



Πανεπιστήμιο Πειραιώς – Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
«Ψηφιακές Επικοινωνίες και Δίκτυα»

Διπλωματική Εργασία

του φοιτητή του Τμήματος Ψηφιακών Συστημάτων
του Πανεπιστημίου Πειραιά

Κουκουράβα Παναγιώτη του Ιωάννη
Αριθμός Μητρώου: ΜΨΕ 1609

Θέμα

**ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ ΑΦΙΞΗΣ ΣΗΜΑΤΟΣ (DoA) ΣΕ
ΣΥΓΧΡΟΝΑ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ SONAR**

Επιβλέπων

Κανάτας Αθανάσιος, Καθηγητής

Πειραιάς, Φεβρουάριος 2019

Ευχαριστίες

Η παρούσα μεταπτυχιακή διατριβή εκπονήθηκε στο Πανεπιστήμιο Πειραιά, στα πλαίσια του προγράμματος Σπουδών του Π.Μ.Σ. «Ψηφιακές Επικοινωνίες και Δίκτυα» του τμήματος Ψηφιακών Συστημάτων.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα της παρούσας μελέτης Αθανάσιο Κανάτα, Καθηγητή του Πανεπιστημίου Πειραιά, για την υποστήριξη και την καθοδήγηση που μου παρείχε καθώς και για την δυνατότητα που μου έδωσε να εκπονήσω την διπλωματική μου εργασία σε ένα τόσο ενδιαφέρον και ραγδαία εξελισσόμενο επιστημονικό πεδίο.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για τη στήριξη που μου προσέφερε καθόλη τη διάρκεια των μεταπτυχιακών μου σπουδών, ώστε να μπορώ αφιερώνω περισσότερο χρόνο και ενέργεια στους στόχους που θέτω.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται το θέμα της εκτίμησης της κατεύθυνσης άφιξης ενός σήματος σε ένα σύγχρονο παθητικό σύστημα Sonar.

Στο πρώτο κεφάλαιο δίνονται κάποια εισαγωγικά στοιχεία και περιγράφεται η αρχή λειτουργίας των παθητικών συστημάτων Sonar.

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναλύεται το θεωρητικό υπόβαθρο πάνω στο οποίο στηρίζεται το μοντέλο της εύρεσης της διεύθυνσης άφιξης ενός σήματος (DoA) και παρουσιάζονται οι βασικότεροι και πιο διαδεδομένοι αλγόριθμοι DoA.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται σύγκριση των ανωτέρω αλγορίθμων βάσει των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την προσομοίωση σε περιβάλλον Matlab. Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση παρατίθεται στο τέλος της εργασίας.

Λέξεις Κλειδιά

Εκτίμηση κατεύθυνσης άφιξης, παθητικά συστήματα SONAR, διάγραμμα ακτινοβολίας, γραμμική ομοιόμορφη στοιχειοκεραία.

Abstract

This thesis deals with the subject of direction of arrival (DOA) estimation in modern passive sonar systems.

In the first chapter we give introductory information and summarize the principles of modern passive sonar systems.

In the second chapter we analyze the theoretical background of direction of arrival estimation model and present the most widespread and popular DoA algorithms.

Finally, in the third chapter we make a comparison between the above-mentioned algorithms based on the results of Matlab simulation. The code used for the simulations is given at the end of this thesis.

Keywords

Direction of arrival estimation, passive SONAR systems, radiation pattern, uniform linear array.

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	i
Περίληψη.....	ii
Abstract.....	iii
Περιεχόμενα.....	iv
Κατάλογος Σχημάτων.....	vi
Συντομογραφίες.....	viii

Κεφάλαιο 1: Αρχές Λειτουργίας SONAR

1.1	Εισαγωγή	1
1.2	Κατηγορίες Παθητικών Sonar	2
1.2.1	HMS (Hull Mounted Sonar)	2
1.2.2	TASS (Towed Array Sonar Systems).....	3
1.2.3	FAS (Flank Array Sonar)	4
1.2.4	Στατικά ή μόνιμα συστήματα παθητικής επιτήρησης.....	4
1.2.5	Παθητικοί Ηχοσημαντήρες (Passive Sonobuoys).....	5
1.3	Βασικό Λειτουργικό Διάγραμμα Παθητικών Sonar	6
1.3.1	Συστοιχίες Υδροφώνων	6
1.3.2	Terminal Adapter (TAD).....	7
1.3.3	Array Interface	7
1.3.4	Μορφοποιητής λοβών (Beamformer).....	8
1.3.5	Signal Processing	9
1.4	Εξίσωση Παθητικού Sonar	12
1.4.1	Signal Excess (SE)	12
1.4.2	Source Level (SL)	12
1.4.3	Transmission Loss (TL)	13
1.4.4	Noise Level (NL)	13
1.4.5	Detection Threshold (DT).....	14
1.4.6	Directivity Index (DI)	14

Κεφάλαιο 2: Αλγόριθμοι DoA

2.1	Εισαγωγή	15
2.2	Συμβατικές μέθοδοι υπολογισμού της κατεύθυνσης άφιξης ενός κύματος	16
2.2.1	Μέθοδος Bartlett.....	16
2.2.2	Μέθοδος Ελάχιστης Διαφοράς Capon (MVDR).....	19
2.3	Subspace based μέθοδοι υπολογισμού της κατεύθυνσης άφιξης ενός κύματος	21
2.3.1	Αλγόριθμος Ταξινόμησης Πολλαπλών Σημάτων (MUSIC).....	22
2.3.1.1	Αλγόριθμος Spectral - MUSIC.....	22
2.3.1.2	Αλγόριθμος Root - MUSIC.....	24
2.3.2	Αλγόριθμος ESPRIT.....	27

Κεφάλαιο 3

3.1	Εισαγωγή	31
3.2	Μελέτη της επίδοσης του αλγορίθμου Bartlett	32
3.2.1	Διαφορετικός αριθμός στοιχείων	33
3.2.2	Διαφορετικό SNR	35
3.3	Μελέτη της επίδοσης του αλγορίθμου Capon	36
3.3.1	Διαφορετικός αριθμός στοιχείων	37
3.3.2	Διαφορετικό SNR	38
3.4	Μελέτη της επίδοσης του αλγορίθμου Spectral-MUSIC	40
3.4.1	Διαφορετικός αριθμός στοιχείων	40
3.4.2	Διαφορετικό SNR	42
3.5	Μελέτη της επίδοσης του αλγορίθμου Root-MUSIC	43
3.5.1	Διαφορετικό SNR	44
3.6	Μελέτη της επίδοσης του αλγορίθμου ESPRIT	45
3.7	Συμπεράσματα	48
3.8	Προτάσεις για περαιτέρω μελέτη	49

<u>Παράρτημα Α: Κώδικας MATLAB</u>	50
---	----

<u>Παράρτημα Β: Βιβλιογραφία</u>	60
---	----

Κατάλογος Σχημάτων

1.1.	Τύποι Hull Mounted Sonar.....	2
1.2.	DTAS.....	3
1.3.	CATAS.....	3
1.4.	STAS.....	3
1.5.	Flank Array SONAR(FAS)	4
1.6.	Passive sonobuoys.....	5
1.7.	Βασικό λειτουργικό διάγραμμα παθητικού SONAR.....	6
1.8.	Stave 2 υδροφώνων σε μία κεραία FAS.....	7
1.9.	Αναπαράσταση διαδικασίας beamforming.....	8
1.10.	Αναπαράσταση διαδικασίας προσαρμοστικού beamforming.....	9
1.11.	Παθητική απεικόνιση ευρέως φάσματος.....	10
1.12.	Απεικόνιση ανάλυσης φάσματος.....	10
1.13.	Διαδικασία ανάλυσης παλμού.....	11
1.14.	Απεικόνιση επεξεργασίας DEMON σε DEMON-gram.....	11
2.1.	Απεικόνιση της δομής ενός κλασσικού beamformer.....	16
3.1.	Εφαρμογή beamforming σε ULA.....	31
3.2.	Διάγραμμα χωρικού φάσματος αλγορίθμου Bartlett.....	33
3.3.	Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Bartlett σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων.....	34
3.4.	Διακριτικότητα αλγορίθμου Bartlett σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων.....	35
3.5.	Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Bartlett σε συνάρτηση με το SNR εισόδου.....	36
3.6.	Διάγραμμα χωρικού φάσματος αλγορίθμου Capon.....	37
3.7.	Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Capon σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων.....	37
3.8.	Διακριτικότητα αλγορίθμου Capon σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων.....	38
3.9.	Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Capon σε συνάρτηση με το SNR εισόδου.....	39
3.10.	Διάγραμμα χωρικού φάσματος αλγορίθμου Spectral-MUSIC.....	40
3.11.	Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Spectral-MUSIC σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων.....	41
3.12.	Διακριτικότητα αλγορίθμου Spectral-MUSIC σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων.....	41
3.13.	Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Spectral-MUSIC σε συνάρτηση με το SNR εισόδου.....	42
3.14.	Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Root MUSIC σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων.....	43
3.15.	Διακριτικότητα αλγορίθμου Root MUSIC σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων.....	44
3.16.	Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Root MUSIC σε συνάρτηση με το SNR εισόδου.....	45

3.17. Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου ESPRIT σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων.....	46
3.18. Διακριτικότητα αλγορίθμου ESPRIT σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων.....	46
3.19. Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου ESPRIT σε συνάρτηση με το SNR εισόδου.....	47
3.20. Σύγκριση σφάλματος προσδιορισμού γωνίας άφιξης σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων.....	48
3.21. Σύγκριση διακριτικότητας σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων.....	49

ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

AG	Array Gain
AN	Ambient Noise
ATM	Asynchronous Transfer Mode
BMS	Bow Mounted Sonar
CATAS	Critical Angle Towed Array Sonars
DEMON	Demodulation of Noise
DI	Directivity Index
DoA	Direction of Arrival
DT	Detection Threshold
DTAS	Depressed Towed Array Sonars
ESPRIT	Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques
EVD	Eigenvalue Decomposition
FAS	Flank Array Sonar
FM	Frequency Modulation
GPS	Global Positioning System
HMS	Hull Mounted Sonar
IUSS	Integrated Undersea Surveillance System
KMS	Keel Mounted Sonar
LOFAR	Low Frequency Array
MPA	Maritime Patrol Aircraft
MVDR	Minimum Variance Distortionless Response
MUSIC	Multiple Signal Classification
NL	Noise Level
PL	Propagation Loss
RD	Recognition Level
RF	Radio Frequency
SE	Signal Excess
SL	Source Level
SONAR	Sound Navigation and Ranging
SP	Signal Processors
STAS	Submarine Towed Array Sonar
SVD	Singular Value Decomposition
TAD	Terminal Adapter
TASS	Towed Array Sonar System
TL	Transmission Loss
ULA	Uniform Linear Array
VHF	Very High Frequency

Αρχές Λειτουργίας SONAR

1.1 Εισαγωγή

Η ενασχόληση της επιστήμης με τον ήχο, μετά τον Πυθαγόρα, χρονολογείται από το 1490 με τον Leonardo Da Vinci. Εντούτοις οι προσπάθειες μετρήσεως της ταχύτητας διαδόσεως του ήχου εντός του ύδατος αρχίζουν στις αρχές του 19^{ου} αιώνας. Τότε αρχίζει ουσιαστικά η εποχή της υποβρυχίου ακουστικής, η ανάπτυξη της οποίας γίνεται επιτακτική ανάγκη αργότερα, στις αρχές του 20^{ου} αιώνα, με την προσπάθεια εντοπισμού υποβρυχίων κατά την διάρκεια του Πρώτου Παγκοσμίου Πολέμου.

Οι δομικοί λίθοι ήταν έτοιμοι. Η μαγνητοσυστολή και το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, για την κατασκευή μορφοτροπέων, ήταν ήδη γνωστά από το 1840 από τον Robert Joule και εν συνεχεία το 1880 από τους Jacques και Pierre Curie αντίστοιχα. Το φαινόμενο Doppler-Fizeau, σχετικά με την μεταβολή της συχνότητας του ήχου, από την σχετική κίνηση της ηχητικής πηγής ως προς το μέσον διαδόσεως, ήταν γνωστό από το 1848. Ενώ η θεωρία των συνθέτων κυμάτων είχε διατυπωθεί από τον Fourier το 1807. Με την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών λυχνιών, το 1917, έγινε από τον Paul Langevin προσπάθεια παραγωγής ισχυρών ακουστικών κυμάτων, καθώς και ενίσχυση των ασθενώς λαμβανομένων ανακλάσεων, με σκοπό τον εντοπισμό υποβρυχίων.

Κατά την διάρκεια του Δευτέρου Παγκοσμίου Πολέμου, το Βρετανικό Ναυτικό χρησιμοποίησε συσκευή εκπομπής και λήψεως ηχητικών κυμάτων εντός της θαλάσσης, για τον εντοπισμό των υποβρυχίων, που ονομάσθηκε ASDIC. Η συσκευή αυτή τελειοποιηθείσα από το Αμερικανικό Ναυτικό μετονομάσθηκε σε SONAR (SOund NAVigation and Ranging).

Από τότε, η κατασκευή των SONAR βελτιώθηκε δραστικά, από τις συνεχώς αυξανόμενες απαιτήσεις, όπως τον εντοπισμό στόχων χαμηλού θορύβου από μεγάλες αποστάσεις, τις ανάγκες αναγνώρισεως στόχων από την ακουστική τους χροιά, την αποφυγή παρεμβολών από άλλες πηγές θορύβου αλλά κυρίως από την ανάπτυξη της ηλεκτρονικής και εν συνεχεία των ηλεκτρονικών υπολογιστών.

1.2 Κατηγορίες Παθητικών Sonar

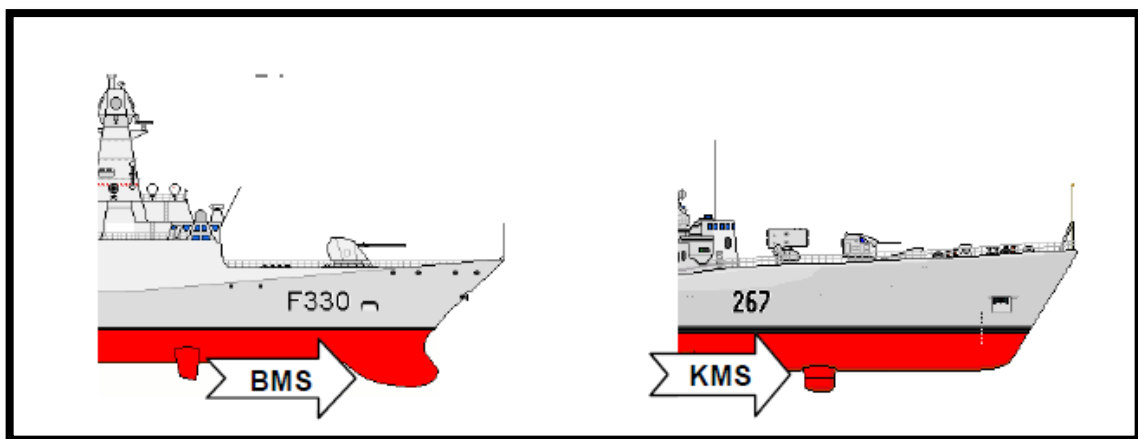
Η ραγδαία ανάπτυξη της τεχνολογίας έχει οδηγήσει στην ανάπτυξη μιας τεράστιας ποικιλίας συστημάτων sonar καθένα από τα οποία μπορεί να φέρεται από πλοία επιφανείας, υποβρύχια, αεροσκάφη, ελικόπτερα ή να είναι μόνιμα εγκατεστημένο σε κάποια γεωγραφική περιοχή για επιτήρηση/παρακολούθηση ή καταγραφή ωκεανογραφικών δεδομένων.

Τα συστήματα αυτά διαχωρίζονται σε δυο βασικές κατηγορίες: τα ενεργητικά και τα παθητικά sonar. Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε με τα παθητικά sonar στα οποία η ηχητική πηγή είναι ο ίδιος ο στόχος. Οι βασικότερες κατηγορίες παθητικών sonar είναι οι ακόλουθες:

- HMS (Hull Mounted Sonar)
- TASS (Towed Array Sonar System)
- FAS (Flank Array Sonar)
- Στατικά ή μόνιμα συστήματα παθητικής επιτήρησης
- Παθητικοί ηχοσημαντήρες (passive sonobuoys)

1.2.1 HMS (Hull Mounted Sonar)

Στα συστήματα αυτά η στοιχειοκεραία είναι εγκατεστημένη επί της γάστρας του σκάφους. Διακρίνονται περαιτέρω σε BMS (Bow Mounted Sonar) και KMS (Keel Mounted Sonar). Στα BMS η στοιχειοκεραία είναι εγκατεστημένη σε βολβοειδούς μορφής θόλο στην πλώρη του πλοίου, σε αντίθεση με τα KMS τα οποία είναι εγκατεστημένα πιο πίσω επί της τρόπιδας του πλοίου. Το πλεονέκτημα των BMS συστημάτων είναι ότι βρίσκονται μακρύτερα από τις βασικές πηγές αυτοθορύβου της πλατφόρμας (προωστήριο σκεύος), ωστόσο εξωτερικά του θόλου σχηματίζονται εύκολα φουσαλίδες λόγω υδροδυναμικής ροής.

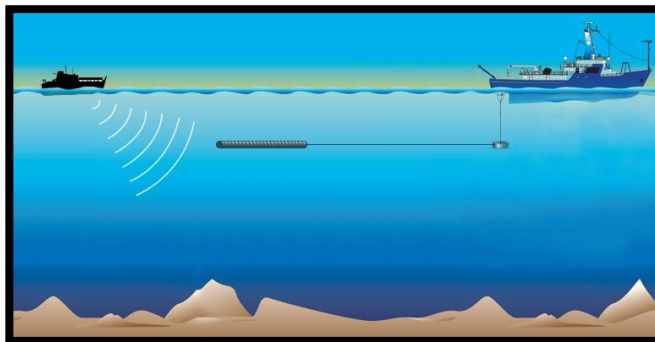


Σχήμα 1.1. Τύποι Hull Mounted Sonar

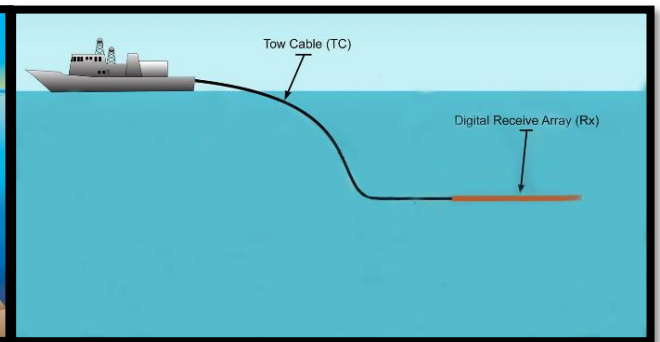
1.2.2 TASS (Towed Array Sonar Systems)

Πρόκειται για ένα σύστημα γραμμικής στοιχειοκεραίας υδροφώνων η οποία ρυμουλκείται από πλοίο επιφανείας ή υποβρύχιο. Ένα σύστημα TASS αποτελεί αυστηρά παθητικό sonar χαμηλών συχνοτήτων το οποίο υπερνικά το πρόβλημα του μικρού φυσικού μεγέθους και της εισαγωγής αυτοθορύβου (χαρακτηριστικά των παθητικών HMS) καθώς δεν περιορίζεται από τις διαστάσεις της πλατφόρμας και παράλληλα μπορεί να παρεαθεί σε οποιοδήποτε βάθος επιθυμούμε.

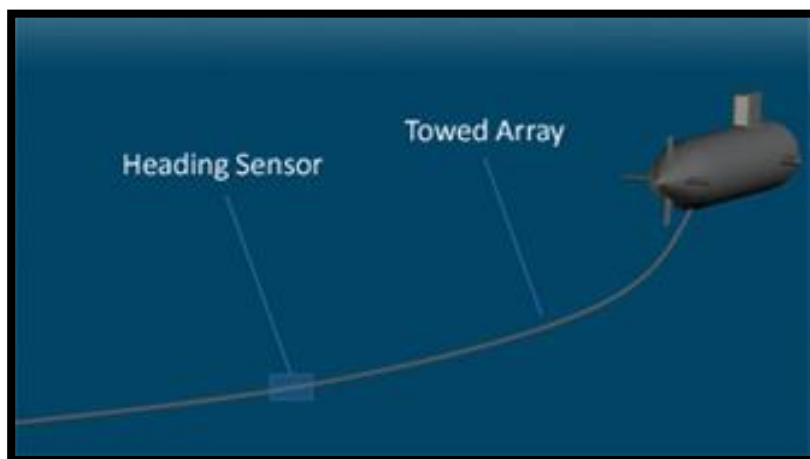
Οι ρυμουλκούμενες στοιχειοκεραίες υδροφώνων διακρίνονται σε συστήματα DTAS (Depressed Towed Array Sonars) και CATAS (Critical Angle Towed Array Sonars). Στα DTAS το βάθος παρέασης ρυθμίζεται από το βάθος στο οποίο βρίσκεται το ρυμουλκούμενο σώμα (towed body ή depressor), ενώ στα CATAS από την ταχύτητα, το μήκος και το βάρος του καλωδίου ρυμούλκησης (η συστοιχία δεν συνδέεται σε ρυμουλκούμενο σώμα). Οι ρυμουλκούμενες από υποβρύχια συστοιχίες υδροφώνων είναι ουδέτερης πλευστότητας και είναι γνωστές ως STAS (Submarine Towed Array Sonar).



Σχήμα 1.2. DTAS



Σχήμα 1.3. CATAS



Σχήμα 1.4. STAS

1.2.3 FAS (Flank Array Sonar)

Πρόκειται για ομοιόμορφες γραμμικές συστοιχίες υδροφώνων εγκατεστημένες σε ειδικές αντικραδασμικές βάσεις εξωτερικά των δυο πλευρών ενός υποβρυχίου. Σημαντικό πλεονέκτημα των συστημάτων FAS έναντι των συστημάτων TASS είναι η μεγαλύτερη ελευθερία χειρισμών εκ μέρους του Υ/Β λόγω της σταθερής γεωμετρίας της συστοιχίας σε αλλαγές πορείας και βάθους του υποβρυχίου. Από την άλλη πλευρά στα συστήματα αυτά υπεισέρχονται εντονότερα οι αυτοθόρυβοι του φορέα, ενώ λόγω του σχετικά μικρότερου μήκους της συστοιχίας υδροφώνων, το οποίο περιορίζεται από το μήκος του ανθεκτικού σκάφους του υποβρυχίου, οι σχηματιζόμενοι λοβοί είναι σημαντικά μικρότερης κατευθυντικότητας, ιδιαίτερα στις χαμηλές συχνότητες. Στις υψηλότερες, ωστόσο, συχνότητες τα συστήματα FAS αποφεύγουν τη λεγόμενη αμφιβολία διοπτύσεως (bearing ambiguity) η οποία είναι χαρακτηριστική αδυναμία των περισσότερων συστημάτων TASS σε ολόκληρη την μπάντα συχνοτήτων λειτουργίας τους. Οι περιοχές βέλτιστης ακρόασης των συστημάτων FAS βρίσκονται στις εγκάρσιες διευθύνσεις (στενότεροι λοβοί).



Σχήμα 1.5. Flank Array SONAR(FAS)

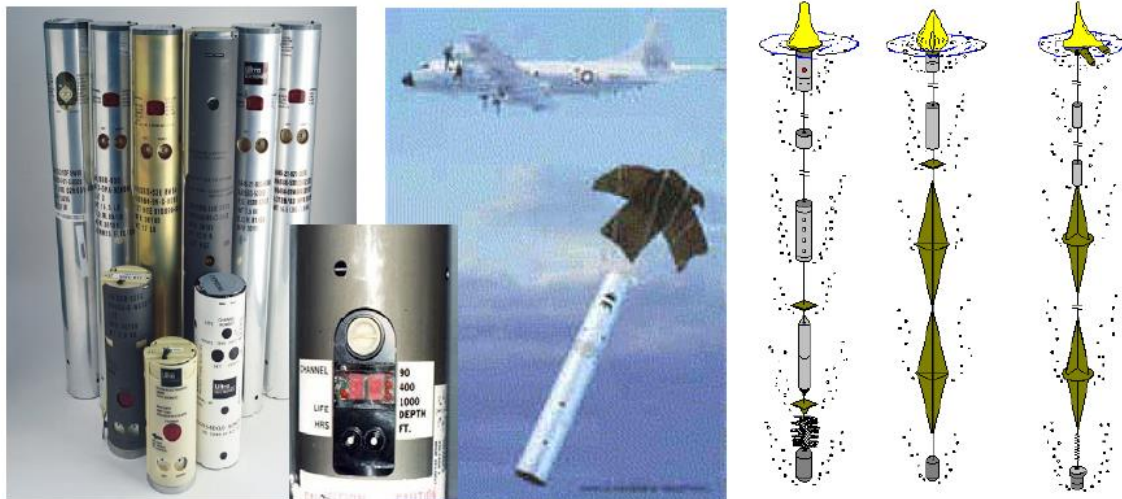
1.2.4 Στατικά ή μόνιμα συστήματα παθητικής επιτήρησης

Τα στατικά ή μόνιμα συστήματα παθητικής επιτήρησης για παθητικό εντοπισμό υποβρυχίων στόχων, βρίσκονται ποντισμένα σε επιλεγμένα στρατηγικά σημεία του βυθού της θάλασσας, στα οποία αναμένεται να διέλθουν οι αντίπαλες υποβρύχιες δυνάμεις. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το σύστημα υποβρύχιας επιτήρησης IUSS (Integrated Undersea Surveillance System) του αμερικανικού ναυτικού.

1.2.5 Παθητικοί ηχοσημαντήρες (passive sonobuoys)

Οι παθητικοί ηχοσημαντήρες αποτελούν μικρογραφίες αυτόνομων παθητικών συστημάτων sonar. Πρόκειται για μικρά, σχετικά πολύπλοκα και χαμηλού κόστους συστήματα sonar τα οποία ρίπτονται από αεροσκάφη ναυτικής συνεργασίας (Maritime Patrol Aircraft- MPA), ελικόπτερα ή ακόμη και από πολεμικά πλοία. Παρέχουν στοιχεία για εντοπισμό, αναγνώριση, παρακολούθηση και επίθεση εναντίον υποβρυχίων στόχων σε κατάσταση θαλάσσης (sea state) έως και 5. Οι πληροφορίες που λαμβάνουν τα υδρόφωνα μεταδίδονται μέσω VHF/FM ζεύξης για περαιτέρω επεξεργασία από τις συσκευές του αεροσκάφους, ελικοπτέρου ή πλοίου. Τα περισσότερα μοντέλα ηχοσημαντήρων είναι αναλώσιμα και μετά από κάποια χρονική περίοδο λειτουργίας (συνήθως 8 ώρες) βυθίζονται μόνα τους. Οι σύγχρονοι ηχοσημαντήρες διαθέτουν και δέκτη GPS για ακριβέστερη μετάδοση των στοιχείων της θέσης τους.

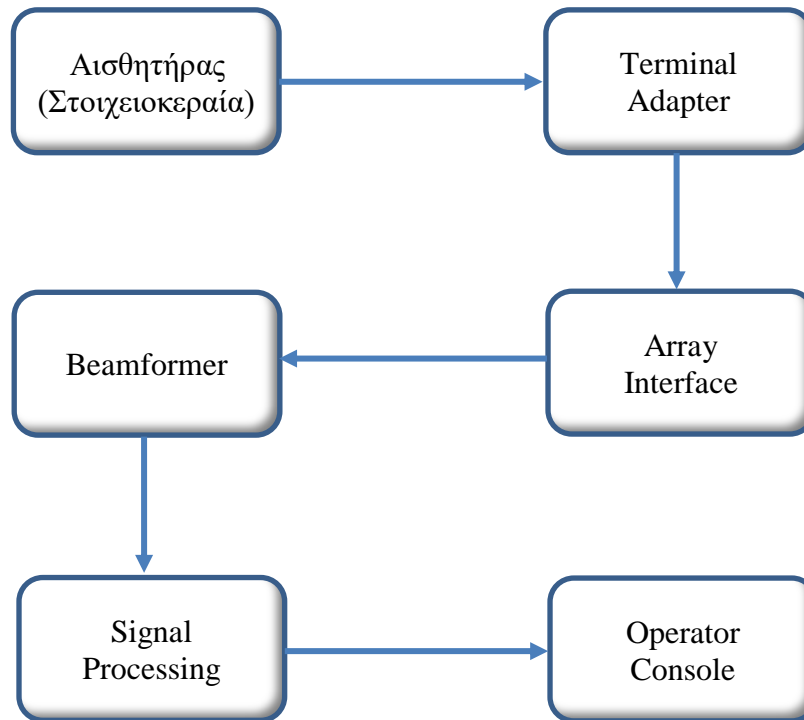
Το βάθος ανάπτυξης των υδροφώνων, η διάρκεια ζωής του καθώς και το κανάλι εκπομπής RF πρωτοποθεούνται πριν την άφηση του από τον χειριστή. Τέλος, οι ηχοσημαντήρες διαθέτουν μικρή κατευθυντικότητα λόγω του περιορισμένου αριθμού υδροφώνων, απόρροια των μικρών φυσικών τους διαστάσεων.



Σχήμα 1.6. Passive sonobuoys

1.3 Βασικό Λειτουργικό Διάγραμμα Παθητικών SONAR

Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζονται τα βασικά λειτουργικά μέρη ενός τυπικού παθητικού συστήματος sonar τα οποία θα αναλυθούν στην συνέχεια:



Σχήμα 1.7. Βασικό λειτουργικό διάγραμμα παθητικού SONAR

1.3.1 Στοιχειοκεραία Υδροφώνων

Η στοιχειοκεραία υδροφώνων αποτελεί απαραίτητο τμήμα κάθε παθητικού συστήματος sonar αφού αποτελείται από τα ευαίσθητα στοιχεία (υδρόφωνα) που συλλαμβάνουν την ακουστική ενέργεια που εκπέμπεται από τους υποβρύχιους στόχους και την μετατρέπουν σε ηλεκτρικά σήματα για περαιτέρω επεξεργασία.

Η μετατροπή του ακουστικού κύματος σε ηλεκτρικό σήμα λαμβάνει χώρα σε κάθε ένα υδρόφωνο της στοιχειοκεραίας και βασίζεται στο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, σύμφωνα με το οποίο μηχανική καταπόνηση-παραμόρφωση στο κρυσταλλικό πλέγμα συγκεκριμένων υλικών έχει ως αποτέλεσμα την ηλεκτρική πόλωση του υλικού. Με άλλα λόγια το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο οφείλεται στην μετατόπιση ιοντικών φορτίων μέσα στην κρυσταλλική δομή του υλικού και ως αποτέλεσμα η παραγόμενη πόλωση και διαφορά δυναμικού εξαρτώνται απευθείας από την μηχανική παραμόρφωση του υλικού. Το πιεζοηλεκτρικό υδρόφωνο επομένως είναι κατάλληλα κατασκευασμένο, ώστε το προσπίπτον ηχητικό κύμα να παραμορφώνει τον κρύσταλλο ελαστικά και να παράγει την ανάλογη τάση. Φυσικά υλικά που παρουσιάζουν έντονο πιεζοηλεκτρικό

φαινόμενο είναι ο χαλαζίας (SiO_2) και το άλας Seignette (Τρυγικό άλας Καλίου-Νατρίου). Σήμερα χρησιμοποιούνται κεραμικά υλικά όπως το Τιτανιούχο Βάριο και το κράμα Μολύβδου-Τιτανιούχου Ζιρκονίου, τα οποία παρουσιάζουν μεγαλύτερη απόδοση (μεγάλη τάση για μικρή πίεση).

Κάθε στοιχειοκεραία ανάλογα με τη λειτουργία για την οποία πρόκειται να χρησιμοποιηθεί αποτελείται από συγκεκριμένο αριθμό group υδροφώνων τα οποία ονομάζονται staves. Ένα staff αποτελείται από συγκεκριμένο αριθμό υδροφώνων συνδεδεμένα παράλληλα με σκοπό να αυξήσουν την ευαισθησία του δέκτη και να μειώσουν την επίδραση του θόρυβου περιβάλλοντος.

Τέλος, τα σήματα των υδροφώνων μετά την λήψη τους φιλτράρονται και ενισχύονται μέσω κατάλληλων προενισχυτών κέρδους και αφού μετατραπούν σε ψηφιακά σήματα οδηγούνται στον αντίστοιχο Terminal Adapter (TAD).



Σχήμα 1.8. Staff 2 υδροφώνων σε μία κεραία FAS

1.3.2 Terminal Adapter (TAD)

Ο Terminal Adapter είναι ο συνδετικός κρίκος μεταξύ της στοιχειοκεραίας υδροφώνων που βρίσκεται εκτός του ανθεκτικού σκάφους του υποβρυχίου και των λοιπών τμημάτων του sonar που βρίσκονται εσωτερικά. Λαμβάνει τα ψηφιακά σήματα από την στοιχειοκεραία και τα μετατρέπει σε ATM cells τα οποία στην συνέχεια εκπέμπει προς το Array interface της αντίστοιχης κεραίας μέσω οπτικής ίνας.

1.3.3 Array Interface

Το array interface χρησιμοποιείται για την επικοινωνία μεταξύ του terminal adapter (και κατ' επέκταση της στοιχειοκεραίας) και του beamformer. Λειτουργεί σαν master clock για τον συγχρονισμό των ανωτέρω υπομονάδων του συστήματος και είναι η μονάδα που υπολογίζει και αποστέλλει την τιμή του κέρδους που χρησιμοποιείται ανα πάσα στιγμή για την ενίσχυση του λαμβανόμενου σήματος από την κεραία. Τέλος,

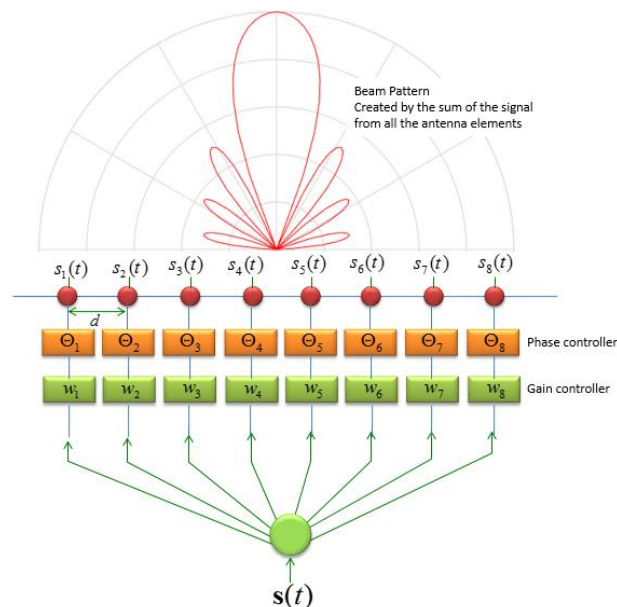
ελέγχει την ορθή λειτουργία των διαφόρων staves της στοιχειοκεραίας και αποστέλλει τα αποτελέσματα προς την κονσόλα του χειριστή ο οποίος εν συνεχεία μπορεί να διατάξει την απενεργοποίηση των ελλατωματικών staves.

1.3.4 Μορφοποιητής λοβών (Beamformer)

Ο μορφοποιητής λοβών (beamformer) λειτουργεί πρωτίστως ως ένα χωρικό φίλτρο (spatial filter) και δευτερευόντως ως ένα συχνοτικό φίλτρο για το παθητικό σύστημα sonar. Ο σχηματισμός λοβών αυξάνει την ευαισθησία λήψης, μειώνει το επίπεδο του λαμβανόμενου θορύβου και κάνοντας χρήση ειδικών αλγορίθμων παρέχει τη δυνατότητα μέτρησης του αζιμούθιου του λαμβανόμενου σήματος (DoA).

Στα παθητικά συστήματα η ακρόαση εκτελείται συνεχώς προς όλες τις διευθύνσεις είτε μέσω σταθερών/προσχηματισμένων λοβών είτε μέσω περιστρεφόμενων λοβών. Αυτό επιτυγχάνεται με τη δημιουργία λοβών ακρόασης οι οποίοι αφενός καλύπτουν ολόκληρο το αζιμουθιακό εύρος (360°), αφετέρου απορρίπτουν σημαντικό μέρος από το λαμβανόμενο επίπεδο θορύβου.

Η αρχή λειτουργίας του beamforming βασίζεται στην επιβολή κατάλληλων χρονικών καθυστερήσεων (ή φασικών ολισθήσεων) στο σήμα κάθε στοιχείου λήψης (υδροφώνου) με σκοπό το σχηματισμό του επιθυμητού λοβού προς κάποια συγκεκριμένη κατεύθυνση. Έτσι για κάθε επιθυμητή κατεύθυνση του λοβού χρησιμοποιείται διαφορετική τιμή χρονικής καθυστέρησης, ενώ για το σχηματισμό ενός και μόνο λοβού χρησιμοποιούνται πολλά ή και όλα τα υδρόφωνα της στοιχειοκεραίας. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται αρκετές φορές, κάθε φορά με διαφορετικό σύνολο χρονικών καθυστερήσεων/μετατοπίσεων φάσεων με σκοπό τη δημιουργία πολλών λοβών ταυτόχρονα οι οποίοι καλύπτουν το σύνολο του τομέα λήψης της συστοιχίας.

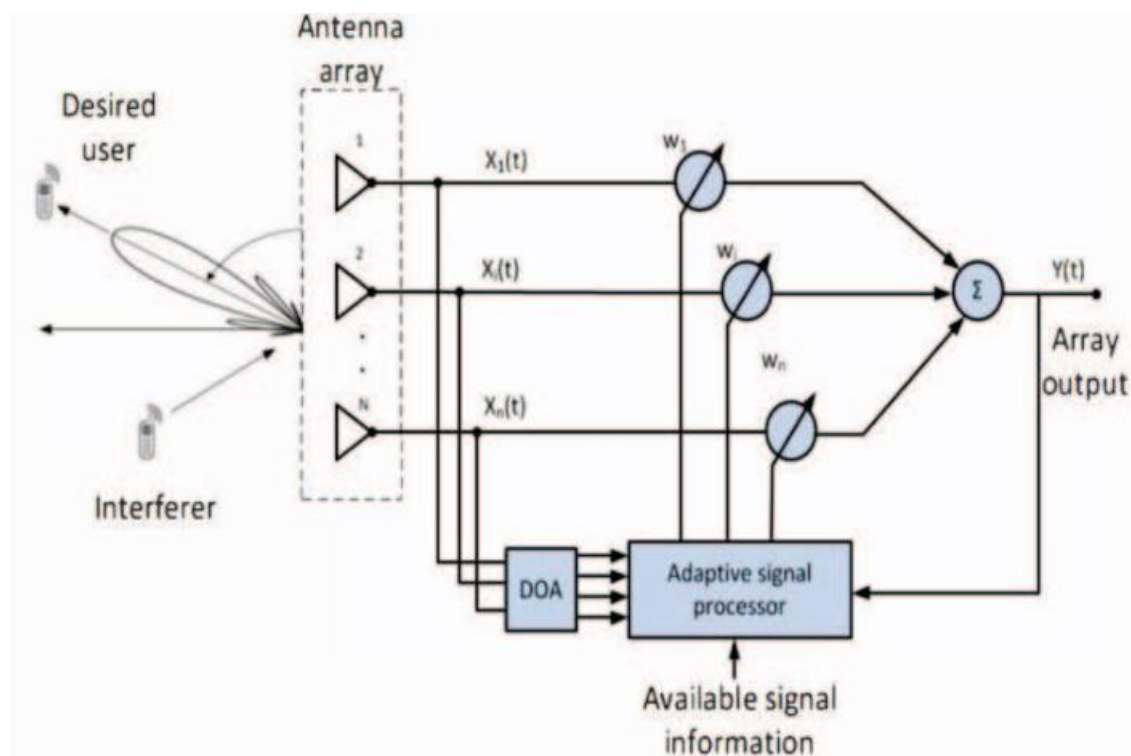


Σχήμα 1.9. Αναπαράσταση διαδικασίας beamforming

Όσο περισσότερα υδρόφωνα χρησιμοποιούνται ταυτόχρονα για το σχηματισμό του κάθε λοβού τόσο πιο κατευθυντικός γίνεται ο λοβός, με αποτέλεσμα την καλύτερη διακρίβωση του συστήματος κατά διόπτευση (αζιμούθιο).

Στη περίπτωση ενός συστήματος sonar, όπου το περιβάλλον διάδοσης είναι μεταβαλλόμενο και συνυπάρχουν το επιθυμητό σήμα, ο θόρυβος και οι παρεμβολές, η κατευθυντική ευαισθησία της κεραίας παρακολουθεί χωρο-χρονικά την επιθυμητή πηγή σήματος και προσαρμόζεται δυναμικά σε οποιαδήποτε αλλαγή. Εφαρμόζεται, δηλαδή, προσαρμοστικό (adaptive) beamforming.

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται μια απλή αναπαράσταση της διαδικασίας του προσαρμοστικού (adaptive) beamforming σε μια γραμμική στοιχειοκεραία υδροφώνων.

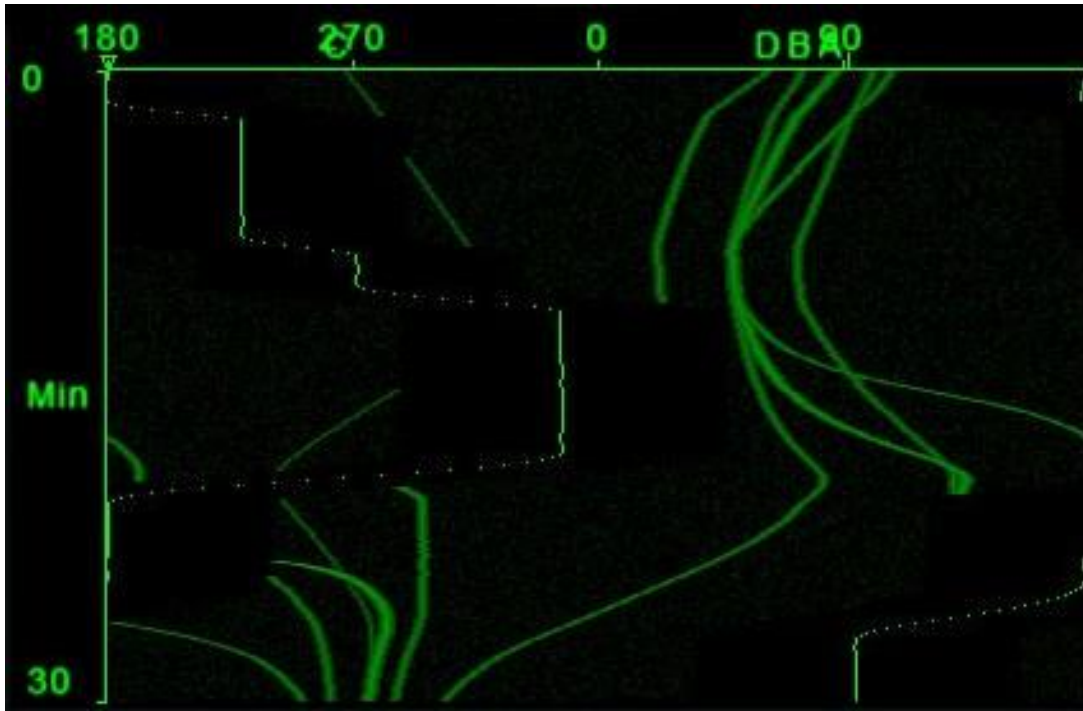


Σχήμα 1.10. Αναπαράσταση διαδικασίας προσαρμοστικού beamforming

1.3.5 Signal processing

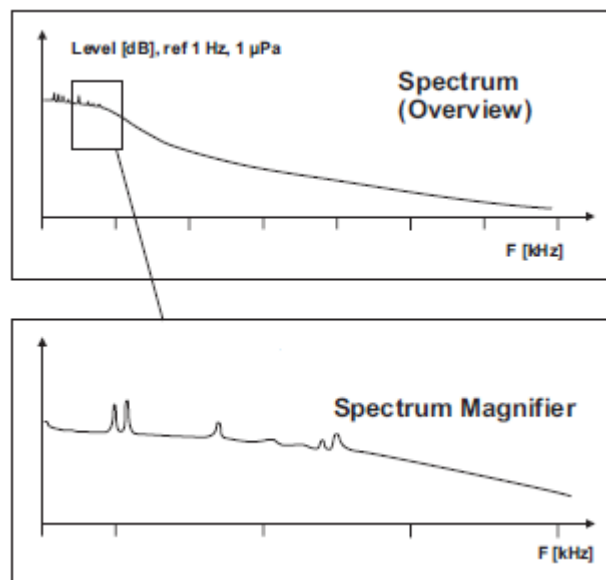
Η έξοδος από τον μορφοποιητή λοβών (beamformer) οδηγείται στους διαφόρους SP (Signal Processors) για περαιτέρω επεξεργασία. Πιο συγκεκριμένα η έξοδος του beamformer αφού οδηγηθεί για ανίχνευση σήματος εν συνεχεία αποστέλεται στην κατάλληλη μονάδα για επεξεργασία αναλόγως της λειτουργίας που θέλουμε να απεικονίσουμε στην κονσόλα του χειριστή (operator console) και η οποία μπορεί να είναι μία από τις ακόλουθες:

- Παθητική απεικόνιση ευρέως φάσματος: Η ανιχνεύσιμη πληροφορία από το συνολικό φάσμα ακρόασης απεικονίζεται σε ένα waterfall αζιμούθιου-χρόνου. Οι νεότερες πληροφορίες εμφανίζονται στο πάνω μέρος του ενδείκτη, ενώ οι παλαιότερες στο κάτω.



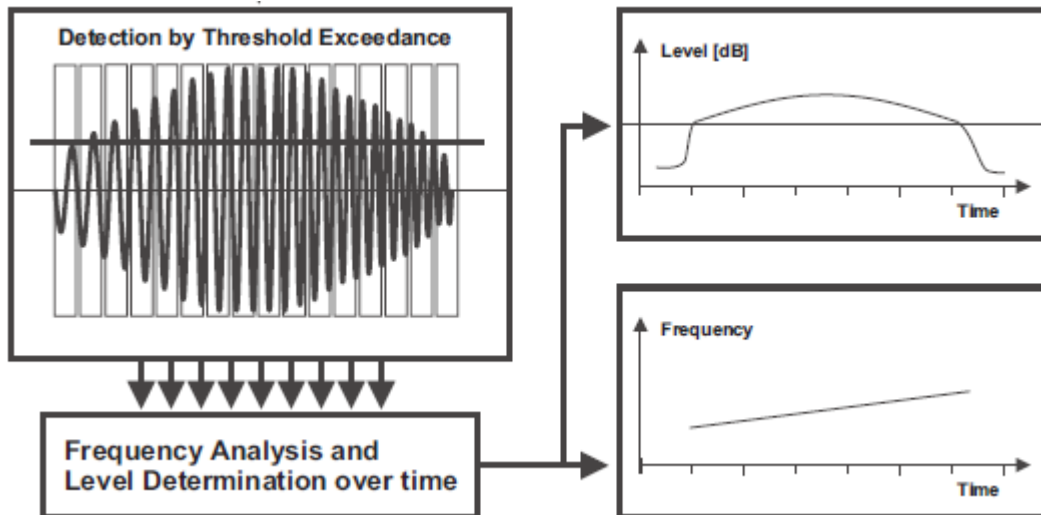
Σχήμα 1.11. Παθητική απεικόνιση ευρέως φάσματος

- Ανάλυση φάσματος (spectrum analyzer): Ο αναλυτής συχνοτήτων εκτελεί ανάλυση στενού φάσματος του εισερχόμενου σήματος, αναδुकνύει, δηλαδή, τις διακριτές συχνότητες από τις οποίες αποτελείται το σήμα. Η επεξεργασία αυτή εκτελείται μέσω χωρισμού του φάσματος σε μικρές στενές μπάντες ανάλυσης. Το εύρος της κάθε μπάντας ονομάζεται εύρος ανάλυσης συχνοτήτων και είναι επιλεγόμενο από τον χειριστή του sonar.



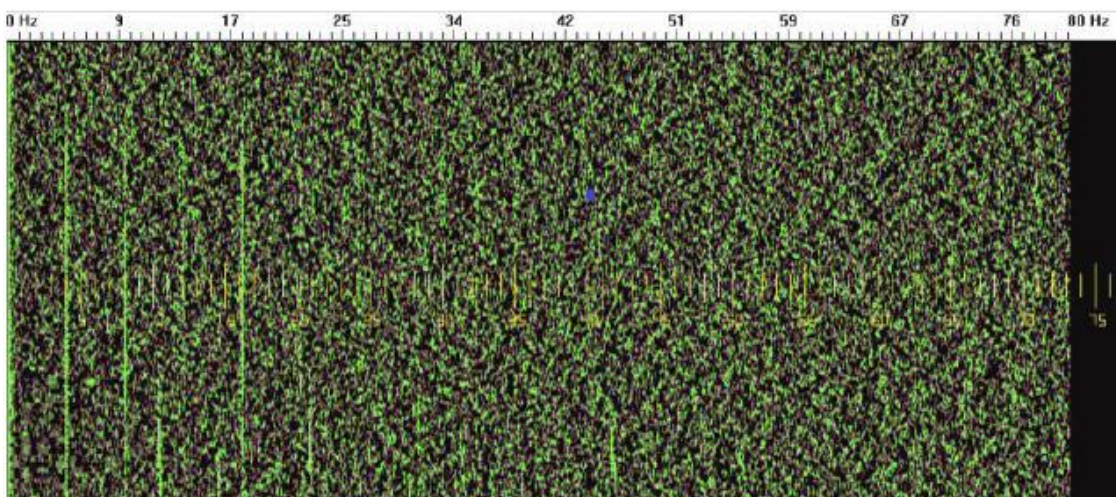
Σχήμα 1.12. Απεικόνιση ανάλυσης φάσματος

- Ανάλυση παλμού: Ο αναλυτής παλμού εκτελεί ανάλυση του εισερχόμενου παλμού δίνοντας στοιχεία σχετικά με τη συχνότητα, την ένταση και το εύρος του παλμού.



Σχήμα 1.13. Διαδικασία ανάλυσης παλμού

- Επεξεργασία DEMON (Demodulation of Noise): Οι ακουστικές υπογραφές περιέχουν υψηλά επίπεδα ευρέως φάσματος θορύβου (broadband) που μπορεί να είναι διαμορφωμένα κατά πλάτος σε ένα επαναλαμβανόμενο ρυθμό. Το φαινόμενο αυτό περιορίζεται συνήθως στη διαμόρφωση του θορύβου των αξόνων και των προπελών (cavitation). Ο θόρυβος αυτός αποδιαμορφώνεται και αναλύεται με τη διαδικασία που ονομάζεται DEMON. Στην αρχή εκτελείται αποδιαμόρφωση πλάτους του λαμβανόμενου θορύβου και εν συνεχεία φασματική ανάλυση (LOFAR) της περιβάλλουσας και απεικόνιση σε έναν ενδείκτη στενού εύρους (DEMON-gram)



Σχήμα 1.14. Απεικόνιση επεξεργασίας DEMON σε DEMON-gram

1.4 Εξίσωση Παθητικού Sonar

Η εξίσωση παθητικού sonar είναι μια παρουσίαση της ισότητας ανάμεσα στο επιθυμητό ακουστικό πεδίο και το ανεπιθύμητο ακουστικό πεδίο (background noise). Το επιθυμητό ακουστικό σήμα σε ένα παθητικό sonar είναι το εκπεμπόμενο επίπεδο θορύβου του στόχου (Source Level -SL) που φθάνει σε ένα υδρόφωνο, ενώ το ανεπιθύμητο το ambient noise ή αντηχήσεις.

Σκοπός της εξίσωσης είναι η πρόβλεψη της λειτουργικής απόδοσης (αποστάσεις και πιθανότητες εντοπισμού) με σκοπό τη βέλτιστη επιχειρησιακή εκμετάλλευση των διατιθέμενων ηχοεντοπιστικών συσκευών.

Η εξίσωση παθητικού sonar εκφράζεται με βάση τις παραμέτρους που χαρακτηρίζουν τον στόχο, το μέσο διάδοσης (θαλάσσιο περιβάλλον) και τέλος το ίδιο το σύστημα με το χειριστή του και δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$SE=SL-TL-NL-DT+DI$$

Όπου SE είναι το Signal Excess (σε Db), SL το Source Level (σε dB), TL είναι το Transmission Loss (σε dB), NL είναι το Noise Level (σε dB), DT είναι το Detection Threshold (σε dB) και τέλος DI είναι το Directivity Index (σε dB).

1.4.1 Signal Excess (SE)

Το Signal Excess (SE) αντιπροσωπεύει το επίπεδο του λαμβανόμενου σήματος που είναι διαθέσιμο για ανίχνευση. Όταν το SE είναι ίσο με το μηδέν ($SE=0$) οι πιθανότητες για εντοπισμό του στόχου είναι 50%, ενώ όταν το SE είναι μεγαλύτερο του μηδενός ($SE>0$) υπάρχουν περισσότερες πιθανότητες εντοπισμού του στόχου.

1.4.2 Source Level (SL)

Το Source Level (SL) είναι το επίπεδο του εκπεμπόμενου σήματος του στόχου (radiated noise), προς την κατεύθυνση του σήματος λήψης και σε απόσταση ενός μέτρου (1m) από την πηγή. Εξαρτάται από τον τύπο του στόχου, τον τρόπο λειτουργίας του (mode of operation) καθώς επίσης από την ταχύτητα, το βάθος και τη θέση του (aspect). Το Source Level ενός σκάφους είναι προϊόν της μέτρησης της ακουστικής υπογραφής του, όπου για μεγαλύτερη ακρίβεια μετριέται σε ειδικούς σταθμούς ακουστικών μετρήσεων.

1.4.3 Transmission Loss (TL)

Το Transmission Loss (TL) ή Propagation Loss (PL) είναι η μείωση της έντασης (ή πίεσης) του σήματος καθώς αυτό ταξιδεύει στη θάλασσα από την πηγή προς τον λαμβανόμενο υδρόφωνο/συστοιχία.

Φαινόμενα όπως η απορρόφηση, η γεωμετρική απόκλιση, οι ανακλάσεις από τον πυθμένα ή την επιφάνεια επιδρούν στην διάδοση και έχουν σαν αποτέλεσμα την προοδευτική μείωση της ενέργειας του ηχητικού κύματος. Η γνώση των παραμέτρων του περιβάλλοντος που επηρεάζουν, είναι δυνατόν να βοηθήσει στην ακριβότερη εκτίμηση των απωλειών και κατά συνέπεια την λήψη ορθότερων αποφάσεων για την απόδοση και τον αποτελεσματικότερο τρόπο χειρισμού/εκμετάλλευσης ενός συστήματος sonar.

Το Transmission Loss (TL) εκφράζει λογαριθμικά (σε dB) την απώλεια της ηχητικής διάδοσης σε κάποια απόσταση r από την πηγή και ορίζεται από τον τύπο :

$$TL = 20 \log \frac{p(1m)}{p(r)} = 10 \log \frac{I(1m)}{I(r)}$$

όπου p η τιμή της ακουστικής πίεσης του κύματος και I η ένταση του ακουστικού κύματος.

1.4.4 Noise Level (NL)

Το Noise Level (NL) είναι η λαμβανόμενη ενέργεια του συνολικού background θορύβου που υπάρχει γύρω από το λαμβανόμενο υδρόφωνο. Ο θόρυβος αυτός δεν σχετίζεται με το σήμα του στόχου που ενδιαφερόμαστε και περιλαμβάνει το συνολικό επίπεδο του υποθαλάσσιου θορύβου καθώς και τον αυτοθόρυβο που τείνουν να καλύψουν το επιθυμητό σήμα:

$$NL_{total} = AN + SN$$

Το AN (Ambient Noise) ισούται με το επίπεδο ναυτιλιακού θορύβου (shipping noise level) συν το επίπεδο θορύβου κυματισμού (sea state noise):

$$AN = NL_{Shipping} + NL_{Sea state}$$

Τέλος, το SN ισούται με το επίπεδο ευρέως φάσματος αυτοθορύβου του σκάφους (Broadband Noise) συν το επίπεδο θορύβου στενού εύρους φάσματος (narrow band):

$$SN = NL_{BB} + NL_{NB}$$

1.4.5 Detection Threshold (DT)

Οι ανιχνευτές σήματος είναι ειδικά φίλτρα ή ψηφιακοί αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται στους δέκτες για την ανίχνευση του επιθυμητού σήματος. Τα χρήσιμα αυτά σήματα πρέπει πάντα να παρατηρηθούν μέσα από ένα υπόβαθρο θορύβου.

Το Detection Threshold (DT) ή Recognition Level (RD) είναι ο λόγος του λαμβανόμενου σήματος σε σχέση με το background θόρυβο (S/N) που χρειάζεται ο δέκτης sonar, ώστε να καθιστά ικανό ένα χειριστή να αναγνωρίσει την παρουσία ενός σήματος με 50% πιθανότητα.

1.4.6 Directivity Index (DI)

Το Directivity Index (DI) είναι ο δείκτης κατευθυντικότητας της συστοιχίας, λόγω του εφαρμοζόμενου beamforming. Πρόκειται δηλαδή για το λόγο του λαμβανόμενου σήματος σε σχέση με το θόρυβο (SNR) μεταξύ ενός κατευθυντικού υδροφώνου και ενός μη κατευθυντικού (omnidirectional). Αντικαθίσταται από το Array Gain (AG) της συστοιχίας το οποίο παρέχει τη πραγματική βελτίωση του SNR του λαμβανόμενου σήματος προς την εκάστοτε κατεύθυνση. Με άλλα λόγια το DI αποτελεί ενδείκτη της μείωσης του θορύβου που φθάνει από άλλες κατευθύνσεις από αυτές του ακουστικού άξονα και είναι πάντα θετικός αριθμός σε dB ($DI \geq 0$.)

Αλγόριθμοι DoA

2.1 Εισαγωγή

Οι τεχνολογικές εξελίξεις έχουν διεισδύσει στην καθημερινότητά μας όπως ποτέ άλλοτε. Συσκευές υψηλής νοημοσύνης, εξοπλισμένες με αλγορίθμους τελευταίας τεχνολογίας, διευκολύνουν, ενισχύουν και ανυψώνουν τον τρόπο ζωής μας, κάνοντας το μέλλον να φαντάζει παρόν. Συστήματα αυτοματισμού για έξυπνα σπίτια, ακουστικά βαρηκοΐας επόμενης γενιάς, ρομπότ με αυτόνομα συστήματα πλοήγησης φέρνουν στο προσκήνιο της επιστημονικής κοινότητας προβλήματα επεξεργασίας σημάτων ήχου. Ένα από αυτά τα προβλήματα είναι η εκτίμηση του πλήθους και των κατευθύνσεων από τις οποίες προέρχεται ο ήχος, αυτό που συνήθως ονομάζουμε εκτίμηση κατεύθυνσης άφιξης DoA.

Η εύρεση της κατεύθυνσης άφιξης ενός σήματος αποτελεί βασική λειτουργία στον τομέα της επεξεργασίας σήματος με ποικίλες εφαρμογές στον τομέα της πλοήγησης (RADAR, SONAR, Wireless Sensor Networks), της γεωφυσικής (σεισμολογία) και των σύγχρονων επικοινωνιών.

Το πρόβλημα της εκτίμησης κατεύθυνσης άφιξης είναι ενεργό για πάνω από τριάντα χρόνια, με αποτέλεσμα την ανάπτυξη πληθώρας αλγορίθμων οι περισσότεροι από τους οποίους προέρχονται από την περιοχή των τηλεπικοινωνιών.

Στο κεφάλαιο που ακολουθεί θα επιχειρήσουμε να κάνουμε μια λεπτομερή παρουσίαση των μεθόδων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της κατεύθυνσης άφιξης ενός σήματος (Direction of Arrival – DoA estimation).

Οι Direction of Arrival (DoA) Estimation τεχνικές που θα περιγραφούν μπορούν να χωριστούν σε δυο βασικές κατηγορίες:

- Συμβατικές τεχνικές (Μη-Παραμετρικοί Αλγόριθμοι DoA)
- Subspace based τεχνικές (Παραμετρικοί Αλγόριθμοι DoA)

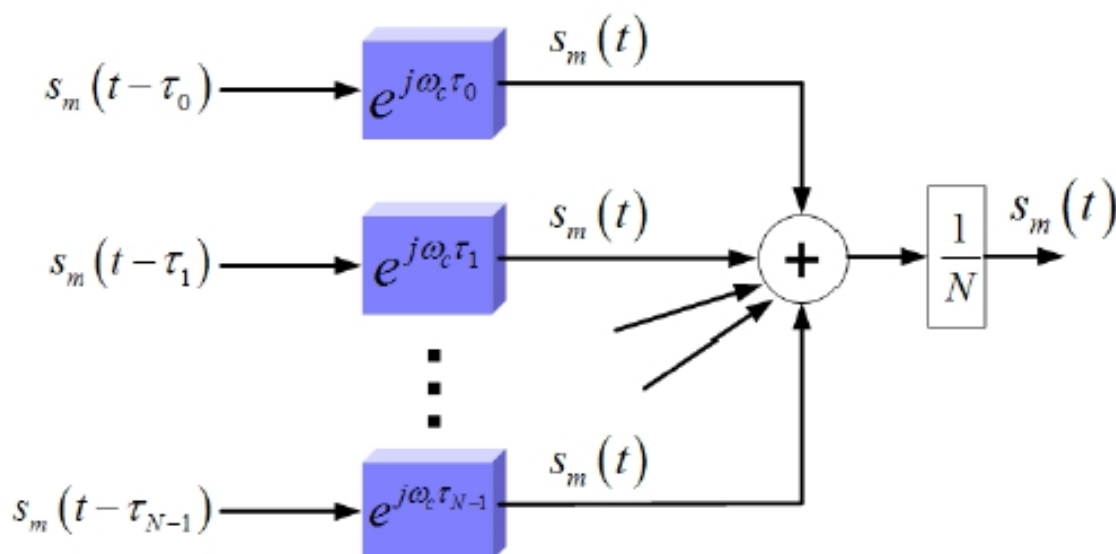
2.2 Συμβατικές μέθοδοι υπολογισμού της κατεύθυνσης άφιξης ενός κύματος

Οι συμβατικές μέθοδοι υπολογισμού της κατεύθυνσης άφιξης βασίζονται σε λειτουργίες σχηματισμού δέσμης και καθοδήγησης των μηδενισμών του διαγράμματος ακτινοβολίας, χωρίς να εκμεταλεύονται τη φύση του διανύσματος $y(k)$ του λαμβανόμενου σήματος. Εκμεταλευόμενες τη δυνατότητα καθοδήγησης μιας διάταξης κεραιών με ηλεκτρονικό τρόπο, κατευθύνουν τις δέσμες που παράγονται προς όλες τις κατευθύνσεις και αναζητούν τα σημεία που η μέση λαμβανόμενη ισχύς παρουσιάζει τοπικά μέγιστα. Στις συμβατικές μεθόδους υπολογισμού της κατεύθυνσης άφιξης που θα μελετήσουμε ανήκουν η **μέθοδος Bartlett (Conventional Beamformer)** και η **μέθοδος Ελαχίστης Διαφοράς Capon (MVDR)**.

2.2.1 Μέθοδος Bartlett

Η μέθοδος Bartlett η οποία αποκαλείται και «κλασσική μέθοδος σχηματισμού δέσμης» (Conventional Beamformer) είναι μια από τις απλούστερες μεθόδους υπολογισμού της κατεύθυνσης άφιξης κύματος. Η εν λόγω τεχνική είναι παρόμοια με τη μηχανική περιστροφή της κεραίας και τη μέτρηση της λαμβανόμενης ισχύος. Ουσιαστικά θέτουμε ένα τετραγωνικό παράθυρο με ομοιόμορφα βάρη στα λαμβανόμενα σήματα και μετρούμε την μέση λαμβανόμενη ισχύ σε όλες τις κατευθύνσεις.

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η δομή ενός κλασσικού στενής ζώνης beamformer, όπου το σήμα εξόδου $y(t)$ δίδεται από ένα γραμμικά σταθμισμένο άθροισμα των εξόδων των στοιχείων της κεραίας:



Σχήμα 2.1. Απεικόνιση της δομής ενός κλασσικού beamformer

Όπως αναφέρθηκε ανωτέρω το διάνυσμα των βαρών είναι σταθερό και επιλέγεται έτσι ώστε το διάγραμμα ακτινοβολίας της στοιχειοκεραίας να στραφεί σε προκαθορισμένη κατεύθυνση που ορίζει το κυματόνυσμα k_s (look direction). Συγκεκριμένα ισχύει:

$$w^H = \frac{1}{N} [e^{j\omega t_0} \quad e^{j\omega t_1} \quad \dots \quad e^{j\omega t_{N-1}}] = \frac{1}{N} v_k^H(k_s)$$

Από τα ανωτέρω προκύπτει ότι η απόκριση του beamformer σε μια κατεύθυνση k είναι:

$$Y(k) = w^H v_k(k) = \frac{1}{N} v_k^H(k_s) v_k(k)$$

Θεωρώντας, λοιπόν, s_m επιθυμητό σήμα από μια πηγή M τότε το σήμα εισόδου στην στοιχειοκεραία είναι:

$$x(t) = s_m(t) \begin{bmatrix} e^{-jk_m^T p_0} \\ e^{-jk_m^T p_1} \\ \vdots \\ e^{-jk_m^T p_{N-1}} \end{bmatrix} = s_m(t) v_k(k_m)$$

και το σήμα εξόδου :

$$y(t) = w^H x(t) = s_m(t) w^H v_k(k_m) = s_m(t) \frac{1}{N} v_k^H(k_s) v_k(k_m)$$

όπου $v_k(k_m)$ είναι το διάνυσμα πολλαπλότητας (Array Manifold Vector) της στοιχειοκεραίας, το οποίο εμπεριέχει όλα τα χωρικά χαρακτηριστικά της στοιχειοκεραίας (spatial signature), δηλαδή τις αποκρίσεις όλων των στοιχείων.

Έτσι η συνάρτηση χωρικού φάσματος η οποία είναι η συνάρτηση της ισχύος με τη γωνία εκφράζεται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned} P(\theta) &= P(w) = E[|y(t)|^2] = E[y(t)y^*(t)] \\ &= E[w^H x(t)x^H(t)w] \\ &= w^H E[x(t)x^H(t)]w \\ &= w^H R_x w \end{aligned}$$

Αν τώρα υποθέσουμε ότι στην είσοδο της στοιχειοκεραίας έχουμε μόνο θόρυβο τότε η έξοδος θα είναι:

$$y(t) = w^H n(t) = \frac{1}{N} v_k^H(k_s) n(t)$$

και η μέση ισχύς εξόδου:

$$\begin{aligned} P_n(\theta) &= P_n(w) = w^H R_n w = w^H \sigma_n^2 I w \\ &= \sigma_n^2 \frac{1}{N} v_k^H(k_s) \frac{1}{N} v_k(k_s) = \frac{\sigma_n^2}{N} \end{aligned}$$

Αν στην είσοδο της στοιχειοκεραίας θεωρήσουμε ότι έχουμε μόνο παρεμβολή s_I τότε η έξοδος θα είναι:

$$y(t) = w^H x(t) = w^H s_I(t) v_k(k_I) = \frac{1}{N} v_k^H(k_s) s_I(t) v_k(k_I),$$

και η μέση ισχύς εξόδου:

$$\begin{aligned} P_I(\theta) &= P_I(w) = w^H R_I w = w^H p_I v_k(k_I) v_k^H(k_I) w \\ &= \frac{1}{N} v_k^H(k_s) p_I v_k(k_I) v_k^H(k_I) \frac{1}{N} v_k(k_s) \\ &= p_I (1 - \rho) \end{aligned}$$

όπου:
$$\rho = 1 - \frac{v_k^H(k_s) v_k(k_I) v_k^H(k_I) v_k(k_s)}{N^2}$$

Τέλος, αν στην είσοδο της στοιχειοκεραίας θεωρήσουμε ότι έχουμε επιθυμητό σήμα, θόρυβο και παρεμβολή τότε έχουμε:

$$x(t) = s(t) v_k(k_s) + s_I(t) v_k(k_I) + n(t)$$

$$y(t) = w^H x(t) = \frac{1}{N} v_k^H(k_s) [s(t) v_k(k_s) + s_I(t) v_k(k_I) + n(t)]$$

και η συνάρτηση χωρικού φάσματος εκφράζεται ως ακολούθως:

$$\begin{aligned}
P(\theta) = P(w) &= w^H R w = \frac{1}{N} v_k^H(k_s) R \frac{1}{N} v_k(k_s) \\
&= \frac{v_k^H(k_s) R v_k(k_s)}{N^2} = p_s + p_I(1 - \rho) + \frac{\sigma_n^2}{N}
\end{aligned}$$

Επομένως αν γνωρίζουμε τα βάρη w για όλες τις γωνίες που μας ενδιαφέρουν (πρακτικά μπορούν να υπολογιστούν κατά το calibration της στοιχειοκεραίας) και υπολογίσουμε τον πίνακα αυτοσυσχέτισης για τα σήματα εισόδου, μπορούμε να υπολογίσουμε την ισχύ εξόδου σαν συνάρτηση της γωνίας άφιξης θ η οποία αναφέρεται συνήθως ως «χωρικό φάσμα (spatial spectrum)». Από τα ανωτέρω αν εντοπίσουμε τα τοπικά μέγιστα της συνάρτησης χωρικού φάσματος τότε έχουμε εντοπίσει την διεύθυνση άφιξης (Direction of Arrival) των σημάτων.

Η μέθοδος Bartlett ενώ αποτελεί μια σχετικά απλή μέθοδο εύρεσης της διεύθυνσης άφιξης ενός σήματος σε μια στοιχειοκεραία παρουσιάζει και ορισμένα μειονεκτήματα. Το πλάτος του σχηματιζόμενου λοβού καθώς και οι σχηματιζόμενοι πλευρικοί λοβοί περιορίζουν την αποτελεσματικότητα του όταν έχουμε κύματα που φθάνουν από πολλαπλές κατευθύνσεις αφού η ισχύς εξόδου επηρεάζεται από τα σήματα παρεμβολής που βρίσκονται εντός του γωνιακού εύρους της διάταξης.

Η διακριτικότητα του αλγορίθμου για ULA στοιχειοκεραία με ομοιόμορφα βάρη είναι:

$$HPBW = 0.891 \frac{\lambda}{Nd}$$

2.2.2 Μέθοδος Ελάχιστης Διαφοράς Capon (MVDR)

Η μέθοδος Bartlett όπως είδαμε λειτουργεί με την προϋπόθεση ότι στρέφοντας τον κεντρικό λοβό σε μια συγκεκριμένη κατεύθυνση, παίρνουμε τον ακριβότερο υπολογισμό της ισχύος που φθάνει από την κατεύθυνση αυτή. Με άλλα λόγια ολόκληρο το γωνιακό εύρος της χρησιμοποιούμενης διάταξης χρησιμοποιείται για να σχηματιστεί μία δέσμη στην κατεύθυνση οπτικής επαφής με το επιθυμητό σήμα. Αυτή η μέθοδος είναι αποτελεσματική όταν υπάρχει μόνο ένα σήμα, γιατί σε διαφορετική περίπτωση (λόγω του πλάτους του κεντρικού λοβού και της ύπαρξης των πλευρικών λοβών) η έξοδος της διάταξης θα είναι ένα σήμα συνδυασμού επιθυμητού και ανεπιθύμητου σήματος που προέρχεται από άλλη κατεύθυνση.

Η μέθοδος ελαχίστης διαφοράς Capon έρχεται να υπερνικήσει το συγκεκριμένο πρόβλημα. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος χρησιμοποιεί ένα μέρος του γωνιακού εύρους της διάταξης για το σχηματισμό του κεντρικού

λοβού και το υπόλοιπο μέρος διατίθεται για το σχηματισμό μηδενισμών στις κατευθύνσεις των παρεμβολών.

Η μέθοδος αυτή βελτιστοποιεί τα βάρη ώστε να έχουμε σταθερό κέρδος συνήθως ίσο με τη μονάδα στην επιθυμητή κατεύθυνση και ελάχιστη διακύμανση της ισχύος εξόδου.

Για να υπολογίσουμε το βέλτιστο διάγραμμα βαρών χρησιμοποιούμε τον πίνακα συσχέτισης της στοιχειοκεραίας \mathbf{R} :

$$w_{MVDR} = \frac{R^{-1}v_k(k_s)}{v_k^H(k_s)R^{-1}v_k(k_s)}$$

Η μέση ισχύς εξόδου είναι ίση με:

$$\begin{aligned} P &= w_{MVDR}^H R w_{MVDR} = \frac{w_{MVDR}^H R R^{-1} v_k(k_s)}{v_k^H(k_s) R^{-1} v_k(k_s)} = \frac{w_{MVDR}^H v_k(k_s)}{v_k^H(k_s) R^{-1} v_k(k_s)} \\ &= \frac{1}{v_k^H(k_s) R^{-1} v_k(k_s)} \end{aligned}$$

Υπολογίζοντας και σχεδιάζοντας το διάγραμμα φάσματος του Caron για όλο το γωνιακό εύρος μπορούμε να βρούμε την κατεύθυνση άφιξης του σήματος εντοπίζοντας απλά τα σημεία των μεγίστων μέσα στο φάσμα.

Αν και η μέθοδος Caron παρουσιάζει πολύ μεγαλύτερη διακριτικότητα από εκείνη του Bartlett, δεν λειτουργεί σωστά όταν υπάρχουν σήματα που συσχετίζονται με το σήμα που μας ενδιαφέρει. Έτσι όσο αυξάνει η συσχέτιση των πηγών τόσο μειώνεται η διακριτικότητα του.

Τέλος, ο αλγόριθμος Caron στηρίζεται στην υπόθεση ότι υπάρχει ο αντίστροφος του πίνακα συσχέτισης, ο οποίος απαιτείται για τον καθορισμό των βαρών.

2.3 Subspace based μέθοδοι υπολογισμού της κατεύθυνσης άφιξης ενός κύματος

Σε πολλές εφαρμογές επεξεργασίας σήματος ένα σύνολο άγνωστων παραμέτρων πρέπει να υπολογιστεί, μελετώντας τις μετρήσεις που συλλέγονται από μια διάταξη αισθητήρων. Ο Direction of Arrival (DoA) υπολογισμός των στενής ζώνης σημάτων, είναι ένα παράδειγμα από τις εν λόγω εφαρμογές, στις οποίες έχει δοθεί ιδιαίτερη προσοχή από τους ερευνητές.

Μεταξύ των μεθόδων που προτείνονται για την επίλυση του προβλήματος υπολογισμού της κατεύθυνσης άφιξης, η κατηγορία των τεχνικών γνωστών ως subspace based αλγόριθμοι σημάτων (παραμετρικοί αλγόριθμοι), είναι η πιο πολλά υποσχόμενη. Οι τεχνικές αυτές, γνωστές και ως μέθοδοι ιδιοδομής, βασίζονται στις ακόλουθες ιδιότητες του πίνακα συσχέτισης:

1. Ο χώρος που παράγεται από τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα μπορεί να χωρισθεί σε δύο υποχώρους, τον υποχώρο των σημάτων και τον υποχώρο του θορύβου.

2. Τα διανύσματα στροφής που αντιστοιχούν στις πηγές είναι ορθογώνια στον υποχώρο του θορύβου. Επειδή ο υποχώρος του θορύβου είναι ορθογώνιος στον υποχώρο των σημάτων, τα διανύσματα αυτά ανήκουν στον υποχώρο των σημάτων.

3. Ο υποχώρος του θορύβου παράγεται από τα ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν στις μικρότερες ιδιοτιμές του πίνακα συσχέτισης ενώ ο υποχώρος των σημάτων παράγεται από τα ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν στις μεγαλύτερες ιδιοτιμές.

Οι μέθοδοι αυτοί αναζητούν κατευθύνσεις τέτοιες ώστε τα διανύσματα στροφής που αντιστοιχούν στις κατευθύνσεις αυτές να είναι ορθογώνια στον υποχώρο του θορύβου και να περιέχονται στον υποχώρο των σημάτων. Η διαδικασία αποτελείται από 2 βασικά βήματα:

- Αρχικά αναζητούν ένα διάνυσμα βαρών \mathbf{w} , που να ανήκει στον υποχώρο του θορύβου ή να είναι κάθετο στον υποχώρο των σημάτων.

- Στην συνέχεια αναζητούν κατευθύνσεις τέτοιες ώστε τα διανύσματα στροφής που αντιστοιχούν σε αυτές τις κατευθύνσεις να είναι ορθογώνια στο ανωτέρω διάνυσμα. Οι κατευθύνσεις των πηγών αντιστοιχούν σε τοπικά ελάχιστα της συνάρτησης $|\mathbf{w}^H \mathbf{v}_k(k_s)|$.

Οι πρώτοι που εκμεταλεύθηκαν τη δομή ενός συγκεκριμένου μοντέλου δεδομένων μιας αισθητήριας διάταξης τυχαίας δομής ήταν οι Schmidt, Bienvenu και Kopp. Ο Schmidt εξήγαγε μια ολοκληρωμένη λύση στο θέμα του υπολογισμού της κατεύθυνσης άφιξης των σημάτων σε ένα σύστημα χωρίς θόρυβο, επεκτείνοντας τα διάφορα σενάρια του με σκοπό τον υπολογισμό της κατεύθυνσης άφιξης των σημάτων σε ένα σύστημα με θόρυβο. Η τεχνική που συνέστησε ο Schmidt ονομάζεται «αλγόριθμος ταξινόμησης πολλαπλών σημάτων – Multiple Signal Classification (MUSIC)». Εκτός από τον MUSIC στην κατηγορία subspace based αλγορίθμων ανήκει και ο «αλγόριθμος υπολογισμού των παραμέτρων

ενός σήματος μέσω περιστρεφόμενης αμετάβλητης τεχνικής – Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique (ESPRIT)» που προτάθηκε από τον Roy.

2.3.1 Αλγόριθμος Ταξινόμησης Πολλαπλών Σημάτων

Ο αλγόριθμος ταξινόμησης πολλαπλών σημάτων (Multiple Signal Classification-MUSIC) είναι μία σχετικά απλή και αποδοτική μέθοδος εκτίμησης DoA με πολλές παραλλαγές που στηρίζεται στην ιδιοδομή (Eigenstructure) των πινάκων αυτοσυσχέτισης.

2.3.1.1 Αλγόριθμος Spectral - MUSIC

Στη βασική εκδοχή του αλγορίθμου MUSIC, γνωστή ως Spectral MUSIC, εκτιμούμε τον υποχώρο του θορύβου από τα διαθέσιμα δείγματα. Αυτό επιτυγχάνεται είτε με EVD (Eigenvalue Decomposition) του εκτιμώμενου πίνακα συσχέτισης είτε με SVD (Singular Value Decomposition) του πίνακα με τα δεδομένα, του οποίου οι N στήλες είναι τα N διανύσματα της στοιχειοκεραίας με τα δείγματα των λαμβανόμενων σημάτων, καλούμενα και στιγμιότυπα (snapshots). Στη συνέχεια γίνεται έρευνα για M κατευθύνσεις ψάχνοντας για διανύσματα στροφής που είναι όσο πιο ορθογώνια γίνεται στον υποχώρο του θορύβου. Αυτός ο έλεγχος γίνεται ψάχνοντας για “κορυφές” στη συνάρτηση φάσματος.

Θεωρούμε γραμμική στοιχειοκεραία N στοιχείων, η οποία εντοπίζει M ασυσχέιστα μεταξύ τους σήματα, η κατεύθυνση των οποίων είναι άγνωστη. Το δiάνυσμα λήψης που περιέχει το συνολικό αριθμό των λαμβανόμενων σημάτων μαζί με το θόρυβο είναι της μορφής:

$$x = \sum_{m=1}^M s_m v_k(k_m) + n = As + n$$

όπου ο πίνακας A είναι διάστασης $(N \times M)$:

$$A = [v_k(k_1), v_k(k_2), \dots, v_k(k_M)]$$

και

$$s = [s_1, s_2, \dots, s_M]^T$$

Ο πίνακας συσχέτισης τότε είναι:

$$R = ASA^H + \sigma_n^2 I_N = R_s + \sigma_n^2 I_N$$

όπου:

$$R_s = ASA^H$$

και:

$$S = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_2 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & p_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E\{|s_1|^2\} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E\{|s_2|^2\} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & E\{|s_M|^2\} \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας R_s είναι διάστασης $N \times N$ και τάξης M . Έχει επίσης $(N-M)$ ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν σε μηδενική ιδιοτιμή. Αν u_m είναι ένα από τα $(N-M)$ ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν σε μηδενικές ιδιοτιμές τότε:

$$R_s u_m = 0 \Rightarrow ASA^H u_m = 0 \Rightarrow$$

$$u_m^H ASA^H u_m = 0 \Rightarrow A^H u_m = 0$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι αληθής γιατί ο πίνακας S πέρνει θετικές τιμές. Από την εξίσωση αυτή συνεπάγεται ότι όλα αυτά τα $(N-M)$ ιδιοδιανύσματα είναι ορθογωνικά σε σχέση με τα M διανύσματα πολλαπλότητας που βρίσκονται στον πίνακα A (λόγω των μηδενικών εσωτερικών γινομένων).

Θεωρώντας πίνακα U_n , διαστάσεων $N \times (N-M)$ του οποίου οι $N \times (N-M)$ στήλες περιέχουν τα ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν στις $(N-M)$ μηδενικές ιδιοτιμές του πίνακα R_s , το χωρικό φάσμα δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} P_{MUSIC}(\theta_m) &= \frac{1}{\sum_{m=1}^{N-M} |v^H(\theta_m) u_m|^2} = \frac{1}{v^H(\theta_m) U_n U_n^H v(\theta_m)} \\ &= \frac{1}{\|U_n^H v(\theta_m)\|^2} \end{aligned}$$

Λόγω της ορθογωνιότητας ο παρανομαστής του χωρικού φάσματος μηδενίζεται αν η γωνία που ορίζει το κυματόνισμα είναι η γωνία υπό την οποία εισέρχεται το λαμβανόμενο σήμα.

Επιπλέον οι εκτιμώμενες κατευθύνσεις των σημάτων είναι οι M μεγαλύτερες κορυφές του φάσματος.

Άρα μπορούμε να πούμε ότι ψάχνουμε για τις κορυφές του χωρικού φάσματος:

$$P_{MUSIC}(\theta_m) = \frac{1}{\|U_n^H v(\theta_m)\|^2}$$

ή του

$$P_{MUSIC}(\theta_m) = \|U_n^H v(\theta_m)\|^2$$

Στην πράξη ο πίνακας R_s δεν είναι διαθέσιμος. Ο πίνακας R μπορεί, όμως, να εκτιμηθεί και τα ιδιοδιανύσματα U_n μπορούν να προσδιοριστούν από τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα R . Για κάθε ιδιοδιάνυσμα u_m ισχύει:

$$\begin{aligned} R u_m &= \lambda u_m \Rightarrow (R_s + \sigma_n^2 I_N) u_m = \lambda u_m \\ &\Rightarrow R_s u_m + \sigma_n^2 I_N u_m = \lambda u_m \\ &\Rightarrow \lambda_m u_m + \sigma_n^2 u_m = \lambda u_m \end{aligned}$$

Δηλαδή κάθε ιδιοδιάνυσμα του πίνακα R είναι και ιδιοδιάνυσμα του πίνακα R_s με αντίστοιχη ιδιοτιμή $\lambda_m + \sigma_n^2$. Αν εφαρμοστεί διάσπαση ιδιοτιμών (EVD) στον πίνακα R τότε θα ισχύει ότι:

$$R = U \Lambda U^H = U \begin{bmatrix} \lambda_1 + \sigma_n^2 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 + \sigma_n^2 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_M + \sigma_n^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \sigma_n^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} U^H$$

2.3.1.2 Αλγόριθμος Root - MUSIC

Η ακρίβεια του αλγορίθμου Spectral-MUSIC περιορίζεται από την ευχέρεια εκτίμησης και εκμετάλλευσης της συνάρτησης $P_{MUSIC}(\theta_m)$. Απαιτείται, δηλαδή, ανθρώπινη παρέμβαση ή ένας επιπλέον ειδικευμένος αλγόριθμος για τον προσδιορισμό των M μεγίστων τιμών της συνάρτησης. Στην δεύτερη περίπτωση ο υπολογιστικός φόρτος είναι ιδιαίτερα μεγάλος.

Στην προσπάθεια μείωσης του υπολογιστικού φόρτου προτάθηκε από τον Barabell ο αλγόριθμος Root-MUSIC, ο οποίος βασίζεται στην τεχνική εξαγωγής των ριζών ενός πολυωνύμου. Ο αλγόριθμος αυτός, αν και παρέχει υψηλότερη ανάλυση, υστερεί στο γεγονός ότι μπορεί να εφαρμοστεί μόνο σε ομοιόμορφες γραμμικές στοιχειοκεραίες.

Σε αντίθεση με τον συμβατικό αλγόριθμο Spectral-MUSIC, ο αλγόριθμος Root-MUSIC δεν είναι μια τεχνική φασματικής εκτίμησης, αλλά μια τεχνική βασισμένη σε παραμέτρους και μοντέλα. Χρησιμοποιείται, δηλαδή, ως μοντέλο το διάνυσμα πολλαπλότητας και ως παράμετρος η γωνία θ .

Ορίζουμε τον πίνακα $C = U_n U_n^H$ οπότε έχουμε ότι:

$$P_{MUSIC}(\theta_m) = \frac{1}{v^H(\theta_m) U_n U_n^H v(\theta_m)} = \frac{1}{v^H(\theta_m) C v(\theta_m)}$$

Για μία ομοιόμορφη γραμμική στοιχειοκεραία (ULA) ισχύει:

$$\begin{aligned} v(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} v_n(k_z) = [v_0(k_z) \quad v_1(k_z) \quad \dots \quad v_{N-1}(k_z)]^T \\ &= [e^{-jk_z p_{z0}} \quad e^{-jk_z p_{z1}} \quad \dots \quad e^{-jk_z p_{zN-1}}]^T \end{aligned}$$

Επομένως για $p_{zn} = \left(n - \frac{N-1}{2}\right) d$ και $k_z = -\frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta$ έχουμε

$$\begin{aligned} v(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\left(n - \frac{N-1}{2}\right) \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta d} \\ &= \left[e^{-j\left(\frac{N-1}{2}\right) \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta d} \quad e^{-j\left(\frac{N-1}{2}-1\right) \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta d} \quad \dots \quad e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right) \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta d} \right]^T \end{aligned}$$

και ισοδύναμα:

$$P_{MUSIC}^{-1}(\theta_m) = v^H(\theta_m) C v(\theta_m) = \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} v_n(k_z) C_{ln} v_l^*(k_z)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\left(n - \frac{N-1}{2}\right) \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_m d} C_{ln} e^{-j\left(l - \frac{N-1}{2}\right) \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_m d} \\ &= \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j(n-l) \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_m d} C_{ln} \end{aligned}$$

Αν θέσουμε τώρα $g=n-l$ όπου το εύρος του g ρυθμίζεται από τα όρια των n, l δηλαδή $-(N-1) \leq g \leq (N-1)$ θα έχουμε ότι:

$$P_{MUSIC}^{-1}(\theta_m) = \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j(n-l)\frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_m d} C_{ln} = \sum_{g=-(N-1)}^{N-1} C_g e^{jg\frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_m d}$$

Όπου ο όρος

$$C_g = \sum_{n-l=g} C_{ln}$$

αντιπροσωπεύει το άθροισμα των στοιχείων της g-οστής διαγωνίου του πίνακα **C**.

Αν στην ανωτέρω σχέση θέσουμε:

$$z = e^{j\frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_m d}$$

τότε έχουμε:

$$P_{MUSIC}^{-1}(\theta_m) = D(z) = \sum_{g=-(N-1)}^{N-1} C_g z^g$$

Οι ρίζες του ανωτέρω πολυωνύμου που βρίσκονται πιο κοντά στο μοναδιαίο κύκλο αντιστοιχούν στους πόλους του $P_{MUSIC}(\theta)$. Έτσι δικαιολογείται και το όνομα root-MUSIC. Τα πραγματικά μηδενικά του πολυωνύμου υπάρχουν όταν το πλάτος των ριζών είναι 1.

Οι κατευθύνσεις βρίσκονται συγκρίνοντας τη φάση των ριζών με το μιγαδικό εκθετικό:

$$\theta_m = \cos^{-1}\left(\frac{\arg(z_m)}{kd}\right)$$

Η εξίσωση του χωρικού φάσματος ορίζει ένα πολυώνυμο $(2N-2)$ βαθμού με $(2N-2)$ λύσεις. Αν ένας τυχαίος αριθμός r είναι λύση του πολυωνύμου, τότε και ο αριθμός $1/r^*$ είναι λύση. Δηλαδή οι λύσεις του πολυωνύμου εμφανίζονται ανά ζεύγος και έτσι υπάρχουν $(N-1)$ ζεύγη λύσεων. Κάθε ζεύγος έχει την ίδια φάση και αντίστροφη τιμή πλάτους. Ο προσδιορισμός, όμως, της κατεύθυνσης των σημάτων πραγματοποιείται με την εύρεση της φάσης, άρα όλες οι λύσεις περιέχουν επιθυμητή πληροφορία.

Συνολικά ο αλγόριθμος Root-MUSIC παρουσιάζει αυξημένη απόδοση σε σχέση με τον αλγόριθμο Spectral-MUSIC, ειδικά σε συνθήκες χαμηλού σηματοθορυβικού λόγου (SNR).

2.3.2 Αλγόριθμος ESPRIT

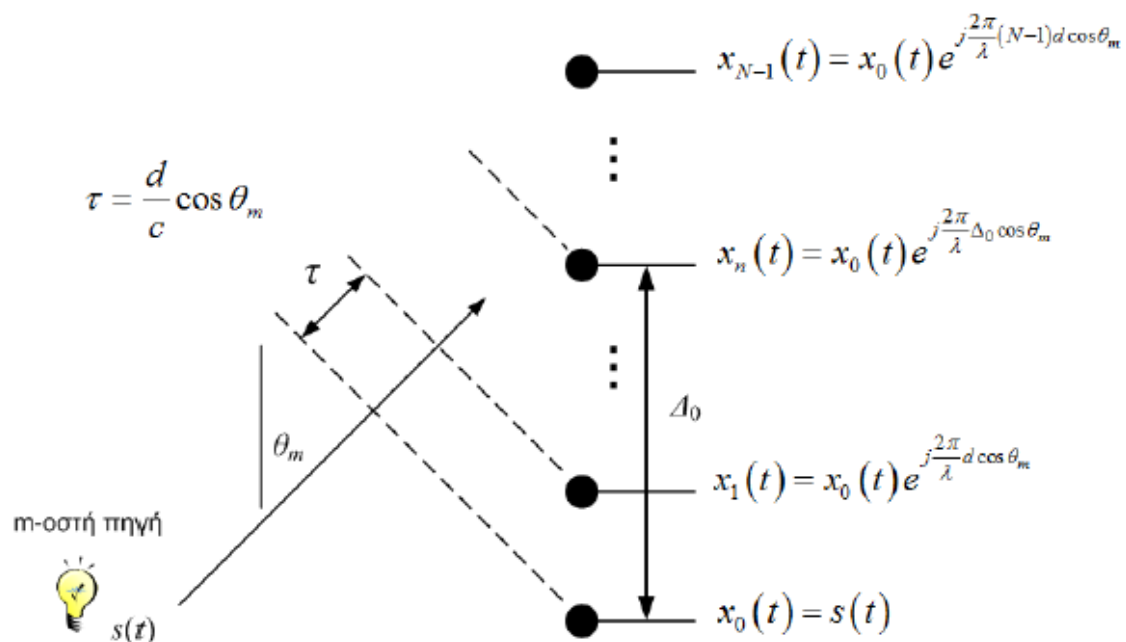
Ο «αλγόριθμος υπολογισμού των παραμέτρων ενός σήματος μέσω περιστρεφόμενης αμετάβλητης τεχνικής – Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique (ESPRIT)» είναι ένας εύρωστος και αποδοτικός αλγόριθμος εκτίμησης της κατεύθυνσης άφιξης ενός σήματος.

Στον ESPRIT υπάρχει μια διαφορετική απαίτηση στην διάταξη κεραιών. Χρησιμοποιεί δύο όμοιες υποδιατάξεις κεραιών, μια εκ των οποίων αποτελεί μετατόπιση της άλλης, βάσει ενός γνωστού διανύσματος μετατόπισης (displacement vector). Δεν υπάρχει απαίτηση ωστόσο για χρήση δυο διαφορετικών στοιχειοκεραιών, αρκεί η γεωμετρία της χρησιμοποιούμενης στοιχειοκεραίας να είναι τέτοια ώστε τα στοιχεία των υποστοιχειοκεραιών να μπορούν να επιλεγούν ώστε να εμφανίζουν την ανωτέρω ιδιότητα.

Η συγκεκριμένη τεχνική είναι βασισμένη στη διαφορά φάσης που εντοπίζεται κατά την άφιξη του ίδιου σήματος σε διαφορετικό στοιχείο της στοιχειοκεραίας.

Θεωρούμε ότι για το m -οστό σήμα που λαμβάνεται από το n -οστό στοιχείο ισχύει ότι:

$$v_m(n) = e^{j(n - \frac{N-1}{2}) \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_m d}$$



Ορίζουμε τον πίνακα V ο οποίος περιέχει τις τιμές των διανυσμάτων πολλαπλότητας όλων των λαμβανομένων σημάτων και για τον οποίον ισχύει:

$$V = \begin{bmatrix} v_1(0) & v_2(0) & \dots & v_M(0) \\ v_1(1) & v_2(1) & \dots & v_M(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_1(N-2) & v_2(N-2) & \dots & v_M(N-2) \\ v_1(N-1) & v_2(N-1) & \dots & v_M(N-1) \end{bmatrix}$$

Θεωρώντας τις δυο υποστοιχειοκεραίες και με βάση τον προηγούμενο πίνακα ορίζουμε δυο νέους πίνακες τον πίνακα V_0 και τον πίνακα V_1 για τους οποίους ισχύει:

$$V_0 = \begin{bmatrix} v_1(0) & v_2(0) & \dots & v_M(0) \\ v_1(1) & v_2(1) & \dots & v_M(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_1(N-2) & v_2(N-2) & \dots & v_M(N-2) \end{bmatrix}$$

και:

$$V_1 = \begin{bmatrix} v_1(1) & v_2(1) & \dots & v_M(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_1(N-2) & v_2(N-2) & \dots & v_M(N-2) \\ v_1(N-1) & v_2(N-1) & \dots & v_M(N-1) \end{bmatrix}$$

Οι δυο $((N-1) \times M)$ πίνακες συνδέονται με έναν διαγώνιο πίνακα Φ $(M \times M)$ του οποίου οι τιμές αντιστοιχούν στην μεταβολή της φάσης μεταξύ των στοιχείων των ζευγών των υποστοιχειοκεραιών για διαφορετικά σήματα (πηγές). Ο πίνακας Φ είναι ίσος με:

$$\Phi = \begin{bmatrix} v_1(1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & v_2(1) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & v_M(1) \end{bmatrix}$$

και ισχύει:

$$V_1 = V_0 \Phi$$

Αν μπορέσουμε να εκτιμήσουμε τον πίνακα Φ , τότε θα μπορέσουμε να εκτιμήσουμε και την κατεύθυνση άφιξης όλων των σημάτων.

Παρατηρήστε ότι ο πίνακας Φ είναι μοναδιαίος (unitary), δηλαδή:

$$\Phi^H \Phi = \Phi \Phi^H = I_M$$

Το διάνυσμα λήψης για την πρώτη υποστοιχειοκεραία είναι:

$$x = V_0 s + n_x$$

ενώ το διάνυσμα λήψης για την δεύτερη υποστοιχειοκεραία:

$$y = V_0 \Phi s + n_y = V_1 s + n_y$$

Από τα ανωτέρω έχουμε:

$$z = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \bar{V}_0 s + n = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_0 \Phi \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix}$$

Εκμεταλευόμενοι τη δομή του πίνακα \bar{V}_0 μπορούμε να πάρουμε εκτιμήσεις για τα στοιχεία του πίνακα Φ χωρίς να έχουμε γνώση του πίνακα V_0 .

Συμβολίζουμε με U_x και U_y δύο $((N-1) \times M)$ πίνακες που οι στήλες τους είναι τα M ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν στις M μεγαλύτερες ιδιοτιμές των πινάκων συσχέτισης R_{xx} και R_{yy} .

Οι δύο αυτές ομάδες ιδιοδιανυσμάτων παράγουν τον ίδιο M -διάστατο χώρο και άρα οι U_x και U_y σχετίζονται με ένα μοναδικό αντιστρέψιμο πίνακα (non-singular):

$$U_x \psi = U_y$$

Όμοια οι δύο πίνακες σχετίζονται με τους πίνακες V_0 και V_1 μέσω ενός μοναδικού αντιστρέψιμου πίνακα μετ/σμού T επειδή ο ίδιος υποχώρος των σημάτων παράγεται από τα διανύσματα στροφής:

$$U_x = V_0 T \qquad U_y = V_0 \Phi T$$

Επομένως έχουμε:

$$V_0 T \psi = V_0 \Phi T \Rightarrow T \psi T^{-1} = \Phi \Rightarrow \psi = T^{-1} \Phi T$$

Άρα οι ιδιοτιμές του ψ είναι ίσες με τα στοιχεία της διαγωνίου του Φ , και οι στήλες του T είναι ιδιοδιανύσματα του ψ . Αυτή είναι η βασική σχέση του ESPRIT. Απαιτεί μια εκτίμηση του ψ από τις μετρήσεις των x και y . Στη συνέχεια με διάσπαση ιδιοτιμών του ψ υπολογίζουμε τις ιδιοτιμές και εξισώνοντας τες με τα στοιχεία του Φ εκτιμούμε τις γωνίες ως εξής:

$$\theta_m = \cos^{-1}\left(\frac{\text{angle}(\lambda_m)}{\frac{2\pi}{\lambda} \Delta_o}\right)$$

Στην πράξη θα πρέπει να γνωρίζουμε το πλήθος των σημάτων (πηγών) τις DoA των οποίων προσπαθούμε να εκτιμήσουμε. Έχουν προταθεί διάφορα κριτήρια για την εκτίμηση του αριθμού των σημάτων.

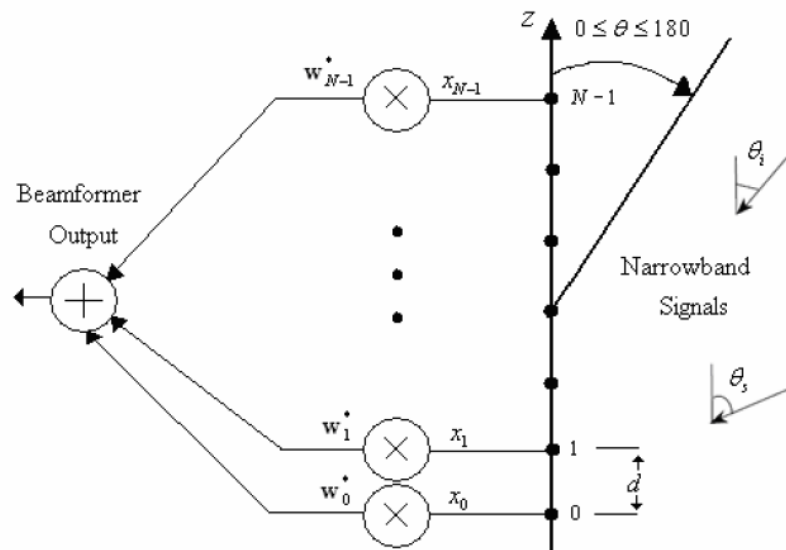
Ο αλγόριθμος ESPRIT έχει μεγαλύτερες επεξεργαστικές απαιτήσεις από τον αλγόριθμο MUSIC. Αυτό συμβαίνει λόγω της διάσπασης των ιδιοτιμών του πίνακα R και του πίνακα Ψ . Είναι ωστόσο γρηγορότερος και πιο εύρωστος, αλλά αποτυγχάνει όταν υπάρχουν συσχετισμένα ή συμφασικά σήματα, όπως τα σήματα πολλαπλών διαδρομών (multipath) ή όταν ο αριθμός των σημάτων υπερβαίνει το $N/2$, όπου N ο συνολικός αριθμός των στοιχείων της διάταξης.

Simulation

3.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε το κομμάτι της πρακτικής διερεύνησης της διπλωματικής εργασίας. Με χρήση του προγράμματος Matlab θα εκτελέσουμε προσομοίωση των αλγορίθμων που αναλύσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο σε μία τυπική πλευρική κεραία (FAS) ενός Υποβρυχίου. Όπως αναφέρθηκε και στο πρώτο κεφάλαιο η Flank Array ενός Υποβρυχίου είναι μία γραμμική ομοιόμορφη συστοιχία υδροφώνων για λήψη χαμηλών συχνοτήτων.

Θεωρούμε, λοιπόν, γραμμική ομοιόμορφη στοιχειοκεραία αποτελούμενη από $N=100$ στοιχεία τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=0,3m$. Υποθέτουμε ότι η στοιχειοκεραία λαμβάνει στενής ζώνης επίπεδα κύματα συχνότητας $f=2KHz$. Δεδομένου ότι η ταχύτητα του ήχου στο νερό είναι $1493 m/sec$ το μήκος κύματος του λαμβανόμενου κύματος είναι $0,75m$. Θεωρούμε επιθυμητό σήμα το οποίο έρχεται υπό γωνία $\theta_s=60^\circ$ σε σχέση με τον γραμμικό άξονα z που σχηματίζουν υδρόφωνα της στοιχειοκεραίας και σήμα παρεμβολής το οποίο έρχεται υπό γωνία $\theta_i=40^\circ$ ως προς τον άξονα z .



Σχήμα 3.1. Εφαρμογή beamforming σε ULA

Οι τυπικές παράμετροι που θα χρησιμοποιήσουμε για την προσομοίωση παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

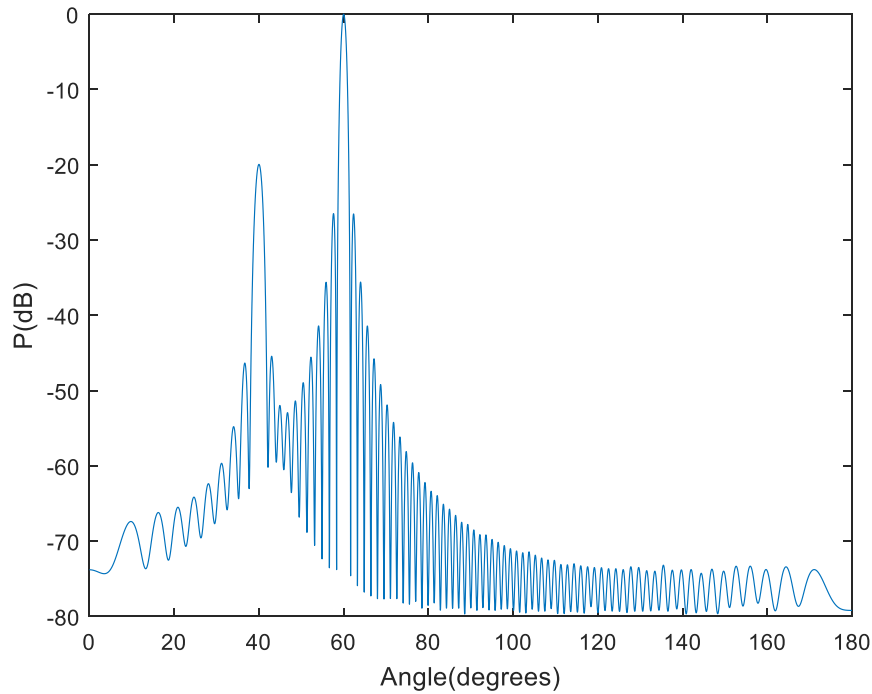
Πίνακας 3.1. Τυπικές παράμετροι προσομοίωσης

Παράμετρος	Τιμή
Ψηφιακή Διαμόρφωση	2-PSK (BPSK)
Συχνότητα Φέροντος (f)	2 KHz
Μήκος Κύματος (λ)	0.75 m
Αριθμός υδροφώνων στοιχειοκεραίας (N)	100
Απόσταση μεταξύ των στοιχείων (d)	0,3 m
Γωνία άφιξης επιθυμητού σήματος (θ_s)	60°
Γωνία άφιξης σήματος παρεμβολής (θ_i)	40°
SNR εισόδου	20 dB
SIR εισόδου	10 dB

Αρχικά θα εκτελέσουμε μελέτη της επίδοσης του κάθε ενός αλγορίθμου ξεχωριστά μεταβάλλοντας τις βασικές του παραμέτρους και εν συνεχεία θα προβούμε σε μία σύγκριση των αλγορίθμων κάνοντας χρήση των τυπικών παραμέτρων του ανωτέρω πίνακα.

3.1 Μελέτη της επίδοσης του αλγορίθμου Bartlett

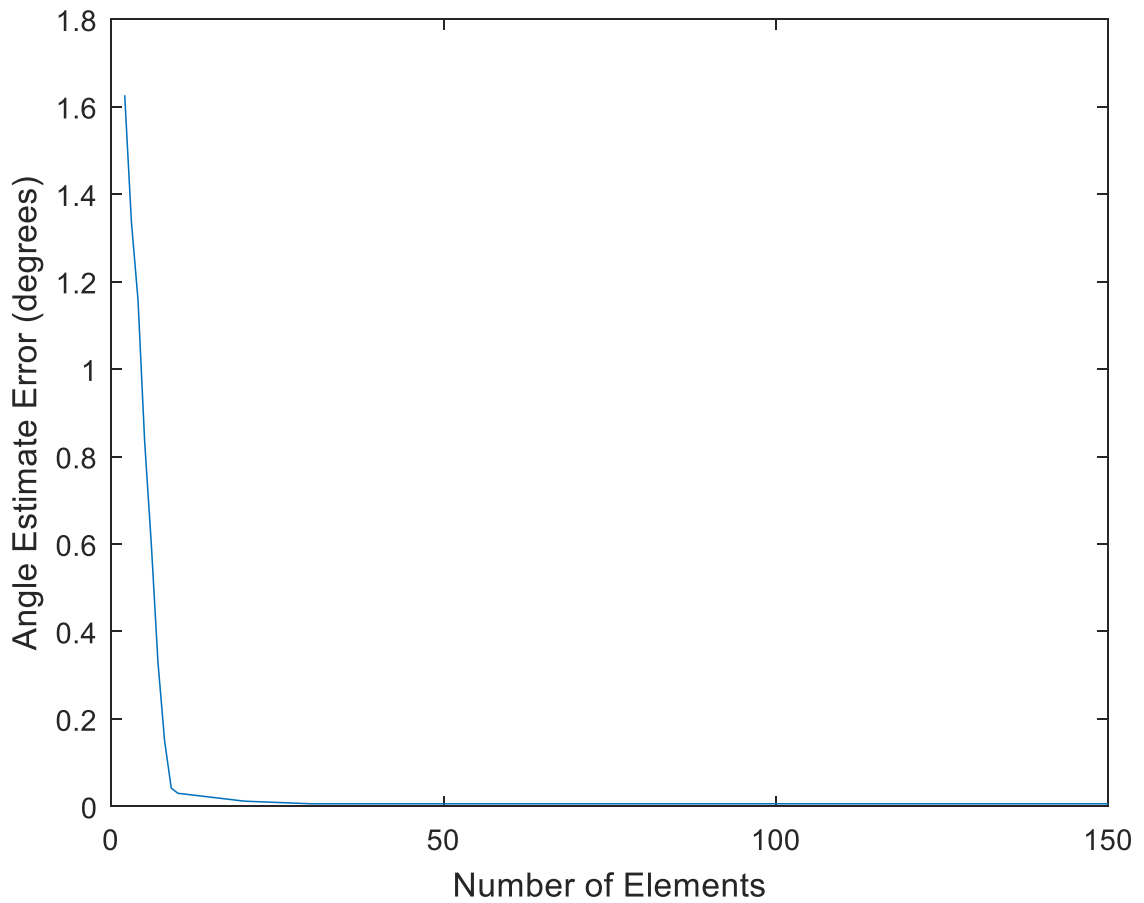
Θα ξεκινήσουμε μελετώντας την επίδοση του αλγορίθμου Bartlett ή Conventional Beamformer, δηλαδή την ακρίβεια προσδιορισμού της γωνίας άφιξης των λαμβανομένων σημάτων. Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα χωρικού φάσματος της κεραίας κάνοντας χρήση των τυπικών παραμέτρων που καθορίστηκαν στον πίνακα 3.1.



Σχήμα 3.2. Διάγραμμα χωρικού φάσματος αλγορίθμου Bartlett

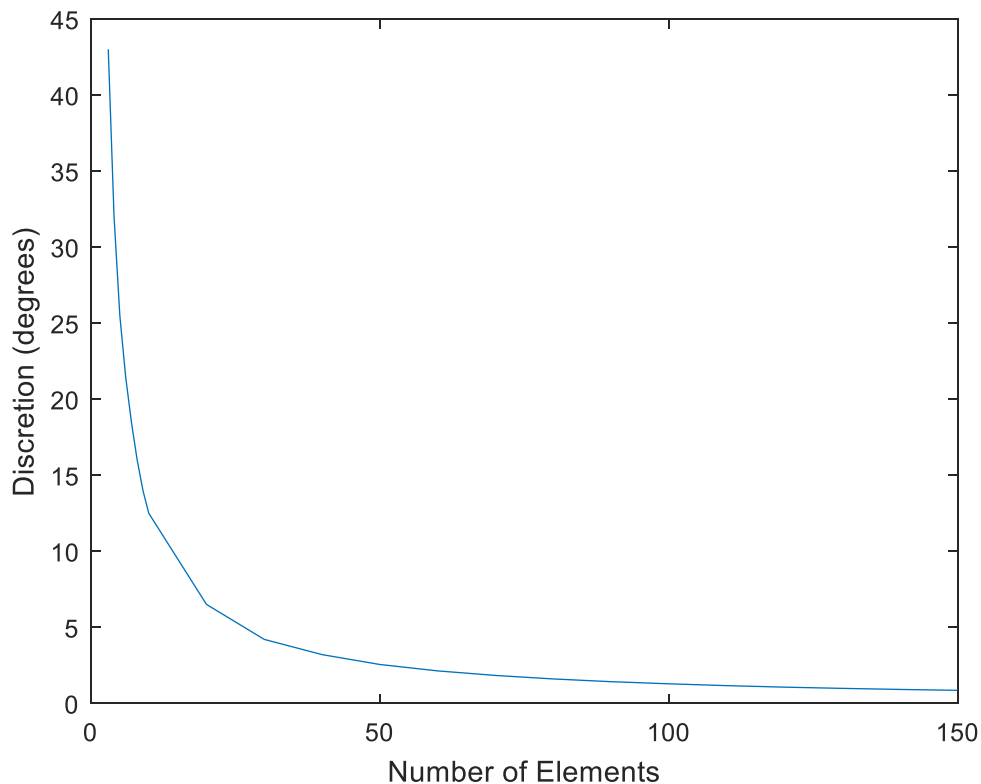
3.2.1 Διαφορετικός αριθμός στοιχείων

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε την επίδοση του αλγορίθμου Bartlett για διαφορετικό αριθμό στοιχείων της στοιχειοκεραίας. Θεωρούμε ότι ο αριθμός των στοιχείων μεταβάλεται και πέρνει τιμές από 2 έως 150. Στις γραφικές συναρτήσεις που ακολουθούν απεικονίζεται το σφάλμα προσδιορισμού της γωνίας άφιξης και η διακριτικότητα του αλγορίθμου συναρτήσει του αριθμού των στοιχείων της κεραίας.



Σχήμα 3.3. Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Bartlett σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων

Παρατηρούμε ότι η απόδοση της στοιχειοκεραίας αυξάνεται εκθετικά με την αύξηση των αριθμών των στοιχείων της. Ο ρυθμός βελτίωσης του σφάλματος προσδιορισμού της γωνίας άφιξης μειώνεται σημαντικά για $N > 10$.



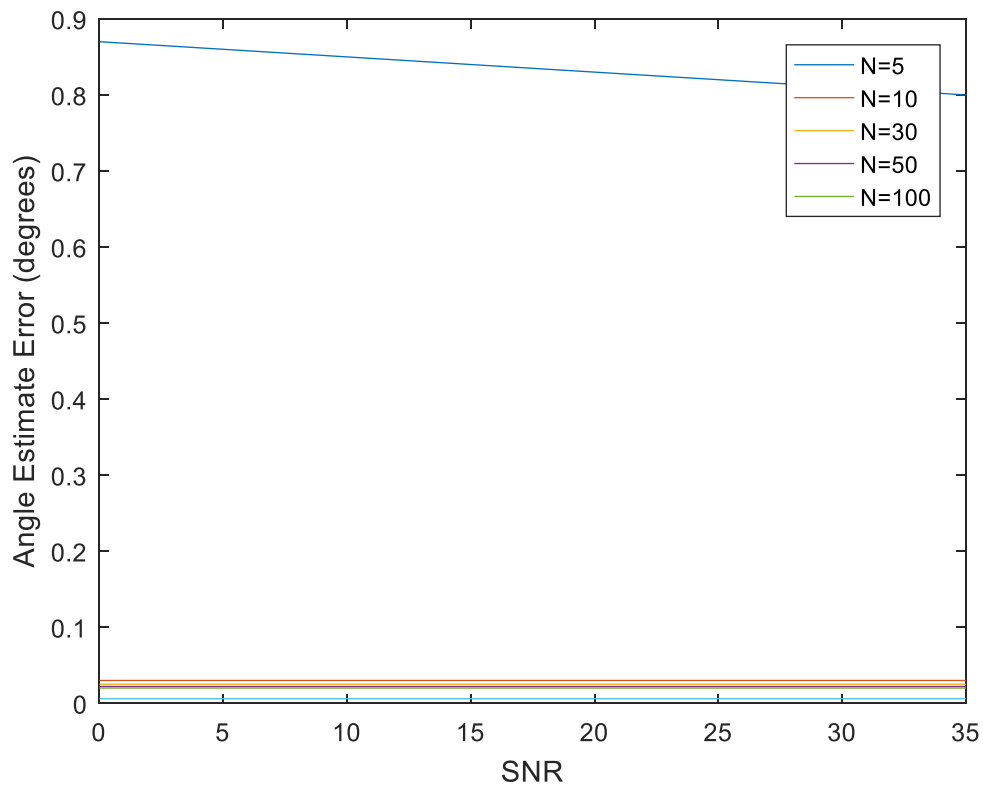
Σχήμα 3.4. Διακριτικότητα αλγορίθμου Bartlett σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων

Αντίστοιχα ο ρυθμός βελτίωσης της διακριτικότητας του αλγορίθμου μειώνεται σημαντικά για $N > 30$. Παρατηρούμε επίσης ότι επαληθεύεται ο θεωρητικός τύπος για την διακριτικότητα του συμβατικού beamformer που δόθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

3.2.2 Διαφορετικό SNR

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε την επίδοση του αλγορίθμου για διαφορετικό SNR εισόδου (για τιμές του SNR από 0 έως 35).

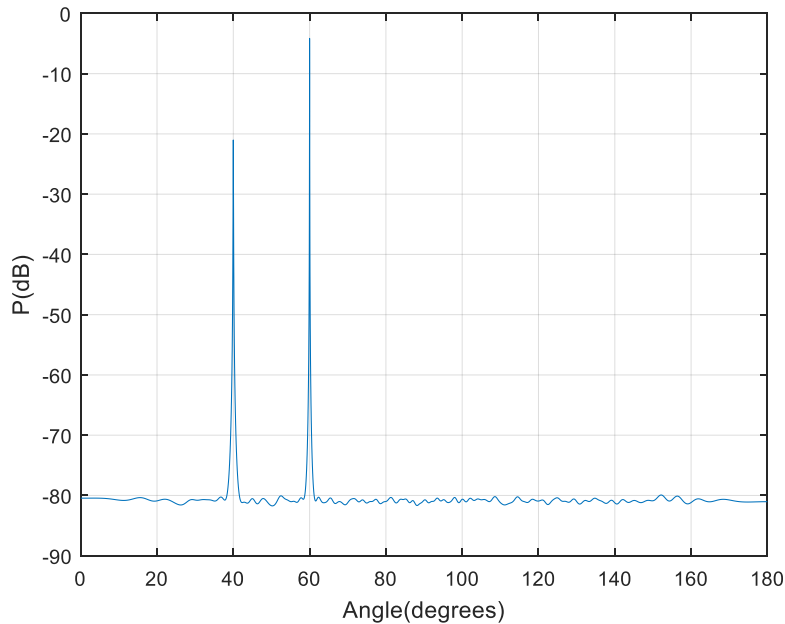
Σύμφωνα με τα αποτελέσματα τα οποία απεικονίζονται στο επόμενο διάγραμμα η αύξηση του SNR επηρεάζει την επίδοση του αλγορίθμου και οδηγεί σε ακριβέστερη εκτίμηση των γωνιών άφιξης των σημάτων. Ωστόσο η επίδραση αυτή μειώνεται σημαντικά με την αύξηση των στοιχείων της στοιχειοκεραίας. Έτσι η μεταβολή του SNR δεν επηρεάζει σημαντικά την επίδοση μιας τυπικής κεραίας FAS υποβρυχίου η οποία αποτελείται από 100 στοιχεία ακόμη και όταν πάρει μικρή τιμή της τάξης των 0db.



Σχήμα 3.5. Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Bartlett σε συνάρτηση με το SNR εισόδου

3.2 Μελέτη της επίδοσης του αλγορίθμου Capon

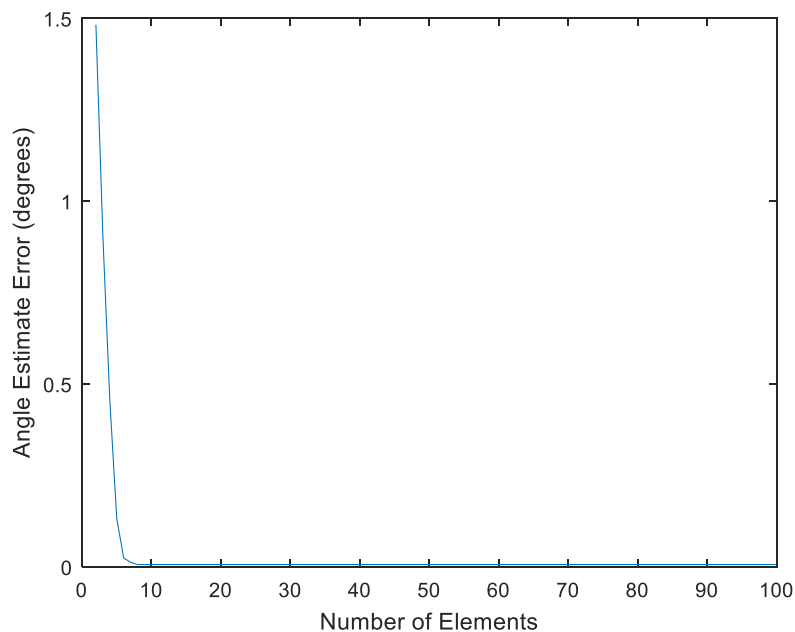
Στην παράγραφο αυτή θα μελετήσουμε την επίδοση του αλγορίθμου Capon. Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα χωρικού φάσματος της κεραίας κάνοντας χρήση των τυπικών παραμέτρων που καθορίστηκαν στον πίνακα 3.1.



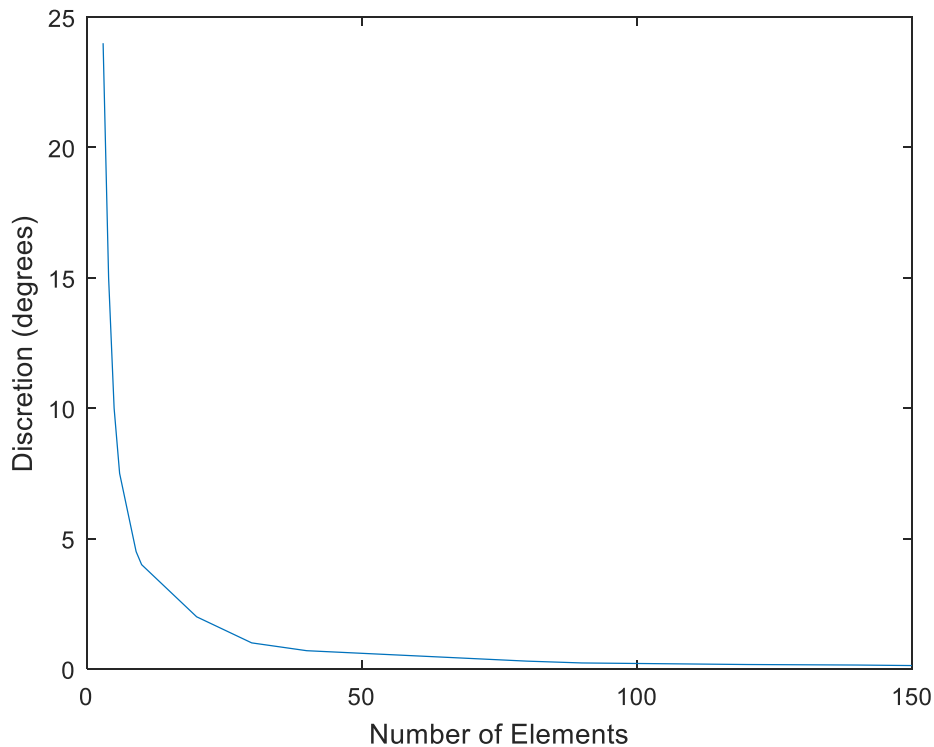
Σχήμα 3.6. Διάγραμμα χωρικού φάσματος αλγορίθμου Capon

3.3.1 Διαφορετικός αριθμός στοιχείων

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε την επίδοση του αλγορίθμου Capon για διαφορετικό αριθμό στοιχείων της στοιχειοκεραίας. Θεωρούμε ότι ο αριθμός των στοιχείων μεταβάλεται και πέρνει τιμές από 2 έως 100. Στις γραφικές συναρτήσεις που ακολουθούν απεικονίζεται το σφάλμα προσδιορισμού της γωνίας άφιξης και η διακριτικότητα του αλγορίθμου συναρτήσει του αριθμού των στοιχείων της κεραίας.



Σχήμα 3.7. Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Capon σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων

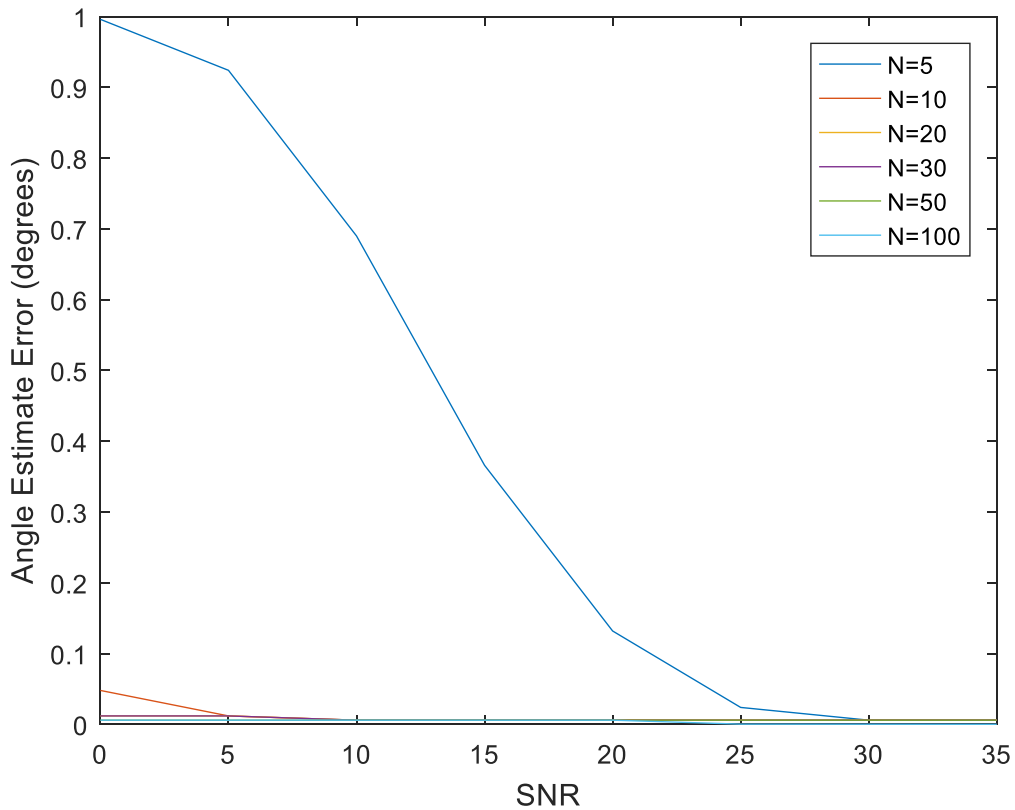


Σχήμα 3.8. Διακριτικότητα αλγορίθμου Capon σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων

Όπως και στο αλγόριθμο Bartlett έτσι και σε αυτήν την περίπτωση η απόδοση της στοιχειοκεραίας αυξάνεται εκθετικά με την αύξηση των αριθμών των στοιχείων της. Ο ρυθμός βελτίωσης του σφάλματος προσδιορισμού της γωνίας άφιξης μειώνεται σημαντικά για $N > 5$ παρουσιάζοντας καλύτερη επίδοση από τον αλγόριθμο Bartlett ενώ αντίστοιχα ο ρυθμός βελτίωσης της διακριτικότητας του αλγορίθμου παρουσιάζει σημαντική μείωση για $N > 30$.

3.3.2 Διαφορετικό SNR

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε την επίδοση του αλγορίθμου για διαφορετικό SNR εισόδου (για τιμές του SNR από 0 έως 35).

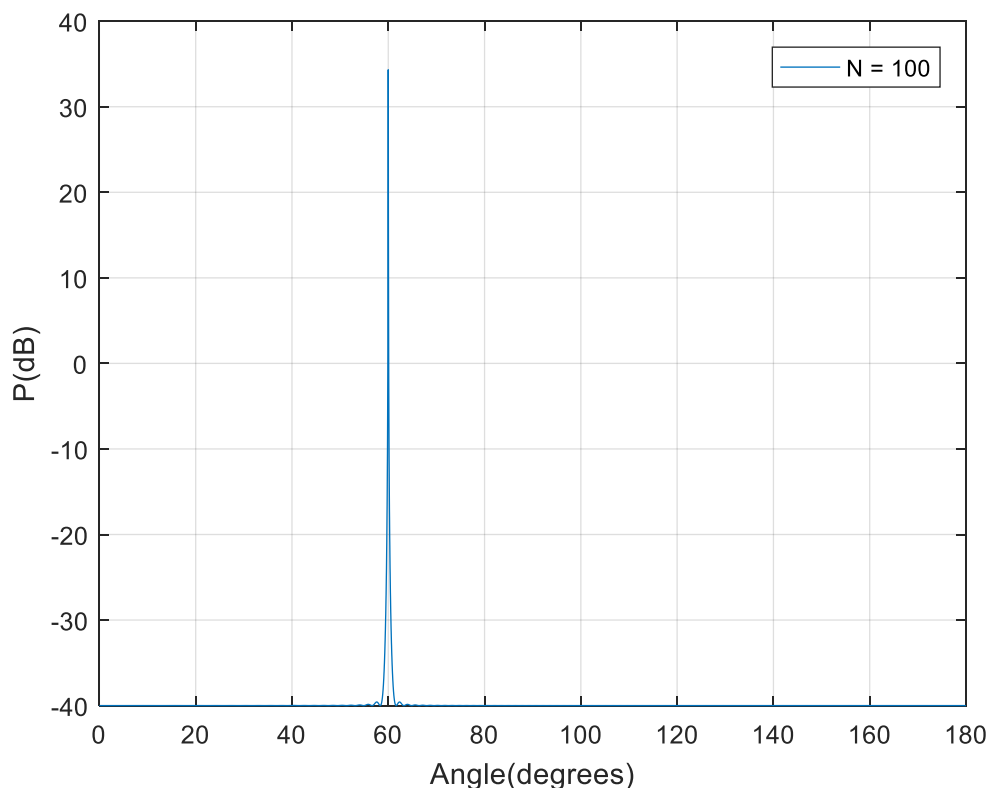


Σχήμα 3.9. Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Capon σε συνάρτηση με το SNR εισόδου

Όπως είδαμε και στον αλγόριθμο Bartlett η αύξηση του SNR επηρεάζει την επίδοση του αλγορίθμου και οδηγεί σε ακριβέστερη εκτίμηση των γωνιών άφιξης των σημάτων, ωστόσο η επίδραση αυτή μειώνεται σημαντικά με την αύξηση των στοιχείων της στοιχειοκεραίας. Σε σύγκριση με τον Bartlett επηρεάζεται περισσότερο από την μεταβολή του SNR για στοιχειοκεραίες με μικρό αριθμό στοιχείων ($N \leq 10$).

3.3 Μελέτη της επίδοσης του αλγορίθμου Spectral MUSIC

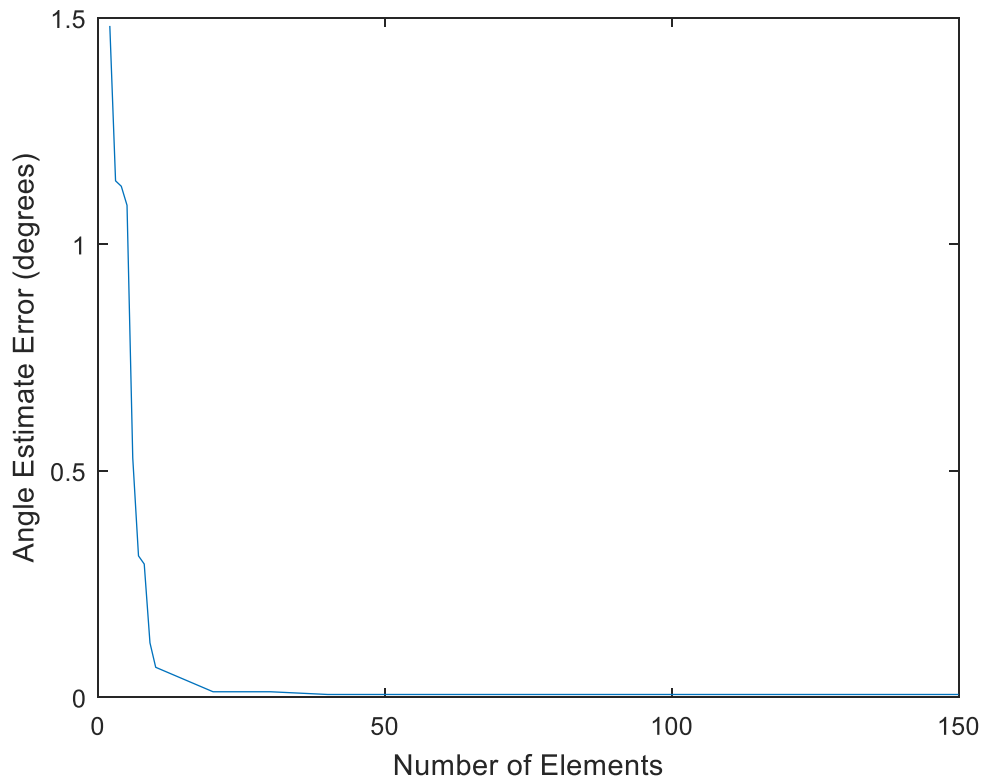
Στην παράγραφο αυτή θα μελετήσουμε την επίδοση του αλγορίθμου Spectral-MUSIC. Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα χωρικού φάσματος της κεραίας κάνοντας χρήση των τυπικών παραμέτρων που καθορίστηκαν στον πίνακα 3.1



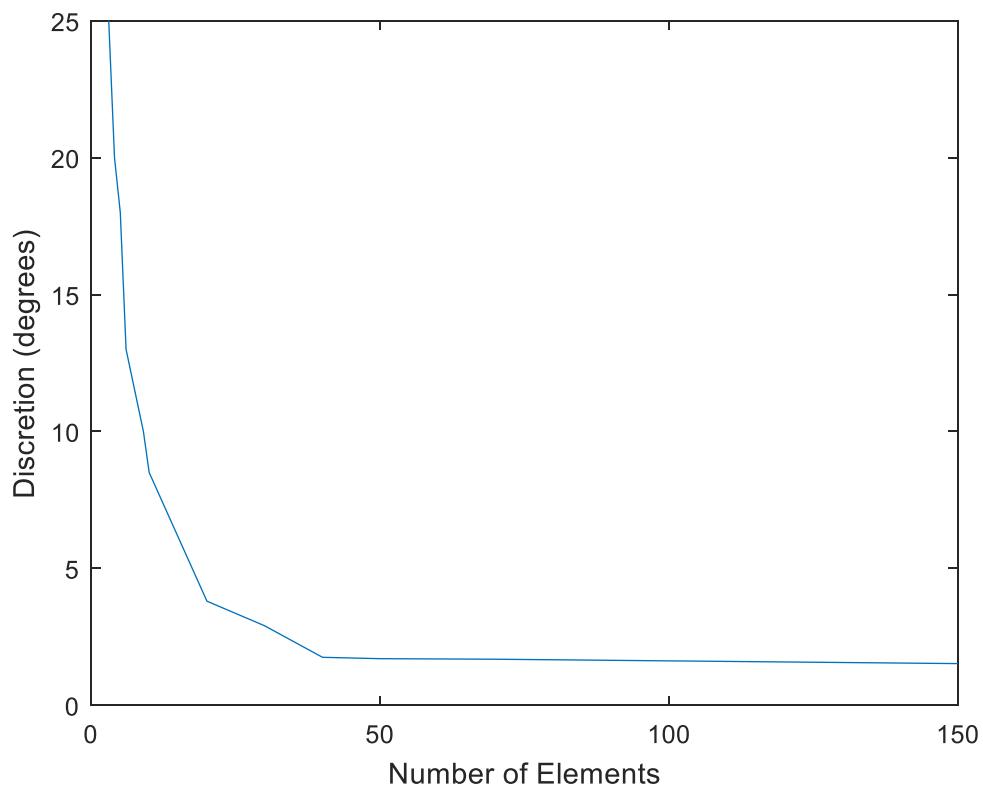
Σχήμα 3.10. Διάγραμμα χωρικού φάσματος αλγορίθμου Spectral MUSIC

3.4.1 Διαφορετικός αριθμός στοιχείων

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε την επίδοση του αλγορίθμου Spectral MUSIC για διαφορετικό αριθμό στοιχείων της στοιχειοκεραίας. Θεωρούμε ότι ο αριθμός των στοιχείων μεταβάλλεται και παίρνει τιμές από 2 έως 150. Στις γραφικές συναρτήσεις που ακολουθούν απεικονίζεται το σφάλμα προσδιορισμού της γωνίας άφιξης και η διακριτικότητα του αλγορίθμου συναρτήσει του αριθμού των στοιχείων της κεραίας.



Σχήμα 3.11. Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Spectral MUSIC σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων

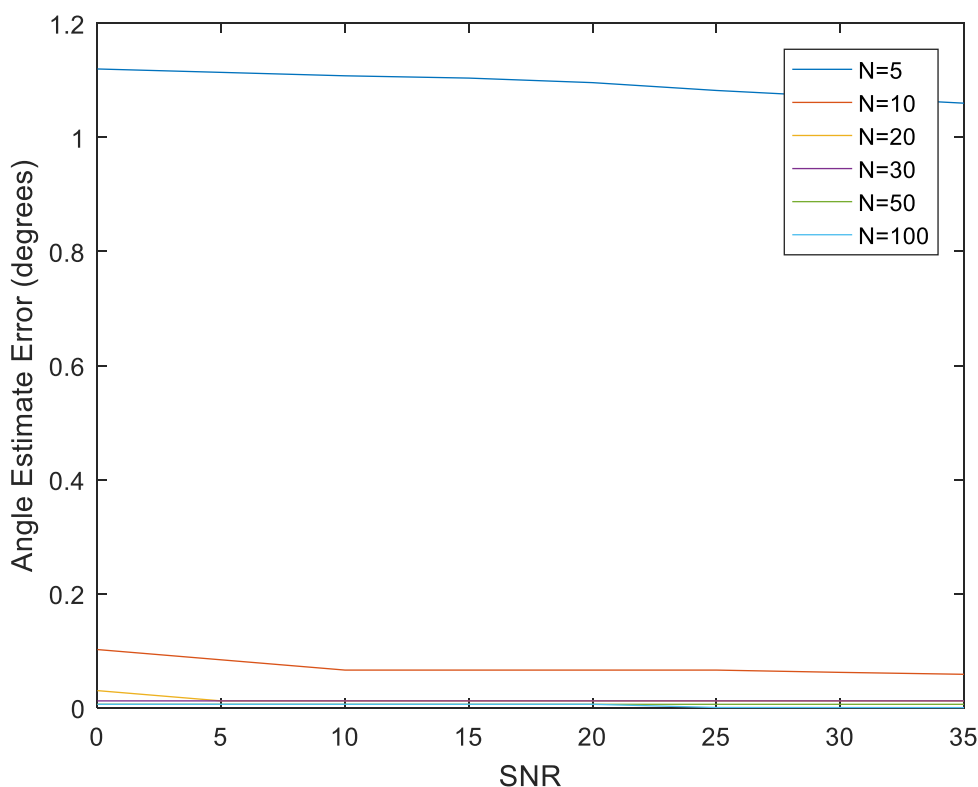


Σχήμα 3.12. Διακριτικότητα αλγορίθμου Spectral MUSIC σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων

Όπως και στο αλγόριθμο Bartlett έτσι και σε αυτήν την περίπτωση η απόδοση της στοιχειοκεραίας αυξάνεται εκθετικά με την αύξηση των αριθμών των στοιχείων της. Ο ρυθμός βελτίωσης του σφάλματος προσδιορισμού της γωνίας άφιξης μειώνεται σημαντικά για $N > 7$ παρουσιάζοντας ελαφρώς καλύτερη επίδοση από τον αλγόριθμο Bartlett ενώ αντίστοιχα ο ρυθμός βελτίωσης της διακριτικότητας του αλγορίθμου παρουσιάζει σημαντική μείωση για $N > 40$.

3.4.2 Διαφορετικό SNR

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε την επίδοση του αλγορίθμου για διαφορετικό SNR εισόδου (για τιμές του SNR από 0 έως 35).

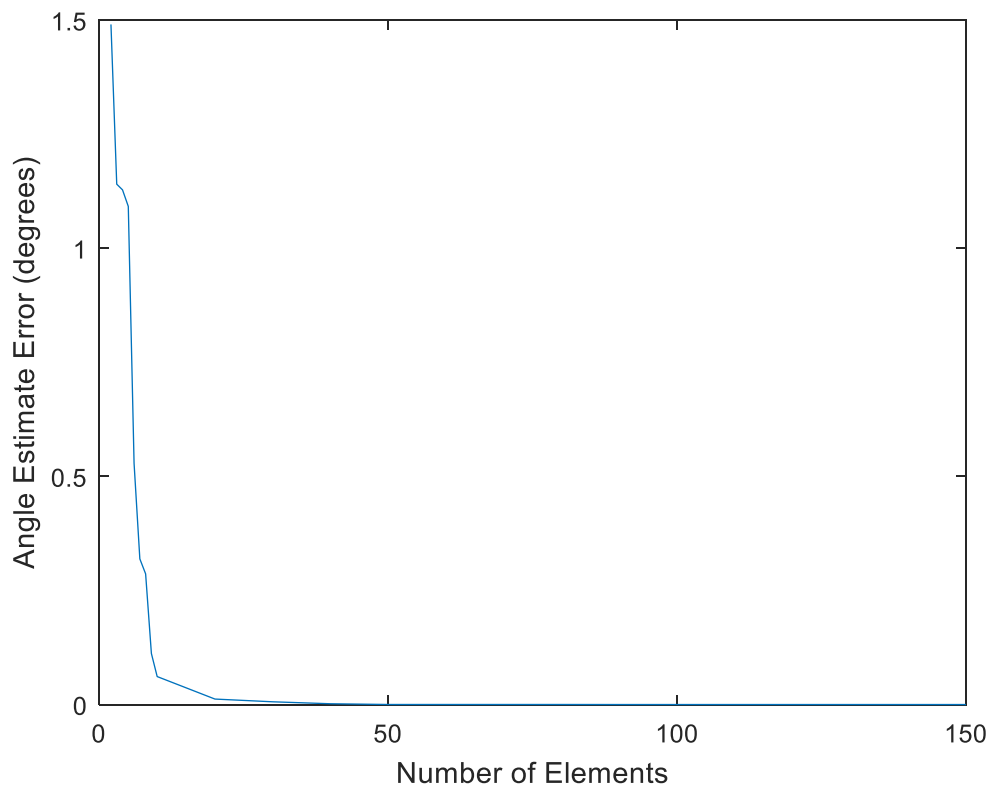


Σχήμα 3.13. Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Spectral MUSIC σε συνάρτηση με το SNR εισόδου

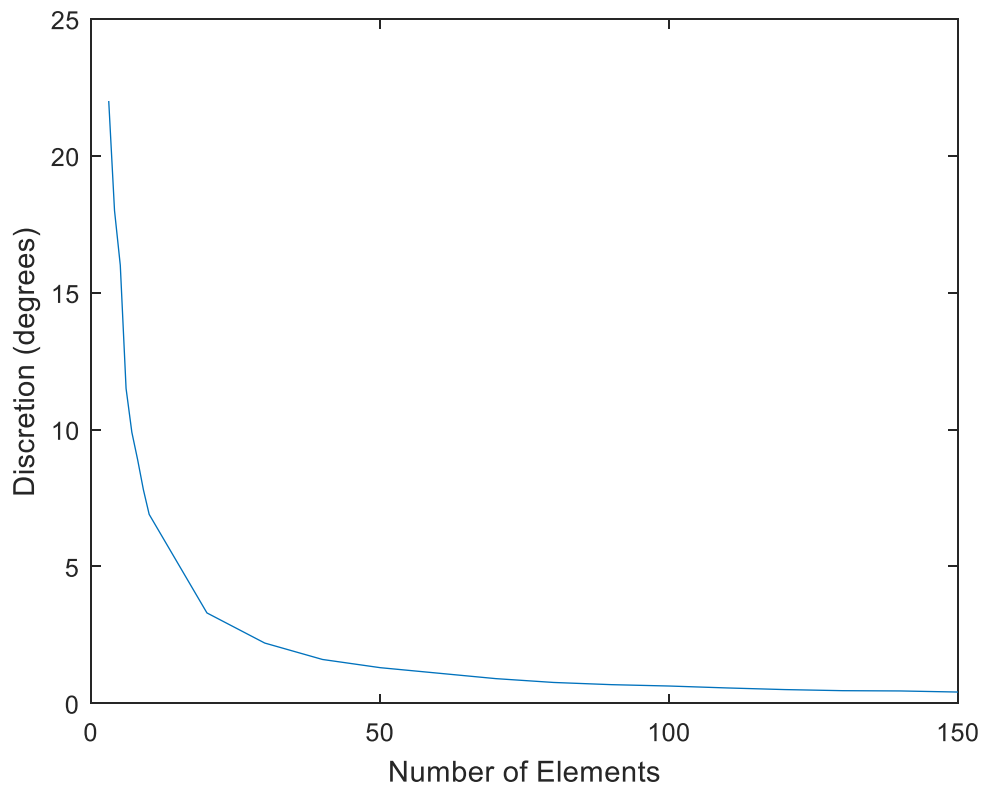
Η αύξηση του SNR επηρεάζει την επίδοση του αλγορίθμου και οδηγεί σε ακριβέστερη εκτίμηση των γωνιών άφιξης των σημάτων, ωστόσο η επίδραση του είναι αρκετά μικρότερη σε σύγκριση με τους ανωτέρω αλγορίθμους.

3.4 Μελέτη της επίδοσης του αλγορίθμου Root-MUSIC

Στην παράγραφο αυτή θα μελετήσουμε την επίδοση του αλγορίθμου Root-MUSIC. Παρακάτω παρουσιάζεται το σφάλμα προσδιορισμού της γωνίας άφιξης και η διακριτικότητα του αλγορίθμου συναρτήσει του αριθμού των στοιχείων της κεραίας.



Σχήμα 3.14. Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Root MUSIC σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων



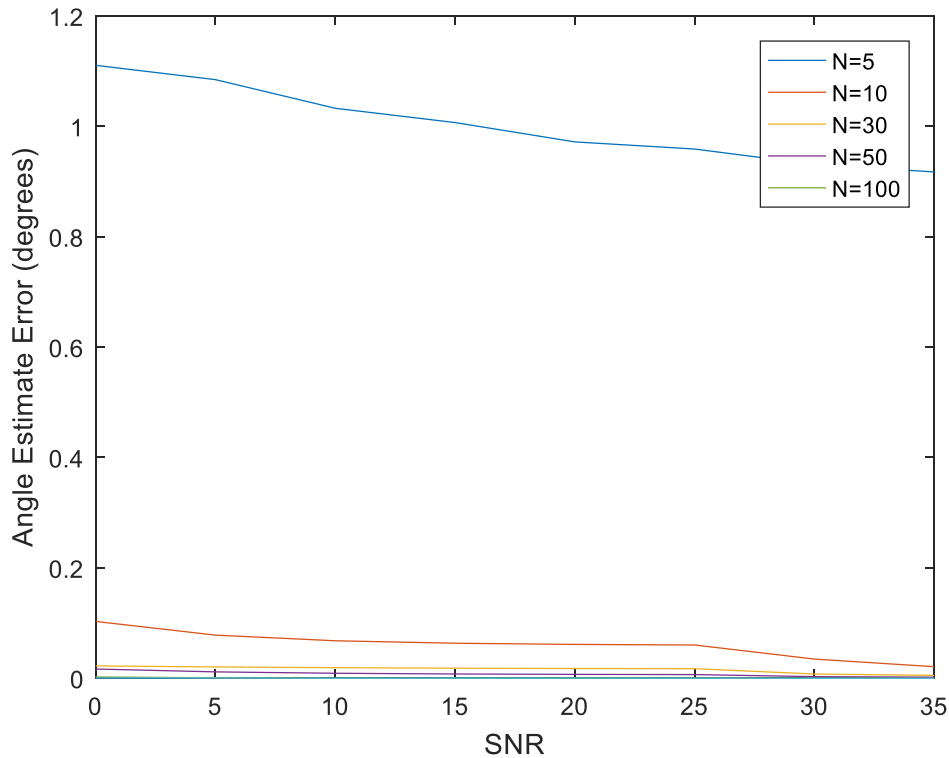
Σχήμα 3.15. Διακριτικότητα αλγορίθμου Root MUSIC σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων

Παρατηρούμε και εδώ ότι η απόδοση της στοιχειοκεραίας αυξάνεται εκθετικά με την αύξηση των αριθμών των στοιχείων της. Ο ρυθμός βελτίωσης του σφάλματος προσδιορισμού της γωνίας άφιξης μειώνεται σημαντικά για $N > 10$ ενώ αντίστοιχα ο ρυθμός βελτίωσης της διακριτικότητας του αλγορίθμου παρουσιάζει σημαντική μείωση για $N > 30$. Η επίδοση του αλγορίθμου όσον αφορά την εκτίμηση της γωνίας άφιξης είναι παρόμοια με την επίδοση του Spectral-MUSIC ενώ υπερτερεί ελαφρώς στον τομέα της διακριτικότητας.

3.5.1 Διαφορετικό SNR

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε την επίδοση του αλγορίθμου για διαφορετικό SNR εισόδου (για τιμές του SNR από 0 έως 35).

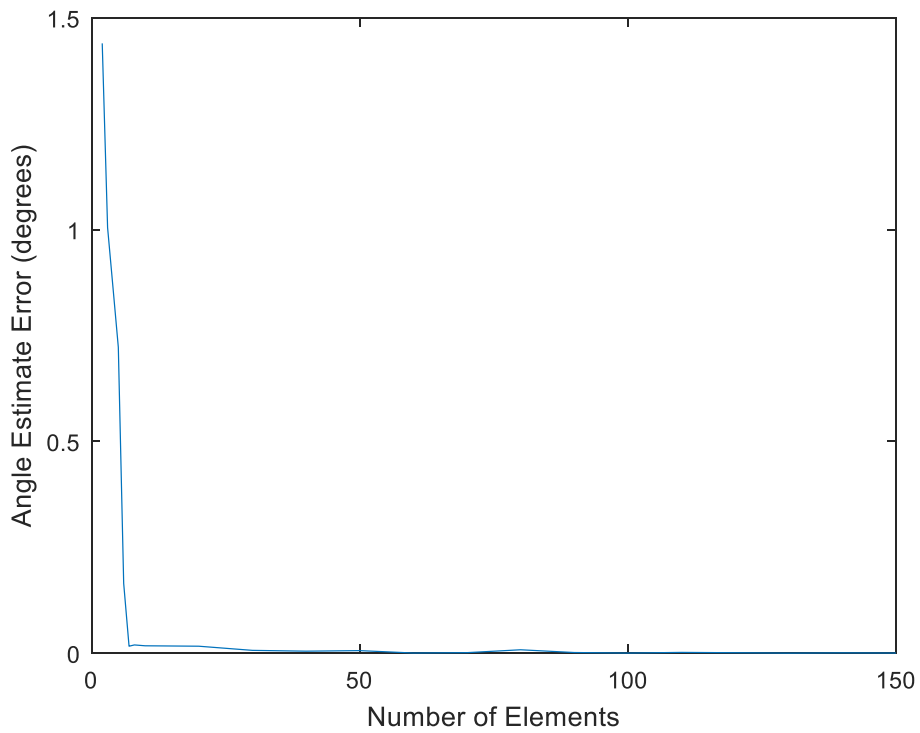
Η αύξηση του SNR επηρεάζει την επίδοση του αλγορίθμου και οδηγεί όπως και προηγουμένως σε ακριβέστερη εκτίμηση των γωνιών άφιξης των σημάτων, με την επίδραση του να είναι αρκετά μικρότερη σε σύγκριση με τους Bartlett και Capon και ελαφρώς μεγαλύτερη από αυτήν του Spectral MUSIC.



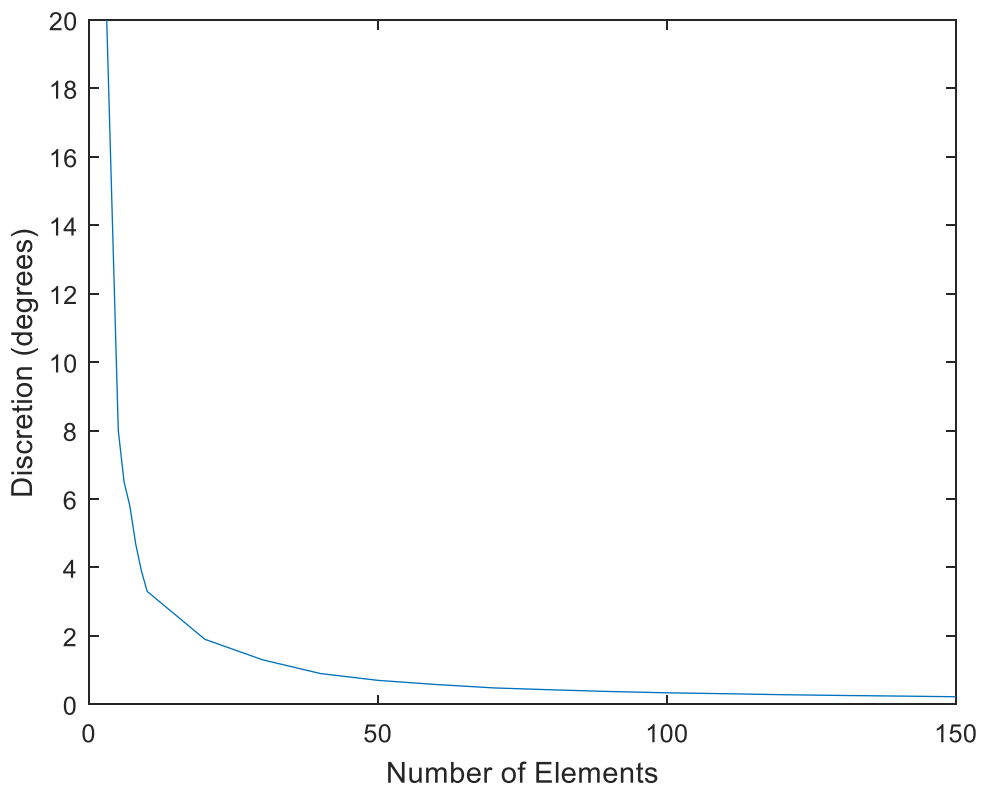
Σχήμα 3.16. Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου Root MUSIC σε συνάρτηση με το SNR εισόδου

3.5 Μελέτη της επίδοσης του αλγορίθμου ESPRIT

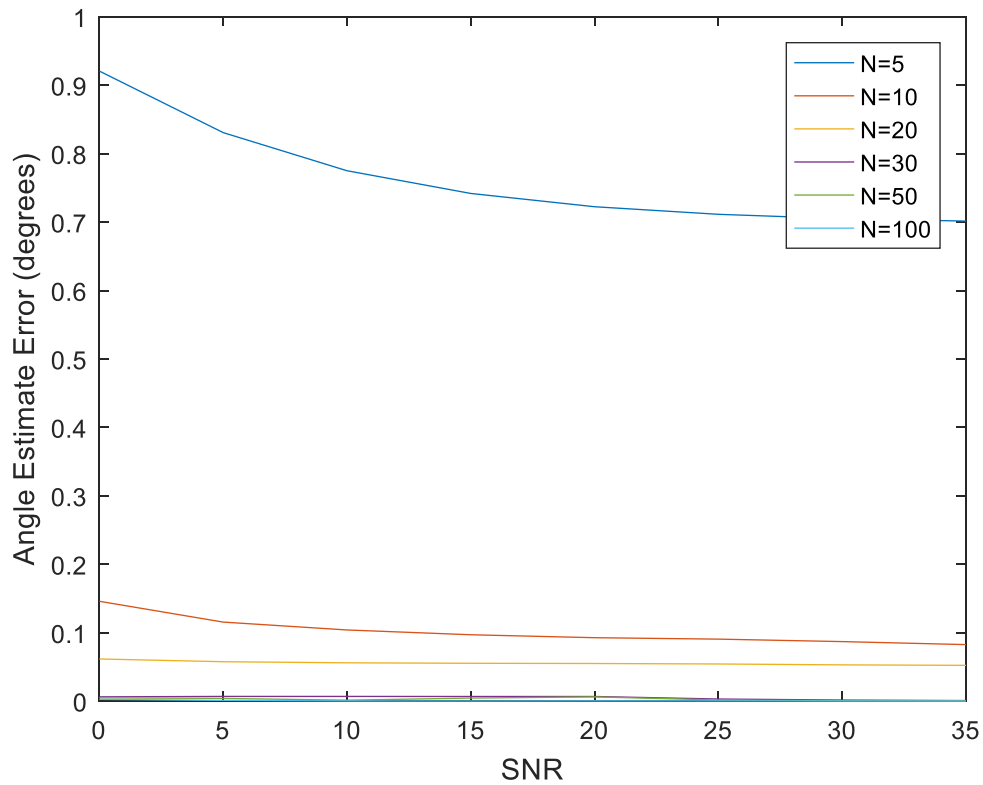
Στην παράγραφο αυτή θα μελετήσουμε την επίδοση του αλγορίθμου ESPRIT. Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζεται το σφάλμα προσδιορισμού της γωνίας άφιξης και η διακριτικότητα του αλγορίθμου συναρτήσει του αριθμού των στοιχείων της κεραίας καθώς και η επίδοση του για διαφορετικό SNR εισόδου.



Σχήμα 3.17. Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου ESPRIT σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων



Σχήμα 3.18. Διακριτικότητα αλγορίθμου ESPRIT σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων



Σχήμα 3.19. Σφάλμα προσδιορισμού γωνίας άφιξης αλγορίθμου ESPRIT σε συνάρτηση με το SNR εισόδου

Βάσει αποτελεσμάτων ο αλγόριθμος ESPRIT παρουσιάζει ελαφρώς βελτιωμένη απόδοση σε σύγκριση με τον MUSIC τόσο στην εκτίμηση της γωνίας άφιξης όσο και στην διακριτικότητα.

3.6 Συμπεράσματα

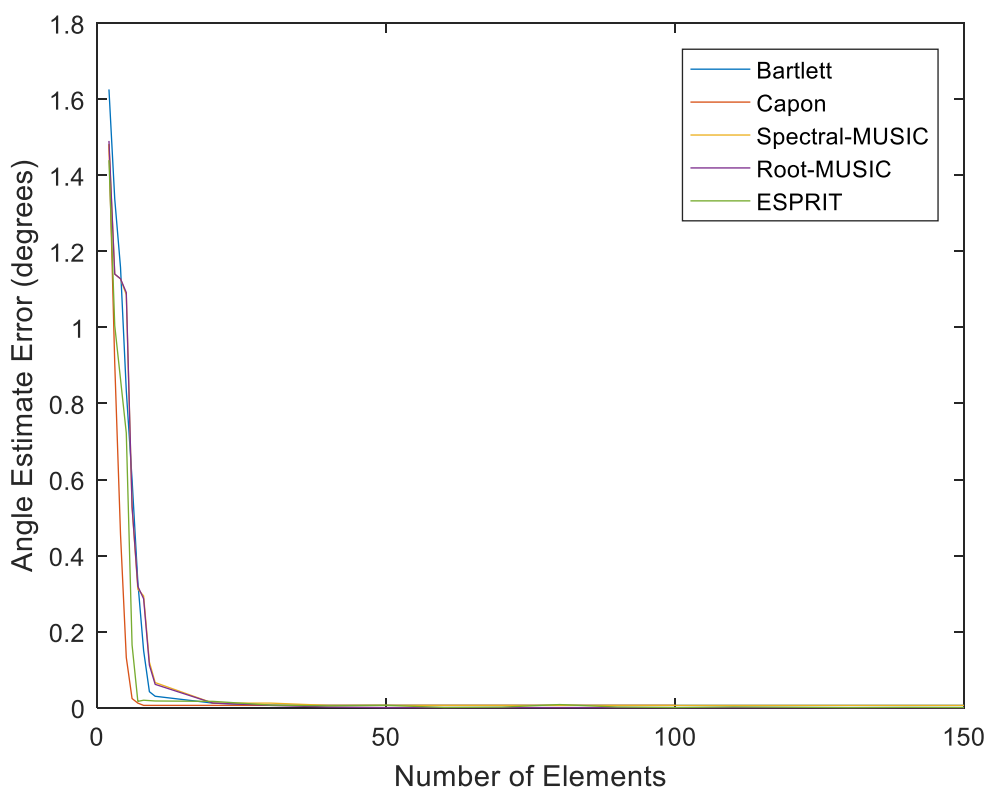
Για την αξιολόγηση της επίδοσης των αλγορίθμων η προσομοίωση εκτελέστηκε κάτω από σταθερές συνθήκες όπως αυτές περιγράφονται στον πίνακα 3.1 μεταβάλλοντας τις παραμέτρους όπου κρίθηκε σκόπιμο για εξαγωγή ασφαλέστερων συμπερασμάτων. Παρατηρήθηκε συμφωνία των αποτελεσμάτων με την θεωρία επιβεβαιώνοντας την σωστή σχεδίαση του συστήματος.

Η επίδοση των αλγορίθμων εξετάστηκε κατά κύριο λόγο ως προς την ακρίβεια προσδιορισμού της γωνίας άφιξης και την διακριτικότητα και δευτερευόντως ως προς την επίδραση της μεταβολής του SNR.

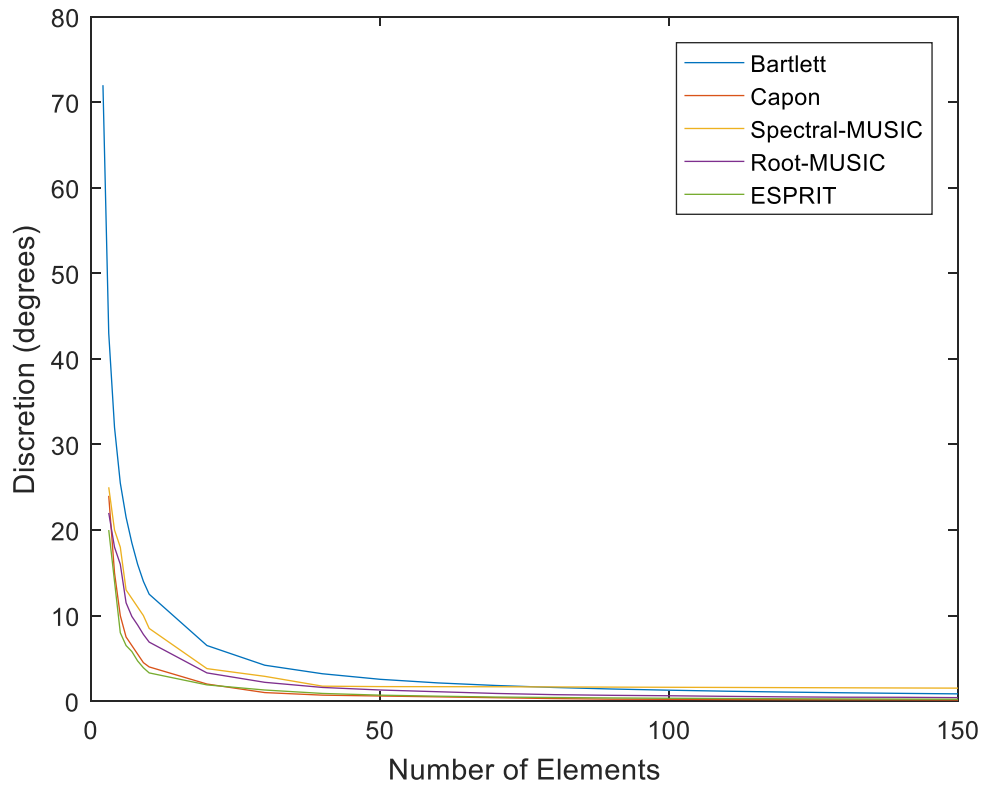
Διαπιστώσαμε ότι η αύξηση του αριθμού των στοιχείων της στοιχειοκεραίας αυξάνει εκθετικά την επίδοση μειώνοντας το σφάλμα κατά την εκτίμηση της γωνίας άφιξης και βελτιώνοντας σημαντικά τη διακριτικότητα.

Κάνοντας μια σύγκριση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης παρατηρούμε ότι όλοι οι αλγόριθμοι παρουσιάζουν παρόμοια επίδοση βάσει των τυπικών παραμέτρων που καθορίστηκαν στην αρχή του κεφαλαίου, με τον Capon να υπερτερεί ελαφρώς ως προς το σφάλμα εκτίμησης της γωνίας άφιξης για μικρό N και τον ESPRIT ως προς τη διακριτικότητα.

Η αύξηση του SNR οδηγεί σε ακριβέστερη εκτίμηση της γωνίας άφιξης, με την επίδραση του να μειώνεται με την αύξηση των στοιχείων της στοιχειοκεραίας.



Σχήμα 3.20. Σύγκριση σφάλματος προσδιορισμού γωνίας άφιξης σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων



Σχήμα 3.21. Σύγκριση διακριτικότητας σε συνάρτηση με τον αριθμό των στοιχείων

3.7 Προτάσεις για περαιτέρω μελέτη

Οι προτάσεις για περαιτέρω μελέτη περιλαμβάνουν την επέκταση των προσομοιάσεων σε διαφορετικές διαμορφώσεις συστοιχιών λήψεως, σε διαφορετικές διαμορφώσεις και σε διαφορετικά περιβάλλοντα διάδοσης. Επίσης θα παρουσίαζε ιδιαίτερο ενδιαφέρον η μελέτη της συμπεριφοράς των αλγορίθμων κάνοντας χρήση δεδομένων πραγματικού χρόνου σε πραγματικό περιβάλλον διάδοσης όπου ο αριθμός και η κατεύθυνση άφιξης των σημάτων και των παρεμβολών μεταβάλλεται και το επιθυμητό σήμα είναι χωρικά διεσπαρμένο. Στην περίπτωση αυτή θα απαιτηθεί η χρήση πιο προηγμένων αλγορίθμων σε συνδυασμό με χρήση αλγορίθμων για την εκτίμηση του αριθμού των λαμβανομένων σημάτων καθώς και τεχνικών προσαρμοστικού (adaptive) beamforming.

Παράρτημα Α

Κώδικας Matlab

Αλγόριθμος Bartlett

```
N = 100; % Number of Elements
ns = 1; % # of signals
ni = 1; % # of interference signals
l = 0.75; % Wave length
d = 0.3; % Interelement spacing
snapshots = 1e3; % Received snapshots
M = 2; % Size of signal constellation
k = log2(M); % Number of bits per symbol
theta = [60]; % Desired signal's theta angle in degrees
thetai = [40]; % Interference's theta angle in degrees
SNRdB = 20; % Input SNR in dB
SIRdB = 10; % Input SIR in dB
hStr = RandStream('mt19937ar', 'Seed', 55408); % Create a local random
%stream to be used by
%random number generators
%for repeatability.

%% Create Wanted Signal Sources
xsym = randi(hStr, [0 M-1], snapshots, ns); % Random symbol data streams
% for ns sources

%% Create baseband modem with symbols as input
hMod = modem.pskmod(M); % Create a M-PSK modulator
hDemod = modem.pskdemod(hMod); % Create a M-PSK demodulator
%% Modulation
xsym_mod = modulate(hMod, xsym);
%% Create Interference Signals
xisym = randi(hStr, [0 M-1], snapshots, ni); %Random symbol data
%streams for ni
%interference sources

% Scale the power according to SIR
p_i = 1/(10^(SIRdB/10)); % Intereference Power
p_i = p_i/ni; % Allocate equal power to each jammer
%% Modulation of Interference
xisym_mod = modulate(hMod, xisym);
xisym_mod_scaled = sqrt(p_i) * xisym_mod;
%% AWGN
SNR = 10^(SNRdB/10);
sigma = sqrt(1/(2*SNR));
noise = sigma * (randn(hStr, N, snapshots) + j*randn(hStr, N, snapshots));
%% Received Signal
Namv = (N-1)/2; % Used for Array Manifold Vector

thetarad = (pi*theta)/180; % Converts Theta Angle into Rads
ks = ((2*pi)/l)*cos(thetarad); % Calculates Wavenumber
vs = zeros(N, ns); % Forming Array Manifold Vector
for p=1:ns
    vs(:, p) = exp(j*([0:N-1]-Namv)*ks(p)*d) .'; %Calculates Array
%Manifold Vector for
%wanted signals
end
thetairad=(pi*thetai)/180; % Converts Theta Angle into Rads
ki = ((2*pi)/l)*cos(thetairad); % Calculates Wavenumber
vi=zeros(N, 1); % Forming Array Manifold Vector
```

```

for p=1:ni
    vi(:,p)=exp(j*([0:N-1]-Namv)*ki(p)*d).'; % Calculates Array
                                              %Manifold Vector for
                                              %interf signals
end
for q=1:snapshots
    xs(:,q) = vs*xsym_mod(q,:).'; % Received Wanted Signal
    xi(:,q) = vi*xisym_mod_scaled(q,:).'; % Received Interference
                                              % Signal
    y(:,q) = xs(:,q) + xi(:,q) + noise(:,q);
    y_uw(:,q) = xi(:,q) + noise(:,q);
end
%% Correlation Matrix
R = cov(y. ');
%% Apply Weights
% The algorithm uses test angles [0:pi] to plot the spectrum
for tt=1:10000
    ttrad = (pi*tt*180/10000)/180; % Converts Test Angle into Rads
    kt = ((2*pi)/l)*cos(ttrad); % Calculates Wavenumber
    vt = zeros(N,ns);
    vt(:,tt) = exp(j*([0:N-1]-Namv)*kt*d).'; %Calculates Array
                                              %Manifold Vector for
                                              %wanted signals
    w(:,tt) = (1/N)*vt(:,tt); %Conventional beamformer
    PS(tt) = w(:,tt)' * R * w(:,tt);
end
% Plot the Spectrum
wangle = 180-[180/10000:180/10000:180];
plot(wangle,20*log10(abs(PS)));
xlabel('Angle (degrees)')
ylabel('P (dB)')
[meg thesh]=max(PS)
abs(60-wangle(thesh))

```

Αλγόριθμος Capon

```
N = 100; % Number of Elements
ns = 1; % # of signals
ni = 1; % # of interference signals
l = 0.75; % Wave length
d = 0.3; % Interelement spacing
snapshots = 1e3; % Received snapshots
M = 2; % Size of signal constellation
k = log2(M); % Number of bits per symbol
theta = [60]; % Desired signal's theta angle in degrees
thetai = [40]; % Interference's theta angle in degrees
SNRdB = [20]; % Input SNR for each signal in dB
SNR = 10.^(SNRdB/10);
Rcov_xs = eye(ns); % Uncorrelated signals
INRdB = [10]; % Input INR for each interference signal in dB
INR = 10.^(INRdB/10);
Rcov_xi = eye(ns); % Uncorrelated interference signals
hStr = RandStream('mt19937ar','Seed',55408); %Create a local random
%streamto be used by
%random number generators
%for repeatability.

%% Create Wanted Signal Sources
xsym = randi(hStr, [0 M-1],snapshots,ns); %Random symbol data streams
%for ns sources

%% Create baseband modem with symbols as input
hMod = modem.pskmod(M); % Create a M-PSK modulator
hDemod = modem.pskdemod(hMod); % Create a M-PSK demodulator
%% Modulation
xsym_mod = modulate(hMod,xsym);
%% AWGN
sigma = sqrt(1/(2*SNR(1))); %The noise power is calculated based on
%the first signal
noise = sigma * (randn(hStr,N,snapshots) + j*randn(hStr,N,snapshots));
for p=1:ns
    ampl(p) = sqrt(SNR(p)/SNR(1));
    xsym_mod(:,p) = xsym_mod(:,p) * ampl(p);
end
%% Create Interference Signals
xisym = randi(hStr, [0 M-1],snapshots,ni); %Random symbol data
%streams for ni
%interference sources

%% Modulation of Interference
xisym_mod = modulate(hMod,xisym);
% Scale the power according to noise power or equivalently to 1st
signal
for i=1:ni
    ampli(i) = sqrt(INR(i)/SNR(1));
    xisym_mod_scaled(:,i) = xisym_mod(:,i) * ampli(i);
end
%% Received Signal
Namv=(N-1)/2; % Used for Array Manifold Vector
% Wanted Signals
thetarad = (pi*theta)/180; % Converts Theta Angle into Rads
ks = -((2*pi)/l)*cos(thetarad); % Calculates Wavenumber
vs = zeros(N,ns); % Forming Array Manifold Vector
for p=1:ns
    vs(:,p) = exp(j*(Namv-[0:N-1])*ks(p)*d) .*; %Calculates Array
%Manifold Vector for
%wanted signals
```

```

end
% Interfering Signals
thetairad=(pi*thetai)/180; % Converts Theta Angle into Rads
ki = -((2*pi)/l)*cos(thetairad); % Calculates Wavenumber
vi=zeros(N,1); % Forming Array Manifold Vector
for p=1:ni
    vi(:,p)=exp(j*(Namv-[0:N-1])*ki(p)*d).'; % Calculates Array
                                                %Manifold Vector for
                                                %interf signals
end
for q=1:snapshots
    xs(:,q) = vs*sqrtm(Rcov_xs)'*xsym_mod(q,:).'; %
    Received Wanted Signal
    xi(:,q) = vi*sqrtm(Rcov_xi)'*xisym_mod_scaled(q,:).'; %
    Received Interference Signal
    x(:,q) = xs(:,q) + xi(:,q) + noise(:,q);
    x_uw(:,q) = xi(:,q) + noise(:,q);
end
%% Correlation Matrix
R = cov(x. ');
%% Calculate Weights
vt = zeros(N,180);
for tt=1:10000
    ttrad = (pi*tt*180/10000)/180; % Converts Test Angle into Rads
    kt = -((2*pi)/l)*cos(ttrad); % Calculates Wavenumber
    vt(:,tt) = exp(j*(Namv-[0:N-1])*kt*d).'; % Calculates Array
                                                %Manifold Vector for
                                                %wanted signals
    w(:,tt) = inv(R) * vt(:,tt) ./ (vt(:,tt)'* inv(R) * vt(:,tt));
    PS(tt) = w(:,tt)' * R * w(:,tt);
end
%% Plot the Spectrum
wangle = 180-[180/10000:180/10000:180];
plot(wangle,20*log10(abs(PS)));
grid on
[meg thesh]=max(PS)
abs(60-wangle(thesh))

```

Αλγόριθμος Spectral-MUSIC

```
N = 100; % Number of Elements
ns = 1; % # of signals
ni = 1; % # of interference signals
l = 0.75; % Wave length
d = 0.3; % Interelement spacing
snapshots = 1e3; % Received snapshots
M = 2; % Size of signal constellation
k = log2(M); % Number of bits per symbol
theta = [60]; % Desired signal's theta angle in degrees
thetai = [40]; % Interference's theta angle in degrees
SNRdB = [20]; % Input SNR for each signal in dB
SNR = 10.^(SNRdB/10);
Rcov_xs = eye(ns); % Uncorrelated signals
INRdB = [10]; % Input INR for each interference signal in dB
INR = 10.^(INRdB/10);
Rcov_xi = eye(ns); % Uncorrelated interference signals
hStr = RandStream('mt19937ar','Seed',55408);
%% Create Wanted Signal Sources
xsym = randi(hStr, [0 M-1], snapshots, ns);
%% Create baseband modem with symbols as input
hMod = modem.pskmod(M); % Create a M-PSK modulator
hDemod = modem.pskdemod(hMod); % Create a M-PSK demodulator
%% Modulation
xsym_mod = modulate(hMod, xsym);
%% AWGN
sigma = sqrt(1/(2*SNR(1)));
noise = sigma * (randn(hStr, N, snapshots) + j*randn(hStr, N, snapshots));
for p=1:ns
    ampl(p) = sqrt(SNR(p)/SNR(1));
    xsym_mod(:,p) = xsym_mod(:,p) * ampl(p);
end
%% Create Interference Signals
xisym = randi(hStr, [0 M-1], snapshots, ni);
%% Modulation of Interference
xisym_mod = modulate(hMod, xisym);
for i=1:ni
    ampli(i) = sqrt(INR(i)/SNR(1));
    xisym_mod_scaled(:,i) = xisym_mod(:,i) * ampli(i);
end
% Received Signal
Namv=(N-1)/2; % Used for Array Manifold Vector
thetarad = (pi*theta)/180; % Converts Theta Angle into Rads
ks = -(2*pi)/l*cos(thetarad); % Calculates Wavenumber
vs = zeros(N, ns); % Forming Array Manifold Vector
for p=1:ns
    vs(:,p) = exp(j*(Namv-[0:N-1])*ks(p)*d).';
end
thetairad=(pi*thetai)/180; % Converts Theta Angle into Rads
ki = -(2*pi)/l*cos(thetairad); % Calculates Wavenumber
vi=zeros(N,1); % Forming Array Manifold Vector
for p=1:ni
    vi(:,p)=exp(j*(Namv-[0:N-1])*ki(p)*d).';
end
for q=1:snapshots
    xs(:,q) = vs*sqrtm(Rcov_xs)'*xsym_mod(q,:).';
    xi(:,q) = vi*sqrtm(Rcov_xi)'*xisym_mod_scaled(q,:).';
    x(:,q) = xs(:,q) + xi(:,q) + noise(:,q);
    y_uw(:,q) = xi(:,q) + noise(:,q);
```

```

end
%% Correlation Matrix
R = cov(x. ');
% do the eigendecomposition; use svd because it sorts eigenvalues
[U,D,V] = svd(R);
G = U(:,ns+1:N);
GG = G*G';
%% Calculate Weights
for tt=1:10000
    ttrad = (pi*tt*180/10000)/180;    % Converts Test Angle into Rads
    kt = -((2*pi)/l)*cos(ttrad);    % Calculates Wavenumber
    vt = zeros(N,ns);
    vs(:,tt) = exp(j*(Namv-[0:N-1])*kt*d).';
    PS(tt) = 1/(vs(:,tt)' * GG * vs(:,tt));
end
%Plot the Spectrum
wangle = 180-[180/10000:180/10000:180];
plot(wangle,20*log10(abs(PS)));
ylabel('P (dB) ');
xlabel('Angle (degrees) ');
grid on
legend(['N = ', num2str(N)])
[meg thesh]=max(PS)
abs(60-wangle(thesh))

```


Αλγόριθμος Root-MUSIC

```
N = 100; % Number of Elements
ns = 1; % # of signals
ni = 1; % # of interference signals
l = 0.75; % Wave length
d = 0.3; % Interelement spacing
snapshots = 1e3; % Received snapshots
M = 2; % Size of signal constellation
k = log2(M); % Number of bits per symbol
theta = [60]; % Desired signal's theta angle in degrees
thetai = [40]; % Interference's theta angle in degrees
SNRdB = [20]; % Input SNR for each signal in dB
SNR = 10.^(SNRdB/10);
Rcov_xs = eye(ns); % Uncorrelated signals
INRdB = [10]; % Input INR for each interference signal in dB
INR = 10.^(INRdB/10);
Rcov_xi = eye(ns); % Uncorrelated interference signals
hStr = RandStream('mt19937ar','Seed',55408);
%% Create Wanted Signal Sources
xsym = randi(hStr, [0 M-1], snapshots, ns);
%% Create baseband modem with symbols as input
hMod = modem.pskmod(M); % Create a M-PSK modulator
hDemod = modem.pskdemod(hMod); % Create a M-PSK demodulator
%% Modulation
xsym_mod = modulate(hMod, xsym);
%% AWGN
sigma = sqrt(1/(2*SNR(1)));
noise = sigma * (randn(hStr, N, snapshots) + j*randn(hStr, N, snapshots));
for p=1:ns
    ampl(p) = sqrt(SNR(p)/SNR(1));
    xsym_mod(:,p) = xsym_mod(:,p) * ampl(p);
end
%% Create Interference Signals
xisym = randi(hStr, [0 M-1], snapshots, ni);
%% Modulation of Interference
xisym_mod = modulate(hMod, xisym);
for i=1:ni
    ampli(i) = sqrt(INR(i)/SNR(1));
    xisym_mod_scaled(:,i) = xisym_mod(:,i) * ampli(i);
end
%% Received Signal
Namv=(N-1)/2; % Used for Array Manifold Vector
thetarad = (pi*theta)/180; % Converts Theta Angle into Rads
ks = -(2*pi)/l*cos(thetarad); % Calculates Wavenumber
vs = zeros(N, ns); % Forming Array Manifold Vector
for p=1:ns
    vs(:,p) = exp(j*(Namv-[0:N-1])*ks(p)*d).';
end
thetairad=(pi*thetai)/180; % Converts Theta Angle into Rads
ki = -(2*pi)/l*cos(thetairad); % Calculates Wavenumber
vi=zeros(N,1); % Forming Array Manifold Vector
for p=1:ni
    vi(:,p)=exp(j*(Namv-[0:N-1])*ki(p)*d).';
end
for q=1:snapshots
    xs(:,q) = vs*sqrtm(Rcov_xs)'*xsym_mod(q,:).';
    xi(:,q) = vi*sqrtm(Rcov_xi)'*xisym_mod_scaled(q,:).';
    x(:,q) = xs(:,q) + xi(:,q) + noise(:,q);
    y_uw(:,q) = xi(:,q) + noise(:,q);
```

```

end
% Correlation Matrix
R = cov(x. ');
% do the eigendecomposition; use svd because it sorts eigenvalues
[U,D,V] = svd(R);
G = U(:,ns+1:N);
GG = G*G';
% find the coefficients of the polynomial
a = zeros(2*N-1,1);
for j = -(N-1):(N-1)
    a(j+N) = sum( diag(GG,j) );
end
% find the n roots of the polynomial that are inside the unit circle
ra = roots([a]);
rb = ra(abs(ra)<1);
% Plot the roots in the complex plane
phi=0:0.1:2*pi;
plot(cos(phi),sin(phi),'d'); % Plot the unit circle
hold on
plot(real(ra),imag(ra),'rs'); % Plot the roots
grid on
hold off
% pick the ns roots that are closest to the unit circle
% Therefore we must know the # of sources
[dumm,I] = sort(abs(abs(rb)-1));
w = angle(rb(I(1:ns)));
% compute the doas
doa = acos(w/(2*pi*d/l))*180/pi

```

Αλγόριθμος ESPRIT

```

N =10; % Number of Elements
ns = 1; % # of signals
ni = 1; % # of interference signals
l = 0.75; % Wave length
d = 0.3; % Interelement spacing
snapshots = 1e3; % Received snapshots
M = 2; % Size of signal constellation
k = log2(M); % Number of bits per symbol
theta = [60]; % Desired signal's theta angle in degrees
thetai = [40]; % Interference's theta angle in degrees
SNRdB = [20]; % Input SNR for each signal in dB
SNR = 10.^(SNRdB/10);
Rcov_xs = eye(ns); % Uncorrelated signals
INRdB = [10]; % Input INR for each interference signal in dB
INR = 10.^(INRdB/10);
Rcov_xi = eye(ns); % Uncorrelated interference signals
hStr = RandStream('mt19937ar','Seed',55408);
%Create Wanted Signal Sources
xsym = randi(hStr, [0 M-1], snapshots, ns);
%Create baseband modem with symbols as input
hMod = modem.pskmod(M); % Create a M-PSK modulator
hDemod = modem.pskdemod(hMod); % Create a M-PSK demodulator
%Modulation
xsym_mod = modulate(hMod, xsym);
% AWGN
sigma = sqrt(1/(2*SNR(1)));
noise = sigma * (randn(hStr, N, snapshots) + j*randn(hStr, N, snapshots));
for p=1:ns
    ampl(p) = sqrt(SNR(p)/SNR(1));
    xsym_mod(:,p) = xsym_mod(:,p) * ampl(p);
end
% Create Interference Signals
xisym = randi(hStr, [0 M-1], snapshots, ni);
%Modulation of Interference
xisym_mod = modulate(hMod, xisym);
for i=1:ni
    ampli(i) = sqrt(INR(i)/SNR(1));
    xisym_mod_scaled(:,i) = xisym_mod(:,i) * ampli(i);
end
% Received Signal
Namv=(N-1)/2; % Used for Array Manifold Vector
thetarad = (pi*theta)/180; % Converts Theta Angle into Rads
ks = -((2*pi)/l)*cos(thetarad); % Calculates Wavenumber
vs = zeros(N, ns); % Forming Array Manifold Vector
for p=1:ns
    vs(:,p) = exp(j*(Namv-[0:N-1])*ks(p)*d).';
end
thetairad=(pi*thetai)/180; % Converts Theta Angle into Rads
ki = -((2*pi)/l)*cos(thetairad); % Calculates Wavenumber
vi=zeros(N,1); % Forming Array Manifold Vector
for p=1:ni
    vi(:,p)=exp(j*(Namv-[0:N-1])*ki(p)*d).';
end
for q=1:snapshots
    xs(:,q) = vs*sqrtm(Rcov_xs)'*xsym_mod(q,:).'; %
    xi(:,q) = vi*sqrtm(Rcov_xi)'*xisym_mod_scaled(q,:).'; %
    x(:,q) = xs(:,q) + xi(:,q) + noise(:,q);
    y_uw(:,q) = xi(:,q) + noise(:,q);
end

```

```
end
% Correlation Matrix
R = cov(x. ');
% do the eigendecomposition; use svd because it sorts eigenvalues
[U,D,V] = svd(R);
S = U(:,1:ns);
Ux = S(1:N-1, :);
Uy = S(2:N, :);
psi = Ux\Uy;
w = -angle(eig(psi));
doa = acos(w/pi)*180/pi
```

Παράρτημα Β

Βιβλιογραφία

- [1] A.D.Waite “SONAR for Practising Engineers”, John Wiley & Sons,2002.
- [2] Jean-Paul Marage and Yvon Mori “Sonar and Underwater Acoustics”, John Wiley & Sons,2010.
- [3] Paul C. Etter “Underwater Acoustic Modeling and Simulation”, CRC Press Taylor & Francis Group 2013
- [4] Γεώργιος Σάγος και Νικόλαος Μαλαχίας “Αρχές Υδροακουστικής και Συστημάτων SONAR”, εκδόσεις Παπασωτηρίου 2003.
- [5] Lal Chand Godara, “Smart Antennas”, CRC Press, Boca Raton,2004.
- [6] Lal Chand Godara, “Application of Antenna arrays to mobile communications Part II:Beamforming and Direction of Arrival Considerations”,Proceedings of IEEE,Vol85,No8,pp1195-1245,August 1997.
- [7] Simon Haykin, “Communications Systems”, John Wiley & Sons,1995.
- [8] Α.Κανάτας, “Συστήματα Κινητών Ραδιοεπικοινωνιών”, Σημειώσεις του αντίστοιχου μαθήματος του τμήματος Διδακτικής της Τεχνολογίας και Ψηφιακών Συστημάτων του Πανεπιστημίου Πειραιώς,2017
- [9] John Litva & Titus Kwok-Yeung Lo, “Digital Beamforming in Wireless Communications”,Artech House,Boston,1996
- [10] Barry D. Van Veen & Kevin M. Buckley, “Beamforming: A versatile approach to special filtering”,IEEE ASSP Magazine, April 1988
- [11] Robert J.Urick “Principles of Underwater Sound”,Peninsula Publishing, Westport, Connecticut 1983