών	44
4.1.1.3 Επιπρόσθετος κίνδυνος	44
4.1.2. Burn ανάλυση για συμβόλαια δικαιωμάτων	45
4.1.2.1 Επιπρόσθετος κίνδυνος	45
4.1.3. Η κατανομή των αποπληρωμών	45
4.1.4. Οι υποθέσεις της burn ανάλυσης	46
4.1.5 Σχόλια	47
4.2 Μοντελοποίηση μετεωρολογικών δεικτών	47
4.2.1. Ερωτήματα	48
4.2.2 Προσαρμογή παραμετρικών κατανομών	49
4.2.2.1 Τεστ καλής προσαρμογής	50
4.2.2.2 Διαστήματα εμπιστοσύνης	50
4.2.2.3 Αριθμητικά τεστ καλής προσαρμογής	51
4.2.3. Προσαρμογή μη παραμετρικών κατανομών	52
4.3 Μοντέλα καθημερινών τιμών	53
4.3.1. Πλεονεκτήματα των μοντέλων καθημερινών τιμών	54
4.3.2. Μειονεκτήματα των μοντέλων καθημερινών τιμών	55
4.3.3. Μοντελοποίηση καθημερινών τιμών	56
4.3.3.1 Μοντελοποίηση του εποχιακού κύκλου	56
4.3.3.2 Αποτελέσματα της μετακίνησης της εποχικότητας	57
4.3.4. Μοντελοποίηση των ανωμαλιών	59
4.4. Βιβλιογραφία	61

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ

5.1 Εισαγωγή	62
5.2 Χαρτοφυλάκια, διαφοροποίηση και αντιστάθμιση	63
5.3 Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δεικτών	66
5.3.1. Συσχετίσεις δεικτών και θερμοκρασίας	67
5.4 Burn ανάλυση για χαρτοφυλάκια	68
5.5 Μοντελοποίηση της πολυμεταβλητής κατανομής δεικτών	69
5.5.1. Μέθοδος γραμμικών συσχετίσεων	69
5.5.2. Μέθοδος συσχετίσεων κατατάξεων	70
5.5.3 Μετατροπή σε αποπληρωμές	72
5.6 Μοντελοποίηση των καθημερινών τιμών των χαρτοφυλακίων	72
5.7 Τελική μέθοδος μοντελοποίησης χαρτοφυλακίου	73
5.8 Διαχείριση χαρτοφυλακίων	74
5.8.1 Κίνδυνος και απόδοση	74
5.8.1.1 Μέθοδος κινδύνου-απόδοσης	76

5.8.1.2 Θεωρία χρησιμότητας	77
5.8.1.3 Θεωρία στοχαστικής επικράτησης	78
5.8.1.4 Σύγκριση των τριών μεθόδων	80
5.9 Βιβλιογραφία	81
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΚΑΙ ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗ ΠΜΔ</b>	
6.1 Εισαγωγή	82
6.2 Μετεωρολογικές προβλέψεις καιρού	82
6.2.1. Ατομικά & συνολικά συστήματα πρόβλεψης	82
6.2.2. Μέτρηση της ικανότητας πρόβλεψης	84
6.2.2.1 Μεροληψία	85
6.2.2.2 Μέσο τετραγωνικό και μέσο απόλυτο σφάλμα	86
6.3 Χρήση μετεωρολογικών προβλέψεων στη τιμολόγηση	87
6.3.1 Γραμμικές ανταλλαγές για γραμμικούς δείκτες	88
6.3.2. Γραμμικές ανταλλαγές για μη γραμμικούς δείκτες	89
6.3.3. Γενική περίπτωση: οποιοδήποτε συμβόλαιο και δείκτης	90
6.3.3.1 Εκτίμηση της τυπικής απόκλισης	91
6.4 Βιβλιογραφία	93
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7</b>	
7.1 Συμπεράσματα	94
7.2 Κατευθύνσεις προς περαιτέρω έρευνα	95
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b>	<b>96</b>

## *Ευχαριστίες*

*Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Παναγιώτη Αρτίκη για την ευκαιρία και τη δυνατότητα που μου έδωσε να ολοκληρώσω τη συγκεκριμένη εργασία με την καθοδήγηση και τη σημαντική του βοήθεια*

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

## ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Σελίδα

<b>ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.1: Collar βασισμένο σε μέση θερμοκρασία</b>	<b>15</b>
<b>ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.2: Ανταλλαγή βασισμένη σε μέση θερμοκρασία</b>	<b>17</b>
<b>ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.3: Δικαίωμα αγοράς βασισμένο σε μέση θερμοκρασία</b>	<b>18</b>
<b>ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.4: Δικαίωμα πώλησης βασισμένο σε μέση θερμοκρασία</b>	<b>19</b>

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1 Αντικειμενικός σκοπός

Στόχος της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας είναι η παρουσίαση μίας νέας γενιάς χρηματοοικονομικών παραγώγων, γνωστά ως Παράγωγα επί Μετεωρολογικών Δεικτών (Weather Derivatives). Έγινε μία προσπάθεια μέσω αυτής της εργασίας να παρουσιαστούν και να αναλυθούν τα χαρακτηριστικά αυτών των παραγώγων, καθώς επίσης να γίνει μία ανάλυση και σύγκριση των μεθόδων τιμολόγησης που χρησιμοποιούνται για αυτά τα χρηματοοικονομικά προϊόντα.

### 1.2 Μεθοδολογία

Η προσέγγιση που ακολουθήθηκε μεθοδολογικά περιλάμβανε την ανάλυση μεθόδων τιμολόγησης με βάση την επεξεργασία ιστορικών δεδομένων αλλά και τη χρήση μετεωρολογικών προβλέψεων. Για την ανάλυση χρησιμοποιήθηκαν, η ανάλυση buyη, η μέθοδος μοντελοποίησης μετεωρολογικών δεικτών και η μέθοδος μοντελοποίησης καθημερινών τιμών τόσο για τα συμβόλαια όσο και για τα χαρτοφυλάκια των συμβολαίων καθώς επίσης ατομικά και συνολικά συστήματα μετεωρολογικών προβλέψεων.

### 1.3 Σπουδαιότητα έρευνας

Η σπουδαιότητα της έρευνας αυτής έγκειται στο γεγονός ότι κάνει ευρέως γνωστή τη χρήση αυτών των χρηματοοικονομικών προϊόντων, τα οποία παρέχουν μία νέα λύση σε ένα παλιό πρόβλημα. Το παλιό πρόβλημα είναι ότι οι επιχειρήσεις αλλά και οι διάφοροι οργανισμοί παρουσίαζαν μειωμένα έσοδα λόγω των μεταβολών του καιρού είτε αυτές ήταν δριμείς είτε ήταν ήπιες και αποζημιώνονταν από τις ασφαλιστικές εταιρείες μόνο στη περίπτωση της δριμύτητας των διακυμάνσεων του καιρού. Όμως, με τη χρήση των Παραγώγων επί Μετεωρολογικών Δεικτών οι επιχειρήσεις έχουν πλέον τη δυνατότητα να αντισταθμίζουν και τον κίνδυνο έναντι των ήπιων καιρικών μεταβολών. Έτσι, για παράδειγμα, μία εταιρεία φυσικού αερίου μπορεί να



προστατεύεται στη περίπτωση ενός χειμώνα με ήπιες θερμοκρασίες που έχει ως φυσικό επακόλουθο την περιορισμένη ζήτηση φυσικού αερίου για θέρμανση και κατ' επέκταση την εμφάνιση μειωμένων εσόδων.

#### **1.4 Διάρθρωση**

Η διπλωματική εργασία αποτελείται συνολικά από επτά κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο της εισαγωγής, γίνεται μία συνολική παρουσίαση της δομής της συγκεκριμένης εργασίας. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά και τα βασικά είδη των παραγώγων επί μετεωρολογικών δεικτών. Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στα ιστορικά μετεωρολογικά δεδομένα και στο πώς πρέπει να επεξεργαστούν πριν χρησιμοποιηθούν για την τιμολόγηση των συμβολαίων. Στο τέταρτο και πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται μέθοδοι τιμολόγησης για τα συμβόλαια και τα χαρτοφυλάκια των συμβολαίων αντίστοιχα. Στο έκτο κεφάλαιο λαμβάνεται υπόψη η χρήση μετεωρολογικών προβλέψεων για την τιμολόγηση των συμβολαίων. Τέλος, στο έβδομο κεφάλαιο γίνεται η εξαγωγή των συμπερασμάτων και παρουσιάζονται θέματα προς διερεύνηση.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΠΑΡΑΓΩΓΑ ΕΠΙ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ

#### 2.1 Εισαγωγή

Το χρηματοοικονομικό περιβάλλον κατά τις τελευταίες δεκαετίες μεταβάλλεται με γρήγορο ρυθμό και χαρακτηρίζεται από την απελευθέρωση και παγκοσμιοποίηση των αγορών του, την ανάπτυξη και χρήση της νέας τεχνολογίας, την ανάπτυξη νέων εξειδικευμένων και πολύπλοκων χρηματοοικονομικών προϊόντων, τον εκσυγχρονισμό των υφιστάμενων και την εμφάνιση νέων χρηματοπιστωτικών οργανισμών, την ανάπτυξη των υφιστάμενων και τη δημιουργία νέων χρηματοοικονομικών αγορών, τον έντονο ανταγωνισμό και τη θεαματική ανάπτυξη των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων.

Μία επιγραμματική αναφορά στα σύγχρονα χρηματοοικονομικά προϊόντα, στις σύγχρονες Χρηματοοικονομικές αγορές και στους συνεχώς αναπτυσσόμενους χρηματοπιστωτικούς οργανισμούς μπορεί καταρχάς να αποδώσει το μέγεθος των συντελούμενων μεταβολών.

Αναφερόμαστε σήμερα σε δεκάδες νέα χρηματοοικονομικά προϊόντα που διευκολύνουν την άντληση ή την επένδυση κεφαλαίων, όπως Εμπορικά Χρεόγραφα (Commercial Paper), Χρεόγραφα Υψηλού Κινδύνου (Junk Bonds), Γραμμάτια Τραπεζικής Αποδοχής (Bankers Acceptances), Διατραπεζικά Κεφάλαια (Federal Funds), Χρεόγραφα του Δημοσίου (Treasury Bills, Treasury Notes, Treasury Bonds), Ομόλογα μηδενικού επιτοκίου (Zero Coupon Bonds), Ομόλογα Κυμαινόμενου Επιτοκίου (FRNs), Ομόλογα Σταθερού Επιτοκίου (Fixed Coupon Bonds), Τιμαριθμοποιημένα Ομόλογα (Index Linked Bonds), Αποταμιευτικά Ομόλογα, Προμέτοχα, Ομόλογα με ρήτρα Ξένων Νομισμάτων, Μετοχές (Stocks), Συμφωνίες Επαναγοράς (Repos), Τραπεζικά Ομόλογα, Δημοτικά Ομόλογα (Municipal Bonds), Μερίδια Αμοιβαίων Κεφαλαίων κ.λ.π.

Τα χρηματοοικονομικά προϊόντα, είτε χρησιμοποιούνται για επένδυση είτε για άντληση κεφαλαίων, διακινούνται στις χρηματοοικονομικές αγορές. Όσο πιο οργανωμένη και

ανεπτυγμένη είναι μια αγορά, τόσο πιο αποτελεσματική είναι η διακίνηση των προϊόντων.

Τα χρηματοοικονομικά προϊόντα διακινούνται στις αγορές, στα πλαίσια της έμμεσης ή της άμεσης χρηματοδότησης, αφού δημιουργηθούν ή διαμορφωθούν καταλλήλως από τους χρηματοπιστωτικούς οργανισμούς, ώστε να καταστεί εύκολη και ταχεία η μεταφορά των κεφαλαίων, Τέτοιοι οργανισμοί είναι οι Τράπεζες (Πιστωτικά Ιδρύματα), οι Εταιρείες Παροχής Επενδυτικών Υπηρεσιών (Ε.Π.Ε.Υ.), οι Εταιρείες Κεφαλαίου Επιχειρηματικών Συμμετοχών (Venture Capital Companies), οι Ανώνυμες Εταιρείες Διαχείρισης Αμοιβαίων Κεφαλαίων (Α.Ε.Δ.Α.Κ.), τα Συνταξιοδοτικά Ταμεία, οι Ασφαλιστικές Εταιρείες, οι Εταιρείες Joint Ventures, κ.λ.π.

## 2.2 Παράγωγα Χρηματοοικονομικά Προϊόντα

Η δημιουργία, η λειτουργία και η εφαρμογή των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων, βασίζεται, όπως και το όνομά τους δηλώνει, στην ύπαρξη κάποιων άλλων, ήδη υφιστάμενων, χρηματοοικονομικών προϊόντων ή **υποκείμενων τίτλων (underlying assets)**, όπως μετοχές, ομόλογα, συνάλλαγμα, δάνεια, δείκτες οργανωμένων αγορών, επιτόκια, εμπορεύματα, μετεωρολογικοί δείκτες κ.λ.π.

Πιο συγκεκριμένα, τα παράγωγα προϊόντα είναι συμβόλαια τα οποία βασίζονται ή των οποίων η αξία προκύπτει από ένα υποκείμενο τίτλο (μέσο). Η αξία των παραγώγων προϊόντων υφίσταται, επειδή έχουν αξία οι υφιστάμενοι υποκείμενοι τίτλοι και η μεταβολή της αξίας τους έχει άμεση σχέση και ακολουθεί τη μεταβολή της αξίας των υποκείμενων προϊόντων.

Τα χρηματοοικονομικά παράγωγα μπορούν να ταξινομηθούν σε μία ή σε συνδυασμό περισσότερων από τις παρακάτω κατηγορίες:

1. **Προθεσμιακά Συμβόλαια (Forward Contracts)**: Συμβόλαια των οποίων οι όροι διαμορφώνονται εκτός οργανωμένων αγορών, βάσει των αναγκών των αντισυμβαλλόμενων και υποχρεώνουν τον ένα εξ αυτών να αγοράσει μια συγκεκριμένη αξία, όπως συνάλλαγμα, εμπόρευμα ή τίτλο, από το δεύτερο αντισυμβαλλόμενο, σε προκαθορισμένη τιμή σε μία μελλοντική ημερομηνία. Δηλαδή ένα **προθεσμιακό συμβόλαιο** αποτελεί συμφωνία μεταξύ δύο μερών,

του αγοραστή και του πωλητή του, για μία αγοραπωλησία που θα πραγματοποιηθεί στο μέλλον σε τιμή που συμφωνείται σήμερα.

2. **Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης (Future Contracts)**: Όπως και τα προθεσμιακά συμβόλαια, είναι συμβόλαια που υποχρεώνουν τον έναν από τους αντισυμβαλλόμενους να αγοράσει και να παραλάβει και τον άλλο να παραδώσει ένα συγκεκριμένο προϊόν ή αξία σε μια ημερομηνία στο μέλλον και σε καθορισμένη στο συμβόλαιο τιμή. Η κύρια διαφορά τους έγκειται στο γεγονός ότι τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης είναι τυποποιημένα προϊόντα, όσον αφορά την τιμή, το μέγεθος, τη διάρκεια, κ.λ.π., και διαπραγματεύονται σε οργανωμένες αγορές, τα Χρηματιστήρια Παραγωγών.
3. **Δικαιώματα Προαίρεσης (Options)**: Συμβόλαια που παρέχουν στον κάτοχό τους το δικαίωμα να προβεί στο μέλλον, μόνον εφόσον το επιθυμεί, σε μία συναλλαγή με προκαθορισμένους όρους. Συγκεκριμένα, παρέχουν στον κάτοχο ή αγοραστή του συμβολαίου τη δυνατότητα, χωρίς να τον υποχρεώνουν, να αγοράσει ή να πουλήσει το υποκείμενο τίτλο του δικαιώματος σε προκαθορισμένη τιμή και εντός συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος. Ο πωλητής του συμβολαίου, ο οποίος, εφόσον ο κάτοχος αποφασίσει την εφαρμογή των όρων του συμβολαίου, δηλαδή την αγορά ή πώληση του υποκείμενου τίτλου, είναι υποχρεωμένος να τηρήσει τους όρους αυτούς. Αν το δικαίωμα αναφέρεται σε δικαίωμα του επενδυτή για να αγοράσει την υποκείμενη αξία, τότε πρόκειται για δικαίωμα αγοράς (call option). Αν αντιθέτως, το δικαίωμα αναφέρεται σε δικαίωμα του αγοραστή για να πουλήσει την υποκείμενη αξία, τότε μιλάμε για δικαίωμα πώλησης (put option)
4. **Ανταλλαγές (Swaps)**: Συμφωνίες μεταξύ δύο πλευρών που αφορούν την ανταλλαγή στο μέλλον μιας σειράς ταμιακών ροών με όρους που προσυμφωνούνται. Με άλλα λόγια είναι χρηματοοικονομικές συναλλαγές βάσει των οποίων δύο οικονομικές μονάδες συμφωνούν να ανταλλάξουν μεταξύ τους στο μέλλον χρηματοοικονομικά μέσα, όπως συνάλλαγμα ή μία χρηματοοικονομική ροή ή μία σειρά χρηματοοικονομικών ροών που συνδέονται με κάποιο χρηματοπιστωτικό μέσο, όπως π.χ. τόκους δανείων.

### 2.3 Παράγωγα επί Μετεωρολογικών Δεικτών

Τα Παράγωγα επί Μετεωρολογικών Δεικτών (Weather Derivatives), εις το εξής Π.Μ.Δ., είναι παράγωγα προϊόντα όμοια με τα προαναφερθέντα χρηματοοικονομικά παράγωγα, μόνο που σε αυτά το υποκείμενο προϊόν δεν είναι κάτι εμπορεύσιμο (μετοχή ή χρηματοοικονομικός δείκτης) αλλά ένας δείκτης βασισμένος σε καιρικά φαινόμενα, όπως η θερμοκρασία, η βροχή, η χιονόπτωση, η υγρασία κλπ. για μία συγκεκριμένη περίοδο και για μία συγκεκριμένη γεωγραφική περιοχή. Ένα παράδειγμα μετεωρολογικού δείκτη είναι η μέση θερμοκρασία στο αεροδρόμιο Ελ. Βενιζέλος για τους μήνες Νοέμβριο, Δεκέμβριο, Ιανουάριο και Φεβρουάριο, ως μέτρο μέτρησης της χειμωνιάτικης δριμύτητας κοντά στην Αθήνα.

Για να δημιουργηθεί ένα τυπικό Π.Μ.Δ. πρέπει να προσδιοριστούν οι οκτώ παρακάτω παράμετροι:

- Ο τύπος του συμβολαίου (swap, call option, put option κλπ)
- Η περίοδος ισχύος του συμβολαίου
- Ένας επίσημος μετεωρολογικός σταθμός απ' όπου θα λαμβάνονται τα μετεωρολογικά δεδομένα
- Ο υποκείμενος μετεωρολογικός δείκτης
- Η τιμή άσκησης (strike price) του δείκτη πάνω ή κάτω από την οποία θα εξασκείται το Π.Μ.Δ.
- Το ποσό μεταβολής (tick rate) που θα πληρώνεται από τον πωλητή ή τον αγοραστή του Π.Μ.Δ. ανά μονάδα διαφοράς του υποκείμενου δείκτη από την τιμή άσκησης.
- Ένα μέγιστο όριο πληρωμής (cap) που θα καταβάλλεται ανεξάρτητα της τιμής που θα λάβει ο υποκείμενος δείκτης.
- Την τιμή (premium) που θα πληρώνει ο αγοραστής του Π.Μ.Δ., όταν πρόκειται για δικαίωμα (option.)

Ο σκοπός των Παραγώγων επί Μετεωρολογικών Δεικτών (Weather Derivatives) είναι να επιτρέπουν σε επιχειρήσεις και σε άλλους οργανισμούς να ασφαρίζονται έναντι των διακυμάνσεων των καιρικών φαινομένων. Για παράδειγμα, επιτρέπουν σε εταιρείες φυσικού αερίου να αποφεύγουν την αρνητική επίδραση ενός ήπιου χειμώνα εφόσον δεν υπάρχει μεγάλη ζήτηση αερίου για θέρμανση, δίνουν τη δυνατότητα σε κατασκευαστικές εταιρείες να αποφεύγουν οικονομικές ζημιές όταν ο βροχερός καιρός δεν επιτρέπει στους υπαλλήλους να εργαστούν και τέλος επιτρέπουν σε εταιρείες

χιονοδρομικών κέντρων να αποζημιώνονται για απώλεια εσόδων λόγω έλλειψης χιονιού.

Η αγορά των Παραγώγων επί Μετεωρολογικών Δεικτών (Weather Derivatives Market), στην οποία διαπραγματεύονται τα συμβόλαια που παρέχουν αυτό το είδος της ασφάλισης, ξεκίνησε από την βιομηχανία της ενέργειας των Ηνωμένων Πολιτειών το 1996 και το 1997. Εταιρείες που διαπραγματεύονταν συμβόλαια που βασίζονταν στις τιμές του ηλεκτρικού ρεύματος και του φυσικού αερίου με σκοπό να αντισταθμίζουν (hedge) τον κίνδυνο μεταβολής των τιμών του ηλεκτρικού ρεύματος και του φυσικού αερίου διαπίστωσαν ότι θα μπορούσαν να διαπραγματεύονται συμβόλαια που βασίζονται στα καιρικά φαινόμενα και να προστατεύονται έναντι του κινδύνου του καιρού με τον ίδιο τρόπο. Η αγορά αναπτύχθηκε γρήγορα και σύντομα επεκτάθηκε και σε άλλες βιομηχανίες καθώς επίσης και στην Ευρώπη, στην Ασία και στην Αυστραλία. Πλέον υπάρχουν εταιρείες στον ενεργειακό τομέα, ασφαλιστικές εταιρείες, αντασφαλιστικές εταιρείες, τράπεζες και εταιρείες αγροτικής παραγωγής, οι οποίες διαθέτουν τμήματα που ειδικεύονται στην αγοραπωλησία τέτοιων συμβολαίων.

#### **2.4 Αντιστάθμιση του κινδύνου του καιρού (weather hedging)**

Η επίδραση του καιρού στις επιχειρήσεις ποικίλλει από μείωση των εσόδων, π.χ. μία βροχερή ημέρα ένα κατάστημα αναμένεται να προσελκύσει λιγότερους πελάτες, μέχρι την πλήρη καταστροφή, όταν π.χ. ένας ανεμοστρόβιλος ισοπεδώνει μία επιχείρηση. Η δεύτερη περίπτωση αφορά καταστροφικά καιρικά φαινόμενα (κυκλώνες, τυφώνες, χιονοθύελλες, τα οποία συμβαίνουν με μικρή πιθανότητα) και συνήθως οι επιχειρήσεις που θέλουν να προστατευτούν έναντι του κινδύνου οικονομικών απωλειών από τέτοια φαινόμενα καταφεύγουν στη λύση των ασφαλιστικών συμβολαίων ή ομολόγων καταστροφικού κινδύνου (catastrophe bonds). Όμως, τα Π.Μ.Δ έχουν σχεδιαστεί για να προστατεύουν τις επιχειρήσεις απέναντι σε μη καταστροφικά καιρικά φαινόμενα, όπως θερμές ή κρύες περιόδους, περιόδους υγρασίας ή ξηρασίας, τα οποία έχουν συνήθως μεγάλη πιθανότητα εμφάνισης. Επενδύοντας σε Π.Μ.Δ. οι επιχειρήσεις μπορούν να μειώσουν τη μεταβλητότητα των κερδών τους από έτος σε έτος, γεγονός το οποίο μπορεί να έχει τις ακόλουθες συνέπειες:

- Η χαμηλή μεταβλητότητα κερδών επιτρέπει συνήθως και καλύτερους όρους δανειοδότησης (χαμηλότερο ύψος επιτοκίου) από μία επιχείρηση.

- Για εταιρεία που είναι εισηγμένη σε χρηματιστηριακή αγορά, χαμηλή μεταβλητότητα κερδών συνεπάγεται συνήθως και χαμηλή μεταβλητότητα της τιμής της μετοχής, με άμεσο αποτέλεσμα την υψηλότερη αποτίμηση της τιμής της μετοχής.
- Η χαμηλή μεταβλητότητα κερδών μειώνει τον κίνδυνο της χρεοκοπίας.

## 2.5 Συμμετέχοντες στην αγορά των Π.Μ.Δ.

Κάθε συμβόλαιο Π.Μ.Δ. αποτελεί μία συναλλαγή μεταξύ δύο μερών. Από τη μία πλευρά είναι αυτοί που θέλουν να εξαλείψουν ή να περιορίσουν τον κίνδυνο των καιρικών φαινομένων που αντιμετωπίζουν (οι ονομαζόμενοι hedgers) και από την άλλη πλευρά είναι οι κερδοσκόποι (traders-speculators), οι οποίοι εκδίδουν τα συμβόλαια των Π.Μ.Δ. και αναζητούν την ανάληψη κινδύνων στην προσπάθειά τους να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη. Αυτή η κατηγοριοποίηση ναί μεν είναι χρήσιμη, αλλά αποτελεί ταυτόχρονα και μία απλοποίηση της πραγματικότητας. Για παράδειγμα, αρκετοί αντισταθμίζοντες τον κίνδυνο (hedgers) λειτουργούν και ως κερδοσκόποι (speculators) με σκοπό είτε να διασφαλίσουν ότι έχουν κατανοήσει την αγορά πριν αγοράσουν ένα συμβόλαιο, είτε να κρύψουν τις προθέσεις αντιστάθμισης του κινδύνου σε άλλους συναλλασσόμενους είτε να προσπαθήσουν να κερδοσκοπήσουν. Παρόμοια, κάποιοι κερδοσκόποι ενδέχεται να λειτουργήσουν και ως αντισταθμίζοντες, αν συμπεράνουν ότι οι κερδοσκοπικές δραστηριότητες τους έχουν φέρει σε μία θέση που έχουν συσσωρεύσει αρκετό κίνδυνο.

Οι συναλλαγές μεταξύ των αντισταθμιζόντων και των κερδοσκόπων αποτελούν την επονομαζόμενη πρωτογενή αγορά, ενώ οι συναλλαγές μεταξύ των κερδοσκόπων και άλλων κερδοσκόπων αποτελούν την δευτερογενή αγορά. Οι κερδοσκόποι εμπορεύονται συμβόλαια μεταξύ τους είτε επειδή επιθυμούν να μειώσουν τον κίνδυνο των καιρικών φαινομένων που έχει συσσωρευτεί από προηγούμενες συναλλαγές Π.Μ.Δ. (σε αυτή την περίπτωση, οι κερδοσκόποι λειτουργούν ως αντισταθμίζοντες) είτε επειδή απλά πιστεύουν ότι θα έχουν οικονομικό όφελος από αυτές τις συναλλαγές.

Σπανιότερα, τα συμβόλαια διαπραγματεύονται απευθείας μεταξύ δύο αντισταθμιζόντων, οι οποίοι μπορούν με αυτό τον τρόπο να μειώνουν τους μεταξύ τους κινδύνους ταυτόχρονα. Όμως, αυτό είναι αρκετά σπάνιο αφού είναι δύσκολο για δύο επιχειρήσεις να έχουν ακριβώς ίσους και αντίθετους κινδύνους καιρικών φαινομένων.

Από την πλευρά του κερδοσκόπου, ο οποίος μπορεί να είναι μία τράπεζα, μία ασφαλιστική εταιρεία, μία ανασφαλιστική εταιρεία, μία εταιρεία ενέργειας ή μία εταιρεία επενδύσεων χαρτοφυλακίου, η συνδιαλλαγή Π.Μ.Δ. αποτελεί μία ελκυστική επιχειρηματική πρόταση για δύο λόγους. Πρώτον, η αποπληρωμή των Π.Μ.Δ. δεν παρουσιάζει γενικά συσχέτιση με τα άλλα είδη ασφαλίσων ή επενδύσεων. Επομένως, μία ασφαλιστική εταιρεία μπορεί να εκδώσει Π.Μ.Δ. παράλληλα με τους άλλους τύπους ασφάλισης, οπότε ο συνολικός κίνδυνος της εταιρείας αυξάνεται σε μικρό βαθμό. Παρομοίως, μία εταιρεία επενδύσεων χαρτοφυλακίου μπορεί να επενδύσει σε Π.Μ.Δ. γνωρίζοντας ότι η απόδοσή τους είναι ασυσχέτιστη με την απόδοση άλλων χρηματοοικονομικών προϊόντων που διαθέτει, όπως μετοχές και ομόλογα. Δεύτερον, ένα χαρτοφυλάκιο Π.Μ.Δ. μπορεί να έχει συνολικά χαμηλό βαθμό κινδύνου λόγω της αντιστάθμισης των κινδύνων των συμβολαίων των Π.Μ.Δ. Σε μία ιδανική αγορά Π.Μ.Δ. θα πρέπει να συμμετέχουν επιχειρήσεις, οι οποίες στο σύνολό τους θα θέλουν να διασφαλιστούν έναντι ίσων και αντίθετων κινδύνων καιρικών φαινομένων. Αυτό θα μπορούσε να οδηγήσει σε μία κατάσταση που οι κερδοσκόποι θα έχουν μικρό βαθμό κινδύνου, αφού θα αποτελούν απλούς διαμεσολαβητές που θα μεταφέρουν τον κίνδυνο καιρικών φαινομένων από τον ένα αντισταθμίζοντα στον άλλο.

Ακόμη, χρειάζεται να αναφερθεί ότι οι συναλλαγές της πρωτογενούς αγοράς είναι συνήθως σε μη οργανωμένες αγορές (over the counter-OTC), εννοώντας ότι γίνονται ιδιωτικά (privately) μεταξύ των δύο μερών. Επίσης, αρκετές συναλλαγές της δευτερογενούς αγοράς αναφέρονται ως OTC, διότι πραγματοποιούνται μέσω διαμεσολαβητών οι οποίοι δεν διαπραγματεύονται τα συμβόλαια. Τέλος, ένας ολοένα και αυξανόμενος όγκος συναλλαγών της δευτερογενούς αγοράς πραγματοποιείται στο Χρηματιστήριο του Σικάγο (Chicago Mercantile Exchange- CME).

## **2.6 Μεταβλητές καιρού και δείκτες**

Όπως αναφέρθηκε, ο καιρός επηρεάζει διαφορετικές επιχειρήσεις με διαφορετικούς τρόπους. Προκειμένου να αντισταθμιστούν αυτά τα διάφορα είδη κινδύνου, τα Π.Μ.Δ. βασίζονται σε διάφορες καιρικές μεταβλητές και σε ορισμένες περιπτώσεις κατασκευάζονται έτσι ώστε να εξαρτώνται σε περισσότερες από μία μεταβλητές. Οι μεταβλητές και οι δείκτες που χρησιμοποιούνται για τις μετρήσεις του καιρού έχουν ως εξής:



## 2.6.1 Θερμοκρασία

Όταν αναφέρεται κανείς σε μετρήσεις θερμοκρασίας, εννοείται ξεκάθαρα η θερμοκρασία του αέρα. Τυπικά, πρόκειται για τη θερμοκρασία σε συγκεκριμένο ύψος πάνω από το έδαφος (συνήθως δύο μέτρα για τα περισσότερα συστήματα παρατήρησης). Η θερμοκρασία του αέρα αποτελεί μία μέτρηση της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του ατμοσφαιρικού αέρα. Στην πράξη, για να μετρηθεί η θερμοκρασία χρησιμοποιούνται ανιχνευτές θερμοκρασίας, οι οποίοι καταγράφουν τις αλλαγές στην θερμοκρασία. Για τη σωστή καταγραφή της θερμοκρασίας οι ανιχνευτές τοποθετούνται με τέτοιο τρόπο ώστε να προφυλάσσονται από την έκθεση στον ήλιο, τον άνεμο, τη βροχή, το χιόνι και γενικά από οποιοδήποτε παράγοντα που μπορεί να συμβάλλει σε χαμηλότερη ή υψηλότερη ένδειξη θερμοκρασίας.

Οι μετρήσεις της θερμοκρασίας (είτε σε βαθμούς Κελσίου είτε σε Fahrenheit) χρησιμοποιούνται από ένα Π.Μ.Δ. με τους ακόλουθους τρόπους:

Μέση θερμοκρασία : Η μέση θερμοκρασία της ημέρας υπολογίζεται παίρνοντας το μέσο όρο της μέγιστης και ελάχιστης θερμοκρασίας που καταγράφεται τη συγκεκριμένη ημέρα. Στη συνέχεια προσθέτει κάποιος ή παίρνει πάλι το μέσο όρο των μέσων θερμοκρασιών για όλες τις ημέρες που διαρκεί το συμβόλαιο και έχει δημιουργηθεί έτσι ο συγκεκριμένος δείκτης.

Μέγιστη ή ελάχιστη θερμοκρασία: Μερικά συμβόλαια βασίζονται απλά στη μέγιστη ή ελάχιστη θερμοκρασία. Συχνά υπάρχει ενδιαφέρον και για τη καταγραφή της μέγιστης ή ελάχιστης θερμοκρασίας πάνω ή κάτω από ένα σημείο που θεωρείται ως βάση. Για παράδειγμα, μπορεί να θέλουμε να εκδώσουμε ένα συμβόλαιο που βασίζεται στον αριθμό των ημερών σε μία συγκεκριμένη περίοδο όπου η ελάχιστη θερμοκρασία ήταν κάτω από 32 °F.

Ημερήσιοι δείκτες θερμοκρασίας (Degree-days): Αυτή αποτελεί την πιο συνηθισμένη καιρική μεταβλητή για τα Π.Μ.Δ. Πρώτα, ορίζεται μία θερμοκρασία ως βάση. Για μία ψυχρού τύπου degree-day (CDD) καταγράφεται κατά πόσο η μέση θερμοκρασία υπερβαίνει την βάση. Αν η μέση θερμοκρασία δεν υπερβαίνει την βάση, καταγράφεται σαν διαφορά το μηδέν. Για μία θερμού τύπου degree-day (HDD), μας ενδιαφέρει αν η μέση θερμοκρασία είναι κάτω από τη θερμοκρασία-βάση. Η ονομασία "ψυχρού τύπου degree-day" προέρχεται από το γεγονός ότι όταν οι ημέρες είναι πιο θερμές από τη βάση-θερμοκρασία, τότε απαιτείται δροσιά. Παρομοίως, σε μία "θερμού τύπου degree-

day " όπου καταγράφεται κατά πόσο οι ημέρες είναι ψυχρότερες από τη βάση-θερμοκρασία, προκύπτει ανάγκη για θέρμανση. Η κατασκευή αυτών των δεικτών προήλθε από τη βιομηχανία της ενέργειας. Στην αγορά των Π.Μ.Δ. των Ηνωμένων Πολιτειών, όπου χρησιμοποιούνται συχνά οι δείκτες HDD και CDD, η βάση-θερμοκρασία ορίζεται στους 65 °F. Σύμφωνα με έρευνες, οι 65 °F αποτελούν μία καλή φυσιολογική ένδειξη; κάτω από αυτή τη θερμοκρασία οι άνθρωποι έχουν ανάγκη για θέρμανση και πάνω από αυτή τη θερμοκρασία οι άνθρωποι ανάβουν τα κλιματιστικά τους. Επομένως, για μία συγκεκριμένη περίοδο μπορούν να οριστούν μαθηματικά οι δείκτες HDD και CDD ως εξής:

$$CDD = \sum \max(T_i - 65, 0) \quad (2.1)$$

$$HDD = \sum \max(65 - T_i, 0) \quad (2.2)$$

όπου:

$T_i$  = η μέση θερμοκρασία της ημέρας  $i$ .

### 2.6.2 Βροχόπτωση

Οι βροχοπτώσεις μετρούνται με το ύψος του νερού (ίντσες) που πέφτει σε μία επιφάνεια γης χρησιμοποιώντας μετρητές βροχής. Το πάνω μέρος ενός μετρητή, το οποίο μοιάζει σαν χωνί (με διάμετρο περίπου 30 εκατοστά), επιτρέπει σε κάθε σταγόνα βροχής να συλλέγεται σε ένα δοχείο όπου καταγράφεται κάθε προσαύξηση νερού κατά 0.01 ίντσα.

Τα Π.Μ.Δ. που χρησιμοποιούν σαν δείκτη τη βροχή αναφέρονται στην αθροιστική βροχόπτωση κατά τη διάρκεια του συμβολαίου, για παράδειγμα τον συνολικό αριθμό ιντσών βροχόπτωσης για την συγκεκριμένη περίοδο του συμβολαίου.

### 2.6.3 Χιονόπτωση

Το χιόνι αποτελείται από κομμάτια πάγου, όπου σε αντίθεση με τη βροχή φτάνουν στο έδαφος χωρίς να έχουν λιώσει. Η μεγάλη διαφορά μεταξύ του χιονιού και της βροχής

είναι ότι το χιόνι έχει μεγάλη περιεκτικότητα σε αέρα.. Αυτό σημαίνει ότι ακόμη και η πιο πυκνή χιονόπτωση περιέχει 40% νερό, δηλαδή 4 ίντσες νερού σε κάθε 10 ίντσες χιονιού.

Αντίθετα με τη βροχή, το χιόνι παρουσιάζει δυσκολίες στη μέτρησή του. Επίσης, υπάρχουν δύο τύποι μέτρησης μίας χιονόπτωσης: α) ύψος χιονιού (χρήσιμο για ιδιοκτήτες χιονοδρομικών κέντρων) και β) περιεκτικότητα χιονιού σε νερό (παράγοντας που καθορίζει αν ένα ποτάμι θα πλημμυρίσει όταν το χιόνι θα λιώσει). Η πλειοψηφία των μετρήσεων του πρώτου τύπου γίνεται απλά και χειρωνακτικά, χρησιμοποιώντας μία επίπεδη σανίδα και ένα χάρακα προκειμένου να καταγράφεται σε κάθε νέα χιονόπτωση το ύψος του χιονιού. Επίσης, χρησιμοποιούνται και τεχνικές όπως: α) ακουστικές ή οπτικές μέθοδοι (εκπομπή κυμάτων ήχου ή φωτός στην επιφάνεια του χιονιού για να καθοριστεί το ύψος), β) χρήση δορυφόρων για την αποτύπωση της γεωγραφικής κάλυψης της χιονόπτωσης.

Αν και μέχρι σήμερα έχουν εκδοθεί λίγα Π.Μ.Δ. που βασίζονται σε μετρήσεις χιονιού, οι δείκτες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν είναι το αθροιστικό ύψος χιονιού για τη διάρκεια ενός συμβολαίου ή η αθροιστική περιεκτικότητα του χιονιού σε νερό για μία περίοδο.

#### **2.6.4 Άνεμος**

Ο άνεμος δημιουργείται όταν ρεύματα αέρα κινούνται από ατμοσφαιρικά στρώματα υψηλής πίεσης σε στρώματα χαμηλής πίεσης. Για τη μέτρηση του ανέμου χρειάζεται να ληφθεί υπόψη ότι ο άνεμος είναι μία διανυσματική ποσότητα: για την ακρίβεια έχει και ταχύτητα αλλά και κατεύθυνση. Οι περισσότερο χρησιμοποιούμενες τεχνικές μέτρησης είναι μηχανικές: μία ανεμοδούρα μετράει την κατεύθυνση του ανέμου και ένας έλικας μετράει την ταχύτητα. Για πολύ μικρές ταχύτητες ανέμου δεν γίνεται κάποια καταγραφή λόγω περιορισμών στο μηχανικό σύστημα, γεγονός όμως το οποίο δεν επηρεάζει τα Π.Μ.Δ. ή τα ασφαλιστήρια συμβόλαια, αφού ασχολούνται κατά κύριο λόγο με υψηλούς και καταστροφικούς ανέμους αντίστοιχα.

#### **2.6.5 Άλλες μεταβλητές καιρού**

Τα Π.Μ.Δ. μπορούν να χρησιμοποιήσουν και άλλες μεταβλητές σαν βάση για ένα δείκτη, αρκεί ένα μετεωρολογικό φαινόμενο να μπορεί να μετρηθεί αξιόπιστα και με ακρίβεια. Για παράδειγμα, θα μπορούσε κανείς να μετράει τα επίπεδα υγρασίας σε μία περιοχή, τον αριθμό των ωρών ηλιοφάνειας ή τη θερμοκρασία στην επιφάνεια της θάλασσας. Επίσης, συμβόλαια μπορούν να εκδοθούν και για συνδυασμό μεταβλητών: π.χ. αν θέλει κάποιος προστασία έναντι μίας παγωμένης βροχής, τότε το συμβόλαιο πρέπει να βασιστεί και σε βροχόπτωση αλλά και σε εμφάνιση θερμοκρασίας κάτω από 32 °F.

## 2.7 Βασικά είδη Π.Μ.Δ.

Στην ενότητα αυτή θα αναφερθούν οι βασικές δομές των εξής παραγώγων: **collar**, συμβόλαιο ανταλλαγής, δικαίωμα πώλησης, δικαίωμα αγοράς<sup>1</sup> και συμβόλαιο κρίσιμων γεγονότων. Παρόλο που υπάρχουν κάποιες διαφορές μεταξύ αυτών των παραγώγων ώστε σε κάποιες περιπτώσεις κάποιο είναι χρήσιμο και κάποιο άλλο όχι, εν τούτοις παρουσιάζουν και κοινά χαρακτηριστικά μεταξύ τους,

Κάθε παράγωγο βασίζεται σε μία μεταβλητή καιρού, όπως τον αριθμό των συνεχόμενων ημερών με θερμοκρασία πάνω από 40 °C στην Αθήνα για την περίοδο Ιουλίου-Αυγούστου (αυτό θα απαιτήσει την αγορά ή την παραγωγή πρόσθετης ηλεκτρικής ενέργειας για την κάλυψη της ανάγκης για κλιματισμό). Σε κάθε συμβόλαιο ορίζεται ένα επίπεδο της καιρικής μεταβλητής ως τιμή άσκησης (strike level), το οποίο αν ξεπεραστεί, τότε ο πωλητής του συμβολαίου καλείται να καταβάλλει κάποιο ποσό στον αγοραστή. Οι πληρωμές υπολογίζονται με βάση ένα ποσοστό μεταβολής (tick rate) που ορίζεται στο συμβόλαιο. Επίσης, ενδέχεται να είναι ενεργή μόνο η μία πλευρά της τιμής άσκησης, δηλαδή ο πωλητής θα πληρώσει τον αγοραστή μόνο αν ο δείκτης είναι κάτω από την τιμή άσκησης ή πάνω από τη τιμή άσκησης. Όλες οι πληρωμές των παραγώγων αθροίζονται κατά τη περίοδο του συμβολαίου και πραγματοποιούνται μετά τη λήξη της περιόδου. Η διάρκεια των συμβολαίων ποικίλλει από μία εβδομάδα μέχρι και μία σεζόν (μερικούς μήνες).

Προκειμένου να αποφευχθεί η ανάληψη απεριόριστου κινδύνου για τον καιρό χωρίς την ανάλογη αποζημίωση, σχεδόν όλα τα Π.Μ.Δ. έχουν ένα μέγιστο όριο πληρωμών (cap), και καμία πληρωμή δεν υπερβαίνει αυτό το μέγιστο όριο ανεξαρτήτως της τελικής τιμής της καιρικής μεταβλητής. Για παράδειγμα, όσο και αν εξαιρετικά ήπιος μπορεί να

υπάρξει ένας χειμώνας και η μέση θερμοκρασία να υπερβαίνει κατά πολύ τον ιστορικό μέσο όρο, οι πληρωμές θα περιορίζονται λόγω του μέγιστου ορίου.

Το κυρίαρχο συμβόλαιο στην αγορά των Π.Μ.Δ. είναι το συμβόλαιο της ανταλλαγής. Τυπικά, τα εμπλεκόμενα μέρη συμφωνούν σε μία τιμή άσκησης και σε ένα μέγιστο όριο, τα οποία είναι συμμετρικά γύρω από ένα συγκεκριμένο επίπεδο (αυτό ισχύει και για τα συμβόλαια **collars**). Αυτό σημαίνει ότι αν αυτό το συγκεκριμένο επίπεδο τυχαίνει να είναι η διάμεσος της κατανομής της καιρικής μεταβλητής, τότε και ο αγοραστής και ο πωλητής έχουν ίσες πιθανότητες για αποπληρωμή. Όμως, όλες οι κατανομές είναι εκτιμήσεις των επερχόμενων καιρικών φαινομένων, οπότε οι πιθανότητες είναι ουσιαστικά άγνωστες και για τα δύο μέρη.

Τα συμβόλαια των ανταλλαγών και των **collars** συνήθως διαπραγματεύονται χωρίς αρχική ανταλλαγή χρημάτων και για αυτό το λόγο ονομάζονται συμβόλαια μηδενικού κόστους. Αυτό το χαρακτηριστικό του μηδενικού κόστους είναι συνήθως ελκυστικό για τους κερδοσκόπους, οι οποίοι μπορούν να αναλάβουν κινδύνους χωρίς να απαιτείται αρχική εκταμίευση κεφαλαίου.

Σε ένα συμβόλαιο ανταλλαγής ή **collar**, είτε ο αγοραστής είτε ο πωλητής ενδέχεται να χρειαστεί να πληρώσει. Και στα δύο είδη συμβολαίων, ο αγοραστής (ο οποίος συνηθίζεται να λέμε ότι παίρνει θέση 'long') ευνοείται όταν αυξάνεται η τιμή της καιρικής μεταβλητής. Συγκεκριμένα, ο αγοραστής λαμβάνει αποζημίωση μόνο όταν ο δείκτης ξεπερνά το επίπεδο της τιμής άσκησης έως ότου φτάσει το επίπεδο του ανώτατου ορίου. Αντίστροφα, ο πωλητής (ο οποίος συνηθίζεται να λέμε ότι παίρνει θέση 'short') ευνοείται όταν μειώνεται η τιμή της καιρικής μεταβλητής και αποζημιώνεται όταν η τιμή του δείκτη κυμαίνεται μεταξύ των τιμών της τιμής άσκησης και του κατώτατου ορίου (floor). Καμία αποζημίωση δεν υφίσταται όταν η τιμή του δείκτη είναι στο επίπεδο της τιμής άσκησης.

Τα σχήματα 2.1-2.4 αναφέρονται σε διαγράμματα αποπληρωμής για ένα συμβόλαιο **collar**, ανταλλαγής, δικαιώματος πώλησης και αγοράς αντίστοιχα. Ο δείκτης στον οποίο έχουν βασιστεί είναι η μέση θερμοκρασία για την περίοδο ενός χειμώνα και η αποπληρωμή είναι σε ευρώ (€). Παρόλο που πρόκειται για παράγωγα θερμοκρασίας, η γραφική απεικόνιση των αποπληρωμών είναι η ίδια για όλες τις καιρικές μεταβλητές.

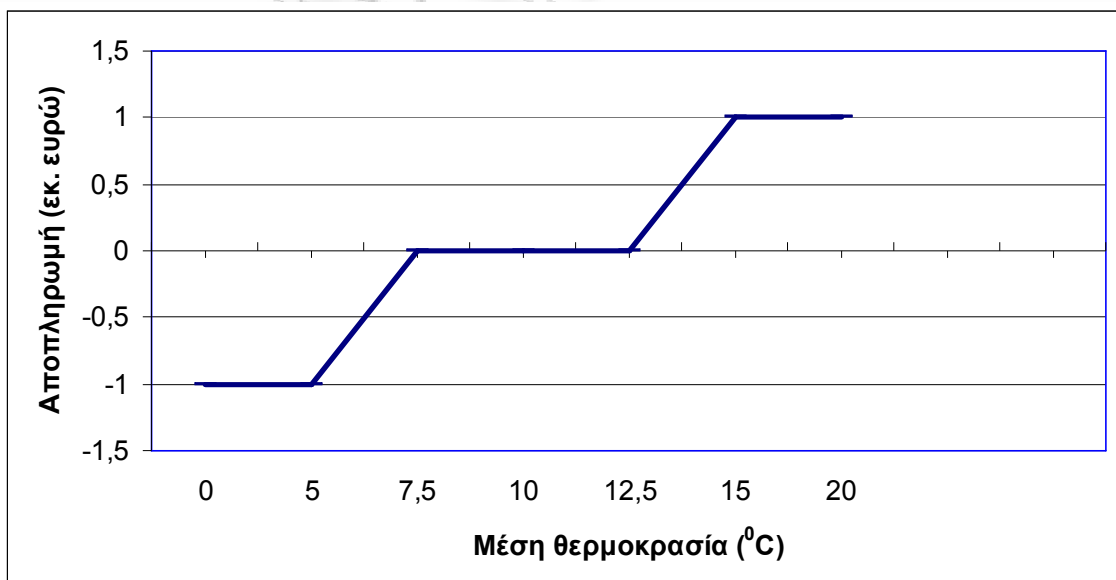
Τα διαγράμματα απεικονίζουν το εύρος των πληρωμών, οι οποίες εξαρτώνται από την τελική τιμή του δείκτη και μόνο μία πραγματοποιείται με τη λήξη της διάρκειας του

συμβολαίου. Αφορούν μία εύκρατη ευρωπαϊκή τοποθεσία, όπου η μέση χειμερινή θερμοκρασία για τις τελευταίες δεκαετίες είναι 10 °C (50 °F) και η τυπική απόκλιση των ετήσιων θερμοκρασιών είναι 2.5 °C (42.5 °F).

Για λόγους απλοποίησης, οι τιμές άσκησης των παραγώγων έχουν οριστεί σε μία τυπική απόκλιση από τη μέση θερμοκρασία. Κάθε συμφωνία ορίζει ότι καμία πληρωμή δεν θα υπερβεί το 1 εκατομμύριο Ευρώ (€). Οι αυξήσεις των πληρωμών έχουν οριστεί σε €40.000 για κάθε 0.1 °C (tick rate) μέχρι το όριο του €1 εκατ. Διαιρώντας το €1 εκατ. με τις €40.000, συνεπάγεται ότι τα όρια για τον δείκτη της θερμοκρασίας ορίζονται σε δύο τυπικές αποκλίσεις από τον μέση θερμοκρασία.

### 2.7.1 Collar βασισμένο σε μέση θερμοκρασία

Ένα συμβόλαιο **collar** (όπως και ένα συμβόλαιο ανταλλαγής) είναι μία συμφωνία μεταξύ δύο μερών που ανταλλάσσουν την υπόσχεση ότι θα πληρώσει ο ένας τον άλλον σε περίπτωση που ο δείκτης υπερβεί το επίπεδο της τιμής άσκησης. Το **collar** στο σχήμα 2.1 έχει μία άνω τιμή άσκησης στους 12.5 °C, δηλαδή μία τυπική απόκλιση (2.5 °C) πάνω από τη μέση θερμοκρασία (10 °C). Η κάτω τιμή άσκησης έχει οριστεί στους 7.5 °C, μία τυπική απόκλιση κάτω από τη μέση θερμοκρασία.



**Διάγραμμα 2.1:** Collar βασισμένο σε μέση θερμοκρασία

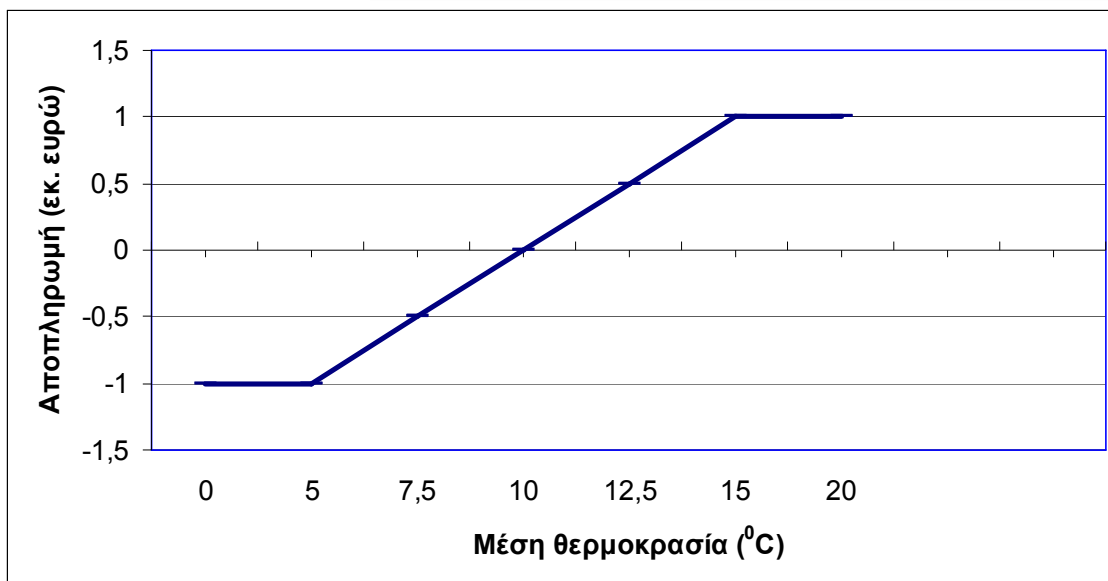
Οι πιθανές πληρωμές στο σχήμα εξετάζονται από την πλευρά του αγοραστή, οπότε αυτό σημαίνει ότι οι θετικές τιμές αποτελούν ενδεχόμενες πληρωμές για τον αγοραστή, ενώ οι αρνητικές τιμές αποτελούν πληρωμές που πρέπει να καταβάλλει ο αγοραστής στον πωλητή. Δηλαδή, ο αγοραστής θα λάβει αποζημίωση αν η τελική μέση θερμοκρασία είναι υψηλότερη από 12.5 °C και θα καταβάλλει αποζημίωση αν η τελική μέση θερμοκρασία είναι χαμηλότερη από 7.5 °C. Καμία από τις δύο πλευρές δεν πληρώνει αν η τελική τιμή του δείκτη βρίσκεται στην ανενεργή περιοχή του **collar**, δηλαδή μεταξύ 12.5°C και 7.5°C.

Μία εταιρεία που θέλει να αντισταθμίσει τον κίνδυνο των καιρικών φαινομένων, όπως μία εταιρεία φυσικού αερίου, ενδέχεται να αγοράσει ένα τέτοιο συμβόλαιο για τους εξής λόγους:

- α) το συμβόλαιο δεν απαιτεί για την αγορά του κάποιο αρχικό ποσό (premium) σε αντίθεση με ένα συμβόλαιο δικαιώματος αγοράς ή πώλησης
- β) το συμβόλαιο παρέχει προστασία για την απώλεια εσόδων στην περίπτωση της μη ευνοϊκής σεζόν (δηλαδή της θερμής, η οποία συνεπάγεται και μειωμένη ζήτηση αερίου για θέρμανση), αφού ο αγοραστής θα πληρωθεί αν η τελική μέση θερμοκρασία ξεπεράσει τους 12.5 °C.
- γ) αν ο δείκτης λάβει τιμή στην ανενεργή περιοχή του συμβολαίου (7.5°C – 12.5°C) ο αγοραστής διατηρεί ανέπαφα τα έσοδά του και δεν κάνει καμία πληρωμή.
- δ) αν ο αγοραστής χρειαστεί να πληρώσει τον πωλητή, δεν υπάρχει ιδιαίτερο πρόβλημα αφού αυτό θα συμβεί σε μία εξαιρετικά ευνοϊκή σεζόν (λόγω του κρύου θα υπάρχει αυξημένη ζήτηση αερίου για θέρμανση), όπου τα έσοδα θα είναι υψηλά.

### 2.7.2 Ανταλλαγή βασισμένη σε μέση θερμοκρασία

Ένα συμβόλαιο ανταλλαγής μπορεί να περιγραφεί ως η ειδική περίπτωση ενός **collar** όπου τα επίπεδα της άνω και κάτω τιμής άσκησης είναι ίδια. Στο σχήμα 2.2 η τιμή άσκησης έχει οριστεί στους 10 °C. Το άνω όριο παραμένει στο €1 εκατ. με αποτέλεσμα η ενεργή περιοχή των πληρωμών να κυμαίνεται τώρα σε ένα εύρος 5°C γύρω από τον ιστορικό μέσο όρο των 10°C.



**Διάγραμμα 2.2:** Ανταλλαγή βασισμένη σε μέση θερμοκρασία

Η μοναδική θερμοκρασία στην οποία δεν καταβάλλεται κάποια πληρωμή είναι οι 10 °C. Οι κερδοσκόποι καθορίζουν τη τιμή άσκησης' βασιζόμενοι σε λίγους μόνο παράγοντες, οι οποίοι είναι: η ιστορική μέση θερμοκρασία, η πρόβλεψη για το δείκτη καιρού της ανταλλαγής (στο παράδειγμα είναι η μέση θερμοκρασία) και η επιθυμία των κερδοσκόπων και της αγοράς για το συγκεκριμένο συμβόλαιο ανταλλαγής. Οι κερδοσκόποι συνεχώς εξετάζουν την τρέχουσα αγορά για να δουν σε τι επίπεδα διαπραγματεύονται τα υπόλοιπα συμβόλαια ανταλλαγών και ενδέχεται να αλλάξουν το επίπεδο της τιμής άσκησης οποιαδήποτε στιγμή.

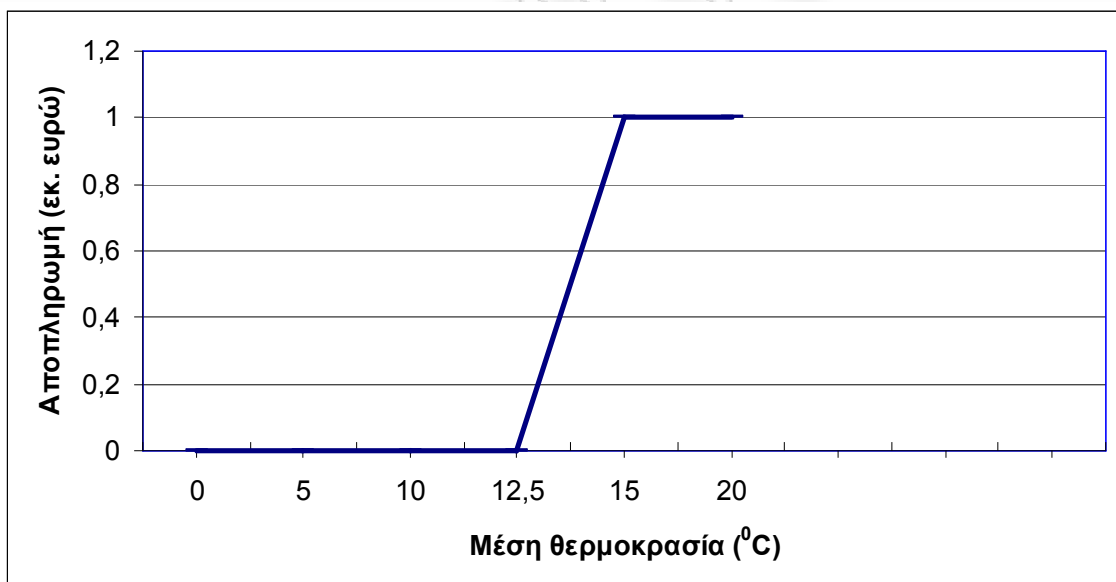
Οι ανταλλαγές αποτελούν ένα από τα πιο προσφιλή παράγωγα για τους κερδοσκόπους καθώς προσπαθούν να ανταλλάξουν απόψεις για το αποτέλεσμα της σεζόν. Αντίθετα, ένας τελικός χρήστης έχει μικρή επιθυμία για ένα συμβόλαιο ανταλλαγής. Η ανταλλαγή δεν έχει ανενεργή περιοχή μεταξύ των δύο τιμών άσκησης όπως ισχύει στο **collar**, με αποτέλεσμα να απαιτούνται πληρωμές σε θερμοκρασίες πολύ κοντά στο μέσο όρο. Συνεπώς, ένας τελικός χρήστης ενδέχεται να αποζημιωθεί για χειμώνες που είναι ελαφρώς πιο θερμοί από το μέσο όρο, παρόλο που μπορεί να μην έχει ανάγκη την πληρωμή ή ενδέχεται να καταβάλλει πληρωμές από τα μέτρια έσοδά του για χειμώνες ελαφρώς πιο ψυχρούς από τη μέση θερμοκρασία.

### 2.7.3 Δικαιώματα αγοράς και πώλησης



Η πιο απλή και συνηθισμένη πράξη διαπραγμάτευσης για μία εταιρεία παροχής ενέργειας και για άλλους τελικούς χρήστες είναι η αγορά ενός δικαιώματος πώλησης ή ενός δικαιώματος αγοράς. Η απόφαση μεταξύ ενός δικαιώματος πώλησης ή αγοράς εξαρτάται από το δείκτη και την επίδρασή του στον τελικό χρήστη.

Το δικαίωμα αγοράς στο σχήμα 2.3 έχει το ίδιο μέγιστο όριο και τιμή άσκησης με το μέγιστο όριο και την άνω τιμή άσκησης του **collar** στο σχήμα 2.1, ενώ το δικαίωμα πώλησης στο σχήμα 2.4 έχει το ίδιο μέγιστο όριο και τιμή άσκησης με το μέγιστο όριο και τη κάτω τιμή άσκησης του **collar**. Και τα δύο διαγράμματα θα εξεταστούν από την πλευρά του αγοραστή του δικαιώματος. Η πάνω καμπύλη σε κάθε διάγραμμα αποτελεί την πιθανή πληρωμή βάσει συμβολαίου, ενώ η κάτω καμπύλη δείχνει την καθαρή πληρωμή (έχει αφαιρεθεί το ποσό του premium που καταβάλλεται στην αρχή του συμβολαίου).

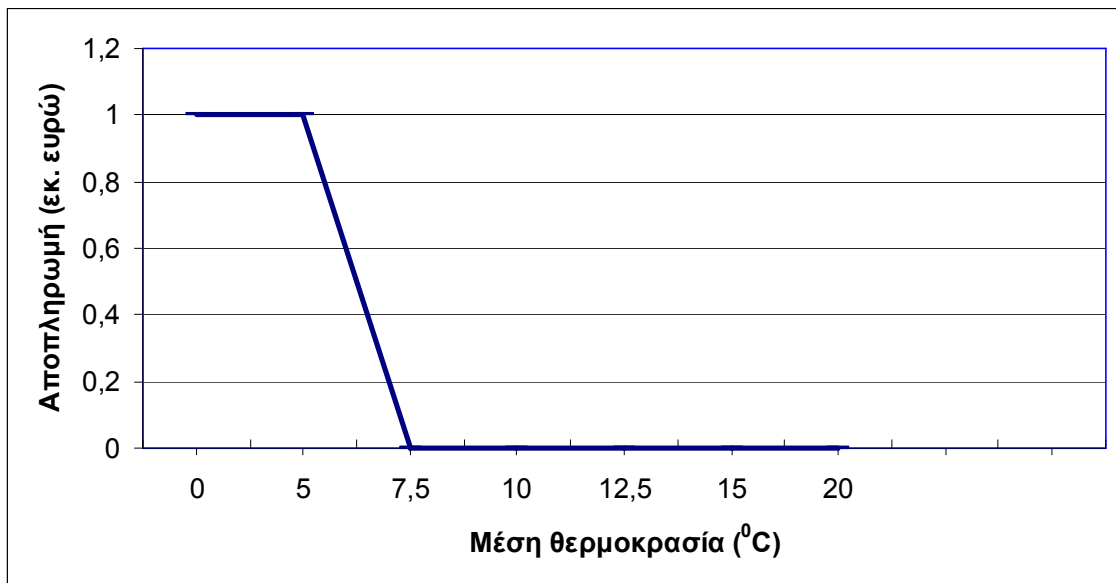


**Διάγραμμα 2.3:** Δικαίωμα αγοράς βασισμένο σε μέση θερμοκρασία

Οι αγοραστές ενός δικαιώματος αγοράς στο σχήμα 2.3 πληρώνουν ένα ποσό (premium) και θα λάβουν πληρωμή μόνο αν ο δείκτης ξεπεράσει την τιμή άσκησης (12,5 °C). Αν ο δείκτης είναι κάτω από τους 12,5 °C δεν λαμβάνουν τίποτα και αν είναι πάνω από τους 15 °C λαμβάνουν το μέγιστο όριο (€1 εκατομμύριο). Αν ο δείκτης παίρνει ενδιάμεσες τιμές, τότε πληρώνονται € 40.000 για κάθε 0,1 °C.

Οι αγοραστές ενός δικαιώματος πώλησης στο σχήμα 2.4 πληρώνουν ένα ποσό (premium) και πληρώνονται € 40.000 για κάθε 0,1 °C, αν ο δείκτης κυμαίνεται μεταξύ 5

°C και 7.5 °C. Αν ο δείκτης είναι πάνω από 7.5 °C δεν πληρώνονται τίποτα, ενώ αν είναι κάτω από 5 °C πληρώνονται το μέγιστο όριο (€1 εκατομμύριο).



**Διάγραμμα 2.4:** Δικαίωμα πώλησης βασισμένο σε μέση θερμοκρασία

#### 2.7.4 Συμβόλαια κρίσιμων γεγονότων

Ακόμη και στο αρχικό στάδιο της δημιουργίας της αγοράς των Π.Μ.Δ. φάνηκε ξεκάθαρα ότι υπήρχαν τελικοί χρήστες που είχαν ανάγκη ένα είδος παραγώγων που να αντισταθμίζει ειδικά ή κρίσιμα γεγονότα (critical events). Ως κρίσιμο θεωρείται ένα γεγονός όταν η καιρική μεταβλητή υπερβεί ή πέσει κάτω από ένα συγκεκριμένο επίπεδο. Οι πληρωμές σε αυτά τα συμβόλαια βασίζονται στον αριθμό των κρίσιμων γεγονότων σε μία περίοδο και όχι στην τελική τιμή του δείκτη, όπως συμβαίνει με τα υπόλοιπα συμβόλαια των Π.Μ.Δ.

Για παράδειγμα, αν η ζέστη τη θερινή περίοδο γίνεται ακραία και παρατεταμένη η ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας για κλιματισμό φτάνει σε πολύ υψηλά επίπεδα, οπότε τίθενται σε λειτουργία βοηθητικές γεννήτριες ηλεκτρικού ρεύματος ή αγοράζεται ρεύμα από γειτονικές χώρες, το οποίο έχει ιδιαίτερα μεγάλο κόστος. Σε αυτή την περίπτωση ένα συμβόλαιο κρίσιμων γεγονότων θα πλήρωνε ένα ποσό στον αγοραστή, αν ο αριθμός των ιδιαίτερα θερμών ημερών (θερμοκρασία πάνω από 45 °C) ξεπερνούσε ένα προσυμφωνημένο νούμερο.

## 2.8 Βιβλιογραφία

- 1 Robert Dischell (2002), Climate Risk & the Weather Market, Εκδόσεις Riskbooks
- 2 Turvey, C.G.(2001), Weather Derivatives for Specific Event Risks in Agriculture.
- 3 Geman, (2001), Insurance & Weather Derivatives, Εκδόσεις Riskbooks
- 4 Ευθυμίου Εμμανουήλ, (2002), Παράγωγα επί Μετεωρολογικών Δεικτών, Διπλωματική Εργασία Πανεπιστημίου Πειραιώς

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΚΑΙΡΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΤΑΣΕΙΣ

#### 3.1 Εισαγωγή

Κάποιες από τις μεθόδους τιμολόγησης των Π.Μ.Δ. βασίζονται στη δημιουργία στατιστικών μοντέλων για τις χρονολογικές σειρές των ιστορικών μετεωρολογικών μετρήσεων από μετεωρολογικούς σταθμούς. Η κύρια πηγή καιρικών δεδομένων για κάθε χώρα είναι η Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία (Ε.Μ.Υ.), ενώ πιο σπάνιες πηγές ενδέχεται να είναι πανεπιστήμια, ιδιωτικές εταιρείες και στρατιωτικοί οργανισμοί. Σε κάθε χώρα η Ε.Μ.Υ. λειτουργεί ανεξάρτητα και καθορίζει τα πρότυπα συλλογής, αρχειοθέτησης και κατανομής των καιρικών δεδομένων.

Τα καιρικά δεδομένα κατηγοριοποιούνται γενικά είτε ως συνοπτικά (synoptic) είτε ως κλιματικά (climate). Τα συνοπτικά δεδομένα είναι δεδομένα που καταγράφονται σε πραγματικό χρόνο και χρησιμοποιούνται για την ασφάλεια των αεροπορικών πτήσεων και για τα μοντέλα πρόβλεψης του καιρού. Πρέπει να τονιστεί ότι τα συνοπτικά δεδομένα δεν αποτελούν αξιόπιστο ιστορικό αρχείο των καιρικών μετρήσεων, επειδή οι καιρικές προβλέψεις βασίζονται στις τελευταίες πρόσφατες μετρήσεις με αποτέλεσμα να μην περισεύει χρόνος για τον ποιοτικό έλεγχο αυτών των μετρήσεων. Τα κλιματικά δεδομένα αποτελούν το επίσημο ιστορικό αρχείο μετεωρολογικών μετρήσεων και παρέχονται εφόσον διενεργηθεί ποιοτικός έλεγχος από την αντίστοιχη Ε.Μ.Υ. κάθε χώρας σε αυτά τα δεδομένα. Παρόλο που οι διαδικασίες ελέγχου μπορεί να διαρκούν από μέρες μέχρι και μήνες από τότε που έχουν καταγραφεί τα δεδομένα, εν τούτοις στην αγορά των Π.Μ.Δ. χρησιμοποιούνται κυρίως τα κλιματικά δεδομένα για την τιμολόγηση των συμβολαίων λόγω της ακρίβειάς τους και της αξιοπιστίας τους. Μόνο σε περιπτώσεις που ο ποιοτικός έλεγχος δεν είναι διαθέσιμος ή δεν μπορεί να διενεργηθεί εντός συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος, χρησιμοποιούνται στην αγορά των Π.Μ.Δ. τα συνοπτικά δεδομένα.

Τα καιρικά δεδομένα που δημοσιεύουν οι Ε.Μ.Υ. κάθε χώρας, συχνά πρέπει να “τακτοποιηθούν” πριν τα χρησιμοποιήσει η αγορά των Π.Μ.Δ., προκειμένου να αντικατασταθούν κάποιες εκλιπούσες ή εσφαλμένες τιμές. Μετά την τακτοποίηση των δεδομένων ενδέχεται να υφίστανται ακόμη κάποια προβλήματα, τα οποία είναι γνωστά ως προβλήματα “ανομοιογένειας” ή “ασυνέχειας” και προκαλούνται είτε λόγω αλλαγής

τοποθεσίας του μετεωρολογικού σταθμού είτε λόγω αλλαγής των οργάνων μέτρησης είτε λόγω αλλαγής του περιβάλλοντος στο οποίο βρίσκεται ο μετεωρολογικός σταθμός. Τις εμφανείς αλλαγές στις χρονολογικές σειρές των καιρικών δεδομένων τις αντιμετωπίζουμε με προσαρμογή δεδομένων, ενώ τα μη εμφανή προβλήματα ανομοιογένειας, όπως η αστικοποίηση, αντιμετωπίζονται ως τάσεις και θα χρειαστεί να απαλειφθούν από τα δεδομένα.

### **3.2 Καιρικά δεδομένα (Weather data)**

Ιδανικά, η αγορά χρειάζεται έγκαιρα και ακριβή καιρικά δεδομένα. Προκειμένου να επιτευχθεί κάτι τέτοιο, τα δεδομένα πρέπει να καταγράφονται σε συνεχή βάση από σταθμούς οι οποίοι είτε είναι επανδρωμένοι από εκπαιδευμένο προσωπικό είτε λειτουργούν με αυτόματα συστήματα που συντηρούνται σε τακτά διαστήματα. Επίσης, οι σταθμοί πρέπει να λειτουργούν αρκετά χρόνια και να μην υπόκεινται σε αλλαγές τοποθεσίας.

Όμως, ο κύριος σκοπός των Ε.Μ.Υ. σχεδόν σε όλες τις χώρες είναι η “προστασία της ζωής και της περιουσίας”. Η έμφαση αυτών των υπηρεσιών εστιάζεται στην ακριβή διάγνωση, παρακολούθηση και πρόβλεψη των έντονων καιρικών φαινομένων. Η συλλογή και αρχειοθέτηση των καιρικών δεδομένων είναι σημαντική, επειδή παρέχει οικονομικό πλεονέκτημα, αλλά οι οικονομικές ανάγκες σε τοπικό και εθνικό επίπεδο δεν εξαρτώνται τόσο πολύ από δεδομένα υψηλής ποιότητας, όπως η αγορά των Π.Μ.Δ. Για το λόγο αυτό οι περισσότερες Ε.Μ.Υ. δεν δίνουν έμφαση σε ζητήματα ποιότητας των δεδομένων.

Ο Παγκόσμιος Μετεωρολογικός Οργανισμός (World Meteorological Organization – WMO) αποτελεί τον διεθνή σύνδεσμο μεταξύ των Ε.Μ.Υ. κάθε χώρας αλλά δεν έχει εξουσιοδότηση επιβολής. Έτσι, ενώ αρκετοί οργανισμοί διαθέτουν τυποποιημένα προϊόντα, είναι φανερό ότι κάθε Ε.Μ.Υ. θέτει μόνη της τα πρότυπα για την συλλογή, αρχειοθέτηση και κατανομή των δεδομένων. Αυτά τα ανεξάρτητα πρότυπα και οι πρακτικές παρατήρησης δημιουργούν δυσκολίες με τη διαχείριση των καιρικών δεδομένων σε παγκόσμια κλίμακα και καθιστούν αναγκαίες διαδικασίες ελέγχου ποιότητας των δεδομένων που περιορίζονται σε εθνικό επίπεδο. Η γνώση αυτών των ζητημάτων τυποποίησης καθώς και ζητημάτων, όπως η διατήρηση των δικτύων παρατήρησης, η διαθεσιμότητα των δεδομένων και η διατήρηση των ιστορικών μετεωρολογικών πληροφοριών (τα λεγόμενα μεταδεδομένα - metadata) είναι εξαιρετικά

σημαντική για την αγορά των Π.Μ.Δ. Αν δεν υπάρχει δυνατότητα κατανόησης για το πώς συλλέγονται και επεξεργάζονται τα καιρικά δεδομένα και χωρίς τη γνώση του ιστορικού του σταθμού, είναι πολύ δύσκολο να εκτιμήσει κανείς την αξιοπιστία αυτών των δεδομένων και να τα χρησιμοποιήσει. Καθώς η βιομηχανία της αγοράς των Π.Μ.Δ. αναπτύσσεται όλο και περισσότερο σε παγκόσμιο επίπεδο, επιχειρείται μία προσπάθεια επίλυσης αυτών των ζητημάτων μέσω συμφωνιών με τις Ε.Μ.Υ. για ανακατανομή των δεδομένων και για πρόσβαση σε πληροφορίες που σχετίζονται με τις τοπικές πρακτικές συλλογής των δεδομένων και με το ιστορικό του σταθμού.

### 3.2.1 Μετεωρολογικά δίκτυα

Τα καιρικά δεδομένα καταγράφονται από διάφορα μετεωρολογικά δίκτυα. Ο κύριος σκοπός των μετεωρολογικών δικτύων είναι να παρέχει συνοπτικά και κλιματικά δεδομένα. Σε γενικές γραμμές, τα συνοπτικά δεδομένα είναι δεδομένα που καταγράφονται ταυτόχρονα σε μία μεγάλη περιοχή της ατμόσφαιρας, υπόκεινται σε χαμηλό ποιοτικό έλεγχο και ανταλλάσσονται μεταξύ των Ε.Μ.Υ. των διάφορων χωρών με σκοπό τη δημιουργία μετεωρολογικών προβλέψεων. Τα κλιματικά δεδομένα, τα οποία κάποιες φορές προέρχονται από τα συνοπτικά δεδομένα, χρησιμοποιούνται κυρίως για κλιματολογικές μελέτες. Όπως προαναφέρθηκε και στην εισαγωγή του κεφαλαίου, για τα κλιματικά δεδομένα εφαρμόζονται διαδικασίες ποιοτικού ελέγχου και τις περισσότερες φορές αποτελούν το επίσημο ιστορικό αρχείο για τον καιρό και το κλίμα. Τέλος, να αναφέρουμε ότι οι ίδιοι σταθμοί μπορεί να χρησιμοποιούνται για την συλλογή και των δύο τύπων δεδομένων.

Υπάρχουν διάφοροι συμβατικοί κανόνες για την αναγνώριση των σταθμών που έχουν δημιουργηθεί από τους διάφορους οργανισμούς. Για παράδειγμα, ο Παγκόσμιος Μετεωρολογικός Οργανισμός (Π.Μ.Ο.) έχει καθιερώσει ένα πενταψήφιο αριθμητικό σύστημα για την αναγνώριση σταθμών από τους οποίους γίνεται διεθνής καταγραφή συνοπτικών δεδομένων. Όμως, τις περισσότερες φορές τα ανεξάρτητα μετεωρολογικά δίκτυα κάθε χώρας αναγνωρίζονται με βάση κάποιους συμβατικούς κανόνες που επιλέγονται από την ίδια τη χώρα, με αποτέλεσμα αυτή η έλλειψη ενός διεθνούς προτύπου αναγνώρισης να προκαλεί σύγχυση στην αγορά.

- Ηνωμένες Πολιτείες : Η επίσημη πηγή καιρικών δεδομένων στις Η.Π.Α. είναι το Εθνικό Κέντρο Κλιματικών Δεδομένων (National Climatic Data Center – NCDC). Στις Η.Π.Α. δεν παρατηρείται σημαντική διαφοροποίηση μεταξύ των δικτύων

σχετικά με τα συνοπτικά και τα κλιματικά δεδομένα, αλλά η βασική κατηγοριοποίηση των δικτύων βασίζεται σε ένα κλιμακωτό σύστημα με τους σταθμούς υψηλής ποιότητας να χαρακτηρίζονται ως σταθμοί “πρώτης τάξης” και στους οποίους γίνεται καταγραφή τόσο των επίσημων κλιματικών δεδομένων όσο και των συνοπτικών δεδομένων για μετεωρολογικές προβλέψεις. Οι μετεωρολογικές μετρήσεις στους σταθμούς αυτούς περιλαμβάνουν μία ευρεία γκάμα καιρικών μεταβλητών, όπως τη θερμοκρασία, τη βροχόπτωση, τη χιονόπτωση, την υγρασία, την ταχύτητα και κατεύθυνση του ανέμου. Η αγορά των Π.Μ.Δ. της Αμερικής επιλέγει κατά κύριο λόγο αυτούς τους σταθμούς για την τιμολόγηση και τη διαχείριση των κινδύνων του καιρού. Επιπλέον, υπάρχουν και οι λεγόμενοι σταθμοί “δεύτερης τάξης”, οι οποίοι καταγράφουν λιγότερες καιρικές μεταβλητές σε σχέση με τους πρώτους σταθμούς και παρέχουν ανεπίσημα κλιματικά δεδομένα καθώς επίσης και συνοπτικά δεδομένα.

- Ευρώπη : Παρομοίως και στην Ευρώπη υπάρχουν διάφορα μετεωρολογικά δίκτυα. Στο Ηνωμένο Βασίλειο η κατηγοριοποίηση των σταθμών βασίζεται σε ένα κλιμακωτό σύστημα, το οποίο σχετίζεται με την ποιότητα των παρατηρήσεων του καιρού. Η πλειοψηφία των σταθμών παρέχει τόσο συνοπτικά όσο και κλιματικά δεδομένα. Η κατηγοριοποίηση αυτή παρουσιάζει κάποιες ομοιότητες με αυτή των Η.Π.Α., χωρίς να είναι όμως ακριβώς ίδια. Στη Γερμανία οι σταθμοί κατηγοριοποιούνται ανάλογα με το είδος των παρατηρήσεων του καιρού (π.χ. βροχόπτωσης, θερμοκρασίας κτλ). Για παράδειγμα, οι σταθμοί βροχόπτωσης υπολογίζονται περίπου στους 4.000.
- Ιαπωνία και Αυστραλία : Στην Ιαπωνία υπάρχουν δύο είδη δικτύων, τα AMEDAS (Automated Meteorological Data Acquisition System) και τα SYNOP, με τα πρώτα να ανέρχονται γύρω στα 1.000 ενώ τα δεύτερα γύρω στα 150). Η αγορά των Π.Μ.Δ. προτιμά κυρίως τους σταθμούς SYNOP, επειδή η καταγραφή των δεδομένων γίνεται σε εικοσιτετράωρη βάση. Στην Αυστραλία τόσο τα συνοπτικά όσο και τα κλιματικά δεδομένα καταγράφονται από τους ίδιους σταθμούς των διάφορων μετεωρολογικών δικτύων, οι οποίοι βρίσκονται κυρίως σε αεροδρόμια της χώρας.

### **3.2.2 Ιστορικό σταθμών και ιστορικά μετεωρολογικά δεδομένα (metadata)**

Υπάρχουν σημαντικά πλεονεκτήματα για τους οργανισμούς που διεξάγουν μία πλήρη έρευνα του ιστορικού του σταθμού πριν την τακτοποίηση και την προσαρμογή των δεδομένων. Το πλήρες ιστορικό ενός σταθμού παρέχει στον αναλυτή την ακριβή πληροφόρηση για το πότε συνέβησαν πιθανά προβλήματα ασυνέχειας και ποιες είναι οι φυσικές αιτίες για τα προβλήματα αυτά. Οι ιστορικές πληροφορίες που συλλέγονται στους σταθμούς αναφέρονται γενικά ως μετα-δεδομένα (metadata).

Η διαθεσιμότητα των μελλοντικών μετα-δεδομένων είναι πολύ σημαντική για την απόφαση επιλογής των σταθμών που θα χρησιμοποιηθούν για τα συμβόλαια των Π.Μ.Δ. Η τιμολόγηση ενός συμβολαίου θα παρουσιάζει σφάλματα, εάν ένας σταθμός μετακινηθεί την περίοδο του συμβολαίου και συμβεί μία ξαφνική αλλαγή στις καθημερινές μετεωρολογικές μετρήσεις.

Κάποια προβλήματα ασυνέχειας δεν προκύπτουν μόνο λόγω αλλαγών στα όργανα μέτρησης ή λόγω αλλαγών στην τοποθεσία του σταθμού, αλλά και από φυσικές αλλαγές στον περιβάλλοντα χώρο των οργάνων μέτρησης, όπως για παράδειγμα μπορεί να συμβεί με την κατασκευή κτιρίων δίπλα στο χώρο των οργάνων μέτρησης. Στις Ε.Μ.Υ. κάθε χώρας δεν συνηθίζεται να καταγράφονται αυτές οι αλλαγές στον περιβάλλοντα χώρο, οπότε δημιουργούνται προβλήματα συλλογής των μετα-δεδομένων. Για να ξεπεραστούν αυτές οι δυσκολίες οι ιδιωτικές εταιρείες της αγοράς των Π.Μ.Δ. διεξάγουν έρευνες για τα μετα-δεδομένα, οι οποίες περιλαμβάνουν μέχρι και συνεντεύξεις με το προσωπικό των μετεωρολογικών σταθμών. Τέλος, να αναφέρουμε ότι οι Η.Π.Α. διαθέτουν τα πιο ολοκληρωμένα μετα-δεδομένα και εύκολα διαθέσιμα μέσω του διαδικτύου, κάτι το οποίο δεν ισχύει για τις άλλες χώρες όπου διατίθενται σε περιορισμένο αριθμό και η πρόσβαση σε αυτά είναι δύσκολη.

### **3.2.3 Διαθεσιμότητα και κόστος**

Η έλλειψη διαθεσιμότητας και το κόστος των μετεωρολογικών δεδομένων υπήρξαν από τους πιο περιοριστικούς παράγοντες για την παγκόσμια εξάπλωση της βιομηχανίας της αγοράς των Π.Μ.Δ. Παρόλο που στις Η.Π.Α. τα καιρικά δεδομένα ήταν από τα πρώτα χρόνια της λειτουργίας της αγοράς των Π.Μ.Δ. φθηνά σε κόστος και εύκολα σε πρόσβαση, εν τούτοις πολλές μετεωρολογικές υπηρεσίες άλλων χωρών δεν πληρούσαν τις προϋποθέσεις για την οικονομική χρήση των δεδομένων στην τιμολόγηση των συμβολαίων.



Βέβαια με την πάροδο του χρόνου η κατάσταση βελτιώνεται, οπότε σε όλο και περισσότερες χώρες η διανομή των δεδομένων είναι ελεύθερη και το κόστος είναι πολύ μικρό.

### **3.3 Τακτοποίηση δεδομένων (Data cleaning)**

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, τα καιρικά δεδομένα που συλλέγονται από τις Ε.Μ.Υ. ενδέχεται να έχουν εκλιπούσες ή εσφαλμένες τιμές. Οι αιτίες για την πρώτη περίπτωση μπορεί να είναι μία βλάβη στο όργανο μέτρησης ή διακοπή του ηλεκτρικού ρεύματος, οπότε οι τιμές δεν καταγράφονται καθόλου ή ότι τα δεδομένα καταγράφηκαν και αρχειοθετήθηκαν αλλά τελικά χάθηκαν ή μπορεί να συνέβησαν διακοπές στην αναμετάδοση των δεδομένων. Σφάλματα στα καιρικά δεδομένα μπορεί να προκληθούν όταν τα όργανα μέτρησης έχουν λανθασμένη κλίμακα μέτρησης ή όταν πραγματοποιούνται λάθη καταχώρησης την ώρα συλλογής των δεδομένων. Πάντως, σε κάθε μία από τις δύο περιπτώσεις τα δεδομένα πρέπει να τακτοποιηθούν, πριν το στάδιο της ανάλυσης των δεδομένων και της τιμολόγησης των συμβολαίων. Η τακτοποίηση αποτελείται από δύο διαδικασίες: την αντικατάσταση για τις εκλιπούσες τιμές και την αντικατάσταση για τις εσφαλμένες τιμές. Μάλιστα, αυτές οι δύο διαδικασίες είναι καλό να πραγματοποιούνται ταυτόχρονα για ακόμη καλύτερα αποτελέσματα.

Αν ο αριθμός των ελλείψεων είναι αναλογικά μεγάλος με την ποσότητα των δεδομένων που διατίθεται, θα μπορούσε να συμπεράνει κανείς ότι ο σταθμός αυτός δεν πληροί τις προϋποθέσεις καταλληλότητας για την αγορά των Π.Μ.Δ., δεδομένου ότι τα κενά στις τιμές των δεδομένων καθιστούν την στατιστική ανάλυση λιγότερο ακριβή και ότι οι ελλείψεις ενδέχεται να ξανασυμβούν στο μέλλον.

Αν οι ελλείψεις αποτελούν μικρό ποσοστό των δεδομένων (λιγότερο από 10 %), τότε χρησιμοποιούνται μοντέλα παλινδρόμησης για τις τιμές των παρατηρήσεων μεταξύ διάφορων σταθμών και υπάρχει η δυνατότητα για εκτίμηση των κενών τιμών σε ένα συγκεκριμένο σταθμό με βάση τις πληροφορίες από κοντινούς σταθμούς.

Όσον αφορά τις εσφαλμένες τιμές των καιρικών δεδομένων υπάρχουν κάποια είδη ελέγχου που βοηθούν στην εύκολη ανίχνευση των σφαλμάτων. Για παράδειγμα, μπορεί να ελέγχεται αν η μέγιστη ημερήσια θερμοκρασία εμφανίζεται σαν τιμή μικρότερη από την ελάχιστη ημερήσια θερμοκρασία ή να ελέγχεται αν οι διαφορές στις τιμές της θερμοκρασίας μεταξύ γειτονικών σταθμών δεν είναι υπερβολικά μεγάλες.

Αφού ανιχνευθούν οι εσφαλμένες τιμές, το επόμενο βήμα είναι η αντικατάσταση αυτών των τιμών χρησιμοποιώντας τα ίδια μοντέλα παλινδρόμησης, όπως και στην περίπτωση των ελλείψεων.

Βέβαια, χρειάζεται να αναφερθεί ότι η εφαρμογή στην πράξη αυτών των τεχνικών τακτοποίησης των δεδομένων περιπλέκεται από μία σειρά παραγόντων. Πρώτον, οι συγκεκριμένες ώρες που καταγράφονται τα καιρικά δεδομένα ποικίλλουν ανάλογα με τη χώρα και με την καιρική μεταβλητή. Δεύτερον, ίσως να είναι λάθος να υποθέτει κανείς ότι οι τιμές των κοντινότερων σταθμών έχουν υψηλότερη συσχέτιση σε σχέση με τις τιμές σταθμών που βρίσκονται σε μεγαλύτερη απόσταση. Τέλος, κάθε καιρική μεταβλητή έχει ανεξάρτητα χαρακτηριστικά συσχέτισης για σταθμούς που βρίσκονται σε κοντινή απόσταση μεταξύ τους.

### **3.4 Προσαρμογή σημείων ασυνέχειας (Discontinuity adjustment)**

Η αμεροληψία των καιρικών δεδομένων είναι σημαντική για την ανάπτυξη μοντέλων που χρησιμοποιούνται στην τιμολόγηση των Π.Μ.Δ.. Οι επιστήμονες της κλιματολογίας έχουν αναγνωρίσει ότι τα περισσότερα κλιματικά δεδομένα περιέχουν χαρακτηριστικά ανομοιογένειας ή ασυνέχειας τα οποία προκαλούνται από μη κλιματικούς παράγοντες, όπως αλλαγές στα όργανα μέτρησης, αλλαγές στην τοποθεσία του σταθμού, αλλαγές στον περιβάλλοντα χώρο του σταθμού, αλλαγές στη διαδικασία καταγραφής και ανθρώπινα σφάλματα. Επειδή αυτές οι μη κλιματικές "ενδείξεις" αποτελούν "θορύβους" για την έρευνα του κλίματος, οι επιστήμονες έχουν επιχειρήσει εδώ και πολλά χρόνια (Congrad και Pollak, 1950) να διορθώσουν αυτά τα προβλήματα ασυνέχειας. Αυτό το εγχείρημα παρουσιάζει κάποιες πρόσθετες δυσκολίες λόγω κάποιων περιστασιακών δυσλειτουργιών των οργάνων (π.χ. μία βλάβη στον ανεμιστήρα είναι αιτία υπερβολικής ζέστης) ή των ακαθαρσιών (σκόνη, φύλλα) που συσσωρεύονται στα όργανα μέτρησης και ενδέχεται να προκαλούν τάσεις προς ζέστη ή κρύο. Σε πολλές περιπτώσεις αυτά τα συμβάντα διαρκούν από μερικές εβδομάδες μέχρι μερικούς μήνες έως ότου πραγματοποιηθεί η επόμενη συντήρηση στα όργανα μέτρησης. Αυτές οι δυσλειτουργίες δεν είναι τόσο σημαντικές, αλλά προκαλούν επιπρόσθετο "θόρυβο" για την ανίχνευση των σημείων ασυνέχειας.

Μία ιδανική λύση για τα καιρικά δεδομένα που περιέχουν σημεία ασυνέχειας θα ήταν να ανακατασκευαστούν οι ιστορικές παρατηρήσεις υποθέτοντας ότι τα σημερινά όργανα μέτρησης και οι σημερινές συνθήκες του περιβάλλοντος χώρου των σταθμών

ήταν ομοιόμορφα για όλη την ιστορική περίοδο παρατήρησης. Βέβαια, στην πράξη αυτό είναι πολύ δύσκολο γιατί η επίδραση της ασυνέχειας στις παρατηρήσεις των καιρικών δεδομένων αλλοιώνεται από την επίδραση των κλιματικών αλλαγών. Μία καλή λύση είναι να χρησιμοποιεί κανείς τα πλεονεκτήματα από όλες τις μεθόδους που υπάρχουν για την αναγνώριση και την ποσοτικοποίηση των σημείων ασυνέχειας.

Κατά κανόνα τρεις είναι οι ερωτήσεις που χρειάζεται να δίνει κανείς απάντηση όταν αντικαθιστώνται τα σημεία ασυνέχειας:

- I.) Ποιες είναι οι πιθανές ημερομηνίες που συνέβη η ασυνέχεια;
- II.) Συνέβη στην πραγματικότητα η ασυνέχεια;
- III.) Ποιος είναι ο βαθμός έκτασης της ασυνέχειας;

Η πρώτη ερώτηση μπορεί να απαντηθεί με πληροφορίες διαθέσιμες από το σταθμό (μετα-δεδομένα) ή πραγματοποιώντας επιπρόσθετα στατιστικά τεστ αν η συλλογή των μετα-δεδομένων δεν έχει ολοκληρωθεί. Οι απαντήσεις για την δεύτερη ερώτηση δίνονται με τη χρησιμοποίηση υποκειμενικών και αντικειμενικών μεθοδολογιών και για την τελευταία ερώτηση χρησιμοποιούνται μαθηματικά και στατιστικά μοντέλα.

### **3.4.1 Πιθανές ημερομηνίες ασυνέχειας**

Τα μετα-δεδομένα έχουν μικρό βαθμό συνεισφοράς στην προσπάθεια εντοπισμού των ημερομηνιών ασυνέχειας. Γενικά δύο είναι οι κατηγορίες γεγονότων που αναφέρονται στα μετα-δεδομένα: α) γεγονότα που σχετίζονται με αλλαγή στο σταθμό ή στα όργανα μέτρησης (τα λεγόμενα "αληθινά" γεγονότα) και β) γεγονότα που περιγράφονται ως διαχειριστικές αλλαγές (τα λεγόμενα "διαχειριστικά" γεγονότα). Ένα παράδειγμα διαχειριστικής αλλαγής θα μπορούσε να είναι η μετονομασία ενός αεροδρομίου. Παρόλο που οι διαχειριστικές αλλαγές δεν θα έπρεπε να επηρεάζουν τα καιρικά δεδομένα, υπάρχει ένας περιορισμένος αριθμός περιπτώσεων που τα αληθινά γεγονότα συνέβησαν τις ίδιες ημερομηνίες με αυτές τις αλλαγές. Συνεπώς, οι μέθοδοι για αναγνώριση και ποσοτικοποίηση των σημείων ασυνέχειας αναλύουν πρώτα την συμπεριφορά των δεδομένων πριν και μετά τα αληθινά γεγονότα. Η ανάλυση αυτή ενισχύεται και με την ανάλυση της συμπεριφοράς των δεδομένων πριν και μετά τα διαχειριστικά γεγονότα, η οποία όμως έχει αυστηρότερα κριτήρια αποδοχής.

Σε μία ιδανική κατάσταση, τα αληθινά και διαχειριστικά γεγονότα που αναφέρονται στα μετα-δεδομένα θα έπρεπε να εξηγούν όλα τα σημεία ασυνέχειας. Όμως, στην

πραγματικότητα δεν καταγράφονται όλα τα γεγονότα και επιπλέον πρέπει να γίνουν τεστ για αυτές τις ημερομηνίες που δεν υπάρχουν στα μετα-δεδομένα (οι λεγόμενες "τυφλές" ημερομηνίες). Μία πρόταση είναι να διεξάγονται τεστ κάθε μήνα για αναγνώριση πιθανών σημείων ασυνέχειας με αυστηρότερα όμως κριτήρια αποδοχής σε σχέση με τα αληθινά και διαχειριστικά γεγονότα.

### 3.4.2 Ανίχνευση σημείων ασυνέχειας

Υπάρχουν κάποιες μέθοδοι με τις οποίες γίνεται προσπάθεια είτε να ανιχνευθεί είτε να εκτιμηθεί ο βαθμός έκτασης των σημείων ασυνέχειας χρησιμοποιώντας μόνο τα καιρικά δεδομένα από ένα σταθμό ή δημιουργώντας μία σειρά δεδομένων αναφοράς από διπλανούς σταθμούς απαλείφοντας έτσι τις επιδράσεις του τοπικού κλίματος. Στην πρώτη περίπτωση, γίνεται επεξεργασία των δεδομένων του ίδιου του σταθμού είτε εφαρμόζοντας φίλτρα (Alinger-1993 και Zurbenko-1996) είτε απεικονίζοντας την κατανομή των δεδομένων για διάφορες χρονικές περιόδους.

Στη δεύτερη περίπτωση για να ανιχνευθούν μη κλιματικά σημάδια σε μία σειρά καιρικών δεδομένων (ο λεγόμενος "στόχος") δημιουργείται μία δεύτερη σειρά δεδομένων (η λεγόμενη "αναφορά"). Συνήθως, η αναφορά είναι το σταθμισμένο σύνολο των δεδομένων από σταθμούς γειτονικούς στον σταθμό στόχο. Η χρησιμοποίηση της αναφοράς για την ανίχνευση των σημείων ασυνέχειας σε ένα στόχο προϋποθέτει ότι η σειρά της αναφοράς περιέχει τις ίδιες κλιματικές τάσεις και διακυμάνσεις όπως στα δεδομένα του στόχου και ότι η σειρά της αναφοράς δεν παρουσιάζει σημεία ασυνέχειας κατά την περίοδο της ανάλυσης της ασυνέχειας στον σταθμό στόχο.

Στην πράξη, είναι αρκετά σπάνιο να βρει κανείς γειτονικούς σταθμούς που έχουν ακριβώς τα ίδια τοπικά κλιματικά χαρακτηριστικά με τον σταθμό στόχο και ταυτόχρονα δεν περιέχουν σημεία ασυνέχειας. Χρειάζονται αρκετοί σταθμοί έτσι ώστε ένα μεγάλο σημείο ασυνέχειας σε μία από τις σειρές των γειτονικών σταθμών να μην θεωρείται σημαντικό για τη σειρά της αναφοράς και να μην επιτρέπει την αναγνώριση των σημείων ασυνέχειας στον σταθμό στόχο. Παρόλο αυτά, αν χρησιμοποιηθούν αρκετοί μακρινοί (ή λιγότερο συσχετισμένοι) γειτονικοί σταθμοί, τότε η σειρά της αναφοράς ενδέχεται να μην αντικατοπτρίζει τις πραγματικές κλιματικές διακυμάνσεις του σταθμού στόχου.

Ένα απλό τεστ απόστασης δεν επαρκεί, διότι οι πιο κοντινοί σταθμοί μπορεί να συσχετίζονται λιγότερο, ενώ πιο μακρινοί σταθμοί ενδέχεται να υπόκεινται σε ίδιες κλιματικές συνθήκες, όπως ο σταθμός στόχος. Για το λόγο αυτό, το πρώτο βήμα είναι να επιλέγονται σταθμοί που είναι υψηλά συσχετισμένοι με τον σταθμό στόχο και να χρησιμοποιείται και η απόσταση ως κριτήριο επιλογής των σταθμών αναφοράς.

Για τους προαναφερθέντες λόγους, οι αναφορές δημιουργούνται σταθμίζοντας τις τιμές από γειτονικούς σταθμούς και η στάθμιση εξαρτάται τόσο από τον παράγοντα απόσταση όσο και από τον παράγοντα συσχέτιση. Μόλις δημιουργηθεί η αναφορά, τα πιο σημαντικά ζητήματα για την ανίχνευση και ποσοτικοποίηση των σημείων ασυνέχειας είναι τα εξής:

- Πώς μπορεί ένα σημάδι να ξεχωρίζει με σιγουριά από το θόρυβο;
- Ποιες χρονικές περίοδοι πρέπει να εξετάζονται πριν και μετά από ένα υποτιθέμενο σημείο ασυνέχειας;
- Ποιες είναι οι τάσεις στα υφιστάμενα δεδομένα και πώς πρέπει να αντιμετωπιστούν;
- Ποιες είναι οι μικρότερες τιμές ώστε ένα σημείο να εκλαμβάνεται ως σημείο ασυνέχειας;
- Τι χρειάζεται ώστε να ανιχνεύονται σημεία ασυνέχειας τα οποία είναι πολύ κοντά χρονικά;
- Τι χρειάζεται ώστε να αντιμετωπίζονται τα σημεία ασυνέχειας στους γειτονικούς σταθμούς;

Τα ζητήματα αυτά αντιμετωπίζονται χρησιμοποιώντας τόσο υποκειμενικές όσο και αντικειμενικές μεθόδους. Οι αντικειμενικές μέθοδοι έχουν το στοιχείο της ποσοτικοποίησης, αλλά χαρακτηρίζονται και από την κρίση ενός έμπειρου μετεωρολόγου, ενώ οι υποκειμενικές μέθοδοι είναι αυτοματοποιημένες διαδικασίες χωρίς ανθρώπινη παρέμβαση.

#### **3.4.2.1 Υποκειμενικές μέθοδοι**

Η υποκειμενική κρίση από έμπειρους μετεωρολόγους είναι απαραίτητη για να τροποποιούνται οι σταθμίσεις στους γειτονικούς σταθμούς. Για παράδειγμα, μία οπτική διερεύνηση των διαφορών μεταξύ των σειρών του σταθμού στόχου και των γειτονικών

σταθμών μπορεί να δώσει μία ένδειξη για την ποιότητα των δεδομένων των γειτονικών σταθμών και την ποιότητα των μετα-δεδομένων. Αυτή η γνώση μπορεί να οδηγήσει σε μία υποκειμενική αλλαγή των παραμέτρων των τεστ που χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό και την ποσοτικοποίηση των σημείων ασυνέχειας που βρίσκονται με τις υποκειμενικές μεθόδους.

Ένα πλεονέκτημα των υποκειμενικών τεχνικών είναι ότι παρέχουν στους μετεωρολόγους απλά οπτικά εργαλεία για τον γρήγορο εντοπισμό των χρονικών περιόδων που θα μπορούσαν να είχαν συμβεί ένα ή περισσότερα σημεία ασυνέχειας. Η αποδοχή ή η απόρριψη αυτών των σημείων ασυνέχειας αποφασίζεται μετά την ανασκόπηση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τις υποκειμενικές αναλύσεις. Μία από τις πρώτες υποκειμενικές τεχνικές που αναπτύχθηκαν ήταν η "ανάλυση διπλής συγκέντρωσης" ("double mass analysis"-Kohler, 1949), η οποία υπολογίζει τις αθροιστικές διαφορές μεταξύ των τιμών θερμοκρασίας του σταθμού στόχου και των σταθμών αναφοράς. Αν οι παρατηρούμενες τιμές της θερμοκρασίας έχουν την ίδια συμπεριφορά και στους δύο σταθμούς, τότε η αθροιστική διαφορά μεταξύ των σταθμών θα αυξάνεται ομοιόμορφα.

Η γραφική ανάλυση των υπολοίπων μεταξύ των παρατηρούμενων τιμών και των προβλεπόμενων τιμών των χρονοσειρών του σταθμού στόχου, που προκύπτει από την ανάλυση γραμμικής παλινδρόμησης μεταξύ του στόχου και των σταθμών αναφοράς, είναι χρήσιμη για την ανίχνευση σημείων ασυνέχειας, γιατί το γράφημα των υπολοίπων θα δείχνει μία απότομη αλλαγή, εάν υπάρχουν τέτοια σημεία ασυνέχειας. Η ανάλυση βασίζεται στην υπόθεση ότι τα υπόλοιπα αποτελούν ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν κανονική κατανομή με μέσο μηδέν και σταθερή τυπική απόκλιση.

Επίσης, τα σημεία ασυνέχειας μπορεί να ανιχνευθούν οπτικά με τη χάραξη γραμμών παλινδρόμησης στις χρονοσειρές πριν και μετά μία δεδομένη ημερομηνία. Συγκεκριμένα, μπορεί κανείς να απεικονίζει την χρονοσειρά των διαφορών μεταξύ ενός σταθμού στόχου και ενός από τους γειτονικούς σταθμούς και πάνω στην καμπύλη αυτή να προβάλλει τις δύο γραμμές παλινδρόμησης πριν και μετά την ασυνέχεια ενός έτους καθώς και την ενιαία γραμμή παλινδρόμησης για τις δύο περιόδους. Εάν δεν υπάρχουν σημεία ασυνέχειας, θα πρέπει θεωρητικά οι δύο γραμμές παλινδρόμησης να είναι όμοιες με τη γραμμή παλινδρόμησης της συνολικής περιόδου.

Με τον οπτικό έλεγχο τέτοιων γραφημάτων μπορεί να εντοπίζει κανείς με επιτυχία μεγάλα σημεία ασυνέχειας (μεγαλύτερα από 1.5 °F) στις χρονοσειρές. Τέλος, ο οπτικός

έλεγχος δίνει ενδείξεις και για μικρότερα σημεία ασυνέχειας, τα οποία αναλύονται περαιτέρω με την χρησιμοποίηση αντικειμενικών μεθόδων.

#### **3.4.2.2 Αντικειμενικές μέθοδοι**

Με τις αντικειμενικές μεθόδους μπορεί να ανιχνεύσει κανείς μεγάλα σημεία ασυνέχειας (1.5 °F και παραπάνω) με ποσοστό ακρίβειας περισσότερο από 95%. Το ποσοστό επιτυχίας μειώνεται όμως σε 50% για ανίχνευση σημείων ασυνέχειας της τάξης των 0.5 °F, οπότε είναι επιτακτική η χρησιμοποίηση και άλλων μεθόδων εκτός των αντικειμενικών.

Οι τυπικές αντικειμενικές μέθοδοι είναι μαθηματικά εργαλεία που ανιχνεύουν το χρονικό διάστημα και την έκταση των σημείων ασυνέχειας, εξετάζοντας τις υποτιθέμενες στατιστικές ιδιότητες των διαφορών μεταξύ των υποτιθέμενων ομοιογενών χρονοσειρών του σταθμού στόχου και των σταθμών αναφοράς. Τα περισσότερα από τα στατιστικά τεστ κατασκευάζονται, έτσι ώστε να ανιχνεύουν αυτόματα ένα σημείο ασυνέχειας στις χρονοσειρές των διαφορών σε μία δεδομένη ημερομηνία, επειδή οι παράμετροι της κατανομής των χρονοσειρών έχουν στατιστικά σημαντική διαφορά πριν και μετά από αυτή την ημερομηνία. Τα τεστ βασίζονται στην μηδενική υπόθεση ότι οι χρονοσειρές είναι ομοιογενείς (π.χ. καμία αλλαγή στους μέσους των χρονοσειρών των διαφορών πριν και μετά την ημερομηνία) και στην εναλλακτική υπόθεση ότι οι χρονοσειρές γίνονται ανομοιογενείς τη συγκεκριμένη ημερομηνία. Μία άλλη ομάδα αντικειμενικών τεχνικών χρησιμοποιούν τεστ στατιστικής σημαντικότητας είτε για τα υπόλοιπα της γραμμικής παλινδρόμησης είτε για τις παραμέτρους της παλινδρόμησης είτε για την αυτοσυσχέτιση των υπολοίπων.

Πιο πρόσφατες μέθοδοι (Szentimrey, 2001) δημιουργούν ταυτόχρονα σειρές αναφορών και ανιχνεύουν τα σημεία ασυνέχειας. Αυτές οι μέθοδοι πρώτα αναγνωρίζουν διάφορες ημερομηνίες που είναι πιθανό να υφίστανται σημεία ασυνέχειας για σειρές δεδομένων από την ίδια κλιματική περιοχή. Κάθε μία από αυτές τις σειρές μπορεί έπειτα να χρησιμοποιηθεί ως ομοιογενής αναφορά σε άλλες σειρές που ανήκουν σε χρονικά διαστήματα που δεν υπάρχουν σημεία ασυνέχειας. Όταν βρεθεί ένα σημείο ασυνέχειας στις αναφορές, τότε αυτό αποδίδεται στις σειρές της πρώτης περίπτωσης.

Κάποια σημεία ασυνέχειας μπορούν εύκολα να ανιχνευθούν, διότι προκαλούν μία μεγάλη μόνιμη αλλαγή στις σειρές διαφορών, αλλά κάποιες άλλες ασυνέχειες είναι στην ουσία απλές βραχυπρόθεσμες αλλαγές που προκαλούνται είτε από μικρές μεταβολές στις κλιματικές συνθήκες είτε από προσωρινές δυσλειτουργίες των οργάνων. Για αυτούς τους λόγους, οι σειρές πρέπει να αναλύονται για ένα αξιόλογο χρονικό διάστημα πριν και μετά από ένα πιθανό σημείο ασυνέχειας, ώστε να διασφαλίζεται ότι πρόκειται για πραγματικό σημείο ασυνέχειας. Τυπικά, απαιτούνται αρκετά χρόνια για αξιόπιστη ποσοτικοποίηση των σημείων ασυνέχειας. Παρόλο αυτά, είναι δυνατό να ανιχνεύσει κάποιος και να κάνει αρχικές εκτιμήσεις του βαθμού έκτασης ενός σημείου ασυνέχειας εντός 15 μηνών από την ημερομηνία ασυνέχειας, και ακόμη νωρίτερα αν τα σημεία ασυνέχειας είναι μεγάλα.

Ιδανικά, κανένα σημείο ασυνέχειας δεν θα έπρεπε να υφίσταται σε γειτονικούς σταθμούς γύρω από ένα χρονικό διάστημα που έχει βρεθεί ένα σημείο ασυνέχειας στους σταθμούς στόχους. Εάν αυτό συμβεί, τότε τα σημεία ασυνέχειας στον σταθμό δεν θα ανιχνευθούν ή θα ανιχνευθούν λανθασμένα. Επίσης, τα πραγματικά σημεία ασυνέχειας αμβλύνονται έως ένα βαθμό λόγω της παρεμβολής αρκετών σταθμών. Αυτά τα προβλήματα μπορεί να ξεπεραστούν αναλύοντας τις σειρές των διαφορών των σταθμών στόχων με κάθε ένα ξεχωριστά γειτονικό σταθμό και εκτιμώντας την έκταση της ασυνέχειας χωρίς την χρησιμοποίηση αυτών των γειτονικών σταθμών.

Επειδή είναι απαραίτητο να ανιχνεύονται με μεγάλο βαθμό επιτυχίας όλα τα σημεία ασυνέχειας προκειμένου να τιμολογείται σωστά ένα συμβόλαιο Π.Μ.Δ., οποιαδήποτε μεθοδολογία ομοιογένειας ή προσαρμογής πρέπει να βασίζεται σε ένα συνδυασμό υποκειμενικών και αντικειμενικών μεθόδων. Μία βέλτιστη μέθοδος θα ήταν να επιλέγεται ένα δείγμα από ήδη υπάρχοντα σημεία ασυνέχειας όλων των βαθμών έκτασης, τα οποία είναι επιβεβαιωμένα και από τα μετα-δεδομένα και από τους χειριστές των σταθμών. Αυτό το δείγμα μπορεί έπειτα να χρησιμοποιηθεί για να δημιουργηθούν στατιστικά κριτήρια για τις υποκειμενικές και αντικειμενικές μεθόδους.

### **3.4.3 Ποσοτικοποίηση των σημείων ασυνέχειας**

Από τη στιγμή που έχουν καθοριστεί οι ημερομηνίες των σημείων ασυνέχειας, θα ήταν ιδανικό να μπορούσαν να γίνουν "εργαστηριακά" πειράματα για να εκτιμηθεί ο βαθμός έκτασης αυτών των ασυνεχειών. Για παράδειγμα, με τη σύγκριση των χρονοσειρών που συμπίπτουν τόσο με τα παλιά όσο και με τα νέα όργανα μέτρησης θα μπορούσε



να ανιχνεύει κανείς σημεία ασυνέχειας όταν αλλάζει ένα όργανο ή έχουμε αλλαγή τοποθεσίας. Δυστυχώς, αυτές οι συγκρίσεις πραγματοποιούνται σε ένα μικρό αριθμό σταθμών και για μικρές χρονικές περιόδους.

Ο βαθμός έκτασης της ασυνέχειας υπολογίζεται σε γενικές γραμμές με τις διαφορές των μέσων των σειρών των διαφορών πριν και μετά από τις ημερομηνίες που έχουν εντοπιστεί τα σημεία ασυνέχειας. Οι μέσοι υπολογίζονται για αρκετά χρόνια γιατί οι σειρές των διαφορών δεν είναι πραγματικά σταθερές στον χρόνο. Οι επιδράσεις των ασυνεχειών στις χρονοσειρές της θερμοκρασίας μπορεί να εξαρτώνται από την εποχή. Όμως, οι ιστορικές μετεωρολογικές συνθήκες και οι φυσικές αιτίες για την ύπαρξη των ασυνεχειών είναι πολλές φορές άγνωστα. Επομένως, είναι προτιμότερο να εφαρμόζεται μία σταθερή αλλαγή για όλο το έτος.

### **3.5 Τάσεις στα καιρικά δεδομένα**

Μέχρι τώρα έχει γίνει μία περιγραφή για το πώς τα καιρικά δεδομένα μπορούν να διορθωθούν λόγω κενών στις τιμές, λόγω εσφαλμένων τιμών και λόγω σημείων ασυνέχειας. Υπάρχει, επιπλέον, ένα σημαντικό ζήτημα που πρέπει να επιλυθεί πριν θεωρήσει κανείς μία σειρά καιρικών δεδομένων ως αντιπροσωπευτική της πιθανής συμπεριφοράς του κλίματος κατά τη χρονική διάρκεια ενός συμβολαίου Π.Μ.Δ.: βαθμιαίες τάσεις ή αλλαγές στο μέσο όρο των δεδομένων.

Τα ιστορικά μετεωρολογικά δεδομένα χρησιμοποιούνται στην τιμολόγηση των Π.Μ.Δ., όχι επειδή μας ενδιαφέρει η συμπεριφορά του κλίματος στο παρελθόν, αλλά γιατί χρειάζεται να ξέρει κανείς πώς θα είναι οι κλιματικές συνθήκες στο εγγύς μέλλον. Η μελέτη των ιστορικών δεδομένων παρέχει τη δυνατότητα να δοθεί απάντηση σε αυτό το ζήτημα: η βασική υπόθεση είναι ότι το κλίμα στο μέλλον θα έχει σε μεγάλο βαθμό την ίδια συμπεριφορά όπως και στο παρελθόν. Όμως, σχεδόν σε καμία έρευνα δεν αποδεικνύεται ότι αληθεύει η στασιμότητα των καιρικών δεδομένων. Σχεδόν όλες οι μετρήσεις των καιρικών δεδομένων εμφανίζουν τάσεις και διακυμάνσεις, και συγκεκριμένα για τη θερμοκρασία αυτές οι τάσεις είναι στην πλειοψηφία των περιπτώσεων θετικές. Οι πιθανές εξηγήσεις αυτών των τάσεων έχουν ως εξής:

1. Τυχαία εσωτερική μεταβλητότητα του κλίματος. Η πιο απλή εξήγηση για μία φαινομενική τάση είναι ότι αποτελεί μέρος της τυχαίας εσωτερικής μεταβλητότητας του κλιματικού συστήματος. Το σενάριο αυτό έχει αρκετά μεγάλη πιθανότητα, την

οποία δεν μπορεί κανείς να την αγνοήσει. Επομένως, δεν υπάρχει κανένας λόγος να υποθέτει κανείς ότι αν συνεχιστεί μία χρονοσειρά με μία φαινομενική τάση, ότι θα συνεχιστεί και η τάση στο μέλλον.

2. Αστικοποίηση. Πολλοί μετεωρολογικοί σταθμοί βρίσκονται πλέον όλο και περισσότερο μέσα ή κοντά σε ένα αστικό περιβάλλον σε σχέση με τα προηγούμενα είκοσι ή τριάντα χρόνια και το γεγονός αυτό ενδέχεται να έχει αλλάξει το τοπικό κλίμα. Η αστικοποίηση έχει συνήθως ως αποτέλεσμα την αύξηση της θερμοκρασίας, και αυτό διότι: α) η αυξημένη κάλυψη του εδάφους με τσιμέντο, πίσσα και κτίρια αυξάνει την απορρόφηση της ηλιακής ακτινοβολίας και β) εκπέμπεται ζέστη από τα κτίρια, τα οχήματα και τα αεροσκάφη. Χρειάζεται να σημειωθεί ότι το αποτέλεσμα της θέρμανσης λόγω της αστικοποίησης δεν περιορίζεται μόνο σε τοπικό επίπεδο, αλλά εκτείνεται και σε αρκετά χιλιόμετρα εκτός πόλεων.
3. Κλιματική αλλαγή λόγω ανθρώπινων παραγόντων. Η βασική ιδέα είναι ότι οι ανθρώπινες δραστηριότητες και κυρίως η χρήση των καυσίμων απελευθερώνει ποσότητες διοξειδίου του άνθρακα (CO<sub>2</sub>) στην ατμόσφαιρα, γεγονός το οποίο προκαλεί το φαινόμενο του θερμοκηπίου και προκαλεί ανισορροπία στις κλιματικές συνθήκες, όπως για παράδειγμα ιδιαίτερα υψηλές θερμοκρασίες ή έντονο ψύχος σε ασυνήθιστες μάλιστα για την εποχή χρονικές περιόδους.
4. Προβλέψιμη εσωτερική μεταβλητότητα του κλίματος. Αυτή η περίπτωση περιλαμβάνει την πιθανότητα να συμβαίνουν προβλέψιμες μακροχρόνιες αλλαγές στο κλίμα εξαιτίας μόνο κάποιων εσωτερικών κλιματικών διαδικασιών. Στην προαναφερθείσα τυχαία εσωτερική κλιματική μεταβλητότητα οι τάσεις προκαλούνται από μη προβλέψιμες (τυχαίες) κλιματικές διαδικασίες. Για παράδειγμα, αλλαγές στους ωκεανούς σε χρονικό ορίζοντα δεκαετιών θα μπορούσε να επηρεάσει την ατμόσφαιρα είτε με αυξητικές τάσεις της θερμοκρασίας ή και αντίστροφα.

Για το σκοπό της τιμολόγησης των Π.Μ.Δ. είναι χρήσιμο να προσπαθεί κανείς να κατανοεί τις αιτίες των τάσεων προκειμένου να λαμβάνεται η απόφαση αν οι τάσεις πρέπει να μεταφερθούν (ή όχι) και αν πρέπει να γίνει προέκτασή τους στο μέλλον. Όταν οι παρατηρούμενες τάσεις δεν είναι πραγματικές αλλά δημιουργούνται από τυχαία μεταβλητότητα (σημείο 1), τότε δεν χρειάζεται να μεταφερθούν ή να προεκταθούν. Αν αιτία είναι η αστικοποίηση (σημείο 2), χρειάζεται πιθανόν να

μεταφερθούν και ίσως να γίνει προέκταση, ανάλογα με τον αναμενόμενο ρυθμό αστικοποίησης στο μέλλον. Αν οφείλονται σε ανθρώπινους παράγοντες (σημείο 3), πρέπει ενδεχομένως να μεταφερθούν και να προεκταθούν στο μέλλον με αυξανόμενο ίσως ρυθμό. Τέλος, αν αιτία είναι η προβλέψιμη εσωτερική μεταβλητότητα του κλίματος (σημείο 4), τότε χρειάζεται να προβλεφθεί αυτή η μεταβλητότητα. Σε περίπτωση που δεν μπορεί να γίνει πρόβλεψη, το πιο λογικό είναι να μεταφερθούν οι επιδράσεις της μεταβλητότητας του κλίματος από το παρελθόν.

Άρα, τίθεται το ερώτημα πώς μπορεί να ξεχωρίζει κανείς τις διάφορες πιθανές αιτίες των τάσεων για τα ιστορικά δεδομένα; Δυστυχώς, δεν είναι εφικτή μία πλήρη αναλυτική εικόνα των αιτιών των τάσεων, αλλά από την άλλη υπάρχουν κάποιοι τρόποι που παρέχουν μία μικρή γνώση επί του συγκεκριμένου ζητήματος.

### **3.5.1 Γεωγραφική κατανομή των τάσεων**

Συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας δεδομένα μετεωρολογικών σταθμών για ένα μεγάλο αριθμό τοποθεσιών ανά τον κόσμο παρέχεται η δυνατότητα να μελετώνται οι διακυμάνσεις των τάσεων στις διάφορες τοποθεσίες, οπότε προκύπτουν κάποιες πληροφορίες για τις αιτίες τους. Για παράδειγμα, οι ανθρώπινες δραστηριότητες αναμένεται να έχουν μεγάλης κλίμακας επιδράσεις στις τάσεις (μπορεί να φτάνει μέχρι και σε επίπεδο ηπείρων), ενώ η αστικοποίηση έχει επίδραση περισσότερο σε τοπικό επίπεδο.

### **3.5.2 Κλιματικά μοντέλα**

Επιπλέον, με την ενδεχόμενη εξέλιξη των κλιματικών μοντέλων και της ισχύς των υπολογιστών σε λίγα χρόνια θα υπάρχει η δυνατότητα απόκτησης πληροφοριών για τις κλιματικές αλλαγές των τάσεων σε συγκεκριμένες γεωγραφικές τοποθεσίες. Από την πλευρά της τιμολόγησης των Π.Μ.Δ., η κύρια χρήση αυτών των μοντέλων δεν θα είναι για τη δημιουργία προβλέψεων για τα επόμενα 50 χρόνια αλλά για την ανακάλυψη των αιτιών των τάσεων στο παρελθόν. Στα μοντέλα αυτά θα εξομοιώνονται οι κλιματικές συνθήκες μέχρι και των τελευταίων πενήντα χρόνων και θα τίθενται ερωτήσεις για τις αιτίες των διάφορων τάσεων σε διαφορετικές περιοχές. Έτσι, αν για παράδειγμα με τη χρήση κλιματικών μοντέλων διαπιστώνεται ότι η τάση για αυξημένη θερμοκρασία σε

μία τοποθεσία οφείλεται σε ανθρώπινους παράγοντες, τότε θα χρειάζεται η απαλοιφή της τάσης και η προέκτασή της στο μέλλον. Εάν, από την άλλη πλευρά, προκύπτει το συμπέρασμα ότι η τάση οφείλεται σε μεγάλο βαθμό σε μία προβλέψιμη κλιματική μεταβλητότητα εικοσαετούς κύκλου, τότε θα ήταν λογικό να προεκταθεί η τάση χρησιμοποιώντας το σχήμα του κύκλου αλλά και οποιαδήποτε διαθέσιμη πρόβλεψη του κύκλου για το επερχόμενο έτος ή έτη. Αυτές οι προβλέψεις ενδέχεται να περιλαμβάνουν αυξήσεις ή μειώσεις της μελλοντικής θερμοκρασίας.

### **3.5.3.Μελέτες αστικοποίησης**

Μελετώντας το φυσικό περιβάλλον διάφορων γεωγραφικών τοποθεσιών καταλήγει κανείς στο συμπέρασμα αν αυτές έχουν ενδεχομένως επηρεαστεί σε μεγάλο βαθμό από το φαινόμενο της αστικοποίησης. Αν βρεθούν δύο κοντινές τοποθεσίες, εκ των οποίων η μία μετατράπηκε σε αστικό κέντρο και η άλλη όχι, τότε οι διαφορές μεταξύ αυτών των δύο μπορούν να δώσουν μία ένδειξη του βαθμού με τον οποίο επηρεάστηκε η πρώτη τοποθεσία από το φαινόμενο της αστικοποίησης. Εάν διαπιστωθεί ότι αυτή η τοποθεσία επηρεάστηκε σε μεγάλο βαθμό από την αστικοποίηση, τότε αυτή η τάση πρέπει να μεταφερθεί, εκτός και αν υπάρχουν λόγοι να πιστεύει κανείς ότι η τοποθεσία αυτή θα πάψει να είναι αστικό κέντρο στο κοντινό μέλλον.

### **3.6 Μεταφορά των τάσεων (Removing trends)**

Στην προηγούμενη ενότητα συζητήθηκαν οι πιθανές αιτίες των τάσεων και προτάθηκαν μερικοί τρόποι για την κατανόηση των τάσεων με περισσότερη λεπτομέρεια. Είναι ξεκάθαρο ότι προς το παρόν δεν υπάρχουν εύκολοι μέθοδοι για την αναγνώριση των αιτιών των τάσεων. Τα δύο πιο σημαντικά συμπεράσματα είναι ότι: α) πραγματικές (όχι τυχαίες) τάσεις υπάρχουν σε πολλές σειρές δεδομένων και β) προς το παρόν αυτές οι τάσεις εξηγούνται καλύτερα με την χρήση στατιστικών μεθόδων παρά με τη χρήση κλιματικών μοντέλων. Το επόμενο ερώτημα σχετίζεται με τη μοντελοποίηση και τη μεταφορά των τάσεων από ιστορικά μετεωρολογικά δεδομένα.

Η πιο μαθηματική μέθοδος για να μοντελοποιήσει κανείς μία τάση και την κατανομή των υπολοίπων (residual data) γύρω από την τάση είναι να θέσει ως προϋπόθεση ένα

παραμετρικό σχήμα για την τάση και μία παραμετρική κατανομή για τα υπόλοιπα και να εκτιμήσει όλες τις παραμέτρους χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των μέγιστων πιθανοτήτων (maximum likelihood method). Βέβαια, αυτή η μέθοδος χρησιμοποιείται σπάνια στην αγορά των Π.Μ.Δ. λόγω της πολυπλοκότητάς της. Μία πιο απλή μέθοδος είναι αυτή που τα δύο στάδια της εκτίμησης της τάσης (trend fitting) και της κατανομής των υπολοίπων (distribution fitting) διεξάγονται ξεχωριστά. Αυτή η μέθοδος παρουσιάζει μικρά προβλήματα μαθηματικής ασυνέχειας, αλλά από την άλλη έχει πρακτικά πλεονεκτήματα και είναι εύκολο να εφαρμοστεί.

Η μεταφορά των τάσεων χωρίζεται σε δύο κατηγορίες: α) μεταφορά τάσης από ιστορικά δεδομένα μετεωρολογικού δείκτη (index detrending) και β) μεταφορά τάσης από ιστορικά δεδομένα καθημερινών παρατηρήσεων (daily detrending).

### 3.6.1 Μεταφορά τάσης μετεωρολογικού δείκτη

Το κύριο πλεονέκτημα της μεταφοράς της τάσης ενός δείκτη είναι ότι δεν είναι τόσο πολύπλοκη όσο η μεταφορά της τάσης από καθημερινές παρατηρήσεις. Στη δεύτερη περίπτωση πρέπει να λαμβάνει κανείς υπόψη τις τάσεις του μέσου, της διακύμανσης, της συσχέτισης, των ακραίων τιμών κ.α., ενώ για την περίπτωση του δείκτη μπορεί κανείς να αγνοεί αυτές τις διάφορες πηγές τάσεων και να ασχολείται μόνο με την τάση του μέσου του δείκτη.

Υπάρχει ένας απεριόριστος αριθμός διαφορετικών σχημάτων τάσεων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μεταφορά της τάσης του δείκτη, αλλά τα πιο συχνά χρησιμοποιούμενα είναι αυτά της γραμμικής, της δευτεροβάθμιας, της εκθετικής και του κινητού μέσου όρου.

Για όλα τα σχήματα των τάσεων η βασική υπόθεση του μοντέλου είναι ότι ένας ιστορικός δείκτης  $x_i$  για το έτος  $i$  μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα μίας τάσης  $r_i$  και μίας τυχαίας μεταβλητής  $e_i$ .

$$x_i = r_i + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, N_y \quad (3.1)$$

όπου:

$N_y$  = το σύνολο των ετών της χρονοσειράς.

Τα  $e_i$  υποτίθεται ότι είναι ανεξάρτητα και ότι η αναμενόμενη τιμή τους είναι μηδέν. Οι δείκτες  $x'_i$  που προκύπτουν από τη μεταφορά της τάσης ορίζονται ως:

$$x'_i = x_i - \hat{r}_i + \hat{r}_{N_y} \quad (3.2)$$

όπου:

$\hat{r}_i$  = οι εκτιμήσεις των τάσεων των δεικτών για το έτος  $i$ .

$\hat{r}_{N_y}$  = οι εκτιμήσεις των τάσεων των δεικτών για το έτος  $N_y$ .

Με αυτό τον τρόπο ο μέσος όλων των δεικτών έρχεται στο επίπεδο του εκτιμώμενου μέσου για τον τελευταίο δείκτη. Συχνά το συμβόλαιο αρχίζει ένα έτος ή και περισσότερα μετά το τέλος των ιστορικών δεικτών. Αν για την τάση υπάρχει σκέψη να συνεχιστεί μετά το τελευταίο έτος των ιστορικών δεδομένων, τότε μπορεί να γίνει προέκταση στο έτος  $N_{y+k}$ , όπου  $k$  είναι ο αριθμός των ετών μετά το τελευταίο έτος των ιστορικών δεικτών, οπότε στην προηγούμενη εξίσωση αντικαθιστάται το  $\hat{r}_{N_y}$  με  $\hat{r}_{N_y+k}$  και προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση:

$$x'_i = x_i - \hat{r}_i + \hat{r}_{N_y+k} \quad (3.3)$$

Η γραμμική, η δευτεροβάθμια και η εκθετική τάση είναι παραμετρικές τάσεις, το οποίο σημαίνει ότι έχουν ένα συγκεκριμένο σχήμα που καθορίζεται από έναν μικρό αριθμό παραμέτρων. Αυτές οι παράμετροι εκτιμώνται συνήθως με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, δηλαδή με την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος:

$$\sum e_i^2 = \sum (x_i - r_i)^2 \quad (3.4)$$

Με το  $y_i$  να υποδηλώνει το έτος  $i$  για το δείκτη, η τάση  $r_i$  μπορεί να παραμετροποιηθεί ως εξής:

$$r_i = a + b y_i \quad (\text{γραμμική}) \quad (3.5)$$

$$r_i = a + b y_i + c y_i^2 \quad (\text{δευτεροβάθμια}) \quad (3.6)$$

$$r_i = a \exp(b y_i) \dots \dots \dots (\text{εκθετική}) \quad (3.7)$$

Οι τάσεις κινητού μέσου όρου είναι μη παραμετρικές τάσεις, το οποίο σημαίνει ότι δεν έχουν καθορισμένο σχήμα, αλλά παίρνουν το σχήμα τους κυρίως απευθείας από τα δεδομένα. Χρησιμοποιούνται όταν υπάρχει ένδειξη ότι οι παραμετρικές τάσεις δεν παρέχουν ακριβή καθορισμό του σχήματος της τάσης για τη περίοδο που υπάρχει ενδιαφέρον. Στην πράξη, μία μη παραμετρική τάση χρησιμοποιείται όταν τα έτη των ιστορικών δεδομένων είναι πολλά (π.χ. σαράντα ή πενήντα). Για μικρότερες περιόδους δεδομένων μία παραμετρική τάση αποτελεί μία καλή προσέγγιση της πραγματικής τάσης, αλλά όσο αυξάνονται τα χρόνια είναι λιγότερο πιθανό ότι η προσέγγιση θα παραμείνει καλή.

Η μη παραμετρική τάση του κινητού μέσου όρου υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των γειτονικών ετών  $2w + 1$ :

$$r_i = 1/(2w + 1) \sum x_{i+w} \quad (3.8)$$

Σε μία εναλλαγή αυτής της μεθόδου τα έτη μπορούν να σταθμίζονται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε τα έτη που είναι πιο κοντά στο έτος βάση να συνεισφέρουν περισσότερο απ' ό,τι τα μακρύτερα έτη. Το κύριο μειονέκτημα της μεθόδου του κινητού μέσου όρου είναι ότι η τάση δεν μπορεί να προεκταθεί πέρα από το τελευταίο έτος των ιστορικών δεδομένων.

### 3.6.2 Μεταφορά τάσης ημερήσιων τιμών

Η μεταφορά τάσης των ημερήσιων τιμών μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας μία από τις μεθόδους που προαναφέρθηκαν. Όμως, κάποια φαινόμενα αυξημένης θερμοκρασίας είτε σε τοπικό επίπεδο είτε σε παγκόσμιο επίπεδο έχουν διαφορετική έκταση ανάλογα με την εποχή, δημιουργώντας έτσι διαφορετικές τάσεις για τις διάφορες εποχές του χρόνου. Αυτό δεν αποτελεί πρόβλημα κατά τη μοντελοποίηση ετήσιων δεικτών διότι δεν εμφανίζεται τέτοια εποχικότητα και οι μη παραμετρικές τάσεις είναι προσαρμοσμένες σε κάθε εποχή. Από την άλλη πλευρά, οι παραμετρικές τάσεις χρειάζεται να προσαρμοστούν ώστε να διαφέρουν ανάλογα με την εποχή. Ένας τρόπος για να επιτευχθεί αυτό είναι η εκτίμηση γραμμικών τάσεων ξεχωριστά για κάθε μήνα του χρόνου και η παρεμβολή μίας τάσης για κάθε ημέρα. Η εποχική γραμμική τάση για την ημέρα  $t$  έχει ως εξής:

$$r_t = a + b_t t \quad (3.9)$$

όπου  $b_t$  είναι η κλίση για την ημέρα  $t$ , και είναι σύμφωνη με ένα ετήσιο πλάνο.

### **3.7 Ποια τάση και πόσα έτη δεδομένων να χρησιμοποιούνται;**

Έως τώρα δεν έχει απαντηθεί το ερώτημα πόσα έτη ιστορικών δεδομένων να χρησιμοποιούνται (είναι καλύτερα δέκα ή πενήντα;) ή ποια τάση είναι η κατάλληλη; Αυτά τα δύο ερωτήματα είναι στενά συνδεδεμένα μεταξύ τους. Αν τα δεδομένα είναι καλής ποιότητας και υπάρχει σιγουριά σχετικά με τη μεταφορά των τάσεων, τότε πρέπει να χρησιμοποιούνται όσο το δυνατόν περισσότερα έτη δεδομένων προκειμένου οι στατιστικές εκτιμήσεις να έχουν τη μεγαλύτερη ακρίβεια. Από την άλλη πλευρά, αν υπάρχει αβεβαιότητα για το σχήμα της τάσης, τότε φαίνεται πιο λογικό να χρησιμοποιούνται όσο το δυνατόν λιγότερα χρόνια, διότι χρησιμοποιώντας παραπάνω δεδομένα όπου η τάση δεν έχει μεταφερθεί σωστά μπορεί να μειώσει την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Επίσης, ανεξάρτητα από το σχήμα της τάσης, αν οι διακυμάνσεις είναι μικρές, τότε η γραμμική τάση αποτελεί μία καλή προσέγγιση για μικρές όμως χρονικές περιόδους.



### 3.8 Βιβλιογραφία

- 1 Stephen Jewson & Anders Brix, (2005), Weather Derivative Valuation, Εκδόσεις Cambridge
- 2 Element Re, (2002), Weather Risk Management, Dryden Press

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ Π.Μ.Δ.

#### 4.1 Ανάλυση burn

Η ανάλυση burn βασίζεται πολύ απλά στην ιδέα ότι τιμολογεί κανείς ένα συμβόλαιο Π.Μ.Δ. ανάλογα με την απόδοση που θα είχε τα προηγούμενα χρόνια. Παρόλο που υπάρχουν περιπτώσεις όπου άλλες μέθοδοι είναι ίσως περισσότερο ακριβείς ή παρέχουν περισσότερες πληροφορίες, η ανάλυση αυτή αποτελεί ένα καλό πρώτο βήμα για την τιμολόγηση οποιουδήποτε συμβολαίου Π.Μ.Δ.. Στη συνέχεια θα περιγραφούν τα στάδια της burn ανάλυσης για συμβόλαια ανταλλαγών (swaps) και δικαιωμάτων (options).

##### 4.1.1. Burn ανάλυση για συμβόλαια ανταλλαγών

###### 4.1.1.1 Δίκαια τιμή άσκησης για γραμμικές ανταλλαγές (linear swaps)

Η δίκαια τιμή άσκησης για ένα συμβόλαιο ανταλλαγής ορίζεται ως εκείνη η τιμή που δίνει αναμενόμενη αποζημίωση ίση με το μηδέν. Ο υπολογισμός της δίκαιας τιμής για ένα συμβόλαιο γραμμικής ανταλλαγής (η γραμμική ανταλλαγή είναι το είδος συμβολαίων ανταλλαγής το οποίο δεν έχει όρια αποζημίωσης και η συνάρτηση αποπληρωμής είναι μία γραμμική συνάρτηση για όλο το πεδίο τιμών του δείκτη, συγκεκριμένα  $p(x) = D(x - K)$ ) είναι πολύ εύκολος, αφού η δίκαια τιμή άσκησης είναι απλώς η αναμενόμενη τιμή του δείκτη.

$$E(p(x)) = E(D(K - x)) = D E (K - x) = D (K - E(x)) \quad (4.1)$$

Η παραπάνω εξίσωση ισούται με μηδέν, αν  $K = E(x)$ .

Επομένως, για να υπολογιστεί η δίκαια τιμή άσκησης χρειάζονται οι εξής δύο ενέργειες:

1. Απαλοιφή τάσης από ιστορικά δεδομένα δείκτη ή καθημερινών παρατηρήσεων, όπως έχει αναφερθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο.

2. Υπολογισμός του μέσου των ιστορικών τιμών του δείκτη. Αυτό αποτελεί μία εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής του δείκτη.

#### **4.1.1.2 Δίκαια τιμή άσκησης για ανταλλαγές με όρια πληρωμών**

Στις περισσότερες περιπτώσεις, τα ανώτατα όρια πληρωμών (caps) των συμβολαίων ανταλλαγών με όρια πληρωμών (capped swaps) είναι τόσο ακραία ώστε μπορεί κανείς να τα αγνοήσει τουλάχιστον στην αρχή του συμβολαίου (κατά την εξέλιξη του συμβολαίου ο αναμενόμενος δείκτης μπορεί να προσεγγίσει ή να φτάσει τα ανώτατα όρια, αν ο καιρός είναι ακραίος). Η δίκαια τιμή άσκησης υπολογίζεται τότε με τον ίδιο τρόπο όπως και για τις γραμμικές ανταλλαγές. Στην περίπτωση που χρειάζεται να ληφθούν υπόψη τα ανώτατα όρια πληρωμών, δεδομένου ότι η δομή των ανταλλαγών συνηθίζεται να είναι συμμετρική γύρω από την τιμή άσκησης, τότε η δίκαια τιμή είναι πάλι η αναμενόμενη τιμή του δείκτη.

#### **4.1.1.3 Επιπρόσθετος κίνδυνος**

Με βάση τα προαναφερθέντα, ποια είναι η κατάλληλη τιμή άσκησης για ένα συμβόλαιο ανταλλαγής; Ορίζοντας τη τιμή άσκησης στη δίκαια τιμή σημαίνει ότι κανένα μέρος δεν κερδίζει ή δεν χάνει μακροπρόθεσμα, εφόσον το συμβόλαιο διαπραγματεύεται πολλές φορές.

Όμως, η δίκαια τιμή άσκησης δεν είναι απαραίτητα το κατάλληλο επίπεδο για να διαπραγματεύεται ένα συμβόλαιο ανταλλαγής. Αν ένα τέτοιο συμβόλαιο πρόκειται να πωληθεί στην πρωτογενή αγορά, και το ένα μέρος είναι ένας αντισταθμίζων τον κίνδυνο (hedger) και το άλλο μέρος είναι ένας απλός κερδοσκόπος (speculator), τότε πρέπει να αναμένει κανείς ότι η τιμή άσκησης δεν θα είναι ορισμένη στη δίκαια τιμή αλλά θα έχει μετακινηθεί ώστε να ευνοεί τον κερδοσκόπο, προκειμένου να τον ανταμείψει που έχει αναλάβει τον κίνδυνο του πρώτου. Η πιο απλή μέθοδος για να υπολογίσει κανείς μία τέτοια αλλαγή θα ήταν ως ποσοστό της τυπικής απόκλισης του δείκτη του συμβολαίου. Για παράδειγμα, η τιμή άσκησης μπορεί να οριστεί στον μέσο συν 20% (η τιμή είναι αυθαίρετη) της τυπικής απόκλισης του δείκτη. Για ένα συμβόλαιο γραμμικής ανταλλαγής η αναμενόμενη αποζημίωση για ένα κερδοσκόπο θα είναι τότε 20% της τυπικής απόκλισης της κατανομής αποζημίωσης και η τυπική απόκλιση της

κατανομής αποζημίωσης θα είναι το ποσοστό μεταβολής (tick rate) πολλαπλασιασμένο με την τυπική απόκλιση της κατανομής του δείκτη. Αν το συμβόλαιο διαπραγματευτεί πολλές φορές ο κερδοσκόπος θα πραγματοποιεί κέρδη κατά μέσο όρο, ενώ ο αντισταθμίζων τον κίνδυνο θα έχει απώλεια χρημάτων.

#### **4.1.2. Burn ανάλυση για συμβόλαια δικαιωμάτων**

Ποια είναι η κατάλληλη τιμή του δικαιώματος (premium) για τη διαπραγμάτευση ενός συμβολαίου δικαιωμάτων; Το δίκαιο ποσό ορίζεται συνήθως αυτό για το οποίο το αναμενόμενο κέρδος στο συμβόλαιο είναι μηδέν, δηλαδή το ποσό να είναι ίσο (και αντίθετο) με την αναμενόμενη αποζημίωση.

Για να υπολογιστεί το δίκαιο ποσό χρειάζονται τα εξής βήματα:

1. Υπολογισμός των ιστορικών αποπληρωμών για ένα δικαίωμα.
2. Υπολογισμός του μέσου των ιστορικών αποπληρωμών: αυτό αποτελεί μία εκτίμηση για την αναμενόμενη τιμή της αποζημίωσης.

##### **4.1.2.1 Επιπρόσθετος κίνδυνος**

Εάν ο εκδότης χρεώνει την αναμενόμενη αποζημίωση ως αρχικό ποσό, τότε μακροπρόθεσμα για πολλές διαπραγματεύσεις δεν θα παρουσιάζει κατά μέσο όρο ούτε κέρδος ούτε ζημία. Ο πωλητής του δικαιώματος αναμένει προφανώς μία ανταμοιβή για την ανάληψη του κινδύνου της ενδεχόμενης καταβολής αποζημίωσης και γι' αυτό το λόγο το αρχικό ποσό θα είναι ελαφρώς υψηλότερο από την αναμενόμενη αποζημίωση.

Η απλούστερη μέθοδος για τον καθορισμό του επιπρόσθετου κινδύνου είναι να οριστεί ως ποσοστό της τυπικής απόκλισης της αποπληρωμής του συμβολαίου, οπότε για παράδειγμα μία δίκαια τιμή θα μπορούσε να είναι η αναμενόμενη τιμή της αποζημίωσης συν το 20% της τυπικής απόκλισης των αποπληρωμών.

#### **4.1.3. Η κατανομή των αποπληρωμών**

Είναι χρήσιμο να μπορεί κανείς να εκτιμήσει την κατανομή των πιθανών αποπληρωμών ενός συμβολαίου ανταλλαγής ή δικαιώματος, όπως για παράδειγμα τις πιθανότητες των πιθανών αποτελεσμάτων. Για να γίνει κάτι τέτοιο με την *burn* ανάλυση οι ιστορικές τιμές αποπληρωμών ταξινομούνται και χρησιμοποιούνται για να κατασκευαστεί η αθροιστική συνάρτηση κατανομής (cumulative distribution function – CDF) για την κατανομή αποπληρωμών. Αυτό επιτυγχάνεται δίνοντας σε κάθε μία από τις ταξινομημένες τιμές μία πιθανότητα μεταξύ του 0 και του 1. Επειδή τα έτη θεωρούνται ανεξάρτητα, γίνεται ίση κατανομή των πιθανοτήτων. Για να οριστούν με ακρίβεια οι πιθανότητες χρειάζεται ένα μοντέλο, και μάλιστα υπάρχουν αρκετά για να γίνει επιλογή. Μία μέθοδος είναι να οριστεί η πρώτη πιθανότητα με τιμή 0 και η τελευταία πιθανότητα με τιμή 1. Η πιθανότητα της  $i$  ταξινομημένης τιμής αποπληρωμής θα ισούται με  $i/N_y$ , όπου  $N_y$  είναι ο αριθμός των ετών. Αυτό το μοντέλο δίνει αμερόληπτες εκτιμήσεις των πραγματικών πιθανοτήτων.

Έχοντας εκτιμήσει την αθροιστική συνάρτηση των αποπληρωμών, υπάρχει η δυνατότητα για υπολογισμό των πιθανοτήτων διάφορων γεγονότων, όπως την αποπληρωμή κατά ένα ποσοστό (π.χ. 50 %) ή την μέγιστη αποπληρωμή.

#### **4.1.4. Οι υποθέσεις της *burn* ανάλυσης**

Ποιες είναι οι υποθέσεις που πρέπει να γίνονται ώστε να χρησιμοποιείται η *burn* ανάλυση; Πριν την *burn* ανάλυση τα ιστορικά δεδομένα ίσως να χρειάζονται τακτοποίηση και απαλοιφή των τάσεων σύμφωνα με τις μεθοδολογίες που αναφέρθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Η πρώτη υπόθεση είναι ότι ο ιστορικός δείκτης των χρονοσειρών παραμένει αμετάβλητος και θα έχει μία συμφωνία με το κλίμα που θα επικρατεί κατά τη διάρκεια του συμβολαίου. Η δεύτερη υπόθεση είναι ότι οι τιμές των δεδομένων για τα διάφορα χρόνια κατανέμονται ανεξάρτητα και με όμοιο τρόπο.

Πόσο έγκυρη είναι η υπόθεση της ανεξαρτησίας μεταξύ των διάφορων ετών; Ιστορικές τιμές δεικτών για συμβόλαια ενός μηνός χωρίζονται από έντεκα μήνες, αυτές για συμβόλαια πέντε μηνών από επτά μήνες, κτλ. Στην Ευρώπη, η αυτοσυσχέτιση των κλιματικών ανωμαλιών παίρνει τιμές κοντά στο μηδέν μετά περίπου από ένα μήνα, οπότε η υπόθεση της ανεξαρτησίας των ετών θα ήταν έγκυρη για συμβόλαια διάρκειας μέχρι έντεκα μήνες. Στις Η.Π.Α., οι κλιματικές αυτοσυσχετίσεις διαρκούν τουλάχιστον μέχρι έξι μήνες, κυρίως λόγω των επιδράσεων του φαινομένου El Nino. Αν αυτές οι

επιδράσεις δεν απαλειφθούν από τα ιστορικά δεδομένα, τότε οι ιστορικοί δείκτες που χρησιμοποιούνται για συμβόλαια με διάρκεια μεγαλύτερη των έξι μηνών δεν μπορούν να θεωρούνται ανεξάρτητοι. Σε περίπτωση που απαλειφθούν, τότε δικαιολογείται η υπόθεση της ανεξαρτησίας για συμβόλαια διάρκειας μέχρι έντεκα μηνών, όπως στην Ευρώπη.

Για συμβόλαια διάρκειας δώδεκα μηνών δεν θεωρείται κατάλληλη η υπόθεση της ανεξαρτησίας μεταξύ των ετών, αφού οι τελευταίες ημέρες ενός έτους σίγουρα συσχετίζονται με τις πρώτες ημέρες του επόμενου έτους.

#### **4.1.5 Σχόλια**

Ποια είναι τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της buhν ανάλυσης; Τα πλεονεκτήματα είναι ότι η buhν ανάλυση είναι πολύ απλή και βασίζεται σε λίγες υποθέσεις. Ο ελάχιστος αριθμός υποθέσεων είναι σημαντικός, διότι όταν γίνονται υποθέσεις στη μοντελοποίηση δεδομένων, το σίγουρο είναι ότι καμία υπόθεση δεν είναι απολύτως σωστή, οπότε εισάγονται αναγκαστικά κάποια λάθη. Αργότερα θα εξεταστούν μέθοδοι που είναι περισσότερο ακριβείς από την buhν ανάλυση σε κάποιες περιπτώσεις, επειδή οι υποθέσεις που χρησιμοποιούν επιτρέπουν την αποτελεσματικότερη αξιοποίηση των διαθέσιμων δεδομένων. Όμως, εάν οι υποθέσεις είναι λάθος οι μέθοδοι αυτοί δίνουν χειρότερα αποτελέσματα από την buhν ανάλυση, παρόλο που είναι περισσότερο πολύπλοκες. Άλλωστε η πολυπλοκότητα δεν σημαίνει απαραίτητα και ακρίβεια. Τα κύρια μειονεκτήματα της buhν ανάλυσης είναι ότι δεν υπάρχει πληροφόρηση για τις πιθανότητες γεγονότων περισσότερο ακραίων από αυτά που συνέβησαν κατά την ιστορική περίοδο και ότι η εκτίμηση της αθροιστικής συνάρτησης είναι σε μεγάλο βαθμό μη ρεαλιστική.

#### **4.2 Μοντελοποίηση μετεωρολογικών δεικτών (Index modeling)**

Γενικά, θα ήταν εφικτό να χρησιμοποιείται ένα στατιστικό μοντέλο σε οποιοδήποτε στάδιο της εκκαθάρισης (settlement) ενός συμβολαίου Π.Μ.Δ. Για παράδειγμα, για ένα συμβόλαιο που βασίζεται σε ημερήσιους δείκτες θερμοκρασίας HDD η διαδικασία κατασκευής αποτελείται από τα ακόλουθα στάδια:

1. Καταγραφή των καθημερινών τιμών της ελάχιστης θερμοκρασίας ( $T_{min}$ ) και της μέγιστης ( $T_{max}$ ).
2. Υπολογισμός της καθημερινής μέσης θερμοκρασίας ( $T_{avg}$ ).
3. Υπολογισμός των καθημερινών τιμών HDD.
4. Υπολογισμός της συνολικής τιμής HDD για την περίοδο του συμβολαίου.
5. Υπολογισμός της αποπληρωμής (pay-off)

Επομένως, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ένα στατιστικό μοντέλο για οποιαδήποτε από τις πέντε παραπάνω τιμές. Όμως, στην πράξη αποδεικνύεται ότι η απλούστερη λύση μοντελοποίησης είναι αυτή του τέταρτου σταδίου, δηλαδή η μοντελοποίηση του μετεωρολογικού δείκτη HDD, και η οποία χρησιμοποιείται ευρύτατα στην αγορά των Π.Μ.Δ.

Το πρώτο στάδιο της μοντελοποίησης του δείκτη είναι η επιλογή μίας κατανομής που πιθανόν να αντιπροσωπεύει όσο το δυνατόν ακριβέστερα την πραγματική άγνωστη κατανομή του δείκτη και το δεύτερο στάδιο είναι η εκτίμηση των παραμέτρων αυτής της κατανομής. Η υπόθεση ότι οι παρατηρήσεις θα μπορούσαν να προέρχονται από αυτή την κατανομή μπορεί να ελεγχθεί (τουλάχιστον για τα παραμετρικά μοντέλα), και αν όλα τα προηγούμενα είναι έγκυρα, τότε η κατανομή μπορεί να χρησιμοποιείται για να αντιπροσωπεύει την άγνωστη κατανομή του δείκτη.

#### **4.2.1. Ερωτήματα**

Το πρώτο ερώτημα που τίθεται είναι αν πρέπει να χρησιμοποιούνται διακριτές ή συνεχείς κατανομές; Η μεταβλητότητα της θερμοκρασίας μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελεί μία συνεχή τυχαία μεταβλητή, αλλά οι μετρήσεις της κυμαίνονται συνήθως σε συγκεκριμένους βαθμούς. Επομένως, υπάρχει ένας συγκεκριμένος αριθμός πιθανών αποτελεσμάτων για την μετρούμενη θερμοκρασία κατά τη διάρκεια μίας περιόδου, οπότε υπάρχει και ένας διακριτός αριθμός πιθανών τιμών του δείκτη. Βέβαια, αυτό ίσως οδηγεί κάποιον στο συμπέρασμα ότι όλες οι κατανομές των δεικτών πρέπει να μοντελοποιούνται χρησιμοποιώντας διακριτές κατανομές. Όμως, ο πραγματικός αριθμός των διαφορετικών πιθανών τιμών ενός δείκτη είναι συνήθως πολύ μεγάλος, οπότε η εξομοίωση μίας διακριτής κατανομής σε αυτά τα δεδομένα μπορεί να είναι πολύ αργή και επομένως μία λογική προσέγγιση είναι να χρησιμοποιούνται συνεχείς κατανομές. Από την άλλη, μπορεί να ισχύσει ο εξής κανόνας: στην περίπτωση που

υπάρχουν παραπάνω από εκατό πιθανές τιμές για το δείκτη θα χρησιμοποιούνται συνεχείς κατανομές, ενώ για τις άλλες περιπτώσεις διακριτές κατανομές.

Το δεύτερο ερώτημα που τίθεται είναι αν πρέπει να χρησιμοποιούνται παραμετρικές ή μη παραμετρικές κατανομές. Οι παραμετρικές κατανομές χρησιμοποιούν ένα συγκεκριμένο σχήμα, ή οικογένεια σχημάτων, για την κατανομή και μετά χρησιμοποιούν τα ιστορικά δεδομένα για να εκτιμήσουν ένα μικρό αριθμό παραμέτρων που ταιριάζουν με τη μορφή του σχήματος. Ένας γενικός κανόνας είναι ότι αν υπάρχει ένας καλός λόγος να πιστεύει κανείς ότι μία συγκεκριμένη παραμετρική κατανομή είναι σωστή πριν εξετάσει τα δεδομένα (λόγω προηγούμενης εμπειρίας ή βάσει θεωρίας), τότε χρειάζεται να συγκρίνει την κατανομή με τα δεδομένα, και αν δεν απορρίπτεται πρέπει να την χρησιμοποιήσει.

Σε αντίθετη περίπτωση, όπου δεν υπάρχει αρκετή βεβαιότητα για την καταλληλότητα της συγκεκριμένης παραμετρικής κατανομής για τα δεδομένα, τότε πρέπει να χρησιμοποιούνται μη παραμετρικές κατανομές. Οι μη παραμετρικές μέθοδοι περιορίζουν το σχήμα της προσαρμοσμένης κατανομής σε μικρότερο βαθμό σε σχέση με τις παραμετρικές μεθόδους, αφού ουσιαστικά αυτό που κάνουν είναι να ομαλοποιούν την αθροιστική συνάρτηση κατανομής που προέρχεται απευθείας από τα ιστορικά δεδομένα. Ένα από τα μειονεκτήματα των μη παραμετρικών μεθόδων είναι ότι δεν μπορεί να ελεγχθεί η προσαρμοσμένη κατανομή, αφού ταιριάζει πάντα με τα δεδομένα.

#### **4.2.2 Προσαρμογή παραμετρικών κατανομών**

Υπάρχει μία κλασική μέθοδος για την προσαρμογή των παραμέτρων μίας παραμετρικής κατανομής: η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας.

Η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας αποτελεί την ιδανική διαδικασία για την εκτίμηση παραμέτρων, ειδικά όταν οι κατανομές γίνονται πολύπλοκες. Η λειτουργία της έχει ως εξής: για μία δεδομένη κατανομή και οποιοδήποτε συνδυασμό παραμέτρων μπορεί να υπολογιστεί η πυκνότητα πιθανότητας (για συνεχείς κατανομές) ή η πιθανότητα (για διακριτές κατανομές) των παρατηρούμενων δεδομένων. Με τη δοκιμή διαφορετικών τιμών για τις παραμέτρους είναι δυνατή η αύξηση ή η μείωση αυτής της πιθανότητας. Οι εκτιμήσεις μέγιστης πιθανοφάνειας για τις παραμέτρους είναι αυτές που δίνουν την υψηλότερη πιθανότητα. Επίσης, η μελέτη του σχήματος της



συνάρτησης πιθανοφάνειας γύρω από τις βέλτιστες παραμέτρους μπορεί να δώσει πληροφορίες για την αβεβαιότητα (uncertainty) των παραμέτρων και τις συσχετίσεις μεταξύ των σφαλμάτων.

#### **4.2.2.1 Τεστ καλής προσαρμογής**

Έχοντας εκτιμήσει τις παραμέτρους μίας κατανομής χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας, το επόμενο βήμα είναι να αξιολογηθεί αν η κατανομή, με αυτές τις βέλτιστες εκτιμήσεις των παραμέτρων, αποτελεί μία καλή προσαρμογή των δεδομένων. Οι πιο χρήσιμες μέθοδοι για να γίνει κάτι τέτοιο είναι οι γραφικές απεικονίσεις. Πρώτον, μπορεί να συγκριθεί το ιστόγραμμα από τα δεδομένα με την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (συνεχείς κατανομές) ή την συνάρτηση πιθανότητας (διακριτές κατανομές) από το μοντέλο. Όμως, ουσιαστικά είναι απίθανο να κρίνει κανείς αν η προσαρμογή είναι καλή από αυτό το γράφημα, αφού το αποτέλεσμα επηρεάζεται από τον αριθμό των ράβδων που θα χρησιμοποιηθούν στο ιστόγραμμα. Μία καλύτερη λύση είναι να συγκριθεί η αθροιστική συνάρτηση κατανομής τόσο από τα δεδομένα όσο και από το μοντέλο.

#### **4.2.2.2 Διαστήματα εμπιστοσύνης (Confidence intervals)**

Μία από τις δυσκολίες των τεστ των κατανομών με τις γραφικές απεικονίσεις που προαναφέρθηκε είναι ότι είναι δύσκολο να αποφασιστεί εάν η διαφορά μεταξύ της εμπειρικής κατανομής και της κατανομής του μοντέλου είναι αρκετά σημαντική. Ακόμη και αν το μοντέλο είναι πραγματικά σωστό, τα εμπειρικά δεδομένα δεν θα συμφωνούν ακριβώς με το μοντέλο, διότι το μοντέλο προέρχεται από ένα πεπερασμένο δείγμα. Για να ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα, μπορούν να κατασκευαστούν διαστήματα εμπιστοσύνης για την εμπειρική κατανομή. Η λογική έχει ως εξής: όταν προσαρμόζεται και ελέγχεται μία κατανομή, γίνεται η υπόθεση ότι τα δεδομένα προέρχονται από αυτή την κατανομή. Με βάση αυτή την υπόθεση (ότι η προσαρμοσμένη κατανομή είναι σωστή) μπορούν να χρησιμοποιηθούν τεχνικές προσομοίωσης για να δημιουργηθεί αυθαίρετα ένας μεγαλύτερος αριθμός δειγμάτων. Για κάθε ένα από αυτά τα δείγματα μπορεί να σχεδιαστεί η εκτιμώμενη αθροιστική συνάρτηση κατανομής (α.σ.κ.). Συγκρίνοντας την α.σ.κ. από τα ιστορικά δεδομένα με τις α.σ.κ. προσομοίωσης, μπορεί να αξιολογηθεί εάν η ιστορική α.σ.κ. είναι σύμφωνη ή όχι με την υπόθεση. Αντί να

σχεδιαστούν όλες οι α.σ.κ. προσομοίωσης, μπορούν να επιλεγούν κάποια επίπεδα εμπιστοσύνης (συνήθως 90, 95 ή 99 τοις εκατό). Τα διαστήματα εμπιστοσύνης κατασκευάζονται με τη λογική ότι αποκλείονται οι πέντε χαμηλότερες και οι πέντε υψηλότερες από τις εκατό α.σ.κ. προσομοίωσης.

Η μέθοδος αυτή της κατασκευής διαστημάτων εμπιστοσύνης έχει όμως ένα μειονέκτημα: αν ελέγχεται ένα μοντέλο με δέκα τεστ και διαστήματα εμπιστοσύνης 90 τοις εκατό, τότε πρέπει να αναμένεται ότι θα υπάρξει αποτυχία τουλάχιστον σε ένα τεστ, ακόμη και αν αυτό είναι το σωστό μοντέλο. Για να το διορθωθεί αυτό, πρέπει ιδανικά να αλλάζουν τα επίπεδα εμπιστοσύνης καθώς αυξάνεται ο αριθμός των τεστ.

#### 4.2.2.3 Αριθμητικά τεστ καλής προσαρμογής

Εκτός από αυτές τις μεθόδους γραφικής απεικόνισης, κάποιος μπορεί να κάνει και αριθμητικά τεστ καλής προσαρμογής. Αυτά τα τεστ είναι πολύ ειδικά: κάθε τεστ διερευνά μία συγκεκριμένη πτυχή της κατανομής. Είναι χρήσιμα αν κάποιος θέλει να έχει μία ποσοτική αξιολόγηση των διαφορετικών μοντέλων, αλλά δεν είναι απαραίτητα καλύτερα από τις γραφικές μεθόδους. Τα κυριότερα τεστ που χρησιμοποιούνται είναι τα εξής:

- **$\chi^2$  ΤΕΣΤ** – εφαρμόζεται σε όλες τις κατανομές αλλά έχει μικρή ισχύ, εννοώντας ότι είναι πολύ εύκολο να πετύχει και πολύ δύσκολο να αποτύχει.
- **Kolmogorov-Smirnov** – εφαρμόζεται σε όλες τις συνεχείς κατανομές αλλά και αυτό έχει μικρή ισχύ.
- **Anderson-Darling** – εφαρμόζεται σε όλες τις συνεχείς κατανομές και είναι πιο ισχυρό από τα δύο προηγούμενα τεστ, αλλά είναι πιο δύσκολο να εφαρμοστεί.
- **Shapiro-Wilk** – αυτό είναι ένα ισχυρό τεστ, αλλά εφαρμόζεται μόνο στην κανονική κατανομή.

Κάθε τεστ δίνει μία πιθανότητα ελέγχου και η κατανομή μπορεί να γίνει αποδεκτή ή να απορριφθεί για διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης. Υψηλές τιμές σημαίνει ισχυρή συμφωνία, ενώ μικρές τιμές υποδηλώνουν πιο μικρή συμφωνία. Τιμές κάτω του 5 τοις εκατό σημαίνει ότι το τεστ απορρίπτεται.

### 4.2.3. Προσαρμογή μη παραμετρικών κατανομών

Για την προσαρμογή των μη παραμετρικών κατανομών υπάρχει η προσέγγιση της πυκνότητας kernel (kernel density). Η μέθοδος αυτή εκτιμά την άγνωστη πυκνότητα χρησιμοποιώντας ένα σταθμισμένο άθροισμα πυκνοτήτων, οι οποίες βρίσκονται γύρω από κάθε σημείο των δεδομένων. Να σημειωθεί ότι η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται ευρέως και απλώς τοποθετεί μία πυκνότητα γύρω από κάθε σημείο δεδομένων, αλλά έχει το μειονέκτημα ότι η διακύμανση της προσαρμοσμένης κατανομής μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την αμερόληπτη εκτίμηση της διακύμανσης.

Αυτή η μέθοδος μοντελοποιεί την πυκνότητα ως εξής:

$$f(x) = 1/\lambda N_y * \sum K [(x - x_i)/\lambda] \quad (4.2)$$

όπου  $K$  είναι μία πιθανότητα πυκνότητας

Μία συνηθισμένη επιλογή για το  $K$  είναι η κανονική κατανομή, οπότε η παραπάνω εξίσωση διαμορφώνεται ως εξής:

$$f(x) = 1/\lambda N_y * \sum (1/\sqrt{2\pi}) * \exp [ - (x - x_i)^2/2\lambda] \quad (4.3)$$

Σε αυτή την εξίσωση η μοναδική ελεύθερη παράμετρος είναι ο συντελεστής  $\lambda$ .

Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι για την επιλογή του  $\lambda$ , όπως ο κανόνας του Silverman, σύμφωνα με τον οποίο ισχύει:

$$\lambda = 0.9/1.34 \min(s, q) N_y^{-1/5} \quad (4.4)$$

όπου  $s$  είναι η τυπική απόκλιση των δεδομένων  $x_i$  του δείγματος και το  $q$  είναι το ενδοτεταρτημοριακό εύρος.

Τα κυριότερα πλεονεκτήματα των μη παραμετρικών κατανομών είναι ότι:

- α) Χρειάζονται λιγότερες υποθέσεις σε σχέση με τις παραμετρικές μεθόδους για το σχήμα της κατανομής.
- β) Μπορούν να εφαρμοστούν για οποιοδήποτε δείκτη σε οποιαδήποτε περίπτωση (παρόλο που πάντα δίνουν συνεχή κατανομή)

Από την άλλη πλευρά, αν μία παραμετρική κατανομή είναι πραγματικά ένα καλό μοντέλο για το δείκτη, τότε δίνει καλύτερα αποτελέσματα. Επίσης, οι μη παραμετρικές μέθοδοι είναι περισσότερο δύσκολο να γίνουν αποδεκτές σε σχέση με τις παραμετρικές κατανομές.

### 4.3 Μοντέλα καθημερινών τιμών (Daily models)

Στην προηγούμενη ενότητα έγινε αναφορά σε μεθόδους τιμολόγησης συμβολαίων Π.Μ.Δ. βασισμένα στη θερμοκρασία, οι οποίες περιλάμβαναν στατιστική μοντελοποίηση των ιστορικών τιμών του δείκτη του συμβολαίου. Σε αυτή την ενότητα θα γίνει λόγος για μοντελοποίηση των καθημερινών τιμών της θερμοκρασίας για τα συμβόλαια Π.Μ.Δ., εφόσον αρκετά συμβόλαια πλέον βασίζονται στις ημερήσιες τιμές.

Η επιθυμία για υψηλότερη ακρίβεια στην τιμολόγηση είναι πιθανόν ο κύριος λόγος για τον οποίο υπάρχει ενδιαφέρον για τις μεθόδους μοντελοποίησης της καθημερινής θερμοκρασίας στα συμβόλαια Π.Μ.Δ. Όμως, το ερώτημα για το αν τα μοντέλα καθημερινών τιμών δίνουν υψηλότερη ακρίβεια ή όχι είναι δύσκολο να απαντηθεί. Σίγουρα, υπάρχουν συμβόλαια για το οποίο ισχύει κάτι τέτοιο, ενώ δεν συμβαίνει το ίδιο με κάποια άλλα συμβόλαια. Για την κατανόηση των ζητημάτων που επηρεάζουν για το αν ένα μοντέλο διαθέτει ακρίβεια, χρειάζεται να αναφερθεί πρώτα η διαφορά μεταξύ *ακρίβειας*, η οποία είναι η ικανότητα του μοντέλου να αντιπροσωπεύει την πραγματικότητα, και της *ενδεχόμενης ακρίβειας*, η οποία είναι η ικανότητα του μοντέλου να αντιπροσωπεύει την πραγματικότητα, εάν το μοντέλο είναι σωστό, δηλαδή αν έχει την ορθή μορφή ακόμη και αν δεν είναι γνωστές οι σωστές τιμές για τις παραμέτρους.

Τα μοντέλα καθημερινών τιμών εμφανίζουν πολύ συχνά μεγαλύτερη *ενδεχόμενη ακρίβεια* σε σχέση με την ανάλυση *buy* και τα μοντέλα δεικτών. Στο βαθμό που το μοντέλο είναι σωστό, αυτό μεταφράζεται σε πραγματική ακρίβεια. Όμως, όλα τα μοντέλα είναι λάθος, οπότε η πραγματική ακρίβεια είναι πάντα μικρότερη από την ενδεχόμενη ακρίβεια και μάλιστα το ερώτημα σχετικά με τη διαφορά αυτών των δύο τιμών είναι δύσκολο να απαντηθεί.

Η χρήση μοντέλων καθημερινών τιμών για την τιμολόγηση των συμβολαίων παρουσιάζει σε σχέση με τα μοντέλα των δεικτών τόσο πλεονεκτήματα όσο και μειονεκτήματα.

#### **4.3.1. Πλεονεκτήματα των μοντέλων καθημερινών τιμών**

##### Πιο ολοκληρωμένη χρήση των διαθέσιμων ιστορικών δεδομένων

Έστω ότι δημιουργείται ένα συμβόλαιο Π.Μ.Δ. διάρκειας μίας εβδομάδας: οι αναλύσεις των δεικτών στην προηγούμενη ενότητα αποκλείουν τα ιστορικά δεδομένα από όλες τις άλλες εβδομάδες του χρόνου όταν υπολογίζονται οι ιστορικοί δείκτες. Επομένως, 98 τοις εκατό των διαθέσιμων δεδομένων, τα οποία ίσως περιέχουν χρήσιμες πληροφορίες, πολύ απλά δεν αξιοποιείται. Από την άλλη πλευρά, ένα μοντέλο καθημερινών τιμών θα μπορούσε να χρησιμοποιεί δεδομένα όλου του χρόνου για να προσαρμόζει τις παραμέτρους του μοντέλου.

Από μία άλλη οπτική της ολοκληρωμένης χρήσης των διαθέσιμων δεδομένων, ως υποθεθεί ότι υπάρχει ένας δείκτης CDD με θερμοκρασία – βάση τους 18 °C. Ενδέχεται, ανάλογα πάντα και με την τοποθεσία, μόνο οι μισές ημέρες κατά την περίοδο του συμβολαίου να ξεπεράσουν αυτή την θερμοκρασία. Έτσι, σε μία ανάλυση βασισμένη σε δείκτη οι πληροφορίες που υπάρχουν στα δεδομένα που είναι κάτω από τους 18 °C δεν θα χρησιμοποιηθούν πλήρως. Χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο καθημερινών τιμών αποφεύγεται το πρόβλημα της μη χρήσης των δεδομένων κάτω από τη θερμοκρασία – βάση και πραγματοποιείται πλήρη χρήση των δεδομένων για όλη τη διάρκεια της ημέρας.

##### Καλύτερη αντιπροσώπευση της κατανομής του δείκτη

Ο σκοπός τόσο της μοντελοποίησης του δείκτη όσο και των καθημερινών τιμών είναι η ακριβής αντιπροσώπευση της κατανομής του δείκτη, από την οποία μπορούν να καθοριστούν και ακριβείς τιμές. Αυτή η κατανομή ελέγχεται από την κατανομή της καθημερινής θερμοκρασίας σε συνάρτηση και με τον ορισμό του δείκτη. Ο συνδυασμός αυτών των δύο παραγόντων μπορεί να δημιουργήσει σχήματα κατανομής δεικτών τα οποία είναι περισσότερο αντιπροσωπευτικά από οποιαδήποτε παραμετρική ή μη παραμετρική κατανομή, δεδομένου ότι ένα μοντέλο καθημερινών τιμών καταγράφει τις τιμές μίας καθημερινής καιρικής μεταβλητής και μπορεί να προσεγγίσει την πραγματική κατανομή του δείκτη.

### Χρήση ενός μοντέλου για όλα τα συμβόλαια σε μία τοποθεσία

Αν ένας αριθμός διαφορετικών συμβολαίων δημιουργείται για μία τοποθεσία, τότε ίσως να κρίνεται απαραίτητο να διασφαλίζεται μία συνεπής τιμολόγηση μεταξύ των διαφορετικών συμβολαίων. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό αν μερικά συμβόλαια χρησιμοποιούνται για να αντισταθμίσουν κάποια άλλα.

Επίσης, αν έχει βρεθεί ένα αξιόπιστο μοντέλο καθημερινών τιμών για μία συγκεκριμένη τοποθεσία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για όλα τα συμβόλαια σε αυτή τη τοποθεσία, ανεξάρτητα από τον τύπο του δείκτη ή τη διάρκεια του συμβολαίου. Έτσι, η στατιστική διαδικασία προσαρμογής μπορεί να γίνει μία φορά και για όλα τα συμβόλαια, οπότε μετά μπορούμε να τιμολογούμε διαφορετικούς τύπους συμβολαίων με σιγουριά. Κάτι τέτοιο δεν ισχύει για τα μοντέλα δεικτών, τα οποία πρέπει να αναπροσαρμόζονται για κάθε νέο δείκτη.

### Ενσωμάτωση μετεωρολογικών προβλέψεων

Για τους μετεωρολόγους είναι πιο αποτελεσματικό να κάνουν προβλέψεις της θερμοκρασίας με όρους καθημερινών τιμών και όχι με δείκτες θερμοκρασίας (π.χ. HDD ή CDD), αφού αυτές οι προβλέψεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν από οποιοδήποτε, από εμπλεκόμενα μέρη σε μία αγορά Π.Μ.Δ. μέχρι οικογένειες που σχεδιάζουν ένα ταξίδι. Όπως θα αναλυθεί σε επόμενο κεφάλαιο, είναι πιο εύκολο να ενσωματώνει κανείς αυτές τις προβλέψεις σε μοντέλα τιμολόγησης, τα οποία στηρίζονται σε καθημερινές τιμές θερμοκρασίας και όχι σε δείκτες θερμοκρασίας.

### **4.3.2. Μειονεκτήματα των μοντέλων καθημερινών τιμών**

#### Πολυπλοκότητα των μοντέλων

Τα μοντέλα καθημερινών τιμών, λόγω της πολύπλοκης φύσης της μεταβλητής της καθημερινής θερμοκρασίας, είναι πιο δύσκολο να σχεδιαστούν, να κατασκευαστούν, να προσαρμοστούν και να χρησιμοποιηθούν.

### Κίνδυνος σφάλματος του μοντέλου

Λόγω της μεγαλύτερης πολυπλοκότητας των μοντέλων καθημερινών τιμών, υπάρχει μεγαλύτερος κίνδυνος σφάλματος του μοντέλου σε σχέση με τα μοντέλα δεικτών (αντίστοιχα, τα μοντέλα δεικτών έχουν μεγαλύτερο κίνδυνο σε σχέση με την βιμη ανάλυση). Το σφάλμα του μοντέλου μπορεί να έχει δύο μορφές: η πρώτη είναι το μαθηματικό μοντέλο να είναι σωστό (δηλαδή να προσεγγίζει την πραγματικότητα) αλλά να εφαρμόζεται εσφαλμένα (π.χ. λάθος κωδικοί) και η δεύτερη είναι το μαθηματικό μοντέλο να μην είναι σωστό από το αρχικό στάδιο (μακριά από την πραγματικότητα).

#### **4.3.3. Μοντελοποίηση καθημερινών τιμών (Modelling daily temperatures)**

Έχοντας αναφερθεί στα πλεονεκτήματα και στα μειονεκτήματα της τιμολόγησης με τη χρήση μοντέλων καθημερινών τιμών, θα παρουσιαστεί τώρα ένας αριθμός τέτοιων μοντέλων. Η *ακρίβεια* και η *ενδεχόμενη ακρίβεια* αυτών των μοντέλων θα αξιολογηθεί με τη χρήση διάφορων τεχνικών. Η τελική απόφαση για το ποιο μοντέλο είναι το καλύτερο και για το αν τα μοντέλα καθημερινών τιμών είναι καλύτερα από τα μοντέλα δεικτών είναι υποκειμενική και βασίζεται τόσο στις διαθέσιμες πληροφορίες όσο και σε κάποιο βαθμό στη διαίσθηση.

##### **4.3.3.1 Μοντελοποίηση του εποχιακού κύκλου**

Στην πλειοψηφία των περιπτώσεων όσον αφορά τις καθημερινές τιμές θερμοκρασίας παρατηρείται ότι υφίσταται ένας έντονος εποχιακός κύκλος με κάποιες μόνο μικρές διαταραχές γύρω από αυτόν. Το γεγονός αυτό παρακινεί πρώτα στη μοντελοποίηση του εποχιακού κύκλου και μετά ξεχωριστά των διαταραχών, με την ελπίδα ότι μετακινώντας τον μη σταθερό εποχιακό κύκλο, αυτό που θα απομείνει θα είναι σταθερό.

Η προσέγγιση που χρησιμοποιείται είναι να μοντελοποιούνται οι εποχικές διακυμάνσεις ως καθορισμένες (deterministic) και ίδιες για κάθε χρόνο (σταθερή εποχικότητα). Η στοχαστική μεταβλητότητα της θερμοκρασίας μεταφέρεται μετά πλήρως στα υπόλοιπα (residuals) από τον εποχιακό κύκλο. Αυτό το είδος μοντελοποίησης του εποχιακού

κύκλου είναι η προσέγγιση που χρησιμοποιείται σε μεγάλο βαθμό στη μετεωρολογία, και υπάρχει η εξής βασική τεχνική για αυτή:

#### Η μέθοδος του μέσου (The averaging method)

Αποτελεί την απλούστερη μέθοδο για τη μετακίνηση του εποχιακού κύκλου και αποτελείται από τα εξής βήματα:

- υπολογισμός μίας μέσης τιμής έχοντας υπολογίσει τη μέση τιμή για τους ίδιους μήνες όλων των χρόνων.
- ομαλοποίηση αυτής της μέσης τιμής για να δημιουργηθεί ένας αληθοφανής ομαλός εποχιακός κύκλος.

Το κύριο πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι δεν είναι πολύπλοκη.

#### **4.3.3.2 Αποτελέσματα της μετακίνησης της εποχικότητας**

Το αποτέλεσμα της μετακίνησης της εποχικότητας είναι να απομένουν κάποιες τιμές, οι οποίες αναφέρονται ως ανωμαλίες. Αυτές οι ανωμαλίες περιέχουν την τυχαία μεταβλητότητα του καιρού από μέρα σε μέρα, ενώ το μεγαλύτερο μέρος της καθορισμένης εποχικής μεταβλητότητας έχει μετακινηθεί. Τώρα, μπορεί να γραφεί η γενική μορφή του μοντέλου που χρησιμοποιείται για τις καθημερινές θερμοκρασίες, η οποία έχει ως εξής:

$$T_i = m_i + s_i T_i' \quad (4.5)$$

όπου:

$T_i$  = οι θερμοκρασίες

$m_i$  = ο εποχιακός κύκλος στο μέσο

$s_i$  = ο εποχιακός κύκλος στην τυπική απόκλιση

$T_i'$  = οι ανωμαλίες της θερμοκρασίας.

Όσον αφορά τις ανωμαλίες χρειάζεται να αναφερθεί ότι παρουσιάζουν πολύπλοκες στατιστικές ιδιότητες, για τις οποίες δεν είναι εύκολο να γίνει μοντελοποίηση.



Το ερώτημα είναι κατά πόσο οι στατιστικές ιδιότητες των ανωμαλιών επηρεάζουν την τελική κατανομή του δείκτη. Αυτό είναι ένα σημαντικό ερώτημα, αφού η απάντησή του θα καθορίσει και ποιες από τις ιδιότητες των ανωμαλιών είναι οι πιο σημαντικές για το μοντέλο. Γενικά, είναι δύσκολο να γίνει συσχέτιση μεταξύ των ιδιοτήτων των ανωμαλιών και των ιδιοτήτων του δείκτη.

Όμως, για την απλή περίπτωση ενός δείκτη αθροιστικής μέσης θερμοκρασίας (Α.Μ.Θ.) που βασίζεται σε θερμοκρασίες που ακολουθούν κανονική κατανομή, υπάρχουν κάποια απλά αποτελέσματα που μπορούν να βοηθήσουν στη σωστή επιλογή μεταξύ των μοντέλων. Έστω ένας δείκτης Α.Μ.Θ.  $x$  που βασίζεται στη θερμοκρασία  $T$ .

Η αναμενόμενη τιμή για το δείκτη ισούται με:

$$E(x) = \sum E(T_i), \quad i = 1, 2, \dots, N_d \quad (4.6)$$

Με απλά λόγια, η αναμενόμενη τιμή του δείκτη είναι απλά το άθροισμα των μέσων των θερμοκρασιών. Έτσι, για τον υπολογισμό της αναμενόμενης τιμής του δείκτη, και κατ'επέκταση για τον υπολογισμό της δίκαιας τιμής ενός συμβολαίου γραμμικής ανταλλαγής βασισμένο σε ένα τέτοιο δείκτη, χρειάζεται να ληφθεί υπόψη μόνο ο εποχιακός κύκλος, δεδομένου ότι οι μέσοι στην εξίσωση (4.5) επηρεάζονται μόνο από τον εποχιακό κύκλο. Το πλεονέκτημα της χρήσης ενός μοντέλου καθημερινών τιμών σε αυτές τις περιπτώσεις είναι ότι μοντελοποιείται το σχήμα του εποχιακού κύκλου χρησιμοποιώντας δεδομένα τόσο εντός όσο και εκτός της περιόδου του συμβολαίου, οπότε ίσως να εκτιμάται με μεγαλύτερη ακρίβεια ο μέσος του δείκτη.

Η διακύμανση του δείκτη Α.Μ.Θ. ισούται με:

$$V(x) = E((x - E(x))^2) = E(x^2) - (E(x))^2 \quad (4.7)$$

όπου:

$$\begin{aligned} E(x^2) &= E \left( \left( \sum T_i \right)^2 \right), \quad i = 1, \dots, N_d \\ &= E \left( \sum \sum T_i T_j \right) \\ &= \sum \sum E(T_i T_j) \\ &= \sum \sum c_{ij} + E(T_i) E(T_j) \end{aligned} \quad (4.8)$$

όπου:

$c_{ij}$  = η συνδιακύμανση μεταξύ των θερμοκρασιών την ημέρα  $i$  και την ημέρα  $j$ .

Παρατηρούμε ότι η διακύμανση του δείκτη καθορίζεται από αυτές τις συνδιακυμάνσεις της θερμοκρασίας.

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (4.6) στην τελευταία εξίσωση προκύπτουν τα ακόλουθα:

$$\begin{aligned} E(x^2) &= \sum \sum E(T_i T_j) \\ &= \sum \sum E((m_i + s_i T_i') (m_j + s_j T_j')) \\ &= \sum \sum m_i m_j + s_i s_j E(T_i' T_j') \end{aligned} \quad (4.9)$$

όπου:

$E(T_i' T_j')$  = η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης των ανωμαλιών.

Η εξίσωση (4.9) δείχνει ότι η διακύμανση του δείκτη καθορίζεται από τον εποχιακό κύκλο του μέσου και της τυπικής απόκλισης αλλά και από την αυτοσυσχέτιση των ανωμαλιών. Επειδή έχει γίνει η υπόθεση για τη συγκεκριμένη ανάλυση ότι οι θερμοκρασίες ακολουθούν κανονική κατανομή, και δεδομένου ότι το άθροισμα κανονικών κατανομών ακολουθεί κανονική κατανομή, έχουμε ότι και ο δείκτης Α.Μ.Θ. ακολουθεί κανονική κατανομή, γεγονός το οποίο σημαίνει ότι καθορίζεται πλήρως από την αναμενόμενη τιμή και την τυπική απόκλιση. Επομένως, χρειάζεται να μοντελοποιηθεί τόσο ο εποχιακός κύκλος όσο και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης.

Όλη η προηγούμενη ανάλυση βασίστηκε στην υπόθεση ότι οι θερμοκρασίες κατανέμονται κανονικά. Σε γενικές γραμμές, όμως, οι αληθινές θερμοκρασίες δεν ακολουθούν κανονική κατανομή και αυτό οδηγεί και σε μη κανονικές κατανομές και για τους δείκτες, ακόμη και για τους δείκτες Α.Μ.Θ.. Σε αυτή την περίπτωση η συμπεριφορά των θερμοκρασιών δεν καθορίζεται απόλυτα από το μέσο, την τυπική απόκλιση και την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, οπότε ένα ιδανικό μοντέλο καθημερινών τιμών θα μοντελοποιούσε τόσο τον εποχιακό κύκλο και την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, όσο και την σωστή κατανομή της καθημερινής θερμοκρασίας.

#### 4.3.4. Μοντελοποίηση των ανωμαλιών (Modelling the anomalies)

Δεδομένου ότι οι ανωμαλίες της θερμοκρασίας παρουσιάζουν πολύπλοκη εποχιακή και μη κανονική συμπεριφορά, αυτό σημαίνει ότι χρειάζονται πολύπλοκες τεχνικές μοντελοποίησης για την κατάλληλη αντιπροσώπευσή τους.

Επειδή η ανάλυση των συγκεκριμένων μοντέλων ξεφεύγει από το σκοπό της παρούσης εργασίας, θα περιοριστούμε σε μία απλή αναφορά των μοντέλων αυτών, όπως είναι για παράδειγμα τα μοντέλα ARMA (autoregressive moving average), τα μοντέλα ARFIMA (autoregressive integrated moving average), τα AROMA (autoregressive on moving average) και τα SAROMA (seasonal AROMA).

#### 4.4. Βιβλιογραφία

1. Stephen Jewson & Anders Brix, ό.π
2. Robert Dischell, ό.π

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**

### **ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ**

#### **5.1 Εισαγωγή**

Μέχρι τώρα έχει γίνει αναφορά στη μοντελοποίηση και τιμολόγηση των συμβολαίων Π.Μ.Δ σε ατομική βάση. Όμως, από την πλευρά του κερδοσκόπου τα ατομικά συμβόλαια Π.Μ.Δ. αποτελούν επενδύσεις με υψηλό βαθμό κινδύνου. Για τα συμβόλαια ανταλλαγών υπάρχει μία πιθανότητα γύρω στο 50 τοις εκατό να χάσει κανείς τα λεφτά του, ενώ για τα συμβόλαια δικαιωμάτων η πιθανότητα κυμαίνεται μεταξύ 20 και 40 τοις εκατό.

Υπάρχουν δύο τρόποι ώστε οι κερδοσκόποι να ξεπεράσουν αυτό το πρόβλημα και να μπορούν να χρησιμοποιούν τα συμβόλαια Π.Μ.Δ. για να έχουν μία θετική επίδραση στα συνολικά επίπεδα κινδύνου και απόδοσης των επενδύσεών τους. Ο πρώτος είναι να βλέπουν τη βιομηχανία της αγοράς Π.Μ.Δ. σαν μέρος μίας μεγαλύτερης βιομηχανίας. Παρόλο που η αγορά Π.Μ.Δ. μπορεί να έχει από μόνη της μεγάλο κίνδυνο σε σχέση με την απόδοση, η περιθώρια συνεισφορά της στον ολικό βαθμό κινδύνου και απόδοσης όλης της βιομηχανίας μπορεί να την κάνει μία ελκυστική επένδυση. Αυτό είναι πιθανό λόγω της έλλειψης συσχέτισης μεταξύ των συμβολαίων καιρικών φαινομένων και των άλλων μορφών επένδυσης.

Ο δεύτερος τρόπος είναι να αντιμετωπίζει κανείς την αγορά των Π.Μ.Δ. ως μία ατομική βιομηχανία και να προσπαθεί να δημιουργεί ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο συμβολαίων, ώστε ο βαθμός κινδύνου και απόδοσης να είναι τέτοιος που να την καθιστά μία ελκυστική επένδυση.

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλυθεί ο δεύτερος τρόπος και θα γίνει αναφορά στις έννοιες του κινδύνου και της απόδοσης για ένα χαρτοφυλάκιο συμβολαίων Π.Μ.Δ. Η ανάλυση χαρτοφυλακίου αλλάζει αρκετά πράγματα σε σχέση με τον τρόπο που αντιμετωπίζονται τα συμβόλαια: συγκεκριμένα αλλάζει τον τρόπο με τον οποίο υπολογίζεται ο επιπρόσθετος κίνδυνος αλλά και την απόφαση σχετικά με το ποια συμβόλαια είναι για διαπραγμάτευση. Επιπλέον, αναλύει τις πηγές κινδύνου που υπάρχουν μέσα στο χαρτοφυλάκιο και δίνει λύσεις για να μειωθεί αυτός ο κίνδυνος.

## 5.2 Χαρτοφυλάκια, διαφοροποίηση και αντιστάθμιση

Πριν την ανάλυση της μοντελοποίησης ενός χαρτοφυλακίου θα γίνει πρώτα μία ανασκόπηση των βασικών μαθηματικών αρχών σχετικά με τη διαφοροποίηση και την αντιστάθμιση ενός χαρτοφυλακίου και θα χρησιμοποιηθούν οι εξισώσεις για το μέσο και τη διακύμανση του αθροίσματος δύο τυχαίων μεταβλητών.

$$\text{mean}(a + b) = \text{mean}(a) + \text{mean}(b) \quad (5.1)$$

και

$$\text{var}(a + b) = \text{var}(a) + \text{var}(b) + 2\text{cov}(a,b)$$

ή

$$\mu_{a+b} = \mu_a + \mu_b \quad (5.2)$$

$$\sigma_{a+b}^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2 + 2\rho \sigma_a \sigma_b$$

όπου  $a$  και  $b$  είναι τυχαίες μεταβλητές με μέσους και τυπικές αποκλίσεις  $\mu_a$ ,  $\mu_b$ ,  $\sigma_a$  και  $\sigma_b$  αντίστοιχα ενώ το  $\rho$  είναι η γραμμική συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών.

Έστω ότι η τυχαία μεταβλητή  $a$  παριστάνει τις αποπληρωμές ενός χαρτοφυλακίου και η τυχαία μεταβλητή  $b$  τις αποπληρωμές ενός συμβολαίου που προστίθεται στο χαρτοφυλάκιο. Όπως είναι γνωστό, η διακύμανση αποτελεί μέτρο του βαθμού του κινδύνου, ενώ ο μέσος μέτρο της αναμενόμενης τιμής της απόδοσης. Οι παραπάνω εξισώσεις μπορούν να οριστούν με διαφορετικό τρόπο με σκοπό να δοθεί έμφαση στις αλλαγές που συμβαίνουν στο χαρτοφυλάκιο όταν προστίθεται το συμβόλαιο  $b$ .

$$\text{αλλαγή μέσου} = \mu_{a+b} - \mu_a = \mu_b \quad (5.3)$$

$$\text{αλλαγή διακύμανσης} = \sigma_{a+b}^2 - \sigma_a^2 = \sigma_b^2 + 2\rho \sigma_a \sigma_b$$

Οι εξισώσεις δείχνουν ότι όταν προστίθεται το συμβόλαιο  $b$  στο χαρτοφυλάκιο η απόδοση αυξάνει όσο και η απόδοση του νέου συμβολαίου, ενώ ο κίνδυνος μεταβάλλεται μέσω δύο όρων. Ο πρώτος όρος (όρος A:  $\sigma_b^2$ ) δείχνει ότι η διακύμανση αυξάνει με τη διακύμανση του προστιθέμενου συμβολαίου. Αυτός ο όρος είναι πάντα θετικός. Σε περίπτωση διαφοροποίησης, όπου το συμβόλαιο και το χαρτοφυλάκιο είναι ασυσχέτιστα, αυτός είναι ο μοναδικός όρος αφού ο δεύτερος ισούται με το μηδέν. Ο δεύτερος όρος (όρος B:  $2\rho \sigma_a \sigma_b$ ) εμπεριέχει την αλληλεπίδραση μεταξύ του κινδύνου του συμβολαίου και του κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Αυτός ο όρος μπορεί να είναι είτε

θετικός είτε αρνητικός, ανάλογα με το αν το συμβόλαιο και το χαρτοφυλάκιο είναι θετικά ή αρνητικά συσχετισμένα. Αυτός είναι ο όρος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δημιουργηθούν χαρτοφυλάκια αντιστάθμισης με μικρότερο κίνδυνο σε σχέση με τα διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια.

Επομένως, για να μειωθεί η ολική διακύμανση πρέπει η συσχέτιση να ακολουθεί την εξής σχέση:

$$\rho < - (\sigma_b / 2\sigma_a) \quad (5.4)$$

Με άλλα λόγια, όσο μεγαλύτερο είναι το μέγεθος του καινούριου συμβολαίου σε σχέση με το μέγεθος του χαρτοφυλακίου (λέγοντας μέγεθος εννοούμε την τυπική απόκλιση των αποπληρωμών), πρέπει να έχει όσο το δυνατόν μεγαλύτερη αρνητική συσχέτιση με το χαρτοφυλάκιο για να μειώνει τον ολικό κίνδυνο.

Αν εφαρμοστεί η εξίσωση (5.2) για όλα τα συμβόλαια ξεχωριστά μέσα στο χαρτοφυλάκιο προκύπτουν τα εξής:

$$\mu_{total} = \sum \mu_i \quad i = 1, \dots, N_c \quad (5.5)$$

όπου:

$N_c$  = ο αριθμός των συμβολαίων, και

$$\sigma_{total}^2 = \sum \sum c_{ij} \quad (5.6)$$

$$= \sum \sum \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

$$= \sum \sum \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j + \sum \sigma_i^2 \quad (i \neq j)$$

Τα διπλά αθροίσματα περιλαμβάνουν όλα τα ζευγάρια των συμβολαίων που υπάρχουν στο χαρτοφυλάκιο. Ο όρος  $c_{ij}$  αποτελεί τον πίνακα των συνδιακυμάνσεων, ενώ ο όρος  $\rho_{ij}$  αποτελεί τον πίνακα των συσχετίσεων.

Σύμφωνα με τις εξισώσεις (5.5) και (5.6) η συνολική απόδοση του χαρτοφυλακίου ισούται με το άθροισμα των αποδόσεων των ξεχωριστών συμβολαίων, ενώ η ολική διακύμανση της αποπληρωμής του χαρτοφυλακίου ισούται με το άθροισμα όλων των όρων στον πίνακα των συνδιακυμάνσεων (οι όροι της διαγωνίου αποτελούν τις

διακυμάνσεις για κάθε συμβόλαιο ξεχωριστά, ενώ οι όροι εκτός της διαγωνίου είναι οι συνδιακυμάνσεις μεταξύ των συμβολαίων. Εάν όλες οι συσχετίσεις μεταξύ των συμβολαίων ισούται με μηδέν, τότε ο πίνακας matrix των συσχετίσεων είναι διαγώνιος ( $\rho_{ij} = \rho_{ii} \delta_{ij}$ ) και το χαρτοφυλάκιο είναι διαφοροποιημένο. Συνεπώς, η συνολική απόδοση του χαρτοφυλακίου δεν εξαρτάται καθόλου από τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των συμβολαίων, κάτι το οποίο δεν ισχύει στην περίπτωση του συνολικού κινδύνου.

Από εδώ και στο εξής ως μέτρο μέτρησης του κινδύνου θα χρησιμοποιείται η τυπική απόκλιση, παρόλο που οι μαθηματικές της εξισώσεις είναι περισσότερο πολύπλοκες σε σχέση με τις εξισώσεις της διακύμανσης. Ο λόγος είναι ότι η τυπική απόκλιση έχει τις ίδιες μονάδες μέτρησης με αυτές της αποπληρωμής. Βέβαια, χρειάζεται να αναφερθεί ότι τόσο η διακύμανση όσο και η τυπική απόκλιση δεν αποτελούν τα καλύτερα μέτρα μέτρησης του κινδύνου, αλλά συνηθίζεται να χρησιμοποιούνται για απλά παραδείγματα επειδή οι μαθηματικές πράξεις είναι εύκολες.

Έστω τώρα ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό όμοιων συμβολαίων. Καθώς το χαρτοφυλάκιο μεγαλώνει, πώς μεταβάλλεται η αναμενόμενη τιμή και η τυπική απόκλιση των κερδών; Υπάρχουν, λοιπόν,  $N_c$  συμβόλαια στο χαρτοφυλάκιο, καθένα από τα οποία έχει αναμενόμενο κέρδος  $\mu$  και τυπική απόκλιση κέρδους  $\sigma$ . Σύμφωνα με τις εξισώσεις (5.5) και (5.6) το αναμενόμενο κέρδος του χαρτοφυλακίου αυξάνει κατά  $N_c \mu$  και η τυπική απόκλιση του κέρδους κατά  $N_c \sigma$ , επειδή τα συμβόλαια είναι όμοια μεταξύ τους. Ο λόγος αυτών των δύο, που αποτελεί και τον πιο εύκολο τρόπο για να αντισταθμίζει κανείς τον κίνδυνο έναντι της απόδοσης, είναι ένας σταθερός όρος ίσος με  $\mu/\sigma$ . Άρα, σε αυτή την περίπτωση δεν υπάρχει επίδραση διαφοροποίησης: η αύξηση του μεγέθους του χαρτοφυλακίου δεν έχει καμία επίδραση σε αυτό το λόγο και το συνολικό χαρτοφυλάκιο συμπεριφέρεται σαν ένα μεγάλο συμβόλαιο.

Δεύτερον, έστω ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό ανεξάρτητων συμβολαίων. Πώς αυξάνεται τώρα ο κίνδυνος και η απόδοση σε αυτό το χαρτοφυλάκιο; Η απόδοση αυξάνεται κατά τον ίδιο τρόπο όπως στο προηγούμενο παράδειγμα, δηλαδή κατά  $N_c \mu$ . Όσον αφορά τον κίνδυνο αυξάνεται λιγότερο σε σχέση με πριν, συγκεκριμένα η αύξηση ισούται με την τετραγωνική ρίζα του όρου  $N_c \sigma$ , διότι τα στοιχεία εκτός διαγωνίου στον πίνακα των συσχετίσεων είναι ίσα με μηδέν. Ο λόγος απόδοση προς κίνδυνο ισούται με  $(\sqrt{N_c}) \mu/\sigma$ , το οποίο αυξάνεται με κάθε αύξηση του  $N_c$ . Αυτό σημαίνει ότι όσο μεγαλύτερο γίνεται το χαρτοφυλάκιο, γίνεται και περισσότερο διαφοροποιημένο, γεγονός το οποίο το καθιστά και περισσότερο ελκυστικό σαν



επένδυση. Αυτή είναι ουσιαστικά και η αρχή πίσω από οποιαδήποτε θεωρία επενδύσεων και εξηγεί γιατί οι ασφαλιστικές και αντασφαλιστικές εταιρείες προτιμούν να πωλούν μη συσχετισμένα ασφαλιστικά προϊόντα.

Τέλος, έστω ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμών συμβολαίων, τα οποία έχουν επιλεγθεί έτσι ώστε να υπάρχει πλήρη εξουδετέρωση του κινδύνου μεταξύ τους. Ένας τρόπος για να γίνει κάτι τέτοιο είναι να διαπραγματεύονται τα συμβόλαια σε ζευγάρια. Υποθέτοντας ότι οι αποδόσεις είναι ίσες, η απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι ίδια όπως και στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις ( $Nc^*μ$ ), ενώ ο κίνδυνος ισούται με μηδέν για όλα τα μεγέθη του χαρτοφυλακίου. Τα συμβόλαια σε αυτό το χαρτοφυλάκιο είναι τέλεια αντισταθμισμένα, ενώ ο λόγος κίνδυνος / απόδοση τείνει στο άπειρο.

Το πώς συμπεριφέρονται τα χαρτοφυλάκια συμβολαίων Π.Μ.Δ. εξαρτάται αποκλειστικά από τον τρόπο με τον οποίο γίνεται η διαχείρισή τους. Μία εταιρεία που αποφασίζει να εκδώσει μόνο ένα τύπο συμβολαίου και προς μία κατεύθυνση (short ή long), τότε το χαρτοφυλάκιο θα είναι πλήρως μη διαφοροποιημένο, ενώ μία εταιρεία που εκδίδει συμβόλαια και προς τις δύο κατευθύνσεις και επικεντρώνεται στη μείωση του κινδύνου, τότε το χαρτοφυλάκιο είναι καλά αντισταθμισμένο.

### **5.3 Σχέσεις εξάρτησης μεταξύ δεικτών (Index dependences)**

Οι συσχετίσεις μεταξύ των αποπληρωμών των διαφορετικών συμβολαίων Π.Μ.Δ. προκύπτουν λόγω κάποιων σχέσεων εξάρτησης που υπάρχουν μεταξύ των μετεωρολογικών δεικτών των συμβολαίων, οι οποίες με τη σειρά τους οφείλονται σε κάποιες σχέσεις εξάρτησης που υπάρχουν ανάμεσα σε κάποιες βασικές καιρικές μεταβλητές, π.χ. θερμοκρασία και χιονόπτωση, για διαφορετικές χρονικές στιγμές και διαφορετικές τοποθεσίες. Η θερμοκρασία παρουσιάζει σχέσεις συσχέτισης για ορισμένες ημέρες όσον αφορά τον χρόνο (αν σήμερα ο καιρός είναι ζεστός, προφανώς και αύριο θα έχει τις ίδιες συνθήκες) και για πολλές εκατοντάδες χιλιομέτρων όσον αφορά το διάστημα (αν στο Λονδίνο επικρατεί ένα ζεστό καλοκαίρι, τότε ίσως και το Παρίσι να έχει ένα ζεστό καλοκαίρι).

Γενικά, σχέσεις συσχέτισης μπορεί να υπάρχουν μεταξύ του ίδιου δείκτη για διαφορετικές τοποθεσίες, μεταξύ διαφορετικών δεικτών για την ίδια τοποθεσία αλλά και μεταξύ διαφορετικών δεικτών για διαφορετικές τοποθεσίες.

### 5.3.1. Συσχετίσεις δεικτών και θερμοκρασίας

Η αντιστοίχιση των συσχετίσεων μεταξύ των βασικών καιρικών μεταβλητών με τις συσχετίσεις μεταξύ των δεικτών είναι σε γενικές γραμμές πολύ δύσκολη. Αυτό οφείλεται ως ένα μεγάλο βαθμό σε έναν αριθμό διαφορετικών απόψεων που επικρατεί για τις συσχετίσεις μεταξύ των καιρικών μεταβλητών: όλες οι καιρικές μεταβλητές συσχετίζονται εξαιτίας του εποχιακού κύκλου, αλλά δεν είναι αυτή η συσχέτιση που δημιουργεί τις συσχετίσεις μεταξύ των ετήσιων δεικτών. Είναι οι διαφορές του εποχιακού κύκλου (συγκεκριμένα οι ανωμαλίες) για τις διαφορετικές τοποθεσίες που δημιουργούν αυτές τις συσχετίσεις.

Όμως, στην απλή περίπτωση δύο δεικτών Α.Μ.Θ., μπορεί να γίνει ο διαχωρισμός της συσχέτισης με πολύ εύκολο τρόπο. Συγκεκριμένα, η συνδιακύμανση μεταξύ των δεικτών  $x$  και  $y$  ορίζεται ως  $E(xy) - E(x)E(y)$ . Χρησιμοποιώντας τους ορισμούς των δύο δεικτών το μέλος  $E(xy)$  γράφεται ως εξής:

$$E(xy) = E(\sum T_i \sum U_j) \quad (i = 1, \dots, N_d \text{ και } j = 1, \dots, M_d) \quad (5.7)$$

όπου:

$T_i$  = η θερμοκρασία για την ημέρα  $i$  του πρώτου συμβολαίου

$U_j$  = η θερμοκρασία για την ημέρα  $j$  του δεύτερου συμβολαίου.

Τροποποιώντας τα αθροίσματα προκύπτει η ακόλουθη σχέση:

$$\begin{aligned} E(xy) &= E(\sum \sum T_i U_j) \\ &= \sum \sum E(T_i U_j) \\ &= \sum \sum (c_{ij} + E(T_i)E(U_j)) \end{aligned} \quad (5.8)$$

όπου:

$c_{ij}$  = ο πίνακας matrix των συνδιακυμάνσεων μεταξύ των δύο δεικτών.

Παρατηρείται ότι η συνδιακύμανση (και κατ' επέκταση η συσχέτιση) μεταξύ αυτών των δύο δεικτών εξαρτάται από τις cross-συνδιακυμάνσεις μεταξύ των καθημερινών

μεταβλητών. Αυτή η εξίσωση είναι μία γενική περίπτωση της εξίσωσης (3.5), η οποία απεικονίζει τη σχέση μεταξύ της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης της μεταβλητής και της διακύμανσης του δείκτη.

#### 5.4 Burn ανάλυση για χαρτοφυλάκια

Τώρα, θα δοθεί απάντηση στο ερώτημα σχετικά με τον υπολογισμό της κατανομής των αποπληρωμών για ένα χαρτοφυλάκιο συμβολαίων Π.Μ.Δ., αλλά και τον υπολογισμό του κινδύνου και της απόδοσης.

Σύμφωνα με τις μεθόδους για την εκτίμηση της κατανομής των αποπληρωμών για ένα συμβόλαιο Π.Μ.Δ., το συμπέρασμα ήταν ότι η burn ανάλυση αποτελεί την απλούστερη μέθοδο. Το ίδιο ισχύει και στην ανάλυση των χαρτοφυλακίων. Τα ιστορικά δεδομένα για όλους τους δείκτες των συμβολαίων σε ένα χαρτοφυλάκιο μετατρέπονται σε τιμές δεικτών (είτε των καθημερινών τιμών θερμοκρασίας είτε των τιμών του δείκτη), και οι δείκτες με τη σειρά τους μετατρέπονται σε ιστορικές αποπληρωμές. Χρησιμοποιώντας τριάντα έτη δεδομένων προκύπτουν τριάντα ιστορικές αποπληρωμές για το συνολικό χαρτοφυλάκιο. Οι χρονικές υστερήσεις (time lags) μεταξύ των χρονικών περιόδων των συμβολαίων πρέπει να μετατραπούν σε κατάλληλες χρονικές υστερήσεις στα ιστορικά δεδομένα, όταν οι αποπληρωμές των ατομικών συμβολαίων θα αθροιστούν για να δοθούν οι αποπληρωμές του χαρτοφυλακίου. Για παράδειγμα, αν ένα χαρτοφυλάκιο δύο συμβολαίων αποτελείται από ένα συμβόλαιο χειμερινής περιόδου και από ένα συμβόλαιο θερινής περιόδου για το επόμενο καλοκαίρι, τότε οι ιστορικοί δείκτες για τα δύο συμβόλαια πρέπει να ευθυγραμμιστούν κατά τέτοιο τρόπο ώστε τα καλοκαίρια να ακολουθούν τους χειμώνες. Τότε οι τριάντα ιστορικές τιμές αποπληρωμών για το χαρτοφυλάκιο μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση της κατανομής των αποπληρωμών για το χαρτοφυλάκιο και διάφορων παραμέτρων αυτής της κατανομής, όπως για παράδειγμα την αναμενόμενη τιμή και την τυπική απόκλιση των αποπληρωμών.

Όπως και στην burn ανάλυση για ένα συμβόλαιο Π.Μ.Δ., η burn ανάλυση για τα χαρτοφυλάκια έχει κάποια πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα σε σύγκριση με τις πιο πολύπλοκες μεθόδους μοντελοποίησης. Το κυριότερο πλεονέκτημα είναι ότι είναι εύκολο να εφαρμοστεί. Το μεγαλύτερο μειονέκτημα της burn ανάλυσης για τα χαρτοφυλάκια σχετίζεται με την εκτίμηση ακραίων αποτελεσμάτων. Τα τριάντα έτη δεδομένων δίνουν την πληροφόρηση για να εκτιμηθεί η πιθανότητα να συμβεί μόνο ένα

ακραίο γεγονός κατά τη διάρκεια των τριάντα ετών. Αυτό είναι ένα πρόβλημα και για την ανάλυση των ατομικών συμβολαίων, αλλά έχει μικρότερη έκταση: τα περισσότερα συμβόλαια Π.Μ.Δ. έχουν ένα ανώτατο και κατώτατο όριο και έτσι είναι γνωστό ποιο μπορεί να είναι το μεγαλύτερο ακραίο αποτέλεσμα, οπότε μπορεί να γίνει μία εκτίμηση της πιθανότητας από τα διαθέσιμα δεδομένα. Για ένα χαρτοφυλάκιο, το μεγαλύτερο ακραίο γεγονός θα συμβεί όταν όλα τα συμβόλαια πιάσουν ταυτόχρονα τις ανώτατες ή κατώτατες τιμές (όλα να δίνουν το μέγιστο κέρδος ή τη μέγιστη ζημία), κάτι το οποίο είναι αδύνατο να συμβεί κατά την συγκεκριμένη ιστορική περίοδο.

## **5.5 Μοντελοποίηση της πολυμεταβλητής κατανομής δεικτών**

Η μέθοδος μοντελοποίησης δεικτών, που αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, μπορεί να επεκταθεί και σε ένα χαρτοφυλάκιο. Η δυσκολία, όμως, σε αυτή την περίπτωση που πρέπει να ληφθεί υπόψη είναι ότι οι δείκτες των συμβολαίων σε ένα χαρτοφυλάκιο ενδέχεται να συσχετίζονται. Αυτός ο παράγοντας θα μπορούσε να αγνοηθεί αν υπήρχε ενδιαφέρον μόνο για την αναμενόμενη αποπληρωμή του χαρτοφυλακίου, αλλά κάτι τέτοιο δεν μπορεί να γίνει όταν το ενδιαφέρον εστιάζεται στην κατανομή ή την τυπική απόκλιση των κατανομών. Αρχικά, για τη μοντελοποίηση των συσχετίσεων μεταξύ των δεικτών θα εξεταστεί η μέθοδος των γραμμικών συσχετίσεων, η αποτελεί ειδική περίπτωση, δεδομένου ότι όλοι οι δείκτες σε ένα χαρτοφυλάκιο υποτίθεται ότι ακολουθούν την κανονική κατανομή.

### **5.5.1. Μέθοδος γραμμικών συσχετίσεων**

Σε αυτή την περίπτωση, η μοντελοποίηση του χαρτοφυλακίου αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα:

1. Εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής και της τυπικής απόκλισης για κάθε δείκτη στο χαρτοφυλάκιο.
2. Εκτίμηση του πίνακα matrix των γραμμικών συσχετίσεων μεταξύ αυτών των δεικτών.
3. Προσομοίωση των συσχετίσεων χρησιμοποιώντας τυπικές μεθόδους προσομοίωσης για 100,000 έτη δεδομένων.

Χρησιμοποιώντας 100,000 έτη προσομοιώσεων (ή και περισσότερο), είναι δυνατό να δημιουργηθούν σενάρια ακραίων γεγονότων, όπου αρκετά από τα συμβόλαια θα λάβουν την κατώτατη τιμή τους ταυτόχρονα. Εάν είναι σημαντικό να δημιουργηθεί το απόλυτα χειρότερο σενάριο, τότε πρέπει να αυξηθεί ο αριθμός των προσομοιώσεων μέχρις ότου υπάρξουν λίγες περιπτώσεις όπου όλα τα συμβόλαια πάρουν την κατώτατη τιμή.

Η μέθοδος προσομοίωσης του τρίτου βήματος δουλεύει ως εξής: οι ιστορικές τιμές του δείκτη των συμβολαίων στο χαρτοφυλάκιο καταγράφονται σε ένα πίνακα  $X$  με διαστάσεις  $n$  (αριθμός των συμβολαίων) και  $t$  (αριθμός ετών). Μετακινώντας το μέσο δημιουργείται ο πίνακας  $X'$ , ο οποίος έστω ότι γράφεται με την εξής παραγοντική μορφή:

$$X' = A B^t \quad (5.9)$$

όπου το  $A$  είναι ένας πίνακας διαστάσεων  $n$  επί  $k$  (έστω  $k$  ο αριθμός των διάφορων δεικτών),  $B$  είναι ένας πίνακας διαστάσεων  $t$  επί  $k$  ( $k$  χρονοσειρές που αντιστοιχούν σε κάθε δείκτη) και  $k$  είναι ο βαθμός ( $\text{rank}$ ) του πίνακα  $X'$  (ο αριθμός των ανεξάρτητων γραμμών ή στηλών). Επίσης, προστίθεται ο περιορισμός ότι  $B^t B = I$ , το οποίο σημαίνει ότι  $X' X'^t = A A^t$ .

Στη συνέχεια, γίνεται προσομοίωση του πίνακα  $X'$  αντικαθιστώντας τον πίνακα  $B$  με κανονικά κατανομημένους τυχαίους αριθμούς, οπότε αποδεικνύεται ότι ο πίνακας συνδιακυμάνσεων των προσομοιωμένων δεδομένων είναι ίδιος με αυτόν των αρχικών δεδομένων.

Στις περιπτώσεις όπου ένας ή περισσότεροι δείκτες δεν κατανομονται κανονικά, τότε η συγκεκριμένη μέθοδος δεν λειτουργεί, οπότε χρησιμοποιείται η μέθοδος των συσχετίσεων κατατάξεων.

### 5.5.2. Μέθοδος συσχετίσεων κατατάξεων ( $\text{rank}$ )

Η  $\text{rank}$  συσχέτιση (επίσης γνωστή ως συντελεστής συσχέτισης του Spearman) αποτελεί μία εναλλακτική μέθοδο σε σχέση με τη γραμμική συσχέτιση για τη μέτρηση της σχέσης εξάρτησης. Είναι περισσότερο κατάλληλη σε σύγκριση με τη γραμμική συσχέτιση, όταν οι μεταβλητές δεν ακολουθούν κανονική κατανομή. Στην περίπτωση

της κανονικής κατανομής, οι rank και οι γραμμικές συσχετίσεις είναι ισοδύναμες και έχουν ένα εύρος από -1 έως 1. Στην περίπτωση της μη κανονικής κατανομής ενδέχεται να μειωθεί το εύρος των πιθανών τιμών των γραμμικών συσχετίσεων, γεγονός το οποίο καθιστά τη γραμμική συσχέτιση ακατάλληλη για τη μέτρηση του βαθμού εξάρτησης. Από την άλλη πλευρά, οι rank συσχετίσεις έχουν ένα εύρος από -1 έως 1 ανεξάρτητα από το είδος της κατανομής. Έστω, για παράδειγμα, η συνάρτηση  $y = e^x$ , όπου η μεταβλητή  $x$  ακολουθεί κανονική κατανομή, οπότε η μεταβλητή  $y$  ακολουθεί την λογαριθμοκανονική κατανομή. Είναι ξεκάθαρο ότι η μεταβλητή  $y$  είναι απόλυτα εξαρτημένη από τη  $x$ , αλλά η γραμμική συσχέτιση είναι μόνο 0.76, ενώ η rank συσχέτιση ισούται με 1.

Υπάρχει μία απλή μέθοδος προσομοίωσης που χρησιμοποιεί rank συσχετίσεις και επιτρέπει να προσομοιώνονται δείκτες ανεξαρτήτως κατανομής.

1. Μετασχηματισμός των ιστορικών τιμών κάθε δείκτη σε κανονική κατανομή χρησιμοποιώντας ένα συνδυασμό της μοντελοποιημένης αθροιστικής συνάρτησης κατανομής για αυτόν τον δείκτη και της αντίστροφης (inverse) αθροιστικής συνάρτησης κατανομής για την τυπική κανονική κατανομή.
2. Προσομοίωση της πολυμεταβλητής κανονικής κατανομής που προκύπτει (μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος που περιγράφηκε στην ενότητα 5.4.1)
3. Μετασχηματισμός των προσομοιωμένων τιμών πίσω στις σωστές περιθώριες κατανομές χρησιμοποιώντας την συνάρτηση α.σ.κ. για την τυπική κανονική κατανομή και την αντίστροφη α.σ.κ. για τον δείκτη.

Αυτή η μέθοδος μπορεί να απλουστευθεί περισσότερο με τη χρήση μίας αλγεβρικής σχέσης που υπάρχει μεταξύ της γραμμικής και της rank συσχετίσης για τις πολυμεταβλητές κανονικές κατανομές, σύμφωνα με την οποία:

$$\rho_{\text{rank}} = 6/\pi \arcsin(\rho_{\text{linear}}/2) \quad (5.10)$$

Χρησιμοποιώντας αυτή τη σχέση, το βήμα 1 απλοποιείται και η μέθοδος έχει ως εξής:

1. Υπολογισμός των rank συσχετίσεων και μετατροπή σε γραμμικές συσχετίσεις με την χρήση της εξίσωσης (5.10).
2. Προσομοίωση μίας πολυμεταβλητής κανονικής κατανομής με αυτές τις γραμμικές συσχετίσεις.
3. Μετασχηματισμός των προσομοιωμένων τιμών πίσω στις περιθώριες κατανομές.

### 5.5.3 Μετατροπή σε αποπληρωμές

Έχοντας δημιουργήσει ένα μεγάλο αριθμό (συγκεκριμένα 100,000 έτη) προσομοιωμένων δεικτών ( $x_{ij}$ ) χρησιμοποιώντας τις προηγούμενες μεθόδους, το επόμενο βήμα είναι η μετατροπή αυτών των τιμών σε προσομοιωμένες αποπληρωμές για κάθε συμβόλαιο στο χαρτοφυλάκιο:

$$p_{ij} = p_j(x_{ij}) \quad (5.11)$$

όπου:

$p_{ij}$  = η  $i$  αποπληρωμή για το  $j$  συμβόλαιο.

Αυτά τα  $p_{ij}$  μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό των αποπληρωμών για το συνολικό χαρτοφυλάκιο, οπότε προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση:

$$P_i = \sum p_{ij} \quad (j = 1, \dots, N_c) \quad (5.12)$$

όπου:

$P_i$  = η  $i$  προσομοιωμένη αποπληρωμή για το συνολικό χαρτοφυλάκιο.

Ταξινομώντας τα  $P_i$  προκύπτει η κατανομή των αποτελεσμάτων του χαρτοφυλακίου. Επίσης, τα  $P_i$  μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό της αναμενόμενης τιμής, και της τυπικής απόκλισης της κατανομής αποπληρωμών του χαρτοφυλακίου. με ακρίβεια.

### 5.6 Μοντελοποίηση των καθημερινών τιμών των χαρτοφυλακίων

Όπως στα ατομικά συμβόλαια έτσι και στα χαρτοφυλάκια, τα μοντέλα καθημερινών τιμών αποτελούν μία εναλλακτική επιλογή έναντι των μοντέλων των δεικτών. Εκτός από τα πλεονεκτήματα των μοντέλων των καθημερινών τιμών που αναλύθηκαν στην ενότητα 4.3.1 του προηγούμενου κεφαλαίου, στην περίπτωση των χαρτοφυλακίων υπάρχει το επιπρόσθετο πλεονέκτημα ότι οι σχέσεις εξάρτησης μεταξύ των δεικτών μπορούν να εκτιμηθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Ένας λόγος που ισχύει αυτό είναι ότι διατίθενται τώρα περισσότερα δεδομένα για την εκτίμηση της σχέσης εξάρτησης. Έστω δύο συμβολαία διάρκειας μίας εβδομάδας. Χρησιμοποιώντας τις μεθόδους των δεικτών, είναι εφικτή μία εκτίμηση της συσχέτισης χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα μόνο από τη συγκεκριμένη εβδομάδα του χρόνου, οπότε μένει αναξιοποίητο το 98 τοις εκατό των δεδομένων. Θα μπορούσε να φανταστεί κανείς ότι οι συσχετίσεις μεταξύ παρακείμενων εβδομάδων είναι πολύ πιθανό να έχουν ομοιότητες, οπότε η χρήση αυτών των εβδομάδων σαν έξτρα δεδομένα, κάτι το οποίο επιτρέπει η χρήση των μοντέλων καθημερινών τιμών, θα μπορούσε να βελτιώσει τις εκτιμήσεις για τις συσχετίσεις.

Ένας δεύτερος λόγος έχει να κάνει με το σχήμα της σχέσης εξάρτησης. Εάν η σχέση εξάρτησης μεταξύ δύο δεικτών δεν είναι απλή, τότε οι γαγκ συσχετίσεις, άσχετα με την ποσότητα των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθεί για την εκτίμησή τους, δεν θα έχουν ποτέ τη δυνατότητα να καταγράψουν την λεπτομερή δομή της σχέσης εξάρτησης. Αντιθέτως, όταν οι σχέσεις εξάρτησης εκτιμώνται και προσομοιώνονται σε καθημερινή βάση, τότε υπάρχουν περισσότερες πιθανότητες για να καταγραφούν τέτοιες λεπτομέρειες.

Στην περίπτωση των ατομικών συμβολαίων είχαν αναφερθεί κάποια μοντέλα καθημερινών τιμών όπως τα μοντέλα ARMA (από τα πιο απλά, τα οποία όμως δεν δουλεύουν καλά για την μεταβλητή της θερμοκρασίας) και τα μοντέλα ARFIMA και SAROMA (δουλεύουν καλά σε πολλές περιπτώσεις). Τα πολυμεταβλητά ισοδύναμα αυτών των μοντέλων είναι τα VARMA (vector ARMA), και τα VARFIMA (vector ARFIMA).

## **5.7 Τελική μέθοδος μοντελοποίησης χαρτοφυλακίου**

Τέλος, υπάρχει μία μέθοδος για τη μοντελοποίηση χαρτοφυλακίων συμβολαίων Π.Μ.Δ., η οποία αποτελεί συνδυασμό των μεθόδων μοντελοποίησης των δεικτών και των καθημερινών τιμών και πρόκειται για την πιο πρακτική προσέγγιση μοντελοποίησης μεγάλων και διάφορων χαρτοφυλακίων.

Σε ένα μεγάλο χαρτοφυλάκιο συμβολαίων Π.Μ.Δ., είναι πολύ πιθανό να υπάρχουν συμβολαία βασισμένα σε διάφορες καιρικές μεταβλητές και διάφορους



μετεωρολογικούς δείκτες. Για κάποια από αυτά τα συμβόλαια, ίσως η καλύτερη μέθοδος μοντελοποίησης να είναι η προσομοίωση καθημερινών τιμών, ενώ για κάποια άλλα η μοντελοποίηση δεικτών να είναι η καλύτερη ή ίσως η μόνη διαθέσιμη επιλογή. Ο συνδυασμός αυτών των διαφορετικών προσεγγίσεων για τα διάφορα συμβόλαια, πραγματοποιείται ως εξής:

- Χρήση της πιο κατάλληλης μεθόδου (μοντέλα είτε δεικτών είτε καθημερινών τιμών) ανά περίπτωση για την εκτίμηση της περιθώριας κατανομής του δείκτη για κάθε συμβόλαιο στο χαρτοφυλάκιο.
- Εκτίμηση των rank συσχετίσεων μεταξύ των κατανομών των δεικτών με την χρήση ιστορικών δεδομένων για τους δείκτες
- Προσομοίωση από τις περιθώριες κατανομές δεικτών χρησιμοποιώντας τις εκτιμήσεις των rank συσχετίσεων.

Το πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι επιτρέπει να συνδυάζονται κατανομές που έχουν εκτιμηθεί με ακρίβεια από μοντέλα καθημερινών τιμών με κατανομές άλλων συμβολαίων που βασίζονται σε μοντέλα δεικτών. Το μειονέκτημα είναι ότι οι εκτιμήσεις των rank συσχετίσεων γίνονται σε επίπεδο δείκτη.

## **5.8 Διαχείριση χαρτοφυλακίων**

Μέχρι τώρα σε αυτό το κεφάλαιο έχουν αναλυθεί οι μέθοδοι που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μοντελοποίηση των αποπληρωμών ενός χαρτοφυλακίου συμβολαίων Π.Μ.Δ., λαμβάνοντας υπόψη τις κατανομές για κάθε μετεωρολογικό δείκτη ξεχωριστά και τις συσχετίσεις μεταξύ των δεικτών. Τώρα, θα εξεταστεί το ερώτημα πώς είναι δυνατή η διαχείριση των χαρτοφυλακίων και θα συζητηθούν διάφοροι τρόποι μέτρησης της απόδοσης και του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου.

### **5.8.1 Κίνδυνος και απόδοση**

Έχοντας μοντελοποιήσει ένα χαρτοφυλάκιο χρησιμοποιώντας είτε τη μέθοδο των δεικτών είτε της προσομοίωσης των καθημερινών τιμών είτε τη γενική μέθοδο της ενότητας 5.6 (που συνδυάζει τις προηγούμενες δύο), το επόμενο βήμα είναι να εξεταστεί πώς πραγματικά μετριέται ο κίνδυνος και η απόδοση ενός χαρτοφυλακίου.

### Απόδοση

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, το αναμενόμενο κέρδος έχει χρησιμοποιηθεί ως μέτρο μέτρησης της απόδοσης (είτε ως απόλυτη απόδοση είτε ως σχετική απόδοση) μίας επένδυσης. Το αναμενόμενο κέρδος είναι η τιμή που λαμβάνεται κατά μέσο όρο αν θα μπορούσε να γίνει επανάληψη της επένδυσης σε παρόμοιες συνθήκες πολλές φορές. Από τη στιγμή που δεν είναι εφικτό κάτι τέτοιο, μπορεί να ισχυριστεί κανείς ότι η αναμενόμενη τιμή δεν αποτελεί καλό μέτρο της μελλοντικής απόδοσης μίας επένδυσης. Αν κρίνεται πιο σημαντικό να είναι γνωστές οι πιθανότητες των διάφορων επιπέδων απόδοσης, τότε η διάμεσος τιμή αποτελεί καλύτερη εναλλακτική έναντι της αναμενόμενης τιμής, αφού είναι το επίπεδο του κέρδους που θα πάρει κάποιος επενδυτής με πιθανότητα 50 τοις εκατό.

### Κίνδυνος

Τα περισσότερο χρησιμοποιούμενα μέτρα μέτρησης του κινδύνου είναι η διακύμανση και η τυπική απόκλιση, τα οποία έχουν το πλεονέκτημα ότι έχουν εύκολες μαθηματικές πράξεις και αποτελούν μία καλή αρχή για να κατανοήσει κανείς κάποια μαθηματικά ζητήματα που αφορούν τον κίνδυνο. Όμως, ένα μειονέκτημα αυτών των δύο μέτρων είναι ότι δεν λένε περιληπτικά πόσα χρήματα ενδέχεται να χάσει ένας επενδυτής. Έστω για παράδειγμα μία επένδυση με αναμενόμενο κέρδος €100 και τυπική απόκλιση €80. Αν μπορεί να γίνει η υπόθεση ότι η κατανομή του κέρδους ακολουθεί κανονική κατανομή, τότε υπάρχει 2.5 τοις εκατό πιθανότητα να χαθούν €60 ή παραπάνω. Αλλά στη γενική περίπτωση της μη κανονικής κατανομής δεν μπορεί να γνωρίζει κάποιος κάτι χωρίς επιπρόσθετες πληροφορίες.

Για να ξεπεραστεί αυτός ο περιορισμός της τυπικής απόκλισης, συνηθίζεται να χρησιμοποιούνται λόγοι (quantiles) κέρδους / ζημίας για συγκεκριμένα επίπεδα πιθανοτήτων. Για παράδειγμα, έστω ότι ορίζεται το 2.5 τοις εκατό ως επίπεδο ζημίας. Στο προηγούμενο παράδειγμα αυτό σημαίνει μία απώλεια €60 για την κανονική κατανομή, ή ίσως €30 ή €90 για άλλες κατανομές. Το πλεονέκτημα των λόγων είναι ότι επικοινωνούν πολύ ξεκάθαρα πόσα χρήματα θα μπορούσαν να χαθούν, ειδικά αν χρησιμοποιούνται συγκεκριμένα επίπεδα (ίσως 5, 1 ή 0.1 τοις εκατό).

Δύο ακόμη μέτρα που χρησιμοποιούνται λιγότερο σε σχέση με τα άλλα δύο, αλλά έχουν πλεονεκτήματα, είναι η downside semi-τυπική απόκλιση και η downside semi-διακύμανση, οι οποίες ορίζονται ως εξής:

- $\sigma_d^2 = \text{downside semi-variance}(x) = 2 \int_{-\infty}^{E(x)} f(x) (x - E(x))^2 dx$  ,  $x \in (-\infty, E(x)]$
- $\sigma_d = \text{downside semi-st.deviation}(x) = (2 \int_{-\infty}^{E(x)} f(x) (x - E(x))^2 dx)^{1/2}$  ,  $x \in (-\infty, E(x)]$

### Κίνδυνος και απόδοση

Μέχρι στιγμής έχουν περιγραφεί κάποια μέτρα μέτρησης του κινδύνου και της απόδοσης ξεχωριστά, ενώ τώρα θα αναλυθούν τρεις μέθοδοι για τη διαχείριση του κινδύνου και της απόδοσης ταυτόχρονα, οι οποίες είναι η μέθοδος κινδύνου-απόδοσης (risk-adjusted return), η θεωρία χρησιμότητας (utility theory) και η μέθοδος στοχαστικής επικράτησης (stochastic dominance).

#### **5.8.1.1 Μέθοδος κινδύνου-απόδοσης (Risk-adjusted return)**

Η διαχείριση ενός χαρτοφυλακίου συμβολαίων Π.Μ.Δ., ή ουσιαστικά ενός οποιουδήποτε χαρτοφυλακίου επενδύσεων, περιλαμβάνει τη δημιουργία της μεγαλύτερης απόδοσης (με οποιοδήποτε μέτρο μέτρησης) με τον μικρότερο κίνδυνο (με οποιοδήποτε μέτρο μέτρησης). Οι διαχειριστές ενός χαρτοφυλακίου πρέπει να αποφασίσουν ποιος βαθμός κινδύνου δικαιολογείται για μία δεδομένη αύξηση στην απόδοση, ή πόση παραπάνω απόδοση πρέπει να αναμένουν για μία δεδομένη αύξηση του κινδύνου.

Μία απλή μέθοδος για να δοθεί απάντηση στο ερώτημα αυτό είναι να οριστεί ένας μοναδικός αριθμός, ο οποίος αυξάνει με την απόδοση και μειώνεται με τον κίνδυνο. Ο σκοπός είναι να μεγιστοποιηθεί αυτός ο αριθμός, ο οποίος αποκαλείται όρος RAR (risk-adjusted return) και μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\text{RAR} = \mu - \lambda \sigma^2 \quad (5.13)$$

όπου χρησιμοποιείται η αναμενόμενη τιμή  $\mu$  για την μέτρηση της απόδοσης και η διακύμανση  $\sigma^2$  για τη μέτρηση του κινδύνου.

Σε κάθε περίπτωση ο συντελεστής  $\lambda$  πρέπει να προσδιοριστεί από τον διαχειριστή του χαρτοφυλακίου. Μία μεγάλη τιμή υποδηλώνει μικρή ανεκτικότητα στον κίνδυνο, ενώ μία μικρή τιμή υποδηλώνει μεγάλη ανεκτικότητα στον κίνδυνο. Ο σκοπός ενός διαχειριστή είναι η αύξηση του όρου RAR ή η διατήρησή του πάνω από ένα συγκεκριμένο επίπεδο. Όταν γίνεται αξιολόγηση αν τα συμβόλαια σε ένα χαρτοφυλάκιο είναι καλά ή κακά, εξετάζεται η συνεισφορά τους στον όρο. Όταν αξιολογεί κάποιος αν θα πρέπει να διαπραγματευτεί ή όχι ένα νέο συμβόλαιο, εξετάζει πάλι την επίδραση που θα είχε στο όρο RAR.

### 5.8.1.2 Θεωρία χρησιμότητας (Utility theory)

Με την προηγούμενη μέθοδο μπορεί να διαχειρίζεται κανείς τις επενδύσεις με βάση ένα πλαίσιο εργασίας που διαχωρίζει τον κίνδυνο από την απόδοση. Ίσως, όμως, να ήταν περισσότερο λογικό να οριστούν η συνολική κατανομή των πιθανών αποτελεσμάτων, οι σχετικές πιθανότητες και οι αντιδράσεις σε κάθε πιθανό αποτέλεσμα. Αυτή η προσέγγιση χρησιμοποιείται στην θεωρία χρησιμότητας, η οποία αποτελεί ένα μαθηματικό πλαίσιο εργασίας που χρησιμοποιείται από τους οικονομολόγους για την κατανόηση των προτιμήσεων του κινδύνου στα θεωρητικά μοντέλα οικονομικής συμπεριφοράς.

Η βασική ιδέα της θεωρίας χρησιμότητας είναι ότι σε κάθε επίπεδο πλούτου ( $w$ : wealth) αντιστοιχεί και συγκεκριμένο επίπεδο χρησιμότητας ( $u$ : utility), οπότε ισχύει η συνάρτηση  $u = u(w)$ , η οποία περιγράφει τις προτιμήσεις ενός ατόμου ή μίας επιχείρησης σχετικά με τον κίνδυνο. Εξ' ορισμού, οι αποφάσεις λαμβάνονται με βάση την αναμενόμενη χρησιμότητα, όπου οι αναμενόμενες τιμές υπολογίζονται για όλες τις πιθανές τιμές του  $w$ . Αν οι πιθανότητες διαφορετικών επιπέδων πλούτου οδηγούν σε μία απόφαση με υψηλότερη αναμενόμενη χρησιμότητα σε σχέση με μία άλλη, τότε θα επιλεγεί η πρώτη. Αν οι αναμενόμενες χρησιμότητες είναι οι ίδιες, τότε επικρατεί ουδετερότητα σχετικά με την απόφαση.

Υπάρχει ένας αριθμός συνθηκών που απαιτείται να έχουν οι συναρτήσεις χρησιμότητας, ώστε να αντιπροσωπεύουν όσο το δυνατόν πιο λογικά τις καταστάσεις της πραγματικότητας.

1. Προτίμηση πλούτου: περισσότερος πλούτος είναι πάντα καλύτερος. Όσο αυξάνει το  $w$ , τόσο αυξάνει και το  $u$  (δηλαδή, η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης είναι θετική –  $u' > 0$ ).
2. Αποφυγή κινδύνου: τα οριακά οφέλη της αύξησης του πλούτου μειώνονται σε κάθε αύξηση του πλούτου. Δηλαδή, όσο το  $w$  αυξάνει, το  $u'$  μειώνεται ( $u'' < 0$ ). Με άλλα λόγια, η απώλεια ενός συγκεκριμένου ποσού πλούτου θεωρείται χειρότερο όσο πιο φτωχός είναι κανείς.
3. Αποφυγή οικονομικής καταστροφής: όσο πιο φτωχός είναι κανείς, τόσο πιο πολύ αποφεύγει τον κίνδυνο, δηλαδή όσο αυξάνει το  $w$ , τόσο αυξάνει το  $u'''$  ( $u''' > 0$ ).

### 5.8.1.3 Θεωρία στοχαστικής επικράτησης (Stochastic Dominance)

Πρόκειται για μία προέκταση της θεωρίας χρησιμότητας, η οποία έχει ως βασική ιδέα ότι παρόλο που είναι δύσκολο να αναγνωρίζει κανείς τη συνάρτηση χρησιμότητας για τον καθένα, εν τούτοις είναι λογικό να υποθέτει κανείς τις τρεις συνθήκες που αναφέρθηκαν παραπάνω: προτίμηση πλούτου, αποφυγή κινδύνου και αποφυγή οικονομικής καταστροφής. Αποδεικνύεται ότι υποθέτοντας ότι η άγνωστη συνάρτηση χρησιμότητας ικανοποιεί αυτές τις τρεις συνθήκες, μπορεί να βοηθήσει στη λήψη αποφάσεων ακόμη και αν δεν είναι ακριβώς προσδιορισμένη.

Η στοχαστική επικράτηση εφαρμόζεται με έλεγχο της επικράτησης πρώτου, δεύτερου και τρίτου βαθμού. Η μέθοδος αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να συγκριθούν δύο σενάρια, τα οποία μπορεί να είναι: α) να διατηρηθεί το παρόν χαρτοφυλάκιο αμετάβλητο και β) προσθήκη ενός νέου συμβολαίου στο χαρτοφυλάκιο.

Ο έλεγχος επικράτησης εφαρμόζεται συγκρίνοντας το χειρότερο αποτέλεσμα του σεναρίου (β) με το καλύτερο αποτέλεσμα του σεναρίου (α). Αν το χειρότερο αποτέλεσμα του σεναρίου (β) είναι καλύτερο από το καλύτερο αποτέλεσμα του σεναρίου (α), τότε το σενάριο (β) επικρατεί έναντι του σεναρίου (α). Διαφορετικά, πρέπει να ελεγχθεί η στοχαστική επικράτηση Α' βαθμού.

Ο έλεγχος στοχαστικής επικράτησης Α' βαθμού εφαρμόζεται με τη σύγκριση της α.σ.κ. της αποπληρωμής μεταξύ του σεναρίου (α) και του σεναρίου (β). Εάν η α.σ.κ. της αποπληρωμής του σεναρίου (β) είναι μικρότερη από την αντίστοιχη του σεναρίου (α) για όλες τις τιμές του πλούτου, τότε το σενάριο (β) επικρατεί στοχαστικά έναντι του

σεναρίου (α) σε Α' βαθμό και πρέπει να επιλεγεί το σενάριο (β). Διαφορετικά πρέπει να ελεγχθεί η στοχαστική επικράτηση Β' βαθμού.

Ο έλεγχος στοχαστικής επικράτησης Β' βαθμού εφαρμόζεται με τη σύγκριση των αορίστων ολοκληρωμάτων της α.σ.κ. της αποπληρωμής μεταξύ των σεναρίων (α) και (β). Αν το αόριστο ολοκλήρωμα του σεναρίου (β) είναι μικρότερο από το αντίστοιχο του σεναρίου (α) για όλες τις τιμές του πλούτου, τότε το σενάριο (β) επικρατεί στοχαστικά έναντι του σεναρίου (α) σε Β' βαθμό και πρέπει να επιλεγεί το σενάριο (β). Διαφορετικά, πρέπει να ελεγχθεί η στοχαστική επικράτηση Γ' βαθμού.

Ο έλεγχος στοχαστικής επικράτησης Γ' βαθμού εφαρμόζεται με τη σύγκριση των δεύτερων αορίστων ολοκληρωμάτων της α.σ.κ. της αποπληρωμής μεταξύ των σεναρίων (α) και (β). Αν το δεύτερο αόριστο ολοκλήρωμα του σεναρίου (β) είναι μικρότερο από το αντίστοιχο του σεναρίου (α) για όλες τις τιμές του πλούτου, τότε το σενάριο (β) επικρατεί στοχαστικά έναντι του σεναρίου (α) σε Γ' βαθμό και πρέπει να επιλεγεί το σενάριο (β). Διαφορετικά, προκύπτει το συμπέρασμα ότι τα δύο σενάρια είναι ισοδύναμα μεταξύ τους.

#### Πιθανά αποτελέσματα του ελέγχου στοχαστικής επικράτησης

Το αποτέλεσμα του κάθε τεστ συμβολίζεται ως εξής:

- “Α” (αποτυχία), αν το σενάριο (α) επικρατεί του σεναρίου (β).
- “Ο” (ουδέτερο), αν δεν υπερισχύει κανένα σενάριο.
- “Ε” (επιτυχία), αν το σενάριο (β) επικρατεί του σεναρίου (α).

Στη συνέχεια τα αποτελέσματα των τεσσάρων ελέγχων μπορούν να διατυπωθούν σαν μία σειρά τεσσάρων χαρακτήρων, όπως για παράδειγμα “ΟΟΟΑ”, το οποίο σημαίνει ότι τα τρία πρώτα τεστ ήταν ουδέτερα και το τέταρτο απέτυχε. Αποτελέσματα όπως “ΑΑ” είναι ισοδύναμα με το αποτέλεσμα “Α”, διότι αν υπάρξει αποτυχία μία φορά στον έλεγχο δεν έχει νόημα να συνεχιστεί ο έλεγχος στοχαστικής επικράτησης Α' βαθμού, οπότε τα πιθανά αποτελέσματα μειώνονται σε εννέα:

1. Α
2. ΟΑ
3. ΟΟΑ
4. ΟΟΟΑ

5. ΟΟΟΟ
6. ΟΟΟΕ
7. ΟΟΕ
8. ΟΕ
9. Ε

Έτσι, αν υπάρχει η σκέψη για μετακίνηση από το σενάριο (α) στο (β), αυτό πρέπει να γίνει για τα αποτελέσματα 6 έως 9. Για τα αποτελέσματα 1 έως 4 δεν πρέπει να γίνει αλλαγή σεναρίου, ενώ για το αποτέλεσμα 5 επικρατεί μία αβεβαιότητα για το αν πρέπει να αλλάξει το σενάριο ή όχι.

#### **5.8.1.4 Σύγκριση των τριών μεθόδων**

Οι κυριότερες πρακτικές διαφορές στη λήψη αποφάσεων χρησιμοποιώντας από τη μία πλευρά τη θεωρία κινδύνου-απόδοσης ή τη θεωρία χρησιμότητας και από την άλλη τη μέθοδο στοχαστικής επικράτησης είναι ότι:

- α) για τις δύο πρώτες θεωρίες χρειάζεται να οριστεί μία αυθαίρετη παράμετρος που μετράει την αποφυγή στον κίνδυνο, ενώ στη τρίτη θεωρία δεν είναι απαραίτητο κάτι τέτοιο.
- β) οι δύο πρώτες θεωρίες δίνουν πάντα μία ξεκάθαρη απάντηση κάτι το οποίο δεν ισχύει για τη θεωρία στοχαστικής επικράτησης.

Επίσης, σε αρκετές περιπτώσεις επενδύσεων η τρίτη μέθοδος δεν είναι ιδιαίτερα χρήσιμη, διότι μπορεί να εφαρμοστεί μόνο αν υπάρχει μία εκτίμηση της συνολικής Α.Σ.Κ. των αποτελεσμάτων.

## 5.9 Βιβλιογραφία

- 1 Stephen Jewson & Anders Brix, ό.π
- 2 Robert Dischell, ό.π

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**

### **ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΚΑΙ ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗ Π.Μ.Δ.**

#### **6.1 Εισαγωγή**

Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξεταστεί πως οι μετεωρολογικές προβλέψεις του καιρού (weather forecasting) μπορούν να βελτιώσουν την τιμολόγηση των συμβολαίων Π.Μ.Δ.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο καιρός είναι κατά κάποιο τρόπο διαφορετικός από τις χρηματοοικονομικές τιμές της αγοράς στο βαθμό που είναι προβλέψιμος. Οι προβλέψεις στις αλλαγές των χρηματοοικονομικών τιμών της αγοράς είναι πιθανές, και ίσως επιτυχείς, αλλά υπάρχει μία επαναπληροφόρηση μεταξύ της πρόβλεψης και της τιμής, το οποίο σημαίνει ότι όλα τα συστήματα πρόβλεψης είναι πιθανό να αποτύχουν σε βάθος χρόνου. Από την άλλη πλευρά, ο καιρός δεν επηρεάζεται από τις προβλέψεις του καιρού και η δυναμική του καιρού παραμένει σταθερή τουλάχιστον για τον χρονικό ορίζοντα για τον οποίο υπάρχει ενδιαφέρον.

#### **6.2 Μετεωρολογικές προβλέψεις καιρού (Weather forecasts)**

Οι μετεωρολογικές προβλέψεις είναι εφικτές λόγω της προβλεψιμότητας των φυσικών διαδικασιών που αποτελούν συστατικά στοιχεία του καιρού και του κλίματος. Στην περίπτωση των προβλέψεων του καιρού (εστίαση σε προβλέψεις των δεκαπέντε ημερών περίπου) η κυρίαρχη διαδικασία που δημιουργεί την προβλεψιμότητα είναι η δυναμική των αέριων μαζών στην ατμόσφαιρα. Άλλες σχετικές φυσικές διαδικασίες είναι η ηλιακή ακτινοβολία, η συμπεριφορά των σύννεφων, η ικανότητα του εδάφους να συγκρατεί ζέστη και υγρασία και η επίδραση των ωκεανών στην ατμόσφαιρα.

##### **6.2.1. Ατομικά & συνολικά συστήματα πρόβλεψης (Single & ensemble forecasts)**

Οι περισσότερες προβλέψεις του καιρού δημιουργούνται από δυναμικά μοντέλα της ατμόσφαιρας, γνωστά ως μοντέλα γενικής κυκλοφορίας της ατμόσφαιρας (atmospheric general circulation models – AGCMs). Αυτά τα μοντέλα βασίζονται σε διακριτές

αριθμητικές μεθόδους προσπαθώντας να επιλύσουν τις συνεχείς εξισώσεις που θεωρείται ότι εξηγούν τις μετακινήσεις μεγάλων στρωμάτων της ατμόσφαιρας. Οι υπολογισμοί γίνονται βάσει ενός σχεδιαγράμματος που διαιρεί την συνολική ατμόσφαιρα σε κουτιά (συνήθως σχεδιάζουν εκατό επίπεδα στην κατεύθυνση ανατολή – δύση, εκατό επίπεδα στην κατεύθυνση βορράς – νότος και είκοσι επίπεδα στον κάθετο άξονα). Τα μοντέλα βρίσκονται μπροστά στο χρόνο κατά δέκα λεπτά περίπου. Εκτός από αυτά τα μέρη των μοντέλων που παριστάνουν τη δυναμική της ατμόσφαιρας, υπάρχουν και στατιστικές αναπαραστάσεις των σύννεφων και άλλων διαδικασιών, όπου είτε είναι πολύ μικρά είτε πολύ γρήγορα για να επιλυθούν από αυτό το σχεδιάγραμμα.

Για να γίνει μία πρόβλεψη τα μοντέλα ξεκινάνε από έναν καλό υπολογισμό της παρούσης κατάστασης της ατμόσφαιρας, ο οποίος βασίζεται σε ένα συνδυασμό παλαιότερων προβλέψεων και πρόσφατων μετρήσεων. Αυτό το αρχικό στάδιο απαιτεί αρκετό χρόνο και προσπάθεια από τη συνολική διαδικασία της πρόβλεψης. Στη συνέχεια, ενσωματώνονται οι εξισώσεις του μοντέλου και δημιουργούνται προσομοιώσεις μεταγενέστερων ατμοσφαιρικών καταστάσεων. Σε αυτό το στάδιο η πρόγνωση αποτελείται από προβλέψεις ατμοσφαιρικών μεταβλητών, όπως η θερμοκρασία, η πίεση και ο αέρας, πάνω στο σχεδιάγραμμα του αριθμητικού μοντέλου. Στο τελευταίο στάδιο, χρησιμοποιούνται στατιστικές μέθοδοι για τη δημιουργία προβλέψεων σε ξεχωριστές τοποθεσίες, όπως για παράδειγμα στο μετεωρολογικό σταθμό του αεροδρομίου Heathrow του Λονδίνου, κάτι το οποίο είναι χρήσιμο για την αγορά των Π.Μ.Δ.

Στα συνολικά συστήματα προγνώσεων (ensemble) “τρέχουμε” το μοντέλο AGCM αρκετές φορές με διαφορετικά σενάρια. Έτσι, δημιουργείται ένα σύνολο εναλλακτικών προβλέψεων, όπου ο μέσος αυτού του συνόλου αποτελεί πάντα μία καλύτερη πρόγνωση σε σχέση με τις ατομικές προβλέψεις. Τα διάφορα σενάρια δημιουργούνται μεταβάλλοντας σε ένα μικρό βαθμό τις αρχικές συνθήκες (χρησιμοποιούνται διάφοροι τυχαίοι αριθμοί στο μοντέλο), οπότε αναπαριστάνεται έτσι η αβεβαιότητα σχετικά με τις εκτιμήσεις της παρούσας κατάστασης της ατμόσφαιρας.

Τα κυριότερα συνολικά συστήματα πρόβλεψης καιρού είναι τα εξής:

- CMC (Canadian Meteorological Centre), με βάση τον Καναδά ([www.msc-smc.ec.gc.ca/cmc/global\\_forecast.html](http://www.msc-smc.ec.gc.ca/cmc/global_forecast.html))

- ECMWF (European Centre for Medium-range Weather Forecasting), με βάση το Ηνωμένο Βασίλειο ([www.ecmwf.int](http://www.ecmwf.int))
- NCEP (National Centre for Environmental Prediction), με βάση τις Ηνωμένες Πολιτείες ([www.emc.ncep.noaa.gov/gmb/ens/](http://www.emc.ncep.noaa.gov/gmb/ens/))

Τα κυριότερα ατομικά συστήματα πρόγνωσης του καιρού είναι τα εξής:

- Canadian ([www.ec.gc.ca](http://www.ec.gc.ca))
- DWD (Deutsche Wetterdienst) ([www.dwd.de](http://www.dwd.de))
- ECMWF ([www.ecmwf.int](http://www.ecmwf.int))
- JMA (Japan Meteorological Agency) ([www.jma.go.jp](http://www.jma.go.jp))
- Meteo-France ([ww.meteo.fr](http://ww.meteo.fr))
- NCEP ([www.emc.ncep.noaa.gov/gmb/ens/](http://www.emc.ncep.noaa.gov/gmb/ens/))
- UKMO (United Kingdom Meteorological Office) ([www.metoffice.com](http://www.metoffice.com).)

Οι οργανισμοί που ασχολούνται με την τιμολόγηση των συμβολαίων Π.Μ.Δ. δεν συνηθίζουν να αποκτούν τις προγνώσεις απευθείας από τους προαναφερθέντες οργανισμούς, αλλά από ενδιάμεσους οργανισμούς παροχής προγνώσεων, οι οποίοι χρησιμοποιούν ένα συνδυασμό των προαναφερθέντων μοντέλων και παράγουν προβλέψεις για συγκεκριμένες τοποθεσίες.

### **6.2.2. Μέτρηση της ικανότητας πρόβλεψης**

Όπως αναφέρθηκε, οι προγνώσεις ενδέχεται να προέρχονται από έναν αριθμό διαφορετικών πηγών, οπότε οι χρήστες πρέπει να έχουν τη δυνατότητα της σύγκρισης μεταξύ τους για να δουν ποια δουλεύει καλύτερα.

Έστω ότι διατίθεται ένα αρχείο με παλαιότερες προγνώσεις με τις οποίες θα εκτιμηθεί η "ικανότητα" μίας πρόγνωσης. Ισχύει η υπόθεση ότι η ικανότητα στο παρελθόν υποδηλώνει ικανότητα και για το μέλλον, οπότε συγκρίνοντας παλαιότερες προγνώσεις μπορεί να αποφασιστεί ποια πρόβλεψη ενδέχεται να λειτουργεί καλά στο μέλλον. Αυτή η υπόθεση είναι λογική τις περισσότερες φορές, αλλά δεδομένου ότι τα συστήματα πρόγνωσης αναβαθμίζονται συνεχώς, οφείλει κανείς να επανεξετάζει ποιο σύστημα πρόγνωσης είναι το καλύτερο.

Η απλούστερη μέθοδος για να μετρήσει κανείς την ικανότητα των προγνώσεων είναι αυτή που περιέχει συγκρίσεις μεταξύ των τιμών πρόγνωσης και των παρατηρούμενων τιμών. Συγκεκριμένα, θα αναλυθεί το μέτρο της μεροληψίας, το μέσο τετραγωνικό σφάλμα και το μέσο απόλυτο σφάλμα.

### 6.2.2.1 Μεροληψία

Το πιο απλό μέτρο μέτρησης της ικανότητας πρόγνωσης είναι ο βαθμός μεροληψίας του μέσου. Αν συμβολίσει κανείς την πρόγνωση της θερμοκρασίας για την ημέρα  $i$  με  $f_i$  και την πραγματική θερμοκρασία για εκείνη την ημέρα με  $T_i$ , τότε το σφάλμα της πρόγνωσης ισούται με:

$$e_i = f_i - T_i \quad (6.1)$$

Η μεροληψία του μέσου ορίζεται ως η αναμενόμενη τιμή αυτού του σφάλματος, δηλαδή:

$$E(e_i) = E(f_i - T_i) = E(f_i) - E(T_i) \quad (6.2)$$

Έτσι, αν θεωρηθεί ότι υπάρχουν  $N$  ημέρες πρόγνωσης και αντίστοιχα  $N$  ημέρες που έχουν καταγραφεί οι πραγματικές τιμές, τότε η εξίσωση (6.2) γράφεται ως εξής:

$$\bar{e} = 1/N \sum e_i = 1/N \sum (f_i - T_i) = 1/N \sum (f_i) - 1/N \sum (T_i) \quad (6.3)$$

Ο βαθμός μεροληψίας διαφέρει από εποχή σε εποχή, οπότε ο αριθμός N των ημερών δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερος από ενενήντα ημέρες, ώστε να αποφεύγεται πιθανή ακύρωση αντίθετων μεροληψιών από διαφορετικές εποχές. Ο βαθμός μεροληψίας έχει τις ίδιες μονάδες όπως και η πρόγνωση και μπορεί να πάρει θετικές και αρνητικές τιμές.

Αν η μεροληψία ισούται με μηδέν, δεν σημαίνει απαραίτητα σε όλες τις περιπτώσεις ότι η πρόγνωση είναι καλή. Πρέπει να υπάρχει και ένα μέτρο που να μετράει την ικανότητα της πρόγνωσης σχετικά με την καταγραφή των διακυμάνσεων γύρω από την ιστορική μέση τιμή των παρατηρήσεων, πράγμα το οποίο επιτρέπει το μέσο τετραγωνικό σφάλμα και το μέσο απόλυτο σφάλμα.

### 6.2.2.2 Μέσο τετραγωνικό και μέσο απόλυτο σφάλμα

Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (mean squared error – MSE) μίας πρόγνωσης ορίζεται ως:

$$MSE = E ((f_i - T_i)^2) = 1/N \sum (f_i - T_i)^2 \quad (6.4)$$

Αν χρησιμοποιηθεί η τετραγωνική ρίζα (root mean squared error – RMSE) της εξίσωσης (5.4), προκύπτει ένα μέτρο με μονάδες ίδιες με αυτές της πρόγνωσης και που έχει τη δυνατότητα να μετράει το μέγεθος των σφαλμάτων της πρόγνωσης. Η τιμή ορόσημο που χρησιμοποιείται για τον όρο RMSE είναι αυτή που χρησιμοποιεί την ιστορική μέση τιμή των παρατηρήσεων, οπότε δεν γίνονται αποδεκτές προγνώσεις που δεν έχουν RMSE μικρότερο από αυτή την ενδεικτική τιμή. Το μειονέκτημα αυτού του μέτρου είναι ότι αν για παράδειγμα πρόκειται για πρόγνωση θερμοκρασίας που επηρεάζεται έντονα από τη μεταβλητότητα της θερμοκρασίας σε μία τοποθεσία, τότε προγνώσεις για διαφορετικές τοποθεσίες δεν μπορούν να συγκριθούν με όρους RMSE, επειδή ενδέχεται να έχουν διαφορετικά επίπεδα μεταβλητότητας του καιρού.

Ένα εναλλακτικό μέτρο, το οποίο δεν επηρεάζεται τόσο έντονα από τη μεταβλητότητα του καιρού όπως ο όρος RMSE, είναι το μέσο απόλυτο σφάλμα (mean absolute error – MAE), το οποίο ορίζεται ως εξής:

$$MAE = E (| f_i - T_i |) = 1/N \sum | f_i - T_i | \quad (6.5)$$

### 6.3 Χρήση μετεωρολογικών προβλέψεων στη τιμολόγηση

Στα προηγούμενα δύο κεφάλαια αναλύθηκαν μέθοδοι ανάλυσης ιστορικών μετεωρολογικών μετρήσεων για την τιμολόγηση των συμβολαίων Π.Μ.Δ., όπου δεν υπήρχαν διαθέσιμες κάποιες μετεωρολογικές προβλέψεις. Η διαθεσιμότητα σωστών προβλέψεων αλλάζει τις μεθόδους που πρέπει να χρησιμοποιεί κανείς για την τιμολόγηση των συμβολαίων, δεδομένου ότι με μία σωστή πρόγνωση το εύρος των πιθανών μετεωρολογικών αποτελεσμάτων μειώνεται, οπότε αλλάζουν και οι πιθανότητες αυτών των αποτελεσμάτων.

Η πιο απλή περίπτωση τιμολόγησης βασισμένης σε πρόγνωση είναι όταν μία διαθέσιμη πρόγνωση καλύπτει όλη την υπολειπόμενη διάρκεια του συμβολαίου, οπότε το συμβόλαιο μπορεί να τιμολογηθεί χρησιμοποιώντας μόνο την πρόγνωση. Σε αρκετές περιπτώσεις, όμως, οι διαθέσιμες προγνώσεις δεν θα καλύπτουν όλη την υπολειπόμενη διάρκεια του συμβολαίου και θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ένας συνδυασμός ιστορικών δεδομένων και προγνώσεων.

Ένα τελευταίο ζήτημα για το οποίο θα γίνει αναφορά είναι πόση διάρκεια της πρόγνωσης χρειάζεται να χρησιμοποιείται; Αν υπάρχει διαθέσιμη μία πρόγνωση καιρού για δεκαπέντε ημέρες, πρέπει να χρησιμοποιείται όλη ή να χρησιμοποιούνται οι πρώτες πέντε ή δέκα ημέρες; Χρησιμοποιώντας τις μεθόδους ικανότητας πρόγνωσης της ενότητας 6.1.2, είναι δυνατό να γνωρίζει κανείς για πόσο χρονικό διάστημα είναι καλύτερο να χρησιμοποιείται η πρόγνωση σε σύγκριση με τις κατανομές που προκύπτουν από τα ιστορικά δεδομένα. Οι μέθοδοι που θα περιγραφούν παρακάτω έχουν σχεδιαστεί για να ενσωματώνουν τις προγνώσεις σύμφωνα με αυτόν τον τρόπο σκέψης και έτσι λαμβάνεται η μεγαλύτερη πιθανή πληροφόρηση από τις προγνώσεις. Για τις προγνώσεις καιρού το διάστημα που χρησιμοποιείται συνήθως είναι γύρω στις δεκαπέντε ημέρες.

Πρώτα θα γίνει αναφορά στην πιο απλή περίπτωση χρήσης προγνώσεων καιρού στην τιμολόγηση Π.Μ.Δ., που είναι ο υπολογισμός της δίκαιης τιμής για ένα συμβόλαιο γραμμικής ανταλλαγής για ένα γραμμικό δείκτη (π.χ. δείκτης Α.Μ.Θ.).

Η επόμενη ειδική περίπτωση θα είναι ο υπολογισμός της δίκαιας τιμής για ένα συμβόλαιο γραμμικής ανταλλαγής για ένα μη γραμμικό δείκτη (π.χ. δείκτης HDDs).

Τέλος, θα εξεταστεί η γενική περίπτωση του υπολογισμού της δίκαιας τιμής για όλα τα υπόλοιπα συμβόλαια (μη γραμμικές ανταλλαγές και δικαιώματα) και του υπολογισμού της κατανομής των αποτελεσμάτων.

Η πρώτη τεχνική θα είναι βασισμένη σε μεθόδους μοντελοποίησης δεικτών, η δεύτερη σε μοντελοποίηση καθημερινών τιμών και η τρίτη θα είναι μία εντελώς διαφορετική προσέγγιση, η οποία έχει ισχυρές υποθέσεις, αλλά ενσωματώνει με πολύ απλό τρόπο τις προγνώσεις στη τιμολόγηση.

### 6.3.1 Γραμμικές ανταλλαγές για γραμμικούς δείκτες

Θα εξεταστεί η εκτίμηση της δίκαιας τιμής άσκησης για ένα συμβόλαιο γραμμικής ανταλλαγής για ένα γραμμικό δείκτη βασισμένο σε καθημερινές τιμές θερμοκρασίας. Αυτή η περίπτωση περιλαμβάνει γραμμικές ανταλλαγές με δείκτες A.M.Θ., καθώς επίσης και συμβόλαια γραμμικών ανταλλαγών με δείκτες HDDs και CDDs, για τα οποία δεν υπάρχει πιθανότητα η θερμοκρασία να ξεπεράσει την θερμοκρασία-βάση. Εξ' ορισμού, η δίκαια τιμή άσκησης για ένα συμβόλαιο γραμμικής ανταλλαγής ισούται με την αναμενόμενη τιμή της κατανομής του δείκτη.

$$\text{Δίκαια τιμή άσκησης} = E(x) \quad (6.6)$$

ο συνολικός δείκτης  $x$  του συμβολαίου μπορεί να γραφεί, όμως και με όρους καθημερινών δεικτών  $z$ :

$$x = \sum z_i \quad (i = 1, \dots, Nd) \quad (6.7)$$

οπότε η αναμενόμενη τιμή του δείκτη είναι ίση με το άθροισμα των μέσων των καθημερινών δεικτών:

$$E(x) = \sum E(z_i) \quad (6.8)$$

Για ένα δείκτη A.M.Θ. ισχύει:

$$z_i = T_i \quad (6.9)$$

Η εκτίμηση της αναμενόμενης τιμής  $E(x)$  περιλαμβάνει τη χρήση μετρήσεων θερμοκρασίας, προγνώσεων και αναμενόμενων τιμών από τα ιστορικά δεδομένα. Αν χρησιμοποιηθεί μία πρόγνωση με  $N_f$  τιμές, τότε για την ημέρα  $N_0$  συμβολαίου ισχύει:

$$\begin{aligned} E(x) &= \sum T_i \quad (i = 1, \dots, Nd) \\ &= \sum T_i^{\text{hist}} + \sum m_i^{\text{fc}} + \sum m_i^{\text{clim}} \end{aligned} \quad (6.10)$$

όπου για τον πρώτο όρο ( $i = 1, \dots, N_0 - 1$ ), για τον δεύτερο όρο ( $i = N_0, \dots, N_0 + N_f - 1$ ) και για τον τρίτο όρο ( $i = N_0 + N_f, \dots, Nd$ ).

Επίσης, με  $T_i^{\text{hist}}$  συμβολίζονται οι γνωστές ιστορικές τιμές της θερμοκρασίας, με  $m_i^{\text{fc}}$  οι ατομικές προγνώσεις που δίνουν αναμενόμενη θερμοκρασία για τη περίοδο πρόγνωσης και με  $m_i^{\text{clim}}$  οι μέσες θερμοκρασίες του κλίματος από τα ιστορικά δεδομένα.

Ο τρίτος όρος της εξίσωσης (6.10) μπορεί να εκτιμηθεί με τη χρήση *burn* ανάλυσης ή μοντέλων καθημερινών τιμών.

Καθώς το συμβόλαιο εξελίσσεται ο αριθμός των ημερών του πρώτου αθροίσματος αυξάνει, ενώ του τρίτου αθροίσματος μειώνεται. Από ένα και σημείο και μετά το τρίτο άθροισμα εξαφανίζεται εντελώς και η εκτίμηση του αναμενόμενου δείκτη γίνεται μόνο από τις προγνώσεις. Καθώς το συμβόλαιο εξελίσσεται ακόμη περισσότερο, ο αριθμός των ημερών πρόγνωσης μειώνεται μέχρις ότου γίνει γνωστό το αποτέλεσμα του συμβολαίου.

### 6.3.2. Γραμμικές ανταλλαγές για μη γραμμικούς δείκτες

Θα εξεταστεί τώρα μία λίγο πιο πολύπλοκη περίπτωση, όπου ο δείκτης δεν είναι απαραίτητα γραμμικός και μπορεί να περιλαμβάνει και δείκτες HDDs και CDDs, όπου η θερμοκρασία ενδέχεται να ξεπεράσει τη θερμοκρασία-βάση. Τώρα ο μέσος του δείκτη



καθημερινών τιμών δεν μπορεί να εκφράζεται με όρους μέσων θερμοκρασιών, αλλά ως συνάρτηση της κατανομής της καθημερινής θερμοκρασίας,  $f(T)$ :

$$E(z_i) = \int f_i(T) z_i(T) dT, \quad T \in (-\infty, +\infty) \quad (6.11)$$

Για θερμοκρασίες που ακολουθούν την κανονική κατανομή, το ολοκλήρωμα αυτό μπορεί να εκτιμηθεί με τους όρους της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της θερμοκρασίας. Για το δείκτη HDDs ισχύει:

$$\begin{aligned} E(z_i) &= \int \varphi_i(T) z_i(T) dT && T \in (-\infty, +\infty) \\ &= \int \varphi_i(T) T dT && T \in (-\infty, T_0) \\ &= (T_0 - m_i) \Phi_i(T_0) + s_i \varphi_i(T_0) \end{aligned} \quad (6.12)$$

όπου:

$\Phi_i$  = η αθροιστική κανονική κατανομή της θερμοκρασίας για την ημέρα  $j$

$1/s_i \varphi_i$  = η πυκνότητα των θερμοκρασιών για την ημέρα  $j$

$m_i$  = ο μέσος της θερμοκρασίας

$s_i$  = η τυπική απόκλιση της θερμοκρασίας.

Η δίκαια τιμή για ένα συμβόλαιο ανταλλαγής για μία οποιαδήποτε κατανομή θερμοκρασίας δίνεται από τον τύπο:

$$E(x) = \sum z_i(T_i^{\text{hist}}) + \sum \int \varphi_i(T) z_i(T) dT + \sum \int \varphi_i(T) z_i(T) dT \quad (6.13)$$

όπου για τον πρώτο όρο ( $i = 1, \dots, N_0 - 1$ ), για τον δεύτερο όρο ( $i = N_0, \dots, N_0 + N_f - 1$ ) και για τον τρίτο όρο ( $i = N_0 + N_f, \dots, N_d$ ).

Ο πρώτος όρος αντιπροσωπεύει τον αθροιστικό δείκτη των ιστορικών θερμοκρασιών, ο δεύτερος όρος είναι η αναμενόμενη κατανομή με βάση τις προγνώσεις και ο τρίτος όρος είναι η αναμενόμενη κατανομή με βάση τις θερμοκρασίες μετά την πρόγνωση (μπορεί να προκύψει από τα ιστορικά δεδομένα).

### 6.3.3. Γενική περίπτωση: οποιοδήποτε συμβόλαιο και δείκτης

Στις δύο ειδικές περιπτώσεις που έχουν εξεταστεί μέχρι τώρα η ενσωμάτωση των προγνώσεων στην τιμολόγηση ήταν αρκετά απλή υπόθεση, εφόσον το μόνο που χρειαζόταν ήταν ο υπολογισμός της αναμενόμενης τιμής της κατανομής του δείκτη. Τα πράγματα γίνονται πιο πολύπλοκα, αν χρειαστεί να εκτιμηθεί η τυπική απόκλιση ή το σχήμα της κατανομής του δείκτη, όπως για παράδειγμα συμβαίνει με τον υπολογισμό της αναμενόμενης αποπληρωμής για ένα συμβόλαιο δικαιώματος με γραμμικό δείκτη (δείκτη A.M.Θ.) και κανονικά κατανομημένες θερμοκρασίες, όπου η αναμενόμενη αποπληρωμή εξαρτάται τόσο από την αναμενόμενη τιμή του δείκτη (εύκολη η εκτίμησή της σύμφωνα με τα προηγούμενα παραδείγματα) όσο και από την τυπική απόκλιση του δείκτη (πιο δύσκολη η εκτίμησή της).

### 6.3.3.1 Εκτίμηση της τυπικής απόκλισης

Η τυπική απόκλιση του δείκτη είναι ίση με τη τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης του δείκτη. Η διακύμανση του δείκτη ισούται με το άθροισμα των όρων του πίνακα συνδιακυμάνσεων για τις καθημερινές τιμές του δείκτη κατά τη διάρκεια του συμβολαίου (π.χ. για ένα δείκτη A.M.Θ. ισούται με το άθροισμα των όρων του πίνακα συνδιακυμάνσεων για τις καθημερινές τιμές της θερμοκρασίας). Για ένα συμβόλαιο που βασίζεται εν μέρει σε πρόγνωση και εν μέρει σε ιστορικά δεδομένα οι όροι του πίνακα συνδιακυμάνσεων μπορούν να χωριστούν με μία κατάλληλη σειρά πράξεων (η ανάλυση αυτών των πράξεων ξεφεύγει από τους σκοπούς της εργασίας) σε όρους που περιέχουν μόνο πρόγνωση, σε όρους που περιέχουν μόνο ιστορικά δεδομένα και όρους που περιέχουν έναν συνδυασμό αυτών των δύο.

$$\begin{aligned}\sigma_x^2 &= \sum \sum E(T_i' T_j') && (i,j = 1,\dots, Nd) \\ &= \sigma_{fc}^2 + \sigma_{pfc}^2 + \sigma_{cov}^2 && (6.14)\end{aligned}$$

Ο πρώτος όρος ( $\sigma_{fc}^2$ ) εξαρτάται από τις διακυμάνσεις της πρόγνωσης και τις συσχετίσεις μεταξύ των θερμοκρασιών κατά τη διάρκεια της πρόγνωσης.

Ο δεύτερος όρος ( $\sigma_{pfc}^2$ ) αντιπροσωπεύει τις κλιματολογικές διακυμάνσεις και συσχετίσεις της θερμοκρασίας. Αυτός ο όρος μπορεί να εκτιμηθεί πιο εύκολα από τις ιστορικές τιμές του δείκτη για αυτή την περίοδο, καθώς επίσης και από τις ιστορικές καθημερινές τιμές της θερμοκρασίας ή εναλλακτικά από ένα μοντέλο καθημερινών

τιμών θερμοκρασίας προσαρμοσμένο σε ιστορικά δεδομένα, όπως το μοντέλο ARFIMA. Όπως συνήθως, η προσέγγιση του μοντέλου θα προτιμηθεί αν ο αριθμός των ημερών σε αυτόν τον όρο είναι μικρός.

Ο τρίτος όρος ( $\sigma^2_{\text{cov}}$ ) αντιπροσωπεύει διακυμάνσεις πρόγνωσης, κλιματολογικές διακυμάνσεις θερμοκρασίας και συσχετίσεις θερμοκρασίας κατά τη διάρκεια της πρόγνωσης αλλά και για μετά την πρόγνωση. Αυτός ο όρος είναι που κάνει πιο πολύπλοκα τα πράγματα, γιατί χωρίς αυτόν θα μπορούσε να μοντελοποιηθεί η διακύμανση του δείκτη σαν το άθροισμα της διακύμανσης του δείκτη κατά τη διάρκεια της πρόγνωσης και της διακύμανσης του δείκτη κατά τη διάρκεια της περιόδου μετά την πρόγνωση. Όμως, οι εξαρτήσεις μεταξύ αυτών των δύο περιόδων, σε συνδυασμό με τις θετικές αυτοσυσχετίσεις της θερμοκρασίας, θα συνέβαλλαν σε συνεχή υποεκτίμηση της ολικής διακύμανσης του δείκτη.

Μία εξίσωση παρόμοια της (6.14), αλλά λίγο πιο πολύπλοκη, μπορεί να προκύψει και για δείκτες HDD ή CDD. Η λογική παραμένει η ίδια: η ολική διακύμανση του δείκτη δεν εξαρτάται μόνο από τις διακυμάνσεις του δείκτη για τις περιόδους της πρόγνωσης και μετά της πρόγνωσης, αλλά και από τις συνδιακυμάνσεις μεταξύ αυτών των δύο περιόδων.

## 6.4 Βιβλιογραφία

- 1 Stephen Jewson & Anders Brix, ό.π
- 2 Robert Dischell, ό.π

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΔΑΛΗ

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

### **7.1 Συμπεράσματα**

Οι μεταβολές του καιρού ανεξάρτητα από τη δριμύτητά τους αποτελούν πλέον ένα καθοριστικό παράγοντα που επηρεάζει έντονα την πορεία των επιχειρήσεων αλλά και ολόκληρων οικονομιών. Λαμβάνοντας κανείς υπόψη μάλιστα τις μεγάλες κλιματικές αλλαγές που συντελούνται τα τελευταία χρόνια, κατανοεί πόσο σημαντικός είναι ο ρόλος της αγοράς των συμβολαίων Π.Μ.Δ. για την αντιμετώπιση κινδύνων σχετικών με καιρικά φαινόμενα.

Μέσα σε αυτά τα πλαίσια και ενώ η αγορά των Π.Μ.Δ. διευρύνεται και αποκτά όλο και μεγαλύτερη ρευστότητα, είναι επιτακτική η ανάγκη της δίκαιας τιμολόγησης των συμβολαίων αυτών. Η πιο απλή μέθοδος που χρησιμοποιείται στην αγορά είναι η ανάλυση *buy*, όπου σύμφωνα με αυτήν, το συμβόλαιο τιμολογείται με βάση τη μέση ιστορική απόδοσή του για ένα δεδομένο αριθμό ετών. Πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου είναι η ευκολία ως προς την κατανόηση και την ταχύτητά της. Πιο εξελιγμένα μοντέλα για την τιμολόγηση των Π.Μ.Δ. βασίζονται στην απευθείας μοντελοποίηση του μετεωρολογικού δείκτη ή των καθημερινών τιμών για το εκάστοτε καιρικό φαινόμενο ενδιαφέροντος, αφού πρώτα έχει γίνει συλλογή και τακτοποίηση των ιστορικών μετεωρολογικών δεδομένων.

Ένα ερώτημα που χρειάζεται απάντηση είναι το πότε πρέπει να προτιμώνται τελικά να χρησιμοποιούνται τα μοντέλα καθημερινών τιμών για την τιμολόγηση των συμβολαίων σε σχέση με τα μοντέλα των δεικτών και της *buy* ανάλυσης; Αυτό αποτελεί ένα δύσκολο ερώτημα για να απαντηθεί. Η μόνη σίγουρη απάντηση που μπορεί να δοθεί είναι ότι σε περιπτώσεις που τα μοντέλα καθημερινών τιμών δεν δουλεύουν για οποιοδήποτε λόγο (π.χ. ενδέχεται η εποχιακή συνάρτηση αυτοσυσχέτισης των ανωμαλιών ή η εποχιακή κατανομή να μην συμφωνεί πλήρως με την πραγματικότητα), τότε δεν πρέπει να χρησιμοποιούνται. Στις περιπτώσεις που δουλεύουν πολύ καλά, τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν με σιγουριά και μάλιστα δίνουν καλύτερα

αποτελέσματα σε σχέση με τις άλλες δύο μεθόδους. Για ενδιάμεσες καταστάσεις αυτών των δύο περιπτώσεων, ίσως να είναι καλύτερα να χρησιμοποιείται ένας συνδυασμός αυτών των μοντέλων.

Τέλος, μία ακόμη πιο εξελιγμένη μέθοδος που προσφέρει καλύτερα αποτελέσματα για τη τιμολόγηση των Π.Μ.Δ είναι αυτή της χρήσης μετεωρολογικών προβλέψεων. σε συνδυασμό με τις μεθόδους ανάλυσης των ιστορικών μετεωρολογικών δεδομένων

## **7.2 Κατευθύνσεις προς περαιτέρω έρευνα**

Με αφορμή τη συγκεκριμένη εργασία για την ανάλυση των μεθόδων τιμολόγησης των συμβολαίων Π.Μ.Δ., ενδιαφέρον θα παρουσίαζε μία έρευνα για τη δυνατότητα να εφαρμοστεί η μέθοδος arbitrage τιμολόγησης για τα συμβόλαια αυτά.

Όπως είναι γνωστό, η arbitrage τιμολόγηση χρησιμοποιείται ευρέως για τη τιμολόγηση των χρηματοοικονομικών παραγώγων σε αγορές με μεγάλη ρευστότητα και η βασική της αρχή είναι ότι το κόστος ενός παραγώγου είναι το κόστος της δημιουργίας και της διαχείρισης ενός χαρτοφυλακίου το οποίο αντισταθμίζει την αποπληρωμή του συμβολαίου του παραγώγου όταν ωριμάσει. Όμως, ο υποκείμενος δείκτης ενός συμβολαίου Π.Μ.Δ. δεν διαπραγματεύεται και για αυτό το λόγο τα συμβόλαια αυτά δεν μπορούν να αντισταθμιστούν με αυτό τον τρόπο. Βέβαια, τα συμβόλαια Π.Μ.Δ. μπορούν σε γενικές γραμμές να αντισταθμιστούν τουλάχιστον από άλλα συμβόλαια Π.Μ.Δ. με τους ίδιους ή παρόμοιους δείκτες, γεγονός το οποίο αποτελεί την κύρια ιδέα πίσω από την arbitrage τιμολόγηση για τα Π.Μ.Δ.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### Ελληνική

Ευθυμίου Εμμανουήλ, (2002), Παράγωγα επί Μετεωρολογικών Δεικτών, Διπλωματική Εργασία Πανεπιστημίου Πειραιώς

### Ξενόγλωσση

Element Re, (2002), Weather Risk Management, Dryden Press

Geman, (2001), Insurance & Weather Derivatives, Εκδόσεις Riskbooks

Robert Dischell (2002), Climate Risk & the Weather Market, Εκδόσεις Riskbooks

Stephen Jewson & Anders Brix, (2005), Weather Derivative Valuation, Εκδόσεις Cambridge

Turvey, C.G.(2001), Weather Derivatives for Specific Event Risks in Agriculture.

### Ηλεκτρονικές Πηγές

[www.wrma.org](http://www.wrma.org)

[www.climateprediction.net](http://www.climateprediction.net)

[www.noaa.gov/news/stories](http://www.noaa.gov/news/stories)

[www.ncdc.noaa.gov/extremes](http://www.ncdc.noaa.gov/extremes)

[www.climate.psu.edu](http://www.climate.psu.edu)

[www.cru.uea.ac.uk/data](http://www.cru.uea.ac.uk/data)