

# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα σπουδών  
στη Χρηματοοικονομική Ανάλυση

Διπλωματική Εργασία

Υποδείγματα διαχείρισης κινδύνου .



Επιβλέπων καθηγητής : Νικήτας Πιπτής  
Μεταπτυχιακή φοιτήτρια : Ουρανία Κουτσονίκα

Αθήνα , Ιανουάριος 2003

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Γενικά περί οικονομικού κινδύνου	3.
2. Γενική παρουσίαση του Value at Risk	3
2.1. Ορισμοί σχετικού (relative ) και απόλυτου (absolute) VaR	8
3. Μέθοδοι υπολογισμού VaR	9
3.1 Μέθοδος variance-covariance	9.
3.2. Μέθοδος της Ιστορικής προσομοίωσης	12.
3.3. Μέθοδος Monte Carlo	13
4. Εφαρμογή – παραδείγματα .	15
5. Επαλήθευση μοντέλων back testing	22
5.1. Μέθοδοι Back Testing	23
6. Βιβλιογραφία	27

## 1. ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ .

Στη χρηματοοικονομική επιστήμη και τη θεωρία των επενδύσεων ο κίνδυνος ορίζεται ως η πιθανότητα να συμβεί ένα δυσμενές γεγονός κάποια χρονική περίοδο .

Στην θεωρία των επενδύσεων ο κίνδυνος απεικονίζεται από τη μεταβλητότητα των αποδόσεων τους και η μέτρηση του, γίνεται από την τυπική απόκλιση των προσδοκώμενων αποδόσεων γύρω από την μέση τιμή τους .

Για τις ασφαλιστικές εταιρείες, ως κίνδυνος νοείται ένα οποιοδήποτε αβέβαιο ενδεχόμενο , αρκεί να είναι γνωστή η πιθανότητα εμφάνισης του .

Ανεξαρτήτως του χρησιμοποιούμενου ορισμού , όλα τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα και ιδιαίτερα οι τράπεζες , αναλαμβάνουν και διαχειρίζονται κινδύνους στα περισσότερα αν όχι σε όλα τα είδη των εργασιών τους .

Άλλωστε , η διαχείριση κινδύνου ( risk management) από τραπεζικά ιδρύματα αποτελεί μία από τις θεμελιώδεις λειτουργίες τους και έναν από τους βασικούς λόγους ύπαρξής τους ως διαμεσολαβητικών μονάδων στο χρηματοοικονομικό σύστημα.

Οι σύγχρονες τάσεις στο διεθνές χρηματοοικονομικό σύστημα (απελευθέρωση των αγορών , από – εξειδίκευση υπηρεσιών , αποδιαμεσολάβηση και νέες τεχνολογίες ) συνεπάγονται ότι ο αριθμός και η ποικιλία των κινδύνων , στους οποίους εκτίθενται μία τράπεζα ή ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα , αυξάνει διαρκώς και είναι αναγκαίο να βρεθούν τρόποι μετρήσεως και αντιμετώπισεως τους .

Είναι κοινός τόπος , ότι η διαχείριση κινδύνων αποσκοπεί στην λήψη εκ των προτέρων προληπτικών μέτρων και όχι στην εκ των υστέρων παρέμβαση , σε διαμορφωμένες και μη αντιστρέψιμες καταστάσεις.

Επισημαίνεται ότι η διαχείριση κινδύνου δεν έχει ως πρωταρχικό σκοπό την αποφυγή του κινδύνου αλλά την ελαχιστοποίηση του.

## 2 . ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΟΥ VALUE AT RISK .

Τα υποδείγματα μέτρησης των κινδύνων είναι μέθοδοι οι οποίες υπολογίζουν με σχετική ή μεγάλη ακρίβεια το ύψος του ποσού ενός χαρτοφυλακίου που βρίσκεται σε κίνδυνο .

Μία τέτοια μέθοδο ανέπτυξε η J.P.Morgan και την ονόμασε Value At Risk (VaR) .

Οι λόγοι που ώθησαν την εταιρεία αυτή, στην κατασκευή μιας τεχνικής μεθόδου, που θα μετράει τους κινδύνους (πιστωτικός, αγοράς και ρευστότητας) στους οποίους είναι εκτεθειμένο ένα πιστωτικό ίδρυμα, ήταν:

1. Η ανάγκη μεγαλύτερης διαφάνειας στη διαχείριση κινδύνου αφού η διαφάνεια αποτελεί και το κλειδί σε αυτήν.
2. Ο προσδιορισμός ενός σημείου αναφοράς (benchmark), το οποίο επιτρέπει να γίνονται συγκρίσεις μεταξύ των διαφόρων κινδύνων, οι οποίοι όμως έχουν μετρηθεί με τα ίδια μέτρα και σταθμά.
3. Η δυνατότητα να παρέχει προβλέψεις και συμβουλές στους πελάτες της, πιο αξιόπιστες και ακριβείς.

Το VaR ορίζεται ως το μέγιστο ποσό απώλειας ή ζημιάς που μπορεί να υποστεί μια θέση ή ένα χαρτοφυλάκιο, που έχουν αποτιμηθεί για ένα δεδομένο επίπεδο εμπιστοσύνης και για καθορισμένη χρονική περίοδο. Με άλλα λόγια είναι σαν να λέμε ότι «έχουμε X τοις εκατό βεβαιότητα ότι δεν θα χάσουμε περισσότερα από V χρήματα τις επόμενες N μέρες» όπου V το VaR, X το επίπεδο εμπιστοσύνης και N ο χρονικός ορίζοντας.

Από τον ορισμό φαίνεται ότι το VaR είναι συνάρτηση του επιπέδου εμπιστοσύνης και του χρονικού διαστήματος.

Ως εκ τούτου, η επιλογή των δύο αυτών παραγόντων είναι ένα εξαιρετικά ευαίσθητο σημείο που επηρεάζει την ακρίβεια και την αξιοπιστία του αποτελέσματος.

Το επίπεδο εμπιστοσύνης, καθορίζει ποια είναι η πιθανότητα η επένδυσή μας να έχει απόδοση χειρότερη του VaR.

Το ιδανικό επίπεδο εμπιστοσύνης είναι 99,99% όμως γι' αυτό το επίπεδο, ο προσδιορισμός της κατανομής στα άκρα δεν θα ήταν ακριβής. Μια πιο επίπεδη κατανομή υποδηλώνει μεγαλύτερο κίνδυνο από μια άλλη πιο καμπύλη.

Γενικά ο κάτω αριστερά κίνδυνος μπορεί να μετρηθεί με την ποσόστωση (quantile) της κατανομής.

Ως ποσόστωση q, ορίζουμε ένα κομμάτι, ένα μέρος της γραφικής παράστασης, τέτοιο ώστε η περιοχή που βρίσκεται δεξιά του (ή αριστερά του) να αντιπροσωπεύει μία ορισμένη πιθανότητα c δηλαδή:

$$c = \text{prob}(X \geq q) = \int_q^{\infty} f(x)dx = 1 - F(q)$$

Αν η κατανομή είναι κανονική αυτές οι ποσοστώσεις μπορούν να βρεθούν από τους στατιστικούς πίνακες που αναφέρονται στην κανονική κατανομή:

Confidence level	Quantile (-a =c )
99.99	-3,715
99,9	-3,090
99	-2,326
97,75	-1,960
95	-1,645
90	-1,282
84,13	-1
50	-0,0

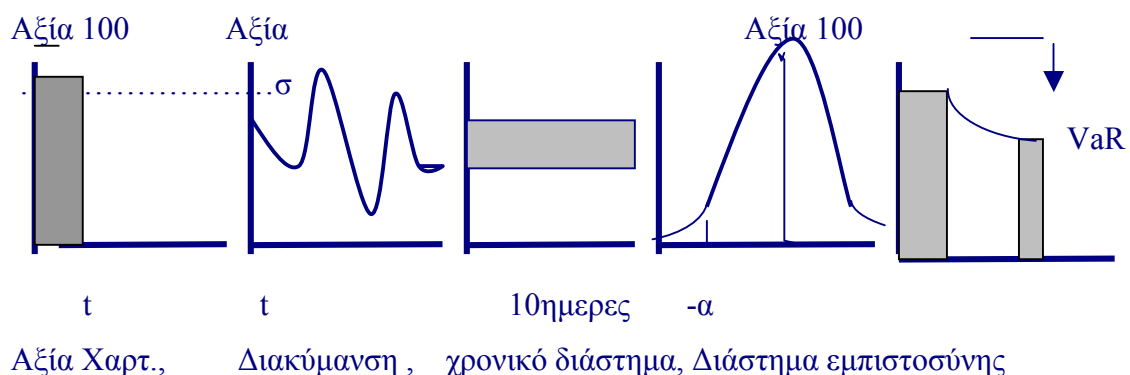
Συνήθως επιλέγουμε ένα ποσοστό γύρω στο 95 % .

Όσον αφορά τον χρονικό ορίζοντα , η επιλογή του εξαρτάται από τη σύνθεση του χαρτοφυλακίου . Για χαρτοφυλάκια με μακροπρόθεσμες επενδύσεις , που είναι και σχετικά σταθερά , το χρονικό διάστημα των τριών μηνών θεωρείται ικανοποιητικό , ενώ για ευμετάβλητα χαρτοφυλάκια ο χρονικός ορίζοντας της μίας μέρας πιο αποδεκτός .

Τα βήματα που ακολουθούνται για τον υπολογισμό του VaR είναι :

- Αποτίμηση του χαρτοφυλακίου με τιμές της αγοράς .
- Μέτρηση της μεταβλητότητας των παραμέτρων κινδύνου (τυπική απόκλιση) .
- Προσδιορισμός του χρονικού ορίζοντα της μέτρησης του VaR
- Προσδιορισμός του επιπέδου εμπιστοσύνης για τον υπολογισμό του VaR .
- Υπολογισμός του VaR.

Παράδειγμα : Έστω ένα χαρτοφυλάκιο αξίας 100 εκ. , του οποίου η τυπική απόκλιση είναι 15% . Θέλουμε να υπολογίσουμε το VaR του για τις επόμενες 10 εργάσιμες ημέρες και με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% (που αντιστοιχεί σε 2,33 σύμφωνα με την κανονική κατανομή).



Έτσι το  $\text{VAR} = 100\text{εκ} \times 15\% \times \sqrt{10/252} \times 2,33 = 7 \text{ εκ.}$  ,που σημαίνει ότι στις επόμενες 10 μέρες και με πιθανότητα 99% , η ζημιά που μπορεί να υποστεί η θέση μου ( εν προκειμένω το χαρτοφυλάκιο μου ) , δεν θα υπερβεί τα 7 εκατομμύρια .

Όταν θέλουμε να μετρήσουμε το VaR χαρτοφυλακίου έχουμε ως κύριο μέλημα να βρούμε την διασπορά του  $V(R_p)$  . Υπολογίζουμε την απόδοσή του , από την χρονική στιγμή t στην t+1 με τον τύπο :

$$R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^N w_i R_{i,t+1} \quad \text{όπου } N \text{ ο αριθμός των αξιογράφων , } R_{i,t+1} \text{ η απόδοση του } i$$

αξιογράφου και  $w_i$  το βάρος του ( η στάθμισή του ) στο χαρτοφυλάκιο με  $\sum_{i=1}^N w_i = 1$

Για συντομία μπορούμε να γράψουμε :

$$R_p = w_1 R_1 + w_2 R_2 + \dots + w_N R_N = [ w_1 \ w_2 \ \dots \ w_N ] \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \dots \\ R_N \end{pmatrix} = w' R$$

όπου  $w'$  το οριζόντιο διάνυσμα των βαρών και  $R$  το κάθετο διάνυσμα των αποδόσεων.

$$\text{Ακόμα η αναμενόμενη απόδοση } E(R_p) = \mu_p = \sum_{i=1}^N w_i \mu_i$$

Ξέρουμε ότι διασπορά

$$V(R_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N w_i w_j \sigma_{i,j}$$

$$\text{και } \sigma_p^2 = [ w_1 \ w_2 \ \dots \ w_N ] \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{21} & \dots & \sigma_{N1} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{N2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{1N} & \dots & \dots & \sigma_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_N \end{pmatrix}$$

$$\text{και } \sigma_p^2 = w' \Sigma w \text{ και επομένως } \text{VaR}_p = \alpha \sigma_p W$$

Για να υπολογίσουμε όμως το  $\sigma_p$  του χαρτοφυλακίου είναι απαραίτητο να συλλέξουμε ιστορικά στοιχεία των αποδόσεων των συστατικών του .

Αυτό δεν είναι πάντα εύκολο , ιδίως όταν έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από μεγάλο πλήθος αξιόγραφων αλλά και επειδή μπορεί να μην υπάρχουν ιστορικά στοιχεία για κάποια από αυτά .

Δυσκολίες παρουσιάζονται και στην επεξεργασία , ακόμα και όταν είναι δυνατή η συλλογή των ιστορικών στοιχείων .

Τη λύση σ' αυτό το πρόβλημα δίνει η αντιστοίχιση (mapping ) των συστατικών του χαρτοφυλακίου σε παράγοντες κινδύνου (risk factors ) .

Ως παράγοντες κινδύνου χρησιμοποιούνται ένας χρηματιστηριακός δείκτης , το τρίμηνο των ομολόγων του δημοσίου ή άλλοι πρωτογενείς παράγοντες κινδύνου για τους οποίους υπάρχουν ιστορικά στοιχεία .

Σκοπός μας λοιπόν είναι να εντοπίσουμε κάποιους τέτοιους δείκτες που επηρεάζουν μερικά ή όλα τα αξιόγραφα του χαρτοφυλακίου μας . Εν συνεχεία αντικαθιστούμε κάθε ένα από τα συστατικά του χαρτοφυλακίου με μία θέση σε έναν ή περισσότερους δείκτες .

Η χρήση της αντιστοίχισης , όπως φαίνεται και από την συνοπτική περιγραφή της , πρέπει να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή γιατί ενέχει τον κίνδυνο να οδηγηθούμε σε λάθος υπολογισμό του VaR .

## 2.1. Ορισμοί σχετικού (relative ) και απόλυτου (absolute) VaR .

Για να υπολογίσουμε το VaR χαρτοφυλακίου , χρειαζόμαστε να ορίσουμε :  $W_0$  την αρχική μας επένδυση ,  $R$  το ποσοστό απόδοσης της και  $\mu$  ,  $\sigma$  το μέσο και την τυπική απόκλιση της .

Η αξία της επένδυσης , στο τέλος του χρονικού ορίζοντα  $t$  , θα είναι  $W = W_0 (1+R)$  . Ορίζουμε  $W^*$  ως τη χειρότερη τιμή που μπορεί να πάρει η επένδυση μας κατά τον ίδιο χρονικό ορίζοντα  $t$  και για συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης  $c$  :  $W^* = W_0 (1+R^*)$  .

Ως σχετικό VaR ορίζεται η χειρότερη ζημιά , που θα μπορούσε να έχει μία επένδυση , σε σχέση με την αναμενόμενη απόδοση για καθορισμένο επίπεδο εμπιστοσύνης και χρονικό διάστημα :

$$\text{VaR (mean )} = E(W) - W^* = - W_0 (R^* - \mu ) .$$

Μερικές φορές το VaR ορίζεται και ως απόλυτο .

Απόλυτο VaR είναι η χειρότερη ζημιά που θα μπορούσε να έχει μία επένδυση σε σχέση με το μηδέν :

$$\text{VaR (zero) } = W_0 - W^* \text{ και}$$

$$\text{VaR (mean) } = \text{VaR (zero) } - E(R) .$$

## 2.2. Εφαρμογές .

Οι εφαρμογές του VaR χωρίζονται ανάλογα με τη χρήση τους στις πιο κάτω κατηγορίες :

- Παθητική χρήση : Το VaR χρησιμοποιείται ως ένα εργαλείο αναφοράς στην έκθεση του χρηματοοικονομικού κινδύνου. Για τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα είναι πολύ βολική η χρήση ενός αριθμού ως κοινό μέτρο κινδύνου, το οποίο είναι κατανοητό και χρησιμοποιείται από όλη την ιεραρχία από την διεύθυνση μέχρι τους μετόχους .
- Αμυντική χρήση : Τα χρηματοοικονομικά ιδρύματα χρησιμοποιούν το VaR ως εργαλείο έλεγχου του κινδύνου τους δηλαδή για να θέσουν minimum όρια για την επάρκεια των κεφαλαίων τους ή για την απόδοση στους χρηματιστές . Γενικά το VaR δίνει τη δυνατότητα στην επιχείρηση να ελέγχει άμεσα και καλύτερα τα ανοίγματα της .
- Συγκριτική χρήση : Στην περίπτωση αυτή το VaR χρησιμοποιείται ως αντικειμενικό μέτρο σύγκρισης μεταξύ δύο ή περισσότερων αγορών .
- Ενεργή διαχείριση του κινδύνου. Τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα μπορούν να το χρησιμοποιήσουν για να αποφασίσουν τον βαθμό υποκατάστασης μεταξύ κινδύνου και απόδοσης . Έτσι υπολογίζουν το μέγιστο κεφάλαιο που θα δεσμευθεί για την αποφυγή της χρεοκοπίας .



### 3. ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ VaR .

Οι μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί , μετρούν το εύρος των πιθανών ζημιών που μπορεί να προκύψουν , για ένα χαρτοφυλάκιο ή για μια υποκείμενη αξία , χρησιμοποιώντας εκτιμώμενες διακυμάνσεις , που ορίζουν ουσιαστικά μία δυσμενή μεταβολή τιμών ή επιτοκίων , και συσχετίσεις , που δείχνουν πως μεταβάλλονται τα επιτόκια ή οι τιμές σε σχέση με το σύνολο ή μεταξύ τους .

Η μέθοδος αυτή είναι γνωστή από την δεκαετία του 1950 όταν τεχνικές βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου , είχαν αναπτυχθεί στα πλαίσια της θεωρίας Markowitz.

Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή οι επενδυτές λαμβάνουν υπόψη ταυτόχρονα και την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο .Έτσι κατά τον Markowitz , ένα χαρτοφυλάκιο θεωρείται αποδοτικό όταν δεν υπάρχει κανένα άλλο το οποίο α) με δεδομένη προσδοκώμενη απόδοση να έχει μικρότερο κίνδυνο και β) με δεδομένο κίνδυνο να έχει μεγαλύτερη προσδοκώμενη απόδοση .

Με τα ανωτέρω δεδομένα μπορούμε να ταξινομήσουμε τις μεθόδους του VaR σε δύο κατηγορίες ανάλογα με τον τρόπο αποτίμησης .

Η πρώτη χρησιμοποιεί την τοπική αποτίμηση (local-valuation methods) , που σημαίνει ότι γίνεται ο υπολογισμός του κινδύνου μία φορά . Τέτοια μέθοδος είναι η αναλυτική ή variance-covariance .

Η δεύτερη χρησιμοποιεί την πλήρη αποτίμηση του χαρτοφυλακίου (full-valuation method ) δηλαδή ο κίνδυνος αποτιμάται κάθε φορά που εκτελείται ένα σενάριο . Σε αυτήν την κατηγορία υπάγονται οι μέθοδοι της ιστορικής προσομοίωσης και Monte Carlo .

#### 3.1. Μέθοδος variance-covariance.

Η μέθοδος variance-covariance στηρίζεται στην υπόθεση ότι οι αποδόσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή . Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να υποεκτιμάται το Var , όταν οι κατανομές έχουν πιο παχιές ουρές δηλαδή όταν οι πολύ μικρές ή οι πολύ μεγάλες αποδόσεις συμβαίνουν συχνότερα από ότι προβλέπει η κανονική κατανομή .

Στη μέθοδο αυτή έχουν βασισθεί και αναπτυχθεί η Delta-Normal method και η Delta – gamma .

Η **Delta-Normal** μέθοδος χρησιμοποιεί την αποτίμηση δέλτα και υπολογίζει μόνο την πρώτη παράγωγο . Το δέλτα είναι ο λόγος της τιμής της μεταβολής ενός τίτλου προς την τιμή της μεταβολής της υποκείμενης αξίας  $\Delta = \partial V / \partial P$  .

Με τη συγκεκριμένη μέθοδο ακολουθούνται τα εξής βήματα :

- Γίνεται γραμμική αντιστοίχιση των συστατικών του χαρτοφυλακίου με παράγοντες κινδύνου .
- Υπολογίζεται το  $\Sigma$  των παραγόντων κινδύνου .
- Χρησιμοποιείται το  $\Sigma$  και η γραμμική αντιστοίχιση για τον υπολογισμό του VaR .

Για να πραγματοποιηθούν οι προσεγγίσεις-αντιστοιχίσεις , παίρνουμε ένα συστατικό έα αξία του οποίου βρίσκεται σε ευθεία εξάρτηση από ένα βασικό παράγοντα κινδύνου  $S$  .

Αποτιμούμε το χαρτοφυλάκιο στο αρχικό σημείο  $V_0$  :

$$V_0 = V(S_0)$$

Ορίζουμε  $\Delta_0$  ως την πρώτη μερική παράγωγο ή την ευαισθησία του χαρτοφυλακίου στις αλλαγές των τιμών στην αρχική θέση  $V_0$  :

$$\Delta_0 = \partial V_0 / \partial S_0$$

Η πρώτη μερική παράγωγος καλείται τροποποιημένη διάρκεια (modified duration) για χαρτοφυλάκια σταθερού εισοδήματος και δέλτα για τα παράγωγα .

Για παράδειγμα έστω ότι έχω ένα call at-the-money με  $\Delta = 0,5$  και μία long θέση σε ένα ορτίον , τότε αντικαθιστώ το 50% της θέσης μου με μία μονάδα του υποκείμενου τίτλου . Το χαρτοφυλάκιο  $\Delta$  μπορεί απλά να υπολογιστεί σαν το άθροισμα των επιμέρους δέλτα .

Η πιθανή ζημία στην αξία  $dV$  δίνεται από τον τύπο :

$$dV = \partial V / \partial S |_0 dS = \Delta_0 X dS , \text{ που συμπεριλαμβάνει τις εν δυνάμει αλλαγές του } dS .$$

Όπως βλέπουμε , η πιο πάνω σχέση είναι γραμμική , επομένως η χειρότερη απώλεια για το  $V$  θα υπάρχει μόνο για κάποια ακραία τιμή του  $S$  .

Με τα δεδομένα αυτά το VaR θα είναι :

$VaR = |\Delta_0| X VaR_S = |\Delta_0| X (a \sigma S_0)$  όπου  $a$  η κανονική τυπική απόκλιση , που αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης π.χ. 1,645 για 95% επίπεδο εμπιστοσύνης .

Παρατηρούμε ότι ο υπολογισμός της αξίας του χαρτοφυλακίου έγινε μόνο μία φορά στην αρχική θέση  $V_0$ .

Πιο αναλυτικά :

Για **σταθερού εισοδήματος χαρτοφυλάκια** οι πρωτογενείς παράγοντες κινδύνου , που χρησιμοποιούνται , είναι συνήθως οι αποδόσεις των ομολόγων μηδενικού κουπονιού .

Η σχέση μεταξύ τιμής και απόδοσης δίνεται από τον τύπο :  
 $dV = - D^*Vdy$  όπου  $D^*$  η τροποποιημένη διάρκεια (modified duration) και  $dy$  η μεταβολή των αποδόσεων των ομολόγων μηδενικού κουπονιού .

Σ' αυτή την περίπτωση το VaR του χαρτοφυλακίου θα είναι :

$VaR = (D^*V)\sigma(dy)$  όπου  $\sigma(dy)$  η μεταβλητότητα των αλλαγών των αποδόσεων .

Η αντιστοίχιση γίνεται μέσω τριών τρόπων :

- Αντιστοίχιση κεφαλαίου (principal mapping) . Το χαρτοφυλάκιο αντιστοιχίζεται σε ομόλογο μηδενικού κουπονιού , διάρκειας ίσης με τη μέση διάρκεια του χαρτοφυλακίου . Είναι η πιο απλή μέθοδος αλλά τα αποτελέσματά της δεν είναι αξιόπιστα γιατί δεν λαμβάνει υπόψη της τις πληρωμές των κουπονιών .
- Αντιστοίχιση Duration . Εδώ η αντιστοίχιση γίνεται πάλι με ομόλογο μηδενικού κουπονιού αλλά με διάρκεια ίση με την διάρκεια του χαρτοφυλακίου. Δίνει σαφώς καλύτερα αποτελέσματα από ότι η προηγούμενη μέθοδος , υστερεί όμως στο ότι δεν λαμβάνει υπόψη την μεταβλητότητα όλων των σημείων της καμπύλης των αποδόσεων .
- Αντιστοίχιση ταμειακών ροών (Cash flows) . Η αντιστοίχιση γίνεται αφού πρώτα αναλύσουμε το χαρτοφυλάκιο σε ταμειακές ροές και στη συνέχεια κάθε ταμειακή ροή αντιστοιχίζεται σε ομόλογο μηδενικού κουπονιού ίσης διάρκειας .

Για **χαρτοφυλάκια με προθεσμιακά συμβόλαια** ως πρωτογενείς παράγοντες κινδύνου, χρησιμοποιούνται οι ισοτιμίες συναλλάγματος καθώς και οι αποδόσεις των εγχωρίων και των ξένων εντόκων γραμματίων .

Για **χαρτοφυλάκια που περιέχουν δικαιώματα (options)** οι πρωτογενείς παράγοντες είναι τιμή του υποκείμενου τίτλου και των εντόκων γραμματίων .

Για **χαρτοφυλάκια μετοχών** οι πρωτογενείς παράγοντες είναι οι χρηματιστηριακοί δείκτες . Η αντιστοίχιση μπορεί να γίνει με τέσσερις τρόπους :

- α) Αντιστοίχιση στον γενικό δείκτη (index mapping) όπου όλες οι θέσεις αντιστοιχίζονται σε θέσεις στο γενικό δείκτη .

- β) Αντιστοίχιση σε δείκτη του κλάδου (industry mapping) όπου όλες οι θέσεις αντιστοιχίζονται σε δείκτες της κατηγορίας τους .
- γ) Αντιστοίχιση στο βήτα (beta mapping ) όπου χρησιμοποιούμε το β του χαρτοφυλακίου λαμβάνοντας υπόψη μόνο τον συστηματικό κίνδυνο .
- δ) Αντιστοίχιση διαγωνίου (diagonal mapping ) όπου και εδώ χρησιμοποιούμε το β αλλά μαζί με τον ειδικό κίνδυνο των συστατικών του χαρτοφυλακίου .

Η **Delta – gamma** μέθοδος χρησιμοποιεί δευτέρας τάξεως παραγώγους για την αποτίμηση του χαρτοφυλακίου .

Μπορούμε να πούμε ότι είναι το βελτιωμένο μοντέλο της Delta-Normal μεθόδου αφού έχουμε καλύτερη γραμμική προσέγγιση προσθέτοντας όρους στην συνάρτηση αποτίμησης του χαρτοφυλακίου :

$$dV = (\partial V / \partial S) dS + 1/2(\partial^2 V / \partial S^2) dS^2 + (\partial V / \partial t)dt + \dots$$

### 3.2. Μέθοδος της Ιστορικής προσομοίωσης .

Η μέθοδος της Ιστορικής προσομοίωσης , στηρίζεται στην υπόθεση ότι οι μελλοντικές αποδόσεις θα έχουν την ίδια συμπεριφορά με τις προηγούμενες.

Θεωρεί ένα ιστορικό δείγμα αποδόσεων του χαρτοφυλακίου και υπολογίζει τις υποθετικές αποδόσεις του για κάθε σενάριο καθώς και την ιστορική κατανομή τους .

Η εκτίμηση του VaR γίνεται από την συνολική κατανομή των υποθετικών αποδόσεων σταθμίζοντας με το ίδιο βάρος το κάθε σενάριο.

Τα πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου είναι :

- Είναι απλή στην εφαρμογή της για όλα τα προϊόντα και όλες τις θέσεις.
- Δεν χρειάζεται να υπολογίσουμε διασπορές και συνδιασπορές των αποδόσεων.
- Η μέτρηση του VaR μπορεί να γίνει για οποιοδήποτε χρονικό διάστημα
- Η ιστορική κατανομή των αποδόσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για άλλους λόγους .

Τα μειονεκτήματα της θεωρούνται :

- Η συλλογή των ιστορικών στοιχείων δεν είναι πάντα εύκολη και εφικτή ιδίως όταν αφορά νέα προϊόντα .

- Η αλλαγή στην συμπεριφορά των αποδόσεων αργεί να εμφανισθεί καθώς οι νέες παρατηρήσεις που απεικονίζουν την αλλαγή αργούν να επηρεάσουν την ιστορική κατανομή των αποδόσεων για να αλλάξουν το VaR .
- Δεν συνιστάται για μεγάλα χαρτοφυλάκια .
- Λόγω του ότι δίνει την ίδια βαρύτητα σε όλες τις παρατηρήσεις , δημιουργείται πρόβλημα όταν μία παρατήρηση μη κανονική εξαιρεθεί .

### 3.3. Μέθοδος Monte Carlo .

Η μέθοδος Monte Carlo πήρε το όνομα της, από το γνωστό καζίνο του Monte Carlo , τονίζοντας έτσι την τυχαία συμπεριφορά που διέπει τη λειτουργία των οικονομικών αγορών.

Η μέθοδος στηρίζεται στην εύρεση της κατάλληλης στοχαστικής συνάρτησης , η οποία θα περιγράφει πλήρως τις μεταβολές του χαρτοφυλακίου .

Η πιο συνήθης επιλογή είναι η συνάρτηση που περιγράφει την γεωμετρική κίνηση κατά Brown :

$dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dz$ . όπου  $dz$  : τυχαία μεταβλητή  $\sim N(0,1)$  ,  $S_t$  : η τρέχουσα τιμή ,  $\mu_t$  : ο μέσος και  $\sigma_t$  : η τυπική απόκλιση .

Ακολουθώς διαιρείται το επιλεγμένο χρονικό διάστημα σε  $n$  ίσα διαδοχικά διαστήματα και υπολογίζονται με προσομοίωση της συνάρτησης , τιμές για κάθε  $n$  και για κάθε στοιχείο του χαρτοφυλακίου . Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται πάρα πολλές φορές π.χ. 10.000 .

Από τα αποτελέσματα που εξάγονται , δημιουργείται η κατανομή του χαρτοφυλακίου και βάσει της κατανομής αυτής υπολογίζεται το VaR.

Μία άλλη διαδικασία παραγωγής τυχαίων αριθμών, είναι από την υποθετική κατανομή του δείγματος των ιστορικών στοιχείων με συνεχείς αντικαταστάσεις.

Για να γίνει πιο αντιληπτό, έστω ότι έχουμε μία σειρά από  $M$  αποδόσεις  $R = \Delta(S)/S$   $\{R\} = (R_1, R_2, \dots, R_M)$  , που υποθέτουμε ότι είναι i.i.d. τυχαίες μεταβλητές που τις επιλέγουμε από μία άγνωστη κατανομή . Η ιστορική προσομοίωση βασίζεται σε αυτή τη σειρά για την δημιουργία των ψευδο-όρων της .

Το bootstrap υπολογίζει αυτή την κατανομή από την εμπειρική κατανομή του  $R$  και προσδίδει ίση πιθανότητα σε κάθε πραγματοποίηση . Η μέθοδος προτάθηκε αρχικά από τον Efron (1979) ως μία μη παραμετρική τυχαιοποιημένη τεχνική .

Η επεξεργασία γίνεται με την δειγματοληψία από το  $\{R\}$  με αντικαταστάσεις τόσες όσες παρατηρήσεις είναι αναγκαίες . Για παράδειγμα ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να παράγουμε 100 αποδόσεις για το μέλλον , αλλά όμως δεν θέλουμε να κάνουμε καμμία υπόθεση για την κατανομή . Μπορούμε να σχεδιάσουμε τις αποδόσεις , επιλέγοντας τυχαία μία απόδοση τη φορά , από το δείγμα των περασμένων  $M=500$  ημερών με αντικαταστάσεις . Ακολουθώς ορίζουμε το περιεχόμενο της επιλογής ως  $m(1)$  που αντιπροσωπεύει ένα αριθμό μεταξύ 0 και 500. Η επιλεγμένη απόδοση τότε  $R_{m(1)}$  και η εξομοιωμένη απόδοση της επομένης μέρας θα είναι  $S_{t+1} = S_t(1+R_{m(1)})$ .

Επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία για ένα σύνολο 100 “σχεδιασμένων” αποδόσεων , δημιουργούμε ένα σύνολο από 100 ψευτο-αξίες  $S_{t+1}, \dots, S_{t+n}$ .

Το σημαντικό πλεονέκτημα του bootstrap είναι ότι μπορεί να περιέχει fat tails , jumps ή κομμάτι από την κανονική κατανομή .

Η bootstrap έχει και περιορισμούς . Για μικρό δείγμα η bootstrap μπορεί να μην προσεγγίσει καλά την κανονική κατανομή . Είναι λοιπόν σημαντικό να έχουμε πρόσβαση και να συλλέξουμε πολλές παρατηρήσεις . Μειονέκτημα της είναι ότι θεωρεί τις αποδόσεις ανεξάρτητες , το οποίο στη πράξη δεν ισχύει πάντα .

Παρόλα αυτά η bootstrap από την κατασκευή της μας δίνει την δυνατότητα διαφοροποίησης των παραμέτρων.

Για παράδειγμα μπορεί να εφαρμοστεί στο κανονικοποιημένο κατάλοιπο μιας GARCH διαδικασίας :  $\varepsilon_t = r_t / \sqrt{h_t}$  όπου το  $r_t$  η πραγματικές αποδόσεις και  $h_t$  οι υποθετικές διακυμάνσεις που υπολογίστηκαν με την διαδικασία GARCH . Για την επαναδημιουργία των ψευδο-αποδόσεων απαιτείται η χρήση της ιστορικής κατανομής των  $\varepsilon$  και στη συνέχεια ξανα δημιουργούμε τις υποθετικές διακυμάνσεις και ψευδο-αποδόσεις .

Από τα ανωτέρω φαίνεται ότι η bootstrap είναι ιδανική μέθοδος στη μέτρηση VaR καθώς μπορεί να δώσει αξιόπιστα αποτελέσματα ακόμα και στις κατανομές με παχιές ουρές .

Το μεγάλο πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι η μεγάλη της ακρίβεια και αξιοπιστία . Στα μειονεκτήματά της συγκαταλέγονται η χρονοβόρος διαδικασία υπολογισμού και το ενδεχόμενο η επιλογή της συνάρτησης να μην αποδίδει πλήρως την συμπεριφορά των μεταβολών του χαρτοφυλακίου .

#### 4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ.

Στο κεφάλαιο αυτό θα υπολογίσουμε , ως εφαρμογή ,το VaR ενός χαρτοφυλακίου αξίας έστω ενός εκατομμυρίου ευρώ .

Για το σκοπό αυτό σχηματίζουμε ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από μετοχές υψηλής κεφαλοποίησης και από διαφορετικούς κλάδους όπως Εθνική , Αλφα και Πειραιώς , Ασπίς Πρόνοια , Cosmote,forthnet , chipita , goodys , folli-follie, Αβαξ , Τεχνική Ολυμπιακή , Τιταν , Μετκα , Χαλκορ , Μηχανική , Άλφα-Βήτα , Αργυρομετ/των και Βαρυτίνης .

Πήραμε τις προσαρμοσμένες ημερήσιες τιμές τους , για το χρονικό διάστημα από 1-1-1998 έως 1-7-2002 και υπολογίσαμε τις ημερήσιες αποδόσεις τους για τον ίδιο χρονικό ορίζοντα .

Δημιουργούμε το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο χρησιμοποιώντας το κριτήριο του Sharpe το οποίο είναι το καταλληλότερο για χαρτοφυλάκια όχι καλά διαφοροποιημένα αφού λαμβάνει υπόψη του τον συνολικό κίνδυνο και όχι τον συστηματικό .

Το κριτήριο του Sharpe είναι ένας καθαρός αριθμός , ένας δείκτης , που μετράει την επιπλέον του χωρίς κίνδυνο επιτοκίου απόδοση μιας επένδυσης ανά μονάδα συνολικού κινδύνου ( όπως αυτός αντιπροσωπεύεται από την διακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου κατά την εξεταζόμενη χρονική περίοδο ) .

Sharpe ratio =  $(R_p - R_f) / \sigma(R_p)$  όπου  $R_p$  η απόδοση του χαρτοφυλακίου ,  $R_f$  η απόδοση του αξιόγραφου με μηδενικό κίνδυνο και  $\sigma(R_p)$  η τυπική απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου .

Από την επεξεργασία των αποδόσεων, των πιο πάνω μετοχών και μεγιστοποιώντας το Sharpe ratio , το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από μόνο τέσσερις με τις εξής σταθμίσεις :

ΜΕΤΟΧΗ	ΣΤΑΘΜΙΣΗ	ΜΕΤΟΧΗ	ΣΤΑΘΜΙΣΗ
E.T.E.	0,21	COSMOTE	0
ALPHA	0	FOLI-FOLIE	0
ASPIS	0	ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΚΗ	0
ΠΕΙΡΑΙΩΣ	0	ΜΕΤΚΑ	0
ΑΒΑΞ	0,02	ΜΗΧΑΝΙΚΗ	0
ΑΛΦΑ-ΒΗΤΑ	0	ΙΝΤΡΑΚΟΜ	0
CHIPITA	0,47	FORTHNET	0
TITAN	0,3	GOOGYS	0
ΧΑΛΚΟΡ	0	ΑΡΓΥΡ/ΤΩΝ ΚΑΙ ΒΑΡΥΤΙΝΗΣ	0

7

Με τη βοήθεια του προγράμματος e-views , υπολογίσαμε τους μέσους , τις τυπικές αποκλίσεις και τις συνδιακυμάνσεις τους σε ημερήσια βάση όπως φαίνονται και στους επισυναπτόμενους πίνακες στο τέλος του κεφαλαίου .

Ακολούθως βρήκαμε την τυπική απόκλιση  $\sigma_p$  του χαρτοφυλακίου .

$$\sigma_p = 0,0207.$$

Μέθοδος **variance-covariance** για το VaR .

Υπολογίζουμε το  $VaR_p$  για 1 ημέρα και για επίπεδα εμπιστοσύνης 99% και 95%

$$VaR_p = \alpha \sigma_p 1.000.000 \text{ με } \alpha = 2,33 \text{ και } 1,65$$

Χρονικός ορίζοντας 1 μέρας	VaR
Quant 1%	48.231 €
Quant 5%	34.155 €

Μέθοδος **ιστορικής προσομοίωσης** του VaR .

Με τη βοήθεια του e-views,δημιουργήσαμε το ιστόγραμμα των αποδόσεων των ιστορικών δεδομένων και πήραμε τις χειρότερες αποδόσεις που εμφανίστηκαν σε ποσοστό 1% και 5% .

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το VaR του χαρτοφυλακίου για μια μέρα, θα είναι για quantiles 1% και 5% :

$\mu_p = 1.000.735 \text{ €}$	$\sigma_p = 20.719,72 \text{ €}$
quantiles 1%	quantiles 5%
943.869,2 €	967.434 €
VaR στο 1%	VaR στο 5%
56.865,8 €	33.301 €

Μέθοδος **Monte Carlo** .

Εδώ θα χρησιμοποιήσουμε, το bootstrap για τον υπολογισμό του VaR .

Τα αποτελέσματα που μας έδωσε το e-views απεικονίζονται στον πίνακα :



target horizon	1 day	10 days	30 days	250 days
mean value	1001523.1	1008997.4	1067463.0	1183180.7
quant 1%	950878.88	857343.55	613470.47	398414.02
VAR 1%	50644.273	151653.90	453992.51	784766.63
quant5%	967616.94	904710.62	761364.09	648804.97
VAR 5%	33906.213	104286.82	306098.88	534375.68

### Συμπεράσματα .

Τα αποτελέσματα της εφαρμογής συνοψίζονται στον συγκριτικό πίνακα .

Συγκριτικός πίνακας

Μέθοδος υπολογισμού VaR.	quantiles 1%	quantiles 5%
variance-covariance	48.231 €	34.155 €
ιστορικής προσομοίωσης	56.865,8 €	33.301 €
Monte Carlo	50.644.273 €	33.906.213€

Παρατηρούμε από τον συγκριτικό πίνακα των τελικών αποτελεσμάτων και των τριών μεθόδων , ότι και με τις τρεις μεθόδους έχουμε παραπλήσιες τιμές του VaR.

Με τη μέθοδο variance-covariance και με σιγουριά 99% οι απώλειες της επόμενης μέρας δεν θα υπερβαίνουν το ποσό των 48.231 € ενώ με σιγουριά 95% η ζημιά δεν θα ξεπεράσει το ποσό των 34.155 € για χαρτοφυλάκιο ύψους 1.000.000 €

Με τη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης βλέπουμε ότι το ποσό του VaR αυξάνει για το επίπεδο 99% κατά 18% περίπου ενώ για το επίπεδο 95% μειώνεται κατά 2,5%.

Η Monte Carlo μπορούμε να πούμε ότι ‘καλύπτει’ το κενό που υπάρχει στις δύο προηγούμενες αποκλίνοντας 5% και 1,3% περίπου από . την πρώτη .

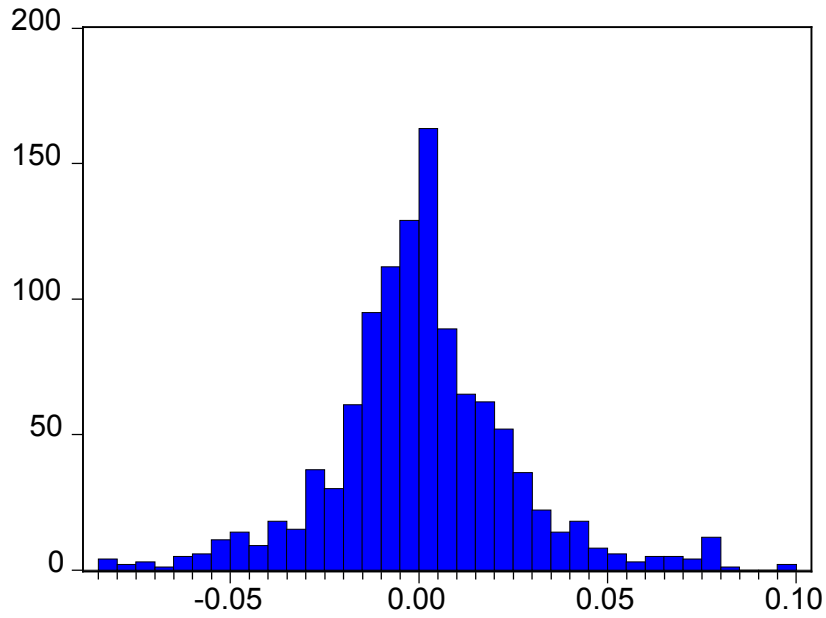
Πίνακες και σχεδιαγράμματα των μετοχών και του χαρτοφυλακίου .

Πίνακας συνδιακυμάνσεων

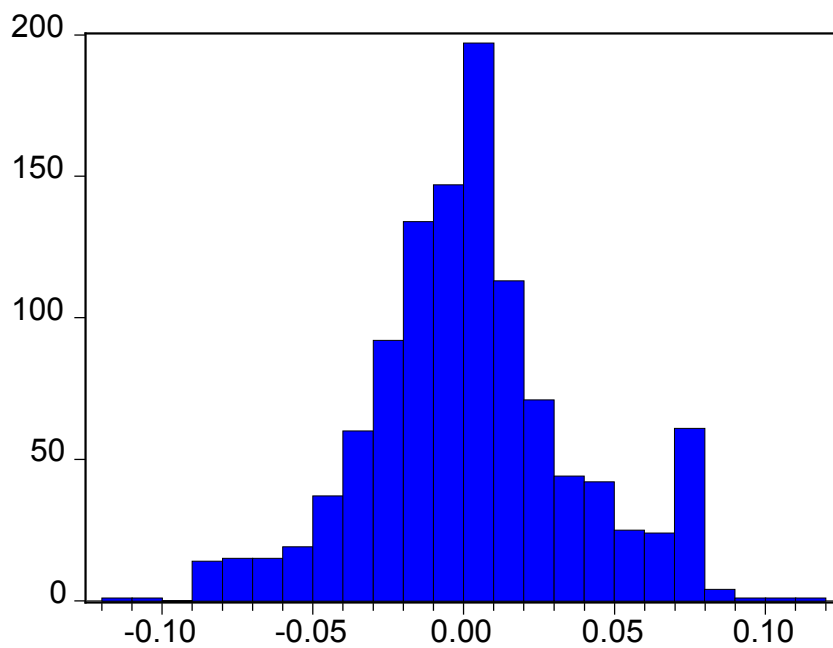
Cov Matrix												
Όνομασία Μετοχής	Α.Ε.Ε. ΑΡΓ	ΑΒΑΞ Α.Ε.	ΑΛΦΑ-ΒΗΤΑ	ΑΣΠΙΣ ΠΡΟΝΟΙΑ Α.Ε.	ΜΕΤΚΑ Α.Ε.	ΜΗΧΑΝΙΚΗ	ΤΕΧΝΙΚΗ	ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε.	ALPHA BANK	CHIPITA	COSMOTE	
Α.Ε.Ε. ΑΡΓΥΡΟΜΕΤΑΛΛΟΥΡΓΕΙΑ	0,052491	0,054079	0,04898	0,052393	0,041764	0,053767	0,050245	0,047472	0,000519	0,000378	-2,79E-07	
ΑΒΑΞ Α.Ε.	0,054079	0,056948	0,050911	0,054416	0,043489	0,056156	0,052447	0,049279	0,000514	0,00039	-1,45E-05	
ΑΛΦΑ-ΒΗΤΑ ΒΑΣΙΛΩΝ	0,04898	0,050911	0,04679	0,049384	0,039317	0,050648	0,047363	0,044644	0,000438	0,000319	-1,65E-05	
ΑΣΠΙΣ ΠΡΟΝΟΙΑ Α.Ε.	0,052393	0,054416	0,049384	0,053264	0,042009	0,054126	0,050636	0,047783	0,000409	0,000277	-6,95E-06	
ΜΕΤΚΑ Α.Ε.	0,041764	0,043489	0,039317	0,042009	0,034297	0,043333	0,040506	0,038081	0,000432	0,000335	-1,96E-05	
ΜΗΧΑΝΙΚΗ Α.Ε.	0,053767	0,056156	0,050648	0,054126	0,043333	0,056304	0,05225	0,049002	0,00055	0,000372	-1,90E-05	
ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑ	0,050245	0,052447	0,047363	0,050636	0,040506	0,05225	0,049831	0,045794	0,00044	0,000358	-1,36E-05	
ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε.	0,047472	0,049279	0,044644	0,047783	0,038081	0,049002	0,045794	0,04375	0,000544	0,000318	-3,99E-06	
ALPHA BANK	0,000519	0,000514	0,000438	0,000409	0,000432	0,00055	0,00044	0,000544	0,000691	0,000295	7,50E-05	
CHIPITA	0,000378	0,00039	0,000319	0,000277	0,000335	0,000372	0,000358	0,000318	0,000295	0,00067	5,40E-05	
COSMOTE	-2,79E-07	-1,45E-05	-1,65E-05	-6,95E-06	-1,96E-05	-1,90E-05	-1,36E-05	-3,99E-06	7,50E-05	5,40E-05	0,000119	
FORTHNET ΑΕ (ΚΟΙΝΩΝΙΑ ΟΡΙΣΜΕΝΗ)	1,22E-05	1,46E-05	2,48E-05	3,70E-06	3,27E-05	3,94E-06	4,50E-05	1,90E-05	0,000118	9,93E-05	7,56E-05	
GOODY'S	0,000319	0,000305	0,000232	0,000216	0,000289	0,000323	0,000277	0,000262	0,000276	0,000303	2,73E-05	
ΕΤΕ	0,000541	0,00051	0,00044	0,000422	0,000421	0,000568	0,000458	0,000547	0,000536	0,000274	6,79E-05	
INTRAKOM	0,000473	0,000449	0,000378	0,000347	0,000432	0,000476	0,000395	0,000469	0,000483	0,000422	9,08E-05	
TITAN	0,000584	0,000564	0,000512	0,000452	0,000452	0,000569	0,000483	0,000555	0,000408	0,000293	4,70E-05	

συνέχεια πίνακα συνδιακυμάνσεων

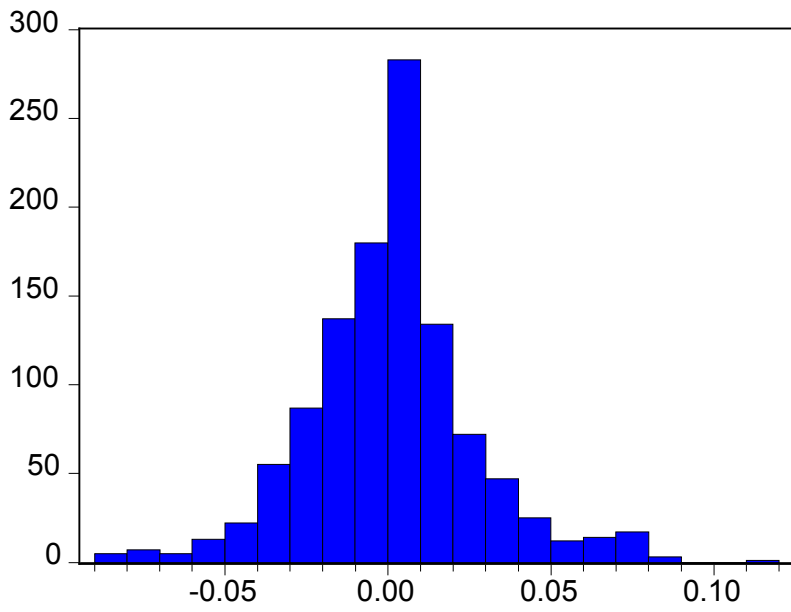
Cov Matrix						
Όνομασία	FORTHNET	GOODY'S	ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ	INTRAKOM	TITAN ANON	ΧΑΛΚΟΡ ΚΑΡΤΕΛ
Α.Ε.Ε. ΑΡΓ	1,22E-05	0,000319	0,000541	0,000473	0,000584	0,000691
ΑΒΑΞ Α.Ε.	1,46E-05	0,000305	0,00051	0,000449	0,000564	0,000733
ΑΛΦΑ-ΒΗΤΑ	2,48E-05	0,000232	0,00044	0,000378	0,000512	0,000623
ΑΣΠΙΣ ΠΡΟΝΟΙΑ	3,70E-06	0,000216	0,000422	0,000347	0,000452	0,000556
ΜΕΤΚΑ Α.Ε.	3,27E-05	0,000289	0,000421	0,000432	0,000452	0,000587
ΜΗΧΑΝΙΚΗ	3,94E-06	0,000323	0,000568	0,000476	0,000569	0,000788
ΤΕΧΝΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑ	4,50E-05	0,000277	0,000458	0,000395	0,000483	0,000687
ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α.Ε.	1,90E-05	0,000262	0,000547	0,000469	0,000555	0,000611
ALPHA BANK	0,000118	0,000276	0,000536	0,000483	0,000408	0,00039
CHIPITA	9,93E-05	0,000303	0,000274	0,000422	0,000293	0,000356
COSMOTE	7,56E-05	2,73E-05	6,79E-05	9,08E-05	4,70E-05	6,02E-05
FORTHNET	0,000409	5,82E-05	0,000119	0,000165	7,89E-05	0,000114
GOODY'S	5,82E-05	0,000658	0,000267	0,00036	0,000292	0,000345
ΕΤΕ	0,000119	0,000267	0,000693	0,000497	0,000414	0,000368
INTRAKOM	0,000165	0,00036	0,000497	0,001025	0,000448	0,000479
TITAN	7,89E-05	0,000292	0,000414	0,000448	0,000592	0,000351
ΧΑΛΚΟΡ	0,000114	0,000345	0,000368	0,000479	0,000351	0,000945



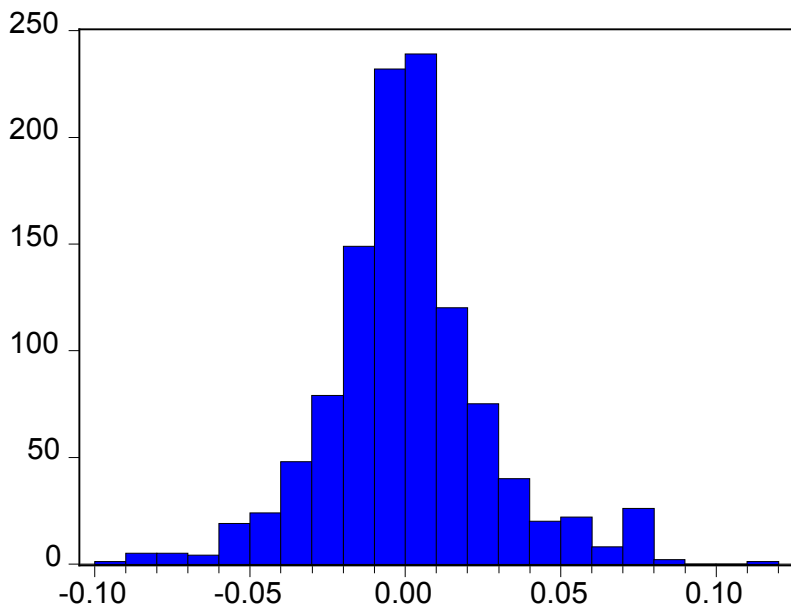
Series: TITAN	
Sample 1 1119	
Observations 1119	
Mean	0.000667
Median	0.000000
Maximum	0.097434
Minimum	-0.083407
Std. Dev.	0.024448
Skewness	0.230006
Kurtosis	4.939590
Jarque-Bera	185.2700
Probability	0.000000



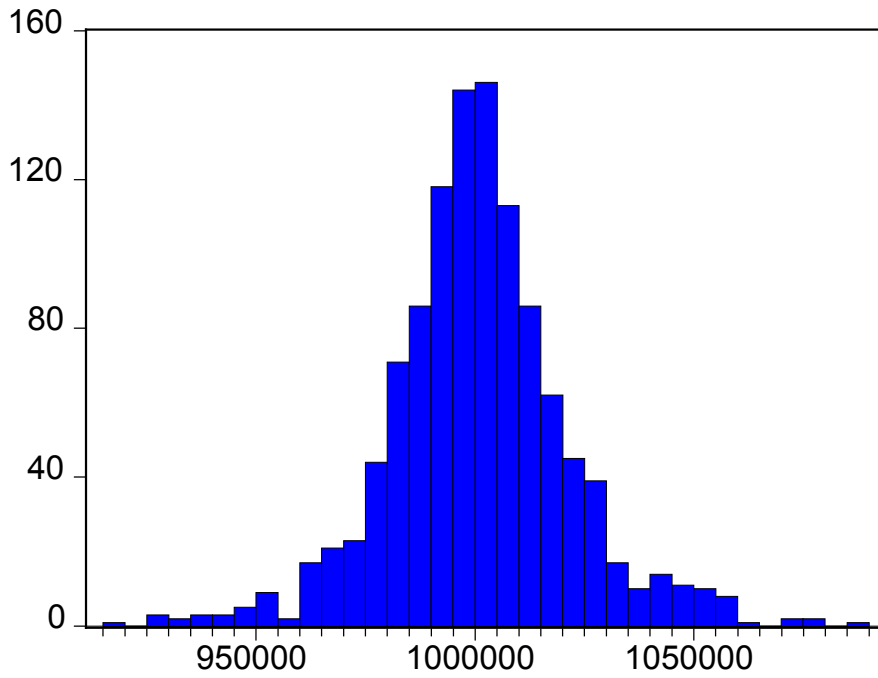
Series: AVAX	
Sample 1 1119	
Observations 1119	
Mean	0.002309
Median	0.000000
Maximum	0.112959
Minimum	-0.119862
Std. Dev.	0.034808
Skewness	0.202690
Kurtosis	3.416640
Jarque-Bera	15.75558
Probability	0.000379



Series: CHIP	
Sample 1 1119	
Observations 1119	
Mean	0.000750
Median	0.000000
Maximum	0.112256
Minimum	-0.089293
Std. Dev.	0.025884
Skewness	0.242063
Kurtosis	4.689110
Jarque-Bera	143.9532
Probability	0.000000



Series: NBG	
Sample 1 1119	
Observations 1119	
Mean	0.000645
Median	-0.000523
Maximum	0.110681
Minimum	-0.098083
Std. Dev.	0.026412
Skewness	0.376215
Kurtosis	4.675940
Jarque-Bera	157.3560
Probability	0.000000



Series: POR	
Sample 1 1119	
Observations 1119	
Mean	1000735.
Median	1000351.
Maximum	1086656.
Minimum	918546.7
Std. Dev.	20719.72
Skewness	0.102676
Kurtosis	4.676702
Jarque-Bera	133.0444
Probability	0.000000

## 5. ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ BACK TESTING

Τα μοντέλα VaR είναι χρήσιμα μόνο όταν οι προβλέψεις τους είναι ακριβείς . Για το λόγο αυτό αναπτύχθηκαν μέθοδοι επαλήθευσης , που χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό του VaR για την επιβεβαίωση ή όχι της πρόβλεψης που έγινε .

Ο έλεγχος αυτός περιλαμβάνει την συστηματική σύγκριση ιστορικών μετρήσεων του VaR , με τις αντίστοιχες πραγματικές αποδόσεις .

Οι διαδικασίες αυτές λέγονται τεστ πραγματικότητας και είναι απαραίτητες στους χρήστες του VaR αλλά και στους αναλυτές κινδύνου , οι οποίοι θέλουν να ελέγξουν αν οι προβλέψεις τους για το VaR είναι σωστές . Αν όχι , τα μοντέλα θα πρέπει να επανεξεταστούν και ή να διορθωθούν όπου είναι δυνατόν όπως λάθος υποθέσεις , λάθος παράμετροι ή να απορριφθούν ως ανακριβή .

Ανεξάρτητα από το αποτέλεσμα όμως απόρριψη ή αποδοχή , η διαδικασία αυτή βοηθά στην βελτίωση και εξέλιξη των μοντέλων .

Ο πιο απλός τρόπος ελέγχου ενός μοντέλου μέτρησης του VaR είναι εκ του αποτελέσματος . Ο έλεγχος δηλαδή του κατά πόσο το VaR που παράγεται από το συγκεκριμένο μοντέλο είναι ένα καλό κάτω φράγμα των απωλειών του χαρτοφυλακίου , για το επιλεγμένο επίπεδο εμπιστοσύνης .

Ένα καλό κάτω φράγμα θα πρέπει να ικανοποιεί συγχρόνως δύο συνθήκες :

- να μην είναι μεγαλύτερο από όσο είναι αναγκαίο , γιατί τότε θα έχουμε ένα υπέρ-εκτιμημένο VaR , με συνέπεια δέσμευση περισσότερων κεφαλαίων από ότι πραγματικά χρειάζονται για την κάλυψη του κινδύνου , γεγονός που οδηγεί στην μείωση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου μας και
- να μην είναι μικρότερο από το αναγκαίο γιατί τότε θα έχουμε ένα υπό-εκτιμημένο VaR , με αποτέλεσμα λιγότερα δεσμευμένα κεφάλαια για την αντιμετώπιση του κινδύνου , αυξάνοντας έτσι την πιθανότητα χρεοκοπίας .

Ο έλεγχος των μοντέλων στηρίζεται , όπως προαναφέραμε , στις προηγούμενες αποδόσεις του χαρτοφυλακίου ( κέρδη ή ζημιές ) που πραγματοποιήθηκαν.

Ως εκ τούτου είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τα κέρδη και τις ζημιές , δηλαδή τα P&L που θα χρησιμοποιήσουμε .

Στο σημείο αυτό , καλούμαστε να αντιμετωπίσουμε ένα πρόβλημα , που έχει να κάνει με τον τρόπο που θα επιλέξουμε για να υπολογίσουμε τα P & L του χαρτοφυλακίου μας .

Η μέτρηση του VaR υποθέτει ότι το τρέχον χαρτοφυλάκιο είναι “παγωμένο” για ένα χρονικό ορίζοντα . Στην πράξη όμως η αξία του χαρτοφυλακίου μεταβάλλεται κατά την διάρκεια της ημέρας .

Έτσι δημιουργούμε τα πραγματικά P & L (actual return P & L) που είναι αυτά που προκύπτουν από την μεταβολή της αξίας του χαρτοφυλακίου , τις ενδοημερήσιες συναλλαγές και άλλα λειτουργικά κέρδη και ζημιές .

Οι διαχειριστές κινδύνου χρησιμοποιούν για την επαλήθευση τόσο τα πραγματικά όσο και τα υποθετικά P&L για να είναι πιο κοντά στις προβλέψεις του VaR.

Τα υποθετικά P&L (hypothetical P&L) είναι αυτά που προκύπτουν από την διαφορά στην αξία του χαρτοφυλακίου για το οποίο υπολογίσθηκε το VaR.

Και τέλος τα καθαρά P&L (cleaned return) που προκύπτουν από τα πραγματικά P&L αν αφαιρεθούν όλα τα P&L που σχετίζονται με είδη που δεν αποταμιεύονται σε τιμές αγοράς.

Οι ελεγκτικές αρχές επιβάλλουν οι έλεγχοι να γίνονται με βάση τα πραγματικά P&L.

## 5.1. ΜΕΘΟΔΟΙ BACK TESTING .

Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται μπορεί να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες :

- i. Μέθοδοι που βασίζονται στις εξαιρέσεις .
- ii. Μέθοδοι που βασίζονται σε μοντέλα κατανομών.
- iii. Παραμετρικές μέθοδοι .

### I. Back-testing με εξαιρέσεις.

Στην κατηγορία αυτή υπάγονται δύο μέθοδοι :

- Η επαλήθευση βασισμένη στο ρυθμό αστοχιών και
- Η επαλήθευση υπό συνθήκη του Christofferson .

Επαλήθευση βασισμένη στο ρυθμό αστοχιών .

Η απλούστερη μέθοδος , για να επιβεβαιωθεί η ακρίβεια του μοντέλου , είναι η καταγραφή του αριθμού αστοχιών από το εκτιμώμενο VaR .

Ας υποθέσουμε ότι μία τράπεζα υπολογίζει το VaR στο 1% της αριστερής ουράς δηλαδή με επίπεδο εμπιστοσύνης 99% ( $p=1-c$ ) , και για  $T$  ημέρες . Αν υποθέσουμε ότι από τις μετρήσεις ο αριθμός των αστοχιών είναι  $N$  τότε το ποσοστό ή ο ρυθμός των αστοχιών θα είναι  $N / T$ .

Ιδανικά το ποσοστό των αστοχιών ,θα έπρεπε να είναι ένα αμερόληπτο μέτρο του  $p$  , δηλαδή να συγκλίνει στο  $p$  καθώς αυξάνει το μέγεθος του δείγματος .

Για τον έλεγχο αυτό χρησιμοποιούμε μια ακολουθία επιτυχιών και αποτυχιών γνωστή ως δοκιμές Bernoulli .

Ο αριθμός των εξαιρέσεων  $x$  ακολουθεί μία διωνυμική κατανομή πιθανότητας :

$$f(x) = \binom{T}{x} p^x (1-p)^{T-x} \text{ με μέση τιμή του } x : E(x) = pT \text{ και } \text{διασπορά}$$

$$V(x) = p(1-p)T .$$

Όταν το  $T$  είναι μεγάλο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το κεντρικό οριακό θεώρημα και να προσεγγίσουμε την διωνυμική κατανομή με την κανονική :

$$z = (x-pT) / \sqrt{p(1-p)T} \sim N(0,1) .$$

Η εκτίμηση των αστοχιών ανάγεται στο στατιστικό πρόβλημα αποφάσεων .

Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε τον Έλεγχο Υποθέσεων .

Ο Έλεγχος Υποθέσεων είναι ένας μηχανισμός λήψης απόφασης , για το αν αποδέχομαι ή αν απορρίπτω μία αρχική υπόθεση  $H_0$  .

Διακρίνουμε δηλαδή δύο περιπτώσεις ή  $H_0$  αποδεκτή ή  $H_0$  απορριπτέα .

Πίνακας αποφάσεων

Απόφαση	$H_0$ σωστή	$H_0$ λάθος
Αποδέχομαι $H_0$	$v$	Λάθος τύπου 2
Απορρίπτω $H_0$	Λάθος τύπου 1	$v$



Όπως βλέπουμε και από τον πίνακα αποφάσεων , το λάθος τύπου 1 είναι να απορρίψουμε το μοντέλο ενώ είναι σωστό και το τύπου 2 , να αποδεχτούμε το μοντέλο ενώ αυτό είναι λάθος .

Στη γενική περίπτωση θα θέλαμε να είχαμε έναν ελεγκτικό μηχανισμό που θα ελαχιστοποιούσε , τόσο το σφάλμα τύπου 1 όσο και του τύπου 2 .

Ο Kuriec (1995) ανέπτυξε έναν έλεγχο που μας παρέχει διαστήματα εμπιστοσύνης 95% . (Πρέπει να σημειωθεί ότι τα διαστήματα αυτά εμπιστοσύνης δεν σχετίζονται με το επιλεγμένο διάστημα εμπιστοσύνης  $p$  για τον υπολογισμό του VaR . Αυτό το επίπεδο εμπιστοσύνης αναφέρεται στην απόφαση να δεχτεί ή να απορριφθεί το μοντέλο ) . Αυτές οι περιοχές ορίζονται από τα σημεία της σειράς :

$$LR_{uc} = -2\ln[(1-p)^{T-N} p^N] + 2\ln\{[(1-(N/T))^{T-N} (N/T)^N]\}$$
 , όπου  $p$  η πιθανότητα μιας αποτυχίας κάτω από την μηδενική υπόθεση ,  $T$  : το πλήθος του δείγματος και  $N$  ο αριθμός των αστοχιών στο δείγμα , η οποία είναι ασυπτωτικά κατανομημένη  $\chi^2$  με ένα βαθμό ελευθερίας .

Από τον πίνακα της  $\chi^2$  κατανομής και με επίπεδο εμπιστοσύνης 95% η συγκριτική τιμή για την αποδοχή ή όχι της μηδενικής υπόθεσης , είναι η 3,841. Δηλαδή αν ο ρυθμός αστοχίας είναι μεγαλύτερος από το 3,841 τότε η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται κατά 95% . Αν είναι μικρότερη είναι αποδεκτή .

Επαλήθευση υπό συνθήκη του (Christofferson) .

Βασίζεται στη συνθήκη ότι δεχόμαστε ότι ισχύει η παρατήρηση  $R_t$  και ψάχνουμε την πιθανότητα να ισχύει και η  $R_{t+1}$  . Χρησιμοποιείται όταν θέλουμε να λάβουμε υπόψη μας τις μεταβολές στο χρόνο .

Για να είναι ακριβής η μέθοδος αυτή απαιτείται μεγάλο δείγμα παρατηρήσεων ούτως ώστε να περιοριστούν τα διαστήματα αποδοχής απόρριψης και μεγάλα επίπεδα εμπιστοσύνης .

## II . Μοντέλο κατανομής Προβλέψεων .

Η μέθοδος αυτή στηρίζεται στο ότι θεωρούμε ολόκληρη την κατανομή πιθανοτήτων και βγάζουμε μία συνάρτηση VaR για όλα τα επίπεδα εμπιστοσύνης . Ακολούθως , συγκρίνουμε αυτή την κατανομή με την πραγματική συνάρτηση P&L και

αποφασίζουμε για την αποδοχή ή όχι , με βάση στατιστική συνάρτηση που ακολουθεί την  $\chi^2$  κατανομή με δύο βαθμούς ελευθερίας .

Περιγραφή μεθόδου :

- Κάθε μέρα υπολογίζουμε την κατανομή της απόδοσης του χαρτοφυλακίου .
- Χρησιμοποιούμε τα P&L και τη χθεσινή κατανομή απόδοσης του χαρτοφυλακίου , για να υπολογίσουμε την πιθανότητα τα ο P&L να είναι μικρότερα από τα πραγματοποιηθέντα .
- Συγκεντρώνουμε τις πιθανότητες .

Αν η μέθοδος πρόβλεψης της κατανομής της απόδοσης είναι σωστή , τότε οι πιθανότητες αυτές θα πρέπει να ακολουθούν αφενός μεν την ομοιόμορφη κατανομή  $U(0,1)$  και αφετέρου να είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους .

### III. Παραμετρικά μοντέλα .

Τα παραμετρικά μοντέλα στηρίζονται στην υπόθεση ότι οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου ακολουθούν μία συγκεκριμένη κατανομή όχι απαραίτητα την κανονική . Επιπροσθέτως δεν δουλεύουμε με ορισμένο επίπεδο εμπιστοσύνης αλλά με την τυπική απόκλιση .

Περιγραφή μεθόδου :

- Υπολογίζουμε την ημερήσια απόδοση ανά μονάδα κινδύνου  $E_t = r_t / \sigma_t$  όπου  $\sigma_t$  η εκτιμηθείσα τυπική απόκλιση της κατανομής του χαρτοφυλακίου .
- Υπολογίζουμε την διασπορά των  $\varepsilon$  και την πολλαπλασιάζουμε με το πλήθος των παρατηρήσεων  $T$ :

$V(\varepsilon)T \sim \chi^2(T)$  το γινόμενο ακολουθεί την  $\chi^2$  κατανομή με  $T$  βαθμούς ελευθερίας .

Για μεγάλο πλήθος παρατηρήσεων και 95% διάστημα εμπιστοσύνης το  $V(\varepsilon)$  κυμαίνεται μεταξύ :

$$1 - 1,96 \sqrt{2/T} < V(\varepsilon) < 1 + 1,96 \sqrt{2/T} .$$

Είναι φανερό ότι η μέθοδος αυτή είναι ανεξάρτητη από το επίπεδο εμπιστοσύνης και εξετάζει όλη την κατανομή . Ακόμα μπορεί να επεκταθεί και σε κατανομές με πιο παχιές ουρές από την κανονική .

Για τον υπολογισμό της αρκεί η εύρεση της τυπικής απόκλισης .

Το σημαντικό στη μέθοδο αυτή είναι ότι δίνει μικρό σφάλμα τύπου 2 .

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Διακογιάννης Γ. 2000 , Σημειώσεις στα πλαίσια του μαθήματος διαχείριση χαρτοφυλακίου .
- Anderson Sweeney Williams 2000,Essentials of statistics for business and economics, second edition.
- Hull John (1995), Introduction to Futures and Options Markets, third edition.
- J.P.Morgan 1996, Riskmetrics Technical Manual.  
[www.jpmorgan.com/RiskManagement/RiskMetrics.html](http://www.jpmorgan.com/RiskManagement/RiskMetrics.html).
- J.P. Morgan1999, RiskManagement [www.riskmetrics.com](http://www.riskmetrics.com).
- Jorion Philippe 1997, Value at Risk, second edition.
- Levich Richard 2001, International Financial Markets Prices and Policies, second edition .
- Saunders Anthony 1997, Financial Institutions Management: A modern Perspective, third edition.
- Papers από την βιβλιοθήκη της Τράπεζας της Ελλάδος :
- On the Validity of Value at Risk: Comparative Analyses with Expected Shortfall by Yasuhiro Yamai and Toshinao Yoshiba, 2001.
  - Value at Risk Analysis of stock Returns Historical simulation, Variance Techniques or Tail Index Estimation? By Rob van den Goorbergh and Peter Vlaar , 1999 .