

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

Συνεχή Δειγματοληπτικά Σχέδια

Αναστάσιος Κ. Αναστασόπουλος

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Οκτώβριος 2006



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

Συνεχή Δειγματοληπτικά Σχέδια

Αναστάσιος Κ. Αναστασόπουλος

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς
Οκτώβριος 2006

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. 13^η/08.05.2006 συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Αντζουλάκος Δημήτριος (Επιβλέπων)
- Μπούτσικας Μιχαήλ
- Πολίτης Κωνσταντίνος

Η έγκριση της Διπλωματική Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS



**DEPARTMENT OF STATISTICS
AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN
APPLIED STATISTICS**

Continuous Sampling Plans

By

Anastasios K. Anastasopoulos

MSc Dissertation

Submitted to the Department of Statistics and
Insurance Science of the University of Piraeus in
partial fulfilment of the requirements for the degree
of Master of Science in Applied Statistics

Piraeus, Greece
October 2006

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΡΡΑΙΑ

Στους γονείς μου

και

στον αδερφό μου

Ευχαριστίες

Ολοκληρώνοντας την παρούσα διπλωματική εργασία θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου κ. Αντζουλάκο Δημήτριο, για την αμέριστη υποστήριξη, συμπαράσταση και πολύτιμη βοήθεια που μου προσέφερε κατά τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα την οικογένειά μου και όλους εκείνους που στάθηκαν δίπλα μου και με βοήθησαν με τον τρόπο τους στην ολοκλήρωση της συγκεκριμένης εργασίας.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Από την εποχή που δημοσιεύτηκαν για πρώτη φορά οι πίνακες επιθεώρησης (Sampling Inspection Tables) των Dodge & Roming (1944) για λογαριασμό των Αμερικάνικων ενόπλων δυνάμεων κατά την διάρκεια του ΄Β Παγκοσμίου Πολέμου, η δειγματοληψία αποδοχής συνεχώς αναπτύσσεται και διαδίδεται ευρύτατα στην παγκόσμια βιομηχανία .

Ο σκοπός για τον οποίο χρησιμοποιείται η δειγματοληψία αποδοχής ποικίλει ανάλογα με την περίπτωση και διαμορφώνεται ανάλογα με τις απαιτήσεις του παραγωγού και του καταναλωτή. Από την πλευρά του παραγωγού, για παράδειγμα, η δειγματοληψία αποδοχής χρησιμοποιείται προκειμένου (α) να ικανοποιηθούν συγκεκριμένες πρότυπες απαιτήσεις που έχει θέσει κάποιος αρμόδιος οργανισμός (π.χ British Standards Institution), (β) να αξιολογηθούν οι παρτίδες προς πώληση, (γ) να αποτραπεί η μετάβαση των ελαττωματικών παρτίδων προς τους καταναλωτές και (δ) να μειωθεί το κόστος παραγωγής των προϊόντων. Από την πλευρά του καταναλωτή, μερικοί από τους λόγους που κρίνουν τη δειγματοληψία αποδοχής απαραίτητη είναι (α) να επιβεβαιώσει ο καταναλωτής ότι οι παρτίδες που παρέλαβε ικανοποιούν τα πρότυπα, (β) να εμποδίσει τις ελαττωματικές παρτίδες να προχωρήσουν στο επόμενο στάδιο της παραγωγής, (γ) να αξιολογήσει τις παρτίδες για διαφορετική χρήση και τιμολόγηση και (δ) να ενθαρρύνει τον παραγωγό να βελτιώσει την ποιότητα των προϊόντων που παράγει.

Εξαιτίας του ότι η δειγματοληψία αποδοχής εφαρμόζεται για διαφορετικούς λόγους κάθε φορά, κρίνεται αναγκαία η χρήση διαφορετικών δειγματοληπτικών σχεδίων. Γι αυτό το λόγο έχουν κατασκευαστεί και δημοσιευτεί διάφορα σχέδια κατά καιρούς. Τα βασικότερα δειγματοληπτικά σχέδια που εφαρμόζονται περισσότερο στην βιομηχανία είναι τα εξής: απλό σχέδιο, διπλό σχέδιο, πολλαπλό σχέδιο, ακολουθιακό σχέδιο και σχέδια για συνεχή παραγωγή, κάθε ένα το οποίο έχει πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Από τα παραπάνω σχέδια, αυτό που χρησιμοποιείται περισσότερο, εξαιτίας του ότι είναι απλούστερο στην χρήση του από τα υπόλοιπα, είναι το απλό δειγματοληπτικό σχέδιο για το οποίο έχουν δημοσιευτεί πολλές εργασίες για την εφαρμογή του στο παρελθόν. Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε περισσότερο με τα δειγματοληπτικά σχέδια για συνεχή παραγωγή ή αλλιώς συνεχή δειγματοληπτικά σχέδια.

ABSTRACT

Ever since the Dodge and Roming's inspection tables were published (1914) on behalf of American army at the duration of World War II, the acceptance sampling is continuously being developed and is being propagated widely in the global industry.

The aim that acceptance sampling is used varies in proportion to the circumstances and is being shaped depending on the requirements of the producer and consumer. For a producer, for example, the acceptance sampling is used in order (a) to satisfy some standard requirements, such as those set by the British Standards Institution (b) to grade the lots for sale, (c) to prevent bad lots being passed on to consumers, or to the next production and (d) to reduce costs. For a consumer, the aims might be (a) to confirm that the quality of goods supplied is up to standard, (b) to prevent bad lots being passed on to a production process, (c) to grade lots for different uses, for different prices and (d) to encourage the producer to provide the quality desired.

Different aims required different schemes for choosing the sampling plan. As in many practical situations the aim of inspection is not easy to define precisely and the information available is limited, the design of a suitable sampling plan is often a complicated problem. Sampling inspection procedures can have various forms: simple sampling, double sampling multiple sampling, sequential sampling, continuous sampling, and so on, each having its particular advantages and disadvantages. The simple sampling plan is the most commonly used from the above, because of its simplicity and extensive research has been carried out for its aspects. In the present work we are going to deal more with the sampling plans for continuous production.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1 Εισαγωγικά στοιχεία στην δειγματοληψία αποδοχής

1.1	Ιστορικά στοιχεία για τη δειγματοληψία αποδοχής.....	1
1.2	Ορισμός της δειγματοληψίας αποδοχής.....	2
1.3	Το Πρόβλημα με το οποίο ασχολείται η δειγματοληψία αποδοχής.....	2
1.4	Η χρήση της δειγματοληψίας αποδοχής.....	4
1.5	Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της δειγματοληψίας αποδοχής.....	4
1.6	Είδη δειγματοληπτικών σχεδίων.....	6
1.7	Σχηματισμός παρτίδων.....	8
1.8	Τυχαία δειγματοληψία.....	9

Κεφάλαιο 2 Δειγματοληπτικά σχέδια για ιδιότητες

2.1	Απλό δειγματοληπτικό σχέδιο ($N; n; c$).....	11
2.1.1	Η (λειτουργική) χαρακτηριστική καμπύλη (<i>OC Curve</i>).....	11
2.1.2	Πως επηρεάζεται η χαρακτηριστική καμπύλη από τις τιμές των n και c	14
2.1.3	Χαρακτηριστική καμπύλη τύπου <i>A</i> και τύπου <i>B</i>	16
2.1.4	Κίνδυνος παραγωγού και καταναλωτή.....	18
2.1.5	Σχεδιασμός απλού δειγματοληπτικού σχεδίου.....	20
2.1.6	Προγράμματα διορθωτικού ελέγχου.....	22
2.1.7	Περικομμένη επιθεώρηση.....	27
2.2	Διπλά δειγματοληπτικά σχέδια.....	28
2.2.1	Χαρακτηριστική καμπύλη διπλών δειγματοληπτικών σχεδίων.....	30
2.2.2	Περικομμένη επιθεώρηση και μέσος αριθμός δείγματος.....	32
2.2.3	Διορθωτικός έλεγχος.....	32
2.3	Πολλαπλά δειγματοληπτικά σχέδια.....	33
2.4	Ακολουθιακά δειγματοληπτικά σχέδια.....	34
2.5	Δειγματοληπτικά σχέδια <i>Dodge-Romig</i>	37
2.6	Δειγματοληπτικό Σύστημα <i>MILITARY STANDARD 105E</i>	38

Κεφάλαιο 3 Συνεχή δειγματοληπτικά σχέδια

3.1	Εισαγωγή.....	41
3.2	Το δειγματοληπτικό σχέδιο <i>Dodge CSP-1</i>	42
3.2.1	Θεωρητική προσέγγιση του σχεδίου <i>Dodge CSP-1</i>	43
3.2.2	Αξιολόγηση του σχεδίου <i>CSP-1</i>	45
3.3	Δειγματοληπτικό σχέδιο <i>TCSP-1</i>	47
3.3.1	Αξιολόγηση του σχεδίου <i>TCSP-1</i>	48
3.3.2	Πλεονεκτήματα του <i>TCSP-1</i>	50
3.4	Τα δειγματοληπτικά σχέδια <i>Dodge-Torrey CSP-2</i> και <i>CSP-3</i>	53
3.5	Δειγματοληπτικά σχέδια <i>CSP-4</i> και <i>CSP-5</i>	57

Κεφάλαιο 4 Λοιπά συνεχή δειγματοληπτικά σχέδια

4.1	Δειγματοληπτικό Σχέδιο <i>MLP (Multi-Level-Plan)</i>	60
4.2	Δειγματοληπτικό σχέδιο <i>MLP-T</i>	63
4.3	Γενικευμένο δειγματοληπτικό σχέδιο <i>MLP-T-2</i>	64
4.4	Δειγματοληπτικό σχέδιο <i>CSP-C</i>	68
4.5	<i>MILITARY-STANDARD 1235A (MIL-STD-1235A)</i>	75
4.6	Δειγματοληπτικό σχέδιο <i>CSP-V</i>	77
4.7	Δειγματοληπτικό σχέδιο <i>CSP-T</i>	81
4.8	Δειγματοληπτικό σχέδιο <i>CSP-F</i>	84

Εισαγωγικά στοιχεία στην δειγματοληψία αποδοχής.

1.1 Ιστορικά στοιχεία για τη δειγματοληψία αποδοχής

Η δειγματοληψία αποδοχής (*acceptance sampling*), η οποία καταλαμβάνει μία από τις τρεις μεγάλες περιοχές του σύγχρονου στατιστικού ελέγχου ποιότητας, αποτέλεσε και αποτελεί μέχρι και σήμερα μία από τις σημαντικότερες μεθόδους επιθεώρησης πρώτων υλών, έτοιμων προϊόντων και ημικατεργασμένων υλικών και αποσκοπεί στο να διαχωρίσει τα προϊόντα αυτά ως ελαττωματικά ή όχι. Τα πρώτα δειγματοληπτικά σχέδια σχεδιάστηκαν και εφαρμόστηκαν για πρώτη φορά από τους *Dodge* και *Roming* στα *Bell Telephone Laboratories* των Η.Π.Α. το 1944, και την εποχή εκείνη αποτελούσαν ένα ισχυρό εργαλείο στα χέρια των στατιστικών της εποχής. Η δειγματοληψία αποδοχής γνώρισε ιδιαίτερη ανάπτυξη κατά τη διάρκεια του Β Παγκοσμίου Πολέμου, προκειμένου να ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα των βλημάτων των όπλων των Αμερικάνικων ενόπλων δυνάμεων, εξαιτίας του γεγονότος ότι η ολική επιθεώρηση (οι σφαίρες δεν έφταναν την κατάλληλη στιγμή στο πεδίο μάχης) και ο μηδενικός έλεγχος (πολλές από τις σφαίρες ήταν αναποτελεσματικές), δεν ήταν εύχρηστοι.

Στη νεότερη εποχή, αν και δέχεται αρκετές κριτικές και έχει αρχίσει σιγά σιγά να αμφισβητείται από πολλούς εξαιτίας του ότι παρουσιάζει αρκετά μειονεκτήματα, η

δειγματοληψία αποδοχής, σε συνδυασμό με τις υπόλοιπες τεχνικές του σύγχρονου στατιστικού ελέγχου ποιότητας, αποτελεί εγγυημένη λύση στα περισσότερα προβλήματα που παρουσιάζονται στην βιομηχανική παραγωγή.

1.2 Ορισμός της δειγματοληψίας αποδοχής

Η δειγματοληψία αποδοχής ή αλλιώς δειγματοληπτικός έλεγχος αποδοχής, είναι μια διαδικασία σύμφωνα με την οποία μία παρτίδα (*lot*) προϊόντων (πρώτες ύλες, ενδιάμεσα ή τελικά προϊόντα), αξιολογείται ως αποδεκτή ή απορριπτέα. Επειδή όμως η επιθεώρηση ολόκληρης της παρτίδας είναι χρονοβόρα, η απόφαση λαμβάνεται μετά από επιθεώρηση ενός δείγματος από τον συνολικό πληθυσμό των προϊόντων.

Γενικά υπάρχουν τρεις δυνατότητες για την τύχη μιας παρτίδας (σωρού) προϊόντων:

- **Αποδοχή χωρίς έλεγχο:** Κρίνεται σκόπιμη όταν η ποιότητα των προϊόντων είναι σχεδόν άσπογη ή όταν η επιθεώρηση είναι οικονομικά ασύμφορη.
- **100% έλεγχος:** Κρίνεται σκόπιμη όταν η ποιότητα είναι χαμηλή και το κόστος κακής ποιότητας είναι μεγάλο.
- **Δειγματοληψία αποδοχής:** Είναι η ενδιάμεση προσέγγιση των δύο παραπάνω μεθόδων.

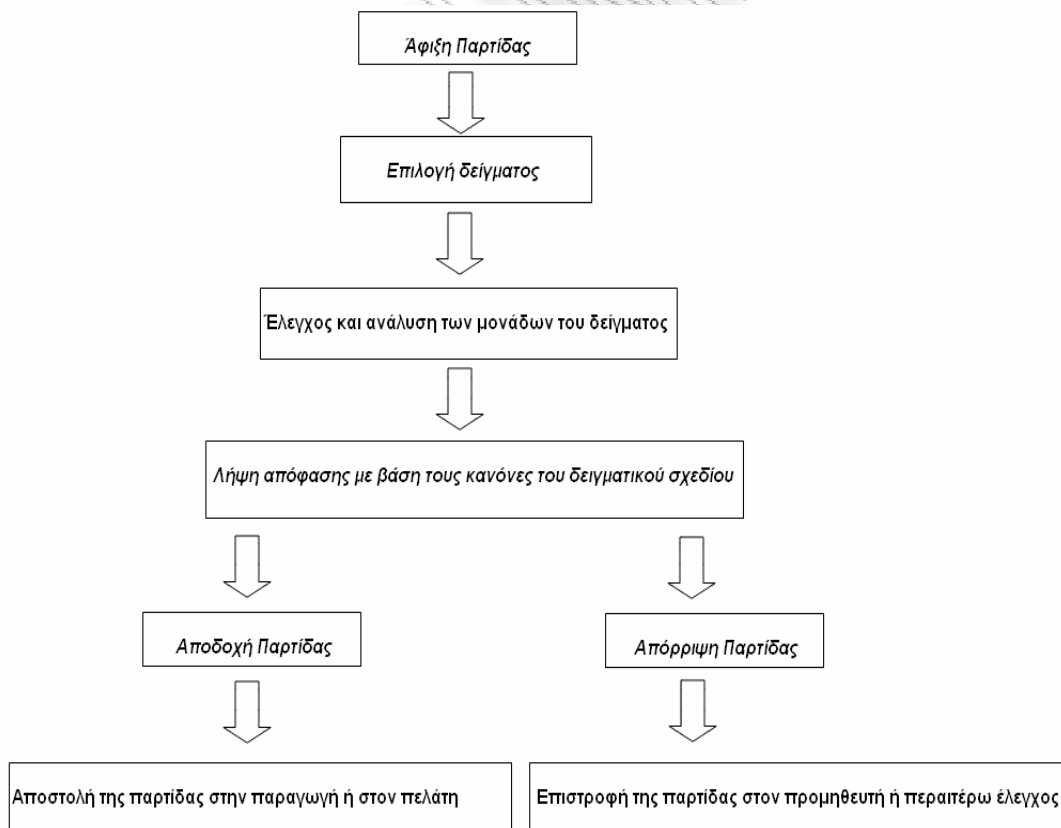
1.3 Το πρόβλημα με το οποίο ασχολείται η δειγματοληψία αποδοχής

Ας θεωρήσουμε μία επιχείρηση η οποία προμηθεύεται προϊόντα σε παρτίδες από τους προμηθευτές της. Τα προϊόντα αυτά μπορεί να αποτελούν πρώτες ύλες για τα προϊόντα που κατασκευάζει η επιχείρηση, τα οποία διανέμει στη συνέχεια στους πελάτες της. Η επιχείρηση κρίνει αναγκαίο να διαχωρίσει τις παρτίδες της σε αποδεκτές ή απορριπτέες με βάση την εξής διαδικασία (*Montgomery (2005)*).

Λαμβάνεται ένα δείγμα από την παρτίδα και διενεργείται έλεγχος σε κάποιο ποιοτικό χαρακτηριστικό της σε κάθε μονάδα του δείγματος. Σύμφωνα με την πληροφορία που συλλέγετε από το δείγμα, λαμβάνονται κάποιες αποφάσεις για την τύχη της παρτίδας, δηλαδή, για το αν η παρτίδα πρόκειται να κριθεί αποδεκτή και επομένως να σταλεί στην παραγωγή, ή να κριθεί απορριπτή και επομένως να επιστραφεί στον προμηθευτή ή να υποβληθεί σε περαιτέρω έλεγχο.

Η γενική μεθοδολογία που εφαρμόζεται στην δειγματοληψία αποδοχής φαίνεται στο Σχήμα 1.1. Αρχικά, μία παρτίδα προϊόντων προς εκμετάλλευση εισέρχεται στην παραγωγή, στη συνέχεια επιλέγεται ένα δείγμα προϊόντων από την παρτίδα αυτή το οποίο επιθεωρείται και αν το δείγμα αυτό ανταποκρίνεται σε κάποια κριτήρια (κριτήρια αποδοχής), τότε η παρτίδα κρίνεται αποδεκτή και στέλνεται στην παραγωγή διαφορετικά απορρίπτεται.

Σχήμα 1.1 Μεθοδολογία δειγματοληψίας αποδοχής (Evans & Lindsay (1999))



1.4 Χρήση της δειγματοληψίας αποδοχής

Η δειγματοληψία αποδοχής χρησιμοποιείται ευρύτατα στις παρακάτω περιπτώσεις (*Montgomery* (2005)):

- Όταν ο έλεγχος των μονάδων είναι καταστροφικός για αυτές.
- Όταν το κόστος της ολικής επιθεώρησης (100% έλεγχος) είναι εξαιρετικά υψηλό.
- Όταν η ολική επιθεώρηση (100% έλεγχος) είναι τεχνικά ανέφικτη ή χρονοβόρα.
- Όταν πρέπει να ελεγχθούν πολλά προϊόντα (μεγάλες παρτίδες) και το ποσοστό των ελαττωματικών προϊόντων που εσφαλμένα αποδίδονται προς χρήση είναι αρκετά υψηλό, είναι πιθανόν με την διαδικασία της ολικής επιθεώρησης (100% έλεγχος) να δεχτούμε περισσότερα ελαττωματικά προϊόντα απ'ότι στην περίπτωση που θα εφαρμόζαμε κάποιο δειγματοληπτικό σχέδιο.
- Όταν ο προμηθευτής έχει πολύ καλή φήμη για το επίπεδο ποιότητας των προϊόντων του, ωστόσο δεν είναι δυνατόν να μη διαπράξουμε κανέναν έλεγχο στα προϊόντα που εξάγει.

1.5 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της δειγματοληψίας αποδοχής

Η δειγματοληψία αποδοχής σε σχέση με την ολική επιθεώρηση έχει τα εξής πλεονεκτήματα (*Montgomery* (2005)) :

- Έχει μικρότερο κόστος για το λόγο του ότι επιθεωρείται μικρότερος αριθμός κομματιών.
- Η επιθεώρηση μικρότερου αριθμού προϊόντων μειώνει τον κίνδυνο πρόκλησης ζημιάς στο προϊόν λόγω της επιθεώρησης.

- Είναι εφαρμόσιμη σε καταστροφικούς ελέγχους.
- Απαιτείται μειωμένο προσωπικό για την επιθεώρηση των προϊόντων.
- Το σφάλμα επιθεώρησης μειώνεται σημαντικά.
- Η απόρριψη ολόκληρης της παρτίδας από τον αγοραστή αντί της επιστροφής μόνο των ελαττωματικών προϊόντων πίσω στον προμηθευτή, συχνά δίνει μεγαλύτερο κίνητρο στον δεύτερο να βελτιώσει τα προϊόντα και την παραγωγή του.

Επίσης η εφαρμογή της δειγματοληψίας αποδοχής έχει και κάποια μειονεκτήματα (Montgomery (2005)):

- Υπάρχει κίνδυνος να γίνει αποδεκτή μία παρτίδα χαμηλής ποιότητας ή να μη γίνει αποδεκτή μία παρτίδα υψηλής ποιότητας.
- Υπάρχει μειωμένη πληροφορία για την ποιότητα του προϊόντος και τη διαδικασία παραγωγής του προϊόντος.
- Η ανάγκη καθορισμού κανόνων για την εφαρμογή της δειγματοληψίας αποδοχής¹.

¹ Παρόλο που το τελευταίο σημείο συχνά αναφέρεται ως μειονέκτημα της εφαρμογής της δειγματοληψίας αποδοχής, ο κατάλληλος σχεδιασμός ενός δειγματοληπτικού σχεδίου αποδοχής μπορεί να αποδειχτεί χρήσιμος για τον καταναλωτή ή την επιχείρηση, προκειμένου να επιλέξουν σωστά τα προϊόντα που θα προμηθευτούν. Έτσι, σε πολλές περιπτώσεις ο καθορισμός κανόνων για την σωστή εφαρμογή των δειγματοληπτικών σχεδίων έχει περισσότερα θετικά απ' ότι αρνητικά αποτελέσματα .

Αναφέραμε προηγουμένως ότι η δειγματοληψία αποδοχής είναι η «μέση οδός» μεταξύ της προσέγγισης που δέχεται μία παρτίδα προϊόντων χωρίς επιθεώρηση και της προσέγγισης σύμφωνα με την οποία επιθεωρούνται όλες οι μονάδες της παρτίδας. Αξίζει ακόμα να αναφέρουμε ότι παρά το γεγονός ότι η δειγματοληψία αποδοχής δεν βελτιώνει την ποιότητα των προϊόντων μιας παρτίδας, ο ρόλος της ως εργαλείο ελέγχου μπορεί να αποβεί καθοριστικός και να γίνει μέσο προστασίας τόσο για τον προμηθευτή των προϊόντων όσο και για τον καταναλωτή. Επίσης, μπορεί να δώσει ένα έξτρα κίνητρο (οικονομικό και ψυχολογικό) στον προμηθευτή να βελτιώσει την παραγωγή του και να διασφαλίσει ή και ακόμα να αναβαθμίσει το ιστορικό ποιότητας των προϊόντων του.

1.6 Είδη δειγματοληπτικών σχεδίων

Η δειγματοληψία αποδοχής και κατ'επέκταση τα δειγματοληπτικά σχέδια αποδοχής, χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες ανάλογα με το είδος του ποιοτικού χαρακτηριστικού (μεταβλητή) που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της ποιότητας του σωρού (παρτίδας). Η πρώτη κατηγορία είναι γνωστή ως **κατηγορική δειγματική εξέταση σε σωρούς** (*lot-by-lot acceptance sampling for attributes*), στην οποία κάθε μονάδα του σωρού χαρακτηρίζεται ελαττωματική ή μη-ελαττωματική, ενώ η δεύτερη κατηγορία είναι γνωστή ως **κατά μεταβλητή δειγματική εξέταση σε σωρούς** (*lot-by-lot acceptance sampling for variables*), κατά την οποία έχουμε μετρήσεις σε συνεχή κλίμακα ενός ποιοτικού χαρακτηριστικού των μονάδων οι οποίες χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση του ποσοστού των ελαττωματικών μονάδων του σωρού. Τα δειγματοληπτικά σχέδια που χρησιμοποιούνται στην πρώτη περίπτωση ονομάζονται **κατηγορικά δειγματοληπτικά σχέδια σε σωρούς** (*lot-by-lot acceptance sampling plans for attributes*), ενώ αυτά που χρησιμοποιούνται στην δεύτερη περίπτωση ονομάζονται **κατά μεταβλητή δειγματοληπτικά σχέδια σε σωρούς** (*lot-by-lot acceptance sampling plans for variables*). Με τα σχέδια της πρώτης κατηγορίας θα ασχοληθούμε στο επόμενο κεφάλαιο.

Τα δειγματοληπτικά σχέδια διακρίνονται σε **απλά**, **διπλά**, **πολλαπλά** και **ακολουθιακά**.

- **Απλό δειγματοληπτικό σχέδιο (single-sampling plan):** Επιλέγεται τυχαία ένα δείγμα μεγέθους n και η απόφαση για την αποδοχή της παρτίδας βασίζεται στις πληροφορίες που αντλούνται από το δείγμα.

Παράδειγμα: Επιλέγουμε τυχαία ένα δείγμα μεγέθους n από την παρτίδα. Αν ο αριθμός των ελαττωματικών μονάδων είναι ίσος ή μικρότερος από έναν αριθμό c τότε αποδεχόμαστε την παρτίδα. Αν ο αριθμός των ελαττωματικών μονάδων είναι μεγαλύτερος από c τότε απορρίπτουμε την παρτίδα.

- **Διπλά δειγματοληπτικά σχέδια (double-sampling plans):** Είναι περισσότερο περίπλοκα από τα απλά σχέδια. Αρχικά επιλέγεται ένα δείγμα και με βάση τις πληροφορίες που αντλούμε απ' αυτό μπορούμε να αποφασίσουμε για το αν θα (α) αποδεχτούμε την παρτίδα, (β) απορρίψουμε την παρτίδα, ή (γ) να επιλέξουμε δεύτερο δείγμα. Αν τελικά επιλέξουμε και δεύτερο δείγμα, ο συνδυασμός των πληροφοριών που λαμβάνονται και από τα δύο δείγματα, μας βοηθάει να αποφασίσουμε για το αν θα αποδεχτούμε ή θα απορρίψουμε την παρτίδα.

- **Πολλαπλά δειγματοληπτικά σχέδια (multiple-sampling plans):** Είναι μια προέκταση των διπλών δειγματοληπτικών σχεδίων και στην προκειμένη περίπτωση απαιτούνται περισσότερα από δύο δείγματα για να ληφθεί κάποια απόφαση για το αν θα γίνει δεκτή ή όχι η παρτίδα. Πρέπει να επισημάνουμε ότι τα μεγέθη των δειγμάτων που λαμβάνονται στην εφαρμογή των πολλαπλών δειγματοληπτικών σχεδίων είναι μικρότερα από εκείνα που λαμβάνονται στα απλά και στα διπλά δειγματοληπτικά σχέδια. Γενίκευση των πολλαπλών δειγματοληπτικών σχεδίων αποτελούν τα **ακολουθιακά σχέδια (sequential-sampling plans)** με την έννοια ότι λαμβάνονται διαδοχικά δείγματα μεγέθους $n = 1$ τα οποία υπόκεινται σε συνεχή επιθεώρηση.

Η επιλογή του κατάλληλου δειγματοληπτικού σχεδίου ποικίλει ανάλογα με την περίπτωση και μπορεί να γίνει με βάση τους παρακάτω παράγοντες (Juran, Gryna & Bingham (1974)):

1. Το επιθυμητό μέγεθος του δείγματος που θα επιλέξουμε για επιθεώρηση.
2. Το κόστος εφαρμογής του δειγματοληπτικού σχεδίου.

3. Την πληροφορία που αντλούμε από το δείγμα προκειμένου να λάβουμε απόφαση για την παρτίδα.
4. Την αποδοχή που έχει το δειγματοληπτικό σχέδιο από τους παραγωγούς.

Ο Πίνακας 1.1 μας δίνει τα συγκριτικά στοιχεία των παραπάνω σχεδίων με βάση κάποια χαρακτηριστικά.

Πίνακας 1.1 Χαρακτηριστικά δειγματοληπτικών σχεδίων (Juran, Gryna & Bringham (1974))

Χαρακτηριστικό	Μονό Σχέδιο	Διπλό Σχέδιο	Πολλαπλό Σχέδιο
Μέγεθος δείγματος	Πολύ μεγάλο	10% έως 50% του μεγέθους δείγματος που λαμβάνεται στο μονό	Μικρότερο κατά 30% σε σύγκριση με το διπλό
Κόστος εφαρμογής	Πολύ χαμηλό	Υψηλότερο από το κόστος εφαρμογής του μονού	Το υψηλότερο από τα υπόλοιπα σχέδια
Πληροφορία που προκύπτει για την παρτίδα	Καλύτερη σε σχέση με τα υπόλοιπα σχέδια	Χαμηλότερη σε σχέση με το μονό σχέδιο	Η ελάχιστη σε σχέση με τα υπόλοιπα σχέδια
Αποδοχή από τον παραγωγό	Χαμηλότερη καθώς δε δίνει άλλη ευκαιρία στο δείγμα	Ικανοποιητική	Ελάχιστη γιατί δεν μπορούμε να πάρουμε απόφαση για την παρτίδα

1.7 Σχηματισμός παρτίδων

Ο τρόπος με τον οποίο σχηματίζεται μία παρτίδα μπορεί να επηρεάσει την αποτελεσματικότητα ενός δειγματοληπτικού σχεδίου. Τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά που πρέπει να πληρεί μία παρτίδα έτοιμη για επιθεώρηση, είναι τα ακόλουθα:

- **Οι παρτίδες θα πρέπει να είναι ομοιογενείς:** Οι μονάδες που απαρτίζουν την παρτίδα θα πρέπει να προέρχονται από το ίδιο υλικό, να έχουν παραχθεί από τα ίδια μηχανήματα, τους ίδιους χειριστές και να έχουν παραχθεί στον ίδιο χρόνο. Σε αντίθετη περίπτωση, η ανομοιογένεια μιας παρτίδας μπορεί να επιβαρύνει την αποτελεσματικότητα του δειγματοληπτικού σχεδίου που εφαρμόζεται.

- **Θα πρέπει να επιλέγονται μεγάλες παρτίδες:** Συνήθως είναι περισσότερο οικονομικά αποδοτικό να επιθεωρούνται μεγάλες παρτίδες προϊόντων παρά μικρές.
- **Οι παρτίδες θα πρέπει να ανταποκρίνονται στις προδιαγραφές του προμηθευτή και του καταναλωτή:** Είναι εξίσου σημαντικό τα προϊόντα που απαρτίζουν τις παρτίδες να είναι σωστά συσκευασμένα προκειμένου να μπορεί να διεξαχθεί με ορθό τρόπο η επιθεώρησή τους.

1.8 Τυχαία δειγματοληψία

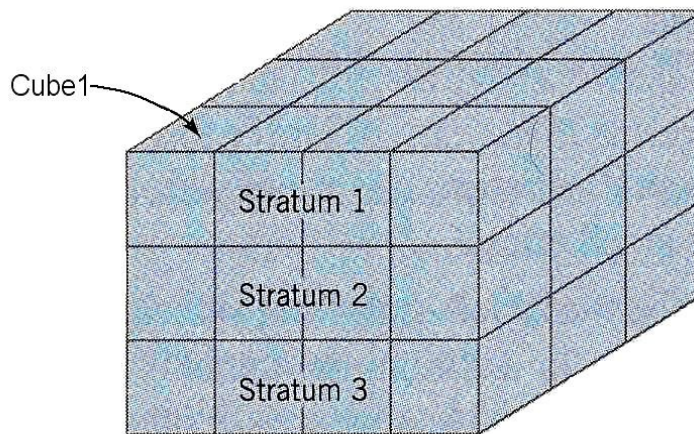
Η έννοια της τυχαίας δειγματοληψίας είναι εξαιρετικά σημαντική στην δειγματοληψία αποδοχής. Οι μονάδες που προορίζονται για επιθεώρηση πρέπει να επιλέγονται *τυχαία* από την παρτίδα και να είναι αντιπροσωπευτικές όλων των μονάδων της παρτίδας. Στην αντίθετη περίπτωση όταν οι μονάδες δεν επιλέγονται τυχαία από την παρτίδα, το δειγματοληπτικό σχέδιο που εφαρμόζεται είναι αναποτελεσματικό λόγω μεροληψίας.

Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε έναν προμηθευτή ο οποίος παράγει προϊόντα που τα συσκευάζει σε κιβώτια. Στην περίπτωση αυτή κάθε κιβώτιο αποτελεί και μία παρτίδα. Ας θεωρήσουμε ότι ο προμηθευτής δηλώνει ότι τα προϊόντα που είναι συσκευασμένα στην κορυφή του κιβωτίου είναι υψηλής ποιότητας. Γνωρίζοντας το παραπάνω ο επιθεωρητής, θα μπορούσε κάλλιστα να επηρεαστεί και να διαλέξει ένα δείγμα από την κορυφή του κιβωτίου. Σε αυτή την περίπτωση είναι προφανές ότι υπάρχει μεροληψία και γενικότερα η εφαρμογή μη-τυχαίων δειγματοληπτικών μεθόδων μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένα αποτελέσματα.

Η τεχνική που έχει προταθεί για την επιλογή τυχαίου δείγματος είναι η εξής: Αρχικά αντιστοιχίζεται ένας αριθμός σε κάθε μονάδα της παρτίδας. Στη συνέχεια λαμβάνεται ένα δείγμα μεγέθους n , με ελάχιστη τιμή την μονάδα και μέγιστη τιμή τον αριθμό των μονάδων που αποτελούν την παρτίδα. Στην περίπτωση που οι μονάδες έχουν σειριακούς αριθμούς ή κωδικούς, τότε οι παραπάνω αριθμοί αντιστοίχισης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να διευκολύνουν τον προσδιορισμό των μονάδων.

Ωστόσο υπάρχουν κάποιες περιπτώσεις που δεν μπορούμε να αντιστοιχίσουμε αριθμούς στις μονάδες προϊόντων ούτε να χρησιμοποιήσουμε σειριακούς αριθμούς ή κωδικούς. Η διαδικασία που εφαρμόζεται σε αυτήν την περίπτωση είναι η εξής. Ο επιθεωρητής διαιρεί την παρτίδα σε στρώματα (*strata*) και το κάθε στρώμα σε κύβους (*cubes*), όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.2. Στη συνέχεια, συλλέγονται μονάδες από κάθε κύβο. Αν και αυτή η στρωματοποίηση είναι μια ιδεατή διαδικασία που εφαρμόζεται από τον επιθεωρητή και δεν μας εγγυάται την επιλογή τυχαίων δειγμάτων, τουλάχιστον διασφαλίζει ότι οι μονάδες επιλέγονται από διαφορετικά τμήματα της παρτίδας.

Σχήμα 1.2 Στρωματοποίηση παρτίδας προϊόντων (Montgomery (2005))



Δειγματοληπτικά σχέδια για ιδιότητες

2.1 Απλό δειγματοληπτικό σχέδιο $(N;n;c)$

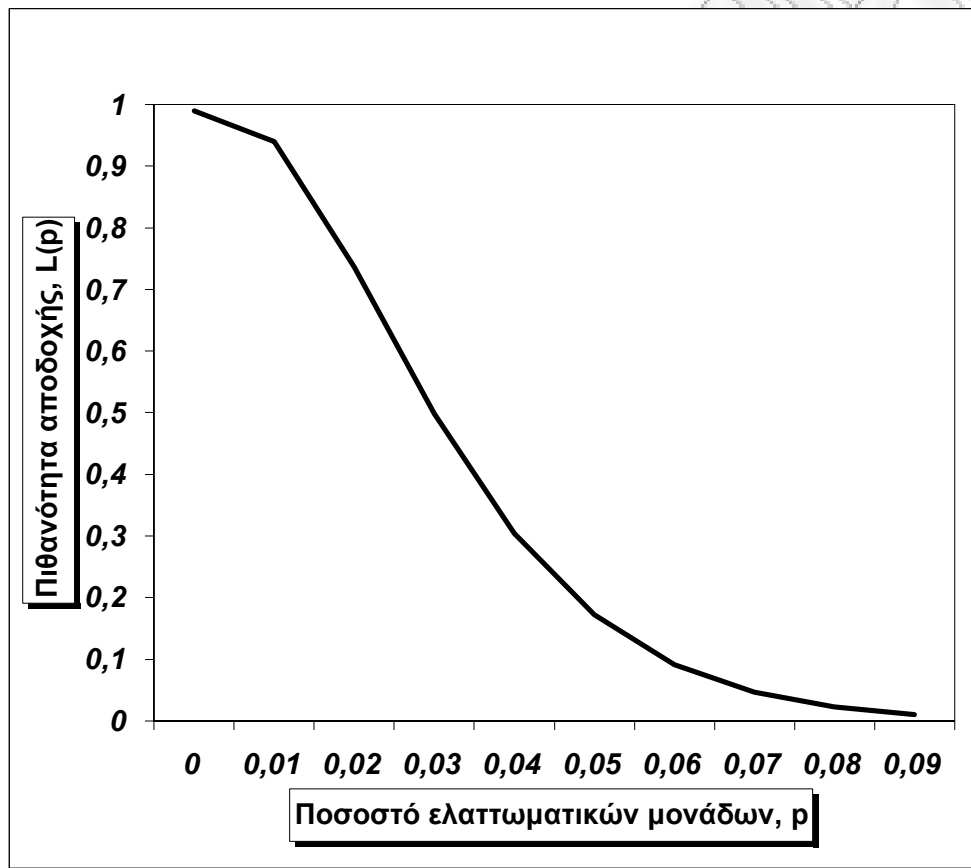
Ας υποθέσουμε ότι μία παρτίδα μεγέθους N προϊόντων υποβάλλεται σε επιθεώρηση. Ένα απλό δειγματοληπτικό σχέδιο καθορίζεται από το μέγεθος n του δείγματος και τον αριθμό αποδοχής c . Για παράδειγμα, εάν η παρτίδα αποτελείται από $N=10.000$ προϊόντα, τότε το δειγματοληπτικό σχέδιο $(N;n;c)$, όπου $n=89$ και $c=2$, σημαίνει ότι από την παρτίδα μεγέθους 10.000 προϊόντων, πάρθηκε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους 89 προϊόντων και προσδιορίστηκε μέσα από αυτό ο αριθμός των ελαττωματικών μονάδων d . Εάν ο αριθμός των ελαττωματικών μονάδων είναι μικρότερος ή ίσος από τον αριθμό αποδοχής, δηλ. $d \leq c$, τότε η παρτίδα γίνεται δεκτή. Στην αντίθετη περίπτωση που ο αριθμός των ελαττωματικών μονάδων είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό αποδοχής, δηλ. $d > c$, τότε η παρτίδα απορρίπτεται. Η παραπάνω διαδικασία ονομάζεται απλό δειγματοληπτικό σχέδιο, γιατί η απόφαση για την αποδοχή ή την απόρριψη της παρτίδας στηρίζεται στην πληροφορία που αντλείται από ένα δείγμα.

2.1.1 Η (λειτουργική) χαρακτηριστική καμπύλη (*OC Curve*)

Η χαρακτηριστική καμπύλη αποτελεί ένα σημαντικό μέτρο απόδοσης ενός δειγματοληπτικού σχεδίου. Η καμπύλη αυτή απεικονίζει γραφικά την πιθανότητα α-

ποδοχής της παρτίδας έναντι του ποσοστού των ελαττωματικών προϊόντων της παρτίδας και περιέχει όλες τις πληροφορίες που χρειαζόμαστε για την ανάλυση του σχεδίου. Ουσιαστικά, η χαρακτηριστική καμπύλη δηλώνει την πιθανότητα να γίνει αποδεκτή μια παρτίδα που έχει υποβληθεί για επιθεώρηση και έχει συγκεκριμένο αριθμό ελαττωματικών. Η χαρακτηριστική καμπύλη του απλού δειγματοληπτικού σχεδίου με $n = 89$ και $c = 2$ φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα

Σχήμα 2.1 Χαρακτηριστική καμπύλη του σχεδίου $(N; 89; 2)$



Είναι εύκολο να εξηγήσουμε πως δημιουργήθηκε η καμπύλη που απεικονίζεται στο παραπάνω γράφημα. Αν υποθέσουμε ότι το μέγεθος N της παρτίδας είναι πολύ μεγάλο (θεωρητικά άπειρο), τότε η κατανομή των ελαττωματικών μονάδων D_n σε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους n είναι η διωνυμική με παραμέτρους n και p , όπου p είναι το ποσοστό των ελαττωματικών μονάδων.

Η πιθανότητα να καταγράψουμε ακριβώς d ελαττωματικές μονάδες είναι:

$$P(D_n = d) = \frac{n!}{d!(n-d)!} p^d (1-p)^{n-d}$$

Η πιθανότητα αποδοχής $L(p)$ της παρτίδας είναι ουσιαστικά η πιθανότητα να ισχύει $D_n \leq c$:

$$L(p) = P(D_n \leq c) = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p^d (1-p)^{n-d}$$

Παράδειγμα: Εάν $p=0,01$, $n=89$ και $c=2$ τότε

$$\begin{aligned} L(p) &= P(D_n \leq 2) = \sum_{d=0}^2 \frac{89!}{d!(89-d)!} 0.01^d (1-0.01)^{89-d} = \\ &= \frac{89!}{0!(89)!} 0.01^0 (1-0.01)^{89} + \frac{89!}{1!(88)!} 0.01^1 (1-0.01)^{88} + \frac{89!}{2!(87)!} 0.01^2 (1-0.01)^{87} = \\ &= 0.9397 \end{aligned}$$

Με ανάλογο τρόπο μπορούν να επιβεβαιωθούν οι τιμές που εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα

Πίνακας 2.1 Πιθανότητες αποδοχής του απλού σχεδίου με $n=89$ και $c=2$

Ποσοστό Ελαττωματικών, p	Πιθανότητα Αποδοχής, $L(p)$
0.005	0.9897
0.010	0.9397
0.020	0.7366
0.030	0.4985
0.040	0.3042
0.050	0.1721
0.060	0.0919
0.070	0.0468
0.080	0.0230
0.090	0.0109

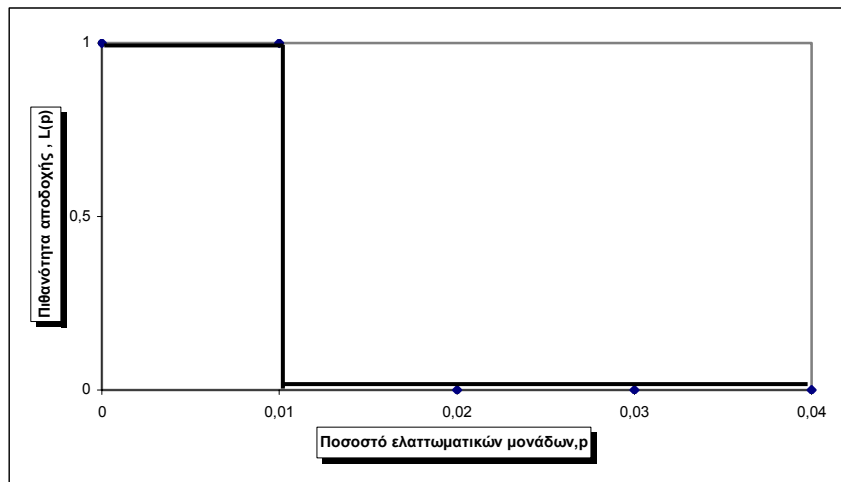
2.1.2 Πως επηρεάζεται η χαρακτηριστική καμπύλη από τις τιμές των n και c

Ένα δειγματοληπτικό σχέδιο το οποίο έχει την ικανότητα να διαχωρίζει τέλεια τις παρτίδες σε «κακές» και «καλές» (διαχωριστική ισχύς του δειγματοληπτικού σχεδίου), έχει χαρακτηριστική καμπύλη παρόμοια με αυτή του Σχήματος 2.2. Η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας είναι ίση με την μονάδα έως ότου το ποσοστό των ελαττωματικών μονάδων υπερβεί μια συγκεκριμένη τιμή, ας πούμε p_0 . Όταν το ποσοστό των ελαττωματικών μονάδων ξεπεράσει την τιμή p_0 , τότε η πιθανότητα αποδοχής του σωρού είναι ίση με μηδέν και οι παρτίδες με ποσοστό ελαττωματικών ίσο ή μεγαλύτερο από το p_0 δεν θα γίνονται αποδεκτές.

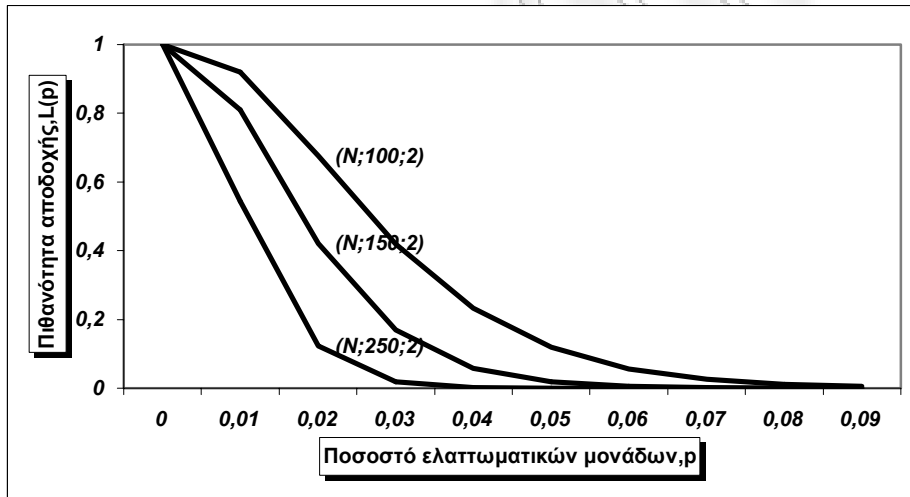
Δυστυχώς, την ιδανική χαρακτηριστική καμπύλη (Σχήμα 2.2) δεν την συναντάμε στην πράξη. Έχουμε όμως την δυνατότητα να προσεγγίσουμε την ιδανική χαρακτηριστική καμπύλη με το να αυξήσουμε το μέγεθος του δείγματος που θα επιλέξουμε ενόψει απλού δειγματοληπτικού σχεδίου. Στο Σχήμα 2.3 παρατηρούμε πως μεταβάλλεται η κλίση της χαρακτηριστικής καμπύλης και πως προσεγγίζει την ιδανική περίπτωση όσο αυξάνεται το μέγεθος του δείγματος. Συγκεκριμένα, όσο περισσότερο αυξάνει η τιμή του n τόσο η διαχωριστική ισχύς της χαρακτηριστικής καμπύλης μεγαλώνει.

Τέλος, θα ήταν ενδιαφέρον να δούμε πως επηρεάζεται η χαρακτηριστική καμπύλη από την μεταβολή της τιμής του αριθμού αποδοχής του δείγματος. Αυτό φαίνεται στο Σχήμα 2.4. Συγκεκριμένα, όταν η τιμή του c μειώνεται, η καμπύλη μετατοπίζεται προς τα αριστερά. Γενικά, η μεταβολή της τιμής του c δεν αλλάζει δραματικά την κλίση της χαρακτηριστικής καμπύλης. Στην πράξη προτιμώνται τα δειγματοληπτικά σχέδια με μικρές τιμές του c επειδή έχουν μεγαλύτερη διαχωριστική ισχύ από τα σχέδια αντίστοιχου μεγέθους δείγματος με μεγαλύτερες τιμές του c .

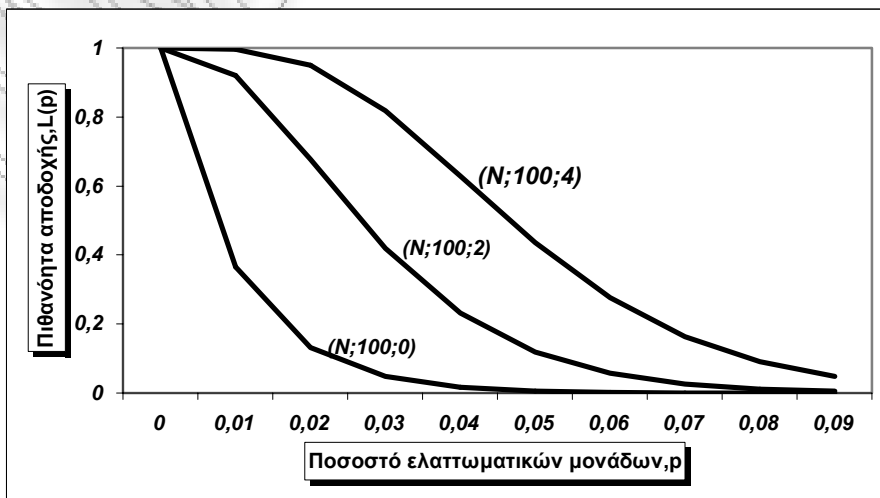
Σχήμα 2.2 Ιδανική χαρακτηριστική καμπύλη



Σχήμα 2.3 Χαρακτηριστικές καμπύλες σχεδίων με διαφορετικό μέγεθος δειγμάτων



Σχήμα 2.4 Χαρακτηριστικές καμπύλες σχεδίων με διαφορετικούς αριθμούς αποδοχής



2.1.3 Χαρακτηριστική καμπύλη τύπου A και τύπου B

Οι χαρακτηριστικές καμπύλες που χρησιμοποιήσαμε στα προηγούμενα παραδείγματα ονομάζονται χαρακτηριστικές καμπύλες **τύπου- B** αφού κατά την κατασκευή τους υποθέσαμε ότι τα δείγματα προέρχονταν από ένα μεγάλο πληθυσμό (θεωρητικά άπειρο). Σε τέτοιου είδους περιπτώσεις η κατάλληλη κατανομή για τον υπολογισμό της πιθανότητας αποδοχής της παρτίδας είναι η διωνυμική.

Η χαρακτηριστική καμπύλη **τύπου- A** χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της πιθανότητα αποδοχής μιας παρτίδας πεπερασμένου πλήθους. Αν υποθέσουμε ότι το μέγεθος της παρτίδας είναι N (πεπερασμένος αριθμός), το μέγεθος του δείγματος είναι n και ο αριθμός αποδοχής είναι c , τότε η κατάλληλη κατανομή για τον υπολογισμό της πιθανότητας αποδοχής της παραπάνω παρτίδας είναι η **υπεργεωμετρική**.

Έστω M ο αριθμός των ελαττωματικών μονάδων στην παρτίδα μεγέθους N και D_n ο αριθμός των ελαττωματικών μονάδων στο δείγμα μεγέθους n . Τότε η τυχαία μεταβλητή D_n (πλήθος ελαττωματικών) ακολουθεί την υπεργεωμετρική κατανομή $h(M; N-M; n)$ και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

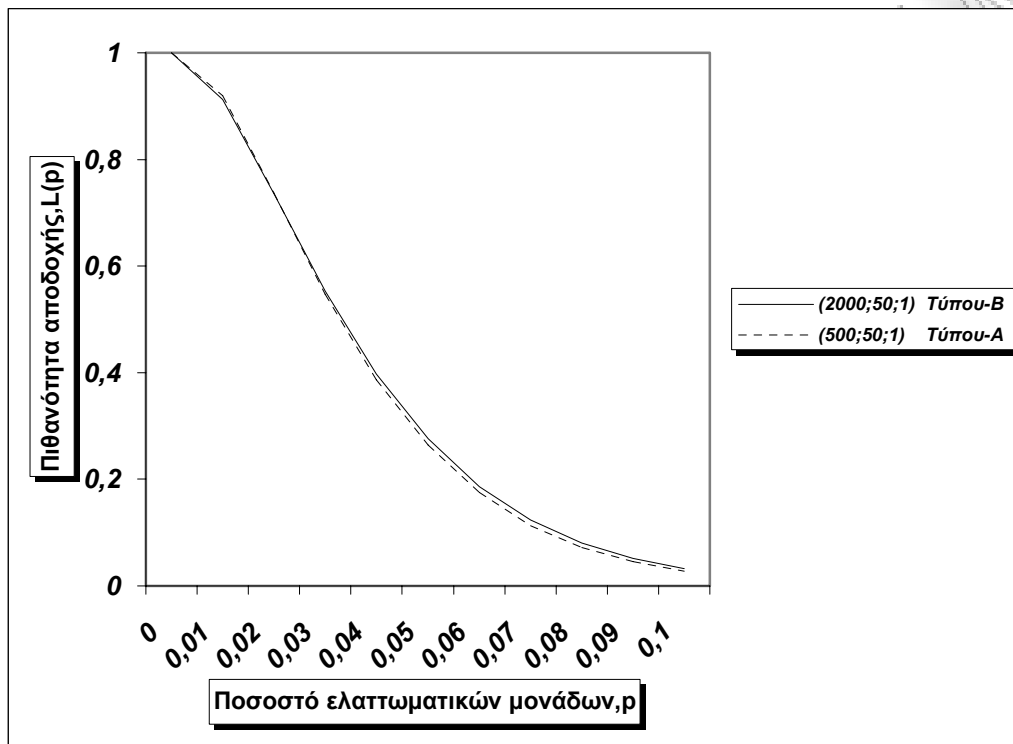
$$P(D_n \leq c) = \sum_{d=0}^c \frac{\binom{M}{d} \binom{N-M}{n-d}}{\binom{N}{n}}$$

Θέτοντας $p = M/N$, ο παραπάνω τύπος γίνεται :

$$P(D_n \leq c) = \sum_{d=0}^c \frac{\binom{Np}{d} \binom{N(1-p)}{n-d}}{\binom{N}{n}}, \quad p = 0, \frac{1}{N}, \frac{2}{N}, \dots, 1$$

Στο Σχήμα 2.5 απεικονίζονται γραφικά οι χαρακτηριστικές καμπύλες των απλών δειγματοληπτικών σχεδίων (2000;50;1) και (500;50;1):

Σχήμα 2.5 Χαρακτηριστικές καμπύλες των απλών σχεδίων (2000;50;1) και (500;50;1)



Παρατήρηση: Επειδή η χρήση του τελευταίου τύπου συνεπάγεται μεγάλο υπολογιστικό κόστος, συχνά χρησιμοποιούμε προσεγγίσεις:

➤ **Διωνομική:** Όταν $n \leq 0.1N$, $0.1 < p < 0.9$ και $n > 10$ τότε:

$$P(D_n \leq c) = \sum_{d=0}^c \binom{n}{d} p^d (1-p)^{n-d}$$

➤ **Poisson:** Όταν $n \geq 20$ και $p \leq 0.05$ τότε:

$$P(D_n \leq c) = \sum_{d=0}^c e^{-\lambda} \frac{\lambda^d}{d!}, \quad \lambda = np$$

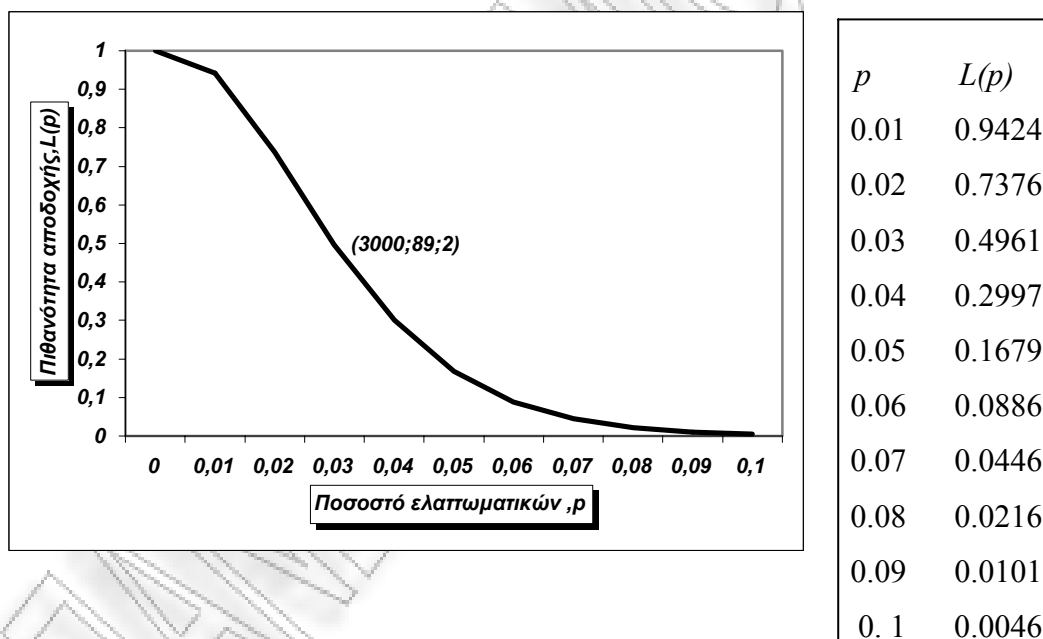
2.1.4 Κίνδυνος παραγωγού και καταναλωτή

Ας υποθέσουμε ότι ένας αγοραστής προμηθεύεται παρτίδες μεγέθους 3000 προϊόντων από κάποιον προμηθευτή. Ο αγοραστής ενδιαφέρεται να κατασκευάσει ένα απλό δειγματοληπτικό σχέδιο (3000;89;2) το οποίο να του εγγυάται ότι οι παρτίδες που θα αποδεχθεί να του ικανοποιούν τα εξής κριτήρια:

- Να μην αποδέχεται εύκολα κακές παρτίδες
- Να μην απορρίπτει καλές παρτίδες από γενικώς καλό πληθυσμό προϊόντων

Η χαρακτηριστική καμπύλη του παραπάνω δειγματοληπτικού σχεδίου απεικονίζεται γραφικά στο Σχήμα 2.6.

Σχήμα 2.6 Χαρακτηριστική καμπύλη σχεδίου (3000;89;2)



Γενικά και ο καταναλωτής (αγοραστής) αλλά και ο παραγωγός (προμηθευτής) θέλουν να υπάρχει μεγάλη πιθανότητα αποδοχής μιας παρτίδας καλής ποιότητας, δηλαδή παρτίδα για την οποία ισχύει $p \leq p_1$, όπου p_1 είναι ένα **επίπεδο αποδεκτής ποιότητας** (acceptance quality level, **AQL**), να έχει σχετικά μεγάλη πιθανότητα αποδοχής. Το **AQL** παριστάνει το φτωχότερο επίπεδο ποιότητας της παραγωγικής διε-

γασίας του παραγωγού που θα ήταν διατεθειμένος να δεχτεί ο καταναλωτής ως το μέσο ποσοστό των ελαττωματικών μονάδων για τις ανάγκες του δειγματοληπτικού σχεδίου. Το AQL είναι μια ποσότητα που έχει να κάνει με την παραγωγική διεργασία του παραγωγού και όχι με το δειγματικό σχέδιο.

Ο καταναλωτής θέλει επίσης να υπάρχει μικρή πιθανότητα αποδοχής μιας παρτίδας κακής ποιότητας, δηλαδή παρτίδα για την οποία ισχύει $p \geq p_2$ ($p_2 > p_1$), όπου p_2 είναι ένα **επίπεδο απορριπτέας ποιότητας** (*rejectable quality level*, **RQL**), να έχει σχετικά μικρή πιθανότητα αποδοχής. Το RQL παριστάνει το χαμηλότερο επίπεδο ποιότητας το οποίο δεν πρέπει να γίνει αποδεκτό από την πλευρά του καταναλωτή. Εναλλακτικές ορολογίες για το RQL είναι οι: **LTPD** (*lot tolerance percent defective*) **ανεκτό ποσοστό ελαττωματικών μονάδων της παρτίδας** και **LQL** (*limiting quality level*).

Ο **κίνδυνος του παραγωγού** (*producer's risk*) ορίζεται ως η μέγιστη πιθανότητα απόρριψης μιας παρτίδας καλής ποιότητας $p \leq p_1$ η οποία είναι ίση $1 - L(p_1)$ αφού:

$$p \leq p_1 = AQL \Rightarrow L(p) \geq L(p_1) \Rightarrow 1 - L(p) \leq 1 - L(p_1)$$

Από το παραπάνω παράδειγμα παίρνουμε ότι για $p_1 = AQL = 0.02 \Rightarrow L(p_1) = 0.74$ και συνεπώς ο κίνδυνος του παραγωγού θα είναι $1 - L(p_1) = 0.26$.

Εναλλακτικά, ο κίνδυνος του παραγωγού είναι ίσος με το σφάλμα τύπου I αφού ουσιαστικά παριστάνει την πιθανότητα της κατά λάθος απόρριψης μιας «καλής» παρτίδας. Δηλαδή, $1 - L(p_1) = a \Rightarrow L(p_1) = 1 - a$.

Ο **κίνδυνος του καταναλωτή** (*consumer's risk*) ορίζεται ως η μέγιστη πιθανότητα αποδοχής μιας παρτίδας κακής ποιότητας $p \geq p_2$ η οποία είναι με $L(p_2)$ αφού:

$$p \geq p_2 = RQL \Rightarrow L(p) \geq L(p_2)$$

Σύμφωνα με το προηγούμενο παράδειγμα, για $p_2 = RQL = 0.04$ ο κίνδυνος του καταναλωτή είναι ίσος με $L(p_2) = 0.3$.

Εναλλακτικά, ο κίνδυνος του καταναλωτή είναι ίσος με το σφάλμα τύπου II αφού ουσιαστικά παριστάνει την πιθανότητα της κατά λάθος αποδοχής μιας «κακής» παρτίδας. Δηλαδή, $L(p_2) = \beta$.

2.1.5 Σχεδιασμός απλού δειγματοληπτικού σχεδίου

Μία συνήθης πρακτική κατά το σχεδιασμό ενός απλού δειγματοληπτικού σχεδίου, είναι να περνάει η χαρακτηριστική καμπύλη από δύο καθορισμένα σημεία. Ένα σημείο δεν είναι αρκετό να προσδιορίσει πλήρως το δειγματοληπτικό σχέδιο.

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα απλό σχέδιο με πιθανότητα αποδοχής $1 - a$ για τις παρτίδες που έχουν ποσοστό ελαττωματικών ίσο με p_1 και πιθανότητα αποδοχής β για τις παρτίδες με ποσοστό ελαττωματικών ίσο με p_2 . Χρησιμοποιώντας τη διωνυμική κατανομή (χαρακτηριστική καμπύλη τύπου-B), οι τιμές των n και c είναι οι λύσεις των ακόλουθων εξισώσεων:

$$1 - a = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p_1^d (1-p_1)^{n-d}$$

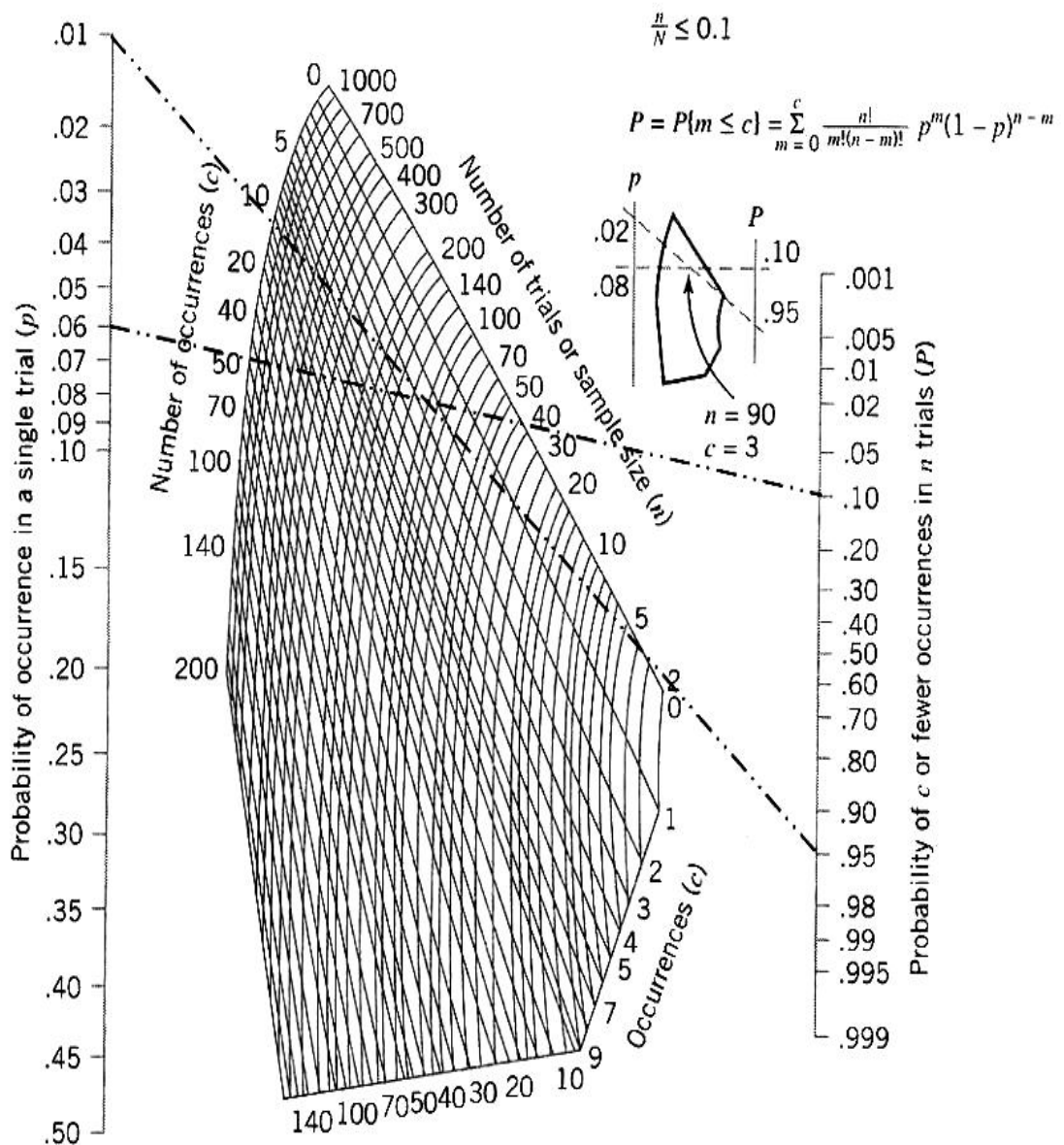
$$\beta = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p_2^d (1-p_2)^{n-d}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις είναι μη-γραμμικές και είναι πολύ δύσκολο να επιλυθούν με άμεσο τρόπο.

Το νομογράφημα (*nomograph*) του Σχήματος 2.7 μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην επίλυση τέτοιου είδους εξισώσεων. Η διαδικασία για την χρησιμοποίηση του νομογραφήματος είναι απλή. Το μόνο που πρέπει να κάνουμε είναι να σχεδιάσουμε δύο ευθείες, η μία εκ των δύο να συνδέει το p_1 με το $1 - a$ και η άλλη να συνδέει το p_2 με το β . Η τομή αυτών των δύο ευθειών μας δίνει τις τιμές του ζεύγους

(n, c) και συνεπώς το δειγματοληπτικό σχέδιο. Για να κατανοήσουμε πλήρως την παραπάνω διαδικασία ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να κατασκευάσουμε ένα απλό δειγματοληπτικό σχέδιο για το οποίο $p_1 = 0.01$, $a = 0.05$, $p_2 = 0.06$ και $\beta = 0.10$. Η τομή της ευθείας που συνδέει το $p_1 = 0.01$ με το $1 - a = 0.95$, με την ευθεία που συνδέει το $p_2 = 0.06$ με το $\beta = 0.10$, μας δίνει προσεγγιστικά τις τιμές $n = 89$ και $c = 2$ για το δειγματοληπτικό σχέδιο.

Σχήμα 2.7 Νομογράφημα διωνυμικής κατανομής (Montgomery (2005))

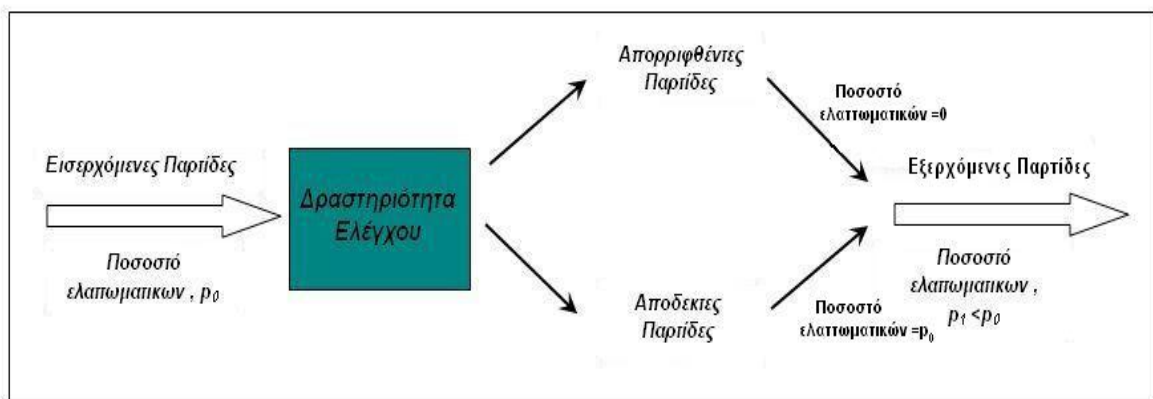


2.1.6 Προγράμματα διορθωτικού ελέγχου

Μία συνήθης πρακτική στη δειγματοληψία αποδοχής, είτε γίνει αποδεκτή μία παρτίδα που πέρασε από επιθεώρηση είτε όχι, είναι η εφαρμογή ενός προγράμματος ελέγχου που να καθορίζει το πώς θα χειριστούμε τις n μονάδες της παρτίδας που πέρασαν αναγκαστικά από έλεγχο, αλλά και το πώς θα χειριστούμε με τι υπόλοιπες $N-n$ μονάδες της παρτίδας στην περίπτωση που η παρτίδα απορριφθεί. Στα προγράμματα αυτά οι ελαττωματικές μονάδες που ελέγχονται είτε απομακρύνονται (επιστρέφονται στον προμηθευτή) είτε περνούν από περαιτέρω έλεγχο, είτε αντικαθίστανται από μη-ελαττωματικές μονάδες. Τέτοιου είδους ενέργειες ονομάζονται προγράμματα **διορθωτικού ελέγχου** (*rectifying inspection programs*).

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε κάποιες παρτίδες για επιθεώρηση οι οποίες έχουν ποσοστό ελαττωματικών μονάδων ίσο με p_0 . Είναι προφανές ότι μερικές από τις παραπάνω παρτίδες θα απορριφθούν και άλλες θα γίνουν αποδεκτές. Οι ελαττωματικές μονάδες των απορριφθέντων παρτίδων θα αντικατασταθούν και επομένως το νέο ποσοστό ελαττωματικών τους θα είναι ίσο με 0. Το ποσοστό των ελαττωματικών μονάδων που αντιστοιχεί στις αποδεκτές παρτίδες παραμένει ίσο με p_0 . Συνεπώς, οι εξερχόμενες παρτίδες μετά την διαδικασία επιθεώρησης θα είναι μία μίξη των παρτίδων με ποσοστό ελαττωματικών 0 και των παρτίδων με ποσοστό ελαττωματικών ίσο με p_0 . Οι εξερχόμενες παρτίδες θα έχουν ποσοστό ελαττωματικών ίσο με $p_1 < p_0$. Η παραπάνω διαδικασία φαίνεται παραστατικά στο παρακάτω σχήμα:

Σχήμα 2.8 Πρόγραμμα διορθωτικού ελέγχου (Montgomery (2005))



Με την εφαρμογή ενός προγράμματος διορθωτικού ελέγχου η *εξερχόμενη ποιότητα* p^* της παρτίδας (*outgoing quality*), είναι σαφώς ανώτερη από την *εισερχόμενη ποιότητα* p της παρτίδας (*ingoing quality*) ($p^* < p$). Για να εκτιμήσουμε την εξερχόμενη ποιότητα μιας παρτίδας που περνάει από διορθωτικό έλεγχο, όταν το επίπεδο της εισερχόμενης ποιότητας είναι ίσο με $p = M/N$, χρησιμοποιούμε τη *μέση εξερχόμενη ποιότητα* (*average outgoing quality, AOQ*)¹, που ορίζεται ως το πηλίκο του αναμενόμενου αριθμού ελαττωματικών προϊόντων της παρτίδας προς το συνολικό αριθμό των προϊόντων της. Ο μαθηματικός τύπος της ποσότητας *AOQ* προκύπτει σύμφωνα με τα παρακάτω.

Υποθέτουμε ότι το μέγεθος της παρτίδας είναι N και ότι όλες οι ελαττωματικές μονάδες αντικαταστάθηκαν με καλές. Τότε στην παρτίδα μεγέθους N θα έχουμε:

- n μονάδες στο δείγμα, οι οποίες μετά την επιθεώρηση δεν περιέχουν καμία ελαττωματική, επειδή όλες οι ελαττωματικές μονάδες έχουν αντικατασταθεί με καλές
- $N-n$ μονάδες οι οποίες, αν η παρτίδα απορριφθεί, περιέχουν καλές μονάδες
- $N-n$ μονάδες οι οποίες, αν η παρτίδα γίνει αποδεκτή, περιέχουν $p(N-n)$ ελαττωματικές μονάδες.

Έτσι οι εξερχόμενη παρτίδα έχει αναμενόμενο αριθμό ελαττωματικών ίσο με $L(p) \cdot p(N-n)$ και επομένως η μέση εξερχόμενη ποιότητα δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$AOQ = \frac{L(p) \cdot p(N-n)}{N}$$

¹Για τον υπολογισμό της ποσότητας *AOQ* όπως και της ποσότητας *ATI* που δούμε παρακάτω πρέπει να ληφθεί υπόψη ο τρόπος χειρισμού των n μονάδων που επιθεωρούνται αναγκαστικά, αλλά και ο τρόπος χειρισμού των υπόλοιπων $N-n$ μονάδων στην περίπτωση απόρριψης της παρτίδας. Ο συνηθέστερος τρόπος χειρισμού των μονάδων που περνούν από επιθεώρηση είναι η αντικατάσταση των ελαττωματικών μονάδων από μη-ελαττωματικές.

Παράδειγμα: Ας υποθέσουμε ότι $N=10.000$, $n=89$, $c=2$ και η εισερχόμενη ποιότητα είναι $p=0.01$. Η πιθανότητα αποδοχής παρτίδας με ποσοστό ελαττωματικών $p=0.01$ είναι $L(p) = 0.9397$. Η μέση εξερχόμενη ποιότητα της παρτίδας είναι:

$$AOQ = \frac{0.9397 \cdot 0.01(10000 - 89)}{10000} = 0.0093$$

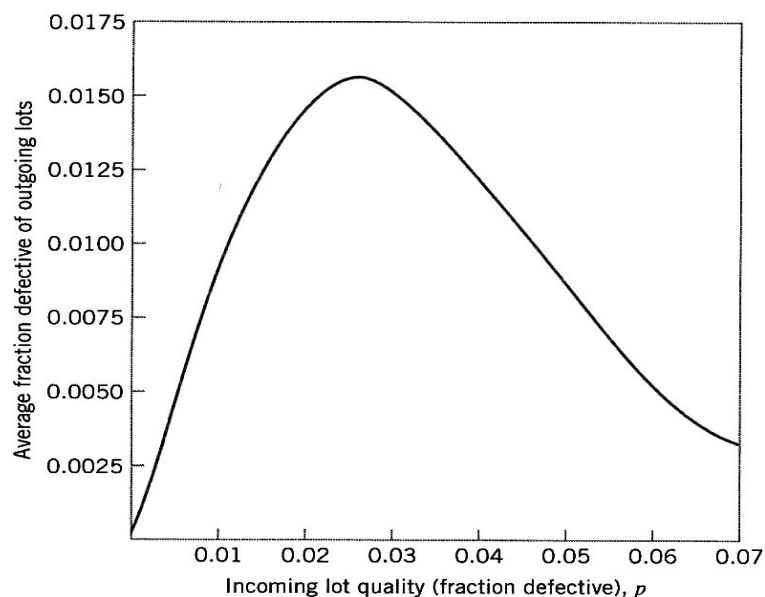
Έτσι, η μέση εξερχόμενη ποιότητα είναι 0.93%

Αν το μέγεθος της παρτίδας γίνει ακόμα μεγαλύτερο και το μέγεθος του δείγματος παραμείνει σταθερό, τότε ο τύπος του AOQ θα μετασχηματιστεί ως εξής:

$$AOQ = L(p) \cdot p$$

Η μέση εξερχόμενη ποιότητα ποικίλει ανάλογα με το ποσοστό ελαττωματικών των εισερχόμενων παρτίδων. Η καμπύλη που απεικονίζει γραφικά τη μέση εξερχόμενη ποιότητα σε σχέση με την εισερχόμενη ποιότητα ονομάζεται AOQ καμπύλη (AOQ curve). Η AOQ καμπύλη του απλού δειγματοληπτικού σχεδίου με $N=10.000$, $n=89$ και $c=2$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

Σχήμα 2.9 Μέση εξερχόμενη ποιότητα απλού σχεδίου με $N=10.000$, $n=89$ και $c=2$ (Montgomery (2005))



Παρατηρώντας την παραπάνω καμπύλη συμπεραίνουμε ότι όταν η εισερχόμενη ποιότητα είναι πολύ καλή, τότε και η αντίστοιχη μέση εξερχόμενη ποιότητα είναι επίσης πολύ καλή. Στην ακραία περίπτωση, όταν η εισερχόμενη ποιότητα είναι πολύ κακή (δηλ. το ποσοστό των ελαττωματικών είναι αρκετά υψηλό), τότε οι περισσότερες παρτίδες λογοκρίνονται και οι ελαττωματικές τους μονάδες αντικαθίστανται από καλές, το οποίο οδηγεί σε ένα πολύ καλό επίπεδο εξερχόμενης ποιότητας.

Στην ενδιάμεση κατάσταση η AOQ καμπύλη αυξάνει και όταν φτάσει στην μέγιστη τιμή της, στην συνέχεια ακολουθεί μία φθίνουσα πορεία. Το μέγιστο σημείο της καμπύλης εκφράζει την χειρότερη μέση εξερχόμενη ποιότητα των παρτίδων μετά τον διορθωτικό έλεγχο και ονομάζεται **όριο μέσης εξερχόμενης ποιότητας** (*average outgoing quality limit, AOQL*). Παρατηρώντας το Σχήμα 2.9 βλέπουμε ότι το όριο μέσης εξερχόμενης ποιότητας είναι 0.0155. Αυτό σημαίνει ότι όσο κακές και να είναι οι εισερχόμενες παρτίδες, η μέση εξερχόμενη ποιότητα δεν πρόκειται να ξεπεράσει το όριο του 1.55% ελαττωματικών μονάδων.

Ένα άλλο σημαντικό μέγεθος άμεσα συνδεδεμένο με ένα πρόγραμμα διορθωτικού ελέγχου είναι ο **αριθμός των επιθεωρημένων μονάδων**. Εάν οι παρτίδες δεν περιέχουν καμία ελαττωματική μονάδα τότε ο συνολικός αριθμός των επιθεωρημένων μονάδων ανά παρτίδα θα είναι n . Εάν όμως οι μονάδες που αποτελούν τις παρτίδες είναι όλες ελαττωματικές, τότε κάθε παρτίδα πρέπει να υποβληθεί σε ολική επιθεώρηση και επομένως ο συνολικός αριθμός των επιθεωρημένων μονάδων ανά παρτίδα θα είναι ίσος με N . Γενικά, στην περίπτωση που η ποιότητα της παρτίδας είναι $0 < p < 1$, τότε ο αριθμός των επιθεωρημένων μονάδων ανά παρτίδα θα κυμαίνεται μεταξύ n και N .

Εάν η παρτίδα είναι ποιότητας p και η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας είναι $L(p)$, τότε ο **μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων ανά παρτίδα** θα είναι:

$$ATI = n + (1 - L(p))(N - n) = N - (N - n) \cdot L(p)$$

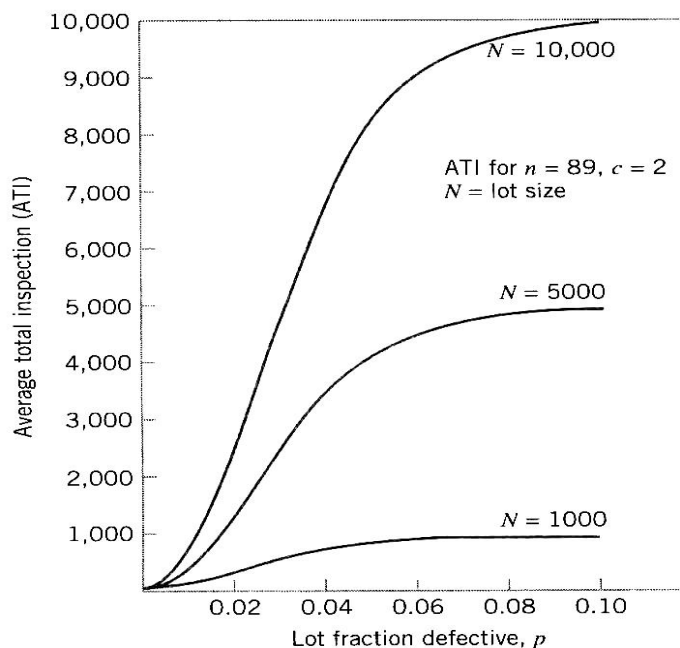
Δηλαδή, ο μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων ανά παρτίδα θα είναι οι n μονάδες που αποτελούν το δείγμα (οι οποίες επιθεωρούνται αναγκαστικά) και οι υπόλοιπες $N-n$ μονάδες πολλαπλασιασμένες με την πιθανότητα απόρριψης της παρτίδας.

Παράδειγμα: Ας υποθέσουμε ότι $N=10.000$, $n=89$, $c=2$ και η εισερχόμενη ποιότητα είναι $p=0.01$. Η πιθανότητα αποδοχής παρτίδας με ποσοστό ελαττωματικών $p=0.01$ είναι $L(p)=0.9397$. Τότε θα έχουμε ότι ο μέσος αριθμός των μονάδων που περνούν από επιθεώρηση είναι:

$$ATI = 10000 - (10000 - 89) \cdot 0.9397 = 687$$

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται γραφικά ο μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων ανά παρτίδα σε σχέση με το ποσοστό ελαττωματικών μονάδων:

Σχήμα 2.10 Μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων απλού σχεδίου με $n = 89$ και $c = 2$, για παρτίδες μεγέθους 1000, 5000 και 10000 (Montgomery (2005))



Παρατηρούμε ότι όταν αυξάνεται το ποσοστό ελαττωματικών μονάδων (κακή ποιότητα), αυξάνεται παράλληλα και η τιμή της συνάρτησης ATI . Έχουμε λάβει υπόψη μας ότι οι ελαττωματικές μονάδες αντικαθίστανται με μη-ελαττωματικές κατά την εφαρμογή του διορθωτικού ελέγχου.

2.1.7 Περικομμένη επιθεώρηση

Η εφαρμογή ενός απλού δειγματοληπτικού σχεδίου $(N;n;c)$ απαιτεί την επιθεώρηση των n μονάδων του δείγματος προκειμένου να αποφασίσουμε για το αν η παρτίδα γίνει αποδεκτή ή όχι. Συνήθως οι n μονάδες δεν επιθεωρούνται ταυτόχρονα αλλά η μία κατόπιν της άλλης. Σε αυτή την περίπτωση δεν είναι αναγκαία η επιθεώρηση και των n μονάδων του δείγματος για να αποφασίσουμε αν η παρτίδα γίνει αποδεκτή ή όχι, αφού η απόφαση δύναται να ληφθεί νωρίτερα όταν:

- a) βρεθούν $c+1$ ελαττωματικές μονάδες πριν την επιθεώρηση όλων των μονάδων του δείγματος (σε αυτή την περίπτωση η παρτίδα απορρίπτεται)
- b) βρεθούν $n-c$ μη-ελαττωματικές μονάδες πριν την επιθεώρηση όλων των μονάδων του δείγματος (σε αυτή την περίπτωση η παρτίδα γίνεται αποδεκτή)

Η επιθεώρηση των μονάδων του δείγματος με την ταυτόχρονη χρησιμοποίηση των κανόνων (α) και (β) ονομάζεται **πλήρης περικομμένη επιθεώρηση** (*fully curtailed inspection*). Ο κανόνας (α) είναι ιδιαίτερα σημαντικός αφού μπορεί να τερματίσει την επιθεώρηση πολύ νωρίς (ειδικά όταν $c=0$). Η επιθεώρηση των μονάδων του δείγματος με την χρησιμοποίηση μόνο του κανόνα (α) ονομάζεται **ημιπερικομμένη επιθεώρηση** (*semi-curtailed inspection*).

Στην περικομμένη επιθεώρηση ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει ο αριθμός Y^* των μονάδων που επιθεωρούνται (διακριτή τυχαία μεταβλητή). Στην πλήρη περικομμένη επιθεώρηση έχουμε ότι $Y^* = r, r+1, \dots, n$ όπου $r = \min(c+1, n-c)$, ενώ για την ημιπερικομμένη επιθεώρηση έχουμε ότι $Y^* = c+1, c+2, \dots, n$. Η μέση τιμή της Y^* ονομάζεται **μέσος αριθμός δείγματος** (*average sample number, ASN*) και προφανώς εξαρτάται από την ποιότητα της παρτίδας p , δηλαδή:

$$ASN = ASN(p) = E(Y^*)$$

Για τον υπολογισμό του ASN στην περίπτωση της ημιπερικομμένης επιθεώρησης έχουμε τον παρακάτω τύπο:

$$ASN_1(p) = nF(c, n) + \frac{c+1}{p} [1 - F(c+1, n+1)].$$

Στην περίπτωση της πλήρης επιθεώρησης ισχύει ότι

$$ASN_2(p) = \frac{n-c}{1-p} F(c, n+1) + \frac{c+1}{p} [1 - F(c+1, n+1)]$$

όπου

$$F(c, n) = L(p | N; n; c) \quad \text{ή} \quad F(c, n) = L(p | n; c)$$

ανάλογα με το αν χρησιμοποιείται η υπεργεωμετρική ή η διωνυμική χαρακτηριστική καμπύλη. Μπορεί εύκολα ναδειχθεί ότι $ASN_1(0) = n$, $ASN_1(1) = c+1$ και επίσης ότι η συνάρτηση $ASN(p)$ είναι φθίνουσα. Επίσης $ASN_2(0) = n-c$ και $ASN_2(1) = c+1$. Ιδιαίτερα για την υπεργεωμετρική καμπύλη χαρακτηριστική καμπύλη έχουμε ότι $ASN_1(p) > ASN_2(p)$.

2.2 Διπλά δειγματοληπτικά σχέδια

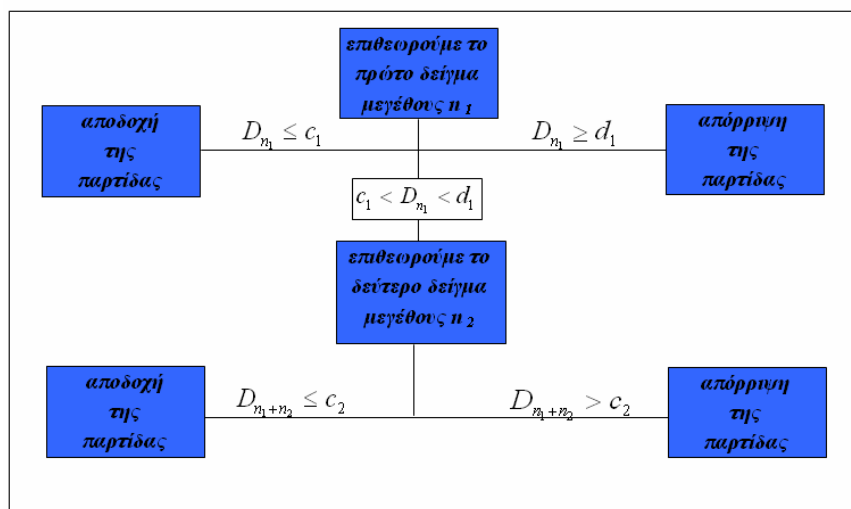
Ένα διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο περιγράφεται από πέντε ποσότητες :

- n_1 : μέγεθος του πρώτου δείγματος
- c_1 : αριθμός αποδοχής του πρώτου δείγματος
- d_1 : αριθμός απόρριψης του πρώτου δείγματος
- n_2 : μέγεθος του δεύτερου δείγματος
- c_2 : αριθμός αποδοχής συνολικού δείγματος

Η διαδικασία που ακολουθείται σε ένα διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο είναι η εξής: Αρχικά λαμβάνεται ένα δείγμα μεγέθους n και επιθεωρείται. Εάν ο αριθμός των ελαττωματικών μονάδων του αρχικού δείγματος D_{n_1} είναι μικρότερος ή ίσος με c_1 τότε η παρτίδα γίνεται αποδεκτή. Εάν όμως ο αριθμός ελαττωματικών μονάδων του αρχικού

δείγματος είναι $D_{n_1} \geq d_1$ τότε η παρτίδα απορρίπτεται. Στην περίπτωση που ισχύει $c_1 < D_{n_1} < d_1$ τότε λαμβάνεται και δεύτερο δείγμα μεγέθους n_2 . Εάν ο συνολικός αριθμός ελαττωματικών μονάδων των δύο δειγμάτων $D_{n_1+n_2}$ είναι μικρότερος ή ίσος με τον αριθμό αποδοχής των δύο δειγμάτων c_2 , τότε η παρτίδα γίνεται αποδεκτή. Διαφορετικά απορρίπτεται. Η διαδικασία ενός διπλού σχεδίου παρουσιάζεται γραφικά στο παρακάτω σχήμα:

Σχήμα 2.11 Διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο



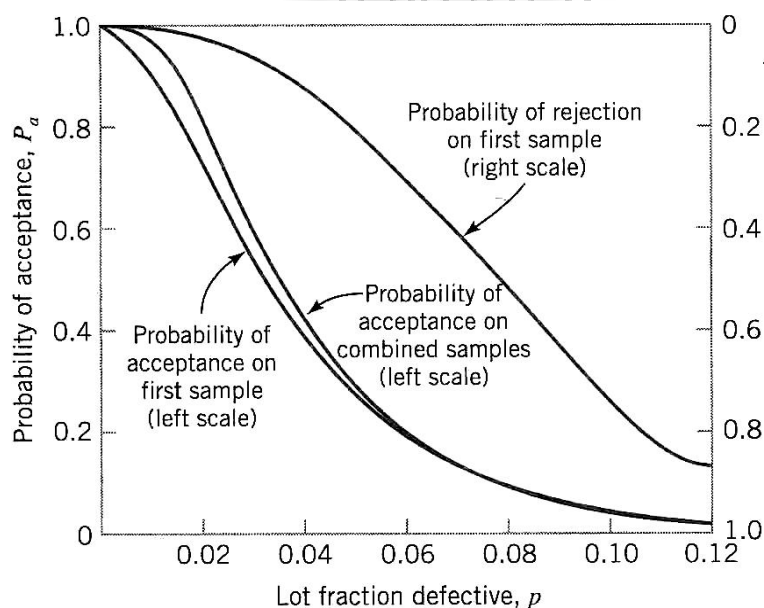
Το κύριο πλεονέκτημα ενός διπλού δειγματοληπτικού σχεδίου σε σύγκριση με το απλό σχέδιο είναι ότι μπορεί να έχει μικρότερο ATI και συνεπώς μικρότερο κόστος επιθεώρησης, ιδιαίτερα στην περίπτωση που το μέγεθος του πρώτου δείγματος n_1 είναι αρκετά μικρότερο σε σχέση με το αντίστοιχο μέγεθος του δείγματος n που χρησιμοποιείται στο απλό σχέδιο.

Επίσης, τα διπλά δειγματοληπτικά σχέδια έχουν και κάποια μειονεκτήματα. Σε ορισμένες περιπτώσεις η επιλογή και δεύτερου δείγματος όταν η διαδικασία το απαιτήσει μπορεί να ξεπεράσει το κόστος επιθεώρησης που θα είχε ένα απλό δειγματοληπτικό σχέδιο με δυνατότητες αντίστοιχες του διπλού. Επίσης το γεγονός ότι είναι περισσότερο σύνθετο από ένα απλό σχέδιο, μπορεί να οδηγήσει σε σφάλματα επιθεώρησης. Για τους παραπάνω λόγους ένα δειγματοληπτικό σχέδιο θα πρέπει να επιλέγεται προσεκτικά.

2.2.1 Χαρακτηριστική καμπύλη διπλών δειγματοληπτικών σχεδίων

Η χαρακτηριστική καμπύλη ενός διπλού δειγματοληπτικού σχεδίου είναι περισσότερο σύνθετη από την χαρακτηριστική καμπύλη ενός απλού. Σε αυτή την παράγραφο θα ασχοληθούμε με την χαρακτηριστική καμπύλη τύπου-B. Η κύρια χαρακτηριστική καμπύλη ενός διπλού σχεδίου είναι αυτή η οποία δίνεται από την πιθανότητα αποδοχής μιας παρτίδας ως συνάρτηση της ποιότητας της παρτίδας. Ωστόσο υπάρχουν και εναλλακτικές χαρακτηριστικές καμπύλες η οποίες περιγράφονται από την πιθανότητα αποδοχής ή από την πιθανότητα απόρριψης της παρτίδας από το πρώτο δείγμα. Στο Σχήμα 2.12 απεικονίζονται γραφικά η κύρια καθώς και οι δύο εναλλακτικές χαρακτηριστικές καμπύλες του διπλού δειγματοληπτικού σχεδίου με $n_1 = 50, c_1 = 1, d_1 = 4, n_2 = 100, c_2 = 3$.

Σχήμα 2.12 Χαρακτηριστικές καμπύλες διπλού δειγματοληπτικού σχεδίου με $n_1 = 50, c_1 = 1, d_1 = 4, n_2 = 100, c_2 = 3$ (Montgomery (2005)).



Η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας δίνεται από την σχέση:

$$L(p) = P_a^I(p) + P_a^{II}(p)$$

όπου $P_a^I(p)$, $P_a^{II}(p)$ παριστάνουν τις πιθανότητες αποδοχής της παρτίδας μετά από την εξέταση του πρώτου και του δεύτερου δείγματος αντίστοιχα.

Η πιθανότητα αποδοχής $P'_a(p)$ είναι ίση με:

$$P'_a(p) = \sum_{b_1=0}^1 \frac{50!}{b_1!(50-b_1)!} p^{b_1} (1-p)^{50-b_1}$$

Η μεταβλητή b_1 δηλώνει τον αριθμό των ελαττωματικών στο δείγμα. Εάν το ποσοστό ελαττωματικών μονάδων της παρτίδας είναι $p=0.05$ τότε η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας από το πρώτο δείγμα θα είναι:

$$P'_a(p) = \sum_{b_1=0}^1 \frac{50!}{b_1!(50-b_1)!} (0.05)^{b_1} \cdot (0.95)^{50-b_1} = 0.279$$

Στην περίπτωση που ο αριθμός ελαττωματικών μονάδων στο πρώτο δείγμα είναι $c_1 < b_1 < d_1$, δηλαδή 2 ή 3 ελαττωματικές, τότε θα λάβουμε και δεύτερο δείγμα λαμβάνοντας υπόψη ότι για την αποδοχής της παρτίδας πρέπει να ισχύει $b_1 + b_2 \leq c_2 = 3$.

Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις :

1. Αν $A = \{b_1 = 2 \text{ και } b_2 = 0 \text{ ή } 1\}$ τότε η πιθανότητα του συμβάντος A είναι:

$$\begin{aligned} P\{A\} &= P\{b_1 = 2 \text{ και } b_2 = 0 \text{ ή } 1\} = P\{b_1 = 2\} \cdot P\{b_2 \leq 1\} = \\ &= \sum_{b_1=0}^2 \frac{50!}{b_1!(50-b_1)!} (0.05)^{b_1} \cdot (0.95)^{50-b_1} \sum_{b_2=0}^1 \frac{100!}{b_2!(100-b_2)!} (0.05)^{b_2} \cdot (0.95)^{100-b_2} = \\ &= (0.261) \cdot (0.037) = 0.0097 \end{aligned}$$

2. Αν $B = \{b_1 = 3 \text{ και } b_2 = 0\}$ τότε η πιθανότητα του συμβάντος B είναι:

$$\begin{aligned} P\{B\} &= P\{b_1 = 3 \text{ και } b_2 = 0\} = P\{b_1 = 3\} \cdot P\{b_2 = 0\} = \\ &= \frac{50!}{3!(50-3)!} (0.05)^3 \cdot (0.95)^{50-3} \frac{100!}{0!(100)!} (0.05)^0 \cdot (0.95)^{100} = \\ &= (0.220) \cdot (0.0059) = 0.001 \end{aligned}$$

Επομένως η πιθανότητα αποδοχής στο δεύτερο δείγμα είναι ίση με:

$$P_a'' = P\{b_1 = 2, b_2 \leq 1\} + P\{b_1 = 3, b_2 = 0\} = 0.0097 + 0.001 = 0.0107$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω η πιθανότητα αποδοχής της παρτίδας με ποσοστό ελαττωματικών $p = 0.05$ είναι:

$$P_a = P_a' + P_a'' = 0.279 + 0.0107 = 0.2897$$

2.2.2 Περικομμένη επιθεώρηση και μέσος αριθμός δείγματος

Σε ένα απλό δειγματοληπτικό σχέδιο ο αριθμός των μονάδων του δείγματος που περνούν από επιθεώρηση είναι τυχαία μεταβλητή Y^* μόνο στην περίπτωση που χρησιμοποιούμε περικομμένη επιθεώρηση. Στα διπλά δειγματοληπτικά είναι πάντα τυχαία μεταβλητή ανεξάρτητα αν η επιθεώρηση είναι περικομμένη ή όχι. Η μέση τιμή της ονομάζεται όπως και στην περίπτωση της περικομμένης επιθεώρησης μονο-δειγματικών σχεδίων, **μέσος αριθμός δείγματος** (*average sample number, ASN*).

Μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί ότι για μη-περικομμένη επιθεώρηση ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} ASN &= ASN(p) = n_1 \cdot (1 - P_s(p)) + (n_1 + n_2) \cdot P_s(p) \\ &= n_1 + n_2 \cdot P_s(p) \end{aligned}$$

Η $P_s(p)$ είναι η πιθανότητα να χρησιμοποιήσουμε και δεύτερο δείγμα και είναι ίση με $P_s(p) = 1 - [P_a'(p) + P_a''(p)]$, όπου η $P_r'(p)$ είναι πιθανότητα απόρριψης της παρτίδας μετά την εξέταση του πρώτου δείγματος.

2.2.3 Διορθωτικός έλεγχος

Στην περίπτωση που εφαρμόζεται διορθωτικός έλεγχος σε ένα διπλό δειγματοληπτικό σχέδιο η μέση εξερχόμενη ποιότητα δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$AOQ = \frac{[P_a'(N - n_1) + P_a''(N - n_1 - n_2)]p}{N}$$

Αν θεωρήσουμε στη συνέχεια ότι όλες οι ελαττωματικές μονάδες που βρέθηκαν κατά τον έλεγχο έχουν αντικατασταθεί με καλές, τότε ο μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων είναι ίσος με:

$$ATI = n_1 P_a^I + (n_1 + n_2) P_a^{II} + N(1 - L(p)).$$

2.3 Πολλαπλά δειγματοληπτικά σχέδια

Η μεθοδολογία κατασκευής των διπλών δειγματοληπτικών σχεδίων μπορεί να γενικευθεί για την κατασκευή των *πολλαπλών δειγματοληπτικών σχεδίων* (*multiple sampling plans*). Για την κατασκευή ενός τέτοιου σχεδίου χρειάζονται οι ακόλουθες ενέργειες:

Δείγμα	Μέγεθος δείγματος	Συνολικό μέγεθος	Αριθμός αποδοχής	Αριθμός απόρριψης
1	n_1	n_1	n_1	n_1
2	n_2	$n_1 + n_2$	n_1	n_1
3	n_3	$n_1 + n_2 + n_3$	n_1	n_1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
k	n_k	$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$	n_1	n_1

Για παράδειγμα σε ένα τριπλό δειγματοληπτικό σχέδιο η παρτίδα γίνεται αποδεκτή όταν:

(α) $D_{n_1} \leq c_1$ ή

(β) $c_1 < D_{n_1} < d_1$, $D_{n_1+n_2} \leq c_2$ ή

(γ) $c_1 < D_{n_1} < d_1$, $c_2 < D_{n_1+n_2} < d_2$, $D_{n_1+n_2+n_3} \leq c_3$

2.4 Ακολουθιακά δειγματοληπτικά σχέδια

Τα ακολουθιακά δειγματοληπτικά σχέδια αποτελούν προέκταση των πολλαπλών δειγματοληπτικών σχεδίων. Σε ένα ακολουθιακό δειγματοληπτικό σχέδιο λαμβάνονται διαδοχικά δείγματα από την παρτίδα έως ότου οι πληροφορίες που αντλούμε από τα δείγματα να είναι επαρκείς για να αποφασίσουμε για την αποδοχή ή την απόρριψη της παρτίδας. Διαφορετικά η δειγματοληψία συνεχίζεται μέχρι να βρεθούμε στην κατάσταση όπου μπορούμε να αποφασίσουμε για την αποδοχή ή την απόρριψη της παρτίδας. Εάν το μέγεθος του δείγματος που επιλέγεται σε κάθε στάδιο είναι μεγαλύτερο από τη μονάδα τότε έχουμε ακολουθιακή δειγματοληψία κατά ομάδες (**group sequential sampling**). Στην περίπτωση που το μέγεθος του δείγματος που επιλέγεται σε κάθε στάδιο είναι ίσο με την μονάδα τότε έχουμε ακολουθιακή δειγματοληψία ανά κομμάτι (**item-by-item sequential sampling**).

Η ακολουθιακή δειγματοληψία ανά κομμάτι απεικονίζεται γραφικά στο Σχήμα 2.13. Στο γράφημα φαίνεται ο συνολικός αριθμός των ελαττωματικών μονάδων που αντιστοιχεί σε έναν αριθμό επιθεωρημένων μονάδων. Όταν ο αριθμός αυτός παραμένει μεταξύ των ορίων της ευθείας απόρριψης και της ευθείας αποδοχής τότε η δειγματοληψία συνεχίζεται. Όταν ο συνολικός αριθμός των ελαττωματικών μονάδων περάσει το άνω όριο της ευθείας απόρριψης τότε η παρτίδα απορρίπτεται. Στην περίπτωση που ο συνολικός αριθμός ελαττωματικών περάσει το κάτω όριο της ευθείας αποδοχής τότε η παρτίδα γίνεται αποδεκτή. Οι εξισώσεις των δύο αυτών ευθειών είναι για συγκεκριμένες τιμές των p_1 , $1-a$, p_2 και β :

$$\begin{aligned}X_A &= -h_1 + sn && \text{(ευθεία αποδοχής)} \\X_R &= h_2 + sn && \text{(ευθεία απόρριψης)}\end{aligned}$$

όπου

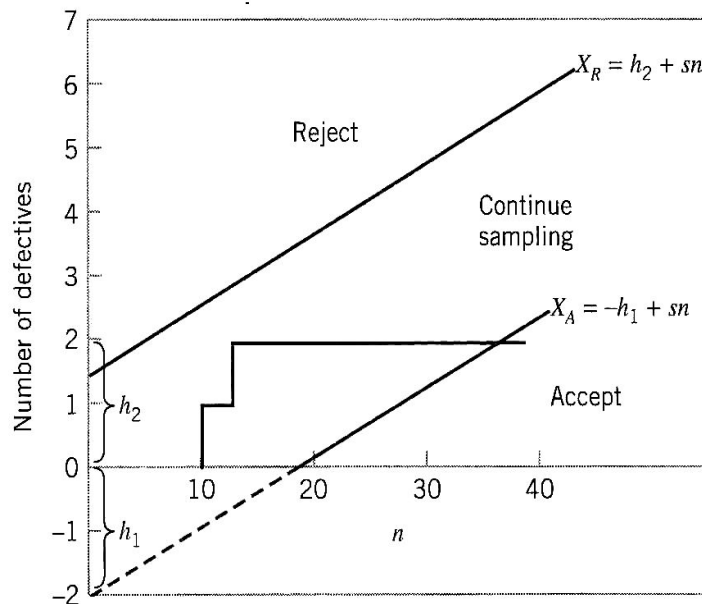
$$h_1 = \frac{\log\left(\frac{1-a}{\beta}\right)}{k}$$

$$h_2 = \frac{\log\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)}{k}$$

$$k = \log\left(\frac{p_2(1-p_1)}{p_1(1-p_2)}\right)$$

$$s = \frac{\log\left(\frac{1-p_1}{1-p_2}\right)}{k}$$

Σχήμα 2.13 Γραφική απεικόνιση ενός ακολουθιακού σχεδίου (Montgomery (2005))



Παράδειγμα: Έστω ότι θέλουμε να κατασκευάσουμε ένα ακολουθιακό δειγματοληπτικό σχέδιο για το οποίο ισχύει $p_1 = 0.01$, $\alpha = 0.05$, $p_2 = 0.06$ και $\beta = 0.10$. Έχουμε :

$$\begin{aligned} k &= \log\left(\frac{p_2(1-p_1)}{p_1(1-p_2)}\right) \\ &= \log\left(\frac{0.06(1-0.01)}{0.01(1-0.06)}\right) = 0.80066 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_1 &= \left(\log\left(\frac{1-\alpha}{\beta}\right)\right) / k \\ &= \left(\log\left(\frac{1-0.05}{0.10}\right)\right) / 0.80066 = 1.22 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_2 &= \left(\log \left(\frac{1-\beta}{\alpha} \right) \right) / k \\
 &= \left(\log \left(\frac{1-0.10}{0.05} \right) \right) / 0.80066 = 1.57 \\
 s &= \log[(1-p_1)/(1-p_2)] / k \\
 &= \log[(1-0.01)/(1-0.06)] / 0.80066 = 0.028.
 \end{aligned}$$

Συνεπώς οι ευθείες των ορίων θα έχουν εξίσωση:

$$X_A = -1.22 + 0.028n$$

και

$$X_R = 1.57 + 0.028n$$

Αντί να χρησιμοποιήσουμε το γράφημα του Σχήματος 2.13 μπορούμε εναλλακτικά να χρησιμοποιήσουμε τον Πίνακα 2.2 για τον προσδιορισμό ενός ακολουθιακού δειγματοληπτικού σχεδίου. Οι τιμές του πίνακα έχουν προσδιορισθεί από τις παραπάνω εξισώσεις ευθειών για διάφορες τιμές του αριθμού επιθεωρημένων μονάδων n . Για $n = 45$ έχουμε:

$$X_A = -1.22 + 0.028 \cdot 45 = 0.04$$

$$X_R = 1.57 + 0.028 \cdot 45 = 2.83$$

Στην γενικότερη περίπτωση ο αριθμός αποδοχής και ο αριθμός απόρριψης πρέπει να είναι ακέραιοι. Συνεπώς ο αριθμός αποδοχής θα είναι ίσος με τον ακέραιο αριθμό που είναι μικρότερος ή ίσος από την τιμή του X_A και ο αριθμός απόρριψης θα είναι ίσος με τον ακέραιο αριθμό που είναι μεγαλύτερος ή ίσος με την τιμή του X_R . Στην παραπάνω περίπτωση (για $n=45$) ο αριθμός αποδοχής θα είναι ίσος με 0 και ο αριθμός απόρριψης θα είναι ίσος με 3. Στον παρακάτω πίνακα εμπεριέχονται μόνο οι 46 επιθεωρημένες μονάδες ενός ακολουθιακού δειγματοληπτικού σχεδίου με δείγματα μεγέθους $n=1$.

Πίνακας 2.2 *Item-by-item Sequential plan* $p_1=0.01$, $a=0.05$, $p_2=0.06$ και $\beta=100$
(Montgomery (2005))

Αριθμός Επιθεωρούμενων Μονάδων, n	Αριθμός αποδοχής	Αριθμός απόρριψης	Αριθμός Επιθεωρούμενων Μονάδων, n	Αριθμός αποδοχής	Αριθμός απόρριψης
1	0	2	24	0	3
2	0	2	25	0	3
3	0	2	26	0	3
4	0	2	27	0	3
5	0	2	28	0	3
6	0	2	29	0	3
7	0	2	30	0	3
8	0	2	31	0	3
9	0	2	32	0	3
10	0	2	33	0	3
11	0	2	34	0	3
12	0	2	35	0	3
13	0	2	36	0	3
14	0	2	37	0	3
15	0	2	38	0	3
16	0	3	39	0	3
17	0	3	40	0	3
18	0	3	41	0	3
19	0	3	42	0	3
20	0	3	43	0	3
21	0	3	44	0	3
22	0	3	45	0	3
23	0	3	46	0	3

2.5 Δειγματοληπτικά σχέδια *Dodge-Romig*

Τα δειγματοληπτικά σχέδια *Dodge-Romig* είναι απλά δειγματοληπτικά σχέδια όπου μας ενδιαφέρει η εύρεση των ποσοτήτων n και c έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η ποσότητα $ATI(p)$. Ειδικότερα στα *AOQL-Dodge Romig* σχέδια η εύρεση των ποσοτήτων n και c γίνεται για

- δεδομένη τιμή του μεγέθους N της παρτίδας
- δεδομένο επίπεδο \bar{p} εισερχόμενης ποιότητας
- δεδομένη τιμή του *AOQL*.

Δηλαδή οι ποσότητες n και c υπολογίζονται έτσι ώστε

$$\max_p AOQ(p) = \max_p \frac{(N-n)p \cdot L(p|N;n;c)}{N} = AOQL$$

και ταυτόχρονα να ελαχιστοποιείται η ποσότητα

$$ATI(\bar{p}) = N - (N-n) \cdot L(\bar{p}|N;n;c).$$

Στα *LTPD Dodge-Romig* δειγματοληπτικά σχέδια η εύρεση των ποσοτήτων n και c γίνεται για:

- δεδομένη τιμή του μεγέθους N της παρτίδας
- δεδομένο επίπεδο \bar{p} εισερχόμενης ποιότητας
- δεδομένη τιμή του $RQL(=LTPD)$.

Δηλαδή οι ποσότητες n και c υπολογίζονται έτσι ώστε

$$L(LTPD|N;n;c) = \beta$$

και ταυτόχρονα να ελαχιστοποιείται η ποσότητα:

$$ATI(\bar{p}) = N - (N-n) \cdot L(\bar{p}|N;n;c).$$

2.6 Δειγματοληπτικό Σύστημα *MILITARY STANDARD 105E (MIL STD-105E)*

Τα δειγματοληπτικά σχέδια που αναπτύχθηκαν στις προηγούμενες παραγράφους είναι μεμονωμένα δειγματοληπτικά σχέδια που αποσκοπούν στην αποδοχή ή την απόρριψη μιας παρτίδας. Για την επιθεώρηση μιας ακολουθίας παρτίδων έχουν αναπτυχθεί **δειγματοληπτικά συστήματα** (*sampling systems or schemes*) τα οποία αποτελούνται από περισσότερα του ενός μεμονωμένων διαφορετικών δειγματοληπτικών σχεδίων με προκαθορισμένους κανόνες χρήσης των.

Το πιο διαδεδομένο σύστημα για κατηγορική εξέταση κατά παρτίδες είναι το *MIL-STD*. Το σύστημα αυτό αναπτύχθηκε στο Πανεπιστήμιο *Columbia* το 1950 κατά την διάρκεια του Β Παγκοσμίου Πολέμου για τις ανάγκες του Αμερικανικού Πεντα-

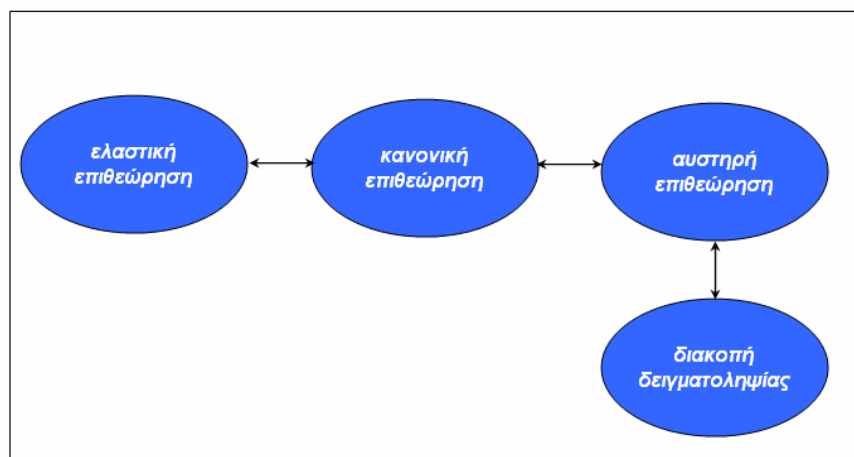
γώνου με το όνομα *MIL-STD 105A*. Η πιο πρόσφατη βελτιωμένη έκδοση του *MIL-STD 105A* είναι το σύστημα *MIL-STD 105E* το οποίο παρουσιάστηκε το 1989. Μία βελτιωμένη έκδοση του *MIL-STD 105D* κατάλληλη για «ιδιωτικές» εφαρμογές παρουσιάστηκε το 1974 και ονομάστηκε δειγματοληπτικό σχέδιο *ANSI/ASQC Z1.4*, το οποίο υιοθετήθηκε από τον Παγκόσμιο Οργανισμό Πιστοποίησης (*ISO*) με το όνομα *ISO 2859*.

Η φιλοσοφία του *MIL-STD 105E* είναι παρόμοια με αυτή του *ISO 2859*. Η εφαρμογή τους απαιτεί τη γνώση ορισμένων πληροφοριών για τη δειγματική εξέταση των παρτίδων. Αρχικά είναι απαραίτητη η γνώση του μεγέθους N της παρτίδας και της ποσότητας AQL (για αυτό το λόγο το σύστημα αναφέρεται και ως AQL σύστημα). Επίσης ακόμη μια απαραίτητη πληροφορία για την εκκίνηση του συστήματος είναι επιλογή του **επιπέδου επιθεώρησης** (*inspection level*) για το οποίο υπάρχουν δύο ανεξάρτητες κατηγορίες επιλογής του. Στην πρώτη κατηγορία υπάρχουν τρία επίπεδα επιθεώρησης τα *I, II, III*. Η διαχωριστική ισχύς της εκάστοτε χαρακτηριστικής καμπύλης αυξάνει καθώς προχωράμε από το επίπεδο επιθεώρησης *I* στο *III*. Η συνήθης επιλογή είναι το επίπεδο επιθεώρησης *II*. Η δεύτερη κατηγορία περιέχει τέσσερα επίπεδα επιθεώρησης τα *S-1, S-2, S-3, S-4*, τα οποία οδηγούν σε μειωμένη διαχωριστική ισχύ έναντι της πρώτης κατηγορίας και χρησιμοποιούνται όταν υπάρχουν ειδικοί λόγοι χρησιμοποίησης μικρού μεγέθους δείγματος. Ο καθορισμός του επιπέδου επιθεώρησης και του μεγέθους της παρτίδας οδηγεί στον καθορισμό, με χρήση κατάλληλων πινάκων ($N, inspection level$), ενός **κωδικού γράμματος** (*code letter*) από το *A* έως το *R*. Το κωδικό γράμμα μαζί την καθορισμένη ποσότητα AQL οδηγούν, με χρήση κατάλληλων πινάκων (*Code letter, AQL*), στον καθορισμό του μεγέθους του δείγματος, του αριθμού αποδοχής καθώς και άλλων στοιχείων απαραίτητων για την εφαρμογή του δειγματοληπτικού σχεδίου που θα χρησιμοποιήσουμε.

Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι υπάρχουν διαφορετικοί πίνακες (*Code letter, AQL*) για απλά, διπλά ή πολλαπλά δειγματοληπτικά σχέδια, οπότε θα πρέπει να έχουμε αποφασίσει και για τον τύπο δειγματοληπτικού σχεδίου που θα ακολουθήσουμε. Επίσης κάθε πίνακας (*Code letter, AQL*) και για κάθε δειγματοληπτικό σχέδιο (απλό, διπλό ή πολλαπλό) υπάρχει για τρεις περιπτώσεις δειγματοληπτικής εξέτασης: **κανονική** (*normal*), **ελαστική** (*reduced*) και αυστηρή (*tightened*). Συνήθως η επιθεώρηση ξεκινά με κανονική δειγματοληπτική εξέταση και αν συντρέχουν ειδικοί λόγοι αλλά-

ζουμε κανόνα εξέτασης (ελαστική ή αυστηρή). Οι **κανόνες αλλαγής** (*switching rules*) είναι οι ακόλουθοι:

- Από κανονική σε αυστηρή
 - Όταν δύο από πέντε διαδοχικές παρτίδες απορριφθούν.
- Από αυστηρή σε κανονική
 - Όταν πέντε διαδοχικές παρτίδες γίνουν αποδεκτές.
- Από κανονική σε ελαστική
 - Όταν δέκα διαδοχικές παρτίδες γίνουν αποδεκτές.
 - Όταν ο συνολικός αριθμός των ελαττωματικών μονάδων στα δείγματα από δέκα διαδοχικές παρτίδες βρεθεί να είναι μικρότερος ή ίσος από τον αντίστοιχο αριθμό που καθορίζεται από τις προδιαγραφές του συστήματος.
 - Όταν αποφασιστεί να χρησιμοποιηθεί ελαστική επιθεώρηση λόγω σταθερής κατάστασης της παραγωγής ή για οποιονδήποτε άλλο λόγο.
- Από ελαστική σε κανονική
 - Όταν μία παρτίδα δεν γίνει αποδεκτή.
 - Όταν για μία παρτίδα δεν μπορεί να ληφθεί απόφαση για την αποδοχή ή την απόρριψη της σύμφωνα με τις προδιαγραφές του συστήματος.
 - Όταν αποφασιστεί να χρησιμοποιηθεί κανονική επιθεώρηση λόγω ακανόνιστης παραγωγής ή άλλων ειδικών συνθηκών.
- Διακοπή δειγματοληψίας
 - Όταν δέκα διαδοχικές παρτίδες παραμείνουν υπό αυστηρή επιθεώρηση η διαδικασία σταματά και απαιτείται βελτίωση του προϊόντος.



Συνεχή δειγματοληπτικά σχέδια

3.1 Εισαγωγή

Τα δειγματοληπτικά σχέδια που περιγράψαμε στην προηγούμενη ενότητα απαιτούν για την εφαρμογή τους την ύπαρξη ενός σωρού (παρτίδας) προϊόντων. Σε πολλές περιπτώσεις η δημιουργία σωρών δεν είναι εφικτή χωρίς αυτό να έχει δυσάρεστες επιπτώσεις στην παραγωγική διαδικασία. Σε αυτές τις περιπτώσεις, όπως παραδείγματος χάριν, στην παραγωγή τσιμέντου, χημικών προϊόντων, φυσικού αερίου και στην παραγωγή διαφόρων ηλεκτρονικών ειδών όπως Η/Υ, φωτοτυπικών μηχανημάτων, εκτυπωτών, οθόνων και πολλών άλλων προϊόντων, η παραγωγική διαδικασία πραγματοποιείται σε συνεχή γραμμή. Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιούνται τα *δειγματοληπτικά σχέδια για συνεχή παραγωγή* ή *συνεχή δειγματοληπτικά σχέδια* (*continuous sampling plans, CSP*) τα οποία εισήχθησαν από τον *Dodge* το 1943 και από τους *Dodge & Torrey* το 1951. Εκτός από τα δειγματοληπτικά σχέδια των *Dodge* και *Torrey*, διάφορα άλλα συνεχή δειγματοληπτικά σχέδια έχουν προταθεί κατά καιρούς τα οποία περιγράφονται από τον *Stephens* (1979).

Τα συνεχή δειγματοληπτικά σχέδια ξεκινούν με ολικό (100%) έλεγχο όλων των μονάδων και όταν βρεθούν i διαδοχικές μονάδες χωρίς ελάττωμα τότε εφαρμόζεται μερικός έλεγχος των μονάδων. Στην περίπτωση που έχουμε μερικό έλεγχο των

παραγόμενων μονάδων και βρεθεί ένας συγκεκριμένος αριθμός ελαττωματικών τότε ο μερικός έλεγχος τερματίζεται και στην θέση του εφαρμόζεται ο ολικός έλεγχος. Γενικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι τα συνεχή δειγματοληπτικά σχέδια τα χαρακτηρίζει μια εναλλαγή μεταξύ μερικού και ολικού ελέγχου.

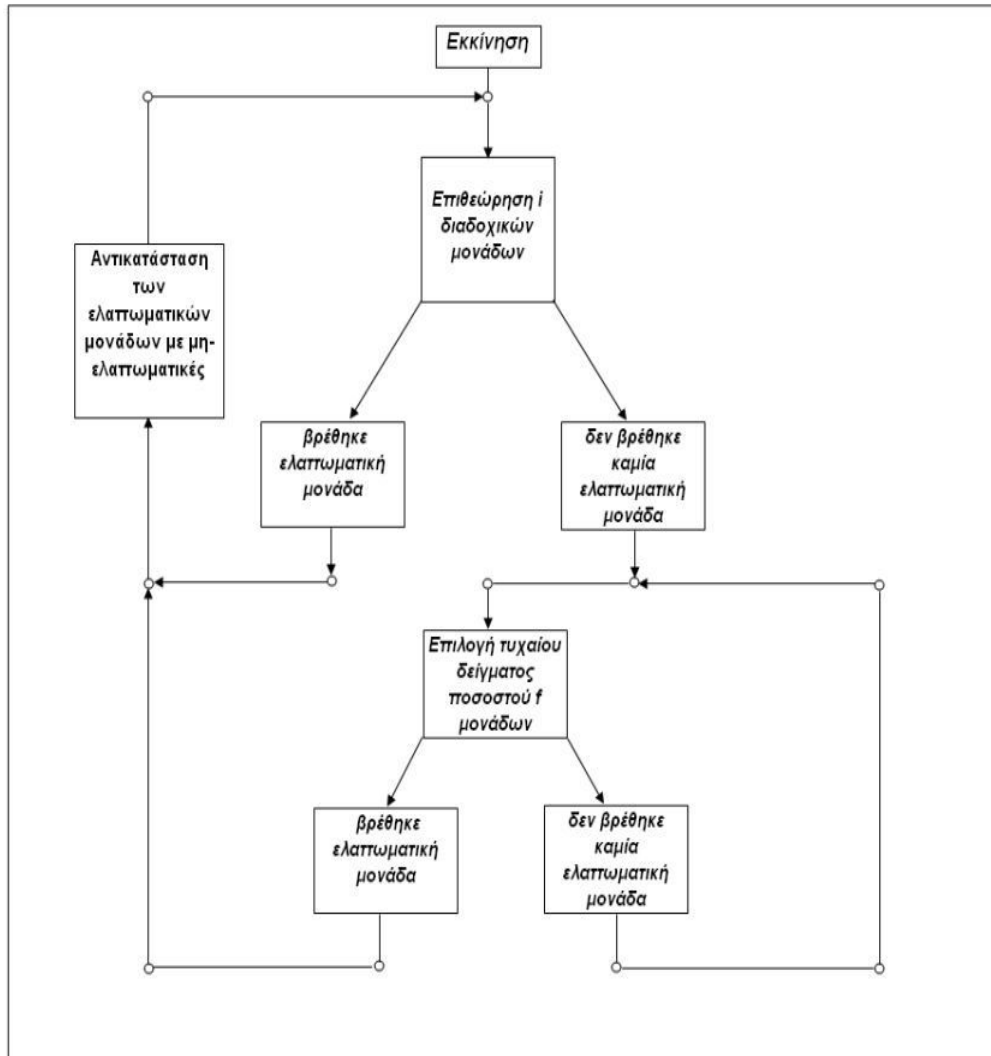
3.2 Το δειγματοληπτικό σχέδιο *Dodge CSP-1*

Η εφαρμογή ενός σχεδίου *CSP-1* ξεκινάει με ολικό (100%) έλεγχο των παραγόμενων μονάδων. Ο ολικός έλεγχος των μονάδων συνεχίζεται έως ότου βρεθούν i διαδοχικές μη-ελαττωματικές μονάδες. Όταν συμβεί αυτό ο ολικός έλεγχος τερματίζεται και συνεχίζουμε με μερικό έλεγχο των μονάδων ως εξής: από τις επόμενες r μονάδες ελέγχεται μόνο μία από αυτές (ποσοστό $1/r$), ή εναλλακτικά ένα ποσοστό f μονάδων. Οι μονάδες αυτές αποτελούν ένα δείγμα και επιλέγονται τυχαία από την συνεχή παραγωγή. Εάν βρεθεί έστω και μία από τις μονάδες του δείγματος να είναι ελαττωματική τότε επιστρέφουμε σε ολικό έλεγχο. Στην περίπτωση που δεν βρεθεί ελαττωματική μονάδα συνεχίζουμε με μερικό έλεγχο στο επόμενο δείγμα. Οι ελαττωματικές μονάδες είτε επιδιορθώνονται είτε αντικαθίστανται με καλές. Τα βήματα του *CSP-1* είναι τα εξής:

- **Βήμα 1:** Καθορισμός των τιμών i (*clearance number*) και f (*sampling frequency*).
- **Βήμα 2:** Ξεκινάμε με ολικό (100%) έλεγχο
- **Βήμα 3:** Εάν βρεθούν i διαδοχικές μονάδες χωρίς ελάττωμα τότε συνεχίζουμε με μερικό έλεγχο.
- **Βήμα 4:** Επιθεωρούμε τυχαία ένα ποσοστό f παραγόμενων μονάδων. Οι μονάδες αυτές επιλέγονται μεμονωμένα και τυχαία από την συνεχή παραγωγή προκειμένου να αποτελούν ένα τυχαίο και αμερόληπτο δείγμα.
- **Βήμα 5:** Εάν βρεθεί ελαττωματική μονάδα τότε γυρίζουμε σε ολικό έλεγχο (Βήμα 2)

Στο Σχήμα 3.1 απεικονίζεται γραφικά η διαδικασία επιθεώρησης του CSP-1

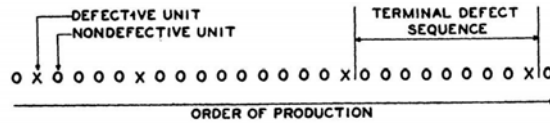
Σχήμα 3.1 Δειγματοληπτικό σχέδιο CSP-1 (Schilling (1982))



3.2.1 Η θεωρητική προσέγγιση του σχεδίου Dodge CSP-1

Ας υποθέσουμε ότι οι μονάδες μας παράγονται σε συνεχή γραμμή και είναι ταξινομημένες σε μία σειρά. Ας υποθέσουμε επίσης ότι μετά από διαδοχικές μη-ελαττωματικές μονάδες ακολουθεί μία ελαττωματική μονάδα. Συνολικά θα έχουμε $i + 1$ επιθεωρημένες παραγόμενες μονάδες. Συμβολίζουμε την πιθανότητα εύρεσης μιας ελαττωματικής μονάδας να είναι ίση με p και την πιθανότητα η μονάδα να είναι μη-ελαττωματική ίση με $q = 1 - p$. Ενδεικτικό είναι το παρακάτω σχήμα:

Σχήμα 3.2 Ταξινόμηση επιθεωρημένων μονάδων (Dodge (1943))



*Με x συμβολίζεται η ελαττωματική μονάδα και με ο η μη-ελαττωματική

Οι πιθανότητα εμφάνισης μιας ελαττωματικής μονάδας μετά από i διαδοχικές μη-ελαττωματικές μονάδες είναι η εξής (για διάφορες τιμές του i) :

Sequence	Defect Spacing (No. of units in sequence)	No. of Non-defective Units before Finding the Next Defect	Probability of Occurrence	No. of Term in the Power Series
X	1	0	p	1st
0X	2	1	pq	2nd
00X	3	2	pq^2	3rd
000X	4	3	pq^3	4th
0000X	5	4	pq^4	5th
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
000⋯0X	$i + 1$	i	pq^i	$(i + 1)st$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Το άθροισμα των παραπάνω πιθανοτήτων στην περίπτωση που επιθεωρούμε θεωρητικά άπειρο αριθμό παραγόμενων μονάδων είναι ίσος :

$$\begin{aligned}
 Sum &= p + pq + pq^2 + pq^3 + \dots \\
 &= p(1 + q + q^2 + q^3 + \dots) \\
 &= p\left(\frac{1}{1-q}\right) = 1
 \end{aligned}$$

Το οποίο ήταν αναμενόμενο εφόσον εξαντλήσαμε όλες τις περιπτώσεις εμφάνισης ελαττωματικής μονάδας μετά από i διαδοχικές μη-ελαττωματικές μονάδες.

Στην περίπτωση που επιθεωρούμε i διαδοχικές μονάδες (i πεπερασμένος αριθμός) έχουμε:

$$\begin{aligned}
 P &= p + pq + pq^2 + pq^3 + \dots + pq^{i-1} \\
 &= p(1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^{i-1}) \\
 &= p\left(\frac{1-q^i}{1-q}\right) = 1 - q^i
 \end{aligned}$$

Η πιθανότητα να μην βρεθεί ελαττωματική μονάδα στις i διαδοχικές μονάδες είναι :

$$Q = 1 - P = q^i$$

3.2.2 Αξιολόγηση του σχεδίου CSP-1

Ο μέσος αριθμός των μονάδων που επιθεωρούνται στη διάρκεια μιας περιόδου ολικού ελέγχου συμβολίζεται με u (*average number of units inspected on a 100% inspection*) και ουσιαστικά αποτελεί τη μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής που δηλώνει τον αριθμό των δοκιμών Bernoulli (με πιθανότητα επιτυχίας $1 - p$) που πρέπει να εκτελεστούν έως ότου προκύψουν για πρώτη φορά i συνεχόμενες επιτυχίες. Δηλαδή ο αριθμός u μας δίνει τον μέσο αριθμό των επιθεωρημένων μονάδων κατά τη διάρκεια ενός ολικού (100%) ελέγχου μέχρι να βρεθεί ελαττωματική μονάδα. Ο αριθμός αυτός δίνεται από τον τύπο

$$u = \frac{1 - q^i}{pq}$$

Μια άλλη πολύ σημαντική ποσότητα είναι ο μέσος αριθμός των μονάδων v που περνούν από μερικό έλεγχο (*average number of units inspected on a $f \cdot 100\%$ inspection*) ο οποίος δίνεται από τον τύπο (p το ποσοστό των ελαττωματικών μονάδων)

$$v = \frac{1}{fp}$$

Το μέσο ποσοστό των επιθεωρημένων μονάδων στη διάρκεια ενός κύκλου ελέγχου (*average fraction of total product units inspected in the long run*) δίνεται από τον τύπο

$$AFI = \frac{u + fv}{u + v}$$

Τέλος, η χαρακτηριστική καμπύλη του CSP-1, η οποία δηλώνει το μέσο ποσοστό των μονάδων ενός κύκλου ελέγχου που περνούν από δειγματική εξέταση (ή το

μέσο ποσοστό της συνολικής παραγωγής που γίνεται αποδεκτό κατά τη φάση του δειγματοληπτικού ελέγχου) δίνεται από τον παρακάτω τύπο

$$P_a = L(p) = \frac{q^i}{f + (1-f)q^i} = \frac{v}{u+v}$$

Οι τιμές του **ορίου μέσης εξερχόμενης ποιότητας (AOQL)** ενός δειγματοληπτικού σχεδίου *CSP-I* εξαρτώνται από τον αριθμό *i* και από το ποσοστό *f* του δείγματος. Ίδια τιμή του *AOQL* μπορεί να επιτευχθεί με διαφορετικές τιμές των *i* και *f*. Ο Πίνακας 3.1 περιέχει τις τιμές των *i* και *f* για το *CSP-I* που αντιστοιχούν σε μια συγκεκριμένη τιμή του ορίου μέσης εξερχόμενης ποιότητας. Για παράδειγμα η τιμή 0.79% του *AOQL* μπορεί να επιτευχθεί αν εφαρμόσουμε ένα *CSP-I* με *i*=59 και *f*=1/3 ή *i*=113 και *f*=1/7. Η μέση εξερχόμενη ποιότητα μπορεί να υπολογιστεί άμεσα από τον τύπο $AOQ = p(1 - AFI)$ δηλαδή

$$AOQ = p \left[\frac{(1-f)q^i}{f + (1-f)q^i} \right]$$

Πίνακας 3.1 Τιμές *i* και *f* που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες τιμές του *AOQL* ενός *CSP-I* σχεδίου (Montgomery (2005))

<i>f</i>	AOQL (%)															
	0.018	0.033	0.046	0.074	0.113	0.143	0.198	0.33	0.53	0.79	1.22	1.90	2.90	4.94	7.12	11.46
$\frac{1}{2}$	1,540	840	600	375	245	194	140	84	53	36	23	15	10	6	5	3
$\frac{1}{3}$	2,550	1,390	1,000	620	405	321	232	140	87	59	38	25	16	10	7	5
$\frac{1}{4}$	3,340	1,820	1,310	810	530	420	303	182	113	76	49	32	21	13	9	6
$\frac{1}{5}$	3,960	2,160	1,550	965	630	498	360	217	135	91	58	38	25	15	11	7
$\frac{1}{7}$	4,950	2,700	1,940	1,205	790	623	450	270	168	113	73	47	31	18	13	8
$\frac{1}{10}$	6,050	3,300	2,370	1,470	965	762	550	335	207	138	89	57	38	22	16	10
$\frac{1}{15}$	7,390	4,030	2,890	1,800	1,180	930	672	410	255	170	108	70	46	27	19	12
$\frac{1}{25}$	9,110	4,970	3,570	2,215	1,450	1,147	828	500	315	210	134	86	57	33	23	14
$\frac{1}{50}$	11,730	6,400	4,590	2,855	1,870	1,477	1,067	640	400	270	175	110	72	42	29	18
$\frac{1}{100}$	14,320	7,810	5,600	3,485	2,305	1,820	1,302	790	500	330	215	135	89	52	36	22
$\frac{1}{200}$	17,420	9,500	6,810	4,235	2,760	2,178	1,583	950	590	400	255	165	106	62	43	26

Αντί του Πίνακα 3.1 θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε το παρακάτω γράφημα:

Σχήμα 3.2 Καμπύλες εύρεσης των τιμών i και f για δοθείσες τιμές του AOQL σχεδίου CSP-1 (Dodg (1943))

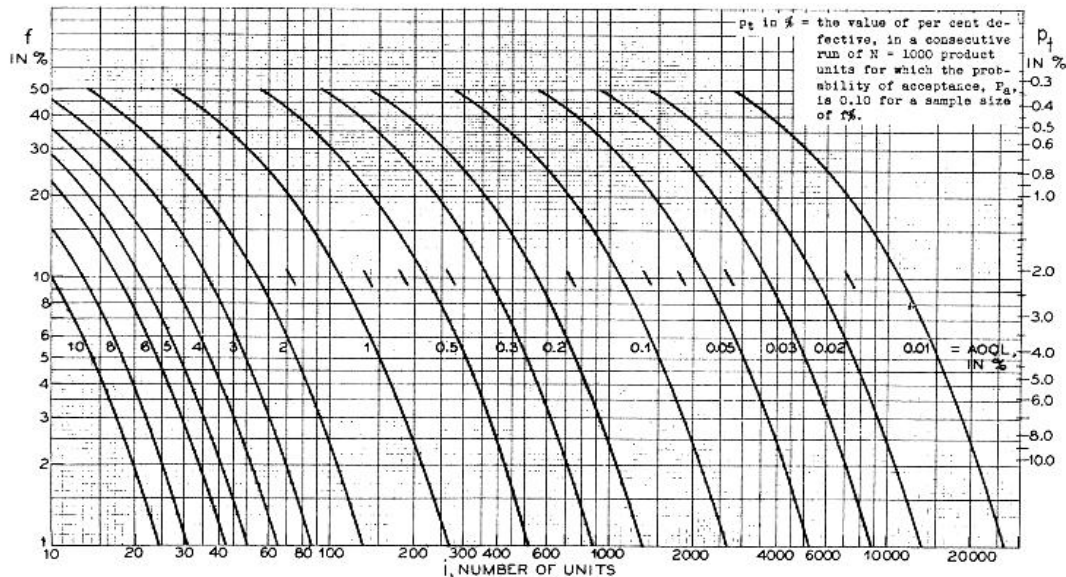


FIG. 3. Curves for determining values of f and i for a given value of AOQL

Μπορούμε πολύ εύκολα να παρατηρήσουμε ότι στο όριο μέσης εξερχόμενης ποιότητας ίσο με 2.9% αντιστοιχεί το ζευγάρι τιμών $(f, i) = (0.1, 38)$.

3.3 Δειγματοληπτικό σχέδιο TCSP-1

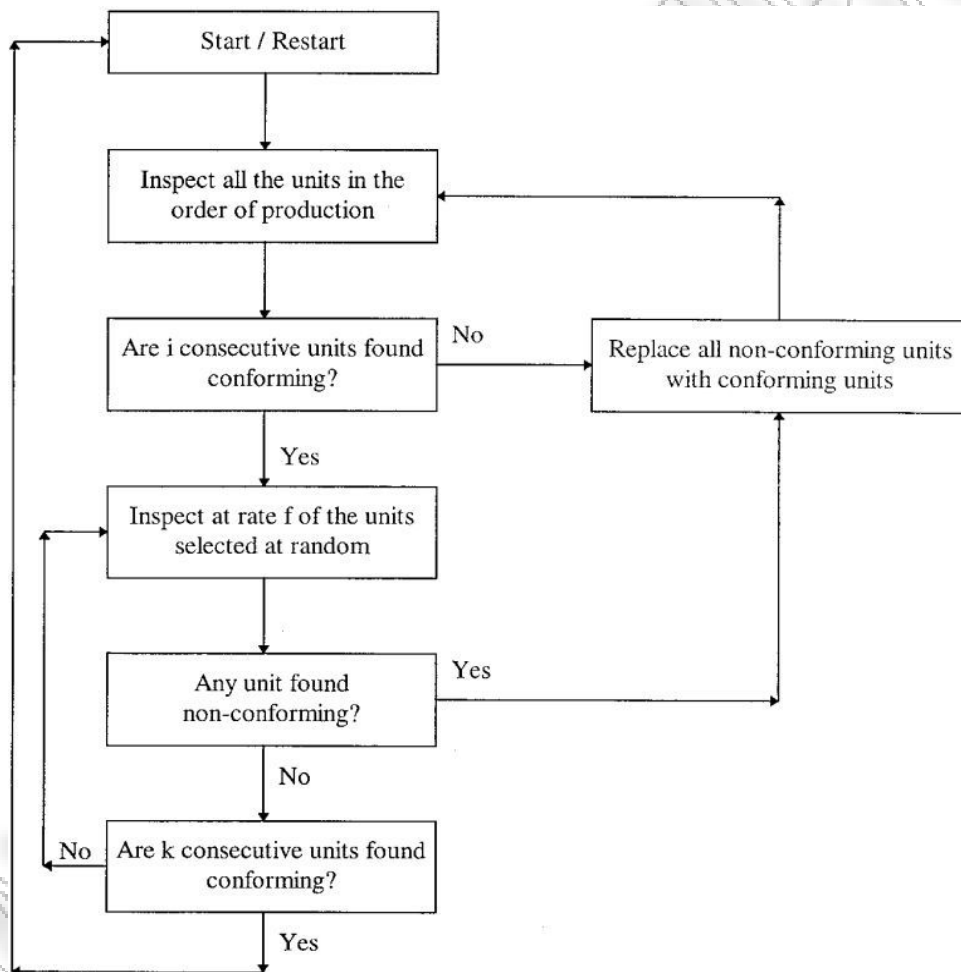
Μία σχετικά νέα παραλλαγή του συνεχούς σχεδίου CSP-1 αποτελεί το δειγματοληπτικό TCSP-1 (*tightened CSP-1*) το οποίο έχει την ιδιότητα να έχει «αυστηρότερους» κανόνες επιθεώρησης από ένα κλασικό CSP-1. Η διαδικασία επιθεώρησης ενός τέτοιου δειγματοληπτικού σχεδίου είναι η εξής:

- **Βήμα 1:** Η διαδικασία ξεκινάει με την επιθεώρηση κάθε μιας μονάδας (ολικός (100%) έλεγχος). Εάν βρεθούν i διαδοχικές μη-ελαττωματικές μονάδες τότε ο ολικός έλεγχος σταματάει και συνεχίζουμε με μερικό έλεγχο.
- **Βήμα 2:** Κατά τη διάρκεια του μερικού ελέγχου επιθεωρούμε μόνο ένα ποσοστό f μονάδων. Ο μερικός έλεγχος εφαρμόζεται μέχρι να βρεθεί ελαττωματική μονάδα. Όταν συμβεί αυτό συνεχίζουμε με ολικό (100%) έλεγχο (Βήμα 1).

- **Βήμα 3:** Στην περίπτωση που δεν βρεθεί καμία ελαττωματική μονάδα κατά τη διάρκεια του μερικού ελέγχου τότε συνεχίζουμε με την επιθεώρηση k διαδοχικών μονάδων. Εάν δεν βρεθεί ελαττωματική μονάδα ανάμεσα στις k διαδοχικές τότε επιστρέφουμε σε ολικό (100%) έλεγχο διαφορετικά επιστρέφουμε στο Βήμα 2.

Η παραπάνω διαδικασία απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:

Σχήμα 3.3 Δειγματοληπτικό σχέδιο TCSP-1 (Govindaraju & Balamurali (1998))



3.3.Αξιολόγηση του σχεδίου TCSP-1

Κατά την εφαρμογή ενός δειγματοληπτικού σχεδίου TCSP-1(i, f, k) πρέπει να λάβουμε υπόψη μας τις εξής ποσότητες:

Ο μέσος αριθμός των μονάδων που επιθεωρούνται κατά τη διάρκεια του ολικού ελέγχου δίνεται από τον τύπο:

$$u = \frac{1 - q^i + pq^{i+k-1}}{pq^i}.$$

Ο μέσος αριθμός των μονάδων που επιθεωρούνται κατά τη διάρκεια του μερικού ελέγχου ισούται:

$$v = \frac{1 - (1 - fp)q^{k-1}}{fp}.$$

Το μέσο ποσοστό των επιθεωρημένων μονάδων στη διάρκεια ενός κύκλου ελέγχου είναι ίσο με:

$$AFI = \frac{f[1 + pq^{i+k-1} - (1 - fp)q^{i+k-1}]}{f + (1 - f)q^i - (1 - 2fp)q^{i+k-1}}.$$

Η συνάρτηση της χαρακτηριστικής καμπύλης ενός $TCSP-I$, η οποία δηλώνει το μέσο ποσοστό των μονάδων ενός κύκλου ελέγχου που περνούν από δειγματική εξέταση (ή το μέσο ποσοστό της συνολικής παραγωγής που γίνεται αποδεκτό κατά τη φάση του δειγματοληπτικού ελέγχου), δίνεται από τον τύπο:

$$P_a = L(p) = \frac{q^i[1 - (1 - fp)q^{k-1}]}{f + (1 - f)q^i - (1 - 2fp)q^{i+k-1}}.$$

Τέλος, η μέση εξερχόμενη ποιότητα ενός $TCSP-I$ υπολογίζεται από τον τύπο

$$AOQ(p) = \frac{(1 - f)pq^i[1 - (1 - fp)q^{k-1}]}{f + (1 - f)q^i - (1 - 2fp)q^{i+k-1}}.$$

Το όριο της μέσης εξερχόμενης ποιότητας (η μέγιστη τιμή του AOQ για κάθε τιμή του p) μπορεί να βρεθεί αν σχεδιάσουμε το γράφημα του AOQ σύμφωνα με τον παραπάνω τύπο και βρούμε τη μέγιστη τιμή του.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι συνδυασμοί των τιμών των i , f , k που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες τιμές του ορίου μέσης εξερχόμενης ποιότητας.

Πίνακας 3.2 Παράμετροι *TCSP-1* σχεδίων (Govindaraju & Balamurali (1998))

Σχέδιο	i	f	k	AOQL (%)
1	300	0.01	∞	0.8709
2	300	0.01	150	0.8272
3	300	0.01	50	0.6657
4	300	0.01	20	0.4711
5	300	0.05	∞	0.5057
6	300	0.05	150	0.4412
7	300	0.05	50	0.2978
8	300	0.05	20	0.1706
9	100	0.05	∞	1.504
10	100	0.05	150	1.457
11	100	0.05	50	1.308
12	100	0.05	20	0.9489
13	100	0.10	∞	1.090
14	100	0.10	150	1.028
15	100	0.10	50	0.8825
16	100	0.10	20	0.5857

Σε αυτό το σημείο είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι όταν το k τείνει στο άπειρο ($k \rightarrow \infty$), όλες οι παραπάνω ποσότητες που περιγράψαμε για το *TCSP-1* τείνουν να γίνουν ίσες με τις αντίστοιχες ενός *CSP-1* (Stephens (1995)).

3.3.2 Πλεονεκτήματα του σχεδίου *TCSP-1*

Το μεγάλο πλεονέκτημα ενός δειγματοληπτικού σχεδίου *TCSP-1* είναι ότι κρατάει σε χαμηλά επίπεδα τις τιμές του ορίου μέσης εξερχόμενης ποιότητας προσφέροντας παράλληλα μία ασφάλεια στον αγοραστή του προϊόντος. Στον Πίνακα 3.2 φαίνεται ξεκάθαρα πόσο μειώνεται η τιμή του *AOQL* καθώς η τιμή του k μειώνεται

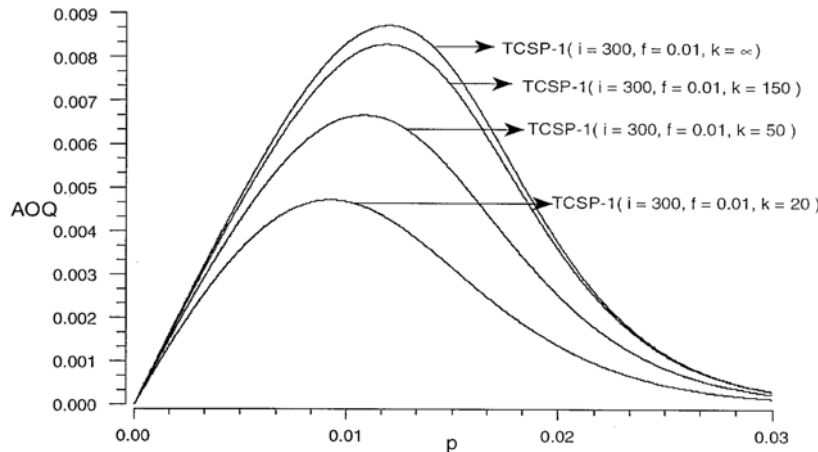
και οι τιμές των i, f παραμένουν σταθερές. Επίσης είναι φανερό από τον πίνακα ότι το όριο μέσης εξερχόμενης ποιότητας ενός $CSP-1$ είναι σαφώς μεγαλύτερο από το όριο μέσης εξερχόμενης ποιότητας ενός $TCSP-1$.

Προκειμένου να ελαττώσουμε την τιμή του $AOQL$ ενός δειγματοληπτικού σχεδίου πρέπει να καταφύγουμε σε αυστηρότερα κριτήρια αποδοχής, όπως για παράδειγμα να αυξήσουμε την τιμή του f (*sampling frequency*) και του i (*clearance number*). Σε ένα συνεχές $CSP-1$ σχέδιο όσο μεγαλύτερες είναι οι τιμές των f και i τόσο μικρότερο θα είναι το όριο μέσης εξερχόμενης ποιότητας. Ωστόσο η αύξηση της τιμής του f και του i εξαρτάται από εξωγενείς παράγοντες, όπως το εργατικό δυναμικό που συμβάλει στην επιθεώρηση των μονάδων. Είναι προφανές ότι ένας μικρός αριθμός ανθρωπίνου δυναμικού δεν μπορεί να ανταπεξέλθει στην επιθεώρηση μεγάλου αριθμού μονάδων.

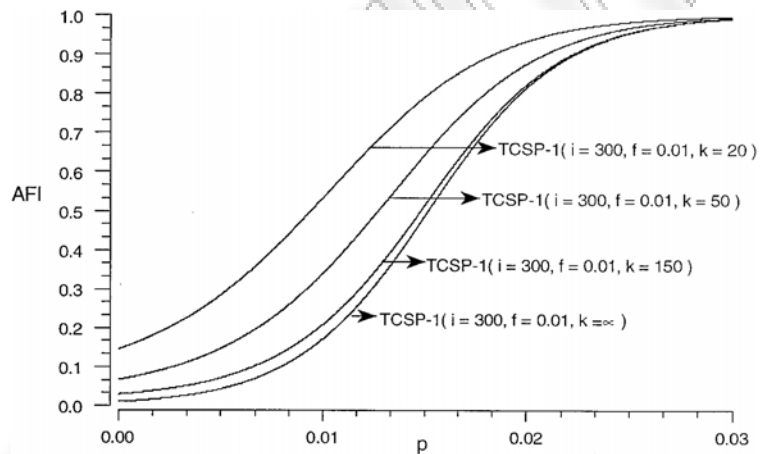
Ας υποθέσουμε ότι επιθυμούμε να επιτύχουμε τιμή $AOQL = 0.02\%$. Η τιμή αυτή μπορεί να επιτευχθεί για $f=1/24$ και $i=8248$ (βλ. Govindaraju (1989), Πίνακα 1) ή ακόμα αν πάρουμε $f=0.6$ και $i=1000$. Και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις οι μεγάλες τιμές των $f (=0.6)$ και $i (=8248)$ μπορούν να δημιουργήσουν προβλήματα στην επιθεώρηση για λόγους που εξηγήσαμε στην προηγούμενη παράγραφο. Υπό αυτές τις συνθήκες, κρίθηκε αναγκαία η εισαγωγή μιας τρίτης παραμέτρου που θα διευκόλυνε την κατάσταση και θα πετύχαινε μικρές τιμές του $AOQL$. Θεωρώντας λοιπόν το $TCSP-1$ με $i=1000$, $f=0.1$ και $k=42$, μπορούμε να επιτύχουμε την επιθυμητή τιμή $AOQL=0.02\%$ και επιπλέον να πάρουμε ένα «εφικτό» ζεύγος τιμών (i, f), χωρίς να χρειαστεί μεγάλος αριθμός ανθρωπίνου δυναμικού για την επιθεώρηση των μονάδων βάση του παραπάνω σχεδίου.

Στο Σχήμα 3.4 απεικονίζεται γραφικά η μεταβολή των τιμών της μέσης εξερχόμενης ποιότητας (συνεπώς και των τιμών του $AOQL$) όταν η τιμή του k μεταβάλλεται, για διάφορες τιμές του p . Στα Σχήματα 3.5 και 3.6 φαίνεται ξεκάθαρα ότι ένα $TCSP-1$ έχει μεγαλύτερο μέσο ποσοστό επιθεωρημένων μονάδων από ένα $CSP-1$ αντίστοιχου ζεύγους τιμών (i, f), ενώ έχει μικρότερη πιθανότητα αποδοχής.

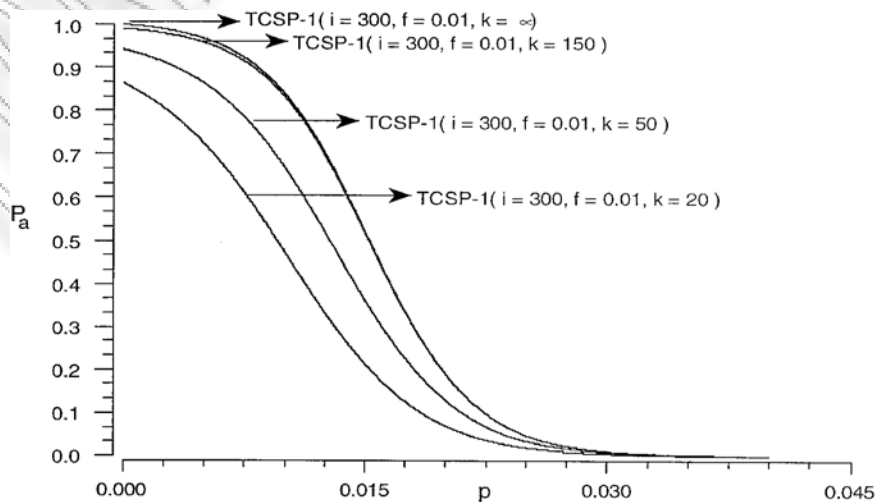
Σχήμα 3.4 Μέση εξερχόμενη ποιότητα ενός TCSP-1 για διάφορες τιμές του k (Govindaraju & Balamurali (1998))



Σχήμα 3.5 Μέσο ποσοστό επιθεωρημένων μονάδων ενός TCSP-1 για διάφορες τιμές του k (Govindaraju & Balamurali (1998))



Σχήμα 3.6 Πιθανότητα αποδοχής ενός TCSP-1 για διάφορες τιμές του k (Govindaraju & Balamurali (1998))



3.4 Τα δειγματοληπτικά σχέδια *Dodge-Torrey CSP-2* και *CSP-3*

Οι *Dodge & Torrey* (1951) αποφάσισαν να βελτιώσουν το δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-1* δημιουργώντας δύο ακόμα σχέδια, το *CSP-2*¹ και το *CSP-3*, εξαιτίας του ότι ο κανόνας αλλαγής του από μερικό έλεγχο σε ολικό ήταν ιδιαίτερα αυστηρός (ύπαρξη μόνο μιας ελαττωματικής μονάδας). Στο άρθρο που δημοσίευσαν το 1951 πρότειναν να διευρύνουν την διαδικασία επιθεώρησης του *CSP-1* ως εξής (τα πρώτα τέσσερα βήματα του *CSP-1* είναι ίδια με αυτά του *CSP-2*, *CSP-3*, βλ. σελ.42):

Για το *CSP-2*,

- **Βήμα 5:** Στην περίπτωση που βρεθεί ελαττωματική μονάδα στο προηγούμενο βήμα (Βήμα 4), συνεχίζουμε την ίδια διαδικασία επιθεώρησης για k συνεχόμενα δείγματα (συνήθως $k = i$). Αν δεν βρεθεί καμία ελαττωματική μονάδα στα k δείγματα , τότε επιστρέφουμε στο Βήμα 4. Αν όμως βρεθεί κάποια ελαττωματική μονάδα τότε επιστρέφουμε αμέσως σε ολικό (100%) έλεγχο.

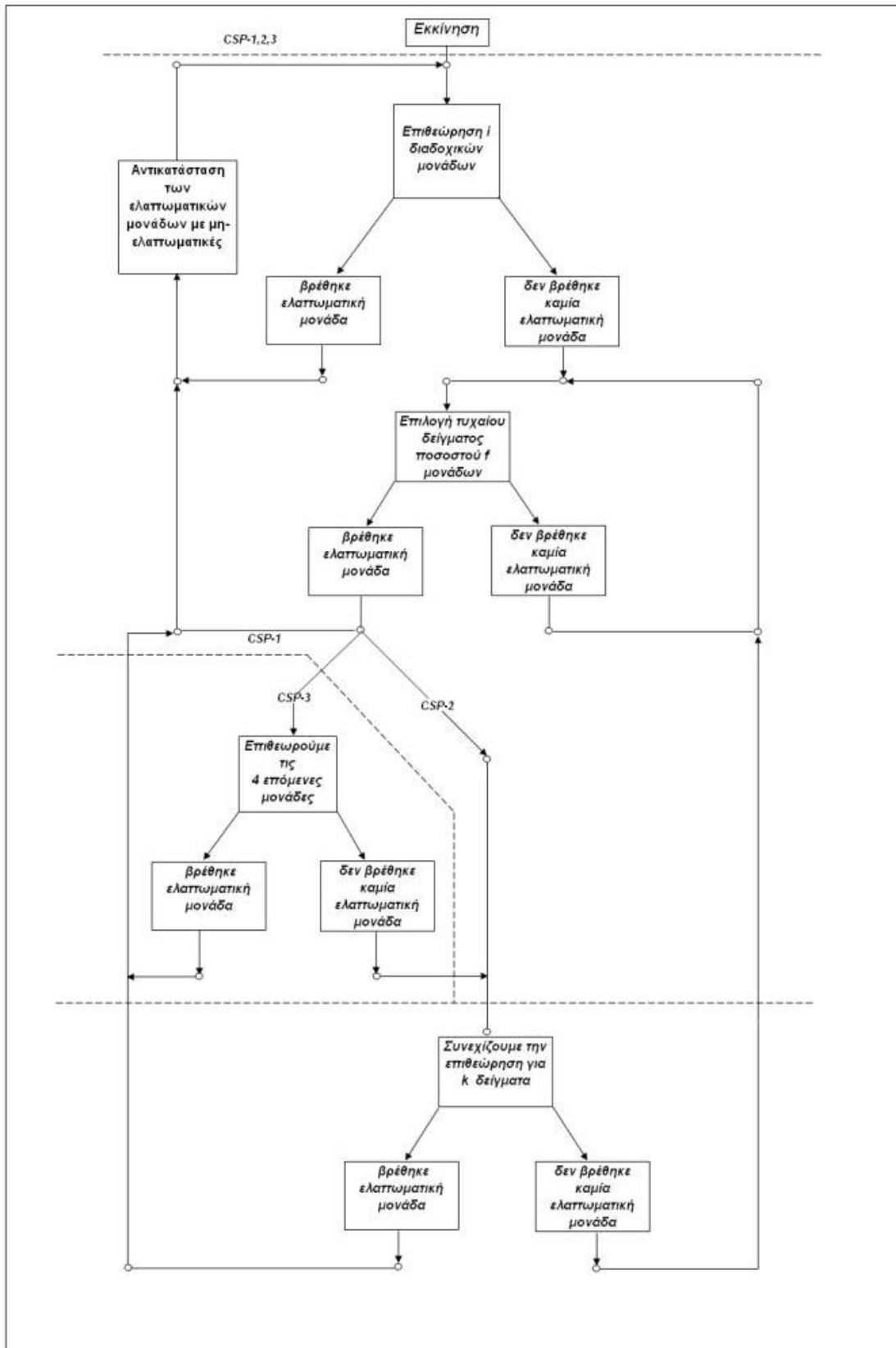
Για το *CSP-3*

- **Βήμα 5:** Στην περίπτωση που βρεθεί ελαττωματική μονάδα στο προηγούμενο βήμα (Βήμα 4), συνεχίζουμε με την επιθεώρηση των τεσσάρων επόμενων μονάδων. Αν βρεθεί ελαττωματική μονάδα, επιστρέφουμε αμέσως σε ολικό (100%) έλεγχο (Βήμα 2). Στην περίπτωση που δεν βρεθεί ελαττωματική μονάδα συνεχίζουμε με την επιθεώρηση k συνεχόμενων δειγμάτων (Βήμα 5 –*CSP-2*)

Στο Σχήμα 3.7 περιγράφεται η διαδικασία επιθεώρησης των συνεχών δειγματοληπτικών σχεδίων *CSP-1*, 2, 3

¹ Η χρήση των σχεδίων *CSP-1* ,2 όπως και άλλων συνεχών δειγματοληπτικών σχεδίων περιγράφεται στο δειγματικό σύστημα *MIL-STD-1235A*

Σχήμα 3.7 Δειγματοληπτικά σχέδια CSP-1,2,3 (Schilling (1982))



Σε προηγούμενη παράγραφο αναφέραμε μερικές σημαντικές ποσότητες που χαρακτηρίζουν ένα συνεχές CSP-1. Οι ποσότητες που χαρακτηρίζουν τα σχέδια CSP-1, 2, 3 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στη συνέχεια.

Ο μέσος αριθμός των μονάδων που επιθεωρούνται κατά τη διάρκεια του ολικού ελέγχου είναι:

$$u = \frac{1-q^i}{pq} \quad (CSP-1, CSP-2)$$

Ο μέσος αριθμός των μονάδων που επιθεωρούνται κατά τη διάρκεια του μερικού ελέγχου ενός CSP-2 ισούται:

$$v = \frac{1}{fp} \quad (CSP-1)$$

$$v = \frac{2-q^k}{fp(1-q^k)} \quad (CSP-2)$$

Το μέσο ποσοστό των επιθεωρημένων μονάδων στη διάρκεια ενός κύκλου ελέγχου είναι ίσο με:

$$AFI = \frac{u + fv}{u + v} \quad (CSP-1, CSP-2)$$

Συγκεκριμένα,

$$AFI = \frac{f}{f + q^i(1-f)} \quad (CSP-1)$$

$$AFI = \frac{f(1-q^i)(1-q^k) + q^i f(2-q^k)}{f(1-q^k)(1-q^i) + q^i(2-q^k)} \quad (CSP-2)$$

$$AFI = \frac{f}{f(1-q^i)^2 + q^i(2-q^i)} \quad (CSP-2, k=i)$$

$$AFI = \frac{f(1-q^i)(1-q^{k+4}) + fq^i + 4fpq^i + fq^{i+4}(1-q^k)}{f(1-q^i)(1-q^{k+4}) + q^i + 4fpq^i + q^{i+4}(1-q^k)} \quad (CSP-3)$$

Η μέση εξερχόμενη ποιότητα των CSP-1, 2, 3 υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο (στην περίπτωση που οι ελαττωματικές μονάδες αντικαθίστανται από καλές):

$$AOQ(p) = p(1 - AFI).$$

Συγκεκριμένα ,

$$AOQ(p) = p \left[\frac{(1-f)q^i}{f + (1-f)q^i} \right] \quad (CSP-1)$$

$$AOQ(p) = p \left[\frac{(1-f)q^i(2-q^k)}{f(1-q^i)(1-q^k) + q^i(2-q^k)} \right] \quad (CSP-2)$$

$$AOQ(p) = p \left[\frac{(1-f)q^i(2-q^i)}{f + (1-f)q^i(2-q^i)} \right] \quad (CSP-2, k=i)$$

$$AOQ(p) = p \left[\frac{(1-f)q^i(1+q^4-q^{k+4})}{f(1-q^i)(1-q^{k+4}) + q^i(1+q^4-q^{k+4}) + fpq^i} \right] \quad (CSP-3)$$

Στην περίπτωση που οι ελαττωματικές μονάδες απομακρύνονται και δεν αντικαθίστανται από καλές τότε ο τύπος της μέσης εξερχόμενης ποιότητας είναι ο εξής:

$$AOQ'(p) = \frac{p(1 - AFI)}{1 - p \cdot AFI} = \frac{AOQ}{q + AOQ}.$$

Συγκεκριμένα ,

$$AOQ' = p \left[\frac{(1-f)q^i}{fq + (1-f)q^i} \right] \quad (CSP-1)$$

$$AOQ' = p \left[\frac{(1-f)q^i(2-q^i)}{fq + (1-f)q^i(2-q^i)} \right] \quad (CSP-2, k=i)$$

3.5 Δειγματοληπτικά σχέδια CSP-4 και CSP-5

Οι *Derman, Johns & Lieberman* πρότειναν το 1959 δύο ακόμα συνεχή δειγματοληπτικά σχέδια, τα CSP-4 και CSP-5 (για περισσότερες πληροφορίες βλ. *The Annals of Mathematical Statistics Vol. 30, No.4, (1959)*), τα οποία αποτελούν παραλλαγές του σχεδίου *Dodge CSP-1*.

Η διαδικασία επιθεώρησης του CSP-4 είναι η ακόλουθη:

- **Βήμα 1:** Αρχικά ξεκινάμε με ολικό (100%) έλεγχο και συνεχίζουμε τη διαδικασία έως ότου βρεθούν i διαδοχικές μονάδες χωρίς ελάττωμα.
- **Βήμα 2:** Όταν βρεθούν i διαδοχικές μονάδες χωρίς ελάττωμα τότε διακόπτουμε τον ολικό έλεγχο και ελέγχουμε μόνο ένα ποσοστό $f=1/k$ μονάδων, επιλέγοντας τυχαία την μονάδα από ένα δείγμα μεγέθους k .
- **Βήμα 3:** Εάν βρεθεί ελαττωματική μονάδα τότε καταστρέφουμε τις $(k-1)$ εναπομείναντες μονάδες και συνεχίζουμε με ολικό (100%) έλεγχο. Συνεχίζουμε τον ολικό έλεγχο έως ότου βρεθούν i διαδοχικές μη-ελαττωματικές μονάδες (Βήμα 1).

Σημειώνουμε ότι κατά τη διάρκεια της επιθεώρησης των μονάδων, επιδιορθώνουμε όλες τις ελαττωματικές μονάδες που βρίσκουμε ή τις αντικαθιστούμε με καλές

Η διαδικασία επιθεώρησης του CSP-5 είναι σχεδόν ίδια με αυτή του CSP-4 με μόνη διαφορά μια αλλαγή στο Βήμα 3 το οποίο διαμορφώνεται ως εξής:

- **Βήμα 3':** Εάν βρεθεί ελαττωματική μονάδα, τότε επιθεωρούμε και τις $(k-1)$ εναπομείναντες μονάδες και μόλις τελειώσουμε συνεχίζουμε με ολικό (100%) έλεγχο έως ότου βρεθούν i διαδοχικές μη-ελαττωματικές μονάδες (Βήμα 1).

Είναι φανερό οι διαφορές των CSP-4 και CSP-5 από το δειγματοληπτικό σχέδιο που πρότεινε ο *Dodge* (1943) (βλ. § 3.1.1) στο σημείο επιλογής του δείγματος k μονάδων και στο σημείο εναλλαγής από μερικό έλεγχο σε ολικό.

Η μέση εξερχόμενη ποσότητα για ένα δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-4* δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$AOQ_4(p) = \frac{(k-1)(q^{i+1} - q^{i+2})}{1 + q^{i+1}(k-1)} = \frac{(k-1)pq^{i+1}}{1 + (k-1)q^{i+1}}.$$

Το όριο της μέσης εξερχόμενης ποιότητας δίνεται από τον τύπο:

$$AOQL_4(p) = 1 - q_{\max-4} \frac{(i+2)}{(i+1)},$$

όπου $q_{\max-4}$ είναι η μέγιστη τιμή της ποσότητας q ικανοποιεί την εξίσωση

$$(k-1)q^{i+2} + (i+2)q = (i+1).$$

Η μέση εξερχόμενη ποσότητα για ένα δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-5* δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$AOQ_5(p) = \frac{(q^{i+1} - q^{i+2})(k-1)}{1 + q^i(k-1)} = \frac{(k-1)pq^{i+1}}{1 + q^i(k-1)}.$$

Το όριο της μέσης εξερχόμενης ποιότητας δίνεται από τον τύπο:

$$AOQL_5(p) = \frac{(i+1)q_{\max-5} - (i+2)q_{\max-5}^2}{i}$$

όπου $q_{\max-5}$ είναι η μέγιστη τιμή της ποσότητας q που ικανοποιεί την εξίσωση

$$2(k-1)q^{i+1} - (k-1)q^i + (i+2)q = i+1.$$

Το Σχήμα 3.8 βοηθά στην εύρεση των i και k για συγκεκριμένες τιμές του $AOQL$ για τα σχέδια $CSP-4$ και $CSP-5$

Σχήμα 3.8 Καμπύλες εύρεσης των τιμών i και f για δοθείσες τιμές του $AOQL$ σχεδίων $CSP-4, 5$ (Derman, Johns & Lieberman (1959))

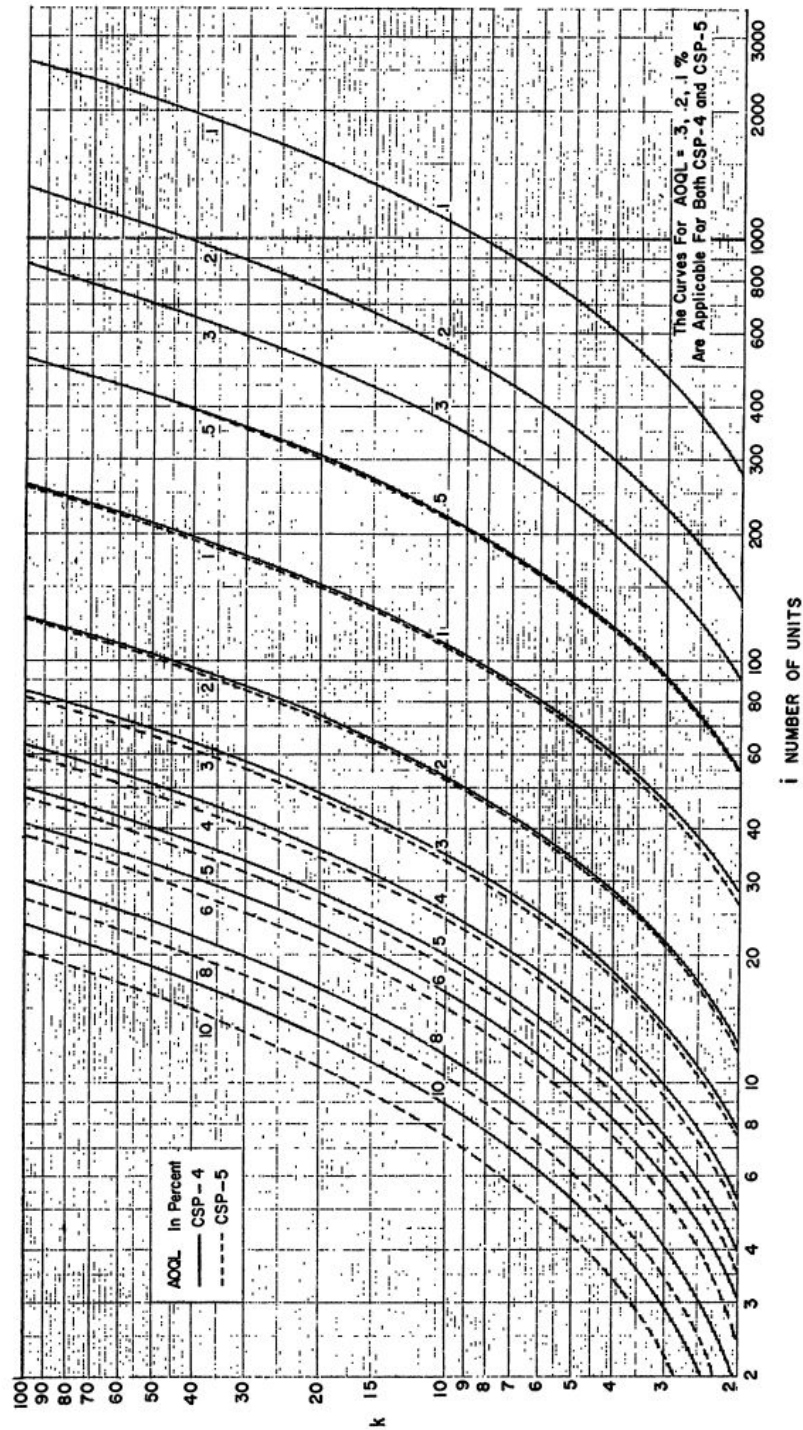


Fig. 1. Curves for Determining Values of k and i for A Given Value of $AOQL$ for $CSP-4$ and $CSP-5$ under Control.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

4

Λοιπά συνεχή δειγματοληπτικά σχέδια

4.1 Δειγματοληπτικό Σχέδιο *MLP* (*Multi-Level-Plan*)

Το δειγματοληπτικό σχέδιο *MLP* (*Multi-level plan*), το οποίο βασίστηκε κατά ένα μεγάλο μέρος στο δειγματοληπτικό σχέδιο του *Dodge, CSP-1*, προτάθηκε από τους *Lieberman & Solomon* το 1955. Στο άρθρο που δημοσίευσαν στο περιοδικό *Annals of Mathematical Statistics* εξηγούν ότι ο στόχος τους ήταν εξαρχής να κατασκευάσουν ένα συνεχές δειγματοληπτικό σχέδιο που να (α) επιτρέπει μια ομαλότερη εναλλαγή ανάμεσα σε ολικό και μερικό έλεγχο (χαλαρούς κανόνες εναλλαγής), (β) να απαιτεί ολικό (100%) έλεγχο μόνο στην περίπτωση που η ποιότητα της παρτίδας είναι πολύ κακή και (γ) να απαιτεί όσο το δυνατόν μικρότερο αριθμό επιθεωρημένων μονάδων στην περίπτωση που η ποιότητα της παρτίδας είναι πολύ καλή. Η διαδικασία επιθεώρησης των *MLP* σχεδίων είναι η εξής:

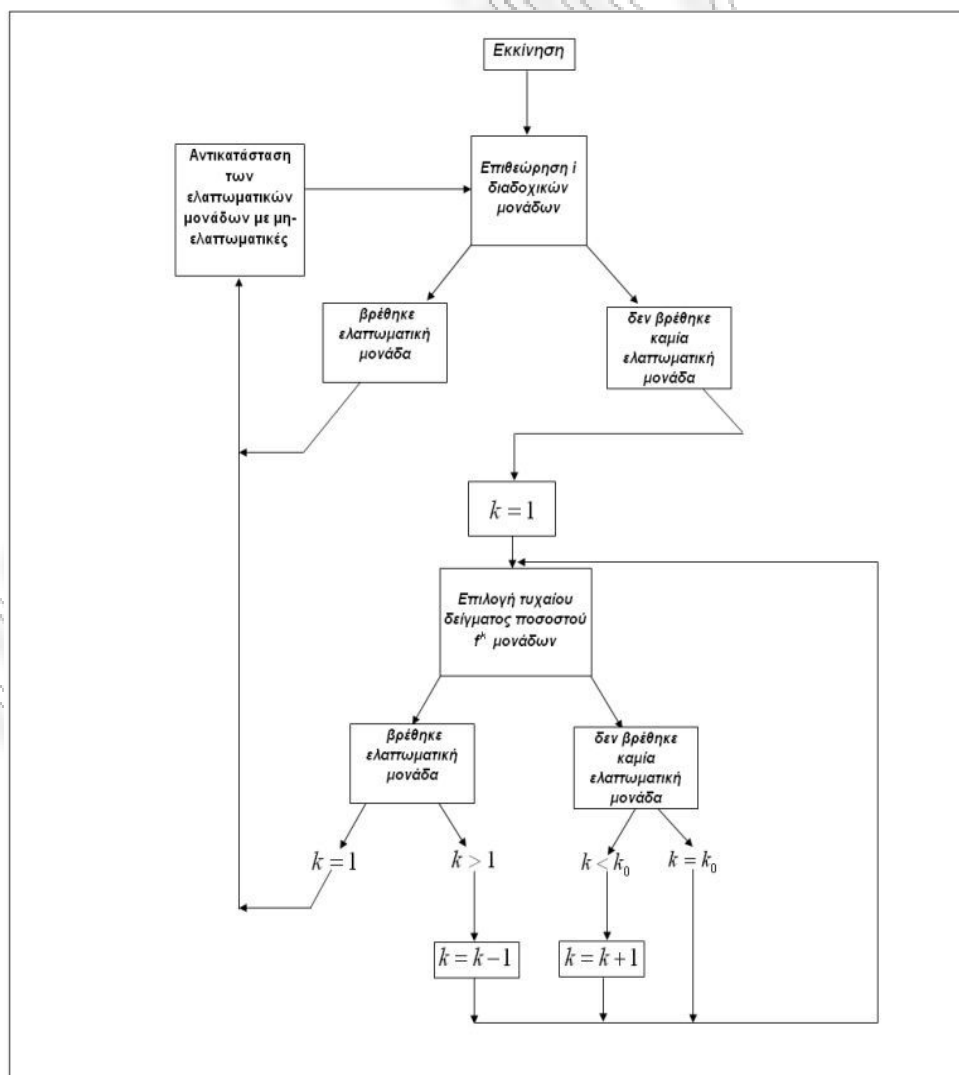
- **Βήμα 1:** Καθορισμός των τιμών i, f (αρχικό ποσοστό δείγματος) και k_0 (μέγιστος αριθμός επιπέδων που θα χρησιμοποιηθούν)
- **Βήμα 2 :** Θέτουμε $k = 1$ και ξεκινάμε με ολικό (100%) έλεγχο.
- **Βήμα 3 :** Εάν βρεθούν i διαδοχικές μη-ελαττωματικές μονάδες, συνεχίζουμε με την επιθεώρηση ενός ποσοστού f^k μονάδων.

- **Βήμα 4** : Στην περίπτωση που δεν βρεθεί ελαττωματική μονάδα, αυξάνουμε την τιμή του k κατά μία μονάδα και πηγαίνουμε στο βήμα 3. Η τιμή του k δεν θα πρέπει να ξεπερνάει την τιμή του k_0 . Δηλαδή, $k \leq k_0$.
- **Βήμα 5** : Στην περίπτωση που βρεθεί ελαττωματική μονάδα κατά την επιθεώρηση των μονάδων ποσοστού f^k , τότε μειώνουμε την τιμή του k κατά μία μονάδα και πηγαίνουμε στο Βήμα 3. Εάν $k = 0$ τότε πηγαίνουμε στο Βήμα 2.

Σημειώνουμε ότι κατά τη διάρκεια της επιθεώρησης των μονάδων, επιδιορθώνουμε όλες τις ελαττωματικές μονάδες που βρίσκουμε ή τις αντικαθιστούμε με καλές

Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται η διαδικασία επιθεώρησης ενός *MLP* σχεδίου.

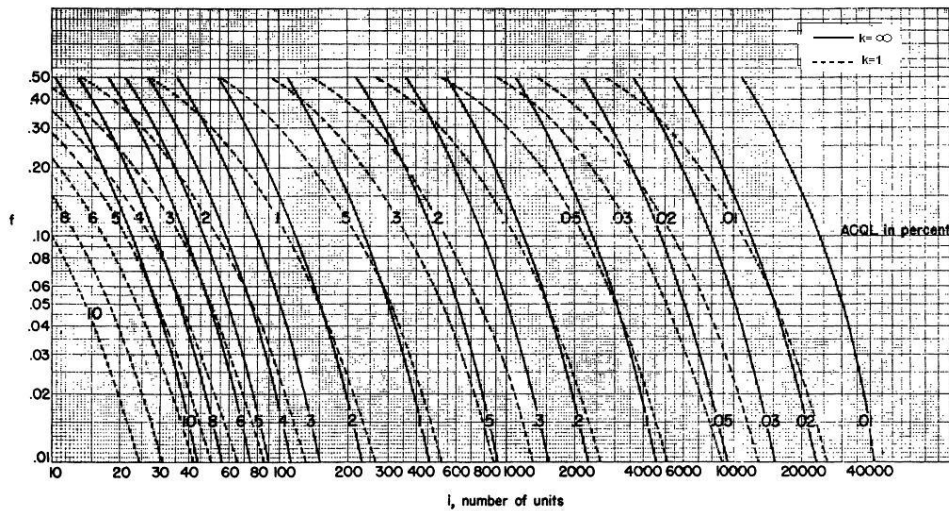
Σχήμα 4.1 Δειγματοληπτικό σχέδιο *MLP* (Schilling (1982))



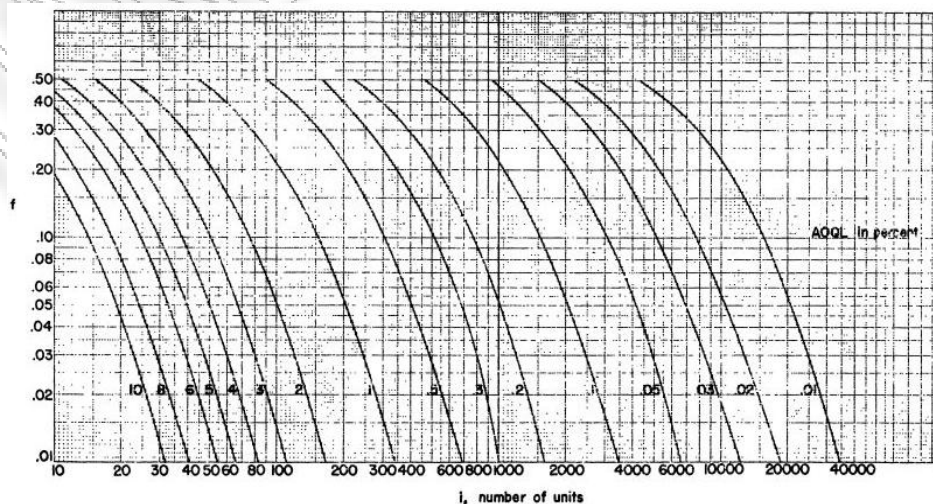
Είναι φανερό ότι για $k=1$ καταλήγουμε στο δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-1*.

Οι *Solomon & Lieberman* κατασκεύασαν διαγράμματα παρόμοια με αυτό του *CSP-1* για τον προσδιορισμό των τιμών i και f για διάφορες τιμές του *AOQL*. Στο Σχήμα 4.2 απεικονίζονται οι *AOQL* καμπύλες ενός *MLP* με $k_0 = \infty$ και ενός *CSP-1* ($k_0 = 1$). Στο Σχήμα 4.3 απεικονίζονται οι καμπύλες ενός *MLP* με $k_0 = 2$.

Σχήμα 4.2 Καμπύλες εύρεσης των τιμών i και f για δοθείσες τιμές του *AOQL* σχεδίου *MLP* με $k_0 = \infty$ (*Solomon & Lieberman* (1955))



Σχήμα 4.3 Καμπύλες εύρεσης των τιμών i και f για δοθείσες τιμές του *AOQL* σχεδίου *MLP* με $k_0 = 2$ (*Solomon & Lieberman* (1955))



Για $k_0 = \infty$ και $AOQL=A$ έχουμε ότι για ένα *MLP* σχέδιο το αρχικό ποσοστό f δείγματος (*initial sampling frequency*) είναι ίσο με:

$$f = \frac{(1-A)^i}{1-(1-A)^i}.$$

Το μέσο όριο εξερχόμενης ποιότητας είναι ίσο με :

$$AOQL = 1 - \left(\frac{f}{1+f} \right)^{1/i}.$$

Ο μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων κατά τη διάρκεια ενός κύκλου ελέγχου είναι:

$$AFI_{\infty} = \frac{\left(\frac{1-A}{1-p} \right)^i - 1}{\left(\frac{1-A}{1-p} \right)^i - 2(1-A)^i}, \quad p > A$$

$$AFI_{\infty} = 0, \quad p \leq A.$$

Η μέση εξερχόμενη ποιότητα είναι ίση:

$$AOQ_{\infty} = p(1 - AFI_{\infty}).$$

4.2 Δειγματοληπτικό σχέδιο *MLP-T*

Οι *Derman, Littaeur & Solomon* (1957) παρουσίασαν τρία γενικευμένα *MLP* δειγματοληπτικά σχέδια βασισμένα στο πρωτότυπο σχέδιο των *Lieberman & Solomon*. Ο στόχος τους ήταν εξ αρχής να διαμορφώσουν το δειγματοληπτικό σχέδιο των *Lieberman & Solomon* αλλάζοντας τους κανόνες εναλλαγής του από ολικό (100%) έλεγχο σε μερικό.

Τελικά, κατασκεύασαν τρία γενικευμένα δειγματοληπτικά σχέδια, (α) το $MLP-r \times 1$, (β) το $MLP-T$ και (γ) το $MLP-r \times s$ τα οποία εφαρμόζονται μέχρι και σήμερα στην επιθεώρηση διαφόρων βιομηχανικών προϊόντων. Η διαδικασία επιθεώρησης για κάθε ένα από τα παραπάνω δειγματοληπτικά σχέδια περιγράφεται παρακάτω.

(α) $MLP-r \times 1$ σχέδιο. Στην περίπτωση που επιλέγεται ένα τυχαίο ποσοστό f^j μονάδων για επιθεώρηση, τότε λέμε ότι βρισκόμαστε στο j -οστό βήμα της διαδικασίας επιθεώρησης του σχεδίου. Στην περίπτωση που βρεθούν i διαδοχικές μη-ελαττωματικές μονάδες και η διαδικασία επιθεώρησης βρίσκεται στο j -οστό βήμα, τότε η διαδικασία συνεχίζεται στο επόμενο βήμα. Στην αντίθετη περίπτωση, όταν βρεθεί ελαττωματική μονάδα κατά την επιθεώρηση i διαδοχικών και ενώ η διαδικασία βρίσκεται στο j -οστό βήμα, επιστρέφουμε αμέσως στο $(j-r)$ -οστό βήμα, εάν $j > r$ ή από την αρχή (ολικός έλεγχος), εάν $j \leq r$. Στην περίπτωση που έχουμε $r = 1$, παίρνουμε το σχέδιο MLP.

(β) $MLP-T$ σχέδιο. Έχει την ίδια διαδικασία επιθεώρησης με το $MLP-r \times 1$ σχέδιο με τη μόνη διαφορά ότι στην περίπτωση που βρεθεί ελαττωματική μονάδα, επιστρέφουμε αμέσως σε ολικό έλεγχο.

(γ) $MLP-r \times s$ σχέδιο. Έχει την ίδια διαδικασία επιθεώρησης με το $MLP-r \times 1$ σχέδιο με τη μόνη διαφορά ότι όταν βρεθούν i διαδοχικές μη-ελαττωματικές μονάδες και ενώ η διαδικασία βρίσκεται στο j -οστό βήμα, τότε η διαδικασία συνεχίζεται από το $(j+s)$ -οστό βήμα.

Από τα τρία παραπάνω σχέδια το πιο απλό είναι το $MLP-T$, το οποίο είναι παράλληλα και το πιο αυστηρό εξαιτίας το ότι απαιτεί άμεση επιστροφή σε ολικό (100%) έλεγχο, σε όποιο επίπεδο και να βρίσκεται η διαδικασία επιθεώρησης, κάθε φορά που ανακαλύπτεται ελαττωματική μονάδα.

Οι κυριότερες ποσότητες που χαρακτηρίζουν ένα *MLP-T* σχέδιο, το οποίο θεωρητικά έχει άπειρα στάδια επιθεώρησης, στην περίπτωση που οι ελαττωματικές μονάδες αντικαθίστανται από καλές, είναι οι εξής:

Ο μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων είναι ίσος με:

$$AFI = \frac{1 - (1-p)^i}{1 - (1-p)^i} \cdot f, \quad f > (1-p)^i$$

$$AFI = \infty, \quad f \leq (1-p)^i.$$

Η μέση εξερχόμενη ποιότητα είναι ίση με:

$$AOQ = \frac{p(1-p)^i}{1 - (1-p)^i} \left(\frac{1-f}{f} \right), \quad f > (1-p)^i$$

$$AOQ = p, \quad f \leq (1-p)^i.$$

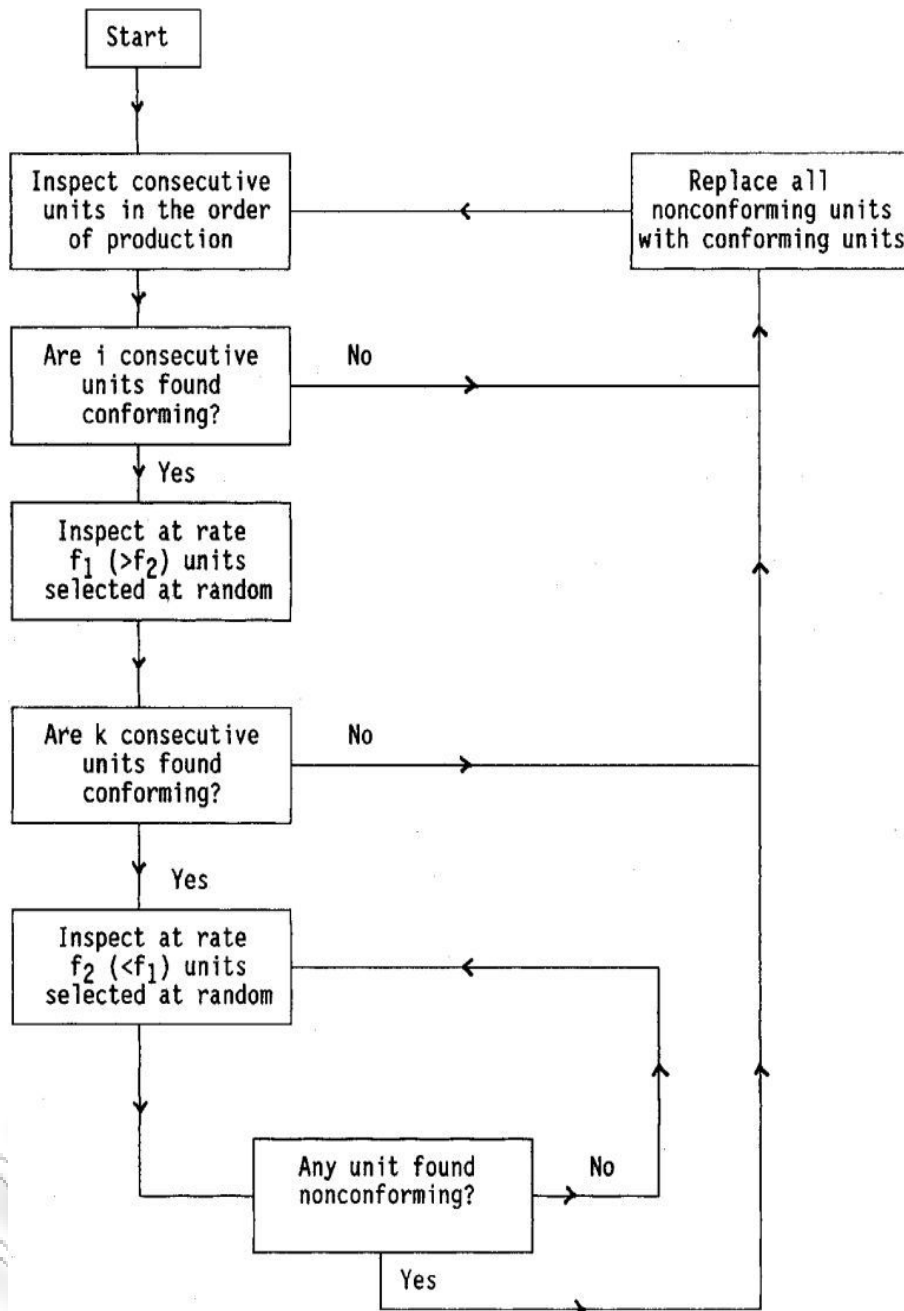
Το μέσο όριο εξερχόμενης ποιότητας είναι ίσο με:

$$AOQL = 1 - f^{1/i}.$$

4.3 Γενικευμένο δειγματοληπτικό σχέδιο *MLP-T-2*

Οι *Govindaraju & Kandasamy* (1993) πρότειναν το σχέδιο *MLP-T-2*, το οποίο δεν είναι τίποτα άλλο από το *MLP-T* σχέδιο με δύο στάδια επιθεώρησης. Σε αυτή την παράγραφο θα δούμε μία παραλλαγή του σχεδίου *MLP-T-2*, το γενικευμένο *MLP-T-2* (*generalized tightened two-level continuous sampling plan*), που εισήχθη από τους *Baramurali & Kalyanasundaram* (2000) και εφαρμόζεται περισσότερο από το πρωτότυπο *MLP-T-2*. Στο Σχήμα 4.4 απεικονίζεται γραφικά η διαδικασία επιθεώρησης του γενικευμένου *MLP-T-2*.

Σχήμα 4.4 Γενικευμένο δειγματοληπτικό σχέδιο MLP-T-2 (Baramurali & Kalanasundaram (2000))



Ο Stephens (1979) χρησιμοποίησε Μαρκοβιανές αλυσίδες για να μπορέσει να αξιολογήσει τα σχέδια CSP-1, CSP-2, CSP-3. Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση του Stephens, οι Balamurali & Kalyanasundaram υπολόγισαν με ανάλογο τρόπο τις ποσότητες απόδοσης του γενικευμένου $MLP-T-2(i, k, f_1, f_2)$ οι οποίες δίνονται παρακάτω.

Ο μέσος αριθμός των μονάδων που περνούν από ολικό (100%) έλεγχο δίνεται από τον τύπο:

$$u = \frac{1 - q^i}{pq^i}.$$

Ο μέσος αριθμός των μονάδων που περνούν από μερικό έλεγχο δίνεται από τον τύπο:

$$v = \frac{f_1 q^k + f_2 (1 - q^k)}{f_1 f_2 p}.$$

Ο μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων κατά την διάρκεια ενός κύκλου επιθεώρησης είναι:

$$AFI = \frac{f_1 f_2}{f_1 f_2 (1 - q^i) + f_2 q^i (1 - q^k) + f_1 q^{i+k}}.$$

Η συνάρτηση της χαρακτηριστικής καμπύλης ενός $MLP-T-2$, η οποία δηλώνει το μέσο ποσοστό των μονάδων ενός κύκλου ελέγχου που περνούν από δειγματική εξέταση (ή το μέσο ποσοστό της συνολικής παραγωγής που γίνεται αποδεκτό κατά τη φάση του δειγματοληπτικού ελέγχου), δίνεται από τον τύπο:

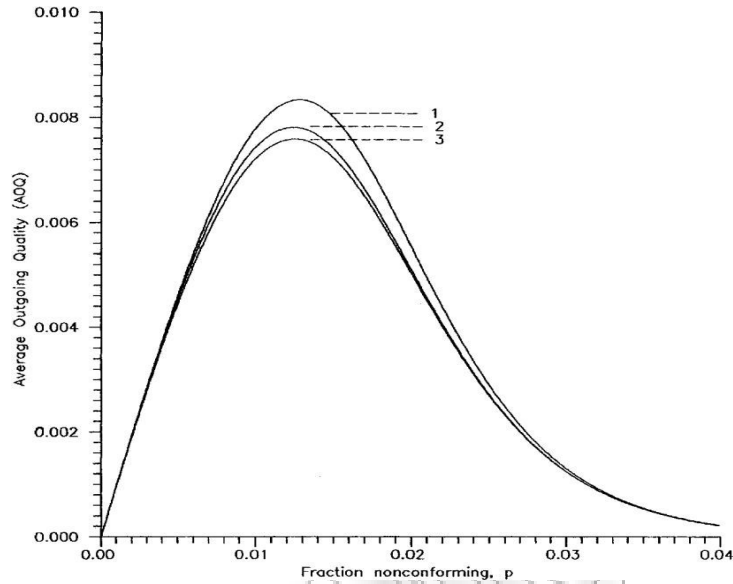
$$P_a = L(p) = \frac{q^i [f_2 (1 - q^k) + f_1 q^k]}{f_1 f_2 (1 - q^i) + f_2 q^i (1 - q^k) + f_1 q^{i+k}}.$$

Η μέση εξερχόμενη ποιότητα είναι ίση με :

$$AOQ(p) = \frac{pq^i [f_2 (1 - f_1) + q^k (f_1 - f_2)]}{f_1 f_2 (1 - q^i) + f_2 q^i (1 - q^k) + f_1 q^{i+k}}.$$

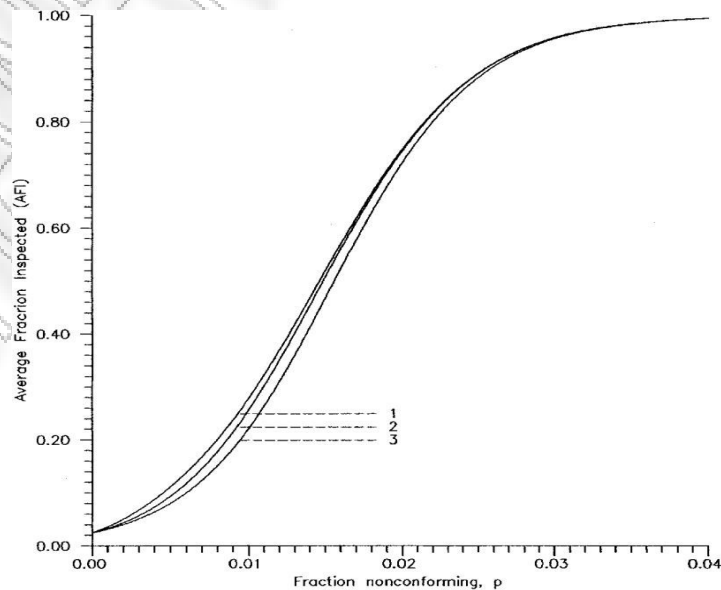
Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται γραφικά η συνάρτηση $AOQ(p)$ μερικών γενικευμένων $MLP-T-2$ συνεχών δειγματοληπτικών σχεδίων.

Σχήμα 4.5 Συνάρτηση μέσης εξερχόμενης ποιότητας των σχεδίων 1. $MLP-T-2(200,100, 0.05,0.025)$, 2. $MLP-T-2(200,200, 0.05,0.025)$, 3. $MLP-T-2(200,400, 0.05,0.025)$ (Baramurali & Kalanasundaram (2000))



Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται γραφικά η συνάρτηση $AFI(p)$ μερικών γενικευμένων $MLP-T-2$

Σχήμα 4.6 Συνάρτηση μέσου αριθμού επιθεωρημένων μονάδων των σχεδίων 1. $MLP-T-2(200,400, 0.05,0.025)$, 2. $MLP-T-2(200,200, 0.05,0.025)$, 3. $MLP-T-2(200,100, 0.05,0.025)$ (Baramurali & Kalanasundaram (2000))



Τέλος, αξίζει να αναφέρουμε ότι το μεγαλύτερο πλεονέκτημα του γενικευμένου *MLP-T-2* είναι ότι μπορεί να επιτυγχάνει πολύ μικρές τιμές του ορίου μέσης εξερχόμενης ποιότητας *AOQL* το οποίο είναι το σημαντικότερο κριτήριο επιλογής ενός συνεχούς δειγματοληπτικού σχεδίου. Για να επιτύχουμε μικρές τιμές του *AOQL* πρέπει να δώσουμε αυστηρότερες παραμέτρους στο σχέδιο. Στο γενικευμένο *MLP-T-2* θα μπορούσαμε, κατά την διάρκεια του μερικού ελέγχου, να συνεχίσουμε την επιθεώρηση έως ότου βρεθούν $k (> i)$ μη-ελαττωματικές μονάδες προκειμένου να προχωρήσουμε στο επόμενο στάδιο επιθεώρησης. Συνεπώς, παρόλο που το γενικευμένο *MLP-T-2* έχει μεγάλες τιμές *AFI* (βλ. Σχήμα 4.6) μπορεί να επιτυγχάνει μικρές τιμές του ορίου μέσης εξερχόμενης ποιότητας (βλ. Σχήμα 4.5).

4.4 Δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-C*

Σύμφωνα με τον *Dodge*, σε πολλές περιπτώσεις που η μέση εξερχόμενη ποιότητα της παρτίδας είναι κακή, η εμφάνιση ενός και μόνου ελαττωματικού προϊόντος κατά την επιθεώρηση της παρτίδας δεν θα πρέπει να αποτελεί ισχυρή ένδειξη για την επιστροφή της διαδικασίας επιθεώρησης σε ολικό έλεγχο. Σε αυτές τις περιπτώσεις, θα πρέπει να περιμένουμε ισχυρότερες ενδείξεις, όπως για παράδειγμα η εμφάνιση περισσότερων από μία ελαττωματικών μονάδων. Η πρόταση αυτή του *Dodge* έδωσε το έναυσμα για την κατασκευή ενός καινούριου δειγματοληπτικού σχεδίου, που κατά την εφαρμογή του στη διαδικασία επιθεώρησης των παρτίδων θα λάμβανε σοβαρά υπόψη του και τον αριθμό αποδοχής. Τελικά, η ιδέα του *Dodge* υλοποιήθηκε από τους *Gonvidaraju & Kandasamy* (2000), οι οποίοι πρότειναν το σχέδιο *CSP-C*.

Η διαδικασία επιθεώρησης του σχεδίου *CSP-C* περιγράφεται παρακάτω:

- **Βήμα 1:** Ξεκινάμε την διαδικασία επιθεώρησης με ολικό (100%) έλεγχο έως ότου βρεθούν i συνεχόμενες μη-ελαττωματικές μονάδες.
- **Βήμα 2:** Όταν βρεθούν i συνεχόμενες μη-ελαττωματικές μονάδες τότε σταματάμε τον ολικό έλεγχο και συνεχίζουμε με μερικό, δηλαδή επιθεωρούμε μόνο ένα πο-

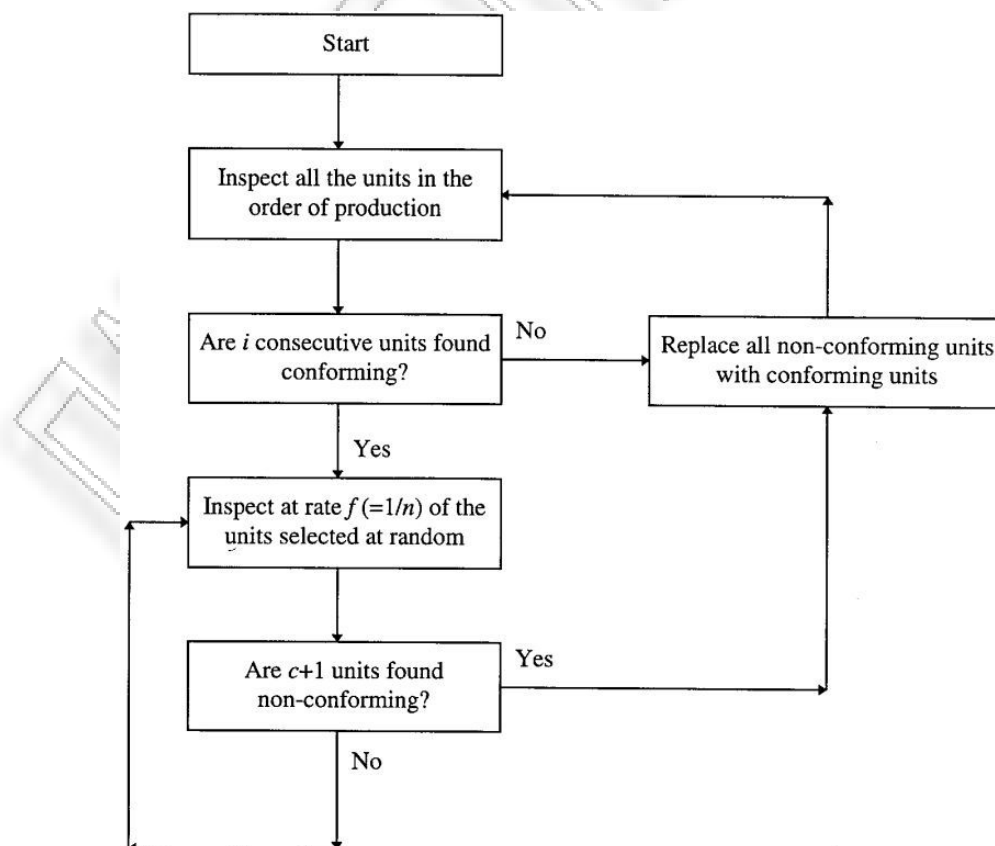
σοστό $f = 1/n$ μονάδων. Συνεχίζουμε τον μερικό έλεγχο έως ότου βρεθούν $c + 1$ ελαττωματικές μονάδες.

- **Βήμα 3:** Στην περίπτωση που βρεθούν $c + 1$ ελαττωματικές μονάδες τότε επιστρέφουμε σε ολικό έλεγχο (Βήμα 1).
- **Βήμα 4:** Οι ελαττωματικές μονάδες αντικαθίστανται με καλές.

Το πλεονέκτημα του σχεδίου *CSP-C* έναντι του *CSP-I* είναι ότι μπορεί να επιτυγχάνει πολύ μικρές τιμές του μέσου αριθμού επιθεωρημένων μονάδων (*AFI*). Συγκεκριμένα, το *CSP-C* έχει μικρότερη τιμή *AFI*, στην περίπτωση που το $c > 0$, εν συγκρίσει με το *CSP-I* έχοντας την ίδια τιμή *AOQL* και f .

Στο Σχήμα 4.7 απεικονίζεται γραφικά η διαδικασία επιθεώρησης του συνεχούς δειγματοληπτικού σχεδίου *CSP-C*

Σχήμα 4.7 Δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-C* (Govindaraju & Kandasamy (2000))



Προκειμένου να αξιολογήσουμε καλύτερα το δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-C* είναι αναγκαίο να υπολογίσουμε τις ακόλουθες ποσότητες.

Ο μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων κατά την διάρκεια του ολικού ελέγχου είναι:

$$u = \frac{1 - q^i}{pq^i}.$$

Ο μέσος αριθμός των μονάδων που περνούν από μερικό έλεγχο δίνεται από τον τύπο:

$$v = \frac{c + 1}{fp}.$$

Ο μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων κατά την διάρκεια ενός κύκλου επιθεώρησης είναι:

$$AFI = \frac{f(1 + cq^i)}{f + q^i(c + 1 - f)}.$$

Η συνάρτηση της χαρακτηριστικής καμπύλης ενός *CSP-C*, η οποία δηλώνει το μέσο ποσοστό των μονάδων ενός κύκλου ελέγχου που περνούν από δειγματική εξέταση (ή το μέσο ποσοστό της συνολικής παραγωγής που γίνεται αποδεκτό κατά τη φάση του δειγματοληπτικού ελέγχου), δίνεται από τον τύπο:

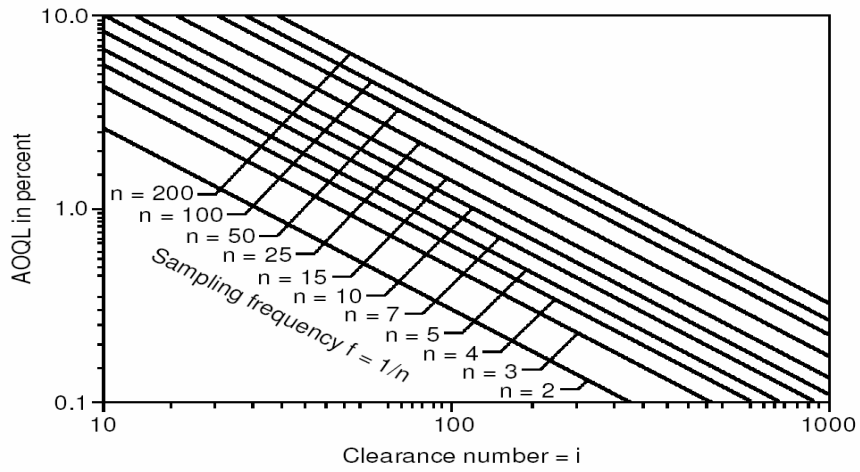
$$P_a = L(p) = \frac{(c + 1)q^i}{f + q^i(c + 1 - f)}.$$

Η μέση εξερχόμενη ποιότητα είναι ίση με:

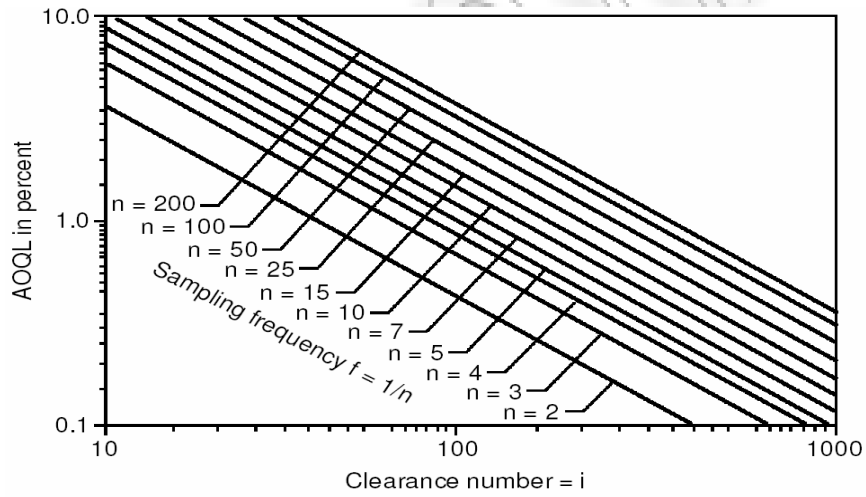
$$AOQ(p) = \frac{pq^i(c + 1)(1 - f)}{f + q^i(c + 1 - f)}.$$

Τα παρακάτω νομογραφήματα (Σχήματα 4.8 – 4.13, *Govindaraju & Kandasamy (2000)*) χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό των ποσοτήτων *AOQL* και *i* για δεδομένη τιμή του *f* των συνεχών σχεδίων *CSP-C* με $c = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. (Για $c = 0$, προκύπτει το σχέδιο *CSP-1*)

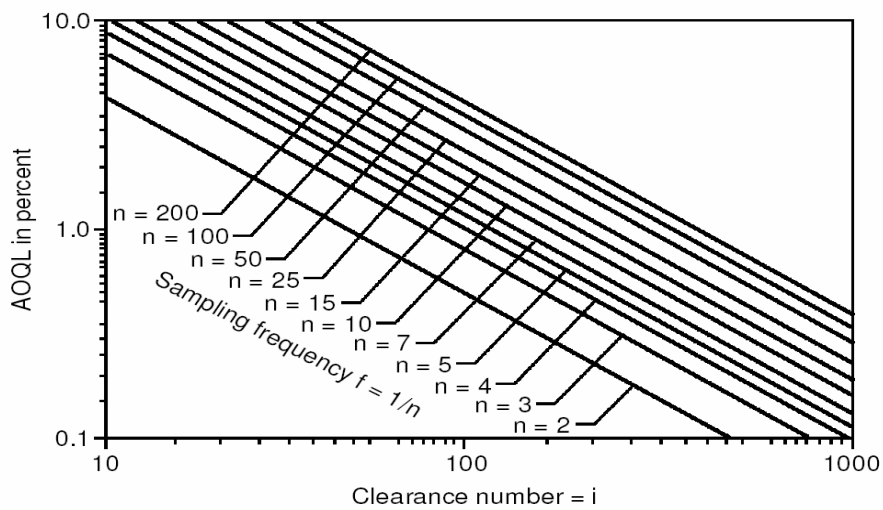
Σχήμα 4.8 Νομογράφημα σχεδίου CSP-C για $c=0$



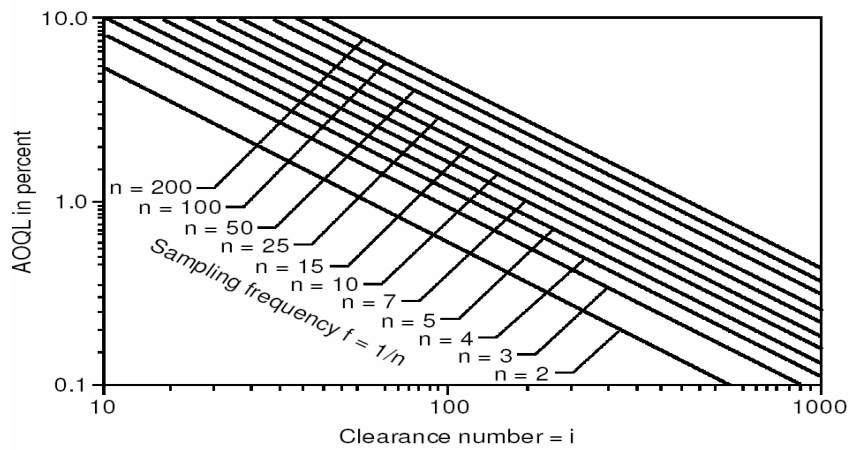
Σχήμα 4.9 Νομογράφημα σχεδίου CSP-C για $c=1$



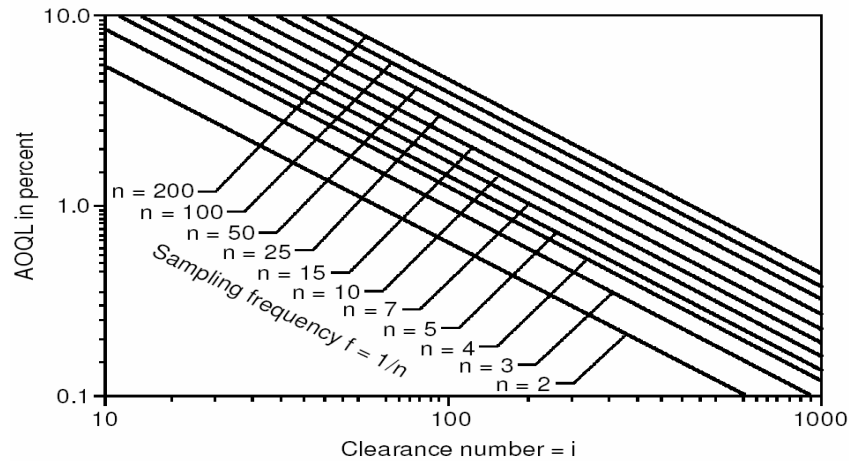
Σχήμα 4.10 Νομογράφημα σχεδίου CSP-C για $c=2$



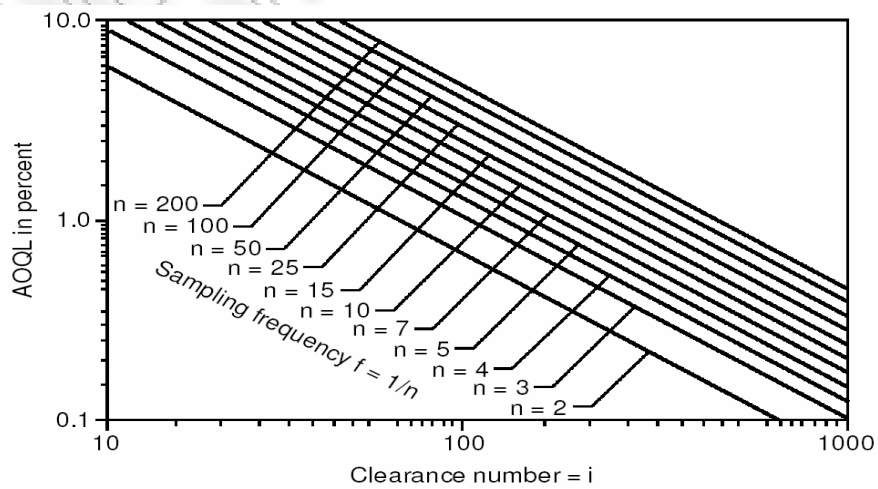
Σχήμα 4.11 Νομογράφημα σχεδίου CSP-C για $c=3$



Σχήμα 4.12 Νομογράφημα σχεδίου CSP-C για $c=4$



Σχήμα 4.13 Νομογράφημα σχεδίου CSP-C για $c=5$

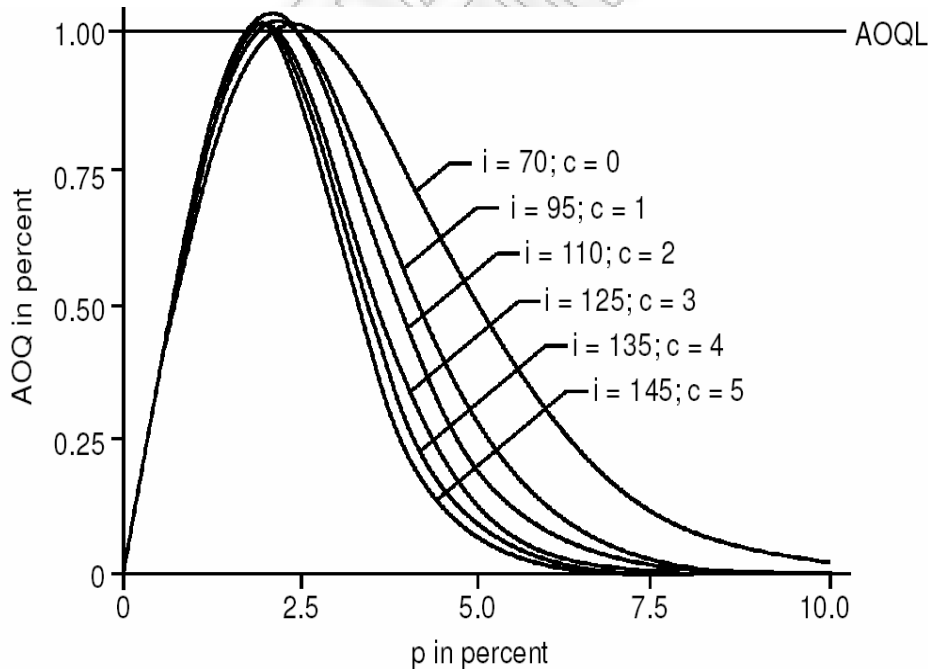


Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να κατασκευάσουμε έξι συνεχή *CSP-C* σχέδια ($c=0, \dots, 5$) με επιθυμητό όριο μέσης εξερχόμενης ποιότητας $AOQL=1\%$ και $f=1/5$. Σύμφωνα με τα παραπάνω νομογραφήματα θα έχουμε:

- 1) Για $c=0$, το νομογράφημα 4.8 δίνει $i = 70$
- 2) Για $c=1$, το νομογράφημα 4.9 δίνει $i = 95$
- 3) Για $c=2$, το νομογράφημα 4.10 δίνει $i = 110$
- 4) Για $c=3$, το νομογράφημα 4.11 δίνει $i = 125$
- 5) Για $c=4$, το νομογράφημα 4.12 δίνει $i = 135$
- 6) Για $c=5$, το νομογράφημα 4.13 δίνει $i = 145$

Στο Σχήμα 4.14 απεικονίζονται οι τιμές της συνάρτησης της μέσης εξερχόμενης ποιότητας $AOQ(p)$ για τα έξι παραπάνω *CSP-C* :

Σχήμα 4.14 Μέση εξερχόμενη ποιότητα σχεδίων *CSP-C* (Govindaraju & Kandasamy (2000))

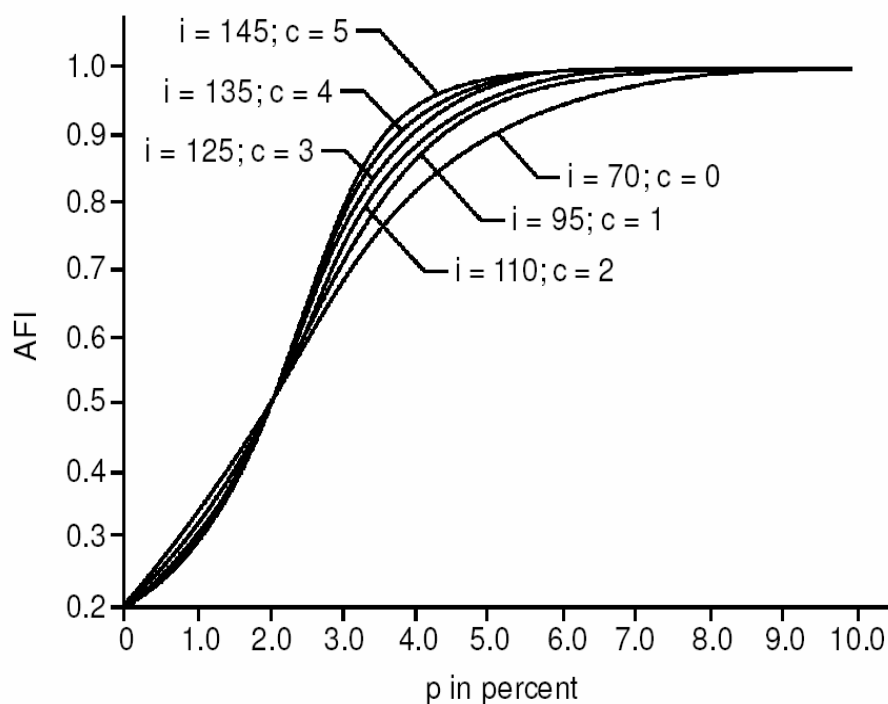


Από το παραπάνω σχήμα προκύπτει ότι στην περίπτωση που η εισερχόμενη ποιότητα είναι καλή και κυμαίνεται σε χαμηλά επίπεδα οι τιμές της συνάρτησης $AOQ(p)$ του σχεδίου *CSP-1* είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες των υπολοίπων πέ-

ντε *CSP-C* σχεδίων. Ενώ στην περίπτωση που η εισερχόμενη ποιότητα είναι πολύ κακή, τότε οι τιμές του *AOQ* ενός *CSP-C* ($c \geq 1$) είναι μικρότερη από εκείνη του *CSP-I*.

Στο Σχήμα 4.15 απεικονίζονται οι τιμές της συνάρτησης του μέσου αριθμού επιθεωρημένων μονάδων για τα έξι παραπάνω *CSP-C* σχέδια.

Σχήμα 4.15 Μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων σχεδίων *CSP-C* (Govindaraju & Kandasamy (2000))



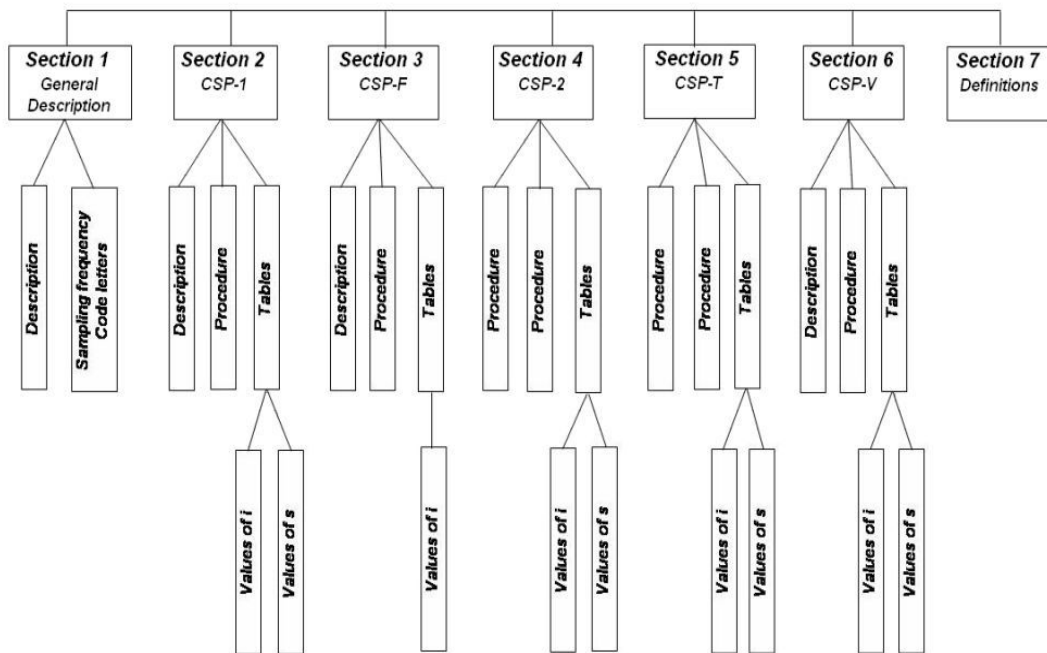
Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται ξεκάθαρα ότι το επιπρόσθετο κριτήριο της παραμέτρου c «κρατάει» τις τιμές του *AFI* σε χαμηλότερα επίπεδα, όταν η εισερχόμενη ποιότητα είναι πολύ καλή, σε σχέση με το *CSP-I* ($c=0$). Στην περίπτωση όμως που η εισερχόμενη ποιότητα είναι ιδιαίτερα κακή τότε ο μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων με την χρήση του *CSP-I* σχεδίου είναι μικρότερος από αυτόν που θα προέκυπτε με την χρήση του *CSP-C* ($c \geq 1$).

4.5 MILITARY-STANDARD 1235A (MIL-STD-1235A)

Το δειγματικό σύστημα *MIL-STD-1235A* με τίτλο “*Single and Multi-level Continuous Sampling Procedures and Tables for Inspection by Attributes*” είναι μία συλλογή από συνεχή δειγματοληπτικά σχέδια που αναπτύχθηκε για λογαριασμό του Υπουργείου Εθνικής άμυνας των Η.Π.Α. και παραδόθηκε στις 28 Ιουνίου του 1974. Το *MIL-STD -1235A* αναπροσαρμόσθηκε δύο φορές, την πρώτη στις 10 Δεκεμβρίου του 1981 και μετονομάστηκε *MIL-STD-1235B* και την δεύτερη στις 15 Μαρτίου του 1988 με την ονομασία *MIL-STD-1235C*. Το *MIL-STD-1235A* περιέχει λεπτομερώς τις διαδικασίες επιθεώρησης καθώς επίσης και τους πίνακες παραμέτρων και τις χαρακτηριστικές καμπύλες που διέπουν τα συνεχή δειγματοληπτικά σχέδια *CSP-1*, *CSP-2*, *CSP-V*, *CSP-F* και *CSP-T*. Τα σχέδια *CSP-1* και *CSP-2* τα μελετήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Στις παραγράφους που ακολουθούν θα μελετήσαμε κατά σειρά τα δειγματοληπτικά σχέδια *CSP-V*, *CSP-T* και *CSP-F*.

Στο Σχήμα 4.17 φαίνεται μια διαγραμματική απεικόνιση του δειγματοληπτικού συστήματος *MIL-STD-1235A*.

Σχήμα 4.17 Δομή του *MIL-STD-1235A* (Schilling (1982))



Ανάλογα με το μέγεθος της παραγωγής και συνεπώς τον αριθμό των παραγόμενων μονάδων αντιστοιχίζεται ένα κωδικό γράμμα (*code letter*) σύμφωνα με το οποίο είμαστε σε θέση να επιλέξουμε τις κατάλληλες παραμέτρους για το συνεχές δειγματοληπτικό σχέδιο που πρόκειται να εφαρμόσουμε. Στον παρακάτω πίνακα (*MIL-STD-1235C* (1988)) φαίνονται οι κωδικοί που αντιστοιχούν σε κάθε αριθμό μονάδων που έχουν παραχθεί:

Number of Units in Production Interval	Permissible Code Letters
2-8	A, B
9-25	A through C
26-90	A through D
91-500	A through E
501-1200	A through F
1201-3200	A through G
3201-10,000	A through H
10,001-35,000	A through I
35,001-150,000	A through J
150,001-up	A through K

Για να κατανοήσουμε πλήρως την χρήση του παραπάνω πίνακα και την χρήση των πινάκων s^* , που χρησιμοποιούνται ευρύτατα στο *MIL-STD-1235A*, θα δούμε ένα παράδειγμα που αναφέρεται στο *CSP-V* σχέδιο το οποίο θα μελετήσουμε στην επόμενη παράγραφο.

* Η τιμές s προκαθορίζονται κάθε φορά για τις ανάγκες του δειγματοληπτικού σχεδίου και αποτελούν ένα επιπλέον κριτήριο για τον τερματισμό των επιθεωρήσεων που διαρκούν μεγάλο χρονικό διάστημα. Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό, η διαδικασία τερματίζεται όταν βρεθεί ελαττωματική μονάδα κατά την επιθεώρηση i συνεχόμενων μονάδων, ενώ το i έχει ξεπεράσει την τιμή s ($i > s$). Στο *MIL-STD-1235A* υπάρχουν οι πίνακες τιμών του s που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες τιμές του ορίου μέσης εξερχόμενης ποιότητας (*AOQL*) για τα σχέδια *CSP-1*, *CSP-2*, *CSP-T*, *CSP-V*.

4.6 Δειγματοληπτικό σχέδιο CSP-V

Το συνεχές δειγματοληπτικό σχέδιο CSP-V απαιτεί, όπως και το CSP-I, επιστροφή σε ολικό (100%) έλεγχο όταν βρεθεί ελαττωματική μονάδα ενώ παράλληλα δεν χρειάζεται μεγάλες τιμές του i (*clearance number*) για να τεθεί σε εφαρμογή.

Η διαδικασία επιθεώρησης ενός δειγματοληπτικού σχεδίου CSP-V περιλαμβάνει τρία στάδια.

- **Στάδιο 1α:** 100%(ολικός) έλεγχος με *clearance number* i
- **Στάδιο 1β:** 100% (ολικός) έλεγχος με *clearance number* x ($x < i$)
- **Στάδιο 2:** Έλεγχος ενός ποσοστού f μονάδων (μερικός έλεγχος)

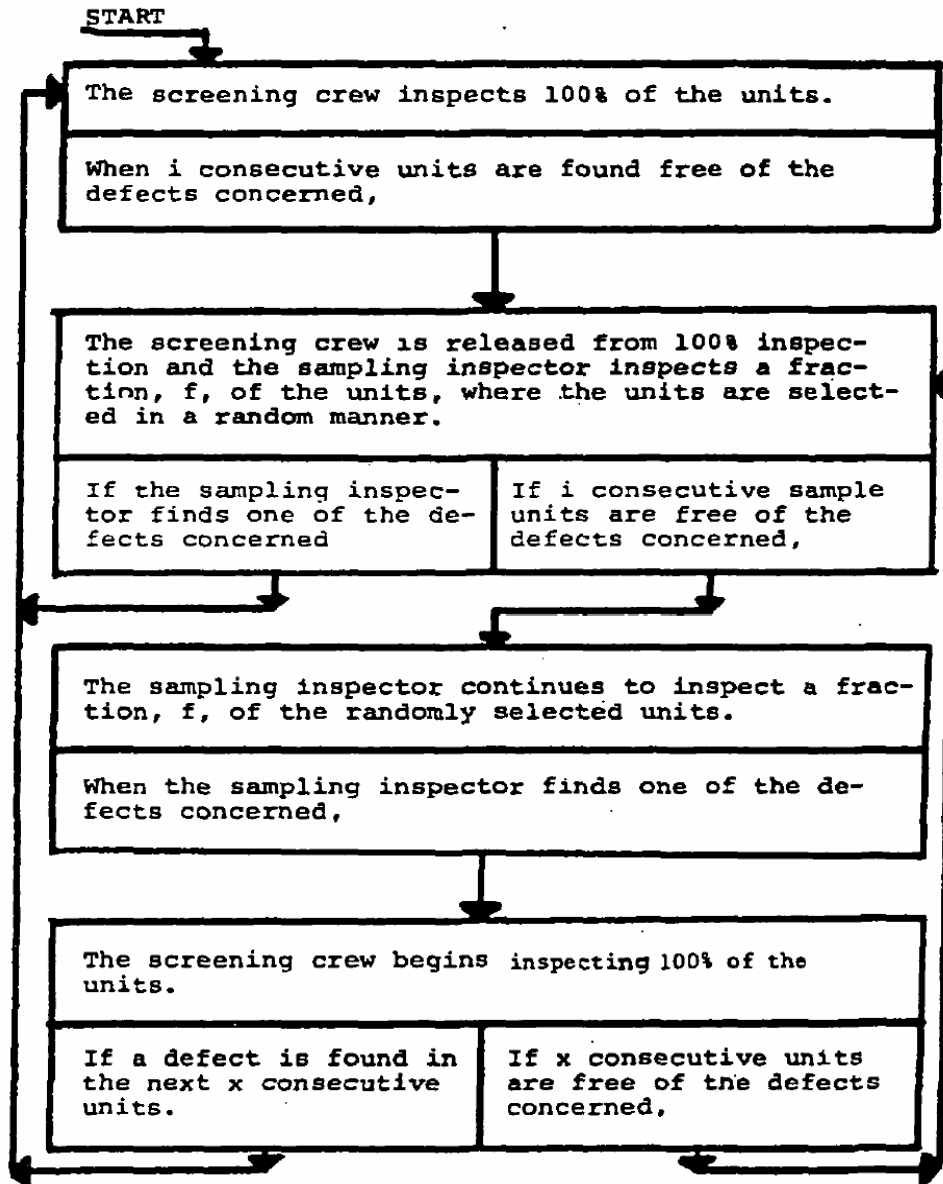
Οι κανόνες αλλαγής ανάμεσα στα τρία στάδια ενός CSP-V σχεδίου είναι τα εξής:

1. Αλλαγή από το Στάδιο 1α στο Στάδιο 2.
Εάν βρεθούν διαδοχικές μη-ελαττωματικές μονάδες κατά την διαδικασία επιθεώρησης του Σταδίου 1α τότε περνάμε στο Στάδιο 2.
2. Αλλαγή από το Στάδιο 1β στο Στάδιο 2.
Εάν βρεθούν διαδοχικές μη-ελαττωματικές μονάδες κατά την διαδικασία επιθεώρησης του Σταδίου 1β τότε περνάμε στο Στάδιο 2.
3. Αλλαγή από το Στάδιο 2 στο Στάδιο 1α.
Εάν κατά το Στάδιο 2 βρεθεί ελαττωματική μονάδα πριν την ολοκλήρωση της επιθεώρησης ενός ποσοστού f μονάδων τότε περνάμε στο Στάδιο 1α.
4. Αλλαγή από το Στάδιο 2 στο Στάδιο 1β.
Εάν κατά το Στάδιο 2 βρεθεί ελαττωματική μονάδα μετά την ολοκλήρωση της επιθεώρησης ενός ποσοστού f μονάδων τότε περνάμε στο Στάδιο 1α.
5. Αλλαγή από το Στάδιο 1β στο Στάδιο 1α.
Εάν βρεθεί ελαττωματική μονάδα κατά την διαδικασία επιθεώρησης του Σταδίου 1β τότε περνάμε στο Στάδιο 1α.

* Οι ελαττωματικές μονάδες αντικαθίστανται από καλές.

Η διαδικασία επιθεώρησης του σχεδίου *CSP-V* απεικονίζεται γραφικά στο Σχήμα 4.16

Σχήμα 4.16 Δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-V* (*MIL-STD-1235C* (1988))



Οι *Govindaraju & Kandasamy* (1994) οι οποίοι μελέτησαν σε βάθος το *CSP-V* σχέδιο, βρήκαν ότι μέση εξερχομένη ποιότητα και ο μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων ενός *CSP-V* δίνονται από τους παρακάτω τύπους:

$$AOQ = \frac{pq^i(1-f)}{q^i + f - fq^i + fq^i(q^i + q^x)}$$

$$AFI = \frac{f(1+q^i(q^i - q^x))}{q^i + f - fq^i + fq^i(q^i + q^x)}$$

Για να υπολογίσουμε το όριο της μέσης εξερχόμενης ποιότητας αρκεί να βρούμε την τιμή p που μεγιστοποιεί την μέση εξερχόμενη ποιότητα. Η τιμή p , έστω p_1 , που μεγιστοποιεί την τιμή του AOQ μπορεί υπολογιστεί από τον παρακάτω τύπο:

$$q_1^i + f - fq_1^i + fq_1^i(q_1^i - q_1^x)(q_1 - ip_1) = p_1 q_1 (iq_1^{i-1}(-1) - ifq_1^{i-1}(-1) + f(q_1^i - q_1^x)iq_1^{i-1}(-1) + fq_1^i(iq_1^{i-1}(-1) - xq_1^{x-1}(-1)))$$

Συνεπώς, το όριο της μέσης εξερχόμενης ποιότητας δίνεται από τον παρακάτω

τύπο:

$$AOQL = \frac{p_1 q_1^i (1-f)}{q_1^i + f - fq_1^i + fq_1^i(q_1^i - q_1^x)}$$

Στον Πίνακα VI-A (*MIL-STD-1235C* (1988)) φαίνονται οι τιμές των i και x που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες τιμές $AOQL$

TABLE VI-A
Values of i and x for CSP-V Plans

Samp Freq Code Ltr	f	AQL* in %								
		0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10.0	
A	1/2	60	39	27	18	12	9	6	3	i
		20	13	9	6	4	3	2	1	x
B	1/3	96	63	42	27	18	12	9	6	i
		32	21	14	9	6	4	3	2	x
C	1/4	120	81	54	36	24	15	12	6	i
		40	27	18	12	8	5	4	2	x
D	1/5	144	96	63	42	27	18	12	9	i
		48	32	21	14	9	6	4	3	x
E	1/7	177	120	78	51	33	21	15	9	i
		59	40	26	17	11	7	5	3	x
F	1/10	213	144	93	60	39	24	18	12	i
		71	48	31	20	13	8	6	4	x
G	1/15	258	174	114	72	48	30	21	12	i
		86	58	38	24	16	10	7	4	x
H	1/25	318	213	138	90	60	36	24	15	i
		106	71	46	30	20	12	8	5	x
I	1/50	405	273	177	114	75	45	30	21	i
		135	91	59	38	25	15	10	7	x
J	1/100	498	333	216	138	90	54	39	24	i
		166	111	72	46	30	18	13	8	x
K	1/200	594	399	258	165	108	63	45	27	i
		198	133	86	55	36	21	15	9	x
		0.53	0.79	1.22	1.90	2.90	4.94	7.12	11.46	
		AOQL in %								

Στον Πίνακα VI-B (*MIL-STD-1235C* (1988)) φαίνονται οι τιμές του s που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες τιμές του *AOQL*

TABLE VI-B
Values of S for CSP-V Plans

Samp Freq Code Ltr	f	AQL* in %							
		0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10.0
A	1/2	98	65	46	28	22	18	13	5
B	1/3	192	127	85	55	38	28	25	19
C	1/4	267	214	141	98	66	53	44	19
D	1/5	390	261	172	119	80	58	44	39
E	1/7	533	409	260	176	121	82	65	39
F	1/10	772	579	377	237	167	102	97	71
G	1/15	1165	857	563	357	249	158	139	71
H	1/25	1754	1327	848	537	427	254	198	120
I	1/50	3251	2467	1604	944	762	415	373	301
J	1/100	5491	4508	2826	1741	1279	746	731	433
K	1/200	8931	7208	4670	2828	2516	1210	1192	659
		0.53	0.79	1.22	1.90	2.90	4.94	7.12	11.46
		AOQL in %							

Ας υποθέσουμε τώρα ότι έχουμε παράγει 5000 μονάδες και θέλουμε να εφαρμόσουμε το σχέδιο *CSP-V* με σκοπό το όριο της μέσης εξερχόμενης ποιότητας της παρτίδας μας να είναι ίση με 0.79%. Το *code letter* που θα αντιστοιχήσουμε στην παραπάνω περίπτωση είναι το *H*. Για να επιτύχουμε την επιθυμητή μέση εξερχόμενη ποιότητα θα πρέπει να πάρουμε σαν f την τιμή 1/25 και σαν i (από πίνακα *Table VI-A*) την τιμή 213. Επίσης, ο αριθμός των i συνεχόμενων επιθεωρημένων μονάδων δεν θα πρέπει να ξεπερνάει την τιμή $s = 1237$. Ανάλογα με τις απαιτήσεις του προμηθευτή ή τις απαιτήσεις του καταναλωτή σχετικά με την τιμή της μέσης εξερχόμενης ποιότητας μπορούμε να αλλάζουμε τις τιμές των παραμέτρων μας προκειμένου να φτάσουμε στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Οι τιμές *AQL* (*acceptance quality level*) χρησιμοποιούνται μόνο σαν δείκτες για να διευκολύνουν την χρήση των παραπάνω πινάκων και δεν έχουν καμία άλλη σχέση με το δειγματοληπτικό σχέδιο (ισχύει και για τα υπόλοιπα σχέδια).

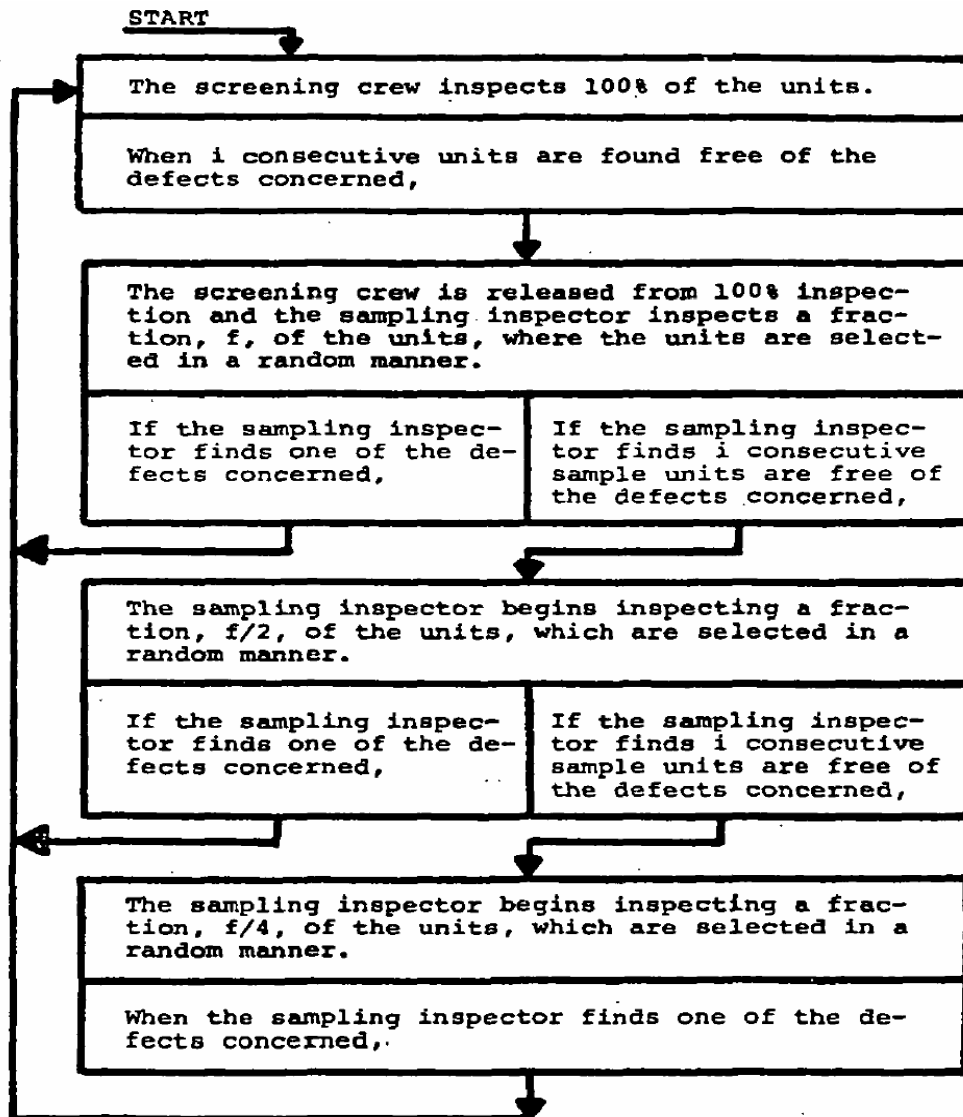
4.7 Δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-T*

Το δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-T*, το οποίο προτάθηκε από τον *Fordice* το 1972, είναι ένα συνεχές δειγματοληπτικό σχέδιο με τρία στάδια επιθεώρησης. Το *CSP-T* έχει πολλές ομοιότητες με το σχέδιο *MLP-T* του *Derman* και είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε να απαιτεί άμεση επιστροφή της διαδικασίας επιθεώρησης σε ολικό έλεγχο στην περίπτωση που βρεθεί ελαττωματική μονάδα και επίσης να απαιτεί μικρότερο αριθμό επιθεωρημένων μονάδων στην περίπτωση που η εισερχόμενη ποιότητα της παρτίδας είναι πολύ καλή. Αξίζει να αναφέρουμε ότι οι *Balamurali* και *Chi-Hyuck Jun*, πρότειναν το 2004 το *MCSP-T (modified CSP-T)*, μία τροποποιημένη μορφή του σχεδίου *CSP-T*, το οποίο έχει ακριβώς τις ίδιες ποσότητες απόδοσης με το *CSP-T*. Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με το *MCSP-T* σχέδιο μπορούμε να βρούμε στο άρθρο των *Balamurali & Chi-Hyuck Jun* (2004). Η διαδικασία επιθεώρησης του σχεδίου *CSP-T* έχει ως εξής:

- **Βήμα 1:** Ξεκινάμε την διαδικασία επιθεώρησης με ολικό (100%) έλεγχο έως ότου βρεθούν i συνεχόμενες μη-ελαττωματικές μονάδες.
- **Βήμα 2:** Όταν βρεθούν i συνεχόμενες μη-ελαττωματικές μονάδες τότε σταματάμε τον ολικό έλεγχο και συνεχίζουμε με μερικό, δηλαδή επιθεωρούμε μόνο ένα ποσοστό f μονάδων, συλλέγοντας μεμονωμένες μονάδες από την παραγωγή, μία κάθε φορά, έτσι ώστε να σχηματίσουμε ένα τυχαίο δείγμα. Συνεχίζουμε τον μερικό έλεγχο έως ότου βρεθούν i μη-ελαττωματικές μονάδες.
- **Βήμα 3:** Στην περίπτωση που βρεθούν i μη-ελαττωματικές μονάδες στο προηγούμενο βήμα, συνεχίζουμε τον μερικό έλεγχο με την μόνη διαφορά ότι σε αυτό το βήμα επιθεωρούμε ένα ποσοστό $f/2$ μονάδων.
- **Βήμα 4:** Εάν βρεθούν i μη-ελαττωματικές μονάδες στο παραπάνω βήμα τότε συνεχίζουμε το μερικό έλεγχο και επιθεωρούμε ένα ποσοστό $f/4$ μονάδων.
- **Βήμα 5:** Στην περίπτωση που βρεθεί ελαττωματική μονάδα σε οποιοδήποτε βήμα επιστρέφουμε σε ολικό (100%) έλεγχο.

Η διαδικασία επιθεώρησης του *CSP-T* φαίνεται στο Σχήμα 4.17

Σχήμα 4.17 Δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-T* (*MIL-STD-1235C* (1988))



Ο μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων κατά την διάρκεια του ολικού ελέγχου ενός σχεδίου *CSP-T* είναι ίσος με:

$$u = \frac{1 - q^i}{pq^i}$$

Ο μέσος αριθμός των μονάδων που περνούν από μερικό έλεγχο δίνεται από τον τύπο:

$$v = \frac{1 + q^i + 2q^{2i}}{p}$$

Ο μέσος αριθμός επιθεωρημένων μονάδων κατά την διάρκεια ενός κύκλου επιθεώρησης είναι:

$$AFI = \frac{f}{f + (1-f)q^i + q^{2i} + 2q^{3i}}$$

Η συνάρτηση της χαρακτηριστικής καμπύλης ενός CSP-T, η οποία δηλώνει το μέσο ποσοστό των μονάδων ενός κύκλου ελέγχου που περνούν από δειγματική εξέταση (ή το μέσο ποσοστό της συνολικής παραγωγής που γίνεται αποδεκτό κατά τη φάση του δειγματοληπτικού ελέγχου), δίνεται από τον τύπο:

$$P_a = L(p) = \frac{q^i + q^{2i} + 2q^{3i}}{f + (1-f)q^i + q^{2i} + 2q^{3i}}$$

Η μέση εξερχόμενη ποιότητα είναι ίση με :

$$AOQ(p) = \frac{pq^i[(1-f) + q^i + 2q^i]}{f + (1-f)q^i + q^{2i} + 2q^{3i}}$$

Στον πίνακα V-A (MIL-STD-1235C (1988)) φαίνονται οι τιμές του i ενός CSP-T που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες τιμές του AOQL.

TABLE V-A
Values of i for CSP-T Plans

Samp Freq Code Ltr	f	AQL* in %							
		0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10.0
A	1/2	87	58	38	25	16	10	7	5
B	1/3	116	78	51	33	22	13	9	6
C	1/4	139	93	61	39	26	15	11	7
D	1/5	158	106	69	44	29	17	12	8
E	1/7	189	127	82	53	35	21	14	9
F	1/10	224	150	97	63	41	24	17	11
G	1/15	266	179	116	74	49	29	20	13
H	1/25	324	217	141	90	59	35	24	15
I	1/50	409	274	177	114	75	44	30	19
J,K	1/100	499	335	217	139	91	53	37	23
		0.53	0.79	1.22	1.90	2.90	4.94	7.12	11.46
		AOQL in %							

Στον Πίνακα V-B (*MIL-STD-1235C* (1988)) φαίνονται οι τιμές του s ενός *CSP-T* που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες τιμές του *AOQL*.

TABLE V-B
Values of s for CSP-T Plans

Samp Freq Code Ltr	f	AQL* in %							
		0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10.0
A	1/2	159	117	77	52	34	22	13	12
B	1/3	256	197	128	80	59	35	25	18
C	1/4	379	253	167	103	78	43	38	24
D	1/5	444	320	210	130	93	54	43	30
E	1/7	725	460	289	188	137	81	59	34
F	1/10	857	619	398	261	189	104	88	58
G	1/15	1254	900	584	368	376	152	126	84
H	1/25	1885	1396	923	545	421	235	198	122
I	1/50	3283	2477	1604	1013	764	408	374	223
J,K	1/100	5753	4541	2948	1754	1341	708	653	391
		0.53	0.79	1.22	1.90	2.90	4.94	7.12	11.46
		AOQL in %							

4.8 Δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-F*

Το δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-F*, το οποίο προτάθηκε από τον *Roberts* το 1965 και μελετήθηκε αργότερα από τον *Lasater* το 1970, είναι το δεύτερο σε σειρά σχέδιο που περιλαμβάνεται στο *MIL-STD-1235A* και έχει ακριβώς τα ίδια χαρακτηριστικά με το δειγματοληπτικό σχέδιο *CSP-I* του *Dodge*. Το κύριο χαρακτηριστικό του σχεδίου *CSP-F* είναι ότι χρησιμοποιείται κυρίως για παραγωγές μικρού μήκους (ημερήσια παραγωγή) όπου παράγονται λίγα προϊόντα. Η διαδικασία επιθεώρησης του σχεδίου *CSP-F* είναι ακριβώς η ίδια με αυτή του σχεδίου *CSP-I*, με την μόνη διαφορά ότι οι τιμές του i είναι μικρότερες στη διαδικασία του *CSP-F*.

Στους παρακάτω πίνακες (Tables III-A- 1 – 12, *MIL-STD-1235C* (1988)) φαίνονται οι τιμές του i που αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες τιμές του *AOQL*

TABLE III-A-1

Values of i for CSP-F Plans

AQL* - .010%
AOQL - .018%

Samp Freq Code Ltr	A	B	C	D	E	F	G	H
f	1/2	1/3	1/4	1/5	1/7	1/10	1/15	1/25
N								
1-500	347	376	387	392	398	402	405	407
501-600	400	432	449	458	461	464	470	472
601-700	441	485	502	517	519	523	529	531
701-800	482	530	577	585	589	591	594	596
801-1,000	545	618	647	662	678	689	697	703
1,001-1,500	679	799	843	870	900	903	920	935
1,501-2,000	784	942	1008	1044	1082	1108	1128	1143
2,001-3,000	929	1163	1264	1320	1380	1423	1455	1479
3,001-4,000	1029	1328	1462	1538	1620	1679	1723	1757
4,001-5,000	1101	1458	1624	1718	1822	1896	1952	1996
5,001-6,000	1156	1564	1759	1871	1996	2086	2154	2208
6,001-7,000	1199	1651	1874	2004	2149	2255	2335	2398
7,001-8,000	1234	1725	1974	2125	2285	2407	2499	2572
8,001-9,000	1262	1789	2061	2224	2408	2545	2649	2732
9,001-10,000	1286	1844	2138	2317	2520	2671	2788	2880
10,001-11,000	1306	1891	2207	2400	2622	2788	2917	3018
11,001-12,000	1323	1933	2269	2496	2716	2897	3037	3148
12,001-15,000	1363	2034	2420	2666	2957	3181	3356	3497
15,001-20,000	1405	2146	2598	2898	3265	3554	3787	3975
20,001-30,000	1449	2271	2808	3183	3670	4076	4414	4698

Samp Freq Code Ltr	A	B	C	D	E	F	G	H
f	1/2	1/3	1/4	1/5	1/7	1/10	1/15	1/25
N								
30,001-40,000	1473	2340	2926	3352	3924	4424	4858	5232
40,001-50,000	1487	2383	3003	3462	4097	4674	5191	5651
50,001-60,000	1497	2413	3056	3539	4223	4861	5451	5990
60,001-70,000	1504	2435	3095	3597	4317	5005	5659	6271
70,001-80,000	1509	2451	3125	3642	4391	5120	5828	6508
80,001-90,000	1514	2464	3149	3677	4451	5213	5969	6712
90,001-100,000	1517	2475	3168	3706	4500	5291	6088	6888
100,001-150,000	1527	2507	3228	3796	4652	5539	6481	7501
150,001-200,000	1532	2523	3258	3842	4733	5673	6700	7865
200,001-250,000	1535	2533	3277	3870	4783	5756	6840	8105
250,001-300,000	1537	2540	3290	3890	4816	5813	6936	8274
300,001 and over	1540	2550	3340	3960	4950	6050	7390	9110

TABLE III-A-2

Values of i for CSP-F Plans

AQL* - .015%
AOQL - .033%

Samp Freq Code Ltr	A	B	C	D	E	F	G	H
f	1/2	1/3	1/4	1/5	1/7	1/10	1/15	1/25
N								
1-500	282	318	332	340	347	353	357	359
501-700	340	400	421	437	442	455	460	465
701-1,000	411	490	522	540	559	572	581	589
1,001-2,000	545	697	764	802	843	872	894	911
2,001-3,000	617	826	924	981	1043	1088	1122	1148
3,001-4,000	661	915	1041	1115	1198	1259	1305	1341
4,001-5,000	691	981	1132	1222	1324	1400	1458	1504
5,001-6,000	713	1032	1204	1309	1431	1521	1591	1647
6,001-7,000	729	1072	1263	1382	1521	1626	1708	1773
7,001-8,000	742	1104	1321	1442	1600	1719	1813	1888
8,001-9,000	752	1131	1354	1498	1669	1802	1907	1992
9,001-10,000	760	1153	1389	1544	1731	1877	1994	2088
10,001-11,000	767	1172	1420	1584	1786	1945	2073	2176
11,001-12,000	773	1189	1447	1620	1835	2007	2145	2259
12,001-15,000	786	1229	1509	1706	1958	2163	2334	2476
15,001-20,000	800	1266	1578	1803	2101	2358	2578	2765
20,001-30,000	815	1309	1654	1911	2272	2604	2907	3179
30,001-40,000	822	1332	1695	1971	2370	2753	3120	3466
40,001-50,000	826	1345	1720	2009	2433	2852	3268	3678
50,001-60,000	829	1355	1737	2035	2477	2922	3377	3841

Samp Freq Code Ltr	A	B	C	D	E	F	G	H
f	1/2	1/3	1/4	1/5	1/7	1/10	1/15	1/25
N								
60,001-70,000	599	985	1271	1497	1841	2201	2591	3025
70,001-80,000	600	988	1276	1505	1855	2224	2628	3088
80,001-90,000	600	990	1280	1511	1865	2241	2657	3138
90,001-100,000	600	994	1283	1516	1874	2256	2681	3180
100,001 and over	600	1000	1310	1550	1940	2370	2890	3570

TABLE III-A-4

Values of i for CSP-F Plans

AQL* - .040%
AOQL - .074%

Samp Freq Code Ltr	A	B	C	D	E	F	G	H
f	1/2	1/3	1/4	1/5	1/7	1/10	1/15	1/25
N								
1-500	195	233	250	259	268	275	280	284
501-1,000	253	327	361	380	400	415	426	435
1,001-2,000	302	424	485	522	563	593	617	635
2,001-3,000	324	474	557	608	668	713	748	776
3,001-4,000	336	504	604	667	744	803	850	887
4,001-5,000	343	525	636	710	801	874	932	979
5,001-6,000	348	539	660	743	847	931	1000	1057
6,001-7,000	352	550	679	768	884	979	1058	1124
7,001-8,000	355	559	693	789	914	1020	1109	1184
8,001-9,000	357	566	705	805	939	1054	1153	1237
9,001-10,000	359	571	715	819	960	1084	1192	1285
10,001-11,000	361	576	723	831	979	1111	1227	1329
11,001-12,000	362	580	730	841	995	1134	1258	1369
12,001-15,000	365	588	746	864	1032	1189	1335	1469
15,001-20,000	368	598	762	888	1072	1251	1426	1595
20,001-30,000	371	607	779	914	1116	1321	1534	1756
30,001-40,000	373	612	788	928	1139	1359	1595	1855
40,001-50,000	373	615	794	936	1153	1383	1635	1921
50,001-60,000	374	617	797	942	1163	1399	1662	1968
60,001-70,000	375	618	800	946	1170	1411	1682	2004
70,001 and over	375	620	810	965	1205	1470	1800	2215

TABLE III-A-5

Values of i for CSP-F Plans

AQL* - .065%
AOQL - .113%

Samp Freq Code Ltr	A	B	C	D	E	F	G	H
f	1/2	1/3	1/4	1/5	1/7	1/10	1/15	1/25
N								
1-500	155	190	207	216	226	233	239	243
501-1,000	187	254	286	305	325	340	352	361
1,001-2,000	213	312	367	401	441	471	494	513
2,001-3,000	223	339	409	455	510	554	589	617
3,001-4,000	229	354	434	489	558	614	659	697
4,001-5,000	232	364	451	512	592	659	715	762
5,001-6,000	235	371	463	529	618	694	760	816
6,001-7,000	236	376	472	542	638	722	797	862
7,001-8,000	238	380	479	552	654	746	828	902
8,001-9,000	239	384	485	560	667	765	855	937
9,001-10,000	240	386	489	567	678	782	879	968
10,001-11,000	240	388	493	573	687	796	899	995
11,001-12,000	241	390	496	578	695	808	917	1020
12,001-15,000	242	394	504	588	713	836	959	1082
15,001-20,000	243	398	511	600	732	867	1007	1154
20,001-30,000	245	402	519	611	752	900	1061	1242
30,001-40,000	245	404	523	617	762	918	1090	1292
40,001 and over	245	405	530	630	790	965	1180	1450

TABLE III-A-6
Values of i for CSP-F Plans

AQL* - 0.10%
AOQL - .143%

Samp Freq Code Ltr	A	B	C	D	E	F	G	H
f	1/2	1/3	1/4	1/5	1/7	1/10	1/15	1/25
N								
1-500	130	167	184	193	204	211	216	221
501-1,000	156	217	248	267	287	302	314	323
1,001-2,000	173	260	310	342	377	410	433	452
2,001-3,000	180	278	340	382	434	477	511	539
3,001-4,000	184	288	357	406	469	522	567	605
4,001-5,000	186	295	369	422	494	556	611	657
5,001-6,000	188	300	377	434	512	582	645	700
6,001-7,000	189	303	383	442	526	603	673	737
7,001-8,000	190	305	387	449	537	619	696	768
8,001-9,000	190	307	391	454	545	633	716	794
9,001-10,000	191	309	394	459	553	644	733	818
10,001-11,000	191	310	396	462	559	654	747	839
11,001-12,000	192	312	398	465	564	662	760	857
12,001-15,000	192	314	403	472	576	681	790	902
15,001-20,000	193	317	408	480	588	701	822	954
20,001-30,000	194	319	413	487	601	723	858	1014
30,001-40,000	194	321	415	491	608	734	877	1048
40,001 and over	194	321	417	493	612	741	889	1069

TABLE III-A-7
Values of i for CSP-F Plans

AQL* - 0.15%
AOQL - .198%

Samp Freq Code Ltr	A	B	C	D	E	F	G	H
f	1/2	1/3	1/4	1/5	1/7	1/10	1/15	1/25
N								
1-500	103	138	155	164	174	182	187	192
501-1,000	119	173	201	219	239	254	266	275
1,001-2,000	130	199	242	271	306	335	358	377
2,001-3,000	133	209	260	295	342	382	415	443
3,001-4,000	135	215	270	310	364	413	455	492
4,001-5,000	136	219	276	319	379	434	485	530
5,001-6,000	137	221	281	326	390	451	508	561
6,001-7,000	138	223	284	331	398	463	526	586
7,001-8,000	138	224	287	334	404	473	541	607
8,001-9,000	139	226	289	337	409	481	553	625
9,001-10,000	139	226	290	340	413	487	563	640
10,001-11,000	139	227	291	342	417	493	572	654
11,001-12,000	139	228	293	343	420	498	579	666
12,001-15,000	140	229	295	347	426	508	597	694
15,001-20,000	140	230	298	351	433	520	615	725
20,001-30,000	140	232	300	355	440	531	635	760
30,001 and over	140	232	303	360	450	550	672	828

TABLE III-A-8
Values of i for CSP-F Plans

AQL* - 0.25%
AOQL - 0.33%

Samp Freq Code Ltr	A	B	C	D	E	F	G	H
f	1/2	1/3	1/4	1/5	1/7	1/10	1/15	1/25
N								
1-500	70	99	114	123	133	140	146	151
501-1,000	77	116	140	155	174	188	200	209
1,001-2,000	81	127	158	181	211	236	258	277
2,001-3,000	82	132	166	192	228	261	291	318
3,001-4,000	83	134	170	198	237	276	312	347
4,001-5,000	83	135	173	201	244	286	327	368
5,001-6,000	84	136	174	204	248	293	338	384
6,001-7,000	84	137	176	206	251	298	346	397
7,001-8,000	84	137	177	207	254	302	353	408
8,001-9,000	84	138	177	209	256	305	358	416
9,001-10,000	84	138	178	209	257	308	362	424
10,001-11,000	84	138	178	210	259	310	366	430
11,001-12,000	84	139	179	211	260	312	369	435
12,001-15,000	84	139	180	212	262	316	376	447
15,001-20,000	84	140	181	214	265	320	384	460
20,001 and over	84	140	182	217	270	335	410	500

TABLE III-A-9
Values of i for CSP-F Plans

AQL* - 0.40%
AOQL - 0.53%

Samp Freq Code Ltr	A	B	C	D	E	F	G	H
f	1/2	1/3	1/4	1/5	1/7	1/10	1/15	1/25
N								
1-500	47	69	82	91	100	108	113	118
501-1,000	50	78	96	108	125	138	149	159
1,001-2,000	52	83	104	121	144	165	185	203
2,001-3,000	52	84	108	125	151	177	202	227
3,001-4,000	53	85	109	128	156	184	213	243
4,001-5,000	53	86	110	129	158	188	220	254
5,001-6,000	53	86	111	130	160	191	225	262
6,001-7,000	53	86	111	131	162	194	229	269
7,001-8,000	53	87	112	132	163	195	231	273
8,001-9,000	53	87	112	132	163	197	234	277
9,001-10,000	53	87	112	133	164	198	236	281
10,001-11,000	53	87	113	133	165	199	237	283
11,001-15,000	53	87	113	134	166	201	241	291
15,001 and over	53	87	113	135	168	207	255	315

TABLE III-A-10

Values of i for CSP-F Plans

AQL* - 0.65%
AOQL - 0.79%

Samp Freq Code Ltr	A	B	C	D	E	F	G	H
f	1/2	1/3	1/4	1/5	1/7	1/10	1/15	1/25
N								
1-500	33	50	61	68	77	84	90	95
501-1,000	35	54	68	78	92	104	114	123
1,001-2,000	35	57	72	84	102	120	136	152
2,001-3,000	36	58	74	87	106	125	145	167
3,001-4,000	36	58	75	88	108	128	151	176
4,001-5,000	36	58	75	88	109	131	154	182
5,001-10,000	36	59	76	90	112	135	162	195
10,001 and over	36	59	76	91	113	138	170	210

TABLE III-A-11

AQL* - 1.0%
AOQL - 1.22%

1-500	22	35	43	49	56	63	68	73
501-1,000	23	37	46	54	64	74	83	92
1,001-2,000	23	38	48	56	69	81	95	109
2,001-3,000	23	38	49	57	70	84	99	117
3,001-4,000	23	38	49	58	71	86	102	121
4,001-5,000	23	38	49	58	72	87	104	124
5,001-10,000	23	38	49	58	73	89	107	130
10,001 and over	23	38	49	58	73	89	108	134

TABLE III-A-12

Values of i for CSP-F Plans

AQL* - 1.5%
AOQL - 1.90%

Samp Freq Code Ltr	A	B	C	D	E	F	G	H
f	1/2	1/3	1/4	1/5	1/7	1/10	1/15	1/25
N								
1-500	15	23	29	34	40	45	50	55
501-1,000	15	24	31	36	43	51	59	66
1,001-2,000	15	25	32	37	46	54	64	75
2,001-3,000	15	25	32	38	46	56	66	79
3,001-4,000	15	25	32	38	47	56	67	81
4,001-5,000	15	25	32	38	47	57	68	82
5,001-6,000	15	25	32	38	47	57	69	83
6,001-7,000	15	25	32	38	47	57	69	84
7,001-8,000	15	25	32	38	47	57	69	84
8,001-9,000	15	25	32	38	47	57	69	85
9,001-10,000	15	25	32	38	47	57	70	85
10,001 and over	15	25	32	38	47	57	70	85

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

Αντζουλάκος, Δ.(2003). *Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας, Σημειώσεις παραδόσεων του μαθήματος στα πλαίσια του Π.Μ.Σ στην Εφαρμοσμένη Στατιστική Πανεπιστήμιο Πειραιώς*

Ξένη

- Balamurali, S., & M. Kalyanasundaram (2000). "Generalized tightened two-level continuous sampling plans", *Journal of Applied Statistics*, Vol. 27(1), pp. 23-38
- Balamurali, S. & K. Govindaraju (1998). "Tightened single-level continuous sampling plan", *Journal of Applied Statistics*, Vol. 25(4), pp. 451-461
- Balamurali, S., & Chi-Hyuck Jun (2004). "Modified CSP-T Sampling Procedures for Continuous Production Processes", *Quality Technology & Quantitative Management*, Vol. 1(2), pp. 175-188
- Chung-Ho Chen & Chao-Yu Chou (2002). "A Note on the Continuous Sampling Plan CSP-V", *Economic Quality Control*, Vol. 17(2), pp. 235-239
- Derman, C., M. V. Johns & G. J. Lieberman (1959). "Continuous Sampling Procedures Without Control", *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 30(4), pp. 1175-1191
- Derman, C., S. Littaur & H. Solomon (1957). "Tightened Multi-Level Sampling Plans", *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 28(2), pp. 395-404
- Dodge, H. F. (1943). "A Sampling Inspection for Continuous Sampling Production", *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 14(3), pp. 264-279
- Dodge, H. F. & M. N. Torrey (1951). "Additional continuous sampling inspection plans", *Industr. Qual. Contr.*, Vol. 7(5), pp.7-12
- Evans, J. R., & W. M. Lindsay (1999). *The management and control of Quality (4th Edition)*, South Western College Publishing, U.S.A.
- Fordice, J. J. (1972). "A tightened multi-level continuous sampling plan, CSP-T.", *Report No. QEM 21-230-10, Ammunition Procurement and supply Agency, Joliet, Illinois*
- Govindaraju, K. (1989). "Procedures and tables for the selection of CSP-1 plans", *Journal of Quality Technology*, Vol. 21, pp. 46-50
- Govindaraju, K., & C. Kandasamy (1993). "Selection of tightened two-level continuous sampling plans", *Journal of Applied Statistics*, Vol. 20, pp. 271-284
- Govindaraju, K., & C. Kandasamy (1994). "Selection of CSP-V continuous sampling plans", *Journal of Applied Statistics*, Vol. 21, pp. 235-254

- Govindaraju, K., & C. Kandasamy (2000). "Design of generalized CSP-c continuous sampling plan", *Journal of Applied Statistics*, Vol. 27(7), pp. 829-841
- Grace, L. Y. (1983). "A Renewal-Process Approach to Continuous Sampling Plans", *Tecnometrics*, Vol.25(1), pp. 59-67
- Juran, J. M., F. M. Gryna, R. S. Bingham (1974). *Quality control handbook (3^d Edition)*, Mc Graw Hills, U.S.A
- Lasater, H. A. (1970). "On the robustness of a class of continuous sampling plans under certain types of process models", *PhD Dissertation*, Rutgers University, New Brunswick, NJ.
- Lieberman, G. J., & H. Solomon (1955). "Multi-level Continuous Sampling Plans", *Journal of Mathematical Statistics*, Vol. 26(4), pp. 686-704
- Lieberman, G. J., C. Derman, & M. V. Johns (1959). "Continuous Procedures Without Control", *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 30(4), pp. 1175-119
- Montgomery, C. D. (2005). *Introduction to Statistical Quality Control (5e Edition)*, Wiley International Edition, Arizona State
- Phillips, M. J. (1969). "A Survey for Continuous Production", *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, Vol. 132(2), pp.205-208
- Roberts, S. W. (1965). "States of Markov chains for evaluating continuous sampling plans", *Transactions of the 17th Annual All Day Conference on Quality Control*, Metropolitan Section, ASQC, and Rutgers University, New Brunswick, NJ, pp. 106-111
- Schilling, E. G. (1982). *Acceptance Sampling in Quality Control*, Marcel Dekker, New York-Basel
- Stephens, K. S. (1979). "How to perform continuous sampling (CSP)", *ASQC Basic References in Quality Control, Statistical Techniques*, Vol. 2, Milwaukee, WI, American Society for Quality Control
- United States Department of Defense (1988). *Single and Multi-Level Continuous Sampling Procedures and Tables for Inspection by Attributes*, MIL-STD-1235C, U.S. Government Printing Office, Washington B.C
- Wetheril, W. K., & Chiu W. K (1975). "A Review of Acceptance Sampling Schemes with Emphasis on the Economic Aspect", *International Statistical Review*, Vol. 43(2), pp. 191-210