

Πανεπιστήμιο Πειραιώς
Τμήμα Χρηματοοικονομικής και Τραπεζικής Διοικητικής



ΠΜΣ Χρηματοοικονομική Ανάλυση για Στελέχη

Διπλωματική Εργασία
«Αποτελεσματικότητα Χαρτοφυλακίων στην Ευρωπαϊκή Ένωση»

Σαρινούδης Ευάγγελος
(ΜΧΑΝ 1726)

Επιβλέπων: Επίκουρος Καθηγητής Κυριαζής Δημήτριος
Επιτροπή Εξέτασης: Επίκουρος Καθηγητής Κυριαζής Δημήτριος
Επίκουρος Καθηγητής Βολιώτης Δημήτριος
Καθηγητής Τσιριτάκης Εμμανουήλ

Πειραιάς 2019

Περίληψη

Ο κύριος σκοπός της παρούσας εργασίας, είναι η σύνθεση χαρτοφυλακίων και έπειτα η εξέταση της αποτελεσματικότητάς τους, στην Χρηματιστηριακή Αγορά της Ευρωπαϊκής Ένωσης, χρησιμοποιώντας ως δείγμα τρεις χώρες-μέλη, την Ελλάδα, την Γαλλία και την Μεγάλη Βρετανία. Η περίοδος που εξετάζεται είναι από τις αρχές του 2000 έως τα τέλη του 2018, η οποία διασπάται σε έξι υποπεριόδους των τριών χρόνων και η έβδομη να αποτελείται από τις παρατηρήσεις του 2018, ώστε να επιτευχθεί ο διαστρωματικός έλεγχος της απόδοσης των δημιουργηθέντων χαρτοφυλακίων. Η αναρίθμητη βιβλιογραφία αποτέλεσε μια αρκετά ισχυρή θεωρητική βάση, και ως εργαλεία το CAPM και η διαστρωματική παλινδρόμηση δύο παραμέτρων των Eugene F. Fama και James D. MacBeth (1973). Τα δεδομένα του δείγματος στα οποία στηρίχτηκε η εργασία είναι οι ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις τόσο των μετοχών των τριών χωρών όσο και αυτές των χρηματιστηριακών δεικτών της κάθε χώρας. Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε, στηριζόμενη στην προγενέστερη μελέτη των Eugene F. Fama και James D. MacBeth (1973), ανέλυσε κι εξέτασε τα δεδομένα σύμφωνα με τις υποθέσεις, ώστε να διαπιστωθεί η αποτελεσματικότητα των χαρτοφυλακίων, η σχέση του κινδύνου με την απόδοση και την ενδεχόμενη επίδραση του κινδύνου στις μέσες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων. Τα αποτελέσματα ποικίλλουν μεταξύ των τριών χωρών, εκφράζοντας τις τρεις διαφορετικές εκδοχές της εκάστοτε οικονομίας απέναντι στην οικονομική κρίση του 2008, και την εν γένει συμπεριφορά των μετοχών της κάθε χώρας, μην επιτρέποντάς μας να εξάγουμε ενιαία συμπεράσματα παρά μόνο για κάθε χώρα ξεχωριστά. Τα συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε είναι πως τα χαρτοφυλάκια που δημιουργήσαμε δύναται να είναι αποτελεσματικά και στις τρεις χώρες, αλλά τόσο το Υπόδειγμα της Αγοράς, όσο και η επίδραση του κινδύνου στις μέσες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων διαφέρουν είτε από χώρα σε χώρα, είτε ανάμεσα στις εξεταζόμενες υποπεριόδους.

Λέξεις Κλειδιά: Αποτελεσματικότητα Χαρτοφυλακίων, CAPM, Συντελεστής βήτα, Κίνδυνος και Απόδοση, Διαστρωματική Παλινδρόμηση, Μοντέλο Δύο Παραμέτρων, Υπόδειγμα της Αγοράς, Ευρωπαϊκή Ένωση.

Abstract

The main purpose of this study is the portfolios' composition and the test of their effectiveness in European Union's market, using as sample three countries-members of the EU, Greece, France and Great Britain. The period under consideration is a period of 19 years, from the beginning of 2000 to the end of 2018, which is degraded into six sub-periods of three years each and the seventh is composed of the observations of 2018, in order to accomplish the cross-sectional inspection of the performance of the created portfolios. Numerous bibliographies constituted a pretty strong theoretical basis, and as tools the CAPM and the two-parameter regression of Eugene F. Fama and James D. MacBeth (1973). The sample data on which this paper was based are the daily logarithmic yields both the shares of the three countries and the market index of each country. The methodology followed, based on the earlier study by Eugene F. Fama and James D. MacBeth (1973), analyzed and investigated the data according to the assumptions, to determine the effectiveness of portfolios, the relationship between risk and return and the potential impact of risk on average returns on portfolios. Results vary across the three countries, reflecting the three different versions of the economy in response to the 2008 financial crisis, and the behavior of the shares of the three countries in general, not allowing us to deduce a single conclusion for each country separately. The results we conclude are that the portfolios we have created can be effective in all three countries, but both the Market Model and the effect of risk on average returns on portfolios differ either from country to country or between the sub-periods under consideration.

Key-words: Portfolio Efficiency, CAPM, Beta, Risk and Return, Cross-section Regression, Market Model, Two-Parameter Portfolio Model, European Union.

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1°	6
Εισαγωγή	6
1.1 Στόχος Εργασίας.....	6
1.2 Περιορισμοί Εργασίας.....	7
1.3 Επισκόπηση Κεφαλαίων.....	7
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2°	9
Θεωρία Χαρτοφυλακίου	9
2.1 Εισαγωγή	9
2.2 Βασικές Έννοιες.....	9
2.2.1 Ορισμός Χαρτοφυλακίου	9
2.2.2 Θεωρία Χαρτοφυλακίου.....	10
2.2.3 Σύνθεση Χαρτοφυλακίου.....	11
2.2.4 Χαρακτηριστικά Αξιόγραφων και Περιουσιακών Στοιχείων.....	12
2.2.5 Συστηματικός και μη Κίνδυνος	16
2.2.6 Διαφοροποίηση Χαρτοφυλακίου.....	17
2.2.7 Αξιόγραφα.....	18
2.3 Το Μοντέλο του Harry Markowitz.....	19
2.4 Η τεχνική του R. Roll	31
2.5 Το Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα	33
2.5.1 Αναμενόμενη Απόδοση Αξιόγραφου.....	37
2.5.2 Κίνδυνος Αξιόγραφου	38
2.6 Θεωρία Κεφαλαιαγοράς.....	43
2.7 Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM).....	47
2.8 Θεωρία Αποτίμησης με βάση την Εξισορροπητική Κερδοσκοπία (Arbitrage Pricing Theory – APT).....	58
2.9 Δείκτες Αξιολόγησης Επίδοσης Αξιογράφων και Χαρτοφυλακίων.....	64
2.9.1 Το Κριτήριο του Jack Treynor	64
2.9.2 Το κριτήριο του William Sharpe	65
2.9.3 Το Κριτήριο του Michael Jensen	67
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3°	70
Εμπειρικές Μελέτες για την Αποτελεσματικότητα Χαρτοφυλακίου	70
3.1 Εισαγωγή	70
3.2 Risk, The Pricing of Capital Assets, and The Evaluation of Investment Portfolios.....	70
3.3 The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests	78
3.4 An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier	85
3.5 Risk. Return and Equilibrium : Empirical Tests	89
3.6 Portfolio Efficiency Analysis in Three Moments: The Multiperiod Case	96
3.7 A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests - Part I : On Past and Potential Testability of the Theory	105
3.8 An Alternative Test of the Capital Asset Pricing Model	111
3.9 Multivariate Tests of Financial Models, A New Approach	115
3.10 Testing Asset Pricing Models with Changing Expectations and an Unobservable Market Portfolio.....	121
3.11 A Test of the Efficiency of a Given Portfolio	127
3.12 Efficient Capital Markets: II	132
3.13 The Cross-Section of Expected Stock Returns	137

3.14 Common Risk Factors in the Return on Stocks and Bonds	144
3.15 Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns	151
3.16 Portfolio Inefficiency and the Cross-Section of Expected Returns	157
3.17 The CAPM Relation for Inefficient Portfolios	164
3.18 Σύνοψη Εμπειρικών Μελετών	172
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο	186
Δεδομένα - Μεθοδολογία	186
4.1 Περιγραφή Δεδομένων	186
4.2 Επιλογή Μετοχών	186
4.3 Κατασκευή Χαρτοφυλακίων	187
4.4 Μεθοδολογία.....	188
Αποτελέσματα	192
Συμπεράσματα	200
Βιβλιογραφία	204
Παράρτημα	208
Αποτελέσματα της διαστρωματικής παλινδρόμησης $R_p = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_p + \varepsilon_p$ για την περίοδο 01/01/2000 έως 31/12/2018.	208
Αποτελέσματα της διαστρωματικής παλινδρόμησης $R_p = \gamma_0 + \gamma_3 \sigma_p + \varepsilon_p$ για την περίοδο 01/01/2000 έως 31/12/2018.	216

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

Εισαγωγή

Με τον κόσμο των χρηματοοικονομικών να αποτελεί αντικείμενο έρευνας και κατανόησης σχεδόν έναν αιώνα, έχουν υπάρξει αναρίθμητες μελέτες και προσπάθειες ερμηνείας των φαινομένων που συναντά κανείς στην καθημερινότητά του, αλλά κυρίως όλοι οι ερευνητές επικεντρώθηκαν σε αυτό που προστάζει η ελεύθερη αγορά, στην μεγιστοποίηση του πλούτου. Ανεξαρτήτου του μεγέθους του επενδυτή, του χρονικού ορίζοντα που θέτει, το επίπεδο κινδύνου που είναι διατεθειμένος να αναλάβει, κάθε ένας από εμάς επιθυμεί να αποκομίσει κέρδος από κάθε είδους επένδυση που θα πραγματοποιήσει. Όταν αναφερόμαστε σε επενδύσεις, αναφερόμαστε σε ορθολογικούς επενδυτές που σέβονται και ακολουθούν τους κανόνες της αγοράς, επενδύοντας σε χαρτοφυλάκια κάθε είδους, είτε αμοιβαίων κεφαλαίων, είτε ομολόγων, είτε κοινών μετοχών, είτε και οποιονδήποτε άλλο πιθανό συνδυασμό. Για την επίτευξη αυτού του σκοπού θα πρέπει να κατανοήσουμε τα τρία βασικά στάδια της Σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου, την ανάλυση αξιογράφων, την ανάλυση χαρτοφυλακίου και την επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου. Σύμμαχός μας σε αυτήν την προσπάθεια, αποτελεί η πάρα πολύ πλούσια βιβλιογραφία που έχει αναπτυχθεί τον τελευταίο αιώνα, η οποία περιλαμβάνει διάφορα υποδείγματα και μοντέλα που δύναται να χρησιμοποιηθούν για την εύρεση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου στο οποίο θα επενδύσουμε. Η επιστήμη των χρηματοοικονομικών, έγκειται στην αναγνώριση των παραγόντων που σχετίζονται με τις δυναμικές μεταβολές στη δομή και λειτουργία της αγοράς και στην δημιουργία υποδειγμάτων και μοντέλων με στόχο την όσο το δυνατόν καλύτερη αναπαράσταση των σχέσεων μεταξύ των παραγόντων που επηρεάζουν την απόδοση των αξιογράφων.

1.1 Στόχος Εργασίας

Ο κύριος σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να εξετάσει την αποτελεσματικότητα χαρτοφυλακίων στην Ευρωπαϊκή Ένωση, χρησιμοποιώντας ως δείγμα χαρτοφυλάκια αποτελούμενα από μετοχές τριών χωρών-μελών της Ευρωπαϊκής Ένωσης, της Ελλάδας, της Γαλλίας και της Μεγάλης Βρετανίας. Ένα δείγμα που περιέχει τρεις διαφορετικές οικονομίες και αντικατοπτρίζει την συμπεριφορά της χρηματοοικονομικής τόσο στον Ευρωπαϊκό Βορρά, στην Κεντρική Ευρώπη και σε μία Μεσογειακή χώρα. Η χρονική περίοδος που εξετάζεται είναι

από τις αρχές της νέας χιλιετίας, 2000, έως και το τέλος του 2018, συμπεριλαμβάνοντας την περίοδο πριν την οικονομική κρίση που ξέσπασε στην Ευρώπη, και δη στην Ελλάδα, κατά την οικονομική κρίση, καθώς και μετά από αυτήν. Για τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας των χαρτοφυλακίων χρησιμοποιήθηκε το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων, CAPM, καθώς και η διαστρωματική παλινδρόμηση των Eugene F. Fama και James D. MacBeth (1973), η οποία αποτελεί ένα αξιόπιστο και το πλέον διαδεδομένο εργαλείο για την εξέταση της γραμμικής σχέσης μεταξύ δύο μεταβλητών, που καθιστά γνωστές τόσο τις ικανότητές του όσο και τις αδυναμίες του.

1.2 Περιορισμοί Εργασίας

Θα πρέπει να τονίσουμε και να λάβουμε υπόψη μας τους περιορισμούς στους οποίους έγκειται η παρούσα εργασία, ώστε η έκβαση των αποτελεσμάτων και η διεξαγωγή των συμπερασμάτων να είναι όσο το δυνατόν πιο ασφαλή και αξιόπιστα. Αρχικά, να αναφέρουμε πως οι ημερήσιες αποδόσεις των μετοχών υπολογίστηκαν βάση του λογαριθμικού τύπου των συνεχών ανατοκισζόμενων αποδόσεων. Στην συνέχεια, για την κατασκευή των χαρτοφυλακίων, και για τις τρεις χώρες, χρησιμοποιήθηκαν μετοχές οι οποίες είχαν λιγότερες από 30% μηδενικές αποδόσεις καθ' όλη την εξεταζόμενη περίοδο. Η απόρριψη αυτών με ποσοστό μηδενικών αποδόσεων μεγαλύτερο του 30% συντελεί σε πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Έπειτα, λόγω του περιορισμένου αριθμού των μετοχών που ικανοποιούσαν το παραπάνω κριτήριο, δημιουργήθηκαν λιγότερα από τα επιθυμητά χαρτοφυλάκια που απαιτεί το μοντέλο των Eugene F. Fama και James D. MacBeth (1973), μη επιτρέποντάς μας να έχουμε περισσότερες παρατηρήσεις που θα οδηγούσαν σε πιο ασφαλή συμπεράσματα. Τέλος, να τονίσουμε πως χρησιμοποιήθηκε μόνο ένας χρηματιστηριακός δείκτης για κάθε χώρα, οποίος καθόρισε και τις διαπραγματεύσιμες ημέρες οι οποίες συνιστούν και τις παρατηρήσεις που έχουμε για κάθε χώρα.

1.3 Επισκόπηση Κεφαλαίων

Η παρούσα εργασία αποτελείται συνολικά από έξι κεφάλαια, η βιβλιογραφία που μελετήθηκε καθώς και ένα παράρτημα που περιέχει το σύνολο των παλινδρομήσεων των δημιουργηθέντων χαρτοφυλακίων σύμφωνα με το μοντέλο των Eugene F. Fama και James D. MacBeth (1973) από το οικονομετρικό πρόγραμμα E-views. Στο δεύτερο κεφάλαιο,

παρουσιάζεται ένα αρκετά μεγάλο μέρος της Θεωρίας Χαρτοφυλακίου, με τις βασικές έννοιες καθώς και την περιγραφή σημαντικών υποδειγμάτων όπως, το Υπόδειγμα του Harry Markowitz, η τεχνική του Richard Roll, το Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα, η Θεωρία της Κεφαλαιαγοράς, το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (CAPM), η Θεωρία Αποτίμησης με βάση την Εξισορροπητική Κερδοσκοπία (APT) καθώς και Δείκτες Αξιολόγησης της Επίδοσης Αξιογράφων και Χαρτοφυλακίων. Στο τρίτο κεφάλαιο, περιγράφονται συνοπτικά προγενέστερες εμπειρικές μελέτες της διεθνούς βιβλιογραφίας, που σχετίζονται με το θέμα της παρούσας εργασίας και αποτελούν το θεωρητικό υπόβαθρό της. Στο τέταρτο κεφάλαιο, αναγράφονται τα δεδομένα που συλλέχθηκαν και θα χρησιμοποιηθούν, ο τρόπος ομαδοποίησής τους, η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε και οι έλεγχοι που επιλέξαμε να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση των δεδομένων. Στο πέμπτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται λεπτομερώς και ερμηνεύονται τα αποτελέσματα της εμπειρικής μας μελέτης καθώς και τα σημαντικότερα ευρήματα που προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων. Τέλος, στο έκτο κεφάλαιο, αναγράφονται τα συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε και παρατίθενται ορισμένες προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

Θεωρία Χαρτοφυλακίου

2.1 Εισαγωγή

“Θα επιθυμούσαμε 3 κανόνες οι οποίοι να εξηγούν το 99% της συμπεριφοράς της οικονομίας, αντί αυτών, έχουμε 99 κανόνες οι οποίοι εξηγούν το 3% της οικονομικής συμπεριφοράς”.

Δεν θα μπορούσε να υπάρξει πιο εύστοχος σχολιασμός της επικρατούσας κατάστασης γύρω από τα χρηματοοικονομικά γεγονότα που διαδραματίζονται στην εποχή μας από τα λόγια του καθηγητή στο MIT, Andrew Lo.

Με την πάροδο των χρόνων πολλοί ήταν εκείνοι που προσπάθησαν να κατανοήσουν και να διατυπώσουν μοντέλα που θα μπορούσαν να δώσουν όσο το δυνατόν μια πληρέστερη απάντηση σε όλους εκείνους που επιθυμούν να επενδύσουν τα χρήματά τους προς την επίτευξη του στόχου κάθε επενδυτή, την μεγιστοποίηση του πλούτου τους. Εμπόδιο στην προσπάθεια αυτή στάθηκε η ραγδαία εξέλιξη της αγοράς του χρήματος και η όλο και αυξανόμενη πολυπλοκότητα των οικονομικών δραστηριοτήτων και των χρηματοοικονομικών προϊόντων που εισάγονται στην αγορά.

Κατανοώντας τις όλες δυσκολίες, σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι η εισαγωγή του αναγνώστη στις βασικές έννοιες της “Θεωρίας Χαρτοφυλακίου”, που σχετίζεται με την συμπεριφορά ενός ορθολογικού επενδυτή, καθώς και την ανάλυση των θεωριών ή μοντέλων που έχουν αναπτυχθεί γύρω από αυτήν.

2.2 Βασικές Έννοιες

2.2.1 Ορισμός Χαρτοφυλακίου

Με τον όρο Χαρτοφυλάκιο εννοούμε τον συνδυασμό αξιόγραφων και περιουσιακών στοιχείων (μετοχές, ομόλογα, αμοιβαία κεφάλαια, τίτλοι ιδιοκτησίας, έντοκα γραμμάτια δημοσίου, δείκτες,

μετρητά κ.α.) που έχει στην κατοχή του ένας επενδυτής, με στόχο την μεγιστοποίηση της απόδοσης παράλληλα με την ελαχιστοποίηση του επενδυτικού κινδύνου. Η επιλογή του Χαρτοφυλακίου είναι περίπλοκη διαδικασία που αφορά την επιλογή ποιων και σε ποιο ποσοστό των παραπάνω αξιόγραφων και περιουσιακών στοιχείων θα επιφέρει το βέλτιστο επιθυμητό αποτέλεσμα.

2.2.2 Θεωρία Χαρτοφυλακίου

Με τον όρο Θεωρία Χαρτοφυλακίου εννοούμε το σύνολο των απαραίτητων ενεργειών και μεθόδων που θα πρέπει να κάνει ή να ακολουθήσει ένας επενδυτής προκειμένου να επιτύχει τον άριστο συνδυασμό κατά την επιλογή του Χαρτοφυλακίου, δηλαδή να επιτύχει την κατανομή των κεφαλαίων που έχει στην διάθεση του με αποτέλεσμα την βελτιστοποίηση της απόδοσής τους.

Κατά την ανάλυση της Θεωρίας Χαρτοφυλακίου, προκύπτει ότι αποτελείται από τρία στάδια :

- Ανάλυση αξιόγραφων και περιουσιακών στοιχείων

Στο στάδιο αυτό εξετάζουμε την αποδοτικότητα κάθε αξιόγραφου ή περιουσιακού στοιχείου ώστε να προσδιορίσουμε ποια από τα παραπάνω προβλέπεται να έχουν μεγαλύτερη απόδοση σε σχέση με τα υπόλοιπα.

- Ανάλυση Χαρτοφυλακίου

Στο δεύτερο στάδιο γίνεται ο συνδυασμός των διαθέσιμων αξιόγραφων και περιουσιακών στοιχείων στα πλαίσια ενός χαρτοφυλακίου, όπου κι εξετάζουμε την απόδοση και τον πιθανό κίνδυνο που περιέχει, καταλήγοντας στον προσδιορισμό ενός άριστου χαρτοφυλακίου, το οποίο είναι διαφοροποιημένο σε τέτοιο βαθμό όπου ελαχιστοποιείται ο μη συστημικός κίνδυνος.

- Επιλογή Χαρτοφυλακίου

Στο τρίτο και τελευταίο στάδιο, από τα χαρτοφυλάκια που έχουμε δημιουργήσει, εκείνα δηλαδή που έχουν ελαχιστοποιήσει τον κίνδυνο σε σχέση με την απόδοσή τους, επιλέγεται εκείνο που ικανοποιεί τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του εκάστοτε επενδυτή. Αυτά ενδέχεται να είναι το κεφάλαιο που επιθυμεί να επενδύσει, ο χρονικός ορίζοντας της επένδυσης καθώς και το επίπεδο κινδύνου που επιθυμεί να αναλάβει. Για την επιλογή του καταλληλότερου χαρτοφυλακίου χρησιμοποιούνται οι καμπύλες αδιαφορίας, τις οποίες θα αναλύσουμε εκτενέστερα παρακάτω.

2.2.3 Σύνθεση Χαρτοφυλακίου

Κατά την διαδικασία σύνθεσης ενός χαρτοφυλακίου ο πρωταρχικός στόχος είναι η μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης σε συνάρτηση με το επίπεδο κινδύνου που έχει αναλάβει ο κάθε επενδυτής. Αρχικά εξετάζεται η κατανομή κεφαλαίων, δηλαδή ο καθορισμός του ποσοστού των διαθέσιμων προς επένδυση κεφαλαίων στα αξιόγραφα ή περιουσιακά στοιχεία που δύναται να επενδυθούν. Υπάρχουν οι “ασφαλείς” επενδύσεις, οι οποίες αναφέρονται σε επενδύσεις χαμηλού κινδύνου αλλά κατ’ επέκταση και χαμηλής απόδοσης και οι πιο ριψοκίνδυνες επενδύσεις που έχουν μεγαλύτερη απόδοση αλλά και υψηλότερο κίνδυνο. Έπειτα θα πρέπει να αποφασιστεί η κατανομή των κεφαλαίων στις επενδύσεις υψηλού κινδύνου και απόδοσης. Τέτοιες επενδύσεις είναι οι μετοχές, τα ομόλογα, τα παράγωγα προϊόντα, το συνάλλαγμα καθώς και πραγματικά περιουσιακά στοιχεία. Έχοντας κάνει την επιλογή και από τις δύο κατηγορίες επενδύσεων, ασφαλείς και ριψοκίνδυνες, ο επενδυτής καταλήγει στην τελική σύνθεση του χαρτοφυλακίου που ικανοποιεί σε μεγαλύτερο βαθμό τις επιθυμίες του.

Όλοι μας καθημερινά μπαίνουμε στην διαδικασία σύνθεσης του προσωπικού μας χαρτοφυλακίου αν αναλογιστούμε τις επιλογές που κάνουμε όσον αφορά στην αγορά προϊόντων και υπηρεσιών ή την κατάθεση χρημάτων σε λογαριασμούς, είτε αποταμιευτικούς είτε όψεως. Ουσιαστικά κάνουμε την βέλτιστη κατανομή του εισοδήματός μας γνωρίζοντας τις επιθυμίες ή και ανάγκες μας.

Επομένως γίνεται εύκολα αντιληπτό πως δεν υπάρχει ένα ιδανικό χαρτοφυλάκιο που να είναι η βέλτιστη επιλογή από όλους, αλλά αυτό διαμορφώνεται από προσωπικούς παράγοντες.

Τέτοιοι χαρακτηριστικά είναι το επίπεδο κινδύνου που είναι διατιθέμενος κάποιος να αναλάβει, τον χρονικό ορίζοντα πάνω στον οποίο σχεδιάζει ο καθένας τις επενδύσεις του, η χρονική στιγμή που επιθυμεί να απολάβει τα κέρδη των επενδύσεων του ή ακόμα ειδικότερα η ηλικία, το εισόδημα, η οικογενειακή κατάσταση κ.α.

2.2.4 Χαρακτηριστικά Αξιόγραφων και Περιουσιακών Στοιχείων

Κατά την σύνθεση ενός χαρτοφυλακίου θα πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν μας τα, σύμφωνα με τις αρχές της Θεωρίας Χαρτοφυλακίου, θεμελιώδη χαρακτηριστικά των περιουσιακών στοιχείων και αξιόγραφων που συγκροτούν ένα χαρτοφυλάκιο. Αυτά είναι η αναμενόμενη απόδοση, ο κίνδυνος και η ρευστότητα.

- Αναμενόμενη Απόδοση

Ως απόδοση ορίζεται το κέρδος που θα αποκομίσει ένας επενδυτής σε μία χρονική περίοδο, έστω t έως $t+1$. Η χρονική περίοδος μπορεί να είναι μία ώρα, μία ημέρα, μία εβδομάδα, ένας μήνας, ένα τρίμηνο, ένας χρόνος κ.α.

Η απόδοση μιας μετοχής αποτελείται από το μέρισμα που καταβάλλεται την χρονική στιγμή $t+1$ και την διαφορά της τιμής μεταξύ των δύο χρονικών περιόδων. Για την σύγκριση αποδόσεων, δημιουργείται η ανάγκη να εκφραστούν ως ποσοστά λόγω του ότι δεν δύναται να πραγματοποιηθεί σύγκριση μεταξύ διαφορετικών ποσών επένδυσης.

Επομένως,

Ποσοστιαία Απόδοση = (Μερίσματα που καταβάλλονται στο τέλος της περιόδου / Αρχική αγοραία αξία) + (Μεταβολή της αγοραίας αξίας την περίοδο διακράτησης / Αρχική αγοραία αξία)

ή

$$R_{t+1} = \frac{Div_{t+1}}{P_t} + \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \quad \text{Σχέση 2.1}$$

Όπου,

R_{t+1} η ποσοστιαία απόδοση της χρονικής περιόδου t έως $t+1$

Div_{t+1} το μέρισμα που καταβάλλεται την χρονική στιγμή $t+1$

P_t η τιμή της μετοχής στην αρχή της περιόδου, δηλαδή την χρονική στιγμή t

P_{t+1} η τιμή της μετοχής στην λήξη της περιόδου, δηλαδή την χρονική στιγμή $t+1$

Να τονίσουμε πως με ανάλογο τρόπο υπολογίζονται και οι ποσοστιαίες αποδόσεις και των υπολοίπων περιουσιακών στοιχείων. Για παράδειγμα σε περίπτωση αγοράς ακινήτου ως απόδοση λογίζεται το σύνολο των ενοικίων που θα εισπραχθούν μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο συν την μεταβολή της αγοραίας αξίας του ακινήτου κατά την περίοδο διακράτησής του.

Επίσης αναλύοντας την Σχέση 2.1 γίνεται κατανοητό πως η ποσοστιαία απόδοση ενδέχεται να είναι είτε θετική είτε αρνητική είτε και μηδενική, έχοντας κάνει την παραδοχή ότι στην χρηματιστηριακή αγορά δεν υφίστανται φορολογικές υποχρεώσεις και χρηματιστηριακές προμήθειες των συναλλαγών μας.

Αναμενόμενη απόδοση μπορούμε να θεωρήσουμε τον μέσο όρο των αποδόσεων ενός συγκεκριμένου περιουσιακού στοιχείου τις τελευταίες n περιόδους

δηλαδή,

$$E(R) = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n}{n} \quad \text{Σχέση 2.2}$$

Όπου,

$R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$ οι αποδόσεις για τις τελευταίες n περιόδους

n οι περίοδοι που εξετάζουμε

- Κίνδυνος

Ο κίνδυνος ενός αξιόγραφου μπορεί να θεωρηθεί ως η διασπορά ή η τυπική απόκλιση των προηγούμενων αποδόσεων του αξιόγραφου. Σχετίζεται δηλαδή με την αβεβαιότητα που επιφέρει μια επένδυση. Η αβεβαιότητα αυτή αναφέρεται στην πιθανότητα η πραγματική απόδοση ενός αξιόγραφου να αποκλίνει από την αναμενόμενη απόδοση. Για παράδειγμα, ένα αξιόγραφο υψηλού κινδύνου έχει μεγάλη πιθανότητα η πραγματική του απόδοση να αποκλίνει αρκετά από την αναμενόμενη απόδοσή του.

Επομένως ο κίνδυνος είναι συνυφασμένος με την αβεβαιότητα. Εάν δεν υπήρχε αβεβαιότητα δεν θα υπήρχε και κίνδυνος, και σε μια τέτοια περίπτωση η απόδοση του αξιόγραφου δεν θα εμπεριέχει κίνδυνο με αποτέλεσμα να παραμένει σταθερή στον χρόνο και να είναι ίση με το ακίνδυνο επιτόκιο. Εάν όμως μια επένδυση χαρακτηρίζεται από αβεβαιότητα, τότε θα εμπεριέχει και κίνδυνο. Για να αναλάβει κάποιος επενδυτής τον κίνδυνο αυτό θα απαιτήσει και μεγαλύτερη απόδοση από αυτήν του ακίνδυνου επιτοκίου, η οποία ονομάζεται ασφάλιστρο κινδύνου.

Για την εκτίμηση του κινδύνου τα μέτρα που χρησιμοποιούνται συνήθως είναι η διακύμανση (ή διασπορά) και η τυπική απόκλιση.

$$Var_i = \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - E(R))^2 \quad \text{Σχέση 2.3}$$

$$S.V_i = \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_i - E(R))^2} \quad \text{Σχέση 2.4}$$

Όπου,

R_i η απόδοση της περιόδου i , για $i = 1, 2, \dots, n$

$E(R)$ η αναμενόμενη, ή μέση, απόδοση

Η διασπορά μιας κατανομής είναι ένα μέτρο που απεικονίζει το πόσο μία απόδοση μπορεί να απέχει από τον μέσο όρο. Εάν η τιμή της διασποράς είναι μικρή τότε αυτό συνεπάγεται με μικρή αβεβαιότητα και κατ' επέκταση και μικρό κίνδυνο. Ενώ σε αντίθετη περίπτωση που η κατανομή έχει μεγάλη διασπορά, τότε υπάρχει μεγάλη αβεβαιότητα σχετικά την απόδοση που θα επιφέρει μια επένδυση.

Στην περίπτωση που έχοντας υπολογίσει τις διακυμάνσεις των αξιόγραφων, από τα οποία θα προέλθει το χαρτοφυλάκιο, ο επενδυτής δεν είναι σίγουρος για την επιλογή του, μπορεί να εξετάσει και τον συντελεστή μεταβλητότητας του κάθε αξιόγραφου, ένα ακόμα σημαντικό μέτρο για την αξιολόγηση και επιλογή τους, το οποίο προήλθε από την Θεωρία Χαρτοφυλακίου και το χρησιμοποιεί ο Harry Markowitz. Ως συντελεστής μεταβλητότητας ορίζεται ο λόγος της τυπικής απόκλισης προς την αναμενόμενη, ισχύει δηλαδή :

$$CV = \frac{\sigma}{E(R)} \quad \text{Σχέση 2.5}$$

Όπου,

σ η τυπική απόκλιση ενός αξιογράφου

$E(R)$ η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου

Με την μορφή αυτή ο συντελεστής αυτός μας δείχνει τον κίνδυνο ανά μονάδα απόδοσης, ενώ εάν αντιστρέψουμε το κλάσμα θα έχουμε την απόδοση ανά μονάδα κινδύνου.

- Ρευστότητα

Με τον όρο ρευστότητα εννοούμε την ικανότητα ενός περιουσιακού στοιχείου να μεταπωληθεί άμεσα κι εύκολα χωρίς σημαντική μεταβολή στην αξία του. Το περιουσιακό στοιχείο που διακρίνεται από την μεγαλύτερη ρευστότητα είναι το χρήμα, το οποίο είναι και το πιο αποδεκτό μέσο συναλλαγών. Η ρευστότητα αποτελεί σημαντικό χαρακτηριστικό των περιουσιακών στοιχείων, διότι προσδίδει ευελιξία στον κάτοχό του κάνοντας τις συναλλαγές φθηνότερες κι ευκολότερες. Κάθε κάτοχος ενός χαρτοφυλακίου επιθυμεί τα αξιόγραφα που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο του, να χαρακτηρίζονται από υψηλό βαθμό ρευστότητας, δίνοντας του την

ευχέρεια να εκμεταλλευτεί κάποια επενδυτική ευκαιρία που θα του προκύψει ή να ικανοποιήσει την ανάγκη του για άμεση άντληση κεφαλαίων. Επομένως, η ρευστότητα ενός περιουσιακού στοιχείου το καθιστά ελκυστικό στα μάτια των επενδυτών.

2.2.5 Συστηματικός και μη Κίνδυνος

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου χωρίζεται σε δύο κατηγορίες, τον ειδικό κίνδυνο ή μη συστηματικό κίνδυνο και τον κίνδυνο της αγοράς ή συστηματικό κίνδυνο.

- Μη συστηματικός κίνδυνος

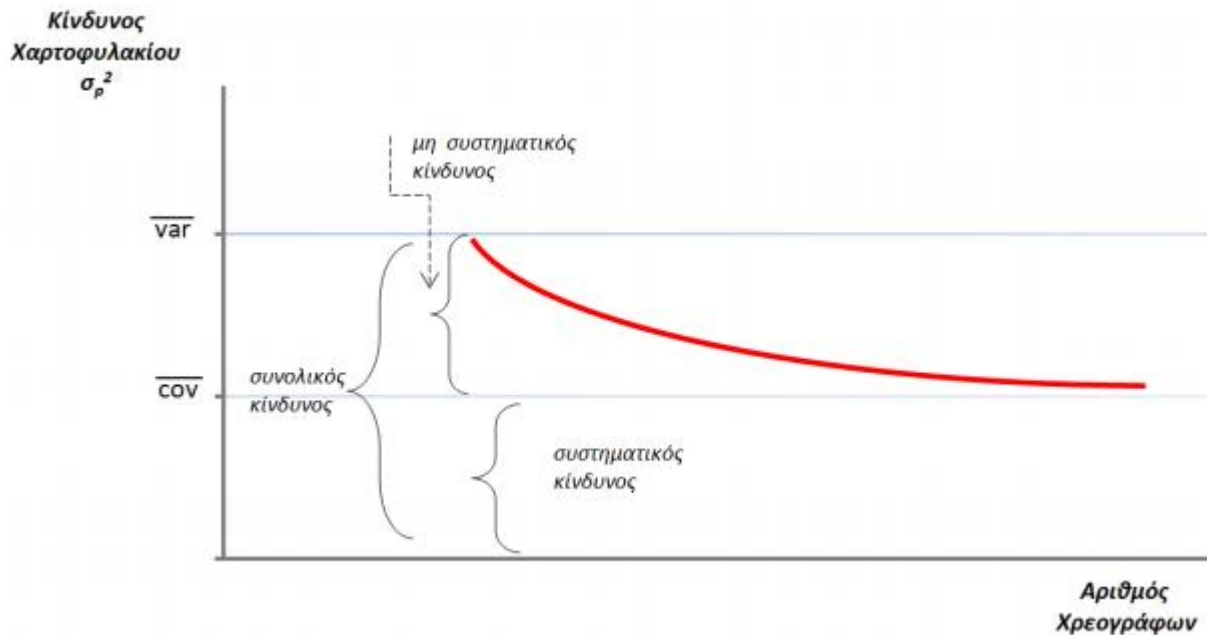
Ο μη συστηματικός κίνδυνος σχετίζεται με τον κίνδυνο κάθε περιουσιακού στοιχείου ξεχωριστά και δεν μπορεί να επηρεάσει τα υπόλοιπα περιουσιακά στοιχεία που εμπεριέχονται στο χαρτοφυλάκιο. Για παράδειγμα, μια ενδεχόμενη πτώσης της τιμής των μετοχών μιας εταιρείας στον τομέα κοινωνικής δικτύωσης δεν θα επιφέρει πτώση των τιμών των μετοχών εταιρειών που δραστηριοποιούνται στον τομέα αγροτικής παραγωγής, παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας κτλ.

Ο κίνδυνος αυτός μπορεί να αντιμετωπισθεί ή ακόμα και να εξλειφθεί με την διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου, η οποία και αναλύεται παρακάτω. Για αυτό και όταν θα αναφερόμαστε σε αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια δεν θα τον λαμβάνουμε υπ' όψιν μας.

- Συστηματικός κίνδυνος

Ο συστηματικός κίνδυνος ή αλλιώς ο κίνδυνος της αγοράς δεν δύναται να αντιμετωπισθεί ούτε με την διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου ούτε με κάποιον άλλον τρόπο από τους επενδυτές. Είναι αποτέλεσμα πολιτικών, οικονομικών και κοινωνικών συνθηκών που λαμβάνουν χώρα τόσο στην εγχώρια όσο και στην διεθνή σκηνή. Ενδεικτικά, παράγοντες που επηρεάζουν τον συστηματικό κίνδυνο είναι οι δείκτες πληθωρισμού, ανεργίας, το Α.Ε.Π. της εκάστοτε χώρας, τα επιτόκια κεντρικών τραπεζών κ.α.

Λόγω της αδυναμίας εξάλειψής του, οι επενδυτές θα επιδιώξουν κάποιο ασφάλιστρο κινδύνου.



Διάγραμμα 2.1: Ο κίνδυνος χαρτοφυλακίου συγκριτικά με τον αριθμό των χρεογράφων.

2.2.6 Διαφοροποίηση Χαρτοφυλακίου

Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, για την αντιμετώπιση του μη συστηματικού κινδύνου, κάθε επενδυτής επιλέγει να καταρτίσει το χαρτοφυλάκιό του με περισσότερα από ένα χρεόγραφα. Η διαφοροποίηση ενός χαρτοφυλακίου επιτυγχάνεται με τον συνδυασμό χρεογράφων διαφορετικού κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης, επιλέγοντας δηλαδή χρεόγραφα από διαφορετικούς κλάδους.

Καθώς αυξάνει τον αριθμό των χρεογράφων που αποτελούν το χαρτοφυλάκιό του, επιτυγχάνεται μεγαλύτερη διασπορά και επίτευξη της διαφοροποίησης. Βέβαια, υπάρχει ένας αριθμός χρεογράφων κατά τον οποίο εξαλείφεται ο μη συστηματικός κίνδυνος και περαιτέρω αύξηση του αριθμού των χρεογράφων θα επιφέρει μόνο αύξηση του κόστους του χαρτοφυλακίου λόγω του ότι αυξάνονται οι δαπάνες των συναλλαγών, όπως φόροι, προμήθειες κ.α., χωρίς επιπλέον δυνατότητες διαφοροποίησης με αποτέλεσμα να καθιστά το χαρτοφυλάκιο οικονομικά ασύμφορο. Εμπειρικά, ο αριθμός χρεογράφων που θα επιφέρει μια

βέλτιστη διαφοροποίηση ανέρχεται περίπου σε 15 τυχαία επιλεγμένα και ισοκατανεμημένα χρεόγραφα, που εξισώνουν τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου με τον συστηματικό κίνδυνο ή κίνδυνο της αγοράς.

Συνοψίζοντας, κάθε ορθολογικός επενδυτής επιθυμεί να έχει στην κατοχή του ένα τέλεια διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, που έχοντας εξαλείψει τον μη συστηματικό κίνδυνο, θα έχει το μικρότερο δυνατό κίνδυνο, για ένα δεδομένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης.

2.2.7 Αξιόγραφα

Στον χρηματοοικονομικό κόσμο, αξιόγραφο θεωρείται ένα επενδυτικό διαπραγματεύσιμο προϊόν που εκδίδεται από μια κυβέρνηση, μια εταιρεία ή κάποιον άλλον οργανισμό και αποτελεί αποδεικτικό χρέους ή δικαίωμα σε διανεμόμενα κέρδη.

Στα αξιόγραφα περιλαμβάνονται:

- ομολογίες
- ομόλογα τραπεζών
- έντοκα γραμμάτια του Ελληνικού Δημοσίου
- μερίδια αμοιβαίων κεφαλαίων
- προθεσμιακά συμβόλαια (forwards)
- συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης (futures)
- συμβόλαια δικαιωμάτων προαίρεσης
- παραστατικά απόκτησης μετοχών (warrants)
- μετοχές
- και άλλα προϊόντα που μπορούν να διαπραγματεύονται στην χρηματοπιστωτική αγορά.

Οι πλέον διαδεδομένοι τύποι αξιογράφων είναι οι ομολογίες και οι μετοχές.

2.3 Το Μοντέλο του Harry Markowitz

Ο Harry Markowitz θεωρείται ο “πατέρας” της “Σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου”, καθώς το 1952, στην ηλικία των 25 ετών και όντας μεταπτυχιακός φοιτητής, δημοσίευσε στην εφημερίδα «Journal of Finance» ένα άρθρο με τίτλο “Portfolio Selection”. Η πρωτοποριακή εργασία του τάρaxε τα νερά στο χώρο της διαχείρισης χαρτοφυλακίου και δημιούργησε μια νέα εποχή κι έναν νέο τρόπο σκέψης στον χρηματοοικονομικό κόσμο κι έβαλε τα θεμέλια για την “Σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου”. Το 1959, έχοντας καταλήξει σε κάποια συμπεράσματα, εκδίδει το βιβλίο του με τίτλο “Portfolio Selection”, ενώ το 1990 τιμήθηκε για το έργο του, μαζί με τους Sharpe και Merton, με το βραβείο Nobel στα οικονομικά.

Ο Harry Markowitz ανέπτυξε ένα μοντέλο κατασκευής αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων. Το σκεπτικό του ήταν απλό και λογικό, η επιλογή ενός άριστου χαρτοφυλακίου που θα έχει τα βέλτιστα χαρακτηριστικά της διαφοροποίησης και θα αποφέρει την μέγιστη δυνατή απόδοση με τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο.

Κατά την Θεωρία Χαρτοφυλακίου, σύμφωνα με το υπόδειγμα του Markowitz, βασίζεται σε τέσσερις υποθέσεις :

- Οι επενδυτές έχουν έναν συγκεκριμένο και μεμονωμένο ορίζοντα.
- Κάθε μεμονωμένο χρεόγραφο (π.χ. μετοχή) αντιπροσωπεύεται από μία κατανομή πιθανοτήτων των αναμενόμενων αποδόσεών του.
- Κάθε χαρτοφυλάκιο μεμονωμένων χρεογράφων περιγράφεται απόλυτα από την αναμενόμενη απόδοση και την διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου.
- Κάθε επενδυτής ακολουθεί την αρχή της ορθολογικής συμπεριφοράς.

Όταν αναφερόμαστε στην αρχή της ορθολογικής συμπεριφοράς θεωρούμε πως οι επενδυτές προτιμούν :

- i. μεταξύ δύο μετοχών που έχουν το ίδιο επίπεδο κινδύνου, εκείνη με την μεγαλύτερη απόδοση, και
- ii. μεταξύ δύο μετοχών που έχουν την ίδια αναμενόμενη απόδοση, εκείνη με το χαμηλότερο επίπεδο κινδύνου.

Επίσης, υπάρχουν και κάποιες παραδοχές στο μοντέλο του Markowitz, όπως :

- Οι επενδυτές επιλέγουν με βάση την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο κάθε χρεογράφου, όπως αυτά μετρώνται με τον μέσο όρο και την διακύμανση των αποδόσεων τους
- Όλοι οι επενδυτές έχουν ταυτόχρονη και ελεύθερη πρόσβαση στις πληροφορίες που σχετίζονται με την αγορά κατά την λήψη των αποφάσεων τους, δηλαδή οι επενδυτές είναι ομοιογενείς.
- Τα χρεόγραφα είναι άπειρα, διαιρετά και εύκολα ρευστοποιήσιμα χωρίς κόστος συναλλαγών.
- Η απόδοση μιας μετοχής θα αποτελεί τη βασική μονάδα της Θεωρίας Χαρτοφυλακίου.

Η διαδικασία επιλογής χαρτοφυλακίου, σύμφωνα με το μοντέλο του Markowitz, χωρίζεται σε δύο στάδια, το πρώτο στάδιο ξεκινά από τις παρατηρήσεις κι αξιολογήσεις μεμονωμένων αξιόγραφων και καταλήγει στις πιθανές μελλοντικές αποδόσεις τους, ενώ το δεύτερο στάδιο αρχίζει από την ανάλυση του χαρτοφυλακίου που προκύπτει από πιθανούς συνδυασμούς των διαθέσιμων αξιόγραφων που το συνθέτουν και καταλήγει στην επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου.

Αρχικά, στο πρώτο στάδιο εκτιμώνται τόσο η αναμενόμενη απόδοση όσο και ο κίνδυνος των μεμονωμένων αξιόγραφων που έχουμε στην διάθεσή μας και πρόκειται να συνθέσουν το χαρτοφυλάκιο μας, κι έπειτα θα εξεταστεί και ο βαθμός συσχέτισής τους. Η απόδοση, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως (βλ. 2.2.4) αποτελείται από τα κεφαλαιακά κέρδη και τα μερίσματα που μοιράστηκαν σε μια δεδομένη χρονική περίοδο, από την σχέση 2.1.

Για να γίνει πιο εύκολα κατανοητό, ο Markowitz αναφέρει πως, η αναμενόμενη απόδοση μιας μετοχής μπορεί να εκτιμηθεί πιο ρεαλιστικά με τη χρήση μιας κατανομής πιθανοτήτων. Έχοντας αναφέρει τον τύπο της αναμενόμενης απόδοσης ενός αξιόγραφου από την Σχέση

2.2 θα υπολογίσουμε την αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου που αποτελείται από n αξιόγραφα, η οποία είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος των αναμενόμενων αποδόσεων των αξιόγραφων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο,

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) \quad \text{Σχέση 2.6}$$

έχοντας ως δεδομένο $\sum_{i=1}^n w_i = 1$

Όπου,

$E(R_p)$ η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου

w_i το ποσοστό των κεφαλαίων που επενδύονται στο αξιόγραφο i

$E(R_i)$ η αναμενόμενη απόδοση του αξιόγραφου i

n ο αριθμός των αξιόγραφων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο.

Επίσης, η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου μπορεί να εκφραστεί και ως συνδυασμός πιθανοτήτων πραγματοποίησης των αναμενόμενων αποδόσεων των αξιόγραφων που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο. Οι πιθανότητες αυτές βασίζονται στις πληροφορίες και στις προσδοκίες που έχει κάθε επενδυτής και εμπεριέχουν την υποκειμενική κρίση του καθενός. Οι πιθανότητες αυτές ποικίλουν ανάμεσα στους επενδυτές διότι ο καθένας αξιολογεί με τον δικό του τρόπο την πιθανότητα πραγματοποίησης της αναμενόμενης απόδοσης του ίδιου αξιόγραφου. Συνεπώς,

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i R_i \quad \text{Σχέση 2.7}$$

Όπου,

$E(R_p)$ η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου

w_i η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί η απόδοση R_i

Έχοντας αναλύσει τον τρόπο υπολογισμού της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου, έχουμε εξάγει σημαντικές πληροφορίες όμως δεν είναι αρκετές για να αποφασίσουμε εάν αυτό πληροί τις προϋποθέσεις ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου. Θα πρέπει, συνεπώς, να υπολογίσουμε και το μέτρο της αβεβαιότητας σχετικά με την διασπορά της προσδοκώμενης απόδοσης. Αυτό μεταφράζεται ως ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου.

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου υπολογίζεται με τα στατιστικά μέτρα της διασποράς (ή διακύμανσης) και της τυπικής απόκλισης. Έχοντας υπολογίσει, για κάθε αξιόγραφο ξεχωριστά την διακύμανση και την τυπική απόκλιση από τις σχέσεις 2.3 και 2.4 αντίστοιχα, μπορούμε να υπολογίσουμε αυτές και για το χαρτοφυλάκιο. Υπάρχει όμως και μία διαφορά στον υπολογισμό της διακύμανσης και της τυπικής απόκλισης του χαρτοφυλακίου σε σχέση με τα μεμονωμένα αξιόγραφα, διότι εισέρχεται και το στοιχείο της αλληλεπίδρασης του κινδύνου μεταξύ των αξιόγραφων.

Οι παράγοντες που καθορίζουν τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου είναι :

- οι διακυμάνσεις των αποδόσεων των μεμονωμένων αξιόγραφων
- οι συνδιακυμάνσεις των αποδόσεων μεταξύ των αξιόγραφων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο
- το ποσοστό των κεφαλαίων που επενδύονται στο κάθε αξιόγραφο.

Επομένως, η διακύμανση της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου είναι :

$$Var_p = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov_{ij} \quad \text{Σχέση 2.8}$$

και η τυπική απόκλιση της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου είναι :

$$S.V._p = \sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov_{ij}} \quad \text{Σχέση 2.9}$$

Όπου,

n ο αριθμός των αξιόγραφων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο

w_i το ποσοστό των κεφαλαίων που επενδύονται στο αξιόγραφο i

w_j το ποσοστό των κεφαλαίων που επενδύονται στο αξιόγραφο j

Cov_{ij} η συνδιακύμανση των αποδόσεων των αξιόγραφων i και j που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο.

Ερμηνεύοντας τους παράγοντες που διαμορφώνουν τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου θα διαπιστώσουμε πως όσο μεγαλύτερες είναι οι διακυμάνσεις των αποδόσεων των μεμονωμένων αξιόγραφων τόσο πιο ριψοκίνδυνο καθίσταται το χαρτοφυλάκιο. Αντιθέτως, όσα περισσότερα αξιόγραφα συνθέτουν ένα χαρτοφυλάκιο τόσο μειώνεται και ο κίνδυνός του.

Η συνδιακύμανση (Covariance) υπολογίζει τη συσχέτιση μεταξύ δύο αξιόγραφων και εκφράζεται ως :

$$Cov(R_i, R_j) = Cov_{ij} = \sigma_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (R_i - E(R_i))(R_j - E(R_j))}{n-1} \quad \text{Σχέση 2.10}$$

Όπου,

R_i η πραγματική απόδοση του αξιόγραφου i

R_j η πραγματική απόδοση του αξιόγραφου j

$E(R_i)$ η αναμενόμενη απόδοση του αξιόγραφου i

$E(R_j)$ η αναμενόμενη απόδοση του αξιόγραφου j

προκύπτει πως ισχύει $Cov_{ij} = Cov_{ji}$.

Συνοψίζοντας, μπορούμε να ισχυριστούμε πως η συνδιακύμανση εκτιμά το πόσο ομοιόμορφα ή όχι ανταποκρίνονται δύο αξιόγραφα στα ίδια κοινωνικά, πολιτικά ή οικονομικά γεγονότα.

Η συσχέτιση των αποδόσεων δύο αξιόγραφων ενός χαρτοφυλακίου μπορεί να είναι είτε θετική, είτε αρνητική, είτε μηδενική. Στην περίπτωση που τα δύο αξιόγραφα έχουν θετική συσχέτιση, τότε κατά μέσο όρο, οι αποδόσεις τους θα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση, δηλαδή όταν αυξάνεται η απόδοση του ενός θα αυξάνεται και του άλλου κι αντίστοιχα όταν μειώνεται του ενός θα μειώνεται και του άλλου. Στην αρνητική συσχέτιση δύο αξιόγραφων

παρατηρείται μία αντίθετη σχέση των αποδόσεων τους, δηλαδή όταν αυξάνεται η απόδοση του ενός, ακολουθεί πτώση της απόδοσης του άλλου. Τέλος, στην μηδενική συσχέτιση, οποιαδήποτε μεταβολή της απόδοσης ενός αξιόγραφου δεν δύναται να επηρεάσει την απόδοση του άλλου.

Η συνδιακύμανση όμως, μας δείχνει μόνο την κατεύθυνση της συσχέτισης δύο αξιόγραφων, δηλαδή εάν κινούνται παράλληλα, αντίθετα ή ανεξάρτητα μεταξύ τους. Επομένως, αναφέρεται μόνο στην κατεύθυνση κι όχι στην ένταση της συσχέτισης των αποδόσεων δύο αξιόγραφων.

Ένα ακόμη μειονέκτημα του μέτρου της συνδιακύμανσης είναι πως αναφέρεται σε όρους αποκλίσεων τετραγώνου, που καθιστά δύσκολη την κατανόηση του βαθμού συσχέτισης δύο αξιόγραφων. Επομένως, θα πρέπει να βρούμε έναν άλλον συντελεστή που θα περιγράψει την ομοιότητα ή ανομοιότητα της συμπεριφοράς των αποδόσεων των δύο αξιόγραφων που εξετάζονται. Ένας τέτοιος συντελεστής είναι ο συντελεστής συσχέτισης και ορίζεται ως :

$$\rho_{ij} = \text{corr}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad \text{Σχέση 2.11}$$

Όπου,

ρ_{ij} ο συντελεστής συσχέτισης των αξιόγραφων i και j

σ_{ij} η συνδιακύμανση μεταξύ των i και j

σ_i και σ_j οι τυπικές αποκλίσεις των αξιόγραφων i και j αντίστοιχα

Από τον τύπο του συντελεστή συσχέτισης (Σχέση 2.11) εξάγονται κάποιες ιδιότητες, όπως :

- $\rho_{ij} = \rho_{ji}$
- $-1 \leq \rho \leq 1$
- αν $\rho_{ij} > 0$ υπάρχει θετική συσχέτιση
- αν $\rho_{ij} < 0$ υπάρχει αρνητική συσχέτιση
- αν $\rho_{ij} = 0$ υπάρχει μηδενική συσχέτιση

Με λίγα λόγια, ο συντελεστής συσχέτισης παίρνει τιμές από -1 έως και +1. Όσο πλησιάζει προς το -1, τόσο πιο ισχυρή γίνεται η αρνητική συσχέτιση των αποδόσεων των δύο αξιόγραφων, ενώ όσο πλησιάζει το +1, τόσο η θετική συσχέτιση γίνεται και πιο ισχυρή. Ενώ όταν παίρνει όσο το δυνατόν μικρότερες τιμές, να κυμαίνεται γύρω από το μηδέν (0), τόσο πιο σταθερή είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου.

Εν κατακλείδι, ο συντελεστής συσχέτισης μας δίνει πληροφορίες τόσο για την κατεύθυνση της συσχέτισης των αποδόσεων δύο αξιόγραφων, όσο και για την ένταση της συσχέτισης αυτής. Ειδικότερα, το πρόσημο της τιμής του συντελεστή συσχέτισης υποδεικνύει την κατεύθυνση, ενώ η απόλυτη τιμή του υποδηλώνει την ένταση της συσχέτισης αυτής. Τέλος, ο συντελεστής συσχέτισης είναι καθαρός αριθμός, λόγω του γεγονότος πως και η συνδιακύμανση και η τυπική απόκλιση εκφράζονται με τις ίδιες μονάδες μέτρησης. Απαλλαγμένος από οποιαδήποτε μεταβολή των μονάδων μέτρησης, ο συντελεστής συσχέτισης καθίσταται πιο ελκυστικός από την συνδιακύμανση για την περιγραφή της αλληλοσυσχέτισης των αποδόσεων δύο αξιόγραφων.

Λαμβάνοντας υπ' όψιν τις Σχέσεις 2.9 και 2.11 προκύπτει πως ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου ορίζεται ως :

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j} \quad \text{Σχέση 2.12}$$

Όπου,

w_i το ποσοστό των κεφαλαίων που επενδύονται στο αξιόγραφο i

w_j το ποσοστό των κεφαλαίων που επενδύονται στο αξιόγραφο j

ρ_{ij} ο συντελεστής συσχέτισης των αξιόγραφων i και j

σ_i και σ_j οι τυπικές αποκλίσεις των αξιόγραφων i και j αντίστοιχα

Ερμηνεύοντας την Σχέση 2.12 θα διαπιστώσουμε πως ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου εξαρτάται από δύο παράγοντες, από τα ποσοστά των κεφαλαίων που επενδύονται στα

αξιόγραφα που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο και από τους συντελεστές συσχέτισης των αποδοτικότητων των εν λόγω αξιόγραφων. Να επισημάνουμε πως οι τυπικές αποκλίσεις τους παραμένουν σταθερές διότι εξαρτώνται μόνο από τις αποδόσεις των επιμέρους αξιόγραφων. Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, θέλοντας να βελτιστοποιήσουμε το χαρτοφυλάκιο μας θα επιδιώξουμε την κατάλληλη επιλογή αξιόγραφων που θα συνθέσουν το χαρτοφυλάκιο έτσι ώστε οι συντελεστές συσχέτισής τους να βρίσκονται όσο το δυνατόν πιο κοντά στο μηδέν καθώς και τον βέλτιστο καταμερισμό των ποσοστών των επενδυόμενων κεφαλαίων.

Έχοντας κατανοήσει πλήρως τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου αξιόγραφων και τους παράγοντες που τον επηρεάζουν, θα αναφερθούμε στην επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου, εκείνου δηλαδή που παρέχει στον επενδυτή είτε την μεγαλύτερη απόδοση για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου είτε τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο για μια δεδομένη απόδοση.

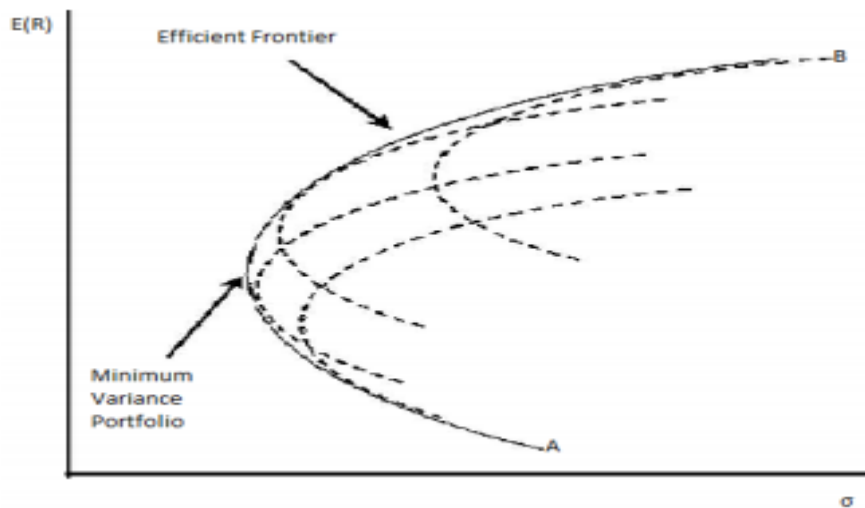
Βέβαια, αντιλαμβανόμενοι πως δύναται να υπάρξουν άπειροι συνδυασμοί μεταξύ των αξιόγραφων που συνθέτουν ένα χαρτοφυλάκιο, επομένως και άπειρα δυναμικά χαρτοφυλάκια, δεν είναι εφικτό να εκτιμηθούν όλοι αυτοί οι συνδυασμοί. Ευτυχώς όμως, δεν απαιτείται η εκτίμηση όλων των πιθανών χαρτοφυλακίων χάρη στο Θεώρημα των Αποτελεσματικών Συνδυασμών που αναφέρεται στα αποδοτικά χαρτοφυλάκια.

Επομένως, όταν αναφερόμαστε στα αποδοτικά χαρτοφυλάκια από εδώ και στο εξής θα εννοούμε εκείνα που:

- για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου παρέχουν την μεγαλύτερη απόδοση, ή αλλιώς οποιοσδήποτε άλλος συνδυασμός που έχει τον ίδιο κίνδυνο θα παρέχει μικρότερη απόδοση,
- για μια δεδομένη απόδοση θα έχει τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο, ή αλλιώς οποιοσδήποτε άλλος συνδυασμός με την ίδια αναμενόμενη απόδοση θα είναι πιο ριψοκίνδυνος.

Σύμφωνα λοιπόν με το θεώρημα αυτό, ένας επενδυτής θα επιλέξει να επενδύσει σε ένα χαρτοφυλάκιο που πληροί τις παραπάνω προδιαγραφές. Το σύνολο των χαρτοφυλακίων που

πληρούν τις παραπάνω προϋποθέσεις ονομάζεται Σύνορο Αποτελεσματικών Συνδυασμών ή Αποδοτικό Σύνορο (efficient frontier).



Διάγραμμα 2.2: Το σύνορο των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων.

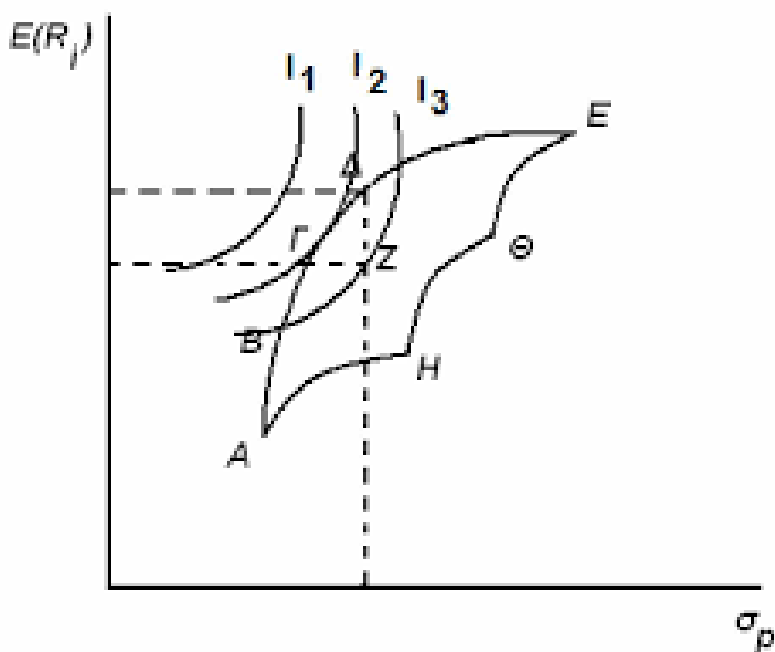
Όλα τα χαρτοφυλάκια που απαρτίζουν το αποδοτικό σύνορο υπερέχουν έναντι των υπολοίπων, τα οποία γεωμετρικά τοποθετούνται είτε προς τα δεξιά είτε προς τα κάτω από το αποδοτικό σύνορο, σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα.

Έχοντας κατανοήσει ο επενδυτής τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια, όπως αυτά καθορίζονται από το υπόδειγμα του Markowitz, θα αναζητήσει το βέλτιστο ή άριστο (optimal portfolio) από αυτά, εκείνο που θα του προσδώσει την μεγαλύτερη ωφελιμότητα σύμφωνα πάντα με τις προτιμήσεις του, την σχέση ανάμεσα στην αναμενόμενη απόδοση που επιθυμεί και τον κίνδυνο που είναι διατεθειμένος να αναλάβει. Οι προτιμήσεις αυτές εμπεριέχονται στην συνάρτηση ωφελιμότητας κάθε επενδυτή. Υπάρχουν επενδυτές που είναι πρόθυμοι να αναλάβουν υψηλό επίπεδο κινδύνου προκειμένου να ανταμειφθούν με μια υψηλή αναμενόμενη απόδοση αλλά και επενδυτές που αποστρέφονται τον κίνδυνο και θα προτιμήσουν έναν πιο ασφαλή συνδυασμό θυσιάζοντας την επιπλέον αναμενόμενη απόδοση.

Η πληθώρα επενδυτών καθώς και αντίστοιχων συναρτήσεων ωφελιμότητας οδηγούν στην ανάγκη για την δημιουργία περισσότερων από μία καμπυλών που να εκφράζει στο χώρο αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου όλα εκείνα τα σημεία που αντιστοιχούν σε ένα δεδομένο επίπεδο ωφέλειας. Η κάθε μία από τις καμπύλες αυτές απεικονίζει την σχέση

μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου, τις προτιμήσεις δηλαδή του κάθε επενδυτή, και ονομάζονται καμπύλες αδιαφορίας.

Όλοι οι συνδυασμοί αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου που βρίσκονται σε κάθε μία καμπύλη αδιαφορίας εξυπηρετούν την ίδια ωφελιμότητα για τον επενδυτή καθιστώντας τον αδιάφορο ως προς ποιο χαρτοφυλάκιο θα επιλέξει. Για την επιλογή του βέλτιστου ή άριστου χαρτοφυλακίου ο επενδυτής θα πρέπει να σχεδιάσει τις δικές του καμπύλες αδιαφορίας σύμφωνα με τις προτιμήσεις του κι έπειτα να επιλέξει εκείνο το χαρτοφυλάκιο το οποίο εφάπτεται από το αποδοτικό σύνολο και την καμπύλη αδιαφορίας που βρίσκεται υψηλότερα (την καμπύλη που βρίσκεται πιο αριστερά).



Διάγραμμα 2.3: Οι καμπύλες αδιαφορίας με το αποτελεσματικό σύνολο.

Έχοντας σχεδιάσει στο ίδιο διάγραμμα όλα τα πιθανά χαρτοφυλάκια και τις καμπύλες αδιαφορίας σύμφωνα με τις προτιμήσεις ενός επενδυτή, μπορούμε να διαπιστώσουμε ποιο θα είναι το βέλτιστο ή άριστο χαρτοφυλάκιο. Για παράδειγμα, στο διάγραμμα 2.3, το ζητούμενο χαρτοφυλάκιο βρίσκεται στο σημείο όπου το αποδοτικό σύνολο εφάπτεται με την υψηλότερη καμπύλη αδιαφορίας, την I_2 , και δεν είναι άλλο από το χαρτοφυλάκιο του σημείου Γ.

Οι καμπύλες αδιαφορίας είναι ξεχωριστές για τον κάθε επενδυτή και αντικατοπτρίζουν τις προσωπικές προτιμήσεις του καθενός, επομένως κάθε επενδυτής θα έχει και διαφορετικό χαρτοφυλάκιο από τους άλλους. Βέβαια οι καμπύλες αδιαφορίας έχουν κάποιες ιδιότητες και είναι κοινές για όλους.

Αυτές είναι:

- όλα τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται πάνω στην ίδια καμπύλη αδιαφορίας είναι το ίδιο επιθυμητά από τον επενδυτή,
- οι καμπύλες αδιαφορίας είναι παράλληλες μεταξύ τους,
- κάθε επενδυτής μπορεί να έχει άπειρες καμπύλες αδιαφορίας,
- κάθε χαρτοφυλάκιο που ανήκει σε μια καμπύλη που βρίσκεται είτε πιο πάνω είτε πιο αριστερά από κάποια άλλη το καθιστά προτιμότερο για τους επενδυτές.

Ωστόσο, λόγω του ότι οι καμπύλες αδιαφορίας υπόκεινται στις προσωπικές προτιμήσεις του κάθε επενδυτή, αξίζει να σημειωθεί πως υπάρχουν καμπύλες με διαφορετική κλίση, που αναπαριστά τον βαθμό αποστροφής ρίσκου. Για παράδειγμα, ένας επενδυτής που έχει χαμηλό βαθμό αποστροφής κινδύνου, απαιτεί δηλαδή μικρότερη απόδοση για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου και η κλίση της καμπύλης δεν θα είναι απότομη. Ενώ, για έναν επενδυτή με υψηλό βαθμό αποστροφής κινδύνου για το ίδιο επίπεδο κινδύνου με τον προηγούμενο, η καμπύλη αδιαφορίας θα είναι απότομη δεδομένου ότι θα απαιτήσει μεγαλύτερη απόδοση προκειμένου να αναλάβει το ρίσκο μιας τέτοιας επένδυσης.

Οι καμπύλες αδιαφορίας αποτελούν ένα πολύ σημαντικό εργαλείο στα χέρια του εκάστοτε επενδυτή, διαμορφώνοντας την τελική επιλογή του ως προς την επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου. Ουσιαστικά, τον καθοδηγεί γνωρίζοντας τις προσωπικές του προτιμήσεις όσον αφορά τον κίνδυνο που είναι διαθέσιμος να αναλάβει και την απόδοση που θα αναζητήσει, στην επιλογή εκείνου του χαρτοφυλακίου που του επιφέρει την μέγιστη ωφέλειά του.

Στο σημείο αυτό να αναφέρουμε πως η επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου σύμφωνα με τον Markowitz, βασίζεται στην ελαχιστοποίηση της διασποράς των αποδόσεων ενός

χαρτοφυλακίου, δηλαδή στην ελαχιστοποίηση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Εάν υποθέσουμε πως είναι διαθέσιμα n αξιόγραφα τότε θα πρέπει να υπολογίσουμε τα ποσοστά επένδυσης κεφαλαίων στα n αξιόγραφα έτσι ώστε να επιφέρουν την ελάχιστη δυνατή διασπορά των αποδόσεων, τον ελάχιστο κίνδυνο του χαρτοφυλακίου.

Ο Markowitz παρουσίασε αυτό το πρόβλημα ονομάζοντάς το ως πρόβλημα ελαχιστοποίησης υπό περιορισμούς, και μαθηματικά περιγράφεται ως :

Υπολογίζουμε το ελάχιστο :

$$\min \sigma^2(R_p)$$

κάτω από τους περιορισμούς :

- $E(R_p) = \lambda$
- $X_1 + X_2 + \dots + X_n = 1$
- $X_i > 0$, όπου $i = 1, 2, \dots, n$

Όπου $E(R_p)$ η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου και $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ τα απαιτούμενα ποσοστά επένδυσης κεφαλαίων στα n διαθέσιμα αξιόγραφα. Ο τρίτος περιορισμός αναφέρεται στην άρνηση της ύπαρξης προπώλησης και δεν είναι απαραίτητος για την επίλυση του προβλήματος.

Το διάνυσμα που αποτελεί την λύση του προβλήματος θα είναι της μορφής $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ που ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου με αναμενόμενη απόδοση λ . Στον δυσδιάστατο χώρο αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου, όλα εκείνα τα χαρτοφυλάκια ελαχίστου κινδύνου για μια δεδομένη αναμενόμενη απόδοση σχηματίζουν μία καμπύλη η οποία ονομάζεται μέτωπο χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου, και σε περίπτωση που ο κίνδυνος εκφράζεται με την τυπική απόκλιση της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου, τότε η καμπύλη αυτή έχει την μορφή μιας παραβολής.

Ενδεχομένως στο μέτωπο χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου να υπάρχουν χαρτοφυλάκια που για το ίδιο επίπεδο κινδύνου έχουν διαφορετική αναμενόμενη απόδοση. Τα χαρτοφυλάκια που έχουν θετική κλίση βρισκόμενα πάνω στο μέτωπο χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου και παράλληλα έχουν την μεγαλύτερη δυνατή αναμενόμενη απόδοση για το επίπεδο κινδύνου τους αποτελούν το αποδοτικό μέτωπο των χαρτοφυλακίων. Το αποδοτικό μέτωπο από εκείνα τα χαρτοφυλάκια που είχαν στην κατοχή τους οι επενδυτές σε μια κατάσταση ισορροπίας εάν δεν υπήρχαν αξιόγραφα μηδενικού κινδύνου.

Συνοψίζοντας, παρατηρήσαμε πως με την επίλυση του προβλήματος ελαχιστοποίησης της διασποράς των αποδόσεων ενός χαρτοφυλακίου, στο οποίο δύναται να επενδυθούν όλα τα διαθέσιμα αξιόγραφα, υπολογίζεται το βέλτιστο μέτωπο των χαρτοφυλακίων.

Η μέθοδος αυτή, που πρώτος διατύπωσε ο Markowitz, έχει και κάποια μειονεκτήματα όπως ενδεικτικά είναι :

- Η χρησιμοποίηση αποκλειστικά αποδόσεων παρελθόντων ετών για τον υπολογισμό των σταθμών και μετέπειτα η προβολή τους στο μέλλον. Στην περίπτωση όμως που η μελλοντική κατανομή διαφέρει από την παρελθοντική τότε το χαρτοφυλάκιο που σχηματιστεί με τα σταθμά αυτά δεν είναι αποδοτικό. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος συνίσταται η μέθοδος Monte Carlo, η οποία έχοντας παρελθοντικές κατανομές τις προβάλλει μελλοντικά με χαρακτηριστικά που έχουν υπολογισθεί πριν την προβολή αυτή.
- Λόγω του περιορισμού πως τα σταθμά θα πρέπει να είναι είτε θετικά είτε μηδενικά πολλά αξιόγραφα υπολογίζονται με μηδενικά σταθμά. Σε περίπτωση όμως που ένας επενδυτής θα θελήσει να επενδύσει σε ένα τέτοιο αξιόγραφο τότε δημιουργείται μια δυσλειτουργία στην μέθοδο αυτή.

2.4 Η τεχνική του R. Roll

Ο Αμερικανός οικονομολόγος Richard Roll, γνωστός για τα έργα του στην θεωρία χαρτοφυλακίου καθώς και στην αποτίμηση περιουσιακών στοιχείων, που βασίστηκαν τόσο στην θεωρητική όσο και στην εμπειρική μελέτη τους, ανέπτυξε το 1977 μια θεωρία για τον

υπολογισμό του αποτελεσματικού συνόρου, στο οποίο είχαμε αναφερθεί και στην θεωρία του Harry Markowitz.

Σύμφωνα με τον R. Roll, αναζητούμε την ελάχιστη διασπορά ενός χαρτοφυλακίου με R_p την αναμενόμενη απόδοσή του και $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ τα απαιτούμενα ποσοστά επένδυσης κεφαλαίων στα n διαθέσιμα αξιόγραφα. Όπως διαπιστώνουμε είναι το ίδιο πρόβλημα ελαχιστοποίησης με του Markowitz και με τους ίδιους περιορισμούς να ισχύουν παρά μόνο σύμφωνα με τον Roll τα σταθμά δεν αποτελούν κάτι μη υπολογίσιμο και αναλύσιμο.

Λύνοντας αυτό το πρόβλημα τις ελαχιστοποίησης προκύπτουν οι πιθανές τιμές των σταθμών κι ακολούθως το σύνολο των χαρτοφυλακίων που χαρακτηρίζονται από τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο και τη μέγιστη αναμενόμενη απόδοση. Τα χαρτοφυλάκια αυτά αποτελούν το μέτωπο χαρτοφυλακίων ελαχίστου κινδύνου, στο οποίο εμπεριέχεται και το βέλτιστο μέτωπο.

Ο R. Roll χρησιμοποίησε την μέθοδο Lagrange για να αποδείξει πως όταν τα σταθμά πάρουν θετικές ή αρνητικές τιμές τότε τα αντίστοιχα σταθμά ελαχίστου κινδύνου είναι συνάρτηση της αναμενόμενης απόδοσης του εκάστοτε χαρτοφυλακίου.

Στην τεχνική αυτή όμως υπάρχει ένα μειονέκτημα το οποίο την καθιστά κάπως χρονοβόρα και δυσλειτουργική. Αυτό προκύπτει καθώς όσο αυξάνονται τα αξιόγραφα που συνθέτουν ένα χαρτοφυλάκιο τόσο πιο δύσκολος γίνεται και ο υπολογισμός του βέλτιστου μετώπου. Αριθμητικά, τα στοιχεία του πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων που πρέπει να εκτιμηθούν πριν την διαδικασία της ελαχιστοποίησης ισούνται με $\frac{n(n-1)}{2}$, για n αξιόγραφα που εμπεριέχονται στο χαρτοφυλάκιο.

Ερμηνεύοντας τον αριθμό των στοιχείων που πρέπει να εκτιμηθούν καθώς και τον αριθμό των υπολογισμών που απαιτούνται για την διαδικασία της ελαχιστοποίησης καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως όσο αυξάνονται τα αξιόγραφα τόσο και πιο εντυπωσιακή αύξηση παρατηρούμε στους αριθμούς αυτούς. Ενδεικτικά εάν ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται από 5 αξιόγραφα τότε θα πρέπει να εκτιμηθούν 10 στοιχεία από τον πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων ενώ για 50 αξιόγραφα ο αριθμός των παραμέτρων που χρήζουν εκτίμησης

ανέρχεται στα 1225. Και η αύξηση στους υπολογισμούς δεν σταματά εδώ αλλά συνεχίζεται και στους μετέπειτα υπολογισμούς που απαιτούνται κατά την διαδικασία της ελαχιστοποίησης.

Αντιλαμβανόμαστε πως ο μεγάλος αριθμός των διαθέσιμων αξιόγραφων καθιστά αρκετά δυσλειτουργική την τεχνική αυτή και θα πρέπει να βρούμε ένα υπόδειγμα που να επιλύει το πρόβλημα του μεγάλου αριθμού των υπολογισμών που απαιτούνται. Ένα υπόδειγμα που ενδέχεται να επιλύσει το πρόβλημα αυτό είναι το Υπόδειγμα της Αγοράς.

2.5 Το Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα

Παρατηρήσαμε πως και στην θεωρία του Markowitz και στην τεχνική του Roll αντιμετωπίζουμε το ίδιο πρόβλημα, τον μεγάλο αριθμό των υπολογισμών που απαιτούνται για την εύρεση του βέλτιστου μετώπου και ακολούθως την εύρεση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου.

Το παραπάνω πρόβλημα εξετάστηκε και λύθηκε από τον William Sharpe, ενός βραβευμένου Αμερικάνου οικονομολόγου και συντάκτη του υποδείγματος αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων και πολλών άλλων σημαντικών έργων.

Ο William Sharpe το 1962 περιέγραψε πρώτος το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων στην *Journal of Finance*, το οποίο και θα γινόταν ένα από τα θεμέλια της χρηματοοικονομικής οικονομίας, αλλά αρχικά θεωρήθηκε άσχετο και δεν δημοσιεύθηκε. Ο Sharpe αναγκάστηκε να περιμένει την αλλαγή του συντάκτη προκειμένου να δημοσιευθεί, το οποίο κι έγινε το 1964.

Στο υπόδειγμα του ο Sharpe απλούστευσε την θεωρία του Markowitz και μείωσε τον αριθμό των εκτιμήσεων και υπολογισμών που απαιτούνταν για την επίλυση του προβλήματος της ελαχιστοποίησης.

Η κεντρική ιδέα του Μονοπαραγοντικού Υποδείγματος, ή του Μοντέλου του Απλού Δείκτη, βασίζεται στην παρατήρηση ότι η απόδοση κάθε επένδυσης δύναται να συσχετιστεί με τις μεταβολές ολόκληρης της αγοράς. Παρατηρώντας τις κινήσεις των τιμών των αξιόγραφων διαπιστώνουμε πως αυτές έχουν την ίδια κατεύθυνση με αυτή της αγοράς, είτε εάν κινηθεί

ανοδικά είτε καθοδικά. Βέβαια η μεταβολή στον δείκτη της αγοράς δεν έχει το ίδιο αντίκτυπο σε όλα τα αξιόγραφα της αγοράς, επομένως για την απλούστευση των υπολογισμών χρειάζεται μόνο η μελέτη της συσχέτισης του κάθε αξιόγραφου με τον δείκτη της αγοράς, όπου ως δείκτη της αγοράς μπορούμε να θεωρήσουμε κάποιον χρηματιστηριακό δείκτη, κι όχι ο υπολογισμός των διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων όλων των αξιόγραφων μεταξύ τους.

Το Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα, ή το Μοντέλο του Απλού Δείκτη, περιγράφεται από μια γραμμική σχέση μεταξύ της απόδοσης του αξιόγραφου και την απόδοση του δείκτη της αγοράς και ερμηνεύεται από την παρακάτω εξίσωση γραμμικής παλινδρόμησης :

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + e_i \quad \text{Σχέση 2.13}$$

Όπου,

R_i η απόδοση του αξιόγραφου i

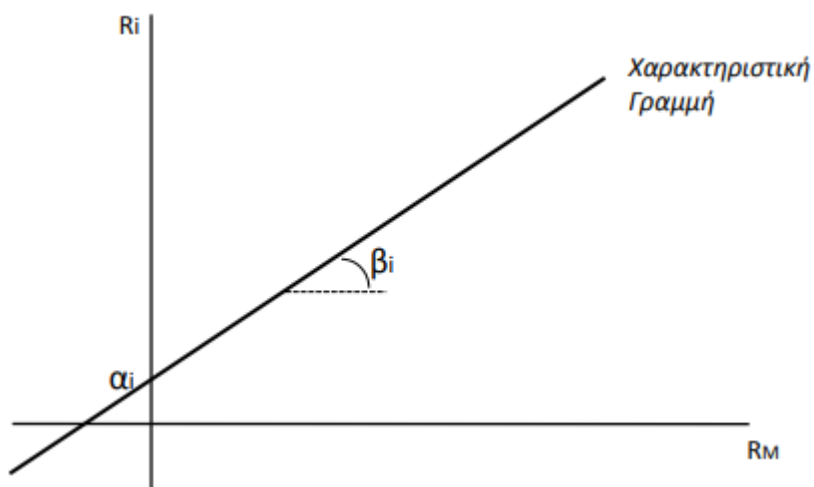
α_i μια σταθερή απόδοση του αξιόγραφου i , η οποία είναι ανεξάρτητη από τις διακυμάνσεις της απόδοσης του γενικού δείκτη της αγοράς m , αλλά σχετίζεται με χαρακτηριστικά του ίδιου του αξιόγραφου

β_i ο συντελεστής που μετρά την ευαισθησία της απόδοσης του αξιόγραφου i στις μεταβολές της απόδοσης του γενικού δείκτη της αγοράς

R_m η απόδοση του δείκτη της αγοράς

e_i ένα τυχαίο σφάλμα, το οποίο είναι ίσο με την διαφορά της πραγματικής απόδοσης του αξιόγραφου i από την αναμενόμενη απόδοση, όταν η απόδοση του δείκτη της αγοράς είναι γνωστή.

Η παραπάνω εξίσωση ονομάζεται και χαρακτηριστική γραμμή ή γραμμή ελαχίστων τετραγώνων και σχηματικά φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Διάγραμμα 2.4: Η Χαρακτηριστική Γραμμή ή Γραμμή Ελαχίστων Τετραγώνων.

Από το παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι η κλίση της γραμμής ελαχίστων τετραγώνων του αξιόγραφου i είναι ίση με β_i , ο οποίος είναι ο συντελεστής ευαισθησίας βήτα του αξιόγραφου i και αποτελεί ένα μέτρο του συστημικού κινδύνου ενός αξιόγραφου. Όπως έχουμε αναφέρει και προηγουμένως, συστημικός κίνδυνος είναι εκείνος ο οποίος δεν μπορεί να εξαλειφθεί με την διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου.

Ο συντελεστής ευαισθησίας βήτα (ή beta), υπολογίζεται με τον μαθηματικό τύπο

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{\sigma^2(R_m)} \quad \text{Σχέση 2.14}$$

Ισούται δηλαδή με το πηλίκο της συνδιακύμανσης της απόδοσης του αξιόγραφου i με την απόδοση της αγοράς προς την διακύμανση του δείκτη της αγοράς.

Από την ερμηνεία του παραπάνω τύπου προκύπτει πως όταν ο συντελεστής ευαισθησίας βήτα μεγαλώνει τόσο πιο απότομη γίνεται η κλίση της γραμμής των ελαχίστων τετραγώνων (διάγραμμα 2.4) και το αντίστροφο όταν γίνεται μικρότερος. Σε περίπτωση που ο συντελεστής β γίνει ίσος με την μονάδα ($\beta_i = 1$) τότε το αξιόγραφο i θα κινείται ακριβώς όπως κινείται και ο δείκτης της αγοράς, αφού ισχύει ότι $\beta_m = 1$ εξ' ορισμού. Όταν ο συντελεστής β πάρει τιμές μεγαλύτερες της μονάδας ($\beta_i > 1$) τότε η κλίση της γραμμής των

ελαχίστων τετραγώνων θα γίνει πιο απότομη, δηλαδή το αξιόγραφο θα παρουσιάζει πιο απότομες μεταβολές σε σχέση με τις μεταβολές του δείκτη της αγοράς. Αυτά τα αξιόγραφα ονομάζονται επιθετικά αξιόγραφα. Ενώ όταν ο συντελεστής β πάρει τιμές κάτω της μονάδας ($\beta_i < 0$) τότε η κλίση γίνεται πιο ομαλή και τα αξιόγραφα παρουσιάζουν ομαλότερες μεταβολές σε σχέση με τις αντίστοιχες του δείκτη της αγοράς. Αυτά τα αξιόγραφα καλούνται αμυντικά αξιόγραφα.

Συνοπτικά :

- Τα ουδέτερα αξιόγραφα ($\beta_i = 1$) ακολουθούν τον ρυθμό της αγοράς και οι μεταβολές τους είναι ίσες με εκείνες της αγοράς
- Τα επιθετικά αξιόγραφα ($\beta_i > 1$) επιφέρουν μεγαλύτερες μεταβολές στις αποδόσεις των αξιόγραφων αυτών συγκριτικά με εκείνες της αγοράς και συνήθως προτιμώνται σε περιόδους αισιοδοξίας και άνθησης της αγοράς
- Τα αμυντικά αξιόγραφα ($\beta_i < 0$) επιφέρουν μικρότερες μεταβολές στις αποδόσεις των αξιόγραφων αυτών σε σχέση με εκείνες της αγοράς και προτιμώνται σε περιόδους απαισιοδοξίας διότι μετριάζουν τον συστημικό κίνδυνο της αγοράς πάνω στα αξιόγραφα αυτά.

Οι υποθέσεις, πάνω στις οποίες βασίζεται το υπόδειγμα αυτό είναι :

- Η αναμενόμενη απόδοση του σφάλματος θα πρέπει να ισούται με μηδέν, $E(e_i) = 0$,
- Η συνδιακύμανση της απόδοσης του δείκτη της αγοράς με το σφάλμα θα πρέπει να είναι ίση με μηδέν, $Cov(R_m, e_i) = 0$, δηλαδή η τυχαία τιμή του σφάλματος θα πρέπει να είναι ανεξάρτητη από τις μεταβολές της απόδοσης της αγοράς,
- Οι μεταβλητές R_i, R_m και e_i είναι τυχαίες με κατανομές πιθανότητας, μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις,
- Οι τιμές των σφαλμάτων e_i , για κάθε i , είναι ασυσχέτιστες μεταξύ τους, δηλαδή δεν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των τιμών των μετοχών και η μόνη αιτία που κινούνται

με παρόμοιο τρόπο παραμένει η επίδραση της αγοράς, $Cov(e_i, e_{i+j})=0$, με $j \neq 0$. Η υπόθεση αυτή είναι απαραίτητα για την εκτίμηση των παραμέτρων του υποδείγματος,

- Η διακύμανση του τυχαίου σφάλματος ισούται με $Var(e_i)=\sigma_{e_i}^2$, η οποία αποτελεί την υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας, με την οποία η διακύμανση των καταλοίπων είναι σταθερή καθ' όλη την περίοδο.

Όταν οι παραπάνω υποθέσουν πληρούνται τότε οι εκτιμητές ελαχίστων τετραγώνων είναι αμερόληπτες κι έχουν τη μικρότερη διακύμανση μεταξύ όλων των γραμμικών αμερόληπτων εκτιμητών.

2.5.1 Αναμενόμενη Απόδοση Αξιόγραφου

Η αναμενόμενη απόδοση του αξιόγραφου, στο Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα, διαπιστώνουμε πως χωρίζεται σε δύο επί μέρους τμήματα, αυτό που προκύπτει από τα βασικά χαρακτηριστικά του και σε αυτό που προκύπτει από την επίδραση της αγοράς, ή του Γενικού Δείκτη, και περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση :

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_m) \quad \text{Σχέση 2.15}$$

Όπου,

$E(R_i)$ η αναμενόμενη απόδοση του αξιόγραφου i

$E(R_m)$ η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, ή αλλιώς του Γενικού Δείκτη

Περιγράφοντας την Σχέση 2.15 θα δούμε πως το πρώτο τμήμα, κατά το οποίο η αναμενόμενη απόδοση του αξιόγραφου είναι ανεξάρτητη από τις επιδράσεις της αγοράς και την απόδοση του Γενικού Δείκτη, αποτελείται από τον παράγοντα α_i και αποτελεί την μη συστηματική απόδοση του αξιόγραφου. Η μη συστηματική απόδοση εκφράζει την επίδραση των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών κάθε αξιόγραφου και παραμένει ανεπηρέαστη από τις επιδράσεις του μακροοικονομικού περιβάλλοντος.

Το δεύτερο επί μέρους τμήμα που εμπεριέχεται στην Σχέση 2.15 εκφράζεται από τον όρο $\beta_i E(R_m)$, το γινόμενο του συντελεστή ευαισθησίας βήτα του αξιόγραφου με την αναμενόμενη απόδοση της αγοράς και αποτελεί την συστηματική απόδοση του αξιόγραφου η οποία δύναται να επηρεαστεί από τις μεταβολές στο μακροοικονομικό περιβάλλον όπου ανήκει το εκάστοτε αξιόγραφο.

2.5.2 Κίνδυνος Αξιόγραφου

Όπως έχουμε αναφέρει και σε προηγούμενη ενότητα ο κίνδυνος εκφράζεται με την διακύμανση είτε του χαρτοφυλακίου, εάν αναφερόμαστε για χαρτοφυλάκιο, είτε του μεμονωμένου αξιόγραφου.

Κατά το Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα ή το Μοντέλο του Απλού Δείκτη, ο κίνδυνος του αξιόγραφου υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση :

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{e_i}^2 \quad \text{Σχέση 2.16}$$

Όπου,

σ_i^2 η διακύμανση του αξιόγραφου i

σ_m^2 η διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς

$\sigma_{e_i}^2$ η διακύμανση των τυχαίων σφαλμάτων, ή καταλοίπων, όπου $i = 1, 2, \dots, n$

Ερμηνεύοντας την Σχέση 2.16 διαπιστώνουμε πως, όπως και με την αναμενόμενη απόδοση του αξιόγραφου έτσι και στον κίνδυνο της απόδοσής του, δύο είναι οι παράγοντες που διαμορφώνουν τον κίνδυνο της απόδοσης του αξιόγραφου, ο συστηματικός κίνδυνος, ο οποίος όπως έχουμε αναφέρει είναι μη διαφοροποιήσιμος, $\beta_i^2 \sigma_m^2$ που αποτελεί επίδραση του μακροοικονομικού περιβάλλοντος, και ο μη συστηματικός κίνδυνος, ο οποίος δύναται να εξαλειφθεί με την διαφοροποίηση την οποία και αναλύσαμε σε προγενέστερη ενότητα, $\sigma_{e_i}^2$ που αποτελείται από κάποιους τυχαίους, μη προβλέψιμους παράγοντες.

Περίληπτικά να αναφέρουμε πως ο συστημικός κίνδυνος αντικατοπτρίζει την μεταβλητότητα της απόδοσης κάθε αξιόγραφου η οποία οφείλεται σε μεταβολές κάποιου παράγοντα του μακροοικονομικού περιβάλλοντος, όπως η μεταβολή στα επιτόκια ή στην πληθωρισμό ή στην προσφορά χρήματος.

Δεδομένου όμως πως θα θελήσουμε να εξαλειφθεί ο μη συστημικός κίνδυνος τότε θα πρέπει να εξετάσουμε το μοντέλο σε παραπάνω του ενός αξιόγραφου. Να σχηματίσουμε χαρτοφυλάκιο που με την εύρεση της βέλτιστης διαφοροποίησης θα μας επιφέρει το βέλτιστο αποτέλεσμα, τον κίνδυνο μόνο της αγοράς.

Ας εξετάσουμε την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο σε ένα χαρτοφυλάκιο δύο αξιόγραφων σύμφωνα με το Μοντέλο του Απλού Δείκτη.

Αρχικά έχουμε,

$$\alpha_p = \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i \quad \text{Σχέση 2.17}$$

Όπου,

α_p η σταθερή απόδοση του χαρτοφυλακίου

w_i το ποσοστό των κεφαλαίων που επενδύονται στο αξιόγραφο i , όπου $i = 1, 2, \dots, n$

α_i η σταθερή απόδοση του αξιόγραφου i , όπου $i = 1, 2, \dots, n$

έπειτα,

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i \quad \text{Σχέση 2.18}$$

Όπου,

β_p ο συντελεστής ευαισθησίας βήτα του χαρτοφυλακίου

w_i το ποσοστό των κεφαλαίων που επενδύονται στο αξιόγραφο i , όπου $i = 1, 2, \dots, n$

β_i ο συντελεστής ευαισθησίας βήτα του αξιόγραφου i , όπου $i = 1, 2, \dots, n$

και καταλήγουμε στον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, οποίος υπολογίζεται με την διακύμανσή του,

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma_{e_p}^2 \quad \text{Σχέση 2.19}$$

Όπου,

σ_p^2 η διακύμανση του χαρτοφυλακίου

β_p ο συντελεστής ευαισθησίας βήτα του χαρτοφυλακίου

σ_m^2 η διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς

$\sigma_{e_p}^2$ η διακύμανση των τυχαίων σφαλμάτων ή καταλοίπων του χαρτοφυλακίου

Ο συνολικός κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου μπορεί περιοριστεί μόνο στον συστηματικό κίνδυνο, $\beta_p^2 \sigma_m^2$, μέσω της διαφοροποίησης.

Εάν αντικαταστήσουμε την Σχέση 2.18 στην Σχέση 2.19 έχουμε,

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma^2(R_M) + \sigma^2(E_p) = \left(\sum_{i=1}^n w_i \beta_i \right)^2 \sigma^2(R_M) + \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma^2(E_i) \xrightarrow{w_i = \frac{1}{n}}$$

$$\sigma_p^2 = \overline{\beta^2} * \sigma^2(R_M) + \frac{1}{n} * \overline{\sigma^2(E_i)} \quad \text{Σχέση 2.20}$$

Στην Σχέση 2.20, ο δεύτερος όρος του αθροίσματος, ο οποίος αναφέρεται στον μη συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, αν θέσουμε $n \rightarrow \infty$, να τείνει στο μηδέν, εξαλείφεται κι απομένει μόνο ο πρώτος όρος κι έχουμε,

$$\sigma_p^2 = \overline{\beta^2} \sigma^2(R_M) \quad \text{Σχέση 2.21}$$

Βέβαια όπως γίνεται εύκολα κατανοητό δεν είναι εφικτό να επενδύσουμε σε άπειρα αξιόγραφα, αλλά παρατηρούμε πως όσο αυξάνεται ο αριθμός των αξιόγραφων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο μας τόσο μειώνεται ο μη συστηματικός κίνδυνος και σε βέλτιστο αριθμό εξαλείφεται.

Επίσης, η συνδιακύμανση των αποδόσεων των δύο αξιόγραφων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο και σε συνάρτηση με τις υποθέσεις του υποδείγματος προκύπτει ως εξής,

$$\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_m^2 \quad \text{Σχέση 2.22}$$

Όπου,

σ_{ij} η συνδιακύμανση των αξιόγραφων i και j που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο

β_i ο συντελεστής ευαισθησίας βήτα του αξιόγραφου i

β_j ο συντελεστής ευαισθησίας βήτα του αξιόγραφου j

σ_m^2 η διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς

Αναλύοντας την Σχέση 2.21 διαπιστώνουμε πως για κάθε χαρτοφυλάκιο η διακύμανση της απόδοσης του Γενικού Δείκτη, σ_m^2 , είναι η ίδια για όλα τα αξιόγραφα που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο, επομένως το μέτρο της συμμετοχής κάθε αξιόγραφου στον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου εξαρτάται από τους συντελεστές ευαισθησίας τους.

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου με δύο αξιόγραφα, ή και περισσότερα, υπολογίζεται ως εξής,

$$\sigma_p^2 = \text{Var}(P) = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}, \quad i \neq j \quad \text{Σχέση 2.23}$$

Όπου γνωρίζοντας τις Σχέσεις 2.19 και 2.22, η Σχέση 2.23 γίνεται,

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \beta_i \beta_j \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{e_i}^2, \quad i \neq j \quad \text{Σχέση 2.24}$$

Και για $i = j$ έχουμε,

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \beta_i \beta_j \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{e_i}^2 \Rightarrow \\ \sigma_p^2 &= \left[\sum_{i=1}^n w_i \beta_i \right] + \left[\sum_{j=1}^n w_j \beta_j \right] + \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{e_i}^2 \Rightarrow \\ \sigma_p^2 &= \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_{e_i}^2 \quad \text{Σχέση 2.25}\end{aligned}$$

Όπου για β_p ισχύει η Σχέση 2.18.

Αντιλαμβανόμαστε πως η Σχέση 2.25 ερμηνεύεται παρομοίως με την Σχέση 2.20 και καταλήγουμε πως ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου με περισσότερα των δύο αξιογράφων οφείλεται ως επί τω πλείστον στον πρώτο όρο, που εκφράζει τον συστηματικό κίνδυνο.

Συνοψίζοντας το Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα, ή το Μοντέλο του Απλού Δείκτη, θα μπορούσαμε να πούμε πως χρησιμοποιείται για την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου και τα πλεονεκτήματά του σε σχέση με το Μοντέλο του Markowitz είναι :

- Μειώνεται σημαντικά ο αριθμός των εκτιμήσεων για τον υπολογισμό που απαιτούνται για την εύρεση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου, δηλαδή απλουστεύει τον υπολογισμό τις αναμενόμενες αποδόσεις, τις διακυμάνσεις, και τις συνδιακυμάνσεις των αξιογράφων που συνθέτουν ένα χαρτοφυλάκιο. Για παράδειγμα, από τις Σχέσεις 2.15 και 2.16 παρατηρούμε πως απαιτούνται $3n + 2$ εκτιμήσεις, n εκτιμήσεις για τις παραμέτρους α_i , β_i και $\sigma_{e_i}^2$, κι από μία εκτίμηση για τους όρους $E(R_m)$ και σ_m^2 . Επομένως για χαρτοφυλάκιο 100 αξιογράφων απαιτούνται 302 εκτιμήσεις ενώ με το Μοντέλο του Markowitz 4950 εκτιμήσεις ($\frac{n(n-1)}{2}$).

- Δεν απαιτείται ο υπολογισμός των συσχετίσεων μεταξύ των αξιογράφων ενός χαρτοφυλακίου, παρά μόνο η συσχέτιση αυτών με την απόδοση της αγοράς, ή του Γενικού Δείκτη.

2.6 Θεωρία Κεφαλαιαγοράς

Η Θεωρία Κεφαλαιαγοράς θεωρείται μια προέκταση του υποδείγματος του Markowitz, της θεωρίας χαρτοφυλακίου, σύμφωνα με την οποία κάθε επενδυτής επιδιώκει την δημιουργία ενός βέλτιστου χαρτοφυλακίου αξιογράφων. Η θεωρία κεφαλαιαγοράς περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο τα κεφαλαιακά στοιχεία, τα λεγόμενα αξιόγραφα, αποτιμώνται εάν όλοι οι επενδυτές συμπεριφέρονται σύμφωνα με τις υποθέσεις του υποδείγματος του Markowitz και η αγορά βρίσκεται σε ισορροπία.

Η θεωρία κεφαλαιαγοράς, ή θεωρία αγοράς κεφαλαίου (capital market theory), προσπαθεί να απαντήσει σε δύο βασικά ερωτήματα,

1. Ποια είναι η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου για μεμονωμένα αξιόγραφα, καθώς και για αποδοτικά χαρτοφυλάκια.
2. Ποιο είναι το καταλληλότερο μέτρο κινδύνου για μεμονωμένα αξιόγραφα και για χαρτοφυλάκια.

Για την απάντηση της πρώτης ερώτησης θα χρησιμοποιήσουμε διάφορα γραμμικά υποδείγματα, με κύριο το υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακού στοιχείου (ΥΑΚΣ), ενώ για την απάντηση της δεύτερης ερώτησης θα εξετάσουμε εάν υπάρχει ένα άλλο μέτρο κινδύνου, εκτός αυτό της διακύμανσης, τόσο για μεμονωμένα αξιόγραφα όσο και για χαρτοφυλάκια.

Όπως αναφερθήκαμε και προηγουμένως, η θεωρία της κεφαλαιαγοράς αποτελεί προέκταση της θεωρίας χαρτοφυλακίου του Markowitz, επομένως θα πρέπει να ακολουθεί τις ίδιες υποθέσεις καθώς και μερικές ακόμα. Οι υποθέσεις πάνω στις οποίες βασίζεται η θεωρία κεφαλαιαγοράς είναι :

- Οι επενδυτές ακολουθούν τους κανόνες του Markowitz, δηλαδή όλες οι επενδυτικές αποφάσεις βασίζονται σε αξιόγραφα και χαρτοφυλάκια που έχουν ελάχιστο κίνδυνο και μέγιστη αναμενόμενη απόδοση.
- Υπάρχει ένα περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου, όπου μπορούμε να δανείσουμε ή να δανειστούμε χρήματα.
- Όλοι οι επενδυτές έχουν τον ίδιο επενδυτικό ορίζοντα και παρακολουθούν τις ίδιες κατανομές πιθανοτήτων των μελλοντικών αποδόσεων των αξιογράφων.
- Η αγορά είναι τέλεια, δηλαδή δεν υπάρχουν φόροι και κόστη συναλλαγών, ο δείκτης πληθωρισμού είναι μηδενικός, όλες οι πληροφορίες είναι διαθέσιμες προς όλους και χωρίς κόστος, ενέργειες μεμονωμένων επενδυτών δεν δύναται να επηρεάσουν τις τιμές και οι μετοχές είναι απεριόριστα διαιρετές καθώς και η προσφορά και ζήτηση για κάθε μετοχή είναι πάντοτε αρκετή.

Εάν ισχύουν όλες οι υποθέσεις τότε θεωρούμε πως έχουμε ισορροπία στην αγορά, δηλαδή όσες μετοχές προσφέρονται, αγοράζονται. Επίσης, συνέπεια της ισορροπίας της αγοράς είναι πως ανά πάσα στιγμή κάθε μετοχή θα έχει μία μοναδική τιμή.

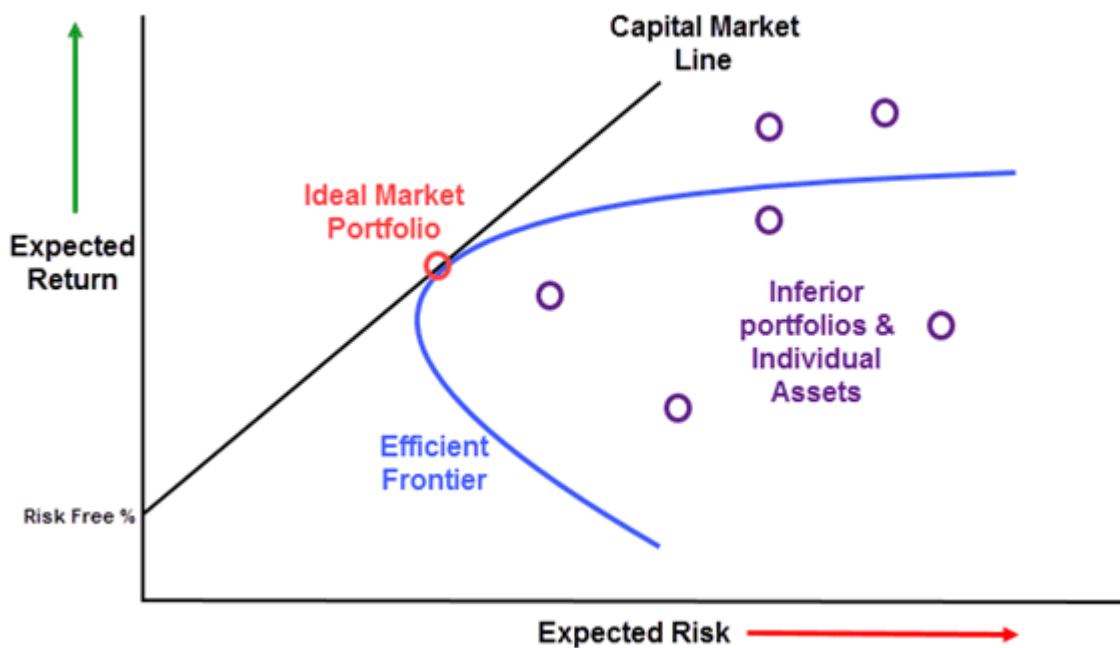
Αξίζει να αναφέρουμε πως οι παραπάνω υποθέσεις είναι μη ρεαλιστικές αλλά χρησιμοποιούνται για την απλούστευση της πραγματικότητας, βέβαια οι υποστηρικτές της θεωρίας τονίζουν ότι δεν μας ενδιαφέρει αν ισχύουν ή όχι.

Ερμηνεύοντας την θεωρία της κεφαλαιαγοράς και συγκρίνοντάς την με την θεωρία χαρτοφυλακίου του Markowitz παρατηρούμε κάποιες διαφορές, οι οποίες είναι :

- Το υπόδειγμα του Markowitz αφορά μόνο μετοχές, μεμονωμένα αξιόγραφα, ενώ η θεωρία κεφαλαιαγοράς αναφέρεται τόσο σε μετοχές, μεμονωμένα αξιόγραφα, όσο και σε ένα περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου,
- ενώ στην θεωρία κεφαλαιαγοράς έχουμε σχέσεις ισορροπίας, στη θεωρία χαρτοφυλακίου του Markowitz δεν έχουμε σχέσεις ισορροπίας αλλά χαρτοφυλάκια ελαχίστου κινδύνου και μέγιστης αναμενόμενης απόδοσης.

Στην θεωρία κεφαλαιαγοράς υπάρχει ένα περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου το οποίο μπορούμε να το συνδυάσουμε με ένα χαρτοφυλάκιο του Markowitz. Όλοι οι συνδυασμοί θα βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία. Επομένως σχεδιάζουμε την εφαπτόμενη από το σημείο απόδοσης ενός περιουσιακό στοιχείο μηδενικού κινδύνου (risk free) στο αποτελεσματικό σύνολο (efficient frontier). Η εφαπτόμενη αυτή ονομάζεται γραμμή της κεφαλαιαγοράς (capital market line) και περιέχει χαρτοφυλάκια με ελάχιστο κίνδυνο και μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση. Η γραμμή της κεφαλαιαγοράς είναι η τελευταία γραμμή κατανομής κεφαλαίων (Capital Allocation Line – CAL) που έχει και την μεγαλύτερη κλίση.

Η γραμμή της κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML) μας δείχνει τους όρους ανταλλαγής αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου για αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια, οι οποίοι προσφέρονται όταν η αγορά βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας και αναπαριστά τους συνδυασμούς της επένδυσης μηδενικού κινδύνου και του άριστου χαρτοφυλακίου.



Διάγραμμα 2.5: Το Βέλτιστο Χαρτοφυλάκιο Αγοράς

Από το Διάγραμμα 2.5 παρατηρούμε πως για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου, η αναμενόμενη απόδοση των χαρτοφυλακίων της γραμμής της κεφαλαιαγοράς είναι μεγαλύτερη από εκείνη των αντίστοιχων χαρτοφυλακίων του αποτελεσματικού συνόλου, με αποτέλεσμα να γίνονται

πιο ελκυστικά προς τους επενδυτές. Επομένως καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως η ύπαρξη μιας επένδυσης μηδενικού κινδύνου μετατοπίζει το αποτελεσματικό σύνολο. Το νέο αποδοτικό σύνολο είναι η γραμμή της κεφαλαιαγοράς, το οποίο επεκτείνει την καμπύλη του Markowitz, επομένως κάθε σημείο της γραμμής κεφαλαιαγοράς αποτελεί το νέο αποδοτικό χαρτοφυλάκιο.

Η εξίσωση της θεωρίας της κεφαλαιαγοράς, και η αλγεβρική απεικόνιση της γραμμής κεφαλαιαγοράς, μπορεί να διατυπωθεί ως εξής :

$$E(R_p) = r_f + \frac{E(R_m) - r_f}{\sigma_m} \sigma_p \quad \text{Σχέση 2.26}$$

Όπου,

$E(R_p)$ η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου του επενδυτή

r_f η απόδοση του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου

$E(R_m)$ η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς

σ_m η τυπική απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς

σ_p η τυπική απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου του επενδυτή

Ερμηνεύοντας την εξίσωση της γραμμής κεφαλαιαγοράς διαπιστώνουμε πως η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου του επενδυτή συνδέεται γραμμικά και θετικά με τον κίνδυνό του, το οποίο αποτελεί και την απάντηση στο πρώτο βασικό ερώτημα της θεωρίας κεφαλαιαγοράς. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου προκύπτει από την απόδοση του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου και μια επιπρόσθετη απόδοση, την οποία απαιτούν οι επενδυτές προκειμένου να επενδύσουν στο επισφαλές χαρτοφυλάκιο. Ο όρος $\frac{E(R_m) - r_f}{\sigma_m}$ αποτελεί την κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς και μας δείχνει την απόδοση ανά μονάδα κινδύνου, δηλαδή την πρόσθετη απόδοση που θα λάβει ο επενδυτής εάν αυξήσει το επίπεδο κινδύνου.

Αναφερθήκαμε προηγουμένως στο χαρτοφυλάκιο αγοράς (market portfolio), το οποίο ορίζεται από το σημείο στο οποίο η ευθεία που διέρχεται από την απόδοση του περιουσιακού

στοιχείου μηδενικού κινδύνου (risk free) εφάπτεται στο αποτελεσματικό σύνορο (efficient frontier). Το χαρτοφυλάκιο αγοράς αντιπροσωπεύει το άριστο χαρτοφυλάκιο των περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο (Optimal Portfolio of Risky Assets – OPRA) και είναι το τελευταίο εφικτό χαρτοφυλάκιο που δύναται κάποιος να επενδύσει. Ουσιαστικά, αποτελεί εκείνο το χαρτοφυλάκιο που όλοι οι επενδυτές επιθυμούν να τοποθετηθούν, αφού είναι το τέλεια διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο που περιέχει κάθε αξιόγραφο της κεφαλαιαγοράς ανάλογα με την αγοραία αξία του.

Το χαρτοφυλάκιο αγοράς θα μπορούσαμε να πούμε να πως είναι ένα υποθετικό χαρτοφυλάκιο διότι εμπεριέχει όλες τις επικίνδυνες επενδύσεις σε αναλογία της τρέχουσας αγοραίας αξίας τους και είναι ταυτόχρονα τέλεια διαφοροποιημένο, έχοντας εξαλείψει τον μη συστημικό κίνδυνο. Συνεπώς το χαρτοφυλάκιο αγοράς, ή και οποιοδήποτε άλλο χαρτοφυλάκιο επί της γραμμής αγοράς κεφαλαίου, υπόκειται αποκλειστικά στον συστημικό κίνδυνο. Όπως αναφέραμε και παραπάνω είναι το άκρως ελκυστικό χαρτοφυλάκιο διότι αποτελεί το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο στο αποτελεσματικό σύνορο για κάθε επενδυτή, ανεξάρτητα από τις προσωπικές προτιμήσεις του καθενός απέναντι στον κίνδυνο.

Πρακτικά όμως κανείς δεν δύναται να έχει στην κατοχή του ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο, συνεπώς δεν είναι εφικτό να υπάρχει κάποια πρακτική μονάδα μέτρησης της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς και ως τέτοια χρησιμοποιούμε τους χρηματιστηριακούς δείκτες.

2.7 Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM)

Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων διατυπώθηκε και αναπτύχθηκε από τους William Sharpe (1964), John Lintner (1965) και Jan Mossin (1966), οι οποίοι με τις εργασίες τους θέλησαν να εξελίξουν το μοντέλο του Harry Markowitz και να το επεκτείνουν στην σύγχρονη χρηματοοικονομική θεωρία. Το μοντέλο της θεωρίας του Markowitz αντιμετώπιζε ορισμένα προβλήματα, τα οποία έχουμε εκτενώς αναφέρει σε προηγούμενη ενότητα, και αυτό είχε ως αποτέλεσμα την εξέλιξή του, εισάγοντας για πρώτη φορά ένα πλαίσιο για την αποτίμηση ενός περιουσιακού κινδύνου με κίνδυνο. Έγκειται δηλαδή, στο ότι η αναμενόμενη απόδοση κάθε περιουσιακού στοιχείου δεν σχετίζεται με τον κίνδυνο των υπολοίπων

αξιογράφων αλλά με ένα μέτρο του κινδύνου του, τον συντελεστή βήτα. Η καινοτομία αυτή του CAPM, δημιουργεί το πλεονέκτημα πως με απλό και γρήγορο τρόπο μπορούμε να επιτύχουμε βέλτιστες προβλέψεις για την σύνδεση της αναμενόμενης απόδοσης ενός μεμονωμένου αξιογράφου ή χαρτοφυλακίου με τον κίνδυνο της αγοράς.

Ακολούθησαν κι άλλες μελέτες που έχουν συμβάλει στην ανάδειξη του υποδείγματος αυτού και στην χρησιμοποίησή του σε διάφορους τομείς του χρηματοοικονομικού κόσμου, καθώς αποτελεί ένα εύχρηστο και απλό εργαλείο για κάθε επενδυτή, για την εκτίμηση του κινδύνου μιας επένδυσης σε σχέση με την χρηματιστηριακή αγορά μέσω του συντελεστή, από την οποία προκύπτει και η αποτίμηση του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου.

Η μελέτη της σχέσης μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και μη διαφοροποιήσιμου κινδύνου, διότι ως βασική ιδέα του CAPM παραμένει πως ο εκάστοτε επενδυτής δεν θα πρέπει να ανταμείβεται για τον συνολικό κίνδυνο της επένδυσης παρά μόνο για το μέρος του κινδύνου το οποίο δεν δύναται να εξαλειφθεί μέσω της διαφοροποίησης, οδηγεί στον τρόπο αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων.

Όπως και τα προηγούμενα υποδείγματα, έτσι κι αυτό βασίζεται σε κάποιες υποθέσεις, κάποιες κοινές με τα προηγούμενα και κάποιες επιπρόσθετες συνθέτουν μια απλουστευμένη περιγραφή της πραγματικότητας. Γνωρίζουμε πως ορισμένες υποθέσεις δεν μπορούμε να τις θεωρήσουμε ρεαλιστικές, ωστόσο η απλοποίηση της πραγματικότητας μας βοηθά στο να εξετάσουμε την λογική των αγορών σε ικανοποιητικό βαθμό κάνοντας την πραγματικότητα διαχειρίσιμη με την βοήθεια ενός μαθηματικού μοντέλου.

Οι υποθέσεις, μερικές από τις οποίες είναι κοινές με το υπόδειγμα του Markowitz και κυρίως εκείνες που σχετίζονται με την συμπεριφορά των επενδυτών, πάνω στις οποίες βασίζεται το CAPM είναι οι εξής :

- Οι επενδυτές θεωρούνται ορθολογιστές, επομένως ανάμεσα σε δύο χαρτοφυλάκια με την ίδια αναμενόμενη απόδοση επιλέγουν εκείνο με τον μικρότερο κίνδυνο, κι επιπλέον, ανάμεσα σε δύο χαρτοφυλάκια με ίδιο επίπεδο κινδύνου επιλέγουν αυτό που θα τους προσδώσει μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση.

- Οι επενδυτές εκτιμούν τα χαρτοφυλάκια υπολογίζοντας αποκλειστικά την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο της απόδοσης, τα οποία εκφράζονται μέσω της αναμενόμενης τιμής της απόδοσης και της συνδιακύμανσης των αποδόσεων.
- Ο επενδυτικός ορίζοντας είναι γνωστός και κοινός για όλους τους επενδυτές.
- Οι προσδοκίες των επενδυτών χαρακτηρίζονται από ομοιογένεια, αποτιμούν δηλαδή με πανομοιότυπο τρόπο τις αναμενόμενες αποδόσεις, τις τυπικές αποκλίσεις και τις συνδιακυμάνσεις των αξιογράφων.
- Δεν υφίστανται έξοδα συναλλαγών, οι συναλλαγές πραγματοποιούνται χωρίς προμήθεια.
- Δεν υφίστανται φόροι επί των χρηματιστηριακών συναλλαγών.
- Δεν υφίσταται κόστος πληροφόρησης, οι πληροφορίες παρέχονται δωρεάν και είναι προσβάσιμες από όλους. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μην δύναται να επηρεάσει την τιμή οποιουδήποτε αξιογράφου ένας μεμονωμένος επενδυτής.
- Όλα τα περιουσιακά στοιχεία, συμπεριλαμβανομένου και του κεφαλαίου, είναι απείρως διαιρετά και οι επενδυτές μπορούν να αγοράσουν και να πουλήσουν σε οποιαδήποτε ποσότητα επιθυμούν.
- Υφίσταται η επένδυση μηδενικού κινδύνου, δηλαδή το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (risk free rate) είναι κοινό για όλους τους επενδυτές και μπορούν είτε να αγοράσουν είτε να πουλήσουν αξιόγραφα με αυτό το επιτόκιο.
- Υφίσταται ικανός αριθμός επενδυτών που δραστηριοποιούνται σε μια αγορά που λειτουργεί με συνθήκες τέλει ανταγωνισμού.

Ερμηνεύοντας τις υποθέσεις, πάνω στις οποίες βασίζεται το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων, συμπεραίνουμε πως μοιάζει αρκετά με το Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα. Διαπιστώνουμε πως επικρατούν ακραίες καταστάσεις όπου οι επενδυτές έχουν την ίδια πληροφόρηση και συμφωνούν για την πορεία που θα ακολουθήσουν οι τιμές των αξιογράφων. Επίσης, καθώς όλοι εξαγουν παρόμοια συμπεράσματα, δεδομένου του παρόμοιου τρόπου ανάλυσης των πληροφοριών, καθιστούν την αγορά τελείως αποτελεσματική κι απαλλαγμένη από φόρους, έξοδα, προμήθειες και διαφορετικά επιτόκια δανεισμού. Η μόνη διαφορά ανάμεσα στα δύο υποδείγματα είναι η απουσία της μεταβλητής του χρόνου καθώς στο ΥΑΚΣ ο κίνδυνος των αξιογράφων υπολογίζεται αποκλειστικά με παρελθοντικά δεδομένα.

Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων αποτελεί μια σχέση ισορροπίας μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης και του συστημικού κινδύνου ενός αξιογράφου ή χαρτοφυλακίου. Η αλγεβρική απεικόνιση του υποδείγματος μας δίνεται μέσω μιας θετικής και γραμμικής σχέσης της αναμενόμενης απόδοσης των αξιογράφων με τον κίνδυνό τους ως εξής :

$$E(R_i) = r_f + [E(R_m) - r_f] * \beta_i \quad \text{Σχέση 2.27}$$

Όπου,

$E(R_i)$ Η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου i

r_f Η απόδοση του αξιογράφου μηδενικού κινδύνου

$E(R_m)$ Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς

β_i Ο συντελεστής ευαισθησίας βήτα μεταξύ του αξιογράφου i και της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς

Βέβαια για να ισχύει αυτή η εξίσωση θα πρέπει το χαρτοφυλάκιο της αγοράς να είναι πάντα αποδοτικό, που όντως είναι όπως έχουμε αναφέρει σε προηγούμενη ενότητα. Επίσης να αναφέρουμε πως η εξίσωση της Σχέσης 2.27 αποτελεί την απάντηση στο πρώτο βασικό ερώτημα της Θεωρίας Κεφαλαιαγοράς που είχαμε αναφέρει στην ενότητα 2.6.

Ερμηνεύοντας την Σχέση 2.27 διαπιστώνουμε πως η διαφορά $E(R_m) - r_f$ αποτελεί το ασφάλιστρο κινδύνου (Risk Premium), την αποζημίωση που απαιτούν οι επενδυτές προκειμένου να επενδύσουν στο αξιόγραφο ή χαρτοφυλάκιο i , το οποίο ενέχει πρόσθετο επενδυτικό κίνδυνο, μη συστημικό κίνδυνο, από εκείνον του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Ως απόδοση μηδενικού κινδύνου, r_f , μπορούμε να θεωρήσουμε τα κρατικά ομόλογα.

Αν επιθυμούσαμε να εκφράσουμε με λόγια την Σχέση 2.27 θα ήταν :

Αναμενόμενη απόδοση = απόδοση στοιχείου μηδενικού κινδύνου + ανταμοιβή κινδύνου

Μια εναλλακτική μορφή της εξίσωσης του ΥΑΚΣ είναι η εξής :

$$E(R_i) = r_f + \frac{E(R_m) - r_f}{\sigma_m} * \sigma_i$$

Όπου,

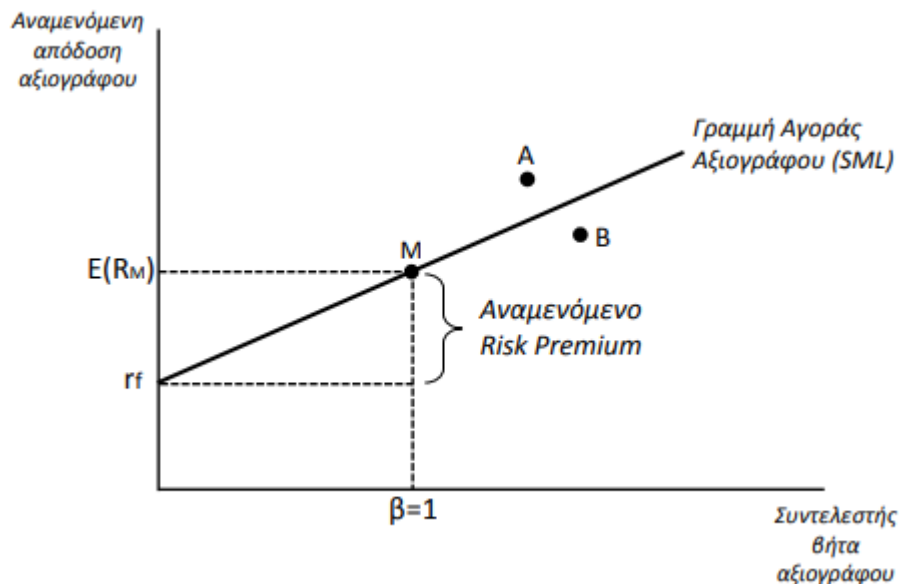
σ_m Η τυπική απόκλιση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς

σ_i Η τυπική απόκλιση της απόδοσης του αξιογράφου i

Η εναλλακτική αυτή μορφή διαπιστώνουμε πως είναι παρόμοια με την εξίσωση της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς (Σχέση 2.26) και προκύπτει γνωρίζοντας πως ο συντελεστής ευαισθησίας

$\beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_m}$ που αποτελεί το μέτρο του συστημικού κινδύνου του αξιογράφου i .

Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (ΥΑΚΣ – CAPM) απεικονίζεται γραφικά από την Γραμμή Αγοράς Αξιογράφου (Security Market Line – SML).



Διάγραμμα 2.6: Η Γραμμή Αγοράς Αξιογράφου – Security Market Line.

Όπως παρατηρούμε στο παραπάνω διάγραμμα, στον οριζόντιο άξονα απεικονίζονται οι συντελεστές ευαισθησίας βήτα και στον κάθετο άξονα οι αναμενόμενες αποδόσεις. Η Γραμμή Αγοράς Αξιογράφων (SML) αποτελεί την ευθεία που τέμνει τον κάθετο άξονα στην απόδοση μηδενικού κινδύνου, r_f , και περνά από το χαρτοφυλάκιο M της αγοράς (market portfolio), το

οποίο έχει αναμενόμενη απόδοση $E(R_M)$ και βήτα ίσο με την μονάδα, $\beta_M = 1$. Η Γραμμή Αγοράς Αξιογράφων δίνει επομένως στους επενδυτές την δυνατότητα να εκτιμήσουν την αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου ανάλογα με τον συστημικό του κίνδυνο.

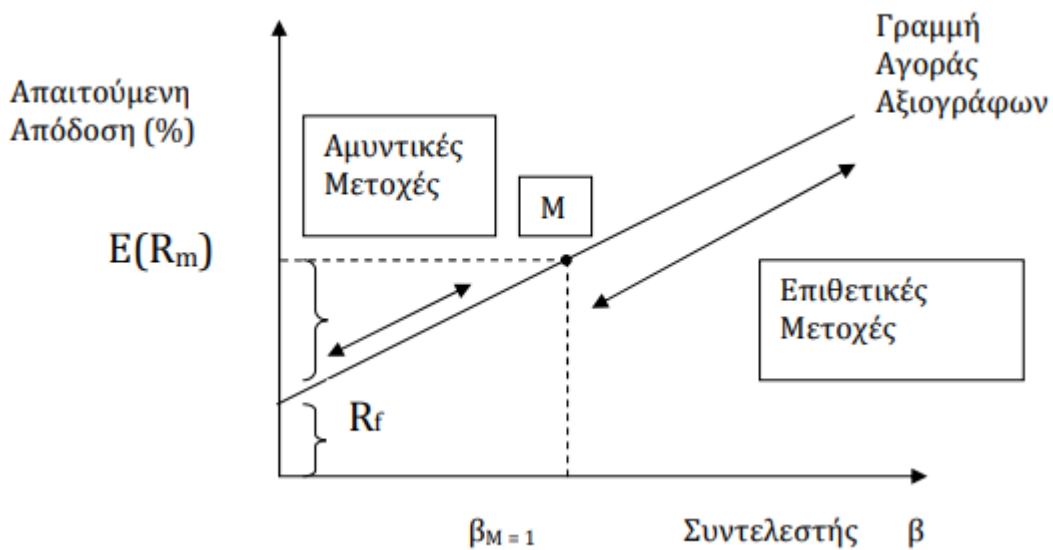
Επίσης μπορούμε να εξάγουμε κάποια χρήσιμα συμπεράσματα όπως:

- Αν $\beta = 0$ τότε η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου ισούται με την απόδοση μηδενικού κινδύνου, διότι το αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου δεν υπόκειται καθόλου σε συστημικό και μη κίνδυνο.
- Αν $\beta = 1$ τότε η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου ισούται με εκείνη του χαρτοφυλακίου της αγοράς, διότι έχουμε προσδιορίσει πως έχει συστημικό κίνδυνο ίσο με την μονάδα, $\beta_M = 1$.
- Αν $0 < \beta < 1$, δηλαδή εάν ο κίνδυνος του αξιογράφου είναι υπαρκτός αλλά μικρότερος του χαρτοφυλακίου της αγοράς, τότε το αξιόγραφο αυτό θεωρείται αμυντικό και η αναμενόμενη απόδοσή του θα είναι μικρότερη από εκείνη του χαρτοφυλακίου της αγοράς.
- Αν $\beta > 1$, δηλαδή εάν ο κίνδυνος του αξιογράφου είναι μεγαλύτερος από εκείνον του χαρτοφυλακίου της αγοράς, τότε το αξιόγραφο αυτό θεωρείται επιθετικό και η αναμενόμενη απόδοσή του θα είναι μεγαλύτερη από εκείνη του χαρτοφυλακίου της αγοράς.
- Σε περίπτωση ανισορροπίας της αγοράς θα υπάρχουν αξιόγραφα που δεν θα βρίσκονται πάνω στην Γραμμή Αγοράς Αξιογράφων αλλά είτε πάνω είτε κάτω από αυτήν. Όταν αυτά βρίσκονται πάνω από την SML τότε η αναμενόμενη απόδοσή τους είναι μεγαλύτερη από αυτήν που ορίζει η SML και θεωρούνται υποτιμημένα, όπως το αξιόγραφο Α του διαγράμματος 2.6, ενώ όταν βρίσκονται κάτω από την SML τότε η αναμενόμενη απόδοσή τους θα είναι μικρότερη από αυτήν που ορίζει η SML και θεωρούνται υπερτιμημένα, όπως το αξιόγραφο Β του διαγράμματος 2.6.

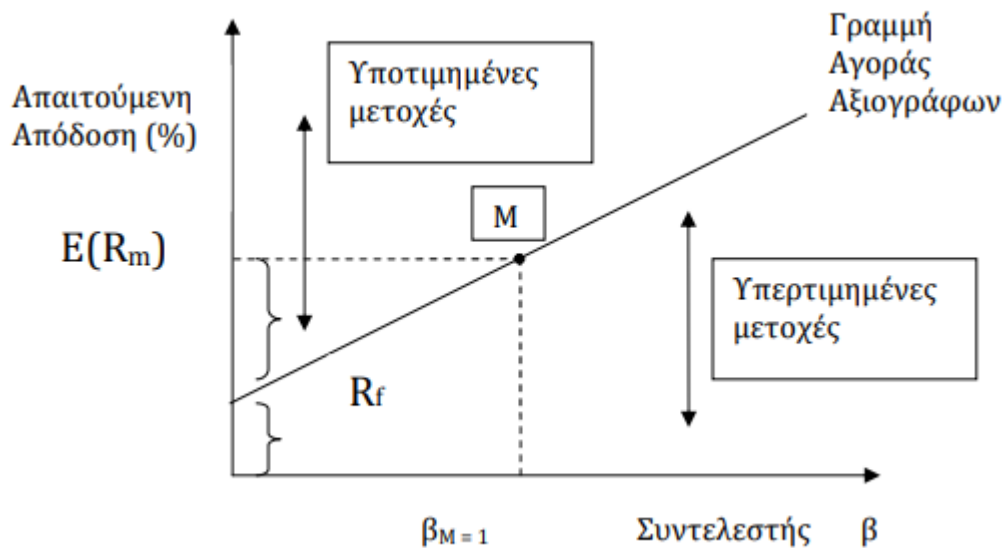
Όλα τα παραπάνω συμπεράσματα αναγράφονται και αποτυπώνονται γραφικά τόσο στον Πίνακα 2.1 όσο και στα Διαγράμματα 2.7 και 2.8 που ακολουθούν.

Συντελεστής Βήτα	Χαρακτηρισμός μετοχής	Επίδραση στον κίνδυνο του Χαρτοφυλακίου Αγοράς	Απόδοση
$\beta_i = 0$	Ακίνδυνη	Μηδενική	R_f
$\beta_i = 1$	Ουδέτερη	Ουδέτερη	R_m
$0 < \beta_i < 1$	Αμυντική	Μειώνει	$R_i < R_m$
$\beta_i > 1$	Επιθετική	Αυξάνει	$R_i > R_m$

Πίνακας 2.1: Χαρακτηρισμός μετοχών βάση του συντελεστή βήτα τους.



Διάγραμμα 2.7: Απεικόνιση μετοχών συγκριτικά με την Γραμμή Αγοράς Αξιογράφων.



Διάγραμμα 2.8: Απεικόνιση μετοχών συγκριτικά με την Γραμμή Αγοράς Αξιογράφων.

Σύμφωνα με την θεωρία του CAPM οι επενδυτές θα πρέπει να αγοράζουν υποτιμημένα αξιόγραφα και να πουλάνε τα υπερτιμημένα αξιόγραφα που έχουν στην κατοχή τους. Με αυτόν τον τρόπο η αγορά θα επανέλθει σε κατάσταση ισορροπίας και όλα τα αξιόγραφα θα βρίσκονται πάνω στην Γραμμή Αγοράς Αξιογράφων. Ωστόσο στην πραγματικότητα δεν δύναται να υφίσταται αποκλειστική ισχύ του CAPM διότι σε μια τέτοια περίπτωση όλοι οι επενδυτές θα είχαν στην κατοχή τους το χαρτοφυλάκιο της αγοράς ή κάποιο πάνω στην Γραμμή Κεφαλαιαγοράς, επομένως είτε θα δάνειζαν είτε θα δανειζόντουσαν με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου.

Στο σημείο αυτό καλό θα ήταν να τονίσουμε την ουσιώδη διαφορά της Γραμμής Κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line – CML) και της Γραμμής Αγοράς Αξιογράφων (Security Market Line – SML) προς αποφυγή οποιασδήποτε σύγχυσης. Η Γραμμή Κεφαλαιαγοράς (CML) απεικονίζει την γραμμική σχέση της αναμενόμενης απόδοσης ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου με τον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου ενώ η Γραμμή Αγοράς Αξιογράφων (SML) απεικονίζει την γραμμική σχέση ενός αξιογράφου ή ενός χαρτοφυλακίου, αποδοτικού ή μη, με τον συστηματικό του κίνδυνο (συντελεστής ευαισθησίας βήτα) και όχι τον συνολικό κίνδυνο.

Όπως κάθε υπόδειγμα έτσι και το ΥΑΚΣ-CAPM αποτέλεσε αντικείμενο πολλών μελετών που προσπάθησαν να το διερευνήσουν, να το αναπτύξουν ή ακόμη και να το αμφισβητήσουν. Το CAPM είναι ένα ιδιαίτερα εύχρηστο και απλό υπόδειγμα που δύναται να προβλέψει την αναμενόμενη απόδοση που θα έχει ένα αξιόγραφο ή χαρτοφυλάκιο σε σχέση με τον συστηματικό του κίνδυνο, υπό κάποιες προϋποθέσεις, όπως η ύπαρξη ενός χαρτοφυλακίου της αγοράς, η σύνθεση του οποίου θεωρείται γνωστή, τα χαρτοφυλάκια τα οποία επιθυμούμε να αποτιμήσουμε να είναι αποτελεσματικά και την ύπαρξη ενός αξιογράφου μηδενικού κινδύνου, του οποίου οι διακυμάνσεις δεν επηρεάζονται από τις διακυμάνσεις της αγοράς.

Οι πρώτες εμπειρικές μελέτες χρησιμοποιούσαν δεδομένα από την δεκαετία του 1930 έως και την δεκαετία του 1960 έδειξαν ότι η μέση αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου συσχετιζόταν θετικά με τον συστηματικό του κίνδυνο. Ωστόσο μέσα από διάφορες εμπειρικές μελέτες προέκυψαν δύο υποθέσεις που απασχόλησαν τους ερευνητές, η σταθερότητα του συντελεστή ευαισθησίας βήτα, β , και η θετική γραμμική σχέση μεταξύ των συντελεστών βήτα και των περιουσιακών στοιχείων που περιέχουν κίνδυνο, ουσιαστικά πλην του αξιογράφου μηδενικού κινδύνου.

Όσον αφορά την διαχρονική σταθερότητα του συντελεστή ευαισθησίας βήτα, οι περισσότερες εμπειρικές μελέτες κατέληξαν στα εξής δύο συμπεράσματα:

- Οι συντελεστές βήτα μεμονωμένων αξιογράφων που εκτιμώνται από στοιχεία του παρελθόντος δεν παραμένουν σταθεροί με την πάροδο του χρόνου, επομένως οι ιστορικοί συντελεστές βήτα διαφέρουν από τους μελλοντικούς συντελεστές βήτα των αξιογράφων.
- Οι συντελεστές βήτα μεγάλων χαρτοφυλακίων, που περιλαμβάνουν, για παράδειγμα, 50 αξιόγραφα, που εκτιμώνται από στοιχεία του παρελθόντος είναι διαχρονικά σταθεροί, διότι οι μεταβολές των συντελεστών βήτα των επιμέρους αξιογράφων που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο αλληλοαναιρούνται.

Όσον αφορά την θετική γραμμική σχέση των συντελεστών βήτα και των περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο, πολλές εμπειρικές μελέτες αρχικά είχαν επιβεβαιώσει την θεωρία του CAPM, αλλά μετέπειτα αυτή αμφισβητήθηκε διότι εμφανίσθηκαν αρκετές αποκλίσεις από τα

πραγματικά εμπειρικά δεδομένα. Οι περισσότερες εμπειρικές μελέτες κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι τα προβλήματα είναι αποτέλεσμα των προϋποθέσεων ισχύος του, κάτω από τις οποίες δημιουργούνται πολλές απλουστεύσεις.

Διάφορα εμπειρικά τεστ έχουν καταλήξει στο συμπέρασμα πως η τιμή ενός αξιογράφου δεν επηρεάζεται μόνο από τον συντελεστή βήτα, αλλά υπάρχουν κι άλλοι παράγοντες που δύναται να την επηρεάσουν όπως ο δείκτης τιμών προς κέρδη, η μερισματική απόδοση, το μέγεθος την επιχείρησης κ.α.

Αρχικά, το 1977 ο S. Basu, ο οποίος μελέτησε τους δείκτες τιμών προς κέρδη ($Price/Earnings - P/E$) αναφέρει πως οι δείκτες αυτοί θα μπορούσαν να είναι δείκτες μελλοντικών αποδόσεων, ιδιαίτερα για τα αξιόγραφα που επενδυτές είχαν υπερβολικές προσδοκίες. Η αναφορά αυτή έρχεται σε αντίθεση με την θεωρία του CAPM, η οποία υποστηρίζει πως αποκλειστικά και μόνο ο συντελεστής βήτα, και κανένας άλλος παράγοντας, σχετίζεται με τις μελλοντικές αποδόσεις των αξιογράφων.

Επίσης, το ίδιο έτος, ο R. Roll, αμφισβήτησε κι αυτός την θεωρία του CAPM, υποστηρίζοντας πως αυτή ισχύει μόνο εάν το χαρτοφυλάκιο το οποίο εξετάζουμε βρίσκεται επάνω στο αποτελεσματικό σύνορο, δηλαδή αναφέρεται σε αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Επιπλέον, αναφέρει πως ο χρηματιστηριακός δείκτης που χρησιμοποιείται δεν είναι αποδοτικός, τότε το CAPM δεν ικανοποιεί την σχέση μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης και συντελεστή βήτα.

Ακολούθως, οι E. Fama και K. French, σε δύο δημοσιεύσεις τους το 1992 και 1993, αποδεικνύουν πως οι αναμενόμενες αποδόσεις παρουσιάζουν μια πολύ αδύναμη σχέση με τους συντελεστές βήτα για την περίοδο 1941-1990, ενώ για την περίοδο 1963-1990 αυτή η σχέση είναι ανύπαρκτη. Επίσης, παρατήρησαν ότι η μέση απόδοση ενός αξιογράφου έχει αρνητική συσχέτιση με τους δείκτες P/E ($Price/Earnings$) και MV/BV ($Market\ value/Book\ value$), που έρχεται σε αντίθεση με την θεωρία του CAPM, η οποία, όπως έχουμε αναφέρει και προηγουμένως, υποστηρίζει πως μόνο ο συντελεστής βήτα, και καμία άλλη παράμετρος, σχετίζεται με τις μελλοντικές αποδόσεις των αξιογράφων. Συνοψίζοντας, οι εμπειρικές μελέτες των E. Fama και K. French απέδειξαν πως μόνο ο συντελεστής βήτα δεν δύναται να εξηγήσει τις διαστρωματικές αποδόσεις ολόκληρου του χαρτοφυλακίου. Με ορθολογική αποτίμηση των

αξιογράφων που συνθέτουν ένα χαρτοφυλάκιο παρατηρούμε πως οι κίνδυνοι που το διέπουν είναι πολυδιάστατοι.

Ωστόσο, υπάρχουν και μελέτες πολλών ακαδημαϊκών που απορρίπτουν τις ενστάσεις και αμφισβητήσεις που έχουν προκύψει για την θεωρία του CAPM. Ένα επιχείρημά τους είναι πως τα δεδομένα που χρησιμοποίησαν οι E. Fama και K. French για την περίοδο 50 ετών (1941-1990), σύμφωνα με τα οποία αμφισβήτησαν την θεωρία του CAPM, ενδεχομένως να μην επαρκούν, καθώς τα ιστορικά δεδομένα για την περίοδο 1927-2005 επιβεβαιώνουν την ισχύ του CAPM. Επίσης, η θεωρία του CAPM επιβεβαιώνεται και για μικρότερες περιόδους, αρκεί να χρησιμοποιήσουμε ετήσιες αποδόσεις κι όχι μηνιαίες. Ακόμη, υποστηρίζουν πως οι δείκτες που αναφέρθηκαν ότι δύναται να επηρεάσουν τις μελλοντικές αποδόσεις P/E (Price/Earnings) και MV/BV (Market value/Book value), αποτελούν μόνο δύο παραμέτρους από έναν άπειρο αριθμό πιθανών συντελεστών.

Σε κάθε υπόδειγμα, όπως κι αυτό του CAPM, δύναται να υπάρξουν κάποιες παραβιάσεις κατά την εκτέλεσή του. Στο CAPM τέτοιες παραβιάσεις μπορούν να θεωρηθούν οι εξής:

- Αυτοσυσχέτιση, η οποία προκύπτει όταν οι διακυμάνσεις των τυχαίων σφαλμάτων ή καταλοίπων ενός χαρτοφυλακίου δεν είναι σταθερές και η συνδιακύμανση όλων αυτών δεν είναι ίση με το μηδέν.
- Μη κανονικότητα της εξαρτημένης μεταβλητής, σύμφωνα με το απλό γραμμικό υπόδειγμα οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής ακολουθούν κανονική κατανομή. Ενδεχομένως να μην ισχύει αυτό δημιουργώντας την εν λόγω παραβίαση.
- Ετεροσκεδαστικότητα, μία από τις βασικές υποθέσεις του απλού γραμμικού μοντέλου είναι η ύπαρξη της ομοσκεδαστικότητας των σφαλμάτων, με σταθερή διακύμανση ίση με σ^2 . Στην πραγματικότητα όμως δεν συμβαίνει αυτό, διότι οι διακυμάνσεις των τυχαίων σφαλμάτων ή καταλοίπων δεν είναι σταθερές, αλλά μεταβάλλονται μεταξύ διαφορετικών χρονικών περιόδων.
- Εξειδίκευση του μοντέλου, ενδεχομένως να εμφανιστεί στην περιγραφή των ερμηνευτικών μεταβλητών, ή στην διατύπωση των καταλοίπων.

Η ύπαρξη μειονεκτημάτων δεν θα πρέπει να θεωρηθεί ως η απόρριψη και η μη εφαρμογή του υποδείγματος στην πραγματική αγορά. Το CAPM παραμένει δημοφιλές και χρησιμοποιείται ευρέως από τους ενασχολούμενους με τη χρηματοοικονομική επιστήμη, διότι έστω και προσεγγιστικά μας δίνει μια εικόνα για την σχέση της αναμενόμενης απόδοσης και του συστηματικού κινδύνου ενός αξιογράφου ή χαρτοφυλακίου.

Καταλήγοντας να σημειώσουμε πως το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων έχει άμεση σχέση με το Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα διότι και στα δύο η κλίση είναι ίση με τον συντελεστή ευαισθησίας βήτα. Ωστόσο, υπάρχουν δύο σημαντικές διαφορές ανάμεσα στα δύο αυτά υποδείγματα. Η πρώτη είναι πως στο Μονοπαραγοντικό έχουμε μόνο έναν παράγοντα, ο οποίος είναι ο δείκτης της αγοράς, ενώ στο ΥΑΚΣ αναφερόμαστε σε συνθήκες ισορροπίας, οι οποίες περιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο διαμορφώνονται οι τιμές των αξιογράφων. Η δεύτερη είναι πως στο Μονοπαραγοντικό ο δείκτης της αγοράς που χρησιμοποιούμε βασίζεται σε ένα δείγμα της αγοράς, ενώ αντίθετα το ΥΑΚΣ αναφέρεται στο χαρτοφυλάκιο της αγοράς το οποίο απαρτίζεται από το σύνολο των αξιογράφων που διακινούνται στην αγορά.

2.8 Θεωρία Αποτίμησης με βάση την Εξισορροπητική Κερδοσκοπία (Arbitrage Pricing Theory – APT)

Η Θεωρία Αποτίμησης Εξισορροπητικής Κερδοσκοπίας (Arbitrage Pricing Theory – APT) αναπτύχθηκε αρχικά το 1976 από τον οικονομολόγο Stephen Ross, και αποτελεί μία νέα διαφορετική προσέγγιση στην ερμηνεία των αποδόσεων των αξιογράφων, παρουσιάζοντας μια εναλλακτική, πιο γενικευμένη εκδοχή του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων. Σύμφωνα με την APT, η απόδοση ενός αξιογράφου αποτελείτε, όπως και στο CAPM, από δύο συνιστώσες, μία ειδική και μία κοινή. Η διαφορά όμως, μεταξύ της APT και του CAPM έγκειται στο ότι η κοινή συνιστώσα ενώ στο CAPM δέχεται επίδραση από έναν παράγοντα και σε ποσοστό που δίνεται από τον συντελεστή ευαισθησίας βήτα, στην APT επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες επίδρασης, που σημαίνει πως για κάθε παράγοντα αντιστοιχεί και ένας νέος συντελεστής ευαισθησίας βήτα.

Ουσιαστικά, η APT αποτελεί ένα πολυμεταβλητό μοντέλο που σκοπός της είναι να αντιμετωπίσει τις περιοριστικές υποθέσεις των προηγούμενων μοντέλων, είναι ο λόγος που έγινε αρκετά δημοφιλής, ερχόμενη σε ρήξη με την κλασικά θεωρητική προσέγγιση.

Προκειμένου να γινόμαστε αντιληπτοί όταν αναφερόμαστε σε ένα πολυμεταβλητό μοντέλο, θα αναλύσουμε εν συντομία την δομή του, ξεκινώντας από την έννοια της απόδοσης ενός αξιογράφου. Ένας επενδυτής για να επενδύσει σε ένα αξιόγραφο επιθυμεί η αναμενόμενη απόδοσή του να είναι ίση με την απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο, r_f , συν μιας επιπλέον ανταμοιβής για τον συστηματικό κίνδυνο που αναλαμβάνει με την επένδυσή του στο συγκεκριμένο αξιόγραφο. Η ανταμοιβή του αυτή θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη όσο μεγαλύτερος είναι και ο συστηματικός κίνδυνος που περιέχει το αξιόγραφο.

Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, ο κίνδυνος αυτός δύναται να προέρχεται από διάφορους παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν συστηματικά την απόδοση ενός αξιογράφου. Σύμφωνα με το CAPM γνωρίζουμε πως ο συντελεστής ευαισθησίας βήτα αποτελεί το μέτρο του συστηματικού κινδύνου ενός αξιογράφου, μας έδειχνε δηλαδή την αντίδραση της απόδοσής του ως προς έναν συγκεκριμένο δείκτη συστηματικού κινδύνου που δεν ήταν άλλος από την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Ωστόσο, στο υπόδειγμα APT, που όπως προείπαμε αποτελεί μια γενίκευση του CAPM, πηγαίνουμε ένα βήμα παραπέρα και εξετάζουμε την ύπαρξη κι άλλων δεικτών αξιολόγησης του συστηματικού κινδύνου, που δεν συνέβαινε στο CAPM.

Επομένως, στο πολυμετάβλητο μοντέλο της APT χρησιμοποιούνται τόσο συντελεστές ευαισθησίας βήτα όσοι είναι και οι συστηματικοί κίνδυνοι που αντιμετωπίζει το αξιόγραφο που θέλουμε να επενδύσουμε. Με βάση την APT, η τιμή ενός αξιογράφου προκύπτει μέσω μιας γραμμικής σχέσης που συνδέει την απόδοσή του με διάφορους συστηματικούς παράγοντες που επηρεάζουν την απόδοσή τους. Προκύπτει επομένως, ότι σύμφωνα με την APT ισχύει :

$$R_i = r_f + \beta_{i1} * F_1 + \beta_{i2} * F_2 + \dots + \beta_{ik} * F_k + e_i \quad \text{Σχέση 2.28}$$

Όπου,

R_i η απόδοση του αξιογράφου i

r_f η απόδοση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο

$\beta_{i1}, \dots, \beta_{ik}$ οι συντελεστές ευαισθησίας βήτα της απόδοσης του αξιογράφου i στις μεταβολές του συστηματικού παράγοντα k

F_1, \dots, F_k ο συστηματικός παράγοντας που επιδρά στην απόδοση του αξιογράφου

e_i το τυχαίο σφάλμα του υποδείγματος, το μέρος εκείνο της απόδοσης που ερμηνεύεται από το μη συστηματικό κίνδυνο

Οι υποθέσεις δεν θα μπορούσαν να λείπουν και από την APT, ωστόσο σε αντίθεση με τα προηγούμενα υποδείγματα, η APT δεν βασίζεται σε υποθέσεις σχετικά με την συμπεριφορά του επενδυτή απέναντι στον κίνδυνο ούτε η δημιουργία αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων αποτελεί επιδίωξή της. Μερικές από αυτές είναι :

- Η APT είναι βασισμένη στην λογική της αντιστάθμισης, οπότε δύο αξιόγραφα που εμφανίζουν παρόμοια χαρακτηριστικά απόδοσης και κινδύνου δεν μπορούν να πωληθούν σε διαφορετικές τιμές. Προς επίτευξη αυτής της ισότητας των τιμών, υποθέτουμε πως δεν υφίστανται χρεώσεις συναλλαγών.
- Για να εξασφαλισθεί η ισορροπία στην αγορά, υποθέτουμε πως η αύξηση της απόδοσης θα προέρχεται είτε από επιπλέον κεφάλαια που επενδύονται είτε από την αύξηση του κινδύνου της επένδυσης.
- Ο μη συστηματικό κίνδυνος εξαλείφεται μέσω της διαφοροποίησης, ενώ όλοι οι συστηματικοί παράγοντες δύναται να επηρεάσουν την απόδοση ενός αξιογράφου.
- Δεν δύναται να προσδιοριστούν ποιοι είναι οι συστηματικοί παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν την απόδοση ενός αξιογράφου, αλλά, θεωρούμε πως υπάρχει μία συμφωνία μεταξύ των επενδυτών ως προς το πόσοι είναι αυτοί οι παράγοντες καθώς και τους συντελεστές ευαισθησίας βήτα του καθενός από αυτούς.
- Δεν υφίστανται προοπτικές για arbitrage εντός ενός καλά διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου, διότι εξαλείφονται άμεσα από τις κινήσεις των επενδυτών.
- Οι επενδυτές συνθέτουν χαρτοφυλάκια με μεγάλο αριθμό αξιογράφων, προς όφελος της διαφοροποίησης, χωρίς να είναι απαραίτητο να εμπεριέχεται το χαρτοφυλάκιο της αγοράς.

- Οι ανοικτές πωλήσεις (short sale) επιτρέπονται, και σε ορισμένες περιπτώσεις επιβάλλονται προκειμένου οι επενδυτές να εξαλείψουν όποια ευκαιρία για arbitrage προκύψει στην αγορά λόγω μιας στιγμιαίας ανισορροπίας. Τα κέρδη από τις ανοικτές πωλήσεις χρησιμοποιούνται από τον επενδυτή για επιπλέον επενδύσεις.

Από την Σχέση 2.28, ο κάθε επενδυτής θα πρέπει να επιλέξει πόσους και ποιους συστηματικούς παράγοντες κινδύνου που επηρεάζουν την απόδοση ενός αξιογράφου για να σχηματίσει την εξίσωση παλινδρόμησης της APT, η οποία σε μια κατάσταση ισορροπίας, χωρίς arbitrage, θα είναι :

$$E(R_i) = r_f + \beta_{iF1} * [E(R_{F1}) - r_f] + \beta_{iF2} * [E(R_{F2}) - r_f] + \dots + \beta_{iFk} * [E(R_{Fk}) - r_f] \quad \text{Σχέση 2.29}$$

Όπου,

$E(R_i)$ η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου i

r_f η απόδοση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο

$\beta_{iF1}, \dots, \beta_{iFk}$ οι συντελεστές ευαισθησίας βήτα της απόδοσης του αξιογράφου i στις μεταβολές του συστηματικού παράγοντα k

$E(R_{F1}) - r_f, \dots, E(R_{Fk}) - r_f$ το μέρος της απόδοσης του παράγοντα k που υπερβαίνει της απόδοσης της ακίνδυνης επένδυσης και λογίζεται ως η επιπλέον ανταμοιβή του επενδυτή για τον συστηματικό κίνδυνο που προκαλείται από τον συστηματικό παράγοντα k , το λεγόμενο Risk Premium.

Η Σχέση 2.29 μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για ένα καλά διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο κι έχει την μορφή :

$$E(R_p) = r_f + \beta_{pF1} * [E(R_{F1}) - r_f] + \beta_{pF2} * [E(R_{F2}) - r_f] + \dots + \beta_{pFk} * [E(R_{Fk}) - r_f]$$

Όπου,

$E(R_p)$ η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου

$\beta_{pF1}, \dots, \beta_{pFk}$ οι συντελεστές ευαισθησίας βήτα της απόδοσης του αξιογράφου i στις μεταβολές του συστηματικού παράγοντα k

Η παραπάνω εξίσωση αποτελεί την APT και δηλώνει πως οι επενδυτές επιθυμούν μια επιπλέον ανταμοιβή για κάθε συστηματικό κίνδυνο που αναλαμβάνουν, δηλαδή για κάθε συστηματικό παράγοντα που υπάρχει στην αγορά και δύναται να επηρεάσει την απόδοση του αξιογράφου που έχουν επενδύσει.

Από τις υποθέσεις της θεωρίας προκύπτει πως οι επενδυτές είναι εκείνοι που θα επιλέξουν το πόσοι και ποιοι θα είναι οι συστηματικοί παράγοντες, καθώς και σε περίπτωση ισορροπίας στην αγορά η αναμενόμενη απόδοση θα πρέπει να είναι ίση με την πραγματική απόδοση της αγοράς, διότι σε διαφορετική περίπτωση θα εμφανιζόταν ευκαιρία για arbitrage. Δηλαδή, παρατηρείται μια απόκλιση των τιμών γιατί υπάρχει λάθος αποτίμηση είτε προς τα επάνω, τιμές μεγαλύτερες είτε προς τα κάτω, τιμές μικρότερες, από την αναμενόμενη, με αποτέλεσμα οι επενδυτές να πουλήσουν τα υπερτιμημένα αξιόγραφα με σκοπό να χρηματοδοτήσουν την αγορά υποτιμημένων αξιογράφων κι έτσι να κερδοσκοπήσουν με μηδενικό κίνδυνο. Οι κινήσεις αυτές των επενδυτών όμως, θα επιφέρουν εκ νέου την ισορροπία στην αγορά, διότι οι τιμές των υπερτιμημένων αξιογράφων θα πέσουν λόγω της αυξημένης προσφοράς και οι τιμές των υποτιμημένων θα ανέβουν λόγω της αυξημένης ζήτησης.

Η Θεωρία Αποτίμησης με βάση την Εξισορροπητική Κερδοσκοπία είναι σχετικά καινούρια και οι εμπειρικές μελέτες που έχουν γίνει μέχρι σήμερα δεν έχουν καταλήξει σε αναμφισβήτητα αποτελέσματα, παρά μόνο σε κάποια πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα.

Με κύριο χαρακτηριστικό της APT να είναι ότι αποτελεί μια γενίκευση του CAPM, αυτό αναγάζεται και ως πλεονέκτημα και ως μειονέκτημα λόγω της γενικής μορφής ως υπόδειγμα.

Τα πλεονεκτήματα της APT είναι πως, δεν απαιτεί την ύπαρξη χαρτοφυλακίου της αγοράς διευκολύνοντας την δοκιμή της στην πράξη καθώς και στο ότι οι λιγότερο περιοριστικές υποθέσεις της δεν θέτουν αυστηρές υποθέσεις σχετικά με την συμπεριφορά του επενδυτή απέναντι στον κίνδυνο.

Μειονεκτήματα μπορούν να θεωρηθούν ο μη προσδιορισμός των συστηματικών παραγόντων που συμπεριλαμβάνονται στην APT, οι οποίοι θα πρέπει να προσδιοριστούν με στατιστικές μεθόδους κάνοντάς της αρκετά πιο πολύπλοκη επηρεάζοντας και την τελική πρόβλεψη της αναμενόμενης απόδοσης, και το ότι δεν υπάρχει ισχυρή θεωρητική βάση για την σχέση απόδοσης και κινδύνου.

Εάν θελήσουμε να κάνουμε μια εκτενέστερη σύγκριση ανάμεσα στην APT και στο CAPM, θα διαπιστώσουμε πως και τα δύο αποτελούν εναλλακτικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της σχέσης μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου. Πρώτα αναπτύχθηκε η θεωρία του CAPM, για να ακολουθήσει η δημιουργία της APT η οποία αν και θεωρητικής βάσης απορρέει από το CAPM έχει ως σκοπό να εξηγήσει κάποιες αστοχίες του CAPM.

Η APT διαφέρει από το CAPM στο ότι οι υποθέσεις της είναι λιγότερο περιοριστικές ως προς τον αριθμό των συστηματικών παραγόντων που δύναται να επηρεάσουν την απόδοση ενός αξιογράφου ή ενός χαρτοφυλακίου. Πιο συγκεκριμένα, η APT θεωρεί πως η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου ή ενός χαρτοφυλακίου εξαρτάται από πολλούς παράγοντες κινδύνου, ενώ το CAPM θεωρεί πως μόνο η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς δύναται να επηρεάσει την αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου ή χαρτοφυλακίου.

Για μια πιο άμεση σύγκριση ας παραθέσουμε τις εξισώσεις παλινδρόμησης και των δύο υποδειγμάτων,

$$E(R) = r_f + \beta_{F1} * [E(R_{F1}) - r_f] + \beta_{F2} * [E(R_{F2}) - r_f] + \dots + \beta_{Fk} * [E(R_{Fk}) - r_f], \text{ της APT}$$

$$E(R) = r_f + [E(R_m) - r_f] * \beta, \text{ του CAPM}$$

Συγκρίνοντας τις δύο εξισώσεις παλινδρόμησης συμπεραίνουμε πως το CAPM μπορεί να θεωρηθεί μια ειδική περίπτωση της APT, έχουμε τονίσει πως η APT αποτελεί μια γενικευμένη μορφή του CAPM. Επίσης, λόγω του ότι η αναμενόμενη απόδοση στην APT εξαρτάται από πολλούς συστηματικούς παράγοντες κινδύνου, είναι πιθανό να εξάγει και πιο ακριβή αποτελέσματα στις προβλέψεις της σε σύγκριση με το CAPM. Ωστόσο, ο καθορισμός του

αριθμού αλλά και του προσδιορισμού της ταυτότητας των συστηματικών αυτών παραγόντων κινδύνου, δεν αποτελεί εύκολη υπόθεση και στηρίζεται σε εμπειρικές μελέτες κι όχι στην θεωρία. Αντίθετα, το CAPM είναι πιο αυστηρά καθορισμένο και πρέπει ο επενδυτής απλά να επιλέξει έναν δείκτη της αγοράς που θα ανταποκρίνεται το βέλτιστο δυνατό στις απαιτήσεις. Σε περίπτωση που ο δείκτης που επιλέξει αντιπροσωπεύει σε μεγάλο βαθμό τις κινήσεις της αγοράς τότε το CAPM δίνει πολύ ικανοποιητικές εκτιμήσεις σχετικά με τις αναμενόμενες αποδόσεις των αξιογράφων που απαρτίζουν τον δείκτη.

2.9 Δείκτες Αξιολόγησης Επίδοσης Αξιογράφων και Χαρτοφυλακίων

Η επιτυχία της επενδυτικής διαχείρισης ενός χαρτοφυλακίου χαρακτηρίζεται από την απόδοση που επιτυγχάνει σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο, σε σύγκριση με την απόδοση άλλων χαρτοφυλακίων ίδιας κατηγορίας. Για την ορθή αξιολόγηση των αποδόσεων θα πρέπει να υπολογισθεί και ο κίνδυνος που εμπεριέχει η εκάστοτε απόδοση, πέραν της ίδιας της απόδοσης. Έπειτα οδηγούμαστε στην δημιουργία μιας κατάταξης σύμφωνα με τις αποδόσεις που επιτυγχάνουν όλα τα αξιολογούμενα χαρτοφυλάκια.

Οι κυριότεροι δείκτες, τους οποίους και θα αναλύσουμε είναι του Jack Treynor (1965), του William Sharpe (1966) και του Michael Jensen (1969). Αν και υπάρχουν πολλοί δείκτες αξιολόγησης επίδοσης αξιογράφων και χαρτοφυλακίων, αυτοί οι τρεις είναι οι πλέον διαδεδομένοι και αυτοί που χρησιμοποιούνται κατά βάση.

2.9.1 Το Κριτήριο του Jack Treynor

Πρώτος που ανέπτυξε έναν δείκτη αξιολόγησης αποδοτικότητας ενός χαρτοφυλακίου ήταν ο Jack Treynor το 1965. Διατύπωσε πως η αξιολόγηση μιας επένδυσης θα πρέπει να γίνεται έχοντας μέτρα απόδοσης προσαρμοσμένα στον κίνδυνο και να διέπεται από τα ακόλουθα χαρακτηριστικά, η μέτρηση να παραμένει σταθερή εφόσον και η επίδοση της διαχείρισης των κεφαλαίων παραμένει σταθερή, ανεπηρέαστη από περιόδους έντονων διακυμάνσεων της αγοράς, και να λαμβάνει υπ' όψιν της την αποστροφή στον κίνδυνο που έχουν όλοι οι επενδυτές, οι οποίοι θεωρούμε πως είναι ορθολογικοί.

Ο Treynor λοιπόν, αφαίρεσε από την συνολική απόδοση ενός χαρτοφυλακίου την απόδοση που θα μπορούσε να επιτύχει ένας επενδυτής από την επένδυσή του σε ένα αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου, π.χ. κρατικά ομόλογα. Δημιούργησε με αυτόν τον τρόπο μία απόδοση η οποία προσαρμόζεται ανάλογα με τον συστηματικό κίνδυνο στον οποίο εκτίθεται συνολικά το κεφάλαιο.

Ο δείκτης αξιολόγησης του Treynor υπολογίζεται ως εξής :

$$R_p = \frac{R_p - r_f}{\beta_p} \quad \text{Σχέση 2.30}$$

Όπου,

R_p η απόδοση του χαρτοφυλακίου

r_f η απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου, η χωρίς κίνδυνο επένδυση

β_p ο συστηματικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου

Ο δείκτης αυτός είναι απόλυτα σύμφωνος με το ότι τα καλώς διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια υπόκεινται μόνο στον συστηματικό κίνδυνο. Με την χρήση του συντελεστή βήτα επιτυγχάνεται η δέουσα προσαρμογή στην απόδοση ενός χαρτοφυλακίου, είναι πιθανόν υπό ορισμένες συνθήκες να δημιουργηθούν προβλήματα στον υπολογισμό.

Το κριτήριο Treynor στηρίζεται στο Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων, διότι εμπεριέχει την κεντρική του παράμετρο, δηλαδή το συντελεστή συστηματικού κινδύνου ή συντελεστή ευαισθησίας βήτα. Το κριτήριο αυτό μας δείχνει την επιπλέον απόδοση από την απόδοση μηδενικού κινδύνου μιας επένδυσης ανά μονάδα συστηματικού κινδύνου και το συγκρίνω με τον δείκτη της αγοράς προκειμένου να αξιολογήσουμε το χαρτοφυλάκιο μας.

2.9.2 Το κριτήριο του William Sharpe

Τον επόμενο χρόνο, το 1966, ο William Sharpe προσπάθησε μέσα από έναν νέο αριθμοδείκτη υπολογισμού της επίδοσης μιας επένδυσης, να δώσει μία λύση στα προβλήματα που

αντιμετώπιζε ο δείκτης του Treynor. Ο Sharpe αμφισβήτησε την ύπαρξη δύο ξεχωριστών εκτιμητών της αναμενόμενης επίδοσης, δηλαδή την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο που αυτή εμπεριέχει, και εισήγαγε έναν νέο δείκτη ο οποίος υπολογίζει την επιπλέον απόδοση από εκείνη του μηδενικού κινδύνου μιας επένδυσης ανά μονάδα συνολικού κινδύνου.

Αφού, λοιπόν, αντικατέστησε τον συστηματικό κίνδυνο, β , με τον συνολικό κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου, σ_p , ο δείκτης έχει ως εξής :

$$R_p = \frac{R_p - r_f}{\sigma_p} \quad \text{Σχέση 2.31}$$

Όπου,

R_p η απόδοση του χαρτοφυλακίου

r_f η απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου, η χωρίς κίνδυνο επένδυση

σ_p ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου

Ο δείκτης του Treynor αφορούσε αποκλειστικά καλώς διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια που υπόκεινται μόνο στον συστηματικό κίνδυνο, ενώ αυτός του Sharpe αναφέρεται για όλα τα χαρτοφυλάκια, είτε είναι καλώς διαφοροποιημένα είτε όχι, διότι εάν αναφερόμαστε σε χαρτοφυλάκια που δεν είναι καλώς διαφοροποιημένο, ο δείκτης του Sharpe θα συμπεριλάβει και τον μη συστηματικό κίνδυνο της ατελούς διαφοροποίησης στον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, σ_p .

Σε περίπτωση που οι δύο δείκτες, του Treynor και του Sharpe, παρουσιάζουν παρόμοια αποτελέσματα, συμπεραίνουμε πως τα χαρτοφυλάκια έχουν επιτύχει μεγάλο βαθμό διαφοροποίησης και οι διαφορές κατάταξης είναι ελάχιστες. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, ο δείκτης του Sharpe είναι καταλληλότερος για τον υπολογισμό του κινδύνου σε ιστορικές τιμές, όταν τα γεγονότα στον χρηματοοικονομικό κόσμο επιφέρουν αποκλίσεις στις αποδόσεις που δεν δύναται να εξηγηθούν από τον συστηματικό κίνδυνο. Ενώ, ο δείκτης του Treynor συνίσταται για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών, διότι εμπεριέχει τον συστηματικό κίνδυνο, β .

Το κριτήριο του Sharpe δεν στηρίζεται στο Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων, επειδή περιλαμβάνει τον συνολικό κίνδυνο μιας επένδυσης κι όχι μόνο τον συστηματικό κίνδυνο, β , αλλά βασίζεται στην Γραμμή της Κεφαλαιαγοράς (CML), δηλαδή στην έννοια του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου και τις ιδιότητες της διαφοροποίησης. Για την αξιολόγηση της επίδοσης ενός χαρτοφυλακίου, το συγκρίνω με τον δείκτη της αγοράς κι επιλέγω εκείνο με το μεγαλύτερο μέτρο Sharpe.

Οι δύο αυτοί δείκτες, παρότι έχουν αναπτυχθεί εδώ και αρκετές δεκαετίες, χρησιμοποιούνται μέχρι και σήμερα για την κατάταξη των χαρτοφυλακίων με βάση την απόδοσή τους. Εκείνοι με το υψηλότερο R_p (απόδοση χαρτοφυλακίου) κατατάσσονται και ψηλότερα στην λίστα των προς επένδυση χαρτοφυλακίων.

2.9.3 Το Κριτήριο του Michael Jensen

Αργότερα, το 1969, ο Jensen εντόπισε μια αδυναμία στους δείκτες των Treynor και Sharpe, η οποία έγκειται στο ότι για τον υπολογισμό τους χρησιμοποιούνται μέσες τιμές μεγεθών, έχοντας ως αποτέλεσμα η σύγκρισή τους είτε με κάποιον άλλον δείκτη είτε και μεταξύ τους να στερείται της δυνατότητας στατιστικού ελέγχου.

Ο Jensen εφάρμοσε ένα διαφορετικό κριτήριο αξιολόγησης της επίδοσης μιας επένδυσης, το οποίο στηρίζεται στο Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων και υπολογίζει την αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου ή χαρτοφυλακίου με βάση τον συστηματικό του κίνδυνο, που με μια πρώτη παρατήρηση έχει περισσότερα κοινά με τον δείκτη του Treynor.

Έχοντας ως σημείο αναφοράς το ΥΑΚΣ, ο Jensen έλαβε υπόψη του ιστορικές παρατηρήσεις, όπως επιτόκια ή δείκτες χρηματιστηρίων, κι όχι μέσες τιμές, διαφοροποιώντας το κριτήριό του από τα δύο προγενέστερα. Επίσης, εισήγαγε έναν νέο όρο, το alpha (α) του Jensen, ο οποίος μας δείχνει την αξία που προσθέτει ένας επενδυτής στο χαρτοφυλάκιό του πάνω από τον κίνδυνο της αγοράς που έχει αναλάβει.

Ο Jensen, έχοντας ως αρχή την αλγεβρική απεικόνιση του ΥΑΚΣ, $E(R_i) = r_f + [E(R_m) - r_f] \beta_i$ (Σχέση 2.27), και την γραμμική παλινδρόμηση που είδαμε στο Μονοπαραγοντικό Υπόδειγμα, $R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + e_i$ (Σχέση 2.14), τα οποία ισχύουν για κάθε χρονική περίοδο, κατέληξε στο ακόλουθο υπόδειγμα γραμμικής παλινδρόμησης :

$$R_i - r_f = \alpha_i + (R_m - r_f) * \beta_i + e_i \quad \text{Σχέση 2.32}$$

Όπου,

R_i η απόδοση του αξιόγραφου ή χαρτοφυλακίου i

r_f η απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου

α_i μια σταθερή απόδοση του αξιόγραφου ή χαρτοφυλακίου i , η οποία είναι ανεξάρτητη από τις διακυμάνσεις της απόδοσης του γενικού δείκτη της αγοράς m , αλλά σχετίζεται με χαρακτηριστικά του ίδιου του αξιόγραφου ή χαρτοφυλακίου

β_i ο συντελεστής που μετρά την ευαισθησία της απόδοσης του αξιόγραφου ή χαρτοφυλακίου στις i μεταβολές της απόδοσης του γενικού δείκτη της αγοράς

R_m η απόδοση του δείκτη της αγοράς

e_i ένα τυχαίο σφάλμα, το οποίο είναι ίσο με την διαφορά της πραγματικής απόδοσης του αξιόγραφου ή χαρτοφυλακίου i από την αναμενόμενη απόδοση, όταν η απόδοση του δείκτη της αγοράς είναι γνωστή.

Οι παράγοντες α και β παραμένουν σταθεροί για ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο καθ' όλη την χρονική περίοδο κατά την οποία χρησιμοποιούμε το υπόδειγμα. Επίσης, ο παράγοντας e_i περιγράφει το σφάλμα της γραμμικής παλινδρόμησης έχοντας πάντοτε μέση τιμή ίση με το μηδέν.

Η χρησιμότητα του κριτηρίου αυτού έγκειται στο να προσδιορισθεί με αξιοπιστία ο παράγοντας α , το λεγόμενο alpha του Jensen. Υπάρχουν τρεις πιθανές περιπτώσεις :

- Αν το α είναι θετικό και στατιστικά σημαντικό, τότε οι επενδυτές επιτυγχάνουν αποδόσεις πέραν της αναμενόμενης, δηλαδή το αξιόγραφο ή χαρτοφυλάκιο τα έχει πάει καλύτερα από την αγορά κι έχουμε μια επιτυχημένη επένδυση
- Αν το α είναι αρνητικό και στατιστικά σημαντικό, τότε οι επενδυτές επιτυγχάνουν αποδόσεις χαμηλότερες της αναμενόμενης, δηλαδή το αξιόγραφο ή χαρτοφυλάκιο τα έχει πάει χειρότερα από την αγορά κι έχουμε μια αποτυχημένη επένδυση
- Αν το α είναι ίσο με το μηδέν, είτε δεν βρεθεί στατιστικά σημαντικό, τότε το αξιόγραφο ή χαρτοφυλάκιο επιτυγχάνει απλά την αναμενόμενη απόδοση

Οι εμπειρικές μελέτες και τα κριτήρια που διατυπώθηκαν στην δεκαετία του 1960, έδωσαν ένα τέλος στον μέχρι τότε τρόπο αξιολόγησης των επιδόσεων των αξιογράφων και χαρτοφυλακίων. Οι επενδυτές αξιολογούσαν τις επιδόσεις αποκλειστικά από με βάση την απόδοση παραλείποντας τον παράγοντα του κινδύνου, του οποίου την έννοια την γνώριζαν αλλά δεν ήταν σε θέση να την ποσοτικοποιήσουν ή να την υπολογίσουν, με αποτέλεσμα να μην την λάμβαναν υπόψη τους.

Οι εξελίξεις που έλαβαν χώρα εκείνη την δεκαετία στον χρηματοοικονομικό κόσμο, έδωσαν στους επενδυτές έναν τρόπο να μπορούν να ποσοτικοποιούν και να υπολογίζουν τον κίνδυνο της κάθε επένδυσης ως την μεταβλητότητα των αποδόσεων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

Εμπειρικές Μελέτες για την Αποτελεσματικότητα Χαρτοφυλακίου

3.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια αναδρομή σε προγενέστερες εμπειρικές μελέτες, οι οποίες αποτέλεσαν, κι αποτελούν ακόμη, σημεία αναφοράς για την ανάπτυξη κι εξέλιξη του χρηματοοικονομικού κόσμου. Οι μελέτες αυτές, που παρουσιάζονται συνοπτικά και με χρονολογική σειρά, διερεύνησαν όλους τους πιθανούς παράγοντες που δύναται να καταστήσουν ένα χαρτοφυλάκιο αποτελεσματικό. Υπήρξαν κι ορισμένες που αμφισβήτησαν τις ήδη υπάρχουσες μεθόδους ελέγχου της αποτελεσματικότητας ενός χαρτοφυλακίου, ανοίγοντας τον δρόμο για πολλές ακόμα μελέτες που πραγματοποιήθηκαν μεταγενέστερα, καθιστώντας μια πλήρη και σαφή εικόνα για την εκτίμηση και τον υπολογισμό της αποτελεσματικότητάς του. Για κάθε μία από τις μελέτες αυτές γίνεται αναφορά στον σκοπό της, στα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν, στην μεθοδολογία που ακολουθήθηκε και στα συμπεράσματα που κατέληξαν οι ερευνητές. Στο τέλος του κεφαλαίου παρατίθεται συγκεντρωτικός πίνακας με περιληπτικά στοιχεία όλων των μελετών, δίνοντας μια συνοπτική εικόνα για την ιστορική αναδρομή στη μελέτη της αποτελεσματικότητας ενός χαρτοφυλακίου.

3.2 Risk, The Pricing of Capital Assets, and The Evaluation of Investment Portfolios

Michael C. Jensen

The Journal of Business (April, 1969)

Ο Michael Jensen στο άρθρο αυτό θέλησε να αναπτύξει ένα μοντέλο, το οποίο θα αξιολογεί την επίδοση ενός χαρτοφυλακίου, αποτελούμενο από αξιόγραφα με κίνδυνο, και πως η παρουσία διαφόρων κινδύνων επηρεάζει την απαιτούμενη απόδοση. Ως μέτρηση της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου ορίζει την διαφορά της πραγματικής του απόδοσης με την αναμενόμενη για οποιαδήποτε χρονική περίοδο και λαμβάνοντας υπόψη τον κίνδυνο, τόσο τον συστηματικό όσο και τον κίνδυνο που περιέχουν τα αξιόγραφα του χαρτοφυλακίου.

Το άρθρο του Jensen, αρχικά αναφέρεται στην θεωρία της λογικής επιλογής κάτω από αβεβαιότητα, στην κανονιστική θεωρία επιλογής χαρτοφυλακίου και στο συσχετισμένο υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων κάτω από αβεβαιότητα. Έπειτα, ο Jensen αναπτύσσει ένα μοντέλο αξιολόγησης με την υπόθεση του ομογενούς επενδυτικού ορίζοντα και βάση αυτού του μοντέλου σχηματίζει τις εξισώσεις με τις οποίες θα πραγματοποιήσει τις μετρήσεις των αποδόσεων. Ακολούθως, επεκτείνει το μοντέλο και στην περίπτωση επενδυτών με ετερογενή επενδυτικό ορίζοντα, για να ακολουθήσει ο καθορισμός των κριτηρίων της αξιολόγησης, ο ορισμός της αποτελεσματικής μέτρησης και η εξέταση σχέσης απόδοσης και αποτελεσματικότητας. Καταλήγοντας σε εμπειρικές εκτιμήσεις του συστηματικού κινδύνου, σε εμπειρικά τεστ της υπόθεσης του μοντέλου της αγοράς και στην εφαρμογή του μοντέλου στην εκτίμηση του δείγματος των 115 ιδίων κεφαλαίων.

Έχοντας καθορίσει εκ των προτέρων τα κριτήρια που καθιστούν ένα χαρτοφυλάκιο αποτελεσματικό, υπέρ-αποτελεσματικό ή αναποτελεσματικό, έπειτα ορίζει δύο μορφές της υπόθεσης της αποτελεσματικής αγοράς, την αδύναμη και την ισχυρή.

Ορίζοντας μία αδύναμη αποτελεσματική αγορά, ο Jensen, εξετάζει την περίπτωση όπου φθάνει στην αγορά μία νέα πληροφορία σχετικά με την τιμή ενός αξιογράφου. Στην αδύναμη αποτελεσματική αγορά ισχύει πως χρειάζεται χρόνος για την εκτίμηση της πληροφορίας αυτής όσον αφορά τις επιπτώσεις της στην τιμή του αξιογράφου. Με το πέρας της εκτίμησης η τιμή του αξιογράφου θα προσαρμοστεί αμέσως στην νέα του αξία που θα περιέχει την πληροφορία αυτή. Αυτομάτως μία πρόβλεψη για την μελλοντική τιμή του αξιογράφου που βασίζεται στις προηγούμενες τιμές του, οι οποίες δεν περιέχουν την νέα πληροφορία, μοιραία θα θεωρηθεί αποτυχημένη. Πλέον η καλύτερη πρόβλεψη για την μελλοντικά αξία του είναι απλώς η τωρινή αξία, που εμπεριέχει την νέα πληροφορία, με επιπλέον την αναμενόμενη απόδοση στο τέλος της περιόδου.

Επομένως, καταλήγει στο συμπέρασμα πως σε μία αδύναμη αποτελεσματική αγορά δίνεται η ευκαιρία σε κάποιον επενδυτή να αυξήσει το κέρδος του εάν βελτιώσει την ικανότητά του στο να προβλέπει και να εκτιμά την μελλοντική τιμή του αξιογράφου, πριν οι συνέπειες μιας πληροφορίας ενσωματωθούν στην τιμή του. Αντιθέτως, σε μία ισχυρή αποτελεσματική αγορά,

στην οποία όλες οι πληροφορίες εμπεριέχονται στην τρέχουσα τιμή του αξιογράφου, δεν δύναται κάποιος επενδυτής να έχει πάνω από το μέσο κέρδος, εφ' όσον η τιμή του συμμορφώνεται με την ισχυρή μορφή της αγοράς. Σε μια τέτοια μορφή αγοράς το μοναδικό επιπλέον κέρδος που μπορεί να έχει ένας επενδυτής είναι σε περίπτωση που η πληροφορία εμφανιστεί πρώτα στον ίδιο και όχι σε ολόκληρη την αγορά. Βέβαια, στην προσπάθειά του να δράσει άμεσα ο επενδυτής, θα ενεργοποιήσει αυτόματα τον μηχανισμό της αγοράς και θα εισάγει την πληροφορία άμεσα στην τρέχουσα τιμή του αξιογράφου.

Ενώ η αδύναμη αποτελεσματική αγορά είναι τεκμηριωμένη από παλαιότερες εμπειρικές μελέτες, η ισχυρή μορφή της αποτελεσματικής αγοράς δεν έχει υποβληθεί σε εμπειρικά τεστ ακόμα. Ως εκ τούτου, ο Jensen με το άρθρο του αυτό θα αναπτύξει ένα μοντέλο που θα μας παρέχει τις επιπτώσεις στην αξία ενός αξιογράφου, σύμφωνα με την υπόθεση που εξετάζει, σε μία ισχυρή αποτελεσματική αγορά.

Ο Jensen θα χρησιμοποιήσει το μοντέλο αξιολόγησης χαρτοφυλακίου ώστε να εξετάσει τα αποτελέσματα που πέτυχαν οι διαχειριστές 115 ετερογενών επενδυτικών οριζόντων αμοιβαίων κεφαλαίων, δίνοντας απάντηση στα εξής ερωτήματα,

- Εάν τα ιστορικά πρότυπα της απόδοσης και του κινδύνου που παρατηρήθηκαν για το δείγμα που εξετάζει υποδεικνύουν μια επικράτηση της αποφυγής του κινδύνου στην αγορά κεφαλαίου, κι αν αυτό ισχύει, εάν τα πρότυπα αυτά επιβεβαιώνουν τις επιπτώσεις του CAPM που βασίζονται στην υπόθεση της αποφυγής του κινδύνου.
- Εάν έχουν τα αμοιβαία κεφάλαια με ανοιχτό τέλος επιδείξει μια ικανότητα να επιλέγονται σε χαρτοφυλάκια που αποφέρουν μεγαλύτερες αποδόσεις συγκριτικά με αυτές που τους αναλογούν στο επίπεδο του κινδύνου που περιέχουν.

Καταλήγοντας στα εξής συμπεράσματα,

- Οι ακολουθίες του συστηματικού κινδύνου και της απόδοσης που παρατηρήθηκαν για το δείγμα δείχνουν μια συνέπεια σχετικά με την εγκυρότητα της υπόθεσης, πως οι διαχειριστές ιδίων κεφαλαίων δεν δύναται να προβλέψουν τις μελλοντικές τιμές ενός αξιογράφου.

- Εάν υποθέσουμε πως το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων είναι έγκυρο, τότε οι εμπειρικές εκτιμήσεις για την απόδοση των κεφαλαίων υποδεικνύουν ότι χαρτοφυλάκια των κεφαλαίων ήταν κατώτερα μετά την αφαίρεση των εξόδων διαχείρισης και των προμηθειών μεσολάβησης κατά τις εμπορικές δραστηριότητες.
- Στο δείγμα των 115 ιδίων κεφαλαίων οι τιμές των αξιογράφων φαίνεται πως συμπεριφέρονται σύμφωνα με τις αρχές της ισχυρής μορφής της αποτελεσματικής αγοράς. Επομένως οι τρέχουσες τιμές των αξιογράφων έχουν ενσωματώσει όλες τις επιδράσεις των πληροφοριών που είναι διαθέσιμες για τα 115 ίδια κεφάλαια. Ωστόσο, αν και αυτά τα αποτελέσματα δεν ισχύουν για όλους τους επενδυτές ούτε για κάθε χρονική στιγμή, αποτελούν ένα ισχυρό στοιχείο που υποστηρίζει την υπόθεση.
- Επίσης, το στοιχείο αυτό υποδεικνύει ότι, τα χαρτοφυλάκια είναι κατώτερα και αναποτελεσματικά κυρίως από την παραγωγή υπερβολικών εξόδων και δαπανών.

Αναφερόμενος αρχικά σε επενδυτές με ίδιο επενδυτικό ορίζοντα, που αποτελεί και μία υπόθεση του CAPM, ο Jensen επιθυμεί να δημιουργήσει μια σταθερά που θα αποτελεί ένα σημείο αναφοράς. Ως σημείο αναφοράς θα μπορούσαμε να επιστημόνουμε πως αποτελεί η γραμμική εξίσωση που αναφέρεται στην συσχέτιση της αναμενόμενης απόδοσης κάθε μεμονωμένου περιουσιακού στοιχείου ή και χαρτοφυλακίου με τον κίνδυνό του, που αναπτύχθηκε από τους Sharpe, Lintner και Mossin.

$$E(R_j) = R_f + [E(R_M) - R_f] \frac{\text{cov}(R_j, R_M)}{\sigma^2(R_M)} \quad \text{Σχέση 3.2.1}$$

Όπου ορίζει ως $\beta_j = \frac{\text{cov}(R_j, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$, γνωστό και ως συστηματικός κίνδυνος. Όπως γνωστό είναι πως και ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι ίσος με την μονάδα.

Έχοντας ορίσει ως σημείο αναφοράς την εξίσωση της Σχέσης 3.2.1 αρχίζει η δημιουργία του μοντέλου από τον Jensen. Θέλοντας να γενικεύσει την 3.2.1 εισάγει τον όρο “παράγοντα της αγοράς” αντί του κινδύνου και πλέον έχουμε την εξίσωση,

$$E(R_j) = R_f + [E(R_M) - R_f] \frac{b_j \sigma^2(\pi) + x_j \sigma^2(e_j)}{\sigma^2(R_M)} \quad \text{Σχέση 3.2.2}$$

Όπου πλέον ο συστηματικός κίνδυνος ορίζεται ως $\beta_{2j} = \frac{b_j \sigma^2(\pi) + x_j \sigma^2(e_j)}{\sigma^2(R_M)}$.

Ως απόδοση ενός αξιογράφου, ο Jensen ορίζει την παρακάτω εξίσωση,

$$R_j = E(R_j) + b_j \pi + e_j \quad \text{Σχέση 3.2.3}$$

η οποία εάν αντικαταστήσουμε την αναμενόμενη απόδοση $E(R_j)$ με τις Σχέσεις 3.2.1 και 3.2.2 γίνεται,

$$R_j = R_F(1 - \beta_{2j}) + \beta_{2j} E(R_M) + b_j \pi + e_j \quad \text{Σχέση 3.2.4}$$

η οποία με την σειρά της έπειτα από κάποια επεξεργασία καταλήγει στην τελική της μορφή, η οποία αποτελεί σημαντικό αποτέλεσμα, διότι εκφράζει την αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου j υπό την προϋπόθεση εκ των υστέρων πραγματοποίησης της απόδοσης του χαρτοφυλακίου αγοράς,

$$E(R_j) \cong R_F(1 - \beta_{2j}) + R_M \beta_{2j} \quad \text{Σχέση 3.2.5}$$

Έχοντας καταλήξει σε μια εξίσωση που θα χρησιμοποιήσει για τον υπολογισμό της αναμενόμενης απόδοσης οποιουδήποτε αξιογράφου ή και χαρτοφυλακίου, κι αφού έδειξε πως μπορεί να λυθεί το πρόβλημα των ετερογενών επενδυτικών περιόδων, ο Jensen αναφέρεται στα κριτήρια αξιολόγησης με τα οποία κρίνει κάθε επίδοση είτε μεμονωμένου αξιογράφου είτε χαρτοφυλακίου.

Ως ουδέτερα ορίζονται εκείνα τα χαρτοφυλάκια των οποίων οι ιστορικές αποδόσεις είναι ίσες με εκείνες που σύμφωνα με το CAPM θα έπρεπε να είναι βάση του συστηματικού κινδύνου που εμπεριέχουν. Ως ανώτερα χαρτοφυλάκια ορίζονται εκείνα τα οποία με συνέπεια

επιδεικνύουν μεγαλύτερες αποδόσεις συγκριτικά με αυτές που αντιστοιχούν στο επίπεδο του συστηματικού κινδύνου που εμπεριέχουν. Τέλος, ως κατώτερα χαρτοφυλάκια ορίζονται εκείνα που με συνέπεια βρίσκονται σε δυσμενέστερη θέση από την γραμμή της αγοράς και η καλύτερη πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών περιορίζεται στην τρέχουσα αξία και μία φυσιολογική αναμενόμενη απόδοση. Η ύπαρξη τέτοιων χαρτοφυλακίων οφείλεται σε διαχειριστές που επιδιώκουν δραστηριότητες με αυξημένα έξοδα τα οποία θα καλυφθούν από τα έσοδα, με αποτέλεσμα η απόδοση του χαρτοφυλακίου να είναι μειωμένη.

Έχοντας καθορίσει και τα κριτήρια αξιολόγησης της απόδοσης των χαρτοφυλακίων, ο Jensen τονίζει την διαφορά μεταξύ της απόδοσης και της αποτελεσματικότητας. Ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο είναι εκείνο που παρέχει την μέγιστη απόδοση για ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου, του συνολικού κινδύνου κι όχι μόνο του συστηματικού κινδύνου.

Εάν η θεωρία του CAPM είναι έγκυρη τότε η σχέση 3.2.1 ισχύει για όλα τα αξιόγραφα και τα χαρτοφυλάκια, αλλά τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια ικανοποιούνται από την παρακάτω σχέση,

$$E(R_p) = R_F + [E(R_M) - R_F] \frac{\sigma(R_p)}{\sigma(R_M)} \quad \text{Σχέση 3.2.6}$$

Θέλοντας να καταστήσει πιο ολοκληρωμένο τον τύπο υπολογισμού της αναμενόμενης απόδοσης ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου καταλήγει στην παρακάτω εξίσωση,

$$E(R_p) \cong R_F + (R_M - R_p)\beta_p + [E(R_M) - R_F]\beta_p \left(\frac{1}{r_p} - 1\right), \quad r_p \neq 0 \quad \text{Σχέση 3.2.7}$$

Έπειτα, χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση και λαμβάνοντας υπόψη πως το πρόβλημα των ετερογενών επενδυτικών οριζόντων έχει επιλυθεί, ο Jensen περιγράφει τα κριτήρια αποτελεσματικότητας σύμφωνα με τα οποία τα χαρτοφυλάκια κατατάσσονται ως αποτελεσματικά, αναποτελεσματικά και υπεραποτελεσματικά.

Ως μέτρο αποτελεσματικότητας ορίζει την μεταβλητή γ_j^* , το οποίο εκφράζεται από την παρακάτω σχέση,

$$\gamma_j^* = R_j^* - E \left[R_j^* \left| E(R_M^*), R_M^*, \beta_j, \frac{\sigma(R_j^*)}{\sigma(R_M^*)} \right. \right] = R_j^* - \left\{ R_F + [R_M^* - R_F] \beta_j + [E(R_M^*) - R_F] \beta_j \left(\frac{1}{r_j} - 1 \right) \right\}$$

Σχέση 3.2.8

και για $r_j \neq 0$ έχουμε $\gamma_j^* \cong e_j^*$.

Επομένως, ένα χαρτοφυλάκιο θεωρείται αποτελεσματικό όταν $E(\gamma_j^*) = E(e_j^*) = 0$, αναποτελεσματικό όταν $E(\gamma_j^*) < 0$ και υπεραποτελεσματικό όταν $E(\gamma_j^*) > 0$.

Έχοντας ορίσει τα κριτήρια τόσο της απόδοσης όσο και της αποτελεσματικότητας, στην συνέχεια ο Jensen εξετάζει την σχέση της απόδοσης και της αποτελεσματικότητας. Όπως είδαμε προηγουμένως ένα χαρτοφυλάκιο μπορεί να χαρακτηριστεί ως ουδέτερο, κατώτερο ή ανώτερο, η οποία ταξινόμηση εξαρτάται από την ικανότητα των διαχειριστών να προβλέψουν και το ποσό το εξόδων που προκύπτει από την διαχείριση του χαρτοφυλακίου.

Εάν ένα χαρτοφυλάκιο ταξινομείται ως ουδέτερο ή κατώτερο τότε μπορούμε να βγάλουμε ξεκάθαρα συμπεράσματα σχετικά με την αποτελεσματικότητά του. Ως μέτρο της απόδοσής του ορίζεται η μεταβλητή δ^* κι εκφράζεται από την εξής σχέση,

$$\delta_j^* = R_j^* - E(R_j^* | R_M^*, \beta_j) = R_j^* - [R_F(1 - \beta_j) + R_M^* \beta_j] \cong e_j^* \quad \text{Σχέση 3.2.9}$$

και ως μέτρο της αποτελεσματικότητας το γ_j^* σύμφωνα με την σχέση 3.2.8.

Από τις δύο αυτές σχέσεις προκύπτει,

$$\gamma_j = \delta_j^* - [E(R_M^*) - R_F] \beta_j \left(\frac{1}{r_j} - 1 \right), \text{ με } r_j \neq 0 \quad \text{Σχέση 3.2.10}$$

Το δεύτερο σκέλος της παραπάνω σχέσης αντιπροσωπεύει τον διαφοροποιήσιμο κίνδυνο που πρέπει να ληφθεί υπόψη για την μέτρηση της αποτελεσματικότητας. Εάν ένα χαρτοφυλάκιο είναι άριστα διαφοροποιημένο τότε αυτός ο κίνδυνος ισούται με μηδέν διότι $r_j = 1$, κι έχουμε $\gamma_j^* = \delta_j^*$.

Στην περίπτωση του κατώτερου χαρτοφυλακίου ισχύει πως πρέπει να είναι και αναποτελεσματικό. Διότι, $E(\delta_j^*) < 0$ τότε ισχύει $E(\gamma_j^*) < 0$ από την σχέση 3.2.10. Επειδή ο όρος $\left(\frac{1}{r_j} - 1\right)$ πρέπει πάντα να είναι θετικός τότε προκύπτει πως πάντα ισχύει $\gamma_j^* \leq \delta_j^*$.

Στην περίπτωση του ανώτερου χαρτοφυλακίου υπάρχει μία ασάφεια στον προσδιορισμό της αποτελεσματικότητας όταν ισχύει μια πρόβλεψη για $E(\delta_j^*) > 0$. Γνωρίζοντας πως η σχέση που εκφράζει τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια είναι η 3.2.6 τότε ένα ανώτερο χαρτοφυλάκιο θα είναι και αποτελεσματικό όταν ισχύει

$$E(\delta_j^*) = [E(R_M^*) - R_F^*] \beta_j \left(\frac{1}{r_j} - 1\right), \text{ με } r_j \neq 0 \quad \text{Σχέση 3.2.11}$$

Σε περίπτωση που τα οφέλη από την ικανότητα του διαχειριστή να προβλέψει είναι τέτοια που αντισταθμίζουν τις επιδράσεις από οποιαδήποτε μη τέλεια διαφοροποίηση το χαρτοφυλάκιο θα είναι αποτελεσματικό. Στην περίπτωση όμως που τα οφέλη από την ικανότητα πρόβλεψης είναι περισσότερα από αυτά που απαιτούνται για την αντιστάθμιση μιας μη τέλει διαφοροποίησης τότε ισχύει $E(\delta_j^*) > [E(R_M^*) - R_F^*] \beta_j \left(\frac{1}{r_j} - 1\right)$, με $r_j \neq 0$ και το χαρτοφυλάκιο ορίζεται ως υπεραποτελεσματικό.

Τέλος, στην περίπτωση που ισχύει $0 < E(\delta_j^*) < [E(R_M^*) - R_F^*] \beta_j \left(\frac{1}{r_j} - 1\right)$, με $r_j \neq 0$ τότε το χαρτοφυλάκιο χαρακτηρίζεται ως αναποτελεσματικό, αφού τα οφέλη από την ικανότητα

πρόβλεψης δεν είναι αρκετά ώστε να αντισταθμίσουν τις επιδράσεις μιας μη τέλειας διαφοροποίησης.

3.3 The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests

Fischer Black, Michael C. Jensen and Myron Scholes
Studies in the Theory of Capital Markets (1972)

Στο άρθρο τους αυτό οι Black, Jensen και Scholes έχοντας λάβει υπόψη τους όλες τις μελέτες και το μοντέλα που είχαν αναπτυχθεί μέχρι εκείνη την περίοδο θα παρουσιάσουν κάποια επιπλέον τεστ για την αποτίμηση κεφαλαιακών στοιχείων τα οποία παρακάμπτουν τα προβλήματα που εντοπίστηκαν στις προηγούμενες μελέτες και να παρέχουν μια επιπλέον εικόνα για την δομή των αποδόσεων των αξιολογούμενων. Το πλέον διαδεδομένο μοντέλο ήταν αυτό της μέσης διακύμανσης που αναπτύχθηκε από τους Treynor (1961) και Sharpe (1964), την οποία διεύρυναν και κατέστησαν πιο σαφής οι Lintner (1965), Mossin (1966), Fama (1968) και Long (1972). Επίσης, οι Treynor (1965), Sharpe (1966) και Jensen (1968,1969) ανέπτυξαν υποδείγματα αξιολόγησης χαρτοφυλακίων, τα οποία βασίζονταν στο παραπάνω μοντέλο τιμολόγησης περιουσιακών στοιχείων. Για την ανάπτυξη των υποδειγμάτων έκαναν κάποιες υποθέσεις όπως, (1) όλοι οι επενδυτές έχουν μία περίοδο κοινή για όλους, όλοι τους θεωρείται ότι αποφεύγουν τον κίνδυνο και επιθυμούν την μεγιστοποίηση του πλούτου τους διαλέγοντας χαρτοφυλάκια αποκλειστικά βάσει του μέσου και της διακύμανσης, (2) δεν υπάρχουν φόροι και κόστη συναλλαγών, (3) όλοι οι επενδυτές έχουν ομογενή σπτική όσον αφορά την κατανομή των αποδόσεων των αξιολογούμενων, και (4) όλοι οι επενδυτές μπορούν να δανείζουν και να δανείζονται σε ένα επιτόκιο απαλλαγμένο από κίνδυνο. Το κύριο αποτέλεσμα του μοντέλου αυτού είναι η δήλωση της σχέσης μεταξύ της αναμενόμενης επιπλέον ανταμοιβής για τον κίνδυνο στα μεμονωμένα αξιόγραφα και του συστηματικού τους κινδύνου.

Η σχέση που εκφράζει το αποτέλεσμα αυτό είναι,

$$E(R_j) = E(R_M) \beta_j \quad \text{Σχέση 3.3.1}$$

Η οποία αναλύεται ως,

$$E(R_j) = \frac{E(P_t) - P_{t-1} + E(D_t)}{P_{t-1}} - r_{Ft}, \text{ η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου } j$$

D_t , τα μερίσματα που πληρώνονται για το αξιόγραφο j την χρονική στιγμή t

$E(R_M)$, η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς

$$\beta_j = \frac{\text{cov}(R_j, R_M)}{\sigma^2(R_M)}, \text{ ο συστηματικός κίνδυνος του αξιογράφου } j.$$

Ορίζοντας $\alpha_j = E(R_j) - E(R_M)\beta_j$, τότε το α_j σύμφωνα με την σχέση 3.3.1 θα είναι μηδέν για κάθε αξιόγραφο. Εάν είναι εμπειρικά σωστό τότε η σχέση 3.3.1 μας δίνει συμπεράσματα τόσο για το πρόβλημα της επιλογής χαρτοφυλακίου όσο και για κάθε οικονομικό πρόβλημα που απαιτεί γνώσεις της σχέσης μεταξύ κινδύνου και απόδοσης. Η απόδειξη παρουσιάστηκε από τον Jensen (1968, 1969) βάση της σχέσης μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και συστηματικού κινδύνου. Ωστόσο, οι Douglas (1969), Lintner (1965) και οι Miller – Scholes (1972) απέδειξαν το μοντέλο αυτό δεν παρέχει ολοκληρωτική περιγραφή για την δομή των αποδόσεων. Κυρίως οι Miller και Scholes, προτείνουν ότι τα α 's των μεμονωμένων αξιογράφων εξαρτώνται με έναν συστηματικό τρόπο από τα β 's τους, όπου αξιόγραφα με μεγάλο β τείνουν να έχουν αρνητικό α , ενώ εκείνα με μικρό β τείνουν να έχουν θετικό α .

Όλες οι μελέτες και τα μοντέλα που είχαν αναπτυχθεί μέχρι εκείνη την περίοδο εκφράζονταν από μία παλινδρόμηση που είχε την μορφή,

$$R_j = \gamma_0 + \gamma_1\beta_j + u_j \quad \text{Σχέση 3.3.2}$$

Όπου, το γ_0 είναι σημαντικά διαφορετικό από το μηδέν και το γ_1 σημαντικά διαφορετικό από το R_M . Οι Black, Jensen και Scholes θα δείξουν στο άρθρο αυτό πως η σχέση 3.3.2 δεν παρέχει ακρίβεια για την εγκυρότητα της σχέσης 3.3.1 και θα αμφισβητήσουν την σχέση 3.3.1 ως προς την ακριβή περιγραφή της δομής της απόδοσης των αξιογράφων.

Τα δεδομένα υποδηλώνουν πως η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου μπορεί να περιγραφεί από ένα μοντέλο δύο παραγόντων,

$$E(r_j) = E(r_z)(1 - \beta_j) + E(r_M)\beta_j \quad \text{Σχέση 3.3.3}$$

Θέλοντας να εξετάσουν την θεωρία που αφορά στην αναμενόμενη απόδοση κάθε αξιογράφου από το μοντέλο της αγοράς που αρχικά διατυπώθηκε από τον Markowitz, θα χρησιμοποιήσουν την πραγματική απόδοση αντί της αναμενόμενης, δημιουργώντας την παρακάτω σχέση,

$$R_j = E(R_j) + \beta_j R'_M + e_j \quad \text{Σχέση 3.3.4}$$

Όπου,

$R'_M = R_M - E(R_M)$, η διαφορά της πραγματικής από την αναμενόμενη απόδοση της αγοράς R'_M, e_j τυχαίες μεταβλητές κανονικής κατανομής που ικανοποιούν τις συνθήκες $E(e_j) = 0, E(R'_M) = 0, E(e_j R'_M) = 0$.

Αντικαθιστώντας το $E(R_j)$ από την 3.3.1 στην 3.3.4 έχουμε,

$$R_j = R_M \beta_j + e_j \quad \text{Σχέση 3.3.5}$$

Θέλοντας να εξετάσουν την παραδοσιακή μορφή του μοντέλου προσθέτουν μία σταθερά α_j και περιγράφουν όλες τις μεταβλητές με την χρονική μεταβλητή t για να έχουμε την παλινδρομική εξίσωση,

$$R_{jt} = \alpha_j + R_{Mt} \beta_j + e_{jt} \quad \text{Σχέση 3.3.6}$$

Εάν η αποτίμηση των αξιογράφων και τα μοντέλα της αγοράς που δίνονται από τις σχέσεις 3.3.1 και 3.3.4 είναι έγκυρα τότε η σταθερά α_j θα είναι μηδέν. Αυτό είναι και το τεστ που θα κάνουν οι Black, Jensen και Scholes εκτιμώντας ένα αξιόγραφο για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο για να εξετάσουν εάν το α_j είναι σημαντικά διαφορετικό από το μηδέν.

Επειδή όμως η σχέση 3.3.6 που θα εξεταστεί αναφέρεται σε μεμονωμένο αξιόγραφο και οι Black, Jensen και Scholes θέλουν να εφαρμόσουν μία σχέση που να μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για χαρτοφυλάκια, θα προσαρμόσουν την 3.3.6 έτσι ώστε να αναφέρεται σε χαρτοφυλάκια. Επομένως, ορίζουν ως R_{Kt} την μέση απόδοση όλων των αξιογράφων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο K την χρονική στιγμή t , β_K τον μέσο κίνδυνο των αξιογράφων του χαρτοφυλακίου και α_K την μέση σταθερά. Επίσης, λόγω του ότι η διακύμανση των καταλοίπων από αυτήν την παλινδρόμηση ενσωματώνει τις επιδράσεις κάθε διαστρωματικής αλληλεξάρτησης της $\tilde{\epsilon}_{jt}$ μεταξύ των αξιογράφων σε κάθε χαρτοφυλάκιο, το τυπικό σφάλμα της σταθεράς $\hat{\alpha}_K$ θα ενσωματώσει κατάλληλα την μη ανεξάρτητη της $\tilde{\epsilon}_{jt}$. Επιπρόσθετα, θα δημιουργήσουν σύνολα αξιογράφων προκειμένου να επιτύχουν την μέγιστη δυνατή διασπορά του κινδύνου. Εάν δημιουργηθούν χαρτοφυλάκια με βάση την κατανομή των β 's τότε παρατηρείται μεροληψία κατά την διαδικασία. Συγκεκριμένα, ένα χαρτοφυλάκιο με υψηλά β θα έχει θετικά λάθη στην μέτρηση των β_j κι αυτό θα προκαλέσει θετική μεροληψία στα β_K , στον εκτιμώμενο κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Αυτή η θετικά μεροληψία θα επιφέρει μια αρνητική μεροληψία στην εκτίμηση της σταθεράς α_K του χαρτοφυλακίου. Τα αντίθετα αποτελέσματα θα είχε η δημιουργία χαρτοφυλακίων με χαμηλά β . Επομένως εάν το παραδοσιακό μοντέλο ισχύει τότε τα χαρτοφυλάκια χαμηλού κινδύνου παρουσιάζουν θετικές σταθερές και του υψηλού κινδύνου αρνητικές σταθερές. Προς αποφυγή αυτής της μεροληψίας θα χρησιμοποιήσουν μια μεταβλητή που να είναι ισχυρά συσχετισμένη με την β_j αλλά να μπορεί να παρατηρηθεί ανεξάρτητα από την β_j . Μια τέτοια είναι η ανεξάρτητη εκτίμηση της μεταβλητής β που παρείχαν τα δεδομένα. Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται η αμεροληψία των εκτιμητών α_K και β_K .

Ως δεδομένα για την εξέταση των παραπάνω σχέσεων οι Black, Jensen και Scholes χρησιμοποίησαν μηνιαίες τιμές, μερίσματα, προσαρμοσμένες τιμές και πληροφορίες μερισμάτων για όλα τα αξιόγραφα του New York Stock Exchange κατά την περίοδο Μάρτιος 1926 έως 1966. Τα δεδομένα αυτά πάρθηκαν από το Πανεπιστήμιο του Σικάγο και ως επιτόκιο μηδενικού κινδύνου ορίστηκε το επιτόκιο 30 ημερών του Αμερικάνικου κρατικού ομολόγου για την περίοδο 1948-1966.

Έχοντας καταλήξει στην διαδικασία ομαδοποίησης των αξιογράφων και υποθέτοντας πως παραμένουν σταθερά στον χρόνο προχώρησαν στην εκτίμηση του β_j χρησιμοποιώντας τη σχέση 3.3.6, για την πρώτη πενταετία, Ιανουάριος 1926-Δεκέμβριος 1930 για όλα τα αξιόγραφα του New York Stock Exchange που υπήρχαν εκείνη την περίοδο, για τα οποία στις αρχές του Ιανουαρίου του 1931 υπήρχαν διαθέσιμα δεδομένα αποδόσεων για τουλάχιστον 24 μήνες. Έπειτα, τα αξιόγραφα ταξινομήθηκαν από τα υψηλά προς τα χαμηλά βάση των εκτιμητών β_{j0} και δημιουργήθηκαν δέκα χαρτοφυλάκια αποτελούμενα με το 10% των υψηλότερων εναπομεινάντων εκτιμήσεων. Αφού υπολογιζόταν η απόδοση για τους επόμενους 12 μήνες για κάθε ένα από τα δέκα χαρτοφυλάκια, όλη η διαδικασία επαναλαμβανόταν για όλα τα αξιόγραφα χρησιμοποιώντας τα προηγούμενα πέντε χρόνια ως δεδομένα μέχρι τον Ιανουάριο του 1965.

Έπειτα κατέληξαν σε εμπειρικά αποτελέσματα και για τα 10 χαρτοφυλάκια που δημιουργήθηκαν, είτε για ολόκληρο την περίοδο (420 μηνών) είτε για 4 ίσες υποπεριόδους των 105 μηνών. Αναφέροντας όλα τα αποτελέσματα που προέκυψαν, δίνουν ιδιαίτερη έμφαση στο γεγονός πως οι σταθερές α_k είναι συνεπώς αρνητικές για χαρτοφυλάκια υψηλού κινδύνου ($\beta > 1$) και συνεπώς θετικές για χαρτοφυλάκια χαμηλού κινδύνου ($\beta < 1$). Επιπλέον παρατηρήθηκε πως τα αξιόγραφα υψηλού κινδύνου κέρδισαν λιγότερο κατά μέσο όρο στην περίοδο των 35 χρόνων από ότι προέβλεπε η παραδοσιακή μορφή αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων, ενώ την ίδια περίοδο τα αξιόγραφα χαμηλού κινδύνου επέφεραν μεγαλύτερα κέρδη από τις προβλέψεις του παραδοσιακού μοντέλου.

Έχοντας εξετάσει το παραδοσιακό μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων που εκφράζεται από την σχέση 3.3.6 και καταλήγοντας σε ορισμένα ασφαλή συμπεράσματα οι Black, Jensen και Scholes θέλησαν να επεκτείνουν τα τεστ τους και στα μοντέλα δύο παραγόντων που εκφράζονται από την σχέση 3.3.2. Το μοντέλο δύο παραγόντων απαιτεί την γραμμικότητα της σχέσης 3.3.2 για κάθε χρονική περίοδο και επιτρέπει την σταθερά να μην είναι μηδενική.

Σύμφωνα με την παραδοσιακή μορφή αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων και των υποθέσεων της αγοράς, η μέση απόδοση ενός αξιογράφου δίνεται από την σχέση,

$$R_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{jt} \quad \text{Σχέση 3.3.7}$$

Ή

$$R_j = E(R_j | R_M) + e_j = R_M \beta_j + e_j \quad \text{Σχέση 3.3.8}$$

Ένα προφανές τεστ του παραδοσιακού μοντέλου είναι κατά πόσο μπορεί η σχέση

$$R_j = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_j + e_j \quad \text{Σχέση 3.3.9}$$

να εφαρμοστεί σε μια διαστρωμάτωση και εξεταστεί αν ισχύει όπως ορίζει η θεωρία $\gamma_0 = 0$ και $\gamma_1 = R_M$.

Περιορίζοντας όσο είναι δυνατόν το πρόβλημα του σφάλματος μετρήσεως με την εφαρμογή του τεστ στα δέκα χαρτοφυλάκια κι όχι ξεχωριστά στα υποκείμενα μεμονωμένα αξιόγραφα, οι Black, Jensen και Scholes κατέληξαν σε κάποια εμπειρικά αποτελέσματα για την διαστρωματική μέθοδο.

Σύμφωνα με το παραδοσιακό μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων θα πρέπει $\gamma_0 = 0$ και $\gamma_1 = R_M$, εξετάζοντας την σχέση 3.3.9 για τα δεδομένα της μελέτης προκύπτει $\gamma_1 = 0.0142$. Οι τιμές “t” όμως που προκύπτουν είναι $t(\gamma_0) = 6.52$ και $t(\gamma_1) = 6.53$ που όπως παρατηρούμε διαφέρουν σημαντικά από τις θεωρητικές τιμές που έπρεπε να έχουν. Αυτό το στοιχείο υποδηλώνει ότι το μοντέλο που εκφράζεται από την σχέση 3.3.8 είναι απροσδιόριστο και θα προσπαθήσουν να αντιμετωπίσουν αυτό το πρόβλημα παρέχοντας μια εναλλακτική μορφή του μοντέλου.

Έχοντας ως αφετηρία την σχέση 3.3.3 κι αναπτύσσοντας έχουμε την σχέση,

$$r_z = r_{zi}(1 - \beta_j) + r_{Mi} \beta_j + w_{jt} \quad \text{Σχέση 3.3.10}$$

Ακολούθως παρατηρούμε πως οι πραγματικές τιμές των παραμέτρων γ_0 και γ_1 δεν θα είναι μηδέν και R_M αντίστοιχα αλλά $\gamma_0 = R_Z$ και $\gamma_1 = R_M - R_Z$. Εν τέλει τα εμπειρικά αποτελέσματα που προκύπτουν είναι πως οι αποδόσεις για διαφορετικά αξιόγραφα μπορούν να αποτυπωθούν ως μια γραμμική εξίσωση δύο παραγόντων όπως δίνεται από την σχέση 3.3.10 όπου προκύπτει πως η αναμενόμενη απόδοση του παράγοντα R_Z είναι σε γενικές γραμμές θετική και είναι υψηλότερη σε πρόσφατες υποπεριόδους από ότι σε προγενέστερες.

Συνοψίζοντας, ενώ το παραδοσιακό μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων υποθέτει πως η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου δίνεται από την σχέση

$$E(R_j) = \gamma_1 \beta_j, \text{ όπου } \gamma_1 = E(R_M) \quad \text{Σχέση 3.3.11}$$

το μοντέλο δύο παραγόντων αναφέρει πως η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου δίνεται από την σχέση

$$E(R_j) = E(r_Z) + [E(r_M) - E(r_Z)] \beta_j \quad \text{Σχέση 3.3.12}$$

η οποία μπορεί να γραφτεί και ως,

$$E(R_j) = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_j, \text{ όπου } \gamma_0 = E(R_Z) \text{ και } \gamma_1 = E(R_M) - E(R_Z) \quad \text{Σχέση 3.3.13}$$

Επίσης, το παραδοσιακό μοντέλο αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων υποθέτει πως $\gamma_0 = 0$ και $\gamma_1 = R_M$ ενώ το μοντέλο δύο παραγόντων καταλήγει στο συμπέρασμα πως $\gamma_0 = R_Z$, το οποίο δεν είναι απαραίτητα μηδέν, και $\gamma_1 = R_M - R_Z$.

Επιπρόσθετα, αρκετά άλλα μοντέλα προκύπτουν από την χαλάρωση μερικών υποθέσεων της παραδοσιακής μορφής του υποδείγματος αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων που υποδηλώνουν $\gamma_0 \neq 0$ και $\gamma_1 \neq E(R_M)$. Η κύρια έμφασή τους είναι να ελέγξουν την αυστηρή παραδοσιακή μορφή του μοντέλου αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων, η οποία είναι αν ισχύει το $\gamma_0 \neq 0$.

3.4 An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier

Robert C. Merton

The Journal of Financial and Quantitative Analysis (Sep., 1972)

Στο άρθρο του αυτό, ο Merton θα ορίσει με ακρίβεια το σύνορο των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων και θα πιστοποιήσει τα χαρακτηριστικά που το διέπουν. Το κυριότερο στοιχείο όμως που προκύπτει, είναι πως κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες η κλασική γραφική τεχνική, σύμφωνα με την οποία οριζόταν το σύνορο αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων δεν είναι σωστή.

Ο Merton θα χωρίσει το άρθρο του σε δύο μέρη, καθένα από τα οποία εμπεριέχει κι ένα θεώρημα που πρέπει να αποδειχθεί. Το πρώτο σκέλος αφορά το σύνολο των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων όταν όλα τα αξιόγραφα που το συνθέτουν εμπεριέχουν κίνδυνο, ενώ το δεύτερο εξετάζει την περίπτωση όταν ένα αξιόγραφο από εκείνα που συνθέτουν ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο είναι μηδενικού κινδύνου.

Αρχίζοντας από το πρώτο σκέλος, περιγράφει το σύνορο ως ένα σύνολο χαρτοφυλακίων που ικανοποιούν το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης του κινδύνου, ικανοποιούν δηλαδή την σχέση

$$\min \frac{1}{2} \sigma^2 \quad \text{Σχέση 3.4.1}$$

Όπου,

$\sigma^2 = \sum_1^m \sum_1^m x_i x_j \sigma_{ij}$, είναι ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου στο σύνορο για δεδομένη

αναμενόμενη απόδοση ίση με E ,

$$E = \sum_1^m x_i E_i,$$

$$\sum_1^m x_i = 1.$$

Η σχέση 3.4.1 χρησιμοποιώντας πολλαπλασιαστές Lagrange παίρνει την μορφή,

$$\min \left\{ \frac{1}{2} \sum_1^m \sum_1^m x_i x_j \sigma_{ij} + Y_1 \left[E - \sum_1^m x_i E_i \right] + Y_2 \left[1 - \sum_1^m x_i \right] \right\} \quad \text{Σχέση 3.4.2}$$

Με σταθερές συνθήκες πρώτης τάξης,

$$\sum_1^m x_j \sigma_{ij} - Y_1 E_i - Y_2 = 0, \text{ για } i = 1, 2, \dots, m$$

$$E - \sum_1^m x_i E_i = 0$$

$$1 - \sum_1^m x_i = 0$$

Τα αξιόγραφα x που ικανοποιούν τις παραπάνω συνθήκες και ελαχιστοποιούν τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, με βάση την πρώτη συνθήκη δημιουργούν την σχέση,

$$x_k = Y_1 \sum_1^m v_{kj} E_j + Y_2 \sum_1^m v_{kj}, \text{ για } k = 1, \dots, m \quad \text{Σχέση 3.4.3}$$

Όπου ως v_{kj} ορίζονται τα στοιχεία που προκύπτουν από την αναστροφή του πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης. Έπειτα, πολλαπλασιάζοντας την σχέση 3.4.3 με E_k και προσθέτοντας για $k = 1, \dots, m$ προκύπτει,

$$\sum_1^m x_k = Y_1 \sum_1^m \sum_1^m v_{kj} E_j + Y_2 \sum_1^m \sum_1^m v_{kj} \quad \text{Σχέση 3.4.4}$$

Από την οποία και ορίζει,

$$A \equiv \sum_1^m \sum_1^m v_{kj} E_j \quad B \equiv \sum_1^m \sum_1^m v_{kj} E_k E_j \quad C \equiv \sum_1^m \sum_1^m v_{kj}$$

Από την δεύτερη και τρίτη συνθήκη πρώτης τάξης και την σχέση 3.4.4 προκύπτει ένα γραμμικό σύστημα για τους πολλαπλασιαστές Y_1 και Y_2 ,

$$E = BY_1 + AY_2 \quad \text{και} \quad AY_1 + CY_2 = 1 \quad \text{Σχέση 3.4.5}$$

Έχοντας κατά νου ότι $\sum_1^m \sum_1^m v_{kj} E_j = \sum_1^m \sum_1^m v_{kj} E_k$ και $B > 0, C > 0$ η σχέση 3.4.5 γίνεται

$$Y_1 = \frac{CE - A}{D} \quad \text{και} \quad Y_2 = \frac{B - AE}{D} \quad \text{Σχέση 3.4.6}$$

Όπου, $D \equiv BC - A^2 > 0$.

Εάν αντικαταστήσουμε τα Y_1 και Y_2 από την σχέση 3.4.6 στην σχέση 3.4.3 έχουμε

$$x_k = \frac{E \sum_1^m v_{kj} (CE_j - A) + \sum_1^m v_{kj} (B - AE_j)}{D}, \quad \text{για } k = 1, \dots, m \quad \text{Σχέση 3.4.7}$$

Εάν πολλαπλασιάσουμε την πρώτη συνθήκη με x_i και προσθέσουμε για $i = 1, \dots, m$ ορίζεται,

$$\sum_1^m \sum_1^m x_i x_j \sigma_{ij} = Y_1 \sum_1^m x_i E_i + Y_2 \sum_1^m x_i \quad \text{Σχέση 3.4.8}$$

Από τον ορισμό της διακύμανσης, την δεύτερη και τρίτη συνθήκη και την 3.4.8 προκύπτει,

$$\sigma^2 = Y_1 E + Y_2 \quad \text{Σχέση 3.4.9}$$

Κι αν αντικαταστήσουμε τα Y_1 και Y_2 από την σχέση 3.4.6 έχουμε την εξίσωση της διακύμανσης του συνόρου των χαρτοφυλακίων σε συνάρτηση με την απόδοσή τους,

$$\sigma^2 = \frac{CE^2 - 2AE + B}{D} \quad \text{Σχέση 3.4.10}$$

Έπειτα, αφού περιγράφει την γραφική παράσταση που προκύπτει καταλήγει στην εξίσωση που περιγράφει το σύνολο των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων μέσω

$$E = \bar{E} + \frac{1}{C} \sqrt{DC(\sigma^2 - \bar{\sigma}^2)} \quad \text{Σχέση 3.4.11}$$

Όπου $\bar{E} \equiv A/C$ η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου ελαχίστου κινδύνου και $\bar{\sigma}^2 \equiv 1/C$ η αναμενόμενη διακύμανσή του.

Στο τέλος του πρώτου σκέλους θέτει ένα θεώρημα όπου υπάρχουν δύο χαρτοφυλάκια κατασκευασμένα από τα m αξιόγραφα που είναι διαθέσιμα, και οι επενδυτές που αποφεύγουν τον κίνδυνο διαλέγουν τα χαρτοφυλάκια για την μεγιστοποίηση της ωφελείας τους, χρησιμοποιώντας αποκλειστικά τον μέσο και την διακύμανση, τα οποία θα είναι αμερόληπτα κατά την επιλογή τους, μεταξύ των αρχικών m αξιολογίων από αυτά τα δύο.

Για την απόδειξη του παραπάνω θεωρήματος αρκεί να δείξουμε πως κάθε χαρτοφυλάκιο που ανήκει στο αποτελεσματικό σύνολο μπορεί να αποτελέσει γραμμικό συνδυασμό δύο συγκεκριμένων χαρτοφυλακίων, επειδή ένα βέλτιστο χαρτοφυλάκιο θα είναι και αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο για κάθε επενδυτή.

Μετά από ορισμό δύο χαρτοφυλακίων και την ανάπτυξη της σχέσης μεταξύ τους καταλήγει στο συμπέρασμα πως εάν $R < \bar{E} = A/C$ τότε $\delta > 0$, όπου $\delta = \frac{C(A - CR)}{D}$, και το χαρτοφυλάκιο

θα είναι αποτελεσματικό. Εάν $R > \bar{E}$ τότε $\delta < 0$ και το χαρτοφυλάκιο θα είναι αναποτελεσματικό. Τέλος, εάν $R = \bar{E}$ και $\delta = 0$ τότε κανένα χαρτοφυλάκιο, με πεπερασμένες τιμές για E και σ , δεν ικανοποιεί την εξίσωση ώστε να θεωρηθεί αποτελεσματικό.

Στο δεύτερο σκέλος, ο Merton αναφέρεται σε χαρτοφυλάκιο όπου ένα από τα αξιόγραφα που το συνθέτουν είναι μηδενικού κινδύνου, αναπτύσσει το δεύτερο θεώρημα που έχοντας ως δεδομένο ότι τα αξιόγραφα m ικανοποιούν όλες τις συνθήκες που έχουν εξεταστεί έως τώρα στο άρθρο, και ότι υφίσταται αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου με απόδοση R , υπάρχει ένα μοναδικό ζευγάρι από αποτελεσματικά ίδια κεφάλαια, ένα που εμπεριέχει κίνδυνο κι ένα με μηδενικό κίνδυνο, και με παρόμοιες προϋποθέσεις με το πρώτο θεώρημα, θα είναι αμερόληπτο αν και μόνο αν ισχύει $R < \bar{E}$.

Η απόδειξη του δεύτερου θεωρήματος προσεγγίζει αυτή του πρώτου, για να καταλήξει στο συμπέρασμα πως αν $R > A/C$ τότε $\delta < 0$ και το χαρτοφυλάκιο χαρακτηρίζεται ως αναποτελεσματικό, ενώ αν $R < A/C$ τότε $\delta > 0$ και το χαρτοφυλάκιο θεωρείται αποτελεσματικό. Επίσης όταν $R < A/C$ η σύνθεση του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου με

κίνδυνο θα είναι $\alpha_k = \frac{\sum_{j=1}^m v_{kj}(E_j - R)}{A - RC}$, για $k = 1, \dots, m$.

3.5 Risk. Return and Equilibrium : Empirical Tests

Eugene F. Fama and James D. MacBeth

The Journal of Political Economy (May-June 1973)

Το άρθρο των Fama και MacBeth εξετάζει την σχέση μεταξύ της μέσης απόδοσης και του κινδύνου των κοινών μετοχών του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης. Η θεωρητική βάση των ελέγχων είναι το μοντέλο χαρτοφυλακίων “δύο παραμέτρων” και τα υποδείγματα ισορροπίας της αγοράς που προέρχονται από αυτό. Δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση αυτών των υποδειγμάτων, ότι η αποτίμηση των κοινών μετοχών υποδηλώνει τις προσπάθειες των επενδυτών που αποστρέφονται τον κίνδυνο, να διατηρήσουν τα χαρτοφυλάκια που είναι “αποτελεσματικά” από την άποψη της αναμενόμενης αξίας και της διασποράς της απόδοσης. Επιπλέον, στο παρατηρηθέν “δίκαιο παιχνίδι”, οι ιδιότητες των συντελεστών και τα σφάλματα των παλινδρομήσεων του κινδύνου στις αποδόσεις είναι συνεπείς με μία αποτελεσματική

αγορά, στην οποία οι τιμές των αξιογράφων απεικονίζουν πλήρως όλες τις διαθέσιμες πληροφορίες.

Έχοντας ως θεωρητικό υπόβαθρο το “θεώρημα αποτελεσματικού συνόλου” , το οποίο συνεπάγεται από την τέλεια αγορά κεφαλαίων, τους επενδυτές που αποφεύγουν τον κίνδυνο και οι κατανομές των αποδόσεων δύο παραμέτρων, το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο για κάθε επενδυτή θα πρέπει να είναι αποτελεσματικό δεδομένου ότι κανένα άλλο χαρτοφυλάκιο με την ίδια ή μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση έχει μικρότερη διασπορά της απόδοσης, δηλαδή μικρότερο κίνδυνο εν ολίγοις.

Ο κίνδυνος για ένα χαρτοφυλάκιο, με κανονική κατανομή απόδοσης, υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση,

$$\sigma(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^N x_{ip} \left[\frac{\sum_{j=1}^N x_{jp} \sigma_{ij}}{\sigma(\tilde{R}_p)} \right] = \sum_{i=1}^N x_{ip} \frac{\text{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_p)}{\sigma(\tilde{R}_p)} \quad \text{Σχέση 3.5.1}$$

Όπου,

\tilde{R}_p η απόδοση του χαρτοφυλακίου

x_{ip} το ποσοστό των κεφαλαίων του χαρτοφυλακίου που επενδύθηκαν στο αξιόγραφο i

$\sigma_{ij} = \text{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_j)$ η συνδιακύμανση των αποδόσεων των αξιογράφων i και j

N ο αριθμός των αξιογράφων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο

Για αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια απαιτείται να επιλεγθούν τα σταθμά, δηλαδή τα ποσοστά, που θα επενδυθούν σε κάθε αξιόγραφο του χαρτοφυλακίου m , με τέτοιο τρόπο ώστε μέσω της σχέσης

$$E(\tilde{R}_i) - E(\tilde{R}_m) = S_m \left[\frac{\sum_{j=1}^N x_{jm} \sigma_{ij}}{\sigma(\tilde{R}_m)} - \sigma(\tilde{R}_m) \right] \quad \text{Σχέση 3.5.2}$$

Όπου,

S_m ο ρυθμός μεταβολής της αναμενόμενης απόδοσης του χαρτοφυλακίου σε συνάρτηση με την μεταβολή του κινδύνου του στο σημείο όπου το αποτελεσματικό σύνολο αντιστοιχεί στο χαρτοφυλάκιο m .

Η παραπάνω σχέση μπορεί να ερμηνευτεί ως η σχέση μεταξύ του κινδύνου του αξιογράφου i του χαρτοφυλακίου m και της αναμενόμενης απόδοσης του αξιογράφου i . Σε περίπτωση που το short selling απαγορεύεται τότε η σχέση 3.5.2 απευθύνεται σε εκείνα τα αξιόγραφα που τα σταθμά τους είναι θετικά, $x_{im} > 0$.

Υπάρχουν δύο κατηγορίες συμπερασμάτων που δύναται να εξεταστούν, η πρώτη αφορά συνθήκες αναμενόμενων αποδόσεων που προκύπτουν από το γεγονός πως οι επενδυτές στον κόσμο δύο παραμέτρων έχουν στην κατοχή τους αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια, και στην δεύτερη υπάρχουν καταστάσεις όπου εξετάζουμε την συμπεριφορά των αποδόσεων στο πέρασμα του χρόνου με την υπόθεση του μοντέλου δύο παραμέτρων ότι η αγορά κεφαλαίων είναι τέλεια ή χωρίς τριβή, δηλαδή δεν υπάρχουν κόστη συναλλαγών και πληροφόρησης.

Η σχέση 3.5.2 μπορεί να γραφτεί και ως,

$$E(\tilde{R}_i) = [E(\tilde{R}_m) - S_m \sigma(\tilde{R}_m)] + S_m \sigma(\tilde{R}_m) \beta_i \quad \text{Σχέση 3.5.3}$$

Όπου,

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_m)}{\sigma^2(\tilde{R}_m)} = \frac{\sum_{j=1}^N x_{jm} \sigma_{ij}}{\sigma^2(\tilde{R}_m)} = \frac{\text{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_m) / \sigma(\tilde{R}_m)}{\sigma(\tilde{R}_m)} \quad \text{Σχέση 3.5.4}$$

Η παράμετρος β_i μπορεί να ερμηνευτεί ως ο κίνδυνος του αξιογράφου i του χαρτοφυλακίου m , υπολογισμένος σε σχέση με τον συνολικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου m . Η σταθερά στην 3.5.4 είναι

$$E(\tilde{R}_0) \equiv E(\tilde{R}_m) - S_m \sigma(\tilde{R}_m) \quad \text{Σχέση 3.5.5}$$

η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου, του οποίου η απόδοση είναι ασυσχέτιστη με την απόδοση του χαρτοφυλακίου m , δηλαδή ένα αξιόγραφο με $\beta = 0$. Το αξιόγραφο αυτό μπορούμε να το χαρακτηρίσουμε ως ένα αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου.

Γνωρίζοντας,

$$S_m = \frac{E(\tilde{R}_m) - E(\tilde{R}_0)}{\sigma(\tilde{R}_m)} \quad \text{Σχέση 3.5.6}$$

η 3.5.3 μπορεί να γραφτεί και ως

$$E(\tilde{R}_i) = E(\tilde{R}_0) + [E(\tilde{R}_m) - E(\tilde{R}_0)]\beta_i \quad \text{Σχέση 3.5.7}$$

Η παραπάνω σχέση περιγράφεται ως, η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου i είναι η σταθερά, η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου μηδενικού κινδύνου στο χαρτοφυλάκιο m , συν μια ανταμοιβή ανάληψης κινδύνου, που είναι ο δεύτερος όρος της 3.5.7.

Από την 3.5.7 προκύπτουν τρία συμπεράσματα τα οποία και θα εξεταστούν,

- (C1) η σχέση μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης ενός αξιογράφου και του κινδύνου του σε κάθε αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο m είναι γραμμική.
- (C2) η παράμετρος β_i είναι ένα ολοκληρωμένο μέτρο υπολογισμού του κινδύνου του αξιογράφου i σε κάθε αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο m και δεν υπάρχει άλλο μέτρο υπολογισμού κινδύνου για την 3.5.7.
- (C3) σε μια αγορά επενδυτών που αποστρέφονται τον κίνδυνο, μεγαλύτερος κίνδυνος θα συνδέεται με μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση, δηλαδή $E(\tilde{R}_m) - E(\tilde{R}_0) > 0$.

Σε μια αγορά κεφαλαίων όπου υπάρχει ομοιογενείς προσδοκίες, επιτρέπεται το short selling και τα σταθμά που ορίζουν το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι ο λόγος της συνολικής αγοραίας αξίας όλων των στοιχείων του αξιογράφου i προς την συνολική αγοραία αξία όλων των αξιογράφων, τότε το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι πάντα αποτελεσματικό και αποτελεί ένα σημείο αναφοράς για την εξέταση των τριών συμπερασμάτων.

Το γενικευμένο στοχαστικό μοντέλο αποδόσεων που θα χρησιμοποιηθεί είναι

$$\tilde{R}_{it} = \tilde{\gamma}_{0t} + \tilde{\gamma}_{1t}\beta_i + \tilde{\gamma}_{2t}\beta_i^2 + \tilde{\gamma}_{3t}s_i + \tilde{\eta}_{it} \quad \text{Σχέση 3.5.8}$$

Το t αντιστοιχεί σε μία χρονική περίοδο, από $t-1$ στην t . Η υπόθεση της κατάστασης C3 είναι ότι η αναμενόμενη αξία της ανταμοιβής ανάληψης επιπλέον κινδύνου $\tilde{\gamma}_{1t}$, είναι η κλίση $[E(\tilde{R}_{mt}) - E(\tilde{R}_{0t})]$ της σχέσης 3.5.7 είναι θετική, επομένως $\tilde{\gamma}_{1t} = [E(\tilde{R}_{mt}) - E(\tilde{R}_{0t})] > 0$.

Η μεταβλητή β_i^2 περιλαμβάνεται στην 3.5.8 για να εξεταστεί η γραμμικότητα. Η υπόθεση της κατάστασης C1 είναι $E(\tilde{\gamma}_{2t}) = 0$ και η υπόθεση της κατάστασης C2 είναι $E(\tilde{\gamma}_{3t}) = 0$.

Η μεταβλητή $\tilde{\eta}_{it}$ υποθέτουμε πως έχει μέσο μηδέν και είναι ανεξάρτητη από όλες τις υπόλοιπες μεταβλητές της 3.5.8.

Συνοψίζοντας, δοθείσας των στοχαστικών γενικεύσεων των 3.5.3 και 3.5.7 που παρέχονται από την 3.5.8, τα συμπεράσματα που θα εξεταστούν από το μοντέλο δύο παραγόντων για τις αναμενόμενες αποδόσεις είναι

1. C1 (η γραμμικότητα) : $E(\tilde{\gamma}_{2t}) = 0$
2. C2 (καμία συστηματική επίδραση από αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου) : $E(\tilde{\gamma}_{3t}) = 0$
3. C3 (θετική η διαφορά αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου) : $\tilde{\gamma}_{1t} = [E(\tilde{R}_{mt}) - E(\tilde{R}_{0t})] > 0$
4. Υπόθεση Sharpe – Lintner : $E(\tilde{\gamma}_{0t}) = R_{ft}$

5. Η αποτελεσματικότητα της αγοράς κεφαλαίων στον κόσμο δύο παραμέτρων απαιτεί την υπόθεση της αποτελεσματικότητας της αγοράς (Market Efficiency) : οι στοχαστικοί παράγοντες $\tilde{\gamma}_{2t}, \tilde{\gamma}_{3t}, \tilde{\gamma}_{1t}, \tilde{\gamma}_{0t}$ και $\tilde{\eta}_{it}$ είναι “fair games”.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για την μελέτη αυτή από τους Fama και MacBeth είναι μηνιαίες ποσοστιαίες αποδόσεις, συμπεριλαμβανομένων και των μερισμάτων και των κύριων κερδών, για όλες τις κοινές μετοχές που διαπραγματεύονται στο New York Stock Exchange (NYSE) για την περίοδο από τον Ιανουάριο του 1926 έως τον Ιούνιο του 1968. Τα δεδομένα είναι από Center for Research in Security Prices of the University of Chicago.

Εξετάζοντας το μοντέλο δύο παραμέτρων παρατηρούμε ένα αναπόφευκτο πρόβλημα, ότι δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το μέτρο σχετικού κινδύνου β_i αλλά τον εμπειρικό εκτιμητή

$$\hat{\beta}_i, \text{ όπου } \hat{\beta}_i = \frac{\text{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_m)}{\hat{\sigma}^2(\tilde{R}_m)}.$$

Το οποίο σύμφωνα με τον Blume (1970) για κάθε χαρτοφυλάκιο p , που ορίζεται από σταθμά $x_{ip}, i = 1, 2, \dots, N$ ισχύει,

$$\hat{\beta}_p = \frac{\text{cov}(\tilde{R}_p, \tilde{R}_m)}{\hat{\sigma}^2(\tilde{R}_m)} = \sum_{i=1}^N x_{ip} \frac{\text{cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_m)}{\hat{\sigma}^2(\tilde{R}_m)} = \sum_{i=1}^N x_{ip} \hat{\beta}_i$$

Για να μειωθεί η απώλεια πληροφοριών στον έλεγχο της σχέσης απόδοσης-κινδύνου που προκαλούνται από την χρησιμοποίηση χαρτοφυλακίων αντί μεμονωμένων αξιογράφων, ένα ευρύ φάσμα των τιμών του χαρτοφυλακίου $\hat{\beta}_p$'s λαμβάνεται με την χρησιμοποίηση χαρτοφυλακίων βάσει της ταξινόμησης των τιμών των $\hat{\beta}_i$ για μεμονωμένα αξιόγραφα. Ωστόσο, με αυτήν την διαδικασία παρατηρούμε ότι δημιουργείται το φαινόμενο της παλινδρόμησης. Ένα χαρτοφυλάκιο με μεγάλες τιμές $\hat{\beta}_i$ θα ανταποκρίνεται σε μεγαλύτερο βαθμό από το πραγματικό β_i , ενώ αντίστοιχα ένα χαρτοφυλάκιο με μικρές τιμές $\hat{\beta}_i$ θα ανταποκρίνεται σε μικρότερο βαθμό από το πραγματικό β_i .

Το φαινόμενο της παλινδρόμησης μπορεί να αποφευχθεί σε μεγάλο βαθμό με την διαμόρφωση χαρτοφυλακίων από ταξινομημένα $\hat{\beta}_i$, υπολογισμένα από δεδομένα για ένα χρονικό διάστημα κι έπειτα χρησιμοποιώντας τα για την εύρεση των $\hat{\beta}_p$ της επόμενης περιόδου, για εκείνα τα χαρτοφυλάκια που θα χρησιμοποιηθούν για τον έλεγχο του μοντέλου δύο παραμέτρων. Τα σφάλματα των μεμονωμένων αξιογράφων $\hat{\beta}_i$ ενός χαρτοφυλακίου, είναι τυχαία κατανομημένα μεταξύ των αξιογράφων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο, επομένως σε ένα χαρτοφυλάκιο $\hat{\beta}_p$, οι επιδράσεις του φαινομένου της παλινδρόμησης ελαχιστοποιούνται.

Ως ένα μέτρο υπολογισμού του αξιογράφου μηδενικού κινδύνου i , δηλαδή $\beta_i = 0$, χρησιμοποιούμε την μεταβλητή $s(\hat{e}_i)$, η οποία υποδηλώνει την τυπική απόκλιση των σφαλμάτων που προκύπτουν από την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων από το λεγόμενο μοντέλο της αγοράς,

$$\tilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta^i \tilde{R}_{mt} + \tilde{e}_{it} \quad \text{Σχέση 3.5.9}$$

Συνθέτοντας 20 χαρτοφυλάκια βάσει της ταξινόμησης των $\hat{\beta}_i$ και παίρνοντας τις μηνιαίες αποδόσεις τους δημιουργείται μια διαστρωματική παλινδρόμηση, εμπειρικά της 3.5.8, η οποία έχει την μορφή

$$R_{pt} = \hat{\gamma}_{0t} + \hat{\gamma}_{1t} \hat{\beta}_{p,t-1} + \hat{\gamma}_{2t} \hat{\beta}_{p,t-1}^2 + \hat{\gamma}_{3t} \bar{s}_{p,t-1}(\hat{e}_i) + \hat{\eta}_{pt}, \quad p = 1, 2, \dots, 20 \quad \text{Σχέση 3.5.10}$$

Τρέχοντας τις παλινδρομήσεις κι εξετάζοντας τις 5 υποθέσεις που τέθηκαν προηγουμένως οι Fama και MacBeth κατέληξαν σε ορισμένα συμπεράσματα. Τα αποτελέσματά τους υποστηρίζουν τα σημαντικά εξεταζόμενα συμπεράσματα του μοντέλου δύο παραμέτρων. Έχοντας ως δεδομένο πως το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποτελεσματικό, δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση πως οι μέσες αποδόσεις των κοινών μετοχών του NYSE απεικονίζουν τις προσπάθειες των επενδυτών που αποστρέφονται τον κίνδυνο να έχουν στην κατοχή τους αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Συγκεκριμένα, παρατηρείται κατά μέσο όρο να υπάρχει μια θετική σχέση μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου, με τον κίνδυνο να μετριέται από την άποψη χαρτοφυλακίων. Επιπλέον, αν και υπάρχουν “μη

στοχαστικές γραμμικότητες” ανάμεσα στις περιόδους, δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση ότι κατά μέσο όρο οι επιδράσεις τους είναι μηδαμινές και απρόβλεπτα διαφορετικές από το μηδέν από μία περίοδο στην επόμενη. Επίσης, δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση πως λαμβάνοντας επενδυτικές αποφάσεις, ένας επενδυτής μπορεί να υποθέσει ότι η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου είναι γραμμική όπως συνεπάγεται από το μοντέλο δύο παραμέτρων. Ακόμη, δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση του μοντέλου δύο παραμέτρων πως κανένα μέτρο κινδύνου, επιπρόσθετα του κινδύνου του χαρτοφυλακίου, να επιδρά συστηματικά στην μέση απόδοση. Και τέλος, οι ιδιότητες που παρατηρήθηκαν για τα “fair games” των παραγόντων και των καταλοίπων της παλινδρόμησης κινδύνου και απόδοσης είναι συνεχή σε μία αποτελεσματική αγορά κεφαλαίων, όπου οι τιμές των αξιογράφων απεικονίζουν πλήρως κάθε διαθέσιμη πληροφορία.

3.6 Portfolio Efficiency Analysis in Three Moments: The Multiperiod Case

Fred D. Arditti and Haim Levy

The Journal of Finance Vol. 30, No. 3 (June 1975)

Σκοπός αυτού του άρθρου είναι να ρίξει λίγο φως στην ανάλυση της αποτελεσματικότητας των τριών στιγμών, αρχικά μελετώντας την σχέση της απόδοσης των τριών πρώτων στιγμών ενός περιουσιακού στοιχείου μιας περιόδου με τις αποδόσεις του, των τριών πρώτων στιγμών πολλαπλών περιόδων. Στην συνέχεια, οι Arditti και Levy, παρέχουν μια θεωρητική εξήγηση που συμφιλιώνεται με την φαινομενικά αντιφατική εμπειρική απόδειξη, η οποία υποδεικνύει πως όταν χρησιμοποιούνται μηνιαίες αποδόσεις στο ποσοστό απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου τριών στιγμών, δεν είναι σημαντικά διαφορετικό από το μηδέν, υποδηλώνοντας πως η εκτίμηση των τριών στιγμών που βασίζεται σε ετήσιες αποδόσεις είναι συχνά θετική.

Υποθέτοντας την μία περίοδο να αντιστοιχεί σε έναν μήνα, κι επομένως χρησιμοποιώντας το εμπειρικό αποτέλεσμα πως οι αποδόσεις ενός χαρτοφυλακίου τριών στιγμών για αυτήν την περίοδο είναι μηδέν, παρέχουν μια μέθοδο, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καθορίσει το αποτελεσματικό σύνορο των τριών στιγμών.

Εάν ορίσουμε την i -οστή απόδοση μιας περιόδου για ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο ως $1 + x_i$, όπου το x_i υποδηλώνει τον δείκτη της απόδοσης για αυτήν την περίοδο, τότε οι πρώτες τρεις στιγμές της κατανομής, η απόδοση, η διακύμανση και η κυρτότητα, των αποδόσεων μιας περιόδου δίνονται από,

$$E(1 + x_i) = 1 + \mu_i$$

$$E[(1 + x_i) - (1 + \mu_i)]^2 = \sigma_i^2$$

$$E[(1 + x_i) - (1 + \mu_i)]^3 = \mu_{3i}$$

Η απόδοση της n -οστής περιόδου δίνεται από $\prod_{i=1}^n (1 + x_i)$ και υποθέτοντας της ανεξαρτησία των αποδόσεων στον χρόνο οι πρώτες τρεις στιγμές αυτής της απόδοσης, υποδηλώνοντας την απόδοση $(E + 1)$, την διακύμανση V και την κυρτότητα M αντίστοιχα, είναι

$$E + 1 = \prod_{i=1}^n 1 + \mu_i$$

$$V = \prod_{i=1}^n [(1 + \mu_i)^2 + \sigma_i^2] - \prod_{i=1}^n (1 + \mu_i)^2 \quad \text{Σχέση 3.6.1}$$

$$M = E \left[\prod_{i=1}^n (1 + x_i) - \prod_{i=1}^n (1 + \mu_i) \right]^3$$

Έπειτα, θέλοντας να εκφράσουμε την πολυπεριοδική κυρτότητα M , σύμφωνα με τις στιγμές της μιας περιόδου, κι αφού την αναλύσουμε καταλήγουμε

$$M = E \left[\prod_{i=1}^n (1 + x_i)^3 \right] - 3 \left[\prod_{i=1}^n (1 + \mu_i) \right] E \left[\prod_{i=1}^n (1 + x_i) \right]^2 + 2 \left[\prod_{i=1}^n (1 + \mu_i) \right]^3 \quad \text{Σχέση 3.6.2}$$

Χρησιμοποιώντας την υπόθεση της ανεξαρτησίας για τον πρώτο όρο του δεξιού σκέλους της 3.6.2 έχουμε

$$E \left[\prod_{i=1}^n (1 + x_i)^3 \right] = \prod_{i=1}^n [E(1 + x_i)^3] = \prod_{i=1}^n [1 + 3\mu_i + 3\mu_i^2 + 3\sigma_i^2 + E(x_i)^3] \quad \text{Σχέση 3.6.3}$$

Ωστόσο, ισχύει $E(x_i)^3 = \mu_{3i} + \mu_i(3\sigma_i^2 + \mu_i^2)$, επομένως η 3.6.3 μπορεί να γραφτεί κι ως

$$E\left[\prod_{i=1}^n (1+x_i)^3\right] = \prod_{i=1}^n [1 + 3\mu_i + 3\mu_i^2 + 3\sigma_i^2 + \mu_{3i} + \mu_i(3\sigma_i^2 + \mu_i^2)] = \prod_{i=1}^n [(1 + \mu_i)^3 + 3(1 + \mu_i)\sigma_i^2 + \mu_{3i}]$$

Σχέση 3.6.4

Ομοίως, αναπτύσσουμε τον όρο $E\left[\prod_{i=1}^n (1+x_i)\right]^2$ κι έχουμε

$$E\left[\prod_{i=1}^n (1+x_i)^2\right] = \prod_{i=1}^n [(1 + \mu_i)^2 + \sigma_i^2] \quad \text{Σχέση 3.6.5}$$

Από τις 3.6.4 και 3.6.5, κι αφού αποδεχτούμε τα εμπειρικά ευρήματα που ισχυρίζονται πως η κυρτότητα για μικρά διαστήματα είναι ίση με το μηδέν, προκύπτει η εξίσωση της πολυπεριοδικής κυρτότητας

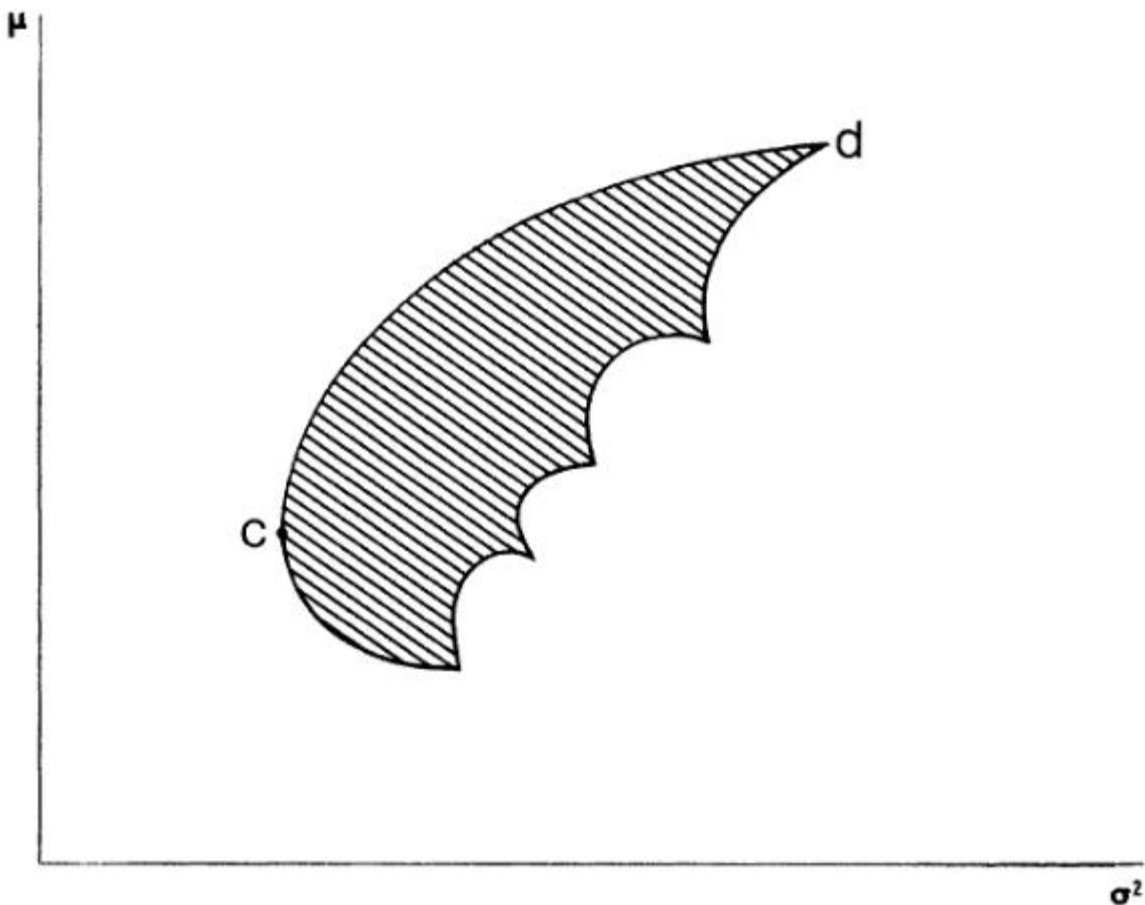
$$M = \prod_{i=1}^n [(1 + \mu_i)^3 + 3(1 + \mu_i)\sigma_i^2] - 3 \prod_{i=1}^n (1 + \mu_i) \left\{ \prod_{i=1}^n [(1 + \mu_i)^2 + \sigma_i^2] \right\} + 2 \prod_{i=1}^n (1 + \mu_i)^3 \quad \text{Σχέση 3.6.6}$$

Τα εμπειρικά αποτελέσματα που εξάγονται από την 3.6.6 είναι πως η κυρτότητα είναι ξεκάθαρα μια λειτουργία του επενδυτικού ορίζοντα, η οποία με την σειρά της καθορίζεται από την συμπεριφορά των επενδυτών. Για τους επενδυτές με μικρό επενδυτικό ορίζοντα, η κυρτότητα των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου μπορεί να αγνοηθεί, διότι εμπειρικά στοιχεία υποδηλώνουν πως οι κατανομές τους είναι συμμετρικές, ωστόσο, για τους επενδυτές με μεγάλο επενδυτικό ορίζοντα η κατανομή της κυρτότητας ενδέχεται να είναι σημαντική και συνεπώς εξελίσσεται σε σχετική μεταβλητή για την λήψη επενδυτικής απόφασης.

Εξετάζοντας τι συμβαίνει όταν αυξάνεται ο επενδυτικός ορίζοντας, n , καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως όσο αυξάνεται ο επενδυτικός ορίζοντας τόσο αυξάνεται και η κυρτότητα.

Παρόμοιο συμπέρασμα προκύπτει και με την αύξηση είτε της κυρτότητας μιας περιόδου, μ , είτε της διακύμανσης μιας περιόδου, σ^2 .

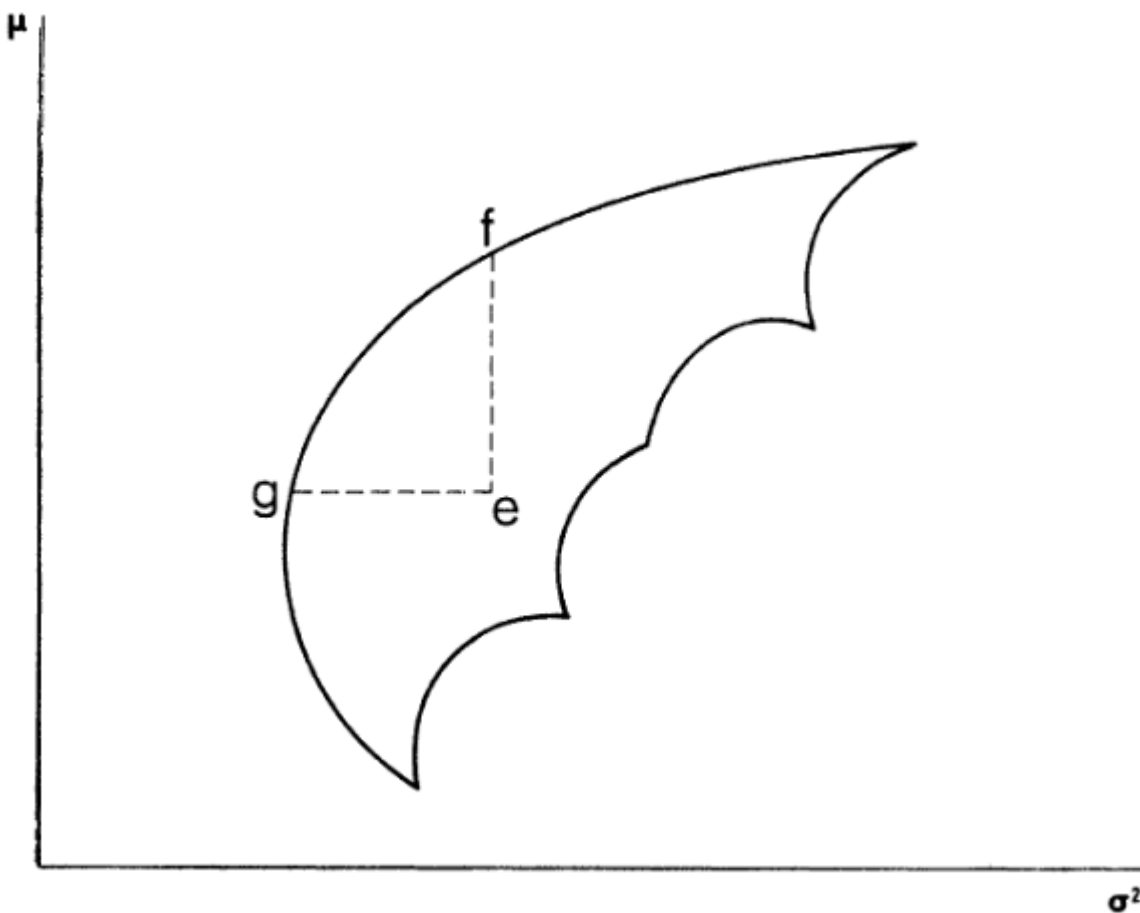
Με την απουσία του περιουσιακού στοιχείου μηδενικού κινδύνου, η μέση διακύμανση της μιας περιόδου ενός συνόλου αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων δίνεται από την καμπύλη cd του παρακάτω διαγράμματος, όπου το σύνολο των εφαρμόσιμων χαρτοφυλακίων μιας περιόδου υποδηλώνονται από το σκιαγραφημένη περιοχή.



Διάγραμμα 3.6.1: Το σύνολο των εφαρμόσιμων χαρτοφυλακίων μιας περιόδου

Εάν περιορίσουμε την ανάλυση σε μία περίοδο ή σε μικρό επενδυτικό ορίζοντα, τότε η καμπύλη cd αναπαριστά και το αποτελεσματικό σύνολο των τριών στιγμών για αυτήν την μικρή περίοδο, σύμφωνα με την υπόθεση πως η κυρτότητα μιας περιόδου είναι ίση με μηδέν.

Έπειτα, θα εξετάσουμε πως συνδέεται το πολυπεριοδικό αποτελεσματικό σύνολο των τριών στιγμών με τα χαρτοφυλάκια μιας περιόδου που απεικονίζονται στο διάγραμμα 3.6.1, εάν ένα χαρτοφυλάκιο που επιλεχθεί σήμερα θα κρατηθεί για n περιόδους. Υποθέτοντας πως ξεχωριστά ο κάθε ένας από τους επενδυτές με προτίμηση στην U λειτουργία αποστρέφονται τον κίνδυνο και επιθυμούν θετική κυρτότητα, τότε σύμφωνα με το διάγραμμα 3.6.2 που ακολουθεί συμπεραίνουμε πως κανένα από τα χαρτοφυλάκια e, f, g δεν υπερισχύει έναντι κάποιου άλλου στην πολυπεριοδική ανάλυση της αποτελεσματικότητας των τριών στιγμών.

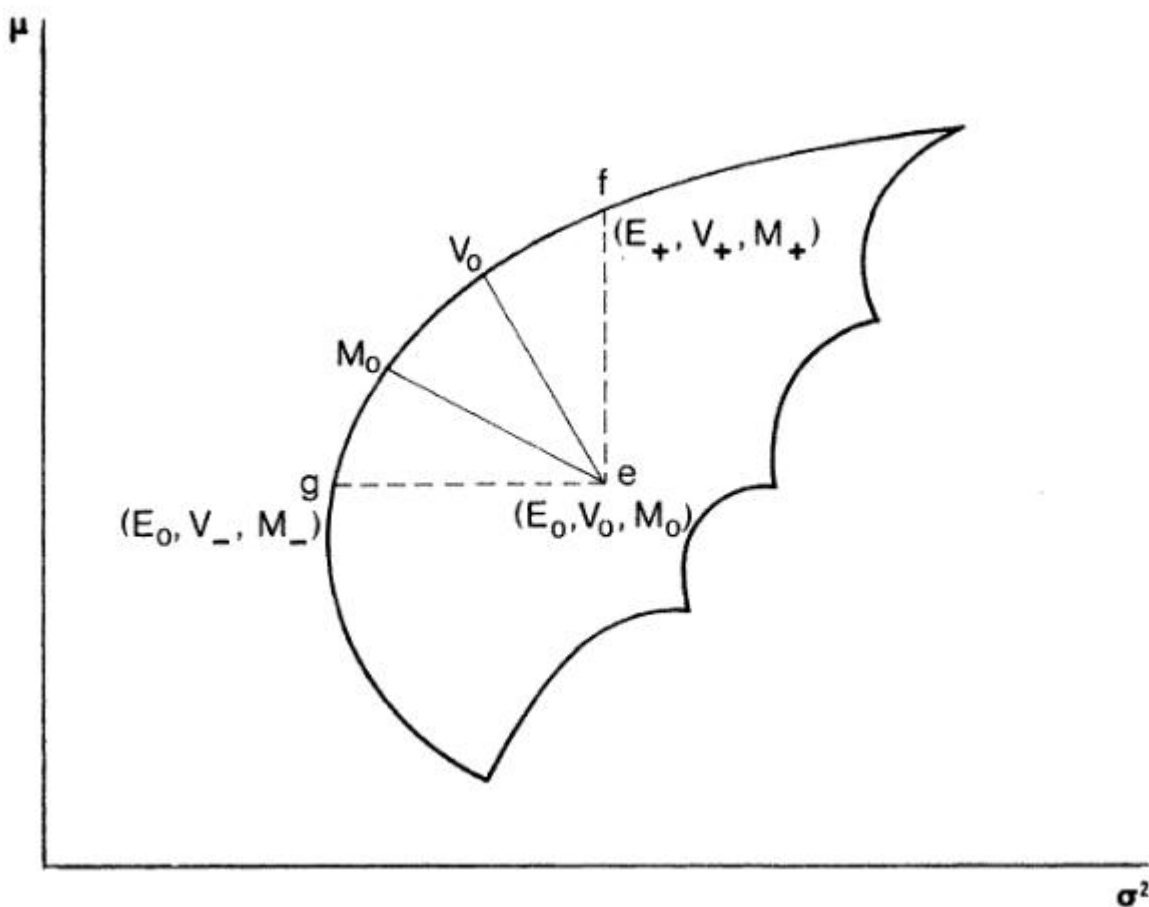


Διάγραμμα 3.6.2: Απεικόνιση χαρτοφυλακίων για σύγκριση της αποτελεσματικότητας των τριών στιγμών.

Από την σύγκριση των πολυπεριοδικών χαρτοφυλακίων σύμφωνα με τις παραμέτρους της μιας περιόδου του παραπάνω διαγράμματος, είναι πιθανόν να αντιληφθεί κάποιος πως όλα τα εφικτά χαρτοφυλάκια μιας περιόδου είναι αποτελεσματικά και σε πολλαπλές περιόδους. Ωστόσο, μια πιο προσεκτική ανάλυση δείχνει πως δεν είναι απαραίτητα σωστό αυτό το

συμπέρασμα και πως το αποτελεσματικό σύνολο των τριών στιγμών πιθανόν να είναι ένα υποσύνολο των χαρτοφυλακίων του διαγράμματος 3.6.2.

Εάν όμως τα χαρτοφυλάκια e, f, g περιγραφούν με τις πολυπεριοδικές τιμές τους, τότε από το διάγραμμα 3.6.3 αμέσως κάποιος θα δει πως κανένα χαρτοφυλάκιο δεν υπερισχύει έναντι οποιαδήποτε άλλου που βρίσκονται είτε στην διακεκομμένη οριζόντια ευθεία είτε στην κάθετη διακεκομμένη ευθεία.



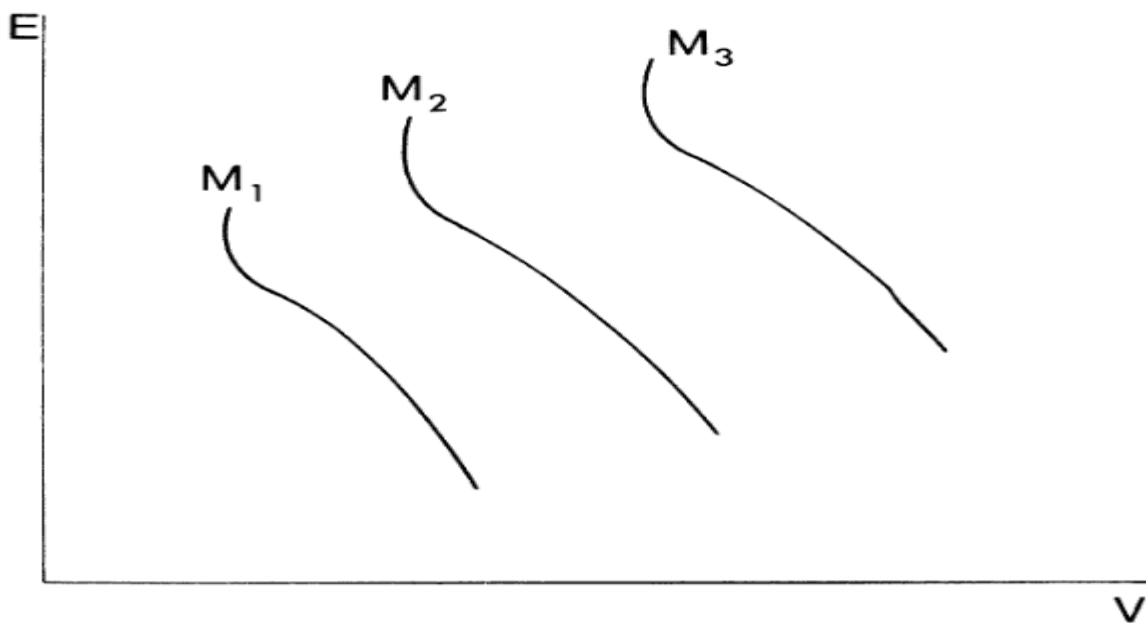
Διάγραμμα 3.6.3: Απεικόνιση χαρτοφυλακίων για σύγκριση της αποτελεσματικότητας των τριών στιγμών.

Επομένως, κινούμενοι κατά μήκος είτε της οριζόντιας είτε της κάθετης γραμμής κανένα χαρτοφυλάκιο δεν μπορεί να αποκλειστεί από το εφικτό σύνολο, αλλά αυτές οι περιορισμένες κινήσεις αγνοούν πολλές άλλες συγκρίσεις. Για παράδειγμα, κινούμενοι κατά μήκος του τόξου

σύμφωνα με την φορά του ρολογιού σημαίνει πως περνάμε σε χαρτοφυλάκια με μεγαλύτερες τιμές των τριών στιγμών, της απόδοσης E , της διακύμανσης V και της κυρτότητας M .

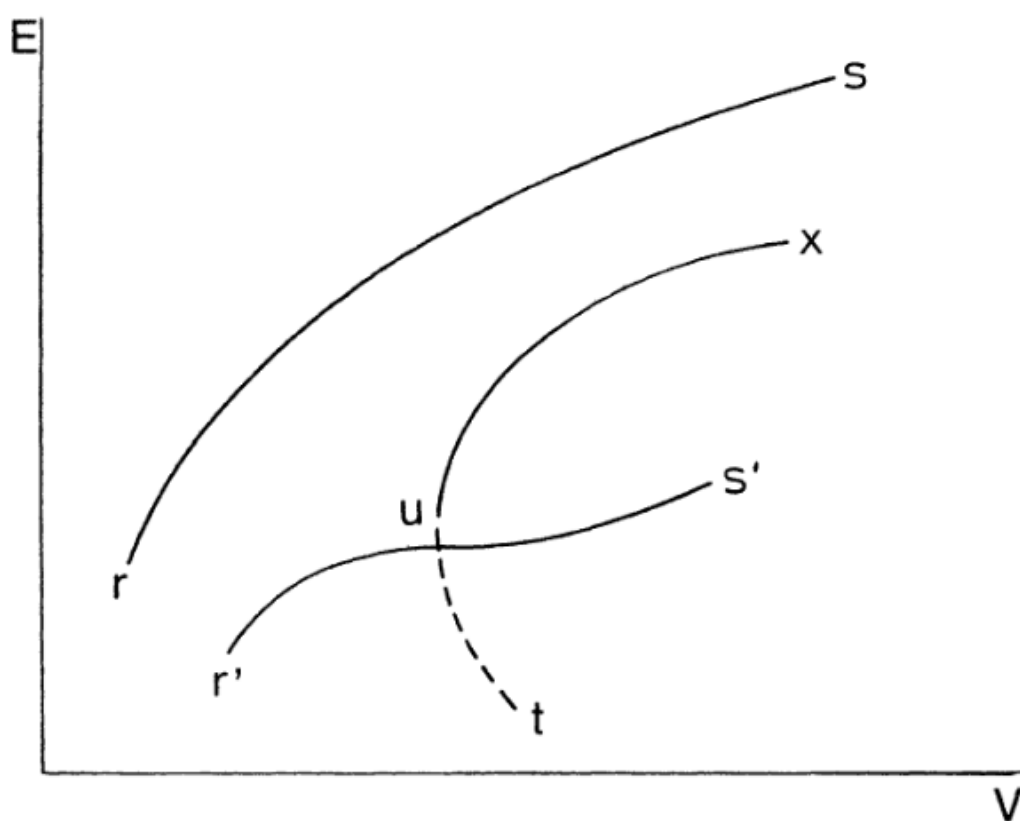
Σε αυτήν την περίπτωση, εάν φτάσουμε πρώτα στο χαρτοφυλάκιο M_0 από ότι στο χαρτοφυλάκιο V_0 , όπως στο διάγραμμα 3.6.3, τότε το M_0 χαρτοφυλάκιο υπερισχύει έναντι του χαρτοφυλακίου e , διότι και τα δύο έχουν παρόμοια κυρτότητα M_0 , αλλά το M_0 χαρτοφυλάκιο έχει μεγαλύτερη απόδοση E και μικρότερη διακύμανση V από το χαρτοφυλάκιο e . Αντίθετα, εάν συναντήσουμε πρώτα το χαρτοφυλάκιο V_0 από ότι το χαρτοφυλάκιο M_0 τότε δεν μπορούμε να αποκλείσουμε το χαρτοφυλάκιο e .

Εάν απομονώσουμε την κλίση της καμπύλης της κυρτότητας M , μπορούμε να εξετάσουμε μέσω του παρακάτω διαγράμματος 3.6.4, που απεικονίζει τις καμπύλες της κυρτότητας M στο επίπεδο της απόδοσης E και της διακύμανσης V , και να αποκλείσουμε όλα εκείνα τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται κάτω από το βορειότερο σημείο της κάθε καμπύλης M , διότι το χαρτοφυλάκιο στο βορειότερο σημείο έχει και μεγαλύτερη απόδοση E και μικρότερη διακύμανση V από όλα τα υπόλοιπα της καμπύλης, διότι όλες οι καμπύλες M έχουν αρνητική κλίση.



Διάγραμμα 3.6.4

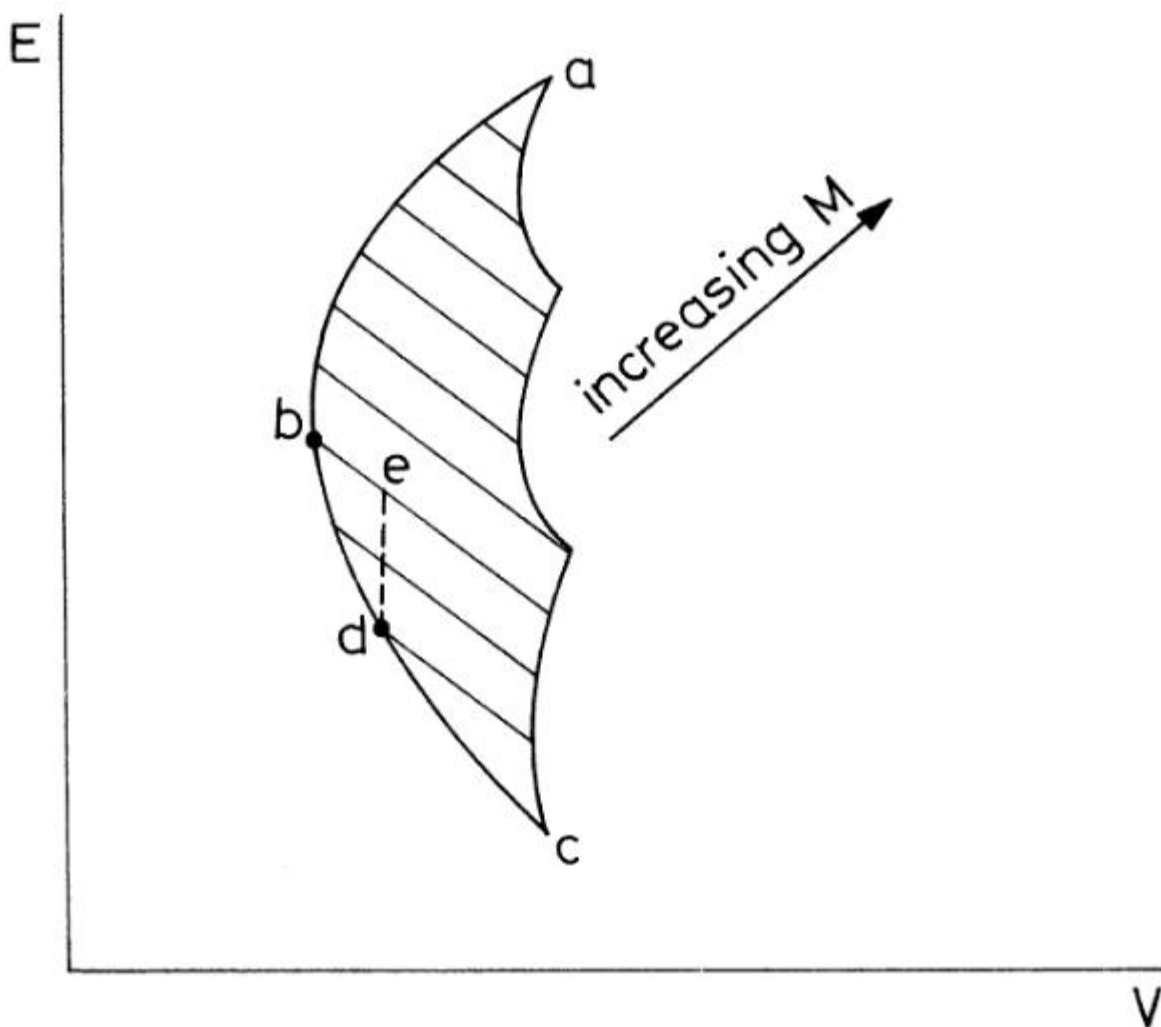
Επομένως, η διαδικασία απομόνωσης των αποτελεσματικών σημείων στο επίπεδο $E-V-M$ πραγματοποιείται για να σταθεροποιήσουμε την κυρτότητα M σε κάποια τιμή και να μεγιστοποιήσουμε την απόδοση $(E+1)$. Τρέχοντας την διαδικασία για όλες τις καμπύλες κυρτότητας τότε έχουμε βρει τα καλύτερα σημεία και έχουμε αποκλείσει όλα τα μη αποτελεσματικά σημεία. Αλλά αυτό είναι αρκετό μόνο στην περίπτωση που τα σημεία που δημιουργήθηκαν μοιάζουν της καμπύλης rs ή της $r's'$, δηλαδή των αποτελεσματικών σημείων, στο διάγραμμα 3.6.5 που ακολουθεί.



Διάγραμμα 3.6.5: Καμπύλες κυρτότητας και αποτελεσματικά σημεία.

Εάν, όμως μοιάζουν την καμπύλης tux τότε δεν έχουν απομείνει κι άλλα σημεία να αποκλειστούν, αυτά μεταξύ του σημείου t και του σημείου u . Για να βρούμε αυτό το σύνολο των σημείων στο επίπεδο $E-V$, θεωρούμε ένα σύνολο εφικτών (E,V) συνδυασμών όπως απεικονίζονται στο διάγραμμα 3.6.6 που ακολουθεί παρακάτω. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που προηγήθηκαν στο άρθρο αυτό, αυτό το σύνολο δύναται να διαιρεθεί σε απομονωμένες

γραμμές με αρνητική κλίση της κυρτότητας M . Ξεκάθαρα, όλα τα χαρτοφυλάκια κατά μήκος του τόξου ab είναι αποτελεσματικά, διότι κάθε χαρτοφυλάκιο σε αυτό το τόξο αναπαριστά το βρειότερο σημείο μιας απομονωμένης γραμμής της κυρτότητας M στο εφικτό σύνολο. Επιπλέον, ένα σημείο όπως το d , όπου η κλίση του τόξου abc είναι αρνητική, είναι μη αποτελεσματικό στο επίπεδο $E-V-M$, διότι το χαρτοφυλάκιο στο σημείο d κυριαρχείται από το χαρτοφυλάκιο του σημείου e , επειδή το χαρτοφυλάκιο του σημείου e αντιπροσωπεύει ένα χαρτοφυλάκιο με την ίδια διακύμανση V , αλλά μεγαλύτερη απόδοση E και μεγαλύτερη κυρτότητα M , ωστόσο το e έχει αποδειχθεί πως είναι κατώτερο του b . Επομένως, κάθε σημείο πάνω στο bc τόξο μπορεί να αποδειχθεί πως κυριαρχείται από ένα σημείο του τόξου abc . Συνεπώς, το τόξο ab , το οποίο αναπαριστά το σύνολο των αποτελεσματικών (E,V) χαρτοφυλακίων, περιέχει το σύνολο των αποτελεσματικών (E,V,M) χαρτοφυλακίων.



Διάγραμμα 3.6.6: Το σύνολο των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων.

3.7 A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests - Part I : On Past and Potential Testability of the Theory

Richard Roll

Journal of Financial Economics 4 (1977)

Ο έλεγχος της θεωρίας αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων δύο παραμέτρων είναι δύσκολος, και κατά την περίοδο που ο Roll έγραψε το άρθρο αυτό ανέφικτος. Εξαιτίας της μαθηματικής ισοδυναμίας μεταξύ της γραμμικής σχέσης της μεμονωμένης απόδοσης και του συντελεστή βήτα και την αποτελεσματικότητα του χαρτοφυλακίου της αγοράς με μέση διακύμανση, κάθε έγκυρος έλεγχος προϋποθέτει την πλήρη γνώση της σύνθεσης του πραγματικού χαρτοφυλακίου της αγοράς. Αυτό υπονοεί πως, μεταξύ άλλων, όλα τα μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία πρέπει να συμπεριλαμβάνονται στα σωστά τεστ.

Η θεωρία της αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων δύο παραμέτρων είναι κυρίως αξιολογήσιμη, αλλά τα επιχειρήματα που δίνονται στο άρθρο αυτό είναι πως (α) δεν έχει εμφανιστεί στην βιβλιογραφία σωστός και ξεκάθαρος έλεγχος της θεωρίας, και (β) δεν υπάρχει πρακτικά πιθανότητα ένας τέτοιος έλεγχος να επιτευχθεί στο μέλλον. Αυτή η ευρεία κατηγορία ενός εκ των τριών θεμελιωδών παραδειγμάτων της σύγχρονης χρηματοοικονομικής αναμφισβήτητη θα χαιρετιστεί από τους συναδέλφους του Roll με σκεπτικισμό και κατάπληξη. Σκοπός του άρθρου είναι να εξαλειφθεί ο σκεπτικισμός, χωρίς όμως να προσφέρεται για ανακούφιση της κατάπληξης.

Τα συμπεράσματα του άρθρου είναι:

- 1) Υπάρχει μόνο μία απλή αξιολογήσιμη υπόθεση που σχετίζεται με το γενικευμένο υπόδειγμα αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων δύο παραμέτρων του Black (1972). Η υπόθεση αυτή είναι, το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποτελεσματικό μέσης διακύμανσης.
- 2) Όλες οι υπόλοιπες υποτιθέμενες επιπτώσεις του υποδείγματος, με την πλέον γνωστή που είναι η σχέση γραμμικότητας μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης και του συντελεστή βήτα, ακολουθούμενη από εκείνη της αποτελεσματικότητας του

χαρτοφυλακίου της αγοράς, δεν είναι ανεξάρτητα αξιολογήσιμες. Υπάρχει μια 'αν και μόνο αν' σχέση μεταξύ αυτών των δύο.

- 3) Σε οποιοδήποτε δείγμα παρατηρήσεων μεμονωμένων αποδόσεων, άσχετα από την διαδικασία παραγωγής, θα υπάρχει πάντα ένας άπειρος αριθμός εκ των υστέρων αποδοτικών χαρτοφυλακίων μέσης διακύμανσης. Για κάθε ένα, το δείγμα των betas υπολογίζεται μεταξύ αυτού και των μεμονωμένων κεφαλαιακών στοιχείων θα είναι ακριβώς γραμμικά συσχετισμένο με το μεμονωμένο δείγμα μέσων αποδόσεων. Με άλλα λόγια, εάν τα betas υπολογίζονται σύμφωνα με ένα τέτοιο χαρτοφυλάκιο, θα ικανοποιούν την σχέση γραμμικότητας με ακρίβεια είτε το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποτελεσματικό είτε όχι. Αυτά τα αποτελέσματα εμπεριέχονται στην προγενέστερη βιβλιογραφία αλλά ο Roll πιστεύει πως οι πλήρεις συνέπειες δεν έχουν εξεταστεί επαρκώς προηγουμένως. Μερικές από αυτές τις συνέπειες είναι:

- a) Η θεωρία δεν είναι αξιολογήσιμη εκτός κι αν η ακριβής σύνθεση του πραγματικού χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι γνωστή και χρησιμοποιείται στους ελέγχους. Αυτό συνεπάγεται πως η θεωρία δεν είναι αξιολογήσιμη εκτός κι αν όλα τα μεμονωμένα περιουσιακά στοιχεία εμπεριέχονται στο δείγμα.
- b) Χρησιμοποιώντας μια προσέγγιση για το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι υποκείμενο σε δύο δυσκολίες. Πρώτα, η προσέγγιση από μόνη της μπορεί να είναι αποτελεσματική ακόμα κι αν το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς δεν είναι. Αυτός είναι ένας πραγματικός κίνδυνος διότι κάθε δείγμα θα επιδεικνύει αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια που ικανοποιούν τέλεια όλα τα συμπεράσματα της θεωρίας. Αφ' ετέρου, η επιλεγμένη προσέγγιση ενδεχομένως να αποδειχθεί αναποτελεσματική, αλλά προφανώς, αυτό από μόνο του δεν συμπεραίνει τίποτα σχετικά με την αποτελεσματικότητα του πραγματικού χαρτοφυλακίου της αγοράς.

Το πρόβλημα αναγνώρισης του χαρτοφυλακίου της αγοράς συνιστά σοβαρούς περιορισμούς στην αξιολόγηση της θεωρίας δύο παραμέτρων. Στο δεύτερο μέρος του άρθρου αυτού ερευνώνται περίεργα οικονομετρικά προβλήματα που σχετίζονται με αυτήν την αξιολόγηση. Κάποια εξ αυτών είναι:

- 1) Ένας άμεσος έλεγχος της αποτελεσματικότητας της μέσης διακύμανσης της προσέγγισης είναι υπολογιστικά δύσκολη, επειδή ο πίνακας συνδιακύμανσης των μεμονωμένων αποδόσεων ολόκληρου του δείγματος πρέπει να αναστραφεί, καθώς και στατιστικά, επειδή η δειγματική κατανομή του αποτελεσματικού συνόλου είναι γενικά άγνωστη.
- 2) Ελέγχοντας την αποτελεσματικότητα της προσέγγισης χρησιμοποιώντας την σχέση γραμμικότητας της απόδοσης και του βήτα επίσης θέτει εμπειρικές δυσκολίες,
 - a) Η θεωρία δύο παραμέτρων δεν προβλέπει για τις αξίες των παραμέτρων, παρά μόνο για την γραμμική μορφή της διαστρωματικής σχέσης.
 - b) Ειδικότερα, το ευρέως χρησιμοποιούμενο χαρτοφυλάκιο ομαδοποιώντας τις διαδικασίες δύναται να υποστηρίξει την θεωρία ακόμα κι είναι λανθασμένο.

Στο τρίτο μέρος του άρθρου, μερικές από τις κοινές χρήσεις της θεωρίας των δύο παραμέτρων θέτονται υπό αμφισβήτηση,

- 1) Οι αποκλίσεις από την σχέση γραμμικότητας μεταξύ της απόδοσης και του βήτα είναι συχνά συνδεδεμένες με άλλα φαινόμενα. Η εγκυρότητα αυτής της διασύνδεσης μπορεί να επικριθεί χρησιμοποιώντας ως παράδειγμα το μέτρο του Jensen για την απόδοση ενός χαρτοφυλακίου. Το ερώτημα που προκύπτει είναι, εάν η προσέγγιση του χαρτοφυλακίου της αγοράς δεν είναι αποτελεσματική, ποια είναι η αιτιολόγηση για την χρησιμοποίησή της ως σημείο αναφοράς για την αποτίμηση της απόδοσης;
- 2) Ο συντελεστής βήτα από μόνος του κρίνεται ως ένα μέτρο κινδύνου για δύο λόγους, πρώτον, επειδή πάντα θα είναι θετικά συσχετισμένο με τις παρατηρούμενες μεμονωμένες αποδόσεις, εάν ο δείκτης της αγοράς βρίσκεται στο τμήμα της θετικής κλίσης του εκ των υστέρων αποδοτικού συνόρου, και δεύτερον, εξαρτάται, όχι μονοτονικά, από την συγκεκριμένη προσέγγιση της αγοράς που χρησιμοποιήθηκε.

Στην συνέχεια, ο Roll αναφέρεται στο χαρακτηριστικό της θεωρίας αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων που δύναται να ελεγχθεί, καθώς και στα γνωρίσματα που έχουν ήδη ελεγχθεί. Το αποτελεσματικό σύνολο των μαθηματικών διέπεται από δύο απλές και πολύ αδύναμες υποθέσεις,

(Υ.1) Το προϊόν του δείγματος, ο στιγμιαίος πίνακας συνδιακύμανσης, V , δεν είναι μοναδικός,

(Υ.2) Τουλάχιστον ένα περιουσιακό στοιχείο έχει διαφορετική μέση δειγματική απόδοση από τα υπόλοιπα.

Εάν υποθέσουμε πως επιλέγουμε ένα χαρτοφυλάκιο m , το οποίο έχει ελάχιστη δειγματική διακύμανση για κάθε επίπεδο μέσης δειγματική απόδοσης, με δειγματική απόδοση r_m , το οποίο βρίσκεται στο μέρος με την θετική κλίση της καμπύλης του αποτελεσματικού συνόρου. Αυτό συνεπάγεται πως κανένα άλλο χαρτοφυλάκιο με την ίδια δειγματική διακύμανση δεν μπορεί να έχει υψηλότερη μέση απόδοση. Τότε οι παρακάτω δηλώσεις είναι αληθείς,

(Δ.1) Υπάρχει ένα μοναδικό χαρτοφυλάκιο, το z , που έχει συσχέτιση από το μηδέν μέχρι το m κατά την δειγματική περίοδο και βρίσκεται στην καμπύλη με αρνητική κλίση του δειγματικού αποτελεσματικού συνόρου, αυτό συνεπάγεται πως η δειγματική απόδοση του m είναι μεγαλύτερη από εκείνη του z , $r_m > r_z$.

Η παραπάνω δήλωση ακολουθείται από τα παρακάτω γεγονότα,

(Γ.1) Κάθε χαρτοφυλάκιο στο τμήμα με θετική κλίση του δειγματικού αποτελεσματικού συνόλου είναι θετικά συσχετισμένο με κάθε ένα από όλα τα άλλα.

(Γ.2) Κάθε δειγματικό αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο, εκτός από το παγκόσμιο δειγματικό χαρτοφυλάκιο με την ελάχιστη διακύμανση, έχει ορθογώνιο χαρτοφυλάκιο με πεπερασμένη μέση απόδοση.

Διαπιστώνουμε από τις δηλώσεις 2 και 3 πως συνεπάγεται $r_m > r_z$, επειδή επιλέξαμε το χαρτοφυλάκιο m να βρίσκεται στο τμήμα με θετική κλίση του δειγματικού αποτελεσματικού συνόρου.

(Δ.2) Για κάθε αυθαίρετο και τυχαίο περιουσιακό στοιχείο ή χαρτοφυλάκιο, ας υποθέσουμε j , η δειγματική μέση απόδοση είναι ίση με την σταθμισμένη απόδοση των r_m και r_z , όπου τα

σταθμά του m είναι ακριβώς ο συντελεστής κλίσης της δειγματικής γραμμικής παλινδρόμησης του j στο m ,

$$r_j \equiv (1 - \beta_j)r_z + \beta_j r_m \quad \text{για όλα τα } j,$$

Όπου,

$\beta_j \equiv$ δειγματική συνδιακύμανση των j και m / δειγματική διακύμανση του m

Παρομοίως, και η δεύτερη διατύπωση ακολουθείται από ορισμένα γεγονότα,

(Γ.3) Τα επενδυμένα ποσοστά κάθε δειγματικού αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου δύναται να εκφραστούν ως σταθμισμένοι μέσοι όροι των ποσοστών οποιονδήποτε άλλων δύο δειγματικών αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων, των οποίων οι μέσοι είναι διαφορετικοί.

(Γ.4) Η μέση απόδοση για κάθε τυχαίο περιουσιακό στοιχείο, j , δίνεται ακριβώς από,

$$r_j \equiv (1 - \beta_j^i)r_A + \beta_j^i r_B$$

Όπου, τα A και B είναι δύο τυχαία δειγματικά αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια, εκ των υστέρων συσχετισμένα ή και όχι, αλλά με διαφορετικές δειγματικές μέσες αποδόσεις.

(Δ.3) Εάν το β είναι το διάνυσμα της στήλης $(N \times 1)$ των συντελεστών κλίσης της απλής παλινδρόμησης υπολογισμένο μεταξύ μεμονωμένων περιουσιακών στοιχείων και του χαρτοφυλακίου m . Τότε το διάνυσμα της μέσης απόδοσης R είναι μια ακριβής λειτουργία του διανύσματος β μόνο αν το m είναι ένα δειγματικό αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο.

$$R \equiv r_z i + (r_m - r_z)\beta$$

αν και μόνο αν η απόδοση του χαρτοφυλακίου m , r_m , είναι εκ των υστέρων αποτελεσματική.

Έπειτα, ο Roll γράφει μια κριτική για ορισμένους ελέγχους της θεωρίας αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων. Επικεντρώνεται στα τρία πιο διάσημα άρθρα, που είναι ευρέως τα πλέον διαδεδομένα, των Black, Jensen και Scholes (1972), των Blume και Friend (1973) και των Fama και MacBeth (1973).

Αρχίζοντας με τους Fama και MacBeth, εξετάζει τις τρεις αξιολογήσιμες επιπτώσεις που έχουν αναφερθεί στο άρθρο τους για να καταλήξει στις υποθέσεις οι οποίες δύνανται να ελεγχθούν. Οι υποθέσεις που δημιουργούνται πραγματικά είναι,

(H.1) Οι επενδυτές θεωρούν ως βέλτιστα, εκείνα τα χαρτοφυλάκια μέσης διακύμανσης που είναι αποτελεσματικά.

Υποθέτοντας πως παρόμοια πιθανότητα εκτίμησης από όλους τους επενδυτές, αυτή η υπόθεση οδηγεί στην παρακάτω,

(H.2) Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι εκ των προτέρων αποτελεσματικό.

Ακολουθεί, στην συνέχεια, η εξέταση των στοιχείων που παρέχονται από τους Black, Jensen και Scholes έναντι της αυθεντικής θεωρίας των Sharpe και Lintner. Θα ήταν χρήσιμο να προσθέσουμε ακόμη μία υπόθεση στο αποτελεσματικό μαθηματικό σύνολο.

(Υ.3) Υπάρχει ένα περιουσιακό στοιχείο του οποίου η απόδοση είναι σταθερή, r_F , κατά την δειγματική διάρκεια.

Έπειτα,

(Δ.4) Το δείγμα του αποτελεσματικού συνόλου, στο διάστημα μέσης διακύμανσης, είναι μια παραβολή με εφαπτόμενη στον άξονα της απόδοσης στο σημείο r_F .

(Δ.5) Ας υποθέσουμε πως το αποτελεσματικό και με κίνδυνο σύνολο είναι το σύνολο χαρτοφυλακίων με την ελάχιστη διακύμανση εξαιρουμένου του περιουσιακού στοιχείου F .

Τότε τα γεγονότα που προκύπτουν ισχύουν για τα χαρτοφυλάκια που συνθέτουν αυτό το αποτελεσματικό και με κίνδυνο σύνολο.

Έχοντας εφοδιαστεί με διάφορα λογικά αποτελέσματα τα οποία είναι αληθή για κάθε δείγμα ικανοποιώντας τις υποθέσεις (Υ.1), (Υ.2) και (Υ.3) οδηγούμαστε σε ορισμένες κύριες υποθέσεις, οι οποίες είναι,

(H.3) Οι επενδυτές μπορούν να δανειστούν ή να δανείσουν με ένα επιτόκιο μηδενικού κινδύνου, r_F .

(H.4) Το εκ των προτέρων αποτελεσματικό εφαπτόμενο χαρτοφυλάκιο είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς όλων των περιουσιακών στοιχείων.

Συνοψίζοντας, στο άρθρο του αυτό ο Roll, αφού εξέτασε τα αξιολογήσιμα χαρακτηριστικά της θεωρίας αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων, μέτρησε την αγορά και έλεγξε τις θεωρίες της, κατέληξε στα προαναφερθείσα, είτε συμπεράσματα είτε γεγονότα είτε υποθέσεις. Κάποιες εξ αυτών δεν δύνανται να εξεταστούν ποσό δε μάλλον και να απορριφθούν. Η κυριότερη υπόθεση που εξετάστηκε καθ' όλα τα στάδια αυτού του άρθρου είναι η δεύτερη υπόθεση (H.2), πως το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι εκ των προτέρων αποτελεσματικό. Ανατρέχοντας στις τρεις κύριες εργασίες που αποτελούν σημείο αναφοράς μέχρι και την τρέχουσα χρονική περίοδο, εξέτασε εάν η κύρια υπόθεση δύνανται να απορριφθεί ή είναι αδύνατον να απορριφθεί, είτε λόγω ανεπαρκών στοιχείων είτε τα στοιχεία που προκύπτουν την υποστηρίζουν.

3.8 An Alternative Test of the Capital Asset Pricing Model

Pao L. Cheng and Robert R. Grauer

The American Economy Review (Sep. 1980)

Έχοντας ως σκοπό να αποτελέσουν μια εξαίρεση στην δήλωση του Roll, πως πρακτικά δεν υπάρχει καμία πιθανότητα να επιτευχθεί ένας τέτοιος έλεγχος στο μέλλον, οι Cheng και Grauer στο άρθρο τους προτείνουν έναν εναλλακτικό έλεγχο του Υποδείγματος Αποτίμησης

Κεφαλαιακών Στοιχείων και να καταλήξουν σε αποτελέσματα απαλλαγμένα από που παρατηρήθηκαν σε όλες τις προηγούμενες μελέτες.

Αρχικά εξετάζουν την γραμμικότητα της σχέσης απόδοσης και κινδύνου, έχοντας ως αρχική υπόθεση πως το CAPM δεν είναι μοντέλο μίας περιόδου παρατηρούν πως δεν υπάρχει η εγγύηση πως αυτή η γραμμικότητα παραμένει σταθερή στο πέρασμα του χρόνου.

Έπειτα από την Γραμμή Αγοράς Κεφαλαίων (Security Market Line – SML) έχουμε,

$$\mu_{jt} = \bar{r}_{zt} + (\bar{r}_{mt} - \bar{r}_{zt})\beta_{jt} = \bar{r}_{zt}(1 - \beta_{jt}) + \bar{r}_{mt}\beta_{jt} \quad \text{Σχέση 3.8.1}$$

Όπου,

μ_{jt} η μέση απόδοση του αξιογράφου (ή χαρτοφυλακίου) j στον χρόνο t

\bar{r}_{zt} η απόδοση μηδενικού κινδύνου στον χρόνο t

\bar{r}_{mt} η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς στον χρόνο t

β_{jt} ο συστηματικός κίνδυνος του αξιογράφου (ή χαρτοφυλακίου) j στον χρόνο t

Προκειμένου η 3.8.1 να πάρει την μορφή της διαδικασίας σύμφωνα με προηγούμενες μελέτες ώστε να είναι δυνατόν ο υπολογισμός των εκτιμητών, μπορούμε να την γράψουμε κι ως,

$$\bar{r}_{jt} = \bar{r}_{zt}(1 - \beta_{jt}) + \bar{r}_{mt}\beta_{jt} + \bar{e}_{jt}, \quad t \in T \quad \text{Σχέση 3.8.2}$$

Παρατηρούμε πως ο συστηματικός κίνδυνος β_{jt} πλέον δεν εμπεριέχει τον χρόνο, επομένως είναι σταθερός για όλη την χρονική διάρκεια $t \in T$. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει πως η ισορροπία μεταξύ των αξιών θα πρέπει να ποικίλουν στον χρόνο.

Θέλοντας να ελευθερωθούν από αυτήν την σχέση γραμμικότητας διατυπώνουν την 3.8.1 ως

$$\mu_t = \bar{r}_{zt}q + (\bar{r}_{mt} - \bar{r}_{zt})\beta_t = \bar{r}_{zt}q + \gamma_t \Sigma_t p_t \quad \text{Σχέση 3.8.3}$$

Όπου,

γ_i η τιμή της αγοράς για τον κίνδυνο.

Για να καταλήξουν στον “Invariance Law of Relative Prices” που εκφράζεται από την παρακάτω σχέση,

$$P_{it} = \left(\frac{u_i v_k - u_k v_i}{u_j v_k - u_k v_j} \right) P_{jt} + \left[\frac{v_i}{v_k} - \frac{v_j}{v_k} \left(\frac{u_i v_k - u_k v_i}{u_j v_k - u_k v_j} \right) \right] P_{kt} \equiv b_{ijk} P_{jt} + c_{ijk} P_{kt} \quad \text{Σχέση 3.8.4}$$

Και κάνει την αξία ενός αξιογράφου i να αποτυπώνεται ομοιογενές γραμμικά σε συνάρτηση των άλλων δύο αξιογράφων j και k . Δύναται να υπάρξουν πολλές επεκτάσεις της παραπάνω σχέσης για να εξετάσουν διάφορες παραδοχές, όπως την περίπτωση ύπαρξης περισσότερων των τριών αξιογράφων, την περίπτωση δημιουργίας χαρτοφυλακίων από τα διαθέσιμα αξιόγραφα ή και την περίπτωση εξέτασης εταιριών.

Έχοντας δημιουργήσει το υπόβαθρο για την δημιουργία σχέσης που θα εξετάζει την γραμμική ομοιογενής δομή της ισορροπίας είτε αξιογράφων είτε εταιριών. Για $k+1$ εταιρίες η δομή αυτή έχει την μορφή,

$$P_{it} = b_1 P_{1t} + \dots + b_k P_{kt} \quad \text{για } k \geq 2 \text{ και } t \in T \quad \text{Σχέση 3.8.5}$$

Όπου το P_{it} υποδηλώνει την αξία της $k+1$ εταιρίας. Αν θεωρήσουμε μια στοχαστική γενίκευση της 3.8.5 θα έχουμε

$$P_{it} = b_{0k} + b_1 P_{1t} + \dots + b_k P_{kt} + e_{it}, \quad t \in T \quad \text{Σχέση 3.8.6}$$

Σύμφωνα με την παλινδρόμηση της 3.8.6, με $k=2$ ο Invariance Law δημιουργεί κάποιες υποθέσεις που θα εξεταστούν

- Υπόθεση 1: η σταθερά να είναι ίση με μηδέν, $b_{0k} = b_{02} = 0$
- Υπόθεση 2: οι παράγοντες κλίσης να είναι διαφορετικοί του μηδενός, $b_1, b_2 \neq 0$

- Υπόθεση 3: οι προσαρμοσμένοι παράγοντες να είναι παρόμοιοι, $R_k^2 = R_2^2$

Κι αν προσθέσουμε κι άλλους παράγοντες στην 3.8.6 προκύπτουν ακόμη δύο υποθέσεις,

- Υπόθεση 4: η μη ύπαρξη τάσης στην σταθερά, καθώς προστίθενται παράγοντες στην 3.8.6, οι σταθερές για $k \geq 2$ θα πρέπει να παραμείνουν ίσες με το μηδέν και δεν θα πρέπει να αποκλίνουν από αυτό καθώς το k αυξάνεται από το 2.
- Υπόθεση 5: η μη ύπαρξη τάσης στον προσαρμοσμένο συντελεστή προσδιορισμού, καθώς προστίθενται παράγοντες στην 3.8.6, ο προσαρμοσμένος συντελεστής προσδιορισμού για $k \geq 2$ θα πρέπει να είναι γύρω στην μονάδα και θα πρέπει να παραμείνει εκεί καθώς το k αυξάνεται από το 2.

Αξίζει να σημειωθεί πως οι υποθέσεις δεν είναι ανεξάρτητες, εάν απορριφθεί μία απορρίπτεται και το CAPM.

Για να εξετάσουμε τις υποθέσεις 4 και 5 τρέχουμε την παλινδρόμηση της 3.8.6 και τα νούμερα των ανεξάρτητων μεταβλητών αυξάνονται από 2 ως το 19, έπειτα παίρνουμε τις σταθερές και τους προσαρμοσμένους παράγοντες που προέκυψαν και τρέχουμε αντίστοιχα τις παρακάτω παλινδρομήσεις,

$$b_{0k} = \alpha_0 + \alpha_1 k + e \quad \text{Σχέση 3.8.7}$$

$$R_k^2 = \beta_0 + \beta_1 k + e \quad \text{Σχέση 3.8.8}$$

Τα εξεταζόμενα συμπεράσματα της υπόθεσης 4 είναι πως α_0 και α_1 είναι ίσα με μηδέν ενώ τα αντίστοιχα για την υπόθεση 5 είναι πως β_1 είναι ίσο με μηδέν.

Οι Cheng και Grauer μέσω του άρθρου αυτού παρέχουν στοιχεία ενάντια του CAPM. Οι πέντε υποθέσεις που εξετάστηκαν προέρχονται από τον Invariance Law.

3.9 Multivariate Tests of Financial Models, A New Approach

Michael R. Gibbons

Journal of Financial Economics 10 (1982)

Παρόλο που ο τίτλος είναι λίγο γενικός, το άρθρο αυτό εστιάζει στο CAPM για διάφορους λόγους, οι κυριότεροι εκ των οποίων είναι, η νέα μεθοδολογία πρέπει όχι μόνο να παρέχει θεωρητική ανωτερότητα σε σχέση με κοινές διαδικασίες που έχουν χρησιμοποιηθεί αλλά και πρακτικές εφαρμογές θα πρέπει να καταδειχθούν, οι νέες τεχνικές θα πρέπει να εφαρμοστούν σε ένα σημαντικό υπόδειγμα και το CAPM έχοντας μεγάλη ιστορία θεωρητικών και εμπειρικών ερευνών το καθιστά το πλέον ιδανικό, και τέλος, η ανάπτυξη ειδικών οικονομετρικών εργαλείων για μια συγκεκριμένη εφαρμογή βοηθά στην αποσαφήνιση της οικονομετρικής θεωρίας που έχει χρησιμοποιηθεί.

Το άρθρο αυτό με την ανάπτυξη ενός εναλλακτικού πλαισίου εργασίας που διαφέρει από προηγούμενες μελέτες, όπως το CAPM των Sharpe και Lintner, το CAPM του Black, την θεωρία αποτίμησης με βάση την εξισορροπητική κερδοσκοπία του Ross και ορισμένες ακόμα, στην προσέγγιση όσον αφορά το σφάλμα των μετρήσεων. Ενώ έως τώρα όλες οι μελέτες το περιείχαν ο Gibbons προτείνει μια νέα μεθοδολογία που όχι μόνο θα το παραλείπει αλλά η προσέγγισή της θα αυξάνει την ακρίβεια των παραμέτρων εκτιμώντας για το ασφάλιστρο κινδύνου. Επιπλέον, το πλαίσιο εργασίας οδηγεί από μόνο του σε έναν έλεγχο του ρυθμού πιθανότητας των περιορισμών των παραμέτρων που συνεπάγονται από συγκεκριμένο χρηματοοικονομικό μοντέλο, και ο έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας φαίνεται να έχει επαρκή ισχύ ώστε να απορρίψει κάποια μοντέλα.

Αρχικά, αναπτύσσει την υπόθεση του CAPM θέτοντας ως το υπόδειγμα της αγοράς για την μελέτη του,

$$\tilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \tilde{R}_{mt} + \tilde{\eta}_{it} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N \quad \text{και} \quad t = 1, 2, \dots, T \quad \text{Σχέση 3.9.1}$$

Όπου,

\tilde{R}_{it} η απόδοση του αξιογράφου i την χρονική στιγμή t

\tilde{R}_{mt} η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς την χρονική στιγμή t

β_i ο συστηματικός κίνδυνος του αξιογράφου i

$\tilde{\eta}_{it}$ το τυχαίο σφάλμα με τις ακόλουθες στοχαστικές ιδιότητες

$$E(\tilde{\eta}_{it}) = 0 \quad \text{και} \quad E(\tilde{\eta}_{is}\tilde{\eta}_{jt}) = \sigma_{ij} \quad \text{για} \quad s = t, \quad \text{για} \quad \text{όλα} \quad \text{τα} \quad i \quad \text{και} \quad j \quad \text{αλλιώς} \quad E(\tilde{\eta}_{is}\tilde{\eta}_{jt}) = 0$$

Η 3.9.1 είναι μία στατιστική δήλωση η οποία προέρχεται από την χρηματοοικονομική θεωρία και συνεπάγεται

$$E(\tilde{R}_{it}) = \alpha_i + \beta_i E(\tilde{R}_{mt}) \quad \text{Σχέση 3.9.2}$$

Το CAPM σύμφωνα με τον Black απαιτεί την ακόλουθη σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου μεταξύ των αξιογράφων,

$$E(\tilde{R}_{it}) = \gamma + \beta_i [E(\tilde{R}_{mt}) - \gamma] \quad \text{Σχέση 3.9.3}$$

Όπου,

γ η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου με μηδενικό β ή οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο του οποίου η απόδοση είναι ασυσχέτιστη με την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, m .

Σύμφωνα με την 3.9.2, το μοντέλο του Black υποδηλώνει τον παρακάτω περιορισμό για την σταθερά του μοντέλο της αγοράς,

$$\alpha_i = \gamma(1 - \beta_i) \quad \text{για} \quad \text{όλα} \quad \text{τα} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad \text{Σχέση 3.9.4}$$

Η οποία είναι η βάση για τους ελέγχους του CAPM που θα ακολουθήσουν. Επομένως, οι βασικές υποθέσεις είναι

$$\begin{aligned} H_0 : \alpha &= \gamma(i_N - \beta) \\ H_A : \alpha &\neq \gamma(i_N - \beta) \end{aligned} \quad \text{Σχέση 3.9.5}$$

Όπου,

$$\alpha' \equiv (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$$

$$i'_N \equiv (1, 1, \dots, 1)$$

$$\beta' \equiv (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N)$$

Το CAPM τοποθετεί έναν μη γραμμικό περιορισμό σε ένα σύστημα N παλινδρομικών εξισώσεων. Σχετικά με προηγούμενες μελέτες, εξετάζοντας την 3.9.5 παρατηρούμε έναν διαφορετικό και ίσως πιο ισχυρό έλεγχο του CAPM, ενώ η 3.9.4 είναι αληθής και χρησιμοποιείται για να παραχθεί ένας εκτιμητής για την μεταβλητή γ , οποίος εκτιμητής θα συγκριθεί με την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς και το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου ώστε να παραχθούν έλεγχοι του CAPM. Η μελέτη αυτή εξετάζει το CAPM ελέγχοντας τους περιορισμούς μεταξύ αξιογράφων.

Ελέγχοντας το CAPM των Fama και MacBeth γράφουμε την 3.9.3 έτσι ώστε να περιέχει τον όρο β_i^2 όπως επίσης και την διακύμανση του $\tilde{\eta}_{it}$, σ_{ij}

$$E(\tilde{R}_{it}) = \gamma_1 + \gamma_2 \beta_i + \gamma_3 \beta_i^2 + \gamma_4 \sigma_{ij}$$

Έπειτα εξετάζουμε της σημαντικότητα των εκτιμητών γ_3 και γ_4 ως έναν τρόπο επαλήθευσης του CAPM. Η μηδενική υπόθεση που δίνεται από την 3.9.5 απορρίπτεται εάν ο γ_3 ή ο γ_4 είναι διαφορετικός από το μηδέν.

Αναπτύσσοντας την οικονομετρία για την υπόθεση του CAPM και σύμφωνα με τα παραπάνω έχουμε,

$$\tilde{R}_i = \alpha_i i_T + \beta_i \tilde{R}_m + \tilde{\eta}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad \text{Σχέση 3.9.6}$$

Όπου,

$$\tilde{R}'_i = (\tilde{R}_{i1}, \tilde{R}_{i2}, \dots, \tilde{R}_{iT})$$

$$i'_T = (1, 1, \dots, 1)$$

$$\tilde{R}'_m = (\tilde{R}_{m1}, \tilde{R}_{m2}, \dots, \tilde{R}_{mT})$$

$$\tilde{\eta}'_i = (\tilde{\eta}_{i1}, \tilde{\eta}_{i2}, \dots, \tilde{\eta}_{iT})$$

$$\tilde{\eta}_i \sim MVN(0; \sigma_{ii} I_T)$$

Οι υποθέσεις είναι,

$H_0 : \alpha_i = \gamma(1 - \beta_i)$, $i = 1, 2, \dots, N$, δηλαδή το CAPM είναι συνεπή με τα δεδομένα,

$H_A : \alpha_i \neq \gamma(1 - \beta_i)$, $i = 1, 2, \dots, N$, δηλαδή το CAPM δεν είναι συνεπή με τα δεδομένα.

Για τους υπολογισμούς, στο άρθρο αυτό, ο Gibbons χρησιμοποιεί μια διαδικασία ενός βήματος των Gauss-Newton, η οποία κάνει γραμμικές τους περιορισμούς της 3.9.4 χρησιμοποιώντας τις σειρές Taylor για σταθερούς εκτιμητές. Η διαδικασία αυτή βασίζεται στο ότι οι σταθεροί εκτιμητές έχουν τις ίδιες ασυμπτωματικές ιδιότητες με τον εκτιμητή μέγιστης πιθανότητας. Σε αντίθεση με προγενέστερες προσεγγίσεις, τα σφάλματα των μεταβλητών δεν αποτελούν πλέον πρόβλημα διότι οι εκτιμητές γ και β εκτιμώνται ταυτόχρονα.

Στο σημείο αυτό υπάρχουν δύο σύνολα εκτιμητών για α και β , το ένα σετ περιορίζεται από την μηδενική υπόθεση, ενώ το άλλο υπολογίζεται με την εναλλακτική υπόθεση. Το θέμα τώρα είναι να εξετάσουμε την μηδενική υπόθεση. Αρκετά στατιστικά τεστ είναι διαθέσιμα, αλλά εκείνο που θα χρησιμοποιηθεί είναι ο έλεγχος ρυθμού πιθανότητας, likelihood ratio test (LRT), ο οποίος συγκρίνει το κατά πόσο ταιριάζει στατιστικά το μοντέλο χωρίς περιορισμούς με αυτό με περιορισμούς. Εάν το ταίριασμα αυτό κάτω από την μηδενική υπόθεση είναι κοντά στο αντίστοιχο της εναλλακτικής, τότε η μηδενική υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί. Το μέτρο του ταιριάσματος δίνεται από την γενικευμένη διακύμανση.

Το κατάλληλο στατιστικό LRT έχει την μορφή

$$-2 \ln \lambda = T \left[\ln |\hat{\Sigma}_r| - \ln |\hat{\Sigma}_u| \right] \quad \text{Σχέση 3.9.7}$$

Όπου,

$|\hat{\Sigma}_r|$ ο καθοριστικός παράγοντας του σύγχρονου πίνακα διακύμανσης και συνδιακύμανσης που εκτιμάται από τα κατάλοιπα του περιορισμένου συστήματος

$|\hat{\Sigma}_u|$ ο καθοριστικός παράγοντας του σύγχρονου πίνακα διακύμανσης και συνδιακύμανσης που εκτιμάται από τα κατάλοιπα του μη περιορισμένου συστήματος.

Η οποία είναι γνωστή και ως

$$-2 \ln \lambda \sim x_N^2 - 1 \quad \text{Σχέση 3.9.8}$$

Οι 3.9.7 και 3.9.8 αποτελούν την βάση για τους ελέγχους της 3.9.5.

Στο άρθρο αυτό παρουσιάστηκε ένα πολυπαραγοντικό στατιστικό πλαίσιο εργασίας για την εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης σε ένα χαρτοφυλάκιο με μηδενικό συστηματικό κίνδυνο και για τον έλεγχο του πολυπαραγοντικού περιορισμού που συνεπάγεται από το CAPM. Η πολυπαραγοντική εκτίμηση εμφανίζεται υποσχόμενη, για τον υπολογισμό εκτιμητών που αποφεύγουν το πρόβλημα σφαλμάτων στις μεταβλητές και έχουν μικρότερα τυπικά σφάλματα από άλλες εκτιμήσεις. Η πολυπαραγοντική μεθοδολογία επιτρέπει επίσης ελέγχους στο CAPM που είναι πιο ισχυροί σε σχέση με προγενέστερες έρευνες κι αυτό συμβαίνει διότι η μεταβλητή γ εκτιμάται με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Η γενικευμένη μορφή των χρηματοοικονομικών μοντέλων αποτυπώνεται από την παρακάτω εξίσωση

$$E(\tilde{R}_i) = \gamma_0 + \sum_{j=1}^K \beta_{ij} \gamma_j, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad \text{Σχέση 3.9.9}$$

Η οποία μετά από στατιστικές υποθέσεις που πρέπει να γίνουν σε μια συγκεκριμένη χρηματοοικονομική θεωρία μετατρέπεται

$$\tilde{R}_{it} = \beta_{i0} + \sum_{j=1}^K \beta_{ij} \tilde{x}_{jt} + \tilde{\eta}_{it} , i = 1, 2, \dots, N , t = 1, 2, \dots, T \quad \text{Σχέση 3.9.10}$$

Η 3.9.10 αποτελεί μία παλινδρόμηση για μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο με T παρατηρήσεις σε ένα σύστημα N ισοτήτων. Σε πολλές χρηματοοικονομικές εφαρμογές η παρακάτω δομή για τα σφάλματα φαίνεται λογική

$$\begin{aligned} E(\tilde{\eta}_{it}) &= 0 , i = 1, 2, \dots, N , t = 1, 2, \dots, T \\ E(\tilde{\eta}_{is} \tilde{\eta}_{jt}) &= \sigma_{ij} , i, j = 1, 2, \dots, N , s = t \\ E(\tilde{\eta}_{is} \tilde{\eta}_{jt}) &= 0 , i, j = 1, 2, \dots, N , s \neq t \end{aligned} \quad \text{Σχέση 3.9.11}$$

Οι σχέσεις 3.9.10 και 3.9.11 εμπεριέχονται και αναδιατυπώνονται σε μια μορφή παρόμοια με αυτή της 3.9.9 και η αναμενόμενη απόδοσή της δίνεται από την παρακάτω ισότητα

$$E(\tilde{R}_{it}) = \beta_{i0} + \sum_{j=1}^K \beta_{ij} E(\tilde{x}_{jt}) \quad \text{Σχέση 3.9.12}$$

Κι αφού τα αριστερά μέλη των ισοτήτων των 3.9.9 και 3.9.12 είναι ίσα, το ίδιο θα συμβαίνει και για τα δεξιά μέλη τους,

$$\beta_{i0} = \gamma_0 + \sum_{j=1}^K \beta_{ij} \gamma_j^* , \text{ όπου } \gamma_j^* = \gamma_j - E(\tilde{x}_{jt}) \quad \text{Σχέση 3.9.13}$$

Η σχέση 3.9.13 αποτελεί ένα πολύ σημαντικό αποτέλεσμα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί με δύο τρόπους. Πρώτον, η σχέση αυτή επιτρέπει αποτελεσματικές εκτιμήσεις για τους γ_j 's, για παράδειγμα ως ασφάλιστρα κινδύνου, περιορίζοντας το μοντέλο πολυπαραγοντικής παλινδρόμησης που δίνεται στην 3.9.9. Δεύτερον, παρέχει μια μηδενική υπόθεση για τον έλεγχο για το περιεχόμενο ενός συγκεκριμένου χρηματοοικονομικού μοντέλου. Ο έλεγχος αυτός σε μια πιο γενική μορφή γίνεται

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_{i0} &= \gamma_0 + \sum_{j=1}^K \beta_{ij} \gamma_j^* \\ H_A : \beta_{i0} &\neq \gamma_0 + \sum_{j=1}^K \beta_{ij} \gamma_j^* , i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

Η κύρια προέκταση αυτής της εργασίας περιλαμβάνει δύο ξεχωριστά θέματα. Πρώτον, περαιτέρω εργασία στην αποτίμηση κεφαλαιακών στοιχείων του Merton (1973) είναι υποσχόμενη. Αυτός ο τύπος της έρευνας δείχνει να είναι σημαντικός ως προς την απόρριψη του CAPM και παρόμοιων άλλων υποδειγμάτων. Δεύτερον, με την χρησιμοποίηση μεταβλητών dummy, η προσέγγιση του μοντέλου της πολυπαραγοντικής παλινδρόμησης δείχνει να ταιριάζει κατάλληλα για ισχυρούς ελέγχους της αποτελεσματικότητας της αγοράς.

3.10 Testing Asset Pricing Models with Changing Expectations and an Unobservable Market Portfolio

Michael R. Gibbons and Wayne Ferson

Journal of Financial Economics 14 (1985)

Οι Gibbons και Ferson έχοντας παρατηρήσει αρκετές μελέτες που εξέταζαν το υπόδειγμα του CAPM, όπως για παράδειγμα των Black, Jensen και Scholes (1972) και των Fama και MacBeth (1973), διαπίστωσαν πως αυτές οι μελέτες υπέφεραν από τρία μεθοδολογικά μειονεκτήματα, (1) υπέθεταν πως η αναμενόμενη αποδόσεις παρέμεναν σταθερές στο πέρασμα μιας χρονικής διάρκειας, (2) το χαρτοφυλάκιο αγοράς των αξιογράφων με κίνδυνο θα έπρεπε να είναι παρατηρήσιμο και (3) δεν παρείχαν στοιχεία για την εγκυρότητα γενικότερων μοντέλων αποτίμησης αξιογράφων.

Καθώς οι αποδόσεις περιέχουν ένα προβλέψιμο συστατικό σε μια αποτελεσματική αγορά, η εμπειρική βιβλιογραφία δεν έχει εξερευνήσει πλήρως τα συμπεράσματα. Για παράδειγμα, οι περισσότεροι έλεγχοι του CAPM επικεντρώθηκαν στην διαστρωματική σχέση μεταξύ των μη εξαρτημένων αναμενόμενων αποδόσεων και των συντελεστών ευαισθησίας, *betas*, ενώ η υποκείμενη θεωρία αναφέρεται σε στιγμιαίες υποθέσεις των διαθέσιμων πληροφοριών. Καθώς οι υποθετικές προσδοκίες μεταβάλλονται στον χρόνο, εμπειρικές μελέτες αποτίμησης αξιογράφων δεν έχουν χρησιμοποιήσει την χρονοσειρά συμπεριφοράς όταν ελέγχουν διαστρωματικά μοντέλα αποδόσεων.

Το άρθρο αυτό παρουσιάζει ένα βήμα προς αυτήν την κατεύθυνση και προτείνει περαιτέρω δυνατότητες για τον επαναπροσδιορισμό της εμπειρικής μεθοδολογίας. Χαλαρώνοντας τις υποθέσεις για την σταθερότητα των ασφάλιστρων κινδύνου, αναπτύχθηκαν έλεγχοι στα μοντέλα αποτίμησης αξιογράφων, οι οποίοι δεν απαιτούν αναγνώριση του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Η μεθοδολογία είναι ακόμη υπό κατασκευή, διότι έχοντας απορρίψει ένα συγκεκριμένο υπόδειγμα αποτίμησης αξιογράφων, οι έλεγχοι μπορούν να υποδείξουν πιο κατάλληλο προσδιορισμό.

Ελέγχοντας το CAPM μέσω ενός παραδείγματος, εάν Z_{t-1}^* είναι η διαθέσιμη πληροφορία την χρονική στιγμή $t-1$, σύμφωνα με το CAPM των Sharpe και Lintner έχουμε,

$$E(\tilde{r}_{it} | Z_{t-1}^*) = \beta_{im} E(\tilde{r}_{mt} | Z_{t-1}^*) \quad \text{Σχέση 3.10.1}$$

Όπου,

\tilde{R}_{it} η απόδοση του αξιογράφου i στον πραγματικό χρόνο t

\tilde{R}_{mt} η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς

R_{ft} το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου όπως παρατηρείται την χρονική στιγμή $t-1$

$\tilde{r}_{it} = \tilde{R}_{it} - R_{ft}$ η επιπλέον απόδοση του αξιογράφου i

$\tilde{r}_{mt} = \tilde{R}_{mt} - R_{ft}$ η επιπλέον απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς

β_{im} η συνδιακύμανση μεταξύ της απόδοσης του αξιογράφου i και του χαρτοφυλακίου της αγοράς διαιρούμενη με την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς

Η 3.10.1 μια γραμμική σχέση μεταξύ των αναμενόμενων αποδόσεων όλων των αξιογράφων με το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, και για $i=1$ έχουμε,

$$E(\tilde{r}_{1t} | Z_{t-1}^*) = \beta_{1m} E(\tilde{r}_{mt} | Z_{t-1}^*) \quad \text{Σχέση 3.10.2}$$

Διαιρώντας την 3.10.1 με την 3.10.2 και θεωρώντας $\beta_{1m} \neq 0$, για όλα τα i προκύπτει,

$$E(\tilde{r}_{it} | Z_{t-1}^*) = (\beta_{im} / \beta_{1m}) E(\tilde{r}_{1t} | Z_{t-1}^*) \quad \text{Σχέση 3.10.3}$$

Αν και το CAPM υπονοεί μια γραμμική σχέση μεταξύ των αναμενόμενων αποδόσεων των αξιογράφων, δεν περιλαμβάνει την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Εάν τα *betas* είναι σταθερά, η 3.10.3 συμπεραίνει πως οι μεταβολές των επιπλέον αναμενόμενων αποδόσεων πρέπει να είναι ανάλογες. Εάν οι επιπλέον αναμενόμενες αποδόσεις, για Z_{t-1}^* , υποθέσουμε πως είναι κι αυτές γραμμικές, $E(\tilde{r}_{it} | Z_{t-1}^*) = \delta_i^* Z_{t-1}^*$, τότε η 3.10.3 συμπεραίνει $\delta_i^* = (\beta_{im} / \beta_{1m}) \delta_1^*$, ο οποίος διαστρωματικός περιορισμός δύναται να εξετασθεί. Η προσέγγιση αυτή δεν απαιτεί ένα πλήρες σετ πληροφορίας Z_{t-1}^* , παρά μόνο ένα κομμάτι αυτής, Z_{t-1} , το οποίο και θεωρούμε πως παραμένει σταθερό, τότε η 3.10.3 μετατρέπεται,

$$E(\tilde{r}_{it} | Z_{t-1}) = (\beta_{im} / \beta_{1m}) E(\tilde{r}_{1t} | Z_{t-1}) \quad \text{Σχέση 3.10.4}$$

Οι έλεγχοι δεν είναι έγκυροι εάν τα μέτρα του πραγματικού κινδύνου, για Z_{t-1}^* , αλλάζουν στο πέρασμα του χρόνου. Πολλές εμπειρικές μελέτες του CAPM υποθέτουν πως οι αναμενόμενες αποδόσεις και οι συνδιακυμάνσεις παραμένουν σταθερές, αν και η θεωρία της αποτίμησης κεφαλαίων δεν απαιτεί αυτή την σταθερότητα. Προγενέστερες μελέτες αναγνωρίζουν την σημασία των υποθέσεων σταθερότητας, και οι ίδιες μελέτες βρήκαν στοιχεία που υποδηλώνουν αλλαγή στις αναμενόμενες αποδόσεις. Εάν οι υποτιθέμενες προσδοκίες των αποδόσεων στην 3.10.4 αλλάζουν με τον χρόνο, τότε το CAPM παρέχει έναν προς εξέταση περιορισμό, για τουλάχιστον δύο στοιχεία του Z_{t-1} , ακόμα και χωρίς να είναι παρατηρήσιμο το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Αυτοί οι περιορισμοί σχηματίζουν την βάση των ελέγχων των Gibbons και Ferson.

Οι προσδοκίες των αποδόσεων υποθέτουμε πως είναι γραμμικές,

$$\tilde{R}_{it} = \delta_i' Z_{t-1} + \tilde{u}_{it}, \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \text{ και } i = 1, 2, \dots, N \quad \text{Σχέση 3.10.5}$$

Όπου,

\tilde{R}_{it} η απόδοση του αξιογράφου i στον χρόνο t

Z_{t-1} το διάνυσμα L των διαθέσιμων μεταβλητών την χρονική στιγμή $t-1$ που χρησιμοποιούνται για την διαμόρφωση των \tilde{R}_{it}

δ_i το διάνυσμα L των συντελεστών της παλινδρόμησης

\tilde{u}_{it} το σφάλμα πρόβλεψης την χρονική περίοδο t για το αξιόγραφο i με την ιδιότητα $E(\tilde{u}_{it}|Z_t) = 0$

Για να συνοψίσουμε την προσέγγιση, θεωρούμε την περίπτωση του CAPM με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου R_{ft} να αποτελεί συστατικό του Z_{t-1} , τότε η 3.10.5 συμπεραίνει το προσδοκώμενο μοντέλο θα ισχύει και για τις επιπλέον αποδόσεις κι έχουμε,

$$\tilde{r}_{it} = \delta_i' Z_{t-1} + \tilde{u}_{it}, \quad \forall i, t \quad \text{Σχέση 3.10.6}$$

Όπου ο συντελεστής $\hat{\delta}_i$ διαφέρει από τον γνήσιο δ_i της 3.10.5 και παίρνοντας τις προσδοκίες της 3.10.6 συμπεραίνουμε,

$$E(\tilde{r}_{it}|Z_{t-1}) = \hat{\delta}_i' Z_{t-1}, \quad \forall i, t \quad \text{Σχέση 3.10.7}$$

Εάν επιλέξουμε ένα αξιόγραφο $j=1$, χωρίς να χάσουμε την γενίκευση εάν $\beta_i \neq 0$, και το αντικαταστήσουμε και στις δύο πλευρές της σχέσης 3.10.4 από την 3.10.7 έχουμε,

$$\left(\hat{\delta}_i - (\beta_{im} / \beta_{1m}) \hat{\delta}_1 \right) Z_{t-1} = 0, \quad \text{για κάθε πραγματοποίηση της } Z_{t-1} \text{ και } \forall i \quad \text{Σχέση 3.10.8}$$

$$\Leftrightarrow \hat{\delta}_i = (\beta_{im} / \beta_{1m}) \hat{\delta}_1, \quad \forall i \quad \text{Σχέση 3.10.9}$$

Οι 3.10.6 και 3.10.9 μαζί προτείνουν τον παρακάτω έλεγχο,

$$\tilde{r}_{it} = \delta_i' Z_{t-1} + \tilde{u}_{it}, \quad \forall i = 0, 1, \dots, N \text{ και } t = 1, \dots, T$$

$$H_0 : \hat{\delta}_i = c_{i1} \hat{\delta}_1, \forall i \neq 1$$

$$H_A : \hat{\delta}_i \neq c_{i1} \hat{\delta}_1$$

Σχέση 3.10.10

Κάτω από την μηδενική υπόθεση ο περιορισμός της 3.10.9 μειώνει την διάσταση του κενού της παραμέτρου του συντελεστή παλινδρόμησης της 3.10.10 από $(N+1)L$ σε $L+N$, όπου L ο αριθμός των μεταβλητών της Z_{t-1} . Εάν ένας ερευνητής επιθυμεί να αναγνωρίσει ένα χαρτοφυλάκιο ως χαρτοφυλάκιο της αγοράς, η υπόθεση του CAPM συμπεραίνει έναν επιπλέον εξεταζόμενο περιορισμό εξισώνοντας τους ανάλογους συντελεστές c_{i1} με τον δείκτη των *betas* της αγοράς,

$$c_{i1} = \beta_{im} / \beta_{1m} = \text{cov}(\tilde{u}_{it}, \tilde{u}_{mt}) / \text{cov}(\tilde{u}_{1t}, \tilde{u}_{mt}), \forall i$$

Σχέση 3.10.11

Όπου, \tilde{u}_{mt} είναι η μη αναμενόμενη απόδοση, για Z_{t-1} , στον δείκτη της αγοράς. Ο περιορισμός της 3.10.11 μπορεί να ενσωματωθεί στην 3.10.10 για να εξετάσει την συνθήκη της αποτελεσματικότητας της μέσης διακύμανσης για ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο m . Εάν $L=1$ τότε η H_0 της 3.10.10 δεν παρέχει περιορισμό στον έλεγχο, εκτός κι αν οι ανάλογοι συντελεστές, c_{i1} , είναι καθορισμένος όπως στην 3.10.11. Όταν $L>1$ η 3.10.10 παρέχει εξεταζόμενους περιορισμούς μέσω της παλινδρόμησης των εξισώσεων.

Θέλοντας να εξετάσουμε ένα πολυπαραγοντικό μοντέλο αποτίμησης αξιογράφων επεκτείνουμε τους ελέγχους που πραγματοποιήσαμε σε μια πιο γενική μορφή,

$$E(\tilde{R}_{it} | Z_{t-1}) = E(\tilde{R}_{0t} | Z_{t-1}) + \sum_{h=1}^K \beta_{ih} [E(\tilde{R}_{ht} - \tilde{R}_{0t} | Z_{t-1})], \forall i$$

Σχέση 3.10.12

Όπου,

\tilde{R}_{ht} η απόδοση K , $h = 1, \dots, K$, αντισταθμισμένων χαρτοφυλακίων

β_{ih} το μέτρο κινδύνου proportional to the conditional συνδιακύμανσης μεταξύ του αξιογράφου i και ενός αντισταθμισμένου χαρτοφυλακίου h

\tilde{R}_{0t} η απόδοση ενός χαρτοφυλακίου το οποίο ασυσχέτιστο με τα αντισταθμισμένα χαρτοφυλάκια

Η προτεινόμενη μεθοδολογία υποθέτει πως η μέτρηση του κινδύνου είναι σταθερή κι επικεντρώνεται στα συμπεράσματα των μεταβαλλόμενων αναμενόμενων αποδόσεων. Η μεθοδολογία χρησιμοποιεί καθημερινές αποδόσεις κοινών μετοχών για την περίοδο 1962 έως 1980. Υπάρχουν αρκετοί λόγοι επιλογής ημερησίων δεδομένων έναντι μηνιαίων που είναι πιο συνηθισμένοι, όπως η μείωση της χρονικής συσσωρευμένης μεροληψίας με ένα δείγμα δεδομένων για μικρή περίοδο. Επίσης, τα καθημερινά δεδομένα παρέχουν πολλές παρατηρήσεις χωρίς να απαιτείται σταθερό *beta* για μεγάλο ημερολογιακό διάστημα. Με τα μεγάλα δείγματα παρατηρήσεων λόγω των ημερησίων δεδομένων, ο στατιστικός έλεγχος προσεγγίζει την ασυμπτωτική κατανομή τους.

Συγκριτικά με άλλους ελέγχους του CAPM τα αποτελέσματα αυτής της μελέτης είναι σταθερά χωρίς της έλλειψη ευαισθησίας στον καθορισμό του χαρτοφυλακίου της αγοράς, και με την υπόθεση ότι ο LRT που διατυπώθηκε στον αρχικό έλεγχο του Gibbons είναι μεροληπτικός στην μηδενική υπόθεση για μικρά δείγματα.

Μοντέλα αποτίμησης αξιογράφων μπορούν να εκτιμηθούν και να ελεγχθούν χωρίς να παρατηρείται το χαρτοφυλάκιο της αγοράς ή επίσημες μεταβλητές. Αποφεύγοντας τον καθορισμό τους προκύπτει μία χαλάρωση της υπόθεσης πως τα ασφάλιστρα κινδύνου είναι σταθερά. Καθώς μεταβάλλονται τα ασφάλιστρα κινδύνου δεν απαιτείται ένα υπόδειγμα για τις αναμενόμενες αποδόσεις, ένα μοντέλο παλινδρόμησης επιτρέπει τυπικούς ελέγχους καθορισμού και είναι ανθεκτικό στις ελλιπείς πληροφορίες. Η μεθοδολογία που εφαρμόστηκε σε δεδομένα ημερησίων αποδόσεων μετοχών και μια μονοπαραγοντική υπόθεση αποτίμησης αξιογράφου δεν μπορεί να απορριφθεί για καμία από τις 4 ίσες υποπεριόδους από το 1962 έως το 1980. Επαναλαμβάνοντας τους ελέγχους με τον Gibbons (1982), η μεθοδολογία παρουσιάζει παρόμοια αποτελέσματα.

Εμπειρικές μελέτες στα χρηματοοικονομικά οικονομικά έχουν τυπικά μελετήσει τις διαστρωματικές σχέσεις μεταξύ των υποθετικών στιγμών των αποδόσεων των αξιογράφων. Καθώς κάποια στοιχεία στις χρονοσειρές των χαρακτηριστικών των αξιογράφων υφίστανται,

υπάρχουν ελάχιστες προσπάθειες να integrate τα μοντέλα των μεταβαλλόμενων προσδοκιών με διαστρωματικά συμπεράσματα υποδειγμάτων αποτίμησης αξιογράφων. Ακόμη, εφαρμογές της σύγχρονης χρηματοοικονομικής θεωρίας χρησιμοποιούν τέτοιες πληροφορίες για την διαμόρφωση υποθετικών στιγμών, και τα υποδείγματα από μόνα τους έχουν συνήθως σχεδιαστεί με αυτούς τους όρους. Η υπάρχουσα μεθοδολογία δύναται να επανακαθοριστεί εστιάζοντας στις υποθετικές στιγμές των αποδόσεων των αξιογράφων. Η παρούσα μελέτη είναι απλώς το πρώτο βήμα προς αυτήν την κατεύθυνση. Δύο παραδείγματα υποσχόμενων εφαρμογών και επεκτάσεων αυτής της προσέγγισης προσφέρονται μέσω αυτής της μελέτης για να υποδείξουν τις πιθανότητες.

Στο περιεχόμενο του CAPM, ο συστηματικός κίνδυνος τυπικά μετράται με την διακύμανση ενός αξιογράφου με ένα κατά προσέγγιση χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Ο Roll το 1977 τόνισε πως η κατανομή αυτών των κινδύνων πρέπει να είναι οι ίδιοι εάν μετρήθηκαν σχετικά με την πραγματική αγορά. Η προτεινόμενη μεθοδολογία αποφεύγει αυτό το πρόβλημα χρησιμοποιώντας την συμπεριφορά των αναμενόμενων αποδόσεων στον χρόνο για να εκτιμηθούν οι δείκτες των betas δίχως να απαιτείται το χαρτοφυλάκιο της αγοράς να είναι παρατηρήσιμο. Αυτές οι κατανομές κινδύνου των αξιογράφων απαλλάσσονται από την κριτική του Roll.

3.11 A Test of the Efficiency of a Given Portfolio

Michael R. Gibbons, Stephen A. Ross and Jay Shanken
Econometrica, Vol. 57, No. 5 (Sep. 1989)

Στο άρθρο τους, οι Gibbons, Ross και Shanken θα ελέγξουν την αποτελεσματικότητα για ένα δεδομένο χαρτοφυλάκιο, γνωρίζοντας πως η σύγχρονη θεωρία των χρηματοοικονομικών πάντα θα έχει τις ρίζες της στην εμπειρική ανάλυση του CAPM των Sharpe και Lintner, για το οποίο έχουν υπάρξει αναρίθμητες μελέτες. Έχουν υπάρξει και μελέτες που αμφισβητούν τις διαδικασίες που ακολουθούνται από το CAPM με τον Roll να δεσπόζει, τονίζοντας πως οι έλεγχοι της παλινδρόμησης έχουν πολύ χαμηλή ισχύ, η οποία μικραίνει ακόμα περισσότερο όταν ακολουθείται η διαδικασία της ομαδοποίησης των δεδομένων για την εξάλειψη του σφάλματος των μετρήσεων.

Το πρόβλημα που θεωρούν οι τρεις τους πως κυριαρχεί, το οποίο και θα εξετάσουν, είναι πως η θεωρία είναι ισοδύναμη του ισχυρισμού ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι αποτελεσματικό και θα ελέγξουν εάν ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο είναι εκ των υστέρων αποτελεσματικό. Το άρθρο μπορεί να χωριστεί σε τρία μέρη όπου, το πρώτο μέρος θεωρεί μια πολυπαραγοντική στατιστική για τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας της μέσης διακύμανσης και εξετάζει τις ιδιότητες αυτού του ελέγχου, το δεύτερο μέρος μελετά την σχέση μεταξύ του πολυπαραγοντικού ελέγχου και εναλλακτικών προσεγγίσεων βασισμένο σε ένα σύνολο μονοπαραγοντικών στατιστικών, και το τρίτο μέρος συνοψίζει το άρθρο επεκτείνοντας το γενικό πλαίσιο σε σχετικές υποθέσεις και παρέχοντας προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.

Αρχικά, ανακαλούμε μια απαραίτητα προϋπόθεση για την αποτελεσματικότητα ενός χαρτοφυλακίου. Έπειτα, χρησιμοποιούμε τα αποτελέσματα ως την μηδενική υπόθεση, η οποία μπορεί να εξεταστεί χρησιμοποιώντας μια στατιστική που έχει ένα πεπερασμένο δείγμα κατανομής εύκολο στον χειρισμό, τόσο στην μηδενική υπόθεση όσο και στην εναλλακτική. Επιπλέον, σχετίζουμε αυτή την στατιστική σε τρεις άλλες εναλλακτικές προσεγγίσεις που είναι βασισμένες σε ασυμπτωτικές προσεγγίσεις.

$$\tilde{r}_{it} = \alpha_{ip} + \beta_{ip} \tilde{r}_{pt} + \tilde{\varepsilon}_{it} \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad \text{Σχέση 3.11.1}$$

Όπου,

\tilde{R}_{it} η απόδοση του αξιογράφου i την χρονική περίοδο t

\tilde{R}_{pt} η απόδοση του χαρτοφυλακίου που εξετάζουμε την χρονική περίοδο t

R_{ft} το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου όπως παρατηρείται την χρονική στιγμή $t - 1$

$\tilde{r}_{it} = \tilde{R}_{it} - R_{ft}$ η επιπλέον απόδοση του αξιογράφου i την χρονική περίοδο t

$\tilde{r}_{pt} = \tilde{R}_{pt} - R_{ft}$ η επιπλέον απόδοση του χαρτοφυλακίου του οποίου η αποτελεσματικότητα εξετάζεται την χρονική περίοδο t

$\tilde{\varepsilon}_{it}$ ο όρος διαταραχής του αξιογράφου i την χρονική περίοδο t

Εάν ένα συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο είναι αποτελεσματικό, δηλαδή ελαχιστοποιεί την διακύμανση για μια συγκεκριμένη αναμενόμενη απόδοση, τότε η παρακάτω προϋπόθεση πρώτης τάξης θα πρέπει να ικανοποιείται για δεδομένα N περιουσιακά στοιχεία,

$$E(\tilde{r}_{it}) = \beta_{ip} E(\tilde{r}_{pt}) \quad \text{Σχέση 3.11.2}$$

Επομένως, συνδυάζοντας την προϋπόθεση πρώτης τάξης της 3.11.2 και την υπόθεση κατανομής της 3.11.1 οδηγούμαστε στον παρακάτω περιορισμό παραμέτρων, ο οποίος δηλώνεται από την μορφή της μηδενικής υπόθεσης,

$$H_0 : \alpha_{ip} = 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad \text{Σχέση 3.11.3}$$

Έπειτα παρουσιάζεται η γεωμετρική ερμηνεία του πολυπαραγοντικού ελέγχου στο διάστημα της μέσης σταθερής απόκλισης της θεωρίας χαρτοφυλακίου. Η μέθοδος και η γεωμετρία εφαρμόζονται σε ένα σύνολο δεδομένων από ένα από τα πλέον κλασσικά άρθρα για την σύγχρονη χρηματοοικονομία, και επανεπιβεβαιώνεται και συμπληρώνονται τα ευρήματα των Black, Scholes και Jensen.

Η μελέτη αυτή των Gibbons, Ross και Shanken χαρακτηρίζεται από καλή γεωμετρική ερμηνεία κι εξηγεί γιατί ο έλεγχος είναι βασισμένος στο τετράγωνο των κλίσεων κι όχι στις πραγματικές κλίσεις, διότι η μηδενική υπόθεση αντιπροσωπεύει μόνο μια απαραίτητα προϋπόθεση για την εκ των υστέρων αποτελεσματικότητα. Η προϋπόθεση αυτή ικανοποιείται ακόμη κι όταν το χαρτοφυλάκιο βρίσκεται στο αρνητικό τμήμα της κλίσης του ελάχιστης διακύμανσης συνόρου για όλα τα περιουσιακά στοιχεία, συμπεριλαμβανομένου και αυτό του μηδενικού κινδύνου. Επομένως, μόνο η απόλυτη τιμή της κλίσης είναι σχετική με την μηδενική υπόθεση, για αυτό και ο έλεγχος βασίζεται στις τετραγωνικές τιμές.

Μετά την γεωμετρική ερμηνεία το άρθρο στρέφεται σε θέματα σχετικά με την ισχύ του ελέγχου, του οποίου η ευαισθησία θεωρείται η επιλογή του χαρτοφυλακίου εκείνου, που εξετάζεται η αποτελεσματικότητά του και η επίδραση του αριθμού των περιουσιακών στοιχείων που χρησιμοποιηθήκαν για τον καθορισμό του εκ των προτέρων αποτελεσματικού συνόρου. Μια νέα βάση δεδομένων αναλύεται και αποδεικνύεται πως το συμπέρασμα που

αφορά την αποτελεσματικότητα ενός δεδομένου δείκτη μπορεί να μεταβληθεί από τον τύπο των περιουσιακών στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν για την δημιουργία εκ των προτέρων συνόρου.

Έχοντας υπολογίσει τον κατάλληλο συνδυασμό περιουσιακών στοιχείων N και παρατηρήσεων T θα ακολουθήσει μια προσπάθεια σύγκρισης πραγματικών εμπειρικών αποτελεσμάτων όταν έχει χρησιμοποιηθεί η πολυπαραγοντική μέθοδος με ανεπίσημα συμπεράσματα που βασίζονται σε ένα σύνολο εξαρτημένων μονοπαραγοντικών στατιστικών. Παρέχονται παραδείγματα που ο πολυπαραγοντικός έλεγχος απορρίπτει την μηδενική υπόθεση, ακόμη και όταν κανένα από τα μονοπαραγοντικά στατιστικά δεν φαίνεται να είναι στατιστικά σημαντικό. Βέβαια, υπάρχει και η αντίστροφη κατάσταση, όπου υπάρχει φαινομενικά μεγάλος αριθμός μονοπαραγοντικών που είναι στατιστικά σημαντικός, αλλά και πάλι ο πολυπαραγοντικός έλεγχος αποτυγχάνει να απορρίψει τα παραδοσιακά επίπεδα σημαντικότητας. Επίσης, εισάγεται ένα νέο σύνολο δεδομένων που μας επιτρέπει να επανεξετάσουμε την ανωμαλία μεγέθους επίδρασης.

Φτάνοντας προς το τέλος αναπτύσσεται μια εναλλακτική ερμηνεία για τον πολυπαραγοντικό έλεγχο. Η στατιστική είναι ισοδύναμη με τον συνηθισμένο υπολογισμό του t statistic στον σταθερό όρο σε ένα μοντέλο απλής μονοπαραγοντικής παλινδρόμησης, με το εκ των υστέρων αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο να χρησιμοποιείται ως η εξαρτημένη μεταβλητή και το χαρτοφυλάκιο του οποίου η εκ των προτέρων αποτελεσματικότητα εξετάζεται ως την επεξηγηματική μεταβλητή. Αναπτύσσονται επίσης μερικοί χρήσιμοι διαγνωστικοί έλεγχοι για την επεξήγηση γιατί η μηδενική υπόθεση ενδέχεται να μην είναι συνεπής με τα δεδομένα.

Τέλος, επεκτείνεται η ανάλυση στην περίπτωση που κάποιος επιθυμεί να ερευνήσει την δυνητική αποτελεσματικότητα ενός γραμμικού συνδυασμού από ένα σύνολο χαρτοφυλακίων.

Εάν θεωρήσουμε πως ένα χαρτοφυλάκιο L , που αποτελείται από άλλα χαρτοφυλάκια, είναι αποτελεσματικό τότε,

$$E(\tilde{r}_{it}) = \sum_{j=1}^L \delta_{ij} E(\tilde{r}_{jt}) \quad \text{Σχέση 3.11.4}$$

Όπου τα δ_{ij} είναι οι συντελεστές της παρακάτω παλινδρόμησης,

$$\tilde{r}_{it} = \delta_{i0} + \sum_{j=1}^L \delta_{ij} \tilde{r}_{jt} + \tilde{\eta}_{it} \quad , \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad \text{Σχέση 3.11.5}$$

Επομένως μια απαραίτητη προϋπόθεση για την αποτελεσματικότητα του γραμμικού συνδυασμού $(\tilde{r}_{1t}, \tilde{r}_{2t}, \dots, \tilde{r}_{Lt})$ με σεβασμό στο συνολικό σύνολο των $N+L$ περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο είναι,

$$H_0 : \delta_{i0} = 0 \quad \forall i = 1, \dots, N \quad \text{Σχέση 3.11.6}$$

Συνοψίζοντας, το άρθρο αυτό επικεντρώθηκε σε μια συγκεκριμένη υπόθεση της σύγχρονης χρηματοοικονομικής, έχοντας ως μηδενική υπόθεση μια κύρια υπόθεση, κοινή για όλες τις θεωρίες αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο. Η φύση των χρηματοοικονομικών δεδομένων προτείνει την χρησιμοποίηση πολυπαραγοντικών στατιστικών μεθόδων οι οποίοι δεν είναι απαραίτητα ενστικτώδεις. Οι Gibbons, Ross και Shanken προσπάθησαν να βοηθήσουν στην κατανόηση πως λειτουργούν οι έλεγχοι και να εξηγήσουν γιατί ίσως να παρέχουν διαφορετικές απαντήσεις σχετικά με τους μονοπαραγοντικούς ελέγχους που εφαρμόζονται με ανεπίσημο τρόπο. Επιπρόσθετα, μελέτησαν την ισχύ της στατιστικής που πρότειναν και απομόνωσαν παράγοντες, οι οποίοι δύναται να μεταβάλλουν την ισχύ του ελέγχου. Υπάρχουν τουλάχιστον δύο φυσικές προεκτάσεις αυτής της εργασίας και θα αναλυθούν παρακάτω.

Πρώτον, ο πολυπαραγοντικός έλεγχος θεωρείται πως απαιτεί ότι ο αριθμός των περιουσιακών στοιχείων που εξετάζονται να είναι πάντα μικρότερος από τον αριθμό των παρατηρήσεων. Αυτός ο περιορισμός απαιτείται έτσι ώστε το δείγμα του πίνακα διακυμάνσεων και συνδιακυμάνσεων να παραμένει μη μοναδικός. Ένας στατιστικός έλεγχος που μπορεί να διαχειριστεί καταστάσεις με μεγάλο αριθμό περιουσιακών στοιχείων θα ήταν πολύ ενδιαφέρον.

Δεύτερον, δεν ήταν πολύ ακριβείς στον προσδιορισμό του συνόλου των πληροφοριών, από το οποίο διέπονται διάφορες στιγμές. Η μέθοδος τους παρέχει έναν έλεγχο για την εκ των

προτέρων άνευ όρων αποτελεσματικότητα ενός χαρτοφυλακίου, για το οποίο το σύνολο των δυνατοτήτων του αποτελείται από απόλυτες χρονικές στιγμές. Όταν το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου αλλάζει, τότε η μέθοδός τους παρέχει έναν έλεγχο της υποθετικής αποτελεσματικότητας για ένα χαρτοφυλάκιο με δεδομένο επιτόκιο μηδενικού κινδύνου. Φυσικά, μια τέτοια ερμηνεία υποθέτει πως το υπονοούμενο μοντέλο τους για υποθετικές στιγμές δεδομένου επιτοκίου μηδενικού κινδύνου είναι σωστό.

3.12 Efficient Capital Markets: II

Eugene F. Fama

The Journal of Finance, Vol. XLVI, No. 5 (Dec. 1991)

Με την βιβλιογραφία να είναι πλέον τόσο μεγάλη που να μην είναι δυνατόν να επανεξεταστεί πλήρως, ο Fama αναφέρεται στο άρθρο του αυτό, από την δική του οπτική, για το τι έχουμε μάθει από όλες τις έρευνες που έχουν γίνει τα τελευταία είκοσι χρόνια πάνω στην αποτελεσματικότητα της αγοράς. Σύμφωνα με τον Fama, η αποτελεσματικότητα της αγοράς θα πρέπει να κριθεί στο κατά πόσο έχει βελτιώσει την ικανότητά μας να περιγράψουμε χρονοσειρές και την διαστρωματική συμπεριφορά των αποδόσεων ενός αξιογράφου. Είναι απογοητευτικό πως, εξαιτίας του προβλήματος της κοινής υπόθεσης, ακριβή συμπεράσματα για το βαθμό της αποτελεσματικότητας της αγοράς είναι πιθανό να παραμένουν αδύνατα. Παρ' όλα αυτά, κρίνοντας από το πόσο έχει βελτιωθεί η κατανόησή μας για την συμπεριφορά των αποδόσεων ενός αξιογράφου, οι παλαιότερες έρευνες για την αποτελεσματικότητα της αγοράς είναι μεταξύ των πιο πετυχημένων ερευνών στις εμπειρικές οικονομικές, με καλές προοπτικές να παραμείνουν και στο μέλλον.

Το άρθρο του Fama, *Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work*, το 1970, είχε διαχωρίσει την εργασία του σε τρεις κατηγορίες, η πρώτη ήταν οι έλεγχοι της αδύναμης μορφής της αγοράς, στο πόσο καλά παρελθοντικές αποδόσεις μπορούν να προβλέψουν τις μελλοντικές, η δεύτερη ήταν οι έλεγχοι της ημι-ισχυρής μορφής, στο πόσο γρήγορα οι τιμές των αξιογράφων εξέφραζαν τις δημόσιες ανακοινώσεις πληροφοριών, και η τρίτη ήταν οι έλεγχοι της ισχυρής μορφής, στην περίπτωση που κάποιος επενδυτής είχε μια προσωπική πληροφορία, η οποία δεν εκφραζόταν πλήρως από τις τιμές της αγοράς. Στο

άρθρο αυτό όμως, ο Fama θα αλλάξει αυτές τις κατηγορίες και αντί για ελέγχους της αδύναμης μορφής, οι οποίοι αφορούσαν μόνο την μελλοντική ισχύ των παρελθοντικών αποδόσεων, η πρώτη κατηγορία τώρα θα αναφέρεται σε ένα πιο γενικό περιβάλλον ελέγχων για την προβλεψιμότητα των αποδόσεων, που περιλαμβάνει και την αυξανόμενη εργασία για την πρόβλεψη αποδόσεων με μεταβλητές όπως αποδόσεις μερισμάτων και επιτόκια. Επίσης, επειδή η αποτελεσματικότητα της αγοράς και η ισορροπία αποτίμησης είναι άρρηκτα συνδεδεμένες, η συζήτηση για την προβλεψιμότητα θα λάβει υπόψη της και την διαστρωματική προβλεψιμότητα των αποδόσεων, η οποία είναι οι έλεγχοι των μοντέλων αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων και των ανωμαλιών τους, όπως η επίδραση του μεγέθους, που εμφανίστηκαν στους ελέγχους αυτούς. Και τέλος, η πρώτη κατηγορία θα περιλαμβάνει και τα στοιχεία πως υπάρχει εποχικότητα των αποδόσεων, όπως το φαινόμενο του Ιανουαρίου, και τον ισχυρισμό πως οι τιμές των αξιολογίων είναι υπερβολικά ασταθείς. Η δεύτερη και η τρίτη κατηγορία δεν θα έχουν σημαντικές αλλαγές προς το περιεχόμενο, παρά μόνο στον τίτλο που τους δίνει ο Fama. Επομένως, αντί για ελέγχους της ημι-ισχυρής μορφής για την προσαρμοστικότητα των τιμών στις δημόσιες ανακοινώσεις, θα χρησιμοποιείται ο κοινός τίτλος, μελέτες γεγονότων, κι αντί για ελέγχους της ισχυρής μορφής για το εάν κάποιος επενδυτής έχει πληροφορία που δεν εκφράζεται από τις τιμές της αγοράς, ο Fama προτείνει τον πιο περιγραφικό τίτλο, έλεγχοι για ιδιωτική πληροφόρηση.

Από αυτές τις τρεις νέες κατηγορίες, πρώτα θα αναλυθεί η προβλεψιμότητα των αποδόσεων και με περισσότερες λεπτομέρειες έναντι των άλλων δύο, μελέτες γεγονότων και έλεγχοι για ιδιωτική πληροφόρηση. Η λεπτομερής ανάλυση της πρώτης κατηγορίας οφείλεται στο ότι η προβλεψιμότητα των αποδόσεων στο πέρασμα του χρόνου είναι η πιο αμφιλεγόμενη. Εν συντομία, η νέα μελέτη αναφέρει πως οι αποδόσεις είναι προβλέψιμες από τις παλαιότερες αποδόσεις, τις αποδόσεις μερισμάτων και μεταβλητές διαφόρων περιόδων δομής. Οι νέοι έλεγχοι, επομένως, απορρίπτουν το παλιό μοντέλο της αποτελεσματικότητας της αγοράς αναμενόμενων σταθερών αποδόσεων, το οποίο φαινόταν να απέδιδε καλά σε πρώιμες εργασίες. Αυτό σημαίνει ωστόσο, πως τα νέα αποτελέσματα στοχεύουν απευθείας στο πρόβλημα της κοινής υπόθεσης, αντανακλά η προβλεψιμότητα των αποδόσεων στην ορθολογική διακύμανση με την πάροδο του χρόνου στις αναμενόμενες αποδόσεις, στην παράλογη απόκλιση των τιμών από την θεμελιώδη αξία, ή σε κάποιο συνδυασμό και των δύο;

Έπειτα, θα αναφερθεί εν συντομία στις μελέτες των γεγονότων, διότι λεπτομέρειες για αυτές υπάρχουν διαθέσιμες και τα συμπεράσματα αυτής της έρευνας είναι λιγότερο αμφιλεγόμενα. Ωστόσο, οι μελέτες γεγονότων έχουν αυξηθεί με την πάροδο των τελευταίων 20 χρόνων, κι επιπλέον, κι επειδή προσεγγίζουν την διάσπαση μεταξύ της αποτελεσματικότητας της αγοράς και της ισορροπίας αποτίμησης παρέχουν το πιο άμεσο στοιχείο για την αποτελεσματικότητα, κι αυτό το στοιχείο είναι ιδιαίτερα ενθαρρυντικό.

Στο τέλος, θα επανεξεταστούν οι έλεγχοι για ιδιωτική πληροφόρηση, όπου τα νέα αποτελέσματα αποσαφηνίζουν πρωτύτερα στοιχεία πως εταιρικοί πληροφοριοδότες έχουν ιδιωτική πληροφόρηση η οποία δεν απεικονίζεται πλήρως στις τιμές της αγοράς. Το νέο στοιχείο στο εάν ένας επαγγελματίας διαχειριστής επενδύσεων έχει ιδιωτική πληροφόρηση είναι θολό, θολωμένο από το πρόβλημα της κοινής υπόθεσης.

Αρχίζοντας με την προβλεψιμότητα των αποδόσεων, αναφέρεται ο Fama στις χρονικά μεταβαλλόμενες αναμενόμενες αποδόσεις, τόσο για αυτές που είναι μικρού επενδυτικού ορίζοντα, όσο και για εκείνες με μεγάλο επενδυτικό ορίζοντα. Για τις βραχυχρόνιες αποδόσεις, εκείνες με μικρό επενδυτικό ορίζοντα, πρόσφατη έρευνα είναι ικανή να δείξει με σιγουριά πως οι ημερήσιες και εβδομαδιαίες αποδόσεις μπορούν να προβλεφθούν από προγενέστερες αποδόσεις. Ενώ η εργασία απορρίπτει το παλιό μοντέλο αποτελεσματικότητας της αγοράς σταθερών αναμενόμενων αποδόσεων, τα νέα αποτελέσματα, ωστόσο, τείνουν να επιβεβαιώσουν το συμπέρασμα της παλαιότερης εργασίας, ότι τουλάχιστον για τις μεμονωμένες μετοχές, η διακύμανση των ημερήσιων και εβδομαδιαίων αναμενόμενων αποδόσεων είναι ένα μικρό κομμάτι της διακύμανσης των αποδόσεων. Το πιο εντυπωσιακό, αλλά και λιγότερο ισχυρό, πρόσφατο στοιχείο για την προβλεψιμότητα των αποδόσεων από παρελθοντικές αποδόσεις προκύπτει από τις μακροχρόνιες, εκείνες με μεγάλο ορίζοντα, αποδόσεις. Στις αποδόσεις μεγάλου ορίζοντα, παρατηρείται μια ισχυρή αρνητική αυτοσυσχέτιση, σε αντίθεση με εκείνες του μικρού ορίζοντα που ήταν κοντά στο μηδέν, η οποία προκαλείται από τις προσωρινές μετατοπίσεις της τιμής, την διακύμανση των αποδόσεων, η οποία θα πρέπει να αυξάνεται λιγότερο σε αναλογία με τον ορίζοντα της απόδοσης. Προκύπτει, επομένως, ένα ευρέως διαδεδομένο πρόβλημα στους ελέγχους των χρονοσειρών της αποτελεσματικότητας της αγοράς, χωρίς σαφή λύση, πως οι παράλογες

φούσκες των τιμών των μετοχών είναι πανομοιότυπες με τις λογικές χρονικά μεταβαλλόμενες αναμενόμενες αποδόσεις.

Αν και οι μονοπαραγοντικοί έλεγχοι των αποδόσεων με μεγάλο ορίζοντα εμφανίζουν μια αποτυχία ως προς την ισχύ τους, ωστόσο παρέχουν προτεινόμενο υλικό για να ωθήσουν την έρευνα σε πιο ισχυρούς ελέγχους της υπόθεσης πως η αργή φθορά των παράλογων φουσκών ή των λογικών χρονικά μεταβαλλόμενων αναμενόμενων αποδόσεων είναι σημαντική σε μια μακροπρόθεσμη διακύμανση των τιμών. Υπάρχει ένας απλός τρόπος να εξετάσουμε το πρόβλημα της ισχύς. Η αυτοσυσχέτιση είναι η κλίση σε μια παλινδρόμηση της τρέχουσας απόδοσης πάνω σε προηγούμενη απόδοση. Εφ' όσον η διακύμανση των αναμενόμενων αποδόσεων με την πάροδο του χρόνου είναι απλά ένα κομμάτι της διακύμανσης των αποδόσεων, οι έλεγχοι που βασίζονται στις αυτοσυσχετίσεις εμφανίζουν έλλειψη ισχύος επειδή οι παρελθοντικές πραγματικές αποδόσεις είναι μέτρα των αναμενόμενων αποδόσεων. Η ισχύς των ελέγχων για την προβλεψιμότητα των αποδόσεων δύναται να βελτιωθεί εάν ταυτοποιήσουμε μεταβλητές πρόβλεψης που είναι λιγότερο εξουσιοδοτημένες για τις αναμενόμενες αποδόσεις από τις παρελθοντικές αποδόσεις.

Η διακύμανση των αναμενόμενων αποδόσεων με επιχειρηματική κατάσταση είναι αληθοφανή και συνεπής με την θεωρία αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων. Αλλά κάθε πειστήριο της προβλεψιμότητας θα πρέπει πάντα να αντιμετωπίζεται με μια υγιή δόση σκεπτικισμού και με επιμελή αναζήτηση για επιβεβαίωση από το δείγμα. Στο τέλος της πρώτης κατηγορίας, ο Fama αναφέρεται στους ελέγχους της μεταβλητότητας και της εποχικότητας των αποδόσεων. Με όλα τα πρόσφατα στοιχεία για την προβλεψιμότητα των αποδόσεων είναι προφανές πως οι έλεγχοι μεταβλητότητας είναι ακόμη ένας χρήσιμος τρόπος να δείξουν πως οι αναμενόμενες αποδόσεις ποικίλλουν στον χρόνο. Ωστόσο, οι έλεγχοι μεταβλητότητας δεν δίνουν κάποια βοήθεια για το κεντρικό θέμα εάν η διακύμανση των αναμενόμενων αποδόσεων είναι λογική. Γίνεται μια αναφορά στην διαστρωματική προβλεψιμότητα των αποδόσεων έχοντας ως σημείο αναφοράς το μοντέλο των Sharpe-Lintner-Black (SLB) αναλύοντας την πρώιμη επιτυχία, τις ανωμαλίες που εμφανίζονται στο μοντέλο αυτό, την αποτελεσματικότητα της αγοράς και καταλήγει σε ένα συμπέρασμα που αναφέρεται πως τα β 's της αγοράς αρκούν για να περιγράψουν την διαστρωμάτωση των αναμενόμενων αποδόσεων.

Έπειτα γίνεται αναφορά στην μελέτη των γεγονότων, η οποία πλέον αποτελεί σημαντικό κομμάτι των χρηματοοικονομικών, ιδίως των εταιρικών χρηματοοικονομικών. Η βιβλιογραφία που υπάρχει είναι πλέον επαρκής και περνάει το τεστ της επιστημονικής χρησιμότητας. Κάποια από τα κύρια αποτελέσματα είναι, οι αναπάντεχες αλλαγές στα μερίσματα κατά μέσο όρο σχετίζονται με τις αλλαγές των τιμών των μετοχών με την ίδια ένδειξη, τα νέα θέματα των κοινών μετοχών είναι άσχημα νέα για τις τιμές των μετοχών ενώ οι λυτρώσεις μέσω ευαίσθητων ανοικτών αγορών είναι καλά νέα. Ως προς την αποτελεσματικότητα της αγοράς το κύριο αποτέλεσμα των ημερήσιων αποδόσεων είναι πως κατά μέσο όρο οι τιμές των μετοχών δείχνουν να προσαρμόζονται μέσα σε μία ημέρα των ανακοινώσεων των γεγονότων. Το αποτέλεσμα είναι αρκετά κοινό πως αυτή η εργασία αφιερώνει μικρό χώρο για την αποτελεσματικότητα της αγοράς και το γεγονός πως η γρήγορη προσαρμογή είναι συνεπής με την αποτελεσματικότητα έχει σημειωθεί και έπειτα οι μελέτες προχωρούν σε άλλα θέματα. Εν κατακλείδι, μερικές μελέτες γεγονότων συμπεραίνουν πως οι τιμές των μετοχών δεν ανταποκρίνονται γρήγορα σε συγκεκριμένες πληροφορίες. Με μια δεδομένη άνθηση των μελετών των γεγονότων τα τελευταία είκοσι χρόνια, η εμφάνιση ανωμαλιών, πραγματικών ή ψευδών, είναι αναπόφευκτη. Επιπλέον, οι μελέτες γεγονότων είναι το καθαρότερο στοιχείο που διαθέτουμε για την αποτελεσματικότητα, που με ελάχιστες εξαιρέσεις το στοιχείο αυτό είναι ενθαρρυντικό.

Φτάνοντας στην τρίτη κατηγορία, που αφορά τους ελέγχους για την ιδιωτική πληροφόρηση, γίνεται η επανεξέταση δύο κύριων περιπτώσεων για την αναποτελεσματικότητα της αγοράς εξαιτίας των πλεονεκτημάτων πληροφόρησης από μεμονωμένους εκπροσώπους. Πρώτα, ειδικοί χρησιμοποιούν την μονοπωλιακή πρόσβαση που διαθέτουν για να δημιουργήσουν κέρδος κι έπειτα εταιρικοί πληροφοριοδότες έχουν πρόσβαση σε πληροφορίες που δεν απεικονίζονται στις τιμές της αγοράς. Δεν θα πρέπει να προκαλεί έκπληξη πως ειδικοί και εκείνοι που έχουν εσωτερική πληροφόρηση έχουν ιδιωτική πληροφόρηση. Για την αποτελεσματικότητα είναι ένα άνετο στοιχείο ενάντια στην αποτελεσματικότητα της ισχυρής μορφής κι επιπλέον πρώιμο στοιχείο που υπαινίσσεται πως η ιδιωτική πληροφόρηση δεν συναντιέται μεταξύ επαγγελματιών διαχειριστών επενδύσεων. Ακολουθεί μια σύντομη περιγραφή για τις εμπιστευτικές συναλλαγές και την ανάλυση των αξιογράφων καταλήγοντας πως η δημιουργία πληροφοριών έχει κόστος και οι ενημερωμένοι επενδυτές έχουν

επανορθώσει το κόστος που επιβάλλεται για να ασφαλίσουν ότι οι τιμές προσαρμόζουν την πληροφορία, και τέλος για την επαγγελματική διαχείριση χαρτοφυλακίου.

Συνοψίζοντας, το άρθρο αυτό, ο Fama πιστεύει πως μπορούμε να ελπίζουμε για μια λογική ιστορία που συσχετίζει τις διαστρωματικές ιδιότητες των αναμενόμενων αποδόσεων με την απόκλιση των αναμενόμενων αποδόσεων στο πέρασμα του χρόνου και συσχετίζει την συμπεριφορά των αναμενόμενων αποδόσεων στην πραγματική οικονομία με έναν αρκετά αναλυτικό τρόπο. Ή μπορούμε να ελπίζουμε να πείσουμε τους εαυτούς μας ότι μια τέτοια ιστορία είναι απίθανη.

3.13 The Cross-Section of Expected Stock Returns

Eugene F. Fama and Kenneth R. French

The Journal of Finance, Vol. XLVII, No. 2, (June 1992)

Δύο εύκολα μετρήσιμες μεταβλητές, το μέγεθος, ή αλλιώς η χρηματιστηριακή αξία (Market Equity - ME) και ο λόγος της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή αξία (Book-to-Market Equity – BE/ME), συνδυάζονται για να αποδώσουν την διαστρωματική διακύμανση των αναμενόμενων αποδόσεων που σχετίζονται με τον συντελεστή β της αγοράς, το μέγεθος, την μόχλευση, τον λόγο της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή αξία και τον δείκτη κερδών προς την τιμή (Earnings-Price ratio – E/P). Επιπλέον, όταν οι έλεγχοι επιτρέπουν την απόκλιση των β να είναι ασυσχέτιστη με το μέγεθος, τότε η σχέση μεταξύ των β της αγοράς και της μέσης απόδοσης είναι αμετάβλητη, ακόμη κι αν το β είναι η μοναδική επεξηγηματική μεταβλητή.

Το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων των Sharpe (1964), Lintner (1965) και Black (1972) έχει διαμορφώσει τον τρόπο που οι ακαδημαϊκοί και οι επαγγελματίες σκέφτονται για τις αποδόσεις και τον κίνδυνο. Η κύρια πρόβλεψη του υποδείγματος είναι πως το χαρτοφυλάκιο της αγοράς του πλούτου που επενδύθηκε είναι με μέση διακύμανση αποτελεσματικό, σύμφωνα με τον Markowitz (1959). Η αποτελεσματικότητα του χαρτοφυλακίου της αγοράς συνεπάγεται ότι (α) οι αναμενόμενες αποδόσεις των αξιογράφων

είναι μια θετικά γραμμική συνάρτηση των β τους, η κλίση στην παλινδρόμηση των αποδόσεων ενός αξιογράφου σε αυτών της αγοράς, και (β) τα β της αγοράς επαρκούν για να περιγράψουν την διαστρωμάτωση των αναμενόμενων αποδόσεων.

Υπάρχουν, ωστόσο, αρκετές εμπειρικές αντιφάσεις για το SLB υπόδειγμα με την πλέον εξέχουσα να είναι η επίδραση του μεγέθους από τον Banz (1981), που απέδειξε πως η χρηματιστηριακή αξία (ME) ενισχύει την εξήγηση της διαστρωμάτωσης των μέσων αποδόσεων που δίνεται από τα β της αγοράς. Μια άλλη αντίφαση είναι η θετική σχέση μεταξύ της μόχλευσης και της μέσης απόδοσης που τεκμηριώθηκε από τον Bhandari (1988), ο οποίος έδειξε πως η μόχλευση βοηθά στο να εξηγήσουμε την διαστρωμάτωση των μέσων αποδόσεων των μετοχών με ελέγχους που περιλαμβάνουν τόσο το μέγεθος (ME) όσο και τα β . Επίσης, ακόμη μία αντίφαση προκύπτει από τους Stattman (1980) και Rosenberg, Reid, Lanstein (1985), οι οποίοι βρήκαν πως οι μέσες αποδόσεις των Αμερικάνικων μετοχών είναι θετικά συνδεδεμένες με τον δείκτη της λογιστικής αξίας των ιδίων κεφαλαίων μιας επιχείρησης (BE), προς την χρηματιστηριακή της αξία (ME). Οι Chan, Hamao και Lakonishok (1991) απέδειξαν πως ο δείκτης BE/ME παίζει εξίσου σημαντικό ρόλο στην επεξήγηση της διαστρωμάτωσης των μέσων αποδόσεων στις Ιαπωνικές μετοχές. Τέλος, ο Basu (1983) έδειξε πως ο δείκτης κερδών προς την τιμή (E/P) βοηθά στην εξήγηση της διαστρωμάτωσης των μέσων αποδόσεων των Αμερικάνικων μετοχών με ελέγχους που περιέχουν επίσης το μέγεθος και το β της αγοράς.

Αντίθετα με την απλή σχέση μεταξύ του β και της μέσης απόδοσης, οι μονοπαραγοντικές σχέσεις μεταξύ της μέσης απόδοσης και των μεγέθους, μόχλευσης, E/P και BE/ME είναι ισχυρές. Στους πολυπαραγοντικούς ελέγχους, η αρνητική σχέση μεταξύ μεγέθους και μέσης απόδοσης είναι ισχυρή στην προσθήκη κι άλλων μεταβλητών. Η θετική σχέση μεταξύ BE/ME και μέσης απόδοσης εξακολουθεί να βρίσκεται σε ανταγωνισμό με τις υπόλοιπες μεταβλητές. Επιπλέον, αν και η επίδραση του μεγέθους έχει τραβήξει περισσότερο την προσοχή πάνω της, ο δείκτης BE/ME έχει έναν πιο συνεπή ισχυρότερο ρόλο στις μέσες αποδόσεις. Τα σημαντικά αποτελέσματα των Fama-French είναι, (α) το β δεν φαίνεται να βοηθά στην ερμηνεία της διαστρωμάτωσης των μέσων αποδόσεων των μετοχών και (β) ο συνδυασμός του μεγέθους και του δείκτη BE/ME φαίνεται να απορροφά τους ρόλους της μόχλευσης και

του δείκτη E/P στις μέσες αποδόσεις των μετοχών. Εάν τα περιουσιακά στοιχεία αποτιμώνται λογικά τότε, τα αποτελέσματα αυτά συμπεραίνουν πως οι κίνδυνοι των μετοχών είναι πολυδιάστατοι. Η μία διάσταση του κινδύνου εκφράζεται από το μέγεθος, ME, ενώ μια άλλη διάσταση εκφράζεται από τον δείκτη BE/ME.

Οι Fama-French ως δεδομένα για την μελέτη τους αυτή, θα χρησιμοποιήσουν όλες τη μη χρηματοοικονομικές εταιρείες στην τομή των (α) NYSE, AMEX και NASDAQ αρχείων απόδοσης από το Center for Research in Security Prices (CRSP) και (β) τα ετήσια συγχωνευμένα βιομηχανικά αρχεία της κατάστασης αποτελεσμάτων από την COMPUSTAT και τα δεδομένα ισολογισμών που διατηρούνται από το CRSP.

Στους ελέγχους τιμολόγησης περιουσιακών στοιχείων, οι Fama-French, χρησιμοποιούν την διαστρωματική παλινδρομητική προσέγγιση των Fama-MacBeth (1973). Κάθε μήνας της διαστρωμάτωσης των αποδόσεων των μετοχών παλινδρομίζεται με μεταβλητές που υποτίθεται πως εξηγούν τις αναμενόμενες αποδόσεις. Οι χρονοσειρές σημαίνουν τις κλίσεις των μηνιαίων παλινδρομήσεων και παρέχουν τους βασικούς ελέγχους για το εάν διαφορετικές επεξηγηματικές μεταβλητές είναι αποτιμώμενες στον μέσο όρο. Όταν το μέγεθος, ο E/P, η μόχλευση και ο BE/ME είναι μετρημένα με ακρίβεια για μεμονωμένες μετοχές, δεν υπάρχει λόγος να αμαυρώσουμε τις πληροφορίες για τις μεταβλητές αυτές χρησιμοποιώντας χαρτοφυλάκια στις παλινδρομήσεις των Fama-MacBeth. Πολλοί προγενέστεροι έλεγχοι χρησιμοποιούν χαρτοφυλάκια επειδή οι εκτιμητές των β 's της αγοράς είναι πιο ακριβείς για χαρτοφυλάκια. Η προσέγγιση των Fama-French στοχεύει στην εκτίμηση των β 's για χαρτοφυλάκια κι έπειτα στην ανάθεση του β ενός χαρτοφυλακίου σε κάθε μετοχή που το συνθέτει. Αυτό μας επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε μεμονωμένες μετοχές στους Fama-MacBeth ελέγχους της αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων.

Έπειτα, οι Fama-French, θα δείξουν πως όταν τα χαρτοφυλάκια κοινών μετοχών διαμορφώνονται αποκλειστικά βάση του μεγέθους, φαίνεται να προκύπτει ένα στοιχείο για την κύρια πρόβλεψη του μοντέλου, ότι η μέση απόδοση είναι θετικά συνδεδεμένη με το β . Τα β 's των χαρτοφυλακίων μεγέθους είναι ωστόσο, σχεδόν τέλεια συσχετισμένα με το μέγεθος, με αποτέλεσμα οι έλεγχοι στα χαρτοφυλάκια μεγέθους να μην είναι ικανοί να ξεμπερδέψουν το β και τις επιδράσεις τους μεγέθους στις μέσες αποδόσεις. Επιτρέποντας την απόκλιση στο β

που είναι ασυσχέτιστο με το μέγεθος σπάει το αδιέξοδο, αλλά εις βάρος του β . Επομένως, όταν υποδιαιρούμε τα χαρτοφυλάκια μεγέθους ανάλογα με την προ-κατάταξη των $\beta's$, βρίσκουμε μια ισχυρή σχέση μεταξύ της μέσης απόδοσης και του μεγέθους, αλλά καμία σχέση μεταξύ της μέσης απόδοσης και του β .

Ανεπίσημοι έλεγχοι έδειξαν πως όταν τα χαρτοφυλάκια σχηματίζονται αποκλειστικά βάσει του μεγέθους, παρατηρούμε την γνώριμη αρνητική ισχυρή σχέση μεταξύ του μεγέθους και της μέσης απόδοσης και μια θετική ισχυρή σχέση μεταξύ της μέσης απόδοσης και του β . Επομένως, μια απλή κατάταξη μεγέθους φαίνεται να υποστηρίζει την πρόβλεψη των SLB για μια θετική σχέση μεταξύ του β και της μέσης απόδοσης. Αλλά το στοιχείο αυτό, θολώνεται από την στενή σχέση μεταξύ του μεγέθους και των $\beta's$ των χαρτοφυλακίων μεγέθους.

Τα χαρτοφυλάκια που διαμορφώνονται βάσει της κατάταξης των $\beta's$ των μετοχών της αγοράς δημιουργούν ευρύτερο φάσμα για τα $\beta's$, από εκείνα που διαμορφώθηκαν με βάση το μέγεθος. Σε αντίθεση με τα χαρτοφυλάκια μεγέθους, τα $\beta's$ χαρτοφυλάκια δεν υποστηρίζουν το υπόδειγμα των SLB. Υπάρχει μια μικρή εξάπλωση των μέσων αποδόσεων στα $\beta's$ χαρτοφυλάκια και δεν είναι προφανή η σχέση μεταξύ του β και της μέσης απόδοσης.

Η σύγκριση των χαρτοφυλακίων που σχηματίστηκαν βάσει μεγέθους κι εκείνα βάσει του β υποδηλώνει ένα αντικρουόμενο στοιχείο στην σχέση μεταξύ του β και της μέσης απόδοσης. Το κύριο συμπέρασμα φαίνεται να είναι πως υπάρχει μια σχέση μεταξύ της μέσης απόδοσης και του μεγέθους, αλλά ελέγχοντας για το μέγεθος, δεν υπάρχει σχέση μεταξύ της μέσης απόδοσης και του β . Οι παλινδρομήσεις δείχνουν πως όταν κάποιος επιτρέπει την απόκλιση στο β που είναι ασυσχέτιστο με το μέγεθος, η σχέση μεταξύ β και μέσης απόδοσης είναι αμετάβλητη, ακόμη κι όταν το β είναι η μοναδική επεξηγηματική μεταβλητή.

Σε αντίθεση με την συνεπή επεξηγηματική ισχύ του μεγέθους, οι παλινδρομήσεις των Fama-MacBeth δείχνουν πως το β της αγοράς δεν βοηθά στην εξήγηση των μέσων αποδόσεων. Στις παλινδρομήσεις των αποδόσεων, του μεγέθους και του β , το μέγεθος έχει επεξηγηματική ισχύ αλλά η μέση κλίση για το β είναι αρνητική. Επίσης, μπορούμε να παρατηρήσουμε πως

το β δείχνει να μην έχει καμία ισχύ στην εξήγηση των μέσων αποδόσεων στις παλινδρομήσεις των Fama-MacBeth, οι οποίες χρησιμοποιούν διάφορους συνδυασμούς του β με το μέγεθος, τον δείκτη BE/ME, την μόχλευση και τον δείκτη E/P.

Είναι δύσκολο να εξηγήσουμε τα ανεπαρκή αποτελέσματα για το β . Μία πιθανότητα είναι πως οι άλλες επεξηγηματικές μεταβλητές είναι συσχετισμένες με τα πραγματικά β 's κι όχι με β 's που έχουν υπολογιστεί. Επιπλέον, η μόχλευση, ο BE/ME και ο E/P δεν φαίνεται να είναι καλές προσεγγίσεις για το β . Μια άλλη υπόθεση είναι πως, όπως προβλέπει το SLB υπόδειγμα, υπάρχει μια θετική σχέση μεταξύ του β και της μέσης απόδοσης, αλλά η σχέση αυτή είναι δυσδιάκριτη από τον θόρυβο στις εκτιμήσεις του β .

Διακρίνοντας μια ισχυρή σχέση μεταξύ των μέσων αποδόσεων των μετοχών και του μεγέθους, αλλά όχι μιας αξιόπιστης σχέσης μεταξύ των μέσων αποδόσεων και του β οι Fama-French θα δείξουν πως υπάρχει επίσης μια ισχυρή διαστρωματική σχέση μεταξύ των μέσων αποδόσεων και του BE/ME. Αν μη τι άλλο, η επίδραση του BE/ME είναι πιο ισχυρή από αυτή του μεγέθους. Επίσης, βρήκαν πως ο συνδυασμός του μεγέθους και του BE/ME απορροφά τους ξεκάθαρους ρόλους της μόχλευσης και του E/P στις μέσες αποδόσεις μετοχών.

Διαμορφώνοντας χαρτοφυλάκια με βάση την κατάταξη των τιμών της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση (BE/ME) και του δείκτη κερδών προς την τιμή (E/P) διαπιστώνουμε πως έχουν παρόμοιο σχηματισμό με εκείνα του μεγέθους και του β , μονοδιάστατης ετήσιας κατάταξης. Εξετάζοντας τα δεδομένα της έρευνας παρατηρείται πως ο E/P έχει την μορφή και της ιδιότητες μια παραβολής, ενώ ο BE/ME εμφανίζει μια θετική σχέση με τις μέσες αποδόσεις, η οποία δεν μπορεί να αποτελεί επίδραση του β . Οι παρόμοιες μέσες αποδόσεις τόσο για αρνητικές όσο και υψηλές BE/ME εταιρείες είναι συνεπής με την υπόθεση πως η καθαρή θέση της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή (BE/ME) αποδίδουν διαστρωματική απόκλιση στις μέσες αποδόσεις που είναι συσχετισμένες με σχετικό κίνδυνο.

Οι παλινδρομήσεις των Fama-MacBeth (FM) επιβεβαιώνουν την σημαντικότητα της BE/ME στην επεξήγηση της διαστρωμάτωσης των μέσων αποδόσεων των μετοχών, η οποία σχέση

της BE/ME είναι πιο ισχυρή από εκείνη της επίδρασης του μεγέθους, αλλά σε καμία περίπτωση δεν αντικαθιστά το μέγεθος στην επεξήγηση των μέσων αποδόσεων. Επίσης οι FM παλινδρομήσεις που εξηγούν τις μέσες αποδόσεις με μεταβλητές μόχλευσης δίνουν μια ενδιαφέρον εικόνα για την σχέση μεταξύ της BE/ME και της μέσης απόδοσης. Οι στενές συνδέσεις των αποτελεσμάτων μεταξύ της μόχλευσης και της BE/ME προτείνουν πως υπάρχουν δύο ισοδύναμοι τρόποι να ερμηνεύσουμε την επίδραση της BE/ME στις μέσες αποδόσεις. Τέλος, για τον δείκτη κερδών προς την τιμή (E/P), συμπεραίνουμε πως δύναται να συνδεθεί με την μέση απόδοση μόνο για εταιρείες που έχουν κέρδη. Η κλίση για τον E/P στις FM παλινδρομήσεις βασίζεται σε θετικές τιμές και σε περίπτωση που τα κέρδη είναι αρνητικά, δηλαδή οι εταιρείες εμφανίζουν ζημίες, χρησιμοποιείται μεταβλητή dummy.

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα μέχρι τώρα προκύπτει πως:

- Όταν επιτρέπεται η απόκλιση του β που είναι ασυσχέτιστο με το μέγεθος, τότε δεν υπάρχει αξιόπιστη σύνδεση μεταξύ του β και της μέσης απόδοσης
- Οι αντίθετοι ρόλοι της μόχλευσης της αγοράς και της λογιστικής μόχλευσης των μέσων αποδόσεων αποδίδονται κατάλληλα από την λογιστική προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση
- Η σχέση μεταξύ του δείκτη κερδών προς την τιμή και της μέσης απόδοσης φαίνεται να απορροφάται από τον συνδυασμό του μεγέθους και της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή καθαρής θέσης

Εν ολίγοις, το β της αγοράς φαίνεται να μην παίζει κανένα ρόλο στην επεξήγηση των μέσων αποδόσεων, όταν το μέγεθος και η λογιστική προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση αποδίδουν την διαστρωματική απόκλιση των μέσων αποδόσεων των μετοχών που είναι συσχετισμένες με την μόχλευση και τον δείκτη κερδών προς την τιμή.

Ο πίνακας των μέσων αποδόσεων δίνει ζωή στο συμπέρασμα από τις παλινδρομήσεις πως, ελέγχοντας το μέγεθος, η λογιστική προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση αποδίδει ισχυρή απόκλιση των μέσων αποδόσεων, κι ελέγχοντας την λογιστική προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση, αφήνει την επίδραση του μεγέθους να έχει σχέση με τις μέσες αποδόσεις. Δεν

θα πρέπει, ωστόσο, να υπερβάλλουμε με τις συνδέσεις μεταξύ του μεγέθους και της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση.

Υπάρχουν, όμως, δύο περιορισμοί σχετικά με τα αρνητικά στοιχεία στον ρόλο του β στις μέσες αποδόσεις. Αρχικά, τα μέσα ασφάλιστρα για β , μέγεθος και BE/ME εξαρτώνται από τις ερμηνείες των μεταβλητών που χρησιμοποιήθηκαν στις παλινδρομήσεις. Επομένως, με την αντικατάσταση κάποιων μεταβλητών προκύπτουν διαφορετικές ερμηνείες τις μεταβλητές του β , του μεγέθους και της BE/ME, όπως και διαφορετικές κλίσεις στις παλινδρομήσεις και ίσως διαφορετικά συμπεράσματα για τα μέσα ασφάλιστρα, συμπεριλαμβανομένου και μιας πιθανής αναζωογόνησης του ρόλου του β . Επιπλέον, οι έλεγχοι αναφέρονται αποκλειστικά σε μετοχές. Είναι πιθανό πως εάν συμπεριλάβουμε κι άλλα περιουσιακά στοιχεία θα αλλάξουν τα συμπεράσματα σχετικά με τα μέσα ασφάλιστρα του β , του μεγέθους και της BE/ME. Επεκτείνοντας τους ελέγχους και σε κρατικά ομόλογα ή άλλα ομόλογα ίσως να αλλάξουν τα συμπεράσματα μας για τα μέσα ασφάλιστρα κινδύνου, συμπεριλαμβάνοντας και μια αναβίωση του ρόλου του β της αγοράς.

Τονίζουν, ωστόσο, πως οι διαφορετικές προσεγγίσεις στους ελέγχους δεν είναι πιθανό να αναβιώσουν και το SLB υπόδειγμα. Η αναζωογόνηση του SLB μοντέλου απαιτεί καλύτερη προσέγγιση για το χαρτοφυλάκιο της αγοράς, (α) να αναιρεθεί η απόδειξη πως η απλή σχέση μεταξύ του β και της μέσων αποδόσεων των μετοχών είναι αμετάβλητη και (β) να αφήσουμε το β ως την μόνη μεταβλητή σχετική με την επεξήγηση των μέσων αποδόσεων. Επομένως εάν υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ του β και των μέσων αποδόσεων, είναι πιθανό να βρεθεί σε ένα πολυπαραγοντικό μοντέλο το οποίο μετατρέπει την επίπεδη σχέση μεταξύ μέσης απόδοσης και β σε μία υποθετική σχέση με θετική κλίση.

Συνοψίζοντας, οι έλεγχοι των Fama-French δεν υποστηρίζουν την κύρια πρόβλεψη του υποδείγματος των Sharpe-Lintner-Black, ότι οι μέσες αποδόσεις των μετοχών είναι θετικά συνδεδεμένες με το β της αγοράς. Το κύριο αποτέλεσμά τους είναι, πως το μέγεθος και η λογιστική προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση αποδίδουν την διαστρωματική διακύμανση των μέσων αποδόσεων των μετοχών που σχετίζονται με το μέγεθος, τον δείκτη κερδών προς την τιμή E/P, την λογιστική προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση BE/ME και την μόχλευση.

Επίσης, κατέληξαν πως δύο εύκολα μετρήσιμες μεταβλητές, το μέγεθος και η λογιστική προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση, δύνανται να περιγράψουν την διαστρωμάτωση των μέσων αποδόσεων των μετοχών και οι προτάσεις ως προς την χρησιμοποίηση αυτής της απόδειξης εξαρτάται από (α) εάν αυτή επιμείνει και (β) εάν προκύπτει από λογική ή παράλογη αποτίμηση περιουσιακών στοιχείων. Εάν τα αποτελέσματά τους είναι περισσότερο από τυχαία, τότε έχουν περισσότερες πρακτικές επιπτώσεις στην σύνθεση και στην αξιολόγηση της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου από επενδυτές που η κύρια ανησυχία τους είναι η μακροπρόθεσμες μέσες αποδόσεις.

3.14 Common Risk Factors in the Return on Stocks and Bonds

Eugene F. Fama and Kenneth R. French
Journal of Finance Economics 33, (1993)

Το άρθρο αυτό αναγνωρίζει πέντε κοινούς παράγοντες κινδύνου στις αποδόσεις των μετοχών και των ομολόγων. Υπάρχουν τρεις παράγοντες στην αγορά μετοχών, έναν γενικό παράγοντα της αγοράς και παράγοντες που σχετίζονται με το μέγεθος της επιχείρησης και τον λόγο της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση. Υπάρχουν επίσης, δύο παράγοντες στην αγορά ομολόγων, που σχετίζονται με την λήξη και τους προεπιλεγμένους κινδύνους. Οι αποδόσεις των μετοχών έχουν κοινή διακύμανση εξαιτίας των παραγόντων της αγοράς μετοχών, και είναι συνδεδεμένες με τις αποδόσεις των ομολόγων μέσω της κοινής διακύμανσης των παραγόντων στην αγορά ομολόγων. Εκτός από τις χαμηλόβαθμες εταιρείες, οι παράγοντες της αγοράς ομολόγων σκιαγραφούν την κοινή διακύμανση των αποδόσεων των ομολόγων. Το πλέον σημαντικό είναι, πως οι πέντε παράγοντες φαίνεται να εξηγούν τις μέσες αποδόσεις τόσο των μετοχών όσο και των ομολόγων.

Οι Fama και French μελέτησαν τους κοινούς ρόλους του συντελεστή β της αγοράς, του μεγέθους της εταιρείας, του δείκτη E/P (κερδών προς τιμή), της μόχλευσης και του λόγου της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση, BE/ME , στην διαστρωματική ανάλυση των μέσων αποδόσεων των μετοχών. Διαπίστωσαν πως εάν χρησιμοποιηθεί μόνος του ή σε συνδυασμό με άλλες μεταβλητές, ο συντελεστής β της αγοράς, που αποτελεί την κλίση της

παλινδρόμησης της απόδοσης μιας μετοχής στην απόδοση του δείκτη της αγοράς, παρέχει ελάχιστες πληροφορίες σχετικά με τις μέσες αποδόσεις. Χρησιμοποιώντας ξεχωριστά τις υπόλοιπες μεταβλητές, του μεγέθους της εταιρείας, του δείκτη E/P (κερδών προς τιμή), της μόχλευσης και του λόγου της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση, BE/ME , φαίνεται να έχουν κάποια επεξηγηματική δυναμική. Συνδυάζοντας το μέγεθος, ME , και την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , φαίνεται να απορροφούν τους ξεκάθαρους ρόλους της μόχλευσης και τους δείκτη E/P στις μέσες αποδόσεις. Το βασικό αποτέλεσμα είναι ότι αυτές οι δύο εμπειρικά καθορισμένες μεταβλητές, το μέγεθος, ME , και η λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , δύνανται να επεξηγήσουν την διαστρωμάτωση των μέσων αποδόσεων των μετοχών στο NYSE, Amex και NASDAQ για την περίοδο 1963-1990.

Το άρθρο αυτό επεκτείνει τους ελέγχους αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων που πραγματοποίησαν οι Fama και French με τρεις τρόπους.

- Επεκτείνουν το σύνολο των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων που πρέπει να επεξηγηθούν. Τα μοναδικά περιουσιακά στοιχεία που θεωρούνται πως υπάρχουν είναι οι κοινές μετοχές. Εάν οι αγορές είναι ενοποιημένες, ένα ενιαίο μοντέλο θα μπορούσε να επεξηγήσει τις αποδόσεις των ομολόγων. Οι έλεγχοι στο άρθρο αυτό περιλαμβάνουν τόσο κυβερνητικά και εταιρικά αμερικάνικα ομόλογα όσο και μετοχές.
- Επίσης, επεκτείνουν το σύνολο των μεταβλητών που απαιτούνται για την εξήγηση των αποδόσεων. Οι μεταβλητές του μεγέθους και της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση, BE/ME , των Fama και French επικεντρώνονται στις μετοχές. Επιπλέον, επεκτείνουν την λίστα των μεταβλητών που είναι πιθανές να διαδραματίσουν κάποιο ρόλο στις αποδόσεις των ομολόγων. Ο σκοπός τους είναι να εξετάσουν εάν οι μεταβλητές που είναι σημαντικές για τις αποδόσεις των ομολόγων βοηθούν στην επεξήγηση των αποδόσεων των μετοχών, και αντίστροφα. Η ιδέα είναι πως εάν οι αγορές είναι ενοποιημένες, πιθανώς να υπάρχει μια επικάλυψη μεταξύ των αποδόσεων των ομολόγων και των μετοχών.
- Ίσως το πιο σημαντικό είναι πως, η προσέγγιση στον έλεγχο των υποδειγμάτων αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων είναι διαφορετικός. Οι Fama και French χρησιμοποιούν τις διαστρωματικές παλινδρομήσεις των Fama και MacBeth, όπου οι

διαστρωματικές αποδόσεις των μετοχών παλινδρομίζονται με υποτιθέμενες μεταβλητές προκειμένου να εξηγήσουν τις μέσες αποδόσεις. Είναι δύσκολο να προστεθούν ομόλογα στις διαστρωματικές παλινδρομήσεις, όταν οι επεξηγηματικές μεταβλητές όπως το μέγεθος και η λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , δεν έχουν προφανή σημασία για τα κυβερνητικά και εταιρικά ομόλογα.

Το άρθρο αυτό χρησιμοποιεί την παλινδρόμηση χρονοσειρών των Black, Jensen και Scholes (1972). Οι μηνιαίες αποδόσεις των ομολόγων και των μετοχών παλινδρομούνται πάνω στις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς και σε παρόμοια χαρτοφυλάκια, όσον αφορά το μέγεθος, την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , και τους παράγοντες κινδύνου των αποδόσεων. Οι κλίσεις των παλινδρομήσεων των χρονοσειρών είναι παράγοντες που δίνουν μια σαφή εικόνα, εκτός του μεγέθους και της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , ως παράγοντες ευαισθησίας για τα ομόλογα και τις μετοχές.

Τα κύρια αποτελέσματά τους είναι εύκολο να συνοψιστούν. Για τις μετοχές, τα χαρτοφυλάκια που είναι δομημένα με παρόμοιους παράγοντες κινδύνου που σχετίζονται με το μέγεθος και την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , αποδίδουν μια ισχυρή κοινή διακύμανση των αποδόσεων στις παλινδρομήσεις χρονοσειρών. Αυτό είναι μια απόδειξη πως το μέγεθος και η λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , πράγματι αντιπροσωπεύουν την ευαισθησία των κοινών παραγόντων κινδύνου των αποδόσεων των μετοχών. Επιπλέον, για τα χαρτοφυλάκια μετοχών εξετάζουν, τις σταθερές των παλινδρομήσεων τριών παραγόντων που περιέχουν την επιπλέον απόδοση της αγοράς και των όμοιων αποδόσεων για τους παράγοντες του μεγέθους και της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , να είναι κοντά στο μηδέν. Επομένως, ο παράγοντας της αγοράς και οι αντιπροσωπευτικές μεταβλητές των Fama και French για τους παράγοντες κινδύνου που σχετίζονται με το μέγεθος και την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , φαίνεται να αποδίδουν για την επεξήγηση της διαστρωμάτωσης των μέσων αποδόσεων των μετοχών.

Για τα ομόλογα, τα παρόμοια χαρτοφυλάκια για τους δύο παράγοντες που αποτελούν τους όρους δομής τους, το ασφάλιστρο περιόδου και το προεπιλεγμένο ασφάλιστρο, αποδίδουν το

μεγαλύτερο μέρος της διακύμανσης των αποδόσεων για τα κυβερνητικά και εταιρικά χαρτοφυλάκια ομολόγων. Οι παράγοντες δομής επεξηγούν επίσης, τις μέσες αποδόσεις των ομολόγων, αλλά τα μέσα ασφάλιστρα για τους παράγοντες δομής, όπως οι μέσες επιπλέον αποδόσεις των ομολόγων, είναι κοντά στο μηδέν. Επομένως, η υπόθεση πως όλα τα κυβερνητικά και εταιρικά χαρτοφυλάκια ομολόγων έχουν τις ίδιες μακροχρόνιες αναμενόμενες αποδόσεις δεν δύναται να απορριφθεί.

Οι επεξηγηματικές μεταβλητές στις παλινδρομήσεις χρονοσειρών περιλαμβάνουν τις αποδόσεις των μετοχών ενός χαρτοφυλακίου αγοράς και παρόμοια χαρτοφυλάκια ως προς το μέγεθος, την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , και τους δομικούς παράγοντες κινδύνου των αποδόσεων. Οι αποδόσεις που επεξηγούνται είναι για χαρτοφυλάκια κυβερνητικών ομολόγων με δύο σειρές ωριμότητας, χαρτοφυλάκια εταιρικών ομολόγων σε πέντε αξιολογημένες ομάδες και χαρτοφυλάκια 25 μετοχών διαμορφωμένα με βάση το μέγεθος και την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME .

Ένας συνήθης κίνδυνος για τις αποδόσεις των ομολόγων προκύπτει από τις απρόβλεπτες μεταβολές των επιτοκίων. Η προσέγγιση των Fama και French για αυτόν τον παράγοντα, TERM, είναι η διαφορά μεταξύ της μηνιαίας απόδοσης των μακροχρόνιων κυβερνητικών ομολόγων και της μηνιαίας απόδοσης του Treasury bill, που είναι μετρημένη στο τέλος του προηγούμενου μήνα.

Για τα εταιρικά ομόλογα, οι μεταβολές των οικονομικών συνθηκών που μεταβάλουν την πιθανότητα λάθους αναδεικνύουν έναν ακόμη παράγοντα των αποδόσεων. Η προσέγγιση των Fama και French για αυτόν τον παράγοντα λάθους, DEF, είναι η διαφορά μεταξύ της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της αγοράς αποτελούμενο από μακροπρόθεσμα εταιρικά ομόλογα και των μακροπρόθεσμων αποδόσεων κυβερνητικών ομολόγων.

Οι Fama και French καταγράφουν πως το μέγεθος και η την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία σχετίζονται με τις βασικές αρχές των οικονομικών. Δεν αποτελεί έκπληξη, πως εταιρείες με μεγάλο BE/ME τείνουν να έχουν χαμηλά κέρδη από στοιχεία ενεργητικού, και τα χαμηλά κέρδη θα συνεχιστούν για τουλάχιστον πέντε χρόνια πριν και μετά αφού η λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία μετρηθεί. Αντίθετα, εταιρείες με χαμηλό

BE/ME παρουσιάζουν συνεχή υψηλά κέρδη. Το μέγεθος είναι επίσης συσχετισμένο με την κερδοφορία. Ελέγχοντας την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, μικρές εταιρείες τείνουν να έχουν μικρότερα κέρδη από στοιχεία ενεργητικού σε σχέση με μεγαλύτερες εταιρείες.

Το γεγονός πως μικρές εταιρείες μπορεί να υποστούν μια μακροχρόνια ύφεση στα κέρδη τους, η οποία δεν παρουσιάζεται σε μεγάλες εταιρείες υποδηλώνει πως το μέγεθος σχετίζεται με τον παράγοντα κινδύνου που εξηγεί την αρνητική σχέση μεταξύ του μεγέθους και της μέσης απόδοσης. Παρομοίως, η σχέση μεταξύ της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή αξία με τα κέρδη υποδηλώνει πως η σχετική κερδοφορία είναι η πηγή του παράγοντα κινδύνου των αποδόσεων που εξηγεί την θετική σχέση μεταξύ της τιμής BE/ME και της μέσης απόδοσης. Η μέτρηση της κοινής διακύμανσης των αποδόσεων που συνδέεται με το μέγεθος και την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία αποτελεί την κύρια αποστολή αυτού του άρθρου.

Για να μελετήσουν αυτά τα οικονομικά θεμελιώδη στοιχεία, οι Fama και French χρησιμοποιούν έξι χαρτοφυλάκια που είναι διαμορφωμένα με βάση την ταξινόμηση των μετοχών ως προς το μέγεθος και την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία. Χρησιμοποίησαν και τα έξι χαρτοφυλάκια για να διαμορφώσουν νέα χαρτοφυλάκια, με πρόθεση να εξετάσουν τους υποκείμενους παράγοντες κινδύνου των αποδόσεων που σχετίζονται με το μέγεθος και την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία.

Τον Ιούνιο κάθε έτους t από το 1963 ως και 1991, όλες οι μετοχές του δείκτη NYSE ταξινομούνται με βάση το μέγεθος της εταιρείας. Η διάμεσος των τιμών της χρηματιστηριακής αξίας των εταιρειών του NYSE χρησιμοποιείται για να χωρίσει τις μετοχές των NYSE, Amex και μετά το 1972 του NASDAQ σε δύο ομάδες, τις μικρές, S , και τις μεγάλες, L . Χωρίζουμε επίσης τις μετοχές των NYSE, Amex και NASDAQ σε τρεις ομάδες με βάση την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία. Η πρώτη ομάδα αποτελείται από το 30% των χαμηλότερων τιμών του δείκτη BE/ME , η δεύτερη ομάδα από το επόμενο 40% και η τρίτη από το 30% των υψηλότερων τιμών, για τις ταξινομημένες μετοχές του NYSE.

Η απόφασή τους να κατανεύμουν τις εταιρείες σε τρεις ομάδες βάση του BE/ME και μόνο σε δύο ομάδες ανάλογα του μεγέθους τους, ME , υποστηρίζει τα όσα έχουν αποδείξει, πως η λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία έχει μεγαλύτερο ρόλο στις μέσες αποδόσεις των μετοχών σε σχέση με το μέγεθος.

Κατασκευάζουν έξι χαρτοφυλάκια, $S/L, S/M, S/H, B/L, B/M, B/H$, που προκύπτουν από την διασταύρωση των δύο ομάδων βάση του ME και των τριών ομάδων βάση του BE/ME . Οι μηνιαίες σταθμισμένες αποδόσεις των έξι χαρτοφυλακίων υπολογίζονται από τον Ιούλιο του χρόνου t , έχοντας ως δεδομένο πως είναι γνωστή η λογιστική αξία για τον χρόνο $t-1$, έως τον Ιούνιο του χρόνου $t+1$, όπου και τα χαρτοφυλάκια αναδιαμορφώνονται.

Το πρώτο χαρτοφυλάκιο που σχηματίζεται είναι το SMB , *Small Minus Big* ή το μικρό μείον το μεγάλο, το οποίο παρομοιάζει τον παράγοντα κινδύνου των αποδόσεων σε σχέση με το μέγεθος. Αντικατοπτρίζει την μηνιαία διαφορά μεταξύ των μέσων αποδόσεων των τριών χαρτοφυλακίων μετοχών με μικρή χρηματιστηριακή αξία, $S/L, S/M, S/H$, και τις μέσες αποδόσεις των τριών χαρτοφυλακίων μετοχών με μεγάλη χρηματιστηριακή αξία, $B/L, B/M, B/H$. Επομένως το SMB είναι η διαφορά μεταξύ των αποδόσεων των μικρών και των μεγάλων χαρτοφυλακίων μετοχών με περίπου παρόμοια μεσοσταθμισμένη BE/ME . Η διαφορά αυτή θα είναι απαλλαγμένη από την επιρροή της BE/ME , εστιάζοντας στις διαφορετικές συμπεριφορές απόδοσης των μικρών και των μεγάλων μετοχών.

Το δεύτερο χαρτοφυλάκιο που διαμορφώνεται είναι το HML , *High Minus Low* ή το υψηλό μείον το χαμηλό, το οποίο παρομοιάζει τον παράγοντα κινδύνου των αποδόσεων σε σχέση με την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία. Ορίζεται με παρόμοιο τρόπο, είναι δηλαδή η μηνιαία διαφορά μεταξύ των μέσων αποδόσεων των δύο χαρτοφυλακίων με υψηλό BE/ME , $S/H, B/H$, και των μέσων αποδόσεων των δύο χαρτοφυλακίων με χαμηλό BE/ME , $S/L, B/L$. Τα δύο συστατικά του HML είναι αποδόσεις σε υψηλά και χαμηλά BE/ME χαρτοφυλάκια με περίπου παρόμοιο μέγεθος. Συνεπώς η διαφορά αυτή μεταξύ των δύο αποδόσεων θα είναι απαλλαγμένη από τον παράγοντα του μεγέθους στις αποδόσεις, εστιάζοντας στις διαφορετικές συμπεριφορές απόδοσης των εταιρειών με υψηλό και χαμηλό BE/ME .

Ως απόδειξη της επιτυχίας αυτής της απλής διαδικασίας, έγκειται στο γεγονός πως η συσχέτιση μεταξύ των μηνιαίων αποδόσεων για τους παράγοντες του μεγέθους, ME , και της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση, BE/ME , για την περίοδο 1963-1991 είναι μόνο -0,08.

Για τις αποδόσεις που πρέπει να επεξηγηθούν, και ως προς τα ομόλογα, το σύνολο των εξαρτημένων μεταβλητών που χρησιμοποιούνται στις παλινδρομήσεις χρονοσειρών περιλαμβάνει τις επιπλέον αποδόσεις σε δύο κυβερνητικά και πέντε εταιρικά χαρτοφυλάκια ομολόγων. Ενώ ως προς τις μετοχές, χρησιμοποιούνται οι επιπλέον αποδόσεις 25 χαρτοφυλακίων, διαμορφωμένα με βάση το μέγεθος και την λογιστικά προς την χρηματιστηριακή αξία των εταιρειών επειδή επιδιώκουμε να καθορίσουμε εάν τα παρόμοια χαρτοφυλάκια SMB και HML , αποτυπώνουν τους κοινούς παράγοντες στις αποδόσεις των μετοχών σε σχέση με το μέγεθος, ME , και την BE/ME . Τα 25 αυτά χαρτοφυλάκια, διαμορφώνονται με τον ίδιο τρόπο όπως τα έξι χαρτοφυλάκια μεγέθους και BE/ME που αναλύσαμε προηγουμένως.

Έχοντας κατανοήσει όλα τα παραπάνω και στρέφοντας την προσοχή μας στους ελέγχους αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων, στην προσεγγιστική παλινδρόμηση χρονοσειρών διαπιστώνουμε πως οι έλεγχοι χωρίζονται σε δύο τμήματα. Αρχικά, αποδεικνύουμε πως οι δύο παράγοντες ομολογιακών αποδόσεων της αγοράς, $TERM$ και DEF , από τους όρους term premium και default premium, δηλαδή το χρονικό και προεπιλεγμένο ασφάλιστρο, και οι τρεις παράγοντες μετοχικών αποδόσεων της αγοράς, $RM - RF$, SMB και HML , είναι παράγοντες κινδύνου, με την έννοια πως δύναται να αποδώσουν την κοινή και μη διαφοροποιήσιμη απόκλιση των αποδόσεων των μετοχών και των ομολόγων. Και τέλος, χρησιμοποιούμε τις σταθερές από τις παλινδρομήσεις χρονοσειρών για να ελέγξουμε εάν τα μέσα ασφάλιστρα για τους παράγοντες κινδύνου των αποδόσεων επεξηγούν την διαστρωμάτωση των μέσων αποδόσεων των ομολόγων και μετοχών.

Η παλινδρόμηση του παράγοντα $RM - RF$ προς τους υπόλοιπους παράγοντες, $TERM$, DEF , SMB και HML , για τις μηνιαίες αποδόσεις από τον Ιούλιο του 1963 έως τον Δεκέμβριο του 1991 αποτυπώνουν την παρακάτω σχέση,

$$RM - RF = 0.50 + 0.44SMB - 0.63HML + 0.81TERM + 0.79DEF + e$$

Σχέση 3.14.1

Οι κλίσεις της παλινδρόμησης και οι τιμές του R^2 , αποδεικνύουν πως οι μετοχικές αποδόσεις της αγοράς, $RM - RF$, SMB και HML , και οι ομολογιακές αποδόσεις της αγοράς, $TERM$ και DEF , αντιπροσωπεύουν τους παράγοντες κινδύνου.

Μετά τον έλεγχο της ανθεκτικότητας του συμπεράσματος, πως οι πέντε παράγοντες κινδύνου εξηγούν την διασπρωμάτωση των αναμενόμενων αποδόσεων των μετοχών και ομολόγων, καταλήγουμε στα συμπεράσματα της μελέτης των Fama και French.

Υπάρχουν τουλάχιστον πέντε διαδεδομένοι παράγοντες των αποδόσεων. Οι τρεις παράγοντες μετοχών της αγοράς παράγουν μια κοινή απόκλιση στις αποδόσεις των μετοχών. Εκτός από τα χαμηλόβαθμα εταιρικά ομόλογα, οι παράγοντες μετοχών της αγοράς έχουν μικρό ρόλο στις αποδόσεις των κυβερνητικών και εταιρικών ομολόγων. Οι αγορές των μετοχών και των ομολόγων είναι συνδεδεμένες μέσω δύο δομικών παραγόντων.

Τα αποτελέσματα των Fama και French δείχνουν πως οι πέντε παράγοντες κάνουν καλή δουλειά στην επεξήγηση (α) της κοινής απόκλισης των μετοχικών και ομολογιακών αποδόσεων και (β) στην διασπρωμάτωση των μέσων αποδόσεων. Η εφαρμογή των αποτελεσμάτων αυτών μπορεί να πραγματοποιηθεί σε κάθε εφαρμογή που απαιτεί εκτίμηση αναμενόμενων μετοχικών αποδόσεων όπως, επιλογή χαρτοφυλακίων, αξιολόγηση της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου, μέτρηση μη φυσιολογικών αποδόσεων σε μελέτες συμβάντων και στην εκτίμηση του κόστους κεφαλαίου.

3.15 Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns

Eugene F. Fama and Kenneth R. French

The Journal of Finance Vol. L, No. 1, (March 1993)

Σε αυτό το άρθρο τους, οι Fama και French, εξετάζουν εάν η συμπεριφορά των τιμών των μετοχών, σε σχέση με το μέγεθος, ME , και την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία,

BE/ME , απεικονίζει την συμπεριφορά των κερδών. Σύμφωνα με την λογική τιμολόγηση, υψηλή BE/ME σηματοδοτεί διαρκείς χαμηλές τιμές κερδών και χαμηλή BE/ME σημαίνει ισχυρά κέρδη. Επιπλέον, οι τιμές των μετοχών προβλέπουν την επαναφορά της αύξησης των κερδών που παρατηρείται αφότου οι εταιρείες καταταχθούν με βάση το μέγεθος και την BE/ME . Τέλος, υπάρχουν παράγοντες της αγοράς, το μέγεθος και η BE/ME στα κέρδη όπως και στις αποδόσεις. Οι παράγοντες της αγοράς και του μεγέθους στα κέρδη, βοηθούν στην επεξήγηση εκείνων των αποδόσεων, αλλά δεν διαπιστώνεται καμία σύνδεση μεταξύ των BE/ME παραγόντων στα κέρδη και τις αποδόσεις.

Οι έλεγχοι επικεντρώνονται σε έξι χαρτοφυλάκια, διαμορφωμένα βάση των ταξινομημένων τιμών του μεγέθους και της BE/ME για μεμονωμένες μετοχές. Πρώτα, οι Fama και French, περιγράφουν τα χαρτοφυλάκια και το μέτρο της κερδοφορίας τους. Έπειτα, εξετάζουν την συμπεριφορά των κερδών για έντεκα χρόνια γύρω από την δημιουργία του χαρτοφυλακίου. Ο σκοπός είναι να μελετήσουν την εξέλιξη της κερδοφορίας για μια μεγάλη χρονική περίοδο πριν κι αφού οι εταιρείες ταξινομηθούν βάση του μεγέθους και της BE/ME . Στην συνέχεια, εξετάζεται η κερδοφορία με χρονολογική σειρά, ώστε να δείξουν πως η απόδοση διαφορετικών συνδυασμών μεγέθους και BE/ME σχετίζεται με την επιχειρηματική κατάσταση. Ακολούθως, χρησιμοποιώντας τους δείκτες κερδών προς την τιμή, earnings/price ratios, E/P , τους ρυθμούς αύξησης των κερδών και τις αποδόσεις των μετοχών, προκειμένου να μελετήσουν την *LSV*, *Lakonishok, Shleifer και Vishny (LSV 1994)*, εξαγωγή ιστορία. Έχοντας καθορίσει το επίπεδο των κερδών που σχετίζεται με το μέγεθος και την BE/ME , οι Fama και French υποδεικνύουν πως υπάρχουν παράγοντες της αγοράς, το μέγεθος και η BE/ME , που προκαλούν κλονισμό των κερδών, και που μοιάζουν πολύ με εκείνους στις αποδόσεις των μετοχών. Τέλος, στο άρθρο τους οι Fama και French, εξετάζουν τις σχέσεις μεταξύ των αποδόσεων και εκείνων των κοινών παραγόντων στα κέρδη.

Εστιάζουμε σε έξι χαρτοφυλάκια, που διαμορφώνονται ετήσια από μια απλή κατάταξη των εταιρειών σε δύο ομάδες βάση του μεγέθους, ή χρηματιστηριακή αξία, ME , και άλλη απλή κατάταξη σε τρεις ομάδες βάση της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή αξία τους, BE/ME . Για τον Ιούνιο κάθε χρόνου t από το 1963 έως το 1992, ταξινομούμε όλες τις μετοχές του NYSE με βάση το μέγεθος τους, ME . Έπειτα με την διάμεσο των τιμών της

χρηματιστηριακής αξίας των μετοχών των NYSE, AMEX και μετά το 1972 του NASDAQ, σε δύο ομάδες, τις μικρές, S , και τις μεγάλες, B . Έπειτα, χωρίζουμε επίσης τις μετοχές σε τρεις ομάδες με βάση τον λόγο της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή αξία τους, BE/ME , με το 30% των μικρότερων τιμών BE/ME να αποτελεί την πρώτη ομάδα, $Low-L$, το μεσαίο 40% την δεύτερη, $Medium-M$, και το υψηλότερο 30% να αποτελεί την τρίτη ομάδα, $High-H$. Όπου BE/ME , είναι η λογιστική καθαρή θέση για το οικονομικό έτος που καταλήγει στο ημερολογιακό έτος $t-1$, διαιρεμένη από την χρηματιστηριακή καθαρή θέση στο τέλος του Δεκεμβρίου του έτους $t-1$. Δεν χρησιμοποιούμε αρνητικές τιμές της λογιστικής καθαρής θέσης, BE , των εταιρειών, οι οποίες είναι σπάνιες, κατά την διαμόρφωση των χαρτοφυλακίων.

Τα τελικά χαρτοφυλάκια που σχηματίζονται, προκύπτουν από τις διασταυρώσεις των δύο ομάδων μεγέθους, ME , και των τριών ομάδων λογιστικής προς χρηματιστηριακής αξίας, BE/ME , $S/L, S/M, S/H, B/L, B/M, B/H$, τα οποία αναλύθηκαν στο προηγούμενο άρθρο των Fama και French.

Το μέτρο αποδοτικότητας που χρησιμοποιούμε είναι το $EI(t)/BE(t-1)$, η αναλογία των εσόδων των ιδίων κεφαλαίων για το οικονομικό έτος που λήγει στο ημερολογιακό έτος t προς την λογιστική καθαρή θέση των ιδίων κεφαλαίων για το έτος $t-1$. Ο όρος $EI(t)$ αντιπροσωπεύει τα κέρδη προ αναπάντεχων θεμάτων, αλλά μετά την υποτίμηση, τους φόρους, τα επιτόκια και τα επιθυμητά μερίσματα. Ο $EI(t)$ είναι μια λογική προσέγγιση για τα οικονομικά έσοδα του έτους t στην λογιστική καθαρή θέση του έτους $t-1$, εάν η υποτίμηση είναι ένα λογικό μέτρο της αξίας των περιουσιακών στοιχείων που χρησιμοποιούνται για την δημιουργία πωλήσεων. Μπορούμε να αναφέρουμε, ωστόσο, πως υπολογίζοντας το εισόδημα πριν την υποτίμηση, ή μετά την υποτίμηση και τους φόρους, παράγουμε αποτελέσματα παρόμοια με εκείνα του $EI(t)/BE(t-1)$.

Ο όρος $EI(t)/BE(t-1)$ είναι το άθροισμα των $EI_i(t)$ για όλες τις εταιρείες i σε ένα χαρτοφυλάκιο, διαιρεμένο από το άθροισμα των $BE_i(t-1)$. Επομένως, ο όρος $EI(t)/BE(t-1)$, είναι η απόδοση της λογιστικής καθαρής θέσης μια εταιρείας που απορρέει από την συγχώνευση όλων των εταιρειών σε ένα χαρτοφυλάκιο.

Θα προτιμούσαμε ένα μέτρο της λογιστικής αξίας των κοινών μετοχών, προσαρμοσμένο στον πληθωρισμό, για τον όρο $EI(t)/BE(t-1)$, αλλά δεν είναι γενικά διαθέσιμο. Για τους σκοπούς μας, αυτό δεν αποτελεί πρόβλημα εάν η επίδραση του πληθωρισμού στο $EI(t)/BE(t-1)$ δεν διαφέρει συστηματικά σε όλα τα έξι χαρτοφυλάκια μεγέθους και BE/ME .

Ένα απλό μοντέλο είναι χρήσιμο για να μελετηθεί η σχέση μεταξύ της λογιστικής προς την χρηματιστηριακή αξία και αναμενόμενης απόδοσης μια μετοχής, και μεταξύ της BE/ME και των κερδών επί ιδίων κεφαλαίων. Εάν θεωρήσουμε μια εταιρεία αποτελούμενη πλήρως από ίδια κεφάλαια, η οποία χρηματοδοτεί τις επενδύσεις της εξ' ολοκλήρου από τα παρακρατημένα κέρδη. Τα μερίσματα πληρώνονται από την εταιρεία κάθε έτος t , $D(t)$, είναι ίσα με τα έσοδα των ιδίων κεφαλαίων συν την υποτίμηση, $DP(t)$, και μείον τις επενδυτικές δαπάνες, $I(t)$.

$$D(t) = EI(t) + DP(t) - I(t) \quad \text{Σχέση 3.15.1}$$

Εάν υποθέσουμε ότι την χρονική στιγμή t η αναμενόμενη υποτίμηση και η επένδυση για κάθε έτος $t+1$ είναι ανάλογες με τα αναμενόμενα μελλοντικά έσοδα των ιδίων κεφαλαίων, τότε,

$$E_t D(t+i) = E_t [EI(t+i) + DP(t+i) - I(t+i)] = E_t EI(t+i)(1+k_1 - k_2) \quad \text{Σχέση 3.15.2}$$

όπου τα k_1, k_2 είναι οι ανάλογοι παράγοντες. Εάν ο ρυθμός έκπτωσης, r , για τα αναμενόμενα μερίσματα είναι σταθερός, η αξία της χρηματιστηριακής καθαρής θέσης την χρονική στιγμή t είναι,

$$ME(t) = (1+k_1 - k_2) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t EI(t+i)}{(1+r)^i} \quad \text{Σχέση 3.15.3}$$

και ο λόγος της χρηματιστηριακής προς την λογιστική αξία είναι,

$$\frac{ME(t)}{BE(t)} = (1+k_1 - k_2) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t EI(t+i)/BE(t)}{(1+r)^i} \quad \text{Σχέση 3.15.4}$$

Αυτό το απλό μοντέλο προβλέπει πως εταιρείες με υψηλότερες απαιτούμενες αποδόσεις ιδίων κεφαλαίων, θα έχουν υψηλότερους δείκτες BE/ME .

Από τις σχέσεις 3.15.3 και 3.15.4 παρατηρούμε πως δεν γίνεται κάποια πρόβλεψη σχετικά με το θέμα, πως η κερδοφορία σχετίζεται με το μέγεθος. Ωστόσο, ο λόγος BE/ME , είναι ένας ισχυρότερος δείκτης της κερδοφορίας από ότι το μέγεθος, η επίδραση του οποίου στην κερδοφορία είναι υποθετική.

Ο μακροπρόθεσμος στόχος των Fama και French, είναι να παρέχουν μια οικονομική βάση για τις εμπειρικές σχέσεις μεταξύ της μέσης απόδοσης μιας μετοχής και του μεγέθους της, και της μέσης απόδοσης με την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία της. Η εργασία τους μέχρι εκείνη την στιγμή, καθοδηγείται από δύο υποθέσεις. Εάν οι σχέσεις μέσης απόδοσης οφείλονται στην λογική τιμολόγηση, τότε (i) θα πρέπει να υπάρχουν παράγοντες κινδύνου των αποδόσεων που σχετίζονται με το μέγεθος και την BE/ME , και (ii) τα μοτίβα του μεγέθους και της BE/ME των αποδόσεων θα πρέπει να επεξηγηθούν από την συμπεριφορά των κερδών. Οι Fama και French υποδεικνύουν πως το μέγεθος και η BE/ME προσεγγίζουν την ευαισθησία των παραγόντων κινδύνου που αποτυπώνουν την ισχυρή απόκλιση των αποδόσεων των μετοχών και βοηθούν στην εξήγηση της διαστρωμάτωσης των μέσων αποδόσεων. Η απόδειξη που παρουσιάζεται στο άρθρο αυτό, δείχνει πως τόσο το μέγεθος όσο και η BE/ME σχετίζονται με την κερδοφορία.

Σε μια λογική αγορά, μια βραχυπρόθεσμη απόκλιση στην κερδοφορία θα έχει μικρή επίδραση στην τιμή της μετοχής και η λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , θα πρέπει να σχετίζεται με τις μακροπρόθεσμες διαφορές στην κερδοφορία. Τα αποτελέσματά τους επιβεβαιώνουν αυτήν την πρόβλεψη. Εταιρείες με μεγάλο BE/ME τείνουν να υποβαθμίζονται συνεχώς. Έχουν χαμηλούς δείκτες κερδών προς την λογιστική τους αξία για τουλάχιστον έντεκα χρόνια γύρω από την διαμόρφωση του χαρτοφυλακίου. Αντιθέτως, εταιρείες με χαμηλό BE/ME σχετίζονται με συνεχή ισχυρή κερδοφορία.

Μεταξύ των ομάδων BE/ME , μικρές μετοχές τείνουν να έχουν μικρότερη κερδοφορία από τις μεγάλες μετοχές. Η σχέση μεταξύ του μεγέθους και της κερδοφορίας οφείλεται, ωστόσο, κατά

κύριο λόγο στην δεκαετία του 1980. Πριν το 1980, με δεδομένη BE/ME , οι δείκτες κερδών προς την λογιστική αξία ήταν παρόμοιοι τόσο για τις μεγάλες όσο και τις μικρές μετοχές. Αλλά για τις μικρές μετοχές, η ύφεση των 1981 και 1982 μετατρέπεται σε μια παρατεταμένη υποχώρηση των κερδών. Κατά μέσο όρο, οι μικρές μετοχές δεν συμμετέχουν στην οικονομική άνθηση στο μέσο και στα τέλη της δεκαετίας του 1980. Μολονότι δεν έχουμε κάποια εξήγηση για την υποχώρηση των μικρών μετοχών στην αρχή της δεκαετίας του 1980, αυτό υποδηλώνει πως υπάρχει ένας παράγοντας μεγέθους, οποίος οδηγεί σε μια σχέση μεγέθους και του παράγοντα κινδύνου των αποδόσεων.

Η λογική τιμολόγηση, πράγματι, ισχυρίζεται πως οι παράγοντες κινδύνου μεγέθους και BE/ME στις αποδόσεις θα πρέπει να εντοπίσουν τους παράγοντες των κλονισμών στα αναμενόμενα κέρδη που σχετίζονται με το μέγεθος και την BE/ME . Διαπιστώνουμε πως υπάρχουν παράγοντες κινδύνου μεγέθους και BE/ME στα κέρδη όπως και στις αποδόσεις. Τα κέρδη των εταιρειών σε διαφορετικές ομάδες μεγέθους και BE/ME , γεμίζουν την αγορά με παράγοντες στα κέρδη μεγέθους και BE/ME , με τον ίδιο τρόπο που οι αποδόσεις μετοχών γεμίζουν τους αντίστοιχους παράγοντες στις αποδόσεις.

Οι προσπάθειές τους να καταγράψουν πως η κοινή απόκλιση των αποδόσεων, η οποία προκύπτει από τους παράγοντες των κερδών, δεν είναι τελείως αποτελεσματική. Διαπιστώνουν πως, οι παράγοντες της αγοράς και του μεγέθους στα κέρδη βοηθούν να εξηγήσουμε τους παράγοντες της αγοράς και του μεγέθους στις αποδόσεις. Αλλά δεν βρίσκουν κάποιο στοιχείο, ότι οι αποδόσεις ανταποκρίνονται στον BE/ME παράγοντα στα κέρδη.

Δεδομένου ότι υπάρχουν αξιόπιστοι παράγοντες των κερδών όπως εκείνων των αποδόσεων, υποπτεύονται πως η αποτυχία τους να εντοπίσουν περισσότερα συστηματικά στοιχεία ότι οι παράγοντες των κερδών οδηγούν στις αποδόσεις, οφείλεται σε θορυβώδη μέτρα των κλονισμών των αναμενόμενων κερδών. Αλλά δεν έχουν κάποια απόδειξη για αυτό το γεγονός., και πιστεύουν πως κάποιος συνάδελφος τους στην συμπεριφορά των χρηματοοικονομικών, ενδεχομένως να προτείνει μια άλλη εξήγηση.

Τέλος, η εργασία τους στις αποδόσεις των μετοχών και την κερδοφορία αφήνει κάποια αναπάντητα ερωτήματα. Ποιες είναι οι υποκείμενες οικονομικές μεταβλητές που προκαλούν απόκλιση των κερδών και των αποδόσεων σχετικά με το μέγεθος και την BE/ME ; Μπορούν αυτές οι ανώνυμες μεταβλητές να προκαλέσουν απόκλιση στην κατανάλωση και στον πλούτο που να μην αποδίδεται από έναν γενικό παράγοντα της αγοράς, ώστε να μπορούμε να εξηγήσουμε ότι τα ασφάλιστρα κινδύνου των αποδόσεων είναι συνδεδεμένα με το μέγεθος και την BE/ME ;

3.16 Portfolio Inefficiency and the Cross-Section of Expected Returns

Shmuel Kandel and Robert F. Stambaugh

National Bureau of Economic Research, Working Paper No. 4702 (April 1995)

Η γραφική παράσταση των αναμενόμενων αποδόσεων έναντι των *betas* δεν τηρεί ουσιαστικά καμία σχέση με μια αναποτελεσματική θέση ενός χαρτοφυλακίου δείκτη μέσης διακύμανσης. Εάν το χαρτοφυλάκιο δείκτη είναι αναποτελεσματικό, τότε οι συντελεστές και οι τιμές των R^2 από μία παλινδρόμηση τυπικών ελαχίστων τετραγώνων, *OLS*, των αναμενόμενων αποδόσεων στα *betas*, μπορεί να ισοδυναμεί ουσιαστικά με οποιαδήποτε επιθυμητή τιμή. Η θέση της μέσης διακύμανσης του δείκτη καθορίζει τις ιδιότητες μιας διαστρωματικής μέσου *beta* σχέσης προσαρμοσμένη από τα γενικευμένα ελάχιστα τετράγωνα (*GLS*). Καθώς το χαρτοφυλάκιο του δείκτη κινείται προς την ακριβή απόδοση, η σχέση *GLS* μέσου *beta* κινείται προς την ακριβή γραμμική σχέση που αντιστοιχεί σε ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο με ίδια διακύμανση. Το καλό της τοποθέτησης για την *GLS* παλινδρόμηση είναι η τετραγωνική σχετική απόδοση του χαρτοφυλακίου του δείκτη, η οποία μετρά την εγγύτητα στην αποτελεσματικότητα του μέσου χώρου διακύμανσης.

Η μελέτη αυτή δείχνει πως η *GLS* παλινδρόμηση παρέχει ένα πλαίσιο εργασίας εντός του οποίου η ακριβής γραμμική σχέση μέσου *beta* που υποδηλώνεται από μια αυστηρή αποτελεσματικότητα του χαρτοφυλακίου του δείκτη, που μπορεί να γενικευτεί σε μια κατά προσέγγιση γραμμική σχέση όταν ο δείκτης είναι αναποτελεσματικός. Η ανάλυση της μελέτης αυτής χρησιμοποιεί τις στιγμές της απόδοσης, με δεδομένη την κατανομή, έτσι ώστε τα

ζητήματα δειγματοληψίας της εκτίμησης και των συμπερασμάτων δεν επισημαίνονται. Τέτοια θέματα είναι πέρα από τον επιδιωκόμενο σκοπό αυτού του άρθρου.

Οι Kandel και Stambaugh, στο άρθρο τους, αποδεικνύουν πως η διαστρωματική μέσου *beta* σχέση προσαρμοσμένη από την *OLS* παλινδρόμηση, δεν φέρει ουσιαστικά καμία σχέση με την θέση μέσης διακύμανσης του χαρτοφυλακίου του δείκτη. Έπειτα, ορίζουν μια σχετική αποτελεσματικότητα του χαρτοφυλακίου, η οποία δύναται να αποδοθεί με όρους είτε αναμενόμενων αποδόσεων είτε με όρους διακυμάνσεων. Ακολουθώντας, παρέχουν απλές σχέσεις μεταξύ της σχετικής αποτελεσματικότητας του χαρτοφυλακίου του δείκτη και της *GLS* παλινδρόμησης των αναμενόμενων αποδόσεων στα *betas*. Τέλος, προσφέρουν μια ρύθμιση βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου, με την οποία μπορούμε να συγκρίνουμε την *GLS* με άλλες μεθόδους για την εύρεση της κατάλληλης και της εκτίμησης των διαστρωματικών σχέσεων των αναμενόμενων αποδόσεων.

Ως δεδομένα, οι Kandel και Stambaugh, χρησιμοποιούν τις μηνιαίες αποδόσεις δέκα χαρτοφυλακίων κοινών μετοχών ταξινομημένα βάση της μετοχικής τους κεφαλαιοποίησης, το μέγεθος της εταιρείας, για την περίοδο 1926-1992.

Ορίζονται,

Για ένα σύνολο n περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο,

R το n διάνυσμα των πραγματικών αποδόσεων για δεδομένη περίοδο

E το n διάνυσμα των αναμενόμενων αποδόσεων

V ο $n \times n$ πίνακας συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων, υποθέτουμε μη μηδενικός

Για ένα χαρτοφυλάκιο p , που αποτελείται από συνδυασμό των n περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο,

w_p το n διάνυσμα των σταθμών στο χαρτοφυλάκιο p

μ_p η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου p , $\mu_p = w_p' E$

σ_p^2 η διακύμανση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου p , $\sigma_p^2 = w_p' V w_p$

β το n διάνυσμα των *betas* σε σχέση με το χαρτοφυλάκιο p , $\beta = \frac{1}{\sigma_p^2} V w_p$

Επίσης ορίζεται ως γ^* το διάνυσμα των συντελεστών μιας *OLS* παλινδρόμησης αναμενόμενων αποδόσεων στα *betas* σε σχέση με το χαρτοφυλάκιο p ,

$$\gamma^* = \left(X^{*'} X^* \right)^{-1} X^{*'} E^* \quad \text{Σχέση 3.16.1}$$

Όπου,

$$X^* = [i\beta^*] = AX$$

$$E^* = AE$$

$$\beta^* = A\beta$$

Για να αποδώσουμε το καλό της τοποθέτησης σε αυτή την παλινδρόμηση όπως παρακάτω,

$$R_{OLS}^2 = 1 - \frac{\left(E^* - X^* \gamma^* \right)' \left(E^* - X^* \gamma^* \right)}{\left(E^* - \frac{i'E^*}{n} i \right)' \left(E^* - \frac{i'E^*}{n} i \right)} \quad \text{Σχέση 3.16.2}$$

Εάν το χαρτοφυλάκιο p είναι αναποτελεσματικό, οι παρακάτω δηλώσεις πως κάποιος μπορεί πάντα να βρίσκει επανασυσκευασία, τέτοια ώστε οι αναμενόμενες αποδόσεις του καινούριου συνόλου των n περιουσιακών στοιχείων τηρεί ουσιαστικά κάθε επιθυμητό αποτέλεσμα της *OLS* παλινδρόμησης.

Υπόθεση 1^η: Εάν το χαρτοφυλάκιο p είναι αναποτελεσματικό, τότε για κάθε $\omega \in (0,1), \varepsilon > 0$ και διάνυσμα δύο στοιχείων θ , όπου υπάρχει ένας μη μηδενικός πίνακας, A , $n \times n$ με $A_i = i$, τέτοιος ώστε,

$$\|\gamma^* - \theta\| < \varepsilon, \text{ και} \quad \text{Σχέση 3.16.3}$$

$$R_{OLS}^2 = \omega \quad \text{Σχέση 3.16.4}$$

Για ένα δεδομένο χαρτοφυλάκιο p , ορίζουμε το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο x με την ίδια διακύμανση με το p , και ως y ορίζουμε το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης με τον ίδιο μέσο με το p . Επίσης, ορίζουμε,

μ_x την μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου x

μ_{x0} την μέση απόδοση των χαρτοφυλακίων που δεν συσχετίζονται με το χαρτοφυλάκιο x

σ_y^2 την διακύμανση του χαρτοφυλακίου y

μ_g την μέση απόδοση του διεθνούς χαρτοφυλακίου ελάχιστης διακύμανσης

σ_g^2 την διεθνή ελάχιστη διακύμανση

Η σχετική αποτελεσματικότητα του χαρτοφυλακίου p ορίζεται ως,

$$-1 \leq \psi_p = \frac{\mu_p - \mu_g}{\mu_x - \mu_g} \leq 1 \quad \text{Σχέση 3.16.5}$$

Υπόθεση 2^η:
$$\psi_p^2 = \frac{\sigma_y^2 - \sigma_g^2}{\sigma_p^2 - \sigma_g^2} \quad \text{Σχέση 3.16.6}$$

Και αν αποδώσουμε την αποτελεσματικότητα ενός χαρτοφυλακίου με όρους συσχέτισης έχουμε, $\rho_p = \frac{\sigma_y}{\sigma_p}$, Σχέση 3.16.7, που αποτελεί την μέγιστη συσχέτιση μεταξύ της απόδοσης του χαρτοφυλακίου p και της απόδοσης κάθε χαρτοφυλακίου ελάχιστης διακύμανσης. Συνδυάζοντας την 3.16.6 με την 3.16.7 έχουμε,

$$1 - \rho_p^2 = \left(1 - \frac{\sigma_g^2}{\sigma_p^2}\right) (1 - \psi_p^2) \quad \text{Σχέση 3.16.8}$$

Η οποία συνεπάγεται ότι $\psi_p < \rho_p$ εάν το χαρτοφυλάκιο p είναι μη αποτελεσματικό.

Εάν θεωρήσουμε την διαστρωματική παλινδρόμηση της E στο β , όπου ο πίνακας συνδιακυμάνσεων V χρησιμοποιείται για να παρουσιάσει την GLS . Τότε, ο πίνακας συντελεστών της παλινδρόμησης δίνεται από,

$$\varphi = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = (X'V^{-1}X)^{-1} X'V^{-1}E \quad \text{Σχέση 3.16.9}$$

Υπόθεση 3^η: Εάν η κλίση του συντελεστή φ_2 δίνεται από,

$$\varphi_2 = \psi_p (\mu_x - \mu_{x0}) \quad \text{Σχέση 3.16.10}$$

Και η σταθερά φ_1 δίνεται από,

$$\varphi_1 = \mu_p - \varphi_2 \quad \text{ή} \quad \varphi_1 = \mu_{x0} + (1 - \psi_p)(\mu_x - \mu_{x0}) \quad \text{Σχέση 3.16.11}$$

Εάν το χαρτοφυλάκιο p είναι αποτελεσματικό, τότε $\psi_p = 1$ το φ_1 θα πρέπει να είναι ίσο με το μ_{x0} και το φ_2 πρέπει να είναι το ασφάλιστρο του χαρτοφυλακίου για το άνω του μηδενικού επιτοκίου, $\mu_x - \mu_{x0}$. Η παραπάνω υπόθεση αποκαλύπτει πως, εάν το χαρτοφυλάκιο p είναι αναποτελεσματικό, τότε $\varphi_1 > \mu_{x0}$ και $\varphi_2 < \mu_x - \mu_{x0}$.

Το πρότυπο μέτρο για το καλό της τοποθέτησης της GLS παλινδρόμησης είναι,

$$R_{GLS}^2 = 1 - \frac{(E - X\varphi)' V^{-1} (E - X\varphi)}{(E - i\bar{\mu})' V^{-1} (E - i\bar{\mu})} \quad \text{Σχέση 3.16.12}$$

Όπου,

$\bar{\mu} = \frac{E'V^{-1}i}{i'V^{-1}i}$, Σχέση 3.16.13, είναι ο συντελεστής της GLS παλινδρόμησης του E στο i .

Υπόθεση 4^η: $R_{GLS}^2 = \psi_p^2$

Παρατηρούμε, σε αντίθεση με την *OLS* παλινδρόμηση, τα αποτελέσματα της *GLS* παλινδρόμησης των αναμενόμενων αποδόσεων για τα *betas* καθορίζονται πλήρως από την θέση του χαρτοφυλακίου p στον χώρο της μέσης διακύμανσης, όπως συνοψίζεται από το ψ_p .

Για $k < n$, ως Z καθορίζεται ένας $n \times k$ πίνακας, του οποίου μία στήλη είναι η i . Θεωρούμε τις γραμμικές διαστρωματικές σχέσεις που εφαρμόζουν για τις αναμενόμενες αποδόσεις ως,

$$\hat{E} = Za, \text{ για κάποιο } k \times 1 \text{ διάνυσμα } a. \quad \text{Σχέση 3.16.14}$$

Η ποιότητα της προσέγγισης των αναμενόμενων αποδόσεων στην παραπάνω σχέση χαρακτηρίζονται από τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου που χρησιμοποιεί \hat{E} ως δεδομένα αντί για E . Το $w(\hat{E}; \sigma^2)$ υποδηλώνει την λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης χαρτοφυλακίου και υπόκεινται στους περιορισμούς,

$$w'Vw = \sigma^2 \text{ και} \quad \text{Σχέση 3.16.15}$$

$$w'i = 1, \text{ με δεδομένο } \sigma^2 > \sigma_g^2 \quad \text{Σχέση 3.16.16}$$

Επίσης, καθορίζουμε το δ να υποδηλώνει το διάνυσμα συντελεστή σε μια *GLS* παλινδρόμηση του E στο Z ,

$$\delta = (Z'V^{-1}Z)^{-1}Z'V^{-1}E. \quad \text{Σχέση 3.16.17}$$

Οι προσαρμοσμένες μέσες αποδόσεις από την *GLS* παλινδρόμηση δίνονται από,

$$E^\perp = Z\delta \quad \text{Σχέση 3.16.18}$$

Να σημειώσουμε πως το E^\perp αποτελεί μια ειδική περίπτωση του \hat{E} , με $a = \delta$.

Υπόθεση 5^η: $\left[w(E^\perp; \sigma^2) \right] E \geq \left[w(\hat{E}; \sigma^2) \right] E$, για όλα τα a Σχέση 3.16.19

Όπως προηγουμένως, από την *GLS* παλινδρόμηση έχουμε,

$$R_{GLS}^2 = 1 - \frac{(E - Z\delta)' V^{-1} (E - Z\delta)}{(E - i\bar{\mu})' V^{-1} (E - i\bar{\mu})} \quad \text{Σχέση 3.16.20}$$

Υπόθεση 6^η: Για κάθε $\sigma^2 > \sigma_g^2$, το q υποδηλώνει το χαρτοφυλάκιο με σταθμά $w(E^\perp; \sigma^2)$. Τότε,

$$R_{GLS}^2 = \psi_q^2 \quad \text{Σχέση 3.16.21}$$

Συνοψίζοντας, οι Kandel και Stambaugh, καταλήγουν σε ορισμένα χρήσιμα συμπεράσματα. Μια ακριβή γραμμική σχέση μεταξύ των αναμενόμενων αποδόσεων και των *betas* σε σχέση με το δεδομένο χαρτοφυλάκιο p προκύπτει αν και μόνο αν το χαρτοφυλάκιο p βρίσκεται ακριβώς στο όριο-σύνορο της ελάχιστης διακύμανσης. Εάν το χαρτοφυλάκιο p είναι εντελώς αναποτελεσματικό, τότε, το σχέδιο των αναμενόμενων αποδόσεων έναντι των *betas* δεν έχει ουσιαστικά καμία σχέση στη θέση του χαρτοφυλακίου p στο διάστημα της μέσης απόδοσης. Η κλίση της *OLS* και το R^2 αυθαίρετα πλησιάζει στο μηδέν, μπορεί να προκύψει όταν, το χαρτοφυλάκιο p βρίσκεται αυθαίρετα κοντά στο σύνορο της ελάχιστης διακύμανσης. Μια σχεδόν τέλεια σχέση μπορεί να προκύψει, με κάθε επιθυμητή κλίση και σταθερά, εάν το χαρτοφυλάκιο p είναι υπερβολικά αναποτελεσματικό.

Εάν το χαρτοφυλάκιο p είναι κοντά στο να θεωρηθεί αποτελεσματικό, βασισμένο σε μια μέτρηση σχετικής αποτελεσματικότητας που μπορεί να αναφερθεί με όρους είτε των μέσων είτε των διακυμάνσεων, τότε η προσαρμοσμένη σχέση θα είναι κοντά σε μια ακριβή γραμμική σχέση που αντιστοιχεί σε ένα αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο του οποίου ο μέσος και η διακύμανση είναι κοντά στα αντίστοιχα του χαρτοφυλακίου p . Όταν το χαρτοφυλάκιο p είναι αναποτελεσματικό, θα μας ήταν χρήσιμο να υιοθετήσουμε ένα οικονομικό περιεχόμενο που να

προσαρμόζει μια γραμμική σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και β , και χαρακτηρίζει, σε θεωρητικό επίπεδο, το καλό αυτής της τοποθέτησης.

Η απουσία της σχέσης μεταξύ του χαρτοφυλακίου του δείκτη σχετικής αποτελεσματικότητας και του σχεδίου των αναμενόμενων αποδόσεων και β , απεικονίζει την δυσκολία στην χρησιμοποίηση και στην αξιολόγηση οποιουδήποτε υποδείγματος που αποδίδουν πολλαπλά αποτελέσματα. Για παράδειγμα, το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων, CAPM, παράγει δύο κύρια αποτελέσματα, (i) το χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι με μέση διακύμανση αποτελεσματικό, και (ii) η σχέση μεταξύ των αναμενόμενων αποδόσεων και β είναι γραμμική. Η μελέτη αυτή αποδεικνύει πως κάθε αποτέλεσμα μπορεί να παραμείνει σχεδόν τελείως ενώ τα υπόλοιπα παραβιάζονται υπερβολικά.

3.17 The CAPM Relation for Inefficient Portfolios

George Diakogiannis and David Feldman
(2009)

Ακολουθώντας την εμπειρική απόδειξη πως βρέθηκε μικρή σχέση μεταξύ των αναμενόμενων ρυθμών απόδοσης και των β , σε αντίθεση με τις προβλέψεις του CAPM, η σχέση έχει διερευνηθεί διεξοδικά. Στο άρθρο αυτό, οι Diakogiannis και Feldman, μέσα στον κόσμο του Markowitz, με πεπερασμένο αριθμό μη περιπτών αξιογράφων με κίνδυνο με πεπερασμένες τις πρώτες δύο στιγμές, θα καταγράψουν γενικά και απλά την θεωρητική σχέση του CAPM για τα μη αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια, CAPMI. Επιδεικνύουν πως το CAPMI είναι μία καλά προσδιορισμένη εναλλακτική για την ευρέως εφαρμογή του απροσδιόριστου CAPM, για την χρησιμοποίησή του σε αναποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Αναγνωρίζουν τρεις πηγές για αυτήν την απροσδιοριστία, (i) την παράλειψη ενός προσθετού στην σχέση αποτίμησης, (ii) την χρησιμοποίηση λανθασμένων συντελεστών ασφαλίστρων κινδύνου- β , εξαιτίας της ύπαρξης άπειρα πολλών “μηδενικού β ” χαρτοφυλακίων για όλες τις αναμενόμενες αποδόσεις, και (iii) την χρησιμοποίηση μη προσαρμοσμένων β . Επίσης, υποδεικνύουν την χρησιμοποίηση ελλιπής ισορροπίας πληροφοριών ώστε να υπερισχύσει την μη παρατηρησιμότητα των στιγμών των αποδόσεων. Τα αποτελέσματά τους είναι ισχυρά για παλινδρομήσεις που παράγουν θετική επεξηγηματική ισχύ του β , συμπεριλαμβανομένου

επεκτάσεων όπως πολλαπλής περιόδου, πολλαπλών παραγόντων και προϋποθέσεων του χρόνου και διαφόρων χαρακτηριστικών.

Αρχικά στο άρθρο αυτό, αναπτύσσουν μια γενική και απλή μέθοδο για να γράψουν το θεωρητικό CAPM με όρους μη αποδοτικών χαρτοφυλακίων, CAPMI. Χρησιμοποιούν τον όρο μη αποδοτικών χαρτοφυλακίων ώστε να υπονοήσουν τα χαρτοφυλάκια χωρίς σύνορο, σημειώνοντας πως η σχέση του CAPM ισχύει για χαρτοφυλάκια των συνόρων στο αρνητικά επικλινές τμήμα του συνόρου. Το CAPMI είναι πιο γενικό από το CAPM, το οποίο εμπεριέχεται μέσα σε αυτό. Το CAPMI υποβαθμίζεται στο CAPM μόνο στην ειδική περίπτωση των προσεγγίσεων όπου υπάρχουν χαρτοφυλάκια του συνόρου και ως αποτέλεσμα ένας από τους δύο *beta* προσθετούς του CAPMI εξαφανίζεται.

Δεύτερον, δείχνουν ότι η θεωρητική μηδενική σχέση μεταξύ των αναμενόμενων αποδόσεων και των *betas* ενδέχεται να προκύψει όπου το CAPM δεν είναι σαφώς καθορισμένο. Προκύπτει πως, μόνο κάτω από μία ανώμαλη απροσδιόριστη περίπτωση, επιτρέπεται, όχι μοναδικά, μία θεωρητική μηδενική σχέση ως μία πιθανή σχέση εκτός άπειρα πολλών μη μηδενικών πιθανών. Αυτό προκύπτει όπου,

- Το χαρτοφυλάκιο αναφοράς βρίσκεται σε έναν κώνο υποβάθμισης μέσα στο διάστημα μέσης διακύμανσης, στην γραμμή όπου οι αναμενόμενες αποδόσεις είναι ίσες με εκείνες του παγκόσμιου χαρτοφυλακίου ελαχίστων διακυμάνσεων, GMVP
- Όλα τα αξιόγραφα έχουν *betas* ίσο με την μονάδα και την ίδια αναμενόμενη απόδοση
- Δεν υπάρχει χαρτοφυλάκιο με μηδενικό *beta*

Τρίτον, η ανάλυσή τους δίνει έμφαση σε μία ουσιώδη επίπτωση: όπου το CAPM είναι καλά καθορισμένο κι όπου οι προσεγγίσεις του χαρτοφυλακίου της αγοράς είναι αναποτελεσματικές, οι παλινδρομήσεις του CAPM είναι στοιχειωδώς απροσδιόριστες εξαιτίας των τριών πηγών της δυσλειτουργίας.

Τέταρτον, προτείνουν οι εφαρμογές και οι έλεγχοι που χρησιμοποιούν αναποτελεσματικές προσεγγίσεις θα πρέπει να χρησιμοποιούν το καλά καθορισμένο CAPMI των Diakogiannis και Feldman κι όχι το απροσδιόριστο CAPM για αναποτελεσματικές προσεγγίσεις.

Τέλος, επειδή η μη παρατηρησιμότητα των στιγμών των αποδόσεων στον πραγματικό κόσμο, λόγω της χρησιμοποίησης αναποτελεσματικών προσεγγίσεων, επιδεινώνει την χρησιμότητα του CAPMI, προτείνουν την εφαρμογή και έλεγχο των μοντέλων ελλιπής ισορροπίας πληροφοριών που έχουν αναπτυχθεί ώστε να χειρίζονται τις μη παρατηρήσιμες στιγμές.

Σε μια αγορά με N αξιόγραφα κινδύνου, ορίζουμε R το $N \times 1$ διάνυσμα των τιμών των αποδόσεων των αξιογράφων όπου $R=1,2,\dots,N$ και $N > 2$. Ως V ορίζουμε τον θετικά ορισμένο πίνακα συνδιακυμάνσεων των μέσων και των διακυμάνσεων, που είναι πεπερασμένοι αριθμοί, που συνεπάγεται πως δεν υπάρχουν πλεονάζοντα αξιόγραφα. Ονομάζουμε το διάνυσμα των αναμενόμενων αποδόσεων, E , την συνδιακύμανση $\sigma_{ij} \forall R_i R_j$, την διακύμανση $\sigma_{ii} \equiv \sigma_i^2, \forall R_i$ και την τυπική απόκλιση $\sigma_i \equiv +\sqrt{\sigma_i^2}, \forall i$. Εισάγουμε ένα χαρτοφυλάκιο, ως πούμε το a , από τα N αξιόγραφα της αγοράς, να είναι ένα διάνυσμα $N \times 1$ πραγματικών αριθμών, με συστατικά $a_i, i=1,2,\dots,N$, όπου a_i είναι τα σταθμά του αξιογράφου i στο χαρτοφυλάκιο. Ως z ονομάζουμε τον μηδενικό $beta$ παράγοντα, για παράδειγμα z_a είναι το σύνоро χαρτοφυλακίου μηδενικού $beta$ του χαρτοφυλακίου a , επομένως εξ ορισμού $\sigma_{z_a a} = \sigma_{a z_a} = 0$. Θα ονομάσουμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο είναι ασυσχέτιστο με το a , έχοντας έτσι μηδενικό $beta$ σε σχέση με το a , z_a . Αυτός ο κόσμος ονομάζεται ο κόσμος του Markowitz. Αν q είναι ένα χαρτοφυλάκιο συνόρου εκτός από το GMVP, τότε το q στέκεται για έναν δείκτη συνόρου ή ένα χαρτοφυλάκιο αναφοράς. Έπειτα μπορούμε να γράψουμε το CAPM μηδενικού $beta$ των Sharpe-Lintner-Mossin-Black για το q ,

$$E = E(R_{z_q}) + [E(R_q) - E(R_{z_q})] \frac{Vq}{\sigma_q^2} \quad \text{Σχέση 3.17.1}$$

Ακολούθως θα γράψουμε το CAPMI με όρους κάθε χαρτοφυλακίου, είτε αποτελεσματικού είτε όχι, εξαιρουμένων εκείνων με αναμενόμενη απόδοση ίση με του GMVP όπου το CAPM δεν είναι καλά καθορισμένο. Αν p είναι ένα χαρτοφυλάκιο με $E(R_p) = E(R_q)$ και $\sigma_p > \sigma_q$, το χαρτοφυλάκιο p είναι ένα αναποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο που χρησιμεύει ως προσέγγιση του χαρτοφυλακίου q .

Προβάλλουμε το R_p σε R_q αποσυνθέτοντάς το σε R_q και στην υπολειπόμενη απόδοση R_e :

$$R_p = R_q + R_e \quad \text{Σχέση 3.17.2}$$

Υπονοώντας,

$$p = q + e \quad \text{Σχέση 3.17.3}$$

Όπου,

$$E(R_e) = 0$$

$$\sigma_{qe} = 0$$

$$\sigma_{pq} = \sigma_q^2 \quad \text{οι ιδιότητες που προκύπτουν}$$

$$\sigma_{pe} = \sigma_e^2$$

$$\sigma_e > 0$$

και το e είναι τα σταθμά του διανύσματος R_e .

Εάν αντικαταστήσουμε $p = q + e$ στην 3.17.1 έχουμε,

$$E = E(R_{zq}) + [E(R_q) - E(R_{zq})] \frac{V(p-e)}{\sigma_q^2} \quad \text{Σχέση 3.17.4}$$

Επίσης, αναδιατάσσουμε και ορίζουμε $\beta_p \equiv \frac{Vp}{\sigma_p^2}$ και $\beta_e \equiv \frac{Ve}{\sigma_e^2}$ ως διανύσματα των *betas* των

αξιογράφων της αγοράς σε σχέση με τα χαρτοφυλάκια p και e αντίστοιχα, η 3.17.4 γίνεται,

$$E = E(R_{zq}) + [E(R_q) - E(R_{zq})] \frac{\sigma_p^2}{\sigma_q^2} \beta_p + [E(R_q) - E(R_{zq})] \frac{\sigma_e^2}{\sigma_q^2} \beta_e \quad \text{Σχέση 3.17.5}$$

Η σχέση 3.17.1 υπονοεί πως χαρτοφυλάκια με αναμενόμενες αποδόσεις ίσες με εκείνες του zq είναι ασυσχέτιστα με το q . Επιπρόσθετα, το zq είναι το q . Συνεπώς όλα τα

χαρτοφυλάκια με τον ίδιο μέσο όπως του q είναι ασυσχέτιστα με το zq . Επομένως, επειδή $E(R_p) = E(R_q)$ έχουμε επίσης $zq = zp$. Αυτό είναι το χαρτοφυλάκιο συνόρου με μηδενικό β σε σχέση με το q , και μηδενικό β σε σχέση με όλα τα χαρτοφυλάκια με την ίδια αναμενόμενη απόδοση ίση με εκείνη του q , συμπεριλαμβανομένου του p . Επομένως αφού $E(R_{zp}) = E(R_{zq})$ μπορούμε να ξαναγράψουμε την 3.17.5 όπως παρακάτω,

$$E = E(R_{zp}) + [E(R_p) - E(R_{zp})] \frac{\sigma_p^2}{\sigma_q^2} \beta_p + [E(R_p) - E(R_{zp})] \frac{\sigma_e^2}{\sigma_q^2} \beta_e \quad \text{Σχέση 3.17.6}$$

Η 3.17.6 είναι το CAPM όπου η προσέγγιση του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου είναι γραμμένη ως το άθροισμα δύο χαρτοφυλακίων, ενός που είναι αναποτελεσματικό κι ενός που είναι η διαφορά μεταξύ του αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου με το αναποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο. Τονίζεται πως η αναμενόμενη απόδοση των δύο χαρτοφυλακίων, του αποτελεσματικού και του αναποτελεσματικού είναι ίδια.

Μπορούμε να ξαναγράψουμε την 3.17.6 έτσι ώστε να μπορεί να διαχωριστεί με την παραδοσιακή σχέση του CAPM για το p γράφοντας τον πρώτο προσθετέο χωρίς την προσαρμογή του β . Το επιτυγχάνουμε αυτό ανακαλώντας πως $\sigma_p^2 = \sigma_q^2 + \sigma_e^2$ και αντικαθιστώντας το σ_p^2 στην 3.17.6 κι έχουμε,

$$E = E(R_{zp}) + [E(R_p) - E(R_{zp})] \beta_p + [E(R_p) - E(R_{zp})] \frac{\sigma_e^2}{\sigma_q^2} (\beta_p + \beta_e) \quad \text{Σχέση 3.17.7}$$

Όπου οι δύο πρώτοι όροι του αθροίσματος στο δεξί σκέλος είναι το παραδοσιακό CAPM σε σχέση με το p .

Έπειτα εξετάζονται οι δύο περιπτώσεις, όπου το CAPM δεν είναι καλά καθορισμένο και στην περίπτωση που είναι σαφώς καθορισμένο. Η πρώτη περίπτωση συμβαίνει όταν η προσέγγιση του CAPM έχει την ίδια αναμενόμενη απόδοση με το GMVP. Η σχέση 3.17.6 υπονοεί πως υπάρχει ένας μηδενικός συντελεστής του β_p αν και μόνο αν ισχύει

$E(R_p) = E(R_{zp})$. Το τελευταίο δεν συμβαίνει ποτέ στα χαρτοφυλάκια συνόρου μηδενικού *beta* επειδή αν $E(R_p) > E(R_{GMVP})$ [$E(R_p) < E(R_{GMVP})$], τότε $E(R_{zp}) < E(R_{GMVP})$ [$E(R_{zp}) > E(R_{GMVP})$], όπου το zp είναι ένα χαρτοφυλάκιο συνόρου. Επίσης, εξετάζουμε την περίπτωση όπου $E(R_p) = E(R_{GMVP})$. Επειδή η συνδιακύμανση του GMVP με οποιοδήποτε αξιόγραφο ισούται με την διακύμανση του GMVP, αυτό επιφέρει ένα *beta* για όλα τα αξιόγραφα, δεν υπάρχει χαρτοφυλάκιο μηδενικού *beta*, $zGMVP$, κι επομένως ούτε ρυθμός μηδενικού *beta*, οπότε καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως το CAPM δεν είναι καλά καθορισμένο σε σχέση με το GMVP. Επιπρόσθετα, αν όλα τα αξιόγραφα της αγοράς έχουν την ίδια αναμενόμενη απόδοση, το σύνορο αποτελείται από ένα σημείο μόνο, το οποίο είναι και το GMVP, και οποιαδήποτε προσέγγιση έχει την ίδια αναμενόμενη απόδοση με το GMVP.

Έχοντας εξετάσει την περίπτωση που το CAPM δεν είναι καλά καθορισμένο, τώρα θα εξετάσουμε την περίπτωση που είναι καλά καθορισμένο. Αρχικά μέσω ενός αριθμητικού παραδείγματος θα αποδείξουμε την ύπαρξη τόσο των εξωγενών όσο και ενδογενών μηδενικών σχέσεων. Υποθέτουμε έναν κόσμο του Markowitz με τέσσερα περιουσιακά στοιχεία, q, p, u, v . Εάν για,

$$\begin{pmatrix} q \\ p \\ u \\ v \end{pmatrix}, \text{ έχουμε } E = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ και } V = \begin{pmatrix} 1110 \\ 1200 \\ 1030 \\ 0001 \end{pmatrix}, \text{ τότε λύνοντας για το χαρτοφυλάκιο συνόρου τα } q, v$$

ταυτοποιούνται ως χαρτοφυλάκια συνόρου, ενώ το p ως μια αναποτελεσματική προσέγγιση και το u δημιουργεί μια μηδενική σχέση σε σχέση με το p καθώς είναι ασυσχέτιστο με αυτό και έχει την ίδια αναμενόμενη απόδοση. Επειδή, τα q, p, u έχουν την ίδια αναμενόμενη απόδοση, προβάλλοντας τα p, u για τις αποδόσεις του q , $p = q + e_p$ και $u = q + e_u$ αντίστοιχα, όπου τα e_p, e_u έχουν μηδενικό μέσο και είναι ασυσχέτιστα με το q . Έπειτα, θέτοντας $\sigma_{e_p, e_u} = -\sigma_q^2$ συνεπάγεται πως $\sigma_{pu} = 0$. Συνεπώς, το u είναι ένα χαρτοφυλάκιο μηδενικού *beta* και με την ίδια αναμενόμενη απόδοση με το p , συμπεριλαμβανομένης και της μηδενικής σχέσης. Καθώς τα p και u είναι εξωγενώς καθορισμένα περιουσιακά στοιχεία, ονομάζουμε την μηδενική σχέση όπου το u προκαλεί σε σχέση με το p μια εξωγενής σχέση.

Στην συνέχεια, θα αποδείξουμε την ύπαρξη των ενδογενών μηδενικών σχέσεων, μέσω του κόσμου του Markowitz του παραπάνω παραδείγματος. Θέτουμε ένα ενδογενώς καθορισμένο περιουσιακό στοιχείο, ενός συνδυασμού του p και του q , όπου είναι θετικά συσχετισμένα, το οποίο προκαλεί μια μηδενική σχέση σε σχέση με το p . Αυτό το περιουσιακό στοιχείο, ας το πούμε z_p , έχει ως σταθμά 2 και -1 για τα q και p αντίστοιχα. Συνεπώς, η διακύμανση του z_p και η συνδιακύμανσή του με το p είναι,

$$\sigma_{z_p}^2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1110 \\ 1200 \\ 1030 \\ 0001 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 2, \text{ και } \sigma_{pz_p} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1110 \\ 1200 \\ 1030 \\ 0001 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$

Καθώς οι αναμενόμενες αποδόσεις των p και z_p είναι ίσες, και είναι ασυσχέτιστα, το z_p δημιουργεί μία μηδενική σχέση σε σχέση με το p , η οποία ονομάζεται ενδογενής σχέση.

Επομένως, αποδείξαμε τις παρακάτω προτάσεις και επακόλουθα.

Πρόταση 1^η: i) Στον κόσμο του Markowitz, κάθε αναποτελεσματική προσέγγιση προκαλεί μία μηδενική σχέση. ii) Ας ορίσουμε, χωρίς να χαθεί η γενικότητα, την διακύμανση μερικών προσεγγίσεων αναποτελεσματικών χαρτοφυλακίων, p , να είναι v_1 και εκείνη του χαρτοφυλακίου συνόρου με την ίδια αναμενόμενη απόδοση, q , v_F , όπου $v_1 > v_F > 0$. Έπειτα, το χαρτοφυλάκιο του οποίου τα σταθμά είναι $\left(\frac{v_1}{v_1 - v_F}, \frac{-v_F}{v_1 - v_F} \right)$ στα (q, p) αντίστοιχα,

δημιουργεί μια μηδενική σχέση σε σχέση με το p , και η διακύμανσή του είναι $\frac{v_1 v_F}{v_1 - v_F}$.

Επακόλουθο 1^ο: Εάν η διακύμανση μιας αναποτελεσματικής προσέγγισης είναι διπλάσια από εκείνη του χαρτοφυλακίου συνόρου με την ίδια αναμενόμενη απόδοση, τότε, το χαρτοφυλάκιο μηδενικής σχέσης έχει την ίδια διακύμανση, και φυσικά την ίδια αναμενόμενη απόδοση, με εκείνη της αναποτελεσματικής προσέγγισης. Όσο η προσέγγιση του αναποτελεσματικού

χαρτοφυλακίου πλησιάζει το σύνορο, τόσο η διακύμανση της μηδενικής σχέσης τείνει στο άπειρο. Αντίθετα, όσο η διακύμανση της προσέγγισης του αναποτελεσματικού χαρτοφυλακίου τείνει στο άπειρο, τόσο το χαρτοφυλάκιο μηδενικής σχέσης πλησιάζει το σύνορο.

Πρόταση 2^η: Θεωρούμε την υπερβολή που καλύπτεται από κάποια αναποτελεσματική προσέγγιση και το GMVP. Στην συνέχεια, το GMVP είναι το GMVP αυτής της υπερβολής, καθώς και το χαρτοφυλάκιο μηδενικού *beta* της αναποτελεσματικής προσέγγισης είναι το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης μηδενικού *beta* της αναποτελεσματικής προσέγγισης, μεταξύ όλων των χαρτοφυλακίων μηδενικού *beta* της αναποτελεσματικής προσέγγισης.

Επακόλουθο 2^ο: Τα χαρτοφυλάκια μηδενικού *beta*, σε σχέση με την αναποτελεσματική προσέγγιση, όπως ταυτοποιούνται στις προτάσεις 1 και 2, έχουν διαφορετικές αναμενόμενες αποδόσεις.

Πρόταση 3^η: Κάθε αναποτελεσματική προσέγγιση επιφέρει μια υπερβολή χαρτοφυλακίων μηδενικού *beta* η οποία επεκτείνεται σε όλες τις αναμενόμενες αποδόσεις. Μια τέτοια υπερβολή είναι εκείνη που εκτείνεται, για παράδειγμα, από το χαρτοφυλάκιο μηδενικών σχέσεων που προσδιορίζεται στην πρόταση 1 και από το “χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης μηδενικού *beta*” που προσδιορίζεται στην δεύτερη πρόταση. Επιπλέον, αυτή η υπερβολή αποτελείται από χαρτοφυλάκια ελάχιστης διακύμανσης μηδενικού *beta* για κάθε αναμενόμενη απόδοση. Η υπερβολή αυτή περιλαμβάνει ένα χαρτοφυλάκιο συνόρου, το μοναδικό χαρτοφυλάκιο συνόρου που είναι ασυσχέτιστο με το χαρτοφυλάκιο συνόρου που έχει την ίδια αναμενόμενη απόδοση με την αναποτελεσματική προσέγγιση.

Τέλος, καταλήγουμε σε ορισμένα συμπεράσματα, όπως, η τυπική σχέση του κλασικού CAPM των Sharpe-Lintner-Mossin-Black υπονοεί μία ακριβή μη μηδενική σχέση μεταξύ των αναμενόμενων αποδόσεων και των *betas* των χαρτοφυλακίων συνόρου εκτός από το GMVP. Επειδή ούτε οι αναμενόμενες αποδόσεις ούτε τα *betas* είναι απευθείας παρατηρήσιμα κι επειδή όχι όλα τα περιουσιακά στοιχεία, που επιμελούνται με την απόδοση των άριστα επενδυμένων χαρτοφυλακίων ή με την αύξηση της κατανάλωσης, έχουν πλήρως τιτλοποιηθεί, είναι πολύ πιθανό πως οι εφαρμογές και οι έλεγχοι του CAPM να χρησιμοποιούν προσεγγίσεις αναποτελεσματικών χαρτοφυλακίων. Οι τρεις πηγές της δυσλειτουργίας,

λανθασμένης προσέγγισης, προκύπτουν όταν χρησιμοποιείται το CAPM με δείκτες αναποτελεσματικών χαρτοφυλακίων.

Για να ξεπεράσουμε το πρόβλημα πως οι μέσοι και οι συνδιακυμάνσεις δεν είναι παρατηρήσιμα, υποδεικνύεται η εφαρμογή και ο έλεγχος της ελλιπής ισορροπίας πληροφοριών. Ενώ η ανάλυση σε αυτήν την εργασία γίνεται στο πλαίσιο μίας μόνο περιόδου μέσης διακύμανσης, οι επιπτώσεις της ισχύουν και για πολυπεριοδικά και πολυπαραγοντικά μοντέλα. Αυτό γίνεται επειδή μπορούμε να δούμε το μοντέλο μέσης διακύμανσης μιας περιόδου ως μια εικόνα “παγωμένου πλαισίου” μιας δυναμικής ισορροπίας όπου, λόγω του συνδυασμού μεταξύ χώρου και χρόνου, μόνο ο στιγμιαίος μέσος και η στιγμιαία διακύμανση των αποδόσεων είναι σχετικά μέχρι την αναθεώρηση των αποφάσεων την αμέσως επόμενη στιγμή.

3.18 Σύνοψη Εμπειρικών Μελετών

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάστηκαν με την μεγαλύτερη δυνατή περίληψη, δεκαέξι άρθρα πολύ σπουδαίων επιστημόνων, που ανέπτυξαν τις μελέτες τους καταλήγοντας ο κάθε ένας από αυτούς στα δικά του συμπεράσματα όσον αφορά την αποτελεσματικότητα ενός χαρτοφυλακίου, πως αυτή μπορεί να εκτιμηθεί και να υπολογισθεί, ποιοι παράγοντες ενδέχεται να την επηρεάσουν καθώς και άλλα συμπεράσματα. Ορισμένοι, ωστόσο, προσπάθησαν και σε έναν βαθμό το κατάφεραν, να αναδείξουν τα προβλήματα και τους περιορισμούς του Υποδείγματος της Αγοράς και γενικότερα το CAPM, φτάνοντας στο σημείο να αμφισβητήσουν και το κατά πόσο μπορεί αυτό να μας δώσει ασφαλή και αξιόπιστα συμπεράσματα κάτω από ορισμένες συνθήκες.

Αρχικά ο Michael C. Jensen θέλησε να αναπτύξει ένα μοντέλο για την αξιολόγηση της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου αποτελούμενο από αξιόγραφα με κίνδυνο. Έχοντας ως θεωρητική βάση το CAPM των Sharpe-Lintner κατέληξε πως οι τιμές των αξιών συμπεριφέρονται σύμφωνα με την ισχυρή μορφή της αγοράς και οι επενδυτές δεν είναι σε θέση να προβλέψουν τις μελλοντικές τιμές των αξιογράφων, καθώς κι ότι όλες οι διαθέσιμες πληροφορίες είναι ενσωματωμένες και αποτυπώνονται στην τιμή ενός αξιογράφου.

Ακολούθως, οι Fischer Black, Michael C. Jensen και Myron Scholes θέλησαν να παρουσιάσουν ορισμένους επιπρόσθετους ελέγχους του CAPM, οι οποίοι παραλείπουν ορισμένα προβλήματα προγενέστερων μελετών και παρέχουν μια επιπλέον εικόνα για την φύση της δομής των αποδόσεων των αξιογράφων. Ελέγχοντας τις χρονοσειρές του μοντέλου αυτού, τόσο σε όλη την περίοδο όσο και στις υποπεριόδους, τους διαστρωματικούς ελέγχους του μοντέλου και το μοντέλο δύο παραγόντων, κατέληξαν στο συμπέρασμα πως υφίσταται σχέση μεταξύ των αναμενόμενων ασφάλιστρων κινδύνου των μεμονωμένων περιουσιακών στοιχείων και του συστηματικού τους κινδύνου.

Στην συνέχεια, ο Robert C. Merton, αμφισβητώντας την κλασική γραφική τεχνική και το κατά πόσο αυτή ορίζει σωστά το σύνολο των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων θα αποδείξει πως οι ισχυρισμοί του είναι βάσιμοι. Συνεπώς, με την χρησιμοποίηση των θεωρημάτων αμοιβαίων κεφαλαίων και διαχωρισμού, καθώς και γραφήματα ποιοτικών αποτελεσμάτων θα συμπεράνει πως όντως η κλασική γραφική τεχνική δεν ορίζει σωστά το σύνολο των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων.

Έπειτα, ακολουθεί και το κύριο άρθρο πάνω στο οποίο βασίστηκε η εργασία αυτή, των Eugene F. Fama and James D. Mac Beth, οι οποίοι έλεγξαν την σχέση μεταξύ της μέσης απόδοσης και του κινδύνου χρησιμοποιώντας ως δεδομένα τις κοινές μετοχές του Χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης. Χρησιμοποιώντας την διαστρωματική παλινδρόμηση εξέτασαν τις υποθέσεις της μελέτης τους καταλήγοντας πως δεν μπορούν να τις απορρίψουν έχοντας ως κύρια συμπεράσματα πως η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου είναι γραμμική και πως κανένα μέτρο κινδύνου, επιπρόσθετα του κινδύνου του χαρτοφυλακίου, δεν δύναται να επιδρά συστηματικά στην μέση απόδοση.

Ακολουθούν οι Fred D. Arditti and Haim Levy, οι οποίοι με την σειρά τους ανέλυσαν την αποτελεσματικότητα των τριών στιγμών, όπου χρησιμοποιώντας μηνιαίες ποσοστιαίες αποδόσεις απέδειξαν πως κανένα χαρτοφυλάκιο δεν υπερισχύει έναντι οποιαδήποτε άλλου που βρίσκονται είτε στην διακεκομμένη οριζόντια ευθεία είτε στην κάθετη διακεκομμένη ευθεία, παρουσιάζοντας την γραφική παράσταση που το απεικονίζει, με αποτέλεσμα κανένα χαρτοφυλάκιο δεν μπορεί να αποκλειστεί από το αποτελεσματικό σύνολο.

Στην συνέχεια, παρουσιάστηκε μια πολύ σημαντική εργασία, ως προς τους ελέγχους που διενεργήθηκαν ως και προς τα αποτελέσματα που εξήχθησαν, η κριτική του Richard Roll. Ο Richard Roll είχε σκοπό στην μελέτη του να εξετάσει την θεωρία αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων δύο παραμέτρων καθώς και την αξιολόγηση των προγενέστερων μελετών, εστιάζοντας στα τρία ευρέως διαδεδομένα άρθρα των Black, Jensen και Scholes (1972), των Blume και Friend (1973) και των Fama και MacBeth (1973). Εξετάζοντας τις μελέτες αυτές, κατέληξε σε έξι κύρια συμπεράσματα με εκείνο που ξεχωρίζει να είναι πως, η μοναδική εφικτή υπόθεση της γενικευμένης θεωρίας αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων είναι ότι, το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι εκ των προτέρων αποτελεσματικό. Καθώς και η ύπαρξη χαρτοφυλακίων που καθιστά αδύνατη την απόρριψη αυτής της υπόθεσης.

Έπειτα, οι Pao L. Cheng and Robert R. Grauer, επιχείρησαν μέσω της μελέτης τους να τεκμηριώσουν την πρόταση ενός εναλλακτικού ελέγχου του CAPM, απαλλαγμένο από την ασάφεια που είναι ενσωματωμένη σε παλαιότερους ελέγχους. Χρησιμοποιώντας μηνιαίες αποδόσεις του Χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης, και βασιζόμενοι στο CAPM και στην SML κατάφεραν να παρέχουν στοιχεία ενάντια του CAPM που προκύπτουν από τον έλεγχο των 5 υποθέσεων που δημιουργούνται από τον Invariance Law, με κύριο πως το CAPM δεν δύναται να ισχύει για κάθε περίοδο εφ' όσον οι κατανομές της απόδοσης δεν είναι σταθερές. Ήταν η δεύτερη απόπειρα αμφισβήτησης του CAPM μέχρι εκείνη την περίοδο.

Ακολούθως, ο Michael R. Gibbons επιχείρησε να εξετάσει εκ νέου, με μία νέα προσέγγιση, τις προγενέστερες μελέτες, με σκοπό να ελέγξει τους ελέγχους των χρηματοοικονομικών μοντέλων ώστε να εξαλειφθεί το πρόβλημα του σφάλματος των μεταβλητών που παρατηρήθηκε σε προηγούμενες μελέτες. Εστίασε στις εργασίες, το CAPM των Sharpe-Lintner (1964-5), του Black (1972), η APT του Ross (1975-6), το διαχρονικό μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων του Merton (1973) και το διευρυμένο CAPM που συμπεριλαμβάνει την επίδραση των μερισμάτων του Brennan (1970), για να καταλήξει στο συμπέρασμα πως οι μέθοδοι που προτείνονται παραλείπουν το πρόβλημα του σφάλματος των μεταβλητών και αυξάνουν την ακρίβεια των παραμέτρων εκτίμησης για τα ασφάλιστρα κινδύνου. Επίσης το πλαίσιο εργασίας μας οδηγεί στον έλεγχο του ρυθμού πιθανότητας, βάση του οποίου μπορούμε να απορρίψουμε ορισμένα μοντέλα.

Στην επόμενη εργασία του ο Michael R. Gibbons μαζί με τον Wayne Ferson, χρησιμοποιώντας ως δεδομένα τις ημερήσιες αποδόσεις των κοινών μεμονωμένων μετοχών του Dow Jones 30 για την περίοδο 1962-1980 θέλησαν να εξετάσουν την συμπεριφορά των υποθετικών αναμενόμενων αποδόσεων. Ακολουθώντας την παραδοσιακή μορφή του CAPM των Sharpe-Lintner κατέληξαν στο συμπέρασμα πως τα μοντέλα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων μπορούν να εκτιμηθούν και να ελεγχθούν χωρίς να είναι απαραίτητη η παρατήρηση του χαρτοφυλακίου της αγοράς ή επίσημων μεταβλητών.

Ακολούθησε η εργασία των Michael R. Gibbons, Stephen A. Ross και Jay Shanken, οι οποίοι είχαν ως κύριο σκοπό της μελέτης τους την ανάλυση του ελέγχου της εκ των προτέρων αποτελεσματικότητας ενός δεδομένου χαρτοφυλακίου περιουσιακών στοιχείων. Έχοντας ως θεωρητική βάση ένα σύνολο δεδομένων από ένα από τα πιο κλασικά άρθρα της σύγχρονης χρηματοοικονομικής, των Black, Jensen και Scholes και με την χρήση του CAPM απέδειξαν μια συγκεκριμένη υπόθεση της σύγχρονης χρηματοοικονομικής, έχοντας ως μηδενική υπόθεση μια κύρια υπόθεση, κοινή για όλες τις θεωρίες αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο. Η φύση των χρηματοοικονομικών δεδομένων προτείνει την χρησιμοποίηση πολυπαραγοντικών στατιστικών μεθόδων οι οποίοι δεν είναι απαραίτητα ενστικτώδεις.

Μεταγενέστερα, ακολούθησε η μελέτη του Eugene F. Fama, ο οποίος θέλησε να συνοψίσει την έως τότε βιβλιογραφία, για το τι έχει αποτυπωθεί από όλες τις έρευνες που έχουν γίνει τα τελευταία είκοσι χρόνια πάνω στην αποτελεσματικότητα της αγοράς. Χρησιμοποιεί ως δεδομένα όλες τις μελέτες που έχουν πραγματοποιηθεί από το 1970 έως και το 1990 και καταλήγει στην αναζήτηση μιας λογικής ιστορίας που συνδέει, τις διαστρωματικές ιδιότητες των αναμενόμενων αποδόσεων με την διακύμανσή τους μέσα στο χρόνο, και την συμπεριφορά των αναμενόμενων αποδόσεων με την πραγματική οικονομία με έναν αρκετά λεπτομερή τρόπο.

Έπειτα, πάλι ο Eugene F. Fama μαζί με τον Kenneth R. French μελέτησαν την ανάλυση της διαστρωμάτωσης των αναμενόμενων αποδόσεων των μετοχών και πως αυτή σχετίζεται με το β της αγοράς, το μέγεθος, την μόχλευση, τον δείκτη λογιστικής προς χρηματιστηριακής καθαρής θέσης και τον δείκτη κερδών προς την τιμή. Έχοντας ως δεδομένα όλες τις μη χρηματοοικονομικές εταιρείες των NYSE, AMEX και NASDAQ για την περίοδο 1962-1989 και

εφαρμόζοντας την διαστρωματική παλινδρόμηση των Fama και MacBeth (1973) συμπέραναν πως δύο εύκολα μετρήσιμες μεταβλητές, το μέγεθος και η λογιστική προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση, δύνανται να περιγράψουν την διαστρωμάτωση των μέσων αποδόσεων των μετοχών.

Η επόμενη κοινή μελέτη τους είχε ως σκοπό την ταυτοποίηση πέντε κοινών παραγόντων κινδύνου για τις αποδόσεις των μετοχών και των ομολόγων. Αυτή την φορά χρησιμοποίησαν χαρτοφυλάκια κυβερνητικών ομολόγων με δύο σειρές ωριμότητας, χαρτοφυλάκια εταιρικών ομολόγων σε πέντε αξιολογημένες ομάδες και χαρτοφυλάκια 25 μετοχών διαμορφωμένα με βάση το μέγεθος και την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME και εφάρμοσαν την παλινδρόμηση χρονοσειρών των Black, Jensen και Scholes. Στο βασικό αποτέλεσμα που κατέληξαν, είναι ότι οι δύο εμπειρικά καθορισμένες μεταβλητές, το μέγεθος, ME , και η λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , δύνανται να επεξηγήσουν την διαστρωμάτωση των μέσων αποδόσεων των μετοχών στο NYSE, Amex και NASDAQ για την περίοδο 1963-1990.

Ακολούθησε ακόμη μία μελέτη των Eugene F. Fama και Kenneth R. French, με σκοπό να εξετάσουν εάν η συμπεριφορά των τιμών των μετοχών, σε σχέση με το μέγεθος, ME , και την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , απεικονίζει την συμπεριφορά των κερδών. Στην μελέτη αυτή, χρησιμοποιούνται έξι χαρτοφυλάκια, διαμορφωμένα βάση των ταξινομημένων τιμών του μεγέθους και της BE/ME για μεμονωμένες μετοχές του NYSE, για την περίοδο 1963-1992, και ακολουθώντας την θεωρία των Lakonishok, Shleifer και Vishny (LSV 1994), απέδειξαν πως το μέγεθος, ME , και η λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME , σχετίζονται με την κερδοφορία.

Ακολουθεί η εργασία των Shmuel Kandel and Robert F. Stambaugh, που επιχείρησαν να εξετάσουν την διαστρωμάτωση των αναμενόμενων αποδόσεων, στην περίπτωση που ένα χαρτοφυλάκιο είναι αναποτελεσματικό. Για την εργασία τους χρησιμοποιήθηκαν ως δεδομένα οι μηνιαίες αποδόσεις δέκα χαρτοφυλακίων κοινών μετοχών ταξινομημένα βάση της μετοχικής τους κεφαλαιοποίησης, το μέγεθος της εταιρείας, για την περίοδο 1926-1992. Τρέχοντας την παλινδρόμηση των Ελαχίστων Τετραγώνων, ή Ordinary Least Squares (OLS), αποδεικνύεται

μια ακριβή γραμμική σχέση μεταξύ των αναμενόμενων αποδόσεων και των *betas* σε σχέση με το δεδομένο χαρτοφυλάκιο p , αν και μόνο αν, το χαρτοφυλάκιο p βρίσκεται ακριβώς στο όριο-σύνορο της ελάχιστης διακύμανσης. Εάν το χαρτοφυλάκιο p είναι εντελώς αναποτελεσματικό, τότε, το σχέδιο των αναμενόμενων αποδόσεων έναντι των *betas* δεν έχει ουσιαστικά καμία σχέση στη θέση του χαρτοφυλακίου p στο διάστημα της μέσης απόδοσης.

Τέλος, η μελέτη των George Diakogiannis και David Feldman είχε ως σκοπό την εξέταση της θεωρητικής σχέσης του CAPM για τα αναποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Έχοντας ως εφευρέριο τις επιδραστικές μελέτες των Roll(1977), Roll και Ross(1994), Kandel και Stambaugh (1995), Jagannathan και Wang(1996) και με την εφαρμογή του CAPM, κατέληξαν πως είναι πιθανόν οι εφαρμογές και οι έλεγχοι του CAPM να χρησιμοποιούν προσεγγίσεις αναποτελεσματικών χαρτοφυλακίων, με αποτέλεσμα την ύπαρξη τριών πηγών απροσδιοριστίας.

Συγγραφείς	Σκοπός	Δεδομένα -Μεθοδολογία	Συμπεράσματα
Michael C. Jensen (1969)	Η ανάπτυξη ενός μοντέλου για την αξιολόγηση της απόδοσης χαρτοφυλακίων αποτελούμενα από περιουσιακά στοιχεία με κίνδυνο.	Ετήσια δεδομένα για την περίοδο 1955-1964 για 115 αμοιβαία κεφάλαια - CAPM	Οι διαχειριστές ιδίων κεφαλαίων δεν δύναται να προβλέψουν τις μελλοντικές τιμές ενός αξιογράφου. Οι τρέχουσες τιμές των αξιογράφων έχουν ενσωματώσει όλες τις επιδράσεις των πληροφοριών που είναι διαθέσιμες για τα 115 ίδια κεφάλαια.
Fischer Black, Michael C. Jensen and Myron Scholes (1972)	Η παρουσίαση μερικών επιπρόσθετων ελέγχων του μοντέλου αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων, οι οποίοι παραλείπουν ορισμένα προβλήματα προγενέστερων μελετών και παρέχουν μια επιπλέον εικόνα για την φύση της δομής των αποδόσεων των αξιογράφων.	Οι μηνιαίες τιμές, τα μερίσματα, οι προσαρμοσμένες τιμές και οι πληροφορίες μερισμάτων για όλα τα αξιόγραφα που είναι καταγεγραμμένα στο New York Stock Exchange για την περίοδο, Ιανουάριος 1926 – Μάρτιος 1966, τα οποία διαμορφώνουν 10 χαρτοφυλάκια από τα 1.952 συνολικά αξιόγραφα. - Μοντέλο της αγοράς του Markowitz και το CAPM.	Το κύριο συμπέρασμα του μοντέλου αυτού, είναι η δήλωση της σχέσης μεταξύ των αναμενόμενων ασφάλιστρων κινδύνου των μεμονωμένων περιουσιακών στοιχείων και του συστηματικού τους κινδύνου.
Robert C. Merton (1972)	Η απόδειξη πως υπό συγκεκριμένες συνθήκες η	Θεώρημα αμοιβαίων κεφαλαίων και θεώρημα διαχωρισμού, καθώς και	Αποδεικνύεται ο σκοπός του άρθρου πως, η κλασική γραφική τεχνική,

	<p>κλασική γραφική τεχνική, σύμφωνα με την οποία οριζόταν το σύνορο αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων δεν είναι σωστή.</p>	<p>ποιοτικά αποτελέσματα σε όρους γραφημάτων.</p>	<p>σύμφωνα με την οποία ορίζεται το σύνορο αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων δεν είναι σωστή.</p>
<p>Eugene F. Fama and James D. Mac Beth (1973)</p>	<p>Ο έλεγχος της σχέσης μεταξύ της μέσης απόδοσης και του κινδύνου των κοινών μετοχών του χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης.</p>	<p>Οι μηνιαίες ποσοστιαίες αποδόσεις για όλες τις κοινές μετοχές που διαπραγματεύονται στο New York Stock Exchange (NYSE) για την περίοδο από τον Ιανουάριο του 1926 έως τον Ιούνιο του 1968.</p> <p>-</p> <p>Η θεωρητική βάση των ελέγχων είναι το μοντέλο χαρτοφυλακίων “δύο παραμέτρων” και τα υποδείγματα ισορροπίας της αγοράς που προέρχονται από αυτό.</p>	<p>Τα αποτελέσματά τους υποστηρίζουν πως δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση πως οι μέσες αποδόσεις των κοινών μετοχών του NYSE απεικονίζουν τις προσπάθειες των επενδυτών που αποστρέφονται τον κίνδυνο να έχουν στην κατοχή τους αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια. Επίσης, δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση πως λαμβάνοντας επενδυτικές αποφάσεις, ένας επενδυτής μπορεί να υποθέσει ότι η σχέση μεταξύ αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου είναι γραμμική όπως συνεπάγεται από το μοντέλο δύο παραμέτρων. Ακόμη, δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση του μοντέλου δύο παραμέτρων πως κανένα</p>

			μέτρο κινδύνου, επιπρόσθετα του κινδύνου του χαρτοφυλακίου, δεν δύναται να επιδρά συστηματικά στην μέση απόδοση.
Fred D. Arditti and Haim Levy (1975)	Η ανάλυση της αποτελεσματικότητας των τριών στιγμών, αρχικά μελετώντας την σχέση της απόδοσης των τριών πρώτων στιγμών ενός περιουσιακού στοιχείου μιας περιόδου με τις αποδόσεις του, των τριών πρώτων στιγμών πολλαπλών περιόδων.	Μηνιαίες ποσοστιαίες αποδόσεις. - Ο αλγόριθμος κρίσιμης γραμμής (Critical Line Algorithm) του Markowitz.	Αποδεικνύεται πως κανένα χαρτοφυλάκιο δεν υπερισχύει έναντι οποιαδήποτε άλλου που βρίσκονται είτε στην διακεκομμένη οριζόντια ευθεία είτε στην κάθετη διακεκομμένη ευθεία, με αποτέλεσμα κανένα χαρτοφυλάκιο δεν μπορεί να αποκλειστεί από το αποτελεσματικό σύνολο.
Richard Roll (1977)	Η εξέταση της θεωρίας αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων δύο παραμέτρων καθώς και η αξιολόγηση των προγενέστερων μελετών, εστιάζοντας στα τρία ευρέως διαδεδομένα άρθρα των Black, Jensen και Scholes (1972), των Blume και Friend (1973) και των Fama και MacBeth (1973).	Η θεωρία αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων, CAPM theory, και οι έλεγχοι που πραγματοποίησαν οι Black, Jensen και Scholes (1972), οι Blume και Friend (1973) και οι Fama και MacBeth (1973).	Κατέληξε σε έξι κύρια συμπεράσματα με καίρια σημασία αυτό πως, η μοναδική εφικτή υπόθεση της γενικευμένης θεωρίας αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων είναι ότι, το πραγματικό χαρτοφυλάκιο της αγοράς είναι εκ των προτέρων αποτελεσματικό. Καθώς και η ύπαρξη χαρτοφυλακίων που καθιστά αδύνατη την απόρριψη αυτής της υπόθεσης.

<p>Pao L. Cheng and Robert R. Grauer (1980)</p>	<p>Η πρόταση ενός εναλλακτικού ελέγχου του CAPM, απαλλαγμένο από την ασάφεια που είναι ενσωματωμένη σε παλαιότερους ελέγχους.</p>	<p>Μηνιαίες αξίες της καθαρής θέσης των εταιρειών που διαπραγματεύονται στο New York Stock Exchange (NYSE) για την περίοδο από τον Ιανουάριο του 1926 έως τον Δεκέμβριο του 1977.</p> <p>-</p> <p>CAPM, SML και Invariance Law</p>	<p>Παρέχουν στοιχεία ενάντια του CAPM που προκύπτουν από τον έλεγχο των 5 υποθέσεων που δημιουργούνται από τον Invariance Law, με κύριο πως το CAPM δεν δύναται να ισχύει για κάθε περίοδο εφ' όσον οι κατανομές της απόδοσης δεν είναι σταθερές.</p>
<p>Michael R. Gibbons (1982)</p>	<p>Μια νέα προσέγγιση στους ελέγχους των χρηματοοικονομικών μοντέλων ώστε να εξαλειφθεί το πρόβλημα του σφάλματος των μεταβλητών που παρατηρήθηκε σε προηγούμενες μελέτες.</p>	<p>Το CAPM των Sharpe-Lintner (1964-5), του Black (1972), η APT του Ross (1975-6), το διαχρονικό μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων του Merton (1973) και το διευρυμένο CAPM που συμπεριλαμβάνει την επίδραση των μερισμάτων του Brennan (1970).</p> <p>-</p> <p>CAPM</p>	<p>Οι μέθοδοι που προτείνονται παραλείπουν το πρόβλημα του σφάλματος των μεταβλητών και αυξάνουν την ακρίβεια των παραμέτρων εκτίμησης για τα ασφάλιστρα κινδύνου. Επίσης το πλαίσιο εργασίας μας οδηγεί στον έλεγχο του ρυθμού πιθανότητας, βάση του οποίου μπορούμε να απορρίψουμε ορισμένα μοντέλα.</p>
<p>Michael R. Gibbons and Wayne Ferson (1985)</p>	<p>Η εξέταση της συμπεριφοράς των υποθετικών αναμενόμενων αποδόσεων.</p>	<p>Ημερήσιες αποδόσεις των κοινών μεμονωμένων μετοχών του Dow Jones 30 για την περίοδο 1962-1980</p>	<p>Τα μοντέλα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων μπορούν να εκτιμηθούν και να ελεγχθούν χωρίς να είναι απαραίτητη η παρατήρηση του χαρτοφυλακίου της</p>

		- Η παραδοσιακή μορφή του CAPM των Sharpe (1964) και Lintner (1965).	αγοράς ή επίσημων μεταβλητών.
Michael R. Gibbons, Stephen A. Ross and Jay Shanken (1989)	Η ανάλυση του ελέγχου της εκ των προτέρων αποτελεσματικότητας ενός δεδομένου χαρτοφυλακίου περιουσιακών στοιχείων.	Ένα σύνολο δεδομένων από ένα από τα πιο κλασικά άρθρα της σύγχρονης χρηματοοικονομικής, των Black, Jensen και Scholes (1972) - CAPM.	Αποδείχθηκε μια συγκεκριμένη υπόθεση της σύγχρονης χρηματοοικονομικής, έχοντας ως μηδενική υπόθεση μια κύρια υπόθεση, κοινή για όλες τις θεωρίες αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο. Η φύση των χρηματοοικονομικών δεδομένων προτείνει την χρησιμοποίηση πολυπαραγοντικών στατιστικών μεθόδων οι οποίοι δεν είναι απαραίτητα ενστικτώδεις.
Eugene F. Fama (1991)	Η σύνοψη της βιβλιογραφίας, για το τι έχουμε μάθει από όλες τις έρευνες που έχουν γίνει τα τελευταία είκοσι χρόνια πάνω στην αποτελεσματικότητα της αγοράς.	Χρησιμοποιεί ως δεδομένα όλες τις μελέτες που έχουν πραγματοποιηθεί από το 1970 έως και το 1990.	Αναζητείται μια λογική ιστορία που συνδέει, τις διαστρωματικές ιδιότητες των αναμενόμενων αποδόσεων με την διακύμανσή τους μέσα στο χρόνο, και την συμπεριφορά των αναμενόμενων αποδόσεων με την πραγματική οικονομία με έναν αρκετά λεπτομερή τρόπο.

<p>Eugene F. Fama and Kenneth R. French (1992)</p>	<p>Η ανάλυση της διαστρωμάτωσης των αναμενόμενων αποδόσεων των μετοχών και πως αυτή σχετίζεται με το β της αγοράς, το μέγεθος, την μόχλευση, τον δείκτη λογιστικής προς χρηματιστηριακής καθαρής θέσης και τον δείκτη κερδών προς την τιμή.</p>	<p>Όλες τις μη χρηματοοικονομικές εταιρείες των NYSE, AMEX και NASDAQ για την περίοδο 1962-1989</p> <p>-</p> <p>Την διαστρωματική παλινδρόμηση των Fama και MacBeth (1973).</p>	<p>Δύο εύκολα μετρήσιμες μεταβλητές, το μέγεθος και η λογιστική προς την χρηματιστηριακή καθαρή θέση, δύναται να περιγράψουν την διαστρωμάτωση των μέσων αποδόσεων των μετοχών.</p>
<p>Eugene F. Fama and Kenneth R. French (1993)</p>	<p>Η ταυτοποίηση πέντε κοινών παραγόντων κινδύνου για τις αποδόσεις των μετοχών και των ομολόγων.</p>	<p>Χαρτοφυλάκια κυβερνητικών ομολόγων με δύο σειρές ωριμότητας, χαρτοφυλάκια εταιρικών ομολόγων σε πέντε αξιολογημένες ομάδες και χαρτοφυλάκια 25 μετοχών διαμορφωμένα με βάση το μέγεθος και την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME</p> <p>-</p> <p>Η παλινδρόμηση χρονοσειρών των των Black, Jensen και Scholes (1972).</p>	<p>Το βασικό αποτέλεσμα είναι ότι οι δύο εμπειρικά καθορισμένες μεταβλητές, το μέγεθος, ME, και η λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME, δύναται να επεξηγήσουν την διαστρωμάτωση των μέσων αποδόσεων των μετοχών στο NYSE, Amex και NASDAQ για την περίοδο 1963-1990.</p>

<p>Eugene F. Fama and Kenneth R. French (1993)</p>	<p>Η εξέταση εάν η συμπεριφορά των τιμών των μετοχών, σε σχέση με το μέγεθος, ME, και την λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME, απεικονίζει την συμπεριφορά των κερδών.</p>	<p>Χρησιμοποιούνται έξι χαρτοφυλάκια, διαμορφωμένα βάση των ταξινομημένων τιμών του μεγέθους και της BE/ME για μεμονωμένες μετοχές του NYSE, για την περίοδο 1963-1992</p> <p>-</p> <p>Η θεωρία των Lakonishok, Shleifer και Vishny (LSV 1994).</p>	<p>Αποδεικνύεται πως το μέγεθος, ME, και η λογιστική προς την χρηματιστηριακή αξία, BE/ME, σχετίζονται με την κερδοφορία.</p>
<p>Shmuel Kandel and Robert F. Stambaugh (1995)</p>	<p>Η εξέταση της διαστρωμάτωσης των αναμενόμενων αποδόσεων, στην περίπτωση που ένα χαρτοφυλάκιο είναι αναποτελεσματικό.</p>	<p>Χρησιμοποιούνται οι μηνιαίες αποδόσεις δέκα χαρτοφυλακίων κοινών μετοχών ταξινομημένα βάση της μετοχικής τους κεφαλαιοποίησης, το μέγεθος της εταιρείας, για την περίοδο 1926-1992.</p> <p>-</p> <p>Η παλινδρόμηση Ordinary Least Squares (OLS)</p>	<p>Αποδεικνύεται μια ακριβή γραμμική σχέση μεταξύ των αναμενόμενων αποδόσεων και των $betas$ σε σχέση με το δεδομένο χαρτοφυλάκιο p, αν και μόνο αν, το χαρτοφυλάκιο p βρίσκεται ακριβώς στο όριο-σύνορο της ελάχιστης διακύμανσης. Εάν το χαρτοφυλάκιο p είναι εντελώς αναποτελεσματικό, τότε, το σχέδιο των αναμενόμενων αποδόσεων έναντι των $betas$ δεν έχει ουσιαστικά καμία σχέση στη θέση του χαρτοφυλακίου p στο διάστημα της μέσης απόδοσης.</p>

<p>George Diakogiannis and David Feldman (2009)</p>	<p>Η εξέταση της θεωρητικής σχέσης του CAPM για τα αναποτελεσματικά χαρτοφυλάκια.</p>	<p>Οι επιδραστικές μελέτες των Roll(1977), Roll και Ross(1994), Kandel και Stambaugh (1995), Jagannathan και Wang(1996) - CAPM</p>	<p>Είναι πιθανόν οι εφαρμογές και οι έλεγχοι του CAPM να χρησιμοποιούν προσεγγίσεις αναποτελεσματικών χαρτοφυλακίων, με αποτέλεσμα την ύπαρξη τριών πηγών απροσδιοριστίας.</p>
---	---	--	--

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

Δεδομένα - Μεθοδολογία

4.1 Περιγραφή Δεδομένων

Για την εξέταση της αποτελεσματικότητας των χαρτοφυλακίων στην Ευρωπαϊκή Ένωση, που αποτελεί και τον σκοπό της εργασίας αυτής, συλλέχθηκαν ημερήσια δεδομένα για 3 χώρες, την Ελλάδα, την Γαλλία και την Μεγάλη Βρετανία, για την περίοδο από 01/01/2000 έως 31/12/2018 από τη βάση δεδομένων DATASTREAM. Λήφθηκαν υπόψη όλες οι μετοχές των χρηματιστηριακών δεικτών ATHEX COMPOSITE της Ελλάδας, CAC ALL TRADABLE της Γαλλίας και FTSE ALL SHARE της Μεγάλης Βρετανίας, από τις οποίες εξαιρέθηκαν οι τράπεζες και τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα. Ο κύριος λόγος που οι συγκεκριμένοι κλάδοι δεν συμπεριλήφθηκαν είναι διότι οι λογιστικές τους καταστάσεις διαφέρουν σημαντικά από αυτές των υπολοίπων κλάδων. Το δείγμα αυτό, περιέχει 129 μετοχές από την Ελλάδα, 299 από την Γαλλία και 384 από την Μεγάλη Βρετανία. Αρχικά υπολογίστηκαν οι ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις κάθε μετοχής, βάση των ημερήσιων τιμών κλεισίματος που συλλέχθηκαν, σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο,

$$R_{it} = \ln\left(\frac{P_{it}}{P_{it-1}}\right) \quad \text{Σχέση 4.1.1}$$

Όπου,

R_{it} η λογαριθμική απόδοση κάθε μετοχής i την χρονική στιγμή t

P_{it} η απόδοση της μετοχής i την χρονική στιγμή t

P_{it-1} η απόδοση της μετοχής i την χρονική στιγμή $t-1$

4.2 Επιλογή Μετοχών

Για την επιλογή των μετοχών που θα χρησιμοποιήσουμε τέθηκε ένας μοναδικός περιορισμός, να μην έχουν περισσότερες από 30% μηδενικές αποδόσεις για την περίοδο που εξετάζουμε.

Επομένως, προέκυψαν 50 μετοχές για την Ελλάδα, 193 για την Γαλλία και 283 για την Μεγάλη Βρετανία.

Χώρα	Χρηματιστηριακός Δείκτης	Μετοχές
Ελλάδα	ATHEX COMPOSITE	50
Γαλλία	CAC ALL TRADABLE	193
Μεγάλη Βρετανία	FTSE ALL SHARE	283

Πίνακας 4.1: Χρηματιστηριακών δεικτών και μετοχών του δείγματος.

Έπειτα, κάνουμε αντιπαραβολή των ημερομηνιών που διαπραγματεύεται το 1-month Euribor (risk free rate), για τις Ελλάδα και Γαλλία, και το 1-month Libor (risk free rate), για την Μεγάλη Βρετανία, με τις αντίστοιχες ημερομηνίες των χρηματιστηριακών δεικτών και μετοχών κάθε χώρας. Με τον τρόπο αυτό καταλήγουμε στις συνολικές παρατηρήσεις των διαπραγματεύσιμων ημερών, οι οποίες ανέρχονται στις 4.713 για την Ελλάδα, στις 4858 για την Γαλλία και 4801 για την Μεγάλη Βρετανία.

4.3 Κατασκευή Χαρτοφυλακίων

Αρχικά χωρίζουμε την περίοδο 01/01/2000-31/12/2018 σε υποπεριόδους τριών ετών, η πρώτη υποπερίοδος 01/01/2000-31/12/2002, η δεύτερη υποπερίοδος 01/01/2003-31/12/2005, η τρίτη υποπερίοδος 01/01/2006-31/12/2008, η τέταρτη υποπερίοδος 01/01/2009-31/12/2011, η πέμπτη υποπερίοδος 01/01/2012-31/12/2014, η έκτη υποπερίοδος 01/01/2015-31/12/2017 και η έβδομη υποπερίοδος αποτελούμενη από τις παρατηρήσεις 01/01/2018-31/12/2018.

Για την δημιουργία χαρτοφυλακίων, σε κάθε υποπερίοδο υπολογίστηκαν τα *betas* των εξεταζόμενων μετοχών για κάθε χώρα με την παλινδρόμηση του Υποδείγματος της Αγοράς, που αποτελεί την εμπειρική εκδοχή του CAPM και το πλέον διαδεδομένο μοντέλο για τον υπολογισμό του συστηματικού κινδύνου *beta*, το οποίο έχει την μορφή,

$$R_i = r_f + \beta_i (R_m - r_f) + \varepsilon_i \quad \text{Σχέση 4.3.1}$$

Όπου,

R_i η απόδοση της μετοχής i

r_f το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου

R_m η απόδοση του χρηματιστηριακού δείκτη

ε_i το σφάλμα της παλινδρόμησης για το οποίο ισχύει $E(\varepsilon_i) = 0$

Έπειτα, αφού εκτιμηθούν τα *betas* όλων των μετοχών, ταξινομούνται με φθίνουσα σειρά. Ακολούθως, πραγματοποιείται η επιλογή των μετοχών για την κατασκευή των χαρτοφυλακίων, και συγκεκριμένα από τις 50 μετοχές της Ελλάδας δημιουργούνται 10 χαρτοφυλάκια με 5 μετοχές έκαστο, από τις 193 μετοχές της Γαλλίας δημιουργούνται 13 χαρτοφυλάκια 10 μετοχών έκαστο και 7 χαρτοφυλάκια 9 μετοχών έκαστο, και τέλος από τις 283 μετοχές της Μεγάλης Βρετανίας δημιουργούνται 13 χαρτοφυλάκια 10 μετοχών έκαστο και 12 χαρτοφυλάκια 9 μετοχών έκαστο. Τα πρώτα χαρτοφυλάκια αποτελούνται από τις μετοχές με τα υψηλότερα *betas*, στην συνέχεια τα επόμενα με τα αμέσως μεγαλύτερα *betas*, μέχρις ότου τα τελευταία χαρτοφυλάκια αποτελούνται από τις μετοχές με τα μικρότερα *betas*. Στον παρακάτω πίνακα αναγράφονται ο αριθμός των χαρτοφυλακίων για τις 3 χώρες και ο αριθμός μετοχών που συνθέτουν τα χαρτοφυλάκια.

Χώρα	Αριθμός Χαρτοφυλακίων	Αριθμός Μετοχών ανά Χαρτοφυλάκιο
Ελλάδα	10	5 μετοχές ανά χ/φ
Γαλλία	20	10 μετοχές σε 13 χ/φ 9 μετοχές σε 7 χ/φ
Μεγάλη Βρετανία	25	10 μετοχές σε 13 χ/φ 9 μετοχές σε 12 χ/φ

Πίνακας 4.2: Αριθμού χαρτοφυλακίων και μετοχών ανά χαρτοφυλάκιο του δείγματος.

4.4 Μεθοδολογία

Ως βάση για την εξέταση της αποτελεσματικότητας των δημιουργηθέντων χαρτοφυλακίων αποτελεί το άρθρο των *Eugene F. Fama* και *James D. MacBeth*, “*Risk, Return and Equilibrium: Some Empirical Tests*”. Η θεωρητική βάση του άρθρου είναι το μοντέλο

χαρτοφυλακίων δύο παραμέτρων και τα μοντέλα ισορροπίας της αγοράς που προέρχονται από αυτό.

Οι υποθέσεις που εξετάζονται τόσο στο παραπάνω άρθρο όσο και στην παρούσα εργασία είναι οι κάτωθι:

- C1 (υπόθεση της γραμμικότητας) : $E(\gamma_{2t}) = 0$
- C2 (υπόθεση των μη συστηματικών επιδράσεων από αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου) : $E(\gamma_{3t}) = 0$
- C3 (υπόθεση της θετικής διαφοράς αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου) : $E(\gamma_{1t}) = E(R_{mt}) - E(R_{0t}) > 0$
- Η Sharpe-Lintner (S-L) υπόθεση : $E(\gamma_{0t}) = R_{ft}$
- Η αποτελεσματικότητα της αγοράς κεφαλαίων στον κόσμο δύο παραμέτρων απαιτεί την υπόθεση της αποτελεσματικότητας της αγοράς (Market Efficiency) : οι στοχαστικοί παράγοντες $\tilde{\gamma}_{2t}, \tilde{\gamma}_{3t}, \tilde{\gamma}_{1t}, \tilde{\gamma}_{0t}$ και $\tilde{\eta}_{it}$ είναι “fair games”.

Για τον έλεγχο των υποθέσεων χρησιμοποιείται η ακόλουθη στοχαστική γενίκευση,

$$R_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\beta_i + \gamma_{2t}\beta_i^2 + \gamma_{3t}s_i + \eta_{it} \quad \text{Σχέση 4.4.1}$$

Με την χρησιμοποίηση του δείκτη t υποδηλώνουμε την διαστρωμάτωση της παραπάνω εξίσωσης, διότι επιτρέπουν στους συντελεστές γ_0 και γ_1 να ποικίλλουν στοχαστικά από μία περίοδο στην επόμενη.

Η διαδικασία που ακολουθείται στην εργασία αυτή, εμπνευσμένη από το άρθρο των *Eugene F. Fama* και *James D. MacBeth*, περιλαμβάνει τον υπολογισμό των *betas* των μετοχών για την πρώτη υποπερίοδο (01/01/2000-31/12/2002), βάση των οποίων ταξινομούνται οι αποδόσεις των μετοχών της επόμενης υποπεριόδου (01/01/2003-31/12/2005) για την δημιουργία των χαρτοφυλακίων και την εύρεση των *betas* τους. Έπειτα, πάλι βάση της ταξινόμησης των μετοχών από την πρώτη υποπερίοδο και τις αποδόσεις των μετοχών της τρίτης υποπεριόδου (01/01/2006-31/12/2008) βρίσκουμε τις αποδόσεις των χαρτοφυλακίων που έχουμε

δημιουργήσει, καθώς και την μέση απόδοσή τους για την υποπερίοδο αυτή. Με την διαδικασία αυτή επιτυγχάνεται η διαστρωμάτωση των αποδόσεων. Έχοντας υπολογίσει τα *betas* των χαρτοφυλακίων και τις μέσες αποδόσεις τους, για την δεύτερη και τρίτη υποπερίοδο αντίστοιχα, μέσω της παλινδρόμησης των δύο παραμέτρων υπολογίζουμε τους συντελεστές γ_0 και γ_1 ώστε να ελέγξουμε τις υποθέσεις $E(\gamma_{0t}) = R_{ft}$ και $E(\gamma_{1t}) = E(R_{mt}) - E(R_{0t}) > 0$. Η διαδικασία αυτή ουσιαστικά επαναλαμβάνεται πέντε φορές για κάθε χώρα με αποτέλεσμα να έχουμε υπολογίσει πέντε συντελεστές γ_0 και πέντε συντελεστές γ_1 . Η παλινδρόμηση των δύο παραμέτρων που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό τους έχει την μορφή,

$$R_p = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_p + \varepsilon_p \quad \text{Σχέση 4.4.2}$$

Όπου,

R_p η μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου, υπολογισμένη με τις αποδόσεις των μετοχών της τρίτης υποπεριόδου κάθε φορά

β_p ο συστηματικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου, υπολογισμένος με τις αποδόσεις των μετοχών της δεύτερης υποπεριόδου κάθε φορά

ε_p τα κατάλοιπα του χαρτοφυλακίου.

Έχοντας υπολογίσει τους συντελεστές γ_0 και γ_1 για τις πέντε υποπεριόδους και τα αντίστοιχα r_f θα εξετάσουμε αν μπορούμε να απορρίψουμε τις υποθέσεις τις εργασίας χρησιμοποιώντας την *t-statistic*. Στην περίπτωση που δεν μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση τότε τα χαρτοφυλάκια που δημιουργήσαμε θα είναι αποτελεσματικά.

Στην συνέχεια, έχοντας ελέγξει τις υποθέσεις των γ_0 και γ_1 της μελέτης των *Eugene F. Fama* και *James D. MacBeth*, θα ελέγξουμε και την υπόθεση του συντελεστή γ_3 , εάν ο κίνδυνος, εκφραζόμενος από την τυπική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου, δύναται να επηρεάσει τις μέσες αποδόσεις. Για τον έλεγχο αυτής της υπόθεσης υπολογίζουμε την τυπική απόκλιση των χαρτοφυλακίων και χρησιμοποιώντας την παλινδρόμηση της μορφής,

$$R_p = \gamma_0 + \gamma_3 \sigma_p + \varepsilon_p \quad \text{Σχέση 4.4.3}$$

Με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το E-views, μπορούμε για κάθε υποπερίοδο να συγκρίνουμε την τιμή P-value με το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας και να εξετάσουμε εάν μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση,

$$H_0 : E(\gamma_3) = 0$$

Και να εξάγουμε συμπεράσματα από την επίδραση του κινδύνου στις μέσες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων.

Αποτελέσματα

Η παρούσα εργασία έχει ως κύριο σκοπό να εξετάσει εάν τα χαρτοφυλάκια των τριών χωρών της Ευρωπαϊκής Ένωσης, που αποτελούν ένα αξιόπιστο και ικανοποιητικό δείγμα, είναι αποτελεσματικά κατά την περίοδο 01/01/2000-31/12/2018 που εξετάζουμε. Για να καταλήξουμε σε όσο το δυνατόν πιο ασφαλή συμπεράσματα ακολουθήσαμε την μεθοδολογία που περιγράψαμε προηγουμένως και εκτελέσαμε όλους τους ελέγχους που περιγράφονται παρακάτω.

Ακολουθώντας την διαδικασία που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, υπολογίσαμε μέσω της διαστρωματικής παλινδρόμησης, Σχέση 4.4.2, τους συντελεστές γ_0 και γ_1 καθώς και τα r_f και $R_m - r_f$ για τις αντίστοιχες υποπεριόδους.

Παρακάτω ακολουθούν δύο πίνακες, ένας πίνακας που αναγράφει ανά χώρα τους πέντε συντελεστές γ_0 που έχουμε υπολογίσει καθώς και το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου της αντίστοιχης υποπεριόδου, κι ένας πίνακας που αναγράφει για κάθε χώρα τους πέντε συντελεστές γ_1 που έχουμε υπολογίσει καθώς και την διαφορά μεταξύ της απόδοσης της αγοράς με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου της αντίστοιχης υποπεριόδου.

	Ελλάδα		Γαλλία		Μεγάλη Βρετανία	
	γ_0	r_f	γ_0	r_f	γ_0	r_f
01/01/2006-31/12/2008	0,0000547	0,0001469	-0,00051	0,0001494	0,000523	0,0002097
01/01/2009-31/12/2011	-0,0006370	0,0000413	0,000713	0,0000351	0,00061	0,0000270
01/01/2012-31/12/2014	0,0012390	0,0000131	0,000542	0,0000082	0,000689	0,0000212
01/01/2015-31/12/2017	0,0005700	-0,0000079	0,000655	-0,0000103	0,000513	0,0000160
01/01/2018-31/12/2018	0,0004800	-0,0000147	-0,00109	-0,0000147	-0,000486	0,0000240

Μέση Τιμή	0,0003413	0,0000357	0,0000624	0,0000336	0,0003698	0,0000596
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Πίνακας 5.1: Τα γ_0 και r_f στις υποπεριόδους των τριών χωρών του δείγματος.

	Ελλάδα		Γαλλία		Μεγάλη Βρετανία	
	γ_1	$R_m - r_f$	γ_1	$R_m - r_f$	γ_1	$R_m - r_f$
01/01/2006-31/12/2008	-0,000835	-0,0011072	-0,000926	-0,0006490	-0,000181	-0,000558822
01/01/2009-31/12/2011	-0,000341	-0,0013267	-0,000675	0,0000174	-0,0000391	0,000313062
01/01/2012-31/12/2014	-0,0012	0,0002482	-0,000212	0,0004336	-0,000168	0,000258476
01/01/2015-31/12/2017	0,000216	-0,0000325	-0,000276	0,0003239	-0,000375	0,000219049
01/01/2018-31/12/2018	-0,001688	-0,0010645	-0,000307	-0,0004847	-0,000444	-0,000572189
Μέση Τιμή	-0,0007696	-0,0006565	-0,0004792	-0,0000717	-0,0002414	-0,0000681

Πίνακας 5.2: Τα γ_1 και $R_m - r_f$ στις υποπεριόδους των τριών χωρών του δείγματος.

Για τον έλεγχο των παραπάνω αποτελεσμάτων χρησιμοποιήσαμε το *t-Test* του μέσου δύο δειγμάτων συσχετισμένων ζευγών για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% (0,05). Τα αποτελέσματα αυτού του ελέγχου αποτυπώνονται στους παρακάτω πίνακες, ένας για κάθε χώρα.

Ελλάδα		
	r_f	γ_0
Μέσος	0,0000357	0,0003413
t Stat	-0,946908398	
P(T<=t) one tail	0,198651815	
t Critical one tail	2,131846786	

Πίνακας 5.3: Τα αποτελέσματα του *t-Test* για γ_0 και r_f στην Ελλάδα.

Για την Ελλάδα η μηδενική υπόθεση που εξετάζουμε είναι,

$$H_0 : \gamma_0 = r_f$$

Η οποία σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% (0,05) δεν μπορεί να απορριφθεί διότι η τιμή του P-value της είναι μεγαλύτερη από το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας (0,198651815 > 0,05). Επομένως, καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως δύναται να ισχύει $\gamma_0 = r_f$ και πως το CAPM ισχύει με αποτέλεσμα τα χαρτοφυλάκια να είναι αποτελεσματικά.

Ελλάδα		
	$R_m - r_f$	γ_1
Μέσος	-0,00065653	-0,0007696
t Stat	0,269160337	
P(T<=t) one tail	0,400559886	
t Critical one tail	2,131846786	

Πίνακας 5.4: Τα αποτελέσματα του *t-Test* για γ_1 και $R_m - r_f$ στην Ελλάδα.

Με παρόμοιο τρόπο ελέγχουμε την παρακάτω μηδενική υπόθεση,

$$H_0 : \gamma_1 = R_m - r_f$$

Η οποία εξίσου σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% (0,05) δεν μπορεί να απορριφθεί διότι και σε αυτήν την περίπτωση η τιμή του P-value της είναι μεγαλύτερη από το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας (0,400559886 > 0,05). Επομένως, καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως δύναται να ισχύει $\gamma_1 = R_m - r_f$ και πως σε μια αγορά επενδυτών που αποστρέφονται τον κίνδυνο, μεγαλύτερος κίνδυνος θα συνδέεται με μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση.

Γαλλία		
	r_f	γ_0
Μέσος	0,0000336	0,0000624
t Stat	-0,077464523	
P(T<=t) one tail	0,470987063	
t Critical one tail	2,131846786	

Πίνακας 5.5: Τα αποτελέσματα του *t-Test* για γ_0 και r_f στην Γαλλία.

Παρατηρούμε πως και στην περίπτωση της Γαλλίας, η μηδενική υπόθεση,

$$H_0 : \gamma_0 = r_f$$

δεν μπορεί να απορριφθεί σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% (0,05), διότι η τιμή του P-value της είναι μεγαλύτερη από το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας (0,470987063 > 0,05). Επομένως, καταλήγουμε στο παρόμοιο συμπέρασμα με την Ελλάδα, πως δύναται να ισχύει $\gamma_0 = r_f$ και πως το CAPM ισχύει με αποτέλεσμα τα χαρτοφυλάκια να είναι αποτελεσματικά.

Γαλλία		
	$R_m - r_f$	γ_1
Μέσος	-0,0000717	-0,0004792
t Stat	2,492755603	
P(T<=t) one tail	0,033642866	
t Critical one tail	2,131846786	

Πίνακας 5.6: Τα αποτελέσματα του *t-Test* για γ_1 και $R_m - r_f$ στην Γαλλία.

Στον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης,

$$H_0 : \gamma_1 = R_m - r_f$$

όμως, παρατηρούμε πως σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% (0,05) η τιμή του P-value της είναι μικρότερη από το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας ($0,033642866 < 0,05$), με αποτέλεσμα να απορρίπτουμε την παραπάνω μηδενική υπόθεση. Συνεπώς, στην περίπτωση αυτή το Υπόδειγμα της Αγοράς δεν είναι αποτελεσματικό.

Μεγάλη Βρετανία		
	r_f	γ_0
Μέσος	0,0000596	0,0003698
t Stat	-1,45444475	
P(T<=t) one tail	0,109753196	
t Critical one tail	2,131846786	

Πίνακας 5.7: Τα αποτελέσματα του t -Test για γ_0 και r_f στην Μεγάλη Βρετανία.

Στην Μεγάλη Βρετανία ο έλεγχος της μηδενικής υπόθεσης,

$$H_0 : \gamma_0 = r_f$$

δεν μας επιτρέπει να την απορρίψουμε σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% (0,05), διότι η τιμή του P-value της είναι μεγαλύτερη από το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας ($0,109753196 > 0,05$). Επομένως καταλήγουμε στο ίδιο συμπέρασμα με τις Ελλάδα και Γαλλία, πως δύναται να ισχύει $\gamma_0 = r_f$ και πως το CAPM ισχύει με αποτέλεσμα τα χαρτοφυλάκια να είναι αποτελεσματικά.

Μεγάλη Βρετανία		
	$R_m - r_f$	γ_1
Μέσος	-0,0000681	-0,00024142
t Stat	0,948624745	
P(T<=t) one tail	0,19826395	
t Critical one tail	2,131846786	

Πίνακας 5.8: Τα αποτελέσματα του t -Test για γ_1 και $R_m - r_f$ στην Μεγάλη Βρετανία.

Επίσης, και η δεύτερη μηδενική υπόθεση στην Μεγάλη Βρετανία,

$$H_0 : \gamma_1 = R_m - r_f$$

δεν μπορεί να απορριφθεί σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% (0,05), διότι και σε αυτήν την περίπτωση η τιμή του P-value της είναι μεγαλύτερη από το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας (0,19826395 > 0,05). Επομένως, καταλήγουμε στο συμπέρασμα, παρόμοιο με της Ελλάδας και σε αντίθεση με την Γαλλία, πως δύναται να ισχύει $\gamma_1 = R_m - r_f$ και πως σε μια αγορά επενδυτών που αποστρέφονται τον κίνδυνο, μεγαλύτερος κίνδυνος θα συνδέεται με μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση.

	Ελλάδα		Γαλλία		Μεγάλη Βρετανία	
	γ_0	γ_3	γ_0	γ_3	γ_0	γ_3
01/01/2006-31/12/2008	0.000746	-0.079516	0.000669	-0.112250	0.001202	-0.079685
01/01/2009-31/12/2011	-0.000124	-0.040792	0.000876	-0.042872	0.000620	-0.002912
01/01/2012-31/12/2014	0.002061	-0.075092	0.000731	-0.032626	0.000901	-0.038210
01/01/2015-31/12/2017	0.000621	0.004464	-0.595460	-0,034421	0.000708	-0.049157
01/01/2018-31/12/2018	0.001194	-0.112500	-0.000492	-0.072516	0.001424	-0.239058

Πίνακας 5.9: Οι τιμές των συντελεστών γ_0 και γ_3 της παλινδρόμησης 4.4.3.

Παρακάτω ακολουθούν πίνακες με τις τιμές των P-value των συντελεστών γ_3 σε κάθε μία από τις υποπεριόδους για τις χώρες του δείγματος.

Ελλάδα					
	2006-2008	2009-2011	2012-2014	2015-2017	2018
γ_3	-0.079516	-0.040792	-0.075092	0.004464	-0.112500
P-value	0.0671	0.1805	0.0010	0.7678	0.1742

Πίνακας 5.10: Οι τιμές του συντελεστή γ_3 και του P-value της παλινδρόμησης 4.4.3.

Για την Ελλάδα παρατηρούμε πως στις τέσσερις από τις πέντε υποπεριόδους η τιμή P-value του συντελεστή γ_3 , για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% (0,05) είναι μεγαλύτερη που σημαίνει πως για αυτές τις υποπεριόδους δεν μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση,

$$H_0 : \gamma_3 = 0$$

Επομένως, καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως στις υποπεριόδους αυτές ο κίνδυνος δεν επηρεάζει τις μέσες αποδόσεις, ενώ μόνο στην περίοδο 2012-2014 απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση και δύναται ο κίνδυνος να επηρεάσει τις μέσες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων.

Γαλλία					
	2006-2008	2009-2011	2012-2014	2015-2017	2018
γ_3	-0.112250	-0.042872	-0.032626	-0.034421	-0.072516
P-value	0.0000	0.0371	0.1786	0.1174	0.2627

Πίνακας 5.11: Οι τιμές του συντελεστή γ_3 και του P-value της παλινδρόμησης 4.4.3.

Για την Γαλλία τα πράγματα είναι πιο ισορροπημένα, καθώς παρατηρούμε πως την περίοδο που εμφανίστηκε η κρίση, 2006-2011, η τιμή P-value του συντελεστή γ_3 , για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% (0,05) είναι μικρότερη, που σημαίνει πως για αυτές τις υποπεριόδους μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση,

$$H_0 : \gamma_3 = 0$$

Ενώ στις τρεις τελευταίες υποπεριόδους, 2012-2018, η τιμή του P-value του συντελεστή γ_3 , για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% (0,05) είναι μεγαλύτερη, που σημαίνει πως για αυτές τις υποπεριόδους δεν μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση.

Μεγάλη Βρετανία					
	2006-2008	2009-2011	2012-2014	2015-2017	2018
γ_3	-0.079685	-0.002912	-0.038210	-0.049157	-0.239058
P-value	0.2320	0.9070	0.3075	0.0044	0.0001

Πίνακας 5.12: Οι τιμές του συντελεστή γ_3 και του P-value της παλινδρόμησης 4.4.3.

Για την Μεγάλη Βρετανία, οι τρεις πρώτες υποπεριόδοι, με τις τιμές του P-value του συντελεστή γ_3 , για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% (0,05) είναι μεγαλύτερες, που σημαίνει πως για αυτές τις υποπεριόδους δεν μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση,

$$H_0 : \gamma_3 = 0$$

Ενώ στις δύο τελευταίες υποπεριόδους η τιμή του P-value του συντελεστή γ_3 , για επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5% (0,05) είναι μικρότερη που σημαίνει πως για αυτές τις υποπεριόδους μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση.

Συνεπώς, για την περίοδο 2006-2014 δεν φαίνεται ο κίνδυνος να επηρεάζει τις μέσες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων, πράγμα που συμβαίνει από το 2015 κι έπειτα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6°

Συμπεράσματα

Η μελέτη της Θεωρίας Χαρτοφυλακίου και η έρευνα για την εύρεση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου στο οποίο θα επιθυμούσαμε να επενδύσουμε αποτελεί τον ακρογωνιαίο λίθο στην μεγιστοποίηση του πλούτου μας. Στην παρούσα εργασία εξετάζουμε την αποτελεσματικότητα των χαρτοφυλακίων αποτελούμενα από μετοχές της Ελλάδας, της Γαλλίας και της Μεγάλης Βρετανίας για την περίοδο από τις αρχές του 2000 έως και τα τέλη του 2018. Η επιλογή των χωρών που αποτελούν το δείγμα μας δεν ήταν τυχαία, διότι επιλέχθηκε μία οικονομία από τον Ευρωπαϊκό Νότο, Ελλάδα, μία από την Κεντρική Ευρώπη, Γαλλία, και μία από τον Ευρωπαϊκό Βορρά, Μεγάλη Βρετανία. Η ποικιλία των αποτελεσμάτων μας οδηγεί σε διαφορετικά συμπεράσματα για κάθε χώρα, κυρίως στον έλεγχο της υπόθεσης, εάν ο μη συστηματικός κίνδυνος, εκφραζόμενος από την τυπική απόκλιση των χαρτοφυλακίων, δύναται να επηρεάσει τις μέσες αποδόσεις αυτών.

Ειδικότερα, για την Ελλάδα, διαπιστώνουμε πως καμία από τις υπό εξέταση υποθέσεις των Fama και MacBeth (1973), δεν δύναται να μπορεί να απορριφθεί, συνεπώς τα χαρτοφυλάκια που συνθέσαμε είναι αποτελεσματικά καθ' όλη την περίοδο που εξετάστηκαν, το Υπόδειγμα της Αγοράς έχει ισχύ, δηλαδή ο κίνδυνος και η απόδοση είναι δύο έννοιες γραμμικά συσχετισμένες που η αύξηση της μίας θα επιφέρει και την αύξηση της άλλης, και πλην της τριετίας 2012-2014 οι επιδράσεις του μη συστηματικού κινδύνου, της τυπικής απόκλισης των χαρτοφυλακίων, δεν μπορούν να επηρεάσουν τις μέσες αποδόσεις.

Ακολούθως, για την Γαλλία τα αποτελέσματα διαφέρουν σε ορισμένα σημεία από αυτά της Ελλάδας. Αρχικά, διαπιστώνουμε πως το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων, CAPM, ισχύει και τα χαρτοφυλάκια χαρακτηρίζονται αποτελεσματικά. Συγκρίνοντας όμως τον συντελεστή γ_1 με την διαφορά της απόδοσης της αγοράς με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου, συμπεραίνουμε πως απορρίπτεται η υπόθεση αυτή και το Υπόδειγμα της Αγοράς καθίσταται μη αποτελεσματικό. Η απόρριψη αυτή, δύναται να ερμηνευθεί πως η οικονομία της Γαλλίας είναι μια αρκετά ισχυρή οικονομία της Ευρωπαϊκής Ένωσης, που καθιστά τους επενδυτές πιο αποστασιοποιημένους από την ψυχολογία της αγοράς και την απόδοση του δείκτη. Από την μία, οι επενδυτές στην Ελλάδα επηρεάστηκαν σε υπερβολικό βαθμό από την βαθιά

οικονομική κρίση που έπληξε την οικονομία της χώρας και κατ' επέκταση το δείκτη της αγοράς, και από την άλλη, συμπεραίνουμε πως η οικονομία και ο δείκτης αγοράς της Μεγάλης Βρετανίας δείχνει να επηρεάζεται αρχικά από τις έντονες φημολογίες του Brexit, οι οποίες μετουσιώθηκαν και στην υλοποίηση του Brexit, με τους επενδυτές να επηρεάζονται από την εν γένει ψυχολογία της αγοράς. Για την Γαλλία κανένα από τα δύο σημαντικά γεγονότα της Ευρωπαϊκής οικονομίας δεν φάνηκε να επηρεάζει τις αποφάσεις των επενδυτών. Για την επίδραση του μη συστηματικού κινδύνου στις μέσες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων παρατηρούμε πως υπάρχει μία ανοδική πορεία της τιμής P-value, δείχνοντας πως με το πέρασμα των χρόνων όλο και πιο δύσκολα δύναται οι μέσες αποδόσεις να επηρεαστούν, σε σχέση με την εξαετία 2006-2011 που η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης το καθιστούσε εφικτό.

Τέλος, για την Μεγάλη Βρετανία, τα συμπεράσματα που εξάγονται από τα αποτελέσματα δείχνουν μια αρχική ταύτιση με των αντιστοίχων της Ελλάδας. Δηλαδή, η αδυναμία απόρριψης των αρχικών μηδενικών υποθέσεων καθιστά τα χαρτοφυλάκια αποτελεσματικά, και το CAPM να ισχύει, και το Υπόδειγμα της Αγοράς να έχει ισχύ και να αποδεικνύεται η γραμμική σχέση μεταξύ κινδύνου και απόδοσης, με την αύξηση του κινδύνου να επιφέρει και αύξηση της απόδοσης. Εκεί όμως που διαφέρει από την Ελλάδα, είναι στον έλεγχο της τρίτης υπόθεσης που πραγματοποιήσαμε. Στην Μεγάλη Βρετανία, η αρχική αδυναμία απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης για την περίοδο 2006-2014, που συνεπάγεται και μηδενικής επίδρασης του μη συστηματικού κινδύνου στις μέσες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων, ακολουθείται από ραγδαία αλλαγή στις τιμές αυτές από το 2015 κι έπειτα, με αποτέλεσμα η επίδραση του μη συστηματικού κινδύνου στις μέσες αποδόσεις των χαρτοφυλακίων να θεωρείται δεδομένη.

Θέλοντας να εξετάσουμε τα ευρήματα και τα συμπεράσματα που προήλθαν από την εργασία αυτή, και το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε, αναζητήσαμε μέσα στην βιβλιογραφία άλλες μελέτες που είτε θα επιβεβαίωναν είτε θα απέρριπταν τα αποτελέσματά μας. Μία αρκετά σημαντική μελέτη που θα χρησιμοποιηθεί είναι αυτή των Fama και French (1992-1993), όπου εξετάζοντας τις εμπειρικές σχέσεις μεταξύ της μέσης απόδοσης και του μεγέθους, καθώς και της μέσης απόδοσης με τον λόγο BE/ME, κι εφαρμόζοντας τις παλινδρομήσεις των Black, Jensen και Scholes, καταλήγουν στο συμπέρασμα πως οι δύο αυτοί παράγοντες κινδύνου

που συλλαμβάνουν την ισχυρή κοινή διακύμανση στις αποδόσεις βοηθούν στην εξήγηση της διαστρωματικής ανάλυσης των αναμενόμενων μέσων αποδόσεων. Ουσιαστικά, αποδεικνύουν την γραμμική σχέση μεταξύ κινδύνου και αναμενόμενης απόδοσης, επιβεβαιώνοντας τόσο το CAPM όσο και την δική μας εργασία. Μία ακόμη μελέτη που επιβεβαιώνει την εργασία μας είναι αυτή των Black, Jensen και Scholes (1972), που ελέγχοντας τις χρονοσειρές του CAPM, τόσο σε όλη την περίοδο όσο και στις υποπεριόδους, τους διαστρωματικούς ελέγχους του μοντέλου και το μοντέλο δύο παραγόντων, κατέληξαν στο συμπέρασμα πως υφίσταται σχέση μεταξύ των αναμενόμενων ασφάλιστρων κινδύνου των μεμονωμένων περιουσιακών στοιχείων και του συστηματικού τους κινδύνου. Τέλος, ακόμη μία μελέτη που καταλήγει σε παρόμοια συμπεράσματα με εμάς είναι αυτή των Gibbons, Ross και Shanken, οι οποίοι είχαν ως κύριο σκοπό της μελέτης τους την ανάλυση του ελέγχου της εκ των προτέρων αποτελεσματικότητας ενός δεδομένου χαρτοφυλακίου περιουσιακών στοιχείων. Έχοντας ως θεωρητική βάση ένα σύνολο δεδομένων από ένα από τα πιο κλασικά άρθρα της σύγχρονης χρηματοοικονομικής, των Black, Jensen και Scholes και με την χρήση του CAPM απέδειξαν μια συγκεκριμένη υπόθεση της σύγχρονης χρηματοοικονομικής, έχοντας ως μηδενική υπόθεση μια κύρια υπόθεση, κοινή για όλες τις θεωρίες αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων με κίνδυνο.

Πλέον, έχοντας συγκρίνει τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα της παρούσας εργασίας είμαστε σε θέση να αναφερθούμε στην πρακτική σημασία των αποτελεσμάτων μας για έναν επενδυτή, καθώς και για το τελικό συμπέρασμα της εργασίας. Ένας επενδυτής, αξιολογώντας όλα τα στοιχεία που προέκυψαν, δύναται να επενδύσει σε κάθε μία από τις τρεις χώρες που εξετάσαμε, διότι τα χαρτοφυλάκια ήταν αποτελεσματικά και θα του επέφεραν τα επιθυμητά αποτελέσματα. Έχοντας περάσει τόσο η κρίση όσο και το Brexit, οι οικονομίες φαίνεται να σταθεροποιούνται και οι επενδύσεις να γίνονται πιο αξιόπιστες, μπορούμε να πούμε πως είναι μία περίοδος φιλική προς τις επενδύσεις σε χαρτοφυλάκια της Ευρωπαϊκής Ένωσης.

Βέβαια, κάποια ερωτήματα δημιουργούνται όσον αφορά τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα της παρούσας εργασίας. Αρχικά, δεν λάβαμε υπόψη μας τις μετοχές των τραπεζών και των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων, που λογικά θα επέφεραν καλύτερα αποτελέσματα από μετοχές που συμπεριλήφθηκαν στα δεδομένα. Έπειτα, η χρησιμοποίηση μόνο ενός Γενικού Δείκτη για κάθε χώρα αντί για περισσότερους, ή ακόμα και κλαδικούς

δείκτες, δεν μας αποδίδουν στον μέγιστο βαθμό την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων. Επιπλέον, ειδικά στην Ελλάδα τόσο τα χαρτοφυλάκια ήταν λίγα ώστε να αποτελέσουν ένα αξιόπιστο δείγμα, πόσο μάλλον αποτελούμενα μόλις από πέντε μετοχές μειώνοντας κατά πολύ τις δυνατότητες της διαφοροποίησής τους. Τέλος, η ταξινόμηση των μετοχών, από την οποία και προήλθε η σύνθεση των χαρτοφυλακίων, με βάση των συντελεστή βήτα των μετοχών, περιορίζοντάς μας στην διαφοροποίηση των χαρτοφυλακίων και στην εξάλειψη του μη συστηματικού κινδύνου.

Βιβλιογραφία

- Ang, Andrew, Liu, Jun, and Shwarz, Krista (2018). Using Stocks in Tests of Factors Models. Pp. 1-65.
- Arditti, Fred D. (1967). Risk and the Required Return on Equity. *Journal of Finance*, XXII, pp. 19-36.
- Arditti, Fred D., and Levy, Haim (1975). Portfolio Efficiency Analysis in Three Moments: The Multiperiod Case. *The Journal of Finance*, Vol. 30, No. 3, pp. 797-809.
- Black, Fischer, Jensen, Michael C., and Scholes Myron (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. *Studies in the Theory of Capital Markets*.
- Black, Fischer (1972). Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *Journal of Bussines* 45, pp. 444-454.
- Blume, Marshall E. (1968). The Assessment of Portfolio Performance. *Chicago, IL: University of Chicago, unpublished Ph. D. dissertation*.
- Cheng, Pao L., and Grauer, Robert R. (1980). An Alternative Test of Capital Asset Pricing Model. *The American Economic Review*, Vol. 70, Issue 4, pp. 660-671.
- Cohen, Kalman J., and Pogue, Jerry A. (1967). An Empirical Evaluation of Alternative Portfolio Selection Models. *Journal of Bussines*, XXXX, pp. 166-93.
- Constantinides, George M. (1980). Admissible Uncertainty in the Intertemporal Asset Pricing Model. *Journal of Financial Economics* 8, pp. 71-86.
- Diacogiannis, George, and Feldman, David (2009). The CAPM Relation for Inefficient Portfolios. Pp. 1-37.
- Fama, Eugene F. (1968). Risk, Return, and Equilibrium: Some Clarifying Comments. *Journal of Finance*, pp.29-40.
- Fama, Eugene F. (1968). Multi-period Consumption-Investment Decisions. *Report No 6830, Chicago: University of Chicago, Center for Mathematical Studies in Business and Economics*.
- Fama, Eugene F. (1968). Risk, Return, and Equilibrium. *Report No 6831, Chicago: University of Chicago, Center for Mathematical Studies in Business and Economics*.
- Fama, Eugene F., and Blume, Marshall (1966). Filter Rules and Stock Market Trading. *Journal of Bussines*, XXXIX, pp. 226-41.
- Fama, Eugene F., and Fischer, Lawrence, Jensen, Michael C., and Roll, Richard (1969). The Adjustment of Stock Prices to New Information. *International Economic Review*, X, pp. 1-26.

- Fama, Eugene F., and Miller, Merton (1967). The Theory of Valuation. (*Unpublished manuscript, University of Chicago*).
- Fama, Eugene F., and MacBeth, James D. (1973). Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *The Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3., pp. 607-636.
- Fama, Eugene F., and MacBeth, James D. (1974). Long-term Growth in a Short-term Market. *Journal of Finance* 39, pp. 857-885.
- Fama, Eugene F. (1991). Efficient Capital Markets: II. *The Journal of Finance*, Vol. XLVI, No. 5, pp. 1-43.
- Fama, Eugene F., and French, Kenneth R. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, Vol. XLVII, No. 2, pp. 1-40.
- Fama, Eugene F., and French, Kenneth R. (1993). Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics* 33, pp. 3-56.
- Fama, Eugene F., and French, Kenneth R. (1995). Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns. *The Journal of Finance*, Vol. L, No. 1, pp. 1-25.
- Fama, Eugene F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, pp.383-417.
- Farrar, Donald E. (1962). The Investment Decision under Uncertainty. *Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall*.
- Friedman, Milton, and Savage, L.J. (1948). The Utility Analysis of Choices Involving Risk. *Journal of Political Economic*, LVI, pp. 279-304.
- Friend, Irwin, and Vickers, Douglas (1965). Portfolio Selection and Investment Performance. *Journal of Finance*, XX, pp. 391-415.
- Friend, Irwin, and Vickers, Douglas (1968). Re-evaluation of Alternative Portfolio Selection Models. *Journal of Business*, XXXXI, pp. 174-79.
- Gibbons, Michael R. (1982). Multivariate Tests of Financial Models. *Journal of Financial Economics* 10, pp. 3-27.
- Gibbons, Michael R., and Ferson, Wayne (1985). Testing Asset Pricing Models with Changing Expectations and an Unobservable Market Portfolio. *Journal of Financial Economics* 14, pp. 217-236.
- Gibbons, Michael R., Ross, Stephen A., and Shanken, Jay (1989). A Test of the Efficiency of a Given Portfolio. *Econometrica*, Vol. 57, No. 5, pp. 1121-1152.
- Horowitz, Ira (1965). A Model of Mutual Fund Evaluation. *Industrial Management Review*, VI, pp. 81-92.

Jagannathan, Ravi, and Wang, Zhenyu (1996). The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns. *The Journal of Finance*, Vol. LI, No.1, pp. 3-53.

Jensen, Michael C. (1969). Risk, The Pricing of Capital Assets, and The Evaluation of Investment Portfolios. *The Journal of Bussines*, Vol. 42, No. 2, pp. 167-247.

Kandel, Shmuel, and Stambaugh, Robert F. (1995). Portfolio Inefficiency and the Cross-Section of Expected Returns. *University of Pennsylvania Scholarly Commons Finance Papers*, pp. 1-28.

Latane, Henry A. (1962). Portfolio Balance-the Demand for Money, Bonds, and Stocks. *Southern Economic Journal*, XXIX, pp. 71-76.

Lundtofte, Frederik (2005). The Effect of Information Quality on Optimal Portfolio Choise. *National Centre of Competence in Research Financial Valuation and Risk Management, Working Paper No. 276*, pp. 1-39.

Lintner, John (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, XLVII, pp. 13-37.

Lintner, John (1965). Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification. *Journal of Finance*, XX, pp. 587-616.

Markowitz, Harry M. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*, VII, pp. 77-91.

Markowitz, Harry M. (1952). The Utility of Wealth. *Journal of Political Economic*, LX, pp. 151-58.

Markowitz, Harry M. (1959). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. (*"Cowless Foundation Monograph No. 16"*), New York: John Wiley and Sons.

Merton, Robert C. (1972). An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 7, No. 4, pp. 1851-1872.

Mossin, Jan. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, XXXIV, pp. 768-83.

Mossin, Jan. (1968). Optimal Multiperiod Portfolio Policies. *Journal of Business*, XXXXI, pp. 215-29.

Pratt, John W. (1964). Risk Aversion in the Small and in the Large. *Econometrica*, XXXII, pp. 122-36.

Roll, Richard (1968). The Efficient Market Model Applied to U.S. Treasure Bill Rates. (*unpublished Ph.D. dissertation, University of Chicago*).

Roll, Richard (1977). A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests, Part I: On Past and Potential Testability of the Theory. *Journal of Financial Economics* 4, pp. 129-176.

- Ross, Stephen A., (1975), Return, Risk, and Arbitrate, *in: I. Friend and J. Bicksler, Studies in risk and return*, Vol. 1 (Ballinger, Cambridge, MA) pp. 189-218.
- Ross, Stephen A., (1976). The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, *Journal of Economic Theory*, 13,34 1 - 360.
- Ross, Stephen A., (1977). The Capital Asset Pricing Model, Short Sale Restrictions, and Related Issues. *Journal of Finance* 32, pp. 177-183.
- Ross, Stephen A., (1978). The Current Status of the Capital Asset Pricing Model. *Journal of Finance* 33, pp. 885- 901.
- Ross, Stephen A., (1980). A Test of the Efficiency of a Given Portfolio. *Unpublished*.
- Sharpe, William F. (1964). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, pp. 277-93.
- Sharpe, William F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, XIX, pp. 425-42.
- Sharpe, William F. (1965). Reply. *Journal of Finance*, XX, pp. 94-95.
- Sharpe, William F. (1965). Risk Aversion in the Stock Market. *Journal of Finance*, XX, pp. 416-22.
- Sharpe, William F. (1966). Mutual Fund Performance. *Journal of Business*, XXXIX, Part 2, pp. 119-38.
- Sharpe, William F. (1966). Security Prices, Risk, and the Maximal Gains from Diversification: Reply. *Journal of Finance*, pp. 743-44.
- Tobin, James (1965). The Theory of Portfolio Selection. *In F.H. Hahn and F.P.R. Brechling. The Theory of Interest Rates. New York: St. Martin's Press.*
- Treynor, Jack L. 1961. Toward a Theory of Market Value of Risky Assets. *Unpublished manuscript, undated.*
- Treynor, Jack L. 1965. How to Rate Management of Investment Funds. *Harvard Business Review*, V. 43, pp. 63-75.

Παράρτημα

Αποτελέσματα της διαστρωματικής παλινδρόμησης $R_p = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_p + \varepsilon_p$ για την περίοδο
01/01/2000 έως 31/12/2018.

Ελλάδα

2006-2008

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/23/19 Time: 13:43
Sample: 1 10
Included observations: 10
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	5.47E-05	0.000686	0.079723	0.9384
C(2)	-0.000835	0.000683	-1.222918	0.2562
R-squared	0.157498	Mean dependent var		-0.000771
Adjusted R-squared	0.052185	S.D. dependent var		0.000380
S.E. of regression	0.000370	Akaike info criterion		-12.78842
Sum squared resid	1.10E-06	Schwarz criterion		-12.72790
Log likelihood	65.94210	Hannan-Quinn criter.		-12.85481
F-statistic	1.495528	Durbin-Watson stat		2.037144
Prob(F-statistic)	0.256161			

2009-2011

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/23/19 Time: 13:46
Sample: 1 10
Included observations: 10
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.000637	0.000609	-1.045291	0.3264
C(2)	-0.000341	0.000686	-0.497061	0.6325
R-squared	0.029959	Mean dependent var		-0.000934
Adjusted R-squared	-0.091297	S.D. dependent var		0.000356
S.E. of regression	0.000372	Akaike info criterion		-12.77856
Sum squared resid	1.11E-06	Schwarz criterion		-12.71805
Log likelihood	65.89281	Hannan-Quinn criter.		-12.84495
F-statistic	0.247070	Durbin-Watson stat		1.454976
Prob(F-statistic)	0.632516			

2012-2014

Dependent Variable: SERIES01
 Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
 Date: 09/23/19 Time: 13:51
 Sample: 1 10
 Included observations: 10
 SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.001239	0.000295	4.201923	0.0030
C(2)	-0.001200	0.000429	-2.801425	0.0231
R-squared	0.495204	Mean dependent var		0.000455
Adjusted R-squared	0.432104	S.D. dependent var		0.000391
S.E. of regression	0.000295	Akaike info criterion		-13.24553
Sum squared resid	6.94E-07	Schwarz criterion		-13.18501
Log likelihood	68.22763	Hannan-Quinn criter.		-13.31191
F-statistic	7.847980	Durbin-Watson stat		2.158766
Prob(F-statistic)	0.023147			

2015-2017

Dependent Variable: SERIES01
 Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
 Date: 09/23/19 Time: 14:09
 Sample: 1 10
 Included observations: 10
 SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000570	0.000155	3.679814	0.0062
C(2)	0.000216	0.000219	0.984148	0.3539
R-squared	0.107994	Mean dependent var		0.000709
Adjusted R-squared	-0.003507	S.D. dependent var		0.000200
S.E. of regression	0.000200	Akaike info criterion		-14.01754
Sum squared resid	3.21E-07	Schwarz criterion		-13.95702
Log likelihood	72.08770	Hannan-Quinn criter.		-14.08393
F-statistic	0.968548	Durbin-Watson stat		2.383454
Prob(F-statistic)	0.353867			

2018

Dependent Variable: SERIES01
 Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
 Date: 09/23/19 Time: 14:11
 Sample: 1 10
 Included observations: 10
 SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000480	0.000468	1.025556	0.3351
C(2)	-0.001688	0.000763	-2.212678	0.0578
R-squared	0.379650	Mean dependent var		-0.000421
Adjusted R-squared	0.302106	S.D. dependent var		0.000875
S.E. of regression	0.000731	Akaike info criterion		-11.42758
Sum squared resid	4.27E-06	Schwarz criterion		-11.36706
Log likelihood	59.13790	Hannan-Quinn criter.		-11.49397
F-statistic	4.895945	Durbin-Watson stat		2.296024
Prob(F-statistic)	0.057839			

Γαλλία

2006-2008

Dependent Variable: SERIES01
 Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
 Date: 09/23/19 Time: 13:19
 Sample: 1 20
 Included observations: 20
 SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.000505	0.000251	-2.011050	0.0595
C(2)	-0.000926	0.000386	-2.400982	0.0274
R-squared	0.242574	Mean dependent var		-0.001000
Adjusted R-squared	0.200495	S.D. dependent var		0.000718
S.E. of regression	0.000642	Akaike info criterion		-11.77018
Sum squared resid	7.41E-06	Schwarz criterion		-11.67060
Log likelihood	119.7018	Hannan-Quinn criter.		-11.75074
F-statistic	5.764713	Durbin-Watson stat		1.442298
Prob(F-statistic)	0.027372			

2009-2011

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/23/19 Time: 13:25
Sample: 1 20
Included observations: 20
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000713	0.000177	4.024596	0.0008
C(2)	-0.000675	0.000263	-2.571647	0.0192
R-squared	0.268690	Mean dependent var		0.000282
Adjusted R-squared	0.228062	S.D. dependent var		0.000293
S.E. of regression	0.000257	Akaike info criterion		-13.59925
Sum squared resid	1.19E-06	Schwarz criterion		-13.49968
Log likelihood	137.9925	Hannan-Quinn criter.		-13.57981
F-statistic	6.613369	Durbin-Watson stat		1.560823
Prob(F-statistic)	0.019209			

2012-2014

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/23/19 Time: 13:30
Sample: 1 20
Included observations: 20
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000542	0.000116	4.664680	0.0002
C(2)	-0.000212	0.000156	-1.357687	0.1913
R-squared	0.092893	Mean dependent var		0.000401
Adjusted R-squared	0.042499	S.D. dependent var		0.000239
S.E. of regression	0.000234	Akaike info criterion		-13.78865
Sum squared resid	9.85E-07	Schwarz criterion		-13.68907
Log likelihood	139.8865	Hannan-Quinn criter.		-13.76921
F-statistic	1.843315	Durbin-Watson stat		0.926036
Prob(F-statistic)	0.191341			

2015-2017

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/23/19 Time: 13:34
Sample: 1 20
Included observations: 20
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000655	9.68E-05	6.764230	0.0000
C(2)	-0.000276	0.000142	-1.942981	0.0678
R-squared	0.173371	Mean dependent var		0.000492
Adjusted R-squared	0.127447	S.D. dependent var		0.000231
S.E. of regression	0.000216	Akaike info criterion		-13.94915
Sum squared resid	8.39E-07	Schwarz criterion		-13.84958
Log likelihood	141.4915	Hannan-Quinn criter.		-13.92971
F-statistic	3.775174	Durbin-Watson stat		1.940818
Prob(F-statistic)	0.067827			

2018

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/23/19 Time: 13:39
Sample: 1 20
Included observations: 20
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.001093	0.000265	-4.120825	0.0006
C(2)	-0.000307	0.000391	-0.784514	0.4429
R-squared	0.033062	Mean dependent var		-0.001284
Adjusted R-squared	-0.020657	S.D. dependent var		0.000463
S.E. of regression	0.000468	Akaike info criterion		-12.40197
Sum squared resid	3.94E-06	Schwarz criterion		-12.30239
Log likelihood	126.0197	Hannan-Quinn criter.		-12.38253
F-statistic	0.615463	Durbin-Watson stat		1.608890
Prob(F-statistic)	0.442941			

Μεγάλη Βρετανία

2006-2008

Dependent Variable: RP
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/23/19 Time: 11:55
Sample: 1 25
Included observations: 25
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000523	9.03E-05	5.794459	0.0000
C(2)	-0.000181	0.000147	-1.228840	0.2316
R-squared	0.061609	Mean dependent var		0.000431
Adjusted R-squared	0.020810	S.D. dependent var		0.000253
S.E. of regression	0.000250	Akaike info criterion		-13.67225
Sum squared resid	1.44E-06	Schwarz criterion		-13.57474
Log likelihood	172.9032	Hannan-Quinn criter.		-13.64521
F-statistic	1.510049	Durbin-Watson stat		2.359066
Prob(F-statistic)	0.231557			

2009-2011

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/23/19 Time: 12:55
Sample: 1 25
Included observations: 25
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000610	0.000231	2.634345	0.0148
C(2)	-3.91E-05	0.000290	-0.134863	0.8939
R-squared	0.000790	Mean dependent var		0.000579
Adjusted R-squared	-0.042654	S.D. dependent var		0.000263
S.E. of regression	0.000268	Akaike info criterion		-13.53175
Sum squared resid	1.66E-06	Schwarz criterion		-13.43424
Log likelihood	171.1468	Hannan-Quinn criter.		-13.50470
F-statistic	0.018188	Durbin-Watson stat		1.974129
Prob(F-statistic)	0.893894			

2012-2014

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/23/19 Time: 12:56
Sample: 1 25
Included observations: 25
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000689	0.000145	4.766022	0.0001
C(2)	-0.000168	0.000167	-1.008512	0.3237
R-squared	0.042349	Mean dependent var		0.000556
Adjusted R-squared	0.000712	S.D. dependent var		0.000297
S.E. of regression	0.000297	Akaike info criterion		-13.32803
Sum squared resid	2.03E-06	Schwarz criterion		-13.23052
Log likelihood	168.6004	Hannan-Quinn criter.		-13.30098
F-statistic	1.017096	Durbin-Watson stat		2.017238
Prob(F-statistic)	0.323702			

2015-2017

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/23/19 Time: 13:05
Sample: 1 25
Included observations: 25
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000513	9.02E-05	5.681758	0.0000
C(2)	-0.000375	0.000106	-3.556599	0.0017
R-squared	0.354828	Mean dependent var		0.000215
Adjusted R-squared	0.326777	S.D. dependent var		0.000204
S.E. of regression	0.000167	Akaike info criterion		-14.47674
Sum squared resid	6.44E-07	Schwarz criterion		-14.37923
Log likelihood	182.9592	Hannan-Quinn criter.		-14.44969
F-statistic	12.64940	Durbin-Watson stat		1.801565
Prob(F-statistic)	0.001679			

2018

Dependent Variable: SERIES01

Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)

Date: 09/23/19 Time: 13:11

Sample: 1 25

Included observations: 25

SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.000486	0.000276	-1.757686	0.0921
C(2)	-0.000444	0.000328	-1.355681	0.1884
R-squared	0.073995	Mean dependent var		-0.000839
Adjusted R-squared	0.033734	S.D. dependent var		0.000463
S.E. of regression	0.000456	Akaike info criterion		-12.47352
Sum squared resid	4.77E-06	Schwarz criterion		-12.37601
Log likelihood	157.9191	Hannan-Quinn criter.		-12.44648
F-statistic	1.837871	Durbin-Watson stat		2.421477
Prob(F-statistic)	0.188364			

**Αποτελέσματα της διαστρωματικής παλινδρόμησης $R_p = \gamma_0 + \gamma_3 \sigma_p + \varepsilon_p$ για την περίοδο
01/01/2000 έως 31/12/2018.**

Ελλάδα

2006-2008

Dependent Variable: SERIES01
 Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
 Date: 09/27/19 Time: 15:22
 Sample: 1 10
 Included observations: 10
 SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000746	0.000724	1.030283	0.3330
C(2)	-0.079516	0.037562	-2.116950	0.0671
R-squared	0.359050	Mean dependent var		-0.000771
Adjusted R-squared	0.278931	S.D. dependent var		0.000380
S.E. of regression	0.000323	Akaike info criterion		-13.06184
Sum squared resid	8.34E-07	Schwarz criterion		-13.00133
Log likelihood	67.30922	Hannan-Quinn criter.		-13.12823
F-statistic	4.481477	Durbin-Watson stat		1.891465
Prob(F-statistic)	0.067143			

2009-2011

Dependent Variable: SERIES01
 Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
 Date: 09/27/19 Time: 15:26
 Sample: 1 10
 Included observations: 10
 SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.000124	0.000562	-0.219735	0.8316
C(2)	-0.040792	0.027803	-1.467203	0.1805
R-squared	0.212031	Mean dependent var		-0.000934
Adjusted R-squared	0.113535	S.D. dependent var		0.000356
S.E. of regression	0.000335	Akaike info criterion		-12.98644
Sum squared resid	8.99E-07	Schwarz criterion		-12.92593
Log likelihood	66.93222	Hannan-Quinn criter.		-13.05283
F-statistic	2.152686	Durbin-Watson stat		1.659285
Prob(F-statistic)	0.180500			

2012-2014

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/27/19 Time: 15:28
Sample: 1 10
Included observations: 10
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.002061	0.000327	6.302225	0.0002
C(2)	-0.075092	0.014995	-5.007906	0.0010
R-squared	0.758156	Mean dependent var		0.000455
Adjusted R-squared	0.727925	S.D. dependent var		0.000391
S.E. of regression	0.000204	Akaike info criterion		-13.98139
Sum squared resid	3.32E-07	Schwarz criterion		-13.92087
Log likelihood	71.90693	Hannan-Quinn criter.		-14.04777
F-statistic	25.07912	Durbin-Watson stat		2.950502
Prob(F-statistic)	0.001042			

2015-2017

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/27/19 Time: 15:32
Sample: 1 10
Included observations: 10
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000621	0.000296	2.097019	0.0693
C(2)	0.004464	0.014611	0.305517	0.7678
R-squared	0.011533	Mean dependent var		0.000709
Adjusted R-squared	-0.112025	S.D. dependent var		0.000200
S.E. of regression	0.000211	Akaike info criterion		-13.91486
Sum squared resid	3.55E-07	Schwarz criterion		-13.85434
Log likelihood	71.57429	Hannan-Quinn criter.		-13.98124
F-statistic	0.093340	Durbin-Watson stat		2.488363
Prob(F-statistic)	0.767771			

2018

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/27/19 Time: 15:34
Sample: 1 10
Included observations: 10
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.001194	0.001113	1.071978	0.3150
C(2)	-0.112500	0.075438	-1.491290	0.1742
R-squared	0.217523	Mean dependent var		-0.000421
Adjusted R-squared	0.119714	S.D. dependent var		0.000875
S.E. of regression	0.000821	Akaike info criterion		-11.19540
Sum squared resid	5.39E-06	Schwarz criterion		-11.13488
Log likelihood	57.97700	Hannan-Quinn criter.		-11.26179
F-statistic	2.223945	Durbin-Watson stat		2.233276
Prob(F-statistic)	0.174224			

Γαλλία

2006-2008

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/27/19 Time: 15:39
Sample: 1 20
Included observations: 20
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000669	0.000264	2.528403	0.0210
C(2)	-0.112250	0.016766	-6.695269	0.0000
R-squared	0.713497	Mean dependent var		-0.001000
Adjusted R-squared	0.697580	S.D. dependent var		0.000718
S.E. of regression	0.000395	Akaike info criterion		-12.74235
Sum squared resid	2.80E-06	Schwarz criterion		-12.64278
Log likelihood	129.4235	Hannan-Quinn criter.		-12.72291
F-statistic	44.82663	Durbin-Watson stat		1.627073
Prob(F-statistic)	0.000003			

2009-2011

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/27/19 Time: 15:42
Sample: 1 20
Included observations: 20
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000876	0.000270	3.240781	0.0045
C(2)	-0.042872	0.019041	-2.251550	0.0371
R-squared	0.219748	Mean dependent var		0.000282
Adjusted R-squared	0.176401	S.D. dependent var		0.000293
S.E. of regression	0.000266	Akaike info criterion		-13.53447
Sum squared resid	1.27E-06	Schwarz criterion		-13.43490
Log likelihood	137.3447	Hannan-Quinn criter.		-13.51503
F-statistic	5.069480	Durbin-Watson stat		1.541091
Prob(F-statistic)	0.037080			

2012-2014

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/27/19 Time: 15:45
Sample: 1 20
Included observations: 20
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000731	0.000242	3.024921	0.0073
C(2)	-0.032626	0.023310	-1.399666	0.1786
R-squared	0.098154	Mean dependent var		0.000401
Adjusted R-squared	0.048052	S.D. dependent var		0.000239
S.E. of regression	0.000233	Akaike info criterion		-13.79446
Sum squared resid	9.79E-07	Schwarz criterion		-13.69489
Log likelihood	139.9446	Hannan-Quinn criter.		-13.77503
F-statistic	1.959064	Durbin-Watson stat		0.928870
Prob(F-statistic)	0.178612			

2015-2017

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/27/19 Time: 22:27
Sample: 1 20
Included observations: 20
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000849	0.000223	3.811529	0.0013
C(2)	-0.034421	0.020928	-1.644731	0.1174
R-squared	0.130651	Mean dependent var		0.000492
Adjusted R-squared	0.082354	S.D. dependent var		0.000231
S.E. of regression	0.000221	Akaike info criterion		-13.89876
Sum squared resid	8.82E-07	Schwarz criterion		-13.79919
Log likelihood	140.9876	Hannan-Quinn criter.		-13.87932
F-statistic	2.705142	Durbin-Watson stat		2.014582
Prob(F-statistic)	0.117376			

2018

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/27/19 Time: 15:52
Sample: 1 20
Included observations: 20
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.000492	0.000692	-0.711283	0.4860
C(2)	-0.072516	0.062722	-1.156156	0.2627
R-squared	0.069128	Mean dependent var		-0.001284
Adjusted R-squared	0.017412	S.D. dependent var		0.000463
S.E. of regression	0.000459	Akaike info criterion		-12.43998
Sum squared resid	3.79E-06	Schwarz criterion		-12.34041
Log likelihood	126.3998	Hannan-Quinn criter.		-12.42054
F-statistic	1.336698	Durbin-Watson stat		1.520003
Prob(F-statistic)	0.262733			

Μεγάλη Βρετανία

2006-2008

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/27/19 Time: 15:57
Sample: 1 25
Included observations: 25
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.001202	0.000630	1.907221	0.0691
C(2)	-0.079685	0.064916	-1.227503	0.2320
R-squared	0.061484	Mean dependent var		0.000431
Adjusted R-squared	0.020679	S.D. dependent var		0.000253
S.E. of regression	0.000250	Akaike info criterion		-13.67212
Sum squared resid	1.44E-06	Schwarz criterion		-13.57461
Log likelihood	172.9015	Hannan-Quinn criter.		-13.64507
F-statistic	1.506765	Durbin-Watson stat		2.395434
Prob(F-statistic)	0.232049			

2009-2011

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/27/19 Time: 16:05
Sample: 1 25
Included observations: 25
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000620	0.000344	1.798826	0.0852
C(2)	-0.002912	0.024649	-0.118145	0.9070
R-squared	0.000607	Mean dependent var		0.000579
Adjusted R-squared	-0.042845	S.D. dependent var		0.000263
S.E. of regression	0.000268	Akaike info criterion		-13.53156
Sum squared resid	1.66E-06	Schwarz criterion		-13.43405
Log likelihood	171.1446	Hannan-Quinn criter.		-13.50452
F-statistic	0.013958	Durbin-Watson stat		1.962754
Prob(F-statistic)	0.906978			

2012-2014

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/27/19 Time: 16:08
Sample: 1 25
Included observations: 25
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000901	0.000336	2.683256	0.0133
C(2)	-0.038210	0.036611	-1.043686	0.3075
R-squared	0.045218	Mean dependent var		0.000556
Adjusted R-squared	0.003706	S.D. dependent var		0.000297
S.E. of regression	0.000297	Akaike info criterion		-13.33103
Sum squared resid	2.02E-06	Schwarz criterion		-13.23352
Log likelihood	168.6379	Hannan-Quinn criter.		-13.30399
F-statistic	1.089281	Durbin-Watson stat		1.948001
Prob(F-statistic)	0.307477			

2015-2017

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/27/19 Time: 16:11
Sample: 1 25
Included observations: 25
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.000708	0.000160	4.423362	0.0002
C(2)	-0.049157	0.015561	-3.158976	0.0044
R-squared	0.302589	Mean dependent var		0.000215
Adjusted R-squared	0.272267	S.D. dependent var		0.000204
S.E. of regression	0.000174	Akaike info criterion		-14.39888
Sum squared resid	6.96E-07	Schwarz criterion		-14.30137
Log likelihood	181.9860	Hannan-Quinn criter.		-14.37183
F-statistic	9.979130	Durbin-Watson stat		1.370321
Prob(F-statistic)	0.004388			

2018

Dependent Variable: SERIES01
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 09/27/19 Time: 16:13
Sample: 1 25
Included observations: 25
SERIES01=C(1)+C(2)*SERIES02

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.001424	0.000465	3.060103	0.0055
C(2)	-0.239058	0.048662	-4.912610	0.0001
R-squared	0.512027	Mean dependent var		-0.000839
Adjusted R-squared	0.490811	S.D. dependent var		0.000463
S.E. of regression	0.000331	Akaike info criterion		-13.11414
Sum squared resid	2.52E-06	Schwarz criterion		-13.01663
Log likelihood	165.9268	Hannan-Quinn criter.		-13.08710
F-statistic	24.13373	Durbin-Watson stat		1.738007
Prob(F-statistic)	0.000058			