

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Σχολή Χρηματοοικονομικής και Στατιστικής



Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

**ΜΕΤΡΑ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ
ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΩΝ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΩΝ**

Αντώνης Ταλιαδούρος

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην *Εφαρμοσμένη Στατιστική*

Πειραιάς
Οκτώβριος 2020

UNIVERSITY OF PIRAEUS
School of Finance and Statistics



Department of Statistics and Insurance Science

**POSTGRADUATE PROGRAM IN
APPLIED STATISTICS**

**EVALUATION MEASURES AND
METHODS OF INVESTMENT
STRATEGIES**

By

Antonis Taliadouros

MSc Dissertation

Submitted to the Department of Statistics and Insurance
Science of the University of Piraeus in partial fulfilment
of the requirements for the degree of Master of Science in
Applied Statistics

Piraeus, Greece
October 2020

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Μιχάλης Ανθρωπέλος (Επιβλέπων)
- Δημήτρης Αντζουλάκος
- Γεώργιος Ψαρράκος

*Στην οικογένεια μου και στους φίλους
που με στήριξαν κατά τη διάρκεια των σπουδών μου*

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμότερες ευχαριστίες μου, στον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής εργασίας, κ. Μιχάλη Ανθρωπέλο, Επίκουρο Καθηγητή στο τμήμα Χρηματοοικονομικής και Τραπεζικής Διοικητικής, του Πανεπιστήμιου Πειραιώς, για την στήριξη, την συνεργασία και τις γνώσεις που μου μετέδωσε στα πλαίσια της ολοκλήρωσης της διπλωματικής εργασίας. Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα την Έλενα Στίγκα για την στήριξη κατά τη διάρκεια υλοποίησης της εργασίας. Την αδελφή μου Πελίνα για την δημιουργία του εξωφύλλου. Τέλος τους συμφοιτητές μου Χρήστο Δαγκλή και Χρήστο Νικολόπουλο για τις στιγμές γέλιου που μου προσέφεραν κατά την διάρκεια του μεταπτυχιακού.

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα χρηματιστηριακών δεικτών και εφαρμόστηκε το γνωστό μοντέλο τριών παραγόντων των Fama and French. Το μοντέλο αυτό αποτελεί ουσιαστικά μία προέκταση του Capital Asset Pricing Model (CAPM). Στο κεφάλαιο 2 γίνεται εκτενής αναφορά στα δύο αυτά μοντέλα και στη σημασία των συντελεστών τους, τόσο για την πρόβλεψη των αναμενόμενων τιμών όσο και για την εκτίμηση του κινδύνου.

Μετά την εφαρμογή του μοντέλου και σε συνδυασμό με τον υπολογισμό άλλων παραμέτρων υπολογίστηκαν τα μέτρα αξιολόγησης επενδυτικών στρατηγικών. Πιο συγκεκριμένα υπολογίστηκαν το i) Sharpe Ratio, ii) Generalized Treynor Ratio, iii) Jensen alpha, iv) Information Ratio και v) M^2 . Σκοπός της διπλωματικής εργασίας ήταν ο εντοπισμός πιθανόν ασυμφωνιών των παραπάνω μέτρων. Το κάθε μέτρο αξιολόγησης δίνει διαφορετική βαρύτητα στον κίνδυνο και στην αναμενόμενη απόδοση σε σχέση με κάποιο άλλο. Για το λόγο αυτό παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον η μελέτη των μέτρων αξιολόγησης αλλά και ο εντοπισμός των χαρακτηριστικών των χαρτοφυλακίων που αυτά διαφωνούν.

Πριν την εφαρμογή του μοντέλου δίνεται έμφαση στις προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούν τα δεδομένα για τη σωστή εφαρμογή του μοντέλου τριών παραγόντων. Σε κάθε στάδιο της διαδικασίας αναπτύσσονται τόσο θεωρητικά όσο και πρακτικά οι απαραίτητοι στατιστικοί έλεγχοι υποθέσεων.

Τέλος οι χρηματιστηριακοί δείκτες που χρησιμοποιήθηκαν είναι οι i)Eurostoxx50, ii)Eurostoxx600, iii)DAX, iv)Cac40, v)Amsterdam. Και οι 5 δείκτες έχουν ως σημείο αναφοράς την Ευρωπαϊκή μετοχική αγορά.

Abstract

In this Thesis we collect market data of stocks and apply the Fama and French Three Factor model. Fama and French Model is a pricing model for portfolios that can be seen as an extension of the Capital Asset Pricing model. Based on the results of the time series regression, we calculate the following evaluation measures: a) Sharpe Ratio, b) Generalized Treynor Ratio, c) Jensen Alpha, d) Information Ratio and e) M^2 . After the data analysis, we calculate the above measures and locate the differences between the rankings. Every single measure has a different weight between returns and risks. Hence, it's very important to study the reasons of the different rankings. Before we make any statement for the data, we run statistical tests in order to make sure that the regression assumptions are not violated.

Finally, the data includes the following European Indexes. i)Eurostoxx50, ii)Eurostoxx600, iii)DAX, vi)Cac 40 and v)Amsterdam.

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	11
Εισαγωγή	11
1.1 Εισαγωγικές Έννοιες	11
1.2 Σκοπός	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	14
Υποδείγματα Αποτίμησης Αξιογράφων	14
2.1 Εισαγωγή στα Υποδείγματα Αποτίμησης	14
2.2 Μονοπαραγοντικό υπόδειγμα CAPM	15
2.2.1 Ορισμός CAPM	15
2.2.2 Συντελεστές CAPM	17
2.2.3 Υποθέσεις	18
2.2.4 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα CAPM	18
2.3 Υπόδειγμα Τριών Παραγόντων Fama and French	20
2.3.1 Ορισμός Μοντέλου Fama and French	20
2.3.2 Συντελεστές μοντέλου	21
2.3.3 Στατιστικός Έλεγχος Μοντέλου	23
Κεφάλαιο 3	26
Μέτρα Αξιολόγησης Επενδυτικών Στρατηγικών	26
3.1 Εισαγωγή	26
3.2 Δείκτης Αποτελεσματικότητας Sharpe	27
3.2.1 Ορισμός του Sharpe Ratio	27
3.3 Δείκτης Αποτελεσματικότητας Treynor	29
3.3.1 Ορισμός του Treynor Ratio	29
3.3.2 Διαφορές μεταξύ Sharpe Ratio και Treynor Ratio	31
3.4 Δείκτης Αποτελεσματικότητας Jensen	31
3.4.1 Ορισμός του Jensen Index ή Jensen Alpha	31
3.5 Μέτρο M^2	33
3.5.1 Ορισμός του M^2	33
3.5.2 Διαφορές μεταξύ Sharpe Ratio και M^2	34
3.6 Δείκτης Πληροφορίας IR	34
3.6.1 Ορισμός του IR	34
3.6.2 Διαφορές μεταξύ Sharpe Ratio και IR	36
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	37
Εφαρμογή Μέτρων Αξιολόγησης Επενδυτικών Στρατηγικών	37
4.1 Δεδομένα	37

4.1.1 Περιγραφή.....	37
4.1.2 Προπαρασκευή Δεδομένων	38
4.1.3 Ανάλυση Δεδομένων	38
4.2 Εύρεση Μέτρων Αξιολόγησης Ευρωπαϊκών Χρηματιστηριακών Δεικτών	43
4.2.1 Απόδοση Αγοράς-SMB-HML	44
4.2.2 Περιγραφική Αναφορά Δεικτών.....	45
4.2.4 Έλεγχος Στατικότητας.....	51
4.2.5 Εύρεση συντελεστών μοντέλου Fama and French (α_p , β_{market} , β_{smb} , β_{hml})	53
4.2.5 Έλεγχος Ομοσκεδαστικότητας των υπολειμάτων.....	62
4.3 Μετοχικά Αμοιβαία Κεφάλαια.....	63
4.3.1 Περιγραφική Αναφορά Μετοχικών Αμοιβαίων Κεφαλαίων.....	63
4.3.2 Ανάλυση Δεδομένων Μετοχικών Α/Κ.....	63
4.3.3 Έλεγχος Στατικότητας.....	67
4.3.4 Εύρεση συντελεστών μοντέλου Fama and French (α_p , β_{market} , β_{smb} , β_{hml})	69
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	75
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	75
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	79

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

1.1 Εισαγωγικές Έννοιες

Ως **επένδυση**¹ ορίζεται η διάθεση πόρων κάτω από συνθήκες που καθιστούν ιδιαίτερα πιθανή την επανεισροή ισοδύναμης τουλάχιστον, αξίας σε μελλοντικό χρόνο. Μια επένδυση αποτελείται από τα κύρια χαρακτηριστικά γνωρίσματα των επενδύσεων τα οποία μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

- Διάθεση κεφαλαίων στον παρόντα χρόνο (μείωση τρέχουσας κατανάλωσης) με στόχο τη δημιουργία προϋποθέσεων απόκτησης μελλοντικών εισροών.
- Προσδοκία ότι η παρούσα αξία των μελλοντικών εισροών θα είναι ίση ή ανώτερη των διατεθέντων κεφαλαίων.
- Προσδοκία ότι η χρονική κλιμάκωση των αναμενόμενων εισροών θα είναι αντίστοιχη των δεσμεύσεων για χρήση σε άλλους τομείς.

Μια **επενδυτική στρατηγική**¹ είναι αυτή που καθοδηγεί τις αποφάσεις ενός επενδυτή με βάση (i) τους στόχους, (ii) την ανοχή κινδύνου και (iii) τις μελλοντικές ανάγκες κεφαλαίου. Ορισμένες επενδυτικές στρατηγικές επιδιώκουν την ταχεία ανάπτυξη κεφαλαίου, όπου ένας επενδυτής επικεντρώνεται στην ανατίμηση κεφαλαίου, ή μπορεί να ακολουθήσει μια στρατηγική χαμηλού κινδύνου όπου η εστίαση είναι στην προστασία του πλούτου. Μπορούμε εύκολα να συμπεράνουμε ότι ο κίνδυνος (*risk*) που θέλουμε να αναλάβουμε παίζει κομβικό ρόλο στην επιλογή μιας επενδυτικής στρατηγικής. Το γεγονός αυτό καθιστά σαφές ότι πριν χρησιμοποιηθεί μια επενδυτική στρατηγική θα πρέπει να γίνει σωστή εκτίμηση του ρίσκου, το οποίο απορρέει από τον βασικό κανόνα που διέπει τους επενδυτές (οι επενδυτές θα πρέπει να διακινδυνεύσουν μόνο ό,τι μπορούν να χάσουν).

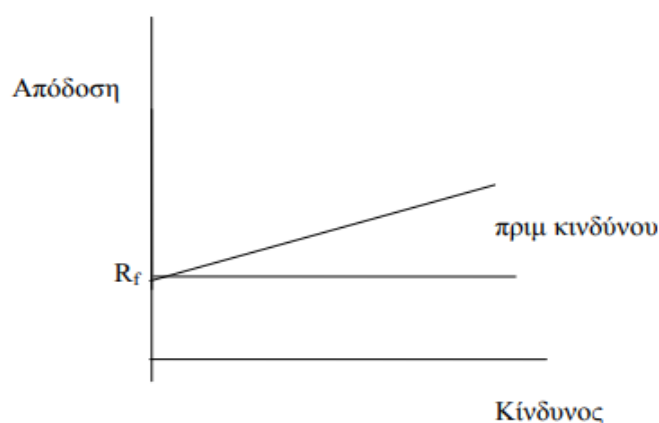
Ο όρος **απόδοση**¹ είναι μία έννοια που εμφανίζεται συνέχεια στις επενδυτικές στρατηγικές. Σε όρους χρηματοοικονομικών η απόδοση ανάλογα με το τι εκφράζει χωρίζεται στις παρακάτω κατηγορίες.

Ως πραγματοποιηθείσα απόδοση (**realized return**)¹ μιας επένδυσης για μία περίοδο $[t-1, t]$ εννοούμε τον λόγο της αξίας της επένδυσης στον χρόνο t και των εισροών που αυτή δίνει από $t-1$ έως t , προς την αξία της επένδυσης στον χρόνο $t-1$.

- Ζητούμενη απόδοση (**required return**)¹ είναι η απόδοση που ο εκάστοτε επενδυτής θεωρεί ικανή για να καλύψει τους κινδύνους που εμπεριέχει η ανάληψή της.
- Αναμενόμενη ή προσδοκώμενη απόδοση(**expected return**)¹ μιας επένδυσης είναι η υποκειμενική αναμενόμενη τιμή της απόδοσης της επένδυσης (ως τυχαία μεταβλητή), όπως αυτή εκτιμάται ή υπολογίζεται από τον εκάστοτε επενδυτή.
- Απόδοση μηδενικού κινδύνου (**risk-free rate of return**)² είναι η απόδοση της επένδυσης που θεωρείται ότι θα πραγματοποιηθεί με την μεγαλύτερη δυνατή βεβαιότητα.

Ως **κίνδυνος** ορίζεται η πιθανότητα η πραγματοποιηθείσα απόδοση να διαφέρει (να είναι μικρότερη) από την αναμενόμενη απόδοση. Σε ποσοτικούς όρους, ο κίνδυνος ορίζεται ως η μεταβλητότητα των δυνητικών αποδόσεων ως προς την αναμενόμενη τιμή της απόδοσης. Οι επενδυτικοί κίνδυνοι χωρίζονται σε κίνδυνοι αγοράς ή συστημικοί κίνδυνοι (market or system risks) και σε ειδικούς κινδύνους (specific or idiosyncratic risks). Οι πηγές επενδυτικών κινδύνων έχουν να κάνουν με την εκάστοτε κατηγορία επενδύσεων. Έχουμε συναλλαγματικό, επιτοκιακό κίνδυνο, κίνδυνο ρευστότητας και πιστωτικό κίνδυνο.

Όσον αφορά τη σχέση κινδύνου-απόδοσης¹ ισχύει ότι αυτή είναι θετική. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι **υψηλότερος κίνδυνος συνεπάγεται με πιθανότητα υψηλών αποδόσεων**. Ο λόγος που στην συνεπαγωγή αυτή εισάγεται η λέξη πιθανότητα είναι ότι δεν ισχύει πάντα. Για παράδειγμα, μία εταιρεία μπορεί να παρουσιάζει πτωτική πορεία και να είναι στα πρόθυρα χρεοκοπίας. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ο κίνδυνος για επένδυση σε αυτή την εταιρεία να είναι μεγάλος χωρίς να υπάρχουν προσδοκώμενα κέρδη.



Εικόνα 1: Σχέση απόδοσης-κινδύνου¹

¹Μ.Γκλεζάκος. *Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Επενδύσεων, Συνοπτικές Σημειώσεις*, pp 1-15. 2016

²Brooks, Chris (2008). *Introductory Econometrics for Finance*. Cambridge University Press. p.8-30,-2008.

1.2 Σκοπός

1

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει σκοπό την αξιολόγηση Ευρωπαϊκών Χρηματιστηριακών Δεικτών και χαρτοφυλακίων επενδύσεων. Θα γίνει αποτίμηση των αποδόσεων μέσω του μοντέλου των Fama and French και στην συνέχεια θα πραγματοποιηθεί αξιολόγηση αυτών με βάση τα μέτρα αξιολόγησης επενδυτικών στρατηγικών που θα αναφερθούν στο κεφάλαιο 3. Στην συνέχεια θα πραγματοποιηθεί έλεγχος για να εξεταστεί αν υπάρχει κάποια συσχέτιση μεταξύ των μέτρων αξιολόγησης. Η διαδικασία που θα ακολουθηθεί για την εύρεση και σύγκριση των μέτρων αξιολόγησης είναι η παρακάτω:

A) Εφαρμογή και στατιστικός έλεγχος του μοντέλου τριών παραγόντων των Fama and French σε πραγματικά δεδομένα.

B) Χρησιμοποίηση των αποτελεσμάτων του μοντέλου για την εύρεση των μέτρων αξιολόγησης.

Γ) Εύρεση πιθανών διαφωνιών μεταξύ των μέτρων αξιολόγησης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Υποδείγματα Αποτίμησης Αξιογράφων

2.1 Εισαγωγή στα Υποδείγματα Αποτίμησης

Ένα σημαντικό κομμάτι στην διαχείριση των χαρτοφυλακίων είναι ο υπολογισμός της αναμενόμενης απόδοσης της μετοχής και κατά συνέπεια της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου. Μέσω του παραπάνω υπολογισμού διαμορφώνεται η μελλοντική αξία του χαρτοφυλακίου η οποία χρησιμοποιείται για την εύρεση των βέλτιστων χαρτοφυλακίων. Όσο μικρότερη είναι η απόκλιση στον υπολογισμό της αναμενόμενης τιμής ενός αξιογράφου, τόσο καλύτερη εφαρμογή θα έχει η στρατηγική επιλογής του χαρτοφυλακίου που θα ακολουθήσουμε. Το κατά πόσο ακριβής θα είναι η τιμή της αναμενόμενης αξίας της επένδυσης, εξαρτάται από το υπόδειγμα που θα χρησιμοποιηθεί αλλά και από την επιλογή των δεδομένων.

Τα υποδείγματα χωρίζονται σε κατηγορίες με βάση των αριθμό παραγόντων που λαμβάνονται υπόψη για την εύρεση της αναμενόμενης τιμής. Υπάρχουν μοντέλα όπως το CAPM (Capital Asset Pricing Model), το οποίο είναι μονοπαραγοντικό υπόδειγμα. Χαρακτηρίζεται μονοπαραγοντικό επειδή η αναμενόμενη τιμή του αξιογράφου εξαρτάται μόνο από ένα παράγοντα, αυτό του κίνδυνου της αγοράς. Μοντέλα τα οποία η αναμενόμενη τιμή ενός αξιογράφου εξαρτάται από περισσότερους από έναν παράγοντα λέγονται Μοντέλα Πολλών Παραγόντων. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό της αναμενόμενης τιμής είτε μιας μετοχής είτε ενός χαρτοφυλακίου.

Με βάση τα χαρακτηριστικά των παραγόντων που εισάγουν τα υποδείγματα αποτίμησης χωρίζονται σε τρεις διαφορετικές κατηγορίες.

- i) Μακροοικονομικά Μοντέλα.
- ii) Βασικά Μοντέλα.
- iii) Στατιστικά Μοντέλα.

Τα Μακροοικονομικά μοντέλα εισάγουν παράγοντες όπως η απασχόληση και ο πληθωρισμός. Τα Βασικά Μοντέλα δημιουργούν σχέση μεταξύ της απόδοσης των αξιογράφων με τα υποκείμενα χρηματοοικονομικά τους, όπως για παράδειγμα τα κέρδη.

Τέλος, τα στατιστικά μοντέλα χρησιμοποιούνται για να συγκρίνουν τις αποδόσεις μεταξύ αξιογράφων, με βάση την στατιστική απόδοση του κάθε αξιογράφου.

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε 2 διαφορετικά μοντέλα τα οποία είναι τα ακόλουθα:

- 1) Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα CAPM (Capital Asset Pricing Model).
- 2) Υπόδειγμα Τριών Παραγόντων Fama and French (3-factor Model of Fama and French).

2.2 Μονοπαραγοντικό υπόδειγμα CAPM

2.2.1 Ορισμός CAPM

Το Μονοπαραγοντικό υπόδειγμα CAPM, παρουσιάστηκε, William F. Sharpe³, John Lintner⁴ και Jan Mossin⁵ ανεξάρτητα. Η ιδέα για την δημιουργία του προήλθε από την ανάγκη αποτίμησης αξιογράφων που δημιούργησε η θεωρία του Harry Markowitz σχετικά με τη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου.

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω το CAPM (Capital Asset Pricing Model) αποτελεί μονοπαραγοντικό υπόδειγμα. Η ανάγκη της δημιουργίας του πηγάζει από τα προβλήματα που αντιμετωπίζει η Θεωρία του Χαρτοφυλακίου, τα οποία είναι τα εξής:

- Δεν υπάρχει επαρκής τρόπος να εκτιμηθούν όλοι οι παράμετροι.
- Θα πρέπει οι εκτιμήσεις των συνδιακυμάνσεων να είναι τέτοιες ώστε ο πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων να είναι θετικά προσδιορισμένες.
- Ανακριβείς εκτιμήσεις μπορεί να οδηγήσουν σε ανακριβείς «βέλτιστες» επενδυτικές αποφάσεις.

Ένας τρόπος για την αντιμετώπιση των παραπάνω προβλημάτων είναι ο διαχωρισμός συστημικών και μη-συστημικών πηγών κινδύνου. Για να εξεταστεί η σχέση κινδύνου - απόδοσης μεμονωμένων μετοχών, θα πρέπει να ληφθούν υπόψη ότι σύμφωνα με το αποτέλεσμα διασποράς, ένα μέρος τού ολικού κινδύνου, ο ειδικός κίνδυνος, εξουδετερώνεται στα πλαίσια ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου χρεογράφων.

³Sharpe, William, "Capital Asset Prices: The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets," *Journal of Finance* 1964.

⁴Lintner, John. "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", *Review of Economics and Statistics*, 1965.

⁵Mossin, Jan. "Equilibrium in a Capital Asset Market". *Econometrica*, 1966.

Επομένως, οι επενδυτές δεν λαμβάνουν υπόψη αυτό το είδος κινδύνου, δεδομένου ότι μπορούν να τον εξουδετερώσουν. Συνεπώς, αμείβονται μόνο για τον συστηματικό κίνδυνο, διότι αυτόν δεν μπορούν να τον εξουδετερώσουν.

Ο εντοπισμός της σχέσης συστηματικού κινδύνου - απόδοσης μεμονωμένων μετοχών, αλλά και η αποτίμηση των χαρτοφυλακίων μπορεί να γίνει μέσω του μονοπαραγοντικού υποδείγματος CAPM. Η σχέση αυτή που εκφράζεται με τη Γραμμή Αγοράς για Τίτλους (Security Market Line) και απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Η μαθηματική του περιγραφή είναι η εξής⁶:

$$E[R_i(t)] - r_f = \alpha_i + \beta_i [E[R_m(t)] - r_f] \quad (1)$$

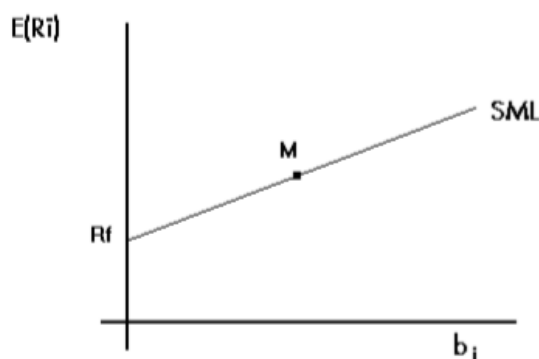
Όπου:

$E[(R_i(t)) - r_f]$ είναι η υπερβάλλουσα απόδοση πάνω από την απόδοση μηδενικού κινδύνου για την επένδυση i και τον δείκτη της αγοράς.

$E[R_m(t)] - r_f$ είναι η προσδοκώμενη απόδοση της αγοράς κατά την περίοδο t .

α_i είναι ο συντελεστής α της επένδυσης i .

β_i είναι ο συντελεστής β της επένδυσης i .



Διάγραμμα 5⁶: Σχέση αναμενόμενης απόδοσης με συντελεστή β_i

Από το παραπάνω διάγραμμα μπορούμε να βγάλουμε το συμπέρασμα ότι :

- i) Η αναμενόμενη απόδοση της εξαρτάται γραμμικά από τον συντελεστή β_i .
- ii) Συνδέεται θετικά με την προσδοκώμενη απόδοση

Η ευθεία που αναπαριστά την σχέση αυτή λέγεται Ευθεία Αξιογράφων της Αγοράς (**Security Market Line**) .

⁶Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus. *Investments 9th ed. Douglas Reiner* ,pp 280-300, 2010

2.2.2 Συντελεστές CAPM

Για να γίνει κατανοητή η εφαρμογή του μονοπαραγοντικού υποδείγματος είναι πολύ σημαντικό να γίνει ερμηνεία του κάθε συντελεστή του μοντέλου. Συνεπώς για κάθε συντελεστή που συνθέτει την μαθηματική περιγραφή του CAPM θα δοθεί η ερμηνεία του.

- Συντελεστής alpha⁶: Ερμηνεύεται μαθηματικά ως το ποσοστό της απόδοσης που θα πάρουμε, παραπάνω από αυτό που είχε προβλεφθεί αρχικά. Μπορεί να θεωρηθεί και ως ένα μέτρο αξιολόγησης του διαχειριστή του χαρτοφυλακίου που δείχνει αν η επιλογές του, δίνουν παραπάνω αξία ή όχι. Τιμή του alpha=1% σημαίνει ότι η επένδυση έχει 1% παραπάνω απόδοση από αυτή της αγοράς.
- Συντελεστής beta⁶: Το beta ερμηνεύεται ως η ευαισθησία των υπεραποδόσεων της επένδυσης στην αγορά. Αποτελεί ένα μέτρο κινδύνου του χαρτοφυλακίου σε σχέση με την αγορά. Τιμές του beta μικρότερου της μονάδας μας σημαίνει ότι, η επένδυση θα έχει μικρότερο κίνδυνο από αυτή της αγοράς. Για παράδειγμα αν οι αποδόσεις του δείκτη μειωθούν κατά 1%, τότε η απόδοση της επένδυσης θα μειωθεί κατά μικρότερο ποσοστό από 1% εφόσον το beta είναι 1. Ακολουθεί η μαθηματική απεικόνιση του συντελεστή β_i για μία μετοχή αλλά και για το χαρτοφυλάκιο.

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\sigma_m^2} \quad (2)$$

$$\beta_p = \sum_i^N w_i \beta_i \quad (3)$$

Όπου:

Cov (R_i , R_m): Είναι η συνδιακύμανση της απόδοσης του αξιογράφου i με την απόδοση της αγοράς.

σ_m^2 : Είναι η διακύμανση που παρουσιάζει η αγορά.

β_p : Είναι ο συντελεστής β του χαρτοφυλακίου.

w_i : Είναι το βάρος της μετοχής i στο χαρτοφυλάκιο.

⁶Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus. "Investments 9th ed". Douglas Reiner , pp 280-300,2010.

2.2.3 Υποθέσεις

Για την κατάλληλη εφαρμογή του CAPM αλλά και για την όσο το δυνατόν καλύτερη αποτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης ενός αξιογράφου υπάρχουν οι παρακάτω προϋποθέσεις^{6,2}.

- 1) Υπάρχουν 2 ανεξάρτητες πηγές κινδύνου που καθορίζουν την απόκλιση της απόδοσης από την αναμενόμενη τιμή της. **Η υπόθεση αυτή είναι και η πιο βασική για να εφαρμοστεί το CAPM.**
- 2) Οι επενδύσεις να βρίσκονται κάτω από τον ίδιο συστημικό κίνδυνο, δηλαδή να ανήκουν στον ίδιο δείκτη.
- 3) Οι αποδόσεις να ακολουθούν κανονική κατανομή.
- 4) Να υπάρχει ανεξαρτησία ανάμεσα σε μη-συστημικούς κινδύνους.
- 5) Ο πληθωρισμός θεωρείται μηδενικός και δεν υπάρχει φορολογία.
- 6) Οι ποσότητες των περιουσιακών στοιχείων είναι προσδιορισμένες.
- 7) Όλοι οι επενδυτές μπορούν να δανείζουν και να δανείζονται χωρίς περιορισμούς στα κεφάλαια.
- 8) Οι επενδυτές θεωρούνται ορθολογικοί.
- 9) Αν υποθέσουμε ότι έχουμε ανεξαρτησία ανάμεσα στους συστημικούς κινδύνους τότε οι εκτιμήσεις των διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων γίνονται πολύ πιο απλές και υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_i) \quad (4)$$

$$Cov(R_i, R_j) = \beta_i \beta_j \sigma_M^2 \quad (5)$$

2.2.4 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα CAPM

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, το CAPM είναι ένα μοντέλο αποτίμησης που συνδέει γραμμικά την αναμενόμενη απόδοση μιας επένδυσης με τον συντελεστή κινδύνου που έχει.

Όπως όλα τα μοντέλα αποτίμησης αλλά και πρόβλεψης γενικότερα, έτσι και το CAPM παρουσιάζει κάποια χαρακτηριστικά με βάση τα οποία καθορίζονται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα που έχει η εφαρμογή του. Μερικά από αυτά είναι τα παρακάτω.

Πλεονεκτήματα

- **Ευκολία στην χρήση.** Η εφαρμογή του CAPM υλοποιείται γρήγορα και εύκολα και το αποτέλεσμα της χρήσης του παρέχει εμπιστοσύνη γύρω από τα απαιτούμενα ποσοστά απόδοσης.
- **Διαμοιρασμός Χαρτοφυλακίου.** Η υπόθεση ότι οι επενδυτές κατέχουν ένα διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο παρόμοιο με αυτό της αγοράς εξαλείφει τον μη-συστημικό κίνδυνο.
- **Υπολογισμός απόδοσης με βάση τον συστημικό κίνδυνο.** Το CAPM σε σύγκριση με άλλα μοντέλα αποτίμησης, συμπεριλαμβάνει στην μαθηματική περιγραφή του τον συστημικό κίνδυνο, που είναι μια πολύ σημαντική μεταβλητή και το γεγονός ότι είναι απρόβλεπτη, αποτελεί δυσκολία για την πρόβλεψη της απόδοσης.

Μειονεκτήματα

- **Η υπόθεση ότι δεν υπάρχει άλλη εξάρτηση ανάμεσα στους ιδιοσυγκρατικούς κινδύνους.** Το CAPM δεν λαμβάνει υπόψη ότι υπάρχει άλλη εξάρτηση ανάμεσα στους ιδιοσυγκρατικούς κινδύνους, πέρα από αυτή που συνεπάγεται η κοινή έκθεση τους στον συστηματικό κίνδυνο.
- **Η υπόθεση ότι οι επενδυτές μπορούν να δανείζουν και να δανείζονται με επιτόκιο risk-free.** Η υπόθεση αυτή δεν είναι εφικτή στην πραγματικότητα. Για παράδειγμα οι μεμονωμένοι επενδυτές δεν μπορούν να δανειστούν με το ίδιο επιτόκιο από την κυβέρνηση των Η.Π.Α.
- **Αποκλίσεις λόγω μη-ρεαλιστικών υποθέσεων.** Οι υποθέσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω έχουν σαν αποτέλεσμα να εντάσσεται στους υπολογισμούς του CAPM οι αποκλίσεις από τα πραγματικά δεδομένα. Για παράδειγμα η υπόθεση ότι ο πληθωρισμός θεωρείται μηδενικός δεν ισχύει στην πραγματικότητα.

2.3 Υπόδειγμα Τριών Παραγόντων Fama and French

2.3.1 Ορισμός Μοντέλου Fama and French

Το μοντέλο τριών παραγόντων των Fama-French⁷ αποτελεί επέκταση του Μοντέλου Αποτίμησης Κεφαλαίου (CAPM). Το μοντέλο Fama-French στοχεύει στην περιγραφή των αποδόσεων των μετοχών μέσω τριών παραγόντων:

- i) Τον κίνδυνος της αγοράς.
- ii) Την υπεραπόδοση της αγοράς μετοχών εταιρειών μικρής κεφαλαιοποίησης και την πώληση μετοχών εταιριών μεγάλης κεφαλαιοποίησης.
- iii) Την υπεραπόδοση μεταξύ αγοράς μετοχών που έχουν χαμηλότερη τιμή από αυτή που θα έπρεπε να είχε με βάση τα χαρακτηριστικά της εταιρίας(Value Stocks²) που την εκδίδει και της πώλησης αναπτυξιακών μετοχών(Growth Stocks²) .

Το σκεπτικό πίσω από το μοντέλο είναι ότι στο χαρτοφυλάκιο που περιλαμβάνει την αγορά μετοχών, οι εταιρείες υψηλής επενδυτικής αξίας και μικρών κεφαλαίων τείνουν να ξεπερνούν τακτικά την απόδοση της συνολικής αγοράς. Το μοντέλο τριών παραγόντων Fama-French αναπτύχθηκε από τους καθηγητές του Πανεπιστημίου του Σικάγο Eugene Fama και Kenneth French. Η μαθηματική του περιγραφή δίνεται από την παρακάτω σχέση⁸.

$$E[R_i(t)] - r_f = \alpha_i + \beta_{1i}[E[R_m(t)] - r_f] + \beta_{2i}E[SMB] + \beta_{3i}E[HML] \quad (6)$$

Όπου:

$E[R_i(t)] - r_f$ είναι η υπερβάλλουσα απόδοση πάνω από την απόδοση μηδενικού κινδύνου για την επένδυση i και τον δείκτη της αγοράς.

$E[R_m(t)] - r_f$ είναι η προσδοκώμενη απόδοση της αγοράς κατά την περίοδο t .

α_i είναι ο συντελεστής α της επένδυσης i .

β_{1i} , β_{2i} και β_{3i} είναι οι συντελεστής β της επένδυσης i .

⁷French., Eugene F. Fama and Kenneth R. "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds,". *Journal of Financial Economics*, 1964.

⁸Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus. *Investments 9th ed.* Douglas Reiner ,pp 419-425, 2010.

⁹ Durbin, J.; Watson, G. S. . "Testing for serial correlation in least squares regression.III". *Biometrika*. 58 (1), pp. 1–19, 1971.

E[SMB] (Small Minus Big), είναι η υπερβάλλουσα απόδοση στην αγορά μετοχών εταιρειών μικρής κεφαλαιοποίησης και στην πώληση μετοχών εταιρειών μεγάλης κεφαλαιοποίησης.

E[HML] (High minus Low), είναι η υπερβάλλουσα απόδοση που περιλαμβάνει την αγορά value stocks και την πώληση growth stocks

Σύμφωνα με το μοντέλο τριών παραγόντων Fama-French, μακροπρόθεσμα, οι μικρές εταιρείες υπεραποδίδουν έναντι των μεγάλων εταιρειών και τα αξιόγραφα που έχουν μεγάλη επενδυτική αξία υπεραποδίδουν έναντι των αναπτυξιακών. Οι μελέτες που πραγματοποίησαν οι Fama και French αποκάλυψαν ότι το μοντέλο θα μπορούσε να εξηγήσει πάνω από το 90% των αποδόσεων των διαφοροποιημένων χαρτοφυλακίων⁸.

2.3.2 Συντελεστές μοντέλου

Alpha

Όπως στο CAPM έτσι και στο μοντέλο τριών παραγόντων των Fama and French το άλφα Ερμηνεύεται μαθηματικά ως το ποσοστό της απόδοσης που θα πάρουμε, παραπάνω από αυτό που είχε προβλεφθεί αρχικά. Στην εργασία του Eugene Fama⁹ αναφέρεται ότι σε βάθος χρόνου η εκτίμηση του συντελεστή άλφα είναι 0. Οποιαδήποτε θετική τιμή του άλφα μπορεί να οφείλεται είτε σε προίον τύχης είτε σε μικρό σύνολο δεδομένων. Στην ουσία μας δείχνει τη υπερβάλλουσα απόδοση του χαρτοφυλακίου με την απόδοση της αγοράς δηλαδή,

$$\alpha = R_p - R_{\text{market}}. \quad (7)$$

Συντελεστές Beta (market, SMB, HML)

Ο συντελεστής beta της αγοράς είναι η ευαισθησία που έχει η υπερβάλλουσα απόδοση του χαρτοφυλακίου στην μεταβολή της απόδοσης της αγοράς. Για παράδειγμα $\beta=1$ σημαίνει ότι αν ο απόδοση της αγοράς μεταβληθεί κατά 1% τότε η απόδοση του χαρτοφυλακίου θα αυξηθεί κατά 1%. Τιμές του $\beta>1$ πρακτικά σημαίνουν ότι το χαρτοφυλάκιο έχει μεγαλύτερη διακύμανση από την αγορά. Τιμή του $\beta<1$ πρακτικά σημαίνει ότι το χαρτοφυλάκιο έχει μικρότερο κίνδυνο από την αγορά. Επίσης μας δείχνει πόσο παραπάνω η λιγότερο αναμενόμενη απόδοση θα έχει το χαρτοφυλάκιο σε σχέση με την αγορά. Αντίστοιχη είναι η επεξήγηση του Beta για την υπερβάλλουσα απόδοση SMB και HML.

SMB (Small minus Big)

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω ο παράγοντας SMB στο μοντέλο των Fama and French είναι η ταυτόχρονη αγορά μετοχών εταιρειών μικρής κεφαλαιοποίησης και η πώληση μετοχών εταιριών μεγάλης κεφαλαιοποίησης . Αναφέρεται ως Size Premium και ο λόγος που χρησιμοποιείται είναι ότι οι εταιρίες με μικρή κεφαλαιοποίηση αποδίδουν καλύτερα έναντι των εταιριών μεγάλης κεφαλαιοποίησης. Συνεπώς αν προστεθούν στο χαρτοφυλάκιο αναμένεται να συντελέσουν στο να έχει το χαρτοφυλάκιο μεγαλύτερη απόδοση από αυτή της αγοράς.⁸ Ο υπολογισμός της απόδοσης γίνεται από την παρακάτω σχέση⁸:

$$SMB_t = \left(\frac{\frac{S}{L} + \frac{S}{M} + \frac{S}{H}}{3} \right) - \left(\frac{\frac{B}{L} + \frac{B}{M} + \frac{B}{H}}{3} \right)$$

(8)

Και οι αποδόσεις δίνονται από την σχέση:

$$R_{it} = LN(P_t) - LN(P_{t-1})$$

(9)

Όπου,

R_{it} είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου ($i = (S/L), (S/M), (S/H), (B/L), (B/M), (B/H)$) την μέρα t .

P_t είναι η τιμή του χαρτοφυλακίου την μέρα t .

P_{t-1} είναι η τιμή του χαρτοφυλακίου την προηγούμενη μέρα.

HML(High minus Low)

Ο παράγοντας HML του μοντέλου είναι η διαφορά των αποδόσεων μεταξύ των Value stocks και των Growth stocks που αναφέρθηκαν παραπάνω. Η εισαγωγή value stocks στο χαρτοφυλάκιο δίνει παραπάνω αξία στο χαρτοφυλάκιο. Το γεγονός αυτό στηρίζεται στο γ ότι ιστορικά οι Value stocks αποδίδουν καλύτερα έναντι των Growth stocks και για τον λόγο αυτό αναφέρεται ως Value Premium. Ο υπολογισμός της απόδοσης γίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$HML_t = \left(\frac{\frac{S}{H} + \frac{B}{H}}{2} \right) - \left(\frac{\frac{S}{L} + \frac{B}{L}}{2} \right)$$

(10)

Και οι αποδόσεις δίνονται από την σχέση:

⁹ Eugene F. Fama and Kenneth R. French, "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds", Journal of Financial Economics 33 , pp. 3–52, 1993.

⁸Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus. *Investments 9th ed.* Douglas Reiner ,pp 419-425, 2010.

$$R_{it} = LN(P_t) - LN(P_{t-1}) \quad (11)$$

Όπου,

R_{it} είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου ($i = (S/H),(B/H),(S/L),(B/L)$) την μέρα t .

P_t είναι η τιμή του χαρτοφυλακίου την μέρα t .

P_{t-1} είναι η τιμή του χαρτοφυλακίου την προηγούμενη μέρα.

2.3.3 Στατιστικός Έλεγχος Μοντέλου

Οι οικονομετρικοί μέθοδοι¹⁰ που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου είναι το Ordinary Least Square Regression (OLS) και το Generalized Least Regression (GLS). Το 2ο μοντέλο χρησιμοποιείται στην περίπτωση που υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα υπολείμματα. Η παλινδρόμηση λαμβάνει ως εξαρτημένη μεταβλητή την υπερβάλλουσα απόδοση χαρτοφυλακίου και σαν ανεξάρτητες μεταβλητές την υπερβάλλουσα απόδοση της αγοράς, την απόδοση με βάση το μέγεθος των εταιρειών (SMB) και την απόδοση με βάση την αξία των εταιρειών (HMB). Η γενικευμένη μορφή του στατιστικού μοντέλου είναι η παρακάτω:

$$Y_i = \alpha_i + \beta_i[X_i] + \varepsilon \quad (12)$$

Όπου,

Y_i : Είναι η υπερβάλλουσα απόδοση του χαρτοφυλακίου.

α_i , β_i : Είναι οι παράμετροι που θα εκτιμήσει το μοντέλο που θα χρησιμοποιηθεί.

X_i : Είναι πίνακας που περιλαμβάνει τις τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών.

ε : Τα υπολείμματα της χρονοσειράς

Είτε χρησιμοποιώντας την τεχνική OLS είτε την τεχνική GLS για να έχουν αξία τα αποτελέσματα των παλινδρομήσεων θα πρέπει να γίνουν έλεγχοι υποθέσεων ώστε οι προϋποθέσεις των μοντέλων να μην παραβιάζονται. Ανάλογα με το αν γίνονται πριν η μετά την παλινδρόμηση οι υποθέσεις αυτές χωρίζονται προ-εκτιμητικές και σε μετά-εκτιμητικές αντίστοιχα

¹⁰ Nayema Kevin Achola, MA. Econs and Peter W Muriu, PhD. "Testing The Three Factor Model Of Fama And French: Evidence From An Emerging Market". *European Scientific Journal*, 2016.

Έλεγχος Στατικότητας

Ο έλεγχος αυτός γίνεται πριν γίνει η παλινδρόμηση και εξετάζει την στατικότητα στα δεδομένα μας. Μη-Στατικότητα στα δεδομένα σημαίνει ότι ο μετέπειτα έλεγχος για την σημαντικότητα των συντελεστών α_i , β_i δεν θα είναι έγκυρος στατιστικά. Ένας διαδεδομένος έλεγχος για αυτή την περίπτωση είναι το ADF test το οποίο χρησιμοποιήθηκε και στα δεδομένα που θα εξετάσουμε στο Κεφάλαιο 4.

ADF test

Είναι ένας έλεγχος που αναπτύχθηκε από τους Dickey-Fuller ¹¹ και εξετάζει αν το άλφα (α) είναι μηδέν. Το άλφα είναι ο συντελεστής της πρώτης χρονικής υστέρησης της χρονοσειράς

$$Y_t = \alpha Y_{t-1} + \beta X_{\epsilon} + \epsilon \quad (13)$$

Όπου

Y_t :είναι η τιμές της χρονοσειράς.

Y_{t-1} : Η πρώτη χρονική υστέρηση της χρονοσειράς

α , β : οι συντελεστές της πρώτης χρονικής υστέρησης και της εξωγενούς μεταβλητής αντίστοιχα.

Η μηδενική υπόθεση του ελέγχου είναι:

H_0 : $\alpha=1$, Η χρονοσειρά είναι μη Στατική

H_1 : $\alpha \neq 1$, Η χρονοσειρά είναι Στατική.

Ο κανόνας απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης είναι ότι το p-value ελέγχου είναι μικρότερο από το επίπεδο σημαντικότητας τότε απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και η χρονοσειρά είναι στατική.

Ετεροσκεδαστικότητα

Όταν η διακύμανση των σφαλμάτων δεν είναι σταθερή, οι εκτιμήσεις του συντελεστή δεν θα είναι αμερόληπτες και συνεπείς. Η διακύμανση των σφαλμάτων δεν είναι ελάχιστη

όταν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα. Ο έλεγχος της ετεροσκεδαστικότητας μπορεί να γίνει είτε μέσω του διαγράμματος των σφαλμάτων με την μεταβλητή απόκρισης είτε μέσω ελέγχων όπως των Breusch-Pagan-Godfrey (BPG)¹² ή του White¹³.

Breusch-Pagan-Godfrey test

$$H_0: \sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \sigma^2_v$$

$$H_1: \sigma^2_1 \neq \sigma^2_2 \neq \sigma^2_v$$

Απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης, δηλαδή p-value μικρότερο από το επίπεδο σημαντικότητας σημαίνει ότι υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα.

White's test

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_v$$

$$H_1: \alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \alpha_v$$

Όπου α είναι ο συντελεστής των υπολειμμάτων.

Απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης σημαίνει ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα.

Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης

Η τεχνική OLS για να χρησιμοποιηθεί προϋποθέτει ότι η συνδιακύμανση μεταξύ των σφαλμάτων να είναι ασυσχέτιστη για το κάθε σφάλμα ξεχωριστά. Όταν παραβιάζεται αυτή η συνθήκη, οι εκτιμήσεις των συντελεστών είναι μη-έγκυρες. Για τον έλεγχο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί το Durbin-Watson test¹³.

Durbin-Watson test

$$H_0: \rho=0$$

$$H_1: \rho \neq 0$$

Απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης δηλαδή p-value μικρότερο από το επίπεδο σημαντικότητας σημαίνει ότι υπάρχει συσχέτιση μεταξύ της συνδιακύμανσης των σφαλμάτων.

¹³ Fuller, W. A., "Introduction to Statistical Time Series. New York": John Wiley and Sons, 1976.

¹²White, H. . "A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity". *E*, pp 817–838,1980.

¹³Durbin, J.; Watson, G. S. . "Testing for serial correlation in least squares regression.III". *Biometrika*. **58** (1): 1–19, 1971.

Κεφάλαιο 3

Μέτρα Αξιολόγησης Επενδυτικών Στρατηγικών

3.1 Εισαγωγή

Ένα σημαντικό κομμάτι στις επενδυτικές στρατηγικές είναι η αξιολόγηση τους. Μια στρατηγική μπορεί να αποφέρει κέρδος αλλά μπορεί και να αποτύχει και να αποφέρει ζημία. Το πρόβλημα είναι πώς αξιολογούμε μια επενδυτική στρατηγική και με ποιο τρόπο μπορούμε να συγκρίνουμε δύο στρατηγικές ή περισσότερες μεταξύ τους. Για παράδειγμα μία Στρατηγική A μπορεί να έχει μεγαλύτερο αναμενόμενο κέρδος από μία Στρατηγική B. Σε όρους λοιπόν αναμενόμενου κέρδους η Στρατηγική A είναι καλύτερη από την B. Αν σκεφτούμε μονοδιάστατα θα επιλέγαμε πάντα τις επιλογές που μας δίνει η στρατηγική A. Αν ξέραμε όμως ότι επενδύοντας 1000€ στην Στρατηγική A, το αναμενόμενο κέρδος μας είναι $E(p1) = (1400 \pm 300) \text{ €}$ και επενδύοντας στην Στρατηγική B το αναμενόμενο κέρδος είναι $E(p2) = (1150 \pm 50) \text{ €}$ που θα διαλέγαμε να επενδύσουμε τα 1000€; Σκεπτόμενοι πάλι μονοδιάστατα αλλά αυτή τη φορά σε όρους κινδύνου θα διαλέγαμε πάντα την Στρατηγική B. Σκεπτόμενοι δυσδιάστατα και θέλοντας να έχουμε το μεγαλύτερο αναμενόμενο κέρδος σε συνδυασμό με τον μικρότερο κίνδυνο θα διαλέγαμε την στρατηγική εκείνη που μας δίνει τον καλύτερο συνδυασμό αυτών των δύο. Από τα παραπάνω μπορούμε να συμπεράνουμε ότι μία στρατηγική είναι καλύτερη από μία άλλη όταν:

- i) Έχει μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση και ίδιο επίπεδο κινδύνου.
- ii) Έχει μικρότερο κίνδυνο και ίδιο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης.

Για την αξιολόγηση των επενδυτικών στρατηγικών έχουν αναπτυχθεί διάφορα μέτρα αξιολόγησης. Είναι σημαντικό να τονίσουμε ότι μία στρατηγική μπορεί να είναι καλύτερη από μια άλλη για ένα μέτρο κινδύνου, αλλά για ένα άλλο μέτρο αξιολόγησης να ισχύει το ανάποδο. Κάθε μέτρο αξιολόγησης έχει διαφορετική μαθηματική περιγραφή, συνεπώς σε κάθε μέτρο δίνεται διαφορετική βαρύτητα ανάμεσα στο αναμενόμενο κέρδος και στον κίνδυνο. Ακόμη πρέπει να αναφερθεί ότι για να είναι ένα μέτρο αξιολόγησης αξιόπιστο θα πρέπει να γίνει και σωστή εισαγωγή δεδομένων. Δηλαδή τα δεδομένα πρέπει να έχουν

επιλεχθεί κατάλληλα και το πλήθος να είναι τέτοιο ώστε το αποτέλεσμα να είναι αξιόπιστο. Δεν έχει νόημα η εκτίμηση για το αναμενόμενο κέρδος και τον κίνδυνο να προέρχονται από δεδομένα από τις τιμές κλεισίματος των τελευταίων δέκα ημερών αλλά ούτε έχει νόημα να πάρουμε δεδομένα των τελευταίων 20 χρόνων. Γενικότερα ισχύει η έκφραση **garbage in → garbage out**. Η λάθος επιλογή δεδομένων θα επηρεάσει και την αξιολόγηση των μοντέλων.

Στην συνέχεια θα εξετάσουμε μερικές από τις μεθόδους που αναπτύχθηκαν για την αξιολόγηση της επίδοσης ενός χαρτοφυλακίου. Στο κεφάλαιο αυτό θα αναπτύξουμε θεωρητικά τα παρακάτω μέτρα. Τα μέτρα αυτά ονομάζονται σύνθετα καθώς, στην αποτίμηση ενός χαρτοφυλακίου, συνυπολογίζουν τόσο την απόδοση όσο και τον κίνδυνο που αυτό εμπεριέχει. Τα μέτρα αξιολόγησης που θα χρησιμοποιήσουμε είναι τα παρακάτω:

- i) **Δείκτης Αποτελεσματικότητας Sharpe**
- ii) **Δείκτης Αποτελεσματικότητας Treynor**
- iii) **Δείκτης Αποτελεσματικότητας Jensen**
- iv) **Δείκτης M^2**
- v) **Δείκτης Πληροφόρησης**

3.2 Δείκτης Αποτελεσματικότητας Sharpe

3.2.1 Ορισμός του Sharpe Ratio

Ένα από τα πιο διαδεδομένα μέτρα αξιολόγησης είναι το Sharpe ratio¹⁴. Η αρχική προσέγγιση του Sharpe δίνεται από τη σχέση:

$$S_P = \frac{\bar{r}_P - \bar{r}_f}{\sigma_P} \quad (14)$$

Όπου,

\bar{r}_P : Η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου P κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου.

\bar{r}_f : Η μέση απόδοση της επένδυσης χωρίς κίνδυνο κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου.

σ_P : Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου κατά την εξεταζόμενη περίοδο.

$\bar{r}_P - \bar{r}_f$: Υπερβάλλουσα απόδοση.

Το 1994 έγινε αναδιατύπωση της μαθηματικής περιγραφής¹⁵ και ο ορισμός του δείκτη Sharpe δίνεται από την σχέση:

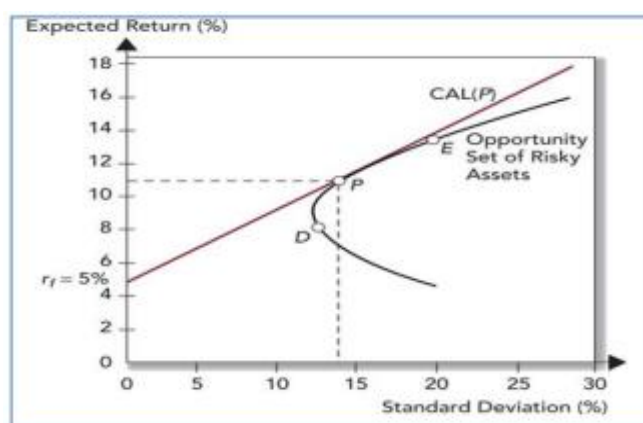
$$S_p = \frac{\bar{r}_p - \bar{r}_f}{\sqrt{\text{Var}(\bar{r}_p - \bar{r}_f)}} \quad (15)$$

¹⁴ Sharpe, W. F. "Mutual Fund Performance". *Journal of Business*. **39** (S1): 119–138, 1966.

¹⁵ Sharpe, William F. "The Sharpe Ratio", *The Journal of Portfolio Management*. **21** (1): 49–58, 1994.

Ο δείκτης Sharpe, μας δείχνει πόσο υπερβάλλουσα απόδοση ανά μονάδα κινδύνου έχει η επένδυση μας. Είναι καθαρός αριθμός καθώς και ο αριθμητής και ο παρονομαστής υπολογίζονται σε ποσοστά. Στον κίνδυνο συνυπολογίζει τόσο τον συστημικό όσο και τον ιδιοσυγκρατικό κίνδυνο. **Όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ο δείκτης Sharpe ενός χαρτοφυλακίου τόσο υψηλότερη είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου κατά την εξεταζόμενη περίοδο.** Τιμές του δείκτη ίσες ή μεγαλύτερες της μονάδας θεωρούνται ικανοποιητικές, τιμές 2- 3 πολύ καλές και τιμές > 3 άριστες. Αρνητική τιμή του δείκτη μπορεί να σημαίνει ότι είτε η απόδοση στο risk free είναι μεγαλύτερη της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου, είτε ότι η αναμενόμενη απόδοση είναι αρνητική. Και στις δύο περιπτώσεις ένας αρνητικός λόγος του Sharpe Ratio δεν παρέχει καμία χρήσιμη πληροφορία. Τέλος, χρησιμοποιείται συχνά για αξιολόγηση επιδόσεων Αμοιβαίων Κεφαλαίων.

Από αυτό το κριτήριο προκύπτει η ευθεία που εφάπτεται στην περιοχή των αποτελεσματικών επιλογών επενδύσεων στο χαρτοφυλάκιο Markowitz και περνάει από το σημείο της επένδυσης μηδενικού κινδύνου. Αυτή η ευθεία ονομάζεται Capital Allocation Line (CAL) και φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 2: Γραμμή Κεφαλαιαγοράς¹⁶

Περιορισμοί

Για την σωστή αξιοποίηση του δείκτη Sharpe θα πρέπει να λάβουμε υπόψη τους εξής περιορισμούς¹⁴.

- i) Ο Δείκτης του Sharpe αποτελεί κριτήριο κατάταξης μεταξύ επενδύσεων, οι οποίες βρίσκονται στο ίδιο επενδυτικό περιβάλλον, δηλαδή έχουν το ίδιο Risk free.
- ii) Για τον υπολογισμό του δείκτη μπορούν να χρησιμοποιηθούν ημερήσιες, εβδομαδιαίες, μηνιαίες αποδόσεις, οι οποίες πρέπει να κατανέμονται κανονικά. Αυτός ο περιορισμός αποτελεί το κυριότερο μειονέκτημα του Δείκτη καθώς δεν είναι πάντα εφικτό έστω και προσεγγιστικά τα δεδομένα να ακολουθούν κανονική κατανομή.

3.3 Δείκτης Αποτελεσματικότητας Treynor

3.3.1 Ορισμός του Treynor Ratio

Ο δείκτης του Treynor¹⁷ εκφράζει την απόδοση μιας επένδυσης σε μονάδες Risk Premium. Υπολογίζει την ανταμοιβή του κινδύνου του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου ανά μονάδα συστηματικού κινδύνου. Δίνεται από τη σχέση:

$$T_P = \frac{\bar{r}_P - \bar{r}_f}{\beta_P} \quad (16)$$

Όπου,

\bar{r}_P : η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου P κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου

\bar{r}_f : η μέση απόδοση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου

β_p : ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου

$\bar{r}_p - \bar{r}_f$: η ανταμοιβή του κινδύνου

¹⁷Treynor, Jack L. "How to Rate Management of Investment Funds". *Harvard Business Review* 43, pp. 63–75, 1965.

Επειδή ο αριθμητής και ο παρονομαστής του δείκτη Treynor υπολογίζονται σε ποσοστά, ο λόγος του δείκτη είναι τελικά ένας καθαρός αριθμός. Συνεπώς **όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ο δείκτης Treynor ενός χαρτοφυλακίου τόσο υψηλότερη είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου κατά την εξεταζόμενη περίοδο.**

Περιορισμοί

Για την σωστή αξιοποίηση του δείκτη Treynor θα πρέπει να λάβουμε υπόψη τους εξής περιορισμούς:

- i) Για χαρτοφυλάκια που δεν έχουν εξαλείψει τον μη συστηματικό κίνδυνό τους (= efficient portfolios), ο δείκτης Treynor οδηγεί σε παραπλανητικά αποτελέσματα, διότι $\sigma > b$ ¹⁷.
- ii) Ο Δείκτης του Treynor αποτελεί κριτήριο κατάταξης μεταξύ επενδύσεων οι οποίες βρίσκονται στο ίδιο επενδυτικό περιβάλλον, δηλαδή έχουν το ίδιο Risk free.
- iii) Όπως και με τον δείκτη του Sharpe, για τον υπολογισμό του δείκτη μπορούν να χρησιμοποιηθούν ημερήσιες, εβδομαδιαίες, μηνιαίες αποδόσεις, οι οποίες πρέπει να κατανέμονται κανονικά. Αυτός ο περιορισμός αποτελεί το κυριότερο μειονέκτημα του Δείκτη καθώς δεν είναι πάντα εφικτό έστω και προσεγγιστικά τα δεδομένα να ακολουθούν κανονική κατανομή.

Όταν η απόδοση των χαρτοφυλακίων περιγράφεται από μοντέλα όπως το Fama and French που έχει k παράγοντες, τότε χρησιμοποιούμε την γενικευμένη μορφή¹⁷ του Treynor ratio η οποία περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

$$GT_i = \frac{a_i \sum_{j=-1}^k \bar{r}_i^*}{a_i \sum_{j=-1}^k \bar{r}^* \beta^*} \quad (17)$$

Όπου

$$\bar{r}_i^* = \bar{r} \beta_{mj} \quad (18)$$

και

$$\bar{\beta}^* = \beta_{kj} / \beta_{mj} \quad (19)$$

¹⁸Treynor, Jack L., and Fisher Black "How to use security analysis to improve portfolio selection." Journal of Business, vol 46, no. 1 (January): 66-86, 1973.

3.3.2 Διαφορές μεταξύ Sharpe Ratio και Treynor Ratio

Και οι δύο δείκτες επιδιώκουν να αξιολογήσουν την προσαρμοσμένη στον κίνδυνο απόδοση ενός επενδυτικού χαρτοφυλακίου. Ο δείκτης Sharpe βοηθά τους επενδυτές να κατανοήσουν την απόδοση μιας επένδυσης σε σύγκριση με τον κίνδυνο της ενώ ο δείκτης Treynor αξιολογεί την απόδοση του χαρτοφυλακίου σε σχέση με ένα διαφορετικό σημείο αναφοράς. Αντί να μετρά την απόδοση ενός χαρτοφυλακίου μόνο έναντι του ποσοστού απόδοσης για μια επένδυση χωρίς κινδύνους, ο δείκτης Treynor φαίνεται να εξετάζει πόσο καλά ένα χαρτοφυλάκιο υπερτερεί της αγοράς μετοχών στο σύνολό της. Αυτό γίνεται με την αντικατάσταση της τυπική απόκλισης με το Βήτα (β) στην εξίσωση του Sharpe.

Ο δείκτης Treynor μπορεί να χρησιμοποιηθεί, εάν το χαρτοφυλάκιο επενδύσεων έχει υπεραπόδοση των μέσων κερδών της αγοράς που ορίζεται από το CAPM . Όπως είναι φανερό η διαφορά των προαναφερθέντων δεικτών βρίσκεται στην προσέγγιση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Ο Sharpe θεωρεί ως κατάλληλο μέτρο του κινδύνου τον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, ενώ ο Treynor εκτιμά ως καταλληλότερο μέτρο του κινδύνου τον συστηματικό του κίνδυνο.

3.4 Δείκτης Αποτελεσματικότητας Jensen

3.4.1 Ορισμός του Jensen Index ή Jensen Alpha

Είναι ένας δείκτης που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση τόσο μίας μεμονωμένης επένδυσης όσο και για την συγκριτική αξιολόγηση μεταξύ πολλών επενδύσεων.. Για τον υπολογισμό του Jensen Alpha¹⁸ είναι απαραίτητο να υπολογιστεί πρώτα ο συντελεστής β_P του χαρτοφυλακίου και η απόδοση της αγοράς \bar{r}_M κατά την

εξεταζόμενη περίοδο. Επομένως, είναι σημαντικό να ξαναγίνει αναφορά στον ορισμό του CAPM για να γίνει πιο κατανοητός ο ορισμός του δείκτη Jensen.

¹⁹Jensen, M.C., "The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964," Journal of Finance 23, pp. 389-416, 1968.

$$\text{Υπόδειγμα CAPM: } E(\bar{r}_P) = \bar{r}_f + \beta_P (E(\bar{r}_m) - \bar{r}_f) \quad (20)$$

$$\text{Υπεραπόδοση: } \alpha_P = \bar{r}_P - [\bar{r}_f + \beta_P (\bar{r}_m - \bar{r}_f)] \quad (21)$$

Όπου,

$E(\bar{r}_P)$ είναι η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου P .

$E(\bar{r}_m)$ είναι η αναμενόμενη απόδοση της αγοράς (Δείκτης Τιμών),

β_P = Συντελεστής Βήτα του χαρτοφυλακίου (συντελεστής συστηματικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου)

α_P : Το Alpha του χαρτοφυλακίου.

\bar{r}_P : η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου P κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου.

\bar{r}_f : η μέση απόδοση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου.

\bar{r}_m : Μέση απόδοση αγοράς κατά την εξεταζόμενη περίοδο.

Για την κατανόηση του δείκτη είναι σημαντικό να διατυπωθεί η έννοια της Υπεραπόδοσης (Excess Return). Με τον όρο αυτό εννοούμε πόσο μεγαλύτερη απόδοση έχουμε σε ένα χαρτοφυλάκιο από την απόδοση που προβλέπει το CAPM για το χαρτοφυλάκιο. Μαθηματικά λοιπόν ορίζεται ως η διαφορά της απόδοσης που έχει το χαρτοφυλάκιο με την απόδοση που προβλέπει το CAPM. Συνεπώς επειδή οι αποδόσεις μετρούνται σε ποσοστά θα είναι και ο δείκτης Jensen ποσοστό. Από την μαθηματική περιγραφή του γίνεται κατανοητό ότι, **όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ο δείκτης Jensen ενός χαρτοφυλακίου τόσο υψηλότερη είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου κατά την εξεταζόμενη περίοδο.**

3.5 Μέτρο M^2

3.5.1 Ορισμός του M^2

Το μέτρο M^2 ¹⁹ προέρχεται από μία μαθηματική προσέγγιση του Sharpe Ratio και προτάθηκε από τον Graham και Harvey, και αργότερα πήρε την τελική του μορφή από την Leah Modigliani της Morgan Stanley και τον Franco Modigliani. Η ιδέα πίσω από τον δείκτη M^2 είναι η δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου P^* που μιμείται τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου της αγοράς μεταβάλλοντας το βάρος (w_p) του πραγματικού χαρτοφυλακίου P και της risk-free επένδυσης μέχρι το χαρτοφυλάκιο P^* να έχει τον ίδιο συνολικό κίνδυνο με την αγορά. Η απόδοση του χαρτοφυλακίου P^* καθορίζεται και συγκρίνεται με την απόδοση της αγοράς.

Το βάρος (w_p) στο χαρτοφυλάκιο P^* που αντισταθμίζει τον κίνδυνο έτσι ώστε να είναι ίσος με τον κίνδυνο της αγοράς είναι:

$$w_p = \frac{\sigma_m}{\sigma_p} \quad (22)$$

Το αντίστοιχο βάρος που επενδύεται στο Risk Free είναι:

$$w_f = 1 - w_p \quad (23)$$

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου μίμησης βρίσκεται από την παρακάτω σχέση:

$$\bar{r}_{p^*} = w_p \bar{r}_p + (1 - w_p) \bar{r}_f \quad (24)$$

Από (22), (23) η σχέση (2) γράφεται:

$$\begin{aligned} \bar{r}_{p^*} &= \frac{\sigma_m}{\sigma_p} \bar{r}_p + \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_p}\right) \bar{r}_f \Leftrightarrow \bar{r}_{p^*} = \frac{\sigma_m}{\sigma_p} \bar{r}_p - \frac{\sigma_m}{\sigma_p} \bar{r}_f + \bar{r}_f \Leftrightarrow \\ \bar{r}_{p^*} &= \bar{r}_f + \sigma_m \frac{\bar{r}_p - \bar{r}_f}{\sigma_p} \end{aligned} \quad (25)$$

Η διαφορά μεταξύ της απόδοσης του χαρτοφυλακίου μίμησης και της αγοράς είναι το μέτρο M^2 δηλαδή:

$$M^2 = r_{p^*} - r_M \quad (26)$$

Από την παραπάνω σχέση καταλαβαίνουμε ότι, αν ένα χαρτοφυλάκιο που έχει απόδοση ίση με αυτή αγοράς, θα έχει τιμή M^2 ίση με μηδέν, ενώ αν ένα χαρτοφυλάκιο μίμησης έχει καλύτερη απόδοση από της αγοράς τότε το M^2 θα έχει θετική αξία. Συνεπώς, όπως και στα προηγούμενα μέτρα αξιολόγησης, **όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ο δείκτης M^2 ενός χαρτοφυλακίου τόσο υψηλότερη είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου κατά την εξεταζόμενη περίοδο.**

²⁰Modigliani, Franco. "Risk-Adjusted Performance". *Journal of Portfolio Management*. pp 45–54, 1977.

Με τη χρήση του μέτρου M^2 , είναι δυνατόν να ταξινομηθούν τα χαρτοφυλάκια ανάλογα την τιμή του, και επίσης να προσδιοριστούν ποια χαρτοφυλάκια θα νικήσουν την αγορά σε βάση την απόδοση προσαρμοσμένη στον κίνδυνο.

3.5.2 Διαφορές μεταξύ Sharpe Ratio και M^2

Παρόλο που το μέτρο του Sharpe μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη σύγκριση των αποδόσεων διαφόρων χαρτοφυλακίων, η αριθμητική αξία που το μέτρο αυτό παράγει, είναι δύσκολο να ερμηνευτεί, στα πλαίσια οικονομικών όρων.

Αντίθετα το M^2 μετρά την απόδοση που θα είχε ένας επενδυτής από το χαρτοφυλάκιο του, εάν δανειζόταν (ή δάνειζε) με επιτόκιο ίσο με αυτό του Risk free, έτσι ώστε ο κίνδυνος του «νέου» χαρτοφυλακίου του να είναι ίσος με τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Παρόλο που τα δύο μέτρα παρέχουν την ίδια αξιολόγηση της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου σε σχέση με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, η αριθμητική τιμή του M^2 σε αντίθεση με το μέτρο του Sharpe, είναι άμεσα συγκρίσιμη με τη μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς και δείχνει εάν το αξιολογούμενο χαρτοφυλάκιο έχει μεγαλύτερη ή μικρότερη απόδοση από εκείνη της αγοράς, αναλόγως του κινδύνου του.

3.6 Δείκτης Πληροφορίας IR

3.6.1 Ορισμός του IR

Ο δείκτης πληροφοριών (IR)²⁰ είναι ένα μέτρο αξιολόγησης της υπερβάλλουσας απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου (σε σχέση με ένα δείκτη-Benchmark) σε σύγκριση με τη μεταβλητότητα αυτών των αποδόσεων. Ο δείκτης αναφοράς που χρησιμοποιείται μπορεί να είναι ένας δείκτης που αντιπροσωπεύει την αγορά (π.χ S&P 500) ή ένας συγκεκριμένος

τομέας ή κλάδος. Το IR χρησιμοποιείται συχνά ως μέτρο αξιολόγησης του επιπέδου ικανότητας ενός διαχειριστή χαρτοφυλακίου να παράγει υπερβολικές αποδόσεις σε σχέση με ένα σημείο αναφοράς, αλλά προσπαθεί επίσης να προσδιορίσει τη συνέπεια της απόδοσης ενσωματώνοντας ένα σφάλμα παρακολούθησης ή ένα στοιχείο τυπικής απόκλισης στον υπολογισμό, που ονομάζεται Σφάλμα Παρακολούθησης (Tracking error). Η μαθηματική του περιγραφή είναι:

$$IR = \frac{\bar{r}_P - \bar{r}_B}{\text{Tracking Error}} = \frac{\alpha_P}{\sigma(e_P)} \quad (27)$$

Όπου,

$\bar{r}_P - \bar{r}_B$: είναι η διαφορά μεταξύ της απόδοσης του χαρτοφυλακίου και της απόδοσης που έχει ένας δείκτης αναφοράς κατά την διάρκεια μιας εξεταζόμενης περιόδου.

Tracking Error / $\sigma(e_P)$: Είναι η τυπική απόκλιση της διαφοράς της απόδοσης του χαρτοφυλακίου με την απόδοση ενός δείκτη αναφοράς.

Το σφάλμα παρακολούθησης ($\sigma(e_P)$) προσδιορίζει το επίπεδο συνέπειας στο οποίο ένα χαρτοφυλάκιο "παρακολουθεί" την απόδοση ενός δείκτη αναφοράς. Ένα χαμηλό σφάλμα παρακολούθησης σημαίνει ότι το χαρτοφυλάκιο κερδίζει το δείκτη με συνέπεια κατά την πάροδο του χρόνου, ενώ ένα υψηλό σφάλμα παρακολούθησης σημαίνει ότι οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου παρουσιάζουν μεγαλύτερη μεταβλητότητα με την πάροδο του χρόνου, δηλαδή δεν είναι συνεπείς στην υπέρβαση της απόδοσης του δείκτη αναφοράς.

Συνοψίζοντας, ο δείκτης Πληροφορίας IR:

- Είναι ένα μέτρο αξιολόγησης της απόδοσης προσαρμοσμένης στον κίνδυνο που έχει ένα χαρτοφυλάκιο σε σχέση με ένα δείκτη αναφοράς.
- Χρησιμοποιείται είτε για να αξιολογήσει έναν διαχειριστή χαρτοφυλακίου στο κατά πόσο παράγει μεγαλύτερη απόδοση από την επένδυση σε ένα δείκτη αναφοράς, είτε για την σύγκριση χαρτοφυλακίων που έχουν όμως κοινό δείκτη αναφοράς.
- Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του δείκτη σημαίνει και μεγαλύτερη προσαρμοσμένη στο κίνδυνο απόδοση.

Περιορισμοί

- i) Ο δείκτης πληροφορίας παρουσιάζει ευαισθησία στο επίπεδο απόδοσης και στο επίπεδο κινδύνου που επιλέγει ένας επενδυτής. Κάθε επενδυτής διαλέγει διαφορετικό επίπεδο που εξαρτάται από το εισόδημα, την οικονομική κατάσταση την ηλικία κ.α. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι στόχοι να είναι διαφορετικοί για κάθε επενδυτή. Συνεπώς, ένα αποτέλεσμα του δείκτη ερμηνεύεται διαφορετικά για κάθε επενδυτή. Για παράδειγμα, ένας risk lover επενδυτής έχει μεγάλο σφάλμα παρακολούθησης λόγω της στρατηγικής προσέγγισης που ακολουθεί. Άρα, υπάρχει πιθανότητα το να IR να έχει μικρή τιμή, χωρίς να σημαίνει ότι η επενδυτική του στρατηγική είναι λάθος μακροχρόνια, απλά από τη φύση της έχει μεγάλη μεταβλητότητα.
- ii) Το γεγονός ότι πρέπει να γίνει επιλογή ενός δείκτη αναφοράς που δεν είναι απαραίτητα κοινός για όλους τους διαχειριστές χαρτοφυλακίων καθιστά την χρησιμοποίηση του δείκτη για σύγκριση μεταξύ πολλών χαρτοφυλακίων δύσκολη.

3.6.2 Διαφορές μεταξύ Sharpe Ratio και IR

Και οι δύο δείκτες αποτελούν μέτρα αξιολόγησης επενδυτικών στρατηγικών. Ωστόσο, ο δείκτης Sharpe υπολογίζεται από τη διαφορά μεταξύ της απόδοσης ενός περιουσιακού στοιχείου και του ποσοστού απόδοσης στο risk free, διαιρούμενο με την τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Το ποσοστό απόδοσης στο risk free θα ήταν κοινό μεταξύ διαφορετικών χαρτοφυλακίων γεγονός που καθιστά το Sharpe ratio ιδανικό για συγκρίσεις μεταξύ χαρτοφυλακίων.

Ο δείκτης πληροφορίας, από την άλλη πλευρά, μετρά την προσαρμοσμένη στον κίνδυνο απόδοση σε σχέση με ένα σημείο αναφοράς, όπως ο δείκτης Standard & Poor's 500 (S&P 500). Ακόμη το IR μετρά τη συνέπεια των επιδόσεων μιας επένδυσης, ενώ ο δείκτης Sharpe μετρά το βαθμό κατά το οποίο ένα επενδυτικό χαρτοφυλάκιο ξεπέρασε το ποσοστό απόδοσης στο risk free. Το γεγονός αυτό καθιστά τον δείκτη πληροφορίας πιο ελκυστικό για την αξιολόγηση μεμονωμένων χαρτοφυλακίων επειδή στην πράξη χρησιμοποιείται πιο συχνά η αξιολόγηση μιας επένδυσης σε σχέση με ένα δείκτη, όπως πχ τον (S&P 500), παρά σε σχέση με επένδυση στο risk free.

²¹ Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus. *Investments 9th ed. Douglas Reiner*, pp 819-840, 2010.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Εφαρμογή Μέτρων Αξιολόγησης Επενδυτικών Στρατηγικών

4.1 Δεδομένα

4.1.1 Περιγραφή

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση των χρηματιστηριακών δεικτών αφορούν: α) την Ευρωπαϊκή Αγορά αξιογράφων β) Χρηματιστηριακούς Δείκτες Ευρωζώνης

Όσον αφορά την Ευρωπαϊκή αγορά αξιογράφων χρησιμοποιήθηκε η βάση δεδομένων Kenneth R. French Data Library²¹. Το αρχείο που κατεβάσαμε περιλαμβάνει τις ημερήσιες αποδόσεις της αγοράς για τις παρακάτω μεταβλητές:

- i) Υπερβάλουσα Απόδοση της Αγοράς
- ii) Την διαφορά στην απόδοση μεταξύ, των εταιρειών μικρής κεφαλαιοποίησης σε σχέση με τις εταιρείες μεγάλου κεφαλαίου (SMB)
- iii) Την διαφορά στην απόδοση μεταξύ, αξιογράφων με υψηλή επενδυτική αξία έναντι αξιογράφων που έχουν χαμηλή επενδυτική αξία (HML).
- iv) Την απόδοση στο Risk Free (R_f).

Για τα δεδομένα των Χρηματιστηριακών Δεικτών²² χρησιμοποιήθηκαν ημερήσιες τιμές κλεισίματος. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν παρουσιάζονται συνοπτικά στον παρακάτω Πίνακα 1. Τέλος τα δεδομένα αφορούν τις ημερομηνίες από 16/09/2015 έως και 18/12/2020 το οποίο περιλαμβάνει 222 εβδομαδιαίες παρατηρήσεις.

Χρηματιστηριακοί Δείκτες
Eurostoxx50
Eurostoxx600
Dax
Cac
Amsterdam

Πίνακας 1: Χρηματιστηριακοί Δείκτες

²²(https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html)

²³<https://www.naftemporiki.gr/finance/chain/27/europi.html>

4.1.2 Προπαρασκευή Δεδομένων

Προκειμένου τα δεδομένα να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση χρειάστηκε να γίνει η παρακάτω επεξεργασία.

α) **Μετατροπή των τιμών κλεισίματος** της αγοράς, των Ευρωπαϊκών Δεικτών **από ημερήσιες σε εβδομαδιαίες**.

β) **Μετατροπή των τιμών κλεισίματος των δεικτών σε εβδομαδιαίες αποδόσεις**. Για την μετατροπή αυτή χρησιμοποιήθηκε ή λογαριθμική σχέση για τις αποδόσεις, για το λόγο ότι έχουμε συνεχείς συναλλαγές αξιογράφων:

$$R_{it} = \ln \left(\frac{P_{it}}{P_{i(t-1)}} \right) \quad (28)$$

Όπου,

R_{it} είναι η ποσοστιαία απόδοση της i εβδομάδας.

P_{it} είναι η τιμή κλεισίματος του δείκτη την i εβδομάδα.

$P_{i(t-1)}$ είναι η τιμή κλεισίματος της $i-1$ εβδομάδας.

γ) **Εύρεση της ημερήσιας υπερβάλλουσας απόδοσης από την σχέση $R_{it} - R_f$**

δ) **Μετατροπή των αποδόσεων σε ποσοστό**

Η προπαρασκευή των δεδομένων πραγματοποιήθηκε στο Microsoft Excel

4.1.3 Ανάλυση Δεδομένων

Σκοπός της ανάλυσης δεδομένων ήταν να βρούμε τις τιμές των παρακάτω μέτρων αξιολόγησης για κάθε δείκτη. Για την εύρεση τους χρησιμοποιήθηκε η γλώσσα προγραμματισμού R.

- Sharpe Ratio
- Treynor Ratio
- Jensen Alpha
- M^2
- Information Ratio (IR)

Για τους ελέγχους υποθέσεων χρησιμοποιήθηκε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Πρίν τον υπολογισμό των Μέτρων Αξιολόγησης χρειάστηκε ο υπολογισμός των μεταβλητών που παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα όπου περιλαμβάνει και τους συμβολισμούς που θα χρησιμοποιηθούν.

Η τιμές των αποδόσεων αναφέρονται σε ετήσιες μέσες αποδόσεις και για το λόγος αυτό οι μέσες εβδομαδιαίες αποδόσεις πολλαπλασιάστηκαν με 52.

Μεταβλητή	Περιγραφή
R_p	Μέση τιμή υπερβάλλουσας απόδοσης
S_p	Τυπική απόκλιση απόδοσης
R_m	Μέση τιμή Αγοράς
S_m	Τυπική απόκλιση Αγοράς
S_{ep}	Τυπική απόκλιση διαφοράς Αποδόσεων
R_f	Μέση τιμή risk free
A	alpha χαρτοφυλακίου
β_m	beta αγοράς
β_{SMB}	beta SMB
β_{HML}	beta HML
R^*	Μέση τιμή χαρτοφυλακίου μίμησης
$R^\#$	$\bar{r} \beta_{mj}$
B^*	β_{kj} / β_{mj}

Πίνακας 2: Μεταβλητές Μέτρων Αξιολόγησης

Για την ολοκλήρωση της εύρεσης των μέτρων αξιολόγησης χρησιμοποιήθηκε ο παρακάτω κώδικας που περιλαμβάνει όλη την διαδικασία της ανάλυσης.

ΚΩΔΙΚΑΣ

- **Βιβλιοθήκες**

```
library(TTR)
```

```
library(tseries)
```

```
library(quantmod)
```

```
library(data.table)
```

```
library(readxl)
```

```
library(het.test)
```

- **Εισαγωγή Δεδομένων**

```
ff_data <- read_excel("C:/Users/ataliadouros/Desktop/famaandfrench.xlsx")
```

```
ff_data
```

- **Εξαγωγή Πινάκων στο περιβάλλον του R-studio για Ανάλυση Δεδομένων**

```
rmrf <- ff_data[,9] #market excess return table
```

```
smb <- ff_data[,10] #SMB table
```

```
hml <- ff_data[,11] #HML table
```

```
rf <- ff_data[,13] #risk free return table
```

```
ret <- ff_data[,6] #Returns table
```

```
excess_ret = ff_data[,7] #Index Excess Return table
```

```
excst_ret = rmrf #Return minus Market return table
```

- **Στατιστικά**

```
#statistics
```

```
n=52 #Number of weeks Per Year
```

```
rp=(mean(data.matrix(excess_ret))*n) #Average Annual % Excess Return
```

```
sp_weekly=sd(data.matrix(excess_ret))
```

```
var_sp=var(data.matrix(rp))*52
```

```

sp=sqrt(var_sp) #Annual Standard Deviation of Excess return
rm=mean(data.matrix(rmrf))*n #Average Annual Market Excess Return
sm_weekly=sd(data.matrix(rmrf))
var_sm= var(data.matrix(rm))*52
sm=sqrt(var_sm) #Annual Standard Deviation of excess return

r_smb=mean(data.matrix(smb))*n #Average Annual SMB Return
s_smb_weekly=sd(data.matrix(smb))
var_smb=var(data.matrix(r_smb))*52
s_smb=sqrt(var_smb)*100 #Annual Standard Deviation of SMB
r_hml=mean(data.matrix(hml))*n #Average Annual Hml Return
s_hml_weekly=sd(data.matrix(hml))
var_hml=( data.matrix(r_hml))*52
s_hml=sqrt(var) #Annual Standard Deviation of HML
sep_weekly=sd(data.matrix(excess_ret-rmrf))
var_sep=var ( data.matrix(excess_ret-rmrf))*52
sep=sqrt(var_sep) #Standard Deviation of Return-Mrkt Return

```

- **Δημιουργία Πινάκων**

```

Y=as.matrix(excess_ret)
X=as.matrix(cbind(rmrf,smb,hml))

```

- **Προεκτιμητικοί Έλεγχοι Υποθέσεων**

Έλεγχος Στατικότητας

```

adf.test(as.matrix(excess_ret), alternative = c("stationary", "explosive"),

```

```

k = trunc((length(as.matrix(fund.xcess))-1)^(1/3))

```

```

adf.test(as.matrix(rmrf), alternative = c("stationary", "explosive"),

```

```

k = trunc((length(as.matrix(rmrf))-1)^(1/3))

```

```
adf.test(as.matrix(smb), alternative = c("stationary", "explosive"),
```

```
      k = trunc((length(as.matrix(smb))-1)^(1/3)))
```

```
adf.test(as.matrix(hml), alternative = c("stationary", "explosive"),
```

```
      k = trunc((length(as.matrix(hml))-1)^(1/3)))
```

- **Παλινδρόμηση**

```
ffregression <- lm(Y~X)
```

```
summary(ffregression)
```

- **Μετά Εκτιμητικοί έλεγχοι**

Έλεγχος Ομοσκεδαστικότητας Υπολλειμάτων

```
bptest(ffregression)
```

Έλεγχος Αυτοσυσχέτησης των Υπολλειμάτων

```
dwtest(ffregression)
```

- **Συντελεστές Παλινδρόμησης**

```
coef_table=data.matrix(coef(ffregression, complete = TRUE))
```

```
coef_table
```

```
ap=as.numeric(coef_table [1,])          #Alpha
```

```
b1=as.numeric(coef_table [2,])         #Beta of Market
```

```
b2=as.numeric(coef_table [3,])         #Beta of SMB
```

```
b3=as.numeric(coef_table [4,])         #Beta of HML
```

- **Μέτρα Αξιολόγησης**

#sharpe ratio

```
sharpe_ratio=rp/sp
```

```
sharpe_ratio
```

#treynor ratio

```
Rstarb1=rp*b1
```

```
Rstarb1
```

```
Bsmbbm=b2/b1
```

```
Bsmbbm
```

```
BHmlbm=b3/b1
```

```
nBHmlbm
```

```
G_treynor_ratio = ap*(Rstarb1/Bsmbbm)
```

#Jensen alpha

```
Jensen_alpha=ap
```

```
Jensen_alpha
```

#Information Ratio

```
IR=ap/sep
```

```
IR
```

#M^2

```
r2=rf_m+sm*((rp-rf_m)/sp)
```

```
M= r2-rm
```

```
M
```

#evaluation measures table

```
evaluation_measures_table<-matrix(c(sharpe_ratio,treynor_ratio,Jensen_alpha,IR,M),  
ncol=7)
```

```
colnames(evaluation_measures_table) <- c('Sharpe Ratio','G_Treynor Ratio Mkt ', 'Treynor  
Ratio SML ', 'G_Treynor Ratio HML', 'Jensen alpha', 'Information ratio', 'M^2')
```

```
evaluation_measures_table
```

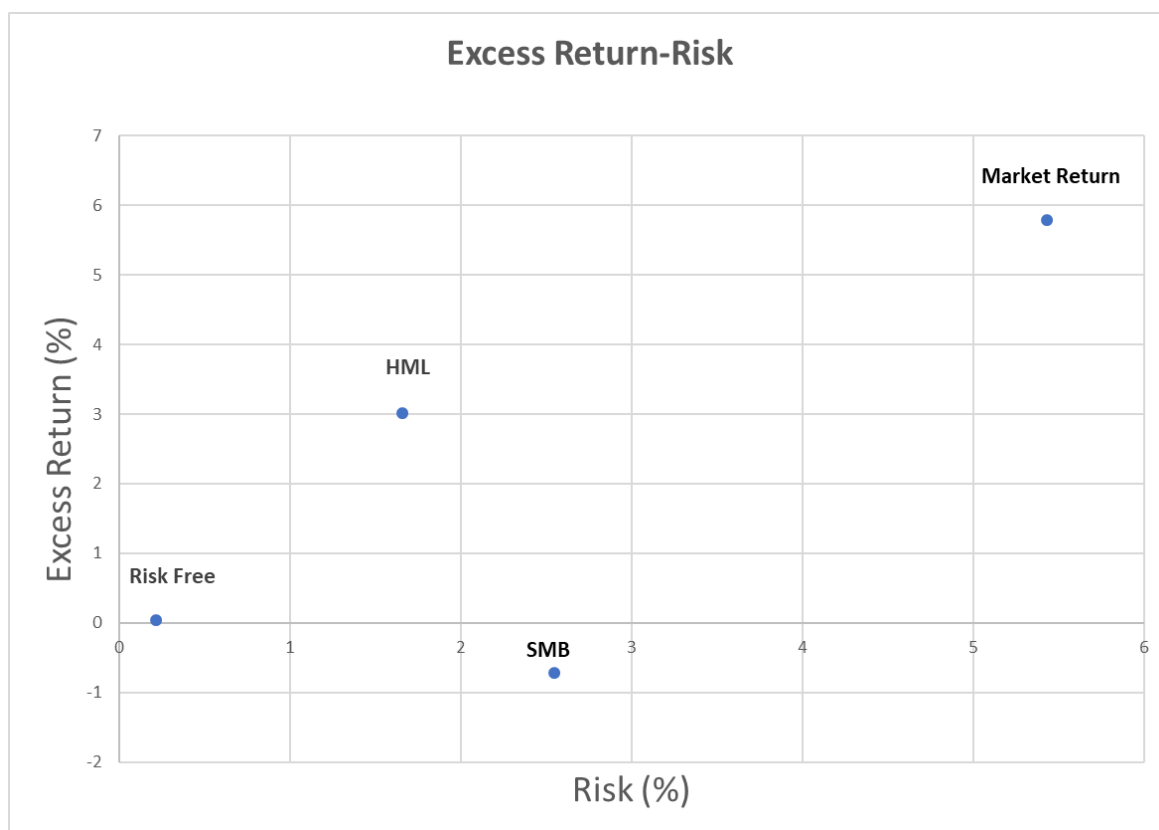
4.2 Εύρεση Μέτρων Αξιολόγησης Ευρωπαϊκών Χρηματιστηριακών Δεικτών

4.2.1 Απόδοση Αγοράς-SMB-HML

Μετά το στάδιο της προπαρασκευής των δεδομένων υπολογίστηκαν τα περιγραφικά στατιστικά από τα δεδομένα της Αγοράς. Ακολουθεί πίνακας που περιλαμβάνει τα απαραίτητα στατιστικά στοιχεία για τον υπολογισμό των μέτρων αξιολόγησης αλλά και οι χρονοσειρές αυτών για την περίοδο από 16/09/2015 έως και 18/12/2020. Τα παρακάτω αποτελέσματα θα χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό των μέτρων αξιολόγησης για τους Χρηματιστηριακού Δείκτες και για τα μετοχικά Α/Κ της Ευρωζώνης.

Μέση Τιμή-Κίνδυνος	Market Return	SMB	HML	Risk Free
Mean(%)	5.43	-0.72	1.66	0.22
St.Deviation(%)	5.78	2.55	3.01	0.04

Πίνακας 3: Μέση τιμή-Κίνδυνος Αγοράς



Διάγραμμα 1: Απόδοσης-Κίνδυνου Αγοράς

Σχολιασμός Αποτελεσμάτων-Γραφικής Παράστασης

Στον παραπάνω πίνακα 3 με την Μέση τιμή και τον Κίνδυνο παρατηρούμε ότι τη μεγαλύτερη απόδοση την έχει η Αγορά όπως επίσης και τον μεγαλύτερο Κίνδυνο. Επίσης παρατηρούμε ότι η απόδοση του SML είναι αρνητική, το οποίο σημαίνει ότι οποιαδήποτε

επένδυση θα αποφέρει ζημία Το διάγραμμα 1 περιλαμβάνει την γραφική αναπαράσταση της σχέσης της απόδοσης με τον κίνδυνο. **Όσο πιο ψηλά και αριστερά βρίσκεται μια επένδυση στο διάγραμμα της σχέσης Απόδοσης-Κινδύνου τόσο καλύτερη επενδυτική ευκαιρία είναι.** Για τις παραπάνω 2 αποδόσεις (Αγορά και HML) μέχρι στιγμής δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλές συμπέρασμα για το πια επένδυση αποτελεί την καλύτερη επιλογή. Σίγουρα ένας συνδυασμός τους θα όριζε ένα βέλτιστο χαρτοφυλάκιο αλλά σκοπός της εργασίας είναι η αξιολόγηση επενδυτικών στρατηγικών και οι παραπάνω 3 αποδόσεις αποτελούν ξεχωριστές επενδυτικές στρατηγικές

4.2.2 Περιγραφική Αναφορά Δεικτών

EURO STOXX 50: Είναι ένας χρηματιστηριακός δείκτης της Ευρωζώνης που σχεδιάστηκε από την STOXX, έναν πάροχο δεικτών που ανήκει στον Όμιλο Deutsche Börse. Ο δείκτης αντιπροσωπεύει το 36,4% του συνόλου των περιουσιακών στοιχείων της Γαλλίας και το 35,2% της Γερμανίας.

EURO STOXX 600: Είναι ένας χρηματιστηριακός δείκτης της Ευρωζώνης που σχεδιάστηκε από την STOXX, έναν πάροχο δεικτών που ανήκει στον Όμιλο Deutsche Börse. Περιλαμβάνει 600 εταιρίες με μικρή, μεσαία και υψηλή κεφαλαιοποίηση και αποτελεί το 90% της κεφαλαιοποίησης της ελεύθερης αγοράς.

DAX (γερμανικός δείκτης μετοχών): είναι ένας δείκτης χρηματιστηρίου blue chip που αποτελείται από τις 30 μεγάλες γερμανικές εταιρείες που διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο της Φρανκφούρτης.

AEX: Προέρχεται από τον δείκτη Amsterdam Exchange, είναι ένας δείκτης χρηματιστηρίου που αποτελείται από ολλανδικές εταιρείες που διαπραγματεύονται στο Euronext Amsterdam, παλαιότερα γνωστό ως Χρηματιστήριο του Άμστερνταμ.\

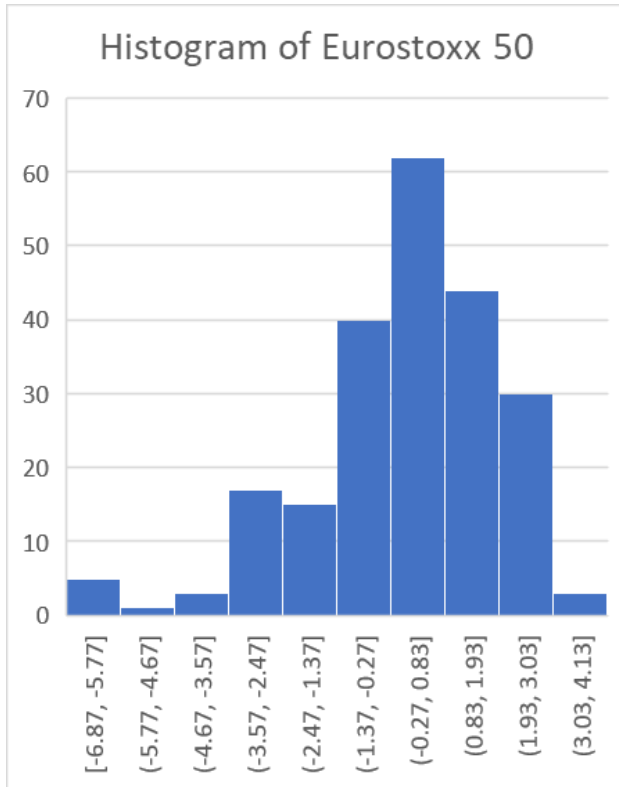
CAC 40: Είναι ένας δείκτης αναφοράς του γαλλικού χρηματιστηρίου. Ο δείκτης αντιπροσωπεύει 40 από τις 100 μεγαλύτερων εταιρείες υψηλής κεφαλαιοποίησης.4.2.3
Ανάλυση Δεδομένων Δεικτών

Μετά το στάδιο της προπαρασκευής των δεδομένων υπολογίστηκαν τα παρακάτω περιγραφικά στατιστικά για τις ετήσιες αποδόσεις των Χρηματιστηριακών Δεικτών για την περίοδο από 16/09/2015 έως και 28/12/2020, αλλά και οι γραφικές παραστάσεις που αφορούν τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν.

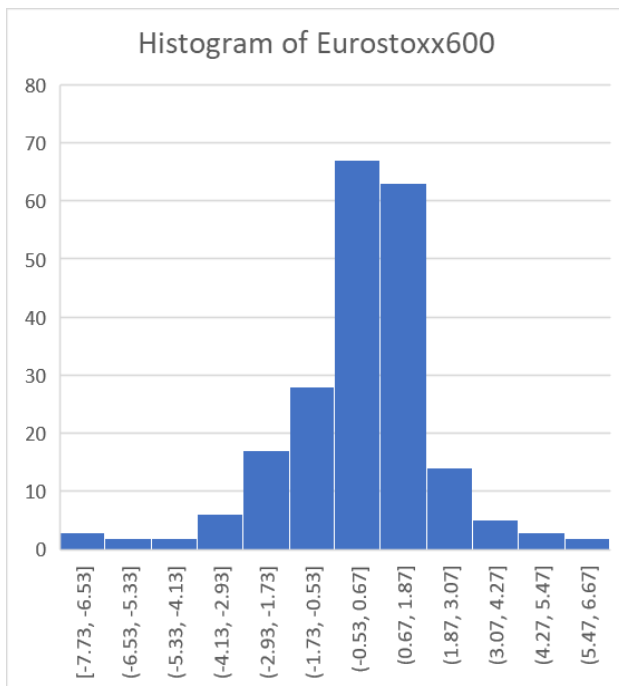
Περιγραφικά Στατιστικά	Eurostoxx50	EuroStoxx600	DAX	CAC40	AEX
Mean(%)	3.3	3.97	8.14	7.74	8.8
St.Deviation(%)	15.67	14.01	15.97	15.59	16.2

Πίνακας 4: Μέση Τιμή- Κίνδυνος Χρηματιστηριακών Δεικτών

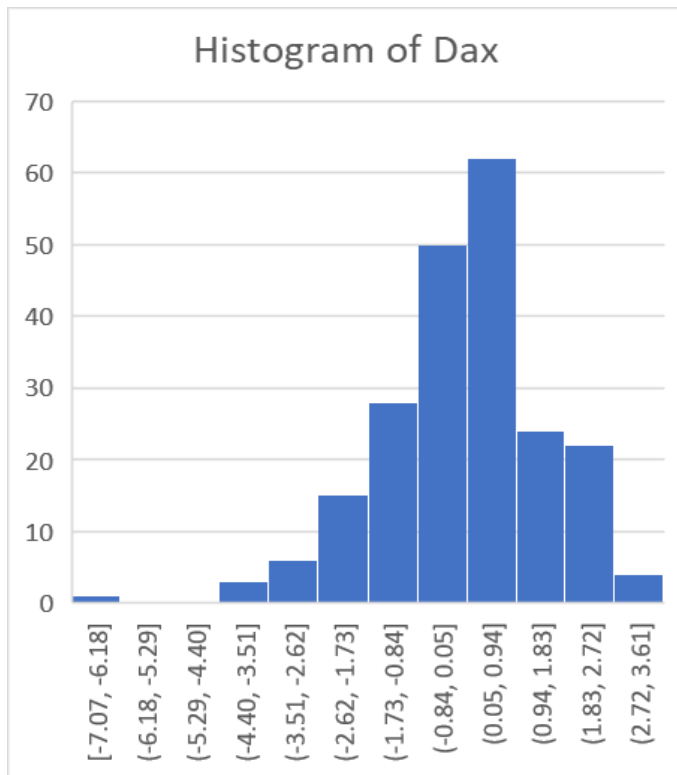
Ιστογράμματα



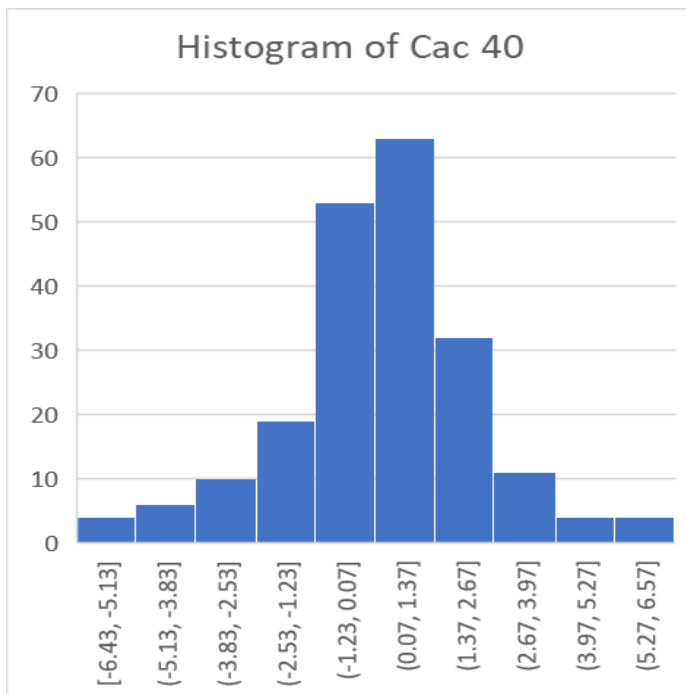
Διάγραμμα 2: Ιστόγραμμα Eurostoxx50



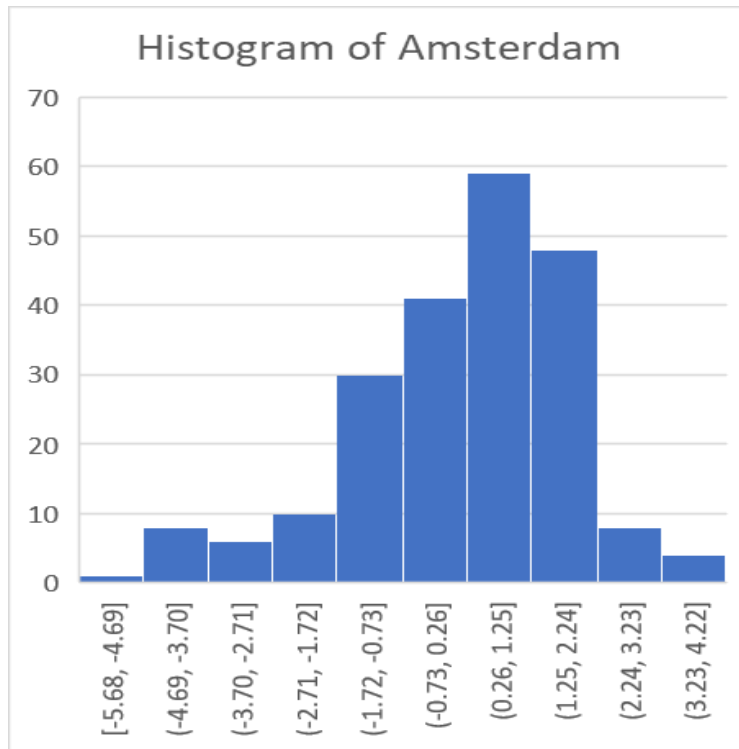
Διάγραμμα 3: Ιστόγραμμα Eurostoxx600



Διάγραμμα 4: Ιστόγραμμα Dax



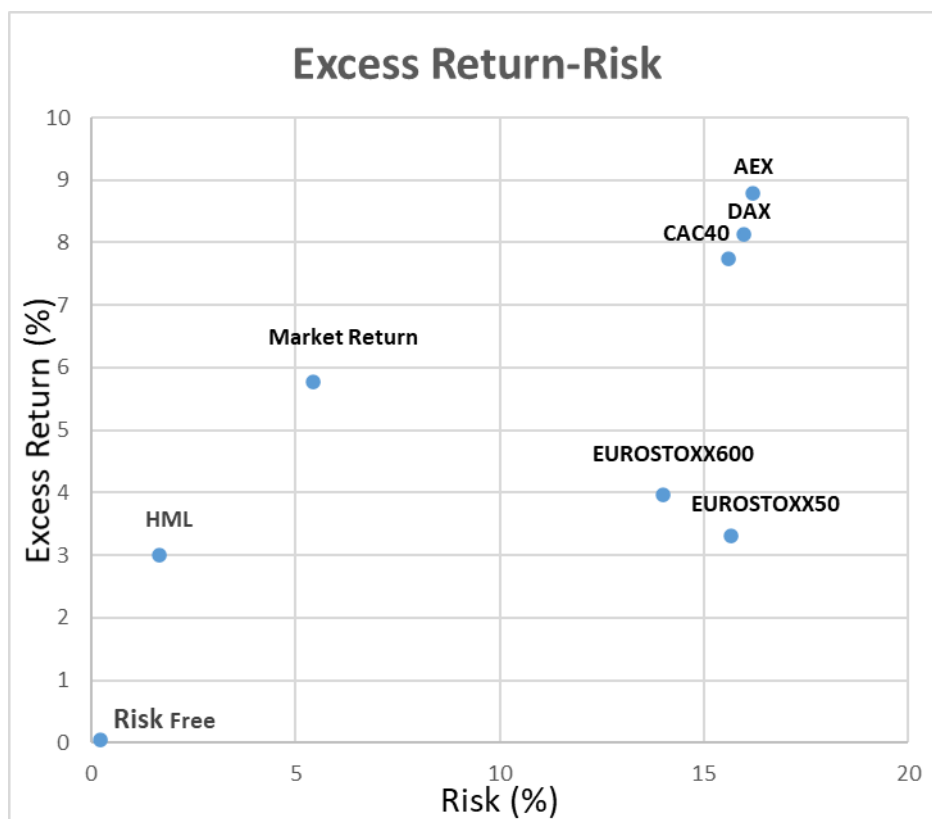
Διάγραμμα 5: Ιστόγραμμα Cac 40



Διάγραμμα 6: Ιστογράμμα Amsterdam

Ιστογράμματα

Τα παραπάνω διαγράμματα περιλαμβάνουν τα ιστογράμματα με τις εβδομαδιαίες τιμές κλεισίματος για τους Χρηματιστηριακούς δείκτες που χρησιμοποιήθηκαν. Παρατηρούμε ότι και για τους 5 Χρηματιστηριακούς Δείκτες που χρησιμοποιήσαμε τα δεδομένα ακολουθούν Κανονική Κατανομή.



Διάγραμμα 7: Απόδοσης-Κίνδυνου Χρηματιστηριακών Δεικτών και Αγοράς

Σχολιασμός Αποτελεσμάτων-Γραφικής Παράστασης

Στον παραπάνω πίνακα 3 με τα περιγραφικά στατιστικά παρατηρούμε ότι τη μεγαλύτερη απόδοση την έχει ο Χ.Δ ΑΕΧ όπως επίσης και τον μεγαλύτερο κίνδυνο. Παρατηρούμε επίσης τόσο στο διάγραμμα όσο και στον πίνακα με τα περιγραφικά στατιστικά ότι οι Χ.Δ έχουν, με μικρές αποκλίσεις, παρόμοιο επίπεδο κινδύνου (14%-16%). Συνεπώς, με βάση αυτό το επίπεδο κινδύνου καλύτερη επένδυση φαίνεται να αποτελεί ο ΑΕΧ. Ανάμεσα στον δείκτη Eurostoxx600 και Eurostoxx50 φαίνεται να έχουν παρόμοια σχέση Απόδοσης-Κινδύνου, ενώ και οι δύο αποδίδουν χειρότερα από τους υπόλοιπους 3.

Με βάση το ίδιο επίπεδο Απόδοσης, παρατηρούμε ότι κοντινή απόδοση έχουν η επένδυση HML και οι δείκτες Eurostoxx. Καλύτερη επένδυση ανάμεσα σε αυτές τις τρεις επιλογές αποτελεί η HML με δεδομένο ότι, έχει σχεδόν 7 φορές μικρότερο κίνδυνο από τους δείκτες EuroStoxx. Παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον η σύγκριση μεταξύ των μέτρων αξιολόγησης που θα γίνει ανάμεσα στην αγορά και τους Χ.Δ ΑΕΧ, Cac 40 και DAX.

4.2.4 Έλεγχος Στατικότητας

Όπως αναφέρεται και στην παράγραφο 2.3 θα πρέπει η χρονοσειρά να είναι στατική για να έχουν ισχύ τα αποτελέσματα του μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French. Για τον συγκεκριμένο έλεγχο χρησιμοποιήσαμε το ADF test.

H_0 : $\alpha=1$, Η χρονοσειρά είναι μη Στατική

H_1 : $\alpha \neq 1$, Η χρονοσειρά είναι Στατική.

Ακολουθεί ο πίνακας με τα αποτελέσματα του ελέγχου για τα δεδομένα μας.

Variable	ADF Test Statistic	Critical Values at $\alpha=5\%$
Eurostoxx50	-6.0284	-3.447
Market	-5.9369	-3.447
SMB	-6.5403	-3.447
HML	-6.0618	-3.447
Eurostoxx600	-6.1828	-3.447
Market	-6.0038	-3.447
SMB	-6.5128	-3.447
HML	-6.242	-3.447
DAX	-5.8206	-3.447
Market	-6.0038	-3.447
SMB	-6.5128	-3.447
HML	-6.242	-3.447
CAC 40	-5.9837	-3.447
Market	-6.0038	-3.447
SMB	-6.5128	-3.447
HML	-6.242	-3.447
Amsterdam	-6.0991	-3.447
Market	-6.0038	-3.447
SMB	-6.242	-3.447
HML	-6.5128	-3.447

Πίνακας 6: Αποτελέσματα Ελέγχου Στατικότητας

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε για όλους τους Χρηματιστηριακούς δείκτες τα αποτελέσματα του ελέγχου ADF. Προκύπτει ότι για κάθε μεταβλητή που εξετάζεται, η τιμή της στατιστικής συνάρτησης είναι $F < F_{\alpha=5\%}$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι η χρονοσειρά που περιγράφει τα δεδομένα είναι Στατική για κάθε μεταβλητή που χρησιμοποιείται.

Συσχετίσεις μεταξύ Αποδόσεων

	Χρηματιστηριακός δείκτης	Αγορά	SMB	HML
Eurostoxx50	1.000			
Αγορά	0.242	1.000		
SMB	-0.193	-0.516	1.000	
HML	0.218	0.099	-0.091	1.000
Eurostoxx600	1.000			
Αγορά	0.25	1.000		
SMB	-0.158	-0.516	1.000	
HML	0.81	0.099	-0.094	1.000
DAX	1.000			
Αγορά	0.264	1.000		
SMB	-0.164	-0.516	1.000	
HML	0.176	0.099	-0.094	1.000
CAC 40	1.000			
Αγορά	0.255	1.000		
SMB	-0.186	-0.516	1.000	
HML	0.166	0.099	-0.094	1.000
Amsterdam	1.000			
Αγορά	0.234	1.000		
SMB	-0.176	-0.516	1.000	
HML	0.16	0.099	-0.094	1.000

Πίνακας 5: Συσχετίσεις Αποδόσεων

Από τον παραπάνω πίνακα συσχετίσεων παρατηρούμε ότι οι συσχετίσεις μεταξύ των συντελεστών κυμαίνονται από -0.516 έως 0.264. Από τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούμε να βγάλουμε το συμπέρασμα ότι επειδή δεν υπάρχει συσχέτιση μεγαλύτερη από 0.8 δεν υπάρχει πολυ-συγγραμμικότητα στα δεδομένα μας (Gujarati, 2004).

4.2.5 Εύρεση συντελεστών μοντέλου Fama and French (α_p , β_{market} , β_{smb} , β_{hml})

Eurostoxx50

Για την εύρεση των συντελεστών α_p , β_{market} , β_{smb} , β_{hml} χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο των 3 παραγόντων των Fama and French .

$$E[R_i(t)] - r_f = \alpha_i + \beta_{1i}[E[R_m(t)] - r_f] + \beta_{2i}E[SMB] + \beta_{3i}E[HML]$$

Τα αποτελέσματα του μοντέλου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

```
Call:
lm(formula = Y ~ X)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-7.4078 -0.8846  0.1926  1.0633  6.2312

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.03124    0.14157  -0.221  0.82556
Xmkt-RF      0.49382    0.20452   2.415  0.01658 *
XSMB        -0.50260    0.46209  -1.088  0.27794
XHML         0.97674    0.32823   2.976  0.00325 **
---
signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.086 on 218 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1015,    Adjusted R-squared:  0.08912
F-statistic: 8.207 on 3 and 218 DF,  p-value: 3.363e-05
```

Πίνακας 6: Αποτελέσματα Fama and French 3-factor model για Χ.Δ Eurostoxx50.

Στην συνέχεια ακολουθούν οι έλεγχοι στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών του μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French για $\alpha=5\%$.

- 1) $H_0 : \alpha_{\text{index}} = 0$ έναντι της $H_1: \alpha_p \neq 0$

P-value $> \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$. Επομένως ο συντελεστής α_p δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

- 2) $H_0 : \beta_{\text{market}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{market}} \neq 0$

P-value \leq 0.05. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, Επομένως $\beta_{\text{market}} \neq 0$.

3) $H_0 : \beta_{\text{SMB}} = 0$ έναντι της $H_1 : \beta_{\text{SMB}} \neq 0$

P-value $>$ 0.05. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

4) $H_0 : \beta_{\text{HMB}} = 0$ έναντι της $H_1 : \beta_{\text{HMB}} \neq 0$

P-value \leq 0.05. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, Επομένως $\beta_{\text{HMB}} \neq 0$.

Από τους παραπάνω ελέγχους προκύπτει ότι σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$ ο συντελεστής α_p και β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικοί ενώ οι συντελεστές β_{HML} και β_{market} του δείκτη είναι στατιστικά σημαντικοί. Συνεπώς η συνάρτηση πρόβλεψης γράφεται ως εξής:

$$\widehat{\text{Excess return}} = 0.48 * \widehat{\text{Market}} + 0.97 * \widehat{\text{HML}}$$

Επεξήγηση Συντελεστών μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French

α_{index} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η επένδυση στον δείκτη Eurostoxx50 δεν θα έχει παραπάνω απόδοση από αυτή που είχε προβλεφθεί αρχικά.

β_{market} : Η τιμή του είναι 0.49, που σημαίνει ότι αν η απόδοση της αγοράς μειωθεί κατά 1% τότε η απόδοση του δείκτη θα μειωθεί κατά 0.49%.

β_{SMB} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η υπερβάουσα απόδοση του Eurostoxx600 δεν επηρεάζεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της απόδοσης SMB.

β_{HML} : Η τιμή του είναι 0.9764, που σημαίνει ότι αν η απόδοση των εταιριών υψηλής κεφαλοποίησης μειωθεί κατά 1% τότε η απόδοση του χαρτοφυλακίου θα μειωθεί κατά 0.97%.

Eurostoxx600

Εύρεση συντελεστών μοντέλου Fama and French (α_p , β_{market} , β_{smb} , β_{hml})

Για την εύρεση των συντελεστών α_p , β_{market} , β_{smb} , β_{hml} χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο των 3 παραγόντων των Fama and French .

$$E[R_i(t)] - r_f = \alpha_i + \beta_{1i}[E[R_m(t)] - r_f] + \beta_{2i}E[SMB] + \beta_{3i}E[HML]$$

Τα αποτελέσματα του μοντέλου φέρονται στον παρακάτω πίνακα.

```
Call:
lm(formula = Y ~ X)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-7.0174 -0.7702  0.1125  1.0751  5.4964

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.01501    0.12705  -0.118  0.90604
Xmkt-RF      0.52134    0.18355   2.840  0.00493 **
XSMB        -0.17799    0.41470  -0.429  0.66821
XHML         0.70747    0.29457   2.402  0.01716 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.872 on 218 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.08653, Adjusted R-squared:  0.07396
F-statistic: 6.884 on 3 and 218 DF, p-value: 0.0001889
```

Πίνακας 7: Αποτελέσματα Fama and French 3-factor model για Χ.Δ Eurostoxx600.

Στην συνέχεια ακολουθούν οι έλεγχοι στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών του μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French για $\alpha=5\%$.

- 1) $H_0 : \alpha_{\text{index}} = 0$ έναντι της $H_1: \alpha_p \neq 0$

$P\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής α_p δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

- 2) $H_0 : \beta_{\text{market}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{market}} \neq 0$

$P\text{-value} < \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, Επομένως $\beta_{\text{market}} \neq 0$.

- 3) $H_0 : \beta_{\text{SMB}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{SMB}} \neq 0$

$P\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

4) $H_0 : \beta_{HML} = 0$ έναντι της $H_1 : \beta_{HML} \neq 0$

P-value < $\alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$, επομένως $\beta_{HML} \neq 0$.

Από τους παραπάνω ελέγχους προκύπτει ότι σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ ο συντελεστής α_p και β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικοί ενώ οι συντελεστές β_{HML} και β_{market} του δείκτη είναι στατιστικά σημαντικοί. Συνεπώς η συνάρτηση πρόβλεψης γράφεται ως εξής:

$$\widehat{Excess\ return} = \widehat{0.52} * Market + \widehat{0.70} * HML$$

Επεξήγηση Συντελεστών μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French

α_{index} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η επένδυση στον δείκτη Eurostoxx50 δεν θα έχει παραπάνω απόδοση από αυτή που είχε προβλεφθεί αρχικά.

β_{market} : Η τιμή του είναι 0.52, που σημαίνει ότι αν η απόδοση της αγοράς μειωθεί κατά 1% τότε η απόδοση του δείκτη θα μειωθεί κατά 0.52%.

β_{SMB} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η υπερβάουσα απόδοση του Eurostoxx600 δεν επηρεάζεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της απόδοσης SMB.

β_{HML} : Η τιμή του είναι 0.71, που σημαίνει ότι αν η απόδοση των εταιριών υψηλής κεφαλοποίησης μειωθεί κατά 1% τότε η απόδοση του χαρτοφυλακίου θα μειωθεί κατά 0.71%.

DAX

Εύρεση συντελεστών μοντέλου Fama and French ($\alpha_p, \beta_{market}, \beta_{smb}, \beta_{hml}$)

Για την εύρεση των συντελεστών $\alpha_p, \beta_{market}, \beta_{smb}, \beta_{hml}$ χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο των 3 παραγόντων των Fama and French .

$$E[R_i(t)] - r_f = \alpha_i + \beta_{1i}[E[R_m(t)] - r_f] + \beta_{2i}E[SMB] + \beta_{3i}E[HML]$$

Τα αποτελέσματα του μοντέλου φέρονται στον παρακάτω πίνακα output του R-Studio.

```

Call:
lm(formula = Y ~ X)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-7.1254 -0.9231  0.0965  1.2564  6.0254

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.04446   0.14372    0.309  0.75735
XMkt-RF      0.64358   0.20763    3.100  0.00219 **
XSMB        -0.18402   0.46910   -0.392  0.69524
XHML         0.77011   0.33322    2.311  0.02176 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.118 on 218 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.09293, Adjusted R-squared:  0.08044
F-statistic: 7.445 on 3 and 218 DF, p-value: 9.075e-05

```

Πίνακας 8: Αποτελέσματα Fama and French 3-factor model για Χ.Δ DAX.

Στην συνέχεια ακολουθούν οι έλεγχοι στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών του μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French για $\alpha=5\%$.

1) $H_0 : \alpha_{\text{index}} = 0$ έναντι της $H_1: \alpha_p \neq 0$

$P\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής α_p δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

2) $H_0 : \beta_{\text{market}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{market}} \neq 0$

$P\text{-value} < \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, Επομένως $\beta_{\text{market}} \neq 0$.

3) $H_0 : \beta_{\text{SMB}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{SML}} \neq 0$

$P\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

4) $H_0 : \beta_{\text{HML}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{HMB}} \neq 0$

$P\text{-value} < \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, Επομένως $\beta_{\text{HML}} \neq 0$.

Από τους παραπάνω ελέγχους προκύπτει ότι σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$ ο συντελεστής α_p και β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικοί ενώ οι συντελεστές β_{HML} και β_{market} του δείκτη είναι στατιστικά σημαντικοί. Συνεπώς η συνάρτηση πρόβλεψης γράφεται ως εξής:

$$\widehat{Excess\ return} = \widehat{0.64} * Market + \widehat{0.77} * HML$$

Επεξήγηση Συντελεστών μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French

α_{index} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η επένδυση στον δείκτη Eurostoxx50 δεν θα έχει παραπάνω απόδοση από αυτή που είχε προβλεφθεί αρχικά.

β_{market} : Η τιμή του είναι 0.64, που σημαίνει ότι αν η απόδοση της αγοράς μειωθεί κατά 1% τότε η απόδοση του δείκτη θα μειωθεί κατά 64%.

β_{SMB} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι, η υπερβάουσα απόδοση του Eurostoxx600 δεν επηρεάζεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της απόδοσης SMB.

β_{HML} : Η τιμή του είναι 0.77, που σημαίνει ότι αν η απόδοση των εταιριών υψηλής κεφαλαιοποίησης μειωθεί κατά 1% ,τότε η υπερβάουσα απόδοση του χαρτοφυλακίου θα μειωθεί κατά 0.77%.

CAC 40

Εύρεση συντελεστών μοντέλου Fama and French (α_p , β_{market} , β_{smb} , β_{hml})

Για την εύρεση των συντελεστών α_p , β_{market} , β_{smb} , β_{hml} χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο των 3 παραγόντων των Fama and French .

$$E[R_i(t)] - r_f = \alpha_i + \beta_{1i}[E[R_m(t)] - r_f] + \beta_{2i}E[SMB] + \beta_{3i}E[HML]$$

Τα αποτελέσματα του μοντέλου φέρονται στον παρακάτω πίνακα από το output του R-Studio .

```

Call:
lm(formula = Y ~ X)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-7.4504 -0.9706  0.1136  1.3095  6.2138

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.04368    0.14099   0.310  0.75702
XMkt-RF      0.55521    0.20369   2.726  0.00694 **
XSMB        -0.40875    0.46021  -0.888  0.37542
XHML         0.69922    0.32690   2.139  0.03355 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.078 on 218 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.08805, Adjusted R-squared:  0.0755
F-statistic: 7.016 on 3 and 218 DF, p-value: 0.0001589

```

Πίνακας 8: Αποτελέσματα Fama and French 3-factor model για Χ.Δ CAC 40

Στην συνέχεια ακολουθούν οι έλεγχοι στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών του μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French για $\alpha=5\%$.

1) $H_0 : \alpha_{\text{index}} = 0$ έναντι της $H_1: \alpha_p \neq 0$

$P\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής α_p δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

2) $H_0 : \beta_{\text{market}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{market}} \neq 0$

$P\text{-value} < \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, Επομένως $\beta_{\text{market}} \neq 0$.

3) $H_0 : \beta_{\text{SMB}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{SML}} \neq 0$

$P\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχομαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

4) $H_0 : \beta_{\text{HML}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{HMB}} \neq 0$

$P\text{-value} < \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, Επομένως $\beta_{\text{HML}} \neq 0$.

Από τους παραπάνω ελέγχους προκύπτει ότι σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$ ο συντελεστής α_p και β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικοί ενώ οι συντελεστές β_{HML} και β_{market} του δείκτη είναι στατιστικά σημαντικοί. Συνεπώς η συνάρτηση πρόβλεψης γράφεται ως εξής:

$$\widehat{Excess\ return} = \widehat{0.55} * Market + \widehat{0.70} * HML$$

Επεξήγηση Συντελεστών μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French

α_{index} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η επένδυση στον δείκτη Eurostoxx50 δεν θα έχει παραπάνω απόδοση από αυτή που είχε προβλεφθεί αρχικά.

β_{market} : Η τιμή του είναι είναι 0.55, που σημαίνει ότι αν η απόδοση της αγοράς μειωθεί κατά 1% τότε η απόδοση του δείκτη θα μειωθεί κατά 0.55%.

β_{SMB} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η υπερβάουσα απόδοση του Eurostoxx600 δεν επηρεάζεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της απόδοσης SMB.

β_{HML} : Η τιμή του είναι είναι 0.70, που σημαίνει ότι αν η απόδοση των εταιριών υψηλής κεφαλοποίησης μειωθεί κατά 1% τότε η απόδοση του θα μειωθεί κατά 0.70%.

Amsterdam

Εύρεση συντελεστών μοντέλου Fama and French ($\alpha_p, \beta_{market}, \beta_{smb}, \beta_{hml}$)

Για την εύρεση των συντελεστών $\alpha_p, \beta_{market}, \beta_{smb}, \beta_{hml}$ χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο των 3 παραγόντων των Fama and French .

$$E[R_i(t)] - r_f = \alpha_i + \beta_{1i}[E[R_m(t)] - r_f] + \beta_{2i}E[SMB] + \beta_{3i}E[HML]$$

Τα αποτελέσματα του μοντέλου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

```

Call:
lm(formula = Y ~ X)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-9.5162 -0.9259  0.2418  1.0839  6.5898

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.08789    0.14095   0.624  0.5336
XMkt-RF      0.48614    0.20315   2.393  0.0176 *
XSMB        -0.75234    0.45945  -1.637  0.1030
XHML         0.62801    0.32647   1.924  0.0557 .
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.072 on 217 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.0941,    Adjusted R-squared:  0.08158
F-statistic: 7.514 on 3 and 217 DF,  p-value: 8.306e-05

```

Πίνακας 9: Αποτελέσματα Fama and French 3-factor model για Χ.Δ Amsterdam

Στην συνέχεια ακολουθούν οι έλεγχοι στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών του μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French για $\alpha=5\%$.

1) $H_0 : \alpha_{\text{index}} = 0$ έναντι της $H_1: \alpha_p \neq 0$

$P\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχομαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής α_p δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

2) $H_0 : \beta_{\text{market}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{market}} \neq 0$

$P\text{-value} < \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, Επομένως $\beta_{\text{market}} \neq 0$.

3) $H_0 : \beta_{\text{SMB}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{SMB}} \neq 0$

$P\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχομαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

4) $H_0 : \beta_{\text{HML}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{HML}} \neq 0$

$P\text{-value} < \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, Επομένως $\beta_{\text{HML}} \neq 0$.

Από τους παραπάνω ελέγχους προκύπτει ότι σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$ ο συντελεστής α_p και β_{smb} δεν είναι στατιστικά σημαντικοί ενώ οι συντελεστές β_{HML} και β_{market} του δείκτη είναι στατιστικά σημαντικοί. Συνεπώς η συνάρτηση πρόβλεψης γράφεται ως εξής:

$$\widehat{\text{Excess return}} = \widehat{0.48} * \text{Market} + \widehat{0.62} * \text{HML}$$

Επεξήγηση Συντελεστών μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French

α_{index} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι ισούται με το 0. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η επένδυση στον δείκτη Amsterdam δεν θα έχει παραπάνω απόδοση από αυτή που είχε προβλεφθεί αρχικά.

β_{market} : Η τιμή του είναι 0.55, που σημαίνει ότι αν η απόδοση της αγοράς μειωθεί κατά 1% τότε η απόδοση του δείκτη θα μειωθεί κατά 0.55%.

β_{SMB} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η υπερβάουσα απόδοση του Amsterdam δεν επηρεάζεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της απόδοσης SMB.

β_{HML} : Η τιμή του είναι 0.69, που σημαίνει ότι αν η απόδοση των εταιριών υψηλής κεφαλοποίησης μειωθεί κατά 1% τότε η απόδοση του θα μειωθεί κατά 0.69%.

4.2.5 Έλεγχος Ομοσκεδαστικότητας των υπολειμάτων

Για να είναι έγκυρη οποιαδήποτε συμπερασματολογία σχετικά με τους συντελεστές του μοντέλου είναι απαραίτητο να τηρείται η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας των υπολειμάτων. Για τον έλεγχο αυτόν χρησιμοποιήθηκε το Breusch-Pagan Test.

H0: $\sigma_{market} = \sigma_{smb} = \sigma_{hml}$

H1: $\sigma_i \neq \sigma_j$

Μοντέλο	P-Value
Eurostoxx50	0.9004
Eurostoxx600	0.9561
DAX	0.6786
CAC40	0.9353
Amsterdam	0.9253

Πίνακας 10: Έλεγχος Ομοσκεδαστικότητας

Ο παραπάνω πίνακας περιλαμβάνει τα p-value των ελέγχων για κάθε μοντέλο ξεχωριστά. Προκύπτει ότι για κάθε στατιστικό μοντέλο που δημιουργήθηκε ισχύει ότι $p\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεν υπάρχουν ισχυρά στατιστικές ενδείξεις για απόρριψη της μηδενικής υποθέσης. Συνεπώς τα υπολείμματα είναι ομοσκεδαστικά.

4.3 Μετοχικά Αμοιβαία Κεφάλαια

4.3.1 Περιγραφική Αναφορά Μετοχικών Αμοιβαίων Κεφαλαίων

Τα δεδομένα για τα Μετοχικά Αμοιβαία Κεφάλαια που χρησιμοποιήθηκαν για την εύρεση των τιμών των μέτρων αξιολόγησης βρίσκονται στην σελίδα <https://www.naftemporiki.gr/finance/mtfCategory/ib503187/metoxika-ak-eyrozonis>. Τα Μετοχικά Α/Κ είναι τα εξής:

- NBG INTERNATIONAL FUNDS SICAV/EUROPEAN ALLSTARS/B
- PIRAEUS INVEST EUROPEAN EQUITY RETAIL
- TRITON ΠΑΝΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΜΕΤΟΧΙΚΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ

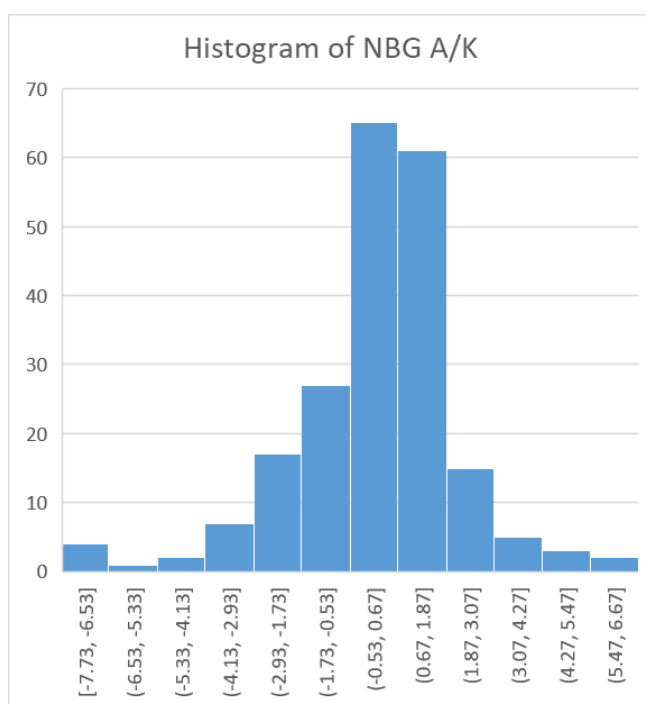
4.3.2 Ανάλυση Δεδομένων Μετοχικών Α/Κ

Μετά το στάδιο της προπαρασκευής των δεδομένων υπολογίστηκαν τα παρακάτω περιγραφικά στατιστικά για τις ετήσιες αποδόσεις των Χρηματιστηριακών Δεικτών για την περίοδο από 16/09/2015 έως και 28/12/2020, αλλά και οι γραφικές παραστάσεις που αφορούν τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν.

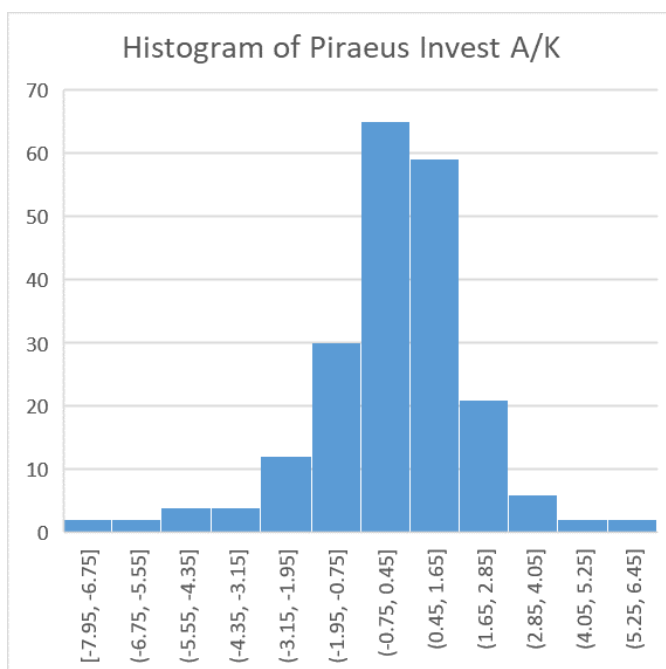
Περιγραφικά Στατιστικά	NBG	Piraeus Invest	Triton
Mean(%)	4.96	1.50	-2.56
St.Deviation(%)	14.98	14.43	13.36

Πίνακας 11: Μέση Τιμή- Κίνδυνος Μετοχικών Α/Κ

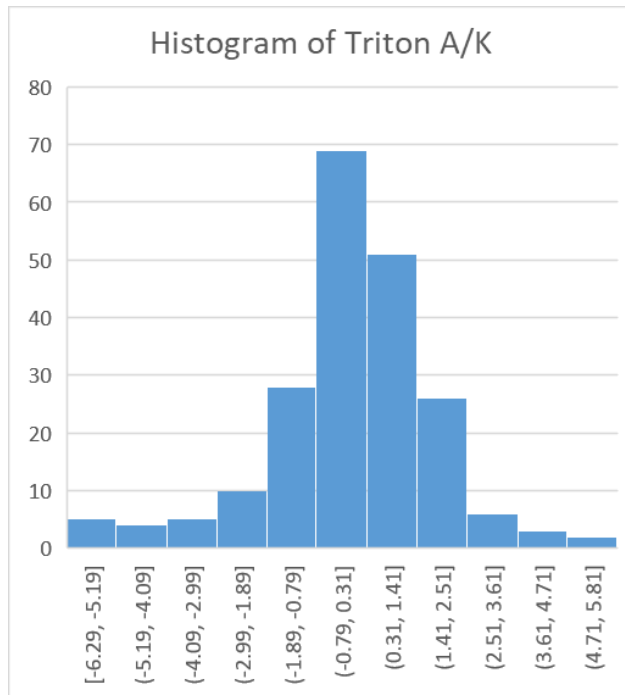
Ιστογράμματα



Διάγραμμα 8: Ιστογράμματα NBG A/K

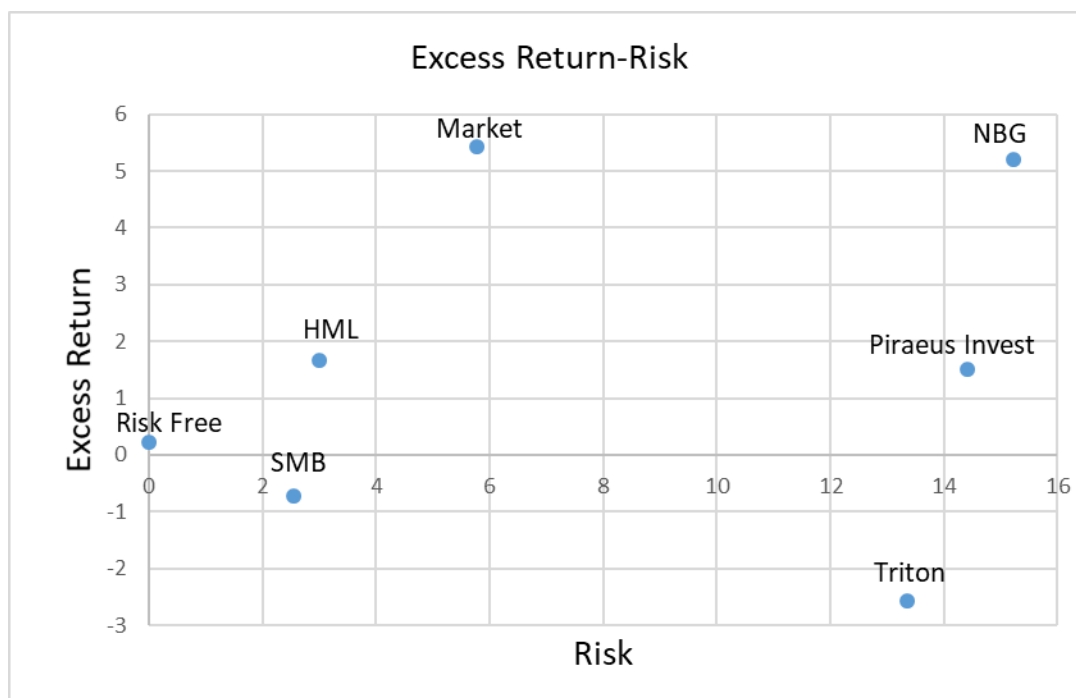


Διάγραμμα 9: Ιστογράμματα Piraeus Invest A/K



Διάγραμμα 10: Ιστόγραμμα Triton A/K

Τα παραπάνω διαγράμματα περιλαμβάνουν τα Ιστογράμματα με τις εβδομαδιαίες τιμές κλεισίματος για τα 3 Μετοχικά Αμοιβαία Κεφάλαια που χρησιμοποιήθηκαν. Παρατηρούμε ότι και για τα 2 Μετοχικά Αμοιβαία Κεφάλαια που χρησιμοποιήσαμε τα δεδομένα ακολουθούν Κανονική Κατανομή.



Διάγραμμα 11: Απόδοσης-Κίνδυνου Μετοχικών Α/Κ και Αγοράς

Σχολιασμός Αποτελεσμάτων-Γραφικής Παράστασης

Στον παραπάνω πίνακα 11 με τα περιγραφικά στατιστικά παρατηρούμε ότι τη μεγαλύτερη απόδοση την το Μετοχικό Α/Κ της NBG όπως επίσης και τον μεγαλύτερο κίνδυνο. Παρατηρούμε επίσης τόσο στο διάγραμμα 11 όσο και στον πίνακα με τα περιγραφικά στατιστικά ότι τα μετοχικά Α/Κ έχουν, με μικρές αποκλίσεις, παρόμοιο επίπεδο κινδύνου (14%-16%). Όσο αναφορά την επιλογή της βέλτιστης επένδυσης με βάση το ίδιο επίπεδο απόδοσης η Αγορά αποδίδει καλύτερα από το μετοχικό Α/Κ NBG ενώ η HML αποδίδει καλύτερα από το μετοχικό Α/Κ Piraeus Invest. Επίσης η επένδυση στο SMB και στο μετοχικό Triton έχουν αρνητική απόδοση. Με βάση το ίδιο επίπεδο κινδύνου (14%-15%) το μετοχικό Α/Κ της NBG υπερτερεί έναντι των υπολοίπων. Όσο πιο πάνω και αριστερά είναι μία επένδυση στο παραπάνω διάγραμμα τόσο καλύτερη είναι. Συνεπώς από το παραπάνω διάγραμμα καλύτερη επένδυση φέρεται να αποτελεί αυτή της αγοράς.

4.3.3 Έλεγχος Στατικότητας

Όπως αναφέρεται και στην παράγραφο 2.3 θα πρέπει η χρονοσειρά να είναι στατική για να έχουν ισχύ τα αποτελέσματα του μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French. Για τον συγκεκριμένο έλεγχο χρησιμοποιήσαμε το ADF test.

H_0 : $\alpha=1$, Η χρονοσειρά είναι μη Στατική

H_1 : $\alpha \neq 1$, Η χρονοσειρά είναι Στατική.

Ακολουθεί ο πίνακας με τα αποτελέσματα του ελέγχου για τα δεδομένα μας.

Variable	ADF Test Statistic	Critical Values at $\alpha=5\%$
NBG A/K	-5.5353	-3.447
Market	-6.6535	-3.447
SMB	-6.816	-3.447
HML	-6.56	-3.447
Piraeus Invest	-5.6808	-3.447
Market	-6.6535	-3.447
SMB	-6.8162	-3.447
HML	-6.5632	-3.447
Triton A/K	-5.5698	-3.447
Market	-6.6535	-3.447
SMB	-6.8162	-3.447
HML	-6.5632	-3.447

Πίνακας 12: Αποτελέσματα Ελέγχου Στατικότητας Μετοχικών A/K

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε για όλα τα Μετοχικά Αμοιβαία Κεφάλαια τα αποτελέσματα του ελέγχου ADF. Προκύπτει ότι για κάθε μεταβλητή που εξετάζεται, η τιμή της στατιστικής συνάρτησης είναι $F < F_{\alpha=5\%}$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι η χρονοσειρά που περιγράφει τα δεδομένα είναι Στατική για κάθε μεταβλητή που χρησιμοποιείται.

Συσχετίσεις μεταξύ Αποδόσεων

	Μετοχικό Α/Κ	Αγορά	SMB	HML
NBG Α/Κ	1.000			
Αγορά	-0.146	1.000		
SMB	0.127	-0.516	1.000	
HML	0.161	0.099	-0.091	1.000
Piraeus Invest Α/Κ	1.000			
Αγορά	-0.149	1.000		
SMB	0.114	-0.516	1.000	
HML	0.151	0.099	-0.091	1.000
Triton Α/Κ	1.000			
Αγορά	0.149	1.000		
SMB	-0.025	-0.516	1.000	
HML	0.111	0.099	-0.091	1.000

Πίνακας 13: Συσχετίσεις Αποδόσεων Μετοχικών Α/Κ

Από τον παραπάνω πίνακα συσχετίσεων παρατηρούμε ότι οι συσχετίσεις μεταξύ των συντελεστών κυμαίνονται από -0.516 έως 0.149. Από τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούμε να βγάλουμε το συμπέρασμα ότι επειδή δεν υπάρχει συσχέτιση μεγαλύτερη από 0.8 δεν υπάρχει πολυ-συγγραμμικότητα στα δεδομένα μας (Gujarati, 2004).

4.3.4 Εύρεση συντελεστών μοντέλου Fama and French (α_p , β_{market} , β_{smb} , β_{hml}) **NGB A/K**

Για την εύρεση των συντελεστών α_p , β_{market} , β_{smb} , β_{hml} χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο των 3 παραγόντων των Fama and French .

$$E[R_i(t)] - r_f = \alpha_i + \beta_{1i}[E[R_m(t)] - r_f] + \beta_{2i}E[SMB] + \beta_{3i}E[HML]$$

Τα αποτελέσματα του μοντέλου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

```
Call:
lm(formula = Y ~ X)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-7.4399 -0.8725  0.2652  1.2168  5.6447

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.1008     0.1426   0.707  0.48044
XMkt-RF     -0.3174     0.2025  -1.567  0.11857
XSMB         0.5044     0.4737   1.065  0.28822
XHML         0.8476     0.3235   2.620  0.00945 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.033 on 205 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.05706, Adjusted R-squared:  0.04326
F-statistic: 4.135 on 3 and 205 DF, p-value: 0.007134
```

Πίνακας 14: Αποτελέσματα Fama and French 3-factor model για NGB A/K

Στην συνέχεια ακολουθούν οι έλεγχοι στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών του μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French για $\alpha=5\%$.

1) $H_0 : \alpha_{\text{index}} = 0$ έναντι της $H_1: \alpha_p \neq 0$

$P\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής α_p δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

2) $H_0 : \beta_{\text{market}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{market}} \neq 0$

$P\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής β_{market} δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

3) $H_0 : \beta_{\text{SMB}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{SML}} \neq 0$

P-value > $\alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$. Επομένως ο συντελεστής β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

4) $H_0 : \beta_{HML} = 0$ έναντι της $H_1 : \beta_{HML} \neq 0$

P-value < $\alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$, Επομένως $\beta_{HML} \neq 0$.

Από τους παραπάνω ελέγχους προκύπτει ότι σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ ο συντελεστής α_p , β_{market} και β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικοί ενώ ο συντελεστής β_{HML} του είναι στατιστικός σημαντικός. Συνεπώς η συνάρτηση πρόβλεψης γράφεται ως εξής:

$$\widehat{Excess\ Return} = 0.84 * HML$$

Επεξήγηση Συντελεστών μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French

α_{index} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η επένδυση του Μετοχικού ΝGB Α/Κ δεν θα έχει παραπάνω απόδοση από αυτή που είχε προβλεφθεί αρχικά.

β_{market} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η υπερβάουσα απόδοση του Μετοχικού ΝGB Α/Κ δεν επηρεάζεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της απόδοσης Αγοράς.

β_{SMB} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η υπερβάουσα απόδοση του Μετοχικού ΝGB Α/Κ δεν επηρεάζεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της απόδοσης SMB.

β_{HML} : Η τιμή του είναι 0.84, που σημαίνει ότι αν η απόδοση των εταιριών υψηλής κεφαλοποίησης μειωθεί κατά 1% τότε η απόδοση του χαρτοφυλακίου θα μειωθεί κατά 0.84%.

Piraeus Invest A/K

Εύρεση συντελεστών μοντέλου Fama and French (α_p , β_{market} , β_{smb} , β_{hml})

Για την εύρεση των συντελεστών α_p , β_{market} , β_{smb} , β_{hml} χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο των 3 παραγόντων των Fama and French .

$$E[R_i(t)] - r_f = \alpha_i + \beta_{1i}[E[R_m(t)] - r_f] + \beta_{2i}E[SMB] + \beta_{3i}E[HML]$$

Τα αποτελέσματα του μοντέλου φέρονται στον παρακάτω πίνακα.

```
Call:
lm(formula = Y ~ X)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-8.1457 -0.7452  0.1177  1.1302  5.7892

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.03621    0.13787   0.263  0.7931
XMkt-RF     -0.33437    0.19581  -1.708  0.0892 .
XSMB        0.36975    0.45799   0.807  0.4204
XHML        0.77256    0.31278   2.470  0.0143 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.966 on 205 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.05252, Adjusted R-squared:  0.03865
F-statistic: 3.788 on 3 and 205 DF, p-value: 0.01127
```

Πίνακας 15: Αποτελέσματα Fama and French 3-factor model για Piraeus Invest A/K.

Στην συνέχεια ακολουθούν οι έλεγχοι στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών του μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French για $\alpha=5\%$.

1) $H_0 : \alpha_{index} = 0$ έναντι της $H_1: \alpha_p \neq 0$

P-value $> \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής α_p δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

2) $H_0 : \beta_{market} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{market} \neq 0$

P-value $> \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής β_{market} δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

3) $H_0 : \beta_{SMB} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{SMB} \neq 0$

P-value $> \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

4) $H_0 : \beta_{HML} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{HML} \neq 0$

P-value $< \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, Επομένως $\beta_{HML} \neq 0$.

Από τους παραπάνω ελέγχους προκύπτει ότι σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$ ο συντελεστής α_p , β_{market} και β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικοί ενώ ο συντελεστής β_{HML} είναι στατιστικά σημαντικός. Συνεπώς η συνάρτηση πρόβλεψης γράφεται ως εξής:

$$\widehat{\text{Excess Return}} = 0.77 * \widehat{\text{HML}}$$

Επεξήγηση Συντελεστών μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French

α_{index} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η επένδυση του Μετοχικού A/K Piraeus Invest δεν θα έχει παραπάνω απόδοση από αυτή που είχε προβλεφθεί αρχικά.

β_{market} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η υπερβάουσα απόδοση του Μετοχικού A/K Piraeus Invest δεν επηρεάζεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της απόδοσης Αγοράς.

β_{SMB} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η υπερβάουσα απόδοση του μετοχικού A/K Piraeus Invest δεν επηρεάζεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της απόδοσης SMB.

β_{HML} : Η τιμή του είναι είναι 0.77, που σημαίνει ότι αν η απόδοση των εταιριών υψηλής κεφαλοποίησης μειωθεί κατά 1% τότε η απόδοση του χαρτοφυλακίου θα μειωθεί κατά 0.77%.

Triton A/K

Εύρεση συντελεστών μοντέλου Fama and French ($\alpha_p, \beta_{\text{market}}, \beta_{\text{smb}}, \beta_{\text{hml}}$)

Για την εύρεση των συντελεστών $\alpha_p, \beta_{\text{market}}, \beta_{\text{smb}}, \beta_{\text{hml}}$ χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο των 3 παραγόντων των Fama and French .

$$E[R_i(t)] - r_f = \alpha_i + \beta_{1i}[E[R_m(t)] - r_f] + \beta_{2i}E[SMB] + \beta_{3i}E[HML]$$

Τα αποτελέσματα του μοντέλου φέρονται στον παρακάτω πίνακα output του R-Studio.

```

Call:
lm(formula = Y ~ X)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-6.4824 -0.7428  0.2156  1.0382  5.0558

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -0.1054    0.1289   -0.818  0.4143
XMkt-RF       0.4011    0.1831    2.191  0.0296 *
XSMB          0.3678    0.4282    0.859  0.3913
XHML          0.4263    0.2924    1.458  0.1464
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.838 on 205 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.03509, Adjusted R-squared:  0.02097
F-statistic: 2.485 on 3 and 205 DF, p-value: 0.06179

```

Πίνακας 15: Αποτελέσματα Fama and French 3-factor model για Triton A/K.

Στην συνέχεια ακολουθούν οι έλεγχοι στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών του μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French για $\alpha=5\%$.

1) $H_0 : \alpha_{\text{index}} = 0$ έναντι της $H_1: \alpha_p \neq 0$

$P\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχομαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής α_p δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

2) $H_0 : \beta_{\text{market}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{market}} \neq 0$

$P\text{-value} < \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, Επομένως $\beta_{\text{market}} \neq 0$.

3) $H_0 : \beta_{\text{SMB}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{SMB}} \neq 0$

$P\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχομαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής β_{SMB} δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

4) $H_0 : \beta_{\text{HML}} = 0$ έναντι της $H_1: \beta_{\text{HML}} \neq 0$

$P\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεχομαστε την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$. Επομένως ο συντελεστής β_{HML} δεν είναι στατιστικά σημαντικός.

Από τους παραπάνω ελέγχους προκύπτει ότι σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$ ο συντελεστής α_p , β_{SMB} και β_{HML} δεν είναι στατιστικά σημαντικοί ενώ ο συντελεστής β_{market} είναι στατιστικά σημαντικός. Συνεπώς η συνάρτηση πρόβλεψης γράφεται ως εξής:

$$\widehat{Excess\ Return} = 0.40 * Market$$

Επεξήγηση Συντελεστών μοντέλου 3 παραγόντων των Fama and French

α_{index} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι η επένδυση στο Μετοχικό A/K Triton δεν θα έχει παραπάνω απόδοση από αυτή που είχε προβλεφθεί αρχικά.

β_{market} : Η τιμή του είναι είναι 0.40, που σημαίνει ότι αν η απόδοση της αγοράς μειωθεί κατά 1% τότε η απόδοση του δείκτη θα μειωθεί κατά 0.40%.

β_{SMB} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι, η υπερβάουσα απόδοση του Μετοχικού A/K Triton δεν επηρεάζεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της απόδοσης SMB.

β_{HML} : Από τον έλεγχο υπόθεσης προέκυψε ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι, η υπερβάουσα απόδοση του Μετοχικού A/K Triton δεν επηρεάζεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της απόδοσης HML.

4.3.5 Έλεγχος Ομοσκεδαστικότητας των υπολειμάτων

Για να είναι έγκυρη οποιαδήποτε συμπερασματολογία σχετικά με τους συντελεστές του μοντέλου είναι απαραίτητο να τηρείται η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας των υπολειμμάτων. Για τον έλεγχο αυτόν χρησιμοποιήθηκε το Breusch-Pagan Test.

H0: $\sigma_{market} = \sigma_{smb} = \sigma_{hml}$

H1: $\sigma_i \neq \sigma_j$

Μοντέλο	P-Value
NGB A/K	0.84
Piraeus Invest A/K	0.82
Triton A/K	0.97

Πίνακας 16: Έλεγχος Ομοσκεδαστικότητας

Ο παραπάνω πίνακας περιλαμβάνει τα p-value των ελέγχων για κάθε μοντέλο ξεχωριστά. Προκύπτει ότι για κάθε στατιστικό μοντέλο που δημιουργήθηκε ισχύει ότι $p\text{-value} > \alpha = 0.05$. Το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι δεν υπάρχουν ισχυρά στατιστικές ενδείξεις για απόρριψη της μηδενικής υποθεσης. Συνεπώς τα υπολείμματα είναι ομοσκεδαστικά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Για να μπορέσουμε να αξιολογήσουμε μία επένδυση ο πιο σημαντικός παράγοντας είναι ερμηνεία της σχέσης της αναμενόμενης απόδοσης με τον κίνδυνο. Στο παρακάτω διάγραμμα παρειστώνεται η διαγραμματική απεικόνιση της σχέσης Απόδοσης – Κινδύνου για τις εξής ομάδες:

1) Fama and French Factors

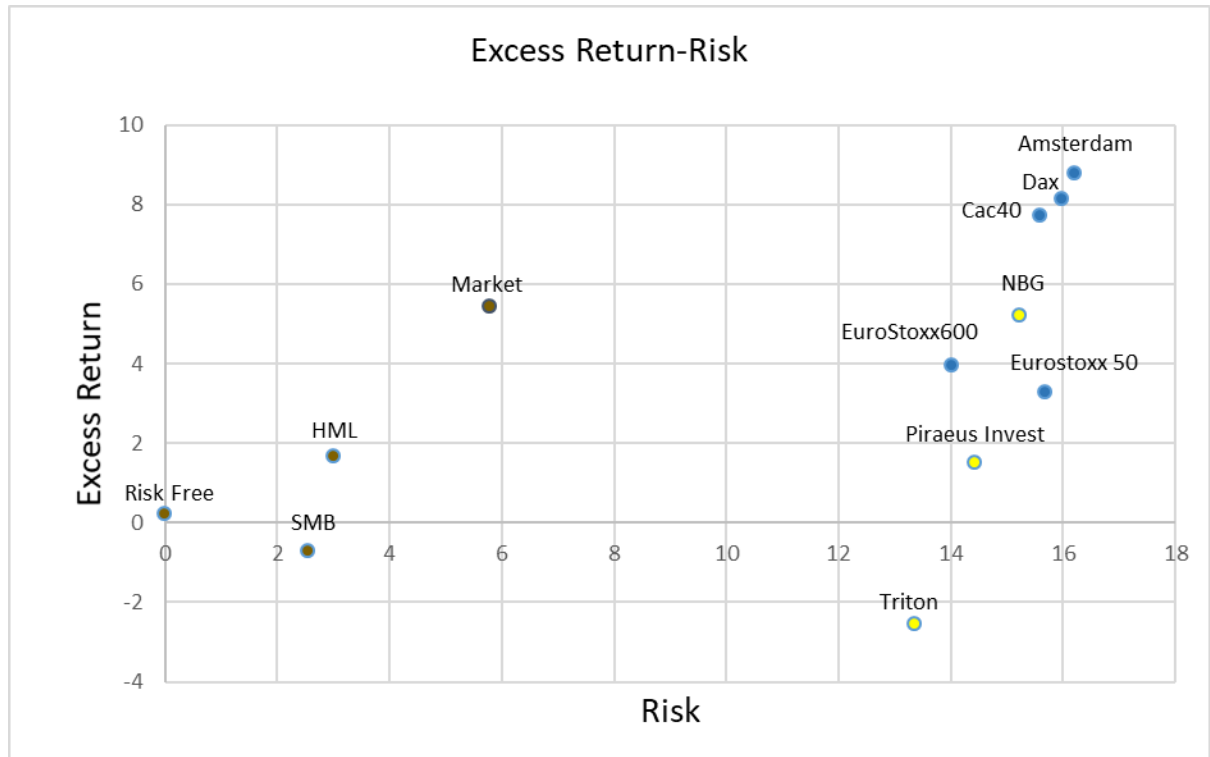
- Market
- SMB
- HML
- Risk Free

2) Χρηματιστηριακοί Δείκτες

- Eurostoxx50
- Eurostoxx600
- Dax
- Cac 40
- Amsterdam

3) Μετοχικά Α/Κ

- NBG INTERNATIONAL FUNDS SICAV/EUROPEAN ALLSTARS/B
- PIRAEUS INVEST EUROPEAN EQUITY RETAIL
- TRITON ΠΑΝΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΜΕΤΟΧΙΚΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ



Διάγραμμα 12: Απόδοσης-Κίνδυνου Μετοχικών Α/Κ και Αγοράς

Σχολιασμός Γραφικής Παράστασης

Από το παραπάνω διάγραμμα 12 παρατηρούμε ότι:

- Οι τρεις παραπάνω ομάδες με βάση το ίδιο επίπεδο κινδύνου έχουν χωριστεί σε δύο. Για επίπεδο κινδύνου από 2%-6% έχουμε τις επενδύσεις που είναι οι παράγοντες του μοντέλου των Fama and French και για επίπεδο κινδύνου από 13%-16% όπου κατανέμονται οι άλλες δύο ομάδες.
- Για τα μετοχικά Α/Κ και για τους Ευρωπαϊκούς Χρηματιστηριακούς Δείκτες παρατηρούμε ότι σε γενικές γραμμές καλύτερη απόδοση παρουσιάζουν οι Χ.Δ σε σχέση με τα Μετοχικά Α/Κ. Πιο συγκεκριμένα βλέπουμε ότι οι Χ.Δ Amsterdam, Dax, Cac40 είναι καλύτεροι τους υπόλοιπους δύο δείκτες και όλα τα Μετοχικά Α/Κ. Το μετοχικό Α/Κ NBG INTERNATIONAL FUNDS SICAV/EUROPEAN ALLSTARS/B με βάση το ίδιο επίπεδο κινδύνου αποδίδει καλύτερα από τα υπόλοιπα Α/Κ αλλά και από τους τους Χ.Δ Eurostoxx50 και Eurostoxx600.
- Παρατηρούμε ότι με βάση πάλι παρόμοιο επίπεδο κινδύνου ότι η απόδοση στο HML είναι καλύτερη από την απόδοση στο SMB και υπάρχουν ενδείξεις ότι η αγορά αποτελεί καλύτερη επένδυση και από τις δύο.
- Με βάση παρόμοιο επίπεδο απόδοσης μπορούμε να βγάλουμε παρατηρούμε ότι το καλύτερο Α/Κ με βάση τα παραπάνω έχει παρόμοια επίδοση με την αγορά αλλά μεγαλύτερο κίνδυνο. Συνεπώς αποτελεί χειρότερη επένδυση από την αγορά. Επίσης η αγορά αποτελεί καλύτερη επένδυση και από τον δείκτη Eurostoxx600 που έχουν παρόμοιο επίπεδο απόδοσης.

- Ανάμεσα στο Μετοχικό Α/Κ της PIRAEUS INVEST EUROPEAN EQUITY RETAIL και της επένδυσης HML παρατηρούμε ότι καλύτερη επένδυση αποτελεί αυτή της HML.
- Τέλος από το διάγραμμα δεν μπορούν να συγκριθούν η αγορά με τους Χ.Δ Amsterdam, Cac40 και Dax επειδή έχουν διαφορετικό επίπεδο απόδοσης και κινδύνου.

	Sharpe ratio	Generalized Treynor Ratio	Jensen alpha	Information Ratio	M ²
Eurostoxx50	0.21	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	-3.84
Eurostoxx600	0.28	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	-3.64
DAX	0.5	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	-2.31
CAC40	0.49	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	-2.39
Amsterdam	0.56	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	-2
NBG A/K	0.32	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	-3.36
Piraeus Invest A/K	0.09	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	-4.70
Triton A/K	-0.21	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	Statistical Insignificant	-6.41

Πίνακας 11: Πίνακας Μέτρων Αξιολόγησης

Στον παραπάνω πίνακα 11 βλέπουμε τις τιμές των μέτρων αξιολόγησης. Η κάθε στήλη περιέχει υπογραμμισμένη με πράσινο χρώμα την τιμή που μας δείχνει την καλύτερη επένδυση με βάση το κάθε μέτρο.

Με βάση τον Γενικευμένο Treynor Ratio, Το Jensen alpha και το Information Ratio προκύπτει ότι οι τιμές των μέτρων είναι 0. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι ότι από τα αποτελέσματα του μοντέλου των Fama and French προέκυψε ότι το άλφα για όλους τους χρηματιστηριακούς δείκτες είναι στατιστικά μη-σημαντικό. Με δεδομένο ότι τα συγκεκριμένα μέτρα αξιολόγησης έχουν στην μαθηματική τους περιγραφή στον αριθμητή το άλφα, προκύπτει ότι η τιμή τους είναι 0. Το άλφα ερμηνεύεται ως η παραπάνω απόδοση που θα έχει το χαρτοφυλάκιο σε σχέση με τη αγορά. Τιμή του άλφα στατιστικά μη-

σημαντική θεωρείται αναμενόμενη με βάση την θεωρία του Eugene Fama⁹, ότι σε ικανοποιητικό δείγμα ένα χαρτοφυλάκιο δεν μπορεί να έχει παραπάνω απόδοση από αυτή που είχε προβλεφθεί.

Με βάση το **Sharpe ratio** καλύτερη επένδυση αποτελεί ο δείκτης Amsterdam. Δηλαδή έχει την καλύτερη αναμενόμενη απόδοση ανά μονάδα κινδύνου που αναλαμβάνει. Με βάση το **M²** καλύτερη επένδυση αποτελεί επίσης ο Χ.Δ Amsterdam.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- 1) Brooks, Chris. *Introductory Econometrics for Finance*. Cambridge University Press. p.8-30,2008.
- 2) Durbin, J.; Watson, G. S. . "Testing for serial correlation in least squares regression.III". *Biometrika*. 58 (1), pp. 1–19, 1971.
- 3) Eugene F. Fama and Kenneth R. French, "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds", *Journal of Financial Economics* , pp. 3–52, 1993.
- 4) French., Eugene F. Fama and Kenneth R. "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds,". *Journal of Financial Economics*, 1964.
- 5) Fuller, W. A. , "Introduction to Statistical Time Series. New York": John Wiley and Sons, 1976.
- 6) Jensen, M.C., "The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964," *Journal of Finance* 23, pp. 389-416, 1968.
- 7) Lintner, John. "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", *Review of Economics and Statistics*, 1965.
- 8) Μ.Γκλεζάκος, "Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Επενδύσεων, Συνοπτικές Σημειώσεις", pp 1-15. 2016
- 9) Modigliani, Franco. "Risk-Adjusted Performance". *Journal of Portfolio Management*. 1997,pp 45–54, 1997.
- 10) Mossin, Jan. "Equilibrium in a Capital Asset Market". *Econometrica*, 1966.
- 11) Nayema Kevin Achola, MA. Econs and Peter W Muriu, PhD. "Testing The Three Factor Model Of Fama And French: Evidence From An Emerging Market". *European Scientific Journal*,2016.
- 12) Sharpe, W. F. "Mutual Fund Performance". *Journal of Business*. 39 (S1): 119–138, 1966.
- 13) Sharpe, William F. , 'The Sharpe Ratio'. *The Journal of Portfolio Management*. 21 (1): 49–58, 1994
- 14) Sharpe, William, "Capital Asset Prices: The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets," *Journal if Finance* 1964.
- 15) Treynor, Jack L. "How to Rate Management of Investment Funds". *Harvard Business Review* 43, pp. 63–75, 1965.

- 16) Treynor, Jack L., and Fisher Black "How to use security analysis to improve portfolio selection." *Journal of Business*, vol 46, no. 1 (January): 66-86, 1973.
- 17) White. H. "A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity". *E*, pp 817–838,1980.
- 18) Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus. *Investments 9th ed. Douglas Reiner* ,pp 280-300, 2010.
- 19) Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus. *Investments 9th ed. Douglas Reiner* ,pp 419-425, 2010.
- 20) Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus. *Investments 9th ed. Douglas Reiner* ,pp 819-840, 2010.
- 21) https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html
- 22) <https://www.naftemporiki.gr/finance/chain/27/euopi.html>
- 23) <https://www.naftemporiki.gr/finance/mtfCategory/ib503187/metoxika-ak-eyrozonis>

