

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ  
ΤΜΗΜΑ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ  
& ΤΡΑΠΕΖΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗΣ**



*Πανεπιστήμιο Πειραιώς*

*Τμήμα Χρηματοοικονομικής και Τραπεζικής Διοικητικής*

*Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στην «Χρηματοοικονομική και  
Τραπεζική»*

**ΤΙΤΛΟΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ : «ΔΙΑΝΕΜΗΤΙΚΗ ΔΙΚΑΙΟΣΥΝΗ ΚΑΙ  
ΦΟΡΟΛΟΓΙΑ»**

**Όνοματεπώνυμο φοιτητή : Καραμάνου Ιωάννα του Ηλία**

**A.M: ΜΧΡΗ 1613**

**Επιβλέπων Καθηγητής : κος Βολιώτης Δημήτριος**

**Τριμελής επιτροπή : κος Άγγελος Αντζουλάτος**

**κος Δημήτριος Βολιώτης**

**κος Γκίκας Χαρδούβελης**

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ.....	3
ΣΥΝΟΨΗ.....	4
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΝ ΟΡΙΣΜΟ ΤΗΣ ΔΙΚΑΙΟΣΥΝΗΣ – ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ.....	5
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 .....	11
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΘΕΩΡΙΕΣ ΤΗΣ ΔΙΚΑΙΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ.....	11
1.1 - ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	12
1.2- ΜΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ .....	13
1.3 - ΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ.....	15
1.4 - ΑΞΙΩΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ.....	21
1.5 - ΜΗ ΑΝΑΤΡΟΠΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ - ORDER PRESERVATION.....	23
1.7 - ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΜΟΝΟΤΟΝΙΚΟΤΗΤΑΣ (MONOTONICITY PROPERTIES).....	25
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....	33
ΒΑΣΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ: .....	33
ΔΙΚΑΙΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΦΟΡΩΝ.....	33
2.1 - ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	34
2.2 - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΠΩΛΕΙΑΣ (ΖΗΜΙΑΣ).....	35
2.3 - ΑΡΧΕΣ ΔΙΑΝΕΜΗΤΙΚΗΣ ΔΙΚΑΙΟΣΥΝΗΣ.....	36
2.4 - ΜΕΘΟΔΟΙ ΙΣΗΣ ΘΥΣΙΑΣ ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ .....	43
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....	47
ΕΝΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ.....	47
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....	50
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	50
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	54

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Η παρούσα διπλωματική εργασία, με επιβλέποντα τον Επίκουρο Καθηγητή κ. Δημητρίου Βολιώτη, εκπονήθηκε στα πλαίσια του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών «Χρηματοοικονομικής και Τραπεζικής Διοικητικής με κατεύθυνση την Χρηματοοικονομική και Τραπεζική Διοικητική», του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

Για την ολοκλήρωσή χρειάστηκε η στήριξη και η βοήθεια ορισμένων ανθρώπων, τους οποίους θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερος σε αυτό το κείμενο.

Αρχικά, θέλω να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Βολιώτη Δημήτριο για την καλή συνεργασία, την εύστοχη καθοδήγηση και την αμέριστη συμπαράσταση που έλαβα καθ' όλη τη διάρκεια του προγράμματος, αλλά και της σύνταξης της διατριβής συγκεκριμένα.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερος τους γονείς μου που μου παρείχαν αυτή η τη δυνατότητα της μετεκπαίδευσης, την στήριξη σε όλο το φάσμα των σπουδών μου, και γενικότερα όλους όσους συνετέλεσαν στο να έρθει σε πέρας αυτό το εγχείρημα.

Πειραιάς, Ιούλιος 2018

Ιωάννα Καραμάνου

## ΣΥΝΟΨΗ

Στην παρούσα εργασία σκοπός αποτελεί η εισαγωγή και η εμβάθυνση στις έννοιες της διανεμητικής δικαιοσύνης και γενικότερα σε της δίκαιης κατανομής του εισοδήματος. Στην παρούσα εργασία η δικαιοσύνη δεν μας αφορά από τη νομική της πλευρά αλλά και από την κοινωνική. Αρχικά μελετάται γενικότερα η θεωρία της δίκαιης κατανομής και στηρίζεται με παραπομπές από άρθρα που εμπεριέχουν βασικά μοντέλα, κανόνες που τα διέπουν, καθώς και αξιώματα και ιδιότητες που μια δίκαιη κατανομή θα πρέπει να ακολουθεί. Στο τέλος του πρώτου κεφαλαίου αποδίδεται και ένας γενικότερος χαρακτηρισμός από τον Young για τους παραμετρικούς κανόνες που προαναφέρθηκαν.

Στο επόμενο κεφάλαιο τίθεται το ζήτημα της φορολογίας στις γενικότερες κατανομές εισοδήματος, καθώς παρουσιάζονται πιο αναλυτικά θεωρητικές εφαρμογές της φορολογίας σε μεθόδους ίσης θυσίας.

Στο τρίτο κεφάλαιο θα προσπαθήσουμε να ενισχύσουμε τα όσα προαναφέρθηκαν με αριθμητικά δεδομένα. Συγκεκριμένα, θα παρουσιαστούν κάποια παραδείγματα με εφαρμογές των αξιωμάτων που παρουσιάστηκαν για τις μεθόδους ίσης θυσίας πάνω στον ΚΦΕ 2018, ώστε να διαπιστωθεί ποια από αυτά τα αξιώματα παραβιάζονται ή και το αντίθετο.

Εν κατακλείδι θα συνοψίσουμε και θα οδηγηθούμε στα τελικά συμπεράσματα αυτής της διατριβής.

\*Λέξεις κλειδιά: Διανεμητική Δικαιοσύνη, Φορολογία, Θεωρίες Δίκαιης Κατανομής, Μέθοδοι ίσης θυσίας, Φορολογικοί συντελεστές, Εισόδημα.

# **ΠΡΟΛΟΓΟΣ**

## **ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΝ ΟΡΙΣΜΟ ΤΗΣ ΔΙΚΑΙΟΣΥΝΗΣ –**

### **ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ**

Η δικαιοσύνη σαν έννοια, καθώς και το γενικότερο ζήτημα του πως αυτή θα πρέπει να κατανεμηθεί, βρίσκει τις ρίζες του βαθιά στην αρχαιότητα και συνδέεται απόλυτα με το δημοκρατικό πολίτευμα που τότε άνθιζε στη χώρα μας. Δεν είναι λίγοι οι φιλόσοφοι της εποχής εκείνης που προσπάθησαν να δώσουν τόσο τον ορισμό της έννοιας –μάλιστα, με μεγάλη επιτυχία– όσο και να εμβαθύνουν σε διάφορες πτυχές της και γιατί όχι να θεσπίσουν κατηγορίες και κανόνες που θα τη διέπουν. Η ιστορική αναδρομή που ακολουθεί παραθέτει ένα μέρος όσων προαναφέρθηκαν.

Η δικαιοσύνη αποτελεί αγαθό το οποίο δεν στοχεύει στην ευδαιμονία όποιου την ασκεί, αλλά στον άλλον άνθρωπο. Συνεπώς είναι η κρατίστη των αρετών γιατί δεν ασκείται για ίδιο όφελος, αλλά προς χάριν τρίτου.

Η πιο μεγάλη φρόνηση είναι η κυβέρνηση της πολιτείας, δηλαδή η δικαιοσύνη. Η δικαιοσύνη όμως έχει την πηγή της μέσα στην ανιδιοτέλεια και στην ελευθερία της ψυχής, που πάντα βέβαια την ενεδρεύει η ανάγκη και η νομοτέλεια.

Ο Αριστοτέλης διακρίνει τρία είδη δικαιοσύνης:

- Τη *διανεμητική* που απονέμεται με βάση την αξία του ανθρώπου. Το συγκεκριμένο είδος αποτελεί και τη βάση αυτής μας της μελέτης. Για τους δημοκρατικούς όμως αξία αποτελεί η ελευθερία, για τους ολιγαρχικούς ο πλούτος ή η καταγωγή και για τους αριστοκρατικούς η αρετή. Το διανεμητικό δίκαιο δεν περιορίζεται στην αναγνώριση των δικαιωμάτων τους ενός ή του άλλου, όπως κάνει η ιδιωτική ηθική και η καντιανή δικαιοσύνη, αλλά συνιστά εφαρμογή, πραγματοποιήσιμη της δικαιοσύνης. Προϋποθέτει επομένως την ύπαρξη δημοσίων αρχών που πρέπει να κυριαρχούνται από την ιδέα της δικαιοσύνης και τη θέληση να την κάνουν να επικρατήσει σε κάθε περίπτωση. Διανεμητική δικαιοσύνη κατά τους Greenberg (1987) και Cohen (1987) ορίζεται ως η εφαρμογή μιας κανονιστικής φόρμας για τη διανομή των πόρων στους εκάστοτε δικαιούχους.
- Τη *διορθωτική* που απονέμεται με βάση την αρχή όλα τα άτομα είναι ίσα μεταξύ τους. Η άνιση μεταχείριση όμως των ίσων είναι εξίσου άδικη της ίσης μεταχείρισης των ανίσων.
- Τη δικαιοσύνη της *αμοιβαιότητας* που οφείλεται στην ελεύθερη βούληση των μελών της κοινωνίας και είναι ιδιαίτερα σημαντική γιατί συντελεί στην ενότητά της.

**Δικαιοσύνη** είναι το να λαμβάνει ο καθένας ό,τι δικαιούται.

**Η τυπική δικαιοσύνη** είναι η αμερόληπτη και συνεπής εφαρμογή αρχών, είτε οι ίδιες οι αρχές είναι δίκαιες είτε όχι.

**Η ουσιαστική δικαιοσύνη** σχετίζεται στενά με τα δικαιώματα, δηλαδή με ό,τι τα άτομα νομιμοποιούνται να απαιτήσουν το ένα από το άλλο ή από την κυβέρνησή τους (λόγου χάριν όσον αφορά στην προστασία της ελευθερίας ή στην προαγωγή της ισότητας).

**Η ανταποδοτική δικαιοσύνη** αφορά στο πότε και γιατί δικαιολογείται η τιμωρία. Συνεχίζεται η διαμάχη γύρω από το αν η ποινή δικαιολογείται ως ανταπόδοση για ένα αδίκημα του παρελθόντος ή διότι αποτρέπει μελλοντικά αδικήματα. Εκείνοι που τονίζουν την ανταπόδοση ως δικαιολόγηση της τιμωρίας πιστεύουν συνήθως ότι τα ανθρώπινα όντα διαθέτουν απόλυτη ελευθερία βούλησης, ενώ εκείνοι που τονίζουν την αποτροπή συνήθως αποδέχονται τον ντετερμινισμό [αιτιοκρατία].

**Από την εποχή του Αριστοτέλη ακόμα, η δικαιοσύνη ταυτιζόταν συνήθως** τόσο με την υπακοή στο νόμο όσο και με τη μεταχείριση του καθενός με ακριβοδικία. Αν ο νόμος, σε αντίθεση με τη δικαιοσύνη, είναι εξ ολοκλήρου ζήτημα σύμβασης, τότε η δικαιοσύνη μπορεί να ταυτιστεί με την υπακοή στο νόμο. Η φιλολογία γύρω από το νομικό θετικισμό και τη θεωρία του φυσικού δικαίου περιέχει πολλές διαμάχες γύρω από την ύπαρξη ηθικών ορίων ως προς το ποιες συμβάσεις μπορούν να υπολογίζονται ως νόμος.

**Η επανορθωτική δικαιοσύνη** αφορά στην ακριβοδικία των απαιτήσεων για αστικές ζημίες.

**Η ανταλλακτική δικαιοσύνη** αφορά στην ακριβοδικία των αμοιβών, των τιμών και των συναλλαγών, ενώ **η διανεμητική δικαιοσύνη** αφορά στην ακριβοδικία της κατανομής των πόρων. **Η ανταλλακτική και διανεμητική**

**δικαιοσύνη** σχετίζονται μεταξύ τους, αφού οι αμοιβές των ανθρώπων επηρεάζουν το ποσό των πόρων που διαθέτουν. Όμως, η διάκριση είναι σημαντική, διότι ενδέχεται να πληρωθεί ο Α περισσότερο από τον Β (διότι ο Α είναι πιο παραγωγικός από τον Β), αλλά και δίκαιο το ότι στον Β απομένουν περισσότεροι πόροι μετά τη φορολόγηση (διότι ο Β έχει περισσότερα παιδιά να θρέψει από τον Α).

Ωστόσο, στη νεότερη φιλοσοφία, τη διαμάχη γύρω από τις δίκαιες αμοιβές και τιμές έχει επισκιάσει το ευρύτερο ζήτημα του τι συνιστά δίκαιη κατανομή των πόρων. Ορισμένοι υπερασπίστηκαν την κατανομή των πόρων ανάλογα με τις ανάγκες. Άλλοι υπερασπίστηκαν την κατανομή τους με όποιον τρόπο μεγιστοποιεί τη μακροπρόθεσμη ωφέλεια. Άλλοι υποστήριξαν ότι ακριβοδίκαιη κατανομή είναι εκείνη που, με μια έννοια, είναι προς το συμφέρον του καθενός. Άλλοι πάλι, ισχυρίστηκαν ότι δίκαιη κατανομή είναι όποια προκύπτει από την ελεύθερη αγορά. Ορισμένοι θεωρητικοί συνδυάζουν αυτές, καθώς και άλλες προσεγγίσεις.

Η έννοια της δικαιοσύνης βρίσκει την ρίζα της βαθιά στην αρχαιότητα και γεννιέται από την αντιπαράθεση των απόψεων μεταξύ Αριστοτέλη και Πλάτωνα.

Ο Πλάτωνας, μέσω της θεωρίας των Ιδεών προσδίδει γνωσιολογική και οντολογική υπόσταση στη δικαιοσύνη ενώ ο Αριστοτέλης, περισσότερο επιστημονικός και ορθολογιστής ενδιαφέρεται για τις πράξεις της καθημερινότητας οι οποίες έχουν άμεση σχέση με την εκάστοτε πολιτική κατάσταση.

Ο Πλάτωνας θεωρεί την άγνοια ως την αιτία για την αδικία (Πολιτεία ΣΤ 493α).



Όταν ο άνθρωπος θέλει να ενεργήσει βρίσκεται ανάμεσα σε δυο επιλογές: το δίκαιο και το άδικο. Επιλέγει την τελευταία στιγμή, από άγνοια, αυτή που θεωρεί ορθή διότι στην πραγματικότητα δεν γνωρίζει τι πραγματικά είναι δίκαιο ή άδικο. Ο Αριστοτέλης αντίθετα θεωρεί ότι ο άνθρωπος πολλές φορές γνωρίζοντας ότι θα πράξει το άδικο, το κάνει, παρασυρόμενος όχι από την έλλειψη της γνώσης αλλά από τα πάθη του. Σύμφωνα με τον Πλάτωνα, η έννοια του Αγαθού γίνεται αντιληπτή μόνο με το νου μας και όχι με τις πράξεις μας. Όταν ο άνθρωπος λάβει την σωστή παιδεία, είναι σε θέση να παραμερίσει μέσα στην ψυχή του το επιθυμητικό. Με αυτόν τον τρόπο, εξαπλώνεται και κυριαρχεί το λογιστικό μέρος, που αντιστοιχεί στη γνώση και έτσι ο άνθρωπος γίνεται δίκαιος, με άλλα λόγια επανέρχεται στο λογιστικό μέρος της ψυχής η ιδέα του Δικαίου. Σύμφωνα με τον Αριστοτέλη, η δίκαιη πράξη είναι εκούσια. Η δικαιοσύνη αποτελεί μια συνήθεια για τον άνθρωπο και επιτυγχάνεται με την καθημερινή επανάληψη και άσκηση του των δίκαιων πράξεων. Και οι δύο συμφωνούν στο ότι είναι καλύτερο κάποιος να υποστεί παρά να διαπράξει αδικία γιατί όπου υπάρχει αδικία, το πολίτευμα διατρέχει κίνδυνο. Έτσι ο άνθρωπος πρέπει να καταδικάζει κάθε μορφή αδικίας, ώστε να επικρατεί η αρμονική συνύπαρξη των πολιτών και να επιτευχθεί η ευδαιμονία του ατόμου και του συνόλου. Επίσης και οι δυο δίνουν βαρύτητα στην παιδεία των νέων, των μελλοντικών πολιτών. Άλλο ένα κοινό σημείο των δυο φιλοσόφων είναι ότι ο τελικός στόχος κάθε πολιτείας είναι η ευδαιμονία η οποία όμως επιτυγχάνεται διαφορετικά για τον καθένα: για τον Πλάτωνα μέσω της εκπαιδευτικής, θεωρητικής διαδικασίας, για τον Αριστοτέλη μέσω της συνεχόμενης πρακτικής εφαρμογής.

Ανάγοντας τις φιλοσοφικές προσεγγίσεις της πλατωνικής και αριστοτελικής σκέψης στη σημερινή εποχή, αυτές αποτελούν εξαιρετικό οδηγό για τον σημερινό άνθρωπο στην κατανόηση των ηθικών αξιών και στην προσωπική αναζήτηση της γνώσης. Η αναζήτηση της γνώσης δύναται να επιτευχθεί μέσω της συστηματικής πνευματικής εξάσκησης και της παιδείας όπως προτείνει ο Πλάτωνας ενώ η κατάκτηση της ηθικής δύναται να επιτευχθεί με την καθημερινή πρακτική εφαρμογή των ηθικών και δίκαιων πραγμάτων, κατά τον Αριστοτέλη.

Η διαλεκτική φιλοσοφία με ερωτήσεις, διάλογο και αυτοεξέταση μπορούν να βοηθήσουν τον άνθρωπο να βρει απαντήσεις στα ερωτήματα που θέτει. Επίσης, στοχεύοντας στην αρμονική συνύπαρξη των διανοητικών και συναισθηματικών λειτουργιών του με τον λογισμό, τον ορθό λόγο, ο άνθρωπος μπορεί να κατανοήσει καλύτερα τον εαυτό του και να καταφέρει να ζει πιο ευτυχισμένος αφού θα είναι σε θέση να πράττει αυτά που πρέπει και να ζει σε αρμονία τόσο με τον εαυτό του όσο και με το κοινωνικό σύνολο στο οποίο κατατάσσεται.

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

## **ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΘΕΩΡΙΕΣ ΤΗΣ ΔΙΚΑΙΗΣ**

### **ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ**

## 1.1 - ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Θα ξεκινήσουμε προσπαθώντας να εισάγουμε την έννοια των δίκαιων κατανομών. Έτσι, λοιπόν, μια σειρά ερωτημάτων που τίθενται στο εξής, θα αποτελέσουν τη βάση για την ανάπτυξη και τη θεμελίωση της θεωρίας αυτής.

Μια ομάδα ατόμων έχει απαιτήσεις (αξιώσεις) σε έναν πόρο, αλλά αυτός δεν είναι αρκετός για να στηριχθούν όλες αυτές οι απαιτήσεις. Πώς θα έπρεπε ο πόρος αυτός να κατανεμηθεί; Μια ομάδα παραγόντων αποφασίζει να αναλάβει ένα δημόσιο πρότζεκτ που μπορεί να φέρει σε πέρας οικονομικά από κοινού. Πόσο πρέπει να συνεισφέρει ο καθένας; Αυτό το κείμενο αποτελεί μια επικαιροποίηση του Thomson (2003) , όπου αναφέρθηκε σε κανόνες που χρησιμοποιούνται συνήθως στην πράξη ή που θεωρητικά συζητούνται ώστε να ληφθούν υπόψη εφαρμόζοντας λύσεις που αναπτύχθηκαν στη συνεταιριστική θεωρία παιγνίων (για παιχνίδια διαπραγμάτευσης και για συνασπιστικά παιχνίδια). Διατυπώθηκαν ιδιότητες των κανόνων, οι οποίες θα διατυπωθούν και εδώ για να συγκριθούν οι κανόνες με βάση αυτές τις ιδιότητες και να αναζητηθούν νέοι που θα ικανοποιούν το μεγαλύτερο αριθμό των ιδιοτήτων μαζί. Μοντελοποιήθηκε, τέλος, την επίλυση αντιφατικών αξιώσεων ως στρατηγικών παιχνιδιών και επεκτάθηκε το μοντέλο για το χειρισμό της κατανομής του πλεονάσματος και καταστάσεις στις οποίες το εφικτό σύνολο καθορίζεται στο χώρο χρησιμότητας.

Παρόλο που οι κοινωνίες είχαν να αντιμετωπίσουν καταστάσεις αυτού του είδους από αμνημονεύτων χρόνων, η επίσημη μελέτη τους άρχισε σοβαρά με τον O'Neil (1982). Αυτός περιγράφει έναν αριθμό από ιστορικά παραδείγματα

που χρονολογούνται από την αρχαιότητα και τα μεσαιωνικά χρόνια, μαζί με ψηφίσματα που προτάθηκαν για αυτά έπειτα. Αναλύονται διάφορες λύσεις, μερικές βασισμένες στη θεωρία των παιγνίων. Η μέθοδος που υιοθετείται εδώ θεωρεί το πρόβλημα ως ένα θέμα διαιτησίας δικαιωμάτων στο οποίο η διαίρεση βασίζεται στην ερμηνεία των εφαρμοστέων κανόνων και όχι στη στάθμιση των εξουσιών των μερών και των πιθανών οφελών. Προτείνει, επίσης, μια μαθηματική αναπαράσταση του προβλήματος καθώς και την εξαγωγή συμπερασμάτων επί αντικρουόμενων απαιτήσεων.

Το μοντέλο έχει άλλες ερμηνείες. Καλύπτει ειδικότερα το πρόβλημα που αντιμετωπίζει μια ομάδα παραγόντων που αναλαμβάνουν ένα δημόσιο έργο που μπορούν από κοινού να φέρουν σε πέρας οικονομικά και πρέπει να αποφασίσει πόσο θα πρέπει να συμβάλει ο καθένας (ως εκ τούτου η αναφορά στη φορολογία στον τίτλο).

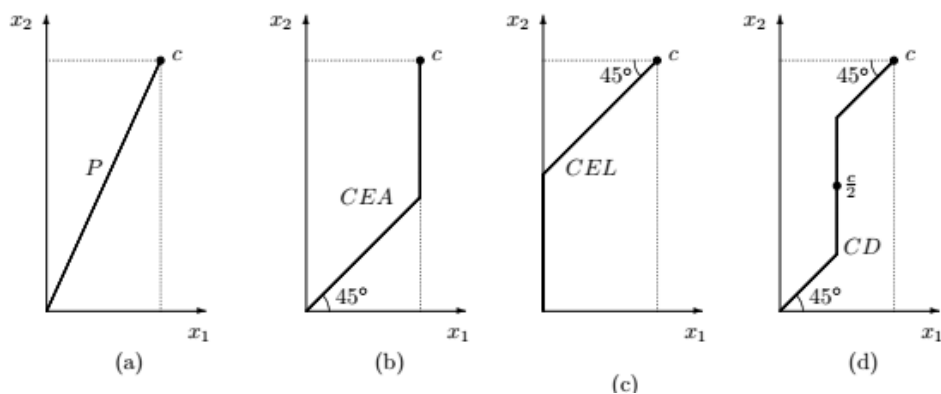
Με τη δημοσίευση του Thomson (2003), οι συνέπειες των διαφόρων συστημάτων αξιωμάτων είναι πολύ πιο κατανοητές σήμερα και έχουν εξερευνηθεί, επίσης, νέες, αξιωματικές προοπτικές. Ιδιαίτερα σημαντικές είναι οι εξελίξεις στη μελέτη της συνέπειας και των διανεμητικών επιπτώσεων διαφόρων κανόνων.

## 1.2- ΜΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

Ως βασικό μοντέλο ορίζεται αυτό του O'Neil (1982) και έτσι έχουμε :

Έστω  $N \equiv \{1, \dots, n\}$  είναι ένα σύνολο εναγόντων. Κάθε ενάγων  $i \in N$  έχει μια απαίτηση  $c_i \in \mathbb{R}_+$  και κεφάλαιο  $E \in \mathbb{R}_+$ . Το κεφάλαιο είναι ανεπαρκές για να

ικανοποιήσει όλες τις απαιτήσεις. Γενικά, ένα πρόβλημα απαιτήσεων ή απλά ένα πρόβλημα είναι ένα ζευγάρι  $(c, E) \in \mathbb{R}_+^N \times \mathbb{R}_+$ , τέτοιο ώστε  $\sum c_i \geq E$ . Ας θεωρήσουμε ότι το  $C^N$  είναι η τάξη όλων των προβλημάτων. Ένα διάνυσμα βραβείων του  $(c, E)$  είναι ένα διάνυσμα  $x \in \mathbb{R}^N$  που ικανοποιεί τη **μη αρνητικότητα** (σε κανέναν δεν πρέπει ζητηθεί να πληρώσει παραπάνω από  $x \geq 0$ ), την **οριοθέτηση των απαιτήσεων** (κανένας ενάγων δεν πρέπει να λάβει περισσότερα από την απαίτησή του:  $x \leq c$ ), και την **ισορροπία** (το άθροισμα των διανυσμάτων πρέπει να είναι ίσο για το κεφάλαιο :  $\sum x_i = E$ ). Ένας κανόνας είναι μια συνάρτηση με τη οποία συνδέεται κάθε  $N \in \mathcal{N}$  και κάθε  $(c, E) \in C^N$  με ένα μοναδικό διάνυσμα των  $(c, E)$ . Η γενική σημειογραφία για έναν κανόνα είναι το γράμμα  $S$ . Η πορεία των απαιτήσεων ενός κανόνα για ένα διάνυσμα  $c$  είναι η θέση της επιλογής που κάνει το κεφάλαιο κυμαίνεται από 0 έως  $\sum c_i$ . Θα εξεταστεί επίσης η γενίκευση του μοντέλου που προκύπτει αφήνοντας τον πληθυσμό των εναγόντων να ποικίλλει. Στη συνέχεια, υπάρχει ένα άπειρο σύνολο "πιθανών" υποψηφίων, αναπροσαρμοσμένο από τους φυσικούς αριθμούς  $\mathbb{N}$ . Ας θέσουμε το  $\mathcal{N}$  την οικογένεια όλων των πεπερασμένων υποσυνόλων του  $\mathbb{N}$ . Χρησιμοποιώντας ακόμα την γενική σημειογραφία  $C^N$  για την τάξη των προβλημάτων με σύνολο εναγόντων  $N$ , ένας κανόνας που ορίζεται στην ένωση των  $\bigcup_{N \in \mathcal{N}} C^N$ : συσχετίζεται με το κάθε  $N \in \mathcal{N}$  και κάθε  $(c, E) \in C^N$ , ένα διάνυσμα βραβείων των  $(c, E)$ . Με δεδομένο  $a, b \in \mathbb{R}^N$ , θέτουμε  $seg[a, b]$  να υποδηλώνουν το τμήμα που συνδέει αυτά τα δύο σημεία.



**Σχήμα 1:** Εδώ απεικονίζονται οι διαδρομές των τεσσάρων κεντρικών κανόνων. (a) Αναλογικός κανόνας, (b) Κανόνας ισόρροπης επιβράβευσης, (c) Κανόνας περιορισμένων ίσων απωλειών, (b) Παραδοχή και διαίρεση.

Πηγή : *Axiomatic and game-theoretic analysis of bankruptcy and taxation problems: an update*, William Thompson, June 24, 2014.

### 1.3 - ΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ

Όλοι οι κανόνες που παρατίθενται παρακάτω, ορίζονται για μια σταθερή  $N$ . Έστω  $(c, E) \in C^N$ . Θα απλοποιήσουμε κάποιους ορισμούς για να θεωρηθεί ότι δύο αιτήσεις δεν είναι ίσες. Οι τέσσερις πρώτοι ορισμοί απεικονίζονται στο Σχήμα 1.

Για τον αναλογικό κανόνα (*proportional rule*), P, (Aristotle, 1985), για κάθε  $i \in N$ , το διάνυσμα του ενάγοντα  $i$  θα είναι το  $\lambda c_i$ , με το  $\lambda$  να επιλέγεται, έτσι ώστε η άθροιση να αγγίζει το  $E$ .

Για τον κανόνα ισόρροπης επιβράβευσης (*constrained equal awards rule*), CEA, (Μαϊμωνίδης, 12<sup>ος</sup> Αιώνας) το βραβείο του ενάγοντα  $i$  είναι  $\min\{c_i, \lambda\}$ . Ο κανόνας προτείνει ίσα βραβεία σε όλους τους ενάγοντες και κανείς δεν λαμβάνει περισσότερο από την απαίτησή του. Σε ένα πρόβλημα διανομής και συγκεκριμένα σε ζητήματα πτώχευσης, τα τμήματα αναλογικής (P) και ισοτιμίας (EA) είναι δύο από τους πιο δημοφιλείς τρόπους επίλυσης της σύγκρουσης. Ο κανόνας των περιορισμένων ισάριθμων (CEA) εισάγεται στη βιβλιογραφία πτώχευσης για να διασφαλιστεί ότι κανένας ενάγοντας δεν θα λάβει περισσότερα από την απαίτησή του, ένα πρόβλημα που μπορεί να προκύψει όταν χρησιμοποιείται η ισότιμη διαίρεση. Προτείνεται μια εναλλακτική τροποποίηση, χρησιμοποιώντας έναν κυρτό συνδυασμό P και EA. Η αναδρομική εφαρμογή αυτού του νέου κανόνα καταλήγει στον κανόνα της CEA. Η ιδέα της λύσης μας εξασφαλίζει ένα ελάχιστο ποσό σε κάθε αντιπρόσωπο και διανέμει το υπόλοιπο ποσό με αναλογικό τρόπο. Αντίστοιχα, ο ραβινιτικός μελετητής Μαϊμωνίδης του δωδέκατου αιώνα πρότεινε ένα κανόνα για την κατασκευή εκτιμήσεων των μεταβλητών των επιδράσεων του μεγέθους της τάξης στις βαθμολογίες των δοκιμών. Οι εκτιμήσεις δείχνουν ότι η μείωση του μεγέθους της τάξης προκαλεί σημαντική και ουσιαστική αύξηση στις βαθμολογίες δοκιμών για τον τέταρτο και πέμπτο βαθμολογούμενο, αν και όχι για τους τρίτους βαθμολογούμενους. Ένας αλγοριθμικός ορισμός θα είναι χρήσιμος, διατηρώντας το  $c \in \mathbb{R}_+^N$  σταθερό και αφήνοντας το κεφάλαιο να αναπτυχθεί από το 0 στο  $\sum c_i$ . Αρχικά, η ισότιμη κατανομή λαμβάνει χώρα μέχρις ότου ο κάθε ενδιαφερόμενος λάβει ένα ποσό ίσο με τη μικρότερη απαίτηση. Ο μικρότερος αποχωρεί και οι επόμενες προσαυξήσεις του κεφαλαίου κατανέμονται εξίσου μεταξύ των άλλων μέχρι



καθένας τους να λάβει ένα ποσό ίσο με τη δεύτερη μικρότερη απαίτηση. Ο δεύτερος μικρότερος ενάγων αποχωρεί και ούτω καθεξής. Επομένως για να συνοψίσουμε, σύμφωνα με τον συγκεκριμένο κανόνα, για κάθε  $N \in \mathcal{N}$ , κάθε  $(c, E) \in C^N$  και κάθε  $i \in N$ ,  $CEA_i(C, e) \equiv \min\{c_i, \lambda\}$ , όπου το  $\lambda$  επιλέγεται τέτοιο ώστε  $\sum_{i \in N} CEA_i(C, E) = E$ .

Για τον κανόνα περιορισμένων ίσων απωλειών (*constrained equal losses rule*),  $CEL$ , (Maimonides, 12ος αιώνας) κάθε ενάγων  $i \in N$  λαμβάνει  $\max\{c_i - \lambda, 0\}$ . Αυτή η συνάρτηση υπολογίζει τον τρόπο διανομής ενός δεδομένου προϊόντων με τον κανόνα  $CEL$ . Μπορεί να οριστεί ένας συμμετρικός αλγόριθμος σε αυτό που υποκρύπτει ο προηγούμενος κανόνας, που θα επιτρέπει τη μείωση του κεφαλαίου από τον  $\sum c_i$  σε 0. Για να υπολογιστεί σωστά ο κανόνας, εισάγονται οι απαιτήσεις των παραγόντων με αύξουσα σειρά. Αρχικά, επιβάλλονται ίσες ζημιές σε όλους μέχρι η κοινή απώλειά τους ισούται με τη μικρότερη απαίτηση. Όσο η προσφορά συνεχίζει να μειώνεται, η ισότητα των ζημιών διατηρείται για τους υπόλοιπους έως ότου η κοινή απώλειά τους είναι ίση με τη δεύτερη μικρότερη απαίτηση. Συνοψίζοντας, για κάθε  $N \in \mathcal{N}$ , κάθε  $(c, E) \in C^N$  και κάθε  $i \in N$ ,  $CEL_i(C, e) \equiv \max\{0, c_i - \lambda\}$ , όπου το  $\lambda$  θα είναι τέτοιο ώστε  $\sum_{i \in N} CEL_i(C, E) = E$ .

Η *παραδοχή και διαίρεση* (*Concede-and-divide*) (Aumann and Maschler, 1985) είναι ο κανόνας των δύο ενάγων που εκχωρεί πρώτα σε κάθε έναν τη διαφορά μεταξύ της δωρεάς και της απαίτησης του άλλου πράκτορα (ή 0 αν αυτή η διαφορά είναι αρνητική) και διαιρεί το υπόλοιπο εξίσου.

Ο *κανόνας του Talmud* (*Talmud rule*),  $T$ , (Aumann and Maschler, 1985) μπορεί να θεωρηθεί ως ένα υβριδικό όριο των περιορισμένων ισόποσων

βραβείων και των περιορισμένων κανόνων για τις ίσες απώλειες. Συγκεκριμένα επιλέγει  $CEA(\frac{c}{2}, E)$  εάν τα  $E \leq \frac{\sum ci}{2}$  και  $\frac{c}{2} + CEL(\frac{c}{2}, E - \frac{\sum ci}{2})$  είναι διαφορετικά. Ένας αλγόριθμος που οδηγεί σε αυτό επιτυγχάνεται εφαρμόζοντας διαδοχικά τους αλγορίθμους, δημιουργώντας τα περιορισμένα ίσα κέρδη και τους περιοριζόμενους κανόνες περί ίσων ζημιών, αλλά χρησιμοποιώντας ως σημεία μεταγωγής τις μισές αξιώσεις αντί των ίδιων των αξιώσεων.

Για τρία διαφορετικά προβλήματα πτώχευσης, ο Βαβυλώνιος Talmud προδιαγράφει λύσεις που ισούνται ακριβώς με τους πυρήνες των αντίστοιχων συνασπιστικών παιγνίων. Μια λογική για αυτές τις λύσεις που είναι ανεξάρτητη από τη θεωρία των παιγνίων δίδεται από την άποψη της αρχής του Talmud για την ίση κατανομή του αμφισβητούμενου ποσού. Αυτό το σκεπτικό οδηγεί σε μια μοναδική λύση για όλα τα προβλήματα πτώχευσης, τα οποία πάντοτε συμπίπτουν με τον πυρήνα. Μάλιστα είναι γεγονός πως ο εν λόγω κανόνας δεν αποτελεί αναλογική διαίρεση.

Ο *αντίστροφος κανόνας του Talmud (reverse Talmud rule)* (Chun, Schummer, and Thomson, 2001) προέρχεται από αυτόν τον ορισμό ανταλλάσσοντας τους ρόλους που διαδραματίζουν τα περιορισμένα ισότιμα βραβεία και οι περιορισμένοι κανόνες περί ίσων ζημιών. Ουσιαστικά η μελέτη αυτή εισάγει έναν νέο κανόνα για την επίλυση των προβλημάτων διεκδίκησης (O'Neill 1982) και δείχνει ότι αυτός ο κανόνας είναι καλύτερος για την επίτευξη ορισμένων στόχων της ισότητας. Εισάγεται επίσης σαν έννοια ο κανόνας "περιορισμένης ισότητας" που αποδεικνύεται ότι είναι συνεπής, δίνοντας και μια παραμετρική αναπαράσταση αυτού.

Αντίστοιχα, ο περιορισμένος ισότιμος κανόνας (*constrained egalitarian rule*) (Chun, Schummer και Thomson, 2001) αφήνοντας το κεφάλαιο να αυξηθεί από το 0 στο  $\sum c_i$ , επιλέγει το CEA  $(\frac{c}{2}, E)$  μέχρι το κεφάλαιο να γίνει  $\frac{\sum c_i}{2}$ . Τα επόμενα βήματα φτάνουν στο μικρότερο ενάγοντα μέχρι ότου λάβει το μέγιστο της απαίτησής του και το μισό της δεύτερης μικρότερης απαίτησης. Τα επόμενα βήματα διαιρούνται εξίσου μεταξύ των δύο μικρότερων εναγόντων, μέχρις ο μικρότερος να λάβει την απαίτησή του.

Ο κανόνας τυχαίας άφιξης(2) (*random arrival rule2*), RA, (O'Neill, 1982) επιλέγει το μέσο όρο των διανυσμάτων που προκύπτουν από τον προσδιορισμό μιας εντολής στο σύνολο των εναγόντων. Έτσι αντισταθμίζοντας πλήρως τον κάθε ενάγοντα, με τη σειρά αυτή, μέχρι να εξαντληθεί το κεφάλαιο, όλες οι εντολές θα έχουν ίσες πιθανότητες. Τέτοιος κανόνας στην Τραπεζική αποτελεί ο λεγόμενος "*run to the bank rule*", ο οποίος με την επιβολή του από κάποια αρχή θα μπορούσε να μοιράσει ένα κεφάλαιο με κριτήριο μόνο την σειρά προτεραιότητας.

Ο κανόνας ελάχιστης επικάλυψης (*minimal overlap rule*), MO, (O'Neill, 1982) ορίζεται από την υπόθεση η προσφορά να αποτελείται από μεμονωμένες "μονάδες" και τη διανομή των διαφόρων απαιτήσεων πάνω στο κεφάλαιο με τέτοιο τρόπο ώστε ο αριθμός των απαιτούμενων μονάδων να μεγιστοποιείται. Αυτός ο κανόνας μπορεί να θεωρηθεί ως επέκταση σε ολόκληρο τον τομέα των προβλημάτων ενός μη εξειδικευμένου κανόνα που προτάθηκε από τον Rabad, και στην οποία αναφερόμαστε ως η "*πρόταση του Rabad*".

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Θα ορίσουμε τώρα ένα δικό μας πρόβλημα ως παράδειγμα, το οποίο θα προσαρμόσουμε τους προαναφερθέντες κανόνες για να δούμε και επί της ουσίας την εφαρμογή τους.

Ορίζω το εξής πρόβλημα :

Έστω ότι διαθέτουμε 1 € και τρεις ενάγοντες :  $c_1$ ,  $c_2$  και  $c_3$ .

Θα θέλαμε να κατανείμουμε το ποσό αυτό εφαρμόζοντας τον αναλογικό κανόνα.

Οι απαιτήσεις του καθενός αντίστοιχα θα είναι:  $c_1 = 0,20$  ,  $c_2 = 0,25$  και  $c_3 = 0,70$ .

Με βάση τον CEA ο καθένας θα λάβει αρχικά από 0,20, οπότε και η απαίτηση του πρώτου ικανοποιείται και μένουν να μοιραστούν ακόμα 0,40. Έπειτα ικανοποιείται και η απαίτηση του δευτέρου ενάγοντα και απομένουν :

<b>ΠΟΣΟ</b>	<b><math>c_1</math></b>	<b><math>c_2</math></b>	<b><math>c_3</math></b>
1 €	0,20	0,25	0,70
0,40	-	0,05	0,50
0,15	-	-	0,30
			0,15

Αναλογικός κανόνας – Proportional rule:

Αναζητώ ένα  $\lambda$  τέτοιο ώστε :  $\lambda(0,2 + 0,25 + 0,70) = 1 \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{1,15} = 0,87$

Επομένως, ο πρώτος ενάγων θα λάβει το  $87\% \times 0,20$ , ο δεύτερος το  $87\% \times 0,25$  και ο τρίτος το  $87\% \times 0,70$ .

#### 1.4 - ΑΞΙΩΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ

Ο χώρος των κανόνων είναι εξαιρετικά δομημένος και μια από τις πιο χρήσιμες έννοιες για να την ανάδειξη της δομής αυτής είναι η δυϊκότητα.

##### *Δυϊκότητα και συνέπεια (duality and consistency)*

Δύο προβλήματα  $(c, E)$  και  $(c', E')$  είναι δυικά αν  $c = c'$  και  $E = \sum c_i E'$ . Δύο κανόνες  $S$  και  $S'$  είναι δυικοί όταν για κάθε πρόβλημα το  $S$  διαιρεί ό,τι είναι διαθέσιμο, με τον ίδιο τρόπο που το  $S'$  διαιρεί αυτό που λείπει : για κάθε  $(c, E) \in C^N$ ,  $S(c, E) = c - S'(c, \sum c_i - E)$ . Δύο ιδιότητες είναι δυικές όταν ένας κανόνας ικανοποιεί μία από αυτές, το διπλό της ικανοποιεί τις άλλες.

Δύο τελεστές είναι δυικοί αν οποτεδήποτε δύο κανόνες  $S$  και  $S'$  είναι δυικοί. Ο κανόνας που προκύπτει με την εφαρμογή ενός φορέα στον  $S$  και του άλλου στον  $S'$ , είναι επίσης δυικός. Ένα αντικείμενο (ένα πρόβλημα, ένας κανόνας, μια ιδιότητα) είναι αυτό-δυικό εάν συμπίπτει με το διπλό του. Τέτοιοι κανόνες είναι ο κανόνας του *Talmud* καθώς και ο κανόνας τυχαίας αφίξεως του O'Neill. Οι κανόνες ισόρροπης επιβράβευσης και περιορισμένων ίσων απωλειών, *CEA* και *CEL* αντίστοιχα είναι δυικοί. Οι υπόλοιποι κανόνες που αναφέρθηκαν κλείνουν κάτω από την δυϊκότητα.

Μπορούμε επίσης να μιλήσουμε για δύο θεωρήματα που είναι δαικιά: το δαικικό ενός χαρακτηρισμού, για παράδειγμα, αποκτάται από αυτό αντικαθιστώντας κάθε αξίωμα με το δικό του διπλό και κάθε κανόνα από το διπλό.

Χρησιμοποιούνται πολύ οι έννοιες της δαικότητας από τους Herrero και Villar (2001), οι οποίοι οργανώνουν την έρευνα γύρω τους. Στο συγκεκριμένο άρθρο παρέχεται μια συγκριτική ανάλυση ορισμένων κλασσικών λύσεων σε προβλήματα πτώχευσης από μια αξιωματική άποψη. Αυτοί οι κανόνες είναι ο *περιορισμένος κανόνας ισόρροπης επιβράβευσης*, ο *περιορισμένος κανόνας ισότιμων απωλειών*, ο *αναλογικός κανόνας* και ο *κανόνας του Talmud*. Σκοπός είναι η διευκόλυνση στην κατανόηση των διαφορών τους και η αποσαφήνιση του είδους των καταστάσεων στις οποίες κάθε ένας από αυτούς τους κανόνες είναι καλύτερος.

Η *συνέπεια*, μια ιδιότητα ενός κανόνα που ορίζεται από αυθαίρετους πληθυσμούς, υποστηρίζει πως η επιλογή του κάθε κανόνα για κάθε πρόβλημα θα πρέπει πάντα να είναι "σε συμφωνία" με την επιλογή που κάνει για κάθε ανηγμένο πρόβλημα που γεννάται με την υπόθεση πως ορισμένοι που αποχωρούν με τα βραβεία τους και επαναξιολογεί τις ανοιχτές ευκαιρίες στους υπόλοιπους παράγοντες σε αυτό το σημείο: για κάθε  $N \in \mathcal{N}$  κάθε  $(c, E) \in C^N$ , και κάθε  $N' \subset N$ , ο περιορισμός  $S(c, E)$  στο  $\mathbb{R}^{N'}$ , πρέπει να είναι η επιλογή που το  $S$  κάνει για το ανηγμένο πρόβλημα που σχετίζεται με το  $N'$  και  $S(c, E)$ .

Η διμερής συνέπεια είναι η έκδοση του περιουσιακού στοιχείου που αποκτάται με την απαίτηση ότι όλοι εκτός από δύο ενάγοντες αποχωρούν. Η μηδενική συνέπεια είναι η ασθενέστερη μορφή συνέπειας που προκύπτει

περιορίζοντας την εφαρμογή της στην αναχώρηση των ατόμων των οποίων οι απαιτήσεις είναι 0.

### 1.5 - ΜΗ ΑΝΑΤΡΟΠΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΑΞΗΣ - ORDER PRESERVATION

Η επόμενη απαίτηση μπορεί να θεωρηθεί ως γενίκευση της ίσης μεταχείρισης των ίσων, που υποστηρίζει ότι, για κάθε πρόβλημα, σε δύο πράκτορες με ίσες απαιτήσεις θα πρέπει να αποδίδονται ίσα ποσά. Η *μη ανατροπή της τάξης των κερδών* υποστηρίζει πως για κάθε πρόβλημα τα βραβεία θα πρέπει να αναφερθούν ως απαιτήσεις και η *διατήρηση της τάξης των απωλειών* που θα έπρεπε να αναφερθούν ως απώλειες. Αναφερόμαστε στη σύνδεση αυτών των δύο ιδιοτήτων ως διατήρηση της τάξης (*order preservation*) (Aumann and Maschler, 1985).

Οι επόμενες απαιτήσεις είναι σχεσιακές, δηλαδή εκφράζουν την ίδια ιδέα σε καταστάσεις όπου κάποιες παράμετροι του προβλήματος αλλάζουν.

*Μη ανατροπή της τάξης υπό διαφοροποίηση του κεφαλαίου* (Dagan, Serrano και Volij, 1997) προϋποθέτει ότι εάν μια αύξηση της προσφοράς από μερική αρχική αξία σε ορισμένη τελική, δεδομένου ότι έχω δύο ενάγοντες  $i$  και  $j$ , και ισχύει  $c_i \geq c_j$ , η διαφορά μεταξύ των τελικών και των αρχικών ποσών θα πρέπει να είναι τουλάχιστον τόσο υψηλή όσο η αντίστοιχη διαφορά για τον αιτούντα  $j$ .

Οι Dagan, Serrano και Volij στο άρθρο τους, το 1997, εισήγαγαν μια μορφή παιχνιδιού που συλλαμβάνει μια μη συμβατή διάσταση της ιδιότητας της συνέπειας των κανόνων πτώχευσης. Οποιοσδήποτε συνεπής και μονοτονικός κανόνας διέπεται από δυϊκότητα και συνέπεια. Όπως το αξίωμα της συνέπειας, η φόρμα του παιγνίου μας, μαζί με μια διμερή αρχή, αποδίδει τον αντίστοιχο κανόνα συνέπειας πτώχευσης σαν μια έκβαση ενός μοναδικού αποτελέσματος της ισορροπίας Nash.

*Μη ανατροπή της τάξης με την διαφοροποίηση των απαιτήσεων* (Thomson, 2006) αφορά στην αύξηση απαίτησης κάποιου ενάγοντα  $k$  από ορισμένες αρχικές σε τελικές τιμές. Συγκεκριμένα, δεδομένου ότι έχω δύο ενάγοντες  $i$  και  $j$ , και αν ισχύει  $c_i \geq c_j$ , η διαφορά μεταξύ του αρχικού και τελικού ποσού του ενάγοντα θα είναι τουλάχιστον τόσο μεγάλη όσο η αντίστοιχη διαφορά για τον ενάγοντα  $j$ .

Όταν επιτρέπουμε μεταβολές στους πληθυσμούς, δύο περαιτέρω εφαρμογές της διατήρησης της κανονικότητας είναι πιθανές.

*Μη ανατροπή της τάξης υπό διαφοροποίηση του πληθυσμού* (Thomson, 2006) αφορά την αποχώρηση ορισμένων ενάγοντων. Συγκεκριμένα, δεδομένου ότι έχω δύο ενάγοντες  $i$  και  $j$ , και αν ισχύει  $c_i \geq c_j$ , η διαφορά μεταξύ νέων και αρχικών κεφαλαίων του ενάγοντα  $i$  θα πρέπει να είναι τουλάχιστον τόσο μεγάλη όσο και η αντίστοιχη διαφορά για τον ενάγοντα  $j$ .

Τέλος, *η διατήρηση της τάξης στο πλαίσιο της μείωσης λειτουργίας* (Thomson, 2006) αφορά την αποχώρηση ορισμένων ενάγοντων από τα βραβεία τους, όταν θεωρούμε το πρόβλημα της διαίρεσης όσων απομένουν μεταξύ των υπολοίπων ενάγοντων. Δηλαδή, πάλι έχοντας δύο ενάγοντες  $i$  και  $j$ , και αν



ισχύει  $c_i \geq c_j$ , η διαφορά μεταξύ αρχικών και τελικών κερδών του  $i$ . Πρέπει να είναι τουλάχιστον τόσο μεγάλη όσο και η αντίστοιχη διαφορά για τον ενάγοντα  $j$ .

### 1.7 - ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΜΟΝΟΤΟΝΙΚΟΤΗΤΑΣ (MONOTONICITY PROPERTIES)

Για το παρόν μοντέλο, και σε αντίθεση με ό, τι ισχύει για πολλά άλλα μοντέλα της κατανομής πόρων, οι ιδιότητες μονοτονικότητας πληρούνται εύκολα. Μια κεντρική απαίτηση υποστηρίζει πως γενικότερα κάθε πράκτορας

θα πρέπει να καταλήξει τουλάχιστον εξίσου καλά με την αρχική του κατάσταση. Η μονοτονικότητα σε σχέση με τις αξιώσεις είναι επίσης σημαντική απαίτηση: η μονοτονικότητα των απαιτήσεων υποστηρίζει ότι αν η απαίτηση ενός ενάγοντα αυξηθεί, το βραβείο του δεν θα πρέπει να μειωθεί.

Περισσότερα για το τι θα πρέπει να συμβεί όταν κάποια απαίτηση του ενάγοντα  $i$  αυξηθεί. Αρχικά, ας εξετάσουμε τον αντίκτυπο της αύξησης στους υπόλοιπους : *μονοτονικότητα ετεροκατευθυνόμενων απαιτήσεων* (Thomson, 2003) είναι η προϋπόθεση ότι δεν θα πρέπει να αυξηθεί το ποσό κανενός από τους ενάγοντες. Εκεί μπορεί να εισαχθεί ένα ανώτερο όριο στην αύξηση του ποσού του ενάγοντα  $i$ . Το πλέον φυσικό θα ήταν το ποσό κατά το οποίο αυξάνονται οι απαιτήσεις του, το οποίο μπορούμε να ονομάσουμε  $\delta$ . Ένα

ελκυστικό ανώτερο όριο μείωσης σε καθένα από τα ποσά των άλλων εναγόντων, θα είναι επίσης  $\delta$ . Τέλος, μπορούμε να διατυπώσουμε εκδοχές αυτών των ιδιοτήτων σε ταυτόχρονες αυξήσεις των απαιτήσεων πολλών παραγόντων.

## 1.8 – ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ (INVARIANCE PROPERTIES)

Η περικοπή της αμεταβλητότητας των απαιτήσεων (claims truncation invariance) (Dagan and Volij, 1993) αναφέρει πως οι περικοπές των απαιτήσεων στο κεφάλαιο δεν θα πρέπει να επηρεάζουν το επιλεγμένο διάνυσμα των βραβείων.

Μια αλλαγή σε μια παράμετρο ενός προβλήματος μπορεί συχνά να εξεταστεί από διάφορες οπτικές γωνίες, όλες εξίσου θεμιτές, και μια απαίτηση ευρωστίας σε έναν κανόνα είναι το γεγονός ότι αυτές οι προοπτικές πρέπει να οδηγήσουν στην ίδια επιλογή. Αυτό θα μπορούσε να εφαρμοστεί στις αλλαγές του κεφαλαίου κάπως έτσι. Η Κατώτερη Σύθεση (*Composition down*) (Moulin, 2000) αναφέρει ότι αν μειωθεί το κεφάλαιο, θα πρέπει να είναι σε θέση να υπολογίσει το διανυσματικό βραβείο επιλογής για τη μικρότερη προσφορά με έναν από τους ακόλουθους δύο τρόπους, (i) άμεσα, δηλαδή, αγνοώντας το διανυσματικό βραβείο που επιλέξαμε για την αρχική (ii) χρησιμοποιώντας ως φορέα απαιτήσεων αυτό το διανυσματικό βραβείο. Συγκεκριμένα, εδώ, ξεκινάμε με το πρόβλημα κατανομής ενός συγκεκριμένου

εμπορεύματος που οι διαθέσιμοι πόροι του υπολείπονται της συνολικής ζήτησης. Έτσι, μια μέθοδος κατανομής επιλύει αυτό το πρόβλημα σε κάθε επίπεδο πόρων και ατομικών απαιτήσεων. Επιβάλλονται τρία αξιώματα: *Συνέπεια* - σε σχέση με τις διαφοροποιήσεις του συνόλου των παραγόντων - *Ανώτερη Σύνθεση και Κατώτερη Σύνθεση (Composition up - Composition down)* - σε σχέση με τις διαφοροποιήσεις των διαθέσιμων πόρων. Στο πρότυπο όπου το εμπόρευμα έρχεται σε αδιαίρετες μονάδες, τα τρία αξιώματα χαρακτηρίζουν την οικογένεια των κανόνων προτεραιότητας, όπου οι ατομικές απαιτήσεις ικανοποιούνται λεξικογραφικά σύμφωνα με μια εξωγενή εντολή των παραγόντων. Στο (πιο οικείο) μοντέλο, όπου το εμπόρευμα διαιρείται, αυτά τα τρία αξιώματα και η ανεξαρτησία κλίμακας-ανεξαρτησία της μονάδας μέτρησης - χαρακτηρίζουν μια πλούσια οικογένεια μεθόδων. Περιέχονται ακριβώς τρεις συμμετρικές μέθοδοι, δίνοντας ίσα μερίδια στις ίδιες απαιτήσεις: αυτά είναι τα οικεία αναλογικά, ομοιόμορφα κέρδη και ομοιόμορφες μέθοδοι απωλειών. Οι ασύμμετρες μέθοδοι στην οικογένεια χωρίζουν τους παράγοντες σε τάξεις προτεραιότητας. Σε κάθε κατηγορία, χρησιμοποιούν είτε την αναλογική μέθοδο είτε τη σταθμισμένη εκδοχή των μεθόδων ομοιόμορφων κερδών ή ομοιόμορφων απωλειών.

Στην *ανώτερη σύνθεση (Composition up)* (Young, 1988), η δυϊκή της, σχετίζεται με την αύξηση του κεφαλαίου. Υποστηρίζει πως θα πρέπει να είναι σε θέση να υπολογίσει το διάνυσμα βραβείων για τα μεγαλύτερα ποσά με έναν από τα δύο παρακάτω τρόπους: (i) άμεσα, ή (ii) αρχικά αποδίδοντας τα βραβεία που αποκτήθηκαν εφαρμόζοντας τον κανόνα στο αρχικό ποσό του κεφαλαίου, και σε δεύτερο στάδιο, μετά την αναθεώρηση των απαιτήσεων

κάτω από αυτά τα ποσά, εφαρμόζοντας τον κανόνα για την κατανομή της προσαύξησης του κεφαλαίου.

Ένας κανόνας είναι *ομοιογενής* εάν πολλαπλασιάσουμε αξιώσεις και κεφάλαιο με οποιοδήποτε  $\lambda > 0$ . Έτσι οδηγούμαστε σε ένα νέο πρόβλημα για το οποίο επιλέγεται το διάνυσμα βραβείων που προέκυψε από τον πολλαπλασιασμό με το  $\lambda$ . Άρα, ένα πρόβλημα με χαμηλές αποδόσεις γίνεται αντιληπτό ως ουσιαστικά το ίδιο με ένα πρόβλημα υψηλών αποδόσεων. Το αξίωμα έχει ερμηνευτεί λάθος ως έννοια που υποστηρίζει πως οι μονάδες μέτρησης δεν έχουν σημασία, αλλά εν τέλει αποτελεί μια ουσιαστική απαίτηση. (Thomson, 2006 και Marchant 2008).

Έχοντας ένα σημείο  $x \in \mathbb{R}_+^N$ , τα αξιώματα μπορούν επίσης να διαμορφωθούν στο σχήμα του συνόλου των τομέων των απαιτήσεων  $c \in \mathbb{R}^N$ , για το οποίο θα είναι  $x = S(c, \sum x_i)$ . Αυτό το σύνολο είναι η αντίστροφη σειρά του  $\mathbf{S}$  για το  $\mathbf{x}$ . Εδώ, η απαίτηση είναι ότι τα αντίστροφα σύνολα πρέπει να είναι κυρτά. Δεύτερη απαίτηση είναι το γεγονός ότι πρέπει να έχουν σχήμα αστεριού με το  $x$  ως κέντρο του αστεριού. Ένα τρίτο είναι ότι πρέπει να έχουν σχήμα κώνου με το  $x$  ως κορυφή του κώνου. Ένα τέταρτο είναι ότι θα πρέπει να είναι στρογγυλεμένες σε σχέση με το  $x$ , δηλαδή αν το  $c$  είναι στο σύνολο, τότε θα πρέπει κάθε  $c'$  να είναι τέτοιο ώστε να αποτελεί έναν κυρτό συνδυασμό των  $x$  και  $c'$ .

## 1.9 - ΚΑΠΟΙΟΙ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΙ

Ουσιαστικά εδώ, θα παραθέσουμε κάποια θεωρήματα που πηγάζουν από τα αξιώματα που εισήχθησαν προηγουμένως.

### Θεώρημα 1

Για  $|N| = 2$ , Ο κανόνας της περιορισμένης ισότητας είναι ο μόνος κανόνας που ικανοποιεί :

- Την υπό όρους ισόποση κατανομή πλήρους αποζημίωσης και κάτω σύνθεσης (Herrero και Villar, 2002, Yeh, 2004).
- Την υπό όρους πλήρης αποζημίωση και μονοτονικότητα των απαιτήσεων (Yeh, 2006).
- Την πλήρη αντιστάθμιση υπό όρους και διατήρηση της τάξης με διαφορά απόδοσης (Yeh, 2006).
- Το εύλογο κατώτερο όριο και την άνω σύνθεση (Yeh, 2008).
- Την ίση μεταχείριση ίσων και ισχυρή άνω σύνθεση (Martinez, 2008).

Η ισόποση κατανομή πλήρους αποζημίωσης υπό όρους είναι μια ασθενέστερη απαίτηση από αυτήν υπό όρους πλήρης αποζημίωση, αλλά στην περίπτωση των δύο εναγόντων, είναι ισοδύναμες.

Έτσι, το Θεώρημα (α) προκύπτει από το γεγονός ότι —το αποτέλεσμα ισχύει για αυθαίρετους πληθυσμούς— ο κανόνας της περιορισμένης ισότητας των βραβείων είναι ο μόνος κανόνας που ικανοποιείται υπό όρους πλήρης αποζημίωσης και σύνταξης (Herrero και Villar, 2002). Το μέρος (δ) εκμεταλλεύεται επίσης αυτή τη λογική σχέση.

## Θεώρημα 2

Κάθε μία από τις δηλώσεις του προηγούμενου θεωρήματος δίνει ένα χαρακτηριστικό του κανόνα περιορισμένων ίσων βραβείων για οποιονδήποτε αριθμό εναγόντων, εάν η συνέπεια προστεθεί στον κατάλογο των απαιτούμενων αξιωμάτων.

Το μοναδικό της επέκτασης του θεωρήματος αυτού εξακολουθεί να ισχύει αν η συνοχή της μηδενικής απαίτησης εφαρμόζεται έναντι της συνέπειας (Yeh, 2008). Ο χαρακτηρισμός του αντιστρόφου κανόνα του Talmud προκύπτει από προηγούμενο χαρακτηρισμό του κανόνα για δύο αιτούντες εάν επιβληθεί επιπροσθέτως η συνέπεια. Είναι επίσης αποτέλεσμα της εφαρμογής του Elevator Lemma. Σε ολόκληρη την κατηγορία κανόνων που ικανοποιούν τη *κατώτερη σύνθεση* μπορεί επίσης να δοθεί ένας απλός χαρακτηρισμός (Thomson, 2006). Θεωρούμε ένα δίκτυο  $(\alpha)$  με ασθενώς μονότονες και συνεχείς καμπύλες στο  $\mathbb{R}_+^N$  που έχουν προέλευση τέτοια ώστε προέρχονται από ώστε  $(\beta)$  δεδομένου οποιουδήποτε σημείου στο  $\mathbb{R}_+^N$ , υπάρχει έστω μία καμπύλη που περνάει από το σημείο αυτό και  $(\gamma)$  μετά από κάθε καμπύλη από το σημείο προέλευσης, αν κάποιος συναντήσει ένα σημείο στο οποίο η καμπύλη χωρίζεται σε δύο τμήματα, αυτά τα τμήματα δεν συναντούνται ξανά. Ένα δίκτυο που ικανοποιεί τις προϋποθέσεις  $(\alpha)$  -  $(\gamma)$  είναι ένα *weakly monotone space-filling tree* στο  $\mathbb{R}_+^N$ .

## 1.10 - ΠΑΡΑΛΛΑΓΕΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΘΗΚΕΣ ΓΙΑ ΤΟ ΒΑΣΙΚΟ

### ΜΟΝΤΕΛΟ

Μία από τις πιο ενδιαφέρουσες πτυχές της βιβλιογραφίας που εξετάζουμε ήταν οι διάφοροι εμπλουτισμοί του βασικού μοντέλου. Παρά την αξιοσημείωτη απλότητα του, αυτό το μοντέλο είναι μια μάλλον πιστή περιγραφή ορισμένων καταστάσεων που συναντώνται στον πραγματικό κόσμο, αλλά είναι επίσης αλήθεια ότι απαιτούνται πρόσθετα δεδομένα για μια ακριβέστερη μοντελοποίηση των άλλων.

### Επιτρέποντας την αδιαιρετότητα

Στο βασικό μοντέλο, οι απαιτήσεις και το κεφάλαιο είναι απεριόριστα διαιρούμενες. Αυτοί είναι οι μη αρνητικοί πραγματικοί αριθμοί και τα βραβεία υποτίθεται ότι, επίσης, δεν είναι αρνητικοί πραγματικοί αριθμοί. Ωστόσο, σε πολλές ρυθμίσεις, το κεφάλαιο έρχεται σε διακριτά ποσά, ας πούμε σε φυσικούς αριθμούς, και το ίδιο συμβαίνει και με τις απαιτήσεις.

Έτσι συναντούμε σημαντικές δυσκολίες. Για παράδειγμα, μια συνθήκη όπως η θεμελιώδης ισότιμη μεταχείριση των ίσων δεν έχει καμία πιθανότητα να τηρηθεί από κανένα κανόνα : σε ένα πρόβλημα δύο εναγόντων, στο οποίο οι δύο εναγόντες έχουν ίσες αξιώσεις, αλλά το κεφάλαιο είναι ένας περίεργος φυσικός αριθμός, δεν μπορεί να γίνει τίποτα για την συμμετρική τους αντιμετώπιση. Ωστόσο, σε τέτοιες καταστάσεις είναι φυσικό να απαιτείται η διαφορά μεταξύ των βραβείων τους θα πρέπει να είναι το πολύ 1, μια ιδιότητα που εμείς καλούμε κατά προσέγγιση ίση μεταχείριση των ίσων (*approximate equal treatment of equals*).

Συνοψίζοντας, λοιπόν, τα όσα παρατέθηκαν στο κεφάλαιο αυτό ολοκληρώθηκε η εισαγωγή στη θεωρία της δίκαιης κατανομής και καταλήξαμε σε κανόνες που την διέπουν, σύμφωνα με την αξιωματική προσέγγιση του προβλήματος.



## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

**ΒΑΣΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ:**

**ΔΙΚΑΙΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΦΟΡΩΝ**

## 2.1 - ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ένα κλασικό κριτήριο για την κατανομή των φόρων είναι ότι όλοι πρέπει να θυσιάζουμε ίσα την απώλεια της χρησιμότητας. Υποθέστε ότι μία μέθοδος κατανομής φόρων είναι συνεχής και έχει τα ακόλουθα 4 χαρακτηριστικά :

1. Ο τρόπος που οι φορολογούμενοι διανέμουν τον συνολικό δοθέντα φόρο εξαρτάται από τα φορολογητέα εισοδήματά τους.
2. Μια αύξηση στους συνολικούς φόρους υποδηλώνει ότι όλοι πληρώνουν πιο πολύ.
3. Κάθε σταδιακή αύξηση στο φόρο, κατανέμεται ανάλογα με το παρόν εισόδημα μετά-φόρου των φορολογούμενων.
4. Η απαίτηση των φορολογούμενων, προ και μετά φόρου στο εισόδημα, είναι η ίδια.

Η Διανεμητική Δικαιοσύνη αφορά στη δίκαιη κατανομή των κοστών και των πλεονεκτημάτων μεταξύ των ατόμων. Πολύ συχνά το πρόβλημα είναι η διανομή ζημιών και όχι κερδών, η αντιμετώπιση της θυσίας παρά η ανταμοιβή.

Στην πράξη η ευνοημένη λύση σε πολλά προβλήματα τέτοιου είδους είναι το πώς θα κατανεμηθούν οι απώλειες αναλογικά με τις απαιτήσεις ή τα δικαιώματα. Η αναλογικότητα είναι μια χρονομεριστική αρχή. Ο Αριστοτέλης έκρινε ότι είναι σχεδόν συνώνυμη με τη διανεμητική δικαιοσύνη.

## 2.2 - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΠΩΛΕΙΑΣ (ΖΗΜΙΑΣ)

Αρχικά θεωρούμε την ακόλουθη γενική κατάσταση:

Έστω  $I$  μια ομάδα ατόμων, καθένα από τα οποία χαρακτηρίζεται από ένα θετικό πραγματικό αριθμό  $x_i$ .

Σε περίπτωση φορολογίας, το  $x_i$  αντιπροσωπεύει το *φορολογητέο εισόδημα* του  $i$ , ή κάποιο άλλο μέτρο ικανότητας για πληρωμή.

Σε περιπτώσεις χρεοκοπίας  $x_i$  είναι το οφειλόμενο ποσό στον πιστωτή  $i$ . Στην μείωση των κληροδοτημάτων,  $x_i$  είναι το κληροδοτημένο ποσοστό στο  $i$ , όπου κάθε ομάδα ατόμων αναπροσαρμόζεται σε ένα πεπερασμένο υποσύνολο  $I$  θετικών ακέραιων αριθμών  $N$ .

Τα εισοδήματα που χαρακτηρίζουν τα άτομα στο  $I$  θα διέπονται από έναν αυστηρά θετικό διάνυσμα  $x \in \mathbb{R}_{++}^I$ , προσαρμοσμένα σε στοιχεία του  $I$ . Για κάθε  $i \in I, x_i > 0$  θα έχουμε και το *φορολογητέο εισόδημα του  $I$*  (ή το ποσοστό των απαιτήσεων του  $i$ ). Ένα πρόβλημα απώλειας είναι το ζεύγος  $(x, T)$  όπου  $x \in \mathbb{R}_{++}^I$  και  $0 \leq T \leq \sum(x_i)$  είναι το *ποσό που πρέπει να διατεθεί*.

Μια μέθοδος κατανομής είναι μια συνάρτηση  $F$  ορισμένη για κάθε πρόβλημα απώλειας  $(x, T)$  σε ένα πεπερασμένο σύνολο ατόμων  $I$ , όπου  $t = F(x, T)$  είναι η κατανομή στο  $i$ , με  $0 \leq t_i \leq x_i$  και  $\sum t_i = T$ . (Αν το  $I$  κενό σύνολο, τότε και οι ορισμοί είναι κενοί.)

Από εδώ και πέρα, πρέπει να αντιμετωπίζουμε την φορολογία σαν ένα γενικό παράδειγμα προβλήματος απώλειας και να μιλάμε με όρους φορολογικών

μεθόδων, φορολογικών προβλημάτων και ούτω καθεξής. Παρακάτω θα αναλυθούν δύο συνθήκες κανονικότητας.

Η πρώτη συνθήκη αναφέρει ότι τα άτομα με *ίσο φορολογητέο εισόδημα* πληρώνουν *ίσους φόρους*. Μια μέθοδος με αυτό το χαρακτηριστικό καλείται *συμμετρική*.

Η δεύτερη σταθερή παραδοχή είναι ότι μια μέθοδος είναι *συνεχής* σε κάθε υποσύνολο  $\{(x, T) : x \in \mathbb{R}_{++}^I, 0 \leq T \leq \sum x_i\}$ .

### 2.3 - ΑΡΧΕΣ ΔΙΑΝΕΜΗΤΙΚΗΣ ΔΙΚΑΙΟΣΥΝΗΣ

Μια γενική αρχή της διανεμητικής δικαιοσύνης υποστηρίζει ότι *μια κατανομή που είναι δίκαιη για ένα σύνολο ατόμων πρέπει να είναι δίκαιη και όταν περιορίζεται σε κάθε υποσύνολο των ατόμων*. Για να το θέσουμε με άλλο τρόπο, κάθε υποσύνολο ατόμων πρέπει να νιώθει ότι ο τρόπος που το ποσό είναι κατανεμημένο σε αυτά είναι δίκαιος. Στο πλαίσιο της φορολογίας, η αρχή υποστηρίζει ότι ο τρόπος που ένα σύνολο διαιρεί ένα δεδομένο ποσό φορολογίας πρέπει να βασίζεται μόνο στα φορολογητέα τους εισοδήματα.

Μία μέθοδος φορολογίας  $F$  είναι *συνεπής* όταν για κάθε πεπερασμένο υποσύνολο  $I \subset N$ , κάθε κατανομή εισοδήματος  $x \in \mathbb{R}_{++}^I$  και σύνολο φόρου  $T$ ,  $0 \leq T \leq \sum(x_i)$ , θα ισχύει :

$$t = F(x, T) \Rightarrow \forall J \subseteq I [t_j = F(x_j, \sum_J t_i)] \quad (1)$$

Άρα εδώ με τους περιορισμούς που τίθενται, ο φόρος βάσει της κατανομής του εισοδήματος πάντα θα πρέπει να είναι μικρότερος από το εισόδημα.

Η συνέπεια είναι αρχή μιας ευρείας ποικιλίας μεθόδων κατανομής, συμπεριλαμβανομένης της διαπραγματευτικής λύσης Nash, τον πυρήνα των ομαδικών παιχνιδιών και πολλών κλασικών μεθόδων για τον καταμερισμό πολιτικής αναπαράστασης. Συγκεκριμένα ο John Nash πρότεινε ότι μια λύση σε ένα τέτοιου είδους πρόβλημα πρέπει να ικανοποιεί ορισμένα αξιώματα, δηλαδή:

α) Ανταλλαγή μετασχηματισμών ή αντιστοίχιση αμετάβλητων σε ισοδύναμες αναπαραστάσεις χρησιμότητας

β) Βελτιστοποίηση κατά Pareto

γ) Ανεξαρτησία μη σχετικών εναλλακτικών λύσεων

δ) Συμμετρία

Στα κείμενα της φορολογίας, η συνέπεια αποτελεί μια έννοια εντελώς “φυσική”. Πράγματι, είναι έμμεση στην ίδια την έννοια του φορολογικής κατανομής. Θεωρώ  $t = f(x)$  το ποσοστό του οφειλόμενου φόρου σαν μια συνάρτηση φορολογίας εισοδήματος  $x$ .

Αντιμέτωπη με αυτή την κατανομή, μια ομάδα ατόμων με φορολογητέα εισοδήματα  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , θα πληρώνει ποσά  $t_i = f(x_i)$ . Αντίστοιχα και κάθε υποσύνολο αυτών των ατόμων. Εξ’ ου και οι φόροι που πληρώνονται από κάθε υποσύνολο ατόμων εξαρτώνται μόνο από τα *δικά τους φορολογητέα εισοδήματα που είναι ακριβώς αυτό που απαιτεί η συνέπεια*.

Φυσικά, ένα ενιαίο φορολογικό διάνυσμα δεν είναι μέθοδος, απλά επειδή αυξάνει μόνο ένα ποσό φόρου για κάθε δοθείσα κατανομή των φορολογητέων εισοδημάτων. Μια φυσική γενίκευση από ένα δεδομένο φορολογικό διάνυσμα είναι να εισάγει μια παράμετρο  $\lambda$ , η αξία της οποίας εξαρτάται από το συνολικό ποσοστό του φόρου που θα αυξηθεί. Ένα παραμετρικό φορολογικό διάνυσμα είναι μια συνεχής συνάρτηση  $t = f(x, \lambda)$  που ορίζεται για όλα τα  $x > 0$  και όλα τα  $\lambda$  σε κάποιο κλειστό διάστημα  $[a, b]$ .

Θεωρούμε ότι για κάθε  $x > 0$  η  $f$  είναι (ασθενώς) μονότονη και αύξουσα στο  $\lambda$  και  $f(x, a) = 0$ ,  $f(x, b) = x$ , δηλαδή ανάλογα με το  $\lambda$  είτε θα πληρώσω φόρο  $x$  είτε 0.

Η κατάλληλη αξία του  $\lambda$  υπαγορεύεται από τον συνολικό φόρο που απαιτείται να εισπραχθεί. Συγκεκριμένα το δοθέν φορολογικό πρόβλημα  $(x, T)$ , επιλέγει το  $\lambda$  έτσι ώστε να ισχύει  $\sum f(x_i, \lambda) = T$ . Το απαιτούμενο  $\lambda$  δεν πρέπει να είναι μοναδικό επειδή η  $f$  μπορεί να μην είναι αυστηρά μονότονη, αλλά για το δοθέν  $(x, T)$  υπάρχει μόνο μία λύση  $t$  που για κάποια  $\lambda$  και για όλα τα  $i$ , ώστε  $t_i = f(x_i, \lambda)$  και  $\sum t_i = T$ .

Πολλές ιστορικές προτάσεις για φορολογικές μεθόδους είναι παραμετρικού τύπου.

Για παράδειγμα το *flat tax* (ενιαίος φόρος) παίρνει τον τύπο  $t = \lambda x$ , όπου  $0 \leq \lambda \leq 1$ . Είναι εκείνος με τον οποίο ο μέσος φορολογικός συντελεστής δεν αλλάζει όταν αλλάζει η φορολογική βάση. Τέτοια συστήματα φορολόγησης (*flat tax*) φαίνεται ότι αντιμετωπίζουν πολιτικά προβλήματα, τόσο λόγω της μη εξοικείωσης των Δυτικοευρωπαϊκών δημοσιονομικών συστημάτων με αυτά, όσο και με το φόβο ότι δεν επαρκούν για να στηρίξουν το κοινωνικό κράτος

του λεγόμενου Ευρωπαϊκού μοντέλου. Τέτοιου είδους συστήματα είναι δημοσιονομικά ουδέτερα και αποτελούν απλώς μια ένδειξη για το πώς μια τέτοια πολιτική μπορεί να οδηγήσει σε πλήρη αναμόρφωση του φορολογικού συστήματος, δημιουργώντας αναπτυξιακές προϋποθέσεις.

Ο *head tax* (κεφαλικός φόρος) δίνεται από τον  $t = \min\{x, \lambda\}$  όπου  $0 \leq \lambda \leq \infty$ .

Το 1889 ο A. J. Cohen Stuart πρότεινε φορολογικά διανύσματα του τύπου  $t = x - x^{1-\lambda}$ , όπου  $0 \leq \lambda \leq \infty$ . Συγκεκριμένα, ο Stuart επισημαίνει ότι η «ίση θυσία» μπορεί να ερμηνευτεί με δύο τρόπους. Η ίση απόλυτη θυσία σημαίνει ότι αν κάποιος καταβάλλει φόρους σε όλους εξασφαλίζει την ίδια χρησιμότητα σε σχέση με την αρχική του θέση. Ίδιο ποσοστό θυσίας σημαίνει ότι όλοι παραιτούνται από το ίδιο ποσοστό στην χρησιμότητα. Υποθέτοντας ότι η οριακή χρησιμότητα του εισοδήματος μειώνεται καθώς το εισόδημα αυξάνεται, είναι σαφές ότι ο πλουσιότερος πρέπει να πληρώνει περισσότερα σε φόρους από ό, τι ο φτωχότερος, αν όλοι πρέπει να θυσιάσουν εξίσου με οποιοδήποτε κριτήριο. Δεν είναι όμως τόσο ξεκάθαρο ότι οι πλουσιότεροι πρέπει να πληρώσουν μεγαλύτερο ποσοστό των φορολογητέων εισοδημάτων τους για την επίτευξη της ίσης θυσίας. Στην πραγματικότητα, για πολλές αξιόπιστες συναρτήσεις χρησιμότητας αυτό δεν συμβαίνει. Από μόνο του, λοιπόν, το δόγμα της ίσης θυσίας δεν συνεπάγεται προοδευτική φορολογία.

Το 1901 ο G.Cassel πρότεινε την οικογένεια  $t = x^2 / (x + \frac{1}{\lambda})$  όπου  $0 \leq \lambda \leq \infty$ .

Η ιδέα της προοδευτικής φορολογίας προήλθε από την σύγχυση των δύο αρχικών ερωτημάτων σχετικά με την εξέλιξη του φόρου εισοδήματος και αν το συνολικό φορολογικό βάρος θα πρέπει να αυξηθεί προοδευτικά στο εισόδημα. Συγκεκριμένα, δεν ήταν ξεκάθαρο το γεγονός αν ο φόρος

εισοδήματος θα πρέπει να υπολογίζεται με αναλογικό ή με προοδευτικό ποσοστό. Αυτό θα εξαρτηθεί από τη θέση του φόρου εισοδήματος εντός του φορολογικού συστήματος. Το άλλο ερώτημα, δηλαδή, με ποιο ποσοστό θα πρέπει να αυξηθεί ο συνολικός φόρος, δεν μπορεί να απαντηθεί αν δεν ξεκαθαριστούν τα αντικείμενα για τα οποία εισπράττονται οι φόροι.

Όλες οι παραμετρικοί μέθοδοι είναι συνεπείς για τον ίδιο λόγο που ένα μοναδικό φορολογικό πρόγραμμα είναι συνεπές. Αντιστρόφως αυτό μπορεί να δειχθεί από το ότι κάθε συνεπής μέθοδος πρέπει είναι παραμετρική.

Μια μέθοδος  $F$  είναι μονότονη όταν κανενός οι φόροι δεν μειώνονται όταν το συνολικό φορολογικό φορτίο αυξάνεται, δηλαδή:

$$0 \leq T < T' \leq \sum xi \Rightarrow F(x, T) \leq F(x, T') \quad (2)$$

Άρα εφόσον οι φόροι δεν μειώνονται και ο τελικός είναι μεγαλύτερος του αρχικού, αντίστοιχα, έτσι θα είναι και το τελικό ποσό του φόρου προς είσπραξη.

Ουσιαστικά εδώ, με την προϋπόθεση ότι ο αρχικός φόρος είναι σαφώς χαμηλότερος του αρχικού, μη αρνητικός και μικρότερος του συνόλου των εισοδημάτων, τότε η συνάρτηση  $F$  για το  $T$  θα είναι μικρότερη ή ίση με την αντίστοιχη για το  $T'$ .

Η *αυστηρή μονοτονία* απαιτεί να αυξάνονται οι φόροι όλων όταν αυξάνεται το φορολογικό κόστος :

$$0 \leq T < T' \leq \sum xi \Rightarrow F(x, T) < F(x, T') \quad (3)$$



Εδώ, δεν είναι απαραίτητα ανάγκη να καταβληθεί ίσως και το ίδιο ποσό φόρου, εφόσον η συνάρτηση δεν είναι αυστηρά μονότονη.

Εξ' ορισμού, όλες οι παραμετρικές μέθοδοι είναι μονοτονικές, αλλά όχι απαραίτητα και *αυστηρά μονοτονικές*. Απροσδόκητα, η συνέπεια και η συνέχεια συνεπάγονται μονοτονικότητα (αλλά όχι αυστηρή μονοτονικότητα). Η μονοτονικότητα εκφράζει την ιδέα ότι ο καθένας, σε μια αύξηση φόρου, πρέπει να μοιράζεται, ή τουλάχιστον να μην λαμβάνει επιστροφή. Αφήνει ανοικτό το ερώτημα για το πώς η αύξηση του φόρου πρέπει να κατανέμεται. Υπάρχει μια φυσική απάντηση σε αυτό το ερώτημα.

Έστω  $t = F(x, T)$  και υποθέστε ότι  $T < T'$ . Σκεφτείτε την αύξηση  $T' - T$  σαν ένα νέο φόρο προστιθέμενο επί του παλαιού. Η φυσική βάση για την κατανομή του νέου φόρου είναι η παρούσα ικανότητα των φορολογουμένων να πληρώνουν, η οποία είναι στην ουσία τα μετά-φόρου εισοδήματά τους  $x_i - t_i$ . Αν εφαρμόσουμε την μέθοδο  $F$  στο πρόβλημα  $(x - t, T' - T)$ , τότε η αύξηση  $T^* = T' - T$  πρέπει να μοιραστεί σαν  $t^* = F(x - t, T' - T)$ . Η ιδέα είναι ότι κάθε αύξηση φόρου πρέπει να αξιολογηθεί ισάξια σχετικά με το τι έχουν σήμερα οι φορολογούμενοι.

Η  $F$  ικανοποιεί την αρχή της σύνθεσης αν για όλα τα προβλήματα  $(x, T)$  και  $(x, T')$ , όπου  $T < T'$ , αν και μόνο αν,

$$t = F(x, T) < x \Rightarrow F(x, T') - F(x, T) = F(x - T, T' - T) \quad (4)$$

Παρατηρούμε ότι το  $t < x$  στην υπόθεση της σχέσης (4), για διαφορετικά  $F(x - T, T' - T)$  θα είναι απροσδιόριστο.

Η επίδραση της φορολογίας στα κίνητρα για την αύξηση του εισοδήματος είναι επίσης σχετική με την ανάλυσή μας. Στο ελάχιστο, δεν θέλουμε ένα άτομο που κερδίζει περισσότερα από ένα άλλο να καταλήγει με λιγότερα, μετά τους φόρους. Αυτό θα συμβεί, ωστόσο, εκτός αν για όλα τα προβλήματα  $(x, T)$  και όλα τα  $i, j$  είναι,

$$t = F(x, T) \ \& \ x_i > x_j \Rightarrow x_i - t_i \geq x_j - t_j \quad (5)$$

Σε αυτή τη σχέση οι ανισότητες θα μπορούσαμε να πούμε ότι εισάγουν και τις έννοιες της ευημερίας αλλά και των προσωπικών κινήτρων. Ουσιαστικά κάποιος με υψηλότερο εισόδημα και υψηλότερο κίνητρο για παραγωγικότητα είναι και αυτός που θα πληρώσει υψηλότερους ή ακόμα και ίσους φόρους με κάποιον που χαρακτηρίζεται από χαμηλότερο εισόδημα.

Αν η (5) ισχύει η  $F$  θα διέπεται από διατήρηση της τάξης (*order preserving*). Η  $F$  θα διέπεται από αυστηρή διατήρηση της τάξης, αν:

$$0 \leq T < \sum x_i \ \& \ t = F(x, T) \ \& \ x_i > x_j \Rightarrow x_i - t_i > x_j - t_j \quad (6)$$

Σε αντίθεση με την σχέση 5, αν δεν ισχύει η ισότητα στο τελευταίο κομμάτι της σχέσης 6, τότε ενδεχομένως και η παραγωγικότητα να πάρει φθίνουσα πορεία και τα προηγούμενα κίνητρα για αύξηση της ευημερίας να καταλήξουν σε *αντι*-κίνητρα.

Όταν  $x_i = x_j$ , η συμμετρία εγγυάται ότι  $t_i = t_j$  και  $x_i - t_i = x_j - t_j$ .

Παρατηρώ ότι η αυστηρή διατήρηση της τάξης δεν μπορεί να ισχύει όταν  $T = \sum x_i$ , δηλαδή, όταν οι φόροι είναι δημευτικοί, επειδή όλοι πέφτουν σε επίπεδο κάτω του μηδενός.

Σε αυτό το σημείο, ας σημειώσουμε ότι η μονοτονικότητα (όχι απαραίτητα η αυστηρή) και η διατήρηση της τάξης (όχι απαραίτητα η αυστηρή) είναι στην πραγματικότητα συνέπειες της σύνθεσης και της συνοχής. Η απαίτηση της αυστηρότητας, ενώ είναι αρκετά φυσικό, είναι μια επιπρόσθετη παραδοχή που χρειάζεται για να χαρακτηριστεί η οικογένεια των μεθόδων ίσης θυσίας.

## 2.4 - ΜΕΘΟΔΟΙ ΙΣΗΣ ΘΥΣΙΑΣ ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ

Η ισότητα είναι σχετική. Οι άνθρωποι τείνουν να αξιολογούν το πόσο δίκαια αντιμετωπίζονται, όχι σε απόλυτους ρυθμούς, αλλά σε σχέση με το πώς οι άλλοι αντιμετωπίζονται. Αν Α είναι το εισόδημα των 100.000\$ και πληρώνει φόρο 30.000\$, ενώ το Β έχει εισόδημα 20.000\$ και πληρώνει φόρο 3.000\$, τότε η αντιληπτή δικαιοσύνη ή αδικία της κατανομής δεν εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό στο αν αυτά θα είναι 1985 ή 1986 δολάρια. Ο σχετικός παράγοντας στον προσδιορισμό του κατάλληλου μεγέθους του φόρου σε διαφορετικά επίπεδα εισοδήματος, δεν αφορά στο πόσο πλούσια είναι τα άτομα σε σχέση με κάποια ιστορικά πρότυπα, αλλά σε σχέση με το πόσο πλούσια είναι τα άλλα άτομα.

Σε αυτό μπορεί να αντιπαχθεί το γεγονός ότι δεν υπάρχει ένα απόλυτο σημείο αναφοράς που είναι σχετικό με την φορολογία. Ένα τέτοιο σημείο αναφοράς, αν μπορεί να οριστεί τελείως αντικειμενικά, πρέπει να εισέλθει στον ορισμό του φορολογητέου εισοδήματος, αυτόν καθ'αυτόν. Το φορολογητέο εισόδημα ορίζεται παραδοσιακά σαν εισόδημα πάνω από το επίπεδο διαβίωσης, γιατί

διαφορετικά δεν αντιπροσωπεύει βασική ικανότητα για πληρωμή (J. S. Mill [12, Book V, Chap. II, Sect.3, Edgeworth [9, p.141]). Αν θεωρήσουμε το φορολογητέο εισόδημα σαν περιεχόμενο της σχετικής ικανότητας για πληρωμή, τότε πρέπει να επιμείνουμε ότι η σχετική κατανομή των φόρων δεν εξαρτάται από τίποτα περισσότερο πέρα από τα σχετικά μεγέθη των φορολογητέων εισοδημάτων.

Μια μέθοδος  $F$  είναι μέθοδος αμετάβλητης κλίμακας(ή ομοιογενής) αν:

$$\forall \theta > 0 \forall (x, T) F [\theta x, \theta T] = \theta F(x, T) ] . \quad (7)$$

### Θεώρημα 1

Μια αυστηρά μονότονη συνάρτηση, αυστηρά order preserving μέθοδος φορολογίας  $F$ , ικανοποιεί την συνέπεια, σύνθεση και την αμετάβλητη κλίμακα αν και μόνο αν εξισώνει την απόλυτη θυσία σχετική με τη συνάρτηση χρησιμότητας  $U(x) = \ln x$  ή μια συνάρτηση χρησιμότητας του τύπου  $U(x) = -x^p, p < 0$ . Στην προηγούμενη υπόθεση η  $F$  αποτελεί τον ενιαίο φόρο (flat tax) και για την παρούσα είναι μια παραμετρική μέθοδος του τύπου:

$$t = x - [x^p + \lambda^p]^{1/p} , \text{ όπου } p < 0, \lambda \in [0, \infty]. \quad (8)$$

Θεωρώντας ότι υπάρχει μια γνησίως αύξουσα, συνεχής συνάρτηση  $U(x)$  για όλα τα προβλήματα  $(x, T)$ .

$$t = F(x, T) \Leftrightarrow \exists c \in i [U(x_i) - [U(x_i - t_i) = c] \quad (9)$$

Άρα, λαμβάνοντας υπόψη και την αμεταβλητότητα κλίμακας, η  $U(x)$  μπορεί να έχει και τη μορφή :

$$U(x) = ax^p + b, \quad ap > 0 \quad \text{ή} \quad U(x) = a \ln x + b, \quad a > 0.$$

Ας υποθέσουμε ότι  $U(x) = a \ln x + b$ . Τότε θα είναι  $t = F(x, T)$ , αν και μόνο αν  $\ln(x_i) - a \ln(x_i - t_i)$  είναι μια σταθερά. Αυτό σημαίνει ότι και η  $(x_i - t_i)/x_i$  είναι μια σταθερά. Με άλλα λόγια του  $t_i$  είναι ανάλογο του  $x_i$ , άρα και η  $F$  είναι ο ενιαίος φόρος.

Αν υποθέσουμε  $U(x) = ax^p + b$  και  $ap > 0$ . Γνωρίζοντας ότι  $U(x) = +\infty$  και ότι το  $x \rightarrow 0^+$ . Άρα  $a, b$  πρέπει να είναι και τα δύο αρνητικά. Και τότε η  $F$  θα παίρνει τη μορφή  $t = F(x, T) \Leftrightarrow \exists c \in \mathbb{R} [ax_i^p - a(x_i - t_i)^p = -c]$ ,

που σημαίνει ότι η  $F$  είναι η παραμετρική μέθοδος  $t = x - [x^p + \frac{c}{a}]^{1/p}$ .

Παρατηρούμε στα αποτελέσματα του κανόνα για τους φόρους από τον Cassel ότι ο φόρος προκύπτει από την παρακράτηση  $p = -1$ .

Η συναρτήσεις  $\ln x$  και  $x^{-p}$ , όπου  $p < 0$  είναι ακριβώς οι συναρτήσεις χρησιμότητας έχοντας σταθερό βαθμό αποστροφής κινδύνου ίσο με ένα ή περισσότερο. Είναι συνεπείς με την έννοια ότι οι άνθρωποι επενδύουν ένα σταθερό ποσοστό του πλούτου τους στη συγκεκριμένη κατηγορία επικίνδυνων περιουσιακών στοιχείων. Συμπτωματικά, οι φορολογικές μέθοδοι που συνεπάγεται η συνεχής σχετική αποστροφή κινδύνου σχετίζονται στενά με τη σταθερή ελαστικότητα των λειτουργιών υποκατάστασης από τη θεωρία παραγωγής.

Όλες οι μέθοδοι του παραπάνω θεωρήματος είναι προοδευτικές με την έννοια ότι το  $x_i \leq x_j$  υποδηλώνει και  $t_i/x_i \leq t_j/x_j$ , όποτε  $t = F(x, T)$ .

Κάθε φορολογική μέθοδος ίσης θυσίας που διέπεται από την αρχή της αμετάβλητης κλίμακας είναι προοδευτική.

Για κάθε  $p < 0$ , ως προσδιορίσουμε τη μέθοδο  $F_p$  που εξισώνει τη θυσία σχετικά με τη συνάρτηση χρησιμότητας  $U(x) = -x^p$ . Θα ορίσουμε επίσης  $F_0$  την προοδευτική μέθοδο που εξισώνει τη θυσία σχετικά με τη συνάρτηση χρησιμότητας  $U(x) = \ln x$ . Θα πρέπει επίσης να σημειωθεί πως για κάθε κατανομή σταθερού εισοδήματος  $x$  και συνολικό φόρο  $T$ , η  $F_p(x, T)$  συγκλίνει με την  $F_0(x, T)$ , όσο το  $p$  πλησιάζει στο 0. Όσο πιο αρνητικό είναι το  $p$ , τόσο πιο προοδευτικός είναι ο φόρος. Όσο το  $p$  πλησιάζει το αρνητικό άπειρο η περιορισμένη κατανομή έχει την ιδιότητα ότι όλοι πάνω από ένα κατώτατο όριο, έχουν ίσο εισόδημα μετά-φόρου και καθένας κάτω από το όριο δεν πληρώνει καθόλου φόρο. Αυτό απεικονίζεται στον Πίνακα 1, που δείχνει την κατανομή της σταθερής φορολογικής επιβάρυνσης μεταξύ πέντε εισοδηματικών ίσου μεγέθους για διάφορα επίπεδα του  $p$ .

<b>ΕΙΣΟΔΗΜΑ</b>	<b><math>p=0</math></b>	<b><math>p=-1/2</math></b>	<b><math>p=-1</math></b>	<b><math>p=-2</math></b>	<b><math>p=-5</math></b>	<b><math>p=-\infty</math></b>
10.000	2,000	1,153	653	201	5	0
20.000	4,000	3,145	2,453	1,475	314	0
30.000	6,000	5,624	5,201	4,394	2,776	0
40.000	8,000	8,469	8,742	8,978	9,098	10,000
50.000	10, 000	11,609	12,951	14,952	17,807	20,000

Σχήμα 1 : Κατανομή 30.000\$ σε φόρο διαφορετικών αξιών του  $p$ . (*Distributive Justice in taxation*, H. P. Young)

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

### **ΕΝΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ**

Εδώ, θα δείξουμε μέσω μαθηματικών υπολογισμών την εφαρμογή των κανόνων του δευτέρου κεφαλαίου.

Έστω 3 διαφορετικά εισοδήματα για τα οποία καλούμαστε να υπολογίσουμε τον αντίστοιχο φόρο. Να τονίσουμε επίσης ότι τα άτομα είναι απλοί μισθωτοί φορολογούμενοι και δεν εξετάζουμε άλλου είδους περιουσιακά στοιχεία.

Αρχικά, θα υπολογιστεί ο φόρος **με βάση τον ΚΦΕ 2018**, οπότε θα έχω :

Με βάση τις κλίμακες φορολογίας:

22%	από	0%	έως	20.000,00
29%	από	20.000,00	έως	30.000,00
37%	από	30.000,00	έως	40.000,00
45%		40.000,00		

Εισόδημα	Φόρος Κλίμακας	Έκπτωση Φόρου	Τελικό ποσό φόρου
9.000,00	1.320,00	1.900,00	80,00
15.000,00	3.300,00	1.900,00	1.400,00
28.000,00	6.720,00	1.820,00	4.900,00

Συνολικός φόρος που λαμβάνει το κράτος : 6380,00

Εφαρμογή **flat tax-head tax**:

Εδώ ουσιαστικά αναζητούμε ένα λ τέτοιο ώστε αν πολλαπλασιαστεί με το σύνολο των εισοδημάτων θα έχει ως αποτέλεσμα τον συνολικό φόρο που λαμβάνει το κράτος.

Εφαρμόζοντας **flat tax** και **head tax** στα ίδια εισοδηματικά group θα έχω :

Εισόδημα	Φόρος	flat tax	head tax
9.000,00	80,00	1.104,30	2.126,67
15.000,00	1.400,00	1.840,50	2.126,67
28.000,00	4.900,00	3.435,60	2.126,67

Ξεκάθαρα μετά την εφαρμογή flat και head tax πιο ευνοημένους φαίνεται να είναι ο τρίτος φορολογούμενος, αυτός με το μεγαλύτερο εισόδημα, καθώς αντί για 4900 που θα έπρεπε να πληρώσει με βάσει το ισχύον φορολογικό σύστημα, τώρα θα πληρώσει 3.435,60 και 2.126,67 αντίστοιχα. Αντίθετα, ο λιγότερο ευνοημένος κρίνεται αυτός με το χαμηλότερο εισόδημα μιας και θα



κληθεί να αποδώσει φόρο 1.104,30 και 2.126,67, έναντι 80 που θα πλήρωνε αρχικά.

Σε συνέχεια των όσων αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο και με βάση τη σχέση (9), θα προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε το  $c$  με τη βοήθεια της συνάρτησης οριακής χρησιμότητας  $U(x) = \ln x$ .

Εδώ ουσιαστικά επιζητούμε την εξίσωση του επιπέδου ανωφέλειας (ίση θυσία σε οριακή ωφέλεια).

<b>Εισόδημα</b>	<b>Φόρος</b>	<b>Φόρος βάσει equal sacrifice σε rate of utility</b>
9.000,00	80,00	797,39
15.000,00	1.400,00	140,78
28.000,00	4.900,00	2.774,26

Είναι εμφανές πως και πάλι ο φόρος διαφοροποιείται ανάλογα με την παραμετρική μέθοδο που ακολουθείται για τον υπολογισμό του.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**

### **ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ**

Όπως , λοιπόν, έχει επισημανθεί ως τώρα η κατανομή της δικαιοσύνης τόσο γενικότερα, όσο και στον συγκεκριμένο τομέα της δικαιοσύνης δεν είναι μια εύκολη υπόθεση. Πιο αναλυτικά, με την προσπάθεια εισαγωγής στις θεωρίες της δίκαιης κατανομής στο πρώτο κεφάλαιο, όπου είδαμε αναλυτικά μια μαθηματική απεικόνιση μιας τέτοιας κατανομής που στηρίχθηκε στο βασικό αρχικό ερώτημα: πώς θα κατανεμηθούν οι πόροι των εναγόντων, εφόσον αυτοί δεν βρίσκονται σε πλεόνασμα ώστε να ικανοποιηθούν όλες οι απαιτήσεις. Έτσι ορίσαμε ως ένα αριθμητικό μοντέλο κατανομής αυτό του O'Neil (1982) και με βάση αυτό αναπτύχθηκε και η μετέπειτα μελέτη.

Έπειτα είδαμε κάποιους κανόνες που διέπουν το μοντέλο αυτό, οι οποίοι σχετίζονται καθαρά με το πώς θα διανεμηθεί η απαίτηση αντίστοιχα στον κάθε ενάγοντα, πάντα υπό διαφορετικές συνθήκες. Οι απόψεις αυτές στηρίχθηκαν επίσης με κάποιες εφαρμογές που βοήθησαν, τελικά, στο να εντοπιστεί και η αποτελεσματικότητα των κανόνων αυτών ακόμα και στην εποχή μας.

Στη συνέχεια, παραθέσαμε αρκετές ιδιότητες που διέπουν τους κανόνες αυτούς, με κυριότερες την δυϊκότητα και την συνέπεια να αποτελούν τις πιο βασικές για τον χαρακτηρισμό τέτοιων μοντέλων καθώς ορίζονται από αυθαίρετους πληθυσμούς. Βασική, επίσης, κρίθηκε και η ιδιότητα της διατήρησης της τάξης (order preservation) εφόσον ουσιαστικά σηματοδοτεί την γενίκευση της ίσης μεταχείρισης των ίσων.

Όσο για τις ιδιότητες μονοτονικότητας και αμεταβλητότητας των απαιτήσεων, η μία σχετίζεται με την αναλογία του ποσοστού αύξησης ή μείωσης των απαιτήσεων και του πόσο θα επηρεαστεί το τελικό βραβείο ενός ενάγοντα. Η δε αμεταβλητότητα των απαιτήσεων θέλει τις περικοπές των απαιτήσεων στο

κεφάλαιο να μην επηρεάσουν το τελικό διάνυσμα των βραβείων. Λαμβάνοντας υπόψη όλα τα παραπάνω παρατέθηκαν κάποιοι χαρακτηρισμοί, όσο και κάποιες πιθανές παραλλαγές για το μοντέλο μας.

Στο επόμενο κεφάλαιο, εισήχθη και η έννοια της φορολογίας και το πώς αυτή ορθά κατανέμεται με βάση συγκεκριμένους κανόνες σε διαφορετικές εισοδηματικές ομάδες.

Παρατηρήθηκε ότι πολλές ιδιότητες που διέπουν τα μοντέλα δίκαιων κατανομών , βρίσκονται να διέπουν και τα αντίστοιχα μοντέλα δίκαιης κατανομής του φόρου εισοδήματος. Ιδιότητες όπως η συνέπεια και η διατήρηση της τάξης είναι κοινά στοιχεία των δύο κεφαλαίων, καθώς χαρακτηρίζουν και τις συναρτήσεις χρησιμότητας από τις οποίες θα υπολογίσουμε τους φόρους. Εδώ, πλέον , εισάγεται και η έννοια της συνάρτησης χρησιμότητας, καθώς στηριζόμαστε και στο βασικότερο κριτήριο κατανομής που αναφέρει πως η θυσία πρέπει να μοιράζεται ίσα στην απώλεια της χρησιμότητας. Τέλος, προτάθηκαν δύο ειδών παραμετρικές μέθοδοι για τον υπολογισμό των φόρων, του A. J. Cohen Stuart και του Cassel, με ειδική αναφορά στον ενιαίο και στον κεφαλικό φόρο, οι οποίες εφαρμόστηκαν και σε ορισμένα παραδείγματα. Έτσι καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως ο φόρος είναι όντως απόρροια του συνόλου των εισοδημάτων και αντίστοιχα επηρεάζεται από όλες τις ομάδες εισοδήματος. Με την εφαρμογή flat και head tax φτάσαμε σε συμπεράσματα που μπορούν να ανατρέψουν φορολογικούς κώδικες, καθώς η επιβολή ενός κεφαλικού φόρου για παράδειγμα εξισώνει την εισφορά τόσο των ατόμων με χαμηλό εισόδημα όσο και αυτών με υψηλό.

Εν κατακλείδι, λοιπόν, η δίκαιη κατανομή του εισοδήματος, σχετίζεται και αυτή άμεσα με τις θεωρίες δίκαιης κατανομής, καθώς αυτές αποτελούν τη βάση με την οποία αναπτύχθηκε. Πρέπει αυστηρά να διέπεται από τις παραπάνω ιδιότητες και τους κανόνες που επεξηγήθηκαν παραπάνω για να βρίσκει εφαρμογή ακόμα και στις μέρες μας. Παρ' όλα αυτά, η εφαρμογή της αρχής της ισότητας δεν παύει να είναι και ένα καθαρά πολιτικό ζήτημα, το οποίο διαφοροποιείται ανά τους καιρούς. Είναι, συνεπώς, ιστορικά και πολιτισμικά οριοθετημένη και περιορισμένη, από τη μια πλευρά, αλλά και σχετικά αυθαίρετη μέσα σε αυτά τα όρια, διαισθητική, τυχαία και αμφισβητούμενη, από την άλλη.

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

- *Felix Brandt, Vincent Conitzer, Ulle Endris, Jérôme Lang, Ariel D. Procaccia (eds) – Handbook of computational Social Choice – Cambridge University Press (2016)*
- *Taxation and poverty, Christopher P. Chambers<sup>1</sup> · Juan D. Moreno-Ternero (δημοσιεύθηκε στο διαδίκτυο: 4 Αυγούστου 2015)*
- *Distributive Justice in taxation , H. P. Young (αναθεωρημένο 5 Ιανουαρίου 1987)*
- *Axiomatic and game-theoretic analysis of bankruptcy and taxation problems: an update , William Thomson (24 Ιουνίου 2014)*
- *Αριστοτέλης, Ηθικά Νικομάχεια, μτφρ. Δ. Λυπουρλής, εκδ. Ζήτρος, Θεσσαλονίκη, 2006*
- *Αριστοτέλης, Πολιτικά III & IV, μτφρ. Π. Τζιώκα – Ευαγγέλου, εκδ. Ζήτρος, Θεσσαλονίκη, 2007*
- *Πλάτων, Πολιτεία Α, Δ, Ε & ΣΤ, μτφρ. Ν. Σκουτερόπουλος, εκδ. Πόλις, Αθήνα, 2002.*
- *Thomson, W , Axiomatic and game-theoretic analysis of bankruptcy and taxation problems: a survey”, Mathematical Social Sciences 45 (2003), σελ. 249-297*
- *O’Neill, B., “A problem of rights arbitration from the Talmud”, Mathematical Social Sciences 2 (1982), σελ.345-371.*
- *Joshua D. Angrist - Victor Lavy, The Quarterly Journal of Economics, Volume 114, Issue 2, 1 Μάη 1999, σελ. 533–575.*

- *Robert J Aumann, Michael Maschler, Game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the Talmud , Αύγουστος 1985, σελ. 195-213.*
- *Y. Chun, J Schummer ,W. Thomson, Constrained egalitarianism : a new solution for claims problems, 2001*
- *Carmen Herrero, Antonio Villar, The three musketeers: four classical solutions to bankruptcy problems, Mathematical Social Sciences, Νοέμβριος 2001, σελ. 307-328*
- *Cohen, R.L., Distributive Justice: Theory and research, 1987.*
- *Nir Dagan, Roberto Serrano and Oscar Volij , A Noncooperative View of Consistent Bankruptcy Rules, Department of Economics, Brown University, Providence, Rhode Island 02912, 1997*
- *Hervé Moulin, Priority Rules and Other Asymmetric Rationing Methods, May 2000, σελ. 643-684.*
- *G Cassel , The theory of progressive taxation, The Economic Journal, 1901*
- *Giménez-Gómez, J. and J.E. Peris, European Journal of Operational Research – 232, 109-116, (2014)*
- *Protective properties and the constrained equal awards rule for claims problems Chun-Hsien Yeh\* Institute of Economics, Academia Sinica, Taipei 115, Taiwan, 2013*
- *Cohen Stuart, A.J. On progressive taxation, in R.A Musgrave and P.B. Peacock (Eds.), Classics in the Theory of public finance, New York: McGraw Hill, 1958.*
- *Greenberg, J, Reactions to procedural injustice in payment distributions: Do the means justify the ends?, 1987.*

- *J. S. Mill* [12, Book V, Chap. II, Sect.3
- *Edgeworth* [9, p.141])
- <https://www.wikipedia.org/>