



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

**ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ
ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ALTMAN ΚΑΙ ΟΙ ΓΕΝΙΚΕΥΣΕΙΣ ΤΟΥ

ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΣ ΧΡΗΣΤΟΣ

Πειραιάς, 2020

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική Κινδύνου.

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Κούτρας Μάρκος (Επιβλέπων)
- Αντζουλάκος Δημήτριος
- Ψαρράκος Γεώργιος

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνωμών του συγγραφέα.



UNIVERSITY OF PIRAEUS

**DEPARTMENT OF STATISTICS AND INSURANCE SCIENCE
POSTGRADUATE PROGRAM IN
ACTUARIAL SCIENCE AND RISK MANAGEMENT**

MSC THESIS

ALTMAN'S MODEL AND IT'S GENERALIZATIONS

By

ALEXOPOULOS CHRISTOS

PIRAEUS, 2020

Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών, «Αναλογιστικής Επιστήμης και Διοικητικής Κινδύνου», του Τμήματος «Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης», του Πανεπιστημίου Πειραιά, υπό την επίβλεψη του Καθηγητή κ. Μάρκου Κούτρα, τον οποίο ευχαριστώ θερμά για την πολύτιμη βοήθεια, υποστήριξη και καθοδήγησή του κατά τη διάρκεια της εργασίας μου. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής εργασίας μου, τον Αναπληρωτή καθηγητή κ. Δημήτριο Ατζουλάκο και τον Αναπληρωτή καθηγητή κ. Γεώργιο Ψαρράκο, για την αποτελεσματική συνεργασία και συμβολή τους στην ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας. Ιδιαίτερες ευχαριστίες θέλω να εκφράσω προς τους γονείς μου, Γιώργο και Μάγδα, καθώς και στην αδερφή μου Κατερίνα, για την διαχρονική συμπαράστασή τους και την στήριξη τους στις επιλογές μου.

Περίληψη

Η έκταση που έχει πάρει το θέμα του πιστωτικού κινδύνου τα τελευταία χρόνια καθώς και οι απαιτήσεις των θεσμών (Βασιλεία) οδηγεί στην διαρκή προσπάθεια για την δημιουργία μοντέλων πρόβλεψης.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η παρουσίαση, ενός μοντέλου πιστοληπτικής αξιολόγησης που βάση έχει την πολυμεταβλητή διαχωριστική ανάλυση, του μοντέλου του Altman ο οποίος το ανέπτυξε το 1968, για το οποίο γίνεται η αναλυτική παρουσίασή του. Γίνεται περιγραφή των διαδικασιών επιλογής των μεταβλητών, συντελεστών στάθμισης και σημείων αποκοπής του μοντέλου. Κατόπιν αποτυπώνονται εμπειρικά αποτελέσματα και συμπεράσματα όπως και η βελτιστοποίηση του Z-score σε ZETA-score.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται κάποιες παραλλαγές του πρωτότυπου μοντέλου που ανέπτυξε ο Altman, τόσο από τον ίδιο, όσο και από άλλους διακεκριμένους επιστήμονες της εποχής.

Στο τέλος της εργασίας, γίνεται η εφαρμογή της μεθόδου που ακολούθησε ο Altman, σε προσομοιωμένα δεδομένα και συγκρίνονται τα αποτελέσματα που εξάγονται.

Ως συμπέρασμα, θα πρέπει να σημειωθεί πως το μοντέλο του Altman χρήζει βελτιώσεων. Ήδη στην βιβλιογραφία βρίσκουμε αρκετούς ερευνητές οι οποίοι πρότειναν επεκτάσεις και βελτιώσεις του μοντέλου οι οποίες μπορούν να εναρμονιστούν εξίσου με τα δεδομένα της αγοράς.

Abstract

The great interest of credit risk in recent years and the requirements of the institutions (Basel) lead to the continuous effort of forecasting models development.

The aim of this Msc thesis is to present, a credit rating model based on multivariate discriminant analysis, the Altman's Model which was developed in 1968. We provide descriptions about variables, weights and cut-off points selections. After that empirical results and conclusions are presented, such as the optimization from Z-score to ZETA-score

Variations of Altman's model are presented as well, not only from himself but also from other researchers of that era.

At the end of this dissertation, we apply the Altman's method to simulated data and compare the results obtained.

As a conclusion, it should be noted that the model of Altman, requires improvements. Already in the literature we can find several researchers who proposed extensions and improvements of the model, which is more appropriate for fitting to real market data.

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Το Σύμφωνο της Βασιλείας & ο Πιστωτικός κίνδυνος

1.1 Εισαγωγή	14
1.2 Το Σύμφωνο της Βασιλείας	16
1.3 Πιστωτικός Κίνδυνος (Credit Risk).....	21

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Διαχωριστική Ανάλυση

2.1. Η Πολυμεταβλητή Διαχωριστική Ανάλυση	25
2.2 Εφαρμογές διαχωριστικής ανάλυσης.....	27
2.3 Υπολογισμός και ερμηνεία των διαχωριστικών συναρτήσεων	28
2.4 Υπολογισμός και ερμηνεία των διαχωριστικών τιμών	31
2.5 Διαχωριστικοί Συντελεστές	31
2.6 Κανόνες διαχωριστικής ανάλυσης.....	32
2.6.1 Κανόνας μέγιστης πιθανοφάνειας.....	33
2.6.2 Κανόνας του Bayes.....	34
2.6.3 Ελαχιστοποίηση του κόστους λανθασμένης ταξινόμησης	34
2.7 Πλεονεκτήματα/μειονεκτήματα της διαχωριστικής ανάλυσης.....	35
2.8 Εφαρμογή της μεθόδου.....	36

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Το μοντέλο Z-score του Edward I. Altman

3.1 Αναλυτική παρουσίαση του μοντέλου.....	41
3.1.1 Επιλογή δείγματος	41
3.1.2 Επιλογή των μεταβλητών και αντίστοιχων συντελεστών στάθμισης.....	42
3.1.3 Ανάλυση των παραγόντων της συνάρτησης.....	44
3.1.4 Τελική μορφή του υποδείγματος	47
3.1.5 Διαχωριστικοί συντελεστές του υποδείγματος	47
3.1.6 Ερμηνεία του υποδείγματος.....	49
3.1.7 Επιλογή των σημείων αποκοπής.....	50
3.1.8 Έλεγχος του μοντέλου σε μεταγενέστερα δείγματα	51
3.2 Εμπειρικά αποτελέσματα	53
3.3 Χρήστες του υποδείγματος	55
3.4 Περιορισμοί του μοντέλου του Altman	55

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Παραλλαγές του μοντέλου του Altman

4.1 Η εποχή πριν τον Altman.....	58
4.2 Ειδικές κατηγορίες Z-score.....	61
4.2.1 Μοντέλο για μη εισηγμένες βιομηχανικές επιχειρήσεις.....	61
4.2.2. Μοντέλο για μη βιομηχανικές επιχειρήσεις	62
4.3 Υπόδειγμα ZETA.....	63
4.3.1 Δείγμα	63
4.3.2 Λογιστικές μετατροπές	64
4.3.3 Μεταβλητές.....	64
4.3.4 Στατιστική μεθοδολογία	66
4.3.5 Σύγκριση Z-score και ZETA	67
4.4 Αναθεωρημένο υπόδειγμα Altman(2004)- HILLEGEIST	68
4.5 Μεταγενέστερες παραλλαγές του μοντέλου	69

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: Εφαρμογή του μοντέλου σε προσομοιωμένα δεδομένα

5.1 Η διαδικασία της προσομοίωσης.....	71
5.1.1 Εισαγωγή	71
5.1.2 Παραγωγή τυχαίων αριθμών.....	71
5.2 Εφαρμογή του μοντέλου	72
5.2.1 Επιλογή δείγματος και μεταβλητών.....	72
5.2.2 Κατασκευή μοντέλου και αποτίμηση διαχωριστικής ικανότητας	74
5.2.3 Δοκιμές προσαρμογής του μοντέλου	76

Βιβλιογραφία

Ελληνική	82
Ξενόγλωσση	82

Κατάλογος Διαγραμμάτων

Διάγραμμα 1 Credit Loss distribution.....	23
Διάγραμμα 2 Διάγραμμα διασποράς και διαχωρισμός παρατηρήσεων.....	29

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1 Μέσες τιμές και τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων	36
Πίνακας 2 Γενικές πληροφορίες για το δείγμα (1).....	37
Πίνακας 3 Γενικές πληροφορίες για το δείγμα (2).....	37
Πίνακας 4 Εκ των προτέρων πιθανότητες.....	37
Πίνακας 5 Τετραγωνικές αποστάσεις των ομάδων	37
Πίνακας 6 Έλεγχος F	37
Πίνακας 7 Εφαρμογή ANOVA.....	38
Πίνακας 8 Μέσο R2	38
Πίνακας 9 Συντελεστές της γραμμικής διαχωριστικής ανάλυσης	38
Πίνακας 10 Αριθμός και ποσοστά παρατηρήσεων ανά ομάδα.....	39
Πίνακας 11 Εκτίμηση λάθους κατάταξης.....	39
Πίνακας 12 Διασταυρωμένη επικύρωση	40
Πίνακας 13 Συνάρτηση του Μοντέλου του Altman (1968).....	43
Πίνακας 14 Πίνακας αθροισμάτων	48
Πίνακας 15 Συνεισφορά των μεταβλητών από scaled vector	50
Πίνακας 16.1 Εταιρίες που το Z-score εμπίπτει στη γκριζα ζώνη.....	51
Πίνακας 16.2 Λανθασμένη ταξινόμηση εταιριών.....	51
Πίνακας 17 Κατάταξη εταιρειών με βάση την τιμή Z-score, για εταιρείες εισηγμένες στο χρηματιστήριο	52
Πίνακας 18 Ταξινόμηση και ακρίβεια προβλέψεων του μοντέλου Z-score(1968)	52
Πίνακας 19 Σφάλματα τύπου I&II, ένα έτος πριν την χρεοκοπία	53
Πίνακας 20 Σφάλματα τύπου I&II, δύο έτη πριν την χρεοκοπία	53
Πίνακας 21 Ποσοστά επιτυχίας του MDA μοντέλου μέσα σε 5 χρόνια.....	54
Πίνακας 22 Σύγκριση Z-Score 1968 και ZETA-Score 1977	67
Πίνακας 23 Μέσες τιμές μεταβλητών του πρωτότυπου μοντέλου	73
Πίνακας 24 Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των μεταβλητών της υγιούς ομάδας (N=50)	73
Πίνακας 25 Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των μεταβλητών της προβληματικής ομάδας(N=50)	74
Πίνακας 26 Πίνακες με γενικές πληροφορίες(N=100).....	74
Πίνακας 27 Έλεγχος της μηδενικής υπόθεσης(N=100).....	74
Πίνακας 28 Συντελεστές γραμμικής διαχωριστικής εξίσωσης(N=100)	75
Πίνακας 29 Συσχέτιση εξαρτημένων και ανεξάρτητων μεταβλητών(N=100)	75
Πίνακας 30 Ταξινόμηση στις ομάδες(N=100)	75
Πίνακας 31 Πίνακες με γενικές πληροφορίες(N=200).....	76
Πίνακας 32 Συντελεστές γραμμικής διαχωριστικής εξίσωσης(N=200)	77
Πίνακας 33 Συσχέτιση εξαρτημένων και ανεξάρτητων μεταβλητών(N=200)	77
Πίνακας 34 Ταξινόμηση στις ομάδες(N=200)	77
Πίνακας 35 Πίνακες με γενικές πληροφορίες(N=50).....	78
Πίνακας 36 Συντελεστές γραμμικής διαχωριστικής εξίσωσης(N=50)	79
Πίνακας 37 Συσχέτιση εξαρτημένων και ανεξάρτητων μεταβλητών(N=50)	79
Πίνακας 38 Ταξινόμηση στις ομάδες(N=50)	79

Πίνακας 39 Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των μεταβλητών της υγιούς ομάδας του νέου δείγματος.....	80
Πίνακας 40 Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των μεταβλητών της προβληματικής ομάδας του νέου δείγματος	80
Πίνακας 41 Συντελεστές γραμμικής διαχωριστικής εξίσωσης.....	80
Πίνακας 42 Συσχέτιση εξαρτημένων και ανεξάρτητων μεταβλητών	81
Πίνακας 43 Ταξινόμηση στις ομάδες	81

Κεφάλαιο 1: Το Σύμφωνο της Βασιλείας & ο Πιστωτικός κίνδυνος

1.1 Εισαγωγή

Κατά τη διάρκεια των τελευταίων 40 ετών, το θέμα της πρόβλεψης της επιχειρηματικής αποτυχίας έχει αναδειχθεί σε σημαντικό ερευνητικό πεδίο στο χώρο των οικονομικών επιστημών και στην ευρύτερη επιστημονική κοινότητα. Ένας αρκετά μεγάλος αριθμός ακαδημαϊκών μελετών όχι μόνο από την Ελλάδα, αλλά από ολόκληρο τον κόσμο στοχεύουν στην ανάπτυξη μοντέλων πρόβλεψης της πτώχευσης, με βάση διάφορες τεχνικές μοντελοποίησης .

Σήμερα, που το επιχειρηματικό περιβάλλον αλλάζει διαρκώς και με ταχύτατους ρυθμούς, ο όγκος των πληροφοριών και των δεδομένων ξεχειλίζει. Πλέον, η αγορά είναι παγκόσμια και οι επιχειρήσεις καλούνται να λαμβάνουν κρίσιμες αποφάσεις γρήγορα, να δημιουργούν οι ίδιες τις αλλαγές ή έστω να προσαρμόζονται αυτόματα σε αυτές και να συνεχίζουν να αναπτύσσονται. Πόσο μάλλον σε μια περίοδο οικονομικής κρίσης και παγκόσμιας οικονομικής αναταραχής όπως αυτή των τελευταίων οχτώ ετών που ταλανίζει την Ελλάδα. Στις περισσότερες χώρες τα ποσοστά των πτωχεύσεων έχουν αυξηθεί θεαματικά και πολλές εταιρείες γίνονται όλο και πιο ευάλωτες στην αποτυχία. Συνεπώς, η ανάγκη για εξάπλωση της χρήσης τους και της εξέλιξής τους είναι ζωτικής σημασίας.

Ειδικότερα, τα μοντέλα *Μέτρησης Πιστοληπτικής Αξιολόγησης* ή αλλιώς μοντέλα βαθμολόγησης φερεγγυότητας (credit scoring models) είναι ποσοτικά μοντέλα που χρησιμοποιούν παρατηρούμενα χαρακτηριστικά του δανειζόμενου είτε για να προσδιορίσουν έναν αριθμό που δείχνει την πιθανότητα αθέτησης των πληρωμών (scoring), είτε για να κατατάξουν τους δανειζόμενους σε διαφορετικές κατηγορίες κινδύνου ανάλογα με την πιστοληπτική τους φερεγγυότητα (rating). Βασίζονται σε ιστορικά δεδομένα που αφορούν το δανειζόμενο τα οποία έχουν προκύψει από την παρελθοντική του συμπεριφορά και ενδείκνυνται σε περιπτώσεις μικρών και σχετικά ομοιογενών ομάδων πιστούχων.

Με βάση τα μοντέλα αυτά, η διοίκηση του πιστωτικού ιδρύματος επιλέγει και συνδυάζει διαφορετικά οικονομικά και χρηματοοικονομικά χαρακτηριστικά των δανειζόμενων και έτσι είναι σε θέση:

- Να στοιχειοθετήσει ποσοτικά ποιοι παράγοντες είναι σημαντικοί στην ερμηνεία του πιστωτικού κινδύνου.
- Να αξιολογήσει το σχετικό βαθμό ή την σημασία των παραγόντων.
- Να απορρίψει μη φερέγγυους δανειστές.
- Να είναι σε θέση να υπολογίσει προβλέψεις που μπορούν να απαιτηθούν σε αναμενόμενες μελλοντικές δανειακές απώλειες.

Μία τράπεζα, για παράδειγμα, αν θέλει να εφαρμόσει ένα μοντέλο μέτρησης πιστοληπτικής αξιολόγησης για να δώσει ένα καταναλωτικό δάνειο, θα πρέπει να ελέγξει κάποια στοιχεία του δανειολήπτη, όπως είναι το εισόδημα, τα κεφάλαια, η ηλικία, η εργασία του κ.α. Μετά την μέτρηση των μεγεθών των χαρακτηριστικών ακολουθεί η στατιστική ανάλυση που ποσοτικοποιεί την πιθανότητα πιστωτικού κινδύνου ή διακρίνει τους πελάτες ανάλογα με την φερεγγυότητά τους.

Τα πιστωτικά ιδρύματα χρειάζεται να αξιολογήσουν έναν πιστούχο σε δύο διαφορετικές περιπτώσεις. Η πρώτη είναι για να εγκρίνουν ή όχι μια αίτηση πίστωσης. Στην περίπτωση αυτή, η βαθμολόγηση γίνεται με την αξιολόγηση των αιτήσεων (application scoring). Η δεύτερη αφορά τους ήδη υπάρχοντες πελάτες και το ενδιαφέρον εστιάζεται στον τρόπο αποπληρωμής του δανείου από τον πελάτη. Η πιστωτική αξιολόγηση σε αυτήν την περίπτωση ονομάζεται αξιολόγηση πιστωτικής συμπεριφοράς (behavioral scoring).

Τα στατιστικά υποδείγματα μέτρησης φερεγγυότητας περιλαμβάνουν τρεις γενικές κατηγορίες:

1. Τα γραμμικά μοντέλα πιθανοτήτων (linear probability models), όπου χρησιμοποιείται η ψευδομεταβλητή Z_j η οποία παίρνει την τιμή 1 για όλα τα παλαιά δάνεια j που δεν αποπληρώθηκαν και την τιμή 0 για αυτά που αποπληρώθηκαν. Το γραμμικό υπόδειγμα έχει την μορφή: $Z_j = b_0 + b_{j1}X_{j1} + \dots + b_{jk}X_{jk} + \varepsilon_j$.
2. Τα μη γραμμικά μοντέλα (probit, logit). Τα probit μοντέλα υποθέτουν ότι η πιθανότητα χρεοκοπίας κατανέμεται κανονικά, ενώ τα logit μοντέλα υποθέτουν ότι η πιθανότητα χρεοκοπίας κατανέμεται λογαριθμικά.
3. Τα μοντέλα διαχωρισμού ή μοντέλα διαχωριστικής ανάλυσης (linear discriminant models).

Σύμφωνα με δημοσιεύματα της “Journal of Banking and Finance-JBF” οι δύο επικρατέστερες μέθοδοι από τις παραπάνω είναι κατά κύριο λόγο το μοντέλο της διαχωριστικής ανάλυσης και κατά δεύτερο λόγο το μοντέλο Logit .

1.2 Το Σύμφωνο της Βασιλείας

Μετά το πέρας του Β' Παγκοσμίου πολέμου η εκτενής εξάπλωση των τραπεζικών ιδρυμάτων με σκοπό την διαμεσολάβηση στην δανειοδότηση από τα πλεονασματικά μέρη προς ομοειδείς μονάδες έκανε επιτακτική την ανάγκη θέσπισης κανόνων για την προστασία αυτού του θεσμού. Αυτός είναι και ένας από τους λόγους ανάπτυξης του βιοτικού επιπέδου των πολιτών στον δυτικό κόσμο. Επομένως, για να διασφαλίζεται η ακεραιότητα των αποπληρωμών των υποχρεώσεων των δανειοληπτών και κατ' επέκταση η ομαλή λειτουργία του τραπεζικού συστήματος, είναι αναγκαία η ενίσχυση της εμπιστοσύνης των καταθετών και η προστασία των κεφαλαίων τους. Αυτό επετεύχθη με το σύμφωνο της Βασιλείας.

Το 1930 ιδρύθηκε στην πόλη Βασιλεία της Ελβετίας η Τράπεζα Διεθνών Διακανονισμών (Bank of International Settlements) με σκοπό την επιτήρηση των πληρωμών για την αποκατάσταση των ζημιών που προκλήθηκαν από τον πόλεμο, αλλά γρήγορα εξελίχθηκε σε μέσο για τη συνεργασία μεταξύ των κεντρικών τραπεζών με σκοπό τη νομισματική και οικονομική σταθερότητα. Έπειτα από τη σημαντική παγκόσμια δυσπραγία του 1987, και συγκεκριμένα στις 15 Ιουλίου του 1988 δημοσιεύθηκε το Σύμφωνο της Βασιλείας (Basel Capital Accord) για τη κεφαλαιακή επάρκεια με τίτλο «Διεθνής σύγκλιση της κεφαλαιακής μέτρησης και των κεφαλαιακών προτύπων» (International convergence of capital measurement and capital standards). Στόχος της συνθήκης ήταν η θωράκιση του τραπεζικού συστήματος από επιβλαβή χρηματοοικονομικά συμβάντα, με απώτερο σκοπό την ενίσχυση της εμπιστοσύνης των καταθετών, που είναι και οι βασικοί χρηματοδότες του, προς το παγκόσμιο χρηματοπιστωτικό σύστημα.

Το σύμφωνο της Βασιλείας αποτέλεσε τη βάση για την εποπτεία των τραπεζικών ιδρυμάτων σε πάνω από 100 χώρες σε όλο τον κόσμο. Η κάθε κρατική εποπτική αρχή προσάρμοσε το πλαίσιο στις ανάγκες της ανάλογα με την διάρθρωση της οικονομίας της και το επίπεδο ανάπτυξης του τραπεζικού της συστήματος. Ο πρώτος κίνδυνος που έλαβαν υπόψη τους οι συντάκτες του συμφώνου ήταν ο πιστωτικός κίνδυνος (Credit Risk), δηλαδή ο κίνδυνος μη εκπλήρωσης των συμβατικών υποχρεώσεων του δανειζόμενου προς το τραπεζικό ίδρυμα που είχε πιστοδοτήσει τον αντισυμβαλλόμενο. Με τον όρο αυτό εννοούμε το κίνδυνο μη αποπληρωμής του κεφαλαίου και των τόκων έπειτα από την χορήγηση κάποιου κεφαλαίου σε ένα δανειολήπτη. Η σκέψη πίσω από το σύμφωνο ήταν ότι ένα πιστωτικό ίδρυμα που έχει κύριους χρηματοδότες τους καταθέτες, θα έπρεπε να προστατευτεί επιβάλλοντας στους μετόχους του τραπεζικού ιδρύματος, που έχουν τον έλεγχο του μέσα από το διοικητικό συμβούλιο, να προσαρμόζουν τα ίδια κεφάλαια τους ανάλογα με την έκθεση της συνολικής παρουσίας του ιδρύματος στον πιστωτικό κίνδυνο.

Η Βασιλεία I εισήγαγε ένα απλό σύστημα υπολογισμού των ελάχιστων ιδίων κεφαλαίων που έπρεπε να διατηρούν οι μέτοχοι ανάλογα με τις τοποθετήσεις που επέλεγε να κάνει η τράπεζα. Το σύστημα αυτό όριζε βάρη ανάλογα με το είδος της

τοποθέτησης που είχε η κάθε τράπεζα στο ενεργητικό της. Με αυτόν τον τρόπο υπολογιζόταν το σταθμισμένος ενεργητικό (Risk Weighted Assets, RWA) και ένας απλός τύπος υπολόγιζε μέσω αυτού τα ελάχιστα απαιτούμενα ίδια κεφάλαια που έπρεπε να διατηρούν οι μέτοχοι στην τράπεζα. Το 8% ορίστηκε ως ο δείκτης ελάχιστης κεφαλαιακής επάρκειας, πιο συγκεκριμένα τα ιδρύματα θα πρέπει να φροντίσουν ο λόγος των ιδίων κεφαλαίων προς το σταθμισμένο ενεργητικό να μην υπολείπεται σε καμία περίπτωση του 8%. Θα πρέπει δηλαδή να ισχύει:

$$\frac{MCR}{RWA} \geq 8\% \quad \text{ή} \quad CAR \geq 8\%$$

όπου MCR=Minimum Capital Requirement,

RWA=Risk Weighted Assets,

CAR=Capital Adequacy Ratio

Το 1966 η επιτροπή της Βασιλείας με μια σημαντική τροποποίηση του κειμένου, εισήγαγε έναν επιπλέον κίνδυνο που θα έπρεπε να προσμετρούν τα τραπεζικά ιδρύματα για τον υπολογισμό των ελάχιστων κεφαλαιακών απαιτήσεων, τον κίνδυνο αγοράς (Market Risk). Σε συνεργασία με την τραπεζική βιομηχανία, η επιτροπή της Βασιλείας έφτασε σε συμφωνία για τη νέα μορφή του πλαισίου. Το 2001 δημοσιεύθηκε το πρώτο συμβουλευτικό έγγραφο που αφορούσε στη Βασιλεία II, ενώ τον Ιούνιο του 2004 εκδόθηκε το τελικό έγγραφο με μια δεύτερη αναθεώρηση το Νοέμβριο του 2005 με τίτλο « International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards A revised Framework Comprehensive Version». Η εφαρμογή της συμφωνίας αναμενόταν έως το 2008 και στόχευε στο να επιβάλει στους ιδιοκτήτες και τους μετόχους των τραπεζικών ιδρυμάτων, να διατηρούν τα απαιτούμενα κεφάλαια για την προστασία των καταθετών τους έτσι ώστε τα χρήματά τους να μην καταλήξουν σε ελλειμματικές μονάδες που δεν θα μπορέσουν να αποπληρώσουν τις υποχρεώσεις τους.

Επίσης πέρα από τον κίνδυνο αγοράς που είχε εισαχθεί με την τροποποίηση του πλαισίου της Βασιλείας I το 1996, η Βασιλεία II εισάγει έναν ακόμη κίνδυνο προς υπολογισμό. Ο νέος κίνδυνος είναι ο λειτουργικός κίνδυνος (Operational Risk) και είναι αυτός που πηγάζει από την δυσλειτουργία των λειτουργικών διαδικασιών της τράπεζας σε κάθε επιχειρηματικό τομέα που δραστηριοποιείται η κάθε τράπεζα. Ο λειτουργικός κίνδυνος δεν έχει σχέση με τον κεφαλαιακό, τον πιστωτικό ή τον συστημικό κίνδυνο. Περιορίζεται στα προβλήματα που παρουσιάζονται στις εσωτερικές διεργασίες, στις εργασιακές σχέσεις, στα συστήματα μιας τράπεζας και γενικά αφορά κάθε δυσλειτουργία που οφείλεται στον άνθρωπο.

Ο νέος τύπος υπολογισμού των κεφαλαιακών απαιτήσεων λαμβάνει την παρακάτω μορφή:

$$MCR=0.08 \times (RWA_{credit\ risk} + RWA_{operational\ risk} + RWA_{market\ risk})$$

Πολλές μελέτες αναφέρουν ότι σε μια μέση τράπεζα το 80% των απαιτούμενων ιδίων κεφαλαίων είναι απαραίτητα για να καλυφθούν απαιτήσεις που οφείλονται στον πιστωτικό κίνδυνο, το 15% για τις απαιτήσεις σε κεφάλαια από τον λειτουργικό κίνδυνο και το 5% για απαιτήσεις που προκύπτουν από τον κίνδυνο αγοράς. Η παραπάνω αναλογία είναι και αναμενόμενη καθώς ένα τραπεζικό ίδρυμα είναι ο συνδετικός κρίκος μεταξύ ελλειμματικών και πλεονασματικών μονάδων, κατά συνέπεια ο πιστωτικός κίνδυνος διαδραματίζει και τον σημαντικότερο ρόλο.

Το πλαίσιο της Βασιλείας II προβλέπει μία προσέγγιση αρτιότερη και περισσότερο προσαρμοσμένη στη φύση των αναλαμβανόμενων κινδύνων, προάγοντας την ενισχυμένη διαχείριση του κινδύνου από τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα, πράγμα που αναμενόταν να συμβάλει στη σταθερότητα του χρηματοπιστωτικού συστήματος, να εμπνεύσει εμπιστοσύνη στα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα και να ενισχύσει την προστασία του καταναλωτή.

Συνοψίζοντας το σύμφωνο της Βασιλείας II καθιέρωσε τους εξής τρεις θεμελιώδεις Πυλώνες (Pillars) εποπτείας:

- **Πρώτος Πυλώνας (Pillar I):** Ελάχιστες κεφαλαιακές απαιτήσεις (minimum capital requirements)

Ο ορισμός των ιδίων κεφαλαίων, οι ελάχιστες απαιτήσεις του 8% των ιδίων κεφαλαίων σε σχέση με το σταθμισμένο ενεργητικό και οι διατάξεις αναφορικά με την εποπτική μεταχείριση των κινδύνων αγοράς παραμένουν αμετάβλητα συγκριτικά με το προηγούμενο σύμφωνο. Η κύρια διαφοροποίηση έγκειται στην μέτρηση του πιστωτικού κινδύνου περιλαμβανομένης και της εποπτικής αντιμετώπισης των μέσων και τεχνικών μείωσης του εν λόγω κινδύνου, καθώς και στην καθιέρωση επιπρόσθετων κεφαλαιακών απαιτήσεων για τον λειτουργικό κίνδυνο.

Προτείνει λοιπόν τη χρήση εξωτερικών αξιολογήσεων για τον υπολογισμό του πιστωτικού κινδύνου, αλλά επιτρέπει και την ανάπτυξη εσωτερικών συστημάτων αξιολόγησης του πιστωτικού κινδύνου. Πιο συγκεκριμένα, για την μέτρηση του πιστωτικού κινδύνου παρέχονται δύο κύριες εναλλακτικές μέθοδοι:

1. Η τυποποιημένη μέθοδος (standardized), όπου οι συντελεστές στάθμισης προσδιορίζονται με βάση τις διαβαθμίσεις οργανισμών αξιολόγησης πιστοληπτικής ικανότητας
2. Η μέθοδος των εσωτερικών διαβαθμίσεων (Internal Rating Based approach, IRB), όπου τα πιστωτικά ιδρύματα μπορούν με βάση εσωτερικές εκτιμήσεις της πιστοληπτικής ικανότητας των πιστούχων να εκτιμήσουν τον πιστωτικό κίνδυνο.

- **Δεύτερος Πυλώνας (Pillar II):** Διαδικασία εποπτικής αξιολόγησης (supervisory review process)

Το μέρος αυτό του πλαισίου εισάγει γενικές αρχές τέτοιες ώστε να διασφαλίζεται η κεφαλαιακή επάρκεια των πιστωτικών ιδρυμάτων πέραν των μηχανισμών του πρώτου πυλώνα. Τα πιστωτικά ιδρύματα θα πρέπει να διαθέτουν σύστημα εκτίμησης κεφαλαιακής επάρκειας και να καθορίζουν τα κεφάλαια που απαιτούνται για την κάλυψη των κινδύνων που αναλαμβάνουν. Οι εποπτικές αρχές αξιολογούν τους κινδύνους καθώς και τις διαδικασίες παρακολούθησης και μέτρησης αυτών και δύναται να απαιτούν πρόσθετες κεφαλαιακές απαιτήσεις στις περιπτώσεις όπου δεν υπάρχει πλήρης συμμόρφωση με τις διατάξεις του πρώτου πυλώνα ή κάποιοι κίνδυνοι που δεν αντιμετωπίζονται από τον πρώτο πυλώνα, δεν έχουν καλυφθεί επαρκώς με κεφάλαια από τα πιστωτικά ιδρύματα.

Οι γενικές αρχές που διέπουν το μέρος αυτό του πλαισίου είναι:

- i. Τα πιστωτικά ιδρύματα θα πρέπει να έχουν διαδικασία εκτίμησης της συνολικής κεφαλαιακής τους επάρκειας σε σχέση με τους κινδύνους που αναλαμβάνουν ανάλογα με την στρατηγική τους.
- ii. Οι εποπτικές αρχές πρέπει να αξιολογούν τις εσωτερικές εκτιμήσεις των πιστωτικών ιδρυμάτων αναφορικά με την κεφαλαιακή επάρκεια και την στρατηγική τους καθώς επίσης και την ικανότητά τους να συμμορφώνονται με τις διατάξεις που αφορούν τον δείκτη κεφαλαιακής επάρκειας. Επιπρόσθετα οφείλουν να λαμβάνουν τα απαραίτητα μέτρα εφόσον δεν είναι ικανοποιημένες με το αποτέλεσμα της σχετικής διαδικασίας.

Μια βασική αδυναμία του πρώτου Συμφώνου της Βασιλείας ήταν ότι οι σταθμίσεις πιστωτικού κινδύνου ήταν απλές, με συνέπεια να δίνεται δυνατότητα για «arbitrage» επί των εποπτικών ιδίων κεφαλαίων από μέρους των τραπεζών.

Οι ελάχιστες κεφαλαιακές απαιτήσεις αποτελούν την βασική μεθοδολογία όπως καταγράφεται στο πρώτο Σύμφωνο, με επιπλέον ένα σύνολο προσθηκών και νέων επιλογών. Οι τράπεζες θα είναι σε θέση να εφαρμόσουν και να ακολουθήσουν τους νέους κανόνες δημιουργώντας ένα εσωτερικό σύστημα μετρήσεων του πιστωτικού κινδύνου, το οποίο θα αναγνωριστεί από τις εποπτικές αρχές. Όσον αφορά στις σταθμίσεις έναντι κεντρικών κυβερνήσεων και τραπεζών, πλέον βασίζονται στις διαβαθμίσεις εξωτερικών οίκων πιστοληπτικής αξιολόγησης (Credit Rating agencies-CRAs). Οι πιο γνωστοί οίκοι είναι οι Moody's Investors Service, Standar & Poor's(S&P), Fitch IBCA και Duff and Phelps Credit Rating Co. Ο ρόλος των οίκων αυτών είναι να πληροφορούν τους επενδυτές πόσο πιθανό είναι να λάβουν πίσω το κεφάλαιο και τον τόκο για την επένδυση που έκαναν, δηλαδή ποια είναι η πιθανότητα αποπληρωμής εκ μέρους του πιστούχου.

Επίσης, οι διαβαθμίσεις των εταιριών πιστοληπτικής αξιολόγησης μπορούν να εφαρμοστούν με ανάλογο τρόπο και στη στάθμιση πιστωτικών κινδύνων που προέρχονται από τον τραπεζικό και επιχειρηματικό χώρο.

Επιπλέον, εισάγονται νέοι κανόνες που στο προηγούμενο έγγραφο δεν υπήρχαν και αφορούν την κάλυψη σταθμίσεων καθώς επίσης και βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις που υπόκεινται σε κεφαλαιακή απαίτηση. Ο ορισμός των βραχυπρόθεσμων διατραπεζικών τοποθετήσεων είναι πλέον 3 μήνες.

Πέρα από τις αλλαγές στη βασική μεθοδολογία έγιναν και νέες ρυθμίσεις που αφορούν κυρίως την πρόληψη και τη μέτρηση των πιστωτικών κινδύνων. Μέσα από το αναθεωρημένο Σύμφωνο δίνεται η δυνατότητα στα τραπεζικά ιδρύματα να αναπτύξουν εσωτερικά συστήματα αξιολόγησης του πιστωτικού κινδύνου σε διάφορα επίπεδα πολυπλοκότητας, ώστε να επιτευχθεί ακριβέστερη στάθμιση κινδύνου με την έγκριση των εποπτικών αρχών.

- **Τρίτος Πυλώνας (Pillar III):** Πειθαρχία της αγοράς (market discipline)

Ο τρίτος πυλώνας εισάγει διατάξεις αναφορικά με την παρεχόμενη από τα πιστωτικά ιδρύματα προς το εξωτερικό πληροφόρηση για το ύψος των αναλαμβανόμενων κινδύνων, τις κεφαλαιακές απαιτήσεις έναντι των κινδύνων αυτών και την ακολουθούμενη στρατηγική προκειμένου μέσω της διαφάνειας να ενισχυθεί η πειθαρχία της αγοράς. Έτσι αφενός, ο επενδυτής θα έχει στην κατοχή του, επιπλέον σημαντικά στοιχεία που δεν τα είχε στο παρελθόν με αποτέλεσμα η τιμή της μετοχής των τραπεζών να ενσωματώνει τη γνώση για τον αναλαμβανόμενο κίνδυνο. Αφετέρου, οι διοικήσεις των τραπεζών θα εκτιμούν με την ίδια βαρύτητα τόσο την κερδοφορία όσο και το επίπεδο των κινδύνων που αναλαμβάνουν.

Συνοψίζοντας, ο πρώτος πυλώνας αφορά την ποσοτικοποίηση και τον υπολογισμό των κινδύνων και των ανάλογων κεφαλαιακών απαιτήσεων, ο δεύτερος αναφέρεται στην εποπτεία των συστημάτων διαχείρισης κινδύνου της τράπεζας από την Κεντρική Τράπεζα, ενώ ο τρίτος πυλώνας αφορά την δημοσίευση και γνωστοποίηση των στοιχείων προς την αγορά που αφορούν την κεφαλαιακή επάρκεια και την διαχείριση κινδύνων της τράπεζας.

Κλείνοντας, αναφέρεται ότι το 2011 και ως απόρροια της οικονομικής κρίσης του 2007-2008, δημοσιεύθηκε το σύμφωνο της Βασιλείας III με στόχο την εφαρμογή του έως το 2015, ενώ κάποιες αναθεωρήσεις το 2013 μετέθεσαν την εφαρμογή του πλαισίου έως το 2019.

1.3 Πιστωτικός Κίνδυνος (Credit Risk)

Πιστωτικός κίνδυνος είναι ο υφιστάμενος ή μελλοντικός κίνδυνος για τα κέρδη και το κεφάλαιο, που απορρέει από την αδυναμία του αντισυμβαλλόμενου να ανταποκριθεί στους όρους και τις υποχρεώσεις που απορρέουν από οποιαδήποτε πιστοδοτική σύμβασή του με την τράπεζα ή την αδυναμία του να εκτελέσει κατά οποιονδήποτε άλλο τρόπο τα συμφωνηθέντα.

Στην περίπτωση των οικονομικών οργανισμών, ως πιστωτικός κίνδυνος ορίζεται ο κίνδυνος να μην εισπράξει εμπρόθεσμα τις απαιτήσεις του ή σε κάποιες περιπτώσεις να μην τις εισπράξει ποτέ. Φυσικά αυτό μπορεί να ισχύσει και για τον ίδιο τον οργανισμό, ο οποίος είναι πιθανό να βρεθεί σε αδυναμία εκπλήρωσης των υποχρεώσεών του, για τις οποίες υπάρχουν απαιτήσεις από τρίτους.

Στην πραγματικότητα ο πιστωτικός κίνδυνος υπάρχει σε κάθε είδους οικονομική συναλλαγή. Κάποια παραδείγματα που τα παρατηρούμε ακόμα και στην καθημερινή μας ζωή είναι :

- 1) Ένας δανειζόμενος σταματά να έχει την δυνατότητα να πληρώνει τις δόσεις ή τους τόκους για το δάνειό του.
- 2) Μια επιχείρηση ή ένας καταναλωτής δεν πληρώνει ένα τιμολόγιο.
- 3) Μια ασφαλιστική επιχείρηση δεν καταβάλει ασφάλισμα (ποσό για την αποζημίωση) σε έναν ασφαλισμένο.
- 4) Μια τράπεζα δεν επιστρέφει τόκους σε έναν καταθέτη ή δεσμεύει τα χρήματα των καταθετών.

Ο πιστωτικός κίνδυνος μπορεί να χωριστεί σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Σε κίνδυνο αντισυμβαλλομένου (Counterparty Credit Risk-CCR) και σε κίνδυνο συγκέντρωσης (Portfolio Concentration Risk-PCR).

Ο κίνδυνος αντισυμβαλλομένου είναι ο κίνδυνος να αθετήσει ο αντισυμβαλλόμενος σε μια συναλλαγή τις υποχρεώσεις του πριν από τον οριστικό διακανονισμό των χρηματοροών της συναλλαγής.

Ο κίνδυνος συγκέντρωσης είναι ο κίνδυνος που αναλαμβάνει να αντιμετωπίσει ο επενδυτής που επενδύει όλα τα χρηματικά του διαθέσιμα σε ένα και μόνο χρηματοπιστωτικό μέσο. Βρίσκεται στον αντίποδα της διαφοροποίησης του κινδύνου, όταν ο επενδυτής τοποθετεί τα διαθέσιμά του σε περισσότερα του ενός χρηματοπιστωτικά μέσα και πόσο μάλλον διαφορετικών χαρακτηριστικών, που έχουν και στοιχεία ασυσχέτιστα. Οι πιστωτικές συσχετίσεις, αποτελούν εκθέσεις των οποίων οι πιθανές απώλειες είναι σχετικά υψηλές σε σχέση με το κεφάλαιο μιας επιχείρησης, τα περιουσιακά της στοιχεία ή το συνολικό επίπεδο κινδύνου που αντιμετωπίζει.

Οι συνιστώσες του πιστωτικού κινδύνου που συνθέτουν αυτήν την έννοια είναι:

- Κίνδυνος αθέτησης (default risk)
- Κίνδυνος ανοίγματος (danger of opening)
- Κίνδυνος ανάκτησης (danger of recuperation)
- Κίνδυνος περιθωρίων
- Κίνδυνος προβλέψεων
- Κίνδυνος συγκέντρωσης

Είναι γεγονός ότι ο πιστωτικός κίνδυνος είναι ο πιο θεμελιώδης κίνδυνος λειτουργίας των τραπεζών και των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων γενικότερα, καθώς όπως έχει αποδειχθεί έχει καταστρέψει τα μεγαλύτερα χρηματοπιστωτικά χαρτοφυλάκια της αγοράς. Η πιο συνηθισμένη συνέπεια που επιφέρει ο εν λόγω κίνδυνος είναι ότι δημιουργεί προβλήματα ρευστότητας, γεγονός που οφείλεται κυρίως στη μειωμένη πιστοληπτική ικανότητα που έχουν οι εν λόγω οργανισμοί και στη χειρότερη των περιπτώσεων, μπορεί να οδηγήσει ακόμα και στην πτώχευση ή στην αναστολή των στρατηγικών σχεδίων του οργανισμού. Ο πιστωτικός κίνδυνος, κατά βάση, συνδέεται με την έννοια της αβεβαιότητας και όχι τόσο με την έννοια της απώλειας, αφού συστατικό του στοιχείο είναι η αδυναμία που έχει ένας εκ των αντισυμβαλλόμενων να εκπληρώσει τις υποχρεώσεις του.

Πιστοληπτική ικανότητα ενός ιδρύματος είναι η δυνατότητα που αυτό έχει να ανταπεξέλθει στις διάφορες οικονομικές του υποχρεώσεις. Για να το πετύχει αυτό, στηρίζεται σε διάφορα κριτήρια, τα οποία ποικίλουν ανάλογα με τον οργανισμό που αφορούν κάθε φορά, καθώς και με τον λόγο δανειοδότησης.

Όπως σημειώνει ο κ. Π. Αγγελόπουλος στο βιβλίο του «Τράπεζες και Χρηματοπιστωτικό Σύστημα», αποτέλεσμα του πιστωτικού κινδύνου ή της ζημιάς από τον αναλαμβανόμενο κίνδυνο, όπως συμβαίνει και με κάθε άλλο κίνδυνο, είναι η μεταβολή της καθαρής θέσης της τράπεζας ή της αξίας του χαρτοφυλακίου.

Η μέτρηση του πιστωτικού κινδύνου, δηλαδή ο υπολογισμός της αναμενόμενης ζημιάς από τις χρηματοδοτήσεις και τις λοιπές τοποθετήσεις, όπως συμβαίνει και με την μέτρηση των λοιπών χρηματοοικονομικών κινδύνων, ακολουθεί συγκεκριμένα βήματα και συγκεκριμένες διαδικασίες, ωστόσο, είναι δύσκολο να γίνει με απόλυτη ακρίβεια. Σε αυτό το σημείο, είναι σημαντικό να αναπτυχθούν κάποιες έννοιες πρωταρχικής σημασίας.

- **Αναμενόμενη ζημιά E(L):** είναι η συνισταμένη τριών επιμέρους κινδύνων.
 - *Της πιθανότητας αθέτησης του πιστούχου* (probability of default, PD)
Η αφερεγγυότητα είναι συνήθως η αθέτηση εξόφλησης μιας υποχρέωσης. Η αθέτηση αυτή δηλώνεται όταν μια προγραμματισμένη πληρωμή δεν εξοφλείται για κάποιο χρονικό διάστημα μετά τη λήξη της. Το χρονικό διάστημα αυτό είναι σύμφωνα με την επιτροπή της

Βασιλείας οι 90 μέρες(90 days past due-DPD). Συνήθως, είναι διαφορετική σε κάθε χαρτοφυλάκιο ή σε τμήματα των πιστούχων με διαφορετικά χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα, οι πιστωτικές κάρτες ή τα καταναλωτικά δάνεια έχουν υψηλότερες πιθανότητες αθέτησης από ότι τα στεγαστικά δάνεια.

- Της έκθεσης έναντι του αντισυμβαλλομένου σε περίπτωση αθέτησης, δηλαδή το άνοιγμα σε αθέτηση (exposure at default, EAD).

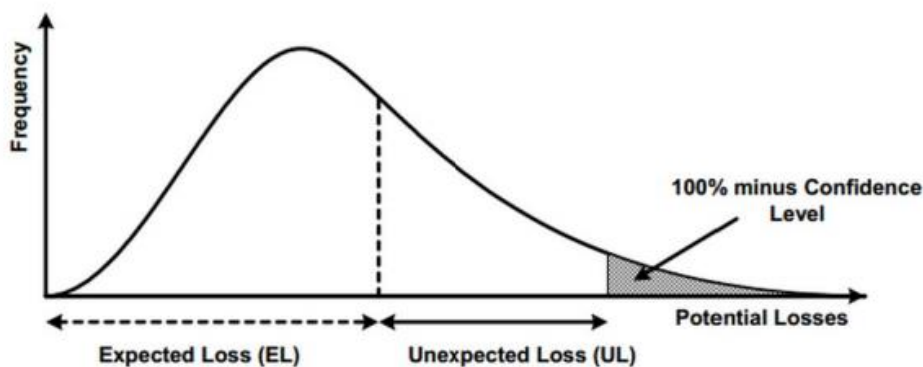
Η έκθεση στον κίνδυνο είναι η αξία των ανοιγμάτων των δανείων κατά τη στιγμή της αθέτησης. Λέγεται αλλιώς και άνοιγμα χρηματοδότησης και πρόκειται για το υπόλοιπο της χρηματοδότησης κατά τη χρονική στιγμή που διαπιστώνεται η αδυναμία του πιστούχου. Η έκθεση στον κίνδυνο μπορεί να αλλάξει σημαντικά στην πορεία του χρόνου. Είναι, λοιπόν, απαραίτητο να υπολογίζουμε την κατανομή της μελλοντικής έκθεσης (παρούσα αξία προεξοφλημένη με το ακίνδυνο επιτόκιο) για κάθε πιθανό χρόνο αθέτησης.

- Της ποσοστιαίας ζημιάς σε περίπτωση πτώχευσης (loss given default, LGD).

Το μέγεθος αυτό, δίνει μια εκτίμηση της μέσης αναμενόμενης ζημιάς, το ποσοστό δηλαδή της χρηματοδότησης το οποίο θα εισπραχθεί, σε περίπτωση που ο πελάτης δεν εκπληρώσει τις υποχρεώσεις του. Ισούται με το λόγο της ζημιάς από άνοιγμα, εξαιτίας της αθέτησης υποχρεώσεων από μέρους του πιστούχου, προς το ποσό που είναι ανεξόφλητο κατά το χρόνο της αθέτησης. Το μέγεθος αυτό εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το είδος των εξασφαλίσεων(collaterals) και των εγγυήσεων(recoveries) που έχουν χρησιμοποιηθεί.

Η εκτιμώμενη ζημιά, λόγω της πτώχευσης, μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$E(L)=PD\times EAD\times LGD$$



Διάγραμμα 1 Credit Loss distribution

Πηγή: Tiziano Bellini «Stress Testing and Risk Integration in Banks», 2017

Η παραπάνω καμπύλη απεικονίζει μια ασύμμετρη κατανομή, όπου οι μικρές απώλειες έχουν μεγαλύτερες πιθανότητες από μεγαλύτερες απώλειες. Ταυτόχρονα διαχωρίζεται η αναμενόμενη απώλεια με την απροσδόκητη απώλεια, οι οποίες ορίζονται ως η προσδοκία και η τυπική απόκλιση, αντίστοιχα, της ζημιάς του χαρτοφυλακίου. Εφόσον γνωρίζουμε την κατανομή του χαρτοφυλακίου και την αναμενόμενη ζημιά, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε και την απροσδόκητη. Το τελευταίο μέρος της καμπύλης αναφέρεται σε καταστροφικά γεγονότα που προκαλούν τεράστιες απώλειες, αλλά συμβαίνουν εξαιρετικά σπάνια.

Τέλος, σύμφωνα με την επιτροπή της Βασιλείας, αθέτηση έχουμε όποτε λάβει χώρα ένα από τα παρακάτω γεγονότα:

- ✓ Όταν, ύστερα από επεξεργασία των χαρακτηριστικών του πιστούχου, διαπιστωθεί με βεβαιότητα ότι αυτός δεν είναι σε θέση να ανταποκριθεί στις συμβατικές του υποχρεώσεις.
- ✓ Όταν σε ότι έχει να κάνει με τη συγκεκριμένη πιστοδότηση, υπάρχει διαγραφή, πρόβλεψη ή ρύθμιση οφειλών.
- ✓ Όταν ο πιστούχος έχει καθυστερημένες οφειλές για περισσότερο από 90 ημέρες.
- ✓ Όταν έχει γίνει αίτηση πτώχευσης από τον πιστούχο.

Κεφάλαιο 2: Διαχωριστική ανάλυση

2.1. Η Πολυμεταβλητή Διαχωριστική Ανάλυση

Η πολυμεταβλητή διαχωριστική ανάλυση, γνωστή και ως διακριτική (Multiple Discriminant Analysis) είναι μια στατιστική μέθοδος που χρησιμοποιείται για να ομαδοποιήσει τις παρατηρήσεις σε διαφορετικές ομάδες ανάλογα με τα οικονομικά και κοινωνικά χαρακτηριστικά του δανειζόμενου. Χρησιμοποιείται κυρίως για ταξινόμηση ή διεξαγωγή προβλέψεων σε προβλήματα που η εξαρτημένη μεταβλητή εμφανίζεται σε ποιοτική μορφή. Σκοπός της είναι να διαμορφώσει κάποιου διαχωριστικό κανόνα με τον οποίο θα μπορεί να κατανεμηθεί κάθε παρατήρηση σε έναν από τους διαθέσιμους πληθυσμούς. Ο κατάλληλος κανόνας είναι αυτός που μπορεί να κατατάξει σωστά όσο το δυνατόν περισσότερες παρατηρήσεις. Παρόλο που δεν ήταν τόσο δημοφιλής όσο η ανάλυση παλινδρόμησης, η μέθοδος αυτή χρησιμοποιούταν σε μια πληθώρα επιστημονικών κλάδων έπειτα από την πρώτη εφαρμογή της στις βιολογικές επιστήμες τη δεκαετία του 1930.

Η πολυμεταβλητή διαχωριστική ανάλυση μας επιτρέπει να μελετήσουμε τις διαφορές μεταξύ των ομάδων, λαμβάνοντας υπόψη ένα σύνολο μεταβλητών που περιγράφουν τα χαρακτηριστικά των ομάδων. Δημιουργούνται γραμμικοί συνδυασμοί των μεταβλητών και είναι εφικτό να αξιολογηθεί η σπουδαιότητα και η προσφορά κάθε μεταβλητής στο διαχωρισμό των ομάδων.

Η πρώτη βασική προϋπόθεση για την εφαρμογή της διαχωριστικής ανάλυσης είναι ότι οι παρατηρήσεις πρέπει να είναι μέλη δύο ή περισσότερων αμοιβαία αποκλειόμενων ομάδων, δηλαδή οι ομάδες πρέπει να ορίζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε κάθε παρατήρηση να ανήκει σε μία και μόνη ομάδα. Οι μεταβλητές στη διαχωριστική ανάλυση είναι ποσοτικά δεδομένα, αλλά θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν και ψευδομεταβλητές (dummy variables), όπως και στην πολλαπλή παλινδρόμηση (Norušis, 2011). Οι μεταβλητές αυτές ονομάζονται και διαχωριστικές μεταβλητές (discriminating variables). Πρέπει να υπάρχει όμως στα δεδομένα μία ποιοτική μεταβλητή, με βάση την οποία να ορίζονται οι ομάδες των παρατηρήσεων. Η διαχωριστική ανάλυση μπορεί να θεωρηθεί ως μια τεχνική παλινδρόμησης, όπου εξαρτημένη μεταβλητή είναι η ποιοτική μεταβλητή, η οποία ορίζει τις ομάδες των παρατηρήσεων και ανεξάρτητες μεταβλητές οι ποσοτικές μεταβλητές, οι οποίες διαχωρίζουν τις ομάδες. Υπάρχουν όμως κάποιοι περιορισμοί στις στατιστικές ιδιότητες που πρέπει να έχουν οι διαχωριστικές μεταβλητές:

1. Κάθε ομάδα έχει προκύψει από πληθυσμό ο οποίος ακολουθεί την πολυδιάστατη (πολυμεταβλητή) κανονική κατανομή. Δηλαδή κάθε μεταβλητή έχει κανονική

κατανομή για συγκεκριμένες τιμές των άλλων μεταβλητών. Η προϋπόθεση αυτή είναι απαραίτητη για τους ελέγχους στατιστικής αξιοπιστίας, καθώς και για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων κατάταξης των παρατηρήσεων σε κάθε μία από τις ομάδες.

2. Οι πίνακες διακύμανσης και συνδιακύμανσης (variance-covariance matrices) των μεταβλητών για τις ομάδες να είναι ίσοι. Αυτή η προϋπόθεση διευκολύνει τον υπολογισμό των διαχωριστικών συναρτήσεων, επειδή οι συναρτήσεις αυτές υπολογίζονται συνήθως ως γραμμικοί συνδυασμοί των διαχωριστικών μεταβλητών.

3. Να αποφεύγεται η πολυσυγγραμμικότητα (multicollinearity). Δηλαδή δεν πρέπει να χρησιμοποιούνται διαχωριστικές μεταβλητές με μεγάλους συντελεστές συσχέτισης μεταξύ τους, επειδή έτσι υπάρχει πλεονασμός πληροφορίας. Για τον λόγο αυτό στη διαχωριστική ανάλυση μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ανεξάρτητοι παράγοντες που έχουν προκύψει από την παραγοντική ανάλυση.

4. Καμία μεταβλητή δεν πρέπει να είναι γραμμικός συνδυασμός των υπόλοιπων διαχωριστικών μεταβλητών.

Οι παραπάνω υποθέσεις είναι απαραίτητες για το μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιείται συνήθως στη διαχωριστική ανάλυση. Στην περίπτωση που τα δεδομένα δεν ικανοποιούν αυτές τις βασικές υποθέσεις τα αποτελέσματα δεν απεικονίζουν επακριβώς την πραγματικότητα και πρέπει να γίνονται αποδεκτά με επιφύλαξη.

Επιπρόσθετα, το δείγμα πρέπει να είναι μεγάλο ώστε να είναι ανθεκτική ή εύρωστη (robust) η διαδικασία σε περίπτωση μη κανονικών κατανομών. Δεν υπάρχει όριο για τον αριθμό των μεταβλητών, αλλά ο αριθμός των παρατηρήσεων πρέπει να είναι τουλάχιστον δύο ανά ομάδα και γενικά να υπερβαίνει τον αριθμό των μεταβλητών. Συνήθως χρησιμοποιείται ο κανόνας, πως ο αριθμός των παρατηρήσεων να είναι εικοσαπλάσιος του αριθμού των διαχωριστικών μεταβλητών (Hahs-Vaughn, 2017 / Φράγκος, 2011).

Η διαχωριστική ανάλυση είναι μια στατιστική μέθοδος που περιλαμβάνει πολλές επί μέρους στατιστικές επεξεργασίες. Μπορούμε να κατατάξουμε αυτές τις στατιστικές επεξεργασίες σε δύο βασικές ομάδες που επιτελούν δύο διαφορετικές λειτουργίες στα πλαίσια της διαχωριστικής ανάλυσης. Η πρώτη αφορά την ερμηνεία των δεδομένων, δηλαδή τη μελέτη των διαφορών μεταξύ των ομάδων των παρατηρήσεων με βάση τα επιλεγμένα χαρακτηριστικά τους. Έτσι απαντάμε σε ερωτήματα της μορφής: πόσο καλά μπορούμε να διακρίνουμε τις ομάδες με βάση το δεδομένο σύνολο χαρακτηριστικών ή ποιο χαρακτηριστικό είναι καλύτερο για να διακρίνει τις ομάδες. Για τον σκοπό αυτό υπολογίζονται οι διαχωριστικές συναρτήσεις (discriminant functions) οι οποίες αποτελούν γραμμικό συνδυασμό των μεταβλητών. Η δεύτερη ομάδα στατιστικών επεξεργασιών, στα πλαίσια της διαχωριστικής ανάλυσης, περιλαμβάνει την εξαγωγή μίας ή περισσότερων μαθηματικών εξισώσεων που επιτρέπουν την ταξινόμηση των μη ταξινομημένων παρατηρήσεων σε μία από τις ομάδες. Αυτές οι εξισώσεις συνδυάζουν τα χαρακτηριστικά των ομάδων με τέτοιο

τρόπο ώστε να μπορούμε να εντοπίσουμε την ομάδα με την οποία έχει τις περισσότερες ομοιότητες κάθε μία από τις μη ταξινομημένες παρατηρήσεις.

Εφόσον διεξαχθεί η διαχωριστική ανάλυση, μπορούμε να ταξινομήσουμε παρατηρήσεις οι οποίες δεν περιλαμβάνονται στα αρχικά δεδομένα ή δεν ήταν δυνατό να ταξινομηθούν εξ αρχής σε μία από τις ομάδες, χρησιμοποιώντας τις ίδιες διαχωριστικές μεταβλητές και τις διαχωριστικές συναρτήσεις. Τέλος πρέπει να σημειώσουμε ότι παρόλο που η διαχωριστική ανάλυση συνδέει δύο ή περισσότερες ομάδες παρατηρήσεων με ένα σύνολο διαχωριστικών μεταβλητών, δεν περιέχει την έννοια της αιτιότητας. Δεν υπάρχει δηλαδή η έννοια του αιτίου και του αποτελέσματος, όπως στην ανάλυση παλινδρόμησης.

2.2 Εφαρμογές διαχωριστικής ανάλυσης

Η διακριτική ή αλλιώς διαχωριστική ανάλυση αποτελεί μια μέθοδο με πλήθος εφαρμογών σε πολλές επιστήμες. Μερικά παραδείγματα είναι τα εξής:

1. Στην ιατρική συνήθως ενδιαφερόμαστε να διαγνώσουμε την ασθένεια ενός ατόμου με βάση τα συμπτώματά του. Δεδομένου ότι τα συμπτώματα κάθε ασθένειας(ομάδες) είναι γνωστά, θέλουμε να κατασκευάσουμε έναν κανόνα, ο οποίος με βάση τα συμπτώματα να κάνει διάγνωση για τον ασθενή.
2. Στα χρηματοοικονομικά οι τράπεζες ενδιαφέρονται να εντοπίσουν «καλούς» (αυτοί που είναι συνεπείς απέναντι στην τράπεζα) και «κακούς»(αυτοί που δεν είναι συνεπείς) πελάτες πριν τη χορήγηση κάποιου δανείου. Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία των προηγούμενων χρόνων, μπορούν να κατασκευαστούν κανόνες, ώστε η τράπεζα να κατατάξει τους πελάτες της σε μία από τις δύο κατηγορίες(ομάδες) και να πάρει έτσι την απόφαση να δώσει ή όχι το δάνειο που της ζητήθηκε.
3. Στις προεκλογικές εκστρατείες και δημοσκοπήσεις υπάρχει ένα έντονο πρόβλημα με τους αναποφάσιστους. Η διαχωριστική ανάλυση μπορεί να δημιουργήσει κανόνες ώστε οι αναποφάσιστοι να κατατάσσονται σε κάποια κατηγορία(ομάδες-πολιτικό κόμμα).
4. Στο χώρο του marketing όπου ζητείται ο διαχωρισμός επιτυχημένων και αποτυχημένων αγορών ή διαφημιστικών εκστρατειών. Στη πρώτη περίπτωση μια εταιρεία αποφασίζει αν θα μπει σε μια αγορά ή όχι, ενώ στη δεύτερη περίπτωση ποια διαφημιστική εκστρατεία ταιριάζει σε κάθε περίπτωση.
5. Στις κοινωνικές επιστήμες υπάρχει έντονο το ενδιαφέρον να κατατάξουμε ομάδες πληθυσμού σε συγκεκριμένες κοινωνικές ομάδες με βάση μια σειρά από χαρακτηριστικά που έχουν, όπως προβλήματα, οικονομικοκοινωνικά χαρακτηριστικά κ.λ.π.
6. Μια άλλη εφαρμογή προέρχεται από τον χώρο της ασφάλισης, όπου μια εταιρεία πρέπει να αποφασίσει αν θα ασφαλίσει ή όχι έναν κίνδυνο (risk

management) χρησιμοποιώντας υπάρχοντα στοιχεία και δημιουργώντας αντίστοιχους κανόνες.

2.3 Υπολογισμός και ερμηνεία των διαχωριστικών συναρτήσεων

Η γραμμική MDA είναι με διαφορά η πιο δημοφιλής μέθοδος πολυμεταβλητής διαχωριστικής ανάλυσης και αποτελεί έναν γραμμικό συνδυασμό των διαχωριστικών μεταβλητών. Σχηματίζεται με σκοπό να επιτευχθεί ο μέγιστος διαχωρισμός μεταξύ των ομάδων και ειδικότερα μεταξύ των κέντρων των ομάδων. Όταν οι ομάδες είναι δύο, δημιουργείται μια διαχωριστική συνάρτηση, ενώ για περισσότερες ομάδες μπορεί να δημιουργηθούν περισσότερες διαχωριστικές συναρτήσεις.

Όταν πρόκειται για δύο ομάδες παρατηρήσεων, είναι ευκολότερη η απεικόνιση του προβλήματος στο δισδιάστατο χώρο. Στο Διάγραμμα 2 φαίνεται το διάγραμμα διασποράς μεταξύ των υγιών (O) και των ζημιογόνων (X) επιχειρήσεων λαμβάνοντας υπόψη δύο μεταβλητές οι οποίες καθορίζουν την κερδοφορία της επιχείρησης μετρώντας τον λόγο του EBIT/TA και την δανειακή επιβάρυνση ομοίως μετρώντας τον λόγο του Equity/Debt. Παρατηρούμε ότι οι πιο πολλές επιχειρήσεις που απειλούνται με χρεοκοπία βρίσκονται στην πάνω περιοχή του διαγράμματος, ενώ αυτές που δεν χρεοκόπησαν συγκεντρώνονται στην πλειοψηφία τους στην κάτω περιοχή. Κανένας από τους δύο λόγους (EBIT/TA, Equity/Debt), δεν διαχωρίζει εντελώς τις επιχειρήσεις ως προς την βιωσιμότητά τους. Δηλαδή δεν μπορούμε να βρούμε μια τιμή του λόγου EBIT/TA που να διαχωρίζει τις επιχειρήσεις σε αυτές που χρεοκοπούν ή όχι. Αντίστοιχα και για τον λόγο Equity/Debt.

Θα μπορούσαμε με μία ευθεία γραμμή να προσπαθήσουμε να διαχωρίσουμε τις δύο περιοχές του διαγράμματος με τα O και τα X (Διάγραμμα 2). Όμως αν η περιοχή πάνω από τη γραμμή έχει κυρίως ζημιογόνες επιχειρήσεις, υπάρχουν και υγιείς επιχειρήσεις. Αντίστοιχα στην περιοχή κάτω από τη γραμμή υπάρχουν και επιχειρήσεις που κινδυνεύουν με χρεοκοπία. Σκοπός της διαχωριστικής ανάλυσης είναι να βρει ένα κριτήριο που να διαχωρίζει τις ομάδες των παρατηρήσεων με τον καλύτερο τρόπο, δηλαδή να βρεθούν κανόνες οι οποίοι θα ελαχιστοποιούν την πιθανότητα λανθασμένης κατάταξης. Στο απλό παράδειγμα των δύο λόγων και των δύο ομάδων, η διαχωριστική ανάλυση υπολογίζει μία μόνο συνάρτηση η οποία είναι μία ευθεία γραμμή που ορίζει την κατεύθυνση του διαχωρισμού. Στο τέλος της διαδικασίας υπολογίζεται ο αριθμός των παρατηρήσεων που δεν έχουν ταξινομηθεί σωστά, οπότε μπορούμε να εκτιμήσουμε την επιτυχία της διαδικασίας.

Η μαθηματική μορφή της διαχωριστικής συνάρτησης είναι η ακόλουθη:

$$Z_i = a_0 + a_1X_{i1} + \dots + a_nX_{in}$$

όπου :

n , ο αριθμός των μεταβλητών

Z_i το συνολικό σκορ διαχωρισμού για την επιχείρηση i

X_{i1}, \dots, X_{in} οι ανεξάρτητες μεταβλητές για την επιχείρηση i

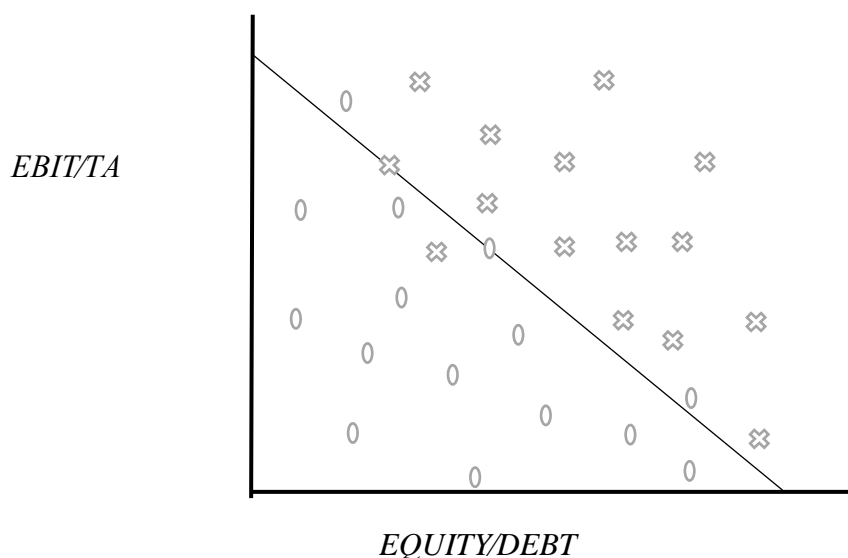
και a_0, \dots, a_n οι γραμμικοί συντελεστές διαχωρισμού.

Μέσω της MDA μπορούν να εξεταστούν δεκάδες χαρακτηριστικά μιας εταιρίας και να συνοψιστούν σε ένα μοναδικό πολυμεταβλητό σκορ διαφοροποίησης το οποίο λαμβάνει τιμές από $-\infty$ έως $+\infty$. Ανάλογα με το σκορ διαφοροποίησης και το καθορισμένο σκορ πρόκρισης/απόρριψης (cut of point) η εταιρία ταξινομείται στην μία ή στην άλλη ομάδα.

Η μορφή των εξισώσεων αυτών είναι ευρέως διαδεδομένη στην στατιστική και κάθε παρατήρηση λαμβάνει μία νέα τιμή η οποία αποτελεί έναν γραμμικό συνδυασμό των τιμών της για τις διαχωριστικές μεταβλητές.

Το κριτήριο για τον υπολογισμό των συντελεστών a της πρώτης συνάρτησης είναι να επιτευχθεί ο μέγιστος διαχωρισμός μεταξύ των ομάδων και ειδικότερα η διαφορά των μέσων των ομάδων να είναι η μέγιστη δυνατή. Με το ίδιο κριτήριο υπολογίζονται οι συντελεστές για τη δεύτερη, τρίτη κλπ. διαχωριστικές συναρτήσεις με την πρόσθετη προϋπόθεση ότι οι τιμές για κάθε διαχωριστική συνάρτηση δεν συσχετίζονται με τις τιμές που έχουν υπολογιστεί για τις προηγούμενες συναρτήσεις. Ο μέγιστος αριθμός διαχωριστικών συναρτήσεων που μπορούν να προκύψουν είναι ίσος με τον αριθμό των ομάδων μείον ένα ή με τον αριθμό των μεταβλητών στην περίπτωση που αυτός είναι μικρότερος από τον αριθμό των ομάδων.

$$\text{Linear Form: } Z = a_1X_1 + a_2X_2$$



Διάγραμμα 2 Διάγραμμα διασποράς και διαχωρισμός παρατηρήσεων

Αν θεωρήσουμε τις διαχωριστικές μεταβλητές σαν άξονες που ορίζουν έναν p -διάστατο χώρο, όπου p είναι ο αριθμός των μεταβλητών, τότε κάθε παρατήρηση αντιπροσωπεύεται από ένα σημείο που έχει συντεταγμένες τις τιμές της παρατήρησης για κάθε μεταβλητή. Αν έχουμε δύο ή περισσότερες ομάδες παρατηρήσεων που διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τις παραπάνω μεταβλητές, μπορούμε να φανταστούμε κάθε ομάδα σαν μια συγκέντρωση σημείων στον p -διάστατο χώρο. Η θέση κάθε ομάδας μπορεί να αντιπροσωπευθεί από ένα κεντρικό σημείο (centroid) του οποίου οι συντεταγμένες είναι οι μέσες τιμές της ομάδας για κάθε μεταβλητή. Έτσι προκειμένου να μελετήσουμε τις διαφορές των ομάδων μπορούμε για λόγους ευκολίας να εξετάσουμε τα κέντρα των ομάδων, αντί για το σύνολο των παρατηρήσεων, εφόσον θεωρούμε ότι τα κέντρα αντιπροσωπεύουν την τυπική θέση των ομάδων στον p -διάστατο χώρο. Η εξαγωγή των διαχωριστικών συναρτήσεων αντιστοιχεί σε μια διαδικασία κατά την οποία τοποθετούμε γεωμετρικούς άξονες κάθετους μεταξύ τους ή ένα σύστημα συντεταγμένων στον p -διάστατο χώρο με τέτοιο τρόπο ώστε να γίνεται βέλτιστος διαχωρισμός των ομάδων και μάλιστα των κέντρων των ομάδων. Η αρχή του συστήματος συντεταγμένων είναι το σημείο όπου οι τιμές των αξόνων είναι μηδέν και στο οποίο βρίσκονται οι μέσες τιμές των παρατηρήσεων για κάθε άξονα. Ο μέγιστος αριθμός αξόνων που μπορούμε να ορίσουμε ισούται με τον αριθμό των κεντρικών σημείων μείον ένα. Έτσι σε ένα παράδειγμα με p μεταβλητές και q ομάδες, ορίζουμε q κεντρικά σημεία στον p -διάστατο χώρο και $q-1$ άξονες που αντιστοιχούν στις διαχωριστικές συναρτήσεις. Επομένως η διαδικασία ορισμού των διαχωριστικών συναρτήσεων αντιστοιχεί στη μετάβαση από τον p -διάστατο χώρο των διαχωριστικών μεταβλητών στον $(q-1)$ -διάστατο χώρο των διαχωριστικών συναρτήσεων. Κάθε διαχωριστική συνάρτηση αντιστοιχεί σε έναν άξονα και οι τιμές που προκύπτουν από τις διαχωριστικές συναρτήσεις αποτελούν τις συντεταγμένες των παρατηρήσεων στον $(q-1)$ -διάστατο χώρο (Klecka, 1980).

Ο υπολογισμός των διαχωριστικών συντελεστών (discriminant function coefficients) στηρίζεται στον πίνακα της συνδιακύμανσης (covariance matrix) που υπολογίζεται για όλες τις μεταβλητές της ανάλυσης. Οι διαχωριστικές τιμές (discriminant scores) που προκύπτουν από τις διαχωριστικές συναρτήσεις συνήθως υπολογίζονται σε τυπικές τιμές, οπότε η διαχωριστική τιμή μιας παρατήρησης αντιπροσωπεύει τον αριθμό των τυπικών αποκλίσεων κατά τον οποίο η παρατήρηση απέχει από το κέντρο της ομάδας.

Μετά τον υπολογισμό των διαχωριστικών συναρτήσεων γίνεται μια ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Η ερμηνεία περιλαμβάνει κυρίως δύο θέματα:

1. Την εξέταση των σχετικών θέσεων των παρατηρήσεων ως προς τα κέντρα των ομάδων.
2. Την μελέτη των σχέσεων μεταξύ των μεμονωμένων μεταβλητών και των συναρτήσεων.

Επίσης, στην περίπτωση που έχουν υπολογιστεί περισσότερες από μια διαχωριστικές συναρτήσεις, εξετάζουμε πόσες από αυτές είναι χρήσιμες και σημαντικές για την

ανάλυση. Η ερμηνεία των αποτελεσμάτων γίνεται κυρίως, είτε παρατηρώντας τα μεγέθη των διαχωριστικών συναρτήσεων, είτε υπολογίζοντας κάποιους πρόσθετους συντελεστές.

2.4 Υπολογισμός και ερμηνεία των διαχωριστικών τιμών

Ο υπολογισμός των διαχωριστικών τιμών γίνεται χρησιμοποιώντας τους διαχωριστικούς συντελεστές και τις αρχικές τιμές των μεταβλητών στην εξίσωση της διαχωριστικής συνάρτησης. Εφόσον οι διαχωριστικές τιμές υπολογίζονται σε μονάδες τυπικής απόκλισης, το μέγεθος και το πρόσημο της διαχωριστικής τιμής δίνουν με άμεσο τρόπο την απόσταση και την κατεύθυνση της παρατήρησης σε σχέση με το κέντρο της ομάδας. Στον γεωμετρικό χώρο των διαχωριστικών συναρτήσεων κάθε παρατήρηση αντιπροσωπεύεται από ένα σημείο, του οποίου συντεταγμένες είναι οι διαχωριστικές τιμές. Κατ' επέκταση οι διακριτικές τιμές δεν δίνουν μόνο τη σχετική θέση των παρατηρήσεων ως προς το κέντρο της ομάδας αλλά μας επιτρέπουν να συγκρίνουμε και τις παρατηρήσεις μεταξύ τους, ανάλογα με τη θέση τους στον χώρο των διαχωριστικών συναρτήσεων.

2.5 Διαχωριστικοί Συντελεστές

Οι διαχωριστικοί συντελεστές αντιπροσωπεύουν τη μεταβολή στη θέση μιας παρατήρησης πάνω στον άξονα της διαχωριστικής συνάρτησης στην περίπτωση που η τιμή της αντίστοιχης μεταβλητής θα άλλαζε κατά μία μονάδα. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να εκτιμήσουμε τη συνεισφορά μιας μεταβλητής στον υπολογισμό των διαχωριστικών τιμών, όταν οι υπόλοιπες μεταβλητές παραμένουν σταθερές. Επομένως οι διαχωριστικοί συντελεστές μας επιτρέπουν να εκτιμήσουμε την απόλυτη σπουδαιότητα μιας μεταβλητής αλλά δεν είναι κατάλληλοι αν θέλουμε να συγκρίνουμε τη συνεισφορά δύο ή περισσότερων μεταβλητών στον υπολογισμό των διαχωριστικών τιμών. Αυτό συμβαίνει επειδή οι μεταβλητές μετρούνται σε διαφορετικές μονάδες μέτρησης και η μεταβολή κατά μια μονάδα στην τιμή μιας μεταβλητής δεν είναι ίδια για τις άλλες μεταβλητές. Για τους παραπάνω λόγους οι διαχωριστικοί συντελεστές τυποποιούνται χρησιμοποιώντας κατάλληλο .

Οι τυποποιημένοι (standardized) διαχωριστικοί συντελεστές επιτρέπουν να προσδιορίσουμε ποιες μεταβλητές συμβάλλουν περισσότερο στον υπολογισμό των διαχωριστικών τιμών. Όσο μεγαλύτερος είναι ο τυποποιημένος συντελεστής τόσο μεγαλύτερη είναι η συμβολή της μεταβλητής στη διαχωριστική συνάρτηση (IV-information value). Εκτός από τους διαχωριστικούς συντελεστές, προκειμένου να εκτιμήσουμε τη σπουδαιότητα των διαχωριστικών μεταβλητών, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους συντελεστές δομής (structure coefficients). Οι συντελεστές δομής δείχνουν τη συσχέτιση μεταξύ των αρχικών μεταβλητών και των διαχωριστικών

συναρτήσεων. Λαμβάνουν τιμές στο διάστημα $[-1,+1]$, όπως και οι συντελεστές συσχέτισης. Όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής δομής, τόσο πιο στενά συσχετίζεται η μεταβλητή με τη συνάρτηση και τόσο μεγαλύτερη είναι η διαχωριστική της ικανότητα. Επίσης παρατηρώντας τους συντελεστές δομής μπορούμε να περιγράψουμε σε ουσιαστικούς όρους τη συνάρτηση λαμβάνοντας υπόψη το περιεχόμενο των μεταβλητών με τις οποίες κάθε συνάρτηση έχει τις υψηλότερες συσχετίσεις. Γενικά οι συντελεστές δομής προτιμώνται σε σχέση με τους τυποποιημένους διαχωριστικούς συντελεστές, όταν θέλουμε να εκτιμήσουμε τη σπουδαιότητα μιας μεταβλητής για τη διαχωριστική συνάρτηση, επειδή δεν επηρεάζονται από τις πιθανές συσχετίσεις των μεταβλητών μεταξύ τους.

2.6 Κανόνες διαχωριστικής ανάλυσης

Η ταξινόμηση είναι ο βασικός στόχος της διαχωριστικής ανάλυσης. Αποτελεί μια ξεχωριστή διαδικασία στα πλαίσια της διαχωριστικής ανάλυσης και μπορεί να γίνει είτε χρησιμοποιώντας τις διαχωριστικές μεταβλητές ή χρησιμοποιώντας τις διαχωριστικές συναρτήσεις. Αντικειμενικός σκοπός είναι να κατατάξουμε τις μη ταξινομημένες παρατηρήσεις σε μία από τις ομάδες της διαχωριστικής ανάλυσης. Η ταξινόμηση σε όλες τις παραλλαγές της στηρίζεται στη σύγκριση της θέσης της παρατήρησης με τα κέντρα των ομάδων ώστε να τοποθετηθεί στην ομάδα που βρίσκεται πλησιέστερα. Η ταξινόμηση μπορεί να γίνει και χωρίς τη χρήση της διαχωριστικής ανάλυσης. Χρησιμοποιώντας όμως τη διαχωριστική ανάλυση η ταξινόμηση είναι περισσότερο τεκμηριωμένη. Ένας πρώτος τρόπος ταξινόμησης είναι αυτός που χρησιμοποιεί μόνο τις διαχωριστικές μεταβλητές. Σύμφωνα με τη μέθοδο που ανέπτυξε ο Fisher, υπολογίζεται μία συνάρτηση ταξινόμησης για κάθε ομάδα παρατηρήσεων, η οποία αποτελεί έναν γραμμικό συνδυασμό των διαχωριστικών μεταβλητών. Με τη μέθοδο αυτή μεγιστοποιείται η απόσταση μεταξύ των ομάδων και ελαχιστοποιείται η διακύμανση στο εσωτερικό των ομάδων, ενώ δεν χρησιμοποιούνται οι κανονικές διαχωριστικές συναρτήσεις. Για κάθε παρατήρηση που θέλουμε να ταξινομήσουμε υπολογίζεται η τιμή για όλες τις συναρτήσεις ταξινόμησης και η παρατήρηση που εξετάζουμε κατατάσσεται σε εκείνη την ομάδα για την οποία η τιμή της αντίστοιχης συνάρτησης είναι μεγαλύτερη.

Ένας άλλος τρόπος για την ταξινόμηση παρατηρήσεων, είναι να μετρήσουμε την απόσταση της παρατήρησης από το κέντρο κάθε ομάδας και να ταξινομήσουμε την παρατήρηση στην πλησιέστερη ομάδα. Για τον σκοπό αυτό υπολογίζεται η απόσταση Mahalanobis η οποία αποτελεί ένα γενικευμένο μέτρο απόστασης το οποίο μπορεί να εφαρμοστεί σε συσχετισμένες μεταβλητές και μετριέται σε μονάδες τυπικών αποκλίσεων (Klecka, 1980/Norušis, 2011).

Παρόλο που οι παραπάνω μέθοδοι ταξινόμησης έχουν σκοπό να ταξινομήσουν παρατηρήσεις για τις οποίες δεν είναι γνωστό εκ των προτέρων σε ποια ομάδα ανήκουν, συχνά χρησιμοποιούνται και για να ελέγξουν την ακρίβεια της ταξινόμησης των

αρχικών δεδομένων. Για τον σκοπό αυτό εφαρμόζουμε τα κριτήρια ταξινόμησης σε παρατηρήσεις για τις οποίες είναι γνωστό σε ποια ομάδα ανήκουν και υπολογίζουμε το ποσοστό των σωστά ταξινομημένων παρατηρήσεων. Το ποσοστό αυτό δείχνει τον βαθμό ακρίβειας της διαδικασίας και επιβεβαιώνει την διαχωριστική ικανότητα του μοντέλου.

2.6.1 Κανόνας μέγιστης πιθανοφάνειας

Ο κανόνας αυτός στηρίζεται στην ιδέα της πιθανοφάνειας και κατατάσσει κάθε παρατήρηση στον πληθυσμό από τον οποίο είναι πιο πιθανό να έχει προέλθει. Αν συμβολίζουμε με την $f_i(x)=f(x|\theta_i)$ την πιθανοφάνεια του i υποπληθυσμού, τότε ορίζουμε ως R_i την περιοχή που κατατάσσουμε στον i υποπληθυσμού. Ο κανόνας μέγιστης πιθανοφάνειας ορίζει τις περιοχές ως εξής:

$$R_i = \{x: f_i(x) > f_j(x), j=1, 2, \dots, k \text{ με } j \neq i\}$$

Στην απλή περίπτωση που έχουμε δύο ομάδες (υποπληθυσμούς), ο κανόνας γίνεται ως εξής: Μια παρατήρηση x την κατατάσσουμε στην ομάδα 1 (υποπληθυσμό 1 ή αλλιώς και Π_1), αν ισχύει $\frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_2)} > 1$ αλλιώς την κατατάσσουμε στην ομάδα 2 (υποπληθυσμό 2 ή αλλιώς και Π_2).

Παράδειγμα

Ας υποθέσουμε ότι η τυχαία μεταβλητή X παίρνει τις θετικές τιμές $0, 1, 2, \dots$. Οι δύο πληθυσμοί (Π_1 και Π_2) ακολουθούν εκθετική κατανομή με παραμέτρους έστω θ και λ αντίστοιχα, όπου $\theta > \lambda$. Ο κανόνας μέγιστης πιθανοφάνειας γίνεται ως εξής:

Αν $\frac{f(x|\lambda)}{f(x|\theta)} = \frac{\lambda e^{-\lambda x}}{\theta e^{-\theta x}} > 1$, τότε τη παρατήρηση x θα την κατατάξουμε στην ομάδα 1 (Π_1), αλλιώς στην ομάδα 2 (Π_2). Αν λογαριθμίσουμε την σχέση, τότε ο κανόνας για το παράδειγμα μας γίνεται ως εξής:

$$\log \frac{\lambda e^{-\lambda x}}{\theta e^{-\theta x}} > 1 \Leftrightarrow \log \frac{\lambda}{\theta} + \log \frac{e^{-\lambda x}}{e^{-\theta x}} > 0 \Leftrightarrow (\theta - \lambda)x + \log(\lambda/\theta) > 0 \Leftrightarrow x > \frac{\log \frac{\lambda}{\theta}}{\theta - \lambda}$$

Δηλαδή την παρατήρηση x την κατατάσσουμε στην 1^η ομάδα, αν $x > \frac{\log \frac{\lambda}{\theta}}{\theta - \lambda}$, αλλιώς την κατατάσσουμε στην 2^η ομάδα.

2.6.2 Κανόνας του Bayes

Ο κανόνας της μέγιστης πιθανοφάνειας που είδαμε δεν λαμβάνει υπ' όψη του τα διαφορετικά μεγέθη των υποπληθυσμών, δηλαδή της πιθανότητας να πάρουμε παρατήρηση από κάθε υποπληθυσμό. Αν συμβολίσουμε με p_j την πιθανότητα να πάρουμε μια παρατήρηση από τον j υποπληθυσμό, τότε ο κανόνας του Bayes χρησιμοποιεί για την κατάταξη των παρατηρήσεων την εκ των υστέρων πιθανότητα η παρατήρηση να προέρχεται από τον πληθυσμό αυτόν. Η πιθανότητα αυτή είναι:

$$W_{ij} = \frac{p_j f_j(X_i)}{\sum_{j=1}^k p_j f_j(X_i)}$$

Οι περιοχές R_i που κατατάσσουμε στον i πληθυσμό είναι οι εξής:

$$R_i = \{x: p_i f_i(x) > p_j f_j(x), j=1, 2, \dots, k \text{ με } j \neq i\}$$

Όταν έχουμε δύο ομάδες ο κανόνας γίνεται ως εξής: Μια παρατήρηση την κατατάσσουμε στην ομάδα 1 (υποπληθυσμό 1 ή αλλιώς και Π1), αν ισχύει $\frac{f(x|\theta_1)}{f(x|\theta_2)} > \frac{p_2}{p_1}$ αλλιώς την κατατάσσουμε στην ομάδα 2 (υποπληθυσμό 2 ή αλλιώς και Π2).

Στην περίπτωση που $p_j = \frac{1}{k}$, για κάθε υποπληθυσμό ο κανόνας ταυτίζεται με τον κανόνα μέγιστης πιθανοφάνειας.

2.6.3 Ελαχιστοποίηση του κόστους λανθασμένης ταξινόμησης

Το αναμενόμενο κόστος ταξινόμησης μιας παρατήρησης που προέρχεται από την i ομάδα (ECM-expected cost of misclassification) δίνεται ως εξής:

$ECM_i = p_i \sum_{m=1}^i c(m|i)P(m|i)$ είναι το κόστος να κατατάξουμε την παρατήρηση στην m ομάδα, ενώ ανήκει στην i , $P(m|i)$ είναι η πιθανότητα να κατατάξουμε την παρατήρηση στην m ομάδα, ενώ ανήκει στην i και p_i είναι η εκ των προτέρων πιθανότητα (prior probability) να ανήκει μια παρατήρηση στην i ομάδα. Έστω ότι έχουμε δύο ομάδες ($k=2$). Τότε:

$$ECM_1 = p_1 [c(1/1)P(1/1) + c(2/1)P(2/1)] = p_1 [0P(1/1) + c(2/1)P(2/1)] = p_1 c(2/1)P(2/1)$$

$$ECM_2 = p_2 [c(1/2)P(1/2) + c(2/2)P(2/2)] = p_2 [0P(2/2) + c(1/2)P(1/2)] = p_2 c(1/2)P(1/2)$$

$$ECM = ECM_1 + ECM_2 = p_1 c(2/1)P(2/1) + p_2 c(1/2)P(1/2)$$

όπου ECM είναι το συνολικό κόστος. Επιλέγουμε να κατατάξουμε την παρατήρησή μας στην 1^η ομάδα, αν $ECM_1 \leq ECM_2$, αλλιώς την κατατάσσουμε στην 2^η ομάδα. Γενικότερα για να αποφασίσουμε σε ποια ομάδα ανήκει μια παρατήρηση με χρήση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, χρησιμοποιούμε το ακόλουθο κριτήριο:

1. Κατατάσσουμε την παρατήρησή μας στην 1^η ομάδα αν $\frac{f_1(x)}{f_2(x)} \geq \frac{c(1|2)}{c(2|1)} \frac{p_2}{p_1}$,
2. Κατατάσσουμε την παρατήρησή μας στην 2^η ομάδα αν $\frac{f_1(x)}{f_2(x)} < \frac{c(1|2)}{c(2|1)} \frac{p_2}{p_1}$

Ειδικές περιπτώσεις:

- Αν $\frac{p_2}{p_1} = 1$ (ίσες εκ των προτέρων πιθανότητες), τότε κατατάσσουμε μια παρατήρηση στην 1^η ομάδα αν $\frac{f_1(x)}{f_2(x)} \geq \frac{c(1|2)}{c(2|1)}$, αλλιώς την κατατάσσουμε στην 2^η ομάδα.
- Αν $\frac{c(1|2)}{c(2|1)} = 1$ (ίσα κόστη), τότε κατατάσσουμε μια παρατήρηση στην 1^η ομάδα αν $\frac{f_1(x)}{f_2(x)} \geq \frac{p_2}{p_1}$, αλλιώς την κατατάσσουμε στην 2^η ομάδα.
- Αν $\frac{p_2}{p_1} = \frac{c(1|2)}{c(2|1)}$, τότε κατατάσσουμε μια παρατήρηση στην 1^η ομάδα αν $\frac{f_1(x)}{f_2(x)} \geq 1$, αλλιώς την κατατάσσουμε στην 2^η ομάδα.

2.7 Πλεονεκτήματα/μειονεκτήματα της διαχωριστικής ανάλυσης

Τα κύρια πλεονεκτήματα της διαχωριστικής ανάλυσης:

- 1) Η ανάλυση για όλους τους δείκτες γίνεται ταυτόχρονα.
- 2) Η συνάρτηση εξάγει μόνο μία τιμή, γεγονός που κάνει ευκολότερη την ανάλυση των αποτελεσμάτων, εξαλείφοντας την υποκειμενικότητα του εκάστοτε ερευνητή.
- 3) Γίνεται ανάλυση σε ολόκληρη την χρηματοοικονομική κατάσταση μιας εταιρείας, ανάλογα με τις μεταβλητές που θα χρησιμοποιηθούν στην ανάλυση.
- 4) Δεν είναι ευαίσθητη σε μεγάλο όγκο δεδομένων και μπορεί να ελέγξει μεγάλα δείγματα.
- 5) Το εύρος των αποτελεσμάτων δεν περιορίζεται στο $[0,1]$.

Ο Ohlson (1980) αναφέρει ως μειονεκτήματα της μεθόδου τα επόμενα:

- 1) Η μέθοδος αυτή βασίζεται σε πολλές υποθέσεις που αρκετά συχνά δεν ισχύουν. Οι υποθέσεις που λαμβάνουν χώρα είναι ότι οι τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών πρέπει να ακολουθούν την κανονική κατανομή, οι ομάδες πρέπει να είναι διακριτές μεταξύ τους, πρέπει να μην υπάρχει πολυσυγγραμμικότητα ανάμεσα στις ανεξάρτητες μεταβλητές και η κατανομή των τιμών σε κάθε ομάδα πρέπει να έχει ίδιους πίνακες διασποράς. Αυτές οι υποθέσεις δεν τηρούνται πάντα και δεν είναι πάντα εύκολο να ελεγχθούν.
- 2) Δεν κάνει πρόβλεψη με συγκεκριμένα ποσοστά για κάθε μια εταιρία, αλλά ταξινόμηση.

- 3) Δεν γίνεται γνωστή η συνεισφορά της κάθε ανεξάρτητης μεταβλητής.
- 4) Δεν εφαρμόζεται σωστά και δεν είναι έγκυρη σε μικρά δείγματα.

2.8 Εφαρμογή της μεθόδου

Για την εφαρμογή της μεθόδου χρησιμοποιήθηκε μια τυχαία λίστα 100 εταιριών από τις βάσεις δεδομένων της Εθνικής Τράπεζας και χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα SAS 9.2. Η λίστα αυτή περιλαμβάνει 100 εταιρίες, 50 εκ των οποίων χαρακτηρίζονται ως defaulted (clients=1) και 50 εξ αυτών ως non-defaulted (clients=0), όχι με την έννοια ότι έχουν χρεοκοπήσει, αλλά με την έννοια ότι τείνουν να χρεοκοπήσουν. Για τις 100 αυτές εταιρίες επιλέχθηκαν 5 δείκτες οι οποίοι απεικονίζουν εν μέρει την οικονομική κατάσταση τους στις 31/12/2019.

Οι δείκτες αυτοί είναι :

1. Sales Growth
2. Debt / Sales
3. Operational Profit / Total debt
4. Sales / Total Assets
5. Cash / Liabilities

Επομένως στο αρχείο Discrim_procedure υπάρχουν 100 εγγραφές και 5 μεταβλητές, όπου τα συνήθη αριθμητικά περιγραφικά μέτρα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Clients	N Obs	Variable	N	Mean	Std Dev	Minimum	Maximum
0	50	Debt_to_Sales	50	0.726356	0.965112	-0.002158	3.775856
		OperProfit_to_TotalDebt	50	0.722516	1.756523	-1.968745	4.123795
		SalesGrowth	50	0.320995	0.254127	-0.552368	1.150369
		Cash_to_Stliab	50	0.292847	0.396541	-0.455812	2.986233
		Sales_to_TA	50	1.122091	1.552148	0.003874	4.836595
1	50	Debt_to_Sales	50	0.856272	0.980217	-0.162658	2.998564
		OperProfit_to_TotalDebt	50	0.677634	0.799871	-1.989444	3.032501
		SalesGrowth	50	0.103984	0.290233	-0.420312	0.756587
		Cash_to_Stliab	50	0.180916	0.556321	-0.969821	2.425695
		Sales_to_TA	50	1.119837	1.679802	-1.058987	3.740214

Πίνακας 1 Μέσες τιμές και τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων

Ο κώδικας για την εφαρμογή της διαχωριστικής ανάλυσης στο SAS είναι αρκετά απλός.

```
proc discrim data=Discrim_procedure distance anova
crosslisterr;
class Clients;
var Debt_to_Sales OperProfit_to_TotalDebt Salesgrowth
Cash_to_stliab Sales_to_TA;
run;
```

Total Sample Size	100	DF Total	99
Variables	5	DF Within Classes	98
Classes	2	DF Between Classes	1

Πίνακας 2 Γενικές πληροφορίες για το δείγμα (1)

Number of Observations Read	100
Number of Observations Used	100

Πίνακας 3 Γενικές πληροφορίες για το δείγμα (2)

<i>Class Level Information</i>					
Defaulted	Variable Name	Frequency	Weight	Proportion	Prior Probability
0	0	50	50	0.5	0.5
1	1	50	50	0.5	0.5

Πίνακας 4 Εκ των προτέρων πιθανότητες

Generalized Squared Distance to Clients		
From Clients	0	1
0	0	0.55947
1	0.5947	0

Πίνακας 5 Τετραγωνικές αποστάσεις των ομάδων

F Statistics, NDF=5, DDF=94 for Squared Distance to Clients		
From Clients	0	1
0	0	7.55478
1	7.55478	0

Πίνακας 6 Έλεγχος F

Στον Πίνακα 4 φαίνεται πως εκ των προτέρων πιθανότητα να ταξινομηθεί μια επιχείρηση σε κάθε ομάδα είναι 50%. Η proc discrim εφαρμόζει ANOVA (Πίνακας 7), η οποία είναι ισοδύναμη με το t-test και εξετάζει αν υπάρχει διαφορά στους μέσους μεταξύ των δύο ομάδων. Το R^2 δεν έχει πολύ διαφορετικές τιμές (από 0.002 έως 0.0528). Από τον Πίνακα 7 γίνεται επίσης φανερό η συνεισφορά της κάθε μεταβλητής. Εδώ διαπιστώνεται ότι όλες οι μεταβλητές, πέραν της Sales_to_TA, είναι σημαντικές.

Univariate Test Statistics							
F Statistics, Num DF=1, Den DF=98							
Variable	Total Standard Deviation	Pooled Standard Deviation	Between Standard Deviation	R-Square	R-Square / (1-RSq)	F Value	Pr > F
Debt_to_Sales	0.7778	0.7509	0.1109	0.0175	0.0172	13.55	<.0001
OperProfit_to_TotalDebt	1.2201	1.2019	0.3416	0.0493	0.0469	22.04	<.0001
SalesGrowth	0.4149	0.3993	0.2231	0.0559	0.0528	8.99	<.0001
Cash_to_Stliab	0.4505	0.4556	0.1029	0.0107	0.0106	9.97	<.0001
Sales_to_TA	1.8918	1.7782	0.0173	0.0021	0.002	0.61	0.325

Πίνακας 7 Εφαρμογή ANOVA

Average R-Square	
Unweighted	0.1277
Weighted by Variance	0.1204

Πίνακας 8 Μέσο R2

Linear Discriminant Function for Clients		
Variable	0	1
Constant	-0.8761	-1.0441
Debt_to_Sales	1.1725	1.0094
OperProfit_to_TotalDebt	0.3998	0.1927
SalesGrowth	0.2017	0.0341
Cash_to_Stliab	0.6612	0.4412
Sales_to_TA	0.6194	0.6942

Πίνακας 9 Συντελεστές της γραμμικής διαχωριστικής ανάλυσης

Από τον Πίνακα 9 συμπεραίνουμε ότι η γραμμική εξίσωση που προκύπτει από την διαχωριστική ανάλυση για την υγιή ομάδα είναι η εξής:

$$Z_0\text{-score} = -0,876 + 1,172 \times X_1 + 0,399 \times X_2 + 0,201 \times X_3 + 0,661 \times X_4$$

Ενώ, η γραμμική εξίσωση που προκύπτει για την μη υγιή ομάδα είναι η ακόλουθη:

$$Z_1\text{-score} = -1,044 + 1,009 \times X_1 + 0,198 \times X_2 + 0,034 \times X_3 + 0,441 \times X_4$$

Number of Observations and Percent Classified into Clients			
From Clients	0	1	Total
0	33	17	50
	66%	34%	100%
1	10	40	50
	20%	80%	100%
Total	43	57	100
	43%	57%	100%
Priors	0.5	0.5	

Πίνακας 10 Αριθμός και ποσοστά παρατηρήσεων ανά ομάδα

Error Count Estimates for Clients			
	0	1	Total
Rate	0.34	0.20	0.27
Priors	0.5	0.5	

Πίνακας 11 Εκτίμηση λάθους κατάταξης

Στον Πίνακα 10 έχουμε μια σύνοψη του τρόπου που ομαδοποίησε τα δεδομένα η διαχωριστική ανάλυση. Το σφάλμα τύπου I είναι 20%, ενώ το σφάλμα τύπου II είναι 34%. Σε αυτήν την περίπτωση η μέθοδος της διαχωριστικής ανάλυσης ταξινομήσε σωστά το 73% των επιχειρήσεων. Αυτό γίνεται φανερό και από τον Πίνακα 11, όπου η εκτίμηση που κάνει το μοντέλο για τις λάθος ταξινομήσεις, είναι το 27% του συνόλου των επιχειρήσεων.

Posterior Probability of Membership in Clients					
Obs	From Clients	Classified into Clients		0	1
1	1	0	*	0.5964	0.4036
10	1	0	*	0.5149	0.4851
16	1	0	*	0.7459	0.2541
21	1	0	*	0.516	0.484
23	1	0	*	0.6738	0.3262
28	1	0	*	0.9859	0.0141
36	1	0	*	0.5336	0.4664
37	1	0	*	0.514	0.486
38	1	0	*	0.5398	0.4602
39	1	0	*	0.6452	0.3548
50	1	0	*	0.8656	0.1344
51	0	1	*	0.0958	0.9042
53	0	1	*	0.3225	0.6775

54	0	1	*	0.3719	0.6281
57	0	1	*	0.3949	0.6051
69	0	1	*	0.3961	0.6039
71	0	1	*	0.4563	0.5437
74	0	1	*	0.4378	0.5622
75	0	1	*	0.4338	0.5662
76	0	1	*	0.4524	0.5476
77	0	1	*	0.4976	0.5024
78	0	1	*	0.3491	0.6509
80	0	1	*	0.4602	0.5398
83	0	1	*	0.0255	0.9745
85	0	1	*	0.1953	0.8047
89	0	1	*	0.3229	0.6771
91	0	1	*	0.4253	0.5747
92	0	1	*	0.468	0.532
94	0	1	*	0.3569	0.6431
96	0	1	*	0.4791	0.5209
97	0	1	*	0.1355	0.8645
100	0	1	*	0.3046	0.6954

Πίνακας 12 Διασταυρωμένη επικύρωση

Ενδιαφέρουσα είναι η επιλογή crosslisterr. Με αυτήν την επιλογή εφαρμόζουμε έναν έλεγχο διασταυρωμένης επικύρωσης (cross-validation) με τα αποτελέσματα να εμφανίζονται στον Πίνακα 12. Αυτό που κάνει ο έλεγχος αυτός είναι να αφαιρεί μια παρατήρηση ανά φορά και να ξαναεφαρμόζει τη διαχωριστική μέθοδο, προβλέποντας σε ποια ομάδα θα τοποθετούσε τη συγκεκριμένη παρατήρηση. Όταν εφαρμόζουμε μια παραμετρική μέθοδο το SAS κατατάσσει την κάθε παρατήρηση σε μια ομάδα υπολογίζοντας μια διαχωριστική συνάρτηση, ενώ στις μη παραμετρικές χρησιμοποιεί τις αποστάσεις από τον πίνακα διασποράς. Εδώ ζητήσαμε να εμφανίσει μόνο τις παρατηρήσεις που θα κατέτασσε σε λάθος.

Συνοπτικά λοιπόν, η εφαρμογή της διαχωριστικής ανάλυσης ανέδειξε ως σημαντικές τέσσερις από τις πέντε μεταβλητές. Η ανάλυση κατέταξε στην σωστή ομάδα το 73% των συνολικών παρατηρήσεων κάτι που επαληθεύτηκε και με τον έλεγχο διασταυρωμένης επικύρωσης.

Κεφάλαιο 3: Το μοντέλο Z-Score του Edward I. Altman

The Journal of FINANCE

VOL. XXIII

SEPTEMBER 1968

No. 4

FINANCIAL RATIOS, DISCRIMINANT ANALYSIS AND THE PREDICTION OF CORPORATE BANKRUPTCY

EDWARD I. ALTMAN*

Πηγή: Edward I. Altman, *The Journal of Finance*, Sep1968

3.1 Αναλυτική παρουσίαση του μοντέλου

3.1.1 Επιλογή δείγματος

Ο Altman στα τέλη της δεκαετίας του '60, ήταν ο πρώτος που πρότεινε την πολυμεταβλητή διαχωριστική ανάλυση, επιχειρώντας την ταξινόμηση των εταιριών σε πτωχευμένες και μη, με βάση τον διαδοχικό υπολογισμό και συνδυασμό περισσότερων του ενός αριθμοδεικτών σε ένα συνδυαστικό Z-Score. Το αρχικό δείγμα αποτελούνταν από δύο ομάδες με εξήντα έξι (66) βιομηχανικές εταιρείες, χρεοκοπημένες και μη. Η πρώτη ομάδα των τριάντα τριών (33) χρεοκοπημένων εταιρειών προερχόταν από την χρονική περίοδο 1946-1965 και είχαν επιβάλλει αίτηση χρεοκοπίας στις Η.Π.Α. Η συγκεκριμένη περίοδος δεν ήταν ιδιαίτερη ευνοϊκή για ανάλυση διότι δεν υπήρχαν πολλά στοιχεία, ενώ οι μέσοι αριθμοδείκτες αλλάζουν ανά περιόδους, γεγονός που δεν ευνοεί την εξαγωγή μεροληπτικών αποφάσεων. Ιδανικό θα ήταν να εξεταστεί μια λίστα αριθμοδεικτών σε μια περίοδο χρόνου t , ώστε να κάνουμε προβλέψεις για την επόμενη περίοδο $t+1$, γι' αυτό μια περίοδος δείγματος είκοσι ετών δεν θεωρείται και η καλύτερη επιλογή. Αναγνωρίζοντας ότι αυτή η ομάδα δεν είναι πλήρως ομοιογενής (λόγω κλάδων και μεγεθών), έγινε μια πολύ προσεκτική επιλογή των χαρακτηριστικών των μη χρεοκοπημένων εταιρειών. Αυτή η ομάδα αποτελούνταν από ένα σύνθετο δείγμα από βιομηχανικές εταιρείες που επελέγησαν με διασταυρωμένη τυχαία βάση. Οι εταιρείες αυτές ήταν στρωματοποιημένες κατά κλάδο και κατά μέγεθος, με το ύψος του ενεργητικού τους να βρίσκεται εντός του εύρους του ενός μέχρι εικοσιπέντε εκατομμυρίων δολαρίων. Να σημειωθεί ότι για εκείνη την εποχή τα \$25 εκατομμύρια

θεωρούνταν τεράστια χρεοκοπία. Το μέσο ύψος του ενεργητικού των εταιρειών της δεύτερης ομάδας, το οποίο ήταν \$9.6 εκατομμύρια, ήταν ελαφρώς υψηλότερο από αυτό της πρώτης ομάδας. Πάντως δεν ήταν απαραίτητο το μέγεθος του ενεργητικού των δύο ομάδων να συμπίπτει. Επίσης, σημειώνεται πως τα δεδομένα που συνελέγησαν για τις επιχειρήσεις της δεύτερης ομάδας, προέρχονται από τις ίδιες χρονιές με εκείνα για τις εταιρείες της πρώτης ομάδας, όμως οι κερδοφόρες επιχειρήσεις εξακολουθούσαν να υπάρχουν και κατά την διάρκεια εκπόνησης της μελέτης σε αντίθεση με τις άλλες που χρεοκόπησαν.

Για την συλλογή αυτών των χρηματοοικονομικών καταστάσεων χρησιμοποίησε το εγχειρίδιο των Moody's και όρισε ως έτος προ της πτώχευσης το έτος δημοσίευσης του τελευταίου ισολογισμού πριν πτωχέυσει η εταιρία με χρονικό περιορισμό τους 7,5 μήνες από το γεγονός της πτώχευσης (ανάλογα ορίστηκαν και τα υπόλοιπα 4 έτη) .

3.1.2 Επιλογή των μεταβλητών και αντίστοιχων συντελεστών στάθμισης

Μετά την δημιουργία των ομάδων ακολούθησε η συγκέντρωση των οικονομικών στοιχείων όπως ισολογισμοί, κατάσταση αποτελεσμάτων χρήσης κ.τ.λ. για την εξαγωγή δεδομένων. Εξαιτίας του μεγάλου αριθμού των μεταβλητών που είναι οι εν δυνάμει σημαντικοί δείκτες εταιρικών προβλημάτων, δημιουργήθηκε μια λίστα με 22 εν δυνάμει εξυπηρετικές μεταβλητές για αξιολόγηση, ομαδοποιημένες σε 5 κατηγορίες.

Τις κατηγορίες ομαδοποίησης των δεικτών αποτελούσαν:

1. Ρευστότητα (Liquidity)
2. Αποδοτικότητα (Profitability)
3. Μόχλευση (Leverage)
4. Φερεγγυότητα (Solvency)
5. Δραστηριότητα (Activity)

Οι παραπάνω δείκτες επιλέχθηκαν με βάση:

- Την δημοτικότητα τους στην βιβλιογραφία εκείνης της εποχής
- Την δυνητική σχετικότητά τους με την εκπονούμενη μελέτη
- Μερικούς «νέους» δείκτες τους οποίους προέκρινε εμπειρικά ο Altman

Από την αρχική λίστα, επιλέχθηκαν 5 μεταβλητές από τον συνδυασμό των οποίων απέρρευε το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα για την πρόβλεψη εταιρικής πτώχευσης. Η επιλογή αυτή σίγουρα δεν ήταν τυχαία, ούτε εύκολη, αντίθετα κάποιες ενέργειες ήταν ζωτικής σημασίας. Έτσι για να διαμορφωθεί το τελικό μοντέλο, ο Altman :

- Παρατηρούσε την στατιστική σημαντικότητα διαφόρων εναλλακτικών συναρτήσεων λαμβάνοντας πάντα υπόψη την σχετική συνεισφορά της κάθε ανεξάρτητης μεταβλητής.
- Αξιολογούσε την συσχέτιση (Inter correlation) μεταξύ των μεταβλητών.
- Παρατηρούσε την προβλεπτική ακρίβεια των διαφόρων υποδειγμάτων.
- Βασίστηκε στην κριτική του ικανότητα.

Η τελική διαχωριστική συνάρτηση του μοντέλου δίνεται στο παρακάτω πίνακα. Σημειώνεται επίσης ότι το μοντέλο δεν περιέχει κάποια σταθερά. Τα βάρη δεν πρέπει να θεωρούνται δεδομένα, καθώς θα είναι διαφορετικά για διαφορετικά είδη δείγματος και για διαφορετικές μεταβλητές. Στην συγκεκριμένη ανάλυση που πραγματοποίησε ο Altman και με τα συγκεκριμένα δεδομένα που μελέτησε η εξίσωση που προέκυψε είναι η κάτωθι.

$$Z = 0,012 \times X_1 + 0,014 \times X_2 + 0,033 \times X_3 + 0,006 \times X_4 + 0,999 \times X_5$$

όπου:

$$X_1 = \frac{\text{κεφάλαιο κίνησης (working capital)}}{\text{σύνολο ενεργητικού (total assets)}}$$

$$X_2 = \frac{\text{αδιανέμητα κέρδη (retained earnings)}}{\text{σύνολο ενεργητικού (total assets)}}$$

$$X_3 = \frac{\text{κέρδη προ φόρων και τόκων (earnings before taxes and interest)}}{\text{σύνολο ενεργητικού (total assets)}}$$

$$X_4 = \frac{\text{σύνολο ιδίων κεφαλαίων (market value of equity)}}{\text{λογιστική αξία συνολικού παθητικού (book value of total debts)}}$$

$$X_5 = \frac{\text{καθαρές πωλήσεις (net sales)}}{\text{σύνολο ενεργητικού (total assets)}}$$

Πίνακας 13 Συνάρτηση του Μοντέλου του Altman (1968)

Το υπόδειγμα Z-score είναι, όπως φαίνεται, μια γραμμική ανάλυση στην οποία 5 δείκτες σταθμίζονται και αθροίζονται σε ένα συνολικό Score με το οποίο οι εταιρίες ταξινομούνται σε αποτυχημένες και μη. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι μεταβλητές οι οποίες δεν παρουσίαζαν ενδιαφέρον σε επίπεδο μονομεταβλητής ανάλυσης στην πραγματικότητα η προσφορά τους ήταν πολύ σημαντική σε επίπεδο MDA και το αντίστροφο. Για παράδειγμα, ο δείκτης ο οποίος παρουσίαζε την μεγαλύτερη προβλεπτική ικανότητα της πτώχευσης, όπως προκρίθηκε από το υπόδειγμα μονομεταβλητής ανάλυσης του Beaver(1966) Ταμειακές Ροές/Σύνολο Υποχρεώσεων, δεν συμπεριλήφθηκε στο υπόδειγμα Z-score.

Στόχος του Altman μέσω της MDA ήταν η αναζήτηση ανεξάρτητων μεταβλητών οι οποίες θα συνεισέφεραν στην μέγιστη προβλεπτική ικανότητα του μοντέλου χωρίς απαραίτητα να παρουσιάζουν και την μεγαλύτερη στατιστική σημαντικότητα όταν εξετάζονται ξεχωριστά. Ο Altman αναζήτησε και χρησιμοποίησε εκείνες, των αριθμοδεικτών οι οποίοι θα προσέφεραν την μεγαλύτερη δυνατή ανομοιογένεια μεταξύ των δύο ομάδων, αλλά ταυτόχρονα και την μεγαλύτερη ομοιογένεια εντός της ομάδα των πτωχευμένων ή μη εταιριών. Χρησιμοποίησε διαφορετικά δείγματα και τεστ σημαντικότητας (F-test, T-test) προκειμένου να επαληθεύσει την σημαντικότητα των μεταβλητών και παράλληλα να μειώσει και τα ποσοστά των λαθών ταξινόμησης καταφέροντας να ταξινομήσει σωστά το 95% των εταιριών του αρχικού δείγματος με ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων τύπου I (6%) και τύπου II (3%). Έτσι ο Altman βρήκε εκείνη τη γραμμική συνάρτηση ερμηνευτικών μεταβλητών η οποία μπορούσε να εκφράσει τη γενική φερεγγυότητα του πιστούχου και να διαχωρίσει τους δανειζόμενους σε αυτούς που θα ικανοποιήσουν τις υποχρεώσεις τους και σε αυτούς που δεν θα τις ικανοποιήσουν.

3.1.3 Ανάλυση των παραγόντων της συνάρτησης

1) Κεφάλαιο κίνησης / Σύνολο ενεργητικού

Ο δείκτης κεφαλαίου κινήσεως (working capital ratio) αποτελεί ένα εναλλακτικό μέτρο εκτίμησης της ρευστότητας μιας επιχείρησης, δηλαδή της δυνατότητας κάλυψης των βραχυπρόθεσμων υποχρεώσεων. Ορίζεται ως η διαφορά ανάμεσα στο κυκλοφορούν ενεργητικό και τις βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις (current assets-current liabilities). Χαρακτηριστικά όπως η ρευστότητα, αλλά και το μέγεθος της εταιρείας λαμβάνονται υπόψη σε αυτήν την τιμή. Συνεπώς μια εταιρεία που υφίσταται συνεχείς λειτουργικές ζημιές αναμένεται να έχει και μείωση στο κυκλοφορούν ενεργητικό της σε σχέση με το συνολικό ενεργητικό της. Ο αριθμοδείκτης αυτός εντοπίζεται πολύ συχνά σε περιπτώσεις προβληματικών εταιρειών και εκφράζει το ποσοστό του κεφαλαίου που είναι ρευστοποιήσιμο αναφορικά με το σύνολο του ενεργητικού της εταιρείας. Υψηλές τιμές του δείκτη αποτελούν καλή ένδειξη, ενώ χαμηλές τιμές αποδεικνύουν την ύπαρξη υψηλών βραχυπρόθεσμων υποχρεώσεων οι οποίες ροκανίζουν το διαθέσιμο κεφάλαιο κίνησης, προς το σύνολο των ενεργητικών στοιχείων.

Τέλος, στην έρευνα αυτή αξιολογήθηκαν και άλλοι δύο δείκτες ρευστότητας, όπως ο δείκτης γενικής ρευστότητας¹ (Current Ratio) και ο δείκτης άμεσης ρευστότητας² (Quick Ratio), αλλά δεν επιλέχθηκαν διότι επηρεάζονταν από συγκεκριμένες τάσεις

¹ Δείκτης Γενικής ρευστότητας = $\frac{\text{Κυκλοφορούν Ενεργητικό}}{\text{Βραχυπρόθεσμες Υποχρεώσεις}}$
² Δείκτης Άμεσης ρευστότητας = $\frac{\text{Κυκλοφορούν ενεργητικό} - \text{Αποθέματα}}{\text{Βραχυπρόθεσμες Υποχρεώσεις}}$

ορισμένων πτωχευμένων εταιρειών και δεν είχαν εξίσου καλά αποτελέσματα (Altman,2000).

2) Αδιανέμητα κέρδη / Σύνολο ενεργητικού

Τα αδιανέμητα ή παρακρατηθέντα κέρδη είναι το μέγεθος εκείνο που εμφανίζει το συνολικό ποσό των επανεπενδυμένων ζημιών ή κερδών μια εταιρείας κατά τη διάρκεια της ζωής της. Ο δείκτης εσωτερικού ρυθμού ανάπτυξης (internal growth rate) είναι ένα ενδεικτικό μέτρο σωρευτικής κερδοφορίας της επιχείρησης που εξετάζουμε την εκάστοτε φορά και παρέχει ενδείξεις σχετικά με την ηλικία, τον τρόπο χρηματοδότησης και την ανάπτυξη της επιχείρησης. Βέβαια πρέπει να σημειωθεί ότι αν μια εταιρεία είναι καινούργια στην αγορά τότε φυσικά δεν έχει και τον ανάλογο χρόνο να δημιουργήσει κέρδη και να δώσει μερίσμα στους μετόχους και μέρος αυτού να γίνει πάλι επένδυση, με αποτέλεσμα να έχει χαμηλές τιμές σε αυτόν τον δείκτη. Σε αυτήν την περίπτωση ο συγκεκριμένος δείκτης κατατάσσει τις νεοσυσταθείσες εταιρείες στην ομάδα των ζημιολόγων. Είναι χαρακτηριστικό ότι σύμφωνα με το μοντέλο, το 50% των χρεοκοπιών έλαβε χώρα στα πέντε πρώτα χρόνια λειτουργίας των εταιρειών αυτών, ενώ πάνω από 31% στα πρώτα τρία χρόνια λειτουργίας.

Τέλος, ο συγκεκριμένος δείκτης μετρά και το βαθμό δανειακής εξάρτησης της επιχείρησης ή αλλιώς μόχλευσης. Δηλαδή δείχνει κατά πόσο μια επιχείρηση χρησιμοποιεί τα «ίδια κεφάλαια» για να χρηματοδοτήσει το ενεργητικό της ή οδηγείται σε δανεισμό.

3) Κέρδη προ φόρων και τόκων / Σύνολο ενεργητικού

Ο δείκτης βιομηχανικής αποδοτικότητας σχετίζεται με την απόδοση της λειτουργίας μιας επιχείρησης, καθώς μετρά την ικανότητά της να παράγει κέρδη χρησιμοποιώντας όσο το δυνατόν πιο αποδοτικά τα περιουσιακά της στοιχεία, χωρίς να λαμβάνει υπόψη του οποιουδήποτε είδους φόρους, τόκους ή άλλο παράγοντα μόχλευσης. Δεδομένου ότι η ύπαρξη μιας εταιρείας βασίζεται στην κερδοφορία των στοιχείων του ενεργητικού της, αυτός ο δείκτης εμφανίζεται να είναι ο πλέον κατάλληλος σε μελέτες που εξετάζουν την εταιρική αποτυχία.

Μια υψηλή τιμή του αριθμοδείκτη παρέχει ενδείξεις:

1. Αποδοτικής χρησιμοποίησης του ενεργητικού για πραγματοποίηση κερδών
2. Ορθής επένδυσης σε περιουσιακά στοιχεία
3. Ικανοποιητικού περιθωρίου ασφάλειας σχετικά με την αντιμετώπιση ανεπιθύμητων εξελίξεων στα καθαρά κέρδη προ τόκων και φόρων

4) Σύνολο ιδίων κεφαλαίων / Λογιστική αξία συνολικού παθητικού

Ο συγκεκριμένος δείκτης αποτελεί δείκτη κεφαλαιακής διάρθρωσης και φερεγγυότητας και δείχνει το μέγεθος της κάλυψης των ξένων κεφαλαίων από τα ίδια

κεφάλαια και κατ' επέκταση την ασφάλεια που προσφέρει η επιχείρηση στους δανειστές της. Όταν χρησιμοποιείται για επιχειρήσεις εισηγμένες στο χρηματιστήριο ο υπολογισμός πραγματοποιείται με την Αγοραία Αξία των Ιδίων Κεφαλαίων αντί του Συνόλου των Ιδίων Κεφαλαίων, μελετώντας ταυτόχρονα και την κεφαλαιοποίηση, που οι προγενέστερες μελέτες δεν λάμβαναν υπόψη.

Όσο μεγαλύτερη η τιμή του δείκτη τόσο μικρότερο το ρίσκο χρηματοδότησεως της εταιρείας από την πλευρά των πιστωτών και τόσο μεγαλύτερη η ασκούμενη πίεση προς την εταιρεία για την αποπληρωμή των οφειλών, αλλά και η επιβάρυνση από το πρόσθετο χρηματοοικονομικό κόστος.

Ως σύνολο ιδίων κεφαλαίων ορίζεται το κεφάλαιο που ανήκει στους μετόχους και περιλαμβάνουν το μετοχικό κεφάλαιο, τα αποθεματικά και τα αδιανέμητα κέρδη.

Ως αγοραία αξία ιδίων κεφαλαίων ορίζεται το γινόμενο του αριθμού των μετοχών σε κυκλοφορία, προνομιούχων και κοινών, επί την αξία της μετοχής στο χρηματιστήριο αξιών.

5) Καθαρές πωλήσεις / Σύνολο ενεργητικού

Ο αριθμοδείκτης ταχύτητας κυκλοφορίας ενεργητικού (asset turnover ratio), είναι ένας τυποποιημένος χρηματοοικονομικός δείκτης που απεικονίζει την ικανότητα των στοιχείων του ενεργητικού της εταιρείας να «μετατρέπονται» σε πωλήσεις. Στην ουσία δείχνει πόσες φορές κατά μέσο όρο χρησιμοποιήθηκαν τα περιουσιακά στοιχεία μια επιχείρησης κατά τη διάρκεια μιας λογιστικής χρήσεως προκειμένου να πραγματοποιηθούν έσοδα από πωλήσεις. Είναι μοναδικός και ο λιγότερος σημαντικός και βάση μονομεταβλητής στατιστικής σημαντικότητας δεν θα έπρεπε να επιλεγεί καθόλου. Βέβαια, όπως θα δούμε δεν περιλαμβάνεται στην μέτρηση του Z-score στις ιδιωτικές επιχειρήσεις.

Μια υψηλή τιμή του αριθμοδείκτη ταχύτητας κυκλοφορίας ενεργητικού παρέχει ενδείξεις:

1. Εντατικής χρησιμοποίησης του ενεργητικού για πραγματοποίηση εσόδων από πωλήσεις
2. Ορθής επένδυσης σε περιουσιακά στοιχεία

Επιπλέον, είναι ένα μέτρο αξιολόγησης της ικανότητας της διοίκησης όσον αφορά την αντιμετώπιση των συνθηκών ανταγωνισμού. Μια αποτυχία να αυξηθεί το μερίδιο αγοράς της εταιρείας μεταφράζεται σε χαμηλή ή μειούμενη τιμή του συγκεκριμένου δείκτη.

Κλείνοντας, θα πρέπει να σημειωθεί πως το μέγεθος των τεσσάρων πρώτων δεικτών εκφράζουν ποσοστό, ενώ ο τελευταίος εκφράζει γινόμενο (φορές). Για παράδειγμα, ο δείκτης $\frac{\text{Σύνολο ιδίων κεφαλαίων}}{\text{Λογιστική αξία συνολικού παθητικού}}$ δείχνει πόσο τις εκατό το σύνολο των ιδίων

κεφαλαίων καλύπτει τα δανεικά κεφάλαια, ενώ ο δείκτης $\frac{\text{Καθαρές πωλήσεις}}{\text{Σύνολο ενεργητικού}}$ παρουσιάζει πόσες φορές ανακυκλώνεται το σύνολο του ενεργητικού της επιχείρησης σε ένα έτος για να πραγματοποιηθούν οι πωλήσεις. Γενικά, όσο μεγαλύτερη η τιμή ενός αριθμοδείκτη τόσο το καλύτερο για την επιχείρηση.

3.1.4 Τελική μορφή του υποδείγματος

Η εμφάνιση του μοντέλου Z-score απασχόλησε και απασχολεί ακόμα την επικαιρότητα στην οικονομία, καθώς άλλαξε τον τρόπο σκέψης και αποτέλεσε ένα σημαντικό εργαλείο στα χέρια τόσο των επενδυτών όσο και των επιχειρήσεων.

Έτσι, πρέπει να γίνουν κάποιες επισημάνσεις πάνω στην πρωτότυπη συνάρτηση του καθηγητή Altman. Συγκεκριμένα, οι μεταβλητές X_1 έως X_4 , θα πρέπει να υπολογιστούν ως απόλυτες τιμές ποσοστού. Έτσι, για παράδειγμα μια εταιρία της οποίας ο λόγος Κεφάλαιο Κίνησης / Σύνολο Ενεργητικού είναι 15% πρέπει να περιλαμβάνεται ως 15% και όχι ως 0,15. Μόνο η μεταβλητή X_5 θα πρέπει να εκφράζεται με διαφορετικό τρόπο και συγκεκριμένα, αν ο δείκτης είναι για παράδειγμα 150%, θα πρέπει να αποτυπωθεί ως 1,5.

Ο Altman το 2000 σε μια επισκόπηση του υποδείγματος Z-Score ενσωματώνοντας τα σχόλια διαφόρων ερευνητών παρουσιάζει την τελική μορφή του μοντέλου ως εξής:

$$Z = 1,2X_1 + 1,4X_2 + 3,3X_3 + 0,6X_4 + 1,0X_5$$

Με αυτόν τον τρόπο, όλες οι μεταβλητές του υποδείγματος αποτυπώνονται χωρίς ποσοστά και η τελευταία μεταβλητή στρογγυλοποιείται. Είναι προφανές ότι η ερμηνεία του υποδείγματος δεν αλλοιώνεται από τη μεταβολή αυτή.

3.1.5 Διαχωριστικοί συντελεστές του υποδείγματος

Πριν γίνει η αναφορά στους διαχωριστικούς συντελεστές είναι χρήσιμο να επισημανθούν κάποιοι τύποι για τους πίνακες αθροισμάτων και γινομένων με βάση την γραμμική παλινδρόμηση.

Βαθμοί ελευθερίας (df)	Πίνακες αθροισμάτων	Πίνακες αθροισμάτων τετραγώνων
n-1	$T = \sum_{j=1}^g \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_i)(X_{ij} - \bar{X}_i)'$ Πίνακας συνολικής μεταβλητότητας	$SS_T = \sum_j \sum_i (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$
n-g	$W = \sum_{j=1}^g \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - \bar{X}_j)(X_{ij} - \bar{X}_j)'$ Πίνακας μεταβλητότητας εντός των ομάδων	$SS_W = \sum_j \sum_i (X_{ij} - \bar{X}_j)^2$
g-1	$B = \sum_{j=1}^g n_j (\bar{X}_j - \bar{X}_i)(\bar{X}_j - \bar{X}_i)'$ Πίνακας μεταβλητότητας μεταξύ των ομάδων	$SS_B = \sum_j n_j (\bar{X}_j - \bar{X}_i)^2$

Πίνακας 14 Πίνακες αθροισμάτων

όπου:

n_j : το πλήθος των παρατηρήσεων στην j μεταβλητή

n : ο συνολικός αριθμός παρατηρήσεων, $n = \sum_{j=1}^p n_j$, p το πλήθος των μεταβλητών

g : το πλήθος των ομάδων

Τα βάρη της γραμμικής εξίσωσης του Altman, καλούνται και διαχωριστικοί συντελεστές και προκύπτουν έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η διαφορά μεταξύ των μέσων των ομάδων. Αν θέλαμε να κατασκευάσουμε και δεύτερη διαχωριστική συνάρτηση, οι συντελεστές της θα προέκυπταν έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η διαφορά μεταξύ των μέσων των ομάδων με την προϋπόθεση ότι οι τιμές της δεύτερης διαχωριστικής συνάρτησης δεν σχετίζονται με τις τιμές της πρώτης κοκ. Η αλλιώς ο λόγος του αθροίσματος των τετραγώνων των διαχωριστικών βαθμών (Score) μεταξύ των ομάδων προς τον αντίστοιχο εντός των ομάδων να είναι ο μέγιστος. Ως εκ τούτου συμπεραίνουμε πως οι τιμές των συντελεστών υπολογίζονται με τέτοιο τρόπο ώστε οι τιμές της διαχωριστικής συνάρτησης να διαφέρουν όσο γίνεται περισσότερο μεταξύ των ομάδων. Για τη διάκριση των διαφορών μεταξύ των παρατηρήσεων δεν αρκεί ο πίνακας των μέσων και των διασπορών των ομάδων, διότι δεν λαμβάνεται υπόψη η σχέση μεταξύ των μεταβλητών. Γι' αυτό τον λόγο θα χρησιμοποιείται ο συνολικός πίνακας συνδιασποράς $T = \sum_{j=1}^g \sum_{i=1}^{n_j} (X_{ij} - X_{i(\text{bar})})(X_{ij} - X_{i(\text{bar})})'$.

3.1.6 Ερμηνεία του υποδείγματος

Ο κανόνας που ορίστηκε με βάση τα αποτελέσματα που προέκυψαν από το μοντέλο είναι ότι αν :

- $Z\text{-Score} > 2,99$: Η επιχείρηση είναι ασφαλής, βασιζόμενοι μόνο σε οικονομικά στοιχεία. (*safe zone*)
- $2,7 < Z\text{-Score} < 2,99$: Αυτή η ζώνη αποτελεί μια περιοχή όπου κάποιος πρέπει να επιδείξει προσοχή και εγρήγορση. (*grey zone*)
- $1,81 < Z\text{-Score} < 2,7$: Υπάρχουν πολλές πιθανότητες η επιχείρηση να χρεοκοπήσει μέσα σε δύο χρόνια από την ημερομηνία της λήψης των οικονομικών δεδομένων. (*grey zone*)
- $Z\text{-Score} < 1,81$: Οι πιθανότητες οικονομικής καταστροφής είναι πολύ υψηλές. (*distress zone*)

Τα αποτελέσματα του μοντέλου από την εφαρμογή του στις 66 επιχειρήσεις στέφθηκαν από 94% ποσοστό επιτυχίας για πρόβλεψη έναν χρόνο πριν. Ακόμα και όταν τα οικονομικά στοιχεία ήταν παλαιότερα το ποσοστό προβλέψεως δεν έπεφτε κάτω από το 74% για τρία χρόνια πριν την πτώχευση. Πάντως ενδεικτικό είναι ότι ήταν μειούμενο όσο τα οικονομικά στοιχεία απομακρύνονταν από το έτος πτωχεύσεως.

Για την εξακρίβωση της διαχωριστικής ικανότητας του υποδείγματος και για τον έλεγχο της χρησιμοποιήθηκε το στατιστικό τεστ F (F-test) και το αποτέλεσμα ήταν:

- Η ομάδα των πτωχευμένων να έχει μέσο $Z = -0.29$ και $F = 20.7$
- Η ομάδα των υγιών να έχει μέσο $Z = +5.02$ και $F_{5,60}(.01) = 3.34$

Το τεστ αυτό αποτελεί μια ένδειξη για το πόσο διαφορετικές είναι κάθε φορά οι τιμές μιας μεταβλητής από το μέσο τους και πόσο επηρεάζει η ανεξάρτητη την εξαρτημένη μεταβλητή Z. Στην περίπτωση που υπάρχει ισχυρή εξάρτηση τότε έχει διαχωριστική δύναμη (*discriminating power*). Οι τέσσερις από τις πέντε μεταβλητές του μοντέλου έχουν την απαραίτητη διαχωριστική δύναμη, με επίπεδο σημαντικότητας 0.1%. Η μεταβλητή X_5 υπάρχει στο μοντέλο εξαιτίας της υψηλής συσχέτισης με τις άλλες μεταβλητές και δεν διαφέρει πολύ μεταξύ των δύο ομάδων. Παράλληλα ο Altman έλεγξε και την μέθοδο *scaled vector*³ που επιβεβαιώνει τα παραπάνω αποτελέσματα και αναδεικνύει ότι τη μεγαλύτερη συνεισφορά στην διαχωριστική διαδικασία έχουν οι μεταβλητές X_3 , X_5 , X_4 , αλλά παράλληλα υπάρχει και μια αρνητική συσχέτιση της X_3 με την X_5 .

³ Είναι ένα διάγραμμα διανυσμάτων που προσδιορίζει το μέγεθος και την κατεύθυνση του αθροίσματος δύο ή περισσότερων διανυσμάτων.

TABLE 2
RELATIVE CONTRIBUTION OF THE VARIABLES

Variable	Scaled Vector	Ranking
X₁	3.29	5
X₂	6.04	4
X₃	9.89	1
X₄	7.42	3
X₅	8.41	2

Πίνακας 15 Συνεισφορά των μεταβλητών από scaled vector

Πηγή: Edward I. Altman, The Journal of Finance, Sep1968

Στην συνέχεια προβαίνει στον έλεγχο της διαχωριστικής ικανότητας του μοντέλου. Με την βοήθεια της μεγιστοποίησης ενός λόγου⁴ εξομαλύνει τους μέσους των Z-Scores των δύο ομάδων (best discriminate between groups) για να μειώσει το διάστημα ανάμεσα στα Z-Scores των εταιριών και του μέσου όρου του Z-Score της ομάδας που ανήκει η εκάστοτε επιχείρηση (variables most similar within group). Ουσιαστικά ελέγχει την αποτελεσματικότητα της MDA στη διάκριση των δύο ομάδων η οποία μεγιστοποιείται όταν η διακύμανση των δύο ομάδων είναι υψηλότερη από την διακύμανση των εσωτερικών ως προς την ομάδα παρατηρήσεων.

3.1.7 Επιλογή των σημείων αποκοπής

Παρατηρώντας λοιπόν ο Altman τις επιχειρήσεις που είχαν ταξινομηθεί λανθασμένα από το μοντέλο, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι όλες οι επιχειρήσεις που έχουν σκορ Z άνω του 2,99 ξεκάθαρα εμπίπτουν στις μη-χρεοκοπημένες εταιρίες, ενώ οι επιχειρήσεις που έχουν σκορ Z κάτω από 1,81 είναι όλες χρεοκοπημένες. Η περιοχή μεταξύ του 1,81 και 2,99 ορίστηκε ως ζώνη άγνοιας ή γκριζα ζώνη λόγω της ευαισθησίας της ταξινόμησης των σφαλμάτων. Δεδομένου ότι παρατηρούνταν σφάλματα σε αυτό το εύρος τιμών, θα είμασταν αβέβαιοι για μια εταιρία της οποίας το σκορ εμπίπτει στην ζώνη της άγνοιας. Ως εκ τούτου, ήταν αναγκαίο να θεσπιστεί μια γραμμή για τις εταιρίες που θα βρίσκονται μέσα στην συγκεκριμένη ζώνη.

Αρχικά ο Altman προσδιόρισε τις εταιρίες που βρισκόντουσαν σε επικαλυπτόμενες περιοχές (Πίνακας 16.1). Με το πρώτο ψηφίο της εταιρείας προσδιόριζε την ομάδα, 2 για την υγιή ομάδα και 1 για την προβληματική, ενώ με τα δύο τελευταία ψηφία εντόπιζε την εταιρία μέσα στην ομάδα. Στη συνέχεια βρήκε το εύρος των τιμών που

⁴ Είναι $\lambda = \frac{\sum_{g=1}^G N_g (\bar{Y}_g - \bar{Y})^2}{\sum_{g=1}^G \sum_{p=1}^{N_g} (Y_{pg} - \bar{Y}_g)^2}$, όπου G = Number of groups, g = Group g, g = 1 ... G, N_g = Number of firms in group g, Y_{pg} = Firm p in group g, p = 1 ... N_g, \bar{Y}_g = Group mean (centroid), \bar{Y} = Overall sample mean

είχε ως αποτέλεσμα τον ελάχιστο δυνατό αριθμό εσφαλμένων ταξινομήσεων. Βάση της ανάλυσης τα Z's μεταξύ των τιμών που ορίζουν την γκριζα ζώνη παράγουν την λανθασμένη ταξινόμηση, όπως φαίνεται στον Πίνακα 16.2

FIRM WHOSE Z SCORE FALLS WITHIN GRAY AREA		
Firm Number Non-Bankrupt	Z Score	Firm Number Bankrupt
2019*	1.81	
	1.98	1026
	2.10	1014
	2.67	1017*
	2.68	
2033	2.68	
2032	2.78	
	2.99	1025*

Πίνακας 16.1 Εταιρίες που το Z-score εμπίπτει στη γκριζα ζώνη

Πηγή: Edward I. Altman, *The Journal of Finance*, Sep1968

NUMBER OF MISCLASSIFICATIONS USING VARIOUS Z SCORE CRITERIONS		
Range of Z	Number Misclassified	Firms
1.81-1.98	5	2019, 1026, 1014, 1017, 1025
1.98-2.10	4	2019, 1014, 1017, 1025
2.10-2.67	3	2019, 1017, 1025
2.67-2.68	2	2019, 1025
2.68-2.78	3	2019, 2033, 1025
2.78-2.99	4	2019, 2033, 2032, 1025

Πίνακας 16.2 Λανθασμένη ταξινόμηση εταιριών

Πηγή: Edward I. Altman, *The Journal of Finance*, Sep1968

Οι εταιρίες, 2019, 1025 για παράδειγμα, ταξινομήθηκαν λανθασμένα. Η εταιρία 19 αντί να ταξινομηθεί στις μη πτωχευμένες εταιρίες ταξινομήθηκε στις πτωχευμένες και η εταιρία 25 το αντίστροφο. Το σκορ τους βρισκόταν μεταξύ του διαστήματος (2,67-2,68) και ως εκ τούτου το μέσο του διαστήματος, δηλαδή το 2,675, καθοριζόταν να είναι το σκορ τους, καθώς αποδείχθηκε ότι διακρίνει καλύτερα τις πτωχευμένες από τις μη πτωχευμένες εταιρίες. Για την επιλογή αυτού του βέλτιστου σκορ, πραγματοποιήθηκαν δοκιμές όχι μόνο στο αρχικό δείγμα, αλλά και στα δευτερεύοντα.

3.1.8 Έλεγχος του μοντέλου σε μεταγενέστερα δείγματα

Σε τρεις δοκιμές που έγιναν από τον E. Altman μετά από την ανάπτυξη του μοντέλου Z-score, εξετάστηκαν 86 εταιρίες σε αδυναμία από το 1969 μέχρι το 1975, 110 χρεοκοπημένες από το 1976 έως το 1995 και 120 χρεοκοπημένες από το 1997 έως το 1991 (Πίνακας 1). Βρέθηκε ότι το μοντέλο χρησιμοποιώντας ως άνω σημείο αποκοπής στην ομάδα των υγιών επιχειρήσεων το 2,67, και ως κάτω το 1,81 ήταν μεταξύ 84 και 94 τοις εκατό ακριβές. Σε επαναλαμβανόμενες δοκιμές, η ακρίβεια του μοντέλου Z-

score σε δείγματα μη υγιών επιχειρήσεων ήταν περίπου 80 με 90 τις εκατό, βασιζόμενη σε οικονομικές καταστάσεις ένα χρόνο πριν την πτώχευση.

Z score < 1,81	Η επιχείρηση βρίσκεται στην επικίνδυνη ζώνη για πτώχευση
1,81 < Z < 2,67	Η επιχείρηση βρίσκεται σε αμφισβητούμενη περιοχή (gray zone)
Z score > 2,67	Η επιχείρηση βρίσκεται σε ασφαλή περιοχή.

Πίνακας 17 Κατάταξη εταιρειών με βάση την τιμή Z-score, για εταιρείες εισηγμένες στο χρηματιστήριο

Το σφάλμα τύπου ΙΙ (δηλ. η ταξινόμηση της εταιρίας σαν μη υγιής, ενώ τελικά δεν πτωχεύει ή δεν βρίσκεται σε αδυναμία πληρωμής) όμως αυξήθηκε σημαντικά, με ένα ποσοστό της τάξης του 25% από το δείγμα των εταιρών να έχουν σκορ κάτω από 1,81.

**Classification & Prediction Accuracy
Z-Score (1968) Failure Model***

<u>Year Prior To Failure</u>	<u>Original Sample (33)</u>	<u>Holdout Sample (25)</u>	<u>1969-1975 Predictive Sample (86)</u>	<u>1976-1995 Predictive Sample (110)</u>	<u>1997-1999 Predictive Sample (120)</u>
1	94% (88%)	96% (92%)	82% (75%)	85% (78%)	94% (84%)
2	72%	80%	68%	75%	74%
3	48%	-	-	-	-
4	29%	-	-	-	-
5	36%	-	-	-	-

* Using 2.67 as cutoff score (1.81 cutoff accuracy in parenthesis)

Πίνακας 18 Ταξινόμηση και ακρίβεια προβλέψεων του μοντέλου Z-score(1968)

Πηγή: Corporate Financial Distress And Bankruptcy, E. Altman, E. Hotchkiss, 2006

Παρατηρούμε ότι το υπόδειγμα, παρά το γεγονός ότι αναπτύχθηκε πριν αρκετά χρόνια, διατηρεί την προβλεπτική του ικανότητα ακόμη και την σημερινή εποχή με επίπεδα αποτελεσματικότητας που κυμαίνονται μεταξύ 82%-94%.

Συνεπώς, η ακρίβεια και η σχετικότητα του μοντέλου Z-score παρακολούθηθηκε σε συνεχή βάση από τον Altman από την αρχική του ανάπτυξη. Η ακρίβεια σφάλματος

τύπου I συνεχίζει να είναι αποδεκτή (δηλ. μεγαλύτερη του 80% πρόβλεψη αδυναμίας ένα χρόνο πριν από αυτήν), ενώ το σφάλμα τύπου II έχει γίνει αρκετά υψηλό. Όπως σημειώθηκε νωρίτερα, ίσως μέχρι και το 25% όλων των εταιριών έχουν ένα οικονομικό προφίλ που προσομοιάζει περισσότερο με χρεοκοπημένες επιχειρήσεις παρά με υγιείς. Ο κύριος λόγος για αυτό το υψηλό σφάλμα είναι ότι οι αμερικάνικες επιχειρήσεις είναι γενικά πολύ πιο ριψοκίνδυνες απ' ότι στο παρελθόν. Αυτός ο υψηλότερος κίνδυνος εμφανίζεται μέσα από τον υποβιβασμό μερικών οικονομικών δεικτών στο μοντέλο Z-score, ειδικά τα αδιανέμητα κέρδη προς το σύνολο του παθητικού και την αξία των μετοχών προς τα χρέη. Καθορίζοντας λογαριθμικές μετατροπές, ο Altman προσπάθησε να αυξήσει την ακρίβεια σε σφάλματα τύπου I και να μειώσει τα σφάλματα τύπου II (Altman και Rijken, 2004).

3.2 Εμπειρικά αποτελέσματα

1. *Αρχικό δείγμα:* Το αρχικό δείγμα των 33 ζευγαριών από επιχειρήσεις εξετάστηκε με βάση στοιχεία ισολογισμών 1 έτους προ της χρεοκοπίας. Το μοντέλο αποδείχθηκε εξαιρετικά ακριβές κατατάσσοντας σωστά το 95% του συνολικού δείγματος. Το Type error I (πρόβλεψη μη χρεοκοπίας για εταιρία που τελικά χρεοκοπεί) ήταν μόνο 6%, ενώ το Type error II (πρόβλεψη χρεοκοπίας για εταιρία που τελικά δεν χρεοκοπεί) ήταν 3%. Υπάρχει επομένως μια upward bias, με την έννοια ότι το μοντέλο κατατάσσει ως χρεοκοπημένες περισσότερες εταιρίες απ' ότι θα έπρεπε.

	Number Correct	Per cent Correct	Per cent Error	n
Type I	31	94	6	33
Type II	32	97	3	33
Total	63	95	5	66

Πίνακας 19 Σφάλματα τύπου I&II, ένα έτος πριν την χρεοκοπία

2. *Αποτελέσματα για δεδομένα 2 ετών πριν την πτώχευση:* Το μοντέλο του Altman το 1968 (βελτιώθηκε βέβαια το 1977) παρουσιάζει σημαντική μείωση στην ακρίβεια της πρόβλεψης για επικείμενη πτώχευση σε χρονικό ορίζοντα από 2 έτη και πάνω, που υπολογίζεται στο 72%.

	Number Correct	Per cent Correct	Per cent Error	n
Type I	23	72	28	32
Type II	31	94	6	33
Total	54	83	17	65

Πίνακας 20 Σφάλματα τύπου I&II, δύο έτη πριν την χρεοκοπία

3. *Εξέταση της μεροληψίας:* Η πιθανή μεροληψία οφείλεται στη μείωση από 22 σε 5 μεταβλητές. Δύναται ένα υποσύνολο μεταβλητών να είναι αποτελεσματικό για το αρχικό δείγμα, αλλά όχι και για ολόκληρο τον πληθυσμό. Εξέτασε λοιπόν, αν υπάρχει τέτοιο bias χρησιμοποιώντας ένα υποσύνολο του αρχικού δείγματος για να υπολογίσει από την αρχή τις παραμέτρους του μοντέλου και με το υπόλοιπο του αρχικού δείγματος κατέταξε τις παρατηρήσεις βάσει των νέων παραμέτρων που υπολόγισε με το υπόδειγμα. Στη συνέχεια εφάρμοσε ένα t-test για τον έλεγχο της σημαντικότητας των αποτελεσμάτων της παραπάνω διαδικασίας. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το μοντέλο διαθέτει διαχωριστική δύναμη και σε παρατηρήσεις άλλες από αυτές που χρησιμοποιήθηκαν για την εκτίμηση των παραμέτρων.
4. *Τεστ με δευτερογενές δείγμα χρεοκοπημένων εταιριών:* Επέλεξε ένα άλλο δείγμα 25 χρεοκοπημένων εταιριών παρόμοιες με τις προηγούμενες του αρχικού δείγματος. Χρησιμοποίησε τις ίδιες παραμέτρους με το αρχικό και τα αποτελέσματα έδειξαν παραδόξως ακόμη μεγαλύτερη ακρίβεια από του αρχικού δείγματος.
5. *Τεστ με δευτερογενείς δείγμα μη χρεοκοπημένων εταιριών:* Σε συνέχεια του προηγούμενου τεστ σχημάτισε δείγμα 66 εταιριών που εμφάνιζαν που εμφάνιζαν οικονομικά προβλήματα για δύο έτη. Τα αποτελέσματα έδειξαν ακρίβεια 79%, αλλά με το 11% των επιχειρήσεων να βρίσκονται μέσα στην ζώνη της ακαθόριστης εκτίμησης για πτώχευση ή μη της επιχείρησης. (gray area του Z)
6. *Τεστ για μακροπρόθεσμη πρόβλεψη:* Χρησιμοποιώντας τα αρχικά δεδομένα του για 5 χρόνια ο συγγραφέας αποπειράθηκε να μελετήσει την ακρίβεια του μοντέλου του, αλλά διαπίστωσε την συνεχώς μειούμενη προβλεπτική ικανότητα του όσο απομακρυνόταν από το έτος πτώχευσης η οποία όμως δεν αναιρεί την ισχυρή προβλεπτική ικανότητα του υποδείγματος.

(Initial Sample)

Year Prior to Bankruptcy	Hits	Misses	Per cent Correct
1st n = 33	31	2	95
2nd n = 32	23	9	72
3rd n = 29	14	15	48
4th n = 28	8	20	29
5th n = 25	9	16	36

Πίνακας 21 Ποσοστά επιτυχίας του MDA μοντέλου μέσα σε 5 χρόνια

3.3 Χρήστες του υποδείγματος

Οι χρήστες των οικονομικών καταστάσεων μπορούν να χρησιμοποιήσουν το μοντέλο Z-score για μια αρκετά μεγάλη ποικιλία εφαρμογών:

- Αξιολόγηση πιστοδοτήσεων: Από τους υπεύθυνους χορήγησης δανείων, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την έγκριση ή την απόρριψη αίτησης οποιουδήποτε είδους δανείου.
- Αναλυτές ιδιωτικών επενδύσεων: Για τους αναλυτές επενδυτικών οίκων αλλά και για μεμονωμένους επενδυτές, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση της σχετικής ασφάλειας μιας προτεινόμενης επένδυσης .
- Αναλυτές συγχωνεύσεων και εξαγορών: Για να αξιολογηθεί η βιωσιμότητα μιας επιχειρηματικής οντότητας τόσο πριν όσο και μετά από μια επιχειρηματική αναδιοργάνωση.
- Διοίκηση εταιριών: Προκειμένου να αναπτύξει σχέδια δράσης έκτακτης ανάγκης και στρατηγικές αναστροφής μιας δυσμενούς κατάστασης όσο το δυνατόν πιο γρήγορα.
- Ασφαλιστικοί οργανισμοί: Προκειμένου να αξιολογήσουν το δυνητικό πιστωτικό κίνδυνο του ασφαλισμένου σε αυτούς τους οργανισμούς.
- Εταιρική διακυβέρνηση: Από το διοικητικό συμβούλιο και η ελεγκτική επιτροπή μιας επιχείρησης προκειμένου να αντιληφθούν τον εταιρικό κίνδυνο, τις δυνατότητες της εταιρίας και την ανάλυση σεναρίων συγχώνευσης και εξαγορών.

3.4 Περιορισμοί του μοντέλου του Altman

Το μοντέλο του Altman, όπως έχει αναφερθεί, παρέχει σε κάθε επενδυτή έναν πολύ καλό τρόπο για να κάνει μια πρόβλεψη τις μελλοντικής οικονομικής κατάστασης της εταιρίας του. Με ποσοστά ακρίβειας πάνω από 80%, σίγουρα αυτό το μοντέλο είναι άξιο χρήσης σε αρκετές περιπτώσεις. Όπως συμβαίνει συνήθως, τα πλεονεκτήματα σπάνια έρχονται μόνα τους και συνήθως συνοδεύονται από αδυναμίες.

Το μοντέλο Altman Z-score έχει ορισμένους περιορισμούς, καθώς η χρήση του σε ορισμένα σενάρια μπορεί να μην είναι ιδανική. Παρακάτω είναι μερικοί από τους περιορισμούς.

1. Δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε χρηματοοικονομικές εταιρίες.

Όπως και άλλες εταιρίες, έτσι και οι χρηματοοικονομικοί οργανισμοί μπορούν να υπολογίζουν την βαθμολογία τους Z, χρησιμοποιώντας το μοντέλο του Altman. Το

πρόβλημα είναι ότι ενδέχεται να μην υπάρχουν δεδομένα για αυτές τις εταιρίες. Αυτό δεν συμβαίνει γιατί τα ζητούμενα δεδομένα δεν υπάρχουν, αλλά δεν είναι άμεσα προσβάσιμα ή εύκολα διαθέσιμα. Είναι γεγονός ότι τα ανακριβή δεδομένα μπορούν να προκαλέσουν ανακριβή αποτελέσματα, όμως τα μη διαθέσιμα δεδομένα δεν μπορούν να εξάγουν καθόλου αποτελέσματα. Οι χρηματοοικονομικοί οργανισμοί τείνουν να κρατούν πολλά από τα αρχεία τους ιδιωτικά. Όπως οι άνθρωποι κρατούν μυστική την οικονομική τους κατάσταση, έτσι και οι τράπεζες, αν και είναι επιχείρηση συνήθως κάνει ακριβώς το ίδιο. Αυτό φαίνεται να εφαρμόζεται ευρέως στον χρηματοπιστωτικό τομέα.

2. Η ακρίβειά του εξαρτάται άμεσα από τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται

Αυτό είναι αναμενόμενο αφού αυτό το μοντέλο χρησιμοποιεί δεδομένα από την ίδια την εταιρεία για τον υπολογισμό της πιθανότητας αφερεγγυότητας. Προφανώς τα αποτελέσματα μπορούν να γίνουν τόσο καλά, όσο τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται. Εάν η εταιρία παρέχει ανακριβή δεδομένα, τότε αυτά είναι που θα χρησιμοποιήσει το μοντέλο. Μετά από τους υπολογισμούς, το μοντέλο θα δώσει μια βαθμολογία και αυτή η βαθμολογία είναι που θα χρησιμοποιηθεί για τον καθορισμό της πιθανότητας πτώχευσης. Η πρόκληση έγκειται στη πιθανότητα η διοίκηση ή το λογιστικό τμήμα μιας εταιρείας να αποφασίσει να παραποιήσει πληροφορίες. Το μοντέλο αν και αναπτύχθηκε αρχικά χρησιμοποιώντας δημόσια διαθέσιμες πληροφορίες, δεν υπάρχει καμία εγγύηση ότι αυτές δεν μπορεί να είναι ανακριβείς. Για παράδειγμα, ένας γενικός διευθυντής ή ένας υψηλόβαθμος υπάλληλος μπορεί να έχει τη δουλειά του υπό έλεγχο. Εάν όμως τα διαθέσιμα αρχεία αποδείξουν την υποαπόδοση του, μπορεί να αποφασίσει να παραποιήσει τις πληροφορίες. Κάνοντας ο ίδιος τους υπολογισμούς, μπορεί να αλλάξει τα αρχεία και να παρέχει δεδομένα που θα οδηγήσουν σε ένα υψηλό Z-score. Αυτό θα κάνει τους πελάτες, τους μετόχους ή τις ρυθμιστικές αρχές ευχαριστημένους. Αλλά το πρόβλημα στην εταιρεία θα εξακολουθεί να υπάρχει. Αν η εταιρεία τελικά καταρρεύσει, όλοι θα αιφνιδιαστούν. Πολλοί θα χάσουν τα χρήματά τους, δεδομένου ότι ποτέ δεν είδαν την ανάγκη να ξεπουλήσουν το απόθεμά τους και όλα αυτά θα απορρέουν από την ανακρίβεια των δεδομένων που αποπροσανατόλισαν τους ενδιαφερόμενους.

3. Δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε καινούργιες εταιρίες

Πολλές εταιρείες βγαίνουν καθημερινά στην αγορά από νέους επιχειρηματίες. Όσο καλό κι αν είναι αυτό, πολλές startups συνήθως αποτυγχάνουν να γίνουν οι μεγάλες επιχειρήσεις που είχαν προβλεφθεί να είναι. Πολλές νέες εταιρείες στερούνται πόρων. Αν και μπορεί να τα καταφέρνουν αρκετά καλά με αυτά που διαθέτουν, ένα συσσωρευμένο χρέος μπορεί να τις φέρει αρκετά γρήγορα στη ρήξη. Με τις πωλήσεις να είναι χαμηλές, η κατάσταση μπορεί να επιδεινωθεί πολύ εύκολα για τον επιχειρηματία με αποτέλεσμα να μην μπορεί να χειριστεί τις δυσμενείς συνέπειες που θα προέλθουν. Ωστόσο, ακόμη και οι νέες εταιρείες έχουν συχνά επενδυτές. Υπάρχουν άνθρωποι που επενδύουν τα χρήματά τους σε νέες εταιρείες. Άλλοι επενδύουν δίνοντας προϊόντα σε πίστωση, πιστεύοντας ότι η εταιρεία θα

πωλήσει και θα πληρώσει τα χρέη της στην ώρα της, επιφέροντάς του κέρδος. Ένα πρόβλημα που προκύπτει εδώ, είναι ότι υπάρχουν πολύ λίγα δεδομένα για να διευκολυνθεί ο υπολογισμός του Z-Score έτσι ώστε να υπάρχει μια διαίσθηση του προς τα πού κινείται η εταιρεία. Δύο συγκεκριμένες μεταβλητές συνήθως δεν αποτυπώνονται σωστά σε μια νέα εταιρία, καθιστώντας το μοντέλο του Altman άχρηστο. Αυτές είναι :

- A. Αδιανέμητα κέρδη: Τα κέρδη αυτά καθορίζονται τουλάχιστον μετά από 1 έτος λειτουργίας. Αυτό συμβαίνει επειδή πρέπει να υπολογιστούν τα κέρδη ή οι ζημιές, έτσι ώστε να είναι γνωστό αν υπάρχουν αδιανέμητα κέρδη. Αν υπάρχουν, τότε θα μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Χωρίς όμως να είναι γνωστό αν υπάρχουν αδιανέμητα κέρδη, δεν θα προκύψουν ακριβή αποτελέσματα από το μοντέλο. Κάθε μεταβλητή που υπάρχει στον τύπο του Altman θα πρέπει να είναι διαθέσιμη για να παραχθεί ένα αξιόπιστο αποτέλεσμα.
- B. Αγοραία αξία ιδίων κεφαλαίων: Ο υπολογισμός της δεν είναι κάτι εύκολο και μπορεί να είναι αρκετά περίπλοκο για να προσδιοριστεί. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μια εταιρία μπορεί να μην έχει βγει ευρέως στην αγορά και δεν έχει κάνει αρκετές συναλλαγές έτσι ώστε να είναι γνωστή. Αυτό συνήθως οφείλεται στο ότι δεν υπάρχουν επενδυτές που να ενδιαφέρονται για την συγκεκριμένη εταιρία. Μπορεί επίσης να συμβεί, να προσπαθεί μια εταιρία να προσελκύσει κάποιον επενδυτή ψάχνοντας ίσως κάποια κεφάλαια, αλλά να μην τον βρει εγκαίρως και να κλείσει. Τα σενάρια αυτά καθιστούν δύσκολη την τοποθέτηση τιμής στην αγοραία αξία ιδίων κεφαλαίων της εταιρίας. Με ένα μη επιβεβαιωμένο ποσό τα αποτελέσματα μπορεί να μην αντικατοπτρίζουν την πραγματική κατάσταση της εταιρίας και ο υπολογισμός του Z-score να μην υφίσταται.

4. Το μοντέλο βασίζεται σε παλαιά δεδομένα που εισάγουν διακρίσεις

Το μοντέλο του Altman που δημοσιεύθηκε το 1968 υπάρχει πάνω από 50 χρόνια. Εκείνη την εποχή το σύνολο των δεδομένων που χρησιμοποίησε ο Altman ήταν 66 κατασκευαστικές εταιρίες, των οποίων η καθαρή αξία ήταν πάνω από 1 εκατομμύριο δολάρια. Από μόνο του το σετ δεδομένων εισάγει μια διάκριση, καθώς οι επιχειρήσεις με σύνολο ενεργητικού κάτω από 1 εκατομμύριο δολάρια εξαιρέθηκαν από το δείγμα. Επίσης η καθαρή ηλικία του μοντέλου δημιουργεί χώρο για δυσφημίσεις, καθώς το οικονομικό περιβάλλον το 1968 ήταν πολύ διαφορετικό από το σημερινό, οπότε και η ερμηνεία ενός σκορ μπορεί να διαφέρει αν λάβουμε υπόψη όλα αυτά τα γεγονότα που έχουν μεσολαβήσει στην σύγχρονη ιστορία και οικονομία έως σήμερα.

Κεφάλαιο 4: Παραλλαγές του μοντέλου του Altman

4.1 Η εποχή πριν τον Altman

Σε αυτό το σημείο θα γίνει μια αναφορά με τους σημαντικότερους «σταθμούς» στην εξελικτική πορεία των μοντέλων πρόβλεψης της πτώχευσης. Όπως θα δούμε και παρακάτω πιο αναλυτικά, η πρώτη ολοκληρωμένη μελέτη για την ανάπτυξη ενός τέτοιου μοντέλου δημοσιεύθηκε από τον Beaver(1966). Όμως τα θεμέλια χτίστηκαν την περίοδο 1930-1965. Εκείνο το χρονικό διάστημα δημοσιεύτηκαν ορισμένες μελέτες οι οποίες είχαν σαν αντικείμενο είτε να βρουν ομοιότητες μεταξύ πτωχευμένων επιχειρήσεων, είτε διαφορές αυτών από άλλες επιτυχημένες. Βέβαια, βασική επιδίωξή τους δεν ήταν να προβλέψουν την μελλοντική εξέλιξη μίας εταιρείας, αλλά να εξηγήσουν τους λόγους που μπορεί να φθάσει στην οικονομική κατάρρευση μέσα από την ανάλυση χρηματοοικονομικών αριθμοδεικτών.

Η πρώτη μελέτη για την ανάπτυξη μοντέλου που αποσκοπούσε στην πρόβλεψη της πτώχευσης πραγματοποιήθηκε το 1930 από το Bureau of Business Research (BBR), το οποίο δημοσίευσε μια ανάλυση χρηματοοικονομικών αριθμοδεικτών 29 βιομηχανικών επιχειρήσεων που αντιμετώπιζαν οικονομικές δυσκολίες. Σκοπός της μελέτης αυτής ήταν η εύρεση κοινών στοιχείων ή τάσεων μεταξύ τους, που να εξηγούν τους λόγους που τις οδήγησαν στα πρόθυρα της πτώχευσης.

Πιο συγκεκριμένα, συγκρίνοντας 24 δείκτες για κάθε μια εταιρία, την τιμή του κάθε ενός με το μέσο όρο του συνόλου του αντίστοιχου δείκτη, προσπάθησαν να εντοπίσουν ορισμένα κοινά χαρακτηριστικά ή τάσεις που να εξηγούν την αρνητική οικονομική πορεία τους. Τελικά, η έρευνα κατέληξε πως:

→ Αξιόπιστοι δείκτες για τον προσδιορισμό της «αυξανόμενης αδυναμίας» μιας επιχείρησης είναι οι:

1. Δείκτης Κεφαλαίου Κίνησης = $\frac{\text{Κεφάλαιο Κίνησης}}{\text{Σύνολο Ενεργητικού}}$
2. $\frac{(\text{Πλεόνασμα} + \text{Αποθεματικά})}{\text{Σύνολο Ενεργητικού}}$
3. Καθαρή Θέση / Πάγιο Ενεργητικό
4. Πάγιο Ενεργητικό / Σύνολο Ενεργητικού
5. Δείκτης Κυκλοφορίας Ρευστότητας = $\frac{\text{Κυκλοφορούν Ενεργητικό}}{\text{Βραχυπρόθεσμες Υποχρεώσεις}}$
6. Καθαρή Θέση / Σύνολο Ενεργητικού
7. Πωλήσεις / Σύνολο Ενεργητικού
8. Διαθέσιμα / Σύνολο Ενεργητικού

→ Ο Δείκτης Κεφαλαίου Κίνησης είναι πιο ακριβής από τον Δείκτη Κυκλοφοριακής Ρευστότητας, παρόλο που και οι δύο είναι εξίσου σημαντικοί.

Αργότερα, ο FitzPatrick(1932) δημοσίευσε μια μελέτη στην οποία συμπεριέλαβε 38 επιχειρήσεις, μισές εκ των οποίων είχαν πτωχέψει και μισές παρέμεναν υγιείς. Οι επιχειρήσεις αυτές ήταν προσεχτικά επιλεγμένες και διαχωρισμένες σε ζεύγη, έτσι ώστε κάθε ζεύγος να περιλαμβάνει μία από κάθε κατηγορία και παράλληλα να βρίσκονται στον ίδιο κλάδο(peer). Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας 13 χρηματοοικονομικούς δείκτες και οικονομικές καταστάσεις τριών διαδοχικών ετών παρατήρησε πως στην πλειοψηφία των περιπτώσεων τα αποτελέσματα των επιτυχημένων εταιρειών υπερείχαν έναντι των πτωχευμένων. Επίσης, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι για εταιρείες με αρκετές μακροπρόθεσμες υποχρεώσεις οι δείκτες $\frac{\text{Καθαρή θέση}}{\text{Σύνολο Υποχρεώσεων}}$ και $\frac{\text{Καθαρά Κέρδη}}{\text{Καθαρή θέση}}$ είναι αρκετά σημαντικοί, σε αντίθεση με τους δείκτες της Γενικής Ρευστότητας και Άμεσης Ρευστότητας.

Οι Smith και Winakor(1935) βασιζόμενοι στην μεθοδολογία του Bureau of Business Research του 1930, ανέλυσαν χρηματοοικονομικούς αριθμοδείκτες από 183 πτωχευμένες εταιρείες διαφορετικών κλάδων. Τελικά διαπίστωσαν πως ο Δείκτης Κεφαλαίου Κίνησης= $\frac{\text{Κεφάλαιο Κίνησης}}{\text{Σύνολο Ενεργητικού}}$ ήταν πολύ καλύτερος στην αναγνώριση οικονομικών προβλημάτων από τους δείκτες $\frac{\text{Διαθέσιμα Στοιχεία}}{\text{Σύνολο Ενεργητικού}}$ και Γενικής Ρευστότητας και πως το $\frac{\text{Κυκλοφορούν Ενεργητικό}}{\text{Σύνολο Ενεργητικού}}$ παρουσίαζε πτωχική τάση όταν η επιχείρηση πλησίαζε στην πτώχευση.

Ακολούθως, με μια έρευνα που συνέβαλε στην ανάπτυξη των μοντέλων πρόβλεψης της πτώχευσης παρότι είχε διαφορετικό αντικείμενο έρευνας, ο Chudson(1945) προσπάθησε να εντοπίσει κάποιο πρότυπο-μοτίβο στην ανάλυση των οικονομικών καταστάσεων που να ισχύει για όλες τις εταιρείες, ασχέτως του κλάδου από τον οποίο προέρχονται. Για την υλοποίησή της μελέτησε οικονομικά στοιχεία της περιόδου 1931-1937 από εταιρείες οι οποίες κάλυπταν ολόκληρο το φάσμα της οικονομίας. Πιο συγκεκριμένα, αυτές προέρχονταν από διάφορους κλάδους, είχαν διαφορετικά μεγέθη και παρουσίαζαν μεγάλες αποκλίσεις στον τζίρο τους. Τελικά, κατέληξε πως δεν υπάρχει τέτοιου είδους πρότυπο-μοτίβο που να ισχύει για το σύνολο των επιχειρήσεων σε μία οικονομία, αλλά για μικρότερα τμήματά της, όπως υποομάδες που να αποτελούνται από επιχειρήσεις είτε του κλάδου είτε παρόμοιου μεγέθους ή τζίρου κ.α.

Τέλος, ο Jackendoff(1962) έκανε σύγκριση των χρηματοοικονομικών αριθμοδεικτών κερδοφόρων επιχειρήσεων με τους αντίστοιχους από επιχειρήσεις που αντιμετώπιζαν οικονομικές δυσκολίες. Μεταξύ των συμπερασμάτων του, τόνισε πως οι κερδοφόρες εταιρείες είχαν μεγαλύτερες τιμές στους δείκτες της Γενικής Ρευστότητας και του $\frac{\text{Καθαρού Κεφαλαίου Κίνησης}}{\text{Σύνολο Ενεργητικού}}$ και χαμηλότερες στους δείκτες Χρέους.

Το πρώτο μοντέλο που ασχολήθηκε ουσιαστικά με την πρόβλεψη της πτώχευσης και έδωσε την απαιτούμενη ώθηση για την ανάπτυξη αυτού του αντικειμένου προήλθε έπειτα από έρευνα του Beaver(1966). Σκοπός του ήταν να ερευνηθεί την προβλεπτική ικανότητα των χρηματοοικονομικών αριθμοδεικτών, σε αντίθεση με τις υπόλοιπες μελέτες μέχρι εκείνη την περίοδο, και να αποδείξει πως τα δεδομένα των χρηματοοικονομικών καταστάσεων των επιχειρήσεων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη σημαντικών γεγονότων στη μελλοντική πορεία μιας επιχείρησης, όπως στην προκυμμένη περίπτωση είναι η πτώχευση. Η προσέγγιση του στην ανάλυση του ήταν μονομεταβλητή, δηλαδή εξέταζε την προβλεπτική ικανότητα ενός δείκτη κάθε φορά χωρίς να εξετάζει τυχόν συσχετίσεις μεταξύ τους.

Βασιζόμενος στις μελέτες που αναφέρθηκαν προηγουμένως, ο Beaver επέλεξε τριάντα αριθμοδείκτες και εβδομήντα εννιά ζεύγη επιχειρήσεων, από τριάντα οκτώ διαφορετικούς κλάδους. Το κάθε ζευγάρι αποτελούνταν από μία επιχείρηση που είχε πτωχέψει και μια υγιή, από τον ίδιο κλάδο και με παρόμοια πάγια περιουσία.

Για τη συγκέντρωση των χρηματοοικονομικών καταστάσεων των επιχειρήσεων τέθηκε σαν σημείο αναφοράς το τελευταίο έτος πριν την πτώχευση των αποτυχημένων, χωρίς αυτό να υπερβαίνει τους έξι μήνες από τη διακοπή της λειτουργίας τους, για χρονικό διάστημα πέντε διαδοχικών ετών. Τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν επιλέχθηκαν από τα αρχεία της Moody's και αφορούσαν την περίοδο 1954-1964.

Επιπρόσθετα, για την επιλογή των τριάντα αριθμοδεικτών βασίστηκε στα εξής τρία κριτήρια:

1. Στη συχνότητα με οποία εμφανίζονταν στην παρελθούσα βιβλιογραφία.
2. Στη ποιότητα και τη συνέπεια των αποτελεσμάτων τους σε προηγούμενες μελέτες.
3. Ο κάθε δείκτης θα πρέπει να σχετίζεται με το κύκλωμα των ταμειακών ροών.

Στη συνέχεια τους διαχώρισε σε έξι ομάδες με βάση τα κοινά τους στοιχεία και επέλεξε έναν από κάθε μία, με βάση τη χαμηλότερη συχνότητα εμφάνισης σφαλμάτων. Αυτοί ήταν οι $\frac{\text{Ταμειακές Ροές}}{\text{Σύνολο Υποχρεώσεων}}$, τα $\frac{\text{Καθαρά Κέρδη}}{\text{Συνολικό Ενεργητικό}}$, τα $\frac{\text{Καθαρά Κέρδη}}{\text{Καθαρή θέση}}$, ο Δείκτης συνολικής δανειακής επιβάρυνσης, το Καθαρό κεφάλαιο κίνησης και ο Δείκτης γενικής ρευστότητας.

Τα συμπεράσματα που κατέληξε, τελικά, είναι τα εξής:

- Όσο μεγαλύτερο είναι το κυκλοφορούν ενεργητικό μιας επιχείρησης, τόσο μειώνεται η πιθανότητα αποτυχίας.
- Όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα κυκλοφορίας των λογαριασμών του κυκλοφορούντος ενεργητικού, τόσο μικρότερη είναι η πιθανότητα αποτυχίας.
- Όσο αυξάνεται το ύψος των υποχρεώσεων, τόσο αυξάνεται η πιθανότητα αποτυχίας.
- Όσο μεγαλύτερα είναι τα λειτουργικά έξοδα, τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα αποτυχίας.

- Το πρώτο έτος πριν την πτώχευση, η πιθανότητα λάθους της πρόβλεψης της πτώχευσης ήταν μόλις 13%, ενώ το πέμπτο έτος το αντίστοιχο ποσοστό ήταν 22%.
- Ορισμένοι αριθμοδείκτες μπορούν να προσφέρουν σημαντική πληροφόρηση ακόμα και πέντε έτη πριν την πτώχευση. Ένα από αυτούς είναι ο δείκτης $\frac{\text{Ταμειακές Ροές}}{\text{Σύνολο Υποχρεώσεων}}$.
- Οι κατανομές των δεικτών των εταιρειών που αντιμετώπιζαν οικονομικά προβλήματα σε σχέση με των υγιών παρουσίαζαν επιδείνωση όσο πλησίαζαν την πτώχευση, ενώ οι δεύτερες παρουσίαζαν σχετική σταθερότητα στις τιμές τους.
- Τα αποτελέσματα της έρευνας παρουσιάζουν χαρακτηριστική συνέπεια σε σχέση με αυτά των προηγούμενων ερευνών.

4.2 Ειδικές κατηγορίες Z-score

Το κυρίαρχο αρνητικό στοιχείο, το οποίο είχε όμως το μοντέλο του, είναι το γεγονός ότι δεν μπορούσε να εφαρμοστεί σε όλες τις επιχειρήσεις. Οι επιχειρήσεις, οι οποίες μπορούν να εφαρμόσουν το συγκεκριμένο μοντέλο, θα έπρεπε να είναι εισηγμένες (λόγω του δείκτη $\frac{\text{Τρέχουσα αξία μετοχών}}{\text{Λογιστική αξία συνολικών υποχρεώσεων}}$) και να μην ανήκουν στον πρωτογενή τομέα (λόγω του δείκτη $\frac{\text{Πωλήσεις}}{\text{Σύνολο ενεργητικού}}$). Ο Altman, σε δημοσίευσή του το 2000, προσπάθησε να εξαλείψει το συγκεκριμένο πρόβλημα, αναθεωρώντας το υπόδειγμα και καταλήγοντας σε δύο υποδείγματα τα οποία μπορούν να εφαρμοστούν στις παραπάνω περιπτώσεις.

4.2.1 Μοντέλο για μη εισηγμένες βιομηχανικές επιχειρήσεις

Προκειμένου το μοντέλο να είναι εφαρμόσιμο και σε εταιρίες του ιδιωτικού τομέα των οποίων οι μετοχές δεν διαπραγματεύονται σε κάποιο χρηματιστήριο ο Altman επανεκτίμησε όλους τους συντελεστές στάθμισης του υποδείγματος αντικαθιστώντας παράλληλα την αγοραία αξία των ιδίων κεφαλαίων στην μεταβλητή X_4 με την λογιστική αξία (book value). Και αυτό διότι όταν η μετοχή κάποιας εταιρίας δεν διαπραγματεύεται σε κάποια οργανωμένη αγορά (χρηματιστήριο), τότε η επιχείρηση αυτή δεν έχει αγοραία αξία (κεφαλαιοποίηση). Έτσι, στο μοντέλο του Z-score το οποίο παρουσιάστηκε προηγουμένως, υπάρχει δυσκολία στην εφαρμογή του σε μη εισηγμένες εταιρίες εφόσον δεν έχουν κεφαλαιοποίηση.

Το αποτέλεσμα του αναμορφωμένου μοντέλου μετά την αντικατάστασή του παράγοντα X_4 είναι το ακόλουθο:

$$Z' \text{-score} = 0,717 \times X_1 + 0,84 \times X_2 + 3,107 \times X_3 + 0,420 \times X_4 + 0,998 \times X_5$$

Η ακρίβεια ταξινόμησης έφτασε το 90.9% για τις πτωχευμένες (αύξηση στο σφάλμα τύπου 1) και στο 97% για τις υγιείς (ίδιο σφάλμα τύπου 2).

Επίσης, ελαφρώς διαφορετικά είναι και τα όρια που τίθενται με βάση το αναμορφωμένο αυτό μοντέλο. Έτσι σύμφωνα με το νέο Z' -score, έχουμε:

- $Z' \text{-score} > 2.90$: Η επιχείρηση είναι ασφαλής, βασιζόμενοι μόνο σε οικονομικά στοιχεία.
- $1.23 < Z' \text{-score} < 2.90$: Αυτή η ζώνη αποτελεί μια «γκρίζα» περιοχή, όπου κάποιος πρέπει να επιδειξεί προσοχή και εγρήγορση. Πρέπει να ληφθούν μέτρα από τη διοίκηση προκειμένου να μην αντιμετωπίσει πολύ σοβαρά προβλήματα η επιχείρηση τα προσεχή δύο χρόνια.
- $Z' \text{-score} < 1.23$: Οι πιθανότητες οικονομικής καταστροφής είναι πολύ υψηλές. Επομένως οι βασικές του αλλαγές είναι τρεις:
 - Για τον υπολογισμό του δείκτη X_4 αντικαταστάθηκε η αγοραία αξία των ιδίων κεφαλαίων με την λογιστική αξία.
 - Οι τιμές των συντελεστών του X_1 , X_2 , X_4 μειώθηκαν αρκετά, αυξάνοντας αντισταθμιστικά την σημαντικότητα των X_3 και X_5 που παρέμειναν σχετικά σταθεροί.
 - Έγινε επανακαθορισμός των ζωνών διάκρισης.

4.2.2. Μοντέλο για μη βιομηχανικές επιχειρήσεις

Ένα δεύτερο πρόβλημα που αντιμετώπισε ο Altman σε σχέση με το αρχικό του μοντέλο, σχετιζόταν με τον παράγοντα X_5 (πωλήσεις/σύνολο ενεργητικού) και αυτό διότι ο συγκεκριμένος δείκτης ποικίλει σημαντικά ανάλογα με τον κλάδο στον οποίο δραστηριοποιείται η κάθε επιχείρηση (industry effect). Τη στιγμή όμως που το μοντέλο δε διαφοροποιείται ανάλογα με το κλάδο στον οποίον δραστηριοποιείται η κάθε εταιρία, είναι δυνατόν το αντίστοιχο Z -score να επηρεασθεί με τέτοιο τρόπο ώστε να παρουσιάσει μια υγιή εταιρία ως χρηματοοικονομικά ασθενή ή το αντίθετο.

Προκειμένου λοιπόν να εξαλείψει και αυτό το πρόβλημα του μοντέλου του, σε συνεργασία με τον Hotchkiss το 2006, προχώρησε σε μια αναμόρφωση του πρότυπου μοντέλου, χωρίς τον όρο X_5 . Με αυτόν τον τρόπο, ελαχιστοποιείται η πιθανότητα επηρεασμού του τελικού δείκτη από τον κλάδο στον οποίο δραστηριοποιείται η κάθε επιχείρηση, κάτι το οποίο είναι πολύ πιθανό να συμβεί όταν ένα μέγεθος τόσο ευαίσθητο στον κλάδο δραστηριότητας περιλαμβάνεται στην εξίσωση.

Η εξίσωση που προκύπτει και χρησιμοποιείται σε αυτό το εκ νέου αναμορφωμένο μοντέλο είναι:

$$Z'' \text{-score} = 6,56 \times X_1 + 3,26 \times X_2 + 6,72 \times X_3 + 1,04 \times X_4$$

Και σε αυτήν την μορφή του μοντέλου δεν χρησιμοποιείται η κεφαλαιοποίηση των εταιρειών, αλλά τα ίδια κεφάλαιά τους. Επίσης, όλοι οι συντελεστές των μεταβλητών της εξίσωσης έχουν αλλάξει και συγκεκριμένα έχουν προσαυξηθεί σε σχέση με τους αρχικούς, εκτός από τον X_5 που πλέον δεν υπάρχει καθόλου.

Χρήσιμο είναι να σημειωθεί ότι το συγκεκριμένο μοντέλο είναι επίσης χρήσιμο και για εταιρείες του ίδιου κλάδου των οποίων όμως ο τρόπος χρηματοδότησης του ενεργητικού τους διαφέρει σημαντικά και δεν έχουν γίνει οι αντίστοιχες αναπροσαρμογές.

Πλέον, με βάση τη νέα αναμόρφωση του μοντέλου, τα όρια χρηματοοικονομικής υγείας ή χρηματοοικονομικής δυσχέρειας, διαμορφώνονται ως εξής:

- $Z''\text{-score} > 2.60$: Η επιχείρηση είναι χρηματοοικονομικά υγιής, βασιζόμενοι μόνο σε στοιχεία που προκύπτουν από τις λογιστικές καταστάσεις.
- $1.10 < Z''\text{-score} < 2.59$: Η επιχείρηση βρίσκεται στο μεταίχμιο όπου κάποιος πρέπει να επιδείξει προσοχή και εγρήγορση. Πρέπει να ληφθούν μέτρα από την διοίκηση προκειμένου η εταιρία να μην αντιμετωπίσει πολύ σοβαρά προβλήματα τα προσεχή δύο έτη.
- $Z''\text{-score} < 1.10$: Οι πιθανότητες να βρεθεί η εταιρία άμεσα σε συνθήκες οικονομικής δυσχέρειας είναι πολύ υψηλές.

4.3 Υπόδειγμα ZETA

Οι Altman, Haldeman, Narayanan(1977) παρουσίασαν μια αναθεωρημένη μορφή του υποδείγματος πολυμεταβλητής ανάλυσης Z-score με την ονομασία Zeta. Οι λόγοι που τους οδήγησαν στον αναθεωρημένο μοντέλο ήταν κυρίως οι εξής:

1. Η αλλαγή του χρηματοοικονομικού προφίλ των πτωχευμένων εταιρειών, καθώς το μέσο μέγεθος του ενεργητικού τους είχε αυξηθεί σημαντικά.
2. Η χρησιμοποίηση όσο το δυνατόν πιο πρόσφατων δεδομένων (χρηματοοικονομικές καταστάσεις της τελευταίας επταετίας).
3. Η εφαρμογή του μοντέλου και εκτός της βιομηχανίας (λιανεμπόριο).
4. Οι αναπροσαρμογές των δεδομένων, ώστε να ικανοποιούν τις αλλαγές στα πρότυπα χρηματοοικονομικής πληροφόρησης (IFRS, GAAP) με απώτερο στόχο την επέκταση του χρονικού ορίζοντα εφαρμογής του μοντέλου (κεφαλαιοποίηση των εκμισθώσεων, αποθεματικά, δικαιώματα μειοψηφίας, δαπάνες έρευνας και ανάπτυξης, αναβαλλόμενες χρεώσεις).
5. Ενσωμάτωση των παρατηρήσεων άλλων μελετητών για τη βελτίωση των αδύνατων σημείων της στατιστικής τεχνικής (MDA).

4.3.1 Δείγμα

Η επιλογή του δείγματος έγινε με παρόμοιες διαδικασίες με εκείνες που ακολουθήθηκαν κατά την ανάπτυξη του Z-score. Το συνολικό δείγμα του νέου

μοντέλου αποτελούταν από 111 εταιρείες . Από αυτές οι 53 είναι εταιρείες οι οποίες πτώχευσαν την περίοδο 1962-1975 (το 94% αυτών πτώχευσαν στην περίοδο 1969-1975) και είχαν μέσο μέγεθος ενεργητικού 100 εκατομμύρια δολάρια. Οι επιχειρήσεις είναι μεταποιητικές και εμπορικές με ίσες αναλογίες στο δείγμα. Έπειτα, έγινε η επιλογή των 58 (53+5 λόγω ανεπαρκών δεδομένων) εταιρειών που θα αποτελούσαν το αντίστοιχο δείγμα των μη πτωχευμένων με βάση τον κλάδο που δραστηριοποιούνται και το μέγεθος του ενεργητικού. Οι εταιρείες που επιλέχθηκαν αντιπροσώπευαν ανάλογα τη βιομηχανία και το λιανεμπόριο.

4.3.2 Λογιστικές μετατροπές

Από την ανάπτυξη του Z-score υποδείγματος (1968) μέχρι την ανάπτυξη του υποδείγματος δεύτερης γενιάς ZETA-score υπήρξαν πολλές μεταβολές στον κόσμο των επιχειρήσεων, λόγος που επέβαλε ορισμένες μετατροπές στα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάπτυξη του νέου αυτού υποδείγματος. Ειδικότερα:

- Κεφαλαιοποίηση των χρηματοδοτικών μισθώσεων. Οι χρηματοδοτικές μισθώσεις που έχει μια επιχείρηση κεφαλαιοποιούνται, δηλαδή προστίθενται στα πάγια περιουσιακά στοιχεία και στις υποχρεώσεις. Σε αυτές τις μετατροπές υπολογίζονται και οι μελλοντικές υποχρεώσεις από συμφωνίες χρηματοδοτικής μίσθωσης οι οποίες προεξοφλούνται.
- Υπεραξία και άυλα περιουσιακά στοιχεία. Αυτά τα ποσά αφαιρούνται από τα πάγια περιουσιακά στοιχεία αλλά και από το μετοχικό κεφάλαιο καθώς ο υπολογισμός της αγοραίας αξίας είναι πολύ δύσκολος έως και αδύνατος.
- Δικαιώματα μειοψηφίας και λοιπές υποχρεώσεις. Αυτά τα ποσά αφαιρούνται και ισοσταθμίζονται με πάγια στοιχεία του ενεργητικού έτσι ώστε η απόδοση του ενεργητικού να ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα.
- Αποθεματικά. Εάν τα αποθεματικά σχετίζονται με την αναπροσαρμογή αξίας περιουσιακού στοιχείου, τότε αυτά συνυπολογίζονται στην αξία του παγίου. Εάν τα αποθεματικά είναι αποθεματικά «ασφαλείας» (π.χ. τακτικό αποθεματικό) το ποσό αυτό θεωρείται μετοχικό κεφάλαιο.
- Θυγατρικές επιχειρήσεις. Όσο αυτό είναι δυνατόν, οι λογαριασμοί τους ενοποιούνται με αυτούς της μητρικής.

Ο σκοπός αυτών των προσαρμογών είναι να φέρουν τα δημοσιευμένα στοιχεία όσο πιο κοντά στην πραγματικότητα και στις ανάγκες της μελέτης.

4.3.3 Μεταβλητές

Οι 27 μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν, κατηγοριοποιήθηκαν σε 7 ομάδες (Αποδοτικότητα, Μόχλευση, Ρευστοποίησης, Κεφαλαιοποίησης, Μεταβλητότητας Κερδών και μια ομάδα με ποικίλους δείκτες).

Οι Altman, Haldeman, Narayanan χρησιμοποίησαν λογαριθμικούς μετασχηματισμούς των μεταβλητών προκειμένου να βελτιώσουν την κανονικότητα τους. Προκειμένου να αντιμετωπίσουν την αυστηρή απαίτηση της γραμμικής διαχωριστικής ανάλυσης για ίσους πίνακες διασποράς (dispersion matrices), χρησιμοποίησαν τη δευτεροβάθμια ανάλυση διαχωρισμού (Quadratic), η οποία μπορεί να εφαρμοστεί ακόμη και όταν παραβιάζεται η συγκεκριμένη υπόθεση.

Οι 7 μεταβλητές με την μεγαλύτερη σημαντικότητα ήταν :

- X_1 : Κέρδη προ φόρων και τόκων/Σύνολο ενεργητικού (EBIT/Total assets)
Σύμφωνα με προηγούμενες μελέτες ο δείκτης αυτός ήταν εξαιρετικά χρήσιμος στην αξιολόγηση της αποδοτικότητας του συνόλου των περιουσιακών στοιχείων (return of assets) μιας εταιρείας (Altman, 1968) & (Beaver, 1967) και αποτελεί έναν ιδιαίτερα χρήσιμο δείκτη πρόβλεψης πτώχευσης, για την αξιολόγηση της χρηματο-οικονομικής επίδοσης των επιχειρήσεων. Στο συγκεκριμένο υπόδειγμα, αν και παρουσιάζει τη μικρότερη σημαντικότητα από τις μεταβλητές, οι οποίες το απαρτίζουν, εξακολουθεί και αποτελεί σημαντικό παράγοντα διαχωρισμού.
- X_2 : Σταθερότητα των κερδών (stability of earnings)
Η σταθερότητα των κερδών μετράται από το τυπικό σφάλμα της εκτίμησης της τάσης της μεταβλητής X_1 για μια περίοδο από πέντε έως δέκα έτη, καθώς ο επιχειρηματικός κίνδυνος μπορεί να εκφραστεί και με όρους μεταβολής των κερδών. Ο συγκεκριμένος δείκτης κατατάσσεται δεύτερος σε σημαντικότητα μετά τον X_4 , ο οποίος θα αναλυθεί στην συνέχεια. Αυτό το μέτρο χρησιμοποιείται συχνά για τη μέτρηση του επιχειρηματικού κινδύνου (Business Risk).
- X_3 : Κέρδη προ τόκων και φόρων/Χρηματοοικονομικά έξοδα (EBIT/Total assets)
Ο δείκτης αυτός, ουσιαστικά, αποτελεί τον δείκτη κάλυψης τόκων και έχει υποστεί λογαριθμικό μετασχηματισμό προκειμένου να βελτιωθεί η κανονικότητά και η ομοιογένειά του.
- X_4 : Παρακρατηθέντα κέρδη/Σύνολο ενεργητικού (Retaining earnings/Total assets)
Ως παρακρατηθέντα κέρδη ορίζονται το σύνολο των αδιανέμητων κερδών σε όλη τη διάρκεια της ζωής της επιχείρησης. Η παραπάνω μεταβλητή αποτέλεσε αναμφισβήτητα τον πιο σημαντικό δείκτη τόσο σε μονο-μεταβλητό, όσο και σε πολυ-μεταβλητό επίπεδο, καθώς συνεισέφερε κατά 25% στη συνολική ικανότητα διαφοροποίησης. Η αναλογία αυτή, η οποία καταλογίζει παράγοντες όπως η ηλικία της επιχείρησης, το χρέος και την μερισματική πολιτική, βρέθηκε να είναι αρκετά χρήσιμη για το μοντέλο Z-score που συζητήθηκε νωρίτερα και αναφέρεται συχνά και ως σωρευτική κερδοφορία (cumulative profitability).

- X₅: Κυκλοφορούν ενεργητικό/Βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις (Current assets / Current Liabilities)
 Σε αντίθεση με προηγούμενες μελέτες, ο δείκτης γενικής ρευστότητας θεωρήθηκε ελαφρώς μεγαλύτερης σημαντικότητας από τους υπόλοιπους δείκτες ρευστότητας, όπως ο δείκτης $\frac{\text{Κεφάλαιο κίνησης}}{\text{Σύνολο ενεργητικού}}$. Με τον όρο στατιστικά σημαντικό εννοούμε εκείνο το μοντέλο το οποίο δεν βελτιώνεται σημαντικά με την εισαγωγή περισσότερων μεταβλητών και δεν υπάρχει μοντέλο με λιγότερες μεταβλητές από αυτό που να λειτουργεί τόσο καλά.
- X₆: Τρέχουσα αξία ιδίων κεφαλαίων/Συνολικά κεφάλαια (Market value equity / Total Capital)
 Χρειάζεται να υπογραμμιστεί, ότι τόσο ο αριθμητής όσο και ο παρονομαστής μετρούνται από τον μέσο όρο της τελευταίας πενταετίας σε αγοραίες και όχι σε λογιστικές αξίες. Γίνεται χρήση του μέσου όρου έτσι ώστε να εξομαλυνθούν οι παρενέργειες από πιθανές έντονες διακυμάνσεις των αγορών που οφείλονται σε άλλους λόγους πέρα από αυτούς που εξετάζουμε. Στην προηγούμενη δημοσίευσή του ο Altman δεν είχε λάβει υπόψιν το συγκεκριμένο ενδεχόμενο.
- X₇: Μεταβολή Ενεργητικού(μέγεθος) (Total Assets(size))
 Η μεταβλητή αυτή, όπως και οι προηγούμενες, υπέστη λογαριθμικό μετασχηματισμό λόγω διεθνών προτύπων χρηματοοικονομικής πληροφόρησης (FRS) και των γενικά παραδεκτών λογιστικών αρχών(GAAP), ώστε να ομαλοποιηθεί η κανονικότητά της λόγω ακραίων παρατηρήσεων.

4.3.4 Στατιστική μεθοδολογία

Χρησιμοποιήθηκε τεστ για τον προσδιορισμό της κατάλληλης μεθόδου ανάμεσα στη γραμμική(linear) και της τετραγωνικής(quadratic). Σύμφωνα με αυτό το τεστ όταν οι πίνακες συνδιακυμάνσεων των γκρουπ είναι στατιστικά όμοιοι τότε η γραμμική δομή είναι κατάλληλη για την ανάλυση των χαρακτηριστικών κατάταξης ενός συγκεκριμένου δείγματος. Αντίθετα, όταν οι πίνακες συνδιακυμάνσεων είναι ανόμοιοι, η τετραγωνική δομή είναι η κατάλληλη. Το τεστ έδειξε ότι οι ομάδες διασποράς (group dispersion matrices) δεν είναι πανομοιότυπες (not identical). Επομένως κατάλληλη είναι η quadratic form. Παρολαυτά για το αρχικό δείγμα, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η γραμμική και η τετραγωνική είχαν την ίδια ακρίβεια. Τα αποτελέσματα όμως των δευτερογενών δειγμάτων (holdout samples) έδειξαν σαφή ανωτερότητα της γραμμικής δομής. Υπήρξε λοιπόν ένα δίλημμα ως προς ποια δομή τελικά έπρεπε να ακολουθήσουν, μέχρι που αποφασίστηκε η χρήση της γραμμικής καθώς όλα τα σχετικά τεστ που διεξήχθησαν αργότερα βασίζονταν στο γραμμικό μοντέλο και καθώς έτσι θα μπορούσε να αποφευχθεί η πιθανή υψηλή ευαισθησία που θα εμφάνιζαν οι τετραγωνικές παράμετροι στις ατομικές παρατηρήσεις του δείγματος.

4.3.5 Σύγκριση Z-score και ZETA

Αρκετοί ήταν οι μελετητές που θεώρησαν ότι στο υπόδειγμα ZETA έγινε ορθότερη δουλειά απ' ό τι στο αρχικό μοντέλο Z-score. Συγκεκριμένα έπειτα από σύγκριση των δύο μοντέλων μεταξύ τους προκύπτει μια βασική διαφορά και μία βασική ομοιότητα.

Αρχικά, όσον αφορά την βασική διαφορά, το νέο μοντέλο μπορεί να προβλέψει εξίσου καλά ένα έτος προ της πτώχευσης με ακρίβεια 96% έναντι 94% του Z-score. Όμως το μοντέλο έχει πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια για τα έτη 2-5 προ της πτώχευσης. Συγκεκριμένα, η ακρίβειά του για την συγκεκριμένη περίοδο κυμαίνεται στο 70% έναντι μόλις 36% για το Z-score. Πρέπει να αναφερθεί όμως ότι κανένα από τα μοντέλα αυτά δεν μπορεί να δώσει πλήρως ικανοποιητικά αποτελέσματα για την κατάταξη των επιχειρήσεων (πτωχευμένες ή μη).

Όσον αφορά τις ομοιότητές τους, αξίζει να σημειωθεί ότι δύο από τις επτά μεταβλητές του νέου μοντέλου είναι κοινές με το υπόδειγμα Z-score ενώ η Τρέχουσα αξία ιδίων κεφαλαίων/Συνολικά κεφάλαια μοιάζει με την τρέχουσα αξία Ιδίων Κεφαλαίων/ Λογιστική αξία συνολικών υποχρεώσεων του πρώτου υποδείγματος.

Τέλος, παρότι αρκετοί υποστηρίζουν ότι το μοντέλο ZETA είναι καλύτερη εκδοχή του μοντέλου Z-score, θα πρέπει να τονιστεί ότι και τα δύο μοντέλα είναι εξίσου σημαντικά. Αρκεί να αναλογιστεί κανείς ότι το μοντέλο Z-score απαιτεί λιγότερα στοιχεία και ανθρώπινη εργασία σε σχέση με το μοντέλο ZETA. Τα μοντέλα αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαφορετικά από διαφορετικούς ανθρώπους για διαφορετικούς σκοπούς. Για παράδειγμα, οι μέτοχοι θα προτιμήσουν το μοντέλο ZETA καθώς θα τους ενημερώσει νωρίτερα για πιθανή αποτυχία, ενώ για μια απλή πρόβλεψη θα προτιμηθεί το μοντέλο Z-Score.

Έτη πριν	ZETA-Score 1977		Z-Score 1968		Z-Score 1968 ZETA δείγμα	
	Πτωχευμένες	Μη Πτωχευμένες	Πτωχευμένες	Μη Πτωχευμένες	Πτωχευμένες	Μη Πτωχευμένες
1 έτος	96,2	89,7	93,9	97	86,8	82,4
2 έτη	84,9	93,1	71,9	93,9	83	89,3
3 έτη	74,5	91,4	48,3	-	70,6	91,4
4 έτη	68,1	89,5	28,6	-	61,7	86
5 έτη	69,8	82,1	36	-	55,8	86,2

Πίνακας 22 Σύγκριση Z-Score 1968 και ZETA-Score 1977

Πηγή: Altman (1993)

Στον Πίνακα 22 δίνονται στις τέσσερις πρώτες στήλες συγκρίνονται τα ποσοστά επιτυχίας(σωστής ταξινόμησης) των δύο υποδειγμάτων. Το ZETA-Score παρουσιάζει καλύτερα αποτελέσματα για την ταξινόμηση των χρεοκοπημένων επιχειρήσεων σε ορίζοντα πέντε ετών πριν από τη χρεοκοπία, ενώ το Z-Score ελαφρώς καλύτερα αποτελέσματα για τη ταξινόμηση των μη χρεοκοπημένων επιχειρήσεων ένα και δύο χρόνια πριν την χρεοκοπία. Τέλος για το υπόδειγμα Z-Score(1968) έγινε προσπάθεια να εφαρμοστεί στο δείγμα του νέου υποδείγματος ZETA-Score (1977) χρησιμοποιώντας έως κριτική τιμή το 2,675 δηλαδή επιχειρήσεις με Z-Score μικρότερο του 2,675 κατατάσσονται στις χρεοκοπημένες. Αυτή η δοκιμή έγινε για τον έλεγχο της ικανότητας του αρχικού υποδείγματος Z-Score(1968) η οποία αποδεικνύεται ότι είναι υψηλή.

4.4 Αναθεωρημένο υπόδειγμα Altman(2004)- HILLEGEIST

Οι Hillegeist, Keating, Cram και Lundstedt (2004) παρουσίασαν μια αναθεωρημένη μορφή του υποδείγματος πολυμεταβλητής ανάλυσης Z-Score. Συνέκριναν τα σκορ που προέκυπταν από το μοντέλο του Altman(1968) και το μοντέλο του Ohlson(1980), με ένα μέτρο πρόβλεψης της χρεοκοπίας που ανέπτυξαν βασιζόμενοι στο μοντέλο τιμολόγησης του Merton.

Το νέο μοντέλο εκτιμήθηκε σε ένα δείγμα 77.344 υγιών και 756 πτώχευμένων επιχειρήσεων την περίοδο 1980-2000, Σύμφωνα με το αναθεωρημένο υπόδειγμα το Z-Score υπολογίζεται ως εξής:

$$Z\text{-score} = -0,08 \times X_1 + 0,04 \times X_2 - 0,1 \times X_3 - 0,22 \times X_4 + 0,06 \times X_5$$

όπου X_i είναι οι μεταβλητές όπως ακριβώς έχουν παρουσιαστεί και ερμηνευτεί στην παράγραφο 2.2.3.

Η πρώτη ειδοποιός διαφορά του αναθεωρημένου μοντέλου σε σχέση με το αρχικό είναι πως έχει εκτιμηθεί μέσω λογιστικής παλινδρόμησης (logistic regression) και επιτρέπει τον έλεγχο στατιστικής σημαντικότητας των ανεξάρτητων μεταβλητών, με συνέπεια όσο αυξάνεται το αποτέλεσμα του Z-score τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα να θεωρηθεί μια επιχείρηση προβληματική. Επειδή λοιπόν το ζητούμενο Z για την οικονομική υγεία μιας επιχείρησης είναι το δυνατόν μικρότερο είναι λογικό πως όσο αυξάνεται η τιμή των μεταβλητών X_1 , X_3 , X_4 , τόσο μειώνεται η πιθανότητα εταιρικής αποτυχίας και αντίστοιχα όσο αυξάνεται η τιμή των μεταβλητών X_2 , X_5 τόσο αυξάνεται η πιθανότητα πτώχευσης. Στο αποτέλεσμα του αναθεωρημένου μοντέλου συναντάμε εντάξεις στη gray-zone αφού τίθεται θέμα αρνητικού ή θετικού πρόσημου για την κατηγοριοποίηση σε ασφαλή ζώνη και ζώνη χρεοκοπίας.

Το αναθεωρημένο υπόδειγμα επιτρέπει τον μετασχηματισμό του Z-score σε πιθανότητα πτώχευσης μέσω της σχέσης $\frac{e^{Z\text{-score}}}{1 + e^{Z\text{-score}}}$.

4.5 Μεταγενέστερες παραλλαγές του μοντέλου

Ανάμεσα στις πιο πρόσφατες έρευνες που εξέτασαν την ακρίβεια και την προβλεπτική ικανότητα του μοντέλου γίνεται αναφορά στις πιο σημαντικές:

Ο Moyer (1977) ερεύνησε τη στατιστική σημαντικότητα των αριθμοδεικτών και υποστήριξε ότι ο τελευταίος αριθμοδείκτης (πωλήσεις / σύνολο ενεργητικού) δεν προσθέτει καμία αξία στην επεξηγηματική ικανότητα του μοντέλου και ότι πιθανόν να την επηρεάζει και αρνητικά. Επίσης, στα πλαίσια μιας μετέπειτα έρευνας ανέλυσε τους πέντε δείκτες που χρησιμοποιεί ο Altman για τις επιχειρήσεις που εκδίδουν τίτλους και για αυτές που δεν εκδίδουν βάσει της υπόθεσης του Donaldson (1962). Η υπόθεση αυτή υποστηρίζει την έκδοση μη μετατρέψιμων προνομιούχων μετοχών κυρίως από εκείνες τις βιομηχανικές επιχειρήσεις που αντιμετωπίζουν σοβαρά οικονομικά προβλήματα. Και σε αυτήν την περίπτωση, ο τελευταίος αριθμοδείκτης απορρίπτει ισχυρά αυτήν την υπόθεση. (Moyer, Marr, & Cha, 1987).

Ο Scott (1981) επεσήμανε την ύπαρξη πιθανής διαστρέβλωσης των αποτελεσμάτων λόγω της έντονης επιρροής του παράγοντα της υποκειμενικότητας κατά τη διαδικασία επιλογής των δεδομένων. Παρατήρησε επίσης, την απουσία μιας συγκεκριμένης θεωρίας που να αποδίδει πλήρως την έννοια της πτώχευσης. Για αυτό το λόγο, υποστηρίζει ότι ο ερευνητής τείνει να λαμβάνει υπόψιν ένα μεγάλο πλήθος μεταβλητών και στη συνέχεια, μειώνει το αρχικό σύνολο, ώστε να δημιουργηθεί το πιο ακριβές υποσύνολο. Το υποσύνολο αυτό όμως αποδεικνύεται μη αποτελεσματικό, όταν εφαρμόζεται για δεδομένα που αναφέρονται σε διαφορετικές επιχειρήσεις ή περιόδους από αυτές που χρησιμοποιήθηκαν κατά την ανάπτυξη του υποδείγματος. (Grice & Ingram, 2001).

Ο Zmijewski (1984) στα πλαίσια της έρευνάς του εξέτασε εννοιολογικά και εμπειρικά 2 πιθανές διαστρεβλώσεις αποτελεσμάτων που είναι πιθανόν να προκύψουν κατά τη διαδικασία εκτίμησης των δεδομένων από μη τυχαία δείγματα. Συμπεριλαμβάνει και το υποδείγματα του Altman μέσα στα εξεταζόμενα 17 υποδείγματα. Η πρώτη διαστρέβλωση σχετίζεται με τις διαστρεβλώσεις που έχουν να κάνουν με την επιλογή των δεδομένων και αφορά στην εξαιρετικά μικρή συχνότητα εμφάνισης επιχειρήσεων, που επιδεικνύουν χαρακτηριστικά οικονομικής δυσπραγίας, στο δείγμα. Η δεύτερη πιθανή αλλοίωση προκύπτει από τη συχνή έλλειψη δεδομένων σχετικών με τις επιχειρήσεις που αντιμετωπίζουν σοβαρές οικονομικές αδυναμίες. (Zmijewski, 1984).

Το υπόδειγμα του Altman έχει εφαρμοστεί πολλές φορές για την αξιολόγηση των οικονομικών παραγόντων που επιδρούν στις επιχειρήσεις ανά κλάδο ή ανά χρονική περίοδο. Κάποιες από αυτές τις έρευνες είναι των Chen & Church (1996), όπως και των Subramanyan & Wild (1996), οι οποίοι διερεύνησαν τη σχέση που διαπιστώνεται μεταξύ των επιχειρήσεων και την αντίδραση των αγορών στην υπαγωγή τους σε καθεστώς πτώχευσης.

Η έρευνα των Grice & Ingram (2001) εξέτασε τη δυνατότητα γενίκευσης του υποδείγματος, κάνοντας χρήση ενός ανάλογου δείγματος πτωχευμένων και υγιών

επιχειρήσεων για διάφορες χρονικές περιόδους (1988-1991), κλάδους και οικονομικές συνθήκες. Διαπίστωσαν ότι η σχέση που συνδέει τους χρηματοοικονομικούς δείκτες και την οικονομική δυσπραγία μεταβάλλεται χρονικά και ότι η ερμηνεία των αποτελεσμάτων θα πρέπει να γίνει με προσοχή.

Τέλος, είναι αναγκαίο να γίνει αναφορά σε μια εξίσου σημαντική έρευνα η οποία πραγματοποιήθηκε από τον Begley το 1996. Ο Begley εξέτασε την προβλεπτική ικανότητα του υποδείγματος του Altman, ανακατασκευάζοντας το με δεδομένα που προέρχονταν από τη δεκαετία του 1980. Οι αναθεωρημένες παράμετροι σταθμίστηκαν με τη σταθερά $\frac{2,675}{0,545}$ για να διατηρηθεί το σημείο 2,675 ως το κρίσιμο σημείο που ελαχιστοποιεί το συνολικό αριθμό των λανθασμένων ταξινομήσεων.

Η νέα συνάρτηση που προτάθηκε λοιπόν ήταν η εξής:

$$Z = 0,104X_1 + 1,010X_2 + 0,106X_3 + 0,003X_4 + 0,169X_5$$

Όσον αφορά στην ικανότητα πρόβλεψης, διαπιστώθηκε ότι η ακρίβεια ταξινόμησης μειώθηκε μεν στο 78,2 %, διατηρήθηκε όμως σε υψηλά επίπεδα. Το σφάλμα τύπου 1 ήταν 18,5 % ενώ το σφάλμα τύπου 2 ήταν 25,1 % (Begley, Ming, & Watts, 1996).

Κεφάλαιο 5: Εφαρμογή του μοντέλου με προσομοιωμένα δεδομένα

5.1 Η διαδικασία της προσομοίωσης

5.1.1 Εισαγωγή

Στην ιστορία του ανθρώπου, ο επικρατέστερος τρόπος επίλυσης πολλών προβλημάτων ήταν μέσω της μελέτης των αναπαραστάσεων τους. Αυτή η δυνατότητα εξελίχθηκε παράλληλα με την εξέλιξη των επιστημών για να φτάσουμε σήμερα στην έννοια της προσομοίωσης. Όπως όμως είναι φυσικό, δεν μπορούμε σε καμία περίπτωση να επιτύχουμε την απόλυτη ταυτοποίηση ενός προβλήματος ή μιας κατάστασης. Παρ' όλα αυτά οι τεχνικές προσομοίωσης που αναπτύχθηκαν χρησιμοποιούνται από αναλυτές και η χρήση τους σε πολλά πρακτικά ζητήματα είναι απαραίτητη. Ειδικότερα, σε πολλά επίπεδα της οικονομικής ανάλυσης είναι απαραίτητη η προσομοίωση με σκοπό την αποτίμηση της ορθότητας των αποτελεσμάτων που προκύπτουν ύστερα από την επιλογή μιας συγκεκριμένης στρατηγικής.

Γενικά, η προσομοίωση αποτελεί αναπαράσταση ενός συστήματος μέσω ενός μοντέλου, με σκοπό την ευχερέστερη μελέτη της συμπεριφοράς του και τη λήψη αποφάσεων για τη βελτίωση της λειτουργίας τους.

5.1.2 Παραγωγή τυχαίων αριθμών

Στην οικονομική ανάλυση και κυρίως στην διαχείριση κινδύνων ασχολούμαστε κυρίως με την ανάλυση στοχαστικών φαινομένων τα οποία μοντελοποιούνται χρησιμοποιώντας κάποιες τυχαίες μεταβλητές. Τις τιμές των μεταβλητών αυτών, δεν είμαστε σε θέση να τις γνωρίζουμε προτού παρατηρήσουμε την πραγματική εξέλιξη των φαινομένων. Συνεπώς προκειμένου να τα μελετήσουμε θα πρέπει να κατασκευάζουμε εικονικά μοντέλα, τα οποία θα πρέπει να βασίζονται από τυχαίους αριθμούς.

Έτσι το πρώτο βήμα για την μελέτη ενός φαινομένου μέσω προσομοίωσης αποτελεί η παραγωγή τυχαίων αριθμών από έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή. Με αυτόν τον τρόπο ουσιαστικά αναπαράγουμε την τυχαιότητα που επηρεάζει το στοχαστικό φαινόμενο.

Με τον όρο τυχαίοι αριθμοί εννοούμε το αποτέλεσμα της πραγματοποίησης μιας ακολουθίας X_1, X_2, \dots, X_n ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών, η κάθε μια εκ των οποίων κατανέμεται ομοιόμορφα στο $(0,1)$.

Δηλαδή:

$$F_x(x) = P(X_i \leq x) = x, \quad x \in (0,1)$$

Έχει επικρατήσει λοιπόν, να λέμε τυχαίους αριθμούς μια ακολουθία τυχαίων μεταβλητών U_1, U_2, \dots με τις εξής ιδιότητες:

- Κάθε $U_i \sim U(0,1)$.
- Οι τυχαίες μεταβλητές U_1, U_2, \dots είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Πολύ σημαντική ιδιότητα είναι η δεύτερη που εξασφαλίζει ότι είναι αδύνατο να προβλέψουμε την τιμή U_i γνωρίζοντας τις προηγούμενες τιμές που έχουν παραχθεί.

Οι τυχαίοι αριθμοί που παράγουμε με τη χρήση υπολογιστικών συστημάτων παράγονται μέσα από συγκεκριμένες επαναληπτικές διαδικασίες. Περισσότερο μας ενδιαφέρει να χρησιμοποιούμε τέτοιους αριθμούς για την προσομοίωση διαφόρων μοντέλων και όχι για να εξετάσουμε κατά πόσο αυτοί οι αριθμοί εμφανίζουν τυχαιότητα μέσω των ελέγχων τυχαιότητας.

Έστω τώρα ότι η συνεχής τυχαία μεταβλητή $U \sim U(0,1)$ και η αθροιστική κατανομή F_x της $N(\mu, \sigma^2)$, τότε η τυχαία μεταβλητή $X = F_x^{-1}(U)$, ακολουθεί κανονική κατανομή. Επομένως, στη συνέχεια της εργασίας μπορούν να αναπαραχθούν τυχαίοι αριθμοί για την δημιουργία δείγματος μέσω της κανονικής κατανομής.

5.2 Εφαρμογή του μοντέλου

5.2.1 Επιλογή δείγματος και μεταβλητών

Για την κατασκευή των δεδομένων χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της προσομοίωσης, έτσι ώστε να παραχθεί σύμφωνα με την κανονική κατανομή, που χρησιμοποιήθηκε, ένα τυχαίο δείγμα N εταιριών. Στο δείγμα αυτό θα επιχειρήσουμε να αποτιμήσουμε την αποτελεσματικότητα του μοντέλου, με κάποιες τροποποιήσεις κάθε φορά τόσο στα ποιοτικά όσο και στα ποσοτικά χαρακτηριστικά του.

Οι μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν για την εφαρμογή του μοντέλου είναι οι ίδιες με το πρωτότυπο μοντέλο που εφάρμοσε ο Altman για να μπορέσει να διαχωρίσει αν μια εταιρία είναι υγιής ή τείνει να χρεοκοπήσει.

Επομένως, όπως έχει προαναφερθεί οι μεταβλητές είναι οι εξής:

- $X_1 = \frac{\text{κεφάλαιο κίνησης (working capital)}}{\text{σύνολο ενεργητικού (total assets)}}$
- $X_2 = \frac{\text{αδιανέμητα κέρδη (retained earnings)}}{\text{σύνολο ενεργητικού (total assets)}}$
- $X_3 = \frac{\text{κέρδη προ φόρων και τόκων (earnings before taxes and interest)}}{\text{σύνολο ενεργητικού (total assets)}}$
- $X_4 = \frac{\text{σύνολο ιδίων κεφαλαίων (market value of equity)}}{\text{λογιστική αξία συνολικού παθητικού (book value of total debts)}}$
- $X_5 = \frac{\text{καθαρές πωλήσεις (net sales)}}{\text{σύνολο ενεργητικού (total assets)}}$

Στην πολυμεταβλητή ανάλυση που ακολουθήθηκε για την επιλογή των εξαρτημένων μεταβλητών γίνεται χρήση των αριθμητικών περιγραφικών μέτρων, που αντλήθηκαν από την εφαρμογή του μοντέλου του Altman και δίνονται στους Πίνακες 24 και 25 για την κάθε ομάδα αντίστοιχα. Το διάνυμα των μέσων(Πίνακας 23), όπως παρουσιάζεται στο κείμενο του Altman και οι πίνακες διασποράς(Πίνακας 22), οι οποίοι αντλήθηκαν από μια έρευνα που σαν βάση είχε το μοντέλο του Altman χρειάστηκαν για την παραγωγή των πολυμεταβλητών εξαρτημένων μεταβλητών πριν ξεκινήσει η διαδικασία της διαχωριστικής ανάλυσης. Σαν πρώτη δοκιμή επιλέχθηκε ένα δείγμα 100 εταιριών που αναπαράχθηκε μέσω της κανονικής κατανομής, 50 εκ των οποίων ορίζονται ως υγιείς και 50 ως προβληματικές. Το μέσο ύψος του ενεργητικού μεταξύ των δύο ομάδων είναι αρκετά κοντά με το σύνολο του ενεργητικού για τις υγιείς επιχειρήσεις να βρίσκεται στα 10 εκατομμύρια και να μην πέφτει κάτω από τα 2 εκατομμύρια.

Covariance Matrices						
		WC/TA	RE/TA	EBIT/TA	ME/TL	S/TA
0	WC/TA		.026	.006	-.003	.036
	RE/TA	.026		.016	.000	.049
	EBIT/TA	.006	.016		.000	.017
	ME/TL	.003	.000	.000		.005
	S/TA	.036	.049	.017	.005	
1	WC/TA		.036	.006	-.002	.010
	RE/TA	.036		.023	.000	.034
	EBIT/TA	.006	.023		.000	.012
	ME/TL	-.002	.000	.000		.000
	S/TA	.018	.034	.012	.000	

Πίνακας 22 Πίνακες διασποράς

VARIABLE MEANS AND TEST OF SIGNIFICANCE			
Variable	Bankrupt Group Mean	Non-Bankrupt Group Mean	F Ratio
	n = 33	n = 33	
X ₁	- 6.1%	41.4%	32.60*
X ₂	-62.6%	35.5%	58.86*
X ₃	-31.8%	15.3%	26.56*
X ₄	40.1%	247.7%	33.26*
X ₅	150.0%	190.0%	2.84

* Significant at the .001 level.

Πίνακας 23 Μέσες τιμές μεταβλητών του πρωτότυπου μοντέλου

	X1	X2	X3	X4	X5
N	50	50	50	50	50
MIN	-0.6452	-0.80571	-0.53023	0.565722	0.251146
MAX	1.565679	1.631391	0.966643	4.13609	2.954582
MEAN	0.414115	0.355439	0.15323	2.476847	1.900555
STD	0.460339	0.549917	0.334186	1.311184	0.904475

Πίνακας 24 Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των μεταβλητών της υγιούς ομάδας (N=50)

	X1	X2	X3	X4	X5
N	50	50	50	50	50
MIN	-0.78846	-1.968	-1.32092	-0.42135	-0.10599
MAX	0.729977	0.841152	0.883396	1.543435	3.117358
MEAN	-0.06145	-0.62641	-0.31843	0.401432	1.50014
STD	0.316162	0.632481	0.489432	0.435266	0.830177

Πίνακας 25 Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των μεταβλητών της προβληματικής ομάδας(N=50)

5.2.2 Κατασκευή μοντέλου και αποτίμηση διαχωριστικής ικανότητας

Για την κατασκευή της διαχωριστικής εξίσωσης που θα δίνει ένα Z-score, ανάλογα με το οποίο οι εταιρίες θα κατατάσσονται σε υγιείς ή χρεοκοπημένες, έτρεξε σε πρόγραμμα SAS 9.2, λογιστική παλινδρόμηση που έδωσε τα εξής αποτελέσματα:

Response Profile		
Ordered Value	y	Total Frequency
1	0	50
2	1	50

Number of Observations Read	100
Number of Observations Used	100

Πίνακας 26 Πίνακες με γενικές πληροφορίες(N=100)

Testing Global Null Hypothesis: BETA=0			
Test	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq
Likelihood Ratio	28.1931	5	<.0001
Score	11.7855	5	<.0001
Wald	15.9174	5	0.0031

Πίνακας 27 Έλεγχος της μηδενικής υπόθεσης(N=100)

Στον Πίνακα 27 γίνονται 3 τεστ, για να ελεγχθεί αν το μοντέλο μας εφαρμόζεται καλά στα δεδομένα. Εφόσον το p-value όλων των τεστ είναι μικρότερο από 0.05, τότε το μοντέλο μπορεί να εφαρμοστεί στα δεδομένα που έχουν παραχθεί.

Analysis of Maximum Likelihood Estimates					
Parameter	DF	Estimate	Standard Error	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	1	0.0552	0.1101	1.7767	0.0965
x1	1	0.8142	0.7182	9.9812	<.0001
x2	1	0.9622	0.6762	7.8872	<.0001
x3	1	3.2541	1.8781	7.1585	<.0001
x4	1	0.5244	0.3371	3.6658	0.0005
x5	1	0.9009	0.7472	9.9812	<.0001

Πίνακας 28 Συντελεστές γραμμικής διαχωριστικής εξίσωσης(N=100)

Από τον Πίνακα 28 μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι και οι 5 μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν στην λογιστική παλινδρόμηση είναι στατιστικά σημαντικές σε επίπεδο σημαντικότητας 0,1% και προκρίνονται και οι 5 στην τελική εξίσωση, καθώς η κάθε μια προσφέρει στην διαχωριστική ικανότητα του μοντέλου. Η μεταβλητή X₄ προσφέρει λιγότερο από τις υπόλοιπες μεταβλητές, μεμονωμένα όμως δεν έχουμε πετύχει την μεγαλύτερη δυνατή στατιστική σημαντικότητα.

Επομένως η εξίσωση που διαμορφώνεται από την εφαρμογή της διαχωριστικής ανάλυσης μέσω λογιστικής παλινδρόμησης στα προσομοιωμένα δεδομένα είναι :

$$Z\text{-score} = 0,814 \times X_1 + 0,962 \times X_2 + 3,254 \times X_3 + 0,524 \times X_4 + 0,901 \times X_5$$

Association of Predicted Probabilities and Observed Responses			
Percent Concordant	99.2	Somers' D	0.931
Percent Discordant	0.7	Gamma	0.930
Percent Tied	0.1	Tau-a	0.497
Pairs	10000	c	0.902

Πίνακας 29 Συσχέτιση εξαρτημένων και ανεξάρτητων μεταβλητών(N=100)

Στον Πίνακα 29 υπάρχει πληροφορία για την ικανότητα του μοντέλου να διαχωρίζει σωστά στις 2 ομάδες. Ενδεικτικά η τιμή του δείκτη Somers's D, ο οποίος είναι ένα μη-παραμετρικό μέτρο της διαχωριστικής ικανότητας του μοντέλου, θεωρείται αποδεκτή. Τα όριά του είναι από 0 έως 1 και οι τιμές πάνω από 0,5 κρίνονται ικανοποιητικές.

Classification Table							
Prob	Correct		Incorrect		Percentages		
Level	Event	Non-Event	Event	Non-Event	Correct	Sensitivity	Specificity
0.5	45	46	4	5	91	90	92

Πίνακας 30 Ταξινόμηση στις ομάδες(N=100)

Από τον Πίνακα 30 παρατηρούμε ότι το ποσοστό σωστής ταξινόμησης του μοντέλου ανέρχεται στο 91%. Το αποτέλεσμα του μοντέλου είναι αρκετά κοντά με την πρώτη εφαρμογή του Altman το 1968 στις 66 επιχειρήσεις στέφθηκε από 94% ποσοστό επιτυχίας για πρόβλεψη έναν χρόνο πριν την πτώχευση. Το σφάλμα τύπου I είναι 10% και το σφάλμα τύπου II είναι 8%. Αντίστοιχα τα σφάλματα που προέκυψαν στον Altman το 1968 ήταν εξίσου κοντά, δηλαδή 6% το σφάλμα τύπου I και 3% το σφάλμα τύπο II.

Παρατηρώντας τις επιχειρήσεις που έχουν ταξινομηθεί λάθος από το μοντέλο καταλήγουμε ότι όλες οι επιχειρήσεις που έχουν $Z\text{-score} > 3,11$ ανήκουν στις υγιείς επιχειρήσεις, ενώ όσες έχουν $Z\text{-score} < 1,25$ έχουν μεγάλες πιθανότητες να χρεοκοπήσουν. Επομένως για τις εταιρίες που το σκορ τους βρίσκεται μεταξύ 1,25 και 3,11 δεν μπορούμε να πούμε με βεβαιότητα τι θα κάνουν, δηλαδή βρίσκονται στην γκριζα ζώνη, δεδομένου ότι γίνεται λανθασμένη ταξινόμηση σε αυτό το εύρος τιμών.

5.2.3 Δοκιμές προσαρμογής του μοντέλου

Στην προσπάθεια αποτίμησης της αξιοπιστίας του μοντέλου σε ένα δείγμα αυξημένο στις 200 επιχειρήσεις σε κάθε ομάδα και αναπαράγοντας τις ίδιες μεταβλητές, κρατώντας τους μέσους και τις διακυμάνσεις των μεταβλητών σταθερά το μοντέλο δίνει τα εξής αποτελέσματα:

Number of Observations Read	200
Number of Observations Used	200

Response Profile		
Ordered Value	y	Total Frequency
1	0	100
2	1	100

Πίνακας 31 Πίνακες με γενικές πληροφορίες(N=200)

Έπειτα από την λογιστική παλινδρόμηση που έτρεξε, στο παρακάτω πίνακα φαίνονται οι συντελεστές των μεταβλητών, με τον συνδυασμό των οποίων προκύπτει η βέλτιστη διαχωριστική ικανότητα για το συγκεκριμένο μοντέλο. Πάλι γίνεται φανερό πως και οι 5 μεταβλητές αναδεικνύονται στατιστικά σημαντικές και προκρίνονται στο τελικό υπόδειγμα.

Analysis of Maximum Likelihood Estimates					
Parameter	DF	Estimate	Standard Error	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	1	0.0677	0.2144	0.0458	0.1284
x1	1	0.7951	0.4789	4.9273	<.0001
x2	1	1.1527	0.8793	5.3741	<.0001
x3	1	2.8708	1.5568	6.9481	<.0001
x4	1	0.4477	0.3985	1.2264	0.0014
x5	1	0.7022	0.6409	6.2831	<.0001

Πίνακας 32 Συντελεστές γραμμικής διαχωριστικής εξίσωσης(N=200)

Η γραμμική εξίσωση που προκύπτει είναι η εξής:

$$Z\text{-score} = 0,795 \times X_1 + 1,153 \times X_2 + 2,871 \times X_3 + 0,448 \times X_4 + 0,702 \times X_5$$

Association of Predicted Probabilities and Observed Responses			
Percent Concordant	99.5	Somers' D	0.95
Percent Discordant	0.5	Gamma	0.95
Percent Tied	0	Tau-a	0.798
Pairs	10000	c	0.995

Πίνακας 33 Συσχέτιση εξαρτημένων και ανεξάρτητων μεταβλητών(N=200)

Από τον Πίνακα 33 και την τιμή που λαμβάνει ο δείκτης Somer's D (0.95) δίνεται η αίσθηση ότι το συγκεκριμένο μοντέλο θα έχει καλύτερη προβλεπτική ικανότητα από το μοντέλο που αναπτύχθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο για δείγμα 100 εταιριών (0.931).

Classification Table							
Prob	Correct		Incorrect		Percentages		
Level	Event	Non-Event	Event	Non-Event	Correct	Sensitivity	Specificity
0.5	95	95	5	5	95	93	94

Πίνακας 34 Ταξινόμηση στις ομάδες(N=200)

Από τον Πίνακα 32 επιβεβαιώνεται ότι με την αύξηση του δείγματος προκύπτει μεγαλύτερο ποσοστό ορθής ταξινόμησης (95%), γεγονός που φαίνεται και από το δείκτη Somers'D. Σε αυτήν την περίπτωση το σφάλμα τύπου I ανέρχεται στο 5%, ενώ το σφάλμα τύπου II είναι 5%.

Από τον έλεγχο των λανθασμένων ταξινομήσεων προκύπτει ότι οι εταιρίες που έχουν $Z\text{-score} > 2,94$ συνήθως χρεοκοπούν, ενώ αυτές που έχουν $Z\text{-score} < 0,97$ παραμένουν υγιείς. Αναφορικά με αυτές που παράγουν $Z\text{-score}$ μεταξύ 0,97 και 2,94 δεν μπορεί παρθεί σίγουρη απόφαση για την μελλοντικής της πορεία.

Ακολούθως θα γίνει η δοκιμή να γίνει μια εφαρμογή του μοντέλου για δείγμα μικρότερο από τις προηγούμενες δοκιμές. Σαν δείγμα αυτήν την φορά επιλέγεται το πλήθος των 25 εταιριών σε κάθε ομάδα.

Number of Observations Read	50
Number of Observations Used	50

Response Profile		
Ordered Value	y	Total Frequency
1	0	25
2	1	25

Πίνακας 35 Πίνακες με γενικές πληροφορίες(N=50)

Έπειτα από την λογιστική παλινδρόμηση που έτρεξε, στο παρακάτω πίνακα φαίνονται οι συντελεστές των μεταβλητών, με τον συνδυασμό των οποίων προκύπτει η καλύτερη δυνατή, βάσει των δεδομένων, προβλεπτική ικανότητα για το συγκεκριμένο μοντέλο. Εδώ γίνεται φανερό πως ξανά και οι 5 μεταβλητές αναδεικνύονται στατιστικά σημαντικές και προκρίνονται στο τελικό υπόδειγμα, καθώς όλες προσδίδουν διαχωριστική ικανότητα στο μοντέλο, οπότε και προκρίνονται από την τελική γραμμική εξίσωση.

Η μορφή της γραμμικής εξίσωσης που τελικά προκύπτει από τον Πίνακα 35 είναι η εξής:

$$Z\text{-score} = 1,191 \times X_1 + 0,885 \times X_2 + 3,141 \times X_3 + 0,525 \times X_4 + 0,711 \times X_5$$

Analysis of Maximum Likelihood Estimates					
Parameter	DF	Estimate	Standard Error	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	1	0.6631	0.5412	0.0704	0.2145
x1	1	1.1906	0.9126	6.2375	<.0001
x2	1	0.8855	0.7862	7.8855	<.0001
x3	1	3.1412	3.0001	6.9956	<.0001
x4	1	0.5253	0.5478	0.2541	0.0012
x5	1	0.7109	0.9978	3.0081	<.0001

Πίνακας 36 Συντελεστές γραμμικής διαχωριστικής εξίσωσης(N=50)

Association of Predicted Probabilities and Observed Responses			
Percent Concordant	92.4	Somers'D	0.830
Percent Discordant	7.5	Gamma	0.830
Percent Tied	0.1	Tau-a	0.445
Pairs	2500	c	0.802

Πίνακας 37 Συσχέτιση εξαρτημένων και ανεξάρτητων μεταβλητών(N=50)

Από τον Πίνακα 37 και την ένδειξη του μη παραμετρικού δείκτη Somers'D (0.830), φαίνεται το μοντέλο να μην έχει τόσο ισχυρή διαχωριστική ικανότητα σχέση με τις προηγούμενες δοκιμές, γεγονός που το επιβεβαιώνει και Πίνακας 38, όπου φαίνεται το συγκεκριμένο μοντέλο να προβλέπει σωστά το 86% των εταιριών. Σε αυτήν την περίπτωση το σφάλμα τύπου I ανέρχεται στο 8%, ενώ το σφάλμα τύπου II είναι 6%.

Classification Table							
Prob	Correct		Incorrect		Percentages		
Level	Event	Non-Event	Event	Non-Event	Correct	Sensitivity	Specificity
0.5	21	22	3	4	86	88	87

Πίνακας 38 Ταξινόμηση στις ομάδες(N=50)

Από τις 3 παραπάνω δοκιμές και ανάλογα με το μέγεθος του δείγματος, δίνεται η αίσθηση πως το μοντέλο συμπεριφέρεται καλύτερα σε πιο μεγάλα πλήθη εταιριών. Σε ένα μοντέλο με περισσότερες εταιρίες μεγαλώνει και το ποσοστό ορθής ταξινόμησης. Αυτό βέβαια δεν μπορεί να θεωρηθεί κανόνας, καθώς σε ένα δείγμα εταιριών με πραγματικά δεδομένα κρίσιμο ρόλο παίζει τόσο ο κλάδος στον οποίο ανήκει η

συγκεκριμένη επιχείρηση, όσο και τα οικονομικά στοιχεία που προκύπτουν από τους ισολογισμούς της.

Στην επόμενη δοκιμή που θα εφαρμοστεί θα προσπαθήσουμε να αποτιμήσουμε την αποτελεσματικότητα του μοντέλου σε ένα δείγμα 50 εταιριών ανά ομάδα, απομακρύνοντας όμως τους μέσους των μεταβλητών μεταξύ των ομάδων και κρατώντας τις διασπορές σταθερές, για να ελέγξουμε τι επίδραση θα έχει η συγκεκριμένη προσαρμογή στην προβλεπτική ισχύ του μοντέλου.

	X1	X2	X3	X4	X5
N	100	100	100	100	100
MIN	-1.02152	-0.88752	-0.98545	-1.12397	-1.25484
MAX	1.85412	1.33692	1.36589	7.00652	4.10231
MEAN	0.588541	0.29584	0.44322	3.79654	2.21455
STD	0.460339	0.549917	0.334186	1.01118	0.904475

Πίνακας 39 Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των μεταβλητών της υγιούς ομάδας του νέου δείγματος

	X1	X2	X3	X4	X5
N	100	100	100	100	100
MIN	-0.57909	-0.59122	-0.52543	-4.98783	-2.00987
MAX	0.67182	1.59237	0.491528	6.88045	2.14014
MEAN	-0.06655	-0.85461	-0.58953	0.325892	1.00256
STD	0.316162	0.632481	0.489432	0.435266	0.830177

Πίνακας 40 Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των μεταβλητών της προβληματικής ομάδας του νέου δείγματος

Analysis of Maximum Likelihood Estimates					
Parameter	DF	Estimate	Standard Error	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	1	0.0487	0.1241	0.5523	0.2357
X1	1	0.9066	1.5664	7.8872	<.0001
X2	1	0.9754	1.5682	6.0021	<.0001
X3	1	3.7445	2.2036	7.2105	<.0001
X4	1	0.6951	0.5698	3.7007	<.0001
X5	1	1.3097	0.9984	3.9249	<.0001

Πίνακας 41 Συντελεστές γραμμικής διαχωριστικής εξίσωσης

Η γραμμική εξίσωση που προκύπτει σε αυτήν την περίπτωση είναι :

$$Z\text{-score} = 0,906 \times X_1 + 0,975 \times X_2 + 3,744 \times X_3 + 0,695 \times X_4 + 1,309 \times X_5$$

Σε αυτήν την περίπτωση το μοντέλο θεωρεί πως ο συνδυασμός και των 5 μεταβλητών προκαλεί το υψηλότερο ποσοστό ορθής ταξινόμησης μεταξύ των δύο ομάδων, επομένως προκρίνονται και οι 5 στην τελική γραμμική εξίσωση.

Association of Predicted Probabilities and Observed Responses			
Percent Concordant	97.8	Somers' D	0.971
Percent Discordant	2.1	Gamma	0.971
Percent Tied	0.1	Tau-a	0.766
Pairs	10000	c	0.913

Πίνακας 42 Συσχέτιση εξαρτημένων και ανεξάρτητων μεταβλητών

Από τον Πίνακα 42 και τον δείκτη της μεταβλητής Somers'D φαίνεται ότι η προβλεπτική ικανότητα του μοντέλου αυξάνεται και οι δύο ομάδες διαχωρίζονται ακόμα καλύτερα. Κάτι το οποίο γίνεται αντιληπτό από τον Πίνακα 43, όπου φαίνεται η ταξινόμηση των ομάδων. Το ποσοστό ορθής ταξινόμησης έχει αυξηθεί στο 96% και τα ποσοστά λαθών έχουν μειωθεί σε 3% και 1% για σφάλμα τύπου I και σφάλμα τύπου II αντίστοιχα.

Classification Table							
Prob	Correct		Incorrect		Percentages		
Level	Event	Non-Event	Event	Non-Event	Correct	Sensitivity	Specificity
0.5	47	49	1	3	96	98	97

Πίνακας 43 Ταξινόμηση στις ομάδες

Όπως ήταν αναμενόμενο, με την απομάκρυνση των μέσων των μεταβλητών μεταξύ των δύο ομάδων, το μοντέλο διαχωρίζει πιο εύκολα, επομένως προβλέπει με μεγαλύτερη επιτυχία. Αφού οι πληθυσμοί είναι πιο απομακρυσμένοι είναι πιο εύκολο για το μοντέλο να επιλέξει ορθά που πρέπει να ταξινομηθεί η κάθε εταιρία. Σε αυτήν την περίπτωση οι εταιρίες που έχουν $Z\text{-score} > 2,88$ ανήκουν στην υγιή ομάδα, ενώ αυτές που έχουν $Z\text{-score} < 0,98$ ανήκουν στην ομάδα των μη υγιών εταιριών. Επομένως για τις εταιρίες που το σκορ τους βρίσκεται μεταξύ 0,98 και 2,88 δεν μπορούμε να πάρουμε σίγουρη απόφαση για το μέλλον τους, δηλαδή βρίσκονται στην γκριζα ζώνη.

Βιβλιογραφία

Ελληνική

1. Μ. Κούτρας (2017) : *Σημειώσεις μαθήματος «Πιστωτικός Κίνδυνος» Τμήμα Στατιστικής & Ασφαλιστικής Επιστήμης, Πανεπιστήμιο Πειραιώς.*
2. Φ. Καλφάογλου : *«Υποδείγματα μέτρησης πιστωτικού κινδύνου», Τράπεζα της Ελλάδος-Γενική Επιθεώρηση τραπεζών.*
3. Α. Βρανάς (1990) : *«Υποδείγματα πιθανότητας για την πρόγνωση της οικονομικής αποτυχίας».*
4. Γ. Αρτίκης (2003) : *«Χρηματοοικονομικής Διοίκηση : Ανάλυση & Προγραμματισμός», Interbooks, Αθήνα.*
5. Ν. Φίλιππας & Θ. Καραντζίκος : *« «Z-score»: Το μέτρο που αποκαλύπτει τις δύο όψεις του ελληνικού Χρηματιστηρίου», Καθημερινή, Τεύχος: Επιχειρήσεις 05.12.2004.*
6. Δ. Καρλής (2005) : *«Πολυμεταβλητή Στατιστική Ανάλυση», Εκδόσεις Αθ. Σταμούλη, Αθήνα*

Ξενόγλωσση

1. E. Altman (1968) : *«Financial Ratios Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy», Journal of Finance, 23, No.4, pp. 589-609.*
2. P.J FitzPatrick (1932): *«A Comparison of the Ratios of Successful Industrial Enterprises With Those of Failed Companies», Journal of Accounting Research, 12, pp. 598-605.*
3. W. A. Chudson (1945): *«The Current Ratio and Interrelationships of Working Capital Items», National Bureau of Economic Research, Inc, pp. 67-80.*
4. W. Beaver (1966) : *«Financial Ratios as Predictors of Failure», Journal of Accounting Research, 4, pp. 71-111.*
5. W. Beaver (1968) : *«Alternative Accounting Measures as Predictors of Failure», Accounting Review, 43, No.1, pp. 113-122.*
6. R.O. Edmister (1972) : *«An empirical test of Financial ratio analysis for small business failure prediction», Journal of Financial and Quantitive Analysis, 7, March, pp. 1477-1493.*
7. M. Blume (1974) : *«Failing Company Discriminant Analysis», Journal of Accounting Research, 10, pp. 167-179.*

8. E. Altman, G.R. Haldeman, P. Narayanan (1977) : «*Zeta Analysis : A new model to identify bankruptcy risk of corporations*», *Journal of Banking and Finance*, **1**, pp. 29-54.
9. J.A. Ohlson (1980) : «*Financial Ratios and Probabilistic Prediction of Bankruptcy*», *Journal of Accounting Research*, **18**, No.1, pp.109-131.
10. E. Altman & A. Saunders (1998) : «*Credit risk measurements : Developments over the last 20 years*», *Journal of Finance*, **21**, pp. 299-322.
11. E. Altman, (2000) : «*Predicting Financial Distress of Companies: Revisiting the Z-score and ZETA Models*», *Stern School of Business, New York University*, pp. 4-54.
12. A.S. Hillegeist, K.E. Keating, P.D. Cram, G.K. Lundstedt (2004) : «*Assessing the Probability of Bankruptcy*», *Review of Accounting Studies*, **9**, pp.347-369.
13. E. Altman, E. Hotchkiss (2006) : «*Corporate Financial Distress and Bankruptcy*», *John Wiley & Sons, New York*, **289**, pp.281-297.
14. R.P. Kumar & V. Ravi (2007) : «*Bankruptcy prediction in banks and firms via statistical and intelligent techniques - a review*», *European Journal of Operational Research*, **180**, pp. 1-28.
15. E. Altman, I. Malgorzara & K. Erkki (2015) : «*Distressed Firm and Bankruptcy Prediction in an International Context: A Review and Empirical Analysis of Altman's Z-Score Model*», *Journal of International Financial, Management & Accounting*, **44**, pp. 3-20.
16. Deloitte : «*2010 Global Risk Management Survey*»