

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
Τμήμα Διδακτικής της Τεχνολογίας και Ψηφιακών Συστημάτων

Πιθανότητα Διακοπής Λειτουργίας Σύνδεσης σε
Κυψελωτά Συστήματα Επικοινωνιών

Άννα Ν. Γεώργιζα

Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία

Ιανουάριος 2007

Ευχαριστίες

Επιθυμώ να ευχαριστήσω θερμά όλους εκείνους που συνέβαλαν με οποιονδήποτε τρόπο στην αποπεράτωση της εργασίας αυτής.

Θερμότερες ευχαριστίες εκφράζω :

Στον κ. Ευθύμογλου Γεώργιο για την επίβλεψη και την αμέριστη και αδιάκοπη βοήθεια που μου παρείχε.

Και στην οικογένεια μου, για την πολλαπλή υποστήριξη της και την βοήθεια της.

Άννα Γεώργιζα

Περίληψη

Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας είναι η εύρεση της πιθανότητας διακοπής λειτουργίας μίας σύνδεσης σε ένα ασύρματο δίκτυο με βάση τη θεωρία των κυψελοειδών συστημάτων αλλά και με προσομοίωση. Στο Κεφάλαιο 1 παρουσιάζεται η γεωμετρία των κυψελωτών συστημάτων όπως και οι διάφοροι τύποι κυψελών που χρησιμοποιούνται στη πράξη. Στο Κεφάλαιο 2 αναλύεται περισσότερο η έννοια της κυψέλης αλλά και της επαναχρησιμοποίησης συχνοτήτων στο σχεδιασμό ασύρματων δικτύων. Στο Κεφάλαιο 3 περιγράφεται η φασματική απόδοση των κυψελωτών συστημάτων με βάση κυρίως το μοντέλο Erlang B και δίνονται κάποια επιπλέον μεγέθη σε σχέση με την απόδοση των κυψελωτών συστημάτων. Στο Κεφάλαιο 4 περιγράφουμε τους όρους που σχετίζονται με τις απώλειες διάδοσης, όπως η σκίαση που ακολουθεί συνήθως λογαριθμική κατανομή, και η γρήγορη διάλεια με κατανομές λαμβανομένου σήματος όπως η Rayleigh και Nakagami. Στο Κεφάλαιο 5 δίνεται η συνολική co – channel παρεμβολή και παρουσιάζεται η επίπτωση του τεμαχισμού μίας κυψέλης. Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζεται ο αλγόριθμος για τον υπολογισμό του SIR και του outage σε ένα κυψελοειδές σύστημα χρησιμοποιώντας προσομοίωση Monte Carlo. Στην συνέχεια του κεφαλαίου, περιγράφεται η μεθοδολογία προσομοίωσης και ο κώδικας Matlab. Διάφορες περιπτώσεις των παραμέτρων του συστήματος εξετάζονται για να βρεθεί η επίδρασή τους στην πιθανότητα διακοπής λειτουργίας μίας σύνδεσης. Τέλος, στο Κεφάλαιο 7 περιγράφονται οι Μέθοδοι Wilkinson και Schwartz & Yeh και δίνονται κάποια συμπεράσματα.

Πίνακας Περιεχομένων

Ευχαριστίες	1
Περίληψη.....	2
Πίνακας Περιεχομένων	3
Κατάλογος Σχημάτων	5
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....	6
1.1. Εισαγωγή	6
1.2. Τύποι Κυβελών.....	7
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....	9
2.1. Η Έννοια της Κυβέλης και της Επαναχρησιμοποίησης Συχνοτήτων.....	9
2.2. Σχεδίαση Κυβελωτών Συστημάτων	11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....	19
3.1. Μοντέλο Erlang B.....	19
3.2. Απαιτήσεις - Προδιαγραφές	22
3.3. Εφαρμογή των τύπων του Erlang στα Κυβελωτά Συστήματα.....	25
3.4. Φασματική Απόδοση Κυβελωτών Συστημάτων	26
3.5. Επιπλέον Μεγέθη Απόδοσης Κυβελωτών Συστημάτων.....	28
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....	29
4.1. Απώλειες διάδοσης.....	29
4.2. Σκίαση.....	34
4.3 FADING.....	40
4.3.1. Μετάδοση σε κανάλι με fading	40
4.3.2. Fading Models.....	44
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.....	48
5.1. Μοντέλο καναλιών.....	48
5.2. Τμηματοποιημένα κελιά	50
5.3. Η συνολική co – channel παρεμβολή	50
5.4. Αποτελέσματα του τεμαχισμού κυβελών	51
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6.....	56
6.1. Μεθοδολογία προσομοίωσης	56
6.2. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ.....	57

6.3. Επεξεργασία των αποτελεσμάτων προσομοίωσης.....	73
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7.....	85
Στατιστική Ανάλυση της Co-channel παρεμβολή στα κυψελοειδή συστήματα επικοινωνίας.....	85
7.1. Εισαγωγή.....	85
7.2. Άθροισμα λογαριθμικά κανονικών τυχαίων μεταβλητών.....	89
7.2.1 Μέθοδος Wilkinson.....	91
7.2.2 Μέθοδος Schwartz και Yeh.....	96
7.3. Συμπέρασμα.....	98
Βιβλιογραφικές Αναφορές.....	100

Κατάλογος Σχημάτων

1.1 : Τύποι κυψελών	8
2.1 : Επαναχρησιμοποίηση Συχνότητων	10
2.2 : Σχεδίαση Κυψελωτού Συστήματος	11
2.3 : Σύστημα Αξόνων Γεωμετρίας Κυψελών	13
2.4 : Ομάδες Κυψελών	14
2.5 : Ομάδες Κυψελών με $N = 3$	17
2.6 : Ομάδες Κυψελών με $N = 4$	17
2.7 : Ομάδες Κυψελών με $N = 7$	18
3.1 : Σύστημα $M / M / n / n$ χωρίς θέσεις αναμονής	19
3.2 : Μακροβιανή αλυσίδα για το μοντέλο Erlang B	20
3.3 : Μοντέλο Erlang B	23
4.1 : Φυσική Επεξήγηση Φαινόμενου Σκίασης	34
4.2 : Λογαριθμοκανονική Κατανομή και Απώλειες Διάδοσης	35
4.3 : Ακτίνα Κάλυψης για $\sigma = 3\text{dB}$	36
4.4 : Ακτίνα Κάλυψης για $\sigma = 8\text{dB}$	36
4.5 : Απεικόνιση της Λογαριθμοκανονικής Συμπεριφοράς	37
4.6 : Η συνάρτηση $Q(z)$	39
4.7 : Multipath περιβάλλον διάδοσης	40
4.8 : PDF of random variable με κατανομή Rayleigh	45
4.9 : PDF της συνάρτησης Gamma με $m = 1$ και $\Omega = 2$	47
5.1 : Κυψελοειδή συστήματα με πανκατευθυντικές και τμηματοποιημένες κεραίες στους σταθμούς βάσης	52
6.1 : Αλγόριθμος για τον υπολογισμό του SIR και του outage σε ένα κυψελοειδές σύστημα χρησιμοποιώντας προσομοίωση Monte Carlo	56
6.2 : Μοντέλο για τμηματοποιημένες κεραίες 120 και 60 μοιρών	57
6.3 : Τοποθεσία των co – channel κελιών για $N = 1, N = 3, N = 4,$ και $N = 7$	59
6.4 : Αναπαράσταση της θέσης του κινητού	62
6.5 : Snapshot για τομεοποίηση 120° , υποθέτοντας ότι τα κινητά είναι στον τομέα 1	63
6.6 : Πιθανότητα διακοπής λειτουργίας και για τις δύο συνδέσεις για τις μεθόδους που περιγράφηκαν ($N=4, 60^\circ, \gamma=4$ και $\sigma=8\text{dB}$)	76
6.7 : Πιθανότητα διακοπής λειτουργίας για όλες τις διαμορφώσεις ($\gamma=4$)	77
6.8 : Πιθανότητα διακοπής λειτουργίας για όλες τις διαμορφώσεις ($\gamma=2$)	78
6.9 : Πιθανότητα διακοπής λειτουργίας και για τις δύο συνδέσεις έχοντας προσθέσει και το fading ($m=1$ και $\Omega=1$)	82

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1. Εισαγωγή

Με την εισαγωγή των κυψελωτών συστημάτων, τα δίκτυα προσφέρουν υψηλής ποιότητας υπηρεσίες σε μεγάλο αριθμό χρηστών με περιορισμένο διαθέσιμο εύρος ζώνης συχνοτήτων. Η βασική ιδέα των κυψελωτών συστημάτων είναι ο περιορισμός της εκπεμπόμενης ισχύος από τους Σταθμούς Βάσης, ώστε να περιοριστεί η έκταση της κάλυψης σε μία μικρή γεωγραφική περιοχή, που καλείται **κυψέλη**, και η επαναχρησιμοποίηση των ραδιοδιαύλων του BTS (Σταθμός Βάσης) που χρησιμοποιείται για την ραδιοεπικοινωνία με τους Κινητούς Σταθμούς (MS) από άλλο BTS που βρίσκεται σε κάποια απόσταση. Στα αναλογικά κυψελωτά συστήματα αλλά και σε αρκετά ψηφιακά, κάθε κυψέλη χρησιμοποιεί ένα μόνο τμήμα του διαθέσιμου φάσματος, και κυψέλες που απέχουν αρκετά μεταξύ τους μπορούν να επαναχρησιμοποιούν το ίδιο τμήμα του φάσματος. Στα CDMA κυψελωτά συστήματα, ακόμη και γειτονικές κυψέλες είναι δυνατό να χρησιμοποιούν τους ίδιους ραδιοδιαύλους. Συνήθως κάθε κυψέλη εξυπηρετείται από ένα BTS και κατά την μετάβαση ενός χρήστη από μία κυψέλη σε μία νέα, το σύστημα φροντίζει τη σύνδεση του MS με το νέο BTS. Αν το MS βρίσκεται σε κατάσταση αναμονής, τότε συνήθως ανταλλάσσονται μηνύματα ελέγχου μεταξύ MS και δικτύου, ώστε να είναι πάντα γνωστή η κυψέλη στην οποία κινείται ο MS. Η διαδικασία αυτή καλείται και **περιαγωγή** (roaming) και καλύπτει επίσης την περίπτωση το MS να βρίσκεται σε περιοχή που εξυπηρετείται από διαφορετικό δίκτυο PLMN (σύστημα κινητών επικοινωνιών) από εκείνο στο οποίο είναι συνδρομητής. Αν κατά τη μετάβαση του MS από μία κυψέλη σε άλλη υπάρχει κλήση σε εξέλιξη, τότε το δίκτυο συνήθως φροντίζει για την συνέχιση της κλήσης χωρίς διακοπή, συνδέοντας το MS στον νέο BTS. Αυτή η διαδικασία ονομάζεται **μεταπομπή** (handoff ή handover) και μπορεί να συμβεί ακόμη και μέσα στην ίδια κυψέλη, μεταφέροντας την κλήση σε ραδιοδιάλο που παρουσιάζει καλύτερα ποιοτικά χαρακτηριστικά σε σχέση με τον εξυπηρετούμενο διάλο.

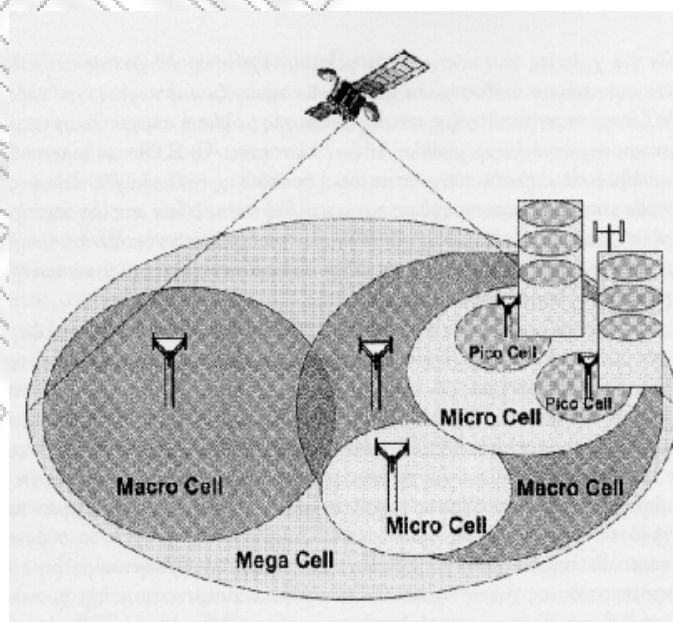
1.2. Τύποι Κυψελών

Στα πρώτα κυψελωτά συστήματα η ακτίνα των κυψελών εκτεινόταν σε αρκετά χιλιόμετρα και εξυπηρετούσαν χρήστες που βρίσκονταν σε οχήματα. Κυψέλες με αρκετά μεγάλη ακτίνα της τάξης μερικών δεκάδων χιλιομέτρων, καλούνται μακροκυψέλες (macro cells). Με την αύξηση του ποσοστού διείσδυσης στην αγορά, ο αριθμός των συνδρομητών που πρέπει να εξυπηρετηθούν σε μία συγκεκριμένη περιοχή, αυξάνει. Με τις παρούσες τεχνολογίες ραδιοεπαφών και με δεδομένο τον περιορισμένο αριθμό των ραδιοδιαύλων, ο αριθμός των συνδρομητών που μπορούν να εξυπηρετηθούν είναι περιορισμένος. Για την υποστήριξη μεγαλύτερης χωρητικότητας, επαναχρησιμοποιούνται οι ραδιοδιαύλοι, μειώνοντας ταυτόχρονα την ισχύ εκπομπής από τους Σταθμούς Βάσης. Προκύπτουν λοιπόν μικρότερες σε έκταση κυψέλες που καλούνται μικροκυψέλες (micro cells) και έχουν ακτίνα από 1 – 2 Km. Τα συστήματα 2^{ης} γενιάς χρησιμοποιούν και μικρότερες κυψέλες με ακτίνα περίπου 100 – 200 μέτρων, που ονομάζονται πικοκυψέλες (Pico cells) οι οποίες χρησιμοποιούνται ιδιαίτερα σε εσωτερικούς χώρους, αλλά και σε περιοχές υψηλής πυκνότητας τηλεπικοινωνιακής κίνησης, που ονομάζονται spots ή hot-spots.

Με την μείωση της ακτίνας των κυψελών επιτυγχάνεται εξυπηρέτηση υψηλής τηλεπικοινωνιακής κίνησης, αλλά απαιτείται μεγαλύτερος αριθμός BTS για την κάλυψη μιας γεωγραφικής περιοχής, αυξάνοντας έτσι το κόστος ανάπτυξης του δικτύου. Επιπλέον, μικρές σε ακτίνα κυψέλες έχουν ως αποτέλεσμα την αύξηση του αριθμού των απαιτούμενων μεταπομπών για χρήστες που κινούνται με μεγάλη ταχύτητα. Λόγω της έκτασης της κάλυψης και των φαινομένων διάδοσης, τα macro cells προορίζονται κυρίως για παροχή υπηρεσιών στενής ζώνης σε αγροτικές ή ημιαστικές περιοχές με μικρή παρεμπόδιση της διάδοσης λόγω κτιρίων και σημαντική παρεμπόδιση λόγω βλάστησης. Οι BTS των Pico cells τοποθετούνται συνήθως στο επίπεδο των δρόμων προς κάλυψη, σε ύψη μέχρι 4m, και αν πρόκειται για εσωτερικούς χώρους, σε διαδρόμους ή και σε ανελκυστήρες.

Για να εκμεταλλευτούμε τα πλεονεκτήματα όλων των τύπων των κυψελών, συνήθως σχεδιάζουμε τα δίκτυα με ιεραρχική δομή κυψελών, δηλαδή με επικάλυψη διαφορετικών τύπων κυψελών. Προκύπτουν έτσι δύο τύποι συστημάτων ιεραρχημένων κυψελών, τα **συστήματα χαμηλής βαθμίδας ιεράρχησης (Low Tier Systems)**, όπου συνδυάζονται πικοκυψέλες και μικροκυψέλες (π.χ. στο DECT), και τα **συστήματα υψηλής βαθμίδας ιεράρχησης (High Tier Systems)**, όπου συνδυάζονται μικροκυψέλες και μακροκυψέλες (π.χ. στο GSM). Τα χαμηλής βαθμίδας συστήματα χρησιμοποιούνται για την κάλυψη μικρών περιοχών με πεζούς χρήστες, ενώ τα υψηλής βαθμίδας υποστηρίζουν και χρήστες κινούμενους με υψηλές ταχύτητες. Γενικά τα χαμηλής βαθμίδας συστήματα παρέχουν καλύτερη ποιότητα φωνής και μικρότερο κόστος, λόγω της απουσίας τεχνικών αντιμετώπισης της χρονικής διασποράς.

Μία τελευταία κατηγορία κυψελών είναι αυτή των δορυφορικών συστημάτων που καλούνται mega cells και καλύπτουν μεγάλες γεωγραφικές περιοχές. Με την εξέλιξη της τεχνολογίας των κεραιών είναι πιθανή η παροχή ακόμη και macro cells από δορυφόρους χαμηλής τροχιάς, ή από πλατφόρμες που παραμένουν στην στρατόσφαιρα. Οι διάφοροι τύποι κυψελών απεικονίζονται παρακάτω:



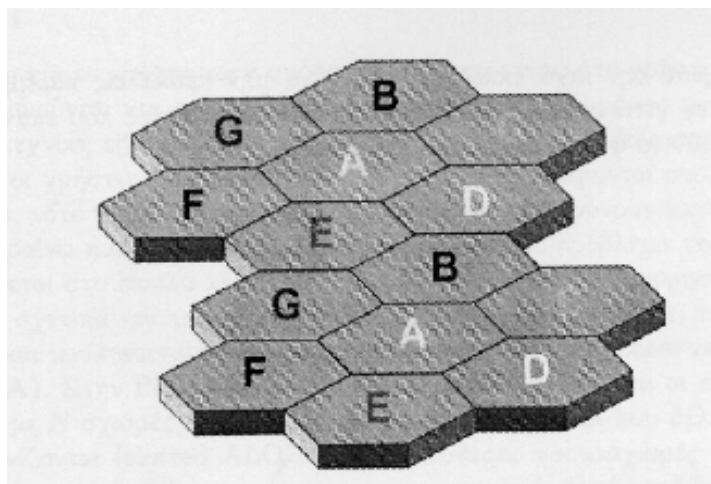
Σχήμα 1.1 : Τύποι κυψελών

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2.1. Η Έννοια της Κυψέλης και της Επαναχρησιμοποίησης Συχνοτήτων

Οι βασικές αρχές των κυψελωτών συστημάτων, που θεμελιώθηκαν με την εργασία του V. H. MacDonald το 1979, πηγάζουν από την ανάγκη για αποδοτική χρήση του φάσματος και τη δυνατότητα εξυπηρέτησης μεγάλου αριθμού χρηστών. Τα κυψελωτά ραδιοσυστήματα στηρίζονται στην έξυπνη απόδοση και την επαναχρησιμοποίηση των ραδιοδιαύλων στην περιοχή κάλυψης και εφαρμογής του συστήματος. Σε κάθε κυψελωτό Σταθμό Βάσης, αποδίδεται μία ομάδα ραδιοδιαύλων που χρησιμοποιείται σε μία μικρή γεωγραφική περιοχή που καλείται **κυψέλη**. Στους Σταθμούς Βάσης γειτονικών κυψελών αποδίδονται ομάδες διαύλων, που περιέχουν διαφορετικούς διαύλους από εκείνους των γειτονικών κυψελών. Οι κεραιές των Σταθμών Βάσης είναι σχεδιασμένες να επιτυγχάνουν την επιθυμητή κάλυψη μέσα σε συγκεκριμένη κυψέλη. Περιορίζοντας την περιοχή κάλυψης στα όρια μιας κυψέλης είναι δυνατή η επαναχρησιμοποίηση ομάδων διαύλων σε άλλες κυψέλες που απέχουν μεταξύ τους απόσταση ικανή ώστε να εξασφαλίζεται το επίπεδο των ομοδιαυλικών παρεμβολών σε ανεκτά όρια. Η διαδικασία σχεδίασης, επιλογής και απόδοσης των ομάδων διαύλων σε όλους τους κυψελωτούς Σταθμούς Βάσης του συστήματος, καλείται **σχεδίαση απόδοσης συχνοτήτων (frequency planning)**, όπου χρήστες σε γεωγραφικά απομακρυσμένες κυψέλες χρησιμοποιούν ταυτόχρονα τον ίδιο δίαυλο, δηλαδή την ίδια συχνότητα φέροντος.

Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει την έννοια της κυψελωτής επαναχρησιμοποίησης συχνοτήτων, όπου κυψέλες με το ίδιο γράμμα χρησιμοποιούν την ίδια ομάδα διαύλων.



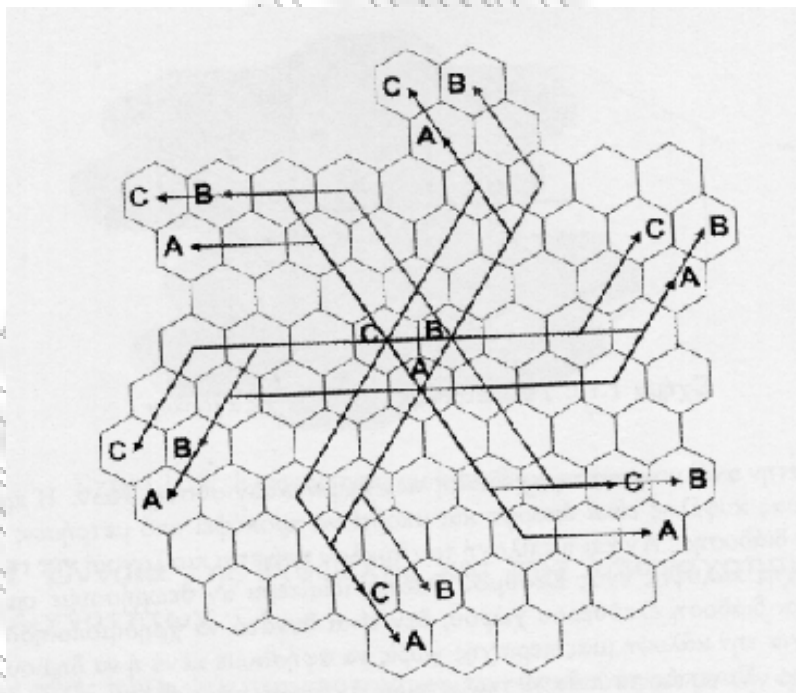
Σχήμα 2.1 Επαναχρησιμοποίηση Συχνοτήτων

Η κυψελωτή δομή των μακροκυψελωτών συστημάτων περιγράφεται συνήθως από ένα ομοιόμορφο πλέγμα εξαγωνικών κυψελών ή ζωνών ραδιοκάλυψης, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.1. Η εξαγωνική κυψέλη είναι θεμελιώδες σχήμα και είναι ένα απλοποιημένο μοντέλο της ραδιοκάλυψης κάθε Σταθμού Βάσης, έχει όμως υιοθετηθεί παγκοσμίως για την ευκολία που παρέχει στην ανάλυση και τη σχεδίαση των κυψελωτών συστημάτων. Η πραγματική ραδιοκάλυψη μίας κυψέλης είναι άμορφη και μπορεί να προκύψει από μετρήσεις ή από εφαρμογή μοντέλων διάδοσης. Αν και η επιλογή του κύκλου φαίνεται πιο λογική για την αναπαράσταση της περιοχής κάλυψης ενός Σταθμού Βάσης, ιδιαίτερα αν θεωρήσουμε ομοιοκατευθυντικές κεραίες και διάδοση ελεύθερου χώρου, δεν είναι δυνατό να χρησιμοποιήσουμε γειτονικούς κύκλους για την κάλυψη μιας περιοχής χωρίς να αφήσουμε κενά ή να δημιουργήσουμε αλληλοκαλύψεις. Συνεπώς τα πιθανά γεωμετρικά σχήματα που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ώστε να καλύψουμε πλήρως μία περιοχή χωρίς επικαλύψεις και που να προσφέρουν την ίδια επιφάνεια κάλυψης για κάθε κυψέλη, είναι το τετράγωνο, το ισόπλευρο τρίγωνο και το κανονικό εξάγωνο. Από τα τρία, το κανονικό εξάγωνο προσομοιώνει καλύτερα τον κύκλο καθώς προσφέρει το μεγαλύτερο συνολικά εμβαδόν στα πλέον απομακρυσμένα σημεία της περιμέτρου, τα οποία αποτελούν και την χειρότερη δυνατή περίπτωση από άποψη διάδοσης. Συνεπώς με τα κανονικά

εξάγωνα καλύπτεται μια δεδομένη γεωγραφική περιοχή με τον ελάχιστο αριθμό κυψελών. Οικονομικοί δηλαδή λόγοι συνηγορούν στη χρήση των κανονικών εξαγώνων.

2.2. Σχεδίαση Κυψελωτών Συστημάτων

Για να σχεδιάσουμε ένα κυψελωτό σύστημα, καθορίζοντας τις ομάδες διαύλων που πρέπει να αποδώσουμε σε κάθε κυψέλη, θεωρούμε δύο ακέραιους i και j ($i \geq j$) που αποκαλούνται και **παράμετροι ολίσθησης**. Από την κυψελωτή δομή του σχήματος 2.2 παρατηρούμε ότι κάθε εξάγωνο συνορεύει με έξι όμοια εξάγωνα, που το καθένα είναι η αρχή μίας αλυσίδας εξαγώνων.



Σχήμα 2.2.: Σχεδίαση Κυψελωτού Συστήματος

Ξεκινώντας από οποιαδήποτε κυψέλη ως αναφορά μπορούμε να υπολογίσουμε τις πλησιέστερες ομοδιαυλικές κυψέλες ως εξής:

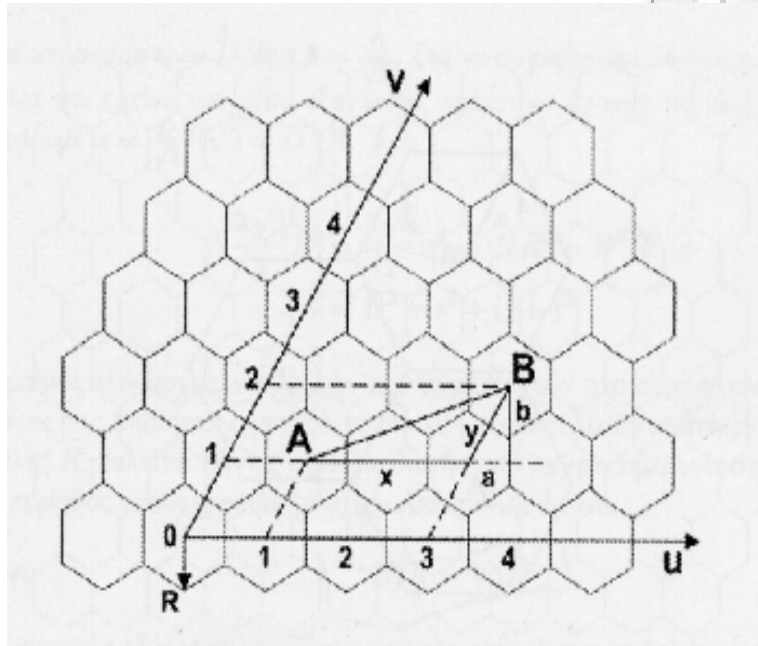
- Μετακινούμαστε i κυψέλες κατά μήκος οποιασδήποτε αλυσίδας εξαγώνων.
- Στρέφουμε 60° αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού.
- Μετακινούμαστε j κυψέλες κατά μήκος της αλυσίδας εξαγώνων προς την οποία στραφήκαμε.

Η j -οστή κυψέλη και η κυψέλη αναφοράς είναι ομοδιαυλικές. Αν επιστρέψουμε στην κυψέλη αναφοράς και κινηθούμε κατά μήκος μίας διαφορετικής αλυσίδας εξαγώνων, θα προκύψει μία νέα ομοδιαυλική κυψέλη όπως φαίνεται και στο σχήμα 2.2 για $i = 3, j = 2$. Κάθε ομοδιαυλική κυψέλη δηλώνεται με το ίδιο σύμβολο. Οι ομοδιαυλικές κυψέλες προκύπτουν επίσης με μετακίνηση j κυψελών πριν και i κυψελών μετά τη στροφή των 60° . Επίσης προκύπτουν στρέφοντας ωρολογιακά και όχι ανθωρολογιακά. Υπάρχουν δηλαδή τέσσερις διαφορετικοί τρόποι να περιγράψουμε την διαδικασία εύρεσης των ομοδιαυλικών κυψελών, που δίνουν δύο διαφορετικές δομές. Αποδεικνύεται ότι κάθε δομή είναι απλά η κατοπτρική της άλλης ως προς κατάλληλο άξονα.

Αν επαναλάβουμε την ίδια διαδικασία για τις υπόλοιπες κυψέλες αναφοράς, και διατηρήσουμε τα i, j σταθερά, θα προκύψει η πλήρης κυψελωτή δομή. Οι κυψέλες δημιουργούν ομάδες (clusters) γύρω από την αρχική κυψέλη αναφοράς και τις ομοδιαυλικές της κυψέλες. Συνεπώς **cluster**, είναι το σύνολο των κυψελών που αθροιστικά χρησιμοποιούν το σύνολο των διαθέσιμων διαύλων. Ο αριθμός των κυψελών ανά ομάδα (cluster) καθορίζει πόσες διαφορετικές ομάδες διαύλων πρέπει να χρησιμοποιηθούν. Στη συνέχεια θα αποδείξουμε ότι για i, j θετικούς ακέραιους και $i \geq j$ ο αριθμός των κυψελών ανά ομάδα είναι:

$$N = i^2 + i \cdot j + j^2 \quad (2.2.1)$$

Στο σχήμα 2.3 απεικονίζεται μια συνεχόμενη δομή από εξάγωνα, ένα κατάλληλο σύστημα συντεταγμένων (u, v), και δύο σημεία A, B. Οι δύο άξονες σχηματίζουν γωνία 60° και η μοναδιαία απόσταση είναι $2a = R\sqrt{3}$, όπου R η απόσταση του κέντρου της κυψέλης προς οποιαδήποτε από τις κορυφές του εξαγώνου.



Σχήμα 2.3: Σύστημα Αξόνων Γεωμετρίας Κυψελών

Η απόσταση των A, B είναι :

$$d_{AB}^2 = (x+a)^2 + b^2 \quad (2.2.2)$$

όπου:

$$x = u_B - u_A \quad (2.2.3)$$

Επομένως έχουμε:

$$d_{AB}^2 = (u_B - u_A)^2 + 2 \cdot a(u_B - u_A) + a^2 + b^2 \quad (2.2.4)$$

Επίσης ισχύει ότι :

$$y^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow (V_B - V_A)^2 = a^2 + b^2 \quad (2.2.5)$$

Αφαιρώντας την (2.2.5) από την (2.2.4) προκύπτει:

$$d_{AB}^2 - (V_B - V_A)^2 = (u_B - u_A)^2 + 2 \cdot a \cdot (u_B - u_A) \quad (2.2.6)$$

Όμως επειδή:

$$a = (V_A - V_B) / 2 \quad (2.2.7)$$

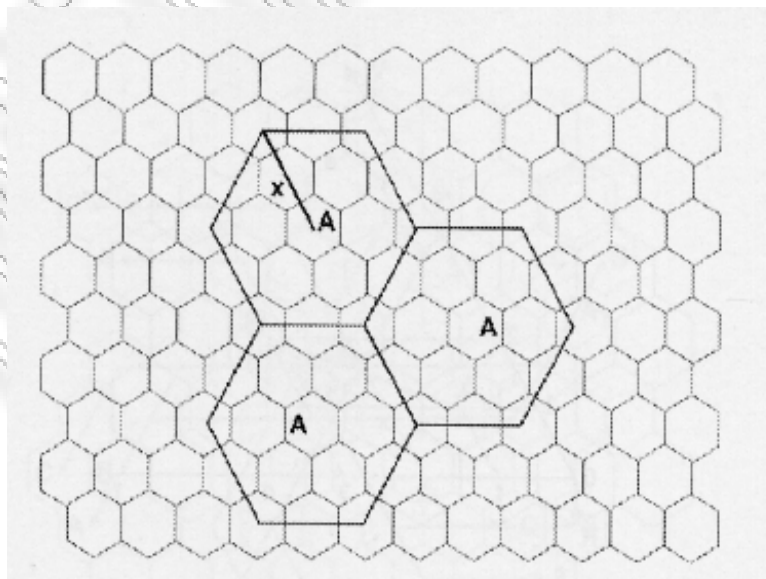
παίρνουμε:

$$d_{AB} = \sqrt{(V_B - V_A)^2 + (u_B - u_A)^2 + (u_B - u_A) \cdot (u_B - u_A)} = \sqrt{x^2 + y^2 + x \cdot y} \quad (2.2.8)$$

Αν θεωρήσουμε κυψέλη αναφοράς εκείνη που τοποθετήσαμε την αρχή των αξόνων και χρησιμοποιήσουμε τη διαδικασία που περιγράψαμε για την εύρεση των ομοδιαυλικών κυψελών, προκύπτει ότι η **απόσταση D** μεταξύ δύο οποιονδήποτε ομοδιαυλικών δίνεται από την εξίσωση:

$$D = \sqrt{i^2 + i \cdot j + j^2} \quad (2.2.9)$$

Αν θεωρήσουμε το εμβαδόν που αντιστοιχεί σε μία ομάδα κυψελών και το απεικονίσουμε ως εξάγωνο με ακτίνα x , τότε προκύπτει το παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 2.4.: Ομάδες Κυψελών

Στην πραγματικότητα ένα cluster αποτελείται από μία ομάδα γειτονικών κυψελών, αλλά αποδεικνύεται ότι κατασκευάζεται από εξάγωνο με εμβαδό ίσο με ακέραιο πολλαπλάσιο του εμβαδού της αρχικής κυψέλης. Το κέντρο κάθε νέας κυψέλης είναι το κέντρο της παλιάς κυψέλης A. Κάθε A κυψέλη καλύπτει ακριβώς ένα νέο εξάγωνο. Τα νέα εξάγωνα καλύπτουν το χώρο χωρίς κενά και χωρίς επικαλύψεις όπως ακριβώς συμβαίνει με τα clusters. Το εμβαδόν του cluster είναι N φορές το εμβαδό της αρχικής κυψέλης, δηλαδή :

$$N = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot R^2 \quad (2.2.10)$$

Όμως το νέο σύστημα συντεταγμένων είναι παρόμοιο με εκείνο του προηγούμενου σχήματος με κυψέλες ακτίνας x, με μοναδιαία απόσταση είναι D

$$x = \frac{D}{\sqrt{3}} \quad (2.2.11)$$

Για να συγκρίνουμε τα δύο εμβαδά, εκείνο δηλαδή του cluster και εκείνο του νέου εξαγώνου, πρέπει να έχουμε τις ίδιες μονάδες αναφοράς. Άρα γράφουμε

$$x = \frac{D}{\sqrt{3}} \cdot R \cdot \sqrt{3} = D \cdot R \quad (2.2.12)$$

Επομένως:

$$N \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot R^2 = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot x^2 \rightarrow$$

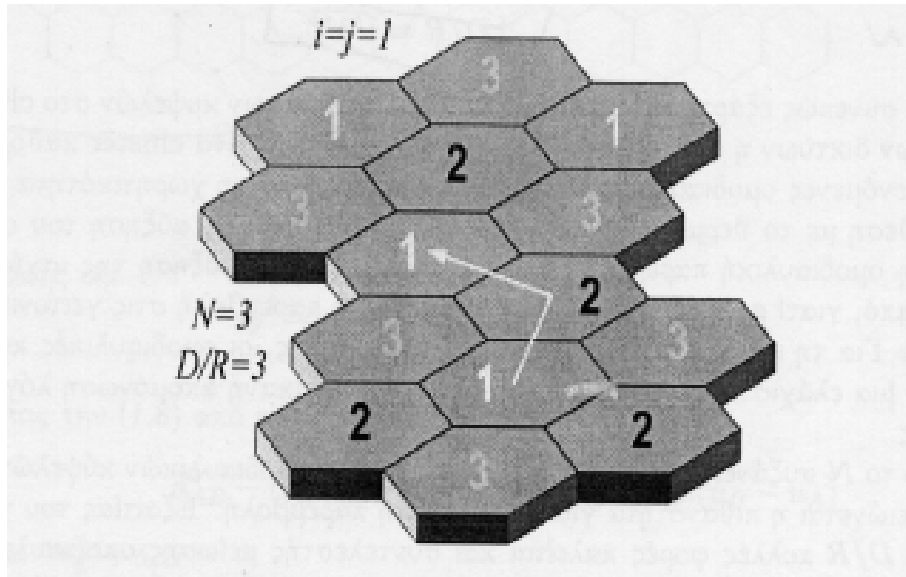
$$N \cdot R^2 = D^2 \cdot R^2 \rightarrow N = D^2 = i^2 + i \cdot j + j^2 \quad (2.2.13)$$

Άρα ο αριθμός των αρχικών κυψελών που συμμετέχουν στο cluster είναι D^2 . Ο λόγος της απόστασης μεταξύ γειτονικών ομοδιαυλικών κυψελών D, προς την ακτίνα της κυψέλης R, καλείται **λόγος ομοδιαυλικής επαναχρησιμοποίησης (co - channel reuse ratio)** ή περίοδος επαναχρησιμοποίησης. Αποδεικνύεται ότι:

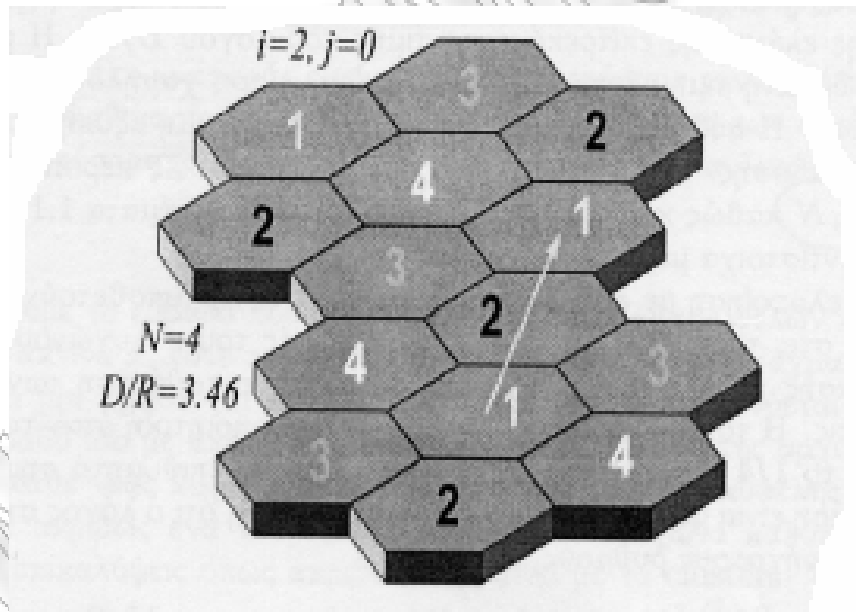
$$\frac{D}{R} = \sqrt{3 \cdot N} \quad (2.2.14)$$

Υπάρχει συνεπώς εξάρτηση του λόγου επαναχρησιμοποίησης καναλιών με τον αριθμό των κυψελών ανά cluster. Στην ανάπτυξη των δικτύων η επιλογή του αριθμού των κυψελών ανά cluster καθορίζεται τόσο από τις αναμενόμενες ομοδιαυλικές παρεμβολές όσο και από τη χωρητικότητα του συστήματος. Σε αντίθεση με το θερμικό θόρυβο που αντιμετωπίζεται με αύξηση του σηματοθορυβικού λόγου (αύξηση ωφέλιμου σήματος), η ομοδιαυλική παρεμβολή δεν καταπολεμάται με αύξηση της ισχύος του φέροντος στον πομπό, γιατί με αυτόν τον τρόπο αυξάνεται η παρεμβολή στις γειτονικές ομοδιαυλικές κυψέλες. Για την μείωση της ομοδιαυλικής παρεμβολής, οι ομοδιαυλικές κυψέλες πρέπει να απέχουν μία ελάχιστη απόσταση ώστε να παρέχεται ικανή απομόνωση που προσφέρεται λόγω των απωλειών διάδοσης.

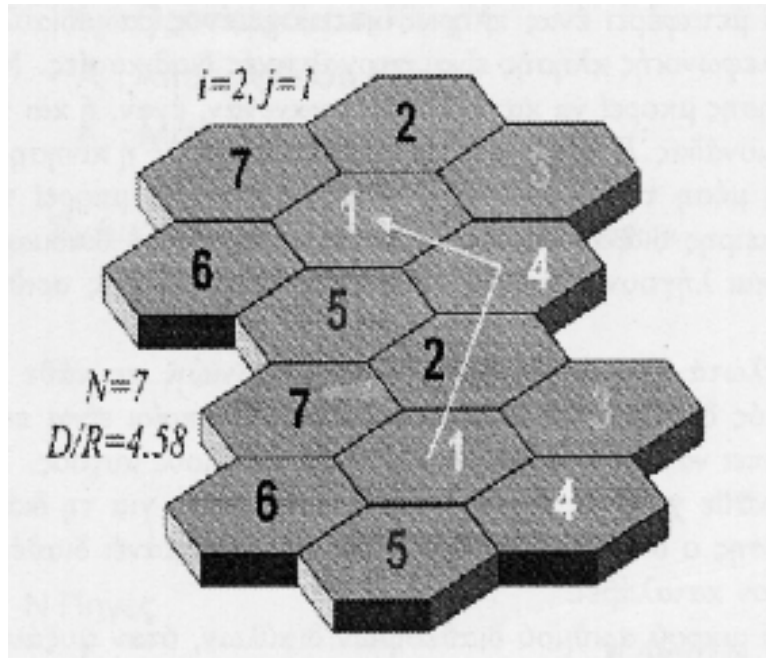
Όσο το N αυξάνει, η σχετική απόσταση μεταξύ ομοδιαυλικών κυψελών αυξάνει και συνεπώς μειώνεται η πιθανότητα για ομοδιαυλική παρεμβολή. Εξαιτίας του γεγονότος αυτού ο λόγος D / R πολλές φορές καλείται και συντελεστής μείωσης ομοδιαυλικής παρεμβολής. Ο λόγος όμως D / R σχετίζεται και με την επιθυμητή χωρητικότητα κάθε κυψέλης και επομένως και όλου του συστήματος, λόγω της εξάρτησης από το N . Άρα προκύπτει ένα θέμα προσδιορισμού της ελάχιστης επιτρεπόμενης τιμής του λόγου D / R . Η μείωση του λόγου στη χαμηλότερη δυνατή τιμή εξυπηρετεί τους στόχους του χαμηλού κόστους και της μεγάλης χωρητικότητας. Η αύξηση όμως στη μέγιστη δυνατή τιμή εξυπηρετεί το στόχο της καλής ποιότητας μετάδοσης. Στα παρακάτω σχήματα έχουν απεικονιστεί αντίστοιχα μερικές από αυτές τις περιπτώσεις.



Σχήμα 2.5. : Ομάδες Κυψελών με $N = 3$



Σχήμα 2.6. : Ομάδες Κυψελών με $N = 4$



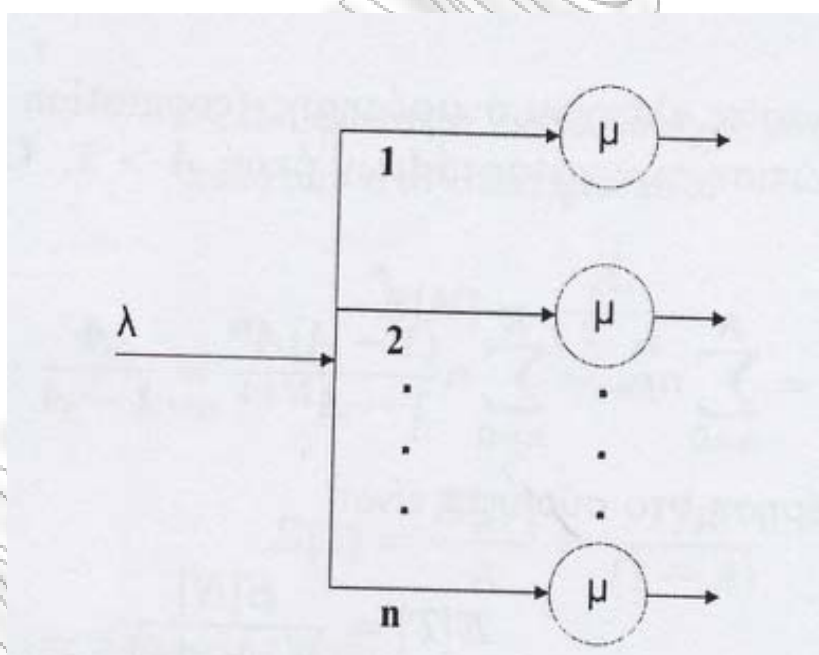
Σχήμα 2.7. : Ομάδες Κυψελών με $N = 7$

Στη μοντελοποίηση με εξάγωνα οι Σταθμοί Βάσης τοποθετούνται είτε στο κέντρο της κυψέλης είτε στις τρεις (3) από τις έξι (6) κορυφές του πολυγώνου. Σε πραγματικές συνθήκες σχεδίασης πολλές φορές δεν είναι δυνατή η τοποθέτηση των Σταθμών Βάσης στις ακριβείς αυτές θέσεις. Η τοποθέτησή τους θεωρείται ικανοποιητική όταν το σημείο εγκατάστασης απέχει μέχρι το $1/4$ της ακτίνας της κυψέλης από το επιθυμητό σημείο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3.1. Μοντέλο Erlang B

Το μοντέλο Erlang B περιγράφει ένα σύστημα στο οποίο οι κλήσεις δημιουργούνται με την κατανομή Poisson, με μέσο ρυθμό λ , και βρίσκουν πάντα ένα διαθέσιμο διάλο, μέχρις ότου ένας μέγιστος αριθμός διαύλων χρησιμοποιηθούν. Στο σημείο αυτό, όποιες νέες κλήσεις φτάσουν, απορρίπτονται, και στη συνέχεια υποθέτουμε ότι ο χρήστης δεν προσπαθεί ξανά. Στο μοντέλο αυτό προσθέτουμε και εκθετική κατανομή χρόνων εξυπηρέτησης, οπότε προκύπτει ένα σύστημα με πεπερασμένο αριθμό διαύλων χωρίς θέσεις αναμονής, δηλαδή μία ουρά $M/M/n/n$, όπως απεικονίζεται στο σχήμα 3.1.

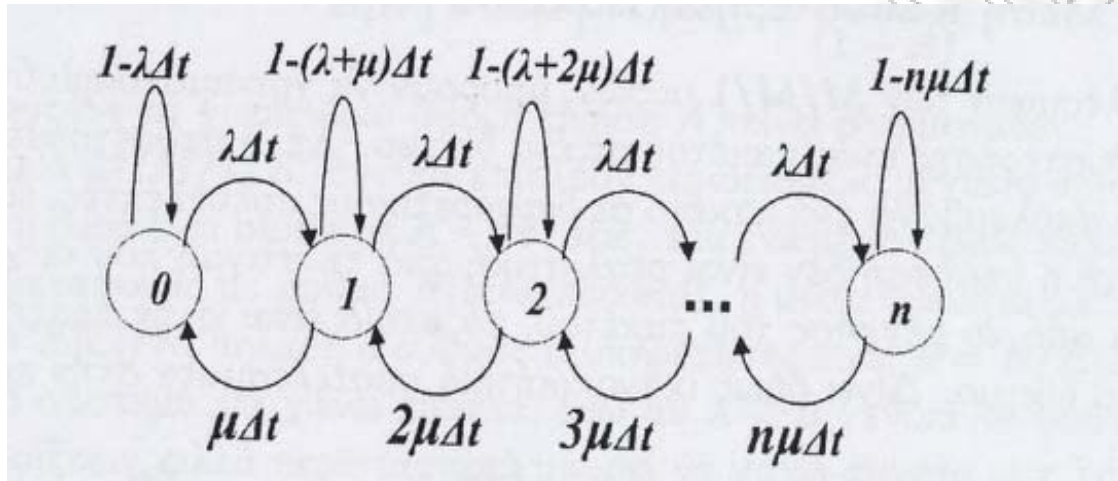


Σχήμα 3.1. : Σύστημα $M/M/n/n$ χωρίς θέσεις αναμονής

Το αντίστοιχο διάγραμμα κατάστασης είναι εκείνο του σχήματος 3.2. Είναι προφανές ότι $\mu_i = i\mu$ όπου $1 \leq i \leq n$ και $\lambda_i = \lambda$, ενώ όταν $i = n$ όλες οι νέες κλήσεις απορρίπτονται. Αποδεικνύεται ότι:

$$P_i = \frac{\frac{A^i}{i!}}{\sum_{k=0}^n \frac{A^k}{k!}} \quad (3.1.1)$$

όπου $A = \lambda / \mu$.



Σχήμα 3.2. : Μαρκοβιανή αλυσίδα για το μοντέλο Erlang B

Η απόρριψη των κλήσεων συμβαίνει όταν $i = n$, οπότε η **πιθανότητα απόρριψης (blocking probability)** είναι :

$$P_B(n, A) = \frac{\frac{A^n}{n!}}{\sum_{k=0}^n \frac{A^k}{k!}} \quad (3.1.2)$$

όπου $A = \lambda / \mu$. Η εξίσωση (3.1.2) καλείται Erlang B. Αποδεικνύεται ότι ο μέσος αριθμός κλήσεων στο σύστημα είναι :

$$E(i) = A(1 - P_B) \quad (3.1.3)$$

Όσο αυξάνεται η κίνηση A η πιθανότητα απόρριψης τείνει στη μονάδα και $E(i) \rightarrow n$. Η δυνατότητα διεκπεραίωσης κλήσεων γ (throughput) ανά μονάδα χρόνου είναι:

$$\gamma = \lambda \cdot (1 - P_B) \quad (3.1.4)$$

Όσο αυξάνεται η κίνηση A η δυνατότητα διεκπεραίωσης πλησιάζει τη μέγιστη τιμή της, δηλαδή **$n\mu$** .

Υπάρχει μία επαναληπτική σχέση η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον εύκολο υπολογισμό τόσο της πιθανότητας απόρριψης, P_B , όταν είναι γνωστά ο αριθμός των διαύλων, n , και το προσφερόμενο φορτίο, A . Από την ίδια σχέση προκύπτει και ο απαιτούμενος αριθμός διαύλων όταν είναι γνωστή η επιθυμητή πιθανότητα απόρριψης και το προσφερόμενο φορτίο. Η σχέση αυτή είναι :

$$P_B(n, A) = \frac{A \cdot P_B(n-1, A)}{1 + \frac{A \cdot P_B(n-1, A)}{n}} \quad (3.1.5)$$

όπου $P_B(0, A) = 1$.

Για μεγάλο αριθμό διαύλων και μεγάλο προσφερόμενο φορτίο, η σχέση αυτή δίνει πιο ακριβή αποτελέσματα στον υπολογιστή, από τον απευθείας υπολογισμό που βασίζεται στην σχέση (3.1.2).

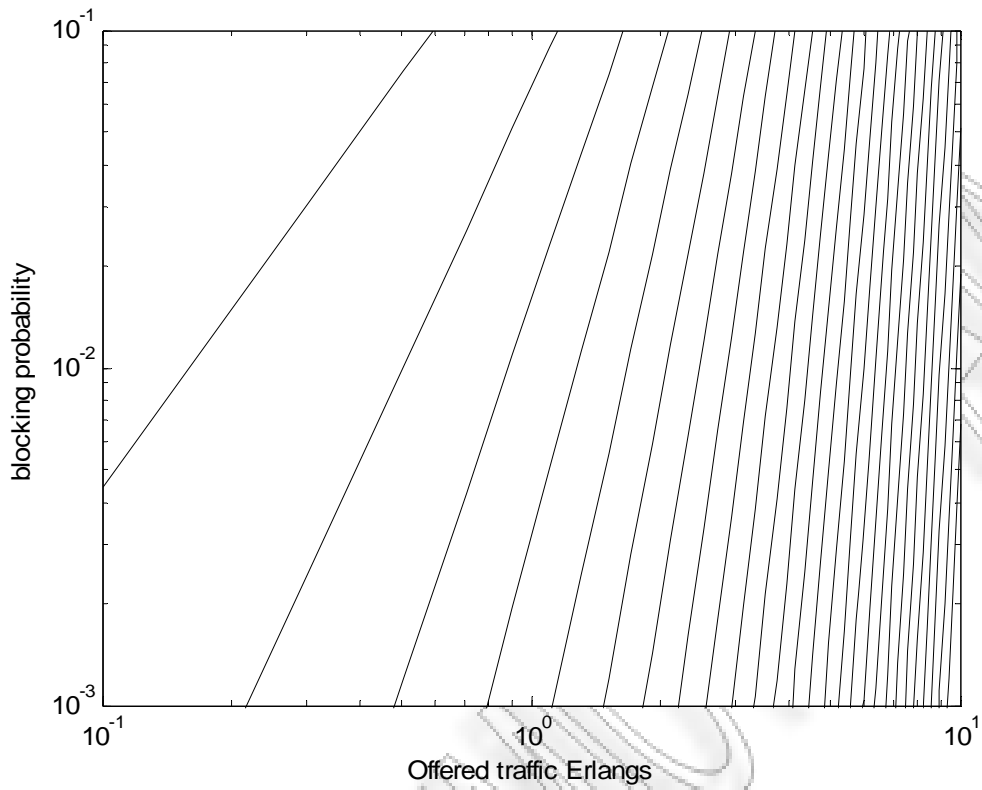
3.2. Απαιτήσεις - Προδιαγραφές

Λαμβάνοντας υπόψη την προσφερόμενη κυκλοφορία και τον αριθμό των διακλαδωμένων καναλιών, η πιθανότητα διακοπής υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο κώδικα στο MATLAB.

```
function erb = erlang_b(A,c)
%A = offered traffic in Erlangs.
%c = number of trunked channels
num = A^c;
sum = 0;
for k=0:c
    kfact = prod(1:k);
    term = (A*k)/kfact;
    sum = sum + term;
end
cfact = prod(1:c);
den = cfact*sum;
erb = num/den;
```

Παράμετροι Κυψελωτού Συστήματος

Το παρακάτω σχήμα παρουσιάζει το διάγραμμα Erlang B με τον αριθμό των διακλαδωμένων καναλιών ως παράμετρο. Ο αριθμός των διακλαδωμένων καναλιών, C, δίνεται στην κορυφή του διαγράμματος. Ο κώδικας κάνει επαναλαμβανόμενες κλήσεις στην προηγούμενη απαριθμημένη λειτουργία `erlang_b(A,C)`. Λαμβάνοντας υπόψη τον τύπο Erlang B, οι επιδράσεις των μεγεθών του cluster ενός κυψελωτού ραδιοσυστήματος, από την άποψη του αριθμού των χρηστών, μπορούν να αξιολογηθούν.



Σχήμα 3.3. : Μοντέλο Erlang B

```

clear;
C_1=[1:10];
A_1=linspace(0.1,10,50);
for i=1:length(C_1)
    for j=1:length(A_1)
        p_1(j,i)=erlang_b(A_1(j),C_1(i));
    end
end
loglog(A_1,p_1,'k-');
xlabel('Offered traffic Erlangs');
ylabel('blocking probability');

```


Παράδειγμα

Θεωρείστε ένα κυψελοειδές σύστημα όπου 400 ζευγάρια των προωστικών και αντίστροφων καναλιών είναι διαθέσιμα σε ολόκληρο το σύστημα. Κάθε κελί έχει μία ακτίνα 5 χλμ. και οι σταθμοί βάσεων είναι εξοπλισμένοι με τις ομοιοκατευθυντικές κεραιές που υποτίθεται ότι βρίσκονται στο κέντρο του κάθε κελιού. Υποθέστε ότι κάθε χρήστης παράγει μια κυκλοφορία 0,02 Erlang και ότι χρησιμοποιείται το μέγεθος συστάδων $N = 7$.

$A_C = 46.8$ Erlang per cell.

Ο αριθμός χρηστών που υποστηρίζονται ανά κελί υπολογίζεται εύκολα. Από το $A_u = 0.02$ Erlang ανά χρήστη, ο αριθμός χρηστών που υποστηρίζονται ανά κελί είναι:

$$U = \frac{A_C}{A_u} = 2340 \text{ χρήστες ανά κελί}$$

Τώρα μειώνουμε το μέγεθος συστάδων $N = 3$ χωρίς αλλαγή της περιοχής κάλυψης κάθε κελιού. Κάθε κελί θα διαθέτει $N_C = 400 / 3 = 133$ κανάλια με $P_B = 0.02$. Αυτό δίνει $A_C = 120.1$ Erlangs ανά κελί για τη μέγιστη δυνατή κυκλοφορία ανά κελί. Αυτό δίνει:

$$U = \frac{A_C}{A_u} = \frac{120,1}{0,02} = 6005 \text{ χρήστες ανά κελί}$$

Βλέπουμε ότι επιτυγχάνουμε υψηλότερη ικανότητα με την μείωση του μεγέθους συστάδων, λόγω της αυξανόμενης αποδοτικότητας επαναχρησιμοποίησης των ζεύξεων. Εντούτοις, τα co - channel κελιά είναι πιο κοντά το ένα από το άλλο στο μέγεθος $N = 3$ από ότι στο μέγεθος συστάδων $N = 7$. Χρησιμοποιώντας την σχέση:

$$D_n = \sqrt{3 \cdot n} \cdot R$$

Έχουμε :

$D_3 = 15\text{km}$ για $N = 3$ και

$D_7 = 22.9\text{km}$ για $N = 7$.

Διαισθητικά βλέπουμε ότι το επίπεδο παρεμβολών θα είναι πιο υψηλό για το μέγεθος συστάδας $N = 3$, απ' ότι για το μέγεθος συστάδων $N = 7$. Επομένως, το μέγεθος συστάδων $N = 3$ θα παρουσιάσει χαμηλότερη ποιότητα συνδέσεων.

3.3. Εφαρμογή των τύπων του Erlang στα Κυψελωτά Συστήματα

Στα κυψελωτά συστήματα οι τύποι του Erlang B δεν μπορούν, τυπικά, να εφαρμοστούν γιατί δεν λαμβάνουν υπόψη την τηλεπικοινωνιακή κίνηση λόγω μεταπομπών. Επιπλέον η συνολική προσφερόμενη κίνηση ανά κυψέλη είναι χρονικά μεταβαλλόμενη λόγω της χωρικής μετατόπισης των συνδρομητών, ενώ στους τύπους του Erlang θεωρούμε σταθερή προσφερόμενη κίνηση. Βέβαια οι τύποι του Erlang δίνουν μία πολύ χρήσιμη πρώτη απεικόνιση της πραγματικής κατάστασης και για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται ευρέως κατά τη σχεδίαση των συστημάτων. Μία επιπλέον παρατήρηση που αξίζει να σημειωθεί είναι το γεγονός ότι στο μοντέλο Erlang B έχουμε υποθέσει ότι οι χρήστες δεν προσπαθούν ξανά. Είναι σαφές ότι η συμπεριφορά των χρηστών είναι απρόβλεπτη αλλά και διαφορετική για κάθε μήνυμα που λαμβάνουν από το δίκτυο. Έχει παρατηρηθεί ότι οι χρήστες που βρίσκουν το δίκτυο κατειλημμένο λόγω τεχνικής βλάβης ή συμφόρησης, προσπαθούν ξανά και ξανά με αυτόματη επανάκληση (redial) προκαλώντας μεγάλη συμφόρηση στο δίκτυο. Αντίθετα αν αντιληφθούν ότι ο καλούμενος είναι κατειλημμένος περιμένουν λίγο και ξανακαλούν μετά από μικρό χρονικό διάστημα. Το ίδιο συμβαίνει αν ο καλούμενος δεν απαντά. Για τις περιπτώσεις επαναλαμβανόμενων κλήσεων έχουν αναπτυχθεί διάφορα μοντέλα στα οποία όμως δεν θα επεκταθούμε εδώ.

3.4. Φασματική Απόδοση Κυψελωτών Συστημάτων

Υπάρχουν διαφορετικοί ορισμοί για τη φασματική απόδοση, αλλά από τους πλέον κατάλληλους είναι εκείνος που μετρά την φασματική απόδοση σε χωρική πυκνότητα κίνησης ανά μονάδα εύρους ζώνης, δηλαδή Erlang / m² / Hz ή Erlang / km² / MHz.

Αν θεωρήσουμε κυψελωτό σύστημα με ομοιόμορφη ανάπτυξη κυψελών, η φασματική απόδοση εκφράζεται με τη βοήθεια των εξής παραμέτρων :

- ✚ G_C: η προσφερόμενη κίνηση ανά διάλυο (Erlang / Channel), όπως ορίστηκε στην παράγραφο του μοντέλου Erlang B.
- ✚ N_u: ο αριθμός διαύλων ανά κυψέλη.
- ✚ W_{sys}: το συνολικό εύρος ζώνης του συστήματος (Hz ή MHz).
- ✚ A : το εμβαδό ανά κυψέλη (m² ή Km²)

Η φασματική απόδοση λοιπόν δίνεται από τον τύπο :

$$n_s = \frac{N_u \cdot G_C}{W_{sys} \cdot A} \frac{\text{Erlangs}}{\frac{m^2}{\text{Hz}}} \quad (3.4.1)$$

Αν υποθέσουμε κυψελωτό σύστημα με clusters των N κυψελών, τότε για συστήματα FDMA ο αριθμός των διαύλων ανά κυψέλη N_u, είναι ίδιος με τον αριθμό φερόντων ανά κυψέλη N_C.

$$N_u = N_C = \frac{(W_{sys} - W_G)}{W_C \cdot N} \quad (3.4.2)$$

όπου W_C το εύρος του διαύλου και W_G το συνολικό συχνοτικό διάστημα φύλαξης για αποφυγή παρεμβολών σε γειτονικούς διαύλους. Άρα :

$$n_s = \frac{(W_{sys} - W_G) \cdot G_C}{W_{sys} \cdot W_C \cdot N \cdot A} = G_C \cdot \frac{(W_{sys} - W_G)}{W_{sys} \cdot W_C} \cdot \frac{1}{N \cdot A} = n_T \cdot n_B \cdot n_C \quad (3.4.3)$$

όπου n_B η απόδοση εύρους ζώνης, n_C η χωρική απόδοση και n_T η απόδοση του διαύλου. Για να επιτύχουμε μεγάλη απόδοση στο εύρος ζώνης θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τεχνικές διαμόρφωσης αποδοτικές ως προς το φάσμα και κωδικοποίηση φωνής χαμηλού ρυθμού μετάδοσης. Για να επιτύχουμε μεγάλη χωρική απόδοση θα πρέπει πρώτα να ελαχιστοποιήσουμε το εμβαδό ανά κυψέλη και στη συνέχεια να ελαχιστοποιήσουμε την απόσταση επαναχρησιμοποίησης συχνοτήτων. Για την ελαχιστοποίηση του εμβαδού, μειώνουμε την ακτίνα της κυψέλης ενώ για την απόσταση επαναχρησιμοποίησης φροντίζουμε ώστε ο λόγος σήματος προς ομοδιαυλική παρεμβολή να ελαχιστοποιηθεί. Στην πράξη αυτό επιτυγχάνεται με τεχνικές όπως η κωδικοποίηση ελέγχου σφαλμάτων, η διαφορισιμότητα στην κεραία, η προσαρμοστική εξισορρόπηση (adaptive equalization) κλπ. Είναι επίσης δυνατή η ελαχιστοποίηση της απόστασης επαναχρησιμοποίησης είτε με τομεοποίηση των κυψελών (cell sectoring) είτε με προσαρμοστικό έλεγχο της ισχύος του πομπού, με διακοπόμενη μετάδοση, με αποδοτικούς αλγορίθμους μεταπομπής, ή και με μακροσκοπική διαφορισιμότητα Σταθμών Βάσης. Υπάρχει βέβαια πάντα η ανάγκη για εξισορρόπηση της απόδοσης του διαύλου (προσφερόμενη κίνηση ανά δίαυλο) και του Βαθμού Εξυπηρέτησης (GoS) υπό την έννοια της πιθανότητας απόρριψης των νέων κλήσεων και των προσπαθειών μεταπομπής. Είναι δηλαδή φανερό ότι όσο αυξάνουμε τον Βαθμό Εξυπηρέτησης, άρα μειώνουμε την πιθανότητα απόρριψης νέων κλήσεων, τόσο μειώνουμε την απόδοση του διαύλου λόγω αυξημένης πιθανότητας απόρριψης των μεταπομπών.

Αν το σύστημα συνδυάζει και TDMA τεχνική, όπως π.χ. στο GSM, τότε ο συνολικός αριθμός διαύλων ανά κυψέλη είναι :

$$N_u = \frac{1}{n} \cdot N_C \cdot (N_{ts} - N_{con}) \quad (3.4.4)$$

όπου n , ο απαιτούμενος αριθμός χρονοσχισμών ανά πλαίσιο και χρήστη για δεδομένη υπηρεσία, π.χ. $n = 1$ για GSM full rate 13 Kbps κωδικοποίηση φωνής και $n = 0.5$ για GSM half rate κωδικοποίηση φωνής, N_c δίνεται από την εξίσωση (3.4.2), N_{ts} ο αριθμός των χρονοσχισμών στο πλαίσιο, που αντικατοπτρίζει και τον αριθμό των διαύλων ανά φέρον, και N_{con} ο αριθμός των χρονοσχισμών που χρησιμοποιούνται από τους διαύλους σηματοδότησης ελέγχου.

3.5. Επιπλέον Μεγέθη Απόδοσης Κυψελωτών Συστημάτων

Ένα σημαντικό μέγεθος της απόδοσης κυψελωτών συστημάτων είναι και η χωρητικότητα πληροφορίας (information capacity) με μονάδες Kbps / cell / MHz, η οποία δίνεται από τον τύπο :

$$IC = \frac{N_u \cdot R_b}{W_{sys}} \frac{Kbps}{\frac{cell}{MHz}} \quad (3.5.1)$$

όπου N_u ο αριθμός των διαύλων για χρήση ανά κυψέλη, και R_b ο ρυθμός μετάδοσης. Ένα ακόμη σημαντικό μέγεθος είναι και η δυνατότητα του συστήματος σε μεταφερόμενα bits / cell / MHz, η οποία προκύπτει από την χωρητικότητα πληροφορίας με πολλαπλασιασμό του παράγοντα κωδικοποίησης, δηλαδή υπολογισμό των επιπλέον bits που χρησιμοποιούνται για κωδικοποίηση, ανά μονάδα χρόνου, π.χ. για GSM Full Rate κωδικοποίηση φωνής, ο παράγοντας κωδικοποίησης διαύλου είναι 1,75. Συνηθέστερη μονάδα είναι η Mbps / cell / MHz.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

4.1. Απώλειες διάδοσης

Με τον όρο **Απώλειες Διάδοσης (Path Loss)**, ορίζουμε τον λόγο της εκπεμπόμενης ισχύος προς την λαμβανόμενη ισχύ, για ένα δεδομένο περιβάλλον διάδοσης και είναι συνήθως μια συνάρτηση της απόστασης διάδοσης. Η απόσβεση ελευθέρου χώρου είναι το απλούστερο μοντέλο για τις απώλειες διάδοσης, όπου μεταξύ πομπού και δέκτη υπάρχει μόνο η απευθείας συνιστώσα απουσία φυσικών ή τεχνητών αντικειμένων, που προκαλούν ανακλάσεις ή εξασθενούν το διαδιδόμενο σήμα. Η ισχύς του λαμβανόμενου σήματος είναι ανάλογη της εκπεμπόμενης ισχύος και του κέρδους ισχύος των κεραιών εκπομπής και λήψης, ενώ είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της συχνότητας και του τετραγώνου της απόστασης διάδοσης. Η απλή αυτή έκφραση των απωλειών διάδοσης περιγράφηκε από τον **Harald Friis** ως εξής:

$$\Omega(d) = P_t \cdot G_r \cdot G_t \cdot \left(\frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot d} \right)^2 \quad (4.1.1)$$

όπου:

$\Omega(d)$: η λαμβανόμενη ισχύς σε απόσταση d

P_t : η ισχύς εκπομπής

G_t και G_r : τα κέρδη των κεραιών εκπομπής και λήψης αντίστοιχα και

λ : το μήκος κύματος στη συχνότητα λειτουργίας.

Πολλές φορές στην εξίσωση (4.1.1) εισάγουμε και τις απώλειες του συστήματος (καλώδια, φίλτρα, κλπ.) L για τις οποίες θεωρούμε ότι $L \geq 1$, και η εξίσωση (4.1.1) πλέον γράφεται:

$$\Omega(d) = P_t \cdot \frac{G_r \cdot G_t}{L} \cdot \left(\frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot d} \right)^2 \quad (4.1.2)$$

Η απλή εξίσωση του Friis προϋποθέτει επίπεδο μέτωπο Η/Μ κυμάτων στην απόσταση d , άρα έχει ισχύ για το μακρινό πεδίο ή την περιοχή Fraunhofer, δηλαδή για

$$d > 2 \cdot \frac{D^2}{\lambda} \quad (4.1.3)$$

όπου D η μέγιστη γραμμική διάσταση της κεραίας. Επιπλέον για το μακρινό πεδίο πρέπει να ισχύουν:

$$2 \cdot \frac{D^2}{\lambda} > D \quad \text{και} \quad 2 \cdot \frac{D^2}{\lambda} > \lambda$$

Οι απώλειες διάδοσης **Path Loss** σε λογαριθμική κλίμακα θα δίνονται ως εξής :

$$PL(dB) = 10 \cdot \log \left(\frac{P_t}{\Omega} \right) = -10 \cdot \log \left[\left(\frac{G_r \cdot G_t}{L} \right) \cdot \left(\frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot d} \right)^2 \right] \quad (4.1.4)$$

Αν θεωρήσουμε $L = 1$ και $G_r = G_t = 1$ τότε οι απώλειες διάδοσης σε λογαριθμική κλίμακα (dB) δίνονται από

$$PL(dB) = 10 \cdot \log \left(\frac{P_t}{\Omega} \right) = -10 \cdot \log \left(\frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot d} \right)^2 \quad (4.1.5)$$

Οι απώλειες διάδοσης δηλαδή σε λογαριθμική κλίμακα είναι θετικός αριθμός και υποδηλώνουν ότι για κάθε διπλασιασμό της απόστασης d σε μήκη κύματος, π.χ. από 100λ σε 200λ, οι απώλειες διάδοσης αυξάνονται κατά περίπου **6dB**. Επίσης για κάθε διπλασιασμό της συχνότητας έχουμε αύξηση των απωλειών διάδοσης κατά **6dB**.

Το παράδοξο με τα κυψελωτά συστήματα κινητών επικοινωνιών είναι ότι οι απώλειες διάδοσης είναι επιθυμητές γιατί μία γρήγορη εξασθένηση του σήματος με την απόσταση επιτρέπει μικρή απόσταση επαναχρησιμοποίησης των ίδιων συχνοτήτων και

συνεπώς οδηγεί σε υψηλή φασματική απόδοση. Προφανώς σε περιπτώσεις συστημάτων έκτακτης ανάγκης (αστυνομία, πυροσβεστική, κλπ.) με χαμηλή χωρητικότητα, απαιτείται μεγάλη περιοχή κάλυψης, δηλαδή προτιμώνται οι μικρές απώλειες διάδοσης και συνεπώς χρησιμοποιούνται χαμηλές συχνότητες (VHF).

Πολλές φορές είναι επιθυμητό να εκφράζουμε τη λαμβανόμενη ισχύ Ω ή τις απώλειες διάδοσης PL σε απόσταση d , συναρτήσει της ισχύος ή των απωλειών διάδοσης σε κάποιο σημείο αναφοράς d_0 . Η λαμβανόμενη ισχύς $\Omega(d_0)$ μπορεί είτε να υπολογιστεί με την εξίσωση (4.1.1) είτε να προκύψει από μετρήσεις στο περιβάλλον εφαρμογής, ως μέση τιμή πολλών μετρήσεων σε σημεία που απέχουν απόσταση d_0 από τον πομπό. Πρέπει βέβαια η απόσταση d_0 να βρίσκεται στο μακρινό πεδίο, αλλά ταυτόχρονα να είναι μικρότερη από οποιαδήποτε πιθανή χρησιμοποιούμενη απόσταση στο ασύρματο σύστημα επικοινωνιών που μελετάται. Άρα :

$$\Omega(d) = \Omega(d_0) \cdot \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 \quad (4.1.6)$$

για

$$d > d_0 > 2 \cdot \frac{D^2}{\lambda}$$

και σε λογαριθμική κλίμακα

$$\Omega(d)(dBm) = \Omega(d_0)(dBm) + 10 \cdot \log\left(\frac{d_0}{d}\right)^2 = \Omega(d_0)(dBm) - 10 \cdot \log\left(\frac{d}{d_0}\right)^2 \quad (4.1.7)$$

Συνήθεις τιμές για το d_0 είναι **1Km** για μακροκυβελωτά, **100m** για τα μικροκυβελωτά, και **1m** για τα πικοκυβελωτά συστήματα εσωτερικού χώρου, ώστε ο αριθμητής στις εξισώσεις (4.1.6) και (4.1.7) να είναι πολλαπλάσιο του **10**.

Όμοια προκύπτει ότι :

$$PL(d)(dB) = PL(d_0)(dB) + 10 \cdot \log\left(\frac{d}{d_0}\right)^2 \quad (4.1.8)$$

Και πάλι παρατηρούμε ότι για κάθε διπλασιασμό της απόστασης d ως προς την απόσταση αναφοράς d_0 έχουμε αύξηση των απωλειών διάδοσης κατά **6dB**, ή πιο χαρακτηριστικά για κάθε δεκαπλασιασμό της απόστασης d έχουμε αύξηση των απωλειών κατά 20dB. Πολλές φορές λοιπόν όταν αναφερόμαστε σε απώλειες διάδοσης ελεύθερου χώρου χαρακτηρίζουμε τη διάδοση ως **20dB/decade**.

Στα ασύρματα συστήματα επικοινωνιών οι συνθήκες διάδοσης ελεύθερου χώρου δεν πληρούνται. Τα Η/Μ κύματα διαδίδονται σε πιο πολύπλοκα περιβάλλοντα, όπου ανακλώνται, περιθλώνται, ή διαχέονται από το έδαφος, τα κτίρια και άλλα αντικείμενα. Συνεπώς οι απώλειες διάδοσης δεν εξαρτώνται μόνο από την απόσταση και τη συχνότητα, αλλά και από τα ύψη των κεραιών του κινητού σταθμού και σταθμού βάσης, τα γεωμετρικά και τοπολογικά χαρακτηριστικά των σκεδαστών καθώς επίσης και από τα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά τους. Αναλυτική μοντελοποίηση της διάδοσης για πολύπλοκα περιβάλλοντα μπορεί να επιτευχθεί με επίλυση των εξισώσεων **Maxwell** με οριακές συνθήκες που εκφράζουν τα φυσικά χαρακτηριστικά των αντικειμένων. Η πολυπλοκότητα των υπολογισμών αλλά και η έλλειψη των απαραίτητων παραμέτρων έχουν οδηγήσει στην ανάπτυξη προσεγγιστικών μοντέλων, που αποκαλούνται και εμπειρικά μοντέλα, τα οποία στοχεύουν στο χαρακτηρισμό του ραδιοδιαύλου και των απωλειών διάδοσης. Υπάρχουν διαφορετικά, πολλές φορές πολύπλοκα, μοντέλα απωλειών διάδοσης για διαφορετικά περιβάλλοντα. Το απλούστερο όλων είναι ένα εκθετικό μοντέλο για τις απώλειες διάδοσης που υπολογίζει τη λαμβανόμενη ισχύ ως εξής :

$$\Omega(d) = \Omega(d_0) - 10 \cdot n \cdot \log\left(\frac{d}{d_0}\right) \quad (4.1.9)$$

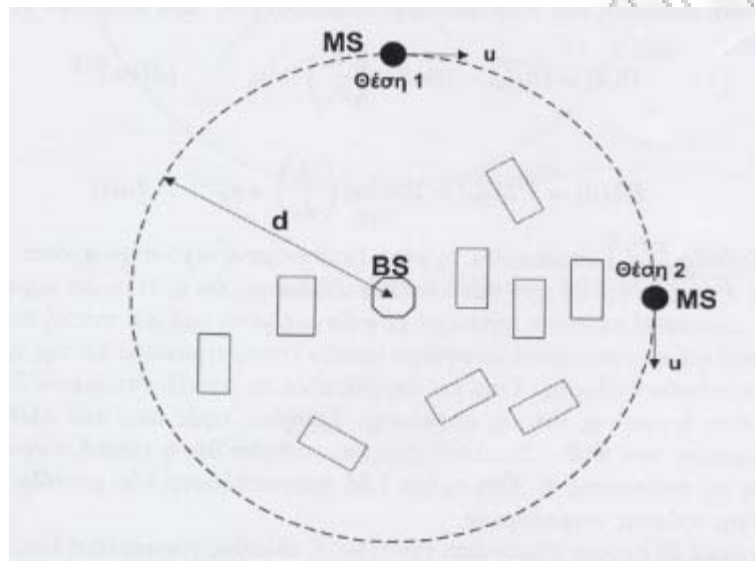
όπου n είναι ο **συντελεστής απωλειών διάδοσης (path loss factor)** ή **συντελεστής εξασθένισης**. Στην περίπτωση του ελεύθερου χώρου (FSL) $n = 2$, ενώ ανάλογα με το περιβάλλον και τις διαστάσεις των κυψελών κυμαίνεται από 2 έως 4 για τυπικές αστικές περιοχές με μακροκυψέλες και από 1,6 έως 8 για μικροκυψελωτό περιβάλλον. Ο συντελεστής εξασθένισης n προκύπτει εμπειρικά από μετρήσεις. Όμοια για τις απώλειες έχουμε :

$$PL(d) = PL(d_0) + 10 \cdot n \cdot \log\left(\frac{d}{d_0}\right) \quad (4.1.10)$$

Ο σηματοθορυβικός λόγος (SNR), που ορίζεται ως ο λόγος της λαμβανόμενης ισχύος Ω προς την ισχύ θορύβου N (**Gaussian** λευκός θόρυβος), καθορίζει και το ρυθμό σφαλμάτων (BER) του ραδιοδιαύλου. Ο απαιτούμενος SNR για συγκεκριμένο BER εξαρτάται από το ρυθμό μετάδοσης, τις χρησιμοποιούμενες τεχνικές επικοινωνίας, και τα χαρακτηριστικά του διαύλου. Λόγω της εξάρτησης του SNR από τις απώλειες διάδοσης συμπεραίνουμε την εξάρτηση του ρυθμού μετάδοσης ή της έκτασης κάλυψης από τις απώλειες.

4.2. Σκίαση

Το απλό μοντέλο των απωλειών διάδοσης της εξίσωσης (4.1.10) δε λαμβάνει υπόψη το γεγονός ότι το περιβάλλον μπορεί να είναι εντελώς διαφορετικό σε δύο περιπτώσεις όπου πομπός και δέκτης απέχουν την ίδια απόσταση, όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.1.



Σχήμα 4.1.: Φυσική ερμηνεία του φαινομένου της Σκίασης

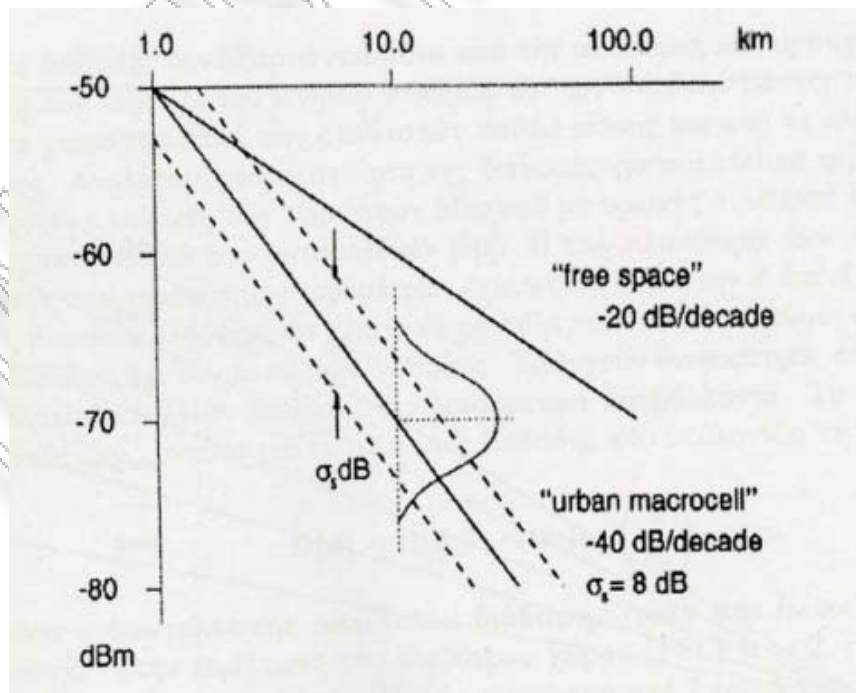
Η λαμβανόμενη ισχύς είναι στην πραγματικότητα μία τυχαία μεταβλητή που εξαρτάται από τον αριθμό και τα ηλεκτρικά χαρακτηριστικά των σκεδαστών, που συμμετέχουν στη διάδοση. Οι τυχαίες μεταβολές του λαμβανόμενου σήματος λόγω της παρουσίας των αντικειμένων στο χώρο διάδοσης, καλούνται συχνά και διαλείψεις σκίασης. Άρα οι τιμές της λαμβανόμενης ισχύος μπορεί να είναι αρκετά διαφορετικές από τη μέση τιμή που προβλέπει η εξίσωση (4.1.8). Οι μετρήσεις που έχουν γίνει σε ραδιοδιαύλους έχουν δείξει ότι η λαμβανόμενη ισχύς εκφρασμένη σε λογαριθμική κλίμακα (dBm ή dBW) ακολουθεί κανονική (Gaussian) κατανομή, με τη μέση τιμή να καθορίζεται από το συντελεστή απωλειών διάδοσης και τυπική απόκλιση που εξαρτάται από το περιβάλλον. Άρα μπορούμε να γράψουμε :

$$\Omega(d) = \overline{\Omega(d_0)} - 10 \cdot n \cdot \log\left(\frac{d}{d_0}\right) + \varepsilon_\sigma \text{ (dBm)} \quad (4.2.1)$$

Όμοια

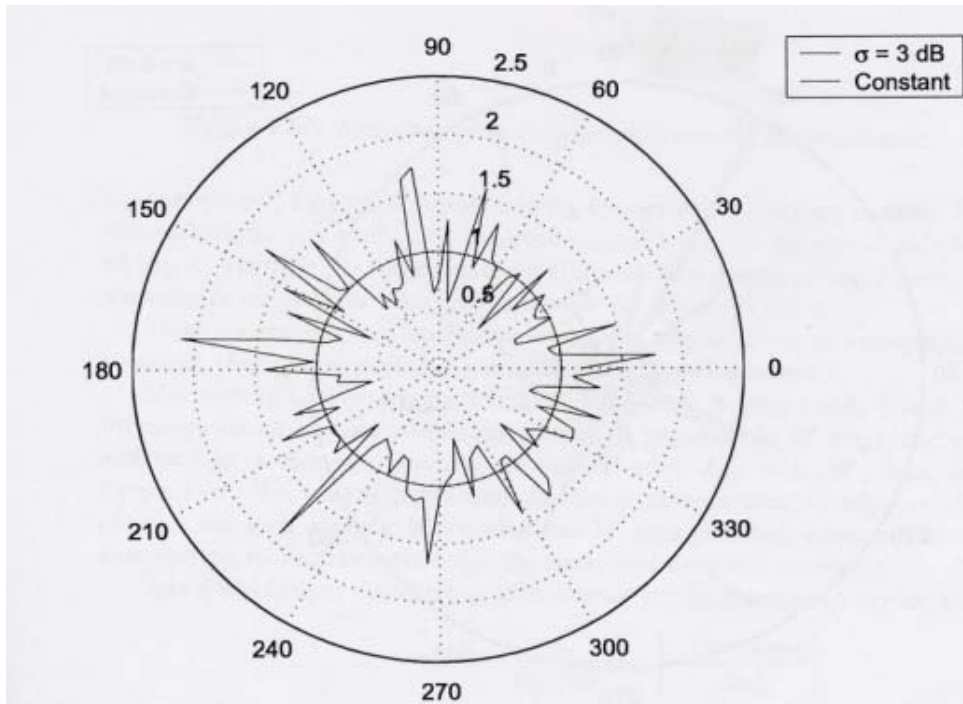
$$PL(d) = \overline{PL(d_0)} + 10 \cdot n \cdot \log\left(\frac{d}{d_0}\right) + \varepsilon_\sigma \text{ (dBm)} \quad (4.2.2)$$

Όπου το σύμβολο $\overline{\Omega(d_0)}$ υποδεικνύει τη μέση λαμβανόμενη ισχύ στην απόσταση αναφοράς, το σύμβολο $\overline{PL(d_0)}$ τη μέση τιμή των απωλειών διάδοσης, και ε_σ είναι μία τυχαία μεταβλητή σε dB που ακολουθεί κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή και τυπική απόκλιση σ_Ω σε dB. Η μεταβλητή ε_σ αναπαριστά το σφάλμα μεταξύ της πραγματικής και της υπολογισμένης τιμής των απωλειών διάδοσης. Όσο πιο ακριβές είναι το μοντέλο απωλειών διάδοσης τόσο μικρότερη είναι η τιμή της τυπικής απόκλισης. Συνήθεις τιμές είναι από **4dB** ως **12dB** με πιο τυπική εκείνη των **8dB**. Επιπλέον έχει παρατηρηθεί ότι η τυπική απόκλιση σ_Ω είναι ανεξάρτητη της απόστασης d. Στο σχήμα 4.2 παρουσιάζονται δύο μοντέλα κλίσης με το φαινόμενο της σκίασης υπερτιθέμενο.



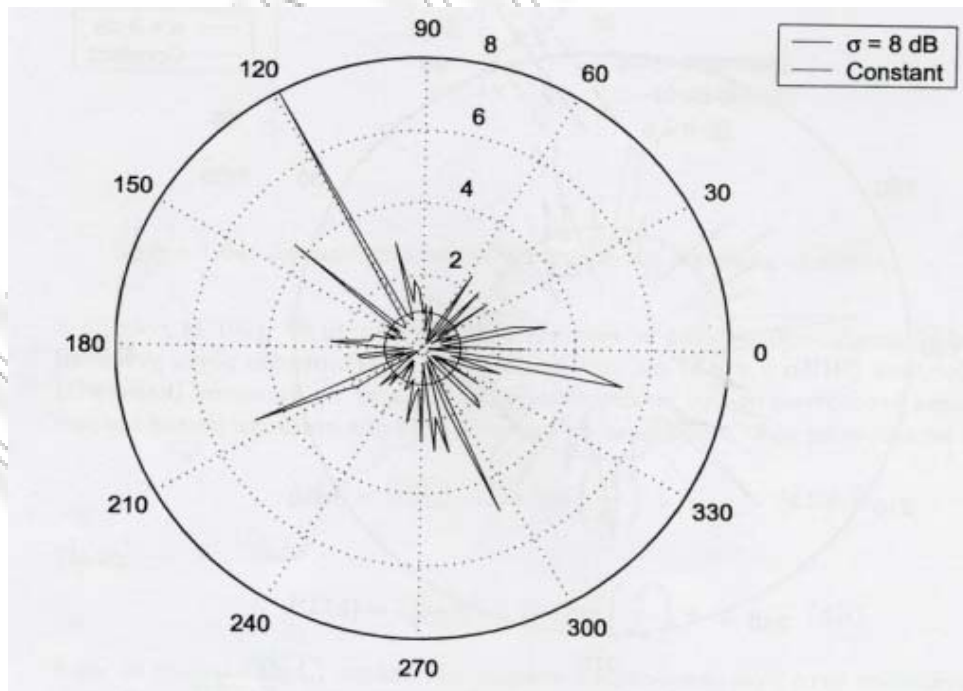
Σχήμα 4.2. : Λογαριθμοκανονική Κατανομή και Απώλειες Διάδοσης

Στο σχήμα 4.3 έχουμε απεικονίσει την περιοχή κάλυψης για σταθερή λαμβανόμενη ισχύ και για λογαριθμικοκανονική κατανομή με $\sigma = 3\text{dB}$.



Σχήμα 4.3. : Ακτίνα Κάλυψης για $\sigma = 3\text{dB}$

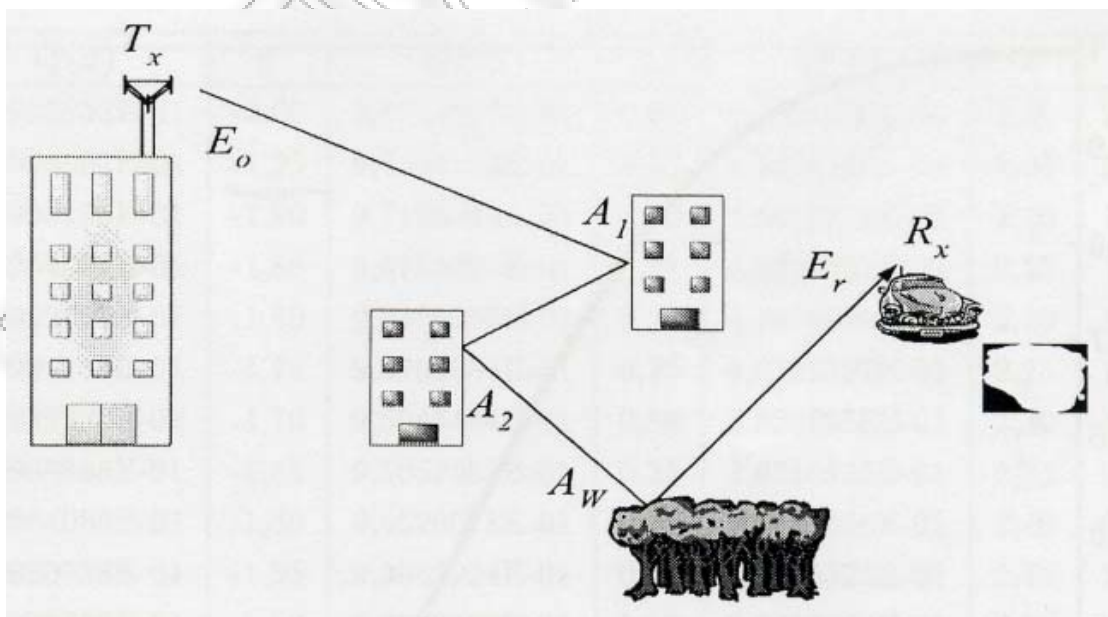
Παρόμοια με $\sigma = 8\text{dB}$ έχουμε:



Σχήμα 4.4. : Ακτίνα Κάλυψης για $\sigma = 8\text{dB}$

Όταν ένας κινητός σταθμός πλησιάζει ή απομακρύνεται από ένα σκεδαστή, η τυχαία τιμή της λαμβανόμενης ισχύος μεταβάλλεται ή αποσυσχετίζεται. Σε κάποιες θέσεις η λαμβανόμενη ισχύς έχει πολύ χαμηλές τιμές, έχουμε δηλαδή ισχυρή σκίαση. Συνεπώς, για να εξασφαλίσουμε τον επιθυμητό σηματοθορυβικό λόγο θα πρέπει να αυξηθεί η εκπεμπόμενη ισχύς, γεγονός που δημιουργεί προβλήματα στη μπαταρία του πομπού και αυξάνει τις παρεμβολές σε χρήστες που χρησιμοποιούν την ίδια συχνότητα.

Όταν η κατανομή της λαμβανόμενης ισχύος εκφρασμένης σε λογαριθμική κλίμακα είναι κανονική τότε την αποκαλούμε λογαριθμοκανονική (lognormal). Μία φυσική επεξήγηση της λογαριθμοκανονικής συμπεριφοράς δίνεται αν θεωρήσουμε ότι το συνολικό μονοπάτι διάδοσης μπορεί να χωριστεί σε W επιμέρους τμήματα, που το καθένα έχει ανεξάρτητο συντελεστή εξασθένησης A_i , $i = 1, \dots, W$, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.5. Το πολλαπλασιαστικό φαινόμενο μετατρέπεται σε αθροιστικό όταν λογαριθμίσουμε και αν ο αριθμός των σκεδαστών W είναι μεγάλος, λόγω του κεντρικού οριακού θεωρήματος το λαμβανόμενο σήμα θα ακολουθεί κανονική κατανομή.



Σχήμα 4.5. : Απεικόνιση της Λογαριθμοκανονικής Συμπεριφοράς

Άρα η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της λαμβανόμενης ισχύος είναι :

$$P_{\Omega}(x) = \frac{1}{\sigma_{\Omega} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[\frac{-(x - \mu_{\Omega})^2}{2 \cdot (\sigma_{\Omega})^2}\right] \quad (4.2.3)$$

όπου

$$\mu_{\Omega} = \overline{\Omega(d)} = \overline{\Omega(d_0)} - 10 \cdot n \cdot \log\left(\frac{d}{d_0}\right) (dBm) \quad (4.2.4)$$

Όμοια γράφουμε:

$$P_{(PL_{dB})} = \frac{1}{\sigma_{PL} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[\frac{-(x - \mu_{PL})^2}{2 \cdot (\sigma_{PL})^2}\right] \quad (4.2.5)$$

όπου

$$\mu_{PL} = \overline{PL(d)} = \overline{PL(d_0)} + 10 \cdot n \cdot \log\left(\frac{d}{d_0}\right) (dB) \quad (4.2.6)$$

Θεωρούμε ότι $\sigma_{\Omega} = \sigma_{PL}$ (dB). Για την αθροιστική συνάρτηση κατανομής της λογαριθμοκανονικής ισχύει :

$$P_r(x < x_0) = \int_{-\infty}^{x_0} P_{\Omega}(x) d(x) \quad (4.2.7)$$

Έχει αποδειχθεί ότι (το παίρνουμε ως δεδομένο) :

$$P_r(x < x_0) = \frac{1}{2} \cdot \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x_0 - \mu_0}{\sigma_{\Omega} \cdot \sqrt{2}}\right) \right] \quad (4.2.8)$$

Όμως

$$\operatorname{erf}(z) = \int_0^z \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-x^2} d(x) = 1 - 2 \cdot Q(z \cdot \sqrt{2}) \quad (4.2.9)$$

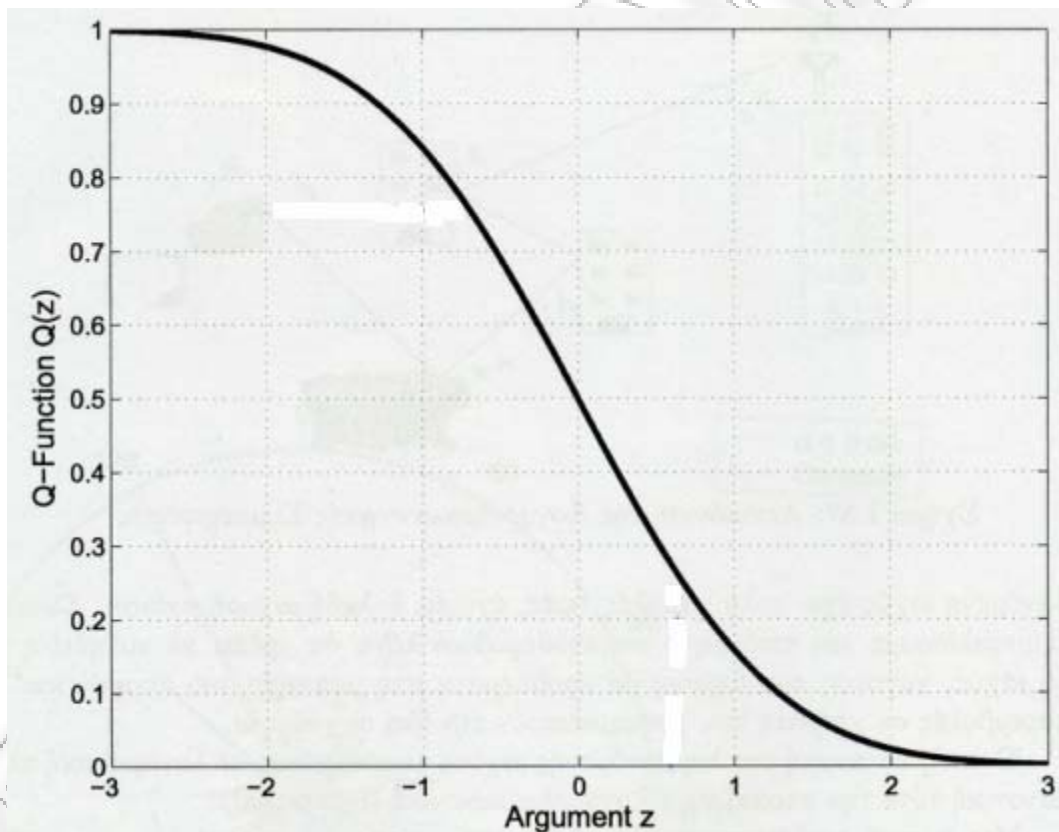
όπου Q η συνάρτηση Marcum – Q για την οποία ισχύει :

$$Q(z) = \int_z^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-x^2/2} d(x) \quad (4.2.10)$$

και

$$Q(-z) = 1 - Q(z) \quad (4.2.11)$$

Η συνάρτηση Q(z) απεικονίζεται στο σχήμα 4.6 :



Σχήμα 4.6. : Η συνάρτηση Q(z)

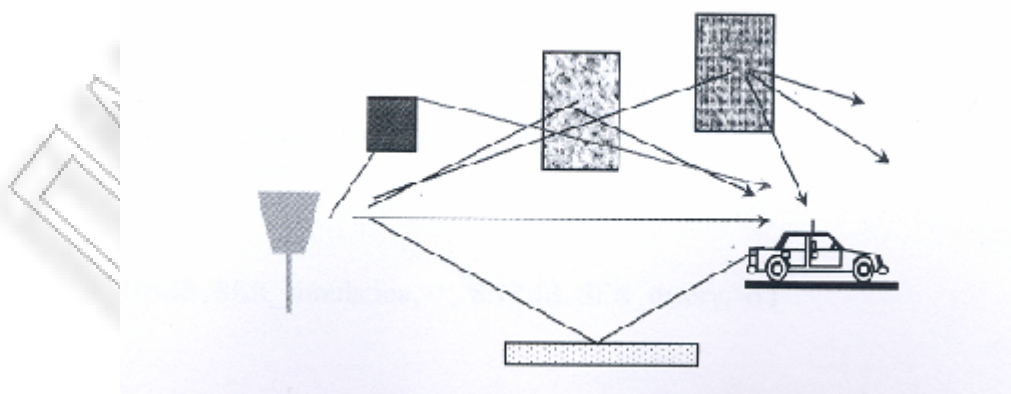
Άρα:

$$P_r(x < x_0) = 1 - Q\left(\frac{x_0 - \mu_{\Omega}}{\sigma_{\Omega}}\right) = Q\left(\frac{\mu_{\Omega} - x_0}{\sigma_{\Omega}}\right) \quad (4.2.12)$$

4.3 FADING

4.3.1. Μετάδοση σε κανάλι με fading

Ο όρος fading χρησιμοποιείται για να περιγράψει τις γρήγορες μεταβολές στο πλάτος του λαμβανόμενου radio signal για μία χρονική διάρκεια. Το fading απαντάται στα mobile communication channels και προκαλείται από την άθροιση πολλαπλών αντιγράφων του σήματος εκπομπής που φτάνουν σχεδόν ταυτόχρονα στην κεραία του δέκτη από διαφορετικές κατευθύνσεις. Το **συνιστάμενο σήμα** μεταβάλλεται κατά το **πλάτος** και τη **φάση**. Τα χαρακτηριστικά της μεταβολής αυτής εξαρτώνται από διάφορους παράγοντες, όπως το περιβάλλον διάδοσης (επηρεάζει τις σχετικές διαφορές στο propagation time των κυμάτων), το εύρος φάσματος (bandwidth) του εκπεμπόμενου σήματος, κτλ. Γενικά στη διαδικασία του fading θεωρούμε ότι όλα τα συνιστώσα κύματα φτάνουν ταυτόχρονα, οπότε λαμβάνονται ως *ένα* path του οποίου το πλάτος αυξομειώνεται. Για παράδειγμα, όπως φαίνεται στο σχήμα (4.7.), όσο κινείται το αυτοκίνητο (mobile), αλλάζουν οι multipath συνιστώσες που φτάνουν στην κεραία του δέκτη λόγω της αλλαγής του περιβάλλοντα χώρου, άρα και των ανακλώμενων κυμάτων που φτάνουν στην κεραία του δέκτη.



Σχήμα 4.7. : Multipath περιβάλλον διάδοσης

Έστω το σήμα εκπομπής είναι ένα απλό ημιτονοειδές σήμα στη συχνότητα του φέροντος (μη διαμορφωμένο σήμα στην f_c) :

$$s(t) = A \cos(2\pi f_c t) \quad (4.3.1.1)$$

Το λαμβανόμενο σήμα δίνεται ως (αγνοώντας για λίγο τον θόρυβο)

$$r(t) = A \sum_{i=1}^{N_1} \alpha_i \cos(2\pi f_c t) \quad (4.3.1.2)$$

Όπου

- α_i είναι η εξασθένιση (attenuation) της i -th multipath συνιστώσας.
- θ_i είναι η αλλαγή φάσης (phase - shift) της i -th multipath συνιστώσας.

Θεωρούμε ότι οι N_1 συνιστώσες φτάνουν σχεδόν ταυτόχρονα, οπότε αυτό που παρατηρείται στο δέκτη είναι μόνο το συνιστάμενο σήμα. Οι όροι α_i και θ_i είναι τυχαίες μεταβλητές (random variables). Η παραπάνω έκφραση μπορεί να αναλυθεί στις δύο ορθογώνιες συνιστώσες $\{\cos, \sin\}$ του φέροντος :

$$r(t) = A \left\{ \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i \cos(\theta_i) \right) \cos(2\pi f_c t) - \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i \sin(\theta_i) \right) \sin(2\pi f_c t) \right\} \quad (4.3.1.3)$$

Επίσης αν εισάγουμε δύο τυχαίες διαδικασίες (random processes) $X_1(t)$ και $X_2(t)$ μπορούμε να γράψουμε :

$$r(t) = A \{ X_1(t) \cos(2\pi f_c t) - X_2(t) \sin(2\pi f_c t) \} \quad (4.3.1.4)$$

Αν το N_1 είναι αρκετά μεγάλο (μεγάλος αριθμός από scattered waves είναι παρόντα), και χρησιμοποιώντας το Central Limit Theorem, μπορούμε να προσεγγίσουμε τα $X_1(t)$ και $X_2(t)$ με Gaussian random variables με zero mean και variance σ^2 . Η (4.3.1.3) γίνεται :

$$r(t) = AR(t) \cos(2\pi f_c t + \theta(t)) \quad (4.3.1.5)$$

Όπου

- Το πλάτος του σήματος λήψης $R(t)$ δίνεται ως

$$R(t) = \sqrt{X_1(t)^2 + X_2(t)^2} \quad (4.3.1.6)$$

Όπου αφού οι $X_1(t)$ και $X_2(t)$ είναι Gaussian random variables μπορεί να δειχτεί ότι η $R(t)$ είναι **Rayleigh distributed random variable** με PDF :

$$f_r(\alpha) = \frac{\alpha}{2\sigma^2} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}}, \quad \alpha \geq 0 \quad (4.3.1.7)$$

- Η φάση του σήματος λήψης $\theta(t)$ δίνεται ως

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left(\frac{X_2(t)}{X_1(t)} \right) \quad (4.3.1.8)$$

Όπου αφού οι $X_1(t)$ και $X_2(t)$ είναι Gaussian random variables μπορεί να δειχτεί ότι η $\theta(t)$ είναι **uniform distributed random variable** με PDF :

$$f_0(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad -\pi \leq \theta \leq \pi \quad (4.3.1.9)$$

Η εξασθένιση πλάτους $R(t)$ επηρεάζει σημαντικά την επίδοση των ψηφιακών τηλεπικοινωνιακών συστημάτων που λειτουργούν σε fading channels. Πάντως η διάρκεια για την οποία η εξασθένιση (fading) λαμβάνεται **σταθερή είναι τουλάχιστον για τη διάρκεια ενός εκπεμπόμενου συμβόλου.**

Το μοντέλο της multipath διάδοσης για το κανάλι το οποίο καταλήγει σε fading του σήματος, είναι πρωταρχικά ένα αποτέλεσμα των χρονικών μεταβολών των φάσεων των διαφόρων κυμάτων στην κεραία του δέκτη. Δηλαδή, οι χρονικά μεταβαλλόμενες τυχαίες φάσεις που σχετίζονται με τα **ανύσματα λήψης**, συχνά καταλήγουν σε ανύσματα που προστίθενται με τρόπο αναιρετικό (destructive addition). Όταν συμβαίνει κάτι τέτοιο, το λαμβανόμενο σήμα $r(t)$ που προκύπτει έχει μικρό πλάτος ή και πρακτικά μηδέν. Σε άλλες περιπτώσεις τα ανύσματα προστίθενται με τρόπο ενισχυτικό (constructive addition) κι έτσι το λαμβανόμενο σήμα είναι μεγάλο. Έτσι οι μεταβολές του πλάτους στο λαμβανόμενο σήμα αποτελούν το fading του σήματος και οφείλονται στα χρονικά μεταβαλλόμενα χαρακτηριστικά του multipath του καναλιού.

Όταν η απόκριση του καναλιού μοντελοποιείται ως μία μιγαδική Gaussian διαδικασία με μηδενική μέση τιμή, η **περιβάλλουσα** σε κάθε χρονική στιγμή ακολουθεί κατανομή Rayleigh. Σε αυτή την περίπτωση έχουμε ένα κανάλι με Rayleigh fading. Στην περίπτωση που υπάρχουν ακίνητοι σκεδαστές ή ανακλαστές του σήματος στο κανάλι, δηλαδή μία **Line of Site (LOS)** διαδρομή, εκτός από τους τυχαία κινούμενους σκεδαστές, η απόκριση του καναλιού δεν μπορεί πλέον να μοντελοποιηθεί έχοντας μηδενική μέση τιμή. Σε αυτή την περίπτωση η **περιβάλλουσα** ακολουθεί κατανομή **Rice** και έχουμε ένα κανάλι με Rice fading.

Κατά την μελέτη ασύρματων επικοινωνιών (wireless communications) χρησιμοποιούμε συνήθως τη στατιστική της περιβάλλουσας που ακολουθεί κατανομή Rayleigh, διότι το μοντέλο προσεγγίζει αρκετά τις πραγματικές συνθήκες μετάδοσης σε κινητά κανάλια επικοινωνίας. Η περιβάλλουσα του fading που ακολουθεί κατανομή Rayleigh εμφανίζεται συχνά στα HF και στα τροποσκεδαστικά κανάλια με αποτέλεσμα αυτό το μοντέλο καναλιού να είναι ευρύτατα αποδεκτό.

4.3.2. Fading Models

- a) **Rayleigh**: Η κατανομή Rayleigh χρησιμοποιείται συχνά σε multipath fading μοντέλα **χωρίς LOS**, δηλαδή χωρίς απευθείας διαδρομή. Σε αυτή την περίπτωση το πλάτος του καναλιού διάλειψης R είναι random variable με PDF :

$$f_R(\alpha, \Omega) = \frac{2\alpha}{\Omega} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{\Omega}\right), \quad \alpha \geq 0 \quad (4.3.2.1)$$

Παρακάτω δίνεται ο κώδικας στο MATLAB :

```
clear;

N=1000000;
bins=100;

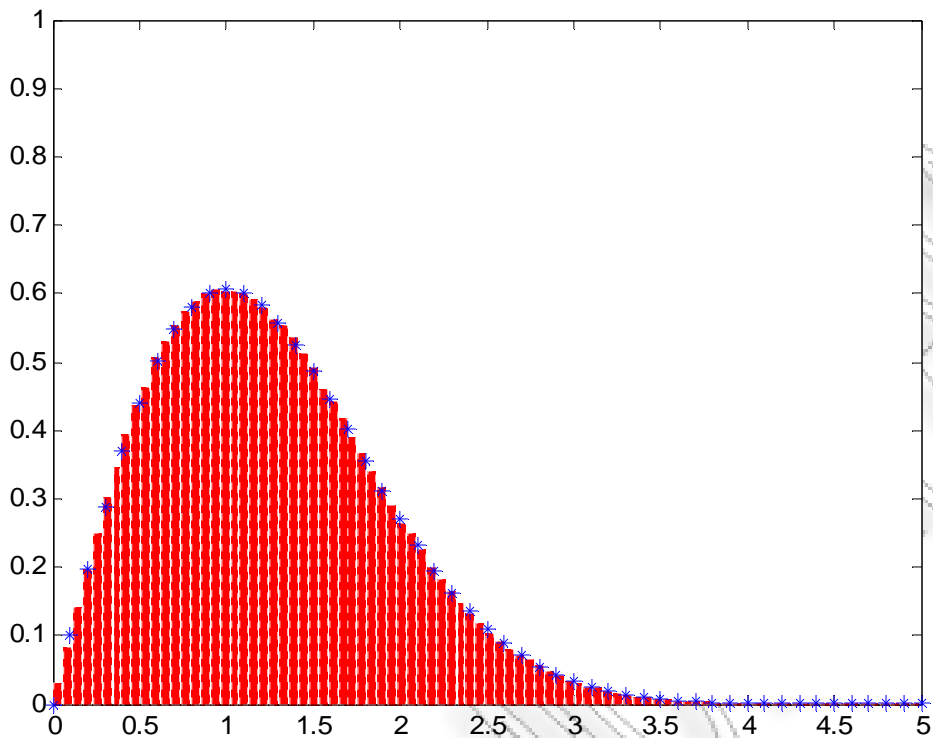
rv=raylrnd(1,[1 N]);

[n xout]=hist(rv,bins);
bar(xout, n/(N*(max(xout)/bins))) % !!!!!

axis([0 5 0 1])

h = findobj(gca,'Type','patch');
set(h,'FaceColor','r','LineStyle',':','EdgeColor','w')
hold on

y = raylpdf([0:0.1:10],1);
x=0:0.1:10;
plot(x,y, '*r')
```



Σχήμα 4.8. : PDF of random variable με κατανομή Rayleigh

Όπου $\Omega = E\{R^2\} = 2\sigma^2$ δηλώνει τη μέση ισχύ της διαδρομής λήψης, που είναι το άθροισμα όλων των ανακλώμενων διαδρομών που φτάνουν με την ίδια καθυστέρηση. Επομένως, το στιγμιαίο SNR ανά bit,

$$\gamma_b = R^2 \frac{E_b}{N_0} \quad (4.3.2.2)$$

Είναι τώρα μία **random variable** με PDF *chi-squared* :

$$p_{\gamma_b}(\gamma_b, \bar{\gamma}_b) = \frac{1}{\bar{\gamma}_b} \exp\left(-\frac{\gamma_b}{\bar{\gamma}_b}\right), \quad \gamma_b \geq 0 \quad (4.3.2.3)$$

Όπου $\bar{\gamma}_b = \frac{E_b}{N_0} E\{R^2\} = \frac{E_b}{N_0} \Omega$ δηλώνει το **μέσο (average) SNR** ανά bit για το κανάλι.

Η κατανομή Rayleigh τυπικά συμφωνεί πολύ καλά με πειραματικές μετρήσεις σε κινητά

κανάλια όπου δεν υπάρχει LOS διαδρομή ανάμεσα στην εκπέμπουσα και τη λαμβάνουσα κεραία.

b) Rice: Η κατανομή Rice χρησιμοποιείται συχνά σε μοντέλα διαύλων που περιέχουν μία απευθείας LOS διαδρομή και άλλες τυχαίες πιο αδύναμες διαδρομές. Το πλάτος της διάλειψης του καναλιού ακολουθεί την κατανομή :

$$p_R(\alpha; \Omega, K) = \frac{2(1+K)e^{-K}\alpha}{\Omega} \exp\left(-\frac{(1+K)\alpha^2}{\Omega}\right) I_0\left(2K\alpha\sqrt{\frac{1+K}{\Omega}}\right), \quad \alpha \geq 0 \quad (4.3.2.4)$$

όπου $K = \frac{\text{average direct power}}{\text{average scattered power}}$ είναι η παράμετρος Rice, η οποία παίρνει τιμές

$K \geq 0$. Το SNR ανά bit του καναλιού, γ_b , είναι πάλι μία random variable με PDF :

$$p_{\gamma_b}(\gamma; \bar{\gamma}_b, K) = \frac{(1+K)e^{-K}}{\bar{\gamma}_b} \exp\left(-\frac{(1+K)\gamma}{\bar{\gamma}_b}\right) I_0\left(2K\sqrt{\frac{(1+K)\gamma}{\bar{\gamma}_b}}\right), \quad \gamma \geq 0 \quad (4.3.2.5)$$

Η κατανομή Rice μεταβάλλεται από τη χειρότερη κατάσταση της Rayleigh, όταν $K=0$, μέχρι και καθόλου fading όταν $K = \infty$.

c) Nakagami – m : Η κατανομή Nakagami – m δίνεται από την σχέση :

$$p_R(\alpha; \Omega, m) = \frac{2m^m \alpha^{2m-1}}{\Omega^m \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{m\alpha^2}{\Omega}\right), \quad \alpha \geq 0 \quad (4.3.2.6)$$

Όπου $\Gamma(\cdot)$ είναι η συνάρτηση Gamma και m είναι η παράμετρος της Nakagami – m διάλειψης η οποία παίρνει τιμές από $\frac{1}{2}$ έως ∞ . Σε αυτή την περίπτωση το SNR ανά bit,

γ_b , κατανέμεται σύμφωνα με την κατανομή Gamma που δίνεται από τον τύπο:

$$f_{\gamma_b}(\gamma_b; \bar{\gamma}_b, m) = \frac{m^m \gamma_b^{m-1}}{\Gamma(m) \bar{\gamma}_b^{m-1}} \exp\left(-\frac{m\gamma_b}{\bar{\gamma}_b}\right), \quad \gamma_b \geq 0 \quad (4.3.2.7)$$

Παρακάτω δίνεται ο κώδικας στο MATLAB :

```
clear;
N=1000000;
bins=100;
rv=gamrnd(1,2,[1 N]);
[n xout]=hist(rv,bins);
```

```

bar(xout, n/(N*(max(xout)/bins))) % !!!!!

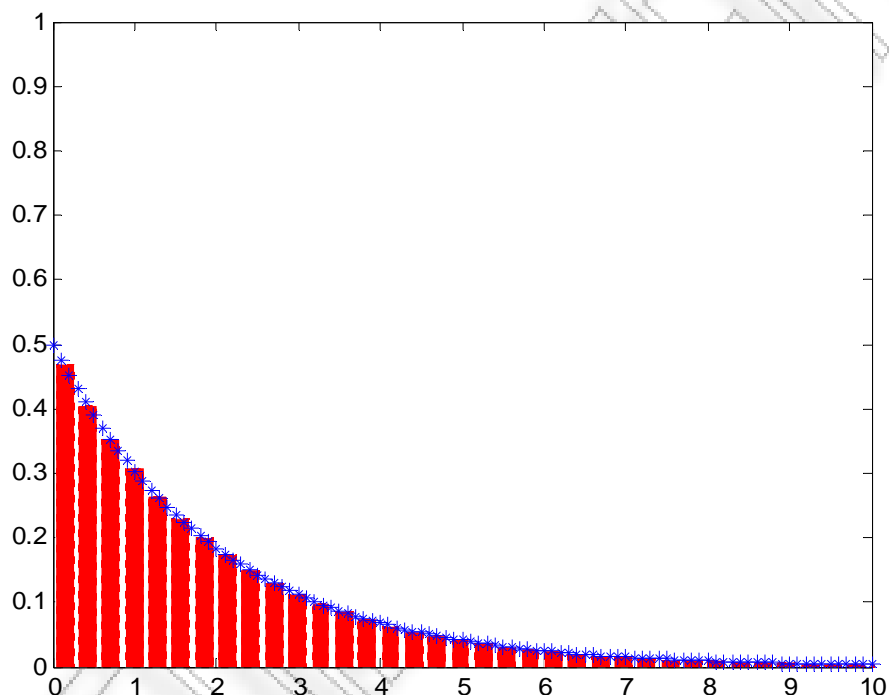
axis([0 10 0 1])

h = findobj(gca,'Type','patch');
set(h,'FaceColor','r','LineStyle',':','EdgeColor','w')
hold on

y = gampdf([0:0.1:10],1,2);
x=0:0.1:10;

plot(x,y, '*')

```



Σχήμα 4.9. : PDF της συνάρτησης Gamma με $m=1$ και $\Omega=2$.

Η κατανομή Nakagami – m διαθέτει μέσω της παραμέτρου m τη μεγαλύτερη ποικιλία στατιστικών διαλείψεων. Για παράδειγμα περιλαμβάνει τη μονόπλευρη Gaussian κατανομή για $m = \frac{1}{2}$ και τη κατανομή Rayleigh για $m = 1$. Στο όριο όπου $m \rightarrow +\infty$, το κανάλι της Nakagami – m κατανομής τείνει προς ένα κανάλι χωρίς διαλείψεις. Τέλος όταν $m > 1$ τότε προσεγγίζει ένα κανάλι με Rician κατανομή διάλειψης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

5.1. Μοντέλο καναλιών

Κατά την ανάλυση της απόδοσης ενός κυψελοειδούς συστήματος, είναι πολύ σημαντικό να διαμορφωθούν ακριβώς τα αποτελέσματα της ραδιοδιάδοσης στο λαμβανόμενο σήμα, δεδομένου ότι εκείνα τα αποτελέσματα είναι πολύ συχνά μεταξύ των σημαντικότερων πηγών υποβάθμισης απόδοσης συστημάτων. Ο στατιστικός χαρακτηρισμός των λαμβανόμενων σημάτων (τα επιθυμητά αλλά και τα σήματα παρέμβασης) περιλαμβάνει κυρίως δύο αποτελέσματα διάδοσης: την μικρής κλίμακας εξασθένιση, προκληθείσα από πολλαπλούς διαδρόμους πέρα από μία τοπική περιοχή, και την σκίαση (μεγάλης κλίμακας εξασθένιση), προκληθείσα από τα δέντρα, κτίρια, και έκταση. Οι μετρήσεις έχουν δείξει ότι το τοπικό μέσο επίπεδο σημάτων σε ένα ασύρματο σύστημα επικοινωνιών μπορεί να εκφραστεί ως μία λογαριθμική τυχαία μεταβλητή. Όταν εκφράζεται σε μονάδες decibel, το τοπικό μέσο επίπεδο σημάτων ακολουθεί μία κανονική κατανομή και χαρακτηρίζεται από μία μέση τιμή περιοχής και μία σταθερή απόκλιση, και οι δύο σε dB. Η μέση τιμή περιοχής είναι μία συνάρτηση της απόστασης μεταξύ πομπού και δέκτη (TR), της ισχύος εκπομπής, των κερδών των κεραιών, αλλά και της απόκλισης σκίασης που εξαρτάται από το φυσικό περιβάλλον. Στη γενική περίπτωση σχεδιασμού συστημάτων ή προσομοίωσης, τα αποτελέσματα της μικρής κλίμακας εξασθένισης και της σκίασης πρέπει να ληφθούν υπόψη, αν και σε μερικές περιπτώσεις, η σκίαση των επιθυμητών και των σημάτων παρέμβασης είναι η κύρια πηγή υποβάθμισης απόδοσης. Παραδείγματος χάριν, η χωρική ποικιλομορφία, το φάσμα, και οι τεχνικές κωδικοποίησης και διαστρωμάτωσης έχουν υιοθετηθεί εκτενώς για να καταπολεμήσουν τα αποτελέσματα της μικρής κλίμακας εξασθένισης, έτσι ώστε τα λαμβανόμενα σήματα να εξαρτώνται κυρίως από την εξασθένιση μεγάλης κλίμακας. Στην ανάλυση που παρουσιάζεται εδώ, υιοθετούμε, αρχικά την υπόθεση ότι η μικρής κλίμακας εξασθένιση δεν υφίσταται, οπότε

εξετάζονται μόνο η σκίαση και η απώλεια διάδοσης. Αργότερα, τα αποτελέσματα της μικρής κλίμακας εξασθένισης θα ενσωματωθούν εύκολα στην προσομοίωση. Υποθέτοντας ότι τα αποτελέσματα της μικρής κλίμακας εξασθένισης υπολογίζονται κατά μέσο όρο, το τοπικό μέσο επίπεδο δύναμης του επιθυμητού ή του μεμονωμένου σήματος παρέμβασης, που δίνεται από τη μεταβλητή p , ακολουθεί τη λογαριθμική κατανομή. Σε dBW, το τοπικό μέσο επίπεδο δύναμης μπορεί να γραφεί ως :

$$X = 10 \cdot \log_{10} p = m_X + x(dBW) \quad (5.1.1)$$

όπου το m_X είναι το μέσο επίπεδο δύναμης της περιοχής σε dBW (ή εναλλακτικά, η μέση μεγάλης κλίμακας απώλεια διάδοσης σε dB) και το x είναι μία τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή μηδέν και τυπική απόκλιση που εξαρτάται από το περιβάλλον σκίασης. Η τιμή της m_X διαμορφώνεται συνήθως ως συνάρτηση της απόστασης πομπού δέκτη d , εκθέτη γ της απώλειας ελευθέρου χώρου, εκπεμπόμενη ισχύ P_T σε dBW, και τα κέρδη G_T και G_R των κεραιών πομπού και δέκτη, αντίστοιχα

$$m_X = P_T + G_T(\theta_T, \phi_T) + G_R(\theta_R, \phi_R) - 10 \cdot K \cdot \gamma \cdot \log_{10} d(dBW) \quad (5.1.2)$$

Στην σχέση (5.1.2), η σταθερά K περιλαμβάνει όλους τους όρους που δεν αλλάζουν στον τύπο. Οι γωνίες θ_T και ϕ_T είναι οι γωνίες ανύψωσης και αζιμουθίου της αναχώρησης του σήματος που στέλνεται προς τον δέκτη, ενώ οι γωνίες θ_R και ϕ_R είναι οι γωνίες ανύψωσης και αζιμουθίου της άφιξης των σημάτων που φτάνουν στην λαμβάνουσα κεραία. Οι γωνίες θ_T , ϕ_T , θ_R , και ϕ_R εξαρτώνται από τις σχετικές θέσεις του σταθμού βάσεων και των κινητών κεραιών.

5.2. Τμηματοποιημένα κελιά

Τα κυψελοειδή συστήματα επικοινωνιών χρησιμοποιούν συχνά κεραιές στο σταθμό βάσεως, προκειμένου να μειωθεί η co – channel παρέμβαση. Κάθε μία κεραιά εκπέμπει στο πλαίσιο ενός καθορισμένου τομέα του κελιού, και σε κάθε τομέα διατίθεται ένα υποσύνολο του συνόλου καναλιών διαθέσιμων για το κελί. Επομένως, λόγω της κατευθυντικότητας των κεραιών των σταθμών βάσεων, η συνολική co – channel παρέμβαση που προσκρούει στην κεραιά δεκτών (στο σταθμό βάσης ή στο κινητό) μειώνεται.

5.3. Η συνολική co – channel παρεμβολή

Με βάση την προϋπόθεση ότι τα λαμβανόμενα μεμονωμένα σήματα παρεμβολής επηρεάζονται από τη σκίαση και την απώλεια διάδοσης, η συνολική co-channel παρεμβολή διαμορφώνεται σαν άθροισμα των σημάτων παρεμβολής, των οποίων τα τοπικά μέσα επίπεδα ισχύος ακολουθούν τις λογαριθμικές κανονικές κατανομές. Συνήθως υποτίθεται ότι η φάση λήψης που παρατηρείται σε κάθε μεμονωμένο σήμα παρεμβολής ποικίλει σημαντικά λόγω της διασποράς, έτσι ώστε να μπορούμε να υποθέσουμε ότι οι φάσεις είναι τυχαίες και έτσι τα σήματα αθροίζονται ασυνάρτητα (asynchroneously), όταν υπολογίζονται σε μία τοπική θέση. Επομένως, η συνολική co – channel παρεμβολή I , έχοντας υπόψη μία δεδομένη θέση δίνεται ως το άθροισμα λογαριθμικά κανονικών σημάτων. Έτσι:

$$I = \sum_{i=1}^k I_i \quad (5.3.1)$$

όπου I_i εκφράζεται σε μονάδες decibel. Γίνεται αποδεκτό ότι το άθροισμα των λογαριθμικά κανονικών τυχαίων μεταβλητών μπορεί να προσεγγιστεί με μία άλλη λογαριθμική κανονική

κατανομή και διάφοροι μέθοδοι έχουν προταθεί για τον υπολογισμό της μέσης τιμής και της σταθερής απόκλισης του συνισταμένου σήματος παρεμβολής. Οι δύο δημοφιλέστερες τεχνικές είναι η μέθοδος Wilkinson και η μέθοδος Schwartz και Yeh. Γνωρίζοντας τις κατανομές των μεμονωμένων co – channel σημάτων παρέμβασης I_i , ή με άλλα λόγια, τα μέσα m_i και τις σταθερές αποκλίσεις σ_i του I_i , μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση τιμή m_I και τη σταθερή απόκλιση σ_I της συνολικής παρέμβασης I , με την χρησιμοποίηση της μεθόδου Wilkinson ή Schwartz και της μεθόδου Yeh.

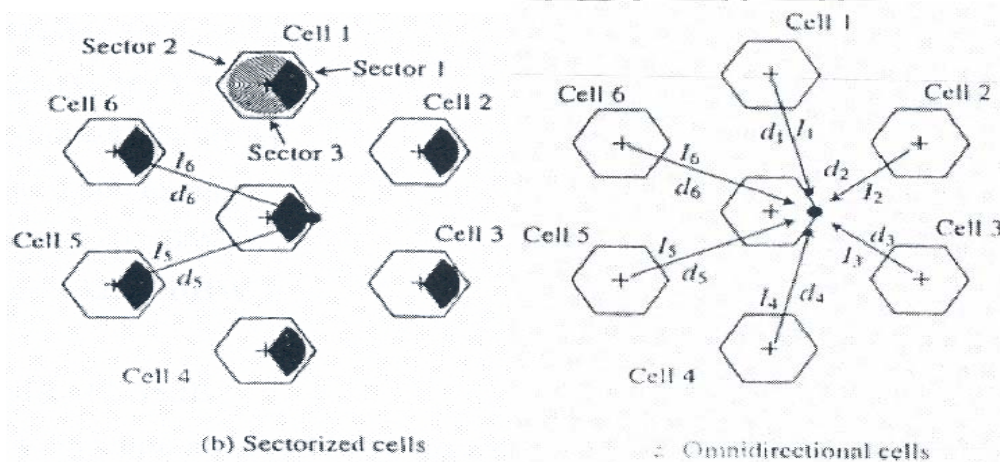
5.4. Αποτελέσματα του τεμαχισμού κυψελών

Δεδομένου ότι γνωρίζουμε τώρα πώς να υπολογίσουμε τη συνολική co – channel παρέμβαση, ας αναλύσουμε περισσότερο τα αποτελέσματα του τεμαχισμού στην ικανότητα και την ποιότητα συνδέσεων ενός κυψελοειδούς συστήματος. Έχουμε δει ότι ο τεμαχισμός κυψελών μειώνει την co – channel παρεμβολή, αλλά εις βάρος μίας μείωσης της αποδοτικότητας ζεύξεων που, στη συνέχεια, μειώνει τη συνολική κυκλοφορία που φέρεται από το κελί. Κάθε τομέας του κελιού θα διατεθεί ένα υποσύνολο του συνόλου καναλιών που διατίθενται στο κελί. Από τη θεωρία κυκλοφορίας, ξέρουμε ότι όταν χωρίζεται μια ομάδα των καναλιών σε υποσύνολα των καναλιών, το ποσό της μέγιστης κυκλοφορίας που φέρεται από τα υποσύνολα είναι πάντα χαμηλότερο από τη μέγιστη κυκλοφορία που φέρεται από ολόκληρη την ομάδα των καναλιών.

Παράδειγμα : Θεωρήστε ένα AMPS (Προηγμένο Κινητό Τηλεφωνικό Σύστημα) κυψελοειδές σύστημα χρησιμοποιώντας ένα μέγεθος συστάδων $N = 4$. Επιπλέον, υποθέστε ότι τα 395 ζευγάρια των καναλιών κυκλοφορίας από τον σταθμό βάσης και προς σταθμό βάσης είναι διαθέσιμα. Σε αυτό το παράδειγμα θα υπολογιστεί η μέγιστη κυκλοφορία που φέρεται από κάθε κελί και η co – channel παρέμβαση. Δύο διαφορετικές περιπτώσεις θα

εξεταστούν: (1) πανκατευθυντικές κεραιές στο σταθμό βάσης και (2) τεμαχισμό κυψέλης στο σταθμό βάσης. Μόνο η σύνδεση μεταξύ σταθμού βάσης – χρήστη θα αναλυθεί.

1. Για τις πανκατευθυντικές κεραιές, οι σταθμοί βάσεων θα εκπέμπουν σε όλες τις κατευθύνσεις με ίση δύναμη. Θα παρεμποδίζουν και θα λαμβάνουν την παρέμβαση από όλα τα co – channel κελιά. Εξετάζοντας μόνο την πρώτη σειρά των co – channel κελιών, η συνολική co – channel παρέμβαση που λαμβάνεται σε ένα κινητό είναι το ποσό όλου του co – channel σήματος παρέμβασης, που παρουσιάζεται στο σχήμα 5.1.(α). Με βάση αυτό το σχήμα, μπορούμε να υπολογίσουμε την περιοχή SIR σε ένα κινητό που βρίσκεται στο όριο του κελιού.



Σχήμα 5.1. : Κυψελοειδή συστήματα με πανκατευθυντικές και τμηματοποιημένες κεραιές στους σταθμούς βάσης.

Αυτό είναι στην χειρότερη περίπτωση, μια κατάσταση που δίνεται με :

$$SIR_{mean} = m_S - m_I (dB) \quad (5.4.1)$$

όπου m_S είναι η περιοχή που σημειώνεται η δύναμη του επιθυμητού σήματος και το m_I είναι η περιοχή που σημειώνεται η δύναμη της συνολικής παρεμβολής (σημειώστε ότι και οι δύο εκφράζονται σε dB που εξηγεί την αφαίρεση). Προκειμένου να υπολογιστούν τα m_S και m_I , θα χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις (5.1.2) και (5.3.1), υποθέτοντας για λόγους απλότητας,

ότι η κινητή κεραία είναι omnidirectional ($G_R(\theta_R, \phi_R) = 0 \text{ dB}$), $K = 1$, και όλοι οι σταθμοί βάσεων διαβιβάζουν το ίδιο επίπεδο δύναμης $P_T = 0 \text{ dBW}$. Επομένως :

$$m_S = -10 \cdot \log_{10} R \quad (5.4.2)$$

$$m_I = 10 \cdot \log \left[\sum_{i=1}^6 10^{-10 \cdot \gamma \cdot \log_{10} \frac{d_i}{10}} \right] \quad (5.4.3)$$

όπου R είναι η ακτίνα των κελιών, γ είναι ο εκθέτης απώλειας διάδοσης, και d_i για $i=1, \dots, 6$, είναι οι αποστάσεις T-R. Χρησιμοποιώντας τη γεωμετρία των συστάδων μεγέθους $N = 4$, υποθέτοντας ότι $R = 1000$ και $\gamma = 4$, μπορούμε να δείξουμε ότι :

$$d_1 = d_4 = 3605.55 \text{ m}$$

$$d_2 = d_3 = 2645.75 \text{ m}$$

$$d_5 = d_6 = 4358.90 \text{ m}$$

Επιπλέον έχουμε :

$$m_S = -120 \text{ dBW}$$

$$m_I = -132.35 \text{ dBW}$$

το οποίο μας δίνει το αποτέλεσμα :

$$SIR = 12.35 \text{ dB}$$

Για την ανάλυση κυκλοφορίας, υποθέτουμε πάλι το $N = 4$ και επίσης υποθέτουμε ότι η διανομή των χρηστών είναι ομοιόμορφη στην περιοχή κελιών. Κάθε κελί διαθέτει $N_C = 395 / 4 \approx 98$ κανάλια. Υποθέτοντας ότι οι παρεμποδισμένες κλήσεις εγκαταλείπονται και ότι η blocking probability είναι $P_B = 0.02$, η μέγιστη κυκλοφορία που επιτυγχάνεται ανά κελί είναι, από τον τύπο του Erlang B:

$$A_C = 86.0 \text{ Erlangs per cell.}$$

Εάν ένας χρήστης παράγει 0,02 Erlang της κυκλοφορίας, το πανκατευθυντικό κελί μπορεί να υποστηρίξει μέχρι $86,0 / 0,02 \approx 4,300$ χρήστες με blocking probability $P_B = 0.02$

2. Τώρα υποθέτουμε ότι ο τεμαχισμός 120° χρησιμοποιεί (τρεις τομείς ανά κελί) όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα (β). Προκειμένου να αναλυθεί η co – channel παρέμβαση, εφαρμόζεται η ίδια προσέγγιση που χρησιμοποιείται στο μέρος (1). Υποθέτουμε μία ιδανική κεραία με μία άπειρη μπρος – πίσω αναλογία, έτσι ώστε μόνο τα κελιά 5 και 6 παρεμποδίζουν το κεντρικό κελί. Επομένως, ο αριθμός των παρεμβαινόμενων co – channel κελιών σε αυτό το παράδειγμα, από έξι (όλα τα co – channel κελιά στην πρώτη σειρά) πέφτει σε δύο.

$$m_I = 10 \cdot \log_{10} \left[10^{\frac{(-10 \cdot \gamma \cdot \log_{10} d_5)}{10}} + 10^{\frac{(-10 \cdot \gamma \cdot \log_{10} d_6)}{10}} \right] = -142.57 \text{ dBW}$$

και

$$m_S = -120.00 \text{ dBW}$$

Τελικά:

$$SIR_{\text{sectmean}} = 22.6 \text{ dB}$$

Για την ανάλυση ικανότητας της κυκλοφορίας, αναγνωρίζουμε ότι κάθε τομέας διαθέτει $N_S = 395 / (4 * 3) \approx 33$ κανάλια. Η μέγιστη κυκλοφορία που φέρεται από κάθε τομέα, υποθέτοντας blocking probability $P_B = 0.02$, δίνεται από :

$$A_S = 23.7 \text{ Erlangs per sector}$$

Για ένα κελί τριών – τομέων, ο αριθμός πολλαπλασιάζεται με το τρία. Επομένως

$$A_C = 71.1 \text{ Erlangs per cell}$$

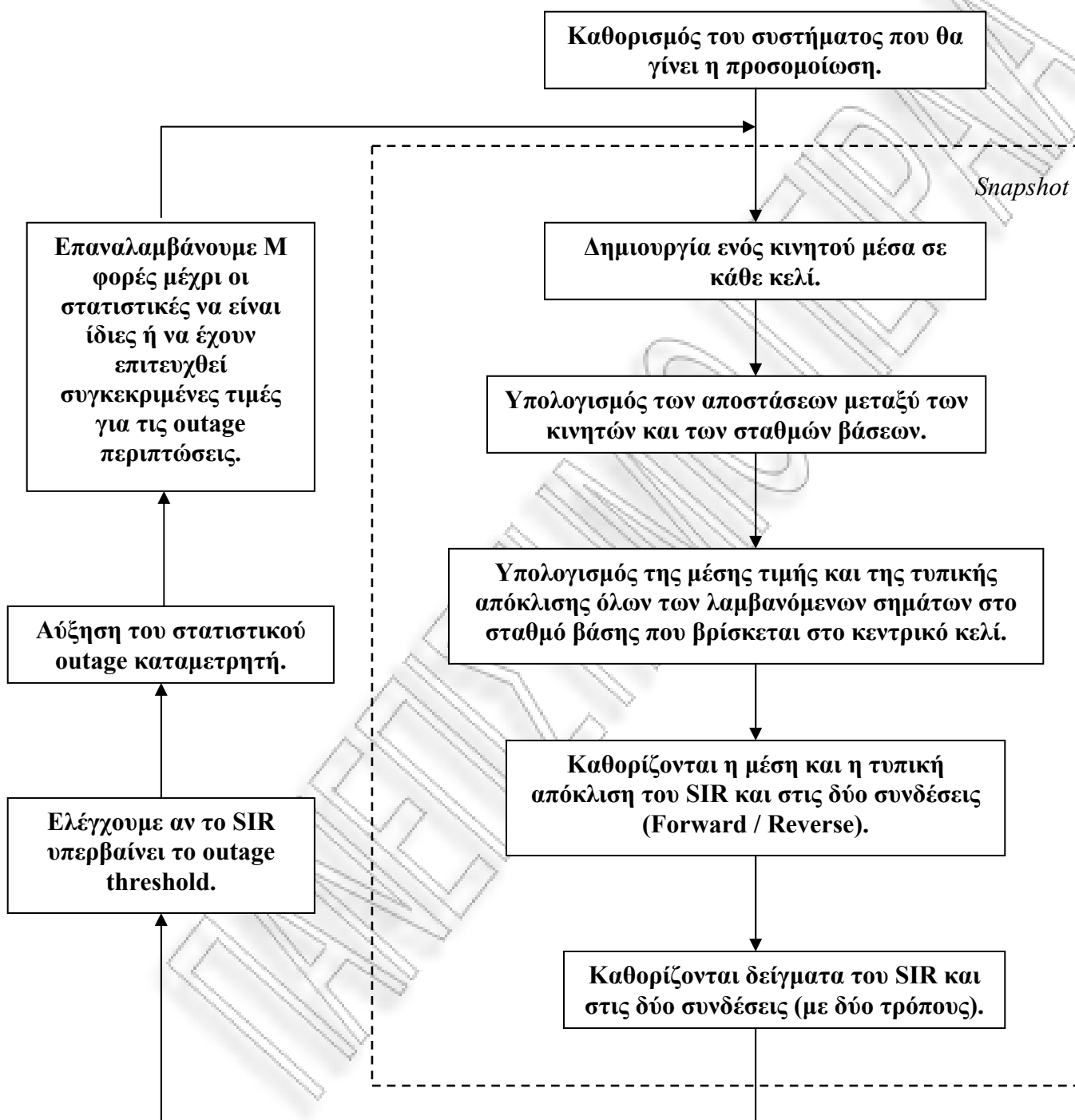
Πάλι υποθέτοντας ότι κάθε χρήστης παράγει 0,02 Erlang της κυκλοφορίας, το κελί με τρεις τομείς μπορεί να υποστηρίξει μέχρι $71,1 / 0,02 \approx 3,550$ χρήστες με blocking probability $P_B = 0.02$.

Βλέπουμε από αυτά τα αποτελέσματα ότι μία βελτίωση της ποιότητας συνδέσεων περίπου 10dB ($\Delta SIR = 22.56 - 12.35 = 10.21\text{dB}$) επιτυγχάνεται με την χρησιμοποίηση του τεμαχισμού κυψέλης σε σχέση με την πανκατευθυντική περίπτωση. Εντούτοις, αυτή η βελτίωση της ποιότητας συνδέσεων επιτυγχάνεται με την δαπάνη της αποδοτικότητας, έτσι ώστε η κυκλοφορία κάθε κελιού μειώνεται από 86,0 Erlangs per cell, με την πανκατευθυντική κεραία, σε 71,1 Erlangs per cell με τον τεμαχισμό κυψέλης.

Στο προηγούμενο παράδειγμα, η αναλογία σήματος – παρέμβασης υπολογίστηκε στη χειρότερη θέση, αφού το κινητό υποτίθεται ότι βρίσκεται στο όριο του κελιού. Είναι προφανές ότι στις θέσεις πιο κοντά στον σταθμό βάσεων, το SIR θα είναι υψηλότερο. Ένας άλλος περιορισμός της απλουστευμένης ανάλυσης που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο παράδειγμα, είναι ότι δεν εξετάστηκαν τα αποτελέσματα σκίασης. Όταν εξετάζουμε τη χωρική κατανομή των κινητών χρηστών με την ύπαρξη σκίασης, το SIR γίνεται μία τυχαία μεταβλητή. Η απόδοση του κυψελοειδούς συστήματος πρέπει σε αυτή την περίπτωση να μετρηθεί μέσω της outage probability η οποία καθορίζεται ως η πιθανότητα ότι το SIR είναι κάτω από ένα κατώτατο αποδεκτό επίπεδο SIR_0 .

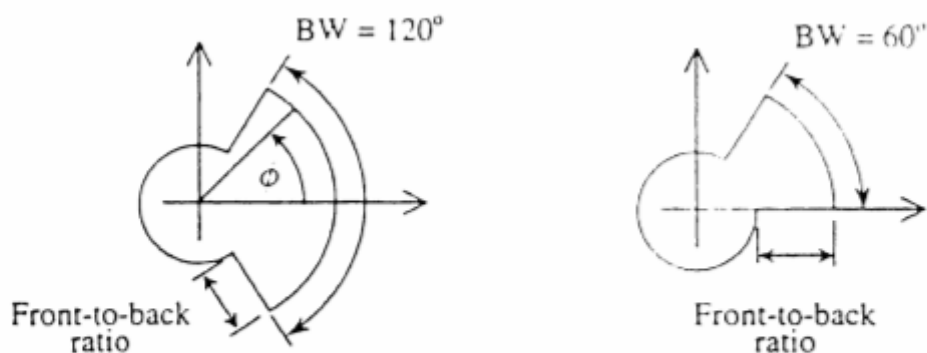
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

6.1. Μεθοδολογία προσομοίωσης



Σχήμα 6.1. : Αλγόριθμος για τον υπολογισμό του SIR και του outage σε ένα κυψελοειδές σύστημα χρησιμοποιώντας προσομοίωση Monte Carlo.

6.2. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ



Σχήμα 6.2. : Μοντέλο για τμηματοποιημένες κεραίες 120 και 60 μοιρών.

ο Καθορισμός του συστήματος που προσομοιώνεται

Εδώ καθορίζουμε τα χαρακτηριστικά διάδοσης (παράμετροι καναλιών) και η θέση των co-channel κελιών.

Χαρακτηριστικά διάδοσης (παράμετροι καναλιών).

Οι παράμετροι που καθορίζουν τα χαρακτηριστικά των καναλιών είναι οι εξής:

- ✓ Ακτίνα κελιού (R).
- ✓ Εκθέτης απωλειών (γ).
- ✓ Σταθερή απόκλιση σε μονάδες decibel της λογαριθμικής επισκίασης (σ).
- ✓ Επίπεδο δύναμης της μετάδοσης του σταθμού βάσεως ($P_{T,BS}$).
- ✓ Επίπεδο δύναμης της μετάδοσης του κινητού σταθμού ($P_{T,MS}$).
- ✓ Αριθμός τομέων ανά κελί.
- ✓ Η εμπρός - πίσω αναλογία των τομεακών κεραιών.
- ✓ Αριθμός στιγμιότυπων που προσομοιώνονται (M).

Αυτό το μέρος της προσομοίωσης μπορεί να εφαρμοστεί χρησιμοποιώντας κώδικα MATLAB.

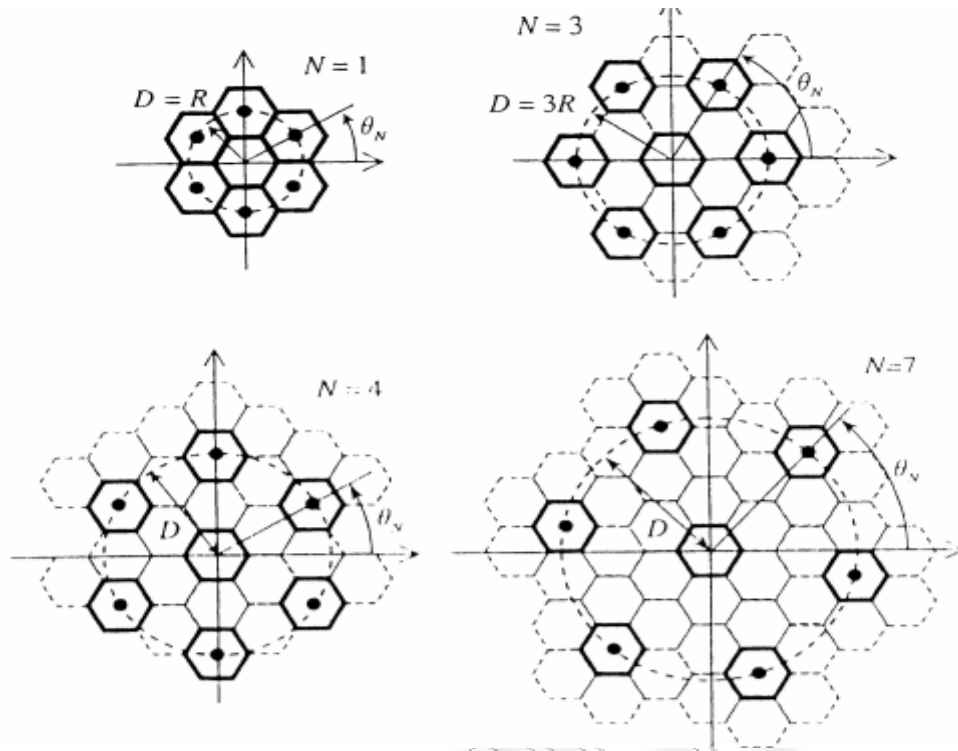
Θέσεις των co-channel κελιών.

Για λόγους ευκολίας, θα υιοθετήσουμε τα ορθογώνια και τα πολικά ισοδύναμα συστήματα για να αντιπροσωπεύσουμε τις θέσεις των σταθμών βάσεων και κινητών στην προσομοίωσή μας. Οι σταθμοί βάσεων θα βρεθούν στο κέντρο των αντίστοιχων κελιών. Ο σταθμός βάσης στο κεντρικό κελί, όπου η co-channel παρέμβαση θα μετρηθεί, θα βρεθεί στο κέντρο των ισοδύναμων συστημάτων. Οι θέσεις των co-channel κελιών εξαρτώνται από το μέγεθος συστάδων N του κυκλοειδούς συστήματος και της ακτίνας κελιού R . Για την πρώτη σειρά, όλα τα co-channel κελιά βρίσκονται σε μια περιφέρεια της ακτίνας :

$$D = \sqrt{3 \cdot N} \cdot R \quad (6.2.1)$$

στο κεντρικό κελί, και είναι εξίσου απόμακρα το ένα από το άλλο, όπως υποδεικνύεται στο σχήμα 6.2. Επίσης υποδεικνύεται σε αυτό το σχήμα, η γωνία θ_N (δείτε στον παρακάτω πίνακα), η οποία καθορίζει τη γωνιακή θέση του πρώτου co-channel κελιού. Χρησιμοποιώντας απλή γεωμετρία, μπορούμε να δείξουμε ότι, για το μέγεθος συστάδων N , η θέση του i^{th} co-channel κελιού, χρησιμοποιώντας τη διανυσματική σημείωση, είναι :

$$x_{BS}, \vec{x} + y_{BS}, \vec{y} = \sqrt{3 \cdot N} \cdot R \cdot \left[\cos(\theta_N + (i-1) \cdot \frac{\pi}{6}) \cdot \vec{x} + \sin(\theta_N + (i-1) \cdot \frac{\pi}{6}) \cdot \vec{y} \right] \quad (6.2.2)$$



Σχήμα 6.3.: Τοποθεσία των co – channel κελιών για $N = 1$, $N = 3$, $N = 4$, $N = 7$.

Σχέση μεταξύ N , R και θ_N .

Cluster size N	D	θ_N
1	R	$\pi / 6$
3	$3R$	0
4	$2\sqrt{3} R$	$\pi / 6$
7	$\sqrt{21} R$	$\arctan\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

όπου x και y είναι τα διανύσματα μονάδων σε κατεύθυνση αξόνων x και y .

Ένα παράδειγμα υλοποίησης για αυτό το κομμάτι της προσομοίωσης είναι το ακόλουθο:

```

%location of base station (center cell is located at x=0,y=0)
%location (angular) of the center cell of each cluster in the first tier.
theta_N=[pi/6 0 pi/6 asin(1/(2*sqrt(7)))];
%angular distance between the center cells of all 6 clusters in first
tier.
theta=pi/3*[0:5]';
aux_1=[1 0 2 3 0 0 4];
ind=aux_1(cluster_size);
%location [x.y] of the center cell of alla clusters i the first tier.
bs_position=[sqrt(3*cluster_size)*r_cell*cos(theta+theta_N(ind))
sqrt(3*cluster_size)*r_cell*sin(theta+theta_N(ind))];

```

Σημειώστε ότι, σε αυτό το τμήμα προγράμματος MATLAB, το $bs_position(i, 1)$ και το $bs_position(i, 2)$ αντιστοιχούν στα συστατικά στις κατευθύνσεις x και y, αντίστοιχα, από το διάνυσμα που αντιπροσωπεύει τη θέση του i^{th} σταθμού βάσης.

- ο **Παραγωγή των στιγμιότυπων των Κινητών θέσεων και υπολογισμός του SIR.**

Σε αυτό το μέρος της προσομοίωσης εκτελείται η ακριβής αξιολόγηση Monte Carlo. Τα στιγμιότυπα των θέσεων των κινητών που μοιράζονται το ίδιο κανάλι παράγονται, και για κάθε στιγμιότυπο, οι στατιστικές του SIR υπολογίζονται. Αυτό το μέρος της προσομοίωσης γίνεται M φορές.

Βήμα 1: Ένα κινητό τοποθετείται μέσα σε κάθε κελί. Τα κινητά υποτίθεται ότι κατανεμήθηκαν ομοιόμορφα στην περιοχή των κελιών. Όπως αναφέρθηκε πριν, οι τομείς

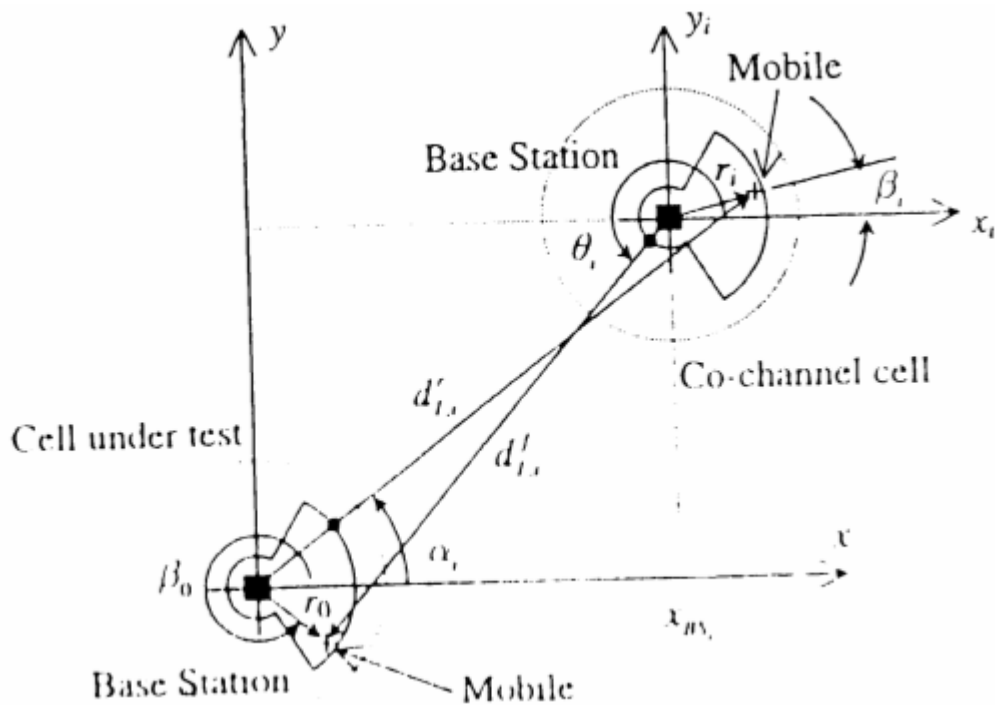
ενός δεδομένου κελιού, διαθέτουν διαφορετικά σύνολα καναλιών. Επομένως, η co-channel παρεμβολή εμφανίζεται μόνο μεταξύ των τομέων που διαθέτουν το ίδιο σύνολο καναλιών. Στην προσομοίωσή που κάνουμε, οι χρήστες στο κεντρικό κελί και στα co-channel κελιά υποτίθεται ότι βρίσκονται στο πλαίσιο του ίδιου τομέα. Χρησιμοποιώντας ένα πολικό ισοδύναμο σύστημα, η θέση του $i^{\text{οστού}}$ χρήστη μέσα στο κελί της, μπορεί να περιγραφεί από την απόσταση r_i μεταξύ του κινητού και του σταθμού βάσης, και την γωνία β_i μεταξύ μιας αναφοράς και της κατεύθυνσης της διάδοσης μεταξύ του κινητού και του σταθμού βάσης του (δείτε το σχήμα 6.3). Σημειώστε ότι το β_i και το r_i καθορίζονται σύμφωνα με το ισοδύναμο σύστημα που κεντράρεται στο σταθμό βάσης του $i^{\text{οστού}}$ κελιού. Δεδομένου ότι η διανομή της κινητής θέσης είναι ομοιόμορφη στην περιοχή κελιών, το β_i κατανέμεται ομοιόμορφα στο διάστημα $[0, 2\pi]$, και η απόσταση r ακολουθεί την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f_{R_i}(r_i) = 2 \cdot \frac{r_i}{R^2} \quad 0 \leq r_i \leq R$$

Σημειώστε ότι, για απλότητα, το κελί υποτίθεται ότι είναι κυκλικό στην προσομοίωση. Ο τομέας που χρησιμοποιείται σε ένα ειδικό στιγμιότυπο επιλέγεται τυχαία, με ίσες πιθανότητες επιλογής σε οποιοδήποτε τομέα:

120° τεμαχισμός $\Rightarrow P_r\{\text{τομέας } i \text{ που επιλέγεται}\} = 1/3, i = 1, 2, 3.$

60° τεμαχισμός $\Rightarrow P_r\{\text{τομέας } i \text{ που επιλέγεται}\} = 1/6, i = 1, \dots, 6.$



Σχήμα 6.4. : Αναπαράσταση της θέσης του χρήστη

Μόλις επιλεγεί ο τομέας, οι γωνίες β_i μπορούν να καθοριστούν, σημειώνοντας ότι η β_i κατανέμεται ομοιόμορφα στον επιλεγμένο τομέα :

$$120^0 \text{ τεμαχισμός} \Rightarrow (2s - 3)\pi/3 < \beta_i < (2s - 1)\pi/3$$

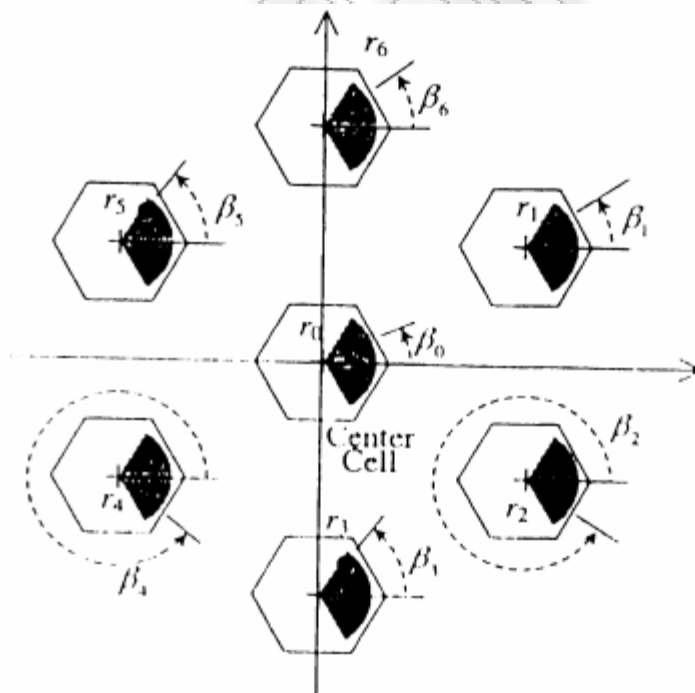
$$60^0 \text{ τεμαχισμός} \Rightarrow (s - 1)\pi/3 < \beta_i < s\pi/3.$$

όπου το s είναι ο τομέας που επιλέγεται ($s = \{1, 2, 3\}$ για τον τεμαχισμό 120^0 και $s = \{1, \dots, 6\}$ για τον τεμαχισμό 60^0). Το σχήμα 6.5 παρουσιάζει ένα παράδειγμα ενός στιγμιότυπου για τεμαχισμό 120^0 , όπου οι χρήστες βρίσκονται στον τομέα 1. Αυτό το μέρος της προσομοίωσης εφαρμόζεται όπως φαίνεται στον ακόλουθο κώδικα MATLAB:

```

for i=1:num_snapshots
%determination of the sector to simulated in this snapshot.
%
%---Select(randomly) a sector---
sector=unidrnd(num_sectors(sec));
%
%---place the desired mobile within the selected sector---
des_user_beta=rand(1)*phi_BW(sec)+phi_center(sector,sec);
des_user_r=sqrt(rand(1).*(r_cell^2));
%
%---place co-channel mobiles within the selected sector of co-channel
%cells---
co_ch_user_beta=rand(6,1)*phi_BW(sec)+phi_center(sector,sec);
co_ch_user_r=sqrt(rand(6,1))*(r_cell);

```



Σχήμα 6.5. : Snapshot για τομεοποίηση 120° , υποθέτοντας ότι τα κινητά είναι στον τομέα 1.

Η (x, y) θέση του επιθυμητού και τα co-channel κινητά υπολογίζονται σύμφωνα με:

```
des_user_position=des_user_r*[cos(des_user_beta) sin(des_user_beta)];  
co_ch_user_position=[co_ch_user_r.*cos(co_ch_user_beta)  
co_ch_user_r.*sin(co_ch_user_beta)]+bs_position;
```

Το επόμενο βήμα είναι να καθοριστούν οι αποστάσεις μεταξύ των co-channel κινητών και του σταθμού βάσης στο κεντρικό κελί (για να χρησιμοποιηθούν προκειμένου να υπολογιστούν οι μέσες τιμές των σημάτων παρέμβασης στην αντίστροφη σύνδεση) και οι αποστάσεις μεταξύ του κινητού στο κεντρικό κελί και των co-channel σταθμών βάσεων (για να χρησιμοποιηθούν ώστε να καθοριστούν οι μέσες τιμές των σημάτων παρεμβολής στην forward σύνδεση).

Βήμα 2: Προσδιορισμός των αποστάσεων μεταξύ των κινητών και των σταθμών βάσεων.

Δεδομένου ότι ενδιαφερόμαστε για τον υπολογισμό της co-channel παρέμβασης στο σταθμό βάσης και του κινητού στο κεντρικό κελί, πρέπει να καθορίσουμε τα εξής:

- τη θέση των co-channel κινητών σταθμών σε σχέση με τον σταθμό βάσης στο κεντρικό κελί: χρησιμοποιώντας διανυσματική σημείωση, η θέση του $i^{\text{οστού}}$ κινητού σταθμού σε σχέση με το σταθμό βάσης στο κεντρικό κελί είναι (δείτε το σχήμα 6.4.)

$$(d^r)_{Li}(\cos \alpha_i \cdot \vec{x} + \sin \alpha_i \cdot \vec{y}) = r_i \cdot (\cos \beta_i \cdot \vec{x} + \sin \beta_i \cdot \vec{y}) + (x_{BS}, \vec{x} + y_{BS}, \vec{y}) \quad (6.2.3)$$

Ο όρος $d_{1,i}^f$ είναι ο χωρισμός T-R μεταξύ του σταθμού βάσης στο κεντρικό κελί και του $i^{\text{οστού}}$ κινητού, και το α_i είναι η γωνία άφιξης του σήματος από το $i^{\text{οστού}}$ κινητό, προσκρούοντας στην κεραία του σταθμού βάσης. Επομένως, $d_{1,i}^f$ και α_i είναι το μήκος και η κατεύθυνση του διανύσματος που δίνεται από τη δεξιά πλευρά (του τύπου 6.2.3).

- τη θέση του κινητού χρήστη στο κεντρικό κελί όσον αφορά το $i^{\text{οστού}}$ co-channel σταθμό βάσης : χρησιμοποιώντας πάλι τη διανυσματική σημείωση, έχουμε (δείτε το σχήμα 6.4)

$$\left(d^f\right)_{1,i} \left(\cos \theta_i \cdot \vec{x} + \sin \theta_i \cdot \vec{y}\right) = r_0 \cdot \left(\cos \beta_0 \cdot \vec{x} + \sin \beta_0 \cdot \vec{y}\right) - \left(x_{BS}, \vec{x} + y_{BS}, \vec{y}\right) \quad (6.2.4)$$

όπου $d_{1,i}^f$ είναι ο χωρισμός T-R μεταξύ του $i^{\text{οστού}}$ σταθμού βάσης και του κινητού στο κεντρικό κελί, και θ_i είναι η γωνία αναχώρησης του εκπεμπόμενου σήματος από τον $i^{\text{οστού}}$ σταθμό βάσης προς τον κινητό στο κεντρικό κελί.

Βήμα 3: Προσδιορισμός των στατιστικών του SIR και στις δύο συνδέσεις.

Σε αυτό το βήμα, θα παρουσιαστούν τρεις διαφορετικές προσεγγίσεις για τον υπολογισμό των στατιστικών του SIR. Σε αυτές τις τρεις προσεγγίσεις, η λογαριθμική απόκλιση των λαμβανόμενων σημάτων θα ληφθεί υπόψη. Αυτό απαιτεί τη μέση τιμή των επιθυμητών παρεμβαλλόμενων σημάτων.

- **Μέση τιμή και τυπική απόκλιση σε dB για κάθε σήμα.**

1. **Επιθυμητά σήματα:** Χρησιμοποιώντας την σχέση

$$m_x = P_T + G_T(\theta_T, \phi_T) + G_R(\theta_R, \phi_R) - 10 \cdot K \cdot \gamma \cdot \log_{10} d \quad (6.2.5)$$

οι μέσες τιμές σε μονάδα decibel των επιθυμητών σημάτων στην σύνδεση μεταξύ των co – channel κινητών και του σταθμού βάσης στο κεντρικό κελί και

μεταξύ του κινητού στο κεντρικό κελί και των co – channel σταθμών βάσεων είναι :

$$m^f_s = P_{T,BS} - 10 \cdot \gamma \cdot \log_{10} r_0 (dBW) \quad (6.2.6)$$

και

$$m^r_s = P_{T,MS} - 10 \cdot \gamma \cdot \log_{10} r_0 (dBW) \quad (6.2.7)$$

αντίστοιχα. Σημειώστε ότι τα κέρδη της κεραίας του σταθμού βάσης και στις δύο συνδέσεις σε αυτήν την έκφραση τίθεται στα 0 dB, αφού το κινητό βρίσκεται μέσα στον τομέα του σταθμού βάσης. Επίσης, τα κέρδη της κεραίας του κινητού και στις δύο συνδέσεις τίθενται στα 0 dB, δεδομένου ότι υπάρχουν πανκατευθυντικές κεραίες. Οι τυπικές αποκλίσεις των επιθυμητών σημάτων είναι ίσες με τη σταθερή απόκλιση σκίασης. Έτσι :

$$\sigma^f_s = \sigma^r_s = \sigma \quad (6.2.8)$$

2. **Σήματα παρέμβασης:** Ο προσδιορισμός των μέσων τιμών των συνολικών σημάτων παρέμβασης και στις δύο συνδέσεις είναι πολύπλοκος. Όπως προαναφέραμε, η συνολική co-channel παρέμβαση και στις δύο συνδέσεις διαμορφώνεται ως το άθροισμα των μεμονωμένων co-channel σημάτων παρέμβασης. Αυτό δίνει:

$$I^f = \sum_i I^f_i \quad (6.2.9)$$

και:

$$I^r = \sum_i I^r_i \quad (6.2.10)$$

για τις συνδέσεις μεταξύ των co – channel κινητών και του σταθμού βάσης στο κεντρικό

κελί και μεταξύ του κινητού στο κεντρικό κελί και των co – channel σταθμών βάσεων, αντίστοιχα. Έξι co-channel κελιά προσομοιώνονται αλλά, για λόγους σαφήνειας, μόνο τα σήματα από τα co-channel κελιών 1 και 4 παρουσιάζονται. Δεδομένου ότι τα αποτελέσματα σκίασης και η απώλεια διάδοσης λαμβάνονται υπόψη σε αυτό το πρότυπο, τα συνολικά σήματα παρέμβασης I^f και I^r είναι το άθροισμα των λογαριθμικών κατανεμημένων σημάτων I_i^f και I_i^r , αντίστοιχα. Όπως συζητήθηκε πριν, υποθέτουμε ότι τα I^f και I^r ακολουθούν λογαριθμική κατανομή. Η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση, σε dB, του I^f και του I^r είναι συνάρτηση των μέσων και τυπικών αποκλίσεων των μεμονωμένων σημάτων παρεμβολής και μπορούν να υπολογιστούν χρησιμοποιώντας τις μεθόδους Wilkinson ή Schwartz. Οι μέσες τιμές, σε dBW, του I_i^f και του I_i^r μπορούν να καθοριστούν χρησιμοποιώντας την (6.2.5). Αυτό δίνει:

$$m_{I,i}^f = P_{T,BS} + G_{T,i}(\phi_{T,i}) - 10 \cdot \gamma \cdot \log_{10} d_{I,i}^f (dBW) \quad (6.2.11)$$

και

$$m_{I,i}^r = P_{T,MS} + G_{R,0}(\phi_{R,i}) - 10 \cdot \gamma \cdot \log_{10} d_{I,i}^r (dBW) \quad (6.2.12)$$

Τα κέρδη κεραιών $G_{T,i}(\phi_{T,i})$ και $G_{R,0}(\phi_{R,i})$ εξαρτώνται από τις σχετικές θέσεις των κινητών. Σημειώστε ότι υποθέτουμε πως έχουμε πανκατευθυντικές κεραιές στα κινητά και στις δύο συνδέσεις. Οι τυπικές αποκλίσεις των σημάτων παρέμβασης είναι ίσες με την τυπική απόκλιση σκίασης σ .

$$\sigma_{I,i}^f = \sigma_{I,i}^r = \sigma(allcells) \quad (6.2.13)$$

Μόλις καθοριστούν οι μέσες και οι τυπικές αποκλίσεις όλων των co-channel σημάτων, εφαρμόζουμε τη μέθοδο Wilkinson ή Schwartz και Yeh για να υπολογίσουμε τις μέσες m_I^f και m_I^r , και τυπικές αποκλίσεις σ_I^f και σ_I^r , σε dB, της συνολικής co-channel

παρεμβολής και στις δύο συνδέσεις. Ο υπολογισμός των ροών των σημάτων στην σύνδεση μεταξύ των co – channel κινητών και του σταθμού βάσης στο κεντρικό κελί πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο κώδικα MATLAB:

```

%desired user
m_S_fwd=P_BS - 10*K*n_path*log(des_user_r);
%
% CO-CHANNEL USERS
%Location of desired mobile with respect to
%co-channel cells
aux_01=((des_user_position(1) - bs_position(:,1))+sqrt(-1)*
(des_user_position(2) - bs_position(:,2)));
beta_fwd=angle(aux_01);
d_I_fwd=abs(aux_01);
%Computation of antenna gain at co-channel cells
clear gain_fwd
for k = 1:n_co_ch_users
    if
(beta_fwd(k)>=sector_min(sector,sec))&(beta_fwd(k)<sector_max(sector,sec))
        gain_fwd(k)=in_beam;
    else
        gain_fwd(k)=out_beam;
    end
end
%Computation of mean value and standard deviation.
m_I_fwd=P_BS - 10*K*n_path*log10(d_I_fwd)+gain_fwd.';
sigma_I_fwd=sigma_int*ones(length(m_I_fwd),1);
[m_I_total_fwd,
sigma_I_total_fwd]=wilkinson(m_I_fwd,sigma_I_fwd,corr_fwd);

```

Με παρόμοιο τρόπο, ο υπολογισμός των ροπών των σημάτων στην σύνδεση μεταξύ του κινητού στο κεντρικό κελί και των co – channel σταθμών βάσεων πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας το ακόλουθο κώδικα MATLAB:

```

% DESIRED USER
m_S_rev=P_MS - 10*K*n_path*log10(des_user_r);
%
% CO - CHANNEL USERS
%Location of co-channel users
aux_02=(co_ch_user_position(:,1)+sqrt(-1)*co_ch_user_position(:,2));
beta_rev=angle(aux_02);
d_I_rev=abs(aux_02);
% Computation of antenna gain at center cell
clear gain_rev
for k = 1:n_co_ch_users
    if
(beta_rev(k)>=sector_min(sector,sec))&(beta_rev(k)<sector_max(sector,sec))
        gain_rev(k)=in_beam;
    else
        gain_rev(k)=out_beam;
    end
end
%Computation of mean value and standard deviation
m_I_rev=P_MS - 10*K*n_path*log10(d_I_rev)+gain_rev.';
sigma_I_rev=sigma_int*ones(length(m_I_rev),1);
[m_I_total_rev,
sigma_I_total_rev]=wilkinson(m_I_rev,sigma_I_rev,corr_rev);

```

Σημειώστε ότι σε αυτό το παράδειγμα, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο Wilkinson για τη μέση και την τυπική απόκλιση της συνολικής παρέμβασης.

Ο κώδικας MATLAB για την εφαρμογή της μεθόδου Wilkinson δίνεται στο παράρτημα.

▪ **Βήματα για τον υπολογισμό των στατιστικών του SIR**

1. **Βήμα 1: Υπολογισμός της μέσης και τυπικής απόκλισης του SIR:** Σε αυτήν την προσέγγιση, υπολογίζουμε τις μέσες m_{SIR}^f και m_{SIR}^f , και τις τυπικές αποκλίσεις σ_{SIR}^f και σ_{SIR}^f του SIR, εκφρασμένες σε dB, στις συνδέσεις μεταξύ των co – channel κινητών και του σταθμού βάσης στο κεντρικό κελί και μεταξύ του κινητού στο κεντρικό κελί και των co – channel σταθμών βάσεων. Αυτές οι ροπές θα χρησιμοποιηθούν για να υπολογίσουμε τις πιθανότητες διακοπής λειτουργίας (outage) και αξιοπιστίας μίας σύνδεσης, όπως περιγράφεται παρακάτω. Αφού το επιθυμητό σήμα και η συνολική co-channel παρέμβαση είναι κανονικές τυχαίες μεταβλητές, όταν εκφράζονται σε dB, το SIR που είναι ο λόγος του σήματος προς την παρέμβαση, σε dB, είναι επίσης μια κανονική μεταβλητή. Για την forward σύνδεση, το SIR^f δίνεται:

$$SIR^f = S_{dB}^f - I_{dB}^f \quad (6.2.14)$$

με τη μέση και τυπική απόκλιση, εκφρασμένη σε dB. λαμβάνοντας υπόψη ότι :

$$m_{SIR}^f = m_S^f - m_I^f \quad (6.2.15)$$

και :

$$\sigma_{SIR}^f = \sqrt{(\sigma_S^f)^2 + (\sigma_I^f)^2} \quad (6.2.16)$$

Οι εξισώσεις (6.2.14), (6.2.15), και (6.2.16) χρησιμοποιούνται επίσης και για την σύνδεση μεταξύ του κινητού στο κεντρικό κελί και των co – channel σταθμών βάσεων. Τα αποτελέσματα αυτού του βήματος είναι m_{SIR}^f , σ_{SIR}^f , m_{SIR}^f και σ_{SIR}^f . Ακολουθεί ο κώδικας MATLAB για αυτό το μέρος της προσομοίωσης:

```

m_SIR_fwd(i) = m_S_fwd - m_I_total_fwd;
sigma_SIR_fwd(i) = sqrt(sigma_S^2 + sigma_I_total_fwd^2 -
2*corr_fwd*sigma_S*sigma_I_total_fwd);
m_SIR_rev(i) = m_S_rev - m_I_total_rev;
sigma_SIR_rev(i) = sqrt(sigma_S^2 + sigma_I_total_rev^2 -
2*corr_rev*sigma_S*sigma_I_total_rev);

```

Σημειώστε ότι, σε αυτό το σημείο της προσομοίωσης αρχίζουμε να συλλέγουμε τα αποτελέσματα της προσομοίωσης. Στο βήμα 1 αποθηκεύουμε τις μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις που καθορίζονται από την ένδειξη i .

2. Βήμα 2 : Μέθοδος A: Δειγματοληψία του SIR χρησιμοποιώντας τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση του SIR : Δεδομένου ότι γνωρίζουμε τις μέσες m_{SIR}^f και m_{SIR}^r , και τυπικές αποκλίσεις σ_{SIR}^f και σ_{SIR}^r του SIR και στις δύο συνδέσεις από το βήμα 1, μπορούμε να δειγματίσουμε τις κανονικές τυχαίες διαδικασίες SIR^f και SIR^r . Επομένως, κάθε στιγμιότυπο θα συνδεθεί με δείγματα του SIR σε κάθε σύνδεση, εκφρασμένο από τα SIR_{2A}^f και SIR_{2A}^r . Αυτά τα δείγματα είναι το αποτέλεσμα της δειγματοληψίας της κανονικής τυχαίας διαδικασίας με μέση m_{SIR} και τυπική απόκλιση σ_{SIR} . Επομένως, τα αποτελέσματα του βήματος 2, Μέθοδος A, είναι τιμές για τα SIR_{2A}^f και SIR_{2A}^r όπως ορίζονται από τον ακόλουθο κώδικα MATLAB:

```

SIR_fwd_2(i)=normrnd(m_SIR_fwd(i),sigma_SIR_fwd(i));
SIR_rev_2(i)=normrnd(m_SIR_rev(i),sigma_SIR_rev(i));

```


3. Βήμα 2, Μέθοδος Β : Δειγματοληψία του SIR χρησιμοποιώντας την μέση τιμή και τυπική απόκλιση των επιθυμητών και μεμονωμένων σημάτων παρεμβολής:

Σε αυτό το σημείο, έχουμε υποθέσει ότι η συνολική co-channel παρεμβολή, συνίσταται από το άθροισμα των μεμονωμένων co-channel σημάτων παρεμβολών, ακολουθεί λογαριθμική κατανομή, ή κανονική όταν εκφράζεται σε dB. Στο βήμα 2, Μέθοδος Β, δεν κάνουμε οποιαδήποτε υπόθεση σχετικά με τη κατανομή της συνολικής παρεμβολής. Ένα δείγμα για το κάθε λαμβανόμενο σήμα στο χρήστη (σύνδεση μεταξύ των co – channel κινητών και του σταθμού βάσης στο κεντρικό κελί) και στον σταθμό βάσης (σύνδεση μεταξύ του κινητού στο κεντρικό κελί και των co – channel σταθμών βάσεων) στο κεντρικό κελί καθορίζεται, υποθέτοντας ότι τα σήματα, εκφρασμένα σε dB, έχουν κανονικές κατανομές με ροπές S^f , S^r , I_i^f και I_i^r , αντίστοιχα. Τα συνολικά σήματα παρεμβολής σε κάθε σύνδεση υπολογίζονται όπως:

$$I^f = 10 \cdot \log_{10} \sum_{i=1}^6 10^{I_i^f/10} \quad (6.2.17)$$

και

$$I^r = 10 \cdot \log_{10} \sum_{i=1}^6 10^{I_i^r/10} \quad (6.2.18)$$

Τα δείγματα του SIR και στις δύο συνδέσεις, εκφράζονται από τα SIR_{2B}^f και SIR_{2B}^r , και δίνονται από :

$$SIR_{2B}^f = S^f - I^f \quad (6.2.19)$$

και

$$SIR_{2B}^r = S^r - I^r \quad (6.2.20)$$

Αυτά υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο κώδικα MATLAB:

```
des_sig_spl_fwd=normrnd(m_S_fwd, sigma_S);  
int_sig_spl_fwd=normrnd(m_I_fwd, sigma_I_fwd);  
tot_int_sig_spl_fwd=10*log10(sum(10.^(int_sig_spl_fwd/10)));  
SIR_spl_fwd_2B(i)=des_sig_spl_fwd-tot_int_sig_spl_fwd;  
des_sig_spl_rev=normrnd(m_S_rev, sigma_S);  
int_sig_spl_rev=normrnd(m_I_rev, sigma_I_rev);  
tot_int_sig_spl_rev=10*log10(sum(10.^(int_sig_spl_rev/10)));  
SIR_spl_rev_2B(i)=des_sig_spl_rev-tot_int_sig_spl_rev;
```

Σε αυτό το σημείο έχουμε ολοκληρώσει την επεξεργασία ενός στιγμιότυπου (snapshot). Τα άλλα $M - 1$ στιγμιότυπα που απαιτούνται για να ολοκληρώσουν τη γενική προσομοίωση δίνουν μετρήσεις συνολικού μήκους M , όπως φαίνεται παρακάτω:

- **Από το βήμα 1:** οι μέσες τιμές m_{SIR}^f και m_{SIR}^r , και οι τυπικές αποκλίσεις σ_{SIR}^f και σ_{SIR}^r , του SIR για σύνδεση προς κάθε κατεύθυνση.
- **Από το βήμα 2, Μέθοδος A:** τα δείγματα του SIR και στις δύο συνδέσεις, SIR_{2A}^f και SIR_{2A}^r .
- **Από το βήμα 2, Μέθοδος B:** τα δείγματα του SIR και στις δύο συνδέσεις, SIR_{2B}^f και SIR_{2B}^r .

6.3. Επεξεργασία των αποτελεσμάτων προσομοίωσης.

Με την επεξεργασία των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης, μπορούμε να υπολογίσουμε την απόδοση του γενικού κυψελοειδούς συστήματος, σε σχέση με την πιθανότητα διακοπής λειτουργίας (outage) και άλλους δείκτες απόδοσης. Σε αυτό το εδάφιο, θα παρουσιάσουμε παραδείγματα των αποτελεσμάτων προσομοίωσης συγκρίνοντας

την απόδοση των κυψελοειδών συστημάτων που λειτουργούν κάτω από τις ακόλουθες έξι διαφορετικές διαμορφώσεις:

- *Μέγεθος συστάδων $N = 4$ και πανκατευθυντικές κεραιές σταθμών βάσεων.*
- *Μέγεθος συστάδων $N = 4$ και τεμαχισμός 120° .*
- *Μέγεθος συστάδων $N = 4$ και τεμαχισμός 60° .*
- *Μέγεθος συστάδων $N = 7$ και πανκατευθυντικές κεραιές σταθμών βάσεων.*
- *Μέγεθος συστάδων $N = 7$ και τεμαχισμός 120° .*
- *Μέγεθος συστάδων $N = 7$ και τεμαχισμός 60° .*

Οι τομεακές κεραιές στους σταθμούς βάσης έχουν μία μπρος-πίσω αναλογία που ισούται με 30dB. Η τυπική απόκλιση σκίασης τίθεται στα 8dB, και ο εκθέτης απώλειας διάδοσης υποτίθεται ότι είναι $\gamma = 4$. Προκειμένου να επιτευχθούν στατιστικά έγκυρα αποτελέσματα, 10.000 στιγμιότυπα (snapshots) προσομοιώνονται.

Πιθανότητα διακοπής λειτουργίας (Outage Probability)

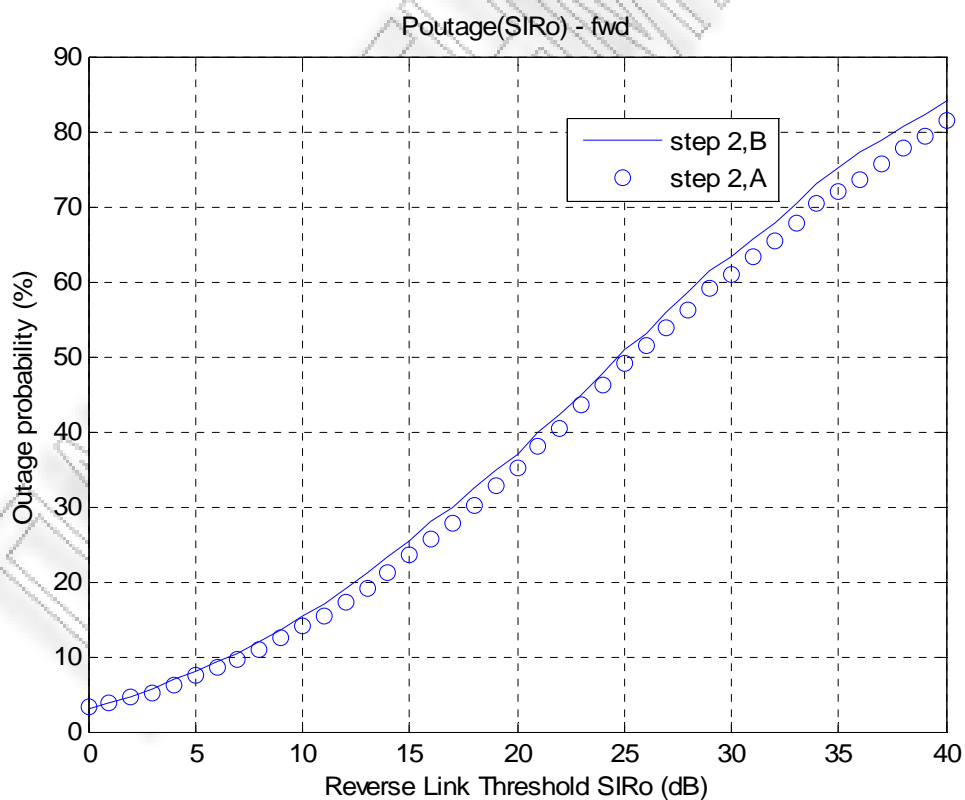
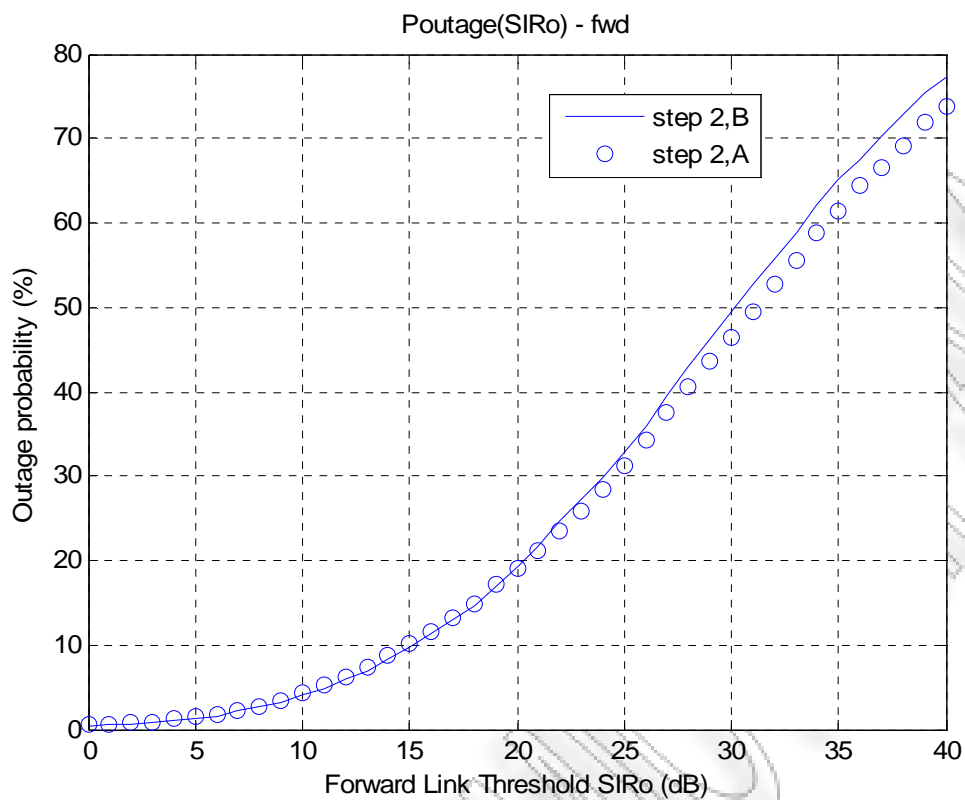
Η μέση και τυπική απόκλιση του SIR, εκφρασμένη σε dB, υπολογίστηκε για κάθε στιγμιότυπο στην προσομοίωση χρησιμοποιώντας το βήμα 1. Αυτές οι στιγμές αντιστοιχούν στο SIR που μετριέται στο κινητό και στον σταθμό βάσης στο κεντρικό κελί για ένα συγκεκριμένο στιγμιότυπο των θέσεων των co-channel κινητών. Επομένως, μπορούμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα διακοπής λειτουργίας του κυψελοειδούς συστήματος, στο κινητό και στον σταθμό βάσεως, για μια δεδομένη συγκεκριμένη κατάσταση. Σε μία προηγούμενη παράγραφο, η πιθανότητα διακοπής λειτουργίας σύνδεσης καθορίστηκε. ως εξής:

$$P_{outage}(SIR_0) = P_r(SIR < SIR_0) =$$

$$\int_0^{SIR_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{SIR}} \cdot \exp\left[\frac{-(x - m_{SIR})^2}{2(\sigma_{SIR})^2}\right] \cdot dx =$$

$$1 - Q\left(\frac{SIR_0 - m_{SIR}}{\sigma_{SIR}}\right) \quad (6.3.1)$$

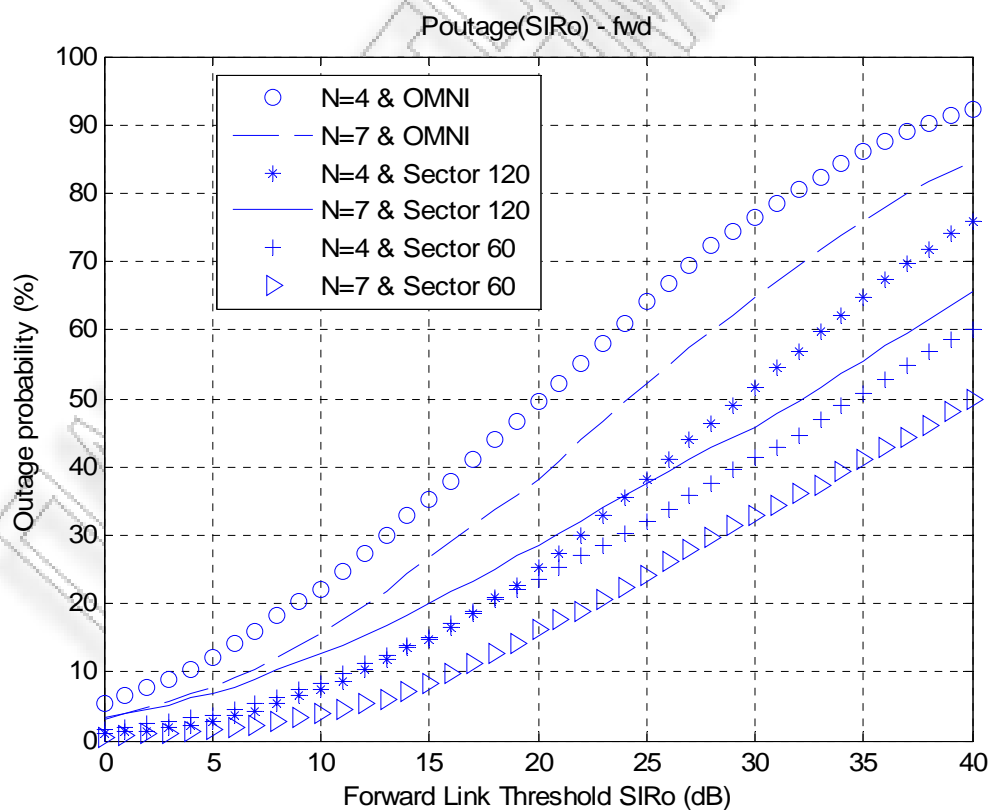
όπου το $Q(\cdot)$ είναι η γκαουσιανή Q – συνάρτηση. Επομένως, με την χρησιμοποίηση της μέσης και της τυπικής απόκλισης που υπολογίζεται σε κάθε στιγμιότυπο, από το βήμα 1 στην προσομοίωση, λαμβάνουμε ένα δείγμα της πιθανότητας διακοπής λειτουργίας. Η μέση πιθανότητα διακοπής της λειτουργίας του κυψελοειδούς συστήματος που προσομοιώνεται, γνωστή ως $P_{outage}(SIR_0)$, υπολογίζεται έπειτα με τον μέσο όρο των δειγμάτων των πιθανοτήτων διακοπής λειτουργίας $P_{outage}(SIR_0)$, υπολογισμένα για κάθε στιγμιότυπο. Η μέση πιθανότητα διακοπής λειτουργίας μίας σύνδεσης αναφέρεται συχνά ως *περιοχή – μέσου όρου πιθανότητας διακοπής λειτουργίας*, αφού κάθε στοιχείο στην κατά μέσο όρο διαδικασία αντιστοιχεί σε μία θέση στην περιοχή των κελιών. Οι πιθανότητες διακοπής λειτουργίας μίας σύνδεσης σε διαφορετικά thresholds, υπολογισμένες χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα από το Βήμα 1 και από το Βήμα 2, μέθοδοι Α και Β παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα (6.6) για $N=7$, 120° , $\sigma=8\text{dB}$ και $\gamma=4$.



Σχήμα 6.6.: Πιθανότητα διακοπής λειτουργίας και για τις δύο συνδέσεις για τις μεθόδους που περιγράφηκαν ($N=7$, 120^0 , $\gamma=4$ και $\sigma=8\text{dB}$).

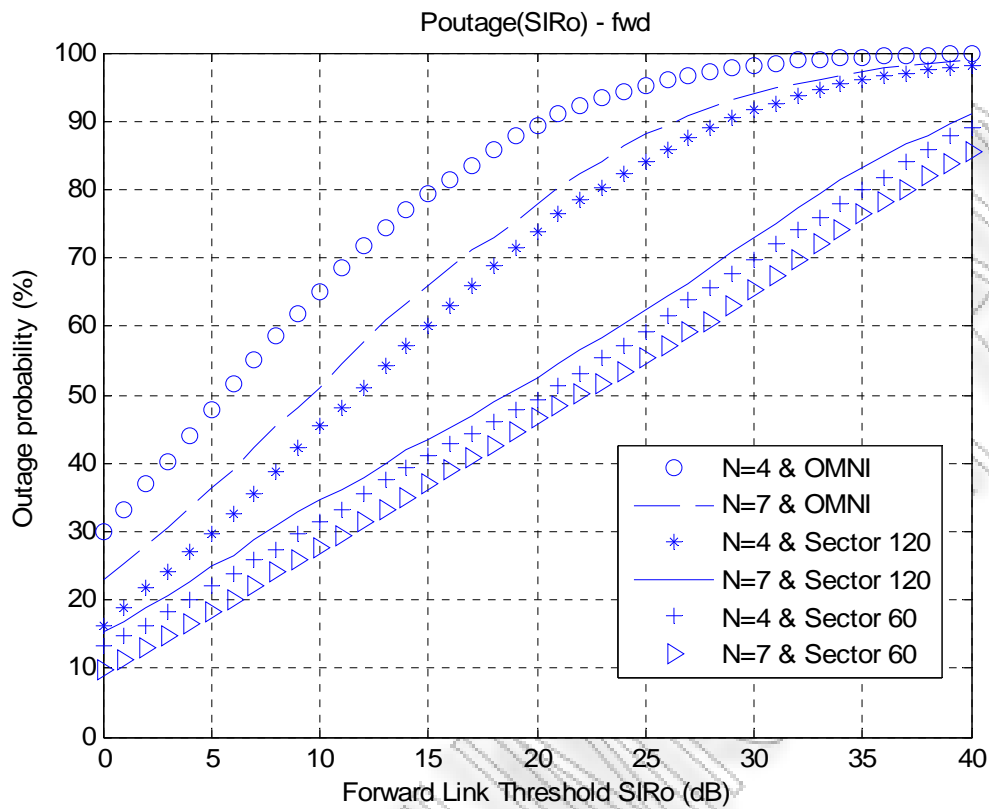
Μπορούμε τώρα να συγκρίνουμε την απόδοση και των έξι περιπτώσεων που προσομοιώνονται. Τα σχήματα (6.7) και (6.8) δείχνουν την πιθανότητα διακοπής λειτουργίας για κάθε διαμόρφωση, χρησιμοποιώντας το Βήμα 1. Όπως αναμένεται, ο τεμαχισμός βελτιώνει την απόδοση ενός κυψελοειδούς συστήματος, δηλαδή μειώνει την πιθανότητα ότι το SIR θα πέσει κάτω από ένα δεδομένο κατώτατο όριο. Παραδείγματος χάριν, ένα σύστημα που χρησιμοποιεί μέγεθος συστάδων $N = 7$ και τρεις τομείς ανά κελί αποδίδει καλύτερα, από την άποψη της ποιότητας συνδέσεων, από ένα σύστημα που χρησιμοποιεί μέγεθος συστάδων $N = 7$, αλλά με πανκατευθυντικές κεραιές. Η πιθανότητα διακοπής λειτουργίας για $SIR_0 = 18\text{dB}$ (που είναι το κατώτατο όριο που χρησιμοποιείται συνήθως σε AMPS) στο πρώτο σύστημα είναι 15%, εν αντιθέσει μιας πιθανότητας διακοπής λειτουργίας 35% στο δεύτερο σύστημα.

- ο Για $\gamma = 4$



Σχήμα 6.7.: Πιθανότητα διακοπής λειτουργίας για όλες τις διαμορφώσεις ($\gamma = 4$)

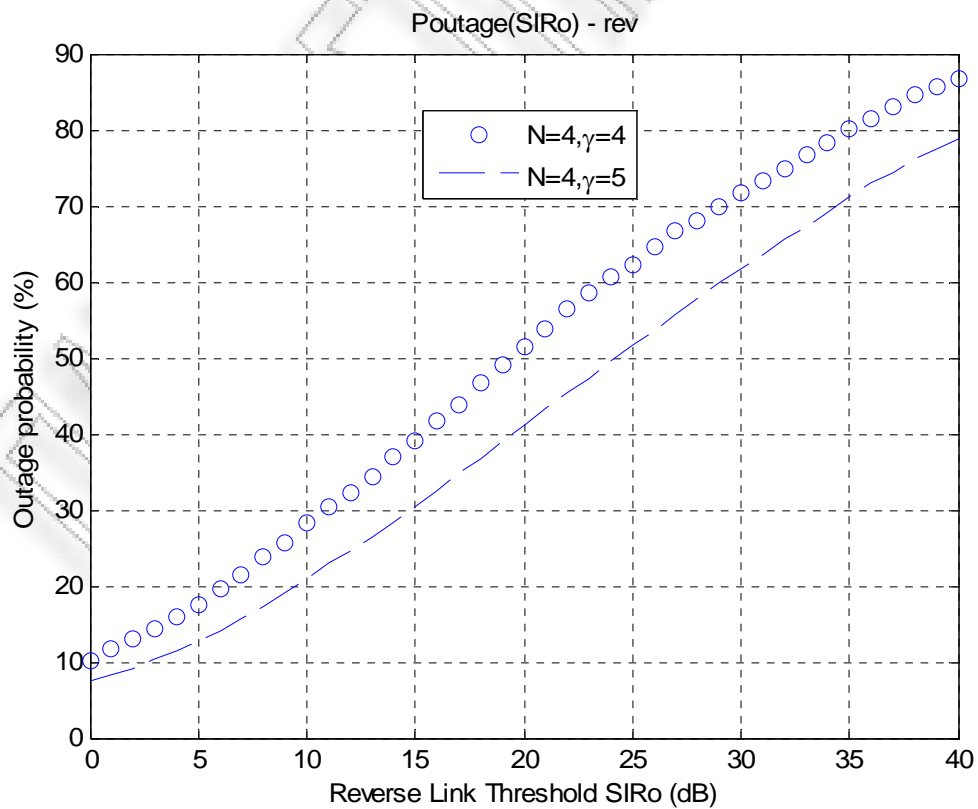
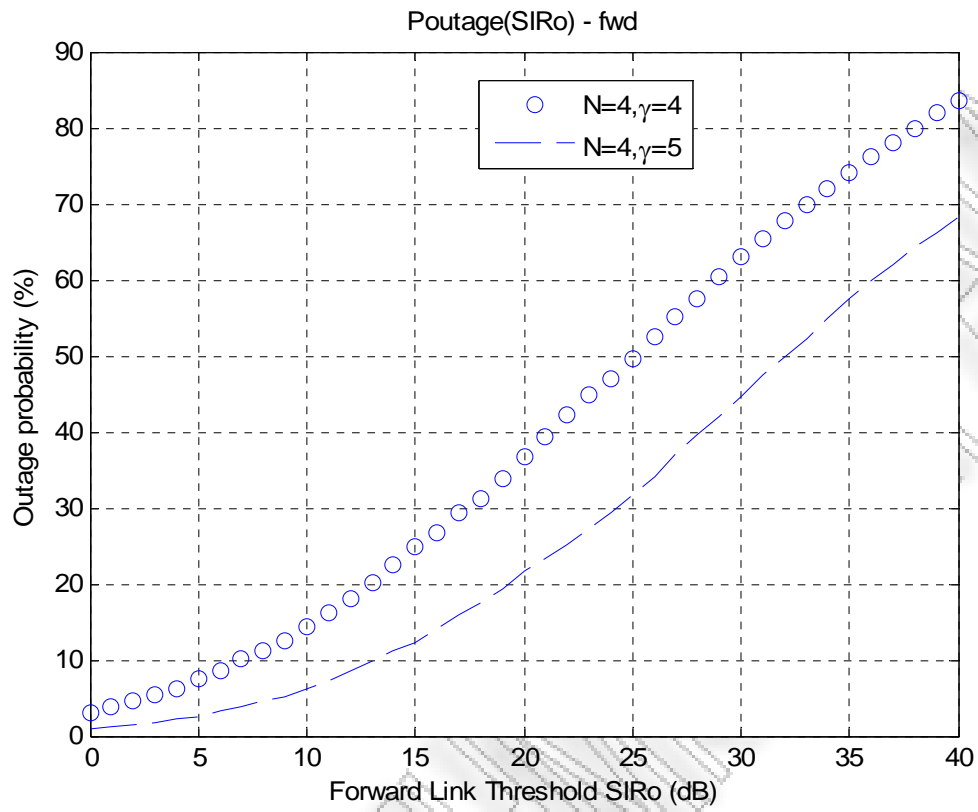
- ο Για $\gamma = 2$



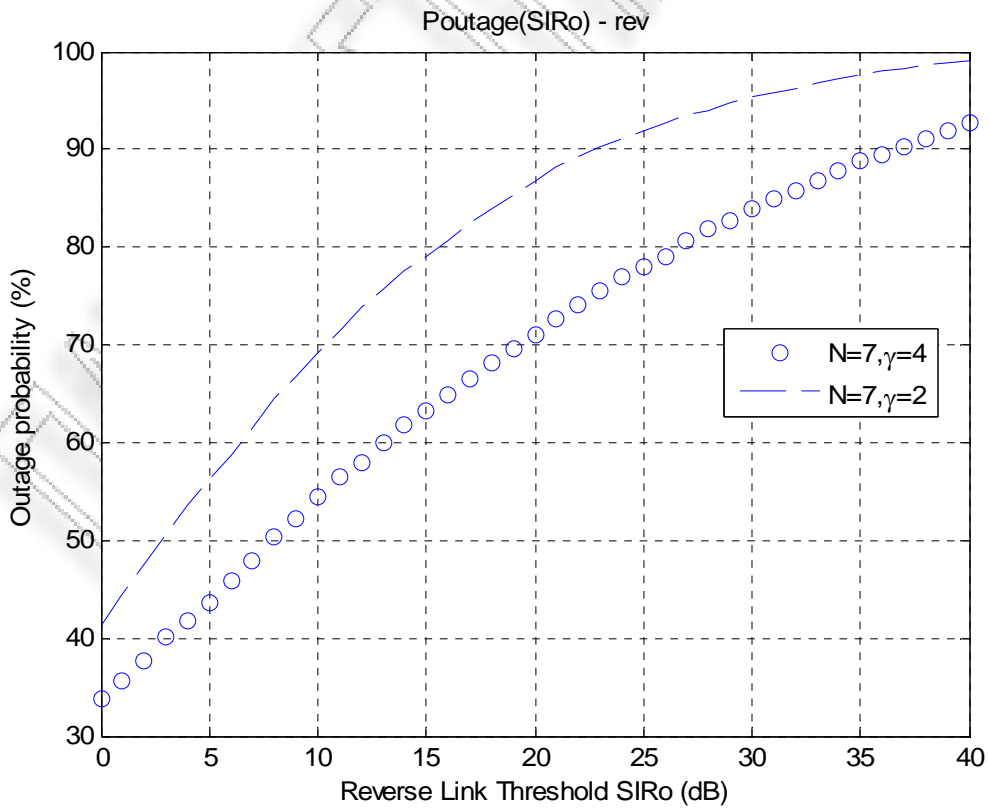
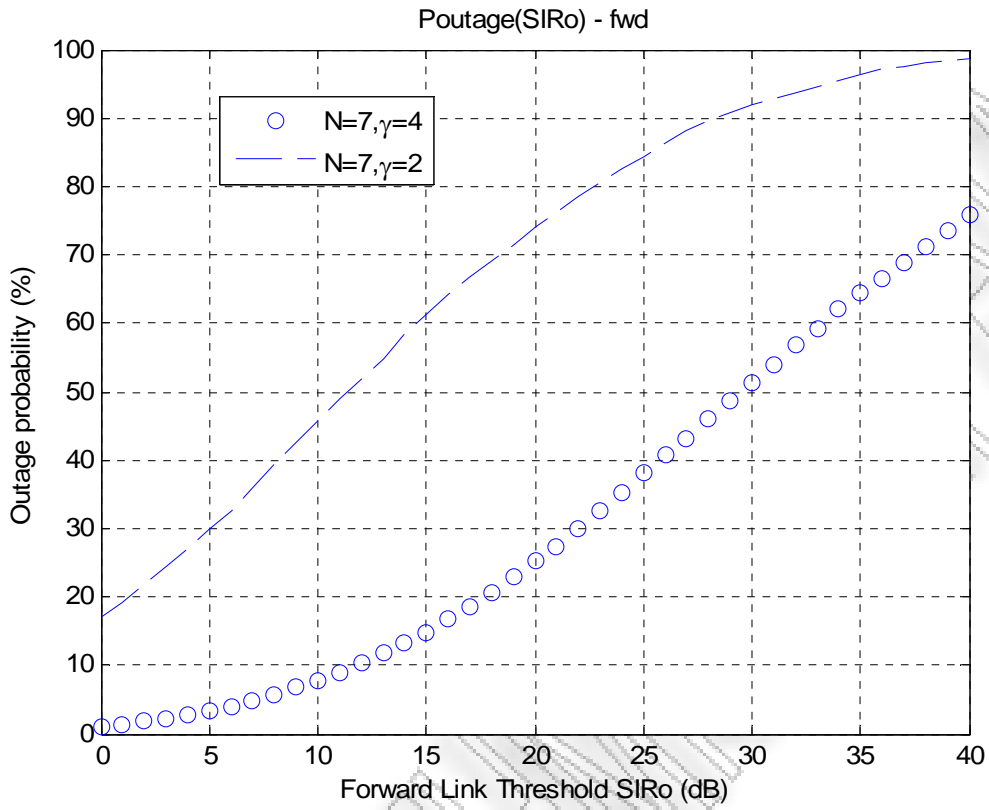
Σχήμα 6.8.: Πιθανότητα διακοπής λειτουργίας για όλες τις διαμορφώσεις ($\gamma = 2$)

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε παραδείγματα αποτελεσμάτων προσομοίωσης συγκρίνοντας την απόδοση των κυψελοειδών συστημάτων που λειτουργούν κάτω από τις ακόλουθες διαμορφώσεις, κρατώντας σταθερές όλες τις παραμέτρους εκτός από τον εκθέτη απώλειας διάδοσης γ .

○ Για $N = 4 - \gamma = 4$ & $N = 4 - \gamma = 5$



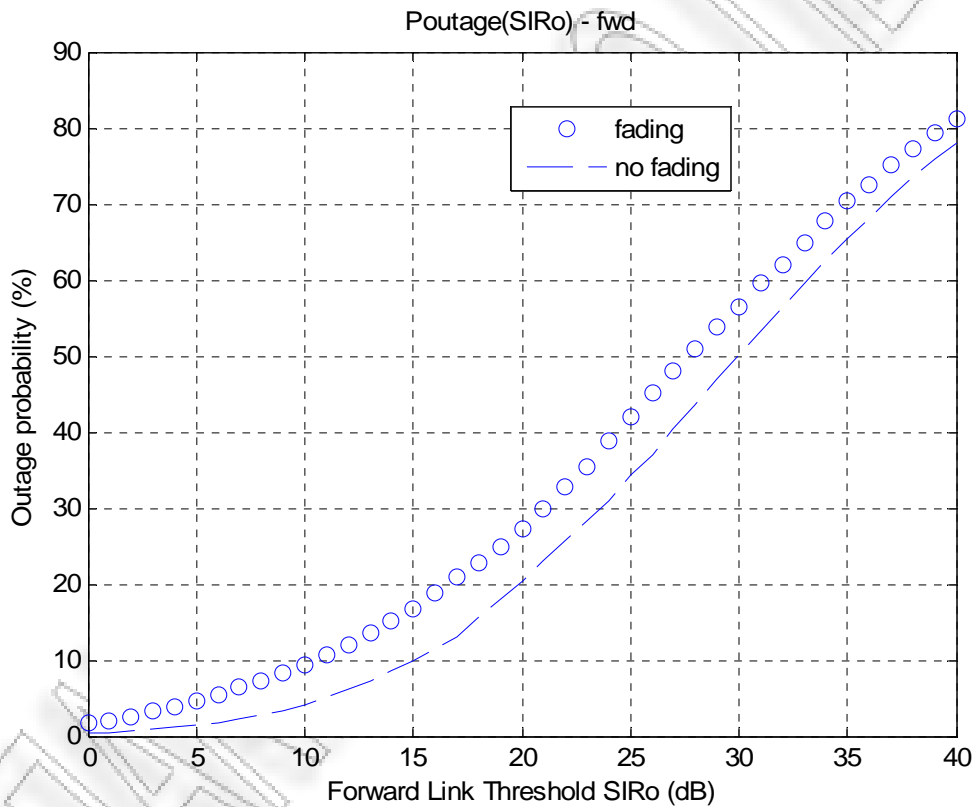
- o Γ ia $N = 7 - \gamma = 4$ & $N = 7 - \gamma = 2$

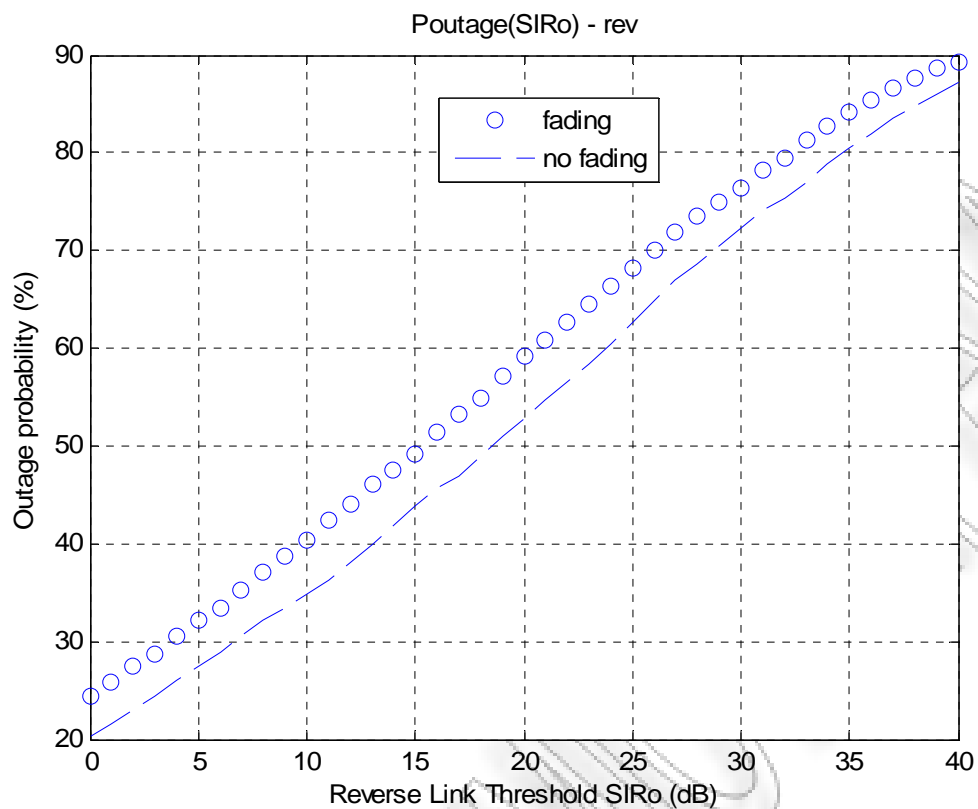


Παρακάτω θα παρουσιάσουμε την πιθανότητα διακοπής λειτουργίας με fast fading και θα δούμε την διαφορά που υπάρχει μόνο με την σκίαση. Το σημείο του κώδικα που αλλάζει είναι το εξής :

```
%desired user
m_S_fwd=P_BS - 10*K*n_path*log10(des_user_r)+10*log10(gamrnd(1,1));
%
```

Χρησιμοποιούμε την συνάρτηση Gamma με $m = 1$ και $\Omega = 1$.





Σχήμα 6.9.: Πιθανότητα διακοπής λειτουργίας και για τις δύο συνδέσεις έχοντας προσθέσει και το fading ($m = 1$ και $\Omega = 1$) για $N=4$ και 120° .

Ενδεικτικά αποτελέσματα προσομοίωσης

- **Threshold SIR0 = 20 dB**

	<i>No - Fading (Poutage)</i>	<i>Fading (Poutage)</i>
<i>N=4, τεμαχισμός 60⁰, γ=4</i>	0,38	0,44
<i>N=4, τεμαχισμός 120⁰, γ=4</i>	0,30	0,38
<i>N=4, τεμαχισμός omni, γ=4</i>	0,24	0,28
<i>N=4, τεμαχισμός 60⁰, γ=2</i>	0,78	0,82
<i>N=7, τεμαχισμός 60⁰, γ=4</i>	0,25	0,34
<i>N=7, τεμαχισμός 60⁰, γ=2</i>	0,74	0,78
<i>N=7, τεμαχισμός omni, γ=4</i>	0,15	0,20
<i>N=7, τεμαχισμός 120⁰, γ=4</i>	0,20	0,28

Απόδοση Συστημάτων στην Περιοχή των Κελιών

Η μέση πιθανότητα διακοπής λειτουργίας, όπως συζητήθηκε και υπολογίστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, μας λέει για την απόδοση του κυψελοειδούς συστήματος που υπολογίζεται κατά μέσο όρο πέρα από την περιοχή κελιών. Ως συνέπεια της κατά μέσου όρου λειτουργίας, η ύπαρξη μιας υψηλής πιθανότητας διακοπής λειτουργίας (ανεπιθύμητης) σε μια δεδομένη θέση μπορεί να αντισταθμιστεί από μια χαμηλή πιθανότητα διακοπής λειτουργίας σε μια άλλη θέση. Μερικές φορές, στην ανάλυση απόδοσης, είναι επιθυμητό να υπάρξει ένα μέτρο του ποσοστού της περιοχής κελιών όπου η απόδοση του συστήματος

(πιθανότητα διακοπής λειτουργίας) να είναι αποδεκτή ή να μην είναι αποδεκτή. Αυτό το μέτρο υπολογίζεται από τα αποτελέσματα της προσομοίωσης.

Η πιθανότητα αξιοπιστίας $P_{relia}(SIR_0)$ ορίζεται ως η πιθανότητα ότι το SIR είναι μεγαλύτερο από ένα δεδομένο κατώτατο όριο SIR_0 . Επομένως, σε μια δεδομένη τιμή, έχουμε :

$$P_{relia}(SIR_0) = P_r(SIR > SIR_0) = Q\left(\frac{SIR_0 - m_{SIR}}{\sigma_{SIR}}\right) = 1 - P_{outage}(SIR_0) \quad (6.3.2)$$

Τώρα αν υποθέσουμε ότι η απόδοση του συστήματος θεωρείται αποδεκτή εάν η πιθανότητα αξιοπιστίας $P_{relia}(SIR_0)$ σε ένα δεδομένο κατώτατο όριο SIR_0 είναι μεγαλύτερη από ένα κατώτατο όριο P_{min} , τότε χρησιμοποιώντας τις υπολογισμένες τιμές του $P_{relia}(SIR_0)$, μπορούμε να υπολογίσουμε το ποσοστό της περιοχής κελιών όπου η απόδοση συστημάτων είναι αποδεκτή

(όπου $P_{relia}(SIR_0) > P_{min}$) υπολογίζοντας :

$$P_{area}(SIR_0) = \frac{\text{number of locations where } P_{relia}(SIR_0) > P_{min}}{\text{total number of locations}}$$

Σημειώστε ότι ο υπολογισμός του $P_{area}(SIR_0)$ είναι δυνατός χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του βήματος 1 στην προσομοίωση, όπου μετράμε τη μέση τιμή και τυπική απόκλιση του SIR.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

Στατιστική Ανάλυση της Co-channel παρεμβολή στα κυψελοειδή συστήματα επικοινωνίας

7.1. Εισαγωγή

Η Co-channel παρεμβολή είναι γενικώς αναγνωρισμένη σαν ένας βασικός παράγοντας που καθορίζει την ποιότητα των συνδέσεων στις ασύρματες επικοινωνίες. Μία κατάλληλη κατανόηση της στατιστικής συμπεριφοράς της Co-channel παρεμβολής είναι πολύ σημαντική όταν αναλύουμε και σχεδιάζουμε ασύρματα συστήματα με πολλαπλούς χρήστες ή όταν ερευνούμε τεχνικές περιορισμού των ανεπιθύμητων επιπτώσεων της Co-channel παρεμβολής.

Η Co-channel παρεμβολή σε ένα ασύρματο σύστημα λαμβάνει χώρο, για παράδειγμα, όταν ένα κινητό ταυτόχρονα λαμβάνει σήματα από τον σταθμό βάσης του και από έναν άλλο σταθμό βάσης που χρησιμοποιεί τα ίδια κανάλια συχνοτήτων. Σε αυτό το παράδειγμα, η μία σύνδεση μεταξύ του χρήστη και του σταθμού βάσης στο κεντρικό κελί είναι το επιθυμητό σήμα, ενώ τα άλλα Co-channel σήματα από σταθμούς βάσης άλλων κελιών λαμβάνονται ως παρεμβολή και συνθέτουν τη συνολική Co-channel παρεμβολή στον παραλήπτη.

Στις ασύρματες επικοινωνίες, το στατιστικό χαρακτηριστικό των επιθυμητών σημάτων και των παρεμβολών συμπεριλαμβάνει κυρίως δύο επιδράσεις της διάδοσης σημάτων: την μικρή κλίμακας εξασθένιση, η οποία προκαλείται από πολλά μονοπάτια διάδοσης πάνω στην τοπική περιοχή, και την σκίαση (μεγάλης κλίμακας εξασθένιση), η οποία προκαλείται από τυχαίες εξασθενίσεις του τοπικού μέσου σήματος όπως δέντρα, κτίρια και έδαφος. Μετρήσεις έχουν δείξει ότι η τοπική μέση τιμή σήματος σε ένα ασύρματο σύστημα επικοινωνιών μπορεί να είναι με ακρίβεια ένα μοντέλο σαν μία τυχαία

μεταβλητή (Random Variable) με λογαριθμική κατανομή. Όταν εκφράζεται σε μονάδες decibel, το τοπικό μέσο επίπεδο σήματος ακολουθεί μία κανονική κατανομή και χαρακτηρίζεται από μία μέση τιμή περιοχής και τυπικής απόκλισης, και τα δύο σε dB. Η μέση τιμή περιοχής είναι μία λειτουργία από συγκεκριμένες παραμέτρους, όπως ο πομπός στην διαχώριση απόστασης του παραλήπτη (T-R), τα επίπεδα ισχύος του πομπού και τα κέρδη της κεραίας, ενώ η τυπική απόκλιση σκίασης εξαρτάται από το φυσικό περιβάλλον. Στην γενική περίπτωση του σχεδιασμού συστήματος ή προσομοίωσης, οι επιπτώσεις της μικρής εξασθένισης και της εξασθένισης σκίασης πρέπει να λαμβάνονται υπ' όψιν, παρόλο που σε μερικές περιπτώσεις η σκίαση των επιθυμητών ή των σημάτων παρέμβασης είναι η κύρια πηγή της υποβαθμισμένης λειτουργίας. Για παράδειγμα, η διαφορισιμότητα στο χώρο, η επέκταση του φάσματος του σήματος, και οι τεχνικές κωδικοποίησης έχουν εκτεταμένα χρησιμοποιηθεί για να καταπολεμήσουν τις επιπτώσεις της μικρής κλίμακας εξασθένισης (γρήγορο fading), έτσι ώστε τα λαμβανόμενα σήματα να είναι κυρίως εξαρτημένα από την μεγάλη κλίμακα μεταβολή του καναλιού (αργό fading). Στην ανάλυση που παρουσιάζεται σε αυτήν την εργασία, θεωρούμε ότι οι επιπτώσεις της μικρής κλίμακας εξασθένισης έχουν «εξαλειφθεί» και μόνο η εξασθένιση της σκίασης και το path loss χρειάζεται να ληφθούν υπ' όψιν.

Βασιζόμενοι στην θεώρηση ότι τα λαμβανόμενα σήματα επηρεάζονται από την εξασθένιση σκίασης και το path loss μόνο, η συνολική Co-channel παρεμβολή, επιπλέον σχεδιάστηκε σαν μία σύνθεση των ατομικών σημάτων παρέμβασης, των οποίων τα τοπικά μέσα επίπεδα δύναμης ακολουθούν μία λογαριθμική κανονική απόκλιση. Συνήθως θεωρείται ότι η φάση αλλαγής η οποία παρατηρείται σε κάθε ατομικό σήμα παρέμβασης ποικίλει σημαντικά εξαιτίας σκορπίσματος, όπως ότι μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τα σήματα προσθέτουν ασυνάρτητα (π.χ. οι δυνάμεις προσθέτουν) όταν εξετάζουν την τοπική περιοχή. Επιπλέον, η συνολική Co-channel παρεμβολή, η οποία λαμβάνεται σε μία

συγκεκριμένη τοποθεσία, διαμορφώνεται όπως το «άθροισμα» των σημάτων που χαρακτηρίζονται από μία λογαριθμική κατανομή.

Είναι αποδεκτό ότι η κατανομή του αθροίσματος των λογαριθμικά κανονικών μεταβλητών μπορεί να προσεγγιστεί από μία άλλη λογαριθμική κατανομή, και διάφοροι μέθοδοι έχουν προταθεί για τον υπολογισμό της μέσης τιμής και της σταθερής απόκλισης της νέας λογαριθμικής κατανομής, σε μονάδες decibel. Οι μέθοδοι Wilkinson, και Schwartz και Yeh είναι οι πλέον διαδεδομένοι μέθοδοι και διάφορες μελέτες έχουν δημοσιευτεί σχετικά με αυτές τις μεθόδους, συγκρίνοντας τις υπολογισμένες συναρτήσεις κατανομής και τις αποκλίσεις στατιστικού δείγματος του αθροίσματος. Ενώ, οι μέθοδοι Wilkinson, και Schwartz και Yeh επέτρεπαν τα ατομικά σήματα στο άθροισμα να έχουν διαφορετικές μέσες τιμές και σταθερές αποκλίσεις, σε μονάδες decibel, προηγούμενες μελέτες έχουν υποθέσει ότι όλα τα προσθετέα μέρη έχουν τις ίδιες μέσες και τυπικές αποκλίσεις. Παρ' όλα αυτά πρακτικές καταστάσεις όπου τα παρεμβαλλόμενα σήματα έχουν διαφορετικές μέσες τιμές και διαφορετικές τυπικές αποκλίσεις συμβαίνουν πολύ συχνά στις ασύρματες επικοινωνίες, και θα γίνουν πιο σημαντικά στα μελλοντικά ασύρματα συστήματα. Αφότου οι μέσες τιμές των παρεμβαλλόμενων σημάτων εξαρτώνται από τις παραμέτρους όπως η T-R απόσταση και το κέρδος της κεραίας, η μέση περιοχή του κάθε σήματος διαφέρει σημαντικά, εάν οι αποστάσεις και οι πρότυπες κεραίες είναι σημαντικά διαφορετικές. Επιπλέον, είναι πιθανό ότι κάθε παρεμβολή έχει διαφορετική τυπική απόκλιση για την μέση περιοχή, εξαιτίας των διαφορετικών φυσικών σκιασμένων περιβαλλόντων. Μία τυπική κατάσταση όπου τα παρεμβαλλόμενα σήματα έχουν διαφορετικές μέσες περιοχές και τυπικές αποκλίσεις συμβαίνει στις εσωτερικές ασύρματες επικοινωνίες στα πολυώροφα κτίρια.. Μετρήσεις έχουν δείξει ότι η τυπική απόκλιση σε μονάδες decibel του λαμβανόμενου σήματος σε μία συγκεκριμένη τοποθεσία εξαρτάται από τον αριθμό των χωρισμένων δαπέδων του πομπού και του δέκτη. Όταν αναλύουμε την απόδοση και την

χωρητικότητα των ασύρματων επικοινωνιών, η υπόθεση ότι όλα τα παρεμβαλλόμενα σήματα έχουν την ίδια μέση και τυπική απόκλιση μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μία πρώτη πρόβλεψη. Παρ' όλα αυτά, για πιο ακριβείς προβλέψεις χωρητικότητας και απόδοσης των αναδυόμενων εσω-κτιρίων και μικροκυψελωτών ασύρματων συστημάτων, μία πιο ακριβής περιγραφή των στατιστικών των ατομικών παρεμβαλλόμενων σημάτων απαιτείται, θεωρώντας τις κατάλληλες τιμές για την μέση και τυπική απόκλιση του κάθε ατομικού παρεμβαλλόμενου σήματος.

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζουμε μία ακριβή ανάλυση των μεθόδων Wilkinson, και Schwartz και Yeh, όταν τα παρεμβαλλόμενα σήματα που συνθέτουν την συνολική παρεμβολή έχουν διαφορετικές μέσες τιμές και διαφορετικές τυπικές αποκλίσεις. Από την ανάλυση προκύπτει ότι η ακρίβεια της μεθόδου Wilkinson είναι διαφορετική από τις μεθόδους Schwartz και Yeh, είναι πολύ ευαίσθητη στην διαφορά μεταξύ των μέσων τιμών και τυπικών αποκλίσεων των ατομικών παρεμβαλλόμενων σημάτων, και του αριθμού των σημάτων στο άθροισμα.

Η ανάλυση που παρουσιάστηκε σ' αυτήν την εργασία βασίστηκε στην σύγκριση των υπολογισμών για τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση του συνόλου που υπολογίστηκε χρησιμοποιώντας την κάθε μέθοδο. Σε πολλές εφαρμογές, όπως στην προσομοίωση των ασύρματων συστημάτων επικοινωνίας, εμείς ενδιαφερόμαστε για την μέση τιμή και τυπική απόκλιση του αθροίσματος των σημάτων παρεμβολής, εκτός από την κατανομή λειτουργίας του αθροίσματος, για απλουστευμένη ανάλυση της διακοπής λειτουργίας, frame error rate, χωρητικότητα και άλλων μεγεθών που καθορίζουν την απόδοση του συστήματος.

Στην ενότητα 7.2 υπάρχουν σύντομες αναφορές στις μεθόδους Wilkinson, και Schwartz και Yeh. Η ενότητα 7.3 συγκρίνει τις μέσες τιμές και τις τυπικές αποκλίσεις του συνολικού παρεμβαλλόμενου σήματος, υπολογισμένο χρησιμοποιώντας όλες τις μεθόδους,

για ευρεία ποικιλία των στατιστικών κατανομών των ατομικών co-channel σημάτων παρεμβολής.

7.2. Άθροισμα λογαριθμικά κανονικών τυχαίων μεταβλητών

Θεωρήστε ότι N τα σήματα παρεμβολής που φτάνουν στον δέκτη από τα co-channel κινητά ή τους σταθμούς βάσης. Θεωρώντας ότι οι επιπτώσεις της μικρής σκάλας φάσματος είναι μέση παραγωγή, το τοπικό μέσο επίπεδο δύναμης I_i του i -οστού σήματος υφίσταται την λογαριθμικά κανονική διακύμανση. Χρησιμοποιώντας μονάδες decibel, το τοπικό μέσο επίπεδο δύναμης μπορεί να μοντελοποιηθεί ως :

$$X_i = 10 \cdot \log_{10} I_i = mx_i + x_i \text{ (dBm)} \quad (7.2.1)$$

Όπου m_x , είναι η μέση δύναμη περιοχής (ή, εναλλακτικά, μέση μεγάλης σκάλας διάδοσης path loss) και x_i , είναι η μηδενική – μέση κανονική κατανεμημένη RV σε dB με τυπική απόκλιση σ_{x_i} , επίσης σε dB, εξαιτίας της σκίασης που προκλήθηκε από μεγάλα εμπόδια. Η μέση περιοχή m_x , είναι συνήθως μοντελοποιημένη ως μία λειτουργία του T-R χωρισμού d_i , εκθέτης path loss γ , δύναμη μετάδοσης $P_{T,i}$, σε dBm, και τα κέρδη κεραιών του πομπού και του δέκτη $G_{T,i}$ και $G_{R,i}$, και τα δύο σε dB.

$$mx_i = P_{T,i} + G_{T,i} + G_{R,i} - 10 \cdot \gamma \cdot \log_{10} d_i \text{ (dBm)} \quad (7.2.2)$$

Κάτω από μία λογική θεώρηση ότι τα ατομικά σήματα I , προσθέτουν ασυνεχώς, το ολικό σήμα παρέμβασης μοντελοποιείται ως το άθροισμα των N λογαριθμικών κατανεμημένων σημάτων.

$$I = \sum_{i=1}^N I_i \quad (7.2.3)$$

Είναι αποδεκτό ότι η κατανομή του I μπορεί να προσεγγιστεί από άλλη λογαριθμικά κανονική κατανομή, ή ισοδύναμα, ότι το $X = 10 \log_{10} I$ ακολουθεί μια κανονική κατανομή. Θεωρώντας ότι το άθροισμα I είναι λογαριθμικά κανονικά κατανεμημένο, το οποίο είναι μία θεώρηση βασισμένη σε αριθμητικές και πολύ καλές εμπειρικές και αναλυτικές μελέτες, οι μέθοδοι του Wilkinson, και του Schwartz και του Yeh υπολογίζουν την μέση m_x και τυπική απόκλιση σ_x του X .

Για την παραγωγή αυτών των δύο μεθόδων, είναι προτιμητέο να χρησιμοποιήσουμε τον φυσικό λογάριθμο αντί για τον λογάριθμο με βάση το 10 για να προσδιορίσουμε το κανονικό RV που ανταποκρίνεται στην λογαριθμική κανονική RV. Έτσι, προσδιορίζουμε το κανονικό RV Y , όπως

$$Y_i = \ln I_i \text{ (log arithmetic)} \quad (7.2.4)$$

με μέση τιμή m_Y , και τυπική απόκλιση σ_Y .

$$m_{Y_i} = \lambda \cdot m_{X_i} \quad (7.2.5)$$

$$\sigma_{Y_i} = \lambda \cdot \sigma_{X_i} \quad (7.2.6)$$

όπου $\lambda = \ln(10)/10$. Σημειώνουμε ότι $Y_i = \lambda X_i$.

Χρησιμοποιώντας την (7.2.4) και ανακαλώντας ότι προσεγγίζοντας την κατανομή του I από την λογαριθμική κατανομή, έχουμε:

$$I = e^{Y_1} + e^{Y_2} + \dots + e^{Y_N} = e^Z = 10^{\frac{X}{10}} \quad (7.2.7)$$

Όπου το Z (σε λογαριθμικές μονάδες) και το X (σε dB) είναι κανονικά καταναμημένα, και $Z = \lambda X$. Οι μέθοδοι Wilkinson και Schwartz & Yeh τότε υπολογίζουν την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση του Z (m_Z και σ_Z) ή του X (m_X και σ_X) από τις μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των προσθετών Y_i .

Γενικά, είναι χρήσιμο να θεωρούμε ότι τα ατομικά σήματα I_i μπορεί να είναι συσχετισμένα στο κάθε ένα. Αυτή η συσχέτιση μπορεί να είναι εξαιτίας του γεγονότος ότι το χάσιμο της σκίασης προκαλείται από μεγάλα αντικείμενα που περιβάλλουν τα κινητά και τους σταθμούς βάσης. Παρόλα αυτά, ακόμα και αν τα σήματα έρχονται από διαφορετικές κατευθύνσεις μπορεί να είναι αδυνατισμένα από τα ίδια τα εμπόδια, οδηγώντας στην συσχέτιση μεταξύ των λαμβανόμενων σημάτων. Επίσης, η μη-συσχετισμένη σκίαση είναι απλά μία ειδική περίπτωση για την γενική θεώρηση συσχετισμένης σκίασης. Παρόλα αυτά, για να θεωρήσουμε την περίπτωση των συσχετισμένων σημάτων παρέμβασης, ας προσδιορίσουμε τον συντελεστή συσχέτισης r_{ij} του Y_i και Y_j από

$$r_{i,j} = \frac{E \left[(Y_i - m_{Y_i}) \cdot (Y_j - m_{Y_j}) \right]}{\sigma_{Y_i} \cdot \sigma_{Y_j}} \quad (7.2.8)$$

Όταν το Y_i είναι μία εκδοχή διακλιμακωμένη του X_i , το r_i είναι επίσης ο συντελεστής συσχέτισης του X_i και X_j .

7.2.1 Μέθοδος Wilkinson

Σύμφωνα με την μέθοδο Wilkinson, η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του Z στην (7.2.7) προσδιορίστηκε ταιριάζοντας την πρώτη με την δεύτερη στιγμή του I με αυτά των $I_1 + I_2 + \dots + I_N$. Για την πρώτη στιγμή, έχουμε:

$$E(e^Z) = E(e^{Y_1} + e^{Y_2} + \dots + e^{Y_N}) \quad (7.2.9)$$

Οι στιγμές στην σχέση (7.2.9) μπορούν να βρεθούν παρατηρώντας τις αντίστοιχες για μία κανονική RV u με μέση τιμή m_u και απόκλιση σ_u^2 . Για οποιοδήποτε ακέραιο αριθμό n , έχουμε

$$E(e^{nu}) = \exp\left[nm_u + \frac{1}{2} \cdot n^2 \cdot (\sigma_u)^2 \right] \quad (7.2.10)$$

Επομένως,

$$E(e^Z) = \exp\left(m_Z + \frac{(\sigma_Z)^2}{z} \right) \quad (7.2.11)$$

και

$$E(e^{Y_1} + e^{Y_2} + \dots + e^{Y_N}) = \sum_{i=1}^N \exp\left[m_{Y_i} + \frac{(\sigma_{Y_i})^2}{2} \right] \quad (7.2.12)$$

Χρησιμοποιώντας την (7.2.11), (7.2.12) και την (7.2.9) έχουμε

$$\exp\left(m_Z + \frac{(\sigma_Z)^2}{z} \right) = \sum_{i=1}^N \exp\left[m_{Y_i} + \frac{(\sigma_{Y_i})^2}{2} \right] = u_1 \quad (7.2.13)$$

Το άθροισμα στην (7.2.13), που δηλώνεται από το u_1 , είναι μία συνάρτηση των μέσων τιμών m_{Y_i} και τυπικών αποκλίσεων σ_{Y_i} , δηλαδή των προσθετέων Y_i , τα οποία θεωρούνται γνωστά.

Τώρα, ταιριάζοντας τις δεύτερες στιγμές του I και $I_1 + I_2 + \dots + I_N$, έχουμε

$$E(e^{2Z}) = E\left[\left(e^{Y_1} + e^{Y_2} + \dots + e^{Y_N}\right)^2\right] \quad (7.2.14)$$

Χρησιμοποιώντας ξανά την σχέση (7.2.10) και στις δύο πλευρές της (7.2.14), λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} \exp\left(2 \cdot m_Z + 2 \cdot (\sigma_Z)^2\right) &= \sum_{i=1}^N \exp\left[2 \cdot m_{Y_i} + 2 \cdot (\sigma_{Y_i})^2\right] + \\ &2 \cdot \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \exp\left(m_{Y_i} + m_{Y_j}\right) \cdot \\ &\exp\left[\frac{1}{2}\left[(\sigma_{Y_i})^2 + (\sigma_{Y_j})^2 + 2 \cdot r_{ij} \cdot \sigma_{Y_i} \cdot \sigma_{Y_j}\right]\right] = u_2 \quad (7.2.15) \end{aligned}$$

Η αριστερή πλευρά της (7.2.15), που δίνεται με τον όρο u_2 , μπορεί να εκτιμηθεί χρησιμοποιώντας τις μέσες τιμές m_{Y_i} , τις τυπικές αποκλίσεις σ_{Y_i} , και τον συντελεστή συσχέτισης r_{ij} .

Οι εκφράσεις (7.2.13) και (7.2.15) σχηματίζουν ένα σύστημα εξισώσεων με αγνώστους τα m_Z και σ_Z . Λύνοντας αυτό το σύστημα εξισώσεων, και χρησιμοποιώντας $Z = \lambda X$, τελικά έχουμε

$$m_X = \left(\frac{1}{\lambda}\right) \cdot \left(2 \cdot \ln u_1 - \frac{1}{2} \cdot \ln u_2\right) \quad (7.2.16)$$

$$\sigma_X = \left(\frac{1}{\lambda}\right) \cdot \sqrt{\ln u_2 - 2 \cdot \ln u_1} \quad (7.2.17)$$

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της μεθόδου Wilkinson είναι ότι στον υπολογισμό των m_X και σ_X χρησιμοποιείται η υπόθεση ότι το $\Sigma_i I_i$ ακολουθεί λογαριθμικά κανονική κατανομή.

```

% File: wilkinson.m

function[m_out,std_out]=wilkinson(m_x,std_x,r)

%this function computes the mean and standard deviation
%of the sum of two lognormal RV's

%Input and output values are in dB.

m_x = [-167,78 -172,59 -145,37 -145,06 -141,7 -137,01];
std_x = [8 8 8 8 8 8];
r = [0];

lambda=0.1*log(10);
m_x_cmp=m_x;
v_x_cmp=std_x.^2;
m_y=lambda*m_x_cmp;
v_y=(lambda^2)*v_x_cmp;
u_1=0;
for i=1:length(m_y)
    u_1=u_1+exp(m_y(i)+v_y(i)/2);
end
a=0;
for i=1:length(m_y)
    a=a+exp(2*m_y(i)+2*v_y(i));
end
b=0;
for i=1:length(m_y)-1

```

```

for j=i+1:length(m_y)
    b=b+exp(m_y(i)+m_y(j))*exp(0.5*(v_y(i)+v_y(j)+2*r*sqrt(v_y(i))*sqrt(v_y(j))));
end
end
u_2=a+2*b;
% mean and variance of the variable Z, which is in natural units
m_z=2*log(u_1)-0.5*log(u_2);
std_z=sqrt(log(u_2)-2*log(u_1));
% mean and variance of the variable X, which is normal in dB
g=10*log10(exp(1));
m_out=g*m_z;
std_out=g*std_z;
% end of function file

```

Ενδεικτικά αποτελέσματα της μεθόδου Wilkinson.

- Θέτουμε $m_x = [-50\text{dBm}, -45\text{dBm}]$, $std_x = [7\text{dB}, 7\text{dB}]$ και $r = 3$.

Τρέχοντας το παραπάνω πρόγραμμα της μεθόδου Wilkinson, μας βγάζει :

$m_{out} = -52.92\text{dBm}$

$std_{out} = 11.32\text{dB}$

το οποίο είναι σωστό.

7.2.2 Μέθοδος Schwartz και Yeh

Ο Schwartz και ο Yeh πρότειναν μία μέθοδο βασισμένη στον ακριβή υπολογισμό της μέσης τιμής m_X και της τυπικής απόκλισης σ_X της λογαριθμικής RV για το άθροισμα με $N = 2$. Για $N > 2$, μία επαναλαμβανόμενη μέθοδος χρησιμοποιήθηκε για να προσεγγίζει το άθροισμα των δύο λογαριθμικών RV με μία άλλη λογαριθμική RV, και να υπολογίζει την μέση και την τυπική απόκλιση του αθροίσματος.

Θεωρώντας το άθροισμα των N λογαριθμικών RV στην (7.2.7), ξαναγράφουμε

$$Z = \ln(e^{Y_1} + e^{Y_2} + \dots + e^{Y_N}) \quad (7.2.18)$$

Έστω ότι το Z_k ισούται με $\ln(e^{Z_{k-1}} + e^{Y_k})$, όπου Z_{k-1} να θεωρείται ότι έχει κανονική κατανομή. Η μέθοδος Schwartz και Yeh υπολογίζει την μέση τιμή m_{Z_k} και την τυπική απόκλιση σ_{Z_k} του Z_k , για $k = 2, 3, \dots, N$. Ακολουθώντας την σημειογραφία, το m_{Z_k} και σ_{Z_k} , για $k = 2, 3, \dots, N$, δίνονται από :

$$m_{Z_k} = m_{Z_{k-1}} + G_1(m_{W_k}, \sigma_{W_k}) \quad (7.2.19)$$

$$\begin{aligned} (\sigma_{Z_k})^2 = & (\sigma_{Z_{k-1}})^2 - G_1^2(m_{W_k}, \sigma_{W_k}) + G_2(m_{W_k}, \sigma_{W_k}) + \\ & 2 \cdot \frac{[r_{(Z_{k-1})(Y_k)} \cdot \sigma_{Y_k} - \sigma_{Z_{k-1}}] \cdot \sigma_{Z_{k-1}}}{(\sigma_{W_k})^2} \cdot G_3(m_{W_k}, \sigma_{W_k}) \end{aligned} \quad (7.2.20)$$

όπου m_{W_k} και σ_{W_k} είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του $w_k = Y_k - Z_{k-1}$. Αφού το Y_k είναι κανονικά κατανομημένο και το Z_{k-1} θεωρείται ότι είναι κανονικά

κατανεμημένο, το w_k θεωρείται επίσης να είναι κανονική RV, με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p_{w_k}(w_k)$.

$$P_{W_k}(W_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{W_k}} \cdot \exp \left[\frac{-(W_k - m_{W_k})^2}{2(\sigma_{W_k})^2} \right] \quad (7.2.21)$$

όπου

$$m_{W_k} = m_{Y_k} - m_{Z_{k-1}} \quad (7.2.22)$$

$$\sigma_{W_k} = \sqrt{(\sigma_{Y_k})^2 + (\sigma_{Z_{k-1}})^2 - 2 \cdot r_{(Z_{k-1})(Y_k)} \cdot (\sigma_{Y_k} - \sigma_{Z_{k-1}})} \quad (7.2.23)$$

Ο όρος $r_{(Z_{k-1})(Y_k)}$ στην (7.2.20) και στην (7.2.23) είναι ο συντελεστής συσχέτισης του Z_{k-1} και του Y_k , και δίνονται από τη σχέση:

$$r_{(Z_{k-1})(Y_k)} = \sigma_{Z_{k-2}} \cdot \frac{r_{(Z_{k-2})(Y_k)}}{\sigma_{Z_{k-1}}} + \frac{r_{(k-1)(k)} \cdot \sigma_{Y_{k-1}} - r_{(Z_{k-2})(Y_k)} \cdot \sigma_{Z_{k-2}}}{\sigma_{Z_{k-1}} \cdot (\sigma_{W_{k-1}})^2} \cdot G_3(m_{W_{k-1}}, \sigma_{W_{k-1}}) \quad (7.2.24)$$

Οι συναρτήσεις G_1, G_2 και G_3 στις (7.2.19), (7.2.20) και (7.2.24) δίνονται από:

$$G_1(m_{W_k}, \sigma_{W_k}) = E \left[\ln(1 + e^{W_k}) \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \ln(1 + e^{W_k}) \cdot p_{W_k}(W_k) \cdot dW_k \quad (7.2.25)$$

$$G_2(m_{W_k}, \sigma_{W_k}) = E\left[\ln^2(1 + e^{W_k})\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \ln^2(1 + e^{W_k}) \cdot p_{W_k}(W_k) \cdot dW_k \quad (7.2.26)$$

και

$$G_3(m_{W_k}, \sigma_{W_k}) = E\left[(W_k - m_{W_k}) \cdot \ln(1 + e^{W_k})\right] = \int_{-\infty}^{\infty} (W_k - m_{W_k}) \cdot \ln(1 + e^{W_k}) \cdot p_{W_k}(W_k) \cdot dW_k \quad (7.2.27)$$

Οι εξισώσεις (7.2.25), (7.2.26) και (7.2.27) πρέπει να αξιολογηθούν αριθμητικά. Πρέπει να σημειώσουμε ότι $Z_1 = Y_1$. Επομένως, εφαρμόζοντας τις εκφράσεις (7.2.20) δια μέσου της (7.2.27), για $k = 2, 3, \dots, N$, η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του X δίνονται τελικά από την $m_X = \lambda m_{z_n}$ και την $\sigma_X = \lambda \sigma_{z_n}$, αντίστοιχα.

7.3. Συμπέρασμα

Οι μέθοδοι Schwartz & Yeh και Wilkinson χρησιμοποιούνται ευρέως για τον υπολογισμό των στιγμών της συνολικής co-channel παρέμβασης στα ασύρματα συστήματα επικοινωνίας, τα οποία μοντελοποιούνται ως το άθροισμα λογαριθμικά κατανομημένων σημάτων. Αυτοί οι δύο μέθοδοι έχουν εκτεταμένα αναλυθεί σε προηγούμενες μελέτες με την προϋπόθεση να έχουν όλοι οι προσθετέοι όροι την ίδια στατιστική κατανομή. Αυτή η προϋπόθεση σπάνια καταστέλλει πρακτικές περιπτώσεις των εμφανιζόμενων ασύρματων

συστημάτων επικοινωνίας, όπου τα σήματα παρέμβασης προέρχονται από διαφορετικά φυσικά περιβάλλοντα και παρουσιάζουν διαφορετικές μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις, σε μονάδες decibel. Η μέθοδος Schwartz και Yeh υπολογίζει κατευθείαν την μέση τιμή m_X και την τυπική απόκλιση σ_X , σε dB, του αθροίσματος της λογαριθμικής RV, ενώ η μέθοδος Wilkinson αντλεί τις στιγμές του X υπολογίζοντας τις πρώτες δύο στιγμές του $I = 10^{X/10}$. Επιπλέον, η μέθοδος Schwartz και Yeh υπολογίζει τις **ακριβείς** στιγμές του X για $N = 2$ όρους. Για περισσότερους από δύο προσθετέους, η μέθοδος εφαρμόζεται επαναληπτικά, θεωρώντας ότι το άθροισμα των δύο λογαριθμικών RV ακολουθεί επίσης λογαριθμική κατανομή. Από την άλλη πλευρά, η μέθοδος Wilkinson υπολογίζει το m_X και το σ_X θεωρώντας ότι $I = \sum_i I_i$ έχει λογαριθμική κατανομή. Αποδεικνύεται ότι η μέθοδος Schwartz και Yeh δίνει περισσότερο ακριβή αποτελέσματα από την μέθοδο Wilkinson. Παρόλα αυτά στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Wilkinson στον υπολογισμό της co-channel παρεμβολής.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- [1] “Principles of Communication Systems Simulation with Wireless Applications”, W. Tranter, K. Shanmugan, T. Rappaport, K. Kosbar, Prentice Hall, 2004.
- [2] Digital Communications, by J. Proakis, 4th edition, McGraw Hill.
- [3] Wireless Communications, by T. Rappaport, 2nd edition, Prentice Hall.
- [4] Simulation and software radio for mobile communications, by H. Harada and R. Prasad, Artech House Publishers, ISBN 1-58053-044-3.
- [5] W-CDMA for UMTS, edited by H. Holma and A. Toskala, 2nd edition, John Wiley & Sons, ISBN 0-470-84467-1.
- [6] “Συστήματα Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών”, Κανάτας Αθανάσιος, Μάρτιος 2006.