



Τιμολόγηση Παραγωγών Καιρού και Εφαρμογές στην Αγροτική Οικονομία

Κυριάκος Δ. Σέρογλου

Πειραιάς,
Μάρτιος 2019





Fair and Actuarial Pricing Approaches to Weather Derivatives with an Application in Agricultural Economy

Kyriakos D. Seroglou



ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω και να εκφράσω την απεριόριστη ευγνωμοσύνη μου στον κύριο Β. Σεβρόγλου Αναπληρωτή Καθηγητή του Πανεπιστημίου Πειραιώς για τη συνεχή στήριξη, την υπομονή, τα κίνητρα και τη γνώση του. Η καθοδήγησή του με βοήθησε καθ' όλη την πορεία της έρευνας και συγγραφής της διατριβής μου. Δεν θα μπορούσα να φανταστώ κάποιον καλύτερο σύμβουλο και μέντορα για τη μεταπτυχιακή μου διατριβή.

Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Μ. Κούτρα Καθηγητή του Τμήματος Στατιστικής & Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς καθώς και τον κύριο Ν. Μαχαιρά Καθηγητή του ιδίου Τμήματος για τις πολύτιμες γνώσεις και δεξιότητες που μου μετέδωσαν κατά τη διάρκεια των σπουδών μου.

Ιδιαίτερη μνεία θα ήθελα να αποδώσω στους δικούς μου ανθρώπους που ενθαρρύνουν και στηρίζουν πάντα τα όνειρά μου.

Περίληψη

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η πρόταση μιας δίκαιης τιμολόγησης παραγώγων καιρού, καθώς οι βασικές μέθοδοι τιμολόγησης τους δεν μπορούν να εφαρμοστούν στη μη-πλήρη αγορά στην οποία διαπραγματεύονται. Το βέλτιστα αναπτυγμένο χαρτοφυλάκιο χρησιμοποιείται ως σημείο αναφοράς ή μέτρησης και ερμηνεύεται ως ο παγκόσμιος μετοχικός δείκτης, βάσει του οποίου μπορούν να αξιολογηθούν πολλές μέθοδοι τιμολόγησης παραγώγων. Για τα έσοδα από παράγωγα καιρού τα οποία είναι ανεξάρτητα από την αξία του βέλτιστου χαρτοφυλακίου φαίνεται ότι οι κλασικές αναλογιστικές μέθοδοι τιμολόγησης αποτελούν ένα ιδιαίτερο σενάριο του τρόπου δίκαιης τιμολόγησης. Ένα διακριτό μοντέλο χρόνου κατασκευάζεται για να προσεγγίσει ιστορικά καιρικά χαρακτηριστικά. Η δίκαιη τιμολόγηση κάποιων συγκεκριμένων παραγώγων καιρού ανάγονται από ιστορικά και Gaussian υπόλοιπα (residuals) κανονικοποιημένων ετήσιων θερμοκρασιών. Τα ερωτήματα που εγείρονται για τον κίνδυνο καιρού ως διαφοροποιημένο κίνδυνο όπως επίσης και η χρησιμότητα των παραγώγων καιρού στην αγροτική οικονομία διερευνώνται στην παρούσα εργασία. Τέλος, παρουσιάζονται ερωτήματα που προκύπτουν για τον κίνδυνο καιρού ως διαφοροποιημένο κίνδυνο, καθώς επίσης και εφαρμογή των παραγώγων καιρού στην αγροτική οικονομία.

Abstract

In this paper a fair pricing model for weather derivatives is proposed. Standard hedging-based pricing methods cannot be applied since weather derivatives are traded in an incomplete market setting. The growth optimal portfolio, which is defined as a global stock index, is used as a reference point or value via all benchmarked derivative price processes can be compared. Payoffs of weather derivatives that are independent of the value of the growth optimal portfolio, it is revealed that the classical actuarial pricing methodology is a particular case of fair pricing concept. A model based on time data values is constructed to approach historical weather characteristics. For some particular weather derivatives, the fair price is obtained through historical and Gaussian residuals. Questions that are arised regarding weather risk is a diversifiable risk or not and its connection with the applications of weather derivatives are also discussed.

Περιεχόμενα

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	3
Περίληψη.....	4
Abstract	5
Εισαγωγή	9
1ο Κεφάλαιο.....	12
Εισαγωγή στα παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα.....	12
1.1. Χρηματοοικονομικοί Τίτλοι.....	12
1.1.1. Μετοχές.....	12
1.1.2. Ομολογιακά Δάνεια	13
1.1.3. Το Χρηματιστήριο.....	15
1.2. Παράγωγα Χρηματοοικονομικά Προϊόντα	16
1.2.1. Προθεσμιακά συμβόλαια (forward contracts)	16
1.2.2. Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης (Future contracts).....	17
1.2.3. Προϊόντα Δανεισμού Τίτλων (Stock Repo και Stock Reverse Repo).....	19
1.2.4. Δικαιώματα Προαίρεσης (options)	19
1.3. Τύποι Συναλλασσομένων	26
1.3.1. Arbitrageurs.....	27
1.3.2. Hedgers.....	29
1.3.3. Speculators (Κερδοσκόποι)	29
1.4. Στρατηγικές αγοραπωλησιών μετοχών και δικαιωμάτων προαίρεσης.....	30
1.4.1. Στρατηγικές που αφορούν μια μετοχή και ένα δικαίωμα προαίρεσης επί αυτής της μετοχής.....	30
1.4.2. Στρατηγικές που αφορούν δικαιώματα προαίρεσης ιδίου τύπου επί της ίδιας μετοχής. 34	
1.4.3. Στρατηγικές που αφορούν δικαιώματα αγοράς και πώλησης ταυτόχρονα επί της ίδιας μετοχής.....	38
2ο Κεφάλαιο.....	40
Ευκαιρίες και προτεραιότητες στις υπηρεσίες καιρού και κλίματος	40
2.1 Ευκαιρίες και προτεραιότητες στις υπηρεσίες καιρού και κλίματος	40
2.2 Διαχείριση του καιρικού και κλιματικού κινδύνου.....	42

2.2.1. Ορισμός του κινδύνου καιρού και κλίματος.....	44
2.2.2. Στρατηγικές μετριασμού.....	44
2.2.3. Παράγωγα καιρού.....	46
2.2.4. Βιομηχανίες ευαίσθητες στον καιρό.....	47
2.3 Ικανότητες πρόβλεψης, κίνδυνος και ευκαιρίες.....	49
2.4 Προτεραιότητες και πολιτικές για την πρόοδο.....	52
3ο Κεφάλαιο.....	58
Προσέγγιση τιμολόγησης παραγώγων καιρού.....	58
3.1 Εισαγωγή.....	58
3.2. Βασικές μαθηματικές έννοιες.....	59
3.2.1. σ-άλγεβρα.....	59
3.2.2. Μέτρο.....	60
3.2.3. Martingales.....	60
3.3. Αναλογιστική τιμολόγηση.....	61
3.4. Προσέγγιση με Δείκτη Αναφοράς.....	63
3.4.1. Μοντέλο Διακριτού Χρόνου.....	63
3.4.2. Βέλτιστα Ανεπτυγμένο Χαρτοφυλάκιο (GOP).....	65
3.4.3. Εύλογη τιμολόγηση των ενδεχόμενων απαιτήσεων.....	67
3.4.4. Κινδυνουδέτερη Τιμολόγηση.....	68
3.4.5. Γενικευμένη αναλογιστική τιμολόγηση.....	70
3.5. Δίκαιη Τιμολόγηση των Παραγώγων Καιρού.....	71
3.5.1. Δείκτες καιρού και αποδόσεις παραγώγων του καιρού.....	71
3.5.2. Συμβόλαια παραγώγων καιρού.....	73
4ο Κεφάλαιο.....	75
Εφαρμογή τιμολόγησης και ανάλυσης.....	75
4.1. Ανάλυση δεδομένων.....	75
4.1.1. Περιγραφή των Δεδομένων.....	75
4.1.2. Μέση Τιμή.....	77
4.1.3. Μέση Εποχιακή Ταλάντωση.....	78
4.2. Μέθοδοι Τιμολόγησης.....	83
4.2.1. Δίκαιη Τιμολόγηση Παραγώγων Καιρού.....	83

4.2.2. Ιστορική Δίκαιη Τιμολόγηση	84
4.2.3. Δίκαιη Τιμολόγηση Μέσω Μοντέλου Κατανομής	86
4.3. Συμπεράσματα	93
Βιβλιογραφία	96

Εισαγωγή

Οι επιπτώσεις του καιρού σε πολλές εμπορικές και ψυχαγωγικές δραστηριότητες είναι σημαντικές και ποικίλλουν τόσο γεωγραφικά όσο και εποχιακά.

Πολλές επιχειρήσεις, συμπεριλαμβανομένης της γεωργίας, της ασφάλισης, της ενέργειας και του τουρισμού, επηρεάζονται θετικά ή αρνητικά από τις καιρικές συνθήκες. Για το λόγο αυτό, οι χρηματοπιστωτικές αγορές έχουν επινοήσει μια σχετικά νέα κατηγορία μέσων, που ονομάζονται παράγωγα καιρού, μέσω των οποίων μπορεί να μεταφερθεί ή να μειωθεί η έκθεση στον κίνδυνο καιρού. Τα παράγωγα καιρού είναι τυχαίες απαιτήσεις βασισμένες σε δείκτες καιρού, οι οποίοι με τη σειρά τους είναι μεταβλητές των οποίων οι τιμές κατασκευάζονται από δεδομένα καιρού. Οι συνήθεις δείκτες καιρού περιλαμβάνουν, τη μέση ημερήσια θερμοκρασία (DAT), την συσσωρευτική ετήσια θερμοκρασία (CAT), τις βαθμοημέρες θέρμανσης (HDD), τις βαθμοημέρες ψύξης (CDD), τη βροχόπτωση, τη χιονόπτωση και τον άνεμο. Η ευελιξία του καθορισμού ενός συγκεκριμένου δείκτη καιρού και της σύνταξης μιας τυχαίας απαιτήσης έναντι αυτού επιτρέπει την ανάπτυξη καινοτόμων δομών αντιστάθμισης κινδύνου. Αυτό επιτρέπει τη διαχείριση μιας σχεδόν απεριόριστης ποικιλίας κινδύνων που σχετίζονται με τις καιρικές συνθήκες. Ένα ενδιαφέρον παράδειγμα για την εφαρμογή εναλλακτικών κινδύνων από τις καιρικές συνθήκες δίνεται από τον Kariga [21]. Επιπλέον, είναι ευρέως αντιληπτό ότι η συσχέτιση μεταξύ των δεικτών καιρού και των πλέον καθιερωμένων χρηματοοικονομικών δεικτών είναι αμελητέα. Η ικανότητα των οικονομικών αναλυτών να τιμολογούν αυτά τα μέσα είναι μέχρι στιγμής περιορισμένη. Η παραδοσιακή μεθοδολογία τιμολόγησης βάσει αντιστάθμισης δεν παρέχει μια πρακτική μέθοδο τιμολόγησης για την αποτίμηση των παραγώγων καιρού, επειδή οι υπο-θεώρηση δείκτες καιρικού δεν υπόκεινται προς το παρόν σε καθεστώς ρευστοποιημένων τιτλοποιημένων μέσων.

Υπάρχουν επίσης κάποιες δυσκολίες στην εφαρμογή στατιστικών τεχνικών τιμολόγησης με βάση την ισορροπία, επειδή οι παρατηρούμενοι δείκτες καιρού δεν είναι στάσιμοι. Χαρακτηρίζονται δε, από μακροπρόθεσμες παραλλαγές και τάσεις, πιθανώς με κύκλους πολύ μεγαλύτερους από ότι αποκαλύπτουν τα αρχεία δεδομένων καιρού. Μια απλή παρατήρηση σχετικά με την προσέγγιση της αναλογιστικής παρούσας τιμολόγησης είναι μάλλον απλή και διαισθητικά ελκυστική. Θα ήταν βολικό να μπορούσαμε να εφαρμόσουμε αυτή τη μεθοδολογία τιμολόγησης στα παράγωγα καιρού με βάση ένα ισχυρό θεωρητικό επιχείρημα. Επιπλέον, η σύνδεση της τιμολόγησης των παραγώγων καιρού με ένα κατάλληλο πρόβλημα αναλογιστικού τύπου θα ήταν ιδανική για την αξιολόγηση εξωτικών παραγώγων καιρού (exotic weather derivatives) με πολύπλοκες δομές πληρωμών. Η παρούσα εργασία θα παρέχει μια τέτοια βάση για την τιμολόγηση αυτών παραγώγων καιρού, και παρουσιάζει μια σχέση μεταξύ της χρηματοοικονομικής και της αναλογιστικής τιμολόγησης. Η προσέγγιση

αυτή θα εξακολουθεί να λειτουργεί ακόμα και όταν δεν υπάρχει ισοδύναμο μέτρο ουδέτερου κινδύνου (martingale).

Η έννοια της δίκαιης τιμολόγησης που περιγράφεται παρακάτω θα μας επιτρέψει με συνέπεια να υπολογίζουμε κάθε οικονομικό και καιρικό μέσο. Αποτελεί μέρος της προσέγγισης με σημείο αναφοράς (benchmark approach) που βασίζεται στα κριτήρια Platen [31] και Bühlmann & Platen [5] και εκμεταλλεύεται την έννοια του βέλτιστα αναπτυγμένου χαρτοφυλακίου (*growth optimal portfolio* (GOP)), το οποίο αναπτύχθηκε αρχικά από τον Kelly [22]. Το GOP είναι το χαρτοφυλάκιο αυτοχρηματοδότησης που μεγιστοποιεί την αναμενόμενη λογαριθμική χρησιμότητα από τον τελικό πλούτο του χαρτοφυλακίου. Στη συνέχεια επεκτάθηκε και εφαρμόστηκε από τους Long [25], Bajoux-Besnainou & Portait [1], Platen [31], Goll & Kallsen [17] και Bühlmann & Platen [5].

Υπό ορισμένες συνθήκες, το GOP συμπίπτει με το χαρτοφυλάκιο που προτάθηκε από τους Becherer [2] Long [25] και Platen [33], το οποίο μετατρέπει τις τιμές όταν εκφράζονται σε μονάδες του numeraire, σε martingales κάτω από το ιστορικό ή πραγματικό μέτρο πιθανότητας. Η πρακτική της έκφρασης των τιμών όσον αφορά το GOP αποτελεί ένα σημείο αναφοράς. Σε ένα semimartingale περιβάλλον [32] καταδεικνύεται ότι όταν οι τιμές αξιολογούνται συγκριτικά με το σημείο αναφοράς, γίνονται supermartingales χωρίς να έχουν επιβληθεί σημαντικές υποθέσεις στο μοντέλο.

Μπαίνοντας στον κύριο σκοπό της εργασίας θα ακολουθήσουμε για λόγους απλούστευσης και πρακτικής εφαρμογής, την προσέγγιση benchmark σε διακριτό χρόνο [5]. Μια τιμή παραγώγου θεωρείται δίκαιη (*fair*) εάν η τιμή αναφοράς της ακολουθεί martingale. Επομένως, το κλειδί για δίκαιη τιμολόγηση στο πλαίσιο της προσέγγισης συγκριτικής αξιολόγησης απαιτεί μόνο τον υπολογισμό των αναμενόμενων συγκριτικών τιμών. Από αυτό, η δίκαιη τιμή ενός παραγώγου καιρού μπορεί να ληφθεί με συνεπή τρόπο μέσω προσδοκιών υπό όρους σε σχέση με το πραγματικό μέτρο πιθανότητας. Θα δούμε ότι επειδή οι αποδόσεις που σχετίζονται με τις καιρικές συνθήκες μπορούν να θεωρηθούν ανεξάρτητες από το GOP, ανακτάται η τυποποιημένη μέθοδος αναλογιστικής τιμολόγησης. Κατά συνέπεια, οι δίκαιες τιμές σε σχέση με τα μετεωρολογικά όργανα μπορούν να ληφθούν με τιμολόγηση της παρούσας αξίας, ακόμη και για τα μοντέλα στα οποία δεν υπάρχει κανένα ισοδύναμο κινδυνουδέτερο μέτρο για το martingale. Εξετάζεται επίσης το ζήτημα του κινδύνου καιρικών συνθηκών ως διαφοροποιήσιμος κίνδυνος.

Σε μια απεικόνιση προς το τέλος αυτού του εγγράφου, αρχικά, οι εκτιμώμενες εποχικότητες και τάσεις στη μοντελοποίηση των δεικτών καιρικών συνθηκών εκτιμώνται για μια δεδομένη τοποθεσία. Τα διαθέσιμα ιστορικά δεδομένα μας επιτρέπουν στη συνέχεια να αποκτήσουμε ένα ουσιαστικό αρχείο τυχαίων υπολειμμάτων που προκύπτουν. Σύμφωνα με την έννοια της δίκαιης τιμολόγησης, στη συνέχεια χρησιμοποιείται και αιτιολογείται η μέθοδος της ιστορικής δίκαιης τιμολόγησης (HFP), μέσω του Νόμου των Μεγάλων Αριθμών (Law of Large Numbers). Το HFP υπολογίζει την αναμενόμενη μελλοντική αποπληρωμή ενός

παραγώγου καιρού με όλα τα ιστορικά δεδομένα. Τα διαθέσιμα καταγεγραμμένα δεδομένα θερμοκρασίας για το Σύδνεϋ θα χρησιμοποιηθούν για την απεικόνιση της μεθόδου HFP για τον προσδιορισμό ορισμένων τιμών παραγώγων του καιρού.

Θα αποδειχθεί ότι το κεντρικό οριακό θεώρημα μπορεί να αξιοποιηθεί για να υποστηρίξει κάποια Gaussianity ιδιότητα ορισμένων δεικτών καιρικών συνθηκών, οι οποίοι σχηματίζονται από επαρκώς μεγάλα δείγματα λογικά ανεξάρτητων συμβολών στις αξίες τους. Έτσι, η υπόθεση της ομαλότητας μπορεί να δικαιολογηθεί για ορισμένους δείκτες καιρικών συνθηκών. Αυτή η κατανεμημένη ιδιότητα μπορεί στη συνέχεια να αξιοποιηθεί για τον υπολογισμό των αναμενόμενων αποδόσεων των καιρικών παραγώγων.

Η εργασία διαρθρώνεται ως εξής:

Στο πρώτο κεφάλαιο θα αναλυθούν οι χρηματοοικονομικοί τίτλοι καθώς και ο τρόπος λειτουργίας τους και διαπραγμάτευσης τους. Ακόμη, θα αναφερθούν οι τύποι επενδυτών και βασικές στρατηγικές συνδυασμού τίτλων ανάλογα με τα σενάρια στα οποία θέλουν να επωφεληθούν. Επίσης σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν αρκετά παραδείγματα έτσι ώστε να καταστούν πιο κατανοητά όλα τα προαναφερόμενα.

Στο δεύτερο κεφάλαιο θα αναφερθούν οι πρώτες προσεγγίσεις για την ανάπτυξη της αγοράς παραγώγων καιρού καθώς γίνονται πιο αντιληπτές οι ευκαιρίες που μπορούν να δημιουργηθούν από τη διαχείριση του κινδύνου του καιρού. Αυτά τα γεγονότα έλαβαν χώρα στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής και καταδεικνύουν ποιοι κίνδυνοι καιρού μπορούν να αντιμετωπιστούν και με ποια μέσα, ποιές είναι οι βιομηχανίες οι οποίες επηρεάζονται από τον καιρό και ως εκ τούτου διατίθενται να μπουν σε μια ολοκληρωμένη αγορά παραγώγων καιρού. Επιπρόσθετα, θα προταθεί ένα σύστημα κάτω από το οποίο θα αλληλεπιδρούν οι εταιρείες και το δημόσιο για την βέλτιστη οικουμενική απόδοση.

Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφονται διάφορες προσεγγίσεις τιμολόγησης, συμπεριλαμβανομένης της προσέγγισης συγκριτικής αξιολόγησης χρησιμοποιώντας το GOP. Καθορίζεται επίσης η σχέση μεταξύ δίκαιης και αναλογιστικής τιμολόγησης.

Τέλος, στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα ιστορικά σύνολα δεδομένων καιρού που χρησιμοποιούνται για την εξέταση της παρελθούσας συμπεριφοράς των δεικτών καιρικών συνθηκών και παρουσιάζονται κάποια μοντέλα. Εν συνεχεία, εφαρμόζεται η μέθοδος HFP και υπολογίζονται οι τιμές για συγκεκριμένα παράγωγα καιρού βάσει ιστορικών υπολοίπων (residuals). Χάριν κατανόησης, παράγονται επίσης τιμές παράγωγου καιρού για ένα συγκεκριμένο γεωργικό παράδειγμα.

1ο Κεφάλαιο

Εισαγωγή στα παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα

1.1. Χρηματοοικονομικοί Τίτλοι

1.1.1. Μετοχές

Μετοχή είναι ένα από τα ίσα μερίδια, στα οποία διαιρείται το κεφάλαιο μιας ανώνυμης εταιρείας. Η μετοχή, ως αξιόγραφο, ενσωματώνει τα δικαιώματα του μετόχου που πηγάζουν από τη συμμετοχή του στην ανώνυμη εταιρεία. Τα δικαιώματα αυτά, είναι ανάλογα του αριθμού μετοχών που κατέχει ο μέτοχος. Ενδεικτικά δικαιώματα που προκύπτουν από την κατοχή μετοχών είναι το ποσοστό ίσο με τον αριθμό των μετοχών που κατέχει ο μέτοχος προς το σύνολο των μετοχών της εταιρείας, του μερίσματος από τα διανεμόμενα κέρδη της εταιρείας, καθώς και αντίστοιχο ποσοστό από την περιουσία της εταιρείας, σε περίπτωση που αυτή διαλυθεί. Αντίστοιχα έχει και τον αναλογούντα αριθμό ψήφων στην Γενική Συνέλευση των μετόχων, εκτός εάν κατέχει μετοχές άνευ ψήφου.

Οι μετοχές μπορεί να διακρίνονται σε κοινές, προνομιούχες και επικαρπίας, ονομαστικές και ανώνυμες, μετά ψήφου ή χωρίς ψήφο, σε διαπραγματεύσιμες σε Χρηματιστήριο ή σε μη διαπραγματεύσιμες.

Η *κοινή μετοχή* είναι ο πιο συνηθισμένος τύπος μετοχής και περιλαμβάνει όλα τα βασικά δικαιώματα ενός μετόχου, όπως δικαίωμα συμμετοχής στα κέρδη, στην έκδοση νέων μετοχών, στο προϊόν της εκκαθάρισης, καθώς και δικαίωμα ψήφου στη Γενική Συνέλευση της εταιρείας και συμμετοχής στη διαχείρισή της.

Η *προνομιούχος μετοχή* προσφέρει απλά ένα προβάδισμα έναντι των κατόχων κοινών μετοχών, στη λήψη μερίσματος και στη λήψη του προϊόντος της εκκαθάρισης σε περίπτωση διάλυσης της επιχείρησης, αλλά συνήθως στερείται του δικαιώματος ψήφου και συμμετοχής στη διαχείριση της επιχείρησης.

Όταν μια επιχείρηση που έχει εκδώσει μετοχές έχει κέρδη, μπορεί να μοιράσει μέρος των κερδών αυτών στους μετόχους της με την μορφή μερίσματος, που αντιστοιχεί σε κάποιο ποσό ανά μετοχή.

Στις χρηματοπιστωτικές αγορές, η μετοχή είναι μια λογιστική μονάδα για τις διάφορες επενδύσεις. Αυτό συχνά σημαίνει το απόθεμα μιας εταιρείας, αλλά χρησιμοποιείται επίσης για συλλογικές επενδύσεις, όπως τα αμοιβαία κεφάλαια, ετερόρρυθμες εταιρείες και εταιρείες επενδύσεων ακινήτων.

Ο όρος «μερίδιο» ορίζεται, στο άρθρο 2 (46) του Περί Εταιρειών Νόμου του 1956 ως εξής - " ένα μερίδιο στο μετοχικό κεφάλαιο της εταιρείας περιλαμβάνει απόθεμα, εκτός εάν η διάκριση μεταξύ των αποθεμάτων και το μερίδιο ρητή ή σιωπηρή".

Οι εταιρείες εκδίδουν μετοχές που προσφέρονται προς πώληση στην αύξηση του μετοχικού κεφαλαίου. Ο ιδιοκτήτης των μετοχών της εταιρείας είναι μέτοχος (ή μέτοχος) της εταιρείας. Η μετοχή είναι αδιαίρετη ενότητα του κεφαλαίου, που εκφράζει τη σχέση ιδιοκτησίας μεταξύ της εταιρείας και του μετόχου. Στις χρηματοπιστωτικές αγορές, η μετοχή είναι μια λογιστική μονάδα για τις διάφορες επενδύσεις. Αυτό συχνά σημαίνει το απόθεμα μιας εταιρείας, αλλά χρησιμοποιείται επίσης για συλλογικές επενδύσεις, όπως τα αμοιβαία κεφάλαια, ετερόρρυθμες εταιρίες και εταιρείες επενδύσεων ακινήτων.

Το εισόδημα που προέρχεται από την ιδιοκτησία των μετοχών είναι ένα μέρισμα.

Τα είδη τιμών της μετοχής είναι η ονομαστική τιμή της μετοχής (η αξία του μετοχικού κεφαλαίου της ΑΕ, δια τον αριθμό μετοχών που εξέδωσε αρχικά), η λογιστική τιμή της μετοχής (τα ίδια κεφάλαια της Ανώνυμης Εταιρείας (ΑΕ), δια τον αριθμό μετοχών της εταιρείας σε κυκλοφορία) και η χρηματιστηριακή τιμή της μετοχής (διαμορφώνεται καθημερινά στο χρηματιστήριο μέσω της προσφοράς και της ζήτησης). Στο εξής με τον όρο «τιμή της μετοχής» θα εννοούμε την τρέχουσα χρηματιστηριακή της τιμή.

1.1.2. Ομολογιακά Δάνεια

Η συλλογή κεφαλαίων από ευρέα κοινωνικά στρώματα αποτελεί για μια ΑΕ το σημαντικότερο μέσο χρηματοδότησής της, προκειμένου να επιτύχει τους οικονομικούς της σκοπούς. Και η δυνατότητα αυτή καθίσταται ευχερέστερη με τη διαίρεση του μετοχικού κεφαλαίου της σε τμήματα μικρής αξίας, τις μετοχές, καθώς και με την εισαγωγή των μετοχών της στο χρηματιστήριο. Η χρηματοδότηση της ΑΕ μπορεί να γίνει είτε με ίδια είτε με ξένα κεφάλαια. Στην πρώτη περίπτωση θα πρόκειται είτε για καταβολή νέων εισφορών είτε για κεφαλαιοποίηση κερδών, δηλαδή για αυτοχρηματοδότηση. Πολύ συχνά όμως η ΑΕ καταφεύγει σε ξένα κεφάλαια, δηλαδή σε δανειοδοτήσεις από τράπεζες ή άλλους πιστωτές ή στη σύναψη ομολογιακού δανείου. Συνεπώς ένας από τους τρόπους χρηματοδότησης μιας ΑΕ με ξένα κεφάλαια είναι η σύναψη ομολογιακού δανείου, η οποία ρυθμίζεται από το Ν.3156/2003 και συμπληρωματικά από το Ν.2190/1920. Ομολογιακό είναι το δάνειο που εκδίδεται από ΑΕ, που εδρεύει στην Ελλάδα, και διαιρείται σε ομολογίες, οι οποίες αντιπροσωπεύουν δικαιώματα των ομολογιούχων έναντι της εκδότριας κατά τους όρους του δανείου. Οι ομολογίες είναι χρεόγραφα, τα οποία ενσωματώνουν έντοκη απαίτηση κατά της εταιρείας, και αποτελούν τμήματα του δανειζομένου ποσού, καθένα από τα οποία αντιστοιχεί στην ονομαστική αξία της ομολογίας. Ο νόμος διακρίνει τέσσερις κατηγορίες ομολογιακών δανείων: το κοινό, το ομολογιακό δάνειο με ανταλλάξιμες ομολογίες, το ομολογιακό δάνειο με δικαίωμα συμμετοχής στα κέρδη και το ομολογιακό δάνειο με μετατρέψιμες ομολογίες. Όλες οι παραπάνω κατηγορίες δανείων μπορεί να είναι εξασφαλισμένες με κάθε είδους εμπράγματη ασφάλεια ή εγγύηση. Το όφελος για την ΑΕ από τη σύναψη ομολογιακού δανείου έγκειται στο γεγονός ότι δεν επιβαρύνεται με το κόστος διαμεσολάβησης χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων και συνεπώς, καταβάλλει μικρότερο τόκο. Αντίστοιχα το όφελος για τους ομολογιούχους δανειστές έγκειται στην απολαβή μεγαλύτερου τόκου από εκείνον που θα ελάμβαναν από τυχόν τραπεζική κατάθεση, καθώς και στην απόλαυση των ιδιαίτερων δικαιωμάτων που μπορεί να παρέχουν οι ομολογίες

Ομολογιακό δάνειο είναι το δάνειο που παραχωρείται από πολλούς δανειστές. Πρόκειται, κυρίως, για μεγάλα ποσά κεφαλαίου. Ολόκληρο το ποσό του δανείου χωρίζεται σε μικρότερα ποσά, συνήθως ίσα μεταξύ τους, και για κάθε τέτοιο ποσό, εκδίδεται ειδικό έγγραφο σύμβασης δανείου (τίτλος) που ονομάζεται ομολογία. Για το λόγο αυτό, τα ομολογιακά δάνεια λέγονται και δάνεια με τίτλους. Η πρόσκληση ενδιαφερομένων να δανείσουν, να πάρουν, δηλαδή, ομολογίες, δανείζοντας τα αντίστοιχα χρήματα, γίνεται με τη διάθεση ομολογιών μέσω δημόσιας εγγραφής σε καταλόγους. Η εξόφληση του δανειζόμενου κεφαλαίου από τον οφειλέτη, γίνεται με την πληρωμή των ομολογιών σε ορισμένα τακτικά διαστήματα. Η πληρωμή των τόκων που αντιστοιχούν σε κάθε ομολογία για κάθε χρονική περίοδο, γίνεται με τα τοκομερίδια. Στην Ελλάδα ο νόμος 3156/2003 (ΦΕΚ 157Α) ρυθμίζει τα θέματα των ομολογιακών δανείων.

Ομολογιούχος ονομάζεται ο κάτοχος ομολογιών ενός ομολογιακού δανείου. Η πρόσκληση για διάθεση (αγορά) των ομολογιών στο κοινό γίνεται μέσω δημόσιας εγγραφής στις τράπεζες ή στο χρηματιστήριο, πριν την αγορά των ομολογιών. Κάθε ομολογιούχος μπορεί να αγοράσει απλές ομολογίες ή πολλαπλές ομολογίες, οι οποίες αντιστοιχούν σε πολλές απλές ομολογίες. Η αγορά των ομολογιών σημαίνει την παροχή δανείου στον οφειλέτη, ενώ η πληρωμή των ομολογιών από τον οφειλέτη στον ομολογιούχο, σημαίνει την εξόφληση του δανείου. Όσο μια ομολογία δεν πληρώνεται, δεν εξοφλείται από τον οφειλέτη, αυτή αποφέρει τόκο στον ομολογιούχο για κάθε χρονική περίοδο. Ο τόκος αυτός της ομολογίας για κάθε χρονική περίοδο ονομάζεται τοκομερίδιο. Περισσότερες χρηστικές πληροφορίες σχετικά με την έκδοση ομολογιακού δανείου μπορεί να αναζητήσει κάποιος και στην αναφορά (Χρηματιστήριο Αθηνών, 2014).

Το δανειζόμενο κεφάλαιο επιστρέφεται λίγο-λίγο με την πληρωμή κάποιων ομολογιών κάθε χρονική περίοδο, ενώ οι τόκοι δίνονται με την πληρωμή των τοκομεριδίων όλων των ομολογιών που δεν έχουν εξοφληθεί. Ο τρόπος απόσβεσης ενός ομολογιακού δανείου περιγράφεται σε ένα πίνακα, όπου οι γραμμές αντιστοιχούν στις χρονικές περιόδους, και οι στήλες στο πλήθος των ομολογιών που εξοφλούνται στη συγκεκριμένη χρονική περίοδο, στο ποσό των τόκων, στο σύνολο των εξοφλημένων ομολογιών και στο σύνολο των ανεξόφλητων ομολογιών, που απομένουν. Ο πίνακας αυτός ονομάζεται πίνακας απόσβεσης του ομολογιακού δανείου. Είναι πολύ χρήσιμος στο να εμφανίζει συνοπτικά όλες τις πληροφορίες απόσβεσης του ομολογιακού δανείου. Το ποιες ομολογίες από το σύνολο των ομολογιών πρόκειται να πληρωθούν – εξοφληθούν κάθε χρονική περίοδο καθορίζεται με κλήρωση, βάση του αριθμού που αναγράφεται – αντιστοιχεί σε κάθε ομολογία. Το πλήθος των ομολογιών που κληρώνονται σε κάθε χρονική περίοδο, εξοφλούνται από το δανειζόμενο και, στη συνέχεια καταστρέφονται, δηλαδή, παύουν να υφίστανται. Οι εξοφλημένες ομολογίες για τις επόμενες χρονικές περιόδους δεν εισπράττουν τόκους. Οι υπόλοιπες ομολογίες ονομάζονται ανεξόφλητες ομολογίες, ή ομολογίες εν ζωή. Οι ομολογίες εν ζωή μπορούν να μεταβιβαστούν σε κάποιον άλλο με τιμή μεταβίβασης που συμφωνούν μεταξύ τους πωλητής και αγοραστής, και είτε είναι ίδια με την ονομαστική αξία της ομολογίας, είτε μεγαλύτερη, είτε μικρότερη από αυτή. Η τιμή αυτή ονομάζεται εμπορεύσιμη τιμή της ομολογίας.

Μια ομολογία, επομένως, μπορεί να έχει πολλές διαφορετικές τιμές. Η τιμή της, κατά τη χρονική στιγμή που εκδίδεται, ονομάζεται τιμή έκδοσης ή ονομαστική αξία. Η τιμή στην οποία, πωλείται, συνήθως, από την τράπεζα, όταν εκδίδεται, ονομάζεται *τιμή πώλησης στην έκδοση*. Η τιμή με την οποία κάποιος μπορεί να την εξοφλήσει σε μια τράπεζα ονομάζεται τιμή εξόφλησης και όταν την εξοφλεί την ημερομηνία λήξης της, τιμή εξόφλησης στη λήξη

της. Η τιμή με την οποία αγοράζεται μια εμπορεύσιμη ομολογία από κάποιον άλλο λέγεται *τρέχουσα ή πραγματική τιμή*. Λέμε ότι μια ομολογία έχει *έκδοση στο άρτιο*, όταν ισχύει η ισότητα: "Τιμή έκδοσης = Ονομαστική αξία". Λέμε ότι μια ομολογία έχει *έκδοση υπό το άρτιο*, όταν ισχύει η ανίσωση: "Τιμή έκδοσης < Ονομαστική αξία". Λέμε ότι μια ομολογία έχει *έκδοση υπέρ το άρτιο*, όταν ισχύει η ανίσωση: "Τιμή έκδοσης > Ονομαστική αξία".

Υπάρχουν ομόλογα σταθερού επιτοκίου, κυμαινόμενου επιτοκίου, καθώς και τα λεγόμενα zero-coupon. Τα zero-coupon bonds δεν έχουν περιοδικές πληρωμές τόκων αλλά πωλούνται με σημαντική έκπτωση έναντι της ονομαστικής τους αξίας και με απόδοση την πλήρη ονομαστική τους αξία με τη λήξη τους (π.χ. τα Έντοκα Γραμμάτια Ελληνικού Δημοσίου είναι zero coupon bonds).

Τα εταιρικά ομόλογα συνήθως προσφέρουν υψηλότερες αποδόσεις από τα αντίστοιχης χρονικής διάρκειας κρατικά ομόλογα (διότι συνοδεύονται συνήθως και από υψηλότερο κίνδυνο) και αυτά προσφέρουν υψηλότερες αποδόσεις από τις τραπεζικές καταθέσεις.

1.1.3. Το Χρηματιστήριο

Το χρηματιστήριο είναι μια οργανωμένη αγορά, η οποία συνήθως είναι επίσημα αναγνωρισμένη από το κράτος και λειτουργεί κάτω από συγκεκριμένους κανόνες. Εκεί συναντώνται οι ενδιαφερόμενοι για την διενέργεια αγοροπωλησιών αξιών όπως μετοχές, ομόλογα (τραπεζικά και δημοσίου), ομολογίες ανωνύμων εταιρειών, συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης και δικαιώματα προαίρεσης ή προτίμησης (τα οποία θα εξεταστούν λεπτομερέστερα στη συνέχεια) ή/και εμπορευμάτων τα οποία εκδίδονται για τη χρηματοδότηση επιχειρήσεων. Υποστηρίζει και παρακολουθεί τις συναλλαγές επί κινητών αξιών, παράγωγων προϊόντων και λοιπών χρηματοοικονομικών προϊόντων, ενώ επίσης, αποσκοπεί στη διασφάλιση της εύρυθμης λειτουργίας της αγοράς και την προστασία του επενδυτικού κοινού.

Το ευρύ επενδυτικό κοινό επενδύει, μέσω του χρηματιστηρίου αποταμιευτικά κεφάλαια στις επιχειρήσεις, με σκοπό την επιδίωξη ικανοποιητικής απόδοσης, υψηλότερης από αυτήν που προσφέρουν επενδύσεις όπως οι τραπεζικές καταθέσεις και τα κρατικά ομόλογα.

Οι επιχειρήσεις μπορούν να αντλήσουν κεφάλαια από το ευρύ επενδυτικό κοινό, τόσο κατά την εισαγωγή τους στο Χρηματιστήριο (π.χ. μετά από αύξηση μετοχικού κεφαλαίου με δημόσια εγγραφή), όσο και μέσω νέων αυξήσεων του μετοχικού τους κεφαλαίου.

Οι αγοραστές μετοχών ή ομολόγων συνήθως δεν αρκούνται στα μερίσματα των μετοχών ή στα επιτόκια των ομολόγων και για αυτό όταν το θεωρούν σωστό επιδιώκουν να πωλήσουν τα αξιόγραφα τους. Αντίθετα, μπορεί να υπάρχουν άλλοι οι οποίοι αναμένουν αύξηση των τιμών των μετοχών και προσπαθούν να τα αγοράσουν. Με αυτόν τον τρόπο διαμορφώνεται μια τιμή όπου η προσφορά και η ζήτηση ισορροπούν κάθε δεδομένη χρονική στιγμή.

Στο εξής θα αναφέρουμε ότι ένας επενδυτής έχει πάρει *short position* σε ένα χρηματοοικονομικό τίτλο όταν έχει πάρει μια θέση που αποφέρει ζημία με την αύξηση της τιμής του τίτλου και κέρδος με τη μείωσή του. Αντίθετα, ένας επενδυτής έχει πάρει *long position* σε ένα χρηματοοικονομικό τίτλο, όταν έχει πάρει μια θέση που αποφέρει κέρδος με την αύξηση της τιμής του τίτλου και ζημία με τη μείωσή του.

1.2. Παράγωγα Χρηματοοικονομικά Προϊόντα

Παράλληλα με τη λειτουργία των χρηματιστηρίων αξιών όπου γίνονται συναλλαγές ομολόγων ή μετοχών, λειτουργούν και τα λεγόμενα *χρηματιστήρια παραγώγων* στα οποία συναλλάσσονται διάφορα *παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα*. Ως παράγωγο προϊόν θεωρείται μια διμερής σύμβαση η οποία μπορεί να αναφέρεται σε ομόλογα, μετοχές, δείκτες μετοχών (π.χ. FTSE 20, FTSE 40), συνάλλαγμα ή και εμπορεύματα. Τα πιο γνωστά παράγωγα προϊόντα είναι τα ακόλουθα:

1.2.1. Προθεσμιακά συμβόλαια (forward contracts)

Ένα προθεσμιακό συμβόλαιο (ΠΣ) επί κάποιου υποκείμενου στοιχείου είναι ένα συμβόλαιο σύμφωνα με το οποίο οι δύο αντισυμβαλλόμενοι, συμφωνούν έτσι ώστε ο «αγοραστής» (λαμβάνει long position) υποχρεούται να αγοράσει από τον «πωλητή» (λαμβάνει short position) (και ο πωλητής υποχρεούται να πουλήσει στον αγοραστή) το υποκείμενο στοιχείο σε μια προσυμφωνημένη μελλοντική στιγμή και σε μια προσυμφωνημένη τιμή (delivery price).

Τα προθεσμιακά συμβόλαια είναι η απλούστερη μορφή παραγώγου. Τα συμβόλαια αυτά συνήθως πραγματοποιούνται μεταξύ δύο χρηματοοικονομικών ιδρυμάτων και συνήθως δεν γίνεται διαπραγμάτευση τους στην χρηματιστηριακή αγορά.

Για παράδειγμα, τον μήνα Ιούνιο, η επιχείρηση AAA συμφωνεί να αγοράσει τον μήνα Οκτώβριο (δηλ. μετά από 4 μήνες) 100 μετοχές της ΔΕΗ (ή π.χ. 10.000 τόνους σιταριού ή 1.000.000 στερλίνες) από την επιχείρηση BBB στην τιμή $K = 12$ ευρώ ανά μετοχή. Η τιμή K γενικά καθορίζεται από την παρούσα αξία, έστω S_0 , του υποκείμενου αγαθού (τιμή μετοχής ΔΕΗ την ημέρα υπογραφής του συμβολαίου), από το επιτόκιο r των ομολόγων της αγοράς και από τον χρόνο εξάσκησης T . Τον μήνα Οκτώβριο, η εταιρεία BBB θα πρέπει να παραδώσει τις 100 μετοχές της ΔΕΗ στην επιχείρηση AAA η οποία, σύμφωνα με το συμβόλαιο, καταβάλλει $100 \times 12 = 1200$ ευρώ στην BBB (ανεξαρτήτως της τιμής της συγκεκριμένης μετοχής εκείνη την εποχή).

Αν π.χ. η τιμή της συγκεκριμένης μετοχής την ημερομηνία της λήξης του συμβολαίου (Οκτώβριο) στο χρηματιστήριο είναι $S_T = 15$ ευρώ, τότε ο αγοραστής (η επιχείρηση AAA) κέρδισε 3 ευρώ ανά μετοχή διότι θεωρητικά μπορεί μόλις παραλάβει τις μετοχές (καταβάλλοντας 100×12 ευρώ) να τις πουλήσει στην τιμή των 100×15 ευρώ. Αντίθετα αν η τιμή της μετοχής πέσει κάτω από 12 ευρώ τότε κερδισμένος βγαίνει ο πωλητής (η επιχείρηση BBB). Γενικά, το κέρδος του αγοραστή από ένα προθεσμιακό συμβόλαιο είναι (χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η χρονική αξία του χρήματος)

$$S_T - K$$

όπου S_T είναι η τιμή του υποκείμενου αγαθού κατά τον χρόνο της λήξης του συμβολαίου και K είναι η προκαθορισμένη τιμή συναλλαγής.

Αντίθετα, το κέρδος του πωλητή από ένα προθεσμιακό συμβόλαιο είναι

$$K - S_T$$

Όπως είδαμε, η τιμή K καθορίζεται την ημέρα σύναψης (υπογραφής) του συμβολαίου ενώ προφανώς η αξία S_T δεν είναι γνωστή την ημέρα εκείνη (θεωρείται *τυχαία μεταβλητή*).

Η τιμή συναλλαγής K καθορίζεται έτσι ώστε η αξία του προθεσμιακού συμβολαίου αρχικά να είναι μηδέν. Καθώς όμως περνάν οι μέρες μέχρι την ημερομηνία παράδοσης (π.χ. από τον Ιούνιο μέχρι τον Οκτώβριο), η αξία του συμβολαίου αλλάζει. Για παράδειγμα, αν η αξία της μετοχής της ΔΕΗ ανέβει αρκετά τον μήνα Ιούλιο, τότε η αξία του συμβολαίου γίνεται θετική για τον αγοραστή (και αρνητική για τον πωλητή του υποκείμενου αγαθού) γιατί η τιμή συναλλαγής K έχει καθοριστεί με βάση την αρκετά χαμηλότερη τιμή της μετοχής τον Ιούνιο.

1.2.2. Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης (Future contracts)

Τα Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης (ΣΜΕ) είναι απρόσωπες συμφωνίες μεταξύ δύο συμβαλλομένων για αγορά ή πώληση μιας συγκεκριμένης ποσότητας ενός υποκείμενου τίτλου (underlying instrument) σε συγκεκριμένη μελλοντική ημερομηνία T (maturity) και σε προκαθορισμένη τιμή K (delivery price) που έχει συμφωνηθεί κατά την αγοραπωλησία. Οι κυριότερες κατηγορίες Συμβολαίων Μελλοντικής Εκπλήρωσης ανάλογα με τη θέση του υποκείμενου τίτλου είναι:

- i. ΣΜΕ με υποκείμενο τίτλο τα ομόλογα
- ii. ΣΜΕ με υποκείμενο τίτλο μια συναλλαγματική ισοτιμία
- iii. ΣΜΕ με υποκείμενο τίτλο ένα χρηματοοικονομικό ή χρηματιστηριακό δείκτη
- iv. ΣΜΕ με υποκείμενο τίτλο ένα εμπορεύσιμο αγαθό

Ένα Συμβόλαιο Μελλοντικής Εκπλήρωσης όπως προαναφέρθηκε, μπορεί να αγοραστεί και να πωληθεί, άρα υπάρχει η θέση αγοράς και η θέση πώλησης. Ο αγοραστής του υποκείμενου τίτλου λαμβάνει τη θέση «long position» και αναμένει άνοδο της τιμής του υποκείμενου τίτλου ή προϊόντος ενώ ο πωλητής λαμβάνει τη θέση «short position», δηλαδή αναμένει την μείωση της τιμής του υποκείμενου τίτλου ή του προϊόντος. Η διαφορά στην τιμή πώλησης και στην τιμή αγοράς αποτελεί το κέρδος ή τη ζημιά του επενδυτή. Ο αγοραστής (Long Futures) έχει περιορισμένη ενδεχόμενη ζημιά και απεριόριστο ενδεχόμενο κέρδος ενώ ο πωλητής (Short Futures) περιορισμένο ενδεχόμενο κέρδος και απεριόριστη ενδεχόμενη ζημιά. Πιο συγκεκριμένα, ο αγοραστής, αν η τιμή αγοράς του ΣΜΕ είναι μικρότερη από την τρέχουσα τιμή, μπορεί να εισπράξει κέρδος ίσο με τη διαφορά. Όσο πιο μικρή είναι η τιμή που αγοράζει και όσο πιο μεγάλη η τιμή που έχει ο υποκείμενος τίτλος στην τρέχουσα αγορά τόσο μεγαλύτερο κέρδος έχει. Τα κέρδη και ζημίες αντιπροσωπεύουν ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος (zero sum game), που σημαίνει ότι, για κάθε ευρώ που κερδίζει ο ένας των αντισυμβαλλόμενων, ο άλλος πρέπει να το χάσει. Ο επενδυτής ενός ΣΜΕ μπορεί να το αφήσει να εκπνεύσει, δηλαδή αν έχει θέση αγοράς υποχρεούται να αγοράσει το υποκείμενο προϊόν ενώ αν έχει θέση πώλησης θα πρέπει να το πουλήσει σε συγκεκριμένη τιμή συγκεκριμένη ποσότητα ή μπορεί να επιλέξει να κλείσει τη θέση του. Το κλείσιμο μιας θέσης σε ΣΜΕ γίνεται απλώς αναλαμβάνοντας μια αντίθετη θέση στο ίδιο συμβόλαιο.

Τα Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης είναι τυποποιημένα, υποκείμενα διαπραγμάτευσης σε οργανωμένες ή ρυθμιζόμενες αγορές, υπόκεινται καθημερινά σε διαδικασία αποτίμησης με την μέθοδο «marking to market» και υπάρχει εγγύηση του Χρηματιστηρίου Παραγώγων για την εκπλήρωσή τους. Αυτό σημαίνει πως ο επενδυτής (αγοραστής – πωλητής μιας σύμβασης μελλοντικής εκπλήρωσης) υποχρεούται να διατηρεί έναν λογαριασμό περιθωρίων. Σε αυτόν το λογαριασμό ο επενδυτής καταθέτει ένα ποσοστό (5% έως 10%) της ονομαστικής αξίας του συμβολαίου ως περιθώριο ασφάλισης

(maintenance margin) το οποίο έχει καθοριστεί από το Χρηματιστήριο Παραγώγων. Το ποσό αυτό αποτελεί την ασφάλεια σε περίπτωση που ο επενδυτής δεν μπορεί να αντεπεξέλθει στις υποχρεώσεις που προκύπτουν από τον ημερήσιο διακανονισμό. Το απαιτούμενο ποσό για να γίνει μια συναλλαγή ονομάζεται αρχικό περιθώριο (initial margin). Το απαιτούμενο αυτό περιθώριο μεταβάλλεται από τις μεταβολές στην τιμή του υποκειμένου και από τις προσδοκίες των επενδυτών.

Τα Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης χρησιμοποιούνται για την προστασία του χαρτοφυλακίου από το ενδεχόμενο πτώσης των τιμών, αλλά και ως βραχυχρόνια εργαλεία για τη λήψη μοχλευμένης θέσης στην αγορά. Πιο αναλυτικά χρησιμοποιούνται ως:

- i. Μέσο κερδοσκοπίας
- ii. Μέσο αντιστάθμισης κινδύνου για την προστασία του χαρτοφυλακίου από τις απρόβλεπτες κινήσεις της αγοράς (Hedging). Είναι η διαδικασία εξάλειψης ή ελαχιστοποίησης του κινδύνου μιας επένδυσης, μέσω της εκτέλεσης μιας αντίθετης επενδυτικής πράξης. Η διαδικασία αυτή διευκολύνεται με το άνοιγμα μιας αντίθετης θέσης με τα κατάλληλα χρηματοοικονομικά προϊόντα (όπως είναι τα Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης σε μετοχές και τα Συμβόλαια Μελλοντικής Εκπλήρωσης σε δείκτες).
- iii. Μέσο συναλλαγής (Trading)
- iv. Μέσο για διενέργεια Arbitrage. Είναι η διενέργεια αγοράς αγαθών (καθώς και ξένου συναλλάγματος, τίτλου, χρυσού) σε χαμηλές τιμές και η ταυτόχρονη μεταπώλησή τους σε άλλη αγορά, όπου τα αγαθά αυτά έχουν υψηλότερες τιμές, ώστε να επωφεληθεί ο έμπορος από τη διαφορά.

Για παράδειγμα, ένας επενδυτής πωλεί (short position) ένα ΣΜΕ με υποκείμενο τίτλο 1000 μετοχές της εταιρείας Α, με τιμή συναλλαγής $K = 15$ ευρώ (ανά μετοχή) και με ημερομηνία λήξης μετά από δύο μήνες ενώ παράλληλα κάποιος άλλος επενδυτής αγοράζει (long position) το ίδιο ΣΜΕ. Και τα δυο συμβαλλόμενα μέρη (δηλαδή, ο πωλητής και ο αγοραστής) ανοίγουν αμέσως από ένα λογαριασμό περιθωρίων (καταθέτοντας π.χ. το 12% του $K \times 1000$). Στο τέλος της επόμενης συνεδρίασης του χρηματιστηρίου, η τιμή συναλλαγής K έχει αλλάξει ανάλογα με τις προσδοκίες των επενδυτών λόγω της προσφοράς και της ζήτησης. Έστω π.χ. ότι το K έχει αυξηθεί στην τιμή των 17 ευρώ. Αν ο αγοραστής (long position) αποφάσιζε να κλείσει την ανοικτή του θέση (δηλ. να λάβει και ένα short position σε ΣΜΕ επί του ίδιου τίτλου και με ίδια ημερομηνία λήξης) τότε θα είχε κέρδος τη διαφορά των $(17-15) \times 1000$ ευρώ. Ο αγοραστής, χωρίς να χρειάζεται να κάνει αυτή την κίνηση, πιστώνεται τη διαφορά αυτή των 2×1000 ευρώ η οποία χρεώνεται στον πωλητή μέσω των λογαριασμών περιθωρίων. Το ίδιο επαναλαμβάνεται στο τέλος κάθε ημερήσιας συνεδρίασης. Η διαδικασία αυτή καλείται *ημερήσιος διακανονισμός* (marking to market). Έτσι δεν χρειάζεται να περιμένει κανείς μέχρι την ημέρα λήξης για να λάβει το αποτέλεσμα (κέρδος ή ζημία), αλλά το λαμβάνει κατά τμήματα (πιστώνεται ή χρεώνεται ανάλογα) κάθε χρηματιστηριακή ημέρα (το K και η τιμή του υποκειμένου αγαθού συγκλίνουν όσο πλησιάζει ο χρόνος λήξης).

Αν μία θέση παραμένει ανοικτή μέχρι και την ημέρα λήξης, την επόμενη ημέρα θα γίνει για τελευταία φορά ο διακανονισμός του κέρδους ή της ζημίας και μετά η θέση θα πάψει να υφίσταται. Το περιθώριο ασφάλισης (margin) αποδεδειγμένο όταν ο επενδυτής κλείσει την ανοικτή του θέση.

1.2.3. Προϊόντα Δανεισμού Τίτλων (Stock Repo και Stock Reverse Repo)

Ο Δανεισμός Τίτλων αφορά τις παρακάτω δύο διαδικασίες:

1. Την παραχώρηση μετοχών ως «δάνειο» (*stock lending – Repo*). Συμφωνίες επαναγοράς είναι συμφωνίες μεταξύ ενός δανειστή και ενός οφειλέτη να πουλήσουν και μετά να επαναγοράσουν κάποιο χρεόγραφο μικρού κινδύνου, συνήθως έντοκα γραμμάτια Δημοσίου.

Ένας οφειλέτης (πχ. ένας χρηματοπιστωτικός οργανισμός) εκδίδει ένα repo κάνοντας συμφωνία να πουλήσει χρεόγραφα σε έναν δανειστή σε μία συγκεκριμένη τιμή και ταυτόχρονα συμφωνεί να τα επαναγοράσει σε μία μελλοντική στιγμή και σε μία συγκεκριμένη τιμή. Η διαφορά μεταξύ των δύο τιμών είναι η απόδοση του δανειστή.

Με άλλα λόγια, το ένα από τα συμβαλλόμενα μέρη δανείζεται χρήματα για να καλύψει τις ανάγκες ρευστότητας του, χρησιμοποιώντας ως ενέχυρο ένα χρεόγραφο γνωστής αξίας από το χαρτοφυλάκιό του.

Η συμφωνία μπορεί και να ειδωθεί σαν ένα βραχυπρόθεσμο δάνειο με ενέχυρο κάποια χρεόγραφα ή ως μία κατάθεση προθεσμίας.

Η διάρκεια ενός repo είναι συνήθως πολύ μικρή (από μία νύχτα (*overnight*) έως λίγες εβδομάδες), αν και υπάρχουν και repos μεγαλύτερης διάρκειας. Τα repos δεν είναι συνήθως διαπραγματεύσιμα στην δευτερογενή αγορά.

2. Την απόκτηση μετοχών από «δάνειο» (*stock borrowing - Reverse Repo*). Ως reverse repos αναφέρονται οι συμφωνίες για τις οποίες την πρωτοβουλία αναλαμβάνει ο δανειστής και όχι ο οφειλέτης.

Παράδειγμα: Η συμφωνία πώλησης τίτλων σταθερού εισοδήματος από τις επιχειρήσεις σε τράπεζες με την υποχρέωση επαναγοράς τους από αυτές σε συγκεκριμένη τιμή και μετά από την πάροδο συγκεκριμένης χρονικής περιόδου.

Τα βασικά πλεονεκτήματα των repos είναι ότι προσφέρουν:

- Δυνατότητα σχετικά υψηλών αποδόσεων
- Δυνατότητα επιλογής της διάρκειας του χρονικού διαστήματος της επένδυσης
- Υψηλό βαθμό ασφάλειας
- Βελτίωση της ρευστότητας και αξιοποίηση των γραμματίων των τραπεζών
- Ενίσχυση της διακίνησης των εντόκων γραμματίων και ομολόγων του ελληνικού Δημοσίου, πράγμα που διευκολύνει τη χρηματοδότηση του
- Εξασφάλιση σε περίπτωση απώλειας ή κλοπής

1.2.4. Δικαιώματα Προαίρεσης (options)

Συμβόλαια δικαιωμάτων προαίρεσης είναι συμβόλαια για μελλοντικές αγοροπωλησίες χρεογράφων, παρόμοια με τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης (ΣΜΕ). Η βασική τους

διαφορά με τα ΣΜΕ είναι ότι δίνουν στον αγοραστή το δικαίωμα αλλά όχι την υποχρέωση να ζητήσει την εκπλήρωση της συμφωνίας.

Στα συμβόλαια δικαιωμάτων προαίρεσης δηλαδή, ο αγοραστής (holder) αποκτά το δικαίωμα να αγοράσει ή να πουλήσει έναν υποκείμενο τίτλο σε μία συγκεκριμένη μελλοντική στιγμή και για προκαθορισμένη τιμή (τιμή εξάσκησης), πληρώνοντας την τιμή του δικαιώματος (option premium) χωρίς να έχει καμία άλλη υποχρέωση. Εάν θέλει μπορεί να μην εξασκήσει αυτό το δικαίωμα οπότε απλά χάνει το κεφάλαιο που έδωσε για την αγορά του δικαιώματος.

Ο πωλητής (εκδότης / writer) πουλάει το δικαίωμα και λαμβάνει την τιμή του δικαιώματος, ενώ αποκτά την υποχρέωση να αγοράσει ή να πουλήσει τα υποκείμενα μέσα στη συγκεκριμένη μελλοντική στιγμή και για την προκαθορισμένη τιμή, εάν αυτό απαιτηθεί από τον αγοραστή.

Τα υποκείμενα μέσα μπορεί να είναι νομίσματα, επιτόκια, χρηματιστηριακοί δείκτες, μετοχές, χρεόγραφα και άλλοι τίτλοι της χρηματαγοράς, ενώ η χρήση των συμβολαίων δικαιωμάτων προαίρεσης αποσκοπεί στην αντιστάθμιση κινδύνου ή σε κερδοσκοπία.

Call και Put options

Υπάρχουν δυο είδη συμβολαίων δικαιωμάτων προαίρεσης:

- ΣΔΠ που δίνουν το δικαίωμα αγοράς (call option) ενός υποκείμενου τίτλου σε μία συγκεκριμένη μελλοντική στιγμή και για προκαθορισμένη τιμή.
- ΣΔΠ που δίνουν το δικαίωμα πώλησης (put option) ενός υποκείμενου τίτλου σε μία συγκεκριμένη μελλοντική στιγμή και για προκαθορισμένη τιμή.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ένα δικαίωμα επηρεάζεται από τους εξής παράγοντες:

- 1) *Ο υποκείμενος τίτλος* (π.χ. μετοχή ΔΕΗ, δείκτης FTSE/ASE-20 κ.λπ.)
- 2) *Το είδος του δικαιώματος* (δικαίωμα αγοράς – call option ή δικαίωμα πώλησης – put option). Στην αγορά μπορεί κανείς να αγοράσει ένα call option (long call) ή να πουλήσει ένα call option (short call) ή να αγοράσει ένα put option (long put) ή να πουλήσει ένα put option (short put).
- 3) *Η τιμή εξάσκησης K* (strike price ή exercise price) η προκαθορισμένη τιμή στην οποία ο αγοραστής του δικαιώματος αγοράς/πώλησης θα αγοράσει/πωλήσει (εάν επιλέξει να εξασκήσει το δικαίωμα) το συγκεκριμένο αγαθό (π.χ. μετοχή) στο οποίο αναφέρεται το δικαίωμα.
- 4) Το αντίτιμο *C* (ασφάλιστρο ή τιμή δικαιώματος - Option price, option premium) το οποίο καταβάλλει ο αγοραστής στον πωλητή του δικαιώματος.

- 5) Το μέγεθος του συμβολαίου (π.χ. ένα συμβόλαιο με υποκείμενο τίτλο τη μετοχή της ΔΕΗ, μπορεί να αντιστοιχεί σε 1000 μετοχές της ΔΕΗ).
- 6) Η ημερομηνία λήξης (exercise date, maturity). Ανάλογα με το χρόνο εξάσκησης T υπάρχουν δύο κύριες κατηγορίες δικαιωμάτων προαίρεσης: α) Αμερικανικού τύπου (*American option*) όταν το δικαίωμα προαίρεσης μπορεί να εξασκηθεί οποιαδήποτε στιγμή μέχρι την ημερομηνία λήξης και β) Ευρωπαϊκού τύπου (*European option*) όταν το δικαίωμα προαίρεσης μπορεί να εξασκηθεί μόνο κατά την ημερομηνία λήξης.

Η επίδραση αυτών των παραγόντων μπορεί να διαφοροποιείται ανάλογα με το εάν πρόκειται για δικαίωμα αγοράς ή δικαίωμα πώλησης και ανάλογα με τον τύπο του δικαιώματος.

Μεταβλητή	European Call	European Put	American Call	American Put
Τιμή υποκειμένου	+	-	+	-
Τιμή εξάσκησης	-	+	-	+
Λήξη	?	?	+	+
Μεταβλητότητα	+	+	+	+
Επιτόκιο	+	-	+	-
Μέρισμα	-	+	-	+

Κατηγορίες συμβολαίων δικαιωμάτων προαίρεσης (options)

Οι όροι εξάσκησης του δικαιώματος διαφέρουν ανάλογα με τον τύπο του:

- *American option*, μπορούν να εξασκηθούν οποιαδήποτε στιγμή μέχρι τη λήξη τους.
- *European option*, μπορούν να εξασκηθούν μόνο κατά την λήξη τους.
- *Bermudan option*, μπορούν να εξασκηθούν μόνο σε συγκεκριμένες ημερομηνίες πριν ή κατά την λήξη τους.
- *Barrier option*, μπορούν να εξασκηθούν μόνο αν η τιμή του υποκειμένου τίτλου ξεπεράσει ένα συγκεκριμένο επίπεδο.
- *Exotic option*, είναι τα option που περιλαμβάνουν σύνθετες χρηματοδοτικές δομές.
- *Vanilla option*, ονομάζεται κάθε option που δεν είναι exotic.
- *Currency option* είναι το συμβόλαιο που παρέχει στον δικαιούχο την ευχέρεια να αγοράσει ή να πωλήσει ένα συγκεκριμένο νόμισμα, σε συγκεκριμένη τιμή κατά τη διάρκεια μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου για κάλυψη έναντι του συναλλαγματικού κινδύνου.
- *Basket option* είναι το συμβόλαιο που πληρώνει με βάση τη συνολική αξία ενός καλαθιού χρηματοοικονομικών στοιχείων (underlying basket).
- *Equity basket option* είναι ένα option επί ενός χαρτοφυλακίου που αποτελείται από περισσότερες από μία μετοχές ή δείκτες της χρηματιστηριακής αγοράς. Τα

χαρτοφυλάκια ή τα καλάθια των μετοχών μπορεί να περιέχουν μετοχές από μία ή περισσότερες βιομηχανίες, ή ενδέχεται να είναι σχεδιασμένα ώστε να αντιγράφουν ευρύτατους δείκτες της αγοράς.

- *Dual currency option*, παρέχει την ευχέρεια διακανονισμού σε ένα από τα δύο συμφωνηθέντα νομίσματα ανάλογα με την προτίμηση του αγοραστή του συμβολαίου.
- *Double option*, παρέχει την ευχέρεια είτε της αγοράς ή της πώλησης ενός μέσου σε μια καθορισμένη τιμή. Η άσκηση του δικαιώματος πώλησης προκαλεί τη λήξη (expiration) του δικαιώματος αγοράς και η άσκηση του δικαιώματος αγοράς προκαλεί τη λήξη του δικαιώματος πώλησης.
- *Index option* είναι ένα συμβόλαιο δικαιώματος προαίρεσης που έχει σαν υποκείμενο μέσο ένα χρηματιστηριακό δείκτη, επιτρέποντας σε ένα επενδυτή να αγοράσει ή να πωλήσει το καλάθι των μετοχών που αντιπροσωπεύει ένας χρηματιστηριακός δείκτης σε καθορισμένη τιμή και σε συγκεκριμένη ημέρα. Το index option επιτρέπει στον επενδυτή να διαπραγματεύεται σε μία χρηματιστηριακή αγορά χωρίς να είναι υποχρεωμένος να αγοράσει ατομικά όλες τις μετοχές της αγοράς ή του δείκτη.

Η διάκριση δεν έχει να κάνει με τον τόπο διαπραγμάτευσης των συμβολαίων δικαιωμάτων προαίρεσης, δηλαδή american options μπορούν να διαπραγματεύονται σε ευρωπαϊκές αγορές και european options μπορούν να διαπραγματεύονται στις αμερικάνικες αγορές.

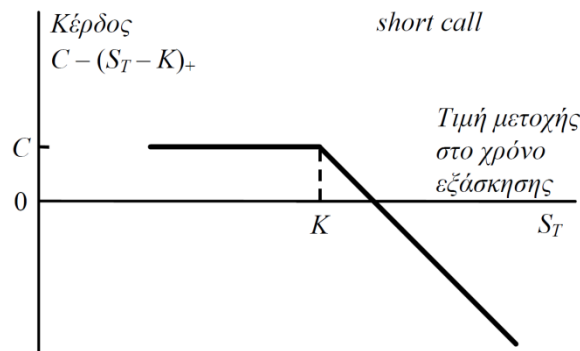
Αλλά ας δούμε τα παραπάνω μέσα από κάποια παραδείγματα. Ας υποθέσουμε γενικά ότι υπάρχει στην αγορά μια μετοχή A η οποία στις 10 Ιανουαρίου έχει χρηματιστηριακή αξία 97 ευρώ. Επίσης, διατίθενται στην αγορά παραγώγων, διάφορα δικαιώματα αγοράς και πώλησης επί της μετοχής αυτής (ας υποθέσουμε ότι τα δικαιώματα της συγκεκριμένης αγοράς είναι Ευρωπαϊκού τύπου). Π.χ. υπάρχουν δικαιώματα αγοράς και δικαιώματα πώλησης (επί 50 μετοχών AAA) με ημερομηνία λήξης το Φεβρουάριο, το Μάρτιο, τον Απρίλιο και τον Μάιο, ενώ για κάθε ημερομηνία λήξης υπάρχουν δικαιώματα με strike price $K = 80, 90, 100, 110, 120$ ευρώ, δηλαδή $4 \times 5 = 20$ διαφορετικά είδη (20 option series, το σύνολο τους καλείται και option class). Το ασφάλιστρο C διαμορφώνεται από την προσφορά και τη ζήτηση του κάθε δικαιώματος και προφανώς θα είναι διαφορετικό σε κάθε είδος δικαιώματος (option series). Ας δούμε ως παράδειγμα την στρατηγική που ακολουθούν γύρω από τη μετοχή AAA και με βάση αυτά που πιστεύουν τέσσερις επενδυτές, οι A, B, Γ και Δ.

Ο επενδυτής A (Πώληση Δικαιώματος Αγοράς - Short Call). Ο επενδυτής A που έχει στην κατοχή του έναν αριθμό μετοχών μιας εταιρείας A προβλέπει κάποια στασιμότητα ή μια ελαφρά πτωτική τάση στην μετοχή αυτή. Προκειμένου λοιπόν να αυξήσει την απόδοση του χαρτοφυλακίου του σε περίοδο στασιμότητας πωλεί ένα δικαίωμα αγοράς λήξης Απριλίου επί της μετοχής A με τιμή άσκησης (strike price) $K = 10$ ευρώ εισπράττοντας το ασφάλιστρο C.

Αν η χρηματιστηριακή τιμή της μετοχής A την ημερομηνία της λήξης του δικαιώματος παραμείνει στάσιμη (κάτω από τα 10 ευρώ) τότε ο αγοραστής του δικαιώματος δεν θα εξασκήσει το δικαίωμά του (δεν τον συμφέρει) και επομένως ο πωλητής θα έχει κερδίσει το ασφάλιστρο C. Στην αντίθετη περίπτωση που η τιμή της μετοχής A αυξηθεί πάνω από 10 ευρώ, (π.χ. 12 ευρώ) τότε ο αγοραστής του δικαιώματος θα εξασκήσει το δικαίωμά του και ο πωλητής θα υποχρεωθεί να πουλήσει στην τιμή των 10 ευρώ χάνοντας $12 - 10$ ευρώ (αφού

θα μπορούσε να είχε πουλήσει στην αγορά στην τιμή των 12 αντί 10 που υποχρεώνεται τώρα).

Γενικά, αν συμβολίσουμε με S_T την χρηματιστηριακή τιμή της μετοχής A στο χρόνο εξάσκησης T τότε το κέρδος από την χρήση του δικαιώματος αγοράς (call option) για τον πωλητή (short position) θα είναι (χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η χρονική αξία του χρήματος)



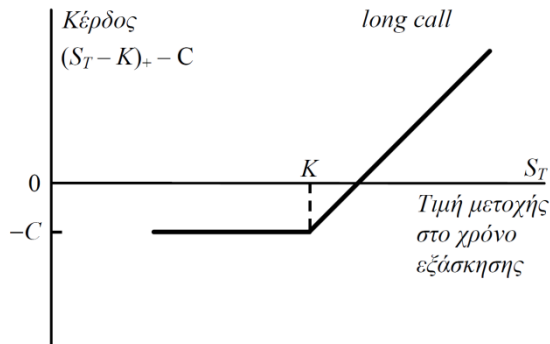
$$-(S_T - K)_+ = -\max\{S_T - K, 0\} = \begin{cases} K - S_T, & S_T > K \\ 0, & S_T \leq K \end{cases}$$

ενώ αν συνυπολογιστεί και το ασφάλιστρο C θα είναι $C - (S_T - K)_+$. Έτσι ο επενδυτής B (ο πωλητής, writer), αν τελικά μείνει στάσιμη η τιμή της μετοχής όπως προσδοκά, θα κερδίσει από το ασφάλιστρο που θα εισπράξει. Με αυτή όμως την στρατηγική αυξάνει το ρίσκο που έχει λάβει, ιδιαίτερα αν δεν κατέχει τις μετοχές AAA αλλά περιμένει να τις αγοράσει την ημέρα της εξάσκησης για να τις δώσει στον αγοραστή του δικαιώματος.

Ο επενδυτής B (Αγορά Δικαιώματος Αγοράς - Long call). Ο επενδυτής B προβλέπει ανοδική τάση στην μετοχή B τους επόμενους μήνες. Παρότι προσδοκά άνοδο, δεν επιθυμεί να ρισκάρει την αγορά μετοχών και εναλλακτικά αποφασίζει να αγοράσει ένα δικαίωμα αγοράς επί της μετοχής αυτής. Έτσι τελικά, ο επενδυτής αυτός αγοράζει (γίνεται holder, λαμβάνει long position) στις 15 Φεβρουαρίου ένα δικαίωμα αγοράς (call option) λήξης Απριλίου επί της μετοχής B με τιμή άσκησης (strike price) $K = 10$ ευρώ καταβάλλοντας αντίτιμο C . Ο συγκεκριμένος επενδυτής μπορεί τώρα, αν τον συμφέρει, να αγοράσει την μετοχή B (δηλ. 50 μετοχές B αφού το μέγεθος του συμβολαίου είναι 50) τον μήνα Απρίλιο (από τον πωλητή του δικαιώματος) στην τιμή 10 ευρώ ανά μετοχή.

Αν τώρα η χρηματιστηριακή τιμή της μετοχής B την ημερομηνία της λήξης του δικαιώματος ανέβει στα 12 ευρώ τότε ο αγοραστής του δικαιώματος αγοράς προφανώς θα εξασκήσει το δικαίωμα του και θα αγοράσει στην τιμή 10. Ο αγοραστής θα έχει κέρδος $12 - 10$ ευρώ ανά μετοχή (μείον το ασφάλιστρο C) διότι θεωρητικά μπορεί να πουλήσει αμέσως τις μετοχές B που αγόρασε με 10 ευρώ στην τιμή των 12 ευρώ. Αντίθετα, αν η χρηματιστηριακή τιμή της μετοχής B την ημερομηνία της λήξης του δικαιώματος είναι 80 ευρώ τότε ο αγοραστής του δικαιώματος αγοράς προφανώς δεν θα εξασκήσει το δικαίωμα (αν θέλει μπορεί να αγοράσει φθηνότερα από την αγορά). Σε αυτή την περίπτωση ο αγοραστής δεν θα έχει κανένα κέρδος (αντίθετα έχει ζημία C από το ασφάλιστρο).

Γενικά, αν συμβολίσουμε με S_T την χρηματιστηριακή τιμή της μετοχής B στο χρόνο εξάσκησης T τότε το κέρδος από την χρήση του δικαιώματος αγοράς (call option) για τον αγοραστή (long position) θα είναι (χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η χρονική αξία του χρήματος)



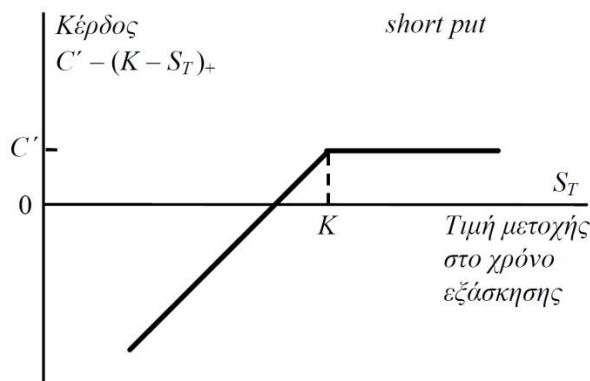
$$(S_T - K)_+ = \max\{S_T - K, 0\}$$

$$= \begin{cases} S_T - K, & S_T > K \\ 0, & S_T \leq K \end{cases}$$

ενώ αν συνυπολογιστεί και το ασφάλιστρο C θα είναι $(S_T - K)_+ - C$. Έτσι ο επενδυτής B (ο holder), αν τελικά αυξηθεί η τιμή της μετοχής όπως προσδοκά, θα κερδίσει χωρίς να ρισκάρει να χάσει αν η τιμή της μετοχής πέσει (πράγμα που θα γίνονταν αν αντί του δικαιώματος αγόραζε τις πραγματικές μετοχές B). Δηλαδή μπορεί να θεωρηθεί ότι εξασφαλίζεται από τον κίνδυνο πτώσης της τιμής της μετοχής AAA και για αυτό καταβάλλει το «ασφάλιστρο» C .

Ο επενδυτής Γ (Πώληση Δικαιώματος πώλησης - Short put). Ο επενδυτής Γ προβλέπει στάσιμη ή ελαφρά ανοδική τάση στη μετοχή αυτή. Πωλεί λοιπόν ένα δικαίωμα πώλησης λήξης Απριλίου επί της μετοχής Γ με τιμή άσκησης (strike price) $K = 10$ ευρώ εισπράττοντας το ασφάλιστρο C' .

Αν η τιμή της μετοχής Γ την ημέρα της λήξης του δικαιώματος είναι ελαφρά ανοδική ή παραμένει στάσιμη (πάνω από τα 10 ευρώ) τότε ο αγοραστής του δικαιώματος δεν θα εξασκήσει το δικαίωμά του και επομένως ο πωλητής θα έχει κερδίσει το ασφάλιστρο C' . Στην αντίθετη περίπτωση που η τιμή της μετοχής Γ πέσει κάτω από 10 ευρώ, (π.χ. 8 ευρώ) τότε ο αγοραστής του δικαιώματος θα εξασκήσει το δικαίωμά του και ο Γ θα υποχρεωθεί να αγοράσει στην τιμή των 10 ευρώ χάνοντας $10 - 8$ ευρώ ανά μετοχή (αφού στην αγορά θα τις έβρισκε τις μετοχές στα 8 ευρώ). Γενικά, αν S_T είναι η τιμή της μετοχής Γ στο χρόνο εξάσκησης T τότε το κέρδος από την χρήση του δικαιώματος πώλησης (put option) για τον πωλητή (short position) θα είναι (χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η χρονική αξία του χρήματος)



$$-(K - S_T)_+ = -\max\{K - S_T, 0\}$$

$$= \begin{cases} S_T - K, & K > S_T \\ 0, & K \leq S_T \end{cases}$$

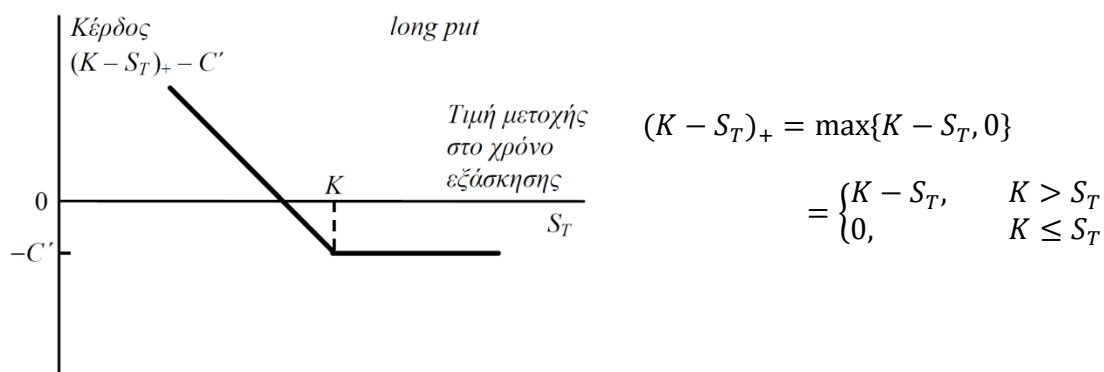
ενώ αν συνυπολογιστεί και το ασφάλιστρο C' θα είναι $C' - (K - S_T)_+$. Έτσι ο επενδυτής Γ (ο πωλητής, writer), αν τελικά μείνει περίπου στάσιμη η τιμή της μετοχής όπως προσδοκά, θα κερδίσει από το ασφάλιστρο που θα εισπράξει. Όμως, όπως και ο επενδυτής A , ο επενδυτής Γ αναλαμβάνει μεγάλο ρίσκο με αυτή την κίνηση.

Ο επενδυτής Δ (Αγορά Δικαιώματος Πώλησης - Long Put) Ο επενδυτής Δ κατέχει έναν αριθμό μετοχών της Δ και προβλέπει καθοδική τάση στην μετοχή Δ τους επόμενους μήνες.

Δεν επιθυμεί όμως να πωλήσει ακόμη τις μετοχές και εναλλακτικά αποφασίζει να αγοράσει ένα δικαίωμα πώλησης λήξης Απριλίου επί της μετοχής Δ με τιμή άσκησης (strike price) $K = 10$ ευρώ καταβάλλοντας αντίτιμο C' . Ο συγκεκριμένος επενδυτής μπορεί τώρα, αν τον συμφέρει, να πωλήσει τη μετοχή Δ (50 τεμ.) τον μήνα Απρίλιο στην τιμή 10 ανά μετοχή.

Αν η τιμή της μετοχής Δ την ημερομηνία της λήξης γίνει 8 ευρώ τότε ο αγοραστής του δικαιώματος πώλησης θα εξασκήσει το δικαίωμα του και θα πωλήσει (στον πωλητή του δικαιώματος) στην τιμή 10. Ο αγοραστής θα έχει κέρδος $10 - 8$ ευρώ ανά μετοχή (μείον το ασφάλιστρο) διότι θεωρητικά μπορεί να αγοράσει αμέσως τις μετοχές Δ που πώλησε στην τιμή των 10 ευρώ καταβάλλοντας μόνο 8 ευρώ (διατηρεί δηλαδή το ίδιο χαρτοφυλάκιο και έχει και το κέρδος από τη διαφορά $10 - 8$). Αντίθετα, αν η τιμή της μετοχής Δ γίνει 12 ευρώ τότε ο αγοραστής του δικαιώματος πώλησης προφανώς δεν θα εξασκήσει το δικαίωμα (μπορεί να πωλήσει τις μετοχές στην αγορά υψηλότερα από K). Σε αυτή την περίπτωση ο αγοραστής δεν θα έχει κανένα κέρδος από το δικαίωμα (αντίθετα έχει ζημία C από το ασφάλιστρο).

Γενικά, αν S_T είναι η τιμή της μετοχής Δ στο χρόνο εξάσκησης T τότε το κέρδος από την χρήση του δικαιώματος πώλησης (put option) για τον αγοραστή (long position) θα είναι (χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η χρονική αξία του χρήματος)



ενώ αν συνυπολογιστεί και το ασφάλιστρο θα είναι $(K - S_T)_+ - C'$. Έτσι ο επενδυτής Δ (ο holder) μπορεί να θεωρηθεί ότι εξασφαλίζει μια ελάχιστη τιμή στην οποία μπορεί να πωλήσει την μετοχή Δ (μειώνει τον κίνδυνο που διαχειρίζεται και για αυτό καταβάλλει ασφάλιστρο C').

Κλείνουμε την παράγραφο αυτή αναφέροντας κάποιους όρους που χρησιμοποιούνται συχνά κατά την αγοραπωλησία χρηματοοικονομικών τίτλων.

In-the-money, At-the-money, Out-of-the-money: Αν συμβολίσουμε με S_T την τιμή μιας μετοχής στο χρόνο t τότε ένα δικαίωμα προαίρεσης (option) με τιμή εξάσκησης K επί της μετοχής αυτής θεωρείται in-the-money, at-the-money ή out-of-the-money στο χρόνο t αν στην περίπτωση που μπορούσε να εξασκηθεί στο χρόνο αυτό, επέφερε στον holder (θετικό) κέρδος, μηδενικό κέρδος ή αρνητικό κέρδος (ζημία) αντίστοιχα (χωρίς να συνυπολογίζεται το ασφάλιστρο C).

Πιο συγκεκριμένα, ένα δικαίωμα αγοράς (call option) είναι στο χρόνο t , out-of-the-money αν $S_T < K$, in-the-money αν $S_T > K$ και at-the-money αν $S_T = K$. Αντίστοιχα, ένα δικαίωμα πώλησης (put option) είναι in-the-money αν $S_T < K$, at-the-money αν $S_T = K$ και out-of-the-money αν $S_T > K$. Προφανώς, ένα δικαίωμα εξασκείται από τον κάτοχό του (holder) μόνο αν βρίσκεται in-the-money.

Εσωτερική αξία (Intrinsic value). Η ποσότητα $(K - S_T)_+ = \max\{S_T - K, 0\}$ καλείται εσωτερική αξία (intrinsic value) στο χρόνο t ενός call option (με τιμή εξάσκησης K επί μιας μετοχής με τιμή S_T στο χρόνο t). Αντίστοιχα, η ποσότητα $(K - S_T)_+ = \max\{K - S_T, 0\}$ καλείται εσωτερική αξία στο χρόνο t ενός put option (με τιμή εξάσκησης K επί μιας μετοχής με τιμή S_T στο χρόνο t).

Ανοιχτή πώληση (Short selling). Θεωρούμε ότι στην αγορά που μελετάμε ένας επενδυτής έχει τη δυνατότητα να πωλήσει μετοχές που δεν διαθέτει. Αυτό συνήθως γίνεται ως εξής: ένας επενδυτής (ο οποίος δεν κατέχει στο χαρτοφυλάκιό του μετοχές της εταιρείας A) δίνει εντολή στον χρηματιστή του να πωλήσει 1000 μετοχές της εταιρείας A για λογαριασμό του (short selling). Ο χρηματιστής, δανείζεται τις 1000 μετοχές από το χαρτοφυλάκιο κάποιου άλλου πελάτη του (που τυγχάνει να έχει μετοχές A) και τις πωλεί στο χρηματιστήριο με τον συνήθη τρόπο πιστώνοντας το λογαριασμό αυτού που ζήτησε short selling. Ο επενδυτής μπορεί να διατηρήσει αυτή τη θέση όσο ο χρηματιστής του έχει τη δυνατότητα να δανείζεται από κάποιο ή κάποιους πελάτες του 1000 μετοχές A . Εάν παύσει αυτή η δυνατότητα ή ο επενδυτής αποφασίζει να κλείσει την θέση του, ο χρηματιστής αγοράζει από την χρηματιστηριακή αγορά τις μετοχές αυτές χρησιμοποιώντας χρήματα από τον λογαριασμό του επενδυτή και τις επιστρέφει στην θέση τους. Συνήθως οι χρηματιστές για να κάνουν short selling απαιτούν μία εγγύηση από τους επενδυτές πελάτες τους (margin account). Ο επενδυτής ενδέχεται να έχει κέρδος ή ζημία από την κίνησή του αυτή ανάλογα με τη διαφορά της τιμής της μετοχής τις δύο χρονικές στιγμές: τη στιγμή πώλησης (short selling) και τη στιγμή αγοράς της (κλείσιμο της θέσης). Στο εξής θα θεωρούμε ότι ένας επενδυτής μπορεί πάντοτε να προβαίνει σε ανοιχτή πώληση για όσο χρόνο επιθυμεί.

Τέλος μπορούμε να δούμε τη σχέση μεταξύ αποδόσης και κινδύνου των επιτοκίων, στα χρηματοπιστωτικά προϊόντα.



1.3. Τύποι Συναλλασσομένων

Οι συναλλασσόμενοι σε μια χρηματιστηριακή αγορά μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε τρεις κατηγορίες που περιγράφονται παρακάτω.

1.3.1. Arbitrageurs

Αυτή η κατηγορία επενδυτών προσπαθεί να εντοπίσει πρόσκαιρες ανισορροπίες της αγοράς και να τις εκμεταλλευτεί αποκομίζοντας σίγουρο κέρδος, χωρίς ρίσκο (ο όρος arbitrage μεταφράζεται και ως εξισορροποητική κερδοσκοπία). Οπότε, η εξισορροπητική κερδοσκοπία (arbitrage) είναι η ταυτόχρονη αγορά και πώληση της ίδιας (ή παρόμοιας) επένδυσης σε δύο διαφορετικές αγορές με δύο διαφορετικές τιμές, στρατηγική η οποία μπορεί να οδηγήσει σε κέρδη χωρίς την ανάληψη κινδύνου. Άρα ο κερδοσκόπος (arbitrageur) θα έχει πάντα δύο θέσεις αντίθετες μεταξύ τους, όπου η μία καλύπτει την άλλη.

Παράδειγμα: Έστω ότι ένα βαρέλι πετρέλαιο πωλείται για 135\$ στη Νέα Υόρκη και 134,5\$ στο Λονδίνο. Η ταυτόχρονη αγορά της επένδυσης στο Λονδίνο και πώληση της στην Νέα Υόρκη μπορεί να οδηγήσει σε κέρδη της τάξης του 0,5\$ το βαρέλι χωρίς κίνδυνο. Βέβαια εφόσον όλοι οι συμμετέχοντες στην αγορά θα κάνουν παρόμοιες κινήσεις, τότε η τιμή στο Λονδίνο θα ανέβει και η τιμή στην Νέα Υόρκη θα πέσει ώστε να επιτευχθεί ισορροπία.

Η ίδια λογική επικρατεί και με τις αγορές μετοχών: Έστω ότι μία μετοχή A είναι υπερτιμημένη σαν αποτέλεσμα της συμπεριφοράς μη ορθολογικών επενδυτών. Με άλλα λόγια, η αξία της στην αγορά είναι μεγαλύτερη από την αξία που δικαιολογείται από την παρούσα αξία των μελλοντικών χρηματικών ροών, με βάση τον κίνδυνο της μετοχής. Οι ορθολογικοί επενδυτές θα παρατηρήσουν την ανισορροπία αυτή και θα πουλήσουν ανοικτά (sell short) την μετοχή A, αγοράζοντας ταυτόχρονα μία παρόμοια ή υποκατάστατη (substitute) μετοχή B για να καλύψουν τον κίνδυνο τους. Θα έχουν πουλήσει δηλαδή μία ακριβή μετοχή (A) και θα έχουν αγοράσει μία παρόμοια φθηνότερη μετοχή (B). Η διαδικασία αυτή θα επιδράσει πτωτικά στην υψηλή τιμή της μετοχής A και θα συνεχιστεί μέχρι η τιμή της να φτάσει στην πραγματική της αξία.

Με την ίδια λογική οι τιμές υποτιμημένων μετοχών θα αυξηθούν πλησιάζοντας τις πραγματικές τους αξίες: Έστω ότι μία μετοχή Γ είναι υποτιμημένη. Οι ορθολογικοί επενδυτές θα παρατηρήσουν την ανισορροπία αυτή και θα αγοράσουν την μετοχή Γ, πουλώντας ταυτόχρονα ανοικτά μία παρόμοια ή υποκατάστατη μετοχή για να καλύψουν τον κίνδυνο τους. Θα έχουν αγοράσει δηλαδή μία φθηνή μετοχή (Γ) και θα έχουν πουλήσει μία παρόμοια ακριβότερη μετοχή (Δ). Η διαδικασία αυτή θα επιδράσει ανοδικά στην χαμηλή τιμή της μετοχής Γ και θα συνεχιστεί μέχρι η τιμή της να φτάσει στην πραγματική της αξία. Με αυτόν τον τρόπο η απόκλιση από την τιμή ισορροπίας θα είναι βραχύβια και θα διορθώνεται αμέσως, λόγω του ανταγωνισμού μεταξύ των ορθολογικών επενδυτών. Επίσης, από την στιγμή που οι μη ορθολογικοί επενδυτές θα συναλλάσσονται σε υπερτιμημένες ή υποτιμημένες επενδύσεις θα κερδίζουν χαμηλότερες αποδόσεις από ορθολογικούς επενδυτές και σταδιακά θα χάνουν χρήματα, άρα θα εκμηδενίζεται το κεφάλαιό τους και η επίδρασή τους στην αγορά.

Στην πραγματική ζωή όμως δεν είναι τόσο εύκολη η εφαρμογή του arbitrage. Λόγω των περιορισμών που υπάρχουν το arbitrage έχει κάποια όρια και δεν μπορεί να λειτουργεί με αυτόν τον τρόπο συνεχώς.

Παρακάτω αναφέρονται μερικά από τα κόστη και τους κινδύνους που υπάρχουν:

1) Κόστος εφαρμογής της στρατηγικής (implementation cost). Όσον αφορά το κόστος εφαρμογής της στρατηγικής (implementation cost), υπάρχουν κόστη συναλλαγών όπως προμήθειες συναλλαγών, αμοιβές ενδιαμέσων και χρηματιστών, περιθώρια μεταξύ τιμής αγοράς και πώλησης (bid-ask spreads), περιορισμοί στις ανοικτές πωλήσεις, νομικοί

περιορισμοί, κόστος ανεύρεσης και εκμετάλλευσης, της υπέρ ή υπό τιμολογημένης επένδυσης (π.χ. αμοιβές αναλυτών και ερευνητών, κόστος βάσεων δεδομένων και πληροφοριών, κόστος κτήσης πληροφόρησης, τεχνογνωσία και know-how, κλπ).

Η ανοικτή πώληση (short sale) ουσιαστικά σημαίνει ότι ο πωλητής πουλάει κάτι που δεν έχει. Ο επενδυτής που δανείζεται τις μετοχές όμως και τις πουλάει ανοικτά εάν αναγκαστεί να τις αγοράσει σε τιμή μεγαλύτερη από την τιμή που τις πούλησε θα υποστεί σημαντικές ζημίες. Το πρόβλημα από την ανοικτή πώληση, που αποτελεί αναγκαίο βήμα για την εφαρμογή του arbitrage, δημιουργείται σε πολλά επίπεδα:

- Σε πολλές χώρες δεν επιτρέπεται η ανοικτή πώληση (π.χ. στην Ελλάδα επιτράπηκε στα μέσα περίπου της δεκαετίας του 2000), άρα το arbitrage δεν μπορεί να λειτουργήσει σε αυτές τις αγορές.
- Ακόμα κι αν επιτρέπεται η ανοικτή πώληση μπορεί να μην υπάρχουν διαθέσιμες προς δανεισμό, οι μετοχές για τις οποίες ενδιαφέρεται ο arbitrageur, ή να υπάρχουν σε πολύ μικρές ποσότητες.
- Για πολλούς επαγγελματίες διαχειριστές, η ανοικτή πώληση δεν επιτρέπεται σε πολλές χώρες (π.χ. συνταξιοδοτικά ταμεία, ή αμοιβαία κεφάλαια).
- Εάν η αγορά δεν χαρακτηρίζεται από μεγάλη ρευστότητα (π.χ. λίγες συναλλαγές, μικρές ποσότητες) ο arbitrageur ενδέχεται να μην μπορεί να κλείσει την ανοικτή θέση του όταν το επιθυμεί και στην τιμή που το επιθυμεί.
- Τέλος, ο arbitrageur μπορεί να πέσει θύμα αυτού που αποκαλείται short-squeeze (ειδικά σε μικρότερες και αναδυόμενες αγορές), δηλαδή κάποιος που γνωρίζει ότι έχει πουλήσει και είναι υποχρεωμένος να αγοράσει, πιέζουν ανοδικά τις τιμές των συγκεκριμένων μετοχών για να βάλουν κέρδος.

2) Θεμελιώδης κίνδυνος (Fundamental Risk). Ο θεμελιώδης κίνδυνος έχει να κάνει με το γεγονός ότι δεν υπάρχουν τέλεια υποκατάστατες μετοχές με ίδιες αναμενόμενες αποδόσεις και ίδιο κίνδυνο, άρα οι ορθολογικοί arbitrageurs θα αναγκαστούν να ρισκάρουν ακόμα κι αν τα θεμελιώδη μεγέθη των δύο επενδύσεων διαφέρουν. Η θεωρία λέει ότι εάν μία μετοχή A είναι υπεριτιμημένη ο ορθολογικός arbitrageur θα παρατηρήσει την ανισορροπία αυτή και θα πουλήσει ανοικτά την μετοχή A, αγοράζοντας ταυτόχρονα μία υποκατάστατη μετοχή B η οποία θα είναι θεμελιωδώς όμοια. Η διαδικασία αυτή θα επιδράσει πτωτικά στην υψηλή τιμή της μετοχής A και θα συνεχιστεί μέχρι η τιμή της να φτάσει στην πραγματική της αξία.

Στον πραγματικό κόσμο θεμελιωδώς ίδιες μετοχές δεν υπάρχουν, άρα η διαδικασία του arbitrage έχει κίνδυνο. Επίσης, ένα ακόμα πρόβλημα έχει να κάνει με το γεγονός ότι ακόμα και εάν υπάρχει υποκατάστατη μετοχή μπορεί και αυτή να είναι υπεριτιμολογημένη ή υποτιμολογημένη

3) Κίνδυνος που προκύπτει από την παρουσία μη ενημερωμένων επενδυτών (noise trader risk). Έστω ότι οι μη ορθολογικοί επενδυτές (noise traders) είναι απαισιόδοξοι για μία μετοχή και έχουν πιέσει πτωτικά την τιμή της με αποτέλεσμα η μετοχή να είναι υποτιμημένη. Ένας ορθολογικός επενδυτής το αντιλαμβάνεται και αγοράζει την μετοχή περιμένοντας ότι η τιμή θα ανέβει στην θεμελιώδη της αξία. Υπάρχει πάντα ο κίνδυνος οι μη ορθολογικοί επενδυτές να γίνουν ακόμα πιο απαισιόδοξοι και να υποτιμήσουν ακόμη περισσότερο την μετοχή πριν αυτή ανέβει στην πραγματική της αξία.

Επίσης, στην αντίθετη περίπτωση όπου οι μη ορθολογικοί επενδυτές είναι υπεραισιόδοξοι και έχουν υπεριτιμήσει μία μετοχή, ο ορθολογικός επενδυτής που το

αντιλαμβάνεται και πουλάει ανοικτά την μετοχή αντιμετωπίζει τον κίνδυνο οι μη ορθολογικοί επενδυτές να γίνουν ακόμα πιο υπεραισιόδοξοι και να ανατιμήσουν την μετοχή περαιτέρω (και άρα να χρειαστεί να την αγοράσει ακόμα πιο ακριβά από ότι την πούλησε).

4) Είσοδος μιας μετοχής σε ένα δείκτη μετοχών. Μία άλλη περίπτωση όπου φαίνεται να υπάρχει απόκλιση από την τιμή ισορροπίας η οποία δεν καθίσταται εκμεταλλεύσιμη από arbitrageurs είναι οι περιπτώσεις όπου ανακοινώνεται ότι μία μετοχή θα συμπεριληφθεί σε έναν δείκτη μετοχών. Έρευνες έχουν δείξει ότι κατά μέσο όρο όταν μία μετοχή συμπεριλαμβάνεται σε έναν δείκτη η τιμή της ανεβαίνει απότομα και παραμένει υπερτιμημένη εμποδίζοντας έτσι την διαδικασία του arbitrage.

1.3.2. Hedgers

Αυτοί οι συναλλασσόμενοι όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, προσπαθούν να προστατεύσουν μία θέση τους στην αγορά χρησιμοποιώντας μία κατάλληλη θέση στην αγορά των παραγώγων (Hedging: αντιστάθμιση κινδύνου). Οπότε η αντιστάθμιση κινδύνου περιλαμβάνει όλες τις ενέργειες ενός επενδυτή που στοχεύουν στη μείωση του κινδύνου από μελλοντικές μεταβολές των τιμών που απορρέουν από μια θέση που ήδη κατέχει σε κάποιο προϊόν π.χ. εμπόρευμα, χρεόγραφο, συναλλαγματική ισοτιμία. Για παράδειγμα μια ευρωπαϊκή εταιρεία που πρέπει να πληρώσει έναν αμερικανό προμηθευτή της σε δολάρια σε μια μελλοντική στιγμή ενέχει σημαντικό συναλλαγματικό κίνδυνο. Ένας επενδυτής μπορεί να αντισταθμίσει τον κίνδυνο χρησιμοποιώντας προθεσμιακά συμβόλαια εκτός χρηματιστηριακής αγοράς ή Σ.Μ.Ε. από το χρηματιστήριο παραγώγων. Εναλλακτικά μπορεί να αγοράσει δικαιώματα προαίρεσης στο υποκείμενο αγαθό ούτως ώστε να μειώσει την έκθεση του σε μεταβολές της τιμής του αγαθού.

1.3.3. Speculators (Κερδοσκόποι)

Σε αντίθεση με τους hedgers οι οποίοι προσπαθούν να μειώσουν τον κίνδυνο που διαχειρίζονται (π.χ. με την μείωση της μέγιστης ζημιάς που μπορούν να έχουν), οι κερδοσκόποι αναλαμβάνουν ρίσκα τα οποία προσδοκούν ότι θα τους αποφέρουν κέρδη (π.χ. κάνουν κινήσεις που αυξάνουν τη διασπορά του τυχαίου κέρδους τους άρα μπορούν να φέρουν μεγαλύτερα κέρδη αλλά και μεγαλύτερες ζημιές). Οι κερδοσκόποι «στοιχηματίζουν» στις κινήσεις της αγοράς και προσπαθούν να εκμεταλλευτούν τις ευκαιρίες για κέρδη που τους προσφέρουν τα παράγωγα και γενικότερα αγορές με μεγάλες διακυμάνσεις. Για παράδειγμα, αν η τιμή του δολαρίου προς το ευρώ είναι 1,2 και ένας κερδοσκόπος στις ΗΠΑ πιστεύει ότι το ευρώ θα ενισχυθεί ως προς το δολάριο μπορεί να πάρει θετική θέση σε ένα Σ.Μ.Ε. για την αγορά 100.000 ευρώ σε 3 μήνες. Αν όντως η ισοτιμία ευρώ/δολάριο αυξηθεί ο κερδοσκόπος θα κερδίσει ενώ αν μειωθεί θα χάσει. Η διαφορά με το να αγοράσει τα δολάρια σήμερα στην τρέχουσα ισοτιμία είναι ότι σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να πληρώσει τώρα ενώ με το ΣΜΕ θα κληθεί να πληρώσει σε τέσσερις μήνες, ουσιαστικά μόνο αν έχει ζημία. Η βασική διαφορά του arbitrageur με τον κερδοσκόπο (speculator) είναι ότι ο κερδοσκόπος αναλαμβάνει μία θέση, π.χ. ή αγοράζει στο Λονδίνο ή πουλάει στην Νέα Υόρκη,

και περιμένει να κινηθεί η τιμή προς την κατεύθυνση που προέβλεψε (και άρα αναλαμβάνει κίνδυνο).

1.4. Στρατηγικές αγοραπωλησιών μετοχών και δικαιωμάτων προαίρεσης

Παραπάνω είδαμε ποιο είναι το κέρδος σε κάθε μία από τις τέσσερις διαφορετικές θέσεις που μπορεί να λάβει κάποιος στην αγορά χρησιμοποιώντας ένα δικαίωμα προαίρεσης. Για παράδειγμα, για την πώληση δικαιώματος αγοράς – short call, είδαμε ότι το κέρδος είναι $C - (S_T - K)_+$ και ένας επενδυτής λαμβάνει αυτή την θέση όταν προσδοκά μείωση της τιμής του υποκείμενου αγαθού. Είναι αυτονόητο ότι ένας επενδυτής μπορεί να λάβει και πιο σύνθετες θέσεις χρησιμοποιώντας περισσότερα από ένα δικαιώματα προαίρεσης (ή και άλλους χρηματοοικονομικούς τίτλους) ταυτόχρονα. Είναι ενδιαφέρον να δούμε εν συντομία κάποιες τέτοιες σύνθετες στρατηγικές.

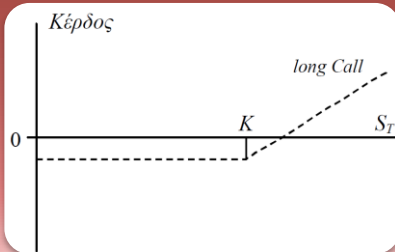
1.4.1. Στρατηγικές που αφορούν μια μετοχή και ένα δικαίωμα προαίρεσης επί αυτής της μετοχής.

Υπάρχουν τέσσερις βασικές στρατηγικές που αφορούν μία μετοχή και ένα δικαίωμα επί της ίδιας μετοχής.

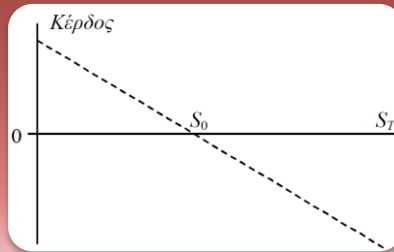
(Α) Η πρώτη στρατηγική αφορά ένα long put. Η στρατηγική του long put ακολουθείται από τους επενδυτές που πιστεύουν ότι η τιμή του υποκείμενου προϊόντος θα είναι σημαντικά χαμηλότερη από την τιμή της εξάσκησης κατά τη λήξη του option. Σε αντίθεση με την απευθείας πώληση μιας μετοχής για παράδειγμα, είναι πιο βολικό να αγοράσει κανείς ένα put option στην περίπτωση που πιστεύει ότι η αγορά θα υποχωρήσει. Ο λόγος έγκειται στο γεγονός ότι το ρίσκο της ζημιάς περιορίζεται στην τιμή που πλήρωσε ο επενδυτής να αγοράσει το put option, σε αντίθεση με τις απεριόριστες απώλειες που μπορεί να έχει ο επενδυτής πουλώντας απλά την υποκείμενη μετοχή.

Απεριόριστη δυνατότητα κέρδους. Καθώς η τιμή της μετοχής μπορεί θεωρητικά να φτάσει στο 0 μέχρι τη λήξη του option, το μέγιστο δυνατό κέρδος από τη χρήση της long put στρατηγικής περιορίζεται μόνο κατά την τιμή εξάσκησης του αγορασμένου put μείον την τιμή του option. Ο τύπος για τον υπολογισμό του κέρδους είναι:

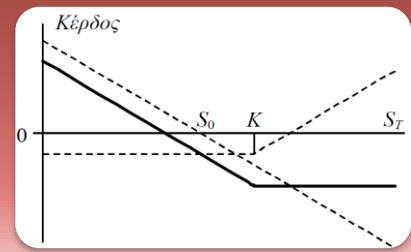
$$\begin{aligned} \text{Μέγιστο κέρδος} &= \text{απεριόριστο} \\ \text{Κέρδος που επιτυγχάνεται όταν η τιμή του υποκείμενου} &= 0 \\ \text{Κέρδος} &= \text{τιμή εξάσκησης του Long Put} - \text{τιμή του option} \end{aligned}$$



(i) Κέρδος από την αγορά του δικαιώματος αγοράς της μετοχής AAA:
 $(S_T - K)_+ - C$



(ii) Κέρδος από την πώληση της μετοχής AAA:
 $S_0 - S_T$



(iii) Συνολικό κέρδος από τον συνδυασμό των δύο τοποθετήσεων (i) και (ii) (reverse covered call)

Περιορισμός κινδύνου. Ο κίνδυνος ακολουθώντας τη στρατηγική long put περιορίζεται στην τιμή που πληρώνει ο επενδυτής για την αγορά του option ανεξάρτητα του πόσο ψηλά μπορεί να πάει η τιμή του υποκείμενου προϊόντος έως να λήξει το option. Ο τύπος υπολογισμού της ζημιάς είναι:

$$\text{Μέγιστη ζημία} = \text{Τιμή του Option} + \text{Προμήθειες}$$

Η μέγιστη ζημία συμβαίνει όταν η τιμή του υποκείμενου προϊόντος είναι \geq από την τιμή εξάσκησης του Long Put.

Νεκρό σημείο (breakeven point). Η υποκείμενη τιμή στην οποία επιτυγχάνεται το νεκρό σημείο μπορεί να υπολογιστεί με τον τύπο:

$$\text{Νεκρό σημείο} = \text{Τιμή εξάσκησης ενός Long Put} - \text{Τιμή του Option}$$

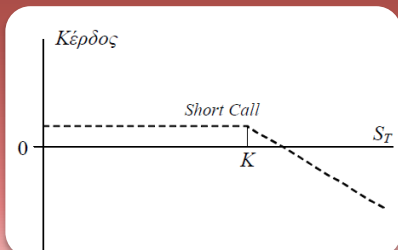
(B) **Out-of-the-money Covered Call.** Υπάρχει η στρατηγική του covered call όπου ο επενδυτής που είναι ελαφρώς αισιόδοξος για την αγορά πουλάει out-of-the-money calls έχοντας το υποκείμενο προϊόν στην κατοχή του. Το OTM covered call είναι μία δημοφιλής στρατηγική καθώς ο επενδυτής εισπράττει το premium ενώ ταυτόχρονα απολαμβάνει τα κέρδη της μετοχής η τιμή της οποίας αυξάνεται.

Περιορισμένη προοπτική κερδών. Εκτός από το τίμημα του option που θα εισπράξει ο πωλητής, θα επωφεληθεί και της αύξησης της τιμής της υποκείμενης μετοχής έως την τιμή εξάσκησης. Ο τρόπος υπολογισμού του μέγιστου κέρδους ακολουθεί την εξίσωση:

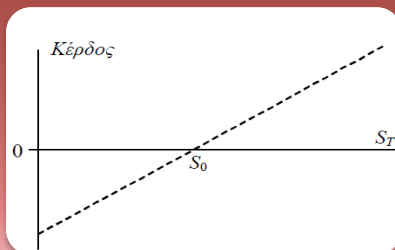
$$\text{Μέγιστο κέρδος} = \text{Εισπραχθέν premium} - \text{τιμή αγοράς της υποκείμενης αξίας} + \text{τιμή εξάσκησης της short call} - \text{Προμήθειες}$$

μέγιστο κέρδος επιτυγχάνεται όταν η τιμή του υποκείμενου είναι μεγαλύτερη ή ίση της τιμής εξάσκησης του short call

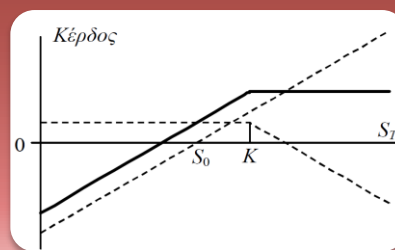
Απεριόριστη προοπτική ζημιάς. Η προοπτική ζημιάς σε αυτή τη στρατηγική είναι μεγάλη και συμβαίνει όταν η τιμή του υποκείμενου προϊόντος πέφτει. Παρόλα αυτά, ο κίνδυνος δεν είναι διαφορετικός από εκείνον που έχει ένας κάτοχος μιας μετοχής χωρίς το option. Στην πραγματικότητα, ο πωλητής των calls έχει και ένα μαξιλάρι που προκύπτει από την εισπραξη των premiums.



(i) Κέρδος από την πώληση του δικαιώματος αγοράς της μετοχής AAA:
 $C - (S_T - K)_+$



(ii) Κέρδος από την αγορά της μετοχής AAA:
 $S_T - S_0$

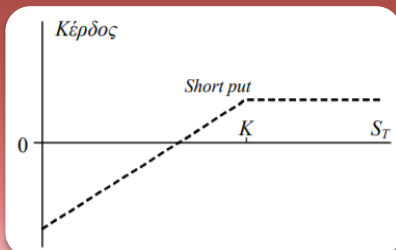


(γ) Συνολικό κέρδος από τον συνδυασμό των δύο τοποθετήσεων (α) και (β) (covered call)

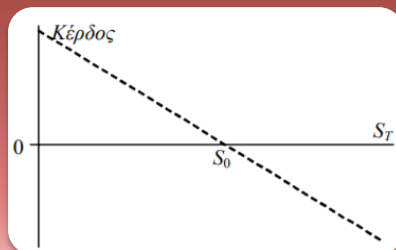
Η ζημιά συμβαίνει όταν η τιμή του υποκείμενου είναι μικρότερη από την τιμή αγοράς του υποκείμενου μετά της αφαίρεσης του εισπραχθέν premium. Και η μέγιστη ζημιά στην οποία εκτίθεται ο επενδυτής είναι απεριόριστη.

(Γ) Μια άλλη στρατηγική αφορά την πώληση ενός δικαιώματος πώλησης (short put, π.χ. της εταιρείας Γ) και την παράλληλη πώληση της μετοχής Γ (short selling). Παρατηρούμε παρακάτω ότι το γράφημα του κέρδους από το συνδυασμό των δύο παραπάνω τοποθετήσεων είναι όμοιο με αυτό που προκύπτει από την πώληση ενός δικαιώματος αγοράς (short call). Ως αποτέλεσμα θα μπορούσαμε να χαρακτηρίσουμε αυτήν την τακτική ως «Πώληση ακάλυπτου call» (Naked Call Writing). Η πώληση ακάλυπτων call options είναι μία ιδιαίτερα επικίνδυνη στρατηγική, κατά την οποία ο επενδυτής πουλάει call options χωρίς να έχει την υποκείμενη αξία. Η στρατηγική της πώλησης ακάλυπτων call options αποσκοπεί στην είσπραξη των premiums (τιμής option) και υιοθετείται από επενδυτές που είναι ουδέτεροι ή ελαφρώς απαισιόδοξοι για την πορεία της τιμής του υποκείμενου προϊόντος

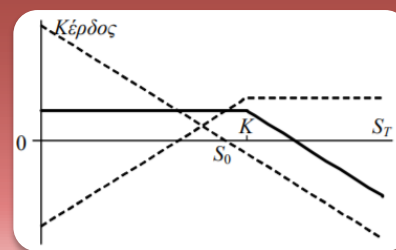
Τα αντίστοιχα γραφήματα του κέρδους σε σχέση με την τιμή S_T της μετοχής Γ την ημέρα λήξης του δικαιώματος είναι τα εξής:



(i) Κέρδος από την πώληση του δικαιώματος πώλησης της μετοχής AAA:
 $C' - (K - S_T)_+$



(ii) Κέρδος από την πώληση της μετοχής AAA:
 $S_0 - S_T$



(γ) Συνολικό κέρδος από τον συνδυασμό των δύο τοποθετήσεων (α) και (β)

Περιορισμένη δυνατότητα κέρδους. Το μέγιστο κέρδος που δύναται να αποκομίσει ο επενδυτής από τη συγκεκριμένη στρατηγική, ισούται με το σύνολο των εισπραχθέντων premiums και υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$\text{Μέγιστο κέρδος} = \text{Εισπραχθέντα premium} - \text{προμήθειες}$$

Το μέγιστο κέρδος επιτυγχάνεται όταν η τιμή του υποκειμένου είναι μικρότερη ή ίση της τιμής εξάσκησης του short call.

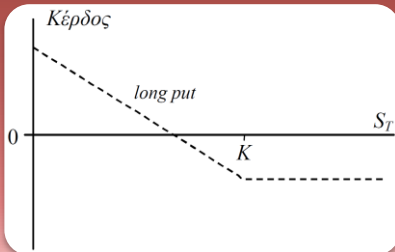
Απεριόριστη δυνατότητα ζημιάς. Αν η τιμή του υποκειμένου αυξηθεί δραματικά κατά τη λήξη, ο πωλητής του outof-the-money naked call θα κληθεί να παραδώσει στον αγοραστή των options το υποκείμενο προϊόν, στην τότε ισχύουσα τιμή. Καθώς δεν υπάρχει όριο στο πόσο ψηλά μπορεί να πάει η τιμή του υποκειμένου στη λήξη, η μέγιστη πιθανή ζημιά που μπορεί να προκύψει από την πώληση ενός naked call είναι θεωρητικά απεριόριστη. Η ζημιά συμβαίνει όταν η τιμή του υποκειμένου είναι μεγαλύτερη της τιμής εξάσκησης του Short Call και του εισπραχθέντος premium

$$\text{Ζημιά} = \text{τιμή του υποκειμένου} - \text{τιμή εξάσκησης του short call} - \text{εισπραχθέν premium} + \text{προμήθειες}$$

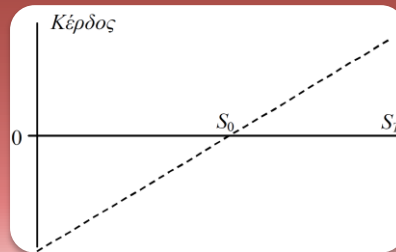
Νεκρό σημείο. Το νεκρό σημείο στην συγκεκριμένη στρατηγική είναι:

$$\text{Νεκρό σημείο} = \text{Τιμή εξάσκησης του short call} + \text{εισπραχθέν premium}$$

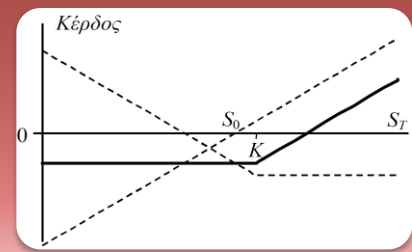
(Δ) Αντίστοιχα η αντίστροφη στρατηγική της προηγούμενης ονομάζεται protective put. Η στρατηγική αφορά την αγορά ενός δικαιώματος πώλησης (επί μιας μετοχής) και την (ταυτόχρονη) αγορά της μετοχής (στην τρέχουσα τιμή). Στόχος είναι ο περιορισμός της (πιθανής) ζημιάς σε περίπτωση πτώσης της τιμής της μετοχής. Τα κέρδη/ζημιές από μια τέτοια στρατηγική φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



(i) Κέρδος από την αγορά του δικαιώματος πώλησης της μετοχής AAA:
 $(K - S_T)_+ - C'$



(ii) Κέρδος από την αγορά της μετοχής AAA:
 $S_T - S_0$



(γ) Συνολικό κέρδος από τον συνδυασμό των δύο τοποθετήσεων (α) και (β) (protective put)

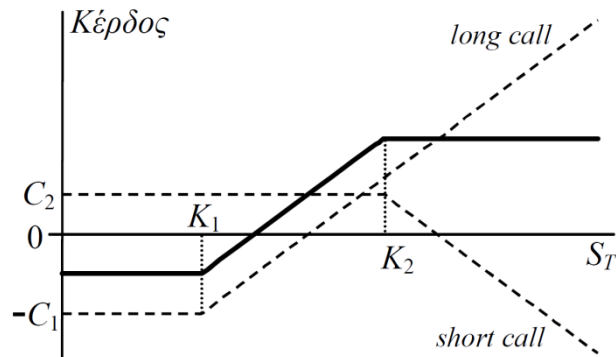
Παρατηρούμε ότι το γράφημα του κέρδους από το συνδυασμό των δύο παραπάνω τοποθετήσεων είναι όμοιο με το γράφημα του κέρδους που προκύπτει από την αγορά ενός δικαιώματος αγοράς (long call).

Η μέγιστη ζημιά σε μια τέτοια στρατηγική είναι ίση με την τιμή του δικαιώματος πώλησης (συμβαίνει όταν η τιμή της μετοχής είναι μικρότερη από την τιμή εξάσκησης), το δε κέρδος είναι απεριόριστο (σε περίπτωση μεγάλης ανόδου της τιμής της μετοχής). Η στρατηγική έχει ένα νεκρό σημείο, το σημείο που η τιμή της μετοχής είναι ίση με την τιμή εξάσκησης του δικαιώματος συν την τιμή του.

1.4.2. Στρατηγικές που αφορούν δικαιώματα προαίρεσης ιδίου τύπου επί της ίδιας μετοχής.

(1) Bull spread – Ανοδικό άνοιγμα. Το Bull Call Spread option χρησιμοποιείται στις περιπτώσεις που ο επενδυτής πιστεύει ότι η τιμή του υποκείμενου προϊόντος θα έχει μικρή άνοδο στο κοντινό μέλλον. Το Bull Call Spread δημιουργείται με την αγορά ενός at-the-money call option ενώ την ίδια στιγμή ο επενδυτής πουλάει ένα at-the-money call option με ψηλότερη τιμή εξάσκησης αλλά τον ίδιο μήνα λήξεως. Πουλώνοντας το out-of-the-money call, ο επενδυτής μειώνει το κόστος ανοίγματος μίας αισιόδοξης θέσης, θυσιάζοντας βέβαια τη δυνατότητα απόκομισης μεγάλων κερδών στην περίπτωση που η υποκείμενη αξία κινηθεί έντονα ανοδικά.

Με διακεκομμένες γραμμές φαίνεται το κέρδος για καθένα από τα δύο δικαιώματα που αναφέρθηκαν, ενώ με τη συνεχή γραμμή φαίνεται το συνολικό κέρδος (άθροισμα των δύο κερδών από τα δικαιώματα).



Bull spread με τη χρήση δικαιωμάτων αγοράς

Το συνολικό κέρδος δίνεται από τον τύπο (S_T είναι η τιμή της μετοχής την ημέρα λήξης των δικαιωμάτων ενώ C_1, C_2 είναι οι τιμές των δυο δικαιωμάτων).

$$(S_T - K_1)_+ - C_1 + C_2 - (S_T - K_2)_+ = \begin{cases} C_2 - C_1, & S_T > K_1 \\ (S_T - K_1) + C_2 - C_1, & K_1 \leq S_T \leq K_2 \\ K_2 - K_1 + C_2 - C_1, & K_2 < S_T \end{cases}$$

Δηλαδή είναι ίσο με

$$(S_T - K_1)_+ - (S_T - K_2)_+ = \begin{cases} 0, & S_T > K_1 \\ S_T - K_1, & K_1 \leq S_T \leq K_2 \\ K_2 - K_1, & K_2 < S_T \end{cases}$$

μείον το ποσό $C_1 - C_2$ που θα πρέπει να καταβάλλει αρχικά.

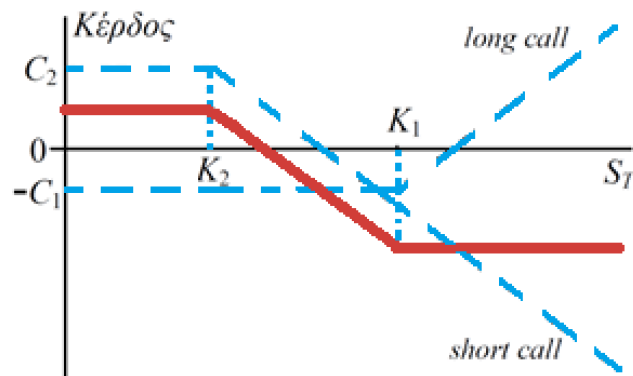
Ισχύει ότι $C_1 > C_2$, διότι η τιμή του δικαιώματος αγοράς μειώνεται όσο η τιμή εξάσκησης K αυξάνεται (για να αποκτήσουμε το δικαίωμα να αγοράσουμε σε χαμηλότερη τιμή K θα πρέπει να καταβάλλουμε μεγαλύτερο αντίτιμο C).

Περιορισμένη πιθανότητα απωλειών. Η στρατηγική bull call spread θα αποφέρει ζημιά αν η τιμή της υποκείμενης αξίας διολισθήσει στη λήξη. Η μέγιστη ζημιά δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την αρχική χρέωση που ανέλαβε ο επενδυτής για το άνοιγμα της θέσης. Με άλλα λόγια η μέγιστη ζημιά στην οποία εκτίθεται ο επενδυτής είναι το άθροισμα της καθαρής τιμής η οποία πληρώθηκε και των προμηθειών.

Νεκρό σημείο (breakeven point). Το νεκρό σημείο αυτής της στρατηγικής είναι το άθροισμα της τιμής εξάσκησης του long call και της καθαρής τιμής που πληρώθηκε.

(2) Bear spread – Καθοδικό άνοιγμα. Η στρατηγική Bear Put Spread είναι κατάλληλη για τους επενδυτές που αναμένουν ότι η τιμή της υποκείμενης αξίας θα κινηθεί ήπια καθοδικά στο εγγύς μέλλον. Η στρατηγική αυτή δημιουργείται με την αγορά ενός in-the-money put option με ψηλότερη τιμή εξάσκησης και την πώληση ενός out-of-the-money put option με χαμηλότερη τιμή εξάσκησης, επί της ίδιας υποκείμενης αξίας και την ίδια ημερομηνία λήξης. Πουλώνοντας το out-of-the-money put, ο επενδυτής μειώνει το κόστος ανοίγματος μίας απαισιόδοξης θέσης, αλλά θυσιάζει το κέρδος που μπορεί να προκύψει στην περίπτωση που η τιμή της υποκείμενης αξίας υποχωρήσει δραματικά.

Με διακεκομμένες γραμμές φαίνεται το κέρδος για καθένα από τα δύο δικαιώματα ενώ με τη συνεχή γραμμή φαίνεται το συνολικό κέρδος (άθροισμα των κερδών από τα δυο δικαιώματα).



Ο τύπος του συνολικού κέρδους μπορεί εύκολα να βρεθεί όπως και στην προηγούμενη περίπτωση (1) του Bull spread (S_T είναι η τιμή της μετοχής την ημέρα λήξης των δικαιωμάτων ενώ C_1, C_2 είναι οι τιμές των δυο δικαιωμάτων):

$$(S_T - K_1)_+ - C_1 + C_2 - (S_T - K_2)_+ = \begin{cases} C_2 - C_1, & S_T > K_1 \\ -(S_T - K_1) + C_2 - C_1, & K_1 \leq S_T \leq K_2 \\ K_2 - K_1 + C_2 - C_1, & K_2 < S_T \end{cases}$$

Δηλαδή είναι ίσο με

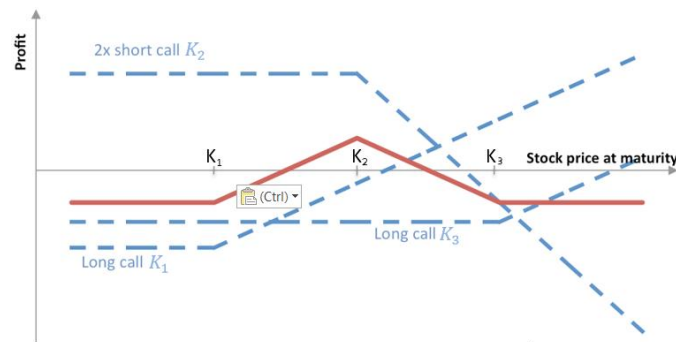
$$(S_T - K_1)_+ - (S_T - K_2)_+ = \begin{cases} 0, & S_T > K_1 \\ -(S_T - K_1), & K_1 \leq S_T \leq K_2 \\ K_2 - K_1, & K_2 < S_T \end{cases}$$

συν το ποσό $C_2 - C_1$ που θα εισπράξει αρχικά (διότι τώρα ισχύει ότι $C_2 > C_1$ αφού $K_2 < K_1$)

Σε αυτή τη στρατηγική, υπάρχει περιορισμένο κέρδος από την πτώση. Για να επιτευχθεί το μέγιστο κέρδος, το υποκείμενο προϊόν πρέπει να κλείσει κάτω από την τιμή εξάσκησης του *out-of-the-money put* κατά την ημερομηνία λήξης του. Και τα δύο *option* λήγουν *in the money* αλλά το *put* που αγοράσαμε με την ψηλότερη τιμή εξάσκησης θα έχει μεγαλύτερη εσωτερική αξία από το *put* που πουλήσαμε με τη χαμηλότερη τιμή εξάσκησης. Πιο συγκεκριμένα το μέγιστο κέρδος είναι η τιμή εξάσκησης του *Long Put* μείων την τιμή εξάσκησης του *Short Put* της καθαρής τιμής και της προμήθειας. Το μέγιστο κέρδος επιτυγχάνεται όταν η τιμή του υποκείμενου είναι μικρότερη ή ίση της τιμής εξάσκησης του *Short Put*.

Βέβαια όπως είναι φανερό υπάρχει και περιορισμένος κίνδυνος από την άνοδο. Αν η τιμή της μετοχής ενισχυθεί περισσότερο από την τιμή εξάσκησης του *in-the money option* κατά τη λήξη, τότε η μέγιστη ζημιά της στρατηγικής αυτής θα ισούται με τη χρέωση του επενδυτή για το άνοιγμα της θέσης δηλαδή της καθαρής τιμής και των προμηθειών. Η μέγιστη ζημιά συμβαίνει όταν η τιμή του υποκείμενου προϊόντος είναι μεγαλύτερη ή ίση της τιμής εξάσκησης του *long put*. Το νεκρό σημείο, υπολογίζεται αφαιρώντας από την τιμή εξάσκησης του *long put* την καθαρή τιμή.

(3) Butterfly Spread. Η στρατηγική αυτή είναι μια «ουδέτερη» στρατηγική θα μπορούσαμε να πούμε και κατα κάποιον τρόπο ο συνδιασμός των στρατηγικών bull spread και bear spread και βασίζεται σε τρία διαφορετικά δικαιώματα προαίρεσης (με διαφορετικές τιμές εξάσκησης). Συγκεκριμένα αφορά την αγορά δύο δικαιωμάτων αγοράς (long call) με τιμή εξάσκησης K_1 και K_3 ($K_1 < K_3$), με αντίστοιχες τιμές C_1, C_3 και την παράλληλη πώληση δύο δικαιωμάτων αγοράς (short call) με τιμή εξάσκησης K_2 (επί της ίδιας μετοχής και με ίδια ημερομηνία εξάσκησης) και τιμής C_2 ($C_1 > C_2 > C_3$). Το K_2 λαμβάνεται μεταξύ των K_1 και K_3 (συνήθως έχει την τιμή $(K_1 + K_3)/2$) και βρίσκεται κοντά στην τρέχουσα τιμή της υποκείμενης μετοχής. Η απόδοση από την στρατηγική αυτή φαίνεται στο ακόλουθο γράφημα.



Η στρατηγική αυτή χρησιμοποιείται από επενδυτές που δεν προσδοκούν μεγάλες διακυμάνσεις της τιμής της υποκείμενης μετοχής. Είναι στρατηγική με περιορισμένο τόσο το κέρδος αλλά και την ζημιά. Το συνολικό ποσό της επένδυσης είναι ίσο με:

$$C_1 = (C_1 + C_3) - 2C_2$$

και το αναμενόμενο κέρδος/ζημιά είναι ίσο με:

$$(S_T - K_1)_+ - C_1 + (S_T - K_3)_+ - C_3 + 2(C_2(S_T - K_2)_+)$$

όπου S_T η παρούσα τιμή της μετοχής.

Το μέγιστο κέρδος είναι ίσο με:

$$K_2 - K_1 - C_1$$

και επιτυγχάνεται όταν η τιμή του υποκείμενου τίτλου (στην ημερομηνία λήξης) είναι ίση με την τιμή εξάσκησης του δικαιώματος αγοράς που πουλάει ο επενδυτής (δηλαδή $S_T = K_2$).

Η μεγαλύτερη ζημιά είναι ίση με το ποσό της επένδυσης, δηλαδή:

$$C_1 = (C_1 + C_3) - 2C_2$$

και επιτυγχάνεται όταν η τιμή του υποκείμενου τίτλου (στην ημερομηνία λήξης) είναι μεγαλύτερη από τη μεγαλύτερη των τιμών εξάσκησης ή μικρότερη από τη μικρότερη των τιμών εξάσκησης (δηλαδή $S_T < K_1$ ή $S_T = K_3$).

Η στρατηγική έχει και δύο νεκρά σημεία:

- (i) το υψηλότερο: συμβαίνει όταν η τιμή του υποκείμενου τίτλου (στην ημερομηνία λήξης) είναι ίση με την μεγαλύτερη των τιμών εξάσκησης μειωμένη κατά ποσό ίσο με το ποσό της επένδυσης (δηλαδή $S_T = K_3 - C_1$).
- (ii) το χαμηλότερο: συμβαίνει όταν η τιμή του υποκείμενου τίτλου (στην ημερομηνία λήξης) είναι ίση με την μικρότερη των τιμών εξάσκησης αυξημένη κατά ποσό ίσο με το ποσό της επένδυσης (δηλαδή $S_T = K_1 + C_1$).

1.4.3. Στρατηγικές που αφορούν δικαιώματα αγοράς και πώλησης ταυτόχρονα επί της ίδιας μετοχής.

(1) Straddle. Το long straddle είναι μια ουδέτερη στρατηγική που αφορά την ταυτόχρονη αγορά ενός put και ενός call με την ίδια υποκείμενη αξία, τιμή εξάσκησης και ημερομηνία λήξης. Τα long straddle options δίνουν τη δυνατότητα απεριόριστου κέρδους και συγκεκριμένου κινδύνου και τα χρησιμοποιούν οι επενδυτές που αναμένουν σημαντική μεταβλητότητα στο εγγύς μέλλον.

Απεριόριστη δυνατότητα κέρδους. Το κέρδος από ένα long straddle μπορεί να είναι μεγάλο όταν η τιμή της υποκείμενης αξίας κινηθεί έντονα προς οποιαδήποτε κατεύθυνση. **Μέγιστο κέρδος απεριόριστο.** Κέρδος επιτυγχάνουμε όταν η τιμή του υποκείμενου είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα της τιμής εξάσκησης του Long Call και της καθαρής τιμής που πληρώθηκε ή όταν η τιμή του υποκείμενου είναι μεγαλύτερη από την τιμή εξάσκησης του Long Put μείον της καθαρής τιμής που πληρώθηκε. Γενικά το κέρδος είναι ίσο με την τιμή υποκείμενου μείον της τιμής εξάσκησης του Long Call και της καθαρής τιμής που πληρώθηκε.

Περιορισμένος κίνδυνος. Η μέγιστη ζημιά από τη στρατηγική long straddle σημειώνεται όταν η τιμή του υποκείμενου προϊόντος στη λήξη συμπίπτει με την τιμή εξάσκησης των αγορασμένων options (long call/put). Σε αυτή την τιμή και τα δύο option λήγουν άνευ αξίας και ο επενδυτής χάνει το ποσό που κατέβαλε για το άνοιγμα της θέσης. Η μέγιστη ζημιά υπολογίζεται αθροίζοντας την τιμή που πληρώθηκε με τις προμήθειες.

Η στρατηγική έχει και δύο νεκρά σημεία:

- (i) το υψηλότερο το οποίο είναι ίσο με το άθροισμα της τιμής εξάσκησης του Long Call και της καθαρής τιμής που πληρώθηκε.
- (ii) το χαμηλότερο το οποίο είναι ίσο με την διαφορά της τιμής εξάσκησης του Long Put και της καθαρής τιμής που πληρώθηκε

(2) Strip and Strap. Ένα strip είναι μια στρατηγική επιλογή που περιλαμβάνει την αγορά δύο put options και ενός call option όλα με την ίδια ημερομηνία λήξης και την τιμή εξάσκησης. Μπορεί επίσης να περιγραφεί ως προσθήκη ενός put option σε ένα straddle.

Όπως και στο straddle, σε ένα strip οι επενδυτές προσπαθούν να αξιοποιήσουν τις μεγάλες κινήσεις των τιμών ενός υποκείμενου προϊόντος. Ωστόσο, για κάποιον λόγο, οι επενδυτές που ακολουθούν μια στρατηγική strip πιστεύουν ότι η τιμή των μετοχών είναι πιθανότερο να μειωθεί από το να αυξηθεί. Ως εκ τούτου, αγοράζουν δύο put options για να διπλασιάσουν τα πιθανά κέρδη τους από οποιαδήποτε μείωση της αξίας του υποκείμενου προϊόντος.

Ένα strap είναι μια στρατηγική επιλογή που περιλαμβάνει την αγορά δύο call options και ενός put option με την ίδια ημερομηνία λήξης και τιμή εξάσκησης. Μπορεί επίσης να περιγραφεί ως προσθήκη ενός call option σε ένα straddle.

Όπως στα strips και στα straddles, τα straps προσπαθούν να επωφεληθούν από τις μεγάλες αποκλίσεις της αξίας ενός τίτλου από την τιμή εξάσκησης. Ωστόσο, αντίθετα από τα strips, οι επενδυτές που επιδιώκουν μια στρατηγική strap πιστεύουν ότι η τιμή των μετοχών πιθανότατα θα αυξηθεί παρά θα μειωθεί. Για το λόγο αυτό, τα straps περιλαμβάνουν δύο call options που θα διπλασιάσουν τα κέρδη από τυχόν αυξήσεις της αξίας του τίτλου.

(3) Strangle. Το long strangle είναι μια ουδέτερη στρατηγική σε options που δημιουργείται με την ταυτόχρονη αγορά ενός ελαφρώς out-of-the-money put και ενός ελαφρώς out-of-the-money call του ίδιου υποκείμενου προϊόντος και με την ίδια ημερομηνία λήξης. Το long options strangle είναι μία στρατηγική που δίνει τη δυνατότητα απεριόριστου κέρδους αλλά περιορισμένου κινδύνου και είναι κατάλληλη για τον επενδυτή που πιστεύει ότι το υποκείμενο προϊόν θα σημειώσει σημαντική μεταβλητότητα στο προσεχές μέλλον. Τα long strangles είναι χρεωστικά προϊόντα, καθώς για να ανοίξει η θέση, ο επενδυτής υφίσταται μία καθαρή χρέωση.

Απεριόριστη δυνατότητα κέρδους. Το κέρδος από ένα long strangle μπορεί να είναι μεγάλο όταν η τιμή της υποκείμενης αξίας κινηθεί έντονα είτε ανοδικά ή καθοδικά στη λήξη. Το μέγιστο κέρδος που μπορεί να αποφέρει είναι απεριόριστο. Κέρδος επιτυγχάνεται όταν η τιμή του υποκείμενου είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα της τιμής εξάσκησης του Long Call και της καθαρής τιμής που πληρώθηκε ή όταν η τιμή του υποκείμενου είναι μικρότερη από τη διαφορά της τιμής εξάσκησης του Long Put και της καθαρής τιμής που πληρώθηκε. Γενικά ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} \text{Κέρδος} = & \\ & \text{Τιμή υποκείμενου} - \text{Τιμή εξάσκησης του Long Call} - \text{Καθαρή τιμή που πληρώθηκε} \\ & \text{ή} \\ & \text{Τιμή εξάσκησης του Long Put} - \text{Τιμή του υποκείμενου} - \text{Καθαρή τιμή που πληρώθηκε} \end{aligned}$$

Περιορισμένος κίνδυνος. Η μέγιστη ζημιά από τη στρατηγική long strangle σημειώνεται όταν η τιμή του υποκείμενου προϊόντος στη λήξη βρίσκεται μεταξύ των τιμών εξάσκησης των options που αγοράσαμε. Σε αυτή την τιμή και τα δύο option λήγουν άνευ αξίας και ο επενδυτής χάνει το ποσό που κατέβαλε για το άνοιγμα της θέσης. Η μέγιστη ζημιά υπολογίζεται ως το άθροισμα της καθαρής τιμής που πληρώθηκε και των προμηθειών. Μέγιστη ζημιά έχουμε όταν η τιμή του υποκείμενου προϊόντος βρίσκεται μεταξύ των τιμών εξάσκησης του long call και του long put.

Η στρατηγική έχει και δύο νεκρά σημεία:

- (i) το υψηλότερο το οποίο είναι ίσο με το άθροισμα της τιμής εξάσκησης του Long Call και της καθαρής τιμής που πληρώθηκε.
- (ii) το χαμηλότερο το οποίο είναι ίσο με τη διαφορά της τιμής εξάσκησης του Long Put και της καθαρής τιμής που πληρώθηκε.

2ο Κεφάλαιο

Ευκαιρίες και προτεραιότητες στις υπηρεσίες καιρού και κλίματος

2.1 Ευκαιρίες και προτεραιότητες στις υπηρεσίες καιρού και κλίματος

Η ταχεία τεχνολογική ανάπτυξη, ανταποκρινόμενη στις νέες επιστημονικές ευκαιρίες και τις νέες απαιτήσεις για την ατμοσφαιρική πληροφόρηση, επηρεάζει τις επιστήμες και τις υπηρεσίες που είναι σχετικές με την ατμόσφαιρα. Έτσι προκύπτουν επιστημονικές ευκαιρίες από την πρόοδο στην παρατήρηση και την πρόβλεψη των ατμοσφαιρικών εκδηλώσεων και από τις ταχύτατα αναπτυσσόμενες υπολογιστικές και επικοινωνιακές δυνατότητες. Ταυτόχρονα, απαιτούνται νέες πληροφορίες καθώς η διαχείριση του καιρικού κινδύνου επεκτείνεται από την προστασία της ζωής και της ιδιοκτησίας στη μείωση της μεταβλητότητας των κερδών στις βιομηχανίες ευαίσθητες στις καιρικές συνθήκες. Αυτές οι δύο διαστάσεις της δραματικής αλλαγής - η προαγωγή της επιστημονικής ικανότητας σε συνδυασμό με την πιο εξελιγμένη διαχείριση του καιρικού και του κλιματικού κινδύνου - είναι σε μεγάλο βαθμό συνέπεια της ταχέως αναπτυσσόμενης ικανότητας διαχείρισης και επικοινωνίας σύνθετων ροών δεδομένων και πληροφοριών. Πράγματι, οι ευκαιρίες και οι απαιτήσεις συγχωνεύονται καθώς οι ατμοσφαιρικές παρατηρήσεις και οι προβλέψεις συνδυάζονται με επιχειρηματικά δεδομένα σε βάσεις δεδομένων και μοντέλα εταιρικών υπολογισμών.

Αντανακλώντας αυτές τις ευκαιρίες, τρεις σύγχρονες πραγματικότητες καθοδηγούν την εξέλιξη των καιρικών και κλιματικών υπηρεσιών.

- Τα χρονοδιαγράμματα ενδιαφέροντος επεκτείνονται τόσο σε μικρότερες όσο και σε μεγαλύτερες χρονικές περιόδους, καθώς οι προσπάθειες για τη διαχείριση του καιρικού και κλιματικού κινδύνου καθίστανται πιο ολοκληρωμένες και πιο ποσοτικές. Όσον αφορά τα βραχύτερα χρονοδιαγράμματα, η ενέργεια διανέμεται σε κλάσματα ωρών σε ανταπόκριση στη ζήτηση που προκαλείται από τις καιρικές συνθήκες (οι γεωργικές και συναφείς βιομηχανίες, μεταξύ άλλων, χρησιμοποιούν πληροφορίες για τις καιρικές συνθήκες για να καθορίσουν τις δραστηριότητες σε κλίμακα ωρών). Στις μακρύτερες κλίμακες, οι μηνιαίες και εποχιακές προβλέψεις

διευκολύνουν τις οικονομικές στρατηγικές που χρησιμοποιούνται τώρα για την αντιστάθμιση των κινδύνων καιρού στην ενεργειακή, λιανική και άλλες βιομηχανίες.

- Οι αποτελεσματικές στρατηγικές για την ποσοτική διαχείριση των κινδύνων που σχετίζονται με τον καιρό και το κλίμα εξαρτώνται όλο και περισσότερο από την ενσωμάτωση των ατμοσφαιρικών παρατηρήσεων, στατιστικών και προβλέψεων με τα λειτουργικά και οικονομικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση εναλλακτικών ενεργειών, τη διαχείριση των επιχειρήσεων και την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Οι νέες πιθανοτικές προσεγγίσεις για τη διαχείριση του κινδύνου του καιρού και του κλίματος απαιτούν εξελιγμένες και αξιόπιστες πληροφορίες σχετικά με τη μεταβλητότητα του κλίματος.
- Οι υπηρεσίες καιρού και κλίματος, τόσο ομοσπονδιακές όσο και ιδιωτικές, γίνονται ολοένα και πιο κατανοητές (με την έννοια περισσότερων κόμβων στο δίκτυο), πιο ποικίλες και ευρύτερα διαθέσιμες συνεπεία της εξέλιξης της τεχνολογίας των πληροφοριών και της ευρύτερης ζήτησης. Και όπως στην ανοιχτή κοινότητα υπολογιστών ανοιχτού κώδικα, η ευρύτερη διανομή οδηγεί σε αυξημένη δημιουργικότητα και εξέλιξη των δυνατοτήτων.

Μαζί, αυτές οι πραγματικότητες διαμορφώνουν μια νέα εποχή στις υπηρεσίες καιρού και κλίματος. Μερικές από αυτές γίνονταν σαφείς πριν από μια δεκαετία, καθώς ο Dutton [12] επανεξέτασε ορισμένες από τις επιστημονικές και πολιτικές προκλήσεις που ήταν τότε προφανείς. Το πρώτο Φόρουμ για την Προεδρική Πολιτική της Αμερικανικής Μετεωρολογικής Εταιρείας (AMS) τον Ιανουάριο του 2001 έθεσε το ερώτημα εάν οι πραγματικότητες της ημέρας καθορίζουν νέες προτεραιότητες ή πολιτικές για την πειθαρχία. Ορισμένες συστάσεις παρουσιάστηκαν στο φόρουμ, συμπεριλαμβανομένων εκείνων που είχαν δημοσιευθεί πρόσφατα στο Δελτίο White [38]. Στο πλαίσιο του φόρουμ το Εθνικό Συμβούλιο Έρευνας [29], υποστήριξε τις ακόλουθες δύο βασικές συστάσεις.

- Η κορυφαία προτεραιότητα για τη βελτίωση των υπηρεσιών καιρού και κλίματος είναι η βελτιστοποίηση και η ενσωμάτωση του συστήματος παρατήρησης, μοντελοποίησης και πρόβλεψης με ιδιαίτερη έμφαση στις βελτιωμένες παρατηρήσεις του νερού και άλλων βασικών μεταβλητών.
- Η εταιρική σχέση για τις καιρικές και κλιματικές υπηρεσίες θα είναι πιο αποτελεσματική στην εξυπηρέτηση του έθνους και των μεμονωμένων πελατών, εάν ο δημόσιος, ιδιωτικός και ακαδημαϊκός τομέας επικεντρωθεί και συνεργαστεί στις προτεραιότητες και τους πόρους που είναι κρίσιμοι για την πρόοδο.

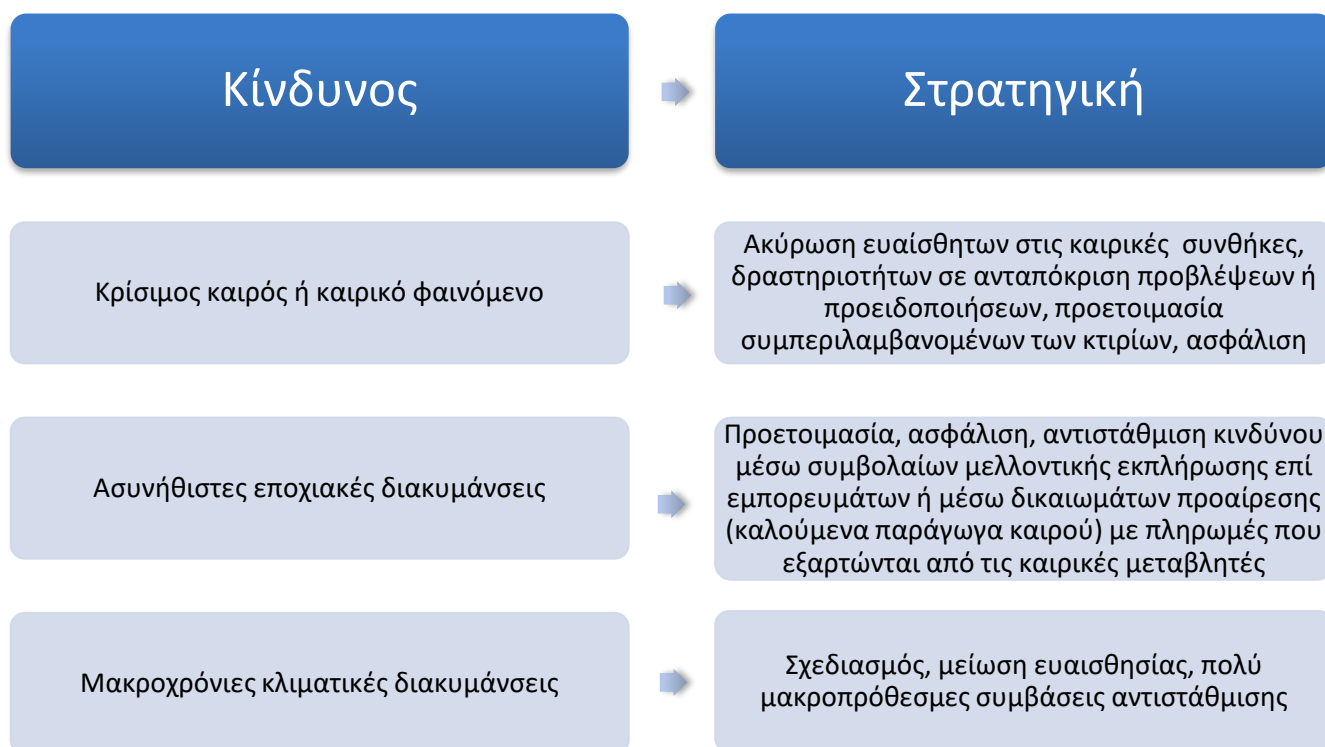
Πιο πρόσφατα, το NRC [30] δημιούργησε ένα όραμα για ενισχυμένες κλιματικές υπηρεσίες, συμπεριλαμβανομένου ενός καταλόγου κατευθυντήριων αρχών και μιας σειράς συστάσεων για τα "πρώτα βήματα" στην ανάπτυξη θεσμικών ικανοτήτων για την παροχή πιο αποτελεσματικών πληροφοριών για το κλίμα.

Η νέα εποχή στις υπηρεσίες του καιρού και του κλίματος είναι συνέπεια της επιστημονικής και τεχνολογικής προόδου. Ωστόσο, μερικές από τις σημαντικότερες προκλήσεις της νέας εποχής δεν είναι ούτε επιστημονικές ούτε τεχνολογικές, αλλά μάλλον, οικονομικές και πολιτικές, οι οποίες περιλαμβάνουν ομοσπονδιακές προτεραιότητες και αναθέτουν και απαιτούν συνεργασία μεταξύ όλων των μελών της κλιματικής κοινότητας. Επιπλέον, είναι προφανές ότι όσοι εξαρτώνται από τις υπηρεσίες καιρού και κλίματος για τη διαχείριση σημαντικού κινδύνου καιρού και κλίματος, θα πρέπει να ενεργούν μέσω της εθνικής πολιτικής διαδικασίας για να απαιτήσουν βελτιωμένες δυνατότητες στην παρατήρηση, πρόβλεψη και στις υπηρεσίες της ατμόσφαιρας.

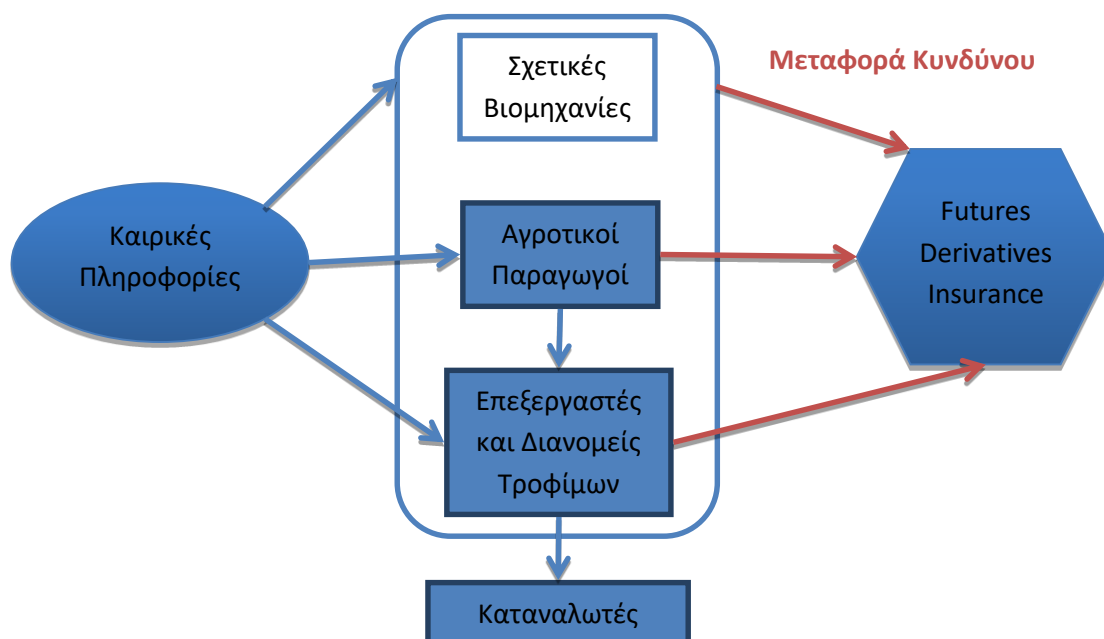
2.2 Διαχείριση του καιρικού και κλιματικού κινδύνου.

Ο καιρός και το κλίμα έχουν ευνοϊκές ή αρνητικές επιπτώσεις σε ένα διευρυνόμενο φάσμα δραστηριοτήτων. Ορισμένες από αυτές τις επιπτώσεις μπορούν να βελτιωθούν με ακριβείς προβλέψεις και προστατευτικές ενέργειες, ενώ άλλες όπως εκείνες που οφείλονται σε ακραίες κλιματικές διακυμάνσεις, δεν μπορούν να αποφευχθούν, αλλά συχνά οι στρατηγικές ασφάλισης ή αντιστάθμισης μπορούν να μειώσουν τις οικονομικές επιδράσεις.

Κατά την εξέλιξη του χρόνου, αυξήθηκε η συνειδητοποίηση των επιπτώσεων του καιρού και του κλίματος στη χρηματοοικονομική απόδοση. Παραδείγματα περιλαμβάνουν την έκθεση της FirstEnergy που αφορούσε τα έσοδα του τέταρτου τριμήνου του 2001 από τις πωλήσεις ηλεκτρικής ενέργειας στις βορειοανατολικές Ηνωμένες Πολιτείες, οι οποίες ήταν 122 εκατομμύρια δολάρια λιγότερα από το προηγούμενο έτος, εξαιτίας του ήπιου χειμώνα. Μια άλλη εταιρεία ενέργειας, η Dominion, αναφέρει μείωση των κερδών κατά 19 σεντ ανά μετοχή ή 47 εκατομμύρια δολάρια το πρώτο τρίμηνο του 2002 λόγω των δυσμενών καιρικών συνθηκών. Η ετήσια έκθεση του 2000 για τα εστιατόρια του Friendly δήλωνε ότι τα αποτελέσματα για το έτος επηρεάστηκαν αρνητικά, εν μέρει από "τον ασυνήθιστα δροσερό καιρό στα βορειοανατολικά, ειδικά τους καλοκαιρινούς μήνες". Το 95% των ερωτηθέντων αναγνώρισε απώλειες ύψους 10% των κερδών λόγω δυσμενών καιρικών συνθηκών και κλιματικών επιπτώσεων. Σχεδόν οι μισοί δήλωσαν ότι δεν θα μπορούσαν να αποτρέψουν τις απώλειες που σχετίζονται με τις καιρικές συνθήκες (Πλούσιο πλήρες πληροφοριακό υλικό για τις πρόσφατες και ιστορικές επιπτώσεις και το κόστος των καιρικών συνθηκών τα κλιματικά γεγονότα είναι διαθέσιμα στον ιστότοπο του Αμερικάνικου Κέντρου Κλιματικών Δεδομένων).



Πίνακας 2.1 – Στρατηγικές μετριασμού κλιματικού και καιρικού κινδύνου.



Σχήμα 2.1 - Ροές γεωργικών προϊόντων, πληροφοριών για τις καιρικές συνθήκες και μεταφορές χρηματοοικονομικού κινδύνου.

2.2.1. Ορισμός του κινδύνου καιρού και κλίματος.

Για τους παρόντες σκοπούς, ορίζουμε τον κίνδυνο του καιρού και του κλίματος, όπως η πιθανότητα τραυματισμού, υλικών ζημιών ή οικονομικών ζημιών εξαιτίας σοβαρών ή ακραίων καιρικών φαινομένων, ασυνήθιστων εποχιακών διακυμάνσεων, όπως κυμάτων θερμότητας ή ξηρασίας ή μακροπρόθεσμων αλλαγών στο κλίμα ή την μεταβλητότητα του κλίματος. Υπάρχουν πολλοί ορισμοί του κινδύνου στον ασφαλιστικό και χρηματοπιστωτικό κόσμο, αλλά εδώ είναι επωφελές να ορίσουμε τον κίνδυνο που συνδέεται με ένα γεγονός ή μια προϋπόθεση όπως:

$$\text{Κίνδυνος} = (\text{πιθανότητα εμφάνισης}) * (\text{Κόστος των συνεπειών της εμφάνισης}),$$

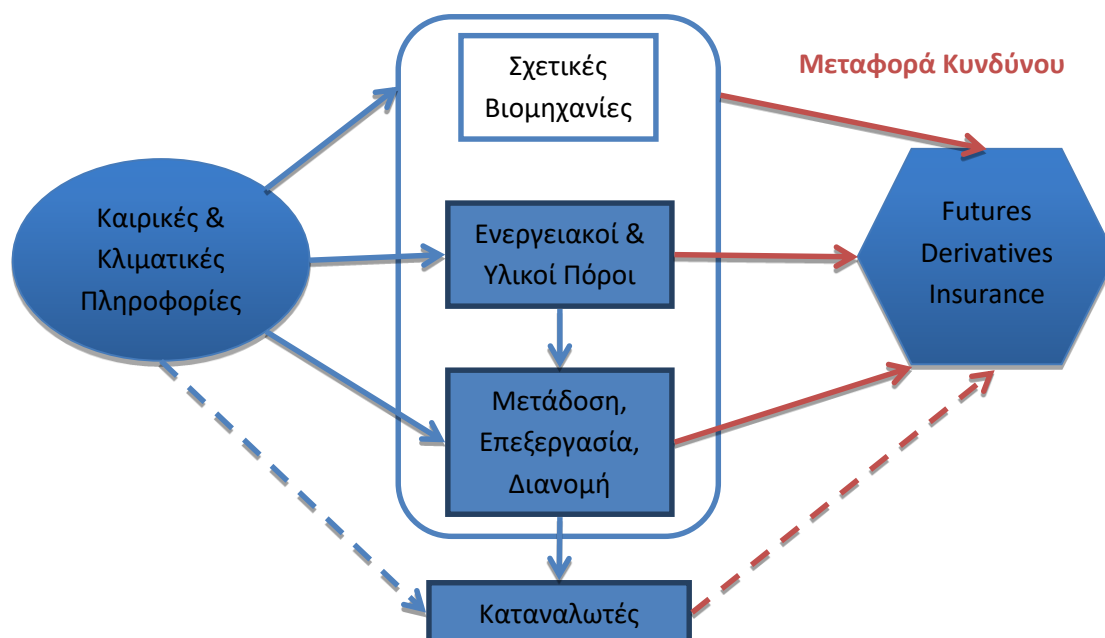
γεγονός που καθιστά σαφές ότι ο ρόλος των συμβούλων για τις καιρικές και κλιματικές συνθήκες είναι να παρέχει σε αυτούς που διατρέχουν κίνδυνο αξιόπιστες εκτιμήσεις της πιθανότητας εμφάνισης γεγονότων που κυμαίνονται από τον καιρό έως την κλιματική αλλαγή. Ο Πίνακας 2.1 συνοψίζει ορισμένες από τις στρατηγικές για το μετριασμό ή την αντιμετώπιση του καιρού και του κλιματικού κινδύνου. Τα παράγωγα καιρού στη μέση της δεξιάς στήλης είναι μια νέα οικονομική στρατηγική που θα αναλυθεί παρακάτω.

2.2.2. Στρατηγικές μετριασμού.

Οι αγροτικές βιομηχανίες έχουν αναπτύξει ένα επικεντρωμένο και εξελιγμένο σύστημα για την ενσωμάτωση πληροφοριών σχετικά με τις καιρικές συνθήκες, το κλίμα και την επικινδυνότητα, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 2.1 Οι πληροφορίες για τον καιρό και το κλίμα χρησιμοποιούνται άμεσα στον προγραμματισμό και τη διαχείριση των καλλιεργειών και στην προστασία από τα παράσιτα. Επιπλέον, οι διάφοροι κίνδυνοι που αντιμετωπίζουν οι παραγωγοί και οι επεξεργαστές τροφίμων μπορούν να ανταλλάσσονται ή να αντισταθμίζονται με συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης, με παράγωγα, με ασφάλειες ή με βασικά εμπορεύματα. Στην περίπτωση της γεωργίας, τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης που ανταποκρίνονται σε καιρικά φαινόμενα διαπραγματεύονται εκτεταμένα στις αγορές, καθώς και σε άλλες δυνάμεις που δρουν με βάση την προσφορά και τη ζήτηση. Με τον περιορισμό της μεταβλητότητας των αποδόσεων ή του κόστους, οι συμβάσεις αυτές παρέχουν τόσο στους παραγωγούς όσο και στους επεξεργαστές τροφίμων αποδεκτά οικονομικά όρια δημιουργώντας παράλληλα την πιθανότητα τρίτα μέρη που απορροφούν τον κίνδυνο να αποκομίσουν κέρδη σε αντάλλαγμα. Το σημείο για την κοινότητα των επιστημών της ατμόσφαιρας είναι ότι η σύγχρονη γεωργία απασχολεί μια μεγάλη ποικιλία μετεωρολογικών υπηρεσιών που σχετίζονται άμεσα με την παραγωγή και τη μεταποίηση

τροφίμων καθώς και με τις αγορές στις οποίες οι κίνδυνοι καιρού αντισταθμίζονται οικονομικά.

Οι μεταφορές, οι επιχειρήσεις κοινής ωφέλειας, οι λιανικές πωλήσεις, η αναψυχή και η κατασκευαστικές είναι επίσης ευαίσθητες στον καιρό και το κλίμα. Αυτές και άλλες βιομηχανίες έχουν αναπτύξει διάφορες στρατηγικές διαχείρισης κινδύνου που απαιτούν ατμοσφαιρικές πληροφορίες. Μια βασική ανάγκη για τις υπηρεσίες καιρού και κλίματος αναπτύσσεται σε απάντηση στη διαχείριση του κινδύνου από τις καιρικές συνθήκες στην ενεργειακή βιομηχανία, μια ανάγκη που ενθαρρύνεται εν μέρει από το νέο οικονομικό περιβάλλον που δημιουργήθηκε από την απορρύθμιση. Για παράδειγμα, η εξοικονόμηση ενέργειας σε κατοικίες το χειμώνα εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη θερμοκρασία. Οι ψυχρές θερμοκρασίες οδηγούν σε μεγαλύτερη κατανάλωση και πιθανώς μεγαλύτερα κέρδη για τους παραγωγούς και τους διανομείς ενέργειας. Οι υψηλές θερμοκρασίες μειώνουν τις πωλήσεις και δημιουργούν τη δυνατότητα οικονομικής ζημίας που θα μπορούσε να μετριαστεί από μια κατάλληλη στρατηγική αντιστάθμισης. Η κατάσταση αναστρέφεται το καλοκαίρι, καθώς οι υψηλές θερμοκρασίες είναι πλεονεκτικές και οι ψυχρές θερμοκρασίες οδηγούν σε μειωμένο εισόδημα ή οικονομικές απώλειες για τους παραγωγούς και τους διανομείς. Έτσι, η βιομηχανία ενέργειας αναπτύσσει ταχύτατα ένα σύστημα παρόμοιο με εκείνο της γεωργίας για την εξασφάλιση πληροφοριών καιρού και την προστασία από τον κίνδυνο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.2.



Σχήμα 2.2 - Ροές πόρων, πληροφοριών καιρού και οικονομικού κινδύνου στην ενέργεια και σε ορισμένες βιομηχανίες υλικών.

2.2.3. Παράγωγα καιρού.

Μια σύμβαση με μελλοντικό διακανονισμό εξαρτώμενη από τις καιρικές ή κλιματικές μεταβολές είναι ένα σχετικά νέο χρηματοπιστωτικό μέσο. Στο οικονομικό λεξικό, ονομάζεται παράγωγο καιρού επειδή η τιμή προέρχεται από μια μεταβλητή καιρού. Οι συμβάσεις μπορούν να συντάσσονται μεταξύ των μερών σε ένα ευρύ φάσμα μορφών. Μια συνηθισμένη μέθοδος περιλαμβάνει ημερήσιες θερμοκρασίες ως μέτρα κλιματικής διαφοροποίησης. Για παράδειγμα, ένα βοηθητικό πρόγραμμα σε ένα βόρειο κράτος θα μπορούσε να συμβληθεί με 10.000 \$ για κάθε μέρα κάτω από 7000 \$ για τη χειμερινή περίοδο, με όριο 10 εκατομμυρίων δολαρίων για την πληρωμή. Το κόστος μιας τέτοιας σύμβασης μπορεί να κυμαίνεται στο 25% του ορίου, αλλά θα βασίζεται ακριβέστερα στην αναμενόμενη μεταβλητότητα των ημερήσιων βαθμών σε έναν κατάλληλο μετεωρολογικό σταθμό ή σταθμούς και συνεπώς έχει η σημασία ο προσδιορισμός των ακριβών κλιματολογικών πληροφοριών στον καιρό κινδύνου. Επιπλέον, η αξία των μακροπρόθεσμων πιθανοτικών προβλέψεων των εποχιακών αποκλίσεων από τις κανονικές συνθήκες γίνεται προφανής. Διάφορες πτυχές του κινδύνου καιρού και των παραγώγων του καιρού καλύπτονται στη συλλογή άρθρων Dischel [11] συμπεριλαμβανομένου ενός άρθρου από τον Dutton [14] σχετικά με ορισμένες μετεωρολογικές πτυχές της διαχείρισης του κινδύνου καιρού (για παράδειγμα, ο τρόπος που δύναται να χρησιμοποιηθούν τα παράγωγα καιρού στην ενεργειακή βιομηχανία, αναφέρεται στο άρθρο του Dischel) [10].

Τα παράγωγα καιρού αντιπροσωπεύουν κάπως εσωτερικές οικονομικές συμβάσεις στις οποίες τα χρήματα αλλάζουν χέρια με βάση τις εποχιακές μέσες θερμοκρασίες, τις ημερήσιες θερμοκρασίες ή τα ποσά των βροχοπτώσεων. Οι περισσότερες από τις συμβάσεις εποχιακών καιρικών παραγώγων περιλάμβαναν συμφωνίες υπεράριθμων συμφωνιών, αλλά οι επιλογές που βασίζονται στη θερμοκρασία σε επιλεγμένες πόλεις αφορούν το Chicago Mercantile Exchange και το London International Financial Futures and Options Exchange. Σύμφωνα με μια έρευνα που χρηματοδοτήθηκε από την Ένωση για τον Κίνδυνο Μετεωρολογικών Κινδύνων [39], η συνολική πλασματική αξία των παραγώγων εποχιακών καιρικών συνθηκών που εκτελούνται μεταξύ των θυγατρικών εξωχρηματοπιστωτικών συναλλαγών ήταν περίπου 2 δισεκατομμύρια δολάρια ετησίως το 1998-2000 και 4 δισεκατομμύρια δολάρια το 2001.

Όπως προτείνεται στο Σχήμα 2.2, μπορεί να αναπτυχθούν μηχανισμοί μέσω των οποίων οι καταναλωτές έχουν τη δυνατότητα να αντισταθμίσουν τον χρηματικό κίνδυνο τους, ίσως ενεργώντας από κοινού. Πράγματι, οι προμηθευτές ενέργειας και οι καταναλωτές γενικά έχουν αντίθετο μετεωρολογικό και οικονομικό κίνδυνο και θα μπορούσαν, όπως και στη γεωργία, να ενεργούν στις αντίθετες πλευρές του εμπορίου, είτε μεταξύ τους είτε μεταφέροντας τον κίνδυνο σε τρίτο μέρος.

Η ανάπτυξη των συμβάσεων βροχόπτωσης παρεμποδίστηκε από τις γνωστές χωρικές και χρονικές ασυνέχειες σε ποσότητες κατακρημνισμάτων. Μπορούμε να αναμένουμε ότι

σύντομα θα υπάρχουν διαθέσιμα παράγωγα με βάση τις στατιστικές για την αιολική ενέργεια, καθώς τόσο οι παραγωγοί όσο και οι αγοραστές αιολικής ενέργειας επιδιώκουν να μετριάσουν τον καιρικό και κλιματικό κίνδυνο.

Η αγορά κινδύνου για τις καιρικές συνθήκες, καθώς είναι γνωστό το εμπόριο των παραγώγων καιρού, έχει προκαλέσει σημαντικό ενδιαφέρον για νέες προσεγγίσεις στη διαχείριση των χρηματοοικονομικών πτυχών του κινδύνου καιρού και κλίματος. Η αγορά και ιδιαίτερα τα ανοικτά της τμήματα δεν αναπτύχθηκαν τόσο γρήγορα όσο αναμενόταν από κάποιους παρατηρητές, εν μέρει επειδή οι επιχειρήσεις που ασχολούνται με τον κίνδυνο του κλίματος προτιμούν συμβάσεις επικεντρωμένες στην ιδιαίτερη κατάστασή τους και ως εκ τούτου ασχολούνται άμεσα με τους αντισυμβαλλομένους στις ιδιωτικές συναλλαγές. Έτσι, η αγορά δεν έχει ακόμη αναπτύξει τη διαφάνεια και τη ρευστότητα που απαιτούνται για σημαντική ανάπτυξη και συμμετοχή τρίτων. Επιπλέον, υπάρχει ένα κόστος για την αντιστάθμιση και τα μέρη που φέρουν τον κίνδυνο πρέπει να αποζημιωθούν, μακροπρόθεσμα, για τις ζημιές που υπέστησαν [14]. Το κύριο πλεονέκτημα των παραγώγων των καιρικών συνθηκών για όσους βρίσκονται σε κίνδυνο είναι ότι μπορούν να μειώσουν δραματικά την αστάθεια των κερδών, αν και με κόστος μακροπρόθεσμης μείωσης της συνολικής απόδοσης. Για μερικούς, η προβλεψιμότητα των κερδών είναι πολύτιμη, καθώς η αστάθεια των άλλων δεν είναι τόσο δυσσίωνη.

2.2.4. Βιομηχανίες ευαίσθητες στον καιρό.

Η συνολική ευκαιρία για τις υπηρεσίες καιρού στην υποστήριξη οικονομικά σημαντικών δραστηριοτήτων παρουσιάζεται στον Πίνακα 2.2. Οι δύο πρώτες στήλες παρουσιάζουν τις κύριες κατηγορίες του ακαθάριστου εγχώριου προϊόντος και την ομοσπονδιακή εκτίμηση της συμβολής τους στο ακαθάριστο εγχώριο προϊόν (ΑΕΠ). Το τρίτο δείχνει εκείνες που είναι, σε κάποιο βαθμό, ευαίσθητες στις καιρικές και κλιματικές συνθήκες ή επηρεάζονται. Το συμπέρασμα είναι ότι περίπου το ένα τρίτο των ιδιωτικών δραστηριοτήτων του κλάδου, που αντιπροσωπεύουν ετήσια έσοδα ύψους περίπου 3 τρισεκατομμυρίων δολαρίων, έχουν κάποιο βαθμό κινδύνου από τις συνθήκες του καιρού και του κλίματος. Αυτό αντιπροσωπεύει μια μεγάλη αγορά για την ατμοσφαιρική πληροφόρηση και πρέπει να αποτελεί ισχυρή δύναμη για την προώθηση της αιτίας της παρατήρησης και της πρόβλεψης της ατμόσφαιρας.

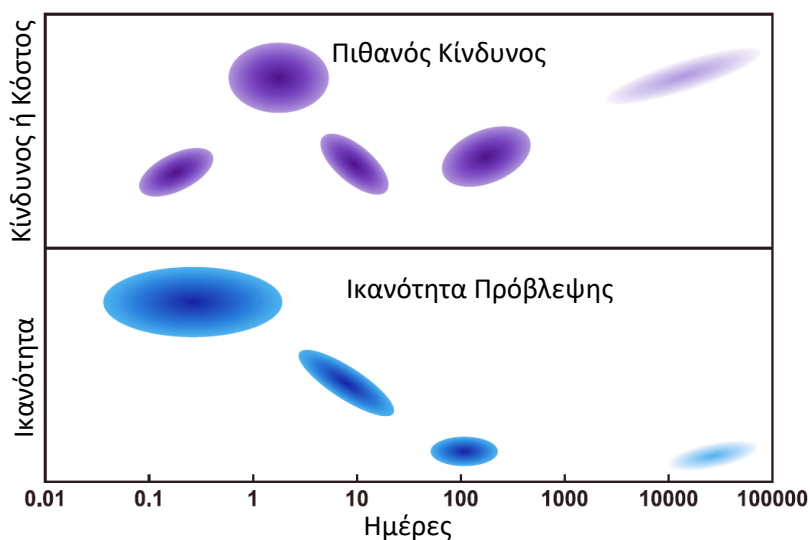
Τιμολόγηση Παραγώγων Καιρού

Βιομηχανίες (Πρότυπη βιομηχανική ταξινόμηση 1987)	Συνιστώσες ΑΕΠ (σε \$ δις)	Ευαίσθητες στον καιρό συνιστώσες (σε \$ δις)
Γεωργία, δασοκομία και αλιεία	135.8	135.8
Αγροκτήματα	79.0	79.0
Γεωργικές υπηρεσίες, δασοκομία και αλιεία	56.7	56.7
Εξόρυξη	127.1	109.6
Εξόρυξη άνθρακα	10.1	10.1
Εκχύλιση πετρελαίου και αερίου	99.5	99.5
Άλλες εξορυκτικές δραστηριότητες	17.5	0.0
Κατασκευαστικές	463.6	463.6
Βιομηχανίες	1,566.6	-
Μεταφορές και υπηρεσίες κοινής ωφέλειας	825.0	786.5
Μεταφορές		
Σιδηροδρομικές μεταφορές	22.9	22.9
Μεταφορά επιβατών σε τοπικό και υπεραστικό επίπεδο	18.7	18.7
Φορτηγά και αποθήκευση	126.0	126.0
Μεταφορά νερού	14.8	14.8
Αεροπορική μεταφορά	93.0	93.0
Άλλες μεταφορές	38.5	-
Επικοινωνίες	281.1	281.1
Υπηρεσίες ηλεκτρισμού, φυσικού αερίου και υγιεινής	230.0	230.0
Χονδρικό εμπόριο	674.1	-
Λιανικό εμπόριο	893.9	893.9
Χρηματοοικονομικά, ασφάλειες και ακίνητα	1,936.2	379.1
Διαμεσολαβητές ασφάλειας και εμπορευμάτων	144.2	144.2
Ασφαλιστικοί φορείς	167.7	167.7
Ασφαλιστικοί πράκτορες, μεσίτες και υπηρεσίες	67.3	67.3
Άλλα χρηματοοικονομικά, ασφάλειες, ακίνητα	1,557.1	-
Υπηρεσίες	2,164.6	261.2
Ξενοδοχεία και άλλα καταλύματα	86.5	86.5
Επισκευή αυτοκινήτων, υπηρεσίες και στάθμευση	93.9	93.9
Υπηρεσίες ψυχαγωγίας και αναψυχής	80.8	80.8
Όλες οι άλλες υπηρεσίες	1,903.4	-
Στατιστική απόκλιση	-130.4	-
ΣΥΝΟΛΟ ΓΙΑ ΤΗΝ ΙΔΙΩΤΙΚΗ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑ	8,656.5	3,029.6
Ομοσπονδιακή κυβέρνηση	387.0	-
Κρατική και τοπική κυβέρνηση	829.5	829.5
ΣΥΝΟΛΟ ΑΚΑΘΑΡΙΣΤΟΥ ΕΓΧΩΡΙΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ	9,872.9	3,859.1

Πίνακας 2.2 - Συνιστώσες του ακαθάριστου εγχώριου προϊόντος (ΑΕΠ σε δισεκατομμύρια δολάρια) που είναι ευαίσθητα στον καιρό και στο κλίμα. Οι δύο πρώτες στήλες προέρχονται από τα στοιχεία των λογαριασμών του Γραφείου Οικονομικής Ανάλυσης για το 2000. η τρίτη στήλη παραθέτει τη συμβολή του ΑΕΠ σε βιομηχανίες με ευαίσθητα (υποκειμενικά προσδιορισμένη) καιρού για τις λειτουργίες, τη ζήτηση ή την τιμή

2.3 Ικανότητες πρόβλεψης, κίνδυνος και ευκαιρίες.

Τα χρονοδιαγράμματα των μετεωρολογικών προβλέψεων έχουν επεκταθεί τα τελευταία χρόνια, καθώς η αξιοπιστία για περιόδους μίας έως τριών ημερών αυξήθηκε σταθερά. Οι δορυφορικές εικόνες και το ραντάρ επιτήρησης του καιρού - 1988 Doppler (WSR-88D) και άλλα συστήματα ραντάρ έχουν δώσει μια σημαντική αύξηση σε βραχυπρόθεσμες πληροφορίες και σε προειδοποιήσεις για τον καιρό. Η αυξημένη υπολογιστική ισχύς, οι βελτιωμένες παρατηρήσεις, ειδικά της θερμοκρασίας της επιφάνειας της θάλασσας, και τα πλεονεκτήματα των συνολικών προβλέψεων έχουν προκαλέσει πειράματα, με επιχειρησιακή πρόβλεψη των μέσων συνθηκών από μια εβδομάδα σε μια εποχή εκ των προτέρων. Τα Εθνικά Κέντρα Περιβαλλοντικής Πρόβλεψης αναφέρουν μια μεγάλη ποικιλία στοιχείων επαλήθευσης στους ιστότοπους τους και οι περιλήψεις δείχνουν ότι οι επιχειρησιακές προβλέψεις των 72 ωρών στα 500 mb είχαν γίνει τόσο ακριβείς όσο οι προβλέψεις 36 ωρών πριν από περίπου 20 χρόνια.



Σχήμα 2.3 - Υποκειμενική εκτίμηση των δεξιοτήτων πρόβλεψης και του δυνητικού κινδύνου σε ένα ευρύ φάσμα περιόδων προβλέψεων.

Μια ερώτηση που συχνά αντιμετωπίζουν όλοι οι μετεωρολόγοι, σχετίζεται με το "Πόσο καλές είναι οι προβλέψεις". Μια υποκειμενική εκτίμηση των δεξιοτήτων πρόβλεψης σε ένα ευρύ φάσμα περιόδων προβλέψεων εμφανίζεται στο κατώτερο μισό του Σχήματος 2.3. Η ακριβής έννοια της "ικανότητας" σκόπιμα δεν προσδιορίζεται, και ο άξονας εσκεμμένα δεν είναι επισημασμένος με ποσοτικές τιμές, αλλά εμφανίζεται ως εικόνα με ποιοτική χροιά, καθώς αναμένεται μείωση της ικανότητας πρόβλεψης όσο η περίοδος πρόβλεψης αυξάνεται από ημέρες σε μήνες. Η γκριζα έλλειψη στην κάτω δεξιά πλευρά έχει ως στόχο να προτείνει

δεξιότητες που σχετίζονται με τις στατιστικές για το κλίμα και την προσομοίωση της αναγκαστικής παγκόσμιας αλλαγής.

Ο κίνδυνος καιρού που σχετίζεται με τη ζωή και την ιδιοκτησία και με την οικονομική ζημιά υποτίθεται ότι κορυφώνεται σε περιόδους μιας έως τριών ημερών με σοβαρά καιρικά φαινόμενα, όπως τυφώνες ή μεγάλες χειμωνιάτικες καταιγίδες, όπως φαίνεται στην άνω πλευρά του Σχήματος 2.3, η οποία δίνει μια υποκειμενική εκτίμηση των δυνητικών κινδύνων κατά την περίοδο πρόβλεψης.

Η βελτίωση της ανάλυσης, της πρόβλεψης και της απεικόνισης σε χρονικές περιόδους δυο ή τριών έως δώδεκα ωρών θα ήταν επωφελής για διάφορες δραστηριότητες, συμπεριλαμβανομένης της αεροπορίας, της παραγωγής και εμπορίας ηλεκτρικής ενέργειας, του ελέγχου των γεωργικών παρασίτων και της κατασκευής. Η βελτίωση των δεξιοτήτων σε περιόδους δέκα ημερών, επιτρέπει τον προγραμματισμό μεγαλύτερης εμβέλειας για μια ποικιλία δραστηριοτήτων. Και η σύνδεση αξιόπιστων πιθανοτικών εποχιακών κλιματικών προβλέψεων με ποσοτικά μοντέλα και στρατηγικές διαχείρισης κινδύνου είναι επωφελής σε ένα ευρύ φάσμα οικονομικών προσπαθειών. Οι Dutton and Dischel [13] συγκρίνουν και αντιπαραβάλλουν τις διαδικασίες που σχετίζονται με την πρόγνωση του καιρού και του κλίματος.

Οι μηχανισμοί προετοιμασίας και παράδοσης των προβλέψεων μεταβάλλονται σημαντικά καθώς τόσο οι παραγωγοί όσο και οι χρήστες των υπηρεσιών καιρικών και κλιματικών υπηρεσιών στρέφονται όλο και περισσότερο στην πρόβλεψη, ανάλυση και επικοινωνία βάσει υπολογιστή. Το Σχήμα 2.4 συγκρίνει την παραδοσιακή προσέγγιση για την ενσωμάτωση των πληροφοριών για τις καιρικές συνθήκες στη λήψη αποφάσεων και την αναδυόμενη προσέγγιση στην οποία οι τετραδιάστατοι τομείς των τυποποιημένων μετεωρολογικών μεταβλητών, όπως προβλέπουν τα ομοσπονδιακά κέντρα προβλέψεων, μετατρέπονται πρώτα από επιχειρήσεις του ιδιωτικού τομέα σε μεταβλητές επιπτώσεων και βοηθητικές λήψης αποφάσεων σε συγκεκριμένες βιομηχανίες και τελικά ενσωματώνονται αριθμητικά στις διαδικασίες λήψης αποφάσεων μεμονωμένων επιχειρήσεων [28] [29]. Ως συγκεκριμένο παράδειγμα, το Κέντρο Πρόβλεψης Κλιματικών Αλλαγών, απελευθερώνει μια έκδοση των εποχιακών προβλέψεών του ως κατανομές πιθανότητας των βαθμομερών σε αρχεία που μπορούν να ληφθούν και να χρησιμοποιηθούν στις χρηματοπιστωτικές αγορές για να καθορίσουν τιμές για συμβάσεις παραγώγων.

Υπάρχουν ορισμένες σημαντικές επιπτώσεις αυτού του σεναρίου.

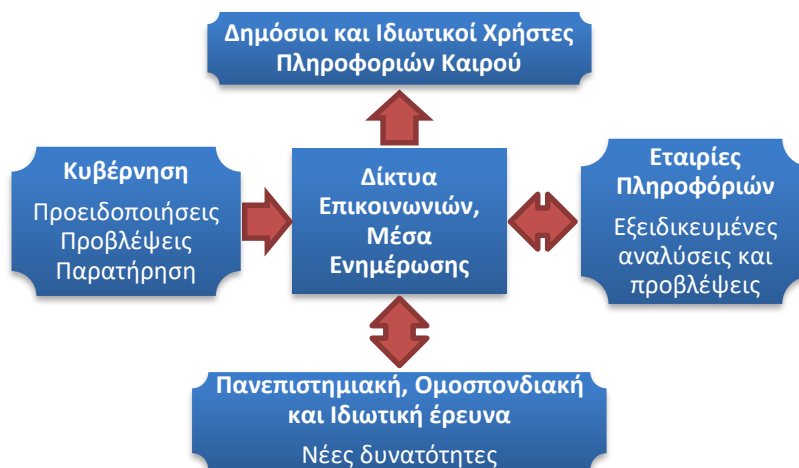
- Τα ομοσπονδιακά κέντρα πρόβλεψης και οι ομάδες ιδιωτικού τομέα που υπολογίζουν μεταβλητές επιπτώσεων θα είναι στενότερα συνδεδεμένες και θα πρέπει να συνεργάζονται ως εταίροι σε μια κοινή επιχείρηση.

- Οι μετεωρολόγοι θα εμπλακούν στενότερα στο σχεδιασμό της διαδικασίας λήψης αποφάσεων και λιγότερο στην πρόβλεψη του καιρού.
- Η εκπαίδευση για επιτυχία στην επαγγελματική μετεωρολογία θα απαιτήσει μια εντελώς νέα διάσταση που σχετίζεται με επιχειρηματικά και οικονομικά κίνητρα, μεθόδους και μοντελοποίηση.
- Οι δυνατότητες επέκτασης της συνεργασίας των εταιρειών πληροφόρησης για τις καιρικές συνθήκες και το κλίμα, με τους πελάτες, καθώς η προσοχή μετατρέπεται σε πληροφορίες προσαρμοσμένες σε συγκεκριμένες επιχειρήσεις.

Οι πηγές των πληροφοριών σχετικά με την ατμόσφαιρα μεταβάλλονται επίσης γρήγορα. Τα μεγάλα εθνικά κέντρα προβλέψεων εξομοίωναν τη σειρά 10 εκατομμυρίων ανώτερων παρατηρήσεων ανά ημέρα στα μοντέλα πρόβλεψης υπολογιστών, ο όγκος των οποίων προφανώς προέρχεται από δορυφόρους και ο προαναφερόμενος αριθμός παρατηρήσεων αυξάνεται συνεχώς.

Έτσι, μπορούμε να προβλέψουμε με λεπτομερέστερη παρατήρηση των ατμοσφαιρικών φαινομένων, προβλέψεις υψηλότερης ανάλυσης και ακρίβειας, καθώς η παρατήρηση, η υπολογιστική τεχνολογία και οι επιστημονικές δυνατότητες προχωρούν παράλληλα. Η διαδρομή για σημαντική βελτίωση των προβλέψεων εποχικής ανωμαλίας του κλίματος δεν είναι τόσο προφανής, αλλά η πρόοδος της υπολογιστικής ικανότητας πιθανώς θα επιτρέψει μελλοντικά πιο εκτεταμένους πειραματισμούς με μεγαλύτερα και πιο ποικίλα σύνολα και την ανάπτυξη μοντέλων που θα επιλύσουν τις καθημερινές έως εποχιακές αλληλεπιδράσεις μεταξύ ατμόσφαιρας, ωκεανών και επιφάνειας γης με αυξανόμενη στατιστική πιστότητα.

Οι νέες πηγές δεδομένων και η στενότερη ενσωμάτωση της παρατήρησης της ατμόσφαιρας και της πρόβλεψης με τα μοντέλα λήψης αποφάσεων των μελών θα επιφέρουν σημαντική επίδραση στις επιπτώσεις και τη σημασία των ατμοσφαιρικών πληροφοριών. Καθώς οι στρατηγικές για τη διαχείριση των φυσικών και οικονομικών πτυχών του κινδύνου καιρού και κλίματος γίνονται πιο εξελιγμένες και ευρύτερα χρησιμοποιούμενες, μπορούμε να αναμένουμε ότι οι επιστήμες της ατμόσφαιρας θα συμμετέχουν όλο και περισσότερο στον προγραμματισμό και τη λειτουργία τόσο των ιδιωτικών όσο και των δημόσιων επιχειρήσεων.



Σχήμα 2.4 - Σύγκριση των κλασικών και αναδυόμενων μοντέλων προβλέψεων-αποφάσεων.

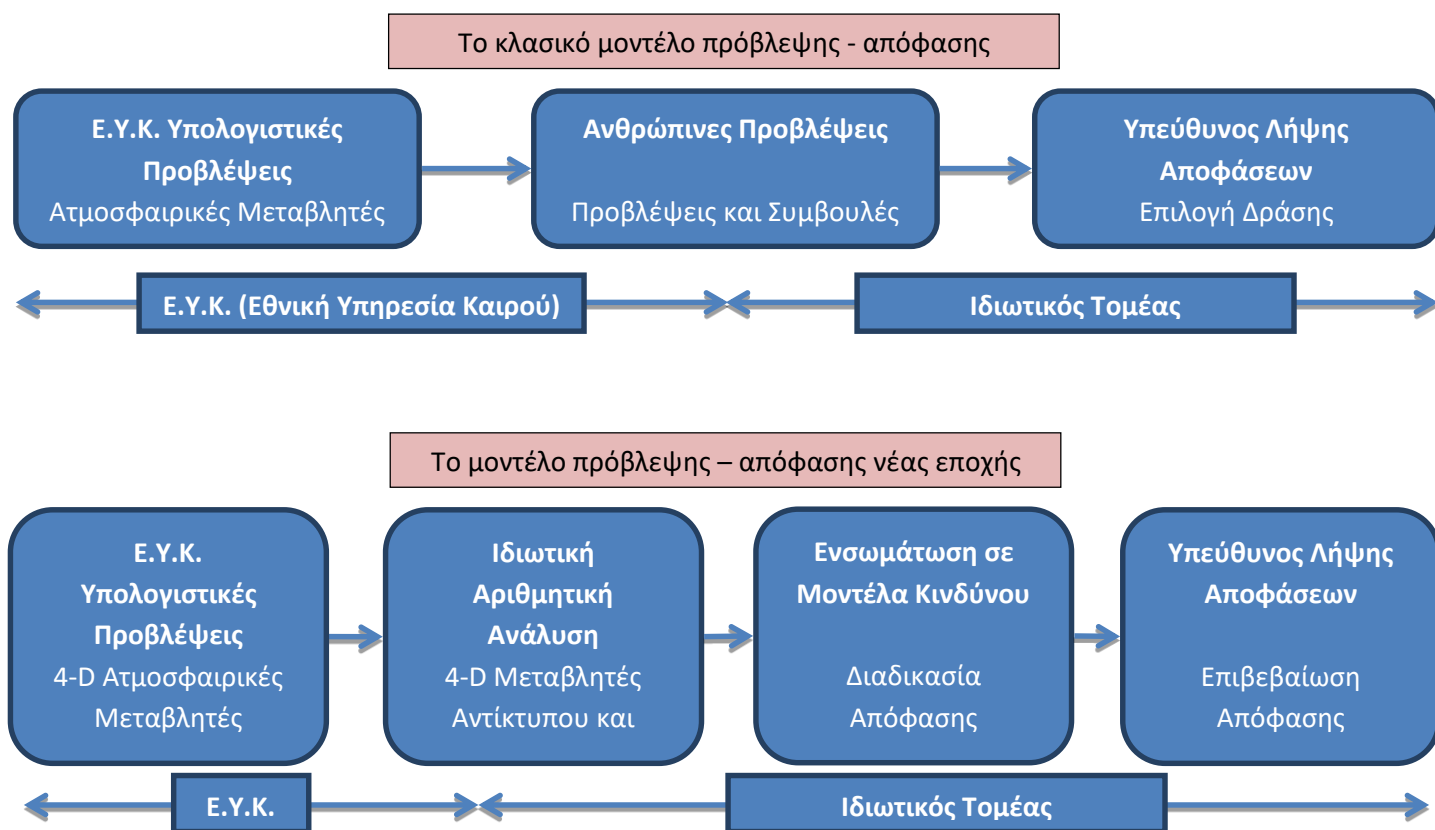
2.4 Προτεραιότητες και πολιτικές για την πρόοδο.

Οι ευκαιρίες σε αυτήν την αρχή μιας νέας εποχής στην ατμοσφαιρική επιστήμη και τις υπηρεσίες της, είναι εμφανείς και ελκυστικές, αλλά οδηγούν στο εύλογο ερώτημα σχετικά με το “τι πρέπει να γίνει ώστε να βοηθηθούν οι ενδιαφερόμενοι στην αποτελεσματικότερη διαχείριση των κινδύνων που πηγάζουν από τον καιρό και το κλίμα”. Αυτό είναι ένα βασικό στρατηγικό και πολιτικό ερώτημα και θα πρέπει να οδηγεί στον προσανατολισμό των ενδιαφερόμενων και των κυβερνήσεων στις επιστήμες και τις υπηρεσίες της ατμόσφαιρας, στις οποίες θα πρέπει να δίνεται προτεραιότητα.

Αυτή η προτεραιότητα θα πρέπει να περιλαμβάνει την εφαρμογή προγραμμάτων για: τη βελτίωση των παρατηρήσεων και των μοντέλων, τη διατήρηση της ροής δεδομένων και αναλύσεων και τη διασφάλιση ουσιαστικής συνεργασίας μεταξύ των διαφόρων ομάδων, καθώς και την επικέντρωση στην τόνωση της αποτελεσματικής συνεργασίας δημόσιου και ιδιωτικού τομέα για την ανάπτυξη υπηρεσιών. Τέλος, θα πρέπει να περιλαμβάνει την ανάπτυξη και την παρουσίαση πειστικών επιχειρημάτων σχετικά με τη χρηματοδότηση με βάση την πρόοδο, τις ευκαιρίες και τον αντίκτυπο τους, καθιστώντας τις ενέργειες αυτές “σοφή εθνική επένδυση”. Ο White [38] κάνει αρκετές σημαντικές προτάσεις για την προώθηση και την εφαρμογή τέτοιων επιχειρημάτων.

Στις Ηνωμένες Πολιτείες, οι προτεραιότητες που σχετίζονται με τις υπηρεσίες καιρού και του κλίματος πρέπει να διαμορφωθούν στο πλαίσιο μιας πολύπλοκης εταιρικής σχέσης [29], όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 2.5, στο οποίο:

- η κυβέρνηση λαμβάνει και αναλύει παρατηρήσεις και εκδίδει δεδομένα, προγνώσεις και προειδοποιήσεις για την ατμόσφαιρα.
- οι επιχειρήσεις του ιδιωτικού τομέα χρησιμοποιούν δεδομένα και προϊόντα της κυβέρνησης ως βάση για τη δημιουργία πληροφοριών και ειδικών προϊόντων για τα μέσα ενημέρωσης και τους πελάτες.
- τα μέσα ενημέρωσης της κυβέρνησης και των επικοινωνιών διαδίδουν στο κοινό πληροφορίες σχετικά με την ατμόσφαιρα, προβλέψεις και προειδοποιήσεις, ενώ προσαρμοσμένα προϊόντα κινούνται μέσω δικτύων πληροφοριών ή ειδικών καναλιών.
- και οι επιστήμονες της ακαδημαϊκής κοινότητας, της κυβέρνησης και του ιδιωτικού τομέα προωθούν την κατανόηση της ατμόσφαιρας και βοηθούν στη δημιουργία νέων δυνατοτήτων εξυπηρέτησης.

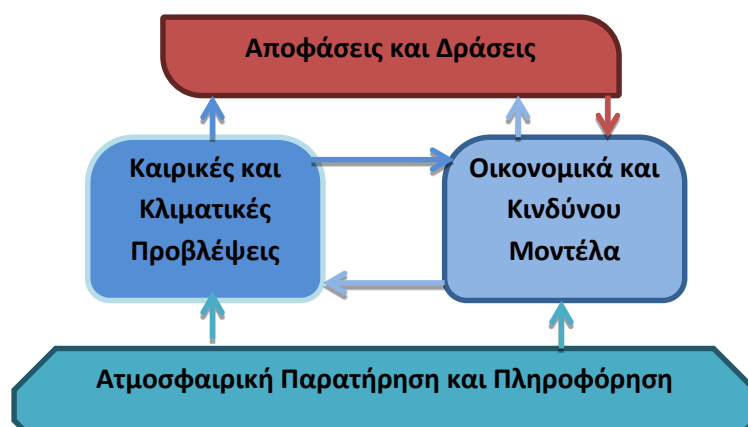


Σχήμα 2.5 - Ομοσπονδιακή, ιδιωτική και ακαδημαϊκή συνεργασία στις ατμοσφαιρικές και κλιματολογικές επιστήμες.

Στην Αμερική με την ταχεία ανάπτυξη στις ικανότητες και την πολυπλοκότητα, τις τελευταίες δεκαετίες, η εταιρική σχέση εξυπηρέτησε το έθνος καλά. Τα εθνικά οφέλη από τις πληροφορίες για τον καιρό και το κλίμα [29] περιλαμβάνουν την προστασία της ζωής και της ιδιοκτησίας, την ενίσχυση της οικονομικής ζωτικότητας, τη διατήρηση της περιβαλλοντικής ποιότητας, την ενίσχυση της θεμελιώδους κατανόησης και τη συμβολή στην εθνική ασφάλεια. Σήμερα, αναγνωρίζεται ότι τα οφέλη αυτά μπορούν να ενισχυθούν με τη συνεργασία μεταξύ των εταιρών. Προς το σκοπό αυτό, το Πρόγραμμα Ατμοσφαιρικής Πολιτικής της Αμερικανικής Μετεωρολογικής Εταιρείας χρηματοδοτεί μια σειρά εργασιών που περιλαμβάνουν κυβερνητικούς, ιδιωτικούς και ακαδημαϊκούς συμμετέχοντες και δημοσιεύει αναφορές και συστάσεις στην ιστοσελίδα του AMS. Ομοίως, η Εθνική Ωκεάνιο και Ατμοσφαιρική Διοίκηση (NOAA), η WRMA [39] και η Πρωτοβουλία Πρόβλεψης Κινδύνων χρηματοδότησαν ένα εργαστήριο για τις ανάγκες της βιομηχανίας διαχείρισης του κινδύνου.

Η περαιτέρω πρόοδος στην επιστήμη και την υπηρεσία της ατμόσφαιρας θα εξαρτηθεί από την επιτυχία με την οποία βελτιώνονται, βελτιστοποιούνται και ενσωματώνονται στις παρατηρήσεις και τα μοντέλα των ατμοσφαιρικών, ωκεάνιων και χερσαίων διεργασιών, όπως τονίζεται από το NRC [29]. Ακόμη, θα εξαρτηθεί από το κατά πόσο αξιοποιούμε την τεχνολογία για να λάβουμε νέες παρατηρήσεις σχετικά με τις κρίσιμες μεταβλητές, αλλά και από το εάν διατηρείτε η ελεύθερη και ανοιχτή ανταλλαγή παρατηρούμενων ατμοσφαιρικών δεδομένων παγκοσμίως.

Η σημασία των ατμοσφαιρικών παρατηρήσεων και της υποδομής που απαιτείται για την απόκτηση τους δεν μπορεί να υπερκεραστεί. Η κοινότητα της ατμοσφαιρικής επιστήμης αναγνωρίζει ότι η ατμοσφαιρική παρατήρηση είναι το θεμέλιο ολόκληρης της επιχείρησης, όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 2.6. Οι χρήστες υπηρεσιών καιρού και κλιματικών συνθηκών θα πρέπει επίσης να συνειδητοποιήσουν ότι οι υπηρεσίες από τις οποίες εξαρτώνται βασίζονται σε ένα πολύπλοκο παγκόσμιο δίκτυο το οποίο, πολύ συχνά, θεωρείται δεδομένο. Πράγματι, η δέσμευση των Ηνωμένων Πολιτειών για ελεύθερη και ανοιχτή ανταλλαγή δεδομένων ενδυναμώνει τη δημιουργικότητα του ακαδημαϊκού και του ιδιωτικού τομέα και έρχεται σε έντονη και φτωχή αντίθεση με την κατάσταση σε ορισμένα έθνη στα οποία τα μετεωρολογικά δεδομένα περιορίζονται σοβαρά και πωλούνται εμπορικά από την κυβέρνηση.



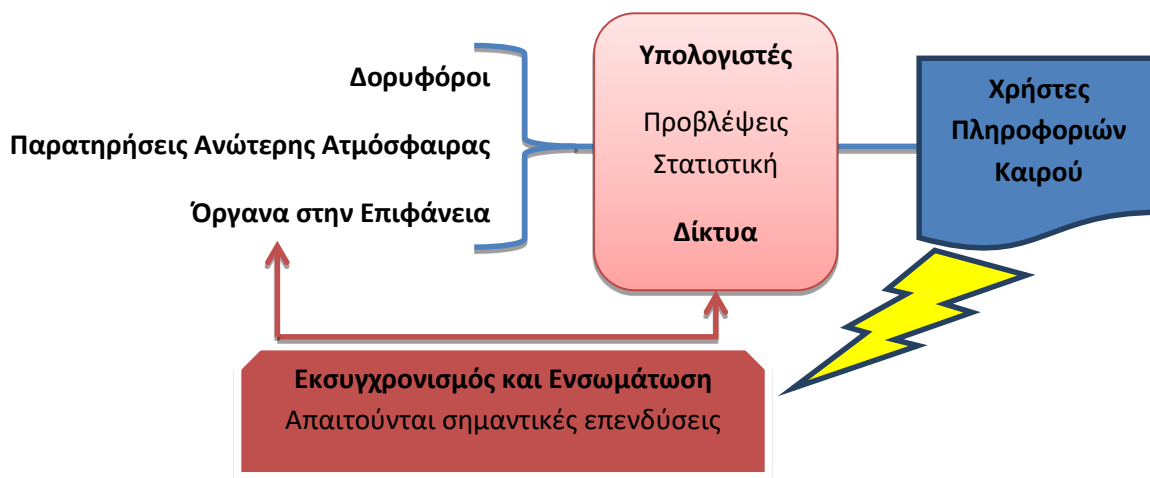
Επειδή η κορυφαία προτεραιότητα είναι η βελτίωση, βελτιστοποίηση και ενσωμάτωση παρατηρήσεων, αναλύσεων και μοντέλων, η κοινότητα των ατμοσφαιρικών επιστημών και οι χρήστες των ατμοσφαιρικών πληροφοριών θα πρέπει να επιμείνουν από κοινού ότι οι ομοσπονδιακές υπηρεσίες που ασχολούνται με την ατμοσφαιρική επιστήμη θα πρέπει να ενώσουν τις προσπάθειές τους και να συμβάλλουν ουσιαστικά σε μια σημαντική εθνική πρωτοβουλία με σκοπό τη βελτίωση του ατμοσφαιρικού συστήματος παρατήρησης και μοντελοποίησης. Θα πρέπει να ζητήσουν έναν ορατό και σκόπιμο μηχανισμό για τον συντονισμό της έρευνας και των υπηρεσιών στην ατμόσφαιρα και να προτρέψουν τα άτομα που εμπλέκονται να είναι επαρκώς καταρτισμένα ώστε η ομάδα να είναι αποτελεσματική και να μπορεί να λαμβάνει και να εκτελεί τις δικές της προτεραιότητες και συμπεράσματα με τρόπο που να ξεπερνά μεμονωμένες ανάγκες και να καλύπτει υψηλότερες εθνικές ανάγκες. Οι κύριοι φορείς - η NOAA, η Εθνική Υπηρεσία Αεροναυτικής και Διαστήματος (NASA), το Εθνικό Ίδρυμα Επιστημών (NSF) και το Υπουργείο Άμυνας (DOD) - πρέπει να εντείνουν τις προσπάθειές τους για τη δημιουργία ενός συστήματος παρατήρησης και μοντελοποίησης προσαρμοσμένου στις δυνατότητες και τις απαιτήσεις του εικοστού πρώτου αιώνα, που λαμβάνει υπόψη την αυξανόμενη ροή δεδομένων από το διάστημα, την αυξανόμενη δύναμη των υπολογιστών και τα οφέλη του σχεδιασμού με τη βοήθεια αυστηρών πειραμάτων προσομοίωσης συστήματος αριθμών.

Ταυτόχρονα, η κοινότητα επιστημόνων και χρηστών και οι υπεύθυνοι χάραξης πολιτικής πρέπει να εξετάσουν προσεκτικά κατά πόσο τα δημόσια, ιδιωτικά και ακαδημαϊκά μέρη θα μπορούσαν να συνεργαστούν με πιο πολλά υποσχόμενους τρόπους, καθώς το σύστημα πληροφοριών για την ατμόσφαιρα θα διανεμηθεί, τόσο από εννοιολογική άποψη όσο και γεωγραφικά. Οι νέες δυνατότητες, οι νέες ευκαιρίες εξυπηρέτησης και η εξέλιξη της τεχνολογίας καθιστούν σαφές ότι υπάρχουν σημαντικά ζητήματα, μερικά από τα οποία εξετάζονται από το NRC [29]. Κάποιοι υποστηρίζουν ότι η ομοσπονδιακή κυβέρνηση πρέπει να είναι πιο έντονη στη διαμόρφωση της εθνικής δημόσιας και ιδιωτικής ικανότητας για την παροχή ατμοσφαιρικών υπηρεσιών, και άλλοι υποστηρίζουν ότι οι δυνάμεις της αγοράς πρέπει να καθορίσουν τη δομή. Ορισμένοι δε υποστηρίζουν ότι οι υψηλής ποιότητας άμεσα

διαθέσιμες ομοσπονδιακές πληροφορίες για τον καιρό και το κλίμα είναι η ψυχή του ιδιωτικού τομέα και ότι πρέπει να ενθαρρυνθούν οι διευρυμένες ομοσπονδιακές υπηρεσίες προς τους φορολογούμενους. Και κάποιοι υποστηρίζουν ότι οι ομοσπονδιακές προσπάθειες θα πρέπει να περιοριστούν προκειμένου να δοθεί η ευκαιρία στον ιδιωτικό τομέα.

Τέλος (όπως πάντα) απαιτούνται πόροι. Τόσο ο δημόσιος όσο και ο ιδιωτικός τομέας της ατμοσφαιρικής επιστήμης και οι χρήστες τους πρέπει να υποστηρίξουν από κοινού την ομοσπονδιακή χρηματοδότηση των παρατηρήσεων που είναι απαραίτητες για την εξυπηρέτηση τόσο δημοσίων όσο και ιδιωτικών αναγκών. Και οι δύο ομάδες θα πρέπει να υποστηρίξουν την έρευνα, σχετικά με τις προόδους που βασίζονται στην εκπαίδευση, οι οποίες δημιουργούν ταλαντούχους επαγγελματίες. Δυστυχώς, ορισμένες από τις πρόσφατες συζητήσεις και δραστηριότητες έχουν διααιρεθεί, με ορισμένες ομάδες να επιδιώκουν νομοθετικούς περιορισμούς στις δραστηριότητες άλλων. Αλλά η πραγματικότητα είναι ότι η επιτυχία στην αναζήτηση συγκριτικού πλεονεκτήματος στην παροχή υπηρεσιών καιρού και κλιματικών συνθηκών θα εξασφάλιζε πιθανώς την απώλεια των συνολικών δυνατοτήτων και πόρων της κοινότητας τα επόμενα χρόνια.

Το επιχείρημα για τη βελτίωση της ικανότητας, θα είναι πιο επιτακτικό και η πολιτική πίεση θα είναι πιο ισχυρή, αν οι επιστήμονες της ατμόσφαιρας και οι χρήστες των πληροφοριών καιρού και κλίματος, ενωθούν για να κάνουν περαιτέρω επενδύσεις σε ατμοσφαιρικές παρατηρήσεις, επιστήμες και υπηρεσίες, οι οποίες θα επιστρέψουν αξιοσημείωτα μερίσματα στο έθνος. Πράγματι, όπως υποδεικνύεται στο Σχήμα 2.7, η σθεναρή υποστήριξη από τους χρήστες του ιδιωτικού τομέα των υπηρεσιών καιρού και κλιματικών συνθηκών θα μπορούσε να διεγείρει την εθνική δέσμευση, για τη βελτιστοποίηση του δικτύου παρατήρησης και την καλύτερη ενσωμάτωση παρατηρήσεων και μοντέλων.



Σχήμα 2.7. Οι χρήστες των πληροφοριών του καιρού και του κλίματος θα πρέπει να επικεντρώσουν μέρος των πολιτικών τους συμφερόντων και προτεραιοτήτων στην υποστήριξη των ομοσπονδιακών επενδύσεων που απαιτούνται για τον εκσυγχρονισμό και την ενσωμάτωση του συστήματος παρατήρησης και αριθμητικών προβλέψεων.

Πάνω απ' όλα, τόσο η επιστημονική κοινότητα όσο και οι χρήστες των καιρικών πληροφοριών πρέπει να έχουν πιο μακροχρόνιες βλέψεις. Για παράδειγμα, ο Gingrich [16] υποστήριξε ότι "ένα παγκόσμιο σχέδιο κλιματολογίας [συμπεριλαμβανομένης της] διαστημικής και χερσαίας ωκεάνιας και ατμοσφαιρικής [παρατήρησης και] μοντελοποίησης που είναι τεχνικά εφικτή με σύγχρονα συστήματα" θα πρέπει να αποτελεί μέρος ενός ομοσπονδιακού επιστημονικού προϋπολογισμού για την επόμενη γενιά με βάση τις ευκαιρίες στην επιστήμη...".

Η κοινότητα των επιστημών της ατμόσφαιρας έχει μια αρκετά σαφή εικόνα των ευκαιριών για πρόοδο στην κατανόηση και την εξυπηρέτηση στις επόμενες δεκαετίες. Η πρόκληση είναι να καθορισθεί ο τρόπος με τον οποίο δύναται να βελτιστοποιηθούν οι προσπάθειες και να ληφθούν οι πόροι για να υλοποιηθούν αυτές τις ευκαιρίες.

3ο Κεφάλαιο

Προσέγγιση τιμολόγησης παραγώγων καιρού

3.1 Εισαγωγή

Η δημιουργία πρωτότυπων προϊόντων, που στοχεύουν στο να ασφαλίσουν τον κύριο κίνδυνο σε μια συγκεκριμένη κατηγορία, έχει οδηγήσει τους ερευνητές στην αμφισβήτηση της ορθότητας των μεθόδων τιμολόγησης που υπάρχουν οι οποίες βασίζονται είτε σε θεωρίες αντιστάθμισης κινδύνου [3], είτε στον νόμο των μεγάλων αριθμών (Law of Large Numbers) [4]. Παράγωγα ασφαλιστικά και καιρού, ομόλογα καταστροφών και άλλων ενδεχομένων, υποστηρίζουν ότι, οι ασφάλειες τυπικά τοποθετημένες σε μη πλήρης αγορές, έχουν προκαλέσει, τις παραδοσιακές μεθόδους τιμολόγησης χωρίς arbitrage, αλλά και τις αναλογιστικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται στα χρηματοοικονομικά και στις ασφαλίσσεις αντίστοιχα.

Η τιμολόγηση των παραγώγων σε μη πλήρης αγορές [19] [20] γενικά οδηγεί σε λογικές τιμολόγησης βασισμένες σε υπολογισμούς συγκεκριμένων αναμενόμενων τιμών. Μέχρι τις αρχές του 1990, δεν διερευνήθηκε πολύ η ένωση των αναλογιστικών και χωρίς arbitrage μεθόδων τιμολόγησης, με επίσημα, αυστηρά μαθηματικά.

Αρκετές προσπάθειες έχουν γίνει για την τιμολόγηση παραγώγων καιρού χρησιμοποιώντας παραδοσιακές χρηματοοικονομικές ή δίχως arbitrage μεθόδους τιμολόγησης [24]. Όμως αυτές δεν έχουν αποδώσει βάσιμα αποτελέσματα καθώς το «προϊόν» το οποίο διαπραγματεύονται αυτά τα παράγωγα δεν υπάρχει στην αγορά και δεν είναι ξεκάθαρη η τιμή αγοράς για τον κίνδυνο που φέρουν. Αναφερόμενοι στο τελευταίο πρόβλημα οι Cao και Wei [7] έχουν υποστηρίξει ότι η προμήθεια για τον κίνδυνο στην αξία ενός παραγώγου καιρού θα πρέπει να είναι μηδέν αν η διαδικασία διαχείρισης παραγώγων στην αγορά των χαρτοφυλακίων είναι εντελώς ανεξάρτητη από τον δείκτη καιρού. Γι' αυτό συμπέραναν ότι οποιαδήποτε υποστηριζόμενη συνιστώσα μπορεί να τιμολογηθεί ως μείωση στις πληρωμές της απόδοσης χωρίς κίνδυνο. Θα παραθέσουμε κάποιες μαθηματικά δημιουργημένες τοποθετήσεις, οι οποίες υποστηρίζουν έναν τέτοιο κανόνα τιμολόγησης για ρευστές, ανταγωνιστικές αγορές.

Η Βέλτιστη προσέγγιση ή προσέγγιση με δείκτη αναφοράς (*benchmark approach*), η οποία προτάθηκε από τον Platen [31], γενικεύει ποικίλες μεθόδους τιμολόγησης μέσω της

χρήσης του βέλτιστα ανεπτυγμένου χαρτοφυλακίου (GOP) ως σημείο αναφοράς. Για τα γενικά μοντέλα με δείκτη αναφοράς, τα μη αρνητικά χαρτοφυλάκια - σημεία αναφοράς είναι supermartingale [32]. Όταν η διαδικασία τιμολόγησης του σημείου αναφοράς είναι martingale τότε αυτή η διαδικασία τιμολόγησης λέγεται «δίκαιη». Η προσέγγιση με δείκτη καλύπτει επίσης μοντέλα όπου κάποιο ισοδύναμο κινδυνουδέτερο martingale δεν υπάρχει. Όπως έχει δείχτει [32] αυτή η κατάσταση είναι πιθανή για ένα ρεαλιστικό μοντέλο. Σε μια περίπτωση όπου υπάρχει ένα ισοδύναμο κινδυνουδέτερο martingale, το GOP λειτουργεί ως μετρήσιμο χαρτοφυλάκιο [25], από το οποίο μπορεί να προκύψει η δίκαιη τιμή ενός συγκεκριμένου παράγωγου, λαμβάνοντας όρους και προσδοκίες βάσει του ρεαλιστικού μέτρου πιθανοτήτων. Στην περίπτωση αυτή, η τιμή μπορεί να αποδειχθεί ότι συμπίπτει με την κανονική κινδυνουδέτερη τιμή. Σύμφωνα με γενικότερες υποθέσεις θα δείξουμε ότι, σύμφωνα με την προσέγγιση συγκριτικής αξιολόγησης, μια γενικευμένη αναλογιστική τιμή λαμβάνεται ως τιμή δίκαιου παραγώγου όταν η αποπληρωμή είναι ανεξάρτητη από το GOP. Επομένως, η benchmark approach θα οδηγήσει σε ένα παρόμοιο αλλά πιο λεπτομερές συμπέρασμα [7], χρησιμοποιώντας ένα μαθηματικά αυστηρό πλαίσιο. Θα δοθεί έμφαση στο γεγονός ότι στην περίπτωση ανεξαρτησίας μεταξύ του GOP και του υποκείμενου δείκτη καιρικών συνθηκών η δίκαιη τιμή συγκριτικής αξιολόγησης αποσυνδέεται, λόγω της ιδιότητας martingale των συγκρίσιμων δίκαιων τιμών στην αναμενόμενη της αποπληρωμής και της τιμής του ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου ως προεξοφλημένο. Αυτό αποδίδει τον γενικευμένο τύπο αναλογιστικής τιμολόγησης. Επιπλέον, η υποτιθέμενη ανεξαρτησία των δεικτών καιρού και του GOP μπορεί να ερμηνευθεί ότι είναι ισοδύναμη με την απουσία ασφαλίστρων κινδύνου καιρού, πράγμα που σημαίνει ότι η τιμή της αγοράς για τον κίνδυνο καιρού είναι μηδενική. Αυτό συμβαδίζει με την κοινή παρατήρηση ότι ο κίνδυνος του καιρού είναι γεωγραφικά και χρονικά διαφοροποιημένος. Όμως, στην πραγματικότητα, στην αναδυόμενη αγορά καιρικών συνθηκών, οι τιμές των παραγώγων καιρού ενδέχεται να προσελκύσουν μερικές θετικές πριμοδοτήσεις ρευστότητας και επομένως οι τιμές τους μπορούν να υπερβούν τις αντίστοιχες δίκαιες τιμές τους. Καθώς η αγορά παραγώγων καιρού αναπτύσσεται, τα πριμ ρευστότητας αναμένεται να εξαφανιστούν.

3.2. Βασικές μαθηματικές έννοιες

Θα ακολουθήσουν κάποιες μαθηματικές έννοιες που χρειάζονται για την κατανόηση των ακόλουθων εννοιών.

3.2.1. σ-άλγεβρα.

Έστω Ω ένα μη κενό σύνολο. Μία κλάση υποσυνόλων F του Ω καλείται σ-άλγεβρα αν έχει τις ακόλουθες ιδιότητες:

- 1) $\Omega \in F$.
- 2) Αν $A \in F$ τότε και $A^c \in F$.
- 3) Αν $A_1, A_2, \dots \in F$ (αριθμήσιμη οικογένεια υποσυνόλων του Ω) τότε και $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \in F$.

Το ζεύγος (Ω, F) καλείται *μετρήσιμος χώρος*. Αποδεικνύεται εύκολα ότι αν F είναι σ-άλγεβρα τότε $\emptyset \in F$ και $A_1, A_2, \dots \in F \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in F$.

Τα στοιχεία της F καλούνται μετρήσιμα σύνολα. Αν ο Ω είναι το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων ενός πειράματος, μια σ-άλγεβρα του Ω μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σύνολο ενδεχομένων του. Προφανώς θα πρέπει η αριθμήσιμη ένωση και τομή ενδεχομένων να είναι ενδεχόμενο, καθώς και το συμπληρωματικό ενδεχομένου να είναι ενδεχόμενο. Είναι προφανές επίσης ότι, αν ο Ω δεν είναι μονοσύνολο, μπορούμε να ορίσουμε πολλές διαφορετικές σ-άλγεβρες. Η μικρότερη σ-άλγεβρα είναι η $F = \{\emptyset, \Omega\}$ και η μεγαλύτερη είναι το δυναμοσύνολο $F = 2^{\Omega}$ του Ω (το σύνολο όλων των δυνατών υποσυνόλων του).

3.2.2. Μέτρο πιθανότητας – Χώρος Μέτρου.

Μέτρο: Έστω ένα μη κενό σύνολο Ω και F μία σ-άλγεβρά του. Μία συνολοσυνάρτηση μ από το F στο $[0, \infty]$ καλείται μέτρο μόνο αν

- 1) $\mu(\emptyset) = 0$,
- 2) $\mu(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} \mu(A_i)$ για κάθε ακολουθία ξένων ανά δύο συνόλων $A_1, A_2, \dots \in F$

Η τριάδα (Ω, F, μ) καλείται *χώρος μέτρου*.

Αν ένα μέτρο μ είναι πεπερασμένο, και συγκεκριμένα $\mu(\Omega) = 1$, τότε καλείται μέτρο πιθανότητας και συνήθως συμβολίζεται με P . Η τριάδα (Ω, F, P) καλείται *χώρος μέτρου πιθανότητας* ή *χώρος πιθανότητας*.

Θα λέμε ότι μία ιδιότητα ισχύει *μ-σχεδόν παντού* ή *μ-σχεδόν για κάθε ω* αν ισχύει για κάθε στοιχείο $\omega \in \Omega$ εκτός ίσως από ένα μετρήσιμο υποσύνολο A του Ω με $\mu(A) = 0$. Μερικές φορές αντί της έκφρασης «*P-σχεδόν παντού*» χρησιμοποιείται η έκφραση «*με πιθανότητα 1*».

3.2.3. Martingales

Έστω χώρος πιθανότητας (Ω, F, P) . Διήθηση σε αυτό τον χώρο λέμε μια αύξουσα ακολουθία $(F_n)_{n \geq 0}$ σ-αλγεβρών, η καθεμία από τις οποίες είναι υποσύνολο της F . Δηλαδή, έχουμε $F_n \subset F_{n+1} \subset F$ για κάθε $n \geq 0$. Μια ακολουθία τυχαίων μεταβλητών $(X_n)_{n \geq 0}$ στον Ω λέγεται προσαρμοσμένη στη διήθηση $(F_n)_{n \geq 0}$ αν για κάθε $n \geq 0$ η X_n είναι F_n -μετρήσιμη.

Σύμβαση: Σε αυτό το κεφάλαιο, οι δείκτες των διαφόρων οικογενειών που εμφανίζονται είναι φυσικοί αριθμοί. Έτσι, όταν γράφουμε $n \geq 1$, $n \geq 0$ εννοούμε $n \in \mathbb{N}^+$ και $n \in \mathbb{N}$ αντίστοιχα.

Ορισμός 3.1: «Αν η ακολουθία τυχαίων μεταβλητών $X = (X_n)_{n \geq 0}$ ικανοποιεί τις ιδιότητες:

- i) Η $(X_n)_{n \geq 0}$ είναι προσαρμοσμένη στην $(F_n)_{n \geq 0}$,
- ii) $E|X_n| < \infty$ για κάθε $n \geq 0$,
- iii) $E(X_{n+1} | F_n) = X_n$ για κάθε $n \geq 0$,

τότε λέγεται *martingale* ως προς τη διήθηση $(F_n)_{n \geq 0}$ και το μέτρο P .»

Αν αντί της (iii) ισχύει η $E(X_{n+1} | F_n) \geq X_n$, τότε η ακολουθία λέγεται *submartingale*.

Ενώ αν ισχύει η $E(X_{n+1} | F_n) \leq X_n$, τότε η ακολουθία λέγεται *supermartingale* (ως προς τα $(F_n)_{n \geq 0}$ και P).

Όταν είναι σαφές ποια είναι τα $(F_n)_{n \geq 0}$ και P δεν τα αναφέρουμε, όταν χαρακτηρίζουμε μια ακολουθία ως *martingale*, *submartingale*, *supermartingale* ως προς αυτά.

Αν η $(X_n)_{n \geq 0}$ είναι *submartingale*, τότε η $(-X_n)_{n \geq 0}$ είναι *supermartingale*. Και η $(X_n)_{n \geq 0}$ είναι *martingale* αν και μόνο αν, είναι ταυτόχρονα *submartingale* και *supermartingale*.

Επίσης, παίρνοντας μέσες τιμές στα μέλη της (iii), έχουμε ότι η ακολουθία $E(X_{n+1} | F_n)$ είναι σταθερά, αύξουσα ή φθίνουσα η X είναι *martingale*, *submartingale*, *supermartingale* αντίστοιχα.

Παράδειγμα: Φανταζόμαστε έναν παίχτη που συμμετέχει σε ένα παιχνίδι που γίνεται σε βήματα και X_n δηλώνει την περιουσία του μετά το βήμα n . Η $E(X_{n+1} | F_n)$ δίνει την καλύτερη εκτίμηση που έχουμε για την περιουσία του μετά από ένα βήμα με δεδομένη όλη την πληροφορία κατά τον χρόνο n . Επομένως, όταν η X είναι *submartingale* (*supermartingale*), το παιχνίδι είναι υπέρ (αντίστοιχα, κατά) του παίχτη, ενώ όταν η X είναι *martingale*, το παιχνίδι είναι δίκαιο.

3.3. Αναλογιστική τιμολόγηση

Στην ενότητα που ακολουθεί, θα εξεταστεί η αναλογιστική και κινδυνουδέτερη τιμολόγηση, με βάση διαφορετικές μεθόδους αποτίμησης, οι οποίες είναι ακολουθούμενες από μια περιεκτική περιγραφή της προσέγγισης του συγκεκριμένου χρονικού σημείου αναφοράς.

Χάρην ευκολίας, ας υποθέσουμε ότι το βραχυπρόθεσμο επιτόκιο r είναι μια ντετερμινιστική σταθερά. Λαμβάνοντας στην χρονική στιγμή $t = 0$ την προσδοκία

$$C_{H_T}(0) = e^{-rT} E(H_T) \quad (3.1)$$

της προεξοφλημένης ταμειακής ροής H_T την χρονική στιγμή T , μας οδηγεί στην χρονική στιγμή $t = 0$ στην αναλογιστική τιμή της ταμειακής ροής. Σημειώστε ότι η προσδοκία $E(\cdot)$ λαμβάνεται εδώ σε σχέση με το πραγματικό μέτρο πιθανότητας P . Για παράδειγμα, στην ασφάλιση, επιπλέον της τιμής που έχει, μερικές φορές επιβαρύνεται ο ασφαλισμένος με κάποιο πριμ (εάν αυτό είναι δυνατό). Σε μια ανταγωνιστική οικονομία, οι δυνάμεις της αγοράς ασκούν πίεση στους ασφαλιστές να μειώσουν τα πριμ αυτά, ιδίως όταν υπάρχει ανασφάλιση (αυτές οι ασφαλιστικές προσεγγίσεις δεν εξετάζονται περαιτέρω). Ο αναγνώστης παραπέμπεται στον Borgh [4] για μια λεπτομερή περιγραφή των εννοιών της τιμολόγησης ασφάλισης. Στην τιμολόγηση των παραγώγων με βάση τις καιρικές συνθήκες, μια πριμοδότηση ρευστότητας ενδέχεται να χρεωθεί από τους πωλητές αυτών των παραγώγων, εφόσον η αγορά το αποδέχεται. Βάσει της benchmark approach και της έννοιας της δίκαιης τιμολόγησης, το παρόν έγγραφο υποστηρίζει την άποψη των Cao και Wei [7], οι οποίοι ισχυρίζονται ότι δεν υπάρχει πριμοδότηση κινδύνου για καιρικές συνθήκες. Αυτό υποστηρίζεται επίσης από το επιχείρημα ότι ο κίνδυνος του καιρού είναι διαφοροποιήσιμος στην παγκόσμια αγορά. Τονίζουμε ότι η δίκαιη τιμολόγηση προϋποθέτει στην πράξη μια ανταγωνιστική και ρευστή αγορά.

Είναι γνωστό ότι εάν υπάρχει, σε ένα ολοκληρωμένο πλαίσιο της χρηματοπιστωτικής αγοράς, ένα ισοδύναμο μέτρο Q μηδενικού κινδύνου martingale, τότε η τιμή κάθε μέσου στην αγορά αυτή μπορεί να εκφραστεί ως αναμενόμενη τιμή σε σχέση με αυτό το μέτρο. Η τιμή ουδέτερου κινδύνου $C_{H_T}^Q(0)$ στην αρχική χρονική στιγμή $t = 0$ της πληρωμής H_T στην χρονική στιγμή T είναι

$$C_{H_T}^Q(0) = e^{-rT} E^Q(H_T) \quad (3.2)$$

Εδώ, το $E^Q(\cdot)$ υποδηλώνει προσδοκία σε σχέση με το Q . Γενικότερα, στο πλαίσιο της benchmark approach [31], σε ένα συνεχές πλήρες μοντέλο της αγοράς κάθε ενδεχόμενη απαίτηση μπορεί να αντισταθμιστεί με ένα αυτοχρηματοδοτούμενο χαρτοφυλάκιο. Η εύλογη τιμή στη συνέχεια αντιπροσωπεύει την αξία ενός αντίστοιχου χαρτοφυλακίου αντιστάθμισης. Εάν δεν υπάρχει ισοδύναμο μέτρο κινδύνου ουδέτερου martingale, τότε μπορεί να αποδειχθεί ότι η εύλογη τιμή παρέχει το ελάχιστο χαρτοφυλάκιο αντιστάθμισης [31]. Εάν η αγορά είναι ελλιπής, μπορούν να εξαχθούν μόνο όρια για τις ελεύθερες τιμές arbitrage [34]. Αυτό δημιουργεί μια μη ικανοποιητική κατάσταση, ιδίως για την τιμολόγηση των παραγώγων καιρού, όπου η αγορά πρέπει να θεωρηθεί επί του παρόντος ελλιπής. Στο άρθρο του Platen [32] έχει καθοριστεί η benchmark approach που μας επιτρέπει να αντιμετωπίσουμε αυτή την κατάσταση και θα περιγραφεί παρακάτω.

3.4. Προσέγγιση με Δείκτη Αναφοράς

3.4.1. Μοντέλο Διακριτού Χρόνου.

Για απλότητα, θεωρούμε μια αγορά διακριτού χρόνου, που διατυπώνεται σε μια δεδομένη διήθηση $(\Omega, \mathcal{A}_T, \underline{A}, P)$ [35]. Οι τιμές των περιουσιακών στοιχείων θεωρείται ότι αλλάζουν τις τιμές τους μόνο σε δεδομένες διακριτές χρονικές στιγμές

$$0 \leq t_0 < t_1 < \dots < t_n = T < \infty$$

για $n \in \{0, 1, \dots\}$. Η δομή της πληροφορίας σε αυτή την αγορά περιγράφεται από το διακριτό φιλτράρισμα $\underline{A} = (A_{t_i})_{i \in \{0, 1, \dots, n\}}$. Εδώ το A_t εκφράζει τις διαθέσιμες πληροφορίες την χρονική στιγμή t .

Συμβολίζουμε με $S_i^{(j)}$ τη μη αρνητική τιμή στην χρονική στιγμή t_i του πρώτου πρωτεύοντος λογαριασμού ασφαλείας, ο οποίος κατέχει τις μονάδες και τα συσσωρευμένα κέρδη του j -περουσιακού στοιχείου, $j \in \{0, 1, \dots, d\}$. Ως εκ τούτου, ο κύριος λογαριασμός του j -περουσιακού στοιχείου εκφράζει την επενδυτική αξία, συμπεριλαμβανομένης της συσσώρευσης κερδών του κύριως λογαριασμός του j -περουσιακού στοιχείου. Η μηδενική πρωτεύουσα διαδικασία λογαριασμού ασφαλείας $S^{(0)} = \{S_i^{(0)}, i \in \{0, 1, \dots, n\}\}$ είναι ο *εγκώριος λογαριασμός ταμειωτηρίου*. Στην περίπτωση που το υπο-θεώρηση περουσιακό στοιχείο είναι μετοχή, η ποσότητα $S_i^{(j)}$ αντιπροσωπεύει την τιμή της j -μετοχής με μέρος κατά την χρονική στιγμή t_i . Θεωρείται ότι η αγορά παρατηρεί την αξία της ανά πάσα στιγμή. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι η αρχική τιμή $S_0^{(j)} > 0$ είναι θετική για $j \in \{0, 1, \dots, d\}$.

Ο λόγος τιμών $h_i^{(j)}$ του κύριου λογαριασμού του j -περουσιακού στοιχείου κατά την χρονική στιγμή t_i υποδηλώνεται με

$$h_i^{(j)} = \begin{cases} \frac{S_i^{(j)}}{S_{i-1}^{(j)}} & \text{για } S_{i-1}^{(j)} > 0 \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (3.3)$$

για το $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ και $j \in \{0, 1, \dots, d\}$. Η επιστροφή του $S^{(j)}$ στην χρονική στιγμή t_i ισούται με $h_i^{(j)} - 1$. Μπορούμε να εκφράσουμε την τιμή του κύριου λογαριασμού κατά την χρονική στιγμή t_i ως

$$S_i^{(j)} = \prod_{m=1}^i h_m^{(j)} \quad \text{για } i \in \{1, 2, \dots, N\} \text{ και } j \in \{0, 1, \dots, d\} \quad (3.4)$$

Αυτό οδηγεί στη δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου αυτοχρηματοδότησης $S^{(\pi)} = \{S_i^{(\pi)}, i \in \{0, 1, \dots, n\}\}$, όπως ορίζεται στους Bühlmann και Platen (2003), όπου όλες οι μεταβολές στην αξία του χαρτοφυλακίου οφείλονται σε μεταβολές των αξιών των κύριων λογαριασμών. Σύμφωνα με μια στρατηγική αυτοχρηματοδότησης, δεν προκύπτει εκροή ή εισροή κεφαλαίων για το αντίστοιχο χαρτοφυλάκιο, το οποίο χαρακτηρίζεται από μια διανυσματική διαδικασία κλασμάτων ή αναλογιών $\pi = \{\pi_i = (\pi_i^{(1)}, \dots, \pi_i^{(d)}), i \in \{0, 1, \dots, n\}\}$ που επενδύονται στους διάφορους πρωτεύοντες λογαριασμούς ασφαλείας. Εδώ $\pi_i^{(j)}$ αντιπροσωπεύει το ποσοστό της αξίας του κύριου λογαριασμού του j -περυσιακού στοιχείου, $j \in \{0, 1, \dots, d\}$, της συνολικής αξίας του χαρτοφυλακίου $S_i^{(\pi)}$. Αυτή η αναλογία είναι παρατηρήσιμη στην χρονική στιγμή t_i , δηλαδή είναι A_{t_i} -μετρήσιμη. Επιπλέον, ισχύει η ιδιότητα:

$$\sum_{j=0}^d \pi_i^{(j)} = 1 \quad (3.5)$$

για όλα τα $i \in \{0, 1, \dots, n\}$. Εύκολα προκύπτει ότι για μία αυστηρώς θετικά ορισμένη διαδικασία χαρτοφυλακίου $S^{(\pi)} = \{S_i^{(\pi)}, i \in \{0, 1, \dots, n\}\}$, έχουμε την τιμή-λόγου (price-rate)

$$h_m^{(\pi)} = \frac{S_m^{(\pi)}}{S_{m-1}^{(\pi)}} \quad (3.6)$$

για την χρονική στιγμή t_m στην μορφή

$$h_m^{(\pi)} = \sum_{j=0}^d \pi_{m-1}^{(j)} h_m^{(j)} \quad (3.7)$$

για $m \in \{1, 2, \dots, N\}$. Χρησιμοποιώντας τους λόγους τιμών $h_m^{(\pi)}$ σύμφωνα με την (3.6), η αξία του χαρτοφυλακίου την στιγμή t_i εκφράζεται ως:

$$S_i^{(\pi)} = S_0^{(\pi)} \prod_{m=1}^i h_m^{(\pi)} = S_0^{(\pi)} \prod_{m=1}^i \frac{S_m^{(\pi)}}{S_{m-1}^{(\pi)}} = S_0^{(\pi)} \prod_{m=1}^i \sum_{j=0}^d \pi_{m-1}^{(j)} h_m^{(j)} \quad (3.8)$$

για $i \in \{0, 1, \dots, n\}$. Να σημειωθεί ότι η απόδοση του χαρτοφυλακίου $S^{(\pi)}$ την χρονική στιγμή t_i ισούται με $h_m^{(\pi)} - 1$.

Ας υποδείξουμε ως V την κλάση όλων των αυστηρά θετικών διαδικασιών αυτοχρηματοδοτούμενων χαρτοφυλακίων $S^{(\pi)}$ έτσι ώστε $S_0^{(\pi)} = 1$. Ο ρυθμός ανάπτυξης

$g_i^{(\pi)}$ την στιγμή t_i για μια διαδικασία χαρτοφυλακίου $S^{(\pi)} \in V$, με διαδικασία αναλογιών π , ορίζεται ως

$$g_i^{(\pi)} = E \left(\ln \left(h_{i+1}^{(\pi)} \right) \mid A_{t_i} \right) \quad (3.9)$$

για όλα τα $i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$. Αυτός ο τύπος παρέχει ένα μέτρο για την αναμενόμενη αύξηση του πλούτου κατά την περίοδο $[t_i, t_{i+1}]$.

3.4.2. Βέλτιστα Ανεπτυγμένο Χαρτοφυλάκιο (GOP)

Χρησιμοποιώντας τον τύπο (3.9), μπορεί να προσδιοριστεί ο βέλτιστος ρυθμός ανάπτυξης \underline{g}_i την χρονική στιγμή t_i ως το

$$\underline{g}_i = \text{ess sup}_{S^{(\pi)} \in V} g_i^{(\pi)} \quad (3.10)$$

για όλα τα αυστηρώς θετικά χαρτοφυλάκια, για όλα τα $i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει ένα χαρτοφυλάκιο $S^{(\underline{\pi})} \in V$, όπου η συσχετισμένη διαδικασία των αναλογιών $\underline{\pi}$ συνδέονται μέσω

$$g_i^{(\underline{\pi})} = \underline{g}_i < \infty. \quad (3.11)$$

Το αναμενόμενο κλάσμα των λόγων των τιμών

$$E \left(\frac{h_{i+1}^{(\underline{\pi})}}{h_{i+1}^{(\pi)}} \mid A_{t_i} \right) < \infty \quad (3.12)$$

είναι πεπερασμένα για όλα τα $i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ και όλες τις αναλογίες π , τα οποία οδηγούν σε θετικά χαρτοφυλάκια αυτοχρηματοδότησης. Το παραπάνω χαρτοφυλάκιο $S^{(\underline{\pi})}$, για του οποίου υποθέσαμε την ύπαρξή του, ονομάζεται βέλτιστο ανεπτυγμένο χαρτοφυλάκιο (GOP). Η συνθήκη (3.12) διασφαλίζει ότι το GOP δεν έχει απεριόριστο αναμενόμενο ρυθμό ανάπτυξης. Αυτός ο ορισμός ενός GOP είναι μάλλον γενικός και καλύπτει, καταρχήν, όλα τα πρακτικά μοντέλα διακριτού χρόνου [5], [17]. Σημειώστε ότι δεν προσδιορίσαμε κάποια ιδιαίτερη δυναμική των πρωτογενών λογαριασμών ασφαλείας. Για κάθε μοντέλο ή κλάση μοντέλου αυτό πρέπει να γίνει και πρέπει να επιβεβαιώσουμε ότι πληρούνται οι ιδιότητες (3.11) και (3.12).

Χρησιμοποιώντας την (3.8) μπορούμε να δείξουμε ότι ένα GOP με σχετικές αναλογίες π είναι ένα χαρτοφυλάκιο που μεγιστοποιεί την αναμενόμενη τιμή του λογαρίθμου της σχετικής διαδικασίας τιμής για κάθε μελλοντική χρονική στιγμή. Σημειώστε ότι η διαδικασία αποτίμησης του GOP είναι μοναδική. Ωστόσο, η διαδικασία των αναλογιών $\underline{\pi}$ μπορεί να μην

είναι μοναδική, ιδίως, για μια αγορά με απολύτως πρωτογενείς λογαριασμούς ασφαλείας. Για μια λεπτομερή εξέταση του GOP, ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει για παράδειγμα στα [15] [23]. Οι Becherer [2], Bühmann and Platen [5] και Platen [32] αποδεικνύουν ότι με βάση τις γενικές παραδοχές, μια αυστηρά θετική πορεία χαρτοφυλακίου $S^{(\pi)}$ είναι GOP αν και μόνο αν όλα τα μη αρνητικά χαρτοφυλάκια $S^{(\pi)} \in V$, όταν εκφράζονται σε μονάδες $S^{(\pi)}$, είναι (\underline{A}, P) – supermartingales, αυτό είναι

$$E \left(\frac{h_{i+1}^{(\pi)}}{h_{i+1}^{(\underline{A})}} \mid A_{t_i} \right) \leq 1 \quad (3.13)$$

για όλα τα $i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$. Για παράδειγμα, ο συγκριτικός λογαριασμός αποταμίευσης φαίνεται, στην πραγματικότητα, να συμπεριφέρεται σαν ένα αυστηρό supermartingale, [33]. Σημειώστε ότι ο Long [25] σε ένα μοντέλο διακριτού χρόνου, έδειξε υπό την ύπαρξη ενός ισοδύναμου μέτρου ουδέτερου κινδύνου martingale ότι όλοι οι δείκτες αξιολόγησης σε μια αγορά γίνονται martingales. Το αποτέλεσμα στο (2.13) είναι γενικότερο και καλύπτει και άλλες σημαντικές περιπτώσεις, όπου οι μη αρνητικοί τίτλοι συγκριτικής αξιολόγησης επιτρέπεται να είναι αυστηρά supermartingale. Εάν δεν υπάρχει ένα ισοδύναμο μέτρο κινδύνου ουδετερολογίας martingale, τότε μπορεί να υπάρχουν ευκαιρίες αρμπιτράζ με την έννοια ενός «δωρεάν γεύματος με κίνδυνο εξαφάνισης» (“free lunch with vanishing risk”). Ωστόσο, εξαιτίας της ιδιότητας supermartingale των συγκριτικών διαδικασιών μη αρνητικού χαρτοφυλακίου, δεν υπάρχει ευκαιρία να δημιουργηθεί αυστηρά θετικός πλούτος από μηδενικό αρχικό κεφάλαιο [31].

Το GOP μπορεί να ερμηνευτεί ως ένα διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, το οποίο αντιπροσωπεύει την πολιτική βελτιστοποίησης με τις καλύτερες επιδόσεις για τον αναμενόμενο λογάριθμο τερματικού πλούτου. Πολύ μακροπρόθεσμα, η βέλτιστη πολιτική ανάπτυξης παρέχει σχεδόν βεβαίως υψηλότερο πλούτο και επομένως υψηλότερη αξιοποιημένη χρησιμότητα από εναλλακτικές στρατηγικές [32]. Αν και, όπως έχει ήδη επισημάνει ο Samuelson [37], αυτό δεν σημαίνει ότι η βέλτιστη πολιτική ανάπτυξης μεγιστοποιεί τις αναμενόμενες χρησιμότητες για άλλες λειτουργίες χρησιμότητας. Έχει αποδειχθεί από τον Platen [33] ότι ένας διαφοροποιημένος δείκτης παγκόσμιας συσσώρευσης αποθεμάτων προσεγγίζει το GOP κάτω από αρκετά ρεαλιστικές υποθέσεις. Επομένως, είναι σκόπιμο να υποθέσουμε αργότερα ότι η δυναμική του GOP προσεγγίζεται στενά από τον MSCI World Index¹ (MSCI). Δεν αποτελεί έκπληξη ότι θα αποδειχθεί ότι το MSCI

¹ Η MSCI, Inc. ασχολείται με την παροχή εργαλείων υποστήριξης λήψης αποφάσεων, συμπεριλαμβανομένων δεικτών, αναλύσεων κινδύνου και επιδόσεων χαρτοφυλακίου, προϊόντων και υπηρεσιών εταιρικής διακυβέρνησης. Ένας από τους τομείς μέσω των οποίων λειτουργεί η εταιρεία είναι εκείνος του Δείκτη (Index) ο οποίος περιλαμβάνει τη δημιουργία και τη συγκριτική αξιολόγηση επιδόσεων προϊόντων συνδεδεμένων με τον δείκτη, καθώς και την κατασκευή χαρτοφυλακίου, την επανεξισορρόπηση και την κατανομή των περουσιακών στοιχείων. Η εταιρεία ιδρύθηκε από τον Andrew Thomas Rudd το 1998 και έχει την έδρα της στη Νέα Υόρκη.

είναι πρακτικά ανεξάρτητο από τη δυναμική των δεικτών καιρικών συνθηκών. Αυτό σημαίνει στην πράξη ότι, μπορεί κανείς να υποθέσει ότι το GOP είναι ανεξάρτητο από οποιονδήποτε ιδιαίτερο κίνδυνο καιρού. Αυτό θα γίνει μια σημαντική υπόθεση απλούστευσης. Στη συνέχεια, θα αποδειχθεί ότι οι λεπτομερείς ειδικές γνώσεις του GOP δεν είναι απαραίτητες για την προτεινόμενη δίκαιη τιμολόγηση των ενδεχόμενων απαιτήσεων των παραγώγων καιρού. Μόνο η ύπαρξή του θα χρησιμοποιηθεί για να αποκτηθεί ένας έγκυρος τύπος τιμολόγησης. Επιπλέον, θα αποδειχθεί ότι η μακροπρόθεσμη δομή των επιτοκίων μπορεί να είναι στοχαστική σύμφωνα με τον τύπο τιμολόγησης που θα αντλήσουμε.

3.4.3. Δίκαιη τιμολόγηση των ενδεχόμενων απαιτήσεων

Η τιμή αναφοράς $\hat{S}_i^{(\pi)}$ κατά την χρονική στιγμή t_i ενός αυτοχρηματοδοτούμενου χαρτοφυλακίου $S^{(\pi)} \in V$ ορίζεται από την αναλογία

$$\hat{S}_i^{(\pi)} = \frac{S_i^{(\pi)}}{S_i^{(\underline{\pi})}} \quad (3.14)$$

για όλα τα $i \in \{0, 1, \dots, n\}$, στα οποία το GOP $S_i^{(\underline{\pi})}$ είναι ο αριθμητής. Σύμφωνα με το (3.13), η τιμή συγκριτικής αξιολόγησης ενός μη αρνητικού αυτοχρηματοδοτικού χαρτοφυλακίου $S^{(\pi)}$ είναι πάντα ένα supermartingale, δηλαδή,

$$\hat{S}_i^{(\pi)} \geq E\left(\hat{S}_k^{(\pi)} \mid A_{t_i}\right) \quad (3.15)$$

για όλες τις φορές $t_i \leq t_k$, όπου $i, k \in \{0, 1, \dots, n\}$.

Λέμε ότι μια διαδικασία τιμών $u = \{u_i, i \in \{0, 1, \dots, n\}\}$ είναι δίκαιη εάν η διαδικασία τιμολόγησης του σημείου αναφοράς $\hat{u} = \left\{ \hat{u}_i = \frac{u_i}{S_i^{(\underline{\pi})}}, i \in \{0, 1, \dots, n\} \right\}$ είναι μια (\underline{A}, P) - martingale, δηλαδή

$$\hat{u}_i = E(\hat{u}_k \mid A_{t_i}) \quad (3.16)$$

για όλες τις φορές $t_i \leq t_k$, όπου $i, k \in \{0, 1, \dots, n\}$.

Για να δώσουμε ένα παράδειγμα, εξετάστε τη συνάρτηση πληρωμής H_{t_n} για ένα ευρωπαϊκό δικαίωμα προαίρεσης γραμμένο σε μια υποκείμενη ασφάλεια S_n με τιμή εκτέλεσης K και ωρίμανση t_n . Για την ευρωπαϊκή επιλογή κλήσης, το H_{t_n} δίδεται ως

$$H_{t_n} = (S_n - K)^+ = \max(S_n - K, 0) \quad (3.17)$$

Από την εξίσωση (3.17), η συγκριτική απόδοση στη λήξη t_n είναι

$$\hat{H}_{t_n} = \frac{H_{t_n}}{S_n^{(\pi)}} \quad (3.18)$$

η οποία αντιπροσωπεύει την απολαβή που εκφράζεται σε μονάδες του GOP την χρονική στιγμή t_n .

Για τον προσδιορισμό της εύλογης αξίας $C_{H_{t_n}}(t_i)$ ενός Ευρωπαϊκού δικαιώματος προαίρεσης κατά την χρονική στιγμή $t_i \leq t_n$, πρέπει πρώτα να υπολογιστεί, με βάση τον τύπο (3.16), η εύλογη αξία του $\hat{C}_{H_{t_n}}(t_i)$ ως την υπό όρους προσδοκία

$$\hat{C}_{H_{t_n}}(t_i) = E(\hat{H}_{t_n} | A_{t_i}) \quad (3.19)$$

πολλαπλασιάζοντας με την πραγματική τιμή $S_i^{(\pi)}$ του GOP και στις δύο πλευρές του (3.19), αποδίδεται, σε εθνικό νόμισμα, ο τύπος δίκαιης τιμολόγησης

$$C_{H_{t_n}}(t_i) = S_i^{(\pi)} \hat{C}_{H_{t_n}}(t_i) \quad (3.20)$$

για όλα τα $i \in \{0, 1, \dots, n\}$. Ο υπολογισμός της εύλογης τιμής μιας ενδεχόμενης απαίτησης μειώνεται έτσι ώστε να υπολογιστεί η προσδοκία μιας μελλοντικής απόδοσης αναφοράς βάσει του πραγματικού μέτρου πιθανότητας P . Επισημαίνουμε ότι τα επιτόκια μπορεί να είναι στοχαστικά υπό δίκαιη τιμολόγηση και ότι δεν απαιτείται πληρότητα της αγοράς. Δεδομένου ότι δεν υπάρχει μετασχηματισμός μέτρου στην έννοια της δίκαιης τιμολόγησης, δεν πρέπει να υπάρχει ένα ισοδύναμο μέτρο κινδύνου ουδέτερο martingale για οποιοδήποτε μοντέλο αγοράς επιλεγεί, υποθέτοντας τα (3.11) και (3.12). Επιπλέον, στην παρακάτω ενότητα παρουσιάζεται ότι, οι τυποποιημένες τιμές ουδέτερου κινδύνου και η αναλογιστική τιμολόγηση γενικεύονται με δίκαιη τιμολόγηση, με τις κατάλληλες παραδοχές.

3.4.4. Κινδυνουδέτερη Τιμολόγηση

Δύο μέτρα P και Q λέγεται ότι είναι ισοδύναμα, εάν τα γεγονότα με μηδενική πιθανότητα κάτω από ένα μέτρο έχουν επίσης μηδενική πιθανότητα κάτω από το άλλο. Ας συζητήσουμε την ειδική περίπτωση όπου κάποιος υποθέτει την ύπαρξη ενός ισοδύναμου μέτρου martingale ουδέτερου κινδύνου Q , το οποίο επιλέγεται ως μέτρο τιμολόγησης της συγκεκριμένης αγοράς. Σε ένα τέτοιο μοντέλο χρηματοπιστωτικής αγοράς με ένα ισοδύναμο μέτρο martingale ουδέτερου κινδύνου, η διαδικασία παραγώγων Radon-Nikodym $\Lambda = \{\Lambda_i, i \in \{0, 1, \dots, n\}\}$, με

$$\Lambda_i = \frac{S_i^{(0)}}{S_0^{(0)}} \frac{S_0^{(\pi)}}{S_i^{(\pi)}} = \frac{\hat{S}_i^{(0)}}{\hat{S}_0^{(0)}} \quad (3.21)$$

$i \in \{0, 1, \dots, n\}$, στηρίζεται στην διαδικασία του λογαριασμού εγχώριας αποταμίευσης αναφοράς $\hat{S}^{(0)}$ και επομένως σε ένα (\underline{A}, P) -martingale [25]. Επιπλέον, το μέτρο ουδέτερου κινδύνου Q χαρακτηρίζεται από το παράγωγο του Radon-Nikodym

$$\frac{dQ}{dP} \Big|_{A_{t_n}} = \Lambda_n. \quad (3.22)$$

Στη συνέχεια θα περιγράψουμε τον τρόπο με τον οποίο παίρνουμε τις τυπικές κινδυνο-ουδέτερες τυχαίες τιμές απαιτήσεων από τον τύπο δίκαιης τιμολόγησης (3.20). Θεωρούμε πάλι την τυχαία ενδεχόμενη απαίτηση H_{t_n} , η οποία είναι A_{t_n} -μετρήσιμη, εκφρασμένη σε μονάδες εγχώριου νομίσματος η οποία πληρώνει κατά την λήξη (maturity) t_n . Σημειώστε ότι η απαίτηση H_{t_n} μπορεί να είναι τυχαία και να εξαρτάται από τις πληροφορίες που λαμβάνονται από τις αρχικές τιμές πρωτογενών λογαριασμών ασφαλείας $S_i^{(j)}$ για όλα τα $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ και $j \in \{0, 1, \dots, d\}$, καθώς και από τις πρόσθετες πληροφορίες που περιέχονται στην A_{t_n} .

Για να δημιουργηθεί ένας σύνδεσμος με την τιμή ουδέτερου κινδύνου, σημειώνουμε ότι η δίκαιη τιμή $C_{H_{t_n}}(t_i)$, όπως φαίνεται στους τύπους (3.19) και (3.20), στην χρονική στιγμή t_i για την τυχαία απαίτηση H_{t_n} , δίνεται από τον τύπο

$$C_{H_{t_n}}(t_i) = E \left(\frac{S_i^{(\pi)}}{S_n^{(\pi)}} H_{t_n} \mid A_{t_i} \right) \quad (3.23)$$

για $t_i \leq t_n$. Επομένως, είναι επακόλουθο από τις (3.21), (3.22) και (3.23) ότι

$$\begin{aligned} C_{H_{t_n}}(t_i) &= E \left(\frac{\Lambda_n S_i^{(0)}}{\Lambda_i S_n^{(0)}} H_{t_n} \mid A_{t_i} \right) \\ &= E \left(\frac{dQ}{dP} \Big|_{A_{t_n}} \frac{S_i^{(0)}}{S_n^{(0)}} H_{t_n} \mid A_{t_i} \right) \\ &= E^Q \left(\frac{S_i^{(0)}}{S_n^{(0)}} H_{t_n} \mid A_{t_i} \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

όπου το $E^Q(\cdot \mid \cdot)$ είναι η υπό-συνθήκη αναμενόμενη αξία (προσδοκία) κάτω από το ισοδύναμο μέτρο ουδέτερου κινδύνου martingale Q . Είναι προφανές ότι ο παραπάνω τύπος τιμολόγησης (3.24) είναι γνωστός ως τύπος τιμών ουδέτερου κινδύνου (βλέπετε (3.2)), για τον οποίο έχουμε δείξει ότι αντιπροσωπεύει μια ειδική περίπτωση του τύπου δίκαιης

τιμολόγησης (3.20). Ο τύπος (3.24) λαμβάνεται συνήθως με μια αλλαγή μέτρου τύπου Girsanov [35]. Σημειώστε ότι εάν το μοντέλο της χρηματοπιστωτικής αγοράς δεν έχει ένα ισοδύναμο μέτρο ουδέτερου κινδύνου martingale, όπως προτείνεται από τα εμπειρικά στοιχεία που περιγράφονται από τον Platen [33], τότε δεν είναι δυνατή η εφαρμογή της μεθόδου κυνδινουδέτερης τιμολόγησης, αν και δεν αποκλείεται η πραγμάτωση μιας δίκαιης τιμολόγησης.

3.4.5. Γενικευμένη αναλογιστική τιμολόγηση

Σε αυτήν την υποενότητα θεωρούμε μια ειδική περίπτωση δίκαιης τιμολόγησης, όπου η πληρωμή H_{t_n} για μια ευρωπαϊκή τυχαία απαίτηση είναι ανεξάρτητη από την τιμή ενός βέλτιστου ανεπτυγμένου χαρτοφυλακίου GOP $S_n^{(\pi)}$, κατά τη λήξη t_n . Για να είμαστε πιο ακριβείς, υποθέτουμε ότι η H_{t_n} είναι ανεξάρτητη της $S_n^{(\pi)}$ υπό όρους που παρέχονται από τις πληροφορίες του A_{t_i} , $i \in \{0, 1, \dots, n\}$. Αυτό μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι η περίπτωση των πληρωμών των παραγώγων καιρού, επειδή οι δείκτες καιρού μπορεί να αποδειχθούν πρακτικά ανεξάρτητοι από το MSCI και επομένως και από το GOP. Χρησιμοποιώντας αυτή την ανεξαρτησία μπορούμε να γράψουμε την υπό συνθήκη αναμενόμενη αξία του τύπου (3.20) στη μορφή

$$\begin{aligned} C_{H_{t_n}}(t_i) &= E\left(\frac{S_i^{(\pi)}}{S_n^{(\pi)}} H_{t_n} \mid A_{t_i}\right) \\ &= E\left(\frac{S_i^{(\pi)}}{S_n^{(\pi)}} \mid A_{t_i}\right) E(H_{t_n} \mid A_{t_i}) \end{aligned} \quad (3.25)$$

για $i \in \{0, 1, \dots, n\}$. Σημειώνεται ότι η δίκαιη τιμή $P(t_i, t_n)$ ενός ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου κατά την χρονική στιγμή t_i με λήξη στην χρονική στιγμή t_n δίνεται με τη βοήθεια της (3.20), από

$$P(t_i, t_n) = E\left(\frac{S_i^{(\pi)}}{S_n^{(\pi)}} \mid A_{t_i}\right) \quad (3.26)$$

για $i \in \{0, 1, \dots, n\}$. Οπότε από τις σχέσεις (3.25) και (3.26) προκύπτει ο γενικευμένος τύπος αναλογιστικής τιμολόγησης

$$C_{H_{t_n}}(t_i) = P(t_i, t_n) E(H_{t_n} \mid A_{t_i}). \quad (3.27)$$

Αυτός παρέχει μια θεωρητική εξέλιξη της εξίσωσης (3.1) για την περίπτωση που η H_{t_n} είναι ανεξάρτητη της $S_n^{(\pi)}$. Αναφέρουμε επίσης ότι η διάρθρωση του επιτοκίου του συγκεκριμένου

μοντέλου, που εκφράζεται μέσω της τιμής του ομολόγου μηδενικού τοκομεριδίου (3.26), μπορεί να είναι στοχαστική, κάτι που συχνά δεν ισχύει για τα τυπικά θεωρούμενα μοντέλα της αναλογιστικής βιβλιογραφίας.

Η δίκαιη τιμή $C_{H_{t_n}}(t_i)$ μιας ανεξάρτητης τυχαίας πληρωμής H_{t_n} σε κάποια χρονική στιγμή t_i , $i \in \{0, 1, \dots, n\}$, είναι από τον τύπο (3.27) η προεξοφλημένη τιμή της υπό συνθήκη αναμενόμενης αξίας της πληρωμής H_{t_n} , η οποία αναφέρεται στην πολύ γνωστή έννοια της *παρούσας αξίας* (present value). Έτσι, ο τύπος δίκαιης τιμολόγησης (3.20) μπορεί να ερμηνευτεί ως μια γενίκευση του κανόνα αναλογιστικής τιμολόγησης. Αξίζει να σημειωθεί ότι η γνώση των αξιών ή της δυναμικής του ίδιου του GOP δεν απαιτείται άμεσα για τον υπολογισμό της τιμής στον τύπο (3.27). Η ύπαρξη του GOP είναι εκμεταλλεύσιμη μόνο στην αναγωγή του παραπάνω τύπου. Ο αντίκτυπος του GOP στη δίκαιη τιμή αντικατοπτρίζεται στην τιμή των ομολόγων μηδενικού τοκομεριδίου, η οποία είναι άμεσα διαθέσιμη σε μια δεδομένη αγορά, το οποίο δεν απαιτεί την ύπαρξη ενός ισοδύναμου μέτρου ουδέτερου κινδύνου martingale ή την υπόθεση της πλήρους αγοράς.

Η έννοια της δίκαιης τιμολόγησης φαίνεται να είναι γενικότερη από την προσέγγιση αντιστάθμισης για την τιμολόγηση των παραγώγων, η οποία περιγράφηκε για πρώτη φορά από τους Black and Scholes και Merton [27] και είναι επίσης σύμφωνη με τον Νόμο των Μεγάλων Αριθμών, που συνήθως παρακινεί την αναλογιστική προσέγγιση τιμολόγησης ή αυτή της παρούσας αξίας. Μπορούμε να πούμε ότι έχει κάποια ομοιότητα με την προσέγγιση στοχαστικού συντελεστή προεξόφλησης που περιγράφεται από τον Cochrane [9], και οπότε ενσωματώνει διάφορες προσεγγίσεις. Μόλις γίνει γνωστή η δίκαιη τιμή, στην πράξη, ένας πωλητής ενός παραγώγου καιρού μπορεί να προσθέσει μια υποκειμενική πριμοδότηση ρευστότητας, εφόσον η αγορά το αποδέχεται.

Χρησιμοποιώντας τον τύπο δίκαιης τιμολόγησης (3.20), ή ισοδύναμα τον διαφοροποιημένο τύπο που ορίσαμε ως γενικευμένο τύπο αναλογιστικής τιμολόγησης (3.27) θα καθορίσουμε τις δίκαιες τιμές για τα παράγωγα καιρού.

3.5. Δίκαιη Τιμολόγηση των Παραγώγων Καιρού

3.5.1. Δείκτες καιρού και αποδόσεις παραγώγων του καιρού

Ένα παράγωγο καιρού είναι μια σύμβαση που παρέχει μια πληρωμή η οποία αναφέρεται σε ένα επίπεδο δείκτη καιρού, ο οποίος με τη σειρά του καθορίζεται από καιρικά φαινόμενα. Οι μέσες ή μέγιστες ημερήσιες θερμοκρασίες αποτελούν παράδειγμα δεικτών καιρού. Ο καιρός επηρεάζει ουσιαστικά πολλές βιομηχανίες, όπως η γεωργία, η ενέργεια, ο τουρισμός

και η λιανική πώληση όπως αναφέρθηκε και στο δεύτερο κεφάλαιο. Οι κίνδυνοι που συνδέονται με τις καιρικές συνθήκες ενός κλάδου ενδέχεται να αντισταθμίσουν άλλους κινδύνους. Σε μια τέτοια περίπτωση, με την εναλλαγή των κινδύνων, δύο μέρη μπορούν να διαφυλάξουν τις πωλήσεις τους και τα κέρδη τους από τις ιδιαίτερες καιρικές συνθήκες που συνήθως θα είχαν, ως αποτέλεσμα, ένα αβέβαιο κέρδος και πιθανή απώλεια [21]. Η σταθερότητα των κερδών που προκύπτει από αντιστάθμιση με χρήση παραγώγων καιρού είναι μια ελκυστική προοπτική για τις επιχειρήσεις που προτίθενται να εξασφαλίσουν την σταθερότητα στα κέρδη τους.

Μια σημαντική πτυχή των παραγώγων καιρού αφορά την οικονομική διευθέτιση. Εφόσον ο υποκείμενος δείκτης καιρού δεν είναι διαπραγματεύσιμο περιουσιακό στοιχείο με τιμή που καθορίζεται από την αγορά, ένας πολλαπλασιαστής του δολαρίου (για παράδειγμα) λ χρησιμοποιείται για τη μετατροπή του δείκτη σε τιμή δολαρίου.

Προκειμένου να εξηγήσουμε καλύτερα τις εποχιακές επιδράσεις της θερμοκρασίας, θεωρούμε τον συμβολισμό $t_i = t_{h,l}$ να αναπαριστά την ημέρα h του έτους l . Ορίζουμε $D_{t_{h,l}}$, $h \in \{1, \dots, 365\}$, $l \in \{1, 2, \dots, n\}$ ως τη μέση ημερήσια θερμοκρασία (DAT), η οποία μετράται ως ο αριθμητικός μέσος όρος των μέγιστων και ελάχιστων θερμοκρασιών για την ημέρα h του έτους l , χωρίς να λαμβάνονται υπόψη τα δίσεκτα έτη. Το άθροισμα των DATs στο έτος l αντιπροσωπεύει την l συσσωρευτική ετήσια θερμοκρασία (CAT) $T_{t_{365,l}}$, $l \in \{1, 2, \dots, n\}$. Αυτή είναι

$$T_{t_{365,l}} = \sum_{h=1}^{365} D_{t_{h,l}} \quad (3.28)$$

για $i \in \{0, 1, \dots, n\}$. Με αυτόν τον τρόπο υπολογίζουμε την αποπληρωμή ενός ευρωπαϊκού δικαιώματος αγοράς (call option) επί της CAT με τιμή εξάσκησης (striking price) K , λήξη (maturity) $t_{\bar{n}}$ και μέγεθος τμημάτων (tick) $\lambda > 0$, που ορίζεται ως μία τιμή δολαρίου, να είναι

$$H_{t_{\bar{n}}} = \lambda (T_{t_{\bar{n}}} - K)^+ \quad (3.29)$$

για $\bar{n} \in \{0, 1, \dots, n\}$. Εδώ η λήξη $t_{\bar{n}}$ του δικαιώματος δεν είναι απαραίτητα ισοδύναμη με την χρονική στιγμή t_n .

Η εξάρτηση από τη θερμοκρασία, όπως ορίζεται από τα μέσα των παραγώγων καιρού, μπορεί επίσης να εκφραστεί με όρους βαθμοημερών (*degree days*). Μια βαθμοημέρα είναι απλά η διαφορά μεταξύ μίας σταθερής θερμοκρασίας αναφοράς κ και της μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας (DAT). Ως αποτέλεσμα, οι δείκτες των παραγώγων καιρού φαίνεται να είναι ακαθόριστες συναρτήσεις της δυναμικής των ημερήσιων και εποχιακών θερμοκρασιών, ωστόσο φαίνεται ότι εξυπηρετούν τις περισσότερες βιομηχανίες αρκετά καλά. Παραδείγματος χάριν, υπάρχει μεγάλη συσχέτιση μεταξύ της ζήτησης φυσικού αερίου και των βαθμοημερών θέρμανσης (*Heating Degree Days* (HDDs)), η οποία παρουσιάζει

ενδιαφέρον για τις εταιρείες φυσικού αερίου και τους πελάτες που χρησιμοποιούν φυσικό αέριο για θέρμανση.

Μια HDD είναι το μέγιστο μεταξύ: του μηδέν και της διαφοράς μεταξύ μίας θερμοκρασίας αναφοράς κ και της DAT $D_{t_{h,l}}$, την ημέρα h του έτους l , $h \in \{1, \dots, 365\}$, $l \in \{1, 2, \dots, n\}$. Αυτή είναι

$$HDD_{h,l} = (\kappa - D_{t_{h,l}})^+ \quad (3.30)$$

Σε αυτή την εργασία, χρησιμοποιούμε $\kappa = 18^\circ C$ ως θερμοκρασία αναφοράς. Εναλλακτικά, μια βαθμοημέρα ψύξης $CDD_{h,l}$ είναι το μέγιστο: μεταξύ του μηδέν και της διαφοράς μεταξύ της DAT $D_{t_{h,l}}$, την ημέρα h του έτους l , $h \in \{1, \dots, 365\}$, $l \in \{1, 2, \dots, n\}$ και της θερμοκρασίας αναφοράς κ . Αυτό είναι

$$CDD_{h,l} = (D_{t_{h,l}} - \kappa)^+ \quad (3.30)$$

Έχει αποδειχθεί ότι υπάρχει υψηλός συσχετισμός μεταξύ CDDs και χρήσης ηλεκτρικής ενέργειας [8].

3.5.2. Συμβόλαια παραγώγων καιρού

Τα παράγωγα καιρού είναι παρόμοια με τα δικαιώματα προαίρεσης μετοχών, στα οποία το υπό-θεώρηση περιουσιακό στοιχείο θεωρείται ένας δείκτης καιρού. Για παράδειγμα, κάποιος μπορεί να επιλέξει ένα συμβόλαιο για την μελλοντική συσσωρευμένη ετήσια θερμοκρασία (CAT). Εναλλακτικά, μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει συμβόλαια HDD και CDD, τα οποία έχουν φτιαχτεί σύμφωνα με τις συσσωρευμένες HDDs ή CDDs για μια χρονική περίοδο. Αυτή η περίοδος είναι συνήθως ένας ημερολογιακός μήνας ή μια ολόκληρη σεζόν. Οι τιμές του δείκτη καθορίζονται από τις δημοσιευμένες μετρήσεις θερμοκρασίας ενός συγκεκριμένου μετεωρολογικού σταθμού που αναφέρει τις ημερήσιες θερμοκρασίες.

Εάν η περίοδος του συμβολαίου είναι από $t_{\underline{h},l}$ έως $t_{\bar{h},l}$, οι συσσωρευμένες HDDs ή CDDs για αυτή την περίοδο είναι

$$P_{t_{\underline{h},l}, t_{\bar{h},l}}^H = \sum_{h=\underline{h}}^{\bar{h}} HDD_{h,l} \quad (3.32)$$

ή

$$P_{t_{\underline{h},l}, t_{\bar{h},l}}^C = \sum_{h=\underline{h}}^{\bar{h}} CDD_{h,l}, \quad (3.33)$$

αντίστοιχα. Η πληρωμή $H_{t_{\bar{n}}}$ τη χρονική στιγμή $t_{\bar{n}} = t_{h,l}$, ενός Ευρωπαϊκού δικαιώματος αφοράς (call option), που βασίζεται σε συσσωρευμένες CDDs κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου, δίνεται από

$$H_{t_{\bar{n}}} = \lambda \left(P_{t_{\bar{n}}, t_{\bar{n},l}}^C - K \right)^+ , \quad (3.34)$$

όπου λ είναι το προκαθορισμένο μέγεθος τμημάτων και K η τιμή εξάσκησης (striking price). Επίσης, άλλα συμβόλαια παραγώγων καιρού αναφέρονται απλώς στους μέγιστους, ελάχιστους ή μέσους δείκτες θερμοκρασίας.

Στη συνέχεια, θα ρίξουμε την προσοχή μας σε τυπικά παράγωγα καιρού. Παρόμοια επιχειρήματα ισχύουν και για τα συμβόλαια ανταλλαγής (swaps) παραγώγων καιρού, τα οποία είναι συμβόλαια με τα δύο μέρη να ανταλλάσσουν κινδύνους καιρού για μια συμφωνημένη χρονική περίοδο. Οι στρατηγικές των επενδυτών που χρησιμοποιούν τα παράγωγα καιρού είναι καλά τεκμηριωμένες [24].

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως οι δείκτες καιρού μπορούν να θεωρηθούν ως ανεξάρτητοι από το βέλτιστο ανεπτυγμένο χαρτοφυλάκιο (GOP). Υποθέτοντας ότι η πληρωμή του δείκτη καιρού $H_{t_{\bar{n}}}$ είναι ανεξάρτητη από το GOP, η δίκαιη τιμή $C_{H_{t_{\bar{n}}}}(t_i)$ την χρονική στιγμή $t_i \leq t_{\bar{n}}$ ενός ευρωπαϊκού δικαιώματος σε ένα δείκτη καιρού δίνεται από τον γενικευμένο τύπο αναλογιστικής τιμολόγησης (3.27). Για παράδειγμα, στην περίπτωση δικαιώματος αγοράς CDD (call option) με πληρωμή όπως ορίζεται από τον τύπο (3.34), λαμβάνουμε μέσω του τύπου (3.27) την τιμή

$$C_{H_{t_{\bar{n}}}}(t_i) = P(t_i, t_{\bar{n}}) \lambda E \left(\left(P_{t_{\bar{n}}, t_{\bar{n},l}}^C - K \right)^+ \mid A_{t_i} \right) \quad (3.35)$$

για την χρονική στιγμή $t_i \leq t_{\bar{n}} = t_{h,l}$. Με παρόμοιο τρόπο, είναι δυνατή η τιμολόγηση άλλων παραγώγων καιρού, χρησιμοποιώντας τον γενικευμένο τύπο αναλογιστικής τιμολόγησης (3.27). Η δίκαιη τιμή, όταν εκφράζεται σε μονάδες του GOP, είναι martingale τιμή. Επομένως, η αναμενόμενη μελλοντική αξία αναφοράς ισούται με την τρέχουσα αξία αναφοράς. Με αυτή την έννοια, λαμβάνοντας την αναμενόμενη αξία (προσδοκία) υπό την έννοια πραγματικής πιθανότητας, η δίκαιη τιμή είναι η ελάχιστη τιμή που μπορεί να διατηρηθεί από ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα που εκδίδει παράγωγα καιρού και τα συγκεντρώνει. Από επιχειρηματική σκοπιά, το ίδρυμα θα χρειαστεί να χρεώσει κάποια αμοιβή ή πριμοδότηση ρευστότητας για την κάλυψη εξόδων, όμοια με τους διαμορφωτές της αγοράς που ζουν από τα περιθώρια μεταξύ τιμής αγοράς και πώλησης (*bid-ask spread*). Στην πραγματικότητα μπορεί να αναμένεται ότι, εκτός από τις δίκαιες τιμές, χρεώνεται στην αξία του παραγώγου ένα ασφάλιστρο κινδύνου ρευστότητας ή καιρού που αντανακλά τη ζήτηση και την προσφορά των αντίστοιχων προϊόντων στην αγορά παραγώγων καιρού.

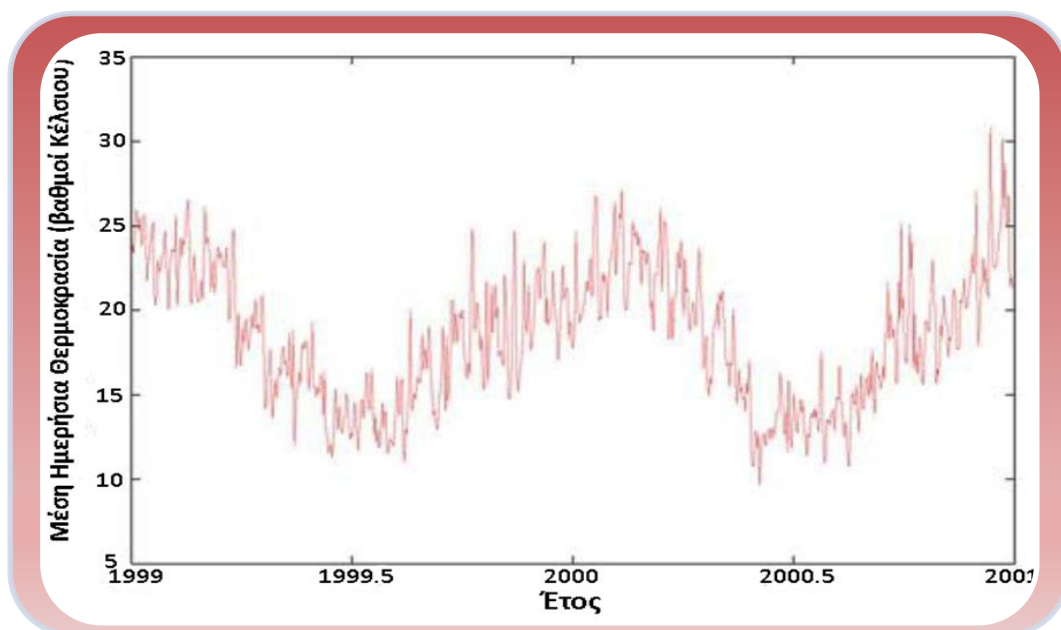
4ο Κεφάλαιο

Εφαρμογή τιμολόγησης και ανάλυσης

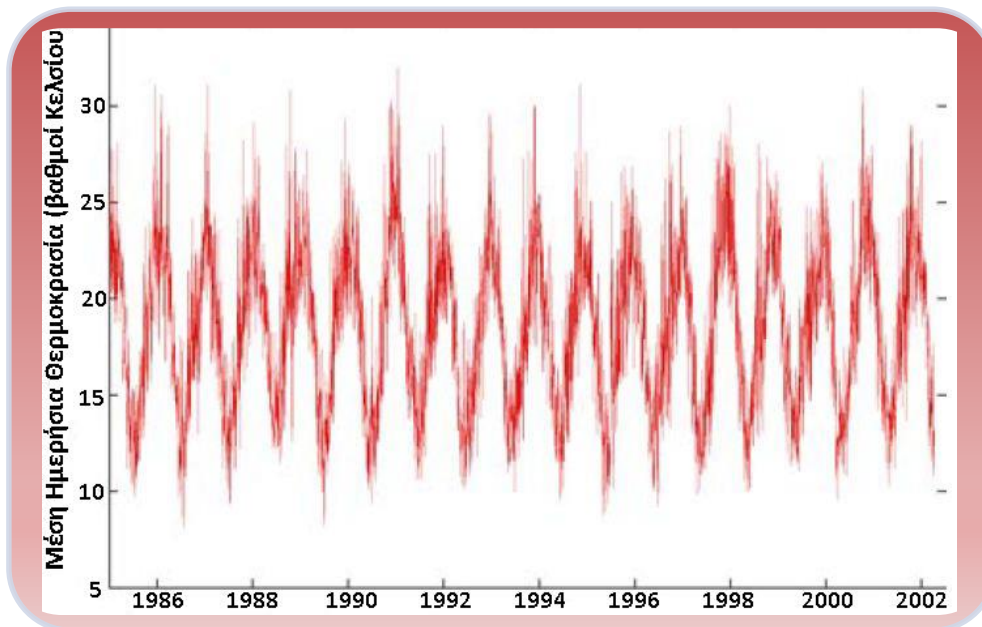
4.1. Ανάλυση δεδομένων

4.1.1. Περιγραφή των Δεδομένων

Για να απεικονιστεί η έννοια της δίκαιης τιμολόγησης σύμφωνα με την benchmark approach, παίρνουμε την περίπτωση του Σύδνεϋ για το οποίο αντλήθηκαν δεδομένα για περίπου 143 χρόνια για τις ημερήσιες μέγιστες και ελάχιστες θερμοκρασίες από το Κοινοπολιτειακό Γραφείο Μετεωρολογίας. Η συγκεκριμένη θέση για τις παρατηρήσεις είναι το Observatory Hill, Σύδνεϋ. Τα δεδομένα είναι ένα πλήρες σετ που αποτελείται από 52195 ημερήσιες παρατηρήσεις, από τον Ιανουάριο του 1859 έως τον Ιούλιο του 2002. Τα Σχήματα 4.1 και 4.2 παρουσιάζουν τυπικά διαγράμματα της ημερήσιας μέσης θερμοκρασίας (Daily Average Temperature, DAT) με την πάροδο του χρόνου. Η DAT για το καλοκαίρι του Σύδνεϋ είναι περίπου 23°C, ενώ η DAT κατά τη διάρκεια του χειμώνα είναι περίπου 13°C.

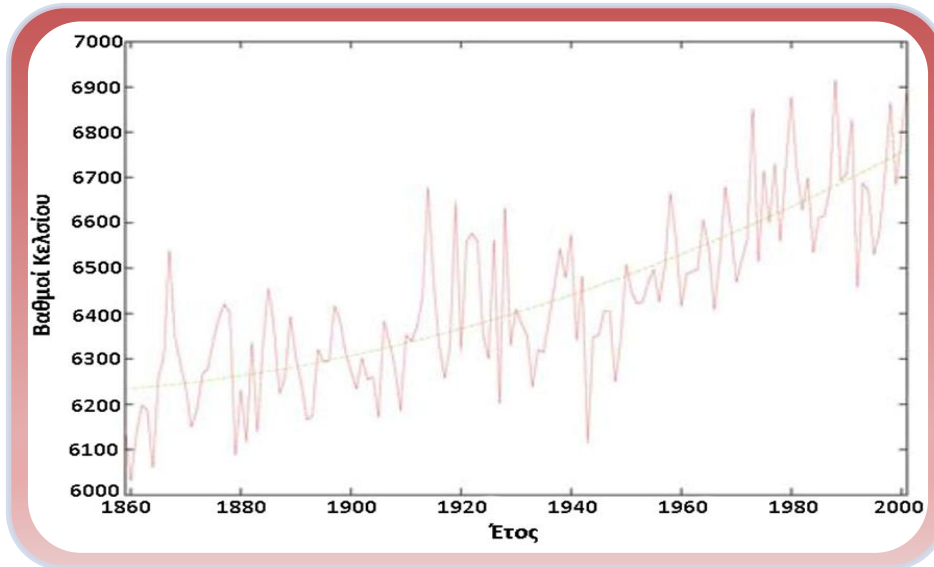


Σχήμα 4.1 - Μέση Ημερήσια Θερμοκρασία, Σύδνεϋ, Ιανουάριος 1999 - Δεκέμβριος 2000

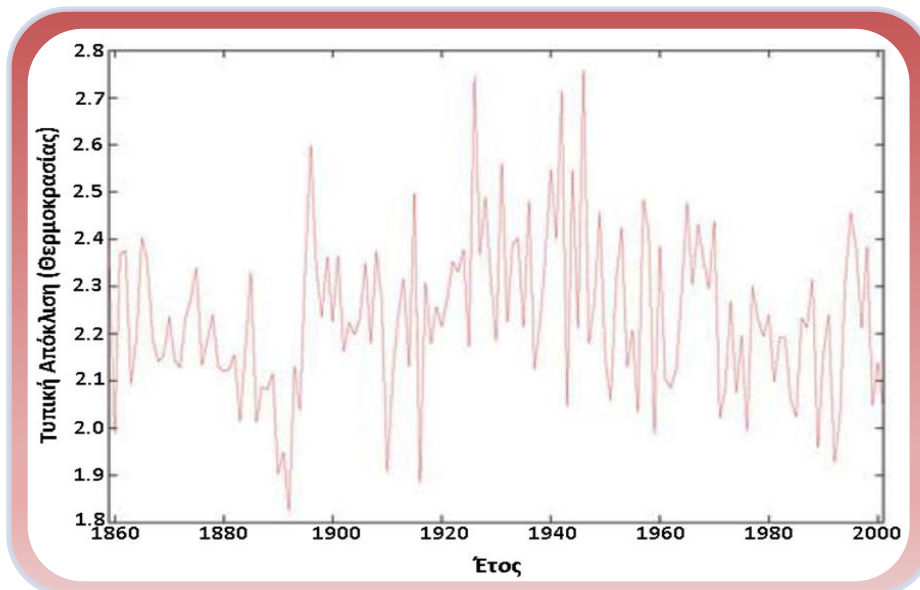


Σχήμα 4.2 - Μέση Ημερήσια Θερμοκρασία, Σύδνεϋ, Ιανουάριος 1985 - Ιούλιος 2002

Το Σχήμα 4.3 δείχνει τη συσσωρευμένη ετήσια θερμοκρασία (Cumulative Annual Temperature, CAT) για το Σύδνεϋ από το 1859 έως το 2001. Κάθε CAT είναι απλώς ο μέσος όρος των μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών (DAT) του αντίστοιχου έτους. Από τα γραφήματα προκύπτει ότι οι ακατέργαστες τιμές CAT αυξάνονται, κατά μέσο όρο, με την πάροδο του χρόνου καθώς και ότι ελάχιστες και οι μέγιστες θερμοκρασίες συμπεριφέρονται με παρόμοιο τρόπο. Λόγω της θέρμανσης του πλανήτη και των συνθηκών αστικής θέρμανσης, η μέση θερμοκρασία είναι καμπύλη προς τα πάνω, με πρόβλεψη της μέσης εξέλιξής του στο εγγύς μέλλον να είναι ρεαλιστική. Εκτός από την τάση που φαίνεται για τα δεδομένα 143 χρόνων, υπάρχουν μακροπρόθεσμα μακρό-κύκλοι σε δεδομένα θερμοκρασίας που μπορούν να ληφθούν από μελέτες κλιματικών αλλαγών. Θα υποθέσουμε ότι υπάρχει κάποια συστηματική αλλαγή στη μέση θερμοκρασία και θα διαμορφώσουμε κάποια μακροπρόθεσμη αλλαγή. Το Σχήμα 4.4 απεικονίζει την τυπική απόκλιση των συσσωρευμένων ετήσιων θερμοκρασιών για το Σύδνεϋ. Αυτή η τιμή φαίνεται να μην έχει αλλάξει σημαντικά από το 1859, παρόλο που οι τιμές των συσσωρευμένων ετήσιων θερμοκρασιών έχουν αυξηθεί κατά περίπου κατά 0,01 °C ανά έτος τα τελευταία 143 χρόνια (βλέπετε Σχήμα 4.3).



Σχήμα 4.3 - Σωρευτική ετήσια θερμοκρασία με τάση, Σύδνεϋ, 1859 - 2001



Σχήμα 4.4 - Τυπική απόκλιση των σωρευτικών ετήσιων θερμοκρασιών, Σύδνεϋ, 1859 - 2001

4.1.2. Μέση Τιμή

Τα παράγωγα καιρού είναι ευέλικτα εργαλεία που μπορούν να χρησιμοποιηθούν τόσο μακροπρόθεσμα όσο και βραχυπρόθεσμα. Οι γεωργοί ενδέχεται να απαιτούν προστασία οικονομικού κινδύνου για ένα ολόκληρο έτος, ενώ οι διανομείς ηλεκτρικής ενέργειας

ενδέχεται να απαιτούν κάλυψη για αρκετές ημέρες. Προκειμένου να αντιμετωπιστούν διαφορετικές προοπτικές, η ανάλυση των δεικτών καιρού θα εξεταστεί χωριστά. Πρώτον, θα εξετάσουμε κανονικοποιημένες τιμές των συσσωρευμένων ετήσιων θερμοκρασιών (τιμές CAT), και κατά την αξιολόγηση της ετήσιας απόκλισης των κανονικοποιημένων συσσωρευμένων ετήσιων θερμοκρασιών (CATs), τα δεδομένα θα μπορούσαν να αποτρέπονται με απλή αφαίρεση της τάσης των ελάχιστων τετραγώνων.

Δείκτης	β_0	β_1	β_2	μ
Κανονικοποιημένη CAT	0.0191	0.8857	17.0978	18.3399
Τυπικά σφάλματα	(0.0064)	(0.3109)	(5.7528)	(6.1707)

Πίνακας 4.1 - Προβλέψεις παραμέτρων για τον μέσο όρο της κανονικοποιημένης συσσωρευτικής ετήσιας θερμοκρασίας

Για να είμαστε πιο ακριβείς, προσεγγίζουμε τον μακροπρόθεσμο μέσο όρο με μια καμπύλη ενός πολυωνύμου δεύτερης τάξης, προσαρμοσμένη στο σύνολο δεδομένων για έναν δείκτη καιρικών συνθηκών, ώστε να επιτρέψουμε την ανοδική ή την καθοδική τάση, όπου αυτό ισχύει. Ο μέσος όρος $A_{t_{h,l}}$, την ημέρα $h \in \{1, \dots, 365\}$ στο έτος $l \in \{1, \dots, n\}$ θεωρείται ότι ικανοποιεί την εξίσωση

$$A_{t_{h,l}} = \beta_0 t_{h,l}^2 + \beta_1 t_{h,l} + \beta_2, \quad (4.1)$$

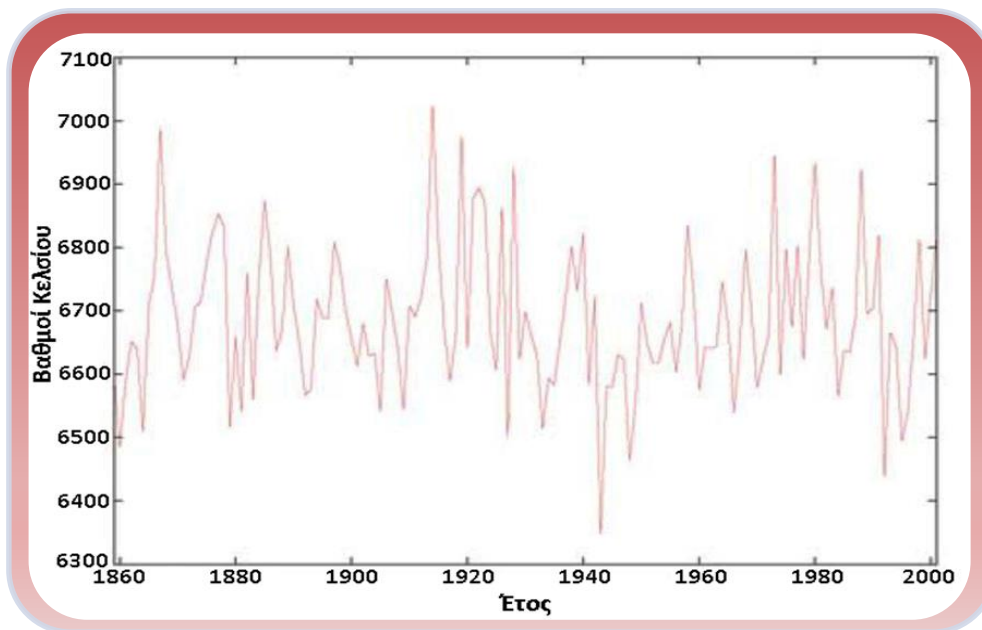
όπου β_g είναι σταθεροί συντελεστές, $g \in \{0, 1, 2\}$ και β_2 μία σταθερά. Ο Πίνακας 4.1 δείχνει ότι οι εκτιμώμενοι συντελεστές του πολυωνύμου που χρησιμοποιούνται για την προσαρμογή των σειρών δεδομένων για τον κανονικοποιημένο δείκτη των συσσωρευμένων ετήσιων θερμοκρασιών (CATs) του Σύδνεϋ μαζί με τα τυπικά σφάλματα που βρίσκονται στις παρενθέσεις (βλέπετε Σχήμα 4.3). Ο συντελεστής μ αντιπροσωπεύει τον κανονικοποιημένο μέσο όρο των συσσωρευμένων ετήσιων θερμοκρασιών, ο οποίος έχει υπολογιστεί από τον μέσο όρο των 143 ετών όπως φαίνεται από την καμπύλη γραμμή του Σχήματος 4.3. Στο Σχήμα 4.5 παρουσιάζουμε τα υπόλοιπα (residuals) του κανονικοποιημένου δείκτη των συσσωρευμένων ετήσιων θερμοκρασιών του Σύδνεϋ.

Το γραμμικό μέρος του πολυωνύμου, που χαρακτηρίζεται από β_1 και β_2 , είναι σημαντική καθώς ασκεί πολύ μεγαλύτερη επίδραση επί του μέσου όρου σε σχέση από το δεύτερο όρο τάξης του πολυωνύμου της (4.1). Συνεπώς, ο συντελεστής β_0 του πολυωνύμου είναι ως επί το πλείστον αμελητέος ως προς την συνεισφορά του.

4.1.3. Μέση Εποχιακή Ταλάντωση

Για διάφορους δείκτες καιρού, πρέπει να λαμβάνονται υπόψη οι συστηματικοί εποχιακοί μέσοι όροι. Ας εκτιμήσουμε τον μέσο όρο, για παράδειγμα, σε ημερήσιες μέσες

θερμοκρασίες (DATs) σε καθημερινή βάση. Ο εποχιακός κύκλος αφαιρείται υπολογίζοντας τον μακροπρόθεσμο μέσο όρο κάθε DAT από μια αποκομμένη σειρά Fourier και στη συνέχεια αφαιρώντας αυτόν τον μακροπρόθεσμο μέσο όρο από την τιμή κάθε ημέρας για να δημιουργηθεί ένα αρχείο κύμανσης των residuals. Χρησιμοποιώντας την παραπάνω



Σχήμα 4.5 - Residuals κανονικοποιημένης ετήσιας θερμοκρασίας του Σύδνεϋ, 1859 - 2001.

μεθοδολογία για τις μέσες ημερήσιες θερμοκρασίες (DATs) απαιτείται μία πρόσθετη εποχιακή συνιστώσα $\xi_{t_{h,l}}$, επιπλέον του μέσου όρου που δίνεται στην (4.1), για να παρέχεται ακριβέστερη περιγραφή των δεδομένων του δείκτη, βλ. Σχήματα 4.1 και 4.2. Τότε ο μέσος όρος της κανονικοποιημένης συσσωρευτικής ετήσιας θερμοκρασίας γίνεται:

$$A_{t_{h,l}} = \beta_0 t_{h,l}^2 + \beta_1 t_{h,l} + \beta_2 + \xi_{t_{h,l}}, \quad (4.2)$$

για την χρονική στιγμή $t_{h,l}$, $h \in \{1, \dots, 365\}$ και $l \in \{1, \dots, n\}$, όπου $\xi_{t_{h,l}}$ αντιπροσωπεύει τον εποχιακό ταλαντευόμενο μέσο όρο.

Υποθέτουμε την μοντελοποίηση $\xi_{t_{h,l}}$ για $h \in \{1, \dots, 365\}$ και $l \in \{1, \dots, n\}$ από μια αποκομμένη σειρά *Fourier* η οποία αντικατοπτρίζει το εποχιακό μοτίβο, και προσεγγίζει σημειακά μία περιοδική συνάρτηση $f(t_{h,l})$ με περίοδο L , έτσι ώστε $f(t_{h,l} + L) = f(t_{h,l})$. Οπότε έχουμε (αναλυτικά, βλέπετε για σειρές *Fourier*, Παράρτημα Α).

$$f(t_{h,l}) \sim \xi_{t_{h,l}} = \sum_{k=1}^N \left[a_k \cos\left(2\pi k \frac{\delta(t_{h,l})}{L}\right) + \beta_k \sin\left(2\pi k \frac{\delta(t_{h,l})}{L}\right) \right], \quad (4.3)$$

όπου N είναι ο αριθμός των θεωρούμενων συχνοτήτων. Επιπλέον, ο αριθμός $L = 365$ είναι ο ετήσιος αριθμός ημερών, ενώ στην περίπτωση που έχουμε δίσεκτο έτος $L = 366$. Μετά από πράξεις ορθογωνιότητας (βλέπετε Παράρτημα Α) οι συντελεστές Fourier a_k και β_k δίνονται από

$$a_k = \frac{2}{L} \sum_{h=1}^L f(t_{h,l}) \cos\left(\pi k \frac{\delta(t_{h,l})}{L}\right) \quad (4.4)$$

και

$$\beta_k = \frac{2}{L} \sum_{h=1}^L f(t_{h,l}) \sin\left(\pi k \frac{\delta(t_{h,l})}{L}\right) \quad (4.5)$$

για $k \in \{1, \dots, N\}$. Εδώ, η περιοδική συνάρτηση $f(t_{h,l})$ προσεγγίζεται από τη σειρά Fourier $\xi_{t_{h,l}}$, και ορίζεται για την χρονική στιγμή $t_{h,l}$ με $h \in \{1, \dots, 365\}$ και $l \in \{1, \dots, n\}$. Η συνάρτηση $\delta(t_{h,l})$, με $h \in \{1, \dots, 365\}$ και $l \in \{1, \dots, n\}$ στις σχέσεις (4.4) και (4.5) είναι σημαντική, γιατί μας εξασφαλίζει την περιοδικότητα των τιμών (*repeating step function*) καθώς μετρά τις ίδιες τιμές, $1, \dots, 365$, για κάθε ημέρα του κάθε έτους.

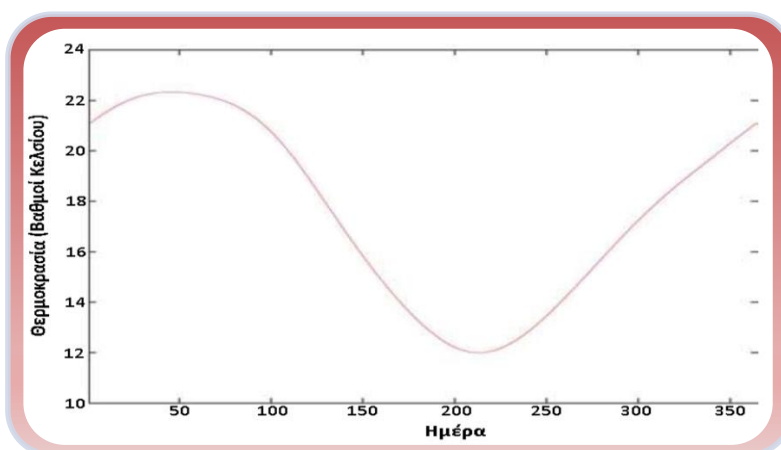
Παράμετρος	Συντελεστής	Παράμετρος	Συντελεστής
a_1	4.7524	β_1	1.6963
Τυπικό σφάλμα	(0.8051)	Τυπικό σφάλμα	(0.2925)
a_2	-0.6134	β_2	0.1362
Τυπικό σφάλμα	(0.2191)	Τυπικό σφάλμα	(0.0479)
a_3	0.0556	β_3	0.0310
Τυπικό σφάλμα	(0.0254)	Τυπικό σφάλμα	(0.0142)
a_4	0.0516	β_4	-0.0415
Τυπικό σφάλμα	(0.0280)	Τυπικό σφάλμα	(0.0226)
a_5	0.0412	β_5	0.0232
Τυπικό σφάλμα	(0.0474)	Τυπικό σφάλμα	(0.0266)

Πίνακας 4.2 - Συντελεστές Fourier για ημερήσια μέση θερμοκρασία

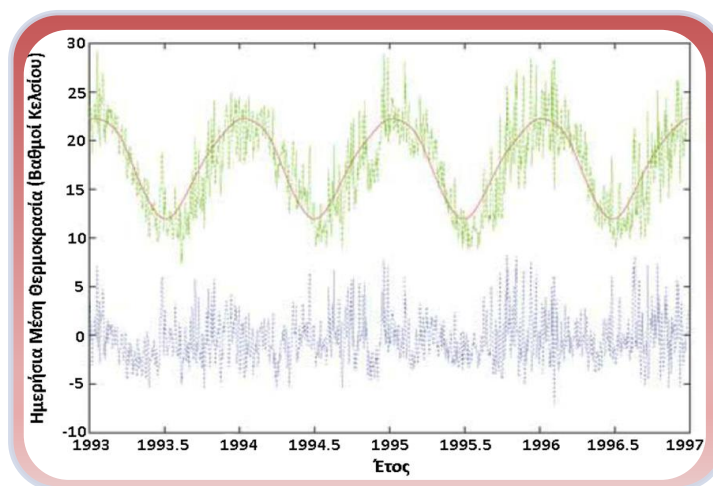
Η αποκομμένη σειρά Fourier βαθμονομήθηκε χρησιμοποιώντας κλασική ανάλυση Fourier [36]. Ο Πίνακας 4.2 παρουσιάζει τους συντελεστές Fourier που λαμβάνονται για τις μέσες ημερήσιες θερμοκρασίες (DAT) οι οποίοι δίνονται για τις πρώτες $N = 5$ συχνότητες. Οι πέντε συχνότητες φαίνεται να είναι περισσότερο από αρκετές για πρακτικούς σκοπούς, αφού όπως είναι φανερό από τον Πίνακα 4.2 μόνο οι δύο πρώτες συχνότητες συμβάλλουν πραγματικά στην σύγκλιση της σειράς Fourier, με τα τυπικά σφάλματα να δίνονται στις παρενθέσεις. Επιπροσθέτως αναφέρουμε ότι στο Σχήμα 4.6 παρουσιάζεται το εποχιακό

μοτίβο ξ_{t_h} για τον κύκλο ενός έτους, στο οποίο παρατηρείται ότι υπάρχει περίπου μια καθυστέρηση 50 ημερών στις μέγιστες και ελάχιστες θερμοκρασίες του κύκλου που αντιστοιχούν στις εποχές, γεγονός που συνάδει με τη γενική εμπειρία.

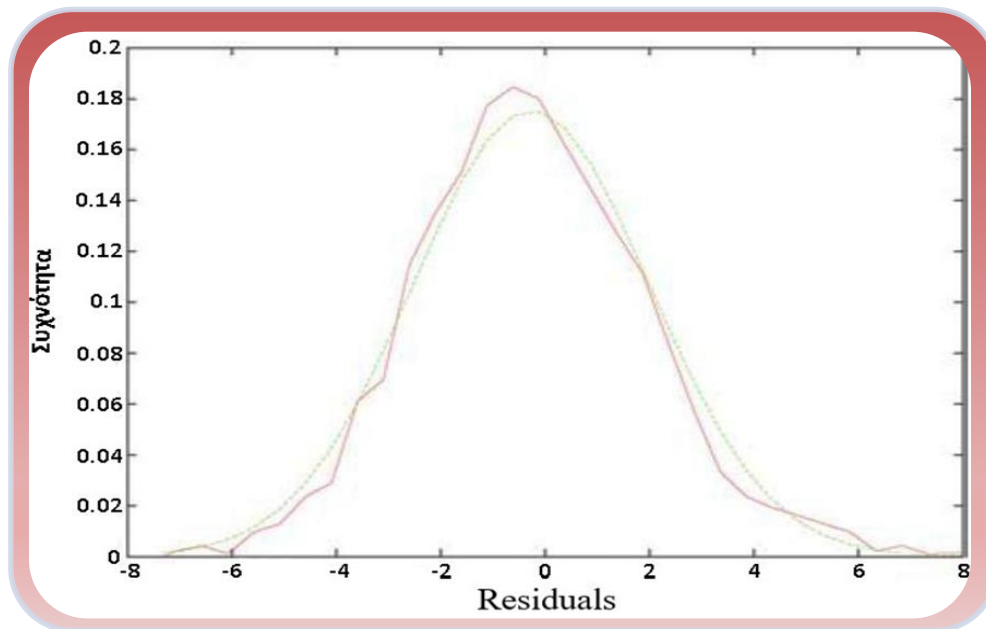
Συνδυάζοντας την εκτιμώμενη εποχιακή ταλαντούμενη δυναμική με το αντίστοιχο πολυώνυμο που αντιστοιχεί στην ολική ανοδική τάση των θερμοκρασιών μπορούμε να πάρουμε μια προσέγγιση του αντίστοιχου μέσου όρου $A_{t_{h,l}}$ όπως αυτή προκύπτει από τα δεδομένα. Το Σχήμα 4.7 απεικονίζει ένα δείγμα των προσαρμοσμένων τιμών και των residuals για τις μέσες ημερήσιες θερμοκρασίες (DATs) του Σύδνεϋ για την περίοδο 1993-1997. Τα residuals που λαμβάνονται από ολόκληρο το αρχείο δεδομένων δεν παρουσιάζουν ευδιάκριτη εποχιακή διακύμανση και φαίνονται να προσεγγίζουν την κατανομή Gauss (bell-shaped), όπως δείχνεται και στο σχετικό ιστόγραμμα συχνότητας του Σχήματος 4.8. Συγκεκριμένα, η εκτιμώμενη κύρτωση είναι 2.976, η οποία είναι πολύ κοντά στην Gaussian κύρτωση του 3.



Σχήμα 4.6 - Ένας κύκλος εποχιακών πάτερν στις ημερήσιες μέσες θερμοκρασίες.



Σχήμα 4.7 - Καθημερινές τιμές μέσης θερμοκρασίας και residuals, Sydney, 1993-1996.



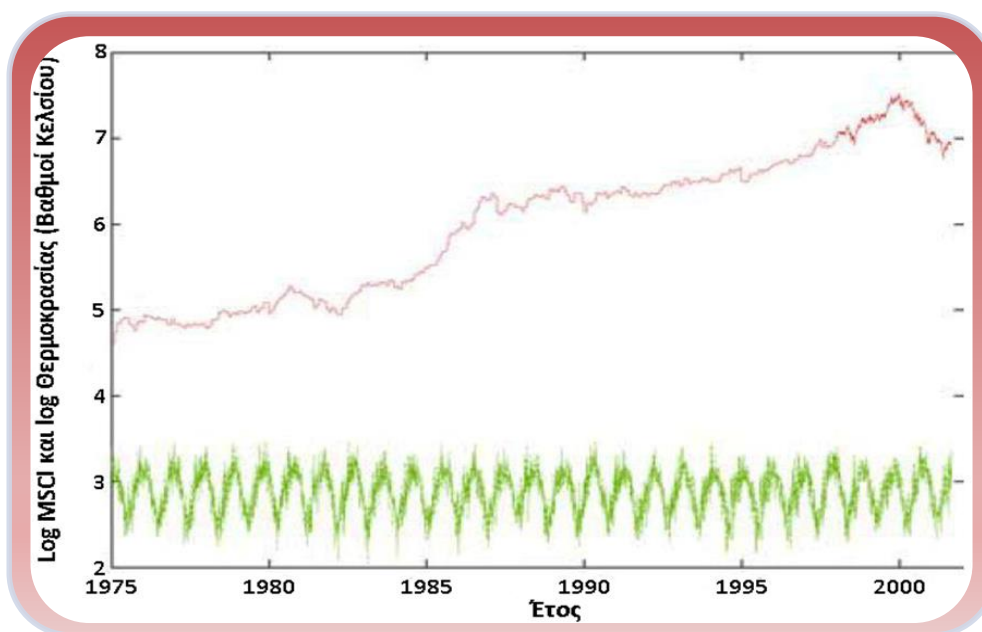
Σχήμα 4.8 - Ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων residual DAT.

Στη συνέχεια αναφέρουμε ότι υπάρχουν καιρικά φαινόμενα με μακροπρόθεσμες επιπτώσεις οι οποίες δεν επιτρέπουν την εύκολη ενσωμάτωσή τους σε αξιόπιστα μοντέλα. Τα καιρικά επεισόδια El Niño συνοδεύονται συνήθως από τη συνεχή θέρμανση του κεντρικού και ανατολικού τροπικού Ειρηνικού Ωκεανού, τη μείωση της δύναμης των ανέμων του ειρηνικού και τη μείωση των βροχοπτώσεων στην ανατολική και βόρεια Αυστραλία. Τα καιρικά επεισόδια La Niña σχετίζονται με ισχυρότερους ανέμους του Ειρηνικού και θερμότερες θερμοκρασίες στη θάλασσα στα βόρεια της Αυστραλίας. Αυτά τα δύο φαινόμενα μπορούν να μεταβάλουν σημαντικά τα παρατηρούμενα μοτίβα θερμοκρασίας για αρκετά διαδοχικά έτη στο Σύδνεϋ. Τα παγκόσμια αποτελέσματα που συμβαίνουν μακροπρόθεσμα, όπως αυτά που αναφέρθηκαν, μπορούν να ελαττώσουν τα σφάλματα μοντελοποίησης της θερμοκρασίας. Ένα διαφορετικό είδος πλαισίου ή ένας παρόμοιος μηχανισμός θα μπορούσε να ενσωματωθεί στη μοντελοποίηση του μέσου όρου των δεικτών καιρικών συνθηκών ώστε να αντιπροσωπεύει ευρέως τις θερμότερες ή ψυχρότερες μέσες παγκόσμιες θερμοκρασίες λόγω προσδιορισμένων προτύπων όπως το El Niño. Ωστόσο, αυτό χρειάζεται ένα πολύ μεγαλύτερο σύνολο δεδομένων από αυτό που χρησιμοποιείται εδώ.

4.2. Μέθοδοι Τιμολόγησης.

4.2.1. Δίκαιη Τιμολόγηση Παραγώγων Καιρού

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η παραδοσιακή τιμολόγηση των χρηματοοικονομικών παραγώγων χρησιμοποιεί επιχειρήματα αντιστάθμισης που απαιτούν το υποκείμενο στοιχείο να είναι εμπορεύσιμο. Οι υποκείμενοι δείκτες ή συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης για τους δείκτες αυτούς, μέχρι στιγμής, σπανίως διαπραγματεύονται στην αγορά παραγώγων καιρού. Ως εκ τούτου, στην πράξη, το επιχείρημα αντιστάθμισης δεν μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα σε τιμολόγηση συμβολαίων. Επίσης, η έλλειψη ιστορικού διαπραγμάτευσης για τα παράγωγα καιρού εμποδίζει την ανάλυση συσχετισμού με άλλα χρηματοπιστωτικά μέσα. Ωστόσο, μπορούμε εύλογα να υποθέσουμε την ανεξαρτησία των δεικτών καιρού από τους παγκοσμίως διαφοροποιημένους δείκτες συσσώρευσης μετοχών. Το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο ανάπτυξης (GOP) μπορεί να ερμηνευθεί σύμφωνα με τον Platen [33] για παράδειγμα, η προσέγγιση του GOP από το MSCI (Morgan Stanley Capital International). Στο Σχήμα 4.9 φαίνονται οι λογάριθμοι του ημερήσιου δείκτη MSCI Growth World Index και των μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών (DATs) του Σίδνεϋ από το 1975 έως το 2002. Ο συντελεστής συσχέτισης των προσαυξησεων των δύο σειρών δεδομένων είναι κοντά στο μηδέν (περίπου 0,00134), γεγονός που υποδηλώνει ότι δεν υπάρχει ανιχνεύσιμη σημαντική συσχέτιση. Αυτό



Σχήμα 4.9 - Λογάριθμος του MSCI World Index και της Ημερήσιας Μέσης Θερμοκρασίας του Sydney, 1975 - 2002

υποδεικνύει ότι οι διακυμάνσεις των καιρικών συνθηκών είναι απίθανο να επηρεαστούν από τις διακυμάνσεις του GOP και αντιστρόφως.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί στην ενότητα 3.2, η παραδοχή της ανεξαρτησίας μεταξύ του GOP και του υποκείμενου δείκτη καιρικών συνθηκών οδηγεί στον γενικευμένο τύπο αναλογιστικής τιμολόγησης (3.27) (βλέπετε υπό-ενότητα 3.4.5). Ο τύπος αυτός απαιτεί μόνο τον υπολογισμό της πραγματικής προσδοκίας $E(H_{t_{\bar{n}}} | A_{t_i})$ της πληρωμής του συμβολαίου $H_{t_{\bar{n}}}$. Η δίκαιη αξία μιας τυχαίας απαίτησης $C_{H_{t_{\bar{n}}}}(t_i)$, σε κάποια χρονική στιγμή $t_i \leq t_{\bar{n}}$, είναι απλώς η προαναφερθείσα προσδοκία πολλαπλασιασμένη με την τιμή του ομολόγου με μηδενικό τοκομερίδιο $P(t_i, t_{\bar{n}})$, η οποία ενεργεί ως προεξοφλητικός παράγοντας. Πρόκειται για ένα απλό αλλά δυνατό αποτέλεσμα, το οποίο καθιστά εύκολη την ικανοποιητική τιμολόγηση των παραγώγων καιρών, εάν υπάρχει επαρκές αρχείο καταγραφής θερμοκρασιών.

Επομένως, η δίκαιη αξία ενός παραγώγου συσσωρευμένης ετήσιας θερμοκρασίας (CAT option), υπολογιζόμενη για μια συγκεκριμένη θέση, θα είναι το αναμενόμενο θετικό μέρος της διαφοράς μεταξύ της αξίας του δείκτη CAT και της ονομαστικής τιμής εξάσκησης, προεξοφλημένο με το ισχύον προεξοφλητικό επιτόκιο. Αυτό το οποίο εναπομένει στην πράξη είναι να υπολογιστεί η αναμενόμενη αξία της πληρωμής $E(H_{t_{\bar{n}}} | A_{t_i})$.

4.2.2. Ιστορική Δίκαιη Τιμολόγηση

Σε αυτήν την υποενότητα παρουσιάζουμε αυτό που ονομάζεται μέθοδος ιστορικής δίκαιης τιμολόγησης (*historical fair pricing*, HFP). Αυτή η διαδικασία είναι εξαιρετικά απλή και παρόμοια με μια ανάλυση ιστορικής προσομοίωσης (*historical simulation*) γνωστή και ως 'ανάλυση καψίματος' (*burn analysis*) [21], η οποία χρησιμοποιείται μερικές φορές για τιμολόγηση ασφαλιστικών συμβολαίων. Θα δείξουμε αυτή τη μέθοδο χρησιμοποιώντας τα residuals των διαθέσιμων παρατηρήσεων δεικτών CAT για να προσεγγίσουμε την απαιτούμενη προσδοκία με έναν αντίστοιχο μέσο όρο. Η μέθοδος υποστηρίζεται από το Νόμο των Μεγάλων Αριθμών, εάν ληφθούν επαρκή ιστορικά δεδομένα και υπάρχει ανεξαρτησία των παρατηρούμενων τιμών CATs.

Έστω ότι $\hat{\sigma}$ αντιπροσωπεύει την εκτιμώμενη τυπική απόκλιση όλων των συσσωρευμένων ετήσιων θερμοκρασιών (CATs) στα δεδομένα μας, με

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{142} \sum_{t_i=1}^{143} (T_{t_i} - \hat{\mu})^2}, \quad (4.6)$$

όπου $\hat{\mu}$ είναι ο εκτιμώμενος μέσος όρος του CAT. Ας υποθέσουμε ότι η τιμή εξάσκησης είναι

$$K = \frac{1}{143} \sum_{l=1}^{143} T_{t_l} + \frac{\hat{\sigma}}{2}, \quad (4.7)$$

στο μισό της τυπικής απόκλισης $\hat{\sigma}/2$ από την εκτιμώμενη μέση τιμή CAT, $\hat{\mu}$. Λόγω έλλειψης παρατηρηθεισών τιμών εξάσκησης στην αγορά, και χωρίς βλάβη της γενικότητας χρησιμοποιούμε την παραπάνω τιμή άσκησης για επεξηγηματικούς σκοπούς. Υπολογίζουμε την αναμενόμενη καθαρή πληρωμή του παραγώγου $E(H_{t_{\bar{n}}} | A_{t_i})$ για $t_i \leq t_{\bar{n}}$, με βάση τα 143 προσαρμοσμένα residuals που παρέχει το σύνολο δεδομένων μας. Για την τιμολόγηση αυτού του συμβολαίου, χρησιμοποιούμε ολόκληρο το αρχείο των residuals των CAT για να εκτιμήσουμε την αναμενόμενη καθαρή πληρωμή. Υποθέτουμε ότι τα residuals των CAT για κάθε έτος είναι ταυτοτικά κατανομημένα και ανεξάρτητα. Αυτό παρέχει εύλογα αποτελέσματα, καθώς οι προσαρμοσμένες κυμάνσεις σε ολόκληρη την περίοδο είναι σχετικά σταθερές. Υπολογίζουμε τις προσαρμοσμένες αποδόσεις για όλα τα χρόνια στο ιστορικό αρχείο, και υπολογίζουμε τον μέσο όρο τους, ώστε να εκτιμήσουμε την συμβατική πρόβλεψη της αποπληρωμής. Η προεξόφληση της εκτιμώμενης αναμενόμενης αξίας της αποδόσεως του παράγωγου καιρού με το ομόλογο μηδενικού τοκομεριδίου $P(t_i, t_{\bar{n}})$ παρέχει ένα πληρεξούσιο για τη δίκαιη τιμή στην χρονική στιγμή t_i σύμφωνα με τον τύπο (3.27). Οι δίκαιες τιμές ευρωπαϊκών option υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας τις παραπάνω ρυθμίσεις, μαζί με ένα μέγεθος (tick) $\lambda = \$1$, που ορίστηκε προηγουμένως στον τύπο (3.29). Ο Πίνακας 4.3 παρουσιάζει τα αποτελέσματα της μεθόδου ιστορικής δίκαιης τιμολόγησης (HFP) για ευρωπαϊκά δικαιώματα προαίρεσης αγοράς και πώλησης με διάρκεια (*maturity*) ενός έτους και τιμή άσκησης K , όπως αυτή δίνεται στην (4.7). Όπως φαίνεται στον Πίνακα 4.4, η εκτιμώμενη τυπική απόκλιση των residuals CAT είναι $\hat{\sigma} = 115.6076$ και ο εκτιμώμενος μέσος όρος $\hat{\mu} = 6686.4314$.

Το Σχήμα 4.10 απεικονίζει τη σύγκλιση κατά προσέγγιση των τιμών των option, καθώς τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται στη μέθοδο HFP αυξάνονται. Φαίνεται ότι απαιτούνται τουλάχιστον 110 έτη δεδομένων για τη μέθοδο HFP ώστε να επιτευχθεί μία λογική σύγκλιση. Οι τιμές των option που υπολογίζονται χρησιμοποιώντας μόνο βραχυπρόθεσμα δεδομένα φαίνονται αναξιόπιστες, δεδομένου ότι οι τιμές διαφέρουν σημαντικά από την τιμή που υπολογίζεται χρησιμοποιώντας όλα τα ιστορικά δεδομένα. Ωστόσο, το πλεονέκτημα της μεθόδου HFP είναι ότι αυτή είναι απλή, καθώς και ότι δεν χρησιμοποιεί οποιαδήποτε υπόθεση για την κατανομή των residuals.

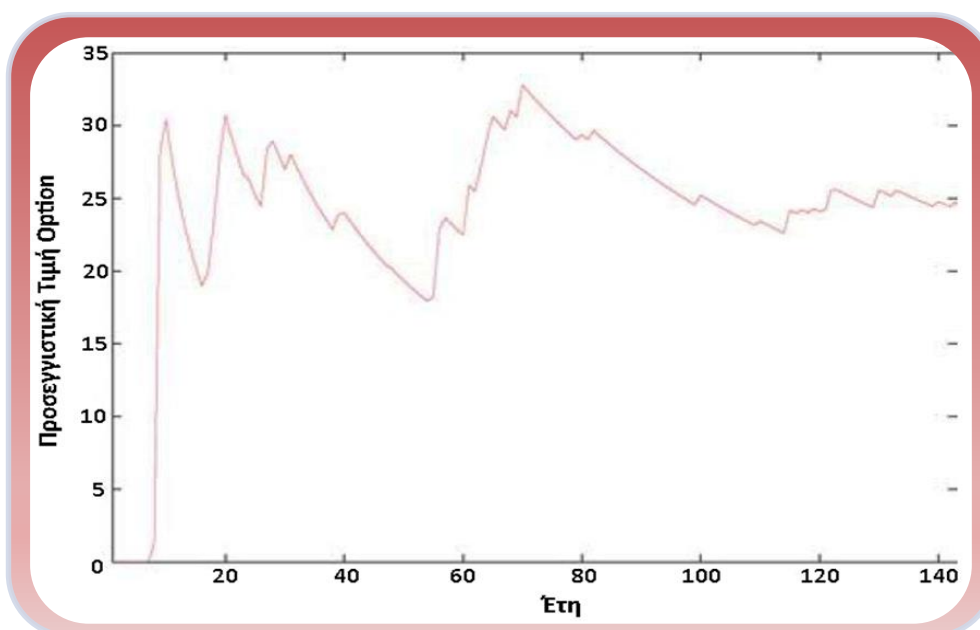
Είδος Option	Τιμή εξάσκησης K	Αξία Option $C_{H_{t_{\bar{n}}}}(t_i)$	Μοντέλο Gaussian
CAT Call	6744	24.79	24.55
CAT Put	6629	19.34	19.68

Πίνακας 4.3 – Τιμές CAT option

Η διαδικασία εφαρμογής της μεθόδου HFP για τα παράγωγα καιρού δεν περιορίζεται σε μία μόνο αποπληρωμή στη λήξη, και μπορεί να συμπεριλάβει την πολυπλοκότητα πολλών εργαλείων παράγωγων καιρού. Τονίζουμε ότι είναι σημαντικό να δουλέψουμε με residuals και όχι με ακατέργαστα δεδομένα, προκειμένου να ενσωματώσουμε σωστά τις επιπτώσεις των μακροχρόνιων τάσεων και ταλαντώσεων.

Παράμετρος	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	Skew	Kurt	χ^2 GoF	Jarque -Bera
Μη τροποποιημένη Μέση Θερμοκρασία Μέσες ημερήσιες τιμές	6435.98 (17.63°C)	191.1972 (10.01°C)	0.3935	2.6924	18.3239	4.6868
Τροποποιημένη Μέση Θερμοκρασία Μέσες ημερήσιες τιμές	6686.4314 (18.32°C)	115.6076 (6.05°C)	0.3767	3.4679	18.0366	4.2846

Πίνακας 4.4 - Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία για τις σωρευτικές ετήσιες θερμοκρασίες



Σχήμα 4.10 - Σύγκλιση της κατά προσέγγιση δίκαιης τιμής option με αύξηση των δεδομένων που χρησιμοποιούνται στη μέθοδο HFP.

4.2.3. Δίκαιη Τιμολόγηση Μέσω Μοντέλου Κατανομής

Ας περιγράψουμε τώρα τη δίκαιη τιμολόγηση των παραγώγων του καιρού χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο σύμφωνα με την τιμή ενός δείκτη καιρού στη λήξη του. Η τιμή ενός δικαιώματος αγοράς CAT (CAT call option) που υπολογίζεται για μια συγκεκριμένη

θέση, ισούται, σύμφωνα με τους τύπους (3.27) και (3.29), με την αναμενόμενη τιμή του θετικού μέρους της διαφοράς μεταξύ της τιμής CAT και της ονομαστικής τιμής άσκησης, προεξοφλημένη στην ημερομηνία διακανονισμού.

Θα ασχοληθούμε με την δίκαιη αξία που ικανοποιεί τον γενικευμένο τύπο αναλογιστικής τιμολόγησης (3.27), ο οποίος αναφέρεται στην ανεξαρτησία του κινδύνου καιρικών συνθηκών από το GOP. Αυτό μας επιτρέπει να ακολουθήσουμε μια καθαρά στατιστική προσέγγιση, στην οποία τα ιστορικά αρχεία της παρατηρούμενης διαδικασίας του δείκτη καιρού (*weather index*) είναι η πηγή για τη βαθμονόμηση του μοντέλου. Στην απλούστερη περίπτωση, ένα τέτοιο μοντέλο θα μπορούσε να περιγραφεί από μια δοθείσα παραμετρική συνάρτηση κατανομής για την τιμή ενός δείκτη καιρού σε δεδομένη χρονική στιγμή. Αυτό οδηγεί στην εκτίμηση των σχετικών παραμέτρων, που υπό την υπόθεση της Gaussian κατανομής, αυτές θα είναι ο μέσος μ και η τυπική απόκλιση σ .

Στη συνέχεια θα διακιολογήσουμε το γεγονός γιατί η Gaussian κατανομή είναι πιο συμβατή (φυσική) για συγκεκριμένους δείκτες καιρού, όπως αυτή της συσσωρευμένης ετήσιας θερμοκρασίας (CAT). Ας υποθέσουμε ότι τα X_1, X_2, \dots, X_n σχηματίζουν μια ακολουθία ανεξάρτητων και ταυτοτικά κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών, για παράδειγμα έστω ότι έχουμε μέσες ημερήσιες θερμοκρασίες (DATs), με πεπερασμένο μέσο μ και πεπερασμένη διακύμανση $\sigma^2 > 0$. Ας εισαγάγουμε τον μέσο του δείγματος

$$\hat{\mu}_{X^{(m)}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i \quad (4.8)$$

και τη διακύμανση του δείγματος

$$\hat{\sigma}_{X^{(m)}}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (X_i - \hat{\mu}_{X^{(m)}})^2. \quad (4.9)$$

Το δείγμα θα έχει αναμενόμενη τιμή $E(\hat{\mu}_{X^{(m)}}) = \mu_X$, και ο νόμος των μεγάλων αριθμών δηλώνει ότι η $\hat{\mu}_{X^{(m)}} \rightarrow \mu_X$ καθώς $m \rightarrow \infty$. Ας εισαγάγουμε τώρα τον κανονικοποιημένο μέσο του δείγματος

$$Z_m = \frac{\sqrt{m}(\hat{\mu}_{X^{(m)}} - \mu_X)}{\hat{\sigma}_{X^{(m)}}}, \quad (4.10)$$

όπου με τη βοήθεια του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος (ΚΟΘ), το Z_m συγκλίνει με την έννοια της κατανομής στην τυπική κανονική τυχαία μεταβλητή $Z \sim N(0,1)$ για $m \rightarrow \infty$. Η κατανομή του Z_m τείνει σε μία κανονική κατανομή, ανεξάρτητα από την κατανομή των στοιχείων της ακολουθίας X_1, X_2, \dots, X_m του δείγματος από το οποίο προέρχονται.

Ο Πίνακας 4.4 δείχνει τα περιγραφικά στατιστικά για τις συσσωρευμένες μέσες θερμοκρασίες (CATs), τα οποία λαμβάνονται από δεδομένα ακατέργαστου δείκτη, καθώς και από προσαρμοσμένα δεδομένα όταν λαμβάνεται υπόψη ο μεταβαλλόμενος μέσος όρος, όπως αυτός περιγράφεται στην Ενότητα 4.1. Οι τιμές $\hat{\mu}$ και $\hat{\sigma}$ αποτελούν εκτίμηση του μέσου και της απόκλισης, αντίστοιχα, του δείκτη CAT (CAT index). Παρατηρήσετε στον Πίνακα 4.4 ότι κάτω από τις τιμές των $\hat{\mu}$ και $\hat{\sigma}$ (μέσα σε παρενθέσεις) εκφράζουμε τις αντίστοιχες ημερήσιες μέσες τιμές.

Η ποσότητα χ^2 GoF (Chi-Squared Goodness of Fit) που εμφανίζεται στον Πίνακα 4.4 είναι η στατιστική συνάρτηση ελέγχου. Στο επίπεδο σημαντικότητας 5%, η κρίσιμη τιμή του είναι 21,02607. Τόσο το Chi-Squared Goodness of Fit και Jarque-Bera τεστ για την κανονικότητα στον Πίνακα 4.4 υπονοεί ότι οι συσσωρευμένες ετήσιες θερμοκρασίες CATs είναι πράγματι κοντά στην κανονική κατανομή. Η στατιστική Jarque-Bera δοκιμάζει από κοινού την τρίτη και την τέταρτη ροπή της κατανομής έναντι της κατανομής chi-squared με δύο βαθμούς ελευθερίας, με αποτέλεσμα αυτό να επιβεβαιώνει την παρουσία είτε ασυμμετρίας ή κύρτωσης στη δοθείσα κατανομή. Το επίπεδο σημαντικότητας επιλέχτηκε να είναι 5%, που αντιστοιχεί στο 5,9915 ως το κρίσιμο επίπεδο για το στατιστικό αποτέλεσμα του τεστ.

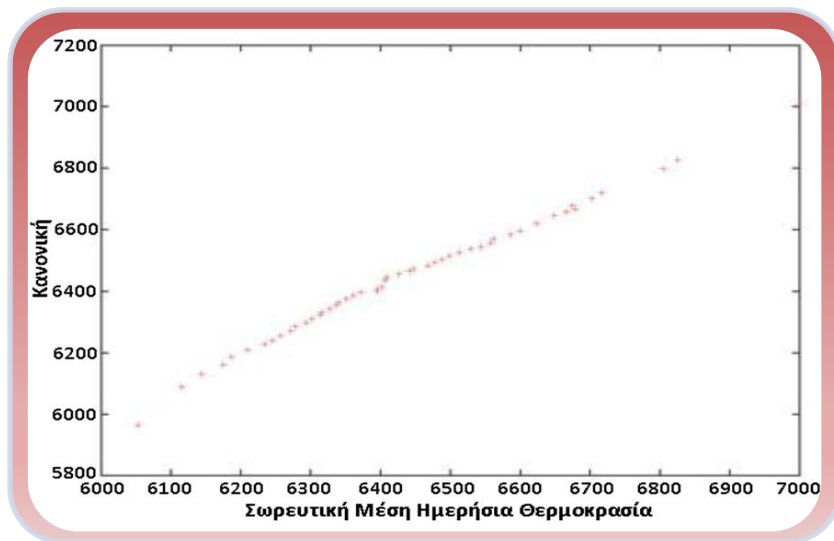
Από τα παραπάνω στοιχεία, η Gaussian υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί στο δεδομένο επίπεδο σημαντικότητας τόσο για τους προσαρμοσμένους όσο και για τους μη προσαρμοσμένους δείκτες του Σύνδευ. Τα Σχήματα 4.11 και 4.12 είναι QQ-plots για τις CAT Σύνδευ και τον δείκτη βαθμοημερών ψύξης (CDD). Παρουσιάζουν αρκετά γραμμικά μοτίβα, ιδιαίτερα στις ουρές, όπως είναι χαρακτηριστικό ενός Gaussian δείγματος. Το ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων των residuals των μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών (DAT) υποδεικνύει επίσης την ιδιότητα Gaussian.

Η αποπληρωμή ενός ευρωπαϊκού δικαιώματος αγοράς καιρού (call weather option), με τιμή άσκησης K και την ωρίμανση στο $t_{\bar{n}}$, σε δείκτη καιρού που ακολουθεί κατανομή Gauss, με μέση μ και διακύμανση σ^2 , αποδίδει μια δίκαιη αξία παραγώγου

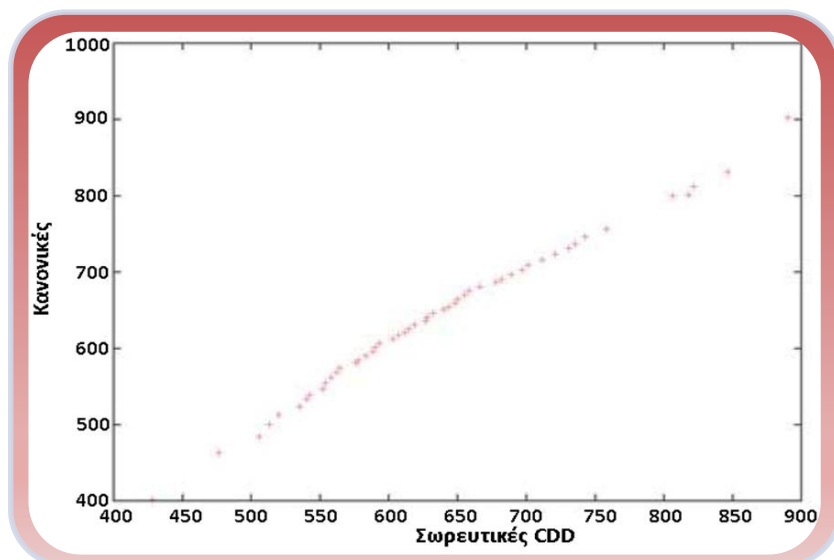
$$C_{H_{t_{\bar{n}}}}(t_i) = P(t_i, t_{\bar{n}})E(H_{\bar{n}}) = P(t_i, t_{\bar{n}}) \left[(\mu - K)\Phi\left(\frac{\mu - K}{\sigma}\right) + \sigma\Phi'\left(\frac{K - \mu}{\sigma}\right) \right], \quad (4.11)$$

από τον τύπο (3.26) και έναν απλό υπολογισμό. Εδώ το $\Phi(x)$ είναι η τυπική κανονική συνάρτηση κατανομής και το \bar{n} αντιπροσωπεύει τον αριθμό της ημέρας που λήγει το δικαίωμα (option). Είναι σαφές ότι ο τύπος (4.11) είναι διαφορετικός από εκείνων τον τύπο των Black-Scholes [3], επειδή το υπο-θεώρηση περιουσιακό στοιχείο ακολουθεί κανονική και όχι λογαροθμοκανονική κατανομή. Οι δίκαιες τιμές για τα δικαιωμάτων αγοράς πάνω στις συσσωρευμένες ετήσιες θερμοκρασίες CATs υπό την παραπάνω θεώρηση του μοντέλου Gauss είναι συγκρίσιμες με εκείνες που λαμβάνονται με τη μέθοδο HFP, όπως φαίνεται στον Πίνακα 4.3.

Το πλεονέκτημα της δίκαιης τιμολόγησης στο πλαίσιο ενός μοντέλου κατανομής είναι ότι επιτυγχάνεται μια απλή έκφραση της τιμής ορθία από πλευράς παραμέτρων. Από την άλλη πλευρά, πρέπει να επικυρωθεί η δυνατότητα εφαρμογής του μοντέλου και να βαθμονομηθεί. Εάν υπάρχουν αρκετά δεδομένα, η δίκαιη τιμολόγηση μέσω ενός μοντέλου κατανομής θα πρέπει να παρέχει παρόμοια αποτελέσματα με τη μέθοδο HFP.



Σχήμα 4.11 - QQ-plot της συσσωρευτικής ετήσιας θερμοκρασίας για το Σύδνεϋ, 1859-2002.



Σχήμα 4.12 - QQ διάγραμμα συσσωρευμένων τιμών δείκτη CDD για το Σύδνεϋ, 1859-2002.

4.3. Παράδειγμα Παραγωγού Κρασιού

Στην ενότητα αυτή θα δώσουμε ένα λογικό, ρεαλιστικό και απλό παράδειγμα σε μια περιοχή όπου ο καιρός παίζει σημαντικό ρόλο και θα υποθέσουμε την περίπτωση ενός αμπελοκόμου στην Hunter Valley, μια δημοφιλή επαρχία αμπελώνων βόρεια του Σύδνεϋ. Η συγκομιδή των σταφυλιών συμβαίνει συνήθως στις αρχές του Μαρτίου και οι κλιματολογικές συνθήκες κατά τους 2 μήνες πριν από τη συγκομιδή έχουν το μεγαλύτερο αντίκτυπο στην ποιότητα του καρπού. Η θερμοκρασία είναι γνωστό ότι αποτελεί καθοριστικός παράγοντας για την ανάπτυξη των φυτών και την ποιότητα της γεύσης των φρούτων. Οι βέλτιστες κλιματολογικές συνθήκες ποικίλλουν ανάλογα με την ποικιλία των σταφυλιών. Ο Harr [18] υποστηρίζει ότι οι βέλτιστες θερμοκρασίες για την παραγωγή και διατήρηση της γεύσης κυμαίνονται μεταξύ 16 και 22 °C, ωστόσο η ωρίμανση των καρπών και η συγκράτηση των οξέων επηρεάζονται αισθητά πάνω από τους 25°C.

Αν και δεν είναι ιδανικό, το να βασιστεί κανείς σε μια μέση θερμοκρασία για να περιγράψει χαρακτηριστικά την θερμότητα μιας ημέρας, παρόλα αυτά αυτή η μέση θερμοκρασία χρησιμεύει ως εύλογος δείκτης για τη λήψη πληροφοριών σχετικά με την πιθανή ποιότητα της συγκομιδής σταφυλιών. Η συγκομιδή συμβαίνει συνήθως στις αρχές Μαρτίου, οπότε οι δύο μήνες πριν από τη συγκομιδή αντιπροσωπεύουν μια διάρκεια 59 ημερών, οι οποίες έχουν τη μεγαλύτερη επίδραση στην ποιότητα των φρούτων. Προκειμένου να αντισταθμιστεί μια πιθανή απώλεια, ένας αμπελοκόμος μπορεί να αγοράσει ένα παράγωγο καιρού βάση της ημερήσιας μέσης θερμοκρασίας (DAT). Προκειμένου να έχουμε δίκαιες τιμολογήσεις για τις συμβάσεις αυτές, χρησιμοποιούμε τη μεθοδολογία που περιγράφεται στην Ενότητα 4.1, με αναφορά στο γενικευμένο τύπο αναλογιστικής τιμολόγησης (3.27).

Δείκτης	β_0	β_1	β_2	τυπικό σφάλμα
Συσσωρευμένο CDD δύο μηνών	0.0036*	-0.010495	224.6356*	36.5472
Τυπικά σφάλματα	(0.0012)	(0.0037)	(71.6349)	

Πίνακας 4.5 - Προβλέψεις παραμέτρων συσσωρευμένων CDD δύο μηνών

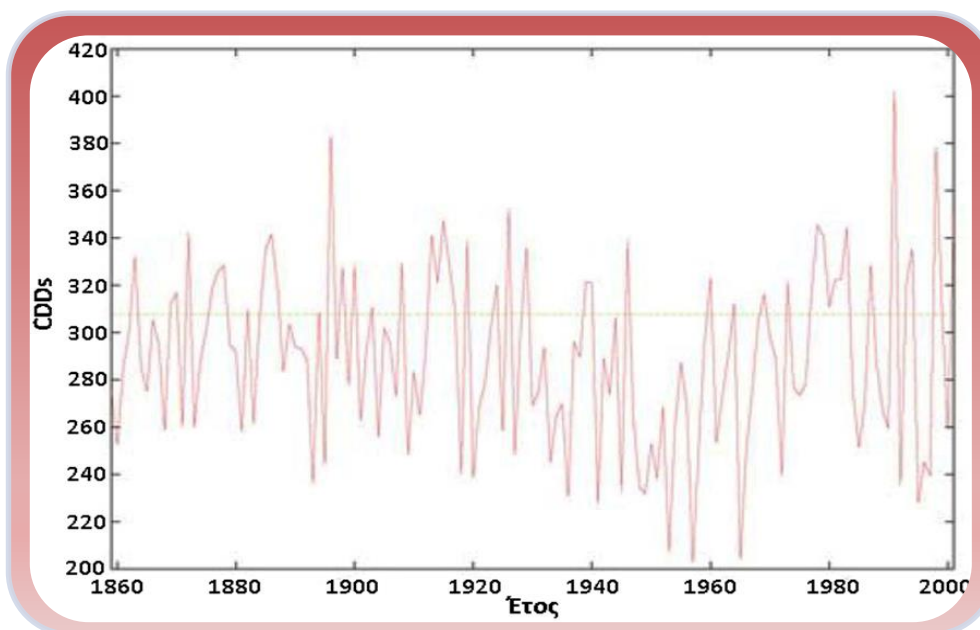
Οι θερμοκρασίες στην περιοχή Hunter Valley συσχετίζονται σε μεγάλο βαθμό με τις θερμοκρασίες στο Σύδνεϋ. Ο συντελεστής συσχέτισης για τις μέσες ημερήσιες θερμοκρασίες (DAT) μεταξύ των δύο θέσεων είναι 0.9967 (δηλαδή κοντά στο 1). Ως εκ τούτου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα δεδομένα θερμοκρασιών του Σύδνεϋ ως υποκατάστατο για τις θερμοκρασίες στην Hunter Valley.

Εξετάζουμε έναν παραγωγό οίνου που επιθυμεί να αγοράσει ένα δικαίωμα αγοράς (call option) επί ενός κατάλληλου δείκτη καιρού. Το δικαίωμα αγοράς (call option) θα βασίζεται

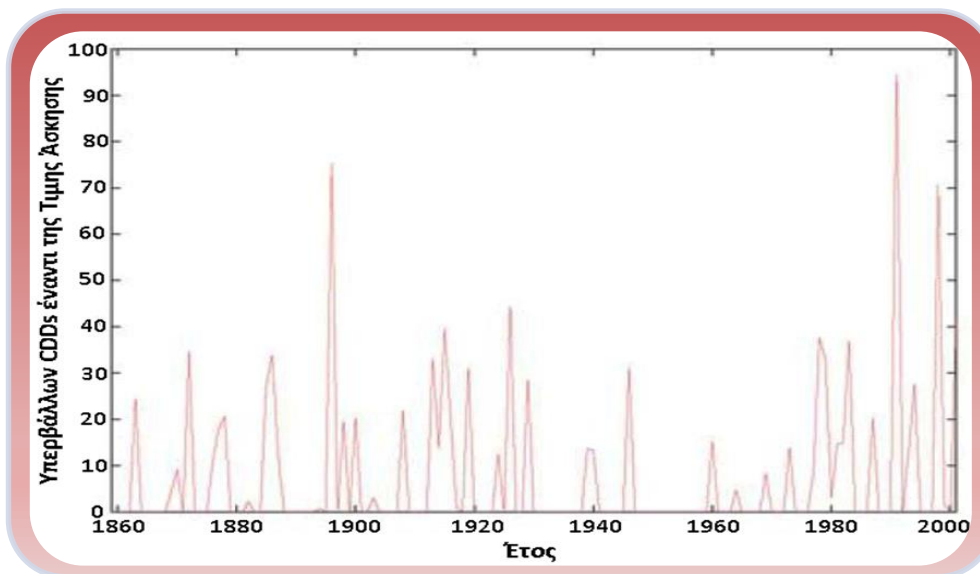
σε βαθμομέρες ψύξης (*Cooling Degree Days, CDD*). Η διάρκεια της συμβολαίου θα είναι δύο μήνες, αρχής γενομένης από την 1η Ιανουαρίου και λήξης στις 28 Φεβρουαρίου. Θεωρούμε το μέγεθος tick λ που ορίζεται στον τύπο (3.35) να είναι \$1.

Η θερμοκρασία αναφοράς k για τις βαθμομέρες ψύξης (CDD) είναι 18°C , όπως ορίζεται στον τύπο (3.33). Οι CDDs συσσωρεύονται κατά τη διάρκεια των δύο μηνών της σύμβασης, όπως φαίνεται στον τύπο (3.33). Για τον προκύπτοντα δείκτη των CDD δύο μηνών επιλέγεται τιμή άσκησης $K = 308$. Αυτή η τιμή αντιπροσωπεύει καλά τις ιστορικές ενδείξεις ζημιών στις καλλιέργειες από ακραίες θερμοκρασίες.

Τα ακατέργαστα δεδομένα προσαρμόζονται ώστε να ενσωματώνουν τη σταδιακή αύξηση της θερμοκρασίας παγκοσμίως τα τελευταία 143 χρόνια. Η Χρήση μιας πολυωνυμικής προσέγγισης του τύπου (4.1) ώστε να ταιριάζει με τις ιστορικές τιμές των συσσωρευμένων CDDs διάρκειας δύο μηνών οδηγεί στις εκτιμήσεις παραμέτρων που δίνονται στον Πίνακα 4.5, όπου οι εκτιμήσεις που έχουν επίπεδο σημαντικότητας 5% υποδεικνύονται από το «*» και δείχνουμε σε παρενθέσεις τα τυπικά σφάλματα της πολυωνυμικής προσέγγισης. Αυτές οι τιμές, όταν εφαρμόζονται στα ακατέργαστα δεδομένα, έχουν ως αποτέλεσμα τις προσαρμοσμένες συσσωρευμένες CDD δύο μηνών όπως φαίνονται στο Σχήμα 4.13, χρησιμοποιώντας τη διαδικασία που περιγράφεται στην ενότητα 4.1.



Σχήμα 4.13 - Προσαρμοσμένες τιμές ημερήσιου μέσου όρου θερμοκρασίας CDD για τον Ιανουάριο/ Φεβρουάριο , στο Σίδνεϋ, 1859-2001



Σχήμα 4.14 - Ιστορικές αποδόσεις για μέσες ημερήσιες τιμές θερμοκρασίας CDD για το Σύννεϋ, 1859-2001.

Οι προσαρμοσμένες ιστορικές αποδόσεις που χρησιμοποιήθηκαν για τη μέθοδο HFP για το ευρωπαϊκό option call με τιμή άσκησης $K = 308$ απεικονίζονται στο Σχήμα 4.14. Για να ληφθεί η δίκαιη τιμή του $C_{H_{t_n}}(t_i)$ για αυτή τη σύμβαση, ο τύπος (3.27) μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Για τη δεδομένη σύμβαση, η αναμενόμενη απόδοση στη λήξη υπολογίζεται με την εφαρμογή της μεθόδου HFP, η οποία αποδίδει την αξία

$$E \left(\left(P_{t_n, t_n}^C - K \right)^+ \mid A_{t_i} \right) \approx 7.5563. \quad (4.12)$$

Ένα ντετερμινιστικό επιτόκιο 5% έχει ως αποτέλεσμα μια εκτιμώμενη δίκαιη αξία για το option η οποία είναι

$$C_{H_{t_n}}(t_i) \approx 7.4955. \quad (4.13)$$

Ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα που πωλεί τέτοια «δίκαια» παράγωγα καιρού με γεωγραφικά και χρονικά διαφοροποιημένο τρόπο μπορεί να συγκεντρώσει αυτές τις συμβάσεις και κατά μέσο όρο, να αποκομίσει κέρδος, αν χρεώσει κάποιο πρόσθετο ασφάλιστρο αμοιβής ή ρευστότητας πάνω από την δίκαιη αξία. Για τους αγοραστές και τους πωλητές η δίκαιη τιμή είναι πάντα μια σημαντική τιμή αναφοράς. Εάν τα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης για τους δείκτες και τα παράγωγα καιρού γίνεται να συναλλαχθούν, τότε ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα μπορεί, κατ' αρχήν, να αντισταθμίσει τον κίνδυνο (hedge) τέτοιων συμβάσεων. Επίσης, στην περίπτωση αυτή, το ίδρυμα μπορεί ακόμα να επωφεληθεί από τέλη παρόμοια με τα περιθώρια προσφοράς και ζήτησης σε άλλες αγορές.

4.4. Συμπεράσματα

Συνοψίζοντας, τα συμπεράσματα είναι τα κάτωθι:

1) Ένας σημαντικός γενικός δεσμός μεταξύ των μεθοδολογιών χρηματοοικονομικής και αναλογιστικής τιμολόγησης έχει περιγραφεί και αξιοποιηθεί για τα παράγωγα καιρού, χρησιμοποιώντας την έννοια της δίκαιης τιμολόγησης στο πλαίσιο της benchmark approach.

2) Οι εύλογες αξίες για τα παράγωγα καιρού υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τα residuals ιστορικών δεδομένων θερμοκρασίας και ενός Gaussian μοντέλου. Και στις δύο περιπτώσεις διορθώνουμε τις εποχιακές και τις μακροπρόθεσμες τάσεις.

3) Η εμφάνιση νέων δεικτών και εργαλείων καιρού θα συμβάλουν επιπλέον στη ρευστότητα και την ανταγωνιστικότητα της αγοράς παραγώγων καιρού. Αυτό θα ωφελήσει πολλές βιομηχανίες οι οποίες επί του παρόντος δεν μπορούν να αποφύγουν την έκθεση σε μεγάλες διακυμάνσεις καιρού. Θα οδηγήσει επίσης στη δυνατότητα αντιστάθμισης των παραγώγων καιρού.

4) Στην παρούσα εργασία υποστηρίξαμε ότι σε μια αγορά ρευστών, ανταγωνιστικών παραγώγων καιρού, αναμένεται να υπάρχουν μηδενικά πριμ κινδύνου λόγω της διαφοροποίησης του κινδύνου καιρού. Εντούτοις, στην τρέχουσα αγορά των παραγώγων καιρού, που δημιουργείται, είναι πιθανό να χρεωθούν ορισμένα πριμ ρευστότητας ή τέλη.

Παράρτημα Α

Μια $2L$ -περιοδική συνάρτηση f συνεχής σε διάστημα $(-L, L)$, με παράγωγο συνεχή σε τμήματα στο ίδιο διάστημα και επιπλέον με $f(-L) = f(L)$, επιδέχεται ανάπτυγμα σε σειρά τριγωνομετρικών συναρτήσεων της μορφής:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + \beta_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right). \quad (1)$$

Αυτή η σειρά ονομάζεται σειρά Fourier της f στο $(-L, L)$ και οι συντελεστές της σειράς δίνονται ως εξής:

$$a_0 = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) dx \quad (2)$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3)$$

$$\beta_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx, \quad n = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Σύμφωνα με αυτές τις προϋποθέσεις, η σειρά συγκλίνει για κάθε $x \in (-L, L)$ απόλυτα και ομοιόμορφα και στην περίπτωση διακριτού χρόνου τα ολοκληρώματα αντικαθίστανται με αθροίσματα. Άρα είναι δυνατό να ολοκληρωθεί και να παραγωγιστεί όρο προς όρο η σειρά και το αποτέλεσμα να στο ολοκλήρωμα ή την παράγωγο της f αντιστοίχως.

Στην περίπτωση που η συνάρτηση f είναι συνεχής μόνο τμηματικά στο διάστημα $(-L, L)$ τότε η σειρά θα συγκλίνει σημειακά στην τιμή $\frac{\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x+\varepsilon) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x-\varepsilon)}{2}$ για κάθε x στο οποίο η f έχει αριστερή και δεξιά παράγωγο.

Αν ισχύει κάτι τέτοιο η σειρά μπορεί και πάλι να ολοκληρωθεί όρο προς όρο και το αποτέλεσμα να προσεγγίζει το αντίστοιχο ολοκλήρωμα της f . Αυτό όμως δεν ισχύει για τον τελεστή της παραγωγής.

Εφόσον οι συναρτήσεις του παραπάνω αναπτύγματος είναι περιοδικές με περίοδο $2L$, στην περίπτωση που η σειρά στο δεξί μέλος συγκλίνει στην συνάρτηση του αριστερού μέλους, τότε θα πρέπει και η συνάρτηση f να είναι περιοδική με την ίδια περίοδο.

Όταν η σειρά που θέλουμε να αναπτύξουμε σε τριγωνομετρική σειρά δεν είναι $2L$ -περιοδική, τότε τα προαναφερθείσα εφαρμόζονται στην αντίστοιχη περιοδική της επέκταση.

Στην περίπτωση που το πεδίο ορισμού έχει συμμετρικότητα προς το 0 π.χ. αν είναι $(0, L)$, το συμπληρώνουμε ώστε να γίνει συμμετρικό αποδίδοντας στο κομμάτι που συμπληρώνουμε τιμές της f που είναι βολικές ανάλογα με τον σκοπό μας.

Για παράδειγμα έστω ότι έχουμε ως πεδίο ορισμού $x \in (0, L)$ το οποίο δεν είναι συμμετρικό. Συμπληρώνουμε προσθέτοντας το $(-L, 0)$ ορίζοντας \bar{f} η οποία θα παίρνει βολικές τιμές για εμάς τιμές σε σχέση με την f . Η επιλογή που θα κάνουμε έχει αρκετή σχέση με το πως θέλουμε να την χρησιμοποιήσουμε, οπότε αν θέλουμε την ανάπτυξη σειράς ημιτόνων του $\frac{n\pi x}{L}$, δηλαδή την δημιουργία μιας συμμετρικής συνάρτησης προς το 0 $(0,0)$ (μια περιττή συνάρτηση), τότε ζητάμε να ισχύει $\bar{f}(x) = -\bar{f}(-x)$ για κάθε $x \in (-L, 0)$.

Αυτή η διαδικασία ονομάζεται περιττή επέκταση της \bar{f} και αποσκοπεί στην δημιουργία μιας νέας συνάρτησης \bar{f} που είναι συνεχής σε τμήματα και ταυτίζεται με την f στο αρχικό διάστημα $(0, L)$, ενώ στο $(-L, L)$ είναι ορισμένη κατάλληλα ώστε η \bar{f} να επιδέχεται ημιτονικό ανάπτυγμα Fourier και να είναι περιττή.

Έστω ότι έχουμε μια συνάρτηση f τουλάχιστον τμηματικά συνεχής στο $(0, L)$ και επιλέγουμε περιττή επέκταση για την f στο $(-L, 0)$, τότε ορίζεται η **ημιτονική σειρά Fourier** αυτής:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (5)$$

$$\text{με } \beta_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx \quad n = 1, 2, \dots$$

που συγκλίνει σημειακά στο $\frac{\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x+\varepsilon) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x-\varepsilon)}{2}$ για κάθε σημείο $x \in (0, L)$ στο οποίο η συνάρτηση f έχει αριστερά και δεξιά παράγωγο.

Ομοίως προυποθέτοντας ότι η f είναι τουλάχιστον συνεχής σε τμήματα στο $(0, L)$ στην περίπτωση που επιλέξουμε άρια επέκταση για την f στο $(-L, 0)$, τότε ορίζεται η **συνημιτονική σειρά Fourier** αυτής:

$$\frac{\alpha_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cos \frac{n\pi x}{L} \quad (6)$$

$$\text{με } \alpha_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx \quad n = 1, 2, \dots$$

που συγκλίνει σημειακά στο $\frac{\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x+\varepsilon) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x-\varepsilon)}{2}$ για κάθε σημείο $x \in (0, L)$ στο οποίο η συνάρτηση f έχει αριστερά και δεξιά παράγωγο.

Βιβλιογραφία

- [1] Bajoux-Besnainou, I. and Portait, R. The numeraire portfolio: A new perspective on financial theory, *Eur. J. Finance* 3, pp.291–309. (1997)
- [2] Becherer, D. The numeraire portfolio for unbounded semimartingales, *Finance Stoch.* 5, pp.327–341. (2001)
- [3] Black, F. and Scholes, M. The pricing of options and corporate liabilities, *J. Polit. Econ.* 81, pp.637–659. (1973)
- [4] Borch, K. H. *The Economics of Uncertainty*, Princeton University Press, Princeton. (1968)
- [5] Buhmann, H. and Platen, E. A discrete time benchmark approach for insurance and finance, *ASTIN Bull.* 33 (2), pp.153–172. (2003)
- [6] Bureau of Economic Analysis, GDP by industry, www.bea.gov/bea/dn2/gpo.htm. (2002)
- [7] Cao, M. and Wei, J. *Equilibrium Valuation of Weather Derivatives*, Working Paper, York University and University of Toronto. (2001)
- [8] Chau, T., Makita, S., Riopel, G., and Wang, T. (2000) *Modelling and hedging electricity generation profits*. Financial Engineering Proseminar, MIT Sloan School of Management.
- [9] Cochrane, J. H. (2001) *Asset Pricing*, Princeton University Press, Princeton. Delbaen, F. and Schachermayer, W. A general version of the fundamental theorem of asset pricing, *Math. Ann.* 300, pp.463–520. (1994)
- [10] Dischel, R., *Weather risk management at the Frozen Falls Fuel Company*. Chicago Mercantile Exchange, 9 pp. [Available online at www.cme.com/products/index/weather/products_index_weather_riskmanagement.cfm.] (1999)
- [11] Dischel, R., *Climate Risk and the Weather Market: Financial Risk Management with Weather Hedges*. Risk Books, pp.325. (2002)
- [12] Dutton, J. A., *The atmospheric sciences in the 1990s: Accomplishments, challenges, imperatives*. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 73, pp.1549–1562. (1992)
- [13] Dutton, J. F., and R. Dischel, *Weather and climate predictions, minutes to months*. *Energy and Power Risk Management: Weather Risk Special Report*, S30–S32. (2001)
- [14] Dutton, J. A., *The weather in weather risk*. *Climate Risk and the Weather Market: Financial Risk Management with Weather Hedges*, R. S. Dischel, Ed., Risk Books, pp.185–211. (2002)
- [15] Fama, E. F. and MacBeth, J. D. Long-term growth in a short-term market, *J. Finance* 29, pp.857–885. (1974)
- [16] Gingrich, N. An opportunities-based science budget. *Science*, 290, 1303. (2000)

- [17] Goll, T. and Kallsen, J. A complete explicit solution to the log-optimal portfolio problem, *Adv. Appl. Probab.* 13 (2), pp.774–799. (2003)
- [18] Happ, E. Indices for exploring the relationship between temperature and grape and wine flavour, *Wine Industry J.* 14 (4), pp.1–5. (1999)
- [19] Heath, D., Platen, E., and Schweizer, M. A comparison of two quadratic approaches to hedging in incomplete markets, *Math. Finance* 11 (4), pp.385–413. (2001)
- [20] Hofmann, N., Platen, E., and Schweizer, M. Option pricing under incompleteness and stochastic volatility, *Math. Finance* 2 (3), pp.153–187. (1992)
- [21] Kariya, T. Weather risk swap valuation, *Proceedings JAFFE International Conference*, March 15–16, 2003, Tokyo, Hitotsubashi University, pp. 466–481. (2003)
- [22] Kelly, J. R. A new interpretation of information rate, *Bell Syst. Techn. J.* 35, pp.917–926. (1956)
- [23] Korn, R. and Schöal, M. On value preserving and growth-optimal portfolios, *Math. Methods Operations Res.* 50 (2), pp. 189–218. (1999)
- [24] Leggio, K. B. and Lien, D. Hedging gas bills with weather derivatives, *J. Econ. Finance* 26 (1), pp. 88–100. (2002)
- [25] Long, J. B. The numeraire portfolio. *J. Financ. Econ.* 26, pp. 29–69. (1990)
- [26] Met Office, cited Companies not forecasting the hidden cost of weather. [Available online at www.met-office.gov.uk/corporate/pressoffice/pr20011126.html.] (2001)
- [27] Merton Robert C. Theory of Rational Option Pricing. *Econometrica*, Vol. 41, No. 5 (Sep., 1973), pp. 867-887
- [28] NRC, *Weather for Those Who Fly*. National Academy Press, pp.100. (1994)
- [29] NRC, *The Atmospheric Sciences Entering the Twenty-First Century*. National Academy Press, pp.364. (1998)
- [30] NRC, *A Climate Services Vision: First Steps toward the Future*. National Academy Press, pp.84. (2001)
- [31] Platen, E. Arbitrage in continuous complete markets, *Adv. Appl. Probab.* 34(3), 540–558. (2002)
- [32] Platen, E. A benchmark framework for risk management. In *Stochastic Processes and Applications to Mathematical Finance*, *Proceedings of the Ritsumeikan International Symposium*, World Scientific, Singapore, pp. 305–335. (2004a)
- [33] Platen, E. Modeling the volatility and expected value of a diversified world index, *Int. J.Theor. Appl. Finance* 7(4), 511–529. (2004b)
- [34] Platen, E. Pricing and hedging for incomplete jump diffusion benchmark models, In *Mathematics of Finance*, Vol. 351 of *Contemporary Mathematics*, American Mathematical Society, pp.287–301. (2004c)
- [35] Protter Philip, *Stochastic integration and differential equations— a new approach*. *Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.)* 25 (1991)

- [36] Ralston, A., Rabinowitz, P. A First Course in Numerical Analysis McGraw-Hill International. (1978)
- [37] Samuelson P. A., Ohlin Was Right. The Scandinavian Journal of Economics. Vol. 73, No. 4 pp. 365-384 (1971)
- [38] White, R. M. The evolving public–private meteorology partnership. Bull. Amer. Meteor. Soc., 82, pp.1431–1437. (2001)
- [39] WRMA, Second annual industry survey. (www.wrma.org) (2002)
- [40] Βασιλείου, Δ. και Ηρειώτη, Ν. Ανάλυση Επενδύσεων και Διαχείριση Χαρτοφυλακίου (2015)
- [41] Βούλγαρη - Παπαγεωργίου, Ε. Χρηματιστήριο Αξιών και Χρηματιστήριο Παραγώγων (2002)
- [42] Θωμαδάκης, Σ. και Ξανθάκης Δ. Μ. Αγορές Χρήματος και Κεφαλαίου (2016)
- [43] Νούλας, Α. Χρηματοοικονομική Διοίκηση (2015)