



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
Π.Μ.Σ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ
ΚΙΝΔΥΝΟΥ

ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΑΣΦΑΛΙΣΤΡΩΝ ΕΡΓΑΤΙΚΩΝ
ΑΤΥΧΗΜΑΤΩΝ

Διπλωματική Εργασία

Βασιλική Μιχελή

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΠΙΤΣΕΛΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΠΕΙΡΑΙΑΣ, ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2020



UNIVERSITY OF PIRAEUS

DEPARTMENT OF STATISTICS AND INSURANCE SCIENCE

M.Sc. IN ACTUARIAL SCIENCE AND RISK MANAGEMENT

WORKERS' COMPENSATION INSURANCE PRICING

M.Sc. THESIS

Vasiliki Micheli

ADVISOR PROFESSOR: PITSELIS GEORGIOS

PIRAEUS, SEPTEMBER 2020

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου στην υπ' αριθμόν συνεδρίαση του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική Κινδύνου.

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Πιτσέλης Γεώργιος (Επιβλέπων)
- Βεροπούλου Γεωργία
- Τσίμπος Κλέων

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνωμών του συγγραφέα

Στη μητέρα μου,
Σοφία και στον αδερφό μου Νίκο

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές που με δίδαξαν κατά την διάρκεια των σπουδών. Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου κύριο Γεώργιο Πιτσέλη για την δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο αντικείμενο της εργασίας αυτής, καθώς και την βοήθεια του και τη στήριξή του κατά τη συγγραφή της εν λόγω διπλωματικής. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω βαθύτατα την οικογένειά μου για την υποστήριξη που μου προσέφερε κατά την διάρκεια των σπουδών μου και τον Νίκο που με στήριξε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της εργασίας είναι η ανασκόπηση μεθόδων εκτίμησης εργατικών ατυχημάτων και μοντέλων τιμολόγησης ασφαλιστρών. Παρουσιάζουμε τις βασικές έννοιες των εργατικών ατυχημάτων και γίνεται αναφορά στους διάφορους επαγγελματικούς κινδύνους που ενέχουν διάφοροι εργασιακοί τομείς και τονίζεται ο καταλυτικός ρόλος του ανθρώπινου λάθους στην πρόκληση ατυχημάτων. Εμβαθύνουμε στους βασικούς όρους που ισχύουν στην ασφαλιστική επιστήμη και παρουσιάζουμε την βασική θεωρία αποτίμησης ασφαλιστρών. Εφαρμόζουμε ελέγχους καλής προσαρμογής σε κατανομές εμπειρικών δεδομένων που έχουμε στην διάθεση μας και προβαίνουμε στην πρόβλεψη επιδότησης αποζημιώσεων μέσω υποδειγμάτων χρονοσειρών. Στο τελευταίο κεφάλαιο αναλύουμε την θεωρία αξιοπιστίας του Bühlmann (1967) που βασίζεται στις βασικές αρχές θεωρίας χαρτοφυλακίου καθώς και την ανάλυση διακύμανσης. Τέλος, εφαρμόζουμε τις μεθοδολογίες αυτές σε δεδομένα που έχουμε στην διάθεσή μας αποζημιώσεων συμβολαίων ζωής.

ABSTRACT

The purpose of this thesis is to review workers compensation methods and premium pricing models. We present the basic concepts of occupational accidents and refer to the various occupational risks involved in various occupational sectors and emphasize the catalytic role of human error in causing accidents. We delve into the basic terms that apply in insurance science and present the basic theory of premium calculation. We apply tests for the equality of distributions to empirical data that we have at our disposal and provide forecasts for compensation subsidy amounts through time series models. In the last chapter we analyze the credibility theory of Bühlmann (1967) which is based on the basic principles of portfolio theory as well as the analysis of variance. Finally, we apply these methodologies to data that we have at our disposal for life insurance claims.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	7
ΕΡΓΑΤΙΚΟ ΑΤΥΧΗΜΑ	7
2.1 <i>Εργατικά ατυχήματα και νομοθετικό πλαίσιο</i>	7
2.2 <i>Κίνδυνοι στον Εργασιακό Χώρο</i>	12
2.3 <i>Ανθρώπινο λάθος</i>	16
2.4 <i>Εκτίμηση κινδύνων και οι αρμόδιοι φορείς</i>	19
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	23
ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΑΣΦΑΛΙΣΗΣ	23
3.1 <i>Εισαγωγικά</i>	23
3.2 <i>Μέθοδοι υπολογισμού</i>	23
3.3 <i>Ratemaking αποζημίωσης εργαζομένων</i>	32
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	36
ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΣΕ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ	36
4.1 <i>Δεδομένα και περιγραφικά στατιστικά</i>	36
4.2 <i>Προσαρμογή δεδομένων σε θεωρητική κατανομή</i>	39
4.3 <i>Προσαρμογή δεδομένων με βάση την εκθετική κατανομή</i>	41
4.4 <i>Προσαρμογή δεδομένων με βάση την Λογαριθμοκανονική κατανομή</i>	41
4.5 <i>Προσαρμογή δεδομένων με βάση την Weibull κατανομή</i>	43
4.6 <i>Εκτίμηση ARMA υποδείγματος</i>	45
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	57
ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ ΑΠΟΖΗΜΙΩΣΕΩΝ	57
5.1 <i>Εισαγωγή</i>	57
5.2 <i>Απλό μοντέλο Bühlmann</i>	59
5.3 <i>Πίνακας ANOVA (Analysis of Variance)</i>	64
5.4 <i>Μοντέλο Bühlmann – Straub</i>	68
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6	72
ΞΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	74
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	77

Λίστα Πινάκων

Πίνακας 1 Καταγραφή εργατικών ατυχημάτων κατά μέρος του σώματος που τραυματίστηκε 2006-2016 (ΕΛΣΤΑΤ).....	10
Πίνακας 2 Καταγραφή εργατικών ατυχημάτων κατά ομάδες ηλικιών και φύλο 2015-2017 (ΕΛΣΤΑΤ)	11
Πίνακας 3 Ετήσιες δαπάνες ΙΚΑ-ΕΤΑΜ για επιδότηση εργατικού ατυχήματος σε Ευρώ 1983-2016 ..	36
Πίνακας 4 Περιγραφικά Στατιστικά.....	39
Πίνακας 5 KS και AD έλεγχοι για προσαρμογή των δεδομένων στην εκθετική κατανομή.....	41
Πίνακας 6 KS και AD έλεγχοι για προσαρμογή των δεδομένων στην λογαριθμοκανονική κατανομή..	43
Πίνακας 7 KS και AD έλεγχοι για προσαρμογή των δεδομένων στην Weibull κατανομή.....	44
Πίνακας 8 Έλεγχος για μοναδιαία ρίζα.....	49
Πίνακας 9 Επιλογή μοντέλου με βάση τον AIC.....	50
Πίνακας 10 Μέτρα ακρίβειας πρόβλεψης για το ARMA(0,2).....	52
Πίνακας 11 Επιλογή Υποδείγματος βάσει του κριτηρίου BIC.....	52
Πίνακας 12 Προβλέψεις από ένα Αφελές υπόδειγμα.....	53
Πίνακας 13 Προβλέψεις από ένα AR(1) υπόδειγμα	54
Πίνακας 14 Προβλέψεις από ένα MA(2) υπόδειγμα.....	55
Πίνακας 15 Αποζημιώσεις ομαδικών ασφαλιστηρίων συμβολαίων J σε T χρονικές περιόδους.....	63
Πίνακας 16 Δεδομένα ασφαλιστικής εταιρίας για ομαδικά ασφαλιστήρια συμβόλαια ζωής από το 2015-2019 μαζί με τα ποσά των αποζημιώσεων που καταβλήθηκαν	67
Πίνακας 17 Εκτίμηση πίνακα Ανονα για ισότητα των μέσων.....	68

Λίστα Γραφημάτων

Γράφημα 1 Ετήσιες Δαπάνες για Επιδότηση Εργατικού Ατυχήματος	37
Γράφημα 2 Ιστόγραμμα και αθροιστική κατανομή.....	38
Γράφημα 3 Εμπειρική κατανομή των ατυχημάτων.....	38
Γράφημα 4 Ιστόγραμμα και Εμπειρική αθροιστική Κατανομή των $\log(X)$ δαπανών ατυχημάτων.....	42
Γράφημα 5 Q-Q plot της $\log(X)$ ως προς την κανονική κατανομή.....	43
Γράφημα 6 Q-Q plot της μεταβλητής σε σχέση με την weibull κατανομή.....	45
Γράφημα 7 Δαπάνες Ατυχημάτων και Προσαρμοσμένες τιμές από ARMA(0,2) υπόδειγμα	51
Γράφημα 8 Προβλέψεις από ένα Αφελές υπόδειγμα.....	53
Γράφημα 9 Προβλέψεις από ένα AR(1) υπόδειγμα	54
Γράφημα 10 Προβλέψεις από ένα MA(2) υπόδειγμα	56

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Από τον σχηματισμό των πρώτων οργανωμένων κοινωνιών ήταν σαφές πώς η ισότιμη ένταξη ενός ατόμου στη λειτουργία τους ήταν δυνατή εφόσον αυτό είχε τη δυνατότητα να αποκτά τα απαραίτητα αγαθά με κοινωνικώς αποδεκτά μέσα, εκ των οποίων το κυριότερο ήταν η προσωπική εργασία. Η εργασία κατέστη θεμελιώδης κοινωνικός θεσμός και ως τέτοιος ρυθμίστηκε με ποικίλους προφορικούς ή γραπτούς κανόνες. Όπως ήταν φυσικό, το περιεχόμενο των κανόνων αυτών δεν έμεινε σταθερό, αλλά αντιθέτως αποτέλεσε αντικείμενο διαρκούς εξέλιξης στην πορεία του χρόνου. Οι κανόνες που ρύθμιζαν την εργασία ήταν αλληλένδετες με τις κοινωνικές, οικονομικές και πολιτικές συνθήκες. Στο πρώιμο στάδιο της διαμόρφωσης τους στόχευαν σχεδόν αποκλειστικά στην εξασφάλιση της συνέχειας παροχής των υπηρεσιών των εργαζομένων και λιγότερο στην προστασία αυτών. Η εργασία στις σύγχρονες έννομες τάξεις προστατεύεται ως θεμελιώδες κοινωνικό και ατομικό δικαίωμα και από τα τέλη του 19^{ου} έως και τις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Γενικά, η εργασία είναι η καταβολή σωματικών και πνευματικών δυνάμεων από τον άνθρωπο, που συνεπάγεται κόπο, με σκοπό την παραγωγή αγαθών ή υπηρεσιών. Τα φυσικά αγαθά που υπάρχουν στη διάθεση του ανθρώπου, για να μπορέσουν ικανοποιήσουν τις ανάγκες που πρέπει να υποστούν, αλλά περισσότερο και άλλα λιγότερο, μια κατεργασία. Η κατεργασία αυτή απαιτεί την καταβολή δυνάμεων από τον εργαζόμενο. Για να υπάρξει εργασία απαιτούνται δύο βασικά στοιχεία: (α) καταβολή δυνάμεων, (β) οικονομικό αποτέλεσμα, δηλαδή κέρδος. Το δικαίωμα για εργασία χαρακτηρίζεται ως το «αρχέτυπο των δικαιωμάτων του εργαζομένου», η μήτρα όλων των άλλων κοινωνικών δικαιωμάτων. Ειδικότερα το δικαίωμα αυτό θεμελιώνει ένα κοινωνικό κεκτημένο. Κάθε εργαζόμενος στην ΕΕ έχει ορισμένα βασικά δικαιώματα στους εξής τομείς:

- **Υγεία και ασφάλεια στον χώρο εργασίας:** γενικά δικαιώματα και υποχρεώσεις, χώροι και εξοπλισμός εργασίας, συγκεκριμένοι κίνδυνοι και ευάλωτες ομάδες εργαζομένων
- **Ισότητα ευκαιριών για άνδρες και γυναίκες:** ίση μεταχείριση στην εργασία, έγκυες εργαζόμενες, άδεια μητρότητας, γονική άδεια

- **Προστασία κατά των διακρίσεων:** λόγω φύλου, φυλετικής καταγωγής, θρησκείας, ηλικίας, αναπηρίας και σεξουαλικού προσανατολισμού
- **Εργατικό δίκαιο:** μερική απασχόληση, συμβάσεις ορισμένου χρόνου χρόνος εργασίας, απασχόληση των νέων, ενημέρωση και διαβούλευση με τους εργαζομένους

Κάθε χώρα πρέπει να μεριμνά ώστε η εθνική της νομοθεσία να προστατεύει τα δικαιώματα αυτά, τα οποία κατοχυρώνονται με την νομοθεσία της ΕΕ περί απασχόλησης.

Αναμφίβολα, δεν μπορούν να αποκλειστούν όλα τα ατυχήματα στις ανθρώπινες δραστηριότητες αφού ο άνθρωπος δεν είναι σε θέση να γνωρίζει λεπτομερώς τους μηχανισμούς της φύσης που προσδιορίζουν την έκβαση των ενεργειών του. Ο όγκος όμως των ατυχημάτων και συνεπώς το μέγεθος του κινδύνου δεν έχει κάποιο αναπόφευκτο και αντικειμενικά αποδεκτά ελάχιστο επίπεδο, ειδικά σε μία κοινωνία που αναπτύσσεται με ταχείς ρυθμούς όσον αφορά τον τρόπο εργασίας και διαβίωσης.

Ένα από τα βασικά ζητήματα της ασφαλιστικής επιστήμης είναι να απαντήσει ποιο είναι το βασικό αντίτιμο που προτίθεται κάποιος να πληρώσει για να ασφαλιστεί από τους κινδύνους που διατρέχει. Ένας ορισμός για την αναλογιστική επιστήμη που δίνεται από τους Bowers (1986) είναι ότι ασχολείται με την οικονομική διαχείριση των συστημάτων χρηματοοικονομικής ασφάλειας τα οποία μπορούν να χαρακτηριστούν ως «μηχανισμοί για τη μείωση των δυσμενών οικονομικών επιπτώσεων των τυχαίων γεγονότων που αποτρέπουν την εκπλήρωση εύλογων προσδοκιών».

Βάσει των Kaas (2008) η οικονομική επιστήμη μέσω της θεωρία της χρησιμότητας αναφέρει ότι οι ασφαλισμένοι είναι πρόθυμοι να πληρώσουν ένα ασφάλιστρο μεγαλύτερο από το καθαρό ασφάλιστρο που ορίζεται ως την αναμενόμενη τιμή της ασφαλισμένης ζημίας. Οι Brown (1986) αναφέρουν ότι οι δύο βασικές λειτουργίες των αναλογιστών είναι η αποθεματοποίηση ζημιών (Loss Reserving) και ο αναλογισμός (ratemaking). Στη περίπτωση της αποθεματοποίησης ζημιών ο αναλογιστής προσδιορίζει και αναλύει τις παρούσες υποχρεώσεις και τις μελλοντικές απαιτήσεις. Από την άλλη, στην περίπτωση του αναλογισμού ο αναλογιστής, αφού πρώτα εκτιμήσει τα αποθέματα ζημιών και τα κόστη τα οποία αντιμετωπίζει μια ασφαλιστική εταιρία, θα πρέπει να εκτιμήσει την τιμή με την οποία θα χρεώσει το ρίσκο που θα

προκύψει στην κατηγορία κινδύνου μέσω της πληρωμής της τελευταίας απαίτησης, το οποίο ενδέχεται να μην συμβεί για πολλά χρόνια.

Επομένως το βασικό πρόβλημα είναι να εκτιμήσουμε τα αποθέματα ζημιών και το καθαρό ασφάλιστρο. Στην διπλωματική εργασία ασχολούμαστε με την εκτίμηση των ασφαλιστρών. Βασική τεχνική για την εκτίμηση ασφαλιστρών είναι μέσω της θεωρίας αξιοπιστίας οφείλεται στον Bühlmann (1967) και είναι μια τεχνική που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των ασφαλιστρών για συμβόλαια που ανήκουν σε ένα χαρτοφυλάκιο, τα οποία μπορεί να έχουν ακανόνιστη εμπειρία αξιώσεων σε επίπεδο μεμονωμένου συμβολαίου, αλλά επαρκή εμπειρία απαιτήσεων σε επίπεδο χαρτοφυλακίου. Ο Bühlmann (1967) καθιέρωσε τη θεωρητική βάση της σύγχρονης θεωρίας αξιοπιστίας, που παρουσιάζεται ως εκτίμηση αξιοπιστίας χωρίς να υποθέτουμε συγκεκριμένη κατανομή στα δεδομένα. Οι Bühlmann και Straub (1970) ανέπτυξαν ένα μοντέλο στο οποίο τα ασφάλιστρα είναι ένας σταθμισμένος μέσος όρος μεταξύ δεδομένων συμβολαίου και χαρτοφυλακίου. Η μέθοδος των Bühlmann και Straub (1970) επεκτάθηκε στο μοντέλο παλινδρόμησης Hachemeister (1975).

Το πρόβλημα όμως με τις τεχνικές εκτίμησης στην θεωρία αξιοπιστίας είναι ότι στην εμφάνιση ακραίων γεγονότων (συμπεριλαμβανομένων μεγάλων αξιώσεων – καταστροφικών γεγονότων) μπορεί να οδηγήσει σε μεροληπτικές εκτιμήσεις μέσω της εκτίμησης με την μέθοδο ελάχιστων τετραγώνων. Οι υπερβολικές απαιτήσεις οδηγούν σε μη ικανοποιητική συμπεριφορά της γραμμικής εκτίμησης αξιοπιστίας. Η εμφάνιση υπερβολικών απαιτήσεων (outliers) μπορεί να διαταράξει την εκτίμηση της πριμοδότησης αξιοπιστίας. Αυτό οδήγησε στην ανάπτυξη μεθόδων για την κατασκευή εκτιμητών οι οποίοι θα είναι αξιόπιστοι. Στο άρθρο του Pitselis (2013) συνοψίζει τις μεθόδους αυτές για την ισχυροποίηση των εκτιμητών των ασφαλιστρών.

Ο Mack (1997) πρότεινε μια άλλη προσέγγιση στην οποία το καθαρό ασφάλιστρο ως σύνολο μπορεί να εκτιμηθεί ως ένα ποσοστημόριο της κατανομής ζημιών. Στην πράξη, τα ασφαλιστικά χαρτοφυλάκια συνήθως δεν είναι ομοιογενή με αποτέλεσμα τα ασφαλισμένα αντικείμενα να διαφέρουν μεταξύ τους. Επομένως, οι αναλογιστές προσπαθούν να εντοπίσουν παράγοντες κινδύνου που βοηθούν στην εξήγηση διαφορών μεταξύ των ασφαλισμένων αντικειμένων και τα καθαρά ασφάλιστρα υπολογίζονται με βάση δεσμευμένες κατανομές ζημιών (με την προϋπόθεση ότι είναι γνωστές οι τιμές αυτών των συνδυασμών). Αυτή η προσέγγιση διαχωρίζει το

χαρτοφυλάκιο σε υπό-χαρτοφυλάκια που περιγράφονται με διαφορετικές δεσμευμένες κατανομές απώλειας.

Στη διεθνή βιβλιογραφία έχει προταθεί και η μέθοδος των γενικευμένων γραμμικών υποδειγμάτων (Generalized Linear Models). Οι McCullagh και Nelder (1983, 1989) δίνουν πολλά παραδείγματα προσαρμογής των GLM σε διαφορετικούς τύπους δεδομένων, συμπεριλαμβανομένων τους μέσους όρους κόστους απαιτήσεων από ένα χαρτοφυλάκιο ασφάλισης αυτοκινήτων και δεδομένα απαιτήσεων στην περίπτωση ναυτιλιακών ασφαλίσεων. Μέσω των GLM μπορούμε να εκτιμήσουμε την αναμενόμενη τιμή της συχνότητας των απαιτήσεων και της σφοδρότητας (severity). Επομένως, το συνολικό ασφάλιστρο είναι το άθροισμα του γινομένου των αναμενόμενων τιμών της συχνότητας και της σφοδρότητας των απαιτήσεων.

Ο Kudryavtsev (2009) αναφέρει ότι τα παραδοσιακά μοντέλα παλινδρόμησης βασίζονται σε παραδοχές που συχνά είναι λανθασμένες για χαρτοφυλάκια πραγματικών ασφαλίσεων το οποίο είναι βασικό μειονέκτημα αυτών των μοντέλων και περιορίζει την πρακτική εφαρμογή τους καθώς δίνουν εκτιμήσεις μόνο για το αναμενόμενο καθαρό ασφάλιστρο (καθαρό κόστος κινδύνων) και αγνοεί τα φορτία ασφαλείας τα οποία πρέπει να συνυπολογίζονται για τον καθορισμό των ασφαλίσεων όπως για παράδειγμα όταν έχουμε έναν υψηλού κινδύνου ασφαλισμένο (π.χ. ηλικία, κάπνισμα κ.α.). Μια εναλλακτική είναι η παλινδρόμηση σε ποσοστημόρια (quantile regression) η οποία προτάθηκε από τους Koenker και Bassett (1978), Koenker και Hallock (2001) και Koenker (2005) η οποία δεν χρειάζεται την περιοριστική εκ των προτέρων γνώση κατανομής των δεδομένων και δεν επηρεάζεται από ακραίες τιμές.

Ένα ακόμη σημαντικό ζήτημα που ανακύπτει είναι η τιμολόγηση της αποζημίωσης εργατικών ατυχημάτων. Ο Daley (2009) δίνει την βασική μεθοδολογία που χρησιμοποιείται από το NCCI (National Council Compensation Insurance) και περιγράφει τη νέα μεθοδολογία Loss Development Factor που εφαρμόζει το NCCI από το 2000 και έπειτα, για τον υπολογισμό ασφαλίσεων στην αποζημίωση εργατικών ατυχημάτων. Παραθέτει τον τρόπο με τον οποίο τροποποιήθηκαν συγκεκριμένοι τομείς της μεθοδολογίας Loss Development, και πιο συγκεκριμένα την εξέλιξη ζημιών, τον περιορισμό μεγάλων απαιτήσεων και την εφαρμογή αναμενόμενων υπερβολικών προβλέψεων.

Ως εκ τούτου στο πρώτο κεφάλαιο αναλύουμε τις βασικές έννοιες των εργατικών ατυχημάτων και γίνεται αναφορά στους διάφορους επαγγελματικούς κινδύνους που ενέχουν διάφοροι εργασιακοί τομείς και τονίζεται ο καταλυτικός ρόλος του ανθρώπινου λάθους στην πρόκληση ατυχημάτων. Έπειτα στο δεύτερο κεφάλαιο εμβαθύνουμε στους βασικούς όρους που ισχύουν στην ασφαλιστική επιστήμη και παρουσιάζουμε την βασική θεωρία αποτίμησης ασφαλιστρών. Στο τρίτο κεφάλαιο εφαρμόζουμε ελέγχους καλής προσαρμογής σε κατανομές εμπειρικών δεδομένων που έχουμε στην διάθεση μας και προβαίνουμε στην πρόβλεψη επιδότησης αποζημιώσεων μέσω υποδειγμάτων χρονοσειρών. Στο πέμπτο και τελευταίο κεφάλαιο αναλύουμε την θεωρία αξιοπιστίας του Bühlmann (1967) που βασίζεται στις βασικές αρχές θεωρίας χαρτοφυλακίου καθώς και την ανάλυση διακύμανσης. Εφαρμόζουμε τις μεθοδολογίες αυτές σε δεδομένα που έχουμε στην διάθεσή μας από ποσά αποζημιώσεων συμβολαίων ζωής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΕΡΓΑΤΙΚΟ ΑΤΥΧΗΜΑ

2.1 Εργατικά ατυχήματα και νομοθετικό πλαίσιο

Στους εννοιολογικούς προσδιορισμούς του άρθρου 8 του Α.Ν. 1846/1951 και στην παρ. 4 αυτού με βάση τη σχετική εγκύκλιο του ΕΦΚΑ (πρώην ΙΚΑ) η έννοια του όρου «ατύχημα» αποδίδεται με τη φράση «το εν τη εργασία ή εξ' αφορμής ταύτης βίαιων συμβάν και την επαγγελματική ασθένεια». Ωστόσο, για τη καλύτερη κατανόηση του όρου από ασφαλιστικής και δικαστικής σκοπιάς, για την εξάλειψη παρερμηνειών, ως εργατικό ατύχημα χαρακτηρίζεται ο θάνατος ή η ανικανότητα του ασφαλισμένου για εργασία που προκλήθηκε από ένα βίαιο περιστατικό που έγινε κατά την εκτέλεση της εργασίας ή εξαιτίας αυτής. Ως τέτοιο συμβάν λογίζεται κάθε βίαιο εξωτερικό γεγονός που προκάλεσε την πάθηση ή βλάβη ή την επιδείνωση προ υπάρχουσας νόσου, εφόσον έγινε κατά την εκτέλεση της εργασίας ή με αφορμή αυτή και συνδέεται με την εργασία άμεσα ή έμμεσα σε σχέση αιτίου και αποτελέσματος (Σ.τ.Ε. 2464/77, 4697/83 κ.α.)

Στη χώρα μας η καταγραφή των εργατικών ατυχημάτων πραγματοποιείται από τους ακόλουθους φορείς:

- Εθνικός Φορέας Κοινωνικής Ασφάλισης (ΕΦΚΑ πρώην ΙΚΑ) το οποίο ιδρύθηκε από το 1938 με πλήρη χρονολογική καταγραφή των εργατικών ατυχημάτων που οφείλονται σε ημέρες απουσίας των εργαζομένων από τον εργασιακό χώρο
- Υπουργείο Εμπορικής Ναυτιλίας για την καταγραφή εργατικών ατυχημάτων που εδραιώνονται στο θαλάσσιο χώρο
- Υπουργείο Μεταφορών και Τηλεπικοινωνιών για την καταγραφή των εργατικών ατυχημάτων που εδραιώνονται στα πλαίσια διευθέτησης του υπουργείου
- Ελληνική Στατιστική Αρχή (ΕΛΣΤΑΤ) η οποία αποτελεί συνέχεια της προγενέστερης εκδοχής της Εθνικής Στατιστικής Υπηρεσίας της Ελλάδος με τη θέσπιση του νέου Στατιστικού Νόμου 3832/2010

Η ΕΛΣΤΑΤ μαζί με το ΕΦΚΑ αποτελούν τις κύριες πηγές καταγραφής στατιστικών δεδομένων. Με βάση την ιστοσελίδα της Ελληνικής Στατιστικής Αρχής η παρακολούθηση των εργατικών ατυχημάτων πραγματοποιείται σύμφωνα με τον Κανονισμό (ΕΚ) 1338/2008 και τον Εφαρμοστικό Κανονισμό 349/2011, που αφορά στη συλλογή δεδομένων για τις στατιστικές των τομέων της Δημόσιας Υγείας και Ασφάλειας στην Εργασία, καθώς και της σχετικής εθνικής νομοθεσίας (Ν. 551/1915, Α.Ν. 1846/1951 Άρθρο 8 παράγραφος 4 περί κοινωνικών ασφαλίσεων), Ν.3850/2010, Ν.4075/2012, εγκυκλίων από το ΕΦΚΑ (27/2011, 52/2011, 45/2010, 22/2004, 55/2001 και 15/1987) και του Κανονισμού Ασφαλιστικής Αρμοδιότητας του ΕΦΚΑ.

Σε Ευρωπαϊκό επίπεδο και με βάση το Ευρωπαϊκό Κοινοβούλιο¹ η καταγραφή των εργατικών ατυχημάτων πραγματοποιείται από τη Στατιστική Υπηρεσία των Ευρωπαϊκών Κοινοτήτων (EUROSTAT) και τη Γενική Διεύθυνση (ΓΔ) «Απασχόληση και Κοινωνικές Υποθέσεις» με τη συμμετοχή όλων των κρατών μελών με σκοπό την συνεργασία τους για την εναρμόνιση των Ευρωπαϊκών Στατιστικών για τα εργατικά ατυχήματα (σχέδιο ESAW: «Ευρωπαϊκές Στατιστικές Εργατικών Ατυχημάτων») και των Ευρωπαϊκών Στατιστικών για τις επαγγελματικές ασθένειες (σχέδιο EODS: «Ευρωπαϊκές Στατιστικές Επαγγελματικών Ασθενειών»). Στόχος της δημιουργίας αυτών των υπηρεσιών είναι η εναρμόνιση των κριτηρίων και των μεθοδολογιών που εφαρμόζονται για την καταγραφή των στοιχείων τόσο των εργατικών ατυχημάτων όσο και των επαγγελματικών ασθενειών. Γίνεται αντιληπτό ότι στα εργατικά ατυχήματα υπόκεινται και οι επαγγελματικές ασθένειες για τις οποίες θα γίνει λόγος αργότερα στην εργασία.

Σχετικά με τα εργατικά ατυχήματα του άρθρου 9, παράγραφος 1, σημεία (γ) και (δ) της οδηγίας – πλαισίου 89/391/ ΕΟΚ (Οδηγία του Συμβουλίου της 12^{ης} Ιουνίου 1989 σχετικά με την εφαρμογή μέτρων για την προώθηση της βελτίωσης της ασφάλειας και της υγείας των εργαζομένων κατά την εργασία, ΕΕ L 183 της 29.6.1989) ο εργοδότης είναι υποχρεωμένος να «τηρεί κατάλογο των εργατικών ατυχημάτων που είχαν ως συνέπεια για τον εργαζόμενο ανικανότητα εργασίας για διάστημα μεγαλύτερο των τριών εργάσιμων ημερών και να συντάσσει και να θέτει στη διάθεση των αρμόδιων αρχών, σύμφωνα με τις εθνικές νομοθεσίες ή/και πρακτικές εκθέσεις για τα εργατικά ατυχήματα, θύματα των οποίων υπήρξαν οι υπ' αυτόν εργαζόμενοι». Συγκεκριμένα,

¹ <https://europa.eu/>

στην Ελλάδα κατά το άρθρο 8 παρ. 2 του ΠΔ 17/ 1996, ο εργοδότης οφείλει να αναγγείλει στις αρμόδιες επιθεωρήσεις εργασίας, στις πλησιέστερες αστυνομικές αρχές και στις αρμόδιες υπηρεσίες του ασφαλιστικού οργανισμού στον οποίο ανήκει ο εργαζόμενος εντός 24 ωρών όλα τα εργατικά ατυχήματα και εφόσον πρόκειται περί σοβαρού τραυματισμού ή θανάτου, να τηρεί αμετάβλητα όλα τα στοιχεία που δύναται να χρησιμεύουν για εξακρίβωση των αιτίων του ατυχήματος. Με βάση την προηγούμενη νομοθεσία στο άρθρο 10 του ΝΔ 2954/1954 η σχετική αναγγελία καλείται να δημοσιευθεί εντός 48 ωρών από το συμβάν.

Στην επίσημη ιστοσελίδα του ΕΦΚΑ υπάρχουν αναρτημένα στατιστικά στοιχεία των εργατικών ατυχημάτων από το 1947 – 2015 σχετικά με την κατά εξέλιξη παροχών σε χρήμα το οποίο μεταφράζεται σε μέρες ανικανότητας των εργαζομένων από τον εργασιακό χώρο. Ενώ στην ΕΛΣΤΑΤ υπάρχουν δημοσιευμένες καταγραφές των εργατικών ατυχημάτων με περισσότερες παραμέτρους και με πιο λεπτομερή καταγραφή αυτών. Αναλυτικότερα, τα εργατικά ατυχήματα κατηγοριοποιούνται με βάση την ηλικία, το φύλλο, το κλάδο οικονομικής δραστηριότητας, τη γεωγραφική Περιφέρεια, το είδος τραυματισμού, το μέρος του σώματος που τραυματίστηκε, κατά επαφή, υλικό παράγοντα επαφής – τρόπου τραυματισμού. Ως εκ τούτου, ακολούθως επισυνάπτονται 2 Πίνακες οι οποίοι απεικονίζουν τα στατιστικά στοιχεία που έχουν δημοσιευθεί στην επίσημη ιστοσελίδα της ΕΛΣΤΑΤ και σχετίζονται με την καταγραφή εργατικών ατυχημάτων κατά μέρος του σώματος του εργαζομένου που υπέστη τραυματισμό κατά τη διάρκεια της εργασίας του από το 2006-2016 καθώς και κατά ομάδες ηλικιών και φύλο από το 2015-2017, αντίστοιχα.

Πίνακας 1 Καταγραφή εργατικών ατυχημάτων κατά μέρος του σώματος που τραυματίστηκε 2006-2016 (ΕΛΣΤΑΤ)

Μέρος του σώματος που τραυματίστηκε	Αριθμός εργατικών ατυχημάτων										
	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Σύνολο	10489	9900	9113	7527	5925	5261	4254	3762	4241	4459	4739
Ολόκληρο το σώμα	357	395	455	285	219	156	132	121	136	145	142
Κεφαλή (εκτός των οφθαλμών)	727	636	515	488	374	362	274	267	307	318	332
Οφθαλμοί	284	250	204	133	106	88	60	53	58	54	46
Σπονδυλική στήλη	498	435	401	359	289	318	249	238	256	299	323
Θώρακας και μικτές κακώσεις	436	418	352	282	238	225	168	152	164	210	224
Κοιλιακά τοιχώματα, σπλάγχνα και ουροποιογεννητικά όργανα	66	62	44	52	48	30	27	26	30	28	23
Οστά λεκάνης	83	76	65	58	45	27	18	18	25	32	37
Ωμος	358	354	362	277	230	222	178	163	205	191	222
Βραχίονας	224	259	258	222	156	233	152	148	181	177	218
Αγκώνας	243	279	222	183	127	88	72	41	77	94	81
Πήχης	226	170	177	140	115	69	77	60	62	56	38
Πηχεοκαρπική άρθρωση	609	256	212	195	172	182	142	122	159	125	140
Καρπός, δάκτυλα	2969	3100	2753	2245	1754	1435	1155	964	1062	1075	1148
Άρθρωση ισχίου	76	62	64	47	36	69	40	25	49	51	49
Μηρός	197	151	152	133	120	73	71	38	61	71	82
Άρθρωση γόνατος	665	648	632	546	428	353	307	266	324	322	342
Κνήμη	466	417	392	319	261	261	216	233	196	236	248
Ποδοκνημική άρθρωση	1040	781	840	715	583	511	401	357	398	467	476
Άκρος πους	965	1151	1013	848	624	559	515	470	491	508	568

Πίνακας 2 Καταγραφή εργατικών ατυχημάτων κατά ομάδες ηλικιών και φύλο 2015-2017 (ΕΛΣΤΑΤ)

Ομάδες ηλικιών	Εκ των οποίων					Εκ των οποίων					Εκ των οποίων				
	Εργατικά ατυχήματα			θανατηφόρα		Εργατικά ατυχήματα			θανατηφόρα		Εργατικά ατυχήματα			θανατηφόρα	
	2015					2016					2017				
	Σύνολο	Άνδρες	Γυναίκες	Άνδρες	Γυναίκες	Σύνολο	Άνδρες	Γυναίκες	Άνδρες	Γυναίκες	Σύνολο	Άνδρες	Γυναίκες	Άνδρες	Γυναίκες
ο	ς	ς	ς	ς	ο	ς	ς	ς	ς	ο	ς	ς	ς	ς	
Σύνολο	4459	3273	1222	43	2	4739	3432	1307	43	4	4954	3552	1402	41	6
εώς 15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15-19	16	12	4	0	0	25	16	9	1	0	31	16	15	0	0
20-24	246	188	58	1	0	291	219	72	1	0	305	241	64	2	0
25-29	456	350	106	5	0	555	418	137	0	0	513	396	117	2	2
30-34	666	490	176	3	0	606	457	149	3	0	590	434	156	4	2
35-39	682	495	187	5	2	745	542	203	8	1	759	527	232	4	0
40-44	708	518	190	9	0	735	521	214	10	1	778	559	219	4	0
45-49	655	454	201	5	0	714	519	195	4	0	741	541	200	9	2
50-54	559	380	179	5	0	544	373	171	8	2	635	440	195	8	0
55-59	372	280	92	9	0	397	280	117	6	0	438	298	140	8	0
60-64	90	64	26	1	0	109	77	32	1	0	149	91	58	0	0
65 και άνω	9	6	3	0	0	18	10	8	1	0	15	9	6	0	0

Με βάση τον Πίνακα 1 παρατηρείται ότι από τα πιο συχνά σημεία του σώματος που υπόκεινται σε τραυματισμό είναι ο καρπός, τα δάκτυλα καθώς και η ποδοκνημική άρθρωση ενώ οι λιγότεροι τραυματισμοί παρατηρούνται στα κοιλιακά τοιχώματα, σπλάγχνα και ουροποιογεννητικά καθώς και στα οστά λεκάνης. Επιπλέον, γίνεται αντιληπτό το μεγάλο ποσοστό μείωσης που παρατηρείται στον αριθμό των εργατικών ατυχημάτων από το 2006 – 2016 με τη μείωση του να ανέρχεται από τα 10.489 στα 4.739, δηλαδή πάνω από 50%. Για την επίτευξη αυτής της μείωσης καθοριστικό ρόλο αποτελούν η καλύτερη πληροφόρηση τόσο των εργαζομένων όσο και των εργοδοτών, η εξέλιξη της τεχνολογίας καθώς και οι αρμόδιοι φορείς που διευθετούν ζητήματα σχετικά με την Υγεία και την Ασφάλεια των εργαζομένων (ΣΕΠΕ, ΕΛΙΝΥΑ). Ωστόσο, εξακολουθεί ο αριθμός των περιστατικών να είναι εξίσου μεγάλος. Ενώ στον Πίνακα 2 είναι ξεκάθαρο ότι στους άνδρες συμβαίνουν τα περισσότερα εργατικά ατυχήματα στις ηλικιακές ομάδες των 40-44 και 35-39 στις οποίες εντάσσονται και πολλά από τα θανατηφόρα ατυχήματα. Ο αυξημένος αριθμός των εργατικών ατυχημάτων στο ανδρικό φύλο έναντι των γυναικών αποτελεί αναμενόμενη εκδοχή καθώς η γυναίκες εδραιώνονται κατά κύριο λόγο σε εργασιακούς χώρους με λιγότερο εργασιακό κίνδυνο. Τι νοείται όμως εργασιακός κίνδυνος και κατά πόσο επηρεάζει την υγεία των εργαζομένων; Στο επόμενο κεφάλαιο γίνεται λόγος για τους επαγγελματικούς κινδύνους που ενυπάρχουν στους διάφορους οικονομικούς κλάδους των εργαζομένων.

2.2 Κίνδυνοι στον Εργασιακό Χώρο

Οι επαγγελματικοί κίνδυνοι στους διάφορους οικονομικούς κλάδους επιφέρουν σημαντικές επιπτώσεις στην υγεία και την ασφάλεια των εργαζομένων. Σύμφωνα με την Ελληνική νομοθεσία (Ν.1568/85, Π.Δ. 17/96, Π.Δ. 294/88 και Π.Δ. 159/99) ως επαγγελματικός κίνδυνος ορίζεται κάθε κίνδυνος που απειλεί τον εργαζόμενο στις σωματικές, μυϊκές και διανοητικές προσπάθειες που καταβάλλει στην εργασία του, και οδηγούν στην πρόκληση εργατικού ατυχήματος ή επαγγελματικής ασθένειας.

Ο εκάστοτε εργοδότης καλείται να εξασφαλίσει την υγεία των εργαζομένων μέσω διαφόρων μέτρων πρόληψης και προδιαγραφών που του επιβάλλουν οι αρμόδιοι φορείς με σκοπό την καλύτερη προσαρμογή του εργασιακού περιβάλλοντος. Οι κίνδυνοι όμως στους οποίους εκτίθεται ο εργαζόμενος ποικίλουν και γίνονται δύσκολα αντιληπτοί.

Εν γένει το περιβάλλον εργασίας χωρίζεται σε δυο κυρίαρχες κατηγορίες. Το κλειστό περιβάλλον όπως μια βιομηχανία ή μία εταιρεία ή ένα πλοίο, και το εξωτερικό όπως οι κατασκευές έργων ή ένα λατομείο. Οι δυο αυτές κατηγορίες διαφοροποιούνται σημαντικά ως προς τους κινδύνους που ενέχουν σε σχέση με την υγεία των εργαζομένων. Είτε αυτοί οι κίνδυνοι είναι άμεσοι όπως, κάποια μόνιμη βλάβη, τραυματισμό ή πάθηση είτε έμμεσοι όπως, σοβαρές ασθένειες που γίνονται αντιληπτές μετά από χρόνια οδηγώντας ακόμα και σε θάνατο.

Με βάση τον ΕΛΙΝΥΑ (τεύχος 3,2000) έχει παρατηρηθεί ότι τα επαγγέλματα που απαιτούν μακρόχρονη χρήση μηχανημάτων υψηλής εντάσεως, συνήθως σε εργοστάσια, οδηγούν σε προβλήματα ακοής αλλά ακόμη και σε κώφωση ως αποτέλεσμα της χρόνιας αυτής τριβής. Σε βιομηχανίες παραγωγής θερμικής ενέργειας, οι εργαζόμενοι από την άμεση και σταθερή επαφή με την θερμότητα οδηγούνται σε διαταραχές της θερμορύθμισης όπως θερμοπληξία, σε θερμική συγκοπή όπως θερμική λιποθυμία ακόμα και σε διαταραχές του δέρματος όπως εγκαύματα και εξανθήματα. Επιπλέον, η φορμαλδεΰδη, το μονοξείδιο του άνθρακα, οξείδια του αζώτου, πτητικές οργανικές ουσίες, στερεά σωματίδια, το ραδόνιο τα οποία παρατηρούνται κατά κύριο λόγο σε πολλά βιομηχανικά προϊόντα μπορούν να προκαλέσουν δύσπνοια, βράχιασμα, ρινίτιδες, πνευμονίες, παθήσεις του πεπτικού συστήματος, δερματίτιδες ακόμα και παθήσεις του ύπατος και των νεφρών. Πολλές φορές ανάλογα με τον βαθμό έκθεσης των εργαζομένων σε χημικά (όπως ακτινοβολίες, ραδιενεργά υλικά, υπέρυθρες, υπεριώδης, μικροκύματα, ακτίνες λέιζερ κ.α.) εμφανίζονται ανάλογες σοβαρότητας παθήσεις. Οι χημικές ουσίες που ενυπάρχουν στην βιομηχανία ενέχουν καρκινογόνες, εύφλεκτες, τοξικές, και εκρηκτικές ουσίες έχοντας ως αποτέλεσμα στο να αυξάνονται οι πιθανότητες ατυχημάτων και επαγγελματικών ασθενειών. Επιπροσθέτως, δονήσεις, τριβές και πιέσεις που προκαλούνται από τη χρήση μηχανημάτων, προκαλούν μακροχρόνια διόγκωση των αρτηριών, μελάνιασμα χεριών, νευρική υπερένταση και βλάβες στο νευρικό σύστημα. Ωστόσο, εξίσου επιβαρυντικές για την υγεία είναι και οι ουσίες που χρησιμοποιούνται σε μία οικοδομή. Συχνή είναι η χρήση αμιάντου που αναμιγνύεται με διάφορες συγκολλητικές ουσίες (τσιμέντο) και χρησιμοποιείται ως οικοδομικό υλικό καθώς επίσης παίρνει και τη μορφή σωλήνων αμιαντοτσιμέντου όπου χρησιμοποιείται στην αποχέτευση αλλά και στην ύδρευση των πόλεων. Ο αμιάντος είναι μία ουσία που μπορεί να προκαλέσει στον εργαζόμενο αμιάντωση (πνευμονική ίνωση) και βρογχογενή καρκίνο. Αξίζει να σημειωθεί ότι σε

επαγγέλματα που απαιτείται μεγάλο ύψος (οικοδομή πολώροφης κατασκευής, εργαζόμενοι στη παροχή ενέργειας, κατασκευαστές κ.α.) οι εργαζόμενοι έρχονται αντιμέτωποι με το ύψος και τον κίνδυνο της πτώσης.

Εφόσον αναλύθηκαν οι επιπτώσεις και οι εργασιακοί κίνδυνοι που συναντάμε συνήθως σε μία οικοδομή ή σε μια βιομηχανία υψίστης σημασίας αποτελούν και οι κίνδυνοι που ενυπάρχουν σε ένα κλειστό εργασιακό περιβάλλον. Με μια πρώτη σκέψη θα θεωρούσε κανείς ότι οι κίνδυνοι σε ένα κλειστό χώρο γραφείου είναι ελάχιστοι, ωστόσο η υγεία τους επιβαρύνεται στο μέγιστο. Με βάση τον ΕΛΙΝΥΑ (τεύχος 3,2000) σε ένα κλειστό εργασιακό περιβάλλον παρατηρείται «εσωτερική ρύπανση» δηλαδή κακή ποιότητα αέρα ο οποίος εμπεριέχει φυσικούς, χημικούς και βιολογικούς βλαπτικούς παράγοντες, σε συνάρτηση με τις κλιματολογικές συνθήκες που χαρακτηρίζουν τους χώρους. Οι βιολογικοί παράγοντες οι οποίοι είναι υπεύθυνοι για τη ρύπανση του εσωτερικού αέρα των κτηρίων είναι κυρίως τα βακτήρια, οι ιοί και οι μύκητες λόγω της χρήσης κλιματιστικών. Αξιοσημείωτο είναι το συμβάν που συνέβη στη Φιλαδέλφεια των ΗΠΑ το 1976 στα μέλη ενός συνεδρίου απόστρατων λεγεωνάριων όπου παρουσιάστηκαν 29 θανατηφόρα κρούσματα πνευμονίας (νόσος των λεγεωνάριων) που προσβλήθηκαν από μικρόβιο (λεγιονέλλα πνευμονόφιλος) που είχε αναπτυχθεί στους αεραγωγούς και τα φίλτρα κλιματιστικού συστήματος του ξενοδοχείου. Επιπλέον, σε επαγγέλματα που εδραιώνονται σε ένα γραφείο συχνά είναι τα μυοσκελετικά προβλήματα που προσβάλλουν τους εργαζομένους. Με κυρίαρχες παθήσεις αυτές της οσφυαλγίας, του αυχενικού συνδρόμου, της τενοντίτιδας, της επικονδυλίτιδας, σύνδρομο του καρπιαίου σωλήνα κ.α. Ωστόσο, ο ρυθμός της εργασίας, οι υπερωρίες, η έλλειψη πληροφόρησης για την επικινδυνότητα των συνθηκών εργασίας, η κοινωνική εκτίμηση της εργασίας, οι εργασιακές σχέσεις και άλλοι παράγοντες, μπορούν να επηρεάσουν άμεσα την ποιότητα εργασίας (OECD 2005).

Οι ψυχοκοινωνικοί παράγοντες αφορούν στα χαρακτηριστικά του σχεδιασμού και της διοίκησης της εργασίας και του κοινωνικού και οργανωτικού πλαισίου της τα οποία μπορεί να προκαλέσουν βλάβη στην υγεία των εργαζομένων (Cox, T. & Griffiths, 1995). Τέτοια χαρακτηριστικά είναι η επαγγελματική ανασφάλεια, η πίεση χρόνου, οι αντικρουόμενες απαιτήσεις, ο ρυθμός εργασίας, το περιεχόμενο εργασίας, ο φόρτος εργασίας (ποσοτικές απαιτήσεις, ποιοτικές απαιτήσεις κ.α.) οι δυνατότητες εξέλιξης, η συμφιλίωση εργασιακής και κοινωνικής ζωής κ.α. Οι εργαζόμενοι αισθάνονται στρες

όταν υπάρχει ανισορροπία στις απαιτήσεις που πρέπει να ικανοποιηθούν και τους πόρους που διαθέτουν για να ανταπεξέλθουν στις απαιτήσεις αυτές.

Αποτέλεσμα των ψυχοκοινωνικών παραγόντων αποτελούν δύο σύνδρομα που έχουν εντοπιστεί στο εργασιακό περιβάλλον. Το σύνδρομο του «mobbing» (Rayner, 1997) και το σύνδρομο του «burn-out» (Maslach, 1986). Κατά την επιστημονική ορολογία με το σύνδρομο «mobbing» νοείται: «η άσκηση, στο πλαίσιο των σχέσεων μεταξύ των συναδέλφων ή μεταξύ ανωτέρου και κατωτέρου στην ιεραρχία, μίας συστηματικής και διαρκούς επίθεσης σε βάρος ενός προκαθορισμένου θύματος προκειμένου να ωθηθεί στο να εγκαταλείψει τη θέση εργασίας του» (Ελληνικό Ινστιτούτο Υγιεινής και Ασφάλειας της Εργασίας, 2015, τεύχος 63). Με άλλα λόγια πρόκειται για την πίεση που δέχεται ένας εργαζόμενος από συναδέλφους του μέσω κουτσομπολιών και λεκτικών «επιθέσεων» ή και από τους ανωτέρους του μέσω πίεσης για την εκπλήρωση υποχρεώσεων έχοντας ως αποτέλεσμα να προβαίνει στην απόλυση του.

Το σύνδρομο «burn-out» αποτελεί μία από τις συνέπειες του εργασιακού στρες. Θεωρείται όμως μία κατάσταση πολύ πιο σύνθετη, καθώς δεν χαρακτηρίζεται από τους αντικειμενικούς και υποκειμενικούς παράγοντες που συνθέτουν το στρες, αλλά εξαρτάται και από ποικίλες κοινωνικές και μορφωτικές μεταβλητές οι οποίες δρώντας ως καταλύτες, συντελούν στο πέρασμα από το στρες στο burn – out. Ο όρος βέβαια έχει προέλθει από την αργκό της δεκαετίας του '30 στις ΗΠΑ για τους αθλητές, οι οποίοι μετά από μεγάλες επιδόσεις δεν μπορούσαν «καμένοι» να προσφέρουν τα αναμενόμενα σε αγωνιστικό επίπεδο. Ως εκ τούτου, για τον ίδιο λόγο χρησιμοποιήθηκε ο όρος και για τους εργαζόμενους οι οποίοι λόγω *πλήρης εξάντλησης* δεν μπορούν να ανταπεξέλθουν εξίσου αποτελεσματικά ως προς τις υποχρεώσεις τους. Το σύνδρομο αυτό χαρακτηρίζεται από τρία βασικά χαρακτηριστικά συμπτώματα, την εξάντληση, τον κυνισμό και την αναποτελεσματικότητα. Η εξάντληση προέρχεται από την επίδραση του εργασιακού στρες στην ψυχική και σωματική υγεία. Ο κυνισμός αντικατοπτρίζεται στην αρνητική στάση του πάσχοντος προς τους άλλους αλλά και προς την εργασία ενώ η αποτελεσματικότητα είναι προϊόν μια αρνητικής αυτοεκτίμησης. Η φυγή από το εργασιακό γίνεσθαι, η μειωμένη ικανότητα αυτοελέγχου, η εμμονή στη χρήση ουσιών, καθώς και η εκδήλωση διάφορων ψυχοσωματικών ασθενειών συνοδεύουν επί το πλείστον το τρίπτυχο των βασικών συμπτωμάτων (Ελληνικό Ινστιτούτο Υγιεινής και Ασφάλειας της Εργασίας, 2015, τεύχος 63).

Εν κατακλείδι, με τη σύντομη παρουσίαση των ανωτέρω επαγγελματικών κινδύνων στο εργασιακό χώρο συμπεραίνουμε πόσο ευάλωτος είναι ένας εργαζόμενος και με πόσους κινδύνους έρχεται αντιμέτωπος καθημερινά. Ως εκ τούτου, η καλή πληροφόρηση, η προστασία των εργαζομένων μέσω διαφόρων μέτρων πρόληψης, η καλή διοίκηση καθώς και ο αλληλοσεβασμός και η αλληλοϋποστήριξη που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των εργαζομένων, μπορούν να βοηθήσουν σημαντικά στην μείωση των εργατικών ατυχημάτων και επαγγελματικών ασθενειών. Καταλυτικό παράγοντα ωστόσο αποτελούν και οι δράσεις των ίδιων των εργαζομένων μέσα στο εργασιακό περιβάλλον. Ακολουθώς αναλύεται η δράση και τα αποτελέσματα που επιφέρουν οι συμπεριφορές των εργαζομένων στον εργασιακό χώρο.

2.3 Ανθρώπινο λάθος

Η γνωστική λειτουργία του ανθρώπινου νου αποτελεί ένα περίπλοκο σύστημα το οποίο δεν έχει γίνει πλήρως κατανοητό μέχρι σήμερα. Οι ανθρώπινες γνωστικές λειτουργίες κάνουν το άτομο γρήγορο και ευέλικτο ωστόσο αυτή η διαδικασία σκέψης είναι επιρρεπής στο να προκληθεί ένα αναπόφευκτο σφάλμα. Το σφάλμα είναι ενσωματωμένο στην ανθρώπινη φύση. Έχει εκτιμηθεί ότι το 90% των ατυχημάτων στο χώρο εργασίας οφείλονται σε ανθρώπινο λάθος (Feyer and Williamson, 1998). Η ανθρώπινη γνώση σε συνάρτηση με την εξάσκηση και τη συνήθεια επιτρέπουν στον άνθρωπο να είναι εκπληκτικά γρήγορος και να ανταποκρίνεται με ευελιξία σε μία νέα κατάσταση (Reason, 1990) και να διεκπεραιώνει πολλές εργασίες ταυτόχρονα. Δυστυχώς, εξαιτίας αυτών των παραγόντων δημιουργούνται αναπόφευκτα περιστασιακά σφάλματα.

Το σύγχρονο εργασιακό περιβάλλον είναι αρκετά διαφορετικό από το περιβάλλον με το οποίο έχουν εξελιχθεί οι άνθρωποι μέσα στην κοινωνία. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αλληλοεπιδρούν οι αδυναμίες των ανθρώπων με το εργασιακό τους περιβάλλον. Αυτές οι αδυναμίες αφορούν:

- **Προσοχή:** ο σύγχρονος χώρος εργασίας μπορεί να «υπερφορτώσει» την ανθρώπινη προσοχή με τεράστιες ποσότητες πληροφοριών πολύ μεγαλύτερες από αυτές που έρχεται αντιμέτωπος στην καθημερινή του ζωή. Ο τρόπος με τον οποίο αφομοιώνει ένας εργαζόμενος πληροφορίες μπορεί να συμβάλει στη

μείωση της προσοχής του που μερικές φορές μπορεί να δημιουργήσει περαιτέρω προβλήματα

- **Αντίληψη:** για την επιβίωση του ατόμου με ασφάλεια στον κόσμο, υψίστης σημασίας αποτελεί η κατανόηση των κινδύνων με τους οποίους έρχεται αντιμέτωπος. Οι εργασιακοί χώροι συχνά προκαλούν τα ανθρώπινα συστήματα αντίληψης και οι πληροφορίες μπορούν να παρερμηνευθούν
- **Μνήμη:** η ικανότητα του ανθρώπου να θυμάται μεθόδους και διαδικασίες που επιβάλλει στον εαυτό του για την εύκολη πρόσβασή του σε πληροφορίες, του ασκεί υπερβολική πίεση
- **Λογική:** αστοχίες μπορούν να προκληθούν από την λήψη αποφάσεων σε σύνθετα ζητήματα όπως σε ένα χημικό εργαστήριο ή σε εργασίες συντήρησης

Αποτέλεσμα των προαναφερθέντων αποτελούν αρκετά παραδείγματα ανθρώπινων λαθών που συμβαίνουν σε ένα εργασιακό χώρο. Συνήθως το ανθρώπινο λάθος στα πλαίσια της εργασίας χωρίζεται σε δύο ευρείς κατηγορίες, σε λάθη που οφείλονται σε κάποια εσωτερική κατάσταση (π.χ. ασθένεια, κούραση, ψυχική κατάσταση) και σε λάθη που σχετίζονται με τις πρακτικές – εφαρμογές (π.χ. ανεπαρκής εποπτεία, εποπτικές παραβιάσεις, ακατάλληλες λειτουργίες). Ωστόσο, αλληλεξαρτώμενη σχέση των ανθρώπινων λαθών αποτελεί ο τρόπος με τον οποίο είναι διαμορφωμένη η επιχείρηση – εταιρία με τα διάφορα αμυντικά στρώματα που διαθέτει. Στην προκειμένη περίπτωση αξίζει να σημειωθεί το Swiss Cheese Model «Ελβετικό Τυρί» (Reason, 1998) το οποίο αποτελεί το πιο δημοφιλές μοντέλο πρόκλησης ατυχημάτων και χρησιμοποιείται ευρέως σε διάφορες βιομηχανίες.

Το μοντέλο αυτό αντικατοπτρίζει τις άμυνες ενός οργανισμού σε σχέση με τα εμπόδια που αντιμετωπίζει παρομοιάζοντας τα σαν φέτες τυριού. Οι οπές στις φέτες απεικονίζουν αδυναμίες σε μέρη του συστήματος, αλλάζοντας συνεχώς θέση και μέγεθος στις φέτες. Με τη μέθοδο αυτή δηλώνεται ότι το σύστημα παράγει αστοχίες όταν η οπή σε κάθε φέτα στιγμιαία ευθυγραμμίζεται επιτρέποντας «μία τροχιά ατυχήματος»(Reason, 1998).

Γίνεται αντιληπτό ότι το ανθρώπινο λάθος σε συνδυασμό με την οργάνωση και διαμόρφωση μιας επιχείρησης αποτελούν τους βασικότερους λόγους για τους οποίους προκαλείται ένα ατύχημα. Ωστόσο, αρκετές προσπάθειες έχουν γίνει με σκοπό τη

μείωση του ανθρώπινου λάθους με μερική όμως επιτυχία. Πρόκειται για ένα συνδυασμό αναδιάρθρωσης της διαχείρισης με απλοποιημένα συστήματα και εφαρμογές που χρησιμοποιούν οι εργαζόμενοι .

Ως προς τη διαχείριση της επιχείρησης:

- Αξιόλογη ηγεσία και δέσμευση διευθύνοντος συμβούλου
- Συμμετοχή όλων των εργαζομένων
- Αποτελεσματικές επικοινωνίες και κατανοητοί κοινοί στόχοι
- Μάθηση και ανταπόκριση στις αλλαγές
- Εστίαση στην ασφάλεια και την υγεία στο χώρο εργασίας

Ως προς τα συστήματα και τις εφαρμογές:

- Ακριβή διανοητικά μοντέλα
- Μείωση της πολυπλοκότητας
- Σχεδιασμός για την αντιμετώπιση σφαλμάτων
- Τυποποίηση
- Σχεδιασμός με επίκεντρο τον χρήστη

Συνοψίζοντας, καταλήγουμε στο γεγονός ότι τα περισσότερα ατυχήματα εμφανίζονται ως αποτέλεσμα αλληλεξαρτώμενων γεγονότων και πιο συγκεκριμένα με παράγοντες που σχετίζονται με την οργάνωση του οργανισμού. Τόσο η ανθρώπινη απόδοση όσο και οι συνθήκες εργασίας χαρακτηρίζονται από σημαντική μεταβλητότητα. Εάν η μεταβλητότητα αυτή οδηγεί σε θετικές εκβάσεις τότε χαρακτηρίζεται ως δημιουργικότητα και μάθηση, ενώ αν οι εκβάσεις είναι αρνητικές χαρακτηρίζεται ως ανθρώπινο λάθος (Hollnagel, 2002). Πρόκειται επομένως για ένα φαινόμενο που απασχολεί και θα απασχολεί τους μελετητές για τις διάφορες τεχνικές που πρέπει να εφαρμοστούν για την εξάλειψη του, προκειμένου να συμβάλουν σημαντικά στο μείωση των εργατικών ατυχημάτων που οφείλονται σε ανθρώπινα λάθη.

2.4 Εκτίμηση κινδύνων και οι αρμόδιοι φορείς

Φτάνοντας στην ολοκλήρωση αυτού του κεφαλαίου και έχοντας αναφέρει σημαντικές πτυχές που αφορούν το εργασιακό περιβάλλον, τα εργατικά ατυχήματα και τους επαγγελματικούς κινδύνους τόσο σε επίπεδο εργασίας όσο και σε επίπεδο ανθρώπινης συμπεριφοράς, απαιτείται να γίνει η αναφορά στην εκτίμηση των κινδύνων, στα μέτρα πρόληψης και στους αρμόδιους φορείς που υπάγονται στην τήρηση και λήψη μέτρων για την αποφυγή εργατικών ατυχημάτων.

Με βάση την επίσημη ιστοσελίδα του Τμήματος Επιθεώρησης Εργασίας και με βάση την Διαχείριση των θεμάτων Ασφάλειας και Υγείας στην Εργασία Κανονισμοί του 2002 (Κ.Δ.Π.173/2002) ο κάθε εργοδότης ή το κάθε αυτοεργοδοτούμενο πρόσωπο να προβαίνει σε γραπτή εκτίμηση των κινδύνων στον εργασιακό χώρο καθώς και στη λήψη των μέτρων που απαιτούνται για εξάλειψη ή μείωσή τους σε αποδεκτά επίπεδα. Με βάση τη νομοθεσία αυτή ο εργοδότης ή το αυτοεργοδοτούμενο πρόσωπο καλείται να ακολουθήσει μία σειρά από πέντε (5) βήματα για την εκτίμηση των κινδύνων:

- Εντοπισμό των πηγών κινδύνων στο χώρο εργασίας που δραστηριοποιείται
- Εντοπισμό των προσώπων που είναι πιο ευάλωτοι και επιρρεπής σε τραυματισμούς ή βλάβες στην υγεία τους (π.χ. νεαρά πρόσωπα, έγκυες και γαλουχούσες μητέρες)
- Αξιολόγηση των κινδύνων και λήψη απόφασης για την αποτελεσματικότητα των υφιστάμενων μέτρων προστασίας και πρόληψης. Ιεράρχηση των κινδύνων, όταν δεν είναι εφικτό να εξαλειφθούν όλοι οι κίνδυνοι στους εργασιακούς χώρους
- Λήψη επιπρόσθετων απαιτούμενων μέτρων, βάσει προτεραιοτήτων και ακολουθώντας χρονοδιάγραμμα ενεργειών
- Επανεκτίμηση των κινδύνων στους χώρους εργασίας, σε τακτά χρονικά διαστήματα ή όποτε αυτή κρίνεται αναγκαία

Το πιο βασικό βήμα από τα προαναφερθέντα αποτελεί η λήψη επιπρόσθετων μέτρων εφόσον με την καθολική τήρησή τους από τους εργαζομένους προλαμβάνονται σε μεγάλο βαθμό τα εργατικά ατυχήματα. Από τα πιο σημαντικά και απαραίτητα θεωρούνται η εκπαίδευση, εγκατάσταση αρμόδιου εξοπλισμού, τήρηση μέτρων

ατομικής προστασίας, απλοϊκά συστήματα κατανοητά για τους εργαζόμενους κ.α. Γίνεται κατανοητό ότι ο εργοδότης είναι αυτός που έχει την πλήρη ευθύνη στη περίπτωση που προκληθεί ατύχημα στον εργασιακό χώρο. Βασική αρχή της νομοθεσίας της ΥΑΕ (σε εθνικό αλλά και σε ευρωπαϊκό επίπεδο) είναι η αρχή της ευθύνης του εργοδότη η οποία η οποία δεν μεταβιβάζεται (ΕΟΚ 89/391, ΠΔ 17/96). Η αρχή της ευθύνης της εξουσίας αποτελεί τον πυλώνα όλων των επιχειρήσεων και συνεπάγεται στο ότι ο εργοδότης είναι αυτός που επωμίζεται πλήρως την ευθύνη, όσον αφορά τις εργασιακές συνθήκες αλλά και των δυνητικών βλαβών που μπορεί να προκύψουν στους εργαζόμενους κατά τη διάρκεια της εργασίας (εργατικά ατυχήματα, επαγγελματικές ασθένειες). Ο εργοδότης συνεπάγεται με τον νόμιμο εκπρόσωπο της επιχείρησης καθώς παρέχοντας το κεφάλαιο είναι αυτός που έχει εξουσία στο χώρο εργασίας. Η διασφάλιση της ζωής, της υγείας και της σωματικής ακεραιότητας του εργαζομένου πραγματοποιείται με τη θέσπιση της υποχρεωτικής πρόνοιας από τον εργοδότη, η οποία έχει εφαρμογή και στη μίσθωση ανεξάρτητων υπηρεσιών (Π. Ευσταθίου, 1987)

Αρμόδιος φορέας για την τήρηση των μέτρων και της ομαλής λειτουργίας του εργασιακού περιβάλλοντος είναι το Σώμα Επιθεώρησης Εργασίας (Σ.Ε.Π.Ε.) το οποίο υπάγεται απευθείας στον Υπουργό Εργασίας και της οποίας προϊστάται μετακλητός Ειδικός Γραμματέας (άρθρο 28, Ν. 1558/1985) ενώ άρχισε να λειτουργεί από την 01/07/1999. Στόχος του Σ.Ε.Π.Ε. είναι να ασκεί και να ελέγχει την εφαρμογή διατάξεων της εργατικής νομοθεσίας, να ερευνά, να ανακαλύπτει και να διώκει περιστατικά παράβασης της εργατικής νομοθεσίας και παράνομης απασχόλησης καθώς και να παρέχει πληροφορίες και υποδείξεις για την αποτελεσματική εφαρμογή των διατάξεων της εργατικής νομοθεσίας. Επίσης, σύμφωνα με τον νόμο 1568/1985 έχει οριστεί σαν συμβουλευτικό όργανο έχει οριστεί και η Επιτροπή Υγιεινής και Ασφάλειας Εργασίας (Ε.Υ.Α.Ε.). Με βάση την επίσημη ιστοσελίδα της Ε.Υ.Α.Ε. μελετά τις συνθήκες εργασίας και προτείνει μέτρα για την βελτίωση τους, παρακολουθεί την τήρηση των μέτρων υγιεινής και ασφάλειας, συμβάλλει στην εφαρμογή των μέτρων από τους εργαζομένους, προτείνει σε περίπτωση εργατικών ατυχημάτων τα κατάλληλα μέτρα για την αποτροπή επανάληψή τους, επισημαίνει τον επαγγελματικό κίνδυνο στους χώρους ή θέσεις εργασίας και προτείνει μέτρα για την αντιμετώπιση τους, ενημερώνεται από την διοίκηση του Εθνικού Ιδρύματος Ερευνών για τα στοιχεία των εργατικών ατυχημάτων και των επαγγελματικών ασθενειών που

συμβαίνουν σε αυτό, ενημερώνεται για την εισαγωγή νέων τεχνικών, μηχανημάτων και υλικών ή για την λειτουργία νέων εγκαταστάσεων, στο μέτρο που επηρεάζουν τις συνθήκες υγιεινής και ασφάλειας της εργασίας ενώ μπορεί να ζητά την συνδρομή εμπειρογνώμονα για θέματα υγιεινής και ασφάλειας της εργασίας, μετά την σύμφωνη γνώμη της διοίκησης.

Εν κατακλείδι, κλείνοντας το κεφάλαιο αυτό και έχοντας αναφέρει τους τρόπους με τους οποίους γίνεται η καταγραφή των εργατικών ατυχημάτων και επαγγελματικών ασθενειών τόσο σε Ελλάδα όσο και στην Ευρώπη, και έχοντας αναλύσει τους επαγγελματικούς κινδύνους στον εργασιακό χώρο κατά τη φύση της εργασίας αλλά και κατά την ανθρώπινη συμπεριφορά και έχοντας παραθέσει και τους αρμόδιους φορείς που είναι αρμόδιοι για την τήρηση ενός υγιούς εργασιακού περιβάλλοντος, συμπεραίνουμε πόσοι κίνδυνοι ενυπάρχουν και προκαλούν ζημιογόνες επιπτώσεις τόσο στον ίδιο τον εργαζόμενο όσο και στην εκάστοτε εργασία. Ως εκ τούτου, είναι άρρηκτο δικαίωμα των εργαζομένων να πλαισιώνονται από ένα υγιές και ασφαλές εργασιακό περιβάλλον όπως είχε γίνει λόγος και στο 5^ο συνέδριο «Injury Prevention and Control» που πραγματοποιήθηκε το Μάρτιο του 2000 στο Νέο Δελχί, υπό την αιγίδα της Παγκόσμιας Οργάνωσης Υγείας (ΠΟΥ) όπου η ασφάλεια και η υγεία των εργαζομένων αναγνωρίστηκε ως βασικό «ανθρώπινο δικαίωμα» (human right), αναγνωρίζοντας την άμεση επίδραση που έχει το εργασιακό περιβάλλον στον άνθρωπο. Ωστόσο, παρόλες τις προσπάθειες που έχουν γίνει μέσα από τις διάφορες νομοθεσίες που αναφέραμε και των αρμόδιων φορέων που βοηθάνε στη μείωση των εργατικών ατυχημάτων, τα εργατικά ατυχήματα εξακολουθούν να συμβαίνουν και να κατέχουν σημαντικά στοιχεία για καταγραφή όπως είδαμε και στην αρχή του κεφαλαίου. Επομένως καλούμαστε να αναφερθούμε και να αναλύσουμε την διαχείριση που πραγματοποιεί η ασφαλιστική σε θέματα αποζημίωσης εργατικών ατυχημάτων και τρόπους υπολογισμού αυτών. Λόγος για τον υπολογισμό των ασφαλιστρών και διαχείρισης εργατικών ατυχήματος από τη σκοπιά της ασφαλιστικής γίνεται στο επόμενο κεφάλαιο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΑΣΦΑΛΙΣΗΣ

3.1 Εισαγωγικά

Τα εργατικά ατυχήματα σε μία ασφαλιστική υπάγονται κατά κύριο λόγο στην σύναψη συμβολαίων Αστικής Ευθύνης. Συγκεκριμένα, με τον όρο Αστική Ευθύνη αναφερόμαστε στην περίπτωση όπου κάποιος προξενεί με πράξη ή παράλειψη του από αμέλεια σωματική βλάβη ή/και υλική ζημιά σε τρίτο και υποχρεούται να την αποκαταστήσει. Η κάλυψη εργατικών ατυχημάτων υπάγεται στην Αστική Ευθύνη Εργοδότη ή Εργοδοτική Αστική Ευθύνη που κατά κανόνα και με βάση τα άρθρα 657, 658 και 932 του ισχύοντος Αστικού Κώδικα έναντι του έμμισθου εργατοτεχνικού και λοιπού προσωπικού του, το οποίο απασχολείται στο έργο ή στην επιχείρηση που περιγράφεται στο Ασφαλιστήριο και ασφαρίζεται στο ΕΦΚΑ ή σε άλλο φορέα κύριας κοινωνικής ασφάλισης, σε περίπτωση σωματικών βλαβών/θανάτου που θα προκληθούν αποκλειστικά και μόνο από ατύχημα κατά την εκτέλεση της εργασίας ή με αφορμή αυτήν και όχι από κάποια άλλη αιτία και που θα οφείλεται σε αμέλεια του ασφαλισμένου ή των παρ' αυτού προστιθέμενων προσώπων.

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται λόγος για τη μέθοδο ratemaking η οποία αποτελεί βασικό μοχλό κερδοφορίας της ασφάλισης των ατυχημάτων και ως εκ τούτου σημαντικό εργαλείο για την αναλογιστική μελέτη. Αρχικά, θα παρουσιάσουμε σφαιρικά την λογική της ασφάλισης και τι ισχύει στις ασφαλίσεις σήμερα καθώς θα αναφερθούμε και συνοπτικά στις βασικές τεχνικές του ratemaking. Για την κατανόηση και παράθεση των ακολούθως αναλογιστικών μεθόδων αντλήσαμε τα δεδομένα μας τα από το CAS (Casualty Actuarial Society) (Werner and Molin, 2010) αλλά και από τις σημειώσεις του Γ. Πιτσέλης (2017).

3.2 Μέθοδοι υπολογισμού

Οι αναλογιστές χρησιμοποιούν μια ποικιλία τεχνικών ratemaking ανάλογα με τις περιστάσεις. Για παράδειγμα, οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται για την τιμολόγηση ασφαλιστικών γραμμών μικρής ουράς (π.χ. προσωπικά αυτοκίνητα) είναι διαφορετικές

από τις τεχνικές που χρησιμοποιούνται σε γραμμές με μακριά ουρά (π.χ. αποζημίωση εργαζομένων). Ακόμη και εντός του ίδιου ασφαλιστικού προϊόντος, οι αναλογιστικές τεχνικές ενδέχεται να διαφέρουν λόγω κανονιστικών απαιτήσεων και περιορισμών δεδομένων. Επιπλέον, οι αναλογιστικές τεχνικές εξελίσσονται συνεχώς και λόγω της προόδου στην τεχνολογία. Ο καθορισμός της τιμής από την πλευρά του προμηθευτή για χρέωση για οποιοδήποτε δεδομένο προϊόν είναι εννοιολογικά απλός. Το απλούστερο μοντέλο επικεντρώνεται στην ιδέα ότι η τιμή πρέπει να αντικατοπτρίζει το κόστος που σχετίζεται με το προϊόν καθώς και να ενσωματώνει ένα αποδεκτό περιθώριο κέρδους. Ο παρακάτω τύπος απεικονίζει αυτήν την απλή σχέση μεταξύ τιμής, κόστους και κέρδους:

$$\text{Price} = \text{Cost} + \text{Profit} \quad (3.1)$$

Για πολλά μη ασφαλιστικά αγαθά και υπηρεσίες, το κόστος παραγωγής είναι γνωστό πριν από την πώληση του προϊόντος. Επομένως, η αρχική τιμή μπορεί να οριστεί έτσι ώστε να επιτευχθεί το επιθυμητό κέρδος ανά μονάδα προϊόντος. Ωστόσο στην ασφαλιστική λογική δεν ισχύει το ίδιο. Η ασφάλιση διαφέρει από το περισσότερο προϊόντα καθώς αποτελεί μία υπόσχεση που δίνει ο ασφαλιστής στον ενδιαφερόμενο προς ασφάλιση, να καλύψει τις ανάγκες του στο μέλλον σε καθορισμένα χρονικά πλαίσια. Για παράδειγμα, η ασφάλιση μπορεί να είναι μια υπόσχεση να πληρώσει για την παροχή μιας ιατρικής περίθαλψης ενός εργαζομένου που τραυματίστηκε στην εργασία του. Σε αντίθεση με ένα ζευγάρι παπούτσια, ένα παντελόνι ή ένα αυτοκίνητο, το τελικό κόστος ασφαλιστηρίου συμβολαίου δεν είναι γνωστό κατά τη στιγμή της πώλησης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να τοποθετεί την κλασική εξίσωση σε κάπως διαφορετικό πλαίσιο και να εισάγει μία πρόσθετη πολυπλοκότητα στη διαδικασία καθορισμού των τιμών για μία ασφαλιστική εταιρία. Ως εκ τούτου θα παρουσιάσουμε τις βασικές αρχές καθορισμού των τιμών ασφάλισης μέσω της μεθόδου ratemaking και τη διαδικασία που ακολουθεί η εκάστοτε ασφαλιστική για τον τρόπο με τον οποίο πραγματοποιείται η αποζημίωση ατυχημάτων.

ΒΑΣΙΚΗ ΟΡΟΛΟΓΙΑ

Με βάση το CAS (Werner and Molin, 2010) στη συνέχεια θα αναφερθούμε στις βασικές αρχές καθορισμού των τιμών ασφάλισης που ισχύουν στην αναλογιστική επιστήμη.

Exposure: Η έκθεση είναι η βασική μονάδα κινδύνου που καθορίζει το βασικό ασφάλιστρο. Το μέτρο έκθεσης που χρησιμοποιείται για σκοπούς ratemaking ποικίλλει σημαντικά ανάλογα με τη δραστηριότητα. Για παράδειγμα, ένα έργο που είναι ασφαλισμένο για ένα έτος αντιπροσωπεύει μία έκθεση για ασφάλιση του εργοδότη μέχρι την ολοκλήρωση του έργου του. Σε ευρύτερο πλαίσιο η μισθοδοσία σε εκατοντάδες ευρώ αντιπροσωπεύει την τυπική μονάδα έκθεσης για την ασφάλιση αποζημίωσης των εργαζομένων στην Ελλάδα. Υπάρχουν τέσσερις διαφορετικοί τρόποι με τους οποίους οι ασφαλιστές μετρούν τις εκθέσεις αυτές.

- **Written exposures:** Είναι οι γραπτές συνολικές εκθέσεις που προκύπτουν από πολιτικές που έχουν εκδοθεί για μια καθορισμένη χρονική περίοδο, όπως ένα ημερολογιακό έτος ή τρίμηνο
- **Earned exposure:** Είναι οι κερδισμένες εκθέσεις που αντιπροσωπεύουν το τμήμα των γραπτών εκθέσεων που έχουν ήδη παρασχεθεί για μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή
- **Unearned exposures:** Είναι οι μη δεδουλευμένες εκθέσεις που αντιπροσωπεύουν το τμήμα των γραπτών εκθέσεων που δεν έχουν ακόμη παρασχεθεί κάλυψη από εκείνη τη χρονική στιγμή
- **In-force exposure:** Είναι οι εκθέσεις σε ισχύ και αντιπροσωπεύει τον αριθμό των ασφαλισμένων μονάδων που εκτίθενται σε απώλεια σε μια δεδομένη χρονική στιγμή

Premium: Το ασφάλιστρο είναι το ποσό που πληρώνει ο ασφαλισμένος για την ασφαλιστική κάλυψη που του παρέχει η ασφαλιστική εταιρία. Ο όρος μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει το συνολικό ποσό που πληρώνει μια ομάδα ασφαλισμένων για μια χρονική περίοδο. Όπως και στις εκθέσεις υπάρχουν τέσσερις διαφορετικοί τρόποι με τους οποίους οι ασφαλιστές μετρούν τις τα ασφάλιστρα

- **Written premium:** Είναι το γραπτό ασφάλιστρο που αποτελεί το συνολικό ασφάλιστρο που σχετίζεται με πολιτικές που εκδόθηκαν κατά τη διάρκεια μιας καθορισμένης περιόδου
- **Earned premium:** Τα κερδισμένα ασφάλιστρα αντιπροσωπεύουν το τμήμα του γραπτού ασφάλιστρου για το οποίο έχει ήδη παρασχεθεί κάλυψη για μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή

- **Unearned premium:** Το μη δεδουλευμένο ασφάλιστρο είναι το τμήμα του γραπτού ασφαλίστρου για το οποίο δεν έχει ακόμη παρασχεθεί κάλυψη για ένα συγκεκριμένο χρονικό σημείο
- **In-force premium:** Το ισχύον ασφάλιστρο είναι το πλήρες ασφάλιστρο για πολιτικές που ισχύουν σε μια δεδομένη χρονική στιγμή

Claim: Ένα ασφαλιστήριο συμβόλαιο περιλαμβάνει τον ασφαλισμένο που πληρώνει χρήματα (δηλαδή ασφάλιστρα) σε έναν ασφαλιστή σε αντάλλαγμα για μια υπόσχεση αποζημίωσης του ασφαλισμένου για τις οικονομικές συνέπειες ενός συμβάντος που καλύπτεται από το συμβόλαιο. Εάν το συμβάν καλύπτεται από το συμβόλαιο, ο ασφαλισμένος (ή άλλο άτομο όπως προβλέπεται στο ασφαλιστήριο συμβόλαιο, προστατευόμενο μέλος ή συν δικαιούχος) υποβάλλει αίτηση στον ασφαλιστή για αποζημίωση βάσει του συμβολαίου. Η απαίτηση ονομάζεται αξίωση και το άτομο που κάνει την απαίτηση καλείται ενάγων. Ο ενάγων μπορεί να είναι ασφαλισμένος ή τρίτος που ισχυρίζεται ότι τραυματίζονται ή ζημίες που καλύπτονται από το συμβόλαιο.

Η ημερομηνία του συμβάντος που προκάλεσε την απώλεια ονομάζεται ημερομηνία απώλειας ή ημερομηνία ατυχήματος (επίσης μερικές φορές ονομάζεται και ημερομηνία εμφάνισης). Για τους περισσότερους τομείς δραστηριότητας και κινδύνους, το ατύχημα είναι ένα ξαφνικό συμβάν. Σε ορισμένες περιπτώσεις η απώλεια μπορεί να οφείλεται σε συνεχή ή επαναλαμβανόμενη έκθεση σε ίδιες συνθήκες κινδύνου. Σε τέτοιες περιπτώσεις, η ημερομηνία ατυχήματος είναι συχνά η ημερομηνία κατά την οποία είναι εμφανής η ζημία ή η απώλεια. Οι αξιώσεις που δεν είναι γνωστές αναφέρονται ως αξιώσεις που δεν έχουν αναφερθεί ή πραγματοποιούνται αλλά δεν αναφέρονται (IBNR=incurring but not reported claims). Μετά την ημερομηνία αναφοράς, η αξίωση είναι γνωστή στην εταιρεία και ταξινομείται ως αναφερόμενη αξίωση. Μέχρι να διευθετηθεί η αξίωση, η αναφερόμενη αξίωση θεωρείται ανοιχτή. Μόλις διευθετηθεί η αξίωση, κατηγοριοποιείται ως κλειστή αξίωση. Σε ορισμένες περιπτώσεις, περαιτέρω δραστηριότητα μπορεί να συμβεί μετά το κλείσιμο της αξίωσης και η αξίωση μπορεί να ανοίξει ξανά.

Loss: Απώλεια είναι το ποσό της αποζημίωσης που καταβάλλεται στον ενάγοντα σύμφωνα με τους όρους του ασφαλιστηρίου συμβολαίου. Η απώλεια χρησιμοποιείται ευρέως στα πλαίσια του ratemaking καθώς αποτελεί θεμελιώδης μέτρησή της.

Οι όροι που σχετίζονται με τις απώλειες είναι η πληρωμένη ζημία, το αποθεματικό περίπτωσης, το αναφερόμενο ή η ζημία υπόθεσης, το αποθεματικό IBNR και η τελική απώλεια. Οι πληρωμένες ζημίες, όπως υποδηλώνει το όνομα, είναι εκείνα τα ποσά που έχουν καταβληθεί στους ενάγοντες. Όταν αναφέρεται μια αξίωση και αναμένεται να πραγματοποιηθεί πληρωμή στο μέλλον, ο ασφαλιστής δημιουργεί ένα αποθεματικό περίπτωσης, το οποίο είναι μια εκτίμηση του ποσού των χρημάτων που απαιτούνται για την τελική διευθέτηση αυτής της αξίωσης. Το αποθεματικό περίπτωσης εξαιρεί τυχόν πληρωμές που έχουν ήδη πραγματοποιηθεί. Το ποσό του αποθεματικού υπόθεσης παρακολουθείται και προσαρμόζεται καθώς γίνονται πληρωμές και λαμβάνονται πρόσθετες πληροφορίες σχετικά με τις ζημίες. Η αναφερόμενη ζημία ή η ζημία που προκύπτει είναι το άθροισμα των καταβληθέντων ζημιών και το τρέχον αποθεματικό περίπτωσης για αυτήν την αξίωση υπολογίζεται ως:

$$\text{Reported Losses} = \text{Paid Losses} + \text{Case Reserve} \quad (3.2)$$

Τελική απώλεια είναι το χρηματικό ποσό που απαιτείται για το κλείσιμο και τη διευθέτηση όλων των αξιώσεων για μια καθορισμένη ομάδα πολιτικών. Το συνολικό άθροισμα των αναφερόμενων ζημιών σε όλες τις γνωστές αξιώσεις ενδέχεται να μην ισούται με την τελική απώλεια για πολλά χρόνια. Οι αναφερόμενες απώλειες και οι τελικές απώλειες διαφέρουν για δύο λόγους. Πρώτον, ανά πάσα στιγμή, ενδέχεται να υπάρχουν μη αναφερόμενες αξιώσεις. Το ποσό που εκτιμάται ότι τελικά θα διευθετήσει αυτές τις μη αναφερόμενες αξιώσεις αναφέρεται ως αποθεματικό που πραγματοποιήθηκε αλλά δεν αναφέρεται (IBNR). Δεύτερον, η ακρίβεια των αποθεματικών περιπτώσεων στις αναφερόμενες αξιώσεις εξαρτάται από τις πληροφορίες που είναι γνωστές κατά τον καθορισμό του αποθεματικού. Κατά συνέπεια, οι αναφερόμενες απώλειες από υπάρχουσες αξιώσεις ενδέχεται να αλλάξουν με την πάροδο του χρόνου. Το αποθεματικό που έχει πραγματοποιηθεί αλλά δεν επαρκεί (IBNER = incurred but not enough reported) είναι επίσης γνωστό ως ανάπτυξη σε γνωστές αξιώσεις και είναι η διαφορά μεταξύ του ποσού που εκτιμάται ότι τελικά θα τακτοποιήσει αυτές τις αναφερόμενες αξιώσεις και των συνολικών αναφερόμενων ζημιών κατά τη στιγμή της αξιολόγησης των ζημιών. Επομένως, η εκτιμώμενη τελική

απώλεια είναι το άθροισμα της αναφερόμενης ζημίας, το αποθεματικό IBNR και το αποθεματικό IBNER δίνεται από τον υπολογισμό:

$$\text{Estimated Ultimate Losses} = \text{Reported Losses} + \text{IBNR Reserve} + \text{IBNER Reserve} \quad (3.3)$$

Loss Adjustment Expense: Εκτός από τα χρήματα που καταβλήθηκαν στον ενάγοντα για αποζημίωση, ο ασφαλιστής γενικά επιβαρύνει τα έξοδα κατά τη διαδικασία διευθέτησης των απαιτήσεων. Αυτά τα έξοδα ονομάζονται έξοδα προσαρμογής ζημιών (LAE = loss adjustment expenses). Τα έξοδα προσαρμογής ζημιών μπορούν να διαχωριστούν σε κατανεμημένα έξοδα προσαρμογής ζημιών (ALAE = allocated loss adjustment expenses) και σε μη κατανεμημένα έξοδα προσαρμογής ζημιών (ULAE = unallocated loss adjustment expenses):

$$\text{LAE} = \text{ALAE} + \text{ULAE} \quad (3.4)$$

Η ALAE είναι έξοδα που σχετίζονται με αξιώσεις που καταλογίζονται άμεσα σε μια συγκεκριμένη απαίτηση. Για παράδειγμα, οι αμοιβές που σχετίζονται με εξωτερικούς νομικούς συμβούλους που προσλαμβάνονται για την υπεράσπιση μιας αξίωσης μπορούν να εκχωρηθούν απευθείας σε μια συγκεκριμένη αξίωση. Το ULAE είναι έξοδα που σχετίζονται με αξιώσεις που δεν μπορούν να εκχωρηθούν απευθείας σε συγκεκριμένη αξίωση. Για παράδειγμα, οι μισθοί του προσωπικού του τμήματος αξιώσεων δεν μπορούν εύκολα να αποδοθούν σε μια συγκεκριμένη απαίτηση και κατηγοριοποιούνται ως ULAE.

Underwriting Expenses: Εκτός από τα έξοδα προσαρμογής ζημιών (δηλ. Έξοδα που σχετίζονται με αξιώσεις), οι εταιρείες επιβαρύνονται με άλλα έξοδα για την απόκτηση και συντήρηση πολιτικών. Αυτά αναφέρονται γενικά ως έξοδα αναδοχής (ή λειτουργικά και διοικητικά έξοδα). Οι εταιρείες ταξινομούν συνήθως αυτά τα έξοδα στις ακόλουθες τέσσερις κατηγορίες:

- Προμήθειες και μεσιτεία
- Άλλη απόκτηση

- Γενικά
- Φόροι, άδειες και τέλη

Προμήθειες και μεσιτεία είναι τα ποσά που καταβάλλονται σε ασφαλιστικούς πράκτορες ή μεσίτες ως αποζημίωση για τη δημιουργία επιχειρήσεων. Συνήθως, αυτά τα ποσά καταβάλλονται ως ποσοστό των ασφαλιστρών που εγγράφονται. Είναι σύνηθες οι προμήθειες να διαφέρουν μεταξύ νέων και ανανεωμένων επιχειρήσεων και μπορεί να βασίζονται στην ποιότητα της γραπτής επιχείρησης ή στον όγκο της γραπτής επιχείρησης ή και στα δύο.

Άλλα κόστη απόκτησης είναι έξοδα εκτός από προμήθειες και έξοδα μεσιτείας που καταβάλλονται για την απόκτηση επιχειρήσεων. Αυτή η κατηγορία, για παράδειγμα, περιλαμβάνει κόστος που σχετίζεται με διαφημίσεις μέσω και αποστολές σε υποψήφιους ασφαλισμένους.

Τα γενικά έξοδα περιλαμβάνουν τα υπόλοιπα έξοδα που σχετίζονται με τις ασφαλιστικές πράξεις και άλλα διάφορα έξοδα. Για παράδειγμα, αυτή η κατηγορία περιλαμβάνει δαπάνες που σχετίζονται με τη γενική συντήρηση του Υπουργείου Εσωτερικών.

Οι φόροι, οι άδειες και τα τέλη περιλαμβάνουν όλους τους φόρους και διάφορα τέλη που καταβάλλονται από τον ασφαλιστή, εξαιρουμένων των ομοσπονδιακών φόρων εισοδήματος.

Underwriting Profit: Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, το τελικό κόστος ενός ασφαλιστηρίου συμβολαίου δεν είναι γνωστό κατά τη στιγμή της πώλησης. Γράφοντας ασφαλιστήρια συμβόλαια, η εταιρεία αναλαμβάνει τον κίνδυνο ότι το ασφάλιστρο ενδέχεται να μην επαρκεί για την πληρωμή απαιτήσεων και εξόδων. Η εταιρεία πρέπει να υποστηρίξει αυτόν τον κίνδυνο διατηρώντας κεφάλαιο, και αυτό του δίνει μια λογική αναμενόμενη απόδοση (κέρδος) στο κεφάλαιο αυτό. Οι δύο κύριες πηγές κέρδους των ασφαλιστικών εταιρειών είναι τα κέρδη και τα έσοδα από επενδύσεις. Το κέρδος αναδοχής, ή το λειτουργικό εισόδημα, είναι το άθροισμα των κερδών που προκύπτουν από τις μεμονωμένες πολιτικές και είναι παρόμοιο με το κέρδος όπως ορίζεται στις περισσότερες άλλες βιομηχανίες (δηλαδή, εισόδημα μείον έξοδα). Το

εισόδημα από επενδύσεις είναι το εισόδημα που δημιουργείται από την επένδυση κεφαλαίων που κατέχει η ασφαλιστική εταιρεία.

ΒΑΣΙΚΟΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ

Frequency: Η συχνότητα είναι ένα μέτρο του ρυθμού με τον οποίο προκύπτουν αξιώσεις και υπολογίζεται κανονικά ως:

$$\text{Frequency} = \frac{\text{Number of Claims}}{\text{Number of exposures}} \quad (3.5)$$

Κανονικά, ο αριθμητής είναι ο αριθμός των αναφερόμενων αξιώσεων και ο παρονομαστής είναι ο αριθμός των κερδών που έχουν ανοίξει. Καθώς μπορούν να χρησιμοποιηθούν άλλες παραλλαγές ανάλογα με τις συγκεκριμένες ανάγκες της εταιρείας, είναι σημαντικό να τεκμηριώνονται με σαφήνεια οι τύποι των αξιώσεων και των ανοιγμάτων που χρησιμοποιούνται. Η ανάλυση των αλλαγών στη συχνότητα των απαιτήσεων μπορεί να προσδιορίσει τις γενικές τάσεις του κλάδου που σχετίζονται με την επίπτωση των απαιτήσεων ή τη χρήση της ασφαλιστικής κάλυψης.

Severity: Η σφοδρότητα είναι ένα μέτρο του μέσου κόστους των αξιώσεων και υπολογίζεται ως:

$$\text{Severity} = \frac{\text{Losses}}{\text{Number of Claims}} \quad (3.6)$$

Ο υπολογισμός της σφοδρότητας μπορεί να διαφέρει σημαντικά κατά περίπτωση. Για παράδειγμα, η πληρωμένη σφοδρότητα υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τις πληρωμένες ζημίες σε κλειστές αξιώσεις διαιρούμενες με κλειστές αξιώσεις. Η αναφερόμενη σφοδρότητα, από την άλλη πλευρά, υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τις αναφερόμενες απώλειες και τις αναφερόμενες αξιώσεις. Επιπλέον, το ALAE μπορεί να συμπεριληφθεί ή να αποκλειστεί από τον αριθμητή. Κατά συνέπεια, είναι σημαντικό να τεκμηριώνεται με σαφήνεια στους τύπους ζημιών και αξιώσεων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της αναλογίας.

Η ανάλυση των αλλαγών στη σφοδρότητα παρέχει πληροφορίες σχετικά με τις τάσεις απώλειας και επισημαίνει την επίδραση τυχόν αλλαγών στις διαδικασίες χειρισμού αξιώσεων.

Pure Premium (or Loss Cost): Το καθαρό ασφάλιστρο (επίσης γνωστό ως κόστος απώλειας ή κόστος καύσης) είναι ένα μέτρο της μέσης απώλειας ανά έκθεση και υπολογίζεται ως:

$$\text{Pure Premium} = \frac{\text{Losses}}{\text{Number of exposures}} = \text{Frequency} \times \text{Severity} \quad (3.7)$$

Ο όρος καθαρό ασφάλιστρο είναι μοναδικός για την ασφάλιση και περιγράφει το τμήμα του αναμενόμενου κόστους του κινδύνου που «καθαρά» αποδίδεται σε ζημίες.

Συνήθως, το καθαρό ασφάλιστρο υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τις αναφερόμενες ζημίες (ή τις τελικές απώλειες) και τα κερδισμένα ανοίγματα. Οι αναφερόμενες απώλειες μπορεί να περιλαμβάνουν ή να μην περιλαμβάνουν ALAE και/ή ULAE. Καθώς οι εταιρείες μπορούν να επιλέξουν να χρησιμοποιούν άλλες εισόδους ανάλογα με τις συγκεκριμένες ανάγκες, είναι σημαντικό να τεκμηριώνονται οι επιλεγμένες εισροές.

Οι αλλαγές στα καθαρά ασφάλιστρα υπογραμμίζουν τις τάσεις του κλάδου στο συνολικό κόστος απώλειας λόγω αλλαγών τόσο στη συχνότητα όσο και στη σφοδρότητα.

Average Premium: Οι προηγούμενες αναλογίες επικεντρώθηκαν στο τμήμα ζημιών της βασικής ασφαλιστικής εξίσωσης. Ωστόσο, είναι επίσης πολύ σημαντικό να αναλυθεί το ασφάλιστρο. Μια τυπική αναλογία είναι το μέσο ασφάλιστρο, το οποίο υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{Average Premium} = \frac{\text{Premium}}{\text{Number of exposures}} \quad (3.8)$$

Είναι σημαντικό το ασφάλιστρο και τα ανοίγματα να είναι στην ίδια βάση (π.χ. γραπτά, κερδισμένα ή σε ισχύ). Οι αλλαγές στο μέσο ασφάλιστρο, εάν προσαρμοστούν για τη

δραστηριότητα αλλαγής επιτοκίων, επισημαίνουν τις αλλαγές στο συνδυασμό της επιχείρησης που γράφεται (π.χ. μετατοπίσεις προς υψηλότερα ή χαμηλότερα χαρακτηριστικά κινδύνου που αντικατοπτρίζονται στα επιτόκια).

Loss Ratio: Ο λόγος ζημίας είναι ένα μέτρο του τμήματος κάθε ασφάλιστρου που χρησιμοποιείται για την πληρωμή ζημιών και υπολογίζεται ως:

$$\text{Loss Ratio} = \frac{\text{Losses}}{\text{Premium}} = \frac{\text{Pure Premium}}{\text{Average Premium}} \quad (3.9)$$

Συνήθως, ο λόγος χρησιμοποιεί τις συνολικές απώλειες που αναφέρθηκαν και το συνολικό εισπραχθέν ασφάλιστρο. Ωστόσο, άλλες παραλλαγές είναι κοινές. Για παράδειγμα, οι εταιρίες ενδέχεται να συμπεριλάβουν LAE στον υπολογισμό των λόγων ζημιών (συνήθως αναφέρονται ως λόγοι ζημιών και LAE). Οι περισσότερες εταιρείες παρακολουθούν και αναλύουν την αναλογία ζημιών και LAE ως πρωταρχικό μέτρο της επάρκειας των επιτοκίων συνολικά και για διάφορα βασικά τμήματα του χαρτοφυλακίου.

3.3 Ratemaking αποζημίωσης εργαζομένων

Σύμφωνα με το άρθρο του ο Daley (2013) παρουσιάζονται οι αλλαγές στην μεθοδολογία του NCCI (National Council of Compensation Insurance) που χρησιμοποιεί την μέθοδο Loss Development Factor (LDF) για την εκτίμηση των ασφαλιστρών για την αποζημίωση εργαζομένων. Η αρχική προσέγγιση σχετικά με τον προσδιορισμό των παραγόντων ανάπτυξης ζημιών (LDF) για την μεθοδολογία του ratemaking ήταν ο διαχωρισμός των ζημιών που δημιουργήθηκαν από αξιώσεις σε δύο κατηγορίες στην ομαδοποίηση σοβαρών περιστατικών και στην ομαδοποίηση λιγότερο σοβαρών περιστατικών.

Για την κατηγοριοποίηση αυτή χρειάστηκε να οριστεί μια αυθαίρετη τιμή ή κρίσιμη τιμή για την οποία όταν οι αποζημιώσεις ξεπερνούν αυτή την τιμή κατηγοριοποιούνται στην ομάδα των σοβαρών περιστατικών. Αυτό γίνεται για να υπάρχει μεγαλύτερο πλήθος σοβαρών απωλειών για την δημιουργία των LDFs. Στην αποζημίωση των

εργαζομένων, καταβάλλονται διαφορετικά επίπεδα παροχών αποζημίωσης βάσει των τύπων τραυματισμού τα οποία διαχωρίζονται σε θανατηφόρα, μόνιμη ολική ανικανότητα, μόνιμη μερική, προσωρινή ολική και μόνο ιατροφαρμακευτική. Ως εκ τούτου δημιουργούνται τέσσερα τρίγωνα ζημιών που σχετίζονται με αυτές τις αξιώσεις για πέντε περιόδους.

Έπειτα οι απώλειες αξιολογήθηκαν από την πρώτη έως την πέμπτη αναφορά και ένας παράγοντας ουράς εφαρμόστηκε στα τρίγωνα εξέλιξης των ζημιών, ο οποίος εξήχθη από τα συνολικά κόστη αποζημιώσεων. Βασική υπόθεση είναι ότι όσες απώλειες εξελίσσονται πέρα από την πέμπτη αναφορά μπορούν να οφείλονται μόνο από την ομάδα των σοβαρών περιστατικών. Για την εξισορρόπηση της ουράς των δεδομένων, ένας υψηλός παράγοντας ουράς εφαρμόστηκε στις σοβαρές απώλειες για τη δημιουργία ενός παράγοντα αποζημίωσης (LDF) για την πέμπτη αναφορά και πέρα, ενώ ένας μοναδιαίος (ίσος με την μονάδα) παράγοντας ουράς εφαρμόστηκε στις μη σοβαρές απώλειες.

Η προσέγγιση αυτή αν και χρησιμοποιήθηκε κατά κόρον είχε κάποια σοβαρά μειονεκτήματα. Πρώτον η σφοδρότητα των απαιτήσεων δεν είναι καλός δείκτης της εξέλιξης της τάσης της στο μέλλον. Δεύτερον στην φάση ωρίμανσης των απαιτήσεων η κρίσιμη τιμή επαναπροσδιορίζεται με αποτέλεσμα να επαναταξινομούνται (crossover problem) οι απαιτήσεις στη σοβαρή ή λιγότερο σοβαρή ομαδοποίηση ή το αντίστροφο. Τρίτον η διαδικασία επαναπροσδιορισμού της κρίσιμης τιμής διαστρεβλώνει την προβλεπτική ικανότητα των παραγόντων αποζημίωσης στα σοβαρά και μη σοβαρά τρίγωνα εξέλιξης ζημιών. Τέταρτον η μέθοδος δεν λαμβάνει υπόψιν της τα ποσά των ιατροφαρμακευτικών περιπτώσεων για να καθοριστεί εάν μια αξίωση κατηγοριοποιείται ως σοβαρή ή μη σοβαρή. Τέλος δεν γίνεται διάκριση μεταξύ σοβαρών και μη σοβαρών ζημιών στα τρίγωνα απώλειας από την πρώτη έως την πέμπτη έκθεση.

Για την αντιμετώπιση των ζητημάτων αυτών δημιουργήθηκε μια νέα προσέγγιση η οποία βασίστηκε στην καταγραφή και έρευνα του τραυματισμένου μέρος του σώματος. Οι αναλογιστές του NCCI θέλησαν να προσδιορίσουν εάν το τραυματισμένο μέρος του σώματος παρείχε αιτιώδεις ενδείξεις στην πρόβλεψη του κατά πόσον το ποσό απώλειας κινούνταν ανοδικά στις μεταγενέστερες αναφορές.

Σύμφωνα με τη νέα μεθοδολογία ανάπτυξης ζημιών του NCCI, οι απαιτήσεις κατανέμονται σε μία από τις ακόλουθες τέσσερις κατηγορίες ανάπτυξης, Ιατρικό - Πιθανό να αναπτυχθεί, Ιατρική - Δεν είναι πιθανό να αναπτυχθεί, Αποζημίωση - Πιθανό να αναπτυχθεί και Αποζημίωση - Δεν είναι πιθανό να αναπτυχθεί.

Αυτή η ανάθεση είναι συνάρτηση τριών χαρακτηριστικών απαίτησης: (1) τύπος τραυματισμού, (2) μέρος του σώματος και (3) κατάσταση αξίωσης (ανοιχτό έναντι κλεισίματος). Το NCCI τροποποίησε τη μεθοδολογία ανάπτυξης της ζημιάς από την πέμπτη αναφορά ως την τελική και δημιούργησε συνδυασμούς των χαρακτηριστικών αξίωσης έτσι ώστε να τοποθετούνται οι απαιτήσεις στις κατάλληλες ομάδες. Εισάγει την ορολογία Μέρος του Σώματος (POB) και υποδιαιρείται στις ομάδες Α και Β οι οποίες αναφέρονται στη κατηγοριοποίηση του σώματος στις ομάδες πιθανής ανάπτυξης και τις ομάδες μη πιθανής ανάπτυξης. Η Ομάδα Α αποτελείται από απαιτήσεις που έχουν μεγαλύτερη δυνατότητα ανοδικής ανάπτυξης με την πάροδο του χρόνου, όπως τραυματισμοί στην πλάτη, το κεφάλι, πνεύμονες, καρδιά, ώμους, κορμό και άλλα μέρη του σώματος ενώ η ομάδα Β αποτελείται από τα υπόλοιπα.

Σε μεταγενέστερες αναφορές (από το δεύτερο έως το δέκατο), οι αλλαγές στον τύπο τραυματισμού παρακολουθούνται με σκοπό την πιθανή εκ νέου ανάθεση μερικών αξιώσεων σε διαφορετική ομάδα ανάπτυξης. Το τμήμα του σώματος και η κατάσταση της απαίτησης βασίζονται στην αρχική αναφορά που υποβλήθηκε στο NCCI, ενώ ο τύπος τραυματισμού παρακολουθείται κατά την διάρκεια όλων των αναφορών για την κατάλληλη ομαδοποίηση τους.

Η νέα μεθοδολογία Loss Development μειώνει σημαντικά, αλλά δεν εξαλείφει πλήρως, τις περιπτώσεις μεταφοράς (crossover) της απαίτησης από τη μία ομάδα ανάπτυξης στην άλλη. Τα περισσότερα crossover έχουν μετριαστεί λόγω της εξάλειψης της κρίσιμης τιμής και ο νέος συνδυασμός στοιχείων του σώματος, του τύπου τραυματισμού και της κατάστασης αξίωσης έχει βελτιώσει τις ομάδες LDF. Το πιο σημαντικό πλεονέκτημα που παρέχει η νέα μεθοδολογία είναι οι πιο προβλέψιμοι και σταθεροί παράγοντες ανάπτυξης απώλειας. Η επέκταση των τριγώνων έως την δέκατη αναφορά βελτιώνει επίσης την ικανότητα πρόβλεψης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΣΕ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

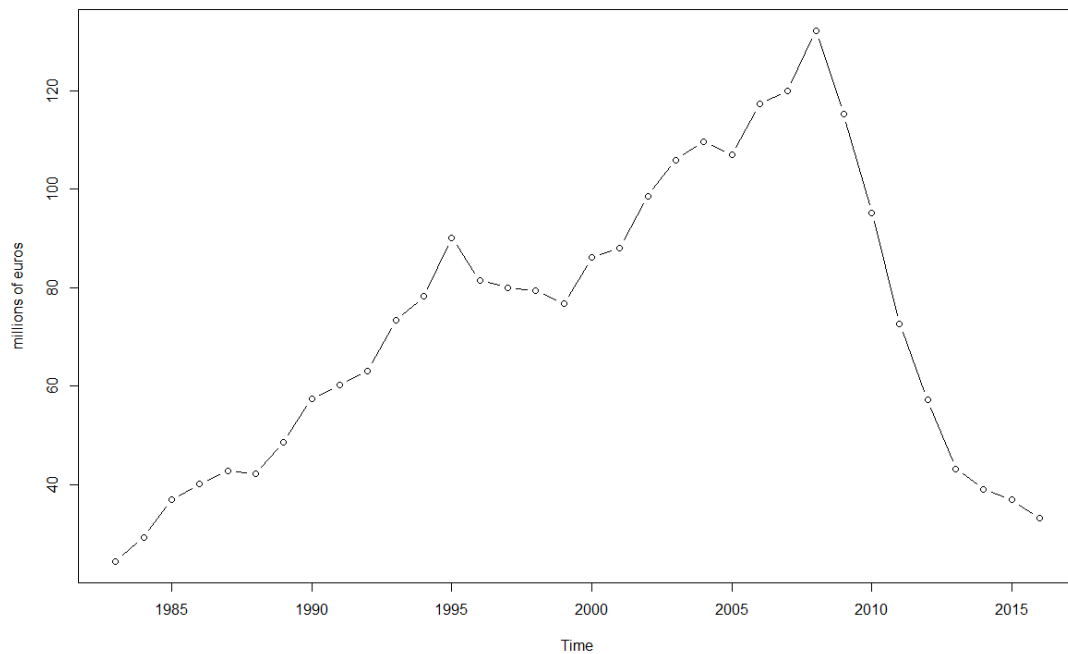
4.1 Δεδομένα και περιγραφικά στατιστικά

Στην διάθεσή μας έχουμε δεδομένα από το στατιστικό δελτίο εργατικών ατυχημάτων του ΕΦΚΑ (πρώην ΙΚΑ) μισθωτών για τα έτη 1983 έως 2016 (Πίνακας 3). Πιο συγκεκριμένα μελετάμε τις παροχές επιδότησης εργατικού ατυχήματος.

Πίνακας 3 Ετήσιες δαπάνες ΙΚΑ-ΕΤΑΜ για επιδότηση εργατικού ατυχήματος σε Ευρώ 1983-2016

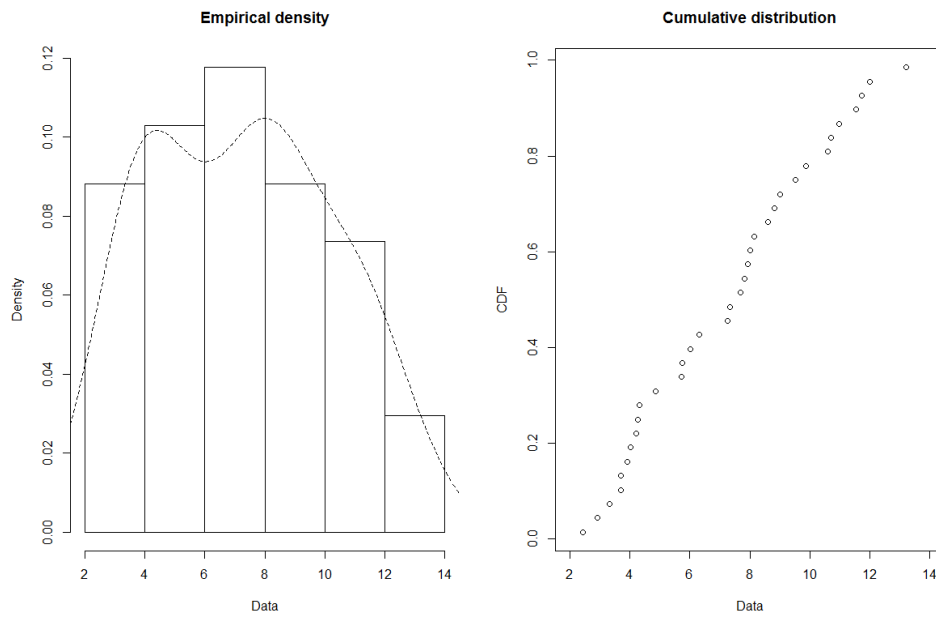
ΕΤΟΣ	ΠΑΡΟΧΕΣ ΕΠΙΔΟΤΗΣΗΣ ΕΡΓΑΤΙΚΟΥ ΑΤΥΧΗΜΑΤΟΣ
1983	2438812
1984	2919919
1985	3684355
1986	4007392
1987	4275783
1988	4221066
1989	4851469
1990	5742664
1991	6015175
1992	6310667
1993	7335877
1994	7820249
1995	9008804
1996	8147909
1997	7998826
1998	7940132
1999	7677127
2000	8609286
2001	8813615
2002	9858621
2003	10598018
2004	10971330
2005	10701000
2006	11729773
2008	13220038
2009	11531611
2010	9517725
2011	7259800
2012	5715868
2013	4321393
2014	3898965
2015	3685754
2016	3316373

Γράφημα 1 Ετήσιες Δαπάνες για Επιδότηση Εργατικού Ατυχήματος



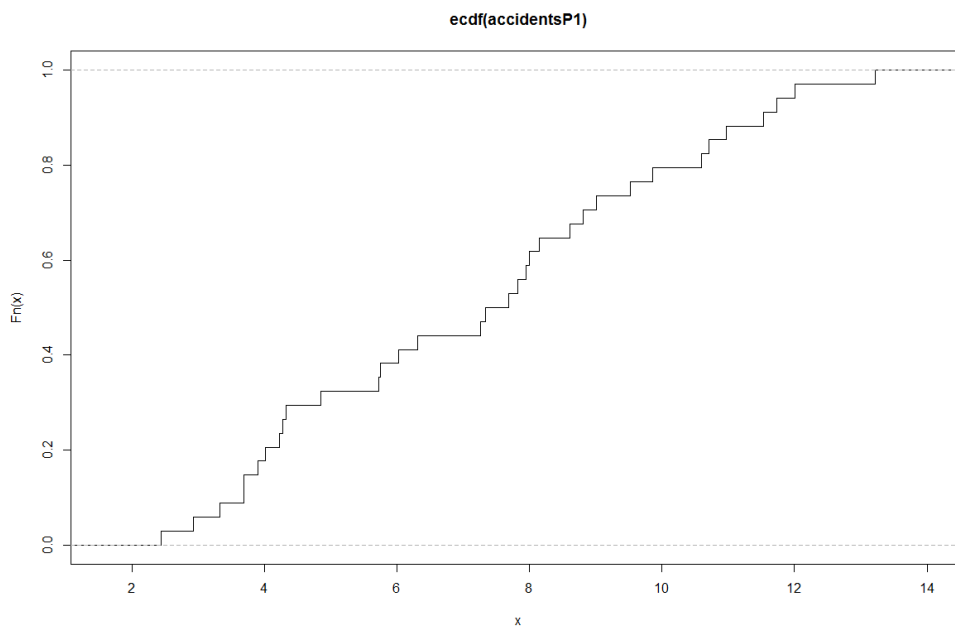
Στο γράφημα 1 παρατηρούμε την εξέλιξη της χρονοσειράς. Παρατηρούμε αυξητική τάση στην χρονοσειρά μέχρι το 2010 και έπειτα απότομα οι δαπάνες να μειώνονται μέχρι το 2016 που έχουμε στην διάθεσή μας. Σκοπός μας είναι να μελετήσουμε την εμπειρική κατανομή των δαπανών και να προβούμε σε ελέγχους καλής προσαρμογής έτσι ώστε να βρούμε την κατανομή η οποία προσαρμόζεται καλά στα δεδομένα μας. Στο γράφημα 2 παρουσιάζουμε το ιστόγραμμα των δεδομένων και το αντίστοιχο QQ plot της αθροιστικής κατανομής. Από το ιστόγραμμα παρατηρούμε την ύπαρξη δεξιάς ουράς.

Γράφημα 2 Ιστόγραμμα και αθροιστική κατανομή



Στο Γράφημα 3 δίνεται η εμπειρική κατανομή των ατυχημάτων η οποία έχει την μορφή step function και επίσης ότι έχουμε υψηλότερη πιθανότητα εμφάνισης σε τιμές γύρω από το μέσον και ταυτόχρονα μικρότερες πιθανότητες στις ακραίες τιμές.

Γράφημα 3 Εμπειρική κατανομή των ατυχημάτων



Στον Πίνακα 4 παρουσιάζουμε και τα περιγραφικά στατιστικά της χρονοσειράς των δαπανών ατυχημάτων.

Πίνακας 4 Περιγραφικά Στατιστικά

Ελάχιστο	1ο τεταρτημόριο	Διάμεσος	Μέσος	3ο τεταρτημόριο	Μέγιστο	Ασυμμετρία	Κύρτωση
2.439	4.287	7.507	7.24	9.39	13.22	0.1718	1.917

Τα δεδομένα είναι εκφρασμένα σε εκατομμύρια ευρώ και παρατηρούμε ότι η διάμεσος είναι ελάχιστα μεγαλύτερη του μέσου ενώ η ασυμμετρία είναι μεγαλύτερη του 0 το οποίο συνεπάγεται ελαφριά δεξιά ασυμμετρία και η κύρτωση είναι μεγαλύτερη του 0 το οποίο σημαίνει ότι η κατανομή τείνει να είναι λεπτόκυρτη.

4.2 Προσαρμογή δεδομένων σε θεωρητική κατανομή

Σε αυτή την ενότητα θα εφαρμόσουμε ελέγχους για να βρούμε την κατανομή στην οποία εφαρμόζονται καλύτερα τα δεδομένα μας.

Ο πρώτος έλεγχος καλής προσαρμογής είναι των Kolmogorov-Smirnov (KS από δω και πέρα) με τον οποίο ελέγχουμε αν ένα τυχαίο δείγμα προέρχεται από συγκεκριμένη κατανομή με μηδενική υπόθεση:

$$H_0: F(x) = F_0(x)$$

Έναντι της εναλλακτικής

$$H_1: F(x) \neq F_0(x)$$

Όπου $F_0(x)$ είναι η θεωρητική κατανομή την οποία ελέγχουμε με την ελεγχοσυνάρτηση:

$$D_n = \max_x |F_n(x) - F_0(x)| \quad (4.1)$$

Όπου $F_n(x)$ αντιπροσωπεύει την εμπειρική κατανομή η οποία ορίζεται ως $F_0(x) = \frac{1}{n}$ και n είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων. Ο έλεγχος αυτός χρησιμοποιείται για δεδομένα τα οποία προέρχονται από συνεχείς μεταβλητές.

Ο δεύτερος έλεγχος ο οποίος θα εφαρμόσουμε είναι των Anderson-Darling (AD από εδώ και πέρα) ο οποίος χρησιμοποιεί διαφορετικό μέτρο μέτρησης διαφοράς των τριών συναρτήσεων κατανομών. Ο έλεγχος αυτός χρησιμοποιεί την τετραγωνική απόσταση μεταξύ της εμπειρικής και της θεωρητικής κατανομής δίνοντας μεγαλύτερο βάρος στην ουρά της κατανομής. Το στατιστικό ελέγχου είναι της μορφής:

$$W_n^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} (F_n(x) - F_0(x))^2 \psi(F(x)) dF(x) \quad (4.2)$$

Όπου $\psi(F(x)) = \frac{1}{F(x)(1-F(x))}$ είναι μία συνάρτηση στάθμισης². Η $F_n(x)$ είναι μια διωνυμική μεταβλητή με πιθανότητα επιτυχίας $L(x)$. Η στατιστική ελέγχου για το σύνολο των παρατηρήσεων λαμβάνει την μορφή:

$$W_n^2 = n \int_{-\infty}^{x_1} \frac{(F(x))^2}{F(x)(1-F(x))} dF(x) + \int_{x_1}^{x_2} \frac{(F_n(x)-F(x))^2}{F(x)(1-F(x))} dF(x) + \dots + \int_{x_n}^{\infty} \frac{(1-F(x))^2}{F(x)(1-F(x))} dF(x) \quad (4.3)$$

Η συνάρτηση $F_n(x)$ είναι μια step function επομένως η στατιστική ελέγχου μπορεί να εκφραστεί ως άθροισμα.

$$W_n^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) [\ln(F(x_i)) + \ln(1-F(x_{n-i+1}))] \quad (4.4)$$

² Όταν $\psi(F(x)) = 1$ τότε η στατιστική ελέγχου είναι είναι αυτή των Cramer-von Misses για την καλή προσαρμογή των δεδομένων.

4.3 Προσαρμογή δεδομένων με βάση την εκθετική κατανομή

Η συνάρτηση της εκθετικής κατανομής είναι της μορφής $F_X(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\theta}}$ όπου ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας για το θ είναι $\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 7.2397$. Οι KS και AD έλεγχοι καλής προσαρμογής δίνουν:

Πίνακας 5 KS και AD έλεγχοι για προσαρμογή των δεδομένων στην εκθετική κατανομή

Kolmogorov-Smirnov test		Anderson Darling test	
D	0.8331	W^2	∞
p-value	2.22e-16	p-value	1.765e-05

Από τον έλεγχο παρατηρούμε ότι η p-value του ελέγχου είναι σχεδόν 0 το οποίο σημαίνει ότι απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση ότι τα δεδομένα μας προέρχονται από την εκθετική κατανομή σε όλα τα επίπεδα σημαντικότητας.

4.4 Προσαρμογή δεδομένων με βάση την Λογαριθμοκανονική κατανομή

Η συνάρτηση κατανομής της λογαριθμοκανονικής κατανομής είναι της μορφής:

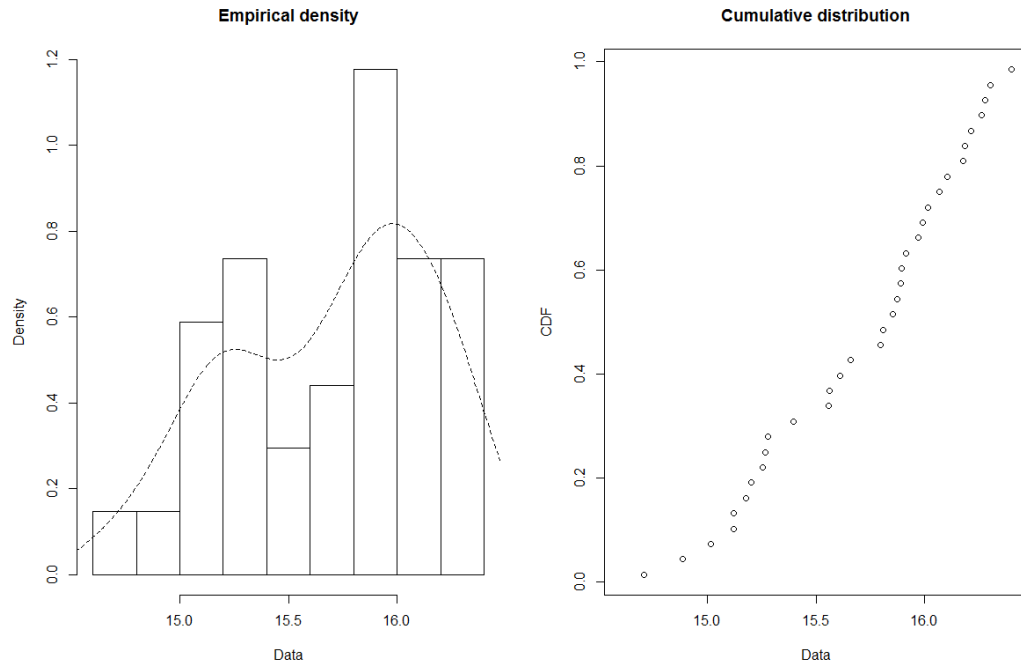
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\ln x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{x} \quad (4.5)$$

Στο Γράφημα 4 παραθέτουμε το ιστόγραμμα των λογαριθμικών δαπανών για ατυχήματα και εμπειρική αθροιστική κατανομή. Στους λογαρίθμους παρατηρούμε από το ιστόγραμμα ότι σχηματίζεται ουρά προς τα αριστερά όπου επιβεβαιώνεται από τον συντελεστή ασυμμετρίας ο οποίος είναι αρνητικός $\gamma_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{(\sigma^2)^{\frac{3}{2}}} = -0,4$ επομένως

η κατανομή των δεδομένων μας είναι ασύμμετρη προς τα αριστερά. Αυτό σημαίνει ότι

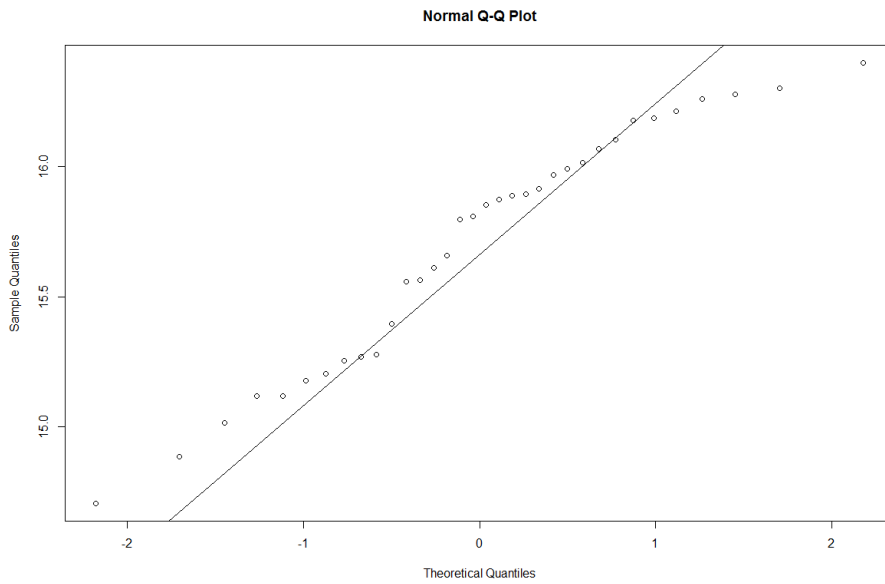
έχουμε ακραίες τιμές προς τα αριστερά σε σχέση με την μέση τιμή των δαπανών στο χρόνο.

Γράφημα 4 Ιστόγραμμα και Εμπειρική αθροιστική Κατανομή των $\log(X)$ δαπανών ατυχημάτων



Στο Γράφημα 5 παρουσιάζουμε το Q-Q plot των λογαριθμικών δεδομένων ως προς την κανονική κατανομή

Γράφημα 5 Q-Q plot της $\log(X)$ ως προς την κανονική κατανομή



Στον επόμενο πίνακα παραθέτουμε τα αποτελέσματα καλής προσαρμογής για τους KS και AD ελέγχους.

Πίνακας 6 KS και AD έλεγχοι για προσαρμογή των δεδομένων στην λογαριθμοκανονική κατανομή

Kolmogorov-Smirnov test		Anderson Darling test	
D	0.12889	W^2	0.4402
p-value	0.58	p-value	0.807

Από τον Πίνακα 6 παρατηρούμε ότι και στους δύο ελέγχους δεν απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση καλής προσαρμογής στην λογαριθμοκανονική κατανομή.

4.5 Προσαρμογή δεδομένων με βάση την Weibull κατανομή

Η συνάρτηση κατανομής της Weibull είναι της μορφής $F_X(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\gamma}$

Η εκτίμηση των παραμέτρων της με την μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας δίνονται από τους εκτιμητές $\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^\gamma}{n} = 2.686$ ενώ η παράμετρος γ δίνεται μόνο αν λυθεί με αριθμητικές μεθόδους από τον τύπο:

$$0 = [(\sum_{i=1}^n x_i^\gamma \ln(x_i)) / (\sum_{i=1}^n x_i^\gamma)] - \frac{1}{\gamma} - [\sum_{i=1}^n \ln(x_i) / n]$$

το οποίο μας δίνει εκτίμηση $\hat{\gamma} = 8.17$.

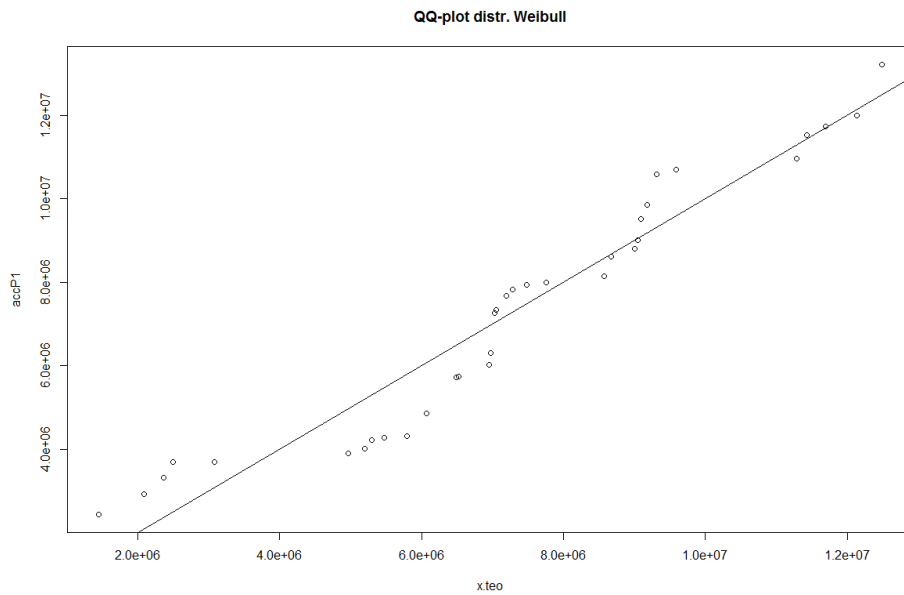
Πίνακας 7 KS και AD έλεγχοι για προσαρμογή των δεδομένων στην Weibull κατανομή

Kolmogorov-Smirnov test		Anderson Darling test	
D	0.13059	W^2	0.44237
p-value	0.5635	p-value	0.8048

Στον Πίνακα 7 παραθέτουμε τα αποτελέσματα των ελέγχων KS και AD παρατηρούμε ότι και στους δύο ελέγχους δεν απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση καλής προσαρμογής στην Weibull κατανομή.

Στο Γράφημα 6 δίνουμε το Q-Q plot της μεταβλητής μας σε σχέση με την Weibull κατανομή

Γράφημα 6 Q-Q plot της μεταβλητής σε σχέση με την weibull κατανομή



4.6 Εκτίμηση ARMA υποδείγματος

Η εκτίμηση ARMA υποδειγμάτων είναι μια μεθοδολογία η οποία περιγράφει από μια αθεωρητική σκοπιά την δυναμική που αναπτύσσει μια χρονοσειρά στο χρόνο. Βασίζεται στο γεγονός ότι οι χρονοσειρές παρουσιάζουν μια αυτοπαλίνδρομη σχέση με το παρελθόν τους και χρησιμοποιούνται κυρίως για την πρόβλεψη χρονοσειρών όπως περιγράφεται από τον Hamilton (1994). Μια χρονοσειρά είναι μια χρονικά διατεταγμένη μεταβλητή και συμβολίζεται ως $\{Y_t\}_{t=1}^T = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_T\}$ και ενδιαφερόμαστε να προβλέψουμε την χρονοσειρά στο μέλλον το οποίο σημαίνει να λάβουμε προβλέψεις για $Y_{T+1}, Y_{T+2}, \dots, Y_{T+h}$.

Ένα αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα είναι της μορφής:

$$Y_t = \alpha + \sum_{i=1}^p \varphi_i Y_{t-i} + u_t + \sum_{i=1}^p \theta_i u_{t-i} \quad (4.6)$$

Όπου στο υπόδειγμα εισάγουμε τις υστερήσεις της Y_t και τις υστερήσεις του τυχαίου όρου u_t . Όπου u_t θεωρούμε ότι κατανέμεται σαν Λευκός Θόρυβος.

Μία χρονοσειρά θεωρείται Λευκός Θόρυβος όταν ισχύει ότι $E[u_t] = 0$, $Var[u_t] = \sigma_u^2$ και $Cov(u_t, u_s) = 0$ για κάθε $t \neq s$ χωρίς να χρειάζεται να κάνουμε κάποια παραμετρική υπόθεση για την κατανομή της χρονοσειράς καθώς πληροί τις ελάχιστες προϋποθέσεις έτσι ώστε η χρονοσειρά να είναι στάσιμη.

Η έννοια της στασιμότητας είναι σημαντική στην μελέτη χρονοσειρών διότι τότε θεωρούμε ότι η κατανομή μιας τυχαίας μεταβλητής στο χρόνο δεν αλλάζει όπως αλλάζει ο χρόνος. Υπάρχουν 2 έννοιες της στασιμότητας αυστηρή και ασθενής ή κατά συνδιακύμανση στασιμότητα.

Ορισμός Αυστηρής Στασιμότητας

Αυστηρώς στάσιμη θεωρείται μια χρονοσειρά όταν η από κοινού κατανομή των $\{Y_t, Y_{t+1}, \dots, Y_{t+j}\}$ δεν εξαρτάται από τον χρόνο.

Η αυστηρή στασιμότητα είναι δύσκολο να ελεγχθεί για μια χρονοσειρά επομένως ο επόμενος ορισμός δίνει τις συνθήκες κάτω από τις οποίες μπορεί να θεωρηθεί μια χρονοσειρά στάσιμη στις πρώτες ροπές της.

Ορισμός Ασθενής Στασιμότητας ή κατά Συνδιακύμανση Στασιμότητα

Ασθενώς στάσιμη θεωρείται μια χρονοσειρά για την οποία ισχύει ότι $E[Y_t] = \mu$ και $E(Y_t - \mu)(Y_{t-j} - \mu) = \begin{cases} \sigma^2, & \text{για } j = 0 \\ 0, & \text{για } j \neq 0 \end{cases}$.

Επομένως για να εκτιμήσουμε ένα ARMA υπόδειγμα θα πρέπει η χρονοσειρά Y_t να είναι στάσιμη και για τον λόγο αυτό θα προβούμε σε ελέγχους στασιμότητας της χρονοσειράς. Οι βασικοί έλεγχοι που χρησιμοποιούνται για να ελέγξουμε αν μια χρονοσειρά είναι στάσιμη είναι οι KPSS (Kwiatkowski, 1992), ADF (Dickey and Fuller, 1979) και PP (Phillips and Perron, 1988) έλεγχοι για μοναδιαία ρίζα. Όταν μια χρονοσειρά είναι μη-στάσιμη στα αρχικά επίπεδα των τιμών της, τότε μια συνήθης πρακτική για να την καταστήσουμε στάσιμη και να μπορούμε να την μελετήσουμε είναι να πάρουμε τις πρώτες διαφορές της χρονοσειράς. Για τις περισσότερες οικονομικές μεταβλητές χρησιμοποιείται αυτός ο μετασχηματισμός για να καταστεί στάσιμη η χρονοσειρά.

Έλεγχοι Μοναδιαίας ρίζας

ADF έλεγχος

Οι Dickey και Fuller (1979) πρότειναν έναν παραμετρικό έλεγχο για μοναδιαία ρίζα σε μια χρονοσειρά μέσω του υποδείγματος:

$$\Delta Y_t = \alpha + \beta t + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \varphi_i \Delta Y_{t-i} + u_t \quad (4.7)$$

και ελέγχουμε μέσω της στατιστικής ελέγχου $DF = \frac{\hat{\gamma}}{se(\hat{\gamma})}$ την μηδενική υπόθεση $H_0: \gamma = 0$ έναντι της εναλλακτικής $H_1: \gamma \neq 0$ όπου απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης σημαίνει ότι η χρονοσειρά είναι στάσιμη. Για τον έλεγχο αυτό χρησιμοποιούνται στατιστικοί πίνακες για την εύρεση της κατάλληλης κριτικής τιμής οι οποίοι δίνονται από τους Dickey και Fuller (1979).

KPSS έλεγχος

Οι Kwiatkowski (1992) θεώρησαν ότι μια χρονοσειρά μπορεί να αποδομηθεί ως:

$$Y_t = \beta t + r_t + \varepsilon_t, \text{ με } r_t = r_{t-1} + u_t \quad (4.8)$$

όπου ο όρος βt είναι η προσδιοριστική τάση της χρονοσειράς, r_t είναι μια διαδικασία τυχαίου περιπάτου δηλαδή μια μη στάσιμη διαδικασία και ε_t είναι ο διαταρακτικός όρος ο οποίος θεωρείται στάσιμος. Όπου η μηδενική υπόθεση

$$H_0: \sigma_u^2 = 0 \text{ και } \beta = 0$$

Εναντι της εναλλακτικής

$$H_1: \sigma_u^2 \neq 0 \text{ ή } \beta \neq 0$$

Όπου η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης σημαίνει ότι η χρονοσειρά είναι μη στάσιμη. Η στατιστική έλεγχου δίνεται από τον τύπο:

$$LM = \sum_{t=1}^T S_t^2 / \hat{\sigma}_\varepsilon^2, \text{ όπου } S_t = \sum_{i=1}^t \hat{\varepsilon}_i \quad (4.9)$$

PP έλεγχος

Ο έλεγχος των Phillips και Perron (1988) μπορεί να θεωρηθεί ως μια γενίκευση του ελέγχου ADF έχοντας διορθώσει για αυτοσυσχέτιση και ετεροσκεδαστικότητα χρησιμοποιώντας την μέθοδο των Newey και West (1987).

Στην παλινδρόμηση:

$$Y_t = \alpha + \beta t + \rho Y_{t-1} + u_t \quad (4.10)$$

Όπου η μηδενική υπόθεση είναι ότι $H_0: \rho = 0$ έναντι της εναλλακτικής $H_1: \rho \neq 0$. Απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης συνεπάγεται ότι η χρονοσειρά είναι στάσιμη. Ο έλεγχος χρησιμοποιεί 2 στατιστικές ελέγχου

$$Z_t = \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2} \right)^{1/2} \frac{\hat{\rho}}{\widehat{Se}(\hat{\rho})} - \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{\lambda}^2 - \hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2} \right) \left(\frac{T \cdot \widehat{Se}(\hat{\rho})}{\hat{\sigma}^2} \right)$$
$$Z_\rho = T \cdot \hat{\rho} - \frac{T^2 \cdot \widehat{Se}(\hat{\rho})}{2\hat{\sigma}^2} (\hat{\lambda}^2 - \hat{\sigma}^2) \quad (4.11)$$

Όπου $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2}{T}$ είναι η διακύμανση των καταλοίπων και $\hat{\lambda}^2$ είναι ο εκτιμητής της μακροχρόνιας διακύμανσης.

Έλεγχος μοναδιαίας ρίζας

Στον Πίνακα 8 παραθέτουμε τους ελέγχους για μοναδιαία ρίζα. Από τους ελέγχους ADF και PP για μοναδιαία ρίζα στο επίπεδο της χρονοσειράς παρατηρούμε ότι η μηδενική υπόθεση δεν απορρίπτεται άρα η χρονοσειρά μπορεί να θεωρηθεί μη-στάσιμη ενώ για τον έλεγχο KPSS δεν απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση στασιμότητας της χρονοσειράς άρα η χρονοσειρά μπορεί να θεωρηθεί στάσιμη.

Πίνακας 8 Έλεγχος για μοναδιαία ρίζα

	Y_t	p-value	ΔY_t	p-value
ADF test	-0.27454	0.9859	-2.8553	0.2422
PP test	-0.69672	0.9873	-19.422	0.03858
KPSS test	0.32479	>0.1	0.42243	0.06749

Οι έλεγχοι έχουν πραγματοποιηθεί μόνο με σταθερά. Στην 4^η και την 5^η στήλη δίνουμε τα αποτελέσματα των ελέγχων στις 1^{ες} διαφορές της χρονοσειράς. Παρατηρούμε ότι για το PP test σε 5% επίπεδο σημαντικότητας απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση για μη στάσιμη χρονοσειρά και στον KPSS έλεγχο δεν απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε 5% για στασιμότητα ενώ από την άλλη μεριά για τον έλεγχο ADF δεν απορρίπτουμε την υπόθεση περί μη στάσιμης χρονοσειράς.

Επιλογή βέλτιστου ARMA μοντέλου με AIC και BIC κριτήρια

Επιλέγουμε διεξοδικά το κατάλληλο μοντέλο ARMA από μια σειρά υποψήφιων μοντέλων με διαφορετικές υστερήσεις στον αυτοπαλίνδρομο όρο και στον κινητό μέσο όρο, επιλέγουμε το καταλληλότερο μοντέλο για πρόβλεψη σύμφωνα με τις τιμές κάποιων πληροφοριακών κριτηρίων.

Ένα ευρέως χρησιμοποιούμενο πληροφοριακό κριτήριο για την επιλογή υποδειγμάτων δίνεται από τον Akaike (1984). Το στατιστικό κριτήριο επιβάλλει μια ποινή για τις επιπρόσθετες μεταβλητές που χρησιμοποιούνται στο υπόδειγμα πάνω στο άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων του εκάστοτε υποδείγματος και επιλέγεται ως καλύτερο υπόδειγμα αυτό με την μικρότερη τιμή του κριτηρίου. Επομένως το κριτήριο είναι της μορφής:

$$AIC = \ln\left(\frac{ur}{n}\right) + \frac{2k}{n} \quad (4.12)$$

με k να είναι ο αριθμός των μεταβλητών που εισάγουμε στο υπόδειγμα και n είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων που έχουμε χρησιμοποιήσει στην εκτίμηση.

Το BIC κριτήριο οφείλεται στον Schwarz (1978) όπου προτείνει μια διαφορετική παραμετροποίηση της ποινής που επιβάλλεται για κάθε επιπρόσθετη μεταβλητή που εισάγεται στο υπόδειγμα και είναι της μορφής:

$$BIC = \ln\left(\frac{uu}{n}\right) + \frac{k \log(n)}{n} \quad (4.13)$$

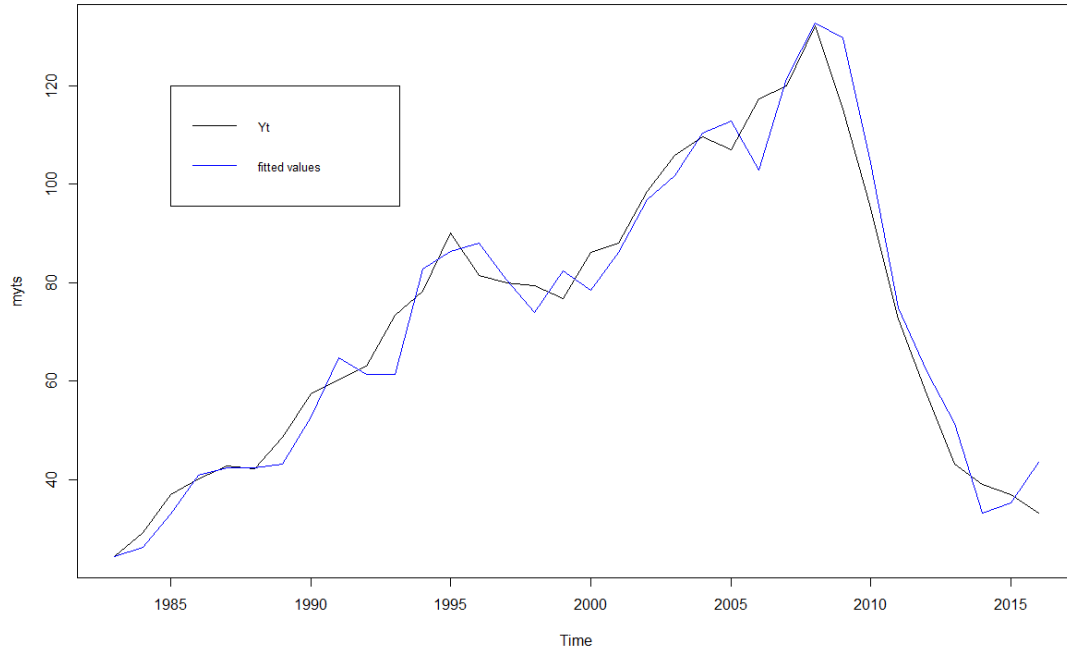
Θα επιλέξουμε το βέλτιστο ARMA υπόδειγμα έτσι ώστε να μοντελοποιήσουμε την χρονοσειρά των δαπανών στις πρώτες διαφορές με βάση τα πληροφοριακά κριτήρια AIC και BIC. Θα δημιουργήσουμε ένα ARMA υπόδειγμα και θα ελέγξουμε μέχρι 4 υστερήσεις στον AR και MA όρο διότι έχουμε ετήσια δεδομένα με μικρό αριθμό παρατηρήσεων και θα επιλέξουμε το υπόδειγμα με τις ελάχιστες τιμές των κριτηρίων. Το υπόδειγμα ARMA (p,q) είναι συνδυασμός χρονοσειρών όπου εισάγουμε ως μεταβλητές τις υστερήσεις της εξαρτημένης μεταβλητής και τις υστερήσεις του διαταρακτικού όρου.

Πίνακας 9 Επιλογή μοντέλου με βάση τον AIC

AR\MA	0	1	2	3	4
0	222.7742	218.6884	204.8296	206.822	208.6953
1	213.5183	214.5168	206.8209	208.6715	210.1596
2	213.5934	214.3115	208.7326	210.319	209.4555
3	213.4412	215.4316	210.043	212.0302	213.9561
4	215.4219	217.4253	211.9846	214.0154	215.8241

Με βάση τα αποτελέσματα του AIC το βέλτιστο υπόδειγμα είναι ένα ARMA(0,2) στις πρώτες διαφορές της χρονοσειράς.

Γράφημα 7 Δαπάνες Ατυχημάτων και Προσαρμοσμένες τιμές από ARMA(0,2)
υπόδειγμα



Στον Πίνακα 10 παραθέτουμε διάφορα μέτρα για την ακρίβεια πρόβλεψης. Δοθέντος της πραγματικής παρατηρηθείσας Y_t τότε το σφάλμα πρόβλεψης είναι $\hat{e}_h = Y_{t+h} - \hat{Y}_{t+h}$ για κάθε παρατήρηση που έχουμε κάνει πρόβλεψη. Για να αξιολογήσουμε την προβλεπτική ικανότητα του προσδιορίζουμε κάποια μέτρα ακρίβειας τα οποία δείχνουν κατά μέσο όρο πόσο αποκλίνουν οι προβλέψεις που κάνουμε βάσει των υποδειγμάτων από τις αντίστοιχες πραγματοποιηθείσες τιμές. Επομένως, τα μέτρα ακρίβειας της πρόβλεψης ορίζονται ως εξής:

$$ME = \frac{\sum_{h=1}^n \hat{e}_h}{n}, \quad RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{h=1}^n \hat{e}_h^2}{n}} \quad (4.14)$$

$$MAE = \frac{\sum_{h=1}^n |\hat{e}_h|}{n}, \quad MPE = \frac{\sum_{h=1}^n \frac{\hat{e}_h}{Y_h}}{n} \quad (4.15)$$

$$MAPE = \frac{\sum_{h=1}^n \frac{|\hat{e}_h|}{Y_h}}{n}, \quad MASE = \frac{\sum_{h=1}^n |\hat{e}_h|^2}{n} \quad (4.16)$$

Πίνακας 10 Μέτρα ακρίβειας πρόβλεψης για το ARMA(0,2)

ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
-0.08687	6.046736	4.656133	-0.10462	7.144519	0.6402625

Ο Πίνακας 11 δείχνει τις τιμές του κριτηρίου BIC για όλους τους συνδυασμούς υποδειγμάτων μέχρι 4 υστερήσεις στον AR και MA όρο. Παρατηρούμε ότι την ελάχιστη τιμή για το κριτήριο δίνεται από το υπόδειγμα MA(2). Δηλαδή το κριτήριο προτείνει ένα υπόδειγμα κινητού μέσου 2 υστερήσεων.

Πίνακας 11 Επιλογή Υποδείγματος βάσει του κριτηρίου BIC

AR\MA	0	1	2	3	4
0	224.1754	221.4908	209.0332	212.4268	215.7013
1	216.3207	218.7204	212.4257	215.6775	218.5667
2	217.7970	219.9163	215.7386	218.7262	219.2639
3	219.0460	222.4375	218.4502	221.8386	225.1657
4	222.4279	225.8324	221.7929	225.2250	228.4349

Αφελής πρόβλεψη

Ένας αφελής τρόπος πρόβλεψης είναι ο απλός μέσος όρος για h χρονικές υστερήσεις μπροστά:

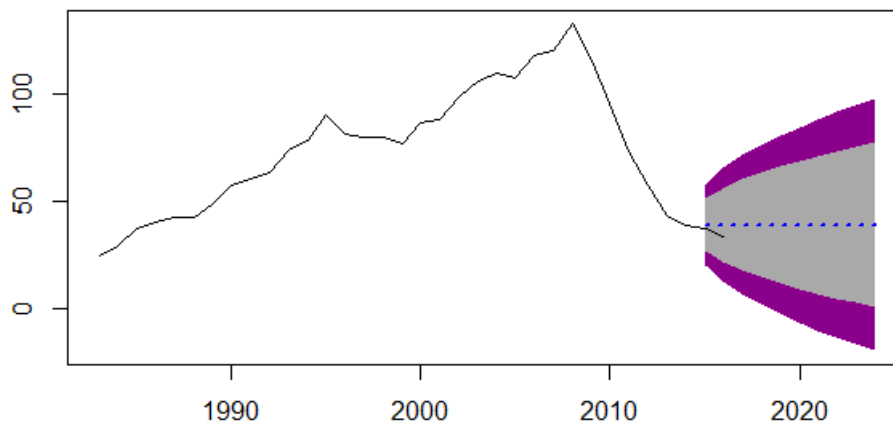
$$\hat{Y}_{t+h} = E[Y_t] \quad (4.17)$$

Πίνακας 12 Προβλέψεις από ένα Αφελές υπόδειγμα

Έτος Πρόβλεψης	Σημείο Πρόβλεψης	Lo 90	Hi 90	Lo 95	Hi 95
2015	38.98965	26.8614742	51.11783	20.441206	57.53809
2016	38.98965	21.8378192	56.14148	12.758188	65.22111
2017	38.98965	17.9830332	59.99627	6.862802	71.1165
2018	38.98965	14.7332983	63.246	1.892761	76.08654

Στο επόμενο γράφημα παραθέτουμε τις προβλέψεις εκτός δείγματος από το υπόδειγμα μαζί με τα 90% και 95% διαστήματα εμπιστοσύνης των προβλέψεων.

Γράφημα 8 Προβλέψεις από ένα Αφελές υπόδειγμα



AR(1) πρόβλεψη

Η πρόβλεψη από ένα AR(1) υπόδειγμα της μορφής $Y_t = \alpha + \varphi Y_{t-1} + u_t$ δίνεται από τον τύπο:

$$\hat{Y}_{t+h} = \hat{\varphi}^h \hat{Y}_t \quad (4.18)$$

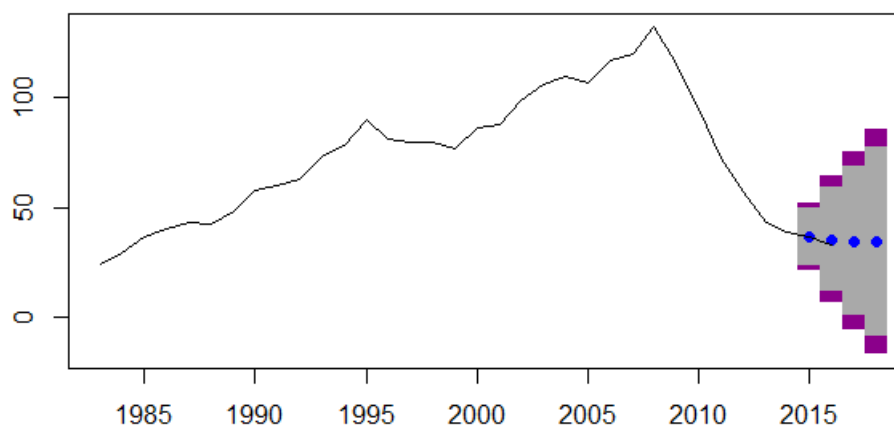
Στον επόμενο πίνακα παραθέτουμε τις προβλέψεις για 4 έτη μπροστά από το AR(1) υπόδειγμα.

Πίνακας 13 Προβλέψεις από ένα AR(1) υπόδειγμα

Έτος Πρόβλεψης	Σημείο				
	Πρόβλεψης	Lo 90	Hi 90	Lo 95	Hi 95
2015	36.65275	23.6122934	49.69321	21.11409	52.19142
2016	35.35996	11.2705634	59.44936	6.655673	64.06426
2017	34.64479	0.4667504	68.82282	-6.08086	75.37043
2018	34.24914	-8.9701551	77.46844	-17.2498	85.74812

Στο επόμενο γράφημα παραθέτουμε τις προβλέψεις εκτός δείγματος από το υπόδειγμα μαζί με τα 90% και 95% διαστήματα εμπιστοσύνης των προβλέψεων.

Γράφημα 9 Προβλέψεις από ένα AR(1) υπόδειγμα



MA(2) πρόβλεψη

Η πρόβλεψη από ένα MA(2) υπόδειγμα της μορφής $Y_t = \alpha + u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2}$ δίνεται από τον τύπο:

$$\hat{Y}_{t+1} = \hat{\alpha} + \hat{u}_t + \hat{\theta}_1 \hat{u}_{t-1} + \hat{\theta}_2 \hat{u}_{t-2} \quad (4.19)$$

όπου μπορούμε να κάνουμε πρόβλεψη μόνο για 2 χρονικούς ορίζοντες μπροστά ενώ για τρεις χρονικούς ορίζοντες μπροστά και έπειτα τότε η πρόβλεψη είναι απλά ο μέσος όρος της χρονοσειράς.

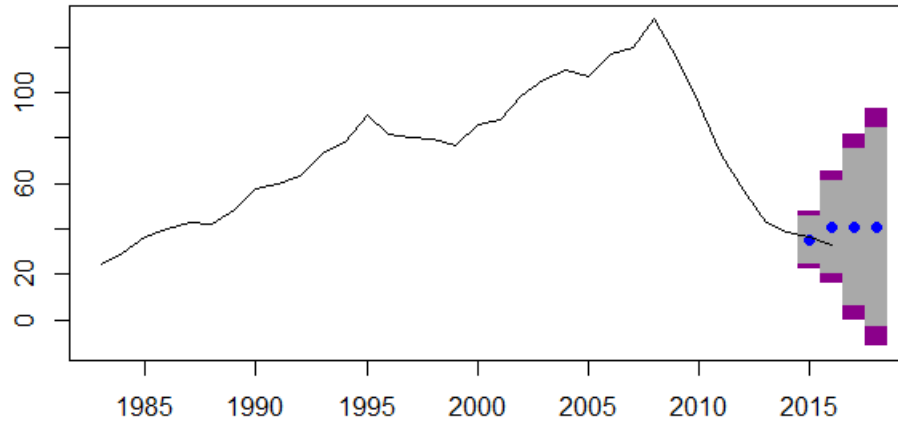
Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει τις προβλέψεις για το υπόδειγμα μαζί με τα 90 και 95% διαστήματα εμπιστοσύνης των προβλέψεων.

Πίνακας 14 Προβλέψεις από ένα MA(2) υπόδειγμα

Έτος Πρόβλεψης	Πρόβλεψη σημείου	Διαστήματα εμπιστοσύνης			
		Lo 90	Hi 90	Lo 95	Hi 95
2015	35.05866	24.46192	45.65539	22.43187	47.68545
2016	40.81124	20.28047	61.34201	16.34732	65.27516
2017	40.81124	6.446144	75.17633	-0.1373	81.75977
2018	40.81124	-3.23881	84.86128	-11.6776	93.30011

Στο επόμενο γράφημα παρουσιάζουμε τις προβλέψεις από το MA(2) υπόδειγμα.

Γράφημα 10 Προβλέψεις από ένα $MA(2)$ υπόδειγμα



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ ΑΠΟΖΗΜΙΩΣΕΩΝ

5.1 Εισαγωγή

Η αρχή εκτίμησης του κόστους των αποζημιώσεων καθώς και της εκτίμησης ασφαλιστρών είναι ένας από τους κύριους στόχους μελέτης των αναλογιστών. Βάσει διάφορων μελετών (Kahane, 1979, Bühlmann, 1967) που έχουν πραγματοποιηθεί στην διεθνή βιβλιογραφία φαίνεται να υπάρχει πλήρης συμφωνία στον τομέα ότι το ασφάλιστρο πρέπει να αντικατοπτρίζει τόσο τις αναμενόμενες απαιτήσεις όσο και ορισμένες επιβαρύνσεις. Έτσι, η απόφαση του ασφαλιστή εξαρτάται από την ικανότητά του να εκτιμά τις αναμενόμενες απαιτήσεις (συμπεριλαμβανομένου του κόστους) και την επιλογή αναμενόμενου κινδύνου.

Στην αναλογιστική επιστήμη αντικείμενο μελέτης των ανωτέρω αποτέλεσε η αξιοπιστία χαρτοφυλακίου η οποία συνδέθηκε αρχικά με την βαθμολόγηση της εμπειρίας μεμονωμένων ασφαλιστρών κινδύνου. Η θεωρία αξιοπιστίας επομένως είναι ο κλάδος των ασφαλιστικών μαθηματικών που διερευνά αρχές βασισμένες σε μοντέλα για την κατασκευή υποδειγμάτων, την εκτίμηση και πρόβλεψη ασφαλιστρών και κινδύνων που αντιμετωπίζουμε στην ασφαλιστική πρακτική. Η ανάγκη για την ανάπτυξη της συγκεκριμένης θεωρίας οδήγησε στη σημερινή της μορφή καλύπτοντας ένα ευρύ φάσμα μεθοδολογιών εκτίμησης και πρόβλεψης των κινδύνων και συνεπακόλουθα την επιβολή ασφαλιστρών σε ασφαλιστήρια συμβόλαια.

Η τεχνική της αξιοπιστίας χρονολογείται από τον Whitney (1918) ο οποίος ήρθε αντιμέτωπος με την εκτίμηση ασφαλιστρών κινδύνου m όπου μεταγενέστερα ορίστηκαν ως τα αναμενόμενα κόστη αποζημιώσεων ανά μονάδα εκτιθέμενου ρίσκου για ένα μεμονωμένο ρίσκο, το οποίο έχει επιλεγεί από ένα χαρτοφυλάκιο παρόμοιων ρίσκων. Το πρόβλημα που καλείται να λύσει η Θεωρία Αξιοπιστίας είναι η εκτίμηση του ασφαλιστρου ενός κινδύνου μέσω περιορισμένων παρελθοντικών στοιχείων που έχουμε στην διάθεσή μας για τον κίνδυνο αυτό. Ως εκ τούτου η τεχνική τιμολόγησης αξιοπιστίας χαρτοφυλακίου διατήρησε την ακόλουθη μορφή με το ασφάλιστρο να είναι ένας σταθμισμένος μέσος όρος της μορφής:

$$\bar{m} = z\hat{m} + (1 - z)\mu \quad (5.1)$$

Όπου \hat{m} είναι το παρατηρούμενο μέσο ποσό απαίτησης ανά μονάδα απαίτησης κινδύνου που εκτίθεται για το μεμονωμένο συμβόλαιο και το μ είναι ο αντίστοιχος συνολικός μέσος όρος στο χαρτοφυλάκιο ασφαλίσεων. Ο Whitney (1918) αντιμετώπισε το ασφάλιστρο κινδύνου ως μια τυχαία μεταβλητή. Στη γλώσσα της σύγχρονης θεωρίας αξιοπιστίας, είναι μία συνάρτηση $m(\Theta)$ μιας τυχαίας παραμέτρου Θ που αντιπροσωπεύει τα μη παρατηρήσιμα χαρακτηριστικά του ατομικού κινδύνου. Η τυχαία φύση του Θ εκφράζει την έννοια της ετερογένειας. Ως εκ τούτου ο ατομικός κίνδυνος είναι μία τυχαία επιλογή από ένα χαρτοφυλάκιο παρόμοιων αλλά όχι πανομοιότυπων κινδύνων και η κατανομή του Θ περιγράφει τη διακύμανση των ατομικών χαρακτηριστικών κινδύνου στο χαρτοφυλάκιο. Το βάρος z είναι ο συντελεστής αξιοπιστίας, δηλαδή μετρά το ποσό της αξιοπιστίας που συνδέεται με την ατομική εμπειρία και m είναι το ασφάλιστρο αξιοπιστίας.

Η θεωρία αξιοπιστίας χαρτοφυλακίου διαιρείται σε δύο κατηγορίες, στην θεωρία αξιοπιστίας περιορισμένης διακύμανσης και στην θεωρία αξιοπιστίας μέγιστης ακρίβειας. Αναλυτικότερα θα μπορούσαν να ονομαστούν κατάλληλα ως θεωρίες σταθερών επιδράσεων (fixed effect) και σε θεωρίες τυχαίων επιδράσεων (random effect) αξιοπιστίας με βάση τον Greig (1999). Κατά τη χρήση γραμμικών μοντέλων για τη μελέτη της μεταβλητότητας στα δεδομένα, ενδιαφερόμαστε να αναθέσουμε αυτήν τη μεταβλητότητα στις διάφορες κατηγοριοποιήσεις των δεδομένων δηλαδή είτε στο χρόνο είτε μεταξύ των διαστρωματικών ομάδων που υπάρχουν στα δεδομένα μας.

Οι πηγές μεταβλητότητας των δεδομένων ονομάζονται και παράγοντες. Οι σταθερές επιδράσεις είναι τα αποτελέσματα από ένα πεπερασμένο σύνολο επιπέδων ενός παράγοντα που εμφανίζεται στα δεδομένα για παράδειγμα ο χρόνος είναι παράγοντας και πηγή μεταβλητότητας ξεχωριστά για κάθε ασφαλιστήριο συμβόλαιο. Ενώ οι τυχαίες επιδράσεις είναι το αποτέλεσμα από ένα σύνολο επιπέδων ενός παράγοντα για παράδειγμα η μεταβλητότητα των δεδομένων οφείλεται και στην μεταξύ επίδραση των διαστρωματικών ομάδων που υπάρχουν στα δεδομένα.

Η προσέγγιση της περιορισμένης διακύμανσης διατυπώθηκε από τον Mowbray (1914) ο οποίος έδειξε πως μπορεί να προσδιοριστεί το ποσό της ατομικής έκθεσης στον κίνδυνο έτσι ώστε το \hat{m} να αποτελεί μια πλήρως αξιόπιστη εκτίμηση του m θέτοντας $Z=1$ θεωρώντας ότι ο συντελεστής αξιοπιστίας εξαρτάται μόνο από την αναμενόμενη τιμή των κινδύνων που ενέχει ένα χαρτοφυλάκιο χωρίς να λαμβάνει υπόψιν τα

ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των μεμονωμένων ομάδων που διέπουν το χαρτοφυλάκιο αυτό.

Από την άλλη μεριά στην περίπτωση μέγιστης ακρίβειας το χαρτοφυλάκιο θεωρείται ετερογενές λαμβάνοντας υπόψιν όχι μόνο την ατομική εμπειρία κάθε συνισταμένης του χαρτοφυλακίου αλλά και τη συλλογική εμπειρία του συνόλου του χαρτοφυλακίου. Με βάση την αξιοπιστία μέγιστης ακρίβειας βασίστηκε και το μοντέλο του Bühlmann - Straub (1970).

5.2 Απλό μοντέλο Bühlmann

Με τη χρήση του μοντέλου του Bühlmann (1967) μπορούμε να εκτιμήσουμε το καθαρό ασφάλιστρο ή τη συχνότητα ζημιάς ή το μέσο ύψος ζημιάς για κάποιον κίνδυνο. Οι συνολικές ζημιές σε διαδοχικές περιόδους εκφράζονται από το διάνυσμα (X_1, X_2, \dots, X_n) , $(j=1, 2, \dots, n)$ με την προϋπόθεση της ισονομίας. Η κατανομή των X_j εξαρτάται από την τιμή της άγνωστης παραμέτρου Θ και συνεπώς η μοντελοποίηση της αβεβαιότητας γίνεται στην τυχαία μεταβλητή Θ και ως u ορίζουμε την άγνωστη συνάρτηση κατανομής. Επίσης, υποθέτουμε ότι τα $X_j|\Theta$ είναι ισόνομα και ανεξάρτητα επομένως οι ακόλουθες τυχαίες μεταβλητές δεν εξαρτώνται από το j . Ορίζουμε ως:

$$\mu(\theta) = E(X_j|\Theta=\theta) \text{ και } \sigma^2(\theta) = \text{Var}(X_j|\Theta=\theta)$$

Σε αυτό το μοντέλο ισχύει ότι:

$$P^{\text{ind}} = \mu(\theta) = E(X_{n+1}|\Theta=\theta) \quad (5.2)$$

$$P^{\text{coll}} = \mu_0 = \int_{\Theta} \mu(\theta) du(\theta) = E[\mu(\theta)] \quad (5.3)$$

- Το $P^{\text{ind}} = \bar{X}$ είναι το ατομικό ασφάλιστρο και αποτελεί τον βέλτιστο εκτιμητή που είναι γραμμικός και αμερόληπτος (δοθέντος του θ) και που βασίζεται αποκλειστικά στο διάνυσμα παρατηρήσεων X .
- $P^{\text{coll}} = \mu_0$ είναι το συλλογικό ασφάλιστρο και αποτελεί τον βέλτιστο εκτιμητή και ορίζεται ως ο μέσος όρος της αναμενόμενης ζημιάς κάθε κινδύνου που βρίσκεται στο μέσο στον συλλογικό κίνδυνο.

Ο βέλτιστος εκτιμητής στην κλάση των εκτιμητών συμβολίζεται με $\hat{\mu}(\theta)$ ή $\hat{\mu}(\theta)$ και είναι της μορφής:

$$\hat{\mu}(\theta) = \hat{\alpha}_0 + \sum_{j=1}^n \hat{\alpha}_j x_j \quad (5.4)$$

όπου οι συντελεστές $\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_n$ ελαχιστοποιούν την σχέση:

$$E[(\mu(\theta) - \hat{\alpha}_0 - \sum_{j=1}^n \hat{\alpha}_j x_j)^2] \quad (5.5)$$

Άρα ο εκτιμητής $\hat{\mu}(\theta)$ λαμβάνει τη μορφή :

$$\hat{\mu}(\theta) = \hat{\alpha} + \hat{b} \bar{X} \quad (5.6)$$

όπου $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j$ και οι $\hat{\alpha}, \hat{b}$ είναι λύσεις του προβλήματος ελαχιστοποίησης

$$E[(\mu(\theta) - \hat{\alpha} - \hat{b} \bar{X})^2] \quad (5.7)$$

Όπου το παραπάνω πρόβλημα ελαχιστοποίησης είναι η απλή μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων και επομένως προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\hat{\alpha} = E[\mu(\theta)] - bE(\bar{X}) \quad (5.8)$$

$$\hat{b} = E(\mu(\theta)\bar{X}) - E(\bar{X})E(\mu(\theta)) / E(\bar{X}^2) - E(\bar{X})^2 \quad (5.9)$$

Λαμβάνοντας αναμενόμενες τιμές αποδεικνύεται ότι:

$$E(\bar{X}) = E(\mu(\theta)) \quad (5.10)$$

$$E(\bar{X}\mu(\theta)) = E(\mu^2(\theta)) \quad (5.11)$$

$$E(\bar{X}^2) - E(\bar{X})^2 = \frac{1}{n}E(\sigma^2(\theta)) + Var(\mu(\theta)) \quad (5.12)$$

οι εκτιμητές μπορούν να λάβουν την μορφή:

$$\hat{\alpha} = (1 - \hat{b}) E[\mu(\theta)] \quad (5.13)$$

$$\hat{b} = n / (n + \frac{E[\sigma^2(\theta)]}{\text{Var}[\mu(\theta)]}) = n/n + \frac{\sigma^2}{r^2} = \frac{n}{n+k} \quad (5.14)$$

όπου $\sigma^2 = E[\sigma^2(\theta)]$, $r^2 = \text{Var}[\mu(\theta)]$ και $k = \frac{\sigma^2}{r^2}$

Το ασφάλιστρο αξιοπιστίας προκύπτει αν στη σχέση $\hat{\mu}(\theta) = \hat{a} + \hat{b}\bar{X}$ αντικαταστήσουμε τα \hat{a} και \hat{b} . Το ασφάλιστρο αξιοπιστίας έγκειται στην απλότητα της μορφής και εύρεσης του, καθώς δεν χρειάζεται εκ των προτέρων γνώση της κατανομής του πληθυσμού από την οποία προέρχονται τα δεδομένα και επομένως μπορούμε να προβούμε στην εκτίμηση του μέσω υποδειγμάτων βάση μιας συνάρτησης απώλειας όπως την τετραγωνική συνάρτηση απώλειας. Έτσι προκύπτει ότι:

$$\hat{\mu}(\theta) = \frac{n}{n+\frac{\sigma^2}{r^2}} \bar{X} + (1 - \hat{b})E[\mu(\theta)] \quad (5.15)$$

Όπου $E[\mu(\theta)] = p^{\text{coll}}$. Και έτσι καταλήγουμε ότι το ασφάλιστρο αξιοπιστίας είναι της μορφής:

$$p^{\text{cred}} = \hat{\mu}(\theta) = z\bar{X} + (1 - z)\mu_0 \quad (5.16)$$

όπου $\mu_0 = E[\mu(\theta)]$ και $z = \frac{n}{n+\frac{\sigma^2}{r^2}} = \frac{n}{n+k}$. Η βαρύτητα αξιοπιστίας z αυξάνει καθώς αυξάνει και η ανομοιογένεια του χαρτοφυλακίου, καθώς μειώνεται η μεταβλητότητα του συγκεκριμένου κινδύνου και καθώς αυξάνει και ο αριθμός των ετών n . Το p^{cred} αποτελεί ένα σταθμισμένο μέσο των παραπάνω P^{ind} και P^{coll} όπου το βάρος είναι ανάλογο της ακρίβειας καθενός από τους προηγούμενους δύο εκτιμητές (ακρίβεια = αντίστροφη δευτεροβάθμια απώλεια).

Συντελεστής Αξιοπιστίας

Η ποσότητα $k = \frac{\sigma^2}{r^2}$ καλείται συντελεστής αξιοπιστίας (credibility coefficient) και μπορεί να γραφεί ως:

$$k = \left(\frac{\sigma}{\mu_0}\right)^2 / \left(\frac{r}{\mu_0}\right)^2 \quad (5.17)$$

όπου το $\frac{\sigma}{\mu_0}$ είναι ίσο με τον συντελεστή μεταβλητότητας $\mu(\theta)$ και είναι ένα μέτρο για να μετρήσουμε την ανομοιογένεια του χαρτοφυλακίου και όπου:

$$\frac{\sigma}{\mu_0} = \frac{\sqrt{E(\text{Var}(x_j|\theta))}}{E[E(x_j|\theta)]} = \frac{\sqrt{E[\text{Var}(x_j|\theta)]}}{E(x_j)} \quad (5.18)$$

η αναμενόμενη τυπική απόκλιση του συγκεκριμένου κινδύνου διαιρεμένη με την αναμενόμενη μέση τιμή αποτελεί ένα καλό μέτρο για την μεταβλητότητα του κινδύνου (within risk variability).

Εκτίμηση Παραμέτρων Απλού Μοντέλου Bühlmann

Βάση της μεθόδου του απλού μοντέλου του Bühlmann συμπεραίνουμε ότι το ασφάλιστρο αξιοπιστίας εξαρτάται από τρεις παραμέτρους τις $E[\mu(\theta)]$, $\text{Var}[\mu(\theta)]$ και $E[\sigma^2(\theta)]$ τις οποίες θα μελετήσουμε ως προς την εκτίμηση τους σε ένα σύνολο δεδομένων. Θεωρούμε ότι ο κίνδυνος X έχει οριστεί εκ των προτέρων και ότι είναι ένας εκ των συλλογικών κινδύνων J οι οποίοι είναι ανεξάρτητοι με ίσες κατανομές. Έτσι, για $j = 1, 2, \dots, J$ ορίζουμε $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn}$ να δηλώνουν τις συνολικές ζημιές (aggregate claims) σε διαδοχικούς χρόνους για τον κίνδυνο j . Οι υποθέσεις που κάνουμε για έναν συγκεκριμένο κίνδυνο j η κατανομή του οποίου x_{jn} εξαρτάται από την άγνωστη παράμετρο θ_j είναι οι παρακάτω:

1. Οι τυχαίες μεταβλητές $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn}$ είναι ισόνομες για κάθε j
2. Οι τυχαίες μεταβλητές $x_{j1}|\theta_j, x_{j2}|\theta_j, \dots, x_{jn}|\theta_j$ είναι ανεξάρτητα και ισόνομα κατανεμημένες για κάθε j
3. Οι τυχαίες μεταβλητές $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_J$ είναι ανεξάρτητα και ισόνομα κατανεμημένες
4. Για $j \neq k$ τα ζευγάρια (θ_j, x_{jt}) και (θ_k, x_{kt}) είναι ανεξάρτητα και ισόνομα κατανεμημένες

Η χρήση της μεθοδολογίας αυτής έχει ως στόχο την εκτίμηση της ποσότητας $E(X_{j,n+1}|X_{j1}=x_{j1}, X_{j2}=x_{j2}, \dots, X_{jn}=x_{jn})$, δηλαδή την δεσμευμένη μέση τιμή της συνολικής ζημιάς του κινδύνου j για το ερχόμενο έτος, δεδομένων των n -προηγούμενων ετών $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn}$.

Θεωρούμε ένα χαρτοφυλάκιο όπως απεικονίζεται στο Πίνακα 15 όπου κάθε γραμμή αντιπροσωπεύει το ύψος των αποζημιώσεων σε διαφορετικές ομάδες συμβολαίων από μία ασφαλιστική εταιρία κατά τη διάρκεια n περιόδων:

Πίνακας 15 Αποζημιώσεις ομαδικών ασφαλιστηρίων συμβολαίων J σε T χρονικές περιόδους

x_{ij}	1	2	...	j	...	n
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1n}
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2n}
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\ddots	\vdots
i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{in}
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	\ddots	\vdots
N	x_{N1}	x_{N2}	...	x_{Nj}	...	x_{Nn}

Επομένως, σχηματίζεται ένας πίνακας ο οποίος περιέχει N διαφορετικούς κινδύνους για n χρονικές διαδοχικές περιόδους. Θεωρούμε λοιπόν την τυχαία μεταβλητή x_{ij} η οποία αντιπροσωπεύει το ποσό των αποζημιώσεων σε διαφορετικές ομάδες συμβολαίων i με $i=1,2,\dots,N$. Επιπλέον, για κάθε x_{ij} αντιστοιχεί ένα βάρος W_{ij} που μπορεί να είναι οποιοδήποτε μέσο έκθεσης όπως ο αριθμός των απαιτήσεων ή ο όγκος των ασφαλίσεων.

Οι προτεινόμενοι εκτιμητές είναι οι παρακάτω:

Ποσότητα	Εκτιμητήρια
$E[\mu(\theta)]$	$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{x}_i$
$E[\sigma^2(\theta)]$	$\hat{u} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{X}_i)^2$
$\text{Var}[\mu(\theta)]$	$\hat{\alpha} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{X}_i - \bar{X})^2 - \frac{1}{Nn} \sum_{i=1}^N \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{X}_i)^2$

- $\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{x}_i = \frac{1}{nN} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n x_{ij}$
- $\hat{u} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{u}_i$ όπου $\hat{u}_i = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{X}_i)^2$
- $\hat{\alpha} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{X}_i - \bar{X})^2 - \frac{\hat{u}}{n}$

5.3 Πίνακας ANOVA (Analysis of Variance)

Σε αυτή την ενότητα γίνεται αναφορά στην ανάλυση διακύμανσης (Analysis of Variance) με βάση τις σημειώσεις του Αντζουλάκος Δ. (2017) η οποία αποτελεί τη φυσική επέκταση της διαδικασίας ελέγχου του μέσου όρου δύο ή περισσότερων πληθυσμών. Με τη χρήση της μεθόδου αυτής δίνεται η δυνατότητα στο χρήστη να εξετάσει την επίδραση περισσότερων στους υπό εξέταση πληθυσμούς.

Στην πράξη ερχόμαστε αντιμέτωποι με το πρόβλημα ελέγχου της ισότητας των μέσων τιμών k ανεξαρτήτων δειγμάτων. Συνήθως τα k ανεξάρτητα δείγματα αντιστοιχούν σε k διαφορετικά επίπεδα (στάθμες) μιας κατηγορικής μεταβλητής (παράγοντας). Για παράδειγμα, ένας αναλογιστής θα ήθελε να γνωρίζει ποια ασφαλιστήρια συμβόλαια μεταξύ πέντε διαφορετικών χρονικών περιόδων αποδίδει τα μεγαλύτερα κόστη αποζημιώσεων. Ένας τρόπος για να αντιμετωπιστεί το ερώτημα του αναλογιστή είναι

ο ακόλουθος: Πρέπει να έχουμε στη διάθεσή μας n διαφορετικά ασφαλιστήρια συμβόλαια μίας εταιρίας με την ίδια μορφοποίηση. Στη συνέχεια, με ένα τυχαίο τρόπο επιλέγουμε n_i ($i = 1,2,3$) από αυτά που θα παίρναμε ως ασφαλιστήριο συμβόλαιο, i ($n_1+n_2+n_3+n_4+n_5 = n$) και καταγράφουμε την απόδοση X_{ij} ($i=1,2,3, j=1,2,\dots,n_i$) ανά j ύψους αποζημίωσης. Αν συμβολίσουμε με μ_i ($i=1,2,3$) τη μέση αποζημίωση με τη χρήση i του είδος ασφαλιστηρίου συμβολαίου θα μας ενδιέφερε ο έλεγχος της ισότητας των πέντε μέσων τιμών, δηλαδή ο έλεγχος:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$$

$$H_1: \text{Όχι } H_0$$

Του οποίου η μηδενική η υπόθεση δηλώνει ότι το είδος του ασφαλιστηρίου συμβολαίου δεν έχει επίδραση στη μέση αποτίμηση ζημιάς.

Ως εκ τούτου στα πλαίσια της ανάλυσης διακύμανσης κατά ένα παράγοντα με σταθερές επιδράσεις (one-way anova with fixed effects) περιγράφουμε τις παρατηρήσεις μας με το γραμμικό μοντέλο:

$$X_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1,2,\dots,k, \quad j = 1,2,\dots,n_i \quad (5.19)$$

Όπου μ_i είναι η μέση τιμή που αντιστοιχεί στην i στάθμη και ε_{ij} είναι το τυχαίο σφάλμα που αντιστοιχεί στην παρατήρηση X_{ij} . Σε αυτό το μοντέλο μας ενδιαφέρει ο έλεγχος υπόθεσης:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

$$H_1: \text{Όχι } H_0$$

Ένα ισοδύναμο μοντέλο είναι το:

$$X_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1,2,\dots,k, \quad j = 1,2,\dots,n_i \quad (5.20)$$

Όπου το μ_i έχει αντικατασταθεί με το $\mu + \tau_i$, δηλαδή $\tau_i = \mu_i - \mu$ ($i = 1,2,\dots,k$). Η παράμετρος τ_i αναφέρεται ως επίδραση της αγωγής i (treatment effect). Ωστόσο το παραπάνω μοντέλο περιέχει $k+1$ παραμέτρους (overparameterized model) για να περιγράψει τους k μέσους, και επομένως επιβάλλεται συνήθως ο περιορισμός $\sum_{i=1}^k n_i \tau_i = 0$. Ο έλεγχος της ισότητας των μέσων σύμφωνα με το παραπάνω μοντέλο ανάγεται στον έλεγχο:

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_k = 0$$

$$H_1: \text{Όχι } H_0$$

Τα δεδομένα μας στην ανάλυση διακύμανσης κατά ένα παράγοντα παρουσιάζονται συνήθως στην ακόλουθη μορφή.

Επίδραση		Σύνολο	Μέσοι
1	$X_{11} \quad X_{12} \quad \dots \quad X_{1n_1}$	$X_{1\cdot}$	$\bar{X}_{1\cdot}$
2	$X_{21} \quad X_{22} \quad \dots \quad X_{2n_2}$	$X_{2\cdot}$	$\bar{X}_{2\cdot}$
\vdots			
k	$X_{k1} \quad X_{k2} \quad \dots \quad X_{kn_k}$	$X_{k\cdot}$	$\bar{X}_{k\cdot}$
		$X_{..}$	$\bar{X}_{..}$

Για την εκτέλεση του ελέγχου της ισότητας των μέσων κατασκευάζεται ο ακόλουθος πίνακας ANOVA ($n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$)

Προέλευση μεταβλητότητας (Source)	Βαθμοί Ελευθερίας (Df)	Άθροισμα τετραγώνων (SS)	Μέσο τετραγώνων (MS)	Τιμή της F (F)
Αγωγή (Treatment)	$k-1$	$SS_{\text{Treatment}} = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{X}_{i\cdot} - \bar{X}_{..})^2$	$MS_{\text{Treatment}} = \frac{SS_{\text{Treatment}}}{k-1}$	$F = \frac{MS_{\text{Treatment}}}{MS_{\text{Error}}}$
Σφάλμα (Error)	$n-k$	$SS_{\text{Error}} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_{i\cdot})^2$	$MS_{\text{Error}} = \frac{SS_{\text{Error}}}{n-k}$	
Σύνολο	$n-1$	$SS_{\text{Total}} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_{..})^2$		

Όταν η μηδενική υπόθεση είναι αληθής έχουμε ότι:

$$F = \frac{MS_{Treatment}}{MS_{Error}} \sim F_{k-1, n-k}$$

Αν συμβολίσουμε με f την παρατηρούμενη τιμή της F , η κρίσιμη περιοχή του ελέγχου σε επίπεδο σημαντικότητας α είναι η $\{f: f \geq F_{k-1, n-k; \alpha}\}$. Η p -value του ελέγχου είναι ίση με $P(F \geq f)$. Για να ισχύουν όλα τα παραπάνω θα πρέπει οι παρατηρήσεις X_{ij} να είναι ανεξάρτητες τ.μ. και $X_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma^2)$. Ισοδύναμα, τα σφάλματα ϵ_{ij} πρέπει να είναι ανεξάρτητες τ.μ. και $\epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$. Για την εμφάνιση του πίνακα ANOVA με την R χρησιμοποιείται η συνάρτηση `aov`.

Αποδεικνύεται ότι ο συντελεστής αξιοπιστίας για την περίπτωση όπου έχουμε ομοιογενές χαρτοφυλάκιο ο συντελεστής αξιοπιστίας $z = 1 - \frac{1}{F}$ όπου η στατιστική F δίνεται από τον έλεγχο μέσω από την μέθοδο `Aov`. Στον Πίνακα 16 παρουσιάζουμε τα δεδομένα ασφαλιστικής εταιρίας για 4 ομαδικά ασφαλιστήρια συμβόλαια ζωής, με βάση το πρόγραμμα κάλυψης των ασφαλισμένων, από το 2015-2019 μαζί με τα ποσά αποζημιώσεων που καταβλήθηκαν από την ασφαλιστική.

Πίνακας 16 Δεδομένα ασφαλιστικής εταιρίας για ομαδικά ασφαλιστήρια συμβόλαια ζωής από το 2015-2019 μαζί με τα ποσά των αποζημιώσεων που καταβλήθηκαν

r15	r16	r17	r18	r19	w15	w16	w17	w18	w19
543439,80	1027904,65	497404,64	811091,00	642760,86	28,00	46,00	33,00	52,00	39,00
33477,53	1500,00	895,25	10845,00	1285,10	3,00	1,00	2,00	3,00	2,00
83979,23	131566,23	116514,32	78777,97	80104,24	109,00	163,00	152,00	127,00	128,00
33826,41	51759,88	42765,24	40320,19	33355,06	186,00	335,00	213,00	420,00	196,00

Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζουμε τον πίνακα `Aov` για τα δεδομένα που έχουμε στην διάθεσή μας.

Πίνακας 17 Εκτίμηση πίνακα Ανονα για ισότητα των μέσων

Προέλευση μεταβλητότητας (Source)	Βαθμοί Ελευθερίας (Df)	Άθροισμα τετραγώνων (SS)	Μέσο τετραγώνων (MS)	Τιμή της F (F)
Αγωγή (Treatment)	k-1 =3	SSTreatment=1,62 10 ¹²	MSTreatment=5,43 10 ¹¹	
Σφάλμα (Error)	n-k=16	SSError=1,919 10 ¹¹	MSError=1,199 10 ¹⁰	F=45.279 Pvalue=0
Σύνολο	19	SSTotal=1.81 10 ¹²		

Ελέγχουμε την μηδενική υπόθεση για την ισότητα των μέσων μεταξύ των 4 ασφαλιστηρίων συμβολαίων. Λαμβάνουμε την στατιστική F με p-value=0 το οποίο συνεπάγεται ότι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση σε όλα τα επίπεδα σημαντικότητας. Επομένως έχουμε στατιστικές ενδείξεις ότι οι μέσοι όροι μεταξύ των πληθυσμών διαφέρουν και επομένως αντιμετωπίζουμε ένα ετερογενές χαρτοφυλάκιο ασφαλιστηρίων συμβολαίων.

Αν αντιμετωπίζαμε ένα ομοιογενές χαρτοφυλάκιο ο συντελεστής αξιοπιστίας θα ήταν ίδιος για κάθε ομάδα ασφαλιστηρίων συμβολαίων. Επομένως $z = 1 - \frac{1}{F} = 0,977$ για όλες τις ομάδες συμβολαίων. Επομένως η πρόβλεψη για ένα έτος μετά για τις αποζημιώσεις για τα ασφαλιστήρια συμβόλαια θα είναι:

$$\hat{X}_{j,T+1} = (693668.64, \quad 14096.71, \quad 100728.02, \quad 44221.15)'$$

5.4 Μοντέλο Bühlmann – Straub

Με βάση το μοντέλο Bühlmann – Straub (1970) το οποίο αποτελεί μία γενίκευση του προηγούμενου μοντέλου λαμβάνοντας υπόψιν τη μεταβολή της έκθεσης στο κίνδυνο (exposures) σε διαφορετικές χρονικές περιόδους. Ενώ στη προηγούμενη περίπτωση υποθέταμε ότι η έκθεση στον κίνδυνο – ο αριθμός των συμβολαίων ήταν περίπου σταθερός, στο συγκεκριμένο μοντέλο βασική προϋπόθεση αποτελεί ο διαφορετικός

αριθμός συμβολαίων από έτος σε έτος για το συγκεκριμένο κίνδυνο προκειμένου να προβούμε σε πρόγνωση για το επόμενο έτος.

Το μοντέλο Bühlmann - Straub (1970) είναι μία γενίκευση του κλασικού μοντέλου αξιοπιστίας του Bühlmann (1967). Παρουσιάστηκε από τον Bühlmann και Straub ως μέσο αξιολόγησης των αντασφαλιστικών συμβάσεων. Με τον καιρό βρήκε μια πληθώρα εφαρμογών στην ασφαλιστική πρακτική όπως στην ασφάλιση ζωής και εκτός ζωής καθώς και στην πρωτοβάθμια ασφάλιση όπως στην αντασφάλιση. Εξακολουθεί να είναι το πιο σημαντικό μοντέλο αξιοπιστίας για την ασφαλιστική πρακτική.

Στο μοντέλο Bühlmann – Straub για συγκεκριμένο κίνδυνο οι μέσοι των τυχαίων μεταβλητών είναι ίσοι αλλά οι διακυμάνσεις είναι αντιστρόφως ανάλογες του μεγέθους του κινδύνου στα πλαίσια της χρονικής περιόδου που παρατηρούμε. Ως εκ τούτου οι συνολικές ζημιές σε διαδοχικούς χρόνους για αυτήν την κλάση κινδύνου είναι το διάνυσμα (y_1, y_2, \dots) και το αντίστοιχο διάνυσμα των γνωστών και σταθερών ποσοτήτων που εκφράζουν την έκθεση στον κίνδυνο είναι το (P_1, P_2, \dots) (όπου για παράδειγμα το P_j μπορεί να εκφράζει το εισόδημα από τα ασφάλιστρα ή τον αριθμό συμβολαίων ή τον χρόνο έκθεσης στον κίνδυνο) και αναφέρονται ως ‘όγκος κινδύνου’ (risk volume). Τότε, το τυχαίο διάνυσμα (x_1, x_2, \dots) που το ορίζουμε ως :

$$x_j = \frac{y_j}{P_j} \quad (5.21)$$

Όπου εκφράζει το μέσο ύψος ζημιάς ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο (average claim amount per exposure unit).

Σε συνέχεια με την προηγούμενη ενότητα επιλέγουμε ένα γραμμικό εκτιμητή του δεσμευμένου εκτιμητή του $\mu(\theta)$ της μορφής $\alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n$ και ο βέλτιστος γραμμικός εκτιμητής είναι εκείνος του οποίου οι συντελεστές $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ ελαχιστοποιούν το Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα, δηλαδή :

$$\min_{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n \in R} \{E[(\mu(\theta) - \alpha_0 - \sum_{j=1}^n \alpha_j x_j)^2]\} \quad (5.22)$$

Συμπεπώς :

$$\alpha_0 = [E[\mu(\theta) \frac{E[\sigma^2(\theta)]}{Var[\mu(\theta)]}] / [\sum_{j=1}^n P_j + \frac{E[\sigma^2(\theta)]}{Var[\mu(\theta)]}] \quad (5.23)$$

$$\text{Άρα, } \alpha_k = P_k / \sum_{j=1}^n P_j + \frac{E[\sigma^2(\theta)]}{Var[\mu(\theta)]}$$

και καταλήγουμε στο ότι το καθαρό ασφάλιστρο ανά μονάδα όγκου κινδύνου είναι:

$$c = z_j \bar{X} + (1 - z_j) E[\mu(\theta)] \quad (5.24)$$

όπου $\bar{X} = \sum_{j=1}^n P_j x_j / \sum_{j=1}^n P_j$

και $z_j = [\sum_{j=1}^n P_j] / [\sum_{j=1}^n P_j + \frac{E[\sigma^2(\theta)]}{\text{Var}[\mu(\theta)]}]$

Σε περίπτωση που $P_j=P$ για κάθε j (όπως υποθέσαμε στο απλό μοντέλο Bühlmann) τότε το ασφάλιστρο αξιοπιστίας είναι το ίδιο κατόπιν αντικατάστασεως του $\text{Var}[\mu(\theta)]$ με το $\frac{\text{Var}[\mu(\theta)]}{P}$. Επιπλέον, στο μοντέλο Bühlmann – Straub το $P_{ij}=1$ και κάθε κίνδυνος έχει τον ίδιο αριθμό ετών στα δεδομένα, τότε οι εκτιμητές \bar{X}_i και $\hat{\sigma}_i^2$ ταυτίζονται με εκείνους του απλού μοντέλου Bühlmann (εφόσον το απλό μοντέλο αποτελεί ειδική περίπτωση του μοντέλου Bühlmann – Straub με $P_i=1$ για όλα τα i).

Υποθέσεις:

- Οι κίνδυνοι είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους
- $x_{i1} | \theta_i, x_{i2} | \theta_i, \dots$ είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές για κάθε i
- $\theta_1, \theta_2, \dots$ είναι ανεξάρτητες και ισόνομα κατανομημένες τυχαίες μεταβλητές
- ορίζουμε για την i -τάξη κινδύνου τα:

$$\mu(\theta_i) = E(x_{ij} | \theta_i)$$

$$\frac{\sigma^2(\theta_i)}{P_{ij}} = \text{Var}(x_{ij} | \theta_i)$$

Το $E(Y_{ij} | \theta_i) = P_{ij} \mu(\theta_i)$ και $\text{Var}(Y_{ij} | \theta_i) = P_{ij} \sigma^2(\theta_i)$, $j=1,2,\dots,N$. Και επειδή το θ_i είναι ισόνομα, οι κατανομές των $\mu(\theta_i)$ και $\sigma^2(\theta_i)$ είναι ίδιες και για κάθε i και επομένως οι ποσότητες $E[\mu(\theta_i)]$, $\text{Var}[\mu(\theta_i)]$ και $E[\sigma^2(\theta_i)]$ είναι ανεξάρτητες της κλάσης κινδύνου i .

Επομένως για τα ίδια δεδομένα που παρουσιάσαμε στην εκτίμηση του απλού Bühlmann υποδείγματος θα προβούμε σε εκτίμηση του υποδείγματος Bühlmann –

Straub. Για την ανάγκη εκτίμησης του υποδείγματος έχουμε στην διάθεσή μας τον αριθμό των αποζημιώσεων τα οποία θα χρησιμοποιηθούν ως βάρη. Οι συντελεστές αξιοπιστίας για την κάθε ομάδα είναι:

$$\hat{z} = (0.9876348, \quad 0.9397587, \quad 0.7465924, \quad 0.4191773)$$

Και το διάνυσμα των προβλέψεων για τα ασφάλιστρα για ένα έτος μετά:

$$\hat{X}_{j,T+1} = (717148.14, \quad 38679.57, \quad 144049.51, \quad 172570.52)'$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Βασικός στόχος της παρούσας εργασίας ήταν η ανασκόπηση μεθόδων εκτίμησης εργατικών ατυχημάτων και μοντέλων τιμολόγησης ασφαλιστρών. Αρχικά, αναλύσαμε την έννοια των εργατικών ατυχημάτων στην Ελλάδα και παρουσιάσαμε τους φορείς εκ των οποίων γίνεται η καταγραφή αυτών. Αναφερθήκαμε στις νομοθεσίες και στις ισχύουσες διαδικασίες σε περίπτωση εργατικού ατυχήματος και παραθέσαμε ένα αριθμητικό δείγμα εξέλιξης αυτών την τελευταία δεκαετία, οδηγώντας μας στο συμπέρασμα ότι συνεχίζουν να καταγράφονται υψηλά νούμερα περιστατικών. Επιπλέον, διαπιστώσαμε ότι στον όρο εργατικά ατυχήματα συμπεριλαμβάνονται και οι επαγγελματικές ασθένειες μέρος των οποίων να γίνεται αντιληπτό μετά το πέρας της επαγγελματικής θητείας των εργαζομένων. Αξιοσημείωτες ήταν και οι αναφορές σχετικά με τα ανθρώπινα λάθη στα οποία οφείλονται μεγάλο μέρος των εργατικών ατυχημάτων. Με την ολοκλήρωση του δευτέρου κεφαλαίου κάναμε λόγο για τους αρμόδιους φορείς που διευθετούν ζητήματα σχετικά με την τήρηση ενός υγιούς εργασιακού περιβάλλοντος, το οποίο αποτελεί και άρρηκτο δικαίωμα των εργαζομένων.

Στη συνέχεια, θεωρήσαμε αναγκαίο στο να αναφερθούμε στον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί η εκάστοτε ασφαλιστική για τη διευθέτηση περιπτώσεων που σχετίζονται με τα εργατικά ατυχήματα. Παρουσιάσαμε εν συντομία τους βασικούς όρους και δείκτες που χρησιμοποιεί η ασφαλιστική για τη διευθέτηση αποζημιώσεων σε γενικό αλλά και ειδικό πλαίσιο που σχετίζεται με την αποζημίωση των εργαζομένων. Σκοπός αυτού του εγχειρήματος ήταν να κατανοήσουμε σφαιρικά και ειδικά τους τρόπους με τους οποίους διαχειρίζονται αυτές τις περιπτώσεις. Επιπρόσθετα, έγινε αναφορά στο ratemaking το οποίο έχει δεχθεί αρκετές τροποποιήσεις προκειμένου να λύσει τα χέρια των αναλογιστών σε θέματα που έχουν να κάνουν με την αποζημίωση των εργαζομένων και παρουσιάζεται η εξέλιξη του τρόπου ανάλυσης των αποζημιώσεων εργατικών ατυχημάτων και οι αλλαγές που έχουν γίνει στις κατηγοριοποιήσεις των ζημιών έτσι ώστε να εφαρμοστεί η μεθοδολογία του Loss Development Factor.

Σχετικά με την εμπειρική εφαρμογή επιλέξαμε τις παροχές επιδότησης εργατικού ατυχήματος σε ετήσια συχνότητα από το στατιστικό δελτίο που εκδίδεται από το

ΕΦΚΑ. Λόγω δυσκολίας εύρεσης δεδομένων εφαρμόσαμε ελέγχους καλής προσαρμογής σε κατανομή για τα διαθέσιμα στοιχεία και έπειτα εφαρμόσαμε αυτοπαλίνδρομα υποδείγματα χρονοσειρών έτσι ώστε να προβούμε σε πρόβλεψη της χρονοσειράς. Μέσω μέτρων καλής προσαρμογής (AIC, BIC) βρήκαμε ότι το υπόδειγμα το οποίο περιγράφει καλύτερα τα δεδομένα είναι το υπόδειγμα κινητού μέσου με 2 υστερήσεις. Προβήκαμε σε πρόβλεψη της χρονοσειράς για 4 έτη από το 2016 έως το 2020 από τρία διαφορετικά υποδείγματα.

Στο τελευταίο κεφάλαιο αναλύουμε την μεθοδολογία του Bühlmann (1967) με την οποία μπορούμε να εκτιμήσουμε το καθαρό ασφάλιστρο ή το μέσο ύψος ζημιάς για κάποιον κίνδυνο. Επιπλέον παρουσιάζουμε το μοντέλο των Bühlmann-Straub για ετερογενή δεδομένα. Εφαρμόσαμε τις δύο μεθοδολογίες σε δεδομένα αποζημιώσεων τεσσάρων ομαδικών συμβολαίων ασφαλιστήριων ζωής με διαφορετικά προγράμματα κάλυψης. Με τις μεθοδολογίες αυτές εκτιμούμε τον συντελεστή αξιοπιστίας και προβαίνουμε σε πρόβλεψη των μελλοντικών αποζημιώσεων.

ΞΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Akaike, H. (1983): Information Measures and Model Selection. *Int Stat Inst*, 44, 277-291.
- [2] Bowers, N., Gerber, H., Hickman, J., Jones, D., & Nesbitt, C. (1986). *Actuarial Mathematics Society of Actuaries*. Itasca, Ill.
- [3] Bühlmann, H., (1967): Experience Rating and Credibility. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, (4(3),199-207).
- [4] Bühlmann, H., (1970): *Mathematical Methods in Risk Theory*, springer, New York.
- [5] Bühlmann, H., (2007): *Mathematical Methods in Risk Theory (Vol. 172)*. Springer Science & Business Media.
- [6] Brown, R. L., & Gottlieb, L. R. (2007). *Introduction to Ratemaking and Loss Reserving for Property and Casualty Insurance*. Actex Publications.
- [7] Cox, T. and Griffiths, A., (1995): *The Nature and Measurement of Work Stress: Theory and Practice. The Evaluation of Human Work: A Practical Ergonomics Methodology*. London: Taylor & Francis.
- [8] Daley, T. V. (2013): *Class Ratemaking for Workers Compensation: New Developments in Loss Development*. Table of, (196).
- [9] Dickey, D. A. and Fuller, W. A. (1979): Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, (74, 427–431).
- [10] Feyer, A.M. and Williamson, A.M., (1998): *Human Factors in Accident Modelling*. Encyclopedia of Occupational Health and Safety, Fourth Edition, Geneva: International Labour Organization.
- [11] Greig Jr, R. H. (1999): Random Effects Linear Statistical Models and. In *Casualty Actuarial Society forum Winter 1999 Including the Ratemaking Discussion Papers* (387).

- [12] Hachemeister, C., (1975): *Credibility for Regression Models with Application to Trend* (Reprint). *Credibility: Theory and Applications*. Edited by P. Kahn. New York: Academic Press, (307-48).
- [13] Hamilton, J. (1994): *Time Series Econometrics*. Princeton U. Press, Princeton
- [14] Hollnagel, E., (2002): September. *Understanding Accidents—from root causes to Performance Variability*. In *Proceedings of the IEEE 7th Conference on Human Factors and power plants* (1-1). IEEE.
- [15] Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene, J., & Denuit, M. (2008): *Modern actuarial risk theory: using R* (Vol. 128). Springer Science & Business Media.
- [16] Kahane, Y., (1979): *The Theory of Insurance Risk Premiums—a re-examination in the Light of Recent Developments in Capital Market Theory*. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA* (10(2), 223-239).
- [17] Koenker, R., Hallock, K.F., (2001). *Quantile Regression*. *Journal of Economic Perspectives* 15 (4), 143–156.
- [18] Koenker, R., Hallock, K.F., (2001). *Quantile Regression*. *Journal of Economic Perspectives* 15 (4), 143–156.
- [19] Kudryavtsev, A. A. (2009). *Using Quantile Regression for Rate-making*. *Insurance: Mathematics and Economics*, 45(2), 296-304.
- [20] Kwiatkowski, D., Phillips, P. C., Schmidt, P. and Shin, Y. (1992): *Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a unit root*. *Journal of Econometrics*, (54,159–178).
- [21] Mack, Th., (1997). *Schadenversicherungsmathematik*. VVW, Münchener Rück, Karlsruhe.
- [22] Maslach, C., Jackson, S. E., Leiter, M. P., Schaufeli, W. B., & Schwab, R. L. (1986): *Maslach Burnout Inventory* (21, 3463-3464). Palo Alto, CA: Consulting psychologists' press
- [23] McCullagh, P. and Neider, I. A. (1983) *Generalized Linear Models*. London: Chapman and Hall.

- [24] McCullagh, P. and Nelder, J. A. (1989) *Generalized Linear Models*, 2nd edn. London: Chapman and Hall.
- [25] Mowbray, A.H., (1914): How Extensive a Payroll Exposure is Necessary to give a Dependable Pure Premium. In *Proceedings of the Casualty Actuarial Society* (1, 24-30).
- [26] Newey, W. K., & West, K. D. (1987): Hypothesis Testing with Efficient Method of Moments Estimation. *International Economic Review*, (777-787).
- [27] Phillips, P. C. B. and Perron, P. (1988): Testing for a Unit Root in Time Series Regression. *Biometrika*, (75, 335–346)
- [28] Pitselis, G. (2013). A Review on Robust Estimators Applied to Regression Credibility. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 239, 231-249.
- [29] Rayner, C., & Hoel, H. (1997): A Summary Review of Literature Relating to Workplace Bullying. *Journal of community & applied social psychology*, (7(3), 181-191).
- [30] Reason, J., (1990): *Human error*. Cambridge university press.
- [31] Reason, J., (1998): Achieving a Safe Culture: Theory and Practice. *Work & Stress*, (12(3), 293-306).
- [32] Schwarz, G. (1978): Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, (6(2), 461-464).
- [33] Werner, G. and Modlin, C., (2010): Basic Ratemaking. In *Casualty Actuarial Society* (4,1-320).
- [34] Whitney, A.W. (1918): The Theory of Experience Rating. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society* 4, 274-292.

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Αντζουλάκος Δ. (2017) Γλώσσα Προγραμματισμού R με Εφαρμογές στον Αναλογισμό, Σημειώσεις Πανεπιστημίου Πειραιώς
- [2] ΕΛΙΝΥΑ (τεύχος 3,2000)
- [3] Ελληνικό Ινστιτούτο Υγιεινής και Ασφάλειας της Εργασίας, (2015), τεύχος 63
- [4] Ευσταθίου Π. (1987) Συνθήκες Εργασίας και Εργαζόμενοι, Αθήνα
- [5] Πιτσέλης, Γ. (2017) Αναλογιστική Μοντελοποίηση Σημειώσεις Πανεπιστημίου Πειραιώς
- [6] Πιτσέλης, Γ. (2018) Κατανομές Μ.Π.Λ.ΟΥ.Ζ (Μακριές, Παχιές ή Λεπτές Ουρές Ζημιοκατανομών)