

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

Κωνσταντίνος Ε. Κορρές

***Μία διδακτική προσέγγιση των μαθημάτων Θετικών Επιστημών
με τη βοήθεια νέων τεχνολογιών***

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΣΥΜΒΟΥΛΕΥΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:
Καθηγητής Α. Κυριαζής (Επιβλέπων)
Καθηγητής Ι. – Χ. Παναγιωτόπουλος
Αναπλ. Καθηγητής Ε. Χατζηκωνσταντινίδης

ΠΕΙΡΑΙΑΣ 2007

РАВЕЉИЧНО ТЕРАЈА

ΠΑΝΕΤΣΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ

*Στη μνήμη του πατέρα μου
και στη μητέρα μου*

РАВЕЉИЧНО ТЕРАЈА

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διατριβή αποσκοπεί στο να μελετήσει: α) τις *σύγχρονες τάσεις και απόψεις στο χώρο της Γενικής Διδακτικής, της Διδακτικής των Θετικών Επιστημών, της Διδακτικής με Νέες Τεχνολογίες και της Εκπαίδευσης από Απόσταση* και β) να διαμορφώσει *προτάσεις για τη διδακτική προσέγγιση των μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια νέων τεχνολογικών μεθόδων*.

Τα χαρακτηριστικά της εποχής μας, της Εποχής της Πληροφορίας (Information Age), έχουν προκαλέσει την *εξέλιξη και εκ νέου οργάνωση* των επιχειρήσεων και των οργανισμών: α) *Οργάνωση του προσωπικού σε ομάδες*, στις οποίες δίνεται *αυτονομία με αυξημένες ευθύνες*, β) Ζήτηση εργαζομένων που να *παίρνουν πρωτοβουλίες* και να *εισάγουν διαφορετικές θεωρήσεις*, γ) Διενέργεια επικοινωνιών μέσω *δικτύων* και δ) Έμφαση στην *προσαρμογή στις ανάγκες*.

Οι βασικές αυτές αλλαγές έχουν *σημαντικές επιπτώσεις στα διάφορα προγράμματα και συστήματα εκπαίδευσης*, τα οποία καλούνται να *εφοδιάσουν τους εκπαιδευόμενους και σύγχρονους εργαζόμενους με τις κατάλληλες ικανότητες* ώστε να μπορούν να αντιμετωπίζουν και να επιλύουν προβλήματα, να δουλεύουν σε ομάδες, να επικοινωνούν, να αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες, να εισάγουν διαφορετικές θεωρήσεις. Οι σύγχρονοι εργαζόμενοι πρέπει να *εκπαιδούνται και να επιμορφώνονται διαρκώς (διά βίου εκπαίδευση και κατάρτιση)* εφόσον η αρχική εκπαίδευση και κατάρτιση μετά από μερικά χρόνια *δεν επαρκεί*, λόγω της *ραγδαίας εξέλιξης της τεχνολογίας και της τεχνογνωσίας στα διάφορα αντικείμενα*. Επίσης, επειδή ο «κανόνας» στην αγορά εργασίας είναι η *αλλαγή θέσεων εργασίας, πολλές φορές και αντικειμένου εργασίας του σύγχρονου εργαζομένου*, να γίνεται *κατά μέσο όρο τρεις φορές στην εργασιακή του ζωή*, είναι αναγκαία η προσαρμογή στις σύγχρονες απαιτήσεις μέσω της συνεχούς εκπαίδευσης και επανεκπαίδευσης.

Η *αλλαγή και προσαρμογή του περιεχομένου των προγραμμάτων και συστημάτων εκπαίδευσης δεν επαρκεί* για να προετοιμάσει τους εκπαιδευόμενους και σύγχρονους εργαζόμενους για τις νέες διαμορφούμενες ανάγκες. Απαιτείται η *αλλαγή και η προσαρμογή των μεθόδων διδασκαλίας*.

Στο πλαίσιο αυτό αναπτύξαμε ένα *μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων θετικών επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή (Instructional Design Model for the Teaching of lessons in Sciences with the use of Computers)*, κατά τη διάρκεια των ακαδημαϊκών ετών 2002 – 2004, στο *Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής του Πανεπιστημίου Πειραιώς*. Η *ανάπτυξη* του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού βασίστηκε: α) Στις *σύγχρονες απόψεις σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία*, από τους χώρους της Γενικής Διδακτικής, της Διδακτικής με Νέες Τεχνολογίες, της Διδακτικής των Θετικών Επιστημών και των Θεωριών Διδακτικού Σχεδιασμού και β) Σε ένα *πλήθος ερευνητικών αποτελεσμάτων* από την εφαρμογή πολλών από τις διδακτικές προσεγγίσεις που προβλέπει το μοντέλο σε προπτυχιακά και μεταπτυχιακά μαθήματα στο Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αθηνών κατά τα ακαδημαϊκά έτη 1998 – 2002.

Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού αποτελεί ένα *πλήρες μοντέλο για το διδακτικό σχεδιασμό σε μαθήματα θετικών επιστημών* και είναι επικεντρωμένο στη *μάθηση και τη διδασκαλία πανεπιστημιακών προπτυχιακών και μεταπτυχιακών μαθημάτων*, με *δυνατότητες εφαρμογής* τόσο στην ανώτερη δευτεροβάθμια (λυκειακή) και στη μεταδευτεροβάθμια εκπαίδευση, όσο και στην επαγγελματική εκπαίδευση και κατάρτιση και στην επιμόρφωση προσωπικού σε θέματα από τις Θετικές Επιστήμες. Το

μοντέλο περιέχει ένα σύνολο διδακτικών προσεγγίσεων για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών και ένα σύνολο χαρακτηριστικών για την επιλογή, τη χρήση και την αξιολόγηση λογισμικών και διδακτικών προσεγγίσεων με τη βοήθεια του υπολογιστή, τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στα πλαίσια εφαρμογής και διαμόρφωσης προγραμμάτων διδασκαλίας.

Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού εφαρμόστηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς, κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2003 – 2004, στα μαθήματα *Απειροστικός Λογισμός II* και *Άλγεβρα (Επιλογή)*. Ένα πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας σχεδιάστηκε και πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια του μοντέλου, στις αίθουσες και τα εργαστήρια του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς, επίσης ένα πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας σχεδιάστηκε και πραγματοποιήθηκε από απόσταση.

Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού ελέγχθηκε και διερευνήθηκε σχετικά με την αποτελεσματικότητα του ως προς: α) τη βελτίωση της επίδοσης των φοιτητών συγκριτικά με την καθολική εφαρμογή της παραδοσιακής αφηγηματικής μεθόδου διδασκαλίας και β) τη βελτίωση των ποιοτικών στοιχείων της διδασκαλίας όπως η προώθηση του πειραματισμού και της αυτενέργειας, η καλλιέργεια ενός πνεύματος συνεργασίας, η ενίσχυση των δεξιοτήτων κριτικής σκέψης και των δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης κλπ.

Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή, όπως και τα αποτελέσματα της έρευνας σχετικά με τη διερεύνηση της αποτελεσματικότητας του μοντέλου, παρουσιάζονται και αναπτύσσονται αναλυτικά στη διατριβή.

Για την εκπόνηση της διδακτορικής διατριβής χορηγήθηκε από το *Ίδρυμα Κρατικών Υποτροφιών (ΙΚΥ)*, υποτροφία για μεταπτυχιακές σπουδές στο εσωτερικό, στην ειδίκευση «Διδακτική Μαθηματικών και Νέες Τεχνολογίες στην Εκπαίδευση», τις περιόδους από 01/11/2002 έως 30/09/2004 και από 01/10/2005 έως 30/04/2007.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον Καθηγητή κ. Αθανάσιο Κυριαζή, Καθηγητή του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς, αφενός για τη δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με ένα τόσο ενδιαφέρον και σημαντικό θέμα, από τον καιρό που παρακολουθούσα τα μαθήματα του Master της Διδακτικής και Μεθοδολογίας Μαθηματικών στο Πανεπιστήμιο Αθηνών και αφετέρου για τη συνεχή υποστήριξη και βοήθεια του σε όλα τα στάδια της εκπόνησης της διδακτορικής διατριβής. Για την άμεση φροντίδα του για την εξασφάλιση των μέσων για την πραγματοποίηση της έρευνας. Τέλος, για τη διδασκαλία του στους χώρους των Μαθηματικών, της Γενικής Διδακτικής, της Διδακτικής με Νέες Τεχνολογίες, αλλά και στο χώρο της Επιστημονικής Έρευνας και για το ενδιαφέρον που μου ενέπνευσε προκειμένου να ασχοληθώ ερευνητικά στον τόσο σημαντικό χώρο της Εκπαίδευσης.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της Τριμελούς Συμβουλευτικής Επιτροπής, τον κ. Ιωάννη – Χρήστο Παναγιωτόπουλο, Καθηγητή του Τμήματος Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Πειραιώς και τον κ. Στάθη Χατζηκωνσταντινίδη, Αναπληρωτή Καθηγητή του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς, αφενός για την υποστήριξη τους τόσο όταν ανέλαβα το θέμα της διδακτορικής μου διατριβής στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς, όσο και κατά την πραγματοποίηση όλων των σταδίων της έρευνας, αφετέρου για την βοήθεια

που παρείχαν σε όποια θέματα χρειάστηκε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της διδακτορικής διατριβής.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον κ. Μάρκο Κούτρα, Καθηγητή, Πρόεδρο του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς, για τις υποδείξεις του σχετικά με τις μεθόδους στατιστικής ανάλυσης για την επεξεργασία και ανάλυση των δεδομένων της έρευνας.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Δημήτρη Γκίνη, Διδάκτορα του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς, για τη βοήθεια του στην πραγματοποίηση της έρευνας για την εφαρμογή του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης και τον κ. Γιώργο Μαυρομάτη, Διδάκτορα του Τμήματος Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Πειραιώς, για τη βοήθεια του στη δημιουργία του εξυπηρετητή (server) στο δικτυακό τόπο του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης και την εγκατάσταση της πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, για την υποστήριξη που μου παρείχε όλα τα χρόνια των σπουδών μου, για την αγάπη για τη μάθηση που μου εμφύσησε, για την εργατικότητα που με βοήθησε να αναπτύξω και για την καλλιέργεια η οποία αποτελούσε και αποτελεί πάντα προτεραιότητα και είναι απαραίτητη για ένα δάσκαλο οποιασδήποτε βαθμίδας.

Κωνσταντίνος Ε. Κορρές

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΜΑΘΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ	5
1.1. Η μάθηση	5
1.2. Θεωρίες μάθησης	6
1.2.1. Συμπεριφορικές θεωρίες μάθησης	6
1.2.2. Γνωστικές θεωρίες μάθησης	8
1.2.3. Κατασκευαστικές θεωρίες μάθησης	10
1.2.3.1. Η αναπτυξιακή θεωρία του Piaget	10
1.2.3.2. Η μάθηση μέσω ανακάλυψης του Bruner	11
1.2.3.3. Η θεωρία κατασκευής της γνώσης	12
1.2.4. Κοινωνικο-πολιτιστικές θεωρίες μάθησης	14
1.2.4.1. Η θεωρία κοινωνικής ανάπτυξης του Vygotsky	14
1.2.4.2. Η θεωρία της εγκατεστημένης μάθησης	16
1.2.5. Θεωρίες μάθησης ενηλίκων	16
1.2.5.1. Η θεωρία της Ανδραγωγικής του Knowles	17
1.3. Είδη μάθησης	18
1.3.1. Γνωστικός τομέας	19
1.3.2. Συναισθηματικός τομέας	21
1.3.3. Ψυχοκινητικός τομέας	23
1.4. Μέθοδοι Διδασκαλίας	23
1.4.1. Δασκαλοκεντρικές μέθοδοι	24
1.4.2. Μαθητοκεντρικές μέθοδοι	24
1.4.3. Συμμετοχικές-Συνεργατικές Μέθοδοι	25
1.5. Μοντέλα διδασκαλίας	25
1.6. Διδακτικές προσεγγίσεις	27
1.6.1. Αφηγηματικές προσεγγίσεις	27
1.6.2. Ανακαλυπτικές-κατασκευαστικές προσεγγίσεις	28
1.6.3. Διαλογικές προσεγγίσεις	29
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΣΚΕΨΗ	30
2.1. Η σκέψη και οι δεξιότητες σκέψης	30
2.2. Είδη σκέψης και δεξιοτήτων σκέψης	31
2.2.1. Τι είναι η μεταγνώση	31
2.2.2. Τι είναι η αυτο-ρύθμιση	31
2.2.3. Τι είναι η κριτική σκέψη	32
2.2.4. Τι είναι η αναστοχαστική σκέψη	34
2.2.5. Τι είναι η επιμέλεια	34
2.3. Πλαίσια των δεξιοτήτων σκέψης	35
2.3.1. Η θεωρία της πολλαπλής νοημοσύνης του Gardner	36
2.3.2. Το πλαίσιο των δεξιοτήτων και διαθέσεων κριτικής σκέψης της Halpern	37
2.3.3. Το μοντέλο της ολοκληρωμένης σκέψης	40
2.4. Προγράμματα διδασκαλίας δεξιοτήτων σκέψης	44
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΕ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ	46
3.1. Εισαγωγή	46

3.2. Εισαγωγή και χρήση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση – Η διεθνής εμπειρία	46
3.3. Η προγραμματισμένη διδασκαλία	49
3.4. Το εκπαιδευτικό λογισμικό	49
3.4.1. Το μοντέλο της μάθησης με τη βοήθεια του υπολογιστή	50
3.4.1.1. Το μοντέλο της διδασκαλίας υποβοηθούμενης από τον υπολογιστή	51
3.4.1.2. Τα μοντέλα της αποκάλυψης, της εικασίας και το απελευθερωτικό μοντέλο	53
3.4.2. Εκπαιδευτικά συστήματα τα οποία χρησιμοποιούν τεχνικές της τεχνητής νοημοσύνης	53
3.4.2.1. Έμπειρα συστήματα	54
3.4.2.2. Ευφυή διδακτικά συστήματα	55
3.4.2.3. Εκπαιδευτικά συστήματα τα οποία χρησιμοποιούν τεχνητή νοημοσύνη	57
3.5. Από τη μάθηση από τους υπολογιστές στη μάθηση με τους υπολογιστές	58
3.5.1. Μάθηση από τον υπολογιστή: Η παραδοσιακή άποψη	58
3.5.2. Μάθηση σχετικά με τους υπολογιστές: Εναλφαβητισμός στους υπολογιστές	59
3.5.3. Μάθηση με τους υπολογιστές: Μία κατασκευαστική άποψη	60
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. Η ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ ΩΣ ΝΟΗΤΙΚΟΥ ΕΡΓΑΛΕΙΟΥ	62
4.1. Εισαγωγή	62
4.2. Η έννοια του νοητικού εργαλείου	62
4.2.1. Ορισμοί για τα νοητικά εργαλεία	62
4.2.2. Από το εκπαιδευτικό λογισμικό στη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου	64
4.2.3. Λόγοι για τη χρήση των νοητικών εργαλείων	66
4.3. Εφαρμογές λογισμικού που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως νοητικά εργαλεία	69
4.3.1. Πότε μία εφαρμογή λογισμικού μπορεί να θεωρηθεί νοητικό εργαλείο	69
4.3.2. Κατηγορίες νοητικών εργαλείων βασισμένων στον υπολογιστή	71
4.4. Νοητικά εργαλεία για τη μάθηση και διδασκαλία των Θετικών Επιστημών	73
4.4.1. Τα υπολογιστικά φύλλα	73
4.4.2. Τα εργαλεία μοντελοποίησης συστημάτων	75
4.4.3. Τα εργαλεία οπτικοποίησης	77
4.4.4. Οι μικρόκοσμοι	78
4.5. Αποτίμηση της μάθησης με τα νοητικά εργαλεία	80
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΑΠΟ ΑΠΟΣΤΑΣΗ	86
5.1. Τι είναι η εκπαίδευση από απόσταση	86
5.1.1. Ορολογία σχετική με την εκπαίδευση από απόσταση	86
5.1.2. Ορισμοί της εκπαίδευσης από απόσταση	89
5.2. Ιστορική αναδρομή	91
5.3. Η εκπαίδευση από απόσταση και οι σύγχρονες απαιτήσεις	94
5.3.1. Λόγοι για εκπαίδευση από απόσταση	94
5.3.2. Σε ποιους απευθύνεται η εκπαίδευση από απόσταση	96
5.4. Τα ιδρύματα που παρέχουν εκπαίδευση από απόσταση	97
5.4.1. Η οργάνωση των ιδρυμάτων που παρέχουν εκπαίδευση από απόσταση	97
5.4.2. Οι τύποι των ιδρυμάτων που παρέχουν εκπαίδευση από απόσταση	100
5.5. Αδυναμίες της εκπαίδευσης από απόσταση	102
5.6. Τα τεχνολογικά μέσα που χρησιμοποιούνται στην εκπαίδευση από απόσταση	103
5.6.1. Εκπαίδευση μέσω ασύγχρονης επικοινωνίας	104
5.6.1.1. Το ηλεκτρονικό ταχυδρομείο	104
5.6.1.2. Εφαρμογές ομαδικών συζητήσεων	104

5.6.1.3. Ο παγκόσμιος ιστός	105
5.6.1.4. Οι πλατφόρμες ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης	106
5.6.2. Εκπαίδευση μέσω σύγχρονης επικοινωνίας	108
5.6.2.1. Η συνδιάσκεψη μέσω δικτύου ηλεκτρονικών υπολογιστών	108
5.6.2.2. Τα συστήματα τηλεδιάσκεψης	111
5.6.3. Ο συνδυασμός σύγχρονης και ασύγχρονης επικοινωνίας	113

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΩΡΙΕΣ ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ 115

6.1. Τι είναι οι θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού 115

6.2. Βασικά χαρακτηριστικά των θεωριών διδακτικού σχεδιασμού 115

6.2.1. Θεωρίες προσανατολισμένες στο σχεδιασμό	115
6.2.2. Μέθοδοι και καταστάσεις	116
6.2.3. Επιμέρους μέθοδοι	118
6.2.4. Πιθανοκρατικές μέθοδοι	119
6.2.5. Αξίες – Φιλοσοφία	119

6.3. Γιατί και πως αλλάζουν οι θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού 120

6.3.1. Το υπερασύστημα της διδασκαλίας	121
6.3.2. Το υπάρχον μοντέλο εκπαίδευσης και κατάρτισης	122
6.3.3. Επιπτώσεις για τις θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού	123

6.4. Σύγκριση των θεωριών και μοντέλων διδακτικού σχεδιασμού 124

6.5. Θεωρίες και μοντέλα διδακτικού σχεδιασμού του γνωστικού τομέα 126

6.5.1. Η θεωρία της διδασκαλίας και μάθησης για κατανόηση των Perkins και Unger	126
6.5.2. Η θεωρία του σχεδιασμού κατασκευαστικών περιβαλλόντων μάθησης του Jonassen	128
6.5.3. Η θεωρία της διδασκαλίας γενικών μεθόδων σκέψης του Landa	129

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΑΚΕΤΩΝ 132

7.1. Διδακτική πράξη και υπολογιστές στα μαθήματα Θετικών Επιστημών 132

7.2. Παρουσίαση του μαθηματικού πακέτου Mathematica 132

7.2.1. Γενικά για το Mathematica	132
7.2.2. Το Mathematica ως εκπαιδευτικό εργαλείο	134

7.3. Χειρισμός του Mathematica 135

7.3.1. Συμβολισμός στο Mathematica	135
7.3.2. Γραφικές παραστάσεις στο επίπεδο και στο χώρο	137
7.3.2.1. Χάραξη γραφικής παράστασης πραγματικής συνάρτησης μίας ή δύο πραγματικών μεταβλητών	137
7.3.2.2. Χάραξη περισσότερων από μίας γραφικών παραστάσεων στο ίδιο γράφημα	140
7.3.2.3. Γραφική παράσταση διανυσμάτων στο επίπεδο	141

7.4. Διδασκαλία θεμάτων από τον Απειροστικό Λογισμό II (Συναρτήσεις δύο ή περισσότερων μεταβλητών) με τη βοήθεια μαθηματικών πακέτων 141

7.4.1. Γεωμετρικές ιδιότητες συναρτήσεων δύο μεταβλητών	141
7.4.2. Η έννοια της μερικής παραγώγου συνάρτησης δύο μεταβλητών	144
7.4.3. Εύρεση τοπικών ακροτάτων συνάρτησης δύο μεταβλητών	145
7.4.4. Μελέτη γεωμετρικών ιδιοτήτων και ακροτάτων παραβολοειδών επιφανειών	148
7.4.5. Η μέθοδος Langrange για την εύρεση ακροτάτων υπό περιορισμό	151
7.4.6. Υπολογισμός και γεωμετρική ερμηνεία διπλών ολοκληρωμάτων	154

7.5. Διδασκαλία θεμάτων από τη Γραμμική Άλγεβρα με τη βοήθεια μαθηματικών πακέτων 157

7.5.1. Διανύσματα στους ευκλείδειους χώρους	157
7.5.2. Διανυσματικοί χώροι – Διανυσματικοί υπόχωροι	159
7.5.3. Γραμμική ανεξαρτησία διανυσμάτων – Βάση διανυσματικού χώρου	160
7.5.4. Γραμμικές απεικονίσεις στο επίπεδο και το χώρο	162
7.5.5. Ιδιοτιμές, ιδιοδιανύσματα και ιδιόχωροι – Διαγωνιοποίηση πίνακα	167

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8. ΑΡΧΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ	174
8.1. Εισαγωγή	174
8.2. Η μεθοδολογία της αρχικής μελέτης	175
8.3. Αποτελέσματα της στατιστικής ανάλυσης της αρχικής μελέτης	176
8.3.1. Οι φοιτητές που συμμετείχαν στην αρχική μελέτη	176
8.3.2. Αξιολόγηση της κατανόησης των φοιτητών ως προς τις έννοιες που διδάχθηκαν	177
8.3.2. Απόψεις των φοιτητών σχετικά με τη χρήση του λογισμικού στη διδασκαλία και τη μάθηση	180
8.4. Συμπεράσματα της αρχικής μελέτης	186
8.5. Εργασίες για τη μάθηση και διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση	189
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9. ΜΟΝΤΕΛΟ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ	191
9.1. Εισαγωγή	191
9.1. Σκοποί και προϋποθέσεις του μοντέλου	191
9.2. Θεωρητικό υπόβαθρο του μοντέλου	193
9.2.1. Σύγχρονες θεωρίες μάθησης	193
9.2.1.1. Αρχές από τις κατασκευαστικές θεωρίες μάθησης	193
9.2.1.2. Αρχές από τις κοινωνικο – πολιτιστικές θεωρίες μάθησης	194
9.2.1.3. Αρχές από τις θεωρίες μάθησης ενηλίκων	195
9.2.2. Είδη μάθησης των μαθημάτων Θετικών Επιστημών	196
9.2.3. Οι δεξιότητες σκέψης ανώτερης τάξης	198
9.2.4. Η χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου	199
9.2.4.1. Χαρακτηριστικά των νοητικών εργαλείων	199
9.2.4.2. Κατηγορίες νοητικών εργαλείων βασισμένων στον υπολογιστή	200
9.3. Προγράμματα διδασκαλίας που προβλέπει το μοντέλο	201
9.3.1. Διδακτικές προσεγγίσεις	201
9.3.1.1. Αφηγηματική προσέγγιση εμπλουτισμένη με τις σύγχρονες απόψεις για τη μάθηση και διδασκαλία	201
9.3.1.2. Ανακαλυπτική – κατασκευαστική προσέγγιση με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου	202
9.3.1.3. Συνεργατική – διαλογική προσέγγιση με εργασία σε ομάδες	203
9.3.1.4. Εκπόνηση εργασιών με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου	204
9.3.1.5. Ανακαλυπτική – κατασκευαστική προσέγγιση από απόσταση μέσω σύγχρονης επικοινωνίας	205
9.3.2. Χαρακτηριστικά προγραμμάτων διδασκαλίας με τη βοήθεια του υπολογιστή	205
9.3.2.1. Χαρακτηριστικά προγράμματος διδασκαλίας με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου	206
9.3.2.2. Χαρακτηριστικά προγράμματος διδασκαλίας από απόσταση μέσω ενός συνδυασμού συστημάτων ασύγχρονης και σύγχρονης επικοινωνίας	212
9.3.2.3. Επιλογή και αξιολόγηση λογισμικών και διδακτικών προσεγγίσεων	215
9.4. Κύριες συνεισφορές του μοντέλου	216
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10. Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ	217
10.1. Εισαγωγή	217
10.2. Στοιχεία μεθοδολογίας έρευνας	218
10.2.1. Γενικά στοιχεία	218
10.2.2. Ερευνητικές στρατηγικές	219
10.3. Η μεθοδολογία της έρευνας	222
10.3.1. 1 ^η Ερευνητική υπόθεση: Επίδοση φοιτητών σε θέματα υπολογισμών, γεωμετρικών ερμηνειών και διαδικασιών συγκριτικά με το πρόγραμμα διδασκαλίας	223

10.3.2. 2 ^η Ερευνητική υπόθεση: Επίδοση φοιτητών στις τελικές εξετάσεις συγκριτικά με το πρόγραμμα διδασκαλίας	225
10.3.3. 1 ^ο Διερευνητικό ερώτημα: Διαθέσεις – στάσεις φοιτητών σχετικά με το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας	226
10.3.4. 2 ^ο Διερευνητικό ερώτημα: Διαθέσεις – στάσεις φοιτητών σχετικά με το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση	228
10.4. Τα πειραματικά προγράμματα διδασκαλίας	229
10.4.1. Το πειραματικό πρόγραμμα που εφαρμόστηκε στα μαθήματα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή)	229
10.4.2. Το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση	231
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11. ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΠΙΔΟΣΗΣ ΦΟΙΤΗΤΩΝ ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΜΕ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ	235
11.1. Εισαγωγή	235
11.2. Έλεγχος επίδοσης φοιτητών σε θέματα υπολογισμών, γεωμετρικών ερμηνειών και διαδικασιών συγκριτικά με το πρόγραμμα διδασκαλίας	235
11.2.1. Έλεγχος 1 ^{ης} ερευνητικής υπόθεσης για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ	237
11.2.2. Έλεγχος 1 ^{ης} ερευνητικής υπόθεσης για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)	242
11.2.3. Αποτελέσματα του ελέγχου της 1 ^{ης} ερευνητικής υπόθεσης	247
11.3. Έλεγχος επίδοσης φοιτητών στις τελικές εξετάσεις συγκριτικά με το πρόγραμμα διδασκαλίας	247
11.3.1. Έλεγχος 2 ^{ης} ερευνητικής υπόθεσης για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ	248
11.3.2. Έλεγχος 2 ^{ης} ερευνητικής υπόθεσης για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)	252
11.3.3. Αποτελέσματα του ελέγχου της 2 ^{ης} ερευνητικής υπόθεσης	256
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12. ΜΕΛΕΤΗ ΔΙΑΘΕΣΕΩΝ – ΣΤΑΣΕΩΝ ΦΟΙΤΗΤΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ	257
12.1. Εισαγωγή	257
12.2. Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το 1^ο διερευνητικό ερώτημα	258
12.2.1 Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ	258
12.2.1.1. Γενικά χαρακτηριστικά των φοιτητών που συμμετείχαν	258
12.2.1.2. Επίδοση των φοιτητών μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας	259
12.2.1.3. Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο	260
12.2.1.4. Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης με τη βοήθεια του υπολογιστή	262
12.2.2. Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)	271
12.2.2.1 Γενικά χαρακτηριστικά των φοιτητών που συμμετείχαν	271
12.2.2.2. Επίδοση των φοιτητών μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας	272
12.2.2.3. Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο	273
12.2.2.4. Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης με τη βοήθεια του υπολογιστή	275
12.3. Επαγωγική ανάλυση για το 1^ο διερευνητικό ερώτημα	283
12.3.1. Επαγωγική ανάλυση για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ	283
12.3.1.1. Διερεύνηση επίδοσης μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας σε ομάδες φοιτητών	283
12.3.1.2. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά του λογισμικού σε ομάδες φοιτητών	285
12.3.1.3. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης σε ομάδες φοιτητών	287
12.3.2. Επαγωγική ανάλυση για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)	291
12.3.2.1. Διερεύνηση επίδοσης μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας σε ομάδες φοιτητών	291
12.3.2.2. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά του λογισμικού σε ομάδες φοιτητών	293
12.3.2.3. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης σε ομάδες φοιτητών	296
12.4. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το 1^ο διερευνητικό ερώτημα	300
12.4.1. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ	301
12.4.1.1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών	301
12.4.1.2. Αυτόματη ταξινόμηση του συνόλου των ατόμων σε ομοιογενείς ομάδες	307

12.4.1.3. Τοποθέτηση στα παραγοντικά διαγράμματα των κέντρων των βασικών ομάδων που προκύπτουν από την αυτόματη ταξινόμηση	308
12.4.1.4. Περιγραφή των ομάδων ατόμων της αυτόματης ταξινόμησης με βάση τις πλέον χαρακτηριστικές απαντήσεις	309
12.4.2. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)	312
12.4.2.1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών	312
12.4.2.2. Αυτόματη ταξινόμηση του συνόλου των ατόμων σε ομοιογενείς ομάδες	317
12.4.2.3. Τοποθέτηση στα παραγοντικά διαγράμματα των κέντρων των βασικών ομάδων που προκύπτουν από την αυτόματη ταξινόμηση	318
12.4.2.4. Περιγραφή των ομάδων ατόμων της αυτόματης ταξινόμησης με βάση τις πλέον χαρακτηριστικές απαντήσεις	319

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13. ΜΕΛΕΤΗ ΔΙΑΘΕΣΕΩΝ – ΣΤΑΣΕΩΝ ΦΟΙΤΗΤΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΙΔΑΚΑΛΙΑΣ ΑΠΟ ΑΠΟΣΤΑΣΗ **322**

13.1. Εισαγωγή	322
13.2. Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το μάθημα από απόσταση	322
13.2.1. Γενικά χαρακτηριστικά των φοιτητών που συμμετείχαν	322
13.2.2. Χαρακτηριστικά της πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης που χρησιμοποιήθηκε στο πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση	323
13.2.3. Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στο πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση	324
13.2.4. Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης από απόσταση	326
13.3. Επαγωγική ανάλυση για το μάθημα από απόσταση	334
13.3.1. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά της πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης σε ομάδες φοιτητών	334
13.3.2. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά του λογισμικού σε ομάδες φοιτητών	336
13.3.3. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης σε ομάδες φοιτητών	340
13.4. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το μάθημα από απόσταση	344
13.4.1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών	345
13.4.2. Αυτόματη ταξινόμηση του συνόλου των ατόμων σε ομοιογενείς ομάδες	350
13.4.3. Τοποθέτηση στα παραγοντικά διαγράμματα των κέντρων των βασικών ομάδων που προκύπτουν από την αυτόματη ταξινόμηση	351
13.4.4. Περιγραφή των ομάδων ατόμων της αυτόματης ταξινόμησης με βάση τις πλέον χαρακτηριστικές απαντήσεις	351

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ **355**

14.1. Εισαγωγή	355
14.2. Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή	355
14.3. Τα συμπεράσματα της έρευνας στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης	356
14.3.1. Συμπεράσματα ως προς την 1 ^η ερευνητική υπόθεση	357
14.3.2. Συμπεράσματα ως προς την 2 ^η ερευνητική υπόθεση	358
14.3.3. Συμπεράσματα ως προς το 1 ^ο διερευνητικό ερώτημα	359
14.3.3.1. Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός II	359
14.3.3.2. Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)	361
14.3.3.3. Επαγωγική ανάλυση για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός II	363
14.3.3.4. Επαγωγική ανάλυση για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)	364
14.3.3.5. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός II	366
14.3.3.6. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)	368
14.3.4. Συμπεράσματα ως προς το 2 ^ο διερευνητικό ερώτημα	370
14.3.4.1. Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το μάθημα από απόσταση	370
14.3.4.2. Επαγωγική ανάλυση για το μάθημα από απόσταση	372
14.3.4.3. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το μάθημα από απόσταση	374

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ _____ **377**

ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ _____ **377**

ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ _____ **388**

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α. Ερωτηματολόγια γνώσεων – δεξιοτήτων (tests) που δόθηκαν στους φοιτητές

A.1. Ερωτηματολόγια γνώσεων – δεξιοτήτων που δόθηκαν στους φοιτητές πριν την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας (προ – τεστ) (pre – tests)

A.1.1. Προ – τεστ που δόθηκε στο μάθημα Απειροστικός Λογισμός II

A.1.2. Προ – τεστ που δόθηκε στο μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

A.2. Ερωτηματολόγια γνώσεων – δεξιοτήτων που δόθηκαν στους φοιτητές μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας (μετά – τεστ) (post – tests)

A.2.1. Μετά – τεστ που δόθηκε στο μάθημα Απειροστικός Λογισμός II

A.2.2. Μετά – τεστ που δόθηκε στο μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β. Ερωτηματολόγια διαθέσεων απέναντι στη διδακτική προσέγγιση που δόθηκαν στους φοιτητές

B.1. Ερωτηματολόγιο διαθέσεων που δόθηκε στους φοιτητές που παρακολούθησαν το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή)

B.2. Ερωτηματολόγιο διαθέσεων που δόθηκε στους φοιτητές που παρακολούθησαν το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ. Ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας στο Mathematica

Γ.1. Ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός II

Γ.1.1. Ηλεκτρονικό φύλλο εργασίας στις Συναρτήσεις δύο μεταβλητών

Γ.1.2. Ηλεκτρονικό φύλλο εργασίας στους Πολλαπλασιαστές Lagrange

Γ.1.3. Ηλεκτρονικό φύλλο εργασίας στα Διπλά Ολοκληρώματα

Γ.2. Ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

Γ.2.1. Ηλεκτρονικό φύλλο εργασίας στις Γραμμικές Απεικονίσεις

Γ.2.2. Ηλεκτρονικό φύλλο εργασίας στις Ιδιότητες – Ιδιοδιανύσματα – Ιδιοχρωούς

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ. Στατιστικά αποτελέσματα πολυδιάστατης ανάλυσης δεδομένων

Δ.1. Στατιστικά αποτελέσματα για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός II

Δ.1.1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός II

Δ.1.1.1. Ιδιότητες και αδράνεια ανά παραγοντικό άξονα

Δ.1.1.2. Διακριτικά μέτρα ανά παραγοντικό άξονα

Δ.1.1.3. Βαθμοί υποκειμένων ανά παραγοντικό άξονα

Δ.1.2. Αυτόματη Ταξινόμηση για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός II

Δ.1.2.1. Αυτόματη Ταξινόμηση σε ομοιογενείς ομάδες ατόμων

Δ.1.2.2. Κατανομή ατόμων σε 10 ομοιογενείς ομάδες

Δ.1.2.3. Υπολογισμός των κέντρων των 10 ομάδων ατόμων

Δ.2. Στατιστικά αποτελέσματα για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

Δ.2.1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

Δ.2.1.1. Ιδιότητες και αδράνεια ανά παραγοντικό άξονα

Δ.2.1.2. Διακριτικά μέτρα ανά παραγοντικό άξονα

Δ.2.1.3. Βαθμοί υποκειμένων ανά παραγοντικό άξονα

Δ.2.2. Αυτόματη Ταξινόμηση για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

Δ.2.2.1. Αυτόματη Ταξινόμηση σε ομοιογενείς ομάδες ατόμων

Δ.2.2.3. Κατανομή ατόμων σε 7 ομοιογενείς ομάδες

Δ.2.2.4. Υπολογισμός των κέντρων των 7 ομάδων ατόμων

Δ.3. Στατιστικά αποτελέσματα για το μάθημα από απόσταση

Δ.3.1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών για το μάθημα από απόσταση

Δ.3.1.1. Ιδιότητες και αδράνεια ανά παραγοντικό άξονα

Δ.3.1.2. Διακριτικά μέτρα ανά παραγοντικό άξονα

Δ.3.1.3. Βαθμοί υποκειμένων ανά παραγοντικό άξονα

Δ.3.2. Αυτόματη Ταξινόμηση για το μάθημα από απόσταση

Δ.3.2.1. Αυτόματη Ταξινόμηση σε ομοιογενείς ομάδες ατόμων

Δ.3.2.3. Κατανομή ατόμων σε 6 ομοιογενείς ομάδες

Δ.3.2.4. Υπολογισμός των κέντρων των 6 ομάδων ατόμων

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παραδοσιακή, καθαρά θεωρητική, διδασκαλία των προπτυχιακών και μεταπτυχιακών μαθημάτων Θετικών Επιστημών, εμφανίζει *σοβαρές αδυναμίες στο να εκπληρώσει σε ικανοποιητικό βαθμό τους σκοπούς και στόχους της*. Οι αδυναμίες αυτές εντοπίζονται κυρίως στη χρησιμοποίηση μέσων και μεθόδων (προφορική παράδοση, παρουσίαση στον πίνακα, θεωρητική μελέτη των διαφόρων θεμάτων) που *ελάχιστα ελκύουν το ενδιαφέρον και κερδίζουν την προσοχή των φοιτητών*.

Οι *νέες τεχνολογικές μέθοδοι*, χρησιμοποιώντας σύγχρονες εφαρμογές, τις οποίες παρέχουν οι σύγχρονες εξελίξεις στο χώρο της Τεχνολογίας και ειδικότερα η Επιστήμη των Υπολογιστών, μπορούν αφενός να *προκαλέσουν το ενδιαφέρον και να κερδίσουν την προσοχή των φοιτητών* και αφετέρου να *βελτιώσουν τις επιδόσεις των φοιτητών αλλά και τα ποιοτικά στοιχεία της διδασκαλίας και της μάθησης στα προπτυχιακά και μεταπτυχιακά μαθήματα Θετικών Επιστημών*.

Η *χρήση των Η/Υ στην εκπαίδευση* ξεκίνησε στις αρχές της δεκαετίας του 1970 και πέρασε από *τρεις μεγάλες φάσεις ως τις μέρες μας*:

α) *Μάθηση από τους υπολογιστές (Computer Assisted Instruction – CAI)*, όπου ο υπολογιστής θεωρείτο ότι έπρεπε να είναι προγραμματισμένος να διδάσκει το μαθητή και να κατευθύνει τις δραστηριότητες του προς την απόκτηση προκαθορισμένων γνώσεων ή ικανοτήτων.

β) *Μάθηση σχετικά με τους υπολογιστές (εναλφαβητισμός στους Η/Υ)*, η οποία είχε ως αποτέλεσμα την εισαγωγή του μαθήματος της Πληροφορικής στην Πρωτοβάθμια και τη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, όπου ο υπολογιστής έγινε το γνωστικό αντικείμενο και οι μαθητές διδάσκονταν και διδάσκονται μαθήματα σχετικά με τα μηχανικά μέρη και πώς να προγραμματίζουν τον υπολογιστή.

γ) *Χρήση του Η/Υ ως νοητικού ή γνωστικού εργαλείου (Computers as Mindtools or Cognitive Tools)* στη διδασκαλία των διαφόρων μαθημάτων, δηλαδή η χρήση του Η/Υ ως *διανοητικού συνεργάτη του μαθητευόμενου στη μαθησιακή διαδικασία*, η οποία και *απορρίπτει τις υποθέσεις του CAI και του εναλφαβητισμού στους υπολογιστές*. Το μοντέλο αυτό έρχεται σε *συμφωνία με τις πλέον σύγχρονες απόψεις στο χώρο της Διδακτικής των Θετικών Επιστημών*, της *μάθησης μέσω ανακάλυψης (Discovery Learning)* και της *θεωρίας κατασκευής της γνώσης (Constructivism)*, σύμφωνα με τις οποίες ο εκπαιδευόμενος κατασκευάζει ενεργητικά τη γνώση, βασισμένος στις προηγούμενες εμπειρίες του, μέσω της εξερεύνησης και του πειραματισμού με το υπό διαπραγμάτευση αντικείμενο.

Η μάθηση και διδασκαλία με τη βοήθεια νέων τεχνολογιών και ειδικότερα με τη βοήθεια των υπολογιστών, είναι ένα αντικείμενο το οποίο *αναπτύσσεται τα τελευταία χρόνια στη χώρα μας*. Οι *σύγχρονες απόψεις για χρήση των Η/Υ στην εκπαίδευση* και ειδικότερα η *χρήση του Η/Υ ως νοητικού ή γνωστικού εργαλείου*, είναι απόψεις οι οποίες *μπορούν να προσφέρουν πολλά, δεν έχουν όμως ακόμα αξιοποιηθεί σε ικανοποιητικό βαθμό* στο πλαίσιο συγκεκριμένων διδακτικών προσεγγίσεων στα επιμέρους γνωστικά αντικείμενα. Είναι *επιτακτική λοιπόν η ανάγκη για μελέτη, περιγραφή, εφαρμογή και αξιολόγηση διδακτικών προσεγγίσεων με τη βοήθεια νέων τεχνολογιών* και ειδικότερα *με τη βοήθεια των υπολογιστών*, στο πλαίσιο όμως των επιμέρους γνωστικών αντικειμένων.

Η διδακτορική διατριβή αφορά τη *διδακτική προσέγγιση των μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια νέων τεχνολογιών*. Η διατριβή *εκπονήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς* κατά τη διάρκεια των ακαδημαϊκών ετών 2002 – 2007.

Στα πλαίσια της διατριβής αναπτύξαμε ένα πρωτότυπο μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων θετικών επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή (*Instructional Design Model for the Teaching of lessons in Sciences with the use of Computers*). Το μοντέλο έρχεται να καλύψει τις ανάγκες για το διδακτικό σχεδιασμό στα μαθήματα Θετικών Επιστημών, προτείνοντας: α) ένα σύνολο διδακτικών προσεγγίσεων, στο οποίο συμπεριλαμβάνονται ανακαλυπτικές – κατασκευαστικές προσεγγίσεις με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου, αναφορικά με τις δεξιότητες τις οποίες έχουμε ως στόχο να αναπτύξουν οι μαθητεύομενοι και β) ένα σύνολο χαρακτηριστικών για την επιλογή, τη χρήση και την αξιολόγηση λογισμικών και διδακτικών προσεγγίσεων με τη βοήθεια του υπολογιστή.

Η συγγραφή της διδακτορικής διατριβής πραγματοποιήθηκε κατά το μεγαλύτερο μέρος της κατά τη διάρκεια των ακαδημαϊκών ετών 2004 – 2006, αν και τμήματα του θεωρητικού μέρους της, των δραστηριοτήτων με τη βοήθεια του υπολογιστή, της αρχικής μελέτης και του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων θετικών επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή, είχαν γραφτεί νωρίτερα, κατά τη διάρκεια της αποδελτίωσης της βιβλιογραφίας το ακαδημαϊκό έτος 2002 – 2003 και κατά τη διάρκεια της εφαρμογής του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης το ακαδημαϊκό έτος 2003 – 2004. Η συγγραφή των συμπερασμάτων της διατριβής και η τελική διαμόρφωση του κειμένου έγιναν κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2005 – 2006 και του χειμερινού εξαμήνου του ακαδημαϊκού έτους 2006 – 2007.

Η διατριβή περιλαμβάνει τέσσερα βασικά μέρη:

(I) Το πρώτο μέρος είναι το θεωρητικό πλαίσιο της διατριβής και περιλαμβάνει τα κεφάλαια 1 – 6. Ειδικότερα η ανάπτυξη του πρώτου μέρους ανά κεφάλαιο είναι η επόμενη:

Στο πρώτο κεφάλαιο περιέχεται μία ουσιαστική καταγραφή παλαιότερων, νεότερων και σύγχρονων απόψεων σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία. Ειδικότερα, παρουσιάζονται οι σημαντικότερες θεωρίες για τη μάθηση, μία κατηγοριοποίηση των ειδών μάθησης και γίνεται μία καταγραφή των σημαντικότερων μεθόδων και μοντέλων διδασκαλίας και των πλέον χαρακτηριστικών διδακτικών προσεγγίσεων.

Στο δεύτερο κεφάλαιο περιέχεται μία καταγραφή των σημαντικότερων απόψεων σχετικά με τη σκέψη. Ειδικότερα, παρουσιάζονται τα σημαντικότερα είδη σκέψης και δεξιοτήτων σκέψης, μία κατηγοριοποίηση των πλαισίων των δεξιοτήτων σκέψης και γίνεται μία καταγραφή των πλέον γνωστών προγραμμάτων διδασκαλίας δεξιοτήτων σκέψης.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται μία ταξινόμηση, παρουσίαση και σχολιασμός των σημαντικότερων μοντέλων μάθησης και διδασκαλίας με τη βοήθεια του υπολογιστή. Επίσης γίνεται μία ιστορική αναδρομή σχετικά με την εισαγωγή και χρήση του υπολογιστή στο χώρο της Εκπαίδευσης.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η έννοια του γνωστικού ή νοητικού εργαλείου και γίνεται μία καταγραφή των εφαρμογών λογισμικού που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στα πλαίσια της έννοιας αυτής.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζεται το θέμα της εκπαίδευσης από απόσταση. Ειδικότερα παρουσιάζεται μία ιστορική αναδρομή της εκπαίδευσης από απόσταση, παρουσιάζονται σχετικές ορολογίες και ορισμοί, παρουσιάζεται το θέμα της εκπαίδευσης από απόσταση σχετικά με τις σύγχρονες απαιτήσεις, παρουσιάζεται η οργάνωση και οι τύποι των ιδρυμάτων που παρέχουν εκπαίδευση από απόσταση και τέλος παρουσιάζεται μία πλήρης καταγραφή των τεχνολογικών μέσων τα οποία χρησιμοποιούνται στη εκπαίδευση από απόσταση.

Στο *έκτο κεφάλαιο* παρουσιάζεται η έννοια των θεωριών και μοντέλων διδακτικού σχεδιασμού. Ειδικότερα παρουσιάζονται τα βασικά χαρακτηριστικά των θεωριών διδακτικού σχεδιασμού, η διάκριση τους από σχετικές εκπαιδευτικές έννοιες, οι λόγοι που τις κάνουν σημαντικές, οι λόγοι και οι τρόποι με τους οποίους αλλάζουν, παρουσιάζεται ένα πλαίσιο για τη σύγκριση των θεωριών διδακτικού σχεδιασμού και τέλος παρουσιάζεται μία επιλογή από θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού.

(II) Το *δεύτερο μέρος* περιλαμβάνει το *πρωτότυπο διδακτικό υλικό της διατριβής* και περιλαμβάνει τα κεφάλαια 7 – 9. Ειδικότερα η *ανάπτυξη του δεύτερου μέρους ανά κεφάλαιο* είναι η επόμενη:

Στο *έβδομο κεφάλαιο* παρουσιάζεται ο σχεδιασμός δραστηριοτήτων για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή. Ειδικότερα παρουσιάζεται το μαθηματικό πακέτο Mathematica, βασικά στοιχεία για το χειρισμό του και δραστηριότητες για τη διδασκαλία θεμάτων από: α) τον Απειροστικό Λογισμό II (Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών) και β) τη Γραμμική Άλγεβρα.

Στο *όγδοο κεφάλαιο* παρουσιάζεται μία αρχική μελέτη, η οποία πραγματοποιήθηκε στο Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αθηνών, κατά τη διάρκεια των ακαδημαϊκών ετών 1998 – 2002 και αφορά τη διδακτική προσέγγιση των καμπύλων του επιπέδου και του χώρου με τη βοήθεια του υπολογιστή, σε προπτυχιακά και μεταπτυχιακά μαθήματα. Τα αποτελέσματα και συμπεράσματα της αρχικής μελέτης αξιοποιήθηκαν στη διαμόρφωση του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού.

Στο *ένατο κεφάλαιο* παρουσιάζεται το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή, το οποίο αποτελεί ένα πλήρες μοντέλο για το διδακτικό σχεδιασμό σε μαθήματα θετικών επιστημών και είναι επικεντρωμένο στη μάθηση και τη διδασκαλία πανεπιστημιακών προπτυχιακών και μεταπτυχιακών μαθημάτων.

(III) Το *τρίτο μέρος* περιέχει την *πρωτότυπη έρευνα της διατριβής*, η οποία πραγματοποιήθηκε στο *Τμήμα Στατιστικής και Ασφάλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς* κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2003 – 2004 και αφορά την *εφαρμογή του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή*. Το τρίτο μέρος περιλαμβάνει τα κεφάλαια 10 – 13. Ειδικότερα η *ανάπτυξη του τρίτου μέρους ανά κεφάλαιο* είναι η επόμενη:

Στο *δέκατο κεφάλαιο* παρουσιάζεται η μεθοδολογία της έρευνας. Ειδικότερα διατυπώθηκαν δύο ερευνητικές υποθέσεις και δύο διερευνητικά ερωτήματα, για καθεμιά και καθένα από τα οποία αναπτύχθηκαν αναλυτικά η ερευνητική στρατηγική που ακολουθήθηκε και οι μέθοδοι στατιστικής ανάλυσης που χρησιμοποιήθηκαν, παράλληλα με τους λόγους επιλογής της κάθε μεθόδου:

1^η Ερευνητική Υπόθεση: «Η επίδοση των φοιτητών σε θέματα γεωμετρικών ερμηνειών και εφαρμογής διαδικασιών είναι καλύτερη στην περίπτωση που γίνεται εφαρμογή του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή, από την περίπτωση που γίνεται καθολική χρήση της αφηγηματικής διδακτικής προσέγγισης».

2^η Ερευνητική Υπόθεση: «Η επίδοση των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος είναι καλύτερη στην περίπτωση που γίνεται εφαρμογή του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή, από την περίπτωση που γίνεται καθολική χρήση της αφηγηματικής διδακτικής προσέγγισης».

1^ο Διερευνητικό ερώτημα: «Ποιες είναι οι διαθέσεις – στάσεις των φοιτητών απέναντι στο πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας, πως συσχετίζονται μεταξύ τους και πως συσχετίζονται με την επίδοση των φοιτητών;»

2^ο Διερευνητικό ερώτημα: «Ποιες είναι οι διαθέσεις των φοιτητών απέναντι στην εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας από απόσταση και πως συσχετίζονται μεταξύ τους;»

Στο *ενδέκατο κεφάλαιο* παρουσιάζεται ο έλεγχος των ερευνητικών υποθέσεων 1 και 2, ειδικότερα ελέγχθηκαν: α) η επίδοση των φοιτητών σε θέματα υπολογισμών, γεωμετρικών ερμηνειών και διαδικασιών συγκριτικά με το πρόγραμμα διδασκαλίας και β) η επίδοση των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις συγκριτικά με το πρόγραμμα διδασκαλίας. Στην ανάλυση χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι της Περιγραφικής και της Επαγωγικής Στατιστικής (παραμετρικά και μη παραμετρικά κριτήρια).

Στο *δωδέκατο κεφάλαιο* γίνεται η μελέτη του 1^{ου} διερευνητικού ερωτήματος, δηλαδή η μελέτη των διαθέσεων – στάσεων των φοιτητών σχετικά με το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας στα εργαστήρια. Στην ανάλυση χρησιμοποιήθηκαν: α) η διερευνητική – περιγραφική στρατηγική, β) η επαγωγική ανάλυση και γ) η Πολυδιάστατη Ανάλυση Δεδομένων, ειδικότερα η μέθοδος της Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών σε συνδυασμό με την Αυτόματη Ταξινόμηση σε ομοιογενείς ομάδες ατόμων. Η ανάλυση έγινε ξεχωριστά για τους φοιτητές των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή), προκειμένου να χρησιμοποιηθούν δύο διαφορετικά δείγματα και να βγουν γενικότερα συμπεράσματα.

Στο *δέκατο τρίτο κεφάλαιο* γίνεται η μελέτη του 2^{ου} διερευνητικού ερωτήματος, δηλαδή η μελέτη των διαθέσεων – στάσεων των φοιτητών σχετικά με το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση. Στην ανάλυση χρησιμοποιήθηκαν: α) η διερευνητική – περιγραφική στρατηγική, β) η επαγωγική ανάλυση και γ) η Πολυδιάστατη Ανάλυση Δεδομένων, ειδικότερα η μέθοδος της Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών σε συνδυασμό με την Αυτόματη Ταξινόμηση σε ομοιογενείς ομάδες ατόμων.

(IV) Το *τέταρτο μέρος* περιέχει τα συμπεράσματα της διδακτορικής διατριβής και περιλαμβάνει το κεφάλαιο 14.

Ειδικότερα στο *δέκατο τέταρτο κεφάλαιο* παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της διδακτορικής διατριβής αναφορικά με το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών και την εφαρμογή του στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

Τέλος, στα *Παραρτήματα* της διατριβής παρουσιάζονται: α) Ερωτηματολόγια γνώσεων – δεξιοτήτων (tests) που δόθηκαν στους φοιτητές, τόσο πριν την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας (προ – τεστ) (pre – tests), όσο και μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας (μετά – τεστ) (post – tests), β) Ερωτηματολόγια διαθέσεων απέναντι στη διδακτική προσέγγιση που δόθηκαν στους φοιτητές που παρακολούθησαν το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή) και στους φοιτητές που παρακολούθησαν το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση, γ) Ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας στο μαθηματικό πακέτο Mathematica για τα μαθήματα Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή) και δ) Στατιστικά αποτελέσματα πολυδιάστατης ανάλυσης δεδομένων για τα μαθήματα Απειροστικός Λογισμός II, Άλγεβρα (Επιλογή) και το μάθημα από απόσταση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΜΑΘΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ

1.1. Η μάθηση

Οι απόψεις που επικρατούν σε κάθε εποχή σχετικά με τη *μάθηση* επηρεάζουν σημαντικά τις μεθόδους διδασκαλίας που χρησιμοποιούνται στο σχολείο, είτε αυτές υποστηρίζονται από το αναλυτικό πρόγραμμα, είτε χρησιμοποιούνται υποσυνείδητα ή ενσυνείδητα από τους εκπαιδευτικούς. Έχουν διατυπωθεί κατά καιρούς διάφορες απόψεις σχετικά με τη *φύση της μάθησης*, είναι δύσκολο όμως να δοθεί ένας περιεκτικός ορισμός (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Για τους εκπροσώπους της *Σχολής του Συμπεριφορισμού (Behaviorism)* η μάθηση είναι αποτέλεσμα συνεξαρτήσεων ανάμεσα στα ερεθίσματα που δέχεται ένα άτομο από το περιβάλλον του και στις αντιδράσεις του.

Σύμφωνα με τις αρχές της *Γνωστικής Ψυχολογίας (Cognitive Psychology)* η μάθηση πραγματοποιείται στον εσωτερικό κόσμο του μαθητή και έχει ως αποτέλεσμα την τροποποίηση της συμπεριφοράς του. Ο *R. Gagné* ορίζει τη μάθηση ως τη διαδικασία που υποβοηθάει τους οργανισμούς να τροποποιήσουν τη συμπεριφορά τους σε ένα σχετικά σύντομο χρονικό διάστημα και με ένα μόνιμο τρόπο, ώστε η ίδια τροποποίηση ή αλλαγή να μην επαναλαμβάνεται σε κάθε νέα περίπτωση.

Σύμφωνα με τους υποστηρικτές της *Θεωρίας Κατασκευής της Γνώσης (Constructivism)*, η μάθηση είναι η ενεργητική κατασκευή της γνώσης από το μαθητή, κατά την οποία χρησιμοποιεί τις προϋπάρχουσες γνώσεις του και η οποία ενεργοποιείται μέσω της δράσης του μαθητή σε προβληματικές καταστάσεις. Σύμφωνα με τον *J. Piaget*, η μάθηση είναι η ενεργητική κατασκευή της γνώσης μέσω της οργάνωσης και της προσαρμογής των ψυχολογικών δομών του ατόμου, προκειμένου να μπορεί να ανταποκριθεί στις ανάγκες του περιβάλλοντος του και η οποία ενεργοποιείται μέσω της μετάβασης από καταστάσεις ισορροπίας σε καταστάσεις ανισορροπίας. Σύμφωνα με τον *E. Von Glasersfeld*, η μάθηση προκύπτει ως προσαρμογή με τον κόσμο των εμπειριών και όχι ως ανακάλυψη ενός προϋπάρχοντος κόσμου.

Οι *κοινωνικο-πολιτιστικές θεωρίες για τη μάθηση* επικεντρώνουν το ενδιαφέρον στην *επικοινωνιακή και πολιτιστική διάσταση της μάθησης*, υποστηρίζοντας ότι η μάθηση προέρχεται από την κοινωνική αλληλεπίδραση και η κοινωνική μάθηση οδηγεί ουσιαστικά στην γνωστική ανάπτυξη. Σύμφωνα με τον *L. Vygotsky*, κάθε λειτουργία στην ανάπτυξη του ατόμου εμφανίζεται δύο φορές: αρχικά σε κοινωνικό επίπεδο (διαψυχολογική) και αργότερα σε ατομικό επίπεδο, εσωτερικά του ατόμου (ενδοψυχολογική). Οι άνθρωποι χρησιμοποιούν «εργαλεία» τα οποία προέρχονται από μία "κουλτούρα" (culture), για να επικοινωνήσουν με το κοινωνικό τους περιβάλλον, η εσωτερίκευση των οποίων, οδηγεί σε ανώτερες δεξιότητες σκέψης. Σύμφωνα με τη θεωρία της *εγκατεστημένης μάθησης*, η μάθηση η οποία προκύπτει φυσικά, είναι συνάρτηση της δραστηριότητας, του πλαισίου και της κουλτούρας μέσα στην οποία προκύπτει.

1.2. Θεωρίες μάθησης

Το σύνολο των ενεργειών που εκτελεί ένας δάσκαλος μέσα στην τάξη στηρίζονται υποσυνείδητα ή ενσυνείδητα σε κάποια *θεωρία ή μοντέλο μάθησης*. Θεωρία ή μοντέλο μάθησης είναι η περιγραφή του τρόπου με τον οποίο πραγματοποιείται η μάθηση.

Τι είναι όμως θεωρία και τι μοντέλο γενικότερα και σε τι διαφέρουν,

Στις Θετικές Επιστήμες, μία *θεωρία*: α) Παρέχει μία γενική εξήγηση για παρατηρήσεις που γίνονται κατά το πέρασμα του χρόνου, β) Εξηγεί και προβλέπει συμπεριφορές, γ) Δεν μπορεί ποτέ να εγκαθιδρυθεί χωρίς καμία αμφιβολία, δ) Μπορεί να τροποποιηθεί, ε) Μπορεί να απορριφθεί ολοκληρωτικά αν εξεταστεί και ελεγχθεί εκτενώς, αλλά πολλές φορές μία θεωρία μπορεί να είναι ευρέως αποδεκτή για ένα πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα και στη συνέχεια να απορριφθεί. Ένα *μοντέλο* είναι μία διανοητική εικόνα η οποία μας βοηθάει να καταλάβουμε κάτι το οποίο δεν μπορούμε να δούμε ή να βιώσουμε άμεσα (Dorin, Demmin & Gabel, 1990).

Σε ένα *μοντέλο μάθησης* οι ερευνητές της εκπαίδευσης προσπαθούν να συμπεριλάβουν όλους τους παράγοντες εκείνους που υπεισέρχονται στη διδασκαλία ενός γνωστικού αντικειμένου και επηρεάζουν τη μάθησή του (Τουμάσης, 1994). Ειδικότερα ένα μοντέλο μάθησης αποσκοπεί: α) Στην πρόβλεψη καταστάσεων που αφορούν τη μάθηση και τη διδασκαλία. β) Στη δημιουργία ερωτημάτων σχετικά με τη διαδικασία μάθησης και διδασκαλίας, η απάντηση των οποίων καθορίζει το βαθμό εγκυρότητας και αξιοπιστίας του μοντέλου και συμβάλλει στην ανακατασκευή του και γ) Στη βελτίωση της επικοινωνίας μεταξύ των πειραματικών αποτελεσμάτων και του ερευνητικού πλάνου στο οποίο εντάσσονται, προσφέροντας ταυτόχρονα στον ερευνητή το κίνητρο και τα μεθοδολογικά εργαλεία για την εκτέλεση μιας έρευνας.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν σύντομα οι κυριότερες θεωρίες μάθησης. Για επιπλέον ανάλυση βλέπε Κυριαζής & Μπακογιάννης (2003) και Κορρές (2000).

1.2.1. Συμπεριφορικές θεωρίες μάθησης

Οι θεωρίες μάθησης του *Συμπεριφορισμού (Behaviorism)*, οι οποίες κυριάρχησαν από τις αρχές του 20^{ου} αιώνα έως τις αρχές τις δεκαετίας του 1960, έχουν επηρεαστεί έντονα από την Εμπειρική Φιλοσοφία του 17^{ου} και 18^{ου} αιώνα. Η βασική άποψη των συμπεριφοριστών είναι ότι η μάθηση και η απόκτηση της γνώσης είναι αποτέλεσμα συνεξαρτήσεων ανάμεσα στα *ερεθίσματα* (S = Stimuli) που δέχεται το άτομο από το περιβάλλον του και στις *αντιδράσεις* του (R = Responses) στα ερεθίσματα αυτά (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Οι πιο χαρακτηριστικές συμπεριφορικές θεωρίες μάθησης είναι:

1. Η μάθηση με κλασσική εξάρτηση των Pavlov και Watson

Ο Ρώσος φυσιολόγος και ψυχολόγος Ivan Pavlov θεωρείται ως ο *πρωτεργάτης της Σχολής του Συμπεριφορισμού*. Ο Pavlov, μέσω της μελέτης των αντανακλαστικών (reflexes), απέδειξε πειραματικά τη δημιουργία μιας νέας μορφής συμπεριφοράς ως αποτέλεσμα της σύνδεσης ενός *υποκατάστατου ερεθίσματος (conditioned stimulus)* με το *φυσικό ερέθισμα* (Pavlov, 1927 και Wolman, 1965). Το είδος αυτό της μάθησης είναι γνωστό ως *εξαρτημένη αντανακλαστική μάθηση ή μάθηση με κλασσική εξάρτηση (classical conditioning)*.

Ο J. Watson, ο οποίος θεωρείται ως ο θεμελιωτής της Ψυχολογίας της Συμπεριφοράς (Behaviorism), επέκτεινε τη *θεωρία της κλασσικής εξαρτημένης μάθησης στους ανθρώπους*, υποστηρίζοντας ότι η μάθηση είναι μία διαδικασία *εξαρτημένων αντανακλαστικών (conditioning reflexes)* (Watson, 1924). Σύμφωνα με τον Watson, οι άνθρωποι γεννιούνται με ορισμένα αντανακλαστικά και με τις συγκινησιακές αντιδράσεις του φόβου, της αγάπης και του θυμού. Η υπόλοιπη συμπεριφορά τους διαμορφώνεται ανάλογα με τις αντιδράσεις τις οποίες συνδέουν με τα ερεθίσματα που δέχονται από το περιβάλλον ή με τα αντίστοιχα υποκατάστατα τους.

2. Η συνδυαστική θεωρία μάθησης του Thorndike

Ο Αμερικάνος ψυχολόγος E. Thorndike ανέπτυξε τη *συνδυαστική θεωρία μάθησης (Associationism)*, σύμφωνα με την οποία η σχέση μεταξύ εξωτερικού ερεθίσματος και αντίδρασης θεωρείται ως ένας νευρικός δεσμός (μία σύνδεση) (Thorndike, 1905, 1913, 1921, 1922, 1931).

Η βασική μορφή μάθησης για τον Thorndike είναι *η μάθηση με δοκιμή και πλάνη (learning by trial and error)*, σύμφωνα με την οποία υπό την πίεση μιας ανάγκης, τα ζώα αλλά και ο άνθρωπος, συνδέουν τον ερεθισμό με την επιτυχή αντίδραση (Βερτσέτης, 1997).

Ο Thorndike διατύπωσε *τρεις βασικούς νόμους για τη μάθηση*:

1. Το *νόμο της άσκησης (ή χρήσης και αχρησίας)*, σύμφωνα με τον οποίο ο δεσμός μεταξύ ερεθίσματος-αντίδρασης ισχυροποιείται με τη συνεχή άσκηση.

2. Το *νόμο του αποτελέσματος*, σύμφωνα με τον οποίο η σύνδεση μεταξύ μιας αντίδρασης και του ερεθίσματος που την προκαλεί γίνεται πιο ισχυρή όταν η αντίδραση συνοδεύεται από ένα ευχάριστο αποτέλεσμα.

3. Το *νόμο της ετοιμότητας*, σύμφωνα με τον οποίο όταν μία «μονάδα αγωγιμότητας» (επιμέρους νευροφυσιολογικός μηχανισμός μέσω του οποίου γίνεται η αντίληψη των ερεθισμάτων και η αντίδραση σ' αυτά) είναι έτοιμη να μεταβιβάσει κάτι, η πραγματοποίηση της μεταβίβασης προκαλεί ευχάριστη κατάσταση.

3. Η μάθηση με ενεργητική υποκατάσταση του Skinner

Ο Αμερικάνος ψυχολόγος B. F. Skinner εισηγήθηκε στο τέλος της δεκαετίας του 1960 τη θεωρία της *συντελεστικής εξάρτησης ή ενεργητικής υποκατάστασης (operant conditioning ή instrumental conditioning)* (Skinner, 1953, 1957, 1958, 1962), της οποίας το κύριο χαρακτηριστικό είναι η έμφαση που δίνει στο ρόλο της *ενίσχυσης (reinforcement)*. Η συμπεριφορά που ακολουθείται από μια θετική ενίσχυση (ενθάρρυνση) έχει μεγαλύτερες πιθανότητες να επαναληφθεί και να γίνει προϊόν μάθησης, ενώ η συμπεριφορά που ακολουθείται από αρνητική ενίσχυση (αποθάρρυνση) έχει μεγαλύτερες πιθανότητες να εκλείψει (Skinner, 1968). Η μάθηση μέσω ενός σχεδίου διακοπτόμενης ενίσχυσης, αν και απαιτεί περισσότερο χρόνο από τη συνεχή ενίσχυση, θεωρείται προτιμότερη, εφόσον είναι δυσκολότερο να επέλθει απόσβεση.

Στις σύγχρονες μελέτες για τη μάθηση *δε μιλάμε για ενίσχυση (reinforcement)*, αλλά για *ανάδραση ή ανατροφοδότηση (feedback)*.

1.2.2. Γνωστικές θεωρίες μάθησης

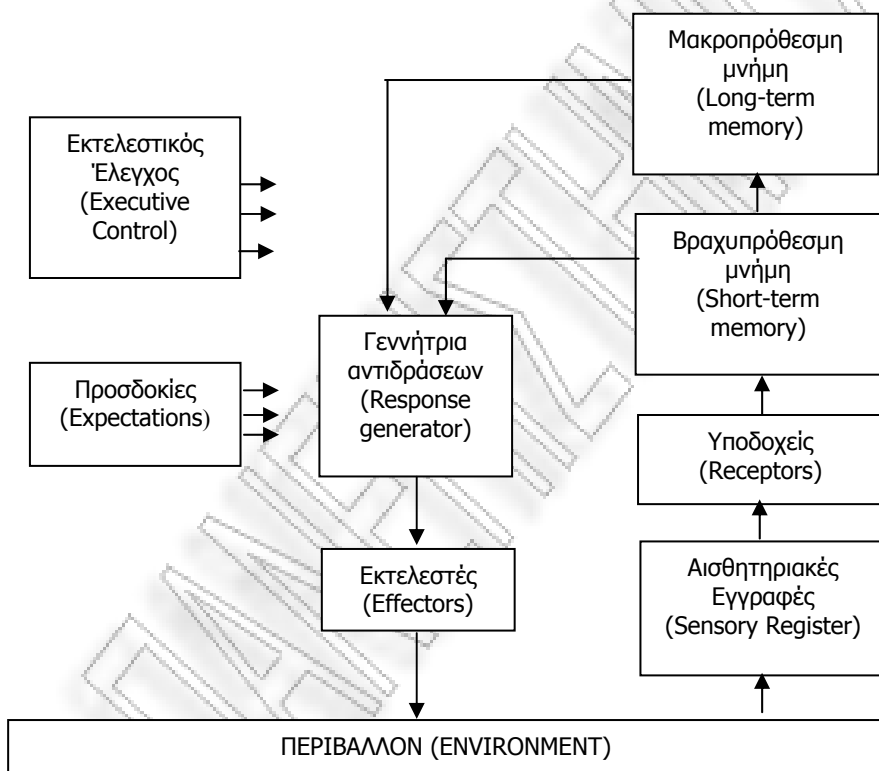
Σύμφωνα με τις αρχές της *Γνωστικής Ψυχολογίας (Cognitive Psychology)*, η μάθηση είναι μία διαδικασία η οποία πραγματοποιείται στον εσωτερικό κόσμο του μαθητή και έχει ως αποτέλεσμα την τροποποίηση της συμπεριφοράς του. Η μάθηση εξαρτάται από τις προηγούμενες γνώσεις, το υπόβαθρο, τις εμπειρίες, την ιδιοσυγκρασία και το στυλ μάθησης του κάθε μαθητή. Η *διδασκαλία* είναι το σύνολο των ενεργειών που διενεργούνται από το δάσκαλο στον εξωτερικό κόσμο του μαθητή και έχουν σκοπό να επηρεάσουν και να προκαλέσουν τη μάθηση (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Οι πιο χαρακτηριστικές γνωστικές θεωρίες μάθησης είναι:

1. Η θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών

Σύμφωνα με τη *θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών*, η ανθρώπινη συμπεριφορά θεωρείται το αποτέλεσμα της επεξεργασίας από τον εγκέφαλο δεδομένων (πληροφοριών) τα οποία προέρχονται από το εσωτερικό ή το εξωτερικό περιβάλλον. Με την επεξεργασία των προσλαμβανομένων πληροφοριών, ο άνθρωπος δημιουργεί νέες γνώσεις (Τουμάσης, 1994).

Ο Gagné συγκεντρώνει τα σημαντικά σημεία των σύγχρονων γνωστικών θεωριών μάθησης στο παρακάτω *μοντέλο επεξεργασίας πληροφοριών* (Gagné, 1975):



Σχήμα 1.1: Μοντέλο επεξεργασίας πληροφοριών κατά Gagné

Σύμφωνα με τη θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών, οι *εσωτερικές διαδικασίες ή φάσεις της μάθησης* που διενεργούνται στο κεντρικό νευρικό σύστημα του μαθητή, είναι (Κασσωτάκης & Φλουρίης, 1981): α) Η φάση της Παρότρυνσης (Motivation phase), β) Η φάση της σύλληψης (Apprehending phase), γ) Η φάση της Απόκτησης (Acquisition phase), δ) Η φάση της Συγκράτησης (Retention phase), ε) Η φάση της Ανάκλησης (Recall phase), στ) Η φάση της Γενίκευσης (Generalization phase), ζ) Η φάση της Εκτέλεσης (Performance phase) και η) Η φάση της Ανάδρασης (Feedback phase).

2. Οι ιεραρχίες μάθησης του Gagné

Ο Robert Gagné (Gagné, 1967, 1970, 1975) ανέπτυξε την *επισωρευτική θεωρία μάθησης*, σύμφωνα με την οποία οι απλούστερες δραστηριότητες λειτουργούν ως συστατικά στοιχεία των πιο πολύπλοκων δραστηριοτήτων. Ο Gagné δίνει έμφαση στις *προαπαιτούμενες γνώσεις* για τη μάθηση μιας ενότητας ή μιας έννοιας, οι οποίες προηγούνται στην *ιεραρχία μάθησης*, γεγονός που δείχνει την επισωρευτική φύση της νοητικής λειτουργίας.

Σύμφωνα με την «*ανάλυση θέματος*» του Gagné, πολύπλοκοι διδακτικοί στόχοι μπορούν να αναλυθούν σε απλούστερους προαπαιτούμενους στόχους, οι οποίοι πρέπει να κατακτηθούν από το μαθητή προκειμένου να επιτευχθεί ο τελικός στόχος. Η ανάλυση ενός μαθηματικού θέματος στα γνωστικά του στηρίγματα, μπορεί να προσφέρει πολλά στη διδακτική πράξη, εφόσον δίνει τη δυνατότητα στο δάσκαλο να συνειδητοποιήσει τους *κινδύνους να αποτύχει η διδακτική διαδικασία*, εφόσον παρουσιαστεί *γνωστικό κενό σε κάποιο ή κάποια από τα γνωστικά στηρίγματα* του βασικού διδακτικού στόχου.

Ο R. Gagné πρότεινε μία *ιεραρχία από οκτώ είδη μάθησης*, από τα απλούστερα στα πιο σύνθετα (Gagné, 1970 και Φλουρής, 1980): α) Μάθηση σημάτων (εξαρτημένων αντανακλαστικών), β) Μάθηση ερεθισμών-αντιδράσεων, γ) Μάθηση αλυσιδώσεων, δ) Μάθηση λεκτικών συνειρμών, ε) Μάθηση πολλαπλής διάκρισης, στ) Μάθηση εννοιών, ζ) Μάθηση κανόνων και η) Μάθηση επίλυσης προβλήματος (problem solving).

3. Η ενεργητική παραληπτική μάθηση του Ausubel

Ο David Ausubel τάσσεται υπέρ της *εκθετικής διδασκαλίας (Expository Teaching)* και της *παραληπτικής μάθησης (Receptive Learning)*, σύμφωνα με τις οποίες η ύλη ενός μαθήματος, εφόσον οργανωθεί και προσφερθεί κατάλληλα, μπορεί να κατανοηθεί και να συγκρατηθεί τόσο καλά όσο και η γνώση που αποκτάται μέσω της ανακάλυψης (Ausubel, 1960, 1963, 1968, 1971 και Ausubel & Robinson, 1969).

Ο Ausubel υποστηρίζει τις παρακάτω *αρχές οργάνωσης της διδασκαλίας*:

1. *Την προοδευτική διαφοροποίηση (progressive differentiation)*, σύμφωνα με την οποία ο δάσκαλος οφείλει να διδάσκει πρώτα τις πιο γενικές και περιεκτικές έννοιες, έπειτα τις λιγότερο περιεκτικές και τέλος τις συγκεκριμένες πληροφορίες, οργάνωση η οποία αντιστοιχεί στον τρόπο οργάνωσης της γνωστικής δομής του μαθητή.

2. *Την ολοκληρωμένη συσχέτιση των επιμέρους στοιχείων της ύλης (integrative reconciliation)*, σύμφωνα με την οποία οι νέες έννοιες του μαθήματος πρέπει να συσχετίζονται με τις προηγούμενες, ώστε να προκύπτει ένα ενιαίο σύνολο εννοιών και γνώσεων.

3. *Τη χρήση των προκαταβολικών οργανωτών (advanced organisers)*, οι οποίοι μπορεί να είναι εισαγωγικά κείμενα, ή γενικά παρουσιάσεις επιμέρους εννοιών (subconcepts), οι οποίες θα χρησιμεύσουν ως σημεία αναφοράς στο μαθητή και θα τον βοηθήσουν στην αφομοίωση της νέας ύλης. Οι προκαταβολικοί οργανωτές δημιουργούν μία «*διανοητική σκαλωσιά*» (*Intellectual Scaffolding*) για τη νέα γνώση.

1.2.3. Κατασκευαστικές θεωρίες μάθησης

Οι απόψεις του J. Piaget για τη μάθηση και τη διδασκαλία, επηρέασαν σε μεγάλο βαθμό τους μεταγενέστερους θεωρητικούς και ερευνητές της ψυχολογίας και της παιδαγωγικής (Pulaski, 1980, Dienes, 1973, 1978). Έθεσαν τις βάσεις για τη *Θεωρία Κατασκευής της Γνώσης (Constructivism)*, η οποία αποτελεί στις μέρες μας την πιο σύγχρονη και αποδεκτή αντίληψη στο χώρο της εκπαίδευσης (Sinclair, 1987, Steffe, Cobb & Von Glasersfeld, 1988 και Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

1.2.3.1. Η αναπτυξιακή θεωρία του Piaget

Ο Jean Piaget πρότεινε την *αναπτυξιακή θεωρία ή γενετική (εξελικτική) επιστημολογία*, η οποία προσπαθεί να ερμηνεύσει την εξέλιξη των νοητικών ικανοτήτων του παιδιού και του εφήβου και να αναλύσει τις διαδικασίες που πραγματοποιούνται κατά τη μετάβαση του ατόμου από το ένα στάδιο της νοητικής ανάπτυξης στο άλλο (Piaget, 1950, 1952, 1974, Flavell, 1963, Piaget, Inhelder & Szeminska, 1960 και Κορρές, 1995).

Σύμφωνα με τον Piaget, *διανοητική ανάπτυξη* είναι η απόκτηση νέων γνωστικών ικανοτήτων που δεν υπήρχαν πριν. Η απόκτηση των νέων ικανοτήτων δεν προκύπτει από την ποσοτική αύξηση των δεξιοτήτων του ατόμου, αλλά από την ποιοτική αλλαγή της δομής της σκέψης. Οι διανοητικές δομές σχηματίζονται μέσω της αλληλεπίδρασης του ατόμου με το περιβάλλον του, προκειμένου το άτομο να αντιμετωπίσει τις αυξανόμενες απαιτήσεις του περιβάλλοντος του.

Για τον Piaget, «*σχήμα*» (*schéma*) είναι η προσαρμογή που επιτυγχάνει ο οργανισμός σε μια ορισμένη κατάσταση, ως αποτέλεσμα μιας σειράς δραστηριοτήτων. Η μετάβαση από το ένα στάδιο νοητικής ανάπτυξης στο άλλο, είναι ουσιαστικά η κατάκτηση ενός πλέγματος σχημάτων.

Σύμφωνα με τον Piaget, οι *δύο βασικές λειτουργίες* τις οποίες εκτελούν οι οργανισμοί, τόσο σε βιολογικό όσο και σε ψυχολογικό επίπεδο, είναι (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003):

1. *Η οργάνωση (organisation)*, η οποία αναφέρεται στην ικανότητα των οργανισμών να οργανώνουν τις ψυχολογικές και σωματικές δυνατότητες τους σε συστήματα, προκειμένου να ανταποκριθούν καλύτερα στις απαιτήσεις του περιβάλλοντος τους.

2. *Η προσαρμογή (adaptation)*, η οποία επιτελείται με δύο συμπληρωματικές μεταξύ τους διαδικασίες: την *αφομοίωση (assimilation)* και τη *συμμόρφωση (accomodation)*. Με την *αφομοίωση* ο οργανισμός χρησιμοποιεί μία δομή ή ικανότητα την οποία ήδη έχει, για να αντιμετωπίσει προβλήματα του περιβάλλοντος του. Με τη *συμμόρφωση* ο οργανισμός τροποποιεί τις προηγούμενες γνωστικές δομές του ή αναπτύσσει καινούργιες, προκειμένου να ανταποκριθεί καλύτερα στις απαιτήσεις του περιβάλλοντος του ή να συμπεριλάβει νέες εμπειρίες. Η *προσαρμογή* είναι μία ισορροπία ανάμεσα στην αφομοίωση και την συμμόρφωση: Αν το άτομο δε μπορεί να προσαρμοστεί στο περιβάλλον του με τη διαδικασία της αφομοίωσης, τότε δημιουργείται μία κατάσταση ανισορροπίας, οπότε οι παρούσες δομές του ατόμου αλλάζουν ή αναπτύσσονται καινούργιες, με τη διαδικασία της συμμόρφωσης.

Η *νοητική ανάπτυξη* είναι η μετάβαση από καταστάσεις ισορροπίας σε καταστάσεις ανισορροπίας (*équilibre-déséquilibre*). Η αποκατάσταση της ισορροπίας σημαίνει τη *μετάβαση του ατόμου σε ένα ανώτερο νοητικό επίπεδο* (Dembo, 1977).

Τα στάδια της νοητικής ανάπτυξης, κατά τον Piaget, είναι (Saettler, 1990): α) Το αισθησιοκινητικό στάδιο (0-2 χρονών), β) Το προσυλλογιστικό ή προλογικό στάδιο (2-7 χρονών), γ) Το στάδιο των συγκεκριμένων λογικών πράξεων ή συλλογιστική περίοδος (7-12 με 13 χρονών) και δ) Το στάδιο των τυπικών λογικών πράξεων ή περίοδος της αφαιρετικής σκέψης (13 χρονών και άνω).

Σύμφωνα με τη θεωρία του J. Piaget, προκειμένου να πραγματοποιηθεί ουσιαστική μάθηση, η διδασκαλία πρέπει να είναι προσαρμοσμένη στο επίπεδο νοητικής ανάπτυξης του κάθε μαθητή (εξατομικευμένη διδασκαλία). Ο Piaget θεωρεί ότι η μάθηση *δε μεταδίδεται* (με αφηγηματικό τρόπο), αλλά οικοδομείται, *κατασκευάζεται* από τον κάθε μαθητή. Υποστηρίζει επίσης ότι η διδασκαλία θα πρέπει να είναι μία *ενεργητική συνεργασία μεταξύ του δασκάλου και των μαθητών και των μαθητών μεταξύ τους*. Η διδασκαλία πρέπει να είναι δημιουργία καταστάσεων, μέσα στις οποίες οι μαθητές να μπορούν να ανακαλύπτουν της νοητικές δομές (Duckworth, 1964). Είναι γνωστή άλλωστε η φράση του Piaget: *apprendre c'est inventer* (μαθαίνω σημαίνει ανακαλύπτω).

1.2.3.2. Η μάθηση μέσω ανακάλυψης του Bruner

Ο Jerome Bruner υποστήριξε την ανακαλυπτική προσέγγιση στη μάθηση των μαθηματικών. Τόνισε επίσης τη σημασία της καλλιέργειας της διαισθητικής σκέψης και της μελέτης της δομής των διαφόρων θεμάτων (Bruner, 1960a).

Ο βασικός ρόλος του δασκάλου είναι να βοηθήσει και να ενθαρρύνει τους μαθητές του να ανακαλύψουν τις μαθηματικές έννοιες και ιδέες. Η ανακάλυψη για τον Bruner, είναι ουσιαστικά μία διαδικασία και μία γενικότερη στάση εξερεύνησης και πειραματισμού απέναντι στα μαθηματικά. (Τουμάσης, 1994).

Η διδασκαλία των μαθηματικών θα πρέπει επίσης να αποβλέπει στην καλλιέργεια της *δισαισθητικής σκέψης*, η οποία αναφέρεται στην ικανότητα ενός ατόμου: α) να φτάνει άμεσα στη λύση ενός προβλήματος, χωρίς να μπορεί ακόμα να δώσει μία τυπική λύση και β) να διαμορφώνει γρήγορα επιτυχημένες εικασίες ή να επιλέγει μεταξύ των πιθανών μεθόδων λύσης ενός προβλήματος ως προς το ποια είναι η πιο αποδοτική και γόνιμη.

Η διαισθητική σκέψη, αντίθετα με την αναλυτική σκέψη, δεν προχωρά με βαθμιαία σαφή βήματα. Επίσης η συνειδητοποίηση των λειτουργιών στις οποίες βασίζονται τα βήματα αυτά είναι σχεδόν ανύπαρκτη. Η διαισθητική σκέψη επιτρέπει ελευθερία στη διαμόρφωση ενός συμπεράσματος και άλματα ως προς τον έλεγχο των ενδιάμεσων συμπερασμάτων, τα οποία μπορούν να ελεγχθούν αργότερα με την αναλυτική σκέψη. Έρχεται να δώσει λύσεις οι οποίες δε θα ήταν εφικτές με την αναλυτική σκέψη και να διαμορφώσει εικασίες οι οποίες θα ελεγχθούν και θα διερευνηθούν με την αναλυτική σκέψη (Bruner, 1966).

Ο Bruner δίνει επίσης μεγάλη σημασία στην κατανόηση της «δομής» των διαφόρων θεμάτων, δηλαδή των θεμελιωδών, βασικών αρχών που συνθέτουν ένα συγκεκριμένο θέμα. Η κατανόηση της δομής μιας έννοιας ή μιας ιδέας, επιτρέπει στους μαθητές να βρουν μόνοι τους τις επιμέρους ειδικότερες γνώσεις, το σημαντικότερο όμως είναι ότι τους παρέχει τη δυνατότητα να διερευνήσουν άλλα θέματα που ανάγονται στη συγκεκριμένη έννοια και να αξιοποιήσουν τις γνώσεις τους σε άλλες περιοχές (Bruner, 1966).

Η μέθοδος της ανακάλυψης (*discovery learning*) επιτρέπει στους μαθητές να μαθαίνουν πως να μαθαίνουν. Αυξάνει τις διανοητικές ικανότητες των μαθητών και συμβάλλει στην ανάπτυξη της γνωστικής στρατηγικής (*cognitive strategy*) και της δημιουργικής σκέψης των μαθητών. Η συγκίνηση της ανακάλυψης αποτελεί επίσης ένα ισχυρό κίνητρο για περαιτέρω μάθηση και μια ουσιαστική ανταμοιβή για την δημιουργική εργασία του μαθητή (Bruner, 1961, 1971).

Η γενική διαδικασία μάθησης κατά τον Bruner, ακολουθεί την εξής πορεία (Κορρές, 2000):

(1) Ο μαθητής χειρίζεται και επεξεργάζεται απ' ευθείας τα διάφορα υλικά.

(2) Ο μαθητής ανακαλύπτει κάποιες κανονικότητες και πρότυπα τα οποία αντιστοιχούν στα διαισθητικά πρότυπα τα οποία έχει ήδη διαμορφώσει, συνδυάζοντας τις εμπειρίες του από τον εξωτερικό κόσμο, με κάποια μοντέλα ή πρότυπα που έχει στο μυαλό του.

(3) Οι υπάρχουσες ιδέες και αντιλήψεις του μαθητή αναδιοργανώνονται, ώστε να προσαρμοστούν και να συμμορφωθούν με τα πρότυπα και τις κανονικότητες του εξωτερικού κόσμου (με την κατά Piaget έννοια).

Τα στάδια της νοητικής ανάπτυξης κατά τον Bruner είναι: α) Το στάδιο της πραξιακής αναπαράστασης (*enactive representation*), β) Το στάδιο της εικονικής αναπαράστασης (*iconic representation*) και γ) Το στάδιο της συμβολικής αναπαράστασης (*symbolic representation*)

Μία από τις πιο ριζοσπαστικές θέσεις του Bruner, η οποία δείχνει και την αντίθεση του προς τον Piaget, είναι ότι όλα τα θέματα μπορούν να διδαχθούν αποτελεσματικά σε όλους τους μαθητές, ανεξάρτητα από το στάδιο ανάπτυξης τους, αρκεί ο δάσκαλος να χρησιμοποιήσει τη γλώσσα που καταλαβαίνει ο κάθε μαθητής (Bruner, 1960b, 1966). Η τολμηρή αυτή άποψη του Bruner, είχε ως συνέπεια το "σπειροειδές πρόγραμμα" (*spiral curriculum*) για την εκπαίδευση.

1.2.3.3. Η θεωρία κατασκευής της γνώσης

Ο όρος «*κονστρουκτιβισμός*» (*Constructivism*) χρησιμοποιήθηκε από τον Seymour Papert, ο οποίος θέλησε να δώσει έμφαση στη συμμετοχή του μαθητευόμενου στη διαδικασία της μάθησης και στον τρόπο που ο ίδιος κατασκευάζει το «*νοητικό χάρτη*» με τον οποίο αντιλαμβάνεται, επεξεργάζεται και κατανοεί τη διαδικασία αυτή (Ράπτης & Ράπτη, 1996 και Papert, 1980, 1993).

Σύμφωνα με τη *Θεωρία Κατασκευής της Γνώσης* (*Constructivism*) ο μαθητής κατασκευάζει ενεργητικά τη γνώση, χρησιμοποιώντας τις προϋπάρχουσες γνώσεις του. Η γνώση δε μπορεί να μεταφερθεί ή να μεταδοθεί στους μαθητές, με την παθητική αποδοχή των απόψεων που υποστηρίζει ο δάσκαλος (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Η μάθηση *ενεργοποιείται μέσω της δράσης* του μαθητευόμενου σε προβληματικές καταστάσεις (Thompson, 1985). *Η γνώση περνάει από μία κατάσταση ισορροπίας σε μια άλλη*. Ο μαθητής, αντιμετωπίζοντας ένα πρόβλημα το οποίο δεν μπορεί να εξηγήσει ή να λύσει με τις προηγούμενες γνωστικές δομές του, οδηγείται σε μια αστάθεια ή έλλειψη ισορροπίας, με αποτέλεσμα την τροποποίηση των προηγούμενων αντιλήψεων και ιδεών του, προκειμένου να αντιμετωπίσει και να ενσωματώσει τη νέα εμπειρία.

Ο Ernst Von Glasersfeld διατύπωσε το 1975 τις παρακάτω αρχές του *ριζοσπαστικού κονστρουκτιβισμού* (*Radical Constructivism*):

α) Η γνώση δεν λαμβάνεται παθητικά είτε μέσω των αισθήσεων, είτε μέσω της επικοινωνίας, αλλά *οικοδομείται ενεργητικά* από το υποκείμενο της μάθησης.

β) Η γνώση είναι μια *διαδικασία προσαρμογής με τον κόσμο των εμπειριών* και όχι η ανακάλυψη ενός προϋπάρχοντος κόσμου ανεξάρτητου από το γνώστη.

Οι νεότερες θεωρίες μάθησης αλλά και απόψεις που έχουν γίνει πρόσφατα αποδεκτές (όπως η θεωρία κοινωνικής ανάπτυξης του Vygotsky), θεωρούν τη *μάθηση ως κοινωνική διαδικασία και όχι ως ανεξάρτητη*. Οι υποστηρικτές της *Κοινωνικής Κατασκευής της Γνώσης (Social Constructivism)* υποστηρίζουν ότι η μάθηση είναι μία δυναμική αλληλεπίδραση (interplay) μεταξύ των *δραστηριοτήτων με τις οποίες οι άνθρωποι ασχολούνται* και το *νόημα των δραστηριοτήτων αυτών που διαπραγματεύονται κοινωνικά*. Υπό την έννοια αυτή η μάθηση δεν είναι ένα αντικείμενο το οποίο αποκτάται και διατηρείται ανεξάρτητα από τα άτομα. Αντίθετα, βρίσκεται στις κοινωνικές σχέσεις και ταυτότητες των μαθητευομένων, όπως επίσης στις συζητήσεις και την κοινωνική επικοινωνία που χρησιμοποιούν για να βγάλουν νόημα από τις δραστηριότητες και τα γεγονότα στα οποία συμμετέχουν (Jonassen, 2000).

Η μάθηση σε κάποιο βαθμό τουλάχιστον, προκύπτει από την *κοινωνική διαπραγμάτευση των νοημάτων*. Δηλαδή, η κοινωνική αλληλεπίδραση που συντελείται στις ομάδες στις οποίες ανήκει ο μαθητής, οδηγεί σε μία *κοινωνική κατασκευή της γνώσης*. Οι ιδέες της ομάδας τίθενται υπό διαπραγμάτευση και η διαφορές μεταξύ των απόψεων δημιουργούν μία αστάθεια, με αποτέλεσμα την αναδιοργάνωση της προηγούμενης γνώσης σε ένα κλίμα επικοινωνίας και συνεργασίας (Bishop, 1985).

Τέλος, οι *αναπαραστάσεις του πνεύματος εμφανίζονται ως εμπόδια στην επιστημονική γνώση*, όπως προκύπτει από τις έρευνες του Bachelard. Τα λάθη και κυρίως οι διαδικασίες που χρησιμοποιεί ο μαθητής για να παράγει λάθη είναι ενδείξεις των αναπαραστάσεων αυτών.

Συνοψίζοντας, θα μπορούσαμε να πούμε η Θεωρία Κατασκευής της Γνώσης (Constructivism) ασχολείται με τη *διαδικασία του πώς οι μαθητευόμενοι κατασκευάζουν τη γνώση*, η οποία εξαρτάται: α) από τις *προϋπάρχουσες γνώσεις τους*, οι οποίες με τη σειρά τους εξαρτώνται από τα είδη των εμπειριών των μαθητευομένων, β) από το *πώς είναι οργανωμένες οι εμπειρίες αυτές σε γνωστικές δομές (knowledge structures)* και γ) από τα *πιστεύω (beliefs)* που χρησιμοποιούν για να ερμηνεύσουν τα αντικείμενα και τα γεγονότα που συμπεριλαμβάνουν στον κόσμο.

Ενδειγμένες διδακτικές πρακτικές, σύμφωνα με τη Θεωρία Κατασκευής της Γνώσης, είναι (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003):

(1) Οι μαθητές να *ασχολούνται ενεργητικά με την εξερεύνηση προβληματικών καταστάσεων*. Να ψάχνουν για πρότυπα, να διαμορφώνουν υποθέσεις τις οποίες να αξιολογούν και να γενικεύουν, να επεξεργάζονται διάφορα υλικά (φυσικά μοντέλα, διαγράμματα κλπ), να χειρίζονται σύμβολα και να συσχετίζουν τα παραπάνω, να επικοινωνούν και να ανταλλάσσουν ιδέες μεταξύ τους και με το δάσκαλο. Ενδείκνυται επίσης να ασχολούνται με πρωτότυπα γι' αυτούς προβλήματα.

(2) Ο δάσκαλος να είναι ο *δημιουργός των προβληματικών καταστάσεων*. Ο δάσκαλος να επιλέγει κατάλληλα θέματα, τα οποία να βασίζονται σε πραγματικές εμπειρίες ή θέματα οικεία στους μαθητές, να απευθύνει στους μαθητές διερευνητικές ή επεξηγηματικές ερωτήσεις, να διευθύνει και να εστιάζει τη συζήτηση στα σημαντικά σημεία.

(3) Η τάξη να εξετάζει κριτικά τις εξηγήσεις και αιτιολογήσεις που δίνουν οι μαθητές και αποφασίζει για την εγκυρότητα και την αλήθεια των ιδεών που εκφράζονται. Το λάθος να θεωρείται ως ένα φυσιολογικό συστατικό της ανθρώπινης σκέψης, του οποίου η ανάλυση και η διερεύνηση οδηγεί σε νέες εξερευνησεις και σε νέες γνώσεις. Να γίνεται ξεκάθαρο ότι η γνώση είναι μία κοινωνική κατασκευή, προσωρινή και αβέβαιη, η οποία αναπτύσσεται με τη διαμόρφωση τολμηρών υποθέσεων και εικασιών που ελέγχονται και αμφισβητούνται. Στη συνέχεια είτε γίνονται αποδεκτές μέσω συμφωνίας ή μετασχηματίζονται για να επαναληφθεί η ίδια διαδικασία ελέγχου και αμφισβήτησης.

(4) Η αλληλεπίδραση μεταξύ δασκάλου και μαθητών αλλά και των μαθητών μεταξύ τους, να δημιουργεί μία *συνεργατική ατμόσφαιρα μάθησης*, ώστε να καλλιεργείται αμοιβαία εμπιστοσύνη.

1.2.4. Κοινωνικο–πολιτιστικές θεωρίες μάθησης

Οι κοινωνικο–πολιτιστικές θεωρίες για τη μάθηση έχουν τη βάση τους στις απόψεις του Lev Vygotsky. Οι απόψεις του Vygotsky αν και διατυπώθηκαν τη δεκαετία του 1930, έγιναν ευρύτερα γνωστές τη δεκαετία του 1960 και επηρέασαν μόνο πρόσφατα την Παιδαγωγική Επιστήμη, επικεντρώνοντας το ενδιαφέρον στην *επικοινωνιακή και πολιτιστική διάσταση της μάθησης*.

1.2.4.1. Η θεωρία κοινωνικής ανάπτυξης του Vygotsky

Η θεωρία κοινωνικής ανάπτυξης (*Social Development Theory*) του Lev Vygotsky υποστηρίζει ότι η κοινωνική αλληλεπίδραση (*social interaction*) παίζει ένα θεμελιώδη ρόλο στην γνωστική ανάπτυξη του ατόμου. Το μεγαλύτερο μέρος της αρχικής εργασίας του Vygotsky έγινε στο πλαίσιο της *μάθησης της γλώσσας στα παιδιά* (Vygotsky, 1962), αν και μετέπειτα εφαρμογές του θεωρητικού πλαισίου ήταν *ευρύτερες* (Wertsch, 1985).

Ο Vygotsky (1962) τόνισε τις πολιτιστικές πλευρές της μάθησης μέσω της ενεργητικής συμμετοχής σε συνεργασία με άλλους, ενώ υποστηρίζεται κατάλληλα από το δάσκαλο. Ο Vygotsky χρησιμοποίησε τον όρο "σκαλωσιά" (*scaffolding*) προκειμένου να περιγράψει διάφορους τύπους υποστήριξης που οι δάσκαλοι χρειάζεται να παρέχουν στους μαθητές τους προκειμένου να τους καταστήσουν ικανούς να μάθουν. Μπορεί να περιλαμβάνει λεκτική βοήθεια, ερωτήσεις, υποδείξεις και κατευθύνσεις, που όλες στοχεύουν στην επέκταση των δραστηριοτήτων του παιδιού σε μία περιοχή στην οποία το παιδί δεν μπορεί να επιτύχει τις δραστηριότητες μόνο του.

Σύμφωνα με τον Vygotsky (1978), "κάθε λειτουργία στην πολιτιστική ανάπτυξη (*cultural development*) του παιδιού εμφανίζεται δύο φορές: την πρώτη φορά, σε *κοινωνικό επίπεδο* και αργότερα σε *ατομικό επίπεδο*. Αρχικά μεταξύ ανθρώπων (*διαψυχολογική*) (*interpsychological*) και μετά εσωτερικά του παιδιού (*ενδοψυχολογική*) (*intrapsychological*). Αυτό ισχύει εξίσου στην εκούσια προσοχή, στη λογική μνήμη και στο σχηματισμό των εννοιών. Όλες οι υψηλές λειτουργίες, προέρχονται από πραγματικές σχέσεις μεταξύ ατόμων".

Σύμφωνα με τον Vygotsky, δηλαδή, η διαδικασία της ανάπτυξης εξαρτάται από την κοινωνική αλληλεπίδραση και η κοινωνική μάθηση οδηγεί ουσιαστικά στην γνωστική ανάπτυξη. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται "ζώνη επικείμενης ανάπτυξης" (*Zone of Proximal Development*), το οποίο σύμφωνα με τον Vygotsky είναι "η απόσταση μεταξύ του πραγματικού επιπέδου ανάπτυξης όπως καθορίζεται από

ανεξάρτητη επίλυση προβλήματος και το επίπεδο της δυνατής ανάπτυξης, όπως καθορίζεται από επίλυση προβλήματος υπό καθοδήγηση ενηλίκου ή σε συνεργασία με πιο ικανούς ομοτίμους (peers)" (Vygotsky, 1978). Με άλλα λόγια, ένας μαθητής μπορεί να εκτελέσει ένα έργο υπό την καθοδήγηση ενός ενηλίκου ή με τη συνεργασία των συμμαθητών του, το οποίο δεν θα μπορούσε να επιτύχει μόνος του. Η ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης γεφυρώνει το χάσμα μεταξύ αυτού που ξέρει κάποιος και αυτού που μπορεί να μάθει, στην οποία σύμφωνα με τον Vygotsky πραγματοποιείται η μάθηση.

Ο Vygotsky προσέγγισε την ανάπτυξη διαφορετικά από τον Piaget. Ο Piaget πίστευε ότι η γνωστική ανάπτυξη αποτελείται από τέσσερις κύριες περιόδους: αισθησιοκινητική, προσυλλογιστική, συγκεκριμένων λογικών πράξεων και τυπικών λογικών πράξεων (Saettler, 1990). Άλλοι κονστρουκτιβιστές τόνισαν τον ενεργό ρόλο του μαθητεύομένου στην ανάπτυξη της προσωπικής του σκέψης. Ο Vygotsky, αντίθετα από τον Piaget, πίστευε ότι η ανάπτυξη είναι *μία διαδικασία που θα έπρεπε να αναλυθεί*, παρά ένα προϊόν που πρέπει να επιτευχθεί ή να αποκτηθεί και ότι *η διαδικασία της ανάπτυξης (που ξεκινάει με τη γέννηση και συνεχίζεται καθόλη τη διάρκεια της ζωής ενός ατόμου) είναι υπερβολικά πολύπλοκη για να αναλυθεί σε στάδια* (Driscoll, 1994 και Hausfather, 1996).

Σύμφωνα με τον LeFrancois (1999), "ο Piaget βλέπει την ανάπτυξη ως ένα είδος "ξετυλίγματος" καθοδηγούμενο από εσωτερικές τάσεις, ενώ ο Vygotsky βλέπει την ανάπτυξη ως το αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης του παιδιού με άλλους ανθρώπους".

Ο Vygotsky εστίασε την προσοχή του στις *συνδέσεις μεταξύ των ανθρώπων και του πολιτιστικού πλαισίου (cultural context)* στο οποίο δρουν και αλληλεπιδρούν σε κοινές (shared) εμπειρίες (Crawford, 1996). Οι άνθρωποι, σύμφωνα με τον Vygotsky, *χρησιμοποιούν "εργαλεία" (tools) τα οποία προέρχονται από μία "κουλτούρα" (culture)*, όπως η ομιλία και ο γραπτός λόγος, προκειμένου να επικοινωνήσουν με το κοινωνικό τους περιβάλλον. Αρχικά τα παιδιά αναπτύσσουν αυτά τα εργαλεία για την εξυπηρέτηση αποκλειστικά κοινωνικών λειτουργιών, ως τρόπους για την κοινοποίηση των αναγκών τους. Η *εσωτερίκευση αυτών των εργαλείων, κατά τον Vygotsky, οδηγεί σε ανώτερες δεξιότητες σκέψης*. Όταν ο Piaget παρατηρούσε μικρά παιδιά να συμμετέχουν στον εγωκεντρικό λόγο στην προσυλλογιστική περίοδο, πίστευε ότι ήταν μία φάση η οποία εξαφανιζόταν όταν το παιδί έφτανε στο στάδιο των συγκεκριμένων λογικών πράξεων. Αντίθετα ο Vygotsky έβλεπε τον εγωκεντρικό λόγο ως μία μεταβατική κατάσταση από τον κοινωνικό λόγο στις εσωτερικευμένες σκέψεις (Driscoll, 1994). Δηλαδή ο Vygotsky πίστευε ότι η σκέψη και η γλώσσα δεν μπορούν να υπάρχουν η μία χωρίς την άλλη.

Ενδεδειγμένες διδακτικές πρακτικές, σύμφωνα με τη θεωρία του Vygotsky είναι:

(1) Ο δάσκαλος αντί να υπαγορεύει τα προσωπικά του νοήματα ενδείκνυται να *συνεργάζεται με τους μαθητές του στην δημιουργία νοημάτων*, με τρόπους ώστε οι μαθητές να δημιουργούν τα δικά τους (Hausfather, 1996). Η μάθηση δηλαδή να είναι μία *ανταποδοτική (reciprocal) εμπειρία* για τους μαθητές και το δάσκαλο.

(2) Εφόσον η γνωστική αλλαγή εμφανίζεται μέσα στη ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης, η διδασκαλία ενδείκνυται να *απευθύνεται σε ένα επίπεδο ανάπτυξης που είναι μόλις πάνω από το επίπεδο ανάπτυξης των μαθητών*, εφόσον "η μάθηση η οποία είναι προσανατολισμένη σε επίπεδα ανάπτυξης που έχουν ήδη επιτευχθεί, είναι αναποτελεσματική ως προς τη συνολική ανάπτυξη του παιδιού. Δεν στοχεύει προς ένα νέο στάδιο της διαδικασίας ανάπτυξης, αλλά μάλλον επιβραδύνει τη διαδικασία" (Vygotsky, 1978).

(3) Τα άτομα που συμμετέχουν σε μία συνεργασία με ομοτίμους (peers) ή σε μία καθοδηγούμενη διδασκαλία από το δάσκαλο, πρέπει να έχουν την *ίδια εστίαση (focus)* προκειμένου να προσεγγίσουν τη ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης. "Η ομαδική προσοχή (joint attention) και η μοιρασμένη επίλυση προβλήματος (shared problem solving) είναι απαραίτητα, προκειμένου να δημιουργηθεί μία γνωστική, κοινωνική και συναισθηματική ανταλλαγή" (Hausfather, 1996). Επιπρόσθετα, είναι ουσιαστικό για τους συνεργάτες να *είναι σε διαφορετικά επίπεδα ανάπτυξης και ο συνεργάτης του ανώτερου επιπέδου να είναι ενήμερος για το επίπεδο του συνεργάτη του κατώτερου επιπέδου*. Αν αυτό δε συμβεί ή ο ένας συνεργάτης κυριαρχεί, η αλληλεπίδραση είναι λιγότερο επιτυχημένη (Driscoll, 1994 και Hausfather, 1996).

1.2.4.2. Η θεωρία της εγκατεστημένης μάθησης

Η *εγκατεστημένη μάθηση (situated learning)* είναι μία γενική θεωρία απόκτησης γνώσης. Σύμφωνα με τον Lave (1988) η μάθηση η οποία προκύπτει φυσικά, είναι *συνάρτηση της δραστηριότητας, του πλαισίου και της κουλτούρας μέσα στην οποία προκύπτει* (είναι δηλαδή "εγκατεστημένη"). Αυτό έρχεται σε αντίθεση με τις περισσότερες μαθησιακές δραστηριότητες της τάξης οι οποίες περιλαμβάνουν γνώσεις οι οποίες είναι αφηρημένες και εκτός πλαισίου. Η κοινωνική αλληλεπίδραση είναι ένα ουσιαστικό συστατικό της εγκατεστημένης μάθησης, εφόσον οι μαθητευόμενοι εμπλέκονται σε μία "κοινότητα πρακτικής" (community of practice), η οποία συμπεριλαμβάνει πιστεύω και συμπεριφορές για να αποκτηθούν. Καθώς ο νεοεισερχόμενος ή ο αρχάριος κινείται από τη περιφέρεια της κοινότητας προς το κέντρο, γίνεται περισσότερο ενεργός και απασχολημένος μέσα στην κουλτούρα και έτσι αναλαμβάνει το ρόλο του έμπειρου ή του ειδικού. Η εγκατεστημένη μάθηση είναι συνήθως ακούσια και όχι ηθελημένη. Αυτές οι ιδέες καλούνται από τους Lave και Wenger (1991) *διαδικασία της "νόμιμης περιφερειακής συμμετοχής"* (legitimate peripheral participation).

Άλλοι ερευνητές έχουν *αναπτύξει περαιτέρω τη θεωρία της εγκατεστημένης μάθησης*. Οι Brown, Collins και Duguid (1989) δίνουν έμφαση στην ιδέα της *"γνωστικής μαθητείας"* (cognitive apprenticeship): "Η γνωστική μαθητεία υποστηρίζει τη μάθηση σε μία περιοχή με το να επιτρέπει στους μαθητές να *αποκτούν, να αναπτύσσουν και να χρησιμοποιούν γνωστικά εργαλεία (cognitive tools) σε αυθεντικές (authentic) δραστηριότητες* της περιοχής". Η μάθηση, τόσο μέσα όσο και έξω από το σχολείο, προχωράει μέσα από τη *συνεργατική κοινωνική αλληλεπίδραση και την κοινωνική κατασκευή της γνώσης*". Οι Brown, Collins και Duguid (1989) επίσης, δίνουν έμφαση στην ανάγκη για μία *νέα επιστημολογία της γνώσης*, η οποία θα δίνει έμφαση στην ενεργητική αντίληψη επί των εννοιών και της αναπαράστασης.

Η θεωρία της εγκατεστημένης μάθησης έχει εφαρμοστεί στο πλαίσιο των *μαθησιακών δραστηριοτήτων βασισμένων στην τεχνολογία (technology-based learning activities)* για σχολεία που εστιάζουν στις *δεξιότητες επίλυσης προβλήματος* (Cognition & Technology Group at Vanderbilt, 1993). Ο L. Suchman (1988) επίσης μελέτησε το θεωρητικό πλαίσιο της εγκατεστημένης μάθησης στο χώρο της *τεχνητής νοημοσύνης*.

1.2.5. Θεωρίες μάθησης ενηλίκων

Οι *θεωρίες μάθησης ενηλίκων (adult learning)* προήλθαν από την ιδέα ότι οι ενήλικοι *μαθαίνουν διαφορετικά* από τους νέους ανθρώπους, αλλά κυρίως *οι λόγοι της μάθησης τους είναι πολύ διαφορετικοί*.

Σύμφωνα με την Cross (1981): "Οι ενήλικοι μαθητευόμενοι είναι εθελοντές. Δεν υπάρχει καταναγκασμός κατά τη διδασκαλία των ενηλίκων και επομένως η δημιουργία κινήτρων (motivation) δεν είναι συνήθως πρόβλημα. Οι ενήλικοι τείνουν να αναζητούν ευκαιρίες μάθησης. Συνήθως αλλαγές της ζωής όπως διαζύγιο, αλλαγή εργασίας, απόλυση, συνταξιοδότηση ή γεωγραφική αλλαγή, λειτουργούν ως κίνητρο για τον ενήλικο για να αναζητήσει νέες ευκαιρίες μάθησης". Σύμφωνα με τους Zemke & Zemke (1984): "Οι ενήλικοι φέρνουν ένα πλούτο πληροφοριών και εμπειριών στην μαθησιακή κατάσταση. Γενικά θέλουν να τους συμπεριφέρονται ως ίσους που είναι ελεύθεροι να κατευθύνουν τους εαυτούς τους στην εκπαιδευτική διαδικασία".

1.2.5.1. Η θεωρία της Ανδραγωγικής του Knowles

Η πιο γνωστή θεωρία μάθησης ενηλίκων είναι η *Ανδραγωγική (Andragogy)* του Malcolm Knowles, η οποία είναι μία θεωρία αποκλειστικά για τη μάθηση ενηλίκων (Knowles, 1984a, 1984b, 1975). Η Ανδραγωγική έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς στο *σχεδιασμό οργανωτικών προγραμμάτων επιμόρφωσης (organizational training programs)*.

Ο Knowles δίνει έμφαση στο γεγονός ότι οι ενήλικοι είναι *αυτο-κατευθυνόμενοι (self-directed)* και περιμένουν να *αναλαμβάνουν ευθύνη για τις αποφάσεις τους*. Η *αυτο-κατευθυνόμενη μάθηση (self-directed learning)* είναι μία διαδικασία "μέσα στην οποία τα άτομα παίρνουν πρωτοβουλία, με ή χωρίς τη βοήθεια άλλων, να διαγνώσουν τις μαθησιακές τους ανάγκες, να διατυπώσουν μαθησιακούς σκοπούς, να αναγνωρίσουν ανθρώπινους και υλικούς πόρους για τη μάθηση, να επιλέξουν και να εκτελέσουν κατάλληλες μαθησιακές στρατηγικές και να αξιολογήσουν τα μαθησιακά αποτελέσματα" (Knowles, 1975).

Η Ανδραγωγική βασίζεται σε πέντε βασικές υποθέσεις σχετικά με τα χαρακτηριστικά των ενηλίκων μαθητευομένων (Knowles, 1984a):

α) *Εικόνα που έχουν για τον εαυτό τους (Self-concept)*: Καθώς ένα πρόσωπο ωριμάζει η εικόνα που έχει για τον εαυτό του γίνεται από μία εξαρτώμενη προσωπικότητα σε ένα αυτό-κατευθυνόμενο ανθρώπινο ον.

β) *Εμπειρία (Experience)*: Καθώς ένα πρόσωπο ωριμάζει αποκτά ένα ολοένα αυξανόμενο απόθεμα εμπειρίας, η οποία γίνεται ένας αυξανόμενος πόρος (resource) για μάθηση.

γ) *Ετοιμότητα για τη μάθηση (Readiness to learn)*: Καθώς ένα πρόσωπο ωριμάζει η ετοιμότητα του για μάθηση γίνεται αυξανόμενα προσανατολισμένη στα αναπτυξιακά καθήκοντα (developmental tasks) των κοινωνικών του ρόλων

δ) *Προσανατολισμός της μάθησης (Orientation to learning)*: Καθώς ένα πρόσωπο ωριμάζει η χρονική του προοπτική αλλάζει από μία της αναβαλλόμενης εφαρμογής της γνώσης στην αμεσότητα (immediacy) εφαρμογής και συνεπακόλουθα ο προσανατολισμός του αλλάζει από έναν επικεντρωμένο στα θέματα (subject-centeredness) σε έναν επικεντρωμένο στα προβλήματα (problem-centredness).

ε) *Κίνητρα για τη μάθηση (Motivation to learn)*: Καθώς ένα πρόσωπο ωριμάζει τα κίνητρα του για τη μάθηση είναι εσωτερικά (internal).

Οι *κυριότερες διαφορές μεταξύ της Ανδραγωγικής και της Παιδαγωγικής* είναι (Green, 1998):

α) *Απαιτήσεις μάθησης*: Οι ενήλικοι μαθητευόμενοι πρέπει να ισορροπήσουν τις ευθύνες της ζωής με τις απαιτήσεις της μάθησης σε αντίθεση με τα παιδιά και τους έφηβους, οι οποίοι μπορούν να αφιερώσουν περισσότερο χρόνο στις απαιτήσεις της μάθησης.

β) *Ρόλος του εκπαιδευτή*: Οι ενήλικοι μαθητευόμενοι είναι αυτόνομοι και αυτο-κατευθυνόμενοι, σε αντίθεση με παιδιά και τους έφηβους οι οποίοι βασίζονται στο δάσκαλο για να κατευθύνει τη μάθηση.

γ) *Εμπειρίες της ζωής*: Οι ενήλικοι μαθητευόμενοι έχουν ένα μεγάλο ποσό εμπειριών από τη ζωή και χρειάζονται να συνδέσουν τη μάθηση στη βάση γνώσης τους, σε αντίθεση με παιδιά και τους έφηβους οι οποίοι φτιάχνουν μία βάση γνώσης.

δ) *Λόγοι για τη μάθηση*: Οι ενήλικοι μαθητευόμενοι είναι προσανατολισμένοι στο σκοπό και ξέρουν για ποιο σκοπό μαθαίνουν νέες πληροφορίες, ενώ τα παιδιά και οι έφηβοι συχνά δε βλέπουν το λόγο για να πάρουν ένα συγκεκριμένο μάθημα, απλά ξέρουν ότι πρέπει να μάθουν τις πληροφορίες.

ε) *Μονιμότητα μάθησης*: Η μάθηση των ενηλίκων είναι αυτο-παρακινούμενη και τείνει να διαρκεί για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα, ενώ η μάθηση των παιδιών και των εφήβων είναι αναγκαστική και τείνει να εξαφανίζεται σύντομα μετά τη διδασκαλία.

Η Ανδραγωγική παρέχει μία σειρά από *αρχές για το σχεδιασμό προγραμμάτων μάθησης ενηλίκων* (Knowles, 1984a, 1984b):

(1) Υπάρχει η ανάγκη να εξηγείται στους ενήλικους γιατί διδάσκονται συγκεκριμένα πράγματα, εφόσον οι ενήλικοι θέλουν να συμμετέχουν στον προγραμματισμό και την αξιολόγηση της διδασκαλίας τους.

(2) Η διδασκαλία ενδείκνυται να είναι *προσανατολισμένη στο έργο (task-oriented) παρά στην απομνημόνευση*. Οι μαθησιακές δραστηριότητες δηλαδή, ενδείκνυται να είναι στο πλαίσιο των συνηθισμένων έργων προς εκτέλεση.

(3) Η διδασκαλία πρέπει να λαμβάνει υπόψη το μεγάλο εύρος των *διαφορετικών υποβάθρων των μαθητευομένων*. Το μαθησιακό υλικό και οι δραστηριότητες πρέπει να επιτρέπουν διαφορετικά είδη και επίπεδα εμπειρίας με το προς μάθηση αντικείμενο.

(4) Η διδασκαλία ενδείκνυται να επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *ανακαλύπτουν πράγματα για τους ίδιους*, παρέχοντας *βοήθεια και καθοδήγηση στην περίπτωση λαθών*, εφόσον οι ενήλικοι είναι αυτο-κατευθυνόμενοι.

(5) Ο δάσκαλος ενδείκνυται να έχει το ρόλο του *διευκολυντή της μάθησης, παρά το ρόλο του αφηγητή (lecturer) ή του βαθμολογητή*.

(6) Οι ενήλικοι μαθαίνουν καλύτερα όταν το προς μάθηση αντικείμενο έχει *άμεση σχέση με την εργασία τους ή την προσωπική τους ζωή*.

1.3. Είδη μάθησης

Οι περισσότεροι θεωρητικοί επιστήμονες κατηγοριοποιούν τα *είδη μάθησης (kinds of learning)* σε τρεις τομείς (domains): στο *γνωστικό (cognitive)*, στον *συναισθηματικό (affective)* και στον *κινητικό ή ψυχοκινητικό τομέα (motor ή psychomotor domain)* (Bloom, 1956, Gagné, 1985 και Reigeluth & Moore, 1999).

1.3.1. Γνωστικός τομέας

Ο γνωστικός τομέας (*cognitive domain*) είναι ο τομέας που ασχολείται με την ανάκληση ή την αναγνώριση της γνώσης και την ανάπτυξη της κατανόησης και των διανοητικών ικανοτήτων και δεξιοτήτων (Bloom, 1956 και Reigeluth & Moore, 1999). Η γνωστική εκπαίδευση (*cognitive education*) υπό αυτή την έννοια, αποτελείται από το σύνολο των διδακτικών μεθόδων που βοηθούν τους μαθητευόμενους στη μάθηση της γνώσης, ώστε να μπορεί να ανακληθεί και να αναγνωρισθεί, όπως και στην ανάπτυξη των κατανοήσεων και των διανοητικών ικανοτήτων και δεξιοτήτων των μαθητευόμενων.

Ο Bloom και οι συνεργάτες του (1956) ανέπτυξαν μία ταξινόμια, η οποία χρησιμοποιείται προκειμένου να κατηγοριοποιηθούν οι τύποι των εκπαιδευτικών επιδιώξεων του γνωστικού τομέα. Σύμφωνα με την ταξινόμια του Bloom (*Bloom's taxonomy*) οι βασικοί τύποι μάθησης είναι:

α) *Γνώση (Knowledge)*: Οι μαθητές μπορούν να θυμηθούν και να ανακαλέσουν πληροφορίες, που εκτείνονται από συγκεκριμένες σε αφηρημένες.

β) *Κατανόηση (Comprehension)*: Οι μαθητές είναι ικανοί να καταλάβουν και να χρησιμοποιήσουν κάτι το οποίο ανακοινώνεται. Οι μαθητές μπορούν να μεταφράσουν, να ερμηνεύσουν και να καταλήξουν συμπερασματικά στην ανακοίνωση. Ο Bloom πίστευε ότι το στάδιο αυτό ήταν η κύρια έμφαση των σχολείων και των κολλεγίων.

γ) *Εφαρμογή (Application)*: Οι μαθητές μπορούν να εφαρμόσουν κατάλληλες έννοιες ή αφαιρέσεις (*abstractions*) σε ένα πρόβλημα ή μία κατάσταση ακόμα και όταν δεν τους ζητείται να πράξουν με αυτό τον τρόπο.

δ) *Ανάλυση (Analysis)*: Οι μαθητές μπορούν να διαχωρίσουν το υλικό στα μέρη του και να καθορίσουν τις σχέσεις μεταξύ των μερών αυτών.

ε) *Σύνθεση (Synthesis)*: Οι μαθητές μπορούν να δημιουργήσουν ένα προϊόν, να συνδυάσουν μέρη από προηγούμενες εμπειρίες με νέο υλικό προκειμένου να δημιουργήσουν μία ολότητα.

στ) *Αξιολόγηση (Evaluation)*: Οι μαθητές κάνουν κρίσεις σχετικά με την αξία των υλικών, των ιδεών κ.ο.κ.

Ο Ausubel (1968) διέκρινε δύο τύπους μάθησης:

α) *Μηχανική μάθηση (Rote Learning)*, στην οποία το υλικό που έχει μάθει ο μαθητευόμενος αποτελείται από "διακριτά μέρη και σχετικά απομονωμένες οντότητες, οι οποίες σχετίζονται με τη γνωστική δομή με έναν αυθαίρετο, αυτολεξεί τρόπο, ο οποίος δεν επιτρέπει την καθιέρωση σημαντικών σχέσεων".

β) *Μάθηση που έχει "νόημα" (Meaningful Learning)*, η οποία "πραγματοποιείται αν ο στόχος της μάθησης μπορεί να συνδεθεί με έναν μη αυθαίρετο, μόνιμο τρόπο με αυτά που ο μαθητευόμενος ήδη ξέρει και αν ο μαθητευόμενος υιοθετήσει ένα αντίστοιχο σύνολο μάθησης προκειμένου να πράξει με τον τρόπο αυτό".

Ο Anderson (1983) διέκρινε δύο είδη γνώσης:

1) *Δηλωτική γνώση (Declarative Knowledge)*, η οποία αποτελείται από "μπλόκ (*chunks*) ή γνωστικές μονάδες (*cognitive units*). Οι γνωστικές μονάδες μπορούν να είναι προτάσεις, συμβολοσειρές ή εικόνες του χώρου. Σε κάθε περίπτωση μία γνωστική μονάδα κωδικοποιεί ένα σύνολο στοιχείων σε μία συγκεκριμένη σχέση. Τα μπλοκ αυτά δεν περιέχουν περισσότερα από πέντε στοιχεία".

2) *Διαδικαστική γνώση (Procedural Knowledge)*, η οποία είναι "γνώση σχετικά με το πώς να κάνει κανείς πράγματα".

Με παρόμοιο τρόπο, ο Merrill (1983) πρότεινε την ακόλουθη *ταξινόμια*:

1) *Ενθύμηση κατά λέξη (Remember verbatim)*, η οποία "σχετίζεται με την κυριολεκτική αποθήκευση και ανάκληση πληροφοριών".

2) *Ενθύμηση μέσω παράφρασης (Remember paraphrased)*, η οποία "σχετίζεται με την ενσωμάτωση ιδεών στη συνδυαστική μνήμη (associative memory)".

3) *Χρήση γενίκευσης (Use a generality)*, στην οποία ο μαθητευόμενος "χρησιμοποιεί ένα γενικό κανόνα προκειμένου να επεξεργαστεί συγκεκριμένες πληροφορίες".

4) *Εύρεση μιας γενίκευσης (Find a generality)*, στην οποία ο μαθητευόμενος "βρίσκει μία νέα γενίκευση ή μία διαδικασία ανώτερου επιπέδου".

Ο Gagné (1985) πρότεινε μία *ταξινόμια μαθησιακών αποτελεσμάτων* με τρεις κύριες *κατηγορίες* για το γνωστικό τομέα:

1) *Λεκτική πληροφορία (Verbal Information)*, στην οποία ο μαθητευόμενος "μπορεί να μάθει να διατυπώνει ή να δηλώνει ένα γεγονός ή ένα σύνολο γεγονότων, χρησιμοποιώντας τον προφορικό λόγο ή τη γραφή, την πληκτρολόγηση ή ακόμα και το σχεδιασμό μίας εικόνας".

2) *Διανοητικές δεξιότητες (Intellectual Skills)*, στην οποία ο μαθητευόμενος "αλληλεπιδρά με το περιβάλλον χρησιμοποιώντας σύμβολα".

3) *Γνωστικές στρατηγικές (Cognitive Strategies)*, στην οποία "το άτομο έχει μάθει δεξιότητες για να διαχειρίζεται την προσωπική του μάθηση, μνήμη (remembering) και σκέψη".

Οι Reigeluth και Moore (1999) προτείνουν μία *ταξινόμια*, η οποία ουσιαστικά αποτελεί *σύνθεση των προηγούμενων ταξονομιών*.

1) *Απομνημόνευση πληροφοριών (Memorize information)*:

Είναι το πιο απλό και επιφανειακό επίπεδο μάθησης, στο οποίο απευθύνθηκαν εκτενώς οι συμπεριφοριστές. Οι υποστηρικτές της γνωστικής ψυχολογίας εξερεύνησαν επίσης τη χρήση μνημονικών και μεταγνωστικών δεξιοτήτων (metacognitive skills) (γνώση για το πως μαθαίνει κανείς και ποιες είναι οι διαδικασίες της σκέψης του) προκειμένου να βοηθήσουν τους μαθητευόμενους να απομνημονεύσουν πληροφορίες. Το είδος αυτό της μάθησης έχει υπερχρησιμοποιηθεί στα σχολεία και τα άλλα εκπαιδευτικά πλαίσια στις μέρες μας, εφόσον είναι το πιο εύκολο να διδαχθεί και να εξεταστεί.

2) *Κατανόηση σχέσεων (Understand relationships)*

Η κατανόηση είναι κυρίως θέμα μάθησης των σχέσεων μεταξύ στοιχείων γνώσης. Η κατασκευή τέτοιων σχέσεων από τους μαθητευόμενους, οργανώνει τα στοιχεία γνώσης σε δομές γνώσης (knowledge structures), οι οποίες συνήθως καλούνται σχήματα (schemata). Οι γνωστικές θεωρίες μάθησης προσπάθησαν να ερευνήσουν τις εσωτερικές αυτές γνωστικές δομές, γεγονός που αποτέλεσε ένα σημαντικό πλεονέκτημα τους έναντι των συμπεριφορικών θεωριών μάθησης.

3) *Εφαρμογή δεξιοτήτων (Apply skills)*

Ο συμπεριφορισμός βοήθησε πολύ στην κατανόηση της διδασκαλίας και του ελέγχου αυτού του είδους μάθησης και οι γνωστικές θεωρίες προσέθεσαν στη βάση αυτή. Η εφαρμογή δεξιοτήτων αν και

δυσκολότερη στη διδασκαλία και τον έλεγχο από τη απομνημόνευση πληροφοριών, είναι τυπικά ευκολότερη από την ανάπτυξη βαθιάς κατανόησης σχετικά με πολύπλοκα φαινόμενα.

4) Εφαρμογή γενικών δεξιοτήτων (*Apply generic skills*)

Οι δεξιότητες της κατηγορίας αυτής είναι ανεξάρτητες περιοχής (*domain-independent*) (μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε διαφορετικές περιοχές σε διαφορετικό βαθμό), σε αντίθεση με τις δεξιότητες της προηγούμενης κατηγορίας και συνήθως απαιτείται περισσότερος χρόνος προκειμένου να αναπτυχθούν. Η εφαρμογή γενικών δεξιοτήτων αντιστοιχεί με τα επίπεδα ανάλυση, σύνθεση και αξιολόγηση του Bloom. Το είδος αυτό της μάθησης, το οποίο είναι και το δυσκολότερο να διδαχθεί, περιλαμβάνει *δεξιότητες σκέψης ανώτερης τάξης (higher order thinking skills)*, με τις οποίες θα ασχοληθούμε εκτενώς στην επόμενη παράγραφο, *μαθησιακές στρατηγικές (learning strategies)* και *μεταγνωστικές δεξιότητες (metacognitive skills)*.

Στον παρακάτω πίνακα απεικονίζονται οι *ταξινομίες μάθησης* που παρουσιάστηκαν παραπάνω, όπου και *αντιστοιχίζονται τα διάφορα είδη μάθησης*.

Πίνακας 1.1. Ταξινομίες μάθησης

<i>Bloom</i>	<i>Gagné</i>	<i>Ausubel</i>	<i>Anderson</i>	<i>Merill</i>	<i>Reigeluth</i>
Γνώση	Λεκτική πληροφορία	Μηχανική μάθηση	Δηλωτική γνώση	Ενθύμηση κατά λέξη	Απομνημόνευση πληροφοριών
Κατανόηση		Μάθηση που έχει «νόημα»		Ενθύμηση μέσω παράφρασης	Κατανόηση σχέσεων
Εφαρμογή	Διανοητικές δεξιότητες		Διαδικαστική γνώση	Χρήση μιας γενίκευσης	Εφαρμογή δεξιοτήτων
Ανάλυση Σύνθεση Αξιολόγηση	Γνωστικές στρατηγικές			Εύρεση μιας γενίκευσης	Εφαρμογή γενικών δεξιοτήτων

Πηγή: Reigeluth & Moore (1999)

1.3.2. Συναισθηματικός τομέας

Η *συναισθηματική εκπαίδευση (affective education)* αναφέρεται στην εκπαίδευση για προσωπική και κοινωνική ανάπτυξη, αισθήματα, συναισθήματα, ήθη και αξίες της ηθικής. Συνήθως η συναισθηματική εκπαίδευση είναι απομονωμένη στα αναλυτικά προγράμματα (Ackerson, 1991/1992 και Beane, 1990). Η *εκπαίδευση για το συναίσθημα (education for affect)* επιβεβαιώνει ότι η εκπαίδευση αφορά το να γίνουμε "ανθρώπινοι" (*human*), οπότε η εκπαίδευση πρέπει να αφορά το συναίσθημα, οπότε δεν μπορεί να διαχωριστεί από άλλες πλευρές του αναλυτικού προγράμματος (Beane, 1990).

Ο *συναισθηματικός τομέας (affective domain)* αναφέρεται στα συστατικά της συναισθηματικής ανάπτυξης που εστιάζουν σε εσωτερικές αλλαγές ή διαδικασίες, ή σε κατηγορίες συμπεριφοράς στα πλαίσια της *συναισθηματικής εκπαίδευσης ως διαδικασίας (process)* ή ως *τελικού προϊόντος (end-product)*. Η συναισθηματική εκπαίδευση ως διαδικασία αναφέρεται στην προσωπική ανάπτυξη ή στις εσωτερικές αλλαγές προκειμένου να υπηρετήσει τα "καλύτερα" συμφέροντα των ατόμων και της

κοινωνίας, ενώ η συναισθηματική εκπαίδευση ως τελικό προϊόν αναφέρεται στα αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας: ένα άτομο "ανεπτυγμένο συναισθηματικά" (affectively developed) (Reigeluth & Martin, 1999).

Η πιο γνωστή ταξινόμηση του συναισθηματικού τομέα, η οποία έχει χρησιμοποιηθεί και περισσότερο, είναι η "*συναισθηματική ταξινόμηση*" (*affective taxonomy*) των Krathwohl, Bloom και Masia (1964), η οποία βασίζεται στην αρχή της *εσωτερίκευσης* (*internalization*), της διαδικασίας με την οποία μία στάση ή αξία γίνεται αυξανόμενα μέρος του ατόμου.

Η ταξινόμηση των Krathwohl, Bloom και Masia περιλαμβάνει *πέντε κατηγορίες*: α) Πρόσληψη (Receiving), β) Ανταπόκριση (Responding), γ) Αποτίμηση (Valuing), δ) Οργάνωση (Organization) και ε) Χαρακτηρισμός από μία αξία ή ένα πλέγμα αξιών (Characterization by a value or value complex). Οι πέντε αυτές κατηγορίες διαμορφώθηκαν ώστε να είναι ιεραρχικές (να "χτίζεται" η μία πάνω στην άλλη). Η ταξινόμηση αυτή έχει χαρακτηριστεί ως πολύ γενική, αφηρημένη, υπερβολικά βασισμένη στη γνώση και περιορισμένη στην προοπτική, ενώ έχει αμφισβητηθεί και ο ιεραρχικός της χαρακτήρας (Martin & Briggs, 1986).

Οι Martin και Briggs (1986) ανέπτυξαν τη *δική τους συναισθηματική ταξινόμηση* με την *αυτο-ανάπτυξη* (*self-development*) να είναι η περισσότερο περιεκτική από τις συναισθηματικές κατασκευές και την κοινωνική ικανότητα (social competence), τις αξίες (values), τα ήθη (morals) και αξίες της ηθικής (ethics), την συνεχιζόμενη παρώθηση (continuing motivation), το ενδιαφέρον (interest), τις στάσεις (attitudes) και τα συναισθήματα (emotions) και αισθήματα (feelings) ως υποκατηγορίες (subcomponents). Η ταξινόμηση αυτή είχε ως σκοπό να περιγράψει μαθησιακά αποτελέσματα στο συναισθηματικό τομέα, δηλαδή να συσχετίσει τη γνωστική με τη συναισθηματική περιοχή. Αυτό όμως δεν μπορούσε να γίνει, όπως αναγνώρισαν οι Martin και Briggs, προτού ο συναισθηματικός τομέας οριστεί και περιγραφεί καλύτερα.

Η περιγραφή των ειδών μάθησης του συναισθηματικού τομέα πέρασε από την ανάπτυξη ταξονομιών στην ανάπτυξη *εννοιολογικών μοντέλων* (*conceptual models*). Οι Martin και Reigeluth (1999) προτείνουν ένα *εννοιολογικό μοντέλο για το συναισθηματικό τομέα*, το οποίο έχει έξι διαστάσεις (dimensions) και τρεις κύριες συνιστώσες (components) για την κάθε διάσταση.

Οι *διαστάσεις του μοντέλου* των Martin και Reigeluth είναι:

1) *Συναισθηματική ανάπτυξη* (*Emotional Development*): Κατανόηση των προσωπικών αισθημάτων και των αισθημάτων των άλλων και των συναισθηματικών αξιολογήσεων, μάθηση της διαχείρισης των αισθημάτων αυτών και θέληση για να πράξει κάποιος κατ' αυτόν τον τρόπο.

2) *Ηθική ανάπτυξη* (*Moral Development*): Κατασκευή κωδικών (codes) συμπεριφοράς και λογικών (rationales) για να τις ακολουθήσει κάποιος, συμπεριλαμβανομένης της ανάπτυξης προκοινωνικών στάσεων, που έχουν σχέση με φροντίδα, δικαιοσύνη, ισότητα κλπ.

3) *Κοινωνική ανάπτυξη* (*Social Development*): Κατασκευή δεξιοτήτων και στάσεων για την εγκαινίαση και εγκαθίδρυση αλληλεπιδράσεων και τη διατήρηση σχέσεων με άλλους, συμπεριλαμβανομένων των ομοτίμων (peers), της οικογένειας, των συνεργατών και αυτών που είναι διαφορετικοί από εμάς.

4) *Πνευματική ανάπτυξη* (*Spiritual Development*): Καλλιέργεια της επίγνωσης και της εκτίμησης πνευματικών θεμάτων που σχετίζονται με την ψυχή, τη θρησκευτική πίστη κλπ.

5) *Αισθητική ανάπτυξη (Aesthetic Development)*: Απόκτηση μίας εκτίμησης για την ομορφιά και το στυλ, συμπεριλαμβανομένης της ικανότητας για αναγνώριση και δημιουργία αυτής. Συχνά είναι συνδεδεμένη με την τέχνη και τη μουσική, όμως περιλαμβάνει επίσης την αισθητική των ιδεών.

6) *Παρωθητική ανάπτυξη (Motivational Development)*: Καλλιέργεια ενδιαφερόντων και της επιθυμίας για καλλιέργεια ενδιαφερόντων, βασισμένη στη χαρά ή τη χρησιμότητα που παρέχουν, συμπεριλαμβανομένων τόσο επαγγελματικών όσο και μη επαγγελματικών επιδιώξεων.

Οι κύριες συνιστώσες για την κάθε διάσταση είναι: α) *Γνώση (Knowledge)*, η οποία αφορά κατανοήσεις και πληροφορίες που σχετίζονται με τη διάσταση, β) *Δεξιότητες (Skills)*, οι οποίες αφορούν ικανότητες που βασίζονται σε κλίσεις, σχετική γνώση και πρακτική για ικανή απόδοση και γ) *Στάσεις (Attitudes)*, οι οποίες αφορούν θετικές, ουδέτερες ή αρνητικές ανταποκρίσεις σχετικά με ένα σημείο αναφοράς, που αναπαρίστανται συνήθως ως θέσεις και προθέσεις.

1.3.3. Ψυχοκινητικός τομέας

Οι *φυσικές (physical) ή ψυχοκινητικές (psychomotor) δεξιότητες* αναφέρονται στην ικανότητα ενός ανθρώπου να εκτελεί πρακτικές δραστηριότητες με έναν ικανό (competent) τρόπο. Οι δραστηριότητες αυτές μπορούν να προέρχονται από τον τομέα των αθλημάτων, από το χώρο της εργασίας ή να αφορούν τον ελεύθερο χρόνο.

Παρά τις πρόσφατες κοινωνικοοικονομικές τάσεις, όπως ο αυτοματισμός στο χώρο της εργασίας, η *σημασία των φυσικών δεξιοτήτων στα άτομα και στην κοινωνία μοιάζει να έχει διατηρηθεί και ίσως να έχει αυξηθεί*. Ειδικότερα στο χώρο της εργασίας, η περιοχή της φυσικής δραστηριότητας έχει ήδη γίνει αποδεκτή ως ικανή να μετρηθεί μέσω αντικειμενικών μέτρων απόδοσης όπως η ταχύτητα, η παραγωγικότητα, τα ποσοστά σφάλματος κλπ. Πολλές εταιρείες, οι οποίες είχαν στο παρελθόν πλήρως αυτοματοποιήσει την παραγωγή τους, έχουν στις μέρες μας επαναφέρει το ανθρώπινο δυναμικό, εφόσον καλά εκπαιδευμένοι άνθρωποι έχουν πολύ συχνά καλύτερη απόδοση από τα ρομπότ, τόσο στην παραγωγικότητα όσο και στην ποιότητα εργασίας (Romiszowski, 1999).

Σύμφωνα με τον Romiszowski (1999), οι ψυχοκινητικές δεξιότητες (όπως και οι δεξιότητες των άλλων τομέων) περιλαμβάνουν δεξιότητες από ένα *συνεχές δεξιοτήτων (skills continuum)* από αναπαραγωγικές (reproductive) έως παραγωγικές δεξιότητες (productive skills). Ειδικότερα:

α) *Αναπαραγωγικές δεξιότητες*: Αφορούν επαναληπτικές ή αυτοματοποιημένες δεξιότητες (όπως δακτυλογράφηση, αλλαγή ταχύτητας, γρήγορο τρέξιμο κλπ).

β) *Παραγωγικές δεξιότητες*: Αφορούν δεξιότητες "στρατηγικής" ή "προγραμματισμού", οι οποίες απαιτούν από το άτομο να παράγει μία ανταπόκριση που εξαρτάται από συγκεκριμένη κατάσταση (όπως ζωγραφική, συμμετοχή σε ομαδικό άθλημα κλπ).

1.4. Μέθοδοι Διδασκαλίας

Μέθοδος διδασκαλίας (Εξαρχάκος, 1993) είναι ένα οργανωμένο σύστημα γνώσεων, στάσεων και ενεργειών το οποίο: α) Έχει μία συγκεκριμένη φιλοσοφία, β) Έχει καθορισμένες αρχές, γ) Υποστηρίζει κάποια τεχνική και πορεία διδασκαλίας, και δ) Στοχεύει στην επίτευξη των γενικών εκπαιδευτικών σκοπών και των συγκεκριμένων μαθησιακών στόχων του γνωστικού αντικείμενου στο οποίο χρησιμοποιείται.

Η μέθοδος διδασκαλίας δεν πρέπει να συγχέεται με την πορεία που ακολουθείται κατά τη διδασκαλία. Η *πορεία της διδασκαλίας* καθορίζεται από: α) Το ρόλο του δασκάλου, β) Το ρόλο του μαθητή, γ) Τους τρόπους με τους οποίους ο μαθητής θα οικοδομήσει τη γνώση, δ) Τις ικανότητες και στάσεις που θέλουμε να αποκτήσει ο μαθητής, ε) Τη φύση και τους σκοπούς της διδακτέας ύλης και στ) Τα μέσα της διδασκαλίας.

Οι μέθοδοι διδασκαλίας ανάλογα με τις αρχές και τη φιλοσοφία τους, κατατάσσονται στις *δασκαλοκεντρικές*, τις *μαθητοκεντρικές* και τις *συνεργατικές ή συμμετοχικές μεθόδους διδασκαλίας* (στη βιβλιογραφία αναφέρονται επίσης ως παλιές, νέες και σύγχρονες μέθοδοι διδασκαλίας). Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τις βασικές αρχές της κάθε κατηγορίας και θα αναφέρουμε τις γνωστότερες και χαρακτηριστικότερες μεθόδους. Για επιπλέον ανάλυση βλέπε Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003 και Κορρές, 2000.

1.4.1. Δασκαλοκεντρικές μέθοδοι

Οι δασκαλοκεντρικές μέθοδοι διδασκαλίας έχουν ως επίκεντρο το δάσκαλο και ως θεμελιώδη αρχή την *προσαρμογή του μαθητή στο ρυθμό και στον τρόπο σκέψης που έχει προκαθορίσει ο δάσκαλος* (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Ο δάσκαλος ο οποίος αποτελεί την αυθεντία μέσα στην τάξη, θεωρείται ότι κατέχει έναν όγκο επιστημονικών και άλλων γνώσεων τις οποίες πρέπει να μεταδώσει στους μαθητές του. Ο μαθητής συμμετέχει παθητικά στην διδακτική διαδικασία και δέχεται τις περισσότερες φορές άκριτα και αναντίρρητα ότι του προσφέρει ο δάσκαλος. Η διδασκαλία έχει ως κύριο σκοπό την προσφορά γνώσεων και την απόκτηση δεξιοτήτων. Το μάθημα γίνεται με αφηγηματικό τρόπο, κάτω από τον απόλυτο προγραμματισμό και την απόλυτη καθοδήγηση του δασκάλου.

Τα πιο χαρακτηριστικά παραδείγματα δασκαλοκεντρικών μεθόδων διδασκαλίας είναι: α) η *μέθοδος του J. F. Herbart* ή *ερβάρτιανή μέθοδος διδασκαλίας* (Εξαρχάκος, 1993) και β) η *τριμερής πορεία διδασκαλίας*, την οποία δημιούργησαν οι παιδαγωγοί της λεγόμενης Πειραματικής Παιδαγωγικής, με κύριο εκπρόσωπο τον W. Lay (Εξαρχάκος, 1993).

1.4.2. Μαθητοκεντρικές μέθοδοι

Οι μαθητοκεντρικές μέθοδοι διδασκαλίας έχουν ως επίκεντρο το μαθητή και ως βασική αρχή την *απόλυτη και συνειδητή συμμετοχή του μαθητή* σε όλες της φάσεις της διαδικασίας μάθησης (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Ο δάσκαλος παρακολουθεί τη δραστηριότητα των μαθητών και τους καθοδηγεί μόνο εάν του το ζητήσουν. Ο μαθητής θέτει τους δικούς του στόχους και προβληματισμούς και αναπτύσσει δικές του πρωτοβουλίες, μαθαίνει να αυτενεργεί, να ερευνά και να πειραματίζεται και μπορεί με τους συμμαθητές του να αλλάξει την πορεία της διδασκαλίας προκειμένου να επιτύχει τους στόχους που έθεσε. Η διδασκαλία έχει ως σκοπό να προσφέρει στο μαθητή τις απαραίτητες γνώσεις και να τον μάθει να επεκτείνει και να γενικεύει αυτές τις γνώσεις μόνος του, αλλά και να τον βοηθήσει να διαμορφώσει μία

προσωπικότητα ελεύθερη και δημιουργική που θα κάνει τις δικές της επιλογές, με πνεύμα συνεργασίας και αλληλοσεβασμού.

Ο Αμερικανός παιδαγωγός J. Dewey άσκησε έντονη κριτική κατά της μεθόδου του Herbart, από τα τέλη του 19^{ου} αιώνα. Ο Dewey εισήγαγε τη *μέθοδο των βιωμάτων ή σχεδίων (projects)*, η οποία έχει ως βάση την αναβίωση καταστάσεων που υπάρχουν στην κοινωνία. Βασική παιδαγωγική αρχή της μεθόδου αυτής είναι η «*μάθηση διά του πράττειν*» (*Learning by Doing*) (Dewey, 1933, 1938). Κατά τον Dewey η σχέση που υπάρχει μεταξύ *διδασκαλίας – μάθησης* είναι η ίδια με τη σχέση που υπάρχει μεταξύ *πώλησης και αγοράς*: Όσο καλύτερη ποιοτικά και ποσοτικά είναι η διδασκαλία, τόσο καλύτερα είναι τα μαθησιακά αποτελέσματα.

Άλλες γνωστές μαθητοκεντρικές μέθοδοι είναι η μέθοδος του O. Decroly (Βερτσέτης, 1997), η μέθοδος της M. Montessori (Montessori, 1912), το Dalton-plan το οποίο δημιούργησε και εφάρμοσε η H. Parkhurst στο Dalton της Μασαχουσέτης το 1922 και στη Μ. Βρετανία από το 1923 και έπειτα (Parkhurst, 1922), το Winnetka-plan το οποίο επινόησε και εφάρμοσε ο C. Washburne στην περιοχή Winnetka του Σικάγο (Washburn, 1926 και Washburn & Marland, 1963), το σχέδιο Jena-plan το οποίο σχεδίασε και εφάρμοσε ο P. Petersen, στο πειραματικό σχολείο του Πανεπιστημίου της Jena, από το 1923 και έπειτα (Βερτσέτης, 1997), η μέθοδος «ελεύθερης εργασίας σε ομάδες» του R. Cousinet (Cousinet, 1957) και η μέθοδος του Ελβετού R. Dottrens (Βερτσέτης, 1997).

1.4.3. Συμμετοχικές–Συνεργατικές Μέθοδοι

Ο κύριος άξονας των μεθόδων αυτών είναι η συνεργασία των μαθητών μεταξύ τους και με το δάσκαλο, γι' αυτό τις ονομάζουμε *συμμετοχικές ή συνεργατικές μεθόδους διδασκαλίας* (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Ο δάσκαλος *συνεργάζεται* με τους μαθητές του, *καθοδηγώντας τους όταν κρίνει ότι είναι απαραίτητο ή όταν το ζητήσουν οι ίδιοι*. Με κατάλληλες ερωτήσεις ή νύξεις βοηθάει τους μαθητές του να καταστρώσουν ένα σχέδιο εργασίας και να χαράξουν τη στρατηγική και την πορεία που θα ακολουθήσουν κατά την εκτέλεση του σχεδίου, χωρίς να περιορίζει την ελεύθερη συμμετοχή των μαθητών. Οι μαθητές *εργάζονται πολλές φορές σε ομάδες και συνεργάζονται μεταξύ τους* για την επίτευξη κάποιου κοινού σκοπού. Η *αξιολόγηση της διδασκαλίας γίνεται επίσης με τη συνεργασία μαθητών και δασκάλου*.

Η διδασκαλία δεν αποβλέπει μόνο στην μετάδοση γνώσεων, αλλά στην *ολόπλευρη ανάπτυξη της προσωπικότητας του μαθητή*. Το σχολείο δεν είναι ένας «μικρόκοσμος» της κοινωνίας, όπως έλεγε ο Dewey, είναι *η ίδια η κοινωνία*. Είναι λοιπόν ανάγκη να αναπτυχθεί στο σχολείο μια ομαδική και δημοκρατική ζωή, με όλες τις *δημοκρατικές διαδικασίες της κοινωνίας*, τις οποίες υποστηρίζουν οι συνεργατικές μέθοδοι διδασκαλίας.

1.5. Μοντέλα διδασκαλίας

Μοντέλο διδασκαλίας ή διδακτικό μοντέλο είναι μια σχηματοποιημένη απόδοση της διδακτικής διαδικασίας σε συνοπτική μορφή διδακτικής πορείας. Τα διδακτικά μοντέλα έκαναν την εμφάνισή τους στην δεκαετία του 1960 και κινούνται στη λογική των σχεδίων διδασκαλίας (plans) (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Τα μοντέλα διδασκαλίας βοηθούν: α) Στη διαμόρφωση μιας συνολικής άποψης για την διδακτική διαδικασία (στάσεις και συμπεριφορές, τρόπος διαπραγμάτευσης της γνώσης από τον δάσκαλο και τους μαθητές, αξιολόγηση της διδασκαλίας), β) Στον έλεγχο της ποιότητας της διδασκαλίας και στην τροποποίηση και βελτίωση αυτής, γ) Στον έλεγχο της κοινωνικής, συναισθηματικής, νοητικής κατάστασης των μαθητών και στη βελτίωση του κλίματος της τάξης και δ) Στην επινόηση τρόπων για την βελτίωση της επίδοσης των μαθητών.

Σύμφωνα με τους Bruce Joyce και Marsha Weil (1986) τα μοντέλα διδασκαλίας είναι ουσιαστικά μοντέλα μάθησης, εφόσον καθώς βοηθάμε τους μαθητές να αποκτήσουν πληροφορίες, ιδέες, δεξιότητες, αξίες, τρόπους σκέψης και μέσα έκφρασης τους, τους διδάσκουμε επίσης πώς να μαθαίνουν. Ο τρόπος με τον οποίο διεξάγεται η μάθηση έχει μία ισχυρή επίδραση στις ικανότητες των μαθητών να εκπαιδεύονται μόνοι τους.

Οι Joyce και Weil (1986) κατατάσσουν τα μοντέλα διδασκαλίας σε τέσσερις ομάδες (*families*), με κοινούς προσανατολισμούς στους ανθρώπους και στο πως αυτοί μαθαίνουν. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε τα κύρια χαρακτηριστικά της κάθε ομάδας, καταγράφοντας τα πλέον γνωστά μοντέλα διδασκαλίας που μπορούν να καταταχθούν σε κάθε ομάδα:

α) Ομάδα επεξεργασίας πληροφοριών (*The Information Processing Family*)

Αν και όλες οι προσπάθειες για να εκπαιδεύσουμε ένα μαθητή περιλαμβάνουν επεξεργασία πληροφοριών, τα μοντέλα της ομάδας επεξεργασίας πληροφοριών έχουν σχεδιαστεί ειδικά για να βοηθήσουν τους μαθητές να αποκτήσουν και να χειριστούν δεδομένα. Τα μοντέλα αυτά δεν ασχολούνται με μηχανιστικές θεωρίες για το ανθρώπινο μυαλό (όπως η θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών για τη μάθηση της Γνωστικής Ψυχολογίας), μάλιστα πολλά από αυτά έχουν μία μη δομημένη άποψη για το χειρισμό πληροφοριών.

Τα πιο γνωστά μοντέλα τα οποία μπορούν να καταταχθούν στην ομάδα επεξεργασίας πληροφοριών είναι: α) Το μοντέλο κατάκτησης εννοιών (*Concept Attainment Model*) των Bruner, Goodnow και Austin (Bruner, Goodnow & Austin, 1967), β) Το μοντέλο επαγωγικής σκέψης της Tabá (Tabá, 1966), γ) Το μοντέλο της επιστημονικής αναζήτησης του Suchman (*Inquiry Training*) (Suchman, 1960, 1962), δ) Το μοντέλο της εκθετικής διδασκαλίας του Ausubel (*Expository Teaching*) (Ausubel, 1963), ε) Το μοντέλο της επίλυσης προβλήματος (*Problem Solving*) (Polya, 1973, Brady, 1991 και Τουμάσης, 1994).

β) Προσωπική ομάδα (*The Personal Family*)

Τα μοντέλα της προσωπικής ομάδας βασίζονται στην άποψη ότι ο καθένας μας βλέπει τον κόσμο από μια οπτική που πηγάζει από τις εμπειρίες μας, το περιβάλλον και τις σχέσεις μας. Ο καθένας μας κουβαλάει ένα "ζευγάρι φακών", μέσα από το οποίο ερμηνεύει τα γεγονότα, μεταφράζει τη γλώσσα και μετασχηματίζει τις πληροφορίες δίνοντας τους νέο νόημα. Το περιβάλλον μας δίνει τη γλώσσα, μέσω της οποίας αναπτύσσουμε κοινές κατανοήσεις, και τα υπόλοιπα τεχνήματα της "κουλτούρας". Το περιβάλλον διαμορφώνει πως συμπεριφερόμαστε και πως αισθανόμαστε και εμείς με τη σειρά μας διαμορφώνουμε το περιβάλλον μας.

Τα μοντέλα της προσωπικής ομάδας μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να βελτιώσουμε τα *προσωπικά ποιοτικά χαρακτηριστικά* και τα *συναισθήματα των μαθητών μας* και να αναζητήσουμε ευκαιρίες να τους *κάνουμε συνεργάτες μας* και να *επικοινωνήσουμε θετικά μαζί τους*.

Τα πιο γνωστά μοντέλα που μπορούν να καταταχθούν στην προσωπική ομάδα είναι: α) Το *μοντέλο της έμμεσης διδασκαλίας (Indirect instruction ή Nondirective teaching)*, με κύριο εισηγητή τον Carl Rogers (Rogers, 1969) και β) τα *μοντέλα της Συνεκτικής (Synectics)* του W. Gordon (Gordon, 1961).

γ) Κοινωνική ομάδα (The Social Family)

Τα μοντέλα της κοινωνικής ομάδας συνδυάζουν δύο απόψεις: Η μία άποψη αφορά τη μάθηση και υποστηρίζει ότι η *συνεργατική συμπεριφορά προκαλεί το ενδιαφέρον, όχι μόνο κοινωνικά, αλλά και διανοητικά*, επομένως οι εργασίες που απαιτούν κοινωνική αλληλεπίδραση θα προκαλέσουν τη μάθηση. Η δεύτερη άποψη αφορά την κοινωνία και υποστηρίζει ότι *ο κεντρικός ρόλος της εκπαίδευσης είναι να προετοιμάσει τους μαθητές να γίνουν πολίτες μίας δημοκρατικής κοινωνίας*.

Το πιο γνωστό μοντέλο που μπορεί να καταταχθεί στην κοινωνική ομάδα είναι το *μοντέλο συνεργατικής έρευνας (Group–Investigation Model)*, το οποίο αναπτύχθηκε το 1954 από τον H. Thelen και τελειοποιήθηκε το 1976 από τους S. Sharan και Y. Sharan (Thelen, 1954, 1967, Sharan, 1980 και Sharan & Sharan, 1976).

δ) Ομάδα συστημάτων συμπεριφοράς (The Behavioral Systems Family)

Η ομάδα συστημάτων συμπεριφοράς βασίζεται στις *αρχές των συμπεριφορικών θεωριών μάθησης*. Τα τελευταία χρόνια έχουν γίνει πολλές έρευνες σχετικά με την *αποτελεσματικότητα της χρήσης συμπεριφορικών τεχνικών σε ένα μεγάλο εύρος προβλημάτων*, από φοβίες και ελλείψεις κοινωνικών δεξιοτήτων, έως προβλήματα συμπεριφοράς και έλεγχο άγχους.

Τα πιο γνωστά μοντέλα που μπορούν να καταταχθούν στην ομάδα συστημάτων συμπεριφοράς είναι: α) το *μοντέλο της άμεσης ή κατευθυνόμενης διδασκαλίας (Direct Instruction ή Explicit Instruction ή Direct Teaching)*, β) το *μοντέλο της μίμησης συμπεριφοράς προτύπων* του Bandura (1971), γ) το *μοντέλο αξιοποίησης του χρόνου* του J. Carroll (1963), δ) το *μοντέλο της κυριαρχίας στη μάθηση (Mastery Learning)*, το οποίο αναπτύχθηκε αρχικά από τον Morrison τη δεκαετία του 1930 (Saettler, 1990) και στη συνέχεια από τον B. Bloom (1971), ο οποίος βασίστηκε στο μοντέλο του Carroll και ε) μία *παραλλαγή του μοντέλου της κυριαρχίας στη μάθηση* των J. Block και L. Anderson (1975).

Για περισσότερες πληροφορίες και επιπλέον ανάλυση βλέπε Joyce & Weil (1986 ή κάποια από τις επόμενες εκδόσεις του βιβλίου), Κυριαζής & Μπακογιάννης (2003) και Κορρές (2000).

1.6. Διδακτικές προσεγγίσεις

1.6.1. Αφηγηματικές προσεγγίσεις

Οι *αφηγηματικές διδακτικές προσεγγίσεις* υποστηρίζουν τις αρχές των δασκαλοκεντρικών μεθόδων και μοντέλων διδασκαλίας. Ο δάσκαλος περιγράφει, διηγείται ή δίνει κάποιες πληροφορίες στους μαθητές του, ενώ οι μαθητές παρακολουθούν παθητικά, παραμένοντας αμέτοχοι και κρατώντας κάποιες φορές σημειώσεις. Ο δάσκαλος απευθύνεται στο μέσο μαθητή, θεωρώντας ότι όλοι οι μαθητές έχουν ένα βασικό

υπόβαθρο. Επίσης ο ρυθμός διδασκαλίας είναι ο ίδιος για όλους τους μαθητές (Εξαρχάκος, 1993, Βερτσέτης, 1997 και Τουμάσης, 1994).

Αν και οι αφηγηματικές προσεγγίσεις *έρχονται σε αντίθεση με τις σύγχρονες απόψεις σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία*, σε ορισμένες περιπτώσεις ο δάσκαλος *ενδείκνυται να χρησιμοποιεί κάποια αφηγηματική διδακτική προσέγγιση*. Ειδικότερα στην εισαγωγή του μαθήματος και στην παράθεση των ιδιαίτερων στόχων που επιδιώκονται με τη διδασκαλία και στην παράθεση πληροφοριών σχετικών με την ιστορία του μαθήματος. Στη διασύνδεση του μαθήματος με τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών και με εφαρμογές των υπό διαπραγμάτευση εννοιών στην καθημερινή ζωή και σε άλλους χώρους. Τέλος στην επισήμανση ή ανακεφαλαίωση συγκεκριμένων στοιχείων της θεωρίας ή στη διευκρίνιση σημείων που μπορούν να προκαλέσουν σύγχυση στους μαθητές (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

1.6.2. Ανακαλυπτικές–κατασκευαστικές προσεγγίσεις

Με τις *ανακαλυπτικές–κατασκευαστικές προσεγγίσεις διδασκαλίας* ουσιαστικά οι μαθητές καταλήγουν σε ένα αποτέλεσμα για το οποίο δεν διέθεταν έναν έτοιμο αλγόριθμο, μέσα από μια διαδικασία εξερεύνησης και ανακάλυψης, χωρίς κάποιος να τους διατυπώσει ή να τους εξηγήσει το αποτέλεσμα. Η μάθηση προκύπτει ως κατασκευή μέσω της ενεργητικής ενασχόλησης του μαθητευόμενου με το υπό διαπραγμάτευση αντικείμενο, μέσω της αυτενέργειας και του πειραματισμού με τις έννοιες και τις ιδιότητες τους και μέσω της κοινωνικής διαπραγμάτευσης, όπου οι μαθητευόμενοι συνεργάζονται με το δάσκαλο και μεταξύ τους για την επίτευξη των στόχων που έχουν τεθεί.

Οι ανακαλυπτικές προσεγγίσεις ακολουθούν συνήθως τα *βήματα* (Τουμάσης, 1994):

- (1) *Καθορισμός προβλήματος*
- (2) *Συλλογή δεδομένων, επεξεργασία, οργάνωση, ανάλυση*
- (3) *Σχηματισμός εικασίας*
- (4) *Έλεγχος εικασίας*
- (5) *Διατύπωση συμπεράσματος*

Στα παραπάνω πέντε βήματα προσθέσαμε δύο επιπλέον:

- (6) *Συζήτηση – Διερεύνηση*
- (7) *Αναστοχασμός*

Τα δύο βασικά είδη των ανακαλυπτικών–κατασκευαστικών διδακτικών προσεγγίσεων είναι: α) η *ελεύθερη ή καθαρή ανακάλυψη (unguided discovery)*, στην οποία ο δάσκαλος αφήνει τους μαθητές να αυτενεργήσουν, να συζητήσουν όλες τις απόψεις, να αξιολογήσουν την αποτελεσματικότητά τους και να αποφασίσουν για το ποιες θα υιοθετήσουν, ενώ αυτός λειτουργεί ως σύμβουλος και β) η *καθοδηγούμενη ανακάλυψη (guided discovery)*, στην οποία ο δάσκαλος χρησιμοποιεί ερωτήσεις, συζήτηση και διάφορες δραστηριότητες προκειμένου να καθοδηγήσει τους μαθητές του να ανακαλύψουν το επιθυμητό αποτέλεσμα (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Η *μάθηση που επιτυγχάνεται μέσω των ανακαλυπτικών–κατασκευαστικών προσεγγίσεων* είναι *μάθηση που έχει "νόημα" ή ουσιαστική μάθηση (meaningful learning)* και όχι μηχανική και μπορεί να χρησιμοποιηθεί από το μαθητή σε άλλους χώρους, εφόσον ο μαθητής συμμετείχε ενεργητικά στη διαμόρφωση της. Οι ανακαλυπτικές–κατασκευαστικές προσεγγίσεις δημιουργούν *αυτοπεποίθηση στους*

μαθητές, η οποία μπορεί να δράσει ως ένα ισχυρό κίνητρο για περαιτέρω μάθηση, προκειμένου ο μαθητής να ικανοποιήσει το προσωπικό του ερευνητικό ενδιαφέρον και όχι για ωφελμιστικούς λόγους.

1.6.3. Διαλογικές προσεγγίσεις

Οι διαλογικές προσεγγίσεις υποστηρίζουν τις αρχές των συμμετοχικών–συνεργατικών μεθόδων διδασκαλίας, έχουν δηλαδή ως βασική αρχή την *ενεργή συμμετοχή των μαθητών στη διδακτική διαδικασία* και τη *συνεργασία μεταξύ μαθητών και δασκάλου και των μαθητών μεταξύ τους*. Ο διάλογος είναι ο *κύριος τρόπος επικοινωνίας μεταξύ μαθητών και δασκάλου και των μαθητών μεταξύ τους*, ώστε να επιτευχθεί η εν λόγω συνεργασία (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Ο *διάλογος προκειμένου να είναι αποτελεσματικός*, ενδείκνυται να αναπτύσσεται στο χώρο των ενδιαφερόντων των μαθητών. Το θέμα του διαλόγου να είναι σαφώς καθορισμένο, ώστε να μην αναπτύσσεται μία ατέλειωτη συζήτηση χωρίς να υπάρχει η προοπτική κάποιου συμπεράσματος. Να υπάρχει συμμετοχή όλων των μαθητών στο διάλογο. Ο δάσκαλος πρέπει να ενθαρρύνει τους μαθητές να συμμετέχουν και να αντιμετωπίζει τα λάθη των μαθητών με κατανόηση. Να ενθαρρύνεται η μελέτη των διαφόρων θεμάτων από διάφορες οπτικές γωνίες και αποφεύγεται η προβολή απόψεων με δογματικό τρόπο. Να υπάρχει διάθεση για ειλικρίνεια και επιστημονική εντιμότητα μεταξύ των μαθητών και του δασκάλου. Τέλος ο αριθμός των μαθητών που συμμετέχουν στο διάλογο ενδείκνυται να μην είναι πολύ μεγάλος, προκειμένου να υπάρχει πραγματική συμμετοχή στη συζήτηση.

Τα δύο *βασικά είδη διαλόγου*: α) ο *ελεύθερος διάλογος* στον οποίο οι μαθητές εμπλέκονται σε μια ελεύθερη συζήτηση, ενώ ο δάσκαλος παρεμβαίνει ελάχιστα στην όλη διαδικασία και β) ο *κατευθυνόμενος διάλογος*, στον οποίο ο δάσκαλος κάνει εύστοχες παρεμβάσεις προκειμένου να αποτρέψει πιθανές παρεκκλίσεις του διαλόγου, να επηρεάσει τους μαθητές να ακούν και να σέβονται τη γνώμη των άλλων και να μην προσπαθούν να επιβάλλουν τη γνώμη τους στους συνομιλητές τους και να πει ή να πράξει ότι δεν μπορούν να πουν ή να πράξουν οι μαθητές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΣΚΕΨΗ

2.1. Η σκέψη και οι δεξιότητες σκέψης

Το 1997, στο Έβδομο Διεθνές Συνέδριο σχετικά με τη Σκέψη που πραγματοποιήθηκε στη Σιγκαπούρη, οι παγκόσμιες αυθεντίες του χώρου, συμπεριλαμβανομένων των Feuerstein, Gardner και De Bono, παραδέχθηκαν ότι "είμαστε μόνο στο όριο της κατανόησης της εσωτερικής μαγείας του σκεπτόμενου μυαλού" (MacBeath, 1997). Η μελέτη των λειτουργιών του ανθρώπινου μυαλού έχει απασχολήσει τους φιλόσοφους για αιώνες, ενώ πιο πρόσφατα, οι ψυχολόγοι, οι ειδικοί της εκπαίδευσης και οι φυσιολόγοι έχουν συνεισφέρει στη μελέτη αυτή.

Κατά το πρώτο μισό του 20ου αιώνα επικρατούσε η αντίληψη της *έμφυτης ευφυΐας ή νοημοσύνης (innate intelligence)* η οποία θεωρείτο σταθερή και μετρήσιμη. Αυτή η αντίληψη, ωστόσο, έχει απαξιωθεί στις μέρες μας για δύο κυρίως λόγους: α) Ο δείκτης ευφυΐας (Intelligence Quotient–IQ) ενδεχομένως να μην είναι σταθερός κατά τη διάρκεια του χρόνου (παρατήρηση η οποία καλείται "the Flynn Effect") και β) η νοημοσύνη δε θεωρείται ως ένα σύνολο από ικανότητες που έχουν κληρονομηθεί (Wilson, 2000).

Κατά το δεύτερο μισό του 20ου αιώνα, οι συνεχείς εξελίξεις στη γνωστική ψυχολογία *παρήγαγαν εναλλακτικές εξηγήσεις*. Σύμφωνα με τον Piaget, όλα τα παιδιά περνάνε από συγκεκριμένα καλά–διαφοροποιημένα στάδια στη σκέψη τους, τα οποία χαρακτηρίζονται από συγκεκριμένες συμπεριφορές και τύπους γνωστικής λειτουργίας (στάδια της νοητικής ανάπτυξης). Ο Bruner συνέδεσε τη λογική στη δομή των εμπειριών, την ανάπτυξη σχημάτων (schemata) (με τα οποία οι μαθητευόμενοι δίνουν νόημα στις εμπειρίες τους) και τη διαμόρφωση των εννοιών στενά συσχετισμένη με την απόκτηση της γλώσσας. Ο Vygotsky τόνισε τις πολιτιστικές πλευρές της μάθησης μέσω της ενεργητικής συμμετοχής σε συνεργασία με άλλους, ενώ υποστηρίζεται κατάλληλα από το δάσκαλο, μέσω λεκτικής βοήθειας, ερωτήσεων, υποδείξεων και κατευθύνσεων, που όλες στοχεύουν στην επέκταση των δραστηριοτήτων του παιδιού σε μία περιοχή στην οποία δεν μπορεί να επιτύχει τις δραστηριότητες μόνο του (Wilson, 2000).

Με τον όρο "*σκέψη (thinking)*" εννοούμε συνήθως μία ενσυνείδητη, κατευθυνόμενη προς το σκοπό διαδικασία, όπως ενθύμηση, διαμόρφωση εννοιών, προγραμματισμός τι να κάνει κάποιος και τι να πει, φαντασία καταστάσεων, λογικός συλλογισμός, επίλυση προβλημάτων, θεώρηση απόψεων, διαμόρφωση αποφάσεων και κρίσεων και παραγωγή νέων προοπτικών (Learning and Skills Research Center, 2004a).

Με τον όρο *δεξιότητα σκέψης (thinking skill)* εννοούμε επιδεξιότητα, πρακτική ικανότητα ή ευκολία στη διαδικασία ή τις διαδικασίες της σκέψης (διαδικασίες που προκύπτουν αυθόρμητα ή φυσικά ή αποκτούνται μέσω της μάθησης και της πρακτικής). Το αν ένα συγκεκριμένο συστατικό της σκέψης έχει αναπτυχθεί ή όχι, δεν μπορεί να κριθεί από άλλους χωρίς χωρίς ένα σημαντικό μέρος γνώσης πλαισίου (contextual knowledge), συμπεριλαμβανομένης της γνώσης των προηγούμενων εμπειριών του ατόμου ή της ομάδας (Learning and Skills Research Center, 2004a).

Οι *δεξιότητες σκέψης (thinking skills)* είναι διανοητικές διαδικασίες (mental processes). Διάφοροι ερευνητές έχουν προτείνει διάφορες *ταξονομίες σκέψης* (McGuinness, 1999), οι περισσότερες εκ των οποίων περιλαμβάνουν: α) Συλλογή πληροφοριών, β) Ταξινόμηση πληροφοριών, γ) Ανάλυση πληροφοριών, δ) Εξαγωγή συμπερασμάτων από πληροφορίες, ε) Καταιγισμός (brainstorming) νέων ιδεών, στ) Επίλυση προβλήματος, ζ) Καθορισμός αιτίου και αποτελέσματος, η) Αξιολόγηση επιλογών, θ)

Προγραμματισμός και θέση σκοπών, ι) Παρακολούθηση (monitoring) προόδου, ια) Λήψη αποφάσεων και ιβ) Αναστοχασμός (reflecting) κάποιου σχετικά με την προσωπική του πρόοδο. Να σημειώσουμε ότι όλα τα παραπάνω βασίζονται στην υπόθεση ότι η σκέψη προχωρά πέρα από την απόκτηση της γνώσης (acquisition of knowledge) και περιλαμβάνει τις διαδικασίες της γνώσης σχετικά με τη σκέψη (μεταγνώση–metacognition) (Wilson, 2000).

2.2. Είδη σκέψης και δεξιοτήτων σκέψης

2.2.1. Τι είναι η μεταγνώση

Η *μεταγνώση (metacognition)* είναι η γνώση σχετικά με το πως μαθαίνει κανείς, δηλαδή η γνώση για το πως γνωρίζει τα πράγματα και ποιες είναι οι διαδικασίες της σκέψης του. Οι δεξιότητες της μεταγνώσης διευκολύνουν το μαθητή στην απόκτηση και τον έλεγχο της γνώσης, όπως και στη συνειδητοποίηση για το ποιες είναι οι νοητικές ικανότητες και οι αδυναμίες του.

Ο Flavell (1976) χρησιμοποίησε τον όρο "μεταγνώση" για να περιγράψει "τη γνώση κάποιου αναφορικά με τις προσωπικές τους γνωστικές διαδικασίες και προϊόντα ή οτιδήποτε σχετίζεται με αυτές. Η μεταγνώση αναφέρεται, μεταξύ άλλων, στην ενεργητική παρακολούθηση και την επακόλουθη ρύθμιση και διεύθυνση αυτών των διαδικασιών, συνήθως στην υπηρεσία κάποιου διακριτού σκοπού ή στόχου".

Η μεταγνώση περιλαμβάνει *δύο βασικές διαστάσεις* (Boekaerts & Simons, 1993): α) *Συνειδητοποίηση* από ένα άτομο των προσωπικών γνωστικών λειτουργιών του (μεταγνωστική γνώση–metacognitive knowledge) και β) *Προγραμματισμός, παρακολούθηση και αξιολόγηση* από ένα άτομο της προσωπικής σκέψης και μάθησης του. Η μεταγνώση χρησιμοποιείται σε στενά πλαίσια από κάποιους (ως "σκέψη σχετικά με τη σκέψη") και ευρύτερα από άλλους, προκειμένου να συμπεριλάβει την ενσυνείδητη αυτο–ρύθμιση (self–regulation) της σκέψης και μάθησης.

Οι μαθητές είναι δυνατό να ασκηθούν στις μεταγνωστικές τεχνικές με την *αλληλοδιδακτική μέθοδο*, κατά την οποία όλοι αναλαμβάνουν εναλλάξ να παίξουν το ρόλο του εκπαιδευτικού και να κατευθύνουν τους υπόλοιπους στην υλοποίηση αυτής της διαδικασίας.

2.2.2. Τι είναι η αυτο–ρύθμιση

Οι περισσότεροι ερευνητές συμφωνούν ότι η *αυτο–ρύθμιση (self–regulation)* είναι μία *συστηματική διαδικασία* η οποία περιλαμβάνει τη *θέση προσωπικών σκοπών και τη χάραξη πορείας για τη συμπεριφορά κάποιου προς την επίτευξη αυτών των σκοπών*. Περιλαμβάνει γνωστικά (cognitive), παρωθητικά (motivational), συναισθηματικά (affective) και συμπεριφορικά (behavioural) μέρη τα οποία επιτρέπουν στα άτομα να προσαρμόσουν τις ενέργειες τους και / ή τους σκοπούς τους προκειμένου να επιτύχουν επιθυμητά αποτελέσματα στις μεταβαλλόμενες περιβαλλοντικές συνθήκες. Μία τέτοια προσαρμογή *προϋποθέτει τη μεταγνώση* και δε μπορεί να πραγματοποιηθεί χωρίς κάποια *εκούσια συνειδητοποίηση της σκέψης και των μαθησιακών διαδικασιών που συμβαίνουν παράλληλα*. Να σημειώσουμε επίσης ότι η αυτο–ρύθμιση θεωρείται ευρέως να είναι *σχετική με το πλαίσιο στο οποίο εμφανίζεται (context–specific)* (Learning and Skills Research Center, 2004a).

Σύμφωνα με τους Schunk και Ertmer (2000), η *αυτο-ρύθμιση περιλαμβάνει διαδικασίες* όπως: α) Θέση σκοπών για τη μάθηση, β) Παρακολούθηση και συγκέντρωση στη διδασκαλία, γ) Χρήση αποτελεσματικών στρατηγικών για την οργάνωση, κωδικοποίηση και επανάληψη των πληροφοριών ώστε να μπορούν να ανακληθούν, δ) Εγκαθίδρυση ενός παραγωγικού περιβάλλοντος εργασίας, ε) Αποτελεσματική χρήση πόρων, στ) Παρακολούθηση και έλεγχος της απόδοσης, ζ) Αποτελεσματική διαχείριση του χρόνου, η) Αναζήτηση βοήθειας όταν είναι απαραίτητο, θ) Διατήρηση θετικών πιστεύω σχετικά με τις δυνατότητες κάποιου, την αξία της μάθησης, τους παράγοντες που επηρεάζουν τη μάθηση και τα αναμενόμενα αποτελέσματα ενεργειών και ι) Βίωση περηφάνειας και ικανοποίησης από τις προσπάθειες κάποιου.

Ο σκοπός πολλών εκπαιδευτικών μεταρρυθμίσεων ήταν και είναι στις μέρες μας η ανάπτυξη *δεξιοτήτων αυτο-ρύθμισης (self-regulation skills)*. Οι μαθητευόμενοι, παρά να λειτουργούν παθητικά στην τάξη, θα έπρεπε να είναι ικανοί να αποφασίσουν τους προσωπικούς τους σκοπούς για τη μάθηση, να προγραμματίσουν τη μάθηση τους, να ετοιμάσουν τον εαυτό τους να μάθουν, να ασχοληθούν με τις μαθησιακές δραστηριότητες, να παρακολουθήσουν τι και πως μαθαίνουν καλύτερα, να καθορίσουν τις μαθησιακές δραστηριότητες υπό το φως αυτής της παρακολούθησης και να διατηρήσουν τα κίνητρα τους (motivation) και ένα σκοπό για τη μάθηση.

Σύμφωνα με τον Simons (1993), οι *μαθητευόμενοι που έχουν αναπτύξει τις δεξιότητες αυτο-ρύθμισης (self-regulated learners)*:

- α) Διατηρούν ένα προσανατολισμό σε μαθησιακούς σκοπούς και δραστηριότητες.
- β) Σχεδιάζουν μαθησιακές δραστηριότητες για να επιτύχουν αυτούς τους σκοπούς.
- γ) Επιλέγουν σκοπούς υπό το φως της προσωπικής τους ικανότητας, προηγούμενης γνώσης και ενδιαφερόντων.
- δ) Δημιουργούν εσωτερικά κίνητρα (intrinsically motivate) για την απόδοση τους (αυτο-παρώθηση) (self-motivation).
- ε) Προσπελούν σχετική προηγούμενη γνώση προκειμένου να εφαρμόσουν σε νέα μάθηση.
- στ) Εφαρμόζουν στρατηγικές για να ξεκινήσουν.
- ζ) Αποδίδουν επιτυχίες και αποτυχίες σε προσωπική προσπάθεια.

Το κλειδί στην *αυτο-ρύθμιση (self-regulation)* είναι η *πρόθεση (intentionality)*. Οι μαθητές πρέπει να δεχτούν και να "αγκαλιάσουν" την πρόθεση να μάθουν και να αποδώσουν. Οι προθέσεις είναι ο σκοπός γύρω από τον οποίο οι μαθητές μπορούν να ρυθμίσουν τις δραστηριότητες τους. Η διδασκαλία χρειάζεται να βοηθήσει τους μαθητές αρχικά να διατυπώσουν τους σκοπούς και τις προθέσεις τους και στη συνέχεια να αναστοχαστούν σχετικά με το πόσο καλά έχουν επιτευχθεί αυτοί οι σκοποί και οι προθέσεις (Jonassen, 2000).

2.2.3. Τι είναι η κριτική σκέψη

Η *κριτική σκέψη (κριτική σκέψη)* ως θέμα, εμφανίστηκε κατά τη διάρκεια των δεκαετιών του 1970 και του 1980, ως αντίδοτο στην *αναπαραγωγική μάθηση (reproductive learning)* (Paul, 1992). Η αναπαραγωγική μάθηση είναι *κατώτερης τάξης μάθηση (lower order learning)*, η οποία προκύπτει από τη

απομνημόνευση και την αναπαραγωγή αυτών που ο δάσκαλος ή το βιβλίο λέει και αφήνει τους μαθητές με κομμάτια πληροφορίας τα οποία δεν είναι καλά συνδεδεμένα μεταξύ τους, ούτε ολοκληρωμένα.

Οι παραδοσιακές απόψεις και μοντέλα της κριτικής σκέψης είναι *προσανατολισμένα στη λογική (logic-oriented)*. Περιγράφουν ένα περιορισμένο σύνολο λειτουργιών, οι οποίες μπορούν να εφαρμοστούν σε ιδέες που ήδη υπάρχουν, αλλά *δεν υποστηρίζουν την παραγωγή πρωτότυπων σκέψεων και ιδεών*, γεγονός που τα διαφοροποιεί από τις σύγχρονες απόψεις και μοντέλα. Σύμφωνα με τον Walters (1990) οι παραδοσιακές αντιλήψεις για την κριτική σκέψη στηρίζονται στην υπόθεση ότι οι μαθητές δεν μπορούν να σκεφτούν ή να δράσουν παράλογα. Ο Walters, αντίθετα, υποστηρίζει ότι υπάρχει μια περισσότερο *ολιστική άποψη της λογικής (holistic view of rationality)*, η οποία περιλαμβάνει εκτός των λογικών διαδικασιών, διαίσθηση, φαντασία, εννοιολογική δημιουργικότητα και ενόραση.

Σύμφωνα με τον Ennis (1985), η *κριτική σκέψη* είναι "αναστοχαστική και λογική σκέψη, εστιασμένη στη λήψη αποφάσεων σχετικά με το τι να πιστέψει ή να κάνει κανείς". Σύμφωνα με τον Paul (1992), η σκέψη που έχει "νόημα" (meaningful thinking) ισοδυναμεί με την *κριτική λογική σκέψη*, η οποία είναι "πειθαρχημένη (disciplined), αυτοκατευθυνόμενη (self-directed) σκέψη". Σύμφωνα με τον Litecky (1992), η *κριτική σκέψη* είναι η ενεργητική, διανοητική προσπάθεια να βγάλουμε νόημα σχετικά με τον κόσμο μας, μελετώντας προσεκτικά τη σκέψη προκειμένου να καταλάβουμε καλύτερα το περιεχόμενο.

Σύμφωνα με την Halpern (1997), *κριτική σκέψη* είναι "η χρήση των γνωστικών δεξιοτήτων ή στρατηγικών οι οποίες αυξάνουν την πιθανότητα ενός επιθυμητού αποτελέσματος. Είναι η σκέψη που είναι σκόπιμη (purposeful), ακολουθεί τους κανόνες της λογικής (reasoned) και είναι κατευθυνόμενη από το σκοπό (goal directed), το είδος της σκέψης που χρησιμοποιείται στην επίλυση προβλήματος, στη διατύπωση συμπερασμάτων, στον υπολογισμό πιθανοτήτων και στη λήψη αποφάσεων, όταν αυτός που σκέφτεται χρησιμοποιεί δεξιότητες οι οποίες είναι προσανατολισμένες και αποτελεσματικές για το συγκεκριμένο πλαίσιο και τύπο του στόχου τον οποίο σκέφτεται. Η κριτική σκέψη καλείται μερικές φορές και *κατευθυνόμενη σκέψη (directed thinking)*, εφόσον είναι εστιασμένη σε ένα επιθυμητό αποτέλεσμα".

Η κριτική σκέψη αναφέρεται πολλές φορές στη βιβλιογραφία ως σκέψη ανώτερης τάξης. Ο όρος "*σκέψη ανώτερης τάξης (higher order thinking)*" χρησιμοποιήθηκε από τον Vygotsky (1978) προκειμένου να διακρίνει μεταξύ των σχετικά βασικών διανοητικών λειτουργιών (όπως η ικανότητα της αντίληψης του εξωτερικού κόσμου) και των ανώτερων διανοητικών λειτουργιών, όπως η σκέψη και τα πολιτιστικά εργαλεία που συνδέονται με τη σκέψη (όπως η γλώσσα). *Δεν υπάρχει σαφής διάκριση* μεταξύ κριτικής σκέψης και σκέψης ανώτερης τάξης.

Οι Resnick και Klopfer (1987), αντί να δώσουν έναν ορισμό, απαριθμούν τα κύρια *χαρακτηριστικά της σκέψης ανώτερης τάξης*:

α) *Μη αλγοριθμική (nonalgorithmic)*. Το μονοπάτι της δράσης δεν είναι πλήρως καθορισμένο από την αρχή.

β) Τείνει να είναι *πολύπλοκη*. Η συνολική διαδρομή δεν είναι εμφανής (διανοητικά) από οποιοδήποτε κομβικό σημείο.

γ) Συνήθως παράγει *πολλαπλές λύσεις, καθεμία με κόστη και οφέλη*, παρά μία μοναδική λύση.

δ) Περιλαμβάνει *κρίση* με διαβάθμιση και ερμηνεία.

ε) Περιλαμβάνει την εφαρμογή *πολλαπλών κριτηρίων*, τα οποία πολλές φορές είναι αντικρουόμενα μεταξύ τους.

στ) Περιλαμβάνει *αυτο-καθορισμό (self-regulation)* της διαδικασίας σκέψης.

ζ) Περιλαμβάνει την *εύρεση δομής* σε προφανή αταξία.

η) Απαιτεί να *καταβάλλει κανείς προσπάθεια (effortful)*. Σημαντική πνευματική εργασία περιλαμβάνεται στα είδη των επεξεργασιών και των κρίσεων που απαιτούνται.

2.2.4. Τι είναι η αναστοχαστική σκέψη

Τον όρο "*αναστοχαστική σκέψη*" (*reflective thinking*) εισήγαγε ο J. Dewey, το 1910, στο βιβλίο του "How We Think" (Πως Σκεφτόμαστε). Σύμφωνα με τον Dewey (1933), *αναστοχαστική σκέψη* είναι η "ενεργητική, επίμονη και προσεκτική θεώρηση οποιουδήποτε πιστεύω ή υποτιθέμενης γνώσης ως προς το πλαίσιο που υποστηρίζει τη γνώση αυτή και ως προς το περαιτέρω συμπέρασμα προς το οποίο τείνει".

Ο Donald Norman (1993) διακρίνει δύο *είδη σκέψης*: την *εμπειρική (experiential)* και την *αναστοχαστική (reflective)*. Η *εμπειρική σκέψη* προκύπτει από τις εμπειρίες ενός ατόμου για τον κόσμο. Είναι αντανακλαστική (reflexive) και προκύπτει αυτόματα. Η *αναστοχαστική σκέψη*, από την άλλη μεριά, απαιτεί απελευθέρωση. Εμπλεκόμαστε σε μια κατάσταση, αντιδρούμε σ' αυτήν, σκεφτόμαστε σχετικά με το τι κάναμε, βγάζουμε συμπεράσματα από την εμπειρία, καθορίζουμε συσχετισμούς και κρατάμε τις εμπειρίες και τους αναστοχασμούς. Μία συνήθης κριτική των κατασκευαστικών προσεγγίσεων στη μάθηση είναι ότι οι μαθητευόμενοι είναι τόσο ενεργητικοί ώστε δεν έχουν χρόνο να σκεφτούν σχετικά με το τι κάνουν. Το αντίδοτο στην κατάσταση αυτή είναι η αναστοχαστική σκέψη, η οποία μας βοηθάει να καταλάβουμε τι έχουμε βιώσει και τι ξέρουμε (Jonassen, 2000).

Μολονότι η *κριτική σκέψη και η αναστοχαστική σκέψη χρησιμοποιήθηκαν επίσης στο παρελθόν ως συνώνυμα*, η *διαφορά* τους έγκειται στο ότι η κριτική σκέψη περιλαμβάνει μία ευρεία ποικιλία δεξιοτήτων σκέψης οι οποίες οδηγούν προς επιθυμητά αποτελέσματα, ενώ η αναστοχαστική σκέψη εστιάζει στη διαδικασία της εξαγωγής κρίσεων και συμπερασμάτων σχετικά με το τι έχει συμβεί.

2.2.5. Τι είναι η επιμέλεια

Η "*επιμέλεια*" (*mindfulness*) είναι η "οικειοθελής (volitional), καθοδηγούμενη από τη μεταγνώση (metacognitively guided) χρησιμοποίηση μη αυτόματων διαδικασιών, που συνήθως απαιτούν προσπάθεια (effort demanding processes)" (Salomon & Globerson, 1987). Η επιμέλεια απαιτείται για την *μάθηση που έχει νόημα* (*meaningful learning*), μάθηση η οποία είναι εφαρμόσιμη σε παρόμοιες καταστάσεις και μπορεί να μεταφερθεί σε μη παρόμοιες καταστάσεις.

Η *επιμελής μάθηση (mindful learning)*, σύμφωνα με τους Salomon και Globerson (1987), χαρακτηρίζεται από τις *ακόλουθες δραστηριότητες*:

α) Καταστολή αρχικών απαντήσεων και αναστοχασμός (reflecting) σε πλευρές προβλημάτων.

β) Συλλογή, έρευνα και εξατομίκευση πληροφοριών σχετικών με προβλήματα.

γ) Παραγωγή και επιλογή εναλλακτικών στρατηγικών.

δ) Δημιουργία συνδέσεων με υπάρχουσα γνώση και κατασκευή νέων δομών.

ε) Κατανάλωση προσπάθειας στη μάθηση.

στ) Συγκέντρωση (concentrating).

ζ) Αναστοχασμός (reflecting) σχετικά με το πώς εκτελέστηκε κάποιο έργο (task).

Η επιμελής μάθηση είναι ένα είδος δραστηριότητας στο οποίο οι μαθητές *δεν έχουν συνηθίσει να δουλεύουν*, είναι όμως σίγουρα *ικανοί να το επιτύχουν*. Αυτό που χρειάζεται είναι η παροχή ενός σχετικού σκοπού για να σκεφτούν και τα εργαλεία για την καθοδήγηση της διαδικασίας. Στο πλαίσιο αυτό ο Salomon (1985) υποστηρίζει τη χρήση των υπολογιστών όχι στη μάθηση "χαμηλού επιπέδου" ("low-road" learning) (πρακτική και εξάσκηση, καθοδήγηση σε αυτόματες απαντήσεις), αλλά στη μάθηση "υψηλού επιπέδου" ("high-road" learning) (εντατική σκέψη, εξαρτημένη από καταστάσεις, επιμελής επεξεργασία). Βέβαια, η "επιμέλεια" *εξαρτάται από τους μαθητές και την προθυμία και το ενδιαφέρον τους στη μάθηση* (Jonassen, 2000).

2.3. Πλαίσια των δεξιοτήτων σκέψης

Σύμφωνα με την ερευνητική έκθεση "Thinking Skills Framework for post-16 learners: an evaluation", του κέντρου Learning and Skills Research Center (2004a), τα *πλαίσια των δεξιοτήτων σκέψης (thinking skills frameworks)*, μπορούν να *ταξινομηθούν σε τέσσερις ομάδες (groups)*:

α) *Πλαίσια που καλύπτουν την προσωπικότητα, τη σκέψη και τη μάθηση (All-embracing frameworks, covering personality, thought and learning – All-embracing family)*

Τα περισσότερα από τα πλαίσια της ομάδας αυτής παρέχουν μία περιεκτική έκθεση της σκέψης και της μάθησης, στην οποία τα συναισθήματα και τα πιστεύω παίζουν ρόλο και ταξινομούν τις γνώσεις και δεξιότητες που απαιτούνται για να επιτευχθούν εκπαιδευτικές επιδιώξεις στο γνωστικό τομέα αλλά και πέρα από αυτόν.

β) *Πλαίσια διδακτικού σχεδιασμού (Instructional design frameworks – The designer family)*

Η ομάδα αυτή παρέχει δύο κατηγορίες πλαισίων: i) Πλαίσια διαμόρφωσης και ταξινόμησης εκπαιδευτικών σκοπών, σε όρους των διαδικασιών σκέψης και μάθησης, οι οποίες μπορούν να συναχθούν από παρατηρούμενη συμπεριφορά σε απόδοση αναφερόμενη σε κάποιο στόχο (task performance) και ii) Εννοιολογικά πλαίσια για την κατανόηση του πώς οι δεξιότητες σκέψης διαμορφώνονται για σκοπούς όπως η λήψη αποφάσεων, η επίλυση προβλήματος, η κριτική και η δημιουργική σκέψη. Η εστίαση πολλές φορές επεκτείνεται πέρα από το γνωστικό τομέα και περιλαμβάνει μία περιγραφή της μεταγνώσης. Η δεύτερη κατηγορία αναπτύχθηκε από συγγραφείς με κοινό ενδιαφέρον στο σχεδιασμό διδασκαλίας για την ανάπτυξη της σκέψης ανώτερης τάξης.

γ) *Πλαίσια της κριτικής και παραγωγικής σκέψης (Frameworks of critical and productive thinking – The higher order family)*

Τα πλαίσια της ομάδας αυτής αναφέρονται στην κατανόηση της κριτικής σκέψης και του λογικού συλλογισμού ανώτερης τάξης. Υπάρχει κοινή συμφωνία ότι η σκέψη ανώτερης τάξης υποβοηθάται από τον αναστοχασμό και τη μεταγνώση. Είναι μία ιδιαίτερα ομοιογενής ομάδα, στην οποία όλοι οι συγγραφείς εκτός ελαχίστων εξαιρέσεων, αναγνωρίζουν διαθέσεις οι οποίες πιστεύουν ότι είναι εξαιρετικά σημαντικές στην ανάπτυξη της κριτικής και παραγωγικής σκέψης.

δ) *Πλαίσια της γνωστικής δομής και γνωστικής ανάπτυξης (Frameworks of cognitive structure and cognitive development – The intellect family)*

Η ομάδα αυτή είναι η περισσότερο ανομοιογενής και περιέχει διαφορετικές προσεγγίσεις στην ανάλυση της έννοιας της νοημοσύνης. Κάποιοι θεωρητικοί κατηγοριοποιούν τις διαδικασίες σκέψης και επίλυσης προβλήματος με παρόμοιο τρόπο στα παιδιά της σχολικής ηλικίας και στους ενήλικους, αλλά έχουν διαφορετικές απόψεις σχετικά με τις γενετικές και περιβαλλοντικές επιρροές στη δομή της διανοητικής. Οι θεωρητικοί των σταδίων υποστηρίζουν τις ποιοτικές αλλαγές στη σκέψη καθώς το άτομο αναπτύσσεται ή προοδεύει. Άλλοι ερευνητές εστιάζουν σε συγκεκριμένα είδη σκέψης και στο πώς αυτά αναπτύσσονται από το άτομο.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε τρία από τα πιο χαρακτηριστικά πλαίσια δεξιοτήτων σκέψης. Για περισσότερες πληροφορίες και μια εκτενή καταγραφή των πλαισίων που έχουν αναπτυχθεί μέχρι σήμερα βλέπε Learning and Skills Research Center (2004a).

2.3.1. Η θεωρία της πολλαπλής νοημοσύνης του Gardner

Ο Gardner και οι συνεργάτες του ανέπτυξαν τη *θεωρία της πολλαπλής νοημοσύνης (multiple intelligences)*. Η θεωρία του Gardner μπορεί να ταξινομηθεί στα πλαίσια της γνωστικής δομής και γνωστικής ανάπτυξης. Η θεωρία αυτή διέκρινε αρχικά *επτά είδη νοημοσύνης* (Gardner, 1983 και Gardner & Hatch, 1989), ενώ σε νεότερη εργασία τα *είδη νοημοσύνης έγιναν εννέα* (Gardner, 1999):

1) *Γλωσσική νοημοσύνη (linguistic intelligence)*: Περιλαμβάνει την ευαισθησία στον προφορικό και το γραπτό λόγο, την ικανότητα για μάθηση της γλώσσας και την ικανότητα για χρήση της γλώσσας προκειμένου να επιτευχθούν συγκεκριμένοι σκοποί.

2) *Λογικο-μαθηματική νοημοσύνη (logico-mathematical intelligence)*: Περιλαμβάνει την ικανότητα για λογική ανάλυση προβλημάτων, για εκτέλεση μαθηματικών πράξεων και για επιστημονική διερεύνηση θεμάτων.

3) *Μουσική νοημοσύνη (musical intelligence)*: Περιλαμβάνει δεξιότητες στην εκτέλεση, σύνθεση και εκτίμηση μουσικών σχεδίων.

4) *Σωματική-Κινησθητική νοημοσύνη (bodily-kinesthetic intelligence)*: Περιλαμβάνει τη δυνατότητα της χρήσης του σώματος ή μερών του σώματος προκειμένου να επιλυθούν προβλήματα ή να κατασκευαστούν προϊόντα.

5) *Νοημοσύνη ιδιοτήτων του χώρου (spatial intelligence)*: Χαρακτηρίζει τη δυνατότητα για αναγνώριση και χειρισμό των σχεδίων του ευρέος χώρου, αλλά και σχεδίων περισσότερο περιορισμένων περιοχών.

6) *Διαπροσωπική νοημοσύνη (interpersonal intelligence)*: Δηλώνει την ικανότητα ενός ατόμου να καταλάβει τις προθέσεις, τα κίνητρα και τις επιθυμίες άλλων ανθρώπων και επακόλουθα να εργάζεται αποτελεσματικά με άλλους ανθρώπους.

7) *Ενδοπροσωπική νοημοσύνη (intrapersonal intelligence)*: Περιλαμβάνει την ικανότητα να καταλαβαίνει κάποιος τον εαυτό του, να έχει ένα αποτελεσματικό επαρκές μοντέλο του εαυτού του (που να περιλαμβάνει τις επιθυμίες, τους φόβους και τις ικανότητες) και να χρησιμοποιεί μια τέτοια πληροφορία στη ρύθμιση της προσωπικής του ζωής.

8) *Νοημοσύνη που αφορά τη φύση (naturalist intelligence)*: Επιδεικνύει βασικές ικανότητες στην αναγνώριση και ταξινόμηση των ζωντανών υπάρξεων, διάκριση μεταξύ των μελών ενός είδους,

αναγνώριση της ύπαρξης άλλων συναφών ειδών και σκιαγράφηση των σχέσεων, τυπικών ή άτυπων, μεταξύ των διαφόρων ειδών.

9) *Υπαρξιακή νοημοσύνη (existential intelligence)*: Περιλαμβάνει την ικανότητα για κάποιον να αφυπνίζεται και να εμπλέκεται σε συνθήκες που είναι ουσιώδεις για την ανθρώπινη ζωή και να ρωτάει βαθυστόχαστες ερωτήσεις σχετικά με το νόημα της ζωής και του θανάτου.

Ο Gardner (1999) διατυπώνει δύο *ουσιώδεις ισχυρισμούς* για τη θεωρία της πολλαπλής νοημοσύνης:

α) Η θεωρία είναι μία περιγραφή της ανθρώπινης γνώσης στην πληρότητα της.

β) Οι άνθρωποι έχουν ένα μοναδικό "μείγμα" από νοημοσύνες, το οποίο προκύπτει από το συνδυασμό της γενετικής του κληρονομιάς και των συνθηκών της ζωής σε μία δεδομένη κουλτούρα και εποχή.

2.3.2. Το πλαίσιο των δεξιοτήτων και διαθέσεων κριτικής σκέψης της Halpern

Η βάση του υλικού για το πλαίσιο κριτικής σκέψης της Halpern, εμφανίστηκε αρχικά στο βιβλίο της "Thought and knowledge: an introduction to critical thinking" (Halpern, 1984) και στη συνέχεια διαμορφώθηκε σε "μία ταξινόμια δεξιοτήτων κριτικής σκέψης" (Halpern, 1994). Η ταξινόμια είχε ως σκοπό να παρέχει μία βάση για την εθνική αποτίμηση των δεξιοτήτων σκέψης στους ενήλικους στις ΗΠΑ. Η Halpern αναθεώρησε και ενοποίησε την προηγούμενη δουλειά της και τη παρουσίασε όχι ως ταξινόμια, αλλά ως ένα *σύνολο από αναθεωρήσεις κεφαλαίων* στο βιβλίο της "Critical thinking across the curriculum: a brief edition of thought and knowledge" (Halpern, 1997). Σε τελευταία εργασία της η Halpern (2002) έχει διαμορφώσει *σύγχρονο διδακτικό υλικό* παράλληλα με το κυρίως κείμενο.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η *κατηγοριοποίηση των δεξιοτήτων κριτικής σκέψης* που προτείνει η Halpern στις διάφορες εργασίες της (Halpern, 1997, 1994):

1) *Δεξιότητες μνήμης (Memory skills)*: Δεξιότητες που απαιτούνται όταν κάποιος μαθαίνει, κατά τη διάρκεια της διατήρησης και της ανάκλησης.

Ειδικότερα: α) Παρακολούθηση της προσωπικής προσοχής κάποιου, β) Ανάπτυξη μιας επίγνωσης της επίδρασης των στερεοτύπων και άλλων πιστεύω σ' αυτά που θυμόμαστε, γ) Το να κάνει κανείς αφηρημένες πληροφορίες να έχουν "νόημα" ως βοήθεια στην κατανόηση και την ανάκληση, δ) Χρήση προκαταβολικών οργανωτών για την προσμονή νέας πληροφορίας, ε) Οργάνωση πληροφοριών ώστε να μπορεί να ανακληθεί πιο εύκολα, στ) Παραγωγή γραμμών ανάκλησης (retrieval cues) τόσο στην απόκτηση όσο και στην ανάκληση, ζ) Παρακολούθηση του πόσο καλά μαθαίνουμε, η) Χρήση εξωτερικών βοηθειών μνήμης, χρησιμοποίηση λέξεων κλειδιών (keywords) και εικόνων, ρυθμών, τόπων και πρώτων γραμμάτων, ως εσωτερικών βοηθειών μνήμης, θ) Εφαρμογή γνωστικών τεχνικών συνέντευξης και ι) Ανάπτυξη μιας επίγνωσης των προκαταλήψεων (biases) στη μνήμη.

2) *Δεξιότητες σκέψης και γλώσσας (Thought and language skills)*: Δεξιότητες που απαιτούνται προκειμένου να κατανοήσουμε και να υποστηρίξουμε εναντίον των πειστικών τεχνικών που είναι ενσωματωμένες στην καθημερινή γλώσσα.

Ειδικότερα: α) Αναγνώριση και υποστήριξη εναντίον της χρήσης συναισθηματικής και παραπλανητικής γλώσσας, β) Ανίχνευση λανθασμένης χρήσης ορισμών και αναπαραστάσεων αφηρημένων εννοιών, γ) Κατανόηση της χρήσης της πλαισίωσης με καθοδηγητικές ερωτήσεις και της άρνησης να

προκαταβάλλει τον αναγνώστη, δ) Κατάλληλη χρήση αναλογιών, ε) Χρησιμοποίηση των ερωτήσεων και της παράφρασης, ως δεξιότητα για την κατανόηση κειμένων και προφορικής γλώσσας και στ) Παραγωγή και χρήση μιας γραφικής αναπαράστασης πληροφορίας που παρέχεται με πεζό λόγο.

3) *Δεξιότητες παραγωγικού συλλογισμού (Deductive reasoning skills)*: Δεξιότητες που χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό αν ένα συμπέρασμα είναι έγκυρο (για παράδειγμα πρέπει να είναι αληθές, αν οι υποθέσεις είναι αληθείς).

Ειδικότερα: α) Διάκριση μεταξύ παραγωγικού και επαγωγικού συλλογισμού, β) Αναγνώριση προϋποθέσεων και συμπερασμάτων, γ) Λογικός συλλογισμός με εντολές του τύπου "Αν... τότε...", δ) Χρήση αρχών γραμμικής διάταξης, ε) Αποφυγή των σφαλμάτων της άρνησης των προηγούμενων και της επιβεβαίωσης των επακόλουθων και στ) Χρήση δένδροδιαγραμμάτων με διακλαδώσεις και κόμβους για να αναπαρασταθούν πληροφορίες.

4) *Δεξιότητες ανάλυσης επιχειρημάτων (Argument analysis skills)*: Δεξιότητες που απαιτούνται προκειμένου να κρίνουμε πόσο καλά οι λόγοι και οι ενδείξεις υποστηρίζουν ένα συμπέρασμα, συμπεριλαμβανομένης της θεώρησης υποθέσεων αντίθετων των ενδείξεων, διατυπωμένων και μη διατυπωμένων υποθέσεων και τη συνολική ισχύ ενός επιχειρήματος.

Ειδικότερα: α) Αναγνώριση προϋποθέσεων (λόγων), αντίθετων επιχειρημάτων και συμπερασμάτων, β) Διαμόρφωση ισχυρών επιχειρημάτων τα οποία δείχνουν καλή σκέψη και δεξιότητες επικοινωνίας, γ) Κρίση της εγκυρότητας μιας πηγής πληροφοριών και κρίση της διαφοράς μεταξύ εμπειρίας σε πραγματικά θέματα και σε θέματα αξιών, Κατανόηση της διαφοράς μεταξύ γνώμης, λογικής κρίσης και γεγονότος, δ) Κατανόηση και αποφυγή κοινών σφαλμάτων, όπως πρόσωπο ανδρείκελο (straw person), επικλήσεις άγνοιας, τύψεις από συσχέτιση και επιχειρήματα εναντίον του προσώπου, ε) Αναγνώριση ψυχολογικών αποτελεσμάτων στο λογικό συλλογισμό και στ) Ενθύμηση για θεώρηση τι μπορεί να λείπει από ένα επιχείρημα.

5) *Δεξιότητες της σκέψης ως ελέγχου υποθέσεων (Skills in thinking as hypothesis testing)*: Δεξιότητες που χρησιμοποιούνται στον επιστημονικό λογικό συλλογισμό – συγκέντρωση παρατηρήσεων, διατύπωση πιστεύω και υποθέσεων και μετά χρήση της πληροφορίας που συλλέχθηκε προκειμένου να αποφασίσουμε αν επιβεβαιώνει ή διαψεύδει τις υποθέσεις.

Ειδικότερα: α) Αναγνώριση της ανάγκης και της χρήσης λειτουργικών ορισμών, β) Κατανόηση της ανάγκης για την απομόνωση και τον έλεγχο μεταβλητών, προκειμένου να κάνουμε ισχυρούς αιτιώδεις ισχυρισμούς, γ) Έλεγχος για επαρκές μέγεθος δείγματος και πιθανές μεροληψίες στη δειγματοληψία, όταν μία γενίκευση έχει γίνει, δ) Ικανότητα να περιγράψει κάποιος τη σχέση μεταξύ οποιωνδήποτε δύο μεταβλητών ως θετική, αρνητική ή ασυσχέτιστη και ε) Κατανόηση των ορίων του συσχετιστικού συλλογισμού.

6) *Δεξιότητες κριτικής σκέψης πιθανότητας και αβεβαιότητας (Likelihood and uncertainty critical thinking skills)*: Η σωστή χρήση αντικειμενικών και υποκειμενικών υπολογισμών πιθανότητας.

Ειδικότερα: α) Αναγνώριση παλλινδρόμησης στο μέσο, β) Κατανόηση και αποφυγή λαθών σε μία πρόταση (μία πρόταση είναι αληθής αν όλα είναι αληθή) (conjunction errors), γ) Χρήση ποσοστών βάσης (base rates) για τη διατύπωση προβλέψεων, δ) Κατανόηση των ορίων της εξαγωγής συμπερασμάτων

(extrapolation), ε) Προσαρμογή των αποτιμήσεων κινδύνου για την ερμηνεία της αθροιστικής φύσης των πιθανοκρατικών γεγονότων και στ) Το να σκέφτεται κανείς έξυπνα σχετικά με άγνωστους κινδύνους.

7) *Δεξιότητες λήψης αποφάσεων (Decision-making skills)*: Οι δεξιότητες που περιλαμβάνονται στην παραγωγή και επιλογή εναλλακτικών λύσεων και στην κρίση μεταξύ τους.

Ειδικότερα: α) Πλαισίωση μιας απόφασης με διαφορετικούς τρόπους προκειμένου να θεωρηθούν διαφορετικά είδη εναλλακτικών λύσεων, β) Παραγωγή εναλλακτικών λύσεων, γ) Αξιολόγηση των συνεπειών διαφόρων εναλλακτικών, δ) Αναγνώριση των μεροληψιών στην ανάλυση της υστερινής γνώσης (hindsight), ε) Χρήση ενός φύλλου εργασίας για τη λήψη αποφάσεων, στ) Αποφυγή των μεροληψιών που μπορούν να μας παγιδεύσουν (entrapment bias), ζ) Αναζήτηση αποδείξεων που διαψεύδουν και η) Επίγνωση των αποτελεσμάτων της μνήμης στις αποφάσεις.

8) *Δεξιότητες επίλυσης προβλήματος (Problem-solving skills)*: Δεξιότητες που απαιτούνται για την αναγνώριση και ορισμό ενός προβλήματος, στη διατύπωση του σκοπού και στην παραγωγή και αξιολόγηση για πορείες λύσεων (solution paths).

Ειδικότερα: α) Επανεκκίνηση του προβλήματος και του σκοπού, προκειμένου να θεωρηθούν διαφορετικά είδη λύσεων, β) Αναγνώριση του κριτικού ρόλου της επιμονής, γ) Χρήση μιας ποιοτικής αναπαράστασης ενός προβλήματος (για παράδειγμα διαγράμματα, δενδροδιαγράμματα, πίνακες και μοντέλα), δ) Κατανόηση περιορισμών παγκόσμιας θεώρησης (world-view), ε) Επιλογή της καλύτερης στρατηγικής για τον τύπο του προβλήματος και στ) Ενεργητική αναζήτηση αναλογιών.

9) *Δεξιότητες για δημιουργική σκέψη (Skills for creative thinking)*

Ειδικότερα: α) Επαναορισμός του προβλήματος και του σκοπού (με διάφορους διαφορετικούς τρόπους), β) Εύρεση αναλογιών (κατά μήκος διαφορετικών περιοχών γνώσης), γ) Καταγραφή συναφών όρων, δ) Καταιγισμός ιδεών (brainstorming) (χωρίς έλεγχο ή αξιολόγηση), ε) Παραγωγή και χρήση λιστών από τρόπους μέσα στους οποίους μία λύση μπορεί να διαφοροποιείται, στ) Καταγραφή λιστών ιδιοτήτων, ζ) Καταγραφή των θετικών, αρνητικών και ενδιαφερόντων ιδιοτήτων διαφόρων λύσεων και η) Οπτικοποίηση από άλλη οπτική θεώρηση.

Ο σκοπός της Halpern είναι οι αναγνώστες της να *χρησιμοποιούν δεξιότητες κριτικής σκέψης*. Γι' αυτό το λόγο προτείνει ένα *πλαίσιο γενικής χρήσης για να καθοδηγήσει τη διαδικασία σκέψης*, το οποίο συνίσταται στο να ζητάει από τους ανθρώπους να υιοθετήσουν μία μεταγνωστική προσέγγιση προκειμένου να γίνουν περισσότερο "γνώστες" (knowledgeable) σχετικά με τη σκέψη τους και να είναι περισσότερο ικανοί να τη ρυθμίσουν.

Το πλαίσιο της Halpern συνίσταται από *τέσσερις ερωτήσεις*: 1) Ποιος είναι ο σκοπός; 2) Τι είναι γνωστό; 3) Ποιες δεξιότητες σκέψης θα σας οδηγήσουν στο σκοπό; 4) Έχετε επιτύχει το σκοπό σας;

Αναγνωρίζοντας ότι απαιτείται χρόνος και συνειδητή προσπάθεια για να αναπτυχθούν οι στάσεις και οι δεξιότητες ενός *κριτικού σκεπτόμενου (critical thinker)* (έως το σημείο όπου η προσέγγιση γίνεται "συνήθεια"), η Halpern προτείνει ότι οι δάσκαλοι ενδείκνυται να παρέχουν πολλές ευκαιρίες για χρήση της κριτικής σκέψης και ότι οι δάσκαλοι και οι μαθητεύομενοι ομοίως εκτιμούν τη ανάπτυξη των παρακάτω *έξι διαθέσεων κριτικής σκέψης (critical thinking dispositions)*:

α) Προθυμία για προγραμματισμό (willingness to plan)

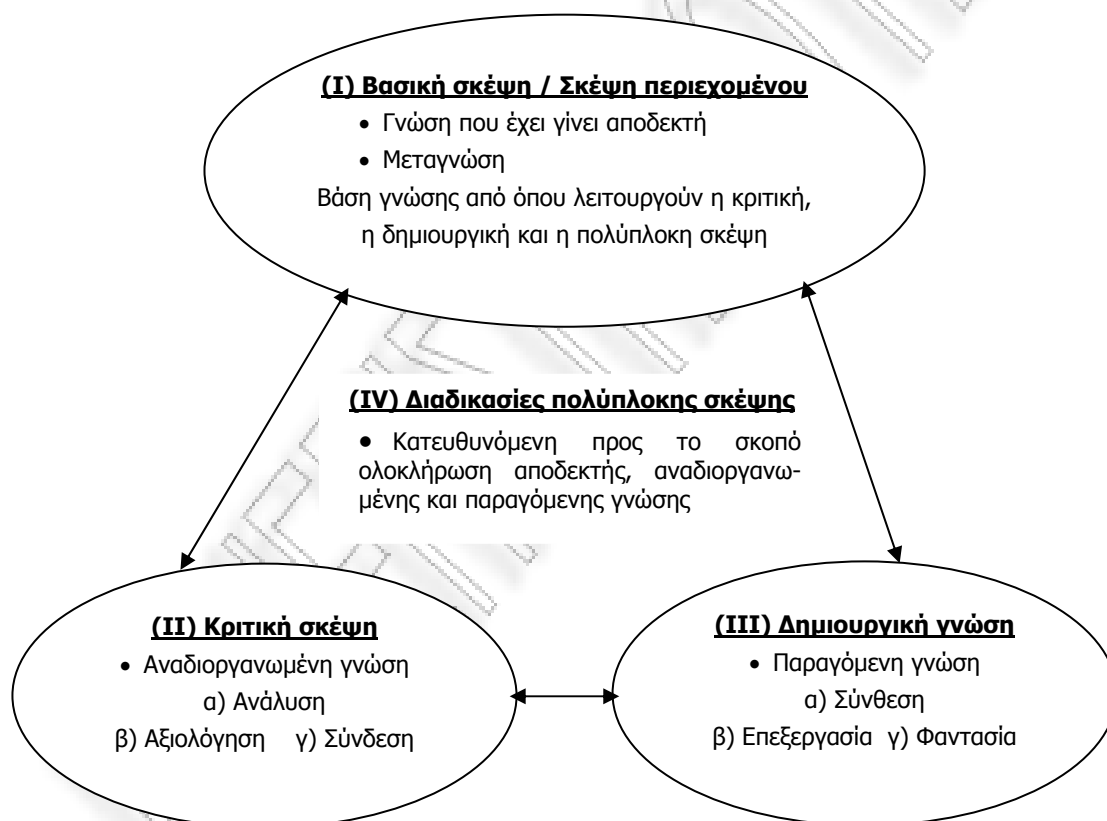
β) Ευκαμψία (flexibility) ("ανοικτό μυαλό" – open-mindedness)

- γ) Επιμονή (persistense)
- δ) Προθυμία για αυτο-διόρθωση (self-correct)
- ε) Το να είναι "επιμελής" (mindful) (μεταγνωστική παρακολούθηση–metacognitive monitoring)
- στ) Το να αναζητούν ομοφωνία (consensus)

2.3.3. Το μοντέλο της ολοκληρωμένης σκέψης

Το μοντέλο της ολοκληρωμένης σκέψης (*Integrated Thinking Model*) (Iowa Department of Education, 1989 και Jonassen, 2000) είναι ένα πλαίσιο κριτικής και παραγωγικής σκέψης. Το μοντέλο ορίζει τις δεξιότητες πολύπλοκης σκέψης (*complex thinking*) ως ένα αλληλεπιδραστικό σύστημα το οποίο έχει τρία βασικά συστατικά:

- α) Βασική σκέψη ή Σκέψη περιεχομένου (*Content / Basic thinking*)
- β) Κριτική σκέψη (*Critical thinking*)
- γ) Δημιουργική σκέψη (*Creative thinking*)



Σχήμα 2.1: Το μοντέλο της πολύπλοκης σκέψης (Iowa Department of Education, 1989)

Η πολύπλοκη σκέψη περιλαμβάνει στρατηγικές διαδικασίες κατευθυνόμενες προς το σκοπό, πολλαπλών βημάτων, όπως ο σχεδιασμός, η λήψη αποφάσεων και η επίλυση προβλήματος. Αυτό αποτελεί τον ουσιαστικό πυρήνα της σκέψης ανώτερης τάξης, το σημείο στο οποίο η σκέψη διασταυρώνεται ή εισβάλλει στην πράξη.

(I) Βασική σκέψη ή Σκέψη περιεχομένου (Content / Basic thinking)

Αναπαριστά τις δεξιότητες, τάσεις και διαθέσεις που απαιτούνται για να μάθουμε πληροφορίες που έχουν γίνει αποδεκτές, δηλαδή γενικές γνώσεις βασικού ακαδημαϊκού περιεχομένου και να ανακαλέσουμε αυτή την πληροφορία αφού την έχουμε μάθει.

Η βασική σκέψη περιλαμβάνει τις δεξιότητες της μάθησης και της ανάκλησης αυτών που έχουμε μάθει, περιγράφει δηλαδή την παραδοσιακή μάθηση. Βρίσκεται βέβαια σε διαρκή αλληλεπίδραση με την κριτική, τη δημιουργική και την πολύπλοκη σκέψη, εφόσον αποτελεί τη βάση γνώσης από την οποία λειτουργούν.

(II) Κριτική σκέψη (Critical thinking)

Περιλαμβάνει τη δυναμική αναδιοργάνωση της γνώσης σε σημαντικούς και χρήσιμους τρόπους. Περιλαμβάνει τρεις γενικές δεξιότητες: Αξιολόγηση, Ανάλυση και Σύνδεση.

(IIα) Αξιολόγηση (Evaluating)

Περιλαμβάνει κρίσεις για κάτι συγκρίνοντας το με κάποιο πρότυπο. Δεν αφορά έκφραση προσωπικών στάσεων ή αισθημάτων.

Περιλαμβάνει δεξιότητες όπως: α) Εκτίμηση πληροφοριών για την αξιοπιστία και τη χρησιμότητα τους και διάκριση μεταξύ σχετικών και άσχετων πληροφοριών, β) Καθορισμός κριτηρίων για την κρίση της αξίας των ιδεών ή αποτελεσμάτων αναγνωρίζοντας σχετικά κριτήρια και αποφασίζοντας πως και πότε θα εφαρμοστούν, γ) Καθορισμός προτεραιοτήτων σε ένα σύνολο επιλογών σύμφωνα με τη σχετικότητα ή τη σημασία τους, δ) Αναγνώριση σφαλμάτων και λαθών στη λογική, όπως ασάφειες, αναλήθειες και υπερβολές και ε) Επαλήθευση επιχειρημάτων και υποθέσεων, μέσω πραγματικών ελέγχων.

(IIβ) Ανάλυση (Analyzing)

Περιλαμβάνει το διαχωρισμό μιας ολόκληρης οντότητας στα σημαντικά της μέρη και την κατανόηση των σχέσεων που υπάρχουν μεταξύ των μερών αυτών. Ο χειρισμός των σχέσεων μεταξύ των μερών και του όλου, βοηθάει τους μαθητευόμενους να καταλάβουν την υποκειμενική οργάνωση των ιδεών.

Περιλαμβάνει δεξιότητες όπως: α) Αναγνώριση σχεδίων / προτύπων οργάνωσης, β) Ταξινόμηση αντικειμένων σε κατηγορίες έχοντας ως βάση κοινές ιδιότητες, γ) Αναγνώριση υποθέσεων, διατυπωμένων ή υπονοούμενων, όπως και υποθέσεων και πιστεύω που βρίσκονται πίσω από κάποιες θέσεις (για παράδειγμα αξιώματα στη γεωμετρία), δ) Αναγνώριση βασικών ή κεντρικών ιδεών σε κείμενο, δεδομένα ή κατασκευάσματα και διαφοροποίηση ιδεών που βρίσκονται στον πυρήνα του θέματος από υποστηρικτικές πληροφορίες και ε) Εύρεση ακολουθιών ή διατάξεων σε ακολουθιακά οργανωμένη πληροφορία.

(IIγ) Σύνδεση (Connecting)

Περιλαμβάνει τον καθορισμό σχέσεων μεταξύ των ολότητων που αναλύονται. Η σύνδεση βασίζεται στην ανάλυση εφόσον πολλές φορές συγκρίνουμε ολότητες έχοντας ως βάση τα μέρη στα οποία έχουν αναλυθεί.

Περιλαμβάνει δεξιότητες όπως: α) Σύγκριση / αντιπαράθεση ομοιοτήτων και διαφορών μεταξύ αντικειμένων ή γεγονότων, β) Λογική σκέψη, που απαιτείται για την ανάλυση ή την ανάπτυξη ενός επιχειρήματος, συμπεράσματος ή την παροχή υποστήριξης για ισχυρισμούς, γ) Διατύπωση συμπερασμάτων παραγωγικά από γενικεύσεις ή αρχές σε παραδείγματα (υποθετικο-παραγωγική ή συλλογιστική λογική), δ) Διατύπωση συμπερασμάτων για μία θεωρία ή αρχή επαγωγικά από δεδομένα και

ε) Αναγνώριση αιτιωδών σχέσεων μεταξύ γεγονότων ή αντικειμένων και πρόβλεψη πιθανών αποτελεσμάτων.

(III) Δημιουργική σκέψη (Creative thinking)

Απαιτεί πέρα από τη γνώση που έχει γίνει αποδεκτή, την παραγωγή νέας γνώσης. Η κριτική σκέψη χρησιμοποιεί περισσότερο αντικειμενικά κριτήρια, συνήθως καθιερωμένα εξωτερικά κριτήρια, ενώ η δημιουργική σκέψη χρησιμοποιεί περισσότερο προσωπικές και υποκειμενικές δεξιότητες στη δημιουργία της νέας γνώσης. Τα κύρια συστατικά της δημιουργικής σκέψης είναι η σύνθεση, η φαντασία και η επεξεργασία.

(IIIα) Σύνθεση (Synthesizing)

Περιλαμβάνει δεξιότητες όπως: α) Αναλογική σκέψη, η οποία περιλαμβάνει τη δημιουργία και τη χρήση μεταφορών και αναλογιών για να γίνει η πληροφορία περισσότερο κατανοητή, β) Περίληψη / ανακεφαλαίωση κύριων ιδεών από κάποιον με τα δικά του λόγια, γ) Διατύπωση υποθέσεων σχετικά με γεγονότα και προβλεπόμενα αποτελέσματα και δ) Σχεδιασμός μιας διαδικασίας, συμπεριλαμβανομένης μίας βήμα προς βήμα διαδικασίας για την επίτευξη δραστηριοτήτων.

(IIIβ) Φαντασία (Imagining)

Περιλαμβάνει τη φαντασία διαδικασιών, αποτελεσμάτων και πιθανοτήτων. Περιλαμβάνει διαίσθηση και αρτιότητα σκέψης και συχνά απαιτεί από τους μαθητές να οπτικοποιήσουν ενέργειες ή αντικείμενα. Η οπτικοποίηση είναι μία δεξιότητα την οποία κάποιοι μαθητές θα βρουν δύσκολο να αναπτύξουν λόγω ατομικών διαφορών στις ικανότητες σκέψης.

Περιλαμβάνει δεξιότητες όπως: α) Έκφραση ιδεών με αρτιότητα ή παραγωγή όσο περισσότερων ιδεών κάποιος μπορεί, β) Πρόβλεψη γεγονότων ή ενεργειών που προκαλούνται από ένα σύνολο συνθηκών, γ) Διατύπωση υποθέσεων και συλλογισμός σχετικά με ενδιαφέρουσες πιθανότητες και απάντηση ερωτήσεων του τύπου "Τι θα γινόταν αν", χωρίς λογική αξιολόγηση, δ) Οπτικοποίηση, η οποία περιλαμβάνει τη δημιουργία διανοητικών εικόνων ή διανοητική παρακολούθηση ενεργειών, ε) Διαίσθηση ή υποψίες σχετικά με ιδέες, οι οποίες είναι δυναμικές στρατηγικές που είναι αδύνατο να διδαχθούν αλλά αξίζουν να γίνουν αποδεκτές, τουλάχιστον ως υποθέσεις οι οποίες μπορούν να ελεγχθούν με τη χρήση άλλων δεξιοτήτων.

(IIIγ) Επεξεργασία πληροφοριών (Elaborating on information)

Σημαίνει πρόσθεση προσωπικού νοήματος σε πληροφορίες, συσχετίζοντας τις με προσωπικές εμπειρίες ή θεωρώντας την πληροφορία ως επέκταση μιας ιδέας.

Περιλαμβάνει δεξιότητες όπως: α) Επέκταση (expanding) της πληροφορίας με την πρόσθεση λεπτομερειών, παραδειγμάτων ή άλλων πληροφοριών, β) Τροποποίηση, βελτίωση ή αλλαγή ιδεών για διαφορετικούς λόγους, γ) Επέκταση (extending) των ιδεών μέσω της εφαρμογής τους σε ένα διαφορετικό πλαίσιο, δ) Αλλαγή (shifting) κατηγοριών σκέψης μέσω της θεώρησης μιας διαφορετικής οπτικής γωνίας, ε) Συγκεκριμενοποίηση (concretizing) γενικών ιδεών μέσω της παράθεσης παραδειγμάτων και χρήσεων.

(IV) Δεξιότητες πολύπλοκης σκέψης (Complex Thinking Skills)

Βρίσκονται στο κέντρο του μοντέλου ολοκληρωμένης σκέψης. Συνδυάζουν τις δεξιότητες σκέψης περιεχομένου, κριτικής και δημιουργικής σκέψης σε μεγαλύτερες διαδικασίες προσανατολισμένες στις ενέργειες. Περιλαμβάνουν την Επίλυση προβλήματος, το Σχεδιασμό και τη Λήψη αποφάσεων.

(IVα) Επίλυση προβλήματος (Problem solving)

Περιλαμβάνει τη συστηματική προσέγγιση ενός σκοπού, ο οποίος είναι συνήθως η λύση ενός προβλήματος που παρουσιάζει μια κατάσταση. Είναι ίσως η πιο συνήθης πολύπλοκη δεξιότητα.

Περιλαμβάνει τα *ακόλουθα βήματα και τις σχετικές δεξιότητες*:

- (1) *Κατανόηση του προβλήματος* (διαίσθηση, οπτικοποίηση, αρτιότητα, αναγνώριση υποθέσεων),
- (2) *Έρευνα του προβλήματος* (εκτίμηση πληροφοριών, αλλαγή κατηγοριών, ταξινόμηση, αναγνώριση σφαλμάτων),
- (3) *Διατύπωση του προβλήματος* (Περίληψη / ανακεφαλαίωση, διατύπωση συμπερασμάτων, διατύπωση υποθέσεων, συγκεκριμενοποίηση ιδεών, αναγνώριση κύριων ιδεών),
- (4) *Εύρεση εναλλακτικών προσεγγίσεων* (Επέκταση με την προσθήκη λεπτομερειών, παραδειγμάτων κλπ, επέκταση μέσω της εφαρμογής σε διαφορετικό πλαίσιο, τροποποίηση, πρόβλεψη, αρτιότητα, διατύπωση πισοκίνδυνων υποθέσεων),
- (5) *Επιλογή λύσης* (εκτίμηση πληροφοριών, σύγκριση / αντιπαράθεση, καθορισμός κριτηρίων, καθορισμός προτεραιοτήτων, επαλήθευση) και
- (6) *Κατασκευή αποδοχής* (σχεδιασμός, αρτιότητα, αλλαγή κατηγοριών, διατύπωση συμπερασμάτων, αναγνώριση αιτιωδών σχέσεων, πρόβλεψη).

(IVβ) Σχεδιασμός (Designing)

Περιλαμβάνει την εφεύρεση ή την παραγωγή νέων προϊόντων ή ιδεών σε κάποια μορφή, είτε αυτή είναι καλλιτεχνική ή επιστημονική, μηχανική ή άλλη μορφή. Περιλαμβάνει την ανάλυση μιας ανάγκης και έπειτα το σχεδιασμό και τη δημιουργία του νέου προϊόντος.

Περιλαμβάνει τα *ακόλουθα βήματα και τις σχετικές δεξιότητες*:

- (1) *Φαντασία ενός σκοπού* (αρτιότητα, αλλαγή κατηγοριών, διατύπωση υποθέσεων, οπτικοποίηση, διαίσθηση),
- (2) *Διατύπωση ενός σκοπού* (οπτικοποίηση, πρόβλεψη, αναγνώριση αιτιωδών σχέσεων, αναγνώριση σχεδίων / προτύπων, διατύπωση υποθέσεων, σχεδιασμός, λογικός συλλογισμός),
- (3) *Εφεύρεση ενός προϊόντος* (αρτιότητα, σχεδιασμός, επέκταση με την προσθήκη πληροφοριών, συγκεκριμενοποίηση, αλλαγή κατηγοριών, αναλογική σκέψη, οπτικοποίηση),
- (4) *Εκτίμηση του προϊόντος* (καθορισμός κριτηρίων, εκτίμηση πληροφοριών, σύγκριση / αντιπαράθεση, αναγνώριση λαθών, επαλήθευση) και
- (5) *Αναθεώρηση του προϊόντος* (επέκταση με την προσθήκη πληροφοριών, επέκταση μέσω της εφαρμογής σε ένα διαφορετικό πλαίσιο, τροποποίηση).

(IVγ) Λήψη αποφάσεων (Decision making)

Περιλαμβάνει την επιλογή μεταξύ εναλλακτικών λύσεων με ένα λογικό συστηματικό τρόπο. Περιλαμβάνει ενημέρωση και χειρισμό αντικειμενικών και υποκειμενικών κριτηρίων.

Περιλαμβάνει τα *ακόλουθα βήματα και τις σχετικές δεξιότητες*:

(1) *Αναγνώριση ενός θέματος* (αναγνώριση της κύριας ιδέας, αναγνώριση σχεδίων / μοτίβων, αναγνώριση υποθέσεων, αναγνώριση σφαλμάτων),

(2) *Γενίκευση εναλλακτικών υποθέσεων* (αρτιότητα, επέκταση μέσω της εφαρμογής σε διαφορετικό πλαίσιο, αλλαγή κατηγοριών, διατύπωση υποθέσεων, διατύπωση ριψοκίνδυνων υποθέσεων (speculating)),

(3) *Εκτίμηση συνεπειών* (ταξινόμηση, σύγκριση / αντιπαράθεση, καθορισμός κριτηρίων, αναγνώριση αιτιωδών σχέσεων, πρόβλεψη, αναλογική σκέψη),

(4) *Επιλογή* (Περιλήψη / ανακεφαλαίωση, λογική σκέψη, διατύπωση συνεπειών, συγκεκριμενοποίηση, διαίσθηση) και

(5) *Αξιολόγηση των επιλογών* (εκτίμηση πληροφοριών, επαλήθευση, διαίσθηση).

2.4. Προγράμματα διδασκαλίας δεξιοτήτων σκέψης

Οι προσεγγίσεις που έχουν ακολουθηθεί στο παρελθόν για τη διδασκαλία δεξιοτήτων σκέψης μπορούν να διακριθούν, σύμφωνα με τον Nisbet (1990) σε: α) *Ειδικά σχεδιασμένα προγράμματα* και β) *Προγράμματα εισαγωγής (infusion) στο αναλυτικό πρόγραμμα*. Η McGuinness (1999) υποδιαιρεί την δεύτερη κατηγορία σε: i) *Προγράμματα δεξιοτήτων σκέψης σε συγκεκριμένα γνωστικά αντικείμενα* και ii) *Προγράμματα γενικής εισαγωγής στο αναλυτικό πρόγραμμα*.

Στη συνέχεια θα αναφέρουμε τα *γνωστότερα και σημαντικότερα προγράμματα διδασκαλίας δεξιοτήτων σκέψης που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη διδασκαλία των Θετικών Επιστημών*. Πολλά από τα προγράμματα αυτά έχουν αναπτυχθεί για την πρωτοβάθμια ή την γυμνασιακή δευτεροβάθμια εκπαίδευση, όμως το γενικό τους πλαίσιο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη διδασκαλία δεξιοτήτων σκέψης στην λυκειακή δευτεροβάθμια, τη μεταδευτεροβάθμια και την ανώτατη εκπαίδευση, αλλά και στην επιμόρφωση στο χώρο της εργασίας.

1. Ειδικά σχεδιασμένα προγράμματα

Τα πιο γνωστά ειδικά σχεδιασμένα προγράμματα είναι: α) Το *πρόγραμμα εργαλειακού εμπλουτισμού (Instrumental Enrichment-IE)* του Feuerstein (Feuerstein, Rand, Hoffman & Miller, 1980), β) το *πρόγραμμα «Cognitive Research Trust-CoRT»* του Edward de Bono (de Bono 1988, 1991 και Wilson, 2000), γ) το *πρόγραμμα γνωστικής επιτάχυνσης μέσω εκπαίδευσης στις θετικές επιστήμες (Cognitive Acceleration through Science Education-CASE)* το οποίο αναπτύχθηκε από τους Michael Shayer, Philip Adey και Carolyn Yates (Adey, Shayer & Yates, 1995, Adey & Shayer, 1994 και Wilson, 2000), δ) το *πρόγραμμα «Φιλοσοφία για παιδιά»* των Lipman και Fisher (Lipman, Sharp & Oscanyon, 1980, Fisher, 1995, Lipman, 1980), ε) το *πρόγραμμα δεξιοτήτων σκέψης Somerset (The Somerset Thinking Skills Course – STSC)* (Blagg, Ballinger & Gardner, 1988 και Wilson, 2000), στ) το *πρόγραμμα δεξιοτήτων σκέψης στην εργασία (Thinking Skills at Work – TSAW)* (Blagg, Lewis και Ballinger, 1994).

2. Προγράμματα εισαγωγής στο αναλυτικό πρόγραμμα

Τα πιο γνωστά προγράμματα εισαγωγής στο αναλυτικό πρόγραμμα είναι: α) το *πρόγραμμα ενεργοποίησης των δεξιοτήτων σκέψης των παιδιών (Activating Children's Thinking Skills – ACTS)*

(McGuinness, Curry, Greer, Daly & Salters, 1996, 1997), το οποίο σχεδιάστηκε από την McGuinness, σε συνεργασία με μια μικρή ομάδα δασκάλων και προσαρμόσε το γνωστικό πλαίσιο των Swartz, Parks και Perkins (Swartz & Parks, 1994) και β) *προγράμματα δεξιοτήτων σκέψης για τα μαθηματικά*, με γνωστότερο το πρόγραμμα του Schoenfeld (1985) για τη *διδασκαλία της μαθηματικής επίλυσης προβλήματος*, σε μαθητές κολλεγίου στις ΗΠΑ.

Για περισσότερες πληροφορίες και μια εκτενή καταγραφή των προγραμμάτων που έχουν αναπτυχθεί μέχρι σήμερα βλέπε Learning and Skills Research Center (2004b).

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΕ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ

3.1. Εισαγωγή

Η ανάπτυξη της τεχνολογίας και ειδικότερα της τεχνολογίας των υπολογιστών στις μέρες μας, προσφέρει δυνατότητες για γρήγορη, άμεση, πολύπλευρη και ολοκληρωμένη αλλά και εξειδικευμένη ενημέρωση σε όλους. Η σύγχρονη κοινωνία η οποία θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως κοινωνία της πληροφορίας, παρέχει δυνατότητες για αυτο-εκπαίδευση και αυτο-μόρφωση, αλλά και απαιτεί την ικανότητα χρήσης και αξιοποίησης των δυνατοτήτων που προσφέρουν οι *Τεχνολογίες της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών (ΤΠΕ)* πλέον από όλους. Η γενικευμένη χρήση των ΤΠΕ και ειδικότερα των ηλεκτρονικών υπολογιστών στην καθημερινή εργασιακή και προσωπική πρακτική, δεν θα μπορούσε να αφήσει ανεπηρέαστο τον ευαίσθητο χώρο του σχολείου, το οποίο αποτελεί άλλωστε και τον «καθρέπτη» της κοινωνίας. Στο πλαίσιο αυτό ο *ρόλος του δασκάλου διαφοροποιείται σημαντικά*, εφόσον η μόρφωση και η εκπαίδευση των μαθητών, την οποία επηρεάζει και προκαλεί, είναι απαραίτητο να περιλαμβάνει όλα εκείνα τα στοιχεία που θα τους κάνουν ικανούς να συμμετέχουν, να δρουν και να ενεργούν στην σημερινή κοινωνία (Kyriazis & Korres, 2002).

3.2. Εισαγωγή και χρήση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση – Η διεθνής εμπειρία

Μεγάλο ενδιαφέρον έχει αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια για την εισαγωγή και χρήση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών (ΤΠΕ) στην Εκπαίδευση, τόσο σε επίπεδο *γνωστικού αντικειμένου* με την εισαγωγή μαθημάτων Πληροφορικής και Τεχνολογιών υπολογιστικών συστημάτων και δικτύων, όσο και σε επίπεδο *χρήσης των ΤΠΕ ως γνωστικών εργαλείων* στη διδασκαλία άλλων μαθημάτων (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003 και Κορρές, 2003).

Η διάχυση και η γενικευμένη χρήση των ΤΠΕ σε όλες τις δραστηριότητες της σημερινής αγοράς εργασίας, *προϋποθέτει και προσπατεί την κατάλληλη και αποτελεσματική εκπαίδευση και κατάρτιση* τόσο του εργατικού, όσο και του μαθητικού δυναμικού στη χρήση των ΤΠΕ. Η εκπαίδευση και κατάρτιση στις ΤΠΕ, μέσω της ανάπτυξης κατάλληλων ικανοτήτων των εργαζομένων, μπορεί να οδηγήσει σε θετικές επιδράσεις των ΤΠΕ στην οικονομική ανάπτυξη και την ανάπτυξη των επιχειρήσεων (Κορρές & Τσάμη, 2004). Ένα κατάλληλα εκπαιδευμένο προσωπικό μπορεί να διευρύνει τους τομείς κατασκευής, παραγωγής και χρήσης ΤΠΕ, αλλά και όλους τους τομείς οι οποίοι χρησιμοποιούν τις ΤΠΕ σε οποιαδήποτε δραστηριότητα, γεγονός που η διεθνής εμπειρία έχει δείξει ότι οδηγεί στη μεγέθυνση της παραγωγικότητας, τόσο της παραγωγικότητας εργασίας, όσο και της συνολικής παραγωγικότητας (OECD, 2003a). Η εκπαίδευση λοιπόν και η κατάρτιση στις ΤΠΕ, τόσο σε επίπεδο γενικής δευτεροβάθμιας και πανεπιστημιακής εκπαίδευσης, όσο και σε επίπεδο τεχνικής και επαγγελματικής δευτεροβάθμιας, μεταδευτεροβάθμιας και τριτοβάθμιας εκπαίδευσης ανάγεται σε βασικό παράγοντα για τη χάραξη κατευθύνσεων εκπαιδευτικής πολιτικής στις οικονομίες του μέλλοντος.

Ο ΟΟΣΑ στους Δείκτες του για την Εκπαίδευση του 2003 (OECD, 2003b), έχει συμπεριλάβει *έξι συνολικά δείκτες για την εισαγωγή και χρήση των ΤΠΕ στην ανώτερη δευτεροβάθμια εκπαίδευση*, με

συγκριτικά αποτελέσματα για 14 χώρες: το Βέλγιο, τη Δανία, τη Φινλανδία, τη Γαλλία, την Ουγγαρία, την Ιρλανδία, την Ιταλία, την Κορέα, το Μεξικό, τη Νορβηγία, την Πορτογαλία, την Ισπανία, τη Σουηδία και την Ελβετία. Ειδικότερα:

1) *Εισαγωγή βασικών εφαρμογών ΤΠΕ στην Εκπαίδευση*

Από στοιχεία του ΟΟΣΑ για την περίοδο 1980–2000, προκύπτει μία ραγδαία αύξηση των ποσοστών μαθητών της ανώτερης δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης οι οποίοι έχουν πρόσβαση σε βασικές εφαρμογές ΤΠΕ τα τελευταία χρόνια. Ειδικότερα για εφαρμογές επεξεργασίας κειμένου και λογιστικών φύλλων, το μέσο ποσοστό των μαθητών για το έτος 2000 ήταν 97 % (με ποσοστά για τις διάφορες χώρες από 93 % έως 100 %), ενώ το αντίστοιχο μέσο ποσοστό για το έτος 1980 ήταν 2 % (με ποσοστά από 1 % έως 7 %) και για το έτος 1990 ήταν 41 % (με ποσοστά από 15 % έως 64 %). Πρόσβαση στο διαδίκτυο (Internet) είχε το έτος 2000 κατά μέσο όρο το 94 % (με ποσοστά για τις διάφορες χώρες από 58 % έως 100 %), ενώ το 1995 το μέσο ποσοστό ήταν 24 % (με ποσοστά για τις χώρες από 7 % έως 57 %).

Η αναλογία μαθητών ανά υπολογιστή ήταν για το έτος 2000 κατά μέσο όρο 9 μαθητές / υπολογιστή. Οι χώρες με τη μικρότερη αναλογία ήταν η Δανία (3 μαθητές), η Ελβετία (3 μαθητές) και η Νορβηγία (4 μαθητές / υπολογιστή).

2) *Σοβαρότερα εμπόδια στη χρήση των ΤΠΕ στη διδασκαλία*

Τα σοβαρότερα εμπόδια που υπήρχαν στη χρήση των ΤΠΕ στην εκπαίδευση, όπως αναφέρθηκαν από τους διευθυντές των σχολείων το 2001, είναι:

α) *Εμπόδια που σχετίζονται με το μηχανικό μέρος των Η/Υ και τον εξοπλισμό γενικότερα*, με πιο σοβαρά εμπόδια τον ανεπαρκή αριθμό υπολογιστών για χρήση από τους δασκάλους και τους μαθητές (με μέσα ποσοστά μαθητών σε σχολεία που δήλωσαν το πρόβλημα 10 % και 17 % αντίστοιχα) και την απαξίωση των υπολογιστών (παλαιότεροι των τριών ετών) (8 %).

β) *Εμπόδια σχετικά με το λογισμικό*, όπου τα ποσοστά των μαθητών που αντιμετωπίζουν τα συγκεκριμένα εμπόδια ήταν πολύ μικρά (1–3%). Η μόνη χώρα με υψηλά ποσοστά ήταν η Κορέα σχετικά με τον αριθμό των διαθέσιμων αντιγράφων λογισμικού για εκπαιδευτικούς σκοπούς (10 %) και την ποικιλία των ειδών λογισμικού (17 %).

γ) *Εμπόδια σχετικά με το δάσκαλο*, με κύριο εμπόδιο την έλλειψη γνώσεων και ικανοτήτων του δασκάλου στη χρήση Η/Υ για διδακτικούς σκοπούς (με μέσο ποσοστό μαθητών σε σχολεία που δήλωσαν το πρόβλημα 10 %). Ως δευτερεύοντα εμπόδια αναφέρθηκαν η δυσκολία εισαγωγής των υπολογιστών στη διδασκαλία στην τάξη (7 %), ο ανεπαρκής χρόνος των δασκάλων να προετοιμάσουν μαθήματα στα οποία χρησιμοποιούνται Η/Υ (6 %), αλλά και η έλλειψη ενδιαφέροντος και προθυμίας των δασκάλων να χρησιμοποιήσουν τους Η/Υ για διδακτικούς σκοπούς (6 %).

δ) *Εμπόδια σχετικά με την οργάνωση και το σχεδιασμό ή σχετικά με το σχολείο*, όπου το βασικό εμπόδιο ήταν η έλλειψη συντήρησης και τεχνικής υποστήριξης (10 %)

3) *Πρόσβαση των δασκάλων στις ΤΠΕ*

Τα ποσοστά των δασκάλων που είχαν πρόσβαση στις ΤΠΕ για εκπαιδευτικούς σκοπούς τουλάχιστον μία φορά το μήνα το 2001, όπως αναφέρθηκαν από τους διευθυντές των σχολείων, ήταν κατά μέσο όρο

47 % για τη χρήση εφαρμογών υπολογιστών και 42 % για τη χρήση του διαδικτύου. Η αναλογία δασκάλων ανά υπολογιστή ήταν κατά μέσο όρο 6 δάσκαλοι / υπολογιστή, με χώρες με τη μικρότερη αναλογία τη Σουηδία (1 δάσκαλος), την Κορέα (1 δάσκαλος), τη Δανία (2 δάσκαλοι), τη Φινλανδία (2 δάσκαλοι) και τη Νορβηγία (2 δάσκαλοι / υπολογιστή).

4) Χρήση των ΤΠΕ προκειμένου να επιτευχθούν διαφορετικοί εκπαιδευτικοί σκοποί

Οι ΤΠΕ, όπως δήλωσαν οι διευθυντές των σχολείων το 2001, χρησιμοποιούνται από τους μαθητές σε μεγάλο βαθμό για την εύρεση πληροφοριών μέσω του διαδικτύου (με μέσο ποσοστό μαθητών 67 %) και σε μικρότερο βαθμό για την ανάπτυξη ικανοτήτων ανεξάρτητης μάθησης (61 %), για την παροχή πρόσθετης διδασκαλίας και πρακτικής εξάσκησης (53 %), για την παροχή ευκαιριών για μάθηση των μαθητών με το δικό τους ρυθμό (57 %), για το συνδυασμό θεμάτων από τα σχολικά μαθήματα μεταξύ τους (59 %) και για την παροχή ευκαιριών για μάθηση με προσομοίωση (52 %).

5) Δραστηριότητες που σχετίζονται με τις ΤΠΕ

Οι δραστηριότητες με τις οποίες ασχολούνταν οι μαθητές υπό τη μορφή εργασιών τουλάχιστον μία φορά το μήνα ήταν κυρίως ο χειρισμός του Η/Υ (94 % κατά μέσο όρο) και η γραφή κειμένων με επεξεργαστές κειμένου (93 %). Κατά δεύτερο λόγο η αποστολή, η έρευνα και η χρήση ηλεκτρονικών μορφών πληροφοριών (80 %) και οι υπολογισμοί μέσω λογιστικών φύλλων (75 %) και ακολουθούν η χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού (67 %) και η δημιουργία γραφικών παραστάσεων με χρήση προγραμμάτων γραφικών (63 %).

6) Συνεργασία των σχολείων με άλλους οργανισμούς στις ΤΠΕ

Η συνεργασία των σχολείων με άλλους οργανισμούς στις ΤΠΕ, όπως αναφέρθηκαν από τους διευθυντές των σχολείων το 2001, αφορά:

α) *Συνεργασία με άλλα εκπαιδευτικά ιδρύματα*, όπου αναφέρθηκε κατά κύριο λόγο η κοινή εκπαιδευτική εμπειρία μέσω των ΤΠΕ (επικοινωνία και ανταλλαγή πληροφοριών, κοινά ερευνητικά προγράμματα και εργασίες) (με μέσο ποσοστό μαθητών 45 %) και η επαγγελματική εξέλιξη αναφορικά με τις ΤΠΕ (45 %). Δευτερευόντως αναφέρθηκε η ανάπτυξη λογισμικού, δικτύων υπολογιστών, μαθησιακών περιβαλλόντων και μαθησιακού υλικού (34 %), η ανάπτυξη κοινών δικτύων υπολογιστών και συντήρησης συστημάτων δικτύων (29 %) και η δωρεά, ανταλλαγή ή κοινή αγορά εξοπλισμού ΤΠΕ (29 %).

β) *Συνεργασία με ιδιωτικές εταιρείες*, όπου αναφέρθηκε κυρίως η δωρεά, ανταλλαγή ή αγορά εξοπλισμού ΤΠΕ (11 %), η ανάπτυξη λογισμικού, δικτύων, εκπαιδευτικών περιβαλλόντων κλπ (10 %), η ανάπτυξη και συντήρηση κοινών συστημάτων, δικτύων κλπ (9 %) και η επαγγελματική εξέλιξη αναφορικά με τις ΤΠΕ (8 %).

γ) *Συνεργασία με άλλους οργανισμούς*, όπου αναφέρθηκε κυρίως η επαγγελματική εξέλιξη αναφορικά με τις ΤΠΕ (16 %) και δευτερευόντως η ανάπτυξη λογισμικού και περιβαλλόντων (13 %), η δωρεά, ανταλλαγή ή κοινή αγορά εξοπλισμού (12 %) και η ανάπτυξη και συντήρηση κοινών συστημάτων και δικτύων (12 %).

3.3. Η προγραμματισμένη διδασκαλία

Η *προγραμματισμένη διδασκαλία (programmed instruction)* (Κανάκης, 1989) είναι μία μορφή αυτοδιδασκαλίας, η οποία στηρίζεται σε ένα *διδακτικό πρόγραμμα*, το οποίο αποτελείται από πολλά μικρά βήματα, τα *πλαίσια (frames)*. Κάθε πλαίσιο δίνει ορισμένες πληροφορίες στο μαθητή και τον καλεί να απαντήσει σε μια ερώτηση. Αν απαντήσει σωστά μπορεί να προχωρήσει στο επόμενο βήμα. Η προγραμματισμένη διδασκαλία γνώρισε τη μεγαλύτερη ακμή της στη δεκαετία του 1960, με τους υποστηρικτές της να *πιστεύουν ότι είναι η διδακτική επανάσταση που θα καταργούσε το δάσκαλο*. Από τα μέσα της δεκαετίας του 1970 όμως ο υπέρμετρος ενθουσιασμός υποχώρησε.

Η προγραμματισμένη διδασκαλία έχει τις βάσεις της στην θεωρία του Ed. Thorndike για τη *μάθηση με δοκιμή και πλάνη* και στη θεωρία της *ενεργητικής υποκατάστασης (operant conditioning)* του Skinner (Skinner, 1954).

Οι *βασικές αρχές της προγραμματισμένης διδασκαλίας* είναι: α) η προσφορά της ύλης σε μικρά βήματα και β) η άμεση ενίσχυση των προσπαθειών του μαθητή με την επιβεβαίωση της σωστής απάντησης (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Οι *κύριες μορφές προγραμμάτων* για την *προγραμματισμένη διδασκαλία*:

1. Το *γραμμικό (linear) πρόγραμμα*, το οποίο επινοήθηκε από τον B. F. Skinner και αποτελείται από μια απλή σειρά πλαισίων τα οποία ο μαθητής ακολουθεί και προχωρεί σε ευθεία γραμμή προς τον τελικό στόχο. Κάθε διδακτικό βήμα αποτελείται από τέσσερα στοιχεία: α) μία πληροφορία, β) μία ερώτηση, γ) ένα κενό για να δοθεί η απάντηση από το μαθητή και δ) τη σωστή απάντηση. Το γραμμικό πρόγραμμα του Skinner έχει εμφανιστεί περισσότερο με τη *μορφή βιβλίου*.

2. Το *διακλαδισμένο πρόγραμμα*, το οποίο επινοήθηκε από τον N. A. Crowder και αποτελείται από μεγαλύτερα πλαίσια τα οποία έχουν τη μορφή ερωτήσεων πολλαπλής επιλογής. Ο μαθητής επιλέγει την απάντηση την οποία θεωρεί σωστή. Κάθε απάντηση παραπέμπει σε διαφορετικό πλαίσιο. Στην περίπτωση που ο μαθητής επιλέξει λανθασμένη απάντηση, παραπέμπεται σε ένα πλαίσιο που του εξηγεί γιατί η απάντηση του είναι λανθασμένη και τον παρακινεί να μελετήσει πάλι το αρχικό πλαίσιο. Τα διακλαδισμένα πρόγραμμα του Crowder έχει τη μορφή *ανακατεμένου βιβλίου (scrambled book)*.

Η *βασική διαφορά του γραμμικού από το διακλαδισμένο πρόγραμμα* βρίσκεται στον *τρόπο αντιμετώπισης του λάθους του μαθητή* (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003). Ο Skinner πιστεύει ότι τα βήματα πρέπει να είναι τόσο μικρά ώστε να αποφεύγεται το λάθος του μαθητή. Όταν ο μαθητής δώσει λανθασμένη απάντηση του προσφέρεται η σωστή. Αντίθετα, ο Crowder πιστεύει ότι το λάθος αποτελεί ουσιαστικό στοιχείο στη διαδικασία μάθησης. Όταν ο μαθητής κάνει λάθος του δίνονται συμπληρωματικές εξηγήσεις για να το ξεπεράσει.

Τα *μέσα παρουσίασης της προγραμματισμένης διδασκαλίας* ήταν αρχικά τα *προγραμματισμένα βιβλία* και οι *διδακτικές μηχανές*, ενώ αργότερα οι *υπολογιστές*.

3.4. Το εκπαιδευτικό λογισμικό

Το *εκπαιδευτικό λογισμικό* είναι το μέσο της εκπαιδευτικής διαδικασίας που αποσκοπεί στη *διευκόλυνση της μάθησης* χρησιμοποιώντας ως *κύριο εργαλείο τον υπολογιστή*. Η διευκόλυνση της μάθησης μπορεί να επιτευχθεί, είτε χρησιμοποιώντας το εκπαιδευτικό λογισμικό ως *μέσο διδασκαλίας από*

τον εκπαιδευτικό είτε ως αλληλεπιδραστικό μέσο υποστήριξης της μάθησης από το μαθητή. Η χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού μπορεί να θεωρηθεί ως συμβολή στη βελτίωση της μάθησης σε ποιοτικό κυρίως επίπεδο, ενεργοποιώντας το μαθητή και τον εκπαιδευτικό, ώστε να αξιοποιήσει το δυναμικό τους. Αυτό σημαίνει ότι ο *χρήστης εκπαιδευτικού λογισμικού*: α) εξερευνά και ανακαλύπτει και β) αποκτά δημιουργική σχέση με το γνωστικό αντικείμενο που μαθαίνει (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

3.4.1. Το μοντέλο της μάθησης με τη βοήθεια του υπολογιστή

Το μοντέλο της μάθησης με τη βοήθεια του υπολογιστή (*Computer Aided Learning–CAL*) περιλαμβάνει όλες τις δραστηριότητες μέσω των οποίων οι υπολογιστές συνεισφέρουν με ποικίλους τρόπους στη διαδικασία μάθησης (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Τα βασικά χαρακτηριστικά των συστημάτων CAL είναι:

1. Ένας γνωστικός τομέας παρουσιάζεται στο μαθητή υπό τη μορφή εκπαιδευτικών ενοτήτων. Το επίπεδο και το μέγεθος της ενότητας εξαρτάται από το γνωστικό επίπεδο των μαθητών, το είδος του εκπαιδευτικού υλικού, τη μέθοδο διδασκαλίας που ακολουθείται από το σύστημα CAL κλπ. Τα κυριότερα προβλήματα που εμφανίζονται είναι ο αποπροσανατολισμός του μαθητή όταν χρησιμοποιεί το πρόγραμμα και η υπερφόρτωσή του με γνώσεις τις οποίες δεν μπορεί να αφομοιώσει.

2. Ο μαθητής συμμετέχει ενεργά στη διαδικασία μάθησης με το σύστημα CAL, σε αντίθεση με τον παθητικό ρόλο στον οποίο υποβάλλεται όταν διαβάζει ένα βιβλίο ή παρακολουθεί μία διάλεξη.

3. Ο μαθητής μπορεί αμέσως να πληροφορείται για την αξιολόγηση της επίδοσης του (*ανατροφοδότηση πληροφοριών – information feedback*).

4. Κάθε μαθητής αλληλεπιδρά με το σύστημα με το δικό του προσωπικό ρυθμό, γεγονός που επιτρέπει την ταυτόχρονη διδασκαλία ομάδων μαθητών με διαφορετικές πνευματικές ικανότητες (*εξατομικευμένη διδασκαλία*).

5. Τα συστήματα CAL μπορούν να αναπροσαρμοστούν εύκολα (*flexible*), για την παρουσίαση εκπαιδευτικού υλικού στους μαθητές.

6. Τα συστήματα CAL παρέχουν δυνατότητες για την αξιολόγηση του βαθμού κατανόησης ενός συγκεκριμένου γνωστικού τομέα από το μαθητή.

7. Τα συστήματα CAL πρέπει να είναι όσο το δυνατόν πιο έμπειρα από πλευράς γνωστικού αντικειμένου και διδακτικών μεθόδων. Να έχουν τη δυνατότητα να εκτιμήσουν τις απαντήσεις του μαθητή, μέσω της καταγραφής των αναγκαίων βοηθητικών ενεργειών (*remedial actions*) και της επίδοσης των μαθητών. Επίσης να έχουν τη δυνατότητα να λαμβάνουν αποφάσεις μέσω της εκτίμησης των απαντήσεων και της αυτοκριτικής των γνώσεων και των μεθόδων που χρησιμοποιούν.

Οι Kemmis, Atkin και Wright έχουν προτείνει ένα πλαίσιο για το CAL, το οποίο αποτελείται από τέσσερα μοντέλα (*paradigms*) για την εφαρμογή των υπολογιστών στην εκπαίδευση (Kemmis, Atkin & Wright, 1977):

1. Το μοντέλο της διδασκαλίας (*Instructional model* ή *Computer Assisted Instruction–CAI*)
2. Το μοντέλο της αποκάλυψης (*Relevatory model* ή *Simulation*)
3. Το μοντέλο της εικασίας (*Conjectural model* ή *Modelling* ή *Modelization*)
4. Το απελευθερωτικό μοντέλο (*Emancipatory model*)

3.4.1.1. Το μοντέλο της διδασκαλίας υποβοηθούμενης από τον υπολογιστή

Σύμφωνα με το μοντέλο της διδασκαλίας υποβοηθούμενης από τον υπολογιστή (*Computer Assisted Instruction-CAI*), ο υπολογιστής είναι προγραμματισμένος να διδάσκει το μαθητεύόμενο και να κατευθύνει τις δραστηριότητες του προς την απόκτηση προκαθορισμένων γνώσεων ή ικανοτήτων. Το μοντέλο CAI αναπτύχθηκε στις ΗΠΑ από ψυχολόγους που θεωρούσαν τον υπολογιστή ως το ιδεώδες μέσο για να προσφέρει *εξατομικευμένη διδασκαλία* (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Το μοντέλο CAI περιλαμβάνει δύο κατηγορίες προγραμμάτων.

1. Προγράμματα πρακτικής και εξάσκησης

Τα προγράμματα πρακτικής και εξάσκησης (*drill and practice*) αποτελούν ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα *δομημένου διαλόγου*, είναι δηλαδή ένα είδος σύντομων προγραμμάτων τα οποία στοχεύουν στην εμπέδωση των εννοιών που διδάχθηκαν και την περαιτέρω εξάσκηση των μαθητών σε ένα συγκεκριμένο αντικείμενο (Suppes, 1966). Τα προγράμματα πρακτικής και εξάσκησης αποτέλεσαν την πιο γνωστή μορφή του μοντέλου CAI, κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1970 και κατά το μεγαλύτερο μέρος της δεκαετίας του 1980.

Τα προγράμματα αυτά παρουσίαζαν προβλήματα – πιο συχνά μαθηματικά προβλήματα – για να λυθούν από τους μαθητεύομενους. Οι μαθητεύομενοι εισήγαγαν απαντήσεις και λάμβαναν ανατροφοδότηση (*feedback*) σχετικά με την ακρίβεια των απαντήσεων τους, δεχόμενοι συχνά γραφικές ανταμοιβές (πρόσωπα που χαμογελούν, εκρήξεις κλπ) σε περίπτωση σωστής απάντησης. Η χρήση των προγραμμάτων αυτών βασιζόταν κυρίως στις απόψεις της *μάθησης με συντελεστική εξάρτηση του Skinner* και γενικότερα στις απόψεις της θεωρίας του Συμπεριφορισμού. Τα προγράμματα πρακτικής και εξάσκησης χρησιμοποιήθηκαν για την *εφαρμογή της προγραμματισμένης διδασκαλίας*, αντικαθιστώντας τα προγραμματισμένα βιβλία και τις διδακτικές μηχανές του Skinner (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Το ισχυρότερο επιχείρημα υπέρ της χρήσης των προγραμμάτων αυτών ήταν η ανάπτυξη του *αυτοματισμού* (Merill, Tolman, Christensen, Hammons, Vincent & Reynolds, 1986), άποψη συμβατή με τη *θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών (Information Processing Approach)*. Σύμφωνα με την άποψη αυτή, προκειμένου να μάθει κάποιος *πολύπλοκες ικανότητες ανώτερης τάξης (higher order skills)* είναι απαραίτητο να μπορεί να εκτελεί αυτόματα ενέργειες που απαιτούν *υποϊκανότητες κατώτερης τάξης (lower order)*.

Η χρήση των προγραμμάτων πρακτικής και εξάσκησης *είναι εξειδικευμένη και έχει σαφώς περιορισμένες δυνατότητες στην ενεργοποίηση της πολύπλοκης σκέψης* που απαιτείται για την επίτευξη ουσιαστικής μάθησης, την οποία ο μαθητής μπορεί να χρησιμοποιήσει στην επίλυση προβλημάτων, στη μεταφορά ικανοτήτων σε πρωτότυπες καταστάσεις, στην κατασκευή πρωτότυπων ιδεών κλπ (Jonassen, 2000).

2. Διδακτικά προγράμματα

Η επανάσταση της Γνωστικής Ψυχολογίας στο χώρο της Ψυχολογίας Μάθησης (Learning Psychology) τη δεκαετία του 1970, παρείχε τις βάσεις για *διδακτικά προγράμματα (Computer-based*

Tutorials), τα οποία στόχευαν στην αντιμετώπιση των *ατομικών διαφορών στη μάθηση*, παρέχοντας διορθωτική διδασκαλία όταν οι απαντήσεις των μαθητευόμενων ήταν λανθασμένες.

Τα αρχικά διδακτικά προγράμματα παρουσίαζαν κάποιες πληροφορίες, με κείμενο ή γραφικά και μετά έδιναν στον μαθητευόμενο μία ερώτηση, συνήθως με τη μορφή της ερώτησης πολλαπλής επιλογής (*multiple choice*), προκειμένου να ελέγξουν την κατανόηση του μαθητευόμενου ως προς τις πληροφορίες που είχαν παρουσιαστεί. Η απάντηση του μαθητευόμενου συγκρινόταν από το πρόγραμμα με τη σωστή απάντηση που ήταν αποθηκευμένη στη μνήμη του υπολογιστή. Οι σωστές απαντήσεις ανταμοίβονταν, ενώ σε περίπτωση λανθασμένης απάντησης, ακολουθούσε *διορθωτική διδασκαλία (remedial instruction)*. Οι στρατηγικές της διορθωτικής διδασκαλίας ήταν πολλές φορές πολύ εξελιγμένες, με την παροχή διδασκαλίας εξειδικευμένης στη φύση του λάθους του μαθητευόμενου ή την παροχή εναλλακτικών μορφών διδασκαλίας. Στη συνέχεια το πρόγραμμα παρουσίαζε το πρόβλημα ξανά, δίνοντας άλλη μία ευκαιρία στο μαθητεύόμενο να απαντήσει σωστά.

Τα διδακτικά προγράμματα αποτελούνται από ακολουθίες της μορφής: Παρουσίαση → Απάντηση → Ανατροφοδότηση. Ανάλογα με *τη δομή και τη ροή τους*, τα διδακτικά προγράμματα κατατάσσονται: α) Στα *γραμμικά (linear)*, τα οποία ακολουθούν πάντα την ίδια ροή ανεξάρτητα από το μαθητή που τα χειρίζεται (Alessi & Trollip, 1985), β) Στα *προσαρμοστικά ή διακλαδωτά (adaptive ή branching)*, στα οποία κάθε κομμάτι υλικού που βλέπει ο μαθητής καθορίζεται άμεσα από την προηγούμενη συμπεριφορά του όταν επιλέγει μια απάντηση σε ερώτηση πολλαπλής επιλογής και γ) Στα *παραγωγικά προγράμματα (generative)*, στα οποία το επίπεδο της απόδοσης του μαθητή στις εργασίες που ανέλαβε ως εκείνη τη στιγμή μπορεί να καθορίσει την παρουσίαση των επόμενων παραδειγμάτων από τον υπολογιστή (Davies & Hartley, 1972).

Πολλά διδακτικά προγράμματα παρείχαν επίσης *στρατηγικές προσανατολισμού (orienting strategies)*, όπως *κίνητρα, προκαταβολικούς οργανωτές (advance organizers)*, *ανασκοπήσεις (overviews)*, *περιλήψεις (summaries)* και *αναγωγή σε προσωπικό επίπεδο (personalization)* (για παράδειγμα αναφορά στο μαθητεύόμενο με το όνομα του). Τα πιο μοντέρνα διδακτικά προγράμματα προσαρμόζονταν στο επίπεδο μάθησης με το οποίο ξεκινούσε ο μαθητευόμενος, επέτρεπαν στους μαθητευόμενους να επιλέξουν τη μορφή και την ποσότητα της διδασκαλίας που προτιμούσαν ή τους συμβούλευαν σχετικά με το πόση διδασκαλία χρειαζόνταν.

Μολονότι τα διδακτικά προγράμματα αποτέλεσαν μια σημαντική πρόοδο από τα προγράμματα πρακτικής και εξάσκησης, παρουσιάζουν *δύο προβλήματα*:

α) Κάθε μορφή απάντησης του μαθητευόμενου και κάθε κατάλληλη διδασκαλία *έπρεπε να έχει προβλεφτεί από τους σχεδιαστές και να έχει προγραμματιστεί στον υπολογιστή*, το οποίο αποτελεί ένα στόχο υπερβολικά δύσκολο αν όχι ανέφικτο να επιτευχθεί.

β) Τα διδακτικά προγράμματα *δεν επιτρέπουν στους μαθητευόμενους να κατασκευάσουν τα δικά τους νοήματα*, αλλά μάλλον να αντιστοιχίσουν μία μοναδική ερμηνεία του κόσμου σ' αυτά που ξέρουν οι μαθητευόμενοι. Οι μαθητευόμενοι δεν ενθαρρύνονται ούτε έχουν τη δυνατότητα να αποφασίσουν τι είναι σημαντικό, να συλλογιστούν και να ελέγξουν αυτά που ξέρουν ή να κατασκευάσουν κάποιο προσωπικό νόημα γι' αυτά που μελετούν. Η γνώση που αποκτούν από τα διδακτικά συστήματα είναι συνήθως *αδρανής γνώση (inert knowledge)* εφόσον δεν την εφαρμόζουν (Jonassen, 2000).

3.4.1.2. Τα μοντέλα της αποκάλυψης, της εικασίας και το απελευθερωτικό μοντέλο

Το μοντέλο της αποκάλυψης (*Relevatory model ή Simulation*), το οποίο προτάθηκε από τον Kemmis, κατευθύνει το μαθητή σε μια διαδικασία έρευνας και ανακάλυψης (*learning by discovery*), καθώς το αντικείμενο μάθησης και τα επιμέρους θέματα αποκαλύπτονται σταδιακά στο μαθητή καθώς χρησιμοποιεί το πρόγραμμα (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Στο μοντέλο αυτό έχουμε την εκτενή χρήση των *προσομοιώσεων*, μιας δυναμικής τεχνικής του CAL η οποία βοηθά το μαθητή να πειραματιστεί με καταστάσεις οι οποίες διαφορετικά θα ήταν πολύ ακριβές, χρονοβόρες και επικίνδυνες (Μπακογιάννης, 1997).

Το μοντέλο της εικασίας (*Conjectural model ή Modeling ή Modelization*) αναφέρεται στο σχεδιασμό και τη δοκιμή ενός μοντέλου μιας πραγματικής ή φανταστικής κατάστασης (*modeling*) από τον ίδιο το χρήστη σε πακέτα τεχνητής νοημοσύνης και εφαρμογές της επιστήμης των υπολογιστών (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Η πορεία που υποστηρίζει το μοντέλο είναι η στρατηγική της λύσης προβλήματος: *δημιουργία υπόθεσης – δοκιμή υπόθεσης – ανάλυση του αποτελέσματος – εύρεση του λάθους – οργάνωση επόμενων ενεργειών*.

Στο απελευθερωτικό μοντέλο (*Emancipatory model*) ο υπολογιστής χρησιμοποιείται ως *βοηθητικό εργαλείο (labour saving device)*. Οι υπολογιστές μπορούν να διευκολύνουν το δάσκαλο και τους μαθητές απελευθερώνοντας τους από κουραστικές, μη δημιουργικές εργασίες όπως είναι οι δύσκολοι και πολύπλοκοι υπολογισμοί και ο σχεδιασμός πολύπλοκων γραφικών παραστάσεων.

3.4.2. Εκπαιδευτικά συστήματα τα οποία χρησιμοποιούν τεχνικές της τεχνητής νοημοσύνης

Το παραδοσιακό μοντέλο διδασκαλίας με τη βοήθεια του υπολογιστή CAI δεν είναι επαρκές, κυρίως σε θέματα επικοινωνίας ανθρώπου-μηχανής, εφόσον υπόκειται σε σοβαρούς περιορισμούς, όπως η εξάρτηση από το πρόγραμμα του συντάκτη και η έλλειψη ενός ζωντανού και αμφίδρομου διαλόγου. Η ανεπάρκεια του μοντέλου αυτού και η αδυναμία υπολογιστικής ισχύος του μικροϋπολογιστή, οδήγησαν στη δεκαετία του 1980 στη *δημιουργία ενός νέου είδους συστημάτων τα οποία χρησιμοποιούν τεχνικές της τεχνητής νοημοσύνης (Intelligent Computer Assisted Instruction–ICAI)* (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Η *τεχνητή νοημοσύνη (Artificial Intelligence–AI)* είχε αρχικά εφαρμογές στον στρατιωτικό και τον εμπορικό τομέα και στη συνέχεια εφαρμόστηκε στη διαγνωστική Ιατρική. Με την εμφάνιση των νέων τεχνολογιών των υπολογιστών (οθόνες πολύ πυκνής εγγραφής, μεγάλες μνήμες κλπ.), άρχισε να εισέρχεται και στο χώρο της Εκπαίδευσης.

Τα *εκπαιδευτικά συστήματα τα οποία χρησιμοποιούν τεχνικές της τεχνητής νοημοσύνης* διακρίνονται σε (Μπακογιάννης, 1997):

- α) *Έμπειρα συστήματα (Expert Systems)*
- β) *Έξυπνα διδακτικά συστήματα (Intelligent Tutoring Systems–ITS)*
- γ) *Εκπαιδευτικά συστήματα τα οποία χρησιμοποιούν τεχνητή νοημοσύνη (Intelligent Computer Assisted Instruction–ICAI)*

3.4.2.1. Έμπειρα συστήματα

Τα *έμπειρα συστήματα* επιχειρούν να καλύψουν ανάγκες που δημιουργεί η έλλειψη εξειδίκευσης σε ένα τομέα. Έχουν κυρίως συμβουλευτικό χαρακτήρα και βρήκαν μεγάλη εφαρμογή στο στρατό, τη βιομηχανία, το εμπόριο, αλλά και σε τομείς όπως η Ιατρική, η Φυσική κλπ (Ο' Shea & Self, 1983).

Τα *βασικά μέρη ενός έμπειρου συστήματος* είναι (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003):

α) Η *βάση γνώσης (Knowledge-Base)*, η οποία περιέχει εξειδικευμένη γνώση γύρω από ένα τομέα.

β) Η *μηχανή συμπερασμάτων (Inference Engine)*, η οποία χρησιμοποιεί αυτή τη γνώση για τη λύση ενός προβλήματος.

Το έμπειρο σύστημα αναλύει το πρόβλημα που του θέτει ο χρήστης σε μια σειρά από υποστόχους και ανοίγει ένα διάλογο με το χρήστη, ζητώντας του να ελέγξει τα επιμέρους συμπεράσματά με τα δεδομένα του πραγματικού προβλήματος ώσπου να φτάσει στην τελική λύση.

Τα βασικά χαρακτηριστικά ενός έμπειρου συστήματος είναι (Μπακογιάννης, 1997):

1. Η *γνώση που συμπεριλαμβάνεται σε ένα έμπειρο σύστημα* είναι δύο ειδών (Feigenbaum & Mc Corduck, 1983):

α) *Γνώση γεγονότων*, δηλαδή γνώση ευρέως διαδεδομένη και κοινώς αποδεκτή ως έγκυρη.

β) *Εμπειρική ή ευρετική γνώση*, δηλαδή η γνώση που αποκτά ο ειδικός με την εμπειρία.

2. Η *γνώση που προσφέρεται από ένα έμπειρο σύστημα δεν είναι «αδιαμφισβήτητη», αλλά «πιθανοκρατική»,* δηλαδή αφορά την πλέον «κατάλληλη» γνώση για την αντιμετώπιση του συγκεκριμένου προβλήματος. Η γνώση ενός έμπειρου συστήματος δίνει στο μαθητή πρωτοβουλία επιλογής, γεγονός που αποτελεί ένα σοβαρό πλεονέκτημα απέναντι στα παραδοσιακά διδακτικά περιβάλλοντα και προγράμματα, εφόσον καλλιεργεί την κρίση του μαθητή.

3. Τα έμπειρα συστήματα αντιμετωπίζουν το λεγόμενο «*συνδυαστικό πρόβλημα*» (Feigenbaum & Mc Corduck, 1983), το οποίο αναφέρεται στον *αποτελεσματικό συνδυασμό των τεράστιων ποσοτήτων των διαθέσιμων δεδομένων, προκειμένου να πάρουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα.* Η ανάπτυξη και χρήση στρατηγικών που αφορούν την εξέταση των πλέον πιθανών επιλογών στη λύση ενός προβλήματος, προσομοιάζει τον ανθρώπινο τρόπο αντιμετώπισης, αλλά δεν εγγυάται την εύρεση της λύσης.

4. Τα *έμπειρα συστήματα έχουν τη δυνατότητα να εξηγήσουν τις αποφάσεις τους* μέσω των ερωτήσεων «Γιατί;» και «Πως;» από το χρήστη.

Η εξειδικευμένη γνώση που εκφράζεται μέσα από ένα έμπειρο σύστημα έχει ιδιαίτερη παιδαγωγική αξία, εφόσον έχει τη δυνατότητα να συμβουλεύσει το μαθητή ή την ομάδα μαθητών τόσο στην επίλυση μεμονωμένων προβλημάτων, όσο και στη διεξαγωγή ευρύτερων ερευνητικών προγραμμάτων, τα οποία απαιτούν μακροχρόνια προσπάθεια, συνεργασία και λήψη αποφάσεων από τους ίδιους τους μαθητευόμενους πάνω στη στρατηγική προσέγγισης και διεξαγωγής της έρευνας. Επίσης σύμφωνα με τους Collins και Brown, βοηθάει τους μαθητές να συγκρίνουν τα δικά τους βήματα με αυτά που ακολούθησε το έμπειρο σύστημα ώστε να ανακαλύψουν στοιχεία από την απόδοσή τους που χρειάζονται βελτίωση (Collins & Brown, 1988).

3.4.2.2. Ευφυή διδακτικά συστήματα

Τα παραδοσιακά διδακτικά προγράμματα CAI εμφανίζουν τους εξής σοβαρούς *περιορισμούς* (Ο' Shea, 1982 και Howe & Ross, 1981):

- α) *Αδυναμία «κατανόησης»* της φύσης των λαθών ή των εσφαλμένων αντιλήψεων των μαθητών.
- β) *Αδυναμία χρήσης εναλλακτικών διδακτικών στρατηγικών* ως αποτέλεσμα της επαφής των συστημάτων με τους μαθητές.
- γ) *Έλλειψη ποικιλίας μορφών επικοινωνίας* του υπολογιστή με τους μαθητές.

Η πιο εξελιγμένη μορφή των προγραμμάτων CAI είναι τα *ευφυή διδακτικά συστήματα (Intelligent Tutoring Systems-ITS)*, τα οποία αναπτύχθηκαν κατά τη διάρκεια των δεκαετιών του 1980 και 1990 από ερευνητές της τεχνητής νοημοσύνης προκειμένου να διδάξουν επίλυση προβλημάτων και διαδικαστική γνώση σε μια ποικιλία περιοχών. Ο σκοπός της κατασκευής των *έξυπνων διδακτικών συστημάτων* σύμφωνα με τους Sleeman και Brown ήταν η *διευκόλυνση της «μάθησης διά του πράττειν» (learning by doing)*, δηλαδή της μετατροπής της γνώσης των διαφόρων γεγονότων σε *βιωματική γνώση (experiential knowledge)* (Sleeman & Brown, 1982).

Τα συστήματα ITS προσέθεσαν "νοημοσύνη" στα διδακτικά προγράμματα με τη μορφή των *έμπειρων μοντέλων (expert models)*, των *μοντέλων μαθητή (student models)*, των *μοντέλων διδασκαλίας (tutorial models)* και των *μοντέλων χρήστη (user models)*.

Η *αρχιτεκτονική των έξυπνων διδακτικών συστημάτων* περιλαμβάνει τέσσερα βασικά συστατικά (Μπακογιάννης, 1997 και Jonassen, 2000):

1. *Έμπειρη γνώση*

Η έμπειρη γνώση αποτελείται από τα γεγονότα και τους κανόνες που αναμένεται να γνωρίζουν οι ειδικοί για έναν ιδιαίτερο τομέα της γνώσης. Η έμπειρη γνώση μπορεί να αναπαρασταθεί μέσα από κανόνες παραγωγής (production rules), πλαίσια (frames), σημασιολογικά δίκτυα (semantic networks), σενάρια (scripts) κλπ

2. *Μοντέλα μαθητή (student modeling)*

Τα μοντέλα του μαθητή περιλαμβάνουν τις ενέργειες των μαθητευόμενων καθώς προσπαθούν να λύσουν το πρόβλημα στο ITS σύστημα (Ο' Shea & Self, 1983). Οι *βασικές μέθοδοι κατασκευής των μοντέλων μαθητή* σύμφωνα με τον Self είναι ο έλεγχος της απόκλισης των απαντήσεων του μαθητή από τις σωστές απαντήσεις και η μοντελοποίηση των εσφαλμένων αντιλήψεων των μαθητών (Self, 1988).

Σύμφωνα με την πρώτη μέθοδο, *οι ενέργειες των μαθητών συγκρίνονται με τις στρατηγικές που περιέχονται στο έμπειρο μοντέλο* και οι κανόνες που γνωρίζει ο μαθητής *μοντελοποιούνται ως ένα υποσύνολο του έμπειρου μοντέλου*. Η Goldstein προτείνει την κατασκευή ενός *γενετικού διαγράμματος (genetic diagram)*, στο οποίο οι γνώσεις του μαθητή περιγράφονται ως κόμβοι, η μαθησιακή του συμπεριφορά ως δεσμοί μεταξύ των κόμβων και η πρόοδος του ως μία διαδρομή πάνω στο διάγραμμα. Σύμφωνα με την Goldstein, το γενετικό διάγραμμα δεν λύνει το πρόβλημα της μοντελοποίησης, εφόσον καμία απάντηση του μαθητή δεν αποτελεί ασφαλή απόδειξη του επιπέδου των γνώσεών του. Επίσης σύμφωνα με τον Wachsmuth, το μεγαλύτερο πρόβλημα δημιουργείται όταν κάποιος μαθητής χρησιμοποιεί *ιδιόμορφους κανόνες που δεν περιλαμβάνονται στη βάση γνώσης, αλλά που οδηγούν σε ικανοποιητική απόδοση* (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Σύμφωνα με τη δεύτερη μέθοδο, μοντελοποιούνται οι *εσφαλμένες αντιλήψεις (bugs) των μαθητών*, οι οποίες είτε αφορούν την εφαρμογή ακατάλληλων ιδεών για την κατανόηση μιας διαδικασίας ή αντανakλούν την ακαταλληλότητα των γενικών γνώσεων που έχει διαμορφώσει ο μαθητής στην κατανόηση της συγκεκριμένης διαδικασίας.

3. Μοντέλα διδασκαλίας (tutorial models)

Όταν προκύπτουν διαφοροποιήσεις μεταξύ του έμπειρου μοντέλου και του μοντέλου μαθητή, *το μοντέλο διδασκαλίας διαγιγνώσκει το πρόβλημα και παρέχει κατάλληλη διορθωτική διδασκαλία*. Η μορφή της *διδακτικής παρέμβασης* σύμφωνα με τους Lepper και Chabay (1988), εξαρτάται από: α) τον *έλεγχο*, δηλαδή ποιος έχει την πρωτοβουλία για τη διδακτική παρέμβαση (ενεργητικό ή παθητικό σύστημα βοήθειας), β) *το χρόνο*, δηλαδή σε περίπτωση ενεργητικού συστήματος βοήθειας, το πότε θα παρέχεται η βοήθεια (αν θα προηγείται ή θα έπεται ενός λανθασμένου βήματος και μετά από πόσα βήματα θα παρέχεται) και γ) *το περιεχόμενο και το στυλ*, το οποίο αφορά τη μορφή της ανατροφοδότησης και μπορεί να περιλαμβάνει την παροχή κατάλληλων απαντήσεων, διάγνωση των σφαλμάτων, οδηγίες για τα επόμενα βήματα, υποδείξεις κλπ.

4. Μορφές επικοινωνίας

Υπάρχουν πολλά διαφορετικά είδη χρηστών ενός συστήματος ITS και επιπλέον οι απαιτήσεις του κάθε χρήστη αυξάνονται καθώς αποκτά μεγαλύτερη εμπειρία πάνω στο σύστημα. Με ανάλογο τρόπο, το σύστημα πρέπει να αναπαριστά το μαθητευόμενο, *όχι μόνο ως μαθητή (μοντέλο μαθητή), αλλά και ως χρήστη (μοντέλο χρήστη)*. Οι τρόποι επικοινωνίας ενός συστήματος ITS με το χρήστη είναι τα «παράθυρα», τα «μενού», το «ποντίκι», οι δυνατότητες οργάνωσης της εμφάνισης της οθόνης και φυσικά η χρήση της φυσικής γλώσσας, η οποία βέβαια απαιτεί τεράστιες προσπάθειες και γι' αυτό έχει περιορισμένη εφαρμογή.

Μολονότι τα ITS συστήματα έχουν περισσότερες δυνατότητες ως προς τις παρανοήσεις των μαθητευομένων, υπάρχουν πολλά προβλήματα στις διαδικασίες μοντελοποίησης των έμπειρων μοντέλων και των μοντέλων μαθητή που χρησιμοποιούν. Σύμφωνα με τους Derry και Lajoie (1993), το μοντέλο μαθητή *δεν μπορεί να προσδιορίσει όλους τους τρόπους που οι μαθητές ενδέχεται να ακολουθήσουν για να λύσουν ένα πρόβλημα*. Επίσης εφόσον παρέχεται τυποποιημένο κείμενο ως ανατροφοδότηση, δεν μπορεί να συγκριθεί με την ευαισθησία που προσφέρει ένας καλός δάσκαλος. Πιο σημαντικό είναι σύμφωνα με τον Schöen (1983) να ενθαρυνθούν οι μαθητές να μάθουν οι ίδιοι να *αναστοχάζονται και να διαγιγνώσκουν τις ενέργειες τους (reflective practitioners)*. Επίσης τα καλά συστήματα ITS είναι σύμφωνα με τους Derry και Lajoie *τεχνικά δύσκολα να σχεδιαστούν και συχνά κοστίζουν εκατομύρια δολάρια για να υλοποιηθούν*. Υπάρχουν σχετικά λίγα "έξυπνα" συστήματα διαθέσιμα και τα περισσότερα δεν είναι εύκολα προσβάσιμα. Τέλος οι μέθοδοι κατασκευής του μοντέλου μαθητή που χρησιμοποιούνται στα "έξυπνα" συστήματα, είναι χρήσιμες για να *διαγιγνώσκουν ένα περιορισμένο είδος γνώσης και άρα δεν είναι γενικεύσιμες*. Σύμφωνα με τον Jonassen (2000) τα συστήματα ITS είναι διδακτικές συσκευές με πολλές δυνατότητες, από τις οποίες *ωφελούνται μάλλον περισσότερο οι ειδικοί που τις αναπτύσσουν, παρά οι μαθητευόμενοι που τις χρησιμοποιούν*.

3.4.2.3. Εκπαιδευτικά συστήματα τα οποία χρησιμοποιούν τεχνητή νοημοσύνη

Στο σχεδιασμό και την ανάπτυξη των εκπαιδευτικών συστημάτων που χρησιμοποιούν τεχνητή νοημοσύνη (*Intelligent Computer Assisted Instruction-ICAI*) απαιτείται ο συνδυασμός των ερευνητικών μεθόδων και της εμπειρίας επιστημόνων από τη Γνωστική Ψυχολογία (*Neurosciences* ή *Bioscience*), τη Γλωσσολογία, τις Επιστήμες της Αγωγής, την Κυβερνητική και την Πληροφορική.

Ο στόχος των συστημάτων είναι αφενός να προσομοιώσουν τη συμπεριφορά ενός εκπαιδευτικού, με τις ανάλογες ικανότητες του στο επιστημονικό και παιδαγωγικό πεδίο, αφετέρου να προσομοιώσουν το μαθησιακό περιβάλλον της τάξης, εξασφαλίζοντας ένα ανώτερο επίπεδο επικοινωνίας στο ίδιο το σύστημα με γλώσσα όσο το δυνατόν φυσική για το μαθητή (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Οι τρεις συντελεστές ενός συστήματος *ICAI*, όπως περιγράφονται από τον Alain Bonnet, είναι (Μπακογιάννης, 1997):

- α) Ένα έμπειρο σύστημα του προς έρευνα επιστημονικού πεδίου.
- β) Ένα τμήμα παιδαγωγικών στρατηγικών.
- γ) Ένα τμήμα επικοινωνίας με στόχο την ανάδειξη μιας αυτόματης φυσικής γλώσσας.

Ένα εκπαιδευτικό σύστημα με τεχνητή νοημοσύνη *ICAI* είναι ένα σύστημα κατασκευασμένο με βάση δύο αυτόματα εργαλεία: ένα σύστημα συγγραφέα (*system auteur*) και ένα έμπειρο σύστημα (*expert system*). Το σύστημα συγγραφέας επιτρέπει τη γενίκευση προβλημάτων σύμφωνα με τη διδακτική στρατηγική (*strategie tutorial*).

Το σύστημα κατευθύνει την παιδαγωγική αντιμετώπισης της αποτυχίας μέσω φανταστικών διαμεσολαβητικών σταδίων, καθορίζει τις στρατηγικές καθοδήγησης και είναι σε θέση να αποφασίσει μέχρι πότε ο μαθητής θα αφεθεί να περιπλανάται και να πειραματίζεται στο πεδίο του λάθους, και πότε θα παρέμβει προκειμένου να δώσει βοήθεια ή να ενισχύσει το μαθητή. Είναι ικανό να ελέγχει την αφομοίωση των γνώσεων προτείνοντας αντίθετα παραδείγματα ή ντοκουμέντα. Είναι ικανό επίσης να προσδιορίζει τα συχνότερα εμφανιζόμενα λάθη που οφείλονται στη στρατηγική εποπτείας ή στις δυσκολίες του προς μάθηση αντικειμένου, προκειμένου να προχωρήσει σε ρυθμιστικά ή διορθωτικά σχήματα. Συνδυάζει ευρετικές μεθόδους, οι οποίες καθορίζονται από τους διδάσκοντες, όπως και αλγοριθμικές μεθόδους αναγκαίες για την αποτελεσματικότητα και τη συνθετικότητα τους (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Όταν ο εκπαιδευόμενος βρίσκεται σε κατάσταση δυσκολίας, αυτή προέρχεται είτε από την παρανόηση των εννοιών του αντικειμένου που μελετά, είτε από την ανεπαρκή κατανόηση κατά το διάλογο, είτε από την άρνηση αποδοχής των παιδαγωγικών στρατηγικών που εξελίσσονται από τον διδάσκοντα, είτε από το συνδυασμό των παραπάνω.

Οι βασικές αρχές του μοντέλου *ICAI* είναι (Μπακογιάννης, 1997):

1. Τα προγράμματα με παιδαγωγικό προσδιορισμό πρέπει να είναι έμπειρα συστήματα στο υπό έρευνα πεδίο και να στηρίζονται σε μια θεωρία, η οποία εκφράζεται με τις παιδαγωγικές στρατηγικές που χρησιμοποιούν.

2. Η εξέλιξη των προγραμμάτων πραγματοποιείται ανάλογα με τη συμπεριφορά των μαθητών.

Η δομή των συστημάτων *ICAI* περιλαμβάνει (Μπακογιάννης, 1997):

1. Τη διδακτέα ύλη που αντιστοιχεί στη βάση γνώσης, η οποία έχει διδακτικό αλλά και αξιολογικό σκοπό και οργανώνεται με βάση τις τεχνικές για την επεξεργασία και αναπαράσταση της γνώσης

2. Τη *διδακτική στρατηγική*, η οποία καθορίζει την επικοινωνία του συστήματος με το μαθητή (ύλη, μεθοδολογία, ρυθμός) και αναλύεται στην πραγματογνωμοσύνη, την αξιολόγηση των διαλόγων με το μαθητή και των στάσεων του σε κατάσταση μάθησης, όχι πάντοτε ομαλής.

Οι παιδαγωγικές στρατηγικές του δασκάλου αποτελούν αντικείμενο επεξεργασίας του συστήματος-συγγραφέας, με υπαγορευόμενες από τους στόχους προδιαγραφές. Το σύστημα *ICAI* ολοκληρώνεται κατά την ενσωμάτωση του έμπειρου συστήματος στο επίπεδο εξέλιξης του μαθητή, όπου η αναπαράσταση των γνώσεων και η δημιουργία κανόνων γι' αυτήν την πραγματογνωμοσύνη συνδέονται με την αναπαράσταση των γνώσεων στο σύστημα-συγγραφέας.

3. Το *τμήμα διαγνωστικών κανόνων*, το οποίο ασκεί τον έλεγχο των απαντήσεων των μαθητών σύμφωνα με προκαταρκτικά πλάνα (plans redicatifs).

4. Το *αρχείο του μαθητή*, μέσω του οποίου σκιαγραφείται η μαθησιακή συμπεριφορά του μαθητή σε κάθε διδακτική ενότητα με κριτήρια που προσφέρει το σύστημα, με βάση τα δεδομένα που έχει κρατήσει το σύστημα για το συγκεκριμένο μαθητή.

5. Το *τμήμα επικοινωνίας συστήματος-χρήστη*.

Η ποιότητα και ο βαθμός της επικοινωνίας εξαρτώνται από το βαθμό κατανόησης ερωτήσεων-απαντήσεων.

Το μοντέλο *ICAI* βρίσκεται σε ερευνητικό-εξελικτικό στάδιο. Τα συστήματα που αναπτύσσονται στα πλαίσια του μοντέλου απαιτούν πολύ μεγάλη υπολογιστική δύναμη, επίσης η κατανόηση των ανθρώπινων μηχανισμών μάθησης είναι πολύ δύσκολη.

3.5. Από τη μάθηση από τους υπολογιστές στη μάθηση με τους υπολογιστές

Η χρήση των Η/Υ στην εκπαίδευση ξεκίνησε στις αρχές της δεκαετίας του 1970 και πέρασε από *τρεις μεγάλες φάσεις* ως τις μέρες μας: α) *μάθηση από τους υπολογιστές*, β) *μάθηση σχετικά με τους υπολογιστές* και γ) *μάθηση με τους υπολογιστές*.

3.5.1. Μάθηση από τον υπολογιστή: Η παραδοσιακή άποψη

Μια πρωταρχική χρήση του υπολογιστή στην ιστορία της εκπαιδευτικής τεχνολογίας είναι το μοντέλο *CAI* της διδασκαλίας υποβοηθούμενης από τον υπολογιστή και η εξέλιξη του στο μοντέλο των έξυπνων διδακτικών συστημάτων *ITS*. Τα μοντέλα αυτά αναπαριστούν τη *μάθηση από τον υπολογιστή*, όπου υπολογιστής είναι προγραμματισμένος να διδάσκει το μαθητευόμενο και να κατευθύνει τις δραστηριότητες του προς την απόκτηση προκαθορισμένων γνώσεων και ικανοτήτων. Η μάθηση από τον υπολογιστή έχει τα χαρακτηριστικά ενός *δασκαλοκεντρικού μοντέλου διδασκαλίας*, όπου τη θέση του δασκάλου έχει πάρει ο υπολογιστής. Η γνώση που αποκτούν οι μαθητευόμενοι αντιστοιχεί στην ανακάλυψη ενός πρϋπάρχοντος μοντέλου, στην περίπτωση των έξυπνων διδακτικών συστημάτων ενός έμπειρου μοντέλου, το οποίο έχουν σχεδιάσει οι δημιουργοί του συστήματος και όχι στην κατασκευή προσωπικών νοημάτων από τους μαθητευόμενους. Οι εναλλακτικοί "αποδεκτοί" τρόποι προσέγγισης της μάθησης είναι σαφώς περιορισμένοι, εφόσον κανένας σχεδιαστής ή δάσκαλος, ανεξάρτητα από την εμπειρία του ή τις παιδαγωγικές του γνώσεις, δεν μπορεί να προβλέψει όλες τις στρατηγικές που ενδεχομένως θα ακολουθήσουν οι μαθητευόμενοι.

3.5.2. Μάθηση σχετικά με τους υπολογιστές: Εναλφαβητισμός στους υπολογιστές

Στη δεκαετία του 1980 οι μικροϋπολογιστές έκαναν την εμφάνισή τους, οπότε οι εκπαιδευτές άρχισαν να ψάχνουν τρόπους να τους χρησιμοποιήσουν, όπως είχαν κάνει στο παρελθόν με τις περισσότερες πρωτοεμφανιζόμενες τεχνολογίες όπως το ραδιόφωνο, το μαγνητόφωνο, η τηλεόραση κλπ. Το ατυχές αποτέλεσμα των αναζητήσεων αυτών ήταν ότι θεωρήθηκε σημαντικό από τους περισσότερους εκπαιδευτικούς οι μαθητές να μάθουν σχετικά με τους υπολογιστές. Έτσι οι μαθητές διδάσκονταν μαθήματα σχετικά με τα μηχανικά μέρη του υπολογιστή (hardware components). Επίσης λόγω μη διαθεσιμότητας χρήσιμων εφαρμογών, οι μαθητές διδάσκονταν πώς να προγραμματίζουν τους υπολογιστές, συνήθως με τη χρήση της BASIC.

Διάφοροι ορισμοί έχουν δοθεί κατά καιρούς σχετικά με τον *εναλφαβητισμό στους υπολογιστές*. Αναφέρουμε ενδεικτικά τον ορισμό του Hunter (1983) σύμφωνα με τον οποίο "Εναλφαβητισμός στους Η/Υ είναι οι γνώσεις και οι ικανότητες τις οποίες χρειάζονται όλοι οι πολίτες προκειμένου να επιβιώσουν και να αναπτυχθούν σε μία κοινωνία η οποία εξαρτάται από την τεχνολογία για τη διαχείριση πληροφοριών και την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων". Αν και πολλοί ειδικοί, όπως ο Luehrmann (1982), τόνισαν ότι ο εναλφαβητισμός στους Η/Υ είναι πέρα από τη λεκτική αναγνώριση των μερών του υπολογιστή, η ικανότητα να κάνει κανείς κάτι εποικοδομητικό με τον υπολογιστή, αυτό που πολλοί μαθητές έμαθαν προκειμένου να γίνουν εναλφάβητοι στους υπολογιστές, ήταν πώς να απομνημονεύουν τα μέρη του υπολογιστή, με βάση "το δυνατό πιστεύω ότι το λεξιλόγιο υποδηλώνει γνώση" (Bork, 1985). Το να απομνημονεύσουν οι μαθητές τα μέρη και τις λειτουργίες των υπολογιστών και του λογισμικού, δεν σημαίνει ότι θα καταλάβουν τις λειτουργίες αυτές και θα μπορούν να χρησιμοποιήσουν τους υπολογιστές. Είναι πολύ ευκολότερο να ελέγξει κανείς το λεξιλόγιο παρά τη σκέψη, έτσι *πολύ συχνά ο εναλφαβητισμός στους Η/Υ σήμαινε και σημαίνει καθαρή απομνημόνευση*.

Ο εναλφαβητισμός στους υπολογιστές *δεν είναι βασικό θέμα στις μέρες μας* για τρεις κυρίως λόγους: Πρώτον, *πολλοί μαθητές είναι ικανοί να χρησιμοποιούν τους υπολογιστές χωρίς διδασκαλία*. Πολλοί μαθητές έχουν υπολογιστή στο σπίτι τους και οι περισσότεροι έχουν "εκτεθεί" στους υπολογιστές από πολύ μικρές ηλικίες. Με δεδομένο ένα χρήσιμο σκοπό οι περισσότεροι μαθητές πειραματίζονται με τους υπολογιστές και μαθαίνουν να τους χρησιμοποιούν χωρίς να έχουν ανάγκη από μεγάλη βοήθεια.

Δεύτερον, η μεταφορά της έμφασης από τον εναλφαβητισμό στους υπολογιστές, προέκυψε από τη σημειωτοποίηση ότι οι μαθητευόμενοι *δεν είναι απαραίτητο να καταλάβουν τον υπολογιστή προκειμένου να τον χρησιμοποιήσουν παραγωγικά*. Οι υπολογιστές πρέπει να υποστηρίζουν τη λειτουργικότητα τους με έναν αποδοτικό, κατανητό τρόπο, χωρίς οι μαθητευόμενοι να χρειάζεται να τα μελετήσουν προκειμένου να τα χρησιμοποιήσουν. Τα νεότερα λογισμικά χρησιμοποιούν καλύτερα την υπολογιστική δύναμη του Η/Υ προκειμένου να υποστηρίξουν εφαρμογές λογισμικού που είναι *φιλικές στο χρήστη (user friendly)* ή ακόμα και *"διαφανείς" (transparent)*. Η τάση για διαφάνεια στο λογισμικό θα συνεχίσει μόνο να *βελτιώνει τα συστήματα διεπαφής του λογισμικού (software interfaces)*, κάνοντας τον εναλφαβητισμό στους υπολογιστές ακόμη λιγότερο απαραίτητο.

Ο τρίτος λόγος για τη μεταφορά της έμφασης από τον εναλφαβητισμό στους υπολογιστές είναι ότι οι περισσότερες εφαρμογές ή ικανότητες που μάθαιναν οι μαθητές *δεν υποστήριζαν τους σκοπούς της*

Εκπαίδευσης. Τα εργαλεία είναι πραγματικά χρήσιμα μόνον όταν βοηθούν το μαθητευόμενο να επιτύχει ένα στόχο που χρειάζεται ή θέλει να φέρει εις πέρας. Πολλοί μαθητές στο παρελθόν υποχρεώθηκαν να αποκτήσουν γνώσεις ή ικανότητες που σχετίζονται με τους υπολογιστές, οι οποίες δεν είχαν καμία σχέση με τους μαθητές, ούτε υποστήριζαν ουσιαστικούς μαθησιακούς σκοπούς.

Η γνώση σχετικά με τους υπολογιστές είναι χρήσιμη. Κάποια γνώση σχετικά με οποιοδήποτε εργαλείο είναι απαραίτητη προκειμένου να χρησιμοποιήσει κάποιος το εργαλείο. Η ικανότητα για τη χρήση οποιουδήποτε εργαλείου απαιτεί εξάσκηση, η οποία όμως ενδείκνυται να γίνεται στα πλαίσια κάποιας *δραστηριότητας που «έχει νόημα» (meaningful).* Όταν χρησιμοποιούμε ένα εργαλείο προκειμένου να εκτελέσουμε κάποιο σημαντικό έργο, εστιάζουμε λιγότερο στο εργαλείο αυτό καθ' εαυτό και περισσότερο στις δυνατότητες του (αυτά που μας επιτρέπει να κάνουμε). Η *κατανόηση προκύπτει από τις δραστηριότητες που «έχουν νόημα»* και όχι από την απομνημόνευση των μερών ή των λειτουργιών του υπολογιστή (Jonassen, 2000).

3.5.3. Μάθηση με τους υπολογιστές: Μία κατασκευαστική άποψη

Η τελευταία φάση στην ιστορία των εκπαιδευτικών συστημάτων έχει *απορρίψει τις υποθέσεις των μοντέλων CAI και ITS και του εναλλακτικού στους υπολογιστές.*

Η παραδοσιακή υπόθεση της Εκπαίδευσης ότι οι μαθητές μαθαίνουν από το δάσκαλο και κατ' επέκταση από τον υπολογιστή, *έρχεται σε αντίθεση με τις πλέον σύγχρονες απόψεις της μάθησης μέσω ανακάλυψης (Discovery Learning) και της θεωρίας κατασκευής της γνώσης (Constructivism),* οι οποίες υποστηρίζουν ότι οι μαθητές κατασκευάζουν ενεργητικά τη γνώση, μέσω της δράσης τους επί προβληματικών καταστάσεων (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Επομένως οι τρόποι με τους οποίους χρησιμοποιούμε τις τεχνολογίες θα έπρεπε να αλλάξουν από τους παραδοσιακούς ρόλους της τεχνολογίας ως δασκάλου, στην *τεχνολογία ως συνεργάτη στη μαθησιακή διαδικασία.* Οι μαθητές δε μαθαίνουν από την τεχνολογία, αλλά οι τεχνολογίες μπορούν να υποστηρίξουν την κατασκευή της μάθησης από τους μαθητές, όταν οι *μαθητές μαθαίνουν με την τεχνολογία.*

Οι *τρόποι με τους οποίους μαθητές μαθαίνουν με την τεχνολογία* είναι (Jonassen, Peck & Wilson, 1999):

1. Οι υπολογιστές υποστηρίζουν *την κατασκευή της γνώσης:*
 - α) για την αναπαράσταση των ιδεών, κατανοήσεων και πιστεύω των μαθητευομένων,
 - β) για την παραγωγή οργανωμένων, πολυμεσικών (multimedia) βάσεων γνώσης από τους μαθητευόμενους.
2. Οι υπολογιστές υποστηρίζουν *τις εξερευνησεις:*
 - α) για την πρόσβαση σε απαιτούμενες πληροφορίες,
 - β) για τη σύγκριση αντιλήψεων, πιστεύω και παγκόσμιων απόψεων.
3. Οι υπολογιστές υποστηρίζουν *τη μάθηση μέσω της δράσης (learning by doing):*
 - α) για την προσομοίωση σημαντικών προβλημάτων του πραγματικού κόσμου, καταστάσεων και πλαισίων,
 - β) για την αναπαράσταση πιστεύω, αντιλήψεων, επιχειρημάτων και ιστοριών από άλλους,

γ) για την παροχή ενός ασφαλούς, ελέγξιμου χώρου αντιμετώπισης προβλημάτων (problem space) για τη σκέψη του μαθητευόμενου.

4. Οι υπολογιστές υποστηρίζουν τη μάθηση μέσω της συζήτησης:

α) για τη συνεργασία με άλλους,

β) για τη συζήτηση, την ανάπτυξη επιχειρημάτων και τη διαμόρφωση ομοφωνίας μεταξύ των μελών μιας μαθησιακής κοινότητας,

γ) για την υποστήριξη της επικοινωνίας μεταξύ κοινοτήτων που δημιουργούν γνώση.

5. Οι υπολογιστές είναι *διανοητικοί συνεργάτες* οι οποίοι υποστηρίζουν τη μάθηση μέσω του *αναστοχασμού (learning by reflecting)*:

α) για να βοηθήσουν τους μαθητευόμενους να διατυπώσουν και αν αναπαράστησουν αυτά που ξέρουν,

β) για να αναστοχαστούν πάνω σ' αυτά που έχουν μάθει και στο πως κατάφεραν να τα μάθουν,

γ) για να υποστηρίξουν τις εσωτερικές διαπραγματεύσεις των μαθητευόμενων και τη δημιουργία νοημάτων (meaning making),

δ) για την κατασκευή προσωπικών αναπαραστάσεων νοημάτων,

ε) για την υποστήριξη της "επιμελούς" σκέψης (mindful thinking).

Η διεθνής βιβλιογραφία προτείνει το *μοντέλο της χρήσης του Η/Υ ως γνωστικού ή νοητικού εργαλείου (computers as cognitive tools ή mindtools)* ως το περισσότερο υποσχόμενο μοντέλο για να υποστηρίξει την ανακαλυπτική-κατασκευαστική μάθηση από τους μαθητές. Το μοντέλο αυτό, το οποίο προτείνει τη *χρήση του Η/Υ ως διανοητικού συνεργάτη του μαθητή στη μαθησιακή διαδικασία*, έρχεται σε συμφωνία με τις πλέον σύγχρονες απόψεις στο χώρο της Διδακτικής των Θετικών Επιστημών, της μάθησης μέσω ανακάλυψης (Discovery Learning) και της θεωρίας κατασκευής της γνώσης (Constructivism), σύμφωνα με τις οποίες ο μαθητευόμενος κατασκευάζει ενεργητικά τη γνώση, βασισμένος στις προηγούμενες εμπειρίες του, μέσω της εξερεύνησης και του πειραματισμού με το υπό διαπραγμάτευση αντικείμενο και όχι αναπαράγοντας απλά αυτά που του λέει ο δάσκαλος. Το μοντέλο της χρήσης του Η/Υ ως γνωστικού ή νοητικού εργαλείου θα αναπτυχθεί εκτενώς στο επόμενο κεφάλαιο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. Η ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ ΩΣ ΝΟΗΤΙΚΟΥ ΕΡΓΑΛΕΙΟΥ

4.1. Εισαγωγή

Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών (ΤΠΕ) έχουν χρησιμοποιηθεί παραδοσιακά στην Εκπαίδευση για να *"διδάξουν"* τους μαθητευόμενους με τον ίδιο τρόπο που οι δάσκαλοι *"διδάσκουν"* τους μαθητές: περιγράφουν αυτά που θέλουν να διδάξουν και ελέγχουν την ανάκληση των πληροφοριών και την κατανόηση των εννοιών και κανόνων που έχουν διδαχθεί. Οι παραδοσιακές εφαρμογές της μάθησης και διδασκαλίας μέσω Η/Υ βασίζονται στα αποτελέσματα που έχουν οι τεχνολογίες των υπολογιστών στο μαθητευόμενο, όπου ο μαθητευόμενος δε συμμετέχει καθόλου στη διαμόρφωση της διαδικασίας (Salomon, Perkins & Globerson, 1991).

Η χρήση εφαρμογών των υπολογιστών ως *γνωστικών ή νοητικών εργαλείων (cognitive tools ή mindtools)* αξιοποιεί τα αποτελέσματα της μάθησης με τους υπολογιστές, όπου ο μαθητευόμενος *μπαίνει σε μία διανοητική συνεργασία με τον υπολογιστή*. Τα νοητικά εργαλεία απαιτούν από τους μαθητευόμενους να *σκεφτούν κριτικά προκειμένου να αναπαραστήσουν αυτά που ξέρουν*, δηλαδή να χρησιμοποιήσουν το μυαλό τους, γι' αυτό και αναφέρονται ως *νοητικά εργαλεία (mindtools)* (Jonassen, 2000).

Η αποτελεσματικότητα της μάθησης με τα γνωστικά εργαλεία *"εξαρτάται από τη νοητική ενασχόληση των μαθητευομένων στους στόχους που υποστηρίζονται από τα εργαλεία*, η οποία αυξάνει την πιθανότητα *ποιοτικής αναβάθμισης της λειτουργίας του συστήματος μαθητευόμενου-υπολογιστή"* (Salomon, Perkins & Globerson, 1991). Δηλαδή όταν οι μαθητές δουλεύουν με τους υπολογιστές, βελτιώνουν τις δυνατότητες του υπολογιστή, ο υπολογιστής από την άλλη βελτιώνει τη σκέψη και τη μάθηση τους (Jonassen, 2000).

Η χρήση του Η/Υ ως νοητικού εργαλείου αναπαριστά την τεχνητή νοημοσύνη αντίστροφα: αντί ο υπολογιστής να προσομοιώνει την ανθρώπινη νοημοσύνη, έχουμε τους ανθρώπους να *"προσομοιώνουν τη μοναδική νοημοσύνη του Η/Υ και να τη χρησιμοποιούν ως μέρος της γνωστικής τους συσκευής (cognitive apparatus)"* (Salomon, 1988). Όταν οι μαθητευόμενοι *"εσωτερικοποιούν" (internalize) το εργαλείο*, αρχίζουν να σκέπτονται στα πλαίσια του εργαλείου και μπορούν με τον τρόπο αυτό να *αναλάβουν την ευθύνη* για τη διαμόρφωση των δικών τους *σκοπών*, την επιλογή των δικών τους *στρατηγικών* και την *επισκόπηση (monitoring) της δικής τους μάθησης* (Jonassen, 2000).

4.2. Η έννοια του νοητικού εργαλείου

4.2.1. Ορισμοί για τα νοητικά εργαλεία

Τα *νοητικά εργαλεία (mindtools) ή γνωστικά εργαλεία (cognitive tools)* είναι *μαθησιακά περιβάλλοντα και εργαλεία βασισμένα στον υπολογιστή* τα οποία έχουν αναπτυχθεί ή προσαρμοστεί προκειμένου να λειτουργούν *ως διανοητικοί συνεργάτες του μαθητή*, για να ενεργοποιούν και να διευκολύνουν την *κριτική σκέψη (critical thinking)* και τη *μάθηση ικανοτήτων ανώτερης τάξης (higher order learning)*. Τα εργαλεία αυτά περιλαμβάνουν (αλλά δεν περιορίζονται απαραίτητα σε) βάσεις δεδομένων (databases), σημασιολογικά δίκτυα (semantic networks) (χάρτες εννοιών του υπολογιστή),

υπολογιστικά φύλλα (spreadsheets), έμπειρα συστήματα (expert systems), εργαλεία μοντελοποίησης συστημάτων (systems modeling tools), μικρόκοσμοι (microworlds), μηχανές αναζήτησης πληροφοριών (information search engines), εργαλεία οπτικοποίησης (visualization tools), εργαλεία έκδοσης πολυμέσων (multimedia publishing tools), περιβάλλοντα ζωντανής συνομιλίας (live conversation tools) και συνδιασκέψεις μέσω υπολογιστή (computer conferences) (Jonassen, 2000).

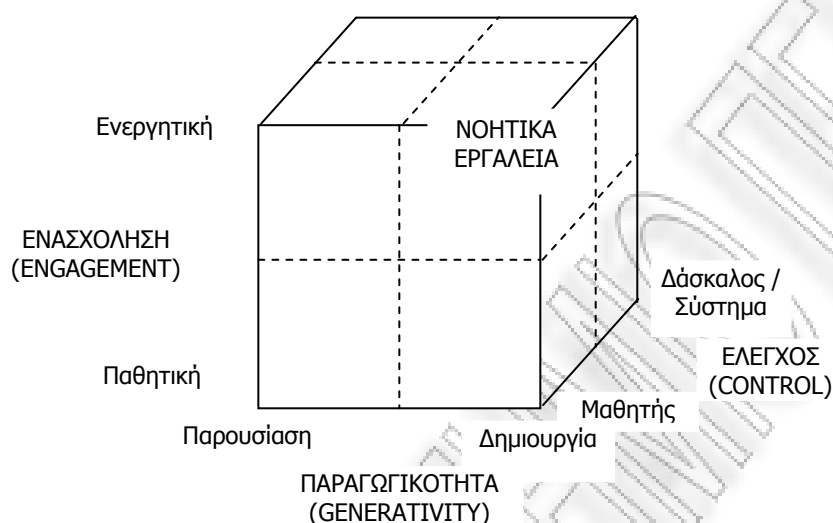
Τα νοητικά εργαλεία είναι εργαλεία *γνωστικής ενίσχυσης και αναδιοργάνωσης*, τα οποία ενισχύουν τη σκέψη του μαθητευόμενου, διευρύνοντας τους περιορισμούς του μυαλού. Κατ' αντιστοιχία με τα μηχανικά εργαλεία, τα οποία ανέπτυξε ο άνθρωπος προκειμένου να διευκολύνει και να ενισχύσει τη φυσική εργασία (για παράδειγμα τον τροχό και το μοχλό) και τη βιομηχανική επανάσταση, η οποία προσέθεσε τεχνητές πηγές ενέργειας για να επεκτείνει το ποσό της φυσικής εργασίας που μπορούσε να επιτευχθεί, η *επανάσταση της πληροφορίας (information revolution)* ενίσχυσε το πλεονέκτημα της χρήσης των εργαλείων επεκτείνοντας τη λειτουργικότητα και την ταχύτητα τους. Σύμφωνα με τον Salomon (1993) τα εργαλεία δεν είναι απλά συσκευές, *υπηρετούν πολιτιστικούς σκοπούς* και απαιτούν έναν *ικανό χρήστη προκειμένου να λειτουργήσουν χρήσιμα*. Οι υπολογιστές μπορούν να ενισχύσουν τη γνωστική λειτουργία. Σύμφωνα με τον Pea (1985), τα γνωστικά εργαλεία *αναδιοργανώνουν (ανακατασκευάζουν ριζικά) τον τρόπο που οι μαθητευόμενοι σκέφτονται*.

Τα νοητικά εργαλεία είναι *γενικεύσιμα υπολογιστικά εργαλεία*, τα οποία έχουν ως στόχο να *ενεργοποιήσουν και να διευκολύνουν τη γνωστική διαδικασία* (Kommers, Jonassen & Mayes, 1992). Σύμφωνα με τον Derry (1990), τα νοητικά εργαλεία είναι νοητικές και υπολογιστικές συσκευές που *υποστηρίζουν, καθοδηγούν και επεκτείνουν τις διαδικασίες σκέψης των χρηστών τους*. Τα νοητικά εργαλεία δε μειώνουν απαραίτητα την επεξεργασία πληροφοριών (δηλαδή κάνουν μία εργασία ευκολότερη), αλλά *ο στόχος τους είναι να κάνουν πιο αποτελεσματική χρήση των νοητικών προσπαθειών των μαθητευόμενων*. Σύμφωνα με τον Perkins (1993) τα νοητικά εργαλεία *δεν είναι συσκευές τις οποίες οι μαθητές χρησιμοποιούν φυσικά χωρίς προσπάθεια ("fingertip" tools)*. Στην πραγματικότητα η μάθηση με τα νοητικά εργαλεία απαιτεί από τους μαθητευόμενους *να σκεφτούν περισσότερο (καταβάλλοντας μεγαλύτερη προσπάθεια)* σχετικά με την περιοχή γνώσης που μελετούν απ' ότι θα χρειαζόταν να σκεφτούν χωρίς το εργαλείο.

Τα νοητικά εργαλεία είναι συσκευές κριτικής σκέψης μέσω *της μοντελοποίησης των ικανοτήτων κριτικής σκέψης στις λειτουργίες τους*. Για παράδειγμα οι μαθητευόμενοι δε μπορούν να κατασκευάσουν σημασιολογικά δίκτυα ή βάσεις γνώσεων έμπειρων συστημάτων, χωρίς να αναλύσουν και επομένως να σκεφτούν κριτικά σχετικά με το περιεχόμενο που μελετούν. Τα εργαλεία δημιουργούν μια *"διανοητική σκαλωσιά" (Intellectual Scaffolding)* προς τη σκέψη που έχει *"νόημα" (meaningful thinking)*, δηλαδή *ενεργοποιούν τους μαθητές και τους υποστηρίζουν όταν έχουν ενεργοποιηθεί*.

Τα νοητικά εργαλεία είναι *διανοητικοί συνεργάτες (intellectual partners)*. Στις περισσότερες συνεργασίες, η ευθύνη εναπόκειται στο συνεργάτη ο οποίος είναι περισσότερο ικανός να εκτελέσει συγκεκριμένες λειτουργίες. Στις διανοητικές συνεργασίες τους με τον Η/Υ οι μαθητευόμενοι θα πρέπει να είναι υπεύθυνοι για την αναγνώριση και εκτίμηση (μέσω της κρίσης τους) σχεδίων πληροφοριών (patterns of information) και μετά για την οργάνωση τους (εργασίες τις οποίες οι άνθρωποι κάνουν καλύτερα από τους υπολογιστές).

Θα πρέπει να τονίσουμε τέλος ότι τα νοητικά εργαλεία είναι μία *έννοια*. Παρόλο που οι παραπάνω ορισμοί είναι εστιασμένοι στους υπολογιστές, οι υπολογιστές δεν αποτελούν υπονοούμενα νοητικά εργαλεία. Τα νοητικά εργαλεία αναπαριστούν μία *κατασκευαστική προσέγγιση για τη χρήση υπολογιστών ή άλλων τεχνολογιών* προκειμένου να ενεργοποιήσουν τους μαθητές να αναπαραστήσουν, να χειριστούν και να αναστοχαστούν πάνω σ' αυτά που ξέρουν. Τα νοητικά εργαλεία οδηγούν στην ενεργητική ενασχόληση των μαθητευομένων προς τη δημιουργία γνώσης, η οποία *αντανακλά την κατανόηση και τη σύλληψη της πληροφορίας*, παρά αντιγράφει την παρουσίαση της πληροφορίας από το δάσκαλο (βλ. Σχήμα 4.1). Τα νοητικά εργαλεία ανεξάρτητα από τη μορφή τους, είναι εργαλεία που *ενεργοποιούν το μυαλό (mindtools)* (Jonassen, 2000).



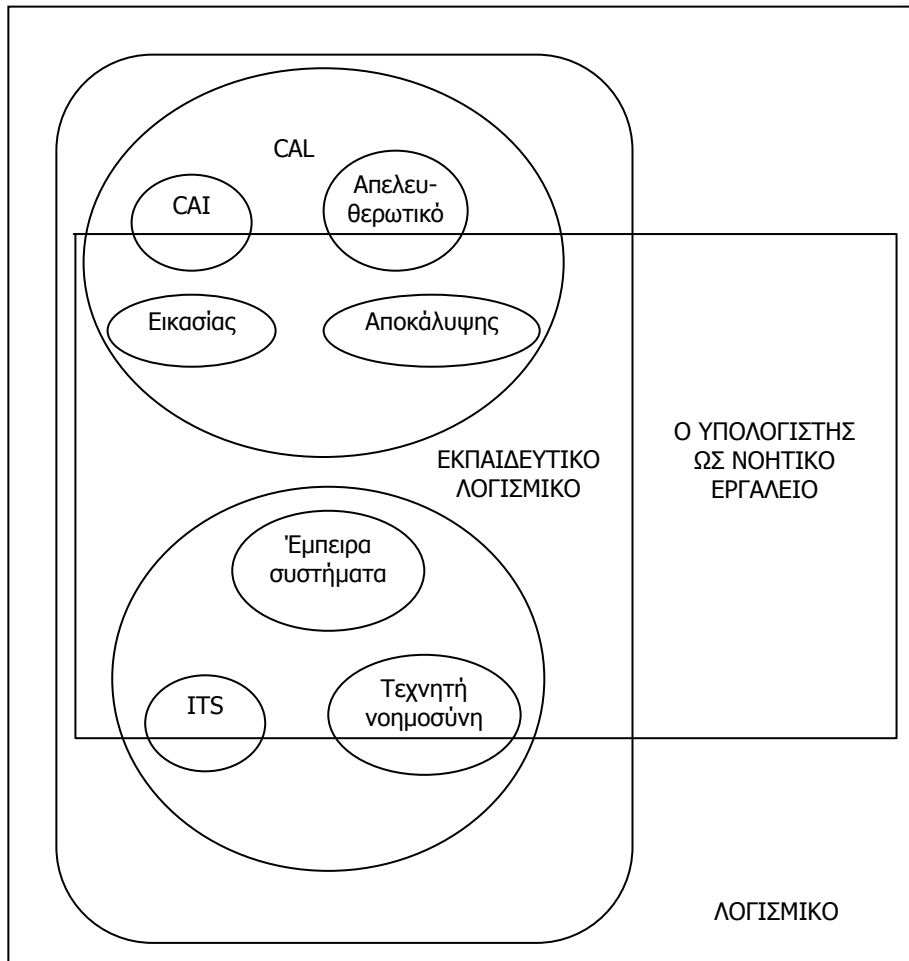
Σχήμα 4.1: Μαθησιακές διαδικασίες (learning processes) των νοητικών εργαλείων (Jonassen, 2000)

4.2.2. Από το εκπαιδευτικό λογισμικό στη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου

Η παραδοσιακή άποψη για τη χρήση του Η/Υ στη διδασκαλία και μάθηση, της μάθησης από τον Η/Υ, οδήγησε στο παρελθόν στην έννοια του εκπαιδευτικού λογισμικού, η οποία αναπτύχθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Η προσέγγιση της χρήσης του Η/Υ ως νοητικού εργαλείου *εντάσσεται και επεκτείνει τον παραδοσιακό αυτό ορισμό του εκπαιδευτικού λογισμικού*.

Ο προσδιορισμός του εκπαιδευτικού λογισμικού ως μέσου διδασκαλίας ή αυτοδιδασκαλίας δεν μπορεί να παρερμηνευθεί ως ένα μέσο που απλά διευκολύνει το μαθητευόμενο σε κάποιες ενέργειες που είναι χρονοβόρες ή κοπιαστικές. Η έμφαση στον ορισμό του εκπαιδευτικού λογισμικού πρέπει να δοθεί στην *ποιοτική αναβάθμιση της σκέψης και την ενεργοποίηση του δασκάλου και των μαθητευομένων* καθώς χρησιμοποιούν τον υπολογιστή στη μελέτη του υπό διαπραγμάτευση γνωστικού αντικείμενου. Ο υπολογιστής θα χρησιμοποιηθεί και ως μέσο διευκόλυνσης σε κοπιαστικές και χρονοβόρες ασχολίες οι οποίες δεν προσφέρουν, αλλά μάλλον καθυστερούν και προκαλούν ανία στο μαθητευόμενο. Η συνεισφορά όμως του υπολογιστή στην ενεργητική και ανακαλυπτική-κατασκευαστική προσέγγιση της γνώσης είναι ουσιαστική όταν χρησιμοποιείται στην *αναπαράσταση των εννοιών και διαδικασιών* που ο μαθητευόμενος μελετά, στην *εξερεύνηση και τον πειραματισμό* με το υπό διαπραγμάτευση υλικό, στον *αναστοχασμό του μαθητευόμενου* σ' αυτά που έχει μάθει κλπ.

Η χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου επεκτείνει τον ορισμό του εκπαιδευτικού λογισμικού υπό την έννοια ότι περιλαμβάνει οποιοδήποτε εργαλείο, λογισμικό, δραστηριότητα, περιβάλλον, το οποίο βοηθάει το μαθητευόμενο ως διανοητικός συνεργάτης, να βελτιώσει ποιοτικά τη διαδικασία της μάθησης του, όπως και το δάσκαλο να οργανώσει αποτελεσματικότερα τη διαδικασία διδασκαλίας-μάθησης την οποία οργανώνει και διευθύνει (βλ. Σχήμα 4.2).



Σχήμα 4.2: Συσχετισμός της χρήσης του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου με την παραδοσιακή κατηγοριοποίηση του εκπαιδευτικού λογισμικού

Η προσέγγιση της χρήσης του Η/Υ ως νοητικού εργαλείου μπορεί να συμπεριλάβει τόσο τα μοντέλα της μάθησης με τη βοήθεια του υπολογιστή (*Computer Aided Learning–CAL*), όσο και τα συστήματα που κάνουν χρήση των τεχνικών της τεχνητής νοημοσύνης (*Intelligent Computer Assisted Instruction–ICAI*).

Τα μοντέλα που ταιριάζουν καλύτερα στη φιλοσοφία και τις λειτουργίες της χρήσης του Η/Υ ως νοητικού εργαλείου είναι της αποκάλυψης (*Simulation or Relevatory paradigm*), της εικασίας (*Modeling or Conjectural paradigm*) και των έμπειρων συστημάτων (*Expert Systems*). Ακόμα και τα μοντέλα της διδασκαλίας υποβοηθούμενης από τον υπολογιστή (*Computer Assisted Instruction–CAI*) και των ευφυών διδακτικών συστημάτων (*Intelligent Tutoring Systems–ITS*), τα οποία αντιπροσωπεύουν παραδοσιακές προσεγγίσεις της διδασκαλίας από τον υπολογιστή, μπορούν να χρησιμοποιηθούν με αποτελεσματικό τρόπο σε ειδικές συνθήκες και για ειδικούς σκοπούς (κάλυψη γνωστικών κενών, ενισχυτική διδασκαλία σε

αδύνατους μαθητές, επιπλέον ασκήσεις σε χαρισματικούς μαθητές κ.α.). Το *απελευθερωτικό μοντέλο (Emancipatory paradigm)* αν και αρχικά είχε περιγράψει τη χρήση του Η/Υ ως βοηθητικού εργαλείου σε εργασίες κοπιαστικές και χρονοβόρες και εργασίες που απαιτούν ταχύτητα και ακρίβεια (labour saving device), μπορεί να *επεκταθεί και να εμπλουτιστεί* ώστε να περιλαμβάνει δραστηριότητες σύμφωνα με τη λογική και τους σκοπούς της χρήσης του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου.

4.2.3. Λόγοι για τη χρήση των νοητικών εργαλείων

Η χρήση των νοητικών εργαλείων *αιτιολογείται από ένα σύνολο θεωρητικών επιχειρημάτων*, που προέρχονται από σύγχρονες απόψεις και θεωρίες για τη μάθηση και τη διδασκαλία.

Οι *θεωρητικοί λόγοι της χρήσης των νοητικών εργαλείων* είναι:

1) *Μάθηση που έχει "νόημα" (Meaningful Learning)*

Τα νοητικά εργαλεία υποστηρίζουν τη *μάθηση που έχει "νόημα" (Meaningful Learning)*, η οποία σύμφωνα με τους Jonassen, Peck και Wilson (1999) είναι:

α) *Ενεργητική (active) [μέσω χειρισμού (manipulative) / παρατηρητική (observant)]* – όπου οι μαθητευόμενοι αλληλεπιδρούν με ένα περιβάλλον και χειρίζονται τα αντικείμενα του περιβάλλοντος αυτού, παρατηρώντας τα αποτελέσματα των παρεμβάσεων τους και κατασκευάζοντας τις δικές τους ερμηνείες των φαινομένων και των αποτελεσμάτων του χειρισμού.

β) *Κατασκευαστική (Constructive) [αναστοχαστική (reflective) / ρυθμιστική (regulatory)]* – όπου οι μαθητευόμενοι ενοποιούν τις νέες εμπειρίες και ερμηνείες τους με την προηγούμενη γνώση τους σχετικά με τον κόσμο, κατασκευάζοντας τα δικά τους απλά ή πολύπλοκα νοητικά μοντέλα για να εξηγήσουν αυτά που παρατηρούν.

γ) *Ηθελημένη (Intentional) [μέσω διατυπώσεων (articulative) / αναστοχαστική (reflective)]* – όπου οι μαθητευόμενοι διατυπώνουν τους μαθησιακούς τους σκοπούς, τι κάνουν, τις αποφάσεις που παίρνουν, τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν και τις απαντήσεις που βρίσκουν.

δ) *Αυθεντική (Authentic) [πολύπλοκη (complex) / εντός πλαισίου (contextual)]* – η οποία αφορά μαθησιακούς στόχους οι οποίοι τίθενται εντός κάποιου σημαντικού στόχου του πραγματικού κόσμου ή προσομοιώνονται σε κάποιο μαθησιακό περιβάλλον βασισμένο σε κάποια περίπτωση ή πρόβλημα (case-based or problem-based learning environment).

ε) *Ομάδοσυνεργατική (Cooperative) [συνεργατική (collaborative) / μέσω συζήτησης (conversational)]* – όπου οι μαθητευόμενοι δουλεύουν σε ομάδες διαπραγματευόμενοι κοινωνικά μία κοινή σκοπιμότητα, κατανοώντας συγχρόνως το στόχο και τις μεθόδους που θα χρησιμοποιήσουν για την επίτευξη του.

2) *Κατασκευή της Γνώσης (Knowledge Construction)*

Οι *κατασκευαστικές προσεγγίσεις της μάθησης* έχουν ως στόχο τη δημιουργία περιβαλλόντων στα οποία οι μαθητευόμενοι κατασκευάζουν ενεργητικά τη γνώση παρά ανακεφαλαιώνουν την ερμηνεία του δασκάλου για τον κόσμο. Στα κατασκευαστικά περιβάλλοντα των νοητικών εργαλείων, οι μαθητευόμενοι ασχολούνται ενεργητικά με την *ερμηνεία του εξωτερικού κόσμου* και με τον *αναστοχασμό των ερμηνειών τους*. Τα νοητικά εργαλεία είναι εργαλεία που *διευκολύνουν τους μαθητευόμενους να αναπαραστήσουν και να οργανώσουν αυτά που ξέρουν*. Είναι επίσης μέσα για την *κοινωνική διαπραγμάτευση των νοημάτων (meanings)* συγκεκριμένων αντιλήψεων, εννοιών, ερμηνειών και λειτουργιών.

Η ενεργητική κατασκευαστική μάθηση *αντιτίθεται στην εμφάνιση της αδρανούς (inert) γνώσης*, η οποία ενδεχομένως να μπορεί να ανακληθεί αλλά δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Αν οι μαθητευόμενοι κατασκευάσουν ενεργητικά τις δικές τους ερμηνείες για τον κόσμο, έχουν μεγαλύτερη "κυριότητα" (ownership) των σκέψεων αυτών, οπότε οι σκέψεις αυτές είναι λιγότερο πιθανό να εκφυλιστούν με την πάροδο του χρόνου (Jonassen, 2000).

3) *Αναστοχαστική σκέψη (Reflective Thinking)*

Σύμφωνα με τον Norman (1993), οι *υπολογιστές μπορούν να υποστηρίξουν την αναστοχαστική σκέψη* όταν δίνουν τη δυνατότητα στους χρήστες να συνθέσουν τη νέα γνώση προσφέροντας νέες αναπαραστάσεις, τροποποιώντας παλιές και συγκρίνοντας παλιές και νέες αναπαραστάσεις. Έτσι επιπρόσθετα στην ενεργητική ενασχόληση με τις εμπειρίες, η γνώση απαιτεί ότι οι μαθητευόμενοι αναστοχάζονται σχετικά με το τι έχουν κάνει, τι σημαίνει αυτό και τι άλλο χρειάζεται να κάνουν και να μάθουν. Όταν οι μαθητευόμενοι διστάζουν και επιδεικνύουν μία πρόθεση να μάθουν, αυτό που θα μάθουν δεν θα είναι αδρανές. Η χρήση των νοητικών εργαλείων απασχολεί τους μαθητευόμενους με τις παραπάνω μορφές της αναστοχαστικής σκέψης, οι οποίες με τη σειρά τους υποστηρίζουν την κατασκευή της γνώσης.

4) *Εργαλεία γνωστικής συνεργασίας (Cognitive Partnership Tools)*

Οι *γνωστικές τεχνολογίες (cognitive technologies)* είναι εργαλεία που μπορούν να παρέχονται από οποιοδήποτε μέσο και βοηθούν τους μαθητευόμενους να υπερβούν τους περιορισμούς του μυαλού τους, ειδικότερα περιορισμούς στη μνήμη, τη σκέψη ή την επίλυση προβλημάτων (Pea, 1985). Η πιο χαρακτηριστική γνωστική τεχνολογία είναι η *γλώσσα (language)*.

Τα υπολογιστικά εργαλεία, αντίθετα με άλλα εργαλεία, μπορούν να λειτουργήσουν ως *διανοητικοί συνεργάτες*, οι οποίοι *μοιράζονται το γνωστικό βάρος της εκτέλεσης εργασιών* (Salomon, 1993). Όταν οι μαθητευόμενοι χρησιμοποιούν τους υπολογιστές ως διανοητικούς συνεργάτες, οι υπολογιστές τους απελευθερώνουν από κάποιες μη παραγωγικές εργασίες απομνημόνευσης, επιτρέποντας στους μαθητευόμενους να σκεφτούν περισσότερο παραγωγικά. Σύμφωνα με τον Perkins (1993), η μάθηση δεν προκύπτει από την απομονωμένη, ανυποστηρίκτη (unsupported) σκέψη από τους μαθητευόμενους. Ο σκοπός μας πρέπει να είναι να κατανέμουμε στο μαθητευόμενο και τον υπολογιστή τη *γνωστική ευθύνη της επεξεργασίας που κάνουν ο καθένας καλύτερα*. Η απόδοση και των δύο βελτιστοποιείται, αφήνοντας κάποιο "γνωστικό υπόλοιπο" (cognitive residue) στους μαθητευόμενους, το οποίο είναι πολύ πιθανό να μεταφερθεί σε καταστάσεις όπου χρησιμοποιούν το εργαλείο ξανά (Salomon, 1993).

5) *Πλαίσιο στήριξης της σκέψης (Scaffold Thinking)*

Τα νοητικά εργαλεία δημιουργούν ένα *πλαίσιο στήριξης νέων μορφών σκέψης και λογικής (scaffold thinking)* μέσα στη *ζώνη επικείμενης μάθησης (zone of proximal development)*, τη ζώνη μεταξύ των υπάρχοντων και των δυνητικών (potential) ικανοτήτων των μαθητευομένων. Σύμφωνα με τον Pea (1985), η οπτική του Vygotsky δίνει έμφαση στη λειτουργική αναδιοργάνωση της γνώσης, με τη χρήση συμβολικών τεχνολογιών (symbolic technologies). Τα νοητικά εργαλεία εμπλέκουν (engage) νέες μορφές λογικής, οι οποίες αναδιοργανώνουν βασικά τους τρόπους με τους οποίους οι μαθητευόμενοι αναπαριστούν αυτά που ξέρουν. Αν αυτές οι μορφές λογικής ενυπάρχουν μέσα στη ζώνη τους, οι

μαθητευόμενοι θα *εσωτερικεύσουν* το φαρμαλισμό αυτό. Δηλαδή τα νοητικά εργαλεία αναπαριστούν γνωστικά πλαίσια στήριξης της γνώσης (cognitive scaffolds) (Jonassen, 2000).

Πέρα από τη θεωρητική αιτιολόγηση της χρήσης των νοητικών εργαλείων, υπάρχει ένα σύνολο *πρακτικών επιχειρημάτων* που παρουσιάζει τη χρήση των νοητικών εργαλείων πρώτα απ' όλα ως μία εφικτή και πρακτικά εφαρμόσιμη λύση, αλλά επίσης ως μία "καλύτερη εναλλακτική" από την ανάπτυξη αμιγώς εκπαιδευτικών εφαρμογών.

Οι *πρακτικοί λόγοι της χρήσης των νοητικών εργαλείων* είναι:

1) Έλλειψη παραδοσιακού εκπαιδευτικού λογισμικού

Ο πρώτος πρακτικός λόγος για τη χρήση εφαρμογών λογισμικού ως νοητικά εργαλεία είναι η *έλλειψη διαθεσιμότητας παραδοσιακού εκπαιδευτικού λογισμικού*. Από τα τέλη της δεκαετίας του 1970 υπήρχαν διαθέσιμα προγράμματα CAI για να υποστηρίξουν τη μάθηση. Έρευνες έχουν δείξει ότι το 85 % των προγραμμάτων αυτών ήταν είτε προγράμματα πρακτικής και εξάσκησης (*drill and practice*) ή διδακτικά προγράμματα (*tutorials*) σχεδιασμένα να υποστηρίξουν την απλή απομνημόνευση. Ακόμα και να ήθελε κάποιος να χρησιμοποιήσει κάποιο πρόγραμμα πρακτικής και εξάσκησης ή κάποιο διδακτικό πρόγραμμα, είναι σχεδόν απίθανο να μπορούσε να βρει ένα πρόγραμμα για να εξασκήσει τη συγκεκριμένη δεξιότητα που χρειάζονταν οι μαθητές του. Παρά τις χιλιάδες των διδακτικών προγραμμάτων που έχουν δημοσιευτεί, το σύνολο τους *δεν καλύπτει ένα ικανοποιητικό μέρος των σχολικών και πανεπιστημιακών αναλυτικών προγραμμάτων*. Επίσης υπάρχει *μεγάλη δυσκολία στον εντοπισμό, την επιλογή, την προεπισκόπηση και το χειρισμό του κάθε προγράμματος*, το οποίο τυπικά καλύπτει μόνο ένα στόχο του αναλυτικού προγράμματος.

Τα νοητικά εργαλεία απαιτούν να μάθει κανείς να χειρίζεται έναν μικρό αριθμό προγραμμάτων ή λογισμικών πακέτων, τα περισσότερα εκ των οποίων είναι *ήδη διαθέσιμα στα σχολεία και τα πανεπιστήμια*. Αυτές οι εφαρμογές λογισμικού *μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε διαφορετικά αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος*.

2) Κόστος ανάπτυξης εφαρμογών λογισμικού

Ο δεύτερος πρακτικός λόγος για τη χρήση εφαρμογών λογισμικού ως νοητικά εργαλεία είναι το *κόστος ανάπτυξης των εφαρμογών λογισμικού*. Τα περισσότερα από τα διδακτικά προγράμματα, ειδικότερα αυτά με την υψηλότερη ποιότητα, *κοστίζουν ακριβά ακόμα και για μία άδεια χρήσης*, πόσο μάλλον για μία άδεια χρήσης σε ένα σχολείο ή σε ένα τμήμα πανεπιστημίου, ενώ *μπορούν να υποστηρίξουν στην καλύτερη περίπτωση ένα περιορισμένο σύνολο διδακτικών στόχων σε κάποιο συγκεκριμένο θέμα ενός μαθήματος*. Τα περισσότερα από τα νοητικά εργαλεία, αντίθετα, είναι *ήδη διαθέσιμα στα σχολεία ή τα πανεπιστήμια* (π.χ. εφαρμογές του Office) και αυτά που δεν είναι διαθέσιμα *κοστίζουν λιγότερο ή το ίδιο με τα διδακτικά προγράμματα*, τουλάχιστον οι εκδόσεις για φοιτητές ή μαθητές (student editions), ενώ *καλύπτουν ένα μεγάλο εύρος θεμάτων από διαφορετικά μαθήματα και πολλές φορές από διαφορετικά αντικείμενα*.

3) Αποδοτικότητα (Efficiency)

Ο τρίτος πρακτικός λόγος για τη χρήση εφαρμογών λογισμικού ως νοητικά εργαλεία είναι η *αποδοτικότητα κόστους και μάθησης*. Εφόσον τα νοητικά εργαλεία μπορούν να χρησιμοποιηθούν με πολλούς τρόπους, σε οποιοδήποτε μάθημα, προκειμένου να ενεργοποιήσουν την μάθηση που έχει

"νόημα" και επειδή το κόστος ανά εφαρμογή είναι σχετικά χαμηλό, το *κόστος ανά μαθητή είναι εξαιρετικά χαμηλό*. Τα νοητικά εργαλεία μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε *περισσότερα θέματα και αντικείμενα σε μικρότερο κόστος από οποιαδήποτε άλλη διαθέσιμη διδακτική προσέγγιση βασισμένη στον υπολογιστή*.

Τα νοητικά εργαλεία παρέχουν επίσης *αποδοτικότητα στη μάθηση*. Κάθε διδακτικό πρόγραμμα βασισμένο στον υπολογιστή, που έχει κατασκευαστεί από έναν ανεξάρτητο παραγωγό, στοχεύει σε ένα διαφορετικό σύνολο αποτελεσμάτων και υποστηρίζει ένα διαφορετικό σύνολο μέσων για να επιτευχθούν τα αποτελέσματα αυτά. Η μάθηση της χρήσης ανεξάρτητων εφαρμογών λογισμικού, *απαιτεί χρόνο και προσπάθεια*, η οποία μειώνει τη γνωστική προσπάθεια που μπορεί να εφαρμοστεί στις ιδέες προς μάθηση. Η μάθηση των διαδικασιών για τη χρήση του κάθε πακέτου απαιτεί από το δάσκαλο να μελετήσει το λογισμικό και σχετικό εκπαιδευτικό υλικό για κάθε ανεξάρτητο μάθημα. Η προσαρμογή κάθε εκπαιδευτικού προγράμματος στις ανάγκες και ικανότητες της κάθε τάξης *δεν αντιπροσωπεύει μία αποδοτική χρήση του χρόνου του δασκάλου*. Αντίθετα τα νοητικά εργαλεία απαιτούν την ανάπτυξη ικανοτήτων του μαθητευομένου σε περιορισμένο αριθμό προγραμμάτων, τα οποία μπορούν να εφαρμοστούν σε ένα μεγάλο εύρος θεματικού περιεχομένου, αντιπροσωπεύοντας έτσι *μία αποδοτικότερη χρήση χρόνου και προσπάθειας* (Jonassen, 2000).

4.3. Εφαρμογές λογισμικού που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως νοητικά εργαλεία

4.3.1. Πότε μία εφαρμογή λογισμικού μπορεί να θεωρηθεί νοητικό εργαλείο

Η πραγματικότητα στο χώρο της ανάπτυξης και υλοποίησης εφαρμογών λογισμικού στις μέρες μας, είναι ότι *νέες εφαρμογές των υπολογιστών αναπτύσσονται διαρκώς*. Η *επιλογή μιας εφαρμογής και η αποτίμηση αν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως νοητικό εργαλείο* είναι βασικό θέμα, εφόσον δεν έχουν όλες οι εφαρμογές λογισμικού τα χαρακτηριστικά που απαιτούνται προκειμένου να υποστηρίξουν τις λειτουργίες των νοητικών εργαλείων.

Καταρχάς πρέπει να *διακρίνουμε τα νοητικά εργαλεία από τα εργαλεία παραγωγικότητας (Productivity tools)*. Τα εργαλεία παραγωγικότητας είναι εργαλεία που συχνά χρησιμοποιούνται στη τάξη ή την αγορά εργασίας, προκειμένου να *βοηθήσουν τους μαθητές ή τους υπαλλήλους να παράγουν έργο*. Εργαλεία όπως επεξεργαστές κειμένου (word-processors), προγράμματα γραφικών και ζωγραφικής, και προγράμματα σχεδίασης (Computer Aided Design-CAD) έχουν βελτιώσει σημαντικά την παραγωγικότητα των χρηστών τους. Τα *εργαλεία παραγωγικότητας δεν είναι απαραίτητα γνωστικά εργαλεία*, εφόσον δεν αναδιοργανώνουν σημαντικά και δεν ενισχύουν τη σκέψη του μαθητευομένου ή τις ικανότητες που παρέχονται από αυτή τη σκέψη.

Κατά δεύτερο λόγο, πρέπει να *διακρίνουμε τα νοητικά εργαλεία από τα εργαλεία που χρησιμοποιούν πληροφορίες (Information-Using tools)*. Τα εργαλεία που χρησιμοποιούν πληροφορίες, όπως ο παγκόσμιος πληροφοριακός ιστός (World Wide Web-WWW) ή οι μηχανές αναζήτησης πληροφοριών (search engines) *δεν είναι απαραίτητα νοητικά εργαλεία*. Είναι νοητικά εργαλεία όταν *χρησιμοποιούνται στα πλαίσια κάποιας δραστηριότητας που έχει "νόημα"*, όπως για παράδειγμα στην ηθελημένη αναζήτηση πληροφοριών.

Ο D. Jonassen έχει αναπτύξει μια σειρά από κριτήρια σχετικά με το πότε ένα *εργαλείο μπορεί να θεωρηθεί νοητικό εργαλείο* (Jonassen, 2000). Τα κριτήρια αυτά δεν είναι απόλυτα κριτήρια, είναι μάλλον

δείκτες εμφάνισης χαρακτηριστικών νοητικού εργαλείου. Ένα εργαλείο μπορεί να θεωρηθεί νοητικό εργαλείο όταν είναι:

1. *Βασισμένο στον υπολογιστή (Computer-based)*

Αν και πολλές εφαρμογές μη υπολογιστικές μπορούν να λειτουργήσουν ως νοητικά εργαλεία, η προσέγγιση με την οποία ασχολούμαστε αφορά το πώς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον υπολογιστή πιο αποτελεσματικά, επομένως τα νοητικά εργαλεία με τα οποία ασχολούμαστε είναι βασισμένα στον υπολογιστή.

2. *Διαθέσιμη εφαρμογή (Available application)*

Οι εφαρμογές λογισμικού που χρησιμοποιούνται ως νοητικά εργαλεία είναι έτοιμες, διαθέσιμες, γενικές εφαρμογές λογισμικού. Τα νοητικά εργαλεία ενδεχομένως επίσης να λειτουργούν και ως εργαλεία παραγωγικότητας (βάσεις δεδομένων, υπολογιστικά φύλλα κλπ), διδακτικά προγράμματα κλπ.

3. *Εντός των οικονομικών δυνατοτήτων των μαθητευομένων (Affordable)*

Τα νοητικά εργαλεία πρέπει να είναι εντός των οικονομικών δυνατοτήτων των μαθητευομένων. Τα περισσότερα νοητικά εργαλεία είναι διαθέσιμα στο κοινό ή διανέμονται χωρίς αμοιβή (shareware). Άλλα διανέμονται μαζί με πακέτα εφαρμογών (όπως το Office). Κάποια που είναι ακριβά, αντισταθμίζουν το κόστος με τα πολύ δυνατά μαθησιακά τους αποτελέσματα.

4. *Υποστηρίζει την κατασκευή της γνώσης (Knowledge Construction)*

Η εφαρμογή πρέπει να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή και την αναπαράσταση προσωπικής γνώσης.

5. *Γενικεύσιμο (Generalizable)*

Η εφαρμογή πρέπει να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε διαφορετικές περιοχές ή αντικείμενα.

6. *Υποστηρίζει την κριτική σκέψη (Critical thinking)*

Η χρήση των νοητικών εργαλείων εμπλέκει τους μαθητευόμενους σε θέματα που απαιτούν κριτική σκέψη, ανώτερης τάξης, η οποία έχει σίγουρα περισσότερο «νόημα» από ότι η απομνημόνευση και παράφραση αυτών που λέει το βιβλίο ή ο δάσκαλος.

7. *Ευνοεί τη μεταφορά της μάθησης σε άλλες περιοχές (Transferable learning)*

Η χρήση των νοητικών εργαλείων έχει ως αποτέλεσμα την κατασκευή γενικεύσιμων γνώσεων και δεξιοτήτων που μπορούν να μεταφερθούν σε διαφορετικές περιοχές. Η γνώση δηλαδή που αναπτύσσεται σε μια περιοχή γνώσης (για παράδειγμα τα μαθηματικά) να μπορεί να μεταφερθεί σε μία άλλη περιοχή γνώσης (για παράδειγμα την οικονομική επιστήμη).

8. *Έχει απλό, δυναμικό φορμαλισμό (Simple, powerful formalism)*

Το κάθε νοητικό εργαλείο απαιτεί από τους μαθητευόμενους να οργανώσουν και να αναπαραστήσουν αυτά που ξέρουν με ένα διαφορετικό τρόπο, αντίστοιχο με το φορμαλισμό του νοητικού εργαλείου. Τα νοητικά εργαλεία έχουν απλό, αλλά δυναμικό φορμαλισμό.

9. *Εύκολο να το μάθει κανείς (Easily learnable)*

Η πνευματική προσπάθεια που απαιτείται προκειμένου να μπορέσει κάποιος να μάθει το νοητικό εργαλείο δεν θα πρέπει να ξεπερνάει τα πλεονεκτήματα της σκέψης που προέρχονται από τη χρήση του εργαλείου. Η σύνταξη και η μέθοδος χρήσης του λογισμικού δεν θα πρέπει να είναι τόσο φορμαλιστική και

δύσκολη ώστε να καλύπτει το διανοητικό σκοπό του εργαλείου. Οι βασικές λειτουργίες του λογισμικού πρέπει να μπορεί να τις μάθει κανείς σε 1 ή 2 ώρες.

4.3.2. Κατηγορίες νοητικών εργαλείων βασισμένων στον υπολογιστή

Οι κυριότερες κατηγορίες νοητικών εργαλείων βασισμένων στον υπολογιστή είναι:

(1) Εργαλεία δυναμικής μοντελοποίησης (*Dynamic modelling tools*)

Τα εργαλεία δυναμικής μοντελοποίησης περιγράφουν πως οι ιδέες είναι δυναμικά συσχετισμένες μεταξύ τους. Οι δυναμικές σχέσεις είναι *αιτιώδεις* (*causal*), όπου ένας παράγοντας προκαλεί μία αλλαγή σε έναν άλλο. Κάθε περιοχή γνώσης διέπεται από δυναμικές σχέσεις. Η κατανόηση των σχέσεων αυτών είναι ουσιώδης ώστε να είναι δυνατή η *μεταφορά των ιδεών σε άλλες περιοχές*. Τα εργαλεία δυναμικής μοντελοποίησης χρησιμοποιούνται όχι μόνο για να *αναπαραστήσουμε δυναμικές σχέσεις*, αλλά επίσης για να κατασκευάσουμε *προσομοιώσεις μοντέλων δυναμικών συστημάτων*. Τα εργαλεία αυτά είναι ίσως τα πιο απαιτητικά αλλά και ενδιαφέροντα νοητικά εργαλεία (Jonassen, 2000).

Στα εργαλεία δυναμικής μοντελοποίησης κατατάσσονται: α) *Υπολογιστικά φύλλα* (*Spreadsheets*), β) *Έμπειρα συστήματα* (*Expert systems*), γ) *Εργαλεία μοντελοποίησης συστημάτων* (*Systems modelling*) και δ) *Μικρόκοσμοι* (*Microworlds*).

(2) Εργαλεία ερμηνείας (*Interpretation tools*)

Τα εργαλεία ερμηνείας βοηθούν τους μαθητευόμενους να ερμηνεύσουν πληροφορίες καθώς κατασκευάζουν τις βάσεις γνώσης τους. Δηλαδή είναι εργαλεία που *δημιουργούν νοήματα* (*meaning-making*), εφόσον βοηθούν τους μαθητευόμενους να καταλάβουν τις ιδέες που επεξεργάζονται. Η *κατασκευή της γνώσης*, από μια *κατασκευαστική σκοπιά* (*constructivistic approach*), είναι μία *διαδικασία που αποτελείται από τέσσερα μέρη*: α) Διατύπωση μιας πρόθεσης να κατασκευάσει κάποιος τη γνώση, β) Συλλογή και ερμηνεία πληροφορίας, γ) Κατασκευή και αναπαράσταση μιας νέας κατανόησης και δ) Αναστοχασμός σχετικά με το τι έχει μάθει ο μαθητευόμενος, πως το έχει μάθει και τι σημαίνει. Τα εργαλεία ερμηνείας προσφέρουν σημαντική βοήθεια στο δεύτερο μέρος, της συλλογής και ερμηνείας πληροφορίας.

Τα εργαλεία ερμηνείας περιλαμβάνουν: α) *Εργαλεία ηθελημένης αναζήτησης πληροφοριών* (*Intentional information search tools*) και β) *Εργαλεία οπτικοποίησης* (*Visualization tools*).

(3) Εργαλεία συζήτησης (*conversation tools*)

Οι νεότερες θεωρίες μάθησης θεωρούν τη μάθηση ως *κοινωνική διαδικασία*, όχι ως *ανεξάρτητη*. Σύμφωνα με τους υποστηρικτές της θεωρίας κοινωνικής κατασκευής της γνώσης (*social constructivism*) και της θεωρίας της κοινωνικής ανάπτυξης του Vygotsky (*social development theory*), η μάθηση προκύπτει από την *κοινωνική διαπραγμάτευση των νοημάτων*, μέσω της *κοινωνικής αλληλεπίδρασης* των μαθητευόμενων στις δραστηριότητες και στα γεγονότα στα οποία συμμετέχουν. Οι μαθητές δεν είναι απαραίτητο να μαθαίνουν *μόνο από το δάσκαλο*. Μπορούν επίσης να μαθαίνουν μέσω της *συζήτησης των προβλημάτων, των πιστεύω και των προσδοκιών τους μεταξύ τους*.

Η τεχνολογία μπορεί να υποστηρίξει την κοινωνική μάθηση μέσω των *εργαλείων συζήτησης* (*conversation tools*). Η ραγδαία εξάπλωση του Διαδικτύου (Internet) τα τελευταία χρόνια, έχει οδηγήσει στην σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό *εξοικείωση όλων μας με τα εργαλεία συζήτησης*. Για παράδειγμα,

το ηλεκτρονικό ταχυδρομείο (E-mail) έχει γίνει ένα από τα πιο διαδεδομένα μέσα, τόσο για τις επαγγελματικές και εκπαιδευτικές, όσο και για τις προσωπικές μας ανάγκες επικοινωνίας. Για τους περισσότερους φοιτητές και για πολλούς μαθητές η *χρήση των υπηρεσιών του διαδικτύου* όπως η συνομιλίες μέσω του διαδικτύου (chat rooms), οι ομάδες χρηστών (user groups) κλπ είναι *καθημερινή πρακτική*.

Τα εργαλεία συζήτησης περιλαμβάνουν: α) *Εργαλεία σύγχρονης επικοινωνίας (synchronous conferencing)* και β) *Εργαλεία ασύγχρονης επικοινωνίας (asynchronous conferencing)*.

(4) *Εργαλεία σημασιολογικής οργάνωσης (Semantic Organization tools)*

Τα *εργαλεία σημασιολογικής οργάνωσης* είναι εργαλεία που βοηθούν τους μαθητευόμενους να *οργανώσουν και να αναπαραστήσουν οπτικά τις ιδέες που μελετούν και μαθαίνουν*. Η οργάνωση των ιδεών είναι σημαντική εφόσον *αν οι ιδέες δεν οργανωθούν στη μνήμη δεν θα μπορούν να ανακληθούν εύκολα από το μαθητευόμενο*. Αν οι ιδέες σε μια γνωστική περιοχή δεν είναι καλά οργανωμένες, οι μαθητευόμενοι δεν μπορούν να βγάζουν συμπεράσματα, να βλέπουν και να εξάγουν αναλογίες, να επιλύουν προβλήματα και να εκτελούν εργασίες που απαιτούν σκέψη ανώτερης τάξης, όπως θα έκαναν αν η γνώση που έχουν κατασκευάσει ήταν καλά οργανωμένη.

Τα εργαλεία σημασιολογικής οργάνωσης περιλαμβάνουν: α) *Βάσεις δεδομένων (Databases)* και β) *Σημασιολογικά δίκτυα ή Χάρτες εννοιών (Semantic Networks ή Concept Maps)*. Οι βάσεις δεδομένων αρχικά αναπτύχθηκαν ως εργαλεία παραγωγικότητας (productivity tools), προκειμένου να διευκολύνουν την αποθήκευση και ανάκληση πληροφοριών στις επιχειρήσεις, τον κυβερνητικό μηχανισμό και την εκπαίδευση. Αντίθετα τα σημασιολογικά δίκτυα σχεδιάστηκαν προκειμένου να χρησιμοποιηθούν ως νοητικά εργαλεία.

(5) *Εργαλεία κατασκευής της γνώσης (Knowledge construction tools)*

Τα *εργαλεία κατασκευής της γνώσης* βασίζονται στη θεωρία του Papert σύμφωνα με την οποία "η γνώση οικοδομείται από το μαθητή και δεν παρέχεται από το δάσκαλο" και "ότι αυτό συμβαίνει ιδιαίτερα εύκολα όταν ο μαθητευόμενος ασχολείται με την *κατασκευή (construction) ενός αντικειμένου εξωτερικού ή τουλάχιστον που να μπορεί να "μοιραστεί" (sharable)*, για παράδειγμα ένα κάστρο στην άμμο, μία μηχανή, ένα πρόγραμμα του υπολογιστή ή ένα βιβλίο", για την οποία χρησιμοποίησε τον όρο "constructionism" (Papert, 1990). Η λογική για τη θεωρία αυτή είναι η *γνώση ως σχεδιασμός* (Perkins, 1986), η οποία υποστηρίζει ότι η απόκτηση της γνώσης είναι μία διαδικασία σχεδιασμού, η οποία διευκολύνεται όταν οι μαθητευόμενοι ασχολούνται ενεργητικά με το σχεδιασμό της γνώσης παρά με την κωδικοποίηση ή την ερμηνεία της.

Τα εργαλεία κατασκευής της γνώσης (όρος που χρησιμοποιεί ο Jonassen(2000)) περιλαμβάνουν *πολυμέσα (multimedia)*, *εργαλεία έκδοσης (desktop publishing)*, *υπερκείμενο (hypertext)*, *κατασκευή διαδικτυακών τόπων (web sites)*, *CD-ROM* και ένα σύνολο *σχετικών τεχνολογιών*. Τα παραπάνω εργαλεία καλύπτονται υπό τον όρο «*υπερμέσα*» (*hypermedia*), τα οποία είναι δομημένες, διασυνδεδεμένες, πολυμεσικές βάσεις γνώσης, που χρησιμοποιούν τις παραπάνω τεχνολογίες.

Στη συνέχεια θα αναπτύξουμε αναλυτικότερα τα νοητικά εκείνα εργαλεία τα οποία θεωρούμε ως *καταλληλότερα για τη διδασκαλία των Θετικών Επιστημών*, ειδικότερα τα *υπολογιστικά φύλλα*, τα *εργαλεία μοντελοποίησης συστημάτων*, τα *εργαλεία οπτικοποίησης* και τους *μικρόκοσμους*. Στην ανάλυση

μας θα περιγράψουμε. α) τις λειτουργίες του κάθε εργαλείου και β) πως μπορεί η κάθε εφαρμογή να χρησιμοποιηθεί ως νοητικό εργαλείο. Τα εργαλεία σύγχρονης επικοινωνίας και τα εργαλεία ασύγχρονης επικοινωνίας, τα οποία μπορούν και αυτά να χρησιμοποιηθούν για τη μάθηση και διδασκαλία των Θετικών Επιστημών από απόσταση, θα αναπτυχθούν αναλυτικά στο κεφάλαιο για την εξ' αποστάσεως Εκπαίδευση.

4.4. Νοητικά εργαλεία για τη μάθηση και διδασκαλία των Θετικών Επιστημών

4.4.1. Τα υπολογιστικά φύλλα

Τα υπολογιστικά φύλλα (*spreadsheets*) είναι αριθμητικά συστήματα καταχώρησης και αποθήκευσης εγγραφών (*record-keeping systems*). Τα υπολογιστικά φύλλα αναπτύχθηκαν αρχικά και χρησιμοποιούνται ακόμα και σήμερα, περισσότερο για να υποστηρίξουν τη λήψη αποφάσεων στο χώρο των επιχειρήσεων.

Τα ηλεκτρονικά υπολογιστικά φύλλα σχεδιάστηκαν από τελειόφοιτους φοιτητές λογιστικής ως εργαλεία για την υποστήριξη λογιστικών λειτουργιών στα μαθήματα τους. Προκειμένου να αντιμετωπίσουν προβλήματα ισορροπίας και θέματα ωφέλους και ζημίας που ρωτούσαν ερωτήσεις της μορφής "Τι θα γινόταν αν...", για παράδειγμα "Τι θα γινόταν αν τα επιτόκια αυξάνονταν κατά 1 %;" και κουρασμένοι από το να έχουν να ξαναυπολογίσουν όλες τις τιμές που επηρεάζονταν από τη μεταβολή, ανέπτυξαν ένα ηλεκτρονικό φύλλο ισορροπίας, στο οποίο μια αλλαγή σε ένα κελί (*cell*) θα προκαλούσε αυτόματα αλλαγές σε όλες τις τιμές που επηρεάζονται από αυτό (απόλυτη και σχετική αναφορά). Το ηλεκτρονικό αυτό φύλλο, το οποίο ονομάστηκε VisiCalc, αναπτύχθηκε στις αρχές της δεκαετίας του 1980 και προκάλεσε την ανάπτυξη φαινόμενο των μικρουπολογιστών στο χώρο των επιχειρήσεων.

Η κατασκευή και χρήση των υπολογιστικών φύλλων ενεργοποιεί μια ποικιλία διανοητικών διαδικασιών, οι οποίες απαιτούν από τους μαθητευόμενους να χρησιμοποιήσουν υπάρχοντες κανόνες, να παράγουν νέους κανόνες που περιγράφουν σχέσεις και να οργανώσουν πληροφορίες.

Τα υπολογιστικά φύλλα μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως :

α) Εργαλεία για υπολογισμούς, ανάλυση και λογικούς συλλογισμούς

Αρχικά, τα υπολογιστικά φύλλα είναι υπολογιστικά εργαλεία τα οποία υποστηρίζουν τα γνωστική προσπάθεια που σχετίζεται με τους υπολογισμούς. Τα υπολογιστικά φύλλα δηλαδή μπορούν να υποστηρίξουν δραστηριότητες επίλυσης προβλήματος. Δεδομένης μιας προβληματικής κατάστασης με πολύπλοκες ποσοτικές σχέσεις, τα υπολογιστικά φύλλα χρησιμοποιούνται προκειμένου να αναπαραστήσουν τις σχέσεις αυτές. Οι συλλογισμοί αυτοί απαιτούν από τους μαθητευόμενους να θεωρήσουν τις συνέπειες των συνθηκών ή των επιλογών τους, επομένως χρειάζονται απαραίτητα λογικό συλλογισμό ανώτερης τάξης (*higher order reasoning*).

Τα υπολογιστικά φύλλα χρησιμοποιούνται επίσης για να υπολογίσουν σχέσεις μεταξύ των αριθμητικών μεταβλητών, επιτρέποντας στους μαθητευόμενους να κάνουν λογικούς συλλογισμούς σχετικά μ' αυτές τις σχέσεις, χρησιμοποιώντας το υπολογιστικό φύλλο. Τα υπολογιστικά φύλλα υπό αυτή την έννοια υποστηρίζουν δεξιότητες σκέψης ανώτερης τάξης, όπως συλλογή, περιγραφή και ερμηνεία δεδομένων (Niess, 1992).

β) Για την κατανόηση μαθηματικών εννοιών και κανόνων

Τα υπολογιστικά φύλλα υποστηρίζουν την αριθμητική σκέψη. Όταν μαθαίνουν να εκτελούν αριθμητικές διαδικασίες, ακόμα και με πολύ πρακτική και εξάσκηση, οι μαθητευόμενοι απορροφώνται στο

χειρισμό των αριθμών και χάνουν την εικόνα αυτού που θέλουν να επιλύσουν (Dubitsky, 1988). Τα υπολογιστικά φύλλα αποτελούν ένα ισχυρό εργαλείο χειρισμού και αναπαράστασης των τιμών και ανάπτυξης τύπων για το συσχετισμό τους, διαδικασίες οι οποίες βελτιώνουν την κατανόηση των αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται για τη σύγκριση τους και επίσης των μαθηματικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται για τη συγκεκριμένη περιοχή περιεχομένου.

γ) *Εργαλεία κατασκευής μοντέλων προσομοίωσης*

Η προσομοίωση φαινομένων μέσω της χρήσης υπολογιστικών φύλλων παρέχει μία άμεση και αποτελεσματική λύση για την κατανόηση του ρόλου των παραμέτρων και του ελέγχου διαφορετικών τρόπων βελτιστοποίησης των τιμών τους (Sundheim, 1992). Εφαρμογές της αναπαράστασης και μελέτης δυναμικών συστημάτων (συστημάτων που αλλάζουν στο χρόνο και περιγράφονται από μεταβλητές) περιέχονται στη βιβλιογραφία (Barnes, 1997, Crisci, 1992, Adams & Krock, 1989, Rudnicki, 1990 και Cashien, 1990).

Ο σκοπός της χρήσης των υπολογιστικών φύλλων στη διαδικασία μάθησης-διδασκαλίας είναι να μπορούν οι μαθητευόμενοι να αναλύουν ανεξάρτητα μια προβληματική κατάσταση, αναγνωρίζοντας τις μεταβλητές και τις σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών και να δημιουργούν τύπους και συναρτήσεις για τον υπολογισμό και το χειρισμό των ποσοτήτων σ' αυτές τις μεταβλητές. Η ικανότητα να δημιουργεί κανείς ποσοτικά μοντέλα προβληματικών καταστάσεων είναι μια δυναμική μεταφερόμενη (transferable) δεξιότητα.

Η *ενδεδειγμένη σειρά σταδίων και μαθησιακών δραστηριοτήτων* κατά τη χρήση των υπολογιστικών φύλλων ως *νοητικών εργαλείων* είναι (Jonassen, 2000):

(1) Παρέχεται *ένα υπόδειγμα υπολογιστικού φύλλου (spreadsheet template)* στους μαθητές, για την εισαγωγή και εξοικείωση των μαθητευόμενων στη δομή και τις συναρτήσεις των υπολογιστικών φύλλων.

(2) *Οι μαθητευόμενοι δημιουργούν ένα σχέδιο*, σχετικά με το τι θέλουν να αναπαραστήσουν, αν θέλουν να δημιουργήσουν μία προσομοίωση, τι σημεία θέλουν να τονίσουν, ποια είδη δομών και πληροφοριών απαιτούνται για να τονίσουν αυτά τα σημεία, ποιοι είναι οι μαθησιακοί σκοποί, αν ενδιαφέρονται για καλύτερη κατανόηση των εννοιών που διδάχθηκαν κλπ.

(3) *Οι μαθητευόμενοι προσαρμόζουν υπάρχοντα υπολογιστικά φύλλα ή σχεδιάζουν νέα υπολογιστικά φύλλα για να συμπληρώσουν άλλοι μαθητευόμενοι.*

(4) *Οι μαθητευόμενοι δημιουργούν και συμπληρώνουν ένα υπολογιστικό φύλλο προσανατολισμένο στο πρόβλημα (problem-oriented).* Είναι η πιο πολύπλοκη δραστηριότητα και το δυσκολότερο μέρος της διαδικασίας, η οποία απαιτεί από τους μαθητευόμενους να *αναγνωρίσουν μεταβλητές και ανάγκες πληροφορίας*, να *αναπτύξουν τύπους και συναρτήσεις*, να *συμπληρώσουν το υπολογιστικό φύλλο* και μετά να *το χρησιμοποιήσουν για να απαντήσουν σε ερωτήσεις.*

(5) *Οι μαθητευόμενοι βγάζουν συμπεράσματα (extrapolate) χρησιμοποιώντας το υπολογιστικό φύλλο.*

(6) *Οι μαθητές αναστοχάζονται σχετικά με τη δραστηριότητα.* Ο αναστοχασμός *δεν θα πρέπει να περιμένει την ολοκλήρωση της διαδικασίας*, αντίθετα οι μαθητές θα πρέπει *κατά τη διάρκεια του προγράμματος (project) να αναστοχάζονται* σχετικά με το αν επιτυγχάνονται οι στόχοι που έχουν τεθεί, τι αλλαγές πρέπει να γίνουν κλπ, αλλά και *κατά το τέλος του προγράμματος να αναστοχάζονται* σχετικά με

το τι έχουν μάθει σχετικά με το αντικείμενο υπό διαπραγμάτευση, τι έχουν μάθει σχετικά με τα υπολογιστικά φύλλα, τι έχουν μάθει σχετικά με τη συνεργασία με άλλους κλπ.

4.4.2. Τα εργαλεία μοντελοποίησης συστημάτων

Η *θεωρία δυναμικών συστημάτων (systems dynamics theory)* μελετά την αιτιώδη αλληλεξάρτηση μεταξύ των συστατικών μερών (components) ενός συστήματος. Τα συστήματα είναι δυναμικά όταν *αλλαγές στα μέρη τους σχετίζονται με αλλαγές σε άλλα μέρη του συστήματος*.

Τα δυναμικά συστήματα μπορούν να αναπαρασταθούν μέσω των *αιτιωδών βρόγχων ή των βρόγχων ανάδρασης (causal loops ή feedback loops)*, οι οποίοι χρησιμοποιούνται για να δείξουν τις επιδράσεις μεταξύ των συστατικών μερών των συστημάτων. Οι αιτιώδεις βρόγχοι παρουσιάζουν περιορισμούς όταν χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουν συστήματα, εφόσον *δείχνουν σχέσεις και επιτρέπουν προβλέψεις, όμως δεν περιγράφουν τις λειτουργίες του συστήματος, ούτε παρουσιάζουν ποσοτικές πληροφορίες*. Επομένως δεν μπορούν να προσομοιώσουν τα συστήματά τα οποία περιγράφουν (Mandinach & Cline, 1994 και Steed, 1992).

Τα *νοητικά μοντέλα* είναι νοητικές αναπαραστάσεις, οι οποίες περιλαμβάνουν μεταφορική γνώση, οπτική – χωρική γνώση (ιδιοτήτων του χώρου) και δομική γνώση και δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητευόμενους να κατασκευάσουν μοντέλα των φαινομένων που μπορούν να "τρέχουν", προκειμένου να ελέγξουν την κατανόησή τους (Jonassen & Henning, 1999). Η *κατασκευή μοντέλων του πραγματικού κόσμου* (αφηρημένες αναπαραστάσεις που δεν περιλαμβάνουν τις λεπτομέρειες μιας κατάστασης, αλλά βασίζονται στις ειδικές λεπτομέρειες των φαινομένων) είναι στην καρδιά της επιστημονικής σκέψης και απαιτεί διάφορες διανοητικές δραστηριότητες όπως προγραμματισμός, συλλογή δεδομένων, συνεργασία και πρόσβαση σε πληροφορίες, οπτικοποίηση δεδομένων, μοντελοποίηση και έκθεση (Soloway, Krajcik & Finkel, 1995).

Μοντέλο είναι η εννοιολογική αναπαράσταση ενός φαινομένου ή μιας κατάστασης, η οποία περιγράφεται λεκτικά, οπτικά ή ποσοτικά. *Προσομοίωση* είναι μία προσέγγιση ενός φαινομένου, η οποία μοιμείται τις συνθήκες και τις λειτουργίες του. Ο όρος *δυναμικός* δηλώνει δράση ή αλλαγή σε καταστάσεις. Τα *δυναμικά μοντέλα προσομοίωσης* είναι μοντέλα, τα οποία αναπαριστούν εννοιολογικά τη μεταβαλλόμενη φύση ενός συστήματος φαινομένων, με ένα τρόπο που προσομοιάζει την πραγματική κατάσταση, είναι δηλαδή αφαιρέσεις ή μοντέλα της πραγματικότητας.

Η Diane Fischer (1994) προτείνει ότι οι μαθητές ενδείκνυται να *εισαχθούν στη μοντελοποίηση μέσω της παρουσίασης από το δάσκαλο του πώς να αναπτύξουν το μοντέλο* και μετά μέσω του *χειρισμού του μοντέλου και της διατύπωσης προβλέψεων*. Στη συνέχεια οι μαθητευόμενοι αναπτύσσουν μοντέλα ως *ομαδική δραστηριότητα* στην τάξη ενώ *καθοδηγούνται από το δάσκαλο*. Καθώς γίνονται περισσότερο ανεξάρτητοι, οι μαθητευόμενοι *επιλέγουν ένα θέμα που τους ενδιαφέρει, αναγνωρίζουν τις παραμέτρους του συστήματος, εργάζονται με άλλα άτομα για να αναπτύξουν ένα μοντέλο και το παρουσιάζουν στην τάξη*. Ο ρυθμός της προόδου εξαρτάται από την ηλικία, την εξυπνάδα και το ενδιαφέρον των μαθητευομένων.

Ο Danid Jonassen (2000) έχει *αναπτύξει περαιτέρω το μοντέλο της Fischer*, ως εξής:

(1) Οι μαθητευόμενοι "τρέχουν" και ελέγχουν ένα υπάρχον υπόδειγμα μοντέλου (*template*) με ορισμένα από την αρχή συστατικά μέρη και συνδέσεις που λειτουργούν. Οι μαθητευόμενοι *κάνουν προβλέψεις και παράγουν υποθέσεις*, ελέγχοντας τις προβλέψεις τους με τη χρήση του μοντέλου.

(2) Οι μαθητευόμενοι *χειρίζονται το υπάρχον μοντέλο*. Ειδικότερα, ο δάσκαλος δημιουργεί ένα διάγραμμα αφήνοντας ορισμένες μεταβλητές μη καθορισμένες. Οι μαθητευόμενοι παροτρύνονται να παράγουν τις δικές τους σχέσεις.

(3) Οι μαθητευόμενοι *δημιουργούν ένα ομαδικό μοντέλο μιας παρόμοιας κατάστασης*, δουλεύοντας ως τάξη υπό την καθοδήγηση του δασκάλου. Η διαδικασία αυτή *είναι ιδιαίτερα χρήσιμη όταν έχουμε μόνον έναν υπολογιστή στην τάξη*.

(4) Οι μαθητευόμενοι *δημιουργούν ένα σχέδιο για τα δικά τους μοντέλα*, σκεπτόμενοι τι θέλουν να αναπαραστήσουν, τι σημεία θέλουν να τονίσουν, τι είδους δομές και πληροφορίες θα χρειαστούν, προς ποιους σκοπούς θα κινηθούν κλπ.

(5) Οι μαθητευόμενοι *δημιουργούν και ελέγχουν τα μοντέλα τους*.

(6) Οι μαθητευόμενοι *παρουσιάζουν τα μοντέλα τους στην τάξη*, η οποία συζητά και αξιολογεί τα μοντέλα ή βοηθάει στην επίλυση τυχόν δυσκολιών και προβλημάτων.

(7) Οι μαθητευόμενοι *δημιουργούν τις δικές τους θεωρίες*. Ειδικότερα, οι μαθητευόμενοι βασισμένοι στα μοντέλα τους που δουλεύουν, προσπαθούν να γενικεύσουν τα αποτελέσματα τους σε μια θεωρία που περιγράφει τη συμπεριφορά μιας μεγαλύτερης ομάδας αντικειμένων ή γεγονότων.

(8) Οι μαθητές *αναστοχάζονται σχετικά με τη δραστηριότητα*. Ο αναστοχασμός ενδείκνυται να γίνεται τόσο *κατά τη διάρκεια του προγράμματος*, σχετικά με το αν επιτυγχάνονται οι στόχοι που έχουν τεθεί, τι αλλαγές χρειάζονται, πως πηγαίνει η ομάδα συγκριτικά με άλλες ομάδες κλπ, αλλά και *στο τέλος του προγράμματος*, σχετικά με το τι έμαθαν οι μαθητευόμενοι σχετικά με το αντικείμενο μάθησης, τι έχουν μάθει σχετικά με τα νοητικά μοντέλα και την κατασκευή τους, τι έμαθαν σχετικά με τη συνεργασία μεταξύ τους και με το δάσκαλο κλπ.

Τα πιο *γνωστά εργαλεία για την κατασκευή μοντέλων συστημάτων* είναι το *Stella* της εταιρείας High Performance Systems, το *PowerSim* και το *Model-It* από την ομάδα Highly Interactive Computer του Πανεπιστημίου του Michigan.

Τα τελευταία χρόνια έχει διαδοθεί το λογισμικό *Modellus*, το οποίο σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε από μία ομάδα επιστημόνων από το Νέο Πανεπιστήμιο της Λισαβόνας. Το *Modellus* δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να *κατασκευάζουν μαθηματικά μοντέλα με διαλογικό τρόπο*. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την *κατασκευή μαθηματικών μοντέλων και τη διερεύνηση τους* με τη μορφή παρουσιάσεων, γραφημάτων και πινάκων τιμών. Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την *ανάλυση και ερμηνεία πειραματικών δεδομένων*, εφόσον διαθέτει εργαλεία για την κατασκευή μοντέλων από εικόνες (φωτογραφίες, γραφήματα κλπ) και βίντεο. Το *Modellus* μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών και της Φυσικής τόσο στη δευτεροβάθμια, όσο και την τριτοβάθμια εκπαίδευση (Teodoro, 2001). Το λογισμικό αυτό *έχει μεταφραστεί στα Ελληνικά* και διατίθεται από το Υπουργείο Παιδείας στα σχολεία της χώρας μας.

4.4.3. Τα εργαλεία οπτικοποίησης

Τα *εργαλεία οπτικοποίησης (visualization tools)* είναι μία νέα και γρήγορα αναπτυσσόμενη ομάδα εργαλείων, τα οποία μας επιτρέπουν να *συλλογιστούμε λογικά και να αναπαραστήσουμε οπτικά ιδέες*, χωρίς να χρειαζόμαστε καλλιτεχνικές δεξιότητες που απαιτούνται για την παραγωγή πρωτότυπων σχεδίων. Τα εργαλεία αυτά μας βοηθούν να *ερμηνεύσουμε και να αναπαραστήσουμε οπτικά ιδέες* και να *αυτοματοποιήσουμε κάποιες από τις χειρωνακτικές εργασίες για τη δημιουργία εικόνων*.

Τα εργαλεία οπτικοποίησης έχουν δύο βασικές χρήσεις: α) την *ερμηνευτική (interpretive)* και β) την *εκφραστική (expressive)* (Gordin, Edelson & Gomez, 1996). Τα *ερμηνευτικά εργαλεία* βοηθούν τους μαθητευόμενους να δουν και να χειριστούν οπτικά, αντικείμενα και εικόνες, εξάγοντας νόημα από τις πληροφορίες που οπτικοποιούνται. Οι *ερμηνευτικές αναπαραστάσεις* βοηθούν στο να ξεκαθαρίσει ο μαθητευόμενος δυσνόητα αντικείμενα και αφηρημένες έννοιες, κάνοντας τις περισσότερο κατανοητές (Levin, Anglin & Carney, 1987). Οι *εκφραστικές αναπαραστάσεις* βοηθούν τους μαθητευόμενους να μεταφέρουν οπτικά το νόημα προκειμένου να κοινοποιήσουν ένα σύνολο πιστεύω και απόψεων.

Σύμφωνα με τον Snir, οι υπολογιστές έχουν μια μοναδική συνεισφορά *στο ξεκαθάρισμα και τη διάρθωση συχνά εμφανιζόμενων λανθασμένων αντιλήψεων για φαινόμενα*, μέσω της *οπτικοποίησης* αυτών των ιδεών. Χρησιμοποιώντας γραφικά του υπολογιστή, κάποιος μπορεί να μετακινήσει την προσοχή πίσω και προστά, από τις τοπικές στις ολικές ιδιότητες του φαινομένου και να εκπαιδεύσει το μυαλό για να ολοκληρώσει τις δύο πλευρές σε μια συναφή εικόνα (Snir, 1989).

Πολυάριθμα εργαλεία οπτικοποίησης παρέχουν *αναπαραστάσεις που έρχονται σε συμφωνία με τη λογική* και επιτρέπουν στους μαθητευόμενους να *συλλογιστούν λογικά σχετικά με αντικείμενα με τα οποία ασχολούνται και αλληλεπιδρούν* (Merill, Reiser, Bekkelaar & Hamid, 1992). Για παράδειγμα η γραφική αναπαράσταση της απόδειξης ως δέντρου στο Geometry Tutor, οπτικοποιεί ακολουθίες λύσης ενός προβλήματος (Anderson, Boyle & Yost, 1986).

Τα μαθηματικά, ειδικότερα, είναι ένα *αφηρημένο πεδίο μελέτης*. Η *κατανόηση όλων των περιοχών των μαθηματικών* υποβοηθάται από την *παρατήρηση των γραφικών παραστάσεων των διαφόρων εννοιών και μεγεθών*. Η κατανόηση της δυναμικής των μαθηματικών υποβοηθάται από τη δυνατότητα να χειρίζεται κάποιος τύπους και εξισώσεις και να παρατηρεί τα αποτελέσματα αυτού του χειρισμού.

Προγράμματα όπως το *Mathematica*, το *Maple*, το *MatLab* χρησιμοποιούνται συχνά *για να αναπαραστήσουν οπτικά μαθηματικές σχέσεις σε προβλήματα*, ούτως ώστε οι μαθητευόμενοι να δουν τα αποτελέσματα οποιουδήποτε χειρισμού στα πλαίσια προβλημάτων. Σύμφωνα με τον Porzio (1995), μαθητευόμενοι του Απειροστικού Λογισμού οι οποίοι χρησιμοποίησαν το Mathematica ήταν περισσότερο ικανοί να κάνουν συνδέσεις μεταξύ αριθμητικών, γραφικών και συμβολικών αναπαραστάσεων απ' ότι μαθητευόμενοι οι οποίοι χρησιμοποιούσαν υπολογιστικές συσκευές τσέπης (calculators) ή μαθητευόμενους οι οποίοι μάθαιναν μέσω παραδοσιακών μεθόδων. Φοιτητές μηχανολόγοι μηχανικοί που χρησιμοποίησαν το Mathematica, έλυναν τα προβλήματα που απαιτούσαν Απειροστικό Λογισμό *περισσότερο εννοιολογικά (conceptually)* απ' ότι παραδοσιακοί φοιτητές, που εστίαζαν μόνο στις διαδικασίες (Roddick, 1995). Η *δυνατότητα να ερμηνεύει κάποιος αριθμητικές και συμβολικές αναπαραστάσεις συνδυάζοντας τις με τα γραφικά τους αποτελέσματα, βοηθάει τους μαθητευόμενους να καταλάβουν τα μαθηματικά περισσότερο εννοιολογικά*. Οι μαθητευόμενοι στις τάξεις των μαθηματικών και

των θετικών επιστημών, οι οποίοι χρησιμοποιούν διαφορετικές μορφές μαθηματικών, μπορούν να μάθουν τις μαθηματικές συναρτήσεις περισσότερο αποτελεσματικά βλέποντας τις αναπαραστάσεις τους (Jonassen, 2000).

Τα μαθηματικά πακέτα είναι επίσης χρήσιμα για την *οπτικοποίηση πειραμάτων*. Σχεδιάζοντας τη γραφική αναπαράσταση δεδομένων που έχουν προκύψει από πειράματα, μπορούμε να βγάλουμε χρήσιμα συμπεράσματα σχετικά με τις μεταβλητές και τις τιμές τους.

Τα μαθηματικά πακέτα (Mathematica, Maple, MatLab) είναι πέρα από εργαλεία οπτικοποίησης, *ισχυρά υπολογιστικά εργαλεία, αποθηκευτικά μέσα μαθηματικών αλγορίθμων και εγχειριδίων, εργαλεία ανάλυσης δεδομένων και εργαλεία μοντελοποίησης συστημάτων*. Υποστηρίζουν τους μαθητευόμενους σε κάθε πλευρά της *μάθησης των ειδικών θεμάτων των Θετικών Επιστημών (Μαθηματικών, Στατιστικής κλπ)*.

Τα εργαλεία οπτικοποίησης χρησιμοποιούνται φυσιολογικά για να υποστηρίξουν κάποια είδη έρευνας ή μεγαλύτερης μαθηματικής δραστηριότητας. *Δεν χρησιμοποιούνται για την παραγωγή ενός τελικού προϊόντος, μιας βάσης γνώσης δηλαδή*, αλλά χρησιμοποιούνται για την *υποβοήθηση των μαθητευόμενων στην ερμηνεία ή την αναπαράσταση "ιδεών" καθώς ερευνούν και ασχολούνται με ένα θέμα*.

4.4.4. Οι μικρόκοσμοι

Ο όρος *"μικρόκοσμος" (microworld)* εισήχθη από τον Papert (1980) προκειμένου να περιγράψει *περιβάλλοντα εξερευνητικής μάθησης (explorative learning environments)* που χρησιμοποιούσαν τη χελώνα της Logo για να υποστηρίξουν τη μάθηση αρχών της Γεωμετρίας.

Οι μικρόκοσμοι πέρα από τους περιορισμούς που εμφανίζονται στη Logo είναι *μία πολύ "δυνατή ιδέα" (powerful idea)*. Είναι πρωτίστως *εξερευνητικά μαθησιακά περιβάλλοντα, χώροι ανακάλυψης και προσομοιώσεις με περιορισμούς φαινομένων του πραγματικού κόσμου*, στους οποίους οι μαθητευόμενοι μπορούν να πλοηγηθούν, να χειριστούν ή να δημιουργήσουν αντικείμενα και να ελέγξουν τα αποτελέσματα του ενός στο άλλο. "Οι μικρόκοσμοι παρουσιάζουν τους μαθητευόμενους με ένα απλό μοντέλο ενός μέρους του κόσμου" (Hanna, 1986).

Οι μικρόκοσμοι επιτρέπουν στους μαθητευόμενους να ελέγξουν και να κατασκευάσουν βαθύτερη γνώση των φαινομένων που χειρίζονται. Οι μικρόκοσμοι *αντιγράφουν τη λειτουργικότητα που χρειάζεται προκειμένου να εξερευνηθούν οι μαθητευόμενοι φαινόμενα στα μέρη του κόσμου στα οποία αναφέρονται*, δηλαδή παρέχουν τα κατάλληλα εργαλεία παρατήρησης και χειρισμού που είναι απαραίτητα για την εξερεύνηση και τον έλεγχο αντικειμένων σ' αυτά τα μέρη του κόσμου. Έχουν αποδειχθεί εξαιρετικά αποτελεσματικά εργαλεία για την *ενεργοποίηση της σκέψης ανώτερης τάξης των μαθητευόμενων, όπως ο έλεγχος υποθέσεων και η διατύπωση εικασιών*.

Οι μικρόκοσμοι συντίθενται από *αντικείμενα, σχέσεις μεταξύ αντικειμένων και λειτουργίες ή πράξεις που μετασχηματίζουν τα αντικείμενα και τις σχέσεις τους* (Thompson & Wang, 1988). Η βασική αρχή που σχετίζεται με την προσέγγιση αυτή είναι το αίσθημα της *"άμεσης ενασχόλησης" (direct engagement)*, το αίσθημα ότι ο υπολογιστής είναι "αόρατος", ότι δεν είναι καν εκεί, αυτό *που είναι πραγματικά εκεί είναι ο κόσμος που εξερευνούμε*, για παράδειγμα η μουσική, η τέχνη, τα μαθηματικά, οι επιχειρήσεις κλπ, ή

στιδήποτε η φαντασία και οι στόχοι μας παρέχουν (Draper & Norman, 1986). Οι μικρόκοσμοι υπό αυτή την έννοια υποστηρίζουν την *εμπειριακή μάθηση (experiential learning)*.

Οι μικρόκοσμοι *δεν είναι απαραίτητα βασισμένοι στον υπολογιστή*. Είναι όμως *σχετικοί με την ηλικία και τα ενδιαφέροντα του μαθητευόμενου*.

Οι μικρόκοσμοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν προκειμένου να υποστηρίξουν την *αυτο-ρύθμιση (self-regulation) στη μάθηση*. Μερικές *ενδεδειγμένες πρακτικές* είναι (Jonassen, 2000):

1) Οι μαθητευόμενοι ενδείκνυται να θέτουν στόχους ως προς το τι θέλουν να μελετήσουν, ποια σημεία πρέπει να τονιστούν, τι είδους εξερεύνησης ή πειραματικών αποτελεσμάτων απαιτούνται για να τονιστούν αυτά τα σημεία, προς ποιους σκοπούς θα κινηθούμε κλπ.

2) Οι μικρόκοσμοι είναι *χώροι επίλυσης προβλημάτων*, οι οποίοι επιτρέπουν στους μαθητευόμενους να *παράγουν υποθέσεις για ιδέες μέσα στη περιοχή περιεχομένου που μελετάται*. Η μορφή αυτή της πρακτικής της επίλυσης προβλήματος, είναι περισσότερο πιθανό να παράγει μεταφορά της μάθησης από ότι περισσότερο παραδοσιακές πρακτικές επίλυσης προβλήματος.

3) Η *συμπτωματική μάθηση (incidental learning)* θα πρέπει να είναι *αποδεκτή*, υπό μια σχετική έννοια και θα πρέπει να ενθαρρύνεται όταν χρησιμοποιούμε μαθησιακά περιβάλλοντα μικροκόσμων.

4) Οι μαθητευόμενοι ενδείκνυται να ενθαρρύνονται να *συγκρίνουν τα αντικείμενα στο μικρόκοσμο με αντικείμενα ή ενέργειες που τους είναι ήδη οικεία*. Οι μαθητευόμενοι ενδείκνυται να ερωτώνται αν μπορούν να *σκεφτούν σχετικά με πράγματα στον πραγματικό κόσμο που να συμπεριφέρονται όπως τα αντικείμενα του μικρόκοσμου*, διαδικασία που ο Papert ονόμασε "*κοινωνικά προσαρμοσμένη μάθηση*" (*syntonic learning*).

5) Όταν οι μαθητευόμενοι "κολλάνε" και δεν μπορούν να παράγουν προβλήματα, σκοπούς και υποθέσεις, θα πρέπει πρώτα να *μοντελοποιήσουμε πώς να παράγουμε υποθέσεις* και στη συνέχεια να *εξασκήσουμε τους μαθητευόμενους παροτρύνοντας τους σε συμπεριφορές παραγωγής υποθέσεων*.

6) Οι μαθητευόμενοι ενδείκνυται να ενθαρρύνονται να *συνεργάζονται σε μικτές ομάδες των 2 ή 3 ατόμων*.

7) Οι μαθητευόμενοι ενδείκνυται να *εκθέτουν στην τάξη* και να *αναστοχάζονται σχετικά με τα ευρήματα τους* σε κάθε μικρόκοσμο. Οι μαθητευόμενοι *κατά τη διάρκεια του προγράμματος* ενδείκνυται να ελέγχουν την πρόοδο τους, να ελέγχουν αν επιτυγχάνονται οι στόχοι που έχουν τεθεί, ποιες αλλαγές είναι απαραίτητες, πώς είναι η ομάδα συγκριτικά με άλλες ομάδες, αν απαντούν στις ερωτήσεις και αν τονίζουν τα σημεία που έχουν θέσει στο σχεδιασμό. *Αφού τελειώσει το πρόγραμμα*, οι μαθητευόμενοι ενδείκνυται να αναστοχάζονται σχετικά με το πρόγραμμα, τι έχουν μάθει σχετικά με το περιεχόμενο και τι έχουν μάθει εργαζόμενοι μεταξύ τους.

Υπάρχουν πολλά παραδείγματα μικροκόσμων, όπως τα εργαλεία *Boxer* (diSesse & Abelson, 1986), *Writing Partner* (Salomon, 1993), *Thinker Tools* (White, 1993) και *Bubble Dialogue* (McMahon & O' Neill, 1993). Τα περιβάλλοντα αυτά έχουν δύο *σημαντικά χαρακτηριστικά*: α) Συνήθως παρέχουν πολλαπλές αναπαραστάσεις φαινομένων και β) Παρέχουν άμεση ανάδραση όταν ο μαθητευόμενος δοκιμάζει κάτι.

Οι πιο *γνωστές εφαρμογές μικροκόσμων* είναι:

α) Το *Interactive Physics*, ένα περιβάλλον έρευνας για την εξερεύνηση θεμάτων στη Νευτώνεια Μηχανική.

β) Το *SimCalc*, ένα πρόγραμμα που διδάσκει έννοιες του Απειροστικού Λογισμού σε μαθητές γυμνασιακής και λυκειακής εκπαίδευσης, μέσω του *MathWorld*, ενός μικρόκοσμου που περιέχει εικονογραφημένους κόσμους και δυναμικά γραφήματα στα οποία οι ηθοποιοί κινούνται ανάλογα με τα γραφήματα.

γ) Το *Geometric Supposer*, ένα εργαλείο για τη δημιουργία και τον έλεγχο εικασιών στη Γεωμετρία, μέσω της κατασκευής και του χειρισμού γεωμετρικών αντικειμένων και της εξερεύνησης των σχέσεων μέσα και ανάμεσα στα αντικείμενα αυτά (Schwartz, 1987). Σε αντίθεση με την παραδοσιακή αναλυτική παραγωγική προσέγγιση στη διδασκαλία και μάθηση της Γεωμετρίας, η χρήση του *Geometric Supposer* υποστηρίζει μία επαγωγική προσέγγιση, μέσω του χειρισμού των συστατικών μερών των γεωμετρικών αντικειμένων και της παρατήρησης των αποτελεσμάτων.

δ) Το *Gabri-Geometry*, ένα περιβάλλον λογισμικού που υποστηρίζει την ανάπτυξη μιας διερευνητικής προσέγγισης στη διδασκαλία και μάθηση της Γεωμετρίας. Υποστηρίζει την κατασκευή και τη μελέτη γεωμετρικών αντικειμένων. Αποτελείται από ένα πακέτο υπολογιστικών εργαλείων για τη δημιουργία δραστηριοτήτων και εφαρμογών, η λειτουργία του οποίου βασίζεται στην αμφίδρομη σχέση με το χρήστη. Το *Gabri-Geometry* μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη μάθηση και τη διδασκαλία της Αναλυτικής και Ευκλείδειας Γεωμετρίας, όπως και των γεωμετρικών μετασχηματισμών, στο γυμνάσιο και στο λύκειο αλλά και στο πρώτο έτος του πανεπιστημίου σε αντίστοιχα θέματα (Κορδάκη, 2001). Το λογισμικό αυτό έχει μεταφραστεί στα Ελληνικά και διατίθεται από το Υπουργείο Παιδείας στα σχολεία της χώρας μας.

ε) Το *The Geometer's Sketchpad*, ένα εργαλείο που υποστηρίζει και αυτό την ανάπτυξη μιας διερευνητικής προσέγγισης στη διδασκαλία και μάθηση της Γεωμετρίας. Έχει αντίστοιχα χαρακτηριστικά με το *Gabri-Geometry* και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μαθήματα Γεωμετρίας στο γυμνάσιο και στο λύκειο αλλά και στο πρώτο έτος του πανεπιστημίου. Επίσης έχει δυνατότητες για την εξερεύνηση μη ευκλείδειων γεωμετριών μέσω της χρήσης μετασχηματισμών και τη δημιουργία αρχείων εντολών. Το λογισμικό αυτό έχει μεταφραστεί στα Ελληνικά και διατίθεται και αυτό από το Υπουργείο Παιδείας στα σχολεία της χώρας μας.

4.5. Αποτίμηση της μάθησης με τα νοητικά εργαλεία

Σύμφωνα με τον Jonassen (2000), αν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε τα νοητικά εργαλεία προκειμένου να ενεργοποιήσουμε την κατασκευαστική, αυτορυθμιζόμενη, κριτική, δημιουργική και πολύπλοκη σκέψη, *ενδείκνυται να αποτιμήσουμε (assess) αυτά τα είδη των κατασκευαστικών αποτελεσμάτων και όχι την αναπαραγωγική μάθηση*. Αν εισάγουμε τα νοητικά εργαλεία στη διδασκαλία, αλλά στη συνέχεια εκτιμάμε τα μαθησιακά αποτελέσματα με μέτρα ανάκλησης, οι μαθητές μας θα θεωρήσουν ότι τα νοητικά εργαλεία δε "μετράνε" και θα "επιστρατεύσουν" τις στρατηγικές απομνημόνευσης περιεχομένου που τόσο καλά γνωρίζουν.

Η χρήση των νοητικών εργαλείων ενεργοποιεί τη δημιουργία *προσωπικών νοημάτων (personal meaning-making)*. Πως όμως μπορούμε να αποτιμήσουμε τα νοήματα που έχουν δημιουργηθεί; Η πιο προφανής λύση είναι *να αποτιμήσουμε τα αποτελέσματα των δραστηριοτήτων των μαθητευομένων, δηλαδή τις βάσεις γνώσης (Knowledge bases) που έχουν δημιουργήσει*. Εφόσον οι μαθητές ενεργοποιούν

την κατασκευαστική, αυτορυθμιζόμενη σκέψη και την κριτική, δημιουργική και πολύπλοκη σκέψη προκειμένου να χρησιμοποιήσουν τα νοητικά εργαλεία, τότε τα αποτελέσματα που παράγουν (οι βάσεις γνώσης τους) *πρέπει να εμφανίζουν ενδείξεις κατασκευής γνώσης, αυτορύθμισης και σκέψης ανώτερης τάξης (higher order thinking).*

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε μία προσαρμογή της *μεθοδολογίας* που προτείνει ο Jonassen (2000) για την *αποτίμηση (assessment) της μάθησης με τα νοητικά εργαλεία.*

(I) Αποτίμηση της κατασκευής της γνώσης (Knowledge Construction)

Στο στάδιο αυτό είναι σημαντική η *αποτίμηση των ειδών και του βαθμού κατασκευής της γνώσης από τους μαθητευόμενους* και όχι η αποτίμηση της "εκτόμησης" των ιδεών που προηγουμένως έχουν μεταφερθεί σ' αυτούς. Η κοινή γνώση (common knowledge) δεν είναι απαραίτητα ο πιο βασικός σκοπός της Εκπαίδευσης. Εφόσον η μάθηση είναι περισσότερο επίγνωση πλαισίου (contextual insight) και καλή κρίση (good judgement), απ' ότι αδρανής γνώση (inert knowledge), *πρέπει να ξανασκεφτούμε τη σχέση μας με τις παραδοσιακές δραστηριότητες και μεθοδολογίες αποτίμησης και αξιολόγησης (Wiggins, 1993).* Μέσα στις αλλαγές που είναι απαραίτητες, είναι ο επαναπροσδιορισμός της κατεύθυνσης της αποτίμησης προς την *αυτο-αποτίμηση (auto-assessment)* και *εναλλακτικές μορφές αποτίμησης* που παρέχουν στους μαθητευόμενους την ευκαιρία να εκφράσουν αυτά που ξέρουν με τον καλύτερο τρόπο. Οι μαθητευόμενοι *πρέπει να αυτο-αποτιμήσουν και να αυτο-αξιολογήσουν τις βάσεις γνώσεώς τους*, προτού τις υποβάλλουν για εκτίμηση και αξιολόγηση.

Για να *αξιολογήσουμε την κατασκευή της γνώσης στις βάσεις γνώσεώς των μαθητευομένων* ελέγχουμε τις εξής παραμέτρους:

1) Παρατήρηση και αναστοχασμός

Ελέγχουμε αν οι μαθητευόμενοι σταματούν και σκέφτονται σχετικά με τις δραστηριότητες στις οποίες εμπλέκονται και αν μοιράζονται συχνά παρατηρήσεις σχετικά με τις δραστηριότητες τους με τους συμμαθητές ή τους καθηγητές.

2) Αλληλεπιδράσεις των μαθητευομένων

Ελέγχουμε το βαθμό στον οποίο οι μαθητευόμενοι χειρίζονται τις μεταβλητές και τους ελέγχους του περιβάλλοντος.

3) Πρωτοτυπία των ερμηνειών

Ελέγχουμε αν οι βάσεις γνώσεώς περιέχουν πρωτότυπες ιδέες που συνελήφθηκαν, οργανώθηκαν και αναπαραστάθηκαν από τους μαθητευόμενους ή βασίζονται σε ιδέες ή ερμηνείες του δασκάλου ή του βιβλίου.

4) Περιέργεια / Ενδιαφέρον / Προβληματισμός

Ελέγχουμε αν οι μαθητευόμενοι ασχολούνται με τις μαθησιακές δραστηριότητες μόνον επειδή τους ζητείται ή κινητοποιούνται από ερευνητικό ενδιαφέρον ή ελκυστική επιθυμία να μάθουν και αν προσπαθούν με επιμονή να επιλύσουν την ασυνέχεια μεταξύ αυτών που παρατηρούνται και αυτών που τους είναι γνωστά.

5) Κατασκευή διανοητικών μοντέλων και δημιουργία νοημάτων

Ελέγχουμε το βαθμό στον οποίο οι μαθητευόμενοι δημιουργούν τις δικές τους κατανοήσεις, αναπτύσσουν δικές τους θεωρίες και αγωνίζονται να εξειδικευτούν στην αναγνώριση και επίλυση προβλημάτων.

(II) Αποτίμηση της αυτο-ρύθμισης (Self-Regulation)

Το πιο σημαντικό είδος αποτίμησης για την υποστήριξη της αυτο-ρύθμισης είναι η *αυτο-αποτίμηση*, στην οποία οι μαθητές εκτιμούν τι ξέρουν και πόσο ικανοί είναι να μάθουν μια συγκεκριμένη δεξιότητα ή ένα συγκεκριμένο θέμα (μέσω του αναστοχασμού), προκειμένου να συγκρίνουν τις βάσεις γνώσης τους με αυτές που χρειάζεται να αποκτήσουν προκειμένου να επιτύχουν τους μαθησιακούς τους σκοπούς.

Οι μαθητευόμενοι πρέπει επίσης να *γνωρίζουν πως κατασκευάζουν τις γνωστικές δομές τους*. Σύμφωνα με τον Laveault (1986), "η προσαρμοστικότητα (adaptability) εξηγεί τέσσερα χαρακτηριστικά της ενήλικης διανοητικής αξιολόγησης: Ευκαμψία (flexibility), σταθερότητα (stability), γενικευσιμότητα (generalizability) και πρωτοτυπία των λειτουργιών (originality of operations)". Αυτά είναι *ουσιώδη χαρακτηριστικά των αυτορυθμιζόμενων μαθητευόμενων* και επομένως *θα πρέπει επίσης να αποτιμώνται* όταν χρησιμοποιούνται τα νοητικά εργαλεία προκειμένου να κατασκευάσουμε νοήματα.

Για να *αξιολογήσουμε την αυτο-ρυθμιζόμενη σκέψη στην κατασκευή των βάσεων γνώσης των μαθητευόμενων* ελέγχουμε τις εξής παραμέτρους:

1) Κατεύθυνση προς τους σκοπούς

Ελέγχουμε το βαθμό στον οποίο οι μαθητευόμενοι εμπλέκονται σε δραστηριότητες που συνεισφέρουν στην επίτευξη συγκεκριμένων σκοπών.

2) Θέση προσωπικών σκοπών

Ελέγχουμε το βαθμό στον οποίο οι μαθητευόμενοι εμπλέκονται στην διαμόρφωση (ανάπτυξη και έκφραση) των σκοπών μάθησης

3) Καθορισμός προσωπικής μάθησης

Ελέγχουμε αν η πρόοδος του μαθητευόμενου παρακολουθείται από άλλους ή οι μαθητευόμενοι είναι υπεύθυνοι ή εμπλέκονται ως συνεργάτες στην παρακολούθηση και έκθεση της προόδου προς τους σκοπούς.

4) Μάθηση πώς να μαθαίνουν

Ελέγχουμε αν το περιβάλλον μάθησης δίνει ευκαιρίες για συζήτηση των διαδικασιών και των στρατηγικών μάθησης (επιτυχημένων ή αποτυχημένων), δηλαδή το βαθμό της έμφασης που δίνεται στη μεταγνώση.

5) Διατύπωση σκοπών ως εστιασμός της δραστηριότητας

Ελέγχουμε το βαθμό στον οποίο οι μαθητευόμενοι περιγράφουν τις δραστηριότητες στις οποίες εμπλέκονται σε όρους που σχετίζονται άμεσα με συγκεκριμένους σκοπούς μάθησης.

6) Χρήση νοητικών εργαλείων στην υποστήριξη των σκοπών μάθησης

Ελέγχουμε το βαθμό στον οποίο η χρήση των νοητικών εργαλείων συνεισφέρει στην επίτευξη των σκοπών μάθησης.

(III) Αποτίμηση της συνεργασίας (Collaboration)

Για να αξιολογήσουμε τη συνεργασία στην κατασκευή των βάσεων γνώσης των μαθητευομένων ελέγχουμε τις εξής παραμέτρους:

1) Αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητευομένων

Ελέγχουμε το βαθμό στον οποίο οι μαθητευόμενοι εμπλέκονται σε δραστηριότητες στις οποίες συνεργάζονται με συμμαθητές τους και αν αυτό καταλήγει σε επιτυχία.

2) Αλληλεπίδραση με ανθρώπους έξω από το σχολείο

Ελέγχουμε αν οι μαθητευόμενοι ασχολούνται με πληροφορίες και απόψεις εκτός του σχολείου και τη συχνότητα με την οποία συμβαίνει αυτό.

3) Κοινωνική διαπραγμάτευση (Social Negotiation)

Ελέγχουμε αν οι μαθητευόμενοι εμπλέκονται στη διαδικασία επίτευξης συμφωνίας σχετικά με τη φύση των προβλημάτων και τα σχέδια δράσης, κατά πόσο η συνεργασία αυτή επιτυγχάνεται με ευκολία και κατά πόσο εκτιμώνται οι ιδέες όλων των μελών της ομάδας.

4) Διανομή ρόλων και υπευθυνότητα

Ελέγχουμε αν οι ρόλοι και οι ευθύνες αλλάζουν συχνά και αν οι μαθητευόμενοι παίρνουν τις δικές τους αποφάσεις σχετικά με τους ρόλους και τις ευθύνες τους.

(IV) Αποτίμηση της κριτικής σκέψης (Critical Thinking)

Η κριτική σκέψη είναι *εξαιρετικά δύσκολο να αποτιμηθεί*, εφόσον *δεν υπάρχει καθολική συμφωνία σχετικά με το τι σημαίνει κριτική σκέψη*. Υπάρχουν τεστ για την κριτική σκέψη, όπως το "Watson-Glaser test" και το "Cornell test of Critical Thinking", αλλά υπάρχουν *ερωτηματικά για την εγκυρότητα και την αξιοπιστία τους* (Wang & Jonassen, 1993).

Η *κριτική σκέψη εξαρτάται από το πλαίσιο στο οποίο εργαζόμαστε*. Δηλαδή αν σκεφτούμε κριτικά σε διαφορετικά αντικείμενα (μαθηματικά, θετικές επιστήμες, κοινωνικές επιστήμες) και σε διαφορετικά πλαίσια του πραγματικού κόσμου, ενεργοποιούνται διαφορετικές δεξιότητες κριτικής σκέψης ή οι ίδιες δεξιότητες με διαφορετικό τρόπο. Επίσης η μεταφορά της κριτικής σκέψης σε μια περιοχή γνωστικού αντικείμενου είναι δύσκολο να εκτιμηθεί, εφόσον αν δεν εμφανιστεί μεταφορά μάθησης, δεν μπορούμε να γνωρίζουμε *αν οι μαθητευόμενοι δεν είναι ικανοί να μεταφέρουν την κριτική σκέψη ή έχουν έλλειψη γνώσεων ειδικών του αντικείμενου* οπότε η κριτική σκέψη δεν μεταφέρεται γι' αυτό το λόγο (Norris, 1989). Ο μόνος τρόπος είναι να *εκτιμηθούν τα αποτελέσματα του νοητικού εργαλείου μέσα στο πλαίσιο της χρήσης του*.

Για να αξιολογήσουμε την κριτική σκέψη στην κατασκευή των βάσεων γνώσης των μαθητευομένων ελέγχουμε τις εξής παραμέτρους:

1) Οι μαθητευόμενοι αξιολογούν πληροφορίες και ιδέες στις βάσεις γνώσης τους;

Ελέγχουμε αν οι μαθητές διακρίνουν τις σχετικές από τις άσχετες πληροφορίες, αν εκτιμούν την αξιοπιστία και τη χρησιμότητα της πληροφορίας, αν αναγνωρίζουν κριτήρια και κρίνουν τη αξία της πληροφορίας, αν αναγνωρίζουν τις ανακρίβειες και τις αναλήθειες κλπ.

2) Οι μαθητευόμενοι αναλύουν πληροφορίες και ιδέες στις βάσεις γνώσης τους;

Ελέγχουμε αν οι μαθητευόμενοι διακρίνουν στοιχεία ή ομάδες πληροφοριών, αν μπορούν να ταξινομήσουν πληροφορίες, αν αναγνωρίζουν ή αξιολογούν υποθέσεις και θέσεις, αν μπορούν να αναγνωρίζουν ουσιώδεις ιδέες και σχέδια δεδομένων.

3) *Οι μαθητευόμενοι συνδυάζουν ιδέες και κατανοούν σχέσεις μέσα στις βάσεις γνώσης τους;*

Ελέγχουμε αν οι μαθητευόμενοι συγκρίνουν / αντιπαραθέτουν ομοιότητες και διαφορές, αν αξιολογούν επιχειρήματα και λογική, αν διατυπώνουν συμπεράσματα από γενικεύσεις σε ειδικά παραδείγματα και από ειδικά παραδείγματα σε γενικεύσεις, αν αναγνωρίζουν αίτια και προβλέπουν αποτελέσματα, αν μπορούν να διακρίνουν σχέσεις μεταξύ μεταβλητών κλπ.

(V) Αποτίμηση της δημιουργικής σκέψης (Creative Thinking)

Για να αξιολογήσουμε την δημιουργική σκέψη στην κατασκευή των βάσεων γνώσης των μαθητευομένων ελέγχουμε τις εξής παραμέτρους:

1) *Οι μαθητευόμενοι επεξεργάζονται και εξατομικεύουν πληροφορίες και ιδέες στις βάσεις γνώσης τους;*

Ελέγχουμε αν οι μαθητευόμενοι προσθέτουν λεπτομέρειες, παράγουν τα δικά τους παραδείγματα, δημιουργούν ιστορίες, αλλάζουν τη γραμμή της ιστορίας ή την οπτική γωνία, αλλάζουν το πλαίσιο της αναπαράστασης.

2) *Οι μαθητευόμενοι συνθέτουν ιδέες στις βάσεις γνώσης;*

Ελέγχουμε αν οι μαθητευόμενοι χρησιμοποιούν μεταφορές και αναλογίες, αν συνοψίζουν και ανακεφαλαιώνουν ιδέες με δικά τους λόγια, αν κάνουν υποθέσεις και προβλέψεις για αίτια και αποτελέσματα και αν σχεδιάζουν τις ενέργειες τους προσεκτικά.

3) *Οι μαθητευόμενοι φαντάζονται ιδέες στις βάσεις γνώσης τους;*

Ελέγχουμε αν οι μαθητευόμενοι παράγουν πολλές ιδέες ανά μάθημα, αν προβλέπουν γεγονότα ή αποτελέσματα, αν σκέφτονται συνέπειες και πιθανότητες, αν ρωτούν ερωτήσεις "Τι θα γινόταν αν", αν οπτικοποιούν τις ιδέες τους, αν επιδεικνύουν διανοητικές εικόνες, αν έχουν ιδέες (hunches).

(VI) Αποτίμηση της πολύπλοκης σκέψης (Complex Thinking)

Για να αξιολογήσουμε την πολύπλοκη σκέψη στην κατασκευή των βάσεων γνώσης των μαθητευομένων ελέγχουμε τις εξής παραμέτρους:

1) *Οι μαθητευόμενοι ασχολούνται με την επίλυση προβλήματος καθώς κατασκευάζουν τις βάσεις γνώσης τους;*

Ελέγχουμε αν οι μαθητευόμενοι οπτικοποιούν ιδέες, αν διατυπώνουν υποθέσεις, αν έχουν πρόσβαση σε διαφορετικές πηγές πληροφοριών, αν αναγνωρίζουν κύριες ιδέες και ανακεφαλαιώνουν το πρόβλημα, αν εκτιμούν τις πληροφορίες, αν καθορίζουν την πιο κατάλληλη αντιμετώπιση, αν κατασκευάζουν ομοφωνία γνώμης για τη λύση.

2) *Οι μαθητευόμενοι σχεδιάζουν λογικά συνεπή, προϊόντα που έχουν νόημα;*

Ελέγχουμε αν οι μαθητευόμενοι φαντάζονται την αντιμετώπιση τους, αν θεωρούν την εμφάνιση και το αποτέλεσμα των ενεργειών τους, αν εκτιμούν την αποδοχή της αντιμετώπισης τους και των

αποτελεσμάτων της αντιμετώπισης αυτής, αν αναθεωρούν το προϊόν προκειμένου να μεγιστοποιήσουν την αποδοχή και τα αποτελέσματα κλπ.

3) *Οι μαθητευόμενοι συστηματικά παίρνουν αποφάσεις που έχουν νόημα καθώς κατασκευάζουν τις βάσεις γνώσεως τους;*

Ελέγχουμε αν οι μαθητευόμενοι αναγνωρίζουν και διατυπώνουν θέματα, αν θεωρούν εναλλακτικές απόψεις και οπτικές γωνίες, αν αξιολογούν τα αποτελέσματα της κάθε εναλλακτικής περίπτωσης, αν κάνουν επιλογές, αν αξιολογούν και υπερασπίζονται τις επιλογές τους.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΑΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΑΠΟ ΑΠΟΣΤΑΣΗ

5.1. Τι είναι η εκπαίδευση από απόσταση

Ο όρος «εκπαίδευση από απόσταση» (*distance education*) είναι γενικός και περιγράφει όλες εκείνες τις διεργασίες διδασκαλίας και μάθησης που λαμβάνουν χώρα σε σχολεία και πανεπιστήμια, τα οποία λειτουργούν με το σύστημα της αλληλογραφίας ή με τη βοήθεια των νέων τεχνολογικών μέσων, σε ανοιχτά πανεπιστήμια, σε αντίστοιχα τμήματα «συμβατικών» πανεπιστημίων και σε φορείς παροχής επαγγελματικής εκπαίδευσης από απόσταση. Χρησιμοποιείται για να προσδιορίσει την *εκπαίδευση ατόμων που επιλέγουν να μην παρακολουθούν μαθήματα σε σχολεία και πανεπιστήμια, αλλά να μελετούν στο σπίτι τους ή, μερικές φορές, και στο χώρο εργασίας τους*. Στα γαλλικά αναφέρεται ως *enseignement à distance* ή *formation à distance*.

5.1.1. Ορολογία σχετική με την εκπαίδευση από απόσταση

Ιστορικά, κατά τη διάρκεια της εξέλιξης της εκπαίδευσης από απόσταση, της οποίας το κύριο χαρακτηριστικό αποτελεί η έλλειψη ταυτόχρονης παρουσίας διδάσκοντα και διδασκόμενου, χρησιμοποιήθηκε μια σειρά από *διαφορετικές σχετικές ορολογίες*, που *δεν είναι όλες συνώνυμες μεταξύ τους*. Ειδικότερα:

1. Εκπαίδευση διά αλληλογραφίας

Ο όρος *εκπαίδευση διά αλληλογραφίας* (*Correspondence Education* ή *Correspondence Study*) είναι ο *πρώτος που εμφανίστηκε*. Υπάρχουν ακόμα αρκετοί που τον υποστηρίζουν, θεωρώντας ότι ένα *σημαντικό μέρος της εκπαίδευσης που παρέχεται από απόσταση εξακολουθεί να χρησιμοποιεί τη διαδικασία της αλληλογραφίας*.

Ο όρος «εκπαίδευση διά αλληλογραφίας» αδυνατεί να εκφράσει τη διδακτική δυναμική αυτής της μορφής εκπαίδευσης, που άρχισε να εμφανίζεται στις αρχές της δεκαετίας του '90 και κύριο χαρακτηριστικό της αποτελεί η *χρήση των νέων τεχνολογικών μέσων*. Ο όρος αυτός είναι κατάλληλος για να περιγράψει την ταχυδρομική μορφή κάποιων δραστηριοτήτων της εκπαίδευσης από απόσταση, που βασίζονται σε έντυπο υλικό.

2. Σπουδές κατ' οίκον

Το 1926, οι διευθυντές των σχολείων των Η.Π.Α. που παρείχαν «εκπαίδευση διά αλληλογραφίας» συγκεντρώθηκαν για να *δημιουργήσουν μια ένωση*, της οποίας η ονομασία που επιλέχθηκε ήταν Εθνικό Συμβούλιο Σπουδών κατ' Οίκον (National Home Study Council). Το 1995, τα μέλη του Συμβουλίου ενέγραψαν περίπου 5 εκατομμύρια μαθητές.

Ο όρος Σπουδές κατ' Οίκον (Home Study) χρησιμοποιήθηκε στις Η.Π.Α. από τεχνικά και επαγγελματικά ινστιτούτα για την *παροχή επιπλέον εκπαίδευσης από απόσταση*, αλλά *ποτέ από τα ανώτερα και ανώτατα εκπαιδευτικά ιδρύματα*. Μία από τις δυσκολίες στη χρήση των «σπουδών κατ' οίκον» ως γενικού όρου, αποτελεί το γεγονός ότι στην πραγματικότητα ο μαθητής από απόσταση μπορεί και να μη μελετά στο σπίτι του ή να μελετά κατά ένα μέρος στο σπίτι του και κατά ένα άλλο μέρος σε

άλλα κέντρα. Το 1994 η ένωση μετονομάστηκε σε Συμβούλιο Εκπαίδευσης και Κατάρτισης από Απόσταση (*Council for Distance Education and Training*).

3. Ανεξάρτητες σπουδές

Ο κύριος εισηγητής του όρου «ανεξάρτητες σπουδές» (*Independent Study*) ήταν ο Charles A. Wedemeyer, ο οποίος θεωρούσε ότι με τον τρόπο αυτό, ήταν δυνατό να αποδοθεί γενικά μια σειρά από δραστηριότητες διδασκαλίας και μάθησης που εμφανίζονται στην αμερικάνικη πραγματικότητα και για τις οποίες χρησιμοποιούνται συχνά διαφορετικές ονομασίες, ειδικότερα: σπουδές διά αλληλογραφίας (*correspondence study*), ανοικτή εκπαίδευση (*open education*), ράδιο – τηλεοπτική διδασκαλία (*radio – television teaching*), εξατομικευμένη μάθηση (*individualized learning*).

Ο όρος αυτός χρησιμοποιήθηκε και χρησιμοποιείται ακόμα αρκετά συχνά σε προγράμματα εκπαίδευσης από απόσταση στις Η.Π.Α., κυρίως της ανώτατης βαθμίδας (Markowitz, 1983). Παρουσιάζει, όμως, την αδυναμία ότι υποδηλώνει «ανεξαρτησία» από το εκπαιδευτικό ίδρυμα, κάτι που δεν αποτελεί το ζητούμενο στην εκπαίδευση από απόσταση.

4. Εξωτερικές σπουδές

«Εξωτερικές σπουδές» (*External Studies*) ήταν ο όρος που χρησιμοποιήθηκε ευρύτατα στην Αυστραλία. Περιγράφει πολύ καλά το χαρακτήρα της εκπαίδευσης από απόσταση που εμφανίστηκε σε πανεπιστήμια και ιδρύματα ανώτερης εκπαίδευσης της Αυστραλίας: μορφή εκπαίδευσης που είναι «εξωτερική», αλλά όχι «αποκομμένη» από το επιστημονικό προσωπικό του ιδρύματος. Το ίδιο προσωπικό αναλαμβάνει δυο ομάδες φοιτητών, μία που προσέρχεται στο πανεπιστήμιο και μία «εξωτερική». Προετοιμάζει όμως και τις δυο ομάδες για τις ίδιες εξετάσεις, με αποτέλεσμα και τα πτυχία τους να είναι ισότιμα.

Στις αρχές της δεκαετίας του '90 τα τμήματα «Εξωτερικών Σπουδών» των πανεπιστημίων της Αυστραλίας μετονομάστηκαν σε Κέντρα Εκπαίδευσης από Απόσταση (*Distance Education Centers*), ενώ και η αντίστοιχη αυστραλιανή ένωση άλλαξε την ονομασία της σε Ένωση Ανοικτής Μάθησης και Μάθησης από Απόσταση της Αυστραλίας (*Open and Distance Learning Association of Australia*).

5. Διδασκαλία από απόσταση

Ο όρος «εξ' αποστάσεως διδασκαλία» ή «διδασκαλία από απόσταση» (*Distance Teaching ή Teaching at a Distance*) χρησιμοποιήθηκε για πολλά χρόνια ως χαρακτηριστικός αυτής την μορφής εκπαίδευσης. Περιγράφει όλες εκείνες τις μεθόδους διδασκαλίας στις οποίες, εξαιτίας της φυσικής απόστασης μεταξύ διδάσκοντα και διδασκομένου, οι φάσεις της προεργασίας (επιλογή αντικειμένου, σχεδιασμός διδακτικής ύλης, παιδαγωγικές στρατηγικές) και μετάδοσης (προσομοίωση, επεξηγήσεις, ερωτήσεις, καθοδήγηση) του διδακτικού υλικού πραγματοποιούνται με τη βοήθεια εκτυπωτικών, μηχανικών και ηλεκτρονικών συσκευών (Moore, 1973).

Έγινε ιδιαίτερα δημοφιλής κατά τη διάρκεια της ανάπτυξης του Ανοικτού Πανεπιστημίου της Μεγάλης Βρετανίας, το οποίο τον χρησιμοποίησε για τις διδακτικές του στρατηγικές. Ωστόσο, είναι ανεπαρκής να προσδιορίσει με τρόπο γενικό αυτό το πεδίο της εκπαίδευσης, καθώς παραβλέπει τη

συμμετοχή του μαθητή στις διδακτικές διεργασίες, δίνοντας έμφαση στο ρόλο του διδάσκοντα και του ιδρύματος που τις υποστηρίζει.

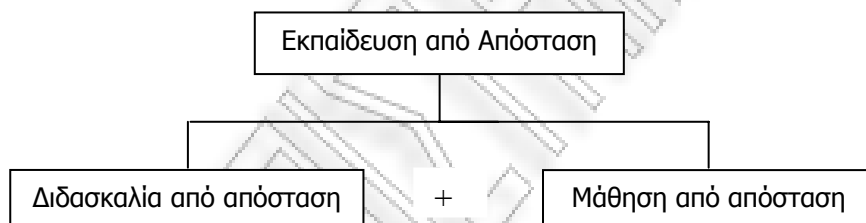
6. Μάθηση από απόσταση

Ο όρος «εξ' αποστάσεως μάθηση» ή «μάθηση από απόσταση» (*Distance Learning or Learning at a Distance*) αναπτύχθηκε στη δεκαετία του '90 και δίνει έμφαση στην *εμπλοκή του μαθητή με τις διαδικασίες της εκπαίδευσης από απόσταση*. Στις Η.Π.Α. χρησιμοποιήθηκε και ως γενική ορολογία για τη χρήση νέων ηλεκτρονικών μέσων σε αυτή τη μορφή εκπαίδευσης (Portway & Lane, 1994).

7. Εκπαίδευση από απόσταση

Καθένας από τους δυο τελευταίους όρους (διδασκαλία και μάθηση από απόσταση) αποδίδουν μόνο το *μισό από το φαινόμενο που θέλουμε να περιγράψουμε*: α) Η «διδασκαλία μάθηση από απόσταση» υποδεικνύει ακριβώς τη *διαδικασία δημιουργίας μιας σειράς μαθημάτων, μέσα από την οποία το ίδρυμα προετοιμάζει το υλικό που θα διδαχθεί στους μαθητές* και β) Η «μάθηση από απόσταση» αναφέρεται στη *διαδικασία όπως γίνεται αντιληπτή από την οπτική του μαθητευόμενου*. Είναι αναγκαίο, λοιπόν, να περιληφθούν και οι δυο αυτές διαφορετικές οπτικές στην ορολογία που θα επιλεγεί και θα χαρακτηρίζει αυτή την ιδιόμορφη μορφή εκπαίδευσης.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, καταλληλότερος για αυτό το ρόλο είναι ο όρος «*εκπαίδευση από απόσταση*» (*Distance Education*), όπως αποτυπώνεται και στο σχήμα που ακολουθεί:



Σχήμα 5.1. Σχέση διδασκαλίας, μάθησης και εκπαίδευσης από απόσταση

Από τις αρχές της δεκαετίας του '80 ο όρος «εκπαίδευση από απόσταση» άρχισε να κερδίζει έδαφος και να γίνεται όλο και περισσότερο αποδεκτός. Αποτυπώνει πολύ καλά τα *βασικά χαρακτηριστικά αυτού του τύπου εκπαίδευσης*: α) το φυσικό αποχωρισμό διδάσκοντα και διδασκομένου, β) την ανάπτυξη σειράς μαθημάτων από απόσταση και γ) ένα σύστημα υποστήριξης των μαθητών.

Η κυριότερη αδυναμία του είναι ότι *δεν αποδίδει το γεγονός ότι πολλοί μαθητές σε συστήματα εκπαίδευσης από απόσταση είναι κάτοικοι μεγάλων πόλεων*, οπότε σημαντικό χαρακτηριστικό δεν αποτελεί τόσο η γεωγραφική απόσταση μεταξύ διδάσκοντα και διδασκομένου, αλλά η *απόσταση μεταξύ διδακτικών και μαθησιακών ενεργειών* (Keegan, 1996).

8. Εκπαίδευση από απόσταση και ανοικτή μάθηση

Παράλληλα με την εκπαίδευση από απόσταση, εμφανίζεται συχνά ο όρος «*ανοικτή μάθηση*» (*open learning*). Ο όρος αυτός είναι εμφανώς επηρεασμένος από την ονομασία του Ανοικτού Πανεπιστημίου της Βρετανίας, του οποίου η φήμη και το κύρος επέδρασαν καταλυτικά στα ιδρύματα εκπαίδευσης από

απόσταση που ακολούθησαν την ίδρυση του, με αποτέλεσμα το επίθετο «ανοικτός» να υιοθετηθεί τόσο στην ονομασία όσο και στις πρακτικές που ακολούθησαν. Το γεγονός αυτό οδήγησε σε μια σύγχυση ανάμεσα στις ορολογίες ανοικτή μάθηση και εκπαίδευση από απόσταση.

Οι όροι ανοικτή μάθηση και εκπαίδευση από απόσταση *δεν είναι συνώνυμοι*, εφόσον έχουν *σημαντικές διαφορές*:

α) Η *ανοικτή μάθηση αποτελεί εκπαιδευτικό στόχο* ή με άλλα λόγια, διαφορετική εκπαιδευτική πολιτική: δυνατότητα εύκολης πρόσβασης, παροχή εκπαίδευσης ανεξάρτητα από γεωγραφικούς, κοινωνικούς και χρονικούς περιορισμούς, ελευθερία στην επιλογή διδακτικών μεθόδων, καθώς και στο σχεδιασμό, την προετοιμασία και την παρουσίαση των μαθημάτων, ενώ η *εκπαίδευση από απόσταση αποτελεί ειδική μορφή εκπαίδευσης*, με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και αναφέρεται στις εκπαιδευτικές δραστηριότητες που πραγματοποιούνται, όταν ο μαθητής σπουδάζει σε φυσική απόσταση από τον εκπαιδευτικό φορέα.

β) Διαδικασίες ανοικτής μάθησης είναι δυνατό να *συμπεριλαμβάνονται τόσο στην εκπαίδευση από απόσταση όσο και στη διδασκαλία πρόσωπο με πρόσωπο*. Είναι όρος περισσότερο θεωρητικός και μπορεί, επίσης, να αναφέρεται σε στρατηγικές επιλογής φοιτητών χωρίς προσπατούμενα προσόντα.

γ) Ιδρύματα παροχής εκπαίδευσης από απόσταση, ως φορείς εναλλακτικών μεθόδων εκπαίδευσης, είναι *δυνατόν να χαρακτηριστούν ανοικτά, χωρίς αυτό να είναι δεσμευτικό*. Για παράδειγμα, πολλά πανεπιστήμια εκπαίδευσης από απόσταση έχουν κλειστές ημερομηνίες στις συναλλαγές τους με τους φοιτητές ή επιλέγουν συγκεκριμένες κατευθύνσεις στο σχεδιασμό του εκπαιδευτικού υλικού, περιορίζοντας το εύρος των επιστημονικών πεδίων. Σε κάθε περίπτωση, η εκπαίδευση από απόσταση δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ούτε ως ανοικτή ούτε ως κλειστή.

5.1.2. Ορισμοί της εκπαίδευσης από απόσταση

Η ανάγκη να προσδιορισθεί ο νέος αυτός χώρος στην εκπαίδευση *οδήγησε τους ερευνητές στη διατύπωση ορισμών*, καθένας από τους οποίους εμφανίζει τις δικές του *ιδιαιτερότητες* (Keegan, 1996).

Ο *πρώτος ορισμός* προέρχεται από τον G. Dohmen, διευθυντή του Γερμανικού Ινστιτούτου Εκπαίδευσης από Απόστασης (DIFF) του Tübingen (Dohmen, 1967): «Εκπαίδευση από απόσταση (Fernstudium) είναι μια συστηματικά οργανωμένη μορφή προσωπικών σπουδών στις οποίες την ευθύνη της παρουσίασης του μαθησιακού υλικού, της καθοδήγησης, εποπτείας και εξασφάλισης της επιτυχίας των μαθητών αναλαμβάνει μια ομάδα καθηγητών, καθένας από τους οποίους έχει συγκεκριμένες αρμοδιότητες. Γίνεται εφικτή σε απόσταση με τη βοήθεια τηλεπικοινωνιακών μέσων, που είναι δυνατό να καλύψουν μεγάλες αποστάσεις. Το αντίθετο της «εκπαίδευσης από απόσταση» είναι η «άμεση εκπαίδευση» (direct education) ή «εκπαίδευση πρόσωπο με πρόσωπο» (face to face education): ένας τύπος εκπαίδευσης που πραγματοποιείται με την άμεση επαφή διδασκόντων και μαθητών».

Ο O. Peters εργάστηκε αρχικά στο Γερμανικό Ινστιτούτο Εκπαίδευσης από Απόσταση (DIFF) του Tübingen και αργότερα στο Fernuniversität της Χάγης. Σύμφωνα με τον Peters (1973): «Διδασκαλία / εκπαίδευση από απόσταση (Fernunterricht) είναι μια μέθοδος μετάδοσης γνώσεων, δεξιοτήτων και συμπεριφοράς, οργανωμένης ορθολογικά με την εφαρμογή καταμερισμού εργασίας και οργανωτικών αρχών, όπως επίσης και με την εκτεταμένη χρήση τεχνικών μέσων, ειδικά για την αναπαραγωγή υψηλής

ποιότητας διδακτικού υλικού, τα οποία καθιστούν εφικτή την ταυτόχρονη εκπαίδευση μεγάλου αριθμού μαθητών ανεξάρτητα από τον τόπο διαμονής τους. Πρόκειται για μια βιομηχανοποιημένη μορφή διδασκαλίας και μάθησης».

Ο Μ. Moore παρουσίασε τον παρακάτω ορισμό το 1973 και τον επανέλαβε χωρίς καμιά διαφοροποίηση το 1977 (Moore, 1973 και 1977): «Η εξ' αποστάσεως διδασκαλία μπορεί να οριστεί ως μια οικογένεια εκπαιδευτικών μεθόδων στις οποίες οι διδακτικές συμπεριφορές εκτελούνται χωριστά από τις μαθησιακές, συμπεριλαμβανομένων εκείνων που υπό άλλες συνθήκες θα πραγματοποιούνταν με την παρουσία του διδασκομένου, έτσι ώστε η επικοινωνία μεταξύ διδάσκοντα και διδασκομένου πρέπει να διευκολύνεται από τη χρήση εκτυπωτικών, ηλεκτρονικών, μηχανικών και άλλων συσκευών».

Ο Β. Holmberg, με μία διαμορφωμένη γνώση από τη βιβλιογραφία γραμμένη στα αγγλικά, γερμανικά και τις σκανδιναβικές γλώσσες, σημειώνει (Holmberg, 1977): «Ο όρος «εκπαίδευση από απόσταση» καλύπτει τις διάφορες μορφές σπουδών όλων των βαθμίδων που δεν πραγματοποιούνται κάτω από τη συνεχή και άμεση επίβλεψη του εκπαιδευτικού, ο οποίος δε βρίσκεται στην αίθουσα διδασκαλίας ή στο ίδιο κτίριο ταυτόχρονα με τους μαθητές του, αλλά η οποία παρόλα αυτά, επωφελείται από το σχεδιασμό, την καθοδήγηση και τη διδασκαλία που παρέχεται από έναν εκπαιδευτικό οργανισμό».

Ενδεικτικοί των πιο πρόσφατων προσπαθειών να οριστεί αυτό το πεδίο της εκπαίδευσης, είναι οι παρακάτω ορισμοί:

Σύμφωνα με τους D. Garrison και D. Shale (1987): «Η «εκπαίδευση από απόσταση» υποδηλώνει ότι το μεγαλύτερο μέρος της επικοινωνίας, στα πλαίσια της διδασκαλίας, μεταξύ διδάσκοντα και διδασκόμενου εμφανίζεται χωρίς απευθείας επαφή. Πρέπει να εμπεριέχει διπλής κατεύθυνσης επικοινωνία ανάμεσα σε καθηγητή και μαθητή, ώστε να διευκολύνεται και να υποστηρίζεται η εκπαιδευτική διαδικασία. Χρησιμοποιεί την τεχνολογία για να παρέχει την απαραίτητη διπλής κατεύθυνσης επικοινωνία».

Ο Β. Barker και οι συνεργάτες του αναφέρονται στη διεύρυνση του ορισμού για την «εκπαίδευση από απόσταση», υπό το πρίσμα των νέων τηλεπικοινωνιακών μέσων (Barker et al., 1989): «Προσεγγίσεις εκπαίδευσης από απόσταση που βασίζονται στις τηλεπικοινωνίες αποτελούν μια προέκταση πέρα από τα όρια των σπουδών διά αλληλογραφίας. Η διδακτική και μαθησιακή εμπειρία εμφανίζεται ταυτόχρονα από εκπαιδευτικό και μαθητή – είναι σχετική με το χρόνο. Όταν η επικοινωνία επιτυγχάνεται με τη χρήση ηχητικών μέσων ή/και βίντεο, η δυνατότητα επαφής μαθητή – εκπαιδευτικού σε πραγματικό χρόνο γίνεται εφικτή, επιτρέποντας μ' αυτό τον τρόπο την άμεση ανταπόκριση του διδάσκοντα σε απορίες και σχόλια του μαθητή. Όπως ακριβώς και σε μια παραδοσιακή αίθουσα διδασκαλίας, οι μαθητές μπορούν να ζητήσουν διευκρινίσεις από τον ομιλητή».

Ο Μ. Moore γράφει από το πανεπιστήμιο Pennsylvania State University, ως εκδότης του περιοδικού «The American Journal of Distance Education» (Moore, 1990): «Η εκπαίδευση από απόσταση περιλαμβάνει όλες εκείνες τις ρυθμίσεις που απαιτούνται για την παροχή εκπαίδευσης με τη βοήθεια εκτυπωτικών ή ηλεκτρονικών τηλεπικοινωνιακών μέσων σε άτομα που εμπλέκονται σε διαδικασίες προγραμματισμένης μάθησης σε χώρο ή χρόνο διαφορετικό από εκείνο του εκπαιδευτικού ή των εκπαιδευτικών».

Σχετικά με τη χρήση νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση από απόσταση, ο C. Lane συμπληρώνει (Portway & Lane, 1994): «Ο όρος «εκπαίδευση από απόσταση» αναφέρεται σε διδακτικές και μαθησιακές καταστάσεις, στις οποίες ο διδάσκοντας και ο διδασκόμενος ή οι διδασκόμενοι είναι αποκομμένοι γεωγραφικά και γι' αυτό στηρίζονται σε ηλεκτρονικές συσκευές και εκτυπωτικά μέσα για τη διανομή του εκπαιδευτικού υλικού. Η εκπαίδευση από απόσταση περιλαμβάνει την εξ' αποστάσεως διδασκαλία (ο ρόλος του εκπαιδευτικού στη διαδικασία) και την εξ' αποστάσεως μάθηση (ο ρόλος του μαθητή στη διαδικασία)».

Η ανάλυση των παραπάνω ορισμών οδηγεί στην *αναγνώριση συγκεκριμένων βασικών στοιχείων (elements)* (Keegan, 1980 και 1996):

α) Ο *διαχωρισμός διδάσκοντα και διδασκόμενου*, ο οποίος διαχωρίζει την εκπαίδευση από απόσταση από τη διδασκαλία πρόσωπο με πρόσωπο (face to face).

β) Η *επιρροή ενός εκπαιδευτικού οργανισμού*, η οποία διαχωρίζει την εκπαίδευση από απόσταση από την ιδιωτική μελέτη (private study).

γ) Η *χρήση τεχνικών μέσων (technical media)*, συνήθως εντύπων (print), προκειμένου να ενώσουν το δάσκαλο και το μαθητευόμενο και να μεταφέρουν το εκπαιδευτικό περιεχόμενο.

δ) Η *παροχή μιας διπλής κατεύθυνσης επικοινωνία (two – way communication)*, ώστε οι μαθητευόμενοι να μπορούν να έχουν τα πλεονεκτήματα ή ακόμα και να ξεκινούν οι ίδιοι το διάλογο.

ε) Η *δυνατότητα περιστασιακών συναντήσεων* τόσο για διδακτικούς λόγους όσο και για λόγους κοινωνικοποίησης.

στ) Η *συμμετοχή σε μία βιομηχανοποιημένη μορφή εκπαίδευσης (industrialized form)*, η οποία αν γίνει δεκτή, περιλαμβάνει το γένος (genus) του ριζικού διαχωρισμού της εκπαίδευσης από απόσταση από άλλες μορφές στο εκπαιδευτικό φάσμα.

5.2. Ιστορική αναδρομή

Οι *ρίζες της εκπαίδευσης από απόσταση* εντοπίζονται από κάποιους στη μετάδοση πληροφορίας από στόμα σε στόμα, ουσιαστικά όμως οι διαδικασίες διδασκαλίας και μάθησης που συνιστούν την απαρχή αυτού του ξεχωριστού τύπου εκπαίδευσης *εντοπίζονται πρώτη φορά στη μέθοδο της αλληλογραφίας*.

Τα πρώτα δείγματα υποτυπώδους μορφής εκπαίδευσης από απόσταση εντοπίζονται *στις επιστολές του Απόστολου Παύλου προς Κορινθίους, γύρω στο 50 – 60 μ.Χ.* Ο Απόστολος Παύλος, απαντώντας σε επιστολές που έλαβε από τους Κορινθίους, είχε εσωκλείσει στην επιστολή του συγκεκριμένο κείμενο διδασκαλίας (δογματικού περιεχομένου), με υποδείξεις για τα λάθη στα οποία υπέπεσαν, απαντήσεις σε ερωτήματα και κατευθύνσεις συμπεριφοράς.

Στις 20 Μαρτίου του 1728, ο Caleb Phillipps, καθηγητής νέας μεθόδου στενογραφίας, δημοσίευσε στην εφημερίδα της Βοστώνης «Boston Gazette», την *πρώτη αγγελία για μαθήματα διά αλληλογραφίας*: «Όσοι ζουν στην επαρχία και επιθυμούν να μάθουν αυτή την τέχνη (στενογραφία), είναι δυνατό να τους αποστέλλονται εβδομαδιαίως τα ειδικά μαθήματα, τα οποία αποδίδουν κατά τρόπο τέλει εκείνα που πραγματοποιούνται στη Βοστώνη».

Η εκπαίδευση διά αλληλογραφίας *αναπτύχθηκε σημαντικά στα χρόνια της Βιομηχανικής Επανάστασης*, εφόσον η εξέλιξη της τυπογραφίας έκανε την εκτύπωση εκπαιδευτικού υλικού πιο εύκολη και μαζική, ενώ παράλληλα υπήρχε συνεχής βελτίωση στην ταχύτητα των υπηρεσιών του ταχυδρομείου.

Τα *πρώτα αναγνωρισμένα μαθήματα διά αλληλογραφίας* προσφέρθηκαν το 1840 από τον Isaac Pitman, στην Αγγλία, για τη διδασκαλία φωνολογικής στενογραφίας. Το 1856 ο Γάλλος Charles Toussaint και ο Γερμανός Gustav Langenscheidt ίδρυσαν στο Βερολίνο σχολή για εκμάθηση ξένων γλωσσών με τη μέθοδο της αλληλογραφίας. Αντίστοιχες σχολές, αλλά και φροντιστήρια για την εισαγωγή στο πανεπιστήμιο, ιδρύθηκαν και σ' άλλες χώρες της Ευρώπης.

Το 1873, η Anna Elliot Ticknor, δημιούργησε στη Βοστώνη μία *οργάνωση με σκοπό να ενθαρρύνει τη δυνατότητα σπουδών κατ' οίκον (Society to Encourage Study at Home)*. Θεωρείται πρωτοπόρος στην εκπαίδευση διά αλληλογραφίας στην Αμερική, ενώ η σχολή λειτούργησε μέχρι το θάνατό της το 1897. Οι περισσότεροι σπουδαστές της ήταν γυναίκες, σε μια περίοδο που η συμμετοχή της γυναίκας στους χώρους της εκπαίδευσης ήταν ουσιαστικά ανύπαρκτη (Holmberg, 2000). Την ίδια περίπου εποχή (1898), στην Ιαπωνία, *δημοσιεύτηκε διαφήμιση* που ανακοίνωνε την ύπαρξη μια νέας μεθόδου εκπαίδευσης, δια αλληλογραφίας, η οποία λειτουργούσε από το 1882.

Μέχρι το τέλος του 19ου αιώνα, πανεπιστήμια στην Αμερική, τον Καναδά και την Ευρώπη άρχισαν να προσφέρουν μαθήματα εκπαίδευσης από απόσταση με τη μορφή της αλληλογραφίας, σε μια προσπάθεια να ανταποκριθούν στις ολοένα αυξανόμενες απαιτήσεις του κόσμου για εκπαίδευση. Στις *αρχές του 20ου αιώνα η εκπαίδευση δια αλληλογραφίας γνωρίζει ιδιαίτερη άνθηση* με τα πανεπιστήμια και τα ιδιωτικά σχολεία να παρέχουν εκπαίδευση σε όλες τις βαθμίδες.

Το *βρετανικό μοντέλο* των σπουδών δια αλληλογραφίας *διαδόθηκε και σε άλλες πρώην κοινοπολιτείες του Ηνωμένου Βασιλείου*. Για παράδειγμα, στην Αυστραλία, η επιβολή υποχρεωτικής εκπαίδευσης στα πρώτα στάδια ανάπτυξης του παιδιού, προκάλεσε την ανάγκη για περισσότερους *δασκάλους και νηπιαγωγούς*, πολλοί από τους οποίους *εκπαιδεύτηκαν με τη μέθοδο της αλληλογραφίας*.

Σε χώρες με μεγάλο πλήθος μεταναστών, όπως η Αμερική και ο Καναδάς, δημιουργήθηκαν *ειδικές μορφές εκπαίδευσης για την ομαλή τους ένταξη στις νέες κοινωνίες*. Το 1882, στις Η.Π.Α., το ρεύμα Chautauqua πρωτοστάτησε στην εκπαίδευση δια αλληλογραφίας, η οποία επηρέασε την ανάπτυξη της εκπαίδευσης από απόσταση σε όλη τη Βόρεια Αμερική. Στον Καναδά, η εκπαίδευση για τα δικαιώματα και τα καθήκοντα του πολίτη απέκτησε ιδιαίτερη σημασία, ειδικά κατά τη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου. Στις Η.Π.Α. και στον Καναδά αναπτύχθηκαν προγράμματα για τη γεωργία χρησιμοποιώντας σε μεγάλο βαθμό *μαθήματα δια αλληλογραφίας για την εκπαίδευση του αγροτικού πληθυσμού*, πολλοί από τους οποίους ήταν νέοι και άπειροι στο χώρο.

Η Σοβιετική Ένωση χρησιμοποίησε τη μέθοδο της αλληλογραφίας για να διευρύνει τις ευκαιρίες για εκπαίδευση και να συνδυάσει τις σπουδές με την παραγωγική εργασία. Με τη σειρά τους, πολλές χώρες της Ανατολικής Ευρώπης *υιοθέτησαν το σοβιετικό πρότυπο εκπαίδευσης ενηλίκων που εργάζονταν με μαθήματα διά αλληλογραφίας*.

Σε συνδυασμό με τη μαζική τεχνολογική ανάπτυξη, οι δύο Παγκόσμιοι Πόλεμοι συνέβαλλαν αρκετά στην ανάπτυξη της εκπαίδευσης από απόσταση. Κατά τη διάρκεια του Α' Παγκοσμίου Πολέμου, η

απαίτηση για συντήρηση των οπλικών συστημάτων οδήγησε στην εκπαίδευση στρατιωτών *δια αλληλογραφίας* (Sumner, 2000).

Το 1926 εκπέμπεται από το BBC το πρώτο σχολικό ραδιοφωνικό πρόγραμμα, ενώ επτά χρόνια αργότερα, το 1933, μεταδίδονται τα πρώτα προγράμματα εκπαιδευτικής τηλεόρασης από το Πανεπιστήμιο της Iowa (State University of Iowa). Τα σύγχρονα τεχνολογικά επιτεύγματα άρχισαν να αξιοποιούνται, όχι μόνο στη βελτιστοποίηση των υπηρεσιών του ταχυδρομείου, αλλά επίσης στην εφαρμογή νέων μεθόδων εκπαίδευσης από απόσταση (Bates, 1995).

Από τη στιγμή της εμφάνισης της εκπαίδευσης από απόσταση και μέχρι τη δεκαετία του 1960, οι οργανισμοί που την παρείχαν κατέφευγαν, με ελάχιστες εξαιρέσεις, στη μέθοδο της αλληλογραφίας. Αναφέρουμε χαρακτηριστικά το Πανεπιστήμιο του Σικάγο (University of Chicago) και το Πανεπιστήμιο του Ουϊσκόνσιν (University of Wisconsin). Γενικά, πέρα από κάποιες αξιοσημείωτες περιπτώσεις μεμονωμένων μαθητών, η εκπαίδευση *δια αλληλογραφίας* δεν έχαιρε εκτίμησης, εξαιτίας των χαμηλών επιδόσεων που εμφάνιζαν οι μαθητές της, αλλά και του ιδιαίτερου μεγάλου ποσοστού εγκαταλείψεων.

Το 1969 ιδρύθηκε το Βρετανικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο (United Kingdom Open University), γεγονός το οποίο σηματοδότησε την απαρχή μιας νέας εποχής στην εκπαίδευση από απόσταση, εφόσον: α) αποτέλεσε τον πρώτο οργανισμό που σχεδιάστηκε αποκλειστικά και ειδικά να προσφέρει εκπαίδευση από απόσταση για την απόκτηση πτυχίων όλων των ειδών και β) υιοθέτησε μεθόδους που μέχρι τότε δεν είχαν εφαρμοστεί, παράλληλα με τη διανομή έντυπου υλικού, όπως τη χρήση πολυμέσων, τη συστηματική μετάδοση ραδιοτηλεοπτικών προγραμμάτων και τη συνεχή παρακολούθηση των μαθητών μέσω τακτικών συναντήσεων (Keegan, 1996).

Η ίδρυση του Ανοικτού Πανεπιστημίου της Αγγλίας ακολουθήθηκε από περισσότερα από 25 αντίστοιχα *αυτόνομα ιδρύματα παροχής αποκλειστικά εκπαίδευσης από απόσταση*. Τα ιδρύματα αυτά χρησιμοποιούσαν και χρησιμοποιούν ποικίλα τεχνολογικά μέσα και έχουν εγγεγραμμένους μεγάλο πλήθος μαθητών. Το σημαντικότερο, όμως, είναι ότι έχουν εξασφαλίσει από τις κατά τόπους κυβερνήσεις την εξουσιοδότηση απονομής τίτλων σπουδών: πτυχίων, διπλωμάτων, μεταπτυχιακών και διδακτορικών, αποδίδοντας με τον τρόπο αυτό στην εκπαίδευση από απόσταση, το κύρος και την αξιοπιστία που στερούνταν.

Η εξέλιξη της εκπαίδευσης από απόσταση, διακρίνεται συνήθως σε τρεις γενιές (Garisson, 1985):

α) Η πρώτη γενιά χαρακτηρίζεται από την *κυρίαρχη χρήση έντυπου υλικού* και την *απουσία απευθείας επαφής του μαθητή με το διδάσκοντα ή τον εκπαιδευτικό φορέα*. Τυπικό παράδειγμα της πρώτης γενιάς εκπαίδευσης από απόσταση αποτελεί η εκπαίδευση *δια αλληλογραφίας*. Χρονικά τοποθετείται από την αρχή της εμφάνισης της έως τη δεκαετία του 1960.

β) Η δεύτερη γενιά διακρίνεται από το συνδυασμό της *διανομής έντυπου υλικού με την εφαρμογή οπτικοακουστικών μέσων*. Η επικοινωνία διπλής κατεύθυνσης μεταξύ διδάσκοντα και διδασκόμενου είναι πιο άμεση, αλλά *όχι στο βαθμό ώστε να επιτυγχάνεται ουσιαστική αλληλεπίδραση*. Καλύπτει τη χρονική περίοδο από τα τέλη της δεκαετίας του 1960 μέχρι το τέλος περίπου του 20ου αιώνα.

γ) Η τρίτη γενιά, την οποία βιώνουμε στις μέρες μας, βασίζεται στην εφαρμογή των *σύγχρονων τηλεπικοινωνιακών επιτευγμάτων και των ηλεκτρονικών υπολογιστών*. Με τον τρόπο αυτό, γίνεται εφικτή

η αλληλεπίδραση μεταξύ διδάσκοντα και διδασκομένου, αλλά και ανάμεσα στους ίδιους τους μαθητές (μεμονωμένα ή σε μικρές ομάδες).

5.3. Η εκπαίδευση από απόσταση και οι σύγχρονες απαιτήσεις

Οι σύγχρονες εξελίξεις στην οικονομία, στις κοινωνικές δομές και στην τεχνολογία καθιστούν αναγκαία την *ανάπτυξη εναλλακτικών μορφών εκπαίδευσης*. Οι *υπάρχοντες εκπαιδευτικοί οργανισμοί είναι ήδη υπερφορτωμένοι* με μεγάλο αριθμό προπτυχιακών και μεταπτυχιακών φοιτητών στην τριτοβάθμια εκπαίδευση, αλλά και μεγάλο αριθμό καταρτιζόμενων στην ιδιωτική και δημόσια μεταδευτεροβάθμια εκπαίδευση. Είναι επιτακτική η ανάγκη για την *παροχή συστημάτων εκπαίδευσης που δεν επιτάσσουν χρονικές και γεωγραφικές δεσμεύσεις* στο σύγχρονο άνθρωπο, ο οποίος έχει την ανάγκη για βελτίωση του επιπέδου γνώσεων και δεξιοτήτων του, αλλά και εμπλουτισμό των τυπικών προσόντων του (OECD, 2001).

5.3.1. Λόγοι για εκπαίδευση από απόσταση

Οι *λόγοι που κάνουν την εκπαίδευση από απόσταση απαραίτητη στις μέρες μας* είναι:

1. Κοινωνικοί λόγοι

Απαραίτητη προϋπόθεση για τις σπουδές ενός ατόμου στις παραδοσιακές εκπαιδευτικές δομές, είναι η φυσική παρουσία του στις σχολικές ή πανεπιστημιακές εγκαταστάσεις για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα κατά τη διάρκεια του διδακτικού έτους. Το γεγονός αυτό καθιστά *δύσκολη ή πολλές φορές αδύνατη τη συμμετοχή πολλών ομάδων πολιτών σε προγράμματα σπουδών παραδοσιακού τύπου*. Για παράδειγμα, υπάρχουν άτομα που για λόγους υγείας, οικογενειακούς, επαγγελματικούς, ή οικονομικούς, δεν μπορούν να εγκαταλείπουν τον τόπο της μόνιμης κατοικίας τους και να περνούν ένα μεγάλο μέρος του χρόνου τους στην έδρα του αντίστοιχου εκπαιδευτικού φορέα.

Οι αδυναμίες των παραδοσιακών εκπαιδευτικών δομών έχουν ως αποτέλεσμα *δύο σημαντικά μειονεκτήματα*: α) Την *άνιση μεταχείριση* εις βάρος των πολιτών που ανήκουν στις παραπάνω ομάδες, αφού τους *στερούν τη δυνατότητα πρόσβασης στη γνώση* και β) την *μη αξιοποίηση από πλευράς της κοινωνίας, μερικώς ή πλήρως, του ανθρώπινου δυναμικού της*, αφού πολλοί από αυτούς που δεν έχουν τη δυνατότητα να παρακολουθήσουν τα παραδοσιακά προγράμματα, έχουν τις προοπτικές να εξελιχθούν σε επιστήμονες υψηλής στάθμης και συνεπώς σε πολύτιμα στελέχη της κοινωνίας.

Η *διεύρυνση της πρόσβασης στην εκπαίδευση* έχει και μια *άλλη διάσταση*: τη δυνατότητα για προσωπική καλλιέργεια και αυτοπραγμάτωση των πολιτών, με στόχο τη βελτίωση της ποιότητας ζωής τους. *Προϋπόθεση για ενεργή συμμετοχή των πολιτών* στη διαμόρφωση της κοινωνικής ζωής είναι να είναι *μορφωμένοι και καταρτισμένοι*, ώστε να είναι σε θέση να ερμηνεύουν τα όσα συμβαίνουν γύρω τους.

Τα συστήματα σπουδών από απόσταση καθιστούν εφικτή την πρόσβαση σε όλα τα επίπεδα εκπαίδευσης, ατόμων που *δεν μπορούν με άλλους τρόπους να συμμετέχουν σε αυτά*, λόγω της *γεωγραφικής θέσης που κατοικούν ή λόγω προσωπικών προβλημάτων*. Επίσης η εκπαίδευση από απόσταση μπορεί να *υποκαταστήσει τη συμβατική εκπαίδευση* σε περιπτώσεις που *το μέγεθος του τοπικού ανθρώπινου δυναμικού δεν μπορεί να δικαιολογήσει την παροχή ποιοτικής και ανταγωνιστικής*

εκπαίδευσης. Με τον τρόπο αυτό έχουν τη δυνατότητα να συμμετάσχουν σε μαθήματα καθηγητών αναγνωρισμένης αξίας, που υπό διαφορετικές συνθήκες δε θα μπορούσαν να παρακολουθήσουν.

2. Επαγγελματικοί λόγοι

Η ραγδαία ανάπτυξη της επιστήμης και της τεχνολογίας καθιστά την αρχική εκπαίδευση ανεπαρκή για όλη τη διάρκεια της ζωής του σύγχρονου ανθρώπου και οδηγεί στη σταδιακή απαξίωση των γνώσεών του. Υπολογίζεται ότι ο σύγχρονος άνθρωπος θα είναι υποχρεωμένος στο μέλλον να αλλάξει κατά μέσο όρο τρεις τουλάχιστον φορές επαγγελματική κατεύθυνση κατά τη διάρκεια της επαγγελματικής του ζωής.

Ο σύγχρονος άνθρωπος έχει την *ανάγκη να επιμορφώνεται και να ενημερώνεται διαρκώς*, ώστε να παρακολουθεί τις εξελίξεις και να προσαρμόζεται στις μεταβολές. Η ανάγκη για προσαρμογή, εξέλιξη και αλλαγή στο περιεχόμενο και πολλές φορές στο αντικείμενο εργασίας των σύγχρονων εργαζομένων απαιτεί μία *σημαντική επένδυση στο ανθρώπινο κεφάλαιο (human capital)*, δηλαδή τη συνεχή βελτίωση του εκπαιδευτικού επιπέδου και την εξειδίκευση των εργαζομένων. Επίσης ο εκσυγχρονισμός του πρωτογενή και του δευτερογενή τομέα της οικονομίας, καθώς και η ανάπτυξη του τομέα των υπηρεσιών, απαιτούν *συνεχιζόμενη εκπαίδευση των εργαζομένων μέσα από ευέλικτα εκπαιδευτικά σχήματα*.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, είναι επιτακτική η ανάγκη για συστηματική *δια βίου εκπαίδευση* και *επαγγελματική κατάρτιση* του εργατικού δυναμικού. Η εκπαίδευση και η κατάρτιση αυτή *δεν μπορεί να γίνει με τα παραδοσιακά σχήματα εκπαίδευσης*, εφόσον οι εργαζόμενοι δεν είναι δυνατόν να εγκαταλείπουν κάθε τόσο τον τόπο της μόνιμης διαμονής και εργασίας τους και να εγκαθίστανται στην έδρα του αντίστοιχου ιδρύματος για να παρακολουθήσουν τα προγράμματα δια βίου εκπαίδευσης και επαγγελματικής κατάρτισης. Η δια βίου εκπαίδευση και επαγγελματική κατάρτιση *μπορεί να επιτευχθεί μέσω της εκπαίδευσης από απόσταση*, εφόσον: α) μπορεί να *εφαρμοστεί ακόμα και στο χώρο εργασίας* και β) μπορεί να *σχεδιαστεί με ευελιξία* ώστε να παρέχει τις καλύτερες δυνατές υπηρεσίες, λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς και υποχρεώσεις που έχουν οι ενήλικες στην ζωή τους.

3. Οικονομικοί λόγοι

Οι συνεχώς αυξανόμενες απαιτήσεις της σύγχρονης κοινωνίας για πρόσβαση στην εκπαίδευση, υποχρεώνουν πολλές χώρες του κόσμου να *αναζητήσουν εκπαιδευτικά συστήματα ικανά να αντεπεξέρχονται σε σώματα μεγάλου μεγέθους σπουδαστών*. Οι ανάγκες αυτές δεν είναι δυνατόν να εκπληρωθούν με την αύξηση του αριθμού των θέσεων στα ήδη υπάρχοντα εκπαιδευτικά συστήματα, καθώς η *δεδομένη υποδομή δεν επαρκεί*. Το οικονομικό κόστος για τις κυβερνήσεις, τόσο των αναπτυγμένων όσο και των αναπτυσσόμενων κρατών, για τη δημιουργία αλλά και τη συντήρηση μόνο των κτιριακών εγκαταστάσεων είναι δυσβάστακτο. Υπό το πρίσμα των συνθηκών αυτών, ιδρύθηκαν σε διάφορες χώρες του εξωτερικού πριν από δεκαετίες *ιδρύματα πανεπιστημιακού τύπου για την παροχή εκπαίδευσης από απόσταση*.

Η δημιουργία προγραμμάτων εκπαίδευσης από απόσταση εξυπηρετεί, εκτός από τα συμφέροντα του κοινωνικού συνόλου, πρωτίστως τα *οικονομικά συμφέροντα του ιδρύματος που την παρέχει, εφόσον*:

α) Το σημαντικότερο μέρος του λειτουργικού κόστους οφείλεται στα *έξοδα παραγωγής του εκπαιδευτικού υλικού*. Ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη του προαπαιτούν τεχνικά μέσα, τεχνικές παραγωγής

και τελικά προϊόντα υψηλών προδιαγραφών, κατ' επέκταση και υψηλού κόστους. Αν και το κόστος στο σύνολο του είναι υψηλό, το κόστος ανά μονάδα εκπαιδευμένου εμφανίζεται ιδιαίτερα ελκυστικό. Το κόστος ανά μονάδα εκπαιδευμένου, αποτελεί άλλωστε το μέτρο σύγκρισης με τη συμβατική εκπαίδευση.

β) Το μεγαλύτερο μέρος των δαπανών για ανθρώπινους πόρους, καλύπτουν οι *αμοιβές των εκπαιδευτικών*. Οι αμοιβές αυτές αποδεικνύονται *ιδιαίτερα ανταγωνιστικές*, αφού στην εκπαίδευση από απόσταση μία αύξηση του αριθμού των εκπαιδευμένων δεν απαιτεί ανάλογη αύξηση του αριθμού των εκπαιδευτών.

Στις περισσότερες περιπτώσεις, τα μαθήματα από απόσταση προσφέρονται από πανεπιστήμια παραδοσιακού τύπου. Έτσι, η *υπάρχουσα υλικοτεχνική υποδομή και το ανθρώπινο δυναμικό μπορεί να χρησιμοποιηθεί και να αξιοποιηθεί* για τα εκπαιδευτικά προγράμματα που παρέχονται τόσο με *παραδοσιακές μεθόδους εκπαίδευσης* όσο και με *μεθόδους εκπαίδευσης από απόσταση*.

Το κόστος της εκπαίδευσης από απόσταση ανά εκπαιδευόμενο προκύπτει *σημαντικά χαμηλότερο* από αντίστοιχα συστήματα παραδοσιακού τύπου, αρκεί να συμμετέχει *μεγάλο πλήθος σπουδαστών*. Ενδεικτικά, αναφέρεται ότι στη Μεγάλη Βρετανία το λειτουργικό κόστος στο Ανοικτό Πανεπιστήμιο το 1973 ήταν 1842 λίρες ανά φοιτητή, ενώ κυμαινόταν μεταξύ 4049 – 4801 λιρών στα συμβατικά πανεπιστήμια. Αντίστοιχα, στην Κίνα το 1989, το κόστος ανά φοιτητή στα πανεπιστήμια που παρείχαν εκπαίδευση από απόσταση εκτιμήθηκε ως ποσοστό 43% – 51% του κόστους των συμβατικών πανεπιστημίων (Rumble, 1997).

Παράλληλα, τα ιδρύματα εκπαίδευσης από απόσταση μπορούν να αποκομίσουν *σημαντικά οικονομικά οφέλη από την ανάπτυξη συνεργασιών με ιδιωτικές επιχειρήσεις*, αναλαμβάνοντας τη *διοργάνωση προγραμμάτων εκπαίδευσης του προσωπικού τους*. Αλλά και για τις ίδιες τις εταιρείες η εφαρμογή μεθόδων από απόσταση, με την *ευελιξία που παρέχουν*, αποδεικνύεται *οικονομικά συμφέρουσα*. Η κατάρτιση πραγματοποιείται ακόμα και στο χώρο εργασίας ή στο σπίτι των εργαζομένων. Με τον τρόπο αυτό, *περιορίζεται σημαντικά το κόστος που προκύπτει λόγω των μετακινήσεων των εργαζομένων* αλλά κυρίως από τη *μη εφαρμογή των καθηκόντων* τους κατά το χρονικό διάστημα που διαρκεί η εκπαίδευση.

Τέλος, στην εκπαίδευση από απόσταση αποτελεί κοινή πρακτική η *οικονομική επιβάρυνση των εκπαιδευομένων*, με αποτέλεσμα μεγάλο κέρδος εσόδων, δεδομένου του μεγέθους των σπουδαστών που απασχολείται στα συγκεκριμένα ιδρύματα.

5.3.2. Σε ποιους απευθύνεται η εκπαίδευση από απόσταση

Η εκπαίδευση από απόσταση μπορεί να διαχωριστεί σε *τέσσερις βασικές κατηγορίες*:

- α) *Διά βίου εκπαίδευση και διαρκής κατάρτιση ενήλικων εργαζόμενων*
- β) *Τριτοβάθμια εκπαίδευση σε Πανεπιστήμια και Τεχνικά Ιδρύματα*
- γ) *Μέση και πρωτοβάθμια εκπαίδευση σε μαθητές δημοτικού σχολείου, γυμνασίων και λυκείων*
- δ) *Όλες οι βαθμίδες της εκπαίδευσης σε άτομα με ειδικές ανάγκες.*

Στις Η.Π.Α, τα *συστήματα εκπαίδευσης από απόσταση βελτιώνονται συνεχώς και εφαρμόζονται σε όλους τους τομείς της εκπαίδευσης*: κολέγια, πανεπιστήμια, δημοτικά σχολεία και γυμνάσια – λύκεια (K-12), ιδρύματα δια βίου εκπαίδευσης ενηλίκων και διαρκούς κατάρτισης, παραδίδουν μαθήματα ή

σεμινάρια μέσω του *διαδικτύου (Web – based Education)* και των *σύγχρονων τηλεπικοινωνιακών επιτευγμάτων* σε μαθητές από όλο τον κόσμο.

Τα τελευταία χρόνια γίνονται προσπάθειες στην Ελλάδα και σε άλλες χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης ώστε *τα σχολεία όλων των βαθμίδων και τα Πανεπιστήμια να συνδεθούν στον Παγκόσμιο Ιστό (World Wide Web) μέσω του Διαδικτύου (Internet).*

Όταν η εκπαίδευση απευθύνεται σε μαθητές σχολείων, συνήθως χρησιμοποιούνται *μέθοδοι προσομοίωσης της πραγματικής διδασκαλίας*. Οι μαθητές *επικοινωνούν με άλλα σχολεία της περιοχής ή με μαθητές από όλο τον κόσμο* και συμμετέχουν σε *ομαδικές εργασίες*. Επίσης, δίνεται η δυνατότητα σε *σχολεία απομακρυσμένων περιοχών* να παρακολουθούν μαθήματα από καθηγητές που βρίσκονται σε κεντρικές πόλεις και δεν μπορούν να επισκεφθούν τις περιοχές αυτές. Με τον τρόπο αυτό, *αυξάνονται οι ευκαιρίες επικοινωνίας και ταυτόχρονα η συμμετοχή των ατόμων που εκπαιδεύονται.*

Οι ενήλικες που παρακολουθούν μαθήματα με εκπαίδευση από απόσταση είναι συνήθως εργαζόμενοι ή έχουν οικογενειακές υποχρεώσεις και *δεν μπορούν να παρακολουθήσουν κανονικά παραδόσεις μαθημάτων σε διδασκαλία πρόσωπο με πρόσωπο*. Η εκπαίδευση από απόσταση γίνεται ιδιαίτερα ελκυστική στους εργαζόμενους, εφόσον τα μαθήματα μπορούν να παραδίδονται στο χώρο και στο χρόνο που επιλέγει ο εκπαιδευόμενος (στο σπίτι ή στο χώρο εργασίας του), αλλά και τους εργοδότες, που επιθυμούν να βελτιώσουν την εκπαίδευση των υπαλλήλων τους με επιμορφωτικά σεμινάρια, χωρίς όμως να φύγουν από τον τόπο εργασίας τους για να τα παρακολουθήσουν.

Η εκπαίδευση από απόσταση απευθύνεται σε *άτομα με ειδικές ανάγκες* τα οποία μπορούν να έχουν *ισότιμη πρόσβαση στην εκπαίδευση* και να *παρακολουθούν το μάθημα μιας τάξης από απόσταση*. Ειδικότερα για τα *άτομα με κινητικά προβλήματα*, τα οποία δεν μπορούν να βγουν από το σπίτι και να παρακολουθήσουν κανονικά μαθήματα στο σχολείο, δημιουργούνται *ειδικές διαδικασίες χειρισμού του υπολογιστή*, όπως ανίχνευση της κίνησης των ματιών του χρήστη με ενσωματωμένη κάμερα στον υπολογιστή και αυτόματη ενεργοποίηση των εντολών χωρίς να χρειάζεται να χρησιμοποιήσει ο χρήστης ποντίκι ή πληκτρολόγιο. Για τα *άτομα με προβλήματα όρασης*, υπάρχει ένα σύστημα που συνθέτει φωνή και τους ανακοινώνει τα μηνύματα που εμφανίζονται στην οθόνη ή μπορούν να χρησιμοποιήσουν ζωντανή επικοινωνία με ήχο μέσω του διαδικτύου.

Η εκπαίδευση από απόσταση δίνει στους μαθητές με ειδικά προβλήματα ένα *περιβάλλον στο οποίο έχουν αποτελεσματική επικοινωνία με ειδικούς καθηγητές που τους βοηθούν να υπερνικήσουν τις φυσικές δυσκολίες και να αποκτήσουν πλήρη εκπαίδευση*. Δημιουργούνται *κοινότητες ατόμων με ειδικές ανάγκες* και μπορούν να *εκπαιδευτούν μαζί ομάδες ατόμων που αντιμετωπίζουν κοινά προβλήματα*. Το άτομο με ειδικές ανάγκες *έχει πρόσβαση στις νέες τεχνολογίες, και έχει στη διάθεση του ένα πλήθος προγραμμάτων και υπηρεσιών*. Ψυχολόγοι και σύμβουλοι που κατοικούν σε μακρινές περιοχές, μπορούν να *επικοινωνούν μαζί του* και να του *παρέχουν οδηγίες από απόσταση*.

5.4. Τα ιδρύματα που παρέχουν εκπαίδευση από απόσταση

5.4.1. Η οργάνωση των ιδρυμάτων που παρέχουν εκπαίδευση από απόσταση

Αν και εκπαίδευση από απόσταση μπορεί να προκύψει σε *ατομικό επίπεδο* μέσω προσωπικής μελέτης, με την παρακολούθηση τηλεοπτικών προγραμμάτων, με τη συμμετοχή σε οργανωμένες

συζητήσεις, μέσω της αλληλεπίδρασης με κάποιον άλλο ή μέσω του διαδικτύου, αλλά και σε *επίπεδο προσωπικού διακανονισμού μεταξύ διδάσκοντα – διδασκόμενου*, η *κυρίαρχη πρακτική* χαρακτηρίζεται από την *ύπαρξη ενός οργανισμού που αναλαμβάνει την ευθύνη της παροχής εκπαίδευσης σε ένα σώμα σπουδαστών*, προσφέροντας συγκεκριμένες υπηρεσίες. Η εκπαίδευση από απόσταση μοιράζεται με την προσωπική μελέτη την *εξατομικευμένη φύση των σπουδών*, ανεξάρτητα από την συμμετοχή και / ή τη συνύπαρξη με άλλους σε ομάδες μαθητών, ενώ ταυτόχρονα *διακρίνεται από τα στοιχεία διοίκησης και διαχείρισης που διέπουν την εκπαίδευση πανεπιστημιακού τύπου*.

Η *οργάνωση των ιδρυμάτων* που παρέχουν εκπαίδευση από απόσταση περιέχει *δύο χαρακτηριστικά λειτουργικά υποσυστήματα*: α) Το σύστημα *ανάπτυξης των μαθημάτων* και β) τις *υπηρεσίες υποστήριξης των σπουδαστών*. Ειδικότερα:

1. Τα συστήματα ανάπτυξης των μαθημάτων

Η ανάπτυξη των μαθημάτων περιλαμβάνει τον *προγραμματισμό, το σχεδιασμό, την παραγωγή του εκπαιδευτικού υλικού* (η παρουσίαση του οποίου στηρίζεται ενσυνείδητα ή υποσυνείδητα σε συγκεκριμένες διδακτικές μεθόδους), καθώς και τη *διανομή του στους σπουδαστές*. Απαιτεί την ύπαρξη εργαστηριακών χώρων παραγωγής που να παρέχουν ευκολίες στους δημιουργούς των μαθημάτων, ώστε να έχουν τη δυνατότητα να εργάζονται με ποικίλα μέσα.

Ο οργανισμός μπορεί να *ενσωματώσει στο εκπαιδευτικό του προσωπικό ομάδα ειδικών για την ανάπτυξη των μαθημάτων ή να συνεργάζεται εξωτερικά μαζί τους*. Αντίστοιχα, εκτός οργανισμού είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί η *τεχνική παραγωγή του έντυπου υλικού, η εγγραφή κασετών ήχου, εικόνας κτλ.*

Με τον τρόπο αυτό, η εσωτερική οργάνωση για τη δημιουργία μαθημάτων από απόσταση μπορεί να περιοριστεί σε ένα *εκδοτικό σώμα με τεχνική και εκπαιδευτική κατάρτιση*, ικανό τόσο για την *παραγωγή εκπαιδευτικού υλικού*, όσο και για τον *έλεγχο και την ανάπτυξη συνεργασιών με εξωτερικούς οργανισμούς* για τα διάφορα στάδια της παραγωγής αυτής (Holmberg, 2000).

Η *διανομή των ενότητων* των μαθημάτων από απόσταση και του *εκπαιδευτικού υλικού* που τις συνοδεύει, μπορεί να *πραγματοποιηθεί με διάφορους τρόπους*:

α) *Μέσω ταχυδρομείου*: Το υλικό αποστέλλεται στις ταχυδρομικές διευθύνσεις των εκπαιδευόμενων. Η επιλογή αυτή είναι συμφέρουσα κυρίως όταν ο αριθμός των εκπαιδευόμενων είναι περιορισμένος και συνεπώς τα ταχυδρομικά τέλη χαμηλά.

β) *Μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου (E-mail)*: Το υλικό αποστέλλεται στις ηλεκτρονικές διευθύνσεις των εκπαιδευόμενων με τη μορφή πακέτων δεδομένων. Η επιλογή αυτή δεν μπορεί να εφαρμοσθεί για τις βιντεοταινίες, τις ζωντανές τηλεοπτικές εκπομπές και τα CD's ή τα DVD's, που περιλαμβάνονται ενδεχομένως στο διδακτικό υλικό, γιατί τα αντίστοιχα πακέτα δεδομένων είναι πολύ μεγάλα.

γ) *Μέσω της αποθήκευσης του διδακτικού υλικού σε έναν κόμβο στο διαδίκτυο*: Οι εκπαιδευόμενοι έχουν ανά πάσα στιγμή πρόσβαση στον κόμβο αυτό, ώστε να μπορούν να «κατεβάζουν» (Download) στον ηλεκτρονικό τους υπολογιστή τα τμήματα του διδακτικού υλικού που τους χρειάζονται. Στην περίπτωση αυτή επίσης δημιουργείται πρόβλημα με τα πακέτα δεδομένων που είναι πολύ μεγάλα.

δ) *Μέσω επίγειας ή δορυφορικής τηλεόρασης*: Όταν στο διδακτικό υλικό περιλαμβάνονται βιντεοταινίες ή ζωντανές τηλεοπτικές εκπομπές και ο αριθμός των εκπαιδευόμενων είναι μεγάλος, τότε η

διανομή τους γίνεται με τη βοήθεια επίγειας ή δορυφορικής τηλεόρασης. Η δορυφορική τηλεόραση χρησιμοποιείται όταν οι εκπαιδευόμενοι είναι κατανεμημένοι σε μία εκτεταμένη περιοχή που δεν μπορεί να καλυφθεί από ένα μόνο πομπό επίγειας τηλεόρασης.

Οι *χρόνοι διανομής των ενοτήτων και του εκπαιδευτικού υλικού* είναι συνήθως οι ακόλουθοι:

α) Κάποια ιδρύματα εκπαίδευσης από απόσταση *στέλνουν από την έναρξη των σπουδών συνολικά πακέτα* τα οποία περιέχουν ολοκληρωμένα τα μαθήματα που θα ακολουθήσουν. Η επιλογή της συγκεκριμένης διαδικασίας *δε θεωρείται ενδεδειγμένη*, εφόσον *συχνά προκαλεί φόβο στους μαθητές*, οι οποίοι ξαφνικά έρχονται αντιμέτωποι με ένα τεράστιο όγκο μαθησιακού υλικού. Επιπλέον, αποτελεί *κακή οικονομική πολιτική*, αφού στην περίπτωση ακόμα και περιορισμένης έκτασης εγκαταλείψεων, το ίδρυμα θα μπορούσε να αποφύγει το κόστος παραγωγής και διανομής ενοτήτων που τελικά δε θα χρησιμοποιηθούν ποτέ.

β) Στην κοινή πρακτική *εφαρμόζεται περισσότερο η αποστολή του εκπαιδευτικού υλικού σε προκαθορισμένες ημερομηνίες*. Βέβαια, η διανομή ενοτήτων μαθημάτων χωρίς να λαμβάνονται υπόψη οι ιδιαιτερότητες των σπουδαστών, *δείχνει να μειώνει πολλές φορές την αποδοτικότητα τους*, εφόσον άτομα που μελετούν με πιο αργούς ρυθμούς αποθαρρύνονται παρατηρώντας να συγκεντρώνεται στο γραφείο τους πλήθος θεματικών ενοτήτων. Η αυστηρή εφαρμογή συγκεκριμένου προγραμματισμού στη διανομή του μαθησιακού υλικού βασίζεται συνήθως, στην πρόθεση των ιδρυμάτων να *εξασφαλίσουν την εναρμόνιση του σπουδαστή με το χρονοδιάγραμμα του προγράμματος σπουδών*, αλλά και να *εξυπηρετήσουν την ανάγκη προσωπικής οργάνωσης του τρόπου εργασίας του*, ώστε να αντεπεξέρχεται και στις υπόλοιπες υποχρεώσεις (οικογενειακές ή επαγγελματικές) που ενδεχομένως τον απασχολούν.

γ) Μια τρίτη επιλογή αποτελεί η *προσαρμογή της διανομής του εκπαιδευτικού υλικού ώστε να δημιουργεί κατάλληλα κίνητρα για την ενεργοποίηση των μαθησιακών δραστηριοτήτων του σπουδαστή*. Αυτό είναι δυνατό να επιτευχθεί ρυθμίζοντας κατάλληλα τη *ροή αποστολής των θεματικών ενοτήτων ανάλογα με τους ρυθμούς μάθησης του κάθε φοιτητή ξεχωριστά*.

2. Οι υπηρεσίες υποστήριξης των σπουδαστών

Οι *υπηρεσίες υποστήριξης των σπουδαστών* έχουν ως σκοπό να *αναπληρώσουν τους μηχανισμούς εκείνους που υπάρχουν σε ένα σύστημα εκπαίδευσης*, συμβάλλοντας στην *αποβολή των αισθημάτων απομόνωσης* που πιθανόν δημιουργεί στους φοιτητές η φυσική τους απόσταση από τον εκπαιδευτικό οργανισμό.

Τα άτομα που επιλέγουν να παρακολουθήσουν προγράμματα εκπαίδευσης από απόσταση *αποκτούν πρόσβαση σε υπηρεσίες διοικητικής και μαθησιακής υποστήριξης*, που οι μορφές τους *ποικίλλουν αναφορικά με το ίδρυμα που τις παρέχει*.

Το *μοντέλο υποστήριξης των σπουδαστών* που εφαρμόζεται στο Ανοικτό Πολυτεχνείο της Νέας Ζηλανδίας χαρακτηρίζεται από την *παροχή ποιοτικής πληροφόρησης και συμβουλευτικής καθοδήγησης* τόσο πριν (υποψήφιος σπουδαστής), όσο και κατά τα πρώτα στάδια της ενσωμάτωσης του φοιτητή σε ένα σύστημα εκπαίδευσης από απόσταση (εγγεγραμμένος σπουδαστής) (Reid, 1995).

Η υποστήριξη που παρέχεται στα πρώτα στάδια (institutional information) έχει ως κύριο σκοπό να *αντιληφθούν οι σπουδαστές τις προοπτικές της συμμετοχής τους σε ένα πρόγραμμα εκπαίδευσης από*

απόσταση, δηλαδή τον ακαδημαϊκό σχεδιασμό και τις προοπτικές επαγγελματικής αποκατάστασης, παρά να ενημερωθούν για τα μαθήματα και το πρόγραμμα σπουδών. Είναι επίσης σημαντικό στα πρώτα στάδια να διερευνηθούν και να πιστοποιηθούν οι *προϋπάρχουσες γνώσεις των σπουδαστών*, ώστε να *αποφευχθούν σοβαρά γνωστικά κενά* που πιθανόν να προκύψουν στην πορεία και τις περισσότερες φορές οδηγούν σε εγκατάλειψη των σπουδών.

Οι αρχικές αυτές διερευνήσεις συχνά πραγματοποιούνται στον κεντρικό εκπαιδευτικό οργανισμό. Υπάρχει όμως η *αναγκαιότητα για ευελιξία*, με την *ανάπτυξη περισσότερων δρόμων επικοινωνίας με το σπουδαστή*.

Στο μοντέλο υποστήριξης των σπουδαστών του Ανοικτού Πολυτεχνείου της Νέας Ζηλανδίας οι *υπηρεσίες διοικητικής και μαθησιακής υποστήριξης (student support services)* είναι: α) υποστήριξη στις διαδικασίες μάθησης, β) επαγγελματικός προσανατολισμός, γ) ακαδημαϊκή καθοδήγηση, δ) υπεράσπιση των σπουδαστών, ε) αναλυτική και συγκεκριμένη ενημέρωση για τα μαθήματα που προσφέρονται, καθώς και το πρόγραμμα σπουδών, στ) συμβουλευτική περί οικονομικών θεμάτων, ζ) υπηρεσίες βιβλιοθήκης, η) στήριξη και ενίσχυση από το διδακτικό προσωπικό, θ) συμβουλευτική σε προσωπικό επίπεδο και ι) υποστήριξη ειδικών αναγκών.

Για μία αναλυτικότερη παρουσίαση του μοντέλου βλέπε Brindley, 1993, Burton & Reid, 1994 και Reid, 1995.

5.4.2. Οι τύποι των ιδρυμάτων που παρέχουν εκπαίδευση από απόσταση

Οι εκπαιδευτικοί οργανισμοί που προσφέρουν προγράμματα από απόσταση, εμφανίζουν μία *μεγάλη πολυπλοκότητα*, τόσο ως προς τα προγράμματα εκπαίδευσης που εφαρμόζουν, όσο και ως προς τη δομή τους. Παρόλα αυτά, αναφορικά με το *πλαίσιο λειτουργίας ιδρυμάτων εκπαίδευσης από απόσταση*, μπορούμε να διακρίνουμε *δύο βασικές κατηγορίες* (Keegan, 1996, Neil, 1981 και Keegan & Rumble, 1982) (βλέπε Σχήμα 5.2.):

- α) Αυτόνομα ιδρύματα (autonomous institutions).
- β) Ιδρύματα μικτού τύπου (mixed institutions).

1. Αυτόνομα ιδρύματα

Ο όρος «*αυτόνομα ιδρύματα*» αναφέρεται στις εξής *συνιστώσες*: 1) Χρηματοδότηση, 2) Εξετάσεις και πιστοποίηση, 3) Αναλυτικά προγράμματα και υλικά και 4) συστήματα διανομής και υποστήριξης σπουδαστών (Neil, 1981).

Τα *αυτόνομα ιδρύματα* αναφορικά με την *πολυπλοκότητα της διδακτικής δομής* και του *επιπέδου της παροχής*, *διακρίνονται σε*: α) Δημόσια, ιδιωτικά σχολεία και κολλέγια διά αλληλογραφίας και β) Πανεπιστήμια μάθησης από απόσταση ή ανοικτά πανεπιστήμια.

Η *ίδρυση το 1969 του Ανοικτού Πανεπιστημίου της Μεγάλης Βρετανίας* επέδρασε σημαντικά στην πορεία της εκπαίδευσης από απόσταση κατά *δύο τρόπους*:

α) Το Ανοικτό Πανεπιστήμιο της Μεγάλης Βρετανίας ήταν το πρώτο ίδρυμα που σχεδιάστηκε αποκλειστικά και ειδικά για να προσφέρει προγράμματα εκπαίδευσης από απόσταση σε επίπεδο αναγνωρισμένων πτυχίων και

β) Από την έναρξη της λειτουργίας του υιοθέτησε την εφαρμογή πολυμέσων, συνδυάζοντας έντυπο υλικό, τηλεοπτικές και ραδιοφωνικές εκπομπές και πρόσωπο με πρόσωπο διδασκαλία κατά ένα ολοκληρωμένο τρόπο. Κάθε χρόνο αποφοιτούν από το Ανοικτό Πανεπιστήμιο το 9% του συνόλου των πτυχιούχων της Μεγάλης Βρετανίας, ενώ απορροφά το 5% του κρατικού προϋπολογισμού που προορίζεται για τη λειτουργία των πανεπιστημίων.

Την ίδρυση του Βρετανικού Ανοικτού Πανεπιστημίου ακολούθησαν πάνω από 25 ιδρύματα πανεπιστημιακού επιπέδου σε διάφορες χώρες του κόσμου, προσφέροντας *αποκλειστικά εκπαίδευση από απόσταση*. Τα ιδρύματα αυτά εξασφάλισαν *πιστοποίηση από τις κυβερνήσεις των κρατών τους* και παρέχουν *αναγνωρισμένα απολυτήρια, πτυχία και διπλώματα*. Χρησιμοποιούν ποικιλία επικοινωνιακών μέσων και συνήθως απασχολούν μεγάλο πλήθος μαθητών. Ουσιαστικά εκπροσωπούν την κύρια μορφή εκπαίδευσης από απόσταση (Bates, 1995).

2. Ιδρύματα μικτού τύπου

Με τον όρο ιδρύματα *μικτού τύπου (mixed institutions)* περιγράφονται ιδρύματα τα οποία προσφέρουν με μεθόδους εκπαίδευσης από απόσταση, ένα μεγάλο μέρος των εκπαιδευτικών τους προγραμμάτων προπτυχιακής και μεταπτυχιακής εκπαίδευσης ή συνεχιζόμενης εκπαίδευσης και επαγγελματικής κατάρτισης, παράλληλα με παραδοσιακές μεθόδους εκπαίδευσης.

Στα προγράμματα από απόσταση των ιδρυμάτων αυτών συμμετέχει ένας συγκριτικά μικρός αριθμός φοιτητών, ενώ η ανάπτυξη των μαθημάτων βασίζεται σε ένα μεγάλο ποσοστό σε ήδη υπάρχον υλικό, μειώνοντας σημαντικά το κόστος παραγωγής.

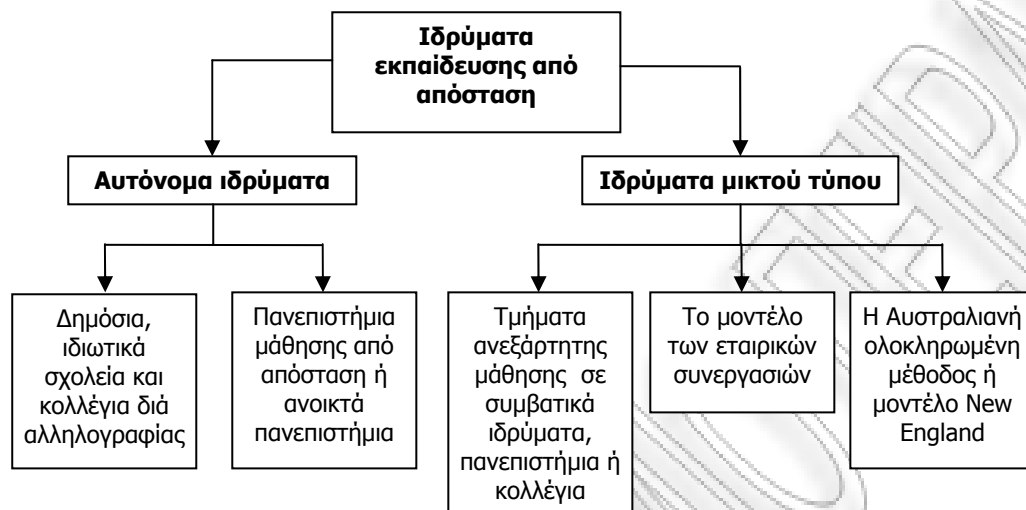
Τα *ιδρύματα μικτού τύπου διακρίνονται σε* (Keegan, 1996): α) Τμήματα ανεξάρτητης μάθησης συμβατικών ιδρυμάτων, πανεπιστημίων ή κολλεγίων, β) Τμήματα εκπαίδευσης από απόσταση διαφορετικών ιδρυμάτων – μοντέλο εταιρικών συνεργασιών (the consortium model) και γ) Η Αυστραλιανή ολοκληρωμένη μέθοδος (the Australian integrated mode) – μοντέλο New England.

Το *μοντέλο των εταιρικών συνεργασιών* περιλαμβάνει τη δημιουργία συνεργασιών μεταξύ εκπαιδευτικών και άλλων δομών για την οργάνωση προγραμμάτων εκπαίδευσης από απόσταση. Οι συνεργασίες αυτές φέρνουν κοντά πανεπιστήμια ή τμήματα πανεπιστημίων, κυβερνητικές υπηρεσίες, εταιρίες, αρχές ραδιοφώνου, τηλεόρασης και παραγωγής μέσων (media production) για το σκοπό της εγγραφής των σπουδαστών στα μαθήματα εκπαίδευσης από απόσταση (McNeil, 1993).

Η ανάπτυξη *συνεργασιών μεταξύ οργανισμών που παρέχουν αποκλειστικά εκπαίδευση από απόσταση με ιδρύματα μικτού τύπου*, προσφέρει ολοκληρωμένα προγράμματα σπουδών, όπου οι φοιτητές μπορούν να παρακολουθήσουν οποιοδήποτε μάθημα, ανεξάρτητα από το ίδρυμα που το οργανώνει. Ταυτόχρονα, τα συμμετέχοντα ιδρύματα επωφελούνται από τον καταμερισμό των υπηρεσιών παραγωγής και προώθησης του διδακτικού υλικού από άποψη τόσο ποιότητας όσο και κόστους.

Η *Αυστραλιανή ολοκληρωμένη μέθοδος* είναι ένας διακεκριμένος τύπος τμήματος εκπαίδευσης από απόσταση στα πλαίσια ενός συμβατικού ιδρύματος, ο οποίος αναπτύχθηκε στην Αυστραλία. Το πανεπιστήμιο University of New England ξεκίνησε να προσφέρει προγράμματα σπουδών τόσο στο χώρο του πανεπιστημίου (on-campus) και εξωτερικά (externally). Οι καθηγητές του πανεπιστημίου αναλάμβαναν τόσο ομάδες εσωτερικών και εξωτερικών σπουδαστών σε ίσους αριθμούς. Στους

σπουδαστές από απόσταση στέλνονταν σημειώσεις των διαλέξεων και πολλές φορές κασέτες ήχο ηχογραφημένες ζωντανά στα μαθήματα στους χώρους του πανεπιστημίου. Υπήρχε προαπαιτήση για τους σπουδαστές από απόσταση για υποχρεωτικές περιόδους παρακολούθησης μαθημάτων στους χώρους του πανεπιστημίου. Οι σπουδαστές και των δύο ομάδων είχαν τις ίδιες υποχρεώσεις (παράδοση εργασιών) και έδιναν τις ίδιες εξετάσεις. Επίσης πιστοποιούνταν για τα ίδια πτυχία και διπλώματα. Για μία εκτενέστερη ανάπτυξη της Αυστραλιανής μεθόδου βλέπε Sheath, 1965 και Nunan, 1993.



Σχήμα 5.2. Τυπολογία των ιδρυμάτων εκπαίδευσης από απόσταση (προσαρμογή από Keegan, 1996)

5.5. Αδυναμίες της εκπαίδευσης από απόσταση

Η μεγαλύτερη αδυναμία την οποία εξακολουθεί να έχει ακόμα και σήμερα η εκπαίδευση από απόσταση, είναι *η αδυναμία να προσφέρει αξιόπιστες λύσεις*. Το γεγονός ότι σε ένα πρόγραμμα εκπαίδευσης από απόσταση, είναι δυνατό ο εκπαιδευόμενος να ολοκληρώσει τις σπουδές του χωρίς να έρθει καθόλου σε επαφή με τον εκπαιδευτή του, δημιουργεί σκεπτικισμό σχετικά με την ποιότητα της εκπαίδευσης που προσφέρουν τα προγράμματα από απόσταση. Η αδυναμία αυτή μεταφράζεται στο *ερώτημα κατά πόσο τα πτυχία που παρέχονται από απόσταση μπορούν να θεωρούνται ισοδύναμα με εκείνα που αποκτώνται με κανονικές σπουδές*.

Τα προγράμματα σπουδών από απόσταση πρέπει να έχουν αποτελέσματα μάθησης που να ανταποκρίνονται πλήρως στο επίπεδο του πτυχίου που παρέχεται. *Όλες οι απαιτήσεις και οι όροι για να πάρει πτυχίο ο μαθητής με παραδοσιακές μεθόδους πρέπει να ικανοποιούνται εξίσου με τα προγράμματα εξ αποστάσεως εκπαίδευσης*.

Η ανάπτυξη της τεχνολογίας της επικοινωνίας, κυρίως μέσω ηλεκτρονικών υπολογιστών, έχει συνεισφέρει σημαντικά στη *βελτίωση των εκπαιδευτικών διαδικασιών*. Τα εκπαιδευτικά συστήματα από απόσταση εμφανίζονται πιο ανοιχτά, πιο δίκαια και δίνουν περισσότερες εξουσίες και δυνατότητες στους εκπαιδευόμενους. Ωστόσο, η υιοθέτηση των νέων τεχνολογικών μεθόδων μπορεί στην πραγματικότητα να *επιδεινώσει τις κοινωνικές ανισότητες*. Όπως συμβαίνει και σε άλλες πλευρές της σύγχρονης ζωής, οι *ευκαιρίες για εκπαίδευση είναι πολύ περισσότερες για αυτούς που οικονομικά βρίσκονται σε*

πλεονεκτικότερη θέση έναντι των άλλων, δηλαδή οι μαθητευόμενοι με περισσότερα οικονομικά μέσα, έχουν τη δυνατότητα πολλές φορές για πρόσβαση σε μια ευρύτερη περιοχή εκπαιδευτικών πηγών.

Μία άλλη αδυναμία είναι η αμφισβήτηση του κοινωνικού χαρακτήρα της εκπαίδευσης από απόσταση. Τα άτομα έχουν ανάγκη από την ανθρώπινη επαφή και την άμεση επικοινωνία με τους δασκάλους και συμμαθητές τους. Η αμεσότητα της προσωπικής επαφής μαθητή-δασκάλου και συμμαθητών μεταξύ τους δεν μπορεί να αναπληρωθεί πλήρως από τα συστήματα ασύγχρονης αλλά ούτε και σύγχρονης επικοινωνίας.

5.6. Τα τεχνολογικά μέσα που χρησιμοποιούνται στην εκπαίδευση από απόσταση

Η εκπαίδευση από απόσταση αποτελεί μια αναπτυσσόμενη μορφή εκπαίδευσης που επιχειρεί να υπερνικήσει τους χωρο-χρονικούς περιορισμούς από τους οποίους διέπεται η παραδοσιακή εκπαίδευση. Προς αυτή την κατεύθυνση, οι νέες τεχνολογίες έρχονται να διαδραματίσουν έναν πολύ σημαντικό ρόλο, εφόσον η χρήση τους επιτρέπει την *πιο εύκολη και χωρίς διακρίσεις πρόσβαση σε πηγές γνώσης*, προσφέροντας τη δυνατότητα για μια πιο *εξατομικευμένη μαθησιακή εμπειρία*.

Η εφαρμογή των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση από απόσταση ξεκίνησε στις αρχές της δεκαετίας του 1960, κυρίως με τη μορφή της *εκπαιδευτικής τηλεόρασης*. Τα επιτεύγματα που σημειώθηκαν στον τομέα της ηλεκτρονικής και των τηλεπικοινωνιών συνέβαλαν σημαντικά στη ανάπτυξη καλωδιακών (συνδρομητικών) τηλεοπτικών συστημάτων, δορυφορικών συνδέσεων και ισχυρών υπολογιστικών μηχανών. Η συνεχής εξέλιξη και η μαζική παραγωγή ηλεκτρονικών συστημάτων προσφέρουν *νέες και μεγαλύτερες δυνατότητες, χαμηλότερα κόστη, καλύτερη ποιότητα και αξιοπιστία*. Οι εκπαιδευτικοί οργανισμοί, ιδιαίτερα εκείνοι που υποστηρίζουν προγράμματα εκπαίδευσης από απόσταση, αναγνωρίζουν τη *δυναμική που εμφανίζουν τα σύγχρονα τεχνολογικά επιτεύγματα* (κατασκευή δυναμικών τηλεπικοινωνιακών συστημάτων ευρείας μετάδοσης, ισχυρών προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών και μηχανών ψηφιακής αναπαραγωγής εικόνας και ήχου), ενώ παράλληλα οι εταιρίες παραγωγής προϊόντων υψηλής τεχνολογίας *εκδηλώνουν έντονα το ενδιαφέρον τους προς τη νέα, ελκυστική αγορά που διαμορφώνεται* (Minoli, 1996).

Στη σημερινή εποχή, η εξέλιξη της τεχνολογίας των ηλεκτρονικών υπολογιστών, σε συνδυασμό με την ανάπτυξη δικτυακών εφαρμογών, προσφέρουν *μεγάλες δυνατότητες αλληλεπιδραστικής επικοινωνίας μεταξύ διδάσκοντα και διδασκομένων*. Επίσης *διευκολύνουν την εκπαίδευση από απόσταση*, εφόσον όλες οι πληροφορίες που βρίσκονται σε μορφή κειμένων, εικόνας και ήχου μπορούν να μετατραπούν σε ψηφιακή μορφή (digital form), οπότε ο εκπαιδευτής μπορεί να επεξεργαστεί το διδακτικό του υλικό με τη βοήθεια πολυμέσων (συστήματα αναπαραγωγής εικόνας και ήχου), να σχεδιάσει παρουσιάσεις μαθημάτων και μέσω ενός δικτύου υπολογιστών ή του διαδικτύου να το αποστείλει άμεσα στους εκπαιδευόμενους, ανεξάρτητα από την απόσταση που τους χωρίζει.

Η εκπαίδευση από απόσταση μπορεί να πραγματοποιηθεί: α) μέσω *ασύγχρονης επικοινωνίας (asynchronous communication)*, κατά την οποία ο εκπαιδευόμενος μπορεί να αλληλεπιδράσει οποιαδήποτε στιγμή κρίνει ότι είναι κατάλληλη για αυτόν ή β) μέσω *σύγχρονης επικοινωνίας (synchronous communication)*, όταν η επικοινωνία μεταξύ εκπαιδευτή και εκπαιδευόμενου γίνεται σε πραγματικό χρόνο (real time) (Porter, 1997).

5.6.1. Εκπαίδευση μέσω ασύγχρονης επικοινωνίας

Ασύγχρονη επικοινωνία (asynchronous communication) προκύπτει όταν ένα μόνο άτομο μπορεί να επικοινωνήσει μία δεδομένη χρονική στιγμή. Παραδείγματα ασύγχρονης επικοινωνίας είναι ο τηλεφωνητής και το Fax (Jonassen, 2000).

Η εκπαίδευση μέσω ασύγχρονης επικοινωνίας *δεν απαιτεί την ταυτόχρονη συμμετοχή μαθητών και καθηγητών*. Οι μαθητές δεν είναι ανάγκη να βρίσκονται συγκεντρωμένοι μαζί στον ίδιο χώρο ή την ίδια χρονική στιγμή. Αντίθετα, μπορούν να επιλέγουν μόνοι τους το προσωπικό τους εκπαιδευτικό χρονικό πλαίσιο και να έρχονται σε επαφή με το εκπαιδευτικό υλικό σύμφωνα με τους προσωπικούς τους ρυθμούς και επιλογές.

Η ασύγχρονη εκπαίδευση είναι *περισσότερο ευέλικτη από την σύγχρονη*. Παλαιότερες μορφές εκπαίδευσης μέσω ασύγχρονης επικοινωνίας αποτελούν τα μαθήματα σε κασέτες ήχου και / ή εικόνας και τα μαθήματα δια αλληλογραφίας, που αναφέρθηκαν παραπάνω. Οι νεότερες μέθοδοι εκπαίδευσης μέσω ασύγχρονης επικοινωνίας *χρησιμοποιούν τις υπηρεσίες δικτύων υπολογιστών*. Τέτοιες υπηρεσίες για το διαδίκτυο (Internet) είναι: το ηλεκτρονικό ταχυδρομείο (electronic mail ή e-mail), οι ομάδες συζητήσεων μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου (mailing lists), τα συστήματα πινάκων ανακοινώσεων (Bulletin Board Systems), οι ομάδες συζητήσεων (newsgroups) και ο παγκόσμιος ιστός (World Wide Web ή WWW).

5.6.1.1. Το ηλεκτρονικό ταχυδρομείο

Μέσω του *ηλεκτρονικού ταχυδρομείου (electronic mail ή e-mail)* ο εκπαιδευτής έχει τη δυνατότητα να *επικοινωνήσει με κάθε σπουδαστή μεμονωμένα (One-to-One Communication)*. Επίσης έχει τη δυνατότητα να *στείλει το εκπαιδευτικό υλικό στην ηλεκτρονική διεύθυνση όλων των σπουδαστών την ίδια στιγμή*, υπό την προϋπόθεση βέβαια να έχουν οι εκπαιδευόμενοι ηλεκτρονική διεύθυνση σε κάποιο δίκτυο. Για παράδειγμα, μια διάλεξη που παραχωρεί κάποιος προσκεκλημένος ομιλητής για ένα μάθημα, θα μπορούσε να σταλεί με το ηλεκτρονικό ταχυδρομείο στην ηλεκτρονική διεύθυνση καθενός από τους εκπαιδευόμενους, ώστε καθένας να έχει το δικό του αντίγραφο της ομιλίας.

5.6.1.2. Εφαρμογές ομαδικών συζητήσεων

1. Οι λίστες συζητήσεων

Η *ομαδική συζήτηση* γίνεται με *πολλούς τρόπους μέσα στο δίκτυο*. Μία υπηρεσία μέσω της οποίας μπορεί να πραγματοποιηθεί μία ομαδική συζήτηση είναι οι *λίστες συζητήσεων (mailing lists) του ηλεκτρονικού ταχυδρομείου*.

Σε κάθε λίστα συζητήσεων υπάρχει ένα κεντρικό θέμα συζήτησης που φαίνεται από το όνομα της λίστας. Για να παρακολουθήσει κάποιος τη συζήτηση σε μια λίστα πρέπει πρώτα να εγγραφεί ως μέλος της λίστας. Κάθε χρήστης που είναι μέλος μίας λίστας μπορεί να στείλει ηλεκτρονικά μηνύματα στην ηλεκτρονική διεύθυνση της λίστας (η οποία ανήκει σε κάποιο κεντρικό υπολογιστή (host computer)), τα οποία μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου προωθούνται αυτόματα στις ηλεκτρονικές διευθύνσεις των ατόμων που είναι μέλη της λίστας.

Οι λίστες συζητήσεων *διακρίνονται σε:* α) *ελεγχόμενες λίστες (moderated)*, στις οποίες ορισμένα μηνύματα που φτάνουν απορρίπτονται προτού αποσταλούν σε όλα τα μέλη της λίστας, επίσης γίνεται έλεγχος των ατόμων που εγγράφονται στη λίστα προκειμένου να μην ενοχλούνται τα μέλη της συζήτησης από μηνύματα διαφημιστικού περιεχομένου ή μηνύματα άσχετα με το θέμα της συζήτησης και β) *μη ελεγχόμενες λίστες (unmoderated)*, οι οποίες επιτρέπουν τη δημοσίευση όλων τα μηνύματα που φτάνουν, επίσης μπορεί να εγγραφεί ως μέλος οποιοσδήποτε.

2. Τα συστήματα πινάκων ανακοινώσεων

Τα *συστήματα πινάκων ανακοινώσεων (Bulletin Board Systems – BBS)* χρησιμοποιούνται για ασύγχρονες ομαδικές συζητήσεις παράλληλα με τις λίστες ομαδικών συζητήσεων (mailing lists) και τις ομάδες ειδήσεων και συζητήσεων (newsgroups). Στα συστήματα πινάκων ανακοινώσεων τα μηνύματα που στέλνει ο κάθε χρήστης αποθηκεύονται σε μια κεντρική περιοχή, δηλαδή σε κάποιον κεντρικό υπολογιστή συνδεδεμένο στο δίκτυο και απευθύνονται σε πολλούς χρήστες (One-to-Many Communication).

Τα συστήματα BBS συνήθως απαιτούν από το χρήστη να κάνει *ιδιαίτερες ενέργειες για να δει τα μηνύματα*. Ο χρήστης μπορεί να διαβάσει τα μηνύματα είτε το ένα μετά το άλλο, είτε επιλεκτικά με οδηγό τον πίνακα περιεχομένων και βλέποντας τα θέματα να επιλέξει τα μηνύματα που τον ενδιαφέρουν. Μπορεί να απαντήσει σε όποια μηνύματα επιθυμεί και τα δικά του μηνύματα θα αναγραφούν στην ίδια περιοχή και θα παραμείνουν εκεί για να μπορούν να τα βλέπουν οι άλλοι χρήστες. Στη διαδικασία αυτή η *αποστολή μηνυμάτων γίνεται με ευκολία, αλλά η ανάγνωση τους παρουσιάζεται προβληματική*.

3. Οι ομάδες συζητήσεων

Οι *ομάδες ειδήσεων ή συζητήσεων (Usenet newsgroups)* χρησιμοποιούνται επίσης για την *πραγματοποίηση ομαδικών συζητήσεων*. Αν και έχουν μεγάλη ομοιότητα με τις λίστες συζητήσεων του ηλεκτρονικού ταχυδρομείου, η *βασική διαφορά τους* είναι ότι τα μηνύματα ομάδων ειδήσεων διαδίδονται στους χρήστες με το Usenet (ένα δίκτυο υπολογιστών που αποτελεί τμήμα του Internet), επομένως για να λαμβάνει κάποιος χρήστης τα μηνύματα ηλεκτρονικού ταχυδρομείου που στέλνονται στις ομάδες ειδήσεων και συζητήσεων είναι απαραίτητο να έχει πρόσβαση στο δίκτυο Usenet.

Η σύνδεση του χρήστη με τις ομάδες ειδήσεων είναι άλλοτε *αμφίδρομη*, οπότε μπορεί να στέλνει με ευκολία τα δικά του μηνύματα και άλλοτε *μονόδρομη*, οπότε δεν μπορεί να στείλει κανένα μήνυμα και μπορεί να διαβάζει μόνο μηνύματα άλλων. Στα newsgroups δίνεται *περισσότερη έμφαση στη συζήτηση πάνω στο θέμα που αναφέρονται* και η επικοινωνία γίνεται αυστηρά με *βάση το θέμα συζήτησης*. Αντίθετα σε μία λίστα συζητήσεων με πολλούς εγγεγραμμένους χρήστες μπορούν να συζητηθούν πολλές ιδέες και θέματα ανεξάρτητα από τον τίτλο της λίστας.

5.6.1.3. Ο παγκόσμιος ιστός

Στον παγκόσμιο ιστό (World Wide Web – WWW) *ανακοινώνονται πληροφορίες για προγράμματα μαθημάτων και δημοσιεύονται σημειώσεις μαθημάτων και παρουσιάσεις εργασιών*. Ο παγκόσμιος ιστός

όμως μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ως μέσο για *ολοκληρωμένη εκπαίδευση από απόσταση* με χρήση των ιστοσελίδων του παγκοσμίου ιστού (WWW) για πραγματική καθοδήγηση των μαθητών.

Ο παγκόσμιος ιστός (WWW), *συγκριτικά με άλλα μέσα επικοινωνίας, υπερέρχει* διότι:

α) Τα εκπαιδευτικά κέντρα μέσω του παγκόσμιου ιστού μπορούν να δημιουργούν πηγές πληροφοριών και να παραδίδουν σειρές μαθημάτων σε όλο τον κόσμο.

β) Το κόστος της εκτύπωσης και αποστολής εντύπων μέσω ταχυδρομείου εκμηδενίζεται εφόσον οι ιστοσελίδες του παγκόσμιου ιστού διαδίδονται μέσα από το διαδίκτυο σε όλους τους χρήστες.

γ) Οι δημοσιευμένες πληροφορίες στον παγκόσμιο ιστό μπορούν να διορθωθούν και να συμπληρωθούν μία φορά στον υπολογιστή που λειτουργεί ως εξυπηρετητής (server), ώστε όλοι οι χρήστες μπορούν να δουν τις αλλαγές χωρίς να χρειάζεται να αλλαχθεί το κείμενο για τον κάθε χρήστη ξεχωριστά.

δ) Οι αλληλεπιδραστικές επικοινωνίες γίνονται με αποστολή κειμένων, εικόνων, γραφικών και ήχου από τον καθηγητή στον μαθητή και αντίστροφα και μεταξύ των μαθητών. Οι μαθητές επικοινωνούν με τον εκπαιδευτή πιο εύκολα και αναπτύσσονται νέες μορφές συνεργασίας μεταξύ τους.

ε) Οι μαθητές μπορούν να συμμετέχουν σε εργασίες που γίνονται από πολλά άτομα μαζί.

Στον παγκόσμιο ιστό, με διάφορα εργαλεία προγραμματισμού, μπορούν να *σχεδιαστούν ιστοσελίδες με πολλές δυνατότητες*, επομένως υπάρχει η *δυνατότητα σε κάθε εκπαιδευτικό οργανισμό να δημιουργήσει τις δικές του ιστοσελίδες* και να *παρέχει με αυτές εκπαίδευση από απόσταση*.

Ο παγκόσμιος ιστός εμφανίζει κείμενα στην οθόνη του υπολογιστή που χαρακτηρίζονται ως *υπερκείμενα (hypertexts)*. Στα κείμενα αυτά μπορούν να περιέχονται *δυναμικές συνδέσεις (links)* που οδηγούν σε άλλες περιοχές του ιστού. Επίσης, μαζί με τα κείμενα μπορούν να *παρουσιάζονται φωτογραφίες, αρχεία ήχου (audio) και κινούμενης εικόνας (video)*.

5.6.1.4. Οι πλατφόρμες ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης

Θα παρουσιάσουμε τα βασικά χαρακτηριστικά που έχουν οι πλατφόρμες ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης μέσα από την παρουσίαση της *ηλεκτρονικής πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης E-Class*. Η πλατφόρμα E-Class δημιουργήθηκε από τη μη κερδοσκοπική εταιρεία «ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΔΙΑΔΙΚΤΥΟ» (Greek Universities Network – GUNET), ώστε να *υποστηρίζει υπηρεσίες ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης* στην Ακαδημαϊκή Κοινότητα του Πανελληνίου Πανεπιστημιακού Διαδικτύου GUNET. Η πλατφόρμα υποστηρίζει την ηλεκτρονική οργάνωση, αποθήκευση και παρουσίαση εκπαιδευτικού υλικού σε ψηφιακή μορφή, άμεσα προσβάσιμη από το διαδίκτυο Internet.

Η δημιουργία της πλατφόρμας E-Class βασίστηκε στο *λογισμικό ανοικτού κώδικα «Classroom Online»*, με την προσθήκη πολλών *νέων χαρακτηριστικών* (LDAP Authentication Schema, μηχανισμός δημιουργίας χρηστών, ανανεωμένο γραφικό περιβάλλον, πλήρης εξελληνισμός, προσθήκη νέων εργαλείων διαχείρισης κλπ). Παράλληλα, η αρχιτεκτονική της *παραμετροποιήθηκε* σε μεγάλο βαθμό *δίνοντας της ευελιξία και ευκολία προσαρμογής στις ανάγκες και τις απαιτήσεις ενός δυναμικού περιβάλλοντος εκπαίδευσης*.

Στην πλατφόρμα E-Class κεντρικός είναι ο ρόλος του «καθηγητή», ο οποίος χρησιμοποιώντας το υλικό που διαθέτει (σημειώσεις, παρουσιάσεις, κλπ) και χωρίς επιπλέον τεχνικές γνώσεις έχει τη

δυνατότητα εύκολα, γρήγορα και απλά, να δημιουργεί εύχρηστα και λειτουργικά *ηλεκτρονικά μαθήματα (electronic lessons)*. Τα ηλεκτρονικά αυτά μαθήματα μπορούν είτε να χρησιμοποιηθούν *αυτόνομα για την εκπαίδευση από απόσταση* είτε να *λειτουργούν επικουρικά στην εκπαιδευτική δραστηριότητα στους χώρους ενός πανεπιστημίου (on-campus)*.

Οι *ρόλοι των χρηστών που υποστηρίζει η πλατφόρμα* είναι τρεις:

α) Ο *καθηγητής*, ο οποίος μπορεί να δημιουργήσει όσα μαθήματα επιθυμεί, να εγγράψει/διαγράψει χρήστες – εκπαιδευόμενους σε/από αυτά, να εισάγει ψηφιακό υλικό για τα μαθήματα του (κείμενα, εικόνες, παρουσιάσεις, βίντεο κλπ), να δημιουργήσει ομάδες συζητήσεων καθώς και ασκήσεις αυτοαξιολόγησης.

β) Ο *χρήστης – εκπαιδευόμενος*, ο οποίος μπορεί να εγγραφεί σε όσα μαθήματα του επιτρέπεται, να μελετήσει το ψηφιακό υλικό, να συμμετάσχει σε ομάδες συζητήσεων καθώς και σε ασκήσεις αυτοαξιολόγησης. Ο λογαριασμός του χρήστη δημιουργείται αυτόματα με την εγγραφή του χωρίς την ανάγκη μεσολάβησης του διαχειριστή και

γ) Ο *διαχειριστής*, ο οποίος έχει την εποπτεία όλης της πλατφόρμας, δημιουργεί τους λογαριασμούς των καθηγητών, παρακολουθεί και διαχειρίζεται τον υπολογιστή που φιλοξενεί την πλατφόρμα, παρακολουθεί και διαχειρίζεται τη βάση δεδομένων, διαχειρίζεται τα μαθήματα όλων των καθηγητών, διαχειρίζεται τους λογαριασμούς όλων των χρηστών και ανανεώνει τα μαθήματα (για επόμενα εξάμηνα).

Οι *κατηγορίες μαθημάτων που υποστηρίζει η πλατφόρμα* είναι τρεις:

α) *Ανοικτά μαθήματα*, στα οποία μπορεί να έχει πρόσβαση ένας χρήστης ακόμα κι αν δεν έχει λογαριασμό στην πλατφόρμα.

β) *Ανοικτά σε εγγραφή μαθήματα*, στα οποία μπορεί να έχει πρόσβαση ένας χρήστης μόνο αν έχει λογαριασμό στην πλατφόρμα και εγγραφεί σε αυτά και

γ) *Κλειστά μαθήματα*, στα οποία δεν έχει πρόσβαση ένας χρήστης ακόμα κι αν έχει λογαριασμό στην πλατφόρμα και στα οποία μπορεί να εγγραφεί ένας σπουδαστής από τον ίδιο τον καθηγητή.

Η κατηγορία – κατάσταση στην οποία ανήκει ένα μάθημα *καθορίζεται από τον καθηγητή κατά τη δημιουργία του μαθήματος* και *μπορεί να αλλάζει δυναμικά από τον καθηγητή* μέσα από την διεπαφή διαχείρισης του μαθήματος.

Τα *στοιχεία που συνθέτουν ένα ψηφιακό μάθημα στην πλατφόρμα E-Class* είναι:

1) Η *Ατζέντα* παρουσιάζει χρονικά τα γεγονότα σταθμούς του μαθήματος (διαλέξεις, συναντήσεις, αξιολογήσεις, κλπ).

2) Τα *Έγγραφα* περιέχουν το ψηφιακό υλικό του μαθήματος (κείμενα, εικόνες, παρουσιάσεις).

3) Οι *Ανακοινώσεις* από τον καθηγητή προς τους εκπαιδευόμενους.

4) Οι *Περιοχές Συζητήσεων* για θέματα που αφορούν το μάθημα καθορίζονται από τον καθηγητή.

5) Οι *Ομάδες Εργασίας (ανοικτές ή κλειστές)* δημιουργούνται από τον καθηγητή

6) *Χρήσιμοι Σύνδεσμοι* από το διαδίκτυο που αφορούν το μάθημα.

7) Οι *Εργασίες Φοιτητών* είναι οι περιοχές που «τοποθετούν» οι εκπαιδευόμενοι τις εργασίες τους, τις οποίες διαχειρίζεται μόνο ο καθηγητής του μαθήματος.

8) *Λίστα με τους εγγεγραμμένους χρήστες του μαθήματος*, το *ρόλο τους* (καθηγητής – εκπαιδευόμενος – διαχειριστής), το *email τους* και τον *αριθμό μητρώου τους*.

9) *Ασκήσεις αυτοαξιολόγησης* τις οποίες δημιουργεί ο καθηγητής του μαθήματος.

10) Η *Περιγραφή Μαθήματος* δίνει πληροφορίες που αφορούν τους στόχους του μαθήματος, τη δομή του, τους καθηγητές που το υποστηρίζουν κλπ.

11) Στην περιοχή *Βιντεοσκοπημένα μαθήματα* υπάρχουν σύνδεσμοι ψηφιοποιημένων διαλέξεων του μαθήματος, ή άλλο οπτικοακουστικό υλικό.

12) Στην περιοχή *Βίντεο* υπάρχουν αρχεία βίντεο που έχει ανεβάσει στην πλατφόρμα ο διδάσκοντας.

13) Στην *Κουβέντα* μπορούν να πραγματοποιούνται συζητήσεις σε πραγματικό χρόνο ανάμεσα στον καθηγητή και στους χρήστες που είναι εγγεγραμμένοι στο μάθημα.

Ο καθηγητής έχει τη δυνατότητα να *ενεργοποιήσει ή να απενεργοποιήσει τα παραπάνω στοιχεία* ανάλογα με τη δομή και το υλικό του μαθήματος που διαθέτει, ώστε να *απλοποιείται το περιβάλλον εργασίας του εκπαιδευομένου και να εμφανίζονται μόνο οι απαραίτητες ενότητες*. Παράλληλα ο καθηγητής έχει τη δυνατότητα να *παρακολουθεί στατιστικά στοιχεία που αφορούν τη συμμετοχή στο μάθημα*.

5.6.2. Εκπαίδευση μέσω σύγχρονης επικοινωνίας

Η *σύγχρονη επικοινωνία (synchronous communication)* ή *επικοινωνία σε πραγματικό χρόνο (real-time communication)* προκύπτει συνήθως πρόσωπο με πρόσωπο, με δύο ή περισσότερα άτομα να επικοινωνούν μεταξύ τους στον ίδιο χρόνο αλλά όχι απαραίτητα και στον ίδιο χώρο, με τη χρήση τηλεφώνων, συνδιασκέψεων με τη χρήση βίντεο και ήχου κλπ (Jonassen, 2000).

Στην *εκπαίδευση μέσω σύγχρονης επικοινωνίας*, η συμμετοχή εκπαιδευτών και εκπαιδευομένων πραγματοποιείται ταυτόχρονα. Η αλληλεπίδραση μεταξύ τους γίνεται σε πραγματικό χρόνο και κατά την διάρκειά της μπορούν να ανταλλάσσουν απόψεις αλλά και εκπαιδευτικό υλικό. Αυτή η μορφή επικοινωνίας μπορεί να επιτευχθεί είτε με *συνδιάσκεψη μέσω δικτύου ηλεκτρονικών υπολογιστών (computer conferencing)*, είτε με *συστήματα τηλεδιάσκεψης (video conferencing)*.

5.6.2.1. Η συνδιάσκεψη μέσω δικτύου ηλεκτρονικών υπολογιστών

Η *συνδιάσκεψη μέσω δικτύου ηλεκτρονικών υπολογιστών (computer conferencing ή desktop conferencing)* έχει δύο μορφές: α) συνδιάσκεψη μέσω μηνυμάτων γραπτού κειμένου και β) συνδιάσκεψη με τη χρήση βίντεο (εικόνας και ήχου) (desktop videoconferencing).

1. Η συνδιάσκεψη μέσω μηνυμάτων γραπτού κειμένου

Οι περισσότερες μορφές επικοινωνίας στο διαδίκτυο βασίζονται στην *ανταλλαγή γραπτών μηνυμάτων μικρού ή μεγάλου μεγέθους*. Η μετάδοση εικόνας και ήχου, η οποία δίνει μία πιο φυσική και πιο εντυπωσιακή επικοινωνία προαπαιτεί τη βελτίωση των τεχνολογιών που χρησιμοποιούνται ώστε να επιτευχθούν υψηλές ταχύτητες μετάδοσης δεδομένων, διατηρώντας υψηλή ποιότητα γραφικών.

Η συνδιάσκεψη με μηνύματα γραπτού κειμένου μπορεί να θεωρηθεί ως μια *ομαδική συζήτηση*, όπου το κάθε άτομο έχει *προσωπική αλληλεπιδραστική επικοινωνία* και η *συζήτηση γίνεται μέσω ενός δικτύου ηλεκτρονικών υπολογιστών*.

Υπάρχουν ειδικά σχεδιασμένα πρόγραμμα λογισμικού (software) τα οποία παρέχουν λειτουργίες που διευκολύνουν την επικοινωνία, όπως σύνδεση στο δίκτυο, επιλογή των συνομιλητών, επιλογή των χώρων συζήτησης, απόρριψη ανεπιθύμητων συνομιλητών, επικοινωνία ενός προς έναν ή πολλών ατόμων μαζί. Σε προγράμματα λογισμικού ειδικά σχεδιασμένα για τη εκπαίδευση, ο καθηγητής μπορεί να *κατευθύνει την συζήτηση*, να επιλέγει *ποιοι μαθητές θα μιλήσουν*, να *απαντά σε απορίες των μαθητών* και να *κατευθύνει τους σπουδαστές σε διάφορες περιοχές του δικτύου όπου ανακοινώνονται πληροφορίες και δημοσιεύεται εκπαιδευτικό υλικό*. Ο καθηγητής και οι σπουδαστές μπορούν να επικοινωνούν με την ίδια ευκολία σε *κοντινές αποστάσεις* (όπως είναι στο ίδιο κτίριο) όπως και σε *μακρινές αποστάσεις* (που εκτείνονται πέρα από τα εθνικά τους σύνορα). Τα μηνύματα *αποθηκεύονται και αρχειοθετούνται*, με αποτέλεσμα να δημιουργείται μία βάση δεδομένων που μπορεί να ερευνηθεί από τους χρήστες ανά πάσα στιγμή.

Τα προγράμματα συνδιάσκεψης μέσω μηνυμάτων γραπτού κειμένου διακρίνονται σε *δύο μεγάλες κατηγορίες*: α) τα προγράμματα που λειτουργούν ως πελάτες IRC (IRC Clients) ή είναι τύπου IRC και β) τα προγράμματα που μας επιτρέπουν να δημιουργήσουμε μία κοινότητα από χρήστες του διαδικτύου και να έχουμε άμεση ανταλλαγή μηνυμάτων (instant messengers).

Το IRC (*Internet Relay Chat*) είναι ένα πρόγραμμα *σύγχρονης επικοινωνίας πολλών ατόμων στο διαδίκτυο*. Πολλά άτομα μπορούν να *συνδεθούν την ίδια στιγμή* και να *πληκτρολογήσουν τα μηνύματα τους και τις απαντήσεις τους* σε μια διαρκή συζήτηση, όπου τα μηνύματα ακολουθούν το ένα πίσω από το άλλο και εμφανίζονται στις οθόνες όσων συμμετέχουν στη συζήτηση.

Για να συνδεθεί κάποιος χρήστης στο IRC, χρησιμοποιεί ένα *πρόγραμμα πελάτη IRC (IRC Client)* και συνδέεται *σε εξυπηρετητές IRC (IRC Servers)*, οι οποίοι είναι προγράμματα εγκατεστημένα σε υπολογιστές σε διάφορες περιοχές του δικτύου. Κάθε IRC Server συνδέεται σε συγκεκριμένο δίκτυο IRC και ο χρήστης μπορεί να επικοινωνεί μόνο με όσους βρίσκονται στο δίκτυο που αντιστοιχεί στον IRC Server στον οποίο συνδέεται. Οι *χώροι συζητήσεων του IRC λέγονται κανάλια (Channels)*. Τα κανάλια ελέγχονται πλήρως από τους χρήστες που τα δημιουργούν, στα οποία ο χρήστης μπορεί να μιλήσει με ένα ή περισσότερα άτομα.

Στον παγκόσμιο ιστό δημιουργούνται προγράμματα επικοινωνίας (Chat), όπου ο χρήστης μπορεί να συνομιλήσει με άλλους μέσω μηνυμάτων γραπτού κειμένου όπως στο IRC, με τη διαφορά ότι *συνδέεται μέσω της ιστοσελίδας του κάθε προγράμματος επικοινωνίας*, χωρίς να χρησιμοποιεί δικό του πρόγραμμα IRC. Στα συστήματα τύπου IRC ομάδες χρηστών δημιουργούν *περιοχές συζητήσεων που λέγονται Chat Rooms*.

Στην εκπαίδευση *μπορούν να χρησιμοποιηθούν IRC Servers στους οποίους να συνδέονται οι σπουδαστές και οι εκπαιδευτές*. Το IRC μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως *μέσο επικοινωνίας* και ως *μέσο αναζήτησης βοήθειας*. Σε εφαρμογές εκπαίδευσης μπορούν να δημιουργηθούν Chat Rooms για διαφορετικά θέματα και αντικείμενα, τα οποία θα έχουν στόχο ως στόχο την *αμοιβαία πληροφόρηση και τη συνεργασία των σπουδαστών*. Τα θέματα των περιοχών συζητήσεων μπορούν να αναφέρονται σε διαφορετικές ενότητες μαθημάτων, ώστε οι μαθητές που ενδιαφέρονται να συζητήσουν πάνω σε συγκεκριμένη ενότητα να συγκεντρώνονται στον ίδιο χώρο συζήτησης. Επίσης για το ίδιο μάθημα μπορούν να δημιουργούνται περισσότεροι από ένας χώροι συζητήσεων, για παράδειγμα, μπορούν να

δημιουργηθούν θέματα όπως ερωτήσεις για τη θεωρία, ερωτήσεις για τις ασκήσεις, ομαδικές εργασίες, εκπαιδευτικό λογισμικό για το μάθημα κλπ.

Ένα λογισμικό πρόγραμμα για τα Windows στο οποίο μπορούμε να *δημιουργήσουμε μία κοινότητα από χρήστες του διαδικτύου* και να έχουμε *άμεση ανταλλαγή μηνυμάτων είναι το ICQ*. Με το πρόγραμμα ICQ μπορεί κάποιος να *επιλέξει τον συνομιλητή του από κατάλογο που δείχνει τα ονόματα όσων είναι συνδεδεμένοι εκείνη τη στιγμή στο σύστημα*. Όταν λειτουργεί το πρόγραμμα, μια οριζόντια γραμμή ή με παράθυρα χωρίζει στα δύο την οθόνη του υπολογιστή. Κάθε τμήμα αντιστοιχεί σε καθέναν από τους δύο χρήστες που βρίσκονται την ίδια στιγμή μέσα στο σύστημα για να επικοινωνήσουν. Στο ένα μισό της οθόνης εμφανίζονται τα μηνύματα που πληκτρολογεί ο ένας χρήστης ενώ στο άλλο μισό της οθόνης εμφανίζονται τα μηνύματα που γράφει ο άλλος χρήστης. Αυτό επιτρέπει να *αναπτυχθεί μια συζήτηση σε πραγματικό χρόνο* και η *ταχύτητα αποστολής των μηνυμάτων είναι η ταχύτητα με την οποία πληκτρολογεί τα μηνύματα του ο κάθε χρήστης*.

2. Η συνδιάσκεψη με τη χρήση βίντεο (εικόνας και ήχου)

Σχετικά με τα συστήματα συνδιάσκεψης με τη χρήση βίντεο (εικόνας και ήχου) (desktop videoconferencing), *παλαιότερα* υπήρχαν σοβαρά προβλήματα με την μετάδοση αρχείων βίντεο μέσω δικτύου, εφόσον απαιτούνταν *μεγάλος χώρος αποθήκευσης στον υπολογιστή* και *συνδέσεις υψηλών ταχυτήτων*. Στον παγκόσμιο ιστό οι χρήστες δυσκολεύονται να διαχειριστούν αρχεία γραφικών, ήχου και βίντεο μεγάλου μεγέθους γιατί καταλαμβάνουν *μεγάλο εύρος ζώνης κατά τη μετάδοση τους μέσα από το διαδίκτυο*, με αποτέλεσμα να είναι *απαραίτητη η αποτελεσματική συμπίεση τους (Compression)*. Το τηλεοπτικό σήμα δεν είναι δυνατόν να μεταδοθεί όπως δημιουργείται από την κάμερα, αλλά πρέπει να *συμπιεστεί για να μεταδοθεί μέσω διαδικτύου*.

Τα τελευταία χρόνια, *πολλά από τα προβλήματα αυτά έχουν ξεπεραστεί* και ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να *επικοινωνήσει με άλλους χρήστες σε πραγματικό χρόνο, να αποστείλει και να λάβει αρχεία βίντεο, εικόνας και ήχου*. Με τον τρόπο αυτό, κάποιος μπορεί να μετέχει σε μία τηλεδιάσκεψη από το γραφείο του μέσω διαδικτύου χωρίς να χρειάζεται να πάει σε συγκεκριμένη τοποθεσία και σε συγκεκριμένο χρόνο.

Οι δυνατότητες των συστημάτων συνδιάσκεψης με τη χρήση βίντεο είναι πολλές και μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην εκπαίδευση από απόσταση με τον ίδιο τρόπο που χρησιμοποιούνται τα συστήματα επικοινωνίας με τη χρήση μηνυμάτων γραπτού κειμένου, προσφέροντας όμως *επιπλέον δυνατότητες που κάνουν την επικοινωνία λιγότερο απρόσωπη και περισσότερο φυσική*.

Ένα σύστημα που προσφέρει *ολοκληρωμένες λύσεις εκπαίδευσης από απόσταση για χρήση σε τοπικά δίκτυα και γενικά στο διαδίκτυο* είναι το *ClassPoint*, που σχεδιάστηκε από την White Pine Software για την *δημιουργία εικονικών τάξεων (virtual classrooms) στο διαδίκτυο*. Το ClassPoint δημιουργεί ένα *περιβάλλον εικονικών τάξεων στον παγκόσμιο ιστό*, το οποίο κατευθύνεται από τον καθηγητή, διευκολύνει τον προγραμματισμό των μαθημάτων που διδάσκονται, μεταδίδει σήμα εικόνας (video) και ήχου (audio) από πολλές προς πολλές περιοχές, εμφανίζει την εικόνα του καθηγητή και των μαθητών και δίνει δυνατότητες παρουσίασης στον καθηγητή.

Το ClassPoint παρέχει ένα *σύστημα παρουσίασης γραφικών με λευκούς πίνακες (Whiteboard)*, το οποίο *προσομοιώνει τον πίνακα μιας πραγματικής τάξης* και με τη βοήθεια του οποίου ο καθηγητής και οι μαθητές μπορούν να *βλέπουν ή να σχεδιάζουν την ίδια στιγμή κείμενα και σχεδιαγράμματα*. Επίσης το περιεχόμενο του λευκού πίνακα μπορεί να τροποποιηθεί και να διορθωθεί από τον καθηγητή ή από τους μαθητές σε πραγματικό χρόνο μέσα στη διάρκεια του μαθήματος από απόσταση.

Με τη χρήση του συστήματος Classpoint οι οργανισμοί που θέλουν να παρέχουν μία εκπαίδευση από απόσταση έχουν τη δυνατότητα να δημιουργήσουν *εικονικές τάξεις στον παγκόσμιο ιστό με πλήρη αλληλεπιδραστική επικοινωνία*, στις οποίες μπορούν γρήγορα, αποτελεσματικά και με χαμηλό κόστος να συνδεθούν ο εκπαιδευτής και οι σπουδαστές.

Το *περιβάλλον μάθησης κατευθύνεται από τον καθηγητή*. Η εικόνα μέσω βίντεο *φαίνεται στις οθόνες όλων όσων συμμετέχουν στην επικοινωνία* και ο καθένας *μπορεί να δει και να ακούσει τους υπόλοιπους*. Η εικονική τάξη στον παγκόσμιο ιστό *ρυθμίζεται από τον καθηγητή* και γίνεται *προγραμματισμός των μαθημάτων*. Με το πρόγραμμα ο καθηγητής, κατά τη διάρκεια παρουσίασης του μαθήματος, μπορεί να κάνει *ομαδική περιήγηση των μαθητών σε πηγές του διαδικτύου*. Οι πηγές του δικτύου υπολογιστών είναι στη διάθεση των μαθητών τόσο κατά τη διάρκεια της ομαδικής συνάντησης, όσο πριν και μετά από αυτή.

Ο εκπαιδευτής έχει τη δυνατότητα να επιλέξει έναν ή περισσότερους σπουδαστές και να τους προβάλλει με μεγαλύτερη εικόνα από τους υπόλοιπους προκειμένου να μιλήσουν, επίσης υπάρχει η δυνατότητα κάποιος σπουδαστής να ζητήσει να παρέμβει στη συζήτηση, οπότε προβάλλεται και η δική του εικόνα. Οι σπουδαστές *εκτός από τον ήχο επικοινωνούν και με γραπτά μηνύματα, είτε ένας προς έναν είτε ομαδικά*, ενώ *με σήμα εικόνας και ήχου επικοινωνούν ταυτόχρονα όλοι μαζί*. Ο εκπαιδευτής είναι σε θέση να *παρακολουθεί μέχρι και 12 εκπαιδευόμενους κάθε φορά μέσα στην εικονική τάξη*, ανεξάρτητα από αυτούς που προβάλλει. Μπορούν να γίνονται *ειδικές συζητήσεις που κατευθύνονται από τον εκπαιδευτή* και *συμμετέχουν μικρές ομάδες σπουδαστών* που προβάλλονται.

Επιπλέον, με τη χρήση του ClassPoint επιτρέπεται η *πραγματοποίηση εξετάσεων σε πραγματικό χρόνο*. Ο καθηγητής μπορεί να *υποβάλλει σε όλους τους μαθητές ερωτήσεις πολλαπλών επιλογών* και να βλέπει τις *απαντήσεις κάθε μαθητή σε ξεχωριστά παράθυρα*. Οι μαθητές *δεν μπορούν να δουν τις απαντήσεις των άλλων*.

5.6.2.2. Τα συστήματα τηλεδιάσκεψης

Τα *συστήματα τηλεδιάσκεψης (video conferencing)* επιτρέπουν την *αμφίδρομη επικοινωνία μέσω ήχου και εικόνας αισουσών που είναι εγκαταστημένες σε διαφορετικές περιοχές*. Με τη βοήθεια των συστημάτων τηλεδιάσκεψης, τα προγράμματα εκπαίδευσης από απόσταση *πραγματοποιούνται μέσω της επικοινωνίας σε πραγματικό χρόνο*, εξασφαλίζοντας την *πρόσωπο με πρόσωπο εικονική επαφή εκπαιδευτών και εκπαιδευόμενων*. Παράλληλα, το περιβάλλον μάθησης και διδασκαλίας δε διαφέρει ουσιαστικά από το περιβάλλον μιας παραδοσιακής αίθουσας διδασκαλίας. Από τις εικονικές τάξεις που βρίσκονται οι εκπαιδευόμενοι, μπορούν να απευθύνουν ερωτήσεις, να λαμβάνουν απαντήσεις, να επιλύουν ασκήσεις, να δίνουν διαγωνίσματα και να εξετάζονται άμεσα.

Τα προγράμματα τηλεδιάσκεψης *προσπαθούν την ύπαρξη δικτύου* που να καθιστά εφικτή την *μεταφορά εικόνας, ήχου και δεδομένων από την κεντρική μονάδα προς όλες τις μονάδες υποστήριξης εκπαίδευσης από απόσταση και αντίστροφα*, ώστε να εξασφαλίζεται η αμφίδρομη επικοινωνία προς κάθε κατεύθυνση. Προϋπόθεση λοιπόν αποτελεί ο εξοπλισμός όλων των μονάδων με την *απαραίτητη υλικοτεχνική υποδομή*.

Σε μια αίθουσα τηλεδιάσκεψης εγκαθίστανται συστήματα που περιλαμβάνουν *κάμερες και μικρόφωνα*, ενώ διαθέτουν τουλάχιστον μία επιπλέον είσοδο εικόνας και ήχου για την χρήση εναλλακτικών πηγών. Από πλευράς εξόδου (Output), χρησιμοποιείται συνήθως κάποιο αναλογικό μέσο προβολής εικόνας (τηλεόραση, βιντεοπροβολέας κλπ) και εξωτερικά ηχεία.

Οι κάμερες χρησιμοποιούνται για τη λήψη τόσο του εκπαιδευτή και των εκπαιδευόμενων, με διαφορετικές δυνατότητες και ρυθμίσεις για την κάθε περίπτωση. Οι αυτοματισμοί στις κάμερες έχουν ως σκοπό να επιτρέψουν στον εκπαιδευτή και στους εκπαιδευόμενους να *συμπεριφέρονται φυσικά, χωρίς να χρειάζεται να μεταβάλλουν ριζικά τη συμπεριφορά τους* για να προσαρμοστούν στη διεξαγωγή ενός μαθήματος από απόσταση. Οι κάμερες συνοδεύονται από κάποιο σύστημα μικροφώνων με το οποίο συνεργάζονται ώστε να γίνεται *συγχρονισμένη μετάδοση ήχου και εικόνας*.

Για τη λήψη του εκπαιδευτή, απαιτείται μια κάμερα που να μπορεί να *εστιάσει αρκετά στο πρόσωπό του*, αλλά ταυτόχρονα να έχει τη *δυνατότητα να τον ακολουθεί αυτόματα καθώς κινείται στο χώρο διεξαγωγής του μαθήματος*, ώστε να μην είναι αναγκασμένος να μένει καθ' όλη τη διάρκεια της διάλεξης σε μία συγκεκριμένη θέση ή να κινείται σε έναν πολύ περιορισμένο χώρο. Τέτοιου είδους κάμερες υλοποιούνται είτε με *ανιχνευτές ραδιοσυχνοτήτων* είτε με *αναγνώριση προτύπων*.

Οι κάμερες των εκπαιδευόμενων πρέπει να διαθέτουν επίσης *δυνατότητες οριζόντιας και κάθετης περιστροφής*, καθώς και *μεγέθυνσης ή διεύρυνσης του πλάνου*, ώστε:

α) να μπορούν να λαμβάνουν μια γενική εικόνα της αίθουσας διδασκαλίας και ολόκληρου του ακροατηρίου και

β) να μπορούν να εστιάζουν σε συγκεκριμένα άτομα στο ακροατήριο, όταν πρόκειται να υπάρχει διάλογος ή αλληλεπίδραση μεταξύ αυτών και του εκπαιδευτή.

Οι κάμερες μπορούν να ρυθμιστούν ώστε να έχουν μέχρι και 100 διαφορετικά σημεία εστίασης αντίστοιχα με τις θέσεις των εκπαιδευόμενων. Οι κάμερες συνδυάζονται συνήθως με ένα σύστημα επιτραπέζιων μικροφώνων και ενεργοποιούνται ή απενεργοποιούνται με το πάτημα ενός κουμπιού επάνω τους. Έτσι η εικόνα που βλέπει ο απομακρυσμένος εκπαιδευτής σε περίπτωση ερώτησης προς αυτόν ή σε περίπτωση διαλόγου μεταξύ των σπουδαστών, δεν είναι το γενικό πλάνο της αίθουσας, αλλά το άτομο ακριβώς που μιλάει τη δεδομένη στιγμή.

Ένα ακόμη σύστημα που αποσκοπεί στην ομαλή μετάβαση από την παραδοσιακή μορφή διδασκαλίας στη διδασκαλία από απόσταση είναι ο *ηλεκτρονικός πίνακας γραφής*. Ο πίνακας αυτός δίνει τη δυνατότητα στον εκπαιδευτή να γράφει τις πληροφορίες που επιθυμεί σε έναν πίνακα, οι πληροφορίες αυτές ψηφιοποιούνται αυτόματα και μπορούν να αποθηκευτούν ή να απεικονιστούν άμεσα σε απομακρυσμένα σημεία.

Τα *συστήματα ηλεκτρονικών πινάκων γραφής* διακρίνονται σε *δύο κατηγορίες*:

α) συστήματα ανίχνευσης κίνησης μαρκαδόρων και

β) συστήματα πίνακα ευαίσθητου στην αφή.

Γενικά, οι συσκευές τηλεδιάσκεψης σχεδιάζονται ώστε να *διευκολύνουν την διεξαγωγή ενός μαθήματος* ακόμα και για *χρήστες χωρίς προηγούμενη εμπειρία*. Διαμορφώνονται με ένα λειτουργικό σύστημα πολύ μικρού μεγέθους, στο οποίο ο χρήστης έχει πρόσβαση μόνο στην περίπτωση κάποιας αναβάθμισης. Ο χειρισμός των συσκευών τηλεδιάσκεψης γίνεται αποκλειστικά με *τηλεχειριστήριο και με απλές επιλογές*, οι οποίες προβάλλονται στην οθόνη του συστήματος όταν αυτό δεν είναι σε διάσκεψη. Η εγκατάσταση των συσκευών αυτών πραγματοποιείται σε πολύ *μικρό χρόνο* και έχουν έτοιμες *αυτοματοποιημένες ρυθμίσεις* για τις απλές μορφές χρήσης. Οι συσκευές τηλεδιάσκεψης είναι συνήθως *ακριβότερες από τα συστήματα που εγκαθίστανται σε υπολογιστή* και ενδείκνυνται ιδιαίτερα για *τηλεδιασκέψεις σε μεγάλους χώρους*.

Η μετάδοση εικόνας και ήχου σε πραγματικό χρόνο είναι μια εφαρμογή που έχει *μεγάλες απαιτήσεις από το δίκτυο που θα τις υποστηρίξει*. Οι διαφοροποιήσεις στην ταχύτητα του δικτύου επηρεάζουν κυρίως την ποιότητα της εικόνας στην επικοινωνία. Προβλέπεται *υψηλότερη προτεραιότητα για την μετάδοση του ήχου*, διότι ο καθαρός ήχος είναι η πιο σημαντική παράμετρος για να δίνεται η αίσθηση της επικοινωνίας στους συμμετέχοντες και να *διατηρείται η αμεσότητα στην επικοινωνία*, ακόμα και αν η εικόνα δεν έχει υψηλή ποιότητα.

Στην Ελλάδα το Εθνικό & Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, το Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο και το Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών, στα πλαίσια του έργου «Διαπανεπιστημιακό Δίκτυο Υψηλών Ταχυτήτων» του προγράμματος Ε.Π.Ε.Α.Ε.Κ., *δημιούργησαν την πρώτη εικονικής αίθουσα τηλεδιδασκαλίας*. Η αίθουσα αυτή απαρτίζεται από τρεις άρτια εξοπλισμένες αίθουσες τηλεεκπαίδευσης, μία ανά ίδρυμα, οι οποίες επιτρέπουν *πλήρη αμφίδρομη επικοινωνία και υψηλό επίπεδο αλληλεπίδρασης*, προσομοιώνοντας *όλες τις λειτουργίες που λαμβάνουν χώρα σε κανονικές αίθουσες διδασκαλίας*. Η προηγμένη αυτή πλατφόρμα ηλεκτρονικής μάθησης παρουσιάστηκε τον Ιούνιο του 2000.

5.6.3. Ο συνδυασμός σύγχρονης και ασύγχρονης επικοινωνίας

Η σύγχρονη και η ασύγχρονη εκπαίδευση *δεν λειτουργούν ως ανταγωνιστικές έννοιες*, αλλά είναι σημαντικό να *συμπληρώνουν η μία την άλλη*.

Η *σύγχρονη εκπαίδευση* μπορεί να προσφέρει στην εκπαιδευτική διαδικασία, την *αμεσότητα της επαφής του διδάσκοντα με τους εκπαιδευόμενους* και να δώσει μια άλλη *διάσταση στο αντικείμενο της μάθησης*. Οι εκπαιδευόμενοι, αν και δε βρίσκονται στον ίδιο χώρο με τον εκπαιδευτή, μπορούν να έχουν μαζί του φωνητική και οπτική επικοινωνία και με αυτό τον τρόπο *αποδυναμώνονται οι περιορισμοί των αποστάσεων*. Οι συνδιασκέψεις εκπαίδευσης από απόσταση σύγχρονης μορφής, έχουν αξία και μετά τη χρονική στιγμή διεξαγωγής τους, επομένως η *καταγραφή των μαθημάτων είναι πολύ σημαντική*, ώστε οι εκπαιδευόμενοι να έχουν τη *δυνατότητα πρόσβασης σε αυτές και σε μελλοντικές χρονικές στιγμές*. Επιπλέον, το μαγνητοσκοπημένο υλικό *μπορεί να αξιοποιηθεί και από άλλους εκπαιδευόμενους* που δεν συμμετείχαν στο αρχικό γεγονός, διευρύνοντας έτσι το κοινό της εκπαιδευτικής διαδικασίας.

Η *ασύγχρονη εκπαίδευση* μπορεί να προσφέρει *πολλά θετικά στοιχεία*, εμπλουτίζοντας το πρωτογενές υλικό (την μαγνητοσκοπημένη διάλεξη) με *επιπλέον παραπομπές για ενημέρωση, βιβλιογραφία, δυνατότητες για σχολιασμό και συζήτηση* που δεν υπάρχει χρόνος να γίνουν με σύγχρονο

τρόπο. Η ενσωμάτωση του μαγνητοσκοπημένου υλικού με όλο το υποστηρικτικό υλικό, σχηματίζει έτσι ένα *πλήρες σύνολο εκπαιδευτικού υλικού*, που παρέχει στους εκπαιδευόμενους *γνώσεις με πολλά διαφορετικά μέσα*.

Επιπλέον, οι σημερινές εκπαιδευτικές διαδικασίες, όλο και περισσότερο απαιτούν τη *διάρκη αλληλεπίδραση εκπαιδευτή και εκπαιδευομένων* και την *παρακολούθηση της προόδου των εκπαιδευομένων μέσω εργασιών, ερωτήσεων και συζητήσεων*. Αυτές οι ενέργειες, *δεν μπορούν να ενταχθούν άμεσα σε ένα μάθημα με σύγχρονη επικοινωνία*, εφόσον εκεί προτεραιότητα έχει η διεξαγωγή της διάλεξης και η μερική αλληλεπίδραση εκπαιδευτή και εκπαιδευομένων. Στην ασύγχρονη επικοινωνία δεν υπάρχει ο περιορισμός αυτός, οπότε *ένα μάθημα με σύγχρονη επικοινωνία μπορεί να έχει την συνέχισή του μέσω ασύγχρονης επικοινωνίας*, μέσα από ένα *περιβάλλον εκπαίδευσης στο οποίο έχουν πρόσβαση ο εκπαιδευτής και οι εκπαιδευόμενοι*.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6. ΘΕΩΡΙΕΣ ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

6.1. Τι είναι οι θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού

Μια *θεωρία διδακτικού σχεδιασμού (Instructional design theory)* είναι μια θεωρία η οποία προσφέρει σαφή καθοδήγηση σχετικά με το πώς μπορούμε να βοηθήσουμε καλύτερα τους ανθρώπους να μάθουν και να αναπτυχθούν. Τα είδη μάθησης και ανάπτυξης μπορούν να είναι γνωστικά, συναισθηματικά, κοινωνικά, φυσικά και πνευματικά.

Τα *βασικά χαρακτηριστικά των θεωριών διδακτικού σχεδιασμού*, είναι (Reigeluth, 1999b):

α) Οι θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού είναι *προσανατολισμένες στο σχεδιασμό (design oriented)* (εστιάζοντας στα μέσα για την επίτευξη δεδομένων στόχων για την μάθηση ή την ανάπτυξη), *παρά προσανατολισμένες στην περιγραφή* (εστιάζοντας στα αποτελέσματα δεδομένων γεγονότων).

β) Μια θεωρία διδακτικού σχεδιασμού αναγνωρίζει *μεθόδους διδασκαλίας (methods of instruction)* (τρόπους για την υποστήριξη και τη διευκόλυνση της μάθησης) και τις *καταστάσεις (situations)* στις οποίες αυτές οι μέθοδοι ενδείκνυται ή όχι να χρησιμοποιηθούν.

γ) Σε όλες τις θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού, οι μέθοδοι διδασκαλίας μπορούν να *αναλυθούν σε επιμέρους (component) μεθόδους*, οι οποίες περιέχουν περισσότερες πληροφορίες και μεγαλύτερη καθοδήγηση στους εκπαιδευτικούς.

δ) Οι μέθοδοι είναι *«πιθανοκρατικές» παρά «αιτιοκρατικές»*, το οποίο σημαίνει ότι αυξάνουν τις πιθανότητες της επίτευξης των σκοπών που έχουν τεθεί, παρά εξασφαλίζουν την επίτευξη των σκοπών αυτών.

6.2. Βασικά χαρακτηριστικά των θεωριών διδακτικού σχεδιασμού

6.2.1. Θεωρίες προσανατολισμένες στο σχεδιασμό

Ένα βασικό χαρακτηριστικό των θεωριών διδακτικού σχεδιασμού είναι ότι είναι *προσανατολισμένες στο σχεδιασμό (design oriented) ή προσανατολισμένες στους σκοπούς (goal oriented)*. Το χαρακτηριστικό αυτό τις διαφοροποιεί έντονα από την αντίληψη που οι περισσότεροι άνθρωποι έχουν σχετικά με τις θεωρίες. Οι θεωρίες μπορούν να θεωρηθούν ότι ασχολούνται με σχέσεις αιτίου – αποτελέσματος ή με ροές γεγονότων σε φυσικές διαδικασίες, με δεδομένο ότι τα αποτελέσματα ή τα γεγονότα αυτά είναι σχεδόν πάντα πιθανοκρατικά (probabilistic) (το αίτιο αυξάνει τις πιθανότητες να προκύψει το δεδομένο αποτέλεσμα), παρά αιτιοκρατικά (deterministic) (το αίτιο οδηγεί πάντα στην εμφάνιση του δεδομένου αποτελέσματος). Οι περισσότεροι άνθρωποι αντιλαμβάνονται τις θεωρίες ως περιγραφικές στη φύση τους, υπό την έννοια ότι η θεωρία περιγράφει τα αποτελέσματα, που προκύπτουν όταν μια δεδομένη ομάδα αιτιολογικών (causal) γεγονότων παρουσιάζονται, ή υπό την έννοια ότι περιγράφει την ακολουθία με την οποία συγκεκριμένα γεγονότα προκύπτουν. Οι *περισσότερες θεωρίες μάθησης είναι περιγραφικές*. Οι περιγραφικές θεωρίες μπορούν να *χρησιμοποιηθούν για πρόβλεψη* (δεδομένου ενός αιτιολογικού γεγονότος, να προβλέψουμε τι αποτελέσματα θα έχουμε ή με δεδομένο ένα γεγονός σε μία διαδικασία, να προβλέψουμε ποιο γεγονός είναι πιο πιθανό να προκύψει στη συνέχεια) *ή για εξήγηση* (με δεδομένο ένα

αποτέλεσμα που έχει προκύψει, να εξηγήσουμε τι είναι πιο πιθανό να το έχει προκαλέσει ή να έχει προηγηθεί).

Οι θεωρίες προσανατολισμένες στο σχεδιασμό είναι πολύ διαφορετικές από τις περιγραφικές θεωρίες. Οι θεωρίες προσανατολισμένες στο σχεδιασμό είναι «καθοδηγητικές» (*prescriptive*) στη φύση τους, υπό την έννοια ότι προσφέρουν οδηγίες σχετικά με το ποιες μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να επιτευχθεί καλύτερα ένας δεδομένος σκοπός. Να σημειώσουμε ότι ο όρος «καθοδηγητική» θεωρία δε σημαίνει ότι αναφέρει με μεγάλη λεπτομέρεια ακριβώς τι πρέπει να γίνει, χωρίς να επιτρέπει καμία διαφοροποίηση, εφόσον «καθοδήγηση» αυτής της μορφής μπορεί να αναπτυχθεί μόνο σε αυτιοκρατικές θεωρίες, που δεν αναπτύσσονται σχεδόν ποτέ στις κοινωνικές επιστήμες.

Πολλοί ερευνητές έχουν τονίσει την διαφοροποίηση μεταξύ των περιγραφικών θεωριών και των θεωριών σχεδιασμού. Ο Simon (1969) αναφέρθηκε στην διάκριση αυτή με τους όρους «φυσικές επιστήμες» και «επιστήμες του τεχνητού», αναφερόμενος αντίστοιχα στις περιγραφικές θεωρίες και τις θεωρίες σχεδιασμού. Οι Cronbach και Suppes (1969) αναφέρθηκαν στη διάκριση μεταξύ «έρευνας προσανατολισμένης στα συμπεράσματα» και «έρευνας προσανατολισμένης στις αποφάσεις».

Οι θεωρίες σχεδιασμού στοχεύουν στο να παρέχουν άμεση καθοδήγηση στους «πρακτικούς» (*practitioners*) σχετικά με το ποιες μεθόδους μπορούν να χρησιμοποιήσουν προκειμένου να επιτύχουν διαφορετικούς στόχους, ενώ οι περιγραφικές θεωρίες προσπαθούν να δώσουν μια βαθύτερη κατανόηση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από διάφορα φαινόμενα. Οι περιγραφικές θεωρίες είναι εξίσου σημαντικές στην πρακτική, εφόσον αφενός παρέχουν μια ερμηνεία γιατί μια θεωρία σχεδιασμού λειτουργεί, αφετέρου μπορούν να βοηθήσουν τους «πρακτικούς» να γενικεύσουν τις προσωπικές τους θεωρίες σχεδιασμού για τις τόσες πολλές καταστάσεις για τις οποίες δεν υπάρχει καμία επαρκής θεωρία σχεδιασμού. Πολλές μέθοδοι διδασκαλίας και μοντέλα διδασκαλίας στο παρελθόν (καθοδηγητικά μοντέλα) βασίζονται στα αποτελέσματα μιας θεωρίας μάθησης (περιγραφική θεωρία).

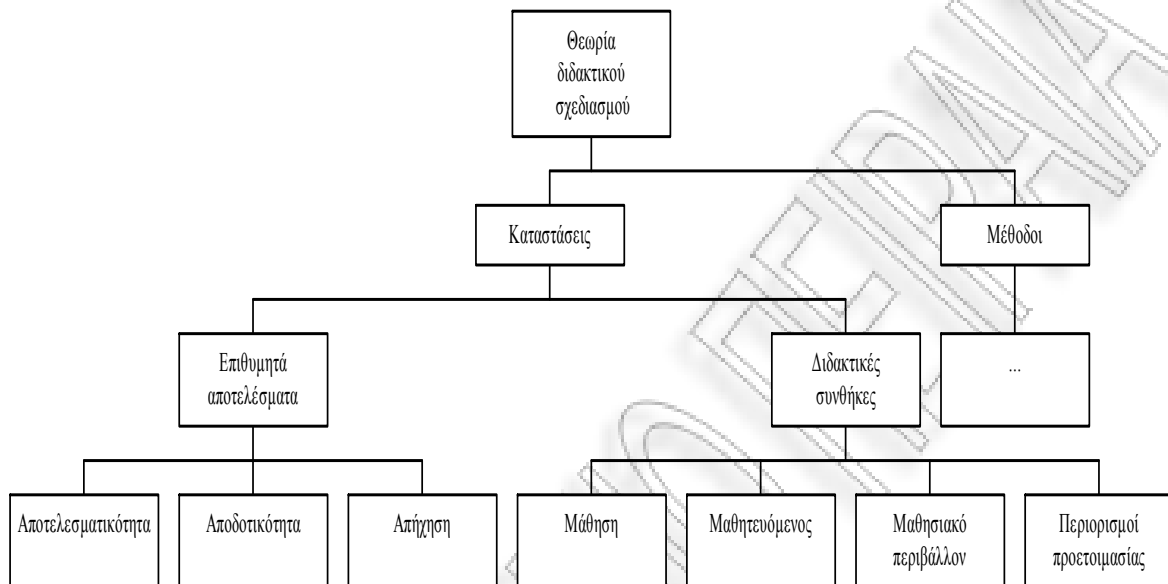
Στην ανάπτυξη και τον έλεγχο μιας περιγραφικής θεωρίας, η μεγαλύτερη έμφαση δίνεται στην εγκυρότητα, ενώ στην περίπτωση των θεωριών σχεδιασμού στην καταλληλότητα (δηλαδή αν η συγκεκριμένη μέθοδος επιτυγχάνει τους δεδομένους στόχους για τη δεδομένη κατάσταση, από οποιαδήποτε άλλη γνωστή μέθοδο). Να τονίσουμε ότι για αυτόν ακριβώς τον λόγο, οι θεωρίες σχεδιασμού απαιτούν διαφορετικές μεθόδολογίες έρευνας από τις περιγραφικές θεωρίες (Reigeluth, 1999b).

6.2.2. Μέθοδοι και καταστάσεις

Η θεωρία διδακτικού σχεδιασμού αποτελείται από τουλάχιστον δύο συστατικά: μεθόδους για τη διευκόλυνση της ανθρώπινης μάθησης και ανάπτυξης (οι οποίες καλούνται επίσης μέθοδοι διδασκαλίας) και ενδείξεις σχετικά με το πότε και πότε όχι ενδείκνυται να χρησιμοποιούμε τις μεθόδους αυτές (οι οποίες καλούνται καταστάσεις). Ο όρος «πλαίσιο» χρησιμοποιείται συχνά στην εκπαίδευση όπως και στην καθημερινή γλώσσα όμως δεν επηρεάζουν όλες οι πλευρές του πλαισίου την επιλογή των μεθόδων που ενδείκνυται να χρησιμοποιήσουμε. Ο Reigeluth χρησιμοποίησε τον όρο «κατάσταση», για να συμπεριλάβει τις πλευρές εκείνες του πλαισίου που επηρεάζουν την επιλογή μεθόδων. Ένα ουσιώδες χαρακτηριστικό των θεωριών διδακτικού σχεδιασμού είναι ότι οι μέθοδοι τις οποίες προτείνουν χρησιμοποιούνται «κατά

περίπτωση» (*situational*) παρά καθολικά, δηλαδή η αποτελεσματικότητα της μεθόδου εξαρτάται από την κατάσταση στην οποία βρισκόμαστε.

Σε κάθε διδακτική κατάσταση έχουμε *δύο βασικές συνιστώσες*: α) τις *συνθήκες* υπό τις οποίες θα πραγματοποιηθεί η διδασκαλία και β) τα *επιθυμητά αποτελέσματα* της διδασκαλίας (βλέπε Σχ. 6.1).



Σχήμα 6.1. Τα συστατικά των θεωριών διδακτικού σχεδιασμού (Reigeluth, 1999)

Οι *διδακτικές συνθήκες* (*instructional conditions*), τις οποίες δεν πρέπει να συγχέουμε με τις συνθήκες μάθησης (*conditions of learning*) του Gagne, περιλαμβάνουν:

α) Τη *φύση του προς μάθηση αντικειμένου* (για παράδειγμα η μάθηση εννοιών είναι διαφορετική από τη μάθηση ικανοτήτων).

β) Τη *φύση του μαθητευόμενου* (για παράδειγμα προηγούμενη γνώση, στρατηγικές μάθησης και κινητοποίησης).

γ) Τη *φύση του μαθησιακού περιβάλλοντος* (για παράδειγμα ανεξάρτητα στο σπίτι, σε ομάδες συγκεκριμένου αριθμού μαθητών στο σχολείο, σε μια μικρή ομάδα, σε μια επιχείρηση).

δ) Τη *φύση των περιορισμών της προετοιμασίας της διδασκαλίας* (για παράδειγμα πόσο χρόνο και ποια μέσα υπάρχουν διαθέσιμα για το σχεδιασμό και την προετοιμασία της διδασκαλίας).

Οι διδακτικές συνθήκες μπορούν να επηρεάσουν το ποιες μέθοδοι θα δουλέψουν καλύτερα προκειμένου να επιτύχουμε τα επιθυμητά αποτελέσματα. Από τις συνθήκες μάθησης του Gagné, μόνο οι εσωτερικές (*internal*) είναι διδακτικές συνθήκες και αναφέρονται στη φύση του μαθητευόμενου, ενώ οι εξωτερικές (*external*) αποτελούν διδακτικές μεθόδους.

Η δεύτερη βασική συνιστώσα οποιαδήποτε διδακτικής κατάστασης είναι τα *επιθυμητά αποτελέσματα*, τα οποία είναι πολύ *διαφορετικά από τους μαθησιακούς σκοπούς*. Τα επιθυμητά αποτελέσματα δεν περιλαμβάνουν τους συγκεκριμένους μαθησιακούς στόχους που επιθυμούμε να επιτύχουμε. Αντίθετα, *περιλαμβάνουν τα επίπεδα της αποτελεσματικότητας, της αποδοτικότητας και της απήχησης που θέλουμε ή χρειαζόμαστε από τη διδασκαλία*. Ειδικότερα:

α) Το *επίπεδο της αποτελεσματικότητας* είναι ο *βαθμός κατά τον οποίο η διδασκαλία είναι επιτυχημένη*, δηλαδή το πόσο καλά επιτυγχάνονται οι μαθησιακοί σκοποί. Τα επιθυμητά διδακτικά αποτελέσματα δεν ασχολούνται με το ποιοι είναι οι μαθησιακοί σκοποί αλλά με το πόσο καλά επιτυγχάνονται. *Συνήθως για τη μέτρηση του επιπέδου αποτελεσματικότητας τίθεται ένα «κριτήριο» (criterion)*, για παράδειγμα η απάντηση σε 7 σωστές από ένα σύνολο 10 ερωτήσεων που αφορούν κάποιο συγκεκριμένο γνωστικό θέμα.

β) Το *επίπεδο της αποδοτικότητας* είναι το *επίπεδο αποτελεσματικότητας διαιρούμενο με το χρόνο και/ή το κόστος της διδασκαλίας*. Για παράδειγμα πόσο χρόνο έκαναν οι μαθητές να επιτύχουν κάποιο συγκεκριμένο κριτήριο που έχει τεθεί.

γ) Το *επίπεδο απήχησης (appeal)* είναι ο *βαθμός στον οποίο οι μαθητευόμενοι διασκεδάζουν / χαίρονται τη διδασκαλία*. Ένα παράδειγμα είναι οι μαθητευόμενοι να ρωτούν από μόνοι τους που θα μπορούσαν να μάθουν περισσότερα για ένα θέμα που έχουν διδαχθεί.

Κάποια διαπραγμάτευση είναι απαραίτητη μεταξύ των επιθυμητών αποτελεσμάτων (αποτελεσματικότητα, αποδοτικότητα και απήχηση). Όσο περισσότερο αποτελεσματική θέλουμε να είναι μια διδασκαλία, τόσο περισσότερο χρόνο και έξοδα ενδέχεται να απαιτεί, με αποτέλεσμα να είναι λιγότερο αποδοτική. Επίσης μερικές φορές όσο περισσότερη απήχηση θέλουμε να έχει μια διδασκαλία, τόσο λιγότερο αποδοτική ενδέχεται να είναι.

6.2.3. Επιμέρους μέθοδοι

Σύμφωνα με τα παραπάνω, οι θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού είναι προσανατολισμένες στο σχεδιασμό, έχουν μεθόδους οι οποίες χρησιμοποιούνται κατά περίπτωση (component methods), εξειδικεύοντας τις καταστάσεις στις οποίες οι μέθοδοι αυτές είναι κατάλληλες ή μη κατάλληλες. Οι *μέθοδοι των θεωριών διδακτικού σχεδιασμού, μπορούν να διαιρεθούν σε επιμέρους μεθόδους (componential)*, οι οποίες αποτελούν *μέρη (parts) της γενικής μεθόδου*.

Επιπρόσθετα, υπάρχουν συνήθως *πολλοί διαφορετικοί τρόποι με τους οποίους μπορεί να εκτελεστεί μια μέθοδος*. Οι *τρόποι αυτοί είναι είδη (kinds) της πιο γενικής μεθόδου τους*. Πολλές φορές ένα από τα είδη αυτά είναι καλύτερο από τα άλλα για ένα δεδομένο σύνολο συνθηκών και επιθυμητών αποτελεσμάτων, ενώ άλλες φορές είναι ισοδύναμα ως προς την αποτελεσματικότητα. Συχνά η αποτελεσματικότητα ενός είδους εξαρτάται από την δεδομένη κατάσταση.

Τέλος, περισσότερες πληροφορίες μπορούν να είναι διαθέσιμες για μια μέθοδο μέσω *της παροχής κριτηρίων (criteria) που θα πρέπει να ικανοποιεί η μέθοδος*. Τα κριτήρια αυτά εισάγουν προδιαγραφές (*specifications*) τις οποίες θα πρέπει να πληρούν οι διάφορες μέθοδοι.

Θα πρέπει να ξεκαθαρίσουμε ότι όλες οι επιμέρους μέθοδοι (είτε είναι μέρη, είδη ή κριτήρια) μπορούν συνήθως να διασπαστούν σε περισσότερο λεπτομερείς οδηγίες, δηλαδή έχουν υπομέρη (subcomponents) τα οποία με τη σειρά τους έχουν υπουπομέρη και ούτω καθεξής, ώστε να οδηγηθούμε σε «πρωταρχικά μέρη» (elementary components), μέρη δηλαδή που για πρακτικούς λόγους δεν εμφανίζουν σημαντική διαφοροποίηση και επομένως δεν είναι χρήσιμο να διασπαστούν στα συστατικά τους. Τα μέρη αυτά είναι έντονα συσχετισμένα και συνήθως αναφέρονται σε συγκεκριμένες καταστάσεις ως προς τα αποτελέσματα τους στην επίτευξη των επιθυμητών αποτελεσμάτων.

Μια θεωρία διδακτικού σχεδιασμού είναι *αρκετά απλούστερη και ευκολότερη στην κατανόηση αν περιγράφει μεθόδους σε ένα σχετικά γενικό επίπεδο*. Με άλλα λόγια, σε ένα διάγραμμα που αναλύει τις μεθόδους σε επιμέρους μεθόδους και μετά αναλύει τις επιμέρους μεθόδους στα συστατικά τους, οι γενικές μέθοδοι είναι αυτές που βρίσκονται υψηλότερα στο διάγραμμα. Όμως μια τέτοια απλή θεωρία είναι λιγότερο χρήσιμη στους εκπαιδευτικούς, διότι υπάρχουν τόσοι πολλοί διαφορετικοί τρόποι με τους οποίους μπορούν να εκτελεστούν αυτές οι μέθοδοι και οι εκπαιδευτικοί δεν έχουν καμία καθοδήγηση σχετικά με το ποιος ή ποιοι τρόποι είναι πιθανότερο να λειτουργήσουν καλύτερα στις καταστάσεις τους. Επομένως, *μια θεωρία διδακτικού σχεδιασμού είναι ευκολότερο να εφαρμοστεί εάν περιγράφει τις μεθόδους σε ένα σχετικά λεπτομερές επίπεδο*. Οι θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού μπορούν να διαφέρουν σε μεγάλο βαθμό, σε όρους του επιπέδου της καθοδήγησης που παρέχουν, κυμαινόμενες από πολύ γενικές θεωρίες σε πολύ λεπτομερείς θεωρίες. Θα πρέπει να τονίσουμε βέβαια ότι *μία θεωρία επειδή είναι λεπτομερής δεν σημαίνει ότι δεν είναι ευέλικτη, υπό την έννοια της προσαρμοστικότητας σε διαφορετικές καταστάσεις*.

6.2.4. Πιθανοκρατικές μέθοδοι

Ένα ακόμη σημαντικό χαρακτηριστικό των μεθόδων διδασκαλίας είναι ότι είναι *πιθανοκρατικές (probabilistic methods)*, δηλαδή ότι *δεν εγγυώνται τα επιθυμητά διδακτικά και μαθησιακά αποτελέσματα, αλλά αυξάνουν την πιθανότητα να επιτευχθούν τα επιθυμητά αποτελέσματα*. Αυτό συμβαίνει διότι υπάρχουν πάρα πολλοί παράγοντες (κατάσταση, μεταβλητές) οι οποίοι επηρεάζουν το πόσο καλά λειτουργεί μία μέθοδος διδασκαλίας. Είναι πιθανότατα αδύνατο να αναπτύξουμε μία διδακτική μέθοδο η οποία να λειτουργεί καλύτερα από οποιαδήποτε άλλη μέθοδο στις καταστάσεις για τις οποίες προορίζεται στο 100% των περιπτώσεων που εφαρμόζεται. Ο σκοπός όμως των θεωριών διδακτικού σχεδιασμού είναι να επιτύχει την *υψηλότερη δυνατή πιθανότητα εμφάνισης των επιθυμητών αποτελεσμάτων* (η οποία συνήθως περιλαμβάνει κόστος – αποτελεσματικότητα).

Θα ήταν επιθυμητό οι θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού να μπορούσαν να ορίσουν πιθανότητες για κάθε επιμέρους μέθοδο, όμως οι πιθανότητες αυτές είναι πιθανό να διαφέρουν για διαφορετικές καταστάσεις και να διαφέρουν ανάλογα με το ποιες επιμέρους μέθοδοι χρησιμοποιούνται με τις συγκεκριμένες μεθόδους (ένα «αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης» (interaction effect)). Το γεγονός αυτό κάνει *εξαιρετικά δύσκολο τον καθορισμό πιθανοτήτων για κάθε μέθοδο* σε οτιδήποτε λιγότερο από ένα ηλεκτρονικό σύστημα υποστήριξης της εμφάνισης (electronic performance support system) αν και οι θεωρητικοί θα είχαν ακόμα το εξαιρετικά πολύπλοκο πρόβλημα του εμπειρικού προσδιορισμού ή της επικύρωσης όλων των πιθανοτήτων για όλες τις ποιοτικά διαφορετικές καταστάσεις. Για αυτούς τους λόγους δυστυχώς, οι *πιθανότητες περιλαμβάνονται σπάνια σε θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού*.

6.2.5. Αξίες – Φιλοσοφία

Ένα σημαντικό συμπέρασμα στον προσανατολισμό των σκοπών ή του σχεδιασμού των θεωριών σχεδιασμού και στην έμφαση στην εκλεξιμότητα των μεθόδων για την επίτευξη των σκοπών τους, είναι ότι οι *αξίες (values) παίζουν ένα σημαντικό ρόλο για τις θεωρίες σχεδιασμού*, ενώ οποιαδήποτε συζήτηση για αξίες στις περιγραφικές θεωρίες θεωρείται συνήθως μη επιστημονική. Οι *αξίες (ή η φιλοσοφία) είναι*

ιδιαίτερα σημαντικές στις θεωρίες σχεδιασμού με δύο τρόπους: Αρχικά παίζουν ένα σημαντικό ρόλο στον καθορισμό των σκοπών (goals) που θα προσπαθήσουν να επιτύχουν οι μέθοδοι των θεωριών σχεδιασμού. Παραδοσιακά, τα μοντέλα διαδικασιών των θεωριών σχεδιασμού είχαν στηριχθεί αποκλειστικά σε τεχνικές ανάλυσης αναγκών (needs – analysis) μία προσέγγιση βασισμένη στα δεδομένα (data – based approach) προκειμένου να αποφασίσουν τι θα διδάξουν. Χρειαζόμαστε μεγαλύτερη αναγνώριση του σημαντικού ρόλου που οι αξίες παίζουν σε τέτοιες αποφάσεις και τα μοντέλα διαδικασιών διδακτικού σχεδιασμού πρέπει να προσφέρουν καθοδήγηση σχετικά με το πώς μπορούμε να βοηθήσουμε όλους τους ανθρώπους που εμπλέκονται στην διαδικασία να φτάσουν σε μία ομοφωνία ως προς τις αξίες αυτές. Κατά δεύτερο λόγο, για οποιοδήποτε δεδομένο σκοπό, υπάρχουν σχεδόν πάντα περισσότερες από μία μέθοδοι που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίτευξη του. Παραδοσιακά, τα μοντέλα διαδικασιών διδακτικού σχεδιασμού έχουν στηριχθεί πρωταρχικά σε ερευνητικά δεδομένα σχετικά με το ποιες μέθοδοι λειτουργούν καλύτερα. Όμως το ποιες μέθοδοι λειτουργούν καλύτερα εξαρτάται από το ποια κριτήρια χρησιμοποιούμε για να αξιολογήσουμε τις μεθόδους και αυτά τα κριτήρια αντανακλούν τις αξίες που υποστηρίζουμε.

6.3. Γιατί και πώς αλλάζουν οι θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού

Είναι χρήσιμο να σκεφτόμαστε στα πλαίσια *δύο ειδών αλλαγών: τμηματικής (piecemeal) και συστημικής (systemic)*. Η *τμηματική αφήνει τη δομή ενός συστήματος αμετάβλητη*. Συχνά περιλαμβάνει την εύρεση *καλύτερων τρόπων για την αντιμετώπιση ήδη υπάρχοντων αναγκών*. Αντίθετα η *συστημική αλλαγή εμπεριέχει τη μεταβολή της δομής του δεδομένου συστήματος, συνήθως για την αντιμετώπιση νέων αναγκών*. Δηλαδή η τμηματική αλλαγή συχνά αλλάζει ένα μέρος του συστήματος με ένα τρόπο κατά τον οποίο το μέρος αυτό είναι ακόμα συμβατό με το υπόλοιπο σύστημα, ενώ η συστημική αλλαγή εμπεριέχει μια τέτοια βασική αλλαγή ώστε να είναι απαραίτητες αλλαγές σε ολόκληρο το σύστημα, επειδή τα υπόλοιπα μέρη του συστήματος δεν είναι συμβατά με την αλλαγή αυτή.

Το *ερώτημα λοιπόν που τίθεται είναι εάν οι θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού χρειάζονται τμηματική ή συστημική αλλαγή*. Οι θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού αποτελούν βάσεις γνώσεις, οι οποίες καθοδηγούν την εκπαιδευτική πρακτική με γνώμονα τη διευκόλυνση της μάθησης. Με τη σειρά της, η διδακτική πρακτική είναι ένα υποσύστημα, το οποίο είναι μέρος διαφορετικών ειδών συστημάτων, όπως συστήματα δημόσιας εκπαίδευσης, ανώτατης εκπαίδευσης, κατάρτισης στελεχών, ιατρικών μονάδων, των ενόπλων δυνάμεων, άτυπα μαθησιακά συστήματα και πολλά άλλα. Τα υποσύστημα διδακτικής πρακτικής συχνά αναφέρονται απλά ως «*διδακτικά συστήματα*».

Όταν ένα σύστημα ανθρώπινης δραστηριότητας (ή κοινωνικής) αλλάζει με σημαντικούς τρόπους, τα υποσύστημα του, προκειμένου να επιβιώσουν, πρέπει να αλλάζουν με ισοδύναμα σημαντικούς τρόπους. Αυτό συμβαίνει διότι κάθε υποσύστημα πρέπει να ικανοποιεί μία ή περισσότερες από τις συνθήκες του υπερσυστήματος του, προκειμένου το υπερσύστημα να εξακολουθήσει να το υποστηρίζει (Hutchins, 1996). Επομένως αν τα υπερσυστήματα των διδακτικών συστημάτων υπόκεινται σε συστημικές αλλαγές, τότε και μόνον τότε τα διδακτικά συστήματα και επακόλουθα η θεωρία διδακτικού σχεδιασμού, χρειάζονται να υποστούν συστημικές αλλαγές, ή να κινδυνεύσουν να γίνουν απαρχαιωμένες (become obsolete).

6.3.1. Το υπερσύστημα της διδασκαλίας

Τίθεται λοιπόν το *ερώτημα αν τα υπερσυστήματα της διδασκαλίας υπόκεινται σε δραματική αλλαγή*. Στην αγροτική εποχή, οι επιχειρήσεις ήταν οργανωμένες γύρω από την οικογένεια, υπό τη μορφή οικογενειακών επιχειρήσεων. Στη βιομηχανική εποχή, η δομή αυτή αντικαταστάθηκε από τη γραφειοκρατία και τα υποκαταστήματα (departments), τα οποία αποτέλεσαν την δεσπόμενη μορφή της οργάνωσης των επιχειρήσεων.

Στις μέρες μας καθώς εξελισσόμαστε βαθύτερα στην εποχή της πληροφορίας, οι *επιχειρήσεις (corporations) καταργούν πολλά από τα ενδιάμεσα επίπεδα της γραφειοκρατίας και οργανώνονται εκ νέου στη βάση ολιστικών προσεγγίσεων παρά στα τμηματικά υποκαταστήματα (fragmented departments)*. Επίσης *οργανώνουν εκ νέου το προσωπικό τους σε ομάδες, στις οποίες δίνεται αξιοσημείωτη αυτονομία, προκειμένου να αυτοδιοικούνται μέσα στα όρια της κουλτούρας της επιχείρησης, παρά να διοικούνται εκ των άνω* (Drucker, 1989 και Hammer & Champy, 1993), γεγονός που επιτρέπει στις επιχειρήσεις να *απαντούν πιο γρήγορα και κατάλληλα στις ανάγκες των πελατών τους*. Οι αλλαγές αυτές σίγουρα ταιριάζουν στον ορισμό της συστημικής αλλαγής. Με ολοένα αυξανόμενο ρυθμό, άλλοι οργανισμοί στον ιδιωτικό, το δημόσιο και στον λεγόμενο «τρίτο» (μη κερδοφόρο) τομέα υπόκεινται παρόμοιους μετασχηματισμούς (Osborne & Gaebler).

Στο σχήμα 6.2 συνοψίζονται ορισμένα από τα «*χαρακτηριστικά κλειδιά*» στα οποία συνοψίζονται οι *βασικές διαφορές μεταξύ των οργανισμών της βιομηχανικής εποχής και της εποχής της πληροφορίας*.

Βιομηχανική Εποχή	Εποχή της Πληροφορίας
➤ Τυποποίηση (Standardization)	➤ Προσαρμογή στις ανάγκες (Customization)
➤ Γραφειοκρατική οργάνωση	➤ Οργάνωση βασισμένη σε ομάδες
➤ Κεντρικός Έλεγχος	➤ Αυτονομία με ευθύνη
➤ Ανταγωνιστικές σχέσεις	➤ Συνεργατικές σχέσεις
➤ Απολυταρχική λήψη αποφάσεων	➤ Συμμετοχική λήψη αποφάσεων
➤ Συμφωνία (Compliance)	➤ Πρωτοβουλία (Initiative)
➤ Συμμόρφωση (Conformity)	➤ Διαφορετικότητα (Diversity)
➤ Επικοινωνίες μίας κατεύθυνσης	➤ Επικοινωνία μέσω δικτύων (Networking)
➤ Τμηματοποίηση	➤ Ολισμός (Holism)
➤ Προσανατολισμός στα επιμέρους τμήματα	➤ Προσανατολισμός στη διαδικασία
➤ Προγραμματισμένη απαξίωση	➤ Ολική Ποιότητα
➤ Διευθυντής ή αφεντικό ως «άρχων»	➤ Πελάτης ως «άρχων»

Σχήμα 6.2. Χαρακτηριστικά που διακρίνουν τους οργανισμούς της βιομηχανικής εποχής από την εποχή της πληροφορίας (Reigeluth, 1999b)

Οι βασικές αυτές αλλαγές στα υπερσυστήματα της διδασκαλίας, έχουν σημαντικές επιπτώσεις για τη διδασκαλία. Οι υπάλληλοι πρέπει να είναι ικανοί να σκέφτονται και να επιλύουν προβλήματα, να δουλεύουν σε ομάδες, να επικοινωνούν, να αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες, να εισάγουν διαφορετικές

θεωρήσεις (perspectives) στη δουλειά τους. Επίσης οι άνθρωποι είναι απαραίτητο να μαθαίνουν περισσότερο, εντούτοις έχουν λιγότερο χρόνο για να τα μάθουν (Lee & Zemke, 1995).

6.3.2. Το υπάρχον μοντέλο εκπαίδευσης και κατάρτισης

Το υπάρχον μοντέλο εκπαίδευσης και κατάρτισης είναι βασισμένο στην τυποποίηση (*standardization*), όπως η μαζική παραγωγή της βιομηχανικής εποχής, η οποία δίνει τώρα τη θέση της στην προσαρμοσμένη στις ανάγκες παραγωγή (*customization*) της εποχής της πληροφορίας. Γνωρίζουμε ότι διαφορετικοί μαθητευόμενοι μαθαίνουν με διαφορετικούς ρυθμούς και έχουν διαφορετικές μαθησιακές ανάγκες. Εντούτοις το υπάρχον μοντέλο εκπαίδευσης και κατάρτισης εμπεριέχει τη διδασκαλία μεγάλου αριθμού μαθητευομένων, στο ίδιο περιεχόμενο, στον ίδιο χρόνο. Ένας λόγος που συμβαίνει αυτό είναι ότι η μάθηση σε ομάδες (*group-based*) αναπαριστά λογιστικές και οικονομικές αποδοτικότητες, μολονότι δεν ανταποκρίνεται ικανοποιητικά στις ανάγκες των μαθητευομένων. Όπως αναφέρουν οι Campbell και Monson (1994), η παραδοσιακή υπόθεση της εκπαίδευσης ότι η καθοδήγηση όλων των μαθητευομένων στο ίδιο περιεχόμενο με τον ίδιο τρόπο μπορεί να είναι αποδοτική, μπορεί να αμφισβητηθεί. Το μοντέλο αυτό μπορεί να ανταποκρίνεται στην αποδοτικότητα, δεν ανταποκρίνεται όμως στην αποτελεσματικότητα.

Η αξιολόγηση των μαθητευομένων έχει παραδοσιακά βασιστεί σε νόρμες (*norm-based*) και μέρος των σκοπών της τυποποιημένης εκπαίδευσης είναι η ταξινόμηση των μαθητευομένων σε δευτεροβάθμια, ανώτατη εκπαίδευση ή επαγγελματική κατάρτιση. Η σύγκριση των μαθητών με έγκυρο τρόπο αποτελούσε μία ανάγκη της βιομηχανικής εποχής, προκειμένου να διαχωριστούν οι εργάτες από τους διευθυντές και τους προϊσταμένους. Οι εργάτες δεν ήταν ούτε οικονομικά εφικτό, αλλά ούτε και επιθυμητό να εκπαιδευτούν πάρα πολύ, εφόσον τότε δε θα ήταν ικανοποιημένοι να εκτελούν επαναλαμβανόμενες βαρετές εργασίες, ούτε θα εκτελούσαν αυτά που τους ζητούνταν χωρίς ερωτήσεις. Σύμφωνα λοιπόν με τον Reigeluth (1999b), το υπάρχον μοντέλο εκπαίδευσης και κατάρτισης είναι σχεδιασμένο για την ταξινόμηση των μαθητευομένων και όχι για τη μάθηση.

Όμως οι εργάτες της γραμμής συναρμολόγησης (*assembly-line workers*) οι οποίοι ενεργούν αυτοματισμένα, τείνουν να γίνουν ένα είδος υπό εξαφάνιση στις οικονομικά ανεπτυγμένες χώρες. Η μετακίνηση των κατασκευαστικών εργασιών εκτός των συνόρων, σε χώρες όπου υπάρχουν φθηνά εργατικά χέρια, η αυξανόμενη πολυπλοκότητα του εξοπλισμού και η έμφαση της σύγχρονης κίνησης για την αναδόμηση των καθηκόντων των στελεχών, στην ποιότητα, συγκλίνουν στην ανάγκη για ένα ολοένα αυξανόμενο αριθμό εργαζομένων που να μπορούν να αναλάβουν πρωτοβουλίες, να σκεφτούν κριτικά και να επιλύουν προβλήματα. Προκειμένου να αντιμετωπίσουμε την ανάγκη αυτή στη βιομηχανία και την ανάγκη για διά βίου μαθητευόμενους, πρέπει τώρα να εστιάσουμε τη διδασκαλία μας στη μάθηση και όχι στην ταξινόμηση. Όμως πως μπορούμε να επανεστιάσουμε τα συστήματά μας στη μάθηση; Οι εκπαιδευτικοί συμφωνούν ότι διαφορετικοί άνθρωποι μαθαίνουν με διαφορετικούς ρυθμούς. Επομένως όταν ένα σύστημα εκπαίδευσης και κατάρτισης κρατάει το χρόνο σταθερό, η επιτυχία πρέπει να ποικίλει, όπως ήταν και είναι η κατάσταση στο εκπαιδευτικό μας σύστημα της βιομηχανικής εποχής, από τότε που αντικατέστησε το σχολικό κτίριο της μίας αίθουσας. Η εναλλακτική είναι να αφήσουμε το χρόνο να ποικίλει, να δώσουμε δηλαδή στον κάθε μαθητευόμενο το χρόνο που χρειάζεται προκειμένου να επιτύχει τους μαθησιακούς σκοπούς. Αυτό θα ήταν ένα σύστημα που να εστιάζει στη μάθηση. Χρειαζόμαστε

δηλαδή να *εστιάσουμε τα συστήματά μας στην προσαρμογή στις ανάγκες (customization) και όχι στην τυποποίηση (standardization)*, ανεξάρτητα από το διδακτικό πλαίσιο, είτε αυτό είναι μια επιχείρηση ή ένας οργανισμός, είτε σχολείο δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, είτε ίδρυμα ανώτατης εκπαίδευσης. Η έμφαση στην αλλαγή του περιεχομένου που διδάσκουμε, δε θα μας βοηθήσει να ανταποκριθούμε στις σύγχρονες και εκ νέου διαμορφωμένες ανάγκες των υπερσυστημάτων της διδασκαλίας.

Επίσης το υπάρχον μοντέλο της εκπαίδευσης και κατάρτισης είναι *βασισμένο στην συμφωνία (compliance) και την συμμόρφωση (conformity)*. Οι εκπαιδευόμενοι αναμένεται συνήθως να κάθονται κάτω, να είναι ήσυχοι και να κάνουν ό,τι τους ζητείται να κάνουν. Η μάθηση τους καθορίζεται από τον εκπαιδευτή. Όμως οι εργοδότες θέλουν στις μέρες μας εργαζόμενους που θα *αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες* προκειμένου να λύσουν προβλήματα και να *εισάγουν τη διαφορετικότητα (κυρίως διαφορετικές θεωρήσεις) στο χώρο εργασίας*. Τα δύο αυτά χαρακτηριστικά ενισχύουν / βελτιώνουν την ικανότητα μιας ομάδας να λύνει προβλήματα και να βρίσκεται μπροστά από τον ανταγωνισμό. Οι κοινότητες και οι οικογένειες επίσης, χρειάζονται ανθρώπους που θα αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες και θα εκτιμούν / τιμούν τη διαφορετικότητα.

Η *αλλαγή του περιεχομένου της διδασκαλίας δεν επαρκεί για να ικανοποιηθούν αυτές οι νέες ανάγκες των υπερσυστημάτων*, εφόσον η ίδια η δομή των συστημάτων εκπαίδευσης και κατάρτισης αποθαρρύνει τη λήψη πρωτοβουλιών και τη διαφορετικότητα. Από όλα τα παραπάνω, είναι σαφές το συμπέρασμα ότι το *υπάρχον μοντέλο εκπαίδευσης και κατάρτισης πρέπει να αλλάξει*. Αυτό αποτελεί το αντικείμενο έρευνας και μελέτης ενός νέου αναδυόμενου πεδίου που καλείται *Σχεδιασμός Εκπαιδευτικών Συστημάτων (Educational Systems Design – ESD)*, το οποίο ασχολείται τόσο με το ποια είδη αλλαγών απαιτούνται για αν ικανοποιηθούν καλύτερα οι ανάγκες των υπερσυστημάτων και των μαθητευομένων (ένα θέμα προϊόντος) και με το πώς θα προσεγγιστούν αυτές οι αλλαγές (ένα θέμα διαδικασίας).

6.3.3. Επιπτώσεις για τις θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού

Οι βασικές αλλαγές στα υπερσυστήματα της διδασκαλίας και η ανάγκη για την αλλαγή του υπάρχοντος μοντέλου εκπαίδευσης και κατάρτισης, όπως είδαμε παραπάνω, *έχουν σημαντικές επιπτώσεις για τις θεωρίες και τα μοντέλα διδακτικού σχεδιασμού*.

Οι θεωρητικοί και οι πρακτικοί ερευνητές, πρέπει να δημιουργήσουν και να τελειοποιήσουν μία *νέα γενιά θεωριών διδακτικού σχεδιασμού, προσανατολισμένων στη μάθηση*, προκειμένου να βοηθήσουν τους εκπαιδευτικούς να *αντιμετωπίσουν τις νέες διαμορφούμενες ανάγκες*, όπως η εστίαση στη μάθηση και όχι στην ταξινόμηση, η υποβοήθηση της ανάπτυξης της πρωτοβουλίας (initiative), της ομαδικής εργασίας (teamwork), των δεξιοτήτων σκέψης (thinking skills) και της διαφορετικότητας (diversity).

Η υγεία και η ποιότητα μιας θεωρίας διδακτικού σχεδιασμού, εξαρτάται επίσης από την ικανότητα της να *περιλαμβάνει όλους τους «μετόχους» (stakeholders) στη διαδικασία σχεδιασμού (design process)*. Η πιο σημαντική ίσως από όλες τις επιπτώσεις είναι ότι αρκετά μεγάλο μέρος του σχεδιασμού πρέπει να γίνεται από τους μαθητευόμενους (χρήστες – σχεδιαστές) (user – designers) κατά τη διάρκεια της μάθησης τους. Οι νέες τεχνολογίες μπορούν να βοηθήσουν στο θέμα αυτό με *δύο τρόπους*: α) με τη βοήθεια *υπολογιστικών συστημάτων*, όπως τα νοήμονα διδακτικά συστήματα, τα οποία *παράγουν επιλογές για τους μαθητευόμενους βασισμένα σε πληροφορίες που έχουν συλλέξει από τους*

μαθητευόμενους ή β) με τη βοήθεια ηλεκτρονικών συστημάτων υποστήριξης της εκτέλεσης (*Electronic Performance Support Systems – EPSS*), τα οποία είναι συστήματα τα οποία οι δάσκαλοι μπορούν να χρησιμοποιήσουν προκειμένου να προσαρμόσουν ή να σχεδιάσουν τα δικά τους υλικά για τη διδασκαλία και το πλαίσιο για τις δραστηριότητες στις οποίες τα υλικά αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν (Reigeluth, 1999b).

Η ανάγκη για ένα νέο μοντέλο (paradigm) θεωριών διδακτικού σχεδιασμού, *δε σημαίνει ότι πρέπει να απορρίψουμε και να αποβάλλουμε ολοκληρωτικά το παλιότερο μοντέλο*. Αντίθετα το νέο μοντέλο ανάπτυξης θεωριών διδακτικού σχεδιασμού είναι σημαντικό να *ενσωματώσει το μεγαλύτερο μέρος της γνώσης* που έχει παραχθεί από τα παλαιότερες θεωρίες διδακτικού σχεδιασμού, αλλά η γνώση αυτή πρέπει να *αναδομηθεί σε ουσιαδώς διαφορετικούς σχηματισμούς* ώστε να *ικανοποιεί τις νέες διαμορφούμενες ανάγκες των μαθητευομένων*.

6.4. Σύγκριση των θεωριών και μοντέλων διδακτικού σχεδιασμού

Η σύγκριση των θεωριών και μοντέλων διδακτικού σχεδιασμού είναι πολύ *δύσκολη*, εφόσον ποικίλουν από μοντέλα που προτείνουν κατάλληλα οργανωμένο έντυπο υλικό, έως την υποστήριξη επίλυσης προβλήματος (problem solving) ή τη δημιουργία ανοικτών περιβαλλόντων μάθησης (open learning environments).

Ένα *πλαίσιο για τη σύγκριση των θεωριών και μοντέλων διδακτικού σχεδιασμού* προτείνουν οι Reigeluth & Moore (1999), με τα παρακάτω *στοιχεία σύγκρισης (comparison elements)*:

α) *Είδη της μάθησης (Types of Learning)*

Σε ποια *είδη της μάθησης απευθύνονται η θεωρία και οι διδακτικές μέθοδοι τις οποίες προτείνει*; Τα είδη της μάθησης σύμφωνα με την ταξινόμια του Reigeluth (Reigeluth & Moore, 1999) φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα. Αν και τα είδη της μάθησης φαίνονται διακριτά, πρέπει να τονίσουμε ότι *μπορούν να επικαλύπτονται* και ότι *αποτελούν ένα είδος συνεχούς (continuum)* υπό την έννοια ότι ενδεχομένως να απαιτείται από τους μαθητευόμενους να έχουν απομνημονεύσει κάποιες πληροφορίες προκειμένου να εφαρμόσουν κάποια δεξιότητα, χωρίς αυτό να είναι πάντα απαραίτητο.

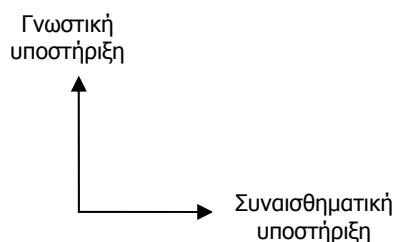
Είδη της μάθησης

Απομνημόνευση Πληροφοριών	Εφαρμογή δεξιοτήτων
Κατανόηση σχέσεων	Εφαρμογή γενικών δεξιοτήτων

β) *Έλεγχος της μάθησης (Control of Learning)*

Ποιος έχει τον έλεγχο της φύσης της διαδικασίας μάθησης: ο δάσκαλος, ο μαθητευόμενος ή ο σχεδιαστής της διδασκαλίας; Ο έλεγχος μπορεί να θεωρηθεί ότι «*παίρνει τιμές*» από ένα συνεχές, του οποίου τα δύο άκρα βρίσκονται ο δασκαλοκεντρικός και ο μαθητοκεντρικός έλεγχος.

Υποστήριξη για τη μάθηση



6.5. Θεωρίες και μοντέλα διδακτικού σχεδιασμού του γνωστικού τομέα

Ο C. Reigeluth στο βιβλίο του «Instructional Design Theories and Models Volume II: A New Paradigm of Instructional Theory» (Reigeluth, 1999a) παρουσιάζει μία συλλογή από θεωρίες και μοντέλα διδακτικού σχεδιασμού, τις οποίες αναπτύσσουν και υπογράφουν γνωστοί επιστήμονες της Διδακτικής και της Εκπαίδευσης όπως H. Gardner, D. Perkins, M. Hannafin, R. Mayer, R. Schank, D. Schwartz, D. Jonassen, L. Landa, D. Merrill, C. Reigeluth, A. Romiszowski, J. Moore και άλλοι.

Οι θεωρίες και τα μοντέλα διδακτικού σχεδιασμού μπορούν να ταξινομηθούν αντίστοιχα με τα είδη μάθησης όπως αναπτύχθηκαν στην παράγραφο 1.3., σε τρεις τομείς: στον γνωστικό, τον συναισθηματικό και τον κινητικό ή ψυχοκινητικό τομέα. Στην παράγραφο αυτή θα αναφερθούμε σε μια επιλογή από θεωρίες και μοντέλα διδακτικού σχεδιασμού του γνωστικού τομέα από το βιβλίο του C. Reigeluth (1999a). Για κάθε θεωρία ή μοντέλο θα ακολουθήσουμε τη δομή: α) Σκοποί και προϋποθέσεις (Goals and preconditions), β) Αξίες (Values), γ) Μέθοδοι (Methods) και δ) Κύριες συνεισφορές (Major contributions).

6.5.1. Η θεωρία της διδασκαλίας και μάθησης για κατανόηση των Perkins και Unger

1. Σκοποί και προϋποθέσεις

Η θεωρία της διδασκαλίας και μάθησης για κατανόηση (Teaching and Learning for Understanding) αναπτύχθηκε από τον D. Perkins και C. Unger, στη Σχολή Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου του Harvard (Harvard University Graduate School of Education). Ο πρωταρχικός σκοπός της θεωρίας αυτής είναι η καλλιέργεια της κατανόησης ως ικανότητα εμφάνισης (performance capability). Έτσι, είναι προτεινόμενη μόνο στις καταστάσεις όπου η κατανόηση είναι κεντρικού ενδιαφέροντος (of central concern).

2. Αξίες

Κάποιες από τις αξίες πάνω στις οποίες βασίζεται αυτή η θεωρία είναι:

- α) Να είναι κανείς ικανός να αναπτύξει τη γνώση μέσω της κατανόησης.
- β) Η μάθηση θεμάτων που είναι κεντρικά στην γνωστική περιοχή.
- γ) Η παρώθηση (motivation) («αυθεντική εμπλοκή, αφοσίωση και συναισθηματική απάντηση»).
- δ) Ενεργητική χρήση και μεταφορά της γνώσης.
- ε) Διατήρηση (retention) της γνώσης.
- στ) Οργανωμένες, συστηματικές προσεγγίσεις στην κατασκευαστική διδασκαλία.
- ζ) Μία ευρεία και ευέλικτη ποικιλία παιδαγωγικών στυλ, συμπεριλαμβανομένης της άμεσης διδασκαλίας.
- η) Οι μαθητές να παρέχουν υποστήριξη ο ένας στον άλλο.

3. Μέθοδοι

Οι κύριες μέθοδοι τις οποίες προσφέρει η θεωρία είναι:

(I) *Επιλογή παραγωγικών θεμάτων (generative topics)* για μελέτη (δάσκαλος και μαθητές), τα οποία θα πρέπει να είναι:

- α) Κεντρικά στη γνωστική περιοχή.
- β) Προσβάσιμα και ενδιαφέροντα για τους μαθητές.
- γ) Ενδιαφέροντα για τον καθηγητή.
- δ) Να μπορούν να συνδεθούν με θέματα από διαφορετικές θεωρήσεις (diverse themes).

(II) *Επιλογή και δημόσια δήλωση σκοπών κατανόησης (understanding goals)* (δάσκαλος και μαθητές), οι οποίοι πρέπει να είναι:

- α) Να είναι ένθετοι (nested), να περιέχουν δηλαδή υποστόχους.
- β) Να είναι κεντρικοί στη γνωστική περιοχή, αναφορικά με: i) τη γνώση περιεχομένου στην περιοχή, ii) τις μεθόδους της περιοχής, iii) τους σκοπούς της περιοχής και iv) τις μορφές έκφρασης της περιοχής.

(III) *Ενασχόληση με εμφανίσεις κατανόησης (understanding performances)* (μαθητές)

Σκοποί:

- α) Η προώθηση της κατανόησης των μαθητών.
- β) Η δημόσια επίδειξη της κατανόησης των μαθητευομένων μέχρι το συγκεκριμένο σημείο.

Κριτήρια:

- α) Θα πρέπει να σχετίζονται άμεσα με τους σκοπούς κατανόησης.
- β) Θα πρέπει να αναπτύσσουν την κατανόηση μέσω της πρακτικής.
 - i) Αναστοχαστική ενασχόληση σε προκλητικούς αλλά εφικτούς στόχους.
 - ii) Οι ενασχολήσεις αυτές να αποτελούν μια ακολουθία (sequenced) προς ευρύτερες και βαθύτερες κατανοήσεις.
 - Εμφανίσεις εισαγωγής (entry performances): Εξερευνητικές (exploratory)
 - Μεσαίες στην ακολουθία εμφανίσεις (mid-sequence): Οργανωμένες – καθοδηγούμενη ανακάλυψη (organized – guided inquiry)
 - Εμφανίσεις κορύφωσης (culminating): Προϊόντα και / ή παρουσίαση (product and / or presentation).
 - iii) Ανατροφοδότηση (feedback) και επανάληψη (revision)
- γ) Θα πρέπει να εμπλέκονται πολλαπλά στυλ μάθησης (learning styles) και μορφές έκφρασης.

(IV) *Παροχή διαρκούς εκτίμησης (ongoing assessment)* (δάσκαλος), η οποία πρέπει να είναι:

- α) Σχετική, σαφής και δημόσια.
- β) Συχνή.
- γ) Από πολλές πηγές.
- δ) Να χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της προόδου και την ενημέρωση του σχεδιασμού.

4. Κύριες συνεισφορές

Η *εστίαση στην κατανόηση* ως ένα σημαντικό είδος μαθησιακού αποτελέσματος. Η έμφαση στις εμφανίσεις (performances) ως αναπόσπαστο κομμάτι της ανάπτυξης (development) και της εκτίμησης (assessment) της κατανόησης. Μία διδακτική μεθοδολογία η οποία έχει πρακτικό νόημα στους δασκάλους, κάνοντας λειτουργική με έναν προσβάσιμο τρόπο μία ευρέως κατασκευαστική προσέγγιση στη διδασκαλία και τη μάθηση.

6.5.2. Η θεωρία του σχεδιασμού κατασκευαστικών περιβαλλόντων μάθησης του Jonassen

1. Σκοποί και προϋποθέσεις

Η *θεωρία του σχεδιασμού κατασκευαστικών περιβαλλόντων μάθησης (Designing Constructivist Learning Environments)* αναπτύχθηκε από τον D. Jonassen, Καθηγητή Διδακτικών Συστημάτων (Instructional Systems) στο Πανεπιστήμιο Pennsylvania State University. Ο *πρωταρχικός σκοπός της θεωρίας αυτής* είναι η *καλλιέργεια της επίλυσης προβλήματος (problem solving)* και της *εννοιολογικής ανάπτυξης (conceptual development)*. Είναι προτεινόμενη για περιοχές που δεν είναι καλά ορισμένες (ill-defined) ή δεν είναι καλά δομημένες (ill-structured).

2. Αξίες

Κάποιες από τις *αξίες πάνω στις οποίες βασίζεται αυτή η θεωρία* είναι:

- α) Μάθηση η οποία προκαλείται από ένα πρόβλημα το οποίο δεν είναι καλά ορισμένο (ill-defined) ή δεν είναι καλά δομημένο (ill-structured) (ή μία ερώτηση, μία υπόθεση, μία εργασία κλπ).
- β) Ένα πρόβλημα ή ένας σκοπός μάθησης ο οποίος «ανήκει» («owned») στο μαθητή.
- γ) Διδασκαλία η οποία περιέχει εμπειρίες οι οποίες διευκολύνουν την κατασκευή της γνώσης, μέσω της δημιουργίας νοημάτων (meaning making).
- δ) Μάθηση η οποία είναι ενεργητική και αυθεντική.

3. Μέθοδοι

Οι *κύριες μέθοδοι τις οποίες προσφέρει η θεωρία* είναι:

1. *Επιλογή ενός κατάλληλου προβλήματος (ή ερώτησης, υπόθεσης, εργασίας κλπ)* προκειμένου να εστιάσει η μάθηση πάνω σ' αυτό, το οποίο:
 - α) Να είναι ενδιαφέρον, σχετικό και ελκυστικό, προκειμένου να καλλιεργήσει την «ιδιοκτησία» («ownership») του μαθητευόμενου.
 - β) Να μην είναι καλά ορισμένο (ill-defined) ούτε καλά δομημένο (ill-structured).
 - γ) Να είναι αυθεντικό, δηλαδή ότι κάνουν οι πρακτικοί (practitioners).
 - δ) Ο σχεδιασμός του προβλήματος θα πρέπει να απευθύνεται στο πλαίσιο του προβλήματος (context), στην αναπαράσταση και στο χώρο χειρισμού του.
2. *Παροχή σχετικών περιπτώσεων ή παραδείγματα που έχουν «δουλευτεί» (worked examples)* προκειμένου να προκαλέσουν το *συλλογισμό που βασίζεται στις περιπτώσεις (case – based reasoning)* και να *βελτιώσουν τη γνωστική ευελιξία (cognitive flexibility)*.

3. Παροχή επιλέξιμων από το μαθητευόμενο πληροφοριών (*learner - selectable*) ακριβώς την ώρα που απαιτείται (*just - in - time*)

Οι σχετικές πληροφορίες πρέπει να είναι σχετικές και εύκολα προσβάσιμες.

4. Παροχή γνωστικών εργαλείων, τα οποία δημιουργούν μία διανοητική σκαλωσιά για τις απαιτούμενες δεξιότητες, συμπεριλαμβανομένων εργαλείων αναπαράστασης προβλημάτων, εργαλεία μοντελοποίησης της γνώσης, εργαλεία υποστήριξης της εμφάνισης (*performance - support tools*) και εργαλεία συλλογής πληροφοριών.

5. Παροχή εργαλείων συζήτησης και συνεργασίας για να υποστηρίξουν κοινότητες συνομιλίας (*discourse communities*), κοινότητες οικοδόμησης της γνώσης (*knowledge - building*) και κοινότητες μαθητευομένων.

6. Παροχή κοινωνικής υποστήριξης και υποστήριξης πλαισίου (*social / contextual support*).

Η θεωρία προσφέρει επίσης τις παρακάτω *διδακτικές δραστηριότητες* προκειμένου να υποστηρίξει τη μάθηση:

A. Μοντελοποίηση της εμφάνισης και των καλυμμένων γνωστικών διαδικασιών.

B. Καθοδήγηση του μαθητευόμενου, μέσω της παροχής παρωθητικών ωθήσεων (*motivational prompts*), με την παρακολούθηση και τη ρύθμιση της εμφάνισης του μαθητευόμενου, με την πρόκληση του αναστοχασμού και / ή τη διατάραξη (*perturbing*) των μοντέλων του μαθητευόμενου.

Γ. Παροχή μιας διανοητικής σκαλωσιάς (*scaffold*) στο μαθητευόμενο, προσαρμόζοντας τη δυσκολία των στόχων, με την αναδόμηση του στόχου και / ή με την παροχή εναλλακτικών εκτιμήσεων.

4. Κύριες συνεισφορές

Η εισαγωγή μεγάλου μέρους εργασίας στο χώρο της θεωρίας κατασκευής της γνώσης, σε ένα κατανοητό διδακτικό πλαίσιο.

6.5.3. Η θεωρία της διδασκαλίας γενικών μεθόδων σκέψης του Landa

1. Σκοποί και προϋποθέσεις

Η θεωρία της διδασκαλίας γενικών μεθόδων σκέψης (*Teaching General Methods of Thinking*) αναπτύχθηκε από τον L. Landa, πρόεδρο της εταιρείας Landamatics International της Νέας Υόρκης, μίας εταιρείας συμβούλων εκπαίδευσης και διοίκησης. Ο πρωταρχικός σκοπός της θεωρίας αυτής, είναι η διδασκαλία γενικών μεθόδων σκέψης (η ανώτατη τάξη δεξιοτήτων σκέψης). Προτείνεται για όλες τις καταστάσεις, οι οποίες αν και διαφορετικές στο περιεχόμενο, έχουν παρόμοιες γενικές λογικές δομές (συχνά κρυμμένες) οι οποίες επιτρέπουν σε κάποιον να τις χειριστεί πνευματικά με τον ίδιο τρόπο, χρησιμοποιώντας τις ίδιες γενικές διανοητικές λειτουργίες (*general mental operations*).

2. Αξίες

Κάποιες από τις αξίες πάνω στις οποίες βασίζεται αυτή η θεωρία περιλαμβάνουν:

α) Γενικές μεθόδους σκέψης (για επιτυχία στην εκπαίδευση, στη βιομηχανία και στην σημερινή εποχή της πληροφορίας).

β) Αναγνώριση γενικών λογικών δομών διαφόρων θεμάτων γνωστικών αντικειμένων (subject matters), τα οποία καθορίζουν μεθόδους για την αντιμετώπιση αυτών των δομών.

3. Μέθοδοι

Οι κύριες μέθοδοι (ή στρατηγικές) τις οποίες προσφέρει η θεωρία είναι:

Στρατηγική 1: Καθοδηγούμενη ανακάλυψη (Guided discovery)

1. Καθοδήγηση των μαθητών να ανακαλύψουν ένα σύστημα διανοητικών λειτουργιών, κάτω από το οποίο βρίσκεται μία γενική μέθοδος σκέψης.

Παροχή ενός στόχου (task) ή ενός προβλήματος στους μαθητές και προτροπή να το εκτελέσουν.

2. Υποβοήθηση των μαθητών να καταλάβουν τι έκαναν στο μυαλό τους καθώς εκτέλεσαν το στόχο και στη συνέχεια διατύπωση μιας μεθόδου η οποία αντιστοιχεί σε αυτό.

α) Μπορούμε να ζητήσουμε από τους μαθητές να διαμορφώσουν ένα λεπτομερές σύνολο οδηγιών (μία μέθοδο) ούτως ώστε άλλοι άνθρωποι να μπορούν να τις ακολουθήσουν για να εκτελέσουν το στόχο.

β) Αν συναντήσουν δυσκολία, μπορούμε να τους εξηγήσουμε πώς να διαμορφώσουν τη μέθοδο.

γ) Αναγνώριση μιας εμφανούς ή μιας κρυμμένης (υπονοούμενης) λογικής δομής του περιεχομένου του στόχου ή του προβλήματος και σαφής περιγραφή της.

δ) Επίδειξη του πως η λογική δομή του περιεχομένου καθορίζει τη μέθοδο αντιμετώπισης του.

ε) Χρήση ενός διαγράμματος ροής (flow chart) όταν θα βοηθήσει τους μαθητές να αναπαραστήσουν γραφικά τη μέθοδο.

3. Υποβοήθηση των μαθητών να μάθουν να εφαρμόζουν τη μέθοδο η οποία ανακαλύφθηκε.

Μπορούμε να προτρέψουμε τους μαθητές να εξασκηθούν, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο που έχει ανακαλυφθεί (οδηγίες), με ένα τρόπο βήμα προς βήμα, σε νέες περιπτώσεις.

4. Υποβοήθηση των μαθητών να εσωτερικεύσουν τη μέθοδο.

Μπορούμε να προτρέψουμε τους μαθητές να εξασκήσουν τη μέθοδο σε νέες περιπτώσεις χωρίς να κοιτάζουν τις οδηγίες, παρά χρησιμοποιώντας τις προσωπικές τους οδηγίες (self – instructions).

5. Υποβοήθηση των μαθητών να αυτοματοποιήσουν τη μέθοδο.

Μπορούμε να ζητήσουμε από τους μαθητές να εφαρμόσουν τη μέθοδο σε νέες περιπτώσεις πολύ γρήγορα, χωρίς να χρησιμοποιούν ούτε τις προσωπικές τους οδηγίες (self – instructions).

6. Επανάληψη των βημάτων 1 – 5 για τη σταδιακή αύξηση του βαθμού γενικότητας της μεθόδου που ανακάλυψαν οι μαθητές.

α) Στο βήμα 1 μπορούν να δοθούν στους μαθητές στόχοι (ή προβλήματα) οι οποίοι βρίσκονται έξω από τη γνωστική περιοχή όπου αρχικά ανακαλύφθηκε και χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος και οι οποίοι απαιτούν μία τροποποίηση της μεθόδου που έχει ανακαλυφθεί.

β) Στο βήμα 2 μπορούν να βοηθηθούν οι μαθητές να διατυπώσουν μία πιο γενική μέθοδο η οποία να λειτουργεί και στις δύο περιοχές.

γ) Τα βήματα 3 – 5 παραμένουν αμετάβλητα.

Στρατηγική 2: Εκθετική διδασκαλία (Expository teaching)

Τα ίδια έξι βήματα εμφανίζονται, με τη διαφορά ότι τα πρώτα παρέχονται στους μαθητές σε έτοιμη μορφή, με κατάλληλες παρουσιάσεις (demonstrations).

Στρατηγική 3: Συνδυαστική προσέγγιση (Combination approach)

Κάποια βήματα διδάσκονται μέσω της ανακάλυψης και κάποια μέσω της εκθετικής μεθόδου, ανάλογα με τους στόχους του καθηγητή (objectives).

4. Κύριες συνεισφορές

Η εστίαση σε γενικές μεθόδους σκέψης – την ανώτατη τάξη δεξιοτήτων σκέψης – ως ένα σημαντικό είδος διδακτικού στόχου (teaching objective) και μαθησιακού αποτελέσματος (learning outcome). Μία διδακτική μέθοδος η οποία βασίζεται σε επίπεδα ανάπτυξης διανοητικών δεξιοτήτων (mental skills development). Επιλογές για ανακαλυπτική και / ή εκθετική διδασκαλία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7. ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΑΚΕΤΩΝ

7.1. Διδακτική πράξη και υπολογιστές στα μαθήματα Θετικών Επιστημών

Οι νέες τεχνολογικές μέθοδοι παρέχουν στο δάσκαλο *εύχρηστα και αποτελεσματικά εργαλεία* τόσο στην *παρουσίαση της νέας γνώσης*, όσο και στο *σχεδιασμό και την υλοποίηση δραστηριοτήτων* οι οποίες προάγουν την αυτενέργεια, την ερευνητική διάθεση και την συνεργασία μεταξύ των μαθητών, αλλά και βοηθούν τους μαθητές να ανακαλύψουν και να κατασκευάσουν τη νέα γνώση.

Οι νέες τεχνολογικές μέθοδοι *υποστηρίζουν κατά κύριο λόγο τις ανακαλυπτικές-κατασκευαστικές προσεγγίσεις (discovery learning / constructivistic approaches)* στη διδασκαλία των Μαθηματικών και των Θετικών Επιστημών γενικότερα (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003). Οι ανακαλυπτικές-κατασκευαστικές διδακτικές προσεγγίσεις μπορούν να εφαρμοστούν με τις μορφές της ελεύθερης και της καθοδηγούμενης ανακάλυψης. Προτείνουμε κατά κύριο λόγο τη χρήση των *διδακτικών προσεγγίσεων καθοδηγούμενης ανακάλυψης (guided discovery)* προκειμένου να έχουμε τα πλεονεκτήματα των ανακαλυπτικών προσεγγίσεων, αποφεύγοντας όμως τα αδιέξοδα στα οποία μπορεί να καταλήξει η διαδικασία διδασκαλίας-μάθησης όταν εφαρμόζεται η ελεύθερη ανακάλυψη (Κορρές, 2000). Το μοντέλο της *χρήσης του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου (cognitive tool ή mindtool)*, παρουσιάζεται από τη σύγχρονη έρευνα ως η πιο ενδεδειγμένη λύση για να *υποστηρίξει την μάθηση μέσω ανακάλυψης και τις κατασκευαστικές διδακτικές προσεγγίσεις* (Jonassen, 2000).

Ο υπολογιστής μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά στην *παρουσίαση και μελέτη των γεωμετρικών ιδιοτήτων των διαφόρων εννοιών και μεγεθών* τα οποία διδάσκονται στα μαθήματα Θετικών Επιστημών της Δευτεροβάθμιας και της Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης, όπως και των *μεταβολών που συμβαίνουν στη γραφική παράσταση των εννοιών και μεγεθών ανάλογα με τη μεταβολή των παραμέτρων*. Με την κατάλληλη χρήση και υλοποίηση των δυνατοτήτων που προσφέρουν τα *σύγχρονα μαθηματικά πακέτα, όπως το Mathematica, το Maple κλπ*, όπως η ποιότητα των γραφικών (χρώματα, πάχος γραμμών κλπ) και η δυνατότητα κίνησης (animation), οι μαθητές έρχονται σε επαφή με μια ζωντανή, δυναμική αντιμετώπιση των διαφόρων εννοιών και μεγεθών (Κυριαζής & Κορρές, 2001b). Η αντιμετώπιση αυτή αφενός *ενεργοποιεί το ενδιαφέρον των μαθητών για το μάθημα* και τα μαθηματικά ή τις άλλες θετικές επιστήμες ως *αντικείμενα αυτά καθαυτά*, αφετέρου τους βοηθάει να *ανακαλύψουν και να κατασκευάσουν τις διάφορες έννοιες μόνοι τους* και οδηγεί σε μια μάθηση των εννοιών και κανόνων που έχει *"νόημα" (meaningful)* (Kyriazis & Korres, 2002b).

7.2. Παρουσίαση του μαθηματικού πακέτου Mathematica

7.2.1. Γενικά για το Mathematica

Το *Mathematica* είναι *ολοκληρωμένο περιβάλλον για τεχνικούς υπολογισμούς*, το οποίο όταν πρωτοκυκλοφόρησε το 1988, είχε μία τεράστια επίδραση στον τρόπο που χρησιμοποιούνται οι υπολογιστές σε πολλούς τεχνικούς και άλλους χώρους. Λέγεται συχνά ότι το Mathematica *σηματοδότησε*

το ξεκίνημα των μοντέρνων τεχνικών υπολογισμών. Από τη δεκαετία του 1960 υπήρχαν διάφορα ανεξάρτητα πακέτα για συγκεκριμένους στόχους που αφορούσαν κυρίως αριθμητικούς και αλγεβρικούς υπολογισμούς και το σχεδιασμό γραφικών παραστάσεων. Το Mathematica παρουσίασε ένα και μοναδικό πακέτο, το οποίο μέσω μιας *συμβολικής γλώσσας προγραμματισμού*, μπορούσε να *χειριστεί το μεγάλο εύρος αντικειμένων που εμπλέκονται στους τεχνικούς υπολογισμούς*, χρησιμοποιώντας *μόνο ένα μικρό αριθμό βασικών εντολών* (Wolfram, 1996).

Αρχικά η επίδραση του Mathematica έγινε αισθητή κυρίως *στη Φυσική, στη Μηχανική και στα Μαθηματικά*. Όσο όμως περνούν τα χρόνια το Mathematica έχει γίνει σημαντικό σε ένα *αξιοσημείωτο μεγάλο εύρος πεδίων*. Σήμερα χρησιμοποιείται σε όλες σχεδόν τις Επιστήμες – Φυσική, Βιολογία, Κοινωνικές Επιστήμες και άλλες – και πολλοί από τους πιο επιφανείς επιστήμονες του κόσμου είναι μεταξύ των πιο ένθερμων υποστηρικτών του. Έχει παίξει κρίσιμο ρόλο σε πολλές σημαντικές ανακαλύψεις και είναι η βάση για χιλιάδες τεχνικά άρθρα. Στη Μηχανική, το Mathematica έχει γίνει ένα βασικό εργαλείο τόσο στην ανάπτυξη όσο και στην παραγωγή και μέχρι τώρα ο σχεδιασμός πολλών από τα πιο σημαντικά νέα προϊόντα στον κόσμο στηρίζεται σε κάποιο στάδιο του στο Mathematica.

Στο *εμπόριο*, το Mathematica έχει παίξει σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη της πολύπλοκης *οικονομικής μοντελοποίησης*, καθώς και έχει χρησιμοποιηθεί *ευρέως σε πολλά είδη γενικού σχεδιασμού και αναλύσεων*. Το Mathematica έχει επίσης αναδυθεί ως ένα σημαντικό εργαλείο στην Επιστήμη των Υπολογιστών και στην ανάπτυξη λογισμικού: το μέρος του που χρησιμοποιείται ως γλώσσα προγραμματισμού *χρησιμοποιείται ευρέως ως ένα ερευνητικό περιβάλλον, ένα περιβάλλον διεπαφής (interface environment), ένα περιβάλλον για την ανάπτυξη πρωτοτύπων (prototyping environment)* (Wolfram, 1996).

Το μεγαλύτερο μέρος των χρηστών του Mathematica είναι *τεχνικοί επαγγελματίες*. Το Mathematica όμως χρησιμοποιείται σε *μεγάλο βαθμό στην εκπαίδευση*, όπου πολλά μαθήματα, από μαθήματα Λυκείου έως και προπτυχιακά και μεταπτυχιακά πανεπιστημιακά μαθήματα, βασίζονται σε αυτό. Επιπρόσθετα, με την διαθεσιμότητα των *μαθητικών εκδόσεων (student versions)*, το Mathematica έχει γίνει ένα σημαντικό εργαλείο τόσο για τους φοιτητές τεχνικών όσο και μη τεχνικών σχολών ανά τον κόσμο.

Η *βάση των χρηστών του περιλαμβάνει ανθρώπους από όλες τις ηπείρους, με ηλικίες από δέκα ετών και πάνω* και περιλαμβάνει για παράδειγμα καλλιτέχνες, συνθέτες, γλωσσολόγους και δικηγόρους. Υπάρχουν πολλοί επίσης που από προσωπικό ενδιαφέρον χρησιμοποιούν το Mathematica για να επεκτείνουν τα ενδιαφέροντα τους στις Επιστήμες, στα Μαθηματικά και στους Υπολογιστές. Από τότε που το Mathematica πρωτοκυκλοφόρησε, η *βάση χρηστών του έχει αυξηθεί σταθερά* και σήμερα ο συνολικός αριθμός των χρηστών του ξεπερνάει το ένα εκατομμύριο. Το Mathematica είναι βασικό εργαλείο πολλών οργανισμών, και χρησιμοποιείται σήμερα στις 50 επιχειρήσεις με το μεγαλύτερο πλούτο στον κόσμο, στα 15 σημαντικότερα τμήματα της Κυβέρνησης των ΗΠΑ και στα 50 μεγαλύτερα πανεπιστήμια στον κόσμο.

Σε τεχνικό επίπεδο, το Mathematica είναι ένα από τα μεγαλύτερα προγράμματα μίας εφαρμογής που αναπτύχθηκε ποτέ και περιλαμβάνει ένα *μεγάλο πλήθος από πρωτότυπους αλγορίθμους και σημαντικές τεχνικές καινοτομίες*. Μεταξύ αυτών των καινοτομιών είναι η έννοια του «*notebook*», δηλαδή του *ανεξαρτήτου πλατφόρμας αλληλεπιδραστικού εγγράφου (platform – independent interactive document)*. Τα «*notebooks*» έχουν γίνει ήδη βασικό στοιχείο για πολλά είδη σημειώσεων μαθημάτων και

άρθρων και με τις νέες δυνατότητες στις εκδόσεις του Mathematica, έχουν αρχίσει να αποτελούν μία *βασική μορφή δημοσίευσης τεχνικών άρθρων στο διαδίκτυο και αλλού* (Wolfram, 1996).

Η ανάπτυξη του Mathematica έχει γίνει από την Wolfram Research, της οποίας ηγείται ο Stephen Wolfram. Σήμερα υπάρχουν πάνω από 100 εξειδικευμένα εμπορικά πακέτα διαθέσιμα για το Mathematica, όπως και διάφορα περιοδικά και περισσότερα από 200 βιβλία αφιερωμένα στο σύστημα.

7.2.2. Το Mathematica ως εκπαιδευτικό εργαλείο

Το Mathematica είναι ένα μαθηματικό πακέτο, το οποίο *συνδυάζει τα χαρακτηριστικά:*

α) ενός *πακέτου συμβολικής άλγεβρας*, εφόσον μπορεί να κάνει αλγεβρικές πράξεις, όπου το αποτέλεσμα μπορεί να περιέχει μία ή περισσότερες μεταβλητές,

β) ενός *εργαλείου οπτικοποίησης*, εφόσον δίνει τη δυνατότητα για τη σχεδίαση γραφικών παραστάσεων στο επίπεδο και στο χώρο με ευκολία, ταχύτητα και ακρίβεια,

γ) ενός *εργαλείου μοντελοποίησης συστημάτων*, εφόσον μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία μοντέλων πραγματικών καταστάσεων αλλά και θεωριών από διάφορους τομείς των Θετικών κυρίως Επιστημών και τη διερεύνηση τους μέσω στατικών και δυναμικών μεθόδων αναπαράστασης που επιτρέπουν την παρατήρηση της μεταβολής της συμπεριφοράς του μοντέλου ανάλογα με τη μεταβολή των παραμέτρων,

δ) ενός *μικρόκοσμου*, εφόσον είναι ένα εξερευνητικό μαθησιακό περιβάλλον για τις έννοιες των μαθηματικών και των μαθημάτων θετικών επιστημών γενικότερα, μέσα στο οποίο ο μαθητευόμενος μπορεί να ασχοληθεί με την κατασκευή και τον έλεγχο εσωτερικών διανοητικών μοντέλων, τα οποία στη συνέχεια μπορεί να τα αναπαραστήσει στο ίδιο περιβάλλον, έχοντας στη διάθεση του ένα ολοκληρωμένο συνδυασμό μικρόκοσμου–εργαλείου μοντελοποίησης–εργαλείου οπτικοποίησης σε ένα μόνο εργαλείο και

ε) μιας *γλώσσας προγραμματισμού*, με τις δομές της ακολουθίας, της επιλογής και της επανάληψης όπως και την ύπαρξη και δυνατότητα ορισμού διαφόρων δομών δεδομένων.

Το Mathematica μπορεί να *χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά ως νοητικό εργαλείο στην υποστήριξη ανακαλυπτικών–κατασκευαστικών προσεγγίσεων* στη διδασκαλία των Μαθηματικών και άλλων μαθημάτων Θετικών Επιστημών, τόσο στη Δευτεροβάθμια όσο και στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση, εφόσον δίνει τη δυνατότητα:

α) Να σχεδιάσουμε *εύκολα και γρήγορα τη γραφική παράσταση* οποιασδήποτε συνάρτησης ή καμπύλης στο επίπεδο ή στο χώρο, μέσω του τύπου της συνάρτησης ή της εξίσωσης της καμπύλης.

β) Να μελετήσουμε *αναλυτικά τις γεωμετρικές ιδιότητες και τα γεωμετρικά μεγέθη* που αναφέρονται στις συναρτήσεις ή στις καμπύλες του επιπέδου και του χώρου είτε *μέσω στατικών αναπαραστάσεων* οι οποίες μπορούν να περιλαμβάνουν πολλαπλές καμπύλες στο ίδιο σχήμα ή *μέσω δυναμικών αναπαραστάσεων και κίνησης (animation)*.

γ) Να κάνουμε *εύκολα, γρήγορα και με μεγάλη ακρίβεια πολύπλοκους υπολογισμούς* αριθμητικούς ή αλγεβρικούς, οι οποίοι μπορούν να περιλαμβάνουν τόσο υπολογισμούς ορίων, παραγώγων, μερικών παραγώγων και ολοκληρωμάτων απλών και διπλών, όπως και τη λύση εξισώσεων.

Το Mathematica είναι ένα *εύχρηστο εκπαιδευτικό εργαλείο*, το οποίο δεν απαιτεί ιδιαίτερες γνώσεις προγραμματισμού και επιτρέπει στους δασκάλους των Μαθηματικών και των άλλων Θετικών Επιστημών,

να οπτικοποιούν τις διάφορες έννοιες και τα διάφορα μεγέθη, ώστε να μη φαντάζουν ξένα και απρόσιτα στους μαθητές. Να σχεδιάζουν και να υλοποιούν δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές θα μπορούν να αυτενεργούν και να πειραματίζονται με τον απ' ευθείας χειρισμό των διαφόρων εννοιών και γεωμετρικών μεγεθών στα πλαίσια του λογισμικού, αναπτύσσοντας με τον τρόπο αυτό, μία στάση εξερεύνησης και πειραματισμού απέναντι στη γνώση. Επίσης να σχεδιάζουν και να υλοποιούν δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές θα μπορούν να διαμορφώνουν εικασίες σχετικά με τα θέματα που διαπραγματεύονται, τις οποίες να ελέγχουν χρησιμοποιώντας το ίδιο το λογισμικό. Μ' αυτόν τον τρόπο καλλιεργείται η διαισθητική σκέψη των μαθητών. Τέλος να ελέγχουν οι ίδιοι οι μαθητές, πειραματικά, τα συμπεράσματα τα οποία τους παρουσιάζει ο δάσκαλος, ούτως ώστε η αλήθεια να προκύπτει ως προϊόν διαπραγμάτευσης και συμφωνίας μεταξύ των μελών της τάξης έχουμε με τον τρόπο αυτό μία κοινωνική κατασκευή της γνώσης.

7.3. Χειρισμός του Mathematica

Για να εκτελεστεί οποιαδήποτε εντολή πληκτρολογήσουμε ή να «φορτώσουμε» στη μνήμη οποιοδήποτε ορισμό πρέπει να πατήσουμε **SHIFT** και **ENTER**, ή αριθμητικό **ENTER**. Προτού εκτελεστεί οποιαδήποτε εντολή ή γίνει δεκτός οποιοσδήποτε ορισμός, γίνεται *συντακτικός έλεγχος* από το Mathematica. Στην περίπτωση που έχει γίνει λάθος στην σύνταξη κάποιας εντολής ή ορισμού, το πρόγραμμα εμφανίζει κατάλληλο μήνυμα, υπογραμμίζοντας το σημείο στο οποίο έχει γίνει το λάθος.

Στη συνέχεια θα δούμε το συμβολισμό των βασικών μαθηματικών συμβόλων, πράξεων και αντικειμένων στο Mathematica. Επίσης θα δούμε πως μπορούμε να σχεδιάζουμε γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων μίας ή δύο μεταβλητών, καμπύλων και διανυσμάτων στο επίπεδο ή στο χώρο (Wolfram, 1996, Gray, 1998 και Torrence & Torrence, 1999).

7.3.1. Συμβολισμός στο Mathematica

Ο συμβολισμός στο Mathematica, αν και είναι παρόμοιος με τον συνήθη μαθηματικό συμβολισμό, παρουσιάζει κάποιες ουσιώδεις διαφορές μ' αυτόν. Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τον *συμβολισμό των βασικών μαθηματικών συμβόλων, πράξεων και αντικειμένων* στο Mathematica, συγκριτικά με τον συνήθη μαθηματικό συμβολισμό:

1) Οι *παρενθέσεις* στα μαθηματικά έχουν διάφορες σημασίες και χρήσεις. Ας δούμε για καθεμιά από τις χρήσεις αυτές ποιος είναι ο αντίστοιχος συμβολισμός στο Mathematica:

Χρήση Παρένθεσης	Συνήθης Συμβολισμός	Συμβολισμός στο Mathematica
Σημείο του x^2 ή του x^3	$(x1, y1)$ ή $(x1, y1, z1)$	$\{x1, y1\}$ ή $\{x1, y1, z1\}$
Ομαδοποίηση	$a (b + c)$	$a (b + c)$ ή $a * (b + c)$
Συνάρτηση f εφαρμοσμένη σε μια μεταβλητή x	$f(x)$	$f[x]$

2) Η *ισότητα* συμβολίζεται με διάφορους τρόπους ανάλογα με τη χρήση της. Συγκεκριμένα:

Χρήση Ισότητας	Συνήθης Συμβολισμός	Συμβολισμός στο Mathematica
Ορισμός συνάρτησης μίας μεταβλητής	$f(x) = \text{έκφραση του } x$	$f[x_]:= \text{έκφραση του } x$
Ορισμός συνάρτησης δύο μεταβλητών	$f(x, y) = \text{έκφραση των } x, y$	$f[x_ , y_]:= \text{έκφραση των } x, y$
Αντικατάσταση	$x = a$	$x = a$
Παράσταση ή επίλυση εξίσωσης	$a x + \beta y = \gamma$	$a x + \beta y == \gamma$ ή $a * x + \beta * y == \gamma$

3) Ο *πολλαπλασιασμός* συμβολίζεται με ένα κενό ή έναν αστερίσκο *. Πολλές φορές είναι απαραίτητο να χρησιμοποιούμε τον αστερίσκο, όταν μία έκφραση πρόκειται να συνεχιστεί σε μία επόμενη γραμμή.

4) Το *εσωτερικό γινόμενο* δύο διανυσμάτων (a_1, a_2) και (b_1, b_2) του \mathbb{R}^2 συμβολίζεται με \cdot , δηλαδή $\{a_1, a_2\} \cdot \{b_1, b_2\}$ και επιστρέφει την έκφραση: $a_1 b_1 + a_2 b_2$.

5) Στο Mathematica, όπως στα συνήθη μαθηματικά, οι *συναρτήσεις διακρίνονται από τις τιμές τους*. Η f είναι μία συνάρτηση της οποίας η τιμή στο x (το οποίο μπορεί να είναι είτε μία παράμετρος ή ένας αριθμός) είναι η $f[x]$.

6) Οι *παράγωγοι συναρτήσεων μίας μεταβλητής* και οι *μερικές παράγωγοι συναρτήσεων δύο μεταβλητών* υπολογίζονται ως εξής:

Χρήση Συμβόλου	Συνήθης Συμβολισμός	Συμβολισμός στο Mathematica
Παράγωγος συνάρτησης f ως προς μεταβλητή x	$f'(x)$ ή $\frac{df}{dx}$	$f'[x]$ ή $D[f[x], x]$
Τιμή της παραγώγου μίας συνάρτησης f στο $x = a$	$f'(a)$ ή $\left. \frac{df}{dx} \right _{x=a}$	$f'[a]$ ή $D[f[x], x] /. x \rightarrow a$
Δεύτερη παράγωγος μίας συνάρτησης f ως προς μια μεταβλητή x	$f''(x)$ ή $\frac{d^2 f}{dx^2}$	$f''[x]$ ή $D[f[x], \{x, 2\}]$
Μερική παράγωγος συνάρτησης $f[x, y]$ ως προς x	$\frac{\partial f}{\partial x}$	$D[f[x, y], x]$ ή $\partial_x f[x, y]$
Μερική παράγωγος δεύτερης τάξης συνάρτησης $f[x, y]$ ως προς x	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$	$D[f[x, y], \{x, 2\}]$ ή $\partial_{x,x} f[x, y]$
Μερική παράγωγος συνάρτησης $f[x, y]$ ως προς x και ως προς y	$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$	$\partial_{y,x} f[x, y]$

7) Τα *ολοκληρώματα μίας συνάρτησης* συμβολίζονται ως εξής:

Χρήση Συμβόλου	Συνήθης Συμβολισμός	Συμβολισμός στο Mathematica
Αόριστο ολοκλήρωμα συνάρτησης f ως προς μεταβλητή x	$\int f(x) dx$	Integrate[f[x], x] ή $\int f[x] dx$
Ορισμένο ολοκλήρωμα συνάρτησης f ως προς μεταβλητή x στο διάστημα [a, b]	$\int_a^b f(x) dx$	Integrate[f[x], {x, a, b}] ή $\int_a^b f[x] dx$
Αόριστο διπλό ολοκλήρωμα συνάρτησης f ως προς μεταβλητές x και y	$\iint f(x, y) dx dy$	Integrate [Integrate[f[x, y], x], y] ή $\iint f[x, y] dx dy$
Ορισμένο διπλό ολοκλήρωμα συνάρτησης f ως προς μεταβλητές x και y στην περιοχή [a, b] x [c, d]	$\int_c^d \int_a^b f(x, y) dx dy$	Integrate[f[x, y], {x, a, b}, {y, c, d}] ή $\int_c^d \int_a^b f[x, y] dx dy$

8) Οι πίνακες 2×2 και 3×3 και τα βασικά μεγέθη και είδη πινάκων που χρησιμοποιούνται στην Γραμμική Άλγεβρα συμβολίζονται ως εξής:

Χρήση Συμβόλου	Συνήθης Συμβολισμός	Συμβολισμός στο Mathematica
Ορισμός πίνακα 2×2	$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$	A= {{a, b},{c, d}}
Ορισμός πίνακα 3×3	$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$	A= {{a, b, c},{d, e, f},{g, h, i}}
Υπολογισμός οριζουσας πίνακα	A	Det[A]
Υπολογισμός αντιστρόφου του πίνακα A	A^{-1}	Inverse[A]
Υπόλογισμός αναστρόφου του πίνακα A	A^T	Transpose[A]

7.3.2. Γραφικές παραστάσεις στο επίπεδο και στο χώρο

7.3.2.1. Χάραξη γραφικής παράστασης πραγματικής συνάρτησης μίας ή δύο πραγματικών μεταβλητών

Θεωρούμε μία πραγματική συνάρτηση πραγματικής μεταβλητής με τύπο $f(x) = \text{έκφραση του } x$, όπου $x \in (a, b)$. Η βασική εντολή για τη *χάραξη της γραφικής παράστασης μιας πραγματικής συνάρτησης μίας πραγματικής μεταβλητής* είναι η *Plot*. Η εντολή Plot συντάσσεται με τους εξής τρόπους:

α) Plot[f[x], {x, a, b}, επιλογές]

β) Plot[f[x] // Evaluate, {x, a, b}, επιλογές]

Θεωρούμε μία πραγματική συνάρτηση δύο πραγματικών μεταβλητών με τύπο $f(x, y) =$ έκφραση των x και y , όπου $x \in (a, b)$ και $y \in (c, d)$. Η βασική εντολή για τη *χάραξη της γραφικής παράστασης μιας πραγματικής συνάρτησης δύο πραγματικών μεταβλητών* είναι η *Plot3D*. Η εντολή *Plot3D* συντάσσεται με τους εξής τρόπους:

α) Plot3D[f[x, y], {x, a, b}, {y, c, d}, επιλογές]

β) Plot3D[f[x, y] // Evaluate, {x, a, b}, {y, c, d}, επιλογές]

Η *διαφορά των δύο παραπάνω εντολών* είναι η εξής: Χωρίς τη χρήση της εντολής //Evaluate, το πρόγραμμα αρχικά υπολογίζει ποιες τιμές του x από το διάστημα (a, b) θα χρησιμοποιηθούν και στη συνέχεια εκτιμάει και υπολογίζει την τιμή της f σε καθεμιά από τις τιμές αυτές. Με τη χρήση της εντολής //Evaluate, το πρόγραμμα αρχικά εκτιμάει την f δημιουργώντας μία συμβολική έκφραση στα πλαίσια της μεταβλητής x και στη συνέχεια εκτιμάει αυτήν την έκφραση αριθμητικά για τις συγκεκριμένες τιμές του x που απαιτούνται για τη χάραξη της γραφικής παράστασης.

Οι *επιλογές στην Plot και την Plot3D* μπορούν να περιλαμβάνουν:

1) Την εντολή *AspectRatio*, η οποία ορίζει την *ανάλογία ύψους-πλάτους του γραφήματος*.

Η εντολή *AspectRatio* \rightarrow Automatic μας εξασφαλίζει ισότητα μονάδων στους δύο άξονες, δηλαδή ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.

Η προκαθορισμένη τιμή (default) για την *AspectRatio* είναι 0.618, δηλαδή ο αντίστροφος του λεγόμενου «χρυσού λόγου» $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

2) Την εντολή *Ticks*, η οποία αναφέρεται στη *διαγράμμιση των αξόνων*.

Ειδικότερα η εντολή *Ticks* \rightarrow None αφαιρεί τη διαγράμμιση από τους άξονες.

Η εντολή *Ticks* \rightarrow {Range[a, b, step1], Range[c, d, step2]} ορίζει τη διαγράμμιση στον άξονα $x'x$ να είναι μεταξύ των a και b με βήμα $step1$ και τη διαγράμμιση στον άξονα $y'y$ να είναι μεταξύ των c και d με βήμα $step2$. Με την εντολή *Ticks* \rightarrow {Range[a, b, step1], Automatic} η διαγράμμιση στον άξονα $y'y$ καθορίζεται αυτόματα.

Η εντολή *Ticks* \rightarrow {{x₁, {x₂, " "}}, x₃, {x₄, " "}}, {y₁, {y₂, " "}}, y₃, {y₄, " "}} τοποθετεί στον άξονα $x'x$ τα σημεία x_1, x_2, x_3, x_4 , δεν εμφανίζει όμως τις τιμές που εμφανίζονται με τη μορφή $\{x_i, " "$ στη διαγράμμιση των αξόνων και αντίστοιχα στον άξονα $y'y$ τα σημεία y_1, y_2, y_3, y_4 αποκρύπτοντας τις τιμές των $\{y_i, " "$. Με την εντολή *Ticks* \rightarrow {{x₁, {x₂, " "}}, x₃, {x₄, " "}}, Automatic} η διαγράμμιση στον άξονα $y'y$ καθορίζεται αυτόματα από το πρόγραμμα.

3) Την εντολή *Axes*, με την οποία καθορίζεται η *ύπαρξη ή μη αξόνων*.

Ειδικότερα η εντολή *Axes* \rightarrow None αφαιρεί τους άξονες. Η εντολή *Axes* \rightarrow {True, False} εμφανίζει τον άξονα $x'x$ και αφαιρεί τον άξονα $y'y$.

4) Την εντολή *PlotRange*, η οποία αναφέρεται στα *σημεία τα οποία πρόκειται να συμπεριληφθούν στην γραφική παράσταση*.

Ειδικότερα η εντολή `PlotRange` $\rightarrow \{\{a, b\}, \{c, d\}\}$ καθορίζει ότι θα χαραχθεί το τμήμα του ίχνους της καμπύλης το οποίο βρίσκεται μεταξύ των ευθειών $x = a$, $x = b$ (ως προς τον άξονα $x'x$) και $y = c$, $y = d$ (ως προς τον άξονα $y'y$).

Η εντολή `PlotRange` \rightarrow All επιτρέπει τη χάραξη όλων των σημείων του γραφήματος.

Με την εντολή `PlotRange` \rightarrow Automatic βρίσκεται η κατανομή των τιμών των συντεταγμένων των σημείων που εμφανίζονται στο γράφημα και εξαιρούνται τα σημεία εκείνα τα οποία βρίσκονται επαρκώς εκτός της κατανομής. Η προκαθορισμένη τιμή (default) είναι η `PlotRange` \rightarrow Automatic.

5) Την εντολή `PlotPoints`, η οποία καθορίζει το *πλήθος των σημείων στα οποία πρόκειται να εκτιμηθεί η καμπύλη προκειμένου να χαραχθεί το γράφημα του ίχνους της*. Προκειμένου να έχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια στη σχεδίαση, η καμπύλη θα πρέπει να εκτιμηθεί σε ένα μεγάλο αριθμό σημείων.

6) Την εντολή `PlotStyle`, η οποία καθορίζει το *είδος των γραμμών ή των σημείων που πρόκειται να σχεδιαστούν*. Η εντολή `PlotStyle` μπορεί να περιλαμβάνει τις *εξής παραμέτρους*:

α) Την παράμετρο `Thickness[value1]`, η οποία καθορίζει το *πάχος της γραμμής που σχεδιάζεται* ανάλογα με την τιμή της `value1`. Η παράμετρος `value1` παίρνει τιμές στο $[0, 1]$.

β) Την παράμετρο `GrayLevel[value2]`, η οποία *χρωματίζει την καμπύλη στις αποχρώσεις του γκρι*. Η παράμετρος `value2` παίρνει τιμές στο $[0, 1]$, με `GrayLevel[0]` να αντιστοιχεί στο μαύρο και `GrayLevel[1]` να αντιστοιχεί στο άσπρο.

γ) Την παράμετρο `RGBColor[red, green, blue]`, η οποία *χρωματίζει την καμπύλη με συνδυασμούς του κόκκινου, πράσινου και μπλε χρώματος*. Οι παράμετροι `red`, `green`, `blue` παίρνουν τιμές στο $[0, 1]$ και ο συσχετισμός τους καθορίζει την υφή του τελικού χρώματος.

Η επιλογή `RGBColor[1,0,0]` αντιστοιχεί στο κόκκινο, η επιλογή `RGBColor[0,1,0]` αντιστοιχεί στο πράσινο, η επιλογή `RGBColor[0,0,1]` αντιστοιχεί στο μπλε, η επιλογή `RGBColor[1,1,0]` αντιστοιχεί στο κίτρινο και η επιλογή `RGBColor[0,1,1]` αντιστοιχεί στο γαλάζιο.

δ) Την παράμετρο `Hue[value]` η οποία *χρωματίζει την καμπύλη* ανάλογα με την τιμή της `value` η οποία παίρνει τιμές στο $[0,1]$.

Η επιλογή `Hue[1]` αντιστοιχεί στο κόκκινο, η επιλογή `Hue[0.7]` αντιστοιχεί στο μπλε, η επιλογή `Hue[0.5]` αντιστοιχεί στο γαλάζιο, οι επιλογές `Hue[0.4]` και `Hue[0.3]` αντιστοιχούν σε αποχρώσεις του πράσινου, η επιλογή `Hue[0.2]` αντιστοιχεί στο κίτρινο και η επιλογή `Hue[0.1]` αντιστοιχεί στο πορτοκαλί.

Η εντολή `PlotStyle` μπορεί να εμφανιστεί με τις *εξής μορφές*:

α) `PlotStyle` \rightarrow παράμετρος, αν έχουμε μόνο μία παράμετρο,

β) `PlotStyle` $\rightarrow \{\text{παράμετρος}_1, \text{παράμετρος}_2, \dots\}$, αν έχουμε περισσότερες από μία παραμέτρους.

7) Την εντολή `AxesLabel`, η οποία καθορίζει *τίτλους για τους άξονες*.

Ειδικότερα, η εντολή `AxesLabel` $\rightarrow \{\text{τίτλος } x\text{-άξονα}, \text{τίτλος } y\text{-άξονα}\}$ αποδίδει τίτλους και στους δύο άξονες, ενώ η εντολή `AxesLabel` \rightarrow τίτλος, αποδίδει τίτλο μόνο στον κατακόρυφο άξονα. Στις γραφικές παραστάσεις του επιπέδου οι τίτλοι τοποθετούνται στην άκρη του κάθε άξονα.

Η εντολή `AxesLabel` \rightarrow None αφαιρεί τους τίτλους από τους άξονες.

8) Την εντολή `AxesOrigin`, η οποία *καθορίζει την αρχή των αξόνων*, δηλαδή το σημείο τομής των αξόνων που σχεδιάζονται.

Ειδικότερα, η εντολή `AxesOrigin` \rightarrow $\{x, y\}$ καθορίζει ότι το σημείο τομής των αξόνων είναι το σημείο (x, y) .

Η εντολή `AxesOrigin` \rightarrow `Automatic` χρησιμοποιεί έναν εσωτερικό αλγόριθμο για τον προσδιορισμό του σημείου τομής των αξόνων. Αν το σημείο $(0, 0)$ βρίσκεται μέσα ή κοντά στην περιοχή που σχεδιάζεται τότε συνήθως επιλέγεται αυτό ως η αρχή των αξόνων.

9) Την εντολή `DefaultFont`, η οποία καθορίζει τη γραμματοσειρά και το μέγεθος της γραμματοσειράς, τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στη διαγράμμιση των αξόνων και στους τίτλους των αξόνων ή του γραφήματος.

Ειδικότερα η επιλογή `DefaultFont` \rightarrow $\{\text{"Times"}, 13\}$ καθορίζει η γραμματοσειρά στους άξονες και στους τίτλους αξόνων και γραφήματος να είναι η "Times New Roman" και το μέγεθος της γραμματοσειράς 13 στ.

10) Την εντολή `ViewPoint` (η οποία αφορά μόνο την εντολή `Plot3D`), η οποία καθορίζει το σημείο στο χώρο από το οποίο θεωρούνται τα αντικείμενα που έχουν σχεδιαστεί.

7.3.2.2. Χάραξη περισσότερων από μίας γραφικών παραστάσεων στο ίδιο γράφημα

Για τη χάραξη περισσότερων από μίας γραφικών παραστάσεων στο ίδιο γράφημα:

(I) Για να σχεδιάσουμε στο ίδιο γράφημα δύο συναρτήσεις $f, g: (a, b) \rightarrow \mathcal{R}$, με το ίδιο πεδίο ορισμού, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την `Plot` με την εξής σύνταξη:

`Plot[{f[x], g[x]} //Evaluate, {x, a, b}, επιλογές]`

Οι περισσότερες επιλογές στην παραπάνω εντολή είναι οι ίδιες με τις επιλογές της συνήθους σύνταξης της εντολής. Η επιλογή που διαφέρει είναι η `PlotStyle`, η οποία συντάσσεται:

α) Αν έχουμε μία παράμετρο για την κάθε συνάρτηση:

`PlotStyle` \rightarrow $\{\text{παράμετρος συνάρτησης } f, \text{ παράμετρος συνάρτησης } g\}$

β) Αν έχουμε περισσότερες από μία παραμέτρους για την κάθε καμπύλη:

`PlotStyle` \rightarrow $\{\{\text{παράμετρος}_1 \text{ της } f, \text{ παράμετρος}_2 \text{ της } f, \dots\}, \{\text{παράμετρος}_1 \text{ της } g, \text{ παράμετρος}_2 \text{ της } g, \dots\}\}$

(II) Για να σχεδιάσουμε δύο πραγματικές συναρτήσεις πραγματικής μεταβλητής: $f: (a, b) \rightarrow \mathcal{R}$ και $g: (c, d) \rightarrow \mathcal{R}$ οι οποίες δεν έχουν απαραίτητα το ίδιο πεδίο ορισμού, στο ίδιο γράφημα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εντολή `Show`. Η εντολή `Show` συντάσσεται ως εξής:

`Show[αντικείμενο1, αντικείμενο2, ..., επιλογές]`

Τα αντικείμενα που εμφανίζονται στην εντολή `Show` μπορούν να είναι είτε διανύσματα ή γραφικές παραστάσεις καμπύλων ή συναρτήσεων στο επίπεδο.

Οι επιλογές που εμφανίζονται στην εντολή `Show` είναι οι ίδιες με τις επιλογές της εντολής `Plot`, με διαφορές στις προκαθορισμένες τιμές (default) των εντολών. Για παράδειγμα η προκαθορισμένη τιμή για την εντολή `Axes` στην `Show` είναι `Axes` \rightarrow `False`.

Ειδικότερα για τις συναρτήσεις f και g χρησιμοποιούμε τις εντολές:

`p = Plot[f[x] //Evaluate, {x, a, b}, επιλογές]`

`q = Plot[g[x] //Evaluate, {x, c, d}, επιλογές]`

Show[p, q, ..., επιλογές]

Η αντικατάσταση των γραφημάτων των δύο καμπύλων με p και q αντίστοιχα, μας επιτρέπει να χρησιμοποιούμε τα εν λόγω γραφήματα ως αντικείμενα, στα οποία αναφερόμαστε με τα ονόματα p και q.

(III) Για να σχεδιάσουμε στο ίδιο γράφημα το ίχνος μιας συνάρτησης $f[n]: (a, b) \rightarrow \mathcal{R}$ για διαφορετικές τιμές κάποιας παραμέτρου n της συνάρτησης, χρησιμοποιούμε την εντολή Table σε συνδυασμό με την Plot. Η σύνταξη της εντολής είναι:

Plot[Table[f[n][x], {n, n₁, n₂, step}]] //Evaluate, {x, a, b}, επιλογές]

Η παραπάνω εντολή σημαίνει: «Σχεδίασε τις γραφικές παραστάσεις f[n], με n να παίρνει τιμές από n₁ έως n₂ με βήμα step, για $x \in (a, b)$ ».

7.3.2.3. Γραφική παράσταση διανυσμάτων στο επίπεδο

Μπορούμε να σχεδιάσουμε διανύσματα στο επίπεδο με το Mathematica κάνοντας χρήση του πακέτου "Graphics`Arrow`" του προγράμματος. Καταρχάς «φορτώνουμε» το πακέτο "Graphics`Arrow`" το οποίο μας επιτρέπει να σχεδιάζουμε διανύσματα υπό τη μορφή προσανατολισμένων ευθύγραμμων τμημάτων (διανύσματα ως βέλη) με την εντολή:

Needs["Graphics`Arrow`"]

Στη συνέχεια σχεδιάζουμε το διάνυσμα με αρχή το σημείο (x_1, y_1) και πέρας το σημείο (x_2, y_2) :

Show[Graphics[{Hue[a], Arrow[{x₁, y₁}, {x₂, y₂}]}], επιλογές]

Η εντολή Arrow από τον τρόπο ορισμού της, είναι μία συνάρτηση η οποία δέχεται ως πρότυπα τις συντεταγμένες των διανυσμάτων (x_1, y_1) και (x_2, y_2) . Η προσθήκη της επιλογής Hue[a], ανάλογα με την επιλογή του a, μας καθορίζει το χρώμα με το οποίο θα χρωματιστεί το διάνυσμα. Στις επιλογές είναι απαραίτητο να συμπεριλάβουμε την Axes -> True, αν επιθυμούμε να έχουμε άξονες στο γράφημα μας.

Προκειμένου να απεικονίσουμε δύο διανύσματα του επιπέδου στο ίδιο γράφημα, κάνουμε χρήση της εντολής Show, ως εξής:

Show[Graphics[{Hue[a₁], Arrow[{x₁, y₁}, {x₂, y₂}]}, Graphics[{Hue[a₂], Arrow[{x₃, y₃}, {x₄, y₄}]}], επιλογές]

7.4. Διδασκαλία θεμάτων από τον Απειροστικό Λογισμό II (Συναρτήσεις δύο ή περισσότερων μεταβλητών) με τη βοήθεια μαθηματικών πακέτων

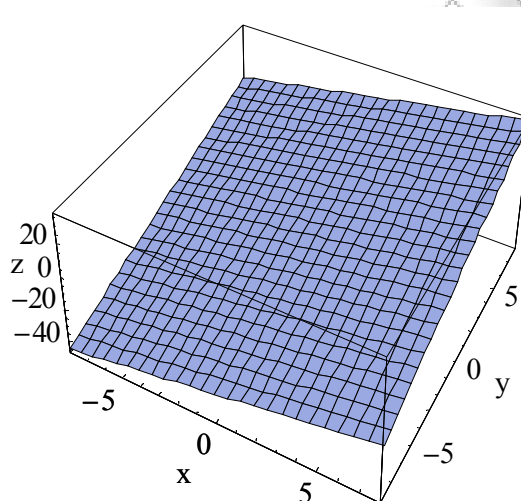
7.4.1. Γεωμετρικές ιδιότητες συναρτήσεων δύο μεταβλητών

Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης δύο μεταβλητών $f: \mathcal{R}^2 \rightarrow \mathcal{R}$, με $z = f(x, y)$ αποτελείται από το σύνολο των σημείων $S = \{(x, y, z) = (x, y, f(x, y)), \text{ για κάθε } (x, y) \in \mathcal{R}^2\}$ του \mathcal{R}^3 . Το σύνολο S είναι ουσιαστικά μία επιφάνεια.

Οι μαθητεύοι μπορούν να ανακαλύψουν την σχέση μεταξύ της γεωμετρικής αναπαράστασης μιας συνάρτησης δύο μεταβλητών και της αλγεβρικής της μορφής μέσω του πειραματισμού με το λογισμικό και του σχεδιασμού διαφόρων γραφικών παραστάσεων πολυωνυμικών συναρτήσεων για διαφορετικές τιμές και πρόσημα των παραμέτρων.

Μία ειδική μορφή επιφάνειας στο χώρο είναι το *επίπεδο*. Οι μαθητευόμενοι μπορούν να σχεδιάσουν τη γραφική παράσταση μίας *συνάρτησης δύο μεταβλητών πρώτου βαθμού*, για παράδειγμα της $f(x, y) = 2x + 3y - 5$ και στη συνέχεια να καθοδηγηθούν να αλλάξουν τις τιμές και τα πρόσημα των παραμέτρων στην ίδια συνάρτηση και να παρατηρήσουν τις μεταβολές στο γράφημα ανάλογα με τη μεταβολή των παραμέτρων.

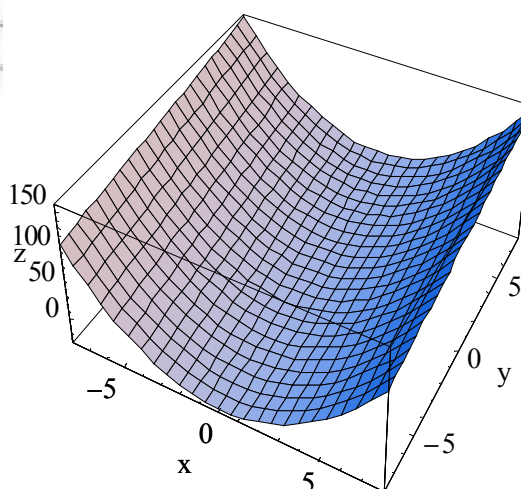
```
f[x_,y_] := 2*x+3*y-5
Plot3D[f[x,y]//Evaluate,{x,8,8},
  {y,-8,8}, AspectRatio->1,
  DefaultFont-> {"Times",12},
  AxesLabel->{"x","y","z"}]
```



Παρατηρούμε ότι σε κάθε περίπτωση, η *γραφική παράσταση της $f(x, y) = ax + by + c$ αναπαριστά επίπεδο*.

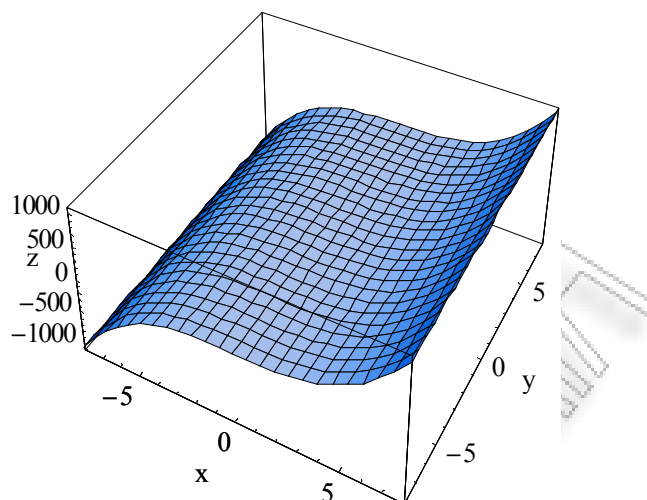
Οι μαθητευόμενοι μπορούν να παρατηρήσουν τη μεταβολή της γραφικής παράστασης καθώς αλλάζουν οι δυνάμεις των x και y στη συνάρτηση $f(x, y) = ax + by + c$. Ειδικότερα αν θεωρήσουμε τη συνάρτηση $f(x, y) = ax^2 + by + c$, όπου $a > 0$ και $b > 0$, παρατηρούμε ότι το επίπεδο "καμπυλώνεται" προς τις θετικές τιμές του άξονα των z κατά μήκος του άξονα των x . Αντίστοιχα αποτελέσματα έχουμε για αρνητικές τιμές των παραμέτρων a και b , αλλά και για τη συνάρτηση $f(x, y) = ax + by^2 + c$.

```
f[x_,y_] := 2*x^2 + 3*y - 5
Plot3D[f[x,y]//Evaluate,{x,-8,8},
  {y,-8,8}, AspectRatio->1,
  DefaultFont-> {"Times",12},
  AxesLabel->{"x","y","z"}]
```



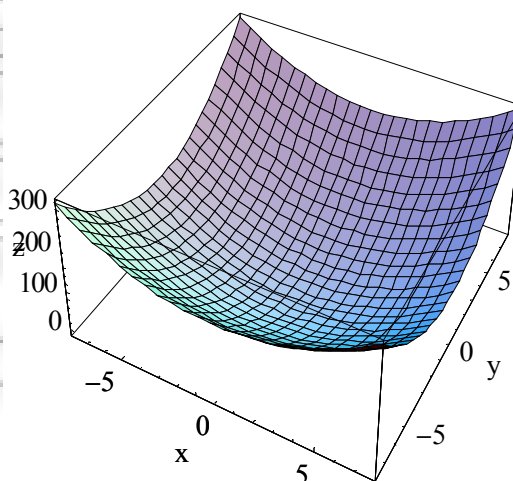
Αν θεωρήσουμε τη συνάρτηση $f(x, y) = ax^3 + by + c$, όπου $a > 0$ και $b > 0$, παρατηρούμε ότι το επίπεδο "καμπυλώνεται" προς τις θετικές τιμές του άξονα των z στο θετικό μέρος του άξονα των x και προς τις αρνητικές τιμές του άξονα των z στο αρνητικό μέρος του άξονα των x . Αντίστοιχα αποτελέσματα έχουμε για αρνητικές τιμές των παραμέτρων a και b , αλλά και για τη συνάρτηση $f(x, y) = ax + by^3 + c$.

```
f[x_,y_]:=2*x3 + 3*y - 5
Plot3D[f[x,y]//Evaluate,{x,-8,8},
{y,-8,8}, AspectRatio->1,
DefaultFont->{"Times",12},
AxesLabel->{"x","y","z"}]
```

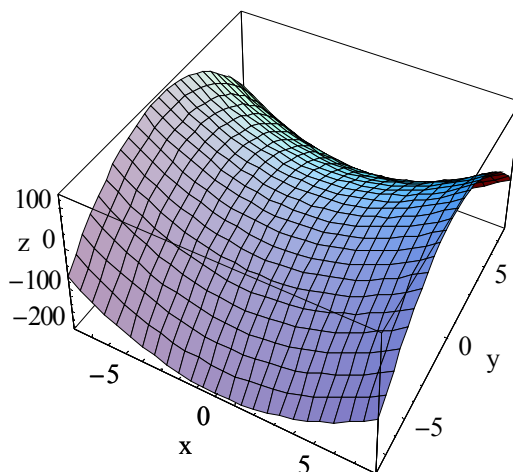


Αν θεωρήσουμε τη συνάρτηση $f(x, y) = a x^2 + \beta y^2 + \gamma$, όπου $a > 0$ και $\beta > 0$, παρατηρούμε ότι το επίπεδο "καμπυλώνεται" προς τις θετικές τιμές του άξονα των z κατά μήκος των αξόνων x και y . Αντίστοιχα αποτελέσματα έχουμε για αρνητικές τιμές των παραμέτρων a και β . Στην περίπτωση που έχουμε ετερόσημες τιμές των a και β προκύπτουν επιφάνειες με σαγματικά σημεία.

```
f[x_,y_]:=2*x2 + 3*y2 - 5
Plot3D[f[x,y]//Evaluate,{x,-8,8},
{y,-8,8}, AspectRatio->1,
DefaultFont-> {"Times",12},
AxesLabel->{"x","y","z"}]
```



```
f[x_,y_]:=2*x2 - 3*y2 - 5
Plot3D[f[x,y]//Evaluate,{x,-8,8},
{y,-8,8}, AspectRatio->1,
DefaultFont->{"Times",12},
AxesLabel->{"x","y","z"}]
```



7.4.2. Η έννοια της μερικής παραγώγου συνάρτησης δύο μεταβλητών

Ορίζουμε τη συνάρτηση $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 4x + 6y + 4$:

`f[x_,y_] := -x^2 - y^2 + 4*x + 6*y + 4`

Θα ερμηνεύσουμε τη μερική παράγωγο $\frac{\partial f}{\partial x}$ της $f(x, y)$ στο σημείο $A(4, 2)$:

`∂x f[x,y]`

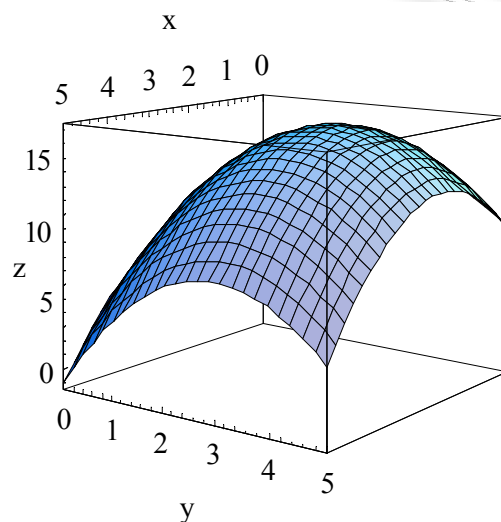
`4-2 x`

`∂x f[x,y] /. {x->4,y->2}`

`-4`

Η συνάρτηση $z = f(x, y)$ έχει γραφική παράσταση:

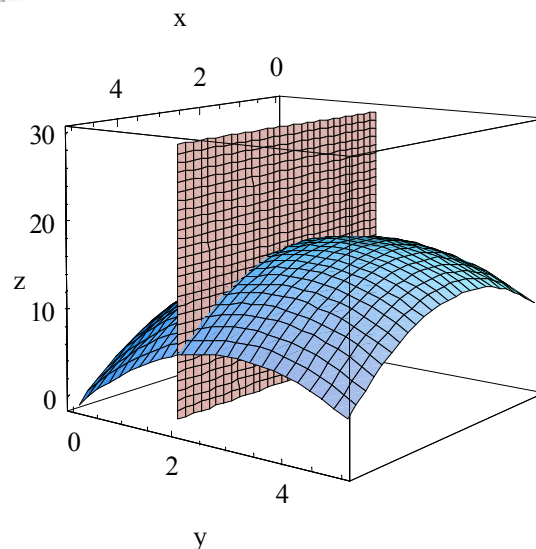
```
a=Plot3D[f[x,y]//Evaluate,{x,0,5},{y,0,5}, AspectRatio->0.8, AxesLabel->
{"x","y","z"}, FaceGrids->None, ViewPoint->{4,3,0.5}, DefaultFont->
{"Times",13}]
```



Σχεδιάζουμε το επίπεδο $y = 2$ και στη συνέχεια το απεικονίζουμε στο ίδιο γράφημα με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $z = f(x, y)$:

```
d=ParametricPlot3D[{x,2,z}
//Evaluate,{x,0,5},
{z,0,30},
AspectRatio->0.8,
AxesLabel->{"x","y","z"},
FaceGrids->None,
ViewPoint->{4,3,0.5},
DefaultFont->{"Times",13}]
```

`Show[a,d]`



Παρατηρούμε ότι η τομή του επιπέδου $y = 2$ με την επιφάνεια $z = f(x, y)$ δίνει μία συνάρτηση $f_1(x) = f(x, 2)$:

```
f1[x_]:=f[x,2]
```

```
f1[x]
```

```
12 + 4 x - x2
```

```
f1'[x]
```

```
4-2 x
```

```
f1'[4]
```

```
-4
```

Παρατηρούμε ότι η μερική παράγωγος $\frac{\partial f}{\partial x}$ της $f(x)$ στο σημείο $A(4, 2)$ ισούται με την παράγωγο της $f_1(x) = f(x, 2)$ στο σημείο $x_0 = 4$.

ΓΕΝΙΚΑ: Η $\frac{\partial f}{\partial x}$ της $z = f(x, y)$ στο σημείο $A(x_0, y_0)$ συμβολίζει την κλίση της εφαπτομένης της καμπύλης που προκύπτει από την τομή της επιφάνειας $f(x, y)$ με το επίπεδο $y = y_0$.

```
b=ParametricPlot3D[Append[{x,2,-4*(x-4)+12},{Hue[1],Thickness[0.01]}]]
```

```
//Evaluate,{x,0,6},AspectRatio->0.8,AxesLabel->{"x","y","z"},
```

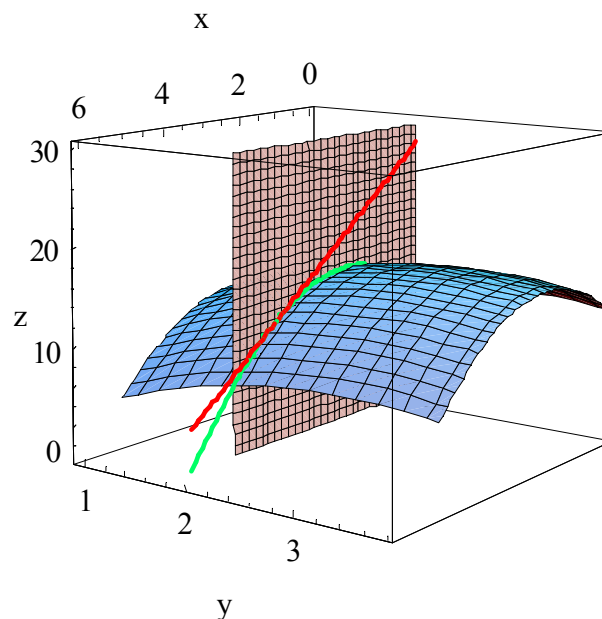
```
FaceGrids->None,ViewPoint->{4,3,0.5},DefaultFont->{"Times",13}]
```

```
c=ParametricPlot3D[Append[{x,2,f1[x]},{Hue[0.4],Thickness[0.01]}]] //Evaluate,
```

```
{x,0,6},AspectRatio->0.8,AxesLabel->{"x","y","z"},FaceGrids->None,
```

```
ViewPoint->{4,3,0.5},DefaultFont->{"Times",13}]
```

```
Show[a,b,c,d]
```



7.4.3. Εύρεση τοπικών ακροτάτων συνάρτησης δύο μεταβλητών

Στη συνέχεια θα περιγράψουμε τη γενική διαδικασία εύρεσης τοπικών ακροτάτων μιας συνάρτησης δύο μεταβλητών, χρησιμοποιώντας το Mathematica για τους διάφορους μαθηματικούς υπολογισμούς και τη σχεδίαση των γραφικών παραστάσεων που απαιτούνται. Με τον τρόπο αυτό οι μαθητευόμενοι: α) εστιάζουν την προσοχή τους στη διαδικασία, η οποία είναι και ο στόχος αυτής της ενότητας και όχι στους υπολογισμούς, και β) συνδυάζουν τα αποτελέσματα που βρίσκουν με τις γεωμετρικές αναπαραστάσεις

τους, οπτικοποιώντας τα βήματα που ακολουθούν, αποφεύγοντας τη μηχανική μάθηση μιας σειράς αλγοριθμικών βημάτων.

Ορίζουμε τη συνάρτηση $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + y^2 + 3x - 6y + 4$.

$$f[\mathbf{x}_-, \mathbf{y}_-] := \frac{1}{3} * \mathbf{x}^3 - 2 * \mathbf{x}^2 + \mathbf{y}^2 + 3 * \mathbf{x} - 6 * \mathbf{y} + 4$$

1. Υπολογίζουμε τις μερικές παραγώγους $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ και $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

$$\partial_x f[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$$

$$3 - 4x + x^2$$

$$\partial_y f[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$$

$$-6 + 2y$$

$$\partial_{x, x} f[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$$

$$-4 + 2x$$

$$\partial_{y, y} f[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$$

$$2$$

$$\partial_{x, y} f[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$$

$$0$$

2. Υπολογίζουμε τα σημεία πιθανών ακροτάτων λύνοντας τις εξισώσεις: $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$.

$$\text{Solve}[\partial_x f[\mathbf{x}, \mathbf{y}] == 0, \mathbf{x}]$$

$$\{\{x \rightarrow 1\}, \{x \rightarrow 3\}\}$$

$$\text{Solve}[\partial_y f[\mathbf{x}, \mathbf{y}] == 0, \mathbf{y}]$$

$$\{\{y \rightarrow 3\}\}$$

Προκύπτουν δύο σημεία πιθανών τοπικών ακροτάτων: A(1, 3) και B(3, 3).

3. Για καθένα από τα σημεία (x_0, y_0) αυτά υπολογίζουμε την ορίζουσα: $\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{vmatrix}$

(I) Αν $\Delta > 0$ τότε ελέγχουμε την $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$.

(I α) Αν $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} > 0$ έχουμε τοπικό ελάχιστο το $f(x_0, y_0)$ στο σημείο (x_0, y_0) .

(I β) Αν $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} < 0$ έχουμε τοπικό μέγιστο το $f(x_0, y_0)$ στο σημείο (x_0, y_0) .

(II) Αν $\Delta < 0$ έχουμε σαγματικό σημείο.

(III) Αν $\Delta = 0$ δεν μπορούμε να βγάλουμε συμπέρασμα.

$$\Delta[f_-, \{a_-, b_-\}] := \text{Det}\left[\begin{pmatrix} \partial_{x,x} f[\mathbf{x}, \mathbf{y}] & \partial_{y,x} f[\mathbf{x}, \mathbf{y}] \\ \partial_{x,y} f[\mathbf{x}, \mathbf{y}] & \partial_{y,y} f[\mathbf{x}, \mathbf{y}] \end{pmatrix}\right] /. \{\mathbf{x} \rightarrow a, \mathbf{y} \rightarrow b\}$$

α) Για το σημείο A(1, 3):

$$\Delta[f, \{1, 3\}]$$

$$-4$$

$$f[1, 3]$$

$$-\frac{11}{3}$$

Επομένως, έχουμε στο σημείο (1, 3) *σαγματικό σημείο* το $f(1, 3) = -\frac{11}{3}$.

β) Για το σημείο A(3, 3):

$$\Delta[f, \{3, 3\}]$$

4

$$\partial_{x, x} f[x, y] /. \{x \rightarrow 3, y \rightarrow 3\}$$

2

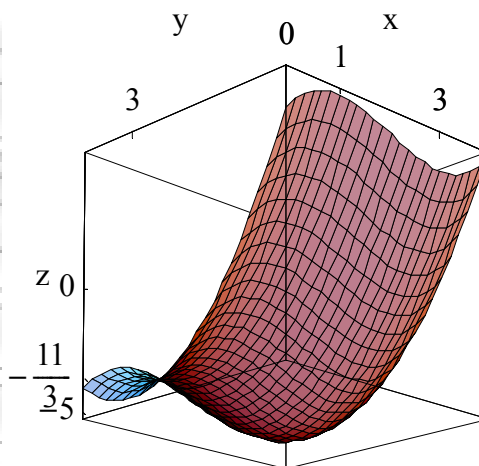
$$f[3, 3]$$

-5

Επομένως, έχουμε στο σημείο (3, 3) *τοπικό ελάχιστο* το $f(3, 3) = -5$.

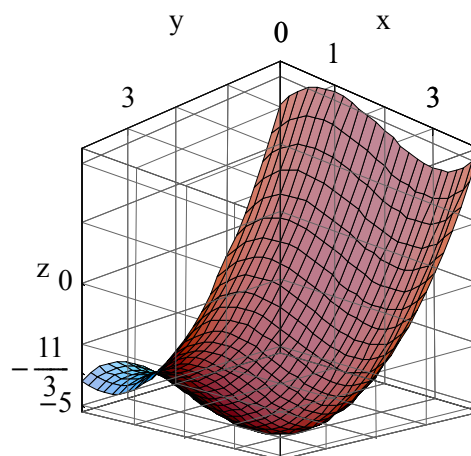
4. Σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση της $f(x, y)$:

```
Plot3D[f[x,y]//Evaluate,
  {x,0,4},{y,0,4},
  AxesLabel->{"x","y","z"},
  ViewPoint->{-5,-5,-1},
  DefaultFont->{"Times",13},
  AspectRatio->1,
  FaceGrids->None,
  Ticks->{{0,1,3},{0,3},
  {-5,-11/3,0}}]
```



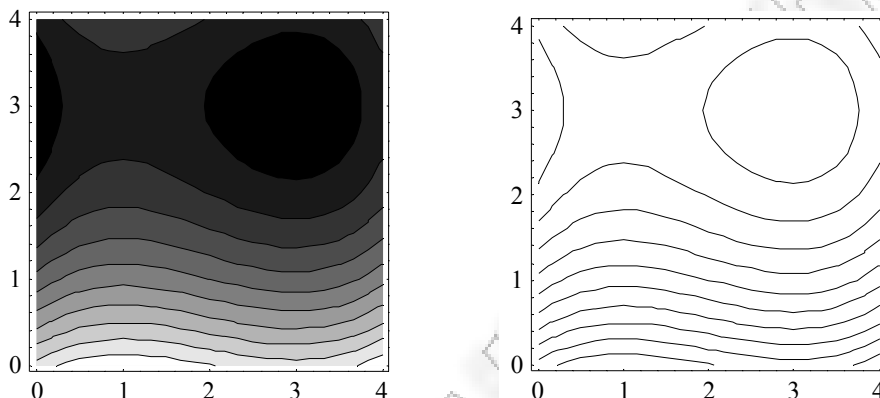
Μπορούμε να σχεδιάσουμε γραμμές πλέγματος στη γραφική παράσταση για να έχουμε καλύτερη οπτική αντίληψη των σημείων του χώρου στα οποία εμφανίζονται τα τοπικά ακρότατα και τα σαγματικά σημεία.

```
Show[%,FaceGrids->All]
```



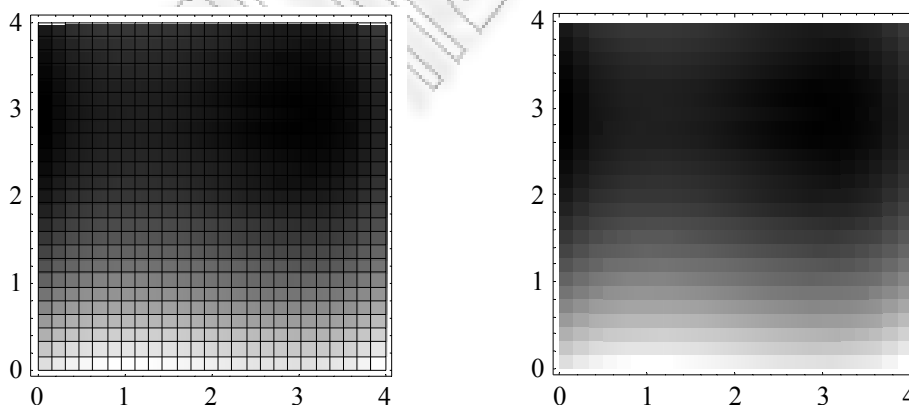
Μπορούμε επίσης να *σχεδιάσουμε με προοπτική την προβολή της επιφάνειας στο επίπεδο*, μέσω της εντολής *ContourPlot*, η οποία σχεδιάζει έναν "τοπογραφικό χάρτη" της επιφάνειας θεωρώντας τις ισούψεις της καμπύλες. Περιοχές με το ίδιο χρώμα βρίσκονται στο ίδιο ύψος. Οι πιο σκούρες περιοχές βρίσκονται χαμηλότερα στο χώρο. Με την επιλογή *ContourShading -> False* παίρνουμε τις *ισούψεις καμπύλες της επιφάνειας*.

```
ContourPlot[f[x,y],{x,0,4},{y,0,4},DefaultFont->{"Times",13}]
Show[%,ContourShading->False]
```



Μπορούμε να *σχεδιάσουμε την προβολή της επιφάνειας στο επίπεδο*, μέσω της εντολής *DensityPlot*, η οποία απεικονίζει την "πυκνότητα" της προβολής της επιφάνειας στο επίπεδο. Οι πιο σκούρες περιοχές βρίσκονται επίσης χαμηλότερα στο χώρο, όπως και στην *ContourPlot*. Με την επιλογή *Mesh -> False* αφαιρούμε τη διαγράμμιση από το γράφημα.

```
DensityPlot[f[x,y],{x,0,4},{y,0,4},DefaultFont->{"Times",13}]
Show[%, Mesh->False]
```



7.4.4. Μελέτη γεωμετρικών ιδιοτήτων και ακροτάτων παραβολοειδών επιφανειών

Οι *παραβολοειδείς επιφάνειες* είναι επιφάνειες που περιγράφονται ως σύνολα σημείων της μορφής: $S = \{(x, y, z) = (x, y, f(x,y))\}$, όπου $f(x, y)$ με $f(x, y) = a(x^2 + y^2)$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Θα μελετήσουμε τις γεωμετρικές ιδιότητες και τα ακρότατα των παραβολοειδών επιφανειών μέσω δοκιμών και πειραματισμών

με το πρόγραμμα, με τη βοήθεια των οποίων θα διαμορφώσουμε εικασίες τις οποίες μπορούμε αργότερα να ελέγξουμε με θεωρητικές τυπικές μεθόδους.

Ορίζουμε τις παραβολοειδείς επιφάνειες στο Mathematica ουσιαστικά ως μία συνάρτηση τριών μεταβλητών $f[a](x, y) = a(x^2 + y^2)$, εκ των οποίων η μία (η a) θεωρείται παράμετρος, υπό τη έννοια ότι θα μελετήσουμε τις μεταβολές στα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και τα ακρότατα των επιφανειών ανάλογα με τη μεταβολή της παραμέτρου αυτής.

`f[a][x_,y_] := a*(x^2+y^2)`

Εφαρμόζουμε τη γενική διαδικασία εύρεσης τοπικών ακροτάτων μιας συνάρτησης δύο μεταβλητών, όπως περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο:

```

 $\partial_x f[a][x, y]$ 
2 a x
 $\partial_y f[a][x, y]$ 
2 a y
 $\partial_{x, x} f[a][x, y]$ 
2 a
 $\partial_{y, y} f[a][x, y]$ 
2 a
 $\partial_{x, y} f[a][x, y]$ 
0
Solve[ $\partial_x f[a][x, y] == 0, x]$ 
{{x->0}}
Solve[ $\partial_y f[a][x, y] == 0, y]$ 
{{y->0}}
 $\Delta[f[a],\{0,0\}]$ 
4 a^2
 $\partial_{x, x} f[a][x, y]/.\{x->0, y->0\}$ 
2 a
f[a][0,0]
0

```

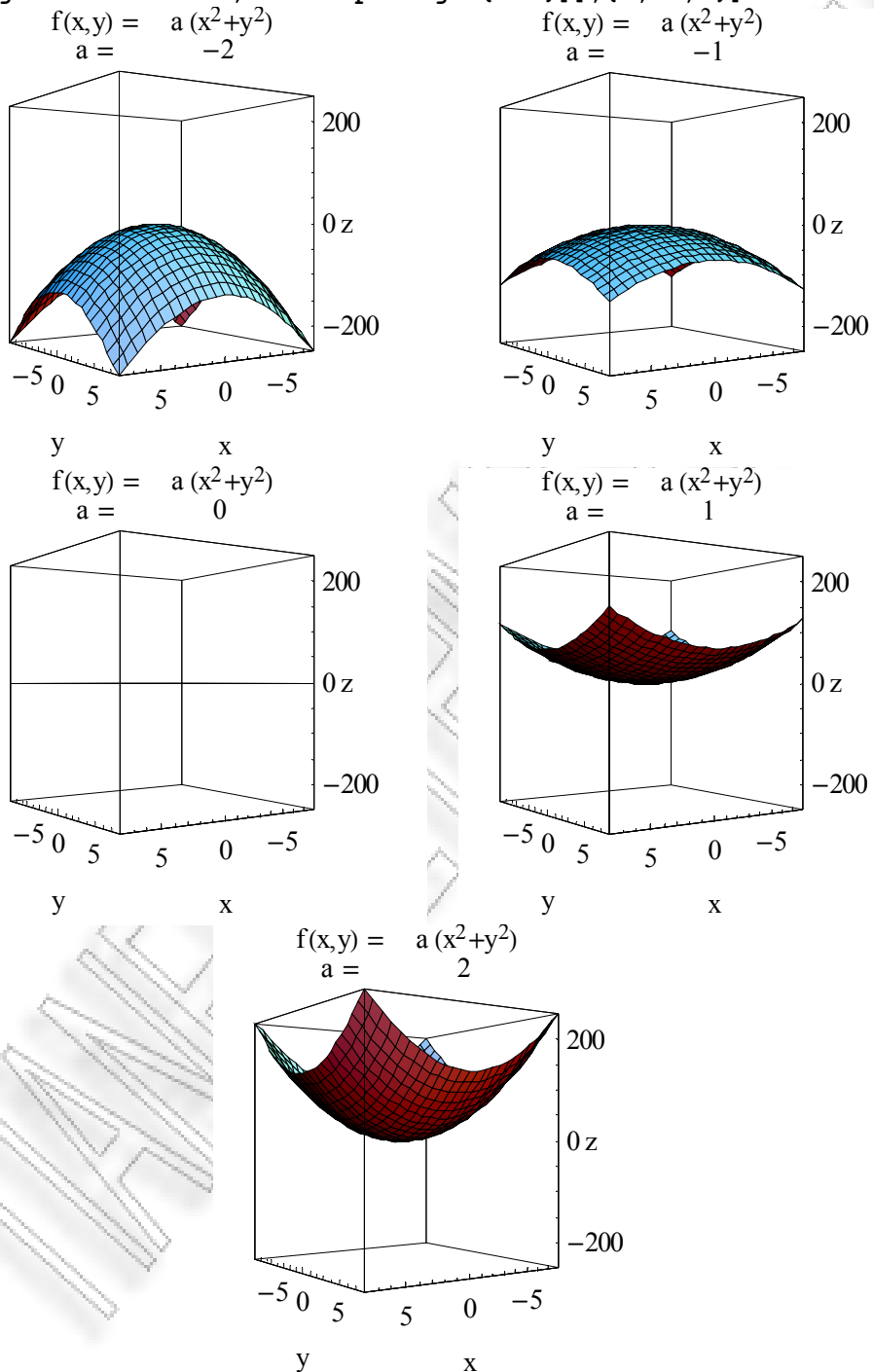
Παρατηρούμε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου $a \in \mathbb{R} - \{0\}$, η επιφάνεια έχει ακρότατο στο

σημείο $(0, 0)$ το $f[a](0,0) = 0$ (εφόσον $\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{vmatrix} > 0$), ειδικότερα για $a > 0$ έχει τοπικό

ελάχιστο (εφόσον $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} > 0$), ενώ για $a < 0$ έχει τοπικό μέγιστο (εφόσον $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} < 0$).

Θα μελετήσουμε τη μεταβολή στα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των παραβολοειδών επιφανειών ανάλογα με τη μεταβολή της παραμέτρου a . Μπορούμε να δημιουργήσουμε μία *δυναμική αναπαράσταση* της μεταβολής αυτής μέσω του παρακάτω *animation*:

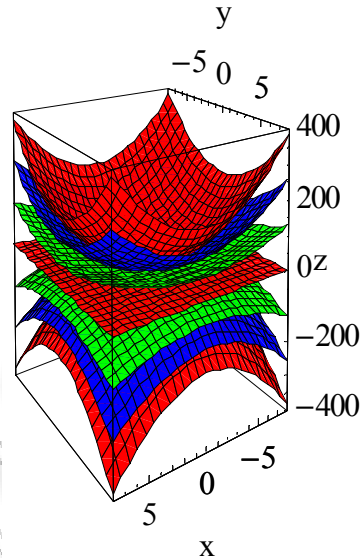
```
Do[Plot3D[f[a][x,y]//Evaluate, {x,-8,8},{y,-8,8}, AspectRatio->1, AxesLabel->{"x","y","z"}, DefaultFont->{"Times",13}, ViewPoint-> {2,3,0}, PlotRange->{{-8,8},{-8,8},{-250,250}}, PlotLabel->TableForm[{"f(x,y) = ", " a (x2+y2)" }, {"a = ", a}], TableAlignments->Center, TableSpacing->{0.2}]] , {a,-2,2}]
```



Οι μαθητευόμενοι μπορούν να παρατηρήσουν ότι για θετικές τιμές της παραμέτρου a η επιφάνεια βρίσκεται στο θετικό τμήμα του άξονα των z , ενώ για αρνητικές τιμές της παραμέτρου a στο αρνητικό τμήμα. Για $a = 0$ η επιφάνεια συμπίπτει με το επίπεδο $z = 0$. Επίσης καθώς η $|a|$ αυξάνεται, η επιφάνεια συγκλίνει προς τον άξονα των z , είτε προς το θετικό τμήμα του (αν $a > 0$), είτε προς το αρνητικό τμήμα του άξονα των z (αν $a < 0$).

Τα ίδια αποτελέσματα παίρνουμε αν δημιουργήσουμε μία *στατική αναπαράσταση* της μεταβολής της γραφικής παράστασης της επιφάνειας ανάλογα με τη μεταβολή των παραμέτρων, όπου σχεδιάζουμε την επιφάνεια για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου στο ίδιο γράφημα.

```
q[a_]:=Plot3D[{f[a][x,y],
  Hue[Abs[a]/3]}//Evaluate,
{x,-8,8},{y,-8,8},AxesLabel->
{"x","y","z"},FaceGrids->None,
AspectRatio->3/2,PlotRange->
{{-8,8},{-8,8},{-400,400}},
ViewPoint->{2,3,0.5},DefaultFont->
{"Times",13}];
Show[Table[q[a],{a,-3,3}]]
```



7.4.5. Η μέθοδος Langrance για την εύρεση ακροτάτων υπό περιορισμό

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x, y) = 10 + x + 3y - x^2 - y^2$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Θα βρούμε τα μέγιστα και τα ελάχιστα της συνάρτησης υπό τον περιορισμό $g(x, y) = 2x + 3y - 12 = 0$. Για την *εύρεση μεγίστων και ελαχίστων μιας συνάρτησης δύο ή περισσότερων μεταβλητών υπό περιορισμό* χρησιμοποιούμε τη μέθοδο *Langrance*. Στη συνέχεια θα περιγράψουμε τη γενική διαδικασία εφαρμογής της μεθόδου, χρησιμοποιώντας το Mathematica για τους μαθηματικούς υπολογισμούς και τη σχεδίαση των γραφικών παραστάσεων που απαιτούνται.

1. Θεωρούμε τη συνάρτηση $F(x, y, m) = f(x, y) + m g(x, y)$ και την ορίζουμε στο πρόγραμμα:

```
f[x_,y_]:=10+x+3*y-x^2-y^2
g[x_,y_]:=2*x+3*y-12
F[x_,y_,m_]:=f[x,y]+m*g[x,y]//Expand
F[x,y,m]
```

$10 - 12m + x + 2mx - x^2 + 3y + 3my - y^2$

2. Υπολογίζουμε τις μερικές παραγώγους $\frac{\partial F}{\partial x}$, $\frac{\partial F}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$ και $\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x}$ της $F(x, y, m)$. Επίσης

τις $\frac{\partial g}{\partial x}$ και $\frac{\partial g}{\partial y}$.

$\partial_x F[x, y, m]$

$1 + 2m - 2x$

$\partial_y F[x, y, m]$

$3 + 3m - 2y$

$\partial_{x,x} F[x, y, m]$

-2

$$\partial_{y,y} F[\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{m}]$$

-2

$$\partial_{x,y} F[\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{m}]$$

0

$$\partial_x g[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$$

2

$$\partial_y g[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$$

3

2. Λύνουμε το σύστημα: $\frac{\partial F}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial F}{\partial y} = 0$ και $g(x, y) = 0$. Βρίσκουμε ως λύσεις τριάδες της μορφής:

$(x, y, m) = (x_0, y_0, z_0)$. Τα σημεία (x_0, y_0) είναι πιθανά σημεία τοπικών ακροτάτων, με αντίστοιχο ακρότατο το $f(x_0, y_0)$.

`Solve[{ $\partial_x F[\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{m}] == 0$, $\partial_y F[\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{m}] == 0$, $g[\mathbf{x}, \mathbf{y}] == 0$ }, { $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{m}$ }]`

$$\left\{ \left\{ \mathbf{x} \rightarrow \frac{3}{2}, \mathbf{y} \rightarrow 3, \mathbf{m} \rightarrow 1 \right\} \right\}$$

$$f\left[\frac{3}{2}, 3\right]$$

37

4

3. Για καθένα από τα σημεία (x_0, y_0) αυτά υπολογίζουμε την ορίζουσα:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial g}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial g}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} & 0 \end{vmatrix}$$

(I) Αν $\Delta > 0$ τότε έχουμε τοπικό μέγιστο το $f(x_0, y_0)$ στο σημείο (x_0, y_0) .

(II) Αν $\Delta < 0$ τότε έχουμε τοπικό ελάχιστο το $f(x_0, y_0)$ στο σημείο (x_0, y_0) .

(III) Αν $\Delta = 0$ δεν μπορούμε να βγάλουμε συμπέρασμα.

Για το σημείο $A\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ έχουμε:

$$\text{Det} \begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

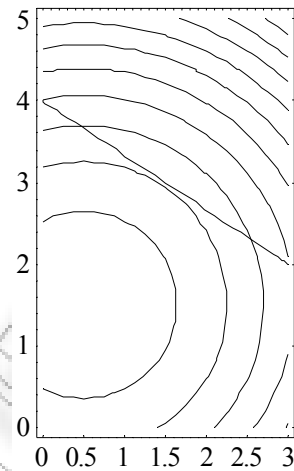
26

Επομένως στο σημείο $A\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ έχουμε τοπικό μέγιστο για $m = 1$, το $f\left(\frac{3}{2}, 3\right) = \frac{37}{4}$.

Αν σχεδιάσουμε στο ίδιο γράφημα τις ισοϋψείς καμπύλες της $f(x, y)$ και την προβολή του περιορισμού $g(x, y) = 0$ στο επίπεδο xy , παρατηρούμε ότι *στο σημείο τοπικού ακροτάτου υπό τον περιορισμό, οι ισοϋψείς καμπύλες και η προβολή του περιορισμού έχουν την ίδια κλίση*. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονίσουμε ότι ενδείκνυται η ενασχόληση των μαθητευόμενων με περισσότερα παραδείγματα, προκειμένου να διαμορφώσουν και να διατυπώσουν τις εικασίες και τις διαφορές

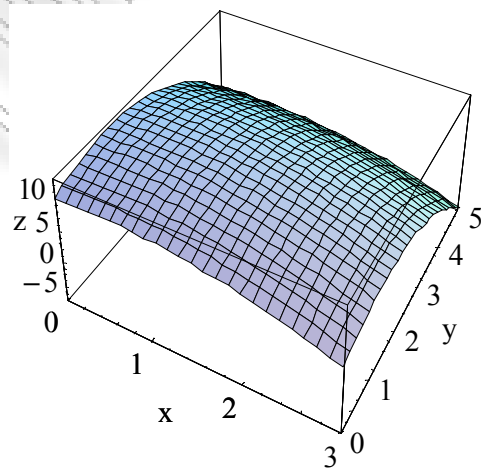
γεωμετρικές ερμηνείες. Σε περίπτωση ενασχόλησης με ένα και μοναδικό παράδειγμα, υπάρχει ο κίνδυνος να διαμορφωθεί εσφαλμένη άποψη λόγω συγκεκριμένων ιδιοτεροτήτων του παραδείγματος που χρησιμοποιείται.

```
a=ContourPlot[f[x,y],{x,0,3},{y,0,5},
  ContourShading->False, AspectRatio->
  Automatic, DefaultFont->{"Times",13}]
<<Graphics`ImplicitPlot`
b=ImplicitPlot[g[x,y]==0//Evaluate,{x,0,3},
  AspectRatio->Automatic, DefaultFont->
  {"Times",13}]
Show[a,b, AspectRatio->Automatic]
```

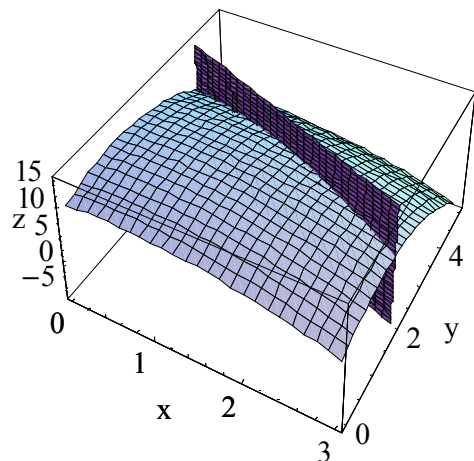


Προκειμένου να μελετήσουμε τη γεωμετρική ερμηνεία της εύρεσης τοπικών ακροτάτων υπό περιορισμό θα σχεδιάσουμε διαδοχικά τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x, y)$ και τις γραφικές παραστάσεις της συνάρτησης και του περιορισμού στο ίδιο γράφημα. Να σημειώσουμε ότι η γραφική παράσταση του περιορισμού $g(x, y) = 0$, είναι το σύνολο των σημείων (x, y, z) , όπου $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ με $g(x, y) = 0$ και $z \in \mathbb{R}$.

```
c=Plot3D[f[x,y]//Evaluate,
  {x,0,3},{y,0,5},
  AspectRatio->1,
  AxesLabel-> {"x","y","z"},
  DefaultFont->{"Times",13}]
```



```
Solve[g[x,y]==0,y]
{{y->-2/3(-6+x)}}
d=ParametricPlot3D[{x,-2/3(-6+x),z}
  //Evaluate,{x,0,3},{z,-7,15},
  AspectRatio->1, AxesLabel->
  {"x","y","z"}, DefaultFont->
  {"Times",13}]
Show[c,d]
```



Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η εύρεση των ακροτάτων μιας συνάρτησης δύο ή περισσότερων μεταβλητών υπό περιορισμό *ανάγεται στην εύρεση των ακροτάτων της καμπύλης των κοινών σημείων των επιφανειών της συνάρτησης και του περιορισμού.*

7.4.6. Υπολογισμός και γεωμετρική ερμηνεία διπλών ολοκληρωμάτων

Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με θέματα που αφορούν: α) τον υπολογισμό των διπλών ολοκληρωμάτων, σε μία ορθογώνια και γενικότερα σε μία φραγμένη περιοχή και ειδικότερα τη σημασία της σειράς ολοκλήρωσης και β) τη γεωμετρική ερμηνεία των διπλών ολοκληρωμάτων σε μία ορθογώνια και γενικότερα σε μία φραγμένη περιοχή.

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x, y) = 1 - 6x^2y$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Θα υπολογίσουμε το $\iint_R f(x, y) dA$, όπου

$R: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1$. Θα υπολογίσουμε διαδοχικά το διπλό ολοκλήρωμα, αρχικά υπολογίζοντας το $\int_0^2 f(x, y) dx$ και στη συνέχεια το $\int_{-1}^1 \left(\int_0^2 f(x, y) dx \right) dy$ και έπειτα υπολογίζοντας το $\int_{-1}^1 f(x, y) dy$ και στη συνέχεια το $\int_0^2 \left(\int_{-1}^1 f(x, y) dy \right) dx$. Παρατηρούμε ότι *σε μια ορθογώνια περιοχή, το αποτέλεσμα του*

διπλού ολοκληρώματος είναι το ίδιο ανεξάρτητα από τη σειρά ολοκλήρωσης.

$$f[x_, y_] := 1 - 6 * x^2 * y$$

$$\int_0^2 f[x, y] dx$$

$$2 - 16 y$$

$$\int_{-1}^1 (2 - 16 * y) dy$$

$$4$$

$$\int_{-1}^1 f[x, y] dy$$

$$2$$

$$\int_0^2 2 dx$$

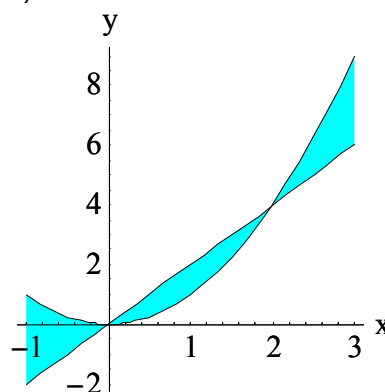
$$4$$

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x, y) = x^2 + 3xy$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Θα υπολογίσουμε το $\iint_R f(x, y) dA$, όπου

R : η περιοχή που περικλείεται μεταξύ των καμπύλων $y = x^2$, $y = 2x$, $x = 0$ και $x = 2$. Αρχικά θα σχεδιάσουμε την περιοχή R σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων:

```
<<Graphics`FilledPlot`
```

```
FilledPlot[{x^2, 2*x}, {x, -1, 3},
  AspectRatio->1, Curves->Front,
  DefaultFont->{"Times", 12},
  AxesLabel->{"x", "y"}]
```



Θα υπολογίσουμε αρχικά το $\int_{x^2}^{2x} f(x, y) dy$ και στη συνέχεια το $\int_0^2 \left(\int_{x^2}^{2x} f(x, y) dy \right) dx$ και έπειτα το $\int_0^2 f(x, y) dx$ και στη συνέχεια το $\int_{x^2}^{2x} \left(\int_0^2 f(x, y) dx \right) dy$.

$$f[x_, y_] := x^2 + 3*x*y$$

$$\int_{x^2}^{2*x} f[x, y] dy$$

$$-\frac{1}{2} x^3 (-16 + 2x + 3x^2)$$

$$\int_0^2 -\frac{1}{2} x^3 (-16 + 2x + 3x^2) dx$$

$$\frac{48}{5}$$

$$\int_0^2 f[x, y] dx$$

$$\frac{8}{3} + 6y$$

$$\int_{x^2}^{2*x} \left(\frac{8}{3} + 6y \right) dy$$

$$\frac{1}{3} x (16 + 28x - 9x^3)$$

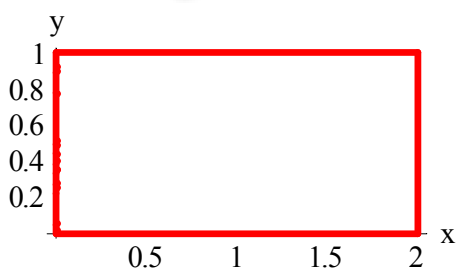
Παρατηρούμε ότι σε μια φραγμένη περιοχή, έχει σημασία η σειρά της ολοκλήρωσης: όταν ολοκληρώνουμε αρχικά ως προς τα άκρα συναρτήσεων το αποτέλεσμα προκύπτει αριθμός (που είναι και το σωστό, εφόσον το διπλό ολοκλήρωμα συμβολίζει άπειρο άθροισμα ή όγκο κάποιου στερεού), ενώ αν ακολουθήσουμε αντίθετη σειρά προκύπτει συνάρτηση της μίας εκ των δύο μεταβλητών x ή y . Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι αυτό είναι ένα λάθος που πολύ συχνά συναντάμε στα γραπτά των φοιτητών, εφόσον οι περισσότεροι μαθαίνουν τυποποιημένα μια σειρά από αλγορίθμους υπολογισμού χωρίς να μπορούν να ερμηνεύσουν το αποτέλεσμα και κατ' επέκταση χωρίς να μπορούν να ανιχνεύσουν λάθη ουσίας όπως το παραπάνω.

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε τη γεωμετρική ερμηνεία του $\iint_R f(x, y) dA$, σε μία ορθογώνια περιοχή R . Έστω $f(x, y) = 4 - x - y^2$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ και $R: 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1$. Αρχικά θα απεικονίσουμε γραφικά την ορθογώνια περιοχή $R: 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1$.

```
a=ParametricPlot[{{x, 0}, {x, 1}}//Evaluate, {x, 0, 2}, AxesLabel->{"x", "y"},
  AspectRatio->Automatic, PlotStyle->{{Hue[1], Thickness[0.02]}}, DefaultFont->{"Times", 13}]
```

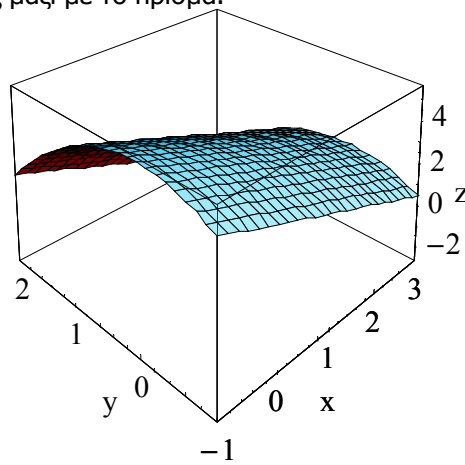
```
b=ParametricPlot[{{0, y}, {2, y}}//Evaluate, {y, 0, 1}, AxesLabel->{"x", "y"},
  AspectRatio->Automatic, PlotStyle->{{Hue[1], Thickness[0.02]}}, DefaultFont->{"Times", 13}]
```

```
Show[a, b]
```



Απεικονίζουμε τη γραφική παράσταση της $z = f(x, y)$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, επίσης απεικονίζουμε την ορθογώνια περιοχή R : $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 1$ ως ένα κατακόρυφο ορθογώνιο πρίσμα και στη συνέχεια απεικονίζουμε την γραφική παράσταση της συνάρτησης μαζί με το πρίσμα.

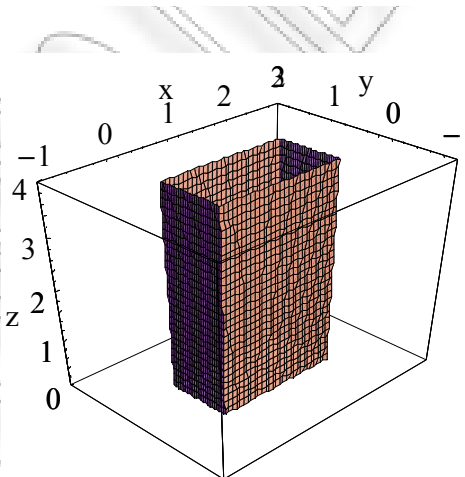
```
f[x_,y_]:= 4 - x - y^2
c=Plot3D[f[x,y],{x,-1,3},{y,-1,2},
  AxesLabel->{"x","y","z"},
  DefaultFont->{"Times",13},
  AspectRatio->1,
  ViewPoint->{-2,-2,1}]
```



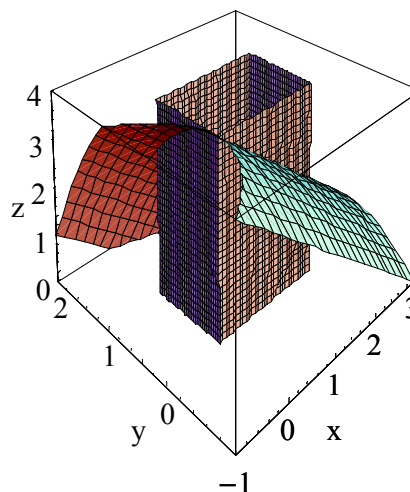
```
d=ParametricPlot3D[{x,0,z},{x,1,z}]
  //Evaluate,{x,0,2},{z,0,4},
  AxesLabel->{"x","y","z"},
  DefaultFont->{"Times",13}]
```

```
e=ParametricPlot3D[{0,y,z},{2,y,z}]
  //Evaluate,{y,0,1},{z,0,4},
  AxesLabel->{"x","y","z"},
  DefaultFont->{"Times",13}]
```

```
Show[d,e,
  PlotRange->{{-1,3},{-1,2},{0,4}},
  ViewPoint->{-2,-2,2},
  AspectRatio->0.9]
```



```
Show[c,d,e,
  PlotRange->{{-1,3},{-1,2},{0,4}},
  ViewPoint->{-2,-2,1},
  AspectRatio->1.2]
```



Παρατηρούμε ότι το $\iint_R f(x, y) dA$, σε μία ορθογώνια περιοχή R , αναπαριστά τον όγκο του στερεού που οριοθετείται από τη βάση του πρίσματος, έχει ως πλευρές τις πλάγιες έδρες του πρίσματος και ως «κορυφή» την επιφάνεια της συνάρτησης.

7.5. Διδασκαλία θεμάτων από τη Γραμμική Άλγεβρα με τη βοήθεια μαθηματικών πακέτων

7.5.1. Διανύσματα στους ευκλείδειους χώρους

Στην παράγραφο αυτή θα μελετήσουμε κάποια μεγέθη και ιδιότητες που αφορούν διανύσματα στους ευκλείδειους χώρους, ειδικότερα διανύσματα του επιπέδου και του χώρου.

Το μέτρο ή νόρμα ενός διανύσματος \vec{v} ορίζεται ως η συνάρτηση $|\vec{v}| = \sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}}$.

Η απόσταση μεταξύ δύο διανυσμάτων \vec{u} , \vec{v} ορίζεται ως η συνάρτηση $d(\vec{u}, \vec{v}) = |\vec{u} - \vec{v}|$.

Στο Mathematica τα παραπάνω μεγέθη ορίζονται ως εξής:

```
norm[v_] := Sqrt[v.v]
```

```
distance[u_, v_] := norm[u-v]
```

Το εσωτερικό γινόμενο μεταξύ δύο διανυσμάτων \vec{u} , \vec{v} ορίζεται ως $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta(\vec{u}, \vec{v})$, επομένως προκειμένου να προσδιορίσουμε τη γωνία $\theta(\vec{u}, \vec{v})$ θα χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση \arccos (τοξσυν), επομένως: $\theta(\vec{u}, \vec{v}) = \arccos \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$.

Στο Mathematica έχουμε:

```
theta[u_, v_] := ArcCos[(u.v) / (norm[u]*norm[v])]
```

Για παράδειγμα ας θεωρήσουμε τα διανύσματα $\vec{u} = (2, 3)$ και $\vec{v} = (-1, 2)$, οπότε έχουμε:

```
u={2,3}
```

```
v={-1,2}
```

```
{2,3}
```

```
{-1,2}
```

```
u.v
```

```
4
```

```
norm[v]
```

```
 $\sqrt{5}$ 
```

```
norm[u]
```

```
 $\sqrt{13}$ 
```

```
distance[u,v]
```

```
 $\sqrt{10}$ 
```

```
theta[u,v]
```

```
ArcCos[ $\frac{4}{\sqrt{65}}$ ]
```

```
theta[v,u]
```

```
ArcCos[ $\frac{4}{\sqrt{65}}$ ]
```

Παρατηρούμε ότι η γωνία μεταξύ δύο διανυσμάτων είναι ανεξάρτητη από τη σειρά των διανυσμάτων, δηλαδή *δεν έχει πρόσημο*.

Για να υπολογίσουμε αριθμητικά τη γωνία $\theta(\vec{u}, \vec{v})$ χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση $N(\%)$, η οποία υπολογίζει τη γωνία σε ακτίνια (rad), και την εντολή $\%/Degree$, η οποία υπολογίζει τη γωνία σε μοίρες,

N[%]

1.05165

%/Degree

60.2551

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{p} = (p_1, p_2)$, $\vec{q} = (q_1, q_2)$, $\vec{r} = (r_1, r_2)$. Μπορούμε να αποδείξουμε την ισχύ της αντιμεταθετικής και της επιμεριστικής ιδιότητας του εσωτερικού γινομένου ως εξής:

p:={p1,p2}

q:={q1,q2}

r:={r1,r2}

p.q

p1 q1+p2 q2

p.q==q.p

True

(p+r).q == p.q + r.q

q1 (p1+r1)+q2 (p2+r2)==p1 q1+p2 q2+q1 r1+q2 r2

Expand[(p+r).q] == p.q + r.q

True

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{u} = (1, 2)$ και $\vec{v} = (3, -1)$. Μπορούμε να σχεδιάσουμε τα διανύσματα \vec{u} , \vec{v} και $\vec{u} + \vec{v}$ σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων ως εξής: Φορτώνουμε το πακέτο Graphics`Arrow` με το οποίο μπορούμε να σχεδιάζουμε διανύσματα στο επίπεδο με τη γεωμετρική έννοια του εφαρμοστού διανύσματος. Στη συνέχεια δημιουργούμε το διάνυσμα ως αντικείμενο. Σχεδιάζουμε τα αντικείμενα στο επίπεδο ή στο χώρο με την εντολή Show.

u={1,2}

v={3,-1}

{1,2}

{3,-1}

Needs["Graphics`Arrow`"]

vector[arxi_,syntet_,xroma_]:=Graphics[{

xroma,Arrow[arxi,arxi+syntet]}]

vector[syntet_,xroma_]:=Graphics[{xroma,

Arrow[{0,0},syntet]}]

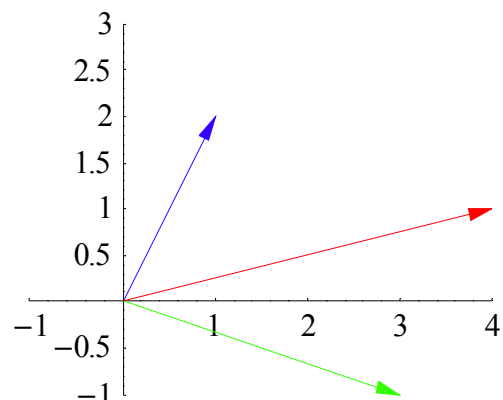
Show[vector[u,Hue[0.7]],vector[v,

Hue[0.3]],vector[u+v,Hue[1]],

Axes->True,PlotRange->{{-1,4},{-1,3}},

DefaultFont->{"Times",13},AspectRatio->

Automatic]



7.5.2. Διανυσματικοί χώροι – Διανυσματικοί υπόχωροι

Θεωρούμε το σύνολο \mathfrak{R} των πραγματικών αριθμών με τις πράξεις της πρόσθεσης \oplus και του βαθμωτού πολλαπλασιασμού \otimes που ορίζονται ως εξής:

$$x \oplus y = x+y+2$$

$$\lambda \otimes x = \lambda x + 4$$

όπου $+$, \cdot οι συνήθεις πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού πραγματικών αριθμών.

Μπορούμε να ελέγξουμε αν το σύνολο $(\mathfrak{R}, \oplus, \otimes)$ είναι διανυσματικός χώρος με τη βοήθεια του Mathematica ως εξής:

```
pros[x_,y_] :=x+y+2
```

```
pol[m_,x_] :=m*x+4
```

```
pros[y,x]
```

```
2+x+y
```

```
pros[pros[x,y],z]
```

```
4+x+y+z
```

```
pros[x,pros[y,z]]
```

```
4+x+y+z
```

```
pros[x,-2]
```

```
x
```

```
pros[-2,x]
```

```
x
```

```
pros[x,-x-4]
```

```
-2
```

```
pros[-x-4,x]
```

```
-2
```

Παρατηρούμε ότι το *ουδέτερο στοιχείο* ως προς την πράξη \oplus είναι το $-2 \in \mathfrak{R}$, ενώ το *συμμετρικό στοιχείο* κάθε στοιχείου $x \in \mathfrak{R}$ ως προς την πράξη \oplus είναι το $-x - 4$.

```
pol[m*n,x]
```

```
4+m n x
```

```
pol[m,pol[n,x]]//Expand
```

```
4+4 m+m n x
```

Παρατηρούμε ότι $(m \cdot n) \otimes x \neq m \otimes (n \otimes x)$, για κάθε πραγματικό αριθμό $m \neq 0$. Επομένως το σύνολο $(\mathfrak{R}, \oplus, \otimes)$ *δεν είναι διανυσματικός χώρος*.

Θεωρούμε το σύνολο $M = \{ (x, y) \in \mathfrak{R}^2, \text{ ώστε } x + 2y = 0 \}$, υποσύνολο του \mathfrak{R}^2 . Θεωρούμε δύο στοιχεία του M $\vec{\alpha} = (x, -\frac{1}{2}x)$ και $\vec{\beta} = (y, -\frac{1}{2}y)$, $x, y \in \mathfrak{R}$ και τα στοιχεία $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $m\vec{\alpha}$.

$$\mathbf{a} = \left\{ x, -\frac{1}{2}x \right\}$$

$$\left\{ x, -\frac{x}{2} \right\}$$

$$\mathbf{b} = \left\{ y, -\frac{1}{2}y \right\}$$

$$\{y, -\frac{y}{2}\}$$

$$a + b$$

$$\{x+y, -\frac{x}{2}-\frac{y}{2}\}$$

$$x + y + 2 * (-\frac{x}{2} - \frac{y}{2}) // FullSimplify$$

$$0$$

$$m * a$$

$$\{m x, -\frac{m x}{2}\}$$

$$m x + 2 * (-\frac{m x}{2})$$

$$0$$

Παρατηρούμε ότι οι συντεταγμένες των $\vec{a} + \vec{b}$ και $m\vec{a}$ ικανοποιούν τη συνθήκη του συνόλου M, επομένως το M είναι διανυσματικός υπόχωρος του \mathfrak{R}^2 .

7.5.3. Γραμμική ανεξαρτησία διανυσμάτων – Βάση διανυσματικού χώρου

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε την ιδιότητα της γραμμικής ανεξαρτησίας διανυσμάτων του επιπέδου. Φορτώνουμε το πακέτο Graphics`Arrow` με το οποίο μπορούμε να σχεδιάζουμε διανύσματα στο επίπεδο. Στη συνέχεια δημιουργούμε το διάνυσμα και το ευθύγραμμο τμήμα ως αντικείμενα. Σχεδιάζουμε τα αντικείμενα στο επίπεδο ή στο χώρο με την εντολή Show.

```
Needs["Graphics`Arrow`"]
```

```
vector[arxi_, syntet_, xroma_] := Graphics[{xroma, Arrow[arxi, arxi + syntet]}]
```

```
vector[syntet_, xroma_] := Graphics[{xroma, Arrow[{0, 0}, syntet]}]
```

```
euth_tmima[arxi_, telos_, xroma_] := Graphics[{xroma, Dashing[{0.05}],
```

```
Line[{arxi, telos}]}]
```

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{a} = (3, -2)$ και $\vec{b} = (-6, 4)$. Παρατηρούμε ότι $\vec{b} = -2\vec{a}$, άρα σύμφωνα με τον ορισμό της γραμμικής ανεξαρτησίας, εφόσον υπάρχει $\lambda \in \mathfrak{R}$ ώστε $\vec{b} = \lambda\vec{a}$, τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{b} \in \mathfrak{R}^2$ είναι γραμμικά εξαρτημένα. Αν σχεδιάσουμε τα δύο διανύσματα σε ένα σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων έχουμε:

```
a={3,-2}
```

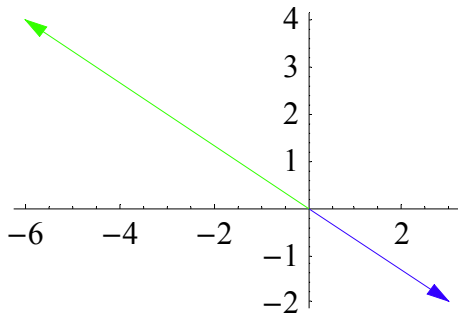
```
{3,-2}
```

```
b={-6,4}
```

```
{-6,4}
```

```
Show[vector[a,Hue[0.7]], vector[b,Hue[0.3]], Axes->True, PlotRange->All,
```

```
DefaultFont->{"Times",13}, AspectRatio->Automatic]
```



Παρατηρούμε ότι τα δύο διανύσματα είναι *συγγραμμικά*, μάλιστα είναι *αντίρροπα*, εφόσον $\lambda = -2 < 0$.

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{a} = (3, 2)$ και $\vec{b} = (2, -1)$.

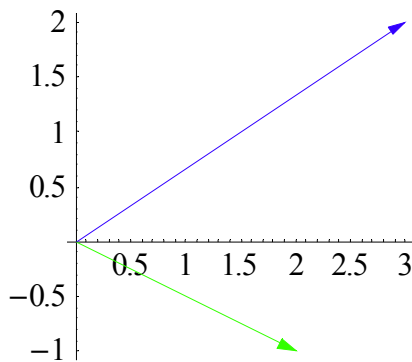
a={3,2}

{3,2}

b={2,-1}

{2,-1}

Show[vector[a,Hue[0.7]], vector[b,Hue[0.3]], Axes->True, PlotRange->All, DefaultFont->{"Times",13}, AspectRatio->Automatic]



Από τη γραφική παράσταση των δύο διανυσμάτων παρατηρούμε ότι είναι *γραμμικά ανεξάρτητα*. Αποτελούν όμως *βάση του διανυσματικού χώρου* \mathbb{R}^2 ; Θεωρούμε το διάνυσμα $\vec{c} = (4, 1)$. Μπορεί το διάνυσμα \vec{c} να γραφεί ως *γραμμικός συνδυασμός των διανυσμάτων* \vec{a} και \vec{b} ; Θεωρούμε την εξίσωση $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$, $m, n \in \mathbb{R}$ και υπολογίζουμε τους πραγματικούς αριθμούς m, n με τη βοήθεια του Mathematica:

c={4,1}

{4,1}

m*a+n*b

{3m + 2n, 2m - n}

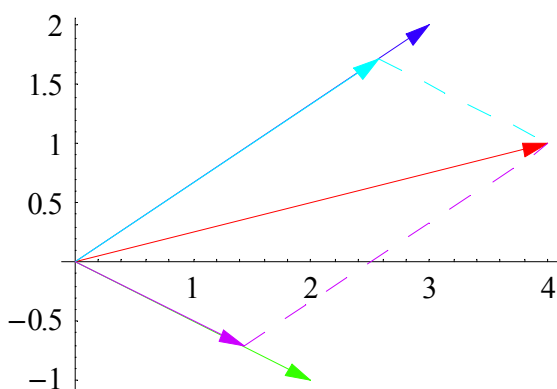
Solve[{3*m + 2*n == 4, 2*m - n == 1}, {m, n}]

{{m -> $\frac{6}{7}$, n -> $\frac{5}{7}$ }}

Show[vector[a,Hue[0.7]], vector[b,Hue[0.3]], vector[c,Hue[1]],

vector[$\frac{6}{7}$ *a,Hue[0.5]], vector[$\frac{5}{7}$ *b,Hue[0.8]],

```
euth_tmima [  $\frac{6}{7}$ *a,c,Hue[0.5]], euth_tmima[  $\frac{5}{7}$ *b,c,Hue[0.8]],
Axes->True, PlotRange->All, DefaultFont-> {"Times",13},
AspectRatio->Automatic]
```



Από τη γραφική παράσταση των διανυσμάτων \vec{c} , $m\vec{a}$ και $n\vec{b}$ στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων με τα διανύσματα \vec{a} και \vec{b} . Παρατηρούμε ότι τα $m\vec{a}$ και $n\vec{b}$ είναι τα συγγραμμικά διανύσματα των \vec{a} και \vec{b} τα οποία δημιουργούνται αν σχεδιάσουμε τις παράλληλες από το πέρας του διανύσματος \vec{c} προς τα διανύσματα \vec{a} και \vec{b} , αν κάνουμε δηλαδή *ανάλυση του \vec{c} σε δύο συνιστώσες παράλληλες με τα \vec{a} και \vec{b}* .

Τα διανύσματα \vec{a} και \vec{b} παράγουν το χώρο \mathbb{R}^2 , δηλαδή για το τυχαίο διάνυσμα $\vec{v} = (x, y)$ του \mathbb{R}^2 , μπορούμε να βρούμε συντεταγμένες $m, n \in \mathbb{R}$ ώστε $\vec{v} = m\vec{a} + n\vec{b}$, ως εξής:

```
v={x,y}
{x,y}
m*a + n*b
{3m + 2n, 2m - n}
Solve[{3*m + 4*n == x, 2*m - 2*n == y}, {m, n}]
{{m -> - $\frac{1}{7}$  (-x - 2y), n -> - $\frac{1}{14}$  (-2x + 3y)}}
```

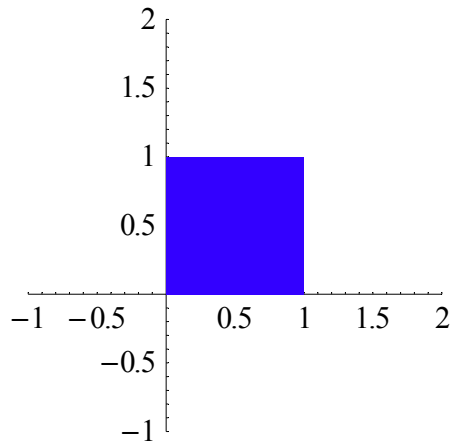
Επομένως τα διανύσματα \vec{a} και \vec{b} είναι γραμμικά ανεξάρτητα και παράγουν το χώρο \mathbb{R}^2 , άρα αποτελούν *βάση του διανυσματικού χώρου \mathbb{R}^2* .

7.5.4. Γραμμικές απεικονίσεις στο επίπεδο και το χώρο

Θεωρούμε ένα τετράγωνο με κορυφές τα σημεία: A(0,0), B(0,1), Γ(1,1), Δ(1,0). Θα μελετήσουμε τα αποτελέσματα της εφαρμογής διαφόρων γραμμικών απεικονίσεων του επιπέδου $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ στο τετράγωνο, ειδικότερα των απεικονίσεων της ομοιοθεσίας, της στροφής και της ανάκλασης ως προς τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Ορίζουμε το τετράγωνο ως αντικείμενο και το σχεδιάζουμε:

```
square=Graphics[{Hue[0.7], Polygon[{{0,0},{0,1},{1,1},{1,0}}]}]
Show[square, Axes->True, AspectRatio->Automatic, DefaultFont-> {"Times",13},
PlotRange->{{-1,2},{-1,2}}]
```

1. Ομοιοθεσία

Θεωρούμε την απεικόνιση $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ με $f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = M \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$, όπου $M = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

(ομοιοθεσία). Τι προκαλεί η εφαρμογή της απεικόνισης στο τετράγωνο του σχήματος,

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$f[x_, y_] := M . {x, y}$$

$$f[x, y]$$

$$\{3 x, 3 y\}$$

Ελέγχουμε αν η απεικόνιση είναι γραμμική με τη βοήθεια του Mathematica ως εξής:

α) Ελέγχουμε αν ισχύει $f(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) = f(\vec{\alpha}) + f(\vec{\beta})$, όπου $\vec{\alpha} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$:

$$f[x1+x2, y1+y2]$$

$$\{3(x1+x2), 3(y1+y2)\}$$

$$f[x1, y1] + f[x2, y2]$$

$$\{3 x1 + 3 x2, 3 y1 + 3 y2\}$$

$$\text{Expand}[f[x1+x2, y1+y2]] == f[x1, y1] + f[x2, y2]$$

True

β) Ελέγχουμε αν ισχύει $f(m \vec{\alpha}) = m f(\vec{\alpha})$, όπου $\vec{\alpha} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ και $m \in \mathbb{R}$:

$$f[m*x1, m*y1]$$

$$\{3 m x1, 3 m y1\}$$

$$m*f[x1, y1]$$

$$\{3 m x1, 3 m y1\}$$

$$f[m*x1, m*y1] == m*f[x1, y1]$$

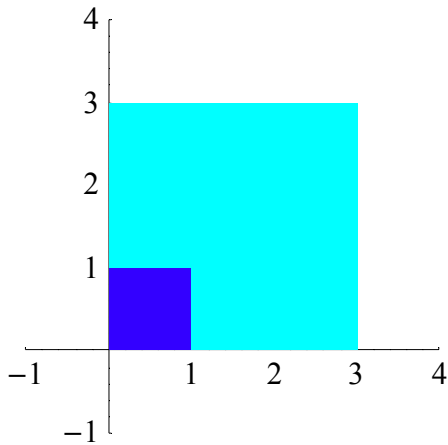
True

Θεωρούμε διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, θετικές και αρνητικές και σχεδιάζουμε την εικόνα του τετραγώνου μέσω της απεικόνισης $f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right)$, για παράδειγμα:

$$\text{square2} = \text{Graphics}[\{\text{Hue}[0.5], \text{Polygon}[\{M.\{0, 0\}, M.\{0, 1\}, M.\{1, 1\}, M.\{1, 0\}\}]\}]$$

$$\text{Show}[\text{square2}, \text{square}, \text{Axes} \rightarrow \text{True}, \text{AspectRatio} \rightarrow \text{Automatic}, \text{DefaultFont} \rightarrow$$

$$\{\text{"Times"}, 13\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{\{-1, 4\}, \{-1, 4\}\}]$$



Παρατηρούμε ότι προκύπτει ένα σχήμα *όμοιο προς το αρχικό* για κάθε τιμή του $\lambda \in \mathcal{R}$, ενώ το πρόσημο του $\lambda \in \mathcal{R}$ επηρεάζει τη θέση του νέου τετραγώνου (τεταρτημόριο στο οποίο βρίσκεται).

2. Στροφή

Θεωρούμε την απεικόνιση $f: \mathcal{R}^2 \rightarrow \mathcal{R}^2$ με $f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = S(\theta) \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^2$, όπου $S(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$, $\theta \in (-\pi, \pi]$ (στροφή). Είναι εύκολο να διαπιστώσουμε ότι η απεικόνιση είναι γραμμική, όπως προηγουμένως.

$$S[\text{theta_}] := \begin{pmatrix} \text{Cos}[\text{theta}] & -\text{Sin}[\text{theta}] \\ \text{Sin}[\text{theta}] & \text{Cos}[\text{theta}] \end{pmatrix}$$

$$f[\mathbf{x_}, \mathbf{y_}] := S[\mathbf{r}] \cdot \{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$$

$$f[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$$

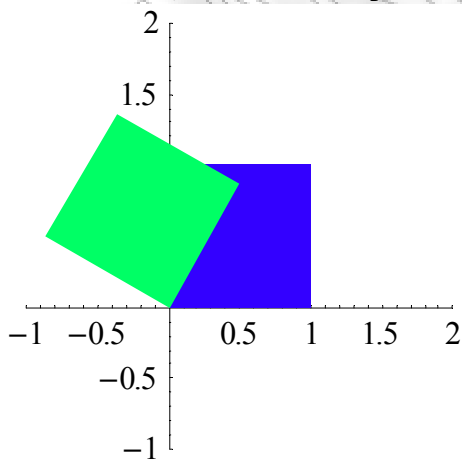
$$\{x \text{ Cos}[r] - y \text{ Sin}[r], y \text{ Cos}[r] + x \text{ Sin}[r]\}$$

Θεωρούμε διάφορες τιμές του $\theta \in (-\pi, \pi]$, θετικές και αρνητικές και σχεδιάζουμε την εικόνα του τετραγώνου μέσω της απεικόνισης $f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right)$, για παράδειγμα:

```
square3[theta_] := Graphics[{Hue[0.4], Polygon[{S[theta].{0,0}, S[theta].{0,1}, S[theta].{1,1}, S[theta].{1,0}]}}]
```

```
Show[square, square3[ $\frac{\pi}{3}$ ], Axes->True, AspectRatio->Automatic, DefaultFont->
```

```
{"Times", 13}, PlotRange->{{-1, 2}, {-1, 2}}]
```



Παρατηρούμε ότι για κάθε τιμή του $\theta \in (-\pi, \pi]$, η απεικόνιση στρέφει το αρχικό σχήμα κατά γωνία $\theta \in (-\pi, \pi]$. Το πρόσημο του $\theta \in (-\pi, \pi]$ επηρεάζει τη στροφή του σχήματος κατά τη θετική ή αρνητική φορά.

3. Ανάκλαση ή κατοπτρισμός ως προς τον άξονα $x'x$

Θεωρούμε την απεικόνιση $f: \mathcal{R}^2 \rightarrow \mathcal{R}^2$ με $f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R_x \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^2$, όπου $R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$,

(ανάκλαση ή κατοπτρισμός). Είναι εύκολο να διαπιστώσουμε ότι η απεικόνιση είναι γραμμική, όπως προηγουμένως.

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

`f[x_,y_] := R. {x,y}`

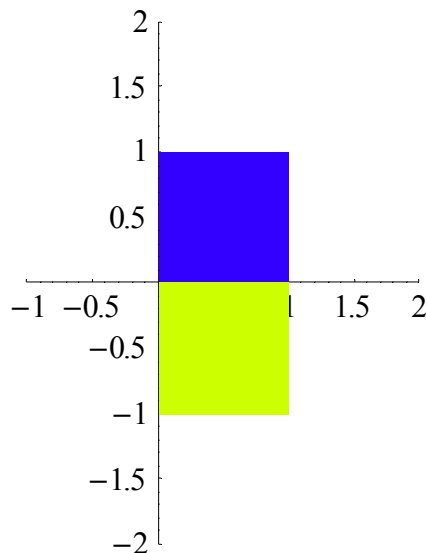
`f[x,y]`

`{x,-y}`

`square4=Graphics[{Hue[0.2], Polygon[{R. {0,0}, R. {0,1}, R. {1,1}, R. {1,0}]}]}`

`Show[square, square4, Axes->True, AspectRatio->Automatic, DefaultFont->`

`{"Times",13}, PlotRange->{{-1,2},{-2,2}}]}`



Παρατηρούμε ότι η εφαρμογή της απεικόνισης στο τετράγωνο, προκαλεί τον κατοπτρισμό του (ανάκλαση) ως προς τον άξονα $x'x$.

Με όμοιο τρόπο προκύπτει ότι η γραμμική απεικόνιση $f: \mathcal{R}^2 \rightarrow \mathcal{R}^2$ με $f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R_y \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^2$, όπου $R_y = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, προκαλεί την ανάκλαση του σχήματος ως προς τον άξονα $y'y$.

Θεωρούμε την απεικόνιση $f: \mathcal{R}^2 \rightarrow \mathcal{R}^2$ με $f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^2$, όπου $A = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathcal{R}$. Η απεικόνιση είναι γραμμική εφόσον $f(\lambda \vec{a} + \mu \vec{b}) = A(\lambda \vec{a} + \mu \vec{b}) = A(\lambda \vec{a}) + A(\mu \vec{b}) = \lambda(A\vec{a}) + \mu(A\vec{b}) = \lambda f(\vec{a}) + \mu f(\vec{b})$, για κάθε $\vec{a}, \vec{b} \in \mathcal{R}^2$ και $\lambda, \mu \in \mathcal{R}$.

Ας θεωρήσουμε την $f\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, με $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^2$ και ας σχεδιάσουμε το σχήμα που προκύπτει από την εφαρμογή της απεικόνισης στο τετράγωνο του αρχικού σχήματος:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

`f[x_,y_] := A.{x,y}`

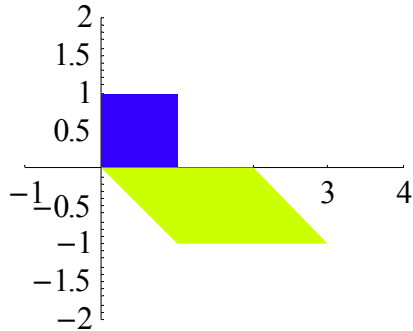
`f[x,y]`

`{2x + y, -y}`

`square5=Graphics[{Hue[0.2],Polygon[{A.{0,0},A.{0,1},A.{1,1},A.{1,0}]}]}`

`Show[square, square5, Axes->True, AspectRatio->Automatic, DefaultFont->`

`{"Times",13}, PlotRange->{{-1,4},{-2,2}}`



Παρατηρούμε ότι η εφαρμογή της απεικόνισης στο τετράγωνο του αρχικού σχήματος, προκαλεί *διατήρηση της ιδιότητας της παραλληλίας*, ενώ *δε διατηρεί την καθετότητα και τις αποστάσεις*.

Αντίστοιχα στον τρισδιάστατο χώρο \mathbb{R}^3 , ας θεωρήσουμε έναν κύβο με κορυφές τα σημεία:

$A(1,0,0), B(1,1,0), \Gamma(0,1,0), \Delta(0,0,0), E(1,0,1), Z(1,1,1), H(0,1,1), \Theta(0,0,1)$.

`f1={{1,0,0},{1,1,0},{0,1,0},{0,0,0}};`

`f2={{1,0,1},{1,1,1},{0,1,1},{0,0,1}};`

`f3={{0,0,1},{1,0,1},{1,0,0},{0,0,0}};`

`f4={{0,0,1},{0,1,1},{0,1,0},{0,0,0}};`

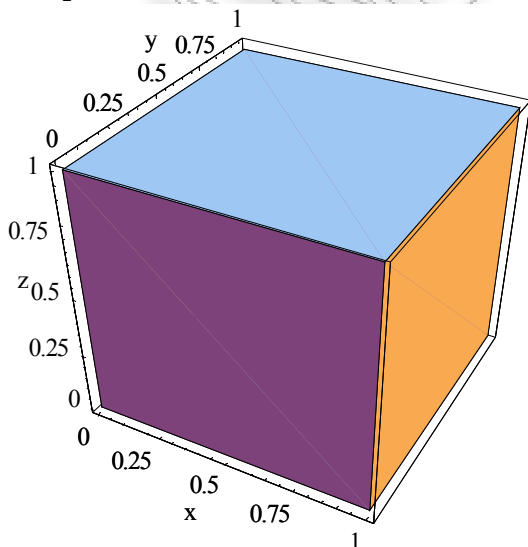
`f5={{1,1,0},{1,0,0},{1,0,1},{1,1,1}};`

`f6={{1,1,0},{0,1,0},{0,1,1},{1,1,1}};`

`cube=Map[Graphics3D[{Polygon[#]}]&, {f1,f2,f3,f4,f5,f6}];`

`Show[cube, Axes->True, AxesLabel-> {"x","y","z"}, DefaultFont-> {"Times",13},`

`AspectRatio->1]`



Ας θεωρήσουμε την απεικόνιση $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ με $f(x, y, z) = (x-3y+z, 2x-3y, 2y-z)$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Ορίζουμε την απεικόνιση στο Mathematica ως εξής:

```
f[x_,y_,z_]:= {x-3*y+z, 2*x-3*y, 2*y-z}
```

Βρίσκουμε τον πίνακα αναπαράστασης A της f ως προς την κανονική βάση του \mathbb{R}^3 :

```
A=Transpose[{f[1,0,0], f[0,1,0], f[0,0,1]}]
```

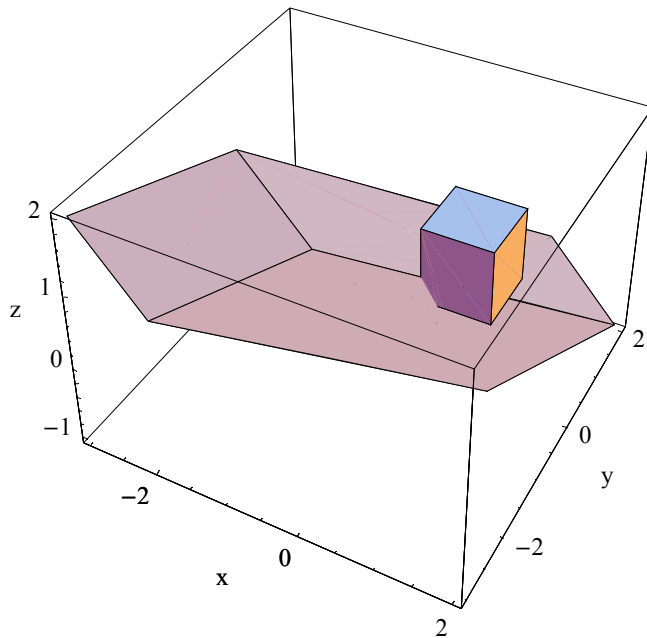
```
{ {1, -3, 1}, {2, -3, 0}, {0, 2, -1} }
```

```
A. {x, y, z}
```

```
{x-3 y+z, 2 x-3 y, 2 y-z}
```

```
cube2=Map[Graphics3D[{Polygon[#]}]&, Map[Table[A.#[[i]], {i, 4}]&, {f1, f2, f3, f4, f5, f6}]];
```

```
Show[cube, cube2, Axes->True, AxesLabel->{"x", "y", "z"}, DefaultFont->{"Times", 13}, AspectRatio->1]
```



Η εφαρμογή της απεικόνισης στον κύβο του αρχικού σχήματος, προκαλεί διατήρηση της ιδιότητας της παραλληλίας, ενώ δε διατηρεί την καθετότητα και τις αποστάσεις.

7.5.5. Ιδιοτιμές, ιδιοδιανύσματα και ιδιόχωροι – Διαγωνιοποίηση πίνακα

Θεωρούμε τον πίνακα $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$. Θα υπολογίσουμε τις ιδιοτιμές, τα ιδιοδιανύσματα και τους

ιδιόχωρους που αντιστοιχούν στην κάθε ιδιοτιμή.

Αρχικά, ορίζουμε τον πίνακα στο Mathematica και βλέπουμε τις εντολές προβολής του πίνακα //MatrixForm και TableForm:

```
A={{1, -1, 2}, {0, -1, 3}, {2, -1, 2}}
```

```
A//MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

A//TableForm

$$\begin{matrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{matrix}$$

Υπολογίζουμε την *ορίζουσα του πίνακα A* μέσω της εντολής Det[A]:

Det[A]

$$-1$$

Θεωρούμε το *χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα A*, ως τη συνάρτηση $|A - x I_3|$:

I3=IdentityMatrix[3]

$$\{\{1, 0, 0\}, \{0, 1, 0\}, \{0, 0, 1\}\}$$

Det[A-x*I3]

$$-1 + 2x + 2x^2 - x^3$$

Παραγοντοποιούμε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο, μέσω της εντολής //Factor και στη συνέχεια *επιλύουμε την χαρακτηριστική εξίσωση $|A - x I_3| = 0$* , από την οποία υπολογίζουμε τις *ιδιοτιμές του πίνακα*:

Det[A-x*I3]//Factor

$$-(1+x)(1-3x+x^2)$$

Solve[Det[A-x*I3]==0,x]

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow -1 \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2} (3 - \sqrt{5}) \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2} (3 + \sqrt{5}) \right\} \right\}$$

Οι ιδιοτιμές του πίνακα A είναι $\lambda_1 = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})$, $\lambda_2 = -1$ και $\lambda_3 = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{5})$. Μπορούμε να υπολογίσουμε τις ιδιοτιμές του πίνακα A επίσης μέσω της εντολής Eigenvalues[A]:

Eigenvalues[A]

$$\left\{ \frac{1}{2} (3 + \sqrt{5}), -1, \frac{1}{2} (3 - \sqrt{5}) \right\}$$

Για καθεμία από τις ιδιοτιμές λ του πίνακα A υπολογίζουμε τα *ιδιοδιανύσματα \vec{u}* μέσω της εξίσωσης: $A\vec{u} = \lambda \vec{u}$, $\vec{u} \neq \vec{0} \Leftrightarrow (A - \lambda I_3) \vec{u} = \vec{0}$, $\vec{u} \neq \vec{0}$. Χρησιμοποιούμε την εντολή Nullspace(M), η οποία μας δίνει ένα σύνολο από γραμμικά ανεξάρτητα διανύσματα \vec{u} για τα οποία ισχύει $M \vec{u} = \vec{0}$:

NullSpace[A+1*I3]

$$\{\{1, 2, 0\}\}$$

NullSpace[A - $\frac{1}{2} * (3 - \sqrt{5}) * I3$] // FullSimplify

$$\left\{ \left\{ \frac{1}{10} (5 - \sqrt{5}), \frac{3}{10} (5 + \sqrt{5}), 1 \right\} \right\}$$

NullSpace[A - $\frac{1}{2} * (3 + \sqrt{5}) * I3$] // FullSimplify

$$\left\{ \left\{ \frac{1}{10} (5 + \sqrt{5}), \frac{6}{5 + \sqrt{5}}, 1 \right\} \right\}$$

Μπορούμε επίσης να υπολογίσουμε τα *ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν στις ιδιοτιμές του πίνακα A* μέσω της εντολής Eigenvectors[A]:

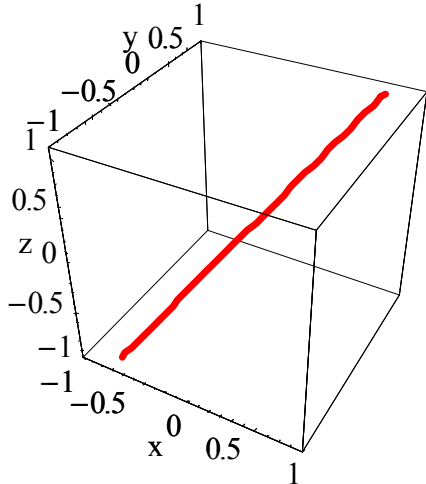
{v1,v2,v3}=Eigenvectors[A]//FullSimplify

$$\left\{ \left\{ \frac{1}{10} (5 + \sqrt{5}), -\frac{3}{10} (-5 + \sqrt{5}), 1 \right\}, \{1, 2, 0\}, \left\{ \frac{1}{10} (5 - \sqrt{5}), \frac{3}{10} (5 + \sqrt{5}), 1 \right\} \right\}$$

Στη συνέχεια θα προσδιορίσουμε τους *ιδιόχωρους που αντιστοιχούν στην κάθε ιδιοτιμή*:

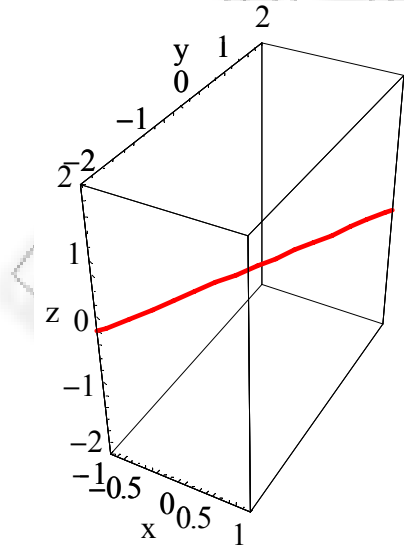
α) Για $\lambda_1 = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})$, έχουμε $\vec{v}_1 = \left(\frac{1}{10}(5 + \sqrt{5}), -\frac{3}{10}(-5 + \sqrt{5}), 1 \right)$, ο αντίστοιχος ιδιόχωρος είναι $V(\lambda_1) = V\left(\frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})\right) = \{x \vec{v}_1, x \in \mathbb{R}\} = \left\{ x \left(\frac{1}{10}(5 + \sqrt{5}), -\frac{3}{10}(-5 + \sqrt{5}), 1 \right), x \in \mathbb{R} \right\}$.

```
ParametricPlot3D[Append[x*v1, {Hue[1], Thickness[0.02]}]//Evaluate, {x, -2, 2}, DefaultFont->{"Times", 13}, PlotRange->{{-1, 1}, {-1, 1}, {-1, 1}}, AxesLabel->{"x", "y", "z"}]
```



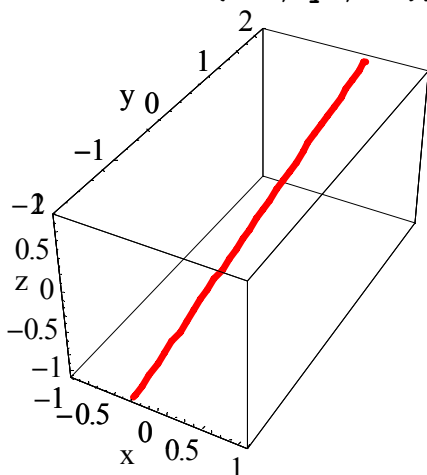
β) Για $\lambda_2 = -1$, έχουμε $\vec{v}_2 = (1, 2, 0)$, ο αντίστοιχος ιδιόχωρος είναι $V(\lambda_2) = V(-1) = \{x \vec{v}_2, x \in \mathbb{R}\} = \{x(1, 2, 0), x \in \mathbb{R}\}$.

```
ParametricPlot3D[Append[x*v2, {Hue[1], Thickness[0.02]}]//Evaluate, {x, -5, 5}, DefaultFont->{"Times", 12}, PlotRange->{{-1, 1}, {-2, 2}, {-2, 2}}, AxesLabel->{"x", "y", "z"}]
```



γ) Για $\lambda_3 = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{5})$, έχουμε $\vec{v}_3 = \left(\frac{1}{10}(5 - \sqrt{5}), \frac{3}{10}(5 + \sqrt{5}), 1 \right)$, ο αντίστοιχος ιδιόχωρος είναι $V(\lambda_3) = V\left(\frac{1}{2}(3 - \sqrt{5})\right) = \{x \vec{v}_3, x \in \mathbb{R}\} = \left\{ x \left(\frac{1}{10}(5 - \sqrt{5}), \frac{3}{10}(5 + \sqrt{5}), 1 \right), x \in \mathbb{R} \right\}$.

```
ParametricPlot3D[Append[x*v3, {Hue[1], Thickness[0.02]}]//Evaluate, {x, -2, 2}, DefaultFont->{"Times", 12}, PlotRange->{{-1, 1}, {-2, 2}, {-1, 1}}, AxesLabel->{"x", "y", "z"}]
```



Θα δούμε στη συνέχεια *πότε ένας πίνακας είναι διαγωνίσιμος* και πως μπορούμε να *διαγωνιοποιήσουμε ένα πίνακα*. Ένας πίνακας A είναι *διαγωνίσιμος*, αν μπορούμε να βρούμε έναν πίνακα P ώστε ο A να μπορεί να γραφεί ως $A = P B P^{-1}$, όπου ο B είναι ένας διαγώνιος πίνακας.

Δεδομένων των ιδιοτιμών $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ και των ιδιοδιανυσμάτων $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \dots$ ενός πίνακα A, *επιλέγουμε ικανό αριθμό γραμμικά ανεξάρτητων ιδιοδιανυσμάτων* και θεωρούμε τον πίνακα P ως ένα *τετραγωνικό πίνακα με στήλες τα ιδιοδιανύσματα αυτά*, δηλαδή: $P = [\vec{v}_1 \ \vec{v}_2 \ \vec{v}_3 \ \dots]^T$. Τότε ο διαγώνιος

$$\text{πίνακας } B = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}.$$

Για τον πίνακα A του οποίου ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα υπολογίσαμε παραπάνω, θεωρούμε τον πίνακα $P = [\vec{v}_1 \ \vec{v}_2 \ \vec{v}_3]^T$:

```
P=Transpose[{v1, v2, v3}]/FullSimplify
```

$$\left\{ \left\{ \frac{1}{10} (5 + \sqrt{5}), 1, \frac{1}{10} (5 - \sqrt{5}) \right\}, \left\{ -\frac{3}{10} (-5 + \sqrt{5}), 2, \frac{3}{10} (5 + \sqrt{5}) \right\}, \{1, 0, 1\} \right\}$$

```
P//MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{10} (5 + \sqrt{5}) & 1 & \frac{1}{10} (5 - \sqrt{5}) \\ -\frac{3}{10} (-5 + \sqrt{5}) & 2 & \frac{3}{10} (5 + \sqrt{5}) \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ελέγχουμε αν ο πίνακας P είναι αντιστρέψιμος, υπολογίζοντας την ορίζουσα του και *ορίζουμε και υπολογίζουμε τον αντίστροφο του πίνακα P* μέσω της εντολής Inverse[A], η οποία μας δίνει τον αντίστροφο ενός πίνακα A:

```
Det[P]
```

$$\sqrt{5}$$

```
Ant[P_] := Inverse[P]//FullSimplify
```

```
Ant[P]//MatrixForm
```


$$\begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{10} (5 + \sqrt{5}) \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \\ -\frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{1}{10} (5 - \sqrt{5}) \end{pmatrix}$$

Ελέγχουμε αν ο πίνακας A είναι διαγωνίσιμος, δηλαδή αν γράφεται ως $A = P B P^{-1}$, όπου B ο διαγώνιος πίνακας με στοιχεία της διαγωνίου τις ιδιοτιμές του πίνακα, υπολογίζοντας τον πίνακα B μέσω της ισοδυναμίας: $A = P B P^{-1} \Leftrightarrow B = P^{-1} A P$:

Ant[P].A.P//FullSimplify

$$\left\{ \left\{ \frac{1}{2} (3 + \sqrt{5}), 0, 0 \right\}, \{0, -1, 0\}, \left\{ 0, 0, \frac{1}{2} (3 - \sqrt{5}) \right\} \right\}$$

Ant[P].A.P//FullSimplify //MatrixForm

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} (3 + \sqrt{5}) & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} (3 - \sqrt{5}) \end{pmatrix}$$

Θεωρούμε τον πίνακα $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$. Θα υπολογίσουμε τις ιδιοτιμές, τα ιδιοδιανύσματα και τους

ιδιόχωρους που αντιστοιχούν στην κάθε ιδιοτιμή. Επίσης θα προσδιορίσουμε το ελάχιστο πολυώνυμο του πίνακα A .

Αρχικά, ορίζουμε τον πίνακα στο Mathematica:

A={ {1,-2,2}, {0,-3,4}, {0,-2,3} }

{{ {1,-2,2}, {0,-3,4}, {0,-2,3} }

Θεωρούμε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα A , ως $\text{char}(x) = |A - x I_3|$ και το παραγοντοποιούμε:

I3=IdentityMatrix[3]

{{ {1,0,0}, {0,1,0}, {0,0,1} }

char[x_]:=Det[A-x*I3]//Factor

char[x]

$-(-1+x)^2(1+x)$

Στη συνέχεια επιλύουμε την χαρακτηριστική εξίσωση $|A - x I_3| = 0$, από την οποία υπολογίζουμε τις ιδιοτιμές του πίνακα:

Solve[Det[A-x*I3]==0,x]

{{ {x->-1}, {x->1}, {x->1} }

Οι ιδιοτιμές του πίνακα A είναι $\lambda_1 = -1$ και $\lambda_2 = 1$ (αλγεβρική πολλαπλότητα 2). Για καθεμία από τις ιδιοτιμές του πίνακα A υπολογίζουμε τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα:

{v1}=NullSpace[A-l1*I3]

{{ {1,2,1} }

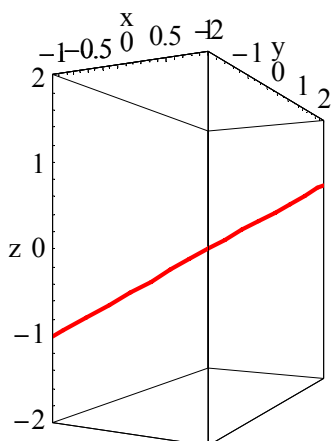
{v2,v3}=NullSpace[A-l2*I3]

{{ {0,1,1}, {1,0,0} }

Στη συνέχεια θα προσδιορίσουμε τους *ιδιόχωρους που αντιστοιχούν στην κάθε ιδιοτιμή*.

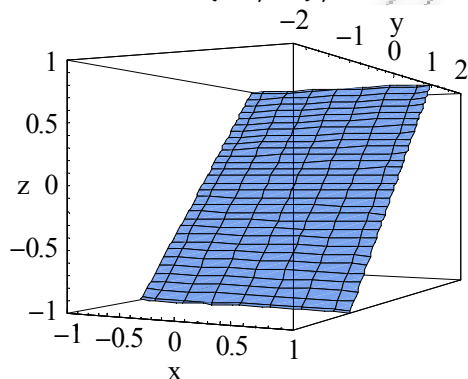
α) Για $\lambda_1 = -1$ έχουμε $\vec{v}_1 = (1, 2, 1)$, ο αντίστοιχος ιδιόχωρος είναι $V(\lambda_1) = V(-1) = \{x \vec{v}_1, x \in \mathbb{R}\} = \{x(1, 2, 1), x \in \mathbb{R}\}$.

```
ParametricPlot3D[Append[x*v1, {Hue[1], Thickness[0.02]}]//Evaluate, {x, -5, 5}, DefaultFont->{"Times", 12}, PlotRange->{{-1, 1}, {-2, 2}, {-2, 2}}, AxesLabel->{"x", "y", "z"}, ViewPoint->{1, -2, 0}]
```



β) Για $\lambda_2 = 1$ έχουμε $\vec{v}_2 = (0, 1, 1)$ και $\vec{v}_3 = (1, 0, 0)$, ο αντίστοιχος ιδιόχωρος είναι $V(\lambda_2) = V(1) = \{x \vec{v}_2 + y \vec{v}_3, x, y \in \mathbb{R}\} = \{x(0, 1, 1) + y(1, 0, 0), x, y \in \mathbb{R}\}$.

```
ParametricPlot3D[x*v2+y*v3//Evaluate, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, DefaultFont->{"Times", 12}, PlotRange->{{-1, 1}, {-2, 2}, {-1, 1}}, AxesLabel-> {"x", "y", "z"}, PlotPoints->{60, 15}, ViewPoint->{1, -2, 0}]
```



Στη συνέχεια θα προσδιορίσουμε το *ελάχιστο πολυώνυμο του πίνακα A*. Έχουμε προσδιορίσει το χαρακτηριστικό πολυώνυμο $\text{char}(x) = -(x-1)^2(x+1)$ του πίνακα A. Το ελάχιστο πολυώνυμο έχει τις ίδιες ρίζες με το χαρακτηριστικό πολυώνυμο, στην ελάχιστη πολλαπλότητα και ως συντελεστή μεγιστοβάθμιου όρου τη μονάδα, ώστε αν εισαχθεί ο πίνακας A στη θέση της μεταβλητής, να προκύπτει ο μηδενικός πίνακας.

Θεωρούμε τα πιθανά ελάχιστα πολυώνυμα $\text{πολ}_1(x) = (x-1)^2(x+1)$ και $\text{πολ}_2(x) = (x-1)(x+1)$. Υπολογίζουμε τον πίνακα που προκύπτει αν εισαχθεί ο πίνακας A στη θέση της μεταβλητής. Να σημειώσουμε ότι στο Mathematica δεν γίνεται αυτόματα η εισαγωγή του πίνακα A σε ένα πολυώνυμο, εφόσον δεν μετατρέπονται αυτόματα οι μονάδες στο μοναδιαίο πίνακα. Επομένως:

α) Για το $\text{πολ}_1(x) = (x-1)^2(x+1)$:

$$(A-I3) \cdot (A-I3) \cdot (A+I3)$$

$$\{\{0,0,0\}, \{0,0,0\}, \{0,0,0\}\}$$

β) Για το πολ₂(x) = (x-1)(x+1):

$$(A-I3) \cdot (A+I3)$$

$$\{\{0,0,0\}, \{0,0,0\}, \{0,0,0\}\}$$

Παρατηρούμε ότι και τα δύο πολυώνυμα έχουν τις ίδιες ρίζες με το χαρακτηριστικό πολυώνυμο και αν εισαχθεί ο πίνακας A στη θέση της μεταβλητής, προκύπτει ο μηδενικός πίνακας και για τα δύο πολυώνυμα. Επειδή όμως το πολυώνυμο πολ₂(x) = (x-1)(x+1) έχει τις ίδιες ρίζες με το χαρακτηριστικό πολυώνυμο, στην ελάχιστη πολλαπλότητα, αυτό είναι το ελάχιστο πολυώνυμο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8. ΑΡΧΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ

8.1. Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε μία *αρχική μελέτη* η οποία πραγματοποιήθηκε κατά τη διάρκεια των ακαδημαϊκών ετών 1999–2001 και αφορά τις *ανακαλυπτικές – κατασκευαστικές διδακτικές προσεγγίσεις*, σε *προπτυχιακά και μεταπτυχιακά μαθήματα*, με τη *χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου*.

Η αρχική μελέτη, η οποία αναλύεται στις παραγράφους 8.1 – 8.4, είναι ουσιαστικά μια *προκαταρκτική έρευνα ή έρευνα "πιλότος" (pilot study)* για τη διαμόρφωση του *μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία των μαθημάτων Θετικών Επιστημών που προτείνουμε στη διατριβή*, αλλά και την *έρευνα που πραγματοποιήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2003–2004*, όπου και εφαρμόστηκε το μοντέλο.

Στη μελέτη αναλύουμε τις *ανακαλυπτικές – κατασκευαστικές προσεγγίσεις με τη βοήθεια του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου (Discovery Learning – Constructivist approaches with the use of Computers as Mindtools)*, η οποία βασίζεται στις σύγχρονες απόψεις για τη μάθηση μέσω ανακάλυψης (Discovery Learning), τη θεωρία κατασκευής της γνώσης (Constructivism) και το μοντέλο της χρήσης του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου (cognitive tool ή mindtool).

Το μαθηματικό αντικείμενο που επιλέχθηκε είναι η *Διαφορική Γεωμετρία των Καμπυλών και Επιφανειών*, ειδικότερα το θέμα των *καμπύλων του επιπέδου και του χώρου* (Gray, 1998 και Manfredo P. DoCarmo, 1976), κυρίως για τους ακόλουθους λόγους:

α) Η διαφορική γεωμετρία έχει πολλές ενδιαφέρουσες και χρήσιμες εφαρμογές σε πολλούς τομείς των Μαθηματικών και τομείς που δεν συσχετίζονται άμεσα με τα Μαθηματικά όπως η Φυσική, η Αρχιτεκτονική, η Ναυπηγική, η Ιατρική κλπ. (Henderson, 1998 και Oprea, 1997).

β) Αφορά τόσο τους φοιτητές των Μαθηματικών Τμημάτων, όσο και τους φοιτητές Τμημάτων Θετικών Επιστημών και Πολυτεχνικών Σχολών, σε προπτυχιακό και μεταπτυχιακό επίπεδο.

γ) Ενοποιεί τα αντικείμενα πολλών μαθηματικών τομέων όπως η Αναλυτική Γεωμετρία, ο Απειροστικός Λογισμός, η Γραμμική Άλγεβρα κλπ.

Το λογισμικό που επιλέχθηκε είναι το *μαθηματικό πακέτο Mathematica* (Wolfram, 1996 και Torrence & Torrence, 1999).

Η προσέγγιση *εφαρμόστηκε στο Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αθηνών* κατά τη διάρκεια των ακαδημαϊκών ετών 1999–2000 και 2000–2001. *Δύο ομάδες συμμετείχαν στη μελέτη, μια ομάδα προπτυχιακών και μία ομάδα μεταπτυχιακών φοιτητών*. Οι δύο ομάδες διδάχθηκαν θέματα που αφορούσαν τις γεωμετρικές ιδιότητες του ίχνους των καμπύλων του επιπέδου και του χώρου, τα διανυσματικά πεδία κατά μήκος καμπύλων του επιπέδου και του χώρου και την καμπυλότητα των καμπύλων του επιπέδου.

Η μελέτη έχει ως σκοπό να αξιολογήσει το επίπεδο κατανόησης της διδασκαλίας των εννοιών από τους φοιτητές, να συγκρίνει το επίπεδο κατανόησης μεταξύ ανδρών και γυναικών και να αποτιμήσει τις

διαφορές τους. Επίσης έχει ως σκοπό να αποτιμήσει τις απόψεις των φοιτητών σχετικά με τη χρήση του λογισμικού στη διαδικασία διδασκαλίας-μάθησης και τις δυνατότητες που προσφέρει, επίσης να αποτιμήσει τις διαφορές και ομοιότητες των απόψεων μεταξύ προπτυχιακών-μεταπτυχιακών φοιτητών και ανδρών-γυναικών ως προς τη χρήση του λογισμικού.

Στην παράγραφο 8.5 αναφέρονται μία σειρά από *εργασίες που αφορούν τη μάθηση και διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών στη Δευτεροβάθμια* Εκπαίδευση. Μέρος των αποτελεσμάτων των εργασιών αυτών, χρησιμοποιήθηκαν επίσης στη διαμόρφωση του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού.

8.2. Η μεθοδολογία της αρχικής μελέτης

Η μελέτη σχεδιάστηκε για προπτυχιακούς και μεταπτυχιακούς φοιτητές Τμημάτων Μαθηματικών και Τμημάτων Θετικών Επιστημών και Πολυτεχνικών Σχολών. Πραγματοποιήθηκε στο Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αθηνών, κατά τη διάρκεια των ακαδημαϊκών ετών 1999–2000 και 2000–2001. Δύο ομάδες συμμετείχαν στη μελέτη, μία ομάδα 25 προπτυχιακών φοιτητών (Ομάδα Α) και μία ομάδα 34 μεταπτυχιακών φοιτητών (Ομάδα Β) του Τμήματος Μαθηματικών, συνολικά 59 φοιτητές.

Μία σειρά πειραματικών μαθημάτων σχεδιάστηκαν και πραγματοποιήθηκαν στις αίθουσες και τα εργαστήρια του Τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αθηνών. Το πρόγραμμα διδασκαλίας των Ομάδων Α και Β περιελάμβανε τη διδασκαλία θεωρητικών θεμάτων μέσω της αφηγηματικής, δασκαλοκεντρικής προσέγγισης (στις αίθουσες διδασκαλίας) και εφαρμογές των θεωρητικών θεμάτων μέσω της ανακαλυπτικής προσέγγισης με τη χρήση του μαθηματικού πακέτου Mathematica (στο εργαστήριο). Οι φοιτητές που συμμετείχαν είχαν την ευκαιρία να βιώσουν και τις δύο μορφές διδασκαλίας, ήταν επομένως ικανοί να συγκρίνουν τις δύο αυτές μορφές και να αξιολογήσουν την αποτελεσματικότητά τους.

Η *διδασκαλία των εργαστηρίων* και στις δύο ομάδες πραγματοποιήθηκε με μία σειρά από μαθήματα διάρκειας 2 διδακτικών ωρών. Ο καθηγητής είχε τη δυνατότητα να γράφει στον πίνακα τα στοιχεία της θεωρίας που θεωρούσε απαραίτητα, τις εντολές και προγράμματα του Mathematica που χρειαζόνταν οι μαθητές και τις εικασίες, τις υποθέσεις και τα συμπεράσματα που διατυπώνονταν από τους φοιτητές.

Οι φοιτητές της Ομάδας Α ήταν χωρισμένοι σε ομάδες των 2 ή 3 ατόμων ανά υπολογιστή, ενώ οι φοιτητές της Ομάδας Β ήταν χωρισμένοι σε ομάδες των 2 ατόμων ανά υπολογιστή ή δούλευαν ανεξάρτητα. Συνεργάζονταν με τα μέλη των ομάδων τους, με τα μέλη άλλων ομάδων και με τον καθηγητή στην ανακάλυψη και διερεύνηση των προβληματικών καταστάσεων που παρουσιάζονταν στην τάξη. Είχαν την ευκαιρία να ζητήσουν τη βοήθεια του καθηγητή ανά πάσα στιγμή, σχετικά με την κατανόηση των στοιχείων της θεωρίας που αναφέρονταν στο μάθημα και τη χρήση, τη σύνταξη και τη λειτουργία των εντολών του λογισμικού. Είχαν επίσης τη δυνατότητα να θέτουν υπό συζήτηση ερωτήσεις, εικασίες και συμπεράσματα στην κοινότητα της τάξης.

Ένα ερωτηματολόγιο σχεδιάστηκε και αναπτύχθηκε προκειμένου να αξιολογηθεί η εισαγωγή του μαθηματικού πακέτου Mathematica στη διαδικασία διδασκαλίας-μάθησης. Ειδικότερα, η ανάπτυξη του ερωτηματολογίου αφορά την αξιολόγηση του επιπέδου κατανόησης των μαθηματικών εννοιών που διδάχθηκαν οι φοιτητές και την αποτίμηση των διδακτικών χαρακτηριστικών και δυνατοτήτων του λογισμικού.

Τα δεδομένα που συλλέχθηκαν από την κωδικοποίηση των ερωτηματολογίων *επεξεργάστηκαν με το στατιστικό πακέτο SPSS*. Χρησιμοποιήθηκαν κυρίως *έλεγχοι υποθέσεων* και τα αποτελέσματα της σχέσης μεταξύ μεταβλητών ή υποπληθυσμών διερευνήθηκαν περαιτέρω με τους *πίνακες συνάφειας (Contingency Tables)*.

Μέρος των αποτελεσμάτων της μελέτης που αφορούν την εφαρμογή της προσέγγισης σε ομάδα προπτυχιακών φοιτητών κατά το ακαδημαϊκό έτος 1999–2000, περιλαμβάνονται στη διπλωματική εργασία του Κων/νου Κορρέ με τίτλο «Μία διδακτική προσέγγιση της Θεωρίας Καμπύλων του Επιπέδου με τη βοήθεια του Η/Υ», η οποία παρουσιάστηκε στο Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αθηνών στις 5 Ιουνίου 2000 (Κορρές, 2000).

Τα αποτελέσματα και συμπεράσματα της μελέτης έχουν αποσταλεί για δημοσίευση σε περιοδικά Διδακτικής (Kyriazis & Korres, to appear και Κορρές, υπό κρίση).

8.3. Αποτελέσματα της στατιστικής ανάλυσης της αρχικής μελέτης

8.3.1. Οι φοιτητές που συμμετείχαν στην αρχική μελέτη

Οι προπτυχιακοί και μεταπτυχιακοί φοιτητές που συμμετείχαν στην έρευνα ήταν 59 με ηλικίες από 21 έως 44 ετών, με μέση ηλικία 27,55 έτη και τυπική απόκλιση 7,52 έτη. Ως προς το φύλο 31 (52,5 %) ήταν άνδρες και 28 (47,5 %) ήταν γυναίκες.

Η Ομάδα Α αποτελούνταν από 25 προπτυχιακούς φοιτητές με ηλικίες από 21 έως 25 έτη, με μέση ηλικία 23,20 έτη και τυπική απόκλιση 1,32 έτη. Ως προς το φύλο 13 φοιτητές (52 %) ήταν άνδρες και 12 (48 %) ήταν γυναίκες. Η Ομάδα Α αποτελούνταν από φοιτητές 4^{ου} έτους και άνω.

Η Ομάδα Β αποτελούνταν από 34 μεταπτυχιακούς φοιτητές με ηλικίες από 22 έως 44 έτη, με μέση ηλικία 31,43 έτη και τυπική απόκλιση 0,39 έτη. Ως προς το φύλο 18 φοιτητές (52,9 %) ήταν άνδρες και 16 (47,1 %) ήταν γυναίκες. Η Ομάδα Β αποτελούνταν από φοιτητές που παρακολουθούσαν το μεταπτυχιακό πρόγραμμα ειδίκευσης (ΜΔΕ) στη Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών.

Πίνακας 8.1. Προηγούμενες δεξιότητες και εμπειρία σχετικά με τους υπολογιστές

		Ομάδα Α		Ομάδα Β	
		Άνδρες	Γυναίκες	Άνδρες	Γυναίκες
1. Χρησιμοποιείτε υπολογιστές στο Πανεπιστήμιο;	Ναι	10	9	12	16
	Όχι	3	3	6	0
2. Έχετε και χρησιμοποιείτε υπολογιστή στο σπίτι;	Ναι	10	9	15	9
	Όχι	3	3	3	7
3. Βρίσκετε ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή;	Ναι	10	12	15	16
	Όχι	3	0	3	0
4. Για πόσο καιρό χρησιμοποιείτε τον υπολογιστή;	Περισσότερα από 3 χρόνια	9	0	12	10
	1 έως 3 χρόνια	4	9	3	3
	Λιγότερο από 1 χρόνο	0	3	0	3

Η πλειοψηφία των φοιτητών που συμμετείχε στην έρευνα έκανε χρήση του υπολογιστή είτε στο Πανεπιστήμιο (79,7 %) είτε στο σπίτι (72,9 %). Οι φοιτητές είχαν εμπειρία στη χρήση υπολογιστή εφόσον το 33,9 % χρησιμοποιούσε τον υπολογιστή από 1 έως 3 χρόνια και το 55,4 % περισσότερο από 3 χρόνια.

Οι Ομάδες Α και Β δεν είναι ομοιογενείς ως προς την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 7,473$, P-value = 0,024, Df = 2). Οι φοιτητές της Ομάδας Β μοιάζουν να έχουν μεγαλύτερη εμπειρία από τους φοιτητές της Ομάδας Α. Αυτό είναι αναμενόμενο εφόσον η Ομάδα Β έχει μεγαλύτερη μέση ηλικία και τυπική απόκλιση από την Ομάδα Α. Οι άνδρες και οι γυναίκες δεν είναι ομοιογενείς επίσης (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 11,219$, P-value = 0,004, Df = 2). Οι άνδρες μοιάζουν να έχουν μεγαλύτερη εμπειρία από τις γυναίκες στη χρήση υπολογιστή.

Το 89,8 % των φοιτητών δήλωσαν ότι βρίσκουν ενδιαφέρον στη χρήση του υπολογιστή. Οι δύο ομάδες φοιτητών δε μοιάζουν να διαφέρουν ως προς το ενδιαφέρον τους (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 0,159$, P-value = 0,690, Df = 1). Οι άνδρες και οι γυναίκες αντίθετα μοιάζουν να διαφέρουν (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 6,033$, P-value = 0,014, Df = 1), με τις γυναίκες να εμφανίζουν ένα μεγαλύτερο ποσοστό στις θετικές απαντήσεις από τους άνδρες (Γυναίκες: 100 %, Άνδρες: 80,6 %).

Οι φοιτητές δήλωσαν ότι έκαναν χρήση του υπολογιστή κυρίως ως κειμενογράφου (44,6 %), προγραμματιστικού εργαλείου (21,4 %) ή και των δύο (33,9 %).

8.3.2. Αξιολόγηση της κατανόησης των φοιτητών ως προς τις έννοιες που διδάχθηκαν

Η αξιολόγηση της κατανόησης των φοιτητών ως προς τις έννοιες που διδάχθηκαν βασίστηκε στα αποτελέσματα ενός τεστ που δόθηκε στους φοιτητές, σε συνδυασμό με τις παρατηρήσεις των καθηγητών από το μάθημα. Το τεστ απαντήθηκε από 53 φοιτητές, το σύνολο των φοιτητών της Ομάδας Α (25 φοιτητές) και 28 από τους φοιτητές της Ομάδας Β.

Η αξιολόγηση της κατανόησης των φοιτητών βασίστηκε στα εξής θέματα:

- α) Εύρεση του προσήμου μεγεθών για διάφορες καμπύλες και διαφορετικές τιμές των παραμέτρων.
- β) Αναγνώριση των γραφικών παραστάσεων μεγεθών καμπύλων από τη γραφική παράσταση καμπύλων.
- γ) Αντιστοίχιση γραφικών παραστάσεων μεγεθών που αφορούν καμπύλες σε δεδομένες γραφικές παραστάσεις καμπύλων και αντίστροφα.

Οι φοιτητές εμφάνισαν μία *αξιοσημείωτη μεταβολή στην ικανότητά τους να αντιμετωπίσουν θέματα όπως αυτά που περιγράφηκαν παραπάνω*. Στην αρχή των εργαστηρίων σχεδόν κανένας φοιτητής δεν μπορούσε να δώσει απάντηση σε θέματα που αφορούσαν γεωμετρικές ιδιότητες των μεγεθών και εννοιών και γεωμετρικές ερμηνείες, ενώ μετά την ολοκλήρωση των εργαστηρίων οι φοιτητές ήταν ικανοί να απαντήσουν στην συντριπτική πλειοψηφία τους θέματα που αφορούσαν απλές σχετικά καμπύλες και σε μικρότερο αλλά ικανοποιητικό ποσοστό (άνω του 50 %) θέματα που αφορούσαν περισσότερο πολύπλοκες καμπύλες.

Πίνακας 8.2. Ποσοστά σωστών απαντήσεων φοιτητών σε θέματα από τη Θεωρία Καμπύλων

Ενδεικτικά θέματα από τη Θεωρία Καμπύλων		Ποσοστά σωστών απαντήσεων
1. Πρόσημο καμπυλότητας	α) ευθείας	100 %
	β) κύκλου με το συνήθη προσανατολισμό	100 %
	γ) κύκλου με αντίθετο προσανατολισμό	75,5 %
	δ) υπερβολής	54,7 %
2. Αναγνώριση γραφήματος καμπυλότητας από το ίχνος και τον προσανατολισμό της καμπύλης	α) κύκλου με το συνήθη προσανατολισμό	71,7%
	β) κύκλου με αντίθετο προσανατολισμό	52,8 %
3. Αντιστοίχιση ίχνους καμπύλης και καμπυλότητας ανάλογα με τη μεταβολή των παραμέτρων	α) Αντιστοίχιση γραφημάτων καμπυλότητας σε δεδομένα ίχνη καμπύλων	83 %
	β) Αντιστοίχιση ιχνών καμπύλων σε δεδομένα γραφήματα καμπυλότητας	47,2 %

Προκειμένου να μετρήσουμε το επίπεδο κατανόησης των φοιτητών, κάναμε μία ανάλυση των βαθμών των φοιτητών που συμμετείχαν στο τεστ. Τα τεστ βαθμολογήθηκαν με τους βαθμούς 1 έως 5 (1 = Άσχημα, 2 = Μέτρια, 3 = Καλά, 4 = Πολύ καλά, 5 = Άριστα).

Οι φοιτητές πήραν βαθμούς από 2 έως 5 (Μέτρια έως Άριστα). Ο μέσος βαθμός ήταν 3,34 με τυπική απόκλιση 0,91. Το επίπεδο κατανόησης των φοιτητών ήταν πολύ υψηλό, εφόσον το 60,4 % βαθμολογήθηκε με Πολύ καλά ή Άριστα και μόνο το 11,3 % Άσχημα ή Μέτρια.

Η ανάλυση ως προς τις ομάδες έδειξε ότι η Ομάδα Α είχε μέση επίδοση 3,40 με τυπική απόκλιση 0,90 και η Ομάδα Β μέση επίδοση 3,29 με τυπική απόκλιση 0,92. Οι δύο ομάδες μοιάζουν να μην είναι ομοιογενείς ως προς την επίδοση των φοιτητών τους (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 13,396$, P-value = 0,020, Df = 5), με τους βαθμούς της Ομάδας Α να είναι υψηλότεροι από τους βαθμούς της Ομάδας Β. Περαιτέρω ανάλυση δεν παρουσίασε σημαντική στατιστική διαφορά ως προς τις συναρτήσεις κατανομών των δύο ομάδων σε επίπεδο σημαντικότητας 5 % (Mann-Whitney, U = 310,5, P-value = 0,474).

Πίνακας 8.3. Επίδοση φοιτητών ανά ομάδα και συνολικά

Επίδοση φοιτητών	Ομάδα Α	Ομάδα Β	Συνολικά
Άσχημα	0	0	0
Μέτρια	3	3	6
Καλά	3	12	15
Πολύ καλά	16	7	23
Άριστα	3	6	9
Σύνολο	25	28	53

Η ανάλυση ως προς το φύλο έδειξε ότι οι άνδρες είχαν μέση επίδοση 3,40 με τυπική απόκλιση 0,61 και οι γυναίκες μέση επίδοση 3,29 με τυπική απόκλιση 1,11. Οι άνδρες και οι γυναίκες δεν είναι ομοιογενείς ως προς την επίδοση τους (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 16,36$, P-value = 0,006, Df = 5).

Περαιτέρω ανάλυση δεν έδειξε σημαντική στατιστική διαφορά ως προς τις συναρτήσεις κατανομών τους σε επίπεδο σημαντικότητας 5 % (Mann–Whitney, $U = 329,5$, $P\text{-value} = 0,710$).

Πίνακας 8.4. Επίδοση φοιτητών ανά φύλο και συνολικά

Επίδοση φοιτητών	Άνδρες	Γυναίκες	Συνολικά
Άσχημα	0	0	0
Μέτρια	0	6	6
Καλά	12	3	15
Πολύ καλά	10	13	23
Άριστα	3	6	9
Σύνολο	25	28	53

Η διαφορά μεταξύ ανδρών και γυναικών είναι η απόκλιση από τη μέση επίδοση. Ειδικότερα, οι γυναίκες μοιάζουν να έχουν μεγαλύτερα ποσοστά στους υψηλότερους βαθμούς, αλλά επίσης υψηλότερα ποσοστά σε χαμηλότερους βαθμούς. Οι βαθμοί των ανδρών μοιάζουν να συγκεντρώνονται γύρω από τη μέση επίδοση. Η ίδια παρατήρηση προέκυψε σε δύο άλλες μελέτες των Α. Κυριαζή και Κ. Κορρέ στις οποίες συμμετείχαν μαθητές Γυμνασίου (Κυριαζής & Κορρές, 2002b) και μαθητές Λυκείου (Κυριαζής & Κορρές, 2001a). Το αποτέλεσμα αυτό παραμένει προς περαιτέρω διερεύνηση.

Η επίδοση των φοιτητών εξαρτάται από το ενδιαφέρον τους για τη χρήση υπολογιστών (χ^2 –Independency, $\chi^2 = 24,91$, $P\text{-value} < 0,001$, $Df = 5$). Ειδικότερα, οι φοιτητές που δε βρίσκουν ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή είναι συγκεντρωμένοι στο Καλά (3), ενώ οι φοιτητές που βρίσκουν ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή είναι κατανομημένοι από Μέτρια έως Άριστα (2 – 5).

Η επίδοση των φοιτητών εξαρτάται από την προηγούμενη εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστών (χ^2 –Independency, $\chi^2 = 54,545$, $P\text{-value} < 0,001$, $Df = 10$). Περαιτέρω ανάλυση έδειξε ότι οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (Λιγότερο από 1 χρόνο, 1 – 3 χρόνια, Περισσότερα από 3 χρόνια) δεν έχουν τις ίδιες συναρτήσεις κατανομών (Kruskal–Wallis, $H = 14,494$, $Df = 2$, $P\text{-value} = 0,001$). Ένα αξιοσημείωτο συμπέρασμα είναι ότι οι φοιτητές με λιγότερο από 1 χρόνο εμπειρία στη χρήση υπολογιστών (11,3 % του συνόλου) επέτυχαν άριστη επίδοση.

Πίνακας 8.5. Επίδοση φοιτητών ανά ομάδα εμπειρίας στη χρήση υπολογιστή

Επίδοση φοιτητών	Λιγότερο από 1 χρόνο	1 έως 3 χρόνια	Περισσότερα από 3 χρόνια	Συνολικά
Άσχημα	0	0	0	0
Μέτρια	0	6	0	6
Καλά	0	3	12	15
Πολύ καλά	0	10	13	23
Άριστα	6	0	3	9
Σύνολο	6	19	28	53

8.3.2. Απόψεις των φοιτητών σχετικά με τη χρήση του λογισμικού στη διδασκαλία και τη μάθηση

Τα θέματα που ελέγχθηκαν σχετικά με τις *απόψεις των φοιτητών για τη χρήση του λογισμικού στη διδασκαλία και τη μάθηση* είναι:

(I) Στόχοι του λογισμικού

Το λογισμικό χαρακτηρίστηκε ως κατάλληλο να χρησιμοποιηθεί κυρίως στην Ανώτατη Εκπαίδευση (100 %), στο Λύκειο (89,8 %) και στην Επιμόρφωση και Κατάρτιση (Training) (79,7%), δευτερευόντως στο Γυμνάσιο (42,4 %).

Οι φοιτητές θεώρησαν ότι η χρήση του λογισμικού μπορεί να προσφέρει περισσότερα από την παραδοσιακή διδασκαλία κυρίως σε θέματα Γεωμετρίας (89,8 %) και Ανάλυσης (84,7 %), δευτερευόντως Άλγεβρας (47,5 %). Τα θέματα της Γεωμετρίας που προτάθηκαν είναι κυρίως Αναλυτική Γεωμετρία (Διανύσματα, Κωνικές Τομές), Ευκλείδεια Γεωμετρία (Στερεομετρία), Διαφορική Γεωμετρία των Καμπύλων και Επιφανειών (Καμπύλες, Διανυσματικά Πεδία Καμπυλότητα), Διαφορική Γεωμετρία. Το αντικείμενο της Ανάλυσης που κυρίως προτάθηκε είναι ο Απειροστικός Λογισμός (Όρια, Συνέχεια, Θεωρία Συναρτήσεων, Παραγωγή, Μονοτονία Ακρότατα, Κυρτότητα, Σημεία Καμπής, Ολοκλήρωση). Το θέμα της Άλγεβρας που κυρίως προτάθηκε είναι η Γραμμική Άλγεβρα (Πίνακες).

(II) Χειρισμός του λογισμικού

Το λογισμικό θεωρήθηκε ότι ξεκινάει εύκολα από το 89,3 % των φοιτητών. Οι Ομάδες Α και Β ήταν ομοιογενείς ως προς τη άποψη τους για το αν το λογισμικό ξεκινάει εύκολα (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 0,078$, P-value = 0,780, Df = 1). Οι άνδρες και οι γυναίκες ήταν επίσης ομοιογενείς (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 0,078$, P-value = 0,780, Df = 1).

Το λογισμικό θεωρήθηκε ότι είναι εύκολο στη χρήση από το 58 % των φοιτητών. Παρουσιάστηκαν διαφοροποιήσεις μεταξύ των δύο ομάδων, ως προς το αν το λογισμικό είναι εύκολο στη χρήση (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 6,650$, P-value = 0,010, Df = 1). Ειδικότερα το 76 % των φοιτητών της Ομάδας Α πιστεύει ότι το λογισμικό είναι εύκολο στη χρήση ενώ το 60 % των φοιτητών της Ομάδας Β πιστεύει το αντίθετο. Να σημειώσουμε ότι η Ομάδα Β παρακολούθησε ένα πρόγραμμα με πιο πολύπλοκα προγράμματα και δραστηριότητες από ότι η Ομάδα Α, επίσης οι φοιτητές της Ομάδας Α εκπόνησαν εργασίες οι οποίες περιελάμβαναν τη χρήση του λογισμικού.

Οι άνδρες και οι γυναίκες μοιάζουν να παρουσιάζουν διαφοροποιήσεις επίσης, εφόσον το 67,9 % των γυναικών πιστεύουν ότι το λογισμικό είναι εύκολο στη χρήση, ενώ οι άνδρες είναι χωρισμένοι περίπου στη μέση (Ναι: 45,5 %, Όχι: 54,5 %). Το συμπέρασμα αυτό δεν προκύπτει από τον έλεγχο ομοιογένειας (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 2,538$, P-value = 0,111, Df = 1).

Οι απόψεις των φοιτητών σχετικά με το αν λογισμικό είναι εύκολο στη χρήση εξαρτώνται από το ενδιαφέρον τους στη χρήση υπολογιστών (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 9,416$, P-value = 0,002, Df = 1). Ειδικότερα οι φοιτητές που δεν εκδήλωσαν ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή (10,2 % συνόλου) δήλωσαν ότι το πρόγραμμα δεν είναι εύκολο στη χρήση.

Οι απόψεις των φοιτητών σχετικά με το αν λογισμικό είναι εύκολο στη χρήση εξαρτώνται επίσης από την προηγούμενη εμπειρία τους στους υπολογιστές (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 15,261$, P-value <

0,001, Df = 2), με τους φοιτητές που είχαν 1–3 χρόνια εμπειρίας να εμφανίζουν το μεγαλύτερο ποσοστό θετικών απαντήσεων (Λιγότερο από 1 χρόνο: 50 %, 1–3 χρόνια: 100 %, Περισσότερα από 3 χρόνια: 40 %).

Οι απόψεις των φοιτητών σχετικά με το αν λογισμικό είναι εύκολο στη χρήση μοιάζουν να εξαρτώνται από το αν οι φοιτητές έχουν χρησιμοποιήσει το λογισμικό ως μέσο αυτο-διδασκαλίας, όμως δε μπορούμε να καταλήξουμε σε ένα ασφαλές συμπέρασμα από τα αποτελέσματα του ελέγχου ανεξαρτησίας (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 4,258$, P-value = 0,039, Df = 1). Ειδικότερα παρατηρούμε ότι οι φοιτητές που είχαν χρησιμοποιήσει το λογισμικό ως μέσο αυτο-διδασκαλίας παρουσίασαν ένα υψηλότερο ποσοστό θετικών απαντήσεων από τους φοιτητές που δεν είχαν χρησιμοποιήσει το λογισμικό (Είχαν χρησιμοποιήσει το λογισμικό: 80 %, Δεν είχαν χρησιμοποιήσει το λογισμικό: 48,6 %).

Οι διευκρινίσεις και επεξηγήσεις οι οποίες δίνονται από το λογισμικό όταν υπάρχουν λάθη στην είσοδο των εντολών ή των προγραμμάτων, χαρακτηρίζονται από τους φοιτητές κυρίως ως επαρκείς (45,8 %) ή καλές (28,8 %). Οι απόψεις των φοιτητών των δύο ομάδων διαφέρουν στο θέμα αυτό (Mann-Whitney, U = 284, P-value = 0,021), με τους φοιτητές της Ομάδας Α να χαρακτηρίζουν τις διευκρινίσεις και επεξηγήσεις κυρίως ως επαρκείς (72 %), ενώ οι φοιτητές της Ομάδας Β κυρίως ως καλές (38,2 %), δευτερευόντως ως επαρκείς (26,5 %).

Οι προαπαιτούμενες δεξιότητες για τη χρήση του λογισμικού είναι, σύμφωνα με τους φοιτητές, κυρίως η γνώση των εντολών του λογισμικού (90,3 %) και η εμπειρία στη χρήση υπολογιστών (71 %) και δευτερευόντως οι προγραμματιστικές δεξιότητες (29 %).

Οι άνδρες και οι γυναίκες επίσης εμφανίζουν διαφορές απόψεων στο θέμα αυτό (Mann-Whitney, U = 218, P-value < 0,001). Οι άνδρες χαρακτηρίζουν τις διευκρινίσεις του λογισμικού κυρίως ως καλές (41,9 %), δευτερευόντως ως επαρκείς (29 %), ενώ οι απόψεις των γυναικών είναι συγκεντρωμένες στο χαρακτηρισμό των διευκρινίσεων ως επαρκείς (64,3 %).

Η βοήθεια του λογισμικού (help browser) επίσης θεωρείται ως πολύ καλή από τους μισούς περίπου φοιτητές (49,1 %) και επαρκής από περίπου το ένα τρίτο των φοιτητών (34 %), μόνο ένα μικρό ποσοστό των φοιτητών θεωρούν τη βοήθεια ανεπαρκή (5,7 %). Οι δύο ομάδες συμφωνούν ως προς το χαρακτηρισμό της βοήθειας (Mann-Whitney, U = 276,5, P-value = 0,153). Οι άνδρες και οι γυναίκες, αντίθετα μοιάζουν να διαφωνούν (Mann-Whitney, U = 188, P-value = 0,002), με τους άνδρες να χαρακτηρίζουν τη βοήθεια του λογισμικού κυρίως ως πολύ καλή (67,9 %) και τις γυναίκες κυρίως ως επαρκή (48 %), δευτερευόντως ως πολύ καλή (28 %).

Το 48,2 % των φοιτητών πιστεύουν ότι μπορούν να μάθουν να χειρίζονται το λογισμικό με τη χρήση εγχειριδίου και το 46,4 % μέσω του απ' ευθείας χειρισμού σε συνδυασμό με τη βοήθεια. Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι μόνο 10,7 % από τους φοιτητές πιστεύουν ότι θα μπορούσαν να μάθουν να χρησιμοποιούν το πρόγραμμα μόνο με τη βοήθεια του καθηγητή.

Οι δύο ομάδες δεν είναι ομοιογενείς ως προς την άποψη τους αυτή (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 13,534$, P-value = 0,004, Df = 3), συγκεκριμένα το 60 % των φοιτητών της Ομάδας Α δήλωσαν ότι θα μπορούσαν να μάθουν να χειρίζονται το λογισμικό με τη χρήση εγχειριδίου, ενώ το 51,6 % των φοιτητών της Ομάδας Β μέσω του απ' ευθείας χειρισμού σε συνδυασμό με τη βοήθεια. Οι άνδρες και οι γυναίκες δεν είναι ομοιογενείς επίσης (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 10,367$, P-value = 0,016, Df = 3), συγκεκριμένα το 41,9

% των ανδρών δήλωσαν ότι θα μπορούσαν να μάθουν να χειρίζονται το λογισμικό μέσω του απ' ευθείας χειρισμού σε συνδυασμό με τη βοήθεια, ενώ το 60 % των γυναικών με τη χρήση εγχειριδίου.

Οι τρόποι μέσω των οποίων οι φοιτητές πιστεύουν ότι θα μπορούσαν να μάθουν να χειρίζονται το λογισμικό εξαρτώνται από το ενδιαφέρον τους στη χρήση υπολογιστή (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 40,320$, P -value < 0,001, $Df = 3$). Η πλειοψηφία των φοιτητών που δήλωσαν ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή πιστεύουν ότι θα μπορούσαν να μάθουν να χειρίζονται το λογισμικό είτε μέσω του απ' ευθείας χειρισμού σε συνδυασμό με τη βοήθεια (46 %) ή με τη χρήση ενός εγχειριδίου (48 %). Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι οι φοιτητές που πιστεύουν ότι θα μπορούσαν να μάθουν να χειρίζονται το λογισμικό μόνο με τη βοήθεια του καθηγητή (10,7 %) είναι μοιρασμένοι στη μέση ως προς το αν βρίσκουν ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή.

Η άποψη των φοιτητών σχετικά με τη μάθηση του χειρισμού του λογισμικού είναι ανεξάρτητη από την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 8,103$, P -value = 0,231, $Df = 6$).

Το 79,7 % των φοιτητών δηλώνουν ότι θα μπορούσαν να χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή. Ένα μεγάλο ποσοστό θεωρεί ως απαραίτητες τη γνώση των δυνατοτήτων του λογισμικού, την καλή κατανόηση των εντολών του λογισμικού και τη χρήση εγχειριδίου. Οι δύο ομάδες είναι ομοιογενείς ως προς αυτό το θέμα (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 0,359$, P -value = 0,549, $Df = 1$). Ως προς την ομοιογένεια ανδρών και γυναικών δε μπορούμε να διατυπώσουμε ένα ασφαλές συμπέρασμα από τη στατιστική ανάλυση (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 3,047$, P -value = 0,081, $Df = 1$), οι άνδρες όμως παρουσιάζουν ένα υψηλότερο ποσοστό θετικών απαντήσεων από τους άνδρες (Άνδρες: 71 %, Γυναίκες: 89,3 %).

Η ικανότητα των φοιτητών να χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή, μοιάζει να εξαρτάται από το ενδιαφέρον τους στους υπολογιστές, αν και η στατιστική ανάλυση δεν μας παρέχει ένα ασφαλές συμπέρασμα (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 3,627$, P -value = 0,057, $Df = 1$), εφόσον το 93,6 % των φοιτητών που δηλώνουν ότι μπορούν να χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από τον καθηγητή, βρίσκουν ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή.

Η ικανότητα των φοιτητών να χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή, εξαρτάται από την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 12,317$, P -value = 0,002, $Df = 2$), συγκεκριμένα τα μεγαλύτερα ποσοστά των φοιτητών που μπορούν να χρησιμοποιούν το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή, επιτυγχάνονται μεταξύ των φοιτητών με εμπειρία 1-3 χρόνων ή περισσότερων από 3 χρόνια (Λιγότερο από 1 χρόνο: 13,6 %, 1-3 χρόνια: 43,2 %, Περισσότερα από 3 χρόνια: 43,2 %).

Τέλος η ικανότητα των φοιτητών να χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή, είναι ανεξάρτητη από το αν έχουν χρησιμοποιήσει το λογισμικό ως μέσο αυτο-διδασκαλίας (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 0,001$, P -value = 0,970, $Df = 1$).

(III) Δυνατότητες και χαρακτηριστικά της χρήσης του λογισμικού στη διδασκαλία και μάθηση

Το σύνολο των φοιτητών υποστήριξε ότι η χρήση του λογισμικού προκάλεσε το ενδιαφέρον τους για το μάθημα, μάλιστα το 74,6 % σε μεγάλο βαθμό. Οι απόψεις των Ομάδων Α και Β μοιάζουν να διαφέρουν στο βαθμό του ενδιαφέροντος, με τους φοιτητές της Ομάδας Α να εμφανίζουν ένα υψηλότερο

ποσοστό στο μεγαλύτερο βαθμό του ενδιαφέροντος από τους φοιτητές της Ομάδας Β (Ομάδα Α: 88 %, Ομάδα Β: 64,7 %), δε μπορούμε να διατυπώσουμε ένα ασφαλές συμπέρασμα από τη στατιστική ανάλυση (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 4,123$, P-value = 0,042, Df = 1). Οι άνδρες και οι γυναίκες αντίθετα, είναι ομοιογενείς (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 1,269$, P-value = 0,260, Df = 1).

Το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα από τη χρήση του λογισμικού εξαρτάται από το ενδιαφέρον τους στη χρήση υπολογιστή (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 19,592$, P-value < 0,001, Df = 1), συγκεκριμένα οι φοιτητές που δε βρίσκουν ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή (10,2 % του συνόλου) εμφανίζουν μικρότερο βαθμό ενδιαφέροντος για το μάθημα.

Η πρόκληση του ενδιαφέροντος των φοιτητών από τη χρήση του λογισμικού εξαρτάται από την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 9,155$, P-value = 0,010, Df = 2), συγκεκριμένα οι φοιτητές που είχαν 1-3 χρόνια εμπειρίας εμφανίζουν ένα υψηλότερο ποσοστό στο μεγαλύτερο βαθμό ενδιαφέροντος για το μάθημα από τη χρήση του λογισμικού (Λιγότερο από 1 χρόνο: 50 %, 1-3 χρόνια: 100 %, Περισσότερα από 3 χρόνια: 71%).

Ένα ενδιαφέρον αποτέλεσμα είναι ότι το 94,6 % των φοιτητών που απάντησαν τη συγκεκριμένη ερώτηση (89,8 % του συνόλου) δήλωσαν ότι οι δυνατότητες του λογισμικού προκάλεσαν το ενδιαφέρον τους για τα Μαθηματικά ως επιστήμης και η πλειοψηφία τους σε μεγάλο βαθμό (71,7 %). Οι Ομάδες Α και Β δεν είναι ομοιογενείς, κυρίως ως προς το βαθμό (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 7,847$, P-value = 0,020, Df = 2), με τους φοιτητές της Ομάδας Α να εμφανίζουν ένα υψηλότερο ποσοστό στο μεγαλύτερο βαθμό ενδιαφέροντος για τα Μαθηματικά ως επιστήμη (Ομάδα Α: 76 %, Ομάδα Β: 61,3 %). Οι άνδρες και οι γυναίκες αντίθετα, δεν εμφανίζουν διαφορές στο βαθμό ενδιαφέροντος (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 2,991$, P-value = 0,224, Df = 2).

Οι λόγοι τους οποίους επικαλέστηκαν οι φοιτητές είναι κυρίως: α) Το λογισμικό παρέχει γεωμετρική εποπτεία και αναπαραστάσεις διαφόρων εννοιών, β) Παρέχει τη δυνατότητα οπτικοποίησης των θεωρητικών μαθηματικών και γ) Παρέχει κίνητρα για περαιτέρω διερεύνηση.

Το σύνολο των φοιτητών που απάντησαν τη συγκεκριμένη ερώτηση (89,8 %), δήλωσαν ότι η χρήση του λογισμικού επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή τους στη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης, μάλιστα το 60,4 % σε μεγάλο βαθμό. Η στατιστική ανάλυση δεν έδειξε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των δύο ομάδων (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 0,260$, P-value = 0,610, Df = 1). Διαφορά βρέθηκε μεταξύ ανδρών και γυναικών (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 8,214$, P-value = 0,004, Df = 1), με τους άνδρες να εμφανίζουν ένα υψηλότερο ποσοστό στο μεγαλύτερο βαθμό ενεργητικής συμμετοχής στο μάθημα από τις γυναίκες (Άνδρες: 78,6 %, Γυναίκες: 40 %).

Οι τρόποι με τους οποίους η χρήση του λογισμικού επέτρεψε τη ενεργητική συμμετοχή των φοιτητών, σύμφωνα με τους ίδιους, είναι: α) Πρόκληση ενδιαφέροντος συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, β) Πειραματισμός με τις έννοιες που διδάχθηκαν, γ) Συνεργασία σε ομάδες, ανταλλαγή απόψεων, δοκιμές στον υπολογιστή και δ) Προσωπική κατασκευή της γνώσης μέσω αναπάντεχων λαθών, ερωτήσεων και εικασιών.

Η ενεργητική συμμετοχή των φοιτητών είναι ανεξάρτητη από το ενδιαφέρον τους στη χρήση υπολογιστή (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 0,305$, P-value = 0,581, Df = 1).

Η ενεργητική συμμετοχή των φοιτητών εξαρτάται από την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 17,982$, P -value $< 0,001$, $Df = 2$), ειδικότερα οι φοιτητές με μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή εμφανίζουν υψηλότερα ποσοστά στο μεγαλύτερο βαθμό της ενεργητικής συμμετοχής (Λιγότερο από 1 χρόνο: 0 %, 1–3 χρόνια: 52,6 %, Περισσότερα από 3 χρόνια: 88 %).

Το 94,7 % των φοιτητών που απάντησαν τη συγκεκριμένη ερώτηση (89,8 % του συνόλου), δήλωσαν ότι η χρήση του λογισμικού τους επέτρεψε να αυτενεργούν, να εξερευνούν και να πειραματίζονται, μάλιστα το 71,7 % σε μεγάλο βαθμό. Οι δύο ομάδες δεν εμφάνισαν σημαντικές διαφορές (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 2,991$, P -value = 0,224, $Df = 2$), η Ομάδα Α όμως, εμφάνισε υψηλότερο ποσοστό στο μεγαλύτερο βαθμό (Ομάδα Α: 76 %, Ομάδα Β: 61,3 %). Οι άνδρες και οι γυναίκες δεν παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 3,6$, P -value = 0,165, $Df = 2$).

Οι τρόποι με τους οποίους η χρήση του λογισμικού επέτρεψε την αυτενέργεια, τη εξερεύνηση και τον πειραματισμό, σύμφωνα με τους ίδιους, είναι: α) Πειραματισμός με τις επιλογές του λογισμικού, β) Εξερεύνηση άγνωστων θεμάτων, και γ) Διερεύνηση και συζήτηση διαφόρων περιπτώσεων και παραδειγμάτων.

Η αυτενέργεια των φοιτητών εξαρτάται από το ενδιαφέρον τους στη χρήση υπολογιστή (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 18,368$, P -value $< 0,001$, $Df = 2$). Συγκεκριμένα, οι φοιτητές που δήλωσαν ότι δεν ενδιαφέρονται για τη χρήση υπολογιστή (10,2 % του συνόλου) έδειξαν μικρότερο βαθμό αυτενέργειας από τη χρήση του λογισμικού, πρέπει να σημειώσουμε βέβαια ότι 6 % των φοιτητών που δήλωσαν ότι ενδιαφέρονται για τη χρήση υπολογιστή, έδωσαν αρνητικές απαντήσεις ως προς την αυτενέργεια.

Η αυτενέργεια των φοιτητών μοιάζει να εξαρτάται από την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή, όμως δεν προκύπτει ασφαλές συμπέρασμα από τη στατιστική ανάλυση (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 8,994$, P -value = 0,061, $Df = 4$).

Πίνακας 8.6. Απόψεις των φοιτητών για τις δυνατότητες και χαρακτηριστικά της χρήσης του λογισμικού στη διδασκαλία και μάθηση

		Ομάδα Α		Ομάδα Β	
		Άνδρες	Γυναίκες	Άνδρες	Γυναίκες
1. Η χρήση του λογισμικού προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για το μάθημα;	Ναι, σε μεγάλο βαθμό	10	12	15	7
	Ναι, σε μικρό βαθμό	3	0	3	9
	Όχι	0	0	0	0
2. Η χρήση του λογισμικού προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για τα μαθηματικά ως επιστήμη;	Ναι, σε μεγάλο βαθμό	10	9	9	10
	Ναι, σε μικρό βαθμό	0	3	9	3
	Όχι	3	0	0	0
3. Η χρήση του λογισμικού επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή σας στο μάθημα;	Ναι, σε μεγάλο βαθμό	13	3	9	7
	Ναι, σε μικρό βαθμό	0	9	6	6
	Όχι	0	0	0	0
4. Η χρήση του λογισμικού επέτρεπε την αυτενέργεια, την εξερεύνηση και τον πειραματισμό;	Ναι, σε μεγάλο βαθμό	10	9	9	10
	Ναι, σε μικρό βαθμό	3	3	6	3
	Όχι	0	0	0	3

Ως προς τις διδακτικές προσεγγίσεις που υποστηρίζουν τις πλέον αποτελεσματικές συνθήκες για τη χρήση του λογισμικού, το σύνολο των φοιτητών υποστήριξαν τις ανακαλυπτικές προσεγγίσεις, ενώ το 49,2 % τόσο τις ανακαλυπτικές όσο και τις αφηγηματικές προσεγγίσεις.

Όσον αφορά τους τρόπους χρήσης του λογισμικού στις ανακαλυπτικές προσεγγίσεις, το σύνολο των φοιτητών απάντησε στην αντίστοιχη ερώτηση και πρότεινε τη χρήση του λογισμικού κυρίως στην κατανόηση των εννοιών (84,7 %), στη μελέτη ιδιοτήτων (89,8 %), στον έλεγχο εικασιών (84,7 %) και στην επίλυση προβλήματος (52,5 %), δευτερευόντως ως μέσο παρουσίασης (30,5 %) και ως μέσο απόδειξης (42,4 %).

Όσον αφορά τους τρόπους χρήσης του λογισμικού στις αφηγηματικές προσεγγίσεις, το σύνολο των φοιτητών απάντησε στην αντίστοιχη ερώτηση και πρότεινε τη χρήση του λογισμικού κυρίως ως μέσο παρουσίασης (42,1 %), στην κατανόηση των εννοιών (68,4 %) και στη μελέτη ιδιοτήτων (76,3 %).

Στην ερώτηση αν κατά τη διδασκαλία με τη χρήση του λογισμικού εξοικονομείται χρόνος συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, το 54,2 % των φοιτητών δήλωσε ότι πιστεύει ότι εξοικονομείται χρόνος. Οι απόψεις των δύο ομάδων διαφέρουν (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 19,924$, P-value < 0,001, Df = 1), συγκεκριμένα το 88 % των φοιτητών της Ομάδας Α πιστεύουν ότι εξοικονομείται χρόνος, ενώ το 70,6 % των φοιτητών της Ομάδας Β πιστεύουν το αντίθετο. Αντίθετα οι άνδρες και οι γυναίκες είναι ομοιογενείς σχετικά με την άποψη τους για την εξοικονόμηση χρόνου λόγω της χρήσης του λογισμικού συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 0,181$, P-value = 0,670, Df = 1).

Τα θέματα στα οποία οι φοιτητές των δύο ομάδων πιστεύουν ότι εξοικονομείται χρόνος είναι: α) Πολύπλοκοι υποορισμοί, β) Σχεδίαση γραφικών παραστάσεων, γ) Μελέτη πολύπλοκων σχημάτων και μορφών και δ) Καταστάσεις επίλυσης προβλήματος.

Ως προς τη χρήση του λογισμικού ως μέσου αυτο-διδασκαλίας, το 60 % των φοιτητών της Ομάδας Α δήλωσαν ότι είχαν χρησιμοποιήσει το λογισμικό ως μέσο αυτο-διδασκαλίας, ενώ το σύνολο των φοιτητών της Ομάδας Β δήλωσαν το αντίθετο. Πρέπει να σημειώσουμε βέβαια, ότι στους φοιτητές της Ομάδας Α είχαν ανατεθεί ατομικές εργασίες, οι οποίες αφορούσαν τη μελέτη μιας άγνωστης σε αυτούς καμπύλης με τη χρήση του λογισμικού, ενώ οι φοιτητές της Ομάδας Β δούλευαν με το λογισμικό μόνο κατά τη διάρκεια των μαθημάτων.

Η χρήση του λογισμικού ως μέσου αυτο-διδασκαλίας δεν εξαρτάται από το ενδιαφέρον των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 2,128$, P-value = 0,145, Df = 1), ούτε από την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (χ^2 -Independency, $\chi^2 = 2,744$, P-value = 0,254, Df = 2).

Η βέλτιστη αναλογία φοιτητών ανά υπολογιστή, όπως προτείνεται από τους φοιτητές των δύο ομάδων, είναι κυρίως 2 φοιτητές ανά υπολογιστή (67,8 %), δευτερευόντως 1 φοιτητής ανά υπολογιστή (27,1 %) και 1 ή 2 φοιτητές ανά υπολογιστή (5,1 %).

Οι Ομάδες Α και Β παρουσιάζουν διαφορές ως προς τη βέλτιστη κατανομή φοιτητών ανά υπολογιστή (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 6,939$, P-value = 0,031, Df = 2), συγκεκριμένα το 79,4 % των φοιτητών της Ομάδας Β προτείνουν 2 μαθητές ανά υπολογιστή, ενώ οι φοιτητές της Ομάδας Α προτείνουν 2 φοιτητές (52 %) ή ένα φοιτητή ανά υπολογιστή (36 %). Οι άνδρες και οι γυναίκες

παρουσιάζουν επίσης διαφορές (χ^2 -Homogeneity, $\chi^2 = 31,028$, P-value < 0,001, Df = 2), με το σύνολο των ανδρών να προτείνουν 2 φοιτητές ανά υπολογιστή, ενώ το 57,1 % των γυναικών προτείνουν έναν φοιτητή ανά υπολογιστή.

Τα πλεονεκτήματα της χρήσης του λογισμικού, όπως διατυπώθηκαν από τους φοιτητές των δύο ομάδων, είναι: α) Το λογισμικό προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα, β) Οι δυνατότητες του λογισμικού συμβάλλουν στην ουσιαστική κατανόηση των εννοιών που διδάσκονται, γ) Το λογισμικό προσφέρει γεωμετρική εποπτεία και οπτικοποίηση των εννοιών, δ) Το λογισμικό προκαλεί την ενεργητική συμμετοχή των φοιτητών στο μάθημα και την εστίαση της προσοχής των φοιτητών στο μάθημα, ε) Οι λανθασμένες κατανοήσεις ανιχνεύονται και ξεκαθαρίζονται, στ) Η χρήση του λογισμικού υποστηρίζει μία αλληλεπιδραστική διαδικασία μάθησης, ζ) Το λογισμικό προσφέρει τη δυνατότητα για αυτενέργεια και πειραματισμό και η) Το λογισμικό βοηθάει τους φοιτητές στην γρήγορη, ακριβή σχεδίαση και υπολογισμούς.

Τα μειονεκτήματα της χρήσης του λογισμικού, όπως διατυπώθηκαν από τους φοιτητές των δύο ομάδων, είναι: α) Απαιτήση χρόνου για τη μάθηση του χειρισμού και της χρήσης του λογισμικού, β) Απαιτήση εμπειρίας στους υπολογιστές, γ) Το περιβάλλον του λογισμικού δεν είναι επαρκώς φιλικό στο χρήστη (user-friendly) και δ) Υπάρχει ο κίνδυνος για τους φοιτητές να παραμελήσουν τη θεωρία και να οδηγηθούν σε σύγχυση ή ελλιπή κατανόηση του αντικειμένου.

Τέλος, το σύνολο των φοιτητών που απάντησε τη συγκεκριμένη ερώτηση (89,8 %), δήλωσαν ότι θα επέλεγαν να παρακολουθήσουν άλλα μαθήματα που κάνουν χρήση του Mathematica ή άλλων λογισμικών προγραμμάτων με παρόμοιες λειτουργίες.

8.4. Συμπεράσματα της αρχικής μελέτης

Η πλειοψηφία των φοιτητών που συμμετείχε στην έρευνα είχαν εμπειρία στη χρήση υπολογιστών. Η Ομάδα Β είχε μεγαλύτερη εμπειρία, πιθανότατα λόγω μεγαλύτερης μέσης ηλικίας, επίσης οι άνδρες είχαν μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή από τις γυναίκες. Η μεγάλη πλειοψηφία των φοιτητών δήλωσαν ότι βρίσκουν ενδιαφέρον στη χρήση του υπολογιστή. Οι δύο ομάδες φοιτητών δεν διέφεραν ως προς το ενδιαφέρον τους, οι γυναίκες όμως εμφάνισαν μεγαλύτερο ποσοστό στις θετικές απαντήσεις από τους άνδρες.

Οι φοιτητές εμφάνισαν μία αξιοσημείωτη μεταβολή στην απόδοση τους από την αρχή των εργαστηρίων, όπου σχεδόν κανένας δε μπορούσε να δώσει απάντηση σε θέματα που αφορούσαν γεωμετρικές ιδιότητες και γεωμετρικές ερμηνείες των μεγεθών και εννοιών που διδάχθηκαν, μέχρι την ολοκλήρωση των εργαστηρίων, όπου οι φοιτητές ήταν ικανοί να απαντήσουν στην συντριπτική πλειοψηφία τους σε θέματα που αφορούσαν απλές σχετικά καμπύλες και σε μικρότερο αλλά ικανοποιητικό ποσοστό θέματα που αφορούσαν περισσότερο πολύπλοκες καμπύλες.

Τα ευρήματα της μελέτης σχετικά με την *επίδοση των φοιτητών μετά την ολοκλήρωση των εργαστηρίων* είναι:

1) Η επίδοση των φοιτητών ήταν πολύ καλή με τα τρία πέμπτα να επιτυγχάνουν Πολύ καλά ή Άριστα και μόνο το ένα δέκατο περίπου Άσχημα ή Μέτρια.

2) Η επίδοση της Ομάδας Α ήταν λίγο υψηλότερη από την επίδοση της Ομάδας Β, η στατιστική ανάλυση όμως δεν έδειξε σημαντική στατιστική διαφορά.

3) Η επίδοση των ανδρών ήταν λίγο υψηλότερη από την επίδοση των γυναικών, η στατιστική ανάλυση όμως δεν έδειξε σημαντική στατιστική διαφορά. Η διαφορά μεταξύ ανδρών και γυναικών είναι η απόκλιση από τη μέση επίδοση, όπου οι γυναίκες είχαν μεγαλύτερα ποσοστά τόσο σε υψηλότερους βαθμούς όσο και σε χαμηλότερους βαθμούς, ενώ οι βαθμοί των ανδρών ήταν συγκεντρωμένοι γύρω από τη μέση επίδοση. Η ίδια παρατήρηση έχει προκύψει και σε προηγούμενες μελέτες, αποτέλεσμα το οποίο παραμένει προς περαιτέρω διερεύνηση.

4) Η επίδοση των φοιτητών εξαρτάται από το ενδιαφέρον και την προηγούμενη εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστών. Ένα αξιοσημείωτο συμπέρασμα είναι ότι οι φοιτητές με λιγότερο από 1 χρόνο εμπειρία στη χρήση υπολογιστών πέτυχαν άριστη επίδοση.

Τα ευρήματα της μελέτης σχετικά με τις *απόψεις των φοιτητών για τη χρήση του λογισμικού στη διδασκαλία και τη μάθηση* είναι:

(I) Ως προς τους *στόχους του λογισμικού*:

1) Το λογισμικό χαρακτηρίστηκε ως κατάλληλο να χρησιμοποιηθεί κυρίως στην Ανώτατη Εκπαίδευση, στο Λύκειο και στην Επιμόρφωση και Κατάρτιση, δευτερευόντως στο Γυμνάσιο.

2) Οι φοιτητές πρότειναν τη χρήση του λογισμικού κυρίως σε θέματα Γεωμετρίας και Ανάλυσης, δευτερευόντως Άλγεβρας.

(II) Ως προς το *χειρισμό του λογισμικού*

1) Το λογισμικό θεωρήθηκε ότι ξεκινάει εύκολα από τη μεγάλη πλειοψηφία των φοιτητών. Οι δύο ομάδες ήταν ομοιογενείς ως προς το θέμα αυτό, όπως επίσης οι άνδρες και οι γυναίκες.

2) Το λογισμικό θεωρήθηκε ότι είναι εύκολο στη χρήση από τα τρία περίπου πέμπτα των φοιτητών. Οι δύο ομάδες δεν ήταν ομοιογενείς με την Ομάδα Α να υποστηρίζει ότι το λογισμικό είναι εύκολο στη χρήση ενώ η Ομάδα Β το αντίθετο. Αυτό ενδεχομένως να οφείλεται στη μεγαλύτερη πολυπλοκότητα των προγραμμάτων και δραστηριοτήτων που παρακολούθησε η Ομάδα Β και στο γεγονός ότι οι φοιτητές της Ομάδας Α εκπόνησαν εργασίες με τη χρήση του λογισμικού. Οι γυναίκες υποστήριξαν ότι το λογισμικό είναι εύκολο στη χρήση, ενώ οι άνδρες ήταν χωρισμένοι περίπου στη μέση, διαφοροποίηση που όμως δεν προέκυψε από τον έλεγχο ομοιογένειας. Οι απόψεις των φοιτητών σχετικά με το αν λογισμικό είναι εύκολο στη χρήση εξαρτώνται από το ενδιαφέρον και την προηγούμενη εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστών. Επίσης μοιάζουν να εξαρτώνται από το αν οι φοιτητές έχουν χρησιμοποιήσει το λογισμικό ως μέσο αυτο-διδασκαλίας, χωρίς αυτό να υποστηρίζεται από τη στατιστική ανάλυση.

3) Οι φοιτητές αναγνώρισαν ως προαπαιτούμενες δεξιότητες για τη χρήση του λογισμικού κυρίως τη γνώση των εντολών του λογισμικού και την εμπειρία στη χρήση υπολογιστών και δευτερευόντως τις προγραμματιστικές δεξιότητες.

4) Οι διευκρινίσεις και επεξηγήσεις οι οποίες δίνονται από το λογισμικό όταν υπάρχουν λάθη στην είσοδο των εντολών ή των προγραμμάτων, χαρακτηρίστηκαν από τους φοιτητές κυρίως ως επαρκείς ή καλές. Η βοήθεια του λογισμικού (help browser) θεωρήθηκε επίσης ως πολύ καλή από τους μισούς περίπου φοιτητές και επαρκής από περίπου το ένα τρίτο των φοιτητών.

5) Οι φοιτητές υποστήριξαν ότι μπορούν να μάθουν να χειρίζονται το λογισμικό με τη χρήση εγχειριδίου ή μέσω του απ' ευθείας χειρισμού σε συνδυασμό με τη βοήθεια. Μόνο ένα μικρό ποσοστό υποστήριξαν ότι θα μπορούσαν να μάθουν να χρησιμοποιούν το πρόγραμμα μόνο με τη βοήθεια του καθηγητή.

6) Η μεγάλη πλειοψηφία των φοιτητών υποστήριξαν ότι μπορούν να χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή. Ένα μεγάλο ποσοστό θεωρεί ως απαραίτητες τη γνώση των δυνατοτήτων του λογισμικού, την καλή κατανόηση των εντολών του λογισμικού και τη χρήση εγχειριδίου.

(III) Ως προς τις *διδακτικές δυνατότητες και χαρακτηριστικά της χρήσης του λογισμικού*

1) Η χρήση του λογισμικού προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα. Το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα από τη χρήση του λογισμικού, εξαρτάται από το ενδιαφέρον και την προηγούμενη εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή.

2) Ένα ενδιαφέρον αποτέλεσμα είναι ότι οι δυνατότητες του λογισμικού προκάλεσαν το ενδιαφέρον των φοιτητών για τα Μαθηματικά ως επιστήμη. Οι λόγοι τους οποίους επικαλέστηκαν οι φοιτητές είναι κυρίως η γεωμετρική εποπτεία και οι αναπαραστάσεις των εννοιών, η δυνατότητα οπτικοποίησης των θεωρητικών μαθηματικών και τα κίνητρα που παρέχει το λογισμικό για περαιτέρω διερεύνηση.

3) Η χρήση του λογισμικού επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή των φοιτητών στο μάθημα. Οι τρόποι με τους οποίους γινόταν αυτό, σύμφωνα με τους φοιτητές, είναι μέσω της πρόκλησης ενδιαφέροντος συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, μέσω του πειραματισμού με τις έννοιες, μέσω της συνεργασίας σε ομάδες, της ανταλλαγής απόψεων και των δοκιμών στον υπολογιστή και μέσω της προσωπικής κατασκευής της γνώσης μέσα από αναπάντεχα λάθη, ερωτήσεις και εικασίες. Η ενεργητική συμμετοχή των φοιτητών είναι ανεξάρτητη από το ενδιαφέρον τους στη χρήση υπολογιστή αλλά εξαρτάται από την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή.

4) Η χρήση του λογισμικού επέτρεπε στους φοιτητές να αυτενεργούν, να εξερευνούν και να πειραματίζονται. Οι τρόποι με τους οποίους γινόταν αυτό, σύμφωνα με τους φοιτητές, είναι ο πειραματισμός με τις επιλογές του λογισμικού, η εξερεύνηση άγνωστων θεμάτων και η διερεύνηση και συζήτηση διαφόρων περιπτώσεων και παραδειγμάτων. Η αυτενέργεια των φοιτητών εξαρτάται από το ενδιαφέρον τους στη χρήση υπολογιστή, μοιάζει επίσης να εξαρτάται από την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή, όμως δεν προκύπτει ασφαλές συμπέρασμα από τη στατιστική ανάλυση.

5) Οι διδακτικές προσεγγίσεις που υποστηρίζουν τις πλέον αποτελεσματικές συνθήκες για τη χρήση του λογισμικού είναι, σύμφωνα με τους φοιτητές κυρίως οι ανακαλυπτικές, δευτερευόντως οι αφηγηματικές. Στις ανακαλυπτικές προσεγγίσεις, το λογισμικό μπορεί να χρησιμοποιηθεί κυρίως στην κατανόηση των εννοιών, στη μελέτη ιδιοτήτων, στον έλεγχο εικασιών και στην επίλυση προβλήματος, δευτερευόντως ως μέσο παρουσίασης και ως μέσο απόδειξης, ενώ στις αφηγηματικές προσεγγίσεις ως μέσο παρουσίασης, στην κατανόηση των εννοιών και στη μελέτη ιδιοτήτων.

6) Δεν υπήρξε καθολική συμφωνία σχετικά με το αν εξοικονομείται χρόνος συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία. Η Ομάδα Α υποστήριξε ότι εξοικονομείται χρόνος, ενώ η Ομάδα Β το αντίθετο. Τα θέματα στα οποία οι φοιτητές πιστεύουν ότι εξοικονομείται χρόνος είναι οι πολύπλοκοι υπολογισμοί, η

σχεδίαση γραφικών παραστάσεων, η μελέτη πολύπλοκων σχημάτων και μορφών και οι καταστάσεις επίλυσης προβλήματος.

7) Ως βέλτιστη αναλογία φοιτητών ανά υπολογιστή, προτάθηκε από τους φοιτητές των δύο ομάδων, κυρίως 2 φοιτητές ανά υπολογιστή, δευτερευόντως 1 φοιτητής ανά υπολογιστή και 1 ή 2 φοιτητές ανά υπολογιστή.

8) Ένα αξιοσημείωτο αποτέλεσμα είναι ότι το σύνολο των φοιτητών δήλωσαν ότι θα επέλεγαν να παρακολουθήσουν και άλλα μαθήματα που κάνουν χρήση του Mathematica ή άλλων λογισμικών προγραμμάτων με παρόμοιες λειτουργίες.

8.5. Εργασίες για τη μάθηση και διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση

Στην παράγραφο αυτή αναφέρονται μία σειρά από *εργασίες που αφορούν τη μάθηση και διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση*, μέρος των αποτελεσμάτων των οποίων, χρησιμοποιήθηκαν επίσης στη διαμόρφωση του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού.

Ειδικότερα έχουμε:

α) Επιμόρφωση στη διδασκαλία με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου

Σχετικά με το σχεδιασμό ενός *προγράμματος επιμόρφωσης, εν ενεργεία και μελλόντων καθηγητών Μαθηματικών, στη διδασκαλία με τη χρήση του υπολογιστή* και για *αποτελέσματα από την εφαρμογή του*, βλέπε Kyriazis & Korres, 2002a.

β) Διδακτικές προσεγγίσεις με τη βοήθεια του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου

Σχετικά με διδακτικές προσεγγίσεις με τη βοήθεια του υπολογιστή έχουμε:

i) Διδασκαλία με τη χρήση της *ανακαλυπτικής-κατασκευαστικής διδακτικής προσέγγισης με τη βοήθεια μαθηματικών πακέτων όπως το Mathematica, το Maple κλπ*, στα πλαίσια ενός *επαναληπτικού-ανακεφαλαιωτικού προγράμματος διδασκαλίας*, το οποίο ακολουθεί το παραδοσιακό πρόγραμμα διδασκαλίας. Σχετικά με *μελέτες περίπτωσης* για τη διδασκαλία των γραμμικών συναρτήσεων Γ' Γυμνασίου, βλέπε Kyriazis & Korres, 2002b και για τη διδασκαλία των καμπύλων του Επιπέδου στη Β' Λυκείου, βλέπε Κυριαζής & Κορρές, 2001a.

ii) Διδασκαλία με τη χρήση *εργαλείων μοντελοποίησης συστημάτων, όπως το Modellus*. Σχετικά με τη διδασκαλία των συναρτήσεων $f(x) = ax + \beta$ και $f(x) = ax^2$ της Α' τάξης του Ενιαίου Λυκείου, μέσω της διασύνδεσης με την ευθύγραμμη ομαλή και ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, βλέπε Κορρές & Σεφερλής, 2005.

iii) Διδασκαλία με τη *χρήση υπερμέσων*. Σχετικά με το σχεδιασμό και την ανάπτυξη *υπερμεσικού εκπαιδευτικού λογισμικού* και αντίστοιχων *φύλλων εργασίας εργασίας*, βλέπε Κορρές, 2006. Σχετικά με μία μελέτη περίπτωσης για τη διδασκαλία της μελέτης της συνάρτησης $y=ax+\beta$ στην Β' τάξη του Γυμνασίου, βλέπε Κορρές & Καραστάθης, 2007.

γ) Αξιολόγηση της χρήσης του υπολογιστή ως γνωστικού εργαλείου

Σχετικά με μία *μεθοδολογία αξιολόγησης ενός λογισμικού* από τους εκπαιδευτικούς, ως προς το αν εμφανίζει τα χαρακτηριστικά ενός γνωστικού εργαλείου και μία *μελέτη περίπτωσης* για την αξιολόγηση του λογισμικού Mathematica, βλέπε Κορρές, 2003.

δ) Διδασκαλία της Στατιστικής

Σχετικά με το θέμα της *κριτικής σκέψης στη διδασκαλία της Στατιστικής*, βλέπε Κορρές & Τσάμη, 2006a και 2006b.

Σχετικά με τη *διερεύνηση των δυσκολιών που συναντούν οι μαθητές της Γ' Λυκείου στο μάθημα της Στατιστικής* και των *απόψεων τους για τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι εκπαιδευτικοί* στη διδασκαλία του μαθήματος, βλέπε Ghinis, Korres & Bersimis, to appear και Γκίνης & Κορρές, 2005.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9. ΜΟΝΤΕΛΟ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ

9.1. Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε ένα μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων θετικών επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή (*Instructional Design Model for the Teaching of lessons in Sciences with the use of Computers*), το οποίο αναπτύξαμε κατά τη διάρκεια των ακαδημαϊκών ετών 2002 – 2004, στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

Η ανάπτυξη του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού βασίστηκε: α) Στις σύγχρονες απόψεις σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία, από τους χώρους της Διδακτικής, της Διδακτικής με Νέες Τεχνολογίες, της Διδακτικής των Θετικών Επιστημών και των Θεωριών Διδακτικού Σχεδιασμού (βλέπε κεφάλαια 1 – 6) και β) Σε ένα πλήθος ερευνητικών αποτελεσμάτων από την εφαρμογή κάποιων από τις διδακτικές προσεγγίσεις που προβλέπει το μοντέλο σε προπτυχιακά και μεταπτυχιακά μαθήματα στο Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αθηνών κατά τα ακαδημαϊκά έτη 1998 – 2002 (βλέπε Κεφάλαιο 8).

Τα βασικά χαρακτηριστικά του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού, τα οποία αποτελούν βασικά χαρακτηριστικά οποιασδήποτε θεωρίας ή μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού (Reigeluth, 1999b), είναι:

α) Είναι προσανατολισμένο στο σχεδιασμό (*design oriented*) (εστιάζει στα μέσα για την επίτευξη δεδομένων στόχων), παρά προσανατολισμένο στην περιγραφή (εστιάζοντας στα αποτελέσματα δεδομένων γεγονότων).

β) Περιγράφει μεθόδους διδασκαλίας (τρόπους για την υποστήριξη και τη διευκόλυνση της μάθησης) και τις καταστάσεις στις οποίες ενδείκνυται να χρησιμοποιηθούν αυτές οι μέθοδοι.

γ) Οι μέθοδοι διδασκαλίας αναλύονται σε επιμέρους μεθόδους, οι οποίες περιέχουν περισσότερες πληροφορίες προκειμένου να προσφέρουν μεγαλύτερη καθοδήγηση στους εκπαιδευτικούς.

δ) Οι μέθοδοι είναι «πιθανοκρατικές», το οποίο σημαίνει ότι αυξάνουν τις πιθανότητες της επίτευξης των σκοπών που έχουν τεθεί, παρά εξασφαλίζουν την επίτευξη τους.

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε το μοντέλο ακολουθώντας τη δομή: α) Σκοποί και προϋποθέσεις του μοντέλου, β) Θεωρητικό υπόβαθρο του μοντέλου, γ) Προγράμματα διδασκαλίας που προβλέπει το μοντέλο και δ) Κύριες συνεισφορές του μοντέλου.

9.1. Σκοποί και προϋποθέσεις του μοντέλου

Στις μέρες μας καθώς εξελισσόμαστε βαθύτερα στην εποχή της πληροφορίας (Information Age), οι επιχειρήσεις και οι οργανισμοί καταργούν πολλά από τα επίπεδα της γραφειοκρατίας και οργανώνονται εκ νέου, στη βάση ολιστικών (*holistic*) προσεγγίσεων. Το προσωπικό οργανώνεται σε ομάδες, στις οποίες δίνεται αυτονομία με αυξημένες ευθύνες, προκειμένου να αυτοδιοικούνται μέσα στα όρια της κουλτούρας της επιχείρησης ή του οργανισμού, παρά να διοικούνται εκ των άνω (Drucker, 1989 και Hammer & Champy, 1993). Η αγορά εργασίας ζητά εργαζόμενους που να παίρνουν πρωτοβουλίες (*Initiative*) και να εισάγουν διαφορετικές θεωρήσεις (*Diversity*). Η λήψη αποφάσεων δεν είναι πλέον του προϊσταμένου ή του διευθυντή, αλλά οι αποφάσεις λαμβάνονται συμμετοχικά. Οι επικοινωνίες γίνονται μέσω δικτύων

(*Networks*). Τα παραπάνω χαρακτηριστικά επιτρέπουν στις σύγχρονες επιχειρήσεις και οργανισμούς να απαντούν πιο γρήγορα και κατάλληλα στις ανάγκες των πελατών τους, γεγονός που αποτελεί ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά της εποχής μας: την *προσαρμογή στις ανάγκες (Customization)* (Reigeluth, 1999b).

Οι βασικές αυτές αλλαγές στα χαρακτηριστικά της εποχής μας, έχουν *σημαντικές επιπτώσεις για τα διάφορα προγράμματα και συστήματα εκπαίδευσης*, εφόσον πρέπει να *εφοδιάσουν τους εκπαιδευόμενους και σύγχρονους εργαζόμενους με τις κατάλληλες ικανότητες* ώστε να είναι ικανοί να σκέφτονται και να επιλύουν προβλήματα, να δουλεύουν σε ομάδες, να επικοινωνούν, να αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες, να εισάγουν διαφορετικές θεωρήσεις στη δουλειά τους. Οι σύγχρονοι εργαζόμενοι είναι απαραίτητο να *μαθαίνουν περισσότερο*, εντούτοις έχοντας *λιγότερο χρόνο για να μάθουν και να εκπαιδευτούν και να επιμορφώνονται διαρκώς (διά βίου εκπαίδευση και κατάρτιση)* (Lee & Zemke, 1995).

Στο πλαίσιο των προαναφερθέντων χαρακτηριστικών της σύγχρονης εποχής, το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή, έχει τους *εξής σκοπούς*:

(1) *Σκοποί ανάπτυξης γνώσεων και δεξιοτήτων*, δηλαδή να βοηθήσει τους μαθητευόμενους να ανακαλύψουν και να κατασκευάσουν τις γνώσεις, τις μεθόδους και διαδικασίες και τις δεξιότητες που είναι απαραίτητες στη ζωή τους, στην εργασιακή τους πρακτική και στη λειτουργία και ανάπτυξη της κοινωνίας. Στους σκοπούς αυτούς περιλαμβάνονται: α) Η κατανόηση των εννοιών των μαθημάτων θετικών επιστημών και εφαρμογή τους στην αντιμετώπιση προβληματικών καταστάσεων, β) Η ανάπτυξη υπολογιστικών δεξιοτήτων, γ) Η καλλιέργεια της ικανότητας για εκτίμηση και προσεγγιστικούς υπολογισμούς, δ) Η ικανότητα χρησιμοποίησης της μαθηματικής γλώσσας στην αντιμετώπιση προβλημάτων, ε) Η ικανότητα κατανόησης, ερμηνείας και εξαγωγής συμπερασμάτων από γραφικές παραστάσεις, στ) Η ικανότητα «μαθηματικοποίησης» ενός προβλήματος και η ερμηνεία και διερεύνηση των αποτελεσμάτων κλπ.

(2) *Σκοποί ανάπτυξης προσωπικών χαρακτηριστικών*, δηλαδή να βοηθήσει τους μαθητευόμενους να αναπτύξουν προσωπικά χαρακτηριστικά και διανοητικά γνωρίσματα, τα οποία θα χρησιμοποιήσουν άμεσα ή έμμεσα σε άλλες περιοχές ή θα μεταφέρουν σε άλλες καταστάσεις. Στους σκοπούς αυτούς περιλαμβάνονται: α) Η ανάπτυξη της ικανότητας για λογικούς συλλογισμούς (παραγωγικός συλλογισμός), β) Η ανάπτυξη της κριτικής σκέψης, γ) Η ικανότητα αναγνώρισης λογικών σχέσεων μεταξύ ανεξάρτητων γεγονότων, δ) Η ανάπτυξη μιας στάσης εξερεύνησης και πειραματισμού απέναντι στη γνώση, ε) Η ανάπτυξη της διαισθητικής σκέψης (επαγωγικός συλλογισμός), στ) Η ανάπτυξη της ικανότητας για αφαίρεση και γενίκευση κλπ.

(3) *Κοινωνικό – πολιτισμικοί σκοποί*, δηλαδή να βοηθήσει τους μαθητευόμενους να αναπτύξουν διανοητικά, αισθητικά και κοινωνικά χαρακτηριστικά. Στους σκοπούς αυτούς περιλαμβάνονται: α) Η ανάπτυξη της φαντασίας και της παρατηρητικότητας, β) Η προώθηση της συνεργασίας μεταξύ των μαθητών και των εκπαιδευτικών αλλά και των μαθητών μεταξύ τους κλπ.

Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία των μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή σχεδιάστηκε ως *μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για την ανώτατη πανεπιστημιακή εκπαίδευση*, δηλαδή για το σχεδιασμό της διδασκαλίας σε προπτυχιακά και μεταπτυχιακά

μαθήματα Θετικών Επιστημών. Βέβαια, μπορεί να εφαρμοστεί τόσο στην *ανώτερη δευτεροβάθμια (λυκειακή) εκπαίδευση* όσο και στη *μεταδευτεροβάθμια εκπαίδευση και κατάρτιση* σε μαθήματα Θετικών Επιστημών. Επίσης μπορεί να εφαρμοστεί στην *επαγγελματική κατάρτιση και στην επιμόρφωση προσωπικού* σε θέματα περιεχομένου από τις Θετικές Επιστήμες.

9.2. Θεωρητικό υπόβαθρο του μοντέλου

9.2.1. Σύγχρονες θεωρίες μάθησης

Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία των μαθημάτων θετικών επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή στηρίζεται στις *απόψεις των κατασκευαστικών θεωριών μάθησης*, των *κοινωνικο – πολιτιστικών θεωριών μάθησης* και των *θεωριών μάθησης ενηλίκων*. Στη συνέχεια θα αναπτύξουμε τις *βασικές αρχές τις οποίες υποστηρίζει το μοντέλο* κατ' αντιστοιχία με τις θεωρίες μάθησης στις οποίες στηρίζονται οι αρχές αυτές.

9.2.1.1. Αρχές από τις κατασκευαστικές θεωρίες μάθησης

Σύμφωνα με τη *μάθηση μέσω ανακάλυψης (Discovery Learning)* του J. Bruner (1960a, 1966):

α) Βασικός ρόλος του δασκάλου είναι να βοηθήσει και να ενθαρρύνει τους μαθητές του να ανακαλύψουν τις διάφορες έννοιες και ιδέες και να αναπτύξουν μία γενικότερη στάση εξερεύνησης και πειραματισμού απέναντι στη γνώση.

β) Η διδασκαλία θα πρέπει να αποβλέπει στην καλλιέργεια της διαισθητικής σκέψης.

γ) Είναι πολύ σημαντική η κατανόηση της «δομής» των διαφόρων θεμάτων, δηλαδή των θεμελιωδών αρχών που συνθέτουν ένα συγκεκριμένο θέμα.

Η *μέθοδος της ανακάλυψης* επιτρέπει στους μαθητές να μαθαίνουν πως να μαθαίνουν. Αυξάνει τις διανοητικές ικανότητες των μαθητών και συμβάλλει στην ανάπτυξη της γνωστικής στρατηγικής και της δημιουργικής σκέψης των μαθητών. Η συγκίνηση της ανακάλυψης αποτελεί επίσης ένα ισχυρό κίνητρο για περαιτέρω μάθηση και μια ουσιαστική ανταμοιβή για την δημιουργική εργασία του μαθητή (Bruner, 1961, 1971).

Σύμφωνα με τη *θεωρία κατασκευής της γνώσης (Constructivism)*, η οποία βασίζεται στις απόψεις του J. Piaget, του E. Von Glasersfeld και πολλών άλλων σύγχρονων θεωρητικών και ερευνητών της Εκπαίδευσης:

α) Ο μαθητής κατασκευάζει ενεργητικά τη γνώση, χρησιμοποιώντας τις προϋπάρχουσες γνώσεις του. Η γνώση δε μπορεί να μεταφερθεί ή να μεταδοθεί στους μαθητές, με την παθητική αποδοχή των απόψεων που υποστηρίζει ο δάσκαλος (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003),

β) Η γνώση είναι μια διαδικασία προσαρμογής με τον κόσμο των εμπειριών και όχι η ανακάλυψη ενός προϋπάρχοντος κόσμου ανεξάρτητου από το γνώστη (Von Glasersfeld, 1975),

γ) Η μάθηση ενεργοποιείται μέσω της δράσης του μαθητευόμενου σε προβληματικές καταστάσεις (Thompson, 1985),

δ) Η μάθηση προκύπτει από την κοινωνική διαπραγμάτευση των νοημάτων, δηλαδή η κοινωνική αλληλεπίδραση που συντελείται στις ομάδες στις οποίες ανήκει ο μαθητής οδηγεί σε μία κοινωνική κατασκευή της γνώσης (Bishop, 1985) και

ε) Οι αναπαραστάσεις του πνεύματος εμφανίζονται ως εμπόδια στην επιστημονική γνώση, των οποίων ενδείξεις είναι τα λάθη και κυρίως οι διαδικασίες που χρησιμοποιεί ο μαθητής για να παράγει λάθη είναι ενδείξεις των αναπαραστάσεων αυτών (έρευνες του Bachelard).

Ενδεδειγμένες διδακτικές πρακτικές, για τις κατασκευαστικές θεωρίες μάθησης είναι:

(1) Οι μαθητές να *ασχολούνται ενεργητικά με την εξερεύνηση προβληματικών καταστάσεων*. Να ψάχνουν για πρότυπα, να διαμορφώνουν υποθέσεις τις οποίες να αξιολογούν και να γενικεύουν, να επεξεργάζονται διάφορα υλικά, να χειρίζονται σύμβολα και να συσχετίζουν τα παραπάνω, να επικοινωνούν και να ανταλλάσσουν ιδέες μεταξύ τους και με το δάσκαλο.

(2) Ο δάσκαλος να είναι ο *δημιουργός των προβληματικών καταστάσεων*. Ο δάσκαλος να επιλέγει κατάλληλα θέματα, να απευθύνει στους μαθητές διερευνητικές ή επεξηγηματικές ερωτήσεις, να διευθύνει και να εστιάζει τη συζήτηση στα σημαντικά σημεία.

(3) *Η τάξη* να εξετάζει κριτικά τις εξηγήσεις και αιτιολογήσεις που δίνουν οι μαθητές και αποφασίζει για την εγκυρότητα και την αλήθεια των ιδεών που εκφράζονται (γνώση ως κοινωνική κατασκευή). Το *λάθος* να θεωρείται ως ένα φυσιολογικό συστατικό της ανθρώπινης σκέψης.

(4) Να δημιουργείται μία *συνεργατική ατμόσφαιρα μάθησης*, μέσω της *αλληλεπίδρασης μεταξύ δασκάλου και μαθητών αλλά και των μαθητών μεταξύ τους*.

9.2.1.2. Αρχές από τις κοινωνικο – πολιτιστικές θεωρίες μάθησης

Σύμφωνα με τη *θεωρία κοινωνικής ανάπτυξης (Social Development Theory)* του L. Vygotsky:

α) Κάθε λειτουργία στην πολιτιστική ανάπτυξη του παιδιού εμφανίζεται δύο φορές: αρχικά σε κοινωνικό επίπεδο (μεταξύ ανθρώπων) και μετά σε ατομικό επίπεδο (εσωτερικά του παιδιού). Όλες οι διανοητικές λειτουργίες προέρχονται από πραγματικές σχέσεις μεταξύ ατόμων (Vygotsky, 1978).

β) Η διαδικασία της ανάπτυξης εξαρτάται από την κοινωνική αλληλεπίδραση και η κοινωνική μάθηση οδηγεί ουσιαστικά στην γνωστική ανάπτυξη, δηλαδή ένας μαθητής μπορεί να εκτελέσει ένα έργο υπό την καθοδήγηση ενός ενηλίκου ή με τη συνεργασία των συμμαθητών του, το οποίο δεν θα μπορούσε να επιτύχει μόνος του («ζώνη επικείμενης ανάπτυξης») (Vygotsky, 1978).

γ) Οι δάσκαλοι για να καταστήσουν τους μαθητές τους ικανούς να μάθουν ενδείκνυται να παρέχουν διάφορους τύπους υποστήριξης, οι οποίοι καλούνται «σκαλωσιές» (scaffolding), οι οποίοι μπορεί να περιλαμβάνουν λεκτική βοήθεια, ερωτήσεις, υποδείξεις και κατευθύνσεις, που όλες στοχεύουν στην επέκταση των δραστηριοτήτων του παιδιού σε μία περιοχή στην οποία το παιδί δεν μπορεί να επιτύχει τις δραστηριότητες μόνο του.

δ) Οι άνθρωποι, προκειμένου να επικοινωνήσουν με το κοινωνικό τους περιβάλλον, χρησιμοποιούν «εργαλεία» τα οποία προέρχονται από μία «κουλτούρα», όπως η ομιλία, ο γραπτός λόγος, νοητικά εργαλεία βασισμένα στον υπολογιστή κλπ., η εσωτερίκευση των οποίων οδηγεί σε ανώτερες δεξιότητες σκέψης (Crawford, 1996).

Ενδεδειγμένες διδακτικές πρακτικές, σύμφωνα με τη θεωρία του Vygotsky είναι:

(1) Ο δάσκαλος αντί να υπαγορεύει τα προσωπικά του νοήματα ενδείκνυται να συνεργάζεται με τους μαθητές του ώστε να δημιουργήσουν τα δικά τους νοήματα, οπότε η μάθηση να είναι μία ανταποδοτική εμπειρία για τους μαθητές και το δάσκαλο (Hausfather, 1996).

(2) Εφόσον η γνωστική αλλαγή εμφανίζεται μέσα στη ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης, η διδασκαλία ενδείκνυται να απευθύνεται σε ένα επίπεδο ανάπτυξης που είναι μόλις πάνω από το επίπεδο ανάπτυξης των μαθητών (Vygotsky, 1978).

(3) Τα άτομα που συμμετέχουν σε μία συνεργασία με ομότιμους (peers) ή σε μία καθοδηγούμενη διδασκαλία από το δάσκαλο, πρέπει να έχουν την ίδια εστίαση προκειμένου να προσεγγίσουν τη ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης. Επίσης είναι ουσιαστικό για τους συνεργάτες να είναι σε διαφορετικά επίπεδα ανάπτυξης και ο συνεργάτης του ανώτερου επιπέδου να είναι ενήμερος για το επίπεδο του συνεργάτη του κατώτερου επιπέδου (Driscoll, 1994 και Hausfather, 1996).

Σύμφωνα με την *εγκατεστημένη μάθηση (situated learning)*, με κύριο εκφραστή τον Lave, η μάθηση η οποία προκύπτει φυσικά είναι *συνάρτηση της δραστηριότητας, του πλαισίου και της κουλτούρας μέσα στην οποία προκύπτει* (Lave, 1988). Η κοινωνική αλληλεπίδραση αποτελεί ένα ουσιαστικό συστατικό, εφόσον οι μαθητευόμενοι εμπλέκονται σε μία "κοινότητα πρακτικής" (community of practice), η οποία συμπεριλαμβάνει πιστεύω και συμπεριφορές για να αποκτηθούν.

Οι Brown, Collins και Duguid (1989) δίνουν έμφαση στην ιδέα της *"γνωστικής μαθητείας" (cognitive apprenticeship)*, η οποία υποστηρίζει τη μάθηση σε μία περιοχή με το να επιτρέπει στους μαθητές να *αποκτούν, να αναπτύσσουν και να χρησιμοποιούν γνωστικά εργαλεία (cognitive tools) σε αυθεντικές (authentic) δραστηριότητες* της περιοχής.

Η θεωρία της εγκατεστημένης μάθησης έχει εφαρμοστεί στο *πλαίσιο των μαθησιακών δραστηριοτήτων βασισμένων στην τεχνολογία (technology – based learning activities)* (Cognition & Technology Group at Vanderbilt, 1993)

9.2.1.3. Αρχές από τις θεωρίες μάθησης ενηλίκων

Οι φοιτητές οι οποίοι παρακολουθούν πανεπιστημιακά προπτυχιακά και μεταπτυχιακά μαθήματα, βρίσκονται ηλικιακά και αναπτυξιακά σε ένα σημείο που επικαλύπτονται δύο περιοχές διδακτικής και εκπαιδευτικής γνώσης: οι παιδαγωγικές θεωρίες και οι θεωρίες μάθησης ενηλίκων. Οι φοιτητές των 18 – 24 ετών έχουν τόσο *τα χαρακτηριστικά των μαθητευόμενων οι οποίοι δεν έχουν ακόμα βγει από το εκπαιδευτικό σύστημα στην αγορά εργασίας* (ειδικά στα πρώτα έτη του πανεπιστημίου), αλλά και τα χαρακτηριστικά των *ενηλίκων μαθητευόμενων (adult learners)* (Cross, 1981 και Zemke & Zemke, 1984).

Σύμφωνα με τη *θεωρία της Ανδραγωγικής (Andragogy)* του M. Knowles (1975, 1984a και 1984b):

α) Οι ενήλικοι είναι αυτο-κατευθυνόμενοι (self-directed) και περιμένουν να αναλαμβάνουν ευθύνη για τις αποφάσεις τους.

β) Οι ενήλικοι μαθητευόμενοι αποκτούν ένα πλούτο εμπειρίας (Experience) καθώς ωριμάζουν, ο οποίος γίνεται ένας αυξανόμενος πόρος (Resource) για τη μάθηση.

γ) Η ετοιμότητα του για μάθηση (Readiness to learn) των ενηλίκων μαθητευόμενων γίνεται αυξανόμενα προσανατολισμένη στα αναπτυξιακά καθήκοντα (developmental tasks) των κοινωνικών του ρόλων.

δ) Ο προσανατολισμός της μάθησης (Orientation to learning) των ενήλικων μαθητευομένων αλλάζει από αυτόν της αναβαλλόμενης εφαρμογής της γνώσης, ο οποίος είναι επικεντρωμένος στα θέματα (subject-centeredness), σε έναν προσανατολισμό στην αμεσότητα (immediacy) εφαρμογής, ο οποίος είναι επικεντρωμένος στα προβλήματα (problem-centeredness).

ε) Τα κίνητρα για τη μάθηση (Motivation to learn) των ενήλικων μαθητευομένων είναι εσωτερικά (internal).

Ενδειγμένες πρακτικές σύμφωνα με την Ανδραγωγική είναι (Knowles, 1984a και 1984b):

(1) Οι ενήλικοι θέλουν να συμμετέχουν στον προγραμματισμό και την αξιολόγηση της διδασκαλίας τους, οπότε υπάρχει η ανάγκη να τους εξηγείται γιατί διδάσκονται συγκεκριμένα πράγματα.

(2) Η διδασκαλία ενδείκνυται να είναι *προσανατολισμένη στο έργο (task-oriented)* παρά στην απομνημόνευση. Οι μαθησιακές δραστηριότητες δηλαδή, ενδείκνυται να είναι στο πλαίσιο των συνηθισμένων έργων προς εκτέλεση.

(3) Η διδασκαλία πρέπει να λαμβάνει υπόψη το *μεγάλο εύρος των διαφορετικών υποβάθρων των μαθητευομένων*, οπότε το μαθησιακό υλικό και οι δραστηριότητες πρέπει να επιτρέπουν διαφορετικά είδη και επίπεδα εμπειρίας με το προς μάθηση αντικείμενο.

(4) Η διδασκαλία ενδείκνυται να επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *ανακαλύπτουν πράγματα για τους ίδιους*, παρέχοντας *βοήθεια και καθοδήγηση στην περίπτωση λαθών*, εφόσον οι ενήλικοι είναι αυτοκατευθυνόμενοι.

(5) Ο δάσκαλος ενδείκνυται να έχει το ρόλο του *διευκολυντή της μάθησης, παρά το ρόλο του αφηγητή (lecturer) ή του βαθμολογητή*.

(6) Οι ενήλικοι μαθαίνουν καλύτερα όταν το προς μάθηση αντικείμενο έχει *άμεση σχέση με την εργασία τους ή την προσωπική τους ζωή*.

9.2.2. Είδη μάθησης των μαθημάτων Θετικών Επιστημών

Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιάσουμε τα *είδη μάθησης όπως διαμορφώνονται στα μαθήματα Θετικών Επιστημών*. Θα εστιάσουμε στα είδη μάθησης (kinds of learning) του γνωστικού τομέα (cognitive domain), ο οποίος ασχολείται με την ανάκληση ή την αναγνώριση της γνώσης και την ανάπτυξη της κατανόησης και των διανοητικών ικανοτήτων και δεξιοτήτων.

Σύμφωνα με την *ταξινόμια του Bloom (Bloom's taxonomy)* οι βασικοί *τύποι μάθησης* είναι (Bloom, 1956 και Reigeluth & Moore, 1999): α) Γνώση (Knowledge), β) Κατανόηση (Comprehension), γ) Εφαρμογή (Application), δ) Ανάλυση (Analysis), ε) Σύνθεση (Synthesis) και στ) Αξιολόγηση (Evaluation).

Σύμφωνα με την *ταξινόμια μαθησιακών αποτελεσμάτων του Gagné* υπάρχουν τρεις *κύριες κατηγορίες για το γνωστικό τομέα* (Gagné, 1985): α) Λεκτική πληροφορία (Verbal Information), β) Διανοητικές δεξιότητες (Intellectual Skills) και γ) Γνωστικές στρατηγικές (Cognitive Strategies).

Σύμφωνα με την *ταξινόμια των Reigeluth και Moore* (1999), η οποία ουσιαστικά αποτελεί σύνθεση των προηγούμενων ταξινομιών και μιας σειράς άλλων ταξινομιών, όπως οι ταξινομίες των Ausubel (1968), Anderson (1983) και Merrill (1983), έχουμε τα *είδη μάθησης*: α) Απομνημόνευση πληροφοριών (Memorize information), β) Κατανόηση σχέσεων (Understand relationships), γ) Εφαρμογή δεξιοτήτων (Apply skills) και δ) Εφαρμογή γενικών δεξιοτήτων (Apply generic skills).

Δημιουργήσαμε μία *κατηγοριοποίηση των ειδών μάθησης στα μαθήματα Θετικών Επιστημών*, αναφορικά με το περιεχόμενο των μαθημάτων αυτών σε πανεπιστημιακό επίπεδο και τις γνώσεις και δεξιότητες που ενδείκνυται να αναπτύξει ο φοιτητής ή ο σύγχρονος εργαζόμενος αναφορικά με τους σκοπούς του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού. Ειδικότερα *διακρίναμε τρεις κατηγορίες*:

α) *Υπολογιστικές δεξιότητες (Υπολογισμοί)*

Οι δεξιότητες της κατηγορίας αυτής αναφέρονται στην απομνημόνευση τύπων, ανάκληση τύπων για δεδομένο ερώτημα, αντικατάσταση ποσών στις μεταβλητές, διενέργεια υπολογισμών, επίσης απομνημόνευση κανόνων υπολογισμού, ανάκληση και σωστή εφαρμογή κανόνων για δεδομένο πρόβλημα.

Οι υπολογιστικές δεξιότητες στα μαθήματα θετικών επιστημών αντιστοιχούν με περισσότερες από μία κατηγορίες στις ταξινομίες που παρουσιάστηκαν παραπάνω. Για παράδειγμα στην ταξινόμια των Reigeluth και Moore, αντιστοιχούν η απομνημόνευση πληροφοριών, η κατανόηση σχέσεων και η εφαρμογή δεξιοτήτων, στην ταξινόμια του Bloom, αντιστοιχούν η γνώση, η κατανόηση και η εφαρμογή κλπ.

β) *Δεξιότητες ερμηνείας και εξαγωγής συμπερασμάτων (Ερμηνείες)*

Οι δεξιότητες της κατηγορίας αυτής αναφέρονται στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων, είτε αυτή είναι γεωμετρική στην περίπτωση των Μαθηματικών, είτε φυσική ερμηνεία στην περίπτωση της Φυσικής ή ειδική περιοχή ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο. Επίσης αναφέρονται στην ικανότητα εξαγωγής συμπερασμάτων βασισμένων στη γνώση των ερμηνειών, όπως αναγνώριση σε ένα σχήμα των αποτελεσμάτων – λύσεων ενός προβλήματος, αντιστοίχιση σε πολλαπλές γραφικές παραστάσεις των αντίστοιχων μαθηματικοποιημένων συναρτήσεων που τις περιγράφουν, αναγνώριση μεταβολής γραφικής παράστασης ανάλογα με τη μεταβολή των παραμέτρων μίας συνάρτησης, μίας εξίσωσης ή ενός συστήματος κλπ.

Οι δεξιότητες ερμηνείας και εξαγωγής συμπερασμάτων αντιστοιχούν με την κατανόηση σχέσεων, την εφαρμογή δεξιοτήτων και την εφαρμογή γενικών δεξιοτήτων της ταξινόμιας των Reigeluth και Moore, με τις διανοητικές δεξιότητες και τις γνωστικές στρατηγικές της ταξινόμιας μαθησιακών αποτελεσμάτων του Gagné, επίσης με την κατανόηση, την ανάλυση και την αξιολόγηση της ταξινόμιας του Bloom.

γ) *Δεξιότητες εφαρμογής διαδικασιών και αντιμετώπισης προβλημάτων (Διαδικασίες)*

Οι δεξιότητες εφαρμογής διαδικασιών περιλαμβάνουν τη εφαρμογή διαδικασιών και αλγορίθμων σε ένα πρόβλημα είτε της ίδιας γνωστικής περιοχής, είτε μεταφορά μιας διαδικασίας από ένα γνωστικό αντικείμενο σε ένα άλλο για την επίλυση δεδομένου προβλήματος, συνήθως διαδικασίας των Μαθηματικών. Επίσης περιλαμβάνουν την εξαγωγή συμπερασμάτων σύμφωνα με τις γενικές αρχές και τις ερμηνείες σχετικά με τα αποτελέσματα της διαδικασίας.

Οι δεξιότητες της κατηγορίας αυτής αντιστοιχούν με την εφαρμογή δεξιοτήτων και την εφαρμογή γενικών δεξιοτήτων της ταξινόμιας των Reigeluth και Moore, με τις διανοητικές δεξιότητες και τις γνωστικές στρατηγικές της ταξινόμιας μαθησιακών αποτελεσμάτων του Gagné, επίσης με την ανάλυση, τη σύνθεση και την αξιολόγηση της ταξινόμιας του Bloom.

9.2.3. Οι δεξιότητες σκέψης ανώτερης τάξης

Βασικό ζητούμενο της εκπαίδευσης του ατόμου, το οποίο ζει και αναπτύσσεται στο σύγχρονο κοινωνικό και εργασιακό περιβάλλον είναι η *ανάπτυξη δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης (higher order thinking skills)*. Οι δεξιότητες σκέψης ανώτερης τάξης θα εφοδιάσουν τον σύγχρονο άνθρωπο με τα κατάλληλα εφόδια ώστε να μπορεί να αντιμετωπίζει τα καθημερινά προβλήματα στον εργασιακό και στο κοινωνικό του περιβάλλον, θα του επιτρέπουν να κρίνει και να αξιολογεί δεδομένα και καταστάσεις, θα του επιτρέπουν να προσαρμόζεται στις ολοένα μεταβαλλόμενες συνθήκες και να είναι ανοικτός σε νέες ιδέες και καινοτόμες μεθόδους στο χώρο εργασίας του.

Με τον όρο *δεξιότητα σκέψης (thinking skill)* εννοούμε επιδεξιότητα, πρακτική ικανότητα ή ευκολία στη διαδικασία ή τις διαδικασίες της σκέψης (διαδικασίες που προκύπτουν αυθόρμητα ή φυσικά ή αποκτούνται μέσω της μάθησης και της πρακτικής). Το αν ένα συγκεκριμένο συστατικό της σκέψης έχει αναπτυχθεί ή όχι, δεν μπορεί να κριθεί από άλλους, χωρίς ένα σημαντικό μέρος γνώσης πλαισίου (contextual knowledge), συμπεριλαμβανομένης της γνώσης των προηγούμενων εμπειριών του ατόμου ή της ομάδας στην οποία ανήκει το άτομο (LSRC, 2004a).

Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού στοχεύει στην *ανάπτυξη των παρακάτω κατηγοριών δεξιοτήτων σκέψης*:

1) Μεταγνωστικές δεξιότητες

Η *μεταγνώση (metacognition)* είναι η γνώση σχετικά με το πως μαθαίνει κανείς, δηλαδή η γνώση για το πως γνωρίζει τα πράγματα και ποιες είναι οι διαδικασίες της σκέψης του. Οι δεξιότητες της μεταγνώσης διευκολύνουν το μαθητή στην απόκτηση και τον έλεγχο της γνώσης, όπως και στη συνειδητοποίηση για το ποιες είναι οι νοητικές ικανότητες και οι αδυναμίες του (Flavell, 1976 και Jonassen, 2000).

2) Δεξιότητες αναστοχαστικής σκέψης

Η *αναστοχαστική σκέψη (reflective thinking)* περιλαμβάνει τις ενέργειες: Εμπλεκόμαστε σε μια κατάσταση, αντιδρούμε σ' αυτήν, σκεφτόμαστε σχετικά με το τι κάναμε, βγάζουμε συμπεράσματα από την εμπειρία, καθορίζουμε συσχετισμούς και κρατάμε τις εμπειρίες και τους αναστοχασμούς (Dewey, 1933, Norman, 1993 και LSRC, 2004a).

3) Δεξιότητες αυτό – ρύθμισης

Η *αυτο-ρύθμιση (self-regulation)* είναι μία συστηματική διαδικασία η οποία περιλαμβάνει τη θέση προσωπικών σκοπών και τη χάραξη πορείας για τη συμπεριφορά κάποιου προς την επίτευξη αυτών των σκοπών. Η αυτό – ρύθμιση προϋποθέτει τη μεταγνώση και θεωρείται ευρέως να είναι σχετική με το πλαίσιο στο οποίο εμφανίζεται (context-specific). Το κλειδί στην αυτο-ρύθμιση είναι η *πρόθεση (intentionality)*. Οι μαθητές πρέπει να δεχτούν και να "αγκαλιάσουν" την πρόθεση να μάθουν και να αποδώσουν και γύρω από αυτή να ρυθμίσουν τις δραστηριότητες τους. Η διδασκαλία χρειάζεται να βοηθήσει τους μαθητές αρχικά να διατυπώσουν τους σκοπούς και τις προθέσεις τους και στη συνέχεια να αναστοχαστούν σχετικά με το πόσο καλά έχουν επιτευχθεί αυτοί οι σκοποί και οι προθέσεις (Shunk & Ertmer, 2000 και Simons, 1993).

4) Δεξιότητες κριτικής σκέψης ή σκέψης ανώτερης τάξης

Σύμφωνα με την Halpern (1997), *κριτική σκέψη (critical thinking)* είναι η χρήση των γνωστικών δεξιοτήτων ή στρατηγικών οι οποίες αυξάνουν την πιθανότητα ενός επιθυμητού αποτελέσματος. Είναι σκόπιμη (purposeful), ακολουθεί τους κανόνες της λογικής (reasoned) και είναι κατευθυνόμενη από το σκοπό (goal directed). Η κριτική σκέψη καλείται κατευθυνόμενη σκέψη (directed thinking), εφόσον είναι εστιασμένη σε ένα επιθυμητό αποτέλεσμα.

Σημαντικές απόψεις – θέσεις για την κριτική σκέψη έχουν διατυπώσει οι Paul (1992), Ennis (1985) και Litecky (1992).

Σύμφωνα με τους Resnick και Klopfer (1987), τα *κύρια χαρακτηριστικά της σκέψης ανώτερης τάξης* είναι: α) Μη αλγοριθμική (nonalgorithmic), β) Τείνει να είναι πολύπλοκη, γ) Συνήθως παράγει πολλαπλές λύσεις, καθεμία με κόστη και οφέλη, δ) Περιλαμβάνει κρίση με διαβάθμιση και ερμηνεία, ε) Περιλαμβάνει την εφαρμογή πολλαπλών κριτηρίων, τα οποία ενδεχομένως να είναι αντικρουόμενα μεταξύ τους, στ) Περιλαμβάνει αυτο-καθορισμό (self-regulation) της διαδικασίας σκέψης, ζ) Περιλαμβάνει την εύρεση δομής σε προφανή αταξία, η) Απαιτεί να καταβάλλει κανείς προσπάθεια (effortful).

5) *Δεξιότητες επιμέλειας*

Σύμφωνα με τους Salomon και Globerson (1987), η *επιμέλεια (mindfulness)* είναι η οικειοθελής (volitional), καθοδηγούμενη από τη μεταγνώση (metacognitively guided) χρησιμοποίηση μη αυτόματων διαδικασιών, που συνήθως απαιτούν προσπάθεια (effort demanding processes), η οποία απαιτείται για την μάθηση που έχει «νόημα», μάθηση η οποία είναι εφαρμόσιμη σε παρόμοιες καταστάσεις και μπορεί να μεταφερθεί σε μη παρόμοιες καταστάσεις.

Η *επιμελής μάθηση (mindful learning)*, σύμφωνα με τους Salomon και Globerson (1987), χαρακτηρίζεται από τις *ακόλουθες δραστηριότητες*: α) Καταστολή αρχικών απαντήσεων και αναστοχασμός (reflecting) σε πλευρές προβλημάτων, β) Συλλογή, έρευνα και εξατομίκευση πληροφοριών σχετικών με προβλήματα, γ) Παραγωγή και επιλογή εναλλακτικών στρατηγικών, δ) Δημιουργία συνδέσεων με υπάρχουσα γνώση και κατασκευή νέων δομών, ε) Κατανάλωση προσπάθειας στη μάθηση, στ) Συγκέντρωση (concentrating), ζ) Αναστοχασμός (reflecting) σχετικά με το πώς εκτελέστηκε κάποιο έργο (task).

9.2.4. Η χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου

9.2.4.1. Χαρακτηριστικά των νοητικών εργαλείων

Σύμφωνα με τον Jonassen (2000), τα *νοητικά εργαλεία (mindtools) ή γνωστικά εργαλεία (cognitive tools)* είναι μαθησιακά περιβάλλοντα και εργαλεία βασισμένα στον υπολογιστή τα οποία έχουν αναπτυχθεί ή προσαρμοστεί προκειμένου να λειτουργούν ως «διανοητικοί συνεργάτες» του μαθητή, για να ενεργοποιούν και να διευκολύνουν την κριτική σκέψη (critical thinking) και τη μάθηση ικανοτήτων ανώτερης τάξης (higher order learning).

Τα κυριότερα χαρακτηριστικά των νοητικών εργαλείων είναι:

α) Είναι *γενικεύσιμα υπολογιστικά εργαλεία (Generalizable)*, δηλαδή μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε διαφορετικές περιοχές ή αντικείμενα (Jonassen, 2000).

β) Αναδιοργανώνουν (ανακατασκευάζουν ριζικά) τον τρόπο που οι μαθητευόμενοι σκέφτονται (Pea, 1985).

γ) Έχουν ως στόχο να ενεργοποιήσουν και να διευκολύνουν τη γνωστική διαδικασία (Kommers, Jonassen & Mayes, 1992).

δ) Είναι νοητικές και υπολογιστικές συσκευές που υποστηρίζουν, καθοδηγούν και επεκτείνουν τις διαδικασίες σκέψης των χρηστών τους (Derry, 1990).

ε) Δεν είναι απλά βοηθητικές συσκευές (*accommodating tools*) (Jonassen, 2000).

στ) Δεν είναι συσκευές τις οποίες οι μαθητές χρησιμοποιούν φυσικά χωρίς προσπάθεια ("*ingertip*" tools) (Perkins, 1993).

ζ) Είναι συσκευές κριτικής σκέψης μέσω της μοντελοποίησης των ικανοτήτων κριτικής σκέψης στις λειτουργίες τους. Τα εργαλεία δημιουργούν μια "*διανοητική σκαλωσιά*" (*Intellectual Scaffolding*) προς τη σκέψη που έχει "*νόημα*" (*meaningful thinking*), δηλαδή ενεργοποιούν τους μαθητές και τους υποστηρίζουν όταν έχουν ενεργοποιηθεί (Jonassen, 2000).

η) Υποστηρίζουν την κατασκευή της γνώσης (*Knowledge Construction*) (Jonassen, 2000).

θ) Ευνοούν τη μεταφορά της μάθησης σε άλλες περιοχές (*Transferable learning*) (Jonassen, 2000).

ι) Έχουν απλό και δυναμικό φορμαλισμό (*Simple, powerful formalism*) (Jonassen, 2000).

ια) Είναι εύκολο να τα μάθει κανείς (*Easily learnable*) (Jonassen, 2000).

9.2.4.2. Κατηγορίες νοητικών εργαλείων βασισμένων στον υπολογιστή

Οι κυριότερες κατηγορίες νοητικών εργαλείων βασισμένων στον υπολογιστή είναι (Jonassen, 2000):

(1) Εργαλεία δυναμικής μοντελοποίησης (*Dynamic modelling tools*)

Τα εργαλεία δυναμικής μοντελοποίησης χρησιμοποιούνται: α) για την αναπαράσταση δυναμικών σχέσεων μεταξύ ιδεών, εφόσον μέσω της κατανόησης των σχέσεων αυτών είναι δυνατή η μεταφορά των ιδεών σε άλλες περιοχές και β) για την κατασκευή προσομοιώσεων μοντέλων δυναμικών συστημάτων.

Στα εργαλεία δυναμικής μοντελοποίησης περιλαμβάνονται: α) Υπολογιστικά φύλλα (Spreadsheets) (Dubitsky, 1988, Rudnicki, 1990, Cashien, 1990, Adams & Crock, 1989, Niess, 1992, Barnes, 1997, Crisci, 1992 και Sundheim, 1992), β) Έμπειρα συστήματα (Expert systems) (O' Shea & Self, 1983, Feigenbaum & Mc Corduck, 1983 και Collins & Brown, 1988), γ) Εργαλεία μοντελοποίησης συστημάτων (Systems modelling) (Jonassen & Hemming, 1999, Steed, 1992 και Saloway, Krajcik & Finkel, 1995) και δ) Μικρόκοσμοι (Microworlds) (Papert, 1980, Hanna, 1986, Thompson & Wang, 1988).

(2) Εργαλεία ερμηνείας (*Interpretation tools*)

Τα εργαλεία ερμηνείας βοηθούν τους μαθητευόμενους να ερμηνεύσουν πληροφορίες καθώς κατασκευάζουν τις βάσεις γνώσης τους, δηλαδή είναι εργαλεία που δημιουργούν νοήματα (*meaning-making*).

Τα εργαλεία ερμηνείας περιλαμβάνουν: α) Εργαλεία ηθελημένης αναζήτησης πληροφοριών (*Intentional information search tools*) και β) Εργαλεία οπτικοποίησης (*Visualization tools*) (Levin, Anglin & Carney, 1987 και Gordin, Edelson & Gomez, 1996).

(3) Εργαλεία συζήτησης (*conversation tools*)

Τα εργαλεία συζήτησης υποστηρίζουν την κοινωνική μάθηση. Η ραγδαία εξάπλωση του Διαδικτύου (Internet) τα τελευταία χρόνια, έχει οδηγήσει στην σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό εξοικείωση όλων μας με τα εργαλεία συζήτησης (Porter, 1997 και Keegan, 1996).

Τα εργαλεία συζήτησης περιλαμβάνουν: α) Εργαλεία σύγχρονης επικοινωνίας (synchronous conferencing) και β) Εργαλεία ασύγχρονης επικοινωνίας (asynchronous conferencing).

(4) *Εργαλεία σημασιολογικής οργάνωσης (Semantic Organization tools)*

Τα εργαλεία σημασιολογικής οργάνωσης είναι εργαλεία που βοηθούν τους μαθητευόμενους να οργανώσουν και να αναπαραστήσουν οπτικά τις ιδέες που μελετούν και μαθαίνουν.

Τα εργαλεία σημασιολογικής οργάνωσης περιλαμβάνουν: α) Βάσεις δεδομένων (Databases) και β) Σημασιολογικά δίκτυα ή Χάρτες εννοιών (Semantic Networks ή Concept Maps).

(5) *Εργαλεία κατασκευής της γνώσης (Knowledge construction tools)*

Τα εργαλεία κατασκευής της γνώσης βασίζονται στη θεωρία του Papert (Constructionism) σύμφωνα με την οποία η κατασκευή της γνώσης μπορεί να υποβοηθηθεί από την *κατασκευή (construction) αντικειμένων εξωτερικών ή τουλάχιστον που να μπορούν να «μοιραστούν» (sharable)* (Papert, 1990 και Perkins, 1986).

Τα εργαλεία κατασκευής της γνώσης περιλαμβάνουν υπερμέσα (hypermedia), πολυμέσα (multimedia), εργαλεία έκδοσης (desktop publishing), υπερκείμενο (hypertext), κατασκευή διαδικτυακών τόπων (web sites), CD-ROM και ένα σύνολο σχετικών τεχνολογιών.

9.3. Προγράμματα διδασκαλίας που προβλέπει το μοντέλο

Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία των μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή, προβλέπει τη *χρήση περισσότερων από μίας διδακτικών προσεγγίσεων ανά κατάσταση*, δηλαδή *χρήση της πλέον κατάλληλης διδακτικής προσέγγισης αντίστοιχα με το είδος ή τα είδη μάθησης τα οποία τίθενται ως στόχοι κάθε φορά*.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε ένα *σύνολο διδακτικών προσεγγίσεων*, οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη διδασκαλία των μαθημάτων Θετικών Επιστημών, αλλά και ένα *σύνολο χαρακτηριστικών για τα προγράμματα διδασκαλίας με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου*, τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την *επιλογή, χρήση και αξιολόγηση μίας διδακτικής προσέγγισης και των αντίστοιχων λογισμικών*, τα οποία χρησιμοποιούνται στα πλαίσια του μοντέλου.

9.3.1. Διδακτικές προσεγγίσεις

9.3.1.1. Αφηγηματική προσέγγιση εμπλουτισμένη με τις σύγχρονες απόψεις για τη μάθηση και διδασκαλία

Σύμφωνα με την *αφηγηματική διδακτική προσέγγιση*, η οποία υποστηρίζει τις αρχές των δασκαλοκεντρικών μεθόδων και μοντέλων διδασκαλίας, ο δάσκαλος περιγράφει, διηγείται ή δίνει κάποιες πληροφορίες στους μαθητές του, ενώ οι μαθητές παρακολουθούν παθητικά, παραμένοντας αμέτοχοι και κρατώντας κάποιες φορές σημειώσεις (Εξαρχάκος, 1993, Βερτσέτης, 1997 και Τουμάσης, 1994).

Η αφηγηματική προσέγγιση *μπορεί να εμπλουτιστεί με τις σύγχρονες απόψεις σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία*, ώστε οι μαθητευόμενοι να συμμετέχουν περισσότερο ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία, να καλλιεργείται η διάθεση για έρευνα και πειραματισμό και να αναπτύσσεται η κριτική τους σκέψη. Αυτό μπορεί να γίνει μέσω της συζήτησης και του διαλόγου μεταξύ δασκάλου και μαθητευομένων και των μαθητευομένων μεταξύ τους. Η αφηγηματική προσέγγιση μπορεί να χρησιμοποιεί κατάλληλους τρόπους παρουσίασης του υλικού (όπως προκαταβολικούς οργανωτές), επίσης να χρησιμοποιεί εποπτικά μέσα βασισμένα στον υπολογιστή για να επιδεικνύει στους μαθητευόμενους θέματα δυναμικών σχέσεων σχετικών με μεγέθη και έννοιες υπό διαπραγμάτευση.

Ο δάσκαλος *ενδείκνυται να χρησιμοποιεί την αφηγηματική διδακτική προσέγγιση όταν στόχος της διδασκαλίας είναι η μάθηση θεωρητικών θεμάτων, υπολογιστικών δεξιοτήτων και εισαγωγικά θέματα διαδικασιών (εισαγωγικά μαθήματα στις διαδικασίες)*. Ο μαθητευόμενος δε θα ανακαλύψει εκ νέου ή θα κατασκευάσει όλη την επιστημονική γνώση που έκανε αιώνες να διαμορφωθεί, στα στενά χρονικά πλαίσια των εννέα διδακτικών εβδομάδων ενός πανεπιστημιακού μαθήματος. Η ανακαλυπτική – κατασκευαστική προσέγγιση θα χρησιμοποιηθεί στα πλαίσια της ανάπτυξης ερμηνευτικών και διαδικαστικών δεξιοτήτων, για τις οποίες είναι η πλέον κατάλληλη.

9.3.1.2. Ανακαλυπτική – κατασκευαστική προσέγγιση με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου

Σύμφωνα με την *ανακαλυπτική – κατασκευαστική προσέγγιση*, οι μαθητευόμενοι καταλήγουν σε ένα αποτέλεσμα για το οποίο δεν διέθεταν έναν έτοιμο αλγόριθμο, μέσα από μια διαδικασία εξερεύνησης και ανακάλυψης. Η μάθηση προκύπτει ως κατασκευή μέσω της ενεργητικής ενασχόλησης του μαθητευόμενου με το υπό διαπραγμάτευση αντικείμενο, μέσω της αυτενέργειας και του πειραματισμού με τις έννοιες και τις ιδιότητες τους. Επίσης η μάθηση προκύπτει ως κοινωνική κατασκευή μέσω της κοινωνικής διαπραγμάτευσης, εφόσον οι μαθητευόμενοι συνεργάζονται με το δάσκαλο και μεταξύ τους για την επίτευξη των στόχων που έχουν τεθεί (Κορρές, 2000).

Η ανακαλυπτική – κατασκευαστική προσέγγιση ακολουθεί συνήθως τα *βήματα* (προσαρμογή από Τουμάσης, 1994):

- (1) Καθορισμός προβλήματος
- (2) Συλλογή δεδομένων, επεξεργασία, οργάνωση, ανάλυση
- (3) Σχηματισμός εικασίας
- (4) Έλεγχος εικασίας
- (5) Διατύπωση συμπεράσματος

Σ' αυτά τα πέντε βήματα, *προσθέσαμε άλλα δύο*:

- (6) Συζήτηση – Διερεύνηση
- (7) Αναστοχασμός

Τα νοητικά εργαλεία είναι τα *ιδανικά εργαλεία για να λειτουργήσουν ως «διανοητικοί συνεργάτες» των μαθητευομένων στα πλαίσια των ανακαλυπτικών – κατασκευαστικών προσεγγίσεων* (Κορρές, 2003). Οι μαθητευόμενοι μπορούν να χρησιμοποιήσουν τα νοητικά εργαλεία για να συλλέξουν πληροφορίες, να επεξεργαστούν, να αναλύσουν και να οργανώσουν τις πληροφορίες αυτές. Επίσης μέσω του

πειραματισμού με τις έννοιες μπορούν να διατυπώσουν εικασίες, τις οποίες να ελέγξουν με τη βοήθεια του εργαλείου. Μπορούν να διερευνήσουν τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα τους ως προς τις μεταβολές ανάλογα με τη μεταβολή των υποθέσεων ή των αρχικών συνθηκών. Τα νοητικά εργαλεία μπορούν να προσφέρουν σημαντική υποστήριξη στους μαθητευόμενους σε όλα τα στάδια της ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής διαδικασίας μάθησης.

Η ανακαλυπτική – κατασκευαστική προσέγγιση με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου *ενδείκνυται να χρησιμοποιηθεί όταν στόχος της διδασκαλίας είναι η ανάπτυξη δεξιοτήτων ερμηνείας και εξαγωγής συμπερασμάτων (ερμηνείες) και η ανάπτυξη διαδικαστικών δεξιοτήτων και δεξιοτήτων αντιμετώπισης προβλημάτων (διαδικασίες).*

Προτείνουμε τη δημιουργία από τον καθηγητή και χρήση ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας στα πλαίσια κάποιου νοητικού εργαλείου. Τα ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας *ενδείκνυται να περιέχουν:* α) *Δραστηριότητες* σχετικές με τα θέματα υπό διαπραγμάτευση, οι οποίες υπό τη μορφή βημάτων, ενεργειών και ερωτήσεων, να καθοδηγούν τους φοιτητές στον πειραματισμό με τις έννοιες, στη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών και στη διατύπωση μέσω συζήτησης γενικών συμπερασμάτων, β) *Βασικές εντολές του νοητικού εργαλείου και τα απαιτούμενα προγράμματα* για τα θέματα υπό διαπραγμάτευση, γ) *Υποδείξεις* σχετικά με το μαθηματικό αντικείμενο και τις λειτουργίες του νοητικού εργαλείου και δ) *Ασκήσεις* οι οποίες μπορούν να επιλυθούν με τη χρήση και τροποποίηση των *υπαρχόντων στο φύλλο εργασίας εντολών και προγραμμάτων* του νοητικού εργαλείου.

Οι φοιτητές *ενδείκνυται να είναι χωρισμένοι σε ομάδες των 2 ή 3 ατόμων ανά υπολογιστή.* Οι φοιτητές πρέπει να *συνεργάζονται με τα μέλη των ομάδων τους, με τα μέλη άλλων ομάδων και με τον καθηγητή* στην αντιμετώπιση των προβληματικών καταστάσεων που συναντούν κατά την εργασία τους με το ηλεκτρονικό φύλλο εργασίας. Πρέπει επίσης να τους δίνεται η δυνατότητα να *θέτουν υπό συζήτηση ερωτήσεις, εικασίες και συμπεράσματα στην κοινότητα της τάξης.* Επίσης να μπορούν ανά πάσα στιγμή να *ζητήσουν τη βοήθεια του καθηγητή,* σχετικά με την κατανόηση των στοιχείων της θεωρίας που αναφέρονται στο μάθημα και τη χρήση, τη σύνταξη και τη λειτουργία των εντολών του λογισμικού.

9.3.1.3. Συνεργατική – διαλογική προσέγγιση με εργασία σε ομάδες

Η συνεργατική – διαλογική προσέγγιση με εργασία σε ομάδες βασίζεται στις *αρχές των συμμετοχικών – συνεργατικών μεθόδων διδασκαλίας,* έχει δηλαδή ως βασική αρχή τη *συνεργασία μεταξύ μαθητών και δασκάλου και των μαθητών μεταξύ τους,* έχοντας ως κύριο τρόπο επικοινωνίας το *διάλογο* (Κυριαζής & Μπακογιάννης, 2003).

Η συνεργατική αυτή προσέγγιση μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω της *εργασίας των μαθητευόμενων σε ομάδες,* οι οποίες μπορούν να διαμορφώνονται είτε από τον καθηγητή είτε από τους μαθητές και οι οποίες θα εργάζονται σε κάποιο θέμα που θα αναλαμβάνουν.

Το θέμα μπορεί να ανατίθεται από το δάσκαλο στους μαθητευόμενους ή να το προτείνουν οι ίδιοι και να λαμβάνεται η απόφαση από κοινού μεταξύ καθηγητή – μαθητευομένων. Η εργασία μπορεί να γίνεται στην αίθουσα διδασκαλίας, στα εργαστήρια ή εξωτερικά των χώρων του πανεπιστημίου. Οι φοιτητές *ενδείκνυται να αναλαμβάνουν την ευθύνη για τη διατύπωση των σκοπών της εργασίας τους,* για το *σχεδιασμό και προγραμματισμό ενός σχεδίου εργασίας* και για την *διεκπεραίωση και ολοκλήρωση*

αυτού του σχεδίου, υπό την καθοδήγηση και την παρακολούθηση του καθηγητή. Οι φοιτητές ενδεχομένως να χρησιμοποιούν νοητικά εργαλεία για την υποβοήθηση και υποστήριξη τους στα διάφορα στάδια της εργασίας, νοητικά εργαλεία που είτε τα επιλέγουν οι ίδιοι ή προτείνονται από τον καθηγητή.

Τα αποτελέσματα της εργασίας των μαθητευομένων ενδείκνυται να *παρουσιάζονται στην κοινότητα της τάξης* σε χρονική στιγμή που έχει καθοριστεί εκ των προτέρων (πιθανότατα στο τέλος του ακαδημαϊκού εξαμήνου). Στην παρουσίαση ενδείκνυται να *υπάρχει συζήτηση* μεταξύ των φοιτητών ανεξαρτήτως ομάδων στις οποίες ανήκουν, μεταξύ τους αλλά και με τον καθηγητή, *συζήτηση την οποία διευθύνει ο καθηγητής*.

Η συνεργατική – διαλογική προσέγγιση με εργασία σε ομάδες *ενδείκνυται να χρησιμοποιηθεί* όταν στόχος της διδασκαλίας είναι η *ανάπτυξη δεξιοτήτων ερμηνείας και εξαγωγής συμπερασμάτων (ερμηνείες)* και η *ανάπτυξη διαδικαστικών δεξιοτήτων και δεξιοτήτων αντιμετώπισης προβλημάτων (διαδικασίες)*.

9.3.1.4. Εκπόνηση εργασιών με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου

Η διδακτική προσέγγιση της *εκπόνησης εργασιών με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου*, αφορά την εκπόνηση *ατομικών εργασιών από τους φοιτητές*, οι οποίες μπορούν να σχετίζονται με τη μελέτη και διερεύνηση σχέσεων σε δεδομένα προβλήματα, εργασίες οι οποίες διεκπεραιώνονται από τους μαθητευόμενους με τη χρήση νοητικών εργαλείων του υπολογιστή.

Η διδακτική προσέγγιση αυτή *προϋποθέτει να έχουν οι φοιτητές παρακολουθήσει μία σειρά μαθημάτων στα οποία έχει εφαρμοστεί η ανακαλυπτική – κατασκευαστική προσέγγιση με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου*, οπότε οι φοιτητές *έχουν κάποια γνώση σχετικά με το συμβολισμό και τη δομή του νοητικού εργαλείου που θα χρησιμοποιήσουν*, αλλά να έχουν επίσης *έρθει σε επαφή με ένα δυναμικό τρόπο αντιμετώπισης της γνώσης*, μέσω της αναπαράστασης μεγεθών, της διερεύνησης της μεταβολής μεγεθών ανάλογα με τη μεταβολή δεδομένων συνθηκών και της μελέτης του συσχετισμού και της αλληλεπίδρασης μεταξύ μεγεθών. Επίσης να έχουν έρθει σε επαφή με τις *δυνατότητες που προσφέρουν τα νοητικά εργαλεία* στη μελέτη πρακτικών θεμάτων, όπως γεωμετρικές ιδιότητες και στην αντιμετώπιση προβλημάτων από το χώρο των Θετικών Επιστημών.

Οι φοιτητές αναλαμβάνουν μία *ατομική εργασία*, το θέμα της οποίας ανατίθεται από το δάσκαλο ή το προτείνουν οι ίδιοι και λαμβάνεται μία απόφαση από κοινού (μεταξύ καθηγητή – φοιτητών). Οι φοιτητές εργάζονται στα εργαστήρια ή στο σπίτι τους σε ώρες ανεξάρτητες των ωρών διδασκαλίας του μαθήματος με τη βοήθεια του νοητικού εργαλείου. Μπορούν να ζητήσουν τη βοήθεια του καθηγητή σε δεδομένες ώρες που έχουν καθοριστεί εκ των προτέρων ή στις ώρες διδασκαλίας του μαθήματος.

Τα αποτελέσματα των εργασιών των μαθητευομένων ενδείκνυται να *παρουσιάζονται στην κοινότητα της τάξης* σε χρονική στιγμή που έχει καθοριστεί εκ των προτέρων (συνήθως στο τέλος του ακαδημαϊκού εξαμήνου) και στην παρουσίαση ενδείκνυται να *γίνεται συζήτηση* μεταξύ καθηγητή και φοιτητών και των φοιτητών μεταξύ τους.

Η προσέγγιση αυτή ανεξαρτήτως της χρήσης νοητικών εργαλείων χρησιμοποιείται *ευρύτατα σε μεταπτυχιακά μαθήματα ή προπτυχιακά μαθήματα επιλογής*. Μία εφαρμογή της προσέγγισης αυτής έγινε σε παλαιότερη εργασία μας, αποτελέσματα της οποίας παρουσιάζονται στη διπλωματική εργασία του Κ. Κορρέ «Διδακτική προσέγγιση των καμπύλων του επιπέδου με τη χρήση του υπολογιστή» (Κορρές,

2000). Τα αποτελέσματα έδειξαν μία εξαιρετική εργασία των φοιτητών σε ερευνητικό επίπεδο, με εργασίες οι οποίες είχαν *εξαιρετικά ενδιαφέρουσες διερευνήσεις και αποτελέσματα σχετικά με γεωμετρικές ιδιότητες καμπύλων του επιπέδου.*

Η διδακτική προσέγγιση της εκπόνησης εργασιών με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου *ενδείκνυται να χρησιμοποιηθεί όταν στόχος της διδασκαλίας είναι η ανάπτυξη δεξιοτήτων ερμηνείας και εξαγωγής συμπερασμάτων (ερμηνείες) και η ανάπτυξη διαδικαστικών δεξιοτήτων και δεξιοτήτων αντιμετώπισης προβλημάτων (διαδικασίες).*

9.3.1.5. Ανακαλυπτική – κατασκευαστική προσέγγιση από απόσταση μέσω σύγχρονης επικοινωνίας

Η *ανακαλυπτική – κατασκευαστική προσέγγιση από απόσταση μέσω σύγχρονης επικοινωνίας*, στηρίζεται στις αρχές της ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου, με τη διαφορά ότι, ελλείπει της άμεσης, πρόσωπο με πρόσωπο, επικοινωνίας καθηγητή – φοιτητών και των φοιτητών μεταξύ τους, προσπαθεί να δημιουργήσει ένα διάλογο επικοινωνίας μεταξύ τους, κάνοντας χρήση των εργαλείων σύγχρονης επικοινωνίας.

Η ανακαλυπτική – κατασκευαστική προσέγγιση από απόσταση μέσω σύγχρονης επικοινωνίας *ενδείκνυται να χρησιμοποιηθεί όταν στόχος της διδασκαλίας είναι η ανάπτυξη δεξιοτήτων ερμηνείας και εξαγωγής συμπερασμάτων (ερμηνείες) και η ανάπτυξη διαδικαστικών δεξιοτήτων και δεξιοτήτων αντιμετώπισης προβλημάτων (διαδικασίες),* εφόσον η διδασκαλία θεωρητικών θεμάτων ή υπολογιστικών δεξιοτήτων (υπολογισμοί) μπορεί να πραγματοποιηθεί με εκπαιδευτικό υλικό που μπορούν οι μαθητευόμενοι να «κατεβάσουν» από κάποιο σύστημα ασύγχρονης επικοινωνίας.

Ειδικότερα, στα πλαίσια της ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης από απόσταση μέσω σύγχρονης επικοινωνίας, προτείνουμε την *παράλληλη χρήση:* i) *ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας στα πλαίσια ενός νοητικού εργαλείου*, ο καθένας στον υπολογιστή του και ii) *ενός συστήματος σύγχρονης επικοινωνίας μέσω μηνυμάτων γραπτού κειμένου*, μέσω του οποίου, με τη χρήση γραπτού κειμένου, οι φοιτητές μπορούσαν να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και με το δάσκαλο, να συζητούν, να ανταλλάσσουν απόψεις, να διατυπώνουν ιδέες και απορίες και να διατυπώνουν συμπεράσματα μέσω του πειραματισμού και της ενεργητικής ενασχόλησης με το φύλλο εργασίας. Το σύστημα σύγχρονης επικοινωνίας ενδείκνυται να *προσφέρει δυνατότητες* για: α) Αποστολή εγγράφων και αρχείων μεταξύ χρηστών, β) Πραγματοποίηση συνομιλίας φωνητικής / μέσω βίντεο (video/voice conversation), γ) Χρήση της εφαρμογής «Whiteboard» (μέσω της οποίας ο καθηγητής και οι μαθητευόμενοι μπορούν να γράψουν και να σχεδιάσουν ταυτόχρονα σε έναν πίνακα σε πραγματικό χρόνο).

9.3.2. Χαρακτηριστικά προγραμμάτων διδασκαλίας με τη βοήθεια του υπολογιστή

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε τα *χαρακτηριστικά* τα οποία πρέπει να έχουν τα *προγράμματα διδασκαλίας με τη βοήθεια του υπολογιστή* όπως προβλέπουν οι αρχές και οι απόψεις τις οποίες υποστηρίζει το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών και αναπτύχθηκαν στην παράγραφο 9.2. Ειδικότερα παρουσιάζονται: α) τα *χαρακτηριστικά ενός προγράμματος διδασκαλίας το οποίο κάνει χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου* και β) τα

χαρακτηριστικά ενός προγράμματος διδασκαλίας από απόσταση μέσω ενός συνδυασμού συστημάτων ασύγχρονης και σύγχρονης επικοινωνίας.

Τα χαρακτηριστικά των προγραμμάτων διδασκαλίας δίνονται παρακάτω, υπό τη μορφή ερωτήσεων. Η απάντηση της κάθε μίας εκ των ερωτήσεων αυτών και ειδικότερα ο βαθμός της συμφωνίας – διαφωνίας προς την άποψη που εκφράζει η ερώτηση, αποτελεί ένα μέσο αξιολόγησης του δεδομένου χαρακτηριστικού που διατυπώνεται.

9.3.2.1. Χαρακτηριστικά προγράμματος διδασκαλίας με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου

Η επιλογή ενός κατάλληλου λογισμικού, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως νοητικό εργαλείο στη διδασκαλία ενός δεδομένου μαθήματος Θετικών Επιστημών αποκτά ιδιαίτερη σημασία (Κορρές, 2003), εφόσον το λογισμικό αυτό θα αποτελέσει το «διανοητικό συνεργάτη» του μαθητευόμενου, ένα εργαλείο μέσω του οποίου θα κατασκευάσει ενεργητικά τη γνώση μέσω του πειραματισμού με τις έννοιες, της ενασχόλησης με τις προβληματικές καταστάσεις, της διατύπωσης και ελέγχου εικασιών και της κοινωνικής διαπραγμάτευσης των ιδεών και κανόνων που διατυπώνονται στην τάξη όπως προβλέπουν οι κατασκευαστικές θεωρίες μάθησης, αλλά και μέσω του οποίου ο μαθητευόμενος θα «εσωτερικεύσει» τις δεξιότητες σκέψης ανώτερης τάξης με την κατά Vygotsky έννοια, όπως προβλέπουν οι κοινωνικο – πολιτιστικές θεωρίες μάθησης.

(I) Χαρακτηριστικά του λογισμικού που θα χρησιμοποιηθεί ως νοητικό εργαλείο

1. Το λογισμικό ξεκινάει εύκολα,

Το λογισμικό ενδείκνυται να ξεκινάει εύκολα. Τα σύγχρονα λογισμικά τα οποία λειτουργούν σε περιβάλλον Windows εγκαθίστανται και ξεκινούν εύκολα. Σε παλαιότερα λογισμικά ή σε λογισμικά που απαιτούν άλλα λειτουργικά συστήματα, το χαρακτηριστικό αυτό είναι σημαντικό, εφόσον η μικρότερη εξοικείωση ενός μαθητευόμενου με την τεχνολογία, μπορεί να προκαλέσει την αργοπορημένη του συμμετοχή ή και την εγκατάλειψη του μαθήματος.

2. Το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του,

Το λογισμικό ενδείκνυται να είναι εύκολο στο χειρισμό του. Λέγοντας εύκολο δεν εννοούμε να μην απαιτείται καμία προσπάθεια ή όλες οι λειτουργίες του να πραγματοποιούνται με το «πάτημα» μερικών κουμπιών. Το λογισμικό δεν θα πρέπει να είναι τόσο δύσκολο στο χειρισμό του ώστε να απαιτούνται πολλές ώρες μαθημάτων μόνο για να μπορέσει ο φοιτητής να χειριστεί το λογισμικό.

3. Είναι απαραίτητες προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση του λογισμικού;

Οι προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες οι οποίες ενδεχομένως να είναι απαραίτητες για τη χρήση του λογισμικού μπορούν να είναι εμπειρία στο χειρισμό, γνώση εντολών του λογισμικού ή γνώσεις προγραμματισμού. Ευκαίριο είναι να υπάρχουν όσο το δυνατό λιγότερες προαπαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες, γιατί σε αντίθετη περίπτωση υπάρχει ο κίνδυνος να υπερφορτιστεί ο μαθητής με τη μάθηση αυτών των γνώσεων και δεξιοτήτων και η εστίαση της προσοχής να μην είναι στα σημαντικά σημεία της μάθησης του γνωστικού αντικείμενου.

4. Πως θα χαρακτηρίζατε τις *διευκρινίσεις και τις επεξηγήσεις του λογισμικού σχετικά με τα λάθη στην είσοδο των δεδομένων;*

Οι διευκρινήσεις και επεξηγήσεις του λογισμικού ενδείκνυται να είναι σαφείς, σύντομες και να γίνονται εύκολα κατανοητές από τους μαθητευόμενους, υπό την έννοια ότι δείχνουν καθαρά το σημείο που έχει γίνει το λάθος.

5. Πως θα χαρακτηρίζατε τη *βοήθεια (Help Browser) του λογισμικού;*

Η βοήθεια του λογισμικού ενδείκνυται να είναι επεξηγηματική, να δίνει σαφείς, σύντομες και εύχρηστες πληροφορίες στους μαθητευόμενους, να επιτρέπει στους μαθητευόμενους να τη χρησιμοποιούν για αυτό – μάθηση και αυτό – διδασκαλία.

6. Οι μαθητευόμενοι *μπορούν να χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή;*

Είναι σημαντικό οι μαθητευόμενοι να μπορούν να χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή, εφόσον δύο από τους πλέον σημαντικούς στόχους της χρήσης του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου είναι η μεταφορά της μάθησης σε άλλες περιοχές και η χρήση του λογισμικού για αντιμετώπιση προβλημάτων, οι οποίοι προϋποθέτουν τη δυνατότητα χειρισμού και χρήσης του λογισμικού ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή.

7. Το λογισμικό είναι *εύκολο να το μάθει κανείς;*

Το λογισμικό ενδείκνυται να είναι εύκολο στο να το μάθει κανείς, χαρακτηριστικό το οποίο σχετίζεται με το αν έχει συμβολισμό και δομή που είναι οικεία στους μαθητευόμενους, εφόσον στην περίπτωση αυτή ο μαθητευόμενος με μικρή καθοδήγηση μπορεί να μάθει τις βασικές λειτουργίες του λογισμικού και στη συνέχεια να «ανακαλύψει», μέσω του πειραματισμού, τις υπόλοιπες λειτουργίες μόνος του. Τα μαθηματικά πακέτα έχουν συμβολισμό και δομή συναφή με το συνήθη μαθηματικό συμβολισμό και γι' αυτό το λόγο προσφέρουν μία ιδανική λύση για τα μαθήματα Μαθηματικών και άλλων Θετικών Επιστημών.

8. Το λογισμικό έχει *απλό φορμαλισμό;*

Ο συμβολισμός και οι εντολές του λογισμικού ενδείκνυται να είναι απλές, ώστε να μπορεί ο μαθητευόμενος σε ένα μάθημα διάρκειας 2 – 3 ωρών να μάθει το συμβολισμό, τις βασικές εντολές και τις βασικές επιλογές των εντολών αυτών, ώστε να μην δαπανηθεί υπερβολικά μεγάλος χρόνος για την εκμάθηση του λογισμικού, η οποία είναι δευτερεύων στόχος.

9. Το λογισμικό έχει *δυναμικό φορμαλισμό;*

Το λογισμικό ενδείκνυται να επιτρέπει την κατασκευή δυναμικών αναπαραστάσεων που να αλλάζουν εύκολα ανάλογα με τη μεταβολή των παραμέτρων. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό στην περίπτωση των μαθημάτων Θετικών Επιστημών, εφόσον τα μεγέθη που διαπραγματεύονται είναι δυναμικά και μας ενδιαφέρει η διερεύνηση της μεταβολής του μεγέθους ανάλογα με τη μεταβολή εμπλεκόμενων και συσχετιζόμενων μεγεθών.

Επίσης ο φορμαλισμός του ενδείκνυται να επιτρέπει τη δυναμική μετατροπή και μεταφορά των εντολών και των προγραμμάτων που έχουν ήδη σχεδιαστεί και αναπτυχθεί σε άλλα προβλήματα και περιοχές.

10. Το λογισμικό *είναι γενικεύσιμο;*

Το λογισμικό ενδείκνυται να μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη διδασκαλία και τη μάθηση περισσότερων του ενός θεμάτων και γνωστικών αντικειμένων. Το χαρακτηριστικό αυτό σχετίζεται με τη μεταφορά της μάθησης σε άλλες περιοχές και τη χρήση του λογισμικού στην αντιμετώπιση προβλημάτων. Επίσης με τη δυνατότητα γενίκευσης των εντολών και των προγραμμάτων που σχεδιάζονται και αναπτύσσονται.

11. Σε *ποια μαθήματα* θεωρείτε ότι η χρήση του λογισμικού μπορεί να προσφέρει περισσότερα από την παραδοσιακή διδασκαλία;

Το λογισμικό ενδείκνυται να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περισσότερα του ενός μαθήματα σε ένα πρόγραμμα σπουδών, γιατί με τον τρόπο αυτό μπορεί να γίνει εξοικονόμηση χρόνου από την εκμάθηση του χειρισμού νέων προγραμμάτων κάθε φορά για ένα νέο μάθημα με τη χρήση του υπολογιστή, επίσης η εμπειρία στη χρήση ενός λογισμικού βελτιώνει με τον καιρό την ποιότητα των διερευνήσεων και των αναπαραστάσεων που κάνουν μόνοι τους οι μαθητευόμενοι.

(II) Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης με τη βοήθεια του υπολογιστή

A. Χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης

1. Η διδακτική προσέγγιση προκαλεί *το ενδιαφέρον των μαθητευόμενων για το μάθημα*;

Η πρόκληση του ενδιαφέροντος των μαθητευόμενων για το μάθημα είναι πολύ σημαντική, διότι μόνο αν ο μαθητευόμενος ενδιαφερθεί και συμμετέχει πραγματικά στο μάθημα, μπορεί η διδακτική προσέγγιση να αυξήσει τις πιθανότητες μεγιστοποίησης των μαθησιακών αποτελεσμάτων.

2. Οι δυνατότητες που προσφέρει η χρήση του λογισμικού στην κατανόηση και την μελέτη των εννοιών που διδάχθηκαν, *προκαλεί το ενδιαφέρον των μαθητευόμενων για το γνωστικό αντικείμενο αυτό καθ' αυτό*;

Το μεγάλο πρόβλημα στη διδασκαλία των μαθημάτων Θετικών Επιστημών είναι ότι οι μαθητευόμενοι συχνά, δε βρίσκουν ενδιαφέρον στο γνωστικό αντικείμενο. Οι δυνατότητες που προσφέρουν τα νοητικά εργαλεία στην αναπαράσταση των μεγεθών, στη μελέτη των μεταβολών των διαφόρων μεγεθών και στο συσχετισμό τους με άλλα μεγέθη και στην αντιμετώπιση προβλημάτων και εφαρμογών του γνωστικού αντικείμενου, μπορούν να προκαλέσουν το ενδιαφέρον των μαθητευόμενων.

3. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *συμμετέχουν ενεργητικά στο μάθημα*;

Η ενεργητική συμμετοχή των μαθητευόμενων στη διαδικασία διδασκαλίας – μάθησης προτείνεται από όλες τις σύγχρονες θεωρίες και απόψεις για τη μάθηση. Μόνο μέσω της ενεργητικής συμμετοχής μπορεί ο μαθητευόμενος να ανακαλύψει – κατασκευάσει τη γνώση. Η παθητική αποδοχή των απόψεων τις οποίες προτείνει ο δάσκαλος μπορεί να οδηγήσει μόνο στην απομνημόνευση κάποιων πληροφοριών.

4. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *αυτενεργούν*;

Η αυτενέργεια συνίσταται στο να κάνουν οι μαθητευόμενοι ενέργειες σχετικά με τους στόχους του μαθήματος με δική τους πρωτοβουλία, χαρακτηριστικό πολύ σημαντικό, εφόσον η ανάληψη της προσωπικής ευθύνης για τη μάθηση μπορεί να οδηγήσει στη μάθηση που έχει «νόημα» (meaningful) και μπορεί να μεταφερθεί σε άλλες καταστάσεις.

5. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *πειραματίζονται με τις έννοιες και τα χαρακτηριστικά των εννοιών*;

Ο πειραματισμός με τις έννοιες και τα χαρακτηριστικά των εννοιών αποτελεί σημαντικό χαρακτηριστικό των ανακαλυπτικών – κατασκευαστικών θεωριών για τη μάθηση, εφόσον μέσω του πειραματισμού «ανακαλύπτονται» ένα σύνολο από ιδιότητες σχετικές με τα υπό διαπραγμάτευση μεγέθη και θέματα, αλλά και καλλιεργείται ένα ερευνητικό πνεύμα απέναντι στη γνώση γενικότερα.

6. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *αναστοχάζονται σχετικά με τις έννοιες και τις δραστηριότητες με τις οποίες ασχολούνται;*

Ο αναστοχασμός, ο οποίος περιλαμβάνει την ανακεφαλαίωση και την εκ νέου σκέψη σχετικά με τα θέματα τα οποία έχουν διαπραγματευτεί οι μαθητευόμενοι, είναι πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό, εφόσον επιτρέπει στους μαθητευόμενους να έχουν προσωπική άποψη για τη μάθηση τους (τι έχουν μάθει και σε ποιο βαθμό) και να έχουν σε ένα βαθμό τον έλεγχο της προσωπικής τους μάθησης.

7. Πως θα χαρακτηρίζατε το *βαθμό της εκτενούς κάλυψης από τον καθηγητή (παρουσίαση και εξήγηση) των απαιτούμενων πληροφοριών;*

Η κάλυψη από τον καθηγητή των απαιτούμενων πληροφοριών (παρουσίαση και εξήγηση) πρέπει να είναι εκτενής, στο βαθμό που καλύπτει επαρκώς το ποσό της πληροφορίας το οποίο θέλουμε να έχουν στη διάθεση τους οι μαθητευόμενοι, αλλά δεν πρέπει να γίνεται σε υπερβολικά μεγάλο βαθμό, εφόσον στην περίπτωση αυτή η προσέγγιση κινδυνεύει να γίνει δασκαλοκεντρική.

8. Πως θα χαρακτηρίζατε το *βαθμό της καθοδήγησης από τον καθηγητή;*

Ο βαθμός της καθοδήγησης από τον καθηγητή εξαρτάται από το αν θέλουμε η διδακτική προσέγγιση να είναι καθοδηγούμενη και σε ποιο βαθμό. Ο ενδεδειγμένος βαθμός καθοδήγησης είναι προς τους στόχους του μαθήματος, προκειμένου να μην έχουμε μεγάλες παρεκκλίσεις, αλλά όχι υπερβολικός, εφόσον επίσης υπάρχει ο κίνδυνος η προσέγγιση να γίνει δασκαλοκεντρική.

9. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *δημιουργούν προσωπικές αναπαραστάσεις των εννοιών που διδάχθηκαν;*

Η δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων είναι επιθυμητή εφόσον μόνο μ' αυτόν τον τρόπο οι μαθητευόμενοι μπορούν να κατανοήσουν και να κατασκευάσουν τις νέες έννοιες. Μία διδακτική προσέγγιση ενδείκνυται να περιλαμβάνει πλήθος αναπαραστάσεων από τις οποίες οι μαθητευόμενοι θα επιλέξουν, θα διαμορφώσουν και θα χρησιμοποιήσουν στην κατασκευή των προσωπικών τους αναπαραστάσεων.

10. Η διδακτική προσέγγιση δίνει τη δυνατότητα για τη *διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών;*

Η διατύπωση και ο έλεγχος εικασιών βρίσκεται στο κέντρο των ανακαλυπτικών και των κατασκευαστικών προσεγγίσεων για τη μάθηση, εφόσον αποτελεί μία δυναμική διαδικασία που βασίζεται στην άποψη ότι η γνώση είναι μία κοινωνική κατασκευή προσωρινή και αβέβαιη. Η διατύπωση και ο έλεγχος εικασιών αποτελεί και την κύρια διαδικασία έρευνας στις Θετικές Επιστήμες, οπότε πέρα από μία διαδικασία μάθησης αποτελεί και μία διαδικασία επιστημονικής έρευνας.

11. Οι δραστηριότητες με τις οποίες ασχολούνται οι φοιτητές *συνεισφέρουν στην επίτευξη συγκεκριμένων σκοπών;*

Οι δραστηριότητες με τις οποίες ασχολούνται οι μαθητευόμενοι πρέπει να έχουν σαφή προσανατολισμό και να συνεισφέρουν στην επίτευξη συγκεκριμένων σκοπών, εφόσον με τη χρήση

υπολογιστικών εργαλείων υπάρχει πάντα ο κίνδυνος για απόσπαση της προσοχής και εστίαση στο υπολογιστικό εργαλείο, το οποίο δεν αποτελεί βασικό μαθησιακό στόχο.

12. Η διδακτική προσέγγιση δίνει τη δυνατότητα στους μαθητευόμενους να *διαμορφώνουν προσωπικούς σκοπούς μάθησης*,

Είναι ενδεδειγμένο οι μαθητευόμενοι να διαμορφώνουν προσωπικούς σκοπούς μάθησης, χαρακτηριστικό της αυτό – ρύθμισης. Ο σύγχρονος μαθητευόμενος και εργαζόμενος πρέπει να έχει ανεπτυγμένες τις δεξιότητες αυτό – ρύθμισης, εφόσον με τον τρόπο αυτό μπορεί να προσαρμόζει και να διευρύνει το κεφάλαιο γνώσεων και δεξιοτήτων του για την καλύτερη δυνατή ανάπτυξη του στις ολοένα μεταβαλλόμενες συνθήκες.

13. Πιστεύετε ότι η χρήση του λογισμικού μπορεί να βοηθήσει τους μαθητευόμενους στην *επίτευξη των σκοπών μάθησης*,

Το λογισμικό πρέπει να λειτουργεί ως νοητικό εργαλείο, το οποίο είναι «διανοητικός συνεργάτης» των μαθητευομένων και προσφέρει υποβοήθηση που λειτουργεί ως «διανοητική σκαλωσιά» για την κατασκευή και «εσωτερίκευση» της νέας γνώσης.

14. Η διδακτική προσέγγιση δίνει τη δυνατότητα για *συζήτηση μεταξύ καθηγητή και φοιτητών*,

Η διδακτική προσέγγιση πρέπει να δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ καθηγητή και φοιτητών, εφόσον ο καθηγητής δεν είναι ο αφηγητής (lecturer) αλλά ο διευκολυντής της μαθησιακής διαδικασίας, ο οποίος προσφέρει υποστήριξη και ανάδραση όταν χρειαστεί ή όταν του το ζητήσουν οι φοιτητές.

15. Η διδακτική προσέγγιση δίνει τη δυνατότητα για *συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους*,

Η διδακτική προσέγγιση πρέπει επίσης να δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ των φοιτητών, εφόσον η γνώση σε μεγάλο βαθμό προκύπτει μέσω της συζήτησης και μέσω της αποδοχής ή απόρριψης απόψεων που τίθενται στο σύνολο της τάξης, η εγκυρότητα των οποίων μπορεί να ελεγχθεί και με τη βοήθεια ενός νοητικού εργαλείου.

16. Η διδακτική προσέγγιση δίνει τη δυνατότητα για *κοινωνική διαπραγμάτευση*,

Σε κάθε περίπτωση, ενδεδειγμένη είναι η κοινωνική διαπραγμάτευση, η διαπραγμάτευση δηλαδή μεταξύ φοιτητών και καθηγητή και των φοιτητών μεταξύ τους σχετικά με τη φύση των προβλημάτων και τα κύρια σχέδια δράσης του μαθήματος.

B. Χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης

Η διδακτική προσέγγιση ενδείκνυται να προσφέρει ευκαιρίες στους μαθητευόμενους για να *αναπτύξουν δεξιότητες σκέψης ανώτερης τάξης*. Στη συνέχεια περιγράφονται οι επιθυμητές προς ανάπτυξη από τους μαθητευόμενους δεξιότητες σκέψης ανώτερης τάξης και οι *δραστηριότητες / ενέργειες οι οποίες ευνοούν αλλά και ελέγχουν την ανάπτυξη των δεξιοτήτων αυτών*.

1. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *αξιολογούν πληροφορίες ή ιδέες*,

Η αξιολόγηση πληροφοριών ή ιδεών περιλαμβάνει τη διάκριση των σχετικών από τις άσχετες πληροφορίες, την εκτίμηση της αξιοπιστίας μιας πληροφορίας, την αναγνώριση κριτηρίων, την αναγνώριση ανακριβειών κλπ.

2. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *αναλύουν πληροφορίες ή ιδέες*,

Η ανάλυση πληροφοριών ή ιδεών περιλαμβάνει την εξέταση και ταξινόμηση πληροφοριών, την αναγνώριση ουσιωδών σχέσεων και σχεδίων δεδομένων κλπ.

3. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *συνδυάζουν πληροφορίες ή ιδέες,*

Ο συνδυασμός πληροφοριών ή ιδεών περιλαμβάνει τη σύγκριση και τη διατύπωση σχέσεων μεταξύ εννοιών και μεγεθών, την πρόβλεψη αποτελεσμάτων κλπ.

4. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *επεξεργάζονται πληροφορίες ή ιδέες,*

Η επεξεργασία πληροφοριών ή ιδεών περιλαμβάνει την παραγωγή προσωπικών παραδειγμάτων από τους μαθητευόμενους, την αλλαγή του πλαισίου αναπαράστασης κλπ.

5. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *συνθέτουν ιδέες,*

Η σύνθεση ιδεών περιλαμβάνει τη χρήση μεταφορών ή αναλογιών, τη διατύπωση υποθέσεων για αίτια και αποτελέσματα, το σχεδιασμό δραστηριοτήτων κλπ.

6. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *φαντάζονται ιδέες,*

Η φαντασία ιδεών περιλαμβάνει την πρόβλεψη γεγονότων ή αποτελεσμάτων, τη διατύπωση εικασιών κλπ.

7. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *ασχολούνται με την επίλυση προβλήματος,*

Η επίλυση προβλήματος περιλαμβάνει την οπτικοποίηση ιδεών, τη διατύπωση υποθέσεων, τη συλλογή πληροφοριών τις οποίες εκτιμούν οι μαθητευόμενοι, την απόφαση για την πλέον κατάλληλη αντιμετώπιση του προβλήματος κλπ.

8. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *σχεδιάζουν ενέργειες και να εκτιμούν τα αποτελέσματά τους,*

9. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *λαμβάνουν αποφάσεις,*

Η λήψη αποφάσεων περιλαμβάνει τη διατύπωση εναλλακτικών οπτικών γωνιών και τη διατύπωση τρόπων αντιμετώπισης προβλημάτων και την απόφαση για τον πλέον κατάλληλο τρόπο κλπ.

Γ. Γενικά χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης

1. Η διδασκαλία με τη χρήση του λογισμικού *εξοικονομεί χρόνο συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία,*

Η χρήση των νοητικών εργαλείων μπορεί να εξοικονομήσει χρόνο συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, σε εργασίες μη παραγωγικές, κοπιαστικές και χρονοβόρες που δεν αποτελούν βασικό στόχο μάθησης, όπως είναι για παράδειγμα οι πολύπλοκοι υπολογισμοί, όταν ο στόχος του μαθήματος είναι οι διαδικαστικές δεξιότητες ή οι δεξιότητες ερμηνείας. Βέβαια τα νοητικά εργαλεία είναι εργαλεία που απαιτούν προσπάθεια (effortful), οπότε πολλές φορές η διδασκαλία με τη χρήση κάποιου νοητικού εργαλείου σε δραστηριότητες που έχουν «νόημα» (meaningful) μπορεί να απαιτεί περισσότερο χρόνο από την παραδοσιακή διδασκαλία.

2. Σε ένα μάθημα στο οποίο εφαρμόζεται η διδακτική προσέγγιση ποια θεωρείτε ως *βέλτιστη αναλογία φοιτητών ανά υπολογιστή;*

Ως βέλτιστη αναλογία μαθητευομένων ανά υπολογιστή προτείνονται οι ομάδες των δύο ή τριών ατόμων ανά υπολογιστή, εφόσον με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται η συνεργασία μεταξύ των φοιτητών, η

οποία δεν επιτυγχάνεται όταν οι φοιτητές εργάζονται ατομικά, ούτε και όταν έχουμε μεγάλο αριθμό φοιτητών ανά υπολογιστή, εφόσον στην περίπτωση αυτή κάποιοι δε συμμετέχουν.

3. Σε ένα μάθημα στο οποίο εφαρμόζεται η διδακτική προσέγγιση, ποια θεωρείτε ως *βέλτιστη διαδικασία*,

Οι διαδικασίες, τις οποίες έχουμε δοκιμάσει στην πράξη και προτείνουμε για ένα μάθημα στο οποίο εφαρμόζεται η προσέγγιση με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου, είναι:

A) Ο καθηγητής γράφει στον πίνακα ότι είναι απαραίτητο. Οι φοιτητές σημειώνουν στο τετράδιο και πληκτρολογούν μόνοι τους στο λογισμικό τις εντολές.

B) Δίνονται σημειώσεις στους φοιτητές σχετικά με τις κύριες εντολές του λογισμικού και τις διαδικασίες του μαθήματος. Ο καθηγητής γράφει στον πίνακα συμπληρωματικά και οι φοιτητές πληκτρολογούν μόνοι τους στο λογισμικό τις εντολές.

Γ) Δίνονται ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας, τα οποία περιέχουν τις κύριες εντολές και τις διαδικασίες του μαθήματος. Ο καθηγητής γράφει στον πίνακα συμπληρωματικά. Οι φοιτητές τρέχουν αρχικά τις έτοιμες διαδικασίες του φύλλου, ενώ στη συνέχεια επιλύουν νέα προβλήματα αλλάζοντας τις υπάρχουσες στο φύλλο εντολές.

Προτείνουμε την τρίτη διαδικασία, ως βέλτιστη, διότι όταν οι φοιτητές πληκτρολογούν μόνοι τους τις εντολές στο λογισμικό, στα πλαίσια ενός μαθήματος στο εργαστήριο, καταναλώνεται πολύς χρόνος λόγω ελλιπούς εμπειρίας των φοιτητών και λόγω λαθών πληκτρολόγησης.

9.3.2.2. Χαρακτηριστικά προγράμματος διδασκαλίας από απόσταση μέσω ενός συνδυασμού συστημάτων ασύγχρονης και σύγχρονης επικοινωνίας

Ένα πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση ενδείκνυται να περιλαμβάνει τρία μέρη: α) τη *διδασκαλία θεωρητικών κυρίως θεμάτων* μέσω *ασύγχρονης επικοινωνίας*, με εκπαιδευτικό υλικό που οι φοιτητές μπορούσαν να «κατεβάσουν» από μία πλατφόρμα ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης, στην οποία έχει δημιουργηθεί το αντίστοιχο ηλεκτρονικό μάθημα, β) τη *διδασκαλία πρακτικών θεμάτων* (ιδιοτήτων, γεωμετρικών ερμηνειών, διαδικασιών και εφαρμογών) μέσω της *ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης με τη χρήση υπολογιστή* και ειδικότερα με τη *χρήση ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας*, μέσω *σύγχρονης επικοινωνίας*. Η προσέγγιση αυτή υλοποιείται μέσω της *παράλληλης χρήσης*: i) *ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας ο καθένας στον υπολογιστή του* και ii) *ενός συστήματος σύγχρονης επικοινωνίας μέσω μηνυμάτων γραπτού κειμένου* το οποίο ενδείκνυται να προσφέρει τη δυνατότητα για χρήση της *εφαρμογής Whiteboard* (ενός συστήματος παρουσίασης γραφικών σε λευκούς πίνακες στο οποίο ο καθηγητής και οι μαθητευόμενοι μπορούν να βλέπουν ή να σχεδιάζουν κείμενα και σχεδιαγράμματα σε πραγματικό χρόνο) και γ) *ένα μέρος της διδασκαλίας να πραγματοποιείται με διδασκαλία πρόσωπο με πρόσωπο (face – to – face) στους χώρους του πανεπιστημίου*.

(I) Χαρακτηριστικά της πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης

1. Η πλατφόρμα *ξεκινάει εύκολα*,

Η πλατφόρμα ενδείκνυται να ξεκινάει εύκολα, δηλαδή να μπορούν οι μαθητευόμενοι εύκολα και χωρίς ιδιαίτερες γνώσεις να συνδέονται στην πλατφόρμα.

2. Οι λειτουργίες της πλατφόρμας είναι *εύκολες στο χειρισμό τους*,

Οι λειτουργίες της πλατφόρμας ενδείκνυται να είναι εύκολες στο χειρισμό τους, υπό την έννοια να μπορεί ο μαθητευόμενος να περιηγηθεί εύκολα στα διάφορα ηλεκτρονικά μαθήματα (όπου του επιτρέπεται η πρόσβαση), να μπορεί να κατεβάσει εύκολα εκπαιδευτικό υλικό, να συμμετέχει στις ομάδες συζητήσεων και να επικοινωνεί εύκολα με τους διαχειριστές της πλατφόρμας και τους καθηγητές των ηλεκτρονικών μαθημάτων.

3. Είναι απαραίτητες *προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση της πλατφόρμας*,

Οι προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες οι οποίες ενδεχομένως να είναι απαραίτητες για τη χρήση της πλατφόρμας, μπορούν να είναι εμπειρία στο χειρισμό, γνώση συγκεκριμένων εντολών ή γνώσεις προγραμματισμού.

4. Οι μαθητευόμενοι μπορούν να *χειρίζονται την πλατφόρμα ανεξάρτητα από την σύγχρονη επικοινωνία (on-line) με τον καθηγητή*;

Η πλατφόρμα χρησιμοποιείται κυρίως για την ασύγχρονη εκπαίδευση των μαθητευομένων, με εκπαιδευτικό υλικό που υπάρχει στην πλατφόρμα, οπότε είναι εξαιρετικά σημαντικό να μπορούν οι μαθητευόμενοι να τη χρησιμοποιούν χωρίς τη σύγχρονη επικοινωνία του καθηγητή.

3. Πως μπορούν οι μαθητευόμενοι να *μάθουν να χειρίζονται την πλατφόρμα*,

Οι μαθητευόμενοι ενδεχομένως να μπορούν να μάθουν να χειρίζονται την πλατφόρμα μέσω του απ' ευθείας χειρισμού, με τη χρήση εγχειριδίου ή με τη βοήθεια κάποιου που έχει εμπειρία σε αντίστοιχες πλατφόρμες. Στην περίπτωση που απαιτείται εγχειρίδιο ο καθηγητής πρέπει να εξασφαλίσει την παροχή αντίστοιχου εγχειριδίου στους μαθητευόμενους που το χρειάζονται και στην περίπτωση που απαιτείται η βοήθεια κάποιου με εμπειρία σε αντίστοιχες πλατφόρμες, ο καθηγητής ενδείκνυται να παρέχει την αντίστοιχη υποστήριξη μέσω της σύγχρονης επικοινωνίας.

5. Σε *ποια μαθήματα* θεωρείτε ότι θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί η πλατφόρμα;

Η πλατφόρμα ενδείκνυται να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περισσότερα του ενός μαθήματα σε ένα πρόγραμμα σπουδών, για να μπορεί να γίνει εξοικονόμηση χρόνου από την εκμάθηση του χειρισμού νέων συστημάτων ασύγχρονης επικοινωνίας σε νέα μαθήματα.

(II) Χαρακτηριστικά του λογισμικού στο οποίο έχουν δημιουργηθεί τα ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας

Οι *επεξηγήσεις* στα παρακάτω χαρακτηριστικά που είναι *ίδια με τα χαρακτηριστικά του λογισμικού για το πρόγραμμα διδασκαλίας με τη βοήθεια του υπολογιστή*, δεν επαναλαμβάνονται.

1. Το λογισμικό *ξεκινάει εύκολα*;

2. Το λογισμικό είναι *εύκολο στο χειρισμό του*;

3. Είναι απαραίτητες *προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση του λογισμικού*;

4. Πως θα χαρακτηρίζατε τις *διευκρινίσεις και τις επεξηγήσεις του λογισμικού σχετικά με τα λάθη στην είσοδο των δεδομένων*;

5. Πως θα χαρακτηρίζατε τη *βοήθεια (Help Browser) του λογισμικού*;

6. Οι μαθητευόμενοι μπορούν να *χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την σύγχρονη επικοινωνία (on-line) με τον καθηγητή*;

7. Το λογισμικό είναι *εύκολο να το μάθει κανείς*;
8. Το λογισμικό έχει *απλό φορμαλισμό* (ο συμβολισμός και οι εντολές του λογισμικού είναι απλές);
9. Το λογισμικό έχει *δυναμικό φορμαλισμό* (μπορούν να κατασκευαστούν δυναμικές αναπαραστάσεις που να αλλάζουν εύκολα ανάλογα με τη μεταβολή των παραμέτρων);
10. Το λογισμικό είναι *γενικεύσιμο* (μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περισσότερα από ένα γνωστικά αντικείμενα);

(III) Χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης από απόσταση μέσω σύγχρονης επικοινωνίας

Οι *επεξηγήσεις* στα παρακάτω χαρακτηριστικά που είναι *ίδια με τα χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης για το πρόγραμμα διδασκαλίας με τη βοήθεια του υπολογιστή*, δεν επαναλαμβάνονται.

A. Χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης

1. Η διδακτική προσέγγιση προκαλεί *το ενδιαφέρον των μαθητευομένων για το μάθημα*;
2. Οι δυνατότητες που προσφέρει η χρήση του λογισμικού στην κατανόηση και την μελέτη των εννοιών που διδάχθηκαν, *προκαλεί το ενδιαφέρον των μαθητευόμενων για το γνωστικό αντικείμενο αυτό καθ' αυτό*;
3. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *συμμετέχουν ενεργητικά στο μάθημα*;
4. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *αυτενεργούν*;
5. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *πειραματίζονται με τις έννοιες και με τα χαρακτηριστικά των εννοιών*;
6. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *αναστοχάζονται (να ανακεφαλαιώνουν και να ξανασκέφτονται) σχετικά με τις έννοιες και τις δραστηριότητες με τις οποίες ασχολούνται*;
7. Πως θα χαρακτηρίζατε το *βαθμό της εκτενούς κάλυψης (παρουσίαση και εξήγηση) των απαιτούμενων πληροφοριών από το φύλλο εργασίας με το οποίο εργάζονται οι φοιτητές*;
8. Πως θα χαρακτηρίζατε το *βαθμό της υποστήριξης από τον καθηγητή μέσω της σύγχρονης επικοινωνίας (on-line)* στις περιπτώσεις που οι μαθητευόμενοι αντιμετωπίζουν πρόβλημα;
9. Πως θα χαρακτηρίζατε το *βαθμό της καθοδήγησης από το φύλλο εργασίας, με το οποίο εργάστηκαν οι μαθητευόμενοι*;
10. Πως θα χαρακτηρίζατε το *βαθμό της καθοδήγησης από τον καθηγητή, μέσω της σύγχρονης επικοινωνίας (on-line)*;
11. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *δημιουργούν προσωπικές αναπαραστάσεις των εννοιών που διδάχθηκαν*;
12. Η διδακτική προσέγγιση δίνει τη δυνατότητα για τη *διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών*;
13. Οι δραστηριότητες με τις οποίες ασχολούνται οι φοιτητές *συνεισφέρουν στην επίτευξη συγκεκριμένων σκοπών*;
14. Η διδακτική προσέγγιση δίνει τη δυνατότητα στους μαθητευόμενους να *διαμορφώνουν προσωπικούς σκοπούς μάθησης*;

15. Πιστεύετε ότι η χρήση του λογισμικού μπορεί να βοηθήσει τους μαθητευόμενους στην *επίτευξη των σκοπών μάθησης*,

16. Η διδακτική προσέγγιση δίνει τη δυνατότητα για *συζήτηση μεταξύ καθηγητή και φοιτητών*,

17. Η διδακτική προσέγγιση δίνει τη δυνατότητα για *συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους*,

18. Η διδακτική προσέγγιση δίνει τη δυνατότητα για *κοινωνική διαπραγμάτευση*,

B. Χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης

1. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *αξιολογούν πληροφορίες ή ιδέες*,

2. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *αναλύουν πληροφορίες ή ιδέες*,

3. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *συνδυάζουν πληροφορίες ή ιδέες*,

4. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *επεξεργάζονται πληροφορίες ή ιδέες*,

5. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *συνθέτουν ιδέες*,

6. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *φαντάζονται ιδέες*,

7. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *ασχολούνται με την επίλυση προβλήματος*,

8. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *σχεδιάζουν ενέργειες και να εκτιμούν τα αποτελέσματά τους*,

9. Η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους μαθητευόμενους να *λαμβάνουν αποφάσεις*;

Γ. Γενικά χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης από απόσταση

1. Πιστεύετε ότι η διδακτική προσέγγιση από απόσταση με σύγχρονη επικοινωνία *αναπληρώνει επαρκώς το μάθημα στην τάξη*,

Είναι προφανές ότι το μάθημα με προσωπική επαφή καθηγητή – μαθητευόμενων δεν μπορεί να αναπληρωθεί με κανένα σύστημα, όσο άμεσο κι αν είναι και όσες τεχνολογικές δυνατότητες και αν χρησιμοποιεί για την οπτική και ακουστική επαφή μεταξύ καθηγητή – μαθητευόμενων. Στην περίπτωση όμως που η διδασκαλία από απόσταση είναι απαραίτητη, λόγω χωροχρονικών περιορισμών ή υποχρεώσεων των μαθητευόμενων ή του καθηγητή, θα πρέπει να ελεγχθεί αν η διδακτική προσέγγιση προσφέρει μία καλή λύση η οποία να αναπληρώνει επαρκώς, στο μέτρο του δυνατού, το μάθημα στην τάξη.

9.3.2.3. Επιλογή και αξιολόγηση λογισμικών και διδακτικών προσεγγίσεων

Καταρχάς ας ξεκαθαρίσουμε τη *διαφορά μεταξύ της επιλογής και της αξιολόγησης ενός λογισμικού και κατ' επέκταση μίας διδακτικής προσέγγισης με τη βοήθεια του υπολογιστή*: α) *Επιλογή (Selection)* είναι η αξιολόγηση του λογισμικού ή της προσέγγισης ως προς τα πιθανά χαρακτηριστικά προτού εφαρμοστεί στην πράξη και β) *Αξιολόγηση (Evaluation)* είναι ο έλεγχος των χαρακτηριστικών του λογισμικού ή της προσέγγισης αφού έχει χρησιμοποιηθεί στην πράξη (Squires & McDougall, 1994).

Τα χαρακτηριστικά που αναπτύχθηκαν παραπάνω και αφορούν προγράμματα διδασκαλίας με τη βοήθεια του υπολογιστή, μπορούν να *χρησιμοποιηθούν τόσο για την επιλογή όσο και για την αξιολόγηση λογισμικών αλλά και διδακτικών προσεγγίσεων με τη βοήθεια του υπολογιστή.*

Η *επιλογή του λογισμικού ή της προσέγγισης ενδείκνυται να γίνεται από καθηγητές*, είτε ατομικά χρησιμοποιώντας τα χαρακτηριστικά αυτά ως μία λίστα αξιολόγησης, είτε από ομάδες καθηγητών τόσο προτού βγουν στην ενεργό υπηρεσία (pre – service teachers), όσο και καθηγητών που υπηρετούν ενεργά (in – service teachers). Ένα παράδειγμα επιλογής λογισμικού για τη χρήση του μαθηματικού πακέτου Mathematica ως νοητικού εργαλείου στη διδασκαλία των μαθηματικών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης έχει γίνει σε παλαιότερες εργασίες μας (Kyriazis & Korres, 2002a και Κορρές, 2003).

Η *αξιολόγηση του λογισμικού ή της προσέγγισης ενδείκνυται να γίνεται από τους τελικούς χρήστες (end – users)*, οι οποίοι είναι *οι μαθητευόμενοι* (Kyriazis & Korres, to appear, Κορρές, υπό κρίση, Kyriazis & Korres, 2002b, Κυριαζής & Κορρές, 2001a, Κορρές, 2000). Η αξιολόγηση αυτή ενδείκνυται να γίνεται τόσο στο τέλος ανακεφαλαιωτικά (ανακεφαλαιωτική αξιολόγηση – summative evaluation), όσο και κατά τη διάρκεια της διαμόρφωσης της διδακτικής προσέγγισης (διαμορφωτική αξιολόγηση – formative evaluation). Να σημειώσουμε ότι τα *αποτελέσματα της πρακτικής εφαρμογής και αξιολόγησης μιας διδακτικής προσέγγισης* ενδείκνυται και επιβάλλεται να *χρησιμοποιούνται στη διαμόρφωση (επαναδιαμόρφωση) της προσέγγισης* ή να οδηγούν και στην *απόρριψη μιας διδακτικής προσέγγισης και επιλογή μιας άλλης*, αν δεν πληρεί τα απαιτούμενα χαρακτηριστικά.

9.4. Κύριες συνεισφορές του μοντέλου

Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού που αναπτύξαμε παραπάνω αποτελεί ένα *πλήρες μοντέλο* για το *διδακτικό σχεδιασμό σε μαθήματα Θετικών Επιστημών*. Επίσης είναι *επικεντρωμένο στη μάθηση και τη διδασκαλία πανεπιστημιακών προπτυχιακών και μεταπτυχιακών μαθημάτων*, με *δυνατότητες εφαρμογής* τόσο στην ανώτερη δευτεροβάθμια (λυκειακή) και στη μεταδευτεροβάθμια εκπαίδευση, αλλά και στην επαγγελματική εκπαίδευση και κατάρτιση και στην επιμόρφωση προσωπικού σε θέματα από τις Θετικές Επιστήμες.

Μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού σχεδιασμένο ειδικά για τα μαθήματα Θετικών Επιστημών και για τη μάθηση και τη διδασκαλία πανεπιστημιακών προπτυχιακών και μεταπτυχιακών μαθημάτων, δεν συναντήσαμε στην διεθνή βιβλιογραφία (στην ελληνική βιβλιογραφία δεν συναντήσαμε ούτε τη θεωρία των μοντέλων διδακτικού σχεδιασμού), γεγονός που αναδεικνύει τη *σημασία της συνεισφοράς του μοντέλου* στο χώρο της Διδακτικής των Θετικών Επιστημών και στο χώρο της Ανώτατης Εκπαίδευσης.

Το μοντέλο περιέχει ένα σύνολο διδακτικών προσεγγίσεων για τη διδασκαλία μαθημάτων θετικών επιστημών και ένα σύνολο χαρακτηριστικών για την επιλογή, τη χρήση και την αξιολόγηση λογισμικών που θα χρησιμοποιηθούν ως νοητικά εργαλεία, αλλά και διδακτικών προσεγγίσεων με τη βοήθεια του υπολογιστή, τόσο στους χώρους ενός εργαστηρίου ή από απόσταση, στα πλαίσια εφαρμογής και διαμόρφωσης προγραμμάτων διδασκαλίας. Τα παραπάνω δείχνουν τη *χρησιμότητα του μοντέλου*, υπό την έννοια της *προσφοράς πλήθους επιλογών προς χρήση στους καθηγητές των μαθημάτων Θετικών Επιστημών*.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10. Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

10.1. Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε τη *μεθοδολογία της έρευνας* η οποία πραγματοποιήθηκε στο *Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς* κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2003 – 2004 και αφορά την *εφαρμογή του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή*. Στα επόμενα κεφάλαια παρουσιάζεται η *στατιστική ανάλυση* και τα *αποτελέσματα της έρευνας*.

Σκοπός της έρευνας είναι η *διερεύνηση της αποτελεσματικότητας του μοντέλου* ως προς: α) τη *βελτίωση της επίδοσης των φοιτητών* συγκριτικά με την καθολική εφαρμογή της παραδοσιακής αφηγηματικής διδακτικής προσέγγισης και β) τη *βελτίωση των ποιοτικών στοιχείων της διδασκαλίας* όπως η προώθηση του πειραματισμού και της αυτενέργειας, η καλλιέργεια ενός πνεύματος συνεργασίας, η ενίσχυση της κριτικής σκέψης και της σκέψης ανώτερης τάξης κλπ.

Τα γνωστικά αντικείμενα που επιλέχθηκαν προκειμένου να εφαρμοστεί το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού είναι: α) Ο *Απειροστικός Λογισμός (Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών)*, ειδικότερα τα θέματα της *μερικής παραγωγής* και των *πολλαπλών ολοκληρωμάτων* (Thomas & Finney, 1995) και β) η *Γραμμική Άλγεβρα*, ειδικότερα τα θέματα των *διανυσματικών χώρων και υποχώρων*, των *γραμμικών απεικονίσεων* και των *χαρακτηριστικών μεγεθών τελεστών και πινάκων* (Strang, 1996 και Χρυσάκης, 1992), κυρίως για τους ακόλουθους λόγους (Κυριαζής, 2004):

α) Ο Απειροστικός Λογισμός και η Γραμμική Άλγεβρα αποτελούν *βασικά μαθήματα στα αναλυτικά προγράμματα των τμημάτων Στατιστικής και Ασφαλιστικών Επιστημών* στην Ελλάδα και διεθνώς.

β) Διδάσκονται *αντίστοιχα μαθήματα σε όλα σχεδόν τα τμήματα Θετικών Επιστημών*, όπως στα τμήματα των Μαθηματικών, της Φυσικής, της Επιστήμης Υπολογιστών, της Χημείας και της Βιολογίας, στα *τμήματα Πολυτεχνικών Σχολών*, όπως και στα *τμήματα Οικονομικών και Κοινωνικών Επιστημών*.

γ) Αποτελούν *βασικά εργαλεία και έχουν πολλές χρήσιμες εφαρμογές σε τομείς που σχετίζονται άμεσα με τα αντικείμενα αυτά* όπως τα Μαθηματικά, η Στατιστική, η Ασφαλιστική Επιστήμη, αλλά και *σε τομείς που δεν σχετίζονται άμεσα με αυτά*, όπως η Φυσική, η Οικονομία, τα Χρηματοοικονομικά κλπ.

Το λογισμικό που επιλέχθηκε προκειμένου να χρησιμοποιηθεί στην εφαρμογή του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού είναι το *μαθηματικό πακέτο Mathematica* (Κυριαζής & Κορρές, 2001β), κυρίως επειδή τα χαρακτηριστικά του, ειδικότερα: α) ο *φορμαλισμός του Mathematica*, που είναι παρόμοιος με το συνήθη μαθηματικό φορμαλισμό, β) η *δομή του*, που είναι βασισμένη στις συναρτήσεις και μας επιτρέπει να μελετήσουμε γεωμετρικά αντικείμενα, έννοιες και ιδιότητες ως συναρτήσεις και γ) οι *δυνατότητες που προσφέρει για εύκολη, γρήγορη και ακριβή σχεδίαση γραφημάτων στο επίπεδο και στον τρισδιάστατο χώρο*, κάνουν το Mathematica ένα πολλά υποσχόμενο *νοητικό (ή γνωστικό) εργαλείο για τη διδασκαλία των μαθημάτων Θετικών Επιστημών*, όπως *έδειξαν τα αποτελέσματα της αρχικής (προκαταρκτικής) μελέτης (pilot study) που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 8*.

10.2. Στοιχεία μεθοδολογίας έρευνας

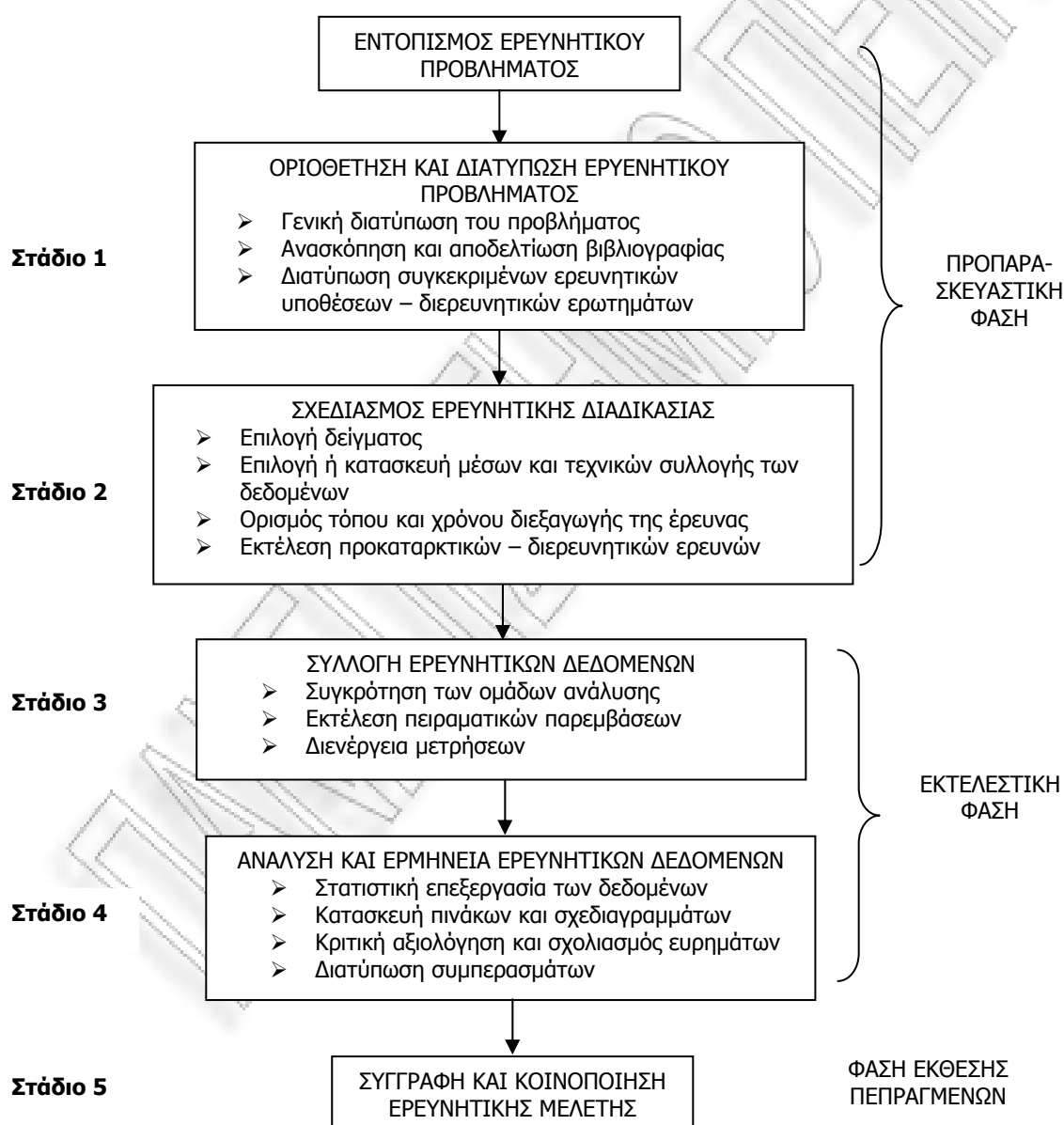
10.2.1. Γενικά στοιχεία

Η επιστημονική ερευνητική μέθοδος είναι ένα ιδιαίτερο σύστημα σκέψης και λύσης προβλημάτων, του οποίου θεμελιώδη συστατικά στοιχεία είναι (Παρασκευόπουλος, 1993α, 1993β):

α) Δέχεται ότι για να είναι μία γνώση έγκυρη, πρέπει να επαληθεύεται από τα εμπειρικά δεδομένα, τα δεδομένα δηλαδή της εμπειρικής πραγματικότητας.

β) Αποσκοπεί στη γενίκευση, δηλαδή στη διατύπωση γενικών αρχών – θεωριών οι οποίες να καλύπτουν, να περιγράφουν και να ερμηνεύουν όσο το δυνατόν ευρύτερες ομάδες – κατηγορίες φαινομένων.

Τα στάδια της επιστημονικής ερευνητικής μεθόδου είναι (Σχήμα 10.1):



Σχήμα 10.1: Τα στάδια της ερευνητικής επιστημονικής μεθόδου (Παρασκευόπουλος, 1993α)

Το ζητούμενο σε όλες σχεδόν τις έρευνες είναι οι *σχέσεις – συνάφειες μεταξύ των μεταβλητών*. Στη μελέτη της σχέσης – συνάφειας μεταξύ των μεταβλητών, το πρώτο ζητούμενο είναι ο καθορισμός κατά πόσον μεταξύ των μεταβλητών υπάρχει *συστηματική συμμεταβολή* (κατά πόσον δηλαδή οι αλλαγές στις τιμές της μίας μεταβλητής συνοδεύονται από αντίστοιχες συστηματικές αλλαγές στις τιμές της άλλης μεταβλητής). Στην περίπτωση που μεταξύ των μεταβλητών υπάρχει συστηματική συμμεταβολή τα ζητούμενα είναι δύο: α) Να εκφραστεί η υπάρχουσα συμμεταβολή *ποσοτικά – αριθμητικά με στατιστικούς δείκτες και όρους* και β) Να καθοριστεί η *φύση της υπάρχουσας συμμεταβολής*, δηλαδή να καθοριστεί κατά πόσον η σχέση είναι αιτιώδης ή όχι.

Η σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών είναι *αιτιώδης*, όταν κάθε μεταβολή στις τιμές της πρώτης μεταβλητής (αίτιο) συνεπάγεται – προκαλεί συστηματικές αλλαγές στις τιμές της δεύτερης μεταβλητής (αποτέλεσμα). Στις αιτιώδεις σχέσεις υπάρχει *χρονική διαδοχή μεταξύ των δύο μεταβλητών*: προηγείται η αλλαγή στη μεταβλητή – αίτιο και έπεται η μεταβολή στην μεταβλητή – αποτέλεσμα (αίτιο \Rightarrow αποτέλεσμα). Η σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών είναι *ετεροκαθοριζόμενη συμμεταβολή*, όταν μία «τρίτη» μεταβλητή επηρεάζει τις δύο μεταβλητές προς την ίδια κατεύθυνση, δηλαδή η «τρίτη» μεταβλητή είναι το *αίτιο της συμμεταβολής των δύο μεταβλητών*.

Η *μορφή* που μπορεί να πάρει η *διατύπωση των συγκεκριμένων στόχων* μιας έρευνας είναι (Παρασκευόπουλος, 1993α): α) *Ερευνητική υπόθεση*, η οποία είναι μία καταφατική πρόταση στην οποία αποτυπώνεται ένας συγκεκριμένος στόχος μιας έρευνας ως πρόβλεψη για τα αναμενόμενα αποτελέσματα της έρευνας και β) *Διερευνητικό ερώτημα*, το οποίο είναι μία *ερωτηματική πρόταση*, σε ευθύ ή πλάγιο λόγο, όπου αποτυπώνεται ένας συγκεκριμένος στόχος της έρευνας απλώς ως το ζητούμενο να ερευνηθεί – απαντηθεί, χωρίς καμιά αναφορά στα αναμενόμενα αποτελέσματα.

Στις έρευνες πολλές φορές χρησιμοποιείται η *πολυμεθοδολογική προσέγγιση*, σύμφωνα με την οποία σε μία έρευνα *μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορες ερευνητικές μέθοδοι και προσεγγίσεις*, ώστε η μία να συμπληρώνει την άλλη (Παρασκευόπουλος, 1993α, 1993β).

Επίσης πολλές φορές χρησιμοποιείται η *πολυφασική δειγματοληψία*, σύμφωνα με την οποία στην *ίδια έρευνα* μπορούν να *χρησιμοποιηθούν δείγματα διαφορετικού μεγέθους για τα διαφορετικά θέματα της έρευνας* (Παρασκευόπουλος, 1993β). Μάλιστα, κάποια από τα υποκείμενα μπορούν να *«συμμετέχουν» σε περισσότερα του ενός δείγματα*.

Για μία εκτενή αναφορά των *μεθόδων έρευνας στην Εκπαίδευση*, βλέπε Παρασκευόπουλος, 1993α και 1993β και Cohen & Manion, 2000.

10.2.2. Ερευνητικές στρατηγικές

Ο όρος *«ερευνητική στρατηγική»* σημαίνει το *είδος και το βαθμό των περιοριστικών ελέγχων και των σκόπιμων παρεμβάσεων* που μπορεί ή / και θέλει να ασκήσει ο ερευνητής στις *συνθήκες διεξαγωγής της έρευνας*. Είναι το σύνολο των διαδικαστικών ρυθμίσεων και των παρεμβατικών ενεργειών στις οποίες προβαίνει ο ερευνητής, για να *μεγιστοποιήσει την εγκυρότητα, εσωτερική και εξωτερική, των ευρημάτων της έρευνας του*. Οι *προσπάθειες του ερευνητή εστιάζονται*: α) Στον έλεγχο των *«τρίτων» παραγόντων οι οποίοι εμπλέκονται* και αφενός νοθεύουν τα περιγραφικά χαρακτηριστικά, αφετέρου μας δυσκολεύουν να καθορίσουμε κατά πόσον η σχέση μεταξύ των μεταβλητών είναι αιτιώδης ή ετεροκαθοριζόμενη

συμμεταβολή και β) αν η σχέση είναι αιτιώδης, στον καθορισμό της *χρονικής διαδοχής των δύο μεταβλητών*, δηλαδή στο να αποφανθούμε για το ποια μεταβλητή είναι το αίτιο και ποια το αποτέλεσμα.

Στην ερευνητική μεθοδολογία οι «*τρίτοι*» παράγοντες αντιμετωπίζονται ως εξής:

α) Στις *νατουραλιστικές έρευνες*, κατά το χρόνο που μετράμε τις υπό μελέτη μεταβλητές οι «*τρίτοι*» παράγοντες αφήνονται ελεύθεροι να συνυπάρχουν και να επιδρούν. Στη συνέχεια είτε *αγνοούμε* τις επιδράσεις των «*τρίτων*» παραγόντων ή προσπαθούμε *εκ των υστέρων να τις απαλείψουμε – ελέγξουμε*.

β) Στις *πειραματικές έρευνες*, λαμβάνεται μέριμνα, με την κατάλληλη διαρρύθμιση της ερευνητικής διαδικασίας, να *απαλειφθούν – ελεγχθούν οι επιδράσεις των «τρίτων» παραγόντων εκ των προτέρων*, ώστε όταν κάνουμε τις μετρήσεις να έχει επισυμβεί η διαφοροποιητική δράση των δύο μελετώμενων μεταβλητών, ενώ να έχουν εξαρχής εξουδετερωθεί οι επιδράσεις των άλλων παραγόντων.

Τα είδη των ερευνητικών στρατηγικών, ανάλογα με το *βαθμό αυστηρότητας στον σκόπιμο έλεγχο των συνθηκών διεξαγωγής της έρευνας*, είναι (Παρασκευόπουλος, 1993α και Cohen & Manion, 2000): α) *Πειραματική στρατηγική*, β) *Σύγκριση διαφορικών ομάδων (ex post facto σύγκριση)*, γ) *Συναφειακή στρατηγική (αριθμητικοί δείκτες συνάφειας)* και δ) *Διερευνητική – περιγραφική στρατηγική*.

I. Πειραματική στρατηγική

Η *πειραματική στρατηγική* είναι η στρατηγική η οποία παρέχει τη μεγαλύτερη δυνατή βεβαιότητα για τα πραγματικά περιγραφικά χαρακτηριστικά και την αληθινή φύση της σχέσης μεταξύ δύο μεταβλητών.

Τα κύρια μέρη της *διαδικασίας της πειραματικής στρατηγικής*, είναι:

α) *Προσδιορίζουμε μεταβλητές* για τις οποίες έχουμε *ξεκαθαρίσει ποια αναμένουμε να είναι η ανεξάρτητη (αίτιο) και ποια η εξαρτημένη (αποτέλεσμα)*. Επομένως ο σκοπός της έρευνας πρέπει να έχει διατυπωθεί ως ερευνητική υπόθεση (και όχι ως διερευνητικό ερώτημα).

β) *Ορίζουμε για την ανεξάρτητη μεταβλητή τουλάχιστον δύο τιμές – επίπεδα*, οι οποίες θα αποτελέσουν τις πειραματικές καταστάσεις και οι οποίες *απέχουν αρκούντως μεταξύ τους*.

γ) *Σχηματίζουμε τόσες ομάδες υποκειμένων όσες και οι καταστάσεις του πειράματος* (τουλάχιστον δύο), πριν αφήσουμε να επενεργήσει ο ανεξάρτητος παράγοντας – αίτιο, οι οποίες να είναι *καθόλα όμοιες μεταξύ τους*.

δ) Αφήνουμε *σε κάθε ομάδα να επιδράσει μία από τις καταστάσεις του πειράματος* για κάποιο *αρκούντως μεγάλο χρονικό διάστημα*.

ε) Φροντίζουμε κατά το χρονικό διάστημα της επενέργειας της ανεξάρτητης μεταβλητής *να μην επιδράσει κάποιος «τρίτος παράγοντας»*, ώστε να επηρεάσει διαφορετικά όλα ή μερικά από τα υποκείμενα ορισμένων ομάδων.

στ) Εξασφαλίζουμε ένα *έγκυρο και αξιόπιστο ψυχομετρικό μέσο*, ώστε να μετρήσουμε την εξαρτημένη μεταβλητή σε όλα τα υποκείμενα στο τέλος του πειράματος.

ζ) *Συγκρίνουμε* με την κατάλληλη στατιστική μέθοδο *τις μετρήσεις της εξαρτημένης μεταβλητής μεταξύ των διαφόρων ομάδων*.

Όταν οι ομάδες υποκειμένων που σχηματίζουμε είναι δύο, καλούνται *Πειραματική Ομάδα* και *Ομάδα Ελέγχου*.

II. Σύγκριση διαφορετικών ομάδων (ex post facto σύγκριση)

Η εφαρμογή της *ex post facto* σύγκρισης (ή σύγκρισης διαφορετικών ομάδων) προϋποθέτει αρχικά τον εντοπισμό δύο ομάδων υποκειμένων οι οποίες αποδεδειγμένα *διαφέρουν ως προς τη μία μεταβλητή (η οποία καλείται διαφορική)* και στη συνέχεια στον καθορισμό κατά πόσο αυτές οι δύο μεταβλητές *διαφέρουν ως προς την άλλη μεταβλητή (η οποία καλείται συγκρινόμενη)*.

Εφόσον μαζί με τις δύο μελετώμενες μεταβλητές συνυπήρχαν και επιδρούσαν διάφορες «τρίτες» μεταβλητές, οι οποίες ενδεχομένως να νοθεύσουν τα περιγραφικά χαρακτηριστικά, καθώς και να μας δυσκολέψουν στον καθορισμό της αληθινής φύσης της συνάφειας, ο ερευνητής θα πρέπει να «εξουδετερώσει» *εκ των υστέρων την επίδραση των «τρίτων» μεταβλητών* συνήθως με την *κατάλληλη επιλογή των ομάδων υποκειμένων* (για παράδειγμα αν κάποιος τρίτος παράγοντας επηρεάζει κάποια από τα υποκείμενα της έρευνας, μπορούν να μοιραστούν στις δύο ομάδες).

Η *ex post facto* σύγκριση είναι *δεύτερη σε εγκυρότητα στρατηγική*, μετά την πειραματική, είναι όμως *λιγότερο απαιτητική από την πειραματική στρατηγική*, η οποία είναι συχνά πολύ δύσκολο να εφαρμοστεί στην πράξη και πρακτικά ανέφικτη, ενώ πολλές φορές και αντιδεοντολογική.

III. Συναφειακή στρατηγική (αριθμητικοί δείκτες συνάφειας)

Το κύριο χαρακτηριστικό της *συναφειακής στρατηγικής* είναι ότι προσπαθεί να μελετήσει τις σχέσεις μεταξύ των μεταβλητών, χρησιμοποιώντας ως μέσο τους *αριθμητικούς δείκτες συνάφειας*. Οι *δείκτες (ή συντελεστές) συνάφειας* είναι στατιστικοί δείκτες που *ποσοτικοποιούν (εκφράζουν αριθμητικά) το βαθμό της συμμεταβολής των μεταβλητών*.

Η εφαρμογή της συναφειακής στρατηγικής προϋποθέτει να πάρουμε ένα μόνο δείγμα και για κάθε υποκείμενο του δείγματος να εξασφαλίσουμε *μία μέτρηση για καθεμιά από τις υπό μελέτη μεταβλητές*. Στη συνέχεια υπολογίζουμε με την κατάλληλη στατιστική διαδικασία την *αριθμητική τιμή του δείκτη συνάφειας* μεταξύ των μετρήσεων.

Ένα *πλεονέκτημα της συναφειακής μεθόδου* είναι ότι ενώ η πειραματική στρατηγική και η *ex post facto* σύγκριση *προσδιορίζουν το βαθμό της συνάφειας σε διωνυμική διαβάθμιση* (ΝΑΙ ή ΟΧΙ), η συναφειακή μέθοδος *προσδιορίζει το βαθμό της συνάφειας σε αριθμητική διαβάθμιση* (από 0 έως ± 1). Η αριθμητική αυτή έκφραση του βαθμού της συνάφειας, πέρα από την λεπτομερέστερη – πληρέστερη περιγραφική της αξία και τις δυνατότητες που προσφέρει στη διερεύνηση της συνάφειας περισσότερων των δύο μεταβλητών, μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην επίλυση δύο επιπλέον ερευνητικών προβλημάτων: α) Στην *πρόβλεψη των τιμών μιας μεταβλητής* από τις τιμές μιας ή περισσότερων άλλων μεταβλητών, με τη στατιστική μέθοδο της παλινδρόμησης (Regression) και β) Στον *εντοπισμό θεμελιακών διαστάσεων στη δομή μιας σύνθετης πρότασης*, με τις μεθόδους της Πολυδιάστατης Ανάλυσης Δεδομένων (Multivariate Data Analysis).

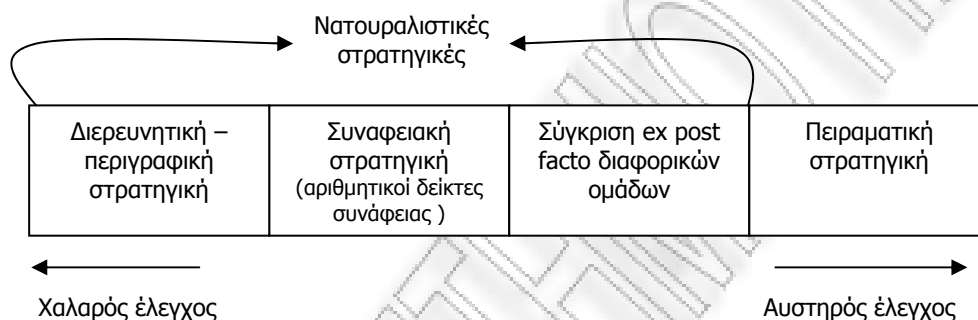
Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι στις συναφειακές έρευνες, οι δυνατότητες για έλεγχο των «τρίτων» παραγόντων είναι λιγότερες συγκριτικά με την *ex post facto* σύγκριση και ακόμη λιγότερες συγκριτικά με την πειραματική μέθοδο. Επίσης προβληματική γίνεται και κάθε απόφαση μας σχετικά με την αληθινή φύση της σχέσης, ειδικότερα ενώ μπορούμε μερικούς να αποκλείσουμε την περίπτωση της

ετεροκαθοριζόμενης συμμεταβολής, στην περίπτωση μιας αιτιώδους σχέσης δεν μπορούμε να αποφανθούμε για τη χρονική διαδοχή της επενέργειας των μεταβλητών.

IV. Διερευνητική – περιγραφική στρατηγική

Το ζητούμενο στις διερευνητικές – περιγραφικές έρευνες είναι η *καταγραφή των διαφόρων εκφάνσεων ενός φαινομένου*, καθώς και η *αναζήτηση και ο εντοπισμός διαφαινόμενων γενικών τάσεων και πιθανών σχέσεων* μεταξύ των μεταβλητών του ερευνητικού προβλήματος. Η διερευνητική – περιγραφική στρατηγική είναι κατάλληλη σε έρευνες όπου το ζητούμενο είναι κυρίως η όσο το δυνατόν *πληρέστερη απεικόνιση της παρούσας κατάστασης ενός φαινομένου* και όχι τόσο η ερμηνεία του φαινομένου με τον εντοπισμό των αιτιωδών σχέσεων και η γενίκευση των ευρημάτων σε ευρύτερα ομοειδή σύνολα – πληθυσμούς.

Η *ex post facto* σύγκριση, η συναφειακή στρατηγική και η διερευνητική – περιγραφική στρατηγική κατατάσσονται στις *νατουραλιστικές στρατηγικές* (βλ. Σχήμα 10.2.1).



Σχήμα 10.2: Τα είδη των ερευνητικών στρατηγικών ως προς το βαθμό αυστηρότητας στον έλεγχο (Παρασκευόπουλος, 1993α)

10.3. Η μεθοδολογία της έρευνας

Η έρευνα σχεδιάστηκε για προπτυχιακούς φοιτητές Τμημάτων Θετικών Επιστημών. Περιλαμβάνει την εφαρμογή του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία των μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή, σε μαθήματα Απειροστικού Λογισμού (Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών) και Γραμμικής Άλγεβρας. Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού εφαρμόστηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2003 – 2004, στα μαθήματα Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή) του 2^{ου} Εξαμήνου.

Στην έρευνα ακολουθήθηκε η *πολυμεθοδολογική προσέγγιση*, ειδικότερα χρησιμοποιήθηκαν η πειραματική μέθοδος, η *ex post facto* σύγκριση διαφορετικών ομάδων, η διερευνητική – περιγραφική στρατηγική και η συναφειακή στρατηγική (Παρασκευόπουλος, 1993α, 1993β και Cohen & Manion, 2000).

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε τους *στόχους της έρευνας μας στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης*, οι οποίοι είναι *δύο ερευνητικές υποθέσεις και δύο διερευνητικά ερωτήματα*, οι οποίοι ελέγχονται – διερευνώνται για τα μαθήματα Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή) του 2^{ου} Εξαμήνου. Στην έρευνα χρησιμοποιήσαμε την *πολυφασική δειγματοληψία*, ειδικότερα χρησιμοποιήθηκαν *δείγματα διαφορετικού μεγέθους* για τις ερευνητικές υποθέσεις και τα διερευνητικά ερωτήματα της έρευνας.

Η στατιστική ανάλυση πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια των *στατιστικών προγραμμάτων SPSS (Social Package for Social Sciences)* και *StatGraphics* και του *υπολογιστικού φύλλου Excel*.

10.3.1. 1^η Ερευνητική υπόθεση: Επίδοση φοιτητών σε θέματα υπολογισμών, γεωμετρικών ερμηνειών και διαδικασιών συγκριτικά με το πρόγραμμα διδασκαλίας

1^η Ερευνητική Υπόθεση: «*Η επίδοση των φοιτητών κυρίως σε θέματα γεωμετρικών ερμηνειών και εφαρμογής διαδικασιών είναι καλύτερη στην περίπτωση που γίνεται εφαρμογή του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία των Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή* (το οποίο προβλέπει συνδυασμό διδακτικών προσεγγίσεων, συγκεκριμένα αφηγηματικής προσέγγισης και ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης με τη χρήση ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας), από την περίπτωση που γίνεται καθολική χρήση της αφηγηματικής διδακτικής προσέγγισης».

Προκειμένου να ελέγξουμε την ισχύ της 1^{ης} ερευνητικής υπόθεσης χρησιμοποιήσαμε την *πειραματική στρατηγική*. Ως *δείγμα* χρησιμοποιήσαμε τους φοιτητές που παρακολούθουσαν σε τακτική βάση τις παραδόσεις των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή) του 2^{ου} Εξαμήνου.

Στους φοιτητές δόθηκε *ένα ερωτηματολόγιο πριν την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας*. Το ερωτηματολόγιο περιείχε: α) Ερωτήσεις σχετικά με το αν επιθυμούν να παρακολουθήσουν τα εργαστήρια του μαθήματος Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή) αντίστοιχα και αν παρακολουθούν το άλλο εκ των δύο μαθημάτων και τα εργαστήρια του και β) ένα ερωτηματολόγιο γνώσεων – δεξιοτήτων (προ – τεστ) (pre – test), το οποίο περιείχε ερωτήσεις απλών σχετικά υπολογισμών και βασικών γεωμετρικών ερμηνειών. Τα ερωτηματολόγια ήταν *ανώνυμα, ζητούνταν όμως ο Α.Μ.*, αφενός για να γίνει η κατανομή των φοιτητών στις δύο ομάδες υποκειμένων (Πειραματική και Ομάδα ελέγχου), αφετέρου για να γίνει η αντιστοίχιση της βαθμολογίας των φοιτητών στο προ – τεστ με τη βαθμολογία τους στο μετά – τεστ. Στο ερωτηματολόγιο αναγραφόταν ότι η αξιολόγηση του δε θα επηρεάσει την τελική βαθμολογία των φοιτητών στο μάθημα.

Ειδικότερα για το *μάθημα Απειροστικός Λογισμός II* το *προ – τεστ* περιείχε ερωτήσεις από την ύλη του μαθήματος Απειροστικός Λογισμός I του 1^{ου} Εξαμήνου (Συναρτήσεις μίας μεταβλητής) και από την ύλη που είχε διδαχθεί έως το συγκεκριμένο σημείο, ειδικότερα ερωτήσεις σχετικά με: α) Υπολογισμούς απλών ολοκληρωμάτων, β) τη γεωμετρική ερμηνεία του θεωρήματος μέσης τιμής του ολοκληρωτικού λογισμού, γ) υπολογισμούς μερικών παραγώγων συναρτήσεων δύο μεταβλητών, δ) υπολογισμούς παραγώγων σύνθετων συναρτήσεων δύο μεταβλητών και ε) τη γεωμετρική ερμηνεία της μερικής παραγώγου συνάρτησης δύο μεταβλητών (βλ. Παράρτημα Α.1.1.).

Για το *μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)* το *προ – τεστ* περιείχε ερωτήσεις από την ύλη του μαθήματος Εφαρμοσμένη Γραμμική Άλγεβρα του 1^{ου} Εξαμήνου (Πίνακες, Ορίζουσες, Συστήματα, Διανυσματικοί χώροι και υπόχωροι) και από την ύλη που είχε διδαχθεί έως το συγκεκριμένο σημείο, ειδικότερα ερωτήσεις σχετικά με: α) το διανυσματικό λογισμό στο επίπεδο, ειδικότερα τη γεωμετρική αναπαράσταση διανύσματος στο επίπεδο και τη μεταβολή της όταν πολλαπλασιαστεί με πραγματικό αριθμό, τη γεωμετρική αναπαράσταση αθροίσματος και γραμμικού συνδυασμού διανυσμάτων στο επίπεδο και τον υπολογισμό του μέτρου διανυσμάτων, β) υπολογισμούς οριζουσών, γ) τη γεωμετρική αναπαράσταση συνόλου σημείων του επιπέδου των οποίων οι συντεταγμένες συνδέονται με μια γραμμική σχέση, δ) τον

έλεγχο γραμμικής εξάρτησης – ανεξαρτησίας διανυσμάτων και ε) τη γεωμετρική ερμηνεία της γραμμικής εξάρτησης διανυσμάτων του επιπέδου ή του χώρου (βλ. Παράρτημα Α.1.2.).

Για το καθένα από τα δύο μαθήματα (Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή)), οι φοιτητές χωρίστηκαν σε δύο ομάδες (Πειραματική ομάδα και Ομάδα Ελέγχου), ανάλογα με (κατά σειρά): α) Εάν δήλωσαν ότι επιθυμούν να παρακολουθήσουν τα εργαστήρια ή όχι, β) οι ομάδες να παρουσιάζουν στατιστική «ισοδυναμία» ως προς την επίδοση των φοιτητών στο προ – τεστ (τα παραμετρικά και μη παραμετρικά κριτήρια – έλεγχοι να μην εμφανίζουν σημαντική διαφορά) και γ) εάν παρακολουθούν τα εργαστήρια του άλλου εκ των δύο μαθημάτων (οι φοιτητές οι οποίοι δεν παρακολουθούσαν τα εργαστήρια του άλλου εκ των δύο μαθημάτων προτιμήθηκαν έναντι αυτών που είχαν παρακολουθήσει ή είχαν επιλεγεί να παρακολουθήσουν κάποιο εργαστήριο).

Για καθένα από τα δύο μαθήματα (Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή)), οι φοιτητές της Πειραματικής Ομάδας παρακολούθησαν το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας στα εργαστήρια, το οποίο ήταν διάρκειας έξι (6) διδακτικών ωρών, σε δύο μαθήματα των τριών (3) ωρών. Οι φοιτητές της Πειραματικής Ομάδας του μαθήματος Απειροστικός Λογισμός ΙΙ χωρίστηκαν σε δύο επιμέρους ομάδες (groups), αφενός επειδή ο αριθμός τους ήταν πολύ μεγάλος για τη χωρητικότητα του εργαστηρίου, αφετέρου για να υπάρχει ουσιαστική συμμετοχή των φοιτητών και συζήτηση των φοιτητών με τον καθηγητή και των φοιτητών μεταξύ τους. Οι φοιτητές της Ομάδας Ελέγχου παρακολούθησαν τον ίδιο αριθμό διδακτικών ωρών στη τάξη, στα ίδια θέματα, με την παραδοσιακή αφηγηματική διδακτική προσέγγιση.

Μετά την εφαρμογή του διαφοροποιημένου προγράμματος διδασκαλίας στην Πειραματική Ομάδα και την Ομάδα Ελέγχου, δόθηκε στους φοιτητές ένα ερωτηματολόγιο γνώσεων – δεξιοτήτων (μετά – τεστ) (post – test), το οποίο περιείχε ερωτήσεις – ασκήσεις σε τρεις βασικές κατευθύνσεις: α) Υπολογισμούς, β) Γεωμετρικές ερμηνείες και γ) Διαδικασίες. Στο ερωτηματολόγιο αναγραφόταν ότι η αξιολόγηση του δε θα επηρεάσει την τελική βαθμολογία των φοιτητών στο μάθημα.

Ειδικότερα για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ το μετά – τεστ περιείχε ερωτήσεις – ασκήσεις σχετικά με: α) Εύρεση τοπικών ακροτάτων – σαγματικών σημείων συνάρτησης δύο μεταβλητών, από τη γραφική της παράσταση, β) Εύρεση ακροτάτων συνάρτησης δύο μεταβλητών υπό περιορισμό, από τη γραφική της παράσταση ή τις ισοϋψείς της καμπύλες, γ) Αντιστοίχιση επιφανειών (επιπέδων, παραβολοειδών κλπ) των οποίων δίνεται η γραφική παράσταση με εξισώσεις συναρτήσεων δύο μεταβλητών, ανάλογα με το βαθμό ως προς x και ως προς y , δ) Υπολογισμός και γεωμετρική ερμηνεία μερικών παραγώγων συνάρτησης δύο μεταβλητών, ε) Διαδικασία εύρεσης τοπικών ακροτάτων – σαγματικών σημείων συνάρτησης δύο μεταβλητών και αναγνώριση τους στη γραφική παράσταση και στ) Διαδικασία εύρεσης ακροτάτων συνάρτησης δύο μεταβλητών υπό περιορισμό (μέσω της μεθόδου Langrance) και αναγνώριση τους στη γραφική παράσταση (βλ. Παράρτημα Α.2.1.).

Για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή) το μετά – τεστ περιείχε ερωτήσεις – ασκήσεις σχετικά με: α) Γεωμετρικός έλεγχος αν δύο διανύσματα του επιπέδου είναι γραμμικά ανεξάρτητα, αν αποτελούν βάση του διανυσματικού χώρου R^2 και πως μπορούμε να γράψουμε ένα διάνυσμα ως γραμμικό συνδυασμό δύο διανυσμάτων που αποτελούν βάση του R^2 (γεωμετρική ανάλυση διανύσματος σε συνιστώσες παράλληλες με τα διανύσματα της βάσης), β) Αντιστοίχιση γραμμικών απεικονίσεων (ομοιοθεσία, στροφής,

ανάκλασης) των οποίων δίνεται η γραφική παράσταση με πίνακες παράστασης, γ) Περιγραφή γεωμετρικής αναπαράστασης συνόλων σημείων του επιπέδου ή του χώρου των οποίων οι συντεταγμένες περιγράφονται με σχέσεις διαφόρων μορφών, έλεγχος αν τα σύνολα σημείων αποτελούν διανυσματικούς χώρους και αν ναι, εύρεση διάστασης τους δ) Υπολογισμός εσωτερικού γινομένου, μέτρου και γωνίας μεταξύ δύο διανυσμάτων του χώρου και διατύπωση συμπερασμάτων αναφορικά με τη σχετική θέση των διανυσμάτων, ε) Αλγεβρικός έλεγχος αν δύο διανύσματα του επιπέδου είναι γραμμικά ανεξάρτητα, αν αποτελούν βάση του διανυσματικού χώρου R^2 και πως μπορούμε να γράψουμε ένα διάνυσμα ως γραμμικό συνδυασμό δύο διανυσμάτων που αποτελούν βάση του R^2 (αλγεβρική ανάλυση διανύσματος σε συνιστώσες παράλληλες με τα διανύσματα της βάσης) και στ) Έλεγχος αν μία απεικόνιση είναι γραμμική, εύρεση ιδιοτιμών, ιδιοδιανυσμάτων και ιδιοχώρων της γραμμικής απεικόνισης και περιγραφή γεωμετρικής αναπαράστασης ιδιοχώρων (βλ. Παράρτημα Α.2.2.).

Για καθένα από τα δύο μαθήματα (Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή)), *ελέγχθηκε – συγκρίθηκε η επίδοση των φοιτητών της Πειραματικής Ομάδας και της Ομάδας Ελέγχου, με παραμετρικά και μη παραμετρικά κριτήρια, σε τέσσερις άξονες: α) Υπολογισμούς, β) Γεωμετρικές ερμηνείες, γ) Διαδικασίες και δ) Συνολική επίδοση.* Χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι της Περιγραφικής και της Επαγωγικής Στατιστικής (Δαμιανού & Κούτρας, 1993 και 1996, Παρασκευόπουλος, 1993γ).

Η πειραματική μέθοδος μας εξασφαλίζει ότι εφόσον η επίδοση των φοιτητών της Πειραματικής Ομάδας και της Ομάδας Ελέγχου στο προ – τεστ δεν παρουσίασε σημαντική διαφοροποίηση, τυχόν διαφορές στην επίδοση των φοιτητών σε κάποιον από τους τέσσερις άξονες που αναφέρθηκαν παραπάνω και ελέγχθηκαν με το μετά – τεστ, *μπορούν να αποδοθούν στη διαφοροποίηση στο πρόγραμμα διδασκαλίας, που σχεδιάστηκε όπως προβλέπει το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού.*

10.3.2. 2^η Ερευνητική υπόθεση: Επίδοση φοιτητών στις τελικές εξετάσεις συγκριτικά με το πρόγραμμα διδασκαλίας

2^η Ερευνητική Υπόθεση: «Η επίδοση των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος είναι καλύτερη στην περίπτωση που γίνεται εφαρμογή του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία των Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή, από την περίπτωση που γίνεται καθολική χρήση της αφηγηματικής διδακτικής προσέγγισης».

Προκειμένου να ελέγξουμε την ισχύ της 2^{ης} ερευνητικής υπόθεσης χρησιμοποιήσαμε την *ex post facto* σύγκριση (ή σύγκριση διαφορικών ομάδων). Ως δείγμα χρησιμοποιήσαμε τους φοιτητές που εξετάστηκαν στις τελικές εξετάσεις Ιουνίου 2004 των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή) του 2^{ου} Εξαμήνου.

Ως *διαφορική μεταβλητή* θεωρήσαμε το αν έχουν ή δεν έχουν παρακολουθήσει το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας στο εργαστήριο, οπότε διαμορφώθηκαν δύο ομάδες υποκειμένων και ελέγξαμε αν διαφέρουν ως προς την επίδοση τους στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή) αντίστοιχα. Ως *συγκρινόμενη μεταβλητή* θεωρήθηκε η επίδοση των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις. Χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι της Περιγραφικής και της Επαγωγικής Στατιστικής (Δαμιανού & Κούτρας, 1993 και 1996, Παρασκευόπουλος, 1993γ).

Προκειμένου να «ελέγξουμε» την επίδραση των «τρίτων» μεταβλητών, μία εκ των οποίων θα μπορούσε να είναι η διαφορετική ικανότητα των φοιτητών στα αντίστοιχα μαθήματα, συγκρίναμε τις δύο διαφορετικές ομάδες ως προς την επίδοση των φοιτητών σε ένα προηγούμενο μάθημα, ένα κριτήριο που δεν επηρεάστηκε από το αν παρακολούθησαν ή όχι το πειραματικό πρόγραμμα στα εργαστήρια. Ειδικότερα, για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ, συγκρίναμε στατιστικά τις δύο διαφορετικές ομάδες ως προς την επίδοση των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος Απειροστικός Λογισμός Ι του Α' εξαμήνου, τις τελευταίες τρεις εξεταστικές περιόδους (για να υπάρχει σχετική ισοδυναμία θεμάτων εξέτασης) και για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή), χρησιμοποιήσαμε την επίδοση των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος Εφαρμοσμένη Γραμμική Άλγεβρα του Α' εξαμήνου, ομοίως τις τελευταίες τρεις εξεταστικές περιόδους.

Να σημειώσουμε ότι η χρήση των επιδόσεων των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός Ι (Α' εξάμηνο), Εφαρμοσμένη Γραμμική Άλγεβρα (Α' εξάμηνο), Απειροστικός Λογισμός ΙΙ (Β' εξάμηνο) και Άλγεβρα (Επιλογή) (Β' εξάμηνο), έγινε κατόπιν άδειας από τη Γενική Συνέλευση του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς (13^η Γ.Σ. / 12-07-04).

Για καθένα από τα δύο μαθήματα (Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή)), ελέγχθηκε – συγκρίθηκε η επίδοση των φοιτητών των δύο διαφορεικών ομάδων στις τελικές εξετάσεις Ιουνίου 2004, με παραμετρικά και μη παραμετρικά κριτήρια. Η βελτίωση της επίδοσης των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις των πανεπιστημιακών μαθημάτων, αποτελεί ένα από τα πιο βασικά ζητούμενα μιας διδακτικής παρέμβασης, εφόσον η επίδοση αυτή χρησιμοποιείται συνήθως ως κύριο μέτρο της ικανότητας των φοιτητών, στο Πανεπιστήμιο, στην εισαγωγή για μεταπτυχιακές σπουδές, αλλά και στην αγορά εργασίας.

10.3.3. 1^ο Διερευνητικό ερώτημα: Διαθέσεις – στάσεις φοιτητών σχετικά με το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας

1^ο Διερευνητικό ερώτημα: «Ποιες είναι οι διαθέσεις – στάσεις των φοιτητών απέναντι στο πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας, πως συσχετίζονται μεταξύ τους και πως συσχετίζονται με την επίδοση των φοιτητών τόσο σε δοκιμασίες γεωμετρικών ερμηνειών και διαδικασιών αλλά και στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος;»

Προκειμένου να μελετήσουμε το 1^ο διερευνητικό ερώτημα, χρησιμοποιήσαμε την διερευνητική – περιγραφική στρατηγική, μεθόδους της Επαγωγικής Στατιστικής και μεθόδους της Πολυδιάστατης Ανάλυσης Δεδομένων. Ως δείγμα χρησιμοποιήσαμε τους φοιτητές των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή), που είχαν παρακολουθήσει το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας στα εργαστήρια.

Στους φοιτητές δόθηκε ένα ερωτηματολόγιο διαθέσεων – στάσεων απέναντι στη διδακτική προσέγγιση με τη βοήθεια του υπολογιστή (βλ. Παράρτημα Β.1.), το οποίο περιέχει τρία βασικά μέρη: (I) Διαθέσεις και εμπειρία των φοιτητών σχετικά με τους Η / Υ, (II) Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο, (III) Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης με τη βοήθεια του Η/Υ, ειδικότερα: Α. Χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης, Β. Χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης και Γ. Γενικά χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης.

Στις ερωτήσεις διαθέσεων – στάσεων των φοιτητών επιλέχθηκε η *χρήση κλιμάκων αξιολόγησης*, οι οποίες είναι αριθμητικές κλίμακες (συνήθως από 1 έως 5, από 1 έως 7 ή από 1 έως 10) και οι οποίες χρησιμοποιούνται όταν δε μας ενδιαφέρει μόνο αν τα άτομα που εκφράζουν μία άποψη είναι υπέρ ή κατά μιας άποψης, αλλά κυρίως μας ενδιαφέρει ο βαθμός αποδοχής ή απόρριψης (Μπεχράκης, 1999).

Σε κάθε ερώτηση διαθέσεων, οι φοιτητές έδωσαν μία απάντηση σε μία *επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης* της μορφής:

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

Χρησιμοποιήσαμε μία *επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης*, προκειμένου αφενός να έχουμε την *ακριβέστερη δυνατή πληροφορία σχετικά με τις διαθέσεις των φοιτητών*, αφετέρου για να έχουμε τη *μικρότερη δυνατή επιρροή στις απαντήσεις των φοιτητών*.

Οι ερωτήσεις του ερωτηματολογίου κωδικοποιήθηκαν ως μεταβλητές *κατηγορίας (nominal)* ή *διάταξης (ordinal)*. Επίσης οι *βαθμολογίες των φοιτητών στο μετά – τεστ* (συνολική επίδοση, υπολογισμοί, γεωμετρικές ερμηνείες, διαδικασίες) και *στις τελικές εξετάσεις* των μαθημάτων επανακωδικοποιήθηκαν ως *μεταβλητές διάταξης*, ειδικότερα ως Άσχημα, Μέτρια, Καλά, Πολύ καλά, Άριστα.

Για το καθένα από τα δύο μαθήματα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή) έγινε στατιστική ανάλυση με: α) *μεθόδους της Περιγραφικής και της Επαγωγικής Στατιστικής* και β) με *μεθόδους πολυδιάστατης ανάλυσης δεδομένων (Multivariate Data Analysis)*.

Στην *επαγωγική ανάλυση* (Δαμιανού & Κούτρας, 1993 και 1996, Παρασκευόπουλος, 1993γ) διερευνήθηκαν οι *ομοιότητες και διαφορές στις απόψεις μεταξύ ομάδων φοιτητών*, ειδικότερα έγινε ομαδοποίηση των φοιτητών ανάλογα με το φύλο και την εμπειρία στη χρήση υπολογιστή. Στην επαγωγική ανάλυση χρησιμοποιήσαμε μη *παραμετρικά κριτήρια*, σε *συνδυασμό με τους πίνακες συνάφειας (Contingency Tables)*. Έγινε χρήση μη παραμετρικών κριτηρίων, εφόσον έχουμε *ποιοτικές μεταβλητές*, ειδικότερα επιλέξαμε το *κριτήριο Mann – Whitney* στην ομαδοποίηση ανάλογα με το φύλο και το *κριτήριο Kruskal – Wallis*, στην ομαδοποίηση ανάλογα με την εμπειρία, προκειμένου να ερευνηθεί αν οι ομάδες μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής, οπότε εμφανίζουν τη ίδια συμπεριφορά (κατανομή) ως προς τις απόψεις τους. *Δεν επιλέξαμε το κριτήριο χ^2 – Έλεγχος Ομοιογένειας*, επειδή προαπαιτεί κατώτερο όριο στις αναμενόμενες συχνότητες του πίνακα συνάφειας (≥ 5), για να είναι ικανοποιητική η προσέγγιση της κατανομής του κριτηρίου χ^2 από την χ^2 – κατανομή, ενώ οι απαντήσεις των φοιτητών στις ερωτήσεις του ερωτηματολογίου μας συγκεντρώνονται στις περισσότερες ερωτήσεις γύρω από συγκεκριμένες απαντήσεις, οπότε υπάρχουν πολλά κελιά στον πίνακα με περιεχόμενο την τιμή 0. Για τον ίδιο λόγο, *δεν επιλέξαμε το κριτήριο χ^2 – Έλεγχος Ανεξαρτησίας*, για τον έλεγχο του συσχετισμού μεταξύ των μεταβλητών.

Η Πολυδιάστατη Ανάλυση Δεδομένων προσφέρει τη δυνατότητα για μελέτη των ερωτήσεων – μεταβλητών ενός ερωτηματολογίου στο οποίο χρησιμοποιούνται κλίμακες αξιολόγησης με *δύο τρόπους* (Μπεχράκης, 1999, Σιάρδος, 1999 και Μαυρομάτης, 1999):

α) Χρήση της *Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών (Multiple Correspondence Analysis)* σε *συνδυασμό με τη μέθοδο της Αυτόματης Ταξινόμησης (Cluster Analysis)*, ειδικότερα της *Ανιούσας*

Ιεραρχικής ταξινόμησης (Hierarchical Cluster Analysis) για τη δημιουργία ομοιογενών ομάδων ατόμων. Στην περίπτωση αυτή, οι μεταβλητές θεωρούνται κατηγορικές ποιοτικές μεταβλητές (multiple nominal) και δεν απαιτούνται προϋποθέσεις για την εφαρμογή της μεθόδου, παρά μόνο ο αρχικός πίνακας δεδομένων να αποτελείται από θετικούς αριθμούς (προϋπόθεση η οποία πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά την κωδικοποίηση των ερωτήσεων- μεταβλητών του ερωτηματολογίου).

β) Χρήση της *Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες (Principal Component Analysis) σε συνδυασμό με τη μέθοδο Αυτόματης Ταξινόμησης (Cluster Analysis) για τη δημιουργία ομοιογενών ομάδων μεταβλητών.* Στην περίπτωση αυτή οι μεταβλητές θεωρούνται ποσοτικές (scale), μάλιστα συνεχείς ποσοτικές μεταβλητές.

Οι ερωτήσεις – μεταβλητές στις οποίες έχουν χρησιμοποιηθεί κλίμακες αξιολόγησης, αν και δεν είναι ποσοτικές συνεχείς μεταβλητές, μπορούν να μελετηθούν μέσω της Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες σε συνδυασμό με την Αυτόματη Ταξινόμηση σε ομοιογενείς ομάδες μεταβλητών, εφόσον οι υπολογισμοί της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης και του συντελεστή συσχέτισης που χρησιμοποιούν οι μέθοδοι αυτές, έχουν νόημα για την περίπτωση των κλιμάκων αξιολόγησης.

Στην Πολυδιάστατη Ανάλυση Δεδομένων επιλέξαμε το συνδυασμό των μεθόδων της *ανάλυσης πολλαπλών αντιστοιχιών* και της *αυτόματης ταξινόμησης*, εφόσον:

α) Οι μεταβλητές του ερωτηματολογίου μας είναι κατά βάση ποιοτικές κατηγορίες και διάταξης,

β) οι μέθοδοι αυτές δεν έχουν προϋποθέσεις για την εφαρμογή τους, παρά μόνο ο αρχικός πίνακας δεδομένων να αποτελείται από θετικούς αριθμούς και

γ) η διερεύνηση της έρευνας μας περιλαμβάνει κάποιες καθαρά ποιοτικές κατηγορικές μεταβλητές (Φύλο, Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή), οι οποίες θα έπρεπε να παραληφθούν αν γινόταν χρήση της μεθόδου Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες.

Για τη μέθοδο της Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών, η οποία αναφέρεται επίσης ως Ανάλυση Ομοιογένειας (Homogeneity Analysis), βλέπε Benzécri, 1973, 1980, Lebart, Morineau & Tabart, 1977, Lebart, Morineau & Piron, 1995, Gifi, 1990 και Greenacre, 1984.

Για τη μέθοδο της Αυτόματης Ταξινόμησης βλέπε Sokal & Sneath, 1963 και Benzécri, 1981.

Για τη μέθοδο της Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες, βλέπε Dunteman, 1989.

10.3.4. 2^ο Διερευνητικό ερώτημα: Διαθέσεις – στάσεις φοιτητών σχετικά με το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση

2^ο Διερευνητικό ερώτημα: «Ποιες είναι οι διαθέσεις των φοιτητών απέναντι στην εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας από απόσταση και πως συσχετίζονται μεταξύ τους;»

Προκειμένου να μελετήσουμε το 2^ο διερευνητικό ερώτημα, χρησιμοποιήσαμε την *διερευνητική – περιγραφική στρατηγική, μεθόδους της Επαγωγικής Στατιστικής και μεθόδους Πολυδιάστατης Ανάλυσης Δεδομένων.* Ως δείγμα χρησιμοποιήσαμε τους φοιτητές του μαθήματος Απειροστικός Λογισμός ΙΙ, που παρακολούθησαν το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση, μέσω ενός *συστήματος σύγχρονης και ασύγχρονης επικοινωνίας*, το οποίο έκανε χρήση της *πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης E-Class.* Οι φοιτητές δήλωσαν συμμετοχή και εγγράφηκαν στο σύστημα μέσω του

διαδικτύου (Internet). Η διδακτική προσέγγιση από απόσταση έκανε επίσης χρήση του μαθηματικού πακέτου Mathematica.

Στους φοιτητές δόθηκε ένα ερωτηματολόγιο διαθέσεων – στάσεων απέναντι στο πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση (βλ. Παράρτημα Β.2.), το οποίο περιέχει τέσσερα βασικά μέρη: (I) Διαθέσεις και εμπειρία των φοιτητών σχετικά με τους Η / Υ, (II) Χαρακτηριστικά της πλατφόρμας ασύγχρονης επικοινωνίας που χρησιμοποιήθηκε, (III) Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε και (IV) Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης από απόσταση μέσω σύγχρονης επικοινωνίας, ειδικότερα: Α. Χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης, Β. Χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης και Γ. Γενικά χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης.

Στις ερωτήσεις διαθέσεων των φοιτητών επιλέχθηκε η χρήση κλιμάκων αξιολόγησης, όπως και στο 1^ο διερευνητικό ερώτημα, ειδικότερα χρησιμοποιήθηκε μία επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης της μορφής:

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

Όλες οι ερωτήσεις κωδικοποιήθηκαν ως μεταβλητές κατηγορίας (*nominal*) ή διάταξης (*ordinal*) και έγινε στατιστική ανάλυση με: α) μεθόδους της Περιγραφικής και της Επαγωγικής Στατιστικής (Δαμιανού & Κούτρας, 1993 και 1996, Παρασκευόπουλος, 1993γ) και β) με μεθόδους πολυδιάστατης ανάλυσης δεδομένων (*Multivariate Data Analysis*).

Η επαγωγική ανάλυση περιλαμβάνει τη μελέτη ομοιοτήτων και διαφορών απόψεων μεταξύ ομάδων φοιτητών, ειδικότερα οι φοιτητές ομαδοποιήθηκαν ανάλογα με το φύλο και την εμπειρία στη χρήση υπολογιστή. Χρησιμοποιήθηκαν μη παραμετρικά κριτήρια σε συνδυασμό με τους πίνακες συνάφειας ειδικότερα το κριτήριο *Mann – Whitney* και το κριτήριο *Kruskal – Wallis*.

Η πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων βασίστηκε στις μεθόδους της ανάλυσης πολλαπλών αντιστοιχιών (*multiple correspondence analysis*) και της αυτόματης ταξινόμησης (*cluster analysis*) (Μπεχράκης, 1999, Σιάρδος, 1999 και Μαυρομάτης, 1999).

10.4. Τα πειραματικά προγράμματα διδασκαλίας

10.4.1. Το πειραματικό πρόγραμμα που εφαρμόστηκε στα μαθήματα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή)

Το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας που εφαρμόστηκε στα μαθήματα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή) πραγματοποιήθηκε στις αίθουσες και τα εργαστήρια του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

Το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας, για καθένα από τα δύο μαθήματα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή), έκανε χρήση τόσο της παραδοσιακής αφηγηματικής προσέγγισης, όσο και της καθοδηγούμενης ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης με τη χρήση υπολογιστή και ειδικότερα με τη χρήση ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας. Ειδικότερα, το πειραματικό πρόγραμμα περιλάμβανε δύο μέρη: α) την παραδοσιακή διδασκαλία των θεωρητικών θεμάτων με την αφηγηματική παραδοσιακή προσέγγιση εμπλουτισμένη με τα χαρακτηριστικά που προτείνουν οι σύγχρονες θεωρίες μάθησης, το

οποίο πραγματοποιήθηκε στις αίθουσες διδασκαλίας και β) τη διδασκαλία ιδιοτήτων, γεωμετρικών ερμηνειών, διαδικασιών και εφαρμογών των θεωρητικών θεμάτων μέσω της καθοδηγούμενης ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης, το οποίο πραγματοποιήθηκε στο εργαστήριο υπολογιστών, με τους φοιτητές να δουλεύουν στους υπολογιστές με τη βοήθεια ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας. Η *διδασκαλία των εργαστηρίων* για καθένα από τα δύο μαθήματα Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή), πραγματοποιήθηκε σε δύο μαθήματα διάρκειας τριών (3) διδακτικών ωρών το καθένα.

Τα *θέματα τα οποία διαπραγματεύθηκαν οι φοιτητές στα εργαστήρια*, για το *μάθημα Απειροστικός Λογισμός II*, είναι: α) Γεωμετρικές ιδιότητες συναρτήσεων δύο μεταβλητών β) Υπολογισμός και γεωμετρική ερμηνεία μερικών παραγώγων συνάρτησης δύο μεταβλητών, γ) Διαδικασία εύρεσης τοπικών ακροτάτων – σαγματικών σημείων συνάρτησης δύο μεταβλητών, δ) Μέθοδος Langrange για την εύρεση ακροτάτων συνάρτησης δύο μεταβλητών υπό περιορισμό και ε) Μελέτη γεωμετρικών ιδιοτήτων και ακροτάτων παραβολοειδών επιφανειών (βλ. Παράγραφοι 7.4.1 – 7.4.5).

Τα *θέματα τα οποία διαπραγματεύθηκαν οι φοιτητές στα εργαστήρια*, για το *μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)*, είναι: α) Βασικές έννοιες και γεωμετρική αναπαράσταση διανυσμάτων στο επίπεδο, β) Η έννοια, η γεωμετρική ερμηνεία και ο έλεγχος της γραμμικής ανεξαρτησίας – εξάρτησης διανυσμάτων του επιπέδου, γ) Η έννοια της βάσης διανυσματικού χώρου και η διαδικασία της ανάλυσης διανύσματος σε συνιστώσες των διανυσμάτων της βάσης, δ) Γεωμετρική αναπαράσταση των γραμμικών απεικονίσεων στο επίπεδο και το χώρο και ε) Διαδικασία εύρεσης ιδιοτιμών, ιδιοδιανυσμάτων και ιδιοχώρων πίνακα ή γραμμικής απεικόνισης και η έννοια της διαγωνιοποίησης πίνακα (βλ. Παράγραφοι 7.5.1 – 7.5.5).

Οι *φοιτητές* είχαν στη διάθεση τους *ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας*, στα οποία υπήρχαν: α) *Δραστηριότητες* σχετικές με τα θέματα υπό διαπραγμάτευση, οι οποίες υπό τη *μορφή βημάτων, ενεργειών και ερωτήσεων, καθοδηγούσαν τους φοιτητές* στον πειραματισμό με τις έννοιες, στη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών και στη διατύπωση μέσω συζήτησης γενικών συμπερασμάτων, β) Οι *εντολές του μαθηματικού πακέτου και τα απαιτούμενα προγράμματα* για τα θέματα υπό διαπραγμάτευση, γ) *Υποδείξεις* σχετικά με το μαθηματικό αντικείμενο και τις λειτουργίες του μαθηματικού πακέτου και δ) *Ασκήσεις* οι οποίες μπορούσαν να επιλυθούν με τη *χρήση και τροποποίηση των υπάρχοντων στο φύλλο εργασίας εντολών και προγραμμάτων* του μαθηματικού πακέτου.

Για τα ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας που χρησιμοποιήθηκαν στο μάθημα Απειροστικός Λογισμός II, βλέπε Παράρτημα Γ.1. Για τα ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας που χρησιμοποιήθηκαν στο μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή), βλέπε Παράρτημα Γ.2.

Στους φοιτητές δίνονταν επίσης *σημειώσεις σχετικές με τα θέματα που διδάχθηκαν στα εργαστήρια*, στο τέλος της κάθε διδακτικής ενότητας. Οι σημειώσεις περιείχαν τα κύρια σημεία του μαθήματος, τόσο του γνωστικού αντικειμένου, όσο και των εντολών και προγραμμάτων του λογισμικού, αλλά και τα αποτελέσματα της εκτέλεσης των εντολών και προγραμμάτων από το μαθηματικό πακέτο.

Ο *καθηγητής* είχε τη δυνατότητα να γράφει στον πίνακα τα στοιχεία της θεωρίας που θεωρούσε απαραίτητα, τις εντολές και προγράμματα του Mathematica που χρειαζόνταν οι μαθητές και τις εικασίες, τις υποθέσεις και τα συμπεράσματα που διατυπώνονταν από τους φοιτητές. Επίσης με τη *χρήση βιντεοπροβολέα*, μπορούσε να *παρουσιάζει στους φοιτητές στατικές και δυναμικές αναπαραστάσεις*

(animations), σχετικές με τα υπό διαπραγμάτευση θέματα, ώστε οι φοιτητές να μην υπερφορτωθούν με εξαιρετικά πολύπλοκες εντολές και προγράμματα, εφόσον ο σκοπός της διδασκαλίας δεν είναι η εκμάθηση των λειτουργιών του μαθηματικού πακέτου, αλλά η αποτελεσματική χρήση του στη μελέτη των θεμάτων του γνωστικού αντικειμένου.

Οι φοιτητές ήταν χωρισμένοι σε ομάδες των 2 ή 3 ατόμων ανά υπολογιστή. Συνεργάζονταν με τα μέλη των ομάδων τους, με τα μέλη άλλων ομάδων και με τον καθηγητή στην ανακάλυψη και διερεύνηση των προβληματικών καταστάσεων που συναντούσαν κατά την εργασία τους με το ηλεκτρονικό φύλλο εργασίας. Είχαν την ευκαιρία να ζητήσουν τη βοήθεια του καθηγητή ανά πάσα στιγμή, σχετικά με την κατανόηση των στοιχείων της θεωρίας που αναφέρονταν στο μάθημα και τη χρήση, τη σύνταξη και τη λειτουργία των εντολών του λογισμικού. Είχαν επίσης τη δυνατότητα να θέτουν υπό συζήτηση ερωτήσεις, εικασίες και συμπεράσματα στην κοινότητα της τάξης.

10.4.2. Το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση

Το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση πραγματοποιήθηκε μέσω ενός συστήματος ασύγχρονης και σύγχρονης επικοινωνίας, που κάνει χρήση του Διαδικτύου (Web-based). Ειδικότερα, δημιουργήθηκε ένας εξυπηρετητής (server), στο δικτυακό τόπο του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς, στον οποίο εγκαταστάθηκε η πλατφόρμα ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης E-Class του Πανελληνίου Ακαδημαϊκού Δικτύου GUNET (Greek Universities Network). Η πρόσβαση στο σύστημα ήταν δυνατή μέσω ιστοσελίδας (<http://e-learn.sta.unipi.gr>).

Στην πλατφόρμα ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης E-Class δημιουργήθηκαν δύο ηλεκτρονικά μαθήματα, τα μαθήματα Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή). Η πρόσβαση στα μαθήματα αυτά ήταν ελεγχόμενη (τα μαθήματα ήταν κλειστά), ειδικότερα οι φοιτητές έκαναν αίτηση συμμετοχής, στην οποία δήλωναν επιθυμητό όνομα χρήστη (username) και κωδικό πρόσβασης (password), μέσω ενός ηλεκτρονικού μηνύματος (e-mail) που έστειλαν στο διαχειριστή του συστήματος (administrator). Εφόσον η αίτηση γινόταν δεκτή, τα στοιχεία του φοιτητή καταχωρούνταν στο σύστημα και ο φοιτητής λάμβανε ένα σχετικό ενημερωτικό ηλεκτρονικό μήνυμα.

Το κάθε ηλεκτρονικό μάθημα (Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή)) περιλάμβανε μεταξύ άλλων, τους εξής συνδέσμους (links):

α) *Περιγραφή Μαθήματος*, μέσω του οποίου δίνονταν πληροφορίες σχετικά με τους στόχους, τη δομή του μαθήματος, τους καθηγητές που το υποστηρίζουν κλπ.

β) *Ατζέντα*, όπου παρουσιάζονταν χρονικά τα σημαντικά γεγονότα για το κάθε μάθημα (παράδοση εργασιών, μαθήματα με σύγχρονη επικοινωνία κλπ).

γ) *Ανακοινώσεις*, όπου τοποθετούνταν ανακοινώσεις για τους εκπαιδευόμενους, σχετικά με εργασίες που έπρεπε να παραδώσουν, πληροφορίες σχετικά με υλικό που μπορούσαν να βρουν στο κάθε μάθημα, επίσης πληροφορίες για τα μαθήματα με σύγχρονη επικοινωνία που έγιναν (σχετικά με το χρόνο και τη διαδικασία πραγματοποίησης των μαθημάτων).

δ) *Έγγραφα*, που περιείχαν το εκπαιδευτικό υλικό του μαθήματος, ειδικότερα σημειώσεις σχετικά με το προς μάθηση αντικείμενο και σχετικές εφαρμογές στο μαθηματικό πακέτο, ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας, ερωτηματολόγια διαθέσεων σχετικά με την διδακτική προσέγγιση από απόσταση κλπ.

ε) *Εργασίες Φοιτητών*, όπου οι φοιτητές μπορούσαν να βρουν οδηγίες σχετικά με τις εργασίες τους, καθώς και ημερομηνία παράδοσης. Στο σύνδεσμο αυτό οι φοιτητές μπορούσαν να «παραδώσουν» ηλεκτρονικό αντίγραφο της εργασίας τους και να «λάβουν» βαθμολογία και σχόλια, τα οποία να είναι «προσβάσιμα» μόνο από τους ίδιους (ο καθένας να έχει πρόσβαση στα σχόλια και τη βαθμολογία της εργασίας του).

στ) *Περιοχές Συζητήσεων*, για ανταλλαγή απόψεων και ιδεών, όπως και αποριών σε θέματα σχετικά το μάθημα, μέσω ασύγχρονης επικοινωνίας.

ζ) *Κουβέντα*, η οποία έδινε τη δυνατότητα για πραγματοποίηση συζητήσεων σε πραγματικό χρόνο (real time) ανάμεσα στον καθηγητή και στους φοιτητές που είχαν εγγραφεί στο μάθημα, μέσω μηνυμάτων γραπτού κειμένου.

Συμπληρωματικά, υπήρχε η δυνατότητα για *ενεργοποίηση των εξής συνδέσμων* από τον καθηγητή:

α) *Σύνδεσμοι από το Διαδίκτυο*, με συνδέσμους σχετικούς με το μάθημα.

β) *Ομάδες Εργασίας*, ανοικτές ή κλειστές που απαρτιζόνταν από καθηγητές και φοιτητές.

γ) *Λίστα Χρηστών*, με τους εγγεγραμμένους χρήστες του μαθήματος.

δ) *Ασκήσεις αυτοαξιολόγησης*, οι οποίες μπορούσε να δημιουργήσει ο καθηγητής και μπορούσαν να είναι πολλαπλών επιλογών, σωστού – λάθους ή συμπλήρωσης κενών, για τις οποίες οι φοιτητές μπορούσαν να ενημερωθούν αυτόματα για την επίδοσή τους.

ε) *Βίντεο*, όπου υπήρχαν αρχεία παρουσιάσεων με υλικό σχετικό με το μάθημα που μπορούσε να «ανεβάσει» στην πλατφόρμα ο καθηγητής.

στ) *Βιντεοσκοπημένα μαθήματα*, όπου μπορούσαν να τοποθετηθούν βιντεοσκοπημένες διαλέξεις του μαθήματος ή άλλο οπτικοακουστικό υλικό.

Το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση εφαρμόστηκε στους φοιτητές που *δήλωσαν συμμετοχή και εγγράφηκαν στο σύστημα μέσω του διαδικτύου (Internet), για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός II*. Το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση χρησιμοποιεί τόσο την *ασύγχρονη όσο και τη σύγχρονη επικοινωνία*, προκειμένου να επιτύχει την αποτελεσματικότερη δυνατή «προσομοίωση» του *μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια τεχνολογικών μεθόδων βασισμένων στον υπολογιστή*, όπως αναπτύχθηκε στο Κεφάλαιο 9. Ειδικότερα, το πειραματικό πρόγραμμα περιλάμβανε τρία μέρη: α) τη διδασκαλία *θεωρητικών θεμάτων*, μέσω της παραδοσιακής αφηγηματικής προσέγγισης εμπλουτισμένης με τα χαρακτηριστικά που προτείνουν οι σύγχρονες απόψεις για τη μάθηση και τη διδασκαλία, το οποίο πραγματοποιήθηκε με διδασκαλία πρόσωπο με πρόσωπο (face – to – face) στους χώρους του Πανεπιστημίου, β) τη διδασκαλία *θεωρητικών θεμάτων* μέσω *ασύγχρονης επικοινωνίας*, με εκπαιδευτικό υλικό που οι φοιτητές μπορούσαν να «κατεβάσουν» από το σύνδεσμο «Εγγραφα» και μέσω ανταλλαγής απόψεων, ιδεών και διατύπωσης αποριών που έθεταν οι φοιτητές στο σύνδεσμο «Περιοχές συζητήσεων» και γ) τη διδασκαλία *ιδιοτήτων, γεωμετρικών ερμηνειών, διαδικασιών και εφαρμογών των θεωρητικών θεμάτων* μέσω της *καθοδηγούμενης ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης με τη χρήση υπολογιστή* και ειδικότερα με τη *χρήση ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας*, μέσω *σύγχρονης επικοινωνίας* και ειδικότερα με την *παράλληλη χρήση* i) των *ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας ο καθένας στον υπολογιστή του* και ii) του *συστήματος «Κουβέντα»*, μέσω του οποίου με τη χρήση γραπτού κειμένου οι φοιτητές μπορούσαν να

αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και με το δάσκαλο, να συζητούν, να ανταλλάσσουν απόψεις, να διατυπώνουν ιδέες και απορίες και να διατυπώνουν συμπεράσματα μέσω του πειραματισμού και της ενεργητικής ενασχόλησης με το φύλλο εργασίας.

Το *πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση με σύγχρονη επικοινωνία* για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ, πραγματοποιήθηκε σε ένα μάθημα διάρκειας τεσσάρων (4) διδακτικών ωρών. Οι φοιτητές είχαν στη διάθεση τους ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας, όπως περιγράφηκαν στην προηγούμενη παράγραφο. Για τα ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας που χρησιμοποιήθηκαν στο πειραματικό πρόγραμμα από απόσταση μέσω σύγχρονης επικοινωνίας βλέπε Παράρτημα Γ.1.3.

Τα *θέματα τα οποία διαπραγματεύθηκαν οι φοιτητές* αφορούν τη θεωρία των Πολλαπλών Ολοκληρωμάτων, ειδικότερα: α) Υπολογισμός διπλού ορισμένου ολοκληρώματος και έλεγχος μεταβολής αποτελέσματος ανάλογα με τη σειρά ολοκλήρωσης, β) Γεωμετρική ερμηνεία διπλού ολοκληρώματος συνάρτησης δύο μεταβλητών σε ορθογώνια περιοχή, γ) Υπολογισμός διπλού ολοκληρώματος συνάρτησης δύο μεταβλητών σε φραγμένη μη ορθογώνια περιοχή, δ) Υπολογισμός όγκου στερεών (βλ. Παράγραφος 7.4.6).

Η *διαδικασία* που ακολουθήθηκε κατά το πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση με σύγχρονη επικοινωνία είναι: Οι φοιτητές και ο καθηγητής συνδέθηκαν στο σύστημα «Κουβέντα» σε δεδομένη μέρα και ώρα όπου ορίστηκε να γίνει το πειραματικό πρόγραμμα με σύγχρονη επικοινωνία. Οι φοιτητές είχαν φροντίσει να «κατεβάσουν» από το σύστημα το φύλλο εργασίας υπό τη μορφή μιας εργασίας (project) που έπρεπε να ολοκληρώσουν και να έχουν μία έκδοση του μαθηματικού πακέτου που να «τρέχει» εγκατεστημένη στον υπολογιστή τους. Ο καθηγητής προέτρεψε τους φοιτητές να αρχίσουν να δουλεύουν με το φύλλο εργασίας και να συζητούν τα διάφορα θέματα και τις ερωτήσεις που έβρισκαν στο φύλλο εργασίας με τον ίδιο ή με τους άλλους φοιτητές που συμμετείχαν στο μάθημα. Η επικοινωνία γινόταν κυρίως με μηνύματα γραπτού κειμένου. Υπήρχε δυνατότητα επίσης για τη χρήση τηλεφώνου σε περιπτώσεις που τα γραπτά μηνύματα δεν παρείχαν την απαιτούμενη ανατροφοδότηση για τους φοιτητές. Οι φοιτητές, αφού είχαν ολοκληρώσει την εργασία τους με το φύλλο εργασίας, μπορούσαν να στείλουν ηλεκτρονικό αντίγραφο της εργασίας τους στον καθηγητή μέσω του συνδέσμου «Εργασίες», στον οποίο μετά από δεδομένο χρονικό διάστημα μπορούσαν να λάβουν βαθμολογία και σχόλια για την επίδοσή τους. Οι φοιτητές καθ' όλη τη διάρκεια του μαθήματος με σύγχρονη επικοινωνία είχαν τη δυνατότητα να στείλουν στον καθηγητή το φύλλο εργασίας τους εφόσον αντιμετώπιζαν κάποιου είδους πρόβλημα και να το ξαναπάρουν πίσω με τις κατάλληλες διορθώσεις.

Η δημιουργία και χρήση ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας σε κάποιο μαθηματικό πακέτο, έχει το *πλεονέκτημα* ότι με κατάλληλες επιλογές που *αφαιρούν τη «έξοδο» (Output)* του πακέτου στο φύλλο εργασίας, το *μέγεθος του αρχείου γίνεται μικρό*, ούτως ώστε το «κατέβασμα» του φύλλου εργασίας (Downloading) από την πλατφόρμα και η αποστολή του από τους φοιτητές στον καθηγητή και αντίστροφα να γίνεται σε πολύ μικρό χρόνο. Ο καθηγητής εφόσον του αποσταλεί ένα φύλλο εργασίας από τους φοιτητές μπορεί με τη χρήση απλών εντολών να «τρέξει» όλα τα προγράμματα και τις εντολές του φύλλου εργασίας ώστε να διαπιστώσει και να αξιολογήσει τι επέτυχε ο κάθε φοιτητής.

Τα σύγχρονα συστήματα επικοινωνίας σε πραγματικό χρόνο (real time) παρέχουν μεγάλες δυνατότητες επικοινωνίας *χωρίς να απαιτούν ειδικές προδιαγραφές (requirements), παρά έναν σύγχρονο*

προσωπικό υπολογιστή (*Personal Computer – PC*). Η δυνατότητα για *χρησιμότητα του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού από απόσταση με προδιαγραφές που δεν απαιτούν ειδικά συστήματα επικοινωνίας* αποτελούσε και αποτελεί βασικό χαρακτηριστικό της έρευνας μας, εφόσον πιστεύουμε ότι ένα πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση πρέπει να είναι *πρακτικά εφαρμόσιμο* και αυτό μπορεί μόνο να επιτευχθεί αν *μπορεί να πραγματοποιηθεί με τις υπάρχουσες πηγές (Resources) των χρηστών*.

Μία πρόταση για επικοινωνία σε πραγματικό χρόνο που *συνδυάζει πολλαπλές μορφές επικοινωνίας μεταξύ χρηστών που είναι συνδεδεμένοι στο σύστημα και χρησιμοποιείται με τα Windows* είναι το σύστημα *Windows Messenger*. Το σύστημα Windows Messenger προσφέρει *δυνατότητες* για:

α) *Δημιουργία μιας λίστας επαφών (contact list)*, οι οποίες μπορούν να αναφέρονται στους φοιτητές που συμμετέχουν σε ένα δεδομένο μάθημα.

β) *Επικοινωνία μέσω μηνυμάτων γραπτού κειμένου σε πραγματικό χρόνο*, αποστολή μηνυμάτων κειμένου από τον κάθε χρήστη στις επαφές του και αντίστροφα, όταν είναι συνδεδεμένοι στο σύστημα (online) και διαθέσιμοι.

γ) *Αποστολή εγγράφων και αρχείων* ο κάθε χρήστης στις επαφές του.

δ) *Κλήση ενός υπολογιστή και πραγματοποίηση συνομιλίας φωνητικής / μέσω βίντεο (video/voice conversation)* χρησιμοποιώντας το μικρόφωνο, τα ηχεία και την κάμερα του υπολογιστή.

ε) *Κλήση από έναν χρήστη κάποιου άλλου χρήστη να κοιτάξει σε κάποιο πρόγραμμα στον υπολογιστή του ή να χρησιμοποιήσουν μαζί την εφαρμογή «Whiteboard»* (μία εφαρμογή στην οποία δύο χρήστες μπορούν να γράψουν και να ζωγραφίσουν ταυτόχρονα σε έναν πίνακα ο οποίος «προσομοιώνει» έναν πίνακα στην τάξη).

στ) *Μέσω της εφαρμογής «Remote Assistance»* μπορεί κάποιος χρήστης να *ζητήσει βοήθεια με τον υπολογιστή του από κάποιον άλλο χρήστη*.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11. ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΠΙΔΟΣΗΣ ΦΟΙΤΗΤΩΝ ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΜΕ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

11.1. Εισαγωγή

Το κεφάλαιο 11 ασχολείται με τον έλεγχο των ερευνητικών υποθέσεων 1 και 2 όπως διατυπώθηκαν και αναπτύχθηκαν στις παραγράφους 10.3.1. και 10.3.2. Γίνεται ο *έλεγχος της επίδοσης των φοιτητών συγκριτικά με το πρόγραμμα διδασκαλίας*, με τη χρήση δύο διαφοροποιημένων προγραμμάτων διδασκαλίας: α) ενός προγράμματος το οποίο προκύπτει από την *εφαρμογή του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού* για τη διδασκαλία μαθημάτων θετικών επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή, όπως αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 9, το οποίο προβλέπει *συνδυασμό διδακτικών προσεγγίσεων ανά κατάσταση* και β) του *παραδοσιακού αφηγηματικού προγράμματος διδασκαλίας*.

Η επίδοση των φοιτητών αξιολογήθηκε βάσει *δύο γραπτών δοκιμασιών*: α) του *ερωτηματολογίου γνώσεων και δεξιοτήτων* που έδωσαν οι φοιτητές μετά την εφαρμογή του διαφοροποιημένου προγράμματος διδασκαλίας (*μετά – τεστ*) και β) του γραπτού που έδωσαν οι φοιτητές στις *τελικές εξετάσεις*. Η *επίδοση των φοιτητών στο μετά – τεστ* αξιολογήθηκε σε *τέσσερα επίπεδα*: α) Επίδοση στους υπολογισμούς, β) Επίδοση στις γεωμετρικές ερμηνείες, γ) επίδοση στις διαδικασίες και δ) Συνολική επίδοση στο *μετά – τεστ*.

11.2. Έλεγχος επίδοσης φοιτητών σε θέματα υπολογισμών, γεωμετρικών ερμηνειών και διαδικασιών συγκριτικά με το πρόγραμμα διδασκαλίας

Όπως αναφέραμε στην παράγραφο 10.3.1., προκειμένου να ελέγξουμε την ισχύ της 1^{ης} ερευνητικής υπόθεσης χρησιμοποιήσαμε την *πειραματική στρατηγική*. Ως *δείγμα* χρησιμοποιήσαμε τους φοιτητές που παρακολουθούσαν σε τακτική βάση τις παραδόσεις των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή) του 2^{ου} Εξαμήνου.

Η *μη υποχρεωτική παρακολούθηση των μαθημάτων* στα πανεπιστημιακά τμήματα κάνει την *επιλογή και τη χρησιμοποίηση ενός δείγματος* σε μία έρευνα ιδιαίτερα *δύσκολη*, εφόσον το *προσκαλούμενο δείγμα*, το *συμμετέχον δείγμα* και το *προμηθεύον τα δεδομένα δείγμα* είναι σχεδόν πάντα διαφορετικά, οπότε ο έλεγχος για την ισοδυναμία των ομάδων πριν το διαφοροποιημένο πρόγραμμα διδασκαλίας είναι απαραίτητο να γίνεται σε διάφορα σημεία της έρευνας.

Ως *προσκαλούμενο δείγμα* για την 1^η ερευνητική υπόθεση θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών που έδωσαν το προ-τεστ. Ως *συμμετέχον δείγμα* θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών που έδωσαν το μετά-τεστ. Ως *προμηθεύον τα δεδομένα δείγμα* θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών για τους οποίους είχαμε επιδόσεις τόσο στο προ – τεστ όσο και στο μετά – τεστ.

Ο έλεγχος για την ισοδυναμία των δύο ομάδων πριν την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος, αλλά και για πιθανή διαφοροποίηση τους μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος έγινε τόσο με *περιγραφικές μεθόδους* αλλά και με *μεθόδους της Επαγωγικής Στατιστικής*. Ειδικότερα από πλευράς μεθόδων Επαγωγικής Στατιστικής, χρησιμοποιήθηκαν τρία *κριτήρια*: το

παραμετρικό κριτήριο *t*-test για την ισότητα των μέσων δύο ανεξάρτητων δειγμάτων και τα μη παραμετρικά κριτήρια *Mann-Whitney U test* και *Kolmogorov-Smirnov Z test*.

(I) Το παραμετρικό κριτήριο *t*-test

Το παραμετρικό κριτήριο *t*-test, για τον έλεγχο της ισότητας των μέσων δύο ανεξάρτητων δειγμάτων υπολογίζεται μέσω του τύπου: $t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_\delta}$, όπου \bar{X}_1, \bar{X}_2 οι μέσες τιμές των δύο δειγμάτων και S_δ το τυπικό σφάλμα της διαφοράς των μέσων όρων των δύο δειγμάτων.

Στη συνέχεια συγκρίνουμε την τιμή του *t* που βρήκαμε με την *t'* – κρίσιμη τιμή για *df* βαθμούς ελευθερίας και για δεδομένο επίπεδο σημαντικότητας α %, συνήθως 5 % ή 1 %. Αν *t* – τιμή > *t* – κρίσιμη τιμή για επίπεδο σημαντικότητας α %, τότε η διαφορά των μέσων όρων είναι σημαντική, επομένως απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση (H_0) ότι η διαφορά μεταξύ των δύο μέσων όρων είναι μηδενική.

Το τυπικό σφάλμα S_δ υπολογίζεται διαφορετικά σε περίπτωση ισοπληθών δειγμάτων, ανισοπληθών δειγμάτων που προέρχονται από ομοιογενείς πληθυσμούς και ανισοπληθών δειγμάτων που προέρχονται από ανομοιογενείς πληθυσμούς.

Στην περίπτωση ανισοπληθών δειγμάτων, ελέγχουμε αν οι πληθυσμοί είναι ομοιογενείς ή όχι κάνοντας έλεγχο ισότητας των διακυμάνσεων. Αν οι πληθυσμοί είναι ανομοιογενείς, εφαρμόζουμε τη *διόρθωση Cochran & Cox* από την οποία παίρνουμε τις διορθωμένες *t'* κρίσιμες τιμές μέσω του τύπου

$$t' = \frac{\frac{t_1 S_1^2}{N_1} + \frac{t_2 S_2^2}{N_2}}{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}} \quad \text{όπου } N_1, N_2 \text{ τα μεγέθη των δύο δειγμάτων, } S_1, S_2 \text{ οι αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις}$$

και t_1, t_2 οι κρίσιμες τιμές για δεδομένο επίπεδο σημαντικότητας και βαθμούς ελευθερίας $df_1 = N_1 - 1, df_2 = N_2 - 1$ αντίστοιχα.

(II) Τα μη παραμετρικά κριτήρια *Mann – Whitney* και *Kolmogorov – Smirnov*

Το μη παραμετρικό κριτήριο *Mann – Whitney* εφαρμόζεται όταν έχουμε δεδομένα που μπορούν να διαβαθμιστούν, χωρίς την υπόθεση ότι ακολουθούν την κανονική κατανομή. Η μέθοδος *συγκρίνει δύο ανεξάρτητα δείγματα για το αν παρουσιάζουν διαφορές στις κατανομές τους*. Η μηδενική υπόθεση (H_0) στο κριτήριο αυτό είναι ότι τα δύο δείγματα είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής (*distribution function*). Η εναλλακτική υπόθεση (H_1) είναι είτε ότι οι συναρτήσεις κατανομών είναι στοχαστικά διατεταγμένες (*stochastically ordered*) ή ότι είναι άνισες.

Το μη παραμετρικό κριτήριο *Kolmogorov – Smirnov* *συγκρίνει δύο ανεξάρτητα δείγματα για το αν παρουσιάζουν διαφορές στις αθροιστικές κατανομές τους*. Η μηδενική υπόθεση (H_0) στο κριτήριο αυτό είναι ότι τα δύο δείγματα είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση αθροιστική συνάρτηση κατανομής κατανομής.

Η εφαρμογή παραμετρικών τεχνικών σε ανεξάρτητα δείγματα, απαιτεί την ύπαρξη της κανονικής κατανομής στον πληθυσμό από τον οποίο προέρχονται τα δείγματα. Εναλλακτικά, επιτρέπεται η χρήση τους όταν τα μεγέθη των δειγμάτων είναι αρκετά μεγάλα (≥ 30), διότι τότε το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα

της θεωρίας Πιθανοτήτων εξασφαλίζει την ικανοποίηση των προϋποθέσεων (Τσάντας, Μωυσιάδης, Μπαγιάτης & Χατζηπαντελής, 1999).

Ακόμα και αν πληρούνται οι προϋποθέσεις εφαρμογής των παραμετρικών κριτηρίων, μπορούμε να πραγματοποιήσουμε και μη παραμετρικές αναλύσεις. Θεωρητικά βέβαια, το t-test είναι καλύτερο διότι μπορεί να εντοπίσει την ύπαρξη διαφορών μεταξύ δύο πληθυσμών χρησιμοποιώντας μικρότερο μέγεθος δειγμάτων απ' ό,τι κάποιο από τα μη παραμετρικά κριτήρια.

Ο έλεγχος για την *ισοδυναμία των δύο ομάδων πριν την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος*, έγινε με το βαθμό επίδοσης των φοιτητών στο προ-τεστ. Ο έλεγχος για *την πιθανή διαφοροποίηση των δύο ομάδων μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος* έγινε σε τρία επίπεδα: α) Βαθμός ως προς τους υπολογισμούς, β) Βαθμός ως προς τις γεωμετρικές ερμηνείες και γ) Βαθμός ως προς τις διαδικασίες. Επίσης θεωρήθηκε ένας δείκτης επίδοσης ως ο μέσος όρος των βαθμών που συγκέντρωσε ο κάθε φοιτητής στα τρία παραπάνω επίπεδα, στρογγυλοποιημένος στον πλησιέστερο ακέραιο και ο βαθμός επίδοσης των φοιτητών στο μετά – τεστ. Οι παραπάνω βαθμοί επίδοσης ορίστηκαν ως ποσοτικές διακριτές μεταβλητές με εύρος 0 – 10.

Η ανάλυση έγινε ξεχωριστά για τους φοιτητές των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή), προκειμένου να παρατηρηθούν και να ελεγχθούν οι ομοιότητες και οι διαφορές αναφορικά με το διαφοροποιημένο πρόγραμμα σε *δύο διαφορετικά δείγματα* και να *μπορέσουμε να βγάλουμε γενικότερα συμπεράσματα*. Να σημειώσουμε βέβαια ότι τα δείγματα των φοιτητών των δύο μαθημάτων *επικαλύπτονται*, εφόσον τα μαθήματα είναι και τα δύο 2^{ου} Εξαμήνου και τα δεδομένα για τα δύο μαθήματα συλλέχθηκαν κατά την ίδια περίοδο (Εαρινό Εξάμηνο 2003 – 2004).

11.2.1. Έλεγχος 1^{ης} ερευνητικής υπόθεσης για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ

Προσκαλούμενο δείγμα

Ως *προσκαλούμενο δείγμα* θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών που έδωσαν το προ-τεστ, ένα σύνολο 129 φοιτητών. Οι φοιτητές χωρίστηκαν σε δύο ομάδες, αρχικά ανάλογα με το αν δήλωσαν ότι επιθυμούν να παρακολουθήσουν τα εργαστήρια ή όχι. Επειδή περισσότεροι φοιτητές εξέφρασαν επιθυμία για παρακολούθηση των εργαστηρίων από όσους μπορούσαν να συμμετέχουν λόγω περιορισμών του χώρου στα εργαστήρια αλλά και των διαθέσιμων ωρών, επιλέχθηκαν 60 φοιτητές για να παρακολουθήσουν τα εργαστήρια (σε δύο ομάδες των τριάντα 30 φοιτητών), ώστε οι ομάδες να παρουσιάζουν στατιστική «ισοδυναμία» ως προς την επίδοση των φοιτητών στο προ – τεστ (τα παραμετρικά και μη παραμετρικά κριτήρια να μην εμφανίζουν σημαντική διαφορά). Οι δύο ομάδες είχαν αντίστοιχα μέγεθος 60 και 69 φοιτητές, οπότε ικανοποιούν τις προϋποθέσεις των παραμετρικών κριτηρίων.

Group Statistics

Επιλέχθηκαν για τα εργαστήρια		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Ναι	60	5,02	1,771	,229
	Όχι	69	5,03	1,543	,186

Ο έλεγχος της ισότητας των δύο διακυμάνσεων (Levene's test for Equality of Variances) υποδεικνύει ότι δεν μπορούμε να προχωρήσουμε στην απόρριψη της ($F = 1,318$, $p\text{-value} = 0,253$). Συνεπώς θα χρησιμοποιήσουμε το t-test που αντιστοιχεί στην περίπτωση των ίσων διακυμάνσεων (Equal variances assumed). Τα αποτελέσματα ($t = -0,42$, $df = 127$, $p\text{-value} = 0,966$) έδειξαν ότι δεν υπάρχει σημαντική διαφορά στη μέση επίδοση των φοιτητών των δύο ομάδων.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means		
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)
Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Equal variances assumed	1,318	,253	-,042	127	,966
	Equal variances not assumed			-,042	118,009	,967

Η τιμή του Mann – Whitney U στατιστικού είναι 1971 και του ισοδύναμου Wilcoxon W είναι 3801. Δίνονται επίσης η τιμή της κανονικής προσέγγισης Z (ίδια και για τα δύο στατιστικά) ίση με $-0,48$ και η πιθανότητα σφάλματος τύπου I (πιθανότητα να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση με δεδομένο ότι αυτή ισχύει) ίση με $0,631$. Συνεπώς δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση ότι οι δύο ομάδες είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής.

Test Statistics^a

	Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ
Mann-Whitney U	1971,000
Wilcoxon W	3801,000
Z	-,480
Asymp. Sig. (2-tailed)	,631

a. Grouping Variable: Φοιτητές που επιλέχθηκαν να παρακολουθήσουν τα εργαστήρια του μαθήματος Απειροστικός II

Συμμετέχον δείγμα

Ως *συμμετέχον δείγμα* θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών που έδωσαν το μετά-τεστ, ένα σύνολο 119 φοιτητών. Από αυτούς, οι μεν που παρακολούθησαν το πρόγραμμα στα εργαστήρια ήταν 57, ενώ οι δε που παρακολούθησαν καθολικά το παραδοσιακό πρόγραμμα ήταν 62.

Προμηθειών τα δεδομένα δείγμα

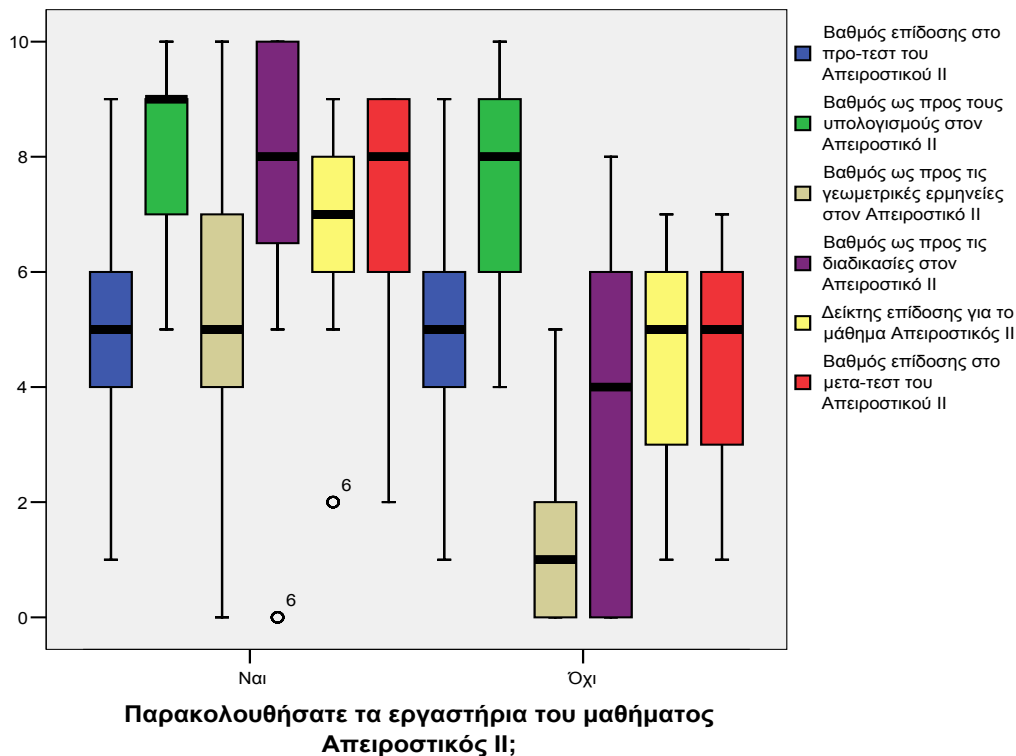
Ως *προμηθειών τα δεδομένα δείγμα* θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών για τους οποίους είχαμε επιδόσεις τόσο στο προ – τεστ όσο και στο μετά – τεστ, ένα σύνολο 104 φοιτητών. Από αυτούς οι 51 είχαν παρακολουθήσει τα εργαστήρια (Πειραματική Ομάδα) ενώ οι υπόλοιποι 53 δεν είχαν παρακολουθήσει τα εργαστήρια (Ομάδα Ελέγχου).

Τα περιγραφικά μεγέθη (μέγεθος δείγματος, μέσος όρος και τυπική απόκλιση) των επιδόσεων των φοιτητών των δύο ομάδων παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Group Statistics

Παρακολουθήσατε τα εργαστήρια;		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Ναι	51	5,02	1,827	,256
	Όχι	53	5,04	1,709	,235
Βαθμός ως προς τους υπολογισμούς	Ναι	51	8,24	1,491	,209
	Όχι	53	7,74	1,788	,246
Βαθμός ως προς τις γεωμετρικές ερμηνείες	Ναι	51	5,08	2,374	,332
	Όχι	53	1,51	1,660	,228
Βαθμός ως προς τις διαδικασίες	Ναι	51	7,69	2,811	,394
	Όχι	53	3,58	2,845	,391
Δείκτης επίδοσης υπολ. - γεωμ. ερμηνειών - διαδικ.	Ναι	51	7,04	1,865	,261
	Όχι	53	4,38	1,757	,241
Βαθμός επίδοσης στο μετα-τεστ	Ναι	51	7,20	1,939	,272
	Όχι	53	4,47	1,836	,252

Η γραφική αναπαράσταση των παραπάνω μεγεθών μπορεί να γίνει με το παρακάτω *συγκεντρωτικό θηκόγραμμα (Boxplot)*:



Οι κατανομές των συχνοτήτων των φοιτητών ως προς τις επιδόσεις τους στο προ-τεστ και στο μετά-τεστ, αλλά και ως προς τους υπολογισμούς, τις γεωμετρικές ερμηνείες, τις διαδικασίες και το δείκτη επίδοσης ως προς τα παραπάνω τρία επίπεδα, παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες για τις δύο ομάδες, την Πειραματική Ομάδα και την Ομάδα Ελέγχου:

Παρακολουθήσατε τα εργαστήρια του μαθήματος Απειροστικός ΙΙ; Ναι

	Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Βαθμός ως προς τους υπολογισμούς	Βαθμός ως προς τις γεωμετρικές ερμηνείες	Βαθμός ως προς τις διαδικασίες	Δείκτης επίδοσης υπολ. - γεωμ. ερμηνειών - διαδικασιών	Βαθμός επίδοσης στο μετα-τεστ
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
0	0	0	4	4	0	0
1	2	0	0	0	0	0
2	0	0	2	0	4	4
3	6	0	5	0	0	0
4	13	0	9	0	0	0
5	13	2	8	6	3	2
6	10	7	9	3	7	8
7	2	7	6	2	12	11
8	0	7	5	11	15	10
9	5	17	2	8	10	16
10	0	11	1	17	0	0
Total	51	51	51	51	51	51

Παρακολουθήσατε τα εργαστήρια του μαθήματος Απειροστικός ΙΙ; Όχι

	Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Βαθμός ως προς τους υπολογισμούς	Βαθμός ως προς τις γεωμετρικές ερμηνείες	Βαθμός ως προς τις διαδικασίες	Δείκτης επίδοσης υπολ. - γεωμ. ερμηνειών - διαδικασιών	Βαθμός επίδοσης στο μετα-τεστ
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
0	0	0	19	18	0	0
1	2	0	15	0	3	3
2	2	0	6	0	7	7
3	2	0	4	2	8	8
4	12	3	4	10	8	7
5	18	5	5	4	6	6
6	9	6	0	14	18	16
7	4	6	0	0	3	6
8	1	10	0	5	0	0
9	3	15	0	0	0	0
10	0	8	0	0	0	0
Total	53	53	53	53	53	53

Για τον έλεγχο της ισοδυναμίας ή της διαφοροποίησης των ομάδων χρησιμοποιήθηκαν δύο κριτήρια, το t -test για την ισότητα των μέσων δύο ανεξάρτητων δειγμάτων (παραμετρικό κριτήριο) και το κριτήριο $Mann - Whitney$ (μη παραμετρικό). Οι δύο ομάδες (Πειραματική Ομάδα και Ομάδα Ελέγχου) έχουν αντίστοιχα μέγεθος 51 και 53 φοιτητές, οπότε ικανοποιούν τις προϋποθέσεις των παραμετρικών κριτηρίων (μέγεθος δείγματος ≥ 30).

Χρησιμοποιούμε το t -test που αντιστοιχεί στην περίπτωση των ανεξάρτητων δειγμάτων που προέρχονται από ομοιογενείς πληθυσμούς (έχουν ίσες διακυμάνσεις) σε όλες τις περιπτώσεις, εκτός της επίδοσης στις γεωμετρικές ερμηνείες, όπου από τα αποτελέσματα δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα. Από τα αποτελέσματα του t -test, προκύπτει ότι μπορούμε να θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχει σημαντική διαφορά στη μέση επίδοση των φοιτητών της Πειραματικής Ομάδας και της Ομάδας

Ελέγχου ως προς το προ-τεστ (F = 0,319, p-value = 0,573 και t = - 0,52, df = 102, p-value = 0,958) και τους υπολογισμούς (F = 1,808, p-value = 0,182 και t = 1,544, df = 102, p-value = 0,126). Αντίθετα η μέση επίδοση των φοιτητών της Πειραματικής Ομάδας και της Ομάδας Ελέγχου *εμφανίζει σημαντική διαφοροποίηση ως προς τις διαδικασίες* (F = 1,502, p-value = 0,223 και t = 7,393, df = 102, p-value < 0,001), *το δείκτη επίδοσης υπολογισμών - γεωμετρικών ερμηνειών - διαδικασιών* (F = 0,425, p-value = 0,516 και t = 7,812, df = 102, p-value < 0,001) και *το μετά-τεστ* (F = 0,630, p-value = 0,429 και t = 7,360, df = 102, p-value < 0,001).

Στην περίπτωση της επίδοσης στις γεωμετρικές ερμηνείες, η t' - κρίσιμη τιμή όπως υπολογίζεται από τη διόρθωση Cochran & Cox, επειδή $t_1 \approx t_2$ για τα δεδομένα μεγέθη των δύο δειγμάτων $N_1 = 51$ και $N_2 = 53$, προκύπτει ότι t' - κρίσιμη τιμή $\approx t_1 \approx t_2 = 1,68$ για επίπεδο σημαντικότητας 5 %. Εφόσον $t = 8,855 > t'$ - κρίσιμη τιμή, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η μέση επίδοση των φοιτητών της Πειραματικής Ομάδας και της Ομάδας Ελέγχου *εμφανίζει σημαντική διαφοροποίηση ως προς τις γεωμετρικές ερμηνείες*.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means		
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)
Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Equal variances assumed	,319	,573	-,052	102	,958
	Equal variances not assumed			-,052	100,877	,958
Βαθμός ως προς τους υπολογισμούς	Equal variances assumed	1,808	,182	1,544	102	,126
	Equal variances not assumed			1,549	99,998	,125
Βαθμός ως προς τις γεωμετρικές ερμηνείες	Equal variances assumed	4,058	,047	8,914	102	,000
	Equal variances not assumed			8,855	89,145	,000
Βαθμός ως προς τις διαδικασίες	Equal variances assumed	1,502	,223	7,393	102	,000
	Equal variances not assumed			7,395	101,927	,000
Δείκτης επίδοσης υπολογισμών - γεωμ. ερμηνειών - διαδικ.	Equal variances assumed	,425	,516	7,812	102	,000
	Equal variances not assumed			7,799	100,475	,000
Βαθμός επίδοσης στο μετά-τεστ	Equal variances assumed	,630	,429	7,360	102	,000
	Equal variances not assumed			7,352	101,113	,000

Από το κριτήριο Mann - Whitney προκύπτει ότι η Πειραματική Ομάδα και η Ομάδα Ελέγχου μπορούν να *θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις επιδόσεις τους στο προ-τεστ* (U = 1295, p-value = 0,709) και *τους υπολογισμούς* (U = 1144,5, p-value = 0,169), ενώ μπορούμε να *απορρίψουμε την υπόθεση ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις επιδόσεις τους στις γεωμετρικές ερμηνείες* (U = 344, p-value < 0,001), *τις διαδικασίες* (U = 375,5, p-value < 0,001), *το δείκτη επίδοσης υπολογισμών-γεωμετρικών*

ερμηνειών-διαδικασιών (U = 340,5, p-value < 0,001) και τις επιδόσεις τους στο μετά-τεστ (U = 381, p-value < 0,001).

Test Statistics^a

	Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Βαθμός ως προς τους υπολογισμούς	Βαθμός ως προς τις γεωμ. ερμηνείες	Βαθμός ως προς τις διαδικασίες	Δείκτης επίδοσης υπολ. - γεωμ. ερμηνειών - διαδικασιών	Βαθμός επίδοσης στο μετα-τεστ
Mann-Whitney U	1295,500	1144,500	344,000	375,500	340,500	381,000
Wilcoxon W	2621,500	2575,500	1775,000	1806,500	1771,500	1812,000
Z	-,373	-1,376	-6,617	-6,424	-6,593	-6,386
Asymp. Sig. (2-tailed)	,709	,169	,000	,000	,000	,000

a. Grouping Variable: Παρακολουθήσατε τα εργαστήρια του μαθήματος Απειροστικός ΙΙ;

Αντίστοιχα αποτελέσματα παίρνουμε από την εφαρμογή του μη παραμετρικού κριτηρίου Kolmogorov-Smirnov Z test, με το οποίο ελέγχουμε αν οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής των δύο δειγμάτων προέρχονται από την ίδια κατανομή. Ειδικότερα:

Test Statistics^a

		Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Βαθμός ως προς τους υπολογ.	Βαθμός ως προς τις γεωμ. ερμηνείες	Βαθμός ως προς τις διαδικ.	Δείκτης επίδοσης υπολ. - γεωμ. ερμηνειών - διαδικ.	Βαθμός επίδοσης στο μετα-τεστ
Most Absolute		,072	,115	,637	,651	,669	,612
Extreme Positive		,041	,115	,637	,651	,669	,612
Differences Negative		-,072	,000	,000	,000	,000	,000
Kolmogorov-Smirnov Z		,368	,587	3,248	3,318	3,410	3,121
Asymp. Sig. (2-tailed)		,999	,882	,000	,000	,000	,000

a. Grouping Variable: Παρακολουθήσατε τα εργαστήρια του μαθήματος Απειροστικός ΙΙ;

11.2.2. Έλεγχος 1^{ης} ερευνητικής υπόθεσης για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

Προσκαλούμενο δείγμα

Ως προσκαλούμενο δείγμα θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών που έδωσαν το προ-τεστ, ένα σύνολο 75 φοιτητών. Οι φοιτητές χωρίστηκαν σε δύο ομάδες, αρχικά ανάλογα με το αν εξέφρασαν επιθυμία να παρακολουθήσουν τα εργαστήρια και σε δεύτερη φάση με τρόπο ώστε οι ομάδες να παρουσιάζουν στατιστική «ισοδυναμία» ως προς την επίδοση των φοιτητών στο προ - τεστ. Οι δύο ομάδες είχαν αντίστοιχα μέγεθος 36 και 39 φοιτητές.

Group Statistics

	Επιλέχθηκαν για τα εργαστήρια	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Ναι	36	5,53	1,576	,263
	Όχι	39	5,54	1,484	,238

Το μέγεθος των δύο δειγμάτων (36 και 39 φοιτητές αντίστοιχα) δεν μας εξασφαλίζει με ασφάλεια τις προϋποθέσεις των παραμετρικών κριτηρίων. Ενδεικνύεται λοιπόν ο έλεγχος της κανονικότητας των δύο

δειγμάτων (*Test of Normality*) μέσω του test των Kolmogorov–Smirnov. Τα αποτελέσματα (Πειραματική Ομάδα: Statistic = 0,187, df = 36, p–value = 0,003, Ομάδα Ελέγχου: Statistic = 0,206, df = 36, p–value < 0,001) έδειξαν ότι δεν μπορούμε να συμπεράνουμε ότι οι παρατηρήσεις για τις επιδόσεις των φοιτητών των δύο ομάδων ακολουθούν τη κανονική κατανομή.

Tests of Normality

Επιλέχθηκαν για τα εργαστήρια		Kolmogorov-Smirnov ^a		
		Statistic	df	Sig.
Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Ναι	,187	36	,003
	Όχι	,206	39	,000

a. Lilliefors Significance Correction

Ενδείκνυται η εφαρμογή μη παραμετρικών κριτηρίων για τον έλεγχο της ισοδυναμίας των δύο ομάδων. Από το κριτήριο Mann – Whitney ($U = 698,5$, $p\text{-value} = 0,970$) προκύπτει ότι δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση ότι οι δύο ομάδες είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς την επίδοση τους στο προ – τεστ.

Test Statistics^a

	Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ
Mann-Whitney U	698,500
Wilcoxon W	1364,500
Z	-,038
Asymp. Sig. (2-tailed)	,970

a. Grouping Variable: Φοιτητές που επιλέχθηκαν για τα εργαστήρια του μαθήματος Άλγεβρα (Επιλογή)

Συμμετέχον δείγμα

Ως *συμμετέχον δείγμα* θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών που έδωσαν το μετά–τεστ, ένα σύνολο 69 φοιτητών. Από αυτούς, οι μεν που παρακολούθησαν το πρόγραμμα στα εργαστήρια ήταν 34, ενώ οι δε που παρακολούθησαν καθολικά το παραδοσιακό πρόγραμμα ήταν 35.

Προμηθεύον τα δεδομένα δείγμα

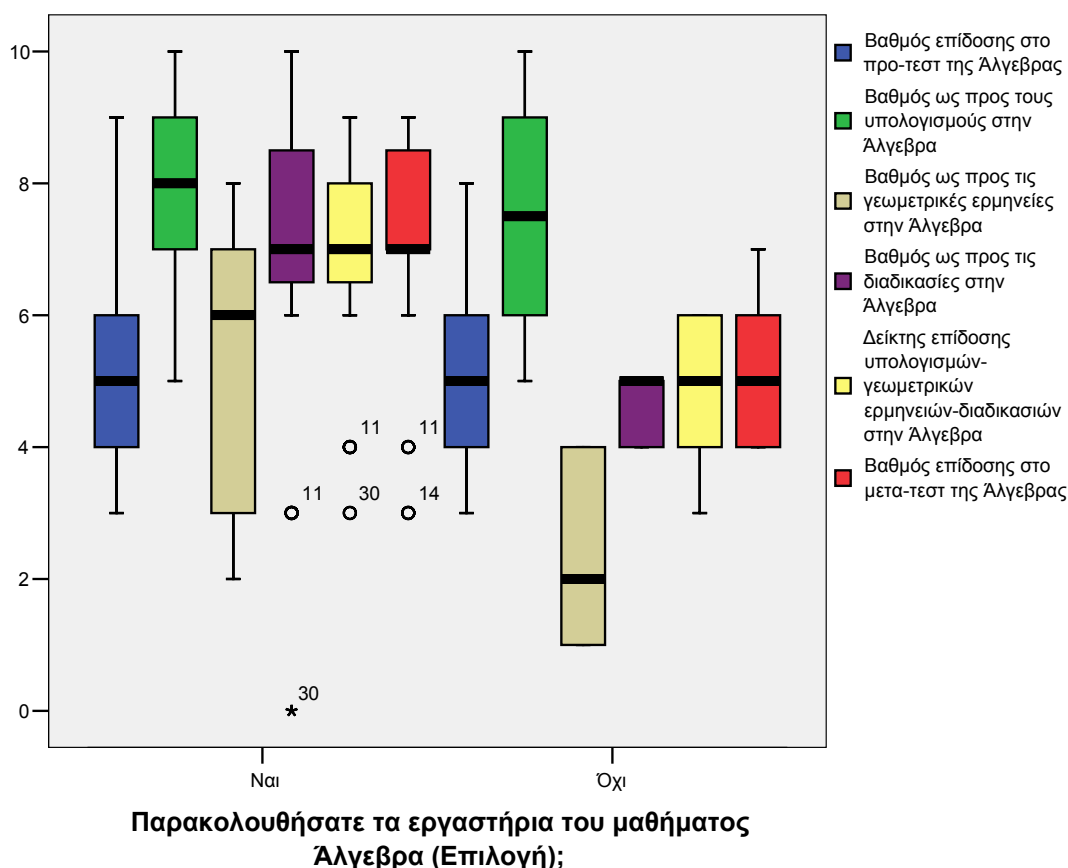
Ως *προμηθεύον τα δεδομένα δείγμα* θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών για τους οποίους είχαμε επιδόσεις τόσο στο προ – τεστ όσο και στο μετά – τεστ, ένα σύνολο 61 φοιτητών. Από αυτούς, οι 31 είχαν παρακολουθήσει τα εργαστήρια (Πειραματική Ομάδα) ενώ οι υπόλοιποι 30 δεν είχαν παρακολουθήσει τα εργαστήρια (Ομάδα Ελέγχου).

Τα *περιγραφικά μεγέθη* (μέγεθος δείγματος, μέσος όρος και τυπική απόκλιση) των επιδόσεων των φοιτητών των δύο ομάδων παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Group Statistics

	Παρακολουθήσατε τα εργαστήρια;	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Ναι	31	5,39	1,606	,288
	Όχι	30	5,33	1,398	,255
Βαθμός ως προς τους υπολογισμούς	Ναι	31	7,94	1,569	,282
	Όχι	30	7,50	1,776	,324
Βαθμός ως προς τις γεωμετρικές ερμηνείες	Ναι	31	5,42	1,963	,352
	Όχι	30	2,50	1,280	,234
Βαθμός ως προς τις διαδικασίες	Ναι	31	6,90	2,785	,500
	Όχι	30	4,60	,498	,091
Δείκτης επίδοσης υπολ. - γεωμ. ερμηνειών - διαδικ.	Ναι	31	6,75	1,870	,336
	Όχι	30	4,87	1,071	,195
Βαθμός επίδοσης στο μετα-τεστ	Ναι	31	6,97	1,941	,349
	Όχι	30	5,07	1,048	,191

Η γραφική αναπαράσταση των παραπάνω μεγεθών μπορεί να γίνει με το παρακάτω *συγκεντρωτικό θηκόγραμμα (Boxplot)*:



Οι κατανομές των συχνοτήτων των φοιτητών ως προς τις επιδόσεις τους στο προ-τεστ και στο μετά-τεστ, αλλά και ως προς τους υπολογισμούς, τις γεωμετρικές ερμηνείες, τις διαδικασίες και το δείκτη επίδοσης ως προς τα παραπάνω τρία επίπεδα, παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες για τις δύο ομάδες, την Πειραματική Ομάδα και την Ομάδα Ελέγχου:

Παρακολουθήσατε τα εργαστήρια του μαθήματος Άλγεβρα (Επιλογή); Ναι

	Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Βαθμός ως προς τους υπολογισμούς	Βαθμός ως προς τις γεωμετρικές ερμηνείες	Βαθμός ως προς τις διαδικασίες	Δείκτης επίδοσης υπολ. - γεωμ. ερμηνειών - διαδικασιών	Βαθμός επίδοσης στο μετα-τεστ
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
0	0	0	0	2	0	0
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	2	0	0	0
3	3	0	8	4	2	3
4	6	0	0	0	4	3
5	10	2	0	0	0	0
6	6	4	11	2	2	1
7	2	7	6	8	11	11
8	2	6	4	7	6	5
9	2	5	0	2	6	8
10	0	7	0	6	0	0
Total	31	31	31	31	31	31

Παρακολουθήσατε τα εργαστήρια του μαθήματος Άλγεβρα (Επιλογή); Όχι

	Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Βαθμός ως προς τους υπολογισμούς	Βαθμός ως προς τις γεωμετρικές ερμηνείες	Βαθμός ως προς τις διαδικασίες	Δείκτης επίδοσης υπολ. - γεωμ. ερμηνειών - διαδικασιών	Βαθμός επίδοσης στο μετα-τεστ
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	9	0	0	0
2	0	0	8	0	0	0
3	2	0	2	0	5	0
4	7	0	11	12	9	12
5	9	5	0	18	5	7
6	6	6	0	0	11	8
7	3	4	0	0	0	3
8	3	4	0	0	0	0
9	0	6	0	0	0	0
10	0	5	0	0	0	0
Total	30	30	30	30	30	30

Το μέγεθος των δύο δειγμάτων (31 και 30 φοιτητές αντίστοιχα) δεν μας εξασφαλίζει με ασφάλεια τις προϋποθέσεις των παραμετρικών κριτηρίων. Ενδείκνυται λοιπόν ο έλεγχος της κανονικότητας των δύο δειγμάτων (*Test of Normality*) μέσω του test των Kolmogorov-Smirnov. Τα αποτελέσματα, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα, έδειξαν ότι μπορούμε να συμπεράνουμε ότι οι παρατηρήσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή μόνο για το δείγμα των επιδόσεων των φοιτητών της Πειραματικής Ομάδας στους υπολογισμούς (Statistic = 0,144, df = 31, p-value = 0,102) σε επίπεδο σημαντικότητας 5 %, ενώ για τις επιδόσεις των φοιτητών της Ομάδας Ελέγχου στους υπολογισμούς δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα (Statistic = 0,167, df = 30, p-value = 0,031).

Tests of Normality

	Παρακολουθήσατε τα εργαστήρια;	Kolmogorov-Smirnov ^a		
		Statistic	df	Sig.
Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Ναι	,208	31	,001
	Όχι	,194	30	,005
Βαθμός ως προς τους υπολογισμούς	Ναι	,144	31	,102
	Όχι	,167	30	,031
Βαθμός ως προς τις γεωμετρικές ερμηνείες	Ναι	,294	31	,000
	Όχι	,246	30	,000
Βαθμός ως προς τις διαδικασίες	Ναι	,256	31	,000
	Όχι	,389	30	,000
Δείκτης επίδοσης υπολ. - γεωμ. ερμηνειών - διαδικ.	Ναι	,224	31	,000
	Όχι	,222	30	,001
Βαθμός επίδοσης στο μετά-τεστ	Ναι	,281	31	,000
	Όχι	,246	30	,000

a. Lilliefors Significance Correction

Ενδείκνυται η εφαρμογή *μη παραμετρικών κριτηρίων* για τον έλεγχο της ισοδυναμίας και της πιθανής διαφοροποίησης των δύο ομάδων ως προς τις διάφορες επιδόσεις. Από το κριτήριο *Mann – Whitney* προκύπτει ότι η Πειραματική Ομάδα και η Ομάδα Ελέγχου μπορούν να θεωρηθούν ότι *είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής* ως προς τις *επιδόσεις τους στο προ-τεστ* ($F = 465$, $p\text{-value} = 1,000$) και *τους υπολογισμούς* ($F = 397,5$, $p\text{-value} = 0,323$), ενώ μπορούμε να *απορρίψουμε την υπόθεση ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής* ως προς τις *επιδόσεις τους στις γεωμετρικές ερμηνείες* ($F = 130$, $p\text{-value} < 0,001$), *τις διαδικασίες* ($F = 180$, $p\text{-value} < 0,001$), το *δείκτη επίδοσης υπολογισμών-γεωμετρικών ερμηνειών-διαδικασιών* ($F = 176$, $p\text{-value} < 0,001$) και *τις επιδόσεις τους στο μετά-τεστ* ($F = 185,5$, $p\text{-value} < 0,001$).

Test Statistics^a

	Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Βαθμός ως προς τους υπολογ.	Βαθμός ως προς τις γεωμ. ερμηνείες	Βαθμός ως προς τις διαδικασίες	Δείκτης επίδοσης υπολ. - γεωμ. ερμηνειών - διαδικασιών	Βαθμός επίδοσης στο μετά-τεστ
Mann-Whitney U	465,000	397,500	130,000	180,000	176,000	185,500
Wilcoxon W	930,000	862,500	595,000	645,000	641,000	650,500
Z	,000	-,988	-4,894	-4,192	-4,184	-4,103
Asymp. Sig. (2-tailed)	1,000	,323	,000	,000	,000	,000

a. Grouping Variable: Παρακολουθήσατε τα εργαστήρια του μαθήματος Άλγεβρα (Επιλογή);

Από το κριτήριο *Kolmogorov – Smirnov* προκύπτει ότι μπορούμε να θεωρήσουμε για την Πειραματική Ομάδα και την Ομάδα Ελέγχου ότι οι *αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής τους προέρχονται από την ίδια κατανομή* ως προς τις *επιδόσεις τους στο προ-τεστ* ($Z = 0,252$, $p\text{-value} = 1,000$) και *τους υπολογισμούς* ($Z = 0,676$, $p\text{-value} = 0,751$), ενώ μπορούμε να *απορρίψουμε την παραπάνω υπόθεση* ως προς τις *επιδόσεις τους στις γεωμετρικές ερμηνείες* ($Z = 2,645$, $p\text{-value} = < 0,001$), *τις διαδικασίες* ($Z = 3,149$, $p\text{-value} < 0,001$), το *δείκτη επίδοσης υπολογισμών-γεωμετρικών ερμηνειών-διαδικασιών* ($Z = 2,897$, $p\text{-value} < 0,001$) και *τις επιδόσεις τους στο μετά-τεστ* ($Z = 2,632$, $p\text{-value} < 0,001$).

Test Statistics^a

		Βαθμός επίδοσης στο προ-τεστ	Βαθμός ως προς τους υπολογ.	Βαθμός ως προς τις γεωμ. ερμηνείες	Βαθμός ως προς τις διαδικ.	Δείκτης επίδοσης υπολ. - γεωμ. ερμηνειών - διαδικασιών	Βαθμός επίδοσης στο μετα-τεστ
Most Extreme	Absolute Differences	,065	,173	,677	,806	,742	,674
	Positive	,030	,000	,000	,194	,065	,097
	Negative	-,065	-,173	-,677	-,806	-,742	-,674
Kolmogorov-Smirnov Z		,252	,676	2,645	3,149	2,897	2,632
Asymp. Sig. (2-tailed)		1,000	,751	,000	,000	,000	,000

a. Grouping Variable: Παρακολουθήσατε τα εργαστήρια του μαθήματος Άλγεβρα (Επιλογή);

11.2.3. Αποτελέσματα του ελέγχου της 1^{ης} ερευνητικής υπόθεσης

Η πειραματική ερευνητική στρατηγική εφαρμόστηκε στα μαθήματα *Απειροστικός Λογισμός II* και *Άλγεβρα (Επιλογή)*, για τον έλεγχο της 1^{ης} ερευνητικής υπόθεσης. Από τα περιγραφικά μεγέθη, τις κατανομές των επιδόσεων των φοιτητών και τα παραμετρικά και μη παραμετρικά κριτήρια, προκύπτουν τα αποτελέσματα:

α) Η Πειραματική Ομάδα και η Ομάδα Ελέγχου εμφανίστηκαν *ισοδύναμες ως προς την επίδοση τους στο προ-τεστ*.

β) Μετά την εφαρμογή της διαφοροποιημένης διδακτικής προσέγγισης, οι δύο ομάδες εμφάνισαν *ομοιότητα στην επίδοση τους στους υπολογισμούς*, ενώ εμφάνισαν *σημαντική διαφοροποίηση στις γεωμετρικές ερμηνείες, στις διαδικασίες*, αλλά και στη συνολική επίδοση των φοιτητών, τόσο στο δείκτη επίδοσης υπολογισμών – γεωμετρικών ερμηνειών – διαδικασιών αλλά και στην επίδοση στο μετά-τεστ, ειδικότερα οι επιδόσεις των φοιτητών της Πειραματικής Ομάδας ήταν *σημαντικά μεγαλύτερες* από τις επιδόσεις των φοιτητών της Ομάδας Ελέγχου.

11.3. Έλεγχος επίδοσης φοιτητών στις τελικές εξετάσεις συγκριτικά με το πρόγραμμα διδασκαλίας

Όπως αναφέραμε στην παράγραφο 10.3.2., προκειμένου να ελέγξουμε την ισχύ της 2^{ης} ερευνητικής υπόθεσης χρησιμοποιήσαμε την *ex post facto σύγκριση (ή σύγκριση διαφορικών ομάδων)*. Ως δείγμα χρησιμοποιήσαμε τους φοιτητές που εξετάστηκαν στις τελικές εξετάσεις Ιουνίου 2004 των μαθημάτων *Απειροστικός Λογισμός II* και *Άλγεβρα (Επιλογή)*.

Ως *διαφορική μεταβλητή* θεωρήσαμε το αν οι φοιτητές έχουν παρακολουθήσει το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας στα εργαστήρια, οπότε διαμορφώθηκαν δύο ομάδες (Πειραματική Ομάδα και Ομάδα Ελέγχου). Ως *συγκρινόμενη μεταβλητή* θεωρήσαμε την επίδοση των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις των μαθημάτων *Απειροστικός Λογισμός II* και *Άλγεβρα (Επιλογή)* αντίστοιχα.

Προκειμένου να ελέγξουμε την «*ισοδυναμία*» των ομάδων πριν την εφαρμογή του *διαφοροποιημένου προγράμματος διδασκαλίας* συγκρίναμε τις δύο διαφορικές ομάδες ως προς την *επίδοση των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις ενός προηγούμενου μαθήματος*. Ειδικότερα για το μάθημα

Απειροστικός Λογισμός II χρησιμοποιήσαμε το μάθημα Απειροστικός Λογισμός I (του Α' εξαμήνου) και για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή) το μάθημα Εφαρμοσμένη Γραμμική Άλγεβρα (επίσης του Α' εξαμήνου).

Ως *συμμετέχον δείγμα* θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών που συμμετείχαν στις τελικές εξετάσεις των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή) αντίστοιχα. Ως *προμηθεύον τα δεδομένα δείγμα* θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών για τους οποίους είχαμε βαθμολογίες τόσο στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος όσο και στις τελικές εξετάσεις του αντίστοιχου προηγούμενου μαθήματος, όπως καθορίστηκε παραπάνω.

Ο έλεγχος για την ισοδυναμία των δύο ομάδων πριν την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος, αλλά και για πιθανή διαφοροποίηση τους μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος έγινε τόσο με *περιγραφικές μεθόδους* αλλά και με *μεθόδους της Επαγωγικής Στατιστικής*. Ειδικότερα από πλευράς μεθόδων Επαγωγικής Στατιστικής, χρησιμοποιήθηκαν τρία *κριτήρια*: το παραμετρικό κριτήριο *t-test για την ισότητα των μέσων δύο ανεξάρτητων δειγμάτων* και τα μη παραμετρικά κριτήρια *Mann-Whitney U test* και *Kolmogorov-Smirnov Z test*.

Η ανάλυση έγινε *ξεχωριστά* για τους φοιτητές των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή), προκειμένου να παρατηρηθούν και να ελεγχθούν οι ομοιότητες και οι διαφορές αναφορικά με το διαφοροποιημένο πρόγραμμα σε *δύο διαφορετικά δείγματα (τα οποία βέβαια επικαλύπτονται)* και να *μπορέσουμε να βγάλουμε γενικότερα συμπεράσματα*.

11.3.1. Έλεγχος 2^{ns} ερευνητικής υπόθεσης για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός II

Συμμετέχον δείγμα

Ως *συμμετέχον δείγμα* θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών που συμμετείχαν στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος Απειροστικός Λογισμός II, ένα σύνολο 332 φοιτητών. Από αυτούς, οι μεν που είχαν παρακολουθήσει το πρόγραμμα στα εργαστήρια ήταν 55, ενώ οι δε που παρακολούθησαν καθολικά το παραδοσιακό πρόγραμμα ήταν 277.

Group Statistics

	Φοιτητές που παρακολούθησαν τα εργαστήρια	N
Βαθμός εξετάσεων Απειροστικού II	Ναι	55
	Όχι	277
Βαθμός εξετάσεων Απειροστικού I	Ναι	51
	Όχι	236

Προμηθεύον τα δεδομένα δείγμα

Ως *προμηθεύον τα δεδομένα δείγμα* θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών για τους οποίους είχαμε βαθμολογίες τόσο στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος Απειροστικός Λογισμός II όσο και στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος Απειροστικός Λογισμός I, ένα σύνολο 289 φοιτητών. Από αυτούς οι 51 είχαν παρακολουθήσει τα εργαστήρια (Πειραματική Ομάδα) ενώ οι υπόλοιποι 236 δεν είχαν παρακολουθήσει τα εργαστήρια (Ομάδα Ελέγχου).

Τα περιγραφικά μεγέθη της βαθμολογίας των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Group Statistics

Φοιτητές που παρακολούθησαν τα εργαστήρια		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Βαθμός εξετάσεων Απειροστικού I	Ναι	51	4,76	2,346	,329
	Όχι	236	4,28	2,364	,154
Βαθμός εξετάσεων Απειροστικού II	Ναι	51	4,82	2,104	,295
	Όχι	236	2,93	2,340	,152

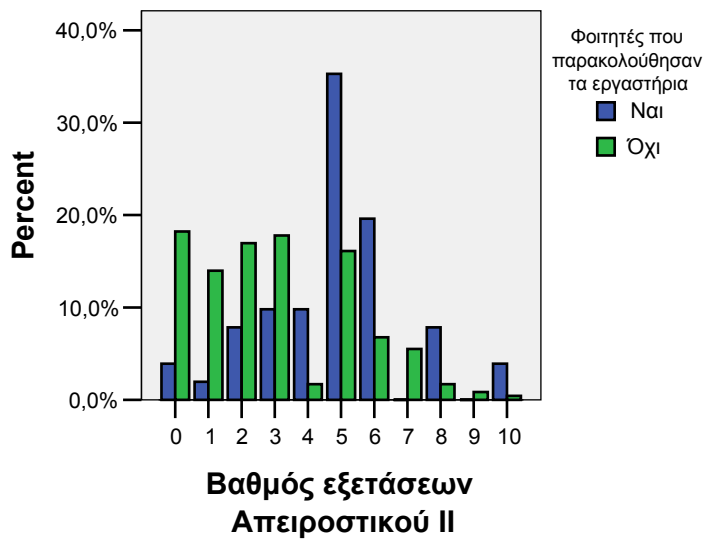
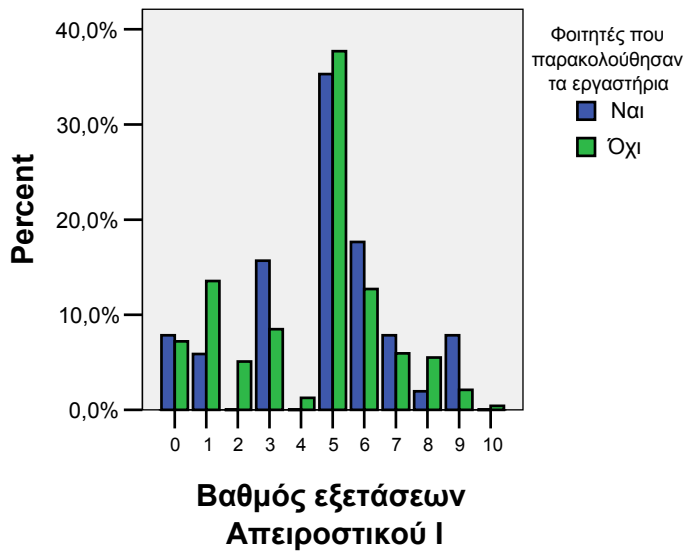
Οι κατανομές της βαθμολογίας των φοιτητών ως προς τα μαθήματα Απειροστικός I και Απειροστικός II και τα αντίστοιχα ραβδογράμματα (Barcharts) δίνονται παρακάτω:

Crosstabulation

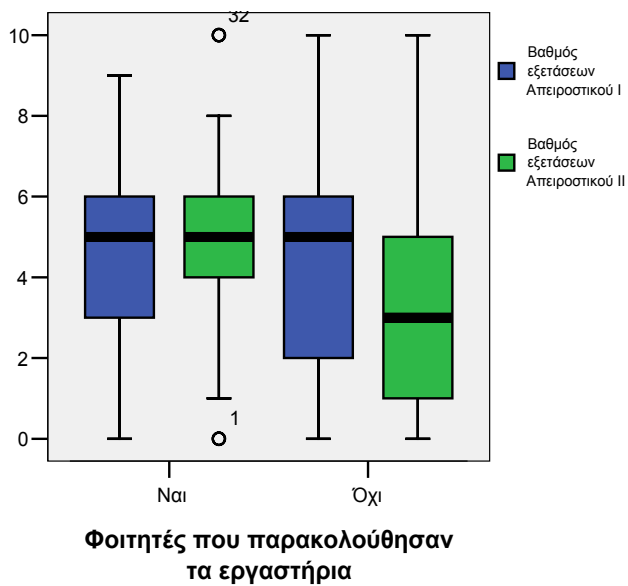
		Φοιτητές που παρακολούθησαν τα εργαστήρια	
		Ναι	Όχι
Βαθμολογία εξετάσεων Απειροστικού I	0	4 7,8%	17 7,2%
	1	3 5,9%	32 13,6%
	2	0 ,0%	12 5,1%
	3	8 15,7%	20 8,5%
	4	0 ,0%	3 1,3%
	5	18 35,3%	89 37,7%
	6	9 17,6%	30 12,7%
	7	4 7,8%	14 5,9%
	8	1 2,0%	13 5,5%
	9	4 7,8%	5 2,1%
	10	0 ,0%	1 ,4%
Total		51 100,0%	236 100,0%

Crosstabulation

		Φοιτητές που παρακολούθησαν τα εργαστήρια	
		Ναι	Όχι
Βαθμολογία εξετάσεων Απειροστικού II	0	2 3,9%	43 18,2%
	1	1 2,0%	33 14,0%
	2	4 7,8%	40 16,9%
	3	5 9,8%	42 17,8%
	4	5 9,8%	4 1,7%
	5	18 35,3%	38 16,1%
	6	10 19,6%	16 6,8%
	7	0 ,0%	13 5,5%
	8	4 7,8%	4 1,7%
	9	0 ,0%	2 ,8%
	10	2 3,9%	1 ,4%
Total		51 100%	236 100,0%



Η γραφική αναπαράσταση των παραπάνω μεγεθών μπορεί να γίνει με το παρακάτω *συγκεντρωτικό θηκόγραμμα (Boxplot)*:



Για τον έλεγχο της ισοδυναμίας ή της διαφοροποίησης των ομάδων χρησιμοποιήθηκαν τρία κριτήρια, το *t – test* για την ισότητα των μέσων δύο ανεξάρτητων δειγμάτων (παραμετρικό κριτήριο), το κριτήριο *Mann – Whitney* και το κριτήριο *Kolmogorov – Smirnov* (μη παραμετρικά). Οι δύο ομάδες (Πειραματική Ομάδα και Ομάδα Ελέγχου) έχουν αντίστοιχα μέγεθος 51 και 236 φοιτητές, οπότε ικανοποιούν τις προϋποθέσεις των παραμετρικών κριτηρίων (μέγεθος δείγματος ≥ 30).

Αρχικά ελέγχουμε αν οι πληθυσμοί από τους οποίους θεωρήθηκαν τα δείγματα μπορούν να θεωρηθούν ομοιογενείς (έχουν ίσες τυπικές αποκλίσεις). Στην περίπτωση του Απειροστικού Λογισμού I τα αποτελέσματα του ελέγχου ισότητας των διακυμάνσεων έδειξαν ότι οι πληθυσμοί από τους οποίους θεωρήθηκαν τα δείγματα μπορούν να θεωρηθούν ομοιογενείς, αφού $F = 1,080$, $p\text{-value} = 0,300$ και για 235 βαθμούς ελευθερίας στον αριθμητή και 50 στον παρονομαστή οι κρίσιμες *F – τιμές* σε επίπεδα σημαντικότητας 5% και 1% είναι 1,46 και 1,71 αντίστοιχα. Εφαρμόζουμε λοιπόν το *t–test* για ανεξάρτητα ανισοπληθή δείγματα που προέρχονται από ομοιογενείς πληθυσμούς. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι δύο ομάδες δεν παρουσιάζουν διαφορά ως προς τη μέση επίδοση τους στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος Απειροστικός I, εφόσον $t = 1,330$, $p\text{-value} = 0,958$ και για 285 βαθμούς ελευθερίας οι κρίσιμες *t – τιμές* σε επίπεδα σημαντικότητας 5% και 1% είναι 1,64 και 2,33 αντίστοιχα.

Στην περίπτωση του Απειροστικού Λογισμού II σχετικά με τον έλεγχο ισότητας των διακυμάνσεων, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι πληθυσμοί από τους οποίους θεωρήθηκαν τα δείγματα είναι ανομοιογενείς, αφού $F = 4,337$, $p\text{-value} = 0,038$ και για 235 βαθμούς ελευθερίας στον αριθμητή και 50 στον παρονομαστή οι κρίσιμες *F – τιμές* σε επίπεδα σημαντικότητας 5% και 1% είναι 1,46 και 1,71 αντίστοιχα. Εφαρμόζουμε λοιπόν το *t–test* για ανεξάρτητα ανισοπληθή δείγματα που προέρχονται από ανομοιογενείς πληθυσμούς.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι δύο ομάδες παρουσιάζουν διαφορά ως προς τη μέση επίδοση τους στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος Απειροστικός II, εφόσον $t = 5,702$, $p\text{-value} < 0,001$ και σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, $t_1 = 1,68$, $t_2 = 1,64$ και η διορθωμένη *t'* κρίσιμη τιμή είναι 1,67156.

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means		
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)
Βαθμός εξετάσεων Απειροστικού I	Equal variances assumed	1,080	,300	1,330	285	,184
	Equal variances not assumed			1,337	73,602	,185
Βαθμός εξετάσεων Απειροστικού II	Equal variances assumed	4,337	,038	5,324	285	,000
	Equal variances not assumed			5,702	79,094	,000

Από το κριτήριο *Mann – Whitney* προκύπτει ότι η Πειραματική Ομάδα και η Ομάδα Ελέγχου μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τη βαθμολογία τους στον Απειροστικό I ($U = 5336,5$, $p\text{-value} = 0,191$), ενώ μπορούμε να απορρίψουμε την

παραπάνω υπόθεση για τη βαθμολογία των ομάδων στον Απειροστικό ΙΙ ($U = 3331,5$, $p\text{-value} < 0,001$). Αντίστοιχα αποτελέσματα παίρνουμε από την εφαρμογή του κριτηρίου Kolmogorov–Smirnov Z test, με το οποίο ελέγχουμε αν οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής των δύο δειγμάτων προέρχονται από την ίδια κατανομή (Απειροστικός Ι: $Z = 0,785$, $p\text{-value} = 0,569$ και Απειροστικός ΙΙ: $Z = 2,812$, $p\text{-value} < 0,001$).

Test Statistics^a

	Βαθμός εξετάσεων Απειροστικού Ι	Βαθμός εξετάσεων Απειροστικού ΙΙ
Mann-Whitney U	5336,500	3331,500
Wilcoxon W	33302,500	31297,500
Z	-1,306	-5,054
Asymp. Sig. (2-tailed)	,191	,000

a. Grouping Variable: Φοιτητές που παρακολούθησαν τα εργαστήρια

Test Statistics^a

		Βαθμός εξετάσεων Απειροστικού Ι	Βαθμός εξετάσεων Απειροστικού ΙΙ
Most Extreme Differences	Absolute	,121	,434
	Positive	,121	,434
	Negative	-,006	,000
Kolmogorov-Smirnov Z		,785	2,812
Asymp. Sig. (2-tailed)		,569	,000

a. Grouping Variable: Φοιτητές που παρακολούθησαν τα εργαστήρια

11.3.2. Έλεγχος 2^{ης} ερευνητικής υπόθεσης για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

Συμμετέχον δείγμα

Ως συμμετέχον δείγμα θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών που συμμετείχαν στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος Άλγεβρα (Επιλογή), ένα σύνολο 130 φοιτητών. Από αυτούς, 33 είχαν παρακολουθήσει το πρόγραμμα στα εργαστήρια, ενώ 97 φοιτητές όχι.

Group Statistics

	Φοιτητές που παρακολούθησαν τα εργαστήρια	N
Βαθμός εξετάσεων Άλγεβρας (Επιλ.)	Ναι	33
	Όχι	97
Βαθμός Εφαρμ. Γραμ. Άλγεβρας	Ναι	32
	Όχι	91

Προμηθεύον τα δεδομένα δείγμα

Ως προμηθεύον τα δεδομένα δείγμα θεωρήσαμε το σύνολο των φοιτητών για τους οποίους είχαμε βαθμολογίες τόσο στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος Άλγεβρα (Επιλογή) όσο και στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος Εφαρμοσμένη Γραμμική Άλγεβρα, ένα σύνολο 123 φοιτητών. Από αυτούς οι 32 είχαν

παρακολουθήσει τα εργαστήρια (Πειραματική Ομάδα) ενώ οι υπόλοιποι 91 δεν είχαν παρακολουθήσει τα εργαστήρια (Ομάδα Ελέγχου).

Τα περιγραφικά μεγέθη της βαθμολογίας των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Group Statistics

		Φοιτητές που παρακολούθησαν τα εργαστήρια	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Βαθμός Εφαρμ. Γραμ. Άλγεβρας	Ναι		32	5,66	3,012	,532
	Όχι		91	5,56	2,291	,240
Βαθμός εξετάσεων Άλγεβρας (Επιλ.)	Ναι		32	6,44	2,313	,409
	Όχι		91	4,27	2,890	,303

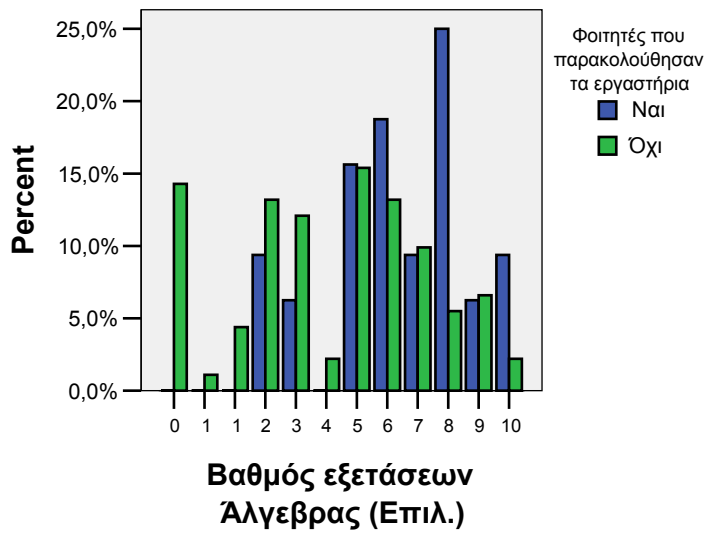
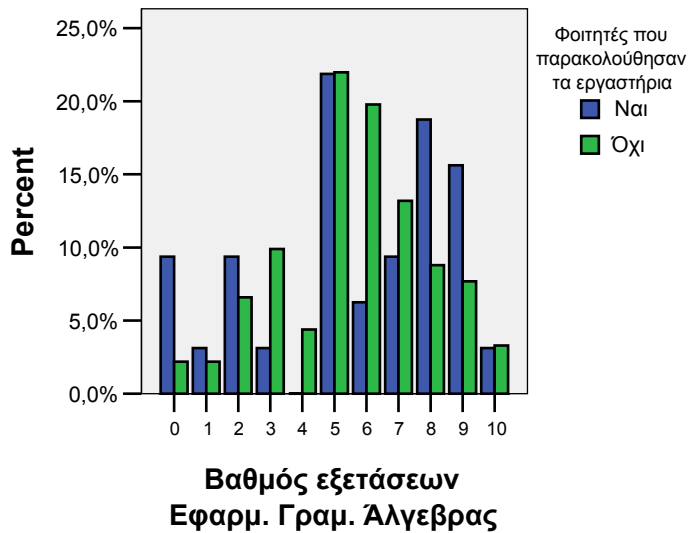
Οι κατανομές της βαθμολογίας των φοιτητών ως προς τα μαθήματα Απειροστικός I και Απειροστικός II και τα αντίστοιχα ραβδογράμματα (Barcharts) δίνονται παρακάτω:

Crosstabulation

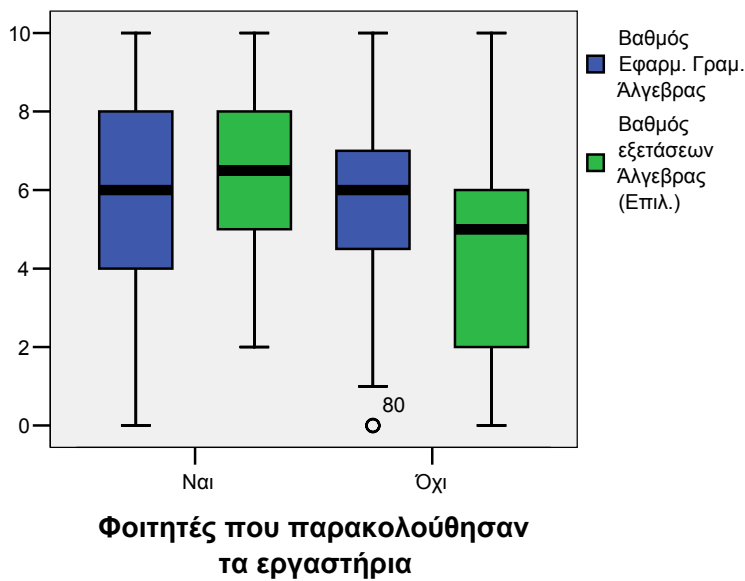
		Φοιτητές που παρακολούθησαν τα εργαστήρια	
		Ναι	Όχι
		Βαθμολογία εξετάσεων Εφαρμοσμ. Γραμμικής Άλγεβρας	
0	3 9,4%	2 2,2%	
1	1 3,1%	2 2,2%	
2	3 9,4%	6 6,6%	
3	1 3,1%	9 9,9%	
4	0 ,0%	4 4,4%	
5	7 21,9%	20 22,0%	
6	2 6,3%	18 19,8%	
7	3 9,4%	12 13,2%	
8	6 18,8%	8 8,8%	
9	5 15,6%	7 7,7%	
10	1 3,1%	3 3,3%	
Total	32 100%	91 100,0%	

Crosstabulation

		Φοιτητές που παρακολούθησαν τα εργαστήρια	
		Ναι	Όχι
Βαθμολογία εξετάσεων Άλγεβρας (Επιλ.)	0	0 ,0%	13 14,3%
	1	0 ,0%	1 1,1%
	1	0 ,0%	4 4,4%
	2	3 9,4%	12 13,2%
	3	2 6,3%	11 12,1%
	4	0 ,0%	2 2,2%
	5	5 15,6%	14 15,4%
	6	6 18,8%	12 13,2%
	7	3 9,4%	9 9,9%
	8	8 25,0%	5 5,5%
	9	2 6,3%	6 6,6%
10	3 9,4%	2 2,2%	
Total	32 100,0%	91 100%	



Η γραφική αναπαράσταση των παραπάνω μεγεθών μπορεί να γίνει με το παρακάτω *συγκεντρωτικό* *θηκόγραμμα (Boxplot)*:



Το μέγεθος του δείγματος της Πειραματικής Ομάδας (32 φοιτητές) δεν μας εξασφαλίζει με ασφάλεια τις προϋποθέσεις των παραμετρικών κριτηρίων. Ενδείκνυται λοιπόν ο έλεγχος της κανονικότητας των δειγμάτων των βαθμολογιών της Πειραματικής Ομάδας στα μαθήματα Εφαρμοσμένη Γραμμική Άλγεβρα και Άλγεβρα (Επιλογή) μέσω του *test των Kolmogorov-Smirnov*. Τα αποτελέσματα, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα, έδειξαν ότι δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα σχετικά με το αν οι βαθμολογίες της Πειραματικής Ομάδας ακολουθούν την κανονική κατανομή σε επίπεδο σημαντικότητας 5 % (Εφαρμ. Γραμ. Άλγεβρα: Statistic = 0,164, df = 32, p-value = 0,029 και Άλγεβρα (Επιλ.): Statistic = 0,157, df = 32, p-value = 0,045).

Tests of Normality

Φοιτητές που παρακολούθησαν τα εργαστήρια		Kolmogorov-Smirnov ^a		
		Statistic	df	Sig.
Βαθμός Εφαρμ. Γραμ. Άλγεβρας	Ναι	,164	32	,029
	Όχι	,151	91	,000
Βαθμός εξετάσεων Άλγεβρας (Επιλ.)	Ναι	,157	32	,045
	Όχι	,127	91	,001

a. Lilliefors Significance Correction

Συνεπώς ενδείκνυται η εφαρμογή *μη παραμετρικών κριτηρίων* για τον έλεγχο της ισοδυναμίας και της πιθανής διαφοροποίησης των δύο ομάδων ως προς τις βαθμολογίες των φοιτητών. Από το κριτήριο *Mann - Whitney* προκύπτει ότι η Πειραματική Ομάδα και η Ομάδα Ελέγχου μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις βαθμολογίες των φοιτητών στην Εφαρμοσμένη Γραμμική Άλγεβρα ($F = 1360,5$, p-value = 0,578), ενώ μπορούμε να απορρίψουμε την παραπάνω υπόθεση για τις βαθμολογίες των φοιτητών στην Άλγεβρα (Επιλογή) ($F = 834,5$, p-value < 0,001).

Test Statistics^a

	Βαθμός Εφαρμ. Γραμ. Άλγεβρας	Βαθμός εξετάσεων Άλγεβρας (Επιλ.)
Mann-Whitney U	1360,500	834,500
Wilcoxon W	5546,500	5020,500
Z	-,556	-3,607
Asymp. Sig. (2-tailed)	,578	,000

a. Grouping Variable: Φοιτητές που παρακολούθησαν τα εργαστήρια

Από το κριτήριο *Kolmogorov - Smirnov* προκύπτει ότι μπορούμε να θεωρήσουμε για την Πειραματική Ομάδα και την Ομάδα Ελέγχου ότι οι *αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής τους προέρχονται από την ίδια κατανομή* ως προς τις βαθμολογίες των φοιτητών στην Εφαρμοσμένη Γραμμική Άλγεβρα ($Z = 0,862$, p-value = 0,447), ενώ μπορούμε οριακά να απορρίψουμε την παραπάνω υπόθεση για τις βαθμολογίες των φοιτητών στην Άλγεβρα (Επιλογή) ($Z = 1,539$, p-value = 0,018) σε επίπεδο σημαντικότητας 5 %.

Test Statistics^a

		Βαθμός Εφαρμ. Γραμ. Άλγεβρας	Βαθμός εξετάσεων Άλγεβρας (Επιλ.)
Most Extreme Differences	Absolute	,177	,316
	Positive	,177	,316
	Negative	-,109	,000
Kolmogorov-Smirnov Z		,862	1,539
Asymp. Sig. (2-tailed)		,447	,018

a. Grouping Variable: Φοιτητές που παρακολούθησαν τα εργαστήρια

11.3.3. Αποτελέσματα του ελέγχου της 2^{ης} ερευνητικής υπόθεσης

Η *ex post facto* σύγκριση (ή σύγκριση διαφορετικών ομάδων) εφαρμόστηκε στα μαθήματα *Απειροστικός Λογισμός II* και *Άλγεβρα (Επιλογή)*, για τον έλεγχο της 2^{ης} ερευνητικής υπόθεσης. Από τα περιγραφικά μεγέθη, τις κατανομές των επιδόσεων των φοιτητών και τα παραμετρικά και μη παραμετρικά κριτήρια, προκύπτουν τα *αποτελέσματα*:

α) Για καθένα από τα μαθήματα *Απειροστικός II* και *Άλγεβρα (Επιλογή)*, η Πειραματική Ομάδα και η Ομάδα Ελέγχου εμφανίστηκαν *ισοδύναμες* ως προς την *βαθμολογία των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις ενός προηγούμενου μαθήματος*, ειδικότερα στα μαθήματα *Απειροστικός I* και *Εφαρμοσμένη Γραμμική Άλγεβρα* αντίστοιχα.

β) Μετά την εφαρμογή της διαφοροποιημένης διδακτικής προσέγγισης, οι δύο ομάδες εμφάνισαν *σημαντική διαφοροποίηση στην βαθμολογία των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις του καθενός από τα μαθήματα Απειροστικός II και Άλγεβρα (Επιλογή)*, ειδικότερα οι επιδόσεις των φοιτητών της Πειραματικής Ομάδας ήταν *σημαντικά μεγαλύτερες* από τις επιδόσεις των φοιτητών της Ομάδας Ελέγχου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12. ΜΕΛΕΤΗ ΔΙΑΘΕΣΕΩΝ – ΣΤΑΣΕΩΝ ΦΟΙΤΗΤΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

12.1. Εισαγωγή

Το κεφάλαιο 12 ασχολείται με τη μελέτη του 1^{ου} διερευνητικού ερωτήματος, όπως διατυπώθηκε και αναπτύχθηκε στην παράγραφο 10.3.3. Προκειμένου να μελετήσουμε το 1^ο διερευνητικό ερώτημα, χρησιμοποιήσαμε την *διερευνητική – περιγραφική στρατηγική*, την *επαγωγική ανάλυση* και την *πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων*.

Ως *δείγμα* χρησιμοποιήσαμε τους φοιτητές των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή), που είχαν παρακολουθήσουν το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας στα εργαστήρια και συμπλήρωσαν το ερωτηματολόγιο διαθέσεων – στάσεων απέναντι στη διδακτική προσέγγιση με τη βοήθεια του υπολογιστή.

Η διερευνητική – περιγραφική ανάλυση περιλαμβάνει *τέσσερις θεματικούς άξονες*: α) *Γενικά χαρακτηριστικά* των φοιτητών που συμμετείχαν, β) *Επίδοση των φοιτητών* μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας, γ) *Χαρακτηριστικά του λογισμικού* που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο και δ) *Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης* με τη βοήθεια του υπολογιστή, με επιμέρους άξονες: δ₁) Χαρακτηριστικά *ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης*, δ₂) Χαρακτηριστικά *ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης* και δ₃) *Γενικά χαρακτηριστικά* της διδακτικής προσέγγισης.

Η επαγωγική ανάλυση περιλαμβάνει τη μελέτη *ομοιοτήτων και διαφορών στις απόψεις μεταξύ ομάδων φοιτητών* που συναντώνται στο δείγμα. Ειδικότερα έγινε ομαδοποίηση των φοιτητών ανάλογα με το *φύλο και την εμπειρία στη χρήση υπολογιστή* και μελέτη με *μη παραμετρικά κριτήρια*, σε συνδυασμό με τους *πίνακες συνάφειας*.

Η πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων βασίστηκε στις μεθόδους της *Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών* και της *Αυτόματης Ταξινόμησης*, για τη δημιουργία *ομοιογενών ομάδων ατόμων*.

Η ανάλυση βασίστηκε σε *δεδομένα (data)* που συλλέχθηκαν από: α) Την κωδικοποίηση του *ερωτηματολογίου διαθέσεων – στάσεων* απέναντι στη διδακτική προσέγγιση με τη βοήθεια του υπολογιστή και β) Την κωδικοποίηση της *αξιολόγησης του ερωτηματολογίου γνώσεων – δεξιοτήτων* μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας (μετά-τεστ) και γ) Τις *βαθμολογίες των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις* των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή).

Οι *βαθμολογίες των φοιτητών στο μετά – τεστ* (υπολογισμοί, γεωμετρικές ερμηνείες, διαδικασίες, δείκτης επίδοσης και συνολική επίδοση) και *στις τελικές εξετάσεις* των μαθημάτων επανακωδικοποιήθηκαν ως *μεταβλητές διάταξης* ως εξής:

Προηγούμενες τιμές	Νέες τιμές	Χαρακτηρισμός
0 – 2	1	Άσχημα
3 – 4	2	Μέτρια
5 – 6	3	Καλά
7 – 8	4	Πολύ καλά
9 – 10	5	Άριστα

Οι απαντήσεις των φοιτητών στην επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης, μπορούν να χαρακτηριστούν ως εξής:

α) *Θετική στάση ή άποψη* απέναντι στις απόψεις που εκφράζουν οι ερωτήσεις θεωρούμε ότι εκφράζουν *απαντήσεις από 5 και πάνω*.

β) *Απόλυτα θετική απάντηση* θεωρούμε ότι εκφράζουν οι *απαντήσεις 6 και 7*.

γ) Η *απάντηση 4* εκφράζει τη *μη λήψη θέσης* σχετικά με την άποψη που εκφράζεται.

δ) *Αρνητική στάση ή άποψη* εκφράζουν *απαντήσεις από 3 και κάτω*.

ε) *Απόλυτα αρνητική απάντηση* θεωρούμε ότι εκφράζουν οι *απαντήσεις 1 και 2*.

Η ανάλυση έγινε ξεχωριστά για τους φοιτητές των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή), προκειμένου να παρατηρηθούν και να ελεγχθούν οι διαθέσεις – στάσεις των φοιτητών σε δύο διαφορετικά δείγματα (τα οποία είναι βέβαια επικαλυπτόμενα) και να μπορέσουμε να βγάλουμε γενικότερα συμπεράσματα.

12.2. Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το 1^ο διερευνητικό ερώτημα

12.2.1 Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ

12.2.1.1. Γενικά χαρακτηριστικά των φοιτητών που συμμετείχαν

Οι φοιτητές που συμμετείχαν στο δείγμα του 1^{ου} διερευνητικού ερωτήματος για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός Ι ήταν 54. Ως προς το φύλο, 19 ήταν αγόρια (35,2 %) και 35 ήταν κορίτσια (64,8 %).

	Φύλο	
	Count	%
Αγόρια	19	35,2%
Κορίτσια	35	64,8%
Total	54	100,0%

Οι περισσότεροι από τους φοιτητές που συμμετείχαν στην έρευνα διαθέσεων δήλωσαν ότι *έκαναν χρήση του υπολογιστή* είτε στο Πανεπιστήμιο (72,2 %) είτε στο σπίτι (85,2 %).

	Χρησιμοποιείτε υπολογιστή στο πανεπιστήμιο;		Χρησιμοποιείτε υπολογιστή στο σπίτι;	
	Count	%	Count	%
Ναι	39	72,2%	46	85,2%
Όχι	15	27,8%	8	14,8%
Total	54	100,0%	54	100,0%

Ως προς την *εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή*, το 50,0 % των φοιτητών δήλωσε ότι έκανε χρήση του υπολογιστή για περισσότερο από 3 χρόνια, το 30,8 % από 1 έως 3 χρόνια και το 19,2 % λιγότερο από 1 χρόνο.

	Πόσο καιρό χρησιμοποιείτε τον υπολογιστή;	
	Count	%
Λιγότερο από 1 χρόνο	10	19,2%
1 έως 3 χρόνια	16	30,8%
Περισσότερο από 3 χρόνια	26	50,0%
Total	52	100,0%

Οι φοιτητές δήλωσαν ότι *χρησιμοποιούν τον υπολογιστή κυρίως ως κειμενογράφο* (88,46 %), για στατιστικά προγράμματα (23,1 %), για προγραμματισμό (17,3 %), για παιχνίδια (51,9 %) ή κάνουν χρήση του διαδικτύου (69,2 %). Το 3,8 % των φοιτητών δήλωσε άλλη χρήση, ειδικότερα «επεξεργασία φωτογραφίας / ζωγραφική» και «μουσική ή προβολή ταινιών».

Στην ερώτηση για το *ενδιαφέρον των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή*, θετική στάση (5 και πάνω) εξέφρασε το 88,4 % των φοιτητών. Μάλιστα το 69,2 % των φοιτητών έδωσε απόλυτα θετική απάντηση (6 ή 7).

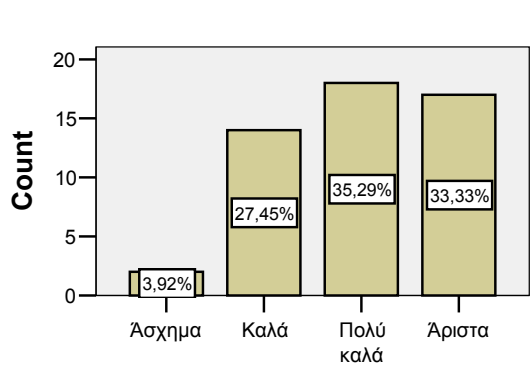
	Σας προκαλεί ενδιαφέρον η χρήση του Η/Υ;	
	Count	%
1	2	3,8%
3	2	3,8%
4	2	3,8%
5	10	19,2%
6	19	36,5%
7	17	32,7%
Total	52	100,0%

12.2.1.2. Επίδοση των φοιτητών μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας

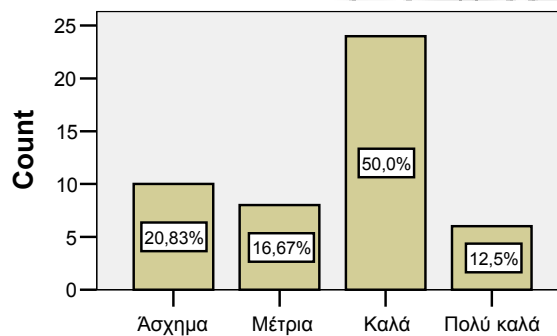
Η *επίδοση των φοιτητών μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας*, στο μετά – τεστ και στις τελικές εξετάσεις, μπορεί να χαρακτηριστεί *πολύ ικανοποιητική*, εφόσον ήταν *καλή έως άριστη* για το σύνολο των φοιτητών στους υπολογισμούς, για το 62,7 % στις γεωμετρικές ερμηνείες, για το 96,1 % στις διαδικασίες, επίσης για το 96,1 % στο δείκτη επίδοσης, για το 96,1 % στη συνολική επίδοση στο μετά – τεστ και για το 62,5 % των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις.

	Επίδοση στους υπολογισμούς		Επίδοση στις γεωμ. ερμηνείες		Επίδοση στις διαδικασίες		Δείκτης επίδοσης	
	Count	%	Count	%	Count	%	Count	%
Άσχημα	0	,0%	4	7,8%	2	3,9%	2	3,9%
Μέτρια	0	,0%	15	29,4%	0	,0%	0	,0%
Καλά	9	17,6%	17	33,3%	11	21,6%	14	27,5%
Πολύ καλά	16	31,4%	11	21,6%	15	29,4%	26	51,0%
Άριστα	26	51,0%	4	7,8%	23	45,1%	9	17,6%
Total	51	100,0%	51	100,0%	51	100,0%	51	100,0%

	Επίδοση στο μετα-τεστ		Επίδοση στις τελικές εξετάσεις	
	Count	%	Count	%
Άσχημα	2	3,9%	10	20,8%
Μέτρια	0	,0%	8	16,7%
Καλά	14	27,5%	24	50,0%
Πολύ καλά	18	35,3%	6	12,5%
Άριστα	17	33,3%	0	,0%
Total	51	100,0%	48	100,0%



Επίδοση στο μετα-τεστ



Επίδοση στις τελικές εξετάσεις

12.2.1.3. Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο

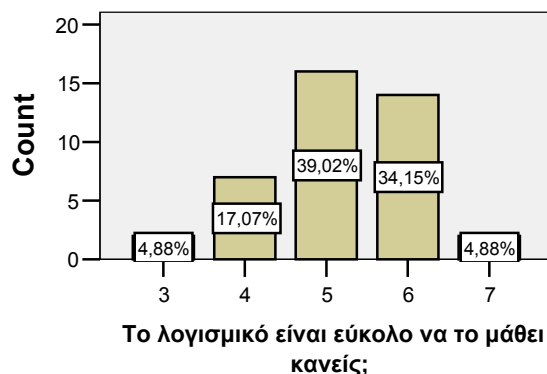
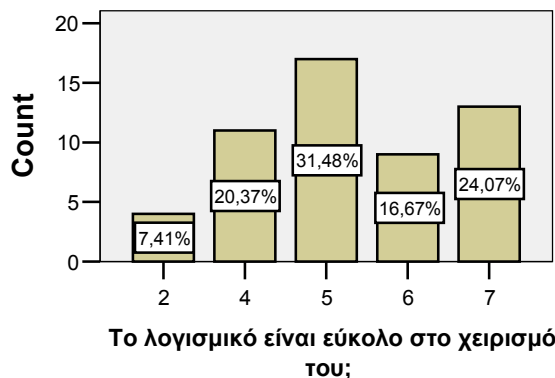
Οι απόψεις των φοιτητών σχετικά με τα *χαρακτηριστικά του μαθηματικού πακέτου* που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο (Mathematica) δίνονται παρακάτω:

- 1) Το λογισμικό θεωρήθηκε ότι *ξεκινάει εύκολα* από το 90,4 % των φοιτητών.

	Το λογισμικό ξεκινάει εύκολα;	
	Count	%
Ναι	47	90,4%
Όχι	5	9,6%
Total	52	100,0%

2) Στην ερώτηση σχετικά με το αν το λογισμικό είναι *εύκολο στο χειρισμό του*, θετική άποψη (5 και πάνω στην επταβάθμια κλίμακα) είχε το 72,3 % των φοιτητών και ως προς το αν το λογισμικό είναι *εύκολο να το μάθει κανείς* το 78 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις, εξέφρασε μόνο το 7,4 % και 4,9 % αντίστοιχα.

	Το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του;		Το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς;	
	Count	%	Count	%
2	4	7,4%	0	,0%
3	0	,0%	2	4,9%
4	11	20,4%	7	17,1%
5	17	31,5%	16	39,0%
6	9	16,7%	14	34,1%
7	13	24,1%	2	4,9%
Total	54	100,0%	41	100,0%



3) Οι *προσ απαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση του λογισμικού*, σύμφωνα με τους φοιτητές, είναι κυρίως η εμπειρία στο χειρισμό (53,9 %) και δευτερευόντως η γνώση των εντολών του λογισμικού (38,9 %) και οι γνώσεις προγραμματισμού (25,9 %). Το 31,5 % των φοιτητών δήλωσε ότι δεν είναι απαραίτητες προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες.

4) Στην ερώτηση αν το λογισμικό έχει *απλό φορμαλισμό*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 63,4 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν έχει *δυναμικό φορμαλισμό* το 85,4 % των φοιτητών. Επίσης θετική άποψη στην ερώτηση αν το λογισμικό είναι *γενικεύσιμο* εξέφρασε το 63 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε μόνο το 2,4 %, 0 % και 14,8 % αντίστοιχα.

	Το λογισμικό έχει απλό φορμαλισμό;		Το λογισμικό έχει δυναμικό φορμαλισμό;		Το λογισμικό είναι γενικεύσιμο;	
	Count	%	Count	%	Count	%
2	0	,0%	0	,0%	2	3,7%
3	1	2,4%	0	,0%	6	11,1%
4	14	34,1%	6	14,6%	12	22,2%
5	11	26,8%	6	14,6%	23	42,6%
6	9	22,0%	17	41,5%	8	14,8%
7	6	14,6%	12	29,3%	3	5,6%
Total	41	100,0%	41	100,0%	54	100,0%

5) Οι απόψεις σχετικά με το αν οι φοιτητές μπορούν να *χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή* είναι μοιρασμένες προς αρνητικές, εφόσον το 55,6 % των φοιτητών έδωσε αρνητική απάντηση στο αντίστοιχο ερώτημα.

	Μπορείτε να χειρίζεστε το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή;	
	Count	%
Ναι	24	44,4%
Όχι	30	55,6%
Total	54	100,0%

6) Οι *διευκρινίσεις και επεξηγήσεις του λογισμικού* όταν υπάρχουν λάθη στην είσοδο των δεδομένων, σε μία επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από Ανεπαρκείς έως Καλές, αξιολογήθηκαν θετικά από το 64,9 % των φοιτητών (5 και πάνω), ειδικότερα καλές (6 ή 7) από το 37,1 % και επαρκείς (5) από το 27,8 % των φοιτητών.

Η *βοήθεια του λογισμικού (help browser)*, επίσης σε μία επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από Ανεπαρκής έως Καλή, αξιολογήθηκε θετικά από το 64,8 % των φοιτητών (5 και πάνω), ειδικότερα καλή (6 ή 7) από το 33,3 % και επαρκής (5) από το 31,5 % των φοιτητών.

	Πως θα χαρακτηρίζατε τις διευκρινίσεις / επεξηγήσεις του λογισμικού σχετικά με τα λάθη στην είσοδο των δεδομένων;		Πως θα χαρακτηρίζατε τη βοήθεια του λογισμικού;	
	Count	%	Count	%
2	4	7,4%	2	3,7%
3	5	9,3%	5	9,3%
4	10	18,5%	12	22,2%
5	15	27,8%	17	31,5%
6	19	35,2%	16	29,6%
7	1	1,9%	2	3,7%
Total	54	100,0%	54	100,0%

7) Το 66,7 % των φοιτητών θεώρησαν ότι η *χρήση του λογισμικού μπορεί να προσφέρει περισσότερα από την παραδοσιακή διδασκαλία* σε όλα τα μαθήματα. Οι υπόλοιποι φοιτητές πρότειναν τη χρήση του λογισμικού κυρίως σε θέματα Μαθηματικών (29,6 %) και Στατιστικής (29,6 %).

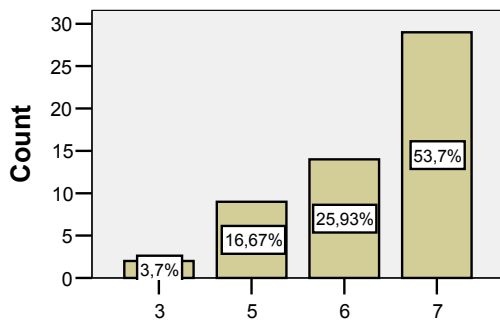
12.2.1.4. Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης με τη βοήθεια του υπολογιστή

A. Χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης

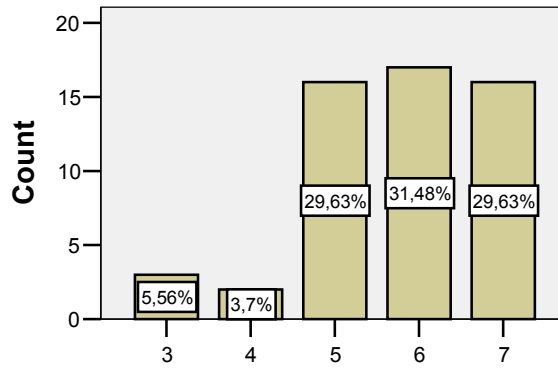
Η αξιολόγηση του αν η διδακτική προσέγγιση είχε *χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής-κατασκευαστικής προσέγγισης* από τους φοιτητές δίνεται παρακάτω:

1) Στην ερώτηση αν η *διδακτική προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 96,3 % των φοιτητών και στη ερώτηση αν *προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο αυτό καθαυτό* το 90,7% των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε μόνο το 3,7 % και 5,6 % αντίστοιχα. Είναι σημαντικό να σημειώσουμε ότι απόλυτα αρνητική απάντηση (1 ή 2 στην κλίμακα αξιολόγησης) δεν έδωσε κανένας φοιτητής.

	Η διδ. προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για το μάθημα;		Η διδ. προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά;	
	Count	%	Count	%
3	2	3,7%	3	5,6%
4	0	,0%	2	3,7%
5	9	16,7%	16	29,6%
6	14	25,9%	17	31,5%
7	29	53,7%	16	29,6%
Total	54	100,0%	54	100,0%



Η διδ. προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για το μάθημα;



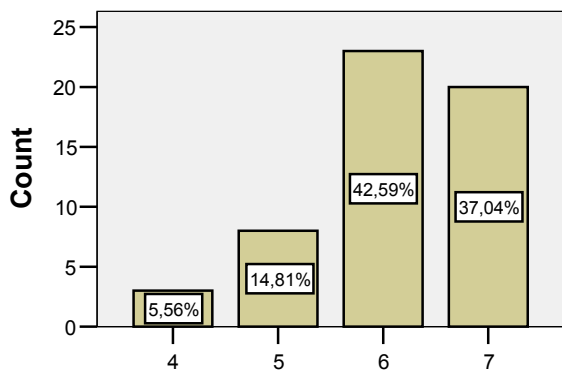
Η διδ. προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για τα μαθηματικά ως επιστήμη;

2) Στην ερώτηση αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή των φοιτητών στο μάθημα, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 94,4 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν επέτρεπε στους φοιτητές να αυτενεργούν το 79,6% των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής στην ερώτηση για την ενεργητική συμμετοχή και μόνο 7,4 % των φοιτητών στην ερώτηση για την αυτενέργεια.

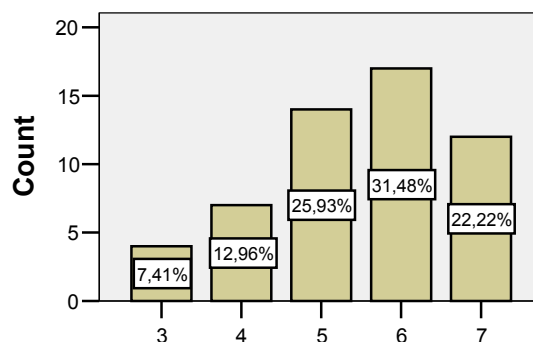
Στην ερώτηση αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να πειραματίζονται θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 75,9 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν επέτρεπε στους φοιτητές να αναστοχάζονται το 85,2 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε μόνο το 3,7 % των φοιτητών στην ερώτηση για τον πειραματισμό και κανένας φοιτητής στην ερώτηση για τον αναστοχασμό.

Είναι σημαντικό να σημειώσουμε ότι απόλυτα αρνητική απάντηση (1 ή 2) σε όλες τις παραπάνω ερωτήσεις δεν έδωσε κανένας φοιτητής.

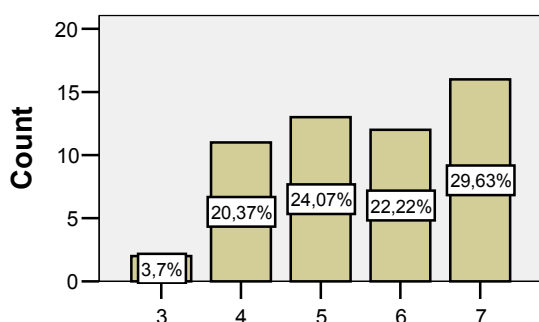
	Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή σας στο μάθημα;		Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να αυτενεργείτε;		Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να πειραματίζεστε;		Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να αναστοχάζεστε;	
	Count	%	Count	%	Count	%	Count	%
3	0	,0%	4	7,4%	2	3,7%	0	,0%
4	3	5,6%	7	13,0%	11	20,4%	8	14,8%
5	8	14,8%	14	25,9%	13	24,1%	10	18,5%
6	23	42,6%	17	31,5%	12	22,2%	23	42,6%
7	20	37,0%	12	22,2%	16	29,6%	13	24,1%
Total	54	100,0%	54	100,0%	54	100,0%	54	100,0%



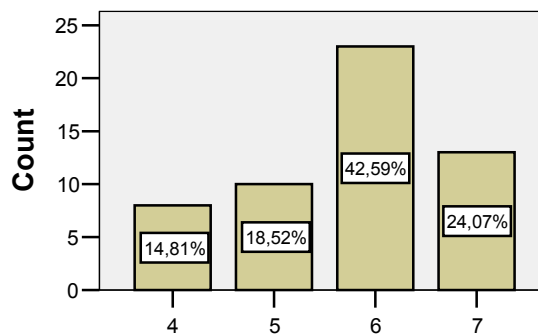
Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή σας στο μάθημα;



Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να αυτενεργείτε;



Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να πειραματίζεστε;



Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να αναστοχάζεστε;

3) Στην ερώτηση σχετικά με το πώς οι φοιτητές θα *χαρακτήριζαν την παρουσίαση και εξήγηση από τον καθηγητή των απαιτούμενων πληροφοριών*, με απαντήσεις σε μία επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από ελλιπής ως εκτενής, το σύνολο των φοιτητών χαρακτήρισαν την παρουσίαση ως εκτενή (απαντήσεις 5 και πάνω).

Επίσης στην ερώτηση σχετικά με το πώς οι φοιτητές θα *χαρακτήριζαν το βαθμό της καθοδήγησης από τον καθηγητή*, με απαντήσεις σε μία επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από ελάχιστη έως πλήρη καθοδήγηση, το σύνολο των φοιτητών χαρακτήρισαν το βαθμό της καθοδήγησης ως μεγάλο (απαντήσεις 5 και πάνω).

	Πως θα χαρακτηρίζατε την παρουσίαση και εξήγηση από τον καθηγητή των απαιτούμενων πληροφοριών;		Πως θα χαρακτηρίζατε το βαθμό της καθοδήγησης από τον καθηγητή;	
	Count	%	Count	%
5	10	18,5%	2	3,7%
6	12	22,2%	18	33,3%
7	32	59,3%	34	63,0%
Total	54	100,0%	54	100,0%

4) Στην ερώτηση σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να δημιουργούν προσωπικές αναπαραστάσεις*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 74,1 % των φοιτητών και ως προς το αν *έδινε τη δυνατότητα για τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών* το 87% των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής.

	Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να δημιουργείτε προσωπικές αναπαραστάσεις;		Η διδ. προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών;	
	Count	%	Count	%
4	14	25,9%	7	13,0%
5	18	33,3%	19	35,2%
6	15	27,8%	20	37,0%
7	7	13,0%	8	14,8%
Total	54	100,0%	54	100,0%

5) Στην ερώτηση αν οι δραστηριότητες του μαθήματος συνεισέφεραν στην επίτευξη συγκεκριμένων σκοπών, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 75,9 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για διαμόρφωση προσωπικών σκοπών μάθησης από τους φοιτητές, το 48,2 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε το 3,7 % και 25,9 % αντίστοιχα.

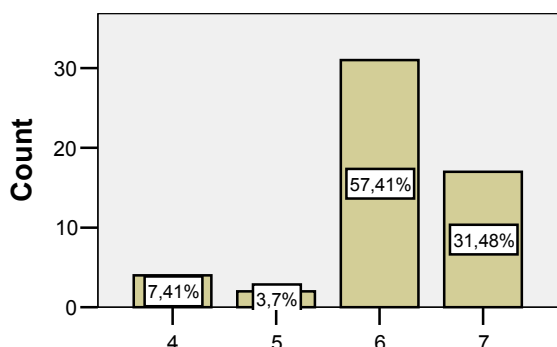
Στην ερώτηση αν η χρήση του λογισμικού βοήθησε στην επίτευξη των σκοπών μάθησης θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 90,7 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στην παραπάνω ερώτηση δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής.

	Οι δραστηριότητες του μαθήματος συνεισέφεραν στη επίτευξη συγκεκριμένων σκοπών;		Η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα να διαμορφώνετε προσ. σκοπούς μάθησης;		Η χρήση του λογισμικού βοήθησε στην επίτευξη των σκοπών μάθησης;	
	Count	%	Count	%	Count	%
2	0	,0%	2	3,7%	0	,0%
3	2	3,7%	12	22,2%	0	,0%
4	11	20,4%	14	25,9%	5	9,3%
5	18	33,3%	15	27,8%	14	25,9%
6	13	24,1%	9	16,7%	23	42,6%
7	10	18,5%	2	3,7%	12	22,2%
Total	54	100,0%	54	100,0%	54	100,0%

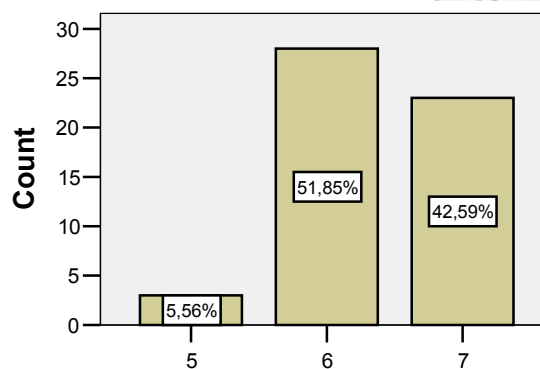
6) Ως προς το αν η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ των φοιτητών και του καθηγητή, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το σύνολο των φοιτητών και ως προς το αν η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους, το 92,6 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής.

Στην ερώτηση σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για κοινωνική διαπραγμάτευση, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 79,6 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) εξέφρασε μόνο το 3,7 % των φοιτητών.

	Η διδ. προσέγγιση έδωσε τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ των φοιτητών και του καθηγητή;		Η διδ. προσέγγιση έδωσε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους;		Η διδ. προσέγγιση έδωσε τη δυνατότητα για κοινωνική διαπραγμάτευση;	
	Count	%	Count	%	Count	%
2	0	,0%	0	,0%	2	3,7%
4	0	,0%	4	7,4%	11	20,4%
5	3	5,6%	2	3,7%	19	35,2%
6	28	51,9%	31	57,4%	18	33,3%
7	23	42,6%	17	31,5%	4	7,4%
Total	54	100,0%	54	100,0%	54	100,0%



Η διδ. προσέγγιση έδωσε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους;



Η διδ. προσέγγιση έδωσε τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ των φοιτητών και του καθηγητή;

B. Χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης

Η αξιολόγηση του αν η διδακτική προσέγγιση είχε *χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης* δίνεται παρακάτω:

1) Στην ερώτηση σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να αξιολογούν πληροφορίες ή ιδέες*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 71,1 % των φοιτητών, ως προς το αν *επέτρεπε στους φοιτητές να αναλύουν πληροφορίες ή ιδέες*, το 79,6% των φοιτητών και ως προς το αν *επέτρεπε στους φοιτητές να συνδυάζουν πληροφορίες ή ιδέες*, το 96,3 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε το 7,7 %, το 3,7 % και κανένας φοιτητής αντίστοιχα.

	Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να αξιολογείτε πληροφορίες ή ιδέες;		Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να αναλύετε πληροφορίες ή ιδέες;		Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να συνδυάζετε πληροφορίες ή ιδέες;	
	Count	%	Count	%	Count	%
2	4	7,7%	0	,0%	0	,0%
3	0	,0%	2	3,7%	0	,0%
4	11	21,2%	9	16,7%	2	3,7%
5	23	44,2%	18	33,3%	9	16,7%
6	12	23,1%	22	40,7%	34	63,0%
7	2	3,8%	3	5,6%	9	16,7%
Total	52	100,0%	54	100,0%	54	100,0%

2) Στην ερώτηση σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να επεξεργάζονται πληροφορίες ή ιδέες*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 87 % των φοιτητών, ως προς το

αν επέτρεπε στους φοιτητές να συνθέτουν ιδέες, το 83,3% των φοιτητών και ως προς το αν επέτρεπε στους φοιτητές να φαντάζονται ιδέες, το 90,7 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε το 7,4 %, το 3,7 % και το 5,6 % των φοιτητών αντίστοιχα.

	Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να επεξεργάζεστε πληροφορίες ή ιδέες;		Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να συνθέτετε ιδέες;		Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να φαντάζεστε ιδέες;	
	Count	%	Count	%	Count	%
2	0	,0%	0	,0%	1	1,9%
3	4	7,4%	2	3,7%	2	3,7%
4	3	5,6%	7	13,0%	3	5,6%
5	14	25,9%	20	37,0%	24	44,4%
6	18	33,3%	23	42,6%	18	33,3%
7	15	27,8%	2	3,7%	6	11,1%
Total	54	100,0%	54	100,0%	54	100,0%

3) Στην ερώτηση σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να ασχοληθούν με την επίλυση προβλήματος, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 88,8 % των φοιτητών, ως προς το αν επέτρεπε στους φοιτητές να σχεδιάζουν ενέργειες και να εκτιμούν τα αποτελέσματά τους, το 88,5 % των φοιτητών και ως προς το αν επέτρεπε στους φοιτητές να λαμβάνουν αποφάσεις το 81,5 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε το 5,6 %, το 3,8 % και το 11,1 % των φοιτητών αντίστοιχα.

	Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να ασχοληθείτε με την επίλυση προβλήματος;		Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να σχεδιάζετε ενέργειες και να εκτιμάτε τα αποτελέσματά τους;		Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να λαμβάνετε αποφάσεις;	
	Count	%	Count	%	Count	%
3	3	5,6%	2	3,8%	6	11,1%
4	3	5,6%	4	7,7%	4	7,4%
5	9	16,7%	8	15,4%	22	40,7%
6	29	53,7%	32	61,5%	19	35,2%
7	10	18,5%	6	11,5%	3	5,6%
Total	54	100,0%	52	100,0%	54	100,0%

Γ. Γενικά χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης

1) Ως προς τη βέλτιστη αναλογία μαθητών ανά υπολογιστή, το 77,8 % των φοιτητών πρότεινε 2 φοιτητές ανά υπολογιστή, το 37 % των φοιτητών πρότεινε 1 φοιτητή ανά υπολογιστή, ένα πολύ μικρό ποσοστό (3,7 %) πρότεινε 1 υπολογιστή που να τον χειρίζεται ο δάσκαλος.

	Ποια θεωρείτε ως βέλτιστη αναλογία μαθητών ανά υπολογιστή;	
	Count	%
1 μαθητής / υπολογιστή	12	22,2%
1 ή 2 μαθητές / υπολογιστή	8	14,8%
2 μαθητές / υπολογιστή	32	59,3%
2 μαθητές / υπολογιστή ή 1 υπολογιστής που χειρίζεται ο δάσκαλος	2	3,7%
Total	54	100,0%

2) Στην ερώτηση σχετικά με το αν πιστεύουν ότι η *διδασκαλία με τη χρήση του λογισμικού εξοικονομεί χρόνο συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία*, το 63 % των φοιτητών είχαν θετική άποψη (5 και πάνω), μάλιστα το 48,2 % έδωσε απόλυτα θετική απάντηση (6 ή 7). Αρνητική άποψη (3 και κάτω) εξέφρασε μόνο το 7,4 % των φοιτητών, μάλιστα απόλυτα αρνητική απάντηση (2) έδωσε μόνο το 3,7 % των φοιτητών.

	Πιστεύετε ότι η διδασκαλία με τη χρήση του λογισμικού εξοικονομεί χρόνο συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία;	
	Count	%
2	2	3,7%
3	2	3,7%
4	16	29,6%
5	8	14,8%
6	11	20,4%
7	15	27,8%
Total	54	100,0%

3) Στην ερώτηση *ποια διαδικασία θεωρούν ως βέλτιστη σε ένα μάθημα στο οποίο χρησιμοποιείται το λογισμικό*, εκ των: Α. Οι φοιτητές κρατούν σημειώσεις από τον πίνακα και πληκτρολογούν μόνοι τους στο λογισμικό τις εντολές, Β. Δίνονται σημειώσεις στους φοιτητές, ενώ οι φοιτητές πληκτρολογούν μόνοι τους τις εντολές, και Γ. Δίνονται ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας με τα οποία εργάζονται οι φοιτητές, οι φοιτητές πρότειναν κατά κύριο λόγο τη διαδικασία Γ. (55,6 %), δευτερευόντως τη διαδικασία Β. (37 %) και ένα πολύ μικρό ποσοστό τη διαδικασία Α. (11,1 %).

	Σε ένα μάθημα στο οποίο χρησιμοποιείται το λογισμικό, ποια θεωρείτε ως βέλτιστη διαδικασία;	
	Count	%
A	6	11,1%
B	18	33,3%
B ή Γ	2	3,7%
Γ	28	51,9%
Total	54	100,0%

4) Στην ερώτηση αν οι φοιτητές θα *επέλεγαν να παρακολουθήσουν άλλο μάθημα στο οποίο γίνεται χρήση λογισμικού με παρόμοιες λειτουργίες*, η μεγάλη πλειοψηφία των φοιτητών έδωσε θετική απάντηση (92,6 %).

	Θα επιλέγατε άλλο μάθημα στο οποίο γίνεται χρήση του Mathematica ή λογισμικού με παρόμοιες δυνατότητες;	
	Count	%
Ναι	50	92,6%
Όχι	4	7,4%
Total	54	100,0%

5) Τα *πλεονεκτήματα της διδακτικής προσέγγισης* που ακολουθήθηκε στο εργαστήριο συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, όπως *διατυπώθηκαν από τους φοιτητές* είναι:

- «Λιγότεροι φοιτητές, άρα αυξημένη προσοχή, επίλυση αποριών και πληρέστερη κατανόηση. Κατανόηση της πραγματικής έννοιας των μαθηματικών και των εφαρμογών τους».

- «Πιο κατανοητό μάθημα».
- «Επικοινωνία, οπτική επαφή με χώρους και διαγράμματα, βαθύτερη κατανόηση εννοιών και διδασκόμενης ύλης».
- «Κατανοούμε καλύτερα τις έννοιες και τις γραφικές παραστάσεις».
- «Γίνονται αντιληπτές ευκολότερα οι έννοιες».
- «Κατανόηση γραφικών παραστάσεων στο χώρο. Βαθύτερη κατανόηση της λύσης των ασκήσεων που γίνονται στο μάθημα».
- «Η διδακτική προσέγγιση στο εργαστήριο δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ καθηγητή και μαθητή. Λύνονται απορίες και το περιβάλλον είναι οικείο. Επιπλέον στο εργαστήριο οι φοιτητές συνεργάζονται μεταξύ τους».
- «Καλύτερη εμπέδωση της θεωρίας λόγω της απεικόνισης στην οθόνη των εργασιών και των γραφημάτων. Πιο ευχάριστο το μάθημα και πιο ξεκούραστο».
- «Γρηγορότερη, ευκολότερη, επιμορφωτική, διασκεδαστική, ενεργητική συμμετοχή. Επικοινωνία μαθητών με καθηγητή. Τα θυμάσαι για περισσότερο καιρό».
- «Είναι πιο προσιτό στο μαθητή και πιο ενδιαφέρον, με αποτέλεσμα να ασχολείται με περισσότερη προσοχή και να εμπεδώνει αυτά που κάνει».
- «Με τον τρόπο αυτό κατανοώ καλύτερα το μάθημα του Απειροστικού, αφού με τη βοήθεια του καθηγητή και με τη χρήση του λογισμικού καταλαβαίνω την πρακτική σημασία αυτών που διδάσκομαι λόγω της αναπαράστασης τους».
- «Γίνεται πιο κατανοητό το μάθημα αφού υπάρχει οπτική επαφή με τα διάφορα σχήματα. Το μάθημα είναι πιο ενδιαφέρον και σε προδιαθέτει ώστε να δεις θετικά το μάθημα».
- «Είναι πιο ενδιαφέρον και πιο ελκυστικό να χρησιμοποιείται ο Η/Υ. Εξοικονομείται χρόνος – οι μαθητές δεν είναι υποχρεωμένοι να κάνουν "επίπονες" μαθηματικές πράξεις. Τα αλγεβρικά αποτελέσματα παίρνουν μορφή στο χώρο και είναι πιο κατανοητά».
- «Λιγότερα άτομα, πιο άμεση επαφή, πιο πολλές ερωτήσεις. Επίλυση αποριών, πιο ενδιαφέρον».
- «Άμεση εφαρμογή, ενεργή συμμετοχή των μαθητών, μικρότερος αριθμός μαθητών, καλύτερη κατανόηση και επεξήγηση των μαθημάτων».
- «Εφαρμογή των όσων διδάσκονται στην παραδοσιακή διδασκαλία, κατανόηση με σχήματα».
- «Πιο ενδιαφέρον, περισσότερη προσοχή, ευχάριστο μάθημα, εκμάθηση χρήσης προγράμματος στον υπολογιστή».
- «Αποκτά το μάθημα ενδιαφέρον, κατανόηση γεωμετρικών ερμηνειών».
- «Το μάθημα γίνεται πιο ευχάριστο και πιο παραστατικό. Κατανοούμε την εφαρμογή που έχουν τα μαθηματικά στον υπολογιστή και στην εργασία. Υπάρχει καλύτερη συνεννόηση με τον καθηγητή και μεταξύ φοιτητών».
- «Η διδασκαλία με τη χρήση του λογισμικού εξοικονομεί χρόνο, αναπαριστά τα δεδομένα και έτσι γίνονται πιο κατανοητά και υπάρχει καλύτερη επικοινωνία μεταξύ καθηγητή-φοιτητών. Εξοικείωση με το μάθημα».
- «Το μάθημα γίνεται πιο ευχάριστο. Υπάρχει περισσότερη επικοινωνία μεταξύ φοιτητών αλλά και μεταξύ φοιτητών και καθηγητών. Υπάρχει περισσότερη εξοικείωση με το μάθημα».

- «Επιλύονται δύσκολα και χρονοβόρα προβλήματα σε λιγότερο χρόνο, ο φοιτητής αποκτά ευχέρεια σε ένα καινούργιο πρόγραμμα, καλύτερη οπτική επαφή με κάποιες έννοιες (επιφάνειες κλπ)».
 - «Επιλύονται πιο εύκολα τα πολύπλοκα προβλήματα, δίνονται εικόνες που δεν μπορούν να σχεδιαστούν στον πίνακα. Εκμάθηση ενός καινούργιου προγράμματος που μπορεί να είναι χρήσιμο στο μέλλον».
 - «Σαφήνεια, αποκρυστάλωση εννοιών και κυρίως οπτικοποίηση μαθηματικής λογικής πάνω σε θέματα που ως τώρα ήταν μόνο θεωρητικά γνωστά».
 - «Περισσότερο κατανοητό το μάθημα, οπτικοποίηση ιδεών, εξοικονόμηση χρόνου, δυνατότητα επίλυσης ασκήσεων, παραδειγμάτων εκ μέρους των φοιτητών».
 - «Εξοικονόμηση χρόνου, οπτικοποίηση ιδεών, πιο κατανοητό το μάθημα, δυνατότητα να επιλύουμε περισσότερα παραδείγματα».
 - «Αναπαράσταση δεδομένων, εξοικονόμηση χρόνου, αμεσότητα, επικοινωνία φοιτητών μεταξύ τους, φοιτητών-καθηγητή».
 - «Η προσέγγιση στο εργαστήριο αποδεικνύεται θετική για την κάλυψη κενών στα πλαίσια των παραδοσιακών μαθημάτων αλλά και την καλύτερη χρήση του υπολογιστή για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων».
 - «Καλύτερη κατανόηση των σχημάτων, μικρότερος αριθμός μαθητών, άμεση επίλυση αποριών από τον καθηγητή».
 - «Το βρίσκω σαφώς πιο ενδιαφέρον και λόγω του ότι εμείς οι ίδιοι χειριζόμαστε τους Η/Υ έχουμε τη δυνατότητα να κατανοούμε ευκολότερα και γρηγορότερα καθετί καινούργιο που παρουσιάζεται στο μάθημα. Ο καθηγητής έχει πολύ καλύτερη επικοινωνία με τους φοιτητές και μπορεί να ασχοληθεί με τον καθένα ξεχωριστά, πράγμα που στην τάξη δεν είναι εφικτό».
 - «Στο εργαστήριο οι έννοιες είναι περισσότερο κατανοητές (λόγω οπτικοποίησης). Πιο ενδιαφέρον λόγω παράλληλης χρήσης Η/Υ».
 - «Άμεση επαφή με το αντικείμενο, περισσότερο κατανοητό, πιο γρήγορη εκμάθηση, μικρότερος αριθμός μαθητών».
 - «Εξοικείωση με τους Η/Υ και με μαθηματικά προγράμματα».
 - «Το αντικείμενο της διδασκαλίας γίνεται πιο εύκολα κατανοητό και δημιουργείται μια πιο ολοκληρωμένη άποψη για την ερμηνεία του».
- 6) Τα *μειονεκτήματα της διδακτικής προσέγγισης* που ακολουθήθηκε στο εργαστήριο συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, όπως *διατυπώθηκαν από τους φοιτητές* είναι:
- «Χρονοβόρο».
 - «Καθυστέρηση της διδακτικής ύλης».
 - «Γράφουμε λιγότερες σημειώσεις».
 - «Προαπαιτείται η παραδοσιακή διδασκαλία».
 - «Περιορισμένος χρόνος, αναγκαστικά όλα γίνονται βιαστικά. Χρειάζονται περισσότερες φορές για να εμπεδώσουμε τα όσα παρακολουθούμε».
 - «Δυσκολία σε κάποια εξεζητημένα θέματα όσον αφορά το χειρισμό».
 - «Η ελλιπής γνώση χρήσης υπολογιστή».

- «Δεν εξασκούνται οι φοιτητές στους υπολογισμούς (παραγώγων, οριζουσών κλπ)».
- «Λίγος χρόνος και περιορισμένη δυνατότητα για παρακολούθηση του μαθήματος από όλους τους φοιτητές».
- «Πιθανόν να χρειάζονται γνώσεις Η/Υ, ο αριθμός των φοιτητών που συμμετέχουν είναι μικρός και ο χρόνος λίγος».
- «Ο χρόνος δεν είναι αρκετός. Υπάρχει πρόβλημα χρήσης υπολογιστή λόγω περιορισμένου αριθμού Η/Υ και μεγάλου αριθμού φοιτητών».
- «Απαιτείται χρόνος και προσπάθεια από τον φοιτητή για να αποκτήσει άνεση με τις εντολές και την καινούργια γλώσσα προγραμματισμού».
- «Χρονοβόρο στα απλά προβλήματα, χρειάζεται χρόνος για την εκμάθηση των εντολών».
- «Λίγα άτομα στο εργαστήριο».
- «Το πρόγραμμα έχει αναπτυχθεί για άτομα που έχουν καλή γνώση Η/Υ. Θα μπορούσε να βοηθάει περισσότερο τα άτομα που δεν έχουν επαρκείς γνώσεις».
- «Δυσκολία στην απομνημόνευση όλων των εντολών».
- «Στην τάξη ίσως να καλύπτεται μεγαλύτερο φάσμα ύλης».
- «Δυσκολία με τις εντολές».
- «Στην προσπάθεια να εκτελέσουμε τις εντολές πιθανόν να μην καταλαβαίνουμε τις ασκήσεις».

12.2.2. Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

12.2.2.1 Γενικά χαρακτηριστικά των φοιτητών που συμμετείχαν

Οι φοιτητές που συμμετείχαν στο δείγμα του 1^{ου} διερευνητικού ερωτήματος για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή) ήταν 36. Ως προς το φύλο, 19 ήταν αγόρια (52,8 %) και 17 κορίτσια (47,2 %).

	Φύλο	
	Count	%
Αγόρια	19	52,8%
Κορίτσια	17	47,2%
Total	36	100,0%

Οι περισσότεροι από τους φοιτητές που συμμετείχαν στην έρευνα διαθέσεων δήλωσαν ότι *έκαναν χρήση του υπολογιστή* είτε στο Πανεπιστήμιο (88,9 %) είτε στο σπίτι (86,1 %).

	Χρησιμοποιείτε υπολογιστή στο πανεπιστήμιο;		Χρησιμοποιείτε υπολογιστή στο σπίτι;	
	Count	%	Count	%
Ναι	32	88,9%	31	86,1%
Όχι	4	11,1%	5	13,9%
Total	36	100,0%	36	100,0%

Ως προς την *εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή*, το 38,9 % των φοιτητών δήλωσε ότι χρησιμοποιούσε τον υπολογιστή λιγότερο από 1 χρόνο, το 41,7 % από 1 έως 3 χρόνια και το 19,4 % περισσότερο από 3 χρόνια.

	Πόσο καιρό χρησιμοποιείτε τον υπολογιστή;	
	Count	%
Λιγότερο από 1 χρόνο	14	38,9%
1 έως 3 χρόνια	15	41,7%
Περισσότερο από 3 χρόνια	7	19,4%
Total	36	100,0%

Στη ερώτηση σχετικά με το ενδιαφέρον των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή, θετική στάση (5 και πάνω) εξέφρασε το 91,7 % των φοιτητών. Το 50 % των φοιτητών έδωσε απόλυτα θετική απάντηση (6 ή 7). Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι κανένας φοιτητής δεν εξέφρασε αρνητική άποψη (3 και κάτω).

	Σας προκαλεί ενδιαφέρον η χρήση του Η/Υ;	
	Count	%
4	3	8,3%
5	15	41,7%
6	8	22,2%
7	10	27,8%
Total	36	100,0%

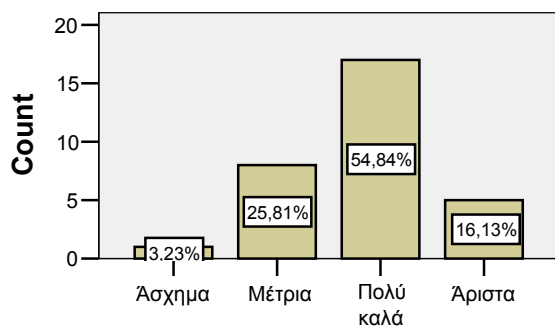
Οι φοιτητές δήλωσαν ότι χρησιμοποιούν τον υπολογιστή κυρίως ως κειμενογράφο (91,7 %), για στατιστικά προγράμματα (19,6 %), για προγραμματισμό (16,8 %), για παιχνίδια (66,8 %) ή κάνουν χρήση του διαδικτύου (52,9 %). Το 5,6 % των φοιτητών δήλωσε άλλη χρήση, ειδικότερα «μουσική, αναπαραγωγή ταινιών» και «αναζήτηση πληροφοριών».

12.2.2.2. Επίδοση των φοιτητών μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας

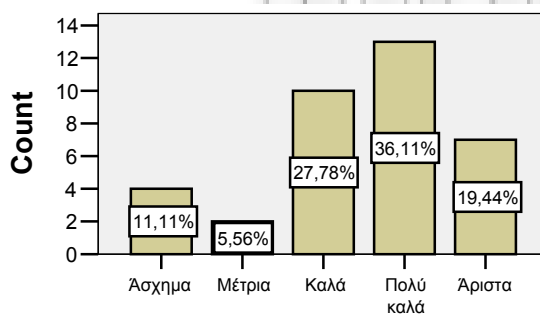
Η επίδοση των φοιτητών στο μετά – τεστ και στις τελικές εξετάσεις μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας φαίνεται στους παρακάτω πίνακες:

	Επίδοση στους υπολογισμούς		Επίδοση στις γεωμ. ερμηνείες		Επίδοση στις διαδικασίες		Δείκτης επίδοσης	
	Count	%	Count	%	Count	%	Count	%
Άσχημα	0	,0%	2	6,5%	3	9,7%	1	3,2%
Μέτρια	2	6,5%	9	29,0%	6	19,4%	8	25,8%
Καλά	7	22,6%	12	38,7%	3	9,7%	2	6,5%
Πολύ καλά	10	32,3%	8	25,8%	15	48,4%	17	54,8%
Άριστα	12	38,7%	0	,0%	4	12,9%	3	9,7%
Total	31	100,0%	31	100,0%	31	100,0%	31	100,0%

	Επίδοση στο μετα-τεστ		Επίδοση στις τελικές εξετάσεις	
	Count	%	Count	%
Άσχημα	1	3,2%	4	11,1%
Μέτρια	8	25,8%	2	5,6%
Καλά	0	,0%	10	27,8%
Πολύ καλά	17	54,8%	13	36,1%
Άριστα	5	16,1%	7	19,4%
Total	31	100,0%	36	100,0%



Επίδοση στο μετα-τεστ



Επίδοση στις τελικές εξετάσεις

Η επίδοση των φοιτητών μπορεί να χαρακτηριστεί ως *πολύ ικανοποιητική*, εφόσον ήταν *καλή έως άριστη* για το 93,5 % των φοιτητών στους υπολογισμούς, για το 64,5 % στις γεωμετρικές ερμηνείες, για το 71 % στις διαδικασίες, για το 71 % στο δείκτη επίδοσης, για το 71 % στη συνολική επίδοση στο μετά – τεστ και για το 83,3 % των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις.

12.2.2.3. Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο

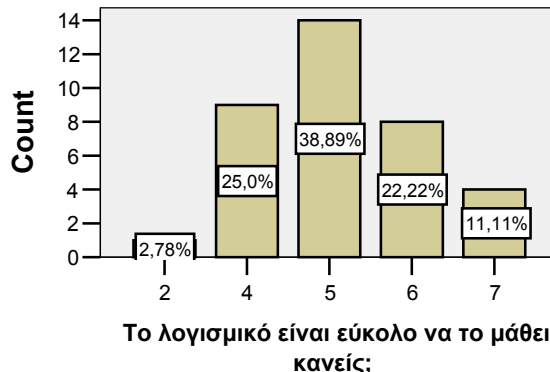
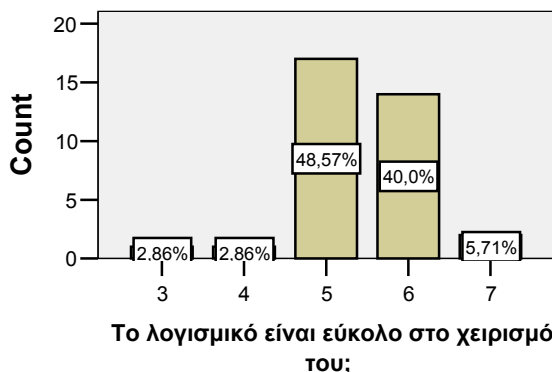
Οι απόψεις των φοιτητών σχετικά με τα *χαρακτηριστικά του μαθηματικού πακέτου* που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο (Mathematica), δίνονται παρακάτω:

- 1) Το λογισμικό θεωρήθηκε ότι *ξεκινάει εύκολα* από το σύνολο των φοιτητών.

	Το λογισμικό ξεκινάει εύκολα;	
	Count	%
Ναι	35	100,0%
Total	35	100,0%

- 2) Στην ερώτηση αν το λογισμικό είναι *εύκολο στο χειρισμό του*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 94,3 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν το λογισμικό είναι *εύκολο να το μάθει κανείς* το 72,2 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε μόνο το 2,9 % και το 2,8 % των φοιτητών αντίστοιχα.

	Το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του;		Το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς;	
	Count	%	Count	%
2	0	,0%	1	2,8%
3	1	2,9%	0	,0%
4	1	2,9%	9	25,0%
5	17	48,6%	14	38,9%
6	14	40,0%	8	22,2%
7	2	5,7%	4	11,1%
Total	35	100,0%	36	100,0%



3) Στην ερώτηση αν το λογισμικό έχει *απλό φορμαλισμό*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 61,1 % των φοιτητών και αν έχει *δυναμικό φορμαλισμό* το 88,9 % των φοιτητών. Επίσης στην ερώτηση αν το λογισμικό είναι *γενικεύσιμο*, θετική άποψη εξέφρασε το 75 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε μόνο το 11,1 %, το 2,8 % και το 16,7 % αντίστοιχα.

	Το λογισμικό έχει απλό φορμαλισμό;		Το λογισμικό έχει δυναμικό φορμαλισμό;		Το λογισμικό είναι γενικεύσιμο;	
	Count	%	Count	%	Count	%
2	1	2,8%	0	,0%	0	,0%
3	3	8,3%	1	2,8%	6	16,7%
4	10	27,8%	3	8,3%	3	8,3%
5	10	27,8%	13	36,1%	17	47,2%
6	8	22,2%	14	38,9%	9	25,0%
7	4	11,1%	5	13,9%	1	2,8%
Total	36	100,0%	36	100,0%	36	100,0%

4) Οι *προαπαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση του λογισμικού*, σύμφωνα με τους φοιτητές, είναι κυρίως η εμπειρία στο χειρισμό (52,8 %) και η γνώση των εντολών του λογισμικού (46,7 %), δευτερευόντως οι γνώσεις προγραμματισμού (22,2 %). Το 19,4 % των φοιτητών δήλωσε ότι δεν είναι απαραίτητες προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες.

5) Οι απόψεις σχετικά με το αν οι φοιτητές μπορούν να *χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή* είναι αρνητικές, εφόσον το 63,6 % των φοιτητών έδωσε αρνητική απάντηση στο αντίστοιχο ερώτημα.

	Μπορείτε να χειρίζεστε το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή;	
	Count	%
Ναι	12	36,4%
Όχι	21	63,6%
Total	33	100,0%

6) Οι *διευκρινίσεις και επεξηγήσεις του λογισμικού* όταν υπάρχουν λάθη στην είσοδο των δεδομένων, σε μία επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από Ανεπαρκείς έως Καλές, αξιολογήθηκαν θετικά από το 72,2 % των φοιτητών (πάνω από 5), ειδικότερα καλές (6 ή 7) από το 30,6 % και επαρκείς (5) από το 41,7 % των φοιτητών. Να σημειώσουμε ότι αρνητική άποψη (3 και κάτω) εξέφρασε μόνο το 5,6 % των φοιτητών.

Η *βοήθεια του λογισμικού (help browser)*, σε μία επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από Ανεπαρκής έως Καλή, αξιολογήθηκε θετικά από το 91,4 % των φοιτητών (5 και πάνω), ειδικότερα καλή (6 ή 7) από το 37,2 % και επαρκής (5) από το 54,3 % των φοιτητών. Είναι σημαντικό να σημειώσουμε ότι αρνητική άποψη (3 και κάτω) δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής.

	Πως θα χαρακτηρίζατε τις διευκρινίσεις / επεξηγήσεις του λογισμικού σχετικά με λάθη στην είσοδο των δεδομένων;		Πως θα χαρακτηρίζατε τη βοήθεια του λογισμικού;	
	Count	%	Count	%
2	1	2,8%	0	,0%
3	1	2,8%	0	,0%
4	8	22,2%	3	8,6%
5	15	41,7%	19	54,3%
6	9	25,0%	10	28,6%
7	2	5,6%	3	8,6%
Total	36	100,0%	35	100,0%

7) Το 52,8 % των φοιτητών θεώρησαν ότι η *χρήση του λογισμικού μπορεί να προσφέρει περισσότερα από την παραδοσιακή διδασκαλία* σε όλα τα μαθήματα. Οι υπόλοιποι φοιτητές πρότειναν τη χρήση του λογισμικού κυρίως σε θέματα Μαθηματικών (41,7 %) και Στατιστικής (44,4 %), δευτερευόντως Ασφαλιστικών (19,5 %).

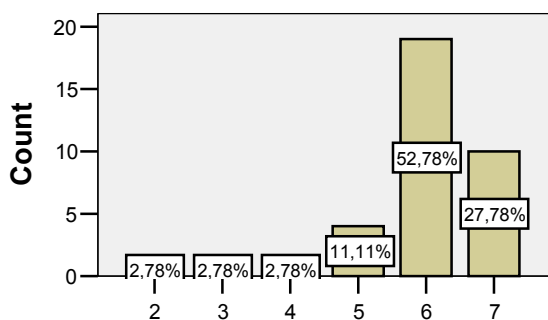
12.2.2.4. Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης με τη βοήθεια του υπολογιστή

A. Χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης

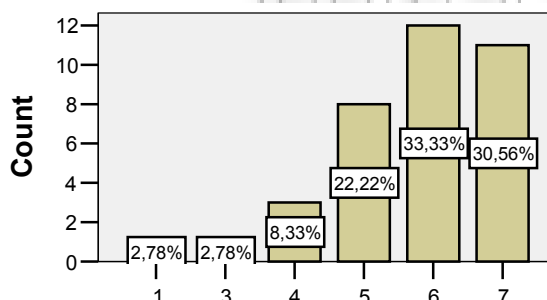
Οι απόψεις των φοιτητών σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση είχε *χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής-κατασκευαστικής προσέγγισης*, δίνονται παρακάτω:

1) Στην ερώτηση αν η *διδακτική προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 91,7 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν *προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο αυτό καθαυτό* το 86,1% των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε μόνο το 5,6 % και 5,6 % αντίστοιχα. Είναι σημαντικό να σημειώσουμε ότι απόλυτα αρνητική απάντηση (1 ή 2) έδωσε μόνο το 2,8 % και 2,8 % αντίστοιχα.

	Η διδ. προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για το μάθημα;		Η διδ. προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για τα μαθηματικά;	
	Count	%	Count	%
1	0	,0%	1	2,8%
2	1	2,8%	0	,0%
3	1	2,8%	1	2,8%
4	1	2,8%	3	8,3%
5	4	11,1%	8	22,2%
6	19	52,8%	12	33,3%
7	10	27,8%	11	30,6%
Total	36	100,0%	36	100,0%



Η διδ. προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για το μάθημα;



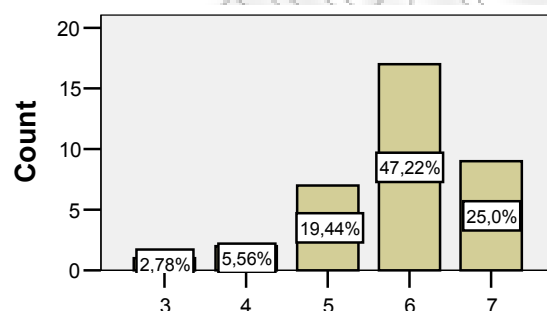
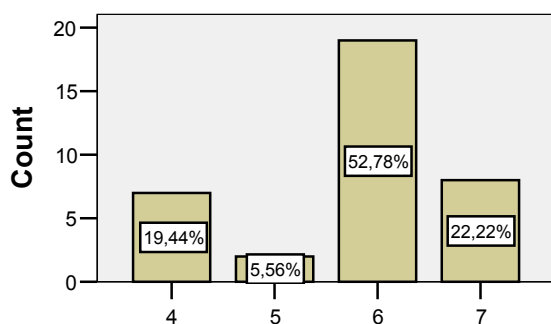
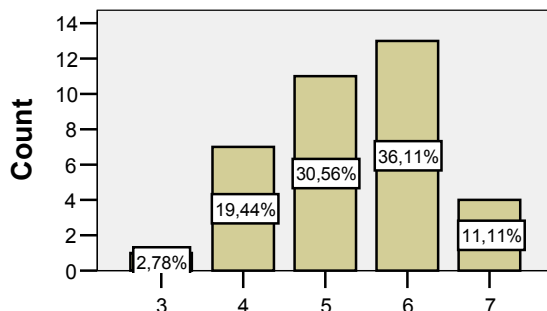
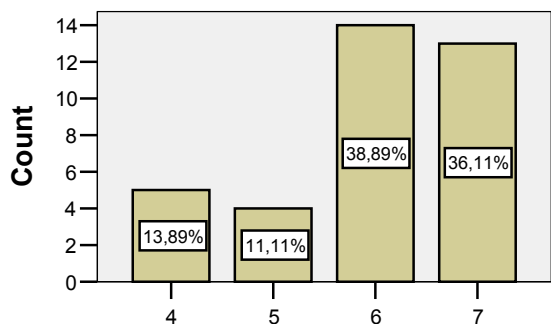
Η διδ. προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για τα μαθηματικά;

2) Στην ερώτηση αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή των φοιτητών στο μάθημα, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 86,1 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν επέτρεπε στους φοιτητές να αυτενεργούν το 77,8 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής στην ερώτηση για την ενεργητική συμμετοχή και μόνο το 2,8 % των φοιτητών στην ερώτηση για την αυτενέργεια.

Στην ερώτηση αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να πειραματίζονται θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 80,6 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν επέτρεπε στους φοιτητές να αναστοχάζονται το 91,7 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής στην ερώτηση για τον πειραματισμό και μόνο το 2,8 % των φοιτητών στην ερώτηση για τον αναστοχασμό.

Είναι σημαντικό να σημειώσουμε ότι απόλυτα αρνητική απάντηση (1 ή 2) σε όλες τις παραπάνω ερωτήσεις δεν έδωσε κανένας φοιτητής.

	Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε την ενεργ. συμμετοχή σας στο μάθημα;		Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να αυτενεργείτε;		Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να πειραματίζεστε;		Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να αναστοχάζεστε;	
	Count	%	Count	%	Count	%	Count	%
3	0	,0%	1	2,8%	0	,0%	1	2,8%
4	5	13,9%	7	19,4%	7	19,4%	2	5,6%
5	4	11,1%	11	30,6%	2	5,6%	7	19,4%
6	14	38,9%	13	36,1%	19	52,8%	17	47,2%
7	13	36,1%	4	11,1%	8	22,2%	9	25,0%
Total	36	100,0%	36	100,0%	36	100,0%	36	100,0%



3) Στην ερώτηση αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να δημιουργούν προσωπικές αναπαραστάσεις, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 69,4 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν έδινε τη δυνατότητα για τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών το 75 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής στην ερώτηση για τις προσωπικές αναπαραστάσεις και το 19,6 % στην ερώτηση για τη διατύπωση και έλεγχο εικασιών.

	Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να δημιουργείτε προσωπικές αναπαραστάσεις;		Η διδ. προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών;	
	Count	%	Count	%
1	0	,0%	1	2,8%
3	0	,0%	6	16,7%
4	11	30,6%	2	5,6%
5	9	25,0%	16	44,4%
6	11	30,6%	9	25,0%
7	5	13,9%	2	5,6%
Total	36	100,0%	36	100,0%

4) Στην ερώτηση πώς οι φοιτητές θα *χαρακτήριζαν την παρουσίαση και εξήγηση από τον καθηγητή των απαιτούμενων πληροφοριών*, με απαντήσεις σε μία επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από ελλιπής ως πολύ εκτενής, το 97,2 % των φοιτητών χαρακτήρισαν την παρουσίαση ως εκτενή (απαντήσεις 5 και πάνω).

Επίσης στην ερώτηση πώς οι φοιτητές θα *χαρακτήριζαν το βαθμό της καθοδήγησης από τον καθηγητή*, με απαντήσεις σε μία επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από ελάχιστη έως πλήρης καθοδήγηση, το σύνολο των φοιτητών χαρακτήρισε το βαθμό της καθοδήγησης ως μεγάλο (απαντήσεις 5 και πάνω).

	Πως θα χαρακτηρίζατε την παρουσίαση και εξήγηση από τον καθηγητή των απαιτούμενων πληροφοριών;		Πως θα χαρακτηρίζατε το βαθμό της καθοδήγησης από τον καθηγητή;	
	Count	%	Count	%
4	1	2,8%	0	,0%
5	4	11,1%	3	8,3%
6	17	47,2%	17	47,2%
7	14	38,9%	16	44,4%
Total	36	100,0%	36	100,0%

5) Στην ερώτηση αν *οι δραστηριότητες του μαθήματος συνεισέφεραν στην επίτευξη συγκεκριμένων σκοπών*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 86,1 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν *η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για διαμόρφωση προσωπικών σκοπών μάθησης από τους φοιτητές*, το 66,7 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε το 5,6 % και 2,8 % αντίστοιχα.

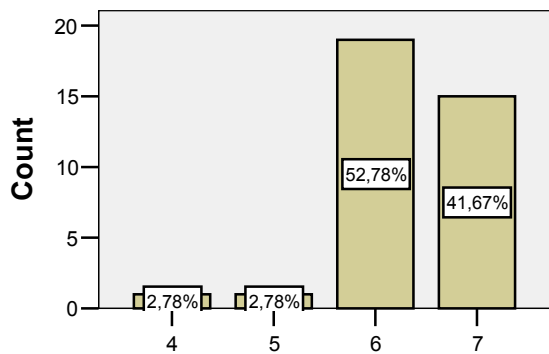
Στην ερώτηση σχετικά με το αν *η χρήση του λογισμικού βοήθησε στην επίτευξη των σκοπών μάθησης* θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 94,4 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στην παραπάνω ερώτηση δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής.

	Οι δραστηρ. του μαθήματος συνεισέφεραν στη επίτευξη συγκ. σκοπών;		Η διδ. προσέγγ. έδινε τη δυνατότητα να διαμορφώνετε προσ. σκοπούς μάθησης;		Η χρήση του λογισμικού βοήθησε στην επίτευξη των σκοπών μάθησης;	
	Count	%	Count	%	Count	%
3	2	5,6%	1	2,8%	0	,0%
4	3	8,3%	11	30,6%	2	5,6%
5	15	41,7%	13	36,1%	8	22,2%
6	12	33,3%	9	25,0%	20	55,6%
7	4	11,1%	2	5,6%	6	16,7%
Total	36	100,0%	36	100,0%	36	100,0%

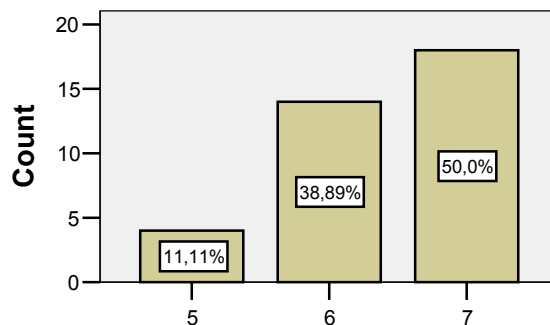
6) Στην ερώτηση αν *η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ των φοιτητών και του καθηγητή*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 97,2 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν *η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους*, το σύνολο των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής.

Στην ερώτηση αν *η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για κοινωνική διαπραγμάτευση*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 91,7 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής.

	Η διδ. προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών - καθηγητή;		Η διδ. προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους;		Η διδ. προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για κοινωνική διαπραγμάτευση;	
	Count	%	Count	%	Count	%
4	1	2,8%	0	,0%	3	8,3%
5	1	2,8%	4	11,1%	10	27,8%
6	19	52,8%	14	38,9%	12	33,3%
7	15	41,7%	18	50,0%	11	30,6%
Total	36	100,0%	36	100,0%	36	100,0%



Η διδ. προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών - καθηγητή;



Η διδ. προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους;

Β. Χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης

Οι απόψεις των φοιτητών σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση είχε *χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης* δίνονται παρακάτω:

1) Στην ερώτηση αν η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να αξιολογούν πληροφορίες ή ιδέες*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 86,1 % των φοιτητών, στην ερώτηση αν *επέτρεπε στους φοιτητές να αναλύουν πληροφορίες ή ιδέες*, το 75% των φοιτητών και στην ερώτηση αν *επέτρεπε στους φοιτητές να συνδυάζουν πληροφορίες ή ιδέες*, το 80,6 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής, το 2,8 % και το 2,8 % των φοιτητών αντίστοιχα.

	Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να αξιολογείτε πληροφ. ή ιδέες;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να αναλύετε πληροφ. ή ιδέες;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να συνδυάζετε πληροφ. ή ιδέες;	
	Count	%	Count	%	Count	%
2	0	,0%	1	2,8%	1	2,8%
4	5	13,9%	8	22,2%	6	16,7%
5	9	25,0%	8	22,2%	11	30,6%
6	16	44,4%	15	41,7%	9	25,0%
7	6	16,7%	4	11,1%	9	25,0%
Total	36	100,0%	36	100,0%	36	100,0%

2) Στην ερώτηση η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να επεξεργάζονται πληροφορίες ή ιδέες*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 94,1 % των φοιτητών, στην ερώτηση αν *επέτρεπε στους φοιτητές να συνθέτουν ιδέες*, το 75 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν *επέτρεπε στους φοιτητές να φαντάζονται ιδέες*, το 69,4 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής, το 2,8 % και το 13,9 % των φοιτητών αντίστοιχα.

	Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να επεξεργάζεστε πληροφ. ή ιδέες;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να συνθέτετε ιδέες;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να φαντάζεστε ιδέες;	
	Count	%	Count	%	Count	%
1	0	,0%	1	2,8%	1	2,8%
3	0	,0%	0	,0%	4	11,1%
4	2	5,9%	8	22,2%	6	16,7%
5	15	44,1%	12	33,3%	12	33,3%
6	9	26,5%	15	41,7%	11	30,6%
7	8	23,5%	0	,0%	2	5,6%
Total	34	100,0%	36	100,0%	36	100,0%

3) Στην ερώτηση αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να ασχοληθούν με την επίλυση προβλήματος, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 86,1 % των φοιτητών, στην ερώτηση αν επέτρεπε στους φοιτητές να σχεδιάζουν ενέργειες και να εκτιμούν τα αποτελέσματα τους, το 86,1 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν επέτρεπε στους φοιτητές να λαμβάνουν αποφάσεις το 77,8 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε το 5,6 %, το 2,8 % και το 5,6 % των φοιτητών αντίστοιχα.

	Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να ασχοληθείτε με την επίλυση προβλήματος;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να σχεδιάζετε ενέργειες και να εκτιμάτε τα αποτελέσματα;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να λαμβάνετε αποφάσεις;	
	Count	%	Count	%	Count	%
1	1	2,8%	0	,0%	0	,0%
2	0	,0%	0	,0%	1	2,8%
3	1	2,8%	1	2,8%	1	2,8%
4	3	8,3%	4	11,1%	6	16,7%
5	9	25,0%	13	36,1%	13	36,1%
6	12	33,3%	14	38,9%	12	33,3%
7	10	27,8%	4	11,1%	3	8,3%
Total	36	100,0%	36	100,0%	36	100,0%

Γ. Γενικά χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης

1) Ως προς τη βέλτιστη αναλογία μαθητών ανά υπολογιστή, το 77,8 % των φοιτητών πρότεινε 2 φοιτητές ανά υπολογιστή και το 44,4 % των φοιτητών πρότεινε 1 φοιτητή ανά υπολογιστή.

	Ποια θεωρείτε ως βέλτιστη αναλογία μαθητών ανά υπολογιστή;	
	Count	%
1 μαθητής / υπολογιστή	8	22,2%
1 ή 2 μαθητές / υπολογιστή	8	22,2%
2 μαθητές / υπολογιστή	20	55,6%
Total	36	100,0%

2) Στην ερώτηση αν πιστεύουν ότι η διδασκαλία με τη χρήση του λογισμικού εξοικονομεί χρόνο, συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, το 62,9 % των φοιτητών είχε θετική άποψη (5 και πάνω), μάλιστα το 54,3 % έδωσε απόλυτα θετική απάντηση (6 ή 7). Αρνητική άποψη (3 και κάτω) εξέφρασε το 14,3 % των φοιτητών.

	Πιστεύετε ότι η διδασκαλία με τη χρήση του λογισμικού εξοικονομεί χρόνο συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία;	
	Count	%
1	3	8,6%
3	2	5,7%
4	8	22,9%
5	3	8,6%
6	10	28,6%
7	9	25,7%
Total	35	100,0%

3) Ως προς το *ποια διαδικασία θεωρούν ως βέλτιστη σε ένα μάθημα στο οποίο χρησιμοποιείται το λογισμικό*, εκ των: Α. Οι φοιτητές κρατούν σημειώσεις από τον πίνακα και πληκτρολογούν μόνοι τους στο λογισμικό τις εντολές, Β. Δίνονται σημειώσεις στους φοιτητές σχετικά με τις κύριες εντολές του λογισμικού και τις διαδικασίες του μαθήματος, ενώ οι φοιτητές πληκτρολογούν μόνοι τους τις εντολές, και Γ. Δίνονται ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας με τα οποία εργάζονται οι φοιτητές, οι φοιτητές πρότειναν κατά κύριο λόγο τη διαδικασία Γ. (61,1 %), ενώ δευτερευόντως τη διαδικασία Β. (33,3 %) και ένα πολύ μικρό ποσοστό τη διαδικασία Α. (8,3 %).

	Σε ένα μάθημα στο οποίο χρησιμοποιείται το λογισμικό, ποια θεωρείτε ως βέλτιστη διαδικασία;	
	Count	%
A	3	8,3%
B	11	30,6%
B ή Γ	1	2,8%
Γ	21	58,3%
Total	36	100,0%

4) Στην ερώτηση αν οι φοιτητές θα *επέλεγαν να παρακολουθήσουν άλλο μάθημα στο οποίο γίνεται χρήση λογισμικού με παρόμοιες δυνατότητες*, το σύνολο των φοιτητών έδωσε θετική απάντηση.

	Θα επιλέγατε άλλο μάθημα στο οποίο γίνεται χρήση του Mathematica ή λογισμικού με παρόμοιες δυνατότητες;	
	Count	%
Ναι	36	100,0%
Total	36	100,0%

6) Τα *πλεονεκτήματα της διδακτικής προσέγγισης* που ακολουθήθηκε στο εργαστήριο συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, όπως *διατυπώθηκαν από τους φοιτητές* είναι:

- «Το μάθημα γίνεται πιο ευχάριστο και πιο κατανοητό. Βλέπεις τα μαθηματικά από μια άλλη οπτική γωνία, δηλαδή την εφαρμογή τους στον υπολογιστή και τη χρησιμότητα τους στον εργασιακό χώρο».
- «Αναπαράσταση στο επίπεδο και το χώρο. Καλύτερη οπτική κατανόηση».
- «Το μάθημα γίνεται πιο ενδιαφέρον».
- «Η διδακτική προσέγγιση είναι πιο γρήγορη, πιο άμεση, γιατί ο κάθε φοιτητής ασχολείται και παρακολουθεί τις συγκεκριμένες έννοιες. Η διδακτική προσέγγιση είναι πιο κατανοητή και ενδιαφέρουσα».
- «Είναι πιο εύκολο να γίνουν τα διαγράμματα και η μελέτη τους καθώς και ο πειραματισμός πάνω σε διαφορετικά δεδομένα, κάτι που στην τάξη είναι πολύ χρονοβόρο».

- «Πιο ανθρώπινη και κατανοητή προσέγγιση που βοηθάει στην κατανόηση περισσότερων εννοιών».
 - «Εξοικονόμηση χρόνου, επικοινωνία μαθητή και καθηγητή».
 - «Το μάθημα είναι ενδιαφέρον, υπάρχει πιο "ζωντανή" επαφή με το μάθημα. Η διδακτική προσέγγιση είναι γρήγορη και άμεση».
 - «Ευκολία στους χειρισμούς, εξοικονόμηση χρόνου».
 - «Οπτικοποίηση του μαθήματος, μένει ευκολότερα στο μυαλό με τη μορφή εικόνας».
 - «Χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή, εκμάθηση νέων προγραμμάτων».
 - «Κατανοούμε καλύτερα τις έννοιες και τις γραφικές παραστάσεις, επικοινωνούμε περισσότερο με τον καθηγητή και τους συμμαθητές και λύνουμε περισσότερες απορίες».
 - «Αμεσότητα σχετικά με την κατανόηση του μαθήματος. Παραστατικότητα του μαθήματος. Καλύτερη επικοινωνία με τον καθηγητή όσον αφορά τις απορίες των φοιτητών και εξοικονόμηση χρόνου».
 - «Οι έννοιες γίνονται εύκολα κατανοητές».
 - «Πιο ενδιαφέρουσα, περισσότερο κατανοητή, καλύτερη απομνημόνευση της θεωρίας, περισσότερο ξεκούραστο το μάθημα».
 - «Πιο ενδιαφέρον το μάθημα, καλύτερη επικοινωνία με τον καθηγητή, καλύτερη κατανόηση σχημάτων στον υπολογιστή από ότι στον πίνακα».
 - «Αμεσότητα όσον αφορά την κατανόηση του μαθήματος, παραστατικότητα του μαθήματος, εποικοδομητική επικοινωνία σχετικά με το μάθημα μεταξύ φοιτητών-φοιτητών και καθηγητή-φοιτητών, εξοικονόμηση χρόνου».
 - «Οπτικοποίηση ιδεών, εξοικονόμηση χρόνου, περισσότερο κατανοητό, πιο εύκολο το μάθημα».
 - «Εύκολη επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων, αναπαραστάσεις στο χώρο που βοηθούν στην καλύτερη κατανόηση της γεωμετρικής ερμηνείας, εκμάθηση νέου προγράμματος».
- 7) Τα *μειονεκτήματα της διδακτικής προσέγγισης* που ακολουθήθηκε στο εργαστήριο συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, όπως *διατυπώθηκαν από τους φοιτητές* είναι:
- «Δεν υπάρχει επαρκής χώρος και χρόνος για να παρακολουθήσουν όλοι οι φοιτητές που επιθυμούν το μάθημα στα εργαστήρια. Το μάθημα γίνεται πιο "χαλαρό" και ίσως να μην υπάρχει η απαραίτητη προσοχή από όλους τους φοιτητές».
 - «Λόγω μη εξοικείωσης με το πρόγραμμα ήταν πολύ χρονοβόρα η επίλυση μιας και μόνης άσκησης, κάτι το οποίο δεν γίνεται στην τάξη».
 - «Λίγοι υπολογιστές σχετικά με τον αριθμό των φοιτητών».
 - «Στην παραδοσιακή διδασκαλία οι φοιτητές κρατούν καλύτερες σημειώσεις».
 - «Δεν υπάρχουν επαρκείς σημειώσεις και υλικό για διάβασμα στο σπίτι».
 - «Δεν καλύπτεται στα εργαστήρια η διδακτική ύλη τόσο γρήγορα όσο στα μαθήματα».
 - «Στα εργαστήρια λόγω του ενδιαφέροντος των φοιτητών δημιουργείται συνωστισμός και χρειάζεται καλύτερη προετοιμασία από τον καθηγητή σε σχέση με τη διδασκαλία στο αμφιθέατρο».
 - «Ελάχιστες ώρες στα εργαστήρια και κατάλληλη για εφαρμογή μόνο σε μαθήματα επιλογής».
 - «Πολύ λίγος διαθέσιμος χρόνος».
 - «Δεν υπάρχουν αρκετά εργαστήρια ώστε να λαμβάνουν όλοι οι φοιτητές μέρος».

- «Χρονοβόρο στην επίλυση απλών προβλημάτων».

12.3. Επαγωγική ανάλυση για το 1^ο διερευνητικό ερώτημα

Στην επαγωγική ανάλυση, έγινε διερεύνηση σε ομάδες φοιτητών, της επίδοσης μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας και των απόψεων των φοιτητών σχετικά με τα χαρακτηριστικά και του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας, ειδικότερα σχετικά με τα χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στα εργαστήρια και τη διδακτική προσέγγιση.

Ειδικότερα οι φοιτητές ομαδοποιήθηκαν κατά το φύλο και κατά την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή. Επιλέχθηκαν συγκεκριμένες μεταβλητές σχετικά με την επίδοση και τις απόψεις των φοιτητών, οι οποίες θεωρούνται ως οι πλέον χαρακτηριστικές και οι οποίες θεωρήσαμε ότι έγιναν σε μεγαλύτερο βαθμό κατανοητές από τους φοιτητές, αν και στις περισσότερες ερωτήσεις του ερωτηματολογίου υπήρχαν επεξηγήσεις σχετικά με τις έννοιες οι οποίες εκφράζονταν στην κάθε ερώτηση.

12.3.1. Επαγωγική ανάλυση για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός II

12.3.1.1. Διερεύνηση επίδοσης μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας σε ομάδες φοιτητών

I. Επίδοση και φύλο

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών, σύμφωνα με το κριτήριο *Mann – Whitney* μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις επιδόσεις τους: α) στους υπολογισμούς, β) στις γεωμετρικές ερμηνείες, γ) στις διαδικασίες και δ) στη συνολική επίδοση στο μετά-τεστ.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλές συμπέρασμα για την επίδοση των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι τα κορίτσια εμφανίζουν μεγαλύτερα ποσοστά στις επιδόσεις Καλά έως Άριστα από ότι τα αγόρια (Αγόρια: Καλά 27,8 %, Πολύ καλά: 11,1 %, Άριστα: 0 % και Κορίτσια: Καλά: 63,3 %, Πολύ καλά: 13,3 %, Άριστα: 0 %) και μικρότερα ποσοστά στις επιδόσεις Άσχημα έως Μέτρια από ότι τα αγόρια (Αγόρια: Άσχημα: 38,9 %, Μέτρια: 22,2 %, και Κορίτσια: Άσχημα: 10,0 %, Μέτρια: 13,3 %).

Test Statistics^a

	Υπολογισμοί	Γεωμετρικές ερμηνείες	Διαδικασίες	Μετά - τεστ	Τελικές εξετάσεις
Mann-Whitney U	266,500	281,000	221,000	287,000	169,000
Wilcoxon W	419,500	434,000	374,000	882,000	340,000
Z	-,493	-,166	-1,454	-,042	-2,320
Asymp. Sig. (2-tailed)	,622	,868	,146	,966	,020

a. Grouping Variable: Φύλο

	Φύλο					
	Αγόρια			Κορίτσια		
	Υπολογισμοί	Γεωμετρ. ερμηνείες	Διαδικασίες	Υπολογισμοί	Γεωμετρ. ερμηνείες	Διαδικασίες
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
Άσχημα	0	0	0	0	4	2
Μέτρια	0	7	0	0	8	0
Καλά	2	5	6	7	12	5
Πολύ καλά	8	5	6	8	6	9
Άριστα	7	0	5	19	4	18
Total	17	17	17	34	34	34

	Φύλο			
	Αγόρια		Κορίτσια	
	Μετά - τεστ	Τελικές εξετάσεις	Μετά - τεστ	Τελικές εξετάσεις
	Count	Count	Count	Count
Άσχημα	0	7	2	3
Μέτρια	0	4	0	4
Καλά	7	5	7	19
Πολύ καλά	3	2	15	4
Άριστα	7	0	10	0
Total	17	18	34	30

II. Επίδοση και εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση του υπολογιστή (Λιγότερο από 1 χρόνο, 1 – 3 χρόνια και Περισσότερα από 3 χρόνια), σύμφωνα με το κριτήριο *Kruskal – Wallis*, μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις επιδόσεις στο μετά – τεστ (υπολογισμοί, γεωμετρικές ερμηνείες, διαδικασίες, δείκτης επίδοσης, συνολική επίδοση) και στις τελικές εξετάσεις.

Test Statistics^{a,b}

	Υπολογισμοί	Γεωμετρικές ερμηνείες	Διαδικασίες	Μετά - τεστ	Τελικές εξετάσεις
Chi-Square	4,210	,958	1,184	,519	1,343
df	2	2	2	2	2
Asymp. Sig.	,122	,619	,553	,771	,511

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή								
	Λιγότερο από 1 χρόνο			1 έως 3 χρόνια			Περισσότερο από 3 χρόνια		
	Υπολογισμοί	Γεωμ. ερμην.	Διαδικασίες	Υπολογισμοί	Γεωμ. ερμην.	Διαδικασίες	Υπολογισμοί	Γεωμ. ερμην.	Διαδικασίες
	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count
Άσχημα	0	0	0	0	2	0	0	0	0
Μέτρια	0	2	0	0	4	0	0	9	0
Καλά	1	4	1	3	3	5	3	10	5
Πολύ καλά	0	1	4	6	7	5	10	3	6
Άριστα	8	2	4	7	0	6	11	2	13
Total	9	9	9	16	16	16	24	24	24

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή					
	Λιγότερο από 1 χρόνο		1 έως 3 χρόνια		Περισσότερο από 3 χρόνια	
	Μετά - τεστ	Τελικές εξετάσεις	Μετά - τεστ	Τελικές εξετάσεις	Μετά - τεστ	Τελικές εξετάσεις
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
Άσχημα	0	3	0	3	0	4
Μέτρια	0	0	0	3	0	3
Καλά	2	6	5	4	7	14
Πολύ καλά	3	0	5	2	10	4
Άριστα	4	0	6	0	7	0
Total	9	9	16	12	24	25

12.3.1.2. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά του λογισμικού σε ομάδες φοιτητών

I. Χαρακτηριστικά του λογισμικού και φύλο

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών, σύμφωνα με το κριτήριο Mann – Whitney μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις απόψεις τους, σχετικά με το αν το λογισμικό: α) είναι εύκολο στο χειρισμό του, β) είναι εύκολο να το μάθει κανείς, γ) έχει δυναμικό φορμαλισμό, δ) είναι γενικεύσιμο και ε) αν μπορούν να χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλές συμπέρασμα σχετικά με το αν το λογισμικό έχει απλό φορμαλισμό. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι τα αγόρια εμφανίζουν μεγαλύτερα ποσοστά στις θετικές απόψεις (Αγόρια: 5: 47,1 %, 6: 23,5 %, 7: 23,5 % και Κορίτσια: 5: 12,5 %, 6: 20,8 %, 7: 8,3 %), ενώ τα κορίτσια μάλλον δεν παίρνουν θέση (Κορίτσια: 4: 58,3 %, Αγόρια: 4: 0 %).

Test Statistics^a

	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς	Απλός φορμαλισμός	Δυναμικός φορμαλισμός	Γενικεύσιμο	Χειρισμός ανεξ. από την παρουσία καθηγητή
Mann-Whitney U	268,000	170,000	114,000	166,000	271,000	263,500
Wilcoxon W	898,000	470,000	414,000	319,000	901,000	453,500
Z	-1,204	-,950	-2,473	-1,061	-1,170	-1,452
Asymp. Sig. (2-tailed)	,229	,342	,013	,289	,242	,147

a. Grouping Variable: Φύλο

	Φύλο			
	Αγόρια		Κορίτσια	
	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς
	Count	Count	Count	Count
2	0	0	4	0
3	0	0	0	2
4	2	1	9	6
5	9	9	8	7
6	3	7	6	7
7	5	0	8	2
Total	19	17	35	24

	Φύλο					
	Αγόρια			Κορίτσια		
	Απλός φορμαλισμός	Δυναμικός φορμαλισμός	Γενικεύ- σιμο	Απλός φορμαλισμός	Δυναμικός φορμαλισμός	Γενικεύ- σιμο
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
2	0	0	0	0	0	2
3	1	0	0	0	0	6
4	0	4	7	14	2	5
5	8	1	6	3	5	17
6	4	9	5	5	8	3
7	4	3	1	2	9	2
Total	17	17	19	24	24	35

	Φύλο	
	Αγόρια	Κορίτσια
	Χειρισμός ανεξάρτητα από την παρουσία καθηγητή	Χειρισμός ανεξάρτητα από την παρουσία καθηγητή
	Count	Count
Ναι	11	13
Όχι	8	22
Total	19	35

II. Χαρακτηριστικά του λογισμικού και εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (Λιγότερο από 1 χρόνο, 1 – 3 χρόνια και Περισσότερα από 3 χρόνια), σύμφωνα με το κριτήριο *Kruskal – Wallis*, μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν το λογισμικό: α) είναι εύκολο στο χειρισμό του, β) είναι εύκολο να το μάθει κανείς, γ) έχει δυναμικό φορμαλισμό, δ) είναι γενικεύσιμο και ε) αν μπορούν να το χειρίζονται οι φοιτητές ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλές συμπέρασμα σχετικά με το αν το λογισμικό έχει απλό φορμαλισμό. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι η ομάδα με μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή, εμφανίζει μεγαλύτερα ποσοστά στη θετική άποψη (5 και πάνω) (Λιγότερο από 1 χρόνο: 33,3 %, 1 – 3 χρόνια: 53,3 % και Περισσότερο από 3 χρόνια: 100 %), ενώ οι φοιτητές με λιγότερο από 1 χρόνο εμπειρία μάλλον δεν παίρνουν θέση (Λιγότερο από 1 χρόνο: 4: 66,6 %, 1 – 3 χρόνια: 4: 40,0 % και Περισσότερο από 3 χρόνια: 4: 0 %).

Test Statistics^{a,b}

	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς	Απλός φορμα- λισμός	Δυναμικός φορμα- λισμός	Γενικεύ- σιμο	Χειρισμός ανεξ. από την παρουσία καθηγητή
Chi-Square	,309	2,536	6,931	2,038	2,444	1,229
df	2	2	2	2	2	2
Asymp. Sig.	,857	,281	,031	,361	,295	,541

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή					
	Λιγότερο από 1 χρόνο		1 έως 3 χρόνια		Περισσότερο από 3 χρόνια	
	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
2	0	0	0	0	4	0
3	0	0	0	2	0	0
4	0	3	5	2	4	0
5	8	4	3	4	6	8
6	2	2	3	5	4	7
7	0	0	5	2	8	0
Total	10	9	16	15	26	15

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή								
	Λιγότερο από 1 χρόνο			1 έως 3 χρόνια			Περισσότερο από 3 χρόνια		
	Απλός φορμαλισμός	Δυναμ. φορμαλισμός	Γενικεύσιμο	Απλός φορμαλισμός	Δυναμ. φορμαλισμός	Γενικεύσιμο	Απλός φορμαλισμός	Δυναμ. φορμαλισμός	Γενικεύσιμο
	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count
3	0	0	0	1	0	4	0	0	2
4	6	0	2	6	2	1	0	4	9
5	2	3	5	1	1	6	8	0	12
6	1	5	2	3	5	3	5	7	3
7	0	1	1	4	7	2	2	4	0
Total	9	9	10	15	15	16	15	15	26

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή		
	Λιγότερο από 1 χρόνο	1 έως 3 χρόνια	Περισσότερο από 3 χρόνια
	Χειρισμός ανεξ. από την παρουσία καθηγητή	Χειρισμός ανεξ. από την παρουσία καθηγητή	Χειρισμός ανεξ. από την παρουσία καθηγητή
	Count	Count	Count
Ναι	4	6	14
Όχι	6	10	12
Total	10	16	26

12.3.1.3. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης σε ομάδες φοιτητών

I. Χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης και φύλο

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών, σύμφωνα με το κριτήριο *Mann – Whitney* μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση: α) προκαλεί το ενδιαφέρον των μαθητών για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά, β) επιτρέπει την ενεργητική συμμετοχή, γ) επιτρέπει την αυτενέργεια, δ) επιτρέπει τον πειραματισμό, ε) επιτρέπει τη δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων και στ) δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ καθηγητή – φοιτητών.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα σχετικά με το αν η προσέγγιση:

α) προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι δεν εμφανίζονται σημαντικές διαφορές στη θετική άποψη (5 και πάνω) (Αγόρια: 100 % και Κορίτσια: 94,3

%), αλλά τα αγόρια εμφανίζουν μεγαλύτερο ποσοστό στις απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7) (Αγόρια: 89,5 % και Κορίτσια: 74,3 %).

β) επιτρέπει τον αναστοχασμό. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι τα κορίτσια εμφανίζουν μεγαλύτερα ποσοστά στην θετική άποψη (5 και πάνω) (Αγόρια: 73,7 % και Κορίτσια: 91,4 %) και στις απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7) (Αγόρια: 47,4 % και Κορίτσια: 77,1 %).

γ) επιτρέπει τη διατύπωση και έλεγχο εικασιών. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι το σύνολο των αγοριών είχε θετική άποψη σε σύγκριση με το 80 % των κοριτσιών, επίσης τα αγόρια εμφανίζουν μεγαλύτερα ποσοστά στις απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7) (Αγόρια: 63,2 % και Κορίτσια: 45,7 %). Τα αγόρια και τα κορίτσια δεν εξέφρασαν αρνητικές απόψεις (3 και κάτω).

δ) δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι δεν εμφανίζονται σημαντικές διαφορές στη θετική άποψη (5 και πάνω) (Αγόρια: 89,5 % και Κορίτσια: 94,3 %), ούτε στις απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7) (Αγόρια: 89,5 % και Κορίτσια: 88,6 %). Τα αγόρια και τα κορίτσια δεν εξέφρασαν αρνητικές απόψεις (3 και κάτω).

Test Statistics^a

	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός
Mann-Whitney U	247,000	286,500	271,000	260,500	327,500
Wilcoxon W	877,000	916,500	461,000	450,500	957,500
Z	-1,707	-,870	-1,195	-1,346	-,093
Asymp. Sig. (2-tailed)	,088	,384	,232	,178	,926

a. Grouping Variable: Φύλο

Test Statistics^a

	Αναστοχασμός	Προσωπικές αναπαραστάσεις	Διατύπωση / έλεγχος εικασιών	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών
Mann-Whitney U	242,000	252,000	242,000	293,000	213,000
Wilcoxon W	432,000	882,000	872,000	923,000	403,000
Z	-1,728	-1,518	-1,727	-,808	-2,452
Asymp. Sig. (2-tailed)	,084	,129	,084	,419	,014

a. Grouping Variable: Φύλο

	Φύλο			
	Αγόρια		Κορίτσια	
	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά
	Count	Count	Count	Count
3	0	0	2	3
4	0	2	0	0
5	2	3	7	13
6	4	8	10	9
7	13	6	16	10
Total	19	19	35	35

	Φύλο					
	Αγόρια			Κορίτσια		
	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
3	0	2	0	0	2	2
4	0	2	5	3	5	6
5	4	8	3	4	6	10
6	11	4	6	12	13	6
7	4	3	5	16	9	11
Total	19	19	19	35	35	35

	Φύλο					
	Αγόρια			Κορίτσια		
	Αναστοχασμός	Προσωπικές αναπαραστάσεις	Διατύπωση / έλεγχος εικασιών	Αναστοχασμός	Προσωπικές αναπαραστάσεις	Διατύπωση / έλεγχος εικασιών
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
4	5	5	0	3	9	7
5	5	3	7	5	15	12
6	5	6	8	18	9	12
7	4	5	4	9	2	4
Total	19	19	19	35	35	35

	Φύλο			
	Αγόρια		Κορίτσια	
	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών
	Count	Count	Count	Count
4	0	2	0	2
5	0	0	3	2
6	10	16	18	15
7	9	1	14	16
Total	19	19	35	35

II. Χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης και εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (Λιγότερο από 1 χρόνο, 1 – 3 χρόνια και Περισσότερα από 3 χρόνια), σύμφωνα με το κριτήριο *Kruskal – Wallis*, μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι *υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής* ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση: α) προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα, β) προκαλεί το ενδιαφέρον των μαθητών για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά, γ) επιτρέπει την ενεργητική συμμετοχή, δ) επιτρέπει την αυτενέργεια, ε) επιτρέπει τον πειραματισμό, στ) επιτρέπει τη δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων, ζ) δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών – καθηγητή, η) επιτρέπει τον αναστοχασμό και θ) επιτρέπει τη διατύπωση και έλεγχο εικασιών.

Μπορούμε να απορρίψουμε την παραπάνω υπόθεση ως προς το αν η προσέγγιση δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι οι ομάδες με 1 – 3 χρόνια και περισσότερο από 3 χρόνια εμπειρία στη χρήση υπολογιστή εμφάνισαν απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7), σε αντίθεση με το 70 % της ομάδας με λιγότερο από 1 χρόνο εμπειρία.

Test Statistics^{a,b}

	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός
Chi-Square	,604	2,422	,227	4,109	3,361
df	2	2	2	2	2
Asymp. Sig.	,739	,298	,893	,128	,186

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

Test Statistics^{a,b}

	Αναστοχασμός	Προσ. αναπαραστάσεις	Διατύπωση / έλεγχος εικασιών	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών
Chi-Square	,024	1,996	1,658	3,988	10,221
df	2	2	2	2	2
Asymp. Sig.	,988	,369	,436	,136	,006

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή					
	Λιγότερο από 1 χρόνο		1 έως 3 χρόνια		Περισσότερο από 3 χρόνια	
	Ενδιαφ. για το μάθημα	Ενδιαφ. για τα μαθηματικά	Ενδιαφ. για το μάθημα	Ενδιαφ. για τα μαθηματικά	Ενδιαφ. για το μάθημα	Ενδιαφ. για τα μαθηματικά
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
3	0	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	2
5	2	3	3	5	4	8
6	3	4	5	1	6	12
7	5	3	8	9	16	4
Total	10	10	16	16	26	26

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή								
	Λιγότερο από 1 χρόνο			1 έως 3 χρόνια			Περισσότερο από 3 χρόνια		
	Ενεργ. συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός	Ενεργ. συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός	Ενεργ. συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός
	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count
3	0	0	0	0	0	2	0	4	0
4	1	2	4	0	3	3	0	0	2
5	3	5	1	0	4	4	5	5	8
6	1	3	5	11	7	0	11	7	7
7	5	0	0	5	2	7	10	10	9
Total	10	10	10	16	16	16	26	26	26

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή								
	Λιγότερο από 1 χρόνο			1 έως 3 χρόνια			Περισσότερο από 3 χρόνια		
	Αναστο- χασμός	Προσ. αναπαρ.	Διατύπ. / έλεγχος εικασ.	Αναστο- χασμός	Προσ. αναπαρ.	Διατύπ. / έλεγχος εικασ.	Αναστο- χασμός	Προσ. αναπαρ.	Διατύπ. / έλεγχος εικασ.
	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count
4	2	1	3	2	5	2	4	6	0
5	1	8	1	5	4	4	4	6	14
6	5	1	6	4	5	5	12	9	9
7	2	0	0	5	2	5	6	5	3
Total	10	10	10	16	16	16	26	26	26

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή					
	Λιγότερο από 1 χρόνο		1 έως 3 χρόνια		Περισσότερο από 3 χρόνια	
	Συζήτ. φοιτ. - καθηγητή	Συζήτ. μεταξύ φοιτητών	Συζήτ. φοιτ. - καθηγητή	Συζήτ. μεταξύ φοιτητών	Συζήτ. φοιτ. - καθηγητή	Συζήτ. μεταξύ φοιτητών
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
4	0	2	0	0	0	2
5	3	0	0	0	0	2
6	4	5	7	6	15	18
7	3	3	9	10	11	4
Total	10	10	16	16	26	26

12.3.2. Επαγωγική ανάλυση για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

12.3.2.1. Διερεύνηση επίδοσης μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας σε ομάδες φοιτητών

I. Επίδοση και φύλο

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών, σύμφωνα με το κριτήριο *Mann – Whitney* μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις επιδόσεις στους υπολογισμούς, στις διαδικασίες, στο δείκτη επίδοσης και στο μετά – τεστ.

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι δεν είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς την επίδοση στις τελικές εξετάσεις. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι τα κορίτσια εμφανίζουν μεγαλύτερο ποσοστό στις επιδόσεις Πολύ καλά έως Άριστα από ότι τα αγόρια (Αγόρια: 31,6 %, Κορίτσια: 82,3 %), επίσης τα κορίτσια δεν εμφανίζουν επιδόσεις Άσχημα ή Μέτρια σε αντίθεση με το 31,5 % των αγοριών.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα για τις επιδόσεις:

α) Επίδοση στις γεωμετρικές ερμηνείες. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι το μεγαλύτερο ποσοστό των αγοριών είναι συγκεντρωμένο στο Καλά (50 %) με αρκετά μεγάλο ποσοστό στις επιδόσεις Άσχημα ή Μέτρια (43,8 %). Το μεγαλύτερο ποσοστό των κοριτσιών είναι συγκεντρωμένο στο Πολύ καλά (46,7 %) με μικρότερο ποσοστό στις επιδόσεις Άσχημα ή Μέτρια (26,7 %).

β) Επίδοση στο μετά - τεστ. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι τα κορίτσια εμφανίζουν μεγαλύτερο ποσοστό στις επιδόσεις Πολύ καλά έως Άριστα από ότι τα αγόρια (Αγόρια: 56,3 %, Κορίτσια: 86,7 %), επίσης τα κορίτσια εμφανίζουν μικρότερο ποσοστό στις επιδόσεις Άσχημα ή Μέτρια (Αγόρια: 43,8 %, Κορίτσια: 13,3 %).

Test Statistics^b

	Υπολογισμοί	Γεωμετρικές ερμηνείες	Διαδικασίες	Μετά - τεστ	Τελικές εξετάσεις
Mann-Whitney U	82,500	69,500	86,500	82,000	79,500
Wilcoxon W	218,500	205,500	222,500	218,000	269,500
Z	-1,565	-2,103	-1,414	-1,664	-2,704
Asymp. Sig. (2-tailed)	,118	,035	,157	,096	,007
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,140 ^a	,045 ^a	,188 ^a	,140 ^a	,008 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Φύλο

	Φύλο					
	Αγόρια			Κορίτσια		
	Υπολογισμοί	Γεωμετρικές ερμηνείες	Διαδικασίες	Υπολογισμοί	Γεωμετρικές ερμηνείες	Διαδικασίες
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
Άσχημα	0	2	3	0	0	0
Μέτρια	2	5	4	0	4	2
Καλά	5	8	2	2	4	1
Πολύ καλά	4	1	4	6	7	11
Άριστα	5	0	3	7	0	1
Total	16	16	16	15	15	15

	Φύλο			
	Αγόρια		Κορίτσια	
	Μετά - τεστ	Τελικές εξετάσεις	Μετά - τεστ	Τελικές εξετάσεις
	Count	Count	Count	Count
Άσχημα	1	4	0	0
Μέτρια	6	2	2	0
Καλά	0	7	0	3
Πολύ καλά	7	3	10	10
Άριστα	2	3	3	4
Total	16	19	15	17

II. Επίδοση και εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση του υπολογιστή (Λιγότερο από 1 χρόνο, 1 – 3 χρόνια και Περισσότερα από 3 χρόνια), σύμφωνα με το κριτήριο *Kruskal – Wallis*, μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις επιδόσεις τους στους υπολογισμούς, στις διαδικασίες, στο δείκτη επίδοσης, στη συνολική επίδοση στο μετά – τεστ και στις τελικές εξετάσεις.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλές συμπέρασμα ως προς την επίδοση των φοιτητών στις γεωμετρικές ερμηνείες. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι στις γεωμετρικές ερμηνείες στις επιδόσεις Πολύ καλά έως Άριστα, μεγαλύτερο ποσοστό εμφανίζει η ομάδα με 1 έως 3 χρόνια εμπειρία (Λιγότερο από 1 χρόνο: 21,4 %, 1 – 3 χρόνια: 50 %, Περισσότερο από 3 χρόνια: 0 %), επίσης η ίδια ομάδα εμφανίζει το μικρότερο ποσοστό στις επιδόσεις Άσχημα ή Μέτρια (Λιγότερο από 1 χρόνο: 35,7 %, 1 – 3 χρόνια: 20 %, Περισσότερο από 3 χρόνια: 57,2 %).

Test Statistics^{a,b}

	Επίδοση στους υπολογισμούς	Επίδοση στις γεωμ. ερμηνείες	Επίδοση στις διαδικασίες	Δείκτης επίδοσης	Επίδοση στο μετα-τεστ	Επίδοση στις τελικές εξετάσεις
Chi-Square	2,342	5,272	,669	,391	1,042	2,481
df	2	2	2	2	2	2
Asymp. Sig.	,310	,072	,716	,822	,594	,289

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: Πόσο καιρό χρησιμοποιείτε τον υπολογιστή;

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή								
	Λιγότερο από 1 χρόνο			1 έως 3 χρόνια			Περισσότερο από 3 χρόνια		
	Υπολογισμοί	Γεωμ. ερμηνείες	Διαδικασίες	Υπολογισμοί	Γεωμ. ερμηνείες	Διαδικασίες	Υπολογισμοί	Γεωμ. ερμηνείες	Διαδικασίες
	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count
Άσχημα	0	1	2	0	0	0	0	1	1
Μέτρια	1	4	2	0	2	2	1	3	2
Καλά	3	6	0	2	3	1	2	3	2
Πολύ καλά	7	3	8	2	5	7	1	0	0
Άριστα	3	0	2	6	0	0	3	0	2
Total	14	14	14	10	10	10	7	7	7

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή					
	Λιγότερο από 1 χρόνο		1 έως 3 χρόνια		Περισσότερο από 3 χρόνια	
	Μετά - τεστ	Τελικές εξετάσεις	Μετά - τεστ	Τελικές εξετάσεις	Μετά - τεστ	Τελικές εξετάσεις
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
Άσχημα	0	3	0	0	1	1
Μέτρια	4	0	2	0	2	2
Καλά	0	3	0	5	0	2
Πολύ καλά	8	2	6	10	3	1
Άριστα	2	6	2	0	1	1
Total	14	14	10	15	7	7

12.3.2.2. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά του λογισμικού σε ομάδες φοιτητών

I. Χαρακτηριστικά του λογισμικού και φύλο

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών, σύμφωνα με το κριτήριο *Mann – Whitney* μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν το λογισμικό: α) είναι εύκολο στο χειρισμό του, β) έχει απλό φορμαλισμό, γ) έχει δυναμικό φορμαλισμό και δ) είναι γενικεύσιμο.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα σχετικά με το αν το λογισμικό:

α) είναι εύκολο να το μάθει κανείς. Από τον πίνακα συνάφειας, τα αγόρια εμφανίζουν μεγαλύτερο ποσοστό στην θετική άποψη (5 και πάνω) (Αγόρια: 84,2 % και Κορίτσια: 58,8 %) και μεγαλύτερο ποσοστό στις απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7) (Αγόρια: 47,4 % και Κορίτσια: 17,6 %). Επίσης τα αγόρια δεν εμφανίζουν αρνητική άποψη (3 και κάτω), ενώ τα κορίτσια ένα πολύ μικρό ποσοστό 5,9 %.

β) αν μπορούν να χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή. Από τη μελέτη του πίνακα συνάφειας, τα αγόρια απάντησαν θετικά κατά 56,3 %, ενώ τα κορίτσια κατά 17,6 %.

Test Statistics^b

	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς	Απλός φορμαλισμός	Δυναμικός φορμαλισμός	Γενικεύσιμο	Χειρισμός ανεξ. από την παρουσία καθηγητή
Mann-Whitney U	133,500	104,000	114,000	129,500	115,500	83,500
Wilcoxon W	286,500	257,000	267,000	319,500	268,500	219,500
Z	-,710	-1,906	-1,548	-1,074	-1,559	-2,269
Asymp. Sig. (2-tailed)	,478	,057	,122	,283	,119	,023
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,525 ^a	,071 ^a	,138 ^a	,315 ^a	,146 ^a	,058 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Φύλο

	Φύλο			
	Αγόρια		Κορίτσια	
	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς
	Count	Count	Count	Count
2	0	0	0	1
3	1	0	0	0
4	0	3	1	6
5	8	7	9	7
6	7	7	7	1
7	2	2	0	2
Total	18	19	17	17

	Φύλο					
	Αγόρια			Κορίτσια		
	Απλός φορμαλισμός	Δυναμικός φορμαλισμός	Γενικεύσιμο	Απλός φορμαλισμός	Δυναμικός φορμαλισμός	Γενικεύσιμο
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
2	0	0	0	1	0	0
3	1	1	3	2	0	3
4	3	3	1	7	0	2
5	8	5	7	2	8	10
6	5	9	7	3	5	2
7	2	1	1	2	4	0
Total	19	19	19	17	17	17

	Φύλο	
	Αγόρια	Κορίτσια
	Χειρισμός ανεξάρτητα από την παρουσία καθηγητή	Χειρισμός ανεξάρτητα από την παρουσία καθηγητή
	Count	Count
Ναι	9	3
Όχι	7	14
Total	16	17

II. Χαρακτηριστικά του λογισμικού και εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (Λιγότερο από 1 χρόνο, 1 – 3 χρόνια και Περισσότερα από 3 χρόνια), σύμφωνα με το κριτήριο *Kruskal – Wallis*, μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν το λογισμικό: α) είναι εύκολο στο χειρισμό του, β) είναι εύκολο να το μάθει κανείς, γ) έχει απλό φορμαλισμό και δ) έχει δυναμικό φορμαλισμό.

Μπορούμε να απορρίψουμε την παραπάνω υπόθεση, σχετικά με το αν το λογισμικό:

α) είναι γενικεύσιμο. Από τον πίνακα συνάφειας, προκύπτει ότι η ομάδα με μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή, εμφανίζει μεγαλύτερο ποσοστό στη θετική άποψη (5 και πάνω) (Λιγότερο από 1 χρόνο: 50 %, 1 – 3 χρόνια: 86,7 % και Περισσότερο από 3 χρόνια: 100 %) και στις απόλυτα θετικές απαντήσεις (Λιγότερο από 1 χρόνο: 14,3 %, 1 – 3 χρόνια: 20 % και Περισσότερο από 3 χρόνια: 71,4 %).

β) αν οι φοιτητές μπορούν να χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή. Από τον πίνακα συνάφειας, η ομάδα με μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή, εμφανίζει μεγαλύτερο ποσοστό στη θετική απάντηση (Λιγότερο από 1 χρόνο: 50 %, 1 – 3 χρόνια: 7,7 % και Περισσότερο από 3 χρόνια: 71,4 %).

Test Statistics^{a,b}

	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς	Απλός φορμαλισμός	Δυναμικός φορμαλισμός	Γενικεύσιμο	Χειρισμός ανεξ. από την παρουσία καθηγητή
Chi-Square	4,365	4,243	4,392	2,576	10,016	9,551
df	2	2	2	2	2	2
Asymp. Sig.	,113	,120	,111	,276	,007	,008

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή					
	Λιγότερο από 1 χρόνο		1 έως 3 χρόνια		Περισσότερο από 3 χρόνια	
	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς	Εύκολο στο χειρισμό	Εύκολο να το μάθει κανείς
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
2	0	0	0	1	0	0
3	1	0	0	0	0	0
4	0	4	1	5	0	0
5	6	5	9	6	2	3
6	6	1	5	3	3	4
7	0	4	0	0	2	0
Total	13	14	15	15	7	7

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή								
	Λιγότερο από 1 χρόνο			1 έως 3 χρόνια			Περισσότερο από 3 χρόνια		
	Απλός φορμα- λισμός	Δυναμ. φορμα- λισμός	Γενι- κεύ- σιμο	Απλός φορμα- λισμός	Δυναμ. φορμα- λισμός	Γενι- κεύ- σιμο	Απλός φορμα- λισμός	Δυναμ. φορμα- λισμός	Γενι- κεύ- σιμο
	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0
3	1	0	4	2	1	2	0	0	0
4	4	0	3	5	1	0	1	2	0
5	3	5	5	4	7	10	3	1	2
6	4	6	2	3	5	3	1	3	4
7	2	3	0	0	1	0	2	1	1
Total	14	14	14	15	15	15	7	7	7

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή		
	Λιγότερο από 1 χρόνο	1 έως 3 χρόνια	Περισσότερο από 3 χρόνια
	Χειρισμός ανεξάρτητα από την παρουσία καθηγητή	Χειρισμός ανεξάρτητα από την παρουσία καθηγητή	Χειρισμός ανεξάρτητα από την παρουσία καθηγητή
	Count	Count	Count
Ναι	6	1	5
Όχι	6	13	2
Total	12	14	7

12.3.2.3. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης σε ομάδες φοιτητών

I. Χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης και φύλο

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών, σύμφωνα με το κριτήριο *Mann – Whitney* μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις απόψεις τους για το αν η διδακτική προσέγγιση: α) προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα, β) προκαλεί το ενδιαφέρον των μαθητών για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά, γ) επιτρέπει την ενεργητική συμμετοχή, δ) επιτρέπει την αυτενέργεια, ε) επιτρέπει τον πειραματισμό, στ) επιτρέπει τη δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων, ζ) επιτρέπει τη διατύπωση και έλεγχο εικασιών και ζ) δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλές συμπέρασμα σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση:

α) επιτρέπει στους φοιτητές να αναστοχάζονται. Από τον πίνακα συνάφειας, δεν προκύπτει σημαντική διαφορά στη θετική άποψη (5 και πάνω) (Αγόρια: 94,7 % και Κορίτσια: 88,2 %), ενώ στις απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7), τα κορίτσια εμφανίζουν μεγαλύτερο ποσοστό (Αγόρια: 63,2 % και Κορίτσια: 82,4 %).

β) δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών – καθηγητή. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι τα αγόρια και τα κορίτσια εμφανίζουν συγκρίσιμα αποτελέσματα στη θετική άποψη (5 και πάνω) (Αγόρια: 94,7 % και Κορίτσια: 100 %), ενώ στις απόλυτα θετικές απαντήσεις τα αγόρια υπερτερούν στην απάντηση 6 (68,4 %), ενώ τα κορίτσια στην απάντηση 7(58,8 %).

Test Statistics^b

	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός
Mann-Whitney U	139,500	113,500	150,500	144,000	149,000
Wilcoxon W	292,500	303,500	340,500	297,000	302,000
Z	-,765	-1,583	-,369	-,579	-,433
Asymp. Sig. (2-tailed)	,444	,113	,712	,562	,665
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,490 ^a	,129 ^a	,731 ^a	,594 ^a	,707 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Φύλο

Test Statistics^b

	Αναστοχασμός	Προσωπικές αναπαραστάσεις	Διατύπωση / έλεγχος εικασιών	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών
Mann-Whitney U	107,000	150,000	150,000	112,000	145,500
Wilcoxon W	297,000	340,000	340,000	302,000	335,500
Z	-1,849	-,379	-,386	-1,775	-,561
Asymp. Sig. (2-tailed)	,064	,705	,700	,076	,574
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,087 ^a	,731 ^a	,731 ^a	,121 ^a	,616 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Φύλο

	Φύλο			
	Αγόρια		Κορίτσια	
	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά
	Count	Count	Count	Count
1	0	1	0	0
2	1	0	0	0
3	1	1	0	0
4	0	1	1	2
5	3	5	1	3
6	6	8	13	4
7	8	3	2	8
Total	19	19	17	17

	Φύλο					
	Αγόρια			Κορίτσια		
	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
3	0	1	0	0	0	0
4	2	1	2	3	6	5
5	3	8	2	1	3	0
6	8	7	11	6	6	8
7	6	2	4	7	2	4
Total	19	19	19	17	17	17

	Φύλο					
	Αγόρια			Κορίτσια		
	Αναστο- χασμός	Προσ. αναπαρα- στάσεις	Διατύπ. / έλεγχος εικασιών	Αναστο- χασμός	Προσ. αναπαρα- στάσεις	Διατύπ. / έλεγχος εικασιών
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
1	0	0	1	0	0	0
3	1	0	2	0	0	4
4	0	6	0	2	5	2
5	6	5	12	1	4	4
6	10	6	4	7	5	5
7	2	2	0	7	3	2
Total	19	19	19	17	17	17

	Φύλο			
	Αγόρια		Κορίτσια	
	Συζήτ. φοιτητών - καθηγητή	Συζήτ. μεταξύ φοιτητών	Συζήτ. φοιτητών - καθηγητή	Συζήτ. μεταξύ φοιτητών
	Count	Count	Count	Count
4	1	0	0	0
5	0	3	1	1
6	13	7	6	7
7	5	9	10	9
Total	19	19	17	17

II. Χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης και εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (Λιγότερο από 1 χρόνο, 1 – 3 χρόνια και Περισσότερα από 3 χρόνια), σύμφωνα με το κριτήριο *Kruskal – Wallis*, μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι *υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής* ως προς τις απόψεις τους για το αν η διδακτική προσέγγιση: α) προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα, β) προκαλεί το ενδιαφέρον των μαθητών για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά, γ) επιτρέπει την ενεργητική συμμετοχή, δ) επιτρέπει την αυτενέργεια, ε) επιτρέπει τον πειραματισμό, στ) επιτρέπει στους φοιτητές να αναστοχάζονται, ζ) επιτρέπει τη δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων, η) επιτρέπει τη διατύπωση και έλεγχο εικασιών, θ) δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών και ι) δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών – καθηγητή.

Test Statistics^{a,b}

	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειρα- ματισμός
Chi-Square	3,425	,634	1,919	,660	3,628
df	2	2	2	2	2
Asymp. Sig.	,180	,728	,383	,719	,163

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

Test Statistics^{a,b}

	Αναστο- χασμός	Προσωπικές αναπαρα- στάσεις	Διατύπωση / έλεγχος εικασιών	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών
Chi-Square	,067	1,751	1,637	4,504	1,015
df	2	2	2	2	2
Asymp. Sig.	,967	,417	,441	,105	,602

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή					
	Λιγότερο από 1 χρόνο		1 έως 3 χρόνια		Περισσότερο από 3 χρόνια	
	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
1	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1	0
4	0	1	1	2	0	0
5	2	3	0	2	2	3
6	6	6	12	5	1	1
7	6	4	2	5	2	2
Total	14	14	15	15	7	7

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή								
	Λιγότερο από 1 χρόνο			1 έως 3 χρόνια			Περισσότερο από 3 χρόνια		
	Ενεργ. συμμε- τοχή	Αυτε- νέργεια	Πειρα- ματι- σμός	Ενεργ. συμμε- τοχή	Αυτε- νέργεια	Πειρα- ματι- σμός	Ενεργ. συμμε- τοχή	Αυτε- νέργεια	Πειρα- ματι- σμός
	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count
3	0	0	0	0	0	0	0	1	0
4	2	2	2	2	5	5	1	0	0
5	0	5	1	2	4	1	2	2	0
6	5	5	7	7	4	7	2	4	5
7	7	2	4	4	2	2	2	0	2
Total	14	14	14	15	15	15	7	7	7

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή								
	Λιγότερο από 1 χρόνο			1 έως 3 χρόνια			Περισσότερο από 3 χρόνια		
	Αναστο- χασμός	Προσ. αναπαρα- στάσεις	Διατύπ. / έλεγχος εικασιών	Αναστο- χασμός	Προσ. αναπαρα- στάσεις	Διατύπ. / έλεγχος εικασιών	Αναστο- χασμός	Προσ. αναπαρα- στάσεις	Διατύπ. / έλεγχος εικασιών
	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count	Count
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0	2	1	0	4	0	0	0
4	1	3	0	1	6	2	0	2	0
5	4	4	7	1	4	5	2	1	4
6	5	4	3	9	4	4	3	3	2
7	4	3	2	3	1	0	2	1	0
Total	14	14	14	15	15	15	7	7	7

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή					
	Λιγότερο από 1 χρόνο		1 έως 3 χρόνια		Περισσότερο από 3 χρόνια	
	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
4	0	0	1	0	0	0
5	1	2	0	1	0	1
6	5	3	7	8	7	3
7	8	9	7	6	0	3
Total	14	14	15	15	7	7

12.4. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το 1^ο διερευνητικό ερώτημα

Επιλέξαμε τις ακόλουθες μεταβλητές, κατ' αντιστοιχία με τις ερωτήσεις που τέθηκαν στο ερωτηματολόγιο διαθέσεων – στάσεων, ως πιο σημαντικές για τη διερεύνηση των ποιοτικών χαρακτηριστικών των απόψεων των φοιτητών και το συσχετισμό τους με την επίδοση των φοιτητών, μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας. Ειδικότερα:

Πίνακας 12.1. Πίνακας κύριων μεταβλητών για το 1^ο διερευνητικό ερώτημα

A/A	Μεταβλητή	Δυνατές τιμές	Χαρακτηρισμός
1	Φύλο	1, 2	Αγόρι, Κορίτσι
2	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή	1, 2, 3	Λιγότερο από 1 χρόνο, 1 – 3 χρόνια, Περισσότερο από 3 χρόνια
3	Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
4	Υπολογισμοί	1 – 5	Άσχημα, Μέτρια, Καλά, Πολύ Καλά, Άριστα
5	Γεωμετρικές ερμηνείες	1 – 5	Άσχημα, Μέτρια, Καλά, Πολύ Καλά, Άριστα
6	Διαδικασίες	1 – 5	Άσχημα, Μέτρια, Καλά, Πολύ Καλά, Άριστα
7	Μετά – τεστ	1 – 5	Άσχημα, Μέτρια, Καλά, Πολύ Καλά, Άριστα
8	Τελικές εξετάσεις	1 – 5	Άσχημα, Μέτρια, Καλά, Πολύ Καλά, Άριστα
9	Εύκολο στο χειρισμό	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
10	Εύκολο να το μάθει κανείς	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
11	Απλός φορμαλισμός	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
12	Δυναμικός φορμαλισμός	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
13	Γενικεύσιμο	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
14	Χειρισμός ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή	1, 2	Ναι, Όχι
15	Ενδιαφέρον για το μάθημα	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
16	Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
17	Ενεργητική συμμετοχή	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
18	Αυτενέργεια	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
19	Πειραματισμός	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
20	Αναστοχασμός	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ

21	Προσωπικές αναπαραστάσεις	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
22	Διατύπωση / έλεγχος εικασιών	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
23	Συζήτηση φοιτητών – καθηγητή	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
24	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ

12.4.1. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ

12.4.1.1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών

Η *ανάλυση πολλαπλών αντιστοιχιών* μπορεί να αφορά πολλές διαστάσεις, ο μέγιστος αριθμός είναι ο μικρότερος εκ των: α) ο αριθμός των κατηγοριών (άθροισμα δυνατών απαντήσεων που έχουν δοθεί στις ερωτήσεις) μείον τον αριθμό των μεταβλητών (αυτών χωρίς ελλείπουσες τιμές), β) ο αριθμός των παρατηρήσεων μείον ένα. Σπάνια όμως χρησιμοποιείται ο μέγιστος αριθμός των επιτρεπόμενων διαστάσεων, αφού αφενός μικρότερος αριθμός είναι πιο εύκολα ερμηνεύσιμος και αφετέρου πέρα από κάποιο αριθμό διαστάσεων το εξηγούμενο ποσοστό συνάφειας είναι αμελητέο.

Στη περίπτωση του δείγματος που χρησιμοποιήθηκε για το 1^ο διερευνητικό ερώτημα για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός Ι, ο αριθμός των μεταβλητών που επιλέχθηκαν είναι 24 και ο αριθμός των παρατηρήσεων είναι 54. Ο αριθμός των κατηγοριών είναι 144 (αριθμός δυνατών απαντήσεων). Ο αριθμός των μεταβλητών χωρίς ελλείπουσες τιμές είναι 14 (= 24 – 10). Ο μέγιστος αριθμός των διαστάσεων είναι 53, δηλαδή ο μικρότερος εκ των $144 - 14 = 130$ και $54 - 1 = 53$.

Ο αρχικός πίνακας δεδομένων είχε διαστάσεις 54×24 (γραμμές ίσες με τον αριθμό των παρατηρήσεων – υποκειμένων και στήλες ίσες με τον αριθμό των ερωτήσεων – μεταβλητών). Ο πίνακας λογικής περιγραφής είναι διαστάσεων 54×144 (γραμμές ίσες με τον αριθμό των παρατηρήσεων – υποκειμένων και στήλες ίσες με τον αριθμό των δυνατών απαντήσεων – κατηγοριών). Ο πίνακας του Burt είναι διαστάσεων 144×144 (γραμμές και στήλες ίσες με τον αριθμό των δυνατών απαντήσεων – κατηγοριών).

Εφαρμόσαμε το μοντέλο για το μέγιστο αριθμό διαστάσεων (53), οπότε προέκυψε συνολική αδράνεια (inertia) 3,368. Επιλέξαμε *τέσσερις παραγοντικούς άξονες*, οι οποίοι εξηγούν συνολική αδράνεια 1,176, δηλαδή ποσοστό 34,91 % της συνολικής αδράνειας (Παράρτημα Δ.1.1.1.). *Επιλέγουμε αριθμό διαστάσεων* ώστε: α) να εξηγούν ικανό ποσοστό επί της συνολικής αδράνειας και β) η αδράνεια της τελευταίας διάσταση που επιλέγεται να διαφέρει αρκετά από την επόμενη.

Αναλυτικά οι *ιδιοτιμές και τα ποσοστά της αδράνειας για τους τέσσερις άξονες* είναι:

Πίνακας 12.2. Ιδιοτιμές και ποσοστά της αδράνειας ανά παραγοντικό άξονα

Παραγοντικός Άξονας	Ιδιοτιμή – Αδράνεια	Ποσοστό ως προς τη συνολική αδράνεια	Αθροιστικό ποσοστό	Ποσοστό ως προς τους 4 άξονες
1 ^{ος}	0,389	11,55 %	11,55 %	33,08 %
2 ^{ος}	0,311	9,23 %	20,78 %	26,45 %
3 ^{ος}	0,246	7,30 %	28,08 %	20,92 %
4 ^{ος}	0,230	6,83 %	34,91 %	19,56 %
Σύνολο:	1,176	34,91 %		100,00 %

Οι τιμές αυτές είναι *αρκετά ικανοποιητικές*, εφόσον στην ανάλυση πολλαπλών αντιστοιχιών *δε συναντάμε τις μεγάλες τιμές αδράνειας* που υπολογίζονται στην παραγοντική ανάλυση αντιστοιχιών (Correspondence Analysis) (κατάλληλη για δύο μεταβλητές).

Τα *διακριτικά μέτρα (discrimination measures)*, παριστάνουν τις διακυμάνσεις των ποσοτικοποιημένων μεταβλητών (Σιάρδος, 1999). Τα διακριτικά μέτρα για τέσσερις άξονες παρατίθενται στο Παράρτημα Δ.1.1.2.

Προκειμένου να δούμε *ποιες μεταβλητές συμβάλλουν περισσότερο στη διαμόρφωση του καθενός από τους τέσσερις άξονες*, υπολογίζουμε τις *συνεισφορές (Contributions) της κάθε μεταβλητής στην κατασκευή του κάθε άξονα*. Η *συνεισφορά* ορίζεται ως το *ποσοστό της αδράνειας των σημείων κατά μήκος ενός άξονα ως προς τη συνολική αδράνεια του άξονα*.

Πίνακας 12.3. Συνεισφορές μεταβλητών ανά παραγοντικό άξονα

	1ος Άξονας	2ος Άξονας	3ος Άξονας	4ος Άξονας
Φύλο	0,62 %	0,39 %	0,09 %	0,75 %
Υπολογισμοί	2,05 %	0,93 %	2,35 %	0,25 %
Γεωμετρικές ερμηνείες	7,25 %	5,07 %	4,90 %	3,68 %
Διαδικασίες	10,61 %	3,67 %	5,36 %	5,95 %
Μετά – τεστ	10,57 %	4,34 %	4,05 %	3,37 %
Τελικές εξετάσεις	2,39 %	1,45 %	3,58 %	7,24 %
Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή	0,81 %	0,66 %	6,30 %	0,62 %
Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή	0,43 %	7,07 %	9,72 %	9,77 %
Εύκολο στο χειρισμό	2,08 %	2,99 %	8,86 %	10,96 %
Χειρισμός ανεξάρτητα από την παρουσία καθηγητή	0,09 %	1,68 %	0,05 %	3,05 %
Εύκολο να το μάθει κανείς	3,45 %	5,32 %	9,72 %	6,49 %
Απλός φορμαλισμός	2,53 %	4,09 %	1,69 %	0,54 %
Δυναμικός φορμαλισμός	3,71 %	6,06 %	7,66 %	4,58 %
Γενικεύσιμο	10,67 %	1,95 %	7,77 %	10,89 %
Ενδιαφέρον για το μάθημα	10,48 %	5,66 %	1,02 %	2,16 %
Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο	7,26 %	7,36 %	3,44 %	1,95 %
Ενεργητική συμμετοχή	8,34 %	6,50 %	0,16 %	1,02 %
Αυτενέργεια	4,75 %	5,52 %	3,51 %	4,83 %
Πειραματισμός	3,10 %	5,07 %	5,45 %	7,83 %
Αναστοχασμός	0,93 %	9,40 %	2,46 %	0,91 %
Προσωπικές αναπαραστάσεις	1,90 %	1,49 %	4,18 %	5,46 %
Διατύπωση / έλεγχος εικασιών	5,38 %	6,57 %	3,49 %	3,72 %
Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	0,36 %	2,29 %	1,87 %	1,32 %
Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	0,23 %	4,44 %	2,31 %	2,66 %
Σύνολο:	100,00 %	100,00 %	100,00 %	100,00 %

Η αδράνεια αποτελεί γενίκευση της έννοιας της διασποράς ή διακύμανσης, εφόσον μετράει την απόκλιση των σημείων ενός νέφους από το κέντρο βάρους. Συγκεκριμένα η αδράνεια είναι η διασπορά

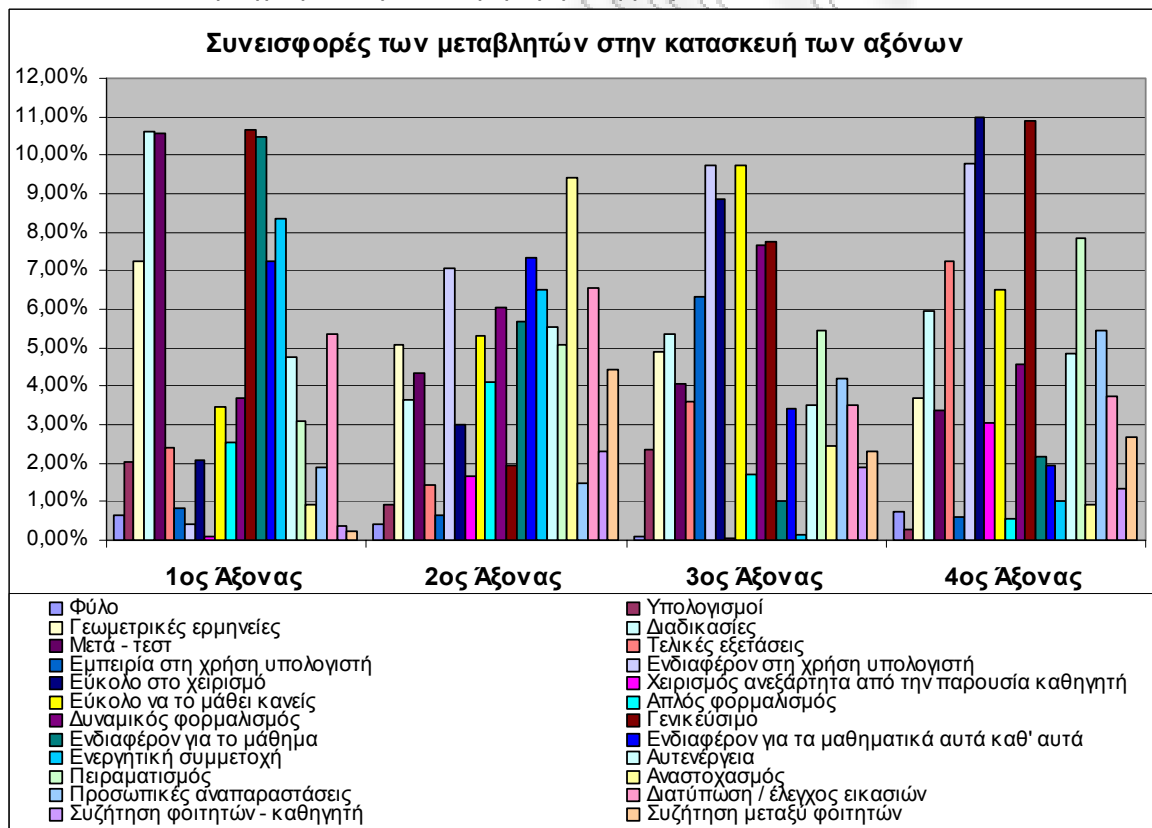
ενός συνόλου σημείων σταθμισμένων με βάρη όταν το άθροισμα των βαρών τους ισούται με τη μονάδα. Αποδεικνύεται η ισότητα μεταξύ αδράνειας και διασποράς ενός νέφους σημείων (Μπεχράκης, 1999).

Επομένως η συνεισφορά μιας μεταβλητής στην κατασκευή ενός άξονα υπολογίζεται: α) ως το άθροισμα ΣCTR των συνεισφορών όλων των κατηγοριών στην αδράνεια του κάθε άξονα (*Contributions of Points to the Inertia Of Dimension*) ή β) ως το ποσοστό της διακύμανσης των σημείων κατά μήκος ενός άξονα ως προς τη συνολική διακύμανση του άξονα.

Το SPSS δεν έχει έτοιμη διαδικασία για τον συγκεντρωτικό υπολογισμό και παρουσίαση των συνεισφορών των μεταβλητών, ούτε για τη γραφική τους απεικόνιση. Υπολογίζουμε τις συνεισφορές της κάθε μεταβλητής στην κατασκευή του καθενός από τους τέσσερις άξονες, ως το ποσοστό του κάθε διακριτικού μέτρου προς το σύνολο του κάθε άξονα, με τη βοήθεια του Excel.

Ένα κριτήριο που χρησιμοποιείται συνήθως για να επιλέξουμε ποιες μεταβλητές συμβάλλουν περισσότερο στην κατασκευή του κάθε άξονα, είναι οι μεταβλητές να έχουν συνεισφορά μεγαλύτερη από τη μέση τιμή της συνεισφοράς ανά άξονα, δηλαδή $\text{ΣCTR} > \frac{100}{24} = 4,17\%$.

Απεικονίσουμε γραφικά τις συνεισφορές με τη βοήθεια του Excel:



Οι μεταβλητές που συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 1^{ου} άξονα: Γενικεύσιμο (10,67 %), Διαδικασίες (10,61 %), Μετά – τεστ (10,57 %), Ενδιαφέρον για το μάθημα (10,48 %), Ενεργητική συμμετοχή (8,34 %), Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά (7,26 %), Γεωμετρικές ερμηνείες (7,25 %), Διατύπωση / έλεγχος εικασιών (5,38 %) και Αυτενέργεια (4,75 %).

Οι μεταβλητές που συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 2^{ου} άξονα: Αναστοχασμός (9,40 %), Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά (7,36 %), Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή

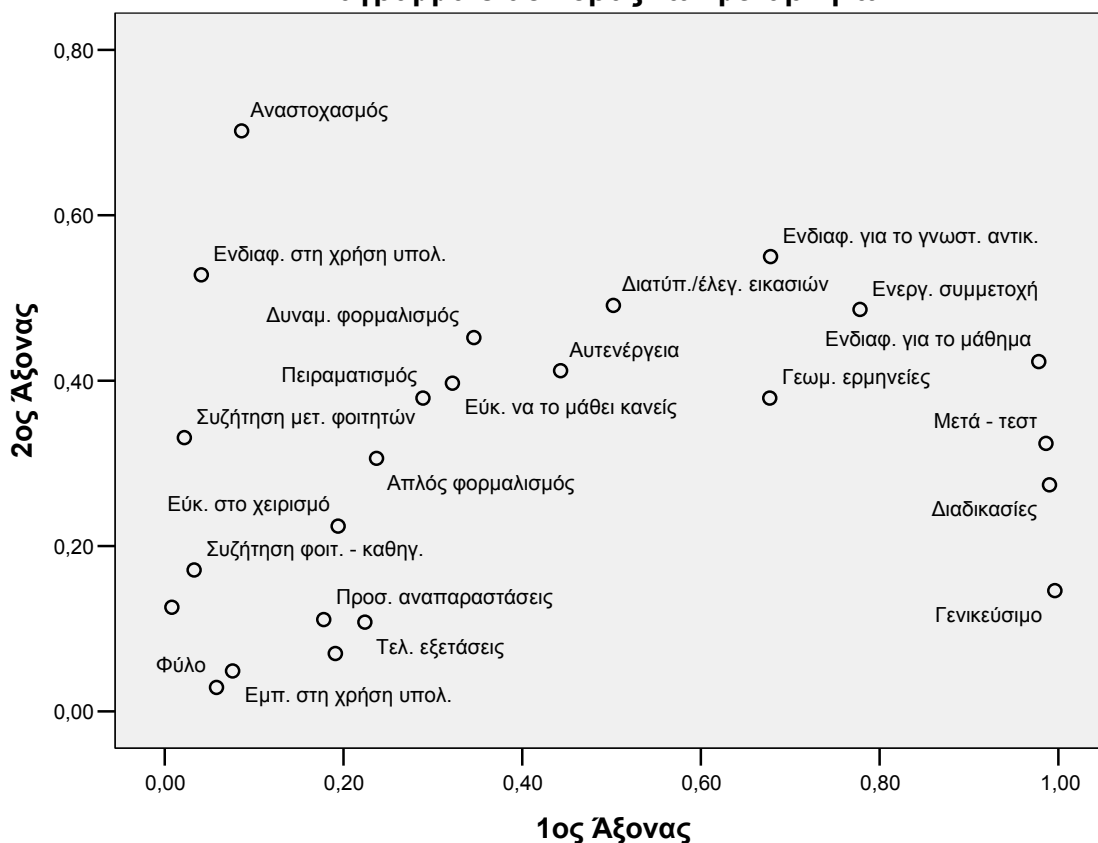
(7,07 %), Διατύπωση / έλεγχος εικασιών (6,57 %), Ενεργητική συμμετοχή (6,50 %), Δυναμικός φορμαλισμός (6,06 %), Ενδιαφέρον για το μάθημα (5,66 %), Αυτενέργεια (5,52 %), Εύκολο να το μάθει κανείς (5,32 %), Γεωμετρικές ερμηνείες (5,07 %), Πειραματισμός (5,07 %), Συζήτηση μεταξύ φοιτητών (4,44 %) και Μετά – τεστ (4,34 %).

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 3^{ου} άξονα*: Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή (9,72 %), Εύκολο να το μάθει κανείς (9,72 %), Εύκολο στο χειρισμό (8,86 %), Γενικεύσιμο (7,77 %), Δυναμικός φορμαλισμός (7,66 %), Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή (6,30 %), Πειραματισμός (5,45 %), Διαδικασίες (5,36 %), Γεωμετρικές ερμηνείες (4,90 %) και Προσωπικές αναπαραστάσεις (4,18 %).

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 4^{ου} άξονα*: Εύκολο στο χειρισμό (10,96 %), Γενικεύσιμο (10,89 %), Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή (9,77 %), Πειραματισμός (7,83 %), Τελικές εξετάσεις (7,24 %), Εύκολο να το μάθει κανείς (6,49 %), Διαδικασίες (5,95 %), Προσωπικές αναπαραστάσεις (5,46 %), Αυτενέργεια (4,83 %) και Δυναμικός φορμαλισμός (4,58 %).

Με βάση τα διακριτικά μέτρα σχεδιάζουμε το *διάγραμμα διασποράς για τους άξονες 1 και 2*, οποίοι εξηγούν το 20,78 % της συνολικής αδράνειας:

Διάγραμμα διασποράς των μεταβλητών



Να σημειώσουμε ότι τα διαγράμματα διασποράς των μεταβλητών που προκύπτουν αυτόματα από το SPSS δεν μπορούσαν εύκολα να «διαβαστούν», λόγω του μεγάλου αριθμού μεταβλητών, οπότε θεωρήσαμε τα διακριτικά μέτρα σε ένα νέο αρχείο δεδομένων και σχεδιάσαμε από αυτό τα διαγράμματα διασποράς (Scatter Plots).

Τα διακριτικά μέτρα παριστάνουν τις διακυμάνσεις των ποσοτικοποιημένων μεταβλητών, διακυμάνσεις οι οποίες έχουν τιμή ίση με 1 όταν οι βαθμολογίες υποκειμένου εμπίπτουν σε αμοιβαία αποκλειόμενες ομάδες, ταυτίζονται δε εντός συγκεκριμένης κατηγορίας. Με βάση τις δημιουργούμενες ομάδες στο διάγραμμα, είναι δυνατή η διαπίστωση της σχέσης (ομοιογένειας) μεταξύ των μεταβλητών και η διάκριση μεταξύ τους με βάση τις χρησιμοποιούμενες διαστάσεις της λύσης. Μεταβλητές που εμπίπτουν στο σημείο τομής των αξόνων (σε δυσδιάστατη λύση) δηλώνουν ότι τα υποκείμενα διαφοροποιούνται ως προς τις απαντήσεις τους στις κατηγορίες των συγκεκριμένων μεταβλητών (Σιάρδος, 1999).

Από το παραπάνω διάγραμμα βλέπουμε να διαμορφώνονται τέσσερις ομοιογενείς ομάδες μεταβλητών:

α) Η πρώτη ομάδα περιλαμβάνει τις μεταβλητές των επιδόσεων των φοιτητών στο μετά – τεστ και τις διαδικασίες και την άποψη τους αν η διδακτική προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον τους για το μάθημα.

β) Η δεύτερη ομάδα περιλαμβάνει τις μεταβλητές σχετικά με το χειρισμό του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή, το φύλο και την εμπειρία στη χρήση υπολογιστή και τη συζήτηση μεταξύ φοιτητών – καθηγητή. Η δυνατότητα χειρισμού του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή σχετίζεται με το φύλο και την εμπειρία στη χρήση υπολογιστή, όπως προέκυψε από τους πίνακες συνάφειας της επαγωγικής ανάλυσης.

γ) Η τρίτη ομάδα περιλαμβάνει τις μεταβλητές σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε τον πειραματισμό, αν το λογισμικό έχει απλό φορμαλισμό, δυναμικό φορμαλισμό και αν είναι εύκολο να το μάθει κανείς και αν είναι εύκολο στο χειρισμό του. Μία ερμηνεία θα μπορούσε να είναι ότι η άποψη σχετικά με τον απλό και δυναμικό φορμαλισμό και αν το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς και εύκολο στο χειρισμό του σχετίζεται με την άποψη για δυνατότητα πειραματισμού, εφόσον για να μπορέσει να πειραματιστεί ένας φοιτητής με το λογισμικό θα πρέπει να μπορεί να δημιουργήσει αντικείμενα και αναπαραστάσεις στα πλαίσια του λογισμικού.

δ) Η τέταρτη ομάδα περιλαμβάνει τις μεταβλητές σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή και αν προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο και την επίδοση τους στις γεωμετρικές ερμηνείες. Μία ερμηνεία θα μπορούσε να είναι ότι η πρόκληση του ενδιαφέροντος των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο σχετίζεται με την ενεργητική συμμετοχή, επίσης ότι το ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο σχετίζεται με την επίδοση στις γεωμετρικές ερμηνείες.

Παρατηρούμε επίσης ότι οι μεταβλητές εμπειρία των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή και φύλο εμπίπτουν στο σημείο τομής των αξόνων, γεγονός που σημαίνει ότι τα υποκείμενα διαφοροποιούνται ως προς τις απαντήσεις τους στις κατηγορίες των συγκεκριμένων μεταβλητών. Το αποτέλεσμα αυτό προέκυψε επίσης από την επαγωγική ανάλυση.

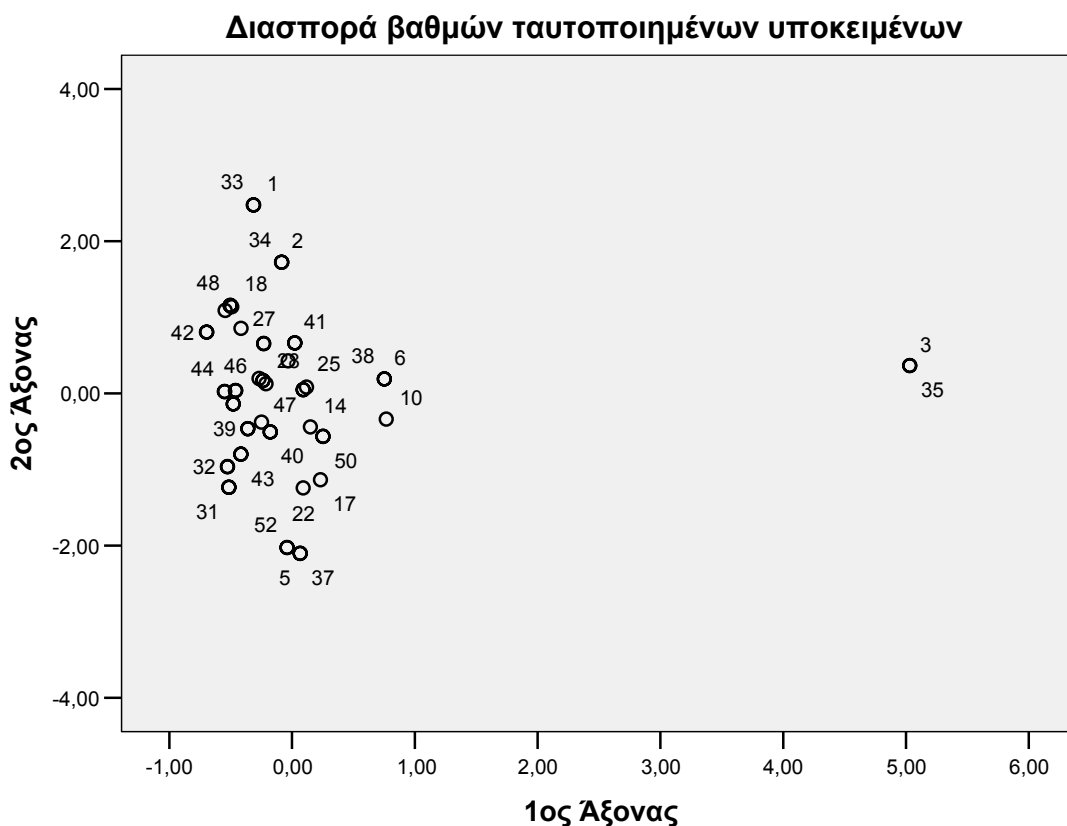
Στη συνέχεια παρατίθενται τα *παραγοντικά διαγράμματα διασποράς των βαθμών των υποκειμένων και των κατηγοριών των μεταβλητών*. Ισχύουν οι ακόλουθοι κανόνες ερμηνείας των παραγοντικών διαγραμμάτων, αναφορικά προς τις θέσεις των σημείων.

α) Η εγγύτητα δύο ατόμων σημαίνει ότι τα άτομα αυτά έχουν εν γένει επιλέξει τις ίδιες απαντήσεις στο σύνολο των ερωτήσεων.

β) Η εγγύτητα δύο απαντήσεων σημαίνει ότι οι απαντήσεις αυτές έχουν εν γένει επιλεγεί από τα ίδια άτομα.

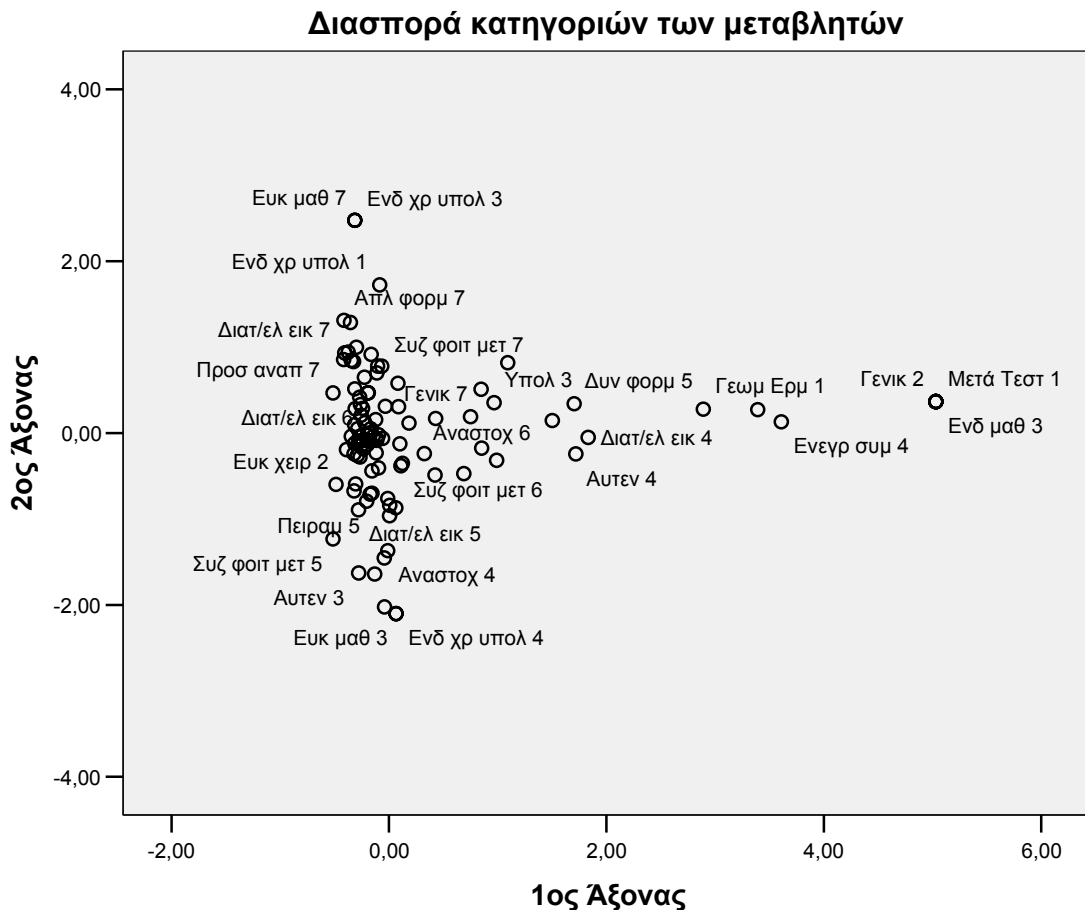
γ) Δύο απαντήσεις της ίδιας ερώτησης είναι εν γένει απομακρυσμένες. Στην περίπτωση που είναι γειτονικές, αυτό σημαίνει ότι τα άτομα που τις έχουν επιλέξει ομοιάζουν ως προς την επιλογή των απαντήσεων στις υπόλοιπες ερωτήσεις που έχουν περιληφθεί στη ανάλυση (Μπεχράκης, 1999).

Με βάση τις σταθμισμένες τιμές ως προς τις 24 μεταβλητές, οι *βαθμοί των υποκειμένων (object scores)* παρατίθενται στο Παράρτημα Δ.1.1.3. Με βάση τους βαθμούς αυτούς σχηματίζονται τα *διαγράμματα διασποράς βαθμών των ταυτοποιημένων υποκειμένων*, από τα οποία μπορεί να γίνει εντοπισμός και διάκριση ομάδων υποκειμένων. Το διάγραμμα διασποράς των ταυτοποιημένων υποκειμένων για τους άξονες 1 και 2 φαίνεται παρακάτω:



Από το παραγοντικό διάγραμμα των αξόνων 1, 2 παρατηρούμε ότι *άτομα που έχουν δώσει παρόμοιες απαντήσεις* είναι τα υποκείμενα 3, 35, επίσης τα 1, 33, 34, 2 και τα 29, 52, 5, 37.

Από τις *ποσοτικοποιημένες τιμές των κατηγοριών των μεταβλητών* παίρνουμε το *διάγραμμα της διασποράς των κατηγοριών των μεταβλητών*. Οι τιμές των κατηγοριών δεν παρατίθενται συγκεντρωτικά από το SPSS. Το *διάγραμμα της διασποράς των κατηγοριών των μεταβλητών* για τους άξονες 1 και 2 φαίνεται παρακάτω:



Από τα διαγράμματα διασποράς των κατηγοριών των μεταβλητών, *δεν μπορούμε να βγάλουμε ικανά συμπεράσματα* για το συσχετισμό των ποιοτικών μεταβλητών μέσω της εγγύτητας των κατηγοριών, λόγω πολυπλοκότητας του διαγράμματος διασποράς και μεγάλου αριθμού των κατηγοριών.

12.4.1.2. Αυτόματη ταξινόμηση του συνόλου των ατόμων σε ομοιογενείς ομάδες

Με την Αυτόματη Ταξινόμηση *προσδιορίζονται ομοιογενείς ομάδες ατόμων ως προς το σύνολο των κύριων μεταβλητών*. Οι μέθοδοι της Αυτόματης Ταξινόμησης και της Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών είναι συμβατές λόγω του ότι *βασίζονται και οι δύο στο κριτήριο της αδράνειας*.

Η Αυτόματη Ταξινόμηση μπορεί να εφαρμοστεί απ' ευθείας στον αρχικό πίνακα δεδομένων. Συνήθως όμως *εφαρμόζουμε την Αυτόματη Ταξινόμηση στα άτομα με βάση τις συντεταγμένες τους στους τέσσερις πρώτους παραγοντικούς άξονες*. Με τον τρόπο αυτό η πληροφορία διυλίζεται και περνούν μόνο τα *βασικά της χαρακτηριστικά και όχι κάποιες ιδιαιτερότητες του δείγματος*. Επιπλέον *μειώνουμε τις διαστάσεις* από 144 (συνολικός αριθμός απαντήσεων για τις 24 κύριες ερωτήσεις) σε 4 (αριθμός παραγοντικών αξόνων που επιλέγουμε) (Μπεχράκης, 1999).

Θεωρήσαμε τις συντεταγμένες των 54 ατόμων στους τέσσερις παραγοντικούς άξονες, όπως προέκυψαν από την Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών, σε ένα ξεχωριστό αρχείο δεδομένων (Data) του SPSS και εφαρμόσαμε τη μέθοδο της Αυτόματης Ταξινόμησης.

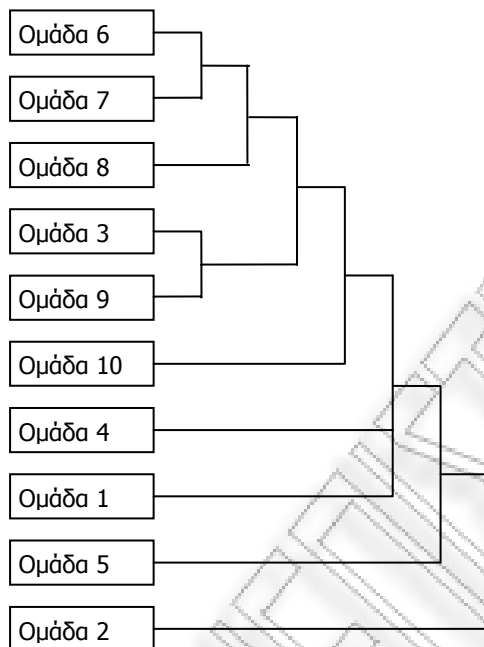
Το κύριο αποτέλεσμα της Αυτόματης Ταξινόμησης παρουσιάζεται με ένα *δενδροδιάγραμμα (dendrogram)*. Για το αποτέλεσμα της Αυτόματης Ταξινόμησης του δείγματος μας βλέπε Παράρτημα

Δ.1.2.1. Όταν τα άτομα είναι πολλά είναι τεχνικά δύσκολο και ελάχιστα ενδιαφέρον να παρουσιάσουμε το πλήρες δένδροδιάγραμμα.

Για την *επιλογή της τελικής τομής (και του αριθμού των ομάδων)* λαμβάνουμε υπόψη: α) το *δείκτη αύξησης της ενδοομαδικής αδράνειας*, όταν έχουμε μια σημαντική αύξηση του δείκτη αυτού αναμένουμε μία καλή ταξινόμηση (και αντίστοιχα το δείκτη μείωσης της διαομαδικής αδράνειας) ή β) *υποκειμενικά κριτήρια* που σχετίζονται με τους στόχους της εκάστοτε έρευνας.

Εφαρμόσαμε τη μέθοδο ζητώντας από το SPSS ένα σύνολο ταξινομήσεων, από 2 έως 12 ομάδες. Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης, επιλέξαμε την *ταξινόμηση σε 10 ομάδες*, εφόσον για μικρότερο αριθμό μία εκ των ομάδων είχε κάθε φορά δυσανάλογα μεγάλο αριθμό ατόμων συγκριτικά με τις άλλες, γεγονός που δεν βοηθάει την ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Η κατανομή των ατόμων στις 10 ομάδες παρατίθεται στο Παράρτημα Δ.1.2.2.

Η *αυτόματη ταξινόμηση των 54 ατόμων σε 10 ομάδες* φαίνεται στο διάγραμμα:



12.4.1.3. Τοποθέτηση στα παραγοντικά διαγράμματα των κέντρων των βασικών ομάδων που προκύπτουν από την αυτόματη ταξινόμηση

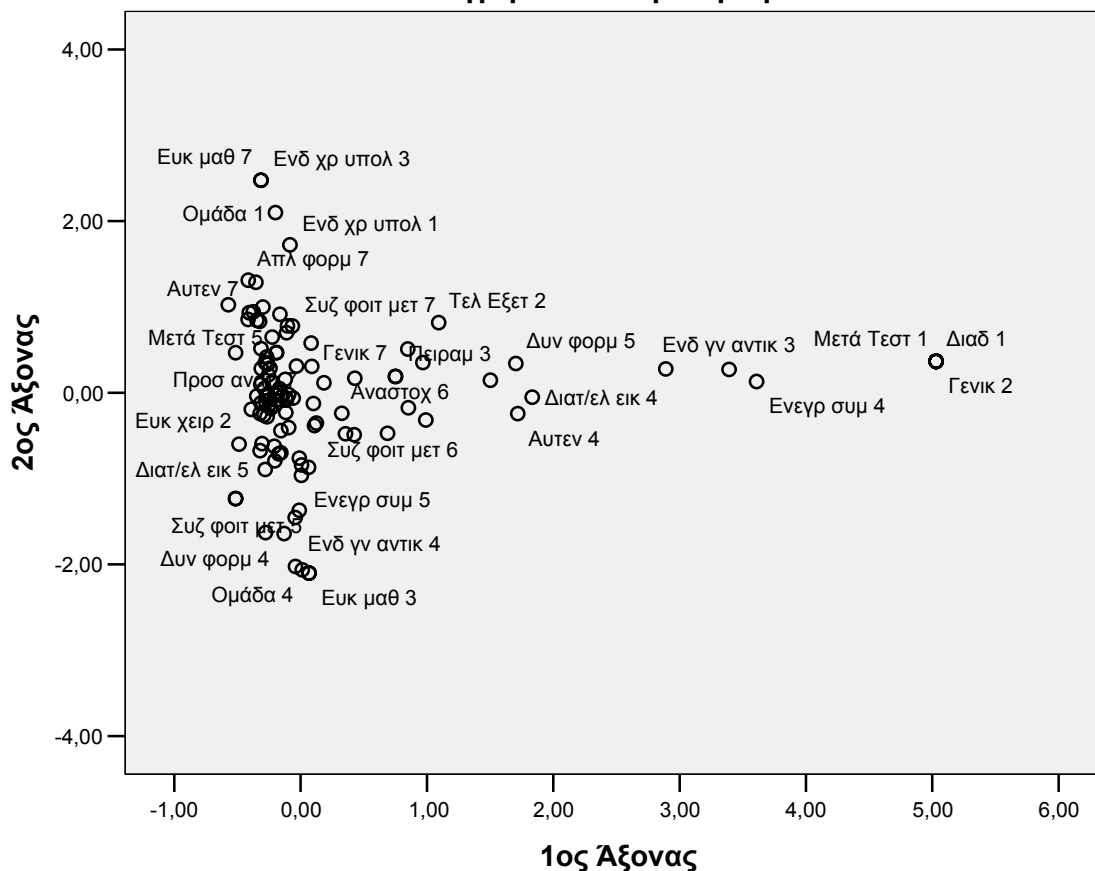
Υπολογίζουμε τα *κέντρα των ομάδων* ως τις μέσες τιμές των συντεταγμένων των ατόμων που απαρτίζουν την κάθε ομάδα ανά άξονα. Για τα κέντρα των ομάδων βλέπε παράρτημα Δ.1.2.3.

Θα απεικονίσουμε τα *κέντρα των ομάδων*, στα *παραγοντικά διαγράμματα διασποράς κατηγοριών*.

α) Θεωρούμε ένα νέο αρχείο δεδομένων στο SPSS, όπου εισάγουμε τις *συντεταγμένες των κατηγοριών των μεταβλητών* και τις *συντεταγμένες των κέντρων των ομάδων* που προέκυψαν από την Αυτόματη Ταξινόμηση και β) Δημιουργούμε τα *διαγράμματα διασποράς (Scatter Plots)* των *κατηγοριών των μεταβλητών* για τους παραγοντικούς άξονες ανά δύο, όπου αναγράφονται οι επικέτες των σημείων (Data Labels).

Τα *διαγράμματα διασποράς των κατηγοριών των μεταβλητών* δίνονται παρακάτω:

Τοποθέτηση κέντρων ομάδων στα διαγράμματα διασποράς των κατηγοριών των μεταβλητών



12.4.1.4. Περιγραφή των ομάδων ατόμων της αυτόματης ταξινόμησης με βάση τις πλέον χαρακτηριστικές απαντήσεις

Στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζεται η περιγραφή των 10 ομοιογενών ομάδων ατόμων για το μάθημα *Απειροστικός Λογισμός II*, που προέκυψαν από την Αυτόματη Ταξινόμηση. Χρησιμοποιήθηκαν οι πίνακες συνάφειας των κυρίων μεταβλητών – ερωτήσεων αναφορικά με τις ομάδες που προέκυψαν από την Αυτόματη Ταξινόμηση.

Οι απαντήσεις των φοιτητών στις ερωτήσεις διαθέσεων – στάσεων χαρακτηρίστηκαν ως εξής: α) Θετική Άποψη: οι απαντήσεις 5 – 7, β) Αρνητική άποψη: οι απαντήσεις 1 – 3 και γ) Χωρίς άποψη: η απάντηση 4.

Πίνακας 12.4. Περιγραφή Ομάδων 1 έως 5 για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός II

Μεταβλητή	Ομάδα 1	Ομάδα 2	Ομάδα 3	Ομάδα 4	Ομάδα 5
Αριθμός φοιτητών / Ποσοστό %	4 / 7,4 %	2 / 3,7 %	4 / 7,4%	4 / 7,4%	2 / 3,7%
Φύλο	Κορίτσια	Κορίτσια	75 % Αγόρια 25 % Κορίτσια	50 % Αγόρια 50 % Κορίτσια	Κορίτσια
Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή	50% 1–3 χρ 50% > 3 χρ	–	50% < 3 χρ 50% > 3 χρ	50% 1–3 χρ 50% > 3 χρ	1–3 χρόνια
Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή	Αρν Άποψη	–	Θετ Άποψη	50 % Χ Άποψη 50 % Θ Άποψη	Θετ Άποψη

Υπολογισμοί	Καλά – Π Καλά	Καλά	Καλά – Π Καλά	Π Καλά – Άριστα	Άριστα
Γεωμετρικές ερμηνείες	Π Καλά – Άριστα	Άσχημα	Μέτρια – Καλά	Μέτρια	Άσχημα
Διαδικασίες	Άριστα	Άσχημα	Καλά – Π Καλά	Καλά	Καλά
Μετά – τεστ	Άριστα	Άσχημα	Καλά – Π Καλά	Καλά	Καλά
Τελικές εξετάσεις	Μέτρια	Μέτρια	Άσχημα – Καλά	Π Καλά	Άσχημα
Εύκολο στο χειρισμό	Χωρ Άποψη	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	50 % Χ Άποψη 50 % Θ Άποψη	Θετ Άποψη
Εύκολο να το μάθει κανείς	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	50% Α Άποψη 50% Θ Άποψη	Θετ Άποψη
Απλός φορμαλισμός	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	50 % Χ Άποψη 50 % Θ Άποψη	Χωρ Άποψη
Δυναμικός φορμαλισμός	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη
Γενικεύσιμο	Αρν Άποψη	Αρν Άποψη	Θετ Άποψη	50% Α Άποψη 50% Χ Άποψη	Θετ Άποψη
Χειρισμός ανεξ. από τον καθηγητή	Όχι	Όχι	75% Ναι 25% Όχι	50% Ναι 50% Όχι	Ναι
Ενδιαφέρον για το μάθημα	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Ενδιαφέρον για το γνωστ. αντικείμενο	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη	25 % Α Άποψη 75 % Θ Άποψη	50 % Χ Άποψη 50 % Θ Άποψη	Θετ Άποψη
Ενεργητική συμμετοχή	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Αυτενέργεια	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	50 % Α Άποψη 50 % Θ Άποψη	Χωρ Άποψη
Πειραματισμός	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	50 % Χ Άποψη 50 % Θ Άποψη	Αρν Άποψη
Αναστοχασμός	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη
Προσωπικές αναπαραστάσεις	50 % Χ Άποψη 50 % Θ Άποψη	Χωρ Άποψη	25 % Χ Άποψη 75 % Θ Άποψη	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη
Διατύπωση / έλεγχος εικασιών	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη
Συζήτηση φοιτ. – καθηγητή	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη

Πίνακας 12.5. Περιγραφή Ομάδων 6 έως 10 για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ

Μεταβλητή	Ομάδα 6	Ομάδα 7	Ομάδα 8	Ομάδα 9	Ομάδα 10
Αριθμός φοιτητών / %	13 / 24,1 %	13 / 24,1 %	4 / 7,4%	6 / 11,1 %	2 / 3,7%
Φύλο	46,2% Αγόρια 53,8% Κορ	30,8% Αγόρια 69,2% Κορ	25% Αγόρια 75% Κορίτσια	50% Αγόρια 50% Κορίτσια	Κορίτσια
Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή	30,8% < 3 χρ 69,2% > 3 χρ	61,5 % < 3 χρ 38,5% > 3 χρ	< 1 χρ	33,3 % < 3 χρ 66,7% > 3 χρ	> 3 χρ
Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Υπολογισμοί	Καλά – Άριστα	Π Καλά – Άριστα	Άριστα	Π Καλά – Άριστα	Άριστα

Γεωμετρικές ερμηνείες	Μέτρια – Καλά	Μέτρια – Π Καλά	Π Καλά – Άριστα	Καλά – Π Καλά	Καλά
Διαδικασίες	Καλά – Άριστα	Άριστα	Π Καλά	Π Καλά – Άριστα	Άριστα
Μετά – τεστ	Καλά – Άριστα	Π Καλά – Άριστα	Π Καλά – Άριστα	Π Καλά – Άριστα	Π Καλά
Τελικές εξετάσεις	Άσχημα – Καλά	Άσχημα – Καλά	Άσχημα – Καλά	Άσχημα – Καλά	Άριστα
Εύκολο στο χειρισμό	15,4% X Απ 84,6 % Θ Απ	15,4 % Α Απ 7,7% X Απ 76,9 % Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη
Εύκολο να το μάθει κανείς	42,9% X Απ 57,1 % Θ Απ	22,2% X Απ, 77,8 % Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Απλός φορμαλισμός	28,6% X Απ 71,4 % Θ Απ	11,1 % Α Απ 44,4 % X Απ 44,4 % Θ Απ	50 % X Άποψη 50 % Θ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Δυναμικός φορμαλισμός	28,6% X Απ 71,4 % Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Γενικεύσιμο	30,8% X Απ, 69,2 % Θ Απ	15,4% X Απ 84,6 % Θ Απ	Θετ Άποψη	33,3% X Απ 66,7 % Θ Απ	Χωρ Άποψη
Χειρισμός ανεξ. από τον καθηγητή	69,2% Ναι 30,8% Όχι	15,4% Ναι 84,6% Όχι	Ναι	33,3% Ναι 66,7% Όχι	Όχι
Ενδιαφέρον για το μάθημα	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Ενδιαφέρον για το γνωστ. αντικείμενο	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Ενεργητική συμμετοχή	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	25 % X Άποψη 75 % Θ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Αυτενέργεια	15,4% X Απ 84,6 % Θ Απ	Θετ Άποψη	25 % X Άποψη 75 % Θ Άποψη	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη
Πειραματισμός	Θετ Άποψη	23,1% X Απ 76,9 % Θ Απ	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Αναστοχασμός	15,4% X Απ 84,6 % Θ Απ	Θετ Άποψη	50 % X Άποψη 50 % Θ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Προσωπικές αναπαραστάσεις	38,5% X Απ 61,5 % Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Διατύπωση / έλεγχος εικασιών	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	75 % X Άποψη 25 % Θ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Συζήτηση φοιτ. – καθηγητή	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	50 % X Άποψη 50 % Θ Άποψη	33,3 % X Απ 66,7 % Θ Απ	Θετ Άποψη

Η συγκριτική μελέτη των αποτελεσμάτων του διαγράμματος διασποράς των μεταβλητών και του πίνακα περιγραφής των ομάδων, δίνει τα εξής αποτελέσματα αναφορικά με τις σχέσεις ομοιογένειας μεταξύ των μεταβλητών.

α) Μία σχέση η οποία επαληθεύεται είναι η σχέση μεταξύ δυνατότητας χειρισμού του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή και φύλου. Από τους πίνακες περιγραφής των ομάδων και τον πίνακα

συνάφειας της επαγωγικής ανάλυσης προέκυψε ότι τα αγόρια εμφάνισαν θετική άποψη σε μεγαλύτερο ποσοστό από ότι τα κορίτσια.

β) Υπάρχει σχέση μεταξύ δυνατότητας χειρισμού του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή και εμπειρίας στη χρήση υπολογιστή. Από τον πίνακα συνάφειας της επαγωγικής ανάλυσης προέκυψε ότι η ομάδα με τη μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή εμφάνισε τη θετική άποψη σε μεγαλύτερο ποσοστό, *χωρίς όμως το αποτέλεσμα αυτό να μπορεί να ελεγχθεί* από τους πίνακες περιγραφής.

γ) Υπάρχει σχέση μεταξύ επίδοσης στις διαδικασίες και στο μετά – τεστ και ενδιαφέροντος για το μάθημα. Ειδικότερα οι ομάδες οι οποίες είχαν θετική άποψη σχετικά με το ενδιαφέρον για το μάθημα, εμφάνισαν πολύ καλές έως άριστες επιδόσεις στις διαδικασίες και στο μετά – τεστ. Αντίθετα οι ομάδες με αρνητική άποψη εμφάνισαν άσχημες επιδόσεις.

δ) Η υπόθεση σχετικά με τη σχέση μεταξύ απόψεων για τον απλό φορμαλισμό και το αν το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς και την δυνατότητα πειραματισμού επαληθεύεται επίσης: Οι ομάδες που είχαν θετικές απόψεις ως προς τον απλό φορμαλισμό και το αν το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς, εμφάνισαν ομοίως θετικές απόψεις ως προς τη δυνατότητα πειραματισμού.

ε) Η υπόθεση ότι η πρόκληση του ενδιαφέροντος των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο σχετίζεται με την ενεργητική συμμετοχή, επίσης ότι το ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο σχετίζεται με την επίδοση στις γεωμετρικές ερμηνείες, *δεν μπορεί να ελεγχθεί* λόγω της θετικής άποψης για το ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο που εξέφρασαν όλες σχεδόν οι ομάδες (εκτός ενός 9,25 % του δείγματος).

12.4.2. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

12.4.2.1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών

Στη περίπτωση του δείγματος που χρησιμοποιήθηκε για το 1^ο διερευνητικό ερώτημα για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή), ο αριθμός των μεταβλητών που επιλέχθηκαν είναι 24 και ο αριθμός των παρατηρήσεων είναι 36. Ο αριθμός των κατηγοριών είναι 144 (αριθμός δυνατών απαντήσεων). Ο αριθμός των μεταβλητών χωρίς ελλείπουσες τιμές είναι 18 (= 24 – 6). Ο μέγιστος αριθμός των διαστάσεων είναι 35, δηλαδή ο μικρότερος εκ των $144 - 18 = 126$ και $36 - 1 = 35$.

Ο αρχικός πίνακας δεδομένων είχε διαστάσεις 36 x 24. Ο πίνακας λογικής περιγραφής είναι διαστάσεων 36 x 144. Ο πίνακας του Burt είναι διαστάσεων 144 x 144.

Εφαρμόσαμε το μοντέλο για το μέγιστο αριθμό διαστάσεων (35), οπότε προέκυψε συνολική αδράνεια (inertia) 3,572. Επιλέξαμε *τέσσερις παραγοντικούς άξονες*, οι οποίοι εξηγούν συνολική αδράνεια 1,284, δηλαδή ποσοστό 35,94 % της συνολικής αδράνειας (Παράρτημα Δ.2.1.1.).

Αναλυτικά οι *ιδιοτιμές και τα ποσοστά της αδράνειας* που αντιστοιχούν στους τέσσερις παραγοντικούς άξονες είναι:

Πίνακας 12.6. Ιδιοτιμές και ποσοστά της αδράνειας ανά παραγοντικό άξονα

Παραγοντικός Άξονας	Ιδιοτιμή – Αδράνεια	Ποσοστό ως προς τη συνολική αδράνεια	Αθροιστικό ποσοστό	Ποσοστό ως προς τους 4 άξονες
1 ^{ος}	0,417	11,67 %	11,67 %	32,48 %
2 ^{ος}	0,329	9,21 %	20,88 %	25,62 %

3 ^{ος}	0,278	7,78 %	28,66 %	21,65 %
4 ^{ος}	0,260	7,28 %	35,94 %	20,25 %
Σύνολο:	1,284	35,94 %		100,00 %

Τα *διακριτικά μέτρα (discrimination measures)*, για τους τέσσερις άξονες παρατίθενται στο Παράρτημα Δ.2.1.2.

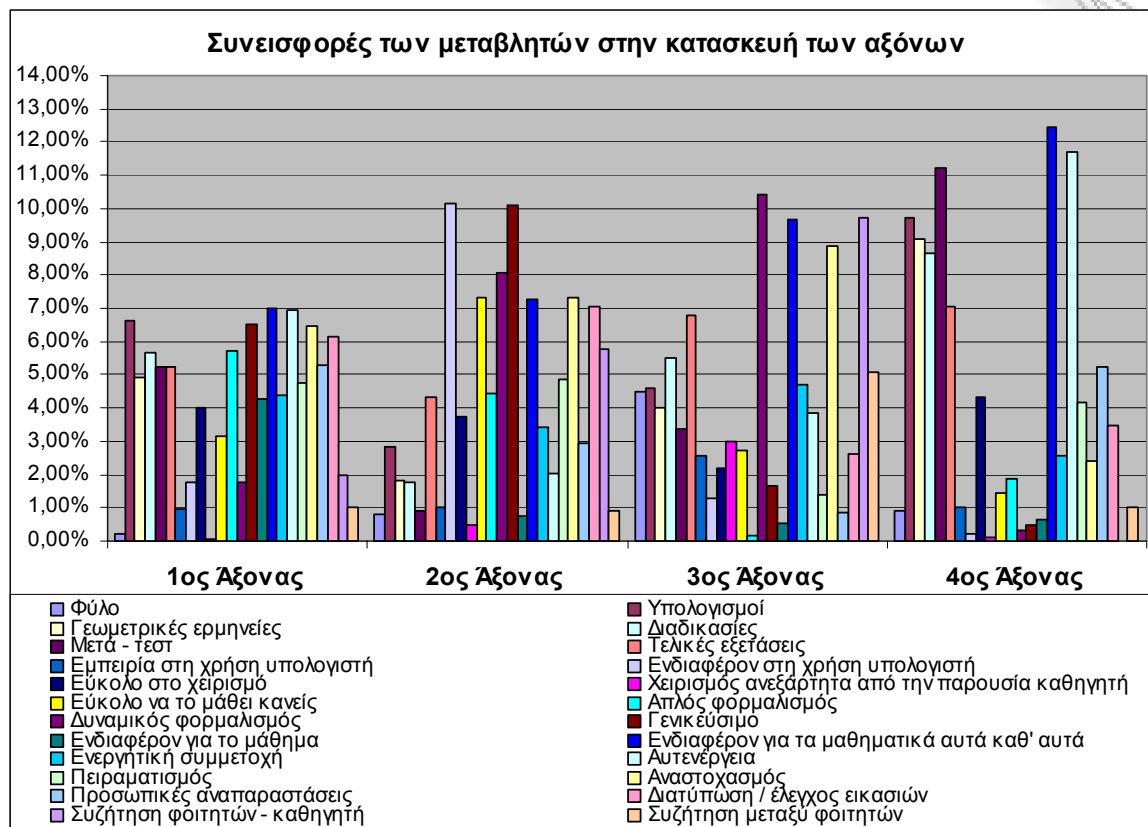
Προκειμένου να δούμε *ποιες μεταβλητές συμβάλλουν περισσότερο στη διαμόρφωση του καθενός από τους τέσσερις άξονες*, υπολογίζουμε τις *συνεισφορές (Contributions)* της κάθε μεταβλητής στην κατασκευή του κάθε άξονα (ποσοστό της αδράνειας των σημείων κατά μήκος ενός άξονα ως προς τη συνολική αδράνεια του άξονα).

Πίνακας 12.7. Συνεισφορές μεταβλητών ανά παραγοντικό άξονα

	1ος Άξονας	2ος Άξονας	3ος Άξονας	4ος Άξονας
Φύλο	0,22%	0,78%	4,50%	0,91%
Υπολογισμοί	6,62%	2,85%	4,58%	9,71%
Γεωμετρικές ερμηνείες	4,94%	1,83%	3,98%	9,10%
Διαδικασίες	5,65%	1,78%	5,51%	8,68%
Μετά – τεστ	5,26%	0,92%	3,39%	11,22%
Τελικές εξετάσεις	5,24%	4,33%	6,81%	7,03%
Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή	0,97%	1,02%	2,55%	0,99%
Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή	1,79%	10,13%	1,28%	0,20%
Εύκολο στο χειρισμό	3,98%	3,75%	2,20%	4,32%
Χειρισμός ανεξάρτητα από την παρουσία καθηγητή	0,03%	0,49%	3,00%	0,13%
Εύκολο να το μάθει κανείς	3,14%	7,31%	2,72%	1,42%
Απλός formalισμός	5,71%	4,41%	0,15%	1,87%
Δυναμικός formalισμός	1,79%	8,08%	10,43%	0,31%
Γενικεύσιμο	6,50%	10,12%	1,67%	0,51%
Ενδιαφέρον για το μάθημα	4,25%	0,74%	0,53%	0,62%
Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο	6,98%	7,25%	9,68%	12,45%
Ενεργητική συμμετοχή	4,39%	3,42%	4,69%	2,57%
Αυτενέργεια	6,97%	2,01%	3,83%	11,70%
Πειραματισμός	4,73%	4,86%	1,40%	4,17%
Αναστοχασμός	6,48%	7,30%	8,86%	2,39%
Προσωπικές αναπαραστάσεις	5,27%	2,92%	0,84%	5,23%
Διατύπωση / έλεγχος εικασιών	6,13%	7,04%	2,60%	3,46%
Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	1,95%	5,75%	9,74%	0,01%
Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	1,02%	0,89%	5,06%	0,99%
Σύνολο:	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Υπολογίσουμε και να απεικονίσουμε γραφικά τις συνεισφορές με τη βοήθεια του Excel. Υπολογίζουμε τις *συνεισφορές της κάθε μεταβλητής στην κατασκευή του καθενός από τους άξονες*, ως το ποσοστό του κάθε διακριτικού μέτρου προς το σύνολο του κάθε άξονα. Ένα *κριτήριο* που χρησιμοποιείται

συνήθως για να επιλέξουμε ποιες μεταβλητές συμβάλλουν περισσότερο στην κατασκευή του κάθε άξονα, είναι οι μεταβλητές να έχουν συνεισφορά μεγαλύτερη από τη μέση τιμή της συνεισφοράς ανά άξονα, δηλαδή $\text{ΣCTR} > \frac{100}{24} = 4,17 \%$.



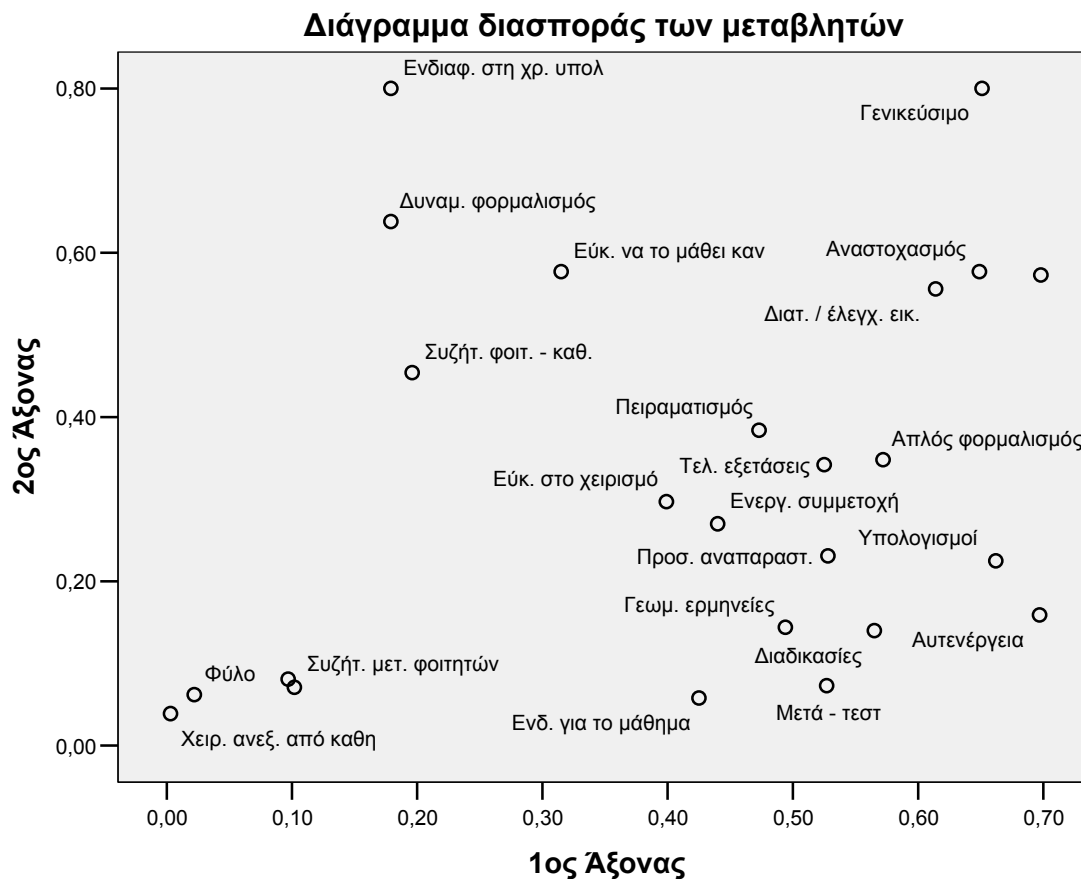
Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 1^{ου} άξονα* είναι: Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο (6,98 %), Αυτενέργεια (6,97 %), Υπολογισμοί (6,62 %), Γενικεύσιμο (6,50 %), Αναστοχασμός (6,48 %), Διατύπωση / έλεγχος εικασιών (6,13 %), Απλός φορμαλισμός (5,71 %), Διαδικασίες (5,65 %), Προσωπικές αναπαραστάσεις (5,27 %), Μετά – τεστ (5,26 %), Τελικές εξετάσεις (5,24 %), Γεωμετρικές ερμηνείες (4,94 %), Πειραματισμός (4,73 %), Ενεργητική συμμετοχή (4,39 %) και Ενδιαφέρον για το μάθημα (4,25 %).

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 2^{ου} άξονα* είναι: Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή (10,13 %), Γενικεύσιμο (10,12 %), Δυναμικός φορμαλισμός (8,08 %), Εύκολο να το μάθει κανείς (7,31 %), Αναστοχασμός (7,30 %), Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο (7,25 %), Διατύπωση / έλεγχος εικασιών (7,04 %), Συζήτηση φοιτητών – καθηγητή (5,75 %), Πειραματισμός (4,86 %), Απλός φορμαλισμός (4,41 %) και Τελικές εξετάσεις (4,33 %).

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 3^{ου} άξονα* είναι: Δυναμικός φορμαλισμός (10,43 %), Συζήτηση φοιτητών – καθηγητή (9,74 %), Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο (9,68 %), Αναστοχασμός (8,86 %), Τελικές εξετάσεις (6,81 %), Διαδικασίες (5,51 %), Συζήτηση μεταξύ φοιτητών (5,06 %), Ενεργητική συμμετοχή (4,69 %), Υπολογισμοί (4,58 %) και Φύλο (4,50 %).

Οι μεταβλητές που συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 4^{ου} άξονα είναι: Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο (12,45 %), Αυτενέργεια (11,70 %), Μετά – τεστ (11,22 %), Υπολογισμοί (9,71 %), Γεωμετρικές ερμηνείες (9,10 %), Διαδικασίες (8,68 %), Τελικές εξετάσεις (7,03 %), Προσωπικές αναπαραστάσεις (5,23 %) και Εύκολο στο χειρισμό (4,32 %).

Με βάση τα διακριτικά μέτρα σχεδιάζουμε το *διάγραμμα διασποράς για τους άξονες 1 και 2*, οι οποίοι ερμηνεύουν το 20,88 % της συνολικής αδράνειας:



Από το παραπάνω διάγραμμα βλέπουμε να διαμορφώνονται *τέσσερις ομοιογενείς ομάδες μεταβλητών*:

α) Η πρώτη ομάδα περιλαμβάνει τις μεταβλητές σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε τον αναστοχασμό, τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών και αν προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο. Μία ερμηνεία θα μπορούσε να είναι ότι η διατύπωση και ο έλεγχος εικασιών και ο αναστοχασμός σχετικά με τις έννοιες που διδάχθηκαν, σχετίζεται με την πρόκληση του ενδιαφέροντος των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο.

β) Η δεύτερη ομάδα περιλαμβάνει τις μεταβλητές σχετικά με το χειρισμό του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή, το φύλο, την εμπειρία στη χρήση υπολογιστή και τη συζήτηση μεταξύ φοιτητών. Η δυνατότητα χειρισμού του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή σχετίζεται με το φύλο και την εμπειρία στη χρήση υπολογιστή, όπως προέκυψε επίσης από την επαγωγική ανάλυση.

γ) Η τρίτη ομάδα περιλαμβάνει τις μεταβλητές γεωμετρικές ερμηνείες, διαδικασίες, μετά – τεστ.

δ) Η τέταρτη ομάδα περιλαμβάνει τις μεταβλητές σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε τον πειραματισμό, την ενεργητική συμμετοχή, αν το λογισμικό έχει απλό φορμαλισμό και αν είναι εύκολο

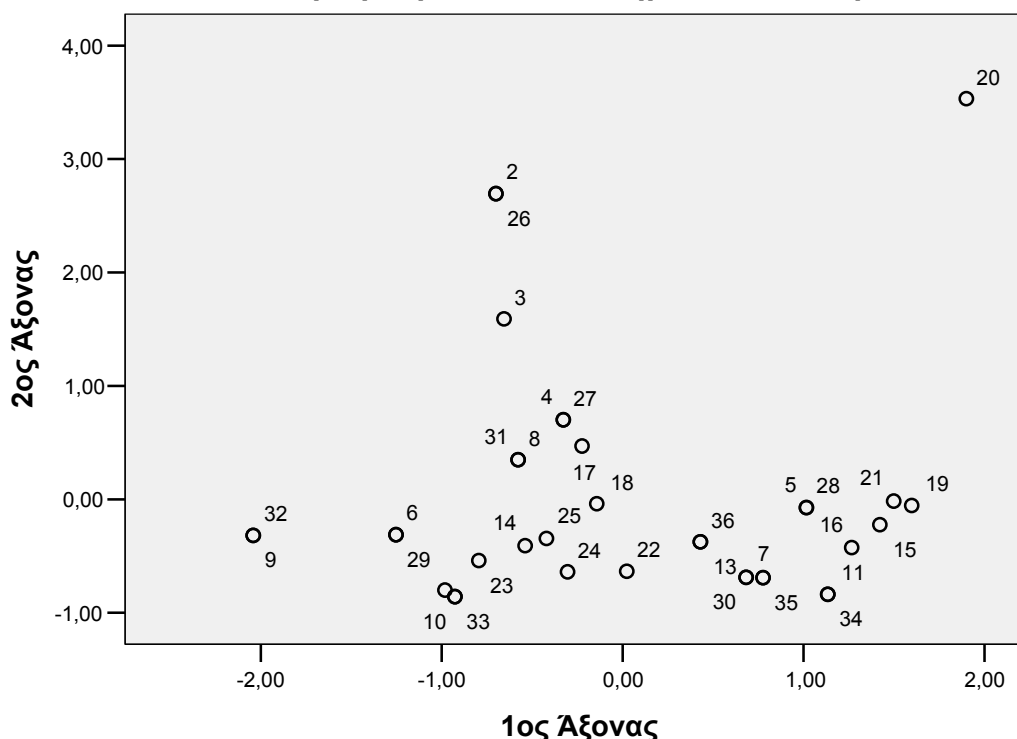
στο χειρισμό του και την επίδοση στις τελικές εξετάσεις. Μία ερμηνεία θα μπορούσε να είναι ότι η άποψη σχετικά με τον απλό φορμαλισμό και το αν το αν το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του σχετίζεται με την άποψη για δυνατότητα πειραματισμού, εφόσον για να μπορέσει να πειραματιστεί ένας φοιτητής με το λογισμικό θα πρέπει να μπορεί να δημιουργήσει αντικείμενα και αναπαραστάσεις στα πλαίσια του λογισμικού.

Παρατηρούμε επίσης ότι οι μεταβλητές εμπειρία των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή και φύλο εμπίπτουν στο σημείο τομής των αξόνων, γεγονός που σημαίνει ότι τα υποκείμενα διαφοροποιούνται ως προς τις απαντήσεις τους στις κατηγορίες των συγκεκριμένων μεταβλητών. Το αποτέλεσμα αυτό προέκυψε επίσης από την επαγωγική ανάλυση.

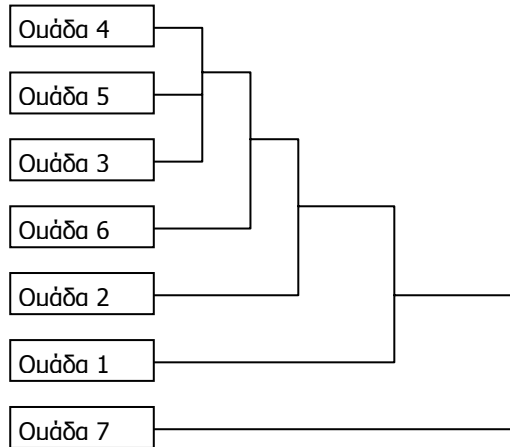
Οι βαθμοί των υποκειμένων (*object scores*), με βάση τις σταθμισμένες τιμές ως προς τις 24 μεταβλητές, παρατίθενται στο Παράρτημα Δ.2.1.3.

Το διάγραμμα διασποράς των ταυτοποιημένων υποκειμένων (*Object Points Labeled by Casenumbers*), για τους άξονες 1 και 2 φαίνεται παρακάτω. Από το παραγοντικό διάγραμμα των αξόνων 1 και 2, παρατηρούμε ότι τα άτομα που έχουν δώσει παρόμοιες απαντήσεις είναι τα υποκείμενα 2, 26 και τα υποκείμενα 4, 27, 8, 31, 17.

Διασπορά βαθμών ταυτοποιημένων υποκειμένων



Το διάγραμμα της διασποράς των κατηγοριών των μεταβλητών (*Joint Plots of Category Points*) για τους άξονες 1 και 2 φαίνεται παρακάτω:



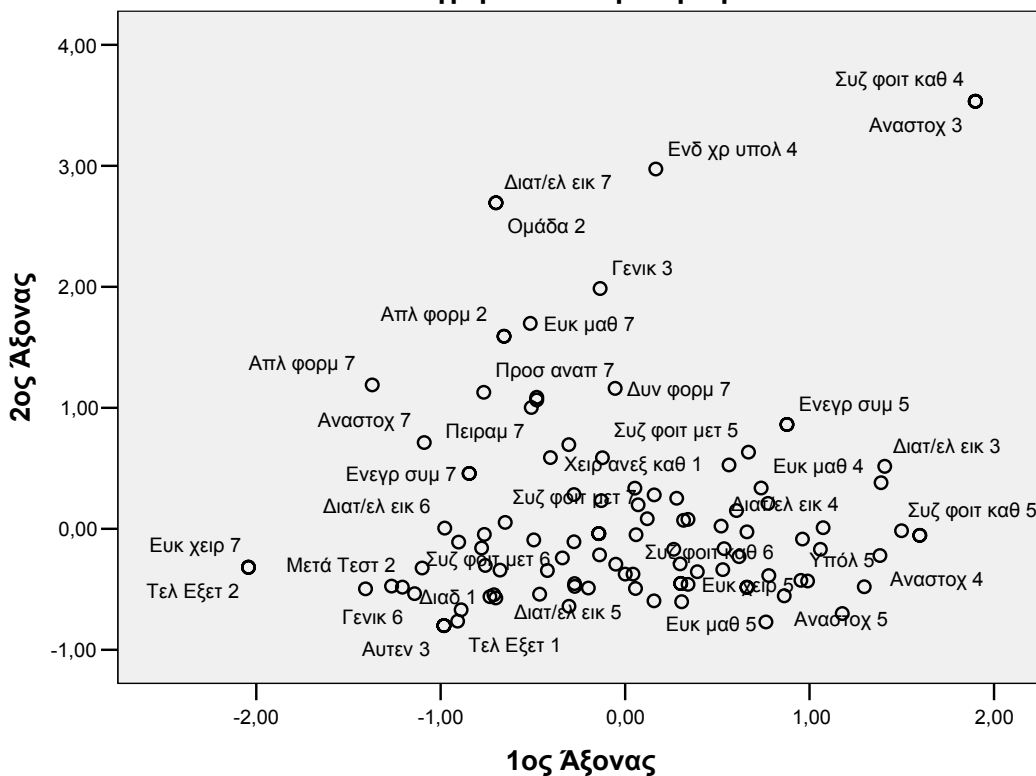
12.4.2.3. Τοποθέτηση στα παραγοντικά διαγράμματα των κέντρων των βασικών ομάδων που προκύπτουν από την αυτόματη ταξινόμηση

Υπολογίζουμε τα *κέντρα των ομάδων* ως τις μέσες τιμές των συντεταγμένων των ατόμων που απαρτίζουν την κάθε ομάδα ανά άξονα. Για τα κέντρα των ομάδων βλέπε παράρτημα Δ.2.2.3.

Θα απεικονίσουμε τα *κέντρα των ομάδων*, στα *παραγοντικά διαγράμματα διασποράς κατηγοριών*.

α) Θεωρούμε ένα νέο αρχείο δεδομένων στο SPSS, όπου εισάγουμε τις *συντεταγμένες των κατηγοριών των μεταβλητών* και τις *συντεταγμένες των κέντρων των ομάδων* που προέκυψαν από την Αυτόματη Ταξινόμηση και β) Δημιουργούμε τα *διαγράμματα διασποράς (Scatter Plots)* των *κατηγοριών των μεταβλητών* για τους παραγοντικούς άξονες ανά δύο, όπου αναγράφονται οι ετικέτες των σημείων (Data Labels). Τα *διαγράμματα διασποράς των κατηγοριών των μεταβλητών* δίνονται παρακάτω:

Τοποθέτηση κέντρων ομάδων στο διάγραμμα διασποράς των κατηγοριών των μεταβλητών



12.4.2.4. Περιγραφή των ομάδων ατόμων της αυτόματης ταξινόμησης με βάση τις πλέον χαρακτηριστικές απαντήσεις

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται η περιγραφή των 7 ομοιογενών ομάδων ατόμων για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή), βάσει των πινάκων συνάφειας των κυρίων μεταβλητών – ερωτήσεων αναφορικά με τις ομάδες που προέκυψαν από την Αυτόματη Ταξινόμηση. Οι απαντήσεις των φοιτητών στις ερωτήσεις διαθέσεων – στάσεων χαρακτηρίστηκαν ως εξής: α) Θετική Άποψη: οι απαντήσεις 5 – 7, β) Αρνητική άποψη: οι απαντήσεις 1 – 3 και γ) Χωρίς άποψη: η απάντηση 4.

Πίνακας 12.8. Περιγραφή Ομάδων 1 έως 7 για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

Μεταβλητή	Ομάδα 1	Ομάδα 2	Ομάδα 3	Ομάδα 4	Ομάδα 5	Ομάδα 6	Ομάδα 7
Αριθμός φοιτ. / Ποσοστό %	1 / 2,8 %	2 / 5,6 %	7 / 19,4%	14 / 38,9%	9 / 25%	2 / 5,6%	1 / 2,8%
Φύλο	Αγόρια	Κορίτσια	42,9% Αγ 57,1% Κορ	35,7% Αγ 64,3% Κορ	77,8% Αγ 22,2% Κορ	Αγόρια	Αγόρια
Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή	> 3 χρ	< 1 χρ	85,7% < 3 χρ 14,3% > 3 χρ	85,7% < 3 χρ 14,3% > 3 χρ	88,8% < 3 χρ 11,1% > 3 χρ	> 3 χρ	1 – 3 χρ
Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή	Θετ άποψη	Χωρ άποψη	Θετ άποψη	Θετ άποψη	Θετ άποψη	Θετ άποψη	Χωρ άποψη
Υπολογισμοί	Μέτρια	Π Καλά	Π Καλά – Άριστα	Π Καλά – Άριστα	Μέτρια – Π Καλά	Καλά	–
Γεωμετρικές ερμηνείες	Άσχημα	Π Καλά	Μέτρια – Καλά	Καλά – Π Καλά	Μέτρια – Καλά	Μέτρια	–
Διαδικασίες	Άσχημα	Π Καλά	Π Καλά – Άριστα	Καλά – Άριστα	Άσχ – Μέτρια, Άριστα	Μέτρια	–
Μετά – τεστ	Άσχημα	Π Καλά	Π Καλά – Άριστα	Π Καλά – Άριστα	Μέτρια – Π Καλά	Μέτρια	–
Τελικές εξετάσεις	Άσχημα	Άριστα	Καλά – Άριστα	Καλά – Π Καλά	Άσχημα, Καλά – Π Καλά	Μέτρια	Καλά
Εύκολο στο χειρισμό	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	7,7% Χ Απ 92,3 % Θ Απ	11,1% Α Απ 88,9 % Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Εύκολο να το μάθει κανείς	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	14,3% Α Απ 28,6% Χ Απ 57,1% Θ Απ	35,6% Χ Απ 64,3 % Θ Απ	11,1% Χ Απ 88,9 % Θ Απ	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη
Απλός φορμαλισμός	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	14,3% Α Απ 42,9% Χ Απ 42,9% Θ Απ	14,3% Α Απ 42,9% Χ Απ 42,9% Θ Απ	11,1% Α Απ 88,9% Θ Απ	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη
Δυναμικός φορμαλισμός	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	14,3% Χ Απ 85,7% Θ Απ	11,1% Χ Απ 88,9 % Θ Απ	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη
Γενικεύσιμο	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη	42,9% Α Απ 28,6% Χ Απ 28,6% Θ Απ	Θετ Άποψη	11,1% Χ Απ 88,9 % Θ Απ	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη
Χειρ. ανεξ.	Όχι	Ναι	Όχι	35,7% Ναι	33,3% Ναι	Ναι	Ναι

από τον καθηγητή				64,3% Όχι	66,7% Όχι		
Ενδιαφέρον για το μάθημα	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	14,3% Α Απ 85,7% Θ Απ	7,1% Χ Απ 92,9% Θ Απ	11,1% Α Απ 88,9% Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Ενδιαφ. για το γνωστ. αντικείμενο	Αρν Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	21,4% Χ Απ 78,6% Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη
Ενεργητική συμμετοχή	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	28,6% Χ Απ 71,4% Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Αυτενέργεια	Αρν Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	50% Χ Απ 50% Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Πειραματισμός	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	42,9% Χ Απ 57,1% Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη
Αναστοχασμός	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	14,3% Χ Απ 85,7% Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη
Προσωπικές αναπαραστάσεις	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	14,3% Χ Απ 85,7% Θ Απ	64,3% Χ Απ 35,7% Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη
Διατύπωση / έλεγχος εικασιών	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	14,3% Α Απ 14,3% Χ Απ 71,4% Θ Απ	35,7% Α Απ 7,1% Χ Απ 57,1% Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη
Συζήτηση φοιτητών – καθηγητή	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη
Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη

Η συγκριτική μελέτη των αποτελεσμάτων του διαγράμματος διασποράς των μεταβλητών και του πίνακα περιγραφής των ομάδων, δίνει τα εξής αποτελέσματα αναφορικά με τις σχέσεις ομοιογένειας μεταξύ των μεταβλητών:

α) Μία σχέση η οποία επαληθεύεται είναι η σχέση μεταξύ δυνατότητας χειρισμού του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή και φύλου. Από την επαγωγική ανάλυση προέκυψε ότι τα αγόρια εμφάνισαν θετική άποψη σε μεγαλύτερο ποσοστό από ότι τα κορίτσια.

β) Μία δεύτερη σχέση η οποία επαληθεύεται είναι η σχέση μεταξύ δυνατότητας χειρισμού του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή και εμπειρίας στη χρήση υπολογιστή. Από την επαγωγική ανάλυση προέκυψε ότι η ομάδα με μεγαλύτερη εμπειρίας τη χρήση υπολογιστή εμφάνισε τη θετική άποψη σε μεγαλύτερο ποσοστό.

γ) Υπάρχει σχέση μεταξύ επίδοσης στις γεωμετρικές ερμηνείες, στις διαδικασίες και στο μετά – τεστ. Ειδικότερα οι ομάδες εμφάνισαν αντίστοιχες επιδόσεις στα παραπάνω θέματα.

δ) Η υπόθεση ότι η πρόκληση του ενδιαφέροντος των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο, σχετίζεται με τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών και με τον αναστοχασμό επαληθεύεται επίσης: Οι ομάδες που είχαν θετικές απόψεις ως προς το ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο, εμφάνισαν ομοίως θετικές απόψεις ως προς τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών και τον αναστοχασμό. Δεν συμβαίνει γενικά το ίδιο με τις αρνητικές απόψεις στο ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο.

ε) Η υπόθεση σχετικά με τη σχέση μεταξύ απόψεων για τον απλό φορμαλισμό και το αν το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του και την δυνατότητα πειραματισμού επαληθεύεται επίσης: Οι ομάδες που είχαν θετικές απόψεις ως προς τον απλό φορμαλισμό και το αν το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του, εμφάνισαν ομοίως θετικές απόψεις ως προς τη δυνατότητα πειραματισμού.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13. ΜΕΛΕΤΗ ΔΙΑΘΕΣΕΩΝ – ΣΤΑΣΕΩΝ ΦΟΙΤΗΤΩΝ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΙΔΑΚΑΛΙΑΣ ΑΠΟ ΑΠΟΣΤΑΣΗ

13.1. Εισαγωγή

Όπως αναφέραμε στην παράγραφο 10.3.4., προκειμένου να μελετήσουμε το 2^ο διερευνητικό ερώτημα, χρησιμοποιήσαμε την *διερευνητική – περιγραφική στρατηγική, μεθόδους της Επαγωγικής Στατιστικής και μεθόδους Πολυδιάστατης Ανάλυσης Δεδομένων (Multivariate Data Analysis)*.

Ως *δείγμα* χρησιμοποιήσαμε τους φοιτητές που συμμετείχαν στο πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση και συμπλήρωσαν το ερωτηματολόγιο διαθέσεων – στάσεων απέναντι στη διδακτική προσέγγιση από απόσταση με τη βοήθεια του υπολογιστή.

Η διερευνητική – περιγραφική ανάλυση περιλαμβάνει *τέσσερις θεματικούς άξονες*: α) *Γενικά χαρακτηριστικά των φοιτητών που συμμετείχαν*, β) *Χαρακτηριστικά της πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης που χρησιμοποιήθηκε*, γ) *Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε* και δ) *Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης από απόσταση*, με επιμέρους άξονες: δ₁) *Χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης*, δ₂) *Χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης* και δ₃) *Γενικά χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης*.

Η επαγωγική ανάλυση περιλαμβάνει τη μελέτη *ομοιοτήτων και διαφορών απόψεων μεταξύ ομάδων φοιτητών* που συναντώνται στο δείγμα. Ειδικότερα οι φοιτητές ομαδοποιήθηκαν ανάλογα με το *φύλο και την εμπειρία στη χρήση υπολογιστή* και χρησιμοποιήθηκαν μη παραμετρικά κριτήρια σε συνδυασμό με τους πίνακες συνάφειας.

Η πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων βασίστηκε στις μεθόδους της *ανάλυσης πολλαπλών αντιστοιχιών (multiple correspondence analysis)* και της *αυτόματης ταξινόμησης (cluster analysis)*.

Οι *απαντήσεις των φοιτητών* στην επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης, μπορούν να *χαρακτηριστούν* ως εξής:

α) *Θετική στάση ή άποψη* απέναντι στις απόψεις που εκφράζουν οι ερωτήσεις θεωρούμε ότι εκφράζουν *απαντήσεις από 5 και πάνω*.

β) *Απόλυτα θετική απάντηση* θεωρούμε ότι εκφράζουν οι *απαντήσεις 6 και 7*.

γ) Η *απάντηση 4* εκφράζει τη *μη λήψη θέσης* σχετικά με την άποψη που εκφράζεται.

δ) *Αρνητική στάση ή άποψη* εκφράζουν *απαντήσεις από 3 και κάτω*.

ε) *Απόλυτα αρνητική απάντηση* θεωρούμε ότι εκφράζουν οι *απαντήσεις 1 και 2*.

13.2. Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το μάθημα από απόσταση

13.2.1. Γενικά χαρακτηριστικά των φοιτητών που συμμετείχαν

Οι φοιτητές που συμμετείχαν στο δείγμα του 2^{ου} διερευνητικού ερωτήματος ήταν 21. Ως προς το *φύλο*, 15 ήταν αγόρια (71,4 %) και 6 κορίτσια (28,6 %).

	Φύλο	
	Count	%
Αγόρια	15	71,4%
Κορίτσια	6	28,6%
Total	21	100,0%

Ως προς την *εμπειρία των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή*, το 52,4 % των φοιτητών δήλωσε ότι χρησιμοποιούσε τον υπολογιστή από 1 έως 3 χρόνια και το 47,6 % περισσότερο από 3 χρόνια.

	Πόσο καιρό χρησιμοποιείτε τον υπολογιστή;	
	Count	%
1 έως 3 χρόνια	11	52,4%
Περισσότερο από 3 χρόνια	10	47,6%
Total	21	100,0%

Ως προς το *ενδιαφέρον των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή*, το σύνολο των φοιτητών εξέφρασε θετική στάση (5 και πάνω). Μάλιστα το 90,5 % των φοιτητών έδωσε απόλυτα θετική απάντηση (6 ή 7).

	Σας προκαλεί ενδιαφέρον η χρήση του Η/Υ;	
	Count	%
5	2	9,5%
6	13	61,9%
7	6	28,6%
Total	21	100,0%

Οι φοιτητές δήλωσαν ότι *χρησιμοποιούν τον υπολογιστή κυρίως ως κειμενογράφο* (85,7 %), για στατιστικά προγράμματα (28,6 %), για προγραμματισμό (14,3 %), για παιχνίδια (23,8 %) ή κάνουν χρήση του διαδικτύου (85,7 %). Το 9,5 % των φοιτητών δήλωσε άλλη χρήση, ειδικότερα «εφαρμογές πολυμέσων, εικόνας και ήχου».

13.2.2. Χαρακτηριστικά της πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης που χρησιμοποιήθηκε στο πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση

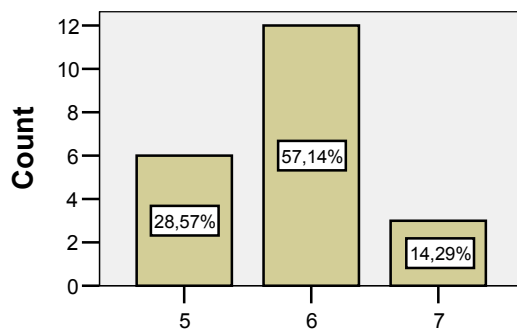
Η αξιολόγηση των *χαρακτηριστικών της πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης* που χρησιμοποιήθηκε (E-Class), από τους φοιτητές δίνεται παρακάτω:

1) Η πλατφόρμα θεωρήθηκε ότι *ξεκινάει εύκολα* από το σύνολο των φοιτητών που απάντησαν τη συγκεκριμένη ερώτηση.

	Η πλατφόρμα ξεκινάει εύκολα;	
	Count	%
Ναι	19	100,0%
Total	19	100,0%

2) Ως προς το αν οι λειτουργίες της πλατφόρμας είναι *εύκολες στο χειρισμό τους*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το σύνολο των φοιτητών, μάλιστα απόλυτα θετική απάντηση (6 ή 7) έδωσε το 71,4 % των φοιτητών.

Οι λειτουργίες της πλατφόρμας είναι εύκολες στο χειρισμό τους;		
	Count	%
5	6	28,6%
6	12	57,1%
7	3	14,3%
Total	21	100,0%



Οι λειτουργίες της πλατφόρμας είναι εύκολες στο χειρισμό τους;

3) Οι προαπαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση της πλατφόρμας, σύμφωνα με τους φοιτητές, είναι κυρίως η εμπειρία στο χειρισμό Η/Υ (61,9 %) και δευτερευόντως οι γνώσεις προγραμματισμού (14,3 %) και η γνώση συγκεκριμένων εντολών (9,5 %). Το 38,1 % των φοιτητών δήλωσε ότι δεν είναι απαραίτητες προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες.

4) Οι απόψεις σχετικά με το αν οι φοιτητές μπορούν να χειρίζονται την πλατφόρμα ανεξάρτητα από την σύγχρονη επικοινωνία (on-line) του καθηγητή είναι μοιρασμένες προς θετικές, εφόσον το 57,1 % των φοιτητών έδωσε θετική απάντηση στο αντίστοιχο ερώτημα.

Μπορείτε να χειρίζεστε την πλατφόρμα ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία (on-line) του καθηγητή;		
	Count	%
Ναι	12	57,1%
Όχι	9	42,9%
Total	21	100,0%

5) Οι τρόποι με τους οποίους οι φοιτητές έμαθαν να χειρίζονται την πλατφόρμα, όπως δήλωσαν οι ίδιοι, είναι κυρίως με απ' ευθείας χειρισμό (57,1 %) και με τη βοήθεια κάποιου τρίτου που έχει εμπειρία σε αντίστοιχες πλατφόρμες (42,9 %), δευτερευόντως με τη χρήση εγχειριδίου (23,8 %).

6) Το 76,2 % των φοιτητών θεώρησαν ότι η πλατφόρμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όλα τα μαθήματα. Οι υπόλοιποι φοιτητές πρότειναν τη χρήση της πλατφόρμας κυρίως σε μαθήματα Στατιστικής (23,8 %), Ασφαλιστικών (14,3 %) και Μαθηματικών (9,5 %).

13.2.3. Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στο πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση

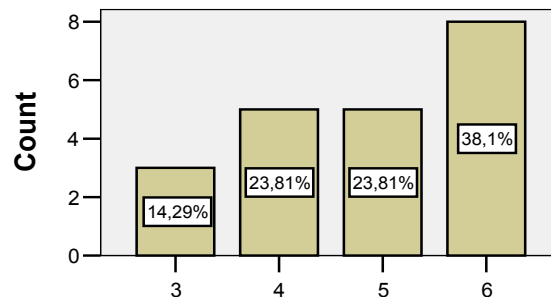
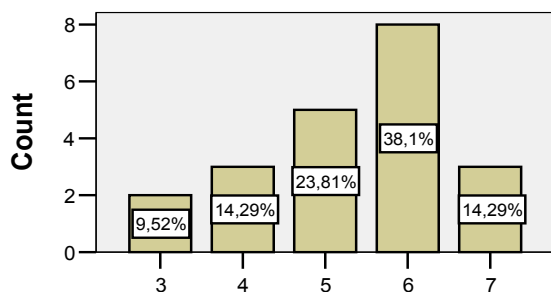
Οι απόψεις των φοιτητών σχετικά με τα χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στο πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση (Mathematica), δίνονται παρακάτω:

1) Το λογισμικό θεωρήθηκε ότι ξεκινάει εύκολα από το 85,7 % των φοιτητών.

Το λογισμικό ξεκινάει εύκολα;		
	Count	%
Ναι	18	85,7%
Όχι	3	14,3%
Total	21	100,0%

2) Στην ερώτηση αν το λογισμικό είναι *εύκολο στο χειρισμό του*, θετική άποψη (5 και πάνω στην επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης) είχε το 76,2 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν το λογισμικό είναι *εύκολο να το μάθει κανείς* το 61,9 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε μόνο το 9,5 % και 14,3 % αντίστοιχα. Απόλυτα αρνητική απάντηση (1 ή 2) στις παραπάνω ερωτήσεις, δεν έδωσε κανένας φοιτητής.

	Το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του;		Το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς;	
	Count	%	Count	%
3	2	9,5%	3	14,3%
4	3	14,3%	5	23,8%
5	5	23,8%	5	23,8%
6	8	38,1%	8	38,1%
7	3	14,3%	0	,0%
Total	21	100,0%	21	100,0%



Το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του;

Το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς;

3) Στην ερώτηση αν το λογισμικό έχει *απλό formalισμό*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 81 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν έχει *δυναμικό formalισμό* το 76,2 % των φοιτητών. Επίσης θετική άποψη στην ερώτηση αν το λογισμικό είναι *γενικεύσιμο* εξέφρασε το 47,6 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη στις παραπάνω ερωτήσεις (3 και κάτω) εξέφρασε το 9,5 % για τον απλό formalισμό και το 14,3 % για το αν είναι γενικεύσιμο. Κανένας φοιτητής δεν εξέφρασε αρνητική άποψη σχετικά με το αν το λογισμικό έχει δυναμικό formalισμό.

	Το λογισμικό έχει απλό formalισμό;		Το λογισμικό έχει δυναμικό formalισμό;		Το λογισμικό είναι γενικεύσιμο;	
	Count	%	Count	%	Count	%
2	2	9,5%	0	,0%	0	,0%
3	0	,0%	0	,0%	3	14,3%
4	2	9,5%	5	23,8%	8	38,1%
5	12	57,1%	5	23,8%	0	,0%
6	5	23,8%	5	23,8%	7	33,3%
7	0	,0%	6	28,6%	3	14,3%
Total	21	100,0%	21	100,0%	21	100,0%

4) Οι *προσ απαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση του λογισμικού*, σύμφωνα με τους φοιτητές, είναι κυρίως η γνώση των εντολών του λογισμικού (57,1 %), δευτερευόντως η εμπειρία στο χειρισμό (38,1 %) και οι γνώσεις προγραμματισμού (38,1 %). Το 14,3 % των φοιτητών δήλωσε ότι δεν είναι απαραίτητες προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες.

5) Οι απόψεις σχετικά με το αν οι φοιτητές μπορούν να *χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την σύγχρονη επικοινωνία (on-line) του καθηγητή* είναι θετικές, εφόσον το 68,4 % των φοιτητών απάντησε θετικά στο αντίστοιχο ερώτημα.

	Μπορείτε να χειρίζεστε το λογισμικό ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία (on-line) του καθηγητή;	
	Count	%
Ναι	13	68,4%
Όχι	6	31,6%
Total	19	100,0%

6) Οι *διευκρινίσεις και επεξηγήσεις του λογισμικού* όταν υπάρχουν λάθη στην είσοδο των δεδομένων, σε μια επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από Ανεπαρκείς έως Καλές, αξιολογήθηκαν θετικά από το 61,9 % των φοιτητών (5 και πάνω), ειδικότερα καλές (6) από το 33,3 % και επαρκείς (5) από το 28,6 % των φοιτητών. Μόνο το 14,3 % των φοιτητών έδωσε απόλυτα αρνητική απάντηση (1).

Η *βοήθεια του λογισμικού (help browser)*, σε μια επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από Ανεπαρκής έως Καλή, αξιολογήθηκε θετικά από το 38,1 % των φοιτητών (5 και πάνω), ειδικότερα αξιολογήθηκε ως καλή (6) από το 38,1 %. Κανένας φοιτητής δεν έδωσε απόλυτα αρνητική απάντηση (1 ή 2), αλλά το 23,8 % των φοιτητών αξιολόγησε τη βοήθεια ανεπαρκή (απάντηση 3).

	Πως θα χαρακτηρίζατε τις διευκρινίσεις / επεξηγήσεις του λογισμικού σχετικά με τα λάθη στην είσοδο των δεδομένων;		Πως θα χαρακτηρίζατε τη βοήθεια του λογισμικού;	
	Count	%	Count	%
1	3	14,3%	0	,0%
3	2	9,5%	5	23,8%
4	3	14,3%	8	38,1%
5	6	28,6%	0	,0%
6	7	33,3%	8	38,1%
Total	21	100,0%	21	100,0%

7) Το 47,6 % των φοιτητών θεώρησαν ότι η *χρήση του λογισμικού μπορεί να προσφέρει περισσότερα από την παραδοσιακή διδασκαλία σε όλα τα μαθήματα*. Οι υπόλοιποι φοιτητές πρότειναν τη χρήση του λογισμικού κυρίως σε θέματα Μαθηματικών (38,1 %) και Στατιστικής (38,1 %), δευτερευόντως Ασφαλιστικών (14,3 %).

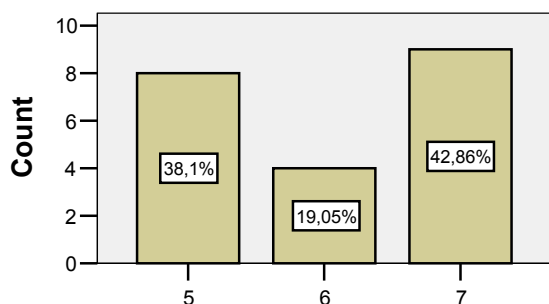
13.2.4. Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης από απόσταση

A. Χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης

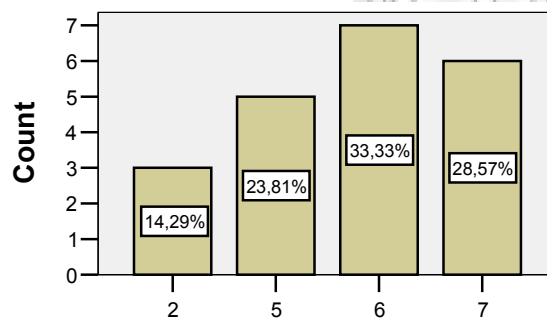
Οι απόψεις των φοιτητών σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση από απόσταση είχε *χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης*, δίνονται παρακάτω:

1) Στην ερώτηση αν η *διδακτική προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα*, το σύνολο των φοιτητών είχε θετική άποψη (5 και πάνω). Στην ερώτηση αν *προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο αυτό καθαυτό*, θετική άποψη είχε το 85,7% των φοιτητών, ενώ αρνητική άποψη (3 και κάτω) εξέφρασε μόνο το 14,3 % (ειδικότερα 2).

	Η διδ. προσέγ. προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για το μάθημα;		Η διδ. προσέγ. προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για τα μαθηματικά;	
	Count	%	Count	%
2	0	,0%	3	14,3%
5	8	38,1%	5	23,8%
6	4	19,0%	7	33,3%
7	9	42,9%	6	28,6%
Total	21	100,0%	21	100,0%



Η διδ. προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για το μάθημα;

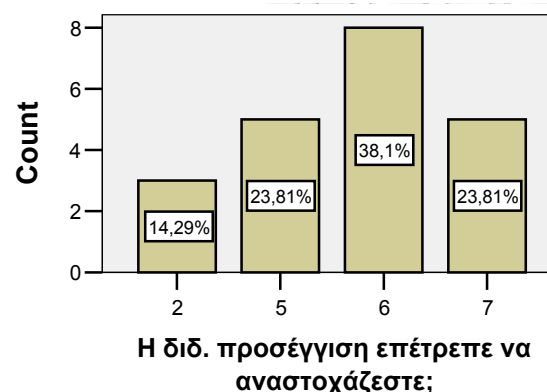
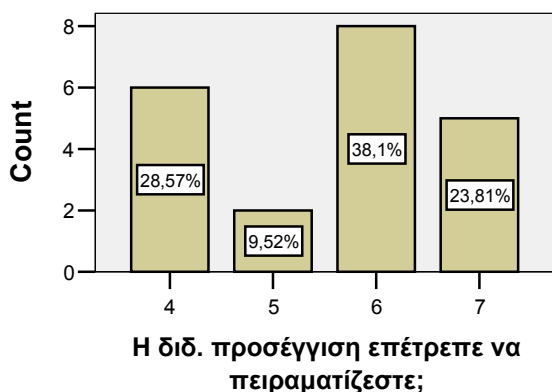
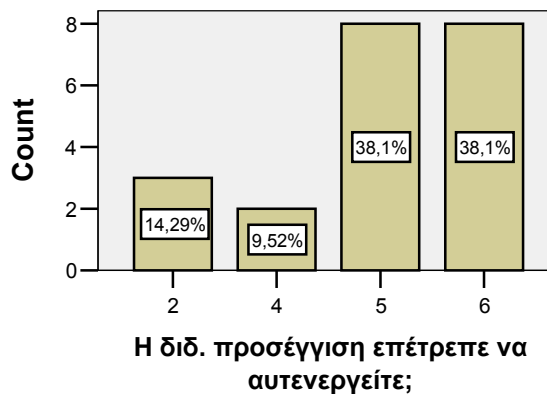
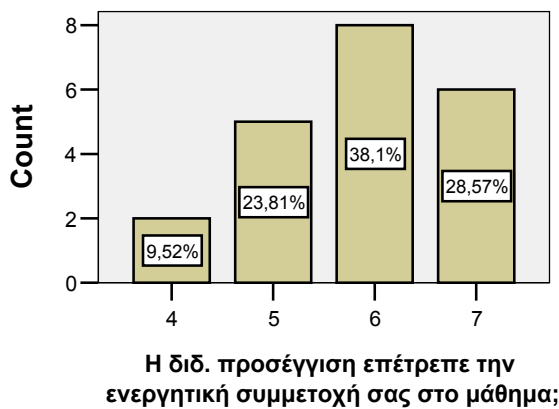


Η διδ. προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για τα μαθηματικά;

2) Στην ερώτηση αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή των φοιτητών στο μάθημα, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 90,5 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν επέτρεπε στους φοιτητές να αυτενεργούν το 76,2 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής στην ερώτηση για την ενεργητική συμμετοχή και το 14,3 % των φοιτητών στην ερώτηση για την αυτενέργεια (ειδικότερα 2).

Στην ερώτηση αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να πειραματίζονται θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 71,4 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν επέτρεπε στους φοιτητές να αναστοχάζονται το 85,7 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε το 14,3 % των φοιτητών για τον αναστοχασμό και κανένας φοιτητής για τον πειραματισμό.

	Η διδ. προσέγ. επέτρεπε την ενεργ. συμμετοχή σας στο μάθημα;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να αυτενεργείτε;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να πειραματίζεστε;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να αναστοχάζεστε;	
	Count	%	Count	%	Count	%	Count	%
2	0	,0%	3	14,3%	0	,0%	3	14,3%
4	2	9,5%	2	9,5%	6	28,6%	0	,0%
5	5	23,8%	8	38,1%	2	9,5%	5	23,8%
6	8	38,1%	8	38,1%	8	38,1%	8	38,1%
7	6	28,6%	0	,0%	5	23,8%	5	23,8%
Total	21	100,0%	21	100,0%	21	100,0%	21	100,0%



3) Στην ερώτηση σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να δημιουργούν προσωπικές αναπαραστάσεις, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 76,2 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν έδινε τη δυνατότητα για τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών επίσης το 76,2% των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις εξέφρασε το 9,5 % και το 23,8 % των φοιτητών αντίστοιχα.

	Η διδ. προσέγγιση επέτρεπε να δημιουργείτε προσωπικές αναπαραστάσεις;		Η διδ. προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών;	
	Count	%	Count	%
2	2	9,5%	2	9,5%
3	0	,0%	3	14,3%
4	3	14,3%	0	,0%
5	5	23,8%	11	52,4%
6	3	14,3%	3	14,3%
7	8	38,1%	2	9,5%
Total	21	100,0%	21	100,0%

4) Στην ερώτηση σχετικά με το πώς οι φοιτητές θα χαρακτήριζαν την παρουσίαση και εξήγηση των απαιτούμενων πληροφοριών από το φύλλο εργασίας, με απαντήσεις σε μία επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από Ελλιπής έως Πολύ εκτενής, το 90,5 % των φοιτητών χαρακτήρισαν την παρουσίαση ως εκτενή (απαντήσεις 5 και πάνω).

	Πως θα χαρακτηρίζατε την παρουσίαση και εξήγηση των απαιτούμενων πληροφοριών από το φύλλο εργασίας;	
	Count	%
4	2	9,5%
5	16	76,2%
6	3	14,3%
Total	21	100,0%

5) Στην ερώτηση σχετικά με το πώς οι φοιτητές θα *χαρακτήριζαν την υποστήριξη από τον καθηγητή μέσω της σύγχρονης επικοινωνίας (on-line)*, με απαντήσεις σε μία επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από Ελλιπής έως Επαρκής, το σύνολο των φοιτητών χαρακτήρισαν την υποστήριξη ως επαρκή (απαντήσεις 5 και πάνω), μάλιστα απόλυτα θετική απάντηση (6 ή 7) εξέφρασε το 90,5 % των φοιτητών.

	Πως θα χαρακτηρίζατε την υποστήριξη από τον καθηγητή μέσω της σύγχρονης επικοινωνίας (on-line);	
	Count	%
5	2	9,5%
6	7	33,3%
7	12	57,1%
Total	21	100,0%

6) Στην ερώτηση σχετικά με το πώς οι φοιτητές θα *χαρακτήριζαν το βαθμό της καθοδήγησης από το φύλλο εργασίας*, με απαντήσεις σε μία επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από Ελάχιστη έως Πλήρης καθοδήγηση, το σύνολο των φοιτητών χαρακτήρισαν το βαθμό της καθοδήγησης ως μεγάλο (απαντήσεις 5 και πάνω), μάλιστα απόλυτα θετική απάντηση (6 ή 7) εξέφρασε το 76,2 % των φοιτητών.

Επίσης στην ερώτηση σχετικά με το πώς οι φοιτητές θα *χαρακτήριζαν το βαθμό της καθοδήγησης από τον καθηγητή μέσω της σύγχρονης επικοινωνίας (on-line)*, με απαντήσεις σε μία επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης από Ελάχιστη έως Πλήρης καθοδήγηση, το σύνολο των φοιτητών χαρακτήρισαν το βαθμό της καθοδήγησης ως μεγάλο (απαντήσεις 5 και πάνω), μάλιστα το 90,5 % των φοιτητών χαρακτήρισαν την καθοδήγηση ως Πλήρη (6 ή 7).

	Πως θα χαρακτηρίζατε το βαθμό της καθοδήγησης από το φύλλο εργασίας;		Πως θα χαρακτ. το βαθμό της καθοδήγησης από τον καθηγητή μέσω της σύγχρονης επικοινωνίας (on-line);	
	Count	%	Count	%
5	5	23,8%	2	9,5%
6	10	47,6%	10	47,6%
7	6	28,6%	9	42,9%
Total	21	100,0%	21	100,0%

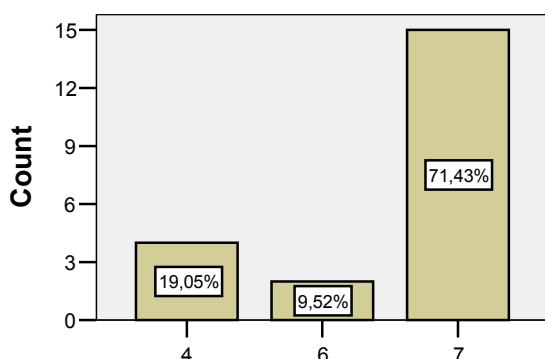
7) Στην ερώτηση αν *οι δραστηριότητες του μαθήματος συνεισέφεραν στην επίτευξη συγκεκριμένων σκοπών*, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 85,7 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν *η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για διαμόρφωση προσωπικών σκοπών μάθησης από τους φοιτητές*, το 76,2 % των φοιτητών. Στην ερώτηση αν *η χρήση του λογισμικού βοήθησε στην επίτευξη των σκοπών μάθησης*, το σύνολο των φοιτητών είχε θετική άποψη (5 και πάνω). Να σημειώσουμε ότι αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής.

	Οι δραστηριότητες του μαθήματος συνεισέφεραν στη επίτευξη συγκ. σκοπών;		Η διδ. προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα να διαμορφώνετε προσ. σκοπούς μάθησης;		Η χρήση του λογισμικού βοήθησε στην επίτευξη των σκοπών μάθησης;	
	Count	%	Count	%	Count	%
4	3	14,3%	5	23,8%	0	,0%
5	8	38,1%	3	14,3%	6	28,6%
6	7	33,3%	10	47,6%	4	19,0%
7	3	14,3%	3	14,3%	11	52,4%
Total	21	100,0%	21	100,0%	21	100,0%

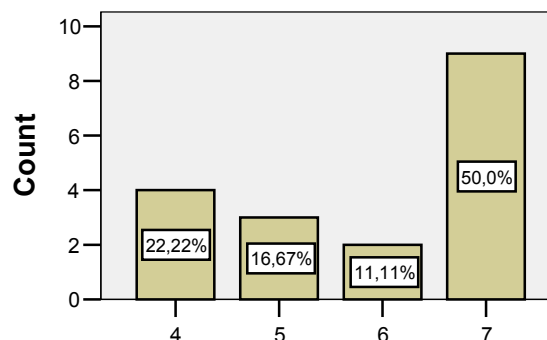
8) Στην ερώτηση αν η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ των φοιτητών και του καθηγητή, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 81 % και στην ερώτηση αν η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους, το 77,8 % των φοιτητών. Στην ερώτηση αν η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για κοινωνική διαπραγμάτευση, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 76,2 % των φοιτητών.

Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής.

	Η διδ. προσέγ. έδινε τη δυνατό. για συζήτηση μεταξύ φοιτητών - καθηγητή;		Η διδ. προσέγ. έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους;		Η διδ. προσέγ. έδινε τη δυνατό. για κοινων. διαπραγμάτευση;	
	Count	%	Count	%	Count	%
4	4	19,0%	4	22,2%	5	23,8%
5	0	,0%	3	16,7%	0	,0%
6	2	9,5%	2	11,1%	4	19,0%
7	15	71,4%	9	50,0%	12	57,1%
Total	21	100,0%	18	100,0%	21	100,0%



Η διδ. προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών - καθηγητή;



Η διδ. προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους;

B. Χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης

Οι απόψεις των φοιτητών σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση είχε χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης δίνονται παρακάτω:

1) Στην ερώτηση σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να αξιολογούν πληροφορίες ή ιδέες, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 61,9 % των φοιτητών, στην ερώτηση αν επέτρεπε στους φοιτητές να αναλύουν πληροφορίες ή ιδέες, το 47,6% των φοιτητών και στην ερώτηση

αν επέτρεπε στους φοιτητές να συνδυάζουν πληροφορίες ή ιδέες, το 71,4 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής για την αξιολόγηση και το συνδυασμό πληροφοριών ή ιδεών, ενώ για την ανάλυση αρνητική άποψη εξέφρασε το 9,5 % των φοιτητών (ειδικότερα 1).

	Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να αξιολογείτε πληροφ. ή ιδέες;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να αναλύετε πληροφ. ή ιδέες;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να συνδυάζετε πληροφ. ή ιδέες;	
	Count	%	Count	%	Count	%
1	0	,0%	2	9,5%	0	,0%
4	8	38,1%	9	42,9%	6	28,6%
5	4	19,0%	4	19,0%	7	33,3%
6	6	28,6%	3	14,3%	2	9,5%
7	3	14,3%	3	14,3%	6	28,6%
Total	21	100,0%	21	100,0%	21	100,0%

2) Στην ερώτηση σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να επεξεργάζονται πληροφορίες ή ιδέες, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 57,1 % των φοιτητών, στην ερώτηση αν επέτρεπε στους φοιτητές να συνθέτουν ιδέες, επίσης το 57,1% των φοιτητών και στην ερώτηση αν επέτρεπε στους φοιτητές να φαντάζονται ιδέες, το 57,1% των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής για την σύνθεση ιδεών και τη φαντασία, ενώ για την επεξεργασία αρνητική άποψη εξέφρασε το 28,6 % των φοιτητών (ειδικότερα 3).

	Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να επεξεργάζεστε πληροφ. ή ιδέες;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να συνθέτετε ιδέες;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να φαντάζεστε ιδέες;	
	Count	%	Count	%	Count	%
3	6	28,6%	0	,0%	0	,0%
4	3	14,3%	9	42,9%	9	42,9%
5	2	9,5%	2	9,5%	3	14,3%
6	4	19,0%	7	33,3%	9	42,9%
7	6	28,6%	3	14,3%	0	,0%
Total	21	100,0%	21	100,0%	21	100,0%

3) Στην ερώτηση αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να ασχοληθούν με την επίλυση προβλήματος, θετική άποψη (5 και πάνω) είχε το 57,1 % των φοιτητών, στην ερώτηση αν επέτρεπε στους φοιτητές να σχεδιάζουν ενέργειες και να εκτιμούν τα αποτελέσματά τους, το 71,4 % των φοιτητών και στην ερώτηση αν επέτρεπε στους φοιτητές να λαμβάνουν αποφάσεις το 47,6 % των φοιτητών. Αρνητική άποψη (3 και κάτω) στις παραπάνω ερωτήσεις δεν εξέφρασε κανένας φοιτητής για την επίλυση προβλήματος και το σχεδιασμό, ενώ για τη λήψη αποφάσεων αρνητική άποψη εξέφρασε το 14,3 % των φοιτητών (ειδικότερα 3).

	Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να ασχοληθείτε με την επίλ. προβλ.;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να σχεδιάζετε ενέργειες / εκτιμάτε αποτελέσματα;		Η διδ. προσέγ. επέτρεπε να λαμβάνετε αποφάσεις;	
	Count	%	Count	%	Count	%
3	0	,0%	0	,0%	3	14,3%
4	9	42,9%	6	28,6%	8	38,1%
5	3	14,3%	6	28,6%	0	,0%
6	6	28,6%	6	28,6%	7	33,3%
7	3	14,3%	3	14,3%	3	14,3%
Total	21	100,0%	21	100,0%	21	100,0%

Γ. Γενικά χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης

1) Στην ερώτηση σχετικά με το αν πιστεύουν ότι η *διδακτική προσέγγιση από απόσταση με σύγχρονη επικοινωνία αναπληρώνει επαρκώς το μάθημα στην τάξη*, οι φοιτητές ήταν μοιρασμένοι ως προς τις θετική άποψη (5 και πάνω) και την αρνητική άποψη (3 και κάτω) με ποσοστά ίσα με 38,1 %. Το 23,8 % των φοιτητών δεν πήρε θέση (απάντηση 4).

	Πιστεύετε ότι η διδ. προσέγγιση από απόσταση με σύγχρονη επικοινωνία αναπληρώνει επαρκώς το μάθημα στην τάξη;	
	Count	%
1	3	14,3%
3	5	23,8%
4	5	23,8%
6	5	23,8%
7	3	14,3%
Total	21	100,0%

2) Στις ερωτήσεις αν οι φοιτητές θα *επέλεγαν να παρακολουθήσουν άλλο μάθημα από απόσταση με ασύγχρονη επικοινωνία* (επικοινωνία σε μη πραγματικό χρόνο), *άλλο μάθημα από απόσταση με σύγχρονη επικοινωνία* (επικοινωνία σε πραγματικό χρόνο) και *άλλο μάθημα στο οποίο γίνεται χρήση λογισμικού με παρόμοιες λειτουργίες*, το σύνολο των φοιτητών που απάντησαν την κάθε ερώτηση έδωσαν θετική απάντηση.

	Θα επιλέγατε άλλο μάθημα από απόσταση με ασύγχρονη επικοινωνία (όχι σε πραγματικό χρόνο);		Θα επιλέγατε άλλο μάθημα από απόσταση με σύγχρονη επικοινωνία (σε πραγματικό χρόνο);		Θα επιλέγατε άλλο μάθημα στο οποίο γίνεται χρήση του Mathematica ή λογισμικού με παρόμοιες δυνατότητες;	
	Count	%	Count	%	Count	%
Ναι	21	100,0%	19	100,0%	21	100,0%
Total	21	100,0%	19	100,0%	21	100,0%

3) Τα *πλεονεκτήματα της μάθησης μέσω μιας πλατφόρμας ασύγχρονης επικοινωνίας* συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, όπως *διατυπώθηκαν από τους φοιτητές* είναι:

- «Εύκολη επικοινωνία και ταχύτατη ανταλλαγή απόψεων. Χρήση λογισμικών που διευκολύνουν την κατανόηση του μαθήματος».
- «Κάλυψη κενών γνώσης σε οποιαδήποτε στιγμή».

- «Μπορούμε να κατανοήσουμε περισσότερο τις έννοιες καθώς και τα διαγράμματα και τις γραφικές παραστάσεις στο χώρο».

- «Η πλατφόρμα είναι πολύ χρήσιμη, αρκεί να μάθει κανείς το χειρισμό της. Από εκεί και έπειτα γίνεται ένα πολύτιμο εργαλείο».

- «Δυνατότητα εξατομίκευσης εάν πρόκειται για μικρές όμως ομάδες. Προβολή εννοιών του μαθήματος σε παραστάσεις, οπτικοποίηση μαθηματικών εννοιών, κατανόηση ως εκ τούτου της πρακτικής αξιοποίησης και μέρους των δυνατών εφαρμογών του Απειροστικού Λογισμού. Αυξάνει κατά πολύ το ενδιαφέρον για να ασχοληθεί κάποιος εκτενέστερα και με το μάθημα αλλά και με τις εφαρμογές του πάνω σε τομείς που τον ενδιαφέρουν».

- «Υπάρχει χρόνος ώστε να εξασκούμαστε μόνοι μας και να βρίσκουμε μόνοι μας τις απαντήσεις και να τα θυμόμαστε καλύτερα».

- «Λιγότεροι φοιτητές».

- «Αναπαράσταση δεδομένων, οικειότητα με τη σύγχρονη τεχνολογία, εξοικονόμηση χρόνου, άριστη κατανόηση του μαθήματος».

4) Τα *μειονεκτήματα της μάθησης μέσω μιας πλατφόρμας ασύγχρονης επικοινωνίας* συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, όπως *διατυπώθηκαν από τους φοιτητές* είναι:

- «Είναι αρκετά δύσκολο το περιβάλλον καθώς επίσης και ο χειρισμός. Δηλαδή, οι εντολές είναι αρκετά δύσκολες, δυσνόητες και δεν γίνεται να τις αποστηθίσεις για να τις χρησιμοποιείς χωρίς σημειώσεις, υποδείξεις του καθηγητή ή από φυλλάδια. Ακόμα όταν γίνεται κάποιο λάθος δεν επισημαίνεται απλά βγαίνει μήνυμα λάθους πράγμα αρκετά χρονοβόρο και κουραστικό».

- «Δε δίνεται η δυνατότητα στο διδάσκοντα να δώσει άμεση και γρήγορη απάντηση σε απορίες ή κάποιο παράδειγμα και πολύ περισσότερο αφού μιλάμε για μαθηματικά όπου οι συμβολισμοί δυσκολεύουν την αμεσότητα αυτή από μακριά, αφού είναι χρονοβόρα η μεταφορά τύπων, παραδειγμάτων απαντήσεων σε απορίες κοκ λόγω των συμβόλων».

- «Κάποια επιπλέον βοήθεια ίσως μας χρειάζεται αρκετά κάποιες φορές για να καθοδηγούμαστε σωστά στις ενέργειες μας».

- «Έλλειψη της προσωπικής αμεσότητας».

- «Δε λαμβάνουν μέρος όλοι οι φοιτητές».

Τα *πλεονεκτήματα της διδακτικής προσέγγισης από απόσταση με σύγχρονη επικοινωνία*, συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, όπως *διατυπώθηκαν από τους φοιτητές* είναι:

- «Άμεση επικοινωνία, συνεργασία, ομαδικότητα δουλειάς».

- «Κατανοούμε καλύτερα τις γραφικές αναπαραστάσεις και τις έννοιες και επικοινωνούμε περισσότερο και πιο ανοιχτά με τον καθηγητή και τους υπόλοιπους συμμαθητές μας. Μπορούμε να ρωτήσουμε τον καθηγητή σε πραγματικό χρόνο περισσότερες απορίες και αντίστοιχα να έχουμε περισσότερες απαντήσεις και διευκρινήσεις».

- «Κάνεις επανάληψη και μαθαίνεις καινούργια πράγματα ότι ώρα της ημέρας θέλεις και μπορείς πάντα να έρθεις σε επαφή με τον καθηγητή χωρίς να πρέπει να τον ψάχνεις από γραφείο σε γραφείο».

▪ «Μεγάλη αμεσότητα, στην ουσία ένας καθηγητής για τον καθένα, λαμβάνει κάποιος το ενδιαφέρον και την προσπάθεια που κρύβεται πίσω από όλο αυτό το σύστημα. Πρωτόγνωρη και εντυπωσιακή προσπάθεια».

▪ «Λύνεται απευθείας όποια απορία μας προκύψει με τον καλύτερο δυνατό τρόπο».

▪ «Καλύτερη δόμηση του μαθήματος, ιεράρχηση θεμάτων, επικοινωνία με περισσότερες ερωταποκρίσεις, άνεση χρόνου, κινείσαι στον προσωπικό σου χώρο, έλλειψη επισημότητας».

▪ «Εξοικονόμηση χρόνου, έχεις τη δυνατότητα να σκέπτεσαι ήρεμα τη λύση προβλημάτων χωρίς ενόχληση, υπό την καθοδήγηση του καθηγητή κα».

Τα *μειονεκτήματα της διδακτικής προσέγγισης από απόσταση με σύγχρονη επικοινωνία*, συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, όπως *διατυπώθηκαν από τους φοιτητές* είναι:

▪ «Απαιτείται αρκετός ελεύθερος χρόνος προκειμένου να ασχοληθούμε με το Mathematica αφού είναι δύσκολο στο χειρισμό του καθώς έχει αρκετές άγνωστες για μας εντολές. Επίσης δεν καλύπτεται τόσο γρήγορα η ύλη και αυτό το συμπεράναμε στη χρήση αφού για ένα και μόνο μάθημα χρειάστηκαν πάνω από 2 ώρες προκειμένου να λύσουμε τις ασκήσεις ενώ με την παραδοσιακή παράδοση και προχωράμε σχετικά γρήγορα και καταλαβαίνουμε».

▪ «Η ανθρώπινη επαφή απουσιάζει. Δεν μπορεί να υπάρχει E-Learning χωρίς το κλασσικό μάθημα στην τάξη. Είναι ένα άριστο συμπλήρωμα του μαθήματος στην τάξη.

▪ «Πολύ χρήσιμο θα ήταν ένα εισαγωγικό μάθημα πάνω σε έννοιες του προγράμματος που χρησιμοποιήσαμε, όχι λόγω δυσκολίας του αλλά για μικρά πρακτικά θέματα που θα το κάνουν πιο χρηστικό για τους φοιτητές και δεν θα καθυστερούν σε λεπτομέρειες χάνοντας χρόνο. Έτσι θα αυξανόταν κι άλλο το ενδιαφέρον αφού δε θα υπήρχαν πρακτικά μικροπροβλήματα χρήσης του προγράμματος».

▪ «Δεν παρεμβαίνει ο καθηγητής άμεσα στη φύση των προβλημάτων που αντιμετωπίζεις».,

▪ «Είναι δύσκολο να λάβουν μέρος όλοι οι φοιτητές».

13.3. Επαγωγική ανάλυση για το μάθημα από απόσταση

13.3.1. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά της πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης σε ομάδες φοιτητών

I. Χαρακτηριστικά της πλατφόρμας και φύλο

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών, σύμφωνα με το *κριτήριο Mann – Whitney* μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι *υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής* ως προς άποψη τους σχετικά με το αν οι λειτουργίες της πλατφόρμας είναι εύκολες στο χειρισμό τους.

Μπορούμε να *απορρίψουμε την υπόθεση ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής*, ως προς το αν μπορούν να χειρίζονται την πλατφόρμα ανεξάρτητα από την σύγχρονη επικοινωνία (on-line) με τον καθηγητή. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι το σύνολο των κοριτσιών απάντησαν αρνητικά, ενώ τα αγόρια σε ποσοστό 80 % απάντησαν θετικά στην ερώτηση.

Test Statistics^b

	Πλατφόρμα / λειτουργίες εύκολες στο χειρισμό	Πλατφόρμα / Χειρισμός ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή
Mann-Whitney U	40,500	9,000
Wilcoxon W	160,500	129,000
Z	-,394	-3,266
Asymp. Sig. (2-tailed)	,693	,001
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,733 ^a	,003 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Φύλο

	Φύλο	
	Αγόρια	Κορίτσια
	Πλατφόρμα / λειτουργίες εύκολες στο χειρισμό	Πλατφόρμα / λειτουργίες εύκολες στο χειρισμό
	Count	Count
5	3	3
6	12	0
7	0	3
Total	15	6

	Φύλο	
	Αγόρια	Κορίτσια
	Πλατφόρμα / Χειρισμός ανεξ. από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή	Πλατφόρμα / Χειρισμός ανεξ. από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή
	Count	Count
Ναι	12	0
Όχι	3	6
Total	15	6

II. Χαρακτηριστικά της πλατφόρμας και εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

Στη διερεύνηση ανάλογα με την εμπειρία των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή, εφαρμόστηκε το κριτήριο *Mann – Whitney*, για τις ομάδες 1– 3 χρόνια και Περισσότερα από 3 χρόνια, εφόσον το σύνολο των φοιτητών που συμμετείχε στο δείγμα του 2^{ου} διερευνητικού ερωτήματος εμπίπτει στις δύο αυτές ομάδες.

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (1– 3 χρόνια και Περισσότερα από 3 χρόνια), σύμφωνα με το κριτήριο *Mann – Whitney*, μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα *πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής* ως προς την άποψη τους για το αν μπορούν να χειρίζονται την πλατφόρμα ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία (on-line) με τον καθηγητή.

Μπορούμε να απορρίψουμε την παραπάνω υπόθεση, ως προς το αν οι λειτουργίες της πλατφόρμας είναι εύκολες στο χειρισμό τους. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι η ομάδα με μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή, εμφανίζει αποκλειστικά απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7), σε σύγκριση με το 45,5 % της ομάδας με 1 – 3 χρόνια εμπειρία.

Test Statistics^b

	Πλατφόρμα / λειτουργίες εύκολες στο χειρισμό	Πλατφόρμα / Χειρισμός ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή
Mann-Whitney U	17,500	37,000
Wilcoxon W	83,500	103,000
Z	-2,973	-1,477
Asymp. Sig. (2-tailed)	,003	,140
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,006 ^a	,223 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή	
	1 έως 3 χρόνια	Περισσότερο από 3 χρόνια
	Πλατφόρμα / λειτουργίες εύκολες στο χειρισμό	Πλατφόρμα / λειτουργίες εύκολες στο χειρισμό
	Count	Count
5	6	0
6	5	7
7	0	3
Total	11	10

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή	
	1 έως 3 χρόνια	Περισσότερο από 3 χρόνια
	Πλατφόρμα / Χειρισμός ανεξ. από τη σύγχ. επικοινωνία με καθηγητή	Πλατφόρμα / Χειρισμός ανεξ. από τη σύγχ. επικοινωνία με καθηγητή
	Count	Count
Ναι	8	4
Όχι	3	6
Total	11	10

13.3.2. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά του λογισμικού σε ομάδες φοιτητών

I. Χαρακτηριστικά του λογισμικού και φύλο

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών, σύμφωνα με το κριτήριο *Mann – Whitney* μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις απόψεις τους, σχετικά με το αν το λογισμικό: α) έχει απλό φερμαλισμό και β) είναι γενικεύσιμο.

Μπορούμε να απορρίψουμε την παραπάνω υπόθεση ως προς το αν το λογισμικό:

α) έχει δυναμικό φερμαλισμό. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι τα κορίτσια εμφανίζουν στο σύνολο τους θετικές απαντήσεις (7), ενώ τα αγόρια εμφανίζουν κατά 33,3 % απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7).

β) μπορούν να το χειρίζονται οι φοιτητές χωρίς τη σύγχρονη επικοινωνία (on-line) με τον καθηγητή. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι το σύνολο των αγοριών απάντησαν θετικά, ενώ το σύνολο των κοριτσιών αρνητικά.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα ως προς το αν το λογισμικό:

α) είναι εύκολο στο χειρισμό του. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι τα αγόρια εμφανίζουν μεγαλύτερο ποσοστό στη θετική άποψη (5 και πάνω) (Αγόρια: 86,7 % και Κορίτσια: 50 %) και ένα μεγάλο ποσοστό στις απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7) (Αγόρια: 73,3 % και Κορίτσια: 0 %), ενώ τα κορίτσια μάλλον δεν παίρνουν θέση (Κορίτσια: 4: 50 %, Αγόρια: 4: 0 %).

β) είναι εύκολο να το μάθει κανείς. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι οι κατανομές των απαντήσεων στη θετική άποψη (5 και πάνω) διαφέρουν: τα αγόρια εμφανίζουν ποσοστό 53,3 & στις απαντήσεις 6 ή 7, όπου τα κορίτσια εμφανίζουν μηδενικό ποσοστό και 13,4 % στην απάντηση 5 όπου τα κορίτσια εμφανίζουν ποσοστό 50 %.

Test Statistics^b

	Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό	Λογισμικό / εύκολο να το μάθει κανείς	Λογισμικό / απλός φορμαλισμός	Λογισμικό / δυναμικός φορμαλισμός	Λογισμικό / γενικεύσιμο	Λογισμικό / Χειρισμός ανεξ. από τη σύγχ. επικοινωνία με καθηγητή
Mann-Whitney U	15,000	18,000	42,000	,000	45,000	,000
Wilcoxon W	36,000	39,000	63,000	120,000	66,000	91,000
Z	-2,426	-2,195	-,261	-3,617	,000	-4,243
Asymp. Sig. (2-tailed)	,015	,028	,794	,000	1,000	,000
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,018 ^a	,036 ^a	,850 ^a	,000 ^a	1,000 ^a	,000 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Φύλο

	Φύλο			
	Αγόρια		Κορίτσια	
	Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό	Λογισμικό / εύκολο να το μάθει κανείς	Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό	Λογισμικό / εύκολο να το μάθει κανείς
	Count	Count	Count	Count
3	2	0	0	3
4	0	5	3	0
5	2	2	3	3
6	8	8	0	0
7	3	0	0	0
Total	15	15	6	6

	Φύλο					
	Αγόρια			Κορίτσια		
	Λογισμικό / απλός φορμαλ.	Λογισμικό / δυναμικός φορμαλ.	Λογισμικό / γενικεύσιμο	Λογισμικό / απλός φορμαλ.	Λογισμικό / δυναμικός φορμαλ.	Λογισμικό / γενικεύσιμο
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
2	2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	3
4	2	5	8	0	0	0
5	6	5	0	6	0	0
6	5	5	7	0	0	0
7	0	0	0	0	6	3
Total	15	15	15	6	6	6

	Φύλο	
	Αγόρια	Κορίτσια
	Λογισμικό / Χειρισμός ανεξ. από τη σύγχ. επικοινωνία με καθηγητή	Λογισμικό / Χειρισμός ανεξ. από τη σύγχ. επικοινωνία με καθηγητή
	Count	Count
Ναι	13	0
Όχι	0	6
Total	13	6

II. Χαρακτηριστικά του λογισμικού και εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (1 – 3 χρόνια και Περισσότερα από 3 χρόνια), σύμφωνα με το κριτήριο *Mann – Whitney* μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι *υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής* ως προς τις απόψεις τους, σχετικά με το αν το λογισμικό: α) είναι εύκολο στο χειρισμό του και β) μπορούν να το χειρίζονται οι φοιτητές χωρίς τη σύγχρονη επικοινωνία (on-line) του καθηγητή.

Μπορούμε να απορρίψουμε την παραπάνω υπόθεση σχετικά με το αν το λογισμικό είναι γενικεύσιμο. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια εμπειρία εμφανίζει στο σύνολο της θετική άποψη (5 και πάνω), σε αντίθεση με την ομάδα με 1 – 3 χρόνια που κατά ένα ποσοστό 72,7 % δεν παίρνει θέση (4), ενώ κατά 27,3 % εμφανίζει αρνητική άποψη (3 και κάτω).

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλές συμπέρασμα σχετικά με το αν το λογισμικό:

α) είναι εύκολο να το μάθει κανείς. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια εμπειρία εμφανίζει κατά ποσοστό 80 % θετική άποψη (5 και πάνω), σε αντίθεση με την ομάδα με 1 – 3 χρόνια που εξέφρασε θετική άποψη κατά ποσοστό 45,5 %.

β) έχει απλό φορμαλισμό. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι οι δύο ομάδες έχουν συγκρίσιμα ποσοστά στην θετική άποψη (5 και πάνω) (1 – 3 χρόνια: 81,8 %, Περισσότερο από 3 χρόνια: 80 %). Όμως οι κατανομές των απαντήσεων διαφέρουν: η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια έχει 50 % στις απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7) και 30 % στην απάντηση 5, ενώ η ομάδα με 1 – 3 χρόνια έχει ολόκληρο το ποσοστό της θετικής άποψης στην απάντηση 5 (81,8 %).

γ) έχει δυναμικό φορμαλισμό. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια εμπειρία εμφανίζει στο σύνολο της θετική άποψη (5 και πάνω), σε αντίθεση με την ομάδα με 1 – 3 χρόνια που εξέφρασε θετική άποψη κατά ποσοστό 54,5 %, ενώ το υπόλοιπο 45,5 % δεν πήρε θέση (4).

Test Statistics^b

	Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό	Λογισμικό / εύκολο να το μάθει κανείς	Λογισμικό / απλός φορμαλισμός	Λογισμικό / δυναμικός φορμαλισμός	Λογισμικό / γενικεύσιμο	Λογισμικό / Χειρισμός ανεξ. από τη σύγχ. επικοινωνία με καθηγητή
Mann-Whitney U	36,000	32,500	31,500	28,500	,000	43,500
Wilcoxon W	102,000	98,500	97,500	94,500	66,000	98,500
Z	-1,390	-1,655	-1,850	-1,926	-4,074	-,152
Asymp. Sig. (2-tailed)	,165	,098	,064	,054	,000	,879
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,197 ^a	,114 ^a	,099 ^a	,061 ^a	,000 ^a	,905 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή			
	1 έως 3 χρόνια		Περισσότερο από 3 χρόνια	
	Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό	Λογισμικό / εύκολο να το μάθει κανείς	Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό	Λογισμικό / εύκολο να το μάθει κανείς
	Count	Count	Count	Count
3	2	3	0	0
4	3	3	0	2
5	0	2	5	3
6	6	3	2	5
7	0	0	3	0
Total	11	11	10	10

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή					
	1 έως 3 χρόνια			Περισσότερο από 3 χρόνια		
	Λογισμικό / απλός φορμαλισμός	Λογισμικό / δυναμικός φορμαλισμός	Λογισμικό / γενικεύσιμο	Λογισμικό / απλός φορμαλισμός	Λογισμικό / δυναμικός φορμαλισμός	Λογισμικό / γενικεύσιμο
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
2	2	0	0	0	0	0
3	0	0	3	0	0	0
4	0	5	8	2	0	0
5	9	3	0	3	2	0
6	0	0	0	5	5	7
7	0	3	0	0	3	3
Total	11	11	11	10	10	10

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή	
	1 έως 3 χρόνια	Περισσότερο από 3 χρόνια
	Λογισμικό / Χειρισμός ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή	Λογισμικό / Χειρισμός ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή
	Count	Count
Ναι	6	7
Όχι	3	3
Total	9	10

13.3.3. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης σε ομάδες φοιτητών

I. Χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης και φύλο

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών, σύμφωνα με το κριτήριο *Mann – Whitney* μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση: α) προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα, β) επιτρέπει την αυτενέργεια, γ) επιτρέπει τον πειραματισμό, δ) επιτρέπει τη δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων, ε) επιτρέπει τη διατύπωση και έλεγχο εικασιών και στ) δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα σχετικά με το αν η προσέγγιση:

α) προκαλεί το ενδιαφέρον των μαθητών για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι το σύνολο των κοριτσιών έδωσε απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7), σε σύγκριση με το 46,7 % των αγοριών.

β) επιτρέπει την ενεργητική συμμετοχή. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι το σύνολο των κοριτσιών έδωσε απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7), σε σύγκριση με το 53,3 % των αγοριών.

γ) επιτρέπει τον αναστοχασμό. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι το σύνολο των κοριτσιών έδωσε απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7), σε σύγκριση με το 46,7 % των αγοριών.

δ) δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ καθηγητή – φοιτητών. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι το σύνολο των κοριτσιών έδωσε απόλυτα θετική απάντηση (7), ενώ οι απαντήσεις των αγοριών ήταν απόλυτα θετικές (6 ή 7) κατά 73,3 %, ενώ ένα 26,7 % δεν πήρε θέση (4).

Test Statistics^b

	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός
Mann-Whitney U	43,500	19,500	21,000	37,500	43,500
Wilcoxon W	64,500	139,500	141,000	58,500	163,500
Z	-,126	-2,064	-1,960	-,620	-,122
Asymp. Sig. (2-tailed)	,900	,039	,050	,535	,903
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,910 ^a	,045 ^a	,066 ^a	,569 ^a	,910 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Φύλο

Test Statistics^b

	Αναστο- χασμός	Προσωπ. αναπαρα- στάσεις	Διατύπωση και έλεγχος εικασιών	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών
Mann-Whitney U	16,500	43,500	45,000	27,000	9,000
Wilcoxon W	136,500	64,500	66,000	147,000	129,000
Z	-2,317	-,121	,000	-1,767	-1,724
Asymp. Sig. (2-tailed)	,020	,903	1,000	,077	,085
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,023 ^a	,910 ^a	1,000 ^a	,178 ^a	,130 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Φύλο

	Φύλο			
	Αγόρια		Κορίτσια	
	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά
	Count	Count	Count	Count
2	0	3	0	0
5	5	5	3	0
6	4	4	0	3
7	6	3	3	3
Total	15	15	6	6

	Φύλο					
	Αγόρια			Κορίτσια		
	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραμα- τισμός	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραμα- τισμός
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
2	0	0	0	0	3	0
4	2	2	3	0	0	3
5	5	8	2	0	0	0
6	5	5	8	3	3	0
7	3	0	2	3	0	3
Total	15	15	15	6	6	6

	Φύλο					
	Αγόρια			Κορίτσια		
	Αναστο- χασμός	Προσ. αναπαρα- στάσεις	Διατύπωση και έλεγχος εικασιών	Αναστο- χασμός	Προσ. αναπαρα- στάσεις	Διατύπωση και έλεγχος εικασιών
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
2	3	2	2	0	0	0
3	0	0	0	0	0	3
4	0	0	0	0	3	0
5	5	5	11	0	0	0
6	5	3	0	3	0	3
7	2	5	2	3	3	0
Total	15	15	15	6	6	6

	Φύλο			
	Αγόρια		Κορίτσια	
	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών
	Count	Count	Count	Count
4	4	4	0	0
5	0	3	0	0
6	2	2	0	0
7	9	6	6	3
Total	15	15	6	3

II. Χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης και εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή (1 – 3 χρόνια και Περισσότερα από 3 χρόνια), σύμφωνα με το κριτήριο *Mann – Whitney*, μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι υποσύνολα πληθυσμών με την ίδια συνάρτηση κατανομής ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση: α) επιτρέπει τη δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων, β) επιτρέπει τη διατύπωση και έλεγχο εικασιών, γ) δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών – καθηγητή και δ) δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών.

Μπορούμε να απορρίψουμε την παραπάνω υπόθεση για το αν η προσέγγιση προκαλεί το ενδιαφέρον των μαθητών για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι το σύνολο της ομάδας με περισσότερο από 3 χρόνια εμπειρία έδωσε απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7), σε σύγκριση με το 27,3 % της ομάδας με 1 – 3 χρόνια.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα, σχετικά με το αν η προσέγγιση:

α) προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι αν και το σύνολο των ομάδων με περισσότερο από 3 χρόνια και με 1 – 3 χρόνια εμπειρία εξέφρασαν θετική άποψη (5 και πάνω), η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια έδωσε κατά 80 % απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7), σε σύγκριση με το 45,5 % της ομάδας με 1 – 3 χρόνια εμπειρία.

β) επιτρέπει την ενεργητική συμμετοχή. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια εμπειρία έδωσε στο σύνολο της μόνο θετικές απαντήσεις (6 ή 7). Η ομάδα με 1 – 3 χρόνια εμπειρία εξέφρασε στο σύνολο της θετική άποψη (5 και πάνω), με 54,5 % απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7).

γ) επιτρέπει την αυτενέργεια. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι οι δύο ομάδες είχαν συγκρίσιμα ποσοστά στη θετική άποψη (5 και πάνω) (1 – 3 χρόνια: 72,7 %, Περισσότερο από 3 χρόνια: 80 %), η ομάδα με τη μεγαλύτερη εμπειρία όμως εμφανίζει μεγαλύτερο ποσοστό στις απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7) (1 – 3 χρόνια: 18,2 %, Περισσότερο από 3 χρόνια: 60 %).

δ) επιτρέπει τον πειραματισμό. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι αν και το σύνολο των ομάδων με περισσότερο από 3 χρόνια και με 1 – 3 χρόνια εμπειρία εξέφρασαν θετική άποψη (5 και πάνω), η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια έδωσε κατά 80 % απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7), σε σύγκριση με το 45,5 % της ομάδας με 1 – 3 χρόνια εμπειρία.

ε) επιτρέπει τον αναστοχασμό. Από τον πίνακα συνάφειας προκύπτει ότι η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια εμπειρία εξέφρασε στο σύνολο της θετική άποψη (5 και πάνω), σε σύγκριση με το 72,7 % της ομάδας με 1 – 3 χρόνια. Η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια έδωσε κατά 80 % απόλυτα θετικές απαντήσεις (6 ή 7), σε σύγκριση με το 45,5 % της ομάδας με 1 – 3 χρόνια εμπειρία.

Test Statistics^b

	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός
Mann-Whitney U	33,000	6,000	28,000	32,000	30,500
Wilcoxon W	99,000	72,000	94,000	98,000	96,500
Z	-1,670	-3,587	-1,994	-1,719	-1,809
Asymp. Sig. (2-tailed)	,095	,000	,046	,086	,070
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,132 ^a	,000 ^a	,061 ^a	,114 ^a	,085 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

Test Statistics^b

	Αναστοχασμός	Προσ. αναπαραστάσεις	Διατύπωση και έλεγχος εικασιών	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών
Mann-Whitney U	20,500	41,000	53,000	39,000	24,000
Wilcoxon W	86,500	107,000	119,000	94,000	52,000
Z	-2,537	-1,024	-,153	-1,420	-1,416
Asymp. Sig. (2-tailed)	,011	,306	,879	,156	,157
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,013 ^a	,349 ^a	,918 ^a	,282 ^a	,211 ^a

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή			
	1 έως 3 χρόνια		Περισσότερο από 3 χρόνια	
	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά	Ενδιαφέρον για το μάθημα	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά
	Count	Count	Count	Count
2	0	3	0	0
5	6	5	2	0
6	2	3	2	4
7	3	0	6	6
Total	11	11	10	10

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή					
	1 έως 3 χρόνια			Περισσότερο από 3 χρόνια		
	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός	Ενεργητική συμμετοχή	Αυτενέργεια	Πειραματισμός
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
2	0	3	0	0	0	0
4	0	0	6	2	2	0
5	5	6	0	0	2	2
6	6	2	3	2	6	5
7	0	0	2	6	0	3
Total	11	11	11	10	10	10

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή					
	1 έως 3 χρόνια			Περισσότερο από 3 χρόνια		
	Αναστοχασμός	Προσ. αναπαραστάσεις	Διατύπωση και έλεγχος εικασιών	Αναστοχασμός	Προσ. αναπαραστάσεις	Διατύπωση και έλεγχος εικασιών
	Count	Count	Count	Count	Count	Count
2	3	0	0	0	2	2
3	0	0	3	0	0	0
4	0	3	0	0	0	0
5	3	3	6	2	2	5
6	5	3	0	3	0	3
7	0	2	2	5	6	0
Total	11	11	11	10	10	10

	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή			
	1 έως 3 χρόνια		Περισσότερο από 3 χρόνια	
	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών
	Count	Count	Count	Count
4	0	0	4	4
5	0	3	0	0
6	2	2	0	0
7	9	6	6	3
Total	11	11	10	7

13.4. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το μάθημα από απόσταση

Επιλέξαμε τις ακόλουθες μεταβλητές, κατ' αντιστοιχία με τις ερωτήσεις που τέθηκαν στο ερωτηματολόγιο διαθέσεων – στάσεων:

Πίνακας 13.1. Πίνακας κύριων μεταβλητών για το μάθημα από απόσταση

A/A	Μεταβλητή	Δυνατές τιμές	Χαρακτηρισμός
1	Φύλο	1, 2	Αγόρι, Κορίτσι
2	Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή	1, 2, 3	Λιγότερο από 1 χρόνο, 1 – 3 χρόνια, Περισσότερο από 3 χρόνια
3	Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
4	Πλατφόρμα / λειτουργίες εύκολες στο χειρισμό	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ

5	Πλατφόρμα / Χειρισμός ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή	1, 2	Ναι, Όχι
6	Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
7	Λογισμικό / εύκολο να το μάθει κανείς	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
8	Λογισμικό / απλός φορμαλισμός	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
9	Λογισμικό / δυναμικός φορμαλισμός	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
10	Λογισμικό / γενικεύσιμο	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
11	Λογισμικό / Χειρισμός ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή	1, 2	Ναι, Όχι
12	Ενδιαφέρον για το μάθημα	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
13	Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά αυτά καθ'αυτά	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
14	Ενεργητική συμμετοχή	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
15	Αυτενέργεια	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
16	Πειραματισμός	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
17	Αναστοχασμός	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
18	Προσωπικές αναπαραστάσεις	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
19	Διατύπωση και έλεγχος εικασιών	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
20	Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ
21	Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	1 – 7	Διαφωνώ – Συμφωνώ

13.4.1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών

Στη περίπτωση του δείγματος που χρησιμοποιήθηκε για το 2^ο διερευνητικό ερώτημα για το μάθημα από απόσταση, ο αριθμός των μεταβλητών που επιλέχθηκαν είναι 21 και ο αριθμός των παρατηρήσεων είναι 21. Ο αριθμός των κατηγοριών είναι 128 (αριθμός δυνατών απαντήσεων). Ο αριθμός των μεταβλητών χωρίς ελλείπουσες τιμές είναι 19 (= 21 – 2). Ο μέγιστος αριθμός των διαστάσεων είναι 20, δηλαδή ο μικρότερος εκ των $128 - 19 = 109$ και $21 - 1 = 20$.

Ο αρχικός πίνακας δεδομένων είχε διαστάσεις 21 x 21. Ο πίνακας λογικής περιγραφής είναι διαστάσεων 21 x 128. Ο πίνακας του Burt είναι διαστάσεων 128 x 128.

Εφαρμόσαμε το μοντέλο για το μέγιστο αριθμό διαστάσεων (20), οπότε προέκυψε συνολική αδράνεια (inertia) 2,621. Επιλέξαμε *τρεις παραγοντικούς άξονες*, οι οποίοι εξηγούν συνολική αδράνεια 1,572, δηλαδή ποσοστό 59,98 % της συνολικής αδράνειας (Παράρτημα Δ.3.1.1.).

Αναλυτικά οι *ιδιοτιμές και τα ποσοστά της αδράνειας* είναι:

Πίνακας 13.2. Ιδιοτιμές και ποσοστά της αδράνειας ανά παραγοντικό άξονα

Παραγοντικός Άξονας	Ιδιοτιμή – Αδράνεια	Ποσοστό ως προς τη συνολική αδράνεια	Αθροιστικό ποσοστό	Ποσοστό ως προς τους 3 άξονες
1 ^{ος}	0,593	22,62 %	22,62 %	37,72 %
2 ^{ος}	0,519	19,80 %	42,42 %	33,02 %
3 ^{ος}	0,460	17,56 %	59,98 %	29,26 %
Σύνολο:	1,572	59,98 %		100,00 %

Τα *διακριτικά μέτρα (discrimination measures)*, τα οποία παριστάνουν τις διακυμάνσεις των ποσοτικοποιημένων μεταβλητών, για τους τρεις άξονες, παρατίθενται στο Παράρτημα Δ.3.1.2.

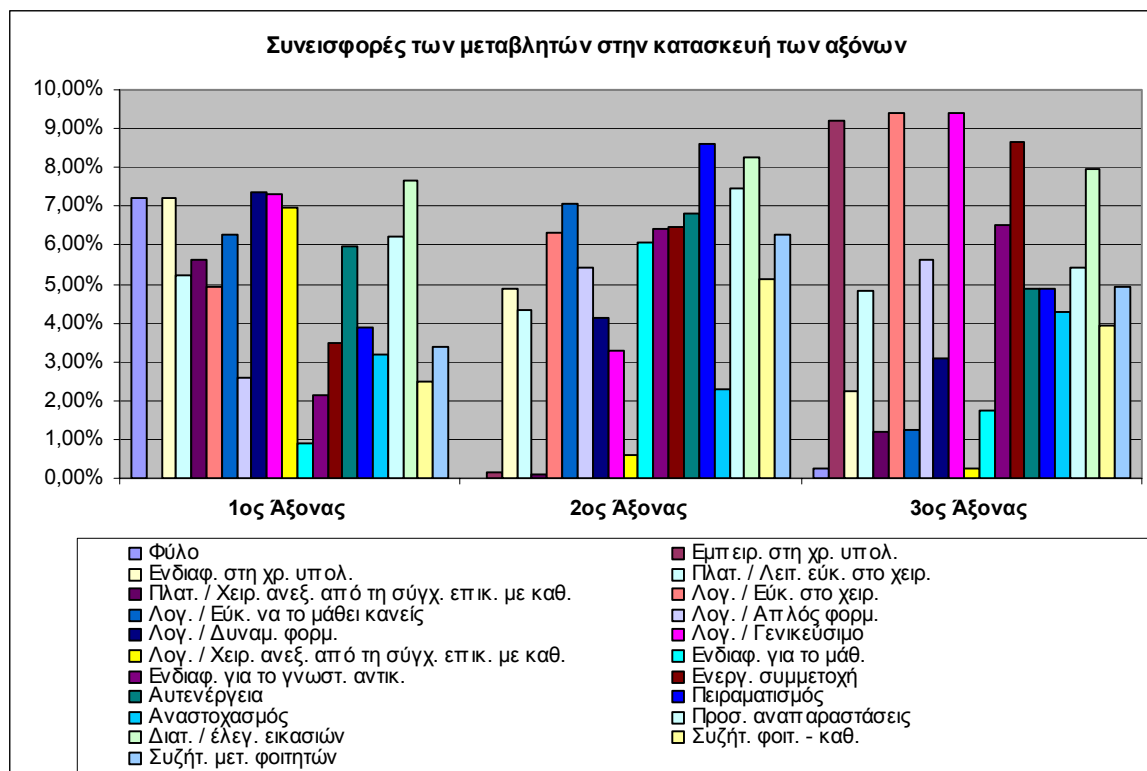
Προκειμένου να δούμε *ποιες μεταβλητές συμβάλλουν περισσότερο στη διαμόρφωση του καθενός από τους τρεις άξονες*, υπολογίζουμε τις *συνεισφορές (Contributions)* της κάθε μεταβλητής στην κατασκευή του κάθε άξονα (ποσοστό της αδράνειας των σημείων κατά μήκος ενός άξονα ως προς τη συνολική αδράνεια του άξονα).

Υπολογίζουμε τις συνεισφορές της κάθε μεταβλητής στην κατασκευή του καθενός από τους άξονες, ως το *ποσοστό του κάθε διακριτικού μέτρου προς το σύνολο του κάθε άξονα*, με τη βοήθεια του *Excel*. Ένα *κριτήριο* που χρησιμοποιείται συνήθως για να επιλέξουμε *ποιες μεταβλητές συμβάλλουν περισσότερο στην κατασκευή του κάθε άξονα*, είναι οι μεταβλητές να έχουν συνεισφορά μεγαλύτερη από τη μέση τιμή της συνεισφοράς ανά άξονα, δηλαδή $\text{ΣCTR} > \frac{100}{21} = 4,76 \%$.

Πίνακας 13.3. Συνεισφορές μεταβλητών ανά παραγοντικό άξονα

	1ος Άξονας	2ος Άξονας	3ος Άξονας
Φύλο	7,21 %	0,00 %	0,24 %
Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή	0,01 %	0,14 %	9,20 %
Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή	7,21 %	4,86 %	2,23 %
Πλατφόρμα / λειτουργίες εύκολες στο χειρισμό	5,24 %	4,33 %	4,83 %
Πλατφόρμα / Χειρισμός ανεξ. από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή	5,64 %	0,08 %	1,20 %
Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό	4,93 %	6,33 %	9,41 %
Λογισμικό / εύκολο να το μάθει κανείς	6,26 %	7,05 %	1,26 %
Λογισμικό / απλός formalισμός	2,59 %	5,44 %	5,64 %
Λογισμικό / δυναμικός formalισμός	7,37 %	4,12 %	3,10 %
Λογισμικό / γενικεύσιμο	7,29 %	3,28 %	9,41 %
Λογισμικό / Χειρισμός ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή	6,98 %	0,60 %	0,25 %
Ενδιαφέρον για το μάθημα	0,88 %	6,06 %	1,76 %
Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο	2,13 %	6,43 %	6,51 %
Ενεργητική συμμετοχή	3,46 %	6,47 %	8,68 %
Αυτενέργεια	5,97 %	6,82 %	4,90 %
Πειραματισμός	3,91 %	8,60 %	4,88 %
Αναστοχασμός	3,20 %	2,31 %	4,27 %
Προσωπικές αναπαραστάσεις	6,22 %	7,47 %	5,42 %
Διατύπωση και έλεγχος εικασιών	7,64 %	8,28 %	7,97 %
Συζήτηση φοιτητών - καθηγητή	2,47 %	5,10 %	3,92 %
Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	3,38 %	6,25 %	4,95 %
Σύνολο:	100,00 %	100,00 %	100,00 %

Απεικονίσουμε γραφικά τις συνεισφορές με τη βοήθεια του Excel:



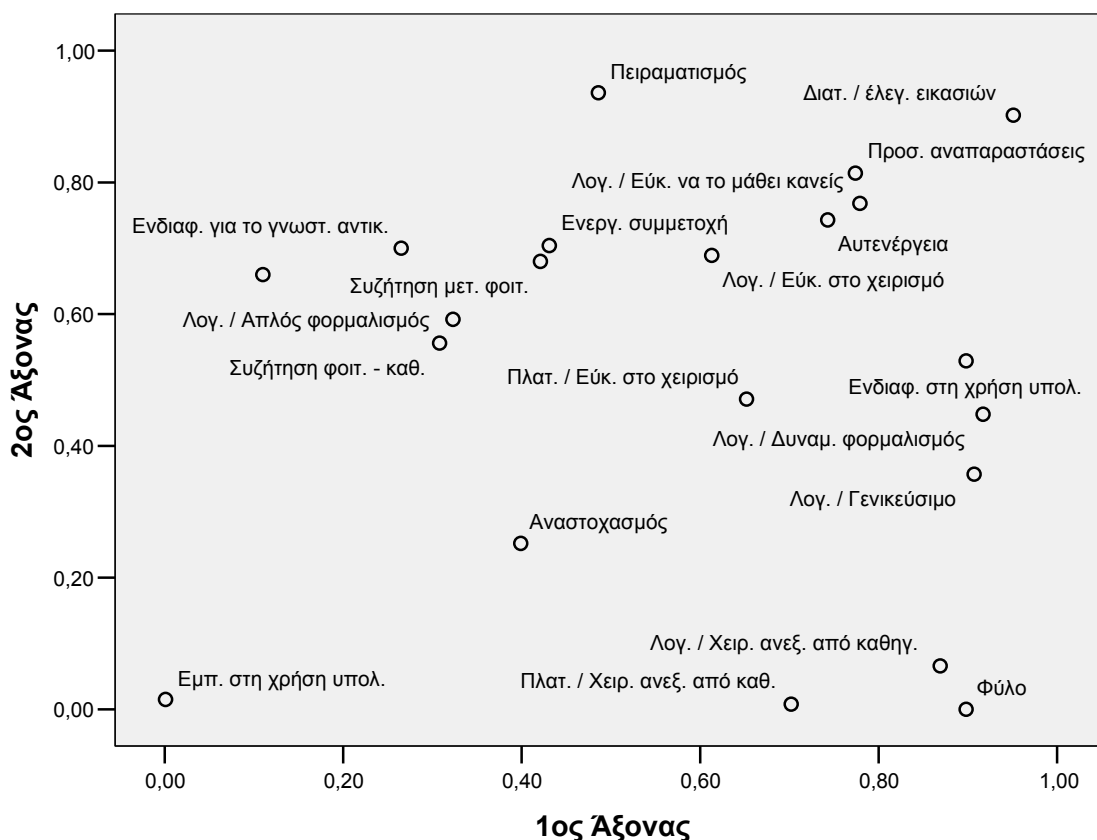
Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στη κατασκευή του 1^{ου} άξονα* είναι: Διατύπωση και έλεγχος εικασιών (7,64 %), Λογισμικό / δυναμικός φορμαλισμός (7,37 %), Λογισμικό / γενικεύσιμο (7,29 %), Φύλο (7,21 %), Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή (7,21 %), Λογισμικό / Χειρισμός ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή (6,98 %), Λογισμικό / εύκολο να το μάθει κανείς (6,26 %), Προσωπικές αναπαραστάσεις (6,22 %), Αυτενέργεια (5,97%), Πλατφόρμα / Χειρισμός ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή (5,64%), Πλατφόρμα / λειτουργίες εύκολες στο χειρισμό (5,24 %) και Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό (4,93 %).

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στη κατασκευή του 2^{ου} άξονα* είναι: Πειραματισμός (8,60 %), Διατύπωση και έλεγχος εικασιών (8,28 %), Προσωπικές αναπαραστάσεις (7,47 %), Λογισμικό / εύκολο να το μάθει κανείς (7,05 %), Αυτενέργεια (6,82 %), Ενεργητική συμμετοχή (6,47 %), Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο (6,43 %), Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό (6,33 %), Συζήτηση μεταξύ φοιτητών (6,25 %), Ενδιαφέρον για το μάθημα (6,06 %), Λογισμικό / απλός φορμαλισμός (5,44 %), Συζήτηση φοιτητών – καθηγητή (5,10 %) και Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή (4,86 %).

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στη κατασκευή του 3^{ου} άξονα* είναι: Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό (9,41 %), Λογισμικό / γενικεύσιμο (9,41 %), Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή (9,20 %), Ενεργητική συμμετοχή (8,68 %), Διατύπωση και έλεγχος εικασιών (7,97 %), Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο (6,51 %), Λογισμικό / απλός φορμαλισμός (5,64 %), Προσωπικές αναπαραστάσεις (5,42 %), Συζήτηση μεταξύ φοιτητών (4,95 %), Αυτενέργεια (4,90 %), Πειραματισμός (4,88 %) και Πλατφόρμα / λειτουργίες εύκολες στο χειρισμό (4,83 %).

Θεωρούμε το *διάγραμμα διασποράς των αξόνων 1 και 2*, οι οποίοι ερμηνεύουν το 42,42 % της συνολικής αδράνειας:

Διάγραμμα διασποράς των μεταβλητών



Από το παραπάνω διάγραμμα βλέπουμε να διαμορφώνονται *τέσσερις ομοιογενείς ομάδες μεταβλητών*:

α) Η πρώτη ομάδα περιλαμβάνει τις μεταβλητές σχετικά με το αν το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του και αν είναι εύκολο να το μάθει κανείς και τις μεταβλητές σχετικά με τη διδακτική προσέγγιση για τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών, για τη δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων και για την αυτενέργεια. Ο συσχετισμός είναι αναμενόμενος, εφόσον οι φοιτητές οι οποίοι θεώρησαν ότι το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του και εύκολο να το μάθει κανείς, είχαν μεγαλύτερη ευχέρεια να αυτενεργήσουν, να διατυπώσουν και να ελέγξουν εικασίες και κατ' επέκταση στη δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων.

β) Η δεύτερη ομάδα περιλαμβάνει τις μεταβλητές για το ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή και για το λογισμικό αν έχει δυναμικό φορμαλισμό και αν είναι γενικεύσιμο. Μία ερμηνεία θα μπορούσε να είναι ότι οι απόψεις των φοιτητών σχετικά με τις διδακτικές δυνατότητες και επεκτάσεις της χρήσης του λογισμικού εξαρτώνται από το ενδιαφέρον των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή.

γ) Η τρίτη ομάδα περιλαμβάνει τις μεταβλητές σχετικά με το αν οι φοιτητές μπορούν να χειρίζονται την πλατφόρμα και το λογισμικό ανεξάρτητα από τον καθηγητή και το φύλο.

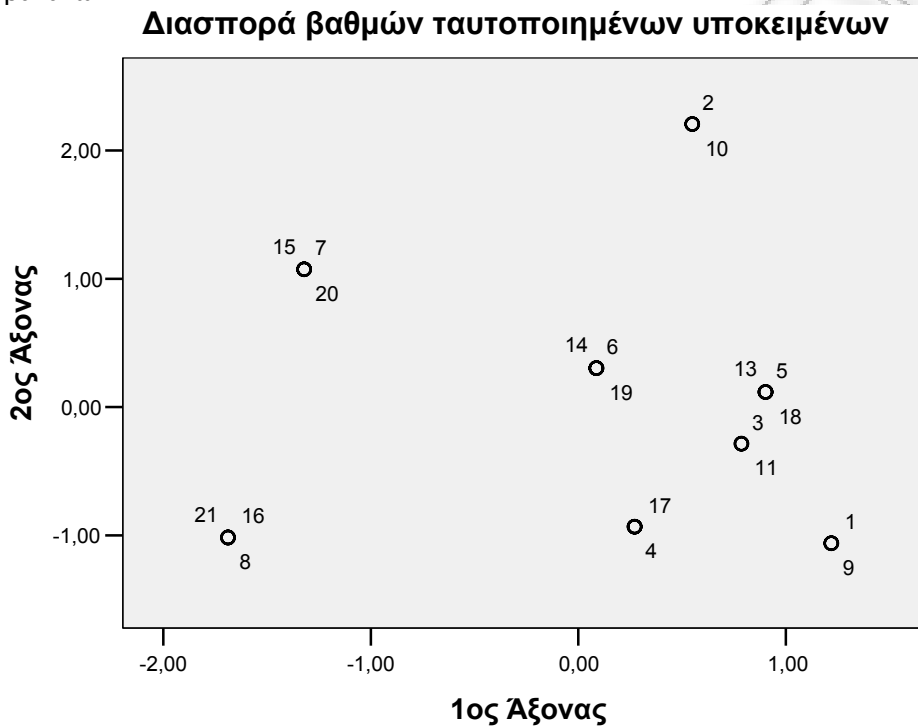
δ) Η τέταρτη ομάδα περιλαμβάνει τις μεταβλητές σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα και το γνωστικό αντικείμενο, για το αν επέτρεπε στους φοιτητές να συμμετέχουν ενεργά, να συζητούν μεταξύ τους και με τον καθηγητή και αν το λογισμικό έχει απλό φορμαλισμό. Μία ερμηνεία θα μπορούσε να είναι ότι η δυνατότητα συζήτησης στο μάθημα μεταξύ φοιτητών και μεταξύ φοιτητών – καθηγητή σχετίζεται με την ενεργητική τους συμμετοχή. Επίσης ότι η

πρόκληση του ενδιαφέροντος των φοιτητών για το μάθημα και το γνωστικό αντικείμενο εξαρτάται από τη δυνατότητα συζήτησης στο μάθημα και την ενεργητική συμμετοχή των φοιτητών.

Παρατηρούμε επίσης ότι η μεταβλητή εμπειρία των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή εμπίπτει στο σημείο τομής των αξόνων, γεγονός που σημαίνει ότι τα υποκείμενα διαφοροποιούνται ως προς τις απαντήσεις τους στις κατηγορίες της συγκεκριμένης μεταβλητής (Λιγότερο από 1 χρόνο, 1 – 3 χρόνια, Περισσότερο από 3 χρόνια). Το αποτέλεσμα αυτό προέκυψε επίσης από την επαγωγική ανάλυση.

Οι βαθμοί των υποκειμένων (*object scores*), με βάση τις σταθμισμένες τιμές ως προς τις 21 μεταβλητές, παρατίθενται στο Παράρτημα Δ.3.1.3.

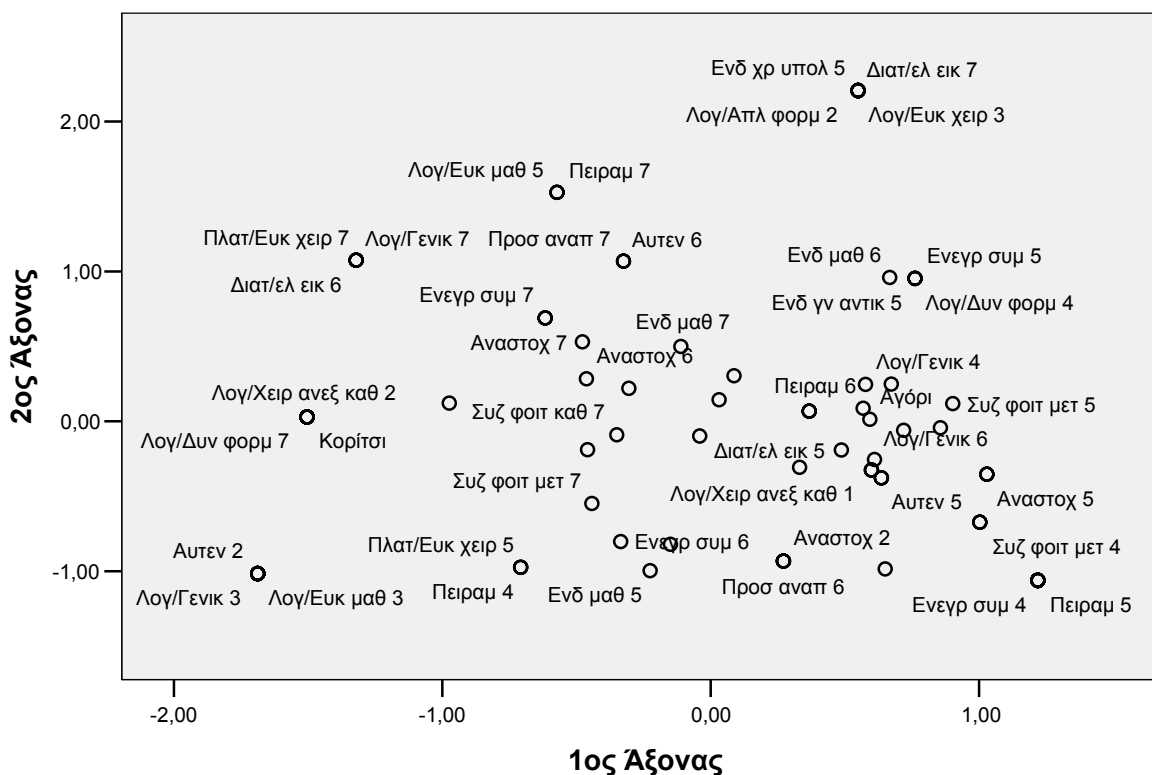
Το διάγραμμα διασποράς των ταυτοποιημένων υποκειμένων για τους άξονες 1 και 2 φαίνεται παρακάτω:



Από το διάγραμμα, μπορούμε να βγάλουμε κάποια συμπεράσματα για τον εντοπισμό ομάδων υποκειμένων. Για παράδειγμα, ομάδες φαίνεται να αποτελούν τα άτομα με αριθμούς 21, 16, 8 και 15, 7, 20, όπως επίσης 18, 5, 13.

Το διάγραμμα της διασποράς των κατηγοριών των μεταβλητών για τους άξονες 1 και 2 φαίνεται παρακάτω:

Διασπορά κατηγοριών των μεταβλητών



Από το παραπάνω διάγραμμα, μπορούμε να βγάλουμε κάποια συμπεράσματα. Για παράδειγμα παρατηρούμε ότι οι απαντήσεις Πλατ./ Εύκ. στο χειρ. 7, Λογ. / Γεν. 7 και Διατ. /ελ. εικ. 6 έχουν επιλεγεί εν γένει από τα ίδια άτομα. Δεν μπορούμε όμως να βγάλουμε *ικανά γενικά συμπεράσματα* για το συσχετισμό των ποιοτικών μεταβλητών μέσω της εγγύτητας των κατηγοριών, λόγω πολυπλοκότητας του διαγράμματος διασποράς και μεγάλου αριθμού των κατηγοριών.

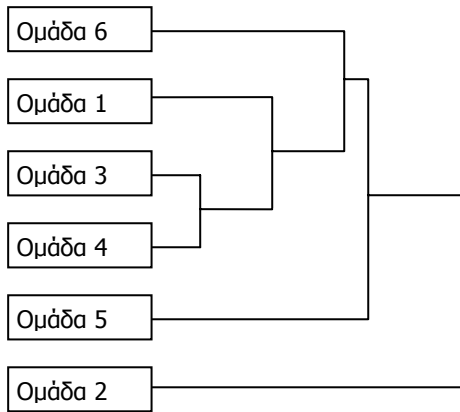
13.4.2. Αυτόματη ταξινόμηση του συνόλου των ατόμων σε ομοιογενείς ομάδες

Με την Αυτόματη Ταξινόμηση προσδιορίζουμε ομοιογενείς ομάδες ατόμων ως προς το σύνολο των κύριων μεταβλητών. Εφαρμόζουμε την Αυτόματη Ταξινόμηση στα άτομα με βάση τις συντεταγμένες τους στους πρώτους παραγοντικούς άξονες. Οι διαστάσεις με τον τρόπο αυτό μειώνονται από 128 σε 4.

Το κύριο αποτέλεσμα της Αυτόματης Ταξινόμησης παρουσιάζεται με ένα *δενδροδιάγραμμα (dendrogram)*, το οποίο παρατίθεται στο Παράρτημα Δ.3.2.1.

Εφαρμόσαμε τη μέθοδο ζητώντας από το SPSS ένα σύνολο ταξινομήσεων, από 2 έως 12 ομάδες. Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης, επιλέξαμε την *ταξινόμηση σε 6 ομάδες*, εφόσον για μικρότερο αριθμό μία εκ των ομάδων είχε κάθε φορά δυσανάλογα μεγάλο αριθμό ατόμων. Η κατανομή των ατόμων στις 6 ομάδες παρατίθεται στο Παράρτημα Δ.3.2.2.

Η *αυτόματη ταξινόμηση των 21 ατόμων σε 6 ομάδες* φαίνεται στο διάγραμμα:

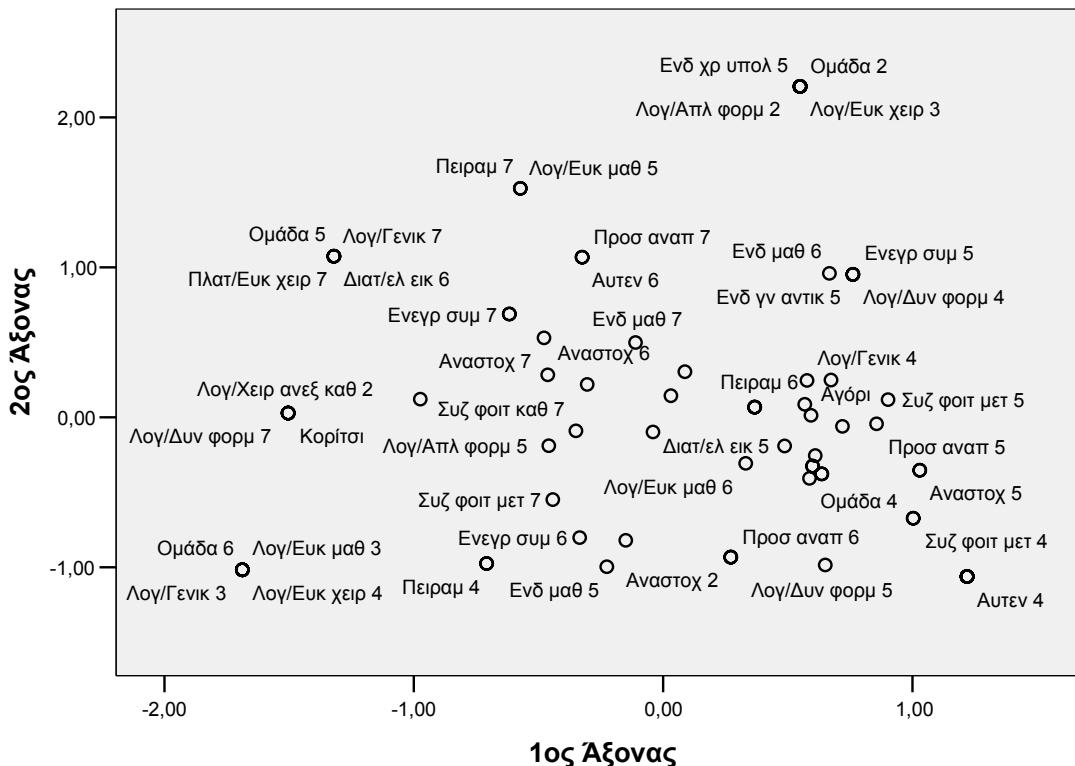


13.4.3. Τοποθέτηση στα παραγοντικά διαγράμματα των κέντρων των βασικών ομάδων που προκύπτουν από την αυτόματη ταξινόμηση

Υπολογίζουμε τα κέντρα των ομάδων ως τις μέσες τιμές των συντεταγμένων των ατόμων που απαρτίζουν την κάθε ομάδα ανά άξονα. Για τα κέντρα των ομάδων βλέπε παράρτημα Δ.3.2.3.

Το διάγραμμα διασποράς των κατηγοριών των μεταβλητών για τους άξονες 1 και 2, όπου έχουν τοποθετηθεί τα κέντρα των ομάδων, δίνεται παρακάτω:

Τοποθέτηση κέντρων ομάδων στα διαγράμματα διασποράς των κατηγοριών των μεταβλητών



13.4.4. Περιγραφή των ομάδων ατόμων της αυτόματης ταξινόμησης με βάση τις πλέον χαρακτηριστικές απαντήσεις

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται η περιγραφή των 6 ομοιογενών ομάδων ατόμων για το μάθημα από απόσταση, βάσει των πινάκων συνάφειας των κυρίων μεταβλητών – ερωτήσεων αναφορικά

με τις ομάδες που προέκυψαν από την Αυτόματη Ταξινόμηση. Οι απαντήσεις των φοιτητών στις ερωτήσεις διαθέσεων – στάσεων χαρακτηρίστηκαν ως εξής: α) Θετική Άποψη: οι απαντήσεις 5 – 7, β) Αρνητική άποψη: οι απαντήσεις 1 – 3 και γ) Χωρίς άποψη: η απάντηση 4.

Πίνακας 13.4. Περιγραφή Ομάδων 1 έως 6 για το μάθημα από απόσταση

Μεταβλητή	Ομάδα 1	Ομάδα 2	Ομάδα 3	Ομάδα 4	Ομάδα 5	Ομάδα 6
Αριθμός φοιτ. / Ποσοστό %	2 / 9,5 %	2 / 9,5 %	5 / 23,8 %	6 / 28,6 %	3 / 14,3 %	3 / 14,3 %
Φύλο	Αγόρια	Αγόρια	Αγόρια	Αγόρια	Κορίτσια	Κορίτσια
Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή	> 3 χρ	1 – 3 χρ	> 3 χρ	1 – 3 χρ	> 3 χρ	1 – 3 χρ
Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Πλατ. / Λειτ. εύκολες στο χειρισμό	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Πλατ. / Χειρ. ανεξ. από συγχρ. επικ. με καθηγητή	Ναι	Ναι	40% Ναι 60% Όχι	Ναι	Όχι	Όχι
Λογ. / Εύκολο στο χειρισμό	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη
Λογ. / Εύκολο να το μάθει κανείς	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	50% Χ Απ 50% Θ Απ	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη
Λογ. / Απλός φορμαλισμός	Χωρ Άποψη	Αρν Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Λογ. / Δυναμ. Φορμαλισμός	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	50% Χ Απ 50% Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Λογ. / Γενικεύσιμο	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη	Θετ άποψη	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη
Λογ. / Χειρ. ανεξ συγχρ. επικ. με καθηγητή	Ναι	-	Ναι	Ναι	Όχι	Όχι
Ενδιαφέρον για το μάθημα	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Ενδιαφέρον για το γνωστ. αντικείμενο	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	50% Α Απ 50% Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Ενεργητική συμμετοχή	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Αυτενέργεια	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη
Πειραματισμός	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	50% Χ Απ 50% Θ Απ	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη
Αναστοχασμός	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	50% Α Απ 50% Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη

Προσωπικές αναπαραστάσεις	Αρν Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Χωρ Άποψη
Διατύπωση / έλεγχος εικασιών	Αρν Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Αρν Άποψη
Συζήτηση φοιτητών – καθηγητή	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	40% Χ Απ 60% Θ Απ	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη	Θετ Άποψη
Συζήτηση μεταξύ φοιτητών	Χωρ Άποψη	Θετ Άποψη	40% Χ Απ 60% Θ Απ	Θετ Άποψη	–	Θετ Άποψη

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τις *κύριες ομοιότητες και διαφορές των ομάδων*, λαμβάνοντας υπόψη το δενδροδιάγραμμα που προέκυψε από την Αυτόματη Ταξινόμηση και τα αποτελέσματα της Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών.

Οι Ομάδες 3 και 4, οι οποίες περιλαμβάνουν το 52,4 % του δείγματος, εμφανίζουν ίδιες θετικές απόψεις σε όλες τις ερωτήσεις *εκτός από*: το χειρισμό της πλατφόρμας ανεξάρτητα από τον καθηγητή (Ομάδα 3: 60 % Όχι, Ομάδα 4: 100 % Ναι), στις ερωτήσεις σχετικά με το αν το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς, αν έχει δυναμικό φορμαλισμό, αν η προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο, αν επέτρεπε στους φοιτητές να πειραματίζονται και να αναστοχάζονται (Ομάδα 3: 100 % Θετική Άποψη, Ομάδα 4: 50 % Θετική Άποψη) και στις ερωτήσεις σχετικά με το αν η προσέγγιση επέτρεπε τη συζήτηση μεταξύ φοιτητών – καθηγητή και των φοιτητών μεταξύ τους (Ομάδα 3: 60 % Θετική Άποψη, Ομάδα 4: 100 % Θετική Άποψη).

Η Ομάδα 1, η οποία αντιστοιχεί στο 9,5 % του δείγματος, εμφανίζει θετικές απόψεις σε όλες τις ερωτήσεις *εκτός από*: Αρνητική άποψη εμφάνισαν στις ερωτήσεις σχετικά με το αν η προσέγγιση επέτρεπε τη δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων και τη διατύπωση και έλεγχο εικασιών και Χωρίς άποψη εμφανίστηκαν στις ερωτήσεις αν το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς και αν έχει απλό φορμαλισμό, αν η προσέγγιση επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή και την αυτενέργεια και αν επέτρεπε τη συζήτηση μεταξύ φοιτητών – καθηγητή και των φοιτητών μεταξύ τους.

Η Ομάδα 6, η οποία αντιστοιχεί στο 14,3 % του δείγματος, εμφανίζει θετικές απόψεις σε όλες τις ερωτήσεις *εκτός από*: Αρνητική άποψη εμφάνισαν στις ερωτήσεις σχετικά με το αν το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς και αν είναι γενικεύσιμο, επίσης αν η προσέγγιση επέτρεπε την αυτενέργεια και τη διατύπωση και έλεγχο εικασιών. Χωρίς άποψη εμφανίστηκαν στις ερωτήσεις αν το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό και αν η προσέγγιση επέτρεπε τον πειραματισμό και τη δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων. Οι βασικές διαφορές από τις προηγούμενες ομάδες 3, 4 και 1, είναι ότι αποτελείται από Κορίτσια και ότι δεν μπορούν να χειρίζονται την πλατφόρμα ούτε το λογισμικό ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με τον καθηγητή.

Η Ομάδα 5, η οποία αντιστοιχεί στο 14,3 % του δείγματος και αποτελείται όπως και η Ομάδα 6 από Κορίτσια που δήλωσαν ότι δεν μπορούν να χειρίζονται την πλατφόρμα ούτε το λογισμικό ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με τον καθηγητή, εμφανίζει σε όλες τις υπόλοιπες ερωτήσεις θετικές απόψεις. Η Ομάδα 5 εμφανίζει μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή από την Ομάδα 6 γεγονός που μπορεί να δικαιολογεί τα θετική άποψη σε περισσότερα θέματα.

Τέλος η Ομάδα 2, η οποία αντιστοιχεί στο 9,5 % του δείγματος, εμφανίζει θετική άποψη σε όλες τις ερωτήσεις που αφορούν τη διδακτική προσέγγιση, ενώ στις ερωτήσεις που αφορούν το λογισμικό εμφανίζει αρνητική άποψη αν το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του και αν έχει απλό φορμαλισμό, ενώ χωρίς άποψη εμφανίζεται στις ερωτήσεις για το αν το λογισμικό έχει δυναμικό φορμαλισμό και αν είναι γενικεύσιμο.

Σχετικά με τις *σχέσεις ομοιογένειας μεταξύ των μεταβλητών*:

α) Μία σχέση η οποία επαληθεύεται είναι η σχέση μεταξύ φύλου και δυνατότητας χειρισμού πλατφόρμας και λογισμικού ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με τον καθηγητή, η οποία προέκυψε και από την επαγωγική ανάλυση: τα κορίτσια εμφάνισαν αρνητικές απαντήσεις, ενώ τα αγόρια θετικές στα σύνολα τους.

β) Μία δεύτερη σχέση η οποία προκύπτει είναι η σχέση μεταξύ εμπειρίας στη χρήση υπολογιστή και θετικής άποψης για τα χαρακτηριστικά του λογισμικού και της διδακτικής προσέγγισης. Μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή σημαίνει θετική άποψη σε περισσότερες ερωτήσεις.

γ) Επαληθεύεται η υπόθεση ότι οι ομάδες οι οποίες θεώρησαν το λογισμικό ότι είναι εύκολο στο χειρισμό του και εύκολο να το μάθει κανείς, είχαν επίσης θετική άποψη ως προς το αν η προσέγγιση τους επέτρεπε να αυτενεργήσουν, να διατυπώσουν και να ελέγξουν εικασίες και να δημιουργήσουν προσωπικές αναπαραστάσεις, αντίθετα με τις ομάδες που είχαν αρνητική άποψη ή δεν εξέφρασαν άποψη.

δ) Επαληθεύεται ότι οι ομάδες με θετική άποψη για τη δυνατότητα συζήτησης των φοιτητών με τον καθηγητή και των φοιτητών μεταξύ τους είχαν επίσης θετική άποψη για την ενεργητική συμμετοχή. Η υπόθεση σχετικά με τη σχέση της άποψης για τα παραπάνω χαρακτηριστικά και της πρόκλησης του ενδιαφέροντος για το μάθημα και το γνωστικό αντικείμενο *δεν μπορεί να ελεγχθεί*, εφόσον όλες οι ομάδες (εκτός της τέταρτης για το γνωστικό αντικείμενο) εκφράστηκαν θετικά σχετικά με το ενδιαφέρον τους.

ε) Η υπόθεση σχετικά με τη σχέση μεταξύ ενδιαφέροντος στη χρήση υπολογιστή και άποψης σχετικά με το αν το λογισμικό είναι γενικεύσιμο και αν έχει δυναμικό φορμαλισμό *δεν μπορεί να ελεγχθεί*, εφόσον όλες οι ομάδες εκφράστηκαν θετικά σχετικά με το ενδιαφέρον τους στη χρήση υπολογιστή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

14.1. Εισαγωγή

Σκοπός της παρούσας διατριβής είναι: α) η μελέτη των *σύγχρονων τάσεων και απόψεων στο χώρο της Γενικής Διδακτικής, της Διδακτικής των Θετικών Επιστημών, της Διδακτικής με Νέες Τεχνολογίες και της Εκπαίδευσης από Απόσταση* και β) η διαμόρφωση *προτάσεων για τη διδακτική προσέγγιση των μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια νέων τεχνολογικών μεθόδων.*

Τα χαρακτηριστικά της εποχής μας, της Εποχής της Πληροφορίας και η εξέλιξη και εκ νέου οργάνωση των επιχειρήσεων και των οργανισμών (οργάνωση του προσωπικού σε ομάδες, με αυτονομία και αυξημένες ευθύνες, ζήτηση εργαζομένων που να παίρνουν πρωτοβουλίες και να εισάγουν διαφορετικές θεωρήσεις, διενέργεια επικοινωνιών μέσω δικτύων, έμφαση στην προσαρμογή στις ανάγκες κλπ) έχουν σημαντικές επιπτώσεις για τα διάφορα προγράμματα και συστήματα εκπαίδευσης, τα οποία καλούνται να εφοδιάσουν τους μαθητευόμενους και σύγχρονους εργαζόμενους με τις κατάλληλες ικανότητες (αντιμετώπιση και επίλυση προβλημάτων, εργασία σε ομάδες, επικοινωνία, λήψη πρωτοβουλιών, εισαγωγή διαφορετικών θεωρήσεων κλπ) ώστε να μπορούν να εξελίσσονται και να προσαρμόζονται στις ολοένα διαμορφούμενες συνθήκες της εργασιακής και κοινωνικής τους ζωής. Στο πλαίσιο αυτό απαιτείται η *αλλαγή και η προσαρμογή των μεθόδων διδασκαλίας*, εφόσον η αλλαγή και προσαρμογή του περιεχομένου των προγραμμάτων και συστημάτων εκπαίδευσης δεν επαρκεί για να προετοιμάσει τους εκπαιδευόμενους και σύγχρονους εργαζόμενους για τις νέες διαμορφούμενες ανάγκες.

Στο πλαίσιο αυτό *αναπτύξαμε ένα μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή*, κατά τη διάρκεια των ακαδημαϊκών ετών 2002 – 2004, στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής του Πανεπιστημίου Πειραιώς, το οποίο αποτελεί τη *βασική πρόταση της διδακτορικής διατριβής.*

Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού *εφαρμόστηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς*, κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2003 – 2004, στα μαθήματα *Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή)*. Το μοντέλο *ελέγχθηκε και διερευνήθηκε σχετικά με την αποτελεσματικότητά του* ως προς: α) τη *βελτίωση της επίδοσης των φοιτητών* συγκριτικά με την καθολική εφαρμογή της παραδοσιακής αφηγηματικής διδακτικής προσέγγισης και β) τη *βελτίωση των ποιοτικών χαρακτηριστικών της διδασκαλίας*. Επίσης *διερευνήθηκαν οι σχέσεις επίδοσης και ποιοτικών χαρακτηριστικών και των χαρακτηριστικών μεταξύ τους.*

14.2. Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή

Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή, αποτελεί ένα πλήρες μοντέλο για το *διδακτικό σχεδιασμό σε μαθήματα Θετικών Επιστημών* και είναι επικεντρωμένο στη μάθηση και τη διδασκαλία *πανεπιστημιακών προπτυχιακών και μεταπτυχιακών μαθημάτων*. Μπορεί να εφαρμοστεί επίσης στην *ανώτερη δευτεροβάθμια (Λυκειακή)*

εκπαίδευση και στη μεταδευτεροβάθμια εκπαίδευση και κατάρτιση, αλλά και στην επιμόρφωση προσωπικού και την επαγγελματική κατάρτιση σε θέματα Θετικών Επιστημών.

Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού βασίζεται σε αρχές από τις σύγχρονες θεωρίες μάθησης, ειδικότερα σε αρχές από τις κατασκευαστικές θεωρίες μάθησης, τις κοινωνικο – πολιτιστικές θεωρίες μάθησης και τις θεωρίες μάθησης ενηλίκων, σε μία κατηγοριοποίηση που διαμορφώσαμε στα είδη μάθησης των μαθημάτων Θετικών Επιστημών, στις σύγχρονες απόψεις για τις δεξιότητες σκέψης ανώτερης τάξης και στο μοντέλο της χρήσης του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου.

Τα προγράμματα διδασκαλίας που προβλέπει το μοντέλο ενδείκνυται να αποτελούνται από περισσότερες από μία διδακτικές προσεγγίσεις ανά κατάσταση, δηλαδή ανά είδος μάθησης το οποίο έχουμε ως στόχο να αναπτύξουμε. Οι διδακτικές προσεγγίσεις τις οποίες προτείνουμε είναι: α) Αφηγηματική προσέγγιση εμπλουτισμένη με τις σύγχρονες απόψεις για τη μάθηση και διδασκαλία, β) Ανακαλυπτική – κατασκευαστική προσέγγιση με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου, γ) Συνεργατική – διαλογική προσέγγιση με εργασία σε ομάδες, δ) Εκπόνηση εργασιών με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου και ε) Ανακαλυπτική – κατασκευαστική προσέγγιση από απόσταση μέσω σύγχρονης επικοινωνίας.

Το μοντέλο περιέχει επίσης ένα *σύνολο χαρακτηριστικών για την επιλογή, τη χρήση και την αξιολόγηση λογισμικών και διδακτικών προσεγγίσεων με τη βοήθεια του υπολογιστή*, ειδικότερα:

α) Χαρακτηριστικά προγράμματος διδασκαλίας με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου, με επιμέρους θέματα: (I) Χαρακτηριστικά του λογισμικού που θα χρησιμοποιηθεί ως νοητικό εργαλείο και (II) Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης με τη βοήθεια του υπολογιστή, ειδικότερα: Α. Χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης, Β. Χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης και Γ. Γενικά χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης και

β) Χαρακτηριστικά προγράμματος διδασκαλίας από απόσταση μέσω ενός συνδυασμού συστημάτων ασύγχρονης και σύγχρονης επικοινωνίας, με επιμέρους θέματα: (I) Χαρακτηριστικά της πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεεκπαίδευσης, (II) Χαρακτηριστικά του λογισμικού στο οποίο έχουν δημιουργηθεί τα ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας και (III) Χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης από απόσταση μέσω σύγχρονης επικοινωνίας, ειδικότερα: Α. Χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης, Β. Χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης και Γ. Γενικά χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης από απόσταση.

14.3. Τα συμπεράσματα της έρευνας στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης

Το μοντέλο διδακτικού σχεδιασμού *εφαρμόστηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς* κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους 2003 – 2004, στα μαθήματα *Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή) του 2^{ου} Εξαμήνου*.

Σχεδιάστηκαν και πραγματοποιήθηκαν δύο *πειραματικά προγράμματα διδασκαλίας*:

α) Ένα *πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας*, το οποίο εφαρμόστηκε στα μαθήματα *Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή)* και πραγματοποιήθηκε στις *αίθουσες και τα εργαστήρια του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς*. Το πειραματικό πρόγραμμα, για

καθένα από τα δύο μαθήματα, περιλάμβανε δύο μέρη: α) τη διδασκαλία των θεωρητικών θεμάτων, μέσω της *παραδοσιακής αφηγηματικής προσέγγισης*, εμπλουτισμένης με τα χαρακτηριστικά που προτείνουν οι σύγχρονες θεωρίες μάθησης, το οποίο πραγματοποιήθηκε *στις αίθουσες διδασκαλίας* και β) τη διδασκαλία ιδιοτήτων, γεωμετρικών ερμηνειών, διαδικασιών και εφαρμογών μέσω της *καθοδηγούμενης ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης με τη βοήθεια ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας*, το οποίο πραγματοποιήθηκε στα *εργαστήρια υπολογιστών*, με τους φοιτητές να δουλεύουν στους υπολογιστές.

β) Ένα *πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση*, το οποίο πραγματοποιήθηκε μέσω ενός *συστήματος ασύγχρονης και σύγχρονης επικοινωνίας*, που κάνει χρήση του Διαδικτύου (Web-based) και εφαρμόστηκε σε ομάδα φοιτητών δήλωσαν συμμετοχή για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός II. Το πειραματικό πρόγραμμα περιλάμβανε τρία μέρη: α) τη διδασκαλία θεωρητικών θεμάτων, μέσω της *παραδοσιακής αφηγηματικής προσέγγισης*, μέσω της *πρόσωπο με πρόσωπο διδασκαλίας (face – to – face) στις αίθουσες διδασκαλίας του Πανεπιστημίου*, β) τη διδασκαλία θεωρητικών θεμάτων μέσω *ασύγχρονης επικοινωνίας*, με εκπαιδευτικό υλικό που οι φοιτητές μπορούσαν να «κατεβάσουν» από το σύστημα και μέσω ανταλλαγής απόψεων σε περιοχές συζητήσεων και γ) τη διδασκαλία ιδιοτήτων, γεωμετρικών ερμηνειών, διαδικασιών και εφαρμογών μέσω της *καθοδηγούμενης ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης με τη χρήση ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας, μέσω σύγχρονης επικοινωνίας*, ειδικότερα με την παράλληλη χρήση ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας ο καθένας στον υπολογιστή του και ενός συστήματος ανταλλαγής μηνυμάτων γραπτού κειμένου.

14.3.1. Συμπεράσματα ως προς την 1^η ερευνητική υπόθεση

1^η Ερευνητική Υπόθεση: «Η επίδοση των φοιτητών σε θέματα γεωμετρικών ερμηνειών και εφαρμογής διαδικασιών είναι καλύτερη στην περίπτωση που γίνεται εφαρμογή του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία των Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή συγκριτικά με την καθολική χρήση της αφηγηματικής διδακτικής προσέγγισης».

Στον έλεγχο της ισχύος της 1^{ης} ερευνητικής υπόθεσης χρησιμοποιήθηκε η *πειραματική στρατηγική*. Ως *δείγμα* χρησιμοποιήθηκαν οι φοιτητές που παρακολουθούσαν σε τακτική βάση τις παραδόσεις των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή) του 2^{ου} Εξαμήνου.

Στους φοιτητές δόθηκε ένα ερωτηματολόγιο γνώσεων – δεξιοτήτων *πριν την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας* (προ – τεστ). Για το καθένα από τα δύο μαθήματα (Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή)), οι φοιτητές *χωρίστηκαν σε δύο ομάδες (Πειραματική ομάδα και Ομάδα Ελέγχου)* ώστε οι ομάδες να παρουσιάζουν στατιστική «ισοδυναμία» ως προς την επίδοση των φοιτητών στο προ – τεστ.

Για καθένα από τα δύο μαθήματα (Απειροστικός Λογισμός II και Άλγεβρα (Επιλογή)), οι *φοιτητές της Πειραματικής Ομάδας* παρακολούθησαν το *πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας στα εργαστήρια*, το οποίο ήταν *δάρκειας έξι (6) διδακτικών ωρών*, σε δύο μαθήματα των τριών (3) ωρών. Οι *φοιτητές της Ομάδας Ελέγχου* παρακολούθησαν τον ίδιο αριθμό διδακτικών ωρών στη τάξη, στα ίδια θέματα, με την παραδοσιακή αφηγηματική διδακτική προσέγγιση.

Μετά την εφαρμογή του διαφοροποιημένου προγράμματος διδασκαλίας στην Πειραματική Ομάδα και την Ομάδα Ελέγχου, δόθηκε στους φοιτητές ένα ερωτηματολόγιο γνώσεων – δεξιοτήτων (μετά –

τεστ), το οποίο περιείχε *ερωτήσεις – ασκήσεις σε τρεις βασικές κατευθύνσεις*: α) Υπολογισμούς, β) Γεωμετρικές ερμηνείες και γ) Διαδικασίες.

Για καθένα από τα δύο μαθήματα (Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή)), *ελέγχθηκε – συγκρίθηκε η επίδοση των φοιτητών της Πειραματικής Ομάδας και της Ομάδας Ελέγχου, με παραμετρικά και μη παραμετρικά κριτήρια, σε τέσσερις άξονες*: α) Υπολογισμούς, β) Γεωμετρικές ερμηνείες, γ) Διαδικασίες και δ) *Συνολική επίδοση*. Χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι της Περιγραφικής και της Επαγωγικής Στατιστικής.

Από τα περιγραφικά μεγέθη, τις κατανομές των επιδόσεων των φοιτητών και τα παραμετρικά και μη παραμετρικά κριτήρια, προκύπτουν τα *συμπεράσματα*:

α) Η Πειραματική Ομάδα και η Ομάδα Ελέγχου εμφανίστηκαν *ισοδύναμες ως προς την επίδοση τους στο προ-τεστ*.

β) Μετά την εφαρμογή της διαφοροποιημένης διδακτικής προσέγγισης, οι δύο ομάδες εμφάνισαν *ομοιότητα στην επίδοση τους στους υπολογισμούς*, ενώ εμφάνισαν *σημαντική διαφοροποίηση στις γεωμετρικές ερμηνείες, στις διαδικασίες*, αλλά και στη συνολική επίδοση των φοιτητών, τόσο *στο δείκτη επίδοσης υπολογισμών – γεωμετρικών ερμηνειών – διαδικασιών* αλλά και στην *επίδοση στο μετά-τεστ*, ειδικότερα οι επιδόσεις των φοιτητών της Πειραματικής Ομάδας ήταν *σημαντικά μεγαλύτερες* από τις επιδόσεις των φοιτητών της Ομάδας Ελέγχου.

14.3.2. Συμπεράσματα ως προς την 2^η ερευνητική υπόθεση

2^η Ερευνητική Υπόθεση: «Η επίδοση των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος είναι καλύτερη στην περίπτωση που γίνεται εφαρμογή του μοντέλου διδακτικού σχεδιασμού για τη διδασκαλία μαθημάτων Θετικών Επιστημών με τη βοήθεια του υπολογιστή, συγκριτικά με την καθολική χρήση της αφηγηματικής διδακτικής προσέγγισης».

Στον έλεγχο της ισχύος της 2^{ης} ερευνητικής υπόθεσης χρησιμοποιήθηκε η *ex post facto σύγκριση (ή σύγκριση διαφορικών ομάδων)*. Ως *δείγμα* χρησιμοποιήθηκαν οι φοιτητές που εξετάστηκαν στις τελικές εξετάσεις Ιουνίου 2004 των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή) του 2^{ου} Εξαμήνου.

Ανάλογα με το αν είχαν ή δεν είχαν παρακολουθήσει το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας στο εργαστήριο, διαμορφώθηκαν δύο ομάδες υποκειμένων και ελέγχθηκε αν διαφέρουν ως προς την επίδοση τους στις τελικές εξετάσεις των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή) αντίστοιχα. Χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι της Περιγραφικής και της Επαγωγικής Στατιστικής.

Προκειμένου οι δύο ομάδες να μπορούν να θεωρηθούν *ισοδύναμες ως προς την επίδραση «τρίτων» μεταβλητών* (για παράδειγμα ως προς τη διαφορετική ικανότητα των φοιτητών στα αντίστοιχα μαθήματα), οι δύο ομάδες συγκρίθηκαν *ως προς την επίδοση των φοιτητών σε ένα προηγούμενο μάθημα*.

Να σημειώσουμε ότι η χρήση των επιδόσεων των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις των διαφόρων μαθημάτων, έγινε κατόπιν άδειας από τη Γενική Συνέλευση του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς (13^η Γ.Σ. / 12-07-04).

Από τα περιγραφικά μεγέθη, τις κατανομές των επιδόσεων των φοιτητών και τα παραμετρικά και μη παραμετρικά κριτήρια, προκύπτουν τα *αποτελέσματα*:

α) Για καθένα από τα μαθήματα Απειροστικός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή), η Πειραματική Ομάδα και η Ομάδα Ελέγχου εμφανίστηκαν *ισοδύναμες* ως προς την *βαθμολογία των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις ενός προηγούμενου μαθήματος*, ειδικότερα στα μαθήματα *Απειροστικός Ι και Εφαρμοσμένη Γραμμική Άλγεβρα αντίστοιχα*.

β) Μετά την εφαρμογή της διαφοροποιημένης διδακτικής προσέγγισης, οι δύο ομάδες εμφάνισαν *σημαντική διαφοροποίηση στην βαθμολογία των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις του καθενός από τα μαθήματα Απειροστικός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή)*, ειδικότερα οι επιδόσεις των φοιτητών της Πειραματικής Ομάδας ήταν *σημαντικά μεγαλύτερες* από τις επιδόσεις των φοιτητών της Ομάδας Ελέγχου.

14.3.3. Συμπεράσματα ως προς το 1^ο διερευνητικό ερώτημα

1^ο Διερευνητικό ερώτημα: «Ποιες είναι οι διαθέσεις – στάσεις των φοιτητών απέναντι στο πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας, πως συσχετίζονται μεταξύ τους και πως συσχετίζονται με την επίδοση των φοιτητών τόσο σε δοκιμασίες γεωμετρικών ερμηνειών και διαδικασιών αλλά και στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος;»

Στη μελέτη του 1^{ου} διερευνητικού ερωτήματος, χρησιμοποιήσαμε την *διερευνητική – περιγραφική στρατηγική, μεθόδους της Επαγωγικής Στατιστικής και μεθόδους της Πολυδιάστατης Ανάλυσης Δεδομένων*. Ως *δείγμα* χρησιμοποιήσαμε τους φοιτητές των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή), που είχαν παρακολουθήσει το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας στα εργαστήρια.

Στους φοιτητές δόθηκε ένα *ερωτηματολόγιο διαθέσεων – στάσεων απέναντι στη διδακτική προσέγγιση με τη βοήθεια του υπολογιστή*. Στις ερωτήσεις διαθέσεων – στάσεων των φοιτητών επιλέχθηκε η *χρήση κλιμάκων αξιολόγησης*.

Χρησιμοποιήσαμε μία *επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης*, προκειμένου αφενός να έχουμε την ακριβέστερη δυνατή πληροφορία σχετικά με τις διαθέσεις των φοιτητών, αφετέρου για να έχουμε τη μικρότερη δυνατή επιρροή στις απαντήσεις των φοιτητών. Η επταβάθμια κλίμακα έχει τη *μορφή*:

Διαφωνώ			Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7

Οι απαντήσεις των φοιτητών στην κλίμακα μπορούν να χαρακτηριστούν ως εξής: α) *Θετική στάση ή άποψη* εκφράζουν απαντήσεις από 5 και πάνω, β) *Απόλυτα θετική άποψη* εκφράζουν οι απαντήσεις 6 και 7, γ) Η απάντηση 4 εκφράζει τη *μη λήψη θέσης*, δ) *Αρνητική στάση ή άποψη* εκφράζουν απαντήσεις από 3 και κάτω και ε) *Απόλυτα αρνητική άποψη* εκφράζουν οι απαντήσεις 1 και 2.

14.3.3.1. Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ

1. Γενικά χαρακτηριστικά των φοιτητών που συμμετείχαν

Οι φοιτητές που συμμετείχαν στο δείγμα του 1^{ου} διερευνητικού ερωτήματος για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός Ι ήταν 54. Ως προς το *φύλο*, το 35,2 % ήταν αγόρια και το 64,8 % κορίτσια.

Οι φοιτητές είχαν *εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή*, ειδικότερα το 50,0 % περισσότερο από 3 χρόνια και το 30,8 % από 1 έως 3 χρόνια. Ως προς το *ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή*, το 88,4 % των φοιτητών εκδήλωσε θετική στάση.

2. Επίδοση των φοιτητών μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας

Η *επίδοση των φοιτητών μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας*, στο μετά – τεστ και στις τελικές εξετάσεις, ήταν *καλή έως άριστη* για το σύνολο των φοιτητών στους υπολογισμούς, για το 62,7 % στις γεωμετρικές ερμηνείες, για το 96,1 % στις διαδικασίες, επίσης για το 96,1 % στο δείκτη επίδοσης, για το 96,1 % στη συνολική επίδοση στο μετά – τεστ και για το 62,5 % των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις.

3. Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο

Το λογισμικό θεωρήθηκε ότι *ξεκινάει εύκολα* από το 90,4 % των φοιτητών.

Το 72,3 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη σχετικά με το αν το λογισμικό είναι *εύκολο στο χειρισμό του* και το 78 % ως προς το αν το λογισμικό είναι *εύκολο να το μάθει κανείς*.

Οι *προσ απαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση του λογισμικού*, σύμφωνα με τους φοιτητές, είναι κυρίως η εμπειρία στο χειρισμό και δευτερευόντως η γνώση των εντολών του λογισμικού και οι γνώσεις προγραμματισμού. Το 31,5 % των φοιτητών δήλωσε ότι δεν είναι απαραίτητες προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες.

Το 63,4 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη ως προς το αν το λογισμικό έχει *απλό φορμαλισμό*, το 85,4 % των φοιτητών ως προς το αν έχει *δυναμικό φορμαλισμό* και το 63 % ως προς το αν είναι *γενικεύσιμο*.

Οι απόψεις σχετικά με το αν οι φοιτητές μπορούν να *χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή* είναι μοιρασμένες προς αρνητικές.

Οι *διευκρινίσεις και επεξηγήσεις του λογισμικού* όταν υπάρχουν λάθη στην είσοδο των δεδομένων αξιολογήθηκαν θετικά από το 64,9 % των φοιτητών. Η *βοήθεια του λογισμικού (help browser)* αξιολογήθηκε θετικά από το 64,8 % των φοιτητών.

Το 66,7 % των φοιτητών θεώρησε ότι η *χρήση του λογισμικού μπορεί να προσφέρει περισσότερα από την παραδοσιακή διδασκαλία* σε όλα τα μαθήματα, ενώ οι υπόλοιποι φοιτητές πρότειναν τη χρήση του λογισμικού κυρίως σε θέματα Μαθηματικών και Στατιστικής.

4. Χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης με τη βοήθεια του υπολογιστή

Το 96,3 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον τους για το μάθημα* και το 90,7 % ως προς το αν *προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο αυτό καθαυτό*.

Το 94,4 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή των φοιτητών στο μάθημα* και το 79,6 % ως προς το αν *επέτρεπε στους φοιτητές να αυτενεργούν*.

Το 75,9 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να πειραματίζονται* και το 85,2 % ως προς το αν *επέτρεπε στους φοιτητές να αναστοχάζονται*.

Το σύνολο των φοιτητών χαρακτήρισε *την παρουσίαση και εξήγηση από τον καθηγητή των απαιτούμενων πληροφοριών* ως εκτενή.

Το σύνολο των φοιτητών χαρακτήρισε *το βαθμό της καθοδήγησης από τον καθηγητή* ως μεγάλο.

Σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να δημιουργούν προσωπικές αναπαραστάσεις*, θετική άποψη είχε το 74,1 % των φοιτητών και ως προς το αν *έδινε τη δυνατότητα για τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών* το 87% των φοιτητών.

Το 75,9 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη ως προς το αν *οι δραστηριότητες του μαθήματος συνεισέφεραν στην επίτευξη συγκεκριμένων σκοπών* και το 48,2 % ως προς το αν η *διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για διαμόρφωση προσωπικών σκοπών μάθησης*. Σχετικά με το αν η *χρήση του λογισμικού βοήθησε στην επίτευξη των σκοπών μάθησης*, θετική άποψη είχε το 90,7 % των φοιτητών.

Ως προς το αν η *διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ των φοιτητών και του καθηγητή*, θετική άποψη είχε το σύνολο των φοιτητών, ως προς το αν *έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους*, το 92,6 % των φοιτητών και ως προς το αν *έδινε τη δυνατότητα για κοινωνική διαπραγμάτευση*, το 79,6 % των φοιτητών.

Το 77,8 % των φοιτητών πρότεινε ως *βέλτιστη αναλογία μαθητών ανά υπολογιστή*, τους 2 φοιτητές ανά υπολογιστή και το 37 % 1 φοιτητή ανά υπολογιστή.

Ως προς το αν πιστεύουν ότι η *διδασκαλία με τη χρήση του λογισμικού εξοικονομεί χρόνο συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία*, το 63 % των φοιτητών είχε θετική άποψη, ενώ αρνητική άποψη εξέφρασε μόνο το 7,4 % των φοιτητών.

Ως *βέλτιστη διαδικασία σε ένα μάθημα στο οποίο χρησιμοποιείται το λογισμικό*, οι μαθητές πρότειναν κατά κύριο λόγο τη χρήση ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας, δευτερευόντως τη χρήση σημειώσεων ενώ οι ίδιοι πληκτρολογούν τις εντολές και ένα μικρό ποσοστό το να κρατούν σημειώσεις από τον πίνακα και να πληκτρολογούν μόνοι τους στο λογισμικό τις εντολές.

Το 92,6 % των φοιτητών δήλωσε ότι θα *επέλεγε να παρακολουθήσει άλλο μάθημα στο οποίο γίνεται χρήση λογισμικού με παρόμοιες λειτουργίες*.

14.3.3.2. Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

1. Γενικά χαρακτηριστικά των φοιτητών που συμμετείχαν

Οι φοιτητές που συμμετείχαν στο δείγμα του 1^{ου} διερευνητικού ερωτήματος για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή) ήταν 36. Ως προς το *φύλο*, το 52,8 % ήταν αγόρια και το 47,2 % κορίτσια.

Οι φοιτητές είχαν *εμπειρία στη χρήση υπολογιστή*, εφόσον το 61,1 % χρησιμοποιούσε τον υπολογιστή περισσότερο από 1 χρόνο. Ως προς το *ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή*, θετική στάση εξέφρασε το 91,7 % των φοιτητών.

2. Επίδοση των φοιτητών μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας

Η επίδοση των φοιτητών ήταν *καλή έως άριστη* για το 93,5 % των φοιτητών στους υπολογισμούς, για το 64,5 % στις γεωμετρικές ερμηνείες, για το 71 % στις διαδικασίες, για το 71 % στο δείκτη επίδοσης, για το 71 % στη συνολική επίδοση στο μετά – τεστ και για το 83,3 % των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις.

3. Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο (Mathematica)

Το λογισμικό θεωρήθηκε ότι *ξεκινάει εύκολα* από το σύνολο των φοιτητών.

Το 94,3 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη ως προς το αν το λογισμικό είναι *εύκολο στο χειρισμό του* και το 72,2 % των φοιτητών ως προς το αν είναι *εύκολο να το μάθει κανείς*.

Το 61,1 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη ως προς το αν το λογισμικό έχει *απλό φορμαλισμό*, το 88,9 % ως προς το αν έχει *δυναμικό φορμαλισμό* και το 75 % ως προς το αν είναι *γενικεύσιμο*.

Οι *προσπαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση του λογισμικού*, σύμφωνα με τους φοιτητές, είναι κυρίως η εμπειρία στο χειρισμό και η γνώση των εντολών του λογισμικού, δευτερευόντως οι γνώσεις προγραμματισμού.

Η πλειοψηφία των φοιτητών δήλωσε ότι δεν μπορεί να *χειρίζεται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή* (63,6 %).

Οι *διευκρινίσεις και επεξηγήσεις του λογισμικού* όταν υπάρχουν λάθη στην είσοδο των δεδομένων, αξιολογήθηκαν θετικά από το 72,2 % των φοιτητών. Η *βοήθεια του λογισμικού (help browser)* αξιολογήθηκε θετικά από το 91,4 % των φοιτητών.

Το 52,8 % των φοιτητών θεώρησε ότι η *χρήση του λογισμικού μπορεί να προσφέρει περισσότερα από την παραδοσιακή διδασκαλία* σε όλα τα μαθήματα, ενώ οι υπόλοιποι πρότειναν κυρίως θέματα Μαθηματικών και Στατιστικής.

4. Χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης με τη βοήθεια του υπολογιστή

Το 91,7 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη ως προς το αν η *διδακτική προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον τους για το μάθημα* και το 86,1 % ως προς το αν *προκάλεσε το ενδιαφέρον τους για το γνωστικό αντικείμενο αυτό καθαυτό*.

Το 86,1 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη ως προς το αν η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή τους στο μάθημα* και το 77,8 % των φοιτητών ως προς το αν *τους επέτρεπε να αυτενεργούν*.

Το 80,6 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη ως προς το αν η *διδακτική προσέγγιση τους επέτρεπε να πειραματίζονται* και το 91,7 % ως προς το αν *τους επέτρεπε να αναστοχάζονται*.

Σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να δημιουργούν προσωπικές αναπαραστάσεις*, θετική άποψη είχε το 69,4 % των φοιτητών και αν *έδινε τη δυνατότητα για τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών* το 75 % των φοιτητών.

Το 97,2 % των φοιτητών χαρακτήρισε την *παρουσίαση και εξήγηση από τον καθηγητή των απαιτούμενων πληροφοριών* ως εκτενή. Επίσης το σύνολο των φοιτητών χαρακτήρισε το *βαθμό της καθοδήγησης από τον καθηγητή* ως μεγάλο.

Σχετικά με το αν οι δραστηριότητες του μαθήματος συνεισέφεραν στην επίτευξη συγκεκριμένων σκοπών, θετική άποψη είχε το 86,1 % των φοιτητών και αν η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για διαμόρφωση προσωπικών σκοπών μάθησης, το 66,7 % των φοιτητών. Σχετικά με το αν η χρήση του λογισμικού βοήθησε στην επίτευξη των σκοπών μάθησης, θετική άποψη είχε το 94,4 % των φοιτητών.

Το 97,2 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη ως προς το αν η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ των φοιτητών και του καθηγητή, το σύνολο των φοιτητών ως προς το αν έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους και το 91,7 % ως προς το αν έδινε τη δυνατότητα για κοινωνική διαπραγμάτευση.

Ως βέλτιστη αναλογία μαθητών ανά υπολογιστή, το 77,8 % πρότεινε 2 φοιτητές ανά υπολογιστή και το 44,4 % 1 φοιτητή ανά υπολογιστή.

Ως προς το αν πιστεύουν ότι η διδασκαλία με τη χρήση του λογισμικού εξοικονομεί χρόνο, συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία, το 62,9 % των φοιτητών είχε θετική άποψη.

Ως βέλτιστη διαδικασία σε ένα μάθημα στο οποίο χρησιμοποιείται το λογισμικό, οι μαθητές πρότειναν κατά κύριο λόγο τη χρήση ηλεκτρονικών φύλλων εργασίας, δευτερευόντως τη χρήση σημειώσεων ενώ οι ίδιοι πληκτρολογούν τις εντολές και ένα μικρό ποσοστό το να κρατούν σημειώσεις από τον πίνακα και να πληκτρολογούν μόνοι τους στο λογισμικό τις εντολές.

Το σύνολο των φοιτητών έδωσε θετική απάντηση ως προς το αν θα επέλεγαν να παρακολουθήσουν άλλο μάθημα στο οποίο γίνεται χρήση λογισμικού με παρόμοιες δυνατότητες.

14.3.3.3. Επαγωγική ανάλυση για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ

1. Διερεύνηση επίδοσης μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας σε ομάδες φοιτητών

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών δεν διαφοροποιούνται ως προς τις επιδόσεις τους στους υπολογισμούς, τις γεωμετρικές ερμηνείες, τις διαδικασίες και τη συνολική επίδοση στο μετά-τεστ.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλές συμπέρασμα για την επίδοση των φοιτητών στις τελικές εξετάσεις, όπου τα κορίτσια εμφανίζουν μεγαλύτερα ποσοστά στις επιδόσεις Καλά έως Άριστα και μικρότερα ποσοστά στις επιδόσεις Άσχημα έως Μέτρια από ότι τα αγόρια.

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση του υπολογιστή δεν διαφοροποιούνται ως προς τις επιδόσεις στο μετά – τεστ (υπολογισμοί, γεωμετρικές ερμηνείες, διαδικασίες, δείκτης επίδοσης, συνολική επίδοση) και στις τελικές εξετάσεις.

2. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά του λογισμικού σε ομάδες φοιτητών

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών δεν διαφοροποιούνται ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του, είναι εύκολο να το μάθει κανείς, έχει δυναμικό φορμαλισμό, είναι γενικεύσιμο και αν μπορούν να το χειρίζονται ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλές συμπέρασμα σχετικά με το αν το λογισμικό έχει απλό φορμαλισμό, όπου φαίνεται ότι τα αγόρια εμφανίζουν μεγαλύτερα ποσοστά στις θετικές απόψεις, ενώ τα κορίτσια μάλλον δεν παίρνουν θέση.

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή *δεν διαφοροποιούνται* ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν το λογισμικό είναι *εύκολο στο χειρισμό του*, είναι *εύκολο να το μάθει κανείς*, έχει *δυναμικό φορμαλισμό*, είναι *γενικεύσιμο* και *αν μπορούν να το χειρίζονται οι φοιτητές ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή*.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλές συμπέρασμα σχετικά με το αν το λογισμικό έχει *απλό φορμαλισμό*, αν και φαίνεται ότι η ομάδα με μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή, εμφανίζει μεγαλύτερα ποσοστά στη θετική άποψη, ενώ οι φοιτητές με λιγότερο από 1 χρόνο εμπειρία μάλλον *δεν* παίρνουν θέση.

3. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης σε ομάδες φοιτητών

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών *δεν διαφοροποιούνται* ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση *προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά*, επιτρέπει την *ενεργητική συμμετοχή*, την *αυτενέργεια*, τον *πειραματισμό*, τη *δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων* και *αν δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ καθηγητή – φοιτητών*.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα σχετικά με το αν η προσέγγιση *προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα*, όπου *δεν* εμφανίζονται σημαντικές διαφορές, *αν επιτρέπει τον αναστοχασμό*, όπου τα κορίτσια εμφανίζουν μεγαλύτερα ποσοστά στην θετική άποψη και στις απόλυτα θετικές απαντήσεις, *αν επιτρέπει τη διατύπωση και έλεγχο εικασιών*, όπου το σύνολο των αγοριών είχε θετική άποψη σε σύγκριση με το 80 % των κοριτσιών, επίσης τα αγόρια εμφάνισαν μεγαλύτερα ποσοστά στις απόλυτα θετικές απαντήσεις και *αν δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους*, όπου *δεν* εμφανίζονται σημαντικές διαφορές στη θετική άποψη, ούτε στις απόλυτα θετικές απαντήσεις.

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή *δεν διαφοροποιούνται* ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση *προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα*, το *ενδιαφέρον τους για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά*, *αν* επιτρέπει την *ενεργητική συμμετοχή*, την *αυτενέργεια*, τον *πειραματισμό*, τη *δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων*, *αν δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών – καθηγητή*, *αν* επιτρέπει τον *αναστοχασμό* και τη *διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών*.

Αντίθετα διαφοροποιούνται ως προς το αν η προσέγγιση *δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών*, όπου οι ομάδες με 1 – 3 χρόνια και περισσότερο από 3 χρόνια εμπειρία στη χρήση υπολογιστή εμφάνισαν απόλυτα θετικές απαντήσεις, σε αντίθεση με το 70 % της ομάδας με λιγότερο από 1 χρόνο εμπειρία.

14.3.3.4. Επαγωγική ανάλυση για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

1. Διερεύνηση επίδοσης μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας σε ομάδες φοιτητών

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών *δεν διαφοροποιούνται* ως προς τις *επιδόσεις στους υπολογισμούς*, στις *διαδικασίες*, στο *δείκτη επίδοσης* και στο *μετά – τεστ*.

Αντίθετα διαφοροποιούνται ως προς την επίδοση στις τελικές εξετάσεις, όπου τα κορίτσια εμφανίζουν μεγαλύτερο ποσοστό στις επιδόσεις Πολύ καλά έως Άριστα από ότι τα αγόρια, επίσης δεν εμφανίζουν επιδόσεις Άσχημα ή Μέτρια σε αντίθεση με το 31,5 % των αγοριών.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα για την επίδοση στις γεωμετρικές ερμηνείες, όπου το μεγαλύτερο ποσοστό των αγοριών είναι συγκεντρωμένο στο Καλά με αρκετά μεγάλο ποσοστό στις επιδόσεις Άσχημα ή Μέτρια, ενώ το μεγαλύτερο ποσοστό των κοριτσιών είναι συγκεντρωμένο στο Πολύ καλά με μικρότερο ποσοστό στις επιδόσεις Άσχημα ή Μέτρια και την επίδοση στο μετά – τεστ, όπου τα κορίτσια εμφανίζουν μεγαλύτερο ποσοστό στις επιδόσεις Πολύ καλά έως Άριστα από ότι τα αγόρια, επίσης μικρότερο ποσοστό στις επιδόσεις Άσχημα ή Μέτρια.

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση του υπολογιστή *δεν διαφοροποιούνται* ως προς τις επιδόσεις τους στους υπολογισμούς, στις διαδικασίες, στο δείκτη επίδοσης, στη συνολική επίδοση στο μετά – τεστ και στις τελικές εξετάσεις.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλές συμπέρασμα ως προς την επίδοση των φοιτητών στις γεωμετρικές ερμηνείες.

2. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά του λογισμικού σε ομάδες φοιτητών

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών *δεν διαφοροποιούνται* ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του, έχει απλό φορμαλισμό, έχει δυναμικό φορμαλισμό και είναι γενικεύσιμο.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα σχετικά με το αν το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς, όπου τα αγόρια εμφανίζουν μεγαλύτερο ποσοστό στην θετική άποψη και μεγαλύτερο ποσοστό στις απόλυτα θετικές απαντήσεις και σχετικά με το αν μπορούν να χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή, όπου τα αγόρια απάντησαν θετικά κατά 56,3 %, ενώ τα κορίτσια κατά 17,6 %.

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή *δεν διαφοροποιούνται* ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του, είναι εύκολο να το μάθει κανείς, έχει απλό φορμαλισμό και έχει δυναμικό φορμαλισμό.

Μπορούμε να απορρίψουμε την παραπάνω υπόθεση, σχετικά με το αν το λογισμικό είναι γενικεύσιμο και αν οι φοιτητές μπορούν να χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή.

3. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης σε ομάδες φοιτητών

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών *δεν διαφοροποιούνται* ως προς τις απόψεις τους για το αν η διδακτική προσέγγιση προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα, αν προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά, αν επιτρέπει την ενεργητική συμμετοχή, την αυτενέργεια, τον πειραματισμό, τη δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων, τη διατύπωση και έλεγχο εικασιών και τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλές συμπέρασμα σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση επιτρέπει στους φοιτητές να αναστοχάζονται, όπου δεν προκύπτει σημαντική διαφορά στη θετική άποψη, ενώ στις απόλυτα θετικές απαντήσεις τα κορίτσια εμφανίζουν μεγαλύτερο ποσοστό και σχετικά με το αν

δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών – καθηγητή, όπου τα αγόρια και τα κορίτσια εμφανίζουν συγκρίσιμα αποτελέσματα στη θετική άποψη με διαφορετικές κατανομές απαντήσεων.

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή *δεν διαφοροποιούνται* ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση *προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα*, προκαλεί το *ενδιαφέρον των μαθητών για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά*, επιτρέπει την *ενεργητική συμμετοχή*, την *αυτενέργεια*, τον *πειραματισμό*, επιτρέπει στους φοιτητές να *αναστοχάζονται*, επιτρέπει τη *δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων*, επιτρέπει τη *διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών*, δίνει τη δυνατότητα για *συζήτηση μεταξύ φοιτητών και συζήτηση μεταξύ φοιτητών – καθηγητή*.

14.3.3.5. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός II

1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών

Προκειμένου να εφαρμόσουμε τη *μέθοδο της Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών* επιλέξαμε 24 κύριες μεταβλητές. Η εφαρμογή του μοντέλου μας οδήγησε στην επιλογή *τεσσάρων παραγοντικών αξόνων*, οι οποίοι εξηγούν ποσοστό 34,91 % της συνολικής αδράνειας (ποσοστό ικανό για την Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών).

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 1^{ου} άξονα* είναι: Γενικεύσιμο, Διαδικασίες, Μετά – τεστ, Ενδιαφέρον για το μάθημα, Ενεργητική συμμετοχή, Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά, Γεωμετρικές ερμηνείες, Διατύπωση / έλεγχος εικασιών και Αυτενέργεια.

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 2^{ου} άξονα*: Αναστοχασμός, Ενδιαφέρον για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά, Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή, Διατύπωση / έλεγχος εικασιών, Ενεργητική συμμετοχή, Δυναμικός φορμαλισμός, Ενδιαφέρον για το μάθημα, Αυτενέργεια, Εύκολο να το μάθει κανείς, Γεωμετρικές ερμηνείες, Πειραματισμός, Συζήτηση μεταξύ φοιτητών και Μετά – τεστ.

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 3^{ου} άξονα*: Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή, Εύκολο να το μάθει κανείς, Εύκολο στο χειρισμό, Γενικεύσιμο, Δυναμικός φορμαλισμός, Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή, Πειραματισμός, Διαδικασίες, Γεωμετρικές ερμηνείες και Προσωπικές αναπαραστάσεις.

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 4^{ου} άξονα*: Εύκολο στο χειρισμό, Γενικεύσιμο, Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή, Πειραματισμός, Τελικές εξετάσεις, Εύκολο να το μάθει κανείς, Διαδικασίες, Προσωπικές αναπαραστάσεις, Αυτενέργεια και Δυναμικός φορμαλισμός.

Από το *διάγραμμα διασποράς* διαμορφώνονται *οι εξής τάσεις*:

α) Μία ομοιογενή ομάδα αποτελούν οι μεταβλητές των επιδόσεων των φοιτητών στο μετά – τεστ και τις διαδικασίες και η άποψη τους αν η διδακτική προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον τους για το μάθημα.

β) Μία ομοιογενή ομάδα αποτελούν οι μεταβλητές σχετικά με το χειρισμό του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή, το φύλο, η εμπειρία στη χρήση υπολογιστή και η συζήτηση μεταξύ φοιτητών –

καθηγητή. Η δυνατότητα χειρισμού του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή σχετίζεται με το φύλο και την εμπειρία στη χρήση υπολογιστή, όπως προέκυψε από την επαγωγική ανάλυση.

γ) Μία ομοιογενή ομάδα αποτελούν οι μεταβλητές σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε τον πειραματισμό, αν το λογισμικό έχει απλό φορμαλισμό, δυναμικό φορμαλισμό, αν είναι εύκολο να το μάθει κανείς και αν είναι εύκολο στο χειρισμό του. Μία ερμηνεία θα μπορούσε να είναι ότι η άποψη των φοιτητών σχετικά με τον απλό και δυναμικό φορμαλισμό και σχετικά με το αν το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς και εύκολο στο χειρισμό του σχετίζεται με τη δυνατότητα πειραματισμού.

δ) Μία ομοιογενή ομάδα αποτελούν οι μεταβλητές σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή και αν προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο και η επίδοση τους στις γεωμετρικές ερμηνείες. Μία ερμηνεία θα μπορούσε να είναι ότι η πρόκληση του ενδιαφέροντος των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο σχετίζεται με την ενεργητική συμμετοχή, επίσης ότι το ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο σχετίζεται με την επίδοση στις γεωμετρικές ερμηνείες.

ε) Οι μεταβλητές εμπειρία των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή και φύλο εμπίπτουν στο σημείο τομής των αξόνων, γεγονός που σημαίνει ότι τα υποκείμενα διαφοροποιούνται ως προς τις απαντήσεις τους στις κατηγορίες των συγκεκριμένων μεταβλητών. Το αποτέλεσμα αυτό προέκυψε επίσης από την επαγωγική ανάλυση.

2. Αυτόματη ταξινόμηση του συνόλου των ατόμων σε ομοιογενείς ομάδες

Με την Αυτόματη Ταξινόμηση *προσδιορίζουμε ομοιογενείς ομάδες ατόμων ως προς το σύνολο των κύριων μεταβλητών*. Εφαρμόζουμε την Αυτόματη Ταξινόμηση στα άτομα με βάση τις συντεταγμένες τους στους τέσσερις πρώτους παραγοντικούς άξονες. Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης επιλέξαμε την *ταξινόμηση σε 10 ομάδες*, εφόσον για μικρότερο αριθμό μία εκ των ομάδων είχε κάθε φορά δυσανάλογα μεγάλο αριθμό ατόμων συγκριτικά με τις άλλες.

Η *συγκριτική μελέτη των αποτελεσμάτων του διαγράμματος διασποράς των μεταβλητών και του πίνακα περιγραφής των ομάδων*, με αντίστοιχο έλεγχο των αποτελεσμάτων της επαγωγικής ανάλυσης, δίνει τα εξής *συμπεράσματα* αναφορικά με τις *σχέσεις ομοιογένειας μεταξύ των μεταβλητών*.

α) Μία σχέση η οποία επαληθεύεται είναι η σχέση μεταξύ δυνατότητας χειρισμού του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή και φύλου: τα αγόρια εμφάνισαν θετική άποψη σε μεγαλύτερο ποσοστό από ότι τα κορίτσια.

β) Υπάρχει σχέση μεταξύ δυνατότητας χειρισμού του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή και εμπειρίας στη χρήση υπολογιστή. Από την επαγωγική ανάλυση προέκυψε ότι η ομάδα με μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή εμφάνισε θετική άποψη σε μεγαλύτερο ποσοστό, αποτέλεσμα όμως το οποίο *δεν μπορεί να ελεγχθεί* από τους πίνακες περιγραφής.

γ) Υπάρχει σχέση μεταξύ επίδοσης στις διαδικασίες και στο μετά – τεστ και ενδιαφέροντος για το μάθημα. Ειδικότερα οι ομάδες οι οποίες είχαν θετική άποψη σχετικά με το ενδιαφέρον για το μάθημα, εμφάνισαν πολύ καλές έως άριστες επιδόσεις στις διαδικασίες και στο μετά – τεστ. Αντίθετα οι ομάδες με αρνητική άποψη εμφάνισαν άσχημες επιδόσεις.

δ) Η υπόθεση σχετικά με τη σχέση μεταξύ απόψεων για τον απλό φορμαλισμό και το αν το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς και την δυνατότητα πειραματισμού επαληθεύεται επίσης: Οι ομάδες που είχαν θετικές απόψεις ως προς τον απλό φορμαλισμό και το αν το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς, εμφάνισαν ομοίως θετικές απόψεις ως προς τη δυνατότητα πειραματισμού.

ε) Η υπόθεση ότι η πρόκληση του ενδιαφέροντος των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο σχετίζεται με την ενεργητική συμμετοχή, επίσης ότι το ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο σχετίζεται με την επίδοση στις γεωμετρικές ερμηνείες, *δεν μπορεί να ελεγχθεί* λόγω της θετικής άποψης για το ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο που εξέφρασαν όλες οι ομάδες πλην ενός ποσοστού 9,25 % επί του δείγματος.

14.3.3.6. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών

Προκειμένου να εφαρμόσουμε τη *μέθοδο της Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών* επιλέξαμε 24 κύριες μεταβλητές. Η εφαρμογή του μοντέλου μας οδήγησε στην επιλογή *τεσσάρων παραγοντικών αξόνων*, οι οποίοι εξηγούν ποσοστό 35,94 % της συνολικής αδράνειας (ποσοστό ικανό για την Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών).

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 1^{ου} άξονα* είναι: Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο, Αυτενέργεια, Υπολογισμοί, Γενικεύσιμο, Αναστοχασμός, Διατύπωση / έλεγχος εικασιών, Απλός φορμαλισμός, Διαδικασίες, Προσωπικές αναπαραστάσεις, Μετά – τεστ, Τελικές εξετάσεις, Γεωμετρικές ερμηνείες, Πειραματισμός, Ενεργητική συμμετοχή και Ενδιαφέρον για το μάθημα.

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 2^{ου} άξονα* είναι: Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή, Γενικεύσιμο, Δυναμικός φορμαλισμός, Εύκολο να το μάθει κανείς, Αναστοχασμός, Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο, Διατύπωση / έλεγχος εικασιών, Συζήτηση φοιτητών – καθηγητή, Πειραματισμός, Απλός φορμαλισμός και Τελικές εξετάσεις.

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 3^{ου} άξονα* είναι: Δυναμικός φορμαλισμός, Συζήτηση φοιτητών – καθηγητή, Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο, Αναστοχασμός, Τελικές εξετάσεις, Διαδικασίες, Συζήτηση μεταξύ φοιτητών, Ενεργητική συμμετοχή, Υπολογισμοί και Φύλο.

Οι μεταβλητές που *συνεισέφεραν περισσότερο στην κατασκευή του 4^{ου} άξονα* είναι: Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο, Αυτενέργεια, Μετά – τεστ, Υπολογισμοί, Γεωμετρικές ερμηνείες, Διαδικασίες, Τελικές εξετάσεις, Προσωπικές αναπαραστάσεις και Εύκολο στο χειρισμό.

Από το *διάγραμμα διασποράς* βλέπουμε να διαμορφώνονται οι εξής *τάσεις*:

α) Μία ομοιογενή ομάδα αποτελούν οι μεταβλητές σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε τον αναστοχασμό, τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών και αν προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο. Μία ερμηνεία θα μπορούσε να είναι ότι η διατύπωση και ο έλεγχος εικασιών και ο αναστοχασμός σχετικά με τις έννοιες που διδάχθηκαν, σχετίζεται με την πρόκληση του ενδιαφέροντος των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο.

β) Μία ομοιογενή ομάδα αποτελούν οι μεταβλητές σχετικά με το χειρισμό του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή, το φύλο, η εμπειρία στη χρήση υπολογιστή και η συζήτηση μεταξύ φοιτητών. Η

δυνατότητα χειρισμού του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή σχετίζεται με το φύλο και την εμπειρία στη χρήση υπολογιστή, όπως προέκυψε επίσης από την επαγωγική ανάλυση.

γ) Μία ομοιογενή ομάδα αποτελούν οι μεταβλητές γεωμετρικές ερμηνείες, διαδικασίες, μετά – τεστ.

δ) Μία ομοιογενή ομάδα αποτελούν οι μεταβλητές σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε τον πειραματισμό, την ενεργητική συμμετοχή, αν το λογισμικό έχει απλό φορμαλισμό και αν είναι εύκολο στο χειρισμό του και η επίδοση στις τελικές εξετάσεις. Μία ερμηνεία θα μπορούσε να είναι ότι η άποψη σχετικά με τον απλό φορμαλισμό και το αν το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του σχετίζεται με την άποψη για δυνατότητα πειραματισμού, εφόσον για να μπορέσει να πειραματιστεί ένας φοιτητής με το λογισμικό θα πρέπει να μπορεί να δημιουργήσει αντικείμενα και αναπαραστάσεις στα πλαίσια του λογισμικού.

ε) Οι μεταβλητές εμπειρία των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή και φύλο εμπίπτουν στο σημείο τομής των αξόνων, οπότε τα υποκείμενα διαφοροποιούνται ως προς τις απαντήσεις τους στις κατηγορίες των συγκεκριμένων μεταβλητών. Το αποτέλεσμα αυτό προέκυψε επίσης από την επαγωγική ανάλυση.

2. Αυτόματη ταξινόμηση του συνόλου των ατόμων σε ομοιογενείς ομάδες

Με την Αυτόματη Ταξινόμηση *προσδιορίζουμε ομοιογενείς ομάδες ατόμων ως προς το σύνολο των κύριων μεταβλητών*. Εφαρμόσαμε την Αυτόματη Ταξινόμηση στα άτομα με βάση τις συντεταγμένες τους στους τέσσερις πρώτους παραγοντικούς άξονες.

Η *συγκριτική μελέτη των αποτελεσμάτων του διαγράμματος διασποράς των μεταβλητών και του πίνακα περιγραφής των ομάδων*, με αντίστοιχο έλεγχο των αποτελεσμάτων της επαγωγικής ανάλυσης, δίνει τα εξής συμπεράσματα αναφορικά με τις σχέσεις ομοιογένειας μεταξύ των μεταβλητών.

α) Μία σχέση η οποία επαληθεύεται είναι η σχέση μεταξύ δυνατότητας χειρισμού του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή και φύλου: τα αγόρια εμφάνισαν θετική άποψη σε μεγαλύτερο ποσοστό από ότι τα κορίτσια.

β) Μία δεύτερη σχέση η οποία επαληθεύεται είναι η σχέση μεταξύ δυνατότητας χειρισμού του λογισμικού ανεξάρτητα από τον καθηγητή και εμπειρίας στη χρήση υπολογιστή: η ομάδα με μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή εμφάνισε τη θετική άποψη σε μεγαλύτερο ποσοστό.

γ) Υπάρχει σχέση μεταξύ επίδοσης στις γεωμετρικές ερμηνείες, στις διαδικασίες και στο μετά – τεστ. Ειδικότερα οι ομάδες εμφάνισαν αντίστοιχες επιδόσεις στα παραπάνω θέματα.

δ) Η υπόθεση ότι η πρόκληση του ενδιαφέροντος των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο, σχετίζεται με τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών και με τον αναστοχασμό επαληθεύεται επίσης: Οι ομάδες που είχαν θετικές απόψεις ως προς το ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο, εμφάνισαν ομοίως θετικές απόψεις ως προς τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών και τον αναστοχασμό. Δεν συμβαίνει γενικά το ίδιο με τις αρνητικές απόψεις στο ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο.

ε) Η υπόθεση σχετικά με τη σχέση μεταξύ απόψεων για τον απλό φορμαλισμό και το αν το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του και την δυνατότητα πειραματισμού επαληθεύεται επίσης: Οι ομάδες που είχαν θετικές απόψεις ως προς τον απλό φορμαλισμό και το αν το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του, εμφάνισαν ομοίως θετικές απόψεις ως προς τη δυνατότητα πειραματισμού.

14.3.4. Συμπεράσματα ως προς το 2^ο διερευνητικό ερώτημα

2^ο Διερευνητικό ερώτημα: «Ποιες είναι οι διαθέσεις των φοιτητών απέναντι στην εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας από απόσταση και πως συσχετίζονται μεταξύ τους;»

Για τη μελέτη του 2^{ου} διερευνητικού ερώτημα, χρησιμοποιήσαμε την *διερευνητική – περιγραφική στρατηγική, μεθόδους της Επαγωγικής Στατιστικής και μεθόδους Πολυδιάστατης Ανάλυσης Δεδομένων*. Ως δείγμα χρησιμοποιήσαμε τους φοιτητές του μαθήματος Απειροστικός Λογισμός ΙΙ, που παρακολούθησαν το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση, μέσω ενός συστήματος σύγχρονης και ασύγχρονης επικοινωνίας.

Στους φοιτητές δόθηκε ένα ερωτηματολόγιο διαθέσεων – στάσεων απέναντι στο πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση. Στις ερωτήσεις διαθέσεων των φοιτητών επιλέχθηκε η χρήση κλιμάκων αξιολόγησης, ειδικότερα μια επταβάθμια κλίμακα αξιολόγησης, όπως και στο 1^ο διερευνητικό ερώτημα.

14.3.4.1. Διερευνητική – περιγραφική ανάλυση για το μάθημα από απόσταση

1. Γενικά χαρακτηριστικά των φοιτητών που συμμετείχαν

Οι φοιτητές που συμμετείχαν στο δείγμα του 2^{ου} διερευνητικού ερωτήματος ήταν 21. Ως προς το φύλο, το 71,4 % ήταν αγόρια και το 28,6 % κορίτσια.

Οι φοιτητές είχαν εμπειρία στη χρήση υπολογιστή, εφόσον το 52,4 % χρησιμοποιούσε τον υπολογιστή από 1 έως 3 χρόνια και το 47,6 % περισσότερο από 3 χρόνια.

2. Χαρακτηριστικά της πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης που χρησιμοποιήθηκε στο πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση (E-Class)

Η πλατφόρμα θεωρήθηκε ότι *ξεκινάει εύκολα* από το σύνολο των φοιτητών.

Το σύνολο των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη ως προς το αν οι λειτουργίες της πλατφόρμας είναι *εύκολες στο χειρισμό τους*, μάλιστα το 71,4 % έδωσε απόλυτα θετική απάντηση.

Οι *προσ απαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση της πλατφόρμας*, σύμφωνα με τους φοιτητές, είναι κυρίως η εμπειρία στο χειρισμό Η/Υ και δευτερευόντως οι γνώσεις προγραμματισμού και η γνώση συγκεκριμένων εντολών. Το 38,1 % των φοιτητών δήλωσε ότι δεν είναι απαραίτητες προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες.

Οι απόψεις σχετικά με το αν οι φοιτητές μπορούν να *χειρίζονται την πλατφόρμα ανεξάρτητα από την σύγχρονη επικοινωνία (on-line) του καθηγητή* είναι μοιρασμένες προς θετικές.

Οι *τρόποι με τους οποίους οι φοιτητές έμαθαν να χειρίζονται την πλατφόρμα* είναι κυρίως με απ' ευθείας χειρισμό και με τη βοήθεια κάποιου τρίτου που έχει εμπειρία σε αντίστοιχες πλατφόρμες, δευτερευόντως με τη χρήση εγχειριδίου.

Το 76,2 % των φοιτητών έκρινε ότι η *πλατφόρμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όλα τα μαθήματα*.

3. Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στο πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση (Mathematica)

Το λογισμικό θεωρήθηκε ότι *ξεκινάει εύκολα* από το 85,7 % των φοιτητών.

Το 76,2 % των φοιτητών είχε θετική άποψη σχετικά με το αν το λογισμικό είναι *εύκολο στο χειρισμό* του και το 61,9 % των φοιτητών σχετικά με το αν είναι *εύκολο να το μάθει κανείς*.

Το 81 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη σχετικά με το αν το λογισμικό έχει *απλό φορμαλισμό*, το 76,2 % σχετικά με το αν έχει *δυναμικό φορμαλισμό* και το 47,6 % σχετικά με το αν το λογισμικό είναι *γενικεύσιμο*.

Οι *προαπαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση του λογισμικού*, σύμφωνα με τους φοιτητές, είναι κυρίως η γνώση των εντολών του λογισμικού, δευτερευόντως η εμπειρία στο χειρισμό και οι γνώσεις προγραμματισμού.

Το 68,4 % των φοιτητών δήλωσαν ότι μπορούν να *χειρίζονται το λογισμικό ανεξάρτητα από την σύγχρονη επικοινωνία (on-line) με τον καθηγητή*.

Οι *διευκρινίσεις και επεξηγήσεις του λογισμικού* όταν υπάρχουν λάθη στην είσοδο των δεδομένων αξιολογήθηκαν θετικά από το 61,9 % των φοιτητών.

Η *βοήθεια του λογισμικού (help browser)* αξιολογήθηκε θετικά από το 38,1 % των φοιτητών, ενώ το 23,8 % αξιολόγησε τη βοήθεια ως ανεπαρκή.

Το 47,6 % των φοιτητών θεώρησε ότι η *χρήση του λογισμικού μπορεί να προσφέρει περισσότερα από την παραδοσιακή διδασκαλία σε όλα τα μαθήματα*. Οι υπόλοιποι φοιτητές πρότειναν τη χρήση του λογισμικού κυρίως σε θέματα Μαθηματικών και Στατιστικής.

4. Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης από απόσταση

A. Χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης

Το σύνολο των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη ως προς το αν η *διδακτική προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα* και το 85,7 % ως προς το αν *προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το γνωστικό αντικείμενο αυτό καθαυτό*.

Το 90,5 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε την ενεργητική συμμετοχή των φοιτητών στο μάθημα* και το 76,2 % σχετικά με το αν *επέτρεπε στους φοιτητές να αυτενεργούν*. Το 71,4 % των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να πειραματίζονται* και το 85,7 % εξέφρασε θετική άποψη σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να αναστοχάζονται*.

Σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση επέτρεπε στους φοιτητές να δημιουργούν προσωπικές αναπαραστάσεις*, θετική άποψη είχε το 76,2 % των φοιτητών και σχετικά με το αν *έδινε τη δυνατότητα για τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών* επίσης το 76,2% των φοιτητών.

Το 90,5 % των φοιτητών χαρακτήρισαν την *παρουσίαση και εξήγηση των απαιτούμενων πληροφοριών από το φύλλο εργασίας* ως εκτενή.

Το σύνολο των φοιτητών χαρακτήρισε την *υποστήριξη από τον καθηγητή μέσω της σύγχρονης επικοινωνίας (on-line)* ως επαρκή, μάλιστα το 90,5 % έδωσε απόλυτα θετική απάντηση.

Το σύνολο των φοιτητών χαρακτήρισε το *βαθμό της καθοδήγησης από το φύλλο εργασίας* ως μεγάλο, μάλιστα απόλυτα θετική απάντηση έδωσε το 76,2 % των φοιτητών.

Το σύνολο των φοιτητών χαρακτήρισε το *βαθμό της καθοδήγησης από τον καθηγητή μέσω της σύγχρονης επικοινωνίας (on-line)* ως μεγάλο, μάλιστα το 90,5 % των φοιτητών χαρακτήρισε την καθοδήγηση ως Πλήρη (6 ή 7).

Το 85,7 % των φοιτητών είχε θετική άποψη σχετικά με το αν *οι δραστηριότητες του μαθήματος συνεισέφεραν στην επίτευξη συγκεκριμένων σκοπών* και το 76,2 % σχετικά με το αν *η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για διαμόρφωση προσωπικών σκοπών μάθησης*. Σχετικά με το αν *η χρήση του λογισμικού βοήθησε στην επίτευξη των σκοπών μάθησης*, το σύνολο των φοιτητών είχε θετική άποψη.

Σχετικά με το αν *η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ των φοιτητών και του καθηγητή*, θετική άποψη είχε το 81 % και σχετικά με το αν *η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους*, το 77,8 % των φοιτητών. Σχετικά με το αν *η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για κοινωνική διαπραγμάτευση*, θετική άποψη είχε το 76,2 % των φοιτητών.

Σχετικά με το αν *πιστεύουν ότι η διδακτική προσέγγιση από απόσταση με σύγχρονη επικοινωνία αναπληρώνει επαρκώς το μάθημα στην τάξη*, οι φοιτητές ήταν μοιρασμένοι ως προς τη θετική και την αρνητική άποψη με ποσοστά ίσα προς 38,1 %, ενώ το 23,8 % των φοιτητών δεν πήρε θέση.

Το σύνολο των φοιτητών δήλωσε ότι θα επέλεγε *να παρακολουθήσει άλλο μάθημα από απόσταση με ασύγχρονη επικοινωνία και με σύγχρονη επικοινωνία και άλλο μάθημα στο οποίο γίνεται χρήση λογισμικού με παρόμοιες λειτουργίες*.

14.3.4.2. Επαγωγική ανάλυση για το μάθημα από απόσταση

A. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά της πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης σε ομάδες φοιτητών

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών *δεν εμφανίζουν διαφοροποίηση* ως προς την άποψη τους σχετικά με το αν *οι λειτουργίες της πλατφόρμας είναι εύκολες στο χειρισμό τους*. Αντίθετα *διαφοροποιούνται* ως προς το αν *μπορούν να χειρίζονται την πλατφόρμα ανεξάρτητα από την σύγχρονη επικοινωνία (on-line) με τον καθηγητή*: το σύνολο των κοριτσιών απάντησαν αρνητικά, ενώ τα αγόρια απάντησαν θετικά σε ποσοστό 80 %.

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή *δεν εμφανίζουν διαφοροποίηση* ως προς το αν *μπορούν να χειρίζονται την πλατφόρμα ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία (on-line) με τον καθηγητή*. Αντίθετα *διαφοροποιούνται* ως προς το αν *οι λειτουργίες της πλατφόρμας είναι εύκολες στο χειρισμό τους*: η ομάδα με μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή, εμφανίζει αποκλειστικά απόλυτα θετικές απαντήσεις, σε σύγκριση με το 45,5 % της ομάδας με 1 – 3 χρόνια εμπειρία.

B. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά του λογισμικού σε ομάδες φοιτητών

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών *δεν εμφανίζουν διαφοροποίηση* ως προς το αν το λογισμικό έχει *απλό φορμαλισμό* και αν *είναι γενικεύσιμο*. Αντίθετα *διαφοροποιούνται* ως προς το αν το λογισμικό έχει *δυναμικό φορμαλισμό*, όπου τα κορίτσια εμφανίζουν στο σύνολο τους θετικές απαντήσεις, ενώ τα αγόρια

κατά 33,3 % απόλυτα θετικές απαντήσεις και ως προς το αν *μπορούν να το χειρίζονται οι φοιτητές χωρίς τη σύγχρονη επικοινωνία (on-line) με τον καθηγητή*, όπου το σύνολο των αγοριών απάντησαν θετικά, ενώ το σύνολο των κοριτσιών αρνητικά.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα ως προς το αν το λογισμικό είναι *εύκολο στο χειρισμό του*, αν και φαίνεται ότι τα αγόρια εμφανίζουν μεγαλύτερο ποσοστό στη θετική άποψη και ένα μεγάλο ποσοστό στις απόλυτα θετικές απαντήσεις, ενώ τα κορίτσια μάλλον δεν παίρνουν θέση και ως προς το αν είναι *εύκολο να το μάθει κανείς* όπου τα ποσοστά στις θετικές απαντήσεις διαφέρουν με τα αγόρια να εμφανίζουν ποσοστό 53,3 % στις απόλυτα θετικές απαντήσεις και τα κορίτσια μηδενικό ποσοστό.

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή *δεν διαφοροποιούνται* ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν το λογισμικό είναι *εύκολο στο χειρισμό του* και αν *μπορούν να το χειρίζονται χωρίς τη σύγχρονη επικοινωνία (on-line) του καθηγητή*.

Αντίθετα *διαφοροποιούνται* σχετικά με το αν το λογισμικό είναι *γενικεύσιμο*, όπου η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια εμπειρία εμφανίζει στο σύνολο της θετική άποψη, σε αντίθεση με την ομάδα με 1 – 3 χρόνια που κατά ένα ποσοστό 72,7 % δεν παίρνει θέση, ενώ κατά 27,3 % εμφανίζει αρνητική άποψη.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλές συμπέρασμα σχετικά με το αν το λογισμικό είναι *εύκολο να το μάθει κανείς*, όπου η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια εμπειρία εμφανίζει μεγαλύτερο ποσοστό στη θετική άποψη από την ομάδα με 1 – 3 χρόνια, αν *έχει απλό φορμαλισμό*, όπου οι δύο ομάδες έχουν συγκρίσιμα ποσοστά στην θετική άποψη, με διαφορετικές όμως κατανομές απαντήσεων και αν *έχει δυναμικό φορμαλισμό*, όπου η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια εμπειρία εμφανίζει στο σύνολο της θετική άποψη, ενώ η ομάδα με 1 – 3 χρόνια εκφράζει θετική άποψη κατά ποσοστό 54,5 %, ενώ το υπόλοιπο 45,5 % δεν παίρνει θέση.

Γ. Διερεύνηση απόψεων για τα χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης σε ομάδες φοιτητών

Οι ομάδες αγοριών – κοριτσιών *δεν διαφοροποιούνται* ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα*, επιτρέπει την *αυτενέργεια*, επιτρέπει τον *πειραματισμό*, επιτρέπει τη *δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων*, επιτρέπει τη *διατύπωση και έλεγχο εικασιών* και δίνει τη *δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους*.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα σχετικά με το αν η *προσέγγιση προκαλεί το ενδιαφέρον των μαθητών για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά*, όπου το σύνολο των κοριτσιών έδωσε απόλυτα θετικές απαντήσεις, σε σύγκριση με το 46,7 % των αγοριών, αν επιτρέπει την *ενεργητική συμμετοχή*, όπου το σύνολο των κοριτσιών έδωσε απόλυτα θετικές απαντήσεις, σε σύγκριση με το 53,3 % των αγοριών, αν επιτρέπει *τον αναστοχασμό*, όπου το σύνολο των κοριτσιών έδωσε απόλυτα θετικές απαντήσεις, σε σύγκριση με το 46,7 % των αγοριών και αν δίνει τη *δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ καθηγητή – φοιτητών*, όπου το σύνολο των κοριτσιών έδωσε απόλυτα θετική απάντηση, ενώ το 73,3 % των αγοριών απόλυτα θετικές απαντήσεις, με το 26,7 % να μην παίρνει θέση.

Οι ομάδες των φοιτητών ανάλογα με την εμπειρία τους στη χρήση υπολογιστή *δεν διαφοροποιούνται* ως προς τις απόψεις τους σχετικά με το αν η *διδακτική προσέγγιση επιτρέπει τη*

δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων, επιτρέπει τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών, δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών – καθηγητή και δίνει τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ φοιτητών.

Αντίθετα διαφοροποιούνται ως προς το αν η προσέγγιση προκαλεί το ενδιαφέρον τους για τα μαθηματικά αυτά καθ' αυτά, όπου το σύνολο της ομάδας με περισσότερο από 3 χρόνια εμπειρία έδωσε απόλυτα θετικές απαντήσεις, σε σύγκριση με το 27,3 % της ομάδας με 1 – 3 χρόνια.

Δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα, σχετικά με το αν η προσέγγιση προκαλεί το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα, όπου αν και το σύνολο των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη, η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια έδωσε μεγαλύτερο ποσοστό απόλυτα θετικών απαντήσεων από την ομάδα με 1 – 3 χρόνια εμπειρία, αν επιτρέπει την ενεργητική συμμετοχή, όπου οι κατανομές των απαντήσεων στην θετική άποψη διαφέρουν, αν επιτρέπει την αυτενέργεια, όπου οι δύο ομάδες είχαν συγκρίσιμα ποσοστά στη θετική άποψη, η ομάδα με τη μεγαλύτερη εμπειρία όμως εμφανίζει μεγαλύτερο ποσοστό στις απόλυτα θετικές απαντήσεις, αν επιτρέπει τον πειραματισμό, όπου αν και το σύνολο των φοιτητών εξέφρασε θετική άποψη, η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια έδωσε μεγαλύτερο ποσοστό απόλυτα θετικών απαντήσεων, από την ομάδα με 1 – 3 χρόνια εμπειρία και αν επιτρέπει τον αναστοχασμό, όπου η ομάδα με περισσότερο από 3 χρόνια εμπειρία εξέφρασε στο σύνολο της θετική άποψη, σε σύγκριση με το 72,7 % της ομάδας με 1 – 3 χρόνια.

14.3.4.3. Πολυδιάστατη ανάλυση δεδομένων για το μάθημα από απόσταση

1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών

Προκειμένου να εφαρμόσουμε τη μέθοδο της Ανάλυσης Πολλαπλών Αντιστοιχιών επιλέξαμε 21 κύριες μεταβλητές. Η εφαρμογή του μοντέλου μας οδήγησε στην επιλογή τριών παραγοντικών αξόνων, οι οποίοι εξηγούν ποσοστό 59,98 % της συνολικής αδράνειας.

Οι μεταβλητές που συνεισέφεραν περισσότερο στη κατασκευή του 1^{ου} άξονα είναι: Διατύπωση και έλεγχος εικασιών, Λογισμικό / δυναμικός φορμαλισμός, Λογισμικό / γενικεύσιμο, Φύλο, Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή, Λογισμικό / Χειρισμός ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή, Λογισμικό / εύκολο να το μάθει κανείς, Προσωπικές αναπαραστάσεις, Αυτενέργεια, Πλατφόρμα / Χειρισμός ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με καθηγητή, Πλατφόρμα / λειτουργίες εύκολες στο χειρισμό και Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό.

Οι μεταβλητές που συνεισέφεραν περισσότερο στη κατασκευή του 2^{ου} άξονα είναι: Πειραματισμός, Διατύπωση και έλεγχος εικασιών, Προσωπικές αναπαραστάσεις, Λογισμικό / εύκολο να το μάθει κανείς, Αυτενέργεια, Ενεργητική συμμετοχή, Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο, Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό, Συζήτηση μεταξύ φοιτητών, Ενδιαφέρον για το μάθημα, Λογισμικό / απλός φορμαλισμός, Συζήτηση φοιτητών – καθηγητή και Ενδιαφέρον στη χρήση υπολογιστή.

Οι μεταβλητές που συνεισέφεραν περισσότερο στη κατασκευή του 3^{ου} άξονα είναι: Λογισμικό / εύκολο στο χειρισμό, Λογισμικό / γενικεύσιμο, Εμπειρία στη χρήση υπολογιστή, Ενεργητική συμμετοχή, Διατύπωση και έλεγχος εικασιών, Ενδιαφέρον για το γνωστικό αντικείμενο, Λογισμικό / απλός φορμαλισμός, Προσωπικές αναπαραστάσεις, Συζήτηση μεταξύ φοιτητών, Αυτενέργεια, Πειραματισμός και Πλατφόρμα / λειτουργίες εύκολες στο χειρισμό.

Από το *διάγραμμα διασποράς* προέκυψαν τα *συμπεράσματα*:

α) Μία ομοιογενή ομάδα αποτελούν οι μεταβλητές σχετικά με το αν το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του και αν είναι εύκολο να το μάθει κανείς, αν η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών, τη δημιουργία προσωπικών αναπαραστάσεων και την αυτενέργεια. Ο συσχετισμός είναι αναμενόμενος, εφόσον οι φοιτητές οι οποίοι θεώρησαν ότι το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του και εύκολο να το μάθει κανείς, είχαν μεγαλύτερη ευχέρεια να αυτενεργήσουν, να διατυπώσουν και να ελέγξουν εικασίες και κατ' επέκταση να δημιουργήσουν προσωπικές αναπαραστάσεις.

β) Μία ομοιογενή ομάδα αποτελούν οι μεταβλητές του ενδιαφέροντος στη χρήση υπολογιστή, αν το λογισμικό έχει δυναμικό φορμαλισμό και αν είναι γενικεύσιμο. Μία ερμηνεία θα μπορούσε να είναι ότι οι απόψεις των φοιτητών σχετικά με τις διδακτικές δυνατότητες και επεκτάσεις της χρήσης του λογισμικού εξαρτώνται από το ενδιαφέρον των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή.

γ) Μία ομοιογενή ομάδα αποτελούν οι μεταβλητές σχετικά με το αν οι φοιτητές μπορούν να χειρίζονται την πλατφόρμα και το λογισμικό ανεξάρτητα από τον καθηγητή και το φύλο.

δ) Μία ομοιογενή ομάδα αποτελούν οι μεταβλητές σχετικά με το αν η διδακτική προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για το μάθημα και το γνωστικό αντικείμενο, αν επέτρεπε στους φοιτητές να συμμετέχουν ενεργά, να συζητούν μεταξύ τους και με τον καθηγητή και αν το λογισμικό έχει απλό φορμαλισμό. Μία ερμηνεία θα μπορούσε να είναι ότι η δυνατότητα συζήτησης στο μάθημα μεταξύ φοιτητών και μεταξύ φοιτητών – καθηγητή σχετίζεται με την ενεργητική τους συμμετοχή. Επίσης ότι η πρόκληση του ενδιαφέροντος των φοιτητών για το μάθημα και το γνωστικό αντικείμενο εξαρτάται από τη δυνατότητα συζήτησης στο μάθημα και την ενεργητική συμμετοχή των φοιτητών.

ε) Η μεταβλητή εμπειρία των φοιτητών στη χρήση υπολογιστή εμπίπτει στο σημείο τομής των αξόνων, γεγονός που σημαίνει ότι τα υποκείμενα διαφοροποιούνται ως προς τις απαντήσεις τους στις κατηγορίες της συγκεκριμένης μεταβλητής. Το αποτέλεσμα αυτό προέκυψε επίσης από την επαγωγική ανάλυση.

2. Αυτόματη ταξινόμηση του συνόλου των ατόμων σε ομοιογενείς ομάδες

Με την Αυτόματη Ταξινόμηση προσδιορίζουμε ομοιογενείς ομάδες ατόμων ως προς το σύνολο των κύριων μεταβλητών. Εφαρμόσαμε την Αυτόματη Ταξινόμηση στα άτομα με βάση τις συντεταγμένες τους στους τρεις πρώτους παραγοντικούς άξονες. Από τα αποτελέσματα της ανάλυσης, επιλέξαμε την *ταξινόμηση σε 6 ομάδες*, εφόσον για μικρότερο αριθμό μία εκ των ομάδων είχε κάθε φορά δυσανάλογα μεγάλο αριθμό ατόμων.

Η *συγκριτική μελέτη των αποτελεσμάτων του διαγράμματος διασποράς των μεταβλητών και του πίνακα περιγραφής των ομάδων*, με αντίστοιχο έλεγχο των αποτελεσμάτων της επαγωγικής ανάλυσης, δίνει τα εξής *συμπεράσματα* αναφορικά με τις *σχέσεις ομοιογένειας μεταξύ των μεταβλητών*:

α) Μία σχέση η οποία επαληθεύεται είναι η σχέση μεταξύ φύλου και δυνατότητας χειρισμού πλατφόρμας και λογισμικού ανεξάρτητα από τη σύγχρονη επικοινωνία με τον καθηγητή, η οποία προέκυψε και από την επαγωγική ανάλυση: τα κορίτσια εμφάνισαν αρνητικές απαντήσεις, ενώ τα αγόρια θετικές στα σύνολα τους.

β) Μία δεύτερη σχέση η οποία προκύπτει είναι η σχέση μεταξύ εμπειρίας στη χρήση υπολογιστή και θετικής άποψης για τα χαρακτηριστικά του λογισμικού και της διδακτικής προσέγγισης. Μεγαλύτερη εμπειρία στη χρήση υπολογιστή σημαίνει θετική άποψη σε περισσότερες ερωτήσεις.

γ) Επαληθεύεται η υπόθεση ότι οι ομάδες οι οποίες θεώρησαν το λογισμικό ότι είναι εύκολο στο χειρισμό του και εύκολο να το μάθει κανείς, είχαν επίσης θετική άποψη ως προς το αν η προσέγγιση τους επέτρεπε να αυτενεργήσουν, να διατυπώσουν και να ελέγξουν εικασίες και να δημιουργήσουν προσωπικές αναπαραστάσεις, αντίθετα με τις ομάδες που είχαν αρνητική άποψη ή δεν εξέφρασαν άποψη.

δ) Επαληθεύεται επίσης η υπόθεση ότι οι ομάδες με θετική άποψη για τη δυνατότητα συζήτησης των φοιτητών με τον καθηγητή και των φοιτητών μεταξύ τους είχαν επίσης θετική άποψη για την ενεργητική συμμετοχή. Η υπόθεση σχετικά με τη σχέση της άποψης για τα παραπάνω χαρακτηριστικά και της πρόκλησης του ενδιαφέροντος για το μάθημα και το γνωστικό αντικείμενο *δεν μπορεί να ελεγχθεί*, εφόσον όλες οι ομάδες (εκτός της τέταρτης για το γνωστικό αντικείμενο) εκφράστηκαν θετικά σχετικά με το ενδιαφέρον τους για το μάθημα.

ε) Η υπόθεση σχετικά με τη σχέση μεταξύ ενδιαφέροντος στη χρήση υπολογιστή και άποψης σχετικά με το αν το λογισμικό είναι γενικεύσιμο και αν έχει δυναμικό φορμαλισμό *δεν μπορεί να ελεγχθεί*, εφόσον όλες οι ομάδες εκφράστηκαν θετικά σχετικά με το ενδιαφέρον τους στη χρήση υπολογιστή.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Ackerson C. (1991/1992). "Affective Objectives: A discussion of some controversies". *Instructional Development*, 3 (1), 7–11.
- Adams F. G. & Kroch E. (1989). "The Computer in the Teaching of Macroeconomics". *Journal of Economic Education*, 20 (3), 269–280.
- Adey P. S. & Shayer M. (1994). *Really Raising Standards*. London: Routledge.
- Adey P. S., Shayer M. & Yates C. (1995). *Thinking Science: The Curriculum Materials of the CASE Project*. London: Thomas Nelson and Sons.
- Allesi S. & Trollip S. (1985). *Computer – based instruction: Methods and developments*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Anderson J. R. (1983). *The architecture of cognition*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Anderson J. R., Boyle C. F., & Yost G. (1986). "The geometry tutor". *The Journal of Mathematical Behavior*, 5, 5-20.
- Anderson L. W. & Krathwohl D. R. (Eds) (2001). *A taxonomy for learning, teaching and assessing: a revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. New York: Longman.
- Ausubel D. P. & Robinson F. G. (1969). *School Learning*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Ausubel D. P. (1960). "The Use of Advanced Organizers in the Learning and Retention of Meaningful Verbal Material". *Journal of Educational Psychology*, 51, 267–272.
- Ausubel D. P. (1963). *The Psychology of Meaningful Verbal Learning*. New York: Grune and Stratton.
- Ausubel D. P. (1968). *Educational Psychology: A Cognitive View*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Ausubel D. P. (1971). "Limitations of Learning by Discovery". In Alchele, D. & Reys, R. (eds). *Readings in Secondary School Mathematics*. Boston: Prindle, Weber & Schmidt, 193–209.
- Bandura A. (1969). *Principles of Behavior Modification*. New York: Holt, Rinehart & Winston.
- Bandura A. (1971). *Social Learning Theory*. New York: General Learning Press.
- Bandura A. (1973). *Aggression: A Social Learning Analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Bandura A. (1997). "Self-efficacy: toward a unifying theory of behavior change". *Psychological Review*, 84, 191–215.
- Barker B. O., Frisbie A. G., & Patrick K. R. (1989). "Broadening the definition of distance education in light of the new telecommunications technologies". *The American Journal of Distance Education*, 3 (1), 20–29.
- Barnes J. A. (1997). "Modelling dynamical systems with spreadsheet software". *Mathematics and Computer Education*, 31(1), 43–55.
- Bates A. W. (1995). *Technology, Open Learning and Distance Education*. New York/London: Routledge.
- Beane J. A. (1990). *Affect in the curriculum: Towards democracy, dignity, diversity*. New York: Teachers College, Columbia University.
- Benzécri J. P. (1973). *L'Analyse des Données, Tome 2: L'Analyse des Correspondances*. Dunod. Paris.
- Benzécri J. P. (1980). *Pratique de l'Analyse des Données. Abrege theorique – Cas mod'ele*. Dunod, Paris.
- Benzécri J. P. (1981). *Pratique de l'Analyse des Données; Linguistique et Lexicologie*. Dunod, Paris.
- Bishop A. (1985). "The Social Construction of Meaning—A significant Development for Mathematics Education?". *For the Learning of Mathematics*, 5 (1), 24–28.

- Blagg N. R., Lewis R. E. & Ballinger M. P. (1994). *Thinking and learning at work: a report on the development and evaluation of the Thinking Skills at Work (TSAW) modules*. Sheffield: Department of Employment.
- Blagg N., Ballinger M. & Gardner R. (1988). *Somerset thinking skills course: handbook*. Oxford: Basil Blackwell.
- Block J. & Anderson L. (1975). *Mastery Learning in Classrooms*. New York: MacMillan.
- Bloom B. (1971). "Mastery Learning". In Bloom B. (ed.). *Mastery Learning: Theory and Practice*. New York: Holt, Rinehart and Winston, 47–63.
- Bloom B. S. (Ed.) (1956). *Taxonomy of educational objectives, the classification of educational goals—Handbook I: cognitive domain*. New York: McKay.
- Boekaerts M and Simons PRJ (1993). *Leren en instructie. Psychologie van de leerling en het leerproces*. Assen: Dekker & Van de Vegt.
- Bork A. M. (1985). *Personal Computers for education*. New York: Harper & Row.
- Brady R. (1991). "A close look at student problem solving and the teaching of Mathematics: Predicaments and possibilities". *School Science and Mathematics, 91, 4*, 144–151.
- Brown J. S., Collins A. & Duguid S. (1989). "Situated cognition and the culture of learning". *Educational Researcher, 18 (1)*, 32–42.
- Bruner J. (1960a). "On Learning Mathematics". *The Mathematics Teacher, 53*, 610–619.
- Bruner J. (1960b). *The Progress of Education*. Cambridge: Harvard University Press.
- Bruner J. (1961). "The Act of Discovery". *Harvard Educational Review, 31*, 21–32.
- Bruner J. (1966). *Towards a Theory of Instruction*. Cambridge: Belknap Press.
- Bruner J. (1971). *The Relevance of Education*. New York: Norton.
- Bruner J., Goodnow J. & Austin G. (1977). *A Study of Thinking*. New York: Science Edition.
- Campbell R. & Monson D. (1994). "Building a goal-based scenario learning environment". *Educational Technology, 34 (9)*, 9–14.
- Caroll J. (1963). "A Model of School Learning". *Teachers College Record, Vol. 64*.
- Cashien P. (1990). "Spreadsheet investigations in economics teaching". *Economics, 26(2)*, 73–84.
- Cognition & Technology Group at Vanderbilt (1993). "Anchored instruction and situated cognition revisited". *Educational Technology, 33 (3)*, 52–70.
- Cohen L. & Manion L. (2000). *Research Methods in Education (4th Edition)*. London and New York: Routledge.
- Collins A. & Brown J. S. (1988). "The computer as a tool for learning through reflection". In H. Mandl & A. Lesgold (eds.). *Learning Issues for Intelligent Tutoring Systems*. New York: Springer – Verlag.
- Collins J. H., Estes N. & Walker D. (eds) (1988). *The Fifth International Conference on Technology and Education, Vol.2*. Edinburgh: CEP Consultants.
- Cousinet R. (1957). *Η Νέα Αγωγή* (μετ. Γ. Βασδέκη). Αθήνα.
- Covington M. V. (1992). *Making the grade: a self-worth perspective on motivation and school reform*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Crawford K. (1996). "Vygotskian approaches to human development in the information era". *Educational Studies in Mathematics, 31*, 43–62.
- Crisci O. (1992). "Play the market!". *Instructor, 101 (5)*, 68–69.
- Cronbach L. J. & Suppes P. (1969). *Research for tomorrow's schools*. New York: Macmillan.

- Cross K. P. (1981). *Adults as learners*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Davies I. & Hartley J. (1972). *Contributions to an educational technology*. London: Butterworths.
- de Bono E (1988). "The direct teaching of thinking in education and the CoRT method". In S. Maclure & P. Davies (Eds.), *Learning to think: thinking to learn*, Proceedings of the 1989 OECD Conference. Oxford: Pergamon Press.
- de Bono E (1991). *Teaching thinking*. London: Penguin Books.
- Dembo M. H. (1977). *Teaching for Learning: Applying Educational Psychology in the Classroom*. Santa Monica: Goodyear Publishing Company Inc.
- Derry S. J. & Lajoie S. P. (1993). "A middle camp for (un)intelligent instructional computing: An introduction". In *Computers as Cognitive Tools*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Derry S. J. (1990). *Flexible cognitive tools for problem solving instruction*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Boston, April.
- Desforges Ch. (1995). *An Introduction to Teaching*. Oxford: Blackwell.
- Dewey J. (1933). *How We Think*. Boston: Heath and Company.
- Dewey J. (1938). *Experience and Education*. New York: Callier Books.
- Dienes Z. P. (1973). *Six Stages of Learning*. London: N.F.E.R.
- Dienes Z. P. (1978). "Learning Mathematics". In G. T. Wain (ed.). *Mathematical Education*. New York: Van Nostrand Reinhold, 81-95.
- diSessa A. & Abelson H. (1986). "Boxer: A Reconstructable Computational Medium", *Communications of the ACM* 29 (9), 859-868.
- Dohmen G. (1967). *Das Fernstudium, Ein Neues Pädagogisches Forschungsfeld*. Tübingen: DIFF, Hagen, Germany.
- Dorin H., Demmin P. E., Gabel D. (1990). *Chemistry: The study of matter* (3rd ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, Inc.
- Driscoll M. P. (1994). *Psychology of Learning for Instruction*. Needham, Ma: Allyn & Bacon.
- Drucker P. F. (1989). *The New Realities*. Oxford: Heinemann Professional Publishing.
- Dubitsky B. (1988). "Making Division Meaningful with a Spreadsheet". *Arithmetic Teacher*, November 1988, 18-21.
- Duckworth E. (1964). "Piaget Rediscovered". In R. E. Ripple & V. N. Rockcastle (Eds.), *Piaget Rediscovered: A Report on Cognitive Skills and Curriculum Development*. Ithaca, New York.
- Dunteman G. H. (1989). *Principal Components Analysis*. Sage University Paper Series on Quantitative Applications in the Social Sciences, 07-069, Beverly Hills.
- Edelson D., Pea R., & Gomez L. (1996). "Constructivism in the Collaboratory". In B. G. Wilson (Ed.), *Constructivist learning environments: Case studies in instructional design* (p. 151-164). Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology Publications.
- Ellington H., Percival F. & Race P. (1993). *Handbook of Educational Technology* (3rd edition). London: Kogan Page.
- Ennis R. H. (1985). "A logical basis for measuring critical thinking skills". *Educational Leadership*, 43 (2), 44-48.
- Eraut M. & Makrakis V. (1990). *Information Technology in Education, National Policies for*. The International Encyclopedia of Education: Research and Studies, Suppl. Vol. 2., 303-309. Pergamon Press.

- Feigenbaum E. A. & McCorduck P. (1983). *The fifth generation: Artificial intelligence and Japan's computer challenge to the world*. Reading, Mass.: Addison – Wesley.
- Feuerstein R., Rand Y., Hoffman M. & Miller M. (1980). *Instrumental Enrichment: An Intervention Programme for Cognitive Modifiability*. Baltimore, MD: University Park Press.
- Fisher D. M. (1994). *Teaching System Dynamics to Teachers and Students in 8-12 Environment*. Paper presented at the 1994 International System Dynamics Conference, Scotland.
- Fisher R. (1995). *Teaching Children to Think*. Stanley Thornes.
- Flavell J. (1979). "Metacognition and cognitive monitoring: a new area of cognitive development enquiry". *American Psychologist*, 34, 906–911.
- Flavell J. H. (1963). *The Developmental Psychology of Jean Piaget*. D. Van Nostrand Co.
- Flouris G. (1989). "The Use of an Instructional Design Model for Increasing Computer Effectiveness". *Educational Technology*, vol. 29, n. 1, 14-21.
- Gagné R. M. (1967). "Instruction and the Conditions of Learning". In L. Siegel (Ed.): *Contemporary theories of Instruction*. San Francisco: Chandler.
- Gagné R. M. (1970). *The conditions of Learning*. New York: Holt Rinehart & Winston.
- Gagné R. M. (1975). *Essentials of Learning for Instruction*. Hillsdale: Dryden Press.
- Gagné R. M. (1985). *The conditions of learning*. 4th edition. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Gardner H. & Hatch T. (1989). "Multiple intelligences go to school: Educational implications of the theory of multiple intelligences". *Educational Researcher*, 18 (8), 4–9.
- Gardner H. (1983). *Frames of Mind*. New York: Basic Books.
- Gardner H. (1999). *Intelligence reframed*. New York: Basic Books.
- Garrison D.R., & Shale D. (1987). "Mapping the boundaries of distance education: Problems in defining the field". *The American Journal of Distance Education*, 1(1), 7–13.
- Ghinis D., Korres K. & Bersimis S. (to appear). *The views of the students of Greek Senior High School on the difficulties of the subject of Statistics*.
- Goldstein I. (1980). "Developing a Computational Representation for Problem Solving Skills". In *Problem Solving and Education: Issues in Teaching and Research*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.
- Gordon W. (1961). *Synerctics*. New York: Harper and Row.
- Gray A. (1998). *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica®*. CRC Press.
- Greenacre M. J. (1984). *Theory and Applications of Correspondence Analysis*. Academic Press, London.
- Green J. (1998). "Andragogy: Teaching adults". In B. Hoffman (ed.), *Encyclopedia of Educational Technology*.
- Halpern D. F. (1984). *Thought and knowledge: an introduction to critical thinking*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Halpern D. F. (1994). "A national assessment of critical thinking skills in adults: taking steps toward the goal". In A. Greenwood (Ed.), *The national assessment of college student learning: identification of the skills to be taught, learned and assessed*. Washington, DC: National Center for Education Statistics.
- Halpern D. F. (1997). *Critical thinking across the curriculum: a brief edition of thought and knowledge*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Halpern D. F. (2002). *Thinking critically about critical thinking*. 4th edition (workbook). Lawrence Erlbaum Associates.

- Hammer M. & Champy J. (1993). *Reengineering the Corporation: A manifesto for business Revolution*. Harper Business, New York.
- Hanna J. (1986). "Learning environment criteria". In Ennals R., Gwyn R. & Zdravchev L. (Eds.). *Information technology and education: the changing school*. Chichester (UK): Ellis Horwood.
- Harrow J. (1972). *A taxonomy of the Psychomotor Domain*. London: McKay.
- Hausfather S. J. (1996). "Vygotsky and Schooling: Creating a Social Contest for learning". *Action in Teacher Education*, (18) 1-10.
- Holmberg, B. (2000). "Status and trends in distance education research". *Proceedings of the First Research Workshop*. EDEN: Prague.
- Henderson D. (1998). *Differential Geometry: A Geometric Introduction*. Prentice-Hall Inc.
- Holmberg, B. (1977). *Distance education: A survey and bibliography*. London: Kogan Page.
- Howe J. & Ross P. (1981). *Microcomputers in Secondary Education: Proceedings of the Conference of the British Educational research Association* (2nd edition). Nichols Publishing Company.
- Hunter B. (1983). *My students use computers*. Reston, VA: Reston Publishing.
- Hutchins L. (1996). *Systemic Thinking. Solving Complex Problems*. Colorado: Professional Development Systems.
- Iowa Department of Education (1989). *A guide to developing higher order thinking across the curriculum*. Des Moines, Iowa: Iowa Department of Education.
- Jonassen D. & Henning P. (1999). "Mental models: knowledge in the head and knowledge in the world". *Educational technology*, 39 (3), p. 37- 42.
- Jonassen D. H. & Tessmer M. (1996 / 97). "An outcomes-based taxonomy for instructional systems design, evaluation and research". *Training Research Journal*, 2, 11-46.
- Jonassen D. H. (2000). *Computers as Mindtools for Schools: Engaging Critical Thinking* (2nd Edition). New Jersey: Prentice Hall, Inc.
- Jonassen D. H., Peck K. C. & Wilson B. G. (1999). *Learning with technology: A constructivist perspective*. Upper Saddle River, NJ: Merrill/Prentice Hall.
- Jonassen D. H., Tessmer M. & Hannum W. H. (1999). *Task analysis methods for instructional design*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Joyce Br. & Weil M. (1986). *Models of Teaching* (3rd Edition). Boston: Allyn and Bacon.
- Keegan, D. (1980). "On defining distance education". *Distance Education*, 1 (1),13-36
- Keegan D. (1996). *Foundations of Distance Education* (3rd Edition). New York: Routledge.
- Keegan D. & Rumble G. (1982). "Distance teaching at University Level". In G. Rumble & K. Harry (Eds.). *The distance teaching universities*. Canberra: Croom Helm.
- Kemmis S., Atkin R. & Wright E. (1977). *How do Students Learn? Working papers on CAL*. Norwich: Centre for Applied Research in Education, University of East Anglia.
- Knowles M. (1975). *Self-Directed Learning*. Chicago: Follet.
- Knowles M. (1984a). *Andragogy in Action*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Knowles M. (1984b). *The Adult Learner: A Neglected Species* (3rd Ed.). Houston, TX: Gulf Publishing.
- Kommers P. A. M., Jonassen D. H. & Mayes T. M. (1992). *Cognitive tools for learning*. Heidelberg, Germany: Springer-Verlag.

- Krathwohl D. R., Bloom B. S. & Masia B. B. (1964). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook II: Affective domain*. New York: Longman.
- Kyriazis A. & Bakoyiannis S. (to appear). "Characteristics of Educational Software of Interactive Learning".
- Kyriazis A. & Korres K. (2002a). *Pre-service and in-service teacher of Mathematics' training in teaching with the use of Computers*. Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics at the Undergraduate Level.
- Kyriazis A. & Korres K. (2002b). *Teaching Linear Functions in Junior High School, with the use of Computers*. Proceedings of the 3rd Hellenic Conference with International participation, of the Hellenic Scientific Association of Information & Communication Technologies in Education (ETPE).
- Kyriazis A. & Korres K. (to appear). *A Teaching Approach of Plane and Space Curves with the use of Computers as Cognitive Tools*.
- Lave J. (1988). *Cognition in Practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Lave J., & Wenger E. (1990). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Laveault D. (1986). *The evaluation of adult intelligence: A new constructivism*. Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association, April 1986, San Francisco.
- Learning and Skills Research Center (2004a). *Thinking Skills Framework for post-16 learners: an evaluation. A research report for the Learning and Skills Research Center*.
- Learning and Skills Research Center (2004b). *Post-16 pedagogy and thinking skills: an evaluation*.
- Lebart L., Morineau A. & Tabard N. (1977). *Techniques de la description statistique*. Paris: Dunod.
- Lebart L., Morineau A. & Piron M. (1995). *Statistique exploratoire multidimensionnelle*. Dunod, Paris.
- Lee C. & Zemke R. (1995). "No time to train". *Training*, 32 (11), 29-37.
- Lefrancois G. R. (1999). *Psychology for Teaching*. Belmont, CA: Wadsworth.
- Lepper M. R. & Chabay R. W. (1988). *Socializing the intelligent tutor: Bringing empathy to computer tutors*. In H. Mandl & A. Lesgold (eds.), *Learning Issues for Intelligent Tutoring Systems*. New York: Springer – Verlag.
- Levin J. R., Anglin G. J., & Carney R.R. (1987). "On empirically validating functions of pictures in prose". In D. M. Willows & H. A. Houghton (Eds.), *The psychology of illustration: Vol. I. Basic research* (p. 51-85). New York: Springer-Verlag.
- Lipman M., Sharp M. & Oscanyon F. (1980). *Philosophy in the Classroom (second edition)*. Philadelphia: Temple University Press.
- Litecky L. (1992). "Great teaching, great learning: Classroom climate, innovative methods, and critical thinking". In C. A. Barnes (Ed.), *Critical thinking: Educational imperative*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Luehrman A. (1982). "Computer literacy: What it is; why it is important". *Electronic Learning*, p. 20-22, May-June 1982.
- MacBeath J. (1997). "Unlock the secrets of the thinking brain". *Times Educational Supplement*. 20 June, p. 22.
- Makrakis V. (1988). *Computers in school education. the cases of Sweden and Greece*. Stockholm. University of Stockholm. Institute of International Education.

- Makrakis V. (1991). "Computer-Resource Teachers: A Study and a Derived Strategy for Their Use in In-Service Training". *Computers and Education*, vol. 16, n. 1, 43-49.
- Mandinach E. & Cline H. (1994). *Classroom Dynamics: Implementing a Technology-Based Learning Environment*. Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey.
- Mandl H. & Lesgold A. (eds.) (1988). *Learning Issues for Intelligent Tutoring Systems*. New York: Springer – Verlag.
- Manfredo P. DoCarmo (1976). *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice-Hall Inc.
- Markowitz, H., Jr. (1983). "Independent study by correspondence in American universities". *Distance Education*, 4 (2), 149–170.
- Martin B. L. & Briggs L. J. (1986). *The affective and cognitive domain: Integration for instruction and research*. Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology Publications.
- Martin B. L. & Reigeluth C. M. (1999). "Affective Education and the Affective Domain: Implications for Instructional-Design Theories and Models". In C. M. Reigeluth (Ed.), *Instructional Design Theories and models, Volume II: A new paradigm of instructional theory* (p. 485–509). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- McGuinness C. (1999). *From Thinking Skills to Thinking Classrooms: A review and evaluation of approaches for developing pupils' thinking*. Nottingham: DfEE Publications.
- McGuinness C., Curry C., Greer B., Daly P. & Salters M. (1996). *Final report on ACTS project: phase 1*. Northern Ireland Council for Curriculum, Examination and Assessment.
- McGuinness C., Curry C., Greer B., Daly P. & Salters M. (1997). *Final Report on ACTS project: phase 2*. Northern Ireland Council for Curriculum, Examination and Assessment.
- McMahon H. & O' Neill W. (1993). "Computer-mediated zones of engagement in learning". In Duffy T. M., Lowyck J. & Jonassen D. (Eds.), *Designing Environments for Constructive Learning* (p. 37–57). Springer-Verlag.
- McNeil D. R. (1993). "The rise and fall of a consortium. The story of the University of Mid-America". In L. Moran & I. Mugridge (Eds.), *Collaboration in distance education* (pp. 123-131). London: Routledge.
- Merill D. M. (1983). "Component Display Theory". In C. M. Reigeluth (Ed.), *Instructional Design Theories and models, Volume I: An overview of their current status* (p. 279–333). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Merill P. F. , Tolman M. N., Christensen L., Hammons K., Vincent B. R. & Reynolds P. L. (1986). *Computers and Education*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Merrill D. C., Reiser B. J., Beekelaar B., & Hamid A. (1992). "Making processes visible: Scaffolding learning with reasoning-congruent representations". In C. Frasson, G. Gauthier, & G. I. McCalla (Eds.), *Intelligent tutoring systems: Second International Conference, ITS-92* (p. 103-110). Berlin, Germany: Springer-Verlag.
- Minoli D. (1996). *Distance Learning Technologies and Applications*. Norwood, MA: Artech House, Inc.
- Montessori M. (1912). *The Montessori method*. F. Stokes and Co.
- Moore, M. G. (1973). "Toward a Theory of Independent Learning and Teaching". *Journal of Higher Education* 44, 666–679.
- Moore M. (1977). *On a theory of independent study*. Hagen: Zentrales Institut fur Fernstudienforschung, Fernuniversitat.
- Moore M. G. (Ed.). (1990). *Contemporary issues in American distance education*. Elmsford, NY: Pergamon Press.

- Neil M. (Ed.) (1981). *Education of adults at a distance*. London: Kogan Page / The Open University.
- Niess M. (1992). "Winds of Change". *The Computing Teacher*, 19(6), 32-35.
- Nisbet J. (1990). *Teaching thinking: An introduction to the research literature*. Edinburgh: SCRE.
- Norman D. A. (1993). *Things that make us smart: Defending human attributes in the age of the machine*. Reading, MA: Addison-Wesley.
- Norman D. A., & Draper S. W. (Eds.) (1986). *User centered system design: New perspectives on human-computer interaction*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Norris S. P. (1989). "Can We Test Validity for Critical Thinking?". *Educational Researcher*, 18 (9), 21-26.
- Nunan T. (1993). "Distance education: What is it and can it have an educational future?" In D. Keegan (Ed.), *Theoretical Principles of Distance Education* (p. 189–210). London: Routledge.
- O' Shea T. & Self J. A. (1983). *Learning and Teaching with Computers*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- O' Shea T. (1982). "A self – improving quadratic tutor". In D. Sleeman & J. S. Brown (eds.): *Intelligent Tutoring Systems*. New York: Academic Press.
- OECD (2001). *E-Learning: The Partnership Challenge*. Paris: OECD.
- OECD (2003a). *ICT and Economic Growth: Evidence from OECD Countries, Industries and Firms*. Paris: OECD.
- OECD (2003b). *Education at a Glance: OECD Indicators*. Paris: OECD.
- Oprea J. (1997). *Differential Geometry and its Applications*. Prentice-Hall Inc.
- Osborne D. & Gaebler T. (1992). *Reinventing Government*. Reading, MA: Addison-Wesley Publishing Company.
- Papert S. (1990). "Introduction by Seymour Papert". In I. Harel (Ed.), *Constructionist Learning*. Boston: MIT Laboratory.
- Papert S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas*. New York: Basic Books.
- Papert S. (1993). *The Children' s Machine. Rethinking School in the Age of Computer*. New York: Harvester Wheatsheaf.
- Parkhurst H. (1922). *Education on the Dalton-plan*. New York.
- Paul R. (1992). "Critical thinking: What, why, and how". In C. A. Barnes (Ed.), *Critical thinking: Educational imperative*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Pavlov I. (1927). *Conditioned Reflexes. An Investigation of the Psychological Activity of the Cerebral cortex* (Translated and edited by G. W. Anper). New York: Dover Publications.
- Pea R. D. (1985). "Beyond amplification: using the computer to reorganize mental functioning". *Educational Psychologist*, 20 (4).
- Peers (1996). *Statistical Analysis for Education & Psychology Researchers*. London: Falmer Press.
- Perkins D. N. (1986). *Knowledge as design*. NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Perkins D. N. (1993). "Person-plus: A distributed view of thinking and learning". In G. Salomon (Ed.), *Distributed Cognitions: Psychological and Educational Considerations*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Peters O. (1973). *Die Didaktische Struktur der Fernunterrichts*. Weinheim and Bassell: Beltz.
- Piaget J. (1950). *The Psychology of Intelligence*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Piaget J. (1952). *The Child' Conception of Number*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Piaget J. (1970). *Science of Education and the Psychology of the Child*. New York: Orion Press.
- Piaget J. (1973). *To Understand is to Invent: The Future of Education*. New York: Grossman.

- Piaget J. (1974). *The Language and the Thought of the Child*. New York: New American Library.
- Piaget J., Inhelder B. & Szeminska A. (1960). *The Child's Conception of Geometry*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Pintrich P. R. (2000). "The role of goal orientation in self-regulated learning". In M. Boekaerts, P. R. Pintrich & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation*. London: Academic Press.
- Pogrow S. (1996). "Reforming the wannabe reformers". *Phi Delta Kappan*, 77, pp. 656-663.
- Polya G. (1973). *How to Solve it*. Princeton: Princeton University Press.
- Porter L. R. (1997). *Creating the Virtual Classroom: Distance Learning with the Internet*. John Wiley & Sons.
- Portway P. S. & Lane C. (1994). *Guide to teleconferencing and distance learning*. Livermore, CA: Applied Business Tele-Communication.
- Porzio D. T. (1995). *Effects of differing technological approaches on students' use of numerical, graphical and symbolic representations and their understanding of calculus*. Paper presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Columbus, OH (October 21-24, 1995) (ERIC Document Reproduction Service No. ED 391 665).
- Pulaski M. (1980). *Understanding Piaget*. New York: Harper and Row.
- Reid E. (1995). "Virtual worlds: Culture and imagination". In S. G. Jones (Ed.), *CyberSociety: Computer-mediated communication and community* (p. 164-183). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Reigeluth C. (1994). "Introduction: The imperative for systemic change". In C. Reigeluth & R. Garfinkle (Eds.), *Systemic change in education* (pp. 3-11). Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology Publications.
- Reigeluth C. M. & Moore J. (1999). "Cognitive Education and the Cognitive Domain". In C. M. Reigeluth (Ed.), *Instructional Design Theories and models, Volume II: A new paradigm of instructional theory* (p. 51-68). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Reigeluth C. M. (1999a). *Instructional Design Theories and models, Volume II: A new paradigm of instructional theory*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Reigeluth C. M. (1999b). "What is Instructional Design Theory and How Is It Changing?". In C. M. Reigeluth (Ed.), *Instructional Design Theories and models, Volume II: A new paradigm of instructional theory* (p. 5-29). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Resnick L. & Klopfer L. (Eds.) (1989). *Toward the thinking curriculum: current cognitive research*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Roddick C. S. (1995). *How students use their knowledge of calculus in an engineering mechanics course*. Paper presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Columbus, OH (October 21-24, 1995) (ERIC Document Reproduction Service No. ED 389 546).
- Rogers C. R. (1969). *Freedom to Learn*. Columbus, OH: Merrill.
- Romiszowski A. (1999). "The Development of Physical Skills: Instruction in the Psychomotor Domain". In C. M. Reigeluth (Ed.), *Instructional Design Theories and models, Volume II: A new paradigm of instructional theory* (p. 457-481). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Rudnicki R. (1990). "Using spreadsheets in population geography classes". *Journal of Geography*, 89(3), 118-122.

- Rumble G. (1997). *The Costs and Economics of Open and Distance Learning*. London: Kogan Page.
- Russell B. & Whitehead A. (1910). *Principia Mathematica* (Vol. I). Cambridge University Press.
- Saettler P. (1990). *The evolution of american educational technology*. Englewood, CO: Libraries Unlimited, Inc.
- Salomon G. & Globerson T. (1987). "Skill may not be enough: The role of mindfulness in learning and transfer". *International journal of Educational Research*, 11 (6), 623–637.
- Salomon G. (1988). "AI in reverse: Computer tools that turn cognitive". *Journal of Educational Computing Research*, 4 (2), 167–182.
- Salomon G. (1993). "On the nature of pedagogic computer tools. The case of the writing partner". In S. J. Derry & S. P. Lajoie (1993), *Computers as Cognitive Tools*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Salomon G., Perkins D. N. & Globerson T. (1991). "Partners in cognition: Extending human intelligence with intelligent technologies". *Educational Researcher*, 20 (3), 2–9.
- Schoenfeld A. (1985). *Mathematical problem solving*. London: Academic Press.
- Schoenfeld A. (1992). "Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and making sense in mathematics". In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 334–370. New York: Macmillan.
- Schön D. (1983). *Educating the reflective practioners: Toward a new design for teaching and learning in the professions*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Schuyten G. (1987). "The Primary Curriculum and New Technology--Ways and Means". *Education and Computing*, Vol. 3 n. 3-4, 125 – 131.
- Schwartz J. (1987). "The Geometric Supposer: Using microcomputers to restore invention to the learning of mathematics". In D. Perkins, J. Lockhead & J. Bishop (Eds.), *Thinking: The Second International Conference* (p. 525–536). Hillsdale NJ, Erlbaum Associates.
- Self J. A. (1988). *Artificial Intelligence and Human Learning: Intelligent Computer Aided Instruction*. Chapman & Hall.
- Sharan S. & Sharan Y. (1976). *Small-Group Teaching*. New Jersey: Englewood Cliffs: Educational Technology Publications.
- Sharan S. (1980). "Cooperative Learning in Small Groups: Recent Methods and Effects on Achievement, Attitudes, and Ethnic Relations". *Review of Educational Research*, 50.
- Sheath H. C. (1965). *External studies – the first ten years*. Armidale: University of New England.
- Simon H. (1969). *Sciences of the Artificial*. MIT Press, Cambridge, MA.
- Simons P. R. J. (1993). "Constructive learning: the role of the learner". In: Th. M. Duffy, J. Lowyck & D. H. Jonassen (Eds.). *Designing Environments for constructive learning*. Heidelberg, Germany: Springer Verlag.
- Sinclair H. (1987). *Constructivism and the psychology of mathematics*. Proceedings of the Eleventh Annual Psychology of Mathematics Education Conference.
- Skinner B. F. (1953). *Science and Human Behavior*. New York: McMillan.
- Skinner B. F. (1954). *The Science of Learning and the Art of Teaching*. New York.
- Skinner B. F. (1957). *Verbal Behavior*. New York: Appleton – Century – Crofts.
- Skinner B. F. (1958). "Teaching Machines". *Science*, 128, 969 – 977.
- Skinner B. F. (1962). "Reinforcement Today". In *The Causes of Behavior: Readings in Child Development and Educational Psychology*. Boston: Allyn and Bacon.

- Skinner B. F. (1968). *The Technology of Teaching*. New York: Appleton – Century – Crofts.
- Sleeman D. & Brown J. S. (eds.) (1982). *Intelligent Tutoring Systems*. New York: Academic Press.
- Snir J. (1989). "Making waves: A Simulation and Modeling Computer–Tool for Studying Wave Phenomena". *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 8 (4), 48–53.
- Sokal R. R. & Sneath P. H. A. (1963). *Principles of Numerical Taxonomy*. W. H. Freeman, San Francisco.
- Soloway E., Krajcik J., & Finkel E. (1995). *The Investigator's Workshop Project: Supporting Science Modeling and Inquiry via Computational Media & Technology*. Paper presented at the annual meeting of the National Association for Research on Science Teaching.
- Sowder J. (Ed.) (1989): *Setting a Research Agenda*. Reston, VA: N.C.T.M.
- Squires, D. & McDougall, A. (1994). *Choosing and Using Educational Software: A Teachers' Guide*. Falmer Press.
- Steed M. (1992). "Stella, a simulation construction kit: Cognitive process and educational implications". *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 11 (1), 39–52.
- Steffe L., Cobb P. & Von Glasersfeld E. (1988). *Construction of arithmetical meaning and strategies*. New York: Springer–Verlag.
- Suchman J. R. (1960). "Inquiry Training in the Elementary School". *Science Teacher*, 27, 42–47.
- Suchman J. R. (1962). *The Elementary School Training Program in Scientific Inquiry*. University of Illinois. Urbana.
- Suchman L. (1988). *Plans and Situated Actions: The Problem of Human/Machine Communication*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Sumner J. (2000). "Serving the system: a critical history of distance education". *Open Learning*, 15(3), 267–285.
- Sundheim B. R. (1992). "Modelling a thermostated water bath with a spreadsheet (CS)" *Journal of Chemical Education*, 69(8), 650–654.
- Suppes P. (1966). "The uses of Computers in Education". *Scientific American*, 215, 207 – 220.
- Swartz R. & Parks S. (1994). *Infusing the teaching of critical and creative thinking into content instruction: a lesson design handbook for the elementary grades*. California: Critical Thinking Press & Software.
- Taba H. (1966). *Teaching Strategies and Cognitive Functioning in Elementary School Children*. Cooperative Research Project 2404. San Francisco State College. San Francisco.
- Taba H. (1967). *Teacher's Handbook for Elementary Social Studies*. Reading, Mass.: Addison-Wesley.
- Teodoro V. D. (2001). *Modellus: Διαλογική κατασκευή μοντέλων με τη χρήση μαθηματικών*. Εγχειρίδιο χρήσης, Έκδοση 2.5. Σχολή Θετικών Επιστημών και Τεχνολογίας, Νέο Πανεπιστήμιο Λισαβόνας.
- Thelen H. (1954). *Dynamics of Groups at Work*. Chicago: University of Chicago Press.
- Thelen H. (1967). *Classroom Grouping for Teachability*. New York: Wiley and sons.
- Thompson A. D. & Wang H. M. (1988). "The effects of a logo microworld on student ability to transfer a concept". *Journal of Educational Computing Research* 4(3), 111–134.
- Thompson B. (1985). «Experience, problem solving and learning mathematics: Considerations in developing mathematics curricula». In Silver E.A. (ed.): *Teaching and Learning mathematical problem solving: Multiple research Perspectives*. Hillsdale N. J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Thorndike Ed. (1905). *The Elements of Psychology*. A. G. Heiler.
- Thorndike Ed. (1913). *Educational Psychology*. Columbia University, Teachers College. New York.

- Thorndike Ed. (1921). *Educational Psychology, Vol. II: The Psychology of Learning*. Columbia University, Teachers College. New York.
- Thorndike Ed. (1922). *The Psychology of Arithmetic*. New York: The McMillan Co.
- Thorndike Ed. (1931). *Human Learning*. New York: Appleton-Century.
- Torrence Br. & Torrence E. (1999): *The Students Introduction to Mathematica®*. Cambridge University Press.
- Voogt J. (1990). "Courseware Evaluation by Teachers: An implementation Perspective". *Computers and Education, vol. 14, n. 4*, 299–307.
- Vygotsky L. S. (1962). *Thought and Language*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Vygotsky L. S. (1978). *Mind in Society*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Walters K. S. (1990). "Critical Thinking, Rationality, and the Vulcanization of Students". *The Journal of Higher Education, 61 (4)*, 448–467.
- Wang S. & Jonassen D. H. (1993). *Using computer-based concept mapping to foster critical thinking*. Paper presented at the meeting of American Educational Research Association, April 1993, Atlanta, GA.
- Washburn C. W. & Marland S. P. (1963). *The History and Significance of an Educational Experiment*. New Jersey: Prentice Hall.
- Washburn C. W. (1926). "Winnetka, an educational laboratory". *The New Era*.
- Watson J. (1924). *Psychology from the standpoint of a Behaviorist*. Philadelphia and London: J. B. Lippincott Company.
- Weiner B. (1986). *An attribution theory of motivation and emotion*. New York: Springer-Verlag.
- Wertsch J. V. (1986). *Culture, communication and cognition. Vygotskian perspectives*. Cambridge University Press.
- White B. (1988). "Thinker Tools: Causal Models, Conceptual Change, and Science Education. *Cognition and Instruction, 10 (1)*, 1–100.
- Wiggins G. (1993). "Assessment: Authenticity, Context, and Validity". *Phi Delta Kappan, 75 (3)*, 200–214.
- Wilson V. (2000). "Can Thinking Skills Be Taught? A paper for discussion". Scottish Council for Research in Education, *Education Forum on Thinking Skills*, May 2000. Scottish Executive Education Department.
- Winn W. (1997). "Advantages of a theory-based curriculum in instructional technology". *Educational Technology, 37 (1)*, 34-41.
- Wittrock M. (1985). *Heuristic Teaching Models*. In International Encyclopedia of Education, Vol. 4. Oxford: Pergamon Press.
- Wolfram St. (1996): *The Mathematica Book (3rd Edition)*. Cambridge University Press.
- Zemke R. & Zemke S. (1984). "30 Things We Know for Sure About Adult Learning". *Innovation Abstracts, 6 (8)*.

ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Βερτσέτης Αθ. (1997). *Διδακτική (τ. Α')*. Πανεπιστημιακές Σημειώσεις. Πανεπιστήμιο Αθηνών. Αθήνα.
- Γκίνης Δ. (2002). *Η διδασκαλία της Στατιστικής με κατευθυνόμενες εργασίες*. Διδακτορική διατριβή. Πανεπιστήμιο Πειραιώς. Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης.
- Γκίνης Δ. & Κορρές Κ. (2004). Τα ποιοτικά και ποσοτικά χαρακτηριστικά του τρόπου εισαγωγής στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση παράγοντας σύνδεσης – αποσύνδεσης Δευτεροβάθμιας και Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης. Πρακτικά 21^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου με διεθνή συμμετοχή της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, με τίτλο «Το

- Αναλυτικό Πρόγραμμα και η Διδακτική Προσέγγιση των Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια και στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση». Τρίκαλα, 19–21 Νοεμβρίου 2004.
- Γκίνης Δημήτριος & Κορρές Κωνσταντίνος (2005). *Απόψεις των μαθητών της Γ' Λυκείου για τις δυσκολίες στο μάθημα της Στατιστικής*. Πρακτικά 22^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας με διεθνή συμμετοχή της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, Λαμία, 18–20 Νοεμβρίου 2005.
- Δαμιανού Χ. & Κούτρας Μ. (1993). *Εισαγωγή στη Στατιστική (τ. Ι)*. Αθήνα: Εκδόσεις Αίθρα.
- Δαμιανού Χ. & Κούτρας Μ. (1996). *Εισαγωγή στη Στατιστική (τ. ΙΙ)*. Αθήνα: Εκδόσεις Συμμετρία.
- Εξαρχάκος Θ. (1993). *Διδακτική των Μαθηματικών (Έκδοση Γ')*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Κανάκης Ι. Ν. (1989). *Διδασκαλία και μάθηση με σύγχρονα μέσα επικοινωνίας*. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρη.
- Κασσωτάκης Μ. & Φλουρής Γ. (1981). *Μάθηση και Διδασκαλία (τ. Α')*. Πανεπιστημιακές Σημειώσεις. Πανεπιστήμιο Αθηνών.
- Κορδάκη Μ. (2001). *Θέματα διδακτικής της γεωμετρίας στο περιβάλλον του εκπαιδευτικού λογισμικού Gabri-Geometry II*. Αθήνα: Εκδόσεις Καστανιώτη.
- Κορρές Κ. & Τσάμη Ε. (2004). *Εκπαίδευση και Οικονομική Ανάπτυξη: Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας*. Πρακτικά Πανελληνίου Επιστημονικού Συνεδρίου του Ομίλου Πολιτών ΦΘΙΩΤΙΔΑ 21^{ος} ΑΙΩΝΑΣ και της Συνεταιριστικής Τράπεζας Λαμίας, με τίτλο «Εκπαίδευση και Ανάπτυξη: Η περίπτωση της περιφέρειας Στερεάς Ελλάδας». Λαμία, 9–11 Ιανουαρίου 2004.
- Κορρές Κωνσταντίνος (1995). «Jean Piaget: Η έννοια του αριθμού» (Μετάφραση). Στο Βοσνιάδου Στ. (εκδ.), *Η Ψυχολογία των Μαθηματικών*. Αθήνα, Εκδόσεις Gutenberg.
- Κορρές Κ. (2000). *Μία Διδακτική προσέγγιση της Θεωρίας Καμπύλων του Επιπέδου με τη βοήθεια του Η/Υ*. Διπλωματική Εργασία. Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Μαθηματικών, Τομέας Διδακτικής.
- Κορρές Κ. (2003). *Η χρήση του Η/Υ ως γνωστικού εργαλείου στη διδασκαλία των μαθηματικών*. Πρακτικά του 20^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, με τίτλο «Η διαδρομή του παιδιού από την προσχολική ηλικία μέχρι την ενηλικίωση». Βέροια, 7 – 9 Νοεμβρίου 2003.
- Κορρές Κ. (2006). *Σχεδιασμός δραστηριοτήτων για τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών με τη χρήση υπερμέσων*. Πρακτικά του 23^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας με διεθνή συμμετοχή της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, με τίτλο «Τα μαθηματικά ως πολιτισμός στο σύγχρονο κόσμο, προεκτάσεις στην κριτική σκέψη, στην επιχειρηματολογία και στην αισθητική». Πάτρα, 24 – 26 Νοεμβρίου 2006.
- Κορρές Κ. (υπό κρίση). *Διδασκαλία των Καμπύλων του Επιπέδου και του Χώρου, σε προπτυχιακά και μεταπτυχιακά μαθήματα, με τη χρήση του υπολογιστή ως νοητικού εργαλείου*.
- Κορρές Κ. & Καραστάθης Π. (2007). *Διδασκαλία μαθηματικών εννοιών με τη βοήθεια υπερμέσων: Στατιστική μελέτη γνώσεων – διαθέσεων μαθητών*. Πρακτικά του 1^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου του Συλλόγου Μεταπτυχιακών Καθηγητών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, με τίτλο «Για μία Σύγχρονη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση». Αθήνα, 20 – 21 Απριλίου 2007.
- Κορρές Κ. & Σεφερλής Σ. (2005). *Διδασκαλία μαθηματικών εννοιών με τη χρήση εργαλείων μοντελοποίησης συστημάτων*. Πρακτικά του 22^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας με διεθνή συμμετοχή της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, με τίτλο «Οι σύγχρονες εφαρμογές των Μαθηματικών και η αξιοποίηση τους στην εκπαίδευση». Λαμία, 18 – 20 Νοεμβρίου 2005.

- Κορρές Κ. & Τσάμη Ε. (2006α). *Η κριτική σκέψη στη διδασκαλία της Στατιστικής*. Πρακτικά 1^{ου} Εκπαιδευτικού Συνεδρίου της ΠΕ.ΔΙ.ΕΚ Ηπείρου, με τίτλο «Το Ελληνικό Σχολείο και οι προκλήσεις της σύγχρονης κοινωνίας». Ιωάννινα, 12–14 Μαΐου 2006.
- Κορρές Κ. & Τσάμη Ε. (2006β). *Ανάπτυξη δεξιοτήτων κριτικής σκέψης και διδασκαλία στοιχειωδών εννοιών της Στατιστικής*. Πρακτικά 23^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας με διεθνή συμμετοχή της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρίας. Πάτρα, 24–26 Νοεμβρίου 2006.
- Κυριαζής Α. & Κορρές Κ. (2001α). *Διδασκαλία των Καμπύλων του επιπέδου για τη Β' Λυκείου με τη χρήση Η/Υ*. Πρακτικά 18^{ου} Συνεδρίου της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας με τίτλο «Μαθηματικός Αλφαριθμητισμός: Ο ρόλος του σχολείου στην Κοινωνία της Πληροφορίας και των Νέων Τεχνολογιών». Ρόδος, 23–25 Νοεμβρίου 2001.
- Κυριαζής Α. & Κορρές Κ. (2001β). *Θέματα Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης: Μελέτη θεμάτων με τη βοήθεια του Mathematica®*. Σημειώσεις επιμόρφωσης στα πλαίσια του «Επιμόρφωτικού προγράμματος ετήσιας διάρκειας, για τους εκπαιδευτικούς Μαθηματικούς», για το μάθημα «Νέες Τεχνολογίες στην Εκπαίδευση», με διδάσκοντα τον κ. Α. Κυριαζή, Καθηγητή. Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αθηνών.
- Κυριαζής Α. & Μπακογιάννης Σ. (1995). *Οι νέες τεχνολογίες στην Εκπαίδευση*. Πανεπιστημιακές Σημειώσεις. Πανεπιστήμιο Αθηνών, Αθήνα 1995.
- Κυριαζής Α. & Μπακογιάννης Σ. (2003). *Χρήση των Νέων Τεχνολογιών στην Εκπαίδευση: Συνύπαρξη διδακτικής πράξης και Τεχνολογίας*. Αθήνα, 2003.
- Κυριαζής Α. (2004). *Στοιχεία Απειροστικού Λογισμού: Συνάρτησεις μιας μεταβλητής*. Αθήνα: Interbooks.
- Μαυρομάτης Γ. (1999). *Στατιστικά μοντέλα και μέθοδοι ανάλυσης δεδομένων*. Θεσσαλονίκη: University Studio Press.
- Μπακογιάννης Σ. (1997). *Η χρήση των Νέων Τεχνολογιών ως μέσου στην εκπαιδευτική διαδικασία: Χαρακτηριστικά εκπαιδευτικού λογισμικού αλληλεπιδραστικής μάθησης*. Διπλωματική Εργασία. Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Μαθηματικών, Τομέας Διδακτικής.
- Μπακογιάννης Σ. (2001). *Ανάπτυξη πληροφοριακού συστήματος για την αξιολόγηση εκπαιδευτικού λογισμικού*. Διδακτορική Διατριβή. Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Πληροφορικής.
- Μπεχράκης Θ. (1999). *Πολυδιάστατη Ανάλυση Δεδομένων: Μέθοδοι και Εφαρμογές*. Αθήνα: Εκδόσεις Λιβάνη.
- Παρασκευόπουλος Ι. Ν. (1993α). *Μεθοδολογία Επιστημονικής Έρευνας* (τ. Α'). Πανεπιστημιακές Σημειώσεις. Πανεπιστήμιο Αθηνών.
- Παρασκευόπουλος Ι. Ν. (1993β). *Μεθοδολογία Επιστημονικής Έρευνας* (τ. Β'). Πανεπιστημιακές Σημειώσεις. Πανεπιστήμιο Αθηνών.
- Παρασκευόπουλος Ι. Ν. (1990). *Στατιστική: Περιγραφική Στατιστική* (τ. Α'). Πανεπιστημιακές Σημειώσεις. Πανεπιστήμιο Αθηνών.
- Παρασκευόπουλος Ι. Ν. (1993γ). *Στατιστική: Επαγωγική Στατιστική* (τ. Β'). Πανεπιστημιακές Σημειώσεις. Πανεπιστήμιο Αθηνών.
- Ράπτης Αρ. & Ράπτη Αθ. (1996). *Η Πληροφορική στην Εκπαίδευση: Παιδαγωγική Προσέγγιση*. Αθήνα: Εκδόσεις Συμείων.
- Σιάρδος Γ. (1999). *Μέθοδοι Πολυμεταβλητής Στατιστικής Ανάλυσης*. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Ζήτη.
- Strang G. (1996). *Γραμμική Άλγεβρα και Εφαρμογές* (2^η εκδ.). Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

- Thomas G. B. & Finney R. L. (1995). *Απειροστικός Λογισμός (τ. Β')*: *Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών, Διανυσματικές Συναρτήσεις και Σειρές (2^η εκδ.)*. Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
- Τουμάσης Μπ. (1994). *Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.
- Τσάντας Ν., Μωυσιάδης Χ., Μπαγιάτης Ντ. & Χατζηπαντελής Θ. (1999). *Ανάλυση δεδομένων με τη βοήθεια στατιστικών πακέτων*. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Ζήτη.
- Φλουρής Γ. (1980). *Θεμελιώδεις Αρχές της μάθησης και της διδασκαλίας*. Θεσσαλονίκη.
- Χρυσάκης Θ. (1992). *Γραμμική Άλγεβρα και Αναλυτική Γεωμετρία*. Αθήνα.

РАСЧЕТНО ТЕРА

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α. Ερωτηματολόγια γνώσεων – δεξιοτήτων (tests) που δόθηκαν στους φοιτητές

Α.1. Ερωτηματολόγια γνώσεων – δεξιοτήτων που δόθηκαν στους φοιτητές πριν την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας (προ – τεστ) (pre – tests)

Α.1.1. Προ – τεστ που δόθηκε στο μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ

ΘΕΜΑ 1:

Να υπολογίσεις τα παρακάτω ολοκληρώματα:

α) $\int \frac{1}{e^x} dx$, β) $\int \ln x dx$, γ) $\int \cos(2x + 1) dx$, δ) $\int (\frac{x^2}{2} + 5x^3) dx$.

ΘΕΜΑ 2:

Ποια η γεωμετρική ερμηνεία του θεωρήματος μέσης τιμής του ολοκληρωτικού λογισμού:

$\int_a^b f(x) dx = f(\xi)(b - a)$, όπου f συνεχής στο $[a, b]$ με $f(x) > 0$ και $\xi \in (a, b)$.

ΘΕΜΑ 3:

Να υπολογιστούν οι μερικές παράγωγοι $\frac{\partial f}{\partial x} = f_x$ και $\frac{\partial f}{\partial y} = f_y$ της συνάρτησης:

$f(x, y) = x^3 y + 3e^x y^2$

ΘΕΜΑ 4:

Να υπολογιστούν η παράγωγος $\frac{df}{dt}$ της συνάρτησης:

$f(x, y) = x^2 y - x y$,

όπου $x = 3t^2 + 1$, $y = 2 - 3t$

ΘΕΜΑ 5:

Έστω μία επιφάνεια $z = f(x, y)$. Ποια είναι η γεωμετρική ερμηνεία της μερικής παραγώγου $\frac{\partial f}{\partial x} = f_x$ στο σημείο $A(a, b)$.

A.1.2. Προ – τεστ που δόθηκε στο μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

ΘΕΜΑ 1:

Δίνονται τα διανύσματα του \mathbb{R}^2 : $\vec{a} = (2, 4)$ και $\vec{\beta} = (3, -2)$.

α) Να απεικονίσεις στο επίπεδο τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ και το διάνυσμα $\vec{a} + \vec{\beta}$.

β) Να απεικονίσεις στο επίπεδο τα διανύσματα $-\vec{a}$ και $-2\vec{\beta}$ και το διάνυσμα $-\vec{a} - 2\vec{\beta}$.

γ) Να υπολογίσεις τα μέτρα των διανυσμάτων: $\|\vec{a}\|$, $\|\vec{\beta}\|$, $\|-2\vec{\beta}\|$, $\|\vec{a} + \vec{\beta}\|$.

ΘΕΜΑ 2:

Να υπολογίσεις την ορίζουσα:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 8 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

ΘΕΜΑ 3:

Τι παριστάνει γεωμετρικά το σύνολο: $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 2x - 3y = 1\}$;

ΘΕΜΑ 4:

Τα παρακάτω διανύσματα είναι γραμμικά ανεξάρτητα;

α) $(2, -3), (-4, 6)$

β) $(2, 1), (-3, 1)$

ΘΕΜΑ 5:

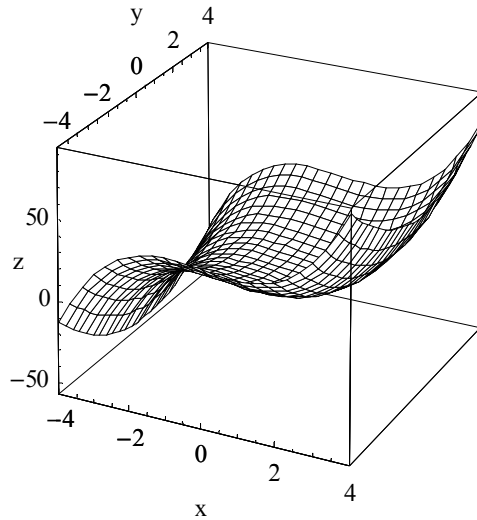
Τι σημαίνει γεωμετρικά ότι δύο διανύσματα του επιπέδου (\mathbb{R}^2) ή του χώρου (\mathbb{R}^3) είναι γραμμικά εξαρτημένα;

A.2. Ερωτηματολόγια γνώσεων – δεξιοτήτων που δόθηκαν στους φοιτητές μετά την εφαρμογή του πειραματικού προγράμματος διδασκαλίας (μετά – τεστ) (post – tests)

A.2.1. Μετά – τεστ που δόθηκε στο μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ

ΘΕΜΑ 1:

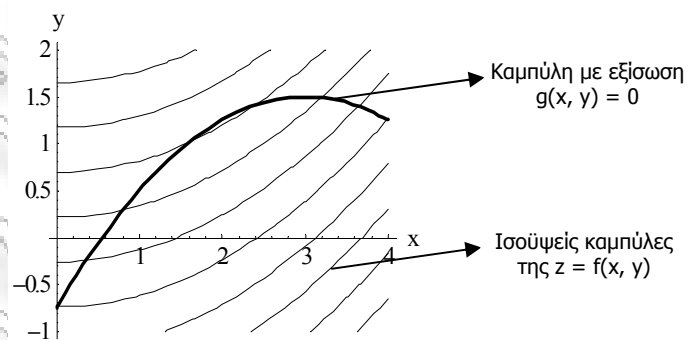
Στο διπλανό σχήμα εμφανίζεται η γραφική παράσταση της επιφάνειας $z = f(x, y)$. Να προσδιορίσετε τα σημεία στα οποία η επιφάνεια $z = f(x, y)$ έχει ακρότατα ή σαγματικά σημεία και να βρείτε ποια είναι αυτά.



ΘΕΜΑ 2:

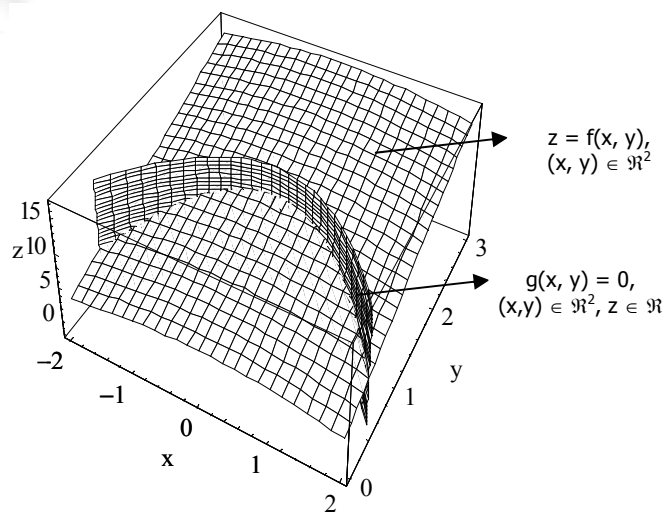
α) Στο διπλανό σχήμα εμφανίζονται οι ισοϋψείς μιας επιφάνειας $z=f(x,y)$ και μία καμπύλη με εξίσωση $g(x,y)=0$ στο επίπεδο xy .

Να προσδιορίσετε τα σημεία στα οποία η επιφάνεια $z = f(x, y)$ έχει ακρότατο με τον περιορισμό $g(x, y) = 0$.



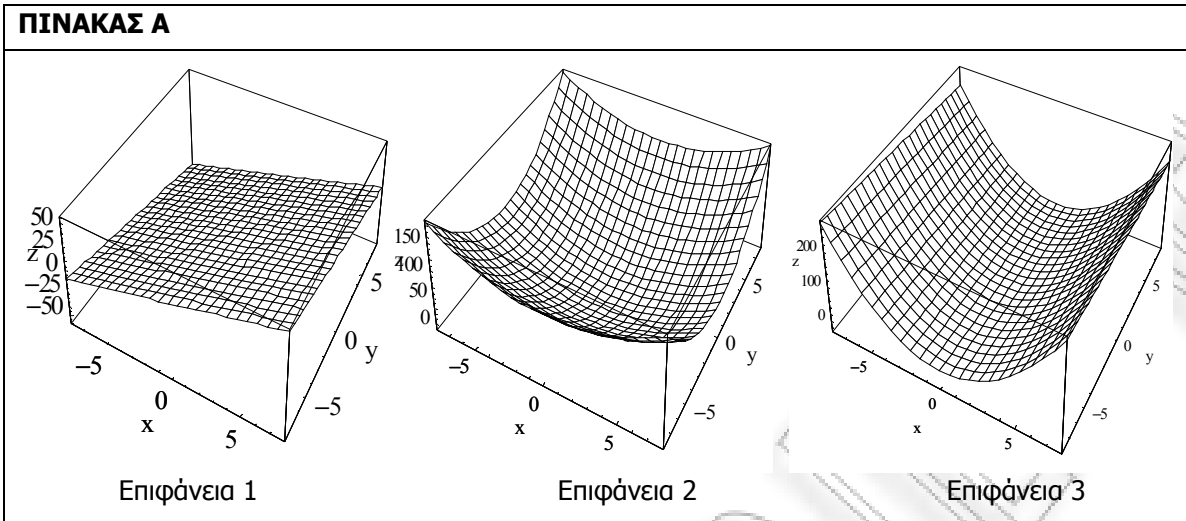
β) Στο διπλανό σχήμα εμφανίζονται οι γραφικές παραστάσεις της επιφάνειας $z=f(x,y)$ και της $g(x,y)=0$.

Να προσδιορίσετε τα σημεία στα οποία η επιφάνεια $z = f(x, y)$ έχει ακρότατο, με τον περιορισμό $g(x, y) = 0$.



ΘΕΜΑ 3:

Να αντιστοιχίσετε τις επιφάνειες που εμφανίζονται στον πίνακα Α με τις εξισώσεις του πίνακα Β που θεωρείτε πιθανότερο να αντιστοιχούν στις επιφάνειες:



ΠΙΝΑΚΑΣ Β	
Εξισώσεις	Επιφάνεια που αντιστοιχεί
$f(x, y) = 4x^2 - 3y - 2$	
$f(x, y) = 4x - 3y - 2$	
$f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 6$	
$f(x, y) = 4x^3 - 3y^2 - 2$	
$f(x, y) = 4xy$	

ΘΕΜΑ 4:

Έστω η επιφάνεια $f(x, y) = x^2y - 2x + 5y + 3$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

α) Να υπολογίσετε τις μερικές παραγώγους $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ και $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ στο σημείο $A(1, 2)$.

β) Ποια είναι η γεωμετρική ερμηνεία της μερικής παραγώγου $\frac{\partial f}{\partial x}$ στο σημείο $A(1, 2)$;

ΘΕΜΑ 5:

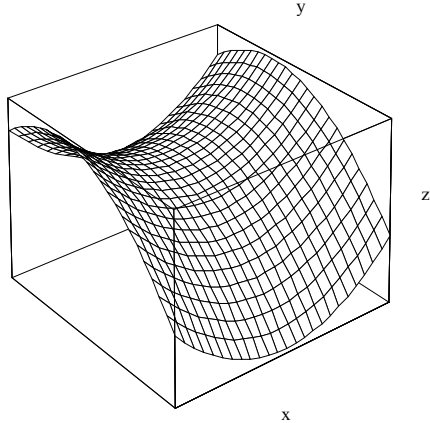
Δίνεται η συνάρτηση $f(x, y) = x^2 - y^2 - 6x + 2y - 1$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

α) Να υπολογίσετε τις μερικές παραγώγους $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ και $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

β) Να υπολογίσετε τα πιθανά σημεία τοπικών ακροτάτων για την $f(x, y)$.

γ) Να ελέγξετε αν τα παραπάνω πιθανά σημεία αποτελούν σημεία τοπικών ακροτάτων για την $f(x, y)$ και αν αποτελούν, να προσδιορίσετε το είδος των ακροτάτων.

δ) Αν το παρακάτω σχήμα αποτελεί γραφική παράσταση της συνάρτησης $z = f(x, y)$ να σημειώσετε τα σημεία που προσδιορίσατε παραπάνω.



ΘΕΜΑ 6:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x, y) = x^2 - 2y$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, με τον περιορισμό $g(x, y) = 2x - y - 3 = 0$.

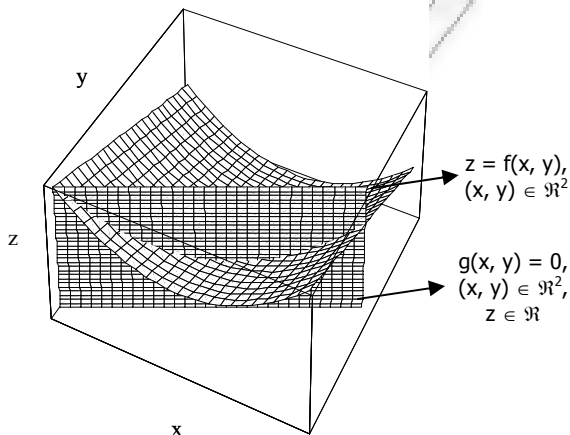
α) Θεωρήστε τη συνάρτηση $F(x, y) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$ και υπολογίστε τις μερικές παραγώγους $\frac{\partial F}{\partial x}$,

$\frac{\partial F}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$ και $\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x}$.

β) Να υπολογιστούν τα πιθανά σημεία τοπικών ακροτάτων για την $f(x, y)$, με τον περιορισμό $g(x, y) = 0$, σύμφωνα με τη μέθοδο Lagrange.

γ) Να ελέγξετε αν τα παραπάνω πιθανά σημεία αποτελούν σημεία τοπικών ακροτάτων για την $f(x, y)$ με τον περιορισμό $g(x, y) = 0$ και αν αποτελούν, να προσδιορίσετε το είδος των ακροτάτων.

δ) Αν το διπλανό σχήμα αποτελεί γραφική παράσταση της συνάρτησης $z = f(x, y)$ και του περιορισμού $g(x, y) = 0$, να σημειώσετε τα σημεία που προσδιορίσατε παραπάνω.

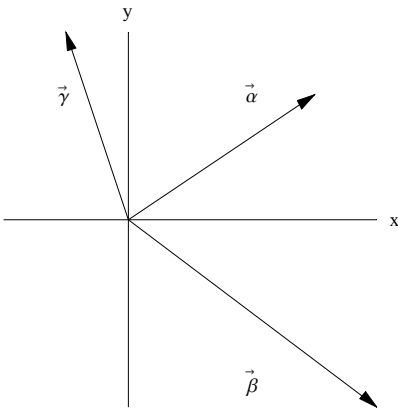


A.2.2. Μετά – τεστ που δόθηκε στο μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

ΘΕΜΑ 1:

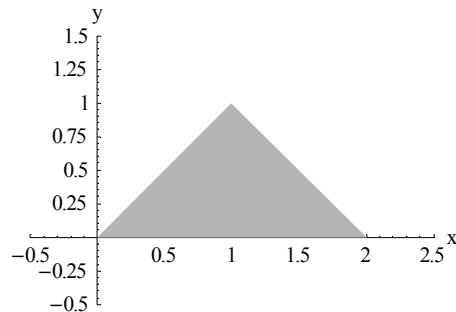
Στο παρακάτω σχήμα εμφανίζονται δύο διανύσματα \vec{a} και \vec{b} του \mathbb{R}^2 .

- Είναι τα \vec{a} και \vec{b} γραμμικά ανεξάρτητα; Αιτιολογήστε γεωμετρικά την απάντησή σας.
- Το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ μπορεί να γραφεί ως γραμμικός συνδυασμός των διανυσμάτων \vec{a} και \vec{b} ; Αν ναι, περιγράψτε τη διαδικασία και απεικονίστε την στο σχήμα.
- Τα \vec{a} και \vec{b} αποτελούν βάση του \mathbb{R}^2 ; Αιτιολογήστε γεωμετρικά την απάντησή σας.
- Ποιες είναι οι συνθήκες προκειμένου δύο διανύσματα του \mathbb{R}^2 να αποτελούν βάση του \mathbb{R}^2 ; Ποια η γεωμετρική ερμηνεία των συνθηκών αυτών;

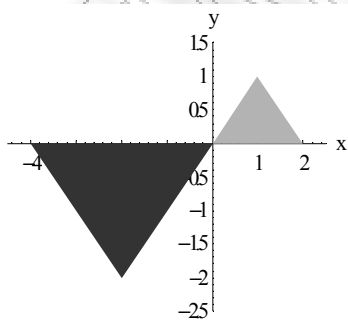


ΘΕΜΑ 2:

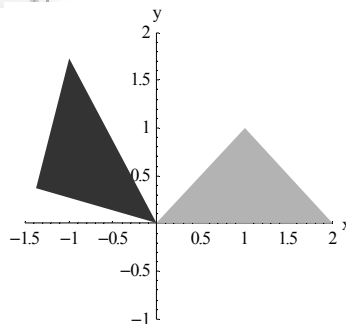
Έχουμε το τρίγωνο του διπλανού σχήματος. Να αντιστοιχίσετε τις γραμμικές απεικονίσεις των οποίων οι γραφικές παραστάσεις εμφανίζονται στον πίνακα Α, με τους αντίστοιχους πίνακες παράστασης του πίνακα Β που θεωρείτε πιθανότερο να αντιστοιχούν στις απεικονίσεις.



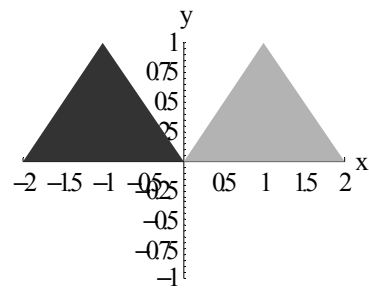
ΠΙΝΑΚΑΣ Α



Απεικόνιση 1



Απεικόνιση 2



Απεικόνιση 3

ΠΙΝΑΚΑΣ Β			
Πίνακας παράστασης	Απεικόνιση	Πίνακας παράστασης	Απεικόνιση
$A = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$		$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	
$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$		$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	
$A = \begin{bmatrix} -1,5 & 1,5 \\ 1,5 & -1,5 \end{bmatrix}$		$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$	

ΘΕΜΑ 3:

Δίνονται τα υποσύνολα M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 των ευκλειδείων χώρων R^2 και R^3 . Τι αναπαριστούν στο επίπεδο ή στο χώρο; Αποτελούν διανυσματικούς υπόχωρους των R^2 και R^3 ; Αν ναι ποια είναι η διάσταση τους;

Υποσύνολο	Τι αναπαριστά	Διανυσματικός υπόχωρος	Διάσταση
$M_1 = \{(x, y) \in R^2, \text{ώστε } x+2y = 0\}$ $M_2 = \{(x, y, z) \in R^3, \text{ώστε } x-2y-3z = 0\}$ $M_3 = \{(x, y) \in R^2, \text{ώστε } y - x = 4\}$ $M_4 = \{(x, y) = \lambda (3, -1), \text{όπου } \lambda \in R \}$ $M_5 = \{(x, y, z) = \lambda (2, -1) + \mu (1, 0), \text{όπου } \lambda, \mu \in R\}$			

ΘΕΜΑ 4 :

α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$\vec{a} = (1, -2, 3)$ και $\vec{\beta} = (1, -1, -1)$	$\vec{\gamma} = (0, -1, 2)$ και $\vec{\delta} = (0, 2, -4)$
$\vec{a} \cdot \vec{\beta} =$	$\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta} =$
$\ \vec{a}\ =$	$\ \vec{\gamma}\ =$
$\ \vec{\beta}\ =$	$\ \vec{\delta}\ =$
$\text{Cos}(\hat{\vec{a}}, \hat{\vec{\beta}}) =$	$\text{Cos}(\hat{\vec{\gamma}}, \hat{\vec{\delta}}) =$

β) Μπορείτε να βγάλετε κάποιο συμπέρασμα για τη σχετική θέση μεταξύ των διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$ και των διανυσμάτων $\vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$ στο επίπεδο;

ΘΕΜΑ 5 :

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{a} = (3, 3)$ και $\vec{\beta} = (-2, 1)$ του \mathbb{R}^2 .

- α) Είναι τα \vec{a} και $\vec{\beta}$ γραμμικά ανεξάρτητα; Αιτιολογήστε αλγεβρικά την απάντησή σας.
- β) Το διάνυσμα $\vec{\gamma} = (x, y)$ μπορεί να γραφεί ως γραμμικός συνδυασμός των \vec{a} και $\vec{\beta}$;
Αν ναι, περιγράψτε τη διαδικασία και υπολογίστε αλγεβρικά τους αντίστοιχους συντελεστές.
- γ) Τα \vec{a} και $\vec{\beta}$ αποτελούν βάση του \mathbb{R}^2 ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 6:

Δίνεται η απεικόνιση: $f(x, y) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

- α) Είναι γραμμική η απεικόνιση; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
- β) Βρείτε τις ιδιοτιμές της απεικόνισης.
- γ) Για κάθε ιδιοτιμή υπολογίστε τα ιδιοδιανύσματα και τους αντίστοιχους ιδιόχωρους.
- δ) Τι αναπαριστά γεωμετρικά ο κάθε ιδιόχωρος που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα;

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β. Ερωτηματολόγια διαθέσεων απέναντι στη διδακτική προσέγγιση που δόθηκαν στους φοιτητές

Β.1. Ερωτηματολόγιο διαθέσεων που δόθηκε στους φοιτητές που παρακολούθησαν το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας των μαθημάτων Απειροστικός Λογισμός ΙΙ και Άλγεβρα (Επιλογή)

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ:

(Έλεγχος διαθέσεων φοιτητών σχετικά με το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας)

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω στοιχεία:

Αριθμός Μητρώου:		Φύλο:	
------------------	--	-------	--

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ: Διαθέσεις και εμπειρία των φοιτητών σχετικά με τους Η / Υ

1. Χρησιμοποιείτε υπολογιστή στο Πανεπιστήμιο;

A. Ναι, B. Όχι.

2. Χρησιμοποιείτε υπολογιστή στο σπίτι;

A. Ναι, B. Όχι.

3. Πόσο καιρό χρησιμοποιείτε τον υπολογιστή;
(αν απαντήσατε θετικά την 1η ή 2η ερώτηση)

A. Λιγότερο από 1 χρόνο, B. 1 έως 3 χρόνια, Γ. Περισσότερο από 3 χρόνια.

4. Χρησιμοποιείται κυρίως τον υπολογιστή ως:

(αν απαντήσατε θετικά την 1η ή 2η ερώτηση / μπορείτε να επιλέξετε περισσότερες από μία απαντήσεις)
A. Κειμενογράφο, B. Στατιστικά προγράμματα, Γ. Για προγραμματισμό, Δ. Ως παιχνίδι, E. Διαδίκτυο, Στ. Άλλη χρήση.

Αν επιλέξατε την επιλογή Στ. ποια είναι η άλλη χρήση: _____

5. Σας προκαλεί ενδιαφέρον η χρήση του υπολογιστή;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ: Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο

1. Το λογισμικό ξεκινάει εύκολα;

A. Ναι, B. Όχι.

2. Το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

3. Είναι απαραίτητες προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση του λογισμικού;

(μπορείτε να επιλέξετε περισσότερες από μία απαντήσεις)

A. Εμπειρία στο χειρισμό, B. Γνώσεις προγραμματισμού, Γ. Γνώση εντολών του λογισμικού, Δ. Άλλες γνώσεις και δεξιότητες, E. Δεν είναι απαραίτητες.

Αν επιλέξατε την επιλογή Δ. συμπληρώστε ποιες είναι αυτές: _____

4. Πως θα χαρακτηρίζατε τις διευκρινίσεις και τις επεξηγήσεις του λογισμικού σχετικά με τα λάθη στην είσοδο των δεδομένων;

Ανεπαρκείς				Καλές		
1	2	3	4	5	6	7

5. Πως θα χαρακτηρίζατε τη βοήθεια (Help Browser) του λογισμικού;

Ανεπαρκής				Καλή		
1	2	3	4	5	6	7

6. Μπορείτε να χειρίζεστε το λογισμικό ανεξάρτητα από την παρουσία του καθηγητή;
Α. Ναι, Β. Όχι.

7. Το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

8. Το λογισμικό έχει απλό formalismό (ο συμβολισμός και οι εντολές του λογισμικού είναι απλές);

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

9. Το λογισμικό έχει δυναμικό formalismό (μπορούν να κατασκευαστούν δυναμικές αναπαραστάσεις που να αλλάζουν εύκολα ανάλογα με τη μεταβολή των παραμέτρων);

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

10. Το λογισμικό είναι γενικεύσιμο (μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περισσότερα από ένα γνωστικά αντικείμενα);

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

11. Σε ποια μαθήματα θεωρείτε ότι η χρήση του λογισμικού μπορεί να προσφέρει περισσότερα από την παραδοσιακή διδασκαλία; (μπορούν να επιλεγούν περισσότερες από μία απαντήσεις)

Α. Μαθηματικών, Β. Στατιστικής, Γ. Ασφαλιστικών, Δ. Σε όλα, Ε. Σε κανένα.

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ: Χαρακτηριστικά διδακτικής προσέγγισης με τη βοήθεια του Η/Υ

Α. Χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης

1. Η διδακτική προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για το μάθημα;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

2. Οι δυνατότητες που προσφέρει η χρήση του λογισμικού στην κατανόηση και την μελέτη των εννοιών που διδάχθηκαν, προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για τα Μαθηματικά αυτά καθαυτά;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

3. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να συμμετέχετε ενεργητικά στο μάθημα;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

4. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να αυτενεργείτε (να κάνετε ενέργειες σχετικά με τους στόχους του μαθήματος με δική σας πρωτοβουλία);

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

5. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να πειραματίζεστε με τις έννοιες και τα χαρακτηριστικά των εννοιών;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

6. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να αναστοχάζεστε (να ανακεφαλαιώνετε και να ξανασκέφτεστε) σχετικά με τις έννοιες και τις δραστηριότητες με τις οποίες ασχοληθήκατε;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

7. Πως θα χαρακτηρίζατε την παρουσίαση και εξήγηση από τον καθηγητή των απαιτούμενων πληροφοριών;

Ελλιπής				Πολύ εκτενής		
1	2	3	4	5	6	7

8. Πως θα χαρακτηρίζατε το βαθμό της καθοδήγησης από τον καθηγητή;

Ελάχιστη				Πλήρης		
1	2	3	4	5	6	7

9. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να δημιουργείτε προσωπικές αναπαραστάσεις των εννοιών που διδαχθήκατε;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

10. Η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

11. Οι δραστηριότητες με τις οποίες ασχοληθήκατε συνεισέφεραν στην επίτευξη συγκεκριμένων σκοπών;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

12. Η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα να διαμορφώνετε προσωπικούς σκοπούς μάθησης;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

13. Πιστεύετε ότι η χρήση του λογισμικού βοήθησε στην επίτευξη των σκοπών μάθησης;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

14. Η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ καθηγητή και φοιτητών;

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

15. Η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους;

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

16. Η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για κοινωνική διαπραγμάτευση (για διαπραγμάτευση μεταξύ φοιτητών και καθηγητή και των φοιτητών μεταξύ τους σχετικά με τη φύση των προβλημάτων και τα κύρια σχέδια δράσης του μαθήματος);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

B. Χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης

1. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να αξιολογείτε πληροφορίες ή ιδέες (να διακρίνετε τις σχετικές από τις άσχετες πληροφορίες, να εκτιμάτε την αξιοπιστία μιας πληροφορίας, να αναγνωρίζετε κριτήρια, να αναγνωρίζετε ανακρίβειες κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

2. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να αναλύετε πληροφορίες ή ιδέες (να εξετάζετε και να ταξινομείτε πληροφορίες, να αναγνωρίζετε ουσιώδεις ιδέες και σχέδια δεδομένων κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

3. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να συνδυάζετε πληροφορίες ή ιδέες (να συγκρίνετε και να διατυπώνετε σχέσεις μεταξύ εννοιών και μεγεθών, να προβλέπετε αποτελέσματα κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

4. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να επεξεργάζεστε πληροφορίες ή ιδέες (να παράγετε τα δικά σας παραδείγματα, να αλλάζετε το πλαίσιο της αναπαράστασης κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

5. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να συνθέτετε ιδέες (να χρησιμοποιείτε μεταφορές ή αναλογίες, να κάνετε υποθέσεις για αίτια και αποτελέσματα, να σχεδιάζετε δραστηριότητες κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

6. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να φαντάζεστε ιδέες (να προβλέπετε γεγονότα ή αποτελέσματα, να διατυπώνετε εικασίες κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

7. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να ασχοληθείτε με την επίλυση προβλήματος (να οπτικοποιείτε ιδέες, να διατυπώνετε υποθέσεις, να συλλέγετε πληροφορίες τις οποίες να εκτιμάτε, να αποφασίζετε για την πιο κατάλληλη αντιμετώπιση του προβλήματος κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

8. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να σχεδιάζετε ενέργειες και να εκτιμάτε τα αποτελέσματά τους;

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

9. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να λαμβάνετε αποφάσεις (να διατυπώνετε εναλλακτικές οπτικές γωνίες και τρόπους αντιμετώπισης προβλημάτων και να αποφασίζετε για τον πλέον κατάλληλο);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

Γ. Γενικά χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης

1. Πιστεύετε ότι η διδασκαλία με τη χρήση του λογισμικού εξοικονομεί χρόνο, συγκριτικά με την παραδοσιακή διδασκαλία;

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

2. Σε ένα μάθημα στο οποίο χρησιμοποιείται το λογισμικό, ποια θεωρείτε ως βέλτιστη αναλογία μαθητών ανά υπολογιστή;

(μπορείτε να επιλέξετε περισσότερες από μία απαντήσεις)

- A. 1 μαθητής, B. 2 μαθητές, Γ. 3 μαθητές, Δ. Περισσότεροι από 3 μαθητές,
E. 1 υπολογιστής τον οποίο χειρίζεται ο δάσκαλος.

3. Σε ένα μάθημα στο οποίο χρησιμοποιείται το λογισμικό, ποια θεωρείτε ως βέλτιστη διαδικασία;

A. Ο καθηγητής γράφει στον πίνακα ότι είναι απαραίτητο σχετικά με το θέμα υπό διαπραγμάτευση και τις εντολές του λογισμικού. Οι φοιτητές σημειώνουν στο τετράδιο και πληκτρολογούν μόνοι τους στο λογισμικό τις εντολές.

B. Δίνονται σημειώσεις στους φοιτητές σχετικά με τις κύριες εντολές του λογισμικού και τις διαδικασίες του μαθήματος. Ο καθηγητής γράφει στον πίνακα συμπληρωματικά. Οι φοιτητές πληκτρολογούν μόνοι τους στο λογισμικό τις εντολές.

Γ. Δίνονται φύλλα του λογισμικού τα οποία περιέχουν τις κύριες εντολές και τις διαδικασίες του μαθήματος. Ο καθηγητής γράφει στον πίνακα συμπληρωματικά. Οι φοιτητές τρέχουν αρχικά τις διαδικασίες που είναι έτοιμες στο φύλλο, ενώ στη συνέχεια επιλύουν νέα προβλήματα αλλάζοντας τις υπάρχουσες στο φύλλο εντολές.

4. Θα επιλέγατε να παρακολουθήσετε άλλο μάθημα στο οποίο γίνεται χρήση του Mathematica ή άλλου λογισμικού με παρόμοιες λειτουργίες;

- A. Ναι, B. Όχι.

5. Να συγκρίνετε την διδακτική προσέγγιση που ακολουθήθηκε στο εργαστήριο με την παραδοσιακή διδασκαλία:

Πλεονεκτήματα: _____

Μειονεκτήματα: _____

B.2. Ερωτηματολόγιο διαθέσεων που δόθηκε στους φοιτητές που παρακολούθησαν το πειραματικό πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ:

(Έλεγχος διαθέσεων φοιτητών σχετικά με το πρόγραμμα διδασκαλίας από απόσταση)

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω στοιχεία:

Αριθμός Μητρώου:		Φύλο:	
------------------	--	-------	--

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ: Διαθέσεις και εμπειρία των φοιτητών σχετικά με τους Η / Υ

1. Πόσο καιρό χρησιμοποιείτε τον υπολογιστή;
Α. Λιγότερο από 1 χρόνο, Β. 1 έως 3 χρόνια, Γ. Περισσότερο από 3 χρόνια.

2. Χρησιμοποιείται κυρίως τον υπολογιστή ως:
(μπορείτε να επιλέξετε περισσότερες από μία απαντήσεις)
Α. Κειμενογράφο, Β. Στατιστικά προγράμματα, Γ. Για προγραμματισμό, Δ. Ως παιχνίδι,
Ε. Διαδίκτυο, Στ. Άλλη χρήση.
Αν επιλέξατε την επιλογή Στ. ποιά είναι η άλλη χρήση: _____

3. Σας προκαλεί ενδιαφέρον η χρήση του υπολογιστή;

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ: Χαρακτηριστικά της πλατφόρμας ασύγχρονης τηλεκπαίδευσης που χρησιμοποιήθηκε (E-Class)

1. Η πλατφόρμα ξεκινάει εύκολα;
Α. Ναι, Β. Όχι.

2. Οι λειτουργίες της πλατφόρμας είναι εύκολες στο χειρισμό τους;

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

3. Είναι απαραίτητες προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση της πλατφόρμας;
(μπορείτε να επιλέξετε περισσότερες από μία απαντήσεις)
Α. Εμπειρία στο χειρισμό Η/Υ, Β. Γνώσεις προγραμματισμού, Γ. Γνώση συγκεκριμένων εντολών,
Δ. Άλλες γνώσεις και δεξιότητες, Ε. Δεν είναι απαραίτητες.
Αν επιλέξατε την επιλογή Δ. συμπληρώστε ποιες είναι αυτές: _____

4. Μπορείτε να χειρίζεστε την πλατφόρμα ανεξάρτητα από την σύγχρονη επικοινωνία (on-line) με τον καθηγητή;
Α. Ναι, Β. Όχι.

3. Πως μάθατε να χειρίζεστε τη πλατφόρμα ;
(μπορείτε να επιλέξετε περισσότερες από μία απαντήσεις)
Α. Με απ' ευθείας χειρισμό, Β. Με τη χρήση εγχειριδίου, Γ. Με τη βοήθεια κάποιου που έχει εμπειρία σε αντίστοιχες πλατφόρμες, Δ. Με άλλο τρόπο
Αν επιλέξατε την επιλογή Δ. συμπληρώστε ποιος είναι αυτός: _____

5. Σε ποια μαθήματα θεωρείτε ότι θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί η πλατφόρμα; (μπορούν να επιλεγούν περισσότερες από μία απαντήσεις)
Α. Μαθηματικών, Β. Στατιστικής, Γ. Ασφαλιστικών, Δ. Σε όλα, Ε. Σε κανένα.

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ: Χαρακτηριστικά του λογισμικού που χρησιμοποιήθηκε (Mathematica)

1. Το λογισμικό ξεκινάει εύκολα;

Α. Ναι, Β. Όχι.

2. Το λογισμικό είναι εύκολο στο χειρισμό του;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

3. Είναι απαραίτητες προηγούμενες γνώσεις και δεξιότητες για τη χρήση του λογισμικού; (μπορείτε να επιλέξετε περισσότερες από μία απαντήσεις)

Α. Εμπειρία στο χειρισμό, Β. Γνώσεις προγραμματισμού, Γ. Γνώση εντολών του λογισμικού, Δ. Άλλες γνώσεις και δεξιότητες, Ε. Δεν είναι απαραίτητες.
Αν επιλέξατε την επιλογή Δ. συμπληρώστε ποιες είναι αυτές: _____

4. Πως θα χαρακτηρίζατε τις διευκρινίσεις και τις επεξηγήσεις του λογισμικού σχετικά με τα λάθη στην είσοδο των δεδομένων;

Ανεπαρκείς				Καλές		
1	2	3	4	5	6	7

5. Πως θα χαρακτηρίζατε τη βοήθεια (Help Browser) του λογισμικού;

Ανεπαρκής				Καλή		
1	2	3	4	5	6	7

6. Μπορείτε να χειρίζεστε το λογισμικό ανεξάρτητα από την σύγχρονη επικοινωνία (on-line) με τον καθηγητή;

Α. Ναι, Β. Όχι.

7. Το λογισμικό είναι εύκολο να το μάθει κανείς;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

8. Το λογισμικό έχει απλό φορμαλισμό (ο συμβολισμός και οι εντολές του λογισμικού είναι απλές);

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

9. Το λογισμικό έχει δυναμικό φορμαλισμό (μπορούν να κατασκευαστούν δυναμικές αναπαραστάσεις που να αλλάζουν εύκολα ανάλογα με τη μεταβολή των παραμέτρων);

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

10. Το λογισμικό είναι γενικεύσιμο (μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περισσότερα από ένα γνωστικά αντικείμενα);

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

11. Σε ποια μαθήματα θεωρείτε ότι η χρήση του λογισμικού μπορεί να προσφέρει περισσότερα από την παραδοσιακή διδασκαλία; (μπορούν να επιλεγούν περισσότερες από μία απαντήσεις)
Α. Μαθηματικών, Β. Στατιστικής, Γ. Ασφαλιστικών, Δ. Σε όλα, Ε. Σε κανένα.

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟ: Χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης από απόσταση με σύγχρονη επικοινωνία

Α. Χαρακτηριστικά ανακαλυπτικής – κατασκευαστικής προσέγγισης

1. Η διδακτική προσέγγιση προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για το μάθημα;

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

2. Οι δυνατότητες που προσφέρει η χρήση ενός μαθηματικού πακέτου στην κατανόηση και την μελέτη των εννοιών που διδάχθηκαν, προκάλεσε το ενδιαφέρον σας για τα Μαθηματικά αυτά καθ' αυτά;

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

3. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να συμμετέχετε ενεργητικά στο μάθημα;

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

4. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να αυτενεργείτε (να κάνετε ενέργειες σχετικά με τους στόχους του μαθήματος με δική σας πρωτοβουλία);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

5. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να πειραματίζεστε με τις έννοιες και τα χαρακτηριστικά των εννοιών;

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

6. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να αναστοχάζεστε (να ανακεφαλαιώνετε και να ξανασκέφτεστε) σχετικά με τις έννοιες και τις δραστηριότητες με τις οποίες ασχοληθήκατε;

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

7. Πως θα χαρακτηρίζατε την παρουσίαση και εξήγηση των απαιτούμενων πληροφοριών από το φύλλο εργασίας με το οποίο εργαστήκατε;

Ελλιπής				Πολύ εκτενής			
1	2	3	4	5	6	7	

8. Πως θα χαρακτηρίζατε την υποστήριξη από τον καθηγητή μέσω της σύγχρονης επικοινωνίας (on-line) στις περιπτώσεις που αντιμετωπίσατε πρόβλημα;

Ελλιπής				Επαρκής			
1	2	3	4	5	6	7	

9. Πως θα χαρακτηρίζατε το βαθμό της καθοδήγησης από το φύλλο εργασίας με το οποίο εργαστήκατε;

Ελάχιστη				Πλήρης			
1	2	3	4	5	6	7	

10. Πως θα χαρακτηρίζατε το βαθμό της καθοδήγησης από τον καθηγητή μέσω της σύγχρονης επικοινωνίας (on-line);

Ελάχιστη				Πλήρης		
1	2	3	4	5	6	7

11. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να δημιουργείτε προσωπικές αναπαραστάσεις των εννοιών που διδαχθήκατε;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

12. Η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για τη διατύπωση και τον έλεγχο εικασιών;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

13. Οι δραστηριότητες με τις οποίες ασχοληθήκατε συνεισέφεραν στην επίτευξη συγκεκριμένων σκοπών;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

14. Η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα να διαμορφώνετε προσωπικούς σκοπούς μάθησης;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

15. Πιστεύετε ότι η χρήση του μαθηματικού πακέτου βοήθησε στην επίτευξη των σκοπών μάθησης;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

16. Η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση μεταξύ καθηγητή και φοιτητών;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

17. Η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για συζήτηση των φοιτητών μεταξύ τους;

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

18. Η διδακτική προσέγγιση έδινε τη δυνατότητα για κοινωνική διαπραγμάτευση (για διαπραγμάτευση μεταξύ φοιτητών και καθηγητή και των φοιτητών μεταξύ τους σχετικά με τη φύση των προβλημάτων και τα κύρια σχέδια δράσης του μαθήματος);

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

B. Χαρακτηριστικά ανάπτυξης δεξιοτήτων σκέψης ανώτερης τάξης

1. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να αξιολογείτε πληροφορίες ή ιδέες (να διακρίνετε τις σχετικές από τις άσχετες πληροφορίες, να εκτιμάτε την αξιοπιστία μιας πληροφορίας, να αναγνωρίζετε κριτήρια, να αναγνωρίζετε ανακρίβειες κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ		
1	2	3	4	5	6	7

2. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να αναλύετε πληροφορίες ή ιδέες (να εξετάζετε και να ταξινομείτε πληροφορίες, να αναγνωρίζετε ουσιώδεις ιδέες και σχέδια δεδομένων κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

3. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να συνδυάζετε πληροφορίες ή ιδέες (να συγκρίνετε και να διατυπώνετε σχέσεις μεταξύ εννοιών και μεγεθών, να προβλέπετε αποτελέσματα κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

4. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να επεξεργάζεστε πληροφορίες ή ιδέες (να παράγετε τα δικά σας παραδείγματα, να αλλάζετε το πλαίσιο της αναπαράστασης κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

5. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να συνθέτετε ιδέες (να χρησιμοποιείτε μεταφορές ή αναλογίες, να κάνετε υποθέσεις για αίτια και αποτελέσματα, να σχεδιάζετε δραστηριότητες κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

6. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να φαντάζεστε ιδέες (να προβλέπετε γεγονότα ή αποτελέσματα, να διατυπώνετε εικασίες κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

7. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να ασχοληθείτε με την επίλυση προβλήματος (να οπτικοποιείτε ιδέες, να διατυπώνετε υποθέσεις, να συλλέγετε πληροφορίες τις οποίες να εκτιμάτε, να αποφασίζετε για την πιο κατάλληλη αντιμετώπιση του προβλήματος κλπ);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

8. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να σχεδιάζετε ενέργειες και να εκτιμάτε τα αποτελέσματά τους;

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

9. Η διδακτική προσέγγιση επέτρεπε να λαμβάνετε αποφάσεις (να διατυπώνετε εναλλακτικές οπτικές γωνίες και τρόπους αντιμετώπισης προβλημάτων και να αποφασίζετε για τον πλέον κατάλληλο);

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

Γ. Γενικά χαρακτηριστικά της διδακτικής προσέγγισης

1. Πιστεύετε ότι η εξ' αποστάσεως διδακτική προσέγγιση με σύγχρονη επικοινωνία αναπληρώνει επαρκώς το μάθημα στην τάξη;

Διαφωνώ				Συμφωνώ			
1	2	3	4	5	6	7	

2. Θα επιλέγατε να παρακολουθήσετε άλλο μάθημα με εξ' αποστάσεως ασύγχρονη επικοινωνία (επικοινωνία όχι σε πραγματικό χρόνο);

A. Ναι, B. Όχι.

3. Θα επιλέγατε να παρακολουθήσετε άλλο μάθημα με εξ' αποστάσεως σύγχρονη επικοινωνία (επικοινωνία σε πραγματικό χρόνο);

A. Ναι, B. Όχι.

4. Θα επιλέγατε να παρακολουθήσετε άλλο μάθημα στο οποίο γίνεται χρήση του Mathematica ή κάποιου λογισμικού με παρόμοιες δυνατότητες;

A. Ναι, B. Όχι.

5. Να συγκρίνετε την μάθηση μέσω μιας πλατφόρμας ασύγχρονης επικοινωνίας με την παραδοσιακή διδασκαλία:

Πλεονεκτήματα:

Μειονεκτήματα:

6. Να συγκρίνετε την διδακτική προσέγγιση που ακολουθήθηκε κατά το εξ' αποστάσεως μάθημα με σύγχρονη επικοινωνία με την παραδοσιακή διδασκαλία:

Πλεονεκτήματα:

Μειονεκτήματα:

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ. Ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας στο Mathematica

Γ.1. Ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ

Γ.1.1. Ηλεκτρονικό φύλλο εργασίας στις Συναρτήσεις δύο μεταβλητών

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fyllo Synartiseis dyo metablilton.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Apeirostikos II - Fyllo Synartiseis dyo metablilton.nb *

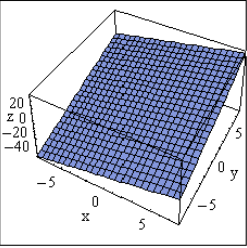
ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΔΥΟ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ:

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ:

ΒΗΜΑ 1:
 Ορίζουμε τη συνάρτηση $f(x, y) = 2x + 3y - 5$ και σχεδιάζουμε τη γραφική της παράσταση. Τι παρατηρείτε;

$f[x_, y_] := 2 * x + 3 * y - 5$

`Plot3D[f[x, y] // Evaluate, {x, -8, 8}, {y, -8, 8}, AspectRatio -> 1, DefaultFont -> {"Times", 12}, AxesLabel -> {"x", "y", "z"}]`



- SurfaceGraphics -

ΒΗΜΑ 2:
 Αλλάζετε τα όρια σχεδίασης και τους συντελεστές των x και y στη συνάρτηση $f(x, y)$. Τι παρατηρείτε για την επιφάνεια που προκύπτει;

ΒΗΜΑ 3:
 Αλλάζετε το βαθμό της συνάρτησης ως προς x (τη δύναμη του x) στη συνάρτηση $f(x, y)$. Δηλαδή βάλτε διαδοχικά x^2 και x^3 .

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Microso... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 4:41 μμ

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fyllo Synartiseis dyo metablilton.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Apeirostikos II - Fyllo Synartiseis dyo metablilton.nb *

ΒΗΜΑ 3:
 Αλλάζετε το βαθμό της συνάρτησης ως προς x (τη δύναμη του x) στη συνάρτηση $f(x, y)$. Δηλαδή βάλτε διαδοχικά x^2 και x^3 . Τι παρατηρείτε για την επιφάνεια που προκύπτει;

ΒΗΜΑ 4:
 Αλλάζετε το βαθμό της συνάρτησης ως προς y (τη δύναμη του y) στη συνάρτηση $f(x, y)$. Δηλαδή βάλτε διαδοχικά y^2 και y^3 . Τι παρατηρείτε για την επιφάνεια που προκύπτει;

ΒΗΜΑ 5:
 Αλλάζετε το βαθμό της συνάρτησης ως προς x και y (τις δυνάμεις των x και y) στη συνάρτηση $f(x, y)$. Δηλαδή βάλτε διαδοχικά x^2, x^3, y^2 και x^3, y^3 . Τι παρατηρείτε για την επιφάνεια που προκύπτει;

ΒΗΜΑ 6:
 Μπορείτε να διατυπώσετε ένα γενικό συμπέρασμα για τη γραμμική παράσταση των συναρτήσεων δύο μεταβλητών ανάλογα με το βαθμό των x και y;

(α) Τι επιφάνεια προκύπτει όταν οι συναρτήσεις είναι πρώτου βαθμού ως προς x και y;

(β) Τι επιφάνεια προκύπτει όταν οι συναρτήσεις είναι δεύτερου βαθμού ως προς x ή δεύτερου βαθμού ως προς y;

(γ) Τι επιφάνεια προκύπτει όταν οι συναρτήσεις είναι δεύτερου βαθμού ως προς x και y;

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Microso... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 4:42 μμ

Γ.1.2. Ηλεκτρονικό φύλλο εργασίας στους Πολλαπλασιαστές Lagrange

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fyllo Pollaplasiasτες Langrance.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Apeirostikos II - Fyllo Pollaplasiasτες Langrance.nb *

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΕΣ LANGRANCE

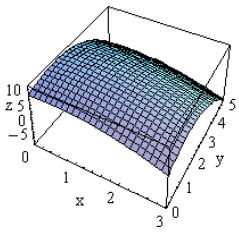
ΠΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1η:
Βρείτε γεωμετρικά τα μέγιστα και ελάχιστα σημεία της συνάρτησης $f(x, y) = 10 + x + 3y - x^2 - y^2$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ υπό τον περιορισμό $g(x, y) = 2x + 3y - 12 = 0$.

ΒΗΜΑ 1:
Ορίζουμε τις συναρτήσεις $f(x, y)$ και $g(x, y)$ στο πρόγραμμα.

```
f[x_, y_] := 10 + x + 3*y - x^2 - y^2
g[x_, y_] := 2*x + 3*y - 12
```

ΒΗΜΑ 2:
ΒΗΜΑ 2 α:
Τι παριστάνει γεωμετρικά το σύνολο των σημείων που επαληθεύουν την εξίσωση $z = f(x, y)$; Σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση της $f(x, y)$ στο χώρο.

```
a = Plot3D[f[x, y] // Evaluate, {x, 0, 3}, {y, 0, 5}, AspectRatio -> 1, AxesLabel -> {"x", "y", "z"},
DefaultFont -> {"Times", 12}]
```



- SurfaceGraphics -

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Microso... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 4:58 μμ

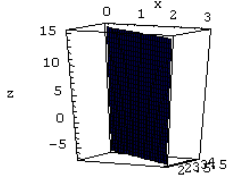
Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fyllo Pollaplasiasτες Langrance.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Apeirostikos II - Fyllo Pollaplasiasτες Langrance.nb *

ΒΗΜΑ 2 β:
Τι παριστάνει γεωμετρικά ο περιορισμός $g(x, y) = 0$; Σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση του περιορισμού στο χώρο.

```
Solve[g[x, y] == 0, y]
b = ParametricPlot3D[{x, -2/3 (-6 + x), z} // Evaluate, {x, 0, 3}, {z, -7, 15}, AspectRatio -> 1,
AxesLabel -> {"x", "y", "z"}]
{{y -> -2/3 (-6 + x)}}
```



- Graphics3D -

ΒΗΜΑ 3:
Ποια είναι η γεωμετρική ερμηνεία του προβλήματος εύρεσης μεγίστων και ελαχίστων τιμών της συνάρτησης $f(x, y)$ σε σημεία τα οποία ικανοποιούν τη σχέση $g(x, y) = 0$; Σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση των $f(x, y)$ και του περιορισμού $g(x, y) = 0$ στο ίδιο γράφημα.

```
Show[a, b]
```

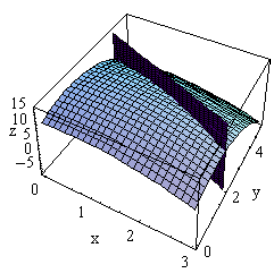
125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Microso... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 4:59 μμ

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fyllo Pollaplastiastes Langrance.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Apeirostikos II - Fyllo Pollaplastiastes Langrance.nb *



- Graphics3D -

ΒΗΜΑ 4:
Μπορείτε να διατυπώσετε μια εικασία σχετικά με το ποιές είναι οι μέγιστες ή ελάχιστες τιμές της συνάρτησης $f(x, y)$ σε σημεία τα οποία ικανοποιούν τη σχέση $g(x, y) = 0$;

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2η:
Βρείτε με τη μέθοδο Langrance τα μέγιστα και ελάχιστα σημεία της συνάρτησης $f(x, y) = 10 + x + 3y - x^2 - y^2$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ υπό τον περιορισμό $g(x, y) = 2x + 3y - 12 = 0$.

ΒΗΜΑ 1:
Θεωρούμε τη συνάρτηση $F(x, y) = f(x, y) + m g(x, y)$, όπου m = ο πολλαπλασιαστής Langrance και την ορίζουμε στο πρόγραμμα.

$F[x, y, m] := f[x, y] + m * g[x, y] // \text{Expand}$

$F[x, y, m]$

$$10 - 12 m + x + 2 m x - x^2 + 3 y + 3 m y - y^2$$

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Micro... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 4:59 μμ

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fyllo Pollaplastiastes Langrance.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Apeirostikos II - Fyllo Pollaplastiastes Langrance.nb *

ΒΗΜΑ 2:
Υπολογίζουμε τις μερικές παραγώγους $\frac{\partial F}{\partial x}$, $\frac{\partial F}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$. Επίσης τις $\frac{\partial g}{\partial x}$, $\frac{\partial g}{\partial y}$.

$\partial_x F[x, y, m]$

$$1 + 2 m - 2 x$$

$\partial_y F[x, y, m]$

$$3 + 3 m - 2 y$$

$\partial_{x,x} F[x, y, m]$

$$-2$$

$\partial_{y,y} F[x, y, m]$

$$-2$$

$\partial_{x,y} F[x, y, m]$

$$0$$

$\partial_{y,x} F[x, y, m]$

$$0$$

$\partial_x g[x, y]$

$$2$$

$\partial_y g[x, y]$

$$3$$

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Micro... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 5:00 μμ

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fylo Pollaplastiastes Langrance.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Apeirostikos II - Fylo Pollaplastiastes Langrance.nb *

$\partial_y g[x, y]$

3

ΒΗΜΑ 3:
 Επλύνουμε το σύστημα:
 $\frac{\partial F}{\partial x} = 0, \frac{\partial F}{\partial y} = 0, g(x, y) = 0.$
 Προκύπτουν τριώνδες λύσεων της μορφής (x_0, y_0, m) .
 Τα σημεία (x_0, y_0) είναι πιθανά σημεία τοπικών ακροτάτων, με αντίστοιχο ακρότατο το $f(x_0, y_0)$.

`Solve[{Dx F[x, y, m] == 0, Dy F[x, y, m] == 0, g[x, y] == 0}, {x, y, m}]`

$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{3}{2}, y \rightarrow 3, m \rightarrow 1 \right\} \right\}$

$f\left[\frac{3}{2}, 3\right]$

$\frac{37}{4}$

ΒΗΜΑ 4:
 Για κάθε πιθανό σημείο τοπικού ακροτάτου (x_0, y_0) , ελέγχουμε αν είναι τοπικό μέγιστο ή ελάχιστο ως εξής:

Υπολογίζουμε την ορίζουσα του πίνακα $A = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} & \frac{\partial g}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} & \frac{\partial g}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} & 0 \end{pmatrix}.$

(α) Αν $\text{Det}(A) > 0$ τότε έχουμε μέγιστο το $f(x_0, y_0)$ στο σημείο (x_0, y_0) .
 (β) Αν $\text{Det}(A) < 0$ τότε έχουμε ελάχιστο το $f(x_0, y_0)$ στο σημείο (x_0, y_0) .

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Micro... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 5:02 μμ

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fylo Pollaplastiastes Langrance.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

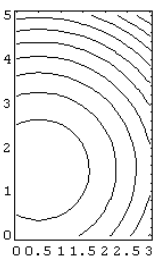
Apeirostikos II - Fylo Pollaplastiastes Langrance.nb *

$\text{Det}\left[\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}\right]$

26

ΑΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3η:
ΒΗΜΑ 1:
 Σχεδιάστε τις ισοϋψείς καμπύλες της επιφάνειας $z = f(x, y)$ με $f(x, y) = 10 + x + 3y - x^2 - y^2$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Οι ισοϋψείς καμπύλες είναι ουσιαστικά οι προβολές στο επίπεδο xy , τομών της επιφάνειας με παράλληλα προς το xy επίπεδα.

`c = ContourPlot[f[x, y], {x, 0, 3}, {y, 0, 5}, ContourShading -> False, AspectRatio -> Automatic]`



- ContourGraphics -

ΒΗΜΑ 2:
 Σχεδιάστε την προβολή του περιορισμού $g(x, y) = 2x + 3y - 12 = 0$ στο επίπεδο xy .

<< Graphics`ImplicitPlot`

`d = ImplicitPlot[g[x, y] == 0 // Evaluate, {x, 0, 3}, AspectRatio -> Automatic]`

125%

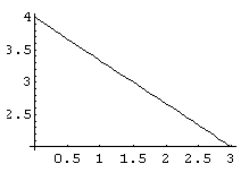
start C:\Documents and Se... Parartimata - Micro... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 5:03 μμ

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fylo Pollaplastiastes Langrance.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Apeirostikos II - Fylo Pollaplastiastes Langrance.nb *

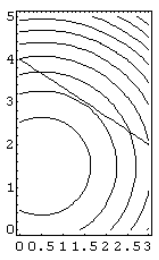
```
<< Graphics`ImplicitPlot`
d = ImplicitPlot[g[x, y] == 0 // Evaluate, {x, 0, 3}, AspectRatio -> Automatic]
```



- Graphics -

ΒΗΜΑ 3:
 (α) Σχεδιάστε στο ίδιο γράφημα τις ισοψείς καμπύλες της $f(x, y)$ και την προβολή του περιορισμού $g(x, y) = 0$ στο επίπεδο xy .
 (β) Τι παρατηρείτε να συμβαίνει για τα σημεία τοπικού μεγίστου και ελάχιστου που βρήκατε παραπάνω.

```
Show[c, d, AspectRatio -> Automatic]
```



- Graphics -

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Microso... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 5:05 μμ

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fylo Pollaplastiastes Langrance.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Apeirostikos II - Fylo Pollaplastiastes Langrance.nb *

ΒΗΜΑ 4:
 Μπορείτε να διατυπώσετε ένα γενικό συμπέρασμα για τον γεωμετρικό προσδιορισμό σημείων τοπικού μεγίστου και ελάχιστου μιας συνάρτησης $f(x, y)$ υπό τον περιορισμό $g(x, y) = 0$, μέσω της χάραξης των ισοψών καμπύλων της $f(x, y)$ και της προβολής του περιορισμού $g(x, y) = 0$ στο επίπεδο xy .

ΑΣΚΗΣΗ:
 (α) Προσδιορίστε γεωμετρικά τα μέγιστα και ελάχιστα σημεία της συνάρτησης $f(x, y) = 5 + x + 3y - x^2$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ υπό τον περιορισμό $g(x, y) = x^2 + 3y - 4 = 0$.
 (β) Βρείτε με τη μέθοδο Lagrange τα μέγιστα και ελάχιστα σημεία της συνάρτησης $f(x, y) = 5 + x + 3y - x^2$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ υπό τον περιορισμό $g(x, y) = x^2 + 3y - 4 = 0$.

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Microso... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 5:05 μμ

Γ.1.3. Ηλεκτρονικό φύλλο εργασίας στα Διπλά Ολοκληρώματα

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fyllo Dipla Olokliromata.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Apeirostikos II - Fyllo Dipla Olokliromata.nb *

ΔΙΠΛΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ:

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1η:
Υπολογισμός του $\iint_R f(x, y) dA$ όπου $f(x, y) = 1 - 6x^2y$, $(x, y) \in R^2$ και $R: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1$.

ΒΗΜΑ 1:
Υπολογίστε αρχικά το $\int_0^2 f(x, y) dx$ και στη συνέχεια το $\int_{-1}^1 \int_0^2 f(x, y) dx dy$

`f[x_, y_] := 1 - 6 * x^2 * y`

$$\int_0^2 f[x, y] dx$$

2 - 16 y

$$\int_{-1}^1 (2 - 16 * y) dy$$

4

ΒΗΜΑ 2:
Υπολογίστε αρχικά το $\int_{-1}^1 f(x, y) dy$ και στη συνέχεια το $\int_0^2 \int_{-1}^1 f(x, y) dy dx$

$$\int_{-1}^1 f[x, y] dy$$

2

$$\int_0^2 2 dx$$

4

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Micro... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 5:08 μμ

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fyllo Dipla Olokliromata.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Apeirostikos II - Fyllo Dipla Olokliromata.nb *

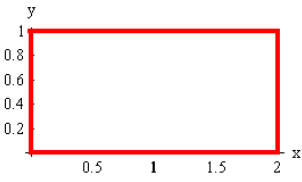
4

ΒΗΜΑ 3:
α) Τι παρατηρείτε σχετικά με τα αποτελέσματα που προκύπτουν;
β) Μπορείτε να διατυπώσετε ένα γενικότερο συμπέρασμα σχετικά με τη σειρά ολοκλήρωσης διπλών ολοκληρωμάτων σε ορθογώνιες περιοχές;

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2η:
Γεωμετρική ερμηνεία του $\iint_R f(x, y) dA$ όπου $f(x, y) = 4 - x - y^2$, $(x, y) \in R^2$ και $R: 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1$.

ΒΗΜΑ 1:
Απεικονίζουμε γραφικά την ορθογώνια περιοχή $R: 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1$.

```
a = ParametricPlot[{{x, 0}, {x, 1}} // Evaluate, {x, 0, 2}, AxesLabel -> {"x", "y"}, AspectRatio -> Automatic, PlotStyle -> {{Hue[1], Thickness[0.02]}}, DefaultFont -> {"Times", 12}]
b = ParametricPlot[{{0, y}, {2, y}} // Evaluate, {y, 0, 1}, AxesLabel -> {"x", "y"}, AspectRatio -> Automatic, PlotStyle -> {{Hue[1], Thickness[0.02]}}, DefaultFont -> {"Times", 12}]
Show[a, b]
```



- Graphics -

ΒΗΜΑ 2:
Ορίζουμε και απεικονίζουμε γραφικά την συνάρτηση $f(x, y)$, $(x, y) \in R^2$.

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Micro... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 5:10 μμ

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fylo Dipla Olokliromata.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

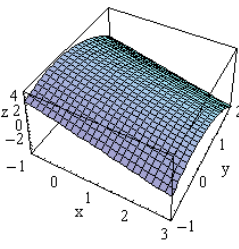
Apeirostikos II - Fylo Dipla Olokliromata.nb *

- Graphics -

BHMA 2:
 Ορίζουμε και απεικονίζουμε γραφικά την συνάρτηση $f(x, y), (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

$f[x_, y_] := 4 - x - y^2$

$c = \text{Plot3D}[f[x, y], \{x, -1, 3\}, \{y, -1, 2\}, \text{AspectRatio} \rightarrow 1, \text{AxesLabel} \rightarrow \{ "x", "y", "z" \}, \text{DefaultFont} \rightarrow \{ "Times", 12 \}]$



- SurfaceGraphics -

BHMA 3:
 Απεικονίζουμε την ορθογώνια περιοχή $R: 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1$ ως ένα κατακόρυφο ορθογώνιο πρίσμα.

$d = \text{ParametricPlot3D}[\{ \{x, 0, z\}, \{x, 1, z\} \} // \text{Evaluate}, \{x, 0, 2\}, \{z, 0, 4\}, \text{AxesLabel} \rightarrow \{ "x", "y", "z" \}, \text{AspectRatio} \rightarrow 1, \text{DefaultFont} \rightarrow \{ "Times", 12 \}]$

$e = \text{ParametricPlot3D}[\{ \{0, y, z\}, \{2, y, z\} \} // \text{Evaluate}, \{y, 0, 1\}, \{z, 0, 4\}, \text{AxesLabel} \rightarrow \{ "x", "y", "z" \}, \text{AspectRatio} \rightarrow 1, \text{DefaultFont} \rightarrow \{ "Times", 12 \}]$

Show[d, e]

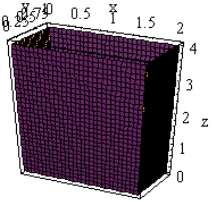
125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Microso... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 5:13 μμ

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fylo Dipla Olokliromata.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

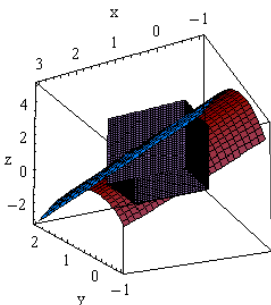
Apeirostikos II - Fylo Dipla Olokliromata.nb *



- Graphics3D -

BHMA 3:
 Απεικονίζουμε την συνάρτηση $f(x, y)$ μαζί με το πρίσμα.

Show[c, d, e, ViewPoint -> {-2, 4, -1}]



- Graphics3D -

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Microso... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 5:14 μμ

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fylo Dipla Oloklirromata.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Apeirostikos II - Fylo Dipla Oloklirromata.nb *

ΒΗΜΑ 4:
 (α) Μπορείτε να διατυπώσετε ένα γενικότερο συμπέρασμα σχετικά με τη γεωμετρική ερμηνεία του $\iint_R f(x, y) dA$ όπου $z = f(x, y)$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ και R : μία ορθογώνια περιοχή του επιπέδου xy ,
 (β) Μπορούμε να γενικεύσουμε το παραπάνω συμπέρασμα και για μη ορθογώνιες αλλά φραγμένες περιοχές του επιπέδου.

ΠΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3η:
 Υπολογισμός του $\iint_R f(x, y) dA$ όπου $f(x, y) = x^2 + 3xy$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ και R : η περιοχή που περικλείεται μεταξύ των καμπύλων $y = x^2$ και $y = 2x$, $x = 0$, $x = 2$.

ΒΗΜΑ 1:
 Σχεδιάζουμε γραφικά την περιοχή R , προκειμένου να βρούμε τα όρια ολοκλήρωσης.

```
<< Graphics`FilledPlot`
FilledPlot[{x^2, 2*x}, {x, -1, 3}, AspectRatio -> 1, Curves -> Front, DefaultFont -> {"Times", 12},
AxesLabel -> {"x", "y"}]
```

- Graphics -

125%

start C:\Documents and Se... Pararitima - Micro... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 5:15 μμ

Mathematica 5.0 - [Apeirostikos II - Fylo Dipla Oloklirromata.nb]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Apeirostikos II - Fylo Dipla Oloklirromata.nb

ΒΗΜΑ 2:
 Υπολογίστε αρχικά το $\int_{x^2}^{2x} f(x, y) dy$ και στη συνέχεια το $\int_0^2 \int_{x^2}^{2x} f(x, y) dy dx$

```
f[x_, y_] := x^2 + 3*x*y
```

$$\int_{x^2}^{2x} f[x, y] dy$$

$$-\frac{1}{2} x^3 (-16 + 2x + 3x^2)$$

$$\int_0^2 -\frac{1}{2} x^3 (-16 + 2x + 3x^2) dx$$

$$\frac{48}{5}$$

ΒΗΜΑ 3:
 Υπολογίστε αρχικά το $\int_0^2 f(x, y) dx$ και στη συνέχεια το $\int_{x^2}^{2x} \int_0^2 f(x, y) dx dy$

$$\int_0^2 f[x, y] dx$$

$$\frac{8}{3} + 6y$$

$$\int_{x^2}^{2x} \left(\frac{8}{3} + 6y \right) dy$$

$$\frac{1}{3} x (16 + 28x - 9x^3)$$

ΒΗΜΑ 4:
 α) Τι παρατηρείτε σχετικά με τα αποτελέσματα που προκύπτουν,
 β) Μπορείτε να διατυπώσετε ένα γενικότερο συμπέρασμα σχετικά με τη γεωμετρική ερμηνεία της ποσότητας που υπολογίσαμε;

125%

start C:\Documents and Se... Pararitima - Micro... Mathematica 5.0 - [A... Mathematica 5 Kernel EN 5:17 μμ

The screenshot shows the Mathematica 5.0 interface with a document titled "Apeirostikos II - Fylo Dipla Oloklirromata.nb". The document contains the following text:

ΒΗΜΑ 4:
α) Τι παρατηρείτε σχετικά με τα αποτελέσματα που προκύπτουν,
β) Μπορείτε να διατυπώσετε ένα γενικότερο συμπέρασμα σχετικά με τη σειρά ολοκλήρωσης διπλών ολοκληρωμάτων σε περιοχές φραγμένες μη ορθογώνιες;

ΑΣΚΗΣΗ 1:
Υπολογίστε το $\iint_R f(x, y) dA$ όπου $f(x, y) = y^2 - \sqrt{x}$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ και R : η περιοχή που περικλείεται μεταξύ των καμπύλων $y = x^2 + 4$ και $y = 3x + 2$, $x = -1$, $x = 2$.

ΑΣΚΗΣΗ 2:
Βρείτε τον όγκο του στερεού το οποίο έχει βάση στο επίπεδο xy που ορίζεται από την παραβολή $y = 4 - x^2$ και την ευθεία $y = 3x$, ενώ η κορυφή του ορίζεται από το επίπεδο $z = x + 4$.

The interface also shows a taskbar at the bottom with the Windows Start button, taskbar icons for "Parartimata - Microso...", "Mathematica 5.0 - [A...", and "Mathematica 5 Kernel", and system tray information showing "EN" and "5:18 μμ".

Γ.2. Ηλεκτρονικά φύλλα εργασίας για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

Γ.2.1. Ηλεκτρονικό φύλλο εργασίας στις Γραμμικές Απεικονίσεις

Mathematica 5.0 - [Algebra (Επιλογή) - Fyllo Grammikes Apeikoniseis.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Algebra (Επιλογή) - Fyllo Grammikes Apeikoniseis.nb *

ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΕΙΣ:

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ:
 Θεωρούμε ένα τετράγωνο με κορυφές τα σημεία (0, 0), (0, 1), (1, 1) και (1, 0).
 Θα μελετήσουμε τα αποτελέσματα της εφαρμογής διαφόρων γραμμικών απεικονίσεων του επιπέδου, δηλαδή απεικονίσεων $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, στο τετράγωνο.
 Ορίζουμε το τετράγωνο στο πρόγραμμα ως αντικείμενο και το σχεδιάζουμε.

```
square = Graphics[{Hue[0.7], Polygon[{{0, 0}, {0, 1}, {1, 1}, {1, 0}}]};
Show[square, Axes -> True, AspectRatio -> Automatic, DefaultFont -> {"Times", 13},
PlotRange -> {{-1, 2}, {-1, 2}}, AxesLabel -> {"x", "y"}]
```

- Graphics -

ΒΗΜΑ 1:
 Θεωρούμε την απεικόνιση $f(x, y) = M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, με $M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
 Τι προκαλεί η εφαρμογή της απεικόνισης στο τετράγωνο του σχήματος;

ΥΠΟΔΕΙΞΗ

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Micro... Mathematica 5.0 - [Al... Mathematica 5 Kernel EN 5:56 μμ

Mathematica 5.0 - [Algebra (Επιλογή) - Fyllo Grammikes Apeikoniseis.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Algebra (Επιλογή) - Fyllo Grammikes Apeikoniseis.nb *

ΒΗΜΑ 1:
 Θεωρούμε την απεικόνιση $f(x, y) = M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, με $M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
 Τι προκαλεί η εφαρμογή της απεικόνισης στο τετράγωνο του σχήματος;

ΥΠΟΔΕΙΞΗ:
 Θεωρήστε διάφορες τιμές του λ , θετικές και αρνητικές και σχεδιάστε την εικόνα του τετραγώνου μέσω της απεικόνισης $f(x, y)$.

```
M = {{3, 0}, {0, 3}}
f[x_, y_] := M . {x, y}
square2 = Graphics[{Hue[0.5], Polygon[{M . {0, 0}, M . {0, 1}, M . {1, 1}, M . {1, 0}}]};
Show[square2, square, Axes -> True, AspectRatio -> Automatic, DefaultFont -> {"Times", 13},
PlotRange -> {{-1, 4}, {-1, 4}}, AxesLabel -> {"x", "y"}]
```

- Graphics -

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Micro... Mathematica 5.0 - [Al... Mathematica 5 Kernel EN 6:01 μμ

Mathematica 5.0 - [Algebra (Επιλογί) - Fyllo Grammikes Apeikoniseis.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Algebra (Επιλογί) - Fyllo Grammikes Apeikoniseis.nb *

BHMA 2:
 Θεωρούμε την απεικόνιση $f(x, y) = S(\theta) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, με $S(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$, $\theta \in [0, 2\pi]$.
 Τι προκαλεί η εφαρμογή της απεικόνισης στο τετράγωνο του σχήματος;

ΥΠΟΔΕΙΞΗ:
 Θεωρήστε διάφορες τιμές του θ , θετικές και αρνητικές και σχεδιάστε την εικόνα του τετραγώνου μέσω της απεικόνισης $f(x, y)$.

```
s[x_] := {Cos[x] - Sin[x], Sin[x] Cos[x]}
f[x_, y_] := S[x].{x, y}
square3[x_] := Graphics[{Hue[0.4], Polygon[{S[x].{0, 0}, S[x].{0, 1}, S[x].{1, 1}, S[x].{1, 0}]}]}];
Show[square, square3[ $\frac{\pi}{3}$ ], Axes -> True, AspectRatio -> Automatic, DefaultFont -> {"Times", 13}, PlotRange -> {{-1, 2}, {-1, 2}}, AxesLabel -> {"x", "y"}]
```

- Graphics -

BHMA 3:

Mathematica 5.0 - [Algebra (Επιλογί) - Fyllo Grammikes Apeikoniseis.nb]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Algebra (Επιλογί) - Fyllo Grammikes Apeikoniseis.nb

BHMA 3:
 Θεωρούμε την απεικόνιση $f(x, y) = R \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, με $R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
 Τι προκαλεί η εφαρμογή της απεικόνισης στο τετράγωνο του σχήματος;

```
R = {1, 0, 0, -1}
{{1, 0}, {0, -1}}
f[x_, y_] := R.{x, y}
square4 = Graphics[{Hue[0.2], Polygon[{R.{0, 0}, R.{0, 1}, R.{1, 1}, R.{1, 0}]}]}];
Show[square, square4, Axes -> True, AspectRatio -> Automatic, DefaultFont -> {"Times", 13}, PlotRange -> {{-1, 2}, {-2, 2}}, AxesLabel -> {"x", "y"}]
```

- Graphics -

Mathematica 5.0 - [Algebra (Επίλογι) - Fyllo Grammikes Apeikoniseis.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Algebra (Επίλογι) - Fyllo Grammikes Apeikoniseis.nb *

ΒΗΜΑ 4:
 Θεωρούμε την γραμμική απεικόνιση $f(x, y) = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, με $A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$.
 Τι προκαλεί η εφαρμογή της απεικόνισης στο τετράγωνο του σχήματος;

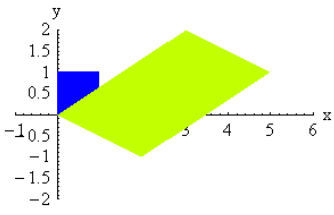
ΥΠΟΔΕΙΞΗ:
 Θεωρήστε διάφορες τιμές των $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ και σχεδιάστε την εικόνα του τετραγώνου μέσω της απεικόνισης $f(x, y)$.

$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
 $\{(3, 2), (2, -1)\}$

$f[x_, y_] := A \cdot \{x, y\}$

`square5 = Graphics[Hue[0.2], Polygon[A. {0, 0}, A. {0, 1}, A. {1, 1}, A. {1, 0}]]];`

`Show[square, square5, Axes -> True, AspectRatio -> Automatic, DefaultFont -> {"Times", 13}, PlotRange -> {{-1, 6}, {-2, 2}}, AxesLabel -> {"x", "y"}]`



- Graphics -

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Micro... Mathematica 5.0 - [Al... Mathematica 5 Kernel EN 6:05 μμ

Γ.2.2. Ηλεκτρονικό φύλλο εργασίας στις Ιδιότητες – Ιδιοδιανύσματα – Ιδιόχωρους

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ-ΙΔΙΟΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ-ΙΔΙΟΧΩΡΟΙ:

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1:
Θεωρούμε τη γραμμική απεικόνιση $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ με $f(x, y, z) = (x - 2y + 2z, -3y + 4z, -2y + 3z)$. Θέλουμε να βρούμε τις ιδιοτιμές, τα ιδιοδιανύσματα και τους ιδιόχωρους της f . Επίσης να μελετήσουμε τι αναπαριστούν οι ιδιόχωροι της $f(x, y)$ στο χώρο. Ορίζουμε την $f(x, y, z)$ στο πρόγραμμα.

$$f[x_, y_, z_] := \{x - 2y + 2z, -3y + 4z, -2y + 3z\}$$

ΒΗΜΑ 1:
Βρίσκουμε τον πίνακα αναπαράστασης της f ως προς την κανονική βάση του \mathbb{R}^3 .

$$f[1, 0, 0]$$

$$\{1, 0, 0\}$$

$$f[0, 1, 0]$$

$$\{-2, -3, -2\}$$

$$f[0, 0, 1]$$

$$\{2, 4, 3\}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\{(1, -2, 2), (0, -3, 4), (0, -2, 3)\}$$

ΒΗΜΑ 2:
Βρίσκουμε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα A ως $\varphi(x) = \text{Det}(A - xI)$. Υπολογίζουμε τις ιδιοτιμές λ ως λύσεις της εξίσωσης: $\varphi(x) = 0$, δηλαδή $\text{Det}(A - xI) = 0$.

Βρίσκουμε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα A ως $\varphi(x) = \text{Det}(A - xI)$. Υπολογίζουμε τις ιδιοτιμές λ ως λύσεις της εξίσωσης: $\varphi(x) = 0$, δηλαδή $\text{Det}(A - xI) = 0$.

$$I3 = \text{IdentityMatrix}[3]$$

$$\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$$

$$\text{Det}[A - x*I3]$$

$$-1 + x + x^2 - x^3$$

$$\text{Det}[A - x*I3] // \text{Factor}$$

$$-(-1 + x)^2 (1 + x)$$

$$\text{Solve}[\text{Det}[A - x*I3] == 0, x]$$

$$\{x \rightarrow -1\}, \{x \rightarrow 1\}, \{x \rightarrow 1\}$$

ΒΗΜΑ 3:
Για κάθε ιδιοτιμή που βρήκαμε υπολογίζουμε τα ιδιοδιανύσματα μέσω της λύσης της εξίσωσης: $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$.
Ο ιδιόχωρος που αντιστοιχεί στην ιδιοτιμή αποτελείται από τα ιδιοδιανύσματα συμπεριλαμβανομένου του $(0, 0, 0)$.

(I) Για $\lambda = -1$ έχουμε:

$$\text{Solve}[A \cdot \{x, y, z\} == -1 \cdot \{x, y, z\}, \{x, y, z\}]$$

$$\text{Solve}::\text{svars} : \text{Equations may not give solutions for all "solve" variables. More.}$$

$$\{x \rightarrow z, y \rightarrow 2z\}$$

$$(x, y, z) = (z, 2z, z) = z(1, 2, 1)$$

Άρα ο αντίστοιχος ιδιόχωρος είναι: $V(-1) = \{(x, y, z) = m(1, 2, 1), m \in \mathbb{R}\}$

Mathematica 5.0 - [Algebra (Epilogi) - Fylio Idiotimes, Idiodianysmata, Idioxoroi.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Algebra (Epilogi) - Fylio Idiotimes, Idiodianysmata, Idioxoroi.nb *

(II) Για $\lambda = 1$ έχουμε:

```
Solve[{A.{x, y, z} == 1*{x, y, z}}, {x, y, z}]
```

- Solve::svars: Equations may not give solutions for all "solve" variables. [More...](#)

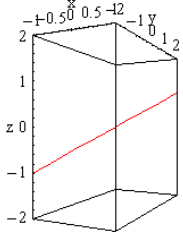
```
{ {y -> z} }
```

$(x, y, z) = (x, z, z) = (x, 0, 0) + (0, z, z) = x(1, 0, 0) + z(0, 1, 1)$
 Άρα ο αντίστοιχος ιδιοχώρος είναι: $V(1) = \{(x, y, z) = m(1, 0, 0) + n(0, 1, 1), \lambda, \mu \in \mathbb{R}\}$

ΒΗΜΑ 4:
 Τι αναπαριστά γεωμετρικά ο κάθε ιδιοχώρος που βρήκαμε παραπάνω; Σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση του κάθε ιδιοχώρου στο χώρο.

(I) $V(-1) = \{(x, y, z) = m(1, 2, 1), \mu \in \mathbb{R}\}$

```
ParametricPlot3D[Append[m*{1, 2, 1}, {Hue[1], Thickness[0.01]}] // Evaluate, {m, -5, 5},
DefaultFont -> {"Times", 12}, PlotRange -> {{-1, 1}, {-2, 2}, {-2, 2}}, AxesLabel -> {"x", "y", "z"},
ViewPoint -> {1, -2, 0}]
```



- Graphics3D -|

125%

start C:\Documents and Se... Pararitimata - Microso... Mathematica 5.0 - [Al... Mathematica 5 Kernel EN 6:17 μμ

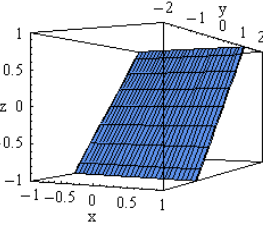
Mathematica 5.0 - [Algebra (Epilogi) - Fylio Idiotimes, Idiodianysmata, Idioxoroi.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Algebra (Epilogi) - Fylio Idiotimes, Idiodianysmata, Idioxoroi.nb *

(II) $V(1) = \{(x, y, z) = m(1, 0, 0) + n(0, 1, 1), \lambda, \mu \in \mathbb{R}\}$

```
ParametricPlot3D[m*{1, 0, 0} + n*{0, 1, 1} // Evaluate, {m, -2, 2}, {n, -2, 2}, DefaultFont -> {"Times", 12},
PlotRange -> {{-1, 1}, {-2, 2}, {-1, 1}}, AxesLabel -> {"x", "y", "z"}, PlotPoints -> {60, 15},
ViewPoint -> {1, -2, 0}]
```



- Graphics3D -

ΠΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2:

Θεωρούμε τους πίνακες $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Σε κάθε περίπτωση να βρεθούν:

(α) Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο $\varphi(x) = \text{Det}(A - xI_3)$.
 (β) Να υπολογιστεί το $\varphi(\lambda)$ για κάθε πίνακα.
 (γ) Να βρεθεί το ελάχιστο πολυώνυμο για κάθε πίνακα.

ΒΗΜΑ 1:
 Υπολόγιστε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο $\varphi(x) = \text{Det}(A - xI_3)$ για καθέναν από τους πίνακες

125%

start C:\Documents and Se... Pararitimata - Microso... Mathematica 5.0 - [Al... Mathematica 5 Kernel EN 6:18 μμ

Mathematica 5.0 - [Algebra (Επίλογι) - Fyllo Idiotimes, Idiodianysmata, Idioxoroi.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Algebra (Επίλογι) - Fyllo Idiotimes, Idiodianysmata, Idioxoroi.nb *

ΒΗΜΑ 1:
Υπολογίζουμε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο $\varphi(x) = \text{Det}(A - xI_3)$, για καθέναν από τους πίνακες:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

{ {1, -2, 2}, {0, -3, 4}, {0, -2, 3} }

`xar[x_] := Det[A - x * I3]`

`xar[x] // Factor`

$$-(-1 + x)^2 (1 + x)$$

ΒΗΜΑ 2:
Υπολογίζουμε το $\varphi(A)$ για καθέναν από τους πίνακες. Τι παρατηρείτε;

`-(-I3 + A) . (-I3 + A) . (I3 + A)`

{ {0, 0, 0}, {0, 0, 0}, {0, 0, 0} }

ΒΗΜΑ 3:
Υπολογίζουμε το ελάχιστο πολυώνυμο για καθέναν από τους πίνακες.
Το ελάχιστο πολυώνυμο έχει τις ιδιότητες: (α) Έχει τις ίδιες ρίζες με το χαρακτηριστικό πολυώνυμο. (β) Έχει τη μικρότερη δυνατή πολλαπλότητα στις ρίζες ώστε να μηδενίζεται από τον πίνακα A.

`Solve[xar[x] == 0, x]`

{ {x -> -1}, {x -> 1}, {x -> 1} }

Παρατηρούμε ότι το χαρακτηριστικό πολυώνυμο έχει ρίζες την -1 με πολλαπλότητα 1 και την 1 με πολλαπλότητα 2.
Πιθανά ελάχιστα πολυώνυμα για τον πίνακα A:
 $\text{πολ1}(x) = (x+1)(x-1)^2$, $\text{πολ2}(x) = (x+1)(x-1)$.

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Microso... Mathematica 5.0 - [Al... Mathematica 5 Kernel EN 6:19 μμ

Mathematica 5.0 - [Algebra (Επίλογι) - Fyllo Idiotimes, Idiodianysmata, Idioxoroi.nb *]

File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

Algebra (Επίλογι) - Fyllo Idiotimes, Idiodianysmata, Idioxoroi.nb *

`(A + I3) . (A - I3) . (A - I3)`

{ {0, 0, 0}, {0, 0, 0}, {0, 0, 0} }

`(A + I3) . (A - I3)`

{ {0, 0, 0}, {0, 0, 0}, {0, 0, 0} }

Το ελάχιστο πολυώνυμο του πίνακα A είναι: $\text{πολ2}(x) = (x+1)(x-1)$.

ΑΣΚΗΣΗ 1:
Θεωρούμε τη γραμμική απεικόνιση $f: R^3 \rightarrow R^3$ με $f(x, y, z) = (x - y + 2z, -y + 3z, 2x - y + 2z)$.
(α) Να βρείτε τις ιδιοτιμές, τα ιδιοδιανύσματα και τους ιδιοχώρους της f.
(β) Τι αναπαριστούν οι ιδιοχώροι της f(x, y) στο χώρο;

ΑΣΚΗΣΗ 2:
Θεωρούμε τη γραμμική απεικόνιση $f: R^2 \rightarrow R^2$ με $f(x, y, z) = (x - 2y, -3y)$.
(α) Να βρείτε τις ιδιοτιμές, τα ιδιοδιανύσματα και τους ιδιοχώρους της f.
(β) Τι αναπαριστούν οι ιδιοχώροι της f(x, y) στο χώρο;

125%

start C:\Documents and Se... Parartimata - Microso... Mathematica 5.0 - [Al... Mathematica 5 Kernel EN 6:20 μμ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ. Στατιστικά αποτελέσματα πολυδιάστατης ανάλυσης δεδομένων

Δ.1. Στατιστικά αποτελέσματα για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ

Δ.1.1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ

Δ.1.1.1. Ιδιοτιμές και αδράνεια ανά παραγοντικό άξονα

Model Summary

Dimension	Cronbach's Alpha	Variance Accounted For	
		Total (Eigenvalue)	Inertia
1	,932	9,335	,389
2	,904	7,468	,311
3	,866	5,895	,246
4	,854	5,517	,230
5	,815	4,573	,191
6	,811	4,491	,187
7	,797	4,225	,176
8	,773	3,859	,161
9	,739	3,422	,143
10	,722	3,243	,135
11	,680	2,868	,120
12	,661	2,729	,114
13	,621	2,469	,103
14	,607	2,393	,100
15	,583	2,267	,094
16	,478	1,845	,077
17	,469	1,818	,076
18	,433	1,709	,071
19	,377	1,566	,065
20	,309	1,420	,059
21	,215	1,259	,052
22	,108	1,116	,046
23	,045	1,045	,044
24	-,266	,797	,033
25	-,381	,733	,031
26	-,663	,612	,025
27	-,849	,551	,023
28	-1,024	,505	,021
29	-1,423	,423	,018
30	-1,923	,352	,015
31	-2,509	,294	,012
32	-40,046	,025	,001
33	,000	,000	,000
34	,000	,000	,000
35	,000	,000	,000
36	,000	,000	,000
37	,000	,000	,000
38	,000	,000	,000

Model Summary

Dimension	Cronbach's Alpha	Variance Accounted For	
		Total (Eigenvalue)	Inertia
39	,000	,000	,000
40	,000	,000	,000
41	,000	,000	,000
42	,000	,000	,000
43	,000	,000	,000
44	,000	,000	,000
45	,000	,000	,000
46	,000	,000	,000
47	,000	,000	,000
48	,000	,000	,000
49	,000	,000	,000
50	,000	,000	,000
51	,000	,000	,000
52	,000	,000	,000
53	,000	,000	,000
Total		80,822	3,368
Mean	,359 ^a	1,525	,064

a. Mean Cronbach's Alpha is based on the mean Eigenvalue.

Δ.1.1.2. Διακριτικά μέτρα ανά παραγοντικό άξονα

Discrimination Measures

	Dimension				Mean
	1	2	3	4	
Φύλο	,058	,029	,005	,041	,033
Υπολογισμοί	,191	,070	,139	,014	,103
Γεωμ. ερμηνείες	,677	,379	,289	,203	,387
Διαδικασίες	,990	,274	,316	,328	,477
Μετά - τεστ	,986	,324	,239	,186	,434
Τελ. εξετάσεις	,224	,108	,211	,399	,236
Εμπειρ. στη χρ. υπολ.	,076	,049	,371	,034	,133
Ενδιαφ. στη χρ. υπολ.	,041	,528	,573	,539	,420
Εύκ. στο χειρισμό	,194	,224	,522	,605	,386
Χειρ. ανεξ. από καθηγ.	,008	,126	,003	,168	,076
Εύκ. να το μάθει κανείς	,322	,397	,573	,358	,413
Απλός φορμαλισμός	,237	,306	,100	,030	,168
Δυναμ. φορμαλισμός	,346	,452	,451	,253	,376
Γενικεύσιμο	,996	,146	,458	,601	,550
Ενδ. για το μάθημα	,978	,423	,060	,119	,395
Ενδ. για το γν. αντικ.	,678	,550	,203	,108	,384
Ενεργ. συμμετοχή	,778	,486	,010	,057	,333
Αυτενέργεια	,443	,412	,207	,267	,332
Πειραματισμός	,289	,379	,321	,432	,355
Αναστοχασμός	,086	,702	,145	,050	,246
Προσ. αναπαραστ.	,178	,111	,247	,301	,209
Διατύπ. / έλεγχ. εικασ.	,502	,491	,205	,205	,351
Συζήτ. φοιτ. - καθ.	,033	,171	,110	,073	,097
Συζήτ. μετ. φοιτητών	,022	,331	,136	,147	,159
Active Total	9,335	7,468	5,895	5,517	7,054

Δ.1.1.3. Βαθμοί υποκειμένων ανά παραγοντικό άξονα

Object Scores

Case Number	Dimension			
	1	2	3	4
1	-,314	2,476	-2,065	1,266
2	-,085	1,724	-,969	1,782
3	5,030	,366	,159	,630
4	-,479	-,138	-,725	-1,650
5	,066	-2,101	-2,370	,573
6	,751	,190	-,792	-3,320
7	-,361	-,462	,079	-,308
8	-,178	-,506	,211	,123
9	,022	,664	1,131	,465
10	,767	-,338	,746	-,795
11	-,696	,806	,299	-,965
12	-,417	-,798	,911	,216
13	-,550	,025	,584	,451
14	,149	-,439	1,264	-,026
15	-,032	,428	,452	,665
16	-,416	,855	,556	,180
17	,231	-1,135	,145	-,490
18	-,491	1,139	-,011	-,200
19	-,460	,038	,151	,491
20	-,238	,169	1,760	,441
21	-,503	1,156	-,852	-,678
22	,090	-1,242	-,276	,087
23	-,269	,197	,654	-,227
24	,090	,049	-,331	,071
25	,117	,083	-,356	-1,151
26	,252	-,565	1,567	-,305
27	-,232	,655	,716	,241
28	-,213	,128	,096	-1,160
29	-,041	-2,024	-1,838	,765
30	-,249	-,377	-,847	-,511
31	-,515	-1,233	,540	1,756
32	-,526	-,962	,623	,106
33	-,314	2,476	-2,065	1,266
34	-,085	1,724	-,969	1,782
35	5,030	,366	,159	,630
36	-,479	-,138	-,725	-1,650
37	,066	-2,101	-2,370	,573
38	,751	,190	-,792	-3,320
39	-,361	-,462	,079	-,308
40	-,178	-,506	,211	,123
41	,022	,664	1,131	,465
42	-,696	,806	,299	-,965
43	-,417	-,798	,911	,216

Variable Principal Normalization.

Object Scores

Case Number	Dimension			
	1	2	3	4
44	-,550	,025	,584	,451
45	-,545	1,091	,015	-,278
46	-,460	,038	,151	,491
47	-,238	,169	1,760	,441
48	-,503	1,156	-,852	-,678
49	,090	,049	-,331	,071
50	,252	-,565	1,567	-,305
51	-,232	,655	,716	,241
52	-,041	-2,024	-1,838	,765
53	-,515	-1,233	,540	1,756
54	-,526	-,962	,623	,106

Variable Principal Normalization.

Δ.1.2. Αυτόματη Ταξινόμηση για το μάθημα Απειροστικός Λογισμός ΙΙ

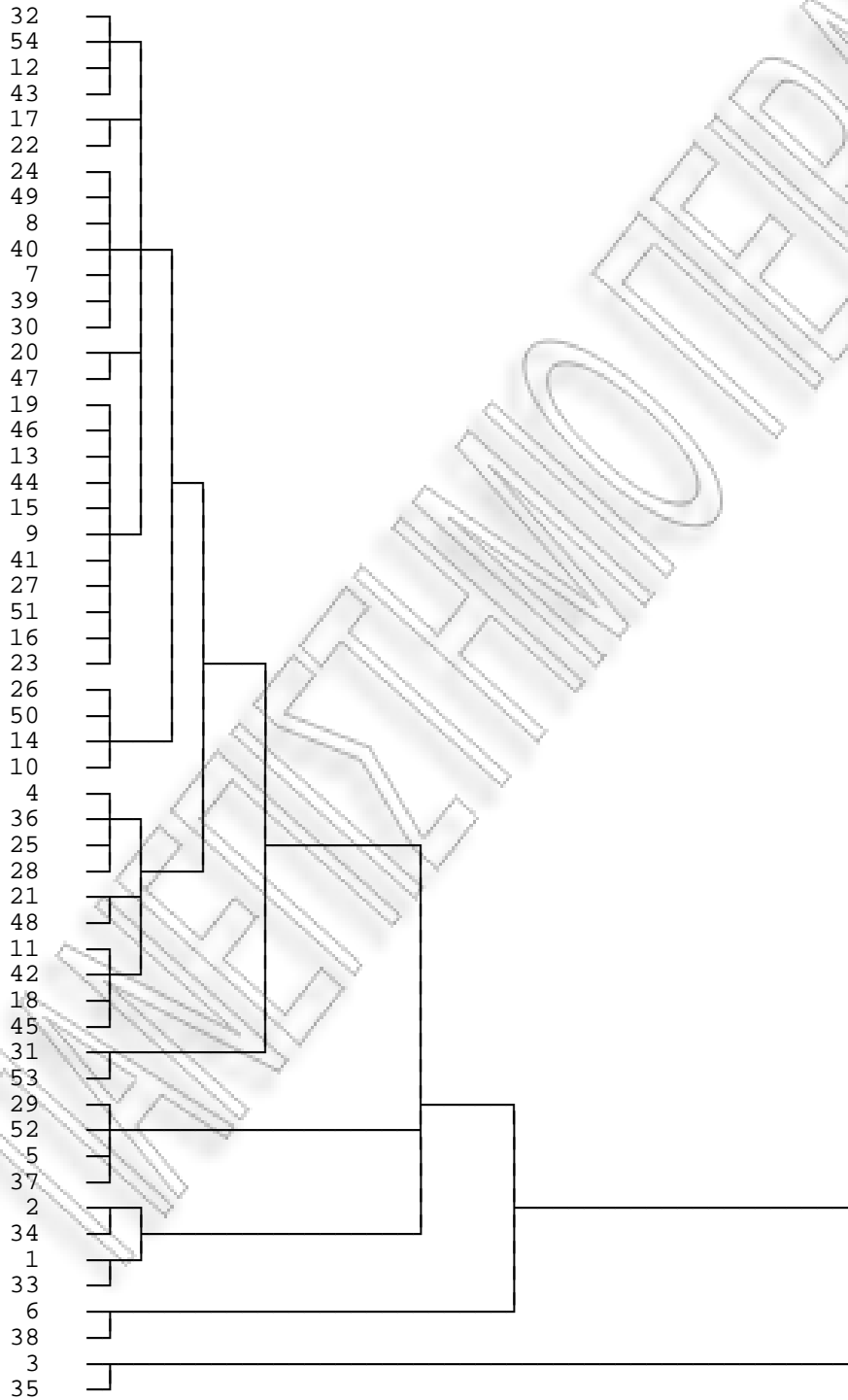
Δ.1.2.1. Αυτόματη Ταξινόμηση σε ομοιογενείς ομάδες ατόμων

* * * H I E R A R C H I C A L C L U S T E R A N A L Y S I S * * *

Dendrogram using Average Linkage (Between Groups)

Rescaled Distance Cluster Combine

C A S E 0 5 10 15 20 25
Label Num +-----+-----+-----+-----+-----+



Δ.1.2.2. Κατανομή ατόμων σε 10 ομοιογενείς ομάδες

Case Summaries		Case Summaries	
	Αυτόματη ταξινόμηση		Αυτόματη ταξινόμηση
1	1	28	3
2	1	29	4
3	2	30	6
4	3	31	10
5	4	32	6
6	5	33	1
7	6	34	1
8	6	35	2
9	7	36	3
10	8	37	4
11	9	38	5
12	6	39	6
13	7	40	6
14	8	41	7
15	7	42	9
16	7	43	6
17	6	44	7
18	9	45	9
19	7	46	7
20	7	47	7
21	9	48	9
22	6	49	6
23	7	50	8
24	6	51	7
25	3	52	4
26	8	53	10
27	7	54	6

Δ.1.2.3. Υπολογισμός των κέντρων των 10 ομάδων ατόμων

Case Summaries ^a			diast1	diast2	diast3	diast4
Αυτόματη ταξινόμηση	1	Mean	-,1995	2,1000	-1,5170	1,5240
	2	Mean	5,0300	,3660	,1590	,6300
	3	Mean	-,2635	-,0163	-,4275	-1,4028
	4	Mean	,0125	-2,0625	-2,1040	,6690
	5	Mean	,7510	,1900	-,7920	-3,3200
	6	Mean	-,2086	-,6240	,1545	-,0383
	7	Mean	-,2795	,3525	,7958	,3689
	8	Mean	,3550	-,4768	1,2860	-,3578
	9	Mean	-,5723	1,0257	-,1837	-,6273
	10	Mean	-,5150	-1,2330	,5400	1,7560

a. Limited to first 100 cases.

Δ.2. Στατιστικά αποτελέσματα για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

Δ.2.1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

Δ.2.1.1. Ιδιοτιμές και αδράνεια ανά παραγοντικό άξονα

Model Summary

Dimension	Cronbach's Alpha	Variance Accounted For	
		Total (Eigenvalue)	Inertia
1	,939	10,010	,417
2	,911	7,899	,329
3	,887	6,679	,278
4	,876	6,236	,260
5	,865	5,860	,244
6	,855	5,524	,230
7	,817	4,614	,192
8	,794	4,185	,174
9	,784	4,021	,168
10	,742	3,460	,144
11	,731	3,344	,139
12	,695	2,995	,125
13	,691	2,964	,123
14	,633	2,544	,106
15	,597	2,338	,097
16	,552	2,121	,088
17	,523	2,005	,084
18	,483	1,861	,078
19	,407	1,639	,068
20	,341	1,485	,062
21	,135	1,148	,048
22	,087	1,091	,045
23	-,121	,896	,037
24	-,242	,811	,034
25	,000	,000	,000
26	,000	,000	,000
27	,000	,000	,000
28	,000	,000	,000
29	,000	,000	,000
30	,000	,000	,000
31	,000	,000	,000
32	,000	,000	,000
33	,000	,000	,000
34	,000	,000	,000
35	,000	,000	,000
Total		85,729	3,572
Mean	,617 ^a	2,449	,102

a. Mean Cronbach's Alpha is based on the mean Eigenvalue.

Δ.2.1.2. Διακριτικά μέτρα ανά παραγοντικό άξονα

Discrimination Measures

	Dimension				Mean
	1	2	3	4	
Φύλο	,022	,062	,301	,057	,110
Υπολογισμοί	,662	,225	,306	,606	,450
Γεωμ. ερμηνείες	,494	,144	,266	,567	,368
Διαδικασίες	,565	,140	,368	,541	,404
Μετά - τεστ	,527	,073	,226	,700	,381
Τελ. εξετάσεις	,525	,342	,455	,438	,440
Εμπειρ. στη χρ. υπολ.	,097	,081	,171	,062	,102
Ενδιαφ. στη χρ. υπολ.	,179	,800	,085	,013	,269
Εύκ. στο χειρισμό	,399	,297	,147	,269	,278
Χειρ. ανεξ. από καθηγ.	,003	,039	,200	,008	,063
Εύκ. να το μάθει κανείς	,315	,577	,182	,089	,291
Απλός φερμαλισμός	,572	,348	,010	,117	,262
Δυναμ. φερμαλισμός	,179	,638	,697	,019	,383
Γενικεύσιμο	,651	,800	,111	,032	,398
Ενδ. για το μάθημα	,425	,058	,036	,039	,139
Ενδ. για το γν. αντικ.	,698	,573	,647	,776	,674
Ενεργ. συμμετοχή	,440	,270	,313	,161	,296
Αυτενέργεια	,697	,159	,256	,730	,461
Πειραματισμός	,473	,384	,094	,260	,303
Αναστοχασμός	,649	,577	,592	,149	,492
Προσ. αναπαραστ.	,528	,231	,056	,326	,285
Διατύπ. / έλεγχ. εικασ.	,614	,556	,174	,216	,390
Συζήτ. φοιτ. - καθ.	,196	,454	,651	,001	,325
Συζήτ. μετ. φοιτητών	,102	,071	,338	,062	,143
Active Total	10,010	7,899	6,679	6,236	7,706

Δ.2.1.3. Βαθμοί υποκειμένων ανά παραγοντικό άξονα

Object Scores

Case Number	Dimension			
	1	2	3	4
1	-,982	-,800	,864	4,891
2	-,700	2,695	-1,533	,458
3	-,656	1,591	,126	,009
4	-,328	,701	-,754	,603
5	1,016	-,073	-,721	-,280
6	-1,253	-,312	,336	-,855
7	,683	-,688	-,532	-,025
8	-,578	,349	-,847	-,732
9	-2,042	-,318	1,285	-1,613
10	-,927	-,858	,324	-,024
11	1,134	-,838	,912	,015
12	,776	-,691	,173	-,029
13	,430	-,375	-1,077	-,087
14	-,539	-,409	-,327	-,385
15	1,422	-,224	-,536	-,043
16	1,266	-,426	-,072	-,549
17	-,224	,470	-,397	-,085
18	-,143	-,039	-,260	,465
19	1,598	-,054	-,434	-,584
20	1,900	3,533	4,434	-,115
21	1,499	-,016	-,014	-,091
22	,023	-,634	,070	-,200
23	-,795	-,540	,572	1,257
24	-,304	-,640	,729	-,183
25	-,421	-,345	,772	,607
26	-,700	2,695	-1,533	,458
27	-,328	,701	-,754	,603
28	1,016	-,073	-,721	-,280
29	-1,253	-,312	,336	-,855
30	,683	-,688	-,532	-,025
31	-,578	,349	-,847	-,732
32	-2,042	-,318	1,285	-1,613
33	-,927	-,858	,324	-,024
34	1,134	-,838	,912	,015
35	,776	-,691	,173	-,029
36	,430	-,375	-1,077	-,087

Variable Principal Normalization.

Δ.2.2. Αυτόματη Ταξινόμηση για το μάθημα Άλγεβρα (Επιλογή)

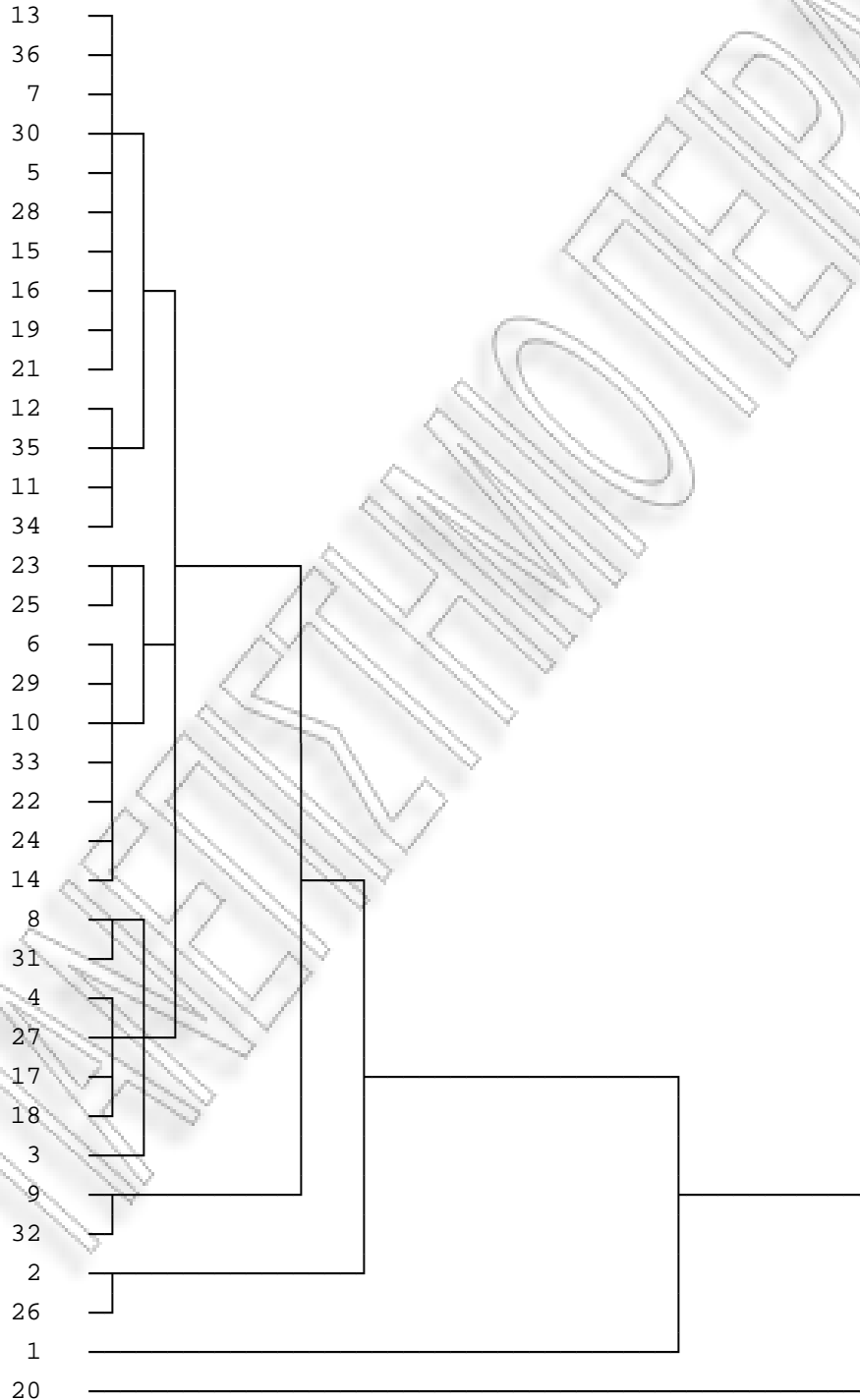
Δ.2.2.1. Αυτόματη Ταξινόμηση σε ομοιογενείς ομάδες ατόμων

* * * H I E R A R C H I C A L C L U S T E R A N A L Y S I S * * *

Dendrogram using Average Linkage (Between Groups)

Rescaled Distance Cluster Combine

C A S E	0	5	10	15	20	25
Label Num	+	+	+	+	+	+



Δ.2.2.2. Κατανομή ατόμων σε 7 ομοιογενείς ομάδες

Case Summaries		Case Summaries	
	Αυτόματη ταξινόμηση		Αυτόματη ταξινόμηση
1	1	28	4
2	2	29	5
3	3	30	4
4	3	31	3
5	4	32	6
6	5	33	5
7	4	34	4
8	3	35	4
9	6	36	4
10	5		
11	4		
12	4		
13	4		
14	5		
15	4		
16	4		
17	3		
18	3		
19	4		
20	7		
21	4		
22	5		
23	5		
24	5		
25	5		
26	2		
27	3		

Δ.2.2.3. Υπολογισμός των κέντρων των 7 ομάδων ατόμων

Case Summaries ^a			diast1	diast2	diast3	diast4
Αυτόματη ταξινόμηση	1	Mean	-,9820	-,8000	,8640	4,8910
	2	Mean	-,7000	2,6950	-1,5330	,4580
	3	Mean	-,4050	,5889	-,5333	,0187
	4	Mean	,9902	-,4321	-,2533	-,1485
	5	Mean	-,7107	-,5453	,3484	-,0736
	6	Mean	-2,0420	-,3180	1,2850	-1,6130
	7	Mean	1,9000	3,5330	4,4340	-,1150

a. Limited to first 100 cases.

Δ.3. Στατιστικά αποτελέσματα για το μάθημα από απόσταση

Δ.3.1. Ανάλυση Πολλαπλών Αντιστοιχιών για το μάθημα από απόσταση

Δ.3.1.1. Ιδιοτιμές και αδράνεια ανά παραγοντικό άξονα

Model Summary

Dimension	Cronbach's Alpha	Variance Accounted For	
		Total (Eigenvalue)	Inertia
1	,966	12,444	,593
2	,954	10,891	,519
3	,941	9,667	,460
4	,918	7,945	,378
5	,868	5,754	,274
6	,844	5,086	,242
7	,727	3,249	,155
8	,000	,000	,000
9	,000	,000	,000
10	,000	,000	,000
11	,000	,000	,000
12	,000	,000	,000
13	,000	,000	,000
14	,000	,000	,000
15	,000	,000	,000
16	,000	,000	,000
17	,000	,000	,000
18	,000	,000	,000
19	,000	,000	,000
20	,000	,000	,000
Total		55,036	2,621
Mean	,668 ^a	2,752	,131

a. Mean Cronbach's Alpha is based on the mean Eigenvalue.

Δ.3.1.2. Διακριτικά μέτρα ανά παραγοντικό άξονα

Discrimination Measures

	Dimension			Mean
	1	2	3	
Φύλο	,898	,000	,023	,307
Εμπειρ. στη χρ. υπολ.	,001	,015	,890	,302
Ενδιαφ. στη χρ. υπολ.	,898	,529	,215	,547
Πλατ. / Λειτ. εύκ. στο χειρ.	,652	,471	,467	,530
Πλατ. / Χειρ. ανεξ. από τη σύγχ. επικ. με καθ.	,702	,008	,116	,275
Λογ. / Εύκ. στο χειρ.	,613	,689	,910	,737
Λογ. / Εύκ. να το μάθει κανείς	,779	,768	,122	,556
Λογ. / Απλός φορμ.	,323	,592	,545	,487
Λογ. / Δυναμ. φορμ.	,917	,448	,300	,555
Λογ. / Γενικεύσιμο	,907	,357	,910	,725
Λογ. / Χειρ. ανεξ. από τη σύγχ. επικ. με καθ.	,869	,066	,024	,320
Ενδιαφ. για το μάθ.	,110	,660	,170	,313
Ενδιαφ. για το γνωστ. αντικ.	,265	,700	,629	,531
Ενεργ. συμμετοχή	,431	,704	,839	,658
Αυτενέργεια	,743	,743	,473	,653
Πειραματισμός	,486	,936	,472	,631
Αναστοχασμός	,399	,252	,413	,355
Προσ. αναπαραστάσεις	,774	,814	,524	,704
Διατ. / έλεγ. εικασίων	,951	,902	,771	,874
Συζήτ. φοιτ. - καθ.	,308	,556	,379	,414
Συζήτ. μετ. φοιτητών	,421	,680	,478	,526
Active Total	12,444	10,891	9,667	11,001

Δ.3.1.3. Βαθμοί υποκειμένων ανά παραγοντικό άξονα

Object Scores

Case Number	Dimension		
	1	2	3
1	1,219	-1,061	-1,569
2	,549	2,206	1,416
3	,786	-,285	-,399
4	,271	-,932	,945
5	,902	,118	,591
6	,087	,304	-,700
7	-1,321	1,074	-1,294
8	-1,688	-1,016	,809
9	1,219	-1,061	-1,569
10	,549	2,206	1,416
11	,786	-,285	-,399
12	,271	-,932	,945
13	,902	,118	,591
14	,087	,304	-,700
15	-1,321	1,074	-1,294
16	-1,688	-1,016	,809
17	,271	-,932	,945
18	,902	,118	,591
19	,087	,304	-,700
20	-1,321	1,074	-1,294
21	-1,688	-1,016	,809

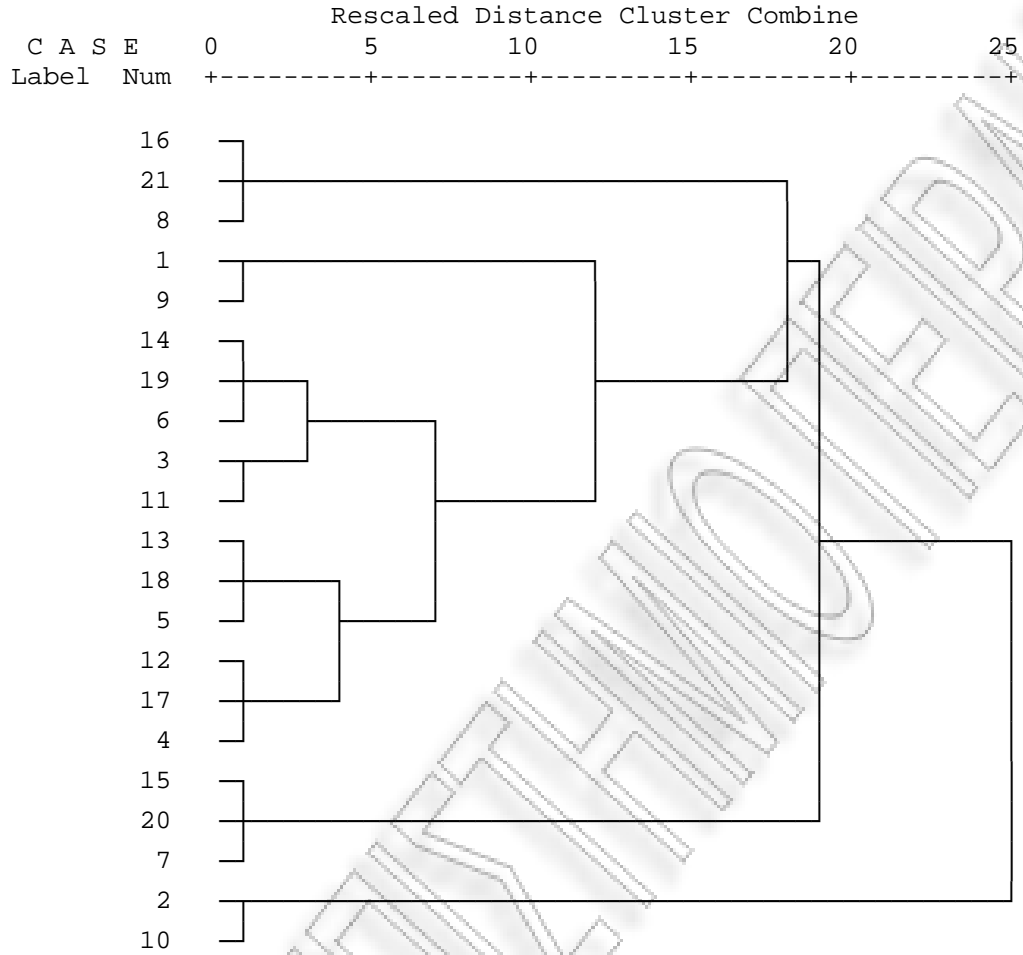
Variable Principal Normalization.

Δ.3.2. Αυτόματη Ταξινόμηση για το μάθημα από απόσταση

Δ.3.2.1. Αυτόματη Ταξινόμηση σε ομοιογενείς ομάδες ατόμων

* * * * * H I E R A R C H I C A L C L U S T E R A N A L Y S I S * * *

Dendrogram using Average Linkage (Between Groups)



Δ.3.2.2. Κατανομή ατόμων σε 6 ομοιογενείς ομάδες

Cluster Membership		Cluster Membership	
Case	6 Clusters	Case	6 Clusters
1	1	16	6
2	2	17	4
3	3	18	4
4	4	19	3
5	4	20	5
6	3	21	6
7	5		
8	6		
9	1		
10	2		
11	3		
12	4		
13	4		
14	3		
15	5		

Δ.3.2.3. Υπολογισμός των κέντρων των 6 ομάδων ατόμων

Case Summaries^a

			diast1	diast2	diast3
Αυτόματη	1	Mean	1,2190	-1,0610	-1,5690
ταξινόμηση	2	Mean	,5490	2,2060	1,4160
	3	Mean	,3666	,0684	-,5796
	4	Mean	,5865	-,4070	,7680
	5	Mean	-1,3210	1,0740	-1,2940
	6	Mean	-1,6880	-1,0160	,8090

a. Limited to first 100 cases.