

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΘΕΩΡΙΑ ΑΚΡΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ
ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ**

Θεόδωρος Κ. Μπέμπης

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για τη απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Νοέμβριος 2006

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

ΘΕΩΡΙΑ ΑΚΡΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Θεόδωρος Κ. Μπέμπης

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για τη απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Νοέμβριος 2006

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίσθηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- (Επιβλέπων)
-
-

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRAGUATE PROGRAM IN
APPLIED STATISTICS**

**EXTREME VALUE THEORY
IN RISK MANAGEMENT**

By

Theodore K. Bempis

MSc Dissertation

Submitted to the Department of Statistics and Insurance
Science of the University of Piraeus in partial fulfilment of
the requirements for the degree of Master of Science in
Applied Statistics

Piraeus, Greece
November 2006

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Στους γονείς μου
Κώστα και Ντίνα

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Περίληψη

Σκοπός της εργασίας είναι να παρουσιαστεί με τον κατάλληλο τρόπο η έννοια του Λειτουργικού Κινδύνου, ο οποίος αποτελεί ένα από τα κυριότερα είδη κινδύνου που απασχολεί ένα χρηματοοικονομικό οργανισμό, να αναδειχθούν οι τρόποι μέσα από τους οποίους μπορεί να αντιμετωπιστεί και να μειωθούν οι συνέπειές του. Αναφέρεται η έννοια του κινδύνου, επιχειρείται ανάλυση των συστατικών του και περιγράφονται οι κυριότεροι τρόποι αντιμετώπισής του. Έπειτα περιγράφεται η διοικητική επιχειρησιακού κινδύνου και παρουσιάζεται το πλαίσιο εφαρμογής του Λειτουργικού Κινδύνου για τους τραπεζικούς οργανισμούς που απορρέει από τη 2^η συνθήκη της Επιτροπής της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία.

Αναφέρονται τα ποιοτικά χαρακτηριστικά που οφείλουν να αναπτύξουν οι τράπεζες, καθώς και οι τρεις δυνατές μέθοδοι μέτρησης του Λειτουργικού Κινδύνου, από τις οποίες η τρίτη είναι η πιο σύνθετη, αλλά παράλληλα και αυτή που παρουσιάζει το μεγαλύτερο ενδιαφέρον από στατιστική πλευρά. Περιγράφονται οι τρόποι ποσοτικής ανάλυσης του Λειτουργικού Κινδύνου με αυτή την μέθοδο μέτρησης και γίνεται αναφορά στην εκτίμηση της κατανομής της συχνότητας και της δριμύτητας των απωλειών, η οποία έχει στόχο την εκτίμηση των συνολικών απωλειών Λειτουργικού Κινδύνου.

Αναφέρεται η Θεωρία των Ακραίων Τιμών, η οποία όπως θα διαπιστωθεί, είναι η καταλληλότερη στατιστική μεθοδολογία για την εκτίμηση των συνολικών απωλειών Λειτουργικού Κινδύνου σε πολύ υψηλά διαστήματα εμπιστοσύνης, με την προϋπόθεση ότι υπάρχουν επαρκή δεδομένα. Παρουσιάζεται η μέθοδος των μέγιστων τιμών περιόδων, καθώς και η μέθοδος πάνω από ένα όριο. Στο τέλος αναφέρεται πρακτική εφαρμογή, μέσω της ανάλυσης δεδομένων, τα οποία προέρχονται από άσκηση της Επιτροπής της Βασιλείας, στην οποία είχαν συμμετάσχει μεγάλοι τραπεζικοί οργανισμοί. Αυτή η ανάλυση κάνει περισσότερο κατανοητό το θεωρητικό υπόβαθρο και αναδεικνύει τη σημασία της σωστής εκτίμησης των συνολικών απωλειών ενός χρηματοοικονομικού οργανισμού, καθώς και τη χρησιμότητα της εφαρμογής του πλαισίου διοικητικής Λειτουργικού Κινδύνου.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Abstract

The scope of the paper is to present under the appropriate way the meaning of Operational Risk, which is one of the most important types of risk that affects a financial organization and describe the methods that may be used in order to be controlled and decrease its consequences. The meaning of risk is referred, its components are analysed and the most important methods of control are defined. Later on the enterprise risk management is described and the framework of the Operational Risk for banking organizations is presented which is mentioned on the new Basel Capital Accord of the Basel Committee on Banking Supervision of Bank for International Settlements

The qualitative criteria that the banks must develop as well as the three possible methods of measurements of Operational Risk are presented, from which the third one is the most complicated, but it is the method where the statistical interest is higher. The quantitative methods of Operational Risk of the latest method are described and there is a reference on the frequency and severity distribution in order to estimate the total operational risk losses.

The Extreme Value Theory is mentioned, which is the most appropriate statistical method for the estimation of total Operational Risk losses in high confidence intervals under the assumption that there are adequate data. The methods of block maxima and the method of peaks over threshold are presented. At the end there is a reference on a practical exercise, through data analysis, which data are coming from an exercise of the Basel Committee on Banking Supervision where many banking organizations had been involved. With this analysis the theoretical background is more understandable and the importance of the appropriate estimation of the total losses of a financial institution is obvious as well as the utility of the implementation of an operational risk management framework.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Περιεχόμενα

Περίληψη	ix
Abstract	xi
Κατάλογος Πινάκων	xv
Κατάλογος Σχημάτων	xvii
1. Εισαγωγή	1
1.1 Κίνδυνος και Αντιμετώπιση του Κινδύνου	1
1.2 Επιχειρησιακός Κίνδυνος	8
1.3 Λειτουργικός Κίνδυνος	11
2. Η 2η Συνθήκη της Βασιλείας	17
2.1 Μέθοδοι Μέτρησης	19
2.1.1 Προσέγγιση Βασικού Δείκτη	19
2.1.2 Τυποποιημένη Προσέγγιση	20
2.1.3 Προσέγγιση Προχωρημένης Μέτρησης	21
2.2 Ποιοτικά Χαρακτηριστικά	28
2.2.1 Γενικές Αρχές Διοικητικής ΔΚ	29
2.2.2 Αναγνώριση, Αξιολόγηση, Επίβλεψη και Μετριασμός του Κινδύνου	30
2.3 Η 2η Συνθήκη Φερεγγυότητας Ασφαλιστικών Εταιρειών	32
3. Ποσοτικές Μέθοδοι Μέτρησης Λειτουργικού Κινδύνου	35
3.1 Προσέγγιση Κατανομής Συχνότητας	39
3.2 Προσέγγιση Κατανομής Δριμύτητας	39
3.3 Προσέγγιση Κατανομής Συνολικών Απωλειών	41
4. Θεωρία Ακραίων Τιμών	43
4.1 Μέγιστες Τιμές Περιόδου	44
4.2 Μέθοδος πάνω από ένα Όριο	47
4.2.1 Εκτίμηση Δριμύτητας Δεδομένων στην Ουρά της Κατανομής	54
4.2.2 Μέτρηση Δριμύτητας	56
4.2.3 Εκτίμηση Συχνότητας Δεδομένων στην Ουρά της Κατανομής	58
4.2.4 Προσέγγιση Σημειακής Διαδικασίας	60

4.2.5	Εξαρτημένες Απαριθμητές Μεταβλητές	65
4.2.6	Εξαρτημένες Σημειακές Διαδικασίες	66
4.2.7	Έλεγχοι Καλής Προσαρμογής	69
4.3	Συνολικές Απώλειες	70
4.3.1	Εξαρτημένες Συνολικές Απώλειες	71
4.4	Θεωρία Χρεοκοπίας	73
4.4.1	Μία Απώλεια Προκαλεί Πρόβλημα Χρεοκοπίας	76
4.5	Αναλογιστικές Μέθοδοι Μέτρησης ΔΚ	77
4.5.1	Επιπλέον Μέθοδοι	79
5.	Ανάλυση Δεδομένων Απωλειών- Πρακτική Εφαρμογή	81
	Επίλογος	103
	Βιβλιογραφία	105

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 2.1: Επιχειρησιακοί Τομείς και Παράγοντας β	20
Πίνακας 2.2: Αίτια, Ορισμοί και Παραδείγματα ΛΚ	22
Πίνακας 2.3: Αίτια και Κατηγορίες ΛΚ	23
Πίνακας 3.1: Κατηγορίες Κινδύνου και Επιχειρησιακοί Τομείς	38
Πίνακας 5.1: Επιχειρησιακοί Τομείς και Κατηγορίες Κινδύνου	83
Πίνακας 5.2: Αριθμός Απωλειών ανά ΕΤ και ΚΚ	83
Πίνακας 5.3: Οικονομικές Απώλειες ανά ΕΤ και ΚΚ σε εκατ €	84
Πίνακας 5.4: Αποτελέσματα από Μέθοδο Bootstrap	85
Πίνακας 5.5: Εκτίμηση Παραμέτρων και Έλεγχοι Προσαρμογής	88
Πίνακας 5.6: Επιλεγόμενο Όριο	90
Πίνακας 5.7: Αποτελέσματα από Εκτίμηση των Παραμέτρων της GPD	91
Πίνακας 5.8: Έλεγχος των Καταλοίπων	94
Πίνακας 5.9: Αριθμός Υπερβάσεων	95
Πίνακας 5.10: VaR Κατανομής Δριμύτητας της GPD	95
Πίνακας 5.11: Εκτίμηση Δριμύτητας μέσω GPD_{MS}	96
Πίνακας 5.12: Ετήσια Ένταση Υπερβάσεων	97
Πίνακας 5.13: Μέγεθος Κατανομής Συχνότητας στην Ουρά για Διεθνή Τράπεζα	97
Πίνακας 5.14: Μέγεθος Κατανομής Συχνότητας στην Ουρά για Εγχώρια Τράπεζα	98
Πίνακας 5.15: Κεφαλαιακή Χρέωση ανά ΕΤ για Διεθνή Τράπεζα	99
Πίνακας 5.16: Κεφαλαιακή Χρέωση ανά ΕΤ για Εγχώρια Τράπεζα	99
Πίνακας 5.17: Αναμενόμενες Απώλειες και Σύνολο Απωλειών (99,9 ^ο) ανά ΕΤ	100
Πίνακας 5.18: Σύγκριση μεταξύ Συντελεστών Χρέωσης AMA και SA	101

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.1: Περιοχές Κινδύνου	4
Σχήμα 1.2: Περιοχές Κινδύνου και Μείωση Κινδύνου	7
Σχήμα 1.3: Κατηγορίες Κινδύνου Τραπεζικών Οργανισμών	12
Σχήμα 1.4: Κατηγορίες Κινδύνου Ασφαλιστικών Εταιρειών	13
Σχήμα 2.1: Κύκλος Εξαγωγής Εκτιμήσεων για Απώλειες ΛΚ	27
Σχήμα 2.2: Διαδικασία Ελέγχου ΛΚ	32
Σχήμα 3.1: Κατανομή Συχνότητας	36
Σχήμα 3.2: Κατανομή Δριμύτητας	36
Σχήμα 3.3: Κατανομή Συνολικών Απωλειών	36
Σχήμα 4.1: Απεικόνιση Δεδομένων	50
Σχήμα 4.2: Απεικόνιση VaR, ES	57
Σχήμα 4.3: Απεικόνιση Δεδομένων	61
Σχήμα 4.4: Απεικόνιση Δεδομένων με 1 ^η Μέθοδο Κατασκευής	67
Σχήμα 4.5: Απεικόνιση Δεδομένων με 2 ^η Μέθοδο Κατασκευής	68
Σχήμα 5.1: Προσαρμογή LogNormal και Gumbel στα Δεδομένα του ET1	86
Σχήμα 5.2: Προσαρμογή LogNormal και Gumbel στα Δεδομένα του ET1 με Επικέντρωση στην Ουρά	87
Σχήμα 5.3: Προσαρμογή LogNormal και Gumbel στα Δεδομένα του ET3 με Επικέντρωση στην Ουρά	87
Σχήμα 5.4: Προσαρμογή LogNormal και Gumbel στα Δεδομένα του ET6, ET7, ET8 με Επικέντρωση στην Ουρά	88
Σχήμα 5.5: Διαγράμματα Μέσης Υπέρβασης ανά ET	90
Σχήμα 5.6: Διάγραμμα Παραμέτρου Σχήματος ανά ET	91
Σχήμα 5.7: Προσαρμογή της GPD στα Δεδομένα	93
Σχήμα 5.8: Διάγραμμα Q-Q για Κατάλοιπα	94

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

1.1 Κίνδυνος και Αντιμετώπιση του Κινδύνου

Για την ετυμολογική ερμηνεία του κινδύνου έχουν αναπτυχθεί διάφοροι ορισμοί με αποτέλεσμα να μην υπάρχει κοινή αντίληψη για την έννοια του όρου. Είναι όμως αποδεκτό ότι υπάρχει διαφορά μεταξύ της πιθανότητας πραγματοποίησης κινδύνου και της πραγματικότητας. Ο κίνδυνος είναι συνδεδεμένος με την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μια ανεπιθύμητη κατάσταση ως αποτέλεσμα φυσικών καταστάσεων ή ανθρωπίνων δραστηριοτήτων. Στην οικονομική θεωρία περιλαμβάνονται οι απώλειες, αλλά και τα οφέλη που απορρέουν από την επέλευση του κινδύνου. Χρηματοοικονομικός κίνδυνος θεωρείται ο κίνδυνος, ο οποίος πηγάζει από τη μεταβολή των συναλλαγματικών ισοτιμιών, των επιτοκίων, των τιμών των μετοχών και των τιμών των υπηρεσιών. Η ανάλυση που ακολουθεί αναφέρεται στις αρνητικές επιπτώσεις του κινδύνου που συνδέονται με τη λειτουργία ενός χρηματοοικονομικού οργανισμού.

Μετά την αναφορά στην έννοια του κινδύνου γίνεται προσπάθεια για την εύρεση των αιτιών που οδηγούν σε πιθανή επέλευση μιας ανεπιθύμητης κατάστασης. Η διάγνωση των αιτιών δεν είναι καθόλου εύκολη υπόθεση. Στις περισσότερες περιπτώσεις η αναζήτηση γίνεται αναδρομικά, δηλαδή αναζητούνται τα αίτια, τα οποία οδήγησαν σε ένα δυσμενές γεγονός. Ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η διάγνωση δεν είναι μοναδικός. Η αρχική προσέγγιση γίνεται με τη χρήση της λογικής σκέψης, η οποία όμως διαφέρει από άτομο σε άτομο και πολλές φορές δεν είναι αρκετή για να οδηγήσει σε ασφαλή συμπεράσματα. Αυτό είχε οδηγήσει στην υιοθέτηση θρησκευτικών και μαγικών αντιλήψεων, οι οποίες αποδίδουν το δυσάρεστο γεγονός στο θέλημα μιας ανώτερης δύναμης. Βέβαια αυτό συνέβαινε σε πολύ

μεγαλύτερο βαθμό παλαιότερα και λιγότερο σήμερα, όπου τα αίτια αναζητούνται στα πλαίσια της επιστήμης. Επίσης τα αποτελέσματα από την επέλευση ενός κινδύνου δεν είναι εύκολα αξιολογήσιμα. Παρόλα αυτά μπορεί να ειπωθεί ότι πάντοτε γίνεται, ενσυνείδητη ή υποσυνείδητη, προσπάθεια μείωσης των ανεπιθύμητων καταστάσεων μέσω μεταβολής των αιτιών και περιορισμού των συνεπειών του κινδύνου.

Ο τρόπος με τον οποίο μπορεί να γίνει αξιολόγηση του κινδύνου είναι προσδιορίζοντας τα ανεπιθύμητα γεγονότα και υπολογίζοντας τις πιθανότητες, βάσει των σχετικών συχνοτήτων των γεγονότων αυτών. Η ποσοτική αξιολόγηση του κινδύνου μέσω τεχνικών ανάλυσης είναι προτιμότερη από τη χρήση μόνο της διαίσθησης, της κοινής κρίσης και των κοινωνικών αντιλήψεων. Από το σύγγραμμα των Klink A. και Ran O. *'Precautionary principle and discursive strategies: classifying and managing risks'* [37] παρουσιάζονται ορισμένα κριτήρια αξιολόγησης και κατηγοριοποίησης του κινδύνου, καθώς και μέθοδοι αντιμετώπισής του.

Τα κύρια χαρακτηριστικά της αξιολόγησης του κινδύνου είναι το μέγεθος των απωλειών και η πιθανότητα εμφάνισής τους. Ενώ για το μέγεθος των απωλειών υπάρχουν ορισμένοι τρόποι μέτρησης, για τη μέτρηση της πιθανότητας εμφάνισης δεν μπορεί να ειπωθεί το ίδιο, γιατί αν και μπορεί να εκτιμηθεί η σχετική συχνότητα δεν μπορεί να προσδιορισθεί επακριβώς ο χρόνος επέλευσης. Η αξιολόγηση του κινδύνου περιέχει σε μικρότερο ή μεγαλύτερο βαθμό το στοιχείο της αβεβαιότητας, το οποίο έχει σχέση την ικανότητα να γίνονται ακριβείς προβλέψεις για γεγονότα απώλειας. Αν μπορεί να γίνει καθορισμός του μεγέθους των απωλειών και της συχνότητας εμφάνισής τους, τότε η αβεβαιότητα είναι πολύ μικρή, σε διαφορετικές περιπτώσεις η φύση της αβεβαιότητας πρέπει να εκφραστεί σε όρους στατιστικών διαστημάτων εμπιστοσύνης, τα οποία μπορούν να υπολογιστούν με βάση τις κατανομές εμφάνισης και μεγέθους των γεγονότων (με χρήση ιστορικής βάσης δεδομένων), καθώς και εξετάζοντας τη γνώμη ειδικών.

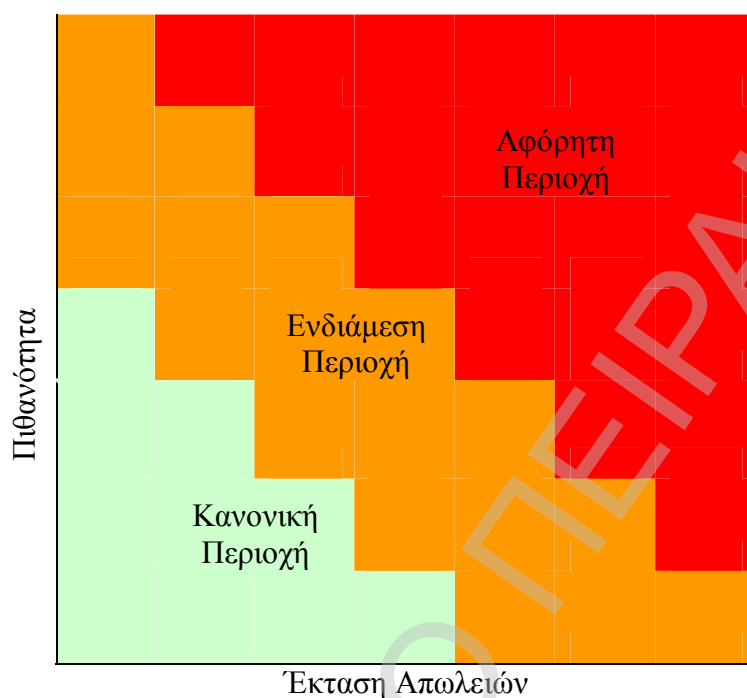
Είναι χρήσιμο να γίνεται διαχωρισμός μεταξύ διαστημάτων εμπιστοσύνης που έχουν ως βάση εκτιμώμενες κατανομές και τεχνικές προσομοίωσης με τα διαστήματα εμπιστοσύνης που προέρχονται από προσωπική εμπειρία ειδικών και ανάλυση υποθέσεων μεταξύ αυτών. Βέβαια είναι πολύ δύσκολο να γίνεται αντικειμενική αξιολόγηση σε μεμονωμένα γεγονότα, αλλά μπορεί να γίνεται σύγκριση μεταξύ δύο ή περισσότερων τρόπων δράσης τα οποία έχουν για παράδειγμα ίδιο μέγεθος απωλειών και διαφορετική συχνότητα. Σε αυτή την περίπτωση είναι λογικό να προτιμάται ο τρόπος δράσης με τη χαμηλότερη συχνότητα. Μέχρι τώρα έγινε

αναφορά σε τρία κριτήρια αξιολόγησης των χαρακτηριστικών του κινδύνου, αυτά του μεγέθους της απώλειας, της πιθανότητας εμφάνισης και της αβεβαιότητας. Στη συνέχεια θα αναφερθούν ορισμένα ακόμη κριτήρια αξιολόγησης κινδύνων:

- Μη επαναληπτικότητα, δηλαδή αν ένα γεγονός μπορεί να επαναληφθεί στο μέλλον ή θεωρείται μοναδικό
- Αντιστρεψιμότητα, η οποία περιγράφει την πιθανότητα επαναφοράς στην αρχική κατάσταση, δηλαδή στην κατάσταση που υπήρχε πριν από την απώλεια
- Καθυστερημένη επίδραση, η οποία αναφέρεται στο χρονικό διάστημα από την επέλευση του κινδύνου μέχρι την καταπολέμηση όλων των συνεπειών αυτού του κινδύνου
- Διατηρησιμότητα, η οποία καθορίζει τη χρονική έκταση των πιθανών απωλειών
- Μη στασιμότητα, η οποία οφείλεται σε πολλούς παράγοντες, όπως έλλειψη ιστορικών δεδομένων, αλλαγή επιχειρησιακού περιβάλλοντος
- Γεωγραφική παρουσία, η οποία καθορίζει τη γεωγραφική διασπορά των πιθανών απωλειών

Στη συνέχεια γίνεται διαχωρισμός σε τρεις κατηγορίες για την αξιολόγηση του κινδύνου. Σχηματίζεται η κανονική, η ενδιάμεση και η αφόρητη περιοχή, η κάθε μια με τα δικά της χαρακτηριστικά. Η κανονική περιοχή έχει χαμηλή στατιστική αβεβαιότητα, χαμηλές απώλειες, με βάση συνδυασμό του μεγέθους και της συχνότητας του κινδύνου. Οι κίνδυνοι σε αυτή την περιοχή είναι κατανοητοί και δεν είναι ιδιαίτερα σύνθετοι. Για αυτούς τους κινδύνους ακολουθείται η ανάλυση κέρδους- ζημιάς (risk-benefit) και παίρνονται οι ανάλογες αποφάσεις, με βάση στην ουδέτερη στάση απέναντι στον κίνδυνο. Οι δυνατές στάσεις απέναντι στον κίνδυνο είναι η ουδέτερη, η ελκυστική και η αποτρεπτική (risk-neutral, love, averse).

Η ενδιάμεση και η αφόρητη περιοχή προκαλούν περισσότερα προβλήματα, γιατί οι συνέπειες των κινδύνων, οι οποίοι ανήκουν σε αυτή την περιοχή είναι αρκετά πιο έντονες. Σε αυτές τις περιοχές η αβεβαιότητα είναι μεγαλύτερη και ο υπολογισμός είτε του μεγέθους, είτε της συχνότητας είναι αρκετά πιο δύσκολος. Οι κίνδυνοι, κυρίως στην αφόρητη περιοχή μπορούν να προκαλέσουν καταστροφικές συνέπειες. Σε αυτές τις περιπτώσεις η αποτρεπτική στάση ενδείκνυται περισσότερο, λόγω έλλειψης γνώσεων και ανεπαρκών εκτιμήσεων.



Σχήμα 1.1: Περιοχές Κινδύνου

Το διάγραμμα παρουσιάζει ένα τρόπο απεικόνισης των κινδύνων με βάση τη πιθανότητα εμφάνισης και το μέγεθος της απώλειας και έχει ως σκοπό την αξιολόγηση του κινδύνου. Ο ακριβής καθορισμός της αφόρητης και της ενδιάμεσης περιοχής βοηθά στην αξιολόγηση των κινδύνων ως αφόρητους ή μη και στην υιοθέτηση μέτρων, τα οποία θα βοηθήσουν στην μείωση των επιπτώσεων των κινδύνων αυτών. Στόχος είναι η μετατόπιση ενός κινδύνου από την αφόρητη και την ενδιάμεση περιοχή στην κανονική.

Μετά την αναφορά στους τρόπους αξιολόγησης του κινδύνου μπορεί να γίνει η ταξινόμηση σε κατηγορίες με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά. Η επιλογή των κατηγοριών αυτών πρέπει να αντιπροσωπεύει την πραγματικότητα. Δεν έχει νόημα μεγάλος αριθμός κατηγοριών, αλλά ούτε και περιορισμένος. Πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στις κατηγορίες της ενδιάμεσης και αφόρητης περιοχής, για τις οποίες ο συνδυασμός των κινδύνων που αντιστοιχούν σε αυτές μπορούν να προκαλέσουν καταστροφικές απώλειες. Η ανάλυση, η οποία παρουσιάζεται στο προαναφερόμενο σύγγραμμα βασίζεται στο γεγονός ότι υπάρχουν έξι μεγάλες κατηγορίες κινδύνου, στις οποίες έχουν αποδοθεί ονόματα της ελληνικής μυθολογίας για να γίνουν περισσότερο κατανοητές. Οι κατηγορίες αυτές, με την παράλληλη παράθεση του μύθου και της ερμηνείας του είναι:

Δαμόκλειος Σπάθη

Ο Δαμοκλής άνηκε στην αυλή του τυράννου των Συρακουσών, Διονυσίου. Ζήλευε τον πλούτο, τα αγαθά και τη δόξα του Διονυσίου και όταν κάποια στιγμή εκείνος τον ρώτησε αν ήθελε να δοκιμάσει την ευτυχία που απολάμβανε, ο Δαμοκλής το δέχτηκε πρόθυμα. Κατά τη διάρκεια ενός γεύματος ανύψωσε το βλέμμα του και διαπίστωσε ότι ένα σπαθί κρεμόταν πάνω από το κεφάλι του και κρατιόταν από λίγες τρίχες αλόγου. Το σπαθί αυτό το είχε τοποθετήσει ο ίδιος ο Διονύσιος για να του θυμίζει τους συνεχείς κινδύνους που περιβάλλον τη ζωή του άρχοντα. Η τύχη και ο κίνδυνος είναι έννοιες λεπτά συνδεδεμένες. Ο Δαμοκλής και η Δαμόκλειος σπάθη έγιναν σύμβολο της τύχης και της απειλής καταστροφικού αποτελέσματος σε μια ‘ονειρική’ κατάσταση. Η απειλή έγκειται στο γεγονός ότι υπήρχε η πιθανότητα θανατηφόρου συμβάντος για το Δαμοκλή κάθε φορά που γευμάτιζε πλουσιοπάροχα, ακόμη κι αν η πιθανότητα ήταν μικρή. Στη συνέχεια, αρκετές φορές θα γίνει αναφορά σε γεγονότα με χαμηλή πιθανότητα εμφάνισης και με μεγάλη επίδραση.

Κύκλωπες

Το χαρακτηριστικό των Κυκλώπων, εκτός από το υπερφυσικό τους μέγεθος και την τεράστια δύναμή τους, ήταν το ένα και μοναδικό κυκλικό μάτι στη μέση του μετώπου τους. Κατά τον Όμηρο οι Κύκλωπες ήταν ένας άγριος και απολίτιστος λαός και ένας από αυτούς, ο Πολύφημος προκάλεσε αρκετά προβλήματα στον Οδύσσεια και τους συντρόφους του μέχρι να κατορθώσουν να τον ξεγελάσουν και να τον τυφλώσουν. Το ένα μάτι των Κυκλώπων υποδηλώνει μονοδιάστατη εκτίμηση της πραγματικότητας και έλλειψη συνολικής εικόνας. Η εφαρμογή του μύθου στον κίνδυνο δηλώνει ότι είναι πιθανό να εκτιμάται, είτε η πιθανότητα εμφάνισης, είτε η έκταση της απώλειας, δηλαδή η μία από τις δύο να παραμένει αβέβαιη. Στην κατηγορία των Κυκλώπων η πιθανότητα εμφάνισης ενός γεγονότος παραμένει αβέβαιη, ενώ η μέγιστη απώλεια μπορεί να εκτιμηθεί.

Πυθία

Το μαντείο των Δελφών ήταν το πιο γνωστό μαντείο της αρχαιότητας, όπου οι αρχαίοι Έλληνες το επισκέπτονταν για την ανάλυση των ονείρων τους. Οι χρησμοί, οι οποίοι δίνονταν από την Πυθία, με την επεξήγηση του ιερατείου, είχαν πάντοτε πάνω από μία ερμηνείες και τις περισσότερες φορές έρχονταν σε αντίθεση μεταξύ τους. Σε πολλές γνωστές

περιπτώσεις γινόταν σαφές ότι ένας μεγάλος κίνδυνος θα λάβαινε χώρα, αλλά η πιθανότητα εμφάνισης, ο χώρος, η έκταση και τα αίτια της απώλειας παρέμεναν αβέβαια.

Το κουτί της Πανδώρας

Η Πανδώρα ήταν μία όμορφη γυναίκα, την οποία δημιούργησαν οι θεοί και ο Δίας έστειλε ως δώρο στον Επιμηθέα. Ως γαμήλιο δώρο ο Δίας τους έστειλε ένα όμορφο κουτί, το οποίο δεν έπρεπε να ανοίξουν, αν ήθελαν να παραμείνουν ευτυχισμένοι. Η Πανδώρα δεν άντεξε στον πειρασμό να κρατήσει κλειστό το κουτί και κάποια στιγμή το άνοιξε με αποτέλεσμα πολλές συμφορές και δυστυχίες να πλήξουν τους ανθρώπους. Ακόμη και σήμερα, όταν γίνεται αναφορά σε πολλές και πολύ αρνητικές επιπτώσεις ενός γεγονότος λέγεται ότι άνοιξε το κουτί της Πανδώρας. Αυτή η κατηγορία κινδύνου χαρακτηρίζεται από αβεβαιότητα, τόσο της πιθανότητας εμφάνισης, όσο και της έκτασης της απώλειας (μπορούν να γίνουν μόνο ορισμένες υποθέσεις) και υψηλή διατηρησιμότητα.

Κασσάνδρα

Η Κασσάνδρα, η κόρη του Πρίαμου, ήταν πάρα πολύ όμορφη, ώστε ακόμη και ο θεός Απόλλωνας την ερωτεύτηκε. Εκείνη για να δεχθεί ζήτησε να της διδάξει την τέχνη της μαντικής. Ο Απόλλωνας δέχτηκε, αλλά η Κασσάνδρα δεν κράτησε την υπόσχεσή της. Αυτό είχε ως συνέπεια να την καταραστεί να μην γίνουν ποτέ πιστευτές οι μαντείες της. Έτσι, όταν προέβλεψε τη νίκη των Ελλήνων επί της Τροίας, κανείς από τους συμπατριώτες της δεν την πίστεψε. Οι κίνδυνοι, οι οποίοι ανήκουν σε αυτή την κατηγορία παρουσιάζουν το παράδοξο ότι η πιθανότητα εμφάνισης και η έκταση της απώλειας είναι γνωστές, αλλά κανείς δεν ενδιαφέρεται επειδή οι απώλειες μπορεί να συμβούν στο μέλλον. Υπάρχει ενδιαφέρον για αυτή την κατηγορία, όταν η πιθανότητα εμφάνισης και η έκταση της απώλειας είναι υψηλές. Επίσης ένας υψηλός βαθμός καθυστερημένης επίδρασης είναι συχνός σε αυτή την κατηγορία.

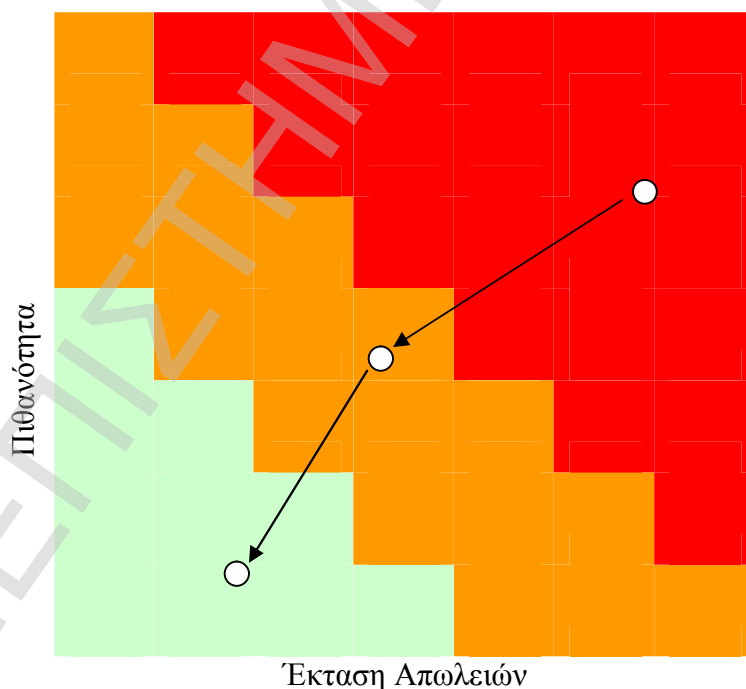
Μέδουσα

Η Μέδουσα ήταν ένα τέρας, το οποίο στο κεφάλι του είχε φίδια αντί για μαλλιά. Το όπλο της ήταν τα μάτια της, τα οποία όποιος τα αντίκριζε έχανε τις δυνάμεις του και γινόταν θύμα της. Την σκότωσε ο Περσέας, μετά την συμβουλή της Αθηνάς να μην την κοιτάξει στα μάτια, αλλά να χρησιμοποιήσει την ασπίδα του ως καθρέπτη για την ίδια τη Μέδουσα. Ακολουθώντας την μεγαλύτερη γνώση και εμπειρία των ειδικών σε θέματα κινδύνου, οι

κίνδυνοι αυτής της κατηγορίας τοποθετούνται στην κανονική περιοχή. Εξαιτίας των ειδικών χαρακτηριστικών τους οι κίνδυνοι αυτοί φοβίζουν τους ανθρώπους και τις επιχειρήσεις, πράγμα που οδηγεί σε άρνηση αποδοχής των κινδύνων αυτών, χωρίς να αποτελούν τόσο μεγάλη απειλή, εφόσον υπάρχει τρόπος αντιμετώπισης.

Η παράθεση των έξι κατηγοριών κινδύνου, οι οποίες δεν περιορίζονται μόνο στις προαναφερόμενες αφού τα παραδείγματα κυρίως από την αρχαία ελληνική ιστορία είναι πολλά¹, των κριτηρίων αξιολόγησης κινδύνων και του διαγράμματος των τριών περιοχών κινδύνου έχει ως σκοπό την καλύτερη κατανόηση του κινδύνου και του τρόπου λειτουργίας της διοικητικής του κινδύνου, η οποία αφορά την αντιμετώπιση και διαχείριση των αιτιών, αλλά και των συνεπειών όλων των κινδύνων.

Η κύρια λειτουργία της διοικητικής του κινδύνου είναι να μετατοπιστούν οι κίνδυνοι από την αφόρητη και την ενδιάμεση περιοχή στην κανονική περιοχή, όπου είναι ανεκτή και αξιολογήσιμη η επίδρασή τους.



Σχήμα 1.2: Περιοχές Κινδύνου και Μείωση Κινδύνου

¹ Ενδεικτικά μπορεί να αναφερθεί ο ασκός του Αιόλου, ο μίτος της Αριάδνης, το χρυσόμαλλο δέρας, τα οποία με την κατάλληλη αιτιολόγηση επιτρέπουν τη δημιουργία και άλλων κατηγοριών κινδύνου με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, τα οποία βοηθούν στην κατανόηση των κινδύνων αυτών.

Οι βασικές αρχές της διοικητικής του κινδύνου αφορούν στρατηγικές βασισμένες στον κίνδυνο, προληπτικές, καθώς και κάποιες ασυνάρτητες στρατηγικές. Οι βασισμένες στον κίνδυνο στρατηγικές αφορούν την κατηγορία του Δαμοκλή και των Κυκλώπων, οι οποίες αντιμετωπίζονται με πολιτικές και κανονισμούς που έχουν σχέση με τα δυο κυριότερα κριτήρια αξιολόγησης του κινδύνου, τα οποία είναι η πιθανότητα εμφάνισης και η έκταση της απώλειας. Στην κατηγορία του Δαμοκλή είναι γνωστό ότι τα δύο παραπάνω κριτήρια μπορούν να εκτιμηθούν με σχετική ακρίβεια και για τη μείωση των κινδύνων πρέπει να αναπτυχθούν τεχνικά και οργανωτικά μέτρα. Στην κατηγορία των Κυκλώπων, ενώ είναι γνωστή η έκταση της απώλειας, η οποία είναι υψηλή, η κατανομή της πιθανότητας εμφάνισης είναι σχετικά άγνωστη και πρέπει να γίνουν επιπρόσθετες έρευνες για καλύτερη αξιολόγηση της κατανομής της πιθανότητας.

Οι προληπτικές στρατηγικές διαχείρισης του κινδύνου αφορούν τις κατηγορίες κινδύνου της Πυθίας και της Πανδώρας. Οι κίνδυνοι που ανήκουν σε αυτές τις κατηγορίες χαρακτηρίζονται από σχετικά υψηλό βαθμό αβεβαιότητας των κριτηρίων πιθανότητας εμφάνισης και έκτασης της απώλειας. Έτσι προληπτικές στρατηγικές απαιτούνται για την περαιτέρω έρευνα των κινδύνων και την συνεχή παρακολούθησή τους, καθώς και ανάπτυξη μεθόδων υποκατάστασης αυτών των κινδύνων. Η βελτίωση της γνώσης μπορεί να βοηθήσει στην μείωση της αβεβαιότητας για των βασικών κριτηρίων αξιολόγησης.

Οι ασυνάρτητες στρατηγικές διαχείρισης του κινδύνου χρησιμοποιούνται για τις περιπτώσεις, κατά τις οποίες είτε αγνοούνται οι μεγάλες απώλειες λόγω καθυστερημένης επίδρασης, είτε υπερεκτιμώνται μικρά γεγονότα και θεωρούνται ως μεγάλες απειλές. Οι κατηγορίες κινδύνου της Κασσάνδρας και της Μέδουσας αντιμετωπίζονται με τέτοιου είδους στρατηγικές.

1.2 Επιχειρησιακός Κίνδυνος

Κατά το παρελθόν μεγάλες οικονομικές απώλειες, εξαιτίας επέλευσης ενός ή περισσότερων κινδύνων, έχουν δημιουργήσει τεράστια προβλήματα επιβίωσης και αρκετές φορές έχουν οδηγήσει στην κατάρρευση μεγάλων οργανισμών. Το γεγονός αυτό οδήγησε στην δημιουργία της διοικητικής επιχειρησιακού κινδύνου, η οποία αποτελεί κομμάτι της γενικότερης διοικητικής λειτουργίας ενός οργανισμού. Ο ρόλος της διοικητικής επιχειρησιακού κινδύνου είναι η αντιμετώπιση όλων των κινδύνων που αντιμετωπίζει μια

επιχείρηση και οι οποίοι μπορούν να επηρεάσουν τη λειτουργία της. Έχει σημειωθεί ότι στην οικονομική θεωρία ο κίνδυνος έχει θετικές και αρνητικές συνέπειες, αλλά κυρίαρχο μέλημα των επιχειρήσεων είναι η αναγνώριση, η αντιμετώπιση και ο περιορισμός των κινδύνων, οι οποίοι επιφέρουν αρνητικές επιπτώσεις. Με βάση το σχήμα των περιοχών των κινδύνων μπορεί να ειπωθεί ότι η διοικητική κινδύνου αναφέρεται στη διαδικασία μείωσης των κινδύνων σε ένα κανονικό επίπεδο. Μια σωστά οργανωμένη επιχείρηση ενδιαφέρεται να ελέγχει το επίπεδο κινδύνου, στο οποίο κινείται και να προσπαθεί να το περιορίσει κατά το μέτρο του δυνατού.

Η διοικητική επιχειρησιακού κινδύνου ως μέρος της διαδικασίας λήψης αποφάσεων μέσα σε μια επιχείρηση εμφανίζεται στα τέλη της δεκαετίας του 1940 και στις αρχές της δεκαετίας του 1950, όπως αναφέρεται και στο σύγγραμμα του Dickinson, G. *Enterprise Risk Management. Its origins and conceptual foundation* [17], στοιχεία από το οποίο χρησιμοποιούνται σε αυτή την ενότητα. Οι ασφαλιστικές εταιρείες, οι οποίες με τη σύναψη ασφαλιστηρίων συμβολαίων με μια επιχείρηση παρέχουν μια μορφή αντιμετώπισης ορισμένων κινδύνων και έχουν ξεκινήσει τη λειτουργία τους αρκετά πριν από το 1940 δεν παρέχουν ολοκληρωτική κάλυψη έναντι όλων των κινδύνων που αντιμετωπίζει μια επιχείρηση. Το γεγονός ότι μία επιχείρηση μπορεί να ασφαλίσει ορισμένους κινδύνους δεν σημαίνει ότι η διαχείριση των κινδύνων είναι η καλύτερη δυνατή.

Η ανάπτυξη προληπτικών μέτρων μειώνει το επίπεδο των κινδύνων και ενδέχεται να μην εξυπηρετεί οικονομικά η περαιτέρω ασφάλιση αυτών των κινδύνων. Οι επιχειρήσεις οφείλουν να διαθέσουν τους απαραίτητους ανθρώπινους και οικονομικούς πόρους ώστε να καταφέρουν να διαχειριστούν με επαρκή τρόπο τους κινδύνους που απειλούν τη λειτουργία τους. Ένα μέρος των κινδύνων μιας επιχείρησης αποτελούν οι ασφαλίσιμοι και οι χρηματοοικονομικοί κίνδυνοι (ασφαλίσιμοι είναι οι κίνδυνοι, οι οποίοι μπορούν να καλυφθούν με την σύναψη ενός ασφαλιστηρίου συμβολαίου και χρηματοοικονομικοί εκείνοι που μπορούν να καλυφθούν μέσω αγοράς παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων). Οι κίνδυνοι αυτοί αντιμετωπίζονται συνήθως ξεχωριστά, με το ανάλογο κόστος. Αναφέρθηκε ότι με την ανάπτυξη προληπτικών μέτρων μειώνεται η ανάγκη ασφάλισης. Εναλλακτικός τρόπος αντιμετώπισης είναι και η αγορά σύνθετων προϊόντων που έχουν αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια στο εξωτερικό και τα οποία παρέχουν κάλυψη έναντι κινδύνων και των δύο προαναφερόμενων μορφών. Υπάρχει η εκτίμηση ότι η πληθώρα των προϊόντων αυτών θα διευρυνθεί στο άμεσο μέλλον. Η ανάπτυξη εναλλακτικών τρόπων αντιμετώπισης των

κινδύνων, τους οποίους αντιμετωπίζει μια επιχείρηση από τη μια πλευρά βοηθά στην αντιμετώπισή τους, από την άλλη όμως καταδεικνύει την ανάγκη αποδοχής των κατάλληλων μέτρων, προϊόντων, μεθόδων που θα οδηγήσουν στην σωστότερη διαχείριση.

Το πρώτο και πάρα πολύ σημαντικό στάδιο της διοικητικής επιχειρησιακού κινδύνου είναι η αναγνώριση του περιβάλλοντος στο οποίο δραστηριοποιείται η επιχείρηση. Η αναγνώριση του περιβάλλοντος και των κινδύνων το οποίο περιέχει δεν είναι μια εύκολη διαδικασία. Η επίτευξη αποτελεσματικής διοικητικής κινδύνου προϋποθέτει τη δημιουργία και ανάπτυξη ενός αποτελεσματικού πλαισίου λειτουργίας, το οποίο για χρηματοοικονομικούς και ασφαλιστικούς οργανισμούς, ως ένα σημείο, υποδεικνύεται από εθνικούς, κοινοτικούς ή και διεθνείς κανονισμούς. Σε συνέχεια της εφαρμογής των παραπάνω κανονισμών το πλαίσιο λειτουργίας της διοικητικής κινδύνου καθορίζεται από τις ανάγκες και επιθυμίες των μετόχων των οργανισμών, οι οποίοι έχουν τον κυρίαρχο ρόλο. Οι μέτοχοι είναι αυτοί που υποδεικνύουν τη στρατηγική αντιμετώπισης όλων των θεμάτων που απασχολούν την επιχείρηση, κατά συνέπεια και για τα θέματα που αφορούν την διοικητική των κινδύνων που αντιμετωπίζουν.

Σε συνέχεια της αναφοράς που έγινε στους ασφαλιστικούς και χρηματοοικονομικούς κινδύνους, οι οποίοι αποτελούν ένα μέρος των συνολικών κινδύνων και αντιμετωπίζονται από την επιχείρηση, μπορεί να σημειωθεί ότι γίνεται διακράτηση όλων των υπόλοιπων κινδύνων που απειλούν την επιχείρηση. Το γεγονός της διακράτησης των κινδύνων αυτών σημαίνει ότι η επιχείρηση αναλαμβάνει την ικανοποίηση των απαιτήσεων, οι οποίες δημιουργούνται από την επέλευσή τους. Η ανάπτυξη μεθόδων διαχείρισης και αυτών των κινδύνων είναι μονόδρομος για την ομαλή λειτουργία της επιχείρησης. Σκοπός των μεθόδων διαχείρισης πρέπει να είναι η μείωση της πιθανότητας εμφάνισης και της έκτασης των απωλειών. Ο τρόπος με τον οποίο μπορεί να επιτευχθεί είναι αρχικά μέσω της αναγνώρισης των κινδύνων και στη συνέχεια η συστηματική παρακολούθησή τους, έτσι ώστε να αξιολογηθούν. Η αξιολόγηση θα οδηγήσει στην ανάληψη των κατάλληλων μέτρων περιορισμού.

Η λειτουργία της διοικητικής επιχειρησιακού κινδύνου πρέπει να καθορίζεται αρχικά από το διοικητικό συμβούλιο της επιχείρησης και στη συνέχεια από την ανώτερη βαθμίδα της ιεραρχίας προς την κατώτερη (top-down process). Δηλαδή από το ανώτερο προσωπικό της κάθε επιχείρησης πρέπει να καθορίζονται οι παράμετροι για τις πολιτικές και διαδικασίες που θα ακολουθούνται από όλα τα τμήματα, έτσι ώστε να επιτευχθεί η κατάλληλη διοικητική

δομή, η οποία θα υποστηρίξει τη λειτουργία της διοικητικής κινδύνου ως ανεξάρτητου τμήματος. Πρέπει επίσης να καθορίζεται και αν η διοικητική επιχειρησιακού κινδύνου θα αποτελεί μία από τις διευθύνσεις της επιχείρησης ή αν θα αποτελεί ένα κομμάτι από τις ισχύουσες διευθύνσεις.

1.3 Λειτουργικός Κίνδυνος

Ο όρος ‘λειτουργικός κίνδυνος’ (ΛΚ) έχει διάφορους ορισμούς. Ο ΛΚ δεν είναι καινούριος ως έννοια, ούτε και ως μορφή κινδύνου. Τα τελευταία χρόνια, εξαιτίας μεγάλων οικονομικών απωλειών που έχουν προκύψει και οι οποίες οφείλονται σε ‘λειτουργικούς’ κινδύνους, γίνεται προσπάθεια ένταξης του ΛΚ στη γενικότερη λειτουργία της διοικητικής κινδύνου μιας επιχείρησης.

Ο ορισμός, ο οποίος παρουσιάζεται στη συνέχεια, είναι αυτός που δίνεται από την Τράπεζα Διεθνών Διακανονισμών (Bank for International Settlements- B.I.S.) και την Επιτροπή της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία (Basel Committee on Banking Supervisory- B.C.B.S.).

‘Ως ΛΚ ορίζεται ο κίνδυνος απωλειών, ο οποίος απορρέει από ανεπαρκείς ή ανεπιτυχείς εσωτερικές διαδικασίες, ανθρώπους και συστήματα ή από εξωτερικά γεγονότα’

Σύμφωνα με την Επιτροπή της Βασιλείας ο παραπάνω ορισμός περιλαμβάνει το νομικό κίνδυνο, όχι όμως και τον κίνδυνο στρατηγικής ή φήμης. Το γεγονός ότι η Επιτροπή της Βασιλείας αναφέρει τον ΛΚ ως κίνδυνο απώλειας δεν σημαίνει ότι μια επιχείρηση πρέπει να αντιμετωπίζει με αυτό τον τρόπο τον ΛΚ. Ο ΛΚ είναι κίνδυνος απώλειας, αλλά και οφέλους. Επίσης ο κίνδυνος στρατηγικής και φήμης μπορεί να θεωρηθεί ότι περιέχονται στην έννοια του ΛΚ ενός οργανισμού. Ακόμη στο ορισμό μπορεί να προστεθεί και ο κίνδυνος που απορρέει από επιχειρησιακά προγράμματα (projects). Τα παραπάνω ζητήματα διευθετούνται από την κάθε τράπεζα ξεχωριστά.

Από τον ορισμό του ΛΚ είναι δυνατή η κατανόηση των γενικών αιτίων και να γίνει η ανάλογη ταξινόμηση των κινδύνων αυτής της μορφής. Εξετάζεται κατά πόσο ένας κίνδυνος οφείλεται σε ελλειπίες εσωτερικές διαδικασίες, σε ανθρώπινο παράγοντα, σε λανθασμένη εφαρμογή ενός συστήματος και σε εξωτερικά γεγονότα. Βέβαια πολλές φορές η αιτιολόγηση

ενός κινδύνου είναι συνδυασμός των παραπάνω αιτίων. Έπειτα ο ανθρώπινος παράγοντας αποτελεί μέρος σε ένα βαθμό και των υπόλοιπων αιτίων, αφού για παράδειγμα η ανεπάρκεια μιας διαδικασίας οφείλεται και στα άτομα, τα οποία πήραν μέρος στον καθορισμό της. Το ίδιο ισχύει και για τα συστήματα, τα οποία είναι προϊόντα της ανθρώπινης δραστηριότητας. Στα επόμενα κεφάλαια θα γίνει περαιτέρω ανάλυση του ΛΚ, έτσι ώστε να είναι δυνατή η διακριτοποίησή του σε ότι αφορά τα αίτια που τον προκαλούν, καθώς και στη διαφοροποίησή του από τις υπόλοιπες κατηγορίες, οι οποίες απασχολούν τη διοικητική επιχειρησιακού κινδύνου.

Στο σημείο αυτό θα αναφερθούν τα βασικά είδη κινδύνου, τα οποία συνθέτουν τον επιχειρησιακό κίνδυνο που αντιμετωπίζουν οι τραπεζικοί οργανισμοί και οι ασφαλιστικές εταιρείες. Σχετικά με τους τραπεζικούς οργανισμούς οι κυριότερες κατηγορίες κινδύνου είναι:



Σχήμα 1.3: Κατηγορίες Κινδύνου Τραπεζικών Οργανισμών

Τα κυριότερα είδη επιχειρησιακών κινδύνων είναι ο Κίνδυνος Αγοράς και ο Πιστωτικός Κίνδυνος. Για αυτά τα δύο είδη κινδύνου, όπως θα αναφερθεί και στη συνέχεια, υπάρχει καθορισμένο πλαίσιο αντιμετώπισης διεθνώς, έτσι ώστε οι τράπεζες να καλύπτονται από τους κινδύνους αυτής της μορφής. Εκτιμάται ότι αυτή τη στιγμή το 80%- 90% του επιχειρησιακού κινδύνου ενός τραπεζικού οργανισμού αποτελούν οι παραπάνω δύο κίνδυνοι, ενώ τα επόμενα έτη ο Λειτουργικός Κίνδυνος θα είναι η κυριότερη μορφή κινδύνου που θα απασχολεί τις τράπεζες.

Σχετικά με τις ασφαλιστικές εταιρείες, αν και τα είδη κινδύνου δεν είναι τελείως διαφορετικά, παρατηρούνται ορισμένες αλλαγές ως προς τη δομή του επιχειρησιακού κινδύνου. Οι κίνδυνοι για τις ασφαλιστικές επιχειρήσεις χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες. Η μία κατηγορία έχει σχέση με τους κινδύνους που απορρέουν από τα ασφαλιστικά προϊόντα και η άλλη από τη γενικότερη λειτουργία της επιχείρησης και η οποία δεν έχει άμεση σχέση με τα ασφαλιστικά προϊόντα, όπως φαίνεται και στο επόμενο σχήμα:



Σχήμα 1.4: Κατηγορίες Κινδύνου Ασφαλιστικών Εταιρειών

Για να γίνει αντιληπτός ο ορισμός του λειτουργικού κινδύνου αναφέρονται ορισμένα παραδείγματα. Κύρια πηγή πληροφόρησης είναι Douglas G. Hoffman, *Managing operational risk* [18].

Παγκόσμιο Κέντρο Εμπορίου (2001) - Απώλεια εκατοντάδες δις \$

Τρομοκρατική επίθεση στους δίδυμους πύργους της Νέας Υόρκης με καταστροφικά αποτελέσματα. Πάνω από 6.000 άνθρωποι έχασαν τη ζωή τους. Εκτός από τις κοινωνικές και πολιτικές προεκτάσεις του προβλήματος της τρομοκρατίας, το γεγονός αυτό απέφερε μεγάλες οικονομικές απώλειες σε πάρα πολλές επιχειρήσεις, των οποίων απειλήθηκε η συνέχιση των εργασιών τους. Με διαφορά το μεγαλύτερο γεγονός ΛΚ παγκοσμίως.

Barings (1995) - Απώλεια 1 δις \$

Το πιο διάσημο ίσως γεγονός, ενδεικτικό του ΛΚ. Η ανυπαρξία εσωτερικών ελέγχων επέτρεψαν σε έναν υπάλληλο (Nick Leeson) να οδηγήσει μια τράπεζα στην πτώχευση, αποκρύπτοντας απώλειες από αγοραπωλησία παραγώγων, μέσω της χρησιμοποίησης ενός ειδικού λογαριασμού της τράπεζας.

Bank of Credit and Commerce (1991) - Απώλεια 17 δις \$

Το μεγαλύτερο καταγεγραμμένο περιστατικό απάτης από πλευράς μιας τράπεζας. Η τράπεζα έκανε ξέπλυμα χρήματος για λογαριασμό εμπόρων ναρκωτικών και κατάφερε για αρκετά χρόνια να μην υπόκειται στους κατάλληλους εποπτικούς ελέγχους και να αποκρύπτει τις μεγάλες απώλειές της, εξαιτίας της πολύπλοκης επιχειρησιακής της δομής. Στις 5 Ιουλίου 1991, τα γραφεία της τράπεζας σε 7 χώρες κατελήφθησαν από τις εποπτικές αρχές και πάγωσαν όλες οι δραστηριότητες της τράπεζας αποκαλύπτοντας το μέγεθος της απάτης. Τα περιουσιακά στοιχεία της τράπεζας ρευστοποιήθηκαν για να καλυφθούν σε ένα μέρος οι εξαπατημένοι καταθέτες.

Long Term Capital Management (1998) - Απώλεια 4 δις \$

Εξαιτίας ανεπαρκών ελέγχων και του κινδύνου μοντελοποίησης προκλήθηκαν τεράστιες απώλειες και η εταιρεία κατέρρευσε. Ως συνέπεια οι επενδυτές, οι οποίοι είχαν τοποθετήσει τα χρήματά τους στα αμοιβαία κεφάλαια της εταιρείας έχασαν τα χρήματά τους.

Orange Country (1994) - Απώλεια 1,6 δις \$

Ένα από τα μεγαλύτερα, σε οικονομικές απώλειες, γεγονότα που οφείλεται σε ανθρώπινο κίνδυνο. Έγινε λανθασμένη χρήση παραγώγων.

Prudential (1994) - Απώλεια 1,4 δις \$

Η Prudential υπέστη κατηγορίες απάτης, οι οποίες σχετίζονταν με αγοραπωλησία μετοχών και εξαπάτησης του κοινού με παραπλανητικές οικονομικές καταστάσεις.

General Motors (1996) - 1,2 δις \$

Οι παραπάνω απώλειες προκλήθηκαν από τρεις μεγάλες απεργίες.

Cendant Corporation (1985- 1998) - 2,85 δις \$

Η μεγαλύτερη και μακροβιέστερη περίπτωση λογιστικής απάτης.

Saint Francis of Assisi Foundation (1999) - 1,98 δις \$

Περίπτωση ασφαλιστικής απάτης στην οποία ο Martin Frankel καταχράστηκε 1,98 δις \$ από το ίδρυμα St. Francis of Assisi. Οι κατηγορίες περιείχαν απάτη με μετοχές και ξέπλυμα χρήματος.

Texaco Inc. (1984) - 3 δις \$

Η πετρελαϊκή εταιρεία Pennzoil έκανε μήνυση στην Texaco για παράνομη ανάμιξή της σε συμφωνία της πρώτης με μια τρίτη εταιρεία, την Getty. Μετά από δικαστική διαμάχη η Texaco κλήθηκε να πληρώσει 3 δις \$.

Τράπεζα Κρήτης (1989) - 100 εκατ. €

Η μεγαλύτερη στην Ελλάδα περίπτωση λειτουργικού κινδύνου, η οποία είναι ευρέως γνωστή. Ο Κοσκωτάς, ο οποίος ήταν διοικητής της τράπεζας Κρήτης, υπεξάιρεσε πάρα πολλά χρήματα ελλείπει εσωτερικών ελέγχων και ενημέρωσης του διοικητικού συμβουλίου. Το γεγονός αυτό αποτελεί εσωτερική απάτη από υψηλόβαθμο στέλεχος της τράπεζας.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Η 2^η Συνθήκη της Βασιλείας²

Η Επιτροπή της Βασιλείας για την τραπεζική εποπτεία ιδρύθηκε το 1974 από τις κεντρικές τράπεζες των 10 οικονομικά πιο ανεπτυγμένων χωρών (G-10) με σκοπό την εποπτεία των τραπεζών με διεθνή δραστηριότητα και τον περιορισμό δυσμενών γεγονότων που μειώνουν την εμπιστοσύνη των πελατών στο τραπεζικό σύστημα. Η πρώτη συνθήκη της Επιτροπής της Βασιλείας δημιουργήθηκε το 1988 και σε αυτή αναφέρεται ότι οι τράπεζες οφείλουν να διατηρούν ένα κεφαλαιακό απόθεμα για την κάλυψη των αναγκών που απορρέουν από τον κίνδυνο αγοράς. Η συνθήκη αυτή ήταν πολύ σημαντική, γιατί εισήγαγε για πρώτη φορά τη διακράτηση κεφαλαίου από πλευράς τραπεζών για την κάλυψη μελλοντικών κινδύνων και όπως θα φανεί στη συνέχεια η αρχική συνθήκη τροποποιήθηκε και δημιουργήθηκε νέα, ώστε να περιληφθούν και άλλες μορφές κινδύνου με σκοπό την όσο το δυνατό μεγαλύτερη κάλυψη από κινδύνους που αφορούν τον τραπεζικό τομέα.

Ο ρόλος της Επιτροπής της Βασιλείας είναι ο καθορισμός του πλαισίου λειτουργίας των τραπεζικών ιδρυμάτων. Η Επιτροπή δεν έχει νομική ισχύ και δεν αντικαθιστά τις κεντρικές τράπεζες των χωρών μελών, αλλά ασκεί υποστηρικτικό ρόλο στην εύρυθμη λειτουργία των τραπεζών. Διαμορφώνει συστάσεις για το πλαίσιο λειτουργίας και δίνει οδηγίες εφαρμογής διαφόρων βασικών διαδικασιών με σκοπό την υιοθέτησή τους από τις αντίστοιχες εποπτικές αρχές κάθε χώρας. Απώτερος σκοπός της Επιτροπής είναι, όπως προαναφέρθηκε, η οικονομική σταθερότητα στον τραπεζικό τομέα. Πιο αναλυτικά τα σημαντικότερα έγγραφα της Επιτροπής της Βασιλείας είναι:

² The new Basel Capital Accord [5]

- 1988** 1^η συνθήκη της Βασιλείας στην οποία γίνεται αναφορά στον Πιστωτικό Κίνδυνο και την υποχρέωση των τραπεζών να διατηρούν ένα κεφάλαιο για την κάλυψη κινδύνων αυτής της μορφής
- 1992** Έναρξη εφαρμογής της 1^{ης} συνθήκης
- 1996** Αναθεώρηση της 1^{ης} συνθήκης και εισαγωγή της κεφαλαιακής χρέωσης για τον Κίνδυνο Αγοράς
- 1998** Έγγραφο συζήτησης για το ΛΚ
- 1999** Ιούνιος 1^ο συμβουλευτικό έγγραφο για τη νέα συνθήκη της Βασιλείας με το οποίο εισάγεται η κεφαλαιακή χρέωση για το ΛΚ
- 2001** Ιανουάριος 2^ο συμβουλευτικό έγγραφο, το οποίο περιέχει την κεφαλαιακή χρέωση για το ΛΚ
- 2003** 3^ο συμβουλευτικό έγγραφο για τη νέα συνθήκη
- 2004** Έκδοση της τελικής μορφής της 2^{ης} συνθήκης
- 2007** Έναρξη εφαρμογής της 2^{ης} συνθήκης

Οι μεταβαλλόμενες εξωτερικές συνθήκες και η παγκοσμιοποίηση των χρηματοοικονομικών υπηρεσιών με την παράλληλη ανάπτυξη της αυτοματοποιημένης τεχνολογίας, η αυξανόμενη πολυπλοκότητα των προϊόντων και υπηρεσιών, η ανάγκη μείωσης της διακύμανσης των κερδών με παράλληλο έλεγχο του κόστους, καθώς και η αυξανόμενη καταναλωτική ζήτηση δημιούργησαν καινούριες μορφές κινδύνου στις τράπεζες, οι οποίες οδήγησαν στη δημιουργία μιας νέας συνθήκης που αντικαθιστά την παλαιότερη και αναδεικνύει μια νέα μορφή κινδύνου, αυτή του ΛΚ. Βέβαια ο ΛΚ δεν είναι καινούριος ως μορφή κινδύνου, αλλά με τη 2^η συνθήκη καθορίζεται το πλαίσιο ένταξής του στη λειτουργία διοικητικής κινδύνου ενός χρηματοοικονομικού οργανισμού.

Με την 2^η συνθήκη της Βασιλείας απαιτείται από χρηματοοικονομικά ιδρύματα να υπολογίζεται το ρυθμιστικό κεφάλαιο που απαιτείται για την κάλυψη του ΛΚ. Η δομή της 2^{ης} συνθήκης της Βασιλείας αποτελείται από τρία μέρη:

1. Ελάχιστες κεφαλαιακές απαιτήσεις για κάλυψη έναντι του κινδύνου αγοράς, του πιστωτικού κινδύνου και του ΛΚ
2. Εποπτικές διαδικασίες, οι οποίες έχουν σχέση με την κεφαλαιακή επάρκεια ενός οργανισμού και τις εσωτερικές διαδικασίες αξιολόγησης

3. Η ενίσχυση της αγοραστικής ‘πειθαρχίας’, η οποία ενισχύει τις ασφαλείς και ικανοποιητικές τραπεζικές πρακτικές

2.1 Μέθοδοι Μέτρησης

Στη 2^η συνθήκη αναφέρεται το πλαίσιο λειτουργίας για τον καθορισμό των κεφαλαιακών αποθεμάτων των τραπεζών για την κάλυψη του ΛΚ και υποδεικνύονται τρεις μέθοδοι μέτρησης. Αυτές οι μέθοδοι διαφέρουν ως προς την ικανότητα μέτρησης του πραγματικού ΛΚ που αντιμετωπίζει ένας τραπεζικός οργανισμός.

2.1.1 Προσέγγιση Βασικού Δείκτη

Στην Προσέγγιση Βασικού Δείκτη (Basic Indicator Approach – BIA) οι τράπεζες οφείλουν να διατηρούν κεφάλαιο ίσο με την μέση τιμή των τριών προηγούμενων ετών ενός καθορισμένου ποσοστού α του θετικού ετήσιου μικτού εισοδήματος³ (gross income). Το κεφάλαιο K_{BIA} που οφείλει να διατηρεί μια τράπεζα καθορίζεται από τον τύπο:

$$K_{BIA} = \frac{\sum_{i=1}^n (GI_i * \alpha)}{n},$$

όπου

GI το ετήσιο μικτό εισόδημα,

n ο αριθμός των προηγούμενων τριών ετών, όπου το μικτό εισόδημα είναι θετικό,

α το ποσοστό σύνδεσης του επιπέδου του κεφαλαίου που απαιτείται με το επίπεδο του δείκτη, το οποίο έχει καθοριστεί σε 15%.

Η μέθοδος αυτή είναι η πιο απλή, αλλά παράλληλα και η λιγότερο ευαίσθητη για την πραγματική μέτρηση του κινδύνου που αντιμετωπίζει μια τράπεζα. Η επιτροπή της Βασιλείας ενθαρρύνει τις τράπεζες να χρησιμοποιούν τις υπόλοιπες μεθόδους για την χρήση των οποίων όμως πρέπει να ικανοποιούνται ορισμένα ποιοτικά και ποσοτικά κριτήρια που έχουν τεθεί.

³ Η έννοια του μικτού εισοδήματος καθορίζεται από εθνικές εποπτικές αρχές ή και εθνικά λογιστικά πρότυπα

2.1.2 Τυποποιημένη Προσέγγιση

Με την Τυποποιημένη Προσέγγιση (Standardized Approach – SA) οι τραπεζικές δραστηριότητες χωρίζονται σε οκτώ επιχειρησιακούς τομείς (ET). Το κεφαλαιακό απόθεμα για κάθε τομέα υπολογίζεται ως ποσοστό β του μικτού εισοδήματος του συγκεκριμένου τομέα. Το ολικό κεφαλαιακό απόθεμα είναι η μέση τιμή του αθροίσματος του κεφαλαίου κάθε επιχειρησιακού τομέα. Το κεφάλαιο K_{TSA} που πρέπει να διατηρεί η τράπεζα για το έτος $k+1$ καθορίζεται από τον τύπο:

$$K_{TSA} = \frac{\sum_{i=k-3}^k \max[\sum_{j=1}^8 (GI_{ij} * b_j), 0]}{3},$$

όπου

GI_{ij} το ετήσιο μικό εισόδημα του έτους i και του επιχειρησιακού τομέα j ,

b_j ένα καθορισμένο ποσοστό του επιχειρησιακού τομέα j .

Επιχειρησιακοί Τομείς (ET)	Παράγοντας b_j
Corporate finance (b_1)	18%
Trading and sales (b_2)	18%
Retail banking (b_3)	12%
Commercial banking (b_4)	15%
Payment and settlement (b_5)	18%
Agency services (b_6)	15%
Asset management (b_7)	12%
Retail brokerage (b_8)	12%

Πίνακας 2.1: Επιχειρησιακοί Τομείς και Παράγοντας β

Το ολικό κεφαλαιακό απόθεμα κάθε έτους ορίστηκε ως η μέση τιμή του αθροίσματος του κεφαλαίου κάθε επιχειρησιακού τομέα. Όταν το άθροισμα για κάποιο έτος είναι αρνητικό διαπιστώνεται από τον τύπο ότι το κεφαλαιακό απόθεμα του έτους είναι μηδέν.

2.1.2.1 Εναλλακτική Τυποποιημένη Προσέγγιση

Η Εναλλακτική Τυποποιημένη Προσέγγιση (Alternative Standardized Approach – ASA) είναι όμοια με την Τυποποιημένη Προσέγγιση για όλους τους επιχειρησιακούς τομείς εκτός από το retail και το commercial banking, όπου το κεφαλαιακό απόθεμα K_j του κάθε επιχειρησιακού τομέα υπολογίζεται με τη χρήση του τύπου:

$$K_j = b_j * m * LA_j,$$

όπου

b_j το καθορισμένο ποσοστό του επιχειρησιακού τομέα,

m μια καθορισμένη τιμή,

LA_j εκκρεμή δάνεια και προκαταβολές.

Η SA και η ASA είναι περισσότερο ευαίσθητες στον κίνδυνο από ότι η BIA, γιατί γίνεται διάκριση μεταξύ των επιχειρησιακών τομέων και υπάρχει διαφορετικό ποσοστό β που αφορά τη βαρύτητα που δίνεται σε κάθε επιχειρησιακό τομέα. Με αυτό τον τρόπο, ανάλογα με την οικονομική δραστηριότητα κάθε τράπεζας στους επιχειρηματικούς τομείς απαιτείται το αντίστοιχο κεφαλαιακό απόθεμα.

2.1.3 Προσέγγιση Προχωρημένης Μέτρησης

Με την Προσέγγιση Προχωρημένης Μέτρησης (Advanced Measurement Approach – AMA) η ρυθμιστική κεφαλαιακή απαίτηση ισούται με την μέτρηση του κινδύνου που θα προέρχεται από το εσωτερικό σύστημα μέτρησης του ΔΚ της κάθε τράπεζας και θα ικανοποιεί τα ποσοτικά και ποιοτικά κριτήρια που έχει θέσει η Επιτροπή της Βασιλείας. Η μέτρηση του ΔΚ είναι απαραίτητη προϋπόθεση για επιτευχθεί έλεγχος και μετριασμός του ΔΚ. Όμως, η επίτευξη πλήρους μέτρησης δεν είναι καθόλου εύκολη υπόθεση και μάλιστα σε αρκετές περιπτώσεις αδύνατη, αφού ορισμένα χαρακτηριστικά του ΔΚ δεν είναι ποσοτικώς αξιολογήσιμα. Για τη χρήση της μεθόδου από οποιαδήποτε τράπεζα θα πρέπει να υπάρχει έγκριση από τις εποπτικές αρχές στις οποίες υπόκειται.

Με τη 2^η συνθήκη της Βασιλείας δεν καθορίζεται μία μέθοδος για τον υπολογισμό του ΛΚ, αλλά αναφέρεται ότι σε αντιστοιχία με τη μέτρηση του κινδύνου αγοράς και του πιστωτικού κινδύνου, το κεφαλαιακό απόθεμα, το οποίο απαιτείται, πρέπει να καλύπτει τις οικονομικές απώλειες που θα προκύψουν σε μια τράπεζα σε χρονικό ορίζοντα ενός έτους, σε διάστημα εμπιστοσύνης 99,9%. Διατηρείται η κατηγοριοποίηση των ΕΤ, οι οποίες όμως πλέον χωρίζονται σε 2 επίπεδα, το αρχικό των 8 ΕΤ και ένα επόμενο στο οποίο οι αρχικοί ΕΤ, χωρίζονται σε επιμέρους ΕΤ και επιπρόσθετα καθορίζονται 7 Κατηγορίες Κινδύνου (ΚΚ) γεγονότων απωλειών σε ένα αρχικό επίπεδο και περισσότερες κατηγορίες σε ένα δεύτερο επίπεδο⁴. Από τον ορισμό του ΛΚ γίνεται αναφορά στα αίτιά του, τα οποία είναι:

- Οι εσωτερικές διαδικασίες
- Οι άνθρωποι
- Τα συστήματα
- Τα εξωτερικά γεγονότα

Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται οι ορισμοί των αιτίων και ορισμένα παραδείγματα.

ΑΙΤΙΑ	ΟΡΙΣΜΟΣ	ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ
Εσωτερικές διαδικασίες	Απώλειες από αποτυχημένες συναλλαγές, διακανονισμούς και καθημερινές διαδικασίες	Λανθασμένη εισαγωγή δεδομένων Μη εγκεκριμένη Πρόσβαση Απώλεια από αμέλεια των περιουσιακών στοιχείων των πελατών
Άνθρωποι	Απώλειες εξαιτίας ενεργειών από εργαζομένους, ή απώλειες προερχόμενες από την επικοινωνία μεταξύ εργαζομένων και πελατών, μετόχων, συνεργατών	Εσωτερική απάτη Μη εγκεκριμένη ενέργεια Παρενόχληση Λανθασμένη διακοπή συνεργασίας
Συστήματα	Απώλειες που προέρχονται από αποτυχία του συστήματος που οφείλεται στην δομή και λειτουργία του τμήματος μηχανογράφησης	Κατάρρευση πληροφοριακών συστημάτων Αποτυχία τηλεπικοινωνιών Λανθασμένος προγραμματισμός Προσβολή Η/Υ από ιούς
Εξωτερικά γεγονότα	Απώλειες που προέρχονται από εξωτερικούς παράγοντες και όπου περικλείεται η εξωτερική απάτη, η φθορά των περιουσιακών στοιχείων	Φυσικές καταστροφές (σεισμοί, πλημμύρες) Τρομοκρατικές ενέργειες Απάτη πιστωτικών καρτών Ηλεκτρονική απάτη

Πίνακας 2.2: Αίτια, Ορισμοί και Παραδείγματα ΛΚ

⁴ The new Basel Capital Accord [5]

ΑΙΤΙΑ Λειτουργικού Κινδύνου	Κατηγορίες Κινδύνου (ΚΚ)
Εσωτερικές διαδικασίες	Διοικητική Εκτέλεσης, Παράδοσης και Διαδικασιών
Άνθρωποι	Εσωτερική Απάτη
	Εργασιακές πρακτικές και ασφάλεια εργασιακού περιβάλλοντος
	Πελάτες, προϊόντα και επιχειρηματικές πρακτικές
Συστήματα	Διακοπή εργασιών και αποτυχία πληροφοριακών συστημάτων
Εξωτερικά γεγονότα	Φθορές Περιουσιακών στοιχείων
	Εξωτερική Απάτη

Πίνακας 2.3: Αίτια και Κατηγορίες ΛΚ

Οι κατηγορίες κινδύνου δεν είναι απαραίτητο να είναι της παραπάνω μορφής. Ενδεχόμενα μια πιο εύκολη κατηγοριοποίηση να είναι Εσωτερικές ενέργειες, Εξωτερικές ενέργειες, Οικονομικές απώλειες, Ασφαλιστικές ζημιές, Απώλειες εξαιτίας λανθασμένων διαδικασιών, φυσικές καταστροφές, λανθασμένες πρακτικές πωλήσεων, απώλειες από δυσλειτουργία των πληροφοριακών συστημάτων, μη εγκεκριμένες ενέργειες εργαζομένων. Αν υπάρχει διαφορετική κατηγοριοποίηση θα πρέπει να είναι καθορισμένη και η αντιστοίχιση στο παραπάνω πλαίσιο.

Σε όλες τις τράπεζες, οι οποίες θα επιλέξουν τη μέθοδο προχωρημένης μέτρησης θα επιτραπεί η χρήση τεχνικών μείωσης της επίδρασης του κινδύνου, όπως η ασφάλιση, υπό την προϋπόθεση όμως ότι θα καλύπτει το πολύ ως το 20% της συνολικής κεφαλαιακής απαίτησης.

Για τον υπολογισμό της κεφαλαιακής απαίτησης θα πρέπει να γίνεται χρήση εσωτερικών και εξωτερικών δεδομένων, ανάλυση σεναρίου, παραγόντων επιχειρησιακού περιβάλλοντος και εσωτερικών ελέγχων. Περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τη χρήση των παραπάνω δεδομένων θα δοθούν στις επόμενες παραγράφους. Η χρήση της AMA δίνει τη δυνατότητα στις τράπεζες να μετρούν με δικά τους εσωτερικά συστήματα τον κίνδυνο που αντιμετωπίζουν και να διατηρούν το ανάλογο κεφαλαιακό απόθεμα. Η μέθοδος αυτή είναι η περισσότερο ευαίσθητη στον κίνδυνο. Βέβαια, για να επιτραπεί η χρήση της μεθόδου αυτής η τράπεζα πρέπει να πληρεί περισσότερα ποιοτικά κριτήρια, τα οποία θα αναφερθούν στη συνέχεια. Επίσης αναφέρεται ότι από το εσωτερικό σύστημα μέτρησης της τράπεζας, το

αποτέλεσμα που θα προκύψει ως ποσοστό επί του μικτού εισοδήματος δεν μπορεί να είναι μικρότερο από 8%.

Η βασική διαφορά μεταξύ των τριών μεθόδων είναι στο κεφαλαιακό απόθεμα, το οποίο οφείλει να διατηρεί η κάθε τράπεζα. Ουσιαστικά προμοδοτείται η ευαισθησία της αντιμετώπισης του κινδύνου από κάθε τράπεζα. Στην περίπτωση της BIA, που είναι η απλούστερη, η τράπεζα είναι υποχρεωμένη να διατηρεί ένα ποσοστό κεφαλαίου επί του συνολικού ετήσιου μικτού εισοδήματος. Δεν δίνεται ιδιαίτερη σημασία στις ιδιαιτερότητες της κάθε τράπεζας. Αντίθετα στην SA και την ASA αναγνωρίζεται ότι έχει σημασία ο βαθμός στον οποίο είναι ανεπτυγμένες οι δραστηριότητες της τράπεζας σε κάθε επιχειρηματικό τομέα. Τέλος με τη χρήση της AMA οι τράπεζες είναι υποχρεωμένες να αναπτύξουν διάφορα συστήματα, ώστε να κατορθώσουν να μετρήσουν την έκθεσή τους στο ΛΚ και να διατηρήσουν το απαιτούμενο κεφάλαιο για την κάλυψή τους σχεδόν από όλους τους κινδύνους που αφορούν την τράπεζα σε χρονικό ορίζοντα ενός έτους. Αναμένεται οι τράπεζες με διεθνή δραστηριότητα, εξαιτίας και της πολυπλοκότητας των εργασιών τους, αλλά και του όγκου εργασιών τους, να ακολουθήσουν την AMA μέθοδο, κάτι που συμβαδίζει και με τις αρχές της Επιτροπής της Βασιλείας, η οποία επιθυμεί τη σταθερότητα του τραπεζικού συστήματος.

Εσωτερικά δεδομένα

Οι τράπεζες οφείλουν να συλλέγουν εσωτερικά δεδομένα απωλειών. Η συλλογή δεδομένων τέτοιας μορφής είναι βασική προϋπόθεση για την ανάπτυξη και λειτουργία ενός συστήματος μέτρησης ΛΚ. Τα δεδομένα αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εξαγωγή εμπειρικών εκτιμητών κινδύνου ως ένας μέσος όρος για έλεγχο των εισαγόμενων και εξαγόμενων δεδομένων του εσωτερικού συστήματος μέτρησης κινδύνου της τράπεζας. Φυσικά τα εσωτερικά δεδομένα είναι περισσότερο χρήσιμα όταν σχετίζονται με τις τρέχουσες επιχειρησιακές δραστηριότητες, τα τεχνολογικά συστήματα και τις διαδικασίες διαχείρισης κινδύνου του τραπεζικού οργανισμού. Τα εσωτερικά δεδομένα πρέπει να βασίζονται σε παρατηρήσεις 5ετούς περιόδου, αν και στην αρχή θα γίνουν αποδεκτά δεδομένα 3ετούς περιόδου. Τα δεδομένα πρέπει να κατηγοριοποιούνται με ένα συγκεκριμένο τρόπο, αν και η κάθε τράπεζα θα έχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιεί το δικό της τρόπο αξιολόγησης, τις δικές της κατηγορίες κινδύνου και στη συνέχεια να αντιστοιχεί τα δεδομένα αυτά στις κατηγορίες που απαιτούνται από τις εποπτικές αρχές. Ο τρόπος κατηγοριοποίησης πρέπει να

είναι κατανοητός για να μην παρατηρούνται λανθασμένες κατατάξεις λειτουργικών συμβάντων που μπορεί να οδηγήσουν σε λανθασμένη αξιολόγηση των κινδύνων. Βέβαια πρέπει να σημειωθεί ότι σε πολλές περιπτώσεις παρατηρείται αλληλεπίδραση μεταξύ των επιχειρησιακών γραμμών και των ΕΤ. Ακόμη θα πρέπει να καθοριστεί και ένα κατώτερο εύρος καταχώρησης συμβάντων ΛΚ (πχ καταγράφονται οι απώλειες άνω των 3.000€). Το κατώτερο αυτό επίπεδο καθορίζεται από κάθε τράπεζα ξεχωριστά και μπορεί να διαφέρει ανά ΚΚ, ΕΤ. Είναι απαραίτητο να συλλέγονται πληροφορίες σχετικά με την ημερομηνία του συμβάντος, τα αίτια που οδήγησαν στο συμβάν, τη γεωγραφική περιοχή. Γενικότερα να γίνεται αναλυτική περιγραφή.

Ο τρόπος μέτρησης του ΛΚ δεν πρέπει να επηρεάσει τον τρόπο μέτρησης του κινδύνου αγοράς και του πιστωτικού κινδύνου, οι οποίοι θα πρέπει να συνεχίσουν να μετρούνται με τον ίδιο τρόπο. Πρέπει βέβαια να υπάρχει συνεργασία μεταξύ όλων των τμημάτων διαχείρισης κινδύνων με σκοπό να επιτυγχάνεται συνολικά κατάλληλη διαχείριση του επιχειρησιακού κινδύνου της τράπεζας.

Εξωτερικά δεδομένα

Εκτός από τη χρήση εσωτερικών δεδομένων θα πρέπει να χρησιμοποιούνται και εξωτερικά, ειδικά σε ότι αφορά περιπτώσεις κινδύνων με μικρή πιθανότητα επέλευσης, αλλά μεγάλης οικονομικής επίδρασης. Γεγονότα τέτοιας μορφής θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη από μια τράπεζα και να αναζητούνται αναλυτικές πληροφορίες για αυτά, όπως γίνεται και για τα δεδομένα εσωτερικής μέτρησης. Οι προϋποθέσεις και οι πρακτικές που πρέπει να πληρούνται και να ακολουθούνται αντίστοιχα πρέπει να είναι αναλυτικές, να αρχειοθετούνται από ανεξάρτητες αρχές και περιοδικά να αναθεωρούνται.

Ανάλυση υποθέσεων

Είναι απαραίτητο να γίνεται ανάλυση υποθέσεων από ειδικούς, ώστε σε συνδυασμό με την ανάλυση εξωτερικών δεδομένων να προσφέρουν μεγαλύτερη πληροφόρηση, η οποία θα βοηθήσει στην αξιολόγηση και πρόληψη ακραίων γεγονότων. Αξιολογήσεις τέτοιας μορφής μπορούν να εκφραστούν ως παράμετροι ενός υποτιθέμενου στατιστικού μοντέλου και η μίξη εσωτερικών, εξωτερικών δεδομένων και ανάλυσης υποθέσεων μπορεί να γίνει με τη χρήση Bayesian μεθόδων⁵. Επίσης ανάλυση υποθέσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την

⁵ Alexander, C. [1]

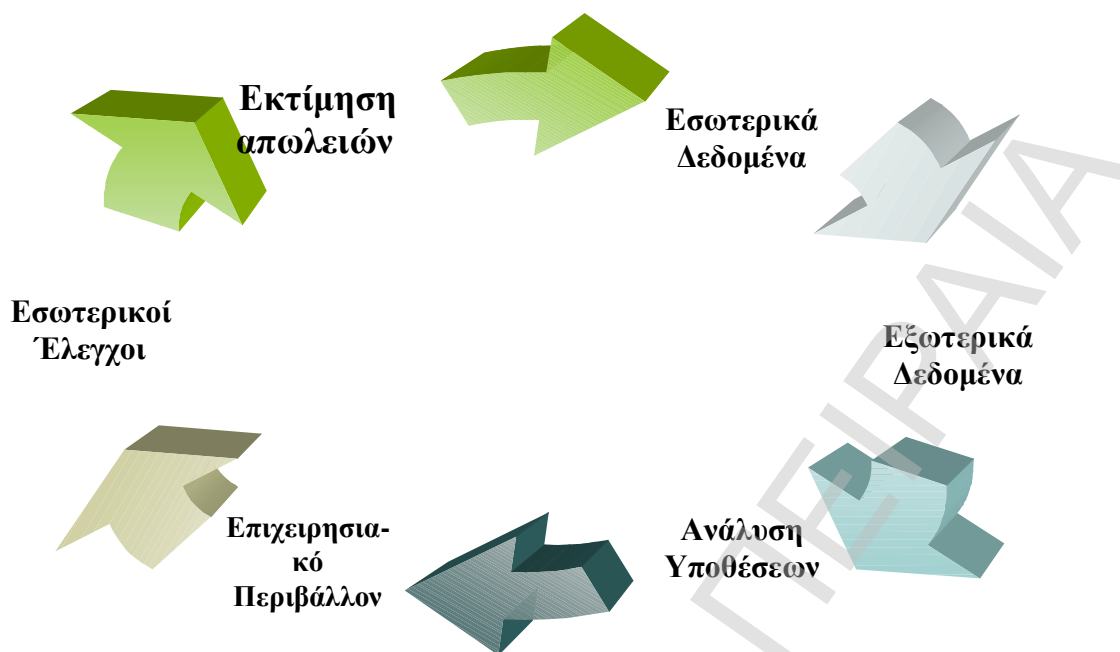
αξιολόγηση της επίδρασης των αποκλίσεων από τις υποθέσεις συσχέτισης που υπάρχουν στο πλαίσιο μέτρησης του ΛΚ και να αξιολογηθούν οι δυναμικές απώλειες που απορρέουν από διάφορες άλλες ΛΚ απώλειες. Αναλύσεις αυτής της μορφής πρέπει να γίνονται περιοδικά, ώστε να συνάδουν με την πραγματικότητα.

Παράγοντες επιχειρησιακού περιβάλλοντος και εσωτερικών ελέγχων

Αν και η χρήση των παραπάνω κριτηρίων βοηθά σημαντικά στην αξιολόγηση και την μέτρηση του ΛΚ, είναι απαραίτητο να αναλύεται το επιχειρησιακό περιβάλλον στο οποίο δραστηριοποιείται η τράπεζα, οι εθνικές, ευρωπαϊκές και διεθνείς συνθήκες και να αξιολογούνται θέματα που αφορούν τους εσωτερικούς ελέγχους που σχετίζονται με τη λειτουργία του ΛΚ.

Οι παραπάνω παράγοντες καθιστούν την αξιολόγηση του κινδύνου περισσότερο προοπτική. Με αυτό τον τρόπο αναγνωρίζονται οι βελτιώσεις που πρέπει να γίνουν στο πλαίσιο λειτουργίας της διοικητικής ΛΚ και βοηθούν στον πιο ακριβή καθορισμό των κεφαλαιακών απαιτήσεων.

Στο επόμενο σχήμα αναφέρεται η σειρά που ακολουθείται για την εξαγωγή εκτιμήσεων σχετικά με τις συνολικές απώλειες. Αρχικά συλλέγονται τα εσωτερικά δεδομένα, τα οποία εμπλουτίζονται με προσεκτικά επιλεγμένα εξωτερικά δεδομένα. Στη συνέχεια λαμβάνεται υπόψη η γνώμη ειδικού προσωπικού για μεγαλύτερη ανάλυση ορισμένων, επιβλαβών για τη λειτουργία του οργανισμού, υποθέσεων και γίνεται εκτίμηση του επιχειρηματικού περιβάλλοντος. Επίσης γίνονται οι κατάλληλοι εσωτερικοί έλεγχοι για την καταλληλότητα των διαδικασιών που ακολουθούνται. Μετά από όλες αυτές τις ενέργειες γίνεται η εκτίμηση των απωλειών ΛΚ, με τον τρόπο που θα αναφερθεί στα επόμενα κεφάλαια.



Σχήμα 2.1: Κύκλος Εξαγωγής Εκτιμήσεων για Απώλειες ΛΚ

Για την υπαγωγή κάποιας τράπεζας στην AMA μέθοδο μέτρησης θα πρέπει να πληρούνται ορισμένα λεπτομερή, όπως λέγονται, κριτήρια. Αρχικά είναι απαραίτητος ο επαρκής ορισμός του ΛΚ, ο οποίος πρέπει να είναι σύμφωνος με τη συνθήκη της Βασιλείας σε ότι αφορά τη διάκριση των ΚΚ και των ΕΤ. Δίνεται η δυνατότητα στις τράπεζες περαιτέρω κατηγοριοποίησης, όμως πρέπει να πληρούνται τα βασικά χαρακτηριστικά που ορίζει η Επιτροπή της Βασιλείας. Οι εποπτικές αρχές πρέπει να απαιτούν από τις τράπεζες να υπολογίζουν το συνολικό κεφαλαιακό απόθεμα ως το άθροισμα των αναμενόμενων, αλλά και μη αναμενόμενων απωλειών.

Η κάθε τράπεζα θα πρέπει να αναπτύξει ένα πλαίσιο λειτουργίας της διοικητικής ΛΚ, το οποίο να επιτρέπει τον καθορισμό των κατανομών που σχετίζονται με την πιθανότητα εμφάνισης και την πιθανότητα επίδρασης ενός κινδύνου με σκοπό την εκτίμηση της συνολικής κατανομής απώλειας μιας τράπεζας. Είναι εξαιρετικά σημαντικό ο υπολογισμός να είναι ικανοποιητικός σε πολύ υψηλό διάστημα εμπιστοσύνης (99,9%). Είναι σημαντικό επίσης να καθορίζονται οι συσχετίσεις μεταξύ των ΕΤ και ΚΚ, κάτι που όμως είναι δύσκολο να γίνει ποσοτικά.

2.2 Ποιοτικά Χαρακτηριστικά

Η επιλογή της μεθόδου μέτρησης του ΛΚ δεν γίνεται αυθαίρετα από κάθε τράπεζα. Υπάρχουν ορισμένα κριτήρια, τα οποία πρέπει να πληρεί ο κάθε τραπεζικός οργανισμός. Αναφέρθηκε ότι η απλούστερη μέθοδος είναι η ΒΙΑ για την οποία δεν αναφέρονται ιδιαίτερα κριτήρια που πρέπει να ικανοποιεί μια τράπεζα για να ενταχθεί σε αυτή. Αναμένεται βέβαια κάθε τράπεζα, η οποία βελτιώνει το σύστημα διαχείρισης του ΛΚ να επιδιώκει να κινείται από τη χρήση των απλούστερων μεθόδων στις περισσότερες σύνθετες.

Η εφαρμογή της SA και της ASA (τυποποιημένης μεθόδου και της εναλλακτικής) μπορεί να επιτραπεί, όταν ικανοποιούνται κριτήρια όπως ότι το διοικητικό συμβούλιο και το ανώτερο διοικητικό προσωπικό της τράπεζας εμπλέκονται στην εποπτεία του πλαισίου διαχείρισης του ΛΚ. Ακόμη ότι είναι εγκατεστημένο ένα σύστημα επαρκούς διοικητικής ΛΚ και ότι υπάρχει επαρκής χρηματοδότηση για τη χρήση της μεθόδου υπολογισμού στους κυριότερους επιχειρησιακούς τομείς και υπάρχουν οι κατάλληλοι ελεγκτικοί μηχανισμοί. Επίσης πρέπει υπάρξει το κατάλληλο πλαίσιο για τον υπολογισμό του μικτού εισοδήματος στους ΕΤ. Περιληπτικά τα κριτήρια, όπως αναφέρονται στο προαναφερόμενο έγγραφο της Επιτροπής της Βασιλείας, είναι:

1. Η τράπεζα πρέπει να έχει ένα σύστημα διαχείρισης ΛΚ με ξεκάθαρες αρμοδιότητες
2. Πρέπει να είναι καθορισμένες οι πολιτικές και οι διαδικασίες που αφορούν το ΛΚ και οι έλεγχοι που θα γίνονται για τη σωστή λειτουργία του
3. Η τράπεζα πρέπει να συλλέγει δεδομένα απωλειών ΛΚ, να υπάρχει σύστημα αξιολόγησης και εξέτασης με σκοπό τον περιορισμό των γεγονότων αυτών
4. Τα δεδομένα πρέπει να συλλέγονται και να αναφέρονται στον διευθυντή του ΕΤ και στη συνέχεια στην ανώτερη διοίκηση και στο διοικητικό συμβούλιο
5. Το σύστημα διαχείρισης του ΛΚ πρέπει να επαναπροσδιορίζεται τακτικά, τόσο από την ίδια την τράπεζα, όσο και από ανεξάρτητες αρχές, όπως ανεξάρτητους ελεγκτές και εποπτικές αρχές

Για τη χρήση της AMA τα κριτήρια που πρέπει να πληρούνται είναι αυτά που αναφέρθηκαν προηγούμενα, καθώς και τα εξής:

- Η τράπεζα πρέπει να έχει ένα ανεξάρτητο σύστημα διαχείρισης ΛΚ, το οποίο είναι υπεύθυνο για την ανάπτυξη στρατηγικών αναγνώρισης, αξιολόγησης, διαχείρισης, ελέγχου και περιορισμού του ΛΚ
- Είναι απαραίτητο να υπάρχουν ημερήσιες διαδικασίες διαχείρισης ΛΚ
- Πρέπει να γίνονται περιοδικές αναφορές σχετικά με τις διαδικασίες διαχείρισης κινδύνου και τα συστήματα μέτρησης
- Οι εξωτερικοί ελεγκτές πρέπει να επιβεβαιώνουν ότι οι διαδικασίες ακολουθούνται ικανοποιητικά και τα συστήματα μέτρησης είναι διαφανή και προσβάσιμα, ώστε να υπάρχει βεβαιότητα ότι αποφέρουν τα ανάλογα αποτελέσματα

2.2.1 Γενικές Αρχές Διοικητικής ΛΚ

Η ανάπτυξη που γίνεται στη συνέχεια βασίζεται σε ένα πολύ σημαντικό έγγραφο της Επιτροπής της Βασιλείας στο *Sound Practices for the Management and Supervision of Operational Risk* [6], όπου αναφέρονται οι πρακτικές που οφείλουν να αναπτύξουν οι τράπεζες, ανεξάρτητα από το μέγεθός τους, καθώς και ο ρόλος των εποπτικών αρχών.

Η παρουσίαση των αρχών της διοικητικής του ΛΚ γίνεται αναλύοντας αρχικά τον τρόπο ανάπτυξης του κατάλληλου περιβάλλοντος ΛΚ, στη συνέχεια αναφέροντας τα βήματα που αποτελούν τη διαχείριση του ΛΚ, τα οποία είναι η αναγνώριση, η αξιολόγηση, η εξέταση και ο έλεγχος/ μετριασμός του κινδύνου και στο τέλος παρουσιάζεται ο ρόλος των εποπτικών αρχών και των κανόνων κοινοποίησης των δεδομένων.

Ανάπτυξη του κατάλληλου περιβάλλοντος διαχείρισης κινδύνου

Για την ανάπτυξη του κατάλληλου περιβάλλοντος διαχείρισης κινδύνου υπεύθυνοι είναι το διοικητικό συμβούλιο και η ανώτερη διοίκηση (τα ανώτερα διοικητικά στελέχη). Τα παραπάνω μέρη οφείλουν αρχικά να προσδιορίσουν την έννοια του ΛΚ (για παράδειγμα αν περιέχεται και ο κίνδυνος φήμης) και να δημιουργήσουν ένα αποτελεσματικό σύστημα διοικητικής ΛΚ. Η δημιουργία αυτού του τμήματος πρέπει να είναι σε πολύ υψηλή προτεραιότητα για την τράπεζα, σε συνδυασμό με τη δημιουργία των κατάλληλων ελέγχων, οι οποίοι θα υποστηρίζουν τη λειτουργία του. Επίσης πρέπει να διαχειρίζεται με τον κατάλληλο τρόπο ότι αφορά τις προαναφερόμενες ενέργειες και να γίνεται περιοδική επανεξέταση και επαναπροσδιορισμός του πλαισίου λειτουργίας.

Είναι απαραίτητος ο καθορισμός των πολιτικών και διαδικασιών, καθώς και το σύστημα διαχείρισης που πρέπει να αναπτυχθεί. Ακόμη οι αρμοδιότητες των εμπλεκόμενων τμημάτων και οι ακριβείς τομείς ευθύνης οφείλουν να είναι ξεκάθαρες. Αυτό δεν είναι καθόλου εύκολο στην πράξη, καθώς σε πάρα πολλές περιπτώσεις οι τομείς ευθύνης περιπλέκονται. Είναι απαραίτητη η επανεξέταση της εύρυθμης λειτουργίας του εσωτερικού συστήματος και της επίλυσης των τυχόν προβλημάτων, καθώς και η περιοδική αξιολόγηση του πλαισίου λειτουργίας της διοικητικής ΛΚ, έτσι ώστε να διαπιστώνεται ότι αναγνωρίζονται όλοι οι κίνδυνοι που απορρέουν από τις μεταβαλλόμενες εξωτερικές ή εσωτερικές συνθήκες, από εισαγωγή νέων προϊόντων και αντιμετωπίζονται με τον κατάλληλο τρόπο. Επίσης ότι υπάρχει επαρκής εσωτερικός έλεγχος. Είναι πολύ σημαντικό τα άτομα που εμπλέκονται στη διοικητική ΛΚ και στον εσωτερικό έλεγχο να είναι κατάλληλα εκπαιδευμένα. Η λειτουργία των δύο αυτών τμημάτων πρέπει να είναι ανεξάρτητη. Ο λόγος είναι ότι αρχικά το τμήμα της διοικητικής ΛΚ πρέπει να μην εμπλέκεται με κανένα από τα υπόλοιπα τμήματα της εταιρείας και τις δραστηριότητές τους και έπειτα ο εσωτερικός έλεγχος χρειάζεται να έχει και αυτός ανεξάρτητη δράση με σκοπό την αξιολόγηση με ικανοποιητικό τρόπο της λειτουργίας όλων των τμημάτων.

Η ανώτερη διοίκηση έχει την ευθύνη του καθορισμού του πλαισίου λειτουργίας της διοικητικής ΛΚ, της αποδοχής του από το διοικητικό συμβούλιο και της εγκατάστασής του σε όλα τα επίπεδα του τραπεζικού οργανισμού, έτσι ώστε όλο το προσωπικό να κατανοήσει τις επιπλέον αρμοδιότητές του σε ότι αφορά τη διοικητική ΛΚ. Επίσης είναι απαραίτητη η ανάλογη συνεργασία μεταξύ των τμημάτων διοικητικής του ΛΚ, του κινδύνου αγοράς, του πιστωτικού κινδύνου και των υπολοίπων μορφών κινδύνου που αντιμετωπίζονται από την τράπεζα.

2.2.2 Αναγνώριση, Αξιολόγηση, Επίβλεψη και Μετριάσμος του Κινδύνου

Αναγνώριση

Οι τράπεζες οφείλουν να αναγνωρίζουν και να αξιολογούν το ΛΚ που ελλοχεύει σε όλες τις δραστηριότητές της. Ο αρχικός σκοπός της λειτουργίας της διοικητικής ΛΚ είναι η αναγνώριση όλων των κινδύνων με σκοπό την ανάλυσή τους και την εύρεση μεθόδων αντιμετώπισης. Ένας τρόπος αναγνώρισης κινδύνων είναι μέσω πινάκων (scorecards).

Αξιολόγηση

Όλα τα δεδομένα πρέπει να αξιολογούνται με τον πιο κατάλληλο τρόπο και από τα αρμόδια άτομα. Πρέπει να δίνεται μεγάλη προσοχή στην αξιολόγηση των δεδομένων, ώστε να μην υποεκτιμώνται, αλλά και να μην υπερεκτιμώνται οι οικονομικές απώλειες από το ΛΚ.

Επίβλεψη

Οι τράπεζες οφείλουν να αναπτύξουν μια διαδικασία περιοδικής εξέτασης του πλαισίου λειτουργίας της διοικητικής ΛΚ και της έκθεσής τους σε οικονομικές απώλειες. Πρέπει να υπάρχει περιοδική αναφορά της σχετικής πληροφόρησης στην ανώτερη διοίκηση και στο διοικητικό συμβούλιο. Προτεραιότητα πρέπει να δοθεί στη προληπτική διαχείριση του κινδύνου. Επίσης είναι απαραίτητο να υπάρχει γρήγορη αντιμετώπιση και διόρθωση εσφαλμένων πολιτικών και διαδικασιών που σχετίζονται με τη διοικητική ΛΚ και να υπάρχουν οι κατάλληλοι δείκτες προειδοποίησης αύξησης της πιθανότητας επέλευσης ενός ή περισσοτέρων κινδύνων (key risk indicators). Στις αναφορές αυτές πρέπει να περιέχεται αναλυτική περιγραφή του συμβάντος σε ότι αφορά το χρόνο, την περιοχή, την επιχειρησιακή γραμμή και τις συνθήκες που οδήγησαν στην επέλευση του κινδύνου, καθώς και τις οικονομικές απώλειες.

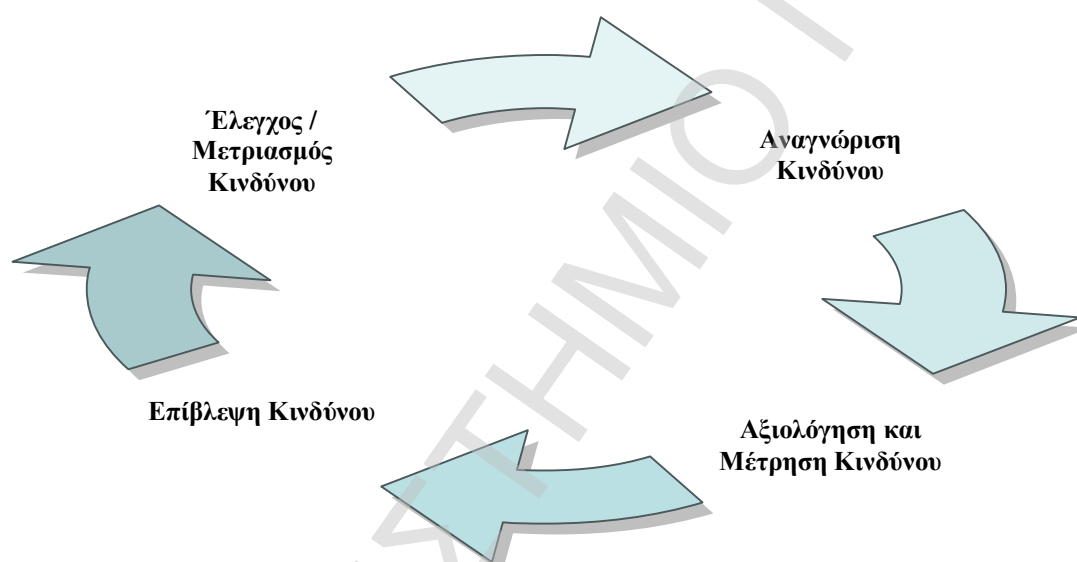
Έλεγχος/Μετριάσμος

Ο έλεγχος και ο μετριάσμος του κινδύνου είναι ο τελευταίος κρίκος της αλυσίδας που αφορά τη διαχείριση του ΛΚ. Σε αυτό το στάδιο παίρνονται αποφάσεις σχετικά με τις μεθόδους αντιμετώπισης των κινδύνων αυτών ώστε να καταπολεμηθούν οι συνέπειές τους και να περιοριστεί η πιθανότητα εμφάνισής τους. Γίνεται επικέντρωση στις περιοχές, οι οποίες δημιουργούν τα περισσότερα προβλήματα και αναζητούνται τρόποι επίλυσης αυτών των προβλημάτων. Ένας πιθανός τρόπος αντιμετώπισης ενός κινδύνου είναι η ασφάλισή του, ειδικά σε ότι έχει να κάνει με φυσικές καταστροφές.

Είναι πάρα πολύ σημαντικό οι τράπεζες να έχουν σχέδια εκτάκτου ανάγκης για την αντιμετώπιση εξαιρετικά δυσμενών γεγονότων για τον οργανισμό, έτσι ώστε να διασφαλίζεται η συνέχιση της επιχειρηματικής δραστηριότητας και να περιορίζονται οι συνέπειες των γεγονότων αυτών.

Ο ρόλος των Εποπτικών Αρχών είναι πολύ σημαντικός. Οι Εποπτικές Αρχές θα πρέπει να απαιτούν από όλες τις τράπεζες, ανεξάρτητα από το μέγεθός τους, να έχουν ένα αποτελεσματικό πλαίσιο λειτουργίας της διοικητικής ΛΚ, το οποίο θα καλύπτει όλες τις περιοχές που αναφέρθηκαν προηγούμενα. Είναι σημαντικό να γίνεται περιοδική αξιολόγηση των πολιτικών, των διαδικασιών, των συστημάτων ελέγχου και του τρόπου μέτρησης που εφαρμόζει η κάθε τράπεζα. Γενικότερα να διαπιστώνεται ότι χρησιμοποιούνται οι κατάλληλοι μηχανισμοί για αποτελεσματική λειτουργία της διοικητικής. Περισσότερες λεπτομέρειες για το όλα τα παραπάνω μπορούν να βρεθούν στα συγγράμματα των Alexander, C. [1] και Alexander, C. et al. [2]

Το ακόλουθο σχήμα βοηθά στην κατανόηση της διαδικασίας, η οποία αρχίζει από την αναγνώριση του κινδύνου και στη συνέχεια εκτελούνται όλα τα επόμενα βήματα.



Σχήμα 2.2: Διαδικασία Ελέγχου ΛΚ

2.3 Η 2^η Συνθήκη Φερεγγυότητας⁶ Ασφαλιστικών Εταιρειών

Όμοια με την Επιτροπή της Βασιλείας και τη 2^η συνθήκη της Βασιλείας για τις ασφαλιστικές εταιρείες υπάρχει η Ευρωπαϊκή Επιτροπή Φερεγγυότητας και η 2^η συνθήκη φερεγγυότητας, η τελική μορφή της οποίας δεν έχει ακόμη οριστικοποιηθεί. Ο σκοπός της 2^{ης} συνθήκης είναι ο καθορισμός του πλαισίου λειτουργίας των ασφαλιστικών εταιρειών.

⁶ Solvency II, πληροφορίες στο http://europa.eu.int/comm/internal_market/insurance/solvency_en.htm

Κάνοντας μια ιστορική αναδρομή για τη σχετική Επιτροπή για τη φερεγγυότητα των ασφαλιστικών εταιρειών βρίσκεται ότι:

- 1997** Εισαγωγή 1^{ης} συνθήκης φερεγγυότητας
- 2001** Έναρξη εργασιών για τη 2^η συνθήκη φερεγγυότητας
- 2002** Οριστικοποίηση 1^{ης} συνθήκης, η οποία τίθεται σε εφαρμογή από το 2004
- 2003** Οριστικοποίηση του πρώτου μέρους της 2^{ης} συνθήκης (σχεδιασμός)
- 2004** Οριστικοποίηση του δεύτερου μέρους της 2^{ης} συνθήκης (τεχνικοί κανόνες)

Στην 1^η συνθήκη φερεγγυότητας καθορίζεται ότι το ελάχιστο κεφάλαιο, το οποίο απαιτείται από μια ασφαλιστική εταιρεία είναι 3 εκατ. € καθώς και ότι πρέπει να διατηρείται το 16% ως 18% των ασφαλιστρών των γενικών κλάδων και το 4% των τεχνικών παροχών (provisions) στον κλάδο Ζωής. Στα θετικά στοιχεία αυτής της συνθήκης συγκαταλέγονται η απλότητα και η ευκολία κατανόησης και εφαρμογής, ενώ στα αρνητικά ότι δεν είναι βασισμένη στον κίνδυνο, στον οποίο εκτίθενται οι ασφαλιστικές εταιρείες, αλλά περισσότερο στο συνολικό ποσό των ασφαλιστρών της κάθε ασφαλιστικής εταιρείας.

Με τη 2^η συνθήκη γίνεται προσπάθεια μέτρησης και αντιμετώπισης του πραγματικού κινδύνου που διατρέχουν οι ασφαλιστικές επιχειρήσεις. Επίσης υπάρχουν οδηγίες για την καλύτερη λειτουργία των εποπτικών αρχών και για τον ομοιόμορφο τρόπο λειτουργίας μεταξύ των επιχειρήσεων του ευρύτερου χρηματοοικονομικού τομέα.

Η 2^η συνθήκη φερεγγυότητας στην τελική της μορφή, θα αποτελείται, όμοια με τη 2^η συνθήκη της Βασιλείας, από τρία μέρη:

1. Ελάχιστες κεφαλαιακές απαιτήσεις (με δύο μεθόδους μέτρησης)
2. Εποπτικές διαδικασίες, οι οποίες έχουν σχέση με την κεφαλαιακή επάρκεια ενός οργανισμού και τις εσωτερικές διαδικασίες αξιολόγησης
3. Η ενίσχυση της αγοραστικής 'πειθαρχίας', η οποία ενισχύει τις ασφαλείς και ικανοποιητικές ασφαλιστικές πρακτικές

Αν και όπως αναφέρθηκε η δομή της 2^{ης} συνθήκης φερεγγυότητας και της 2^{ης} συνθήκης της Βασιλείας έχουν πολλές ομοιότητες, υπάρχουν και ορισμένες σαφείς διαφορές. Ο σκοπός της συνθήκης της Βασιλείας είναι η οικονομική σταθερότητα στους οργανισμούς του τραπεζικού τομέα και κυρίτερα στις τράπεζες που δραστηριοποιούνται διεθνώς, ενώ ο

βασικός σκοπός της συνθήκης φερεγγυότητας είναι η προστασία του ασφαλισμένου, από τον κίνδυνο να μην μπορέσει μια ασφαλιστική επιχείρηση να ανταπεξέλθει στις υποχρεώσεις της.

Σχετικά με τις μεθόδους μέτρησης των ελάχιστων κεφαλαιακών απαιτήσεων θα γίνεται με παρόμοιο τρόπο, όπως και στη 2^η συνθήκη της Βασιλείας με τη διαφορά ότι δεν θα υπάρχουν τρεις μέθοδοι, αλλά δύο. Μια πιο απλή και μία πιο σύνθετη μέθοδος. Ο τρόπος ανάλυσης και εξαγωγής συμπερασμάτων με την πιο σύνθετη μέθοδο θα είναι και η πιο ενδιαφέρουσα από στατιστικής άποψης. Στη 2^η συνθήκη φερεγγυότητας γίνεται σαφής αναφορά στο Λειτουργικό Κίνδυνο, ως καινούρια μορφή κινδύνου και στην υποχρέωση των ασφαλιστικών επιχειρήσεων να καλυφθούν έναντι και αυτού του κινδύνου. Στα επόμενα κεφάλαια γίνεται αναφορά σε σύνθετες μεθόδους μέτρησης, οι οποίες αναφέρονται περισσότερο στην AMA μέθοδο της 2^{ης} συνθήκης της Βασιλείας, αλλά είναι δυνατή η επέκτασή τους και για τη 2^η συνθήκη φερεγγυότητας, λαμβάνοντας υπόψη της διαφορές που θα υπάρξουν ανάμεσα στις δύο αυτές μεθόδους. Περισσότερες λεπτομέρειες μπορούν να βρεθούν στην παρουσίαση του Embrechts P. *Insurance Risk Management in the light of Basel II, also in the light of Solvency II* [23]. Επίσης ένα ακόμη αξιόλογο έγγραφο είναι του Δ. Χωραφά *Operational risk control business opportunity and challenges for the insurance industry* [12].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

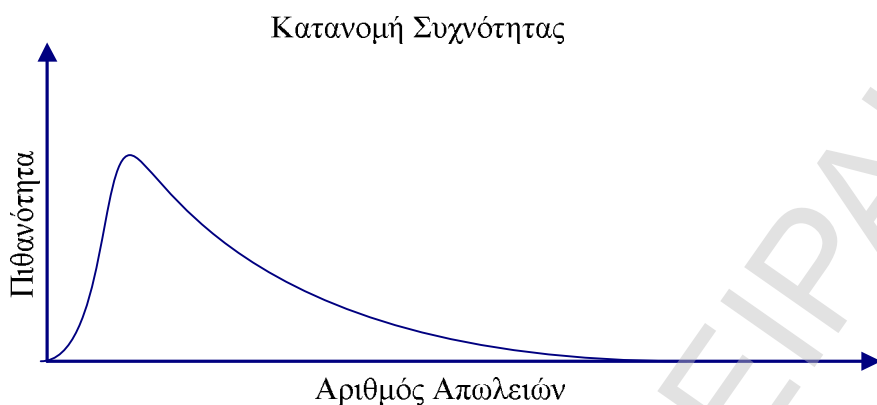
Ποσοτικές Μέθοδοι Μέτρησης Λειτουργικού Κινδύνου

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται αναφορά στους δυνατούς τρόπους μέτρησης του ΛΚ. Η 2^η συνθήκη της Βασιλείας δεν αναφέρει τον τρόπο μέτρησης που πρέπει να ακολουθεί μια τράπεζα. Αυτό σημαίνει ότι κάθε τραπεζικός οργανισμός οφείλει να αναπτύξει ή να προσαρμόσει ήδη ανεπτυγμένες τεχνικές για τη μέτρηση του ΛΚ. Από τη 2^η συνθήκη διαπιστώνεται ότι ο χρηματοοικονομικός τομέας αναζητά ποιοτικές και ποσοτικές προσεγγίσεις για το ΛΚ. Όμως, η επίτευξη πλήρους ποσοτικής μεθόδου για τη μέτρηση του ΛΚ είναι εξαιρετικά δύσκολο να υπάρξει. Στη συνέχεια θα γίνει ανάλυση των μεθόδων, οι οποίες μπορούν να οδηγήσουν στη μερική έστω μέτρηση του ΛΚ.

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται οι κυριότεροι τρόποι μέτρησης, όπως αναφέρονται στην ταχύτατα αναπτυσσόμενη βιβλιογραφία σχετικά με το ΛΚ. Ο κύριος συγγραφέας, στις δημοσιεύσεις και στα βιβλία του οποίου γίνεται εκτενής αναφορά είναι ο καθηγητής Paul Embrechts. Η ενασχόληση του συγκεκριμένου καθηγητή με πάρα πολλές ακαδημαϊκές όσο και επιχειρησιακές μελέτες δίνουν μια ιδιαίτερη βαρύτητα στο συγγραφικό του έργο.

Αρχικά με βάση τα κριτήρια της Βασιλείας μια τράπεζα πρέπει να υπολογίσει το κεφάλαιο που απαιτείται για την κάλυψη από τους λειτουργικούς κινδύνους που την επηρεάζουν σε ποσοστό 99,9% και σε χρονικό ορίζοντα ενός έτους. Για την επίτευξη αυτού του σκοπού χρειάζεται να υπολογιστούν τα δύο βασικά χαρακτηριστικά του κινδύνου, όπως αναφέρθηκαν και στην εισαγωγή, η συχνότητα εμφάνισης και η δριμύτητα των δεδομένων απωλειών ΛΚ.

Αυτό μπορεί να γίνει υπολογίζοντας, με χρήση ιστορικών δεδομένων, τις κατανομές της συχνότητας και της δριμύτητας των δεδομένων αυτών.



Σχήμα 3.1: Κατανομή Συχνότητας



Σχήμα 3.2: Κατανομή Δριμύτητας

Ο συνδυασμός των δύο παραπάνω κατανομών οδηγεί στην εκτίμηση της κατάνομής συνολικών απωλειών του ΔΚ του οργανισμού.



Σχήμα 3.3: Κατανομή Συνολικών Απωλειών

Εκτός από τη συχνότητα και τη δριμύτητα των δεδομένων για την ανάλυση θα πρέπει να ληφθούν υπόψη και όλα τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά του κινδύνου που αναφέρθηκαν στην εισαγωγή. Βέβαια τα χαρακτηριστικά αυτά είναι πολλές φορές δύσκολο να αξιολογηθούν ποσοτικά. Δεν υπάρχει ακριβής μέθοδος αξιολόγησης. Ορισμένα από τα χαρακτηριστικά των δεδομένων απωλειών είναι:

Μη στασιμότητα

Είναι σημαντική η μελέτη της μη στασιμότητας των δεδομένων. Η μη στασιμότητα οφείλεται αρχικά στη μεροληψία επιβίωσης των δεδομένων ΛΚ, γιατί δεν υπήρχε τέτοιου είδους μέτρηση στο παρελθόν ή και αν ακόμα υπήρχε η μέτρηση δεν έχει γίνει με τον κατάλληλο τρόπο, ο τρόπος μέτρησης και κατηγοριοποίησης θα ήταν διαφορετικός από αυτόν που καθορίζεται στη 2^η συνθήκη.

Ακόμη η μη στασιμότητα οφείλεται και σε αλλαγές στον τρόπο διοίκησης, σε οικονομικούς κύκλους των τραπεζικών οργανισμών, σε αλλαγές του νομοθετικού πλαισίου. Είναι πολύ μικρό το διάστημα από το οποίο έχουν αρχίσει να συγκροτούνται βάσεις δεδομένων για να γίνει αναφορά σε στασιμότητα.

Αβεβαιότητα μέτρησης

Όσο η λειτουργία της διοικητικής ΛΚ είναι σε πρώιμο στάδιο θα υπάρχει ένα υψηλό ποσοστό αβεβαιότητας στη μέτρηση των δεδομένων απώλειας. Είναι λογικό να περάσει ένα διάστημα μέχρι να υπάρξει εκπαίδευση και ειδίκευση του προσωπικού στις έννοιες του ΛΚ και στην κατανόηση των τρόπων μέτρησης. Για παράδειγμα ενδεχόμενη αύξηση των δεδομένων απωλειών του ΛΚ τα πρώτα έτη δεν σημαίνει αυτόματα ότι έχει ανέβει το επίπεδο κινδύνου του οργανισμού, αλλά ότι ίσως ο τρόπος μέτρησης γίνεται με καλύτερο τρόπο.

Μη επαναληπτικότητα

Ορισμένες απώλειες ΛΚ ενδέχεται να θεωρηθούν ότι είναι απίθανο να συμβούν και στο μέλλον για οποιοδήποτε λόγο (για παράδειγμα αλλαγή νομοθετικού πλαισίου). Δεδομένα τέτοιας μορφής, τα οποία δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι συχνά, είναι χρήσιμο να υπάρχουν στην βάση δεδομένων κάθε τράπεζας, γιατί αντισταθμίζουν ως ένα σημείο μελλοντικές πρωτοεμφανιζόμενες απώλειες.

Εξάρτηση

Είναι πολύ σημαντική η μελέτη της εξάρτησης μεταξύ των επιχειρησιακών τομέων και των κατηγοριών κινδύνου. Αν και για ορισμένες απώλειες μπορεί να υποτεθεί ότι είναι ξεκάθαρη η κατηγορία κινδύνου και ο επιχειρησιακός τομέας, θα υπάρχουν οπωσδήποτε περιπτώσεις κατά τις οποίες ένα γεγονός δεν θα μπορεί να κατηγοριοποιηθεί εύκολα και ίσως να αφορά περισσότερες από μία κατηγορίες.

Με βάση τις υποδείξεις της 2^{ης} συνθήκης της Βασιλείας πρέπει να γίνει αντιστοίχιση των δεδομένων απωλειών ΛΚ σε μία από τις επτά κατηγορίες κινδύνου (ΚΚ) και σε έναν από τους οκτώ επιχειρησιακούς τομείς (ΕΤ), οι οποίοι έχουν αναφερθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο. Άρα η ανάλυση που πρέπει να γίνει αφορά ένα πίνακα 8x7.

	ΚΚ1	ΚΚ2	ΚΚ3	ΚΚ4	ΚΚ5	ΚΚ6	ΚΚ7
ΕΤ1							
ΕΤ2							
ΕΤ3							
ΕΤ4							
ΕΤ5							
ΕΤ6							
ΕΤ7							
ΕΤ8							

Πίνακας 3.1: Κατηγορίες Κινδύνου και Επιχειρησιακοί Τομείς

Άρα θα πρέπει να υπολογιστεί για κάθε κελί, το οποίο σημαίνει για κάθε συνδυασμό ΕΤ και ΚΚ, η κατανομή της συχνότητας εμφάνισης και η κατανομή της δριμύτητας, έτσι ώστε να υπολογιστεί η κατανομή των συνολικών απωλειών.

3.1 Προσέγγιση Κατανομής Συχνότητας

Για τον υπολογισμό της συνάρτησης κατανομής της συχνότητας πρέπει να αναγνωριστεί σε ένα αρχικό στάδιο το είδος της κατανομής. Υποψήφιες κατανομές αυτής της κατηγορίας είναι:

- Η διωνυμική $B(n,p)$, $f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$, $x=1,2,\dots,n$, όπου n είναι ο συνολικός

αριθμός γεγονότων ΛΚ σε χρονικό διάστημα ενός έτους και p η πιθανότητα ζημιογόνου γεγονότος, υποθέτοντας ανεξαρτησία μεταξύ των συμβάντων. Βασικό μειονέκτημα της διωνυμικής κατανομής είναι ότι πρέπει να προσδιοριστεί ο συνολικός αριθμός συμβάντων. Όταν το p είναι μικρό η διωνυμική προσεγγίζεται από την Poisson

- Η Poisson $P(\lambda)$, $f(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$, $\lambda > 0$, $x=0,1,2,3,\dots$

η βασική διαφορά είναι ότι πρέπει να υπολογιστεί το λ το οποίο αποτελεί την αναμενόμενη συχνότητα των συμβάντων, η οποία είναι np με βάση το διωνυμικό μοντέλο.

- Η αρνητική διωνυμική $NB(k,p)$, $f(x) = \binom{x-1}{k-1} p^k (1-p)^{(x-k)}$, όπου $k > 0$, $x=k,k+1,\dots$

η οποία είναι μια πιο ευέλικτη μορφή κατανομής

Στη συνέχεια θα πρέπει να υπολογιστούν οι παράμετροι της κατανομής. Η εκτίμηση των παραμέτρων οδηγεί στην πλήρη εκτίμηση της κατανομής.

3.2 Προσέγγιση Κατανομής Δριμύτητας

Για τη συνάρτηση της κατανομής απώλειας μπορεί να χρησιμοποιηθούν οι επόμενες κατανομές ανάλογα με την πιθανότητα εμφάνισής τους. Αρχικά οι κίνδυνοι χαμηλής επίδρασης με μεγάλη πιθανότητα εμφάνισης μπορούν να εκτιμηθούν από κατανομές με ελαφρές ή μεσαίες ουρές:

Κατανομές με ελαφρές ουρές:

- Weibull, $y_a(x) = \exp\{-(-x)^a\}$, $x < 0$, $a > 0$

- **Beta**, $f(x) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1}, 0 < x < 1, \alpha, \beta > 0$

- **Κανονική**, $f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2p}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2s^2}}, x \in \mathbb{R}$

Κατανομές με μεσαίες ουρές:

- **Λογαριθμοκανονική**, $f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2p}} e^{-\frac{(\ln x - m)^2}{2s^2}}$

- **Gumbel**, $\Lambda(x) = \exp\{-e^{-x}\}, x \in \mathbb{R}$

- **Γάμμα**, $f(x) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} x^{a-1} e^{-bx}, x > 0, \alpha, \beta > 0$

Στη συνέχεια για κινδύνους υψηλής επίδρασης με χαμηλή πιθανότητα εμφάνισης μπορεί να γίνει χρήση των ακόλουθων συναρτήσεων:

- **LogGamma**, $f(x) = \frac{a^b}{\Gamma(b)} (\ln x)^{b-1} x^{-a-1}, x > 0, \alpha, \beta > 0$

- **Cauchy**, $f(x) = (p(1+x^2))^{-1}, x \in \mathbb{R}$

- **Γενικευμένη κατανομή ακραίων τιμών (GEV)**, θα δειχθεί στη συνέχεια

- **Γενικευμένη Pareto (GPD)**, θα δειχθεί στη συνέχεια

Για τον έλεγχο καλής προσαρμογής των δεδομένων μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι έλεγχοι των Kolmogorov-Smirnov (K-S) και Anderson-Darling (A-D). Ο έλεγχος των Anderson-Darling είναι καταλληλότερος για δεδομένα υψηλής επίδρασης, γιατί είναι περισσότερο ευαίσθητος στην ουρά των δεδομένων. Στη συνέχεια και ειδικότερα για τον έλεγχο προσαρμογής των ακραίων τιμών θα αναφερθεί και άλλος έλεγχος.

Αναφέρθηκε προηγούμενα ότι πρέπει να γίνει υπολογισμός των συναρτήσεων κατανομών συχνότητας και δριμύτητας ανά κελί. Αυτό σημαίνει ότι ενδέχεται να διαφοροποιούνται οι παράμετροι ή ακόμα και το είδος της κατανομής από κελί σε κελί. Ανάλογα με τον τρόπο μοντελοποίησης κάθε τράπεζας είναι δυνατό να επιλεγεί ένα ενιαίο μοντέλο μέτρησης του ΛΚ ή μια μορφή κατανομής, με διαφορετικές παραμέτρους, έτσι ώστε να επιτρέπεται η συνολική μέτρηση του ΛΚ.

3.3 Προσέγγιση Κατανομής Συνολικών Απωλειών

Για την εύρεση της κατανομής των συνολικών απωλειών αναφέρθηκε ότι εξάγεται από τις δυο προαναφερόμενες κατανομές της συχνότητας και της δριμύτητας. Το αποτέλεσμα είναι μια νέα κατανομή, η οποία και θα πρέπει να αναλυθεί. Είναι αναγκαίο να υπάρξει ανάλυση τόσο για το κυρίως σώμα της κατανομής, όσο και για την ουρά της κατανομής που αφορά τα δεδομένα υψηλής επίδρασης. Το γεγονός ότι μια κατανομή προσεγγίζει καλύτερα τα συνολικά δεδομένα που υπάρχουν δεν σημαίνει ότι είναι ο καλύτερος τρόπος ανάλυσης και υπολογισμού των δεδομένων, γιατί ενδέχεται να μην εκτιμά με τον καλύτερο τρόπο τα δεδομένα στην ουρά της κατανομής, δηλαδή να μην εκτιμά με τον καλύτερο τρόπο τα δεδομένα με τη μεγαλύτερη δριμύτητα. Είναι πάρα πολύ σημαντικό να υπάρχει η κατάλληλη εκτίμηση όλων των δεδομένων ώστε κυρίως να μην υποεκτιμώνται, αλλά και να μην υπερεκτιμώνται οι συνολικές απώλειες εξαιτίας του ΑΚ. Στην πρώτη περίπτωση ο τραπεζικός οργανισμός θα διατηρεί κεφαλαιακό απόθεμα μικρότερο από το πραγματικό, πράγμα που σημαίνει ότι δεν θα είναι καλυμμένος είτε σε 99,9% επίπεδο εμπιστοσύνης, είτε σε χρονικό ορίζοντα ενός έτους.

Λύση στο παραπάνω πρόβλημα της υποεκτίμησης ή υπερεκτίμησης της κατανομής των συνολικών απωλειών φαίνεται να δίνει η Θεωρία των Ακραίων Τιμών, η οποία, κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις, παρέχει ένα τρόπο ανάλυσης δεδομένων, τα οποία ανήκουν στην δεξιά ουρά της κατανομής (τα δεδομένα με τη μεγαλύτερη δριμύτητα) και που δεν εκτιμώνται το ίδιο καλά από μια κατανομή που προσαρμόζεται καλύτερα στο κύριο σώμα των δεδομένων. Ο κυριότερος λόγος της χρησιμοποίησης της θεωρίας αυτής είναι η ανάλυση δεδομένων χαμηλής συχνότητας και μεγάλης δριμύτητας, η οποία είναι πάρα πολύ σημαντική και για το λόγο αυτό δεδομένα τέτοιας μορφής πρέπει να αντιμετωπίζονται με ιδιαίτερη προσοχή. Στο επόμενο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στη Θεωρία των Ακραίων Τιμών και τα κύρια χαρακτηριστικά της.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Θεωρία Ακραίων Τιμών

Η Θεωρία Ακραίων Τιμών (Extreme Value Theory- EVT) δεν είναι καινούρια θεωρία, αλλά τελευταία έχει αρχίσει να χρησιμοποιείται και για την ανάλυση δεδομένων, τα οποία προέρχονται από τον οικονομικό τομέα για μεγάλες οικονομικές απώλειες ή και για την ανάλυση μεγάλων ασφαλιστικών ζημιών. Ειδικά σε ότι έχει να κάνει με την ασφαλιστική επιστήμη και ιδιαίτερα με την αναλογιστική επιστήμη θεωρείται ότι η EVT είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για τον υπολογισμό του καθαρού ασφαλιστρού (το οποίο είναι η αναμενόμενη τιμή της ζημιάς ενός ασφαλιστηρίου, είτε πρόκειται για ατομικές, είτε για ομαδικές ασφαλίσεις). Με παρόμοιο τρόπο θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του κεφαλαίου κάλυψης του ΔΚ, το οποίο υπολογίζεται με βάση τη συχνότητα και τη δριμύτητα των δεδομένων απωλειών.

Η θεωρία ακραίων τιμών EVT παρέχει ένα σύνολο έτοιμων προσεγγίσεων για το πρόβλημα της ποσοτικής ανάλυσης του ΔΚ και είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για την ανάλυση δεδομένων χαμηλής συχνότητας και υψηλής δριμύτητας, κυρίως λόγω της δυνατότητας που παρέχει για την ανάλυση υψηλών ποσοστημορίων της κατανομής και της συμπεριφοράς στις μεγάλες απώλειες με μια ικανοποιητική προσέγγιση. Όμως η EVT δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως πανάκεια, γιατί υπάρχουν δυσκολίες σχετικές με τη φύση των δεδομένων, καθώς και την επάρκεια των δεδομένων αυτών.

Η θεωρία ακραίων τιμών EVT θεωρείται κατάλληλο εργαλείο για την ανάλυση σπάνιων συμβάντων, αλλά η μη κανονικότητα και ο μακροπρόθεσμος καθορισμός του ΔΚ απαιτεί μια προσέγγιση περαιτέρω από την κλασσική EVT. Η εφαρμογή της δημιουργεί ορισμένα θέματα προς διερεύνηση, όπως την καταλληλότητα μέτρησης ακραίων και σπάνιων γεγονότων με αμφιλεγόμενη αξιοπιστία μέτρησης. Η αξιοπιστία μέτρησης επηρεάζεται από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των δεδομένων απώλειας. Είναι εξαιρετικά δύσκολη η ακριβής ποσοτικοποίηση σε χρήματα ενός γεγονότος, γιατί στις περισσότερες περιπτώσεις ένα

γεγονός εκτός από τις άμεσες οικονομικές συνέπειές του επιφέρει και πολλές έμμεσες, οι οποίες δεν είναι εύκολα αξιολογήσιμες. Η EVT είναι καταρχήν κατάλληλη τεχνική για ανάλυση δεδομένων κάτω από συγκεκριμένες υποθέσεις, όπως η κανονικότητα, η ταυτονομία και η αριθμητική επάρκεια των δεδομένων. Όμως ακόμα κι αν δεν πληρούνται όλα τα παραπάνω κριτήρια, η EVT είναι χρήσιμο εργαλείο, όπου μπορούν να συγκεντρωθούν ποσοτικά δεδομένα με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά.

Για να γίνει περισσότερο κατανοητή η χρήση της EVT στα ακραία δεδομένα θα πρέπει να εισαχθεί η έννοια του ανώτερου ορίου (threshold) πάνω από το οποίο τα δεδομένα θα αναλύονται με διαφορετικό τρόπο από τα προηγούμενα. Δηλαδή θα γίνεται η εκτίμηση και ανάλυση των περισσότερων δεδομένων, δηλαδή του κυρίως σώματος της κατανομής δριμύτητας και στη συνέχεια με διαφορετικό τρόπο θα γίνεται η εκτίμηση των ακραίων δεδομένων, τα οποία βρίσκονται στην ουρά της κατανομής και για τα οποία δεν θα θεωρείται ότι ακολουθούν την ίδια κατανομή με τα υπόλοιπα. Στη συνέχεια θα δειχθεί ο τρόπος με τον οποίο μπορεί να γίνει αυτός ο διαχωρισμός.

4.1 Μέγιστες Τιμές Περιόδου

Με τη μέθοδο αυτή συλλέγονται και αναλύονται οι μέγιστες τιμές μεταβλητών σε συγκεκριμένες περιόδους μηνών ή ετών. Αυτές οι παρατηρήσεις αποτελούν τα ακραία γεγονότα, τις μέγιστες τιμές της εξεταζόμενης περιόδου (block maxima). Η κεντρική ιδέα αυτής της προσέγγισης είναι το θεώρημα των τριών μορφών⁷. Η βασική προσέγγιση που χρησιμοποιείται για τη μελέτη σπάνιων δεδομένων, σχετικά με τις ακραίες τιμές ενός δείγματος, είναι αυτή της κατανομής Poisson.

Για παράδειγμα για δεδομένα ενός καθορισμένου χρονικού διαστήματος οι μέγιστες τιμές κάθε μιας περιόδου είναι $x_i = \max\{x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,j}\}$, όπου $i=1, \dots, n$ το σύνολο των περιόδων που πρέπει να είναι μεγάλο και j ο αριθμός των δεδομένων σε κάθε περίοδο. Τα συνολικά δεδομένα είναι της μορφής $x_{i,j}$.

Τα ακραία γεγονότα συμβαίνουν κοντά στο δεξιό τερματικό σημείο της συνάρτησης κατανομής. Ορίζεται ότι το σημείο αυτό είναι το $x_F = \sup\{x \in R : F(x) < 1\}$ και για κάθε $x < x_F$.

⁷ Fisher and Tippett, 1928

Το προαναφερόμενο θεώρημα των τριών μορφών δηλώνει ότι υπάρχουν μόνο τρεις μορφές κατανομών, οι οποίες μπορούν να αναπτυχθούν ως οριακές κατανομές ακραίων τιμών σε τυχαία δείγματα. Οι κατανομές αυτές είναι η Weibull, η Gumbel και η Frechet. Το αποτέλεσμα αυτό είναι πολύ σημαντικό, διότι σημαίνει ότι η ασυμπτωτική κατανομή των μέγιστων τιμών ανήκει σε μια από αυτές τις τρεις κατανομές, ανεξάρτητα από την αρχική μορφή της κατανομής των δεδομένων.

Συνεπώς οι περισσότερες από τις κατανομές, οι οποίες χρησιμοποιούνται στη χρηματοοικονομική και αναλογιστική επιστήμη μπορούν να ταξινομηθούν σε αυτές τις τρεις κατηγορίες, ανάλογα με το βάρος της ουράς:

- Κατανομές ελαφρών ουρών με καθορισμένες ροπές και ουρές που συγκλίνουν στην κατανομή Weibull (Beta, Weibull)
- Κατανομές μεσαίων ουρών για τις οποίες όλες οι ροπές είναι καθορισμένες και των οποίων η αθροιστική συνάρτηση κατανομής μειώνεται εκθετικά στις ουρές, όπως η κατανομή Gumbel (Κανονική, Γάμμα, Λογαριθμοκανονική)
- Κατανομές βαριών ουρών, των οποίων η αθροιστική συνάρτηση κατανομής με περισσότερη ένταση στην ουρά, όπως η κατανομή Frechet (T-Student, Pareto, LogGamma, Cauchy)

Αναφέρθηκε ότι υπάρχουν τρεις διαφορετικές μορφές κατανομών, για την παρουσίαση των οποίων θα χρησιμοποιηθεί οι παράμετροι 'σχήματος' α και ξ , οι οποίες παράμετροι υποδεικνύουν το μέγεθος (το βάρος) της ουράς της κατανομής. Όσο μεγαλύτερη είναι η παράμετρος σχήματος, τόσο περισσότερα ακραία δεδομένα υπάρχουν, τόσο μεγαλύτερη είναι η ουρά της κατανομής.

Αρχικά με χρήση της παραμέτρου σχήματος α οι παραπάνω κατανομές των τριών υπομοντέλων είναι (όπου x είναι τιμή η οποία αναφέρεται στις μέγιστες τιμές περιόδων):

Gumbel : $GEV_0(x) = \exp(-e^{-x})$, για κάθε x

Frechet, $\alpha > 0$: $GEV_{1,\alpha}(x) = \begin{cases} \exp(-x^{-\alpha}), & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

Weibull, $\alpha < 0$: $GEV_{2,\alpha}(x) = \begin{cases} \exp(-(-x)^{-\alpha}), & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$

και αντίστοιχα οι σππ είναι:

Gumbel : $gev_0(x) = e^{-x} \exp(-e^{-x})$, για κάθε x

Frechet, $\alpha > 0$: $gev_{1,\alpha}(x) = \begin{cases} \alpha x^{-(1+\alpha)} \exp(-x^{-\alpha}), & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

Weibull, $\alpha < 0$: $gev_{2,\alpha}(x) = \begin{cases} -\alpha (-x)^{-(1+\alpha)} \exp(-(-x)^{-\alpha}), & x \leq 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$

Στους παραπάνω τύπους εύκολα μπορούν να εισαχθούν οι παράμετροι θέσης μ και κλίμακας σ .

Όπως διαπιστώνεται τα τρία παραπάνω μοντέλα διαχωρίζονται μεταξύ τους. Μπορούν όμως να ενταχθούν σε ένα με τη χρήση της παραμέτρου ξ , όπου $\xi = 1/\alpha$. Οι κατανομές Weibull, Gumbel και Frechet παρουσιάζονται σε ένα απλό τριπλό παραμετρικό μοντέλο, γνωστό ως Γενικευμένη Κατανομή Ακραίων Τιμών (Generalized Extreme Value distribution - GEV), όπου αναφέρονται και οι παράμετροι θέσης και κλίμακας:

$$GEV_{x,m,s}(x) = \begin{cases} \exp\left[-\left(1 + x \frac{x-m}{s}\right)^{\frac{1}{\xi}}\right], & \text{αν } \xi \neq 0, \text{ όπου } 1 + x \frac{x-m}{s} > 0 \\ \exp\left[-e^{\left(\frac{x-m}{s}\right)}\right], & \text{αν } \xi = 0 \end{cases}$$

Τα μ και σ είναι η παράμετρος θέσης και η παράμετρος κλίμακας αντίστοιχα και το ξ είναι η παράμετρος σχήματος (shape),

Για $\xi = 0$ η $GEV_{x,m,s}(x)$ είναι η Gumbel, γνωστή ως τύπου I

Για $\xi > 0$ η $GEV_{x,m,s}(x)$ είναι η Frechet, γνωστή ως τύπου II

Για $\xi < 0$ η $GEV_{x,m,s}(x)$ είναι η Weibull, γνωστή ως τύπου III

Αντίστοιχα μπορεί να παρουσιαστεί και το παραμετρικό μοντέλο που αναφέρεται στις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των Ακραίων Τιμών που είναι:

$$gev_{x,m,s}(x) = \begin{cases} \left(1 + x \frac{x-m}{s}\right)^{-(1+\frac{1}{x})} \exp\left\{-\left(1 + x \frac{x-m}{s}\right)^{\frac{1}{x}}\right\}, \text{αν} \cdot x \neq 0, \text{όπου} \cdot 1 + x \frac{x-m}{s} > 0 \\ e^{-\left(\frac{x-m}{s}\right)} \exp\left\{-e^{\left(\frac{x-m}{s}\right)}\right\}, \text{αν} \cdot x = 0 \end{cases}$$

Περισσότερες λεπτομέρειες μπορούν να αναζητηθούν στα συγγράμματα των Reiss, R. D. and Thomas. M. *Statistical Analysis of Extreme Values* [37] και Embrechts, P., Kluppelberg, C., and Mikosch, T. *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance* [19]⁸.

4.2 Μέθοδος πάνω από ένα Όριο

Η μέθοδος πάνω από ένα όριο (Peaks Over Threshold – POT) είναι κατάλληλη για την ανάλυση δεδομένων μεγαλύτερων από προκαθορισμένων υψηλών ορίων (υψηλών τιμών των δεδομένων απώλειας) και διαφοροποιείται από την μέθοδο μέγιστων τιμών στο γεγονός ότι στη μία περίπτωση εξετάζονται οι μέγιστες τιμές των δεδομένων απωλειών σε κάθε περίοδο ενός δοσμένου χρονικού διαστήματος και μόνο αυτές, ενώ στην άλλη για ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα εξετάζονται όλα τα δεδομένα, τα οποία ξεπερνούν ένα συγκεκριμένο όριο. Με την κατάλληλη επιλογή του ορίου, τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται σε αυτή την μέθοδο είναι περισσότερα από τη μέθοδο των μέγιστων τιμών. Τα δεδομένα που εξετάζονται σε κάθε περίπτωση είναι διαφορετικά. Εκτιμάται ότι με την POT μέθοδο η ανάλυση παρέχει περισσότερες πληροφορίες για τη φύση των δεδομένων. Με τη μέθοδο των μέγιστων τιμών δεν εξετάζεται το πλήθος των δεδομένων, τα οποία βρίσκονται κοντά στις μέγιστες τιμές και μπορεί να διαφέρουν αρκετά από τη μία χρονική περίοδο στην άλλη, ενώ στη POT μέθοδο όπως προαναφέρθηκε η ανάλυση βασίζεται σε όλα τα δεδομένα που υπερβαίνουν ένα συγκεκριμένο όριο.

Η POT μέθοδος βασίζεται στην Γενικευμένη Κατανομή Pareto (Generalized Pareto Distribution- GPD), η οποία θεωρείται ότι είναι η καταλληλότερη κατανομή για την ανάλυση δεδομένων υψηλής δριμύτητας (επίδρασης).

Οι κατανομές GPD και GEV σχετίζονται μεταξύ τους. Συνδέονται με τη σχέση:

$$GPD(x) = 1 + \ln GEV(x), \text{ όπου } \ln GEV(x) > -1$$

Όπως ακριβώς παρουσιάστηκε για την GEV η α -παραμετροποίηση για την GPD είναι τριών μορφών:

Εκθετική $GPD_0 = \begin{cases} 1 - e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

Pareto ($\alpha > 0$) $GPD_{1,\alpha} = \begin{cases} 1 - x^{-\alpha}, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$

Beta ($\alpha < 0$) $GPD_{2,\alpha} = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 1 - (-x)^{-\alpha}, & -1 \leq x \leq 0 \\ 0, & x < -1 \end{cases}$

και οι αντίστοιχες σππ είναι:

Εκθετική $gpd_0 = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

Pareto ($\alpha > 0$) $gpd_{1,\alpha} = \begin{cases} \alpha x^{-(1+\alpha)}, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$

Beta ($\alpha < 0$) $gpd_{2,\alpha} = \begin{cases} 0, & x > 0 \\ -\alpha(-x)^{-(1+\alpha)}, & -1 \leq x \leq 0 \\ 0, & x < -1 \end{cases}$

Η αθροιστική συνάρτηση της Γενικευμένης Κατανομής Pareto εκφράζεται μέσω της επόμενης κατανομής

⁸ καθώς επίσης Embrechts, P. [24], Chavez-Demoulin, V. et al. [10], Coles, S [13]

$$GPD_x(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \alpha x)^{-\frac{1}{\alpha}}, & \alpha \cdot x \neq 0, \text{για} \\ 1 - \exp(-x), & \alpha \cdot x = 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq 0, \alpha \cdot x > 0 \\ 0 \leq x \leq \frac{1}{-\alpha}, \alpha \cdot x < 0 \end{cases}$$

Η παράμετρος ξ , όπως και προηγούμενα αντιπροσωπεύει την παράμετρο σχήματος.

Η οικογένεια των GPD κατανομών είναι δυνατό να επεκταθούν προσθέτοντας την παράμετρο θέσης μ και κλίμακας σ . Με αυτό τον τρόπο η GPD γίνεται

$$GPD_{x,m,s}(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \alpha \frac{x-m}{s})^{-\frac{1}{\alpha}}, & \alpha \cdot x \neq 0, \text{για} \\ 1 - \exp(-\frac{x-m}{s}), & \alpha \cdot x = 0 \end{cases} \begin{cases} \frac{x-m}{s} \geq 0, \alpha \cdot x > 0 \\ 0 \leq \frac{x-m}{s} \leq \frac{1}{-\alpha}, \alpha \cdot x < 0 \end{cases}$$

Η ερμηνεία της παραμέτρου ξ της GPD είναι η ίδια με αυτή της GEV, αφού όλη η σχετική πληροφόρηση για την ουρά της άγνωστης αρχικής κατανομής περιέχεται σε αυτή την παράμετρο. Όταν $\xi > 0$, η GPD παίρνει την μορφή της συνηθισμένης κατανομής Pareto με δείκτη ουράς $\alpha = 1/\xi$ και υποδηλώνει την παρουσία δεδομένων που προέρχονται από κατανομή με βαριά δεξιά ουρά (η οποία είναι η πιο σημαντική για δεδομένα OR), δηλαδή $P(X_i > x) = x^{-\frac{1}{\alpha}} h(x)$ για μια αργά κυμαινόμενη συνάρτηση h , δηλαδή η h ικανοποιεί την οριακή συνθήκη $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{h(tx)}{h(t)} = 1, x > 0$.

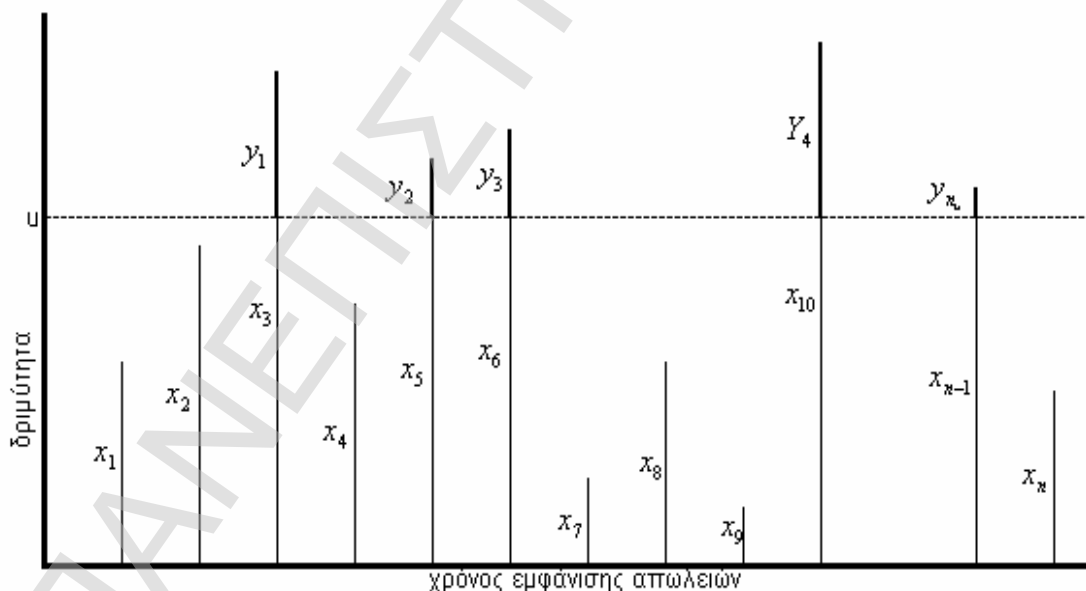
Σε αυτή τη περίπτωση υπάρχει άμεση σχέση ανάμεσα στο ξ και τον καθορισμό των ροπών της κατανομής, δηλαδή $E(x^k) = \infty$, αν $k \geq 1/\xi$. Για παράδειγμα, αν $\xi \geq 0,5$ η GPD έχει άπειρη διακύμανση, αν $\xi \geq 1$ δεν υπάρχει καμία καθορισμένη ροπή, ούτε και για τη μέση τιμή. Αυτό έχει άμεση συνέπεια στην ανάλυση δεδομένων.

Η συμπεριφορά των δεδομένων στην ουρά της κατανομής μπορεί να ανιχνευτεί άμεσα από την εκτίμηση της παραμέτρου σχήματος. Υπάρχουν διάφορες τεχνικές για την εκτίμηση της παραμέτρου σχήματος, όπως ο εκτιμητής Hill, η οποία είναι μια από τις πιο γνωστές τεχνικές, η εκτίμηση του Pickands, η εκτίμηση των Deckers- Einmahl- de Haan.

Η εκτίμηση της παραμέτρου σχήματος μπορεί επίσης να γίνει μέσω της μεθόδου μέγιστης πιθανοφάνειας⁹ και οι εκτιμητές που προκύπτουν είναι ασυμπτωτικά κατανομημένοι σε κανονική κατανομή.

Σύμφωνα με τον Embrechts [19] μπορούν να γίνουν σχόλια πάνω σε χαρτοφυλάκια απωλειών όπου οι απώλειες είναι ανεξάρτητες και ταυτόνομες τυχαίες μεταβλητές και ακολουθούν κατανομή τύπου Pareto με δείκτη $1/\xi$. Για παράδειγμα ο γνωστός κανόνας 80/20 αντιστοιχεί σε ένα δείκτη $1/\xi=1.4$. Δηλαδή σε ένα χαρτοφυλάκιο ζημιών με ανεξάρτητες και ταυτόνομες τυχαίες μεταβλητές Pareto με δείκτη 1.4, το 20% των ατομικών ζημιών παράγει το 80% των συνολικών ζημιών του χαρτοφυλακίου. Για $1/\xi=1.01$ (ένα μοντέλο με καθορισμένο οριακά μέσο) υπάρχει ο κανόνας 0.1/95, δηλαδή το 0.1% των απωλειών ευθύνεται για το 95% των συνολικών ζημιών. Σε τέτοιου είδους μοντέλα (και κυρίως για $\xi>1$) εισάγεται η έκφραση της απώλειας, η οποία μπορεί να προκαλέσει πρόβλημα χρεοκοπίας της επιχείρησης.

Όταν $\xi\approx 0.71$ σημαίνει ότι ισχύει ο κανόνας 80/20, ότι δηλαδή το 20% των γεγονότων ΔΚ προκαλεί το 80% των απωλειών, ενώ όταν $\xi\approx 1$ το 0.1% των γεγονότων ΔΚ προκαλεί το 95% των απωλειών. Για να γίνουν περισσότερο κατανοητοί οι συμβολισμοί και η ορολογία που χρησιμοποιούνται στη συνέχεια παρατίθεται το επόμενο σχήμα.



Σχήμα 4.1: Απεικόνιση Δεδομένων

⁹ Hosking and Wallis [29]

Από το παραπάνω σχήμα οι τυχαίες μεταβλητές x_1, x_2, \dots, x_n παριστούν όλα τα δεδομένα απωλειών του ΛΚ, η συνάρτηση κατανομής των οποίων θα καλείται από εδώ και στο εξής πλήρης, ενώ οι τυχαίες μεταβλητές y_1, y_2, \dots, y_{n_u} , οι οποίες θα καλούνται υπερβάσεις (excesses), παριστούν τα δεδομένα απωλειών του ΛΚ, τα οποία υπερβαίνουν ένα επιλεγμένο όριο u , ο αριθμός των οποίων είναι n_u και αντίστοιχα η συνάρτηση κατανομής ή πυκνότητας πιθανότητας αυτών των δεδομένων θα καλείται υπερβάλλουσα. Υπάρχει σχέση μεταξύ των y και x . Ισχύει ότι $y_j = x_j - u$, $j=1, 2, \dots, n_u$ για όλα τα $x > u$. Για παράδειγμα $y_1 = x_3 - u$, $y_3 = x_6 - u$. Οι τυχαίες μεταβλητές x_1, x_2, \dots, x_{n_u} για τις οποίες ισχύει ότι $x > u$ θα λέγονται υπερβολές (exceedances) και η συνάρτηση κατανομής ή πυκνότητας πιθανότητας υπερβολική.

Έστω η $F_X(x)$ η άγνωστη συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής X (με δεξιό τερματικό σημείο το x_F , το οποίο έχει αναφερθεί προηγουμένως) η οποία περιγράφει τη συμπεριφορά των δεδομένων απωλειών ΛΚ και η $F_u(y)$ να είναι η υπερβάλλουσα συνάρτηση κατανομής στο όριο u . Η υπερβάλλουσα συνάρτηση κατανομής μπορεί να αναφερθεί ως μια υπό συνθήκη συνάρτηση κατανομής, η οποία είναι:

$$F_u(y) = P(X - u \leq y | X > u) = \frac{F_X(x) - F_X(u)}{1 - F_X(u)} \text{ για } y = x - u > 0 \quad (1)$$

και αντιπροσωπεύει την πιθανότητα μία απώλεια να υπερβαίνει το όριο u κατά το πολύ ενός ποσού y , με την προϋπόθεση ότι υπερβαίνει το όριο u .

Για μια μεγάλη ομάδα κατανομών, η υπερβάλλουσα κατανομή $F_u(y)$ συγκλίνει ασυμπτωτικά σε μια κατανομή GPD, όσο το όριο αυξάνει προοδευτικά στο δεξιό τερματικό σημείο x_F της κατανομής¹⁰:

$$\lim_{u \rightarrow x_F} \sup |F_u(y) - GPD_{x,b}(y)| = 0 \quad (2),$$

όπου

¹⁰ Balkema- De Haan [4] και Pickands [36]

$$GPD_{x,b}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + x \frac{y}{b}\right)^{-\frac{1}{x}}, & \text{αν } x > 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{y}{b}\right), & \text{αν } x < 0 \end{cases}$$

όπου $y=x-u$ υπέρβαση, ξ παράμετρος σχήματος, β παράμετρος κλίμακας, ισχύει ότι $y \in [0, x_F - u]$, αν $\xi \geq 0$ και $y \in [0, -b/x]$ αν $\xi < 0$. Στη συνέχεια η $GPD_{x,b}(y)$ θα καλείται η υπερβάλλουσα GPD, ώστε να γίνεται κατανοητό ότι το y εκφράζει τις υπερβάσεις.

Η οριακή υπόθεση (2) διατηρείται αν αντί για τις υπερβάσεις y χρησιμοποιηθούν οι υπερβολές x ($x=y+u$) και οι $F_u(y)$ και $GPD_{x,b}(y)$ γίνονται $F_u(x)$ και $GPD_{x,u,b}(x)$ με το όριο u να αναπαριστά την παράμετρο θέσης και $x > u$. Επιπρόσθετα όταν το όριο τείνει στο δεξιό τερματικό σημείο x_F της κατανομής, η υπερβολική κατανομή $F_u(x)$ συγκλίνει ασυμπτωτικά σε μια GPD με παράμετρο σχήματος ξ , παράμετρο κλίμακας β και παράμετρο θέσης $\mu=u$. Η $GPD_{x,u,b}(x)$, θα καλείται υπερβολική GPD επειδή έχει να κάνει με υπερβολές x στο u .

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα της GPD είναι η σταθερότητά της κάτω από την αύξηση του ορίου. Από την (1) για την $F_X(x)$ ισχύει ότι

$$F_X(x) = [1 - F_X(u)] F_u(y) + F_X(u)$$

Στην οριακή συνθήκη (2) η υπερβάλλουσα κατανομή $F_u(y)$ και η υπερβολική κατανομή $F_u(x)$ μπορεί να προσεγγιστεί ικανοποιητικά από κατάλληλες GPD. Χρησιμοποιώντας μια υπερβολική GPD πετυχαίνεται:

$$F_X(x) \approx [1 - F_X(u)] GPD_{x,u,b}(x) + F_X(u) \quad (3)$$

και χρησιμοποιώντας την έκφραση της GPD

$$F_X(x) \approx [1 - F_X(u)] \left[1 - \left(1 + x \frac{x-u}{b} \right)^{-\frac{1}{x}} \right] + F_X(u)$$

Στην παραπάνω σχέση το μόνο στοιχείο που απαιτείται για την πλήρη γνωστοποίηση της $F_X(x)$ είναι η $F_X(u)$, η οποία είναι η τιμή της άγνωστης συνάρτησης κατανομής στο όριο u .

Ο εμπειρικός εκτιμητής του $F_X(x)$ είναι $F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{\{x_i \leq x\}}$, δηλαδή ο αριθμός των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες με x διαιρεμένες με τον συνολικό αριθμό παρατηρήσεων n .

Αν τώρα όπου x θέσουμε το όριο u παίρνουμε:

$$F_n(u) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{\{x_i \leq u\}} = \frac{n - n_u}{n},$$

όπου n ο ολικός αριθμός παρατηρήσεων και n_u ο αριθμός παρατηρήσεων άνω του ορίου.

Το όριο u πρέπει να είναι σε ένα επίπεδο όπου να υπάρχουν αρκετές παρατηρήσεις οι οποίες να υπερβαίνουν αυτό το όριο, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται μια ικανοποιητική εμπειρική εκτίμηση του $F_X(u)$.

Ενδεικτικά για δοθεί μια εικόνα του αριθμού των παρατηρήσεων που πρέπει να συλλεχθούν, αναφέρεται ότι ο ελάχιστος αριθμός των υπερβάσεων για δεδομένα που ακολουθούν κατανομή Pareto με παράμετρο $\theta=2$, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99,9% είναι 200 σε σύνολο 667 παρατηρήσεων, ενώ σε άλλη περίπτωση αναφέρεται ότι απαιτείται ελάχιστος αριθμός 100 υπερβάσεων σε σύνολο 1000 παρατηρήσεων¹¹.

Με βάση αυτά που αναφέρθηκαν προηγουμένα, η $F_X(x)$ μπορεί να εκφραστεί πλήρως από τις παραμέτρους της $GPD_{x,u,b}(x)$ και του αριθμού των παρατηρήσεων (του ολικού και αυτού άνω του ορίου):

$$F_X(x) \approx \frac{n_u}{n} \left[1 - \left(1 + x \frac{x-u}{b} \right)^{-\frac{1}{x}} \right] + \left(1 - \frac{n_u}{n} \right),$$

η παραπάνω ποσότητα μετά από απλοποίηση γίνεται:

$$F_X(x) \approx 1 - \frac{n_u}{n} \left[1 - \left(1 + x \frac{x-u}{b} \right)^{-\frac{1}{x}} \right]$$

Η τελευταία παράσταση ορίζεται ως η εκτίμηση της συνάρτησης κατανομής της ουράς της $F_X(x)$, καθώς ισχύει μόνο για $x > u$. Είναι δυνατό να δειχθεί ότι η εκτίμηση της ουράς είναι

¹¹ Embrechts, P. [20] για περισσότερες λεπτομέρειες

κατανεμημένη σε GPD και είναι η ημιπαραμετρική αναπαράσταση της $GPD_{x,m,s}$ η οποία αναφέρεται σε όλα τα αρχικά δεδομένα με την ίδια παράμετρο σχήματος ξ , θέσης μ και κλίμακας σ . Η $GPD_{x,m,s}$ καλείται πλήρης GPD, γιατί προσαρμόζεται σε όλα τα δεδομένα στην περιοχή της ουράς.

Εκτιμήσεις για τις παραμέτρους της πλήρους GPD μπορούν να παραχθούν από την υπερβάλλουσα GPD.

$$s = b \left(\frac{n_u}{n} \right)^x \text{ και } m = u - \frac{b}{x} \left[1 - \left(\frac{n_u}{n} \right)^x \right]$$

Εφόσον υπάρχει άμεση σχέση μεταξύ της πλήρους και της υπερβάλλουσας GPD είναι δυνατό να εκφραστεί η παράμετρος κλίμακας β της τελευταίας σχέσης από τη σχέση $\beta = \sigma + \xi(u - \mu)$. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι ενώ η παράμετρος κλίμακας β της υπερβάλλουσας GPD εξαρτάται από το σημείο που έχει οριστεί το όριο, η παράμετρος σχήματος ξ , θέσης μ και κλίμακας σ της πλήρους GPD είναι ανεξάρτητες από το όριο.

Με βάση την σταθερότητα της GPD, είναι δυνατή η εύκολη μετακίνηση από τις υπερβάσεις $y = x - u$ στην ουρά των αρχικών δεδομένων $x > u$ και αντίστοιχα από την υπερβάλλουσα κατανομή στην αρχική άγνωστη κατανομή $F_X(x)$.

Μια άμεση συνέπεια της σταθερότητας της GPD είναι ότι αν οι υπερβολές ενός ορίου u ακολουθούν μια $GPD_{x,u,b}(x)$, τότε οι υπερβολές ενός υψηλότερου ορίου $v > u$ ακολουθούν $GPD_{x,v,b+x(n-u)}(x)$, η οποία είναι κατανεμημένη σε GPD με την ίδια παράμετρο σχήματος ξ , παράμετρο θέσης v (το νέο όριο) και παράμετρο κλίμακας ίση με $\beta + \xi(v - u)$. Οποιοδήποτε συμπέρασμα για την παράμετρο σχήματος θα έπρεπε να είναι ανεπηρέαστο σε αυξήσεις του ορίου παραπάνω από αυτό το κατάλληλο επίπεδο.

4.2.1 Εκτίμηση Δριμύτητας Δεδομένων στην Ουρά της Κατανομής

Με τη χρήση της EVT προσαρμόζεται η υπερβάλλουσα GPD στα δεδομένα απωλειών, τα οποία υπερβαίνουν ένα προκαθορισμένο υψηλό όριο. Η προσαρμογή αυτή αναφέρθηκε ότι εξαρτάται από τρία στοιχεία:

1. Το όριο u , η σημασία του οποίου είναι πολύ σημαντική και ο κατάλληλος για να το ορίσει είναι ο στατιστικός αναλυτής
2. Τις υπερβάσεις, δηλαδή τα αρχικά δεδομένα μείον το επιλεγόμενο όριο, ο αριθμός των οποίων πρέπει να είναι επαρκής
3. Τις παραμέτρους ξ και β , οι οποίες πρέπει να εκτιμηθούν από τα δεδομένα των υπερβάσεων

Έχει προταθεί ένας μεγάλος αριθμός διαγνωστικών εργαλείων για την επιλογή του u ¹². Η πιο εύρηστη τεχνική είναι μέσω του Διαγράμματος της Μέσης Υπέρβασης (Mean Excess Plot- MEP), ένα γραφικό εργαλείο που βασίζεται στη συνάρτηση της Δειγματικής Μέσης Υπέρβασης (Sample Mean Excess Function- SMEF) η οποία ορίζεται ως:

$$SMEF(u) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - u}{\sum_{i=1}^n 1_{\{x_i > u\}}}$$

δηλαδή το άθροισμα των υπερβάσεων άνω του ορίου διαιρεμένο από τον αριθμό των δεδομένων που υπερβαίνουν το ίδιο το όριο.

Η συνάρτηση της Δειγματικής Μέσης Υπέρβασης είναι μια εκτίμηση της συνάρτησης της Μέσης Υπέρβασης (Mean Excess Function- MEF), όπου $MEF = E(X-u|X>u)$, η οποία περιγράφει την αναμενόμενη ανύψωση του ορίου από τη στιγμή που μια υπέρβαση συμβαίνει. Μπορεί να δείχθει¹³ ότι αν το διάγραμμα έχει αρνητική τάση τα δεδομένα είναι πολύ πιθανό να προέρχονται από κατανομή με ελαφρά ουρά. Εκθετικά κατανομημένα δεδομένα θα έδειχναν ένα διάγραμμα με προσεγγιστικά οριζόντια γραμμή, ενώ δεδομένα από κατανομή με βαριά δεξιά ουρά θα έδειχναν μια θετική τάση. Αν το διάγραμμα δείχνει μια θετική κλίση γραμμικά πάνω από ένα ορισμένο όριο, είναι μια ένδειξη ότι τα δεδομένα ακολουθούν μια GPD με θετική παράμετρο σχήματος ξ στην περιοχή της ουράς άνω του ορίου u . Αυτό είναι φανερό, αφού για μια GPD η συνάρτηση της Μέσης Υπέρβασης MEF είναι γραμμική

$$GPD_{MEF}(u) = \frac{b + \xi u}{1 - \xi}, \text{ όπου } (b + \xi u) > 0$$

¹² Μία από αυτές είναι η μέθοδος bootstrap, η οποία παράγει μια ικανοποιητική εκτίμηση κάτω από ορισμένα κριτήρια Danielsson et al [16]

¹³ Embrechts et al. [19]

4.2.2 Μέτρηση Δριμύτητας

Για τον υπολογισμό του κεφαλαίου σε επίπεδο 99,9% σε χρονικό ορίζοντα ενός έτους θα γίνει χρήση ενός εργαλείου υπολογισμού το οποίο καλείται Αξία σε Κίνδυνο (Value at Risk-VaR). Στην στατιστική ορολογία το VaR σε επίπεδο εμπιστοσύνης α είναι το όριο, ή αλλιώς η μικρότερη απώλεια, η οποία είναι μεγαλύτερη από το α -οστό ποσοστημόριο της αρχικής κατανομής απώλειας:

$$VaR_{\alpha}(x) = \inf \{x : F_x(X) \geq \alpha\}$$

και το $VaR_{\alpha}(x)$ αντιστοιχεί στις συνολικές απώλειες (σε επίπεδο εμπιστοσύνης α) σε συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα.

Όμοια για τον υπολογισμό του κεφαλαιακού αποθέματος σε κάθε κελί πρέπει να υπολογιστεί το κεφαλαιακό απόθεμα που απαιτείται για την κάλυψη σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99,9% ή του 99,9^{ου} ποσοστημορίου της κατανομής. Στη συνέχεια θα μπορεί να υπολογιστεί το συνολικό ποσό που απαιτείται.

Στο GPD μοντέλο είναι δυνατό να υπολογιστεί το VaR από την ημιπαραμετρική αναπαράσταση της πλήρους GPD.

Για δοσμένο επίπεδο εμπιστοσύνης $\alpha > F_x(u)$ η έκφραση του VaR είναι:

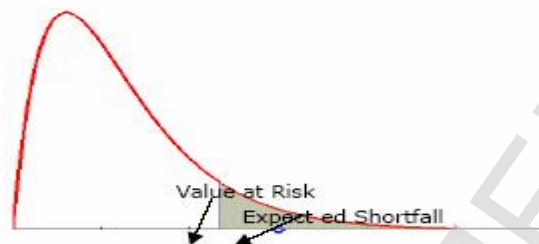
$$VaR_{\alpha}(x) = u + \frac{\hat{b}}{\hat{x}} \left\{ \left[\frac{n}{n_u} (1 - \alpha) \right]^{-\hat{x}} - 1 \right\}$$

Η χρήση του VaR στις πρακτικές εφαρμογές δεν είναι πανάκεια. Υπάρχουν ορισμένα μειονεκτήματα σχετικά με τη χρήση του συγκεκριμένου τρόπου μέτρησης. Αρχικά όταν τα δεδομένα απώλειας δεν έχουν 'κανονική' συμπεριφορά το VaR είναι ασταθές και δύσχρηστο και δεν είναι ένα συνεπές μέτρο κινδύνου, όπως αναφέρεται στο σύγγραμμα των Arztnet et al. Coherent Measures of Risk [3]. Ακόμη το VaR παρουσιάζεται ανίσχυρο στην έκταση των απωλειών που μπορεί να υφίστανται πέρα από το ποσό που υποδεικνύεται από τη μέτρηση του VaR. Υποδεικνύεται ένα χαμηλότερο ποσό από τις απώλειες στην ουρά της κατανομής. Υπάρχει μια μεροληψία υποεκτίμησης στην μέτρηση του κινδύνου.

Ποσότητες οι οποίες εκτιμούν τον ελλειμματικό (shortfall) κίνδυνο φαίνεται να είναι κατάλληλα εργαλεία από τη στιγμή που παρέχουν πληροφόρηση στο μέγεθος της ολικής ουράς της και επιπλέον αποδεικνύεται να είναι συνεπές μέτρο κινδύνου.

Το πλέον γνωστό από αυτά τα μέτρα είναι το Αναμενόμενο Έλλειμμα (Expected Shortfall-ES), το οποίο εκτιμά το δυνατό μέγεθος των απωλειών, οι οποίες υπερβαίνουν ένα επιλεγόμενο επίπεδο L της κατανομής (το επίπεδο L μπορεί να συσχετιστεί με το προκαθορισμένο όριο u ή το VaR).

Η διαφορά μεταξύ του VaR και του ES φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 4.2: Απεικόνιση VaR , ES

Διαπιστώνεται ότι το ES δίνει μια υψηλότερη τιμή από το VaR .

Η έκφραση του ES είναι:

$$ES(L) = L + E(X - L | X > L) = L + MEF(L),$$

όπου $MEF(L)$ η συνάρτηση της Μέσης Υπερβολής που έχει ήδη αναφερθεί.

Μία άλλη έκφραση του Αναμενόμενου Έλλειμματος είναι:

$$ES_a = E(X | X > VaR_a)$$

Στο μοντέλο GPD με όριο u και παραμέτρους ξ και β , η έκφραση για το Αναμενόμενο Έλλειμμα, όταν $L = u$, είναι:

$$GPD_{ES}(u) = \frac{b + \xi u}{1 - \xi},$$

ή

$$GPD_{ES}(VaR_a) = \frac{VaR_a}{1 - \xi} + \frac{b - \xi u}{1 - \xi},$$

όταν $L = VaR_a > u$, το οποίο ορίζεται μόνο για παραμέτρους σχήματος $\xi < 1$.

Στις περιπτώσεις όπου $\xi > 1$ ή $\xi \approx 1$ είναι φανερό ότι η GPD_{ES} δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σωστά. Σε ορισμένες από αυτές τις περιπτώσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικά μέτρα ελλειμματικού κινδύνου. Ένα από αυτά αναφέρεται στο διάμεσο (median) της

συνάρτησης κατανομής της Υπέρβασης [MEDEF(u)], η οποία ορίζεται από το διάμεσο των υπερβάσεων πάνω από το όριο u: $MEDEF(u) = \left[F_u \left(\frac{1}{2} \right) \right]^{-1}$

Πιο συγκεκριμένα η MEDEF(u) σε ένα GPD μοντέλο, με παραμέτρους σχήματος ξ και κλίμακας β, το οποίο μοντέλο είναι η υπερβάλλουσα GPD στο u, $GPD_{x,b}(p)$ ορίζεται ως:

$$\left[GPD_{x,b}(p) \right]^{-1} = \frac{b}{x} \left[(1-p)^{-x} - 1 \right]$$

θέτοντας για το διάμεσο $p=1/2$, βρίσκεται ότι:

$$GPD_{MEDEF}(u) = \frac{b}{x} \left[2^x - 1 \right]$$

Χρησιμοποιώντας την $GPD_{MEDEF}(u)$ μπορεί να εξαχθεί εύκολα ένα κατάλληλο μέτρο ελλειμματικού (shortfall) κινδύνου, συνδεδεμένο με το $GPD_{ES}(u)$:

$$GPD_{MS}(u) = u + GPD_{MEDEF}(u) = u + \frac{b}{x} \left[2^x - 1 \right],$$

το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ως η GPD μέση shortfall στο u.

Το χαρακτηριστικό γνώρισμα της $GPD_{MS}(u)$ είναι ότι, σε διαφορά με την $GPD_{ES}(u)$, ορίζεται ανεξάρτητα από τις τιμές των παραμέτρων, ενώ διατηρεί όμοια με την $GPD_{ES}(u)$ την σταθερότητα της POT¹⁴. Συγκεκριμένα, αν δοθεί η $GPD_{MS}(u)$ υπολογισμένη στο όριο u, η $GPD_{MS}(v)$ σε υψηλότερο επίπεδο $v > u$ μπορεί να εκφραστεί ως:

$$GPD_{MS}(v) = v + \frac{b + x(v - u)}{x} \left[2^x - 1 \right]$$

Το GPD_{MS} αναπαριστά το κατάλληλο και πραγματοποιήσιμο μέτρο κινδύνου.

4.2.3 Εκτίμηση Συχνότητας Δεδομένων στην Ουρά της Κατανομής

Εκτός από την μέτρηση της δριμύτητας της κατανομής των δεδομένων απώλειας, σημαντική είναι και η μέτρηση της συχνότητας της κατανομής των δεδομένων απώλειας. Σκοπός της παραγράφου είναι η εκτίμηση και η μέτρηση της συχνότητας μεγάλων απωλειών για κάθε ET.

¹⁴ Περισσότερες λεπτομέρειες Reiss, R. and Thomas, M. [37]

Για την επίτευξη αυτού του σκοπού η POT μέθοδος, η οποία μέχρι στιγμής περιορίστηκε στην κατανομή δριμύτητας, χρησιμοποιείται και για την ανάλυση της συχνότητας των δεδομένων με χρήση της σημειακής διαδικασίας των υπερβάσεων.

Η βασική υπόθεση αυτής της μεθόδου είναι να παρατηρήσει τον αριθμό των υπερβάσεων ως μία καθορισμένη σημειακή διαδικασία (θα γίνει αναφορά στην επόμενη παράγραφο για τη σημειακή διαδικασία) με κατάλληλη ένταση, η οποία στην αρχική της αναπαράσταση συγκλίνει σε μια δισδιάστατη διαδικασία Poisson.

Στην πράξη:

- Οι υπερβάσεις (x) άνω του ορίου u συμβαίνουν σε χρονικές στιγμές μιας Poisson διαδικασίας με ένταση λ
- Οι αντίστοιχες υπερβάσεις ($y=x-u$) είναι ανεξάρτητες και έχουν GPD κατανομή

Η παράμετρος λ μετρά την ένταση των υπερβάσεων στο u ανά μονάδα χρόνου, δηλαδή αν ο αριθμός των μεγάλων ζημιών είναι σταθερός στο χρόνο ή αν γίνεται περισσότερο ή λιγότερο συχνός.

Στην βασική κατάσταση στασιμότητας της διαδικασίας ο αριθμός των υπερβάσεων ακολουθεί μια ομογενή διαδικασία Poisson με σταθερή ένταση η οποία γράφεται ως:

$$I_u = \left(1 + \xi \frac{u - m}{s} \right)^{-\sigma}$$

όπου ξ , m , σ συμβολίζουν τις παραμέτρους σχήματος, θέσης και σχήματος της πλήρους GPD και η ένταση I_u αναφέρεται με τον παραπάνω τρόπο για να τονίσει την εξάρτηση στο όριο u . Από τη στιγμή που το I_u μετριέται στις ίδιες χρονικές στιγμές οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν για τη συλλογή των δεδομένων, μπορεί να επιτευχθεί από το $I_u T$ μια εκτίμηση του χρονικά προσαρμοσμένου αριθμού των υπερβάσεων σε μια χρονική περίοδο T . Για παράδειγμα αν ο αριθμός των υπερβάσεων καθορίζεται σε περίοδο ενός έτους και η συλλογή δεδομένων αναφέρεται σε εργάσιμες ημέρες και αργίες, η ετησιοποιημένη ένταση των υπερβάσεων είναι:

$$N_{1\text{-year}} = 365 I_u$$

Η παραπάνω εξίσωση αναφέρεται σε δεδομένα απωλειών ΔK , από τη στιγμή του συμβάντος λειτουργικής απώλειας (μικρών ή μεγάλων) και δεν εξαρτάται από τον αριθμό των εργάσιμων ημερών του έτους. Ένα χαρακτηριστικό της POT μεθόδου για τον υπολογισμό της συχνότητας, όμοια με τη μέθοδο για τον υπολογισμό της δριμύτητας, είναι η σταθερότητά της έναντι στην αύξηση του ορίου. Αν μια σημειακή διαδικασία με όριο u

συγκλίνει σε μια διαδικασία Poisson με ένταση I_u , η σημειακή διαδικασία σε επίπεδο $v > u$ επίσης συγκλίνει σε διαδικασία Poisson. Η νέα ένταση είναι

$$I_v = I_u \left(1 + x \frac{v-u}{b} \right),$$

όπου το β είναι η παράμετρος κλίμακας της υπερβάλλουσας GPD. Η ίδια σχέση διατηρείται ακόμη και αν η ένταση ανά μονάδα χρόνου I_u αναπληρώνεται από χρονικά προσαρμοσμένη ένταση, για την οποία ο μέσος αριθμός των υπερβάσεων σε μια ορισμένη περίοδο είναι:

$$N_{T,v} = N_{T,u} \left(1 + x \frac{v-u}{b} \right),$$

όπου το $N_{T,u}$ συμβολίζει το μέσο αριθμό των υπερβάσεων (με όριο v ή u) σε χρονική περίοδο T . Με την παραπάνω έκφραση είναι δυνατή η παραγωγή αριθμών για μεγάλες απώλειες σε αντιστοιχία με μεγαλύτερα όρια από το αρχικό.

Γενικά, μια εμπειρική εκτίμηση του μέσου ετήσιου αριθμού υπερβάσεων μιας τράπεζας μπορεί να εξαχθεί από τον συνολικό αριθμό των υπερβάσεων στα έτη κατά τα οποία έγινε η μελέτη δια του αριθμού των ετών.

4.2.4 Προσέγγιση Σημειακής Διαδικασίας

Η προσέγγιση της κατανομής της συχνότητας των δεδομένων, όπως παρουσιάστηκε στην προηγούμενη παράγραφο βασίζεται στην υπόθεση της στασιμότητας και ανεξαρτησίας των υπερβάσεων. Στην παράγραφο αυτή γίνεται προσπάθεια αντιμετώπισης κυρίως της εξάρτησης των υπερβάσεων μέσω της σημειακής διαδικασίας με εκτενή χρήση του εγγράφου των Chavez-Demoulin et al. *Quantitative models for operational risk: Extremes, Dependence and Aggregation* [11].

Παρουσιάζονται δύο μέθοδοι για τη μοντελοποίηση εξαρτημένων διαδικασιών απωλειών¹⁵. Ένα σημαντικό σημείο εδώ είναι να εξεταστούν οι διαδικασίες απώλειας με κατάλληλο τρόπο, η οποία ονομάζεται σημειακή διαδικασία. Η προσέγγιση δεν είναι απλή, εξαιτίας της πολυπλοκότητας του θεωρητικού υπόβαθρου. Όταν όμως προχωρήσει η μοντελοποίηση εμφανίζονται ορισμένα πλεονεκτήματα.

¹⁵ Περισσότερες λεπτομέρειες στους Neslehova and Pfeifer [33]

Όλες οι τεχνικές που παρουσιάστηκαν προηγούμενα βασίζονται σε σημειακή διαδικασία. Η θεωρία της σημειακής διαδικασίας αποτελεί τη βάση για την μέθοδο μέτρησης της έντασης (intensity based approach) του πιστωτικού κινδύνου. Επίσης το θέμα της εξάρτησης μπορεί να αντιμετωπιστεί με αυτή τη μεθοδολογία.

Θεωρείται, όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη παράγραφο, ότι τα δεδομένα απώλειας ακολουθούν μια απαριθμητή διαδικασία Poisson. Ο σκοπός είναι ναδειχθεί ότι είναι δυνατή μια εναλλακτική αναπαράσταση ως σημειακή διαδικασία, η οποία επιτρέπει τη μελέτη της εξάρτησης.

Ας υποθεθεί ότι ένα γεγονός απώλειας συμβαίνει σε τυχαίο χρόνο T σε μια χρονική περίοδο $[0, \Delta]$. Το Δ για μελέτη OR ορίζεται 1 έτος. Για κάθε διάστημα $A \subset [0, \Delta]$ μπορεί να κατασκευαστεί η απλούστερη σημειακή διαδικασία

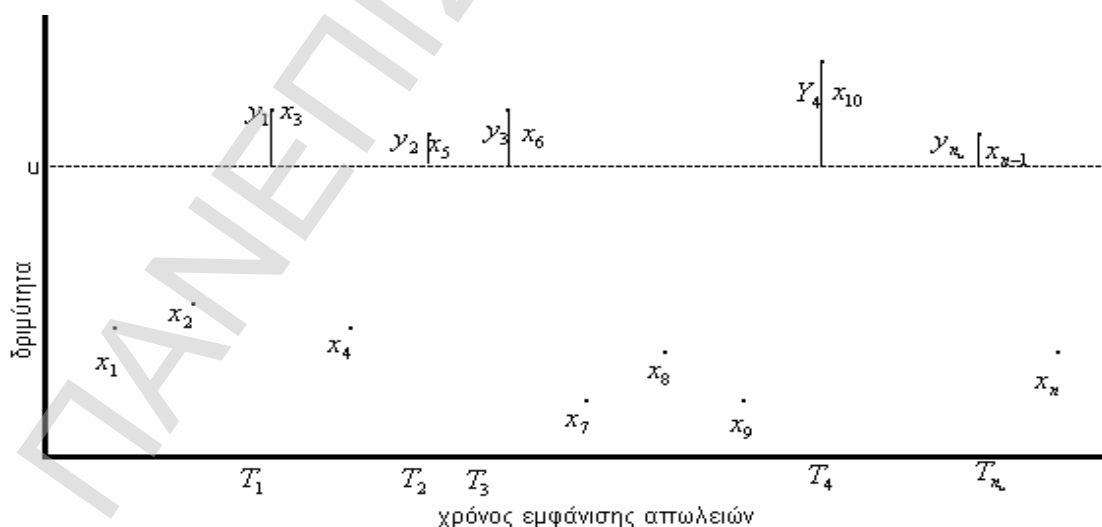
$$I_T(A) = \begin{cases} 1, & \text{αν } T \in A \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

η οποία αναφέρεται ως αρχικό τυχαίο μέτρο.

Στη συνέχεια θεωρούμε T_1, T_2, \dots, T_{n_u} τους τυχαίους ενδιάμεσους χρόνους των δεδομένων απωλειών πάνω από ένα όριο. Η σημειακή διαδικασία x_{n_u} ορίζεται ως εξής:

$$x_{n_u}(A) = \sum_{i=1}^{n_u} I_{T_i}(A)$$

και υπολογίζει τον αριθμό των παρατηρήσεων στην παρατηρούμενη περίοδο $A \subset [0, \Delta]$. Στο επόμενο διάγραμμα όμοια εμφανίζεται η σημειακή διαδικασία των υπερβάσεων.



Σχήμα 4.3: Απεικόνιση Δεδομένων

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους μπορεί να γενικευτεί η $x_{n_u}(A)$, ώστε να παίρνονται καταστάσεις που ταιριάζουν περισσότερο στην πραγματικότητα. Αρχικά το n_u από γνωστό, μπορεί να γίνει τυχαίο N , το οποίο οδηγεί σε τυχαίο αριθμό απωλειών στο $[0, \Delta]$. Επίσης τα T_i μπορούν να γίνουν πολυμεταβλητά, d -διάστατα. Το τελευταίο σημαίνει ότι εξετάζονται δεδομένα d κατηγοριών κινδύνου, τα οποία προέρχονται από ένα γεγονός. Τα παραπάνω οδηγούν στη γενική μορφή:

$$x_N = \sum_{i=1}^N I_{T_i}$$

Τα T_i είναι εντός του χρονικού διαστήματος $[0, \Delta]$, δηλαδή $x_N([0, \Delta]^d) = N$. Αν θεωρηθεί ότι $d=1$ και το N να ακολουθεί κατανομή Poisson με παράμετρο $\lambda\Delta$, ανεξάρτητη από τα T_i , τα οποία επίσης έχουν υποθεθεί αμοιβαία ανεξάρτητα και ομοιόμορφα κατανεμημένα στο $[0, \Delta]$. Αν $A=[0, t]$ για κάποιο $0 \leq t \leq \Delta$ τότε ισχύει ότι $\{N(t) = x_N([0, t]) : t \in [0, \Delta]\}$, η οποία είναι η ομογενής απαριθμητή διαδικασία Poisson με ένταση $\lambda > 0$ ορισμένη στο $[0, \Delta]$, δηλαδή:

$$E(N(t)) = E(N)P[T_i \leq t] = \lambda\Delta \frac{t}{\Delta} = \lambda t$$

Σε αντίθεση με την κλασική κατασκευή του $\{N(t) : t \geq 0\}$ ως μια καινούρια διαδικασία, η ακολουθία των χρόνων γεγονότων απώλειας T_i δεν είναι απαραίτητα αυξανόμενη.

Ο περιορισμός στην καθορισμένη περίοδο $[0, \Delta]$, όπως έγινε και για τον αριθμό των υπερβάσεων, μπορεί να ξεπεραστεί και να θεωρηθεί άπειρο διάστημα. Το πλεονέκτημα της μοντελοποίησης της σημειακής διαδικασίας είναι ότι μπορεί να οδηγεί σε επιπλέον γενικεύσεις.

Ακόμη τα χρονικά γεγονότα μπορούν να συμβαίνουν τυχαία στο χρόνο, αλλά με μια χρονικά μεταβλητή ένταση. Επίσης τα γεγονότα απωλειών μπορεί να είναι d -διάστατα, όπως για την x_N ή να αντικατασταθούν από (T_i, X_i) , όπου τα X_i δηλώνουν τις αντίστοιχες απώλειες δριμύτητας. Ο ολικός αριθμός απωλειών θεωρείται ίδιος για τα T_i και τα X_i .

Αν η κοινή απαριθμητή μεταβλητή N έχει κατανομή Poisson και είναι ανεξάρτητη από τα ανεξάρτητα και ταυτόσημα γεγονότα απωλειών, τα οποία ακολουθούν κάποια απροσδιόριστη κατανομή F , τότε η x_N είναι μια καθορισμένη σημειακή διαδικασία Poisson, η οποία πλέον καθορίζεται ως ξ . Σε αυτή την περίπτωση $\xi(A)$ είναι μια συνηθισμένη τυχαία μεταβλητή

Poisson με παράμετρο $E[\xi(A)] = E(N)F(A)$. Η $E[\xi(\cdot)]$, ως συνάρτηση του A , αναφέρεται ως το μέτρο έντασης του ξ . Όποτε αυτό το μέτρο έχει πυκνότητα τότε αυτό λέγεται ένταση της σημειακής διαδικασίας. Ακόμη αν τα A_1, \dots, A_n είναι αμοιβαία ασυνάρτητα (disjointed) χρονικά διαστήματα, ο αριθμός των συμβάντων εντός αυτών των διαστημάτων $(x(A_1), \dots, x(A_n))$ είναι ανεξάρτητος.

Από εδώ και στο εξής η υπόθεση των γεγονότων απωλειών της διαδικασίας θεωρείται ότι είναι της μορφής x_N . Στη συνέχεια αναφέρονται οι τρεις ιδιότητες της σημειακής διαδικασίας Poisson, οι οποίες είναι σημαντικές για τη μοντελοποίηση της εξάρτησης.

Έστω ότι το $x = \sum_{i=1}^N I_{T_i}$ είναι μια καθορισμένη σημειακή διαδικασία Poisson με d -διάστατα γεγονότα $T_i = (T_i(1), \dots, T_i(d))$. Για $d=2$, $T_i(1)$ και $T_i(2)$ δηλώνουν χρονικά σημεία συμβάντων απωλειών που οφείλονται, για παράδειγμα, σε εσωτερική και εξωτερική απάτη στον ίδιο ET.

Κάθε μια από τις περιθώριες διαδικασίες $x(k) = \sum_{i=1}^N I_{T_i(k)}$, $k=1, \dots, d$ είναι τότε μονοδιάστατη σημειακή διαδικασία Poisson, δηλαδή μια διαδικασία, η οποία περιγράφει απώλειες εσωτερικής και εξωτερικής απάτης αντίστοιχα. Το μέτρο έντασης $E[\xi(k)(\cdot)]$ των περιθώριων διαδικασιών δίνεται από το $E(N)F_k(\cdot)$, όπου το F_k δηλώνει το k -οστό περιθώριο της από κοινού κατανομής της F με τα T_i . Αντίθετα, αν $x(k) = \sum_{i=1}^N I_{T_i(k)}$, $k=1, \dots, d$ είναι μονοδιάστατες σημειακές διαδικασίες Poisson τότε το $x = \sum_{i=1}^N I_{T_i}$ με $T_i = (T_i(1), \dots, T_i(d))$ είναι d -διάστατη σημειακή διαδικασία Poisson με μέτρο έντασης $E[\xi(\cdot)] = E(N)F(\cdot)$, όπου F δηλώνει την από κοινού κατανομή των T_i . Αυτό το αποτέλεσμα, το οποίο καλείται έμφυτο, τυγχάνει ιδιαίτερης χρήσης για τη μοντελοποίηση εξαρτημένων απωλειών επηρεαζόμενες από κοινή επίδραση.

Προηγούμενα θεωρήθηκαν σημειακές διαδικασίες Poisson καθορισμένης χρονικής περιόδου $[0, \Delta]$, όμως αναφέρθηκε ότι ορισμένες φορές είναι απαραίτητο να γίνει αναφορά σε απροσδιόριστο χρονικό διάστημα όπως $[0, \infty]$. Για να επιτευχθεί αυτό ο ορισμός της σημειακής διαδικασίας Poisson πρέπει να επεκταθεί. Η διαδικασία που λαμβάνεται δεν είναι πλέον ορισμένη από το x_N , αλλά μπορεί να εκφραστεί ως ένα άθροισμα καθορισμένων

διαδικασιών Poisson, καλούμενες υπερθετικές (super-position). Έστω ότι x_1 και x_2 είναι ανεξάρτητες σημειακές διαδικασίες Poisson με καθορισμένα μέτρα έντασης $E[x_1]$ και $E[x_2]$. Τότε η υπερθέση (superposition) των x_1 και x_2 , δηλαδή η διαδικασία $\xi = x_1 + x_2$, είναι μια σημειακή διαδικασία Poisson με μέτρο έντασης $E[x_1] + E[x_2]$.

Επεκτείνοντας αυτό το αποτέλεσμα σε μια υπερθέση από αριθμήσιμες ανεξάρτητες διαδικασίες Poisson επιτυγχάνεται μια σημειακή διαδικασία Poisson με ένα μέτρο έντασης, το οποίο δεν είναι απαραίτητα μετρήσιμο. Για παράδειγμα αν x_k είναι ομογενής σημειακή διαδικασία Poisson με σταθερή ένταση $\lambda > 0$ (ανεξάρτητο του k), για ένα μη αρνητικό ακέραιο αριθμό k , τότε η υπερθέση $x = \sum_{k=1}^{\infty} x_k$ είναι μια ομογενής σημειακή διαδικασία Poisson στο $[0, \infty]$.

Μια τελευταία σημαντική τεχνική είναι η λέπτυνση (thinning), η οποία χωρίζει μια σημειακή διαδικασία Poisson σε δύο ή περισσότερες ανεξάρτητες διαδικασίες Poisson. Σημειώνοντας τα σημεία των γεγονότων με 1 ή με 0 και χρησιμοποιώντας μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών μπορεί να επιτευχθεί μεταγενέστερη ομαδοποίηση των χρονικών σημείων των γεγονότων. Για παράδειγμα θεωρώντας την σημειακή διαδικασία των υπερβάσεων πάνω από ένα όριο u , μπορούν να σημειωθούν με 1 οι απώλειες οι οποίες υπερβαίνουν ένα υψηλότερο όριο $u+x$.

Έστω ότι $x = \sum_{i=1}^N I_{T_i}$ είναι κάποια καθορισμένη σημειακή διαδικασία Poisson και $\{e_i\}$ μια ακολουθία από ανεξάρτητες και ταυτόσημες στο $\{0,1\}$ τυχαίες μεταβλητές με $P[e_i = 1] = p$. Τότε η λέπτυνση των ξ είναι σημειακές διαδικασίες που δίνονται από τις σχέσεις $x_1 = \sum_{i=1}^N e_i I_{T_i}$ και $x_2 = \sum_{i=1}^N (1 - e_i) I_{T_i}$.

Οι κατασκευασμένες με τον παραπάνω τρόπο διαδικασίες x_1 και x_2 είναι ανεξάρτητες Poisson με ένταση $E[x_1] = pE[x]$ και $E[x_2] = (1-p)E[x]$. Επιπλέον η αρχική διαδικασία προκύπτει ως μια superposition της λέπτυνσης $\xi = x_1 + x_2$.

Όπως θα φανεί και στη συνέχεια υπάρχουν δυο είδη εξάρτησης τα οποία παίζουν σημαντικό ρόλο στις σημειακές διαδικασίες Poisson $x_1 = \sum_{i=1}^{N_1} I_{T_i}(1)$ και $x_2 = \sum_{i=1}^{N_2} I_{T_i}(2)$

- Η εξάρτηση μεταξύ των γεγονότων όπως οι χρονικές στιγμές των απωλειών, δηλαδή μεταξύ του $T_i(1)$ και $T_i(2)$
- Η εξάρτηση μεταξύ του αριθμού των γεγονότων ή της συχνότητας των γεγονότων, δηλαδή μεταξύ των απαριθμητών (κατανεμημένων σε Poisson) τυχαίων μεταβλητών N_1 και N_2

4.2.5 Εξαρτημένες Απαριθμητές Μεταβλητές

Η μοντελοποίηση πολυμεταβλητών κατανομών με γνωστές περιθώριες μπορεί να επιτευχθεί με χρήση copulas. Αυτή η μέθοδος βασίζεται στο αποτέλεσμα του Sklar ότι οποιαδήποτε d -διάστατη συνάρτηση κατανομής F με περιθώριες F_1, \dots, F_d μπορεί να εκφραστεί ως

$$F(x_1, \dots, x_d) = c(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d)) \text{ για κάθε } (x_1, \dots, x_d) \in \mathbb{R}^d$$

Η συνάρτηση c είναι η αποκαλούμενη copula, μια συνάρτηση κατανομής στο $[0,1]^d$ με ομοιόμορφες περιθώριες. Είναι επαρκές να σημειωθεί ότι η c είναι μοναδική αν οι περιθώριες κατανομές είναι συνεχείς.

Για το σκοπό της παράθεσης των μεθόδων που παρουσιάστηκαν παραπάνω, θα χρησιμοποιηθούν copulas από την οικογένεια Frank. Αυτές καθορίζονται από:

$$c_q(u, v) = -\frac{1}{q} \ln \left(1 + \frac{(e^{-qu} - 1)(e^{-qv} - 1)}{e^{-q} - 1} \right) \text{ για } \theta \in (-\infty, \infty),$$

όπου οι περιπτώσεις $\theta = -\infty, 0$ και ∞ είναι κατανοητά ως όρια. Με την παραπάνω συνάρτηση c_q μοντελοποιείται ένας μεγάλος αριθμός υποθέσεων εξάρτησης για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου θ , όπως θετική εξάρτηση (για $\theta = \infty$), θετική εξάρτηση (για $\theta > 0$), πλήρως αρνητική εξάρτηση (για $\theta = -\infty$) και ανεξαρτησία (για $\theta = 0$).

Στην περίπτωση των σημειακών διαδικασιών, υπάρχουν δύο περιπτώσεις όπου η μοντελοποίηση copula είναι χρήσιμη. Αρχικά, αν τα χρονικά σημεία συμβάντων $T_i(1), \dots, T_i(d)$ έχουν καθορισμένες και συνεχείς κατανομές, έστω F_1, \dots, F_d , τότε επιλέγοντας κάποια κατάλληλη copula c_T παράγεται η κατανομή F των d -διάστατων χρονικών σημείων συμβάντων $T_i = (T_i(1), \dots, T_i(d))$ μέσω της σχέσης:

$$F(x_1, \dots, x_d) = c(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d))$$

Έπειτα η προσέγγιση με χρήση copula μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή πολυμεταβλητών περιθωρίων κατανομών Poisson. Αν και τέτοιες κατανομές μπορεί να μην χαρακτηρίζονται από ικανοποιητικές στοχαστικές ερμηνείες και πρέπει να διαχειριστούν με προσοχή εξαιτίας της μη συνέχειας των περιθωρίων, καλύπτουν μεγάλο εύρος πιθανοτήτων εξάρτησης. Η προσοχή εδώ δίνεται στον τρόπο δημιουργίας δύο τυχαίων μεταβλητών Poisson χρησιμοποιώντας copulas.

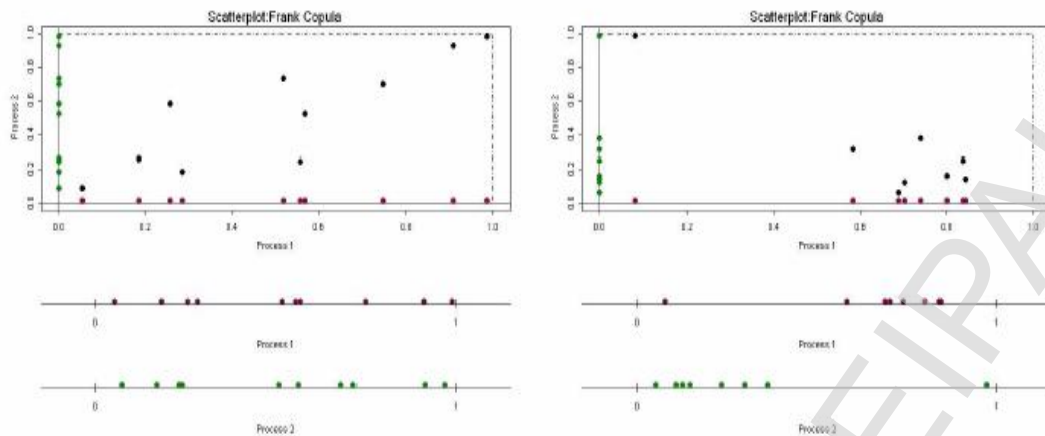
4.2.6 Εξαρτημένες Σημειακές Διαδικασίες

Σε αυτή την παράγραφο παρουσιάζονται δύο μέθοδοι για την κατασκευή εξαρτημένων σημειακών διαδικασιών Poisson. Για τυχαίες μεταβλητές υπάρχουν διάφοροι τρόποι για την ακριβή περιγραφή της εξάρτησης. Για παράδειγμα μπορεί να υπολογιστούν μέτρα εξάρτησης όπως γραμμική συσχέτιση, rank συσχέτιση όπως το ρ του Spearman ή το τ του Kendall ή μπορεί να ελεγχθεί η ύπαρξη copula. Για σημειακές διαδικασίες η συσχέτιση θα εκφραστεί ως συντελεστής συσχέτισης $r(x_1(A), x_2(B))$ μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών $x_1(A)$ και $x_2(B)$ για κάποια A και B.

1^η Μέθοδος Κατασκευής

Η μέθοδος αυτή είναι βασισμένη σε προέκταση του $x(k) = \sum_{i=1}^N I_{T_i(k)}$, $k=1, \dots, d$ και παράγει σημειακές διαδικασίες Poisson με τον ίδιο τυχαίο αριθμό N των γεγονότων απωλειών.

Έστω ότι $x = \sum_{i=1}^N I_{T_i}$ είναι μια διαδικασία Poisson με ανεξάρτητα και ταυτόσημα d-διάστατα ενδιάμεσα χρονικά σημεία γεγονότων $T_i = (T_i(1), \dots, T_i(d))$, των οποίων η από κοινού κατανομή για κάθε i δίνεται μέσω ενός copula c_T . Τα T_i είναι χρόνοι γεγονότων απωλειών σε d διαφορετικές κατηγορίες. Οι περιθώριες διαδικασίες $x(k) = \sum_{i=1}^N I_{T_i(k)}$, $k=1, \dots, d$ είναι ακολουθούν την κατανομή Poisson, αλλά είναι εξαρτημένες. Στο ακόλουθο σχήμα εμφανίζονται οι διαδικασίες που παράγονται με αυτή την μέθοδο.



Σχήμα 4.4: Απεικόνιση Δεδομένων με 1^η Μέθοδο Κατασκευής

Η απαριθμητή μεταβλητή N είναι Poisson με παράμετρο 20 και τα T_i , $k=1, \dots, d$ είναι ομοιόμορφα με από κοινού συνάρτηση κατανομής που δίνεται από το copula Frank. Οι εξαρτημένες σημειακές διαδικασίες Poisson, οι οποίες παράγονται, παρουσιάζονται τόσο σε γράφημα, όσο και σε οριζόντιες γραμμές, για καλύτερη απεικόνιση. Η παράμετρος του copula της οικογένειας Frank, αριστερά, είναι $\theta=10$ αποφέροντας υψηλά θετικά συσχετισμένα χρονικά σημεία συμβάντων και δεξιά $\theta=-10$ παράγοντας υψηλά αρνητικά συσχετισμένα χρονικά σημεία συμβάντων. Τα χρονικά σημεία συμβάντων στο αριστερό σχέδιο εμφανίζονται σε παρόμοιες χρονικές περιόδους, ενώ τα χρονικά γεγονότα στο δεξιό σχέδιο φαίνεται να είναι σε τελείως διαφορετικές χρονικές περιόδους.

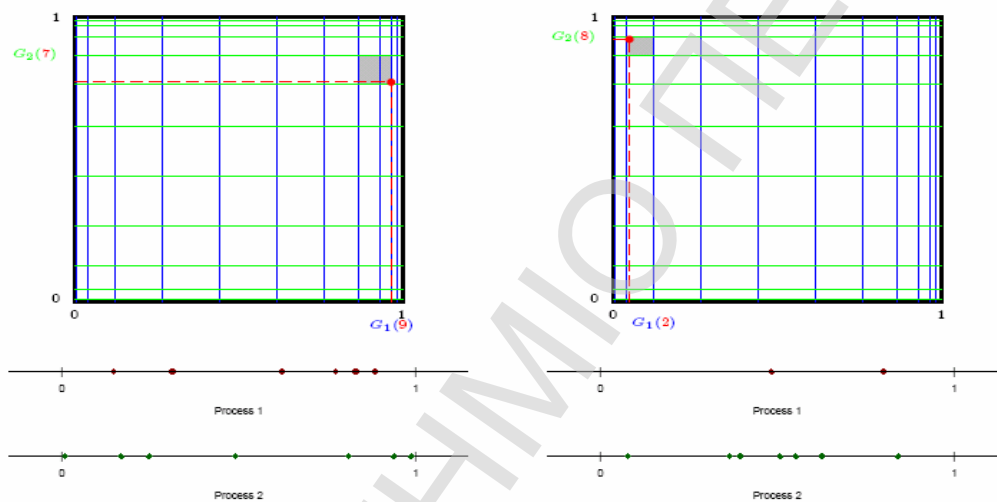
Η συσχέτιση του $x(k)$ και $x(l)$ όπως φαίνεται από Neslehova και Pfeifer [33] δίνεται από τον τύπο

$$r(x(k)(A), x(l)(B)) = \frac{F_{kl}(AB)}{\sqrt{F_k(A)F_l(B)}}, \quad k, l=1, \dots, d$$

όπου το F_{kl} είναι η από κοινού κατανομή των $T_i(k)$ και $T_i(l)$ και η F_k με την F_l δηλώνει τις περιθώριες κατανομές των $T_i(k)$ και $T_i(l)$. Από τη στιγμή που F_{kl} εκφράζει πιθανότητα, η συσχέτιση δεν μπορεί να είναι αρνητική. Έτσι, μόνο θετικά συσχετισμένες διαδικασίες Poisson μπορούν να παραχθούν με αυτό τον τρόπο. Ο λόγος για αυτό είναι ότι όλες οι περιθώριες διαδικασίες έχουν τον ίδιο αριθμό συμβάντων N .

2^η Μέθοδος Κατασκευής

Η μέθοδος αυτή επιτρέπει μεταβλητό αριθμό συμβάντων. Εδώ πρώτα δημιουργούνται εξαρτημένες τυχαίες μεταβλητές Poisson N_1, \dots, N_d με copula c_N , (με τον τρόπο που εξηγήθηκε προηγούμενα). Στη συνέχεια τα χρονικά σημεία των γεγονότων $T_i(k)$ δημιουργούνται ως όρια ενός d-διάστατου χρονικού γεγονότος $T_i = (T_i(1), \dots, T_i(d))$. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνονται d εξαρτημένες διαδικασίες $x(k) = \sum_{i=1}^N I_{T_i(k)}$, $k=1, \dots, d$. Το ακόλουθο σχήμα εμφανίζει αυτή τη μέθοδο.



Σχήμα 4.5: Απεικόνιση Δεδομένων με 2^η Μέθοδο Κατασκευής

Τα χρονικά σημεία των συμβάντων διαλέγονται ως ανεξάρτητα και ομοιόμορφα κατανομημένα. Οι απαριθμητές μεταβλητές είναι Poisson με παράμετρο 5 και οι δύο και c_N είναι copula της οικογένειας Frank με παράμετρο $\theta=10$ (αριστερά) και παράμετρο $\theta=-10$ (δεξιά). Έτσι οι απαριθμητές είναι συσχετισμένες τόσο θετικά όσο και αρνητικά. Τα χρονικά σημεία συμβάντων στο αριστερό σχέδιο εμφανίζονται σε παρόμοιες χρονικές περιόδους, ενώ τα χρονικά συμβάντα στο δεξιό σχέδιο φαίνεται να είναι σε τελείως διαφορετικές χρονικές περιόδους.

Στην περίπτωση όπου τα $T_i(k)$ είναι αμοιβαία ανεξάρτητα, η συσχέτιση δίνεται από τον επόμενο τύπο, όπως φαίνεται από Neslehova και Pfeifer [33]:

$$r(x(k)(A), x(l)(B)) = r(N_k, N_l) \sqrt{F_k(A)F_l(B)}, \quad k, l=1, \dots, d$$

Σημειώνεται ότι ο παραπάνω τύπος εμπεριέχει τη συσχέτιση των απαριθμητών μεταβλητών N_k και N_l . Με αυτό τον τρόπο είναι εφικτή μια κατάλληλη επιλογή της c_N για την από κοινού κατανομή των N_1, \dots, N_d , με μια ευρύτερη έννοια της εξάρτησης.

Οι διαδικασίες συχνότητας γεγονότων ΛΚ είναι αρκετά πιο σύνθετες από αυτές που κατασκευάστηκαν από την 1^η και 2^η μέθοδο. Για να είναι περισσότερο κοντά στην πραγματικότητα και οι δύο μέθοδοι μπορούν να συνδυαστούν με τη χρήση υπερθέσης ή και με λέπτυνση.

4.2.7 Έλεγχοι Καλής Προσαρμογής

Έλεγχοι καλής προσαρμογής είναι απαραίτητο να γίνουν για να διαπιστωθεί η προσαρμοστικότητα του μοντέλου, το οποίο έχει επιλεγεί στα δεδομένα. Γνωστοί έλεγχοι καλής προσαρμογής είναι οι έλεγχοι Kolmogorov- Smirnov και Anderson- Darling, οι οποίοι παρέχουν ορισμένες ενδείξεις για την προσαρμοστικότητα της GPD στα δεδομένα. Όμως αυτοί οι έλεγχοι χρησιμοποιούνται στις αναλογιστικές εφαρμογές για την εκτίμηση της προσαρμογής των συνολικών δεδομένων και όχι για υπερβάλλουσες κατανομές. Ένας προσαρμοσμένος έλεγχος για την υπόθεση της GPD κατανομής είναι το στατιστικό W . Ο έλεγχος βασίζεται στα κατάλοιπα και ορίζεται ως:

$$W_i = \frac{1}{x} \log \left[1 - x \frac{x_i - u}{s + x(u - m)} \right],$$

όπου u το όριο και σ, μ οι παράμετροι της πλήρους GPD.

Αν τα υπερβάσεις ($y=x-u$) είναι ανεξάρτητες και ταυτόνομες από κατανομή $GPD_{x,m,s}$ τότε τα κατάλοιπα W_i πρέπει να είναι ανεξάρτητα και ταυτόνομα και να ακολουθούν εκθετική κατανομή με μέσο 1. Αποτέλεσμα των παραπάνω είναι ότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν δύο τύποι διαγραμμάτων για τον έλεγχο αυτών των υποθέσεων:

- Διάγραμμα (scatter plot) των καταλοίπων με χρονική σειρά πραγματοποίησης. Συστηματική διακύμανση των καταλοίπων στον χρόνο θα υποδεικνύει την ύπαρξη τάσης στο μοντέλο. Συνεπώς η υπόθεση της στασιμότητας των δεδομένων μπορεί να μην είναι σωστή, δεδομένου ότι οι απώλειες μειώνονται ή αυξάνονται κατά μέση τιμή με την επίδραση του χρόνου

- Ένα διάγραμμα Q-Q των καταλοίπων με αναμενόμενη στατιστική τάξη (expected order statistics) κάτω από την εκθετική κατανομή. Αν το διάγραμμα παραμένει σε μια ευθεία γραμμή η εκθετική υπόθεση για τα κατάλοιπα και κατά προέκταση για την υπόθεση GPD για τις υπερβάσεις δεν μπορεί να απορριφθεί

Για τον ακριβή έλεγχο της υπόθεσης GPD, η εκθετική υπόθεση για τα κατάλοιπα W_i έχει ελεγχθεί αναλυτικά με το GPD μοντέλο μέσω του κατάλληλου ελέγχου Μέγιστης Πιθανοφάνειας. Το στατιστικό T_{LR} ¹⁶ είναι

$$T_{LR} = 2 \log \left[\prod_{i \leq n} GPD_{x,m,s}(W_i) \prod_{i \leq n} GPD_{0,m,s}(W_i) \right]$$

Από τη στιγμή που οι παράμετροι έχουν διαστάσεις 3 και 2 το T_{LR} είναι εκθετικά κατανομημένο ως c^2 με 1 βαθμό ελευθερίας κάτω από την μηδενική υπόθεση. Συνεπώς το p-value είναι $p_{LR} = 1 - c_i^2(T_{LR})$. Το στατιστικό T_{LR} εφαρμόζεται στα W_i κατάλοιπα και το αντίστοιχο p-value.

4.3 Συνολικές Απώλειες

Μετά την ανάλυση της συχνότητας και της δριμύτητας των δεδομένων στην περιοχή της ουράς είναι δυνατή η εκτίμηση της κεφαλαιακής χρέωσης, σε κάθε επιθυμητό ποσοστημόριο η οποία απαιτείται για την κάλυψη αναμενόμενων και μη αναμενόμενων απωλειών σε περίοδο ενός έτους έναντι του ΔΚ. Ένας εύκολος και σωστός τρόπος για τον υπολογισμό ενός εκτιμητή είναι με τη χρήση μεθόδων μέτρησης παρόμοιες με αυτές που χρησιμοποιούνται στη Θεωρία Κινδύνου σχετικά με τον υπολογισμό του καθαρού ασφαλιστρού ζημιών, οι οποίες υπερβαίνουν ένα όριο. Πολλαπλασιάζοντας δηλαδή τη μέση συχνότητα των υπερβάσεων με τη μέση δριμύτητα των υπερβάσεων.

Είναι δυνατή η αναπλήρωση της δριμύτητας των υπερβάσεων με τη δριμύτητα των υπερβολών (υπέρβαση + όριο u) έτσι ώστε να επιτευχθούν αποτελέσματα σε κάθε ποσοστημόριο των συνολικών ζημιών, τα οποία να καλύπτουν τις μη αναμενόμενες απώλειες, αλλά και τις αναμενόμενες απώλειες της συνολικής κατανομής. Η έκταση της κεφαλαιακής χρέωσης, όσο αυξάνεται το επιθυμητό ποσοστημόριο, έχει σχέση με την αυξανόμενη

¹⁶ Λεπτομέρειες στους Reiss, R. and Thomas, M. [37]

δριμύτητα των υπερβάσεων και με την μειωμένη συχνότητα της εμφάνισης των δεδομένων αυτών. Έτσι η προσέγγιση μέσω της POT μεθόδου για τη δριμύτητα και τη συχνότητα επιτρέπει την εξαγωγή της εκτίμησης των συνολικών απωλειών. Η ένταση των υπερβάσεων I_u , ακόμα και η χρονικά προσαρμοσμένη ένταση $N_{T,u}$ συνδέει τη δριμύτητα των μεγάλων απωλειών με τη συχνότητα αναφορικά με το όριο u , ενώ με τη χρήση των κατάλληλων τύπων (οι οποίοι έχουν αναφερθεί) μπορεί να υπάρξει εκτίμηση για τις συνολικές απώλειες και για υψηλότερα ποσοστημόρια (από 99,9% που απαιτείται) με ένα συνεπή τρόπο.

Η παραπάνω προσέγγιση διαφέρει από τις συμβατικές αναλογιστικές μεθόδους, όπου ο υπολογισμός υψηλών ποσοστημορίων των συνολικών απωλειών επιτυγχάνεται εκτιμώντας ξεχωριστά τις κατανομές συχνότητας και δριμύτητας και έπειτα με αριθμητικές προσεγγίσεις ή μεθόδους προσομοίωσης εκτιμώνται οι συνολικές απώλειες.

Το πλεονέκτημα της POT στην εκτίμηση της ουράς των συνολικών απωλειών είναι ότι λαμβάνει υπόψη την άγνωστη σχέση μεταξύ της συχνότητας και της δριμύτητας των μεγάλων απωλειών ως το τέλος της κατανομής, καθώς επίσης και ότι παρέχει τη δυνατότητα ημιπαραμετρικής προσέγγισης για τον υπολογισμό των υψηλών ποσοστημορίων των συνολικών ζημιών. Στη POT ανάλυση είναι αρκετή η επιλογή του ορίου, έτσι ώστε να παραχθούν οι σχετικές παράμετροι. Από τη στιγμή που το μοντέλο έχει εκτιμηθεί, οι συνολικές απώλειες μπορούν να εκτιμηθούν σε κάθε ποσοστημόριο.

Για κάθε ET το σχετικό μέτρο κινδύνου για τον υπολογισμό των συνολικών απωλειών σε χρονικό ορίζοντα ενός έτους είναι:

$$CaR_i = N_i GPD_{MS}(i),$$

όπου το CaR^{17} είναι το κεφάλαιο κινδύνου, που αντιπροσωπεύει τις συνολικές απώλειες και το i κυμαίνεται από το όριο u ως το 99,9^ο ποσοστημόριο ή και μεγαλύτερο.

4.3.1 Εξαρτημένες Συνολικές Απώλειες

Σε συνέχεια της παρουσίασης μεθόδων αντιμετώπισης της εξάρτησης των γεγονότων απωλειών αναφέρονται δυνατοί τρόποι με τους οποίους μπορεί να γίνει μέτρηση των συνολικών απωλειών. Οι συνολικές απώλειες μπορούν να περιληφθούν στη μοντελοποίηση σημειακών διαδικασιών με διάφορους τρόπους. Για παράδειγμα έστω οι d -διάστατες

¹⁷ Λεπτομέρειες στους Reiss, R. and Thomas, M. [37] και Moscadelli [32], επίσης νεότερη βιβλιογραφία

σημειακές διαδικασίες όπου η πρώτη σημειακή διαδικασία περιγράφει το χρόνο και οι υπόλοιπες $d-1$ σημειακές διαδικασίες τις αναφερόμενες απώλειες. Η προσέγγιση αυτή είναι χρήσιμη όταν υπάρχουν ενδείξεις μη στασιμότητας, οι οποίες σχετίζονται με τη δριμύτητα των δεδομένων απωλειών.

Για λόγους απλότητας, παρουσιάζονται θέματα μοντελοποίησης που αφορούν περιπτώσεις στασιμότητας και ανεξαρτησίας των απωλειών. Έστω δύο συνολικές απώλειες L_1 και L_2 , οι οποίες αντιστοιχούν σε δύο τύπους ΛΚ και χρονική περίοδο $[0, \Delta]$. Έστω ότι οι χρόνοι συμβάντων κάθε τύπου ακολουθούν σημειακές διαδικασίες Poisson $x(k) = \sum_{i=1}^{N_k} I_{T_i(k)}$, $k=1, 2$.

Οι διαδικασίες $\xi(1)$ και $\xi(2)$ μπορεί να είναι εξαρτημένες και να μοντελοποιηθούν σύμφωνα με τις μεθόδους που περιγραφικά σε προηγούμενες ενότητες. Ακόμη η δριμύτητα περιγράφεται από το $X_i(1)$ και $X_i(2)$, οι οποίες αντιστοιχούν στα $T_i(1)$ και $T_i(2)$. Έστω ότι οι τιμές που αντιστοιχούν στη δριμύτητα είναι ανεξάρτητες και ταυτόσημες και $X_i(1)$ και $X_j(2)$ είναι ανεξάρτητες για $i \neq j$. Υπενθυμίζεται ότι οι ολικές διαδικασίες κινδύνου μπορούν να περιγραφούν από σημειακές διαδικασίες σύμφωνα με το

$$x(k) = \sum_{i=1}^{N_k} I_{(T_i(k), X_i(k))}, k=1, 2$$

Οι αντίστοιχες συνολικές ζημιές είναι $L_1 = \sum_{i=1}^{N_1} X_i(1)$ και $L_2 = \sum_{i=1}^{N_2} X_i(2)$.

Σημειώνεται ότι η εξάρτηση μεταξύ των συμβάντων απωλειών $\xi(1)$ και $\xi(2)$ καθορίζει την εξάρτηση ανάμεσα στο L_1 και L_2 , η ακριβής θέση των χρόνων συμβάντων απωλειών μέσα στη χρονική περίοδο που υπάρχει ενδιαφέρον δεν εισέρχεται στην μοντελοποίηση των συνολικών απωλειών.

Η συσχέτιση μεταξύ L_1 και L_2 για διάφορους τύπους εξάρτησης μεταξύ των διαδικασιών συμβάντων απωλειών $\xi(1)$ και $\xi(2)$. Αρχικά αν τα $\xi(1)$ και $\xi(2)$ κατασκευάστηκαν με την 1^η μέθοδο:

$$r(L_1, L_2) = \frac{E(X_1(1)X_1(2))}{\sqrt{E(X_1(1))^2 E(X_1(2))^2}}$$

Ενώ αν τα $\xi(1)$ και $\xi(2)$ κατασκευαστούν με την 2^η μέθοδο:

$$r(L_1, L_2) = \left(\frac{I_k}{\sqrt{(I_1 + I_3)(I_2 + I_3)}} \right) \frac{E(X_1(1)X_1(2))}{\sqrt{E(X_1(1))^2 E(X_1(2))^2}}$$

Η συσχέτιση μπορεί να είναι και αρνητική αν οι απώλειες, που αντιστοιχούν σε διαφορετικούς τύπους κινδύνου, προκαλούνται από αμοιβαία αποκλεισμένα φαινόμενα. Ένα ειδικό παράδειγμα superposition είναι το ακόλουθο. Έστω διαδικασίες χρονικών συμβάντων δημιουργούνται από ανεξάρτητες ομογενείς σημειακές διαδικασίες Poisson x_k με ένταση I_k , $k=1,2,3$ με την έννοια ότι $x(1) = x_1 + x_3$ και $x(2) = x_2 + x_3$. Έτσι από την παραπάνω σχέση προκύπτει:

$$r(L_1, L_2) = \left(\frac{I_3}{\sqrt{(I_1 + I_3)(I_2 + I_3)}} \right) \frac{E(X_1(1)X_1(2))}{\sqrt{E(X_1(1))^2 E(X_1(2))^2}},$$

το οποίο επιτρέπει και θετική συσχέτιση.

Τα παραπάνω δείχνουν ότι η μοντελοποίηση της εξάρτησης μεταξύ δυο ή περισσότερων διαδικασιών απώλειας είναι ένα σύνθετο πρόβλημα και απαιτεί αρκετή έρευνα πριν τη πρακτική εφαρμογή.

4.4 Θεωρία Χρεοκοπίας

Αναφέρθηκε ότι τα δεδομένα ΛΚ ακολουθούν κατανομές με βαριές δεξιές ουρές. Αυτό σημαίνει ότι είναι δυνατό η πραγματοποίηση δεδομένων τέτοιας μορφής να προκαλέσει σοβαρά προβλήματα στη λειτουργία του τραπεζικού οργανισμού. Στη συνέχεια αναφέρονται δυνατοί τρόποι ελέγχου τέτοιων καταστάσεων με τη βοήθεια της θεωρίας της χρεοκοπίας, όπως αναφέρεται στους Embrechts et al. *Ruin theory revisited: stochastic models for operational risk* [21].

Έστω ότι μια βάση δεδομένων αποτελείται από πραγματοποιήσεις τυχαίων μεταβλητών:

$\{ Y_k^{t,i} : t=1, \dots, T, i=1, \dots, s \text{ και } k=1, \dots, N^{t,i} \}$, όπου

- το T δηλώνει τον αριθμό των ετών
- το s αντιστοιχεί στον αριθμό των κατηγοριών κινδύνου
- το $N^{t,i}$ είναι ο τυχαίος αριθμός απωλειών στο έτος t τύπου i .

Σημειώνεται ότι στην πραγματικότητα το $Y_k^{t,i}$ μειώνεται κατά το όριο πάνω από το οποίο καταγράφονται οι απώλειες. Το συνολικό ποσό της απώλειας για το έτος t είναι:

$$L_t = \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^{N^{t,i}} Y_k^{t,i} = \sum_{i=1}^s L_{t,i},$$

Θεωρείται ότι οι συναρτήσεις κατανομών των $L_t, L_{t,i}$, για $i=1, \dots, s$ είναι οι $F_{L_t}, F_{L_{t,i}}$.

Η παραπάνω σχέση μπορεί να περιληφθεί στην $L_t = \sum_{k=1}^{N(t)} Y_k$, όπου το $N(t)$ είναι ο συνολικός

αριθμός των απωλειών σε μια χρονική περίοδο για όλες τους s τύπους απώλειας και Y_k είναι οι ατομικές απώλειες.

Από αναλογιστικής πλευράς μπορεί να θεωρηθεί ένα αρχικό κεφάλαιο u , μία ποσότητα (premium rate) $c > 0$ και να καθοριστεί η αθροιστική διαδικασία κινδύνου ως εξής: $C_t = u + ct - L_t$ για $t > 0$.

Για $\varepsilon > 0$ για την παραπάνω εξίσωση, μπορεί να υπολογιστεί το κεφάλαιο u_ε χρησιμοποιώντας την πιθανότητα χρεοκοπίας, δηλαδή την πιθανότητα η αξία C_t να γίνει αρνητική σε χρονικό διάστημα $[\underline{T}, \bar{T}]$ ίσο με ε , το οποίο είναι μικρό, δηλαδή

$$y(u_\varepsilon; \underline{T}, \bar{T}) = P(\inf (u_\varepsilon + ct - L_t) < 0) = \varepsilon, \text{ για } c = 0, \underline{T} = T+, \bar{T} = T+1, \text{ το } u_a = \text{VaR}_{1-\varepsilon}^{T+1}$$

Το c μπορεί να εξεταστεί ως την ποσότητα (το ασφάλιστρο) που πληρώνεται σε ασφαλιστική εταιρεία αναλαμβάνοντας παράλληλα μέρος των απωλειών ΛΚ ή ακόμα ως ένα επιτόκιο που πληρώνεται σε μια τράπεζα. Το επιτόκιο c που πληρώθηκε και το κεφάλαιο u_ε που υπολογίστηκε θα μπορούσαν να ενταχθούν στο συνολικό κεφάλαιο κάλυψης κινδύνου.

Η κλασική αναλογιστική θεωρία χρεοκοπίας ασχολείται με την εκτίμηση γενικά του $y(u; \underline{T}, \bar{T})$ και ειδικά του $y(u, T) = y(u; 0, T), 0 < T \leq \infty$ για μεγάλο εύρος διαδικασιών. Η υπόθεση του μοντέλου, γνωστό και ως μοντέλο των Cramer- Lundberg, είναι ότι η $N(t)$ είναι μια ομογενής διαδικασία Poisson (λ), ανεξάρτητη από τις απώλειες Y_k , οι οποίες είναι ανεξάρτητες και ταυτόνομες με συνάρτηση κατανομής G και μέσο $\mu < \infty$. Κάτω από την υπόθεση του μηδενικού κέρδους, θα μπορούσε να δειχθεί ότι για μικρές ζημιές Y_k υπάρχουν σταθερές $R \in (0, \infty)$ και $C \in (0, 1)$, τέτοιες ώστε

$$y(u) = y(u, \infty) < e^{-Ru}, u \geq 0 \quad (1) \quad \text{και} \quad \lim_{u \rightarrow \infty} e^{Ru} y(u) = C$$

Η υπόθεση των μικρών ζημιών, η οποία οδηγεί στην ύπαρξη του $R>0$, μπορεί να εκφραστεί ως $E(e^{RY_k})$ και ισχύει για συναρτήσεις κατανομών με εκθετικά κατανομημένες ουρές. Η σταθερά C μπορεί να υπολογιστεί ακριβώς. Αν $\underline{T}=0, \bar{T}=\infty$ και ισχύει η σχέση

$$L_t = \sum_{k=1}^{N(t)} Y_k, \text{ τότε για το } u_e \text{ βρίσκεται η λύση}$$

$$u_e = \frac{1}{R} \log \frac{1}{e},$$

η οποία είναι μια ποσότητα που μπορεί να εκτιμηθεί στατιστικά εφόσον υπάρχουν επαρκή δεδομένα απωλειών.

Όμως τα δεδομένα ΛΚ έχουν συνήθως βαριά δεξιά ουρά και η εκτίμηση γίνεται:¹⁸

$$y(u) \sim \left(\frac{c}{I} - m \right)^{-1} \int_u^{\infty} (1-G(x)) dx, u \rightarrow \infty \quad (2)$$

Έτσι η πιθανότητα χρεοκοπίας $\psi(u)$ καθορίζεται από την ουρά της κατανομής απώλειας $1-G(x)$ για x μεγάλο, με την έννοια ότι η χρεοκοπία μπορεί να προκληθεί από μια ή ορισμένες μεγάλες ζημιές. Επομένως είναι ουσιώδες να εκτιμάται με τον καταλληλότερο τρόπο η κατανομή των δεδομένων απώλειας και ιδιαίτερα στην ουρά της κατανομής.

Η τελευταία ασυμπτωτική εκτίμηση διατηρείται κάτω από πολύ γενικές καταστάσεις βαριάς ουράς, των οποίων η απλούστερη είναι $1-G(x) = x^{-a} h(x)$, όπου η h είναι μία αργά κυμαινόμενη συνάρτηση και $a>0$. Σε αυτή την περίπτωση η $\psi(u)$ γίνεται

$$y(u) \sim Cu^{1-a} h(u), u \rightarrow \infty \quad (3)$$

όπου $C = \left[(a-1) \left(\frac{c}{I} - m \right) \right]^{-1}$.

Έτσι η χρεοκοπία φθίνει αργά ως μια συνάρτηση του αρχικού κεφαλαίου κινδύνου u . Επίσης η εκτίμηση ισχύει και για λογαριθμοκανονικές ζημιές. Εκτός από το κλασικό μοντέλο των Cramer- Lundberg μπορεί να βρεθεί εκτιμητής και για τις περιπτώσεις, όπου η ομογενής διαδικασία Poisson αντικατασταθεί από μια γενικότερη¹⁹. Ακόμα κι αν υπάρξει γενίκευση των διαδικασιών κινδύνου με εξαρτημένους χρόνους μεταξύ των απωλειών, επιτρέποντας πιθανή εξάρτηση.

¹⁸ Embrechts et al (1997)

¹⁹ Embrechts et Veraverbeke (1998)

Αναφέρθηκε ήδη ότι δεν υπάρχει διαθέσιμο στοχαστικό μοντέλο για μια γενική διαδικασία ΛΚ. Έστω ότι μπορεί να εκτιμηθεί η χρεοκοπία σε κάποια ακαθόριστη περίοδο για μια γενική στοχαστική διαδικασία απώλειας L_t , μια ειδική περίπτωση της οποίας είναι και το μοντέλο Cramer- Lundberg. Έστω ότι για τη γενική αυτή διαδικασία υπάρχει ο εκτιμητής (3). Από την L_t μπορούν να κατασκευαστούν γενικές διαδικασίες κινδύνου χρησιμοποιώντας την έννοια της μεταβολής του χρόνου $\Delta(t)$. Η πιο γενική διαδικασία είναι η $L_{\Delta(t)}$, η οποία είναι και η πιο ενδιαφέρουσα, από τη στιγμή που η γενίκευσή της επιτρέπει τη μοντελοποίηση των δεδομένων ΛΚ. Η διαδικασία αυτή μοιάζει με τη γενίκευση του μοντέλου του Black-Scholes-Merton. Με αυτό τον τρόπο μπορεί να προσδιοριστεί η ακαθόριστη χρονικά περίοδος της συνάρτησης χρεοκοπίας

$$y_{\Delta}(u) = P(\sup(L_{\Delta(t)} - ct) > u)$$

και να ελεγχθούν οι υποθέσεις για τις παραμέτρους της διαδικασίας, καθώς και για το $\Delta(t)$, για τις οποίες $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{y(t)}{y_{\Delta}(t)} = 1$, εννοώντας ότι ασυμπτωτικά η χρεοκοπία είναι της ίδιας τάξης μεγέθους στη χρονικά μεταβαλλόμενη διαδικασία, η οποία πλησιάζει περισσότερο την πραγματικότητα από την αρχική που είναι περισσότερο θεωρητική.

4.4.1 Μια Απώλεια Προκαλεί Πρόβλημα Χρεοκοπίας

Αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, καθώς και σε προηγούμενο κεφάλαιο ότι είναι πολύ σημαντική η εκτίμηση της ουράς της κατανομής. Σε περιπτώσεις όπου για την εκτίμηση της κατανομής χρησιμοποιείται η παράμετρος σχήματος ξ και η τιμή της παραμέτρου είναι κοντά στη μονάδα αυτό σημαίνει ότι το 0,1% των δεδομένων ευθύνεται για το 95% των συνολικών απωλειών. Αν η τιμή του ξ είναι υψηλότερη τα αποτελέσματα είναι ακόμη πιο δυσμενή. Επομένως είναι πιθανή η χρεοκοπία ενός οργανισμού από μία και μόνο απώλεια. Στη συνέχεια θα δοθεί μία προσέγγιση του συγκεκριμένου προβλήματος της χρεοκοπίας προκαλούμενης από μία απώλεια.

Έστω X_1, \dots, X_d ανεξάρτητες και ταυτόσημες τυχαίες μεταβλητές απωλειών ΛΚ με κοινή σ.κ. G και έστω $S_n = \sum_{k=1}^n X_k$ να είναι η συνάρτηση των συνολικών απωλειών και

$M_n = \max(X_1, \dots, X_n)$ η μέγιστη τιμή των τυχαίων μεταβλητών των απωλειών. Αν

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(S_n > x)}{P(M_n > x)} = 1$, αυτό σημαίνει ότι η ολική απώλεια S_n καθορίζεται από μία μεγάλη

απώλεια M_n .

4.5 Αναλογιστικές Μέθοδοι Μέτρησης ΔΚ

Στην αναλογιστική επιστήμη η ανάλυση της ολικής ζημιάς S του συνολικού χαρτοφυλακίου της ασφαλιστικής εταιρίας είναι ένα πάρα πολύ σημαντικό σημείο, για τον υπολογισμό του καθαρού ασφαλιστρού. Η ανάλυση που ακολουθεί περιγράφει τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση των συνολικών απωλειών, σύμφωνα με τους Embrechts et al. *Quantifying regulatory capital for operational risk* [20].

Έστω ότι οι ατομικοί κίνδυνοι για κάθε ασφαλιστήριο συμβόλαιο είναι X_i , όπου $i=1, \dots, n$ και ότι οι κίνδυνοι είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές που αποτελούν ένα χαρτοφυλάκιο (δεν γίνεται υπόθεση της ταυτονομίας). Για τους κινδύνους αυτούς η πιθανότητα ενός συμβολαίου να μην παράγει ζημιά είναι μεγαλύτερη του μηδενός. Από την αρχή της ανεξαρτησίας μπορεί να εξαχθεί ότι το άθροισμα $S = \sum_{k=1}^n X_k$ μπορεί να υπολογιστεί με χρήση τεχνικών συνέλιξης.

Από τη στιγμή που το S είναι άθροισμα των ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών, τείνει να προσεγγιστεί από το κανονικό νόμο με τον ίδιο μέσο και διακύμανση με το X . Τα ασφαλιστικά, όπως και δεδομένα απώλειας ΔΚ, όμως αναφέρθηκε ότι συχνά έχουν βαρύτερες ουρές από την κανονική κατανομή και έτσι αυτή η προσέγγιση δεν είναι η καταλληλότερη.

Για να γίνει αντιστάθμιση της λοξότητας της κατανομής πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια άλλη προσεγγιστική κατανομή. Η κεντρική ιδέα είναι να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των ροπών για την εκτίμηση των παραμέτρων της προσεγγιστικής κατανομής. Οι δυνατές προσεγγιστικές κατανομές είναι:

- Η Translated Γάμμα κατανομή
- Η Translated λογαριθμοκανονική κατανομή

Έτσι, η αθροιστική συνάρτηση κατανομής της S προσεγγίζεται από την αθροιστική συνάρτηση κατανομής της $x_0 + Y$, όπου η Y έχει μια Γάμμα ή Λογαριθμοκανονική κατανομή με παραμέτρους α, β . Εξισώνοντας την μέση τιμή, τη διακύμανση και τη λοξότητα της $x_0 + Y$ με τις αντίστοιχες εκτιμήσεις των ροπών της S επιτυγχάνεται η εκτίμηση των άγνωστων παραμέτρων α, β και x_0 . Ακόμη κι αν αυτή η προσέγγιση είναι καλύτερη από την κανονική προσέγγιση, η δριμύτητα της ουράς μπορεί να είναι και πάλι υποεκτιμημένη.

Στο συνολικό μοντέλο κινδύνου το χαρτοφυλάκιο θεωρείται ότι παράγει ζημιές σε τυχαία χρονικά διαστήματα. Ο αριθμός των ζημιών είναι τυχαία μεταβλητή, η οποία μοντελοποιείται από την απαριθμητή διαδικασία $N = (N_t)_{t \geq 0}$, όπου η N_t δηλώνει τον αριθμό των ζημιών στο χρονικό διάστημα $[0, t]$. Υποτίθεται ότι το ύψος των ζημιών $(X_i)_{i \in \mathbb{N}}$ είναι ανεξάρτητες και ταυτόνομες με από κοινού συνάρτηση κατανομής F_X και ότι το N είναι ανεξάρτητο από την ακολουθία $(X_i)_{i \in \mathbb{N}}$. Το πιο απλό παράδειγμα είναι απαριθμητής διαδικασίας, το οποίο έχει θεωρηθεί και σε άλλες περιπτώσεις, είναι αυτό της ομογενούς διαδικασίας Poisson με ένταση λ , της οποίας η μέση τιμή και διακύμανση ισούται με λ . Αν ο αριθμός των ζημιών υπερβαίνει την μέση τιμή μπορεί να χρησιμοποιηθεί και η αρνητική διωνυμική κατανομή. Η αρνητική διωνυμική παράγεται εύκολα, αν υποθεθεί ότι η ένταση λ της διαδικασίας Poisson ακολουθεί μια Γάμμα κατανομή.

Η σύνθετη συνάρτηση κατανομής $F_S(x) = P[S \leq x]$ μπορεί να εκφραστεί σε όρους συνέλιξης της F_X . Ο υπολογισμός της F_S δεν είναι εύκολη υπόθεση, ακόμη και στις απλούστερες περιπτώσεις. Οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της F_S είναι μέσω:

- Προσεγγιστικών μεθόδων
- Μεθόδων αντιστροφής
- Επαναληπτικών μεθόδων
- Προσομοίωσης

Οι προσεγγιστικές μέθοδοι βασίζονται στο κεντρικό οριακό θεώρημα, καθώς επίσης για το συνολικό μοντέλο οι προσεγγίσεις από τη λοξότητα των τυχαίων μεταβλητών. Άλλες μέθοδοι υπολογισμού των πιθανοτήτων στην ουρά για αθροίσματα τυχαίων μεταβλητών είναι η έκφραση Edgeworth και η προσέγγιση saddlepoint.

Οι μέθοδοι αντιστροφής χρησιμοποιούνται για να επιτευχθεί αριθμητικά η σ.π. ή η σ.π.π. από μια γνωστή έκφραση (για μια μετατροπή) όπως η χαρακτηριστική συνάρτηση της επιθυμητής μεταβλητής. Η μετατροπή Fourier είναι ένας αλγόριθμος για τον υπολογισμό πυκνοτήτων τυχαίων μεταβλητών.

Επαναληπτικές μέθοδοι. Η επαναληπτική σχέση του Panjer υπολογίζει την πιθανότητα του γεγονότος $\{S=k\}$ επαναληπτικά σε όρους πιθανότητας της $\{S=1\}$, $l=0,1,2,\dots,k$. Οι πιθανότητες p_n των n ζημιών πρέπει να ικανοποιούν την ακόλουθη επαναληπτική σχέση για τα a και β :

$$p_n = \left(a + \frac{\beta}{n} \right) p_{n-1}.$$

Μπορεί ναδειχθεί ότι μόνο η Poisson, η αρνητική διωνυμική και η διωνυμική ικανοποιούν την παραπάνω σχέση. Για τέτοιες κατανομές συχνοτήτων ζημιών, των οποίων οι ζημιές καθορίζονται από θετικούς ακέραιους, η επαναληπτική μέθοδος είναι:

$$P[S = k] = \sum_{m=1}^k \left(a + \frac{\beta m}{k} \right) f_X(m) P[S = k - m], \quad k=1,2,3,\dots \text{ και } f_X(m) = P[X = m]$$

Προσομοίωση. Η μέθοδος της αντιστροφής και η επαναληπτική μέθοδος υποθέτουν ότι οι ζημιές είναι ανεξάρτητες και ταυτόνομες και ότι το N είναι ανεξάρτητο από την ακολουθία $(X_i)_{i \in N}$. Ακόμη η πραγματική κατανομή δριμύτητας θα πρέπει να αντικατασταθεί από ικανή προσέγγιση. Επειδή για τις συγκεντρωτικές ζημιές υπολογίζεται απλά το άθροισμα των ζημιών και δεν γίνεται αναγωγή σε παρούσες ή μελλοντικές αξίες όταν οι τιμές αναφέρονται σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα, οι τεχνικές προσομοίωσης, όπως για παράδειγμα η μέθοδος bootstrap μπορούν να προσφέρουν τους επιπλέον αυτούς υπολογισμούς. Η δυσκολία στη χρήση των αναλογιστικών μοντέλων έγκειται στην υπόθεση που γίνεται για τη κανονικότητα και την ταυτονομία των δεδομένων και στη ανυπαρξία στασιμότητας.

4.5.1 Επιπλέον Μέθοδοι

Υπάρχουν και άλλες μέθοδοι, οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό του συνολικού κεφαλαίου κάλυψης έναντι των κινδύνων ΛΚ. Αναφέρονται ορισμένες από τις μεθόδους αυτές, οι οποίες όπως θα φανεί στη συνέχεια δεν είναι επαρκείς. Αρχικά θεωρείται οι συνολικές απώλειες ΛΚ είναι της μορφής

$$L = \sum_{k=1}^N Y_k ,$$

όπου το N είναι διακριτή τυχαία μεταβλητή, η οποία δηλώνει τον ολικό αριθμό των ζημιών σε μια χρονική περίοδο μεταξύ όλων των κατηγοριών κινδύνου και η Y_k δηλώνει την k -οστή ζημιά.

Τα αναλογιστικά μαθηματικά έχουν διάφορα μοντέλα της παραπάνω μορφής, ξεκινώντας από την περίπτωση όπου το N είναι τυχαία μεταβλητή από ανεξάρτητες και ταυτόνομες απώλειες (Y_k) με συνάρτηση κατανομής G . Σε αυτή την περίπτωση η πιθανότητα μιας απώλειας να ξεπερνά ένα ορισμένο όριο ισούται με:

$$P(L > x) = \sum_{k=1}^{\infty} P(N = k)(1 - G^k(x)),$$

όπου G^k δηλώνει την k -οστή συνέλιξη (convolution) της G . Στην περίπτωση όπου $1 - G(x) = x^{-a}h(x)$ και η ροπογεννήτρια συνάρτηση της N είναι αναλυτική (analytic) στο 1, από Embrechts

$$P(L > x) \sim E(N)x^{-a}h(x), x \rightarrow \infty$$

Υπάρχουν διάφορες διαδικασίες για αριθμητικό υπολογισμό του $P(L > x)$ κάτω από υποθέσεις. Αυτό περιλαμβάνει τις επαναληπτικές μεθόδους, όπως την μέθοδο Panjer- Euler για κατανομές αριθμού ζημιών, οι οποίες ικανοποιούν τη σχέση $P(L = k) = \left(a + \frac{b}{k}\right)P(N = k - 1)$, καθώς επίσης και μέθοδοι μετατροπής Fast Fourier.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Ανάλυση Δεδομένων Απωλειών- Πρακτική Εφαρμογή

Είναι πολύ σημαντικό να γίνεται εφαρμογή των μεθόδων μέτρησης, όπως αυτές παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, σε πραγματικά δεδομένα. Η αξία των μεθόδων μέτρησης έγκειται σε αυτό ακριβώς το σημείο. Την εφαρμογή τους σε δεδομένα που προέρχονται από το χρηματοοικονομικό χώρο. Έγινε προσπάθεια ανεύρεσης δεδομένων απωλειών λειτουργικού κινδύνου από χρηματοοικονομικούς ομίλους που δραστηριοποιούνται στην Ελλάδα, αλλά ήταν ανέφικτο να δοθούν στοιχεία για τους λόγους της παρούσας εργασίας. Είναι λογικό τα δεδομένα αυτής της κατηγορίας να θεωρούνται άκρως απόρρητα από τους παραπάνω οργανισμούς. Το επόμενο βήμα ήταν να γίνει αναζήτηση στο διαδίκτυο για την ανεύρεση κάθε δυνατής πληροφόρησης. Στη συνέχεια γίνεται παρουσίαση και ανάλυση των στοιχείων, τα οποία συλλέχθηκαν.

Από το 2001 ο όμιλος διοικητικής κινδύνου της επιτροπής της Βασιλείας (Risk Management Group) είχε διεξάγει ορισμένες έρευνες για την μελέτη απωλειών ΛΚ. Μια από τις έρευνες αυτές είναι και η 2^η συλλογή δεδομένων απωλειών ΛΚ (2nd Loss Data Collection Exercise- 2002 LCDE), η οποία ολοκληρώθηκε το καλοκαίρι του 2002 και αναφέρεται σε απώλειες ΛΚ που παρατηρήθηκαν σε τράπεζες στο οικονομικό έτος 2001. Στην έρευνα συμμετείχαν 89 τράπεζες και τα δεδομένα, τα οποία συλλέχθηκαν ξεπέρασαν τις 47.000. Περισσότερα στοιχεία για τη διεξαγωγή της έρευνας και την κατηγοριοποίηση των παρατηρήσεων μπορούν να αναζητηθούν στο έγγραφο της επιτροπής *The 2002 Loss Data Collection Exercise for Operational Risk: Summary of the Data Collected* [7].

Με βάση τα στοιχεία της παραπάνω έρευνας, έγινε μια μελέτη για την μοντελοποίηση του OR από την κεντρική τράπεζα της Ιταλίας, του Marco Moscadelli *The modeling of*

operational risk: experience with the data collected by the Basel Committee [32], το οποίο είναι διαθέσιμο μέσω του διαδικτύου²⁰ και από το οποίο θα χρησιμοποιηθούν πάρα πολλά στοιχεία στην παρούσα εργασία.

Ο σκοπός της μελέτης ήταν η σύγκριση αναλογιστικών κατανομών και μοντέλων, τα οποία απορρέουν από την θεωρία των ακραίων τιμών (EVT) για την ανάλυση των δεδομένων ΛΚ. Όπως θα φανεί και στη συνέχεια η EVT με την μέθοδο πάνω από ένα όριο (POT) εξηγεί με πιο ικανοποιητικό τρόπο την συμπεριφορά των δεδομένων, κυρίως στην ουρά της κατανομής, όπου υπάρχει και το μεγαλύτερο ενδιαφέρον. Η βασική διαφορά με την ανάλυση που έγινε στο προηγούμενο κεφάλαιο είναι ότι δεν γίνεται εκτίμηση ανά κελί και στη συνέχεια ανά επιχειρησιακό τομέα (ET) ή κατηγορία κινδύνου (ΚΚ), αλλά υπάρχει μέτρηση της δριμύτητας και της συχνότητας των μεγάλων απωλειών ανά ET. Ακολούθως γίνεται αναφορά και για τη συνολική κεφαλαιακή χρέωση για την κάλυψη από τις απώλειες ΛΚ. Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι οι εκτιμήσεις, οι πίνακες και τα διαγράμματα που παρουσιάζονται δεν αντιστοιχούν στα πρωτογενή δεδομένα, όπως συλλέχθηκαν από το Risk Management Group, αλλά έχει γίνει pooling των δεδομένων αυτών. Οι λόγοι, όπως αναφέρεται, ήταν η ανάγκη της προστασίας της εμπιστευτικότητας των στοιχείων αυτών και η ανάγκη να υπάρχουν αρκετά στοιχεία, σε κάθε ET για την μοντελοποίηση του ΛΚ. Η ανάλυση θα μπορούσε να είχε γίνει και μεταξύ ορισμένων ΚΚ, ή και μεταξύ ορισμένων ET και ορισμένων ΚΚ, όπως και έχει γίνει σε ορισμένες άλλες μελέτες²¹. Αρχικά προτού γίνει αναφορά στα αποτελέσματα υπενθυμίζεται ότι:

Επιχειρησιακοί Τομείς (ET)	Κατηγορίες Κινδύνου (ΚΚ)
ET1- Corporate finance	ΚΚ1- Εσωτερική Απάτη
ET2- Trading and sales	ΚΚ2- Εξωτερική Απάτη
ET3- Retail banking	ΚΚ3- Εργασιακές πρακτικές και ασφάλεια εργασιακού περιβάλλοντος
ET4- Commercial banking	ΚΚ4- Πελάτες, προϊόντα και επιχειρηματικές πρακτικές
ET5- Payment and settlement	ΚΚ5- Φθορές Περιουσιακών στοιχείων
ET6- Agency services	ΚΚ6- Διακοπή εργασιών και αποτυχία πληροφοριακών συστημάτων
ET7- Asset management	ΚΚ7- Διοικητική Εκτέλεσης, Παράδοσης και Διαδικασιών

²⁰ www.bancaditalia.it/ricerca/consultazioni/temidi/td04/td517/td_517/tema_517.pdf

²¹ Chapelle, National Bank of Belgium, Working Papers- Research Series, Basel II and OR: *Implications for risk measurement and management in the financial sector*, 2004

ET8- Retail brokerage

Πίνακας 5.1: Επιχειρησιακοί Τομείς και Κατηγορίες Κινδύνου

Αρχικά στον πρώτο πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της άσκησης, όπως αυτά παρουσιάστηκαν από την επιτροπή της Βασιλείας σχετικά με τον αριθμό των δεδομένων, τα οποία παρείχαν όλες οι τράπεζες ανά ET και ΚΚ.

	ΚΚ1	ΚΚ2	ΚΚ3	ΚΚ4	ΚΚ5	ΚΚ6	ΚΚ7	ΚΑΜΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗ	ΣΥΝΟΛΟ
ET 1	17 0,04%	20 0,04%	73 0,15%	73 0,15%	16 0,03%	8 0,02%	214 0,45%	2 0,00%	423 0,89%
ET 2	47 0,10%	95 0,20%	101 0,21%	108 0,23%	33 0,07%	137 0,29%	4603 9,74%	8 0,02%	5132 10,86%
ET 3	1268 2,68%	17107 36,19%	2063 4,36%	2125 4,50%	520 1,10%	163 0,34%	5289 11,19%	347 0,73%	28882 61,10%
ET 4	84 0,18%	1799 3,81%	82 0,17%	308 0,65%	50 0,11%	47 0,10%	1012 2,14%	32 0,07%	3414 7,22%
ET 5	23 0,05%	322 0,68%	54 0,11%	25 0,05%	9 0,02%	82 0,17%	1334 2,82%	3 0,01%	1852 3,92%
ET 6	3 0,01%	15 0,03%	19 0,04%	27 0,06%	8 0,02%	32 0,07%	1381 2,92%	5 0,01%	1490 3,15%
ET 7	28 0,06%	44 0,09%	39 0,08%	131 0,28%	6 0,01%	16 0,03%	837 1,77%	8 0,02%	1109 2,35%
ET 8	59 0,12%	20 0,04%	794 1,68%	539 1,14%	7 0,01%	50 0,11%	1773 3,75%	26 0,06%	3268 6,91%
ΚΑΜΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗ	35 0,07%	617 1,31%	803 1,70%	54 0,11%	13 0,03%	6 0,01%	135 0,29%	36 0,08%	1699 3,59%
ΣΥΝΟΛΟ	1564 3,31%	20039 42,39%	4028 8,52%	3390 7,17%	662 1,40%	541 1,14%	16578 35,07%	467 0,99%	47269 100,00%

Πίνακας 5.2: Αριθμός Απωλειών ανά ET και ΚΚ

Με μια πρώτη ανάγνωση του πίνακα διαπιστώνεται ότι αν και ο αριθμός των τραπεζών που συμμετείχαν στην άσκηση είναι σημαντικός ο αριθμός των δεδομένων, τα οποία συλλέχθηκαν ανά ET και ΚΚ στις περισσότερες κατηγορίες είναι χαμηλός και δεν μπορεί να γίνει εκτίμηση των κατανομών συχνότητας και δριμύτητας για την εκτίμηση του συνολικού κεφαλαίου κάλυψης. Οι δυσκολίες εκτίμησης με βάση το εσωτερικό σύστημα μέτρησης κάθε τραπεζικού οργανισμού θα είναι πολύ μεγαλύτερες και οπωσδήποτε θα πρέπει να γίνεται χρήση πολλών εξωτερικών δεδομένων²². Από τον πίνακα φαίνεται ότι η ET3 και οι ΚΚ2, ΚΚ7 είναι οι ET και ΚΚ αντίστοιχα που παράγουν τις αριθμητικά περισσότερες απώλειες,

χωρίς αυτό να σημαίνει κάτι για το μέγεθος των απωλειών. Στον επόμενο πίνακα εμφανίζονται οι συνολικές απώλειες ανά ΕΤ και ΚΚ και θα έχει ενδιαφέρον να διαπιστωθεί το ύψος των οικονομικών απωλειών.

	ΚΚ1	ΚΚ2	ΚΚ3	ΚΚ4	ΚΚ5	ΚΚ6	ΚΚ7	ΚΑΜΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗ	ΣΥΝΟΛΟ
ΕΤ 1	49,4 0,63%	5,0 0,06%	2,5 0,03%	157,9 2,03%	8,0 0,10%	0,5 0,05%	49,6 0,64%	0,6 0,01%	273,5 3,51%
ΕΤ 2	59,5 0,76%	40,4 0,52%	64,8 0,83%	193,4 2,48%	87,9 1,13%	17,6 0,23%	698,4 8,96%	1,1 0,01%	1163,1 14,92%
ΕΤ 3	331,9 4,26%	787,1 10,10%	340,0 4,36%	254,1 3,26%	87,5 1,12%	26,5 0,34%	424,5 5,45%	37,4 0,48	2289,0 29,39%
ΕΤ 4	21,2 0,27%	324,9 4,17%	20,4 0,26%	156,4 2,01%	1072,9 13,76%	18,2 0,23%	619,4 7,95%	23,2 0,30%	2256,8 28,95%
ΕΤ 5	23,0 0,29%	21,0 0,27%	11,6 0,15%	10,5 0,13%	15,0 0,19%	78,6 1,01%	93,5 1,20%	0,3 0,00%	253,4 3,25%
ΕΤ 6	0,2 0,00%	3,9 0,05%	7,6 0,10%	5,0 0,06%	100,0 1,28%	40,1 0,51%	174,1 2,23%	0,8 0,01%	331,6 4,25%
ΕΤ 7	6,4 0,08%	4,6 0,06%	10,2 0,13%	77,0 0,99%	2,3 0,03%	2,3 0,03%	113,2 1,45%	0,05 0,01%	216,5 2,78%
ΕΤ 8	61,5 0,79%	1,2 0,02%	50,7 0,65%	158,6 2,03%	513,2 6,58%	28,0 0,36%	97,1 1,25%	3,4 0,04%	913,7 11,72%
ΚΑΜΙΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗ	10,5 0,13%	23,4 0,30%	18,7 0,24%	11,5 0,15%	6,7 0,09%	0,7 0,01%	22,7 0,29%	3,8 0,05%	97,9 1,26%
ΣΥΝΟΛΟ	563,5 7,23%	1211,3 15,54%	526,6 6,76%	1024,5 13,14%	1893,4 24,29%	212,5 2,73%	2292,6 29,41%	71,1 0,91%	7795,5 100,00%

Πίνακας 5.3: Οικονομικές Απώλειες ανά ΕΤ και ΚΚ σε εκατ €

Όπως φαίνεται οι οικονομικές απώλειες για τις τράπεζες είναι περίπου 7,8 δις € σε περίοδο ενός έτους. Με τη χρήση του αριθμητικού μέσου βρίσκεται ότι αναλογούν περίπου 87,6 εκατ € σε κάθε τράπεζα. Οι ΕΤ 3, ΕΤ4 και ΚΚ3, ΚΚ4 είναι οι ΕΤ και ΚΚ με τις μεγαλύτερες οικονομικά απώλειες. Διαπιστώνεται ότι είναι διαφορετικά τα αποτελέσματα μεταξύ των δύο πινάκων, κάτι που δεν μπορεί να προκαλέσει ιδιαίτερη εντύπωση αν σκεφτεί κανείς τη σχέση μεταξύ δριμύτητας και συχνότητας ενός γεγονότος.

Από τους δύο πίνακες θα μπορούσε να βρεθεί και η μέση οικονομική απώλεια για κάθε συνδυασμό ΕΤ και ΚΚ, όπως και να βγουν αρκετά ακόμη χρήσιμα συμπεράσματα για τα χαρακτηριστικά των ΕΤ και ΚΚ, αλλά δεν είναι αυτός ο σκοπός της ανάλυσης. Ο σκοπός είναι η ανεύρεση της κατανομής συχνότητας και της κατανομής δριμύτητας, έτσι ώστε να

²² Ο συνδυασμός εσωτερικών και εξωτερικών δεδομένων μπορεί να γίνει με χρήση Bayesian στατιστικής

εκτιμηθούν οι συνολικές απώλειες σε ένα πολύ υψηλό επίπεδο εμπιστοσύνης, όπως το 99,9% και σε χρονικό ορίζοντα ενός έτους.

Από εδώ και μέχρι το τέλος του κεφαλαίου οι πίνακες και τα διαγράμματα, τα οποία θα παρουσιαστούν είναι από τη μελέτη του Moscadelli. Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή του κεφαλαίου, για λόγους προστασίας της εμπιστευτικότητας των αρχικών δεδομένων, τα αποτελέσματα των οποίων εμφανίστηκαν στους προηγούμενους πίνακες, έγινε χρήση τεχνικής bootstrap έτσι ώστε να παραχθούν νέα δεδομένα, τα οποία και αναλύονται. Βασική υπόθεση του μοντέλου που χρησιμοποιείται είναι ότι οι παρατηρήσεις αποτελούν πραγματοποιήσεις ανεξάρτητων, ταυτόνομων τυχαίων μεταβλητών.

Ο μεγάλος αριθμός των bootstrapping εκτιμητών μπορεί να θεωρηθεί ως ένα τυχαίο δείγμα από την δειγματική κατανομή του κάθε παραμετρικού εκτιμητή που έχει υπολογιστεί. Η μέση τιμή των bootstrap δειγμάτων είναι ένας καλός δείκτης της αναμενόμενης τιμής του εκτιμητή. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας. Επαναλαμβάνεται ότι η ανάλυση γίνεται ανά ET, έτσι ώστε να υπάρχουν αρκετά δεδομένα προς εκτίμηση και εξαγωγή συμπερασμάτων. Με βάση τις ενέργειες αυτές προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας.

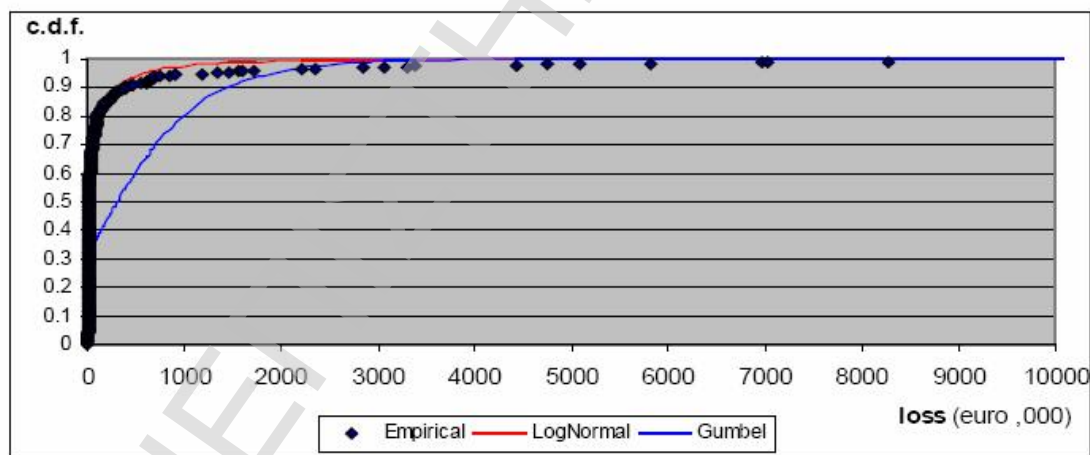
	Μέση τιμή (χιλιάδες €)	Τυπική απόκλιση (χιλιάδες €)	Λοξότητα	Κύρτωση
ET 1	646	6095	16	294
ET 2	226	1917	23	674
ET 3	79	877	55	4091
ET 4	356	2642	15	288
ET 5	137	1320	24	650
ET 6	222	1338	13	211
ET 7	195	1473	25	713
ET 8	125	1185	32	1232

Πίνακας 5.4: Αποτελέσματα από Μέθοδο Bootstrap

Οι εκτιμητές bootstrap υποδεικνύουν ότι οι εμπειρικές κατανομές των 8 ET είναι πολύ λοξές στα δεξιά, καθώς και με πολύ βαριά ουρά. Υπενθυμίζεται ότι για μια τυπική λογαριθμοκανονική κατανομή η λοξότητα και η κύρτωση θα έπρεπε να είναι 6 και 114 αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι παρά τη μικρή διάρκεια συλλογής των δεδομένων εμφανίζονται αρκετά δεδομένα μεγάλης επίδρασης, τα οποία εξηγούνται εν μέρει και από το γεγονός ότι η άσκηση έγινε κατά το έτος 2001, όπου υπήρξε η τρομοκρατική επίθεση στις ΗΠΑ στις 11

Σεπτεμβρίου και η οποία προκάλεσε αρκετά μεγάλες απώλειες ΛΚ σε σημαντικό αριθμό τραπεζών. Η παραπάνω παρατήρηση περιορίζει την υπόθεση τις ανεξαρτησίας των δεδομένων. Βέβαια δεν μπορεί να ισχυριστεί κανείς ότι το μεγαλύτερο μέρος των απωλειών οφείλονται στο παραπάνω γεγονός.

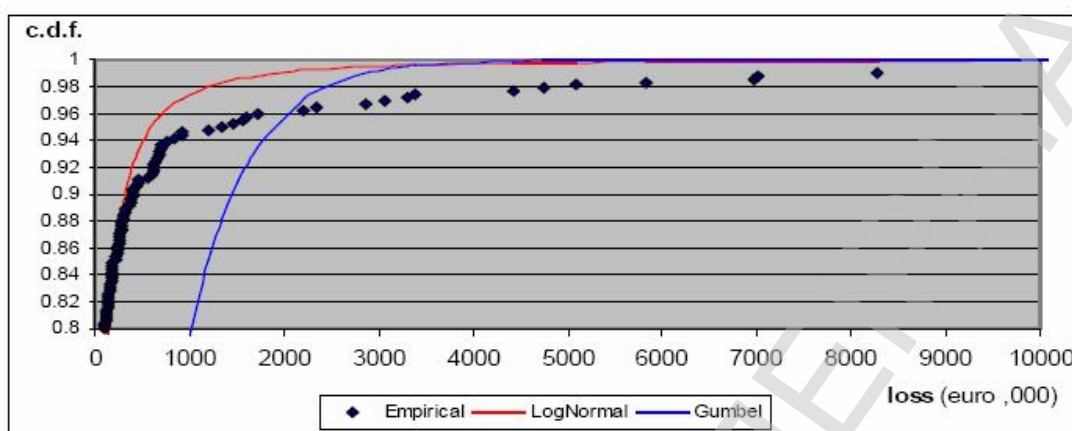
Έπειτα πρέπει να γίνουν έλεγχοι καλής προσαρμογής σε όλους τους ΕΤ για να διαπιστωθεί ποια ή ποιες κατανομές προσαρμόζονται καλύτερα στα δεδομένα της άσκησης. Η αναζήτηση της κατανομής ξεκινά με κατανομές με ελαφρές ουρές και συνεχίζοντας με μεσαίες και βαριές δεξιές ουρές, σύμφωνα με αυξανόμενο επίπεδο κύρτωσης. Οι υποψήφιες κατανομές δριμύτητας αναφέρθηκαν στην παράγραφο 3.2. Με τη χρήση των ελέγχων καλής προσαρμογής των Kolmogorov- Smirnov (K-S) και Anderson- Darling (A-D) το συμπέρασμα στο οποίο καταλήγει ο ερευνητής είναι ότι η κατανομή Gumbel και LogNormal προσαρμόζονται καλύτερα στα δεδομένα. Συγκρίνοντας την αθροιστική συνάρτηση κατανομής Gumbel και LogNormal με την εμπειρική κατανομή, όπως φαίνεται και στο ακόλουθο διάγραμμα, διαπιστώνεται ότι η Lognormal προσαρμόζεται καλύτερα στα συνολικά δεδομένα, ενώ η Gumbel προσαρμόζεται πιο καλά στα δεδομένα της ουράς, αλλά όχι το ίδιο καλά και στο κυρίως σώμα της κατανομής.



Σχήμα 5.1: Προσαρμογή LogNormal και Gumbel στα Δεδομένα του ET1

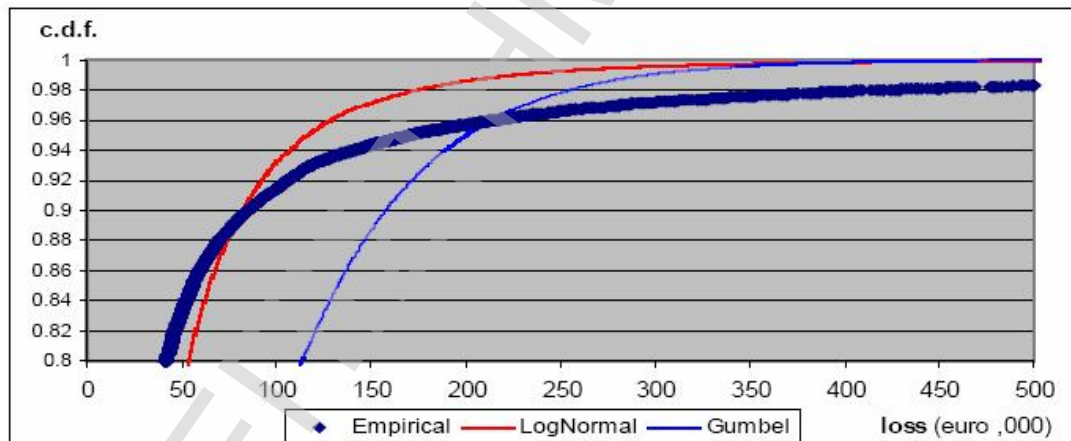
Έχει αναφερθεί αρκετές φορές ότι το ενδιαφέρον εστιάζεται στην ανάλυση των δεδομένων της ουράς. Με επιλογή του 10% των μεγαλύτερων δεδομένων απωλειών και παίρνοντας το διάγραμμα της προσαρμογής των κατανομών Gumbel και Log-Normal στην εμπειρική διαπιστώνεται ότι προσεγγιστικά η LogNormal υποεκτιμά την εμπειρική από το 90°

ποσοστημόριο και η Gumbel από το 96°. Είναι ξεκάθαρο πάντως ότι και στις δυο περιπτώσεις υπάρχει υποεκτίμηση.

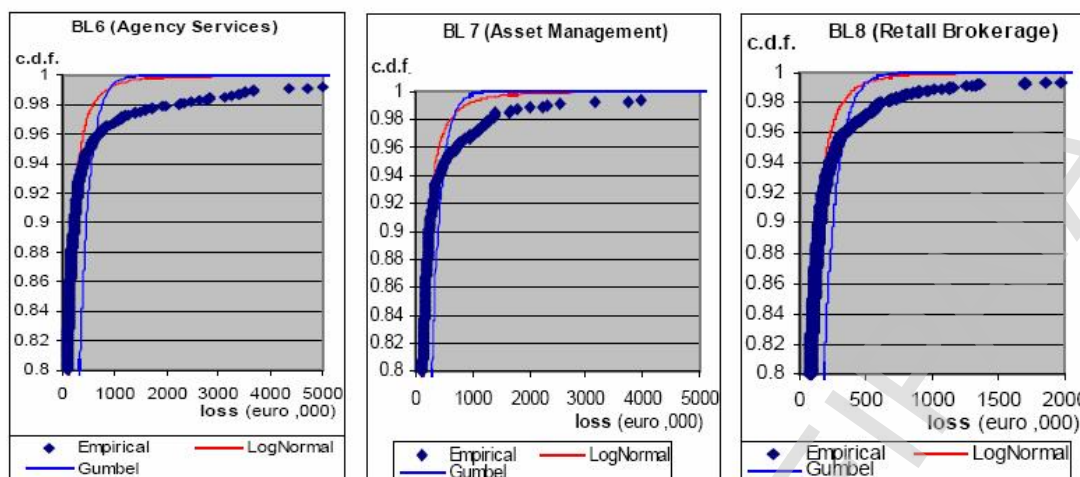


Σχήμα 5.2: Προσαρμογή LogNormal και Gumbel στα Δεδομένα του ET1 με Επικέντρωση στην Ουρά

Η τελευταία διαπίστωση παραμένει ίδια και για τους υπόλοιπους ET. Σε όλες τις περιπτώσεις η επιλεγόμενη κατανομή υποεκτιμούν τα εμπειρικά δεδομένα.



Σχήμα 5.3: Προσαρμογή LogNormal και Gumbel στα Δεδομένα του ET3 με Επικέντρωση στην Ουρά



Σχήμα 5.4: Προσαρμογή LogNormal και Gumbel στα Δεδομένα του ET6, ET7, ET8 με Επικέντρωση στην Ουρά

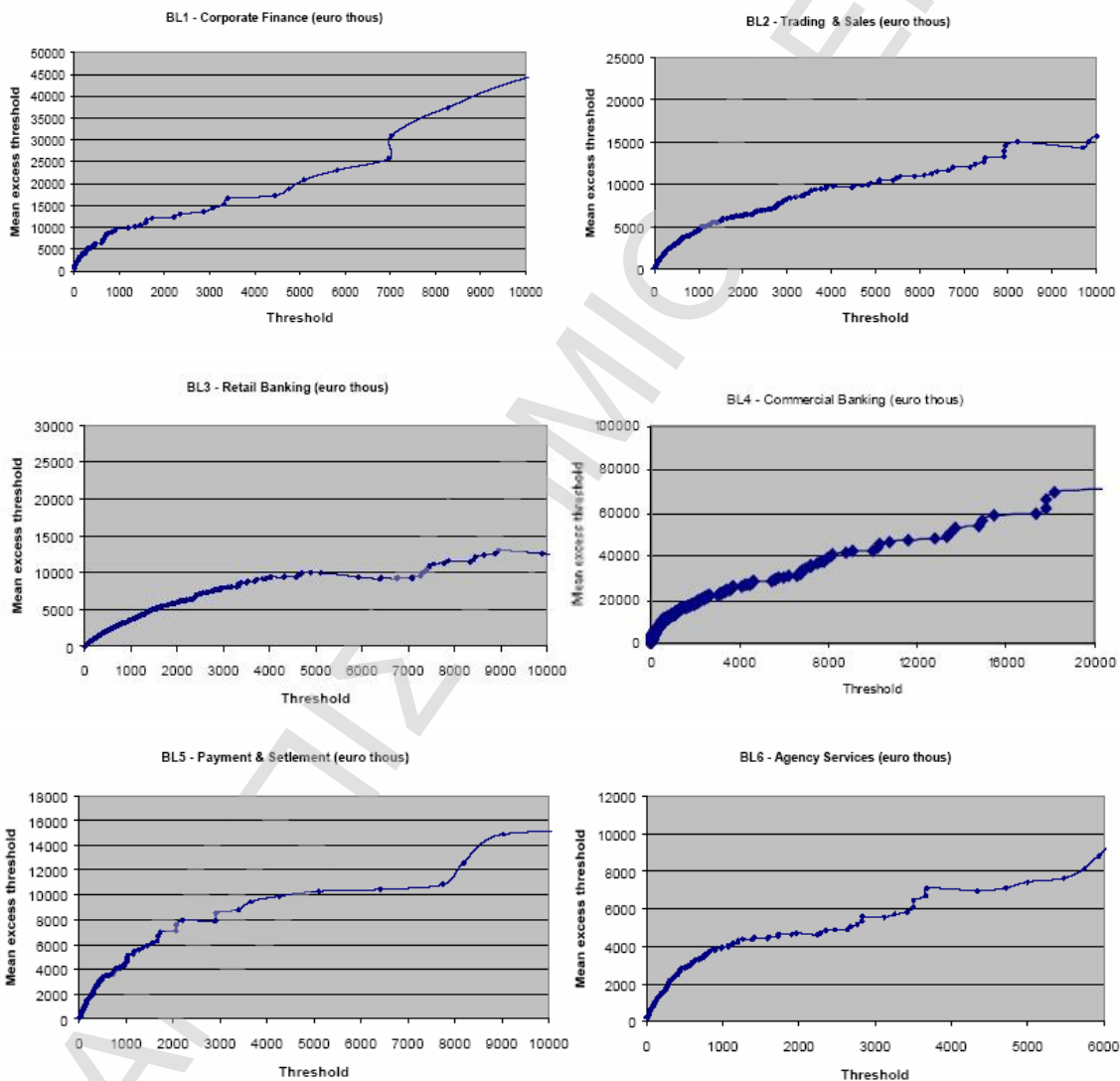
Τα αποτελέσματα από τις παραπάνω αναλύσεις είναι ότι οι τιμές ελέγχου εμφανίζονται αρκετά υψηλότερες από τις κριτικές σε επίπεδο εμπιστοσύνης, τόσο 90%, όσο και 99%. Στον ακόλουθο πίνακα 4 φαίνονται οι κριτικές τιμές μόνο για το 90^ο ποσοστημόριο.

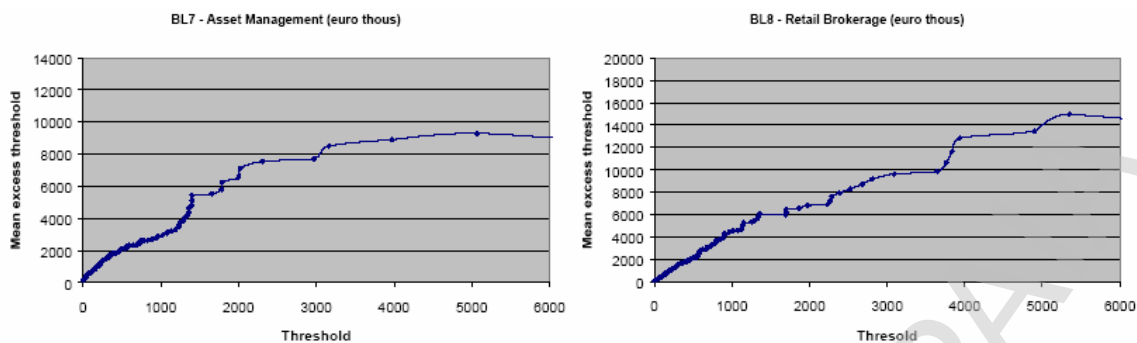
		Κατανομή Lognormal				Κατανομή Gumbel				Critical values (α=90ο)	
		Εκτίμηση παραμέτρων		Fitting tests results		Εκτίμηση παραμέτρων		Fitting tests results			
	Αρ. παρ/σεων	μ	σ	K- S	A- D	μ	σ	K- S	A- D	K- S	A- D
ET 1	423	3,58	1,71	0,18	22,52	93,96	602,30	0,43	124,62	0,06	0,63
ET 2	5132	3,64	1,27	0,14	180,52	51,76	185,25	0,37	1224,03	0,02	0,63
ET 3	28882	3,17	0,97	0,18	1653,03	25,63	58,80	0,34	6037,35	0,01	0,63
ET 4	3414	3,61	1,41	0,16	173,94	48,30	203,53	0,37	830,57	0,02	0,63
ET 5	1852	3,37	1,10	0,15	73,74	35,86	109,93	0,36	436,48	0,03	0,63
ET 6	1490	3,74	1,28	0,12	46,33	54,82	181,19	0,35	332,74	0,03	0,63
ET 7	1109	3,79	1,28	0,11	25,68	56,78	153,72	0,32	203,94	0,04	0,63
ET 8	3267	3,58	1,08	0,12	87,67	41,03	93,51	0,31	576,51	0,02	0,63

Πίνακας 5.5: Εκτίμηση Παραμέτρων και Έλεγχοι Προσαρμογής

Το κύριο συμπέρασμα από την ανάλυση είναι ότι αν και οι αναλογιστικές μέθοδοι αναλύουν αρκετά ικανοποιητικά το κυρίως σώμα της κατανομής των δεδομένων απωλειών, όμως δεν συμβαίνει το ίδιο και για τα δεδομένα της ουράς.

Έχει αναφερθεί ότι για απώλειες ΛΚ η EVT φαίνεται να είναι ένα αρκετά χρήσιμο εργαλείο και παρέχει ικανοποιητικές εκτιμήσεις για κατανομές με βαριές δεξιές ουρές. Με βάση την ανάλυση, η οποία έχει αναφερθεί στα προηγούμενα κεφάλαια, έχει σημειωθεί η σημασία του καθορισμού του ανώτατου ορίου u ανά ET. Για τον καθορισμό του ορίου γίνεται χρήση της συνάρτησης της δειγματικής μέσης υπέρβασης (SMEF) έναντι αυξανόμενων τιμών του ορίου και υπολογίζεται το όριο, το οποίο πρέπει να είναι αρκετά υψηλό, αλλά παράλληλα να αφήνει και αρκετές παρατηρήσεις πέρα από αυτό. Στα επόμενα διαγράμματα εμφανίζονται οι τιμές της SMEF ανάλογα με το όριο u .





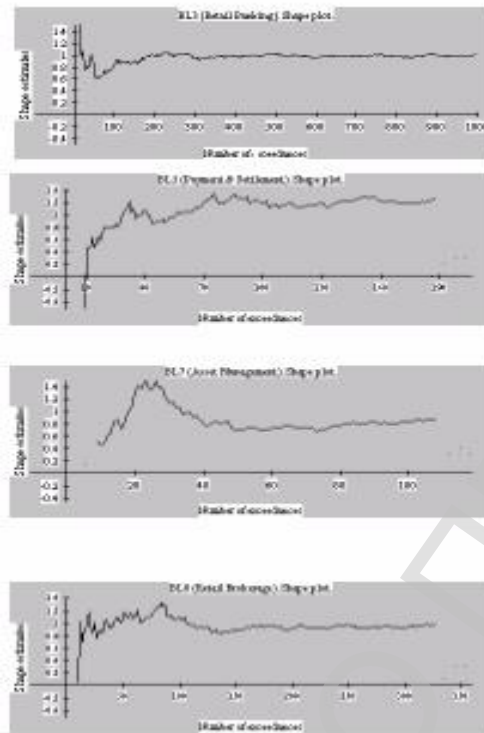
Σχήμα 5.5: Διαγράμματα Μέσης Υπέρβασης ανά ET

Από τα αρχικά διαγράμματα προσαρμογής των συναρτήσεων Gumbel και Log-Normal είχε διαπιστωθεί ότι οι κατανομές προσαρμόζονται ικανοποιητικά στα δεδομένα μέχρι ενός ποσοστημρίου. Πιο συγκεκριμένα όμως το όριο ορίστηκε κοντά στο 90^ο εμπειρικό ποσοστημρίου για όλους τους ET και στο 96,5^ο για την ET3, όπου υπάρχει μεγάλος αριθμός παρατηρήσεων. Τα επιλεγόμενα όρια φαίνονται στον πίνακα 5.

	Αρ. Παρ/σεων	Όριο	Σχετικό εμπειρικό ποσοστημριο	Αρ. υπερβάσεων
ET 1	423	400,28	89,85%	42
ET 2	5132	193,00	89,85%	512
ET 3	28882	247,00	96,50%	1000
ET 4	3414	270,00	90,66%	315
ET 5	1852	110,00	89,85%	187
ET 6	1490	201,66	89,20%	158
ET 7	1109	235,00	90,00%	107
ET 8	3267	149,51	89,99%	326

Πίνακας 5.6: Επιλεγόμενο Όριο

Στα επόμενα διαγράμματα φαίνονται για ορισμένες BL ο αριθμός των υπερβάσεων για τα αντίστοιχα όρια και οι εκτιμήσεις της παραμέτρου σχήματος. Η εκτίμηση της παραμέτρου σχήματος ξ επιτυγχάνεται ως μέση τιμή των εκτιμήσεων από το διάγραμμα 7. Έχει σημειωθεί η μεγάλη σημασία της παραμέτρου σχήματος, ότι δηλαδή αν είναι μεγαλύτερο του μηδενός δηλώνει ότι τα δεδομένα προέρχονται από κατανομή με βαριά ουρά και ότι αν $\xi \geq 1$ δεν υπάρχει καθορισμένη ροπή.



Σχήμα 5.6: Διάγραμμα Παραμέτρου Σχήματος ανά ET

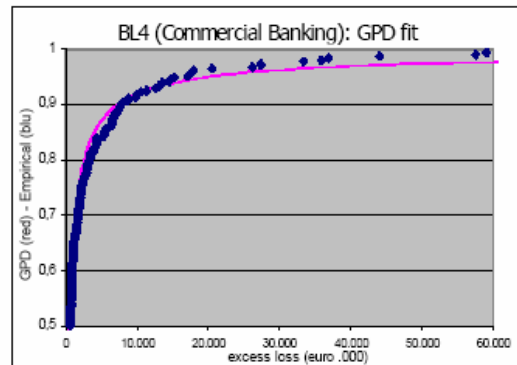
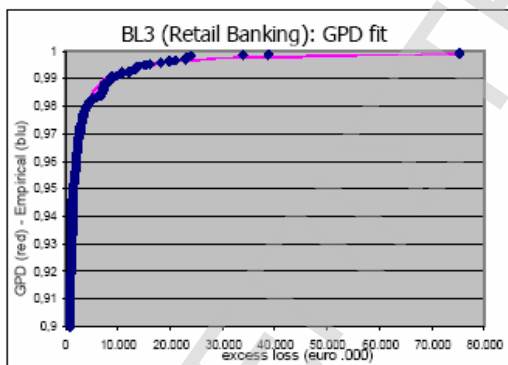
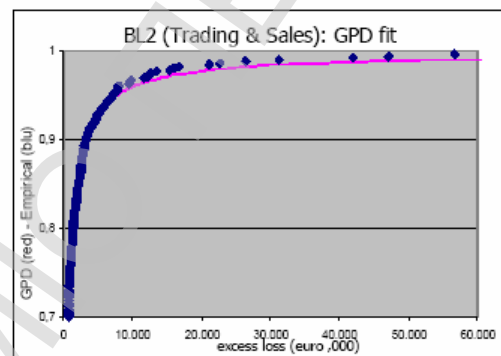
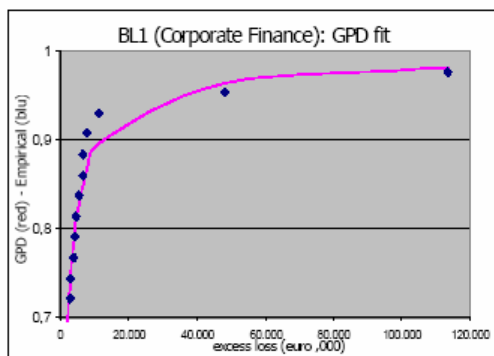
Έπειτα παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις για όλους τους ET, καθώς και τα αποτελέσματα των ελέγχων K-S, A-D. Για το ξ τα διαστήματα εμπιστοσύνης υπολογίζονται με διαδικασία bootstrap. Στον έλεγχο K-S οι τιμές ελέγχου είναι μικρότερες από τις κρίσιμες σε όλες τους ET, ενώ στο A-D υπάρχει μια ελαφρά ένδειξη απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης, ακόμη και σε επίπεδο 99% για τον ET4.

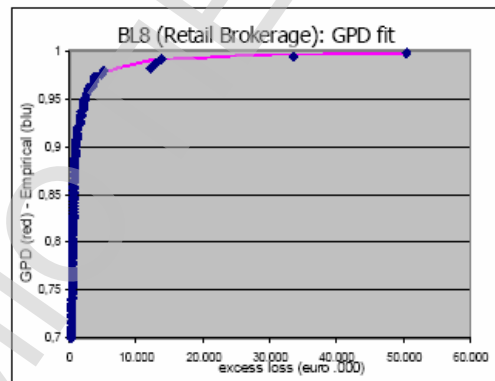
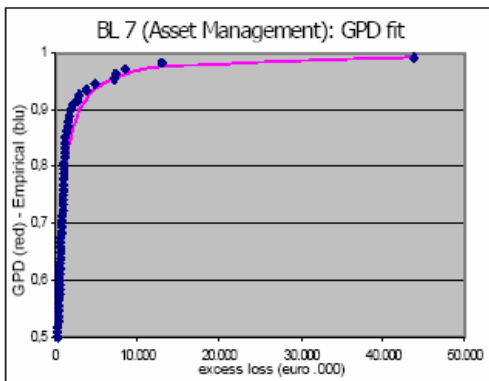
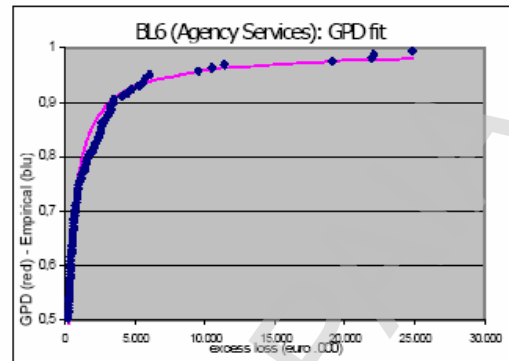
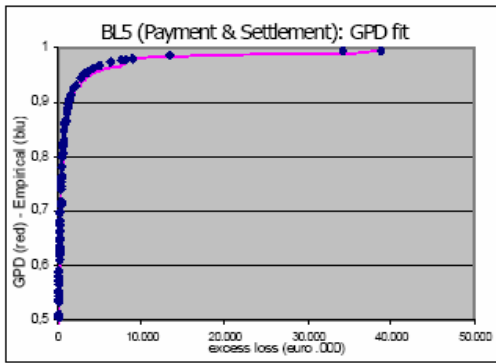
			Fitting test results								
	Εκτίμηση παραμέτρων		ξ επίπεδο εμπιστοσύνης ($\alpha=95\%$)		Kolmogorov-Smirnov		Anderson- Darling				
	Αρ. Υπερβάσεων	β	ξ	Κατώτερο όριο	Ανώτερο όριο	Test results	critical values ($\alpha=90\%$)	Test results	critical values ($\alpha=90\%$)	critical values ($\alpha=99\%$)	
ET 1	42	774	1,19	1,06	1,58	0,099	0,189	0,486	0,630	1,030	0,63
ET 2	512	254	1,17	0,98	1,35	0,027	0,054	0,508	0,630	1,030	0,63
ET 3	1000	233	1,01	0,88	1,11	0,020	0,023	0,675	0,630	1,030	0,63
ET 4	315	412	1,39	1,20	1,62	0,058	0,070	1,541	0,630	1,030	0,63
ET 5	187	107	1,23	0,96	1,37	0,028	0,090	0,247	0,630	1,030	0,63
ET 6	158	243	1,22	1,03	1,42	0,064	0,097	0,892	0,630	1,030	0,63
ET 7	107	314	0,85	0,57	1,18	0,060	0,118	0,217	0,630	1,030	0,63
ET 8	326	124	0,98	0,76	1,20	0,033	0,068	0,29	0,630	1,030	0,63

Πίνακας 5.7: Αποτελέσματα από Εκτίμηση των Παραμέτρων της GPD

Οι εκτιμήσεις των παραμέτρων σχήματος ξ δηλώνουν ότι τα GPD μοντέλα έχουν άπειρη διακύμανση και ότι οι ET1, ET2, ET3, ET4, ET5, ET6 έχουν και άπειρη μέση τιμή, ενώ η ET8 σχεδόν άπειρη. Μόνο η ET7 έχει καθορισμένη μέση τιμή. Αν και υπάρχει μια αβεβαιότητα στις εκτιμήσεις των παραμέτρων σχήματος με βάση το διάστημα εμπιστοσύνης τους, το εύρος της τιμής του ξ παρέχει ενδείξεις για δεδομένα που ακολουθούν κατανομή με πολύ βαριά δεξιά ουρά.

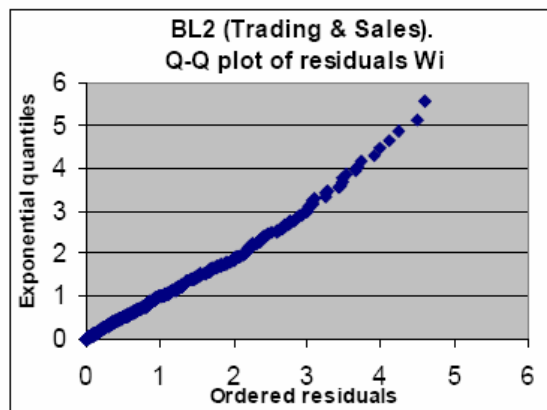
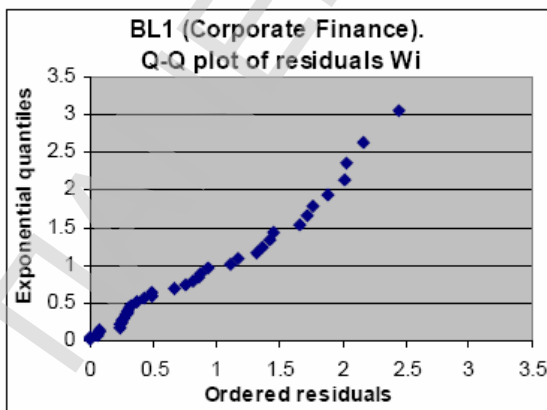
Στα επόμενα διαγράμματα παρουσιάζεται η προσαρμογή της GPD στο 50% των μεγαλύτερων δεδομένων, η οποία όπως μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί είναι αρκετά ικανοποιητική ειδικά στα ακραία γεγονότα.

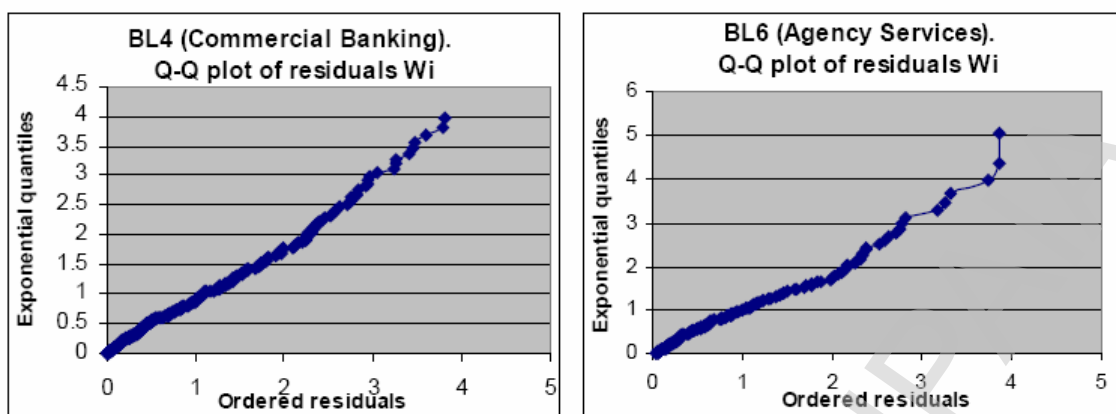




Σχήμα 5.7: Προσαρμογή της GPD στα Δεδομένα

Είχε αναφερθεί στην παράγραφο 4.2.7 ότι εκτός από τον έλεγχο των K- S και A-D υπάρχει και ένας άλλος έλεγχος για τα καταλόγια, για τα οποία ελέγχεται αν ακολουθούν εκθετική κατανομή με μέσο 1. Για τον έλεγχο με το W στατιστικό έχουμε τα ακόλουθα διαγράμματα που δείχνουν μια ικανοποιητική προσαρμογή των καταλοίπων των υπερβάσεων της GPD.





Σχήμα 5.8: Διάγραμμα Q-Q για τα Κατάλοιπα

Έπειτα υπολογίζεται η μέση εκτίμηση γ των καταλοίπων και το p -value, με βάση τα οποία δεν μπορεί να απορριφθεί η υπόθεση ότι τα κατάλοιπα ακολουθούν την εκθετική κατανομή και έχουν μέση τιμή τη μονάδα. Άρα η GPD είναι ένα κατάλληλο μοντέλο για την εκτίμηση ακόμη και σε υψηλά επίπεδα εμπιστοσύνης της ουράς της κατανομής των δεδομένων όλων των ET.

	Εκτιμητής γ	p-value
ET 1	1,001	0,81
ET 2	1,001	0,18
ET 3	0,999	0,52
ET 4	1,070	0,29
ET 5	1,002	0,74
ET 6	0,960	0,77
ET 7	0,900	0,52
ET 8	1,003	0,92

Πίνακας 5.8: Έλεγχος των Καταλοίπων

Για να συνεχιστεί ο έλεγχος της καταλληλότητας των κατανομών μπορεί να υπολογιστεί ο αναμενόμενος εμπειρικός αριθμός των υπερβάσεων σε κάθε ET. Αυτό επιτυγχάνεται συγκρίνοντας τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων με το επιθυμητό ποσοστημόριο. Για παράδειγμα, αν ένας ET περιλαμβάνει 1.000 παρατηρήσεις, ο αναμενόμενος αριθμός των παραβιάσεων στο 99^ο ποσοστημόριο ισούται με 10. Έτσι αν το παραμετρικό μοντέλο είναι σωστό αναμένονται 1% των παρατηρήσεων να είναι πάνω από 99^ο ποσοστημόριο, αλλιώς αν είναι παραπάνω η πραγματική ουρά υποεκτιμάται. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται ο θεωρητικός αριθμός των παραβιάσεων στο 95^ο, 99^ο, 99,9^ο ποσοστημόριο και συγκρίνεται με τον εκτιμημένο αριθμό από την GPD, την LogNormal και την Gumbel κατανομή, από όπου

μπορεί να διαπιστωθεί ότι ο αριθμός των παραβιάσεων της GPD είναι πολύ κοντά σε αυτές της θεωρητικής τόσο στα υψηλότερα, όσο και στα σχετικά χαμηλότερα ποσοστημόρια, ενώ ο αριθμός των παραβιάσεων της LogNormal και της Gumbel είναι υψηλότερα από τις αναμενόμενες, που σημαίνει ότι υποεκτιμάται η κατανομή των δεδομένων στην ουρά.

	Αρ. παρ/σεων	Ποσοστημόριο	Θεωρητική κατανομή	GPD	LogNormal	Gumbel
ET 1	423	95 ^ο	21,15	21	36	16
		99 ^ο	4,23	3	16	13
		99,9 ^ο	0,42	0	5	10
ET 2	5132	95 ^ο	256,60	259	351	211
		99 ^ο	51,32	56	185	160
		99,9 ^ο	5,13	2	89	113
ET 3	28882	95 ^ο	1444,10	1386	2062	1234
		99 ^ο	288,82	294	1094	812
		99,9 ^ο	28,88	31	514	560
ET 4	3414	95 ^ο	170,70	173	241	168
		99 ^ο	34,14	48	137	137
		99,9 ^ο	3,41	5	71	106
ET 5	1852	95 ^ο	92,60	95	115	60
		99 ^ο	18,52	20	58	43
		99,9 ^ο	1,85	2	33	34
ET 6	1490	95 ^ο	74,50	73	98	66
		99 ^ο	14,90	16	51	50
		99,9 ^ο	1,49	0	30	39
ET 7	1109	95 ^ο	55,45	55	72	55
		99 ^ο	11,09	9	38	40
		99,9 ^ο	1,11	1	10	30
ET 8	3267	95 ^ο	163,35	166	220	134
		99 ^ο	32,67	30	105	99
		99,9 ^ο	3,27	6	37	58

Πίνακας 5.9: Αριθμός Υπερβάσεων

Ακολούθως μπορεί να υπολογιστεί το VaR της GPD στο 95^ο, 99^ο και 99,9^ο ποσοστημόριο με βάση τις τιμές των ξ και β που έχουν ήδη βρεθεί και προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας

	p=95	p=99	p=99,9
ET 1	1222	9743	154523
ET 2	463	3178	47341
ET 3	176	826	8356
ET 4	668	6479	159671
ET 5	230	1518	25412
ET 6	501	3553	58930
ET 7	511	2402	17825
ET 8	272	1229	11539

Πίνακας 5.10: VaR Κατανομής Δριμύτητας της GPD

Όπως έχει αναφερθεί όμως η χρήση του VaR είναι ικανοποιητική όταν τα δεδομένα ακολουθούν κανονική κατανομή, αλλιώς δεν είναι συνεπές μέτρο κινδύνου. Επίσης το VaR δεν παρέχει πληροφορίες για την έκταση των απωλειών πέρα από αυτό το όριο και για το λόγο αυτό θα χρησιμοποιηθεί το μέτρο του Αναμενόμενου Ελλείμματος (ES). Για τον υπολογισμό της τιμής πρέπει να βρεθούν οι τιμές GPD_{MS} . Αυτές δίνονται στον επόμενο πίνακα για το 95^ο, το 99^ο και το 99,9^ο ποσοστημόριο.

Ποσοστημόριο	Δριμύτητα (χιλιάδες €)		
	95 ^ο	99 ^ο	99,9 ^ο
ET 1	3383	19030	260415
ET 2	1121	7998	70612
ET 3	481	1694	17411
ET 4	1694	20063	151553
ET 5	551	3910	80518
ET 6	1208	10107	51805
ET 7	1076	4264	79423
ET 8	520	2222	27628
ΣΥΝΟΛΟ	10034	69288	739365

Πίνακας 5.11: Εκτίμηση Δριμύτητας μέσω GPD_{MS}

Από τον πίνακα εύκολα παρατηρείται ότι όσο μεγαλώνει το ποσοστημόριο η τιμή του VaR αυξάνεται με πολύ μεγαλύτερο βαθμό. Ακόμη η σειρά επικινδυνότητας του κάθε ET δείχνει να διατηρείται μεταξύ των ποσοστημορίων, αν και υπάρχουν ορισμένες διαφοροποιήσεις. Διαπιστώνεται πάντως ότι ο ET1 και ET4 είναι οι περισσότερο επικίνδυνοι ενώ οι ET3 και ET8 είναι οι λιγότερο επικίνδυνοι.

Στη συνέχεια ερευνάται η συχνότητα της ουράς μέσω της περιγραφής, η οποία έχει γίνει στην παράγραφο 4.2.3 και βρίσκεται η ετήσια αναμενόμενη τιμή. Ελέγχεται η προσαρμογή της κατανομής Poisson και της Αρνητικής Διωνυμικής. Εξαιτίας της υψηλής λοξότητας στα δεξιά η χρήση της αρνητικής διωνυμικής κατανομής προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα απωλειών. Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστεί ότι γίνεται διαχωρισμός μεταξύ των τραπεζών, οι οποίες χωρίζονται σε εγχώριας και διεθνούς δραστηριότητας και ο υπολογισμός της ετήσιας έντασης γίνεται παίρνοντας τη μέση τιμή για τις εγχώριες τράπεζες και τη μέση τιμή προσθέτοντας το διπλάσιο της τυπικής απόκλισης για τις διεθνείς. Ο διαχωρισμός μεταξύ των τραπεζών γίνεται, γιατί παρατηρήθηκαν διακυμάνσεις μεταξύ των αριθμών των

υπερβάσεων, οι οποίες δηλώθηκαν μεταξύ των τραπεζών (περισσότερες λεπτομέρειες για το διαχωρισμό μπορούν να αναζητηθούν στο παραπάνω έγγραφο).

Ο επόμενος πίνακας δείχνει τον αριθμό των τραπεζών, οι οποίες υπέβαλαν δεδομένα σε κάθε ένα ET και τον αριθμό των τραπεζών που είχαν υπερβάσεις πάνω από το επιλεγόμενο όριο, καθώς και τις εκτιμήσεις τόσο για το διωνυμικό μοντέλο, όσο και για την Poisson.

	Αρ. τραπεζών με δεδ/να	Αρ. τραπεζών με τουλάχιστο 1 υπέρβαση	Αρνητική Διωνυμική εκτίμηση παραμέτρων		Ετησιοποιημένη ένταση στο όριο u	
			r	p	Nlow	Nhigh
ET 1	33	15	0,45	0,25	1,30	5,83
ET 2	67	48	0,37	0,05	7,78	33,92
ET 3	80	66	0,26	0,02	12,36	61,75
ET 4	73	54	0,47	0,10	4,36	17,68
ET 5	55	36	0,51	0,13	3,42	13,66
ET 6	40	23	0,30	0,07	3,97	19,10
ET 7	52	29	0,52	0,20	2,08	8,53
ET 8	41	26	0,24	0,03	7,98	41,16

Πίνακας 5.12: Ετήσια Ένταση Υπερβάσεων

Με βάση τα παραπάνω και από την συνάρτηση $N_{T,v} = N_{T,u} \left(1 + x \frac{v-u}{b} \right)$ όπου το $N_{T,u}$ συμβολίζει το μέσο αριθμό των υπερβάσεων (με όριο v ή u) σε χρονική περίοδο T, όπου στη περίπτωση αυτή T=1 έτος, βρίσκονται οι συχνότητες απωλειών ανά ποσοστημόριο για τις εγχώριες και για τις διεθνείς τράπεζες.

Ποσοστημόριο	Συχνότητα ουράς για διεθνή τράπεζα		
	95 ^ο	99 ^ο	99,9 ^ο
ET 1	2,75	0,68	0,08
ET 2	16,37	3,10	0,48
ET 3	61,75	17,37	1,73
ET 4	9,98	1,70	0,40
ET 5	6,31	1,24	0,11
ET 6	8,73	1,53	0,40
ET 7	4,22	0,92	0,03
ET 8	20,39	4,47	0,34
ΣΥΝΟΛΟ	130	31	4

Πίνακας 5.13: Μέγεθος Κατανομής Συχνότητας στην Ουρά για Διεθνή Τράπεζα

Παρατηρείται ότι σε επίπεδο 99,9% μόνο στον ET3 αναμένεται να υπάρχει περισσότερο από μία υπέρβαση. Είναι αναμενόμενο επίσης για τις εγχώριες τράπεζες να μην αναμένεται παραπάνω από μία υπέρβαση.

Ποσοστημόριο	Συχνότητα ουράς για εγχώρια τράπεζα		
	95°	99°	99,9°
ET 1	0,61	0,15	0,02
ET 2	3,75	0,71	0,11
ET 3	12,36	3,48	0,35
ET 4	2,46	0,42	0,10
ET 5	1,85	0,31	0,03
ET 6	1,82	0,32	0,08
ET 7	1,03	0,23	0,01
ET 8	3,95	0,87	0,07
ΣΥΝΟΛΟ	28	6	1

Πίνακας 5.14: Μέγεθος Κατανομής Συχνότητας στην Ουρά για Εγχώρια Τράπεζα

Πρέπει να σημειωθεί ότι δεν γίνεται υπόθεση για την εξάρτηση μεταξύ των ET. Θεωρείται ότι υπάρχει ανεξαρτησία μεταξύ των κατηγοριών. Στην πραγματικότητα δεν μπορεί να υποτεθεί κάτι τέτοιο, αφού έχει ήδη αναφερθεί ότι η άσκηση έγινε κατά το έτος 2001, όπου και συνέβη η τρομοκρατική ενέργεια στο παγκόσμιο κέντρο εμπορίου που προξένησε τις μεγαλύτερες οικονομικές απώλειες για πολλές από τις τράπεζες που συμμετείχαν στη συλλογή δεδομένων.

Παραβλέποντας την εξάρτηση μεταξύ των ET μπορεί να υπολογιστεί η κεφαλαιακή χρέωση ανά ET, εφόσον έχει γίνει εκτίμηση τόσο της δριμύτητας, όσο και της συχνότητας των δεδομένων στην ουρά με βάση τα όσα έχουν σημειωθεί στη παράγραφο 4.3 για τόσο μια εγχώρια όσο και μια διεθνή τράπεζα με χρήση των αντίστοιχων τύπων. Παρουσιάζονται δύο επιπλέον στήλες, στις οποίες αναφέρεται το ποσό που αντιστοιχεί στη δριμύτητα, όπως βρέθηκε στον πίνακα 10 και πολλαπλασιάζεται με την εκτίμηση της συχνότητας των δεδομένων σε επίπεδο 99% και όχι 99,9% με σκοπό τον καλύτερο υπολογισμό της συνολικής κεφαλαιακής απαίτησης.

Ποσοστημόριο	Δριμύτητα ουράς για διεθνή τράπεζα (χιλιάδες €)				
	95 ^ο	99 ^ο	99,9 ^ο	99,5 ^ο N99 ^ο	99,9 ^ο N99 ^ο
ET 1	8192	12587	19693	75116	175676
ET 2	15199	24209	34027	54687	218423
ET 3	14459	25142	29629	51860	298218
ET 4	14209	33707	60198	66376	257633
ET 5	2781	4728	8515	12244	100052
ET 6	8789	15142	20661	34296	78886
ET 7	3549	3727	2429	12389	73237
ET 8	7551	9262	9290	21469	122788
ΣΥΝΟΛΟ	74729	128504	184442	328437	1324913

Πίνακας 5.15: Κεφαλαιακή Χρέωση ανά ET για Διεθνή Τράπεζα

Ποσοστημόριο	Δριμύτητα ουράς για εγχώρια τράπεζα (χιλιάδες €)				
	95 ^ο	99 ^ο	99,9 ^ο	99,5 ^ο N99 ^ο	99,9 ^ο N99 ^ο
ET 1	1832	2815	4404	16798	39286
ET 2	3486	5552	7804	12543	50097
ET 3	2895	5033	5932	10382	59702
ET 4	3501	8305	14831	16353	63474
ET 5	696	1183	2131	3064	25036
ET 6	1829	3151	4300	7137	16417
ET 7	865	908	592	3018	17841
ET 8	1463	1795	1800	4160	23791
ΣΥΝΟΛΟ	16567	28742	41794	73455	295644

Πίνακας 5.16: Κεφαλαιακή Χρέωση ανά ET για Εγχώρια Τράπεζα

Από τον τελευταίο πίνακα φαίνεται ότι οι απώλειες ΛΚ είναι πηγή κινδύνου για τις τράπεζες, γιατί το CaR σε 99,9% επίπεδο εμπιστοσύνης για χρονική περίοδο ενός έτους είναι για μια διεθνή τράπεζα είναι 1,325 δις € και για μια εγχώρια τράπεζα είναι 296 εκατ. € Εξαιτίας της επικινδυνότητας των ET3, ET4 η κεφαλαιακή τους χρέωση αντιστοιχεί σε σύνολο στο 40% της συνολικής χρέωσης. Είναι επίσης σημαντικό να αναφερθεί ότι η συνολική κεφαλαιακή χρέωση προκύπτει ως άθροισμα των επιμέρους ποσοτήτων των ET.

Στη συνέχεια θα γίνει μέτρηση του ποσοστού των αναμενόμενων απωλειών για μια διεθνή τράπεζα ως προς τη συνολική κεφαλαιακή απαίτηση. Οι αναμενόμενες απώλειες της τράπεζας μπορούν να υπολογιστούν από την αρχική ανάλυση που είχε γίνει και την προσαρμογή των δεδομένων σε LogNormal και Gumbel κατανομή. Η ανάλυση των δεδομένων με χρήση της GPD είναι ικανοποιητική για την εκτίμηση της ουράς της κατανομής. Για το κυρίως σώμα όμως της κατανομής θα χρησιμοποιηθεί η κατανομή LogNormal, η οποία φάνηκε να εκτιμά τα δεδομένα πιο ικανοποιητικά. Επιπλέον για τον

υπολογισμό της συχνότητας των δεδομένων σε χρονικό ορίζοντα ενός έτους για κάθε ET, προσαρμόζονται οι Poisson και αρνητική διωνυμική έχοντας single- impact μέγεθος χαμηλότερο από το όριο που είχε τεθεί για την GPD. Από τις δύο κατανομές η αρνητική διωνυμική φαίνεται να προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα, με εξαίρεση τον ET3.

Οι αναμενόμενες τιμές των μοντέλων LogNormal και αρνητικής διωνυμικής, οι οποίες υπολογίζονται από την εκτίμηση των παραμέτρων αντιστοιχούν στην εκτιμημένη δριμύτητα και συχνότητα των δεδομένων ΛΚ. Στον επόμενο πίνακα φαίνονται οι τιμές των παραμέτρων, καθώς και οι αναμενόμενες τιμές και υπολογίζεται το ποσοστό των αναμενόμενων τιμών, που αντιστοιχούν στις συνολική κεφαλαιακή χρέωση, η οποία έχει υπολογιστεί μέσω του CaR και η οποία σε κανένα ET δεν ξεπερνά το 4,5%.

	LogNormal		Αρνητική		Αναμενόμεν η Δριμύτητα	Αναμενόμεν η Συχνότητα	Αναμενόμεν ες Απώλειες	CaR 99,9 ^ο	Αναμενόμενες Απώλειες / CaR 99,9 ^ο
	m	σ	r	p					
ET 1	3,58	1,71	0,59	0,04	154	12,67	1953	175676	1,1%
ET 2	3,64	1,27	0,45	0,01	85	74,45	6359	218423	2,9%
ET 3	3,17	0,97	NA	NA	38	347,45	13172	298218	4,4%
ET 4	3,61	1,41	0,52	0,01	100	43,90	4405	257633	1,7%
ET 5	3,37	1,10	0,61	0,02	53	32,00	1711	100052	4,3%
ET 6	3,74	1,28	0,47	0,01	96	35,03	3375	78886	2,7%
ET 7	3,79	1,28	0,60	0,03	100	20,02	2011	73237	3,9%
ET 8	3,58	1,08	0,34	0,00	64	75,55	4811	122788	3,9%
						ΣΥΝΟΛΟ	37797	1324913	2,9%

Πίνακας 5.17: Αναμενόμενες Απώλειες και Σύνολο Απωλειών (99,9^ο) ανά ET

Στο τέλος υπολογίζεται και η σχέση μεταξύ της κεφαλαιακής χρέωσης, όπως αυτή υπολογίζεται με μέσω της AMA και της BIA, καθώς και της SA για μια διεθνούς δραστηριότητας τράπεζα, για την οποία είναι δυνατός ο υπολογισμός του μικτού εισοδήματος ανά ET. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον επόμενο πίνακα.

	Αρ. τραπεζών με δεδ/να	Κεφαλαιακή Χρέωση για OR σε εε 99,9% για 1 έτος	Μέση Τιμή Μικτού Εισοδήματος	Συντελεστές AMA	Συντελεστές SA
ET 1	33	175676	1056568	16,6%	18%
ET 2	67	218423	1723483	12,7%	18%
ET 3	80	298218	3580369	8,3%	12%
ET 4	73	257633	1829454	14,1%	15%
ET 5	55	100052	300153	33,3%	18%
ET 6	40	78886	375638	21,0%	15%
ET 7	52	73237	454130	16,1%	12%
ET 8	41	122788	632445	19,4%	12%
TOTAL		1324913	9952240	13,3%	15%

Πίνακας 5.18: Σύγκριση μεταξύ Συντελεστών Χρέωσης AMA και SA

Για τη σύγκριση με την BIA διαπιστώνεται ότι υπάρχει διαφορά. Μέσω της AMA η κεφαλαιακή χρέωση είναι 13,3%, περίπου 10% λιγότερο από το 15% που υποδηλώνει ο δείκτης α της BIA. Όμως συγκρίνοντας την AMA με την SA υπάρχουν έντονες διαφορές μεταξύ των ποσοστών που δίνονται από τους δείκτες β και αυτούς, οι οποίοι έχουν βρεθεί με την AMA. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι ένας κύριος λόγος χρησιμοποίησης της AMA είναι η συνολικά χαμηλότερη χρέωση από τις δύο άλλες μεθόδους, όμως δεν είναι ο σημαντικότερος. Το σημαντικότερο στοιχείο είναι ότι με την AMA μέθοδο ο ΛΚ, με προϋπόθεση την κατάλληλη λειτουργία των διαδικασιών που συνθέτουν τη διοικητική λειτουργικού κινδύνου μπορεί να εξελιχθεί σε επένδυση για τον χρηματοοικονομικό οργανισμό με κύριο στόχο την καλύτερη και αποτελεσματικότερη λειτουργία και όχι απλά μία συμβατική υποχρέωση προς τις εποπτικές αρχές.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Επίλογος

Όπως φάνηκε σε όλα τα προηγούμενα κεφάλαια ο ΛΚ αναδεικνύεται σε έναν από τους σημαντικότερους κινδύνους που απασχολούν τη διοικητική επιχειρησιακού κινδύνου μιας επιχείρησης. Όλοι οι τραπεζικοί οργανισμοί, ανεξαρτήτως μεγέθους, πρέπει να αναπτύξουν τη διοικητική ΛΚ ακολουθώντας τις υποδείξεις της 2^{ης} συνθήκης της Βασιλείας και αντίστοιχα οι ασφαλιστικές εταιρείες τις υποδείξεις της 2^{ης} συνθήκης φερεγγυότητας. Το πλαίσιο εφαρμογής της διοικητικής ΛΚ μπορεί να βοηθήσει όλους τους χρηματοοικονομικούς οργανισμούς να μειώσουν τους κινδύνους, οι οποίοι απειλούν τη λειτουργία τους.

Η μέτρηση του ΛΚ, με βάση την πιο ευαίσθητη, ως προς τον κίνδυνο, μέθοδο μέτρησης που προτείνεται από τη 2^η συνθήκη της Βασιλείας παρέχει ξεκάθαρα πλεονεκτήματα στους οργανισμούς που θα την επιλέξουν, γιατί πρώτα από όλα επιτρέπει στους οργανισμούς αυτούς να διατηρούν το απαραίτητο κεφάλαιο για την πραγματική κάλυψη έναντι των κινδύνων που τους απειλούν. Με τη μέθοδο αυτή είναι δυνατή η εξαγωγή συμπερασμάτων και αποφάσεων για τον περιορισμό των κινδύνων που περιβάλλουν τον κάθε οργανισμό και αντίστοιχα να μειώνεται το κεφάλαιο, το οποίο οφείλουν να διατηρούν. Το κυριότερο μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ότι δεν υπάρχει ένας συγκεκριμένος τρόπος μέτρησης, αλλά η κάθε επιχείρηση είναι υποχρεωμένη να αναπτύξει εσωτερικό σύστημα μέτρησης, το οποίο στη συνέχεια πρέπει να εγκρίνει η εποπτική αρχή στην οποία ανήκει.

Η αυξανόμενη βιβλιογραφία τα τελευταία έτη σχετικά με τις μεθόδους μέτρησης παρέχει όλο και περισσότερες πληροφορίες για τους εναλλακτικούς τρόπους με τους οποίους μπορεί να επιτευχθεί όσο το δυνατό καλύτερη εκτίμηση των συνολικών απωλειών σε καθορισμένο διάστημα εμπιστοσύνης (99,9%) και σε χρονικό ορίζοντα ενός έτους. Έγινε αναφορά στη Θεωρία των Ακραίων Τιμών, η οποία εμφανίζει πάρα πολλά πλεονεκτήματα σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους για την εκτίμηση δεδομένων χαμηλής συχνότητας και υψηλής δριμύτητας, με την προϋπόθεση ότι πληρούνται ορισμένες υποθέσεις με σημαντικότερη την ύπαρξη αρκετών δεδομένων. Όλοι οι χρηματοοικονομικοί οργανισμοί ανεξάρτητα από το μέγεθός τους και τον τρόπο μέτρησης, τον οποίο επιλέξουν, πρέπει να συνειδητοποιήσουν ότι μέσω της υποχρέωσής τους για την εφαρμογή της διοικητικής ΛΚ, δεν καλύπτονται απλά έναντι των εποπτικών αρχών, αλλά κάνουν μια πάρα πολύ σοβαρή επένδυση στον ίδιο οργανισμό. Η διοικητική ΛΚ πρέπει να αντιμετωπιστεί με αυτό τον τρόπο.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ

Βιβλιογραφία

1. Alexander, C. (2003). *Operational Risk: regulation, analysis and management*. FT Pentice Hall, London
2. Alexander, C. and Pezier, P. (2003). *Assessment and aggregation of banking risks*. 9th IFCI Annual Risk Management Round Table, International Financial Risk Institute (IFCI)
3. Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J., and Heath, D. (1999). *Coherent Measures of Risk*. *Mathematical Finance*, vol. 9, No 3, p. 203-228
4. Balkema, A.A., and de Haan, L. (1974). *Residual life time at great age*. *Annals of probability*, vol. 2, p. 792-804
5. Basel Committee on Banking Supervision (2003a). *The new Basel Capital Accord*. Basel: Bank for International Settlements
6. Basel Committee on Banking Supervision (2003b). *Sound Practices for the Management and Supervision of Operational Risk*. Basel: Bank for International Settlements
7. Basel Committee on Banking Supervision (2003c). *The 2002 Loss Data Collection Exercise for Operational Risk: Summary of the Data Collected*. Basel: Bank for International Settlements
8. Chapelle, A., Crama, Y., Hubner, G. and Peters, J.P. (2004). *Basel II and Operational risk: implications for risk measurement and management in the financial sector*. Working paper. National Bank of Belgium
9. Chavez-Demoulin, V. and Embrechts, P. (2001). *Smooth Extremal Models in Finance*. *The Journal of Risk and Insurance*, vol. 72, no 2, p. 183-199
10. Chavez-Demoulin, V. and Embrechts, P. (2004). *Advanced Extremal Models for Operational Risk*.
11. Chavez-Demoulin, V., Embrechts, P., and Neslehova, J. (2006). *Quantitative models for operational risk: Extremes, Dependence and Aggregation*. *The Journal of Banking and Finance*
12. Chorafas, D. (2004). *Operational risk control business opportunity and challenges for the insurance industry*. *The Geneva Papers on Risk and Insurance*, vol. 29, no 1, p. 87-101
13. Coles, S. (2001). *An introduction to statistical modelling of Extreme Values*. Springer, London
14. Crouhy, M., Galai, D. and Mark, R. (2001). *Risk Management*. McGraw Hill, New York

15. Cruz, M.G. (2002). *Modelling, measuring and hedging Operational Risk*. Wiley Finance, New York
16. Danielsson, J., Jorgensen, B. N., Samorodnitsky, G., Sarma, N., and de Vries, C. G. (2005). *Subadditivity re- examined: the case for Value at Risk*. London school of economics
17. Dickinson, G. (2001). *Enterprise Risk Management. Its origins and conceptual foundation*. The Geneva Paper on Risk, vol. 26, no 3, p. 360-366
18. Douglas G. Hoffman(2002) *Managing Operational Risk*
19. Embrechts, P., Kluppelberg, C., and Mikosch, T. (1997). *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Springer, Berlin
20. Embrechts, P., Furrer, H., and Kaufmann, R. (2003). *Quantifying regulatory capital for operational risk*. Derivatives Use, Trading and Regulation, vol. 9, no 3, p. 217-233
21. Embrechts, P., Kaufmann, R., and Samorodnitsky, G. (2004). *Ruin theory revisited: stochastic models for operational risk*. Risk Management for Central Bank Foreign Reserves, p. 243-261. ECB, Frankfurt
22. Embrechts, P., McNeil, A., and Strautmann, D. (2002). *Correlation and dependence in Risk management: Properties and pitfalls*, in 'Risk management: Value at Risk and beyond'. Cambridge University Press Cambridge
23. Embrechts, P. (2004). *Insurance Risk Management in the light of Basel II, also in the light of Solvency II*
24. Embrechts, P. (2000). *Extremes and Integrated Risk management*. Risk Books, Risk Waters Group, London
25. Embrechts et Veraverbeke (1998)
26. Fisher and Tippet, 1928
27. Fortnouvelle, de, P. (2005). *Results of the Operational Risk Loss Data Collection Exercise (LDCE) and Quantitative Impact Study (QIS)*. Presentation. Implementing an AMA to Operational Risk, Federal Reserve Bank of Boston, May 18-20
28. Fortnouvelle, de, P., Jordan, J. and Rosengren, E. (2005). *Using loss data to quantify operational risk*. Working paper, Federal Reserve Bank of Boston
29. Hosking, J., and Wallis, J.R. (1987). *Regional frequency analysis*. Cambridge University Press. Cambridge
30. Klinke A., Renn O. (2001). *Precautionary principle and discursive strategies: classifying and managing risks*

31. King, J. L. (2001). *Operational risk, measurement and modeling*. Wiley Finance. New York.
32. Moscadelli, M. (2004). *The modeling of operational risk: experience with the analysis of the data collected by the Basel Committee*. Technical Report 517, Banca d'Italia
33. Neslehova, j. and Pfeifer, D. (2004). *Modelling and generating dependent risk processes for IRM and DFA*. Astin Bulletin, vol. 34, no 2, p. 333-360
34. Neslehova, J., Embrechts, P., and Chavez-Demoulin, V. (2006). *Some issues underlying the AMA modelling of Operational Risk*
35. Neslehova, J., Embrechts, P., and Chavez-Demoulin, V. (2006). *Infinite mean models and the LDA for Operational Risk*
36. Pickands, J. (1975). *Statistical inference using extreme order statistics*. The annals of Statistics, vol. 3, p. 119-131
37. Reiss, R. D. and Thomas. M. (2001). *Statistical Analysis of Extreme Values*, 2nd edition. Birkhausen, Basel

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΑ