ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων

Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
Διδακτική της Τεχνολογίας και Ψηφιακά Συστήματα
Κατεύθυνση : Ηλεκτρονική Μάθηση

Η αξιοποίηση του ψηφιακού παιχνιδιού στη πλατφόρμα kodu για οπτικούς και κιναισθητικούς εκπαιδευόμενους στη διδακτική των μαθηματικών

Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία

Μούτσιου-Ρέντζου Θεοφανία
AM:10030

Επιβλέπων: Δημήτριος Γ. Σάμψων, Καθηγητής
Πειραιάς 2013

Περίληψη

Στη σχολική πραγματικότητα παρά τη βελτίωση των διδακτικών βιβλίων, τη σύγχρονη προσέγγιση της γνώσης, την αρτιότερη κατάρτιση των δασκάλων, σε ερευνητικό επίπεδο έχει καταδειχτεί ιδιαίτερη δυσκολία σε αρκετούς εκπαιδευόμενους να ανταποκριθούν στους στόχους του γνωστικού αντικειμένου των Μαθηματικών, με αποτέλεσμα να βιώνουν ματαιώσεις. Στη μαθησιακή διαδικασία, ωστόσο υπάρχουν ατομικές διαφορές, με αποτέλεσμα οι εκπαιδευόμενοι να εγκλωβίζονται σε μια διδακτική προσέγγιση, καθώς το αναλυτικό πρόγραμμα και τα διδακτικά βιβλία απευθύνονται μέσω των δραστηριοτήτων τους κυρίως στους οπτικούς τύπους μάθησης, λιγότερο στους ακουστικούς και σχεδόν καθόλου στους κιναισθητικούς.

Από την πρώτη σχολική ηλικία (νηπιαγωγείο) εντάσσονται στη διαδικασία των μαθηματικών εννοιών, όπως προσδιορίζονται μέσα από τους στόχους του αναλυτικού προγράμματος. Με την είσοδό τους στο δημοτικό σχολείο θεωρείται δεδομένη η κατάκτηση βασικών μαθηματικών εννοιών, καθώς καλούνται να ανταποκριθούν σε πιο σύνθετες μαθηματικές δραστηριότητες.

Στην παρούσα ερευνητική εργασία επιδιώχθηκε να απομονωθούν κάποιοι από τους προαναφερθέντες παράγοντες προκειμένου να γίνει η μαθησιακή διαδικασία πιο εύληπτη από τους μαθητές και εν συνεχεία να διαπιστωθεί κατά πόσο η παρέμβαση αυτή μπορεί να έχει θετικά αποτελέσματα τόσο ως προς τους επιδιωκόμενους μαθησιακούς στόχους όσο και ως προς τη διερεύνηση των στάσεων του κάθε εκπαιδευόμενου. Οι παράγοντες στους οποίους στοχεύει η παρούσα μελέτη, αφορούν στον τρόπο προσέγγισης των μαθηματικών εννοιών, οπτική μετάδοση της πληροφορίας και ενσώματη αποτύπωσή της και στις στάσεις, ως προς τη φύση του μαθήματος, την αυτοπεποίθηση και την αναγνώριση της χρησιμότητας των Μαθηματικών έξω από τη σχολική κοινότητα.

Κατασκευάστηκε, λοιπόν, ένα εκπαιδευτικό ψηφιακό παιχνίδι για τα Μαθηματικά με το λογισμικό Kodu και με την υποστήριξη του Kinect της Microsoft με τις εξής παραμέτρους: να περιλαμβάνει δραστηριότητες που ανταποκρίνονται στους στόχους του αναλυτικού προγράμματος, να υπάρχει αλληλεπίδραση, να είναι

συμβατό με την ηλικία των εκπαιδευόμενων και να ανταποκρίνεται στο εξατομικευμένο στυλ μάθησης του κάθε εκπαιδευόμενου.

Αξιοποιήθηκε ως μέσο για την ενεργητική συμμετοχή και την αποτελεσματικότητα της μαθησιακής διαδικασίας που αφορά την εννοιολογική διαδικαστική και πραξιακή προσέγγιση της πρόσθεσης και των προσθετικών προβλημάτων για κάθε υπό διερεύνηση τύπο μάθησης.

Οι εκπαιδευόμενοι, οπτικοί και κιναισθητικοί, ενεπλάκησαν ενεργά σε προσθετικές, νοητικές κατασκευές μονοψήφιων αριθμών μέσα από αριθμητικές πράξεις και επίλυση προσθετικών προβλημάτων, αρχικά με φύλλα εργασίας και κατόπιν μέσω του ψηφιακού παιχνιδιού. Κλήθηκαν να βιώσουν και να περιγράψουν το πώς διαχειρίστηκαν και αξιοποίησαν σε ποιοτικό επίπεδο τις αθροιστικές στρατηγικές. Οι εκπαιδευόμενοι της Α΄τάξης του Δημοτικού έχουν διδαχθεί ήδη την πρόσθεση, ενώ οι εκπαιδευόμενοι του Νηπιαγωγείου έχουν εισαχθεί στην έννοια της πληθυκότητας συνόλου – συνόλων, χωρίς την εκμάθηση αθροιστικών στρατηγικών.

Τα ερευνητικά ερωτήματα που τέθηκαν είναι τα ακόλουθα:

Ε1:Θα υπάρξουν μεταβολές ποιοτικά και ποσοτικά στις αθροιστικές στρατηγικές των εκπαιδευόμενων μετά την εμπλοκή τους με τις ψηφιακές δραστηριότητες;

Ε2:Θα υπάρξουν μεταβολές σχετικά με τις στάσεις και τις αντιλήψεις των εκπαιδευόμενων ως προς τα μαθηματικά;

Ο εκπαιδευόμενος, κατά την αλληλεπίδρασή του με τις ψηφιακές δραστηριότητες πρέπει να βρει λύσεις και να μεθοδεύσει στρατηγικές. Έτσι γίνεται ο ίδιος παραγωγός της γνώσης και όχι απλός καταναλωτής της. Προσπαθεί να διερευνήσει το πεδίο και να πειραματιστεί μέσω των ευρετικών (heuristics). Μέσα από επιλογές οδηγείται σε γόνιμες πλοκές του παιχνιδιού αξιοποιώντας τις δικές του διαδρομές σκέψης. Μ’ αυτόν τον τρόπο ο εκπαιδευόμενος γοητεύεται από την επίλυση προβλήματος, μια πολυσύνθετη διαδικασία, ξεχνά ότι μαθαίνει, αλλά δεν ξεχνά τι έχει μάθει. Τα ευρήματα ήταν κοινά με συναφείς έρευνες σε ό,τι αφορά τις διαδικασίες με υλικά. Υπήρξαν μεταβολές προς το θετικό ποιοτικά και ποσοτικά στους οπτικούς και κιναισθητικούς εκπαιδευόμενους μετά την εμπλοκή τους με τις ψηφιακές δραστηριότητες. Όσον αφορά τις στάσεις υπήρχαν διαφοροποιήσεις σχετικά με τη χρησιμότητα των μαθηματικών αναγνωρίζοντας την εξελικτική μαθησιακή διαδικασία, αλλά χωρίς να τη συνδέουν απαραίτητα με την καθημερινή ζωή. Θετική μεταβολή υπήρχε σε όλους τους εκπαιδευόμενους σχετικά με την αυτοπεποίθηση, όταν «κάνουν μαθηματικά»

Λέξεις Κλειδιά : στυλ μάθησης, οπτικό-κιναισθητικό στυλ, υλικά, ενσώματα μαθηματικά, αθροιστικές στρατηγικές-προσθετικά προβλήματα, στάσεις, kodu, Kinect.

Abstract

In the current school reality a significant percentage of students face difficulties in understanding mathematical concepts. These difficulties may be linked with factors that are related with the students and/or with the learning and teaching procedures in school.

Research reports that the improvements of the textbooks, the contemporary approaches to learning and teaching, and the teachers' comprehensive professional development are not sufficient for the students' overcoming their difficulties with Mathematics, thus resulting in their negative experiences with this subject. Nevertheless, the existence of individual differences in the learning process have caused the students' being 'trapped' within *one* teaching approach, since the curriculum and the textbooks are addressed through the various activities predominantly to visual learners and to a lower degree to auditory learners, while there is almost no explicit reference to kinaesthetic learners.

Even from the first school years (kindergarten) the learners are expected to be familiarised with mathematical concepts, as they are defined through the curriculum objectives. Their entering to primary school assumes their acquisition of elementary mathematical concepts, since the students are required to interact meaningfully in more complex activities.

The aim of this study was to isolate some of the aforementioned factors with the purpose for the teaching process to be more accessible to more students and, to evaluate the results of this intervention with respect to the learning goals, as well as with respect to the students' attitudes. Following these, in these study we concentrated in the various ways of approaching a mathematical concept, the visual transmission of the information and the embodied enacting, regarding the nature of the subject, the students' confidence and their appreciation of the usefulness of Mathematics outside school.

Consequently, an educational digital game about Mathematics was designed in Kodu with Kinect support (Microsoft) considering the following: to include

activities that are in line with the curriculum objectives, to allow for and to facilitate interaction, to reflect the learners' learning style and to be compatible with the learners' age.

The game was utilised as means for facilitating the learners' active participation and the effectiveness of the learning process with respect to the conceptual enactive and procedural approach of addition and addition word problems for each of the under investigation learning styles.

The visual and kinaesthetic learners were actively involved in mentally constructing additions of one-digit numbers through numerical operations and addition problems; starting with worksheets and moving on to working with the digital game.

The learners were asked to describe the qualitative ways that they utilised the various addition strategies.

The primary school children (Grade A) had been already taught addition, while the kindergarten children had been familiarised with the cardinality of sets, without any explicit reference to addition strategies.

The research questions posed were the following:

RQ1: What are the qualitative and quantitative changes (if any) regarding the students' addition strategies after their interaction with the game?

RQ2: What are the changes (if any) with respect to the students' attitudes and views about mathematics?

The students' interaction with the digital activities seeks for solutions and utilise strategies. Hence, they become the source of the constructed knowledge and not a passive 'receiver'. They have the opportunity to explore the field and to experiment through different heuristics. Consequently, the learners exploit the features of the game, utilising their own thinking paths and learning styles . At the same time, the learners are building positive attitudes towards the subject known,

as the game is a complex, yet charming process, thus further reinforcing the constructed knowledge. Consequently, with the digital game, the students may forget that they are in the process of learning, without forgetting what they learn.

The findings of the study are in accordance with previous research projects regarding the processes with materials. Quantitative and qualitative differences were found in both kinaesthetic and visual learners with respect to their engagement with digital activities. Considering the learners' attitudes, positive developments were found about the usefulness of mathematics recognising a developmental learning process, without necessarily linking mathematics with everyday life. Finally, all learners showed positive changes to their confidence when 'doing mathematics'.

Key words: learning styles, embodied mathematics, materials, Kodu, Kinect, addition strategies-addition word problems, attitudes.

Ευχαριστίες

Για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κ.Σάμψων για την καθοδήγηση και την υποστήριξη του.

Θα ήθελα να απευθύνω θερμές ευχαριστίες στους μαθητές μου που με τη διαφορετικότητά τους αποτέλεσαν την πηγή έμπνευσης αυτής της ερευνητικής εργασίας.

Επίσης, κρίνεται απαραίτητο να ευχαριστήσω τους γονείς μου, Κωνσταντίνο και Φωτούλα καθώς και τον αδερφό μου, Ανδρέα, για την αμέριστη αγάπη, φροντίδα και στήριξη.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τις φίλες μου Ιωάννα Κλωνή , Χαρά Αγιαννίδου και Σάντυ Περσίδη καθώς και τη συμφοιτήτριά μου Ελισσάβετ Βοργιά για την πίστη ότι τίποτα δεν είναι τόσο μακριά, ώστε να μην μπορείς να το προσεγγίσεις, αλλά και για τη «διαδρομή».Τέλος, τον Κωστή Μπ. για τα «βήματα» και για τις πολλές και διαφορετικές «πορείες».

«Δίδαξέ με τις πιο δύσκολες έννοιες για μένα στο δικό μου στυλ. Άφησέ με να διερευνήσω τις πιο εύκολες έννοιες σε διαφορετικό στυλ. Μη διδάσκεις όλη την ώρα το δικό σου στυλ σκεπτόμενος, ότι δεν μπορώ να μάθω αλλιώς.» (Virleen N. Carlson)

Περιεχόμενα

Κατάλογος Εικόνων

Κατάλογος Πινάκων

Κεφάλαιο 1
Μαθηματικά : Θεωρία και Πράξη

1.1Εισαγωγή

Ο Van de Walle (Walle V. , 2007) αναφέρει ότι η αντίληψη για τα Μαθηματικά σύμφωνα με την οποία «τα Μαθηματικά βασίζονται στην εφαρμογή κανόνων, στην εκτέλεση υπολογισμών και στην αναζήτηση σωστών απαντήσεων, αποτελεί μια κατάφορη διαστρέβλωση της φύσης των Μαθηματικών».

«Τα μαθηματικά πρέπει να επικεντρώνονται στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και του συλλογισμού, στην καλλιέργεια ικανοτήτων και δεξιοτήτων επίλυσης προβλήματος και στην απόκτηση από τους εκπαιδευόμενους εμπιστοσύνης στον εαυτό τους γι' αυτές τις ικανότητες». (Σακονίδης, 2004)

1.2 Η προτεινόμενη μαθησιακή και διδακτική προσέγγιση μαθηματικών εννοιών στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση μέσα από διδακτική των μαθηματικών

Η μάθηση και η διδασκαλία των σχολικών μαθηματικών προσδιορίζεται μέσα από τις γενικές αρχές σχεδιασμού και τις βασικές αρχές. Οι γενικές αρχές αναφέρονται στο ποιος είναι ο τρόπος διδακτικής μαθηματικών εννοιών με πρωταγωνιστή έναν εκπαιδευόμενο που περιγράφει, δρα, ερμηνεύει, προβληματίζεται, αναστοχάζεται, εμπλέκεται, επιλύει , κάνει συλλογισμούς προσδιορίζοντας και ικανοποιώντας με αυτό τον τρόπο το σκοποθετικό πλαίσιο της μαθηματικής εκπαίδευσης. Οι βασικές αρχές αναφέρονται στον τρόπο που πρέπει να διδάσκονται τα μαθηματικά στο σχολείο. Ο Van De Walle (Walle, Μαθηματικά για το δημοτικό και το γυμνάσιο.Μια εξελικτική διαδικασία, 2005) ισχυρίζεται ότι όλοι οι εκπαιδευόμενοι έχουν ίσες ευκαιρίες στη μάθηση και μπορούν να μάθουν μαθηματικά.

1.2.1 Γενικές αρχές σχεδιασμού της διδασκαλίας των μαθηματικών:

Στη σημερινή εποχή έχει διαμορφωθεί ένα κοινά αποδεκτό πλαίσιο για τη μάθηση και τη διδασκαλία των σχολικών μαθηματικών. Αυτό αποτελεί τον τρόπο προσέγγισης των μαθηματικών εννοιών και προσδιορίζει και τους βασικούς σκοπούς της μαθηματικής εκπαίδευσης. Οι σκοποί είναι οι εξής : (Walle, Μαθηματικά για το δημοτικό και το γυμνάσιο.Μια εξελικτική διαδικασία, 2005)

- Να μάθουν τα παιδιά να εμπλέκονται σε διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων
- Να έχουν εμπιστοσύνη στις ικανότητές τους για να εμπλακούν σε μαθηματικές δραστηριότητες.
- Να συνειδητοποιήσουν τη χρηστική αξία των μαθηματικών.
- Να μάθουν να κάνουν μαθηματικούς συλλογισμούς

Ο τρόπος προσέγγισης και το σκοποθετικό πλαίσιο ορίζουν οι εκπαιδευόμενοι να μαθαίνουν και να ενεργούν σε ένα μαθησιακό περιβάλλον στο οποίο προωθείται η ενεργητική συμμετοχή και η πίστη στις ικανότητές τους.

Οι κάτωθι μελετητές εκφράζουν νέες αντιλήψεις για την καλύτερη και αποδοτικότερη διδασκαλία των σχολικών μαθηματικών προτείνοντας ο καθένας κάποιες γενικές αρχές σχεδιασμού.

Η Τζεκάκη (Τζεκάκη, 2010, σ. 25) προτείνει μια γενική περιγραφή της νέας αντίληψης για τη διδασκαλία των μαθηματικών:

- Οι μαθηματικές έννοιες κατακτούνται όχι με την απλή ενασχόληση με τα μαθηματικά αντικείμενα, αλλά μέσα από τη δράση των εκπαιδευομένων στις μαθηματικές δραστηριότητες. Οι εκπαιδευόμενοι καλούνται να αναζητήσουν σχέσεις, ιδιότητες, ομοιότητες και διαφορές, να εντοπίσουν σχέδια και κανόνες και τέλος να επιλύσουν και να εμπλακούν σε προβληματικές καταστάσεις.
- Οι εκπαιδευόμενοι καλούνται να αναστοχαστούν πάνω στα αποτελέσματα των δράσεών τους. Συζητούν, εξηγούν τι έκαναν και αιτιολογούν τις

epιλογές τους προκειμένου να καταλήξουν σε ένα συμπέρασμα. Το συμπέρασμα στο οποίο θα καταλήξουν είναι το «πρώτο στοιχείο μαθηματικής ανάπτυξης».

- Οι δραστηριότητες προκαλούν το ενδιαφέρον των εκπαιδευομένων και σχετίζονται άμεσα με τα βιώματά τους. Επιλέγονται από τον εκπαιδευτικό με τέτοιο τρόπο, ώστε να οδηγούνται οι εκπαιδευόμενοι στην επιθυμητή δράση με τη λιγότερη δυνατή παρέμβαση του διδάσκοντα.

Ο Clarke (1997), (Τζεκάκη, Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτησχολική ηλικία , 2010, σ. 39)υποστηρίζει πως υπάρχουν κάποια στοιχεία προκειμένου να γίνει πιο αποδοτική η διδασκαλία των μαθηματικών. Οι καλύτερες διδακτικές πρακτικές είναι οι εξής :

- Οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να ενθαρρύνονται να δρουν και να σκέφτονται πάνω στις δράσεις τους.
- Τα προβλήματα πρέπει να είναι πρωτότυπα και να αποτελούν το σημείο έναρξης, χωρίς να υπάρχουν υποδείξεις για τη λύση τους.
- Οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να δρουν σα σύνολο μέσα στην τάξη. Μπορούν επίσης ατομικά, ή σε μικρότερες ομάδες.
- Επιδιώκεται η δημιουργία ενός πλαισίου μέσα στην τάξη, όπου θα αναπτύσσεται « ο μαθηματικός διάλογος» ανάμεσα στον εκπαιδευτικό και τους εκπαιδευόμενους.
- Η διδασκαλία πρέπει να επικεντρώνεται στις μεγάλες ιδέες των μαθηματικών.
- Πρέπει να γίνεται χρήση άτυπων μεθόδων αξιολόγησης.
- Τα εκπαιδευτικά μέσα και τα υλικά πρέπει να είναι διαθέσιμα και να ανταποκρίνονται στα ενδιαφέροντα και τις ανάγκες των εκπαιδευομένων

1.2.2 Βασικές αρχές σχεδιασμού της διδασκαλίας των μαθηματικών

Παρακάτω παρατίθενται κάποιες βασικές αρχές για τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση και συγκεκριμένα το πως πρέπει να διδάσκονται τα σχολικά μαθηματικά.

Σύμφωνα με τους Σόνια Καφούση και Χρυσάνθη Σκουμπουδρή (Καφούση&Σκουμπουρδή, 2010, σ. 48) οι βασικές αρχές για τη μάθηση και τη διδασκαλία των σχολικών μαθηματικών είναι οι εξής:

- Τα παιδιά με την είσοδό τους στο σχολείο έχουν κάποιες «άτυπες» μαθηματικές γνώσεις και έχουν αναπτύξει άτυπα αυτοσχέδιες στρατηγικές επίλυσης των καθημερινών τους προβλημάτων. Αυτές οι άτυπες γνώσεις είναι και η αφετηρία για τη διδασκαλία των σχολικών μαθηματικών. Οι μαθηματικές έννοιες θα οικοδομηθούν πάνω στις πρώιμες μαθηματικές τους εμπειρίες.
- Σε όλα τα παιδιά πρέπει να παρέχονται ίσες ευκαιρίες μάθησης ανάλογα με τις εκάστοτε ανάγκες τους. «Όλα τα παιδιά έχουν την ικανότητα να μάθουν μαθηματικά ανεξάρτητα από τις ιδιαιτερότητες και το κοινωνικοπολιτισμικό τους υπόβαθρο» (Walle, Μαθηματικά για το δημοτικό και το γυμνάσιο.Μια εξελικτική διαδικασία, 2005).
- Η μάθηση των μαθηματικών εννοιών είναι μια νοητική διεργασία και προσδιορίζεται μέσα από το κοινωνικό πολιτισμικό πλαίσιο της εκάστοτε σχολικής τάξης (Cobb,1991). (Τζεκάκη, Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία, 2010) Επομένως, η μαθηματική έννοια δεν κατακτάται ανεξάρτητα από το πλαίσιο που μαθαίνεται, αλλά προκύπτει μέσα από την αλληλεπίδραση των μελών της σχολικής τάξης.
- Οι μαθητές πρέπει να εμπλέκονται σε προβληματικές καταστάσεις και να έχουν τη δυνατότητα να αναστοχάζονται πάνω στα αποτελέσματα των ενεργειών τους. Η κατάκτηση της μαθηματικής έννοιας είναι μια μακρόχρονη διαδικασία νοητικών ενεργειών, αναδιοργάνωσης γνώσεων και αναστοχασμού. Δεν αρκεί δηλαδή ο μαθητής να παρουσιάσει την επίλυση μιας άσκησης αλλά, να αναστοχαστεί πάνω στις διαδρομές που τον οδήγησαν στη λύση ή στις λύσεις.

Μερικές βασικές αρχές για τη μάθηση των σχολικών μαθηματικών είναι οι ακόλουθες:

- Η αποτελεσματική διδασκαλία των μαθηματικών απαιτεί κατανόηση του τι γνωρίζουν οι εκπαιδευόμενοι, τι χρειάζεται να μάθουν και στη συνέχεια εξασφάλιση της πρόκλησης και της υποστήριξης για να μάθουν(αρχή της διδασκαλίας Van De Walle (Walle, Διδάσκοντας μαθηματικά, 2007, σ. 35)
- «Η μαθηματική γνώση δε μεταδίδεται, αλλά οικοδομείται με βάση τις άτυπες γνώσεις που διαθέτει από τις μαθηματικές και μη μαθηματικές του εμπειρίες». (Καφούση&Σκουμπουρδή, 2010, σ. 49)
- «Αποτελεσματικότερη μάθηση έχουμε όταν ενεργοποιείται το ενδιαφέρον και υπάρχει εμπλοκή στις μαθηματικές δραστηριότητες με ενεργητικό και βιωματικό τρόπο». (Λεμονίδης, 2006)

Η Ε.Κολέζα (2008, σσ. 33-38) κάνει μια σειρά από προτάσεις για την καλύτερη διδασκαλία των μαθηματικών με στόχο την κατανόηση:

1. Βασίστε τη διδασκαλία σας πάνω στις γνώσεις και τις εμπειρίες που οι μαθητές φέρνουν στην τάξη.
2. Δημιουργήστε συνδέσεις:

α. Συνδέσεις μεταξύ των Μαθηματικών και:

-καθημερινής εμπειρίας

-άλλων επιστημονικών περιοχών

-εννοιών και διαδικασιών

β. Συνδέσεις μεταξύ της προϋπάρχουσας γνώσης και της νέας πληροφορίας.

γ. Συνδέσεις μεταξύ των αναπαραστάσεων μιας έννοιας

3. Προτείνετε δραστηριότητες που καλλιεργούν το μαθηματικό τρόπο σκέψης

   -Ερμηνεία ή δημιουργία πολλαπλών αναπαραστάσεων της ίδιας μαθηματικής ιδέας.

-Ανάλυση και αξιολόγηση ισχυρισμών ή τρόπων λύσης ενός προβλήματος

-Κατασκευή και όχι μόνο απλή επίλυση προβλημάτων

-Διόρθωση λαθών ή διατύπωση συμβουλευτικών οδηγιών

4.Χρησιμοποιείστε πλούσιες δραστηριότητες

5.Χρησιμοποιείστε την τεχνολογία με κατάλληλο τρόπο

1.2.3 Η αξία της μαθηματικής δραστηριότητας μέσα από τη μάθηση και τη διδακτική των Μαθηματικών

Σύμφωνα με τις γενικές και βασικές αρχές οι εκπαιδευόμενοι εμπλέκονται στη μαθηματική δραστηριότητα, για να κατακτήσουν τις μαθηματικές έννοιες με βιωματικό τρόπο ατομικά ή ομαδικά καλλιεργώντας το δικό τους μαθηματικό τρόπο σκέψης , αναλύοντας , αξιολογώντας και αιτιολογώντας σχέσεις και δομές.

Αναλυτικότερα, ο πυρήνας της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι η μαθηματική δραστηριότητα**,**στην οποία συμμετέχουν οι εκπαιδευόμενοι διαπραγματευόμενοι τις σκέψεις τους για τη λήψη μιας κοινά αποδεκτής από την κοινότητα της τάξης απόφασης στο ερώτημα που θέτει η δραστηριότητα. Ο σχεδιασμός της δραστηριότητας και η πραγμάτωση της στην τάξη θα πρέπει να ικανοποιεί το βασικό στόχο της μαθηματικής εκπαίδευσης που είναι η σταδιακή εξέλιξη των εννοιών- ιδεών-συλλογισμών και των πρακτικών-δράσεων των εκπαιδευομένων σε όλο και πιο ολοκληρωμένες μαθηματικούς συλλογισμούς και πρακτικές. «Οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να είναι ικανοί να περιγράφουν, να ερμηνεύουν και να επικοινωνούν με μαθηματικούς όρους τον πραγματικό κόσμο και τον κόσμο των Μαθηματικών» (Κολέζα, 2010, σ. 87)

Συμμετέχοντας σε μια μαθηματική δραστηριότητα καλούνται « να εξερευνήσουν, να διερευνήσουν, να υποθέσουν, να επιλύουν , να δικαιολογήσουν, να αναπαραστήσουν, να διατυπώσουν, να ανακαλύψουν, να κατασκευάσουν, να επαληθεύσουν, να εξηγήσουν, να προβλέψουν, να αναπτύξουν, να περιγράψουν, να χρησιμοποιήσουν». Όλες οι παραπάνω μαθητικές δράσεις, όλα τα ρήματα, συνδέονται με διαδικασίες «κατανόησης» και «ανεύρεσης» λύσης, με ενεργητικές δραστηριότητες, αντί για αποκλειστικά παθητικές(ακούω, αντιγράφω, απομνημονεύω)» (Walle, Διδάσκοντας μαθηματικά, 2007, σ. 48)

Μερικά από τα βασικά χαρακτηριστικά μιας καλής μαθηματικής δραστηριότητας είναι τα ακόλουθα:

- Να είναι αυθεντική και να ενεργοποιεί το ενδιαφέρον των εκπαιδευόμενων.
- Να έχει σαφείς στόχους.
- Να υποκινεί και να υποστηρίζει την ανάπτυξη μαθηματικών ικανοτήτων .
- Να προωθεί διάφορες και διαφορετικές νοητικές διαδρομές .
- Να εξασφαλίζει το μαθηματικό διάλογο.

1.2.3.1 Ο ρόλος της Μαθηματικής Δραστηριότητας

Σύμφωνα με τους Ainley, Pratt & Hansen (Ainley, 2006, pp. 23-38) (2006), ο καλός σχεδιασμός μιας μαθηματικής δραστηριότητας πρέπει να στοχεύει σε δυο άξονες. Ο πρώτος είναι ο σκοπός και ο δεύτερος είναι η χρησιμότητα. Η δραστηριότητα πρέπει να έχει νόημα για τους εκπαιδευόμενους και να εμπλέκονται ενεργά σε αυτή.

Με βάση τα παραπάνω, οι ερευνητές τονίζουν τη σημασία νοηματοδοτημένων μαθηματικών δραστηριοτήτων. Όλες οι δραστηριότητες που πραγματοποιούνται στη σχολική τάξη θα πρέπει να συνδέονται με τις εμπειρίες των εκπαιδευομένων και θα πρέπει να ενσωματώνονται σε καταστάσεις της καθημερινότητας που έχουν νόημα για τους εκπαιδευόμενους. Μόνο σε αυτή την περίπτωση η εμπλοκή των παιδιών με μαθηματικές δραστηριότητες θα είναι διασκέδαση, θα έχει ενδιαφέρον και θα προκαλεί ευχαρίστηση και ικανοποίηση, αλλά και ένα ισχυρότατο κίνητρο για μάθηση.

Επιπλέον, είναι πολύ χρήσιμη η εμπλοκή των παιδιών με συγκεκριμένα υλικά, τα οποία επιτρέπουν αναπαραστάσεις των εννοιών. Τα υλικά δε χρησιμοποιούνται μόνο για την παρουσίαση μιας μαθηματικής έννοιας, αλλά επιδιώκεται η ενεργή εμπλοκή των εκπαιδευομένων με αυτά, προκειμένου να αναπτύξουν συλλογιστικές ικανότητες και στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων. Τα υλικά δίνουν την ευκαιρία στους εκπαιδευόμενους, να σκεφτούν, να συζητήσουν και να συλλογιστούν πάνω σε μια μαθηματική έννοια. Με αυτή την έννοια η αισθησιοκινητική δραστηριότητα εξακολουθεί να θεωρείται πρωταρχική πηγή της μαθηματικής γνώσης (Cobb, 1987).

1.2.3.2 Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στη μαθηματική δραστηριότητα.

Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στην επιλογή και εκχώρηση της μαθηματικής δραστηριότητας και του υλικού είναι καθοριστικής σημασίας. Οι σύγχρονες παιδαγωγικές απόψεις εστιάζουν στη μεταφορά της ευθύνης της μάθησης από τον εκπαιδευτικό στον ίδιο τον εκπαιδευόμενο. Ο τρόπος αυτός είναι σήμερα ένας κοινά αποδεκτός τρόπος για την ανάπτυξη της γνώσης (Samara & Di Biase, 2004).

Ο εκπαιδευτικός πρέπει να λαμβάνει υπόψη του τις προϋπάρχουσες εμπειρίες, γνώσεις και τα βιώματα των μαθητών. Η γνώση αυτή θα αποτελέσει τη βάση για την πλαισίωση και τον σχεδιασμό της μαθηματικής δραστηριότητας. Παρακάτω παρουσιάζονται οι ενέργειες του εκπαιδευτικού κατά την παρουσίαση, τη διάρκεια και κατά την ολοκλήρωση της δραστηριότητας. (Τζεκάκη, Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτησχολική ηλικία , 2010, pp. 51-61)

Στην παρουσίαση της δραστηριότητας :
Όταν προτείνει ο εκπαιδευτικός μια δραστηριότητα μέσα στην τάξη, πρωταρχικό μέλημα του είναι **η κατανόηση του προβλήματος** από τους μαθητές. Σε πολλές περιπτώσεις οι μαθητές κατανοούν διαφορετικά αυτό το οποίο προτείνεται από τον εκπαιδευτικό. Ο ίδιος οφείλει να είναι ευέλικτος και σαφής στους τρόπους παρουσίασης του προβλήματος και όσο το δυνατόν λιγότερο παρεμβατικός.

Κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας :

Αφού οι μαθητές έχουν κατανοήσει το πρόβλημα, ενθαρρύνονται από τον εκπαιδευτικό να **δράσουν αυτόνομα.** Πολλές φορές οι εκπαιδευτικοί δυσκολεύονται να παραχωρήσουν την ευθύνη των λύσεων στους εκπαιδευόμενους και έχουν την τάση να παρεμβαίνουν προσφέροντας έτοιμες λύσεις. Με τον τρόπο αυτό η αυτονομία στη δράση περιορίζεται με αποτέλεσμα να εμποδίζεται και η γνωστική ανάπτυξη. Σύμφωνα με τον Brousseau, όσο περισσότερο ο εκπαιδευτικός λέει συγκεκριμένα στο μαθητή τι να κάνει, τόσο κινδυνεύει να χάσει την ευκαιρία για τη μάθηση στην οποία τελικά στοχεύει Brousseau (1990, p. 41)

Ένα ακόμα ζήτημα που πρέπει να λάβει υπόψη του ο εκπαιδευτικός, είναι η **επικέντρωση στις μεγάλες ιδέες των μαθηματικών** (Clements, 2004). Οι μεγάλες ιδέες είναι οι έννοιες κλειδιά στις οποίες οφείλουν να στρέψουν την προσοχή τους οι εκπαιδευόμενοι με την κατάλληλη ενθάρρυνση του εκπαιδευτικού. Η μάθηση που επιτυγχάνεται με τον τρόπο αυτό είναι τόσο διαδικαστική όσο και εννοιολογική. Πολλές φορές οι εκπαιδευτικοί προκειμένου να οδηγήσουν τους εκπαιδευόμενους στις έννοιες αυτές, τους οδηγούν σε συγκεκριμένες απαντήσεις, με αποτέλεσμα να μην επιτυγχάνεται ο επιδιωκόμενος μαθηματικός προσανατολισμός.

Επιπροσθέτως, ο εκπαιδευτικός οφείλει να είναι ιδιαίτερα προσεκτικός στη **διαχείριση των λαθών** που κάνουν οι εκπαιδευόμενοι. Οφείλει να αξιοποιεί τα λάθη των εκπαιδευόμενων, να αποφεύγει να εκμαιεύει σωστές απαντήσεις και να προσφέρει έτοιμες τις σωστές λύσεις, χωρίς να έχει προηγηθεί καμία νοητική διεργασία. Τα «λάθη» είναι ένα σύνηθες φαινόμενο ειδικά όταν πρόκειται για την εκμάθηση κάτι καινούριου και άγνωστου. Οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να ενθαρρύνονται να παρουσιάζουν τα επιχειρήματά τους, να αιτιολογούν τις απαντήσεις τους και να εξηγούν την πορεία ανάπτυξης της σκέψης τους. Σημασία δεν έχει η παρουσίαση της σωστής λύσης, αλλά οι νοητικές διεργασίες που οδηγούν στις λύσεις. Ο εκπαιδευτικός είναι υπεύθυνος για την ανάπτυξη των μηχανισμών που θα βοηθήσει τους εκπαιδευόμενους να ελέγξουν για να επιβεβαιώσουν ή να απορρίψουν μια απάντηση, δράση, συμπεριφορά ή στρατηγική και να αναζητήσουν μια νέα (Τζεκάκη, Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτησχολική ηλικία , 2010) .Και σε αυτή την περίπτωση η ευθύνη για τη μάθηση πέφτει στον εκπαιδευόμενο, καθώς ο ίδιος αναλαμβάνει να ελέγξει τα αποτελέσματα της μάθησής του μέσα από την εκμάθηση των μηχανισμών ελέγχου.

Κατά την ολοκλήρωση της δραστηριότητας :
Η δραστηριότητα ολοκληρώνεται με την παρουσίαση των αποτελεσμάτων και τη συζήτηση πάνω στους τρόπους με τους οποίους δούλεψαν οι εκπαιδευόμενοι, τις ιδέες που είχαν ή τις στρατηγικές που ανέπτυξαν. Ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει όλους τους εκπαιδευόμενους να εκφράσουν τον τρόπο εργασίας τους, προκειμένου να μοιραστούν τις δράσεις τους με όλη την τάξη. Η αλληλεπίδραση που πραγματοποιείται στην τάξη μέσω της συζήτησης είναι μια πολύ βοηθητική διαδικασία με πολλά οφέλη. Η λεκτική διατύπωση των απόψεων βοηθά από τη μια την επικοινωνία και κατά συνέπεια το μοίρασμα πολλών ιδεών στην τάξη και από την άλλη διαμεσολαβεί στη διαμόρφωση των εννοιών, συμμετέχοντας στην ανάπτυξή τους (Vergnaud, 1996, Cobb et al., 1996). Με αυτό τον τρόπο οι εκπαιδευόμενοι όταν εκφράζουν με το λόγο μια ιδέα ή λύση ή μια εξήγηση, αναπαράγουν τη δράση τους νοητικά, οργανώνουν τη σκέψη τους και αντιλαμβάνονται σε μεγαλύτερο βάθος την έννοια. Επιπλέον, η ενθάρρυνση της αλληλεπίδρασης με τους συνομηλίκους ή τον εκπαιδευτικό τους βοηθά να ανατροφοδοτήσουν τη σκέψη τους με κάποιες πτυχές που ενδεχομένως να μην έχουν σκεφτεί, έτσι μπορούν να σχηματιστούν και νέα νοήματα.
Ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει δράσεις δυναμικής αλληλεπίδρασης στην τάξη, μέσω του διαλόγου ο οποίος διέπεται από τους κανόνες συζήτησης όπως έχουν προκύψει μέσα από την τάξη. Κρίνεται απαραίτητο να εξασκεί τους εκπαιδευόμενους να εκφράζονται με το λόγο, να παρακολουθούν τις περιγραφές και τις εξηγήσεις των άλλων, να τεκμηριώνουν την ορθότητα των απαντήσεων, των αποτελεσμάτων, ή των λύσεων και την επιλογή των στρατηγικών που χρησιμοποίησαν, προκειμένου να οδηγηθούν σε βελτιώσεις. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός επιλέγει τις ερωτήσεις που θα κάνει, οι οποίες θα οδηγήσουν τους μαθητευόμενους, στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων, λύσεων ή στρατηγικών, αλλά θα αναδείξουν και θα προωθήσουν τις συλλογιστικές τους ικανότητες, την ανταλλαγή απόψεων και των ερωτήσεων, στην περίπτωση που δεν έχει

κατανοηθεί κάτι . Ενδεικτικά κάποιες ερωτήσεις που θα μπορούσε να απευθύνει ο εκπαιδευτικός είναι οι εξής : - Με ποιο τρόπο έφτασες σε αυτό το αποτέλεσμα; - Μπορείς να εξηγήσεις τη σκέψη ή τη λύση σου; - Μπορείς να εξηγήσεις στον συμμαθητή σου πως το έκανες; - Θέλει κανείς να προσθέσει κάτι;

Τέλος, για την ανάπτυξη των μαθηματικών νοημάτων είναι απαραίτητο να υπάρχει η σκέψη πάνω στη δράση που πραγματοποίησαν οι εκπαιδευόμενοι και η εξαγωγή συμπερασμάτων που θα οδηγήσει στη γενίκευση της δράσης. Η ενασχόληση των μαθητευόμενων με μια δράση, η λύση ενός προβλήματος ή μια κατασκευή που σχετίζεται με μαθηματικές ιδέες, δεν οδηγεί αυτόματα στην εκμάθηση των μαθηματικών εννοιών. Οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να ενθαρρύνονται από τον εκπαιδευτικό να κάνουν συλλογισμούς πάνω στη δράση τους, να την ανακαλούν, να την επεξεργάζονται και να την αναθεωρούν όταν χρειάζεται. Έχουν πραγματοποιηθεί αρκετές έρευνες που σχετίζονται με αυτή την ικανότητα των μαθητευόμενων αναφορικά με την πραγματοποίηση μαθηματικών έργων (μεταγνωστικές ικανότητες, (Pappas, 2003, pp. 431-450)

Ο εκπαιδευτικός επίσης, ωθεί τα παιδιά να βγάλουν ένα γενικό συμπέρασμα το οποίο θα προκύψει μέσα από την εμπλοκή τους στις δραστηριότητες και να το κατονομάσουν, έτσι ώστε στο εξής να το γνωρίζουν όλοι και να αποτελεί μια επίσημη γνώση της τάξης (Brousseau, 1997)

1.3. Μαθηματικά και σχολικά μαθηματικά

Ο όρος σχολικά μαθηματικά αναφέρεται στα μαθηματικά που διδάσκονται στο σχολείο και βρίσκεται στο επίκεντρο των ερευνών της μαθηματικής εκπαίδευσης. Ποια μαθηματικά διδάσκονται στο σχολείο; Με ποιο τρόπο αυτά διδάσκονται; Ποια η σχέση των σχολικών μαθηματικών με τα μαθηματικά ως επιστήμη;

Η σχέση ανάμεσα στα σχολικά μαθηματικά και τα μαθηματικά ως επιστήμη, διερευνάται. Η γνώση των σχολικών μαθηματικών δεν περιορίζεται μόνο στη γνώση ενός μαθηματικού περιεχομένου, το οποίο σε πολλές περιπτώσεις διαχωρίζεται από αυτό της επιστήμης των μαθηματικών, αλλά επεκτείνεται στη δυνατότητα αναπαραγωγής αυτού που θεωρείται ως αποδεκτό στην τάξη των μαθηματικών. Ο όρος σχολικά μαθηματικά, δε διαμορφώνεται απλώς μέσα από το περιεχόμενο της μαθηματικής επιστήμης. Τα μαθηματικά διδάσκονται μέσα σε ένα σχολικό πλαίσιο, το οποίο επηρεάζει και επηρεάζεται από την εκάστοτε κοινωνική πραγματικότητα. Η σχέση των σχολικών μαθηματικών με τα μαθηματικά ως επιστήμη επηρεάζεται από τις εκάστοτε κοινωνικές και πολιτικές δομές. Οι κοινωνικοπολιτικές δομές είναι αυτές που επηρεάζουν σε κάθε εποχή και τα προγράμματα σπουδών, μέσα από τα οποία προσδιορίζεται το τι, το πώς και το γιατί να διδαχθεί η εκάστοτε επιστήμη.

Η διδασκαλία των μαθηματικών είναι ένα κοινωνικά σχεδιασμένο εγχείρημα, του οποίου η μορφή και το περιεχόμενο καθορίζονται σε συνάρτηση με τις ιδιαίτερες λειτουργίες της εκπαίδευσης ως πεδίο αναπαραγωγής κοινωνικών και ιδεολογικών σχημάτων. Το περιεχόμενο των σχολικών μαθηματικών ενδεχομένως να έχει μικρή σχέση με αυτό των τυπικών μαθηματικών (Κολέζα, μαθηματικά και σχολικά μαθηματικά, 2006, σ. 15)

Στις αρχές του 20 ου αιώνα το «τι» πρέπει να διδαχθεί, το περιεχόμενο δηλαδή, προσδιοριζόταν μόνο από τη μαθηματική επιστήμη. Το «πως» θα διδαχθεί, ο τρόπος δηλαδή της διδασκαλίας προσδιοριζόταν από τον ίδιο τον εκπαιδευτικό, ο οποίος ήταν υπεύθυνος για τη μετάδοση της μαθηματικής γνώσης στους εκπαιδευόμενους κυρίως μέσα από συνεχείς επαναλήψεις.

Τις τελευταίες δεκαετίες έχουν προταθεί νέες προσεγγίσεις σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία των σχολικών μαθηματικών. Οι νέες αντιλήψεις έχουν τις ρίζες τους στα έργα των φιλοσόφων της επιστήμης, όπως ο Kuhn, ο Popper και ο Feyerabend. Με βάση τα σύγχρονα φιλοσοφικά ρεύματα, τα μαθηματικά δεν είναι μια γνώση αντικειμενική και αμετάβλητη, αλλά ένα ανθρώπινο δημιούργημα, που αλλάζει με το χρόνο και τις συνθήκες. Ο Richards (Richards, 1991) αναφέρει ότι «τα μαθηματικά είναι μια κοινωνικά κατασκευασμένη ανθρώπινη δραστηριότητα, που έχει παράδοση, ιστορία και κουλτούρα».

Ο Von Glasersfield (Glaserfield, 1984), υποστηρίζει ότι η γνώση είναι μια εικονική αναπαράσταση της πραγματικότητας ανεξάρτητη του παρατηρητή και πρέπει να αντικατασταθεί από τη γνώση ως κάτι βιώσιμο σε σχέση με τον εμπειρικό κόσμο του γνωρίζοντος υποκειμένου.

Σύμφωνα με τους Maturana και Valera (Marturana&Valera, 1992) , «η γνώση είναι μια ενεργητική δραστηριότητα, η οποία επιτρέπει σε ένα έμβιο ον να συνεχίσει να υπάρχει μέσα σε ένα καθορισμένο περιβάλλον, δημιουργώντας ταυτόχρονα τον δικό του κόσμο. Κάθε δράση είναι γνώση και κάθε γνώση είναι δράση».

Οι ερευνητές της διδακτικής των μαθηματικών οδηγήθηκαν σε νέες προτάσεις για τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών. Η μεταφορά γνώσεων από τον εκπαιδευτικό στους εκπαιδευόμενους, αντικαταστάθηκε από την αντίληψη ότι η μάθηση των μαθηματικών είναι μια διαδικασία κατασκευής γνώσεων στην οποία ο εκπαιδευόμενος εμπλέκεται ενεργά. Η αναγκαιότητα μιας διαφορετικής προσέγγισης των σχολικών μαθηματικών προκύπτει επίσης μέσα από αποτελέσματα ερευνών τόσο στην Ελλάδα όσο και διεθνώς, τα οποία φέρνουν στο φως την επιφανειακή κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και τη δημιουργία απόψεων οι οποίες δεν αποκαλύπτουν την πραγματική φύση της μαθηματικής δραστηριότητας . (Καφούση&Σκουμπουρδή, 2010, σ. 31)

Πέρα από την ενεργητική εμπλοκή των εκπαιδευομένων στις μαθηματικές δράσεις, ένα ακόμη ζήτημα που απασχολεί τους ερευνητές, είναι κατά πόσο η γνώση που προάγεται μέσα από τα σχολικά μαθηματικά μπορεί να εφαρμοστεί σε καταστάσεις της καθημερινότητας. Οι εκπαιδευόμενοι είναι σε θέση να μεταφέρουν τη γνώση τους από το σχολικό πλαίσιο στο κοινωνικό περιβάλλον που αναπτύσσονται;

«Είναι γεγονός ότι όσο πιο πολύ απέχει το περιβάλλον μάθησης από τον περιβάλλοντα στόχο, τόσο λιγότερες πιθανότητες υπάρχουν για να συμβεί αποτελεσματικά η μεταφορά των γνώσεων» (Nunes&Schliemann&Sarraher, 1993) Επιπλέον, αν οι εκπαιδευόμενοι αναγνωρίζουν τη σύνδεση ανάμεσα στα μαθηματικά που μαθαίνουν μέσα και έξω από το σχολείο, τότε τόσο η κατανόηση, όσο και η επίδοσή τους θα είναι καλύτερη (Hiebert&Carpenter, 1992) (Nunes&Schliemann&Sarraher, 1993). Η σύνδεση λοιπόν του σχολικού περιβάλλοντος, με το κοινωνικό πλαίσιο στο οποίο αναπτύσσεται ο εκπαιδευόμενος, είναι καθοριστικής σημασίας. Οι αντιλήψεις αυτές έχουν επηρεάσει επίσης σε μεγάλο βαθμό τα νέα αναλυτικά προγράμματα και προσδιορίζουν το πλαίσιο μέσα στο οποίο θα προαχθεί η μαθηματική γνώση.

Επιπλέον, ένα ακόμη ζήτημα είναι το είδος της μαθηματικής γνώσης στο πλαίσιο του σχολικού περιβάλλοντος. Η διδασκαλία των μαθηματικών αφορά τόσο τη διδασκαλία των απαραίτητων δεξιοτήτων (διαδικαστική γνώση) όσο και τη διδασκαλία εννοιών (εννοιολογική γνώση). Η διαδικαστική γνώση αφορά κυρίως πρακτικές του παρελθόντος, όπου η γνώση θεωρείται περισσότερο παθητική και όχι ενεργητική διαδικασία. Υπάρχουν αρκετά ερευνητικά δεδομένα που υποστηρίζουν ότι η εννοιολογική γνώση πρέπει να προηγείται της διαδικαστικής (Hiebert&Carpenter, 1992) (Gelman, 1990).

Σήμερα, η διδασκαλία των μαθηματικών αφορά τόσο την καλλιέργεια δεξιοτήτων και στρατηγικών όσο και τη διδασκαλία εννοιών, πάντα όμως σε ένα πλαίσιο ενεργητικής εμπλοκής των εκπαιδευομένων, μέσα από καταστάσεις που μπορούν να συνδεθούν με την καθημερινή ζωή και που θα έχουν νόημα για αυτούς. (Bryant, 1996, p. 31)

1.3.1 Ειδικοί στόχοι για τη διδασκαλία των μαθηματικών

«Βασικός στόχος της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι οι μαθητές να αποκτήσουν την ικανότητα να περιγράφουν και να ερμηνεύουν τον πραγματικό κόσμο και τον κόσμο των μαθηματικών με μαθηματικούς όρους…και να δώσουν την ευκαιρία στους μαθητές να επινοήσουν, να «επανεφεύρουν» τα μαθηματικά μέσα από τις διαδικασίες «μαθηματικοποίησης» της πραγματικότητας. (Κολέζα, Ζητήμτα θεωρίας των επιστημών της φύσης, 2008, σ. 87)

Σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης(ΥΠΕΠΘ-ΠΙ,2002) οι ειδικοί στόχοι του μαθήματος είναι :

- Η απόκτηση βασικών μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων
- Η καλλιέργεια της μαθηματικής γλώσσας ως μέσο επικοινωνίας
- Η κατανόηση στοιχειωδών μαθηματικών μεθόδων

- Η εξοικείωση με τη διαδικασία παραγωγής συλλογισμών στην αποδεικτική διαδικασία
- Η ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων
- Η ανάδειξη της δυναμικής διάστασης της μαθηματικής επιστήμης (ιστορική εξέλιξη των μαθηματικών εργαλείων, συμβόλων και εννοιών)
- Η ανάδειξη της δυνατότητας εφαρμογής πρακτικής χρήσης των μαθηματικών
- Η καλλιέργεια της θετικής στάσης απέναντι στα μαθηματικά

Σε κάθε διδακτική ενότητα ο εκπαιδευτικός οφείλει να εκπληρώνονται οι στόχοι αυτοί μέσω των μαθηματικών δραστηριοτήτων και να λαμβάνει υπόψη του τους ειδικούς παράγοντες που συντελούν στη μαθησιακή διαδικασία.

Με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών η διδασκαλία των μαθηματικών στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση δομείται και αναπτύσσεται σε επτά άξονες περιεχομένου. Απ’ αυτούς, «η Επίλυση Προβλήματος», οι «Αριθμοί και Πράξεις», οι «Μετρήσεις» και η «Γεωμετρία» εισάγονται από τις πρώτες τάξεις του δημοτικού, η «Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων» εισάγεται στην Τετάρτη τάξη, ενώ οι «Λόγοι και αναλογίες» και «Εξισώσεις» εισάγονται στην έκτη τάξη. (Τύπας, 2005)

Οι προτεινόμενες διδακτικές προσεγγίσεις στα Μαθηματικά εστιάζουν μέσα από τη διασφάλιση ισότιμων ευκαιριών στην ανάπτυξη της σκέψης και του συλλογισμού, στην επίλυση του προβλήματος και στην επικοινωνία(Σακονίδης,2008)Είμαι ικανός να κάνω μαθηματικά , σημαίνει ότι μπορώ να χρησιμοποιώ με άνεση τη μαθηματική γλώσσα, να φτιάχνω και να λύνω προβλήματα, να αξιολογώ επιχειρήματα και να αναγνωρίζω μια μαθηματική έννοια μέσα σε μια συγκεκριμένη κατάσταση. (Streetfland, 2000)

Οι εκπαιδευόμενοι μέσα από την ενασχόλησή τους με τα μαθηματικά έρχονται σε επαφή με κάποιες ιδέες που μέσα σε ένα ορισμένο χρόνο και χώρο γίνονται βασικές δεξιότητες. Για παράδειγμα καλούνται να γνωρίζουν να μετρούν σωστά, να υπολογίζουν το εμβαδό, να λύνουν μία εξίσωση δευτέρου βαθμού, να γνωρίζουν αποτελεσματικές μεθόδους υπολογισμού δεκαδικών και κλασματικών αριθμών και άλλα σχετικά και ανάλογα με αυτά που ορίζει το πρόγραμμα σπουδών. Όμως όλες αυτές οι δεξιότητες δε σχετίζονται με το «κάνω μαθηματικά». Υπάρχει χρόνος και χώρος για εξάσκηση κατά τη διάρκεια μιας διδακτικής ενότητας –σύμφωνα με το NCTM- Principles and standards-, αλλά πρέπει πάντα να προηγείται η κατανόηση και μετά η εξάσκηση διαφορετικά οι μαθητές θα συγκρατούν ό,τι κρίνεται απαραίτητο για τις γραπτές δοκιμασίες στο σχολείο και θα απομακρύνονται όλο και περισσότερο από την ιδέα «κάνω μαθηματικά»,που αναφέρεται και στην κατανόηση αλλά και στην πεποίθηση ότι ο μαθητής είναι ικανός να βγάλει νόημα από την εμπλοκή του με τα μαθηματικά.

Απαραίτητη προϋπόθεση είναι να υπάρχει και ένα ανάλογο κλίμα, που να μην αναφέρεται μονομερώς στη θύρα βαθμών και επιδόσεων, ούτε στη μη στοχευμένη επαναλαμβανόμενη εξάσκηση, αλλά στην κατανόηση της εισαγόμενης έννοιας, αφού όλα τα παιδιά είναι ικανά να μάθουν και να κάνουν μαθηματικά με τρόπο που να έχει νόημα γι' αυτά. «…είστε ικανοί να βγάλετε νόημα από όσα κάνετε –είστε ικανοί να κάνετε μαθηματικά; Η πιο βασική ιδέα στα μαθηματικά είναι ότι τα μαθηματικά έχουν νόημα» (Walle, Διδάσκοντας μαθηματικά, 2007, σ. 48)

Ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι ιδιαίτερα σημαντικός αφού μέσα από ένα κλίμα αναζήτησης ,εμπιστοσύνης και ελεύθερης έκφρασης ιδεών εγκαλεί τους εκπαιδευόμενους στη μαθηματική διαδικασία. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιεί ενεργητικά ρήματα, που αναφέρονται στη διαδικασία της κατανόησης και ανεύρεσης λύσης. Σύμφωνα με το NCTM- Principles and standards «τα ενεργητικά ρήματα απαιτούν τόλμη, ρίσκο, έκφραση ιδεών με τρόπο που να μπορούν να τις κατανοήσουν και οι άλλοι» .

Συνεπώς, οι εκπαιδευόμενοι μαθαίνουν μέσα από τη δραστηριοποίηση και την ενεργό δράση, που αναφέρεται στην πρωτοβουλία και όχι στην επιβαλλόμενη ιδέα. Τα παιδιά όντως «κάνουν» μαθηματικά με την έννοια της συμμετοχής τους στη δραστηριότητα με όλες τις πτυχές της οντότητας τους (νοητική, φυσική, συναισθηματική και κοινωνική).Τα μαθηματικά έχουν νόημα, όταν οι εμπλεκόμενοι τα θεωρούν κομμάτι του δικού τους κόσμου και «Δε δεχόμαστε ότι τα παιδιά μαθαίνουν μαθηματικά μόνο και μόνο επειδή εμπλέκονται σε άτυπες μαθηματικές διαδικασίες ή ασχολούνται με μαθηματικά αντικείμενα, σχήματα και αριθμούς. Τα παιδιά μπορεί να αντιμετωπίζουν τις καταστάσεις που τους προτείνονται με «καθημερινές» έννοιες στις οποίες δεν δίνουν ιδιαίτερο νόημα, ούτε γενικεύουν, αν δεν έχουν για αυτό κάποιο κίνητρο. Κατά συνέπεια, δεν αναπτύσσουν απαραίτητα νέες έννοιες κι οπωσδήποτε δεν αναπτύσσουν απαραίτητα μαθηματικές ιδέες.» (Η γλώσσα ως μέσο και ως αντικείμενο μάθησης στην προσχολική και πρωτοσχολική ηλικία) (Τζεκάκη, Μαθηματική εκπαίδευση στην προσχολική ηλικία, 2007) (Clements, 2001, pp. 270-275)

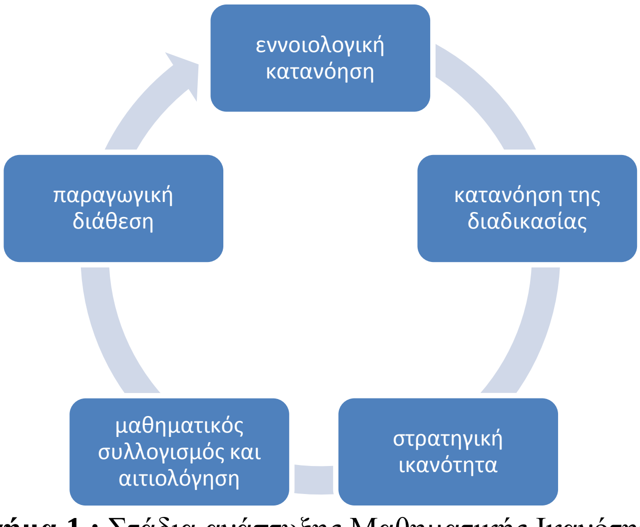
Σύμφωνα με τον (Walle, Διδάσκοντας μαθηματικά, 2007, pp. 47-48) τα μαθηματικά έχουν νόημα, όταν:

Πίνακας 1: Τα Μαθηματικά έχουν νόημα (Van de Walle)

Εκπαιδευόμενοι	Εκπαιδευτικοί
Νιώθουν ότι έχουν νόημα	Ενθαρρύνουν να βγάζουν νόημα απ' αυτό που μαθαίνουν οι εκπαιδευόμενοι
Πιστεύουν ότι είναι ικανοί να βγάλουν νόημα από τα μαθηματικά που μαθαίνουν	Πιστεύουν σε όλους ότι μπορούν να μάθουν με τρόπο που να έχει νόημα γι' αυτούς

Η σταδιακή ανάπτυξη από τους μαθητές της μαθηματικής ικανότητας προϋποθέτει διδασκαλία και μάθηση με κατανόηση και είναι συγχρόνως:

- Γνώση εννοιών(κατανόηση της έννοιας ή εννοιολογική κατανόηση)
- Διαδικασιών (κατανόηση της διαδικασίας ή διαδικαστική άνεση)
- Ικανότητα επίλυσης προβλήματος (στρατηγική ικανότητα)
- Ικανότητα για τεκμηριωμένο μαθηματικό συλλογισμό και αιτιολόγηση και θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά (παραγωγική διάθεση).



Σχήμα 1 : Στάδια ανάπτυξης Μαθηματικής Ικανότητας

1.3.2 Η επίλυση προβλήματος στο επίκεντρο της μαθηματικής εκπαίδευσης

«Πρόβλημα» είναι μια κατάσταση που καλείται να επιλύσει ο εκπαιδευόμενος η οποία χαρακτηρίζεται ως τέτοια για αυτόν, επειδή ακριβώς ο εκπαιδευόμενος δεν έχει έτοιμες λύσεις να την αντιμετωπίσει. Δηλαδή, είναι σημαντικό να τονιστεί ο υποκειμενικός χαρακτήρας μιας κατάστασης προβλήματος. Κάτι που είναι γνωστό για τον εκπαιδευτή μπορεί να αποτελεί μια κατάσταση προβλήματος για τον εκπαιδευόμενο.

Σε ένα εκπαιδευτικό πρόβλημα οι εκπαιδευόμενοι συχνά εστιάζουν στο τι θα μάθουν και όχι στο πως θα σκεφτούν. Δηλαδή, ότι η γνώση αντιμετωπίζεται από τους μαθητές ως ένα προϊόν παραγόμενο από κάποιον άλλο (μια αυθεντία, το δάσκαλο, το βιβλίο κτλ), παρά σαν μια νοητική κατασκευή που σχετίζεται με τη ζωή τους και προέρχεται από αυτούς.

Σε ένα πρόβλημα ο μαθητής δεν έχει **έτοιμες λύσεις**, θα πρέπει να ορίσει, να αναπαραστήσει και να ακολουθήσει συγκεκριμένες στρατηγικές για να το επιλύσει.

1.3.2.1 Εκπαιδευτικοί στόχοι του προβλήματος

Οι εκπαιδευτικοί στόχοι στους οποίους μπορεί να ανταποκριθεί είναι:

i) Να αναπτύξουν τη δημιουργική σκέψη, να καλλιεργήσουν στοιχεία κριτικής σκέψης και να ενισχύσουν μεταγνωστικές δεξιότητες. Οι εκπαιδευόμενοι χρησιμοποιούν τη μεταγνώση όταν προσφεύγουν στον εσωτερικό διάλογο, για να χαράξουν τη διαδικασία λύσης ενός προβλήματος και να αξιολογήσουν την ορθότητα της. Η μεταγνώση τους διευκολύνει στην απόκτηση και τον έλεγχο της γνώσης και συνεπάγεται σκέψεις για το τί γνωρίζουν και τι αγνοούν βοηθώντας τους έτσι στο να εντοπίζουν τις νοητικές ικανότητες και τις αδυναμίες τους.

ii) Να αναπτύξουν οι εκπαιδευόμενοι την ικανότητα κατανόησης και διερεύνησης ενός ερωτήματος ή προβλήματος με οργανωμένο και συστηματικό τρόπο.

iii) Να έχουν τον έλεγχο επιλέγοντας τις δικές τους στρατηγικές επίλυσης και να προάγεται η αυτοκατευθυνόμενη μάθηση. Με τον όρο αυτοκατευθυνόμενη μάθηση εννοούμε εκείνη την διαδικασία μάθησης η οποία προέρχεται από τις ενέργειες των ίδιων των μαθητών, ενώ ο διδάσκων λειτουργεί ως διευκολυντής της γνώσης, δημιουργώντας τις κατάλληλες συνθήκες

iv) Να μπορεί ο εκπαιδευόμενος να κατακτήσει το γνωστικό αντικείμενο.

1.3.2.2 Η αξία της επίλυσης του προβλήματος

Μέσω της λύσης προβλήματος οι εκπαιδευόμενοι γίνονται οι ίδιοι παραγωγοί της γνώσης και όχι καταναλωτές της. Έτσι, λοιπόν αντιμετωπίζεται το πρόβλημα που έχουν πολλοί εκπαιδευόμενοι, ότι η γνώση είναι ξένη προς τη ζωή και τις ανάγκες τους και απαντώνται ερωτήματα όπως «γιατί να το μάθω αυτό».

Μέσα από την κατάσταση προβλήματος η γνώση ανακύπτει ως αποτέλεσμα αναγκαιότητας για επίλυση προβλήματος του ανθρώπου. Αποκτά ανθρωπολογικό χαρακτήρα. Δεν είναι απρόσωπη.

Μέσα από την επίλυση του προβλήματος μπορούν οι μαθητές να εισάγουν μια καινούρια γνώση τόσο ως αντικείμενο νοητικής κατάκτησης και κατασκευής, αλλά και ως εργαλείο εφαρμογής σε νέες καταστάσεις.

Επιπλέον, ενισχύεται ο κοινωνικός χαρακτήρας της κατασκευής της γνώσης, καθώς στην επίλυση του προβλήματος μπορούν να συνεργαστούν οι εκπαιδευόμενοι, να ανταλλάξουν απόψεις για τις νοητικές τους κατασκευές. Άρα, η γνώση αποκτά ένα κοινωνικό χαρακτήρα και εγκαθιδρύεται μέσα στην σχολική τάξη. Η γνώση θεσμοθετείται μέσα από την ομάδα των εκπαιδευομένων και γίνεται πιο «αληθινή» (με την έννοια ότι ανήκει στην πραγματικότητά τους).

Σημαντική συμβολή στην εξυπηρέτηση αυτού του σκοπού της επίλυσης προβλήματος αποτελεί η προσεκτική επιλογή από τον εκπαιδευτικό της κατάστασης προβλήματος: να μην μπορεί να λυθεί άμεσα, αλλά και να είναι προσιτό από τους μαθητές και το γνωστικό τους οπλοστάσιο.

Οι εκπαιδευόμενοι αποφεύγουν να λύσουν ένα πρόβλημα από φόβο μήπως δεν τα καταφέρουν, από άγχος αποτυχίας. Στο μοντέλο επίλυσης προβλήματος δε δίνεται έμφαση μόνο στο αποτέλεσμα των εργασιών των εκπαιδευομένων, αλλά και σε χαρακτηριστικά όπως η καλλιέργεια αυτοπεποίθησης όλων των μαθητών (και των αδύναμων, αφού δεν έχουν λιγότερες ικανότητες), η επικοινωνία στην ομάδα και η συνεργασία, έννοιες που είναι δύσκολο να εκτιμηθούν.

Για την επιστήμη των μαθηματικών η επίλυση προβλήματος βρίσκεται στο επίκεντρο της μαθηματικής εκπαίδευσης, όχι απαραίτητα ως ανεξάρτητη θεματική περιοχή αλλά ως βασικός άξονας γύρω από τον οποίο οργανώνεται η διδασκαλία βασικών μαθηματικών εννοιών. Ανάλογα με την ηλικία τους, οι μαθητές καλούνται να συλλέγουν και να επεξεργάζονται δεδομένα που δίνονται όχι μόνο μέσα από ένα κείμενο αλλά και μέσα από μια εικόνα, ένα πίνακα ή μια γραφική παράσταση**.** Τα προβλήματα που καλούνται οι εκπαιδευόμενοι να λύσουν είναι πολλών κατηγοριών: απλά προβλήματα, σύνθετα προβλήματα, προβλήματα διαδικασιών ανοικτά προβλήματα, εφαρμοσμένα προβλήματα ή προβλήματα της καθημερινής ζωής, προβλήματα με υπόθεση, προβλήματα κατασκευών, προβλήματα πολλαπλών επιλογών, προβλήματα – γρίφοι .

1.3.2.3 Η επίλυση του προβλήματος με βάση τα ΑΠΣ και ΔΕΠΠΣ.

Η επίλυση προβλήματος βρίσκεται στο επίκεντρο της μαθηματικής εκπαίδευσης όχι ως ανεξάρτητη θεματική περιοχή, αλλά ως βασικός άξονας γύρω από τον οποίο οργανώνεται η διδασκαλία βασικών μαθηματικών εννοιών. Στο δημοτικό σχολείο ανάλογα με την ηλικία τους οι εκπαιδευόμενοι καλούνται να συλλέγουν και να επεξεργάζονται δεδομένα που δίνονται όχι μόνο μέσα από ένα πληροφοριακό κείμενο, εικόνες, πίνακες .

Στο πλαίσιο του Α.Π.Σ. για τα Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση (ΥΠΕΠΘ-ΠΙ, 2002), η επίλυση προβλήματος, όπως αποτυπώνεται και αναφέρεται (Βαμβακούση, 2005) έχει νέα διάσταση στη διδακτική και μαθησιακή του προσέγγιση. «…το μαθηματικό πρόβλημα πάντα κατείχε σημαντική θέση στη διδασκαλία των μαθηματικών. Ωστόσο, η αντίληψη για το τι συνιστά μαθηματικό πρόβλημα, με ποιο τρόπο προσεγγίζεται και ποιοι είναι οι επιδιωκόμενοι διδακτικοί στόχοι, είναι πολύ διαφορετική στα καινούργια βιβλία των Μαθηματικών…».

Η διδακτική μέθοδος που εμφανίζεται στη διεθνή βιβλιογραφία αρχίζει με τον ορισμό ενός προβλήματος, μιας προβληματικής κατάστασης στην οποία εμπλέκονται οι μαθηματικές έννοιες που πρέπει να διδαχτούν.

Στα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών που γράφτηκαν με βάση ΑΠΣ και το ΔΕΠΠΣ(ΥΠΕΠΘ-ΠΙ,2002), οι εκπαιδευόμενοι καλούνται (Βαμβακούση, 2005)

- ❖ Να επεξεργαστούν μη τυπικά προβλήματα, όπως προβλήματα με περισσότερες από μία λύσεις ή προβλήματα χωρίς αριθμούς
- ❖ Να αποκωδικοποιήσουν, να αξιολογήσουν και να αξιοποιήσουν πληροφορίες που δίνονται από διαφορετικές πηγές (εικόνα, κείμενο, πίνακα, διάγραμμα)
- ❖ Να κατασκευάσουν δικά τους προβλήματα, είτε με δεδομένους αριθμούς, είτε με δεδομένη απάντηση, είτε συμπληρώνοντας ερωτήματα σε ένα κείμενο.
- ❖ Να χρησιμοποιήσουν την εκτίμηση, για να προβλέψουν τα αποτελέσματα.
- ❖ Να χρησιμοποιήσουν εναλλακτικές στρατηγικές υπολογισμού.

Συγχρόνως, τα μαθηματικά προβλήματα τίθενται σε πλαίσια καταστάσεων που είναι οικείες στα παιδιά και έχουν νόημα γι’ αυτά συνδεόμενα με την πραγματικότητα και τους περιορισμού της.

Τα νέα Α.Π.Σ. των Μαθηματικών στο Δημοτικό σχολείο έχουν ως στόχους μεταξύ άλλων:

• Την οικοδόμηση βασικών μαθηματικών εννοιών, γνώσεων και διαδικασιών.

• Τη μάθηση του τρόπου επαναδόμησης και επαναδιατύπωσης ενός προβλήματος από μια εξωμαθηματική περιοχή, σε μαθηματικό πρόβλημα.

• Τη χρήση μαθηματικών εργαλείων (π.χ. μαθηματικών μοντέλων και μεθόδων) για την επίλυση προβλημάτων.

Η επίλυση προβλήματος είναι ένας από τους επτά άξονες περιεχομένου πάνω στους οποίους δομείται και αναπτύσσεται η διδασκαλία των Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο. Απ' αυτούς, η «Επίλυση προβλήματος», οι «Αριθμοί και πράξεις», οι «Μετρήσεις» και η «Γεωμετρία» εισάγονται από τις πρώτες τάξεις του Δημοτικού, η «Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων» εισάγεται στην Τετάρτη τάξη, ενώ οι «Λόγοι και αναλογίες» και οι «Εξισώσεις» εισάγονται στην Έκτη τάξη (Τύπας, 2005)

Η επίλυση προβλήματος εισάγεται από την Πρώτη τάξη του Δημοτικού. Τα μαθηματικά προβλήματα των σχολικών εγχειριδίων τίθενται σε πλαίσια καταστάσεων που είναι οικείες στα παιδιά και έχουν νόημα για αυτά, συνδεόμενα με την πραγματικότητα και τους περιορισμούς της. Η προσέγγιση στο μαθηματικό πρόβλημα γίνεται με απώτερο σκοπό την αναβάθμιση της ικανότητας των παιδιών στη διαχείριση καταστάσεων που έχουν μαθηματικό περιεχόμενο. (Βαμβακούση, 2005)

Ωστόσο, στη διεθνή βιβλιογραφία έχουν καταγραφεί οι «παρενέργειες» της στενής θεώρησης του μαθηματικού προβλήματος (Reuser, 1997, pp. 309-327) (Greer, 1997) (Mayer, 2003) Οι εκπαιδευόμενοι :

α) δυσκολεύονται να διαχειριστούν προβλήματα με τα οποία δεν είναι εξοικειωμένοι,

β) αντιμετωπίζουν τα προβλήματα ως τεχνητά κατασκευάσματα που έχουν νόημα μόνο στα στενά πλαίσια του μαθήματος των μαθηματικών –έτσι, δεν λαμβάνουν υπόψη τους περιορισμούς που τίθενται από την πραγματικότητα και την κοινή λογική,

γ) αναπτύσσουν ισχυρές πεποιθήσεις σχετικά με τα προβλήματα, όπως ότι «δεν ωφελεί να προσπαθεί κανείς για περισσότερο από λίγα λεπτά για να επιλύσει ένα πρόβλημα», «ένα πρόβλημα έχει οπωσδήποτε λύση» κ.λπ. Η επίλυση προβλήματος είναι συνδεδεμένη με αρνητικά συναισθήματα, όπως άγχος και φόβο αποτυχίας.

Ένα ιδιαίτερο στοιχείο που πρέπει να επισημανθεί είναι ότι στα διδακτικά εγχειρίδια θα συναντήσουμε προβληματικές ή διδακτικές καταστάσεις της καθημερινής ζωής. Τα μαθηματικά προβλήματα τίθενται σε πλαίσια καταστάσεων που είναι οικείες στα παιδιά και έχουν νόημα για αυτά, συνδεόμενα με την πραγματικότητα και τους περιορισμούς της. Συνοπτικά θα λέγαμε ότι η προσέγγιση στο μαθηματικό πρόβλημα γίνεται με απώτερο σκοπό την αναβάθμιση της ικανότητας των παιδιών στη διαχείριση καταστάσεων που έχουν μαθηματικό περιεχόμενο. (Βαμβακούση, 2005)

- Επίσης, αξίζει να αναφερθεί ο ρόλος των εικόνων στο μαθηματικό πρόβλημα και πως αυτές μπορούν να αξιοποιηθούν από τον εκπαιδευόμενο. Οι (Θεοδούλου&Γαγάτσης, 2003) ομαδοποιούν τις εικόνες σε τέσσερις κατηγορίες:
- Διακοσμητικές
- βοηθητικές-αναπαραστατικές
- βοηθητικές-οργανωτικές
- πληροφοριακές.

και αναφέρουν πως αυτές βοηθούν στην επίλυση προβλήματος στα μαθηματικά.

• Διακοσμητικές: Οι διακοσμητικές εικόνες έχουν ρόλο διακοσμητικό και δε βοηθούν το μαθητή να επιλύσει το πρόβλημα.

• Βοηθητικές-αναπαραστατικές: Οι αναπαραστατικές εικόνες αναπαριστούν ολόκληρο ή μέρος του προβλήματος , αλλά δεν κρίνεται αναγκαίο ο μαθητής να τα χρησιμοποιήσει για να το επιλύσει για την επίλυσή του.

• Βοηθητικές-οργανωτικές: Οι βοηθητικές-οργανωτικές εικόνες βοηθούν τους μαθητές να οργανώσουν το πληροφοριακό κείμενο που εμπεριέχεται σε ένα πρόβλημα, αλλά δε βοηθούν απαραιτήτως στη λύση του.

• Πληροφοριακές: Οι πληροφοριακές εικόνες βοηθούν το μαθητή να επιλύσει το μαθηματικό πρόβλημα καθώς συνθέτουν το ίδιο το πρόβλημα, αφού αποτελούν τα δεδομένα του.

1.3.2.4 Η έννοια της πρόσθεσης – Προσθετικά προβλήματα

Η «αριθμητική μάθηση» και η «αριθμητική ικανότητα» καλλιεργούνται και βοηθούν στην αντίληψη των πραξιακών σχέσεων των αριθμών. Σύμφωνα με την Τζεκάκη «ο αυτάρκης χειρισμός των σχέσεων των αριθμών της πρώτης δεκάδας είναι αδιαμφισβήτητη ανάγκη γα κάθε αριθμητική μάθηση, όπως και για τη «μεταβίβαση» της δεξιότητας σε μεγαλύτερους υπολογισμούς ή εκτιμήσεις» (Τζεκάκη, Μαθηματική εκπαίδευση στην προσχολική ηλικία, 2007, σ. 214). Επίσης, είναι γεγονός « ότι η προοδευτική κατάκτηση της ικανότητας της αρίθμησης, οδηγεί στην εύρεση πιο αποτελεσματικών τρόπων πρόσθεσης και αφαίρεσης». (Fuson 2004) (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σ. 84)

Νεότερες έρευνες αμφισβήτησαν την οπτική που επικεντρωνόταν στη θεώρηση του αριθμού ως κοινής ιδιότητας ισοδυνάμων συνόλων και επικεντρώθηκαν σε έργα και δραστηριότητες που αναπτύσσουν τις αριθμητικές έννοιες και δίνουν νόημα στον αριθμό (Τζεκάκη, Μαθηματική εκπαίδευση στην προσχολική ηλικία, 2007, σ. 205)

- Η εμπλοκή των εκπαιδευόμενων σε δραστηριότητες σύγκρισης δυο ή περισσότερων συλλογών αντικειμένων (με ένα ή δυο περισσότερα και ένα ή δύο λιγότερα αντικείμενα) θεωρείται σημαντική για την κατανόηση της πληθυκής σημασίας του αριθμού και των πράξεων με αριθμούς (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σ. 83)
- Τέλος, η εύρεση του «πόσα περισσότερα» ή «πόσα λιγότερα» αντικείμενα υπάρχουν σε μια συλλογή αντικειμένων σε σχέση με κάποια άλλη αποτελεί μια πιο σύνθετη διαδικασία για τα παιδιά και απαιτεί να κατανοήσουν, ότι αριθμός των αντικειμένων της συλλογής με τα λιγότερα αντικείμενα εμπεριέχεται στον αριθμό της συλλογής με τα περισσότερα.

Βασικά συμπεράσματα που προκύπτουν από τις έρευνες, σε σχέση με τις συγκρίσεις συλλογών αντικειμένων (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σσ. 81-83)

Οι εκπαιδευόμενοι αντιλαμβάνονται, ότι όταν προσθέτουμε σε μια συλλογή αντικείμενα γίνεται μεγαλύτερη σε πλήθος και αντίστοιχα, όταν αφαιρούμε γίνεται μικρότερη.(Fuson,1998 Hughes, 2000 Starkey & Gelman, 1982). Η πρόσθεση δύο συνόλων γίνεται με τη χρήση εργαλείων συμβολισμού(Selva,Da Rocha Falcao&Nunes ,2005).Σε έρευνα που πραγματοποιήθηκε από τους Carpenter - Moser το 1982 διαπιστώθηκε ότι οι εκπαιδευόμενοι μπορούν να χειριστούν προβλήματα προσθετικά χωρίς να τα έχουν διδαχτεί αρκεί να υπάρχουν κάποια υλικά και μέσα, όπως για παράδειγμα κύβοι , ενώ σε προβλήματα που αφορούσαν την υπέρβαση της δεκάδας οι εκπαιδευόμενοι συνάντησαν δυσκολίες.

Ο Hughes (1996), (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σσ. 73-78)αναφέρει τις κάτωθι κατηγορίες γραφικής απεικόνισης της ποσότητας αριθμητικά μιας συλλογής αντικειμένων. Οι κατηγορίες αυτές είναι τέσσερις και επιβεβαιώνονται και από άλλες έρευνες (Σκουμπουρδή 2006):

Ιδιοσυγκρασιακές απαντήσεις: Στην κατηγορία αυτή ανήκουν οι απαντήσεις που δεν έχουν κάποιες κανονικότητες, για να συσχετιστούν με τον αριθμό των αντικειμένων που τα παιδιά έχουν μπροστά τους.

Εικονογραφικές αναπαραστάσεις: Στην κατηγορία αυτή ανήκουν οι απαντήσεις των παιδιών που αναπαριστούν εικονογραφικά κάτι από την εμφάνιση των αντικειμένων που βλέπουν, καθώς και τον πληθυκό τους αριθμό.

Εικονικές αναπαραστάσεις: Στην κατηγορία αυτή ανήκουν οι απαντήσεις των παιδιών που αναπτύσσοντας ένα δικό τους σύστημα μπορούν να αναπαραστήσουν ένα αντικείμενο με ένα σημάδι(συνεχές) που μόνα τους έχουν επινοήσει.

Συμβολικές αναπαραστάσεις: Στην κατηγορία αυτή ανήκουν οι απαντήσεις που τα παιδιά αναπαριστούν την ποσότητα χρησιμοποιώντας συμβατικά σύμβολα.

Η γνώση των τυπικών συμβόλων των αριθμών περιλαμβάνει δυο στοιχεία τη γνώση της μορφής του αριθμού και τη γνώση της λειτουργίας του. (Baroody, 2004)**.**Η γνώση της μορφής περιλαμβάνει τη δημιουργία μιας νοητικής εικόνας για ένα σύμβολο και την κατασκευή ενός σχεδίου κινήσεων για τη γραφή τους και δίνει τη δυνατότητα στους εκπαιδευόμενους να διακρίνουν τα σύμβολα μεταξύ τους και να τα διαβάζουν.

Η γνώση της λειτουργίας σχετίζεται με τα διάφορα νοήματα αυτών των συμβόλων και τη χρησιμότητα τους. Οι αριθμοί χρησιμοποιούνται στην καθημερινότητα με διαφορετικούς τρόπους και έχουν πληθυκή και διατακτική σημασία (οι αριθμοί χρησιμοποιούνται για να εκφράσουν μια ποσότητα και τη θέση ενός αντικειμένου σε μια σειρά),Επίσης, εκφράζουν τη μέτρηση και την ονομασία πραγμάτων(χωρίς κάποιο αριθμητικό νόημα) (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, pp. 74-75)

Ο Steffe et al. (1983,1988) (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, p. 78) διέκριναν πέντε τύπους αριθμήσιμων μονάδων που τα παιδιά κατασκευάζουν, όταν αριθμούν για να βρουν την πληθυκότητα μιας συλλογής:

Αντιληπτικές (perceptual): Τα παιδιά αριθμούν αντικείμενα που γίνονται αντιληπτά με τις αισθήσεις τους δεν υπολογίζουν τα αντικείμενα που κρύβονται.

Αναπαραστατικές (figural)

Τα παιδιά αριθμούν το σύνολο των αντικειμένων μιας συλλογής ένα μέρος της οποίας δεν είναι ορατό. Μπορεί να είναι ορατά χ αντικείμενα και ψ να είναι κρυμμένα κάτω από ένα χαρτόνι.

Κινητικές (motor)

Τα παιδιά αριθμούν κάνοντας κάποιες φυσικές κινήσεις που χρησιμοποιούνται αυθόρμητα από τα παιδιά, οι κινήσεις αυτές μπορεί να θεωρηθούν ως αριθμήσιμες μονάδες και να αποτελέσουν ένα πιο εξελιγμένο είδος αρίθμησης. Αυτό το είδος αρίθμησης θεωρείται εξελιγμένο και έχει επισημανθεί στις παρατηρήσεις αρκετών ερευνητών. Οι κινητικές μονάδες αρίθμησης δείχνουν ότι τα παιδιά παύουν να επηρεάζονται από τα αντικείμενα στα οποία αναφέρονται οι συλλογές τις οποίες καλούνται να αριθμήσουν. Για παράδειγμα τα παιδιά χρησιμοποιούν τα δάχτυλα των χεριών τους.

Λεκτικές (verbal)

Όταν ο συντονισμός των κινητικών αριθμήσιμων μονάδων και της απαγγελίας των αριθμολέξεων έχει αυτοματοποιηθεί και οι λεκτικές αριθμήσιμες μονάδες αποτελούν ένα ακόμη βήμα ανεξαρτησίας από την αισθησιοκινητική δραστηριότητα του παιδιού.

Αφηρημένες (abstract)

Στο στάδιο αυτό κάθε αριθμολέξη αντιπροσωπεύει και όλες όσες προηγούνται. Αν έχουμε κουτιά με πέντε και τρία κρυμμένα αντικείμενα και το ρωτήσουμε πόσα είναι όλα μαζί, τότε μπορεί να βρει το άθροισμα χωρίς να έχει ανάγκη να μετρήσει τις μονάδες που φτιάχνουν τον αριθμό πέντε, αλλά να συνεχίσει να αριθμεί έξι, εφτά, οχτώ .

Η **αρίθμηση ή καταμέτρηση** (counting) ορίζεται ως μια δραστηριότητα η οποία περιλαμβάνει την απαγγελία μιας σειρά αριθμολέξεων , έτσι ώστε κάθε αριθμολέξη να συνδέεται με μια αριθμήσιμη μονάδα (Steffe & Cobb 1988, (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, p. 58) . Σύμφωνα με τον (Baroody, 2004) η χρήση της αρίθμησης επιτρέπει στα παιδιά αρχικά να κατασκευάσουν την **αρχή της ίδιας της αριθμολέξη**ς (same number-name principle), δηλαδή οι δυο συλλογές έχουν το ίδιο πλήθος στοιχείων αν εμφανίζεται η ίδια αριθμολέξη και στη συνέχεια την αρχή τα μεγαλύτερης αριθμολέξης (larger-number principle).

Η αρίθμηση περιλαμβάνει τρία συστατικά στοιχεία (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, p. 58):

- ✓ την ικανότητα απαγγελίας της ακολουθίας των αριθμολέξεων στη σωστή, συμβατική τους σειρά
- ✓ την ικανότητα κατασκευής ενός πλήθους μονάδων που θεωρούνται αριθμήσιμες,
- ✓ την ικανότητα συντονισμού των δυο παραπάνω δραστηριοτήτων, έτσι ώστε κάθε αριθμολέξη να αντιστοιχεί σε μια αριθμήσιμη μονάδα
- ✓ να κατακτήσουν την αντίληψη πως ο τελευταίος αριθμός δείχνει το μέγεθος του συνόλου ή το πλήθος των μονάδων.

Τα παιδιά που κάνουν αυτή τη σύνδεση λέμε πως κατέχουν την αρχή της αρίθμησης, η οποία είναι μια μετεξέλιξη των αρχικών τους ιδεών σχετικά με την ποσότητα (Walle, Μαθηματικά για το δημοτικό και το γυμνάσιο.Μια εξελικτική διαδικασία, 2005, p. 181). Τα περισσότερα παιδιά, αν όχι όλα, έχουν κάνει αυτή τη σύνδεση έως την ηλικία των 4,5 χρόνων (Fuson & Hull 1983, (Walle, Μαθηματικά για το δημοτικό και το γυμνάσιο.Μια εξελικτική διαδικασία, 2005, p. 181)

Το περιεχόμενο της πρώτης αρίθμησης προσανατολίζεται σε αυτό που αποκαλείται «νόημα του αριθμού»(«number sense») και δεν παραμένει απλά στη στείρα μάθηση αριθμών και πράξεων, αλλά περιλαμβάνει διαφορετικές μορφές γνώσεων ικανοτήτων και τρόπων σκέψης (κατανόηση αριθμών και τρόποι παράστασής τους, αντίληψη μαθηματικών σχέσεων, επίλυση προβλημάτων, νοερούς υπολογισμούς, εκτιμήσεις) (Τζεκάκη, 2007, p. 201). Για να επιτευχθεί η πρώτη αριθμητική μάθηση απαιτείται ποικιλία δραστηριοτήτων που θα αφορά: αναγνώριση αριθμητικών συμβόλων των ψηφίων), προφορική αρίθμηση, αναγνώριση ποσοτήτων με μια ματιά, μέτρηση κ.λπ. Σταδιακά δρώντας τα παιδιά πάνω στα πραγματικά αντικείμενα και στον πραγματικό κόσμο υπό την κατάλληλη καθοδήγηση θα πρέπει να οδηγηθούν να συνδυάζουν όλα τα παραπάνω στοιχεία για να συγκροτήσουν μια ολοκληρωμένη αλλά και αφηρημένη έννοια . (Τζεκάκη, 2007, σ. 202)

Ο όρος «άμεση εκτίμηση ποσοτήτων» (subitizing) έχει εισαχθεί για να περιγράψει την ικανότητα των εκπαιδευομένων να δηλώνουν άμεσα το πλήθος μικρών συλλογών αντικειμένων χωρίς αρίθμηση, ιδιαίτερα δε αυτήν η οποία φορά την άμεση απόδοση αριθμολέξεων από τα παιδιά (verbal subitizing) (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, p. 61). Τα παιδιά αρχίζουν να αναγνωρίζουν μικρές συλλογές αντικειμένων (με 1 έως 4 αντικείμενα και να τις συνδέουν άμεσα με τα ονόματα των αριθμών στις ηλικίες από 2 έως 4 ετών (Baroody, 2004) (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, p. 62). Για παράδειγμα, παιδιά ηλικίας 2 ετών μπορούν να απαντήσουν άμεσα, ότι κρατούν 2 καραμέλες, μια στο ένα χέρι και μια στο άλλο, χωρίς να τις μετρήσουν ή παιδιά πέντε ετών μπορούν να υπολογίσουν ότι έχουν μπροστά τους 5 μαρκαδόρους με άμεση εκτίμηση

Υπάρχουν έρευνες που υποστηρίζουν ότι η άμεση εκτίμηση ποσοτήτων σχετίζεται εμπεριέχει την κατανόηση της έννοιας του αριθμού και είναι απαραίτητη για την αρίθμηση και άλλες υποστηρίζουν το ακριβώς αντίθετο, δηλαδή ότι η άμεση εκτίμηση είναι μια γρήγορη μορφή αρίθμησης (Clements 1999. (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, p. 62) .

Βασικά συμπεράσματα που προκύπτουν από τις έρευνες, σε σχέση με την «άμεση εκτίμηση ποσοτήτων» είναι (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σσ. 64-66):

- Παιδιά ηλικίας 3 ετών διαθέτουν την ικανότητα αυτή (για τους αριθμούς 1-6), ιδιαίτερα όταν τα αντικείμενα της συλλογής (συνήθως κουκίδες) παρουσιάζονται μαζί, ως όλο.
- Παιδιά ηλικίας 5 ετών διαθέτουν την ικανότητα αυτή (για τους αριθμούς 1-6), ακόμα και όταν τα αντικείμενα της συλλογής (συνήθως κουκίδες) παρουσιάζονται σταδιακά (π.χ. ανά ένα).
- Όσον αφορά το μέγεθος των αριθμών, οι αριθμοί 1-3 είναι πιο εύκολοι για τα παιδιά από τους αριθμούς 4-6 («ασυνέχεια μετά το 3).
- Η διάταξη των αντικειμένων σε γνωστούς σχηματισμούς διευκολύνει τα παιδιά στην άμεση εκτίμηση για τους αριθμούς 4-6.
- Η τοποθέτηση των αντικειμένων σε ορθογώνιους σχηματισμούς ή γνωστούς γεωμετρικούς σχηματισμούς ή σχηματισμούς ζαριού είναι πιο εύκολη για να αναπτύξουν την ικανότητά τους για άμεση εκτίμηση ποσοτήτων σε σχέση με την τοποθέτησή τους σε γραμμικές, κυκλικές ή τυχαίες διατάξεις.

Ο Clemnets (1999), (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σ. 64) διακρίνει δυο τύπους άμεσης εκτίμησης ποσοτήτων: τον αντιληπτικό (perceptual) και τον εννοιολογικό (conceptual). Στην πρώτη περίπτωση έχουμε στην ικανότητα αναγνώρισης του πλήθους μιας συλλογής αντικειμένων χωρίς τη χρήση άλλων μαθηματικών διαδικασιών (π.χ. ικανότητα που έχουν τα βρέφη), ενώ στη δεύτερη την ικανότητα αναγνώρισης, για παράδειγμα του 5, ως όλου και ταυτόχρονα ως σύνθεσης μονάδων.

Οι **δραστηριότητες** για την ανάπτυξη άμεσης εκτίμησης ποσοτήτων, αρχικά μπορεί να αφορούν την αναγνώριση αντιληπτικών συλλογών δεδομένων (π.χ. εκτίμηση ήχων, σχηματισμοί δαχτύλων, γνωστοί χωρικοί σχηματισμοί όπως ο παραπάνω, και στη συνέχεια επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.

Επιπλέον, η σταδιακή ανάπτυξη της ικανότητας των παιδιών αυτής της ηλικίας για άμεση εκτίμηση ποσοτήτων θεωρείται συμπληρωματική της ικανότητας τους για αρίθμηση και σημαντική για το χτίσιμο της γνώσης των πρώτων αριθμητικών εννοιών (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, p. 58). Επίσης, στόχος είναι η ενασχόληση των νηπίων με την αναγνώριση και τη γραφή των συμβόλων των αριθμών και τις τέσσερις βασικές πράξεις.

Απαρίθμηση και κατασκευή συλλογών ορατών αντικειμένων

Μια βασική ιδέα που πρέπει να κατανοήσουν τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας είναι ότι η αρίθμηση χρησιμοποιείται για να βρεθεί πόσα είναι τα αντικείμενα μιας δοσμένη συλλογής αντικειμένων ή για να κατασκευάσουν μια συλλογή αντικειμένων ενός συγκεκριμένου πλήθους. Ο όρος «απαρίθμηση» (enumeration) χρησιμοποιείται συνήθως για να περιγράψει το συντονισμό της ακολουθίας των αριθμολέξεων με μια συλλογή ορατών αντικειμένων. Κατά τη διαδικασία αυτή, τα παιδιά συνήθως μετακινούν τα αντικείμενα (όταν αυτά είναι πραγματικά) ή τα δείχνουν (όταν αυτά είναι πραγματικά ή σε εικόνες). Γενικά η ικανότητα για απαρίθμηση ορατών αντικειμένων αρχίζει να αναπτύσσεται στα παιδιά από την ηλικία 31/2 έως 4 ετών (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, p. 67) .

Ερευνητές (Bernezo et al 2004), (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, p. 70) έχουν αναπτύξει ένα μοντέλο έξι επιπέδων για την κατανόηση της πληθυκότητας από τα παιδιά όταν αυτά ασχολούνται με συλλογές ορατών αντικειμένων:

Στο πρώτο επίπεδο, το παιδί δεν κατανοεί το ερώτημα «πόσα είναι» και απάντα τυχαία.

Στο δεύτερο επίπεδο, υπάρχει μερική αναφορά στην αρίθμηση. Τα παιδιά απαντούν με μια σειρά αριθμολέξεων, χωρίς ωστόσο να υπάρχει αναφορά σε όλα τα αντικείμενα της συλλογής.

Στο τρίτο επίπεδο, τα παιδιά απαντούν χρησιμοποιώντας όλη τη σειρά των αριθμολέξεων, όπου η κάθε αριθμολέξη αντιστοιχίζεται με ένα αντικείμενο.

Στο τέταρτο επίπεδο, χρησιμοποιούν τον κανόνα της τελευταίας αριθμολέξης.

Στο πέμπτο επίπεδο, απαντούν με τη μεγαλύτερη αριθμολέξη της αρίθμησής τους, ακόμα και αν αυτή δεν είναι η τελευταία.

Στο έκτο επίπεδο, απαντούν με επάρκεια σε σχέση με την πληθυκότητα.

Ως προς τις δραστηριότητες, τα παιδιά πρέπει να έχουν την ευκαιρία να απαριθμούν και να κατασκευάζουν συλλογές ορατών αντικειμένων (πραγματικών ή εικονικών) σε ποικίλες καταστάσεις. Τα αντικείμενα μπορεί να είναι τοποθετημένα στη σειρά ή σε κύκλο ή να μη βρίσκονται σε κάποια διάταξη, να έχουν διαφορετικά μεγέθη και να είναι ή να μην είναι ομοειδή (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σ. 78)

Δυο τύποι ερευνητικών δραστηριοτήτων έχουν αξιοποιηθεί σε μικρά παιδιά. Η μια είναι να κατασκευάζουν τα παιδιά μια συλλογή αντικειμένων με συγκεκριμένο πλήθος, το οποίο είναι ίδιο με το πλήθος μια άλλης ορατής σειράς αντικειμένων

Πρόσθεση και αφαίρεση μονοψήφιων αριθμών

Η εξοικείωση με τους αριθμούς και τις σχέσεις τους συνδέονται απόλυτα με τις πράξεις. Πράξεις εμφανίζονται συχνά στις καθημερινές δραστηριότητες των παιδιών όταν βάζουν μαζί ποσότητες, όταν αναρωτιούνται πόσα χρειάζονται, όταν μοιράζονται πράγματα.

Ο αυτάρκης χειρισμός των σχέσεων των αριθμών της πρώτης δεκάδας είναι αδιαμφισβήτητη ανάγκη γα κάθε αριθμητική μάθηση, όπως και γα τη «μεταβίβαση» της δεξιότητας σε μεγαλύτερους υπολογισμούς ή εκτιμήσεις (Τζεκάκη, 2007, p. 214). Στις μέρες μας γίνεται αποδεκτό ότι η προοδευτική κατάκτηση της ικανότητας της αρίθμησης, οδηγεί στην εύρεση πιο αποτελεσματικών τρόπων πρόσθεσης και αφαίρεσης (Fuson, 2004), (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σ. 84)

Τα παιδιά από πολύ μικρή ηλικία αντιλαμβάνονται διαισθητικά ότι όταν προσθέτουμε σε μια συλλογή αντικείμενα γίνεται μεγαλύτερη σε πλήθος και αντίστοιχα όταν αφαιρούμε γίνεται μικρότερη. Παιδιά ηλικία 3 έως 4 ετών απαντούν με επιτυχία σε προβλήματα με μικρούς αριθμούς, όπως «1+1», «2-1» ενώ λίγο μεγαλύτερα απαντούν με ευκολία για τα «1+2», «3-1» κ.λπ. Οι πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης μπορεί να δηλώνονται με λεκτικές διατυπώσεις όπως, για παράδειγμα, βάζω μαζί, ενώνω, βάζω κι άλλα, μεγαλώνω, προσθέτω και βγάζω, λιγοστεύω, μικραίνω, αφαιρώ.

Στα πρώτα τους βήματα, στο ερώτημα «πόσα είναι όλα μαζί» τα αντικείμενα τα παιδιά μετρούν τα αντικείμενα της πρώτης συλλογής, μετρούν τα αντικείμενα της δεύτερης συλλογής και στη συνέχεια τα μετρούν από την αρχή όλα μαζί (counting all) (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σ. 84). Η σημαντική αλλαγή στη σκέψη των παιδιών ηλικίας 5-6 ετών είναι ότι μαθαίνουν να κάνουν προσθέσεις και αφαιρέσεις χωρίς να έχουν μπροστά τους τα αντικείμενα (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σ. 84).

Όπως αναφέραμε και στην ενότητα των διατακτικών αριθμών οι εκπαιδευόμενοι αντιμετωπίζουν ένα πρόβλημα πρόσθεσης με βάση τον τύπο αριθμήσιμων μονάδων που έχουν οικοδομήσει. Έτσι αρχικά χρειάζονται μπροστά τους τα αντικείμενα και βέβαια χρειάζονται μια κατάλληλη ερώτηση, όπως «πόσα είναι όλα μαζί» (αντιληπτικό στάδιο). Σε επόμενα στάδια μπορούν να αριθμούν ή και να χρησιμοποιούν τα δάχτυλά τους.

Οι Greno et al. (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, p. 88) ταξινόμησαν τα προβλήματα σε τρεις βασικές κατηγορίες:

- **Προβλήματα αλλαγής (change)**, όπου ένα γεγονός αλλάζει την ποσότητα της αρχικής κατάστασης. Για παράδειγμα: «Η Φανή έχει 2 αυτοκόλλητα. Ο Νίκος της έδωσε 1 ακόμα. Πόσα αυτοκόλλητα έχει η Φανή;».
- **Προβλήματα συνδυασμού (combine)**, όπου οι σχέσεις των δυο ποσοτήτων είναι στατικές. Για παράδειγμα: «Η Φανή έχει 2 αυτοκόλλητα. Ο Νίκος έχει 1 αυτοκόλλητοι. Πόσα αυτοκόλλητα έχουν και οι δύο μαζί;».
- **Προβλήματα σύγκρισης (compare)**, όπου έχουμε σύγκριση ποσοτήτων. Για παράδειγμα: «Η Φανή έχει 2 αυτοκόλλητα. Ο Νίκος έχει 1

αυτοκόλλητο περισσότερο από τη Φανή. Πόσα αυτοκόλλητα έχει ο Νίκος;».

Ανάλογα με το είδος της μεταβολής των ποσοτήτων (αύξηση, ελάττωση, περισσότερο λιγότερο) και τις τρεις παραπάνω βασικές κατηγορίες δημιουργούνται 14 τύποι προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης.

Οι Carpenter & Moser (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σ. 90) , έχουν προτείνει μια ακόμη κατηγορία προβλημάτων, αυτή της εξισορρόπησης (equilaze), η οποία είναι ένα συνδυασμός προβλήματος σύγκρισης και αλλαγής. Για παράδειγμα: «Η Μαρία έχει 3 σοκολάτες και ο Νίκος 2 σοκολάτες. Πόσες σοκολάτες πρέπει να δώσουμε στο Νίκο για να έχει τόσες όσες η Μαρία;».

Οι Carpenter & Moser (1982, στο (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σ. 90) ομαδοποίησαν τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν τα παιδιά ως εξής:

- Στρατηγικές που βασίζονται στην αρίθμηση με μοντελοποίηση των δεδομένων του προβλήματος, όπως για παράδειγμα τη χρήση αντικειμένων ή δαχτύλων.
- Στρατηγικές που βασίζονται στην αρίθμηση, χωρίς τη χρήση μοντέλων, όπως για παράδειγμα, αρίθμηση από κάποιο αριθμό και πέρα.
- Στρατηγικές στις οποίες γίνεται χρήση των γνωστών αθροισμάτων, όπως για παράδειγμα ο υπολογισμός του αθροίσματος 6+3= ; βασιζόμενος στο ήδη γνωστό άθροισμα 6+4 κατεβαίνοντας 1)

Οι ερευνητές συνοψίζουν την εξέλιξη των αθροιστικών στρατηγικών σε τρία στάδια (Τζεκάκη, 2007, σ. 218) :

- Στο πρώτο στάδιο, τα παιδιά δεν έχουν πλήρη αντίληψη της κατάστασης που αντιμετωπίζουν και κατά συνέπεια χρησιμοποιώντας την προηγούμενη γνώση της καταμέτρησης, βάζουν μαζί ή βγάζουν αντικείμενα. Αλλά τελικά μετρούν όσα αντικείμενα βλέπουν, ακολουθώντας την πιο απλή προσθετική διαδικασία της μέτρησης **(count all)**.

Στα πρώτα τους βήματα, στο ερώτημα «πόσα είναι όλα μαζί» τα αντικείμενα τα παιδιά μετρούν τα αντικείμενα της πρώτης συλλογής, μετρούν τα αντικείμενα της δεύτερης συλλογής και στη συνέχεια τα μετρούν από την αρχή όλα μαζί **(counting all)** (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σ. 84) .

- Σε ένα δεύτερο στάδιο μερικά παιδιά συνειδητοποιούν ότι δεν είναι αναγκαίο να τα μετρήσουν όλα και να συνεχίζουν τη μέτρηση από το τέλος ενός συνόλου, χωρίς αυτό να είναι αναγκαία το μεγαλύτερο (αυτή τη διαδικασία η ερευνητές την ονόμασαν **μέτρηση από – count on**).

  Το πέρασμα από το μέτρημα του πόσα είναι όλα μαζί στο μετράω από είναι « μια φυσική διδασκαλία η οποία εξελίσσεται χωρίς διδασκαλία. (Ambrose,2002) (Σκουμπουρδή, 2012, σ. 112)

- Στο τρίτο στάδιο τα παιδιά, έχοντας κατανοήσει τις σχέσεις ανάμεσα στους αριθμούς, μπορούν να εκδηλώσουν στρατηγικές που βασίζονται στην κατανόηση των σχέσεων αυτών, όπως η ανάλυση και ή σύνθεση τωn αριθμών, γεγονός που στη συνέχεια τους οδηγεί σταδιακά και στην υπέρβαση της δεκάδας.

  Για παράδειγμα ο αριθμός 6 είναι:

  0+6

  6+0 5+6=5+5+1=11

  1+5

  5+1

  4+2

  2+4

  3+3

Η ανάλυση και η σύνθεση αριθμών εξασφαλίζει εμπειρίες για την οικοδόμηση της σχέσης μέρους –όλου. (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σ. 92) .

Η κατανόηση της σχέσης μέρους-όλου είναι απαραίτητη για την επίλυση προσθετικών προβλημάτων, τις ιδιότητες πράξεων (Baroody, 2004). (Για παράδειγμα …+3=5.). Η κατανόηση από τα παιδιά ότι ένας αριθμός μπορεί να αναλυθεί σε μικρότερα μέρη τα οποία όταν επανενωθούν κάνουν τον ίδιο αριθμό είναι πολύ σημαντική για την κατανόηση επίλυσης προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης με άγνωστο προσθετέο ή μειωτέο (π.χ. ;+2=3 ή ;-2=1) (Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008, σ. 93) .Έχει αποδειχθεί ερευνητικά ότι σε προβλήματα που είναι άγνωστος ο πρώτος προσθετέος τα παιδιά ηλικίας 5-6 ετών αντιλαμβάνονται ότι είναι μικρότερος από το άθροισμα των άλλων δύο αριθμών. (Sophian&McCorgary,1994) (Σκουμπουρδή, 2012, σ. 93)

Η ανάλυση και η σύνθεση μικρών αριθμών με τη χρήση γνώριμων αντικειμένων για τα παιδιά στην προσχολική εκπαίδευση είναι απαραίτητη για την κατανόηση σε μεγαλύτερες ηλικίες του δεκαδικού συστήματος, ιδιοτήτων των πράξεων όπως η αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης, των κλασμάτων κ.λπ.

Η στρατηγική που θα ακολουθήσουν τα παιδιά εξαρτάται από τις αριθμήσιμες μονάδες που μπορούν να κατασκευάσουν(Steffe,2004,βλ, αφού η διαδικασία της αρίθμησης , προοδευτικά εξελίσσεται από το παιδί για την εύρεση πιο αποτελεσματικών τρόπων πρόσθεσης και αφαίρεσης (Fuson,2004).

«Αριθμητικά» προβλήματα ή προβλήματα «προσθετικού τύπου» είναι τα προβλήματα που για τη λύση τους απαιτείται η πράξη της πρόσθεσης ή της αφαίρεσης , (Λεμονίδης, 1994)

Με βάση τα σημασιολογικά χαρακτηριστικά των προβλημάτων πολλοί ερευνητές οδηγήθηκαν στην δημιουργία μιας ταξινόμησης των προβλημάτων προσθετικού τύπου.

Διακρίνονται τρείς κατηγορίες προβλημάτων:

«Αλλαγής»,

«Συνδυασμού»

«Σύγκρισης».

Προβλήματα «Αλλαγής»

Σε αυτού του τύπου τα προβλήματα υπάρχουν τρία σχετικά μεταξύ τους κομμάτια: η «αρχή», η «αλλαγή» και το «αποτέλεσμα». Ανάλογα με το περιεχόμενο του προβλήματος προκαλείται μια αύξηση ή μείωση στην«αρχή». Υπάρχουν έξι διαφορετικές υποκατηγορίες προβλημάτων (Riley,Greeno και Heller,1983; Lean, Clements και Del Campo, 1990).

Υπάρχουν δύο τύποι τέτοιων προβλημάτων:

Αλλαγή-Ένωση

Αλλαγή-Διαχωρισμός

Στα Αλλαγή-Ένωση υπάρχει μια αρχική ποσότητα και ένας άμεσος ή έμμεσος μετασχηματισμός που προκαλεί μια αύξηση σε αυτή την ποσότητα ενώ στα προβλήματα Αλλαγή-Διαχωρισμός ένα υποσύνολο αποσύρεται από ένα δεδομένο σύνολο (Λεμονίδης, 1994) (Κολέζα, 2000)

Ταξινόμηση Carpenter

Η ταξινόμηση αυτή περιέχει τέσσερεις μεγάλες κλάσεις προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης :

- **αλλαγής**
- **συνδυασμού**
- **σύγκρισης**
- **εξομοίωσης**

Προσθετικά προβλήματα: Αλλαγή

- Υπάρχουν δυο βασικοί τύποι προβλημάτων αλλαγής

- **Αλλαγή-Ένωση**, όπου υπάρχει μια αρχική ποσότητα και ένας άμεσος ή έμμεσος μετασχηματισμός που προκαλεί μια αύξηση σ' αυτή την ποσότητα.
- **Αλλαγή-Διαχωρισμός**, όπου ένα υποσύνολο αποσύρεται από ένα δεδομένο σύνολο.
- Στα προβλήματα αυτά έχουμε κάθε φορά μια αρχική κατάσταση στην οποία επιδρά ένας μετασχηματισμός και δίνει σαν αποτέλεσμα μια τελική κατάσταση . Έτσι, προκύπτουν κάποιοι διαφορετικοί τύποι, σύμφωνα με το αν το άγνωστο είναι:
- Η αρχική κατάσταση
- Ο μετασχηματισμός
- Η τελική κατάσταση

Παραδείγματα

Αλλαγή – Ένωση

Άγνωστη η αρχική κατάσταση

Ο Ανδρέας έχει αυτοκόλλητα. Ο Μανόλης του χάρισε άλλα 4. Τώρα ο Ανδρέας έχει 9 αυτοκόλλητα. Πόσα αυτοκόλλητα είχε ο Ανδρέας στην αρχή;

Άγνωστος ο μετασχηματισμός

Ο Ανδρέας έχει 5 αυτοκόλλητα. Ο Μανόλης του χάρισε μερικά. Ο Ανδρέας έχει τώρα 9 αυτοκόλλητα. Πόσες αυτοκόλλητα χάρισε ο Μανόλης στον Ανδρέα;

Άγνωστη η τελική κατάσταση

Ο Ανδρέας έχει 5 αυτοκόλλητα. Ο Μανόλης του χάρισε 4 αυτοκόλλητα. Πόσα αυτοκόλλητα έχει τώρα ο Ανδρέας;

Διαχωρισμού

Προσθετικά προβλήματα: Συνδυασμός

- Τα προβλήματα συνδυασμού εμπεριέχουν στατικές σχέσεις, όπου δεν υπάρχουν μετασχηματισμοί.
- Δυο είναι οι βασικοί τύποι προβλημάτων συνδυασμού:
  - Τα προβλήματα που δίνονται τα δυο υποσύνολα και ζητείται να βρεθεί η ένωσή τους.
  - Αυτά, που δίνεται ένα από τα υποσύνολα και η ένωσή τους και ζητείται να βρεθεί το άλλο υποσύνολο.

Παραδείγματα

- **Άγνωστη η τιμή του συνδυασμού**

Ο Ανδρέας έχει 5 αυτοκόλλητα. Ο Μανόλης έχει 4 αυτοκόλλητα.

Πόσα αυτοκόλλητα έχουν ο Ανδρέας και ο Μανόλης μαζί;

- **Άγνωστο το ένα υποσύνολο**

Ο Ανδρέας και *Μανόλης έχουν 9 αυτοκόλλητα. Ο Ανδρέας έχει 5 αυτοκόλλητα.*

Πόσα αυτοκόλλητα έχει ο Μανόλης;

Προσθετικά προβλήματα: Σύγκρισης

- Τα προβλήματα σύγκρισης εμπεριέχουν και αυτά στατικές σχέσεις, όπου δεν υπάρχουν μετασχηματισμοί.
- Τα προβλήματα αυτά περιλαμβάνουν τη σύγκριση δυο διαχωρισμένων συνόλων. Σ' αυτά συναντάμε το ***σύνολο αναφοράς***, το ***συγκρινόμενο σύνολο*** και τη ***διαφορά που έχει το μεγαλύτερο σύνολο από το άλλο σύνολο***.
- Στα προβλήματα αυτά καθένα από τα τρία σύνολα μπορεί να είναι ο άγνωστος και ανάλογα με τη σχέση λιγότερο ή περισσότερο προκύπτουν έξι διαφορετικοί τύποι προβλημάτων .

Παραδείγματα

- **Άγνωστη η διαφορά**
- **Άγνωστη η συγκρινόμενη ποσότητα**

Ο Ανδρέας έχει 5 αυτοκόλλητα. Ο Μανόλης έχει 4 περισσότερα από τον Ανδρέα. Πόσα αυτοκόλλητα έχει ο Μανόλης;

- **Άγνωστη η αναφερόμενη ποσότητα**

Ο Ανδρέας έχει 9 αυτοκόλλητα. Έχει 5 αυτοκόλλητα περισσότερα από το Μανόλη.

Πόσα αυτοκόλλητα έχει ο Μανόλης;

Προσθετικά προβλήματα: Εξομοίωση

- Αυτή η κατηγορία είναι ένα μίγμα από τα προβλήματα σύγκρισης και αλλαγής.
- Παρατηρούνται οι ίδιοι μετασχηματισμοί που είδαμε στα προβλήματα αλλαγής, μόνο που εδώ βασίζονται στη σύγκριση δυο συνόλων.
- Συγκρίνονται δυο διαχωρισμένα σύνολα, όπως και στα προβλήματα σύγκρισης και τίθεται η ερώτηση: «Τι πρέπει να κάνουμε στο ένα σύνολο για να γίνει ίσο με το άλλο;»
- Έχουμε δυο τύπους προβλημάτων εξομοίωσης:
  - Εξομοίωσης-Ένωσης, όπου ο μετασχηματισμός εκτελείται στο μικρότερο από τα δυο σύνολα.
  - Εξομοίωσης-Διαχωρισμού, όπου ο μετασχηματισμός εκτελείται στο μεγαλύτερο σύνολο.

Παραδείγματα

- **Άγνωστη η διαφορά**

Ο Ανδρέας έχει 5 αυτοκόλλητα. Ο Μανόλης έχει 9. Πόσα πρέπει να κερδίσει ο Ανδρέας για να έχει τόσα όσα ο Μανόλης;

- **Άγνωστη η συγκρινόμενη ποσότητα**

Ο Ανδρέας έχει 5 αυτοκόλλητα. Αν κερδίσει 4 θα έχει τα ίδια αυτοκόλλητα με το Μανόλη. Πόσα αυτοκόλλητα έχει ο Μανόλης;

- **Άγνωστη η αναφερόμενη ποσότητα**

Ο Ανδρέας έχει 9 αυτοκόλλητα. Αν ο Μανόλης κερδίσει 5 θα έχει τις ίδια αυτοκόλλητα με τον Ανδρέα. Πόσα αυτοκόλλητα έχει ο Μανόλης;

- Η ταξινόμηση βασίζεται στην ανάλυση της οργάνωσης της εκφώνησης του προβλήματος και δεν καλύπτει όλες τις δυνατές περιπτώσεις των προβλημάτων που μπορούμε να συναντήσουμε.
- Μια άλλη ταξινόμηση των προβλημάτων προσθετικού τύπου που είναι αρκετά ολοκληρωμένη και καλύπτει σχεδόν όλες τις περιπτώσεις απλών προβλημάτων που για τη λύση τους απαιτείται μια πρόσθεση ή μια αφαίρεση είναι του Vergnaud. Η ταξινόμηση αυτή εμπεριέχει την ταξινόμηση του Carpenter.

Ταξινόμηση Vergnaud

Η ταξινόμηση είναι **καθαρά εννοιολογική**, επειδή δε στηρίζεται στην πράξη που πρέπει να εκτελεστεί σε ένα προσθετικό πρόβλημα, αλλά στη σημασιολογική του δομή.

- **Πρώτη κατηγορία: Σύνθεση δυο μέτρων**

Δυο μέτρα συντίθεται για να δώσουν ένα μέτρο.

Ο Κώστας έχει 4 μολύβια μηχανικά και 2 ξύλινα. Πόσα μολύβια έχει συνολικά;

- ***Δεύτερη κατηγορία: Μετασχηματισμός ενός μέτρου σε άλλο.***

Ένας μετασχηματισμός δρα σε ένα μέτρο με σκοπό την παραγωγή ενός μέτρου.(Αρχική κατάσταση, Μετασχηματισμός, Τελική κατάσταση).

Ο Κώστας έχει 9 κάρτες Στο διάλειμμα παίζει με τον φίλο του το Χρήστο και χάνει τις 2. Πόσες κάρτες έχει τώρα;

- ***Τρίτη κατηγορία: Στατική σχέση μεταξύ δυο μέτρων.***

Στην Τρίτη κατηγορία τα δυο μέτρα συνδέονται με μια σχέση(αρχικό μέτρο, τελικό μέτρο, στατική σχέση)

Ο Κώστας έχει 12 κάρτες. Ο Χρήστος έχει 6 λιγότερες. Πόσες κάρτες έχει τώρα ο Κώστας;

- ***Τέταρτη κατηγορία: Σύνθεση δυο μετασχηματισμών***

Δυο μετασχηματισμοί συντίθενται για να δώσουν ένα μετασχηματισμό. διακρίνουμε δύο κατηγορίες προβλημάτων:

α)Να είναι άγνωστος ένας από τους μετασχηματισμούς, αλλά γνωστή η σύνθεση

β)Άγνωστη σύνθεση

Ο Κώστας έπαιξε δυο φορές κάρτες με τους φίλους του στο προαύλιο. Την πρώτη κέρδισε 7 κάρτες και τη δεύτερη έχασε 2 κάρτες. Τι έκανε συνολικά;

- ***Πέμπτη κατηγορία: Μετασχηματισμός μεταξύ δυο στατικών σχέσεων***

Ένα μετασχηματισμός δρα σε μια σχέση για να αποδώσει μια σχέση.

Ο Κώστας χρωστάει 8 κάρτες στο Χρήστο. Του επιστρέφει τις 3. Πόσες του χρωστάει τώρα;

- ***Έκτη κατηγορία: Σύνθεση δυο στατικών σχέσεων***

Δυο σχέσεις ενώνονται για να δώσουν μια σχέση.

Ο Κώστας χρωστάει 2 κάρτες στο Χρήστο, αλλά ο Χρήστος του χρωστάει 3 κάρτες. Πόσες κάρτες χρωστάει τελικά ο Κώστας στο Χρήστο;

Συμπερασματικά βάσει της σημασιολογικής δομής τους τα προβλήματα «προσθετικού τύπου» ταξινομούνται στις ακόλουθες κατηγορίες :

- *«Αλλαγής», «Συνδυασμού», «Σύγκρισης»* και *«Εξομοίωσης»* (Λεμονίδης, 1994) (Κολέζα, 2000).

1.4 Ενσώματα μαθηματικά και η αξιοποίηση τους στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση

Οι έρευνες στον τομέα της γνωστικής ψυχολογίας, της νευροφυσιολογίας και άλλων επιστημών ανάγουν τη δράση όχι μόνο ως γνωστική οντότητα αλλά τη συνδέουν με το κοινωνικό και πολιτισμικό της προφίλ. Οι θεωρίες επικεντρώνονται στον τρόπο που οι γνωστικές διαδικασίες θεμελιώνονται στο σώμα, είναι δηλαδή «ενσώματες» (embodied) . Εξετάζονται επιπλέον οι τρόποι με τους οποίους αυτή η ενσωμάτωση(γνωστικών λειτουργιών και σώματος) βοηθά να καθοριστεί η φύση της μαθηματικής σκέψης. « Η γλωσσική απεικόνιση των μαθηματικών εννοιών έχει νόημα, όταν ενεργοποιεί το σώμα και μαζί με αυτή διαμορφώνουν «την έννοια ως όλο» (Roth&Thom,2009).Σύμφωνα με τον Mc Neil(1996) η σύζευξη των χειρονομιών(δεικτικές, εικονιστικές , μεταφορικές, ρυθμικές, συνεκτικότητες) και της γλώσσας καθιστά τη σκέψη.

Παρόλο που η μελέτη των χειρονομιών στον τομέα της διδακτικής των μαθηματικών είναι κάτι πολύ νέο υπάρχει μια πληθώρα ερευνητικών μελετών (Arzarello&Edwards(2005),Arzarello,Paola,Robutti&Sabena,(2009)Edwards(2008) Fernandes(2011) Maschietto & Bartolini Bussi(2009)Radford(2003) (Radford 2009a)που τονίζουν τη σημασία των ενσώματων χαρακτηριστικών στη διδακτική και μάθηση μαθηματικών εννοιών. Τα ευρήματά τους συγκλίνουν στην άποψη ότι οι χειρονομίες, ως ενσώματη έκφραση σε συνδυασμό με τις σωματικές κινήσεις είναι υπεύθυνες για τη νοητική κατασκευή συγκεκριμένων μαθηματικών δομών και προηγούνται της προφορικής έκφρασης.(Arzarello et al. , 2009 Sabena, 2008)

Τα ευρήματα των σύγχρονων ερευνών έχουν αναγνωριστεί από την ευρύτερη μαθηματική κοινότητα, τα οποία συγκλίνουν στην ανάπτυξη ενός νέου όρου, ο οποίος είναι τα ενσώματα μαθηματικά (embodied mathematics).Η σωματοποίηση των μαθηματικών εννοιών-της μαθηματικής γνώσης είναι η αποδοχή της μάθησης μέσα από τις κινήσεις του σώματος στο χώρο, μέσα από το χειρισμό υλικών, αντικειμένων , μέσων και μέσα από την αντιληπτική-γνωστική αλληλεπίδραση.(Nunez ,Edwards &Matos ,1999). «Η γνώση οικοδομείται μέσα στα περιβάλλοντα που δημιουργείται μέσω της αλληλεπίδρασης των σωμάτων και των ιδεών»(Kim,Roth&Thom,2011)

Η θεωρία αυτή πρόσφατα προτάθηκε από τους Nunez et al. (1999) και τους (Lakoff & Nunez, 2000). Ο Lakoff (1987) υποστήριζε ότι «τα μαθηματικά βασίζονται σε οικοδομήματα μέσα στο ανθρώπινο εννοιολογικό σύστημα, οικοδομήματα τα οποία οι άνθρωποι αντιλαμβάνονται ως συνηθισμένη εμπειρία. Αυτό σημαίνει πως τα ενσώματα μαθηματικά είναι μια μαθηματική γνώση (εννοιολογική) η οποία συνδέεται με την ανθρώπινη καθημερινή εμπειρία. Επιπλέον, τα ενσώματα μαθηματικά δεν είναι κάποιο είδος υποκειμενικής γνώσης, αλλά συνδέονται με τη λειτουργία του ανθρώπινου εγκεφάλου ο οποίος συνδέεται με τις λειτουργίες του ανθρώπινου σώματος». Σύμφωνα με τους (Lakoff & Nunez, 2000, σσ. 348-365) , «τα μαθηματικά είναι ενσώματα, είναι ανεπτυγμένα σύμφωνα με τη συλλογική εμπειρία του κόσμου, όχι αμιγώς υποκειμενικά. Χρησιμοποιούν τις πολύ οριοθετημένες και εξαναγκαστικές πηγές της ανθρώπινης βιολογίας, διαμορφώνονται από τη φύση των εγκεφάλων μας, των σωμάτων μας, των εννοιολογικών μας συστημάτων και από τις ανησυχίες κοινωνιών και κουλτούρων».

Η μαθηματική γνώση σε ενσωματωμένα πλαίσια εστιάζει στο ότι οι διανοητικές λειτουργίες που απαιτούνται για την κατανόηση εννοιών δεν είναι αποκομμένες από τις εγκεφαλικές λειτουργίες που προωθούν τις κινητικές δεξιότητες του σώματος. Σύμφωνα με τους Nunez &Bryant (2007) το σώμα του ανθρώπου καθώς και οι κινήσεις των μελών του είναι υπεύθυνα για την εννοιολογική κατασκευή μαθηματικών εννοιών από τους εκπαιδευόμενους. Ο εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί τις κινητικές του λειτουργίες για απόκτηση εμπειρίας, μέσω της αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον του. Με αυτό τον τρόπο οδηγείται στην κατανόηση του κόσμου και κατ’ επέκταση των μαθηματικών εννοιών, μέσα από τα εννοιολογικά συστήματα που το σώμα και ο εγκέφαλος έχουν τη δυνατότητα να ενεργοποιήσουν (Varela et al., 1999). Η κατανόηση των εννοιών είναι μια νοητική διαδικασία που ξεκινά από συγκεκριμένες βιωμένες εμπειρίες με τη χρήση του σώματος και εξελίσσεται αργότερα στο αφηρημένο επίπεδο. (Σκουμπουρδή, 2012, σσ. 126-127)

Στη μελέτη των Moutsios-Rentzos, Spyrou και Peteinara (Moutsios-Rentzos, Spyrou, & Peteinara, υπό δημοσίευση) παρουσιάζεται ο σχεδιασμός και τα αποτελέσματα ενός διδακτικού πειράματος, το οποίο βασίστηκε σε ιδέες από τη φαινομενολογία, αλλά και των ενσώματων μαθηματικών, με στόχο τη διερεύνηση της υπόθεσης σχετικά με το αν είναι εφικτό να διευκολυνθεί η δυνατότητα των εκπαιδευομένων να βιώσουν την επαναενεργοποίηση της εξαντικειμενίκευσης του ορθογωνίου τριγώνου. Πραγματοποιήθηκε μια διδασκαλία του Πυθαγορείου Θεωρήματος σε μια τάξη παρέμβασης 14 χρονών μαθητών-μαθητριών. Τα αποτελέσματα της διδασκαλίας συγκρίθηκαν με μια τάξη ελέγχου μέσω ερωτηματολογίου και ημιδομημένων συνεντεύξεων. Οι ποσοτικές και ποιοτικές αναλύσεις υποστηρίζουν ότι οι εκπαιδευόμενοι του τμήματος παρέμβασης κατέκτησαν ποιοτικά διαφορετικές κατανοήσεις του θεωρήματος σε σχέση με την τάξη ελέγχου, υποδηλώνοντας τη δυνατότητα τους για επαναενεργοποίηση της εξαντικειμενίκευσης του ορθογωνίου τριγώνου.

Συνοψίζοντας, τα μαθηματικά είναι (και) ενσώματα, γιατί:

- Βασίζονται στην ανθρώπινη νευροφυσιολογία
- Σχετίζονται με τις αισθήσεις.
- Αποτυπώνονται στις κινήσεις του σώματος
- Παίρνουν μορφή από τη φύση του εγκεφάλου, του σώματος και των εννοιολογικών συστημάτων.
- Αφορούν ένα κοινωνικοπολιτισμικό πλαίσιο.
- Τα ενσώματα μαθηματικά ορίζουν ότι:
- Τα μαθηματικά σχετίζονται με την ανάγκη του ανθρώπου για ακρίβεια.
- Η ακρίβεια ενισχύεται από την ανθρώπινη ικανότητα δημιουργίας και χρήσης συμβολισμού.
- Οι ανώτερες μαθηματικές έννοιες προκύπτουν με **εννοιολογική μεταφορά**. «Εννοιολογική μεταφορά είναι ο μηχανισμός με τον οποίο κατανοείται το αφηρημένο μέσω του απτού». (Lakoff & Nunez, 2000) (Varela, Thomson, & Rosch, 1999)

1.5 Το θεωρητικό μοντέλο Vak

Ο κάθε άνθρωπος έχει μια φυσική προτίμηση στον τρόπο που προσλαμβάνει και επεξεργάζεται την πληροφορία. Αυτό καθορίζεται σε μεγάλο βαθμό από γενετικούς παράγοντες, ωστόσο καλλιεργείται και αναπτύσσεται ιδιαίτερα στην πρώιμη εκπαιδευτική διαδικασία.

Αναφορικά με τη βιβλιογραφία, υπάρχουν διάφορα θεωρητικά μοντέλα που αναφέρονται στον τρόπο πρόσληψης και εκμάθησης της νέας γνώσης. Επιλέχθηκε για την ερευνητική εργασία το μοντέλο του VAK, γιατί σύμφωνα με τη βιβλιογραφική επισκόπηση *αποτελεί ένα* από τα πιο απλά, αλλά και πολύ δημοφιλή θεωρητικά μοντέλα, το οποίο μπορεί να ανταποκριθεί στα χαρακτηριστικά και τις ανάγκες των μαθητών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης.

Ο Neil Fleming, που διατύπωσε τη θεωρία του VAK (Visual, Auditory,Kinesthetic), υποστήριξε ότι υπάρχουν τρεις τρόποι που μαθαίνουν οι άνθρωποι, για αυτό και βασίζεται σε τρεις αισθητηριακές λειτουργίες από τις οποίες προέρχονται και τα αρχικά του: οπτική (βλέπω και διαβάζω), ακουστική (ακούω) και κιναισθητική (κίνηση και αφή), οι οποίες ερμηνεύουν τις τρεις προτιμούμενες κατηγορίες των στυλ μάθησης.

Συγκεκριμένα :

- Οπτικός τύπος : η σκέψη του ενεργοποιείται μέσα από εικόνες, διαγράμματα, προβολές, φύλλα εργασίας.
- Ακουστικός : μαθαίνει καλύτερα μέσα από διαλέξεις, συζητήσεις, ηχογραφήσεις.
- Κιναισθητικός : ενεργοποιείται μέσω της κίνησης, της αφής, της βιωματικής και ενεργούς δράσης του(εξερεύνηση του κόσμου, επιστημονικά projects, πειράματα)

Η ενσωμάτωσή του μοντέλου VAK στη μαθησιακή διαδικασία παρέχει τη δυνατότητα στους εκπαιδευτές να σχεδιάσουν τη μαθησιακή πορεία του κάθε εκπαιδευόμενου βάσει του στυλ μάθησής του. Παράλληλα, οι ίδιοι οι εκπαιδευόμενοι αναγνωρίζοντας τον τρόπο που μαθαίνουν ευκολότερα, δύνανται να βελτιστοποιήσουν τα μαθησιακά οφέλη. (Woda & Kubacki-Gorwecki) (http://mcrblogs.co.uk)

1.6 Τεχνολογία και σχολικά μαθηματικά

NCTM March 2008

Ο S.Papert θεώρησε αναγκαία την ενσωμάτωση της τεχνολογίας στη μαθηματική εκπαίδευση (1960) και στην πραγμάτωση της ιδέας αυτής συνεργάστηκε με τον Piaget. Θεωρούσε ,ότι η τεχνολογία κάνει ένα μαθησιακό περιβάλλον πιο πυκνό σε ερεθίσματα και πιο πλούσιο σε ευκαιρίες εμπλοκής στα Μαθηματικά (Papert, 1991). Σε ένα τέτοιο περιβάλλον ο μαθητής -χρήστης μπορεί να εκφράζεται ελεύθερα, να κάνει εικασίες, να τις ελέγχει. Η ανάπτυξη μαθηματικών νοημάτων στηριζόταν ανέκαθεν σε διαθέσιμα υλικά και συμβολικά εργαλεία για μαθηματικούς υπολογισμούς (Artigue, 2002)
Η σύγχρονη επιστημονική έρευνα αναδεικνύει διαρκώς τη σημαντικότητα των νέων ψηφιακών μέσων δίνοντας έμφαση στη συμβολή τους στην εκπαιδευτική διαδικασία και τονίζοντας ότι τα ψηφιακά μέσα είναι ικανά να διευκολύνουν και να υποστηρίξουν τη μετεξέλιξη της παιδαγωγικής πρακτικής (Κυνηγός & Δημαράκη, 2002).

Η εκμάθηση των μαθηματικών έχει την ίδια φύση με τη διαδικασία στην οποία εμπλέκονται οι μαθηματικοί (Κυνηγός, Το Μάθημα της διερεύνησης. Παιδαγωγική αξιοποίηση της Σύγχρονης Τεχνολογίας για τη διδακτική των μαθηματικών: Από την Έρευνα στη Σχολική Τάξη, 2006). Συνίσταται δηλαδή στην εμπειρική, υποθετικο – παραγωγική διαδικασία, όπου το ζητούμενο είναι η δημιουργία και η ανάπτυξη προσωπικών νοημάτων από τους μαθητές μέσα από τις υποθέσεις, εικασίες, αποδείξεις, ανασκευές, αντιπαραδείγματα, συνεχείς τροποποιήσεις και ελέγχους (Κυνηγός, Το Μάθημα της διερεύνησης. Παιδαγωγική αξιοποίηση της Σύγχρονης Τεχνολογίας για τη διδακτική των μαθηματικών: Από την Έρευνα στη Σχολική Τάξη, 2006). Φυσικά η μελέτη της μαθησιακής διαδικασίας δεν είναι μια απλή υπόθεση καθώς ο τρόπος με τον οποίο κάθε ένας μαθαίνει ποικίλλει σημαντικά. Με τα ειδικά ψηφιακά εργαλεία ο μαθητής έχει τη δυνατότητα να «κάνει μαθηματικά» με τρόπους που ήταν αδύνατο με τα προ – τεχνολογικά μέσα του χαρτιού, του μολυβιού, του χάρακα και του μοιρογνωμονίου (Κυνηγός, Το Μάθημα της διερεύνησης. Παιδαγωγική αξιοποίηση της Σύγχρονης Τεχνολογίας για τη διδακτική των μαθηματικών: Από την Έρευνα στη Σχολική Τάξη, 2006) .

Η τεχνολογία λοιπόν αποτελεί ένα ιδιαίτερα σημαντικό εργαλείο για τη διδακτική των Μαθηματικών στα πλαίσια του 21ου αιώνα. Προς αυτή την κατεύθυνση οφείλουν να προσανατολίζονται όλα τα εκπαιδευτικά ιδρύματα, εξασφαλίζοντας την προσβασιμότητα των εκπαιδευόμενων στην αποτελεσματική χρήση της. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν μέσω της ενσωμάτωσης της τεχνολογίας στη διδασκαλία τους να κινητοποιήσουν το ενδιαφέρον των εκπαιδευόμενων, να συμβάλλουν στην πληρέστερη κατανόηση μαθηματικών εννοιών και να ανοίξουν το πεδίο των Μαθηματικών για όλους τους εκπαιδευόμενους , σε άμεση συσχέτιση με τις ατομικές δυσκολίες και στυλ μάθησης του καθενός.

Ο τρόπος ενσωμάτωσης των ψηφιακών εφαρμογών στην εκπαιδευτική διαδικασία αφορά κατά κύριο λόγο αυτόν καθεαυτό το συνεπή σχεδιασμό του μαθησιακού περιβάλλοντος που καλείται να υλοποιήσει ο εκπαιδευτικός εφαρμόζοντας τις επιταγές του παιδαγωγικού συστήματος, με βάση τη θεωρία μάθησης που έχει επιλέξει.

Επίσης, ο σχεδιασμός των τρόπων αξιοποίησης των ψηφιακών τεχνολογιών διέπεται από τις αρχές της καινοτομίας, της πρόσθετης παιδαγωγικής αξίας και της βαθιάς πρόσβασης στις λειτουργικότητες της τεχνολογίας (Κυνηγός, 2007)

Αν και τελικός αποδέκτης μιας σχολικής καινοτομίας είναι ο άμεσα εμπλεκόμενος-ο εκπαιδευόμενος-δεν μπορεί να αγνοηθεί ο εκπαιδευτικός, η σχολική περιρρέουσα ατμόσφαιρα καθώς και του συστημικού πλαισίου που διαμορφώνει τη σχολική πραγματικότητα (Ponte, 2008). Δηλαδή, η αποτελεσματικότητα της εφαρμογής μιας σχολικής καινοτομίας συνδέεται στενά όχι μόνο με το περιεχόμενο αλλά και τις άλλες παραμέτρους της εκπαιδευτικής πρακτικής αλλά και με την αποδοχή της από το σύνολο της εκπαιδευτικής κοινότητας. Η επισήμανση αυτή, οδηγεί στο συμπέρασμα, ότι η επιμόρφωση των εκπαιδευτικών για ζητήματα σχετικά με την τεχνολογία και την αξιοποίησή της αποτελεί μοχλό για την αποδοχή και εγκατάσταση μιας καινοτομίας, όπως αυτής που αφορά τη χρήση ψηφιακών εργαλείων στη διδασκαλία των διαφόρων γνωστικών αντικειμένων.

Συγκεκριμένα, στη διδασκαλία των μαθηματικών η αντίληψη «μαθηματικά για όλους» θέτει την απαίτηση μιας ποιοτικότερης διδασκαλίας από μέρους των εκπαιδευτικών που με τη σειρά της απαιτεί εκπαιδευτικούς με περισσότερη μαθηματική επάρκεια και διδακτική ικανότητα η οποία μπορεί σε μεγάλο βαθμό να εξασφαλιστεί από τη συνεχή επαγγελματική τους ανάπτυξη (Adler et al., 2005). Η απαίτηση αυτή γίνεται περισσότερο ορατή όταν στη μαθησιακή διαδικασία και πρακτική εντάσσονται ψηφιακά μέσα και τεχνολογίες επικοινωνίας τα οποία καλείται να χρησιμοποιεί ο εκπαιδευτικός και να αξιοποιεί στη διδασκαλία του με ποιοτικό τρόπο.

Εξετάζοντας τον εκπαιδευτικό ως χρήστη των ψηφιακών μέσων η Laborde (2008) διακρίνει δυο επίπεδα. Στο πρώτο επίπεδο ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί την τεχνολογία για να πραγματοποιήσει μια δραστηριότητα για τον εαυτόν του και στο δεύτερο επίπεδο για να διδάξει και να ενθαρρύνει τους μαθητές του στη μάθηση των μαθηματικών.

Σύμφωνα με πολλές ερευνητικές και παιδαγωγικές απόψεις (π.χ. ICME, 8, 10) η ψηφιακή τεχνολογία θεωρείται:

- ένας καταλύτης που μπορεί να συμβάλει στην αλλαγή του προγράμματος σπουδών και των πρακτικών της διδασκαλίας,
- ένα εργαλείο που μπορεί να αλλάξει βαθειά τη μαθηματική δράση,
- ένα μέσο που μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές να κατασκευάσουν μια καλύτερη κατανόηση για τις έννοιες και τις σχέσεις των μαθηματικών.

Υπό αυτή την προοπτική, η επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στη χρήση των νέων τεχνολογιών και στην αξιοποίηση των ψηφιακών μέσων στη διδακτική διαδικασία μπορεί να ενισχύσει την επαγγελματική τους γνώση και να μεταλλάξει τις πρακτικές τους καθώς οι τελευταίες επηρεάζονται από την ακαδημαϊκή γνώση (Γαβρίλης & Κεΐσογλου, 2008)

«Η τεχνολογία είναι σημαντικό εργαλείο για την αποτελεσματική διδασκαλία και εκμάθηση των μαθηματικών. Επεκτείνει τα μαθηματικά που μπορεί να διδαχθούν και διευρύνει την εκμάθηση των παιδιών».Ο βαθμός σημαντικότητάς της ορίζεται από το γεγονός ότι αποτελεί μία από τις έξι αρχές στο έγγραφο των αρχών και των στάνταρ.(Principles and Standards)

Ο όρος τεχνολογία στο πλαίσιο των σχολικών μαθηματικών αναφέρεται σε:

- Ψηφιακά εποπτικά μέσα
- Αριθμομηχανές
- Διαδίκτυο
- Ηλεκτρονικός υπολογιστής
- Εκπαιδευτικό λογισμικό

και αναφέρεται σύμφωνα με το NCTM στην εκμάθηση και διδασκαλία των μαθηματικών. Η τεχνολογία μπορεί να μεγεθύνει το εύρος του περιεχομένου που μπορούν να μάθουν οι εκπαιδευόμενοι και να διευρύνει τη γκάμα των προβλημάτων με την οποία μπορούν να ασχοληθούν.(Ball&Stacey, 2005 NCTM Position Statement, 2003). (NCTM, 2003, 2005) Σύμφωνα με τους Lee & Chen, (2010) και Bouck & Flanagan, (2010) κυριαρχεί μια νέα τάση στη διδακτική των μαθηματικών που αφορά στη χρήση των ψηφιακών εποπτικών μέσων, ειδικότερα των εικονικών αναπαραστάσεων (virtual manipulatives) στατικών και δυναμικών.

Κατά τους (Moyer, Bolyard, & Spikell, 2002) στο διαδίκτυο εντοπίζονται δύο ειδών αναπαραστάσεις κάτω από τον όρο «ψηφιακά εποπτικά μέσα»:οι στατικές οπτικές αναπαραστάσεις που ουσιαστικά είναι εικόνες οι οποίες δεν έχουν τη δυνατότητα επεξεργασίας (μετακίνησης, περιστροφής κτλ) και οι δυναμικές οπτικές αναπαραστάσεις που είναι αντικείμενα εύκολα μετακινήσιμα, περιστρέψιμα κτλ.

Οι Crawford και Brown(2003) αναφέρουν ότι τα «ψηφιακά εποπτικά μέσα» είναι μια τεχνολογική εξέλιξη και επέκταση των παραδοσιακών εποπτικών «χειραπτικών υλικών» που κατά καιρούς χρησιμοποιούσαν οι εκπαιδευτικοί στη διδασκαλία διάφορων μαθηματικών εννοιών.

Σύμφωνα με έρευνα των Lee και Chen σε 580 μαθητές σχολείων στη Taiwan σε σχέση με το συναίσθημα τους κατά τη χρήση εικονικών αναπαραστάσεων, τη συμπεριφορά τους στην επίλυση προβλήματος και την άποψή τους για την ευχρηστία και τη χρησιμότητά τους, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι :

-οι εκπαιδευτικοί οφείλουν ακόμα να απομακρύνουν το φόβο των μαθητών για τα Μαθηματικά

- οι μαθητές ένιωσαν ότι βελτιώθηκε η μάθησή τους

Ο Fulmer (Gadadinis, 2004)υποστηρίζει ότι « τα ψηφιακά εποπτικά μέσα είναι «φυσικά» αντικείμενα που βοηθούν τους εκπαιδευόμενους και τους χρήστες να χειρίζονται σχέσεις και εφαρμογές». Ο Fulmer(2004), επιπλέον, υποστηρίζει ότι η χρήση των «ψηφιακών εποπτικών μέσων»στη διδασκαλία των Μαθηματικών είναι ένας αποτελεσματικός τρόπος για να εμπλέξεις τους μαθητές στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Οι αριθμομηχανές και άλλα τεχνολογικά εργαλεία, όπως ηλεκτρονικά συστήματα γεωμετρίας, εφαρμογές, φύλλα εργασίας, αλληλεπίδρασης μηχανές παρουσίασης αποτελούν ζωτικά κομμάτια τμήματα μιας υψηλής ποιότητας εκπαίδευσης μαθηματικών. Με την κατάλληλη καθοδήγηση οι εκπαιδευόμενοι σε διαφορετικά επίπεδα μπορούν να χρησιμοποιούν αυτά τα εργαλεία προκειμένου να υποστηρίξουν και να επεκτείνουν μαθηματική λογικοποίηση, κερδίζοντας πρόσβαση στο μαθηματικό περιεχόμενο και στο πλαίσιο επίλυσης προβλήματος και να βελτιώσουν την απόδοσή τους. Σε ένα κατάλληλα καταρτισμένο πρόγραμμα μαθηματικών, οι εκπαιδευόμενοι μπορούν να χρησιμοποιήσουν το σύνολο των εργαλείων αυτών ,ώστε να έχουν αποτελεσματικότερο μάθηση.

Το εκπαιδευτικό λογισμικό είναι ένας τρόπος για να διδαχθούν μαθηματικές έννοιες με ευχάριστο, άμεσο και εύληπτο τρόπο. Οι σειρές εκπαιδευτικών λογισμικών Fizz&Martina και Prime Time Math παρουσιάζουν τα προβλήματα σαν εξελιγμένες ιστορίες στο πλαίσιο της πραγματικότητας. Οι The Zoombinis Logical Adventure (The Learning Company/ Riverdeep) και Math area (Sunburst),περιλαμβάνουν δραστηριότητες γύρω από την αίσθηση του χώρου. Το factory Deluxe δραστηριότητες που βασίζονται σε αριθμητικά πρότυπα και λογική των πράξεων.

Τα προγράμματα αυτά χρησιμοποιούνται ως ένας τρόπος εξάσκησης, θέτουν ερωτήσεις οι οποίες απαντώνται άμεσα ή από μια λίστα πολλαπλών επιλογών. Πολλά από αυτά ανήκουν στην κατηγορία των ηλεκτρονικών παιχνιδιών και είναι πολύ συναρπαστικά και ελκυστικά. Αξιολογούν τις απαντήσεις άμεσα και δίνουν ανατροφοδότηση μέσα από χρήσιμες υποδείξεις που δίνονται μέσω κάποιου οπτικού μοντέλου. Δίνουν τη δυνατότητα στον εκπαιδευτικό να παρατηρήσει την πρόοδο του κάθε παιδιού χωριστά.

Υπάρχουν κάποια κριτήρια που αφορούν τη δημιουργία ή την επιλογή ενός λογισμικού:

- Αναστοχαστική σκέψη με σκοπό τον προβληματισμό και την αποτελεσματική μάθηση
- Ευχρηστία
- Παροχή εννοιολογικών πληροφοριών και ανατροφοδοτική αντιμετώπιση του λάθους
- Επιλογή ενεργοποίησης ή απενεργοποίησης κάποιων στοιχείων από τον εκπαιδευτικό(ήχοι, επίπεδα δυσκολίας)
- Συνεισφορά στους στόχους του μαθήματος ή της θεματικής ενότητας
- Συνδυασμός δραστηριοτήτων στον υπολογιστή με δραστηριότητες εκτός υπολογιστή(συλλογή μετρίσιμων δεδομένων και αποτίμηση τους μέσα σε λογισμικό)

Οι εκπαιδευόμενοι προκειμένου να εργασθούν στα πλαίσια μιας μαθηματικής δραστηριότητας, κρίνεται αναγκαίο να μάθουν να στοχάζονται, να ερευνούν, να ανακαλύπτουν, να διατυπώνουν ερωτήματα, να οργανώνουν στρατηγικές, να κάνουν διερευνήσεις και να ασκούνται στη συλλογή, καταγραφή και ερμηνεία των εκάστοτε δεδομένων (Ματσαγγούρας, 2003).

Η αξιοποίηση της τεχνολογίας και των εφαρμογών της στη διδασκαλία των μαθηματικών, οδηγεί τους μαθητές στην οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης προωθώντας αφ’ ενός την ατομική προσπάθεια και αφ’ ετέρου την ομαδοσυνεργατική εργασία.

Οι Suh, Moyer & Heo (2005) (Moyer, Niezgoda, & Stanley, 2005)υποστηρίζουν ότι η ενσωμάτωση της τεχνολογίας στη διδακτική των Μαθηματικών είναι το κλειδί στο να βοηθήσει τους μαθητές να μάθουν και να κατανοήσουν σε βάθος τις μαθηματικές έννοιες. Δήλωσαν ότι οι μαθητές που χρησιμοποιούν την κατάλληλη τεχνολογία εμμένουν στους στόχους τους για μεγαλύτερο διάστημα, απολαμβάνουν περισσότερο και επιδεικνύουν οφέλη στην απόδοση τους στα μαθηματικά!

Τα Μαθηματικά είναι από τα λιγότερο δημοφιλή μαθήματα στο σχολείο. Πολλοί μαθητές αισθάνονται φοβία και παρουσιάζουν δυσκολίες στην ανάπτυξη μαθηματικής σκέψης. (Dimitracopoulos, 2001)

Σύμφωνα με τον (Εξαρχάκος, 1993) προκειμένου «να καλλιεργηθεί θετική στάση των μαθητών απέναντι στις μαθηματικές δραστηριότητες, χρειάζεται, να ανταποκρίνονται τα Σχολικά Μαθηματικά στην εκάστοτε σύγχρονη πραγματικότητα, να ανανεώνονται και να εκσυγχρονίζονται, σύμφωνα με τις νέες διδακτικές και παιδαγωγικές προσεγγίσεις, για να μπορούν να εξασφαλίζουν ένα μαθησιακό περιβάλλον, όπου οι μαθητές θα χαίρονται να ασχολούνται με τη διατύπωση και τη λύση των δικών τους προβλημάτων. Αυτό ακριβώς συνιστά και το κομβικό σημείο της εισαγωγής και της ενσωμάτωσης της τεχνολογίας στο πεδίο της διδακτικής των Μαθηματικών».

1.7Διεθνή προγράμματα σπουδών για τη διδασκαλία των μαθηματικών-Κριτική θεώρηση

Αγγλία:

Οι εκπαιδευόμενοι στο αναλυτικό πρόγραμμα της Αγγλίας, οφείλουν να διδαχθούν τα εξής αναφορικά με την επίλυση προβλήματος:

- Να προσεγγίζουν προβλήματα που αφορούν σε παρουσίαση αριθμών και δεδομένων σε διάφορες μορφές, με σκοπό να αναγνωρίσουν αυτό που χρειάζονται.
- Αναπτύξουν ευέλικτους τρόπους προσέγγισης προβλημάτων και να αναζητούν τρόπους να ξεπερνούν τις δυσκολίες τους
- Να λαμβάνουν αποφάσεις σχετικά με το ποιες διαδικασίες/ενέργειες και στρατηγικές να χρησιμοποιούν.
- Να οργανώνουν και να ελέγχουν την εργασία τους

Αναφορικά με τη συλλογιστική ικανότητα, οι εκπαιδευόμενοι θα πρέπει :

- Να εξηγούν τις μεθόδους και το συλλογισμό τους στην επίλυση προβλημάτων

Αναφορικά με τις δυνατότητες επικοινωνίας, οι εκπαιδευόμενοι θα πρέπει :

- Να χρησιμοποιούν λεξιλόγιο, σύμβολα και σωστή γλώσσα που σχετίζεται με αριθμούς και δεδομένα

Μέσα από το αναλυτικό πρόγραμμα της Αγγλίας γίνεται ξεκάθαρο ότι κατά τη βασική-αρχική εκπαίδευση, οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να διδαχθούν τόσο γνώσεις, όσο και δεξιότητες και κατανόηση μέσα από τις εξής πρακτικές:

- Πρακτική εξάσκηση, διερεύνηση και συζήτηση
- Χρήση μαθηματικών ιδεών σε πρακτικές ασκήσεις, μετά καταγραφή αυτών με τη χρήση αντικειμένων, εικόνων, διαγραμμάτων, λέξεων, αριθμώ και συμβόλων
- Χρήση νοητικών εικόνων των αριθμών και των σχέσεων τους για να στηρίξουν την ανάπτυξη αυτών των στρατηγικών νοητικού υπολογισμού
- Εκτίμηση, σχεδίαση-ζωγραφική και μέτρηση μέσα από μια σειρά πρακτικών πλαισίων
- εξαγωγή συμπερασμάτων από τα δεδομένα σε πρακτικές δραστηριότητες
- εξερεύνηση και χρησιμοποιώντας μια ποικιλία των πόρων και υλικών, συμπεριλαμβανομένων των ΤΠΕ

- δραστηριότητες που θα τους ενθαρρύνουν να κάνουν συνδέσεις ανάμεσα στις αριθμητικές πράξεις και στις άλλες πτυχές της εργασίας τους στα μαθηματικά.

Φινλανδία:

Το φιλανδικό αναλυτικό πρόγραμμα αναφέρεται στις κατευθυντήριες γενικές γραμμές διδασκαλίας, ότι πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη το μαθησιακό στυλ των παιδιών, όπως και το υπόβαθρό τους, καθώς και οι αναπτυξιακές διαφορές ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια. Πρέπει κατά την εφαρμογή της διδασκαλίας να λαμβάνεται υπόψη η διαφορετική στοχοθεσία είτε για το σύνολο μιας τάξης είτε για τις επιμέρους ομάδες των μαθητών.

Το μαθησιακό σχέδιο:

Ο κάθε μαθητής στοιχειοθετεί μέσα από τη συνεργασία του με γονείς, εκπαιδευτικούς και άλλο εξειδικευμένο προσωπικό του σχολείου το προσωπικό του πλάνο-σχέδιο μάθησης, ώστε να διαφοροποιήσει τη διδακτική διαδικασία και να τη προσαρμόσει στα δεδομένα του, απολαμβάνοντας κ εξασφαλίζοντας την καλύτερη ευκαιρία μάθησης και προσωπικής ακαδημαϊκής ανάπτυξης.

Το σχέδιο μάθησης είναι ιδιαίτερα υποστηρικτικό και απαραίτητο σε παιδιά μεταναστών και σε παιδιά ιδιαίτερες εκπαιδευτικές/μαθησιακές ανάγκες.

Οι στόχοι του αναλυτικού προγράμματος που αφορούν στον τομέα των μαθηματικών και την επίλυση προβλημάτων είναι οι εξής:

- να κερδίσουν ποικιλία εμπειριών μέσα από διαφορετικούς-πολλούς τρόπους παρουσίασης των μαθηματικών εννοιών. Κατά την εννοιολογική διαδικασία οι βασικές ιδέες-οπτικές θα δοθούν με προφορικό λόγο, με γραπτή γλώσσα, με εργαλεία, με σύμβολα.
- Να δικαιολογούν τις λύσεις και τα συμπεράσματά τους μέσα από εικόνες, μοντέλα, εργαλεία, γράφοντας, μιλώντας.

Η διαφοροποίηση της διδασκαλίας κρίνεται απαραίτητη, ώστε να ληφθούν υπόψη οι ανάγκες της κάθε ομάδας παιδιών, αλλά και η διαφορετικότητα των μαθητών ως προς το στυλ μάθησης, το πολιτισμικό υπόβαθρο, τον τρόπο εργασίας μέχρι τότε, τα διαφορετικά ενδιαφέροντα και ικανότητες, καθώς επίσης και οι συναισθηματικές ανάγκες που είναι άμεσα συνδεδεμένες με τα κίνητρα και την αυτοεκτίμηση.

Τα 3 βασικά κλειδιά της διαφοροποίησης αφορούν :

- Στην έκταση των σπουδών
- Στο βάθος των σπουδών
- Και στο ρυθμό προόδου

Η διαφοροποίηση μπορεί να επικεντρωθεί :

- Στο περιεχόμενο της διδασκαλίας
- Στα υλικά της διδασκαλίας
- Στις διδακτικές μεθόδους που εφαρμόζονται
- Στις μεθόδους εργασίας των μαθητών
- Στο βάρος(ποσότητα) της εργασίας στο σπίτι και του χρόνου που αναλογεί.

Το σχολικό περιβάλλον και οι μέθοδοι προσέγγισης τροποποιούνται με τέτοιο τρόπο ώστε να προσαρμοστούν στις εκάστοτε ανάγκες, επιλογές, χρόνο του κάθε μαθητή, ακόμα και με εξωσχολικές δραστηριότητες.

« Ο κάθε μαθητής/τρια καθοδηγείται και υποστηρίζεται στη μάθηση με τον τρόπο που ταιριάζει καλύτερα σε αυτόν/ήν».

Οι μαθητές χρειάζονται διαφορετικές ευκαιρίες για να δείξουν τις γνώσεις και τις ικανότητες τους και την προσωπική τους πρόοδο, και μάλιστα επωφελούνται από την εξατομικευμένη ανατροφοδότηση.

(oph.fi)

Ιρλανδία:

Το πρόγραμμα κατάκτησης των μαθηματικών εννοιών:

Το πρόγραμμα των μαθηματικών σε κάθε σχολείο θα πρέπει να είναι αρκετά ευέλικτο για να φιλοξενήσει τα παιδιά με διαφορετικά επίπεδα ικανότητας και θα πρέπει να αντανακλά τις ανάγκες τους.

Τα παιδιά σε μια οποιαδήποτε τάξη θα επιδείξουν ένα ευρύ φάσμα ικανοτήτων, στυλ μάθησης και επίτευξης στόχων, και είναι πολύ δύσκολο να καλυφθούν όλων οι ανάγκες σε ένα κοινό πρόγραμμα. Τα παιδιά αποκτούν κατανόηση των μαθηματικών εννοιών με έναν άνισο και γενικευμένο-μοναδικό τρόπο. Είναι απαραίτητη για το λόγο αυτό να υπάρχει ετοιμότητα κατά το σχεδιασμό, τη διδασκαλία και την αξιολόγηση του προγράμματος των μαθηματικών. Είναι απαραίτητη συνθήκη να οικοδομηθεί πάνω στην πρότερη γνώση του παιδιού και περίοδοι συχνής ανασκόπησης και αναστοχασμού είναι σημαντικές.

Μια εποικοδομητική προσέγγιση για τα μαθηματικά μάθηση περιλαμβάνει το παιδί ως ενεργό συμμετέχοντα στη διαδικασία μάθησης. Οι υπάρχουσες ιδέες - γνώσεις χρησιμοποιούνται για να βγει νόημα από νέες εμπειρίες και καταστάσεις. Οι πληροφορίες που αποκτήθηκαν ερμηνεύεται από τους ίδιους τους εκπαιδευόμενους, οι οποίοι κατασκευάζουν έννοιες κάνοντας συνδέσεις μεταξύ της νέας και της υπάρχουσας γνώσης. Πειραματισμός, μαζί με τη συζήτηση μεταξύ των συμμαθητών τους, αλλά και ανάμεσα στον δάσκαλο και το παιδί, μπορεί να οδηγήσει σε γενική συμφωνία ή στην επαναξιολόγηση των ιδεών και των μαθηματικών σχέσεων.

Η σημασία της παροχής στο παιδί δομημένων δυνατοτήτων συμμετοχής σε ερευνητική δραστηριότητα στο πλαίσιο των μαθηματικών δεν μπορεί να υπερτονιστεί. Ο δάσκαλος έχει ένα κρίσιμο ρόλο στην καθοδήγηση του παιδιού να κατασκευάσει έννοια, στην ανάπτυξη μαθηματικών στρατηγικών για την επίλυση προβλημάτων, και στο να αναπτύξει προσωπικά κίνητρα για μάθηση σε μαθηματικές δραστηριότητες.

Η Μαθηματική ανάπτυξη του παιδιού απαιτεί ένα σημαντικό μέρος της πρακτικής εμπειρίας για να δημιουργήσει και να ενισχύσει τις έννοιες και να αναπτύξει μια διευκόλυνση για καθημερινή χρήση τους. Αυτός / αυτή αναπτύσσει ένα σύστημα των μαθηματικών με βάση τις εμπειρίες και τις αλληλεπιδράσεις με το περιβάλλον. Η εμπειρία από το χειρισμό και τη χρήση αντικειμένων και του εξοπλισμού εποικοδομητικά είναι μια βασική συνιστώσα για την ανάπτυξη τόσο των μαθηματικών εννοιών όσο και εποικοδομητικής σκέψης σε όλα τα πεδία του προγράμματος των μαθηματικών.

Τα Μαθηματικά ως επιστήμη διαπερνούν πολλούς από τους τομείς/πτυχές της παιδικής ζωής, είτε αφορά στην ανταπόκρισή τους ως προς τις δομικές μορφές των εικαστικών του ΑΠ, είτε στον υπολογισμό του πώς να επενδύσουν το χαρτζιλίκι τους. Η μαθηματική γλώσσα συμβαίνει-χρησιμοποιείται στο σύνολο του ΑΠ, και επειδή τα παιδιά μπορούν να κατανοήσουν τις έννοιες μόνο μέσα σε ένα πλαίσιο, αυτό επιτυγχάνεται σε όλα τα αντικείμενα του ΑΠ. Χαρακτηριστικά αναφέρονται τα εξής παραδείγματα:

- καταγραφή αποτελεσμάτων στη Φυσική
- Δημιουργία χαρτών στη γεωγραφία,
- Τοποθέτηση γεγονότων σε χρονολογική σειρά στην ιστορία
- Συλλογή δεδομένων για μέτρηση ως ένα φυσικό κομμάτι των δραστηριοτήτων τους (αγώνες δρόμου, μήκος αλμάτων κτλ)
- Δημιουργία ασύμμετρων και συμμετρικών σχημάτων
- Κατανόηση χρόνου στη μουσική
- Χρήση κατάλληλης γλώσσας για περιγραφή εικαστικών τεχνών.
- Ακόμα και χρήση ρυθμών, τραγουδιών, ποιημάτων, παιχνιδιών για την ενίσχυση της κατανόησης μαθηματικών εννοιών.

Η επίλυση προβλήματος στο Ιρλανδικό αναλυτικό πρόγραμμα:

Η ανάπτυξη της ικανότητας για επίλυση προβλημάτων είναι πολύ σημαντικός παράγοντας στο πεδίο των μαθηματικών. Η επίλυση προβλήματος παρέχει ένα πλαίσιο όπου οι έννοιες και οι δεξιότητες μπορούν να αποκτηθούν και στις οποίες η συζήτηση και η συνεργατικότητα μπορούν να ασκηθούν.

Επιπλέον, αποτελεί ένα σημαντικό τρόπο ανάπτυξης ανώτερης τάξης δεξιοτήτων σκέψης. Αυτές περιλαμβάνουν:

- Την ικανότητα για ανάλυση μαθηματικών καταστάσεων
- Τη σχεδίαση, παρακολούθηση και αξιολόγηση λύσεων
- Την εφαρμογή στρατηγικών
- Την απόδειξη δημιουργικότητας και αυτοπεποίθησης στη χρήση των μαθηματικών.

Η επιτυχία βοηθά το παιδί να αναπτύξει αυτοπεποίθηση στη μαθηματική επάρκεια/ικανότητα και ενθαρρύνει την περιέργεια και την επιμονή. Η επίλυση προβλημάτων που στηρίζεται στο περιβάλλον του παιδιού μπορεί να τονίσει τις χρήσεις των μαθηματικών με ένα εποικοδομητικό και ευχάριστο τρόπο.

(NCCA)

Γερμανία:

Στον τομέα κατάκτησης των μαθηματικών εννοιών, τα μαθηματικά θεωρούνται ένα εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων στις φυσικές και κοινωνικές επιστήμες, συμπεριλαμβάνοντας και τη μοντελοποίηση.

Η αυξανόμενη δυνατότητα των μαθηματικών προγραμμάτων για μικροϋπολογιστές έχει προκαλέσει μια συζήτηση για τις απαραίτητες αλλαγές της διδασκαλίας με τη χρήση των υπολογιστών στο σχολείο.

Στη Γερμανία θεωρείται πολύ σημαντικό τα παιδιά όχι μόνο να εξασκούνται στις διαδικασίες (πράξεις) αλλά στην κατανόηση των διαδικασιών αυτών και στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Για να πιστοποιηθεί αυτή η ικανότητα κατανόησης και ερμηνείας κρίνεται απαραίτητη η συμβολή των υπολογιστών στην οπτικοποίηση των μαθηματικών. (ισχυρά μαθηματικά εργαλεία).

Ολλανδία:

Στην Ολλανδία υπάρχει μια ελευθερία ως προς την επιλογή των βιβλίων ακόμα και για τη διαμόρφωση του ΑΠ. Δεν απαιτείται καν έγκριση από το κράτος, κάθε σχολείο μπορεί να συνθέτει και να παράγει προς έκδοση το δικό του βιβλίο. Παρά τη γενική αυτή ελευθερία επιλογής, σχεδόν όλα τα σχολεία ακολουθούν να κοινό αναλυτικό πρόγραμμα ως προς τα μαθηματικά.

Υπάρχουν βασικές αρχές σχετικά με το πώς θα πρέπει να διδάσκονται τα μαθηματικά στο Ολλανδικό αναλυτικό πρόγραμμα:

Τα μαθηματικά ως δραστηριότητα: Οι εκπαιδευόμενοι δεν είναι παθητικοί δέκτες έτοιμων μαθηματικών, αντιθέτως λειτουργούν ως ενεργοί συμμετέχοντες στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Τα μαθηματικά ως μια πραγματικότητα: Ο γενικός στόχος της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι ότι οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να χρησιμοποιούν τις μαθηματικές έννοιες και να τις χρησιμοποιούν ως εργαλεία για την κατανόηση και επίλυση προβλημάτων. Οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να μάθουν μαθηματικά ώστε να είναι χρήσιμα (Freudenthal, 1968). Freudenthal, (1973 ή 1983). *Mathematics as an educational task.* Riedel, Dordrecht.

(Van den Heuvel-Panhuizen, 1996).

Μέσα από τους στόχους που προτείνει το εκάστοτε αναλυτικό πρόγραμμα καταφαίνεται ρητά ο ψηφιακός εγγραμματισμός , με την έννοια ότι οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να χρησιμοποιούν την τεχνολογία προκειμένου να κάνουν πρακτική στις μαθηματικές έννοιες και στην επίλυση προβλημάτων. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στο αναλυτικό πρόγραμμα της Γερμανίας, όπου ο ψηφιακός εγγραμματισμός βοηθά στην κατανόηση μέσα από την οπτικοποίηση της γνώσης.

Επιπλέον, γίνονται αναφορές στον προσωπικό τρόπο μάθησης και στη χρησιμότητα των μαθηματικών μέσα από διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων της πραγματικής ζωής. Οι μαθηματικές έννοιες καλλιεργούνται με τη χρήση διαφόρων υλικών και πρακτικών μέσα στο πλαίσιο ζωής του εκάστοτε εκπαιδευόμενου και της εκάστοτε κοινωνικοπολιτισμικής πρακτικής. Η επίλυση προβλήματος θεωρείται ως ένα επιπλέον εργαλείο για την ανάπτυξη του μαθηματικού τρόπου σκέψης και συνδέεται τόσο και με άλλους τομείς των μαθηματικών (Αγγλία), με άλλα μαθήματα π.χ. φυσική, κοινωνικές επιστήμες (Γερμανία, Ιρλανδία), όσο και με δραστηριότητες της καθημερινής ζωής (Ιρλανδία, Φινλανδία, Ολλανδία).

Στο κεφάλαιο αυτό παρατίθενται συγκεκριμένα στοιχεία από τα αναλυτικά προγράμματα διαφόρων ευρωπαϊκών χωρών, τα οποία αφορούν τον τομέα των μαθηματικών και της επίλυσης προβλημάτων. Γίνονται αναφορές στα αναλυτικά προγράμματα της Αγγλίας, της Φινλανδίας, της Ιρλανδίας, της Γερμανίας και της Ολλανδίας.

Σε όλες τις προαναφερθείσες χώρες, ο εκπαιδευόμενος έχει ενεργητικό ρόλο, χρησιμοποιεί διάφορες στρατηγικές και εργαλεία για την επίλυση προβλήματος, ασκεί έλεγχο στην εργασία του, εξάγει συμπεράσματα και αναστοχάζεται πάνω στα αποτελέσματα των ενεργειών του.

Στο αναλυτικό πρόγραμμα της Φινλανδίας και της Ιρλανδίας λαμβάνεται υπόψη το μαθησιακό στυλ και τα διαφορετικά επίπεδα αναγκών των εκπαιδευομένων. Οι προσωπικές διαδρομές ως προς την προσέγγιση της γνώσης παίζουν ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο για την κατάκτηση των μαθηματικών εννοιών.

Τέλος, στο αναλυτικό πρόγραμμα της Ιρλανδίας, γίνεται αναφορά για το ρόλο του εκπαιδευτικού ως προς την κατάκτηση των μαθηματικών εννοιών. Ο εκπαιδευτικός έχει καθοδηγητικό και υποστηρικτικό ρόλο και είναι υπεύθυνος για την ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσης προβλήματος.

Κεφάλαιο 2

2.1 Πεποιθήσεις - αντιλήψεις-στάσεις των εκπαιδευόμενων για τα Μαθηματικά

Σύμφωνα με τους Φιλίππου και Χρίστου, οι «πεποιθήσεις» ή αλλιώς τα «πιστεύω ενός ανθρώπου είναι οι υποκειμενικές γνώσεις που κατέχει. (Φιλίππου & Χρήστου, 2001)

Ο Ν. Κλαουδάτος υποστηρίζει ότι «Συστήματα των πιστεύω» είναι ο τρόπος προσέγγισης των μαθηματικών εννοιών από την εκάστοτε οπτική γωνία που βλέπει ο καθένας. (Κλαουδάτου, 1996)

Σύμφωνα με τον McLeod οι πεποιθήσεις διαμορφώνονται μέσα στο γνωστικό σύστημα του καθενός και αποκτούν μονιμότητα σε ένα αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα. Αντίθετα οι συγκινήσεις (συναισθήματα) δεν έχουν μεγάλη διάρκεια, μπορούν δηλαδή να εναλλάσσονται ανά τακτά χρονικά διαστήματα. Θεωρείται λοιπόν ότι το άτομο δεν εμπλέκεται ιδιαίτερα γνωστικά, αλλά συναισθηματικά τόσο στις πεποιθήσεις, τις στάσεις και τα συναισθήματα. (Καραγεώργου, Μπαρκάτσα, & Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Νοέμβριος 2001)

Ο κάθε άνθρωπος έχει ένα δικό του «σύστημα πιστεύω». Τα «πιστεύω του κάθε ανθρώπου είναι αποτέλεσμα των προσωπικών του εμπειριών, του συστήματος των αξιών του και της φιλοσοφίας του. Το συναίσθημα συνειδητά και ασυνείδητα παίζει σημαντικό ρόλο, προσδιορίζει και αναδεικνύει το υποκειμενικό στοιχείο. Εν αντιθέσει στο σύστημα των «γνώσεων», υπάρχει το στοιχείο της αντικειμενικότητας. Οι γνώσεις μπορούν να αποδειχτούν και να επαληθευτούν και μπορούν να είναι σε ένα κοινωνικά αποδεκτό πλαίσιο. Παρόλα αυτά η σημασία του είναι μεγάλη και επηρεάζει σημαντικά τη συμπεριφορά του ατόμου. Όσον αφορά τα μαθηματικά, τα «πιστεύω» ενός ατόμου μπορούν να προσδιορίσουν το βαθμό που θα ανταποκριθούν σε μαθηματικές δεξιότητες. Επιπλέον, τα «πιστεύω» σε πολλές περιπτώσεις μπορούν να επηρεάσουν τις στάσεις και τα συναισθήματα του ατόμου. Οι πεποιθήσεις αφορούν στο γνωστικό και υποκειμενικό κόσμο του ατόμου, χωρίς τεκμηρίωση, άρα και αντικειμενικότητα. Αρκετοί θεωρούν τις πεποιθήσεις ως το «σύνορο μεταξύ του συναισθηματικού και γνωστικού τομέα» (Ruffel M., Mason J., Allen B., 1998).

Τα πιστεύω που υπάρχουν για τα μαθηματικά είναι τα εξής:

- Τα μαθηματικά δεν έχουν εφαρμογή στην καθημερινή ζωή.
- Τα προβλήματα των μαθηματικών μπορούν να λυθούν είτε μέσα σε 10 λεπτά ή δε μπορούν να λυθούν. Αυτό σημαίνει ότι πολλές φορές οι εκπαιδευόμενοι εγκαταλείπουν τις προσπάθειές τους όταν δυσκολεύονται.
- Μόνο οι μεγαλοφυείς εκπαιδευόμενοι είναι ικανοί να κάνουν μαθηματικά. Αυτό σημαίνει ότι τα μαθηματικά δεν απευθύνονται σε όλους παρά μόνο σε μια μικρή ομάδα ανθρώπων, έτσι οι υπόλοιποι εγκαταλείπουν κάθε προσπάθεια. (Κλαουδάτου, 1996)
- Πέρα από τις παραπάνω απόψεις, υπάρχουν και οι αντίθετες, οι οποίες υποστηρίζουν το γεγονός ότι τα μαθηματικά είναι πολύτιμο εργαλείο σκέψης και οι εκπαιδευόμενοι πρέπει και μπορούν να αποκτήσουν αυτονομία στη μάθηση. Επιπλέον, η μαθηματική ικανότητα δεν είναι μια στατική διαδικασία αλλά μπορεί να αλλάξει και εάν οι μαθηματικές δραστηριότητες προσελκύουν το ενδιαφέρον των εκπαιδευομένων μπορούν να έχουν άμεση ενεργή εμπλοκή.

Αντιλήψεις θεωρούνται οι υποκειμενικές πεποιθήσεις που έχει ένα άτομο, αναφορικά με ένα αντικείμενο ή και μια κατάσταση. Όσον αφορά τον τομέα των μαθηματικών, οι αντιλήψεις σχετίζονται με τους υποσυνείδητους ή συνειδητούς κανόνες τις έννοιες και τις εμπειρίες του ατόμου.

Οι εκπαιδευτικοί έχουν και αυτοί τις δικές τους αντιλήψεις για τα μαθηματικά.

Οι αντιλήψεις των εκπαιδευομένων σχετικά με τα μαθηματικά μπορούν να συνοψιστούν ως εξής :

- Τα μαθηματικά είναι μια ανθρώπινη κατασκευή. Δημιουργούνται από τον άνθρωπο προκειμένου να ανταποκριθούν στις ανάγκες του.
- Τα μαθηματικά που δημιουργούνται από τον άνθρωπο στηρίζονται σε μαθηματικά που προϋπάρχουν.

- Τα μαθηματικά έχουν κάποιες σχέσεις. Οι σχέσεις αυτές μπορεί να έχουν ανακαλυφθεί από τον άνθρωπο, μπορεί όμως και όχι. Αυτές οι σχέσεις είναι πολύ σημαντικές καθώς συνδέουν τις διάφορες έννοιες μεταξύ τους.

(Φιλίππου & Χρήστου, 2001)

Πέρα από τις στάσεις και τις πεποιθήσεις που επηρεάζουν τη μαθησιακή διαδικασία, πολλοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με τα συναισθήματα που δημιουργούνται στον εκπαιδευόμενο σχετικά με το μάθημα των μαθηματικών.

Σύμφωνα με τη Buxton τόσο τα συναισθήματα, όσο ο ίδιος ο εκπαιδευτικός και η ατμόσφαιρα της τάξης συμβάλλουν επίσης στη δημιουργία θετικών στάσεων. (Buxton, 1981)

<u>Στάσεις</u>

Οι πεποιθήσεις και οι στάσεις των εκπαιδευομένων για τα μαθηματικά μπορούν να επηρεάσουν σε μεγάλο βαθμό τις επιδόσεις τους. Σύμφωνα με τους Φιλίππου και Χρίστου (2001), οι «στάσεις» είναι η διάθεση ή η τάση των ανθρώπων να τοποθετούνται με θετικό ή αρνητικό τρόπο απέναντι σε κάποια συγκεκριμένα γεγονότα, σε άλλα άτομα ή φορείς, σε αντικείμενα ή και σε μαθήματα. Τα άτομα βάσει του υποκειμενικού τους στοιχείου αξιολογούν. Η αξιολόγηση μπορεί να προέρχεται και από τις εμπειρίες του ατόμου, οι οποίες μπορεί να ποικίλλουν αναφορικά με το πόσο θετικές ή αρνητικές ήταν. Αυτές είναι που θα επηρεάσουν στη συνέχεια και τα συναισθήματα, αλλά και τον τρόπο που θα συμπεριφερθεί. (Φιλίππου & Χρήστου, 2001, p. 31)

Οι Pekhonen και Safuanov, θεωρούν ότι οι στάσεις των εκπαιδευομένων επηρεάζονται από τις εκάστοτε εμπειρίες τους.

Οι περισσότεροι ερευνητές καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι οι στάσεις δεν είναι μια μόνιμη κατάσταση, αλλά μπορούν να αλλάξουν και να μετασχηματιστούν. Ο Kulm υποστηρίζει ότι οι στάσεις ξεκινούν να διαμορφώνονται από την ηλικία των 9 ετών και ολοκληρώνονται στην ηλικία των 15 ετών. (Karageorgos, Barkatsas, Gialamas, & Kasimatis, 1998, p. 23)

Τα μαθηματικά είναι ένα γνωστικό αντικείμενο στο οποίο οι εκπαιδευόμενοι αντιμετωπίζουν αρκετές δυσκολίες. Οι αλλεπάλληλες αποτυχημένες προσπάθειες κατανόησης και επίλυσης των μαθηματικών προκαλούν απογοήτευση στους εκπαιδευόμενους και σταδιακά δημιουργούν αρνητικές στάσεις, πεποιθήσεις και συναισθήματα για το αντικείμενο, γεγονός που παρεμποδίζει ακόμα περισσότερο τη μάθησή τους και μπορεί σταδιακά να οδηγήσει σε μαθηματικό αναλφαβητισμό. Οι έννοιες «αριθμοφοβία» και «μαθηματικοφοβία» αναπτύχθηκαν σχεδόν παράλληλα με τη γένεση των μαθηματικών.

Ο Husen(1967) στην έκθεση της πρώτης Διεθνούς Έρευνας για την επίδοση στα μαθηματικά επισημαίνει ότι «οι στάσεις των εκπαιδευομένων για τα μαθηματικά είναι το ίδιο σημαντικές με τη γνωστική μάθηση του αντικειμένου».

Έρευνες, τόσο στον ελληνικό όσο και στο διεθνή χώρο καταδεικνύουν ότι οι στάσεις που έχουν οι εκπαιδευόμενοι για τα μαθηματικά επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από την επίδοση που έχουν αλλά και από την ιδέα που έχουν για τις προσωπικές τους ικανότητες (Schoenfield 1982, Φιλίππου 1991). (Φιλίππου & Χρήστου, 2001) Τα αποτελέσματα των ερευνών υποδεικνύουν ότι οι στάσεις των εκπαιδευομένων για τα μαθηματικά μεταβάλλονται με το πέρασμα των χρόνων. Στις μικρότερες ηλικίες οι εκπαιδευόμενοι δείχνουν να έχουν περισσότερη εμπιστοσύνη στις δυνατότητές τους και μεγαλύτερη αυτοπεποίθηση ότι θα τα καταφέρουν. Η εμπιστοσύνη που έχει ο εκπαιδευόμενος ότι θα τα καταφέρει και η πίστη στον εαυτό του, είναι καθοριστικής σημασίας για τη διαδικασία της μάθησης. Δημιουργεί θετικές στάσεις και οι θετικές στάσεις συμβάλλουν στη δημιουργία καλύτερων επιδόσεων.

Ο εκπαιδευτικός παίζει πολύ σημαντικό ρόλο για την ανάπτυξη της θετικής αυτοεικόνας και της θετικής αντίληψης του εαυτού για τον εκπαιδευόμενο. Μεγάλο μέρος της ευθύνης πέφτει πάνω του όχι μόνο για την καλλιέργεια των γνωστικών διαδικασιών και τη μεταλαμπάδευση της γνώσης, αλλά και για τη δημιουργία του κατάλληλου και ασφαλούς πλαισίου.

Ο Jensen (1993), θεωρεί ότι η διδασκαλία των μαθηματικών πρέπει να δημιουργεί στους εκπαιδευόμενους πρωτίστως την ιδέα ότι υπάρχει η δυνατότητα να πετύχουν. Έρευνες έχουν δείξει ότι η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών έχει άμεση σχέση με τα «πιστεύω» τα συναισθήματα και τις αντιλήψεις. Τέλος, θεωρεί ότι η αυτοπεποίθηση αναφορικά με τη μάθηση των μαθηματικών συντείνει στην «επιτυχία» ή «αποτυχία».

Επιπλέον, έρευνες όπως των Hart & Walker (1993), σχετικά με το κατά πόσο οι εκπαιδευόμενοι θεωρούν χρήσιμη την ενασχόλησή τους με τα μαθηματικά, έχουν δείξει ότι :

- Η ανάπτυξη της «μαθηματικοφοβίας», οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στις αντιλήψεις που έχουν οι εκπαιδευόμενοι ως προς τη χρησιμότητα των μαθηματικών εντός και εκτός σχολικού πλαισίου.
- Οι εκπαιδευόμενοι έχουν μεγαλύτερο κίνητρο για μάθηση όταν εμπλέκονται σε καταστάσεις επίλυσης προβλημάτων, τα οποία συνδέονται με την καθημερινότητά τους.

Οι στάσεις λοιπόν των εκπαιδευομένων απέναντι στα μαθηματικά μπορεί να έχουν είτε θετικά, είτε αρνητικά αποτελέσματα για τη μάθησή τους (Wlodkowski, 1986). (Φιλίππου & Χρήστου, 2001, σ. 18)

2.2Παράγοντες που συνδέονται με την αποτυχία στα μαθηματικά

Το γεγονός που αφορά στην αποτυχία της μάθησης των μαθηματικών, έχει απασχολήσει κατά καιρούς αρκετούς ερευνητές. Θεωρείται ένα πολύ σοβαρό πρόβλημα καθώς πολλοί εκπαιδευόμενοι τόσο σε μικρές ηλικίες, αλλά πολύ περισσότερο σε μεγαλύτερες ηλικιακές ομάδες του σχολείου εκφράζουν έντονη δυσφορία για το μάθημα των μαθηματικών. Πολλοί εκπαιδευόμενοι επίσης υποστηρίζουν ότι δυσκολεύονται στην αφομοίωση των μαθηματικών εννοιών έτσι σταδιακά ατονεί το ενδιαφέρον τους, καθώς δεν βρίσκουν κάποιο κίνητρο με αποτέλεσμα να μην έχουν κίνητρο για μάθηση, να χάνουν σταδιακά το ενδιαφέρον τους, να παραιτούνται από οποιαδήποτε προσπάθεια και σταδιακά να οδηγούνται στην αποτυχία. Η αποτυχία στα μαθηματικά δεν είναι ένα φαινόμενο αποκομμένο από τη σχολική κοινότητα. Αντιθέτως, συμπεριλαμβάνεται μέσα στο πλαίσιο της γενικότερης σχολικής αποτυχίας, πράγμα το οποίο χρήζει άμεσης διερεύνησης και συνάμα αντιμετώπισης. Γιατί αποτυγχάνουν λοιπόν οι εκπαιδευόμενοι στα μαθηματικά; Έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί στον τομέα αυτό μας δίνουν τις εξής απαντήσεις και προσδιορίζουν τους εξής παράγοντες για το φαινόμενο αυτό.:

-Ατομικοί παράγοντες:

Στους ατομικούς παράγοντες υπάρχει η εμπλοκή του γνωστικού και του συναισθηματικού τομέα.

- Στο γνωστικό τομέα, παίζει σημαντικό ρόλο ο βαθμός της νοητικής ανάπτυξης των εκπαιδευομένων για την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και για την ανάπτυξη των λογικομαθηματικών ικανοτήτων.
- Στο συναισθηματικό τομέα, παρουσιάζεται δυσκολία στις μαθηματικές έννοιες, όταν κάποιο άτομο παρουσιάζει για παράδειγμα στοιχεία υπερκινητικότητας ή επιθετικότητας.

Οι λόγοι που οι μαθητές συνήθως αποτυγχάνουν στα μαθηματικά είναι οι κάτωθι :

✓ Το ίδιο το σύστημα:

Σύμφωνα με κάποιους ερευνητές,, η αποτυχία στα μαθηματικά συνδέεται άμεσα με κοινωνικοπολιτισμικούς παράγοντες.. Άλλοι πάλι θεωρούν ότι υπάρχουν κάποιοι μαθητές με ιδιαίτερο χάρισμα στα μαθηματικά, οι οποίοι δε προωθούνται από το σύστημα.

Έχει διαπιστωθεί ότι πολλοί από τους εκπαιδευόμενους οι οποίοι αποτυγχάνουν στα μαθηματικά και στο σχολείο γενικότερα προέρχονται από χαμηλά κοινωνικά στρώματα.

✓ Η φύση του μαθήματος:

Η φύση του μαθήματος προϋποθέτει μια ιεραρχία ως προς την κατάκτηση των μαθηματικών εννοιών. Υπάρχει λοιπόν μια αλυσιδωτή διαδοχή εννοιών, όπου για να προχωρήσει ο εκπαιδευόμενος στην κατάκτηση της επόμενης έννοιας πρέπει να έχει κατανοήσει την προηγούμενη.

Μια δυσκολία που έρχεται να προστεθεί ακόμα, αφορά στη χρήση της μαθηματικής ορολογίας. Η μαθηματική γλώσσα είναι διαφορετική από την καθημερινή με αποτέλεσμα να δημιουργεί εμπόδιο στους εκπαιδευόμενους η κατανόηση των εννοιών.

Επίσης, η μαθηματική σκέψη αυτοματοποιείται. Στόχος δηλαδή τις περισσότερες φορές δεν είναι η κατανόηση των εννοιών, αλλά η κάλυψη της ύλης που πρέπει να διδαχθεί σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.

(ΕΜΕ, 1986)

- ✓ Τα διδακτικά βιβλία και τα αναλυτικά προγράμματα των Μαθηματικών.

Μέσα από τα αναλυτικά προγράμματα καταφαίνεται η διδακτέα ύλη καθώς και ο τρόπος διδασκαλίας της. Στην πράξη όμως υπάρχουν πολλές διαφοροποιήσεις αναφορικά με τον τρόπο που θα δομηθούν οι έννοιες. Οι μαθηματικές θεωρίες πολύ λίγη σχέση φαίνεται να έχουν με την πραγματικότητα που βιώνει ο εκάστοτε εκπαιδευόμενος, ο οποίος πολλές φορές θεωρεί ότι η γνώση αυτή δε θα του χρειαστεί πουθενά. Η πρακτική αυτή έχει σαν αποτέλεσμα να χάνει ο εκπαιδευόμενος το ενδιαφέρον του, αποστηθίζοντας απλά τη γνώση χωρίς να την κατανοεί σε βάθος. (ΕΜΕ, 1986)

- ✓ Ο διατιθέμενος χρόνος για τη διδασκαλία των μαθηματικών.

Οι εκπαιδευτικοί υποστηρίζουν σε πολλές περιπτώσεις ότι ο χρόνος που έχουν για να καλύψουν την ύλη είναι πολύ περιορισμένος, έτσι δυσκολεύονται και οι εκπαιδευόμενοι να κατανοήσουν τις έννοιες.

- ✓ Ο κοινωνικός περίγυρος του εκπαιδευόμενου.

Το κοινωνικό πλαίσιο από το οποίο περιβάλλεται ο εκπαιδευόμενος καθορίζει σε μεγάλο βαθμό τις επιδόσεις του. Πολύ σημαντικό ρόλο επίσης, διαδραματίζουν και οι στάσεις που έχει το οικογενειακό περιβάλλον για τα μαθηματικά. Η οικογένεια είναι αυτή που δημιουργήσει πρωτίστως θετική στάση για τα μαθηματικά και δευτερευόντως το σχολείο.

- ✓ Φταίνε οι ίδιοι οι εκπαιδευόμενοι

Η ραγδαία αύξηση της χρήσης της τεχνολογίας έχει περιορίσει σημαντικά το ενδιαφέρον των εκπαιδευομένων για την παραδοσιακή διδασκαλία όπου πρωτεύοντα ρόλο κατέχει η χρήση του βιβλίου. Η σημερινή τεχνολογική εποχή θεωρείται ότι δε μπορεί να ανταποκριθεί στις αυξημένες εκπαιδευτικές ανάγκες. Ο Σπύρου (Σπύρου, 2000, σ. 80) υποστηρίζει ότι τα «σύγχρονα προβλήματα μας φέρνουν αντιμέτωπους με μια μεταμοντέρνα κατάσταση και σε επαφή με μια νεολαία που έχει άλλες προτεραιότητες, οι οποίες είναι επιτακτική ανάγκη να κατανοηθούν και να παρακολουθηθούν, αν θέλουμε να εξασφαλίσουμε την ανταπόκριση των μαθητών σε ένα πρόγραμμα διδασκαλίας».

- ✓ Ο ρόλος του εκπαιδευτικού

Ένας πολύ σημαντικός παράγοντας που συντελεί στην αποτυχία στα μαθηματικά είναι και ο ρόλος του εκπαιδευτικού. Ο εκπαιδευτικός δεν οφείλει μόνο να είναι γνωστικά καταρτισμένος, αλλά και να έχει την ικανότητα να προσαρμόζει τη διδασκαλία του και στους ατομικούς ψυχολογικούς και κοινωνικούς παράγοντες. Ο εκπαιδευτικός δε θεωρείται αυθεντία όπως παλιότερα και το δασκαλοκεντρικό πλαίσιο τείνει πια να αποκτά περισσότερο μαθητοκεντρική διάσταση, μέσα σε ένα πλαίσιο ενεργούς αλληλεπίδρασης. Στο πλαίσιο αυτό υπάρχει σχετική αυτονομία στη μάθηση και ο εκπαιδευόμενος καλείται να ανακαλύψει μόνος του τη γνώση χρησιμοποιώντας τις δικές του γνωστικές δομές. Επιπλέον, οι στάσεις του εκπαιδευτικού για το μάθημα επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό την επίδοση του εκπαιδευομένου. Μέσα από έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί τα τελευταία χρόνια (McLood, 1989, 1992, Schoenfield, 1989, Barkatsas and Hunting, 1996), έχει προκύψει ότι οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών επηρεάζουν και καθορίζουν τα μέσα και τις στρατηγικές που θα χρησιμοποιήσουν τόσο σε ατομικό όσο και σε ομαδικό επίπεδο. (Thomson 1992, Nesport 1987). (Καραγεώργου, Μπρακατσά, & Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Οι πεποιθήσεις των καθηγητών των Μαθηματικών για τη διδακτικο- μαθησιακή διαδικασία.Μερικές διαστάσεις της συμβολής τους στο μαθηματικό αναλφαβητισμό., 2001, σ. 164)

- ✓ Η Μαθηματικοφοβία

Ως «Μαθηματικοφοβία» σύμφωνα με τους Φιλίππου και Χρίστου (Φιλίππου & Χρήστου, 2001, σ. 45), ορίζεται η «αποστροφή προς τα μαθηματικά, η οποία δημιουργεί ένα αρνητικό συναίσθημα ή μια αρνητική αντίδραση του ατόμου, όταν του ζητείται να λύσει ένα μαθηματικό πρόβλημα ή να επιτελέσει ένα έργο το οποίο περιλαμβάνει μια μαθηματική δραστηριότητα. Η μαθηματικοφοβία δεν είναι μια παθολογική κατάσταση. Προξενείται από τις αρνητικές εμπειρίες που έχουν οι εκπαιδευόμενοι και επηρεάζει άμεσα τη μαθηματική τους επίδοση».

Αποτελέσματα ερευνών καταδεικνύουν ότι η αποστροφή προς τα μαθηματικά εμφανίζεται βαθμιαία σε μεγαλύτερες τάξεις του δημοτικού αλλά και στο γυμνάσιο. Τα κύρια αίτια της μαθηματικοφοβίας είναι τα εξής:

- Το στάδιο της νοητικής ανάπτυξης δε συμβαδίζει πάντα με την ηλικιακή ανάπτυξη. Οι εκπαιδευόμενοι οι οποίοι βρίσκονται σε διαφορετικό νοητικό στάδιο πολλές φορές μένουν πίσω με αποτέλεσμα να δημιουργούνται μεγάλα κενά τα οποία δημιουργούν ανασταλτικό παράγοντα για την προώθηση των μαθηματικών δεξιοτήτων.
- Δημιουργεί ιδιαίτερο φόβο στους εκπαιδευόμενους το γεγονός ότι τα μαθηματικά δε περιορίζονται μόνο στο μάθημα, αλλά, αποτελούν κομμάτι της καθημερινότητας και τη βάση για πολλές επιστήμες.
- Οι στάσεις του οικογενειακού και του ευρύτερου κοινωνικού περιβάλλοντος προς τα μαθηματικά μπορούν να επηρεάσουν τις μαθηματικές επιδόσεις.
- Υπάρχει δυσκολία να μπουν οι εκπαιδευόμενοι σε μια γενικότερη μαθηματική λογική και όχι στη λογική της απλής απομνημόνευσης των μαθηματικών τύπων. Η απομνημόνευση δημιουργεί το φόβο, ότι αν κάποιος δε θυμηθεί τον μαθηματικό τύπο δε θα τα καταφέρει να ανταποκριθεί σε διαδικασίες επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων.
- Πολλές φορές ο ίδιος ο εκπαιδευτικός με τη στάση του δημιουργεί φόβο στους εκπαιδευόμενους.
- Η αντιστοιχία του τεστ με την καλή ή κακή βαθμολογία, δημιουργεί επιπρόσθετο άγχος στους εκπαιδευόμενους.
- Επιπλέον, το κλίμα της τάξης μπορεί να επηρεάσει θετικά είτε αρνητικά τις επιδόσεις των εκπαιδευομένων.

Η μαθηματικοφοβία είναι ένα φαινόμενο που επιδέχεται αλλαγή. Σημαντικό ρόλο προς αυτή την κατεύθυνση διαδραματίζει το ευρύτερο και εγγύτερο κοινωνικό σύστημα, το ίδιο το εκπαιδευτικό σύστημα, ο ρόλος του εκπαιδευτικού και οι συνακόλουθες αλληλεπιδράσεις ανάμεσα σε εκπαιδευτικούς και εκπαιδευόμενους, αλλά και ανάμεσα στους ίδιους τους εκπαιδευόμενους. (Φιλίππου & Χρήστου, 2001, σ. 39)

2.3 Τεχνολογία- σχολική επιτυχία

Σε αυτό το κεφάλαιο παρατίθενται ερευνητικές μελέτες που έχουν διεξαχθεί στο διεθνή χώρο και αφορούν στη χρήση των τεχνολογικών μέσων στη διδακτική και μαθησιακή διαδικασία και κατά πόσο αυτά συμβάλλουν στη σχολική επιτυχία με έμφαση τη σχολική επίδοση.

Οι καινοτομίες της τεχνολογίας στην εκπαίδευση πρέπει να υποστηρίζονται και από παιδαγωγική σκοπιμότητα. Σύμφωνα με τον Shulman χρειάζεται να προετοιμαστούν και οι εκπαιδευτικοί πρωτίστως, προκειμένου να μάθουν πώς να διδάξουν, αλλά και τι να διδάξουν, έτσι ώστε να επιτευχθούν τα αναμενόμενα θετικά μαθησιακά αποτελέσματα. (Ferdig, 2006).

Σύμφωνα με τον Mark Goddard οι εκπαιδευόμενοι θα εξερευνήσουν, θα ανακαλύψουν και κριτικά θα αξιολογήσουν την τεχνολογία και τα μέσα της σαν ένα επιπρόσθετο εργαλείο για τη μάθηση (Goddard, 2002)..

Ο Brad Walmsley υποστηρίζει πως η χρήση της τεχνολογίας στην εκπαιδευτική διαδικασία έχει άμεση σχέση με τον τρόπο που οι εκπαιδευόμενοι διαχειρίζονται προβληματικές καταστάσεις και επιλέγουν νοητικές διαδρομές για την αντιμετώπισή τους. Επιπλέον, η αμφίδρομη σχέση εκπαιδευτικού και εκπαιδευόμενων αποτελεί ένα βασικό παράγοντα για τη διαδικασία της μάθησης . Σε μια μελέτη που πραγματοποιήθηκε στην πολιτεία του Queensland με συμμετοχή 480 σχολείων παρουσιάστηκαν τα εξής αποτελέσματα μέσα από τις απαντήσεις των εκπαιδευομένων σε ερωτηματολόγια. Οι εκπαιδευόμενοι αποκτούν μια αξιόλογη κλιμακούμενη ενεργό εμπλοκή με τα τεχνολογικά μέσα . Παρόλα αυτά, αισθάνονται ότι οι κατευθυντικές οδηγίες που παρέχονται από τους εκπαιδευτικούς κατά τη διάδρασή τους με τα τεχνολογικά μέσα επιδρούν αρνητικά .Συνεπώς, επιβάλλεται ο συγκερασμός της ελεύθερης δράσης των εκπαιδευόμενων και των οδηγιών των εκπαιδευτικών επιφέροντας τα αποδοτικότερα αποτελέσματα στη μάθηση . (Walmsley, 2003).

Οι Funchs και Woessman διερεύνησαν το βαθμό σχετικότητας δύο παραμέτρων, της επίδοσης και της τεχνολογίας. Από τα ευρήματά τους προέκυψε ότι η τεχνολογία δε συμβάλλει στην θετική ή αρνητική επίδοση των εκπαιδευομένων, αν δεν αξιοποιηθεί κατάλληλα. (Funchs, Woessmann 2006)

2.4 Βιβλιογραφική επισκόπηση

Συναφείς έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί στον τομέα της διδακτικής των μαθηματικών, κατηγοριοποιούνται ως εξής :

α) Μαθησιακά στυλ και επίλυση προβλήματος

Ο τρόπος με τον οποίο μαθαίνει το κάθε άτομο αφορά παράγοντες οι οποίοι διαφοροποιούνται ανάλογα με το άτομο. Οι ατομικές αυτές διαφορές προσδιορίζονται μέσα από τον όρο «μαθησιακό στυλ». Σύμφωνα με τον Felder, «κάθε άτομο έχει ένα διακριτό τρόπο να συλλέγει, να επεξεργάζεται και να οργανώνει τις πληροφορίες που προέρχονται από το περιβάλλον του» (Felder 1988). Έχουν αναπτυχθεί διάφορες θεωρίες που στοχεύουν στην αποσαφήνιση του όρου μαθησιακά στυλ. (Sadler-Smith). Σύμφωνα με περισσότερες από αυτές η έννοια του μαθησιακού στυλ έχει πολλές διαστάσεις και σχετίζεται με τον τρόπο που κάθε άτομο αντιλαμβάνεται και αποκωδικοποιεί τις πληροφορίες, την προσωπικότητα του καθενός, το κοινωνικό πλαίσιο μέσα στο οποίο ζει και τέλος σχετίζεται με τις λειτουργίες του ανθρώπινου εγκεφάλου. Όλοι οι παραπάνω παράγοντες καθορίζουν και τον τρόπο μάθησης.

«Οι διάφοροι τύποι μαθησιακού στυλ διαφοροποιούνται μεταξύ τους αναφορικά με τις εκάστοτε στρατηγικές μάθησης που χρησιμοποιούν οι άνθρωποι για την αντιμετώπιση μιας μαθησιακής κατάστασης» (Riding & Rayner, 1998, Felder 1993).

Περιορισμένες είναι ωστόσο οι μελέτες, ως προς τη σχέση του μαθησιακού στυλ με τις προτιμώμενες από το άτομο στρατηγικές λύσης προβλημάτων και ως προς τις μαθηματικές δεξιότητες. (Μεταλλίδου Π. και Πλατσίδου Μ. 2004)

Σύμφωνα με ορισμένους θεωρητικούς, προκειμένου να πραγματοποιηθεί η επίλυση ενός προβλήματος, χρειάζεται το άτομο να μπει σε μια διαδικασία που θα αναζητά συστηματικά τα βήματα που πρέπει να ακολουθήσει για να φτάσει σταδιακά στη λύση. Με αυτό τον τρόπο επιδιώκει να μειώσει την απόσταση της υπάρχουσας από την κατάσταση στην οποία θα βρεθεί. « Η επιλογή καθώς και η εφαρμογή στην πράξη της κατάλληλης στρατηγικής προϋποθέτει μεταγνωστική ενημερότητα για τη φύση του έργου και τις ικανότητες που πρέπει να επιδείξει κάποιος προκειμένου να επιτευχθεί η λύση του». (Newell & Simon, 1972).

Παρακάτω παρατίθενται δυο έρευνες. Η μια αφορά την αξιοποίηση του μαθησιακού στυλ και την εφαρμογή στρατηγικών σε διαφορετικούς τύπους προβλημάτων και η άλλη την αξιοποίηση του μαθησιακού στυλ στις μαθηματικές δεξιότητες.

- ✓ Η έρευνα των Παναγιώτα Μεταλλίδου και Μαρία Πλατσίδου πραγματοποιήθηκε σε 55 φοιτητές και 111 εκπαιδευτικούς Παιδαγωγικών τμημάτων. Στόχος της ερευνητικής εργασίας ήταν να διερευνηθεί η συνεξάρτηση δύο παραμέτρων: του μαθησιακού στυλ(που επικρατεί περισσότερο) και της μεταγνώσης, όπως αυτή προκύπτει από την επιλογή πέντε συγκεκριμένων στρατηγικών σε διαφορετικού τύπου προβλήματα. Η διάκριση του μαθησιακού στυλ(αφομοιωτικό, συγκλίνον, προσαρμοστικό ,αποκλίνον) πραγματοποιήθηκε με το Learning Style Invetory των Kolb & Smith .

  Η αποτίμηση σχετικά με την επιλογή στρατηγικής έγινε με ερωτηματολόγιο με την κλίμακα των Antonietti, Ignazi και Perego (2000).Μέσα από τα ευρήματα της μελέτης αναδείχθηκε ότι τα μαθησιακά στυλ που επικρατούν περισσότερο είναι το προσαρμοστικό και το αποκλίνον. Όσον αφορά τη συσχέτιση μαθησιακού στυλ και επιλογής στρατηγικής για την επίλυση προβλημάτων διεξήχθησαν αναλύσεις με εξαρτημένες μεταβλητές που είναι οι στρατηγικές. Αξίζει να σημειωθεί ότι τη στρατηγική που σχετίζεται με τις νοητικές εικόνες και πως αυτές χρησιμοποιούνται δε βρέθηκε να συσχετίζεται με κάποιο μαθησιακό στυλ. (Μεταλλίδου & Πλατσίδου, 2004)

- ✓ Ο Donald Clark (Clark, 2009) πραγματοποίησε μια μελέτη μεγάλης κλίμακας. Στην έρευνά του, η οποία δημοσιεύτηκε στην εφημερίδα Kinaesthetic Education (174-76 2009) διερευνήθηκε το κατά πόσο επιδρούν τα μαθησιακά στυλ (Vak learning styles) των εκπαιδευομένων στην μαθησιακή διαδικασία. Το μοντέλο Vak ή Vark χρησιμοποιεί τρεις βασικούς αισθητικούς δείκτες, τον οπτικό τον ακουστικό και τον κιναισθητικό και θεωρείται στις μέρες μας ένα από τα πιο δημοφιλή μοντέλα, λόγω της απλότητάς του. Το δείγμα ήταν 600 εκπαιδευόμενοι, οι οποίοι χωρίστηκαν σε τέσσερις ομάδες. Η ομάδα ελέγχου, χωρίς αναγνώριση των μαθησιακών στυλ αποτελείτο από 150 εκπαιδευόμενους. Οι άλλες τρεις ομάδες (κιναισθητική, ακουστική, οπτική), αποτελούνταν επίσης από 150 άτομα η κάθε μια.

Κιναισθητική ομάδα:

Η κιναισθητική ομάδα είχε δεμένα τα μάτια και φορούσε ωτοασπίδες προκειμένου να χρησιμοποιήσουν οι εκπαιδευόμενοι μόνο την αίσθηση της αφής. Στα μαθηματικά υπήρξε κάποια επιτυχία όσον αφορά τον εντοπισμό 3D αντικειμένων με το χέρι μόνο και στην αριθμητική στην καταμέτρηση των μπάλων μέσα και έξω από τις σακούλες. Ωστόσο, υπήρχε δυσκολία στους αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι από το 20 όπως επίσης και στα δισδιάστατα μαθηματικά συμπεριλαμβανομένων των αρνητικών αριθμών, δεκαδικά ψηφία, μέσοι όροι, τετραγωνικές ρίζες, την άλγεβρα, τις γωνίες, την τριγωνομετρία και τον χειρισμό δεδομένων.

Ακουστική ομάδα:

Η ομάδα με το ακουστικό στυλ μάθησης είχε δεμένα τα μάτια και δε χρησιμοποιούσε επίσης την αίσθηση της αφής παρά μόνο της ακοής. Στα μαθηματικά παρουσιάστηκε βελτίωση στην αριθμητική, αλλά σε όλους τους άλλους τομείς δε υπήρξε κάποια μάθηση που μπορούσε να μετρηθεί με κάποιο τρόπο.

Οπτική ομάδα:

Οι εκπαιδευόμενοι των οπτικών τύπων μάθησης φορούσαν ωτοασπίδες και δε χρησιμοποιούσαν την αίσθηση της αφής. Λειτουργούσαν μόνο με την αίσθηση της όρασης. Στα μαθηματικά είχαν καλή απόδοση, αλλά οι εκπαιδευτικοί χρειάστηκε να επικοινωνούν με τη νοηματική γλώσσα.

Το συμπέρασμα στο οποίο κατάληξαν οι ερευνητές, είναι ότι οι εκπαιδευόμενοι που διδάχθηκαν με οπτικό τρόπο είχαν καλά μαθησιακά αποτελέσματα, παρά την έλλειψη ακουστικών ερεθισμάτων. Ωστόσο, αν χρησιμοποιούσαν την αίσθηση της αφής και της ακοής τα αποτελέσματα θα ήταν καλύτερα. Η έρευνα επίσης κατέδειξε ότι οι εκπαιδευόμενοι που μόνο οπτικά και κιναισθητικά είναι πιθανό να υστερούν σε όλα σχεδόν τα μαθήματα, εκτός από τη μουσική και την αγγειοπλαστική.

Ένα βασικό πλεονέκτημα της παρεχόμενης εκπαιδευτικής διαδικασίας με τεχνολογικά μέσα είναι ότι αναδεικνύει και ενισχύει την ικανότητα των εκπαιδευομένων να διαχειρίζονται ευκολότερα την επίλυση προβλημάτων στηριζόμενοι στο στυλ μάθησής τους (Durmus & Karakirik,2006, Preston & Mowbray, 2008, Smedley &Higgins, 2005). Η τεχνολογία προσφέρει μεγάλες δυνατότητες για όλους τους τύπους μάθησης. Τόσο οι ακουστικοί, όσο και οι οπτικοί και κιναισθητικοί τύποι μάθησης μπορούν να εμπλακούν με την τεχνολογία, η οποία έχει θετικά αποτελέσματα και διευρύνει τη μάθηση με έναν ευχάριστο και αποδοτικό τρόπο (Preston & Mowbray, 2008). (Warner, 2012)

β)Στυλ μάθησης και άγχος για τα μαθηματικά

Η έρευνα των Tina Sloan, C.J.Daane και Judy Giesen διερεύνησε τη σχέση μεταξύ του μαθησιακού στυλ και του επιπέδου άγχους για τα μαθηματικά που βιώνουν οι εκπαιδευτικοί πρωτοβάθμιας, πριν εργαστούν. Το δείγμα αφορούσε 72 εκπαιδευτικούς κατά τη φοίτησή τους σε πανεπιστήμιο νοτιοανατολικής Αμερικής στο τρίτο έτος. Οι συμμετέχοντες συμπλήρωσαν την αξιολογική κατάταξη του άγχους ως προς τα μαθηματικά και μια μελέτη της ανάλυσης του μαθησιακού στυλ. Τα αποτελέσματα που έδωσαν τα δυο αυτά «μέσα» αναλύθηκαν βάσει της συσχέτισης Pearson (1 προς 1 μεταβλητές). Εξετάστηκαν επίσης 11 από τις υποκλίμακες του SAS. Η παγκόσμια κλίμακα ήταν η μοναδική που σχετιζόταν με το άγχος για τα μαθηματικά**.**

Αυτή η έρευνα υπέδειξε ότι υπάρχει μια τάση των εκπαιδευόμενων σε παγκόσμιο επίπεδο να διακατέχονται από μεγαλύτερα επίπεδα μαθηματικού άγχους. (Sloan, Daane, & Giesen, 2002)

γ) Ψηφιακά παιχνίδια-Μαθηματικά

Στη σημερινή εποχή με την ανάπτυξη της βιομηχανίας των ψηφιακών παιχνιδιών υπάρχει μεγάλο ενδιαφέρον και απήχηση αναφορικά με τη χρήση τους για εκπαιδευτικούς σκοπούς. Το ενδιαφέρον αυτό παρατηρείται ιδιαίτερα την τελευταία δεκαετία.

Τα ψηφιακά παιχνίδια θεωρούνται «από τις πλέον ενδιαφέρουσες και συναρπαστικές μελλοντικές κατευθύνσεις στο χώρο της εκπαίδευσης» (Day K., 2005).

Σύμφωνα με τους Μεϊμάρη και Γκούσκο (2009), τα ψηφιακά παιχνίδια έχουν εφαρμογή στην καθημερινότητα η οποία, συμβαδίζει με τις τεχνολογικές εξελίξεις. Η ανάπτυξη και η αξιοποίησή τους πλέον, μπορεί να εξυπηρετήσει και άλλους σκοπούς εκτός από τη διασκέδαση.

Ο Van Eck (2006), αναφέρει ότι, διεξάγονται συνεχώς έρευνες σχετικά με το ψηφιακό παιχνίδι και τη μάθηση ως ένας νέος τρόπος διδασκαλίας, ο οποίος απέχει από τον παραδοσιακό. Πέρα από τον σκοπό της διασκέδασης, πολλά ψηφιακά παιχνίδια επιτελούν αποκλειστικά εκπαιδευτικούς σκοπούς. (Προβελέγγιος & Φεσάκης, 2011)

Για τις ανάγκες της παρούσας μελέτης, παρατίθενται έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί αναφορικά με τη χρήση εκπαιδευτικών ψηφιακών παιχνιδιών στην εκπαιδευτική διαδικασία. Συγκεκριμένα, εξετάζεται κατά πόσο το ψηφιακό παιχνίδι μπορεί να προωθήσει μαθηματικές δεξιότητες.

Ορισμένες έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί αναφορικά με την αξιοποίηση του ψηφιακού παιχνιδιού στη διδασκαλία των μαθηματικών είναι οι εξής :

- ✓ Η έρευνα της Ke έχει επικεντρωθεί στη διερεύνηση των καλύτερων πρακτικών για το σχεδιασμό και την ανάπτυξη ενός συγκεκριμένου εκπαιδευτικού ψηφιακού παιχνιδιού σε ένα περιβάλλον μάθησης. Η χρήση του ψηφιακού παιχνιδιού μπορεί να αποτελέσει ένα σημαντικό εργαλείο για την κατανόηση αριθμητικών εννοιών ή την επίλυση προβλημάτων. (Ke, 2008)

- ✓ Οι Bottino et all. (2007) πραγματοποίησαν μακροπρόθεσμα μια έρευνα σε παιδιά δημοτικού σχολείου. Ο στόχος της έρευνας ήταν η ανάπτυξη της στρατηγικής και της συλλογιστικής ικανότητας των μαθητών με τη χρήση του ψηφιακού παιχνιδιού. Για το σκοπό αυτό μελετήθηκαν οι γνωστικές διεργασίες των εκπαιδευομένων που εμπλέκονται σε τέτοια παιχνίδια (Bottino & Ott 2006). Μέσα από τα πειράματα που διεξήχθησαν προβλήθηκαν οι παιδαγωγικές δυνατότητες των παιχνιδιών. Τα παιχνίδια με τις δυνατότητες αυτές, υποστηρίζουν και ενισχύουν τις δεξιότητες συλλογισμού. Η έρευνα επίσης κατέδειξε ότι η χρήση των ψηφιακών παιχνιδιών μπορεί να επηρεάσει τις επιδόσεις των μαθητών στα μαθηματικά. (Bottino, Earp, & Ott, 2006)

- ✓ Η Klawe (1998), επικεντρώνεται με την έρευνά της σε δυο εκπαιδευτικά ψηφιακά παιχνίδια βασιζόμενα στα μαθηματικά.

Διερευνούνται οι δυνατότητες παροχής κινήτρων, πράγμα που κάνει ιδιαίτερα αποτελεσματική τη διδασκαλία των μαθηματικών στους μαθητές, η τόνωση της αυτοπεποίθησή τους καθώς και η επίτευξη των ειδικών στόχων των μαθηματικών. Σε άλλη μελέτη οι Klawe & Phillips (1995), υποστηρίχτηκε ότι η χρήση του μολυβιού και του χαρτιού κατά τη διάρκεια του ψηφιακού παιχνιδιού ήταν χρήσιμη για τη μεταφορά των μαθηματικών εμπειριών σε άλλες τάξεις. Η χρήση του χαρτιού και του μολυβιού συμβάλλει στην ενεργό παραγωγή της γνώσης. (Placeholder1σ. 2)

- ✓ Στη μελέτη τους οι Ota and DuPaul (2002) εξέτασαν τις επιδράσεις από τη χρήση λογισμικού με ψηφιακή μορφή παιχνιδιού για τη βελτίωση της επίδοσης στα μαθηματικά των εκπαιδευομένων με υπερκινητικότητα και διαταραχή ελλειμματικής προσοχής. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι η απόδοση των χρηστών βελτιώθηκε, ενώ η προσοχή τους ήταν αυξημένη. (Warner T. , 2012)

✓ Οι Balasubramanian and Wilson (2006) ανέλυσαν τα ευρήματα πολλών μελετών και κατέληξαν στο συμπέρασμα, ότι τα καλά σχεδιασμένα εκπαιδευτικά παιχνίδια και οι ψηφιακές προσομοιώσεις μπορούν να βοηθήσουν τους εκπαιδευόμενους να αποκτήσουν γνωστικές δεξιότητες, δεξιότητες κριτικής σκέψης, επίλυσης προβλημάτων και λήψης αποφάσεων, οι οποίες είναι αναγκαίες για την καθημερινή ζωή. Μελετήθηκαν επίσης έρευνες (Funk, 2002), αναφορικά με τα ψηφιακά παιχνίδια, τα οποία όπως αποκαλύφτηκε ενισχύουν τη μάθηση, την επεξεργασία πληροφοριών, την επίλυση προβλημάτων, την κοινωνική ανάπτυξη και τις ακαδημαϊκές ικανότητες. Οι προσομοιώσεις και τα ψηφιακά παιχνίδια ενισχύουν τη μαθητοκεντρική διδασκαλία, την προσωπική πρωτοβουλία και τη δημιουργική σκέψη. (Balasubramanian & Wilson, 2005)

- ✓ Οι έρευνες των Kebritchi (2008) και Hirumi και Bai (2010), έδειξαν ότι οι μαθηματικές δεξιότητες των εκπαιδευομένων που έπαιξαν με ένα συγκεκριμένο μαθηματικό ψηφιακό παιχνίδι βελτιώθηκαν σε σύγκριση με την ομάδα ελέγχου που δεν έπαιξε το παιχνίδι. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται από τους εκπαιδευτικούς οι οποίοι θεωρούν ότι :

  Το ψηφιακό παιχνίδι προσφέρει έναν εναλλακτικό και πιο ευχάριστο τρόπο διδασκαλίας, ενισχύοντας το βιωματικό της χαρακτήρα.

  Οι εκπαιδευόμενοι που συμμετείχαν στην έρευνα, ανέφεραν τους εξής λόγους για τη βελτίωση των μαθηματικών τους ικανοτήτων. Θεωρούν ότι το ψηφιακό παιχνίδι δημιουργεί ένα ψυχαγωγικό, περιπετειώδες και προκλητικό πλαίσιο μέσα στο οποίο διευρύνεται και ενισχύεται η μάθηση.

  (Kebritchi, Hirumi, & Bai, The Effects of Modern Math Computer Games on Learners Math Achievement and Math Course Motivation in Public High School Setting., 2008)

- ✓ Στην έρευνα του Παναγιωτακόπουλου (Applying a Conceptual Mini Game for Supporting Simple Mathematical Calculation skills: Students Perceptions and Considerations, 2011) περιγράφεται ένα εκπαιδευτικό ψηφιακό παιχνίδι το οποίο ονομάζεται PwN. Το παιχνίδι αυτό έχει σαν στόχο να διερευνηθεί η βελτίωση των δεξιοτήτων των εκπαιδευομένων σε απλές μαθηματικές πράξεις, όπως την πρόσθεση ακέραιων, την πρόσθεση δεκαδικών ψηφίων και τον πολλαπλασιασμό των ακέραιων.

  Το δείγμα που χρησιμοποιήθηκε αποτελείτο από 33 εκπαιδευόμενους της πέμπτης τάξης του δημοτικού σχολείου. Κάθε εκπαιδευόμενος έπαιζε το παιχνίδι ξεχωριστά μέσα στο εργαστήρι πληροφορικής του σχολείου. Κατά τη διάρκεια της πειραματικής διαδικασίας οι εκπαιδευόμενοι παρακολουθούνταν από έναν ερευνητή, ο οποίος ήταν υπεύθυνος για τη συλλογή των πειραματικών δεδομένων.

  Ο κάθε εκπαιδευόμενος είχε στη διάθεσή του πέντε λεπτά για να ολοκληρώσει την κάθε αριθμητική διαδικασία. Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας δόθηκε ένα ερωτηματολόγιο στους εκπαιδευόμενους προκειμένου να γίνει η εφαρμογή της αξιολόγησης. Αυτό περιείχε διάφορα ερωτήματα με στόχο τη συλλογή απόψεων σχετικά με :

-Την ευκολία εφαρμογής της χρήσης

- Την εφαρμογή (πχ. Ποια χρώματα τους άρεσαν περισσότερο)

- τις ικανότητες που είχαν κατά την εκτέλεση της εκάστοτε πράξης.

- τη δημιουργία μιας ιεραρχίας με τις αριθμητικές πράξεις που τους προκάλεσαν μεγαλύτερη δυσκολία.

- Την αποτελεσματικότητα της εφαρμογής, δηλαδή αν και κατά πόσο πίστευαν ότι η εφαρμογή τους βελτίωσε την απόδοσή τους στις αριθμητικές πράξεις.

Μετά την ολοκλήρωση των ερωτηματολογίων, ο ερευνητής κατάγραψε μια συζήτηση από ομάδες εκπαιδευομένων ότι συμμετείχαν στην παρούσα έρευνα. Αυτή η συζήτηση είχε στόχο να συλλέξει πληροφορίες σχετικά με τη στάση των εκπαιδευομένων προς την εφαρμογή. Επιπλέον, οι καθηγητές των εκπαιδευομένων παρείχαν χρήσιμα ενημερωτικά στοιχεία αναφορικά με τις επιδόσεις των εκπαιδευομένων στα μαθηματικά.

Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι το εκπαιδευτικό ψηφιακό παιχνίδι είναι ένα πολύ ελκυστικό κίνητρο για τη προώθηση και βελτίωση των μαθησιακών δεξιοτήτων. Το κίνητρο θεωρήθηκε ότι προήλθε από τη δημιουργία ανταγωνισμού ανάμεσα στους εκπαιδευόμενους για την επίτευξη υψηλού σκορ με την εκτέλεση των σωστών θεωρητικών υπολογισμών. Αυτό σημαίνει πως το ψηφιακό περιβάλλον προωθεί γρήγορο υπολογισμό και δείχνει άμεσα τα αποτελέσματα των επιλογών του χρήστη.

Η ανάλυση των δεδομένων της αξιολόγησης έδειξε ότι το παιχνίδι ήταν εύκολο στη χρήση, χωρίς καμία στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στα δυο φύλλα. Το συγκεκριμένο παιχνίδι φάνηκε να ήταν αρκετά χρήσιμο για τη βελτίωση των μαθηματικών ικανοτήτων υπολογισμού των εκπαιδευομένων. Συγκεκριμένα βελτίωση παρουσίασαν στις δεξιότητες της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού.

Ο παράγοντας που φάνηκε να δυσκόλεψε περισσότερο τους συμμετέχοντες κατά τη χρήση του παιχνιδιού ήταν η ταχύτητα της πτώσης των αριθμών. Δηλαδή όσο πέρναγε ο χρόνος οι αποδόσεις των εκπαιδευομένων έπεφταν. Βέβαια το γεγονός αυτό συνδέεται άμεσα με την ετοιμότητα και το σκορ του χρήστη. Τόσο τα αγόρια όσο και τα κορίτσια του δείγματος εξέφρασαν την επιθυμία να παίξουν για περισσότερο χρόνο από αυτόν που τους είχε ζητηθεί.

Επιπλέον, δεν παρατηρήθηκε διαφορά ανάμεσα στις μαθηματικές δεξιότητες των εκπαιδευομένων και σε αυτές που χρησιμοποίησαν κατά τη διάρκεια του ψηφιακού παιχνιδιού.

Εντούτοις, οι εκπαιδευόμενοι με μέση έως και χαμηλή μαθηματική επίδοση υποστήριξαν ότι βοηθήθηκαν ιδιαίτερα από το παιχνίδι αυτό. Τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής ήταν λοιπόν πολύ ενθαρρυντικά. Υπάρχει λοιπόν η αισιοδοξία στο μέλλον η εφαρμογή PwN να επεκταθεί και να προστεθούν καινούριες ενότητες σε αυτή. (Panagiotakopoulos, 2011)

- ✓ Οι μελέτες των Mayer και Anderson (1991,1992) και Mayer και Sims (1994) αποκαλύπτουν ότι το computer animation και η προφορική αφήγηση είναι πιο αποτελεσματικά όταν εμφανίζονται συνεχόμενα στο χώρο και στο χρόνο.

Το δείγμα ήταν 175 εκπαιδευόμενοι από οχτώ τάξεις γυμνασίου στο Taipei στο Taiwan.

Το γνωστικό στυλ μάθησης προσδιορίστηκε μέσα από το πεδίο εξάρτηση (FD) και το ανεξάρτητο πεδίο (FI). Έτσι ξεχωρίζονται τα άτομα ανάλογα με τον τρόπο που αναλύουν τις πληροφορίες. Τα εξαρτημένα άτομα βασίζονται περισσότερο σε εξωτερικές αναφορές και επικεντρώνονται σε επιμέρους τμήματα ενός αντικειμένου. Επιλέγουν να λύνουν προβλήματα με την κοινή λογική και τη διαίσθηση χρησιμοποιώντας την προσέγγιση της δοκιμής και του λάθους. Αντίθετα, οι ανεξάρτητες προσωπικότητες βασίζονται περισσότερο σε εσωτερικές αναφορές, αντιλαμβάνονται τα αντικείμενα στο σύνολό τους και λύνουν προβλήματα αναζητώντας αιτιώδεις σχέσεις (Ayersman, 1993, Schiff, 1980).

Πριν από τα πειράματα, δόθηκε ένα τεστ σε περίπου 330 εκπαιδευόμενους από τις 8 τάξεις, για να καθοριστεί το στυλ μάθησής τους (FD/ FI). Συνολικά 175 εκπαιδευόμενοι επιλέχτηκαν για να συμμετάσχουν στη μελέτη αυτή.

Ανάμεσα σε αυτά τα 175 άτομα, τα 89 ανήκαν στην ομάδα (FI) και 86 στην ομάδα (FD). Μεταξύ των 175 ατόμων, οι 90 ήταν άνδρες, ενώ 85 εκπαιδευόμενοι ήταν γυναίκες.

Το περιεχόμενο του μαθήματος που χρησιμοποιήθηκε για τη μελέτη αυτή αφορά στις «δυνάμεις» και στα «αποτελέσματα των δυνάμεων» στον τομέα της φυσικής. Χρειάστηκαν περίπου 30 λεπτά για την ολοκλήρωση του μαθήματος.

Επιπλέον, χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις ψηφιακές εκδόσεις διδακτικού υλικού για τους σκοπούς της μελέτης. Οι εκδόσεις αυτές ήταν: 1. Κινούμενα σχέδια και κείμενο, 2) κινούμενα σχέδια και φωνή, 3) κινούμενα σχέδια και κείμενο και φωνή, 4) μια δωρεάν έκδοση επιλογής. Για την έκδοση επιλογής, οι εκπαιδευόμενοι μπορούσαν να επιλέξουν το αγαπημένο τους σχέδιο από τις τρεις προαναφερθέντες εκδόσεις. Το εκπαιδευτικό περιεχόμενο ήταν το ίδιο για όλες τις εκδόσεις.

Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι υπάρχουν σημαντικές μαθησιακές διαφορές στις τέσσερις εκδόσεις του διδακτικού υλικού. Η έκδοση κινούμενα σχέδια και κείμενο και φωνή επέφερε καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα.

Διαφοροποιήσεις προέκυψαν αναφορικά με την επίτευξη των εκπαιδευομένων στα μαθηματικά. Οι εκπαιδευόμενοι με καλύτερες επιδόσεις στα μαθηματικά είχαν και μεγαλύτερη επιτυχία. Ωστόσο, τα αποτελέσματα αυτά βρέθηκαν μόνο για την έκδοση κινούμενα σχέδια κείμενο και φωνή. Τα άτομα με χαμηλή επίδοση στα μαθηματικά παρουσίασαν διαφορετικά μαθησιακά αποτελέσματα μεταξύ των τεσσάρων εκδόσεων. Αυτή η ομάδα εκπαιδευομένων απέδωσε σημαντικά καλύτερα στην έκδοση κινούμενα σχέδια κείμενο και φωνή και στις δωρεάν εκδόσεις επιλογής.

Τέλος, στην ερώτηση που τέθηκε αναφορικά με το αγαπημένο τους σχέδιο, το 58% των εκπαιδευομένων δήλωσαν ότι προτιμούν την έκδοση κίνηση και κείμενο και φωνή, το 26,7% δήλωσαν ότι θα επέλεγαν κινούμενα σχέδια και κείμενο. (Chuang & Fu-Jen, 1999)

- ✓ Η μελέτη των Serkan Cankaya και Aysen Karamete στόχευε στο να προσδιορίσει τις διαφορές μαθητών δημοτικού σχολείου που έπαιξαν ένα συγκεκριμένο εκπαιδευτικό παιχνίδι, ως προς τη στάση τους απέναντι στο μάθημα των Μαθηματικών και τα εκπαιδευτικά ψηφιακά παιχνίδια. Οι ερευνητές σχεδίασαν δυο εκπαιδευτικά ψηφιακά παιχνίδια Proportional Tetris and Proportional Clown, σχετικά με τις αναλογίες και τα ποσοστά από το πεδίο των μαθηματικών εννοιών. Επίσης, χρησιμοποιήθηκε μια μελέτη-έρευνα που περιλάμβανε μια φόρμα δημογραφικών δεδομένων και δυο τύπου likert κλίμακες σχετικά με το μάθημα των μαθηματικών και τα εκπαιδευτικά ψηφιακά παιχνίδια. Τα παιχνίδια και η σε 176 μαθητές δυο δημοτικών σχολείων στο Balikesir της Τουρκίας.

  Η στάση των εκπαιδευομένων ως προς τα μαθηματικά και ως προς τη χρήση των εκπαιδευτικών ψηφιακών παιχνιδιών μετρήθηκε με Paired Samples t test.

  Η διερεύνηση της σχέσης ανάμεσα στην στάση των εκπαιδευόμενων και του μαθήματος των Μαθηματικών ή αντίστοιχα με τα εκπαιδευτικά ψηφιακά παιχνίδια μετρήθηκε με το Pearson Correlation test. Ως αποτέλεσμα, η στάση των εκπαιδευόμενων απέναντι και στα δυο υπήρξε θετική. Ωστόσο, δεν υπήρξε καμία αλλαγή στη στάση των εκπαιδευόμενων που έπαιξαν τα συγκεκριμένα παιχνίδια.

(Cankaya & Karamete, 2009)

- ✓ Ο κύριος στόχος της μελέτης των Rosas et al ήταν να αξιολογηθεί το κατά πόσο τα εκπαιδευτικά βιντεοπαιχνίδια που χρησιμοποιούνται στη σχολική τάξη, συμβάλλουν στη μάθηση, στην καλλιέργεια κινήτρων, και στις δυναμικές της τάξης. Αυτές οι επιρροές μελετήθηκαν μέσα από 1274 εκπαιδευόμενους από οικονομικά δυσμενή σχολεία της Χιλής. Τα βιντεοπαιχνίδια είχαν σχεδιαστεί ειδικά για να ικανοποιούν τους εκπαιδευτικούς στόχους των δυο πρώτων χρόνων του σχολείου, ως προς τις βασικές μαθηματικές έννοιες και την κατανόηση γραπτού κειμένου. Το δείγμα χωρίστηκε σε πειραματικές ομάδες, σε εσωτερικές ομάδες ελέγχου και εξωτερικές ομάδες ελέγχου. Οι εκπαιδευόμενοι των πειραματικών ομάδων, χρησιμοποίησαν το πειραματικό βιντεοπαιχνίδι 30΄ κατά μέσο όρο για τρίμηνο χρονικό διάστημα. Αξιολογήθηκαν για την απόκτηση ικανότητας κατανόησης γραπτού λόγου, ορθογραφίας, μαθηματικών ικανοτήτων αλλά και για τα κίνητρα τους να χρησιμοποιούν βιντεοπαιχνίδια.

  Οι προσδοκίες των εκπαιδευτικών για αλλαγή χάρη στη χρήση των βιντεοπαχινιδιών και της μεταφοράς της τεχνολογίας στη διαχείριση της δυναμικής της τάξης, αξιολογήθηκαν μέσω παρατήρησης στην τάξη και μέσω ad hoc tests. Τα αποτελέσματα έδειξαν σημαντικές διαφορές ανάμεσα στην πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου. Όσον αφορά στα Μαθηματικά, στην κατανόηση κειμένου, στην ορθογραφία, αλλά δε καταδείχτηκαν σημαντικές διαφορές ανάμεσα στις πειραματικές ομάδες και τις εσωτερικές ομάδες ελέγχου.

  Οι εκπαιδευτικοί θεωρούν ότι υπήρξε βελτίωση στα κίνητρα για μάθηση και υπήρξε θετική ανταπόκριση από την είσοδο της τεχνολογίας στην τάξη. Η εισαγωγή των εκπαιδευτικών βιντεοπαιχνιδιών μπορεί να αποτελέσει ένα χρήσιμο εργαλείο για την προώθηση της μάθησης στην τάξη. (Rosas, et al., 2002)

- ✓ Σε μια έρευνα που πραγματοποίησε ο Levin (1981) αναφορικά με τη χρήση ψηφιακών παιχνιδιών στα μαθηματικά, διαπιστώθηκε ότι τα ψηφιακά παιχνίδια αποτελούν ισχυρό κίνητρο προκειμένου να κατακτηθούν μαθηματικές έννοιες. Είναι ιδιαίτερα κατάλληλα επίσης, καθώς εξυπηρετούν τις ατομικές διαφορές των εκπαιδευομένων. (Egenfeldt-Nielsen, 2006)

Η έρευνα σχετικά με την επίλυση προβλήματος (problem solving) έχει λάβει αξιόλογες διαστάσεις με την πάροδο των χρόνων. Οι περισσότερες από τις μελέτες υποστηρίζουν ότι τα ψηφιακά παιχνίδια βελτιώνουν τις δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων, ωστόσο παρατηρείται δυσκολία να μεταφερθούν οι δεξιότητες αυτές σε μη ψηφιακά περιβάλλοντα μάθησης. Οι δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων είναι αποδοτικότερες σε ένα ψηφιακό παιχνίδι (Ko, 1999). (Egenfeldt-Nielsen, 2006)

Κεφάλαιο 3

Μεθοδολογία

3.1Ορισμός του προβλήματος – Ιδέα

Τα τελευταία χρόνια σημειώνεται ολοένα και περισσότερο ενδιαφέρον για τα ψηφιακά παιχνίδια, όπου αποτυπώνεται από διάφορους ερευνητές (Federation of American Scientists, 2005), στα πλαίσια της δυναμικής ένταξης των Νέων Τεχνολογιών στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Σύμφωνα με τους Kirriemuir & McFarlane (2004) ως ψηφιακό παιχνίδι ορίζεται εκείνο που παρέχει οπτική-ψηφιακή πληροφορία στους παίκτες και την τροποποιεί. Δέχεται και διαχειρίζεται δεδομένα με βάση κάποιους κανόνες και παίζεται σε υπολογιστές, κονσόλες και φορητές συσκευές. (McFarlane & Kirriemuir, 2004)

Ωστόσο, τα ψηφιακά παιχνίδια για να χαρακτηριστούν εκπαιδευτικά και να αποτελούν μορφή ηλεκτρονικής μάθησης, θα πρέπει μέσα από την κατάλληλη διαμόρφωση και σχεδιασμό τους, να ακολουθούν την κατάλληλη θεωρία μάθησης, με βάση το είδος του παιχνιδιού και τα χαρακτηριστικά των εκπαιδευόμενων, να εξυπηρετούν εκπαιδευτικούς στόχους, μαθησιακούς σκοπούς και να καλλιεργούν γνώσεις, στάσεις, δεξιότητες (Prensky, 2001). Τα ψηφιακά παιχνίδια θα πρέπει να σχεδιάζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες να περιέχουν τις εξής ιδιότητες (Jones, 1998):α) να έχουν σαφώς καθορισμένους στόχους β) να εντάσσονται στη σκοποθεσία της εκπαιδευτικής διαδικασίας, γ) να μπορούν να ολοκληρωθούν δ) να ενισχύουν τη συγκέντρωση ε)να εξασφαλίζουν άμεση ανατροφοδότηση και ένα αίσθημα ικανοποίησης στ)να πραγματοποιούνται σε συγκεκριμένους χρόνους.

Ένα ψηφιακό παιχνίδι πρέπει να έχει συγκεκριμένους κανόνες τους οποίους να μπορεί να ακολουθήσει ο παίκτης – εκπαιδευόμενος, για να καταφέρει να πραγματώσει τους στόχους που έχουν τεθεί κατά τη σχεδίαση του. Οι δραστηριότητες θα πρέπει να είναι δομημένες με αυξανόμενο βαθμό δυσκολίας τους και να υπάρχουν καθαρά κριτήρια αξιολόγησης των προσπαθειών, έτσι ώστε να γνωρίζει όποτε ο ίδιος το επιθυμεί τα αποτελέσματα των δοκιμών, προσπαθειών, κινήσεών του.

Τα ψηφιακά εκπαιδευτικά παιχνίδια αποτελούν μορφή ηλεκτρονικής μάθησης, ενώ βασίζονται στην πρωταρχική μορφή μάθησης «παίζω και μαθαίνω» και «παίζω και μαθαίνω κάνοντας», στην οποία και εδράζει κάθε πλεονέκτημα που αυτό συνεπάγεται ως εκπαιδευτικό μέσο.

Σύμφωνα με τον Dempsey, τα παιχνίδια εξυπηρετούν μια σειρά από λειτουργίες όπως ψυχαγωγία, διδακτική πρακτική, καλλιέργεια δεξιοτήτων και στάσεων. Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά τους πλεονεκτήματα, ωστόσο, αποτελεί το γεγονός ότι μπορούν να υποστηρίζουν εξατομικευμένες εκπαιδευτικές δραστηριότητες, βασισμένες και σχεδιασμένες σε απόλυτη συνάφεια και συνάρτηση με το μαθησιακό στυλ του κάθε εκπαιδευόμενου.

Τα μαθησιακά στυλ είναι εσωτερικά βασισμένα χαρακτηριστικά, που συχνά δε γίνονται αντιληπτά ή χρησιμοποιούνται συνειδητά από τους μαθητές για την πρόληψη και κατανόηση νέων πληροφοριών (Reid, 1998). Τα στυλ μάθησης βασίζονται στον τρόπο που αποκτούμε τις πληροφορίες. Κάθε άνθρωπος έχει έναν προσωπικό, ατομικό τρόπο που αντιλαμβάνεται και μαθαίνει ευκολότερα, δηλαδή το δικό του στυλ μάθησης, κάνοντας τη μαθησιακή διαδικασία πιο εύληπτη και αποτελεσματική.

Στη σχολική πραγματικότητα ένα ποσοστό μαθητών αντιμετωπίζει ιδιαίτερες δυσκολίες στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Η αδυναμία αυτή μπορεί να οφείλεται σε παράγοντες που αναφέρονται στους ίδιους τους εκπαιδευόμενους ή σε παράγοντες που έχουν σχέση με τη διαδικασία της μάθησης στο σχολείο. Με ποιο τρόπο και κάτω από ποιες συνθήκες προκαλείται η μάθηση αποτελούν ερωτήματα, στα οποία απαντήσεις δίνουν οι διάφορες θεωρίες μάθησης, οι οποίες μετουσιώνονται σε διδακτικές προσεγγίσεις και τεχνικές μέσα στη μαθησιακή διαδικασία που υιοθετούνται από τον εκπαιδευτικό.

Συχνά, όμως, στην εκπαιδευτική διαδικασία οι εκπαιδευόμενοι εγκλωβίζονται σε μια διδακτική προσέγγιση, καθώς το αναλυτικό πρόγραμμα και τα διδακτικά βιβλία απευθύνονται μέσω των δραστηριοτήτων τους κυρίως στους οπτικούς τύπους μάθησης, λιγότερο στους ακουστικούς και σχεδόν καθόλου στους κιναισθητικούς. «Δίδαξέ με τις πιο δύσκολες έννοιες για μένα στο δικό μου στυλ. Άφησέ με να διερευνήσω τις πιο εύκολες έννοιες σε διαφορετικό στυλ. Μη διδάσκεις όλη την ώρα το δικό σου στυλ σκεπτόμενος, ότι δεν μπορώ να μάθω αλλιώς.» (Virleen N. Carlson)

Στη συγκεκριμένη έρευνα, λοιπόν, κατασκευάστηκε ένα εκπαιδευτικό ψηφιακό παιχνίδι για τα Μαθηματικά με παραμέτρους: να περιλαμβάνει δραστηριότητες που ανταποκρίνονται στους στόχους του αναλυτικού προγράμματος, να υπάρχει αλληλεπίδραση, να είναι συμβατό με την ηλικία των εκπαιδευόμενων και να ανταποκρίνεται στο εξατομικευμένο στυλ μάθησης του κάθε εκπαιδευόμενου.

3.2Λεπτομέρειες της ιδέας-Στόχοι της έρευνας

Στόχος της παρούσας έρευνας είναι η διερεύνηση του μαθησιακού στυλ και η μεταφορά γνώσης που προκύπτει μέσα από ένα ευχάριστο, εύληπτο και άμεσο τρόπο από την αλληλεπίδραση του εκπαιδευόμενου με το ψηφιακό περιβάλλον. Αξιοποιήθηκε ως μέσο για την ενεργητική συμμετοχή και την αποτελεσματικότητα της μαθησιακής διαδικασίας που αφορά την εννοιολογική διαδικαστική και πραξιακή προσέγγιση της πρόσθεσης και των προσθετικών προβλημάτων για κάθε υπό διερεύνηση τύπο μάθησης.

Στη μαθησιακή διαδικασία υπάρχουν ατομικές διαφορές. Κάθε άτομο έχει το δικό του τρόπο να μαθαίνει, δηλαδή να συλλέγει, να επεξεργάζεται και να οργανώνει τις πληροφορίες.

Οι εκπαιδευόμενοι ήδη από την πρώτη σχολική ηλικία(νηπιαγωγείο) εντάσσονται στη διαδικασία των μαθηματικών εννοιών, όπως προσδιορίζονται μέσα από τους στόχους του αναλυτικού προγράμματος. Με την είσοδό τους στο δημοτικό σχολείο θεωρείται δεδομένη η κατάκτηση βασικών μαθηματικών εννοιών, καθώς καλούνται να ανταποκριθούν σε πιο σύνθετες μαθηματικές δραστηριότητες.

Παρά τη βελτίωση των διδακτικών βιβλίων, τη σύγχρονη προσέγγιση της γνώσης, την αρτιότερη κατάρτιση των δασκάλων, παρατηρείται ιδιαίτερη δυσκολία σε αρκετούς εκπαιδευόμενους να ανταποκριθούν στους στόχους του γνωστικού αντικειμένου των Μαθηματικών, με αποτέλεσμα να βιώνουν ματαιώσεις. Ως σχολική αποτυχία «ορίζεται η αδυναμία του εκάστοτε μαθητή να ανταποκριθεί στις απαιτήσεις της μάθησης» (Γέρου, 1991).Πολλά παιδιά εκφράζουν ιδιαίτερη δυσφορία στην επαφή τους με το μάθημα των μαθηματικών, καθώς δυσκολεύονται ιδιαίτερα να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες, που όπως ήδη προαναφέρθηκε ο τρόπος που παρουσιάζονται, αφορά κυρίως οπτικούς τύπους μάθησης.

Για αυτό το λόγο έχουν πραγματοποιηθεί πολλές έρευνες οι οποίες προσπαθούν να διερευνήσουν τους λόγους που τα παιδιά αντιμετωπίζουν τις δυσκολίες αυτές.

Οι κυριότεροι παράγοντες που έχουν διαπιστωθεί μέσα από ερευνητικές προσεγγίσεις είναι:

- Το εκπαιδευτικό σύστημα
- Η φύση του μαθήματος
- Τα εκάστοτε αναλυτικά προγράμματα
- Γνωστικοί, ψυχολογικοί και κοινωνικοί παράγοντες που αφορούν το μαθητή
- Ο διατιθέμενος χρόνος για τη διδασκαλία.
- Οι στάσεις
- Η μαθηματικοφοβία
- Η διδακτική προσέγγιση

Στην παρούσα ερευνητική εργασία επιδιώχθηκε να απομονωθούν κάποιοι από τους προαναφερθέντες παράγοντες προκειμένου να γίνει η μαθησιακή διαδικασία πιο εύληπτη από τους μαθητές και εν συνεχεία να διαπιστωθεί κατά πόσο η παρέμβαση αυτή μπορεί να έχει θετικά αποτελέσματα τόσο ως προς τους επιδιωκόμενους μαθησιακούς στόχους όσο και ως προς τη διερεύνηση των στάσεων του κάθε εκπαιδευόμενου. Οι παράγοντες στους οποίους στοχεύει η παρούσα μελέτη, αφορούν στον τρόπο προσέγγισης των μαθηματικών εννοιών, οπτική μετάδοση της πληροφορίας και ενσώματη αποτύπωσή της και στις στάσεις, ως προς τη φύση του μαθήματος, την αυτοπεποίθηση και την αναγνώριση της χρησιμότητας των Μαθηματικών έξω από τη σχολική κοινότητα.

Οι εκπαιδευόμενοι, οπτικοί και κιναισθητικοί, ενεπλάκησαν ενεργά σε προσθετικές, νοητικές κατασκευές μονοψήφιων αριθμών μέσα από αριθμητικές πράξεις και επίλυση προσθετικών προβλημάτων, αρχικά με φύλλα εργασίας και κατόπιν μέσω του ψηφιακού παιχνιδιού. Κλήθηκαν να βιώσουν και να περιγράψουν το πώς διαχειρίστηκαν και αξιοποίησαν σε ποιοτικό επίπεδο τις αθροιστικές στρατηγικές. Οι εκπαιδευόμενοι της Α΄τάξης του Δημοτικού έχουν διδαχθεί ήδη την πρόσθεση, ενώ οι εκπαιδευόμενοι του Νηπιαγωγείου έχουν εισαχθεί στην έννοια της πληθυκότητας συνόλου – συνόλων, χωρίς την εκμάθηση αθροιστικών στρατηγικών.

Τα αποτελέσματα των ερευνών στο χώρο του ψηφιακού παιχνιδιού και των μαθηματικών καταδεικνύουν, ότι η νέα γνώση μπορεί να αφομοιωθεί πολύ καλύτερα μέσα από την ενεργή εμπλοκή τους στο εικονικό αυτό περιβάλλον. Επιπλέον, η μεγάλη διαφοροποίηση σε σύγκριση με την παραδοσιακή διδασκαλία είναι ότι το ψηφιακό παιχνίδι εξιτάρει την περιέργεια των παιδιών δημιουργώντας ισχυρά κίνητρα για μάθηση. Επιπλέον, η αίσθηση ότι το παιδί τα κατάφερε και άμεσα ανταμείφτηκε για αυτό, τονώνει την αυτοπεποίθησή του κ το αυτοσυναίσθημά του εν γένει.

Όλο το παραπάνω πλαίσιο αξιολογήθηκε βάσει του μαθησιακού στυλ του εκάστοτε παιδιού. Με τα σημερινά μέσα διδασκαλίας παρατηρείται ότι δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στους οπτικούς, ύστερα στους ακουστικούς τύπους κ καθόλου στους κιναισθητικούς. Ένας λόγος που συμβάλλει στην αποτυχία στα μαθηματικά είναι ενδεχομένως το γεγονός ότι δε λαμβάνονται ισόρροπα υπόψη τα ιδιαίτερα μαθησιακά στυλ των παιδιών. Ο ίδιος ο εκπαιδευτικός πολλές φορές δε γνωρίζει πως μαθαίνουν τα παιδιά, γιατί αυτή η διαδικασία δεν προβλέπεται από το αναλυτικό πρόγραμμα και τους στόχους που το ίδιο θέτει. Οι δραστηριότητες που πραγματοποιεί είναι κυρίως οπτικές, δευτερευόντως ακουστικές, και καθόλου κιναισθητικές. Πώς λοιπόν μπορεί να εξασφαλιστεί η ισόρροπη μάθηση όλων των παιδιών χωρίς να λαμβάνεται υπόψη ο τρόπος που προσλαμβάνουν τη γνώση;

Στην παρούσα έρευνα κατασκευάστηκε ένα ψηφιακό παιχνίδι στο kodu που περιέχει πακέτα δραστηριοτήτων, ανάλογα με το μαθησιακό στυλ. Ο διαχωρισμός των εκπαιδευομένων με βάση το γνωστικό στυλ έγινε με το ερωτηματολόγιο διάκρισης αισθητηριακού τύπου του Βανδουλάκη. (Βανδουλάκης, 2005)

Αναλυτικότερα, οι στόχοι είναι στενά συνυφασμένοι με την εκπαιδευτική αξία των ψηφιακών παιχνιδιών. Συγκεκριμένα:

- Οι στοχευμένες δραστηριότητες ανάλογα με το μαθησιακό στυλ του εκπαιδευόμενου (οπτικός, κιναισθητικός) είναι παράλληλες με την εκπαιδευτική διαδικασία, κατά συνέπεια με τους μαθησιακούς σκοπούς χωρίς την παρεμβολή του εκπαιδευτή. Άλλωστε, τα μαθησιακά στυλ είναι σταθεροί δείκτες του πως οι μαθητές αντιλαμβάνονται, αλληλεπιδρούν και απαντούν στο μαθησιακό περιβάλλον (Keefe, 1982, pp. 44-53).
- Ο εκπαιδευόμενος για να συνεχίσει το παιχνίδι πρέπει να βρει λύσεις και να μεθοδεύσει στρατηγικές. Έτσι γίνεται ο ίδιος παραγωγός της γνώσης και όχι απλός καταναλωτής της. Προσπαθεί να διερευνήσει το πεδίο και να πειραματιστεί μέσω των ευρετικών (heuristics). Μέσα από επιλογές οδηγείται σε γόνιμες πλοκές του παιχνιδιού αξιοποιώντας τις δικές του διαδρομές σκέψης. Μ’ αυτόν τον τρόπο ο εκπαιδευόμενος γοητεύεται από την επίλυση προβλήματος, μια πολυσύνθετη διαδικασία, ξεχνά ότι μαθαίνει, αλλά δεν ξεχνά τι έχει μάθει.
- Ο εκπαιδευόμενος νιώθει ικανοποιημένος για τις κατακτήσεις και τα επιτεύγματά του μέσα στο παιχνίδι (Gee, 2003)εκμεταλλευόμενος τους δικούς του χρόνους μάθησης. Οι ενδεχόμενες λάθος κινήσεις αποτελούν ανατροφοδότηση, για να φτάσει στο επιθυμητό αποτέλεσμα.
- Το ψηφιακό παιχνίδι ικανοποιεί τις ανάγκες του εκπαιδευόμενου
- ανάλογα με το μαθησιακό στυλ, αφού η γνώση παρέχεται εξατομικευμένα. Τα μαθηματικά μεταφέρονται σ’ ένα κόσμο, που οι ίδιοι οι εκπαιδευόμενοι μπορούν να αντιληφθούν, καλλιεργώντας δεξιότητες (Scoollos, 2004), κατανοώντας τις πολύπλοκες διεργασίες και αλληλεπιδράσεις (Τσαμπούκου-Σκαναβή, 2004)

3.3Προτεινόμενη Μεθοδολογία και υλοποίηση

Η αξία της εκπαιδευτικής έρευνας έγκειται στο γεγονός ότι συνιστά αδιαμφισβήτητη παράμετρο ενίσχυσης, υποστήριξης και ανατροφοδότησης της εκπαιδευτικής διαδικασίας.

Η εννοιολογική της προσέγγιση αφορά σε μια συστηματική διαδικασία συλλογής και ανάλυσης δεδομένων με σκοπό την κατανόηση φαινομένων και επίλυση προβλημάτων στην εκπαίδευση.

Η επιστημονική εκπαιδευτική έρευνα:

- ✓ Εδράζεται σε θεωρητική βάση.
- ✓ Στηρίζεται και μεθοδεύεται με αξιόπιστη και έγκυρη διαδικασία.
- ✓ Συμβάλλει βιβλιογραφικά στην εξέλιξη της εκπαιδευτικής επιστήμης
- ✓ Διεξάγεται βάσει δεοντολογικών πυλώνων

3.3.1 Εννοιολογική προσέγγιση μεθοδολογίας έρευνας-Ερευνητικά ερωτήματα

Η μεθοδολογία της έρευνας ορίζεται ως «η επιστήμη της μεθόδου» ή αλλιώς ως «η πραγματεία περί μεθόδου» (treatise on method) και συνιστά μια διαδικασία επιλογής, αξιολόγησης και καθορισμού των μεθόδων έρευνας από μέρους του ερευνητή. Η κάθε έρευνα εκτιμάται βάσει της μεθοδολογίας της και η επιλογή της μεθοδολογίας είναι αυτή που θα κρίνει και την αξία της έρευνας. Η μεθοδολογία αποτελεί λοιπόν, πολύ σημαντικό μέρος για κάθε έρευνα. (Wellington, 2009)

Ορισμένα βασικά σημεία στα οποία πρέπει να σταθεί η μεθοδολογία αφορούν στα εξής:

1. Με ποιο τρόπο σχεδιάστηκε η μελέτη.
2. Ο σχεδιασμός της μελέτης είναι ο κατάλληλος;
3. Γιατί χρησιμοποιούνται τα συγκεκριμένα εργαλεία συλλογής δεδομένων και όχι άλλα; Θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν και άλλα;
4. Θα μπορούσε να υπάρχει καλύτερο δείγμα;

5. Η ποιότητα των δεδομένων ποια είναι;

6. Ποιοι ήταν οι μέθοδοι ανάλυσης των στοιχείων; Θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν και άλλοι;

7. Με ποιο τρόπο μπορεί να επιτευχθεί η γενίκευση των δεδομένων;

8. Με ποιο τρόπο μπορεί ο ερευνητής να ασκήσει επιρροή πάνω στα δεδομένα που έχει συλλέξει;

(Wellington, 2009)

Η εγκυρότητα και η αξιοπιστία είναι θεμελιώδη στοιχεία σε μια έρευνα και προσδιορίζουν την αξία της. Η μεθοδολογία της έρευνας αφορά στην αξιοποίηση των εξής ερευνητικών τεχνικών : ποσοτικών και ποιοτικών. Στον επιστημονικό χώρο επικρατεί μια αντιπαράθεση σχετικά με τη χρήση των δύο αυτών μεθόδων. Πολλοί μελετητές κάνουν λόγο για τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της μιας ή της άλλης μεθόδου και εντοπίζουν τις ομοιότητες και τις διαφορές τους. Σύμφωνα με τους Denzin και Lincoln (2000) οι ποιοτικές έρευνες δέχθηκαν κριτική αναφορικά με την εγκυρότητα και την αξιοπιστία τους. Τα ευρήματα της ποιοτικής έρευνας θεωρούνται ότι δε μπορούν να επιβεβαιώσουν την αλήθεια με αποτέλεσμα να μη θεωρούνται επιστημονικά. (Wellington, 2009)

Πολλοί επιστήμονες όμως τελικά καταλήγουν στο γεγονός ότι η χρήση και των δυο μεθόδων παράλληλα συμβάλλει στην εγκυρότητα και την αξιοπιστία μιας μελέτης. Ποιοτικά εργαλεία θα μπορούσαν να θεωρηθούν η συνέντευξη και η παρατήρηση και ποσοτικά το ερωτηματολόγιο.

Η Bird χρησιμοποίησε ερωτηματολόγια, συνεντεύξεις και παρατήρηση και προτείνει το συνδυασμό των δύο μεθόδων για τη συλλογή των δεδομένων, προκειμένου να γίνει η έρευνα πιο ακριβής. (Bird, Hammersley, Gomm, & Woods, 1999)

Η Bell (1997) υποστηρίζει ότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν και οι δυο μέθοδοι και το μοναδικό κριτήριο για την έρευνα είναι ο χρόνος που διατίθεται, καθώς και τα διαθέσιμα υποκείμενα τα οποία συμμετέχουν στην έρευνα. (Wellington, 2009).

Σε κάθε ερευνητική εργασία τίθενται ερωτήματα που μέσω αυτής μπορούν να απαντηθούν με ακριβή και επιστημονικό τρόπο.

Στην παρούσα έρευνα τα ερωτήματα που τίθενται είναι τα ακόλουθα:

Ερώτημα πρώτο

Θα υπάρξουν μεταβολές ποιοτικά και ποσοτικά στις αθροιστικές στρατηγικές των εκπαιδευόμενων μετά την εμπλοκή τους με τις ψηφιακές δραστηριότητες;

Ερώτημα δεύτερο

Θα υπάρξουν μεταβολές σχετικά με τις στάσεις και τις αντιλήψεις των εκπαιδευόμενων ως προς τα μαθηματικά;

3.3.2 Μελέτη Περίπτωσης

Η μελέτη περίπτωσης είναι μια ποιοτική μέθοδος έρευνας και απαντά στο ερώτημα της εκπαιδευτικής έρευνας που αφορά στους τρόπους με τους οποίους μαθαίνουν τα παιδιά. (Cohen, Manion, & Morrison, 2007, p. 309)

«Η μελέτη περίπτωσης αποτελεί ένα επιστημονικό παράδειγμα το οποίο αντικατοπτρίζει μια γενικότερη κατάσταση» (Nisbet & Watt, 1984, p. 72)

Σύμφωνα με τον Adelman (1980) είναι η «μελέτη ενός περιστατικού σε εξέλιξη». Το περιστατικό είναι κομμάτι ενός μιας ευρύτερης πραγματικότητας, η οποία, μπορεί να αφορά ένα παιδί, μια τάξη, ένα σχολείο ή μια κοινότητα. Οι μελέτες περιπτώσεων εμβαθύνουν σε καταστάσεις και φαινόμενα στα οποία δε μπορούν να ανταποκριθούν μόνο οι ποσοτικές αναλύσεις (Adelman, Clem, Jenkins, David, & Kemmis, 1980, σσ. 72-73)

Ο Sturman θεωρεί ότι ο άνθρωπος είναι ένα ενιαίο σύστημα που πρέπει να διερευνηθεί σε βάθος. Τα περιβαλλοντικά συστήματα είναι μοναδικά και εξελίσσονται με δυναμικές διαδικασίες, οι οποίες μπορούν να αποτυπωθούν στις μελέτες περιπτώσεων. Αυτές παρέχουν τη δυνατότητα να διερευνηθούν όλες εκείνες οι σύνθετες και δυναμικά εξελισσόμενες δράσεις γεγονότων, ανθρωπίνων σχέσεων, αλλά και άλλων στοιχείων. (Sturman, 1999)

Η μελέτη περίπτωσης είναι μια εμπειρική έρευνα η οποία αποσκοπεί στο να διερευνήσει ένα σύγχρονο φαινομένο μέσα σε ένα ρεαλιστικό πλαίσιο. Επιπλέον, χρησιμοποιείται όταν δεν υπάρχουν σαφή όρια ανάμεσα στο φαινόμενο που παρατηρείται και στο πλαίσιό του και τέλος, κάνει χρήση πολλών και διαφορετικών πηγών δεδομένων. (Yin, 1989, p. 23)

Σύμφωνα με τους Adelman, Jenkins & Kemmis , η μελέτη περίπτωσης είναι μια στρατηγική έρευνας, η οποία εσωκλείει διάφορες ερευνητικές μεθόδους. Η μελέτη περίπτωσης δεν είναι το ίδιο πράγμα με την τεχνική της παρατήρησης και άλλες τεχνικές, αλλά εμπεριέχονται σε αυτή διάφορες τεχνικές (Yin, 1989, pp. 13-23)

Η μελέτη περίπτωσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ένα προ- ερευνητικό στάδιο ή μπορεί να αποτελέσει ένα κομμάτι μιας άλλης έρευνας αλλά μπορεί και η ίδια να σταθεί ως μια ερευνητική μέθοδος για τη μελέτη ενός φαινομένου. Επιπλέον, δε περιλαμβάνει ένα συγκεκριμένο σύνολο μεθόδων, εντούτοις η μορφή που θα έχει μια μελέτη καθορίζεται από τη μεθοδολογία που θα επιλεγεί. Η μελέτη περίπτωσης μπορεί να ξεκινήσει με δυο τρόπους:

1. Ξεκινάει με μια υπόθεση ή προτείνεται ένα θέμα και επιλέγεται η «περίπτωση» με τη μορφή ενός περιστατικού το οποίο σχετίζεται άμεσα με το θέμα.

2. Η «περίπτωση» υπάρχει από πριν ή ορίζεται. Για παράδειγμα ορίζεται ο εκπαιδευτικός, η σχολική μονάδα, η οποία θα μελετηθεί και θα διερευνηθεί σχετιζόμενη με συγκεκριμένα θέματα, έτσι ώστε να έχει ο ερευνητής μια πληρέστερη και πιο ακριβή εικόνα για τη συγκεκριμένη αυτή περίπτωση. (Adelman, Clem, Jenkins, David, & Kemmis, 1980, p. 49)

Στην παρούσα έρευνα η μελέτη περίπτωσης αφορούσε εκπαιδευόμενους νηπιαγωγείου και δημοτικού με κιναισθητικό και οπτικό στυλ μάθησης. Εξετάζεται η αλληλεπίδρασή τους με μαθηματικές δραστηριότητες πρόσθεσης με την αξιοποίηση του Kodu στις οποίες έχει ληφθεί υπόψη κατά το σχεδιασμό και την υλοποίηση τους ως βασική παράμετρος το μαθησιακό στυλ. Ειδικότερα, η αλληλεπίδραση αυτή αναφέρεται σε δύο άξονες. Ο πρώτος αφορά στα υλικά, στις αθροιστικές στρατηγικές και στις νοητικές διεργασίες και ο δεύτερος στις στάσεις απέναντι στα μαθηματικά.. Εξετάζονται σε επίπεδο γνωστικών δεξιοτήτων οι ποσοτικές και ποιοτικές μεταβολές τόσο στις στρατηγικές όσο και στις απαντήσεις και επιπροσθέτως η ενδεχόμενη μεταβολή στις στάσεις .

Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της μελέτης περίπτωσης:

Σύμφωνα με τον Polyani (1958) τα γνωστικά και τα εμπειρικά παραγόμενα από την εφαρμογή της μελέτης περίπτωσης, προωθούν νέες ιδέες και ανοίγουν νέους ορίζοντες στο επιστημονικό και εκπαιδευτικό πεδίο. Θεωρείται μια επιστημονική μέθοδος κατάλληλη για τη μελέτη εκπαιδευτικών φαινομένων, καθώς προσφέρει δυνατότητες γενίκευσης. (Stake, 1980, σ. 66)

Τα δεδομένα της έρευνας είναι προσβάσιμα μέσω των ερευνητικών εκθέσεων σε πολλά είδη κοινού. (Adelman, Clem, Jenkins, David, & Kemmis, 1980, σσ. 59-60)

Τα αποτελέσματα έχουν άμεση συνάφεια με την πραγματικότητα (Nisbet & Watt, 1984, σσ. 79-92). Την αναλύουν σε βάθος προκειμένου να διεξαχθούν συμπεράσματα και για άλλες παρόμοιες καταστάσεις. Επιπλέον, υπάρχει η δυνατότητα να γίνει η διεξαγωγή της έρευνας από έναν και μόνο ερευνητή και τέλος, τα ευρήματα είναι άμεσα κατανοητά και αποτυπώνουν κάποια χαρακτηριστικά τα οποία ίσως χάνονται σε μεγαλύτερης κλίμακας δεδομένα (Cohen, Manion, & Morrison, 2007, p. 315)

Εντούτοις, δημιουργούνται ερωτήματα αναφορικά με την εγκυρότητα και την αξιοπιστία της έρευνας (Yin, 1989, pp. 40-46). Ελλοχεύει ο κίνδυνος να αναδειχθούν τα υποκειμενικά στοιχεία από την πλευρά του ερευνητή και για αυτό το λόγο πρέπει να αξιοποιηθούν διαφορετικές πηγές συλλογής δεδομένων και να γίνεται έλεγχος της ερευνητικής αναφοράς από αυτούς που συμμετέχουν στην έρευνα.

Επιπλέον, μια μελέτη περίπτωσης απευθύνεται σε έρευνες μικρής κλίμακας, είναι χρονοβόρα και συνηθίζεται να δημοσιεύεται με τη μορφή μακροσκελούς γραπτής έκθεσης η οποία μπορεί και να μη προκαλεί ευρύτερο κοινωνικό ενδιαφέρον. Η οργάνωση και η αξιοποίηση των δεδομένων είναι επίσης μια δύσκολη διαδικασία λόγω του πλήθους των ερευνητικών δεδομένων (Adelman, Clem, Jenkins, David, & Kemmis, 1980, pp. 59-60). Ο ερευνητής επίσης, καλείται να αξιολογήσει τα δεδομένα και να επιλέξει μόνο εκείνα που ανταποκρίνονται στο ζητούμενο που μελετά (Adelman & Walker, Developing Pictures for Other Frames: action research and case study, 1975)

Σύμφωνα με τους Adelman, Jenkins & Kemmis (Adelman, Clem, Jenkins, David, & Kemmis, 1980, p. 49) η μελέτη περίπτωσης είναι στενά συνυφασμένη με ερευνητικές μεθόδους, στις οποίες εδράζεται η διερεύνηση ενός περιστατικού, ενός ατόμου ή γεγονότος.

3.3.3 Ερευνητικά εργαλεία

α) Συνέντευξη

Σύμφωνα με τον Woods η διαδικασία της συνέντευξης είναι ο μοναδικός τρόπος για να προσεγγιστούν οι αντιλήψεις των ανθρώπων, αλλά και να προκαλέσουμε καταστάσεις να συμβούν, έτσι ώστε να κινηθεί η ροή των στοιχείων. Οι ερωτήσεις επαφίενται στον ερευνητή και ο ερωτώμενος έχει τη δυνατότητα να εκφράσει τις εμπειρίες του και τις απόψεις του ελεύθερα. (Woods, 1991) (Κυριαζή, 2001).

Για τη σχέση ανάμεσα σε αυτόν που παίρνει τη συνέντευξη και σε αυτόν που τη δίνει έχουν αναφερθεί αρκετοί ερευνητές όπως ο (Woods, 1991, p. 89), ο οποίος μιλάει για τον όρο «αλληλεπίδραση» και ο Walker ο οποίος κάνει λόγο για «ψυχολογική ευκινησία» καθώς και τη «συναισθηματική νοημοσύνη» του συνεντευκτή. (Walker, 1996, p. 191)

Οι στόχοι της συνέντευξης σε μια έρευνα είναι οι εξής:

Μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως βασικό μέσο συλλογής στοιχείων και πληροφοριών, ως μέσο για τον έλεγχο υποθέσεων ή ως επεξήγηση για την αναγνώριση κάποιων μεταβλητών. Επιπλέον, χρησιμοποιείται για να ελέγξει και να παρατηρήσει κάποια αποτελέσματα τα οποία βρίσκονται εκτός των αναμενόμενων προσδοκιών, για την επικύρωση κάποιων άλλων μεθόδων και για την ανάλυση των κινήτρων και του σκεπτικού των ανθρώπων που απαντούν στα ερωτήματα (Cohen, Manion, & Morrison, 2007, p. 451)

Υπάρχουν πολλοί τύποι συνεντεύξεων. Οι Bogdan & Binkel προτείνουν τις ομαδικές συνεντεύξεις και τις ημιδομημένες. (Bogdan & Binkel, 1992).Οι

Linkoln & Guba κάνουν λόγο για τις δομημένες συνεντεύξεις και μη δομημένες. (Linkoln & Guba, 1985)

Στην παρούσα έρευνα αξιοποιήθηκε το εργαλείο της ημιδομημένης συνέντευξης, αφού οι εκπαιδευόμενοι καλούνται να απαντήσουν σε ανοιχτού τύπου ερωτήσεις προκειμένου να περιγράψουν , αναπαραστήσουν, ερμηνεύσουν και αναλύσουν τη νοητική διαδρομή που ακολουθούν ποιοτικά όσον αφορά τη χρήση αθροιστικών στρατηγικών. Μερικά από τα ερωτήματα είναι τα ακόλουθα : «Πώς σκέφτηκες;», « Πώς το βρήκες;» «Θέλεις να μου δείξεις τον τρόπο;» «Θες να μου το εξηγήσεις;». Κατά τη διάρκεια της συνέντευξης οι εκπαιδευόμενοι συχνά αναδιατύπωναν την προβληματική κατάσταση, αριθμητική πράξη- προσθετικό πρόβλημα, θέτοντας βοηθητικές ερωτήσεις και τότε προέκυπτε η ανάγκη ανάγνωσης εκ νέου των δεδομένων πληροφοριών.

β)) Φύλλα εργασίας

Τα φύλλα εργασίας που απευθύνονται σε παιδιά του νηπιαγωγείου πρέπει να είναι σύντομα, απλά και να μη περιέχουν γραπτές οδηγίες. Επιπλέον, οφείλουν να εστιάζουν σε ένα και μόνο σαφή στόχο (Nuttall, 1989) .

Τα φύλλα εργασίας είναι μια διαδικασία που υποβάλλει τα παιδιά σε μια ακινησία και σκέψη. Ανάλογα με το ενδιαφέρον που δείχνουν τα παιδιά προσδιορίζεται και η συχνότητα κατά την οποία ο εκπαιδευτικός θα τα υποβάλλει σε αυτή τη διαδικασία (Boardman, 2004)

Επιπροσθέτως, μπορεί να χρησιμοποιηθούν και σα μέσο αξιολόγησης των νηπίων. Χρειάζεται όμως προσοχή κατά τη χρήση τους, καθώς οφείλουν να είναι ευέλικτα στη χρήση, να ενεργοποιούν τη σκέψη τους, να ενισχύουν τη δημιουργικότητά τους, να στοχεύουν στην εξατομικευμένη μάθηση και να σέβονται το ρυθμό ανάπτυξης του εκάστοτε εκπαιδευομένου (Broadfoot, 1996)

Τα φύλλα εργασίας χρησιμοποιούνται σε μεγάλη έκταση και στο δημοτικό σχολείο. Αφορούν κυρίως γραπτές οδηγίες, προς το μαθητή, ώστε να του παρέχονται κατευθυντήριες και να διευκολύνουν την επίτευξη των επιδιωκόμενων στόχων (Τουμάσης, 1994, p. 187) .Η χρήση τους είναι διαδεδομένη και κρίνεται αναγκαία, καθώς πολλές από τις ασκήσεις που δίνονται και στο σπίτι έχουν τη μορφή των φύλλων εργασίας.

Τα φύλλα εργασίας διακρίνονται σε κλειστού και ανοιχτού τύπου. Τα κλειστού τύπου φύλλα εργασίας αφορούν σε δραστηριότητες οι οποίες επιδέχονται μια απάντηση ως σωστή, μέσα από τον περιορισμό των επιλογών «σωστό» και «λάθος». Οι εκπαιδευόμενοι που συμπληρώνουν αυτά τα φύλλα εργασίας οφείλουν να ακούν τις οδηγίες του εκπαιδευτικού.

Αυτά τα φύλλα εργασίας συνήθως εστιάζουν στις βασικές έννοιες που οφείλει να κατακτήσει ο εκπαιδευόμενος, ο οποίος δεν έχει πολλές επιλογές απαντήσεων και κάνει ανάκληση από τη μνήμη του προκειμένου να απαντήσει. Τα κλειστού τύπου φύλλα εργασίας έχουν γνωστικούς σκοπούς και δεν παρέχουν διαφοροποίηση αναφορικά με τις ατομικές δυσκολίες, τα ενδιαφέροντα, τις ιδιαιτερότητες και τα ταλέντα του εκπαιδευομένου (Slavin, 1983) (Johnson, Maruyama, Johnson, Nelson, & Skon, 1981)Επίσης, υπάρχει περιορισμένη αυτονομία στη μάθηση καθώς οι οδηγίες προέρχονται αποκλειστικά από τον εκπαιδευτικό, ο οποίος είναι και ο υπεύθυνος για να συνεχιστεί η μάθηση με το επόμενο φύλλο εργασίας (Jaworski, 1996)

Τα ανοιχτού τύπου φύλλα εργασίας στοχεύουν στο να προβληματίσουν τους εκπαιδευόμενους και στη χρήση της δημιουργικής και κριτικής τους σκέψης προκειμένου να βρουν τη λύση. Σε αντίθεση με τα κλειστού τύπου, στοχεύουν στην ανάδειξη της ατομικότητας, καθώς ο κάθε εκπαιδευόμενος μπορεί να διατυπώσει τη γνώμη του και να προτείνει λύσεις. (Johnson, Maruyama, Johnson, Nelson, & Skon, 1981)

Σε μια έρευνα που πραγματοποιήθηκε σε δημόσια Νηπιαγωγεία της πόλης του Ηρακλείου Κρήτης την Άνοιξη του 2007, χρησιμοποιήθηκαν φύλλα εργασίας για την αξιολόγηση της κατανόησης της μαθηματικής έννοιας του «5». Η έρευνα είχε ως σκοπό την αξιολόγηση παιδιών προσχολικής ηλικίας σε οπτικές λεκτικές και σχεδιαστικές δεξιότητες με την υποστήριξη του υπολογιστή. Στόχος της έρευνας ήταν το κατά πόσο μπορούν οι εκπαιδευόμενοι να εφαρμόσουν τον αριθμό «5» στην καθημερινότητά τους. Τα φύλλα εργασίας χρησιμοποιήθηκαν ως μέσο αξιολόγησης και μοιράστηκαν τόσο στην πειραματική όσο και στην ομάδα ελέγχου και υλοποιήθηκαν ως προ-τεστ (πριν από την έρευνα) και μετά-τεστ (μετά από την έρευνα). (Ζαράνης, Μ.Χρυσίνη, & Ψαλτάκη, 2009)

Στην παρούσα έρευνα χρησιμοποιήθηκαν τα ερευνητικά εργαλεία της συνέντευξης και συγκεκριμένα της ημιδομημένης συνέντευξης και τα φύλλα εργασίας. Το φύλλο εργασίας χρησιμοποιήθηκε για να παρατηρηθεί μια ποσοτική διαφοροποίηση, όσον αφορά τις απαντήσεις, ενώ ο συνδυασμός των δύο-φύλλων εργασίας και συνέντευξης- αξιοποιήθηκε για τη διερεύνηση των ποιοτικών μεταβολών σύμφωνα με το θεωρητικό μοντέλο του Carpenter και Moser και Fuson καθώς και τις άλλες παραμέτρους.(άμεση εκτίμηση, κατά προσέγγιση…)

Τα φύλλα εργασίας συντάχθηκαν με γνώμονα τις θεωρίες που αφορούν τη μαθηματική δραστηριότητα και την πρόσθεση μονοψήφιων αριθμών και προσθετικών προβλημάτων. Αποτελούνται από έξι αριθμητικές πράξεις και δύο προσθετικά προβλήματα αλλαγής και σύγκρισης. Μέσω του συγκεκριμένου ερευνητικού εργαλείου ήταν δυνατή η συλλογή των ποσοτικών δεδομένων της έρευνας. Στη μελέτη περίπτωσης όπως προαναφέρθηκε παρατηρούνται και μελετώνται τα χαρακτηριστικά ενός εκπαιδευόμενου, μιας ομάδας, μιας σχολικής τάξης, μιας σχολικής μονάδας. Ο λόγος που πραγματοποιείται η παρατήρηση είναι για να γίνει εις βάθος ανάλυση κάποιων φαινομένων και να γίνει γενίκευση κάποιων φαινομένων σχετικά με τον ευρύτερο πληθυσμό στον οποίο ανήκει η μονάδα (Cohen, Manion, & Morrison, 2007, p. 317)Προκειμένου να γίνει η γενίκευση των φαινομένων που μελετούνται χρειάζεται να υπάρχει ένα δείγμα αντιπροσωπευτικό του πληθυσμού.

γ)Ερωτηματολόγιο

Το ερωτηματολόγιο (Wilson & Mc Lean)συνιστά « εργαλείο συλλογής δεδομένων που χρησιμοποιείται σε ευρεία έκταση. Αφορά κυρίως σε δεδομένα ποσοτικά και η χρήση του είναι δυνατή ακόμα και χωρίς τη φυσική παρουσία του ερευνητή» (Wilson & McLean, 1994) (Cohen, Manion, & Morrison, 2007, p. 414)

Για τη δημιουργία του ερωτηματολογίου θα πρέπει να ληφθούν υπόψη τα κάτωθι χαρακτηριστικά (Javeau, 2000): να είναι πλήρες, ακριβές, δομημένο καταλλήλως, να περιλαμβάνει σαφείς έννοιες και κατευθυντικές οδηγίες όσον αφορά τον τρόπο συμπλήρωσής του, να επιδέχεται αποδελτίωση.

Η διατύπωση των ερωτήσεων του ερωτηματολογίου οφείλουν να είναι σύμφωνες με κάποιους βασικούς κανόνες (Javeau, 2000, p. 138)

- Οι ερωτήσεις πρέπει να διατυπώνονται σύμφωνα με τη θεωρία της γλώσσας
- Πρέπει να είναι γραμμένες απλά χωρίς να περιέχουν ιδιωματισμούς και μη συχνά χρησιμοποιούμενες λέξεις
- Το περιεχόμενό τους πρέπει να είναι απλό και πλήρες νοηματικά
- Να μην επιδέχονται επεξηγήσεις

Ένα ερωτηματολόγιο περιλαμβάνει δύο τύπους ερωτήσεων: ανοιχτού τύπου και κλειστού τύπου, τις οποίες μπορεί να χρησιμοποιήσει ο ερευνητής επιλέγει να να συντάξει αναλογιζόμενος τις ανάγκες της έρευνας. (Javeau, 2000). Στις ανοιχτές ερωτήσεις ο ερωτώμενος μπορεί να εκφραστεί ελεύθερα και χωρίς κανένα περιορισμό. Σύμφωνα με τον Ζαφειρίου οι κλειστού τύπου ερωτήσεις επιλέγονται από τους ερευνητές στην περίπτωση που δεν είναι σίγουροι για τα είδη των αποκρίσεων. (Ζαφειρίου, 2003, σ. 32) Στις κλειστού τύπου επιλέγει μία απάντηση ή περισσότερες από αυτές που του δίνονται. Οι κλειστές ερωτήσεις περιλαμβάνουν:

- Τις διχοτομικές ερωτήσεις : Σε αυτού του είδους τις ερωτήσεις μπορεί να επιλέξει μόνο μια απάντηση
- Τις ερωτήσεις βαθμονόμησης: Στην περίπτωση αυτή δύναται να δώσει απάντηση μια από τις κατηγορίες που υπάρχουν
- Τις ερωτήσεις κατάταξης: Σε αυτές δίνει απάντηση που σχετίζεται με το βαθμό σημαντικότητας.
- Τις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής: Σε αυτές δύναται να δώσει περισσότερες της μίας απάντησης.
- Τις ερωτήσεις διαβαθμισμένης κλίμακας: Σε αυτές καλείται να επιλέξει μέσα από μια κλίμακα διαβάθμισης μια ομάδα ερωτήσεων.

Στην παρούσα έρευνα χρησιμοποιήθηκαν δύο ερωτηματολόγια. Το πρώτο αφορά τη διάκριση των εκπαιδευομένων σε οπτικούς και κιναισθητικούς τύπους μάθησης και το δεύτερο διερευνά τις στάσεις των εκπαιδευόμενων αναφορικά με τις απόψεις τους για το personal confidence, τη <προσωπική σιγουριά> για τα μαθηματικά και για τη χρησιμότητα των μαθηματικών. Βάσει του πρώτου ορίστηκε το δείγμα της έρευνας. Δείγμα θεωρείται ένα μικρό μέρος, το οποίο μπορεί να αντιπροσωπεύει ένα σύνολο (Denzin & Lincoln, 2000)

Το ερωτηματολόγιο διάκρισης αισθητηριακού τύπου έγινε στα δύο τμήματα της πρώτης τάξης και στην τάξη του νηπιαγωγείου προκειμένου να διαπιστωθεί ο τύπος- οπτικός, ακουστικός και κιναισθητικός- του κάθε εκπαιδευόμενου. Έχει χρησιμοποιηθεί ερευνητικά από τους Ζακόπουλο Βασίλειο και Ελληνιάδου Έλενα(2009) σε μια εργασία τους με τίτλο : «Διδακτική εφαρμογή ενός προγράμματος νοητικού χάρτη στην ιστορία» και εμπεπριέχεται στο βιβλίο του Βανδουλάκη. (Ζακόπουλος & Ελληνιάδου, 2009). (Βανδουλάκης, 2005)

Το ερωτηματολόγιο που χρησιμοποιήθηκε για τη διερεύνηση των στάσεων και των απόψεων στα μαθηματικά είναι κλειστού τύπου με την κλίμακα διαβάθμισης (**rating scale)** χαρούμενα πρόσωπα **(smiley faces).** Σε αυτή την κλίμακα υπάρχει η επιλογή τριών απαντήσεων ανά ερώτηση. Η πρώτη επιλογή είναι χαρούμενο πρόσωπο και αντιστοιχεί σε θετική απάντηση, η δεύτερη είναι πρόσωπο ουδέτερης έκφρασης και αντιστοιχεί σε ουδέτερη απάντηση και η τρίτη λυπημένο πρόσωπο που αντιστοιχεί σε αρνητική απάντηση.

Η κλίμακα διαβάθμισης έχει χρησιμοποιηθεί σε διάφορες έρευνες. Σε μια έρευνα για την αξιολόγηση της επιρροής κάποιων διαφημιστικών προϊόντων σε 73 παιδιά προσχολικής και σχολικής ηλικίας στην Αγγλία έγινε χρήση του ερωτηματολογίου. Στην κλίμακα υπήρχαν τρία πρόσωπα (smiley faces) προκειμένου να παρέχουν στα παιδιά τη δυνατότητα επιλογής των απαντήσεων. Τα μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν των Karmiloff-Smith (1992) και Siegler (1996). (Pine & Veasy, 2003)

Επιπλέον, η κλίμακα διαβάθμισης χρησιμοποιήθηκε σε μια έρευνα των Patti Barber και Jenny Houssart, Institute of Education in London. (Smith, 2011)

Το αντικείμενο της έρευνας αφορούσε το κατά πόσο οι μαθητές δημοτικού σχολείου κατανοούν τα μαθηματικά και τα συνδέουν με τη ζωή τους και εκτός του σχολικού χώρου. Για τις αντιλήψεις και τη χρησιμότητα των μαθηματικών εκτός του σχολείου χρησιμοποιήθηκαν ερωτηματολόγια τα οποία έχουν διεξαχθεί σε μια μελέτη με παιδιά 9 ετών από τους Thomas και Dowker (2005, σ. 239). Επίσης, χρησιμοποιήθηκε και η έρευνα των Flockton και Crooks (1997) με φοιτητές στη Νέα Ζηλανδία και μια έρευνα από την Sun (2009) με παιδιά ηλικίας από 3 έως 6 ετών. Στις παραπάνω μελέτες έγινε η χρήση της κλίμακας διαβάθμισης smiley faces για να εξετάσει τις στάσεις και τις αντιλήψεις των παιδιών για τα μαθηματικά.

γ) Άμεση παρατήρηση

Στην άμεση παρατήρηση ο ερευνητής δύναται να συλλέξει τα δεδομένα που χρειάζεται μέσα από καταστάσεις που λαμβάνουν χώρα σε πραγματικό χρόνο και όχι σε δεύτερο χρόνο (Patton, 1990, σσ. 203-205)Ο ερευνητής έχει τη δυνατότητα να παρατηρήσει άμεσα πράγματα που υπό άλλες συνθήκες θα διέφευγαν της προσοχής του.

Σύμφωνα με τον Morrison (1993) ο ο ερευνητής έχει τη δυνατότητα να συλλέξει δεδομένα για: (Morisson, 1993, σ. 80)

«1. Το φυσικό περιβάλλον

2. Το ανθρώπινο πλαίσιο, τα χαρακτηριστικά των ατόμων και των ομάδων

3. Τις αλληλεπιδράσεις που δημιουργούνται

4. Το πλαίσιο του εκάστοτε προγράμματος»

Ο Patton (1990) επισημαίνει ότι «ο ερευνητής δύναται να προχωρήσει σε βάθος για μια κατάσταση που μελετά και μπορεί να την κατανοήσει. Η άμεση παρατήρηση αποτελεί ένα ιδιαίτερα ισχυρό εργαλείο συλλογής δεδομένων». (Patton, 1990, σ. 202)Σύμφωνα με τους Bakeman & Gottman (1986), «η άμεση παρατήρηση χρησιμοποιείται με σκοπό τη μέτρηση της συμπεριφοράς και τη μοντελοποίηση των καταστάσεων».

Η παρατήρηση (Adler & Adler, 1994, p. 378) επιπλέον, θεωρείται ότι «είναι μια μέθοδος στην οποία δεν υπάρχει η παρέμβαση του ερευνητή» (Cohen, Manion, & Morrison, 2007, σσ. 513-514)

Η άμεση παρατήρηση χρησιμοποιήθηκε μέσω της καταγραφής των κινήσεων των εκπαιδευομένων σε κάθε δραστηριότητα που δημιουργήθηκε στο kodu με τη χρήση του cam 2.7 . Επιλέχθηκε αντί του βίντεο για λόγους δεοντολογίας.

3.4 Πλατφόρμα Kodu

Το Kodu είναι μια «οπτική» γλώσσα προγραμματισμού, η οποία έχει σχεδιαστεί για τη δημιουργία παιχνιδιών.

Περιέχει εύχρηστα εργαλεία με τα οποία μπορούν να δημιουργηθούν τρισδιάστατοι κόσμοι από ενήλικες, αλλά και παιδιά. Η γλώσσα προγραμματισμού είναι απλή σε μορφή εικονιδίων .Το Kodu αρχικά δίνει τη δυνατότητα για σχεδιασμό ενός περιβάλλοντος με επιλογή αντικειμένων που προγραμματίζονται κατάλληλα και σύμφωνα με τις ανάγκες του παιχνιδιού

Οι εκπαιδευόμενοι ως σχεδιαστές ψηφιακού παιχνιδιού δύνανται να εργαστούν σε ένα συνεργατικό κλίμα, να ακολουθήσουν τον ορθό λόγο και να καλλιεργήσουν τη δημιουργικότητά τους. Με αυτόν τον τρόπο μπορούν να απολαύσουν τα οφέλη του kodu και να εισαχθούν στις βασικές έννοιες του προγραμματισμού.

3.5 Περιγραφή Εκπαιδευτικού σεναρίου σε μορφή ρέοντος κειμένου

Τίτλος του διδακτικού σεναρίου	«Μηλομπερδέματα»
Εκπαιδευτικό πρόβλημα	Στη σχολική πραγματικότητα ένα ποσοστό μαθητών αντιμετωπίζει ιδιαίτερες δυσκολίες στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Η αδυναμία αυτή μπορεί να οφείλεται σε παράγοντες που αναφέρονται στα ίδια τα παιδιά ή σε παράγοντες που έχουν σχέση με τη διαδικασία της μάθησης στο σχολείο. Με ποιο τρόπο μαθαίνει κάποιος; Κάτω από ποιες συνθήκες προκαλείται η μάθηση; Τις απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα δίνουν οι διάφορες θεωρίες μάθησης, οι οποίες μετουσιώνονται σε διδακτικές προσεγγίσεις και τεχνικές μέσα στη μαθησιακή διαδικασία που υιοθετούνται από τον εκπαιδευτικό. Συχνά, όμως, στην εκπαιδευτική διαδικασία οι εκπαιδευόμενοι εγκλωβίζονται σε μια διδακτική προσέγγιση, καθώς το αναλυτικό πρόγραμμα και τα διδακτικά βιβλία απευθύνονται μέσω των δραστηριοτήτων τους κυρίως στους οπτικούς τύπους μάθησης, λιγότερο στους ακουστικούς και σχεδόν καθόλου στους κιναισθητικούς. Στη μαθησιακή διαδικασία υπάρχουν ατομικές

	διαφορές. Κάθε άτομο έχει το δικό του τρόπο να μαθαίνει, δηλαδή να συλλέγει, να επεξεργάζεται και να οργανώνει τις πληροφορίες. Οι εκπαιδευόμενοι ήδη από την πρώτη σχολική ηλικία εντάσσονται στη διαδικασία των μαθηματικών εννοιών, όπως προσδιορίζονται μέσα από τους στόχους του αναλυτικού προγράμματος. Με την είσοδό τους στο δημοτικό σχολείο θεωρείται δεδομένη η κατάκτηση βασικών μαθηματικών εννοιών, καθώς καλούνται να ανταποκριθούν σε πιο σύνθετες μαθηματικές δραστηριότητες.
Σκοποί - Στόχοι	Επιδιώκεται να διερευνηθεί αν οι εκπαιδευόμενοι : ✓ χρησιμοποιούν στρατηγικές που βασίζονται στην αρίθμηση με μοντελοποίηση μιας αριθμητικής πράξης ή των δεδομένων ενός προβλήματος (διαδικασίες με υλικά : εικονογραφικές-εικονικές αναπαραστάσεις, κινητικές με ή χωρίς τη χρήση φυσικών αντικειμένων) ✓ χρησιμοποιούν στρατηγικές που αφορούν την απαρίθμηση, όπως μετράω όλα μαζί, μέτρημα από ένα αριθμό και πέρα (counting all, counting on) ✓ χρησιμοποιούν στρατηγικές στις οποίες βασίζονται σε αθροίσματα που τους είναι ήδη γνωστά προκειμένου να λύσουν μια

	αριθμητική πράξη (άμεση ανάκληση, παραγωγή πράξεων) ✓ διαχειρίζονται προσθετικά προβλήματα αλλαγής, συνδυασμού και σύγκρισης. Δεξιότητες Οι εκπαιδευόμενοι θα πρέπει να είναι σε θέση να : ✓ χρησιμοποιούν τις νέες τεχνολογίες προκειμένου να υλοποιήσουν τις απαιτούμενες δραστηριότητες ✓ επιδείξουν αυτονομία κατά τη μαθησιακή διαδικασία (giving autonomy) ✓ αντιμετωπίζουν και να χειρίζονται με παιγνιώδη τρόπο τις μαθησιακές δραστηριότητες ✓ διατυπώνουν ερωτήσεις εξήγησης, πρόβλεψης ✓ να συγκρίνουν ποσότητες (περισσότερα – λιγότερα) ✓ να έχουν ευχέρεια χειρισμού ✓ να αντιλαμβάνονται την πληθυκότητα και να χρησιμοποιούν αριθμογραμμές Στάσεις Οι εκπαιδευόμενοι θα πρέπει να : ✓ επιδεικνύουν αυξημένο ενδιαφέρον για δραστηριότητες που αφορούν στα μαθηματικά στα πλαίσια του σχολείου αλλά και έξω από αυτό ✓ συνειδητοποιήσουν ότι τα μαθηματικά

	αφορούν άμεσα την καθημερινή ζωή ✓ εμπλέκονται σε δραστηριότητες ανεξάρτητα από βαθμό δυσκολίας με αυτοπεποίθηση ✓ «κάνουν μαθηματικά» ✓ αποβάλουν τη μαθητικοφοβία ✓ να συνειδητοποιήσουν ότι «τα μαθηματικά έχουν νόημα» (Van de Wale) ✓ καλλιεργήσουν θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά και να αυξηθούν τα κίνητρα τους ✓ να αναπτύξουν σχέση αλληλεπίδρασης με τα μαθηματικά ✓ να ενισχυθεί η αντίληψη «μαθηματικά για όλους»
Χαρακτηριστικά εκπαιδευόμενων	Δημογραφικά : Η ομάδα του δείγματος αποτελείται από : ✓ δύο μαθητές του νηπιαγωγείου και των δύο φύλων, ηλικίας 5,5 ετών ✓ δύο μαθήτριες της Α΄ δημοτικού, ηλικίας 7 ετών Το νέο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών για το νηπιαγωγείο, προβλέπει στο να βιώσουν οι εκπαιδευόμενοι καταστάσεις όπου «βάζουν μαζί» και «συγκρίνουν» φυσικά αντικείμενα προκειμένου να προσεγγίσουν την πράξη της πρόσθεσης, αλλά και να κατασκευάζουν απλά προβλήματα πρόσθεσης.

	Επιπλέον, προβλέπεται η διεύρυνση των πιθανών σχηματισμών που προκύπτουν από τα αθροίσματα των αριθμών μέχρι το 10. Οι εκπαιδευόμενοι του δημοτικού έχουν εισαχθεί στην έννοια της ανάλυσης και σύνθεσης αριθμού και προσθετικών προβλημάτων.
Ανάγκες εκπαιδευόμενων	Οι εκπαιδευόμενοι έχουν ανάγκη να εμπλακούν στη μαθησιακή διαδικασία με όρους που υπαγορεύονται από το προσωπικό μαθησιακό στυλ και με τρόπο που να αποκτά νόημα για τους ίδιους.
Εκπαιδευτική Προσέγγιση	Ο σχεδιασμός των μαθηματικών δραστηριοτήτων βασίστηκε και αξιοποίησε το μοντέλο VAK. Η ενσωμάτωσή του μοντέλου VAK στη μαθησιακή διαδικασία παρέχει τη δυνατότητα στους εκπαιδευτές να σχεδιάσουν τη μαθησιακή πορεία του κάθε εκπαιδευόμενου βάσει του στυλ μάθησής του. Παράλληλα, οι ίδιοι οι εκπαιδευόμενοι αναγνωρίζοντας τον τρόπο που μαθαίνουν ευκολότερα, δύνανται να βελτιστοποιήσουν τα μαθησιακά οφέλη και τονώσουν το αυτοσυναίσθημά τους. Επίσης, λαμβάνοντας υπόψη τα διαφορετικά στυλ μάθησης, το ψηφιακό παιχνίδι μπορεί να ανταποκριθεί άμεσα σ΄ αυτό , αφού έχει ηχητικά,

<table>
<tr><td></td><td>λεκτικά και εικονικά μηνύματα. (Becker 2005).

Επιπλέον, αποτέλεσαν βασικές πηγές σχεδιασμού:
✓ η θεωρία των προσθετικών προβλημάτων όπως διατυπώθηκε από τους Greno et al, Carpenter & Moser, Vergnaud,Fuson, Steffe,Cobb αποτέλεσε κεντρικό
✓ η θεωρία των Carpenter & Moser σχετικά με την αρίθμηση και μοντελοποίηση στην πρόσθεση
✓ η θεωρία Carney και Levin(2002), Θεοδούλου και Γαγάτσης (2003) για τη λειτουργία των εικόνων στην επίλυση του μαθηματικού προβλήματος
✓ η θεωρία των ενσώματων μαθηματικών των Lakoff &Nunez (2000)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Εκπαιδευτικές Δραστηριότητες</td></tr>
<tr><td>Δραστηριότητα 1: Ταΐζοντας τα Θαλάσσια πλάσματα</td><td>Ο εκπαιδευόμενος καλείται να διαχειριστεί προσθέσεις μονοψήφιων αριθμών. Στη δραστηριότητα αυτή εμφανίζονται διαδοχικά θαλάσσια πλάσματα, όπου εκφράζουν την επιθυμία για τροφή. Για παράδειγμα :

α) στον οπτικό τύπο μάθησης, εμφανίζεται ένα ψάρι, όπου με ένα συννεφάκι γνωστοποιείται με πληροφοριακή εικόνα πόσα μήλα έχει ανάγκη να φάει. Ο εκπαιδευόμενος οφείλει να επιλέξει τη σωστή απάντηση μέσα από συννεφάκια, όπου δίνονται αθροίσματα μέσω πληροφοριακής εικόνας.</td></tr>
</table>

	β) στον κιναισθητικό τύπο μάθησης, εμφανίζεται ένα ψάρι, όπου με ένα συννεφάκι γνωστοποιείται με λεκτική πληροφορία πόσα μήλα έχει ανάγκη να φάει. Ο εκπαιδευόμενος οφείλει να αποκωδικοποιήσει την πληροφορία και να αναλάβει δράση, να την ενσωματώσει, μεταφέροντας τα μήλα που χρειάζεται.
Δραστηριότητα 2: Πικ-νικ με μήλα	Στη δραστηριότητα αυτή, ο εκπαιδευόμενος βρίσκεται μπροστά σε τρία χαλιά, τα οποία αναπαριστούν μια προσθετική αριθμητική πράξη, στην οποία λείπει το συμπλήρωμα. Συγκεκριμένα : α) ο οπτικός τύπος μάθησης καλείται να επιλέξει μέσα από συννεφάκια που απεικονίζουν πληροφοριακά το μονοψήφιο αριθμό που λείπει. Με αυτό τον τρόπο θα βρει το συμπλήρωμα. β) ο κιναισθητικός τύπος μάθησης, για να βρει αντίστοιχα το συμπλήρωμα, βλέπει τρία χαλιά τα οποία είναι άδεια .Στο πρώτο χαλί εμφανίζεται ένα δέντρο που από πάνω του υπάρχει ένα συννεφάκι στο οποίο εμπεριέχεται ένα κείμενο που αναφέρει πχ. τα εξής : Βάλε στο πρώτο χαλί 2 μήλα. Ο κιναισθητικός παίρνει τα μήλα από ένα πλήθος μήλων που υπάρχουν ανάμεσα στα χαλιά.. Στη συνέχεια εμφανίζεται ένα δέντρο που μέσα σε ένα σύννεφο εμπεριέχεται ένα κείμενο που εμφανίζεται με τη μορφή ερώτησης: Πόσα ακόμη χρειάζεσαι ; και τέλος στο τρίτο χαλί εμφανίζεται ένα δέντρο που μέσα σε ένα σύννεφο εμπεριέχεται ένα κείμενο που

	αναφέρει : « Βάλε 6 μήλα ». Με αυτό τον τρόπο ενσωματώνει όλη την αριθμητική πράξη
Δραστηριότητα 3: Φτιάχνοντας κομπόστα	Στη δραστηριότητα αυτή, ο εκπαιδευόμενος βρίσκεται μπροστά σε δύο εργοστάσια παραγωγής κομπόστας και με τη δράση του πρέπει να συμβάλει στην παροχή πρώτων υλών, των μήλων, αφού υπολογίσει πόσα χρειάζεται αντίστοιχα το καθένα. Α εργοστάσιο Πάνω από το εργοστάσιο εμφανίζεται ένα συννεφάκι με το εξής κείμενο: Το εργοστάσιο θέλει να φτιάξει ένα μικρό βαζάκι κομπόστας. Έχει δύο μήλα (στον κιναισθητικό τύπο μάθησης, υπάρχει πάλι λεκτική απόδοση της πληροφορίας, ενώ στον οπτικό θα απεικονίζονται τα μήλα) και άλλα τέσσερα (κείμενο – εικόνα αντίστοιχα για κάθε τύπο). Πόσα μήλα χρειάζονται ; Β εργοστάσιο Αντίστοιχα δομείται και η δραστηριότητα για το β εργοστάσιο που αφορά σε προσθετικό πρόβλημα σύγκρισης- άγνωστη η συγκρινόμενη ποσότητα.
Ρόλοι	Ο Εκπαιδευτικός : ▪ προετοιμάζει το υλικό που είναι απαραίτητο για την υλοποίηση των δραστηριοτήτων. Συγκεκριμένα :

	✓ το ερωτηματολόγιο διάκρισης αισθητηριακού τύπου. ✓ τα φύλλα εργασίας ✓ το ερωτηματολόγιο διερεύνησης στάσεων ✓ τις οδηγίες για τη χρήση της τεχνολογίας ✓ τα φυσικά υλικά για τις δραστηριότητες ▪ δομεί και υλοποιεί τη συνέντευξη των εκπαιδευόμενων Ο εκπαιδευόμενος : ▪ απαντά καταφατικά ή αρνητικά στις ερωτήσεις του ερωτηματολογίου διάκρισης αισθητηριακού τύπου. ▪ αναπαριστά τις αριθμητικές πράξεις με υλικά ▪ διατυπώνει ερωτήσεις ▪ εκφράζει τις ιδέες και τις απόψεις του ▪ αιτιολογεί τις απαντήσεις του ▪ αναλαμβάνει δράση και αλληλεπιδρά με την πλατφόρμα kodu ανατροφοδοτικά
Εργαλεία – Υπηρεσίες - Πόροι	Εργαλεία : ✓ Ηλεκτρονικός υπολογιστής ✓ Τηλεόραση ✓ Kinect ✓ Δημοσιογραφικό μέσο εγγραφής και αναπαραγωγής ήχου Υπηρεσίες : ✓ Microsoft Kodu

	✓ Kinect software for windows pc Πόροι : ✓ Φύλλα εργασίας ✓ Φυσικά υλικά αρίθμησης και μοντελοποίησης ✓ Ηχογραφημένο υλικό συνεντεύξεων

3.6 Υλοποίηση Εκπαιδευτικής Παρέμβασης-Σχεδιασμός δραστηριοτήτων στο kodu

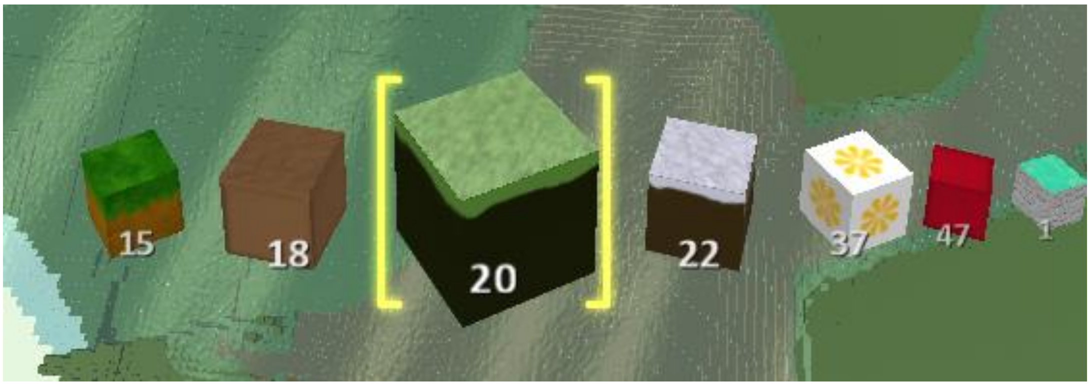
1. Ο κόσμος του παιχνιδιού

Α. ο χώρος

Εικόνα 2: Το περιβάλλον του παιχνιδιού

Αρχικά δημιουργήθηκε το έδαφος. Το kodu εκτός από οπτικό προγραμματισμό έχει ενσωματωμένες τις δυνατότητες εκείνες που χρειάζονται για να ζωγραφίσεις τον κόσμο του παιχνιδιού.

Το έδαφος έχει δημιουργηθεί από τη ζωγραφική με τα εργαλεία εδάφους. Επιλέχτηκε τύπος εδάφους χορτάρι και σε μερικές περιπτώσεις σκέτο χώμα (κορυφές βουνών).Για καλύτερη απόδοση του σχήματος επιλέχθηκε αναλόγως το σημείο και η ανάλογη βούρτσα εδάφους καθώς και το μέγεθός της. (τετράγωνο, οβάλ, τετράγωνη γραμμή, οβάλ γραμμή). (Εικ.2) . Αρχικά, ο κόσμος ήταν επίπεδος.



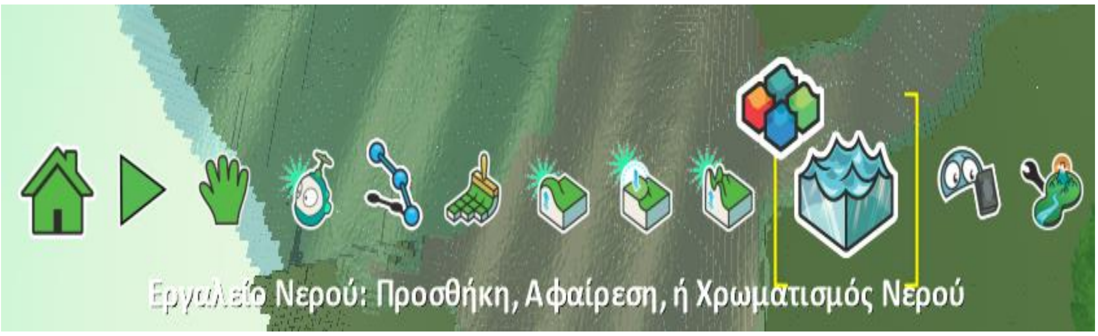
Εικόνα 3: Επιλογή τύπου εδάφους

Εικόνα 4: Επιλογή τύπου βούρτσας

Με τα άλλα εργαλεία εδάφους (Εικ.4) μειώθηκε ή αυξήθηκε το ύψος σε κάποια σημεία στο χάρτη ώστε να δημιουργηθούν τα βουνά , το ποτάμι και η λίμνη. Στο τέλος προστέθηκε το νερό. Κάθε ποσότητα νερού που προστίθεται στο kodu πρέπει να έχει από κάτω έδαφος. Δεν ισχύει όμως το ίδιο και στα πλάγια γύρω από τον κόσμο. Εκεί ορίστηκαν «γυάλινοι» τοίχοι, ώστε να είναι αδύνατο να φύγουν από το χώρο το νερό και τα υπόλοιπα αντικείμενα.

Το ύψος του νερού (σημείο μηδέν) είναι δυνατό να οριστεί σε επιθυμητό ύψος, ώστε το νερό να καλύπτει μόνο τους χώρους που αρχικά σχεδιάστηκαν για να καλύπτονται από νερό (Εικ. 5).

Εικόνα 5: Εργαλεία διαμόρφωσης εδάφους



Εικόνα 6: Εργαλείο νερού

Αφού ολοκληρώθηκε η δημιουργία του κόσμου του παιχνιδιού άρχισαν να μπαίνουν τα διάφορα αντικείμενα τα οποία βρίσκονται σε διάφορα σημεία στο χώρο.

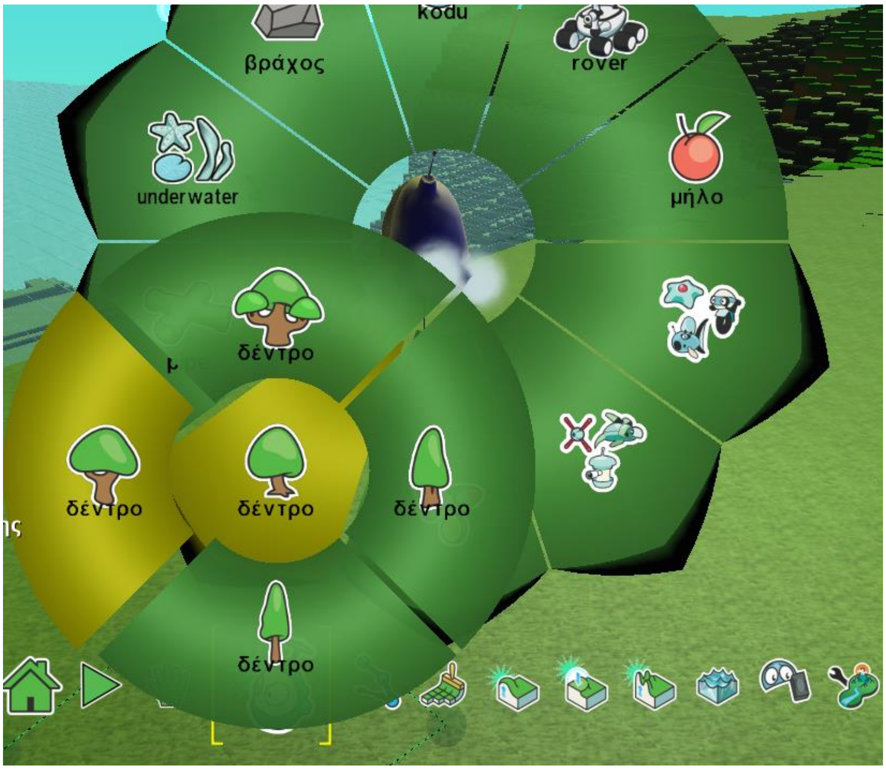
Το εικονίδιο με το Kodu επιτρέπει να προστεθεί ένας νέος χαρακτήρας ή αντικείμενο, κάνοντας κλικ σε ένα χώρο χωρίς αντικείμενο (Εικ.6), ή να γίνει επεξεργασία σε ένα υπάρχον αντικείμενο. Υπάρχουν είκοσι είδη χαρακτήρων και ένα σύνολο πενήντα τριών αντικειμένων το καθένα με διαφορετικές ιδιότητες.

Αρχικά, μπήκαν τα αντικείμενα τα οποία δεν επηρεάζουν ενεργητικά το παιχνίδι, αλλά προσδίδουν «χρώμα» ή οριοθετούν παθητικά το χώρο:

- Δασάκι (πολλά δεντράκια το ένα δίπλα στο άλλο χωρίς κάποια ιδιότητα)
- Σύννεφα στα βουνά
- Ένα μικρό κάστρο στο βουνό που βρίσκεται νοτιοδυτικά
- Ψαράκι στην λίμνη

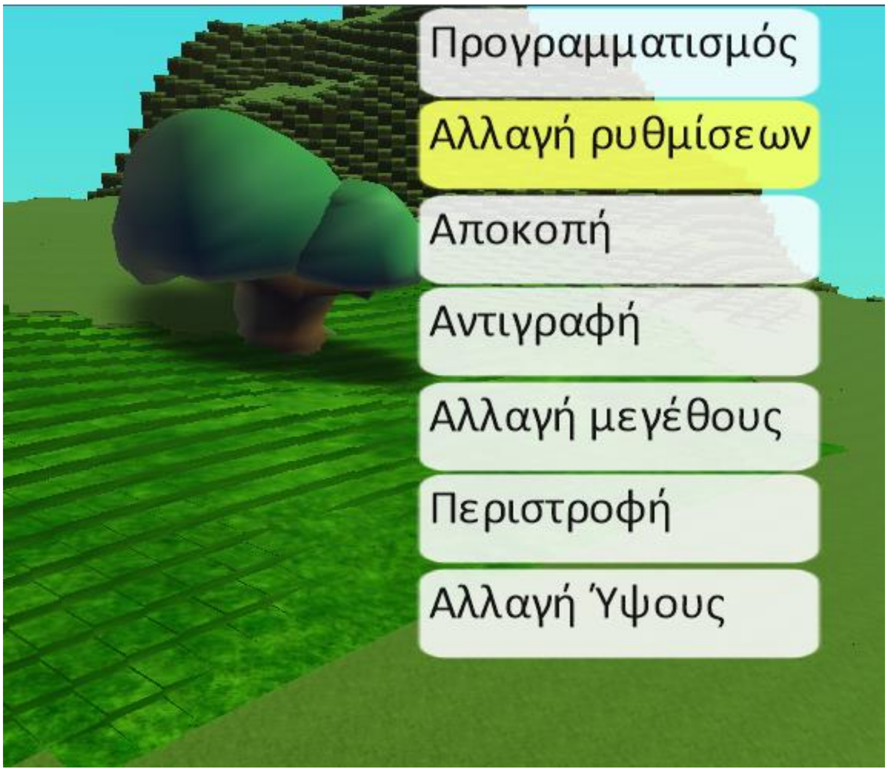
• Φύκια βυθού

Κατόπιν πραγματοποιήθηκαν αλλαγές στο έδαφος σε πιο έντονο πράσινο σε μερικά σημεία, για να σπάσει η μονοτονία του χώρου.



Εικόνα 7: Προσθήκη αντικειμένου

Σε αυτά τα πρώτα αντικείμενα έγιναν μικρές αλλαγές σε βασικές ρυθμίσεις όπως το ύψος (απόσταση από το έδαφος), η γωνία τους και το μέγεθος (Εικ.7). Το κάθε αντικείμενο δεν έχει πάντα τις ίδιες ιδιότητες, αλλά οι βασικές ιδιότητες παραμένουν ίδιες σε όλα τα αντικείμενα.



Εικόνα 8: Ρυθμίσεις αντικειμένων

Τέλος και πριν μπουν τα «ενεργά» αντικείμενα, σημειώθηκαν μικρές μεταβολές στις ιδιότητες του κόσμου, όπως η προσαρμογή των ρυθμίσεων για το νερό και τον ουρανό. Το εικονίδιο των ρυθμίσεων στο τέλος της γραμμής εργαλείων παρέχει την δυνατότητα να γίνουν αλλαγές σε μερικά χαρακτηριστικά όλου του κόσμου, όπως η κίνηση και η εμφάνιση του κόσμου. Έτσι, υπάρχουν κάποιες ρυθμίσεις που επηρεάζουν τον τόνο και η διάθεση σε μεγάλο βαθμό.

- γυάλινοι τοίχοι Όπως προαναφέρθηκε, για να μην υπάρχει η δυνατότητα να φύγει κάποιο αντικείμενο στο κενό.

- Ύψος κυμάτων. Ρυθμίζει το μέγεθος των κυμάτων στον κόσμο του παιχνιδιού.

- Ουρανός. Τροποποιήθηκε ο τύπος της ατμόσφαιρας σε ένα χαρούμενο γήινο.

- Φωτισμός. Παρέμεινε η προεπιλογή του φωτισμού ημέρας.

- Κάμερα. Η λειτουργία της κάμερας κατά την διάρκεια του παιχνιδιού είναι πολύ βασική. Ο τύπος της κάμερας προσδιορίστηκε σε «ελεύθερη», ώστε να μην είναι σε κάποιο σταθερό σημείο ή με σταθερό offset. Αργότερα και μετά την είσοδο του χαρακτήρα στο παιχνίδι αλλάζει πάλι η κάμερα με τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι μόνιμα από πάνω του και να το ακολουθεί (τρίτο πρόσωπο).

Κατόπιν έγινε η αλλαγή του εδάφους στο σημείο της δεύτερης δραστηριότητας, για να μοιάζει με εννέα χαλιά και άλλαξε και το χρώμα εδάφους σε κόκκινο προκειμένου να ζωγραφιστούν τα σύμβολα + και = στο έδαφος.

Μετά από αυτές τις προσθήκες μπήκαν τα αντικείμενα τα οποία παίζουν ενεργό ρόλο στο παιχνίδι και με τον ένα ή τον άλλο τρόπο έχουν διαδραστική επίδραση με τον παίχτη.

Τα αντικείμενα αυτά είναι (χωρισμένα ανάλογα με την δραστηριότητα)

<u>1η δραστηριότητα (οπτικός)</u>

- Ψαράκι
- Χταπόδι
- Κοχύλι
- εννέα συννεφάκια (τρία πάνω από κάθε χαρακτήρα)

<u>1η δραστηριότητα (κιναισθητικός)</u>

- Ψαράκι
- Χταπόδι
- Κοχύλι
- Δώδεκα μήλα σε ένα σωρό
- Αστεράκι

2η δραστηριότητα (οπτικός)

- Δεκαέξι σταθερά μήλα
- εννέα συννεφάκια (τρία πάνω από κάθε χαλί που ζητάει απάντηση)
- ένα δεντράκι

2η δραστηριότητα (κιναισθητικός)

- είκοσι έξι μήλα σε δύο σωρούς
- εννέα μικρά δεντράκια
- ένα δεντράκι

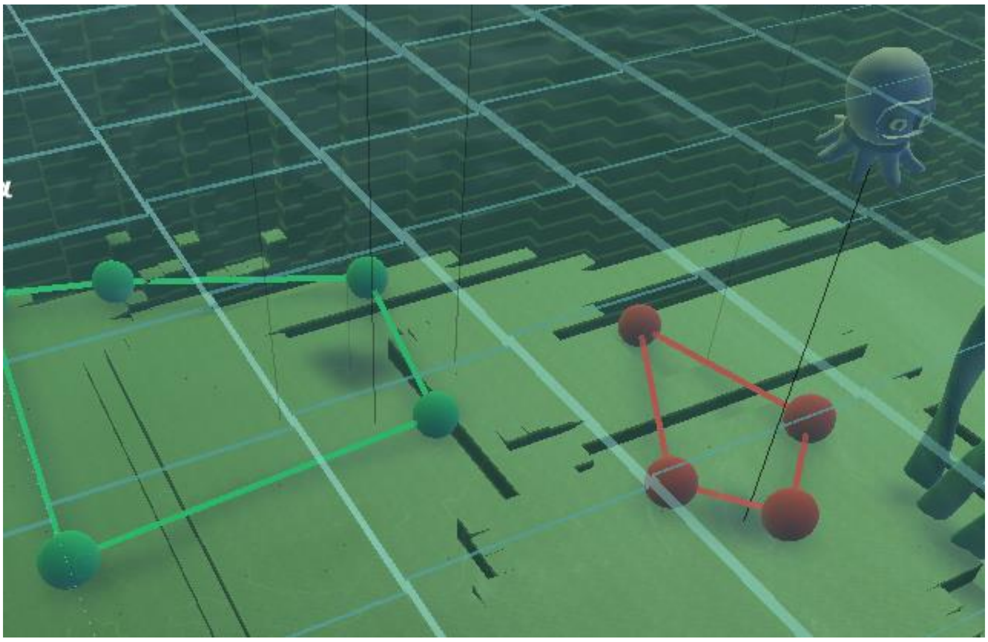
3η δραστηριότητα (οπτικός)

- δύο εργοστάσια
- έξι συννεφάκια (τρία πάνω από κάθε εργοστάσιο)

3η δραστηριότητα (κιναισθητικός)

- δύο εργοστάσια
- είκοσι μήλα σε σωρό
- ένα αστεράκι

Μετά προστέθηκαν για δύο χαρακτήρες κάποια «μονοπάτια» στα οποία μπορούν να κινηθούν. Τα μονοπάτια αυτά είναι αόρατες προκαθορισμένες διαδρομές με διαφορετικά χρώματα κατά την διάρκεια του σχεδιασμού (Εικ.8). Έτσι, όταν το παιχνίδι εξελίσσεται μπορεί κάποιο αντικείμενο που έχει την δυνατότητα να κινείται να οριστεί , ότι πρέπει να κινείται πάνω σε αυτή τη διαδρομή. Κατασκευάστηκαν δύο μονοπάτια, ένα κόκκινο (για να κινείται το χταπόδι) και ένα πράσινο (για το ψαράκι).



Εικόνα 9: Μονοπάτια

Στο τέλος έγινε και η προσθήκη του ήρωά μας του kodu. Η δυνατότητα των κινήσεων και στις δύο περιπτώσεις (οπτικός και κιναισθητικός) είναι η ίδια αλλά ο προγραμματισμός του ήρωα έχει αλλάξει. Η αναλυτική περιγραφή των κινήσεών του και του προγραμματισμού του θα γίνει μετά την περιγραφή των αντικειμένων.

Β. Περιγραφή αντικειμένων - χαρακτήρων

Κάθε ένα από τα παραπάνω αντικείμενα-χαρακτήρες κάνει κάτι διαφορετικό ανάλογα με την εξέλιξη του παιχνιδιού και έχει προγραμματιστεί έτσι ώστε να αντιδρά είτε με τον χαρακτήρα-ήρωα είτε με τα υπόλοιπα αντικείμενα. Αναλυτικά:

<u>Ψαράκι - 1η δραστηριότητα (οπτικός)</u>

Εικόνα 10: Προγραμματισμός αντικειμένου (ψαριού) - οπτικός

Στο ψαράκι έχει κατασκευαστεί ένα πράσινο μονοπάτι στο οποίο κινείται

καθ'όλη την διάρκεια του παιχνιδιού και όταν βλέπει τον ήρωά (τον kodu) έχει προγραμματιστεί να κάνει ένα ψηλό άλμα. Επίσης, κινείται προς τα επάνω για να είναι στην επιφάνεια της λίμνης και να φαίνεται. Λέει συνεχώς ότι θέλει τα μήλα (2+1), όταν ακούει τον ήρωα να πηγαίνει προς αυτόν γρήγορα.

Όταν ο ήρωας επιλέξει ένα συνεφάκι από αυτά που εμφανίζονται από πάνω του, τότε ένα σκορ που λέγεται σκορ Α παίρνει την τιμή 1 από 0 που είναι όλη αυτή την ώρα. Όταν το σκορ Α γίνει μεγαλύτερο του 0, τότε το ψαράκι σταματάει να λεει ότι θέλει μήλα και αρχίζει να λεει «miam miam” δηλώνοντας ότι έφαγε και έγινε και η επιλογή.

<u>Χταπόδι - 1η δραστηριότητα (οπτικός)</u>

Εικόνα 11: Προγραμματισμός αντικειμένου (χταποδιού) - οπτικός

Υπάρχουν ακριβώς οι ίδιες δραστηριότητες όπως και στο ψαράκι. Οι διαφορές είναι ότι η διαδρομή είναι η κόκκινη και το σκορ το οποίο αλλάζει την συμπεριφορά είναι το σκορ Β.

Επίσης, για να ξεκινήσει να κινείται το χταπόδι πρέπει το σκορ Α να έχει πάρει τιμή μεγαλύτερη ή ίση του 1, το οποίο σημαίνει ότι έχει γίνει τουλάχιστον μία επιλογή στο ψαράκι.

Μία ακόμη διαφορά είναι η χρονική καθυστέρηση των 4 δευτερολέπτων για να ξεκινήσει να λέει ότι θέλει τα μήλα.

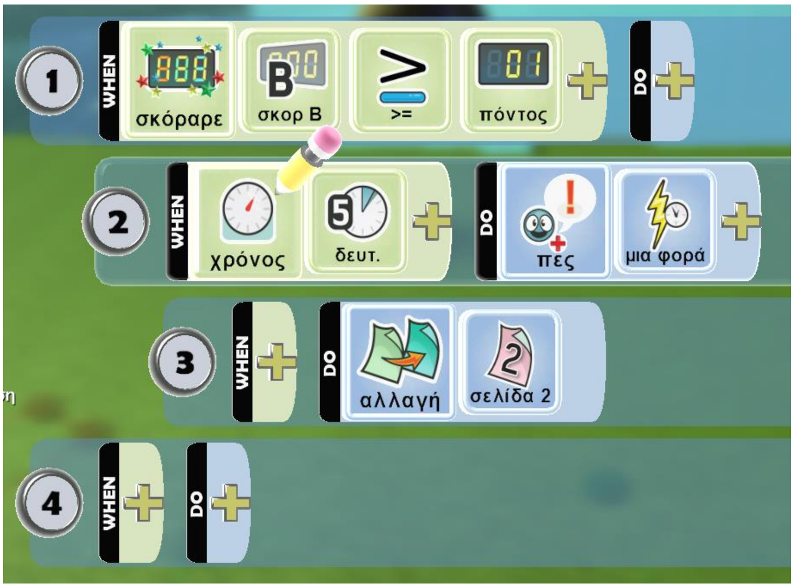
<u>Κοχύλι - 1η δραστηριότητα (οπτικός)</u>

Εικόνα 12: Προγραμματισμός αντικειμένου (κοχυλιού)-οπτικός

Αντίστοιχος προγραμματισμός έγινε και για το κοχύλι. Επιπρόσθετα έχουν μπει και 2 εφέ όπως η λάμψη και το άνοιγμα του κοχυλιού όταν μιλάει και ζητάει τα μήλα.

Αυτή τη φορά, επειδή είναι η τελευταία ερώτηση της πρώτης δραστηριότητας ανεβαίνει ένα πόντο το μαύρο σκορ όπως επίσης και το σκορ C. Κατόπιν μεταφέρονται οι ενέργειες σε δεύτερη σελίδα για να μην αλλάζει το σκορ από την στιγμή που τελείωσε η δραστηριότητα.

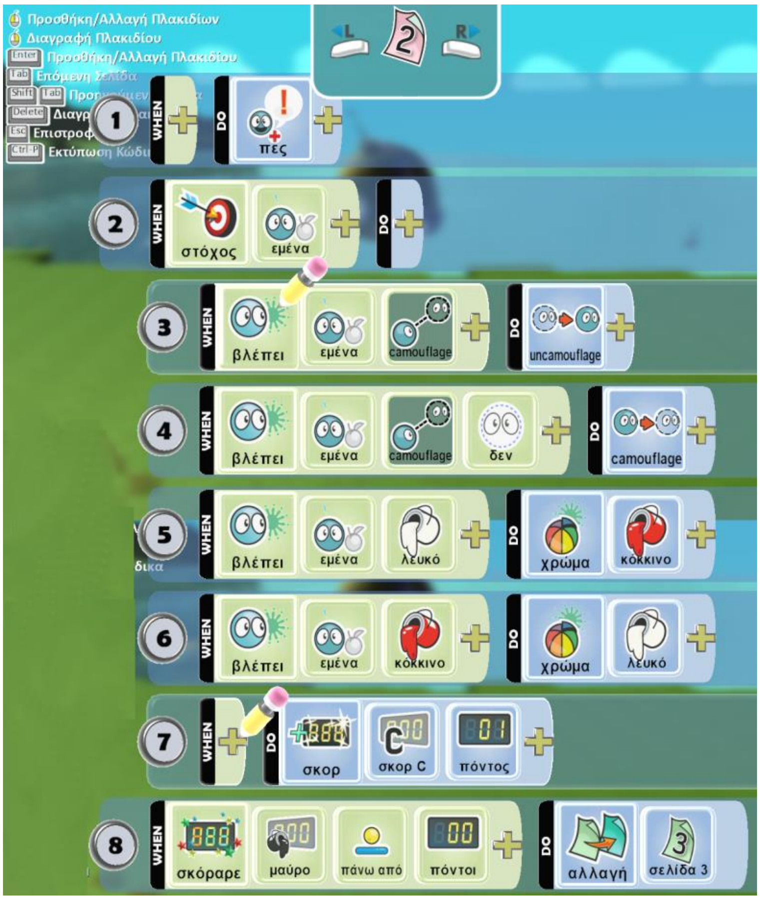
Συννεφάκια - 1η – 2η – 3η δραστηριότητα (οπτικός)



Εικόνα 13: Προγραμματισμός αντικειμένου (συννεφάκια) - οπτικός

Τα συννεφάκια είναι στην πραγματικότητα στόχοι οι οποίοι περιέχουν μία απάντηση. Ο οπτικός σημαδεύει με το ποντίκι και κάνει κλικ πάνω σε κάποιο συννεφάκι, με αυτό τον τρόπο επιλέγει την απάντησή του κάθε φορά. Όλα τα συννεφάκια είναι σε κατάσταση καμουφλάζ, η οποία τα κάνει να είναι λίγο διάφανα.

Αρχικά ανάλογα με το στάδιο εξέλιξης της κάθε δραστηριότητας δίδεται μία αρχική συνθήκη εκκίνησης της ενεργοποίησης του κάθε σύννεφου. Η συνθήκη αυτή είναι το εκάστοτε σκορ που πρέπει να είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 1, το οποίο σημαίνει ότι η προηγούμενη δραστηριότητα έχει γίνει.



Εικόνα 14: Προγραμματισμός αντιδράσεων αντικειμένου στη δράση του Kodu

Κατόπιν δίνεται ένας αρχικός χρόνος 5 δευτερολέπτων για να προλάβει ο ήρωας να «ξαναδεί» όλο τον περιβάλλοντα χώρο και εμφανίζεται το μήνυμα πάνω από κάθε σύννεφο το οποίο δείχνει τον αριθμό των μήλων. Ο αριθμός φαίνεται με την μορφή του αντικειμένου (μήλα) και όχι με αριθμό. Στο kodu υπάρχει η δυνατότητα κάποια αντικείμενα να φανούν με μικρό εικονίδιο μέσα στο πλαίσιο του διαλόγου απλά κλείνοντάς τα σε αγκύλες. (π.χ. <apple>).

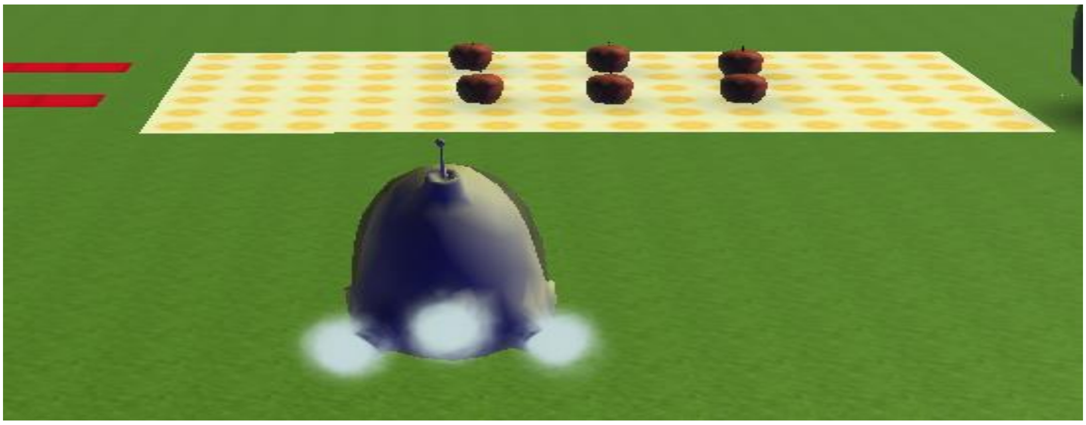
Με το που λέει μία φορά το συννεφάκι τον αριθμό του αμέσως γίνεται μετάβαση σε δεύτερη σελίδα κώδικα στην οποία έχει προγραμματιστεί η αντίδραση του αντικειμένου σε δράσεις του ήρωα.

Όταν γίνεται στόχος (δεν ορίζεται ότι γίνεται στόχος μόνο του ήρωα, γιατί στην πραγματικότητα μόνο ο ήρωας μπορεί να ρίξει κάποια βολή) τότε να κάνει μία σειρά από ενέργειες. Αν δεχτεί μία βολή αλλάζει από κατάσταση καμουφλάζ σε κανονική και από χρώμα λευκό παίρνει χρώμα κόκκινο, αλλά επίσης γίνεται και το αντίστροφο, αν δεχτεί μία δεύτερη βολή.

Επιπλέον, κάθε φορά που δέχεται μία βολή αλλάζει το σκορ C σε +1 για να γνωστοποιείται ότι ο παίχτης έχει κάνει τουλάχιστον μία βολή.

Στο τέλος του δηλώνεται, ότι αν έχει πάρει τιμή το μαύρο σκορ ίση ή μεγαλύτερη από τον αριθμό της δραστηριότητας τότε πάει στην τρίτη σελίδα στην οποία δεν κάνει απολύτως τίποτα.

Σταθερά μήλα - 2η δραστηριότητα (οπτικός)

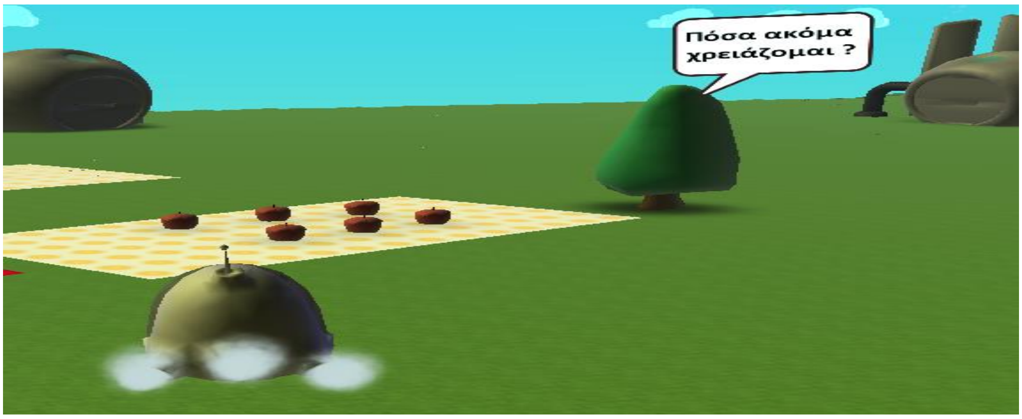


Εικόνα 15: Προγραμματισμός αντικειμένου (μήλων)

Τα σταθερά μήλα υπάρχουν στην 2η δραστηριότητα με τα χαλιά. Εδώ δεν τροποποιείται ο προγραμματισμός και η μόνη αλλαγή αφορά στις ρυθμίσεις τους. Έχει επιλεχθεί ακινησία, έτσι ώστε να μην μπορεί ο ήρωας να τα πάρει και να τα μετακινήσει.

Δεντράκι - 2η δραστηριότητα (οπτικός)

Το δεντράκι που είναι στη δεξιά μεριά της 2ης δραστηριότητας είναι απλά ένα



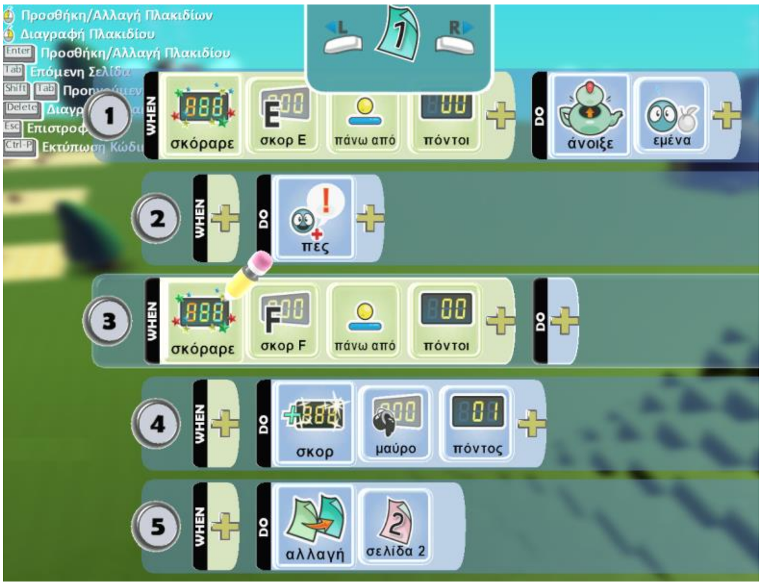
Εικόνα 16: Προγραμματισμός αντικειμένου (δεντράκι) – οπτικός

μέσο για να μεταδοθούν κάποια πληροφοριακά μηνύματα στο χρήστη.

Έτσι, όταν ξεκινήσει η 2η δραστηριότητα τον ενημερώνει ότι πρέπει να συμπληρώσει μήλα, ενώ όταν ολοκληρωθεί η δραστηριότητα τον ενημερώνει , ότι μπορεί να προχωρήσει στην επόμενη.

Επίσης, όταν τελειώσει η δραστηριότητα αυξάνει και κατά ένα το μαύρο σκορ που δηλώνει την εξέλιξη του παιχνιδιού όσον αφορά τις δραστηριότητες.

Εργοστάσια - 3η δραστηριότητα (οπτικός)



Εικόνα 17: Προγραμματισμός αντικειμένου (δεντράκια) - τελική δραστηριότητα - οπτικός

Τα δύο εργοστάσια που βρίσκονται στο χώρο της 3ης δραστηριότητας έχουν στο πλάι δεντράκια που εμπεριέχουν πληροφοριακά κείμενα. Όταν τελειώσει η δραστηριότητα (μόνο στο 2ο εργοστάσιο) αυξάνει και κατά ένα το μαύρο σκορ που δηλώνει την εξέλιξη του παιχνιδιού όσον αφορά τις δραστηριότητες, και μεταβαίνει στη δεύτερη σελίδα όπου υπάρχει το μήνυμα GAME OVER.

Ψαράκι - 1η δραστηριότητα (κιναισθητικός)

Αυτό το ψαράκι (Εικ.17) κινείται όπως το ψαράκι στον οπτικό αλλά έχει μερικές διαφορές στον προγραμματισμό του.

Εικόνα 18: Προγραμματισμός αντικειμένου (ψαριού) - κιναισθητικός

Εδώ το σκορ που αλλάζει την κατάσταση του, είναι το σκορ Β το οποίο αλλάζει πλέον από το αστεράκι που βρίσκεται στα αριστερά της δραστηριότητας.

Εικόνα 19: Προγραμματισμός αντικειμένου (ψαριού) - κιναισθητικός

Χταπόδι - 1η δραστηριότητα (κιναισθητικός)

Το χταπόδι κινείται κι εδώ με την ίδια λογική όπως και το ψαράκι.

Εικόνα 20: Προγραμματισμός αντικειμένου (χταποδιού) – κιναισθητικός

Έχει γίνει προσθήκη μίας μικρής καθυστέρησης 4 δευτερολέπτων, ώστε να προλάβει να βγεί στην επιφάνεια πριν εμφανιστεί το μήνυμα.

Κοχύλι - 1η δραστηριότητα (κιναισθητικός)

Το κοχύλι κινείται με την ίδια λογική, όπως και το χταπόδι.

Εικόνα 21: Προγραμματισμός αντικειμένου (κοχυλιού) - κιναισθητικός

Αστεράκι - 1η δραστηριότητα (κιναισθητικός)

Το αστεράκι σε αυτήν τη δραστηριότητα υπάρχει για να μπορεί ο κιναισθητικός παίχτης να δηλώσει το τέλος των επιλογών του και να προχωρήσει στο επόμενο επίπεδο-δραστηριότητα.

Το αστεράκι έχει κώδικα, ο οποίος ελέγχει το αν έχουν χρησιμοποιηθεί κατ’ελάχιστο 12 μήλα και αν ισχύει τότε προθέτει +1 στο κρυφό σκορ Β,

οπότε και δηλώνει το τέλος της δραστηριότητας, άλλιώς ανακοινώνει στον παίχτη ότι δεν έχει τελειώσει ακόμε με όλα τα μήλα.

Όλα αυτά ενεργοποιούνται με την επαφή του ήρωα με το αστεράκι.

Εικόνα 22: Προγραμματισμός αντικειμένου (αστεράκι) - κιναισθητικός

Μήλα - 1η – 2η δραστηριότητα (κιναισθητικός)

Εικόνα 23: Προγραμματισμός αντικειμένου (μήλων) - κιναισθητικός

Τα μήλα είναι το βασικό αντικείμενο με το οποίο ο κιναισθητικός παίχτης θα κάνει τις επιλογές του στο παιχνίδι.

Σε κάθε μήλο που υπάρχει στο παιχνίδι έχει αλλαχτεί η ιδιότητα της αναπήδησης, ώστε όταν πέφτει στο έδαφος να μην αναπηδά και κινείται λόγω ορμής που έχει προσλάβει από τον ήρωα. Ο κώδικας που διέπει τα μήλα αναφέρει ότι όταν το μήλο χτυπήσει πάνω σε συγκεκριμένο τύπο εδάφους να ανέβει το ανάλογο σκορ +1.

Το έδαφος το οποίο έχει οριστεί να είναι κίτρινο με λουλουδάκια πάνω του. Αυτό το έδαφος υπάρχει όπου χρειάζεται ο κιναισθητικός να ακουμπήσει μήλα. . Διαφορές υπάρχουν μόνο στα μήλα που βρίσκονται στην 3η δραστηριότητα.

Εικόνα 24: Σχέση εδάφους και μήλων -κιναισθητικός

Μήλα - 3^{η} δραστηριότητα (κιναισθητικός)

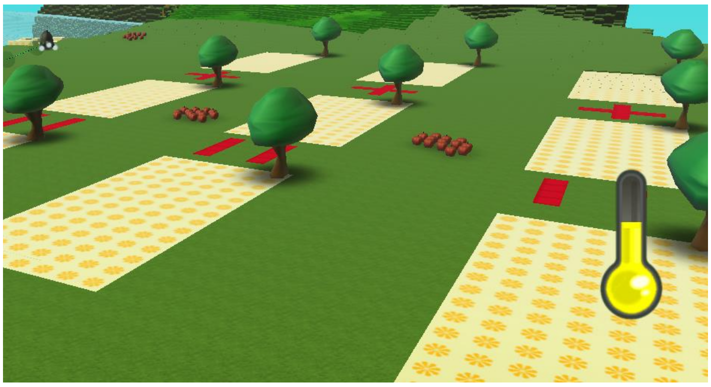
Στην 3^{η} δραστηριότητα τα μήλα έχουν άλλο κώδικα ,γιατί εδώ πρέπει να μπουν μέσα στο εργοστάσιο.

Έτσι υπάρχουν δύο εκδοχές, είτε να χτυπήσουν στο κόκκινο εργοστάσιο ή στο κίτρινο. Και στις δύο περιπτώσεις εξαφανίζονται αλλά πριν γίνει αυτό αυξάνουν κατά ένα το αντίστοιχο κρυφό σκορ.

Εικόνα 25: Προγραμματισμός αντικειμένου (μήλων) 3η Δραστηριότητα - κιναισθητικός

Δεντράκια - 2η δραστηριότητα (κιναισθητικός)

Σε κάθε ένα από τα εννέα «χαλιά» που υπάρχουν στη 2η δραστηριότητα υπάρχει και ένα μικρό δεντράκι. Ο ρόλος του είναι να ενημερώσει τον παίχτη για το τι πρέπει να κάνει σε κάθε χαλί. Ετσι τα δεντράκια που βρίσκονται σε χαλί το οποίο έχει γνωστό αριθμό μήλων λέει «βάλε Χ μήλα» ενώ τα δεντράκια που βρίσκονται σε χαλί στο οποίο απαιτείται να τοποθετηθούν τα μήλα αναφέρεται «πόσα ακόμα χρειάζεσαι»;



Εικόνα 26: Διαμόρφωση αντικειμένου (δεντράκια) – κιναισθητικός

Δεντράκι - 2η δραστηριότητα (κιναισθητικός)

Το δεντράκι που είναι στη δεξιά μεριά της 2ης δραστηριότητας είναι ένα μέσο για να σταλούν κάποια μηνύματα στο χρήστη αλλά επίσης υπάρχει και για να μπορεί ο κιναισθητικός παίχτης να δηλώσει το τέλος των επιλογών του και να προχωρήσει στο επόμενο επίπεδο-δραστηριότητα. Έτσι, όταν ξεκινήσει η 2η δραστηριότητα τον ενημερώνει ότι πρέπει να τοποθετήσει τα μήλα, ενώ όταν ο παίχτης τελειώσει και ακουμπήσει το αστεράκι τον ενημερώνει, ότι μπορεί να προχωρήσει στην επόμενη ή όχι ανάλογα με τον αριθμό των μήλων που έχει κινήσει.

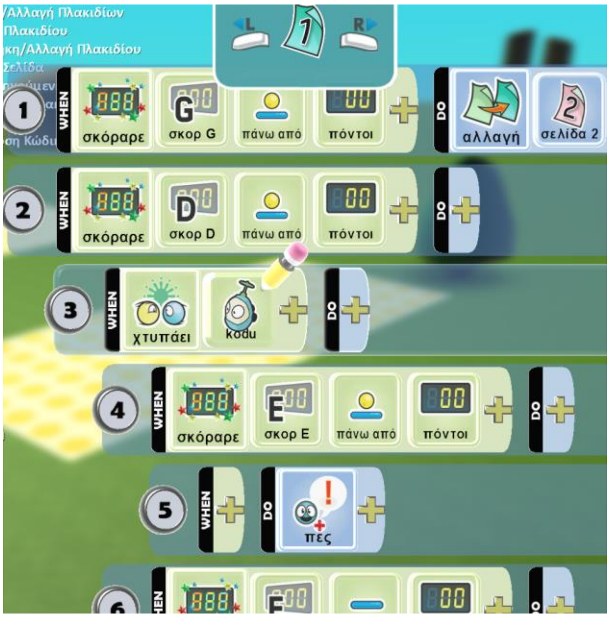
Εικόνα 27: Προγραμματισμός αντικειμένου (δεντράκια) - κιναισθητικός

<u>Εργοστάσια - 3η δραστηριότητα (κιναισθητικός)</u>

Τα εργοστάσια δίνουν πληροφορία στον παίχτη και προγραμματιστικά έχουν μία εντολή που όταν το κρυφό σκορ D γίνει μεγαλύτερο του μηδενός (άρα έχει ολοκληρωθεί η 2η δραστηριότητα) τότε εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου με την εκφώνηση του προβλήματος και αλλάζει το χρώμα σε κόκκινο το ένα και κίτρινο το άλλο.

Εικόνα 28: Προγραμματισμός αντικειμένου (εργοστασίων) - κιναισθητικός

Αστεράκι - $3^{η}$ δραστηριότητα (κιναισθητικός)



Εικόνα 29: Προγραμματισμός αντικειμένου (αστεράκι) – κιναισθητικός

Το αστεράκι σε αυτή τη δραστηριότητα υπάρχει, για να μπορεί ο κιναισθητικός παίχτης να δηλώσει το τέλος των επιλογών του αλλά και να του δώσει πληροφορίες για το τι πρέπει να κάνει. Ενεργοποιείται κι αυτό με την επαφή. Έτσι, σε κάθε επαφή με τον ήρωα και αναλόγως των κρυφών σκορ θα ανακοινώσει τι πρέπει να κάνει ο παίχτης κάθε φορά.

Αναλυτικότερα:

- σκορ G πανω από μηδέν (έχει τελειώσει με το κόκκινο εργοστάσιο) πάει στην δεύτερη σελίδα που έχει τις εντολές για το κίτρινο εργοστάσιο.

- σκορ D είναι μεγαλύτερο του μηδενός (τελείωσε με την $2^{η}$ δραστηριότητα) ,όταν ο ήρωας έχει επαφή με το εργοστάσιο και το σκορ E είναι πάνω από μηδέν (έχει μεταφέρει μήλα) τότε του ανακοινώνεται να κάνει κύκλους γύρω από το εργοστάσιο. Αλλιώς, αν το σκορ E είναι μηδέν τον προτρέπει να μεταφέρει μήλα στο εργοστάσιο.

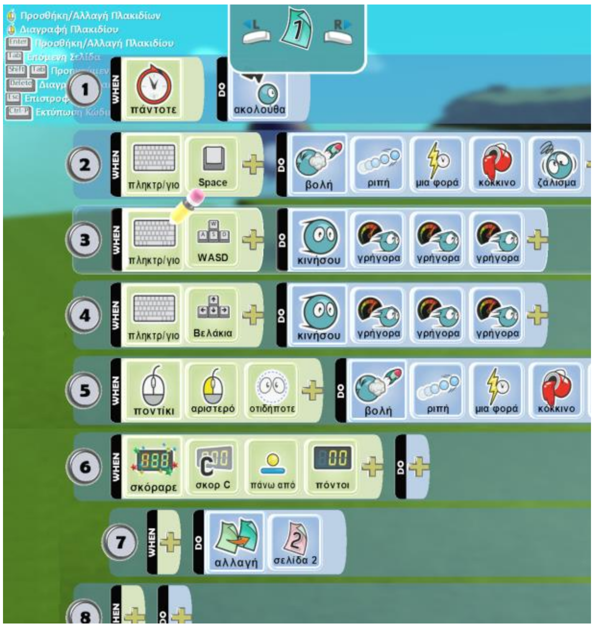
- σκορ D μηδενικό (δεν έχει τελειώσει με την $2^{η}$ δραστηριότητα) τότε παροτρύνεται να ολοκληρώσει τη $2^{η}$ δραστηριότητα.

Στην δεύτερη σελίδα του κώδικα εμφανίζονται οι εντολές για το δεύτερο εργοστάσιο. Ετσι όταν το σκορ G είναι πάνω από μηδέν του ανακοινώνεται να κάνει πηδηματάκια, ενώ όταν είναι μηδενικό τον προτρέπει να μεταφέρει τα μήλα στο εργοστάσιο.

<u>Ο ήρωας (kodu)</u>

Ο kodu είναι ο ήρωας που κινεί ο παίχτης. Στις δύο περιπτώσεις οπτικού και κιναισθητικού ο προγραμματισμός της κίνησης είναι περίπου ίδιος.

Εικόνα 30: Ο ήρωας Kodu



Εικόνα 31: Προγραμματισμός Kodu

Με τα βελάκια του πληκτρολογίου ή με τον συνδυασμό πλήκτρων WASD ο kodu πηγαίνει αριστερά, δεξιά και εμπρός. Για να ρίξει βολή χρησιμοποιείται το ποντίκι, ενώ για να πιάσει κάποιο αντικείμενο το space και για να αφήσει αντικείμενο το left CTRL. Η αναπήδηση γίνεται με το πλήκτρο J.

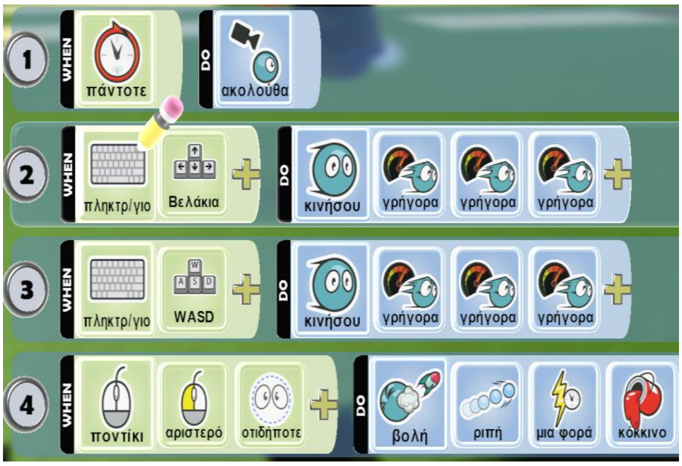
Ο κιναισθητικός κάνει τις κινήσεις και αυτές πάλι μεταφέρονται στο παιχνίδι σαν συνδυασμοί πλήκτρων. Έτσι, όταν ο παίχτης κάνει τα απαιτούμενα άλματα τότε το σύστημα kinect θα στείλει την εντολή στο παιχνίδι σαν να

πατήθηκε το πλήκτρο J.

Ένα ακόμη βασικό χαρακτηριστικό που ορίστηκε στον kodu είναι η θέση της κάμερας. Όπως αναφέρθηκε στην αρχή η κάμερα έχει ρυθμιστεί να είναι σε ελεύθερη θέση. Ορίστηκε στο πρόγραμμα του kodu πως η κάμερα πρέπει να βρίσκεται μόνιμα πίσω και από πάνω από τον ήρωα.

1. Οπτικός

Στον οπτικό παίχτη ο kodu έχει προγραμματιστεί έτσι ώστε να μπορεί να στέλνει βολές με το space ή με το αριστερό κλικ του ποντικιού επίσης πατώντας τα πλήκτρα WASD ή τα βελάκια να κινείται στο χώρο.



Εικόνα 32: Προγραμματισμός Kodu - οπτικός

Όταν το σκορ C πάρει τιμή μεγαλύτερη από μηδέν τότε γίνεται μετάβαση στη σελίδα 2 του κώδικα, όπου υπάρχουν μόνο οι εντολές για τη κίνηση και την βολή με το ποντίκι.

Γενικά στον οπτικό ο kodu έχει πολύ λίγο κώδικα μιας και το μόνο που απαιτείται είναι να κινείται στο χώρο και να ρίχνει βολές στα διάφορα αντικείμενα που υπάρχουν στο παιχνίδι. Ρίχνοντας τις βολές ο κώδικας που υπάρχει στο κάθε αντικείμενο ορίζει να προχωρήσει και να αξιολογήσει την βολή αναλόγως.

2. Κιναισθητικός

Στον κιναισθητικό παίχτη ο kodu έχει προγραμματιστεί έτσι ώστε εκτός από την μόνιμη κίνηση της κάμερας πίσω του και τα πλήκτρα κίνησης, να έχει

Εικόνα 33: Προγραμματισμός Kodu – κιναισθητικός

επιπλέον δυνατότητες, ώστε να πιάνει αντικείμενα και να τα αφήνει, όπως επίσης και την δυνατότητα να πραγματοποιεί άλματα. Η πρώτη γραμμή αναφέρει ότι η κάμερα πρέπει πάντα να ακολουθεί τον ήρωα.

Οι επόμενες δύο είναι για να ελέγχεται η κίνηση είτε με τα WASD είτε με τα βελάκια.

Κατόπιν, το space είναι το πλήκτρο το οποίο πιάνει αντικείμενα και το αριστερό CTRL είναι το πλήκτρο που αφήνει αντικείμενα.

Μετά από τους ορισμούς των διάφορων κινήσεων έρχονται μερικές εντολές οι οποίες είναι φτιαγμένες στην πραγματικότητα για τις ανάγκες της τρίτης δραστηριότητας.

Έτσι, όταν το σκορ E είναι πάνω από μηδέν (άρα έχει τελειώσει με τα μήλα στο 1^{ο} εργοστάσιο) ορίζεται ότι κάθε φορά που περνάει πάνω από έδαφος συγκεκριμένου τύπου να αυξάνει κατά ένα το κόκκινο σκορ. Αυτό γίνεται για να μετρηθούν οι γύροι γύρω από το πρώτο εργοστάσιο.

Επίσης, μετά την εντολή που του ορίζει το πλήκτρο J για να κάνει άλματα έχει γίνει προσθήκη μίας εντολής η οποία ορίζει, ότι όταν έχει τελειώσει με την μεταφορά των μήλων στο 2^{ο} εργοστάσιο (άρα το σκορ G είναι πάνω από μηδέν) τότε σε κάθε άλμα που κάνει να αυξάνει το κίτρινο σκορ κατά ένα.

Γ. Τα σκορ

Το σύστημα των σκορ στο περιβάλλον είναι πολύ σημαντικό, γιατί εκτός του

Εικόνα 34: Προγραμματισμός Σκορ

να δίνει εικόνα στον παίχτη για την πρόοδό του ή κάποια άλλη πληροφορία, μπορεί να παίξει το ρόλο της μεταβλητής στο προγραμματιστικό περιβάλλον. Με αυτό τον τρόπο γίνεται γνωστό σε ποιο σημείο βρίσκεται ο παίχτης ή αν έχει περάσει από κάποιο εμπόδιο.

Υπάρχει η δυνατότητα τα σκορ να είναι είτε φανερά (οπότε τα βλέπει και ο παίχτης) είτε κρυφά οπότε υπάρχουν κανονικά τιμές στο πρόγραμμα και μπορούν να χρησιμοποιηθούν, αλλά δεν φαίνονται.

Έχουν χρησιμοποιηθεί αρκετά κρυφά σκορ, ώστε να γίνεται γνωστό σε ποια δραστηριότητα βρίσκεται ο παίχτης αλλά και μερικές επιπλέον πληροφορίες. Αναλυτικότερα:

1. Οπτικός

   Σκορ A : στην 1η δραστηριότητα μετράει πόσες φορές ο kodu έχει χτυπήσει ένα σύννεφο πάνω από το ψαράκι.

   Σκορ B: στην 1η δραστηριότητα μετράει πόσες φορές ο kodu έχει χτυπήσει ένα σύννεφο πάνω από το χταπόδι.

   Σκορ C : στην 1η δραστηριότητα μετράει πόσες φορές ο kodu έχει χτυπήσει ένα σύννεφο πάνω από το κοχύλι.

   Σκορ D : στην 2η δραστηριότητα μετράει πόσες φορές ο kodu έχει χτυπήσει ένα σύννεφο πάνω από τα χαλιά.

   Σκορ E : στην 3η δραστηριότητα μετράει πόσες φορές ο kodu έχει χτυπήσει ένα σύννεφο πάνω από το πρώτο εργοστάσιο.

   Σκορ F : στην 3η δραστηριότητα μετράει πόσες φορές ο kodu έχει χτυπήσει ένα σύννεφο πάνω από το δεύτερο εργοστάσιο.

   Μαύρο σκορ : ο αριθμός των δραστηριοτήτων που τελείωσαν.

2. Κιναισθητικός

   Σκορ A : στην 1η δραστηριότητα μετράει πόσες φορές ο kodu έχει πετάξει ένα μήλο πάνω στο ζητούμενο τύπο εδάφους.

   Σκορ B: όταν ο παίχτης έχει τελειώσει με την 1η δραστηριότητα.

Σκορ C : στην $2^{η}$ δραστηριότητα μετράει πόσες φορές ο kodu έχει πετάξει ένα μήλο πάνω στο ζητούμενο τύπο εδάφους.

Σκορ D : όταν ο παίχτης έχει τελειώσει με την 2η δραστηριότητα.

Σκορ E : στην $3^{η}$ δραστηριότητα μετράει πόσες φορές ο kodu έχει πετάξει ένα μήλο πάνω στο κόκκινο εργοστάσιο και αυτό έχει εξαφανιστεί.

Σκορ G : στην $3^{η}$ δραστηριότητα μετράει πόσες φορές ο kodu έχει πετάξει ένα μήλο πάνω στο κίτρινο εργοστάσιο και αυτό έχει εξαφανιστεί.

Κόκκινο σκορ : δείχνει τον αριθμό των γύρων στο $1^{ο}$ εργοστάσιο.

Κίτρινο σκορ : δείχνει τον αριθμό των αλμάτων στο $2^{ο}$ εργοστάσιο.

Ανάλογα τώρα με τον αριθμό κάποιου σκορ χρησιμοποιήθηκαν συνθήκες για την πορεία του παιχνιδιού. Για παράδειγμα, όταν το σκορ C στον οπτικό είναι μηδέν δεν μπορεί να μεταβεί στη $2^{η}$ δραστηριότητα.

Κινήσεις kinect και ο κώδικας xml

Το kinect είναι μία συσκευή η οποία καταγράφει την κίνηση σε τρεις άξονες. Αυτό πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας ένα ζεύγος καμερών. Μία κάμερα RGB η οποία είναι σαν μία απλή webcam και άλλη μία η οποία είναι υπεύθυνη για το βάθος και είναι υπέρυθρη (IR).

Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε για να γίνει σύνδεση με το kinect είναι το SDK της Microsoft και το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε για την αναγωγή των κινήσεων σε πλήκτρα (μετατροπή σε συσκευή εισαγωγής δεδομένων) είναι το FAAST-1.0 (Flexible Action and Articulated Skeleton Toolkit).

Με το FAAST κάθε κίνηση έχει προσδιοριστεί από και υπάρχει η δυνατότητα να μετατραπεί σε πληκτρολόγηση ή ακόμα και κίνηση του ποντικιού στην οθόνη .

Το σώμα χωρίζεται σε δεκαπέντε σημεία τα οποία ορίζουν και τις βασικές κινήσεις του:

1. κεφάλι

2. λαιμός

3. κέντρο σώματος

4. αριστερός ώμος

5. δεξιός ώμος

6. αριστερός αγκώνας

7. δεξιός αγκώνας

8. αριστερή παλάμη

9. δεξιά παλάμη

10. αριστερός γοφός

11 δεξιός γοφός

12. αριστερό γόνατο

13 δεξιό γόνατο

14. αριστερό πέλμα

15. δεξιό πέλμα

Στην συγκεκριμένη περίπτωση οι κινήσεις είναι οι εξής:

1. Όταν το κεφάλι γύρει προς τα αριστερά του κέντρου τουλάχιστον κατά 10 εκατοστά τότε στείλε το πλήκτρο αριστερό βελάκι

2. Όταν το κεφάλι γύρει προς τα δεξιά του κέντρου τουλάχιστον κατά 10 εκατοστά τότε στείλε το πλήκτρο δεξί βελάκι

3. Όταν το αριστερό και το δεξιό χέρι βρίσκονται σε θέση τουλάχιστον από την μέση και πάνω και συγχρόνως και τα δύο χέρια βρίσκονται στην μεριά τους (το αριστερό αριστερά και το δεξιό δεξιά) τότε στείλε το πλήκτρο επάνω βελάκι

4. Όταν το δεξί χέρι βρίσκεται συγχρόνως δεξιά από την μέση με απόσταση τουλάχιστον 40 εκατοστά και κάτω από αυτήν τότε στείλε το πλήκτρο space

5. Όταν το δεξί χέρι βρίσκεται πάνω από τον δεξί ώμο τουλάχιστον 20 εκατοστά τότε στείλε το πλήκτρο left-control
6. Όταν όλο το σώμα σηκωθεί τουλάχιστον 10 εκατοστά από το έδαφος τότε στείλε το πλήκτρο J

Κεφάλαιο 4
Αποτελέσματα Έρευνας

4.1 Εισαγωγή

Τα δεδομένα συλλέχθηκαν σε δύο χρονικές περιόδους, τον Φεβρουάριο και τον Ιούνιο. Για τους δύο μαθητές του δημοτικού η έρευνα έλαβε χώρα τη δεύτερη βδομάδα του Φεβρουαρίου και διήρκησε δύο ημέρες. Για τους μαθητές του νηπιαγωγείου η έρευνα πραγματοποιήθηκε μετά το πέρας των μαθημάτων, για να ολοκληρωθεί σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα γνωστικά η έννοια του αριθμού και η σύνθεση και η ανάλυσή του μέσα από προσθετικές διαδικασίες και διήρκησε δύο ημέρες.

4.2 Απόψεις – Στάσεις των εκπαιδευόμενων για τα μαθηματικά πριν και μετά την εμπλοκή τους με το kodu

Οι Στάσεις των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά

Συγκριτική αποτίμηση απαντήσεων ερωτηματολογίου πριν και μετά την αλληλεπίδραση με την πλατφόρμα Kodu

Κατερίνα (μαθήτρια Α' Δημοτικού, κιναισθητικός τύπος μάθησης)

Πίνακας 2:Συγκριτική αποτίμηση απαντήσεων ερωτηματολογίου πριν και μετά - Κιναισθητικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης- Α΄μέρος

Ερωτήσεις που διερευνούν τις στάσεις των εκπαιδευόμενων για τα Μαθηματικά		
Ερωτήσεις	Πριν	Μετά
Π1: Στο μάθημα των μαθηματικών νιώθω…	☺	☺
Π2: Κάνοντας εύκολα μαθηματικά νιώθω…..	☺	☺
Π3: Κάνοντας δύσκολα	☺	☺

μαθηματικά νιώθω…..		
Π4: Κάνοντας μαθηματικά με το μυαλό μου νιώθω….	☺	☺
Π5: Κάνοντας μαθηματικά σ’ ένα χαρτί νιώθω…	☹	☺
Π6: Όταν μου κάνουν ερωτήσεις στα μαθηματικά…..	☺	☺
Π7: Όταν κάνω μαθηματικά με υλικά…	☺	☺
Π8: Όταν λύνω προβλήματα στα μαθηματικά…	😐	☺

Ανάλυση :

Μέσα από τη συγκριτική μελέτη των απαντήσεων της Κατερίνας, φαίνεται ότι έχει θετική στάση για τα Μαθηματικά, καθώς στην πλειονότητα των προτάσεων έχει επιλέξει από την κλίμακα διαβάθμισης το χαρούμενο πρόσωπο. Ωστόσο, είναι αξιοσημείωτο το γεγονός ότι στις προτάσεις 5 και 8, παρατηρείται μεταβολή στις επιλογές της. Συγκεκριμένα στην ερώτηση 5, η μεταβολή εκφράζεται μέσα από τα δύο άκρα, αφού αρχικά επιλέγει το δυσαρεστημένο πρόσωπο, ενώ καταλήγει στο χαρούμενο. Επίσης, στην ερώτηση 8, παρατηρείται μια βαθμιαία μεταβολή, κινούμενη από το πρόσωπο ουδέτερης έκφρασης στο χαρούμενο πρόσωπο.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η Κατερίνα φαίνεται ότι έχει θετική στάση απέναντι σε μαθηματικές δραστηριότητες συνολικά. και οι υποκειμενικές της αντιλήψεις σχετικά με το γνωστικό αντικείμενο είναι ως επί το πλείστον θετικές.

Συγκεκριμένα, κατά την πρώτη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου, που έγινε μετά το πρώτο φύλλο εργασίας-ημιδομημένη συνέντευξη, η Κατερίνα στην ερώτηση 5, «κάνοντας μαθηματικά σε ένα χαρτί», «νιώθει λυπημένη». Ωστόσο, σε συνδυασμό με την ερώτηση 7, «όταν κάνω μαθηματικά με υλικά», όπου επέλεξε το χαρούμενο πρόσωπο, φαίνεται ξεκάθαρα, ότι η αναπαράσταση μιας δραστηριότητας με υλικά κρίνεται απαραίτητη στα μαθηματικά. Όταν «κάνει μαθηματικά» με διαδικασία υλικών (κινητικά ή ενσώματα), νιώθει ασφαλής, γι' αυτό και επιλέγει το χαρούμενο πρόσωπο.

Στην ερώτηση 8 «όταν λύνω προβλήματα στα μαθηματικά», έχει επιλέξει το πρόσωπο ουδέτερης διάθεσης. Η διαχείριση προσθετικών προβληματικών καταστάσεων (πρόσθεσης) δημιουργεί μια ουδέτερη στάση, η οποία σαφώς εξαρτάται από τον υποκειμενικό-ατομικό βαθμό δυσκολίας του προβλήματος και τη δυνατότητα αναπαράστασής του.

Κατά την ενεργό εμπλοκή της με ψηφιακές μαθηματικές δραστηριότητες, προσαρμοσμένων στο κιναισθητικό τύπο μάθησής της, η Κατερίνα και στις οκτώ προτάσεις έχει επιλέξει το χαρούμενο πρόσωπο. Η θετική της στάση επιβεβαιώνεται από το γεγονός ότι κατά τη διαδικασία που ακολούθησε το ψηφιακό παιχνίδι (δεύτερο φύλλο εργασίας-ημιδομημένη συνέντευξη) φαίνεται η ενσώματη προσέγγιση.

Κυκλώνω μόνο αυτές που μου ταιριάζουν:

Πίνακας 3: Συγκριτική αποτίμηση απαντήσεων ερωτηματολογίου πριν και μετά - Κιναισθητικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης – Β΄μέρος

Σύνολο ερωτήσεων που διερευνούν τις αντιλήψεις των εκπαιδευόμενων για τα Μαθηματικά ως μάθημα (***How children perceived mathematics lessons)***	
1.Τα μαθηματικά είναι ένα από τα αγαπημένα μου μαθήματα. 2.Συνήθως τα πηγαίνω καλά με τα μαθηματικά. 3.Δεν είμαι πολύ καλός στα μαθηματικά. 4.Τα μαθηματικά συνήθως μου φαίνονται ενδιαφέροντα.	
Πριν	Μετά
1,2,4	1,2,4

Όσον αφορά στις προτάσεις, και οι τέσσερις διερευνούν τις αντιλήψεις των εκπαιδευόμενων απέναντι στο μάθημα των Μαθηματικών και συγκεκριμένα διερευνούν το personal confidence <προσωπική σιγουριά> των εκπαιδευόμενων σχετικά με τη γνώση για το αντικείμενο, δηλαδή το πώς αξιολογούν τον εαυτό τους στην εμπλοκή τους με τα Μαθηματικά γενικά.

Συγκεκριμένα, η Κατερίνα και τις δύο φορές που συμπλήρωσε το ερωτηματολόγιο, επέλεξε τις ίδιες προτάσεις (1,2,4).

Πίνακας 4: Συγκριτική αποτίμηση απαντήσεων ερωτηματολογίου πριν και μετά - Κιναισθητικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης – Γ΄ Μέρος

Σύνολο ερωτήσεων που διερευνούν τις αντιλήψεις για τη χρησιμότητα των Μαθηματικών εκτός του σχολείου (***Children's views on mathematics outside school)***	
5.Τα μαθηματικά τα χρειάζομαι έξω από το σχολείο. 6.Χρησιμοποιώ τα μαθηματικά μόνο στο σχολείο ή σε εργασίες στο σπίτι. 7.Νομίζω ότι τα μαθηματικά θα μου χρειαστούν στο μέλλον. 8.Ξέρω πολλούς ανθρώπους που χρησιμοποιούν τα μαθηματικά. 9.Όταν φεύγω από το σχολείο δε θα χρησιμοποιήσω τα μαθηματικά.	
Πριν	Μετά
5,6	5,6,7,8

Οι προτάσεις 5,6,7,8 και 9 διερευνούν τη χρησιμότητα των Μαθηματικών έξω από τα χωροχρονικά πλαίσια του σχολείου.

Η Κατερίνα, κατά την πρώτη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου, αναγνωρίζει ότι τα μαθηματικά είναι χρήσιμα στις εργασίες στο σχολείο ή στο σπίτι, αλλά και έξω από τη σχολική κοινότητα. Στη δεύτερη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου, προσθέτει ως επιλογές τις προτάσεις 7 και 8, όπου ουσιαστικά αναγνωρίζει ότι τα μαθηματικά είναι μια εξελικτική χρονικά διαδικασία, που η χρησιμότητά τους ανάγεται και στο μέλλον. Ειδικά στην πρόταση 8, η Κατερίνα αναγνωρίζει ότι υπάρχουν άνθρωποι που χρησιμοποιούν τα μαθηματικά στο πρόσωπο του πατέρα της, ο οποίος ισχυρίζεται ότι είναι λογιστής.

Έλενα (μαθήτρια Α' Δημοτικού, οπτικός τύπος μάθησης)

Πίνακας 5: Συγκριτική αποτίμηση απαντήσεων ερωτηματολογίου πριν και μετά - Οπτικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης - Α΄μέρος

Ερωτήσεις που διερευνούν τις στάσεις των εκπαιδευόμενων για τα Μαθηματικά		
Ερωτήσεις	Πριν	Μετά
Ε1: Στο μάθημα των μαθηματικών νιώθω…	☺	☺
Ε2: Κάνοντας εύκολα μαθηματικά νιώθω…..	☹	☺
Ε3: Κάνοντας δύσκολα μαθηματικά νιώθω…..	☺	☺
Ε4: Κάνοντας μαθηματικά με το μυαλό μου νιώθω….	☺	☺
Ε5: Κάνοντας μαθηματικά σ' ένα χαρτί νιώθω…	😐	☺
Ε6: Όταν μου κάνουν ερωτήσεις στα μαθηματικά…..	☺	☺
Ε7: Όταν κάνω μαθηματικά με υλικά…	☺	☺
Ε8: Όταν λύνω προβλήματα στα μαθηματικά…	☺	☺

Ανάλυση :

Σύμφωνα με τη συγκριτική αποτίμηση των επιλογών της Έλενας, παρατηρείται θετική στάση από μέρους της απέναντι στα μαθηματικά και στις δύο περιπτώσεις συμπλήρωσης του ερωτηματολογίου. Οι στάσεις που διερευνώνται μέσα από το σύνολο των 8 προτάσεων με τη διαβαθμισμένη κλίμακα προσώπων (δυσαρεστημένο, ουδέτερο, χαρούμενο), κρίνονται ικανοποιητικές. Αξιοσημείωτο είναι ότι στην πρώτη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου, στην πρόταση 2 «κάνοντας εύκολα μαθηματικά», επιλέγει δυσαρεστημένο πρόσωπο για να εκφράσει την έλλειψη ενδιαφέροντος σε εύκολες, σύμφωνα με εκείνη, μαθηματικές δραστηριότητες. Επίσης, στην πρόταση 5 «Κάνοντας μαθηματικά σ' ένα χαρτί» επιλέγει το πρόσωπο που εκφράζει ουδέτερη διάθεση, το οποίο εμφανώς διαφοροποιείται από την πρόταση 7 «Όταν κάνω μαθηματικά με υλικά» όπου επιλέγει το χαρούμενο πρόσωπο.

Στη δεύτερη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου, σημειώνεται μεταβολή, καθώς επιλέγει από τη διαβαθμισμένη κλίμακα προσώπων, μόνο το χαρούμενο πρόσωπο.

Κυκλώνω μόνο αυτές που μου ταιριάζουν:

Πίνακας 6: Συγκριτική αποτίμηση απαντήσεων ερωτηματολογίου πριν και μετά - Οπτικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης - Β΄μέρος

<table>
<tr><td colspan="2">Σύνολο ερωτήσεων που διερευνούν τις αντιλήψεις των εκπαιδευόμενων για τα Μαθηματικά ως μάθημα
(How children perceived mathematics lessons) εκπαιδευόμενων</td></tr>
<tr><td colspan="2">1.Τα μαθηματικά είναι ένα από τα αγαπημένα μου μαθήματα.
2.Συνήθως τα πηγαίνω καλά με τα μαθηματικά.
3.Δεν είμαι πολύ καλός στα μαθηματικά.
4.Τα μαθηματικά συνήθως μου φαίνονται ενδιαφέροντα.</td></tr>
<tr><td>Πριν</td><td>Μετά</td></tr>
<tr><td>1,2,3,4</td><td>1,2,4</td></tr>
</table>

Όσον αφορά στις προτάσεις που διερευνούν διερευνούν το personal confidence <προσωπική σιγουριά> των εκπαιδευόμενων σχετικά με τη γνώση για το αντικείμενο,η Έλενα, και στις δύο περιπτώσεις συμπλήρωσης του ερωτηματολογίου, επέλεξε να κυκλώσει τις προτάσεις «Τα μαθηματικά είναι ένα από τα αγαπημένα μου μαθήματα», «Συνήθως τα πηγαίνω καλά με τα μαθηματικά» και «Τα μαθηματικά συνήθως μου φαίνονται ενδιαφέροντα». Διαπιστώνεται ότι υπάρχει μια σχέση θετικής αλληλεπίδρασης με το γνωστικό αντικείμενο, ποιοτικά και ποσοτικά. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι στη δεύτερη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου, δεν επέλεξε την πρόταση «Δεν είμαι πολύ καλός στα μαθηματικά», όπως έκανε στην αρχική συμπλήρωση, αξιολογώντας θετικότερα τον εαυτό της γενικά στην ενεργό εμπλοκή της με τα μαθηματικά.

Πίνακας 7: Συγκριτική αποτίμηση απαντήσεων ερωτηματολογίου πριν και μετά - Οπτικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης - Γ΄μέρος

Σύνολο ερωτήσεων που διερευνούν τις αντιλήψεις για τη χρησιμότητα των Μαθηματικών εκτός του σχολείου (***Children's views on mathematics outside school)***	
5.Τα μαθηματικά τα χρειάζομαι έξω από το σχολείο. 6.Χρησιμοποιώ τα μαθηματικά μόνο στο σχολείο ή σε εργασίες στο σπίτι. 7.Νομίζω ότι τα μαθηματικά θα μου χρειαστούν στο μέλλον. 8.Ξέρω πολλούς ανθρώπους που χρησιμοποιούν τα μαθηματικά. 9.Όταν φεύγω από το σχολείο δε θα χρησιμοποιήσω τα μαθηματικά.	
Πριν	Μετά
6	6,7,8

Η Έλενα, σύμφωνα με την επιλογή της πρότασης «Χρησιμοποιώ τα μαθηματικά μόνο στο σχολείο ή σε εργασίες στο σπίτι» πιστοποιεί το γεγονός ότι αναγνωρίζει τη χρησιμότητά τους στα πλαίσια σχολικών εργασιών που αναλαμβάνει είτε στο χώρο του σχολείου-τάξη είτε στο σπίτι. Στη δεύτερη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου, επεκτείνει την έννοια της χρησιμότητας των μαθηματικών μόνο χρονικά, καθώς με την επιλογή των προτάσεων «Νομίζω ότι τα μαθηματικά θα μου χρειαστούν στο μέλλον», «Ξέρω πολλούς ανθρώπους που χρησιμοποιούν τα μαθηματικά», αναγνωρίζει την εξελικτική μαθησιακή διαδικασία, αλλά χωρίς να τη συνδέει με την καθημερινή ζωή, εφόσον δεν επιλέγει την πρόταση «Όταν φεύγω από το σχολείο δε θα χρησιμοποιήσω τα μαθηματικά».

Ηρακλής (μαθητής νηπιαγωγείου, κιναισθητικός τύπος μάθησης)

Πίνακας 8: Συγκριτική αποτίμηση απαντήσεων ερωτηματολογίου πριν και μετά - Κιναισθητικός Προσχολικής Ηλικίας - Α΄μέρος

Ερωτήσεις που διερευνούν τις στάσεις των εκπαιδευόμενων για τα Μαθηματικά		
Ερωτήσεις	Πριν	Μετά
Ε1: Στο μάθημα των μαθηματικών νιώθω…	😐	☺
Ε2: Κάνοντας εύκολα μαθηματικά νιώθω…..	😐	☺
Ε3: Κάνοντας δύσκολα μαθηματικά νιώθω…..	😐	☺
Ε4: Κάνοντας μαθηματικά με το μυαλό μου νιώθω….	😐	😐
Ε5: Κάνοντας μαθηματικά σ' ένα χαρτί νιώθω…	☹	😐
Ε6: Όταν μου κάνουν ερωτήσεις στα μαθηματικά…..	😐	😐
Ε7: Όταν κάνω μαθηματικά με υλικά…	😐	☺
Ε8: Όταν λύνω προβλήματα στα μαθηματικά…	☺	☺

Ανάλυση :

Αξιολογώντας συγκριτικά τις επιλογές του Ηρακλή, στη διαβαθμισμένη κλίμακα προσώπων, διαπιστώνεται ότι έχει ουδέτερη στάση, κυρίως, απέναντι στα μαθηματικά, καθώς στις προτάσεις «Στο μάθημα των μαθηματικών νιώθω», «Κάνοντας εύκολα μαθηματικά νιώθω», «Κάνοντας δύσκολα μαθηματικά νιώθω», «Κάνοντας μαθηματικά με το μυαλό μου νιώθω», «Όταν μου κάνουν ερωτήσεις στα μαθηματικά», «Όταν κάνω μαθηματικά με υλικά νιώθω», έχει επιλέξει το πρόσωπο ουδέτερης διάθεσης.

Στο σύνολο των προτάσεων αυτών, κατά τη δεύτερη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου, παρουσιάζει μεταβολή της διάθεσής του, με την επιλογή του χαρούμενου προσώπου, εκτός των προτάσεων «Κάνοντας μαθηματικά με το μυαλό μου νιώθω», «Όταν μου κάνουν ερωτήσεις στα μαθηματικά νιώθω», όπου η ουδέτερη διάθεση του παραμένει, καθώς ο ίδιος σχολιάζει ότι νιώθει ανασφάλεια στον υπολογισμό του αθροίσματος μεγάλων και μονοψήφιων αριθμών.

Πρέπει να σημειωθεί ότι στην πρόταση «Όταν λύνω προβλήματα στα μαθηματικά νιώθω», ο Ηρακλής και στις δύο περιπτώσεις επέλεξε το χαρούμενο πρόσωπο, εφόσον και στα δύο φύλλα εργασίας, στη διαδικασία με υλικά αναπαριστά κινητικά το πρόβλημα και επιλέγει την αθροιστική στρατηγική «μετράω όλα μαζί» (counting all), καθώς όπως προαναφέρθηκε, με αυτή νιώθει ασφαλής, όταν πρόκειται για άθροισμα μεγάλων, μονοψήφιων αριθμών.

Κυκλώνω μόνο αυτές που μου ταιριάζουν:

Πίνακας 9: Συγκριτική αποτίμηση απαντήσεων ερωτηματολογίου πριν και μετά - Κιναισθητικός Προσχολικής Ηλικίας - Β΄μέρος

<table>
<tr><td colspan="2">Σύνολο ερωτήσεων που διερευνούν τις αντιλήψεις των εκπαιδευόμενων για τα Μαθηματικά ως μάθημα
(How children perceived mathematics lessons)</td></tr>
<tr><td colspan="2">1.Τα μαθηματικά είναι ένα από τα αγαπημένα μου μαθήματα.
2.Συνήθως τα πηγαίνω καλά με τα μαθηματικά.
3.Δεν είμαι πολύ καλός στα μαθηματικά.
4.Τα μαθηματικά συνήθως μου φαίνονται ενδιαφέροντα.</td></tr>
<tr><td>Πριν</td><td>Μετά</td></tr>
<tr><td>1,2,4 3* κάποιες είμαι κάποιες όχι</td><td>1,2,4</td></tr>
</table>

Ο Ηρακλής, επιλέγοντας και στις δύο περιπτώσεις τις προτάσεις «Τα μαθηματικά είναι ένα από τα αγαπημένα μου μαθήματα», «Τα μαθηματικά συνήθως μου φαίνονται ενδιαφέροντα», δείχνει το personal confidence <προσωπική σιγουριά> σχετικά με τη γνώση για το αντικείμενο, για τα μαθηματικά.

Οι προτάσεις «Συνήθως τα πηγαίνω καλά με τα μαθηματικά», «Δεν είμαι πολύ καλός στα μαθηματικά», ορίζουν την επιλογή του εκπαιδευόμενου για τη γνώση του σχετικά με το συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο.

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι στην πρώτη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου, ο Ηρακλής κυκλώνει την πρόταση «Δεν είμαι πολύ καλός στα μαθηματικά», σχολιάζοντας «κάποιες είμαι, κάποιες όχι», καταρρίπτοντας ουσιαστικά την απόλυτη έννοια της άρνησης «δεν» και αναδεικνύοντας την υποκειμενική σχετικότητά της.

Πίνακας 10: Συγκριτική αποτίμηση απαντήσεων ερωτηματολογίου πριν και μετά - Κιναισθητικός Προσχολικής Ηλικίας - Γ΄μέρος

Σύνολο ερωτήσεων που διερευνούν τις αντιλήψεις για τη χρησιμότητα των Μαθηματικών εκτός του σχολείου (***Children's views on mathematics outside school)***	
5.Τα μαθηματικά τα χρειάζομαι έξω από το σχολείο. 6.Χρησιμοποιώ τα μαθηματικά μόνο στο σχολείο ή σε εργασίες στο σπίτι. 7.Νομίζω ότι τα μαθηματικά θα μου χρειαστούν στο μέλλον. 8.Ξέρω πολλούς ανθρώπους που χρησιμοποιούν τα μαθηματικά. 9.Όταν φεύγω από το σχολείο δε θα χρησιμοποιήσω τα μαθηματικά.	
Πριν	Μετά
7,	5,7,8,

Κατά την πρώτη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου, με την επιλογή της πρότασης «Νομίζω ότι τα μαθηματικά θα μου χρειαστούν στο μέλλον», ο Ηρακλής εκφράζει τη γενικότερη αντίληψή του σχετικά με τη χρησιμότητα των μαθηματικών. Θεωρεί δηλαδή ότι η μαθηματική δράση ξεκίνησε διαδικαστικά στο νηπιαγωγείο και θα συνεχιστεί στο μέλλον.

Όσον αφορά στη δεύτερη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου επέλεξε να κυκλώσει τις προτάσεις «Τα μαθηματικά τα χρειάζομαι έξω από το σχολείο», «Νομίζω ότι τα μαθηματικά θα μου χρειαστούν στο μέλλον», «Ξέρω πολλούς ανθρώπους που χρησιμοποιούν τα μαθηματικά», αναγνωρίζοντας τη χρησιμότητα των μαθηματικών έξω από το σχολείο και αποδίδοντας μαθηματικές δράσεις σε πρόσωπα πέραν του εαυτού του.

Μαρία (μαθήτρια νηπιαγωγείου, οπτικός τύπος μάθησης)

Πίνακας 11: Συγκριτική αποτίμηση απαντήσεων ερωτηματολογίου πριν και μετά - Οπτικός Προσχολικής Ηλικίας - Α΄μέρος

Ερωτήσεις που διερευνούν τις στάσεις των εκπαιδευόμενων για τα Μαθηματικά		
Ερωτήσεις	Πριν	Μετά
Ε1: Στο μάθημα των μαθηματικών νιώθω…	😐	☺
Ε2: Κάνοντας εύκολα μαθηματικά νιώθω…..	☺	☺
Ε3: Κάνοντας δύσκολα μαθηματικά νιώθω…..	😐	☺
Ε4: Κάνοντας μαθηματικά με το μυαλό μου νιώθω….	☺	☺
Ε5: Κάνοντας μαθηματικά σ' ένα χαρτί νιώθω…	😐	☺
Ε6: Όταν μου κάνουν ερωτήσεις στα μαθηματικά…..	☺	☺
Ε7: Όταν κάνω μαθηματικά με υλικά…	😐	☺
Ε8: Όταν λύνω προβλήματα στα μαθηματικά…	☺	☺

Ανάλυση :

Η Μαρία, στην πρώτη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου, επιλέγει το πρόσωπο ουδέτερης διάθεσης στις προτάσεις «Κάνοντας δύσκολα μαθηματικά νιώθω», «Κάνοντας μαθηματικά σ' ένα χαρτί νιώθω», «Στο μάθημα των μαθηματικών νιώθω», «Όταν κάνω μαθηματικά με υλικά». Αντίθετα στις προτάσεις «Κάνοντας εύκολα μαθηματικά νιώθω», «Κάνοντας μαθηματικά με το μυαλό μου νιώθω», «Όταν μου κάνουν ερωτήσεις στα μαθηματικά νιώθω», «Όταν λύνω προβλήματα στα μαθηματικά νιώθω», έχει επιλέξει το χαρούμενο πρόσωπο. Οι επιλογές της δείχνουν ότι δεν έχει μια ξεκάθαρη στάση απέναντι στα μαθηματικά, καθώς στη διαβαθμισμένη κλίμακα προσώπων, κατανέμονται ισότιμα στο χαρούμενο πρόσωπο και στο πρόσωπο ουδέτερης διάθεσης, τέσσερις αντίστοιχα για το καθένα.

Η στάση αυτή διαφοροποιείται και αποσαφηνίζεται πλήρως στη δεύτερη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου, όπου το χαρούμενο πρόσωπο γίνεται η μοναδική της επιλογή.

Κυκλώνω μόνο αυτές που μου ταιριάζουν:

Πίνακας 12: Συγκριτική αποτίμηση απαντήσεων ερωτηματολογίου πριν και μετά - Οπτικός Προσχολικής Ηλικίας - Β΄μέρος

<table>
<tr><td colspan="2">Σύνολο ερωτήσεων που διερευνούν τις αντιλήψεις των εκπαιδευόμενων για τα Μαθηματικά ως μάθημα
(How children perceived mathematics lessons)</td></tr>
<tr><td colspan="2">1.Τα μαθηματικά είναι ένα από τα αγαπημένα μου μαθήματα.
2.Συνήθως τα πηγαίνω καλά με τα μαθηματικά.
3.Δεν είμαι πολύ καλός στα μαθηματικά.
4.Τα μαθηματικά συνήθως μου φαίνονται ενδιαφέροντα.</td></tr>
<tr><td>Πριν</td><td>Μετά</td></tr>
<tr><td>2,4</td><td>1,2,4</td></tr>
</table>

Στη διερεύνηση personal confidense <προσωπικής σιγουριάς> της σχετικά με τη γνώση για το αντικείμενο, η Μαρία επέλεξε και στις δύο περιπτώσεις συμπλήρωσης του ερωτηματολογίου, τις προτάσεις «Συνήθως τα πηγαίνω καλά με τα μαθηματικά», «Τα μαθηματικά συνήθως μου φαίνονται ενδιαφέροντα».. Η μόνη διαφοροποίηση που διαπιστώνεται είναι η προσθήκη της πρότασης «Τα μαθηματικά είναι ένα από τα αγαπημένα μου μαθήματα», στη δεύτερη συμπλήρωση.

Πίνακας 13: Συγκριτική αποτίμηση απαντήσεων ερωτηματολογίου πριν και μετά - Οπτικός Προσχολικής Ηλικίας - Γ΄μέρος

<table>
<tr><td colspan="2">Σύνολο ερωτήσεων που διερευνούν τις αντιλήψεις για τη χρησιμότητα των Μαθηματικών εκτός του σχολείου
(Children's views on mathematics outside school)</td></tr>
<tr><td colspan="2">5.Τα μαθηματικά τα χρειάζομαι έξω από το σχολείο.
6.Χρησιμοποιώ τα μαθηματικά μόνο στο σχολείο ή σε εργασίες στο σπίτι.
7.Νομίζω ότι τα μαθηματικά θα μου χρειαστούν στο μέλλον.
8.Ξέρω πολλούς ανθρώπους που χρησιμοποιούν τα μαθηματικά.
9.Όταν φεύγω από το σχολείο δε θα χρησιμοποιήσω τα μαθηματικά.</td></tr>
<tr><td>Πριν</td><td>Μετά</td></tr>
<tr><td>6,7,8</td><td>5,6,7,8</td></tr>
</table>

Τέλος, το ίδιο παρατηρείται και στις προτάσεις που αφορούν στη χρησιμότητα των μαθηματικών γενικά, όπου η Μαρία έχει επιλέξει τις προτάσεις «Χρησιμοποιώ τα μαθηματικά μόνο στο σχολείο ή σε εργασίες στο σπίτι», «Ξέρω πολλούς ανθρώπους που χρησιμοποιούν τα μαθηματικά», «Νομίζω ότι τα μαθηματικά θα μου χρειαστούν στο μέλλον» και στις δύο περιπτώσεις . Το σύνολο των επιλογών της δείχνει ότι αναγνωρίζει τη χρησιμότητα των μαθηματικών τόσο στην ατομική μαθησιακή διαδικασία, όσο και στην κοινωνική διάσταση τους.

Η πρόταση «Τα μαθηματικά τα χρειάζομαι έξω από το σχολείο» που προστίθεται κατά τη δεύτερη φάση, έρχεται να συμπληρώσει τις προηγούμενες προτάσεις.

4.3 Πρώτο φύλλο εργασίας για την πρόσθεση με συνέντευξη ανά εκπαιδευόμενο

Στα δύο φύλλα εργασίας ο εκπαιδευόμενος καλείται να περιγράψει τη νοητική διαδρομή που ακολουθεί προκειμένου να βρει το άθροισμα δύο αριθμών ή έναν από τους δύο προσθετέους που λείπουν σε αριθμητικές πράξεις και σε προσθετικά προβλήματα. Το άθροισμα δεν υπερβαίνει το δέκα. Για το σκοπό αυτό δόθηκαν υλικά που χρησιμοποιούν οι μαθητές στο νηπιαγωγείο σε μαθηματικές δραστηριότητες .

Στον τομέα της διδακτικής των μαθηματικών έχουν λάβει χώρα έρευνες που εξετάζουν την κατανόηση της αριθμητικής έννοιας της πρόσθεσης, των αθροιστικών στρατηγικών που χρησιμοποιούν οι εκπαιδευόμενοι και σύμφωνα με τους Carpenter, Moser και Fuson χωρίζονται σε τρία επίπεδα:

- Διαδικασίες με υλικά
- Διαδικασίες αρίθμησης
- Διαδικασίες ανάκλησης

Σε αυτά τα επίπεδα θα αναλυθεί ο τρόπος που ο εκπαιδευόμενος απαντά σε κάθε ερώτηση και στο πρώτο φύλλο εργασίας ,αλλά και στο δεύτερο προκειμένου να διαπιστωθεί , αν άλλαξε τις στρατηγικές που ακολουθεί στην πρόσθεση, αν εξελίχθηκε σχετικά με το πώς υπολογίζει την πληθυκότητα δύο συνόλων σε ένα, αν επέλεξε υλικά σύμφωνα με το στυλ μάθησής του, αν μειώθηκε ο συνολικός χρόνος διεξαγωγής αριθμητικών πράξεων και προσθετικών προβλημάτων πρόσθεσης αλλά και αν άλλαξε στάσεις για τα μαθηματικά πριν και μετά την εμπλοκή του με τις ψηφιακές δραστηριότητες που είναι προσαρμοσμένες στον τύπο μάθησης και όπως ήδη έχει αναφερθεί δημιουργήθηκαν στην πλατφόρμα kodu.

Ηρακλής **Πίνακας 14:** Πρώτο φύλλο εργασίας για την πρόσθεση με συνέντευξη - Κιναισθητικός Προσχολικής Ηλικίας

Ερωτήσεις	**Ερώτηση εκπαιδευόμενου ή εκπαιδευτικού βοηθητική**	**Αναπαράσταση της προσθετικής πράξης- προσθετικού προβλήματος**	**Τρόπος σκέψης**	**Υλικά**	**Αρχική απάντηση**	**Τελική απάντηση**	**Παρατήρηση**
«Πόσο μας κάνει 4+2»;		Δείχνει από το ένα χέρι 4 δάχτυλα και από το άλλο 2	«Το σκέφτηκα. Με τα δάχτυλα. Τα μέτρησα να έτσι 1,2,3,4,5,6…»	Δάχτυλα	7	6	• Μετράει από το 1 μέχρι το 6
«Πόσο μας κάνει 5+3»;		Δείχνει από το ένα χέρι αμέσως 5 και μετά δείχνει από το άλλο χέρι 3	«με τα δάχτυλα πάλι» και τα δείχνει ένα ένα.	Δάχτυλα		8	• Δείχνει αμέσως την πεντάδα χωρίς να μετρήσει

«Πόσο μας κάνει 4+1+1»;		Γράφει κατοπτρικά το 4 και ζωγραφίζει δύο ‖	Γράφει κατοπτρικά το 4 και κάνει δυο κάθετες γραμμούλες. Και μετά λέει 4και 1 και 2 μας κάνει 7.	Χαρτί - δάχτυλα		7	• Μετράει πρώτα 4+1 και μετά έχοντας στο νου του το 5 ανεβαίνει άλλα δύο.
«Έχεις 3.Πόσαθέλεις για να γίνουν 5»;		Βάζει 3 δάχτυλα και μετά τον αντίχειρα και το μικρό δάχτυλο τα έχει ανοιχτά.	Λέει με τα δάχτυλα δείχνοντας πρώτα τρία και μετά δύο δάχτυλα. Κατόπιν δείχνει την πεντάδα δαχτύλων.	δάχτυλα		2	• Κουνώντας τα δάχτυλά του ενός χεριού.

			«Τρία είπες και άλλα δύο πέντε»				
«Έχεις 1.Πόσα θέλεις για να γίνουν 4»;		-	Το σκέφτηκα με το μυαλό μου. Άλλα 3	Με το νου-δάχτυλα		3	• Το επαληθεύει κοιτώντας τα δάχτυλα του ενός χεριού. Κουνώντας ένα- ένα φτάνει στο 4.
«Έχεις 6.Πόσαθέλεις για να φτάσεις στο 10»;	Σου ξαναλέω την ερώτηση.Έχεις6 πόσα θες ακόμη για να γίνουν 10; Θέλεις να μου	Μετά από την προσπάθειά του να βρει πόσα θέλει προκειμένου να εξακριβώσει, αν χρειάζεται 3 ή 4 παίρνει τα	«Να σου πω τη γνώμη μου .Μπορεί να μην το πω και καλά. Χρειάζεσαι ακόμη άλλα	Νους-κυβάκια		4	• Μέτρημα από το 1εως το 10 • Άμεση ανάκληση 9+1=10

	πεις ακριβώς;(3ή4); Νομίζω ότι μπορείς Με ποιο τρόπο μπορείς να το βρεις ,ώστε να είσαι σίγουρος για την απάντησή σου; Τώρα είσαι σίγουρος για την απάντησή σου;	κυβάκια και σχηματίζει μια εξάδα μετρώντας ένα- ένα . Βάζει πιο πέρα άλλα 4 τοποθετώντας τα ένα- ένα.	9 και άλλο 1μας κάνει 10. (τη δεύτερη φορά) Χρειάζεσαι 3 ή 4.Περίπου εκεί. Δεν ξέρω ακριβώς. Δεν μπορώ. Νομίζω τρία. Τέσσερα»				

			Ναι				
Η Χαρά έχει 2 αυτοκόλλητα. Η φίλη της η Ιωάννα της έδωσε ακόμη 4.Πόσα αυτοκόλλητα έχει τώρα η Χαρά;	Κοίτα πόσα έχει; Η Χαρά πόσα έχει; Η Χαρά έχει 2;	Βάζει πρώτα 2 κυβάκια και μετά από την άλλη βάζει άλλα 4.	Λέει 6. Το βρήκαμε τα τουβλάκια τα μικρά. Μετράει από την αρχή.	κυβάκια		6	• Μέτρημα πρώτα του 2 (ένα- ένα).Μετά του4 (ένα- ένα) και μετά για να βρει πόσα είναι όλα μαζί μετράει ξεκινώντας από το 1 μέχρι το 6.
Η Φωτούλα έχει 5 τάπες. Ο αδερφός της ο Μανόλης έχει 4 τάπες. Πόσες τάπες έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;	Και η Φωτούλα πόσες έχει;	Βάζει πρώτα μια πεντάδα από κυβάκια και από την άλλη βάζει τέσσερα.	Λέει 9 δείχνοντας ένα- ένα τα κυβάκια και μετρώντας από μέσα του.	κυβάκια	8	9	• Αυτή τη φορά σχημάτισε την πεντάδα βάζοντας τρία κυβάκια από πάνω και 2 από κάτω. • Το τέσσερα το σχημάτισε βάζοντας 2 κυβάκια από πάνω και 2 από κάτω.

Συγκεκριμένα στα αθροίσματα :

- 4+2

Στο άθροισμα των μονοψήφιων αριθμών 4 και 2 ο εκπαιδευόμενος χρησιμοποίησε τα δάχτυλα των δύο χεριών του και μέτρησε πρώτα τα τέσσερα μετά τα δύο και μετά όλα μαζί. Μ' αυτή τη στρατηγική (count all) έδωσε την απάντηση 6 μετρώντας από το 1 ως το 6 ένα- ένα.

- 5+3

Στο άθροισμα των μονοψήφιων αριθμών 5 και 3 ο εκπαιδευόμενος χρησιμοποίησε τα δάχτυλα και των δύο χεριών .Παρατηρήθηκε ότι έβγαλε αμέσως 5 δάχτυλα χωρίς να μετρήσει γεγονός που έδειξε ότι αναγνωρίζει την πεντάδα και μπορεί να την αναπαραστήσει κινητικά. Όσον αφορά την αθροιστική στρατηγική εμμένει στο count all και βρίσκει το άθροισμα δείχνοντάς τα δάχτυλά του και μετρώντας ένα- ένα.

- 4+1+1

Για τον υπολογισμό του αθροίσματος των μονοψήφιων αριθμών 4+1+1 ο εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί για πρώτη φορά άλλα υλικά, δηλαδή συμβολικές και εικονικές αναπαραστάσεις .Γράφει κατοπτρικά τον αριθμό 4 και στη συνέχεια ζωγραφίζει δύο γραμμούλες|| . Εκτελεί δύο διαδοχικές προσθέσεις 4+1 που το αντιμετωπίζει ως 5 και στη συνέχεια προσθέτει τις δύο γραμμούλες ξεχνώντας ότι μία εξ αυτών έχει ήδη προστεθεί στο μονοψήφιο 4.Αντιμετωπίζει την αριθμητική πράξη ως 4+1(μας κάνει 5) και αν από το 5 ανέβω 2 όπως οι 2 γραμμούλες που βλέπω μας κάνει 7.Η αθροιστική στρατηγική εξακολουθεί να είναι το μετράω όλα μαζί.(count all)

- 3+….=5

Στην αριθμητική πράξη 3+… =5 δίδεται το άθροισμα 5 και ο πρώτος προσθετέος και ο εκπαιδευόμενος καλείται να βρει το δεύτερο. Ως υλικό για τον υπολογισμό χρησιμοποιεί τα δάχτυλά του. Αρχικά στρέφει την παλάμη προς το πρόσωπό του και δείχνει τρία δάχτυλα κοντά το ένα στο άλλο και τα δύο ακριανά ανοιχτά και με ευκολία διατυπώνει φραστικά «τρία και άλλα δύο πέντε»

. Είναι η πρώτη φορά που λέει τι βρήκε διατυπώνοντας το αποτέλεσμα της πορείας της σκέψης του μέσα από μια μαθηματική φράση.

- 1+….=4

Στο 1+ …=4 ο εκπαιδευόμενος καλείται να βρει το συμπλήρωμα. Χρησιμοποιεί τα δάχτυλα του ενός χεριού. Γνωρίζει από την αρχή ότι δε χρειάζεται άλλο χέρι, αφού δεν ξεπερνάει την πεντάδα την οποία έχει ενσώματα κατανοήσει και κουνώντας ένα δάχτυλο βλέπει ότι για να έχει 4 χρειάζεται άλλα 3.Η στρατηγική που ακολουθεί είναι το μέτρημα όλα μαζί (count all) ξεκινώντας από το 1 ως το 4.

- 6+….=10

Στο 6+…=10 ο εκπαιδευόμενος επιθυμεί να απαντήσει κάνοντας ανάκληση σε αριθμητική πράξη 9+1=10 και διατυπώνοντάς την φραστικά : «Χρειάζεσαι ακόμη άλλα 9 και άλλο 1 μας κάνει 10».Όταν άκουσε πως το άθροισμα είναι 10 ανακάλεσε από τη μνήμη ένα από τα αθροίσματα του 10, έναν από τους «φίλους» , τα «παρεάκια» του 10.Βλέπει ότι δεν τον βοηθάει στο να βρει τον αριθμό που λείπει , κοιτάει τον ηλεκτρονικό υπολογιστή και διατυπώνεται ξανά η ερώτηση: «Έχεις 6.Πόσα θες ακόμη για να γίνουν 10»;Κάνει πάλι μια απόπειρα να το βρει χρησιμοποιώντας το μυαλό του, όπως ο ίδιος λέει και απαντά κατά προσέγγιση «Χρειάζεσαι 3 ή 4.Περίπου εκεί. Δεν ξέρω ακριβώς».για να το εξακριβώσει χρησιμοποιεί ένα χειραπτικό υλικό, τα κυβάκια. Σχηματίζει με τα κυβάκια μια εξάδα, μετρώντας ένα -ένα και πιο πέρα τοποθετεί άλλα 4 πάλι ένα- ένα και ακολουθώντας την αθροιστική στρατηγική του μετράω όλα μαζί (count all)(μέτρημα από το 1 ως το 10) φτάνει στο 10.

ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρώτο προσθετικό πρόβλημα

Η Χαρά έχει 2 αυτοκόλλητα. Η φίλη της η Ιωάννα της έδωσε ακόμη 4.Πόσα αυτοκόλλητα έχει τώρα η Χαρά;

Ξεκινάει την επίλυση του προσθετικού προβλήματος με μια βοηθητική ερώτηση: «Κοίτα πόσα έχει; Η Χαρά πόσα έχει; Η Χαρά έχει 2;»;Αναπαριστά το πρόβλημα χρησιμοποιώντας κυβάκια που τα τοποθετεί στα δάχτυλά του. Βάζει πρώτα 2 κυβάκια και μετά από το άλλο χέρι βάζει άλλα 4. Κουνώντας τα δάχτυλά του ελαφρά αρχίζει να μετράει πρώτα τα 2 (ένα -ένα) και μετά τα 4 (ένα- ένα). Κατόπιν τα μετράει ένα- ένα για να βρει πόσα είναι όλα μαζί ξεκινώντας από το 1 μέχρι το 6.

Παρατηρήσεις:

Αναπαριστά κινητικά(δάχτυλα και κυβάκια).

Αθροιστική στρατηγική: μετράω όλα μαζί

Δεύτερο προσθετικό πρόβλημα

Η Φωτούλα έχει 5 τάπες. Ο αδερφός της ο Μανόλης έχει 4 τάπες. Πόσες τάπες έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;

Βάζει πρώτα μια πεντάδα από κυβάκια και από την άλλη βάζει τέσσερα. Αξίζει να σημειωθεί ότι σχημάτισε την πεντάδα σε δύο σειρές, βάζοντας τρία κυβάκια από πάνω και 2 από κάτω. Το τέσσερα το σχημάτισε σε δύο σειρές βάζοντας 2 κυβάκια από πάνω και 2 από κάτω. Τα μέτρησε κουνώντας τα ένα- ένα.

Παρατηρήσεις:

Αναπαράσταση κινητική

Αθροιστική στρατηγική:

- Ανάλυση και σύνθεση του5 και του 4
  Μέτρημα όλα μαζί

Κατερίνα

Πίνακας 15: Πρώτο φύλλο εργασίας για την πρόσθεση με συνέντευξη - Κιναισθητικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης

Ερωτήσεις	**Ερώτηση εκπαιδευόμενου ή εκπαιδευτικού βοηθητική**	**Αναπαράσταση της προσθετικής πράξης- προσθετικού προβλήματος**	**Τρόπος σκέψης**	**Υλικά**	**Αρχική απάντηση**	**Τελική απάντηση**	**Παρατήρηση**
«Πόσο μας κάνει 4+2»;		Δείχνει από το ένα χέρι 4 δάχτυλα και από το άλλο 2	« Με τα δάχτυλα. Είπα 4 όλα μαζί και 2. Μέτρησα 5,6…»	Δάχτυλα		6	• Μετράει από το 4 μέχρι το 6
«Πόσο μας κάνει 5+3»;		Δείχνει από το ένα χέρι αμέσως 5 και μετά δείχνει από το άλλο	«Μετράω από το 5…6,7,8» .	Δάχτυλα		8	• Δείχνει αμέσως την πεντάδα χωρίς να μετρήσει

		χέρι 3					
«Πόσο μας κάνει 4+1+1»;		Τοποθετεί 4 κυβάκια και 2 σε απόσταση από την άλλη μεριά.	«Είπα 4 και 2 μας κάνουν 7». Ξαναμετράει: « 1,2,3,4,5,6»	Κυβάκια	7	6	• Μετράει όλα μαζί. • Άμεση ανάκληση 1+1=2
«Έχεις 3.Πόσαθέλεις για να γίνουν 5»;		Τοποθετεί 3 μπαλάκια από πλαστελίνη και πιο πέρα βάζει άλλο 2 .	Λέει με τα δάχτυλα δείχνοντας πρώτα τρία και μετά δύο δάχτυλα. Κατόπιν δείχνει την πεντάδα δαχτύλων. «Τρία είπα και άλλα δύο για να γίνουν πέντε».	Πλαστελίνη-δάχτυλα		2	• Κουνώντας τα δάχτυλά του ενός χεριού. • Μέτρημα από το 3 ως το 5
«Έχεις 1.Πόσαθέλεις για να γίνουν 4»;		Παίρνει την πλαστελίνη και φτιάχνει 1 μπαλάκι και	«1 και για να μας γίνουν 4 θέλω τρία. Μετράω 1,2,3,4»	Με πλαστελίνη		3	• Μέτρημα όλα μαζί

		μετά άλλα 3					
«Εχεις 6.Πόσαθέλεις για να φτάσεις στο 10»;		Αρχικά πάει να κάνει έξι βήματα. Στη συνέχεια κάνει τέσσερα βήματα.	«Κάνω βήματα. Θα μετρήσω από το 6.Μετράει 1,2,3,4… όχι.7,8,9,10» Συνεχίζει μετρώντας βήματα.	Βήματα	5	4	• Μέτρημα από το 6 στο 10
Η Χαρά έχει 2 αυτοκόλλητα. Η φίλη της η Ιωάννα της έδωσε ακόμη 4.Πόσα αυτοκόλλητα έχει τώρα	Της έδωσε 2 …και;	Βάζει πρώτα 2 κυβάκια και μετά από την άλλη βάζει άλλα 4.	«1,2….1,2,3,4….Όλα μαζί είναι 1,2,3,4,5,6»	κυβάκια		6	• Μέτρημα πρώτα του 2 (ένα ένα).Μετά του4 (ένα ένα) και μετά για να βρει πόσα είναι όλα μαζί μετράει ξεκινώντας από το 1 μέχρι το 6.

η Χαρά;							
Η Φωτούλα έχει 5 τάπες. Ο αδερφός της ο Μανόλης έχει 4 τάπες. Πόσες τάπες έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;	Το κορίτσι πόσες τάπες είχε;	Σηκώνει πρώτα μια πεντάδα δαχτύλων από το ένα χέρι και από την άλλη μία πεντάδα και κρατά το ένα δάχτυλο κλειστό , ώστε να έχει 4.	«Μμμμμμμμ….9…μέτρησα 1,2,3,4,5,6,7,8,9»	Δάχτυλα		9	• Μέτρημα όλα μαζί..1,2,3,4,5,6,7,8,9.

Συγκεκριμένα στα αθροίσματα :

- 4+2

Στο άθροισμα των μονοψήφιων αριθμών 4 και 2 η Κατερίνα χρησιμοποίησε τα δάχτυλα των δύο χεριών του και μέτρησε πρώτα τα τέσσερα μετά τα δύο. Συγκεκριμένα λέει : «Είπα 4 και άλλα 2». Θεωρεί δεδομένο ότι έχει τέσσερα. Με τη στρατηγική (count on) έδωσε την απάντηση 6 μετρώντας από το 4 ως το 6 ένα-ένα.

- 5+3

Στο άθροισμα των μονοψήφιων αριθμών 5 και 3 η εκπαιδευόμενος χρησιμοποίησε τα δάχτυλα και των δύο χεριών .Παρατηρήθηκε ότι έβγαλε αμέσως 5 δάχτυλα χωρίς να μετρήσει γεγονός που έδειξε ότι αναγνωρίζει την πεντάδα και μπορεί να την αναπαραστήσει κινητικά. Από το άλλο χέρι έβγαλε τρία δάχτυλα. Στη συνέχεια κουνώντας τα δάχτυλα του ενός χεριού (δηλαδή τα τρία δάχτυλα) άρχισε να μετράει. Όσον αφορά την αθροιστική στρατηγική εμμένει στο count on και βρίσκει το άθροισμα μετρώντας από το 5 ως το 8.

- 4+1+1

Για τον υπολογισμό του αθροίσματος των μονοψήφιων αριθμών 4+1+1 η εκπαιδευόμενος συνεχίζει να χρησιμοποιεί χειραπτικά υλικά. Αυτή τη φορά χρησιμοποιεί κυβάκια τα οποία τοποθετεί στα χέρια της. Στο ένα βάζει τέσσερα χωρίς να μετρήσει(άμεση εκτίμηση τετράδας) και στο άλλο 2.Έχει προηγηθεί άμεση ανάκληση της πράξης 1+1=2. Περιγράφει τον τρόπο σκέψης της ως εξής: «Είπα 4 και 2 μας κάνουν 7». Ξαναμετράει: « 1,2,3,4,5,6» . Η αθροιστική στρατηγική είναι το μετράω όλα μαζί(count all).

- 3+….=5

Στην αριθμητική πράξη 3+… =5 δίδεται το άθροισμα 5 και ο πρώτος προσθετέος και η εκπαιδευόμενος καλείται να βρει το δεύτερο. Ως υλικό για τον υπολογισμό χρησιμοποιεί την πλαστελίνη και για να εκφράσει ευκολότερα τη νοητική διαδρομή τα δάχτυλά της. Αρχικά φτιάχνει τρεις μπαλίτσες από πλαστελίνη και στη συνέχεια 2. Στην ερώτηση» πώς το σκέφτηκες»; Απαντάει με τα δάχτυλα δείχνοντας πρώτα τρία και μετά δύο δάχτυλα. Κατόπιν δείχνει την πεντάδα δαχτύλων. «Τρία είπα και άλλα δύο για να γίνουν πέντε». Η αθροιστική στρατηγική είναι το μετράω από.(count on)

- 1+….=4

Στο 1+ …=4 η εκπαιδευόμενος καλείται να βρει το συμπλήρωμα. Παίρνει την πλαστελίνη και φτιάχνει ένα μπαλάκι και μετά άλλα τρία. Αναφέρει : «1 και για να μας γίνουν 4 θέλω 3. Μετράω 1,2,3,4» Η στρατηγική που ακολουθεί είναι το μέτρημα όλα μαζί (count all) ξεκινώντας από το 1 ως το 4.

- 6+….=10

Στο 6+…=10 η εκπαιδευόμενος επιθυμεί να απαντήσει κάνοντας βήματα. Αρχικά πάει να κάνει έξι βήματα .Μετά απαντάει πέντε θέλω ακόμη χωρίς να το αναπαραστήσει κινητικά και στη συνέχεια κάνει τέσσερα. Η Κατερίνα λέει: «Κάνω βήματα. Θα μετρήσω από το 6.Μετράει 1,2,3,4… όχι.7,8,9,10» Συνεχίζει μετρώντας βήματα».Και δίνει την τελική της απάντηση που είναι το τέσσερα. Η αθροιστική στρατηγική είναι το μέτρημα από(count on) το 6 ως το 10.

ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρώτο προσθετικό πρόβλημα

Η Χαρά έχει 2 αυτοκόλλητα. Η φίλη της η Ιωάννα της έδωσε ακόμη 4.Πόσα αυτοκόλλητα έχει τώρα η Χαρά;

Ξεκινάει την επίλυση του προσθετικού προβλήματος με μια βοηθητική ερώτηση: «Της έδωσε 2 …και»;Αναπαριστά το πρόβλημα χρησιμοποιώντας κυβάκια που τα τοποθετεί στις παλάμες της. Βάζει πρώτα 2 κυβάκια και στην άλλη παλάμη βάζει 4. Μετράει τα 2 κυβάκια κουνώντας τα με το χέρι και μετά τα άλλα 4 κυβάκια που βρίσκονται στο άλλο χέρι. Κατόπιν τα μετράει ένα- ένα για να βρει πόσα είναι όλα μαζί ξεκινώντας από το 1 μέχρι το 6.

Παρατηρήσεις:

Αναπαριστά κινητικά(κυβάκια).

Αθροιστική στρατηγική: μετράω όλα μαζί

Δεύτερο προσθετικό πρόβλημα

Η Φωτούλα έχει 5 τάπες. Ο αδερφός της ο Μανόλης έχει 4 τάπες. Πόσες τάπες έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;

Ξεκινά με μία βοηθητική ερώτηση που αφορά τα γνωστά στοιχεία του προβλήματος : «Το κορίτσι πόσες τάπες είχε»;Στην αναπαράσταση του συγκεκριμένου προσθετικού προβλήματος χρησιμοποιεί πάλι χειραπτικό υλικό που είναι τα δάχτυλα. Σηκώνει πρώτα μια πεντάδα δαχτύλων από το ένα χέρι και από την άλλη μία πεντάδα και κρατά το ένα δάχτυλο κλειστό , ώστε να έχει τέσσερα. Αξίζει να σημειωθεί ότι για να σχηματίσει το 4άνοιξε το ένα χέρι και έκρυψε το ένα δάχτυλο. Έγινε μια κινητική αναπαράσταση του αριθμού τέσσερα. Η στρατηγική που ακολούθησε, για να βρει το άθροισμα των δύο αριθμών, του 5και 4, είναι το μετράω όλα μαζί.

Παρατηρήσεις:

Αναπαράσταση κινητική (με δάχτυλα)

Αθροιστική στρατηγική:

- Μέτρημα όλα μαζί

Μαρία

Πίνακας 16: Πρώτο φύλλο εργασίας για την πρόσθεση με συνέντευξη - Οπτικός Προσχολικής Ηλικίας

Ερωτήσεις	**Ερώτηση εκπαιδευόμενου ή εκπαιδευτικού βοηθητική**	**Αναπαράσταση της προσθετικής πράξης-προσθετικού προβλήματος**	**Τρόπος σκέψης**	**Υλικά**	**Αρχική απάντηση**	**Τελική απάντηση**	**Παρατήρηση**
«Πόσο μας κάνει 4+2»;			«Μετράω μέσα μου…1,2,3,4,(μικρή παύση) 5, 6»	Με το νου		6	• Μετράει από το 1 μέχρι το 6 με το νου
«Πόσο μας κάνει 5+3»;	«Εννοείται ανάμεσα»;	Γράφει στο χαρτί τον αριθμό 5 και από κάτω γράφει τον αριθμό 8.	«5 και άμα βάλουμε άλλα 3 θα γίνουν 8» «Άμα βάλουμε άλλα 3 θα γίνουν 8».	Χαρτί		8	• Μέτρημα από το 1 έως το 8.

«Πόσο μας κάνει 4+1+1»;		Χαρτί γράφει τον αριθμό 4 και από κάτω τον αριθμό 5.	«Βάζω 1,2,3,4 και βάζω και άλλα 2. Το σκέφτηκα και βάζω και το τελευταίο μετά.»	Χαρτί - νου		5	• Μετράει πρώτα 1,2,3,4 • Μετράει 1+1=2 • Και στο τέλος βάζει και άλλο 1, γιατί έχει ξεχάσει ότι έχει προηγηθεί το άθροισμα 1+1=2
«Έχεις 3.Πόσαθέλεις για να γίνουν 5»;			«Πάλι μέτρησα. Μετράω ως το 3, 1,2,3 και βάζω μετά 1,2,3,4 βάζω ένα νούμερο μετά και μετά βάζω το 5».	Με το νου		1	• Λέει ότι μετράει το τελευταίο, αλλά δεν αλλάζει την απάντηση της.
«Έχεις 1.Πόσαθέλεις		-	«Μετράω από το 1 μέχρι το άλλο	Με το νου-		2	

για να γίνουν 4»;			νούμερο και έτσι το βρίσκω. Ανάμεσα έχω άλλα 2 και μετά μετράω το τελευταίο.»	δάχτυλα			
«Έχεις 6.Πόσαθέλεις για να φτάσεις στο 10»;	Έχετε 1;		«Βάζω 1 και άλλο 1, 2 και άλλο 1, 3. Μετράω μέχρι τα τουβλάκια να είναι στο σωστό νούμερο και βάζω και άλλο 1 και έτσι που μετράω τότε καταλαβαίνω ότι είναι 10.» Επόμενη κίνηση: Πρώτα βάζει τα 6. Τα μετράει μετά λέει	κυβάκια	Άλλα 2. Μετά λέει άλλα 6;	4	• Πρώτα φτιάχνει τη δεκάδα και μετά χωρίζει από τη μία μεριά τα 6 και από την άλλη τα 4. • Ρωτάει ,αν είναι 6 και μετά λέει 4.Δε θυμάται πόσα είχε και πόσα ήθελε ακόμη.

			άμα βάλω και άλλο 1 μας κάνει 7 και άλλο ένα 8 και άλλο 1, 9 και άλλο 1, 10. Μετράει πόσα έβαλε ακόμα και λέει 6. Επόμενη κίνηση: βάζει τα 6 και λέει: «3 πρέπει ακόμα να βάλω και άμα βάλω και άλλο 1 τότε γίνονται 10».				
Η Χαρά έχει 2 αυτοκόλλητα. Η φίλη της η Ιωάννα της έδωσε ακόμη 4.Πόσα	Είχε 2;		«Είναι 2. Βάζεις και άλλα 4 και γίνονται 5».	Με το νου		5	

αυτοκόλλητα έχει τώρα η Χαρά;							
Η Φωτούλα έχει 5 τάπες. Ο αδερφός της ο Μανόλης έχει 4 τάπες. Πόσες τάπες έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;	Εννοείτε ποιος έχει τις πιο πολλές; 4 του Μανόλη;	Βάζει 4 τάπες. Ύστερα σε μικρή απόσταση βάζει 5 τάπες.	«Ο Μανόλης έχει τις πιο πολλές από τη Φωτούλα. Πρώτα τις λίγες μετράω μετά τα μετράω κανονικά και μετά όλα μαζί. 4 είχε ο Μανώλης 1,2,3,4 και μετράω 5,6,7,8 και μετά τις μετράω όλες μαζί. Μετά δε σταματάω να τις χωρίζω 1,2,3,4,5,6,7,8.	κυβάκια			• Μέτρημα πρώτα του Μανόλη • Μέτρημα της Φωτούλας • Και μετά μετράει 1,2,3,4,5,6,7,8.

Συγκεκριμένα στα αθροίσματα :

- 4+2

Το άθροισμα των μονοψήφιων αριθμών 4 και 2 η εκπαιδευόμενος το υπολόγισε με το νου της λέγοντας: « Μετράω μέσα μου 1,2,3,4. (Κάνει μικρή παύση) 5,6».Μ' αυτή τη στρατηγική (count all) έδωσε την απάντηση 6 μετρώντας από το 1 ως το 6 ένα- ένα.

- 5+3

Στο άθροισμα των μονοψήφιων αριθμών 5 και 3 η εκπαιδευόμενος χρησιμοποίησε πάλι το μυαλό της λέγοντας : «5 άμα βάλουμε και άλλα 3 θα γίνουν 8.Άμα βάλουμε άλλα 3 θα γίνουν 8».Αναπαράστησε συμβολικά το άθροισμα γράφοντας τον αριθμό 5 και από κάτω τον αριθμό 8. Όσον αφορά την αθροιστική στρατηγική φαίνεται να είναι η count on και βρίσκει το άθροισμα ξεκινώντας από το 5 και φτάνοντας στο 8.

- 4+1+1

Για τον υπολογισμό του αθροίσματος των μονοψήφιων αριθμών 4+1+1 η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί τα ίδια υλικά ,όπως στην προηγούμενη αριθμητική πράξη , δηλαδή συμβολικές αναπαραστάσεις .Γράφει κατοπτρικά τον αριθμό 4 και στη συνέχεια από κάτω τον αριθμό 5 .Στην ερώτηση « Πόσο μας κάνει 4+1+1» η Μαρία απαντά : «5».Όταν καλείται να περιγράψει πως το σκέφτηκε λέει : « Βάζω 1,2,3,4 και βάζω και άλλα2. Και βάζω και το τελευταίο μετά». Μετράει πρώτα μέχρι το 4 (1,2,3,4) και κάνει άμεση ανάκληση της αριθμητικής πράξης 1+1=2.Δεν υπολογίζει καθόλου την αριθμητική πράξη που έχει άθροισμα 2 και τελικά βλέπει το ένα από τα 1 που βρίσκονται διαδοχικά και αυτό υπολογίζει. Η αθροιστική στρατηγική είναι το μετράω όλα μαζί και στην προσπάθειά της να κάνει μέτρημα από μπερδεύεται και φτάνει στο 5 αντί στο 6 (count all) .

- 3+….=5

Στην αριθμητική πράξη 3+… =5 δίδεται το άθροισμα 5 και ο πρώτος προσθετέος και η εκπαιδευόμενος καλείται να βρει το δεύτερο. Ως υλικό για τον υπολογισμό δε χρησιμοποιεί τίποτα, αλλά κάνει υπολογισμό με το νου. Περιγράφει τη σκέψη της ως εξής:

«Μετράω ως το 3…….1,2,3 και βάζω ένα νούμερο μετά και μετά βάζω το 5». Η Μαρία απαντά χρειάζομαι 1 , γιατί στα βήματα που κάνει με τη στρατηγική μετράω όλα μαζί(count all)ανεβαίνει από το 1 ως το 4 ,αλλά το 5 δεν το υπολογίζει. Πιστεύει ότι , επειδή σταματάει στο 5 , δεν πρέπει να το υπολογίσει. Αντιμετωπίζει το 3 και το 5 ως οντότητες και όχι ως ποσότητες. Οπότε μεταξύ των οντοτήτων 3 και 5 μεσολαβεί μια οντότητα το 4.Βλέπουμε ότι υπάρχει μια τακτική αντίληψη των αριθμών και όχι την ανάλυση και σύνθεση των αριθμών αυτών. Δε μετράει, γιατί οπτικά αναγνωρίζει ότι ανάμεσα στο 3 και στο 5 είναι το 4.

- 1+….=4

Στο 1+ …=4 η εκπαιδευόμενος καλείται να συμπληρώσει το δεύτερο προσθετέο. Χρησιμοποιεί το νου της και τα δάχτυλα και τη στρατηγική μέτρημα όλα μαζί (count all) ξεκινώντας από το 1 ως το 4 και χωρίς να υπολογίσει το 1 και το 4.Η απάντησή της είναι το 2.Η ίδια ονομάζει αυτή τη νοητική διαδικασία « ανάμεσα».

- 6+….=10

Η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί χειραπτικό υλικό ,τα κυβάκια για να βρει πόσο χρειάζεται από το 6 , για να φτάσει στο 10.Παίρνει τα κυβάκια και ανεβαίνοντας ένα ένα φτάνει στο 10.Ύστερα χωρίζει από τη μία μεριά τα 6 και από την άλλη μεριά τα 4 τέσσερα μετρώντας όλα μαζί.(count all) Στη συνέχεια αφού έχει μετρήσει τα 6 ανεβαίνει ένα και λέει 7,ανεβαίνει και άλλο 1 και λέει 8,και άλλο 1… 9 και άλλο 1 …. 10(count on). Όταν ερωτάται πόσα χρειάζεται ακόμη , δίνει δύο απαντήσεις. Η πρώτη είναι 6 και η δεύτερη 4.Δε θυμάται πόσα είχε και πόσα θέλει ακόμη. Συνεχίζει σκεφτική και λέει : « 3 πρέπει να βάλω και άμα βάλω και άλλο 1 τότε γίνονται 10» και δίνει την τελική της απάντηση που είναι το 4.

ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρώτο προσθετικό πρόβλημα

Η Χαρά έχει 2 αυτοκόλλητα. Η φίλη της η Ιωάννα της έδωσε ακόμη 4.Πόσα αυτοκόλλητα έχει τώρα η Χαρά;

Ξεκινάει την επίλυση του προσθετικού προβλήματος με μια βοηθητική ερώτηση: Είχε 2;»; Δεν αναπαριστά το πρόβλημα με υλικά όπως στις αριθμητικές πράξεις αλλά επιλέγει να φτάσει στη λύση του προβλήματος μόνο με νοητική προσέγγιση. Η πορεία της σκέψης της διατυπώνεται ως εξής : «Είναι 2. Βάζεις και άλλα 4 και γίνονται 5» . Η Μαρία οδηγήθηκε σε λανθασμένη απάντηση με απόκλιση 1 κάτι που έχει παρατηρηθεί και σε άλλες έρευνες. Είναι ένα από τα πιο συχνά λάθη που κάνουν οι εκπαιδευόμενοι σε προβληματικές καταστάσεις πρόσθεσης. Κάνει ένα κατά προσέγγιση υπολογισμό , αλλά δεν αναζητά με κάποια συγκεκριμένη αθροιστική στρατηγική την ακρίβεια του αποτελέσματος.

Παρατηρήσεις:

Αναπαριστά με νοητική διαδικασία.

Αθροιστική στρατηγική: -

Κατά προσέγγιση υπολογισμός

Δεύτερο προσθετικό πρόβλημα

Η Φωτούλα έχει 5 τάπες. Ο αδερφός της ο Μανόλης έχει 4 τάπες. Πόσες τάπες έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;

Εννοείτε ποιος έχει τις πιο πολλές; Ξεκινάει την επίλυση του προσθετικού προβλήματος με μια βοηθητική ερώτηση: « Εννοείτε ποιος έχει τις πιο πολλές»; Αναπαριστά το πρόβλημα με υλικά όπως στις αριθμητικές πράξεις και συγκεκριμένα με κυβάκια. Η πορεία της σκέψης της διατυπώνεται ως εξής : «4 του Μανόλη» Βάζει 4 τάπες. Ύστερα σε μικρή απόσταση βάζει 5 τάπες. Αναδιατυπώνει και επιχειρεί να δώσει τη λύση του προβλήματος ακολουθώντας τον εξής τρόπο σκέψης «. Ο Μανόλης έχει τις πιο πολλές από τη Φωτούλα . Πρώτα τις λίγες μετράω μετά τα μετράω κανονικά και μετά όλα μαζί. 4 είχε ο Μανόλης 1,2,3,4 και μετράω 5,6,7,8 και μετά τις μετράω όλες μαζί.» . Η Μαρία οδηγήθηκε σε λανθασμένη απάντηση με απόκλιση 1 κάτι που έχει παρατηρηθεί και σε άλλες έρευνες. Είναι ένα από τα πιο συχνά λάθη που κάνουν οι εκπαιδευόμενοι σε προβληματικές καταστάσεις πρόσθεσης. Κάνει ένα κατά προσέγγιση υπολογισμό , αλλά δεν αναζητά με κάποια συγκεκριμένη αθροιστική στρατηγική την ακρίβεια του αποτελέσματος. Αυτό πιθανότατα συνέβη , γιατί ο αριθμός 5 που αποτελεί δεδομένο του προβλήματος μετρήθηκε μία φορά.

Παρατηρήσεις:

Αναπαράσταση με κυβάκια που τα ονοματίζει τάπες.

Χρησιμοποιεί ένα χειραπτικό υλικό μόνο που γι αυτήν είναι τάπες

Αθροιστική στρατηγική:

Μετράω όλα μαζί

- Μέτρημα πρώτα του Μανόλη
- Μέτρημα της Φωτούλας

Και μετά μετράει 1,2,3,4,5,6,7,8.

Έλενα

Πίνακας 17:Πρώτο φύλλο εργασίας για την πρόσθεση με συνέντευξη - Οπτικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης

Ερωτήσεις	Ερώτηση εκπαιδευόμενου ή εκπαιδευτικού βοηθητική	Αναπαράσταση της προσθετικής πράξης-προσθετικού προβλήματος	Τρόπος σκέψης	Υλικά	Αρχική απάντηση	Τελική απάντηση	Παρατήρηση
«Πόσο μας κάνει 4+2»;		4 μπαλίτσες και 2 μπαλίτσες =6 μπαλίτσες	Μέτρησε πρώτα το πρώτο σύνολο(ένα -ένα) και μετά το δεύτερο(ένα-ένα) και μετά μέτρησε πόσα είναι	Χαρτί - μαρκαδόρος		6	Χρησιμοποίησε τις μπαλίτσες πρώτα σαν πληθυκότητα και μετά σύγκρινε εικονικά τις μπαλίτσες της πρώτης ομάδας με τις μπαλίτσες της δεύτερης ομάδας που είναι το άθροισμα

			όλα μαζί και μετά μέτρησε στο άθροισμα τις μπαλίτσες.				
«Πόσο μας κάνει 5+3»;		Έβαλε πρώτα 2 κυβάκια και μετά χωρίς να μετρήσει έβαλε 3 .Μ' αυτόν τον τρόπο σχημάτισε το 5.Έγραψε το σύμβολο + και μετά έβαλε 3 κυβάκια.	Τοποθέτησε χωρίς να μετρήσει 5 κυβάκια και μετά έβαλε άλλα τρία και μετρώντας από το 5 έφτασε στο 8.	κυβάκια		8	• Επαναλαμβάνει την ερώτηση σιγοψιθυρίζοντας • Σχημάτισε την πεντάδα στηριζόμενη σε ένα άθροισμα γνωστό του 3+2=5 • Στο άθροισμα γράφει 8

«Πόσο μας κάνει 4+1+1»;		Γράφει 4+1+1	Λέει δείχνοντας 1+1 μας κάνει 2 και μετά λέει 2 και 4 ίσον 6.	Με το νου		6	• Βασίζεται σε γνωστό άθροισμα 1+1=2 • Έβαλε στο νου της το 2 και μετά ανέβηκε από το2 ως το 6.
«Έχεις 3.Πόσαθέλεις για να γίνουν 5»;		Βάζει 3 κυβάκια	Λέει είμαι στο 3 και 1 μετά 2	κυβάκια		2	• Μέτρημα από το 3 στο 5
«Έχεις 1.Πόσαθέλεις για να γίνουν 4»;		Βάζει ένα κυβάκι .Γράφει το σύμβολο + Βάζει στη θέση του δεύτερου προσθετέου 3 κυβάκια. Στο άθροισμα βάζει	Επειδή 1 και 3 ίσον 4.Είμαι στο 1.Πόσα θέλω για να φτάσω στο 4;	Κυβάκια Δάχτυλα Χαρτί		3	Βασίζεται στο γνωστό άθροισμα 1+3=4

		τον αριθμό 4.					
«Έχεις 6.Πόσαθέλεις για να φτάσεις στο 10»;		Φτιάχνει μια εξάδα με τα κυβάκια. Βάζει το σύμβολο + και μετά αφήνει κενό και γράφει το ίσον και τον αριθμό 10.	Γιατί 6+4=10 Είπα είμαι στο 6 .Πόσα θέλω μέχρι το 10;Και μετά κοιτάει τα κυβάκια και λέει: Μέτρησα 1,2.Μετά ξαναδείχνει τα κυβάκια 7,8,9,10.	κυβάκια		4	• Άμεση εκτίμηση εξάδας
Η Χαρά έχει 2 αυτοκόλλητα. Η φίλη της η	Πόσα έχει η Χαρά;	Γράφει 2.Βάζει το + .Πόσα θέλω για να	Αφού έχει γράψει 2+4.Στο ένα	Δάχτυλα		6	• Μέτρημα πρώτα του 2 (ένα-ένα).Μετά του4 (ένα- ένα) και

Ιωάννα της έδωσε ακόμη 4.Πόσα αυτοκόλλητα έχει τώρα η Χαρά;		φτάσω στο ;.Κάνει παύση και κοιτάει το πρόβλημα σκεφτική. Τη ρωτάω να της το ξαναδιαβάσω και απαντάει θετικά. Γράφει 2.Βάζει το + . Μετά γράφει το 4.Στη συνέχεια ζωγραφίζει 2 μπαλίτσες και άλλες 4.Ύστερα γράφει το ίσον. και τα μετράει από το 1 μέχρι	χέρι έχει δύο δάχτυλα σηκωμένα και στο άλλο 4.Τα μετράει ένα- ένα από το 1 έως το 6.				μετά για να βρει πόσα είναι όλα μαζί μετράει ξεκινώντας από το 1 μέχρι το 6.

		το 6.					
Η Φωτούλα έχει 5 τάπες. Ο αδερφός της ο Μανόλης έχει 4 τάπες. Πόσες τάπες έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;		Γράφει 5+4=…Το σκέφτεται λίγο και απαντάει 9.				9	

Συγκεκριμένα στα αθροίσματα :

- 4+2

Στο άθροισμα των μονοψήφιων αριθμών 4 και 2 η Έλενα χρησιμοποίησε υλικά (χαρτί και μαρκαδόρο) για να το αναπαραστήσει εικονικά. Ζωγράφισε 4 μπαλίτσες στη συνέχεια έβαζε το σύμβολο της πρόσθεσης και μετά ζωγράφισε άλλες 2 μπαλίτσες. Μέτρησε πρώτα το πρώτο σύνολο ένα- ένα και μετά το δεύτερο ένα -ένα και μετά μέτρησε πόσα είναι όλα μαζί. Κατόπιν ζωγράφισε το σύμβολο της ισότητας κ έξι μπαλίτσες. Μ' αυτή τη στρατηγική (count all) έδωσε την απάντηση 6 μετρώντας από το 1 ως το 6 ένα- ένα. Αξίζει να σημειωθεί ότι μέτρησε στο άθροισμα τις μπαλίτσες που είχε ζωγραφίσει. Επίσης , χρησιμοποίησε τις μπαλίτσες πρώτα σαν πληθυκότητα και μετά σύγκρινε εικονικά τις μπαλίτσες της πρώτης ομάδας με τις μπαλίτσες τις δεύτερης ομάδας που είναι το άθροισμα.

- 5+3

Στο άθροισμα των μονοψήφιων αριθμών 5 και 3 η εκπαιδευόμενος χρησιμοποίησε χειραπτικό υλικό (κυβάκια).Παρατηρήθηκε ότι έβαλε πρώτα δύο κυβάκια και μετά χωρίς να μετρήσει έβαλε τρία γεγονός που έδειξε ότι αναγνωρίζει την τριάδα(άμεση εκτίμηση) και μπορεί να την αναπαραστήσει . Είναι φανερό ότι ακολουθεί την αθροιστική ανάλυσης και σύνθεσης , αφού το 5 είναι το άθροισμα του 2 και του 3 οπτικά. Κατόπιν έγραψε το σύμβολο +και μετά τοποθέτησε τρία κυβάκια. Όσον αφορά την αθροιστική στρατηγική ακολουθεί το count on και βρίσκει το άθροισμα μετρώντας από το 5 έφτασε στο 8.

- 4+1+1

Για τον υπολογισμό του αθροίσματος των μονοψήφιων αριθμών 4+1+1 η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί για πρώτη φορά άλλα υλικά (συμβολικά)γράφει την αριθμητική πράξη τον αριθμό 4 +1+1 . Εκτελεί δύο διαδοχικές προσθέσεις. Πρώτα κάνει άμεση ανάκληση 1+1=2 και στη συνέχεια σηκώνει 4 δάχτυλα του ίδιου χεριού και έχοντας στο νου της το 2 μετράει ανεβαίνοντας 3,4,5,6 κοιτώντας τα δάχτυλά της. Η αθροιστική στρατηγική εξακολουθεί να είναι το μετράω από.(count on)

- 3+….=5

Στην αριθμητική πράξη 3+… =5 δίδεται το άθροισμα 5 και ο πρώτος προσθετέος και η εκπαιδευόμενος καλείται να βρει το δεύτερο. Ως υλικό για τον υπολογισμό χρησιμοποιεί τα κυβάκια και χαρτί – μαρκαδόρο για τα σύμβολα + και = . Αναδιατυπώνει φραστικά την «προβληματική» ως «Είμαι στο τρία και μετά1 …2 άλλα δύο». Η αθροιστική στρατηγική εξακολουθεί να είναι το μετράω από.(count on)

- 1+….=4

Στο 1+ …=4 η εκπαιδευόμενος καλείται να βρει το συμπλήρωμα. Χρησιμοποιεί ως υλικά κυβάκια και αριθμούς .Τοποθετεί 1 κυβάκι γράφει με το μαρκαδόρο το σύμβολο +.Στη συνέχεια γράφει το ίσον και τον αριθμό 4 και λέει : «Είμαι στο 1.Πόσα ακόμη θέλω για να φτάσω στο 4»;Κατόπιν βάζει στη θέση του δεύτερου προσθετέου 3 κυβάκια. Η στρατηγική που ακολουθεί είναι το μέτρημα από (count on) .Επαληθεύει την απάντησή της βασιζόμενη στο άθροισμα που ανακαλεί 1+3=4(άμεση ανάκληση).

- 6+….=10

Στο 6+…=10 η εκπαιδευόμενος φτιάχνει μια εξάδα με τα κυβάκια.(άμεση ανάκληση εξάδας) Με το μαρκαδόρο χρωματίζει το σύμβολο + και μετά αφήνει κενό και γράφει το ίσον και τον αριθμό 10.(χειραπτικό –συμβολικό)Περιγράφει τη σκέψη της : « Γιατί 6+4=10.Είπα είμαι στο 6 .Πόσα θέλω μέχρι το 10;Και μετά κοιτάει τα κυβάκια και λέει: Μέτρησα 1,2.Μετά ξαναδείχνει τα κυβάκια 7,8,9,10.Η αθροιστική στρατηγική που ακολουθεί είναι το μέτρημα από. Επαληθεύει το γνωστό άθροισμα με τα κυβάκια. Κάνει άμεση ανάκληση 6+4=10

ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρώτο προσθετικό πρόβλημα

Η Χαρά έχει 2 αυτοκόλλητα. Η φίλη της η Ιωάννα της έδωσε ακόμη 4.Πόσα αυτοκόλλητα έχει τώρα η Χαρά;

Ξεκινάει την επίλυση του προσθετικού προβλήματος με μια βοηθητική ερώτηση: «Πόσα έχει η Χαρά»;Αναπαριστά συμβολικά το πρόβλημα γράφοντας τον αριθμό 2 και στη συνέχεια βάζει το σύμβολο της πρόσθεσης. Συνεχίζει κάνοντας άλλη μια ερώτηση : «Πόσα θέλω για να φτάσω στο» ;.Παρατηρήθηκε ότι επιθυμεί να ακολουθήσει την ίδια στρατηγική επίλυσης με την προηγούμενη αριθμητική πράξη σα να μην έχει κατανοήσει τι διάβασε στο πρόβλημα. Κάνει παύση και κοιτάει το πρόβλημα σκεφτική. Το ξαναδιαβάζει και στη συνέχεια συμπληρώνει την πράξη γράφοντας τον αριθμό 2.Στη συνέχεια γράφει το ίσον. Η αθροιστική στρατηγική που ακολουθεί είναι το μετράω όλα μαζί. Γράφει 2.Βάζει το + . Ζωγραφίζει 2 μπαλίτσες και άλλες 4 και τις μετράει μία- μία από το 1 ως το 6.

Παρατηρήσεις:

Αναπαριστά εικονικά το πρόβλημα και συμβολικά.

Αθροιστική στρατηγική: μετράω όλα μαζί

Δεύτερο προσθετικό πρόβλημα

Η Φωτούλα έχει 5 τάπες. Ο αδερφός της ο Μανόλης έχει 4 τάπες. Πόσες τάπες έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;

Χρησιμοποιεί το χαρτί και το μαρκαδόρο και γράφει 5+4=…Το σκέφτεται πολύ λίγο και απαντάει 9.Η Έλενα φαίνεται να έχει κάνει άμεση ανάκληση στηριζόμενη στον πρώτο προσθετέο που είναι το 5.

Παρατηρήσεις:

Συμβολική αναπαράσταση

Αθροιστική στρατηγική: Άμεση ανάκληση

4.4 Δεύτερο φύλλο εργασίας για την πρόσθεση με συνέντευξη ανά εκπαιδευόμενο

Ηρακλής

Πίνακας 18:Δεύτερο φύλλο εργασίας για την πρόσθεση με συνέντευξη - Κιναισθητικός Προσχολικής Ηλικίας

Ερωτήσεις	Ερώτηση εκπαιδευόμενου ή εκπαιδευτικού βοηθητική	Αναπαράσταση της προσθετικής πράξης-προσθετικού προβλήματος	Τρόπος σκέψης	Υλικά	Αρχική απάντηση	Τελική απάντηση	Παρατήρηση
«Πόσο μας κάνει 3+1»;	Τι είχες στο μυαλό σου; Είχες κάποια πράγματα, κάποια αντικείμενα;		«Είπα3 και άλλο 1 … τέσσερα». «Ναι. Είπα 3 αρκουδάκια και άλλο 1…..4 Σκέφτηκα τρεις	Με το νου		4	• Μετράει από το 3

			μαρκαδόροι και άλλος ένας τέσσερις». Και συνεχίζει λέγοντας : «Το σκέφτηκα. Δεν το έκανα».				
«Πόσο μας κάνει 4+2»;			Λέει: «Με το μυαλό μου.Κοίτα.4 και 2 … 5,6. Άλλα δύο που μου είπες».	Με το νου		6	• Μετράει από το 4 έως το 6 • Άμεση ανάκληση 1+1=2

«Πόσο μας κάνει 5+1+1»;		Δείχνει πρώτα όλη του την αριστερή παλάμη και μετά βγάζει 2 δάχτυλα στη δεξιά .	Μετράει από το 5 άλλο 1 και άλλο 1 και απαντάει 7.	Δάχτυλα		7	• Στα μεγάλα αθροίσματα δοκιμάζει με το νου αλλά έχει ανάγκη να κάνει επαλήθευση με τα δάχτυλά του. • Μετράει από το 5 φτάνει στο 6, βάζει άλλο 1 και φτάνει στο 7
«Έχεις 4.Πόσαθέλεις για να γίνουν 6»;		Βγάζει 4 δάχτυλα μαζί. Μετά βγάζει άλλο 1 και άλλο 1.	«Έχω 4 δάχτυλα και θέλω άλλο 1 και άλλο 1 ,δηλαδή 2. Έχω 4 ….. 5,6,άρα θέλω άλλα 2».	δάχτυλα		2	• Μέτρημα από το 4 στο 5 • Μετράει από το 4 • Βγάζει 4 δάχτυλα χωρίς να μετρήσει

«Έχεις 2.Πόσαθέλεις για να γίνουν 5»;		Βγάζει 2 δάχτυλα και μετά άλλα 3 στο ίδιο χέρι.	«Έχεις τρία και άλλα 2 μας κάνουν 5».	Με το νου-δάχτυλα		3	• Με το νου και μετά επαλήθευση με τα δάχτυλα. • Αναγνωρίζει ότι η παλάμη του αντιστοιχεί στην πεντάδα. • Ανάλυση και σύνθεση του αριθμού 5
«Έχεις 5.Πόσαθέλεις για να φτάσεις στο 9»;	Πόσα θες 10 ή 9;	Φτιάχνει μια πεντάδα χωρίς να μετρήσει με τα κυβάκια. Βάζει άλλα 4 τοποθετώντας τα ένα -ένα χωριστά.	Αφού έχει τοποθετήσει τα τουβλάκια μετράει από το 5 ψιθυρίζοντας 6,7,8,9,10. Στη συνέχεια λέει 5+5.. Κατόπιν 1. Εκεί το αλλάζει και λέει ότι μπερδεύτηκε.	κυβάκια	5	4	• Μέτρημα από προσμετρώντας και το 5 • Μέτρημα ένα- ένα από το 1 έως το 9. • Άμεση ανάκληση 5+5=10

			«Έχω 5 … και άλλα 4» Μετράει ένα – ένα ξεκινώντας από το 1 και καταλήγοντας στο 9.				
Ο Ανδρέας είχε 3 αυτοκινητάκια .Ο φίλος του ο Κώστας του έδωσε ακόμη 5.Πόσααυτοκινητάκια έχει τώρα ο Ανδρέας;		Βάζει 3 κυβάκια από τη μία πλευρά και άλλα 5 από την άλλη πλευρά.	Μετράει ένα-ένα τα κυβάκια για να έχει 3. Μετράει ένα-ένα τα κυβάκια , για να έχει 5. «5 που του χάρισε και άλλα 3 που είχε μας κάνουν 7».	κυβάκια	7	8	• Μέτρημα από , αλλά το 5 είναι γι' αυτόν στο πρώτο από τα τρία κυβάκια και συνεχίζει 6,7. • Μετράει από το 1 έως το 8.

			Και μετράει 1,2,3,4,5,6,7,8				
Ο Γρηγόρης έχει 4 μονσούνο . Ο φίλος του ο Γιώργος έχει 5 μονσούνο . Πόσα έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;	Πόσα έχει ο πρώτος που είπες;	Βάζει 4 κυβάκια και μία πεντάδα.	«Ο Γρηγόρης έχει 4 μονσούνο και ο φίλος του ο Γιώργος 5. Όλα μαζί κάνουν 9. Αρχίζει να μετράει 1,2,3,4,5,6,7,8, 9»	κυβάκια		9	• Μέτρημα ένα- ένα

❖ 3+1

Στο άθροισμα των μονοψήφιων 3 και 1 η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί κυβάκια. Παρατηρήθηκε ότι το άθροισμα 3+1 το μετατρέπει σε 1+3 (αντιμεταθετική ιδιότητα).Βασίζεται σε γνωστό άθροισμα 1+3=4 και το οπτικοποιεί χρησιμοποιώντας τα κυβάκια και κάνοντας άμεση εκτίμηση της μονάδας και της τριάδας. Επίσης, αξίζει να σημειωθεί, ότι κοιτώντας τα κυβάκια στο άθροισμα (4) είπε : « 4 βγάζω 1 ίσον 3» επιβεβαιώνοντας έτσι την οπτική χρήση των κύβων. Η αθροιστική στρατηγική που ακολουθεί είναι η άμεση ανάκληση στην αριθμητική πράξη 1+3=4.

❖ 4+2

Στο άθροισμα 4+2 ζωγραφίζει 4 μπαλόνια και άλλα 2 μπαλόνια και στο άθροισμα ζωγραφίζει 6 μπαλόνια .Η στρατηγική που ακολουθεί σε αυτή την προσθετική αριθμητική πράξη είναι το μέτρημα από το 4 στο έξι.(count on). Μετά έκανε την επαλήθευση ζωγραφίζοντας 6 μπαλόνια και κρύβοντας τα 2. Ακολουθεί τον ίδιο τρόπο σκέψης με τα κυβάκια .

❖ 5+1+1

Στο άθροισμα 5+1+1 ζωγραφίζει 5 καρδούλες και 1 μπαλόνι=6 .Στη συνέχεια αναπαριστά την αριθμητική πράξη συμβολικά γράφοντας 6+1=7. Η αθροιστική στρατηγική που ακολουθεί είναι το μέτρημα από (count on) και ο τρόπος που αυτή εκφράζεται είναι 6,7.

❖ 4+…=6

Στο 4+…=6 χρησιμοποιεί κυβάκια , προκειμένου να βρει το δεύτερο προσθετέο. Βάζει 4 κυβάκια. Γράφει το σύμβολο της πρόσθεσης με το μαρκαδόρο. Βγάζει άλλα δύο κυβάκια και σιγοψιθυρίζει 5,6. Λέει : « Έχω 4 κυβάκια. Είμαι στο 4 και θέλω να φτάσω στο 6. Άλλα δύο».Στο άθροισμα τοποθετεί 6 κυβάκια. Κρύβει από το άθροισμα τα 4 κυβάκια και βλέπει ότι της έμειναν 2. Για την Έλενα τα κυβάκια είναι ένα οπτικό υλικό. Για το λόγο αυτό τα τοποθετεί πάνω σε χαρτί, ζωγραφίζει με μαρκαδόρους τα σύμβολα και τους αριθμούς συμβολικά. Η αθροιστική στρατηγική είναι το μέτρημα από.

- 2+….=5

Στο 2+….=5 η εκπαιδευόμενος αναδιατυπώνει την ερώτηση κάνοντας χρήση προσωπικής αντωνυμίας ως εξής : «Έχω δύο και θέλω να φτάσω στο 5.Πόσαθέλω» ; Βάζει 2 κυβάκια .Αυτή τη φορά ζωγραφίζει με το μαρκαδόρο το περίγραμμα από τα κυβάκια. Γράφει το σύμβολο + και αφήνει κενό. Ζωγραφίζει 3 μπαλόνια. Στο άθροισμα βάζει τον αριθμό 5.Και μετά κάθε μπαλόνι που βγάζει αντιστοιχεί στο 3 μετά στο 4 και μετά στο 5.(το λέει πολύ ψιθυριστά).Όλη τη διαδικασία την περιγράφει σαν μια προσωπική κατάσταση που βιώνει. «Παίζω ένα παιχνίδι».Για πρώτη φορά αποτυπώνει την εικονική αναπαράσταση του κύβου ενισχύοντας την ιδέα ότι ο κύβος για εκείνη είναι μια οπτική οντότητα.

- 5+…=9

Στο 5 +…..= 9 η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί τα κυβάκια ως οπτικό υλικό και το χαρτί και το μαρκαδόρο για να αναπαραστήσει τον αριθμό 4. Αρχικά, φτιάχνει μια πεντάδα χωρίς να μετρήσει με τα κυβάκια και τα τοποθετεί σε ένα κύκλο ζωγραφίζοντας με το μαρκαδόρο. Βάζει το σύμβολο + με το μαρκαδόρο και μετά αφήνει κενό και γράφει το ίσον και τον αριθμό 9.Στη συνέχεια ζωγραφίζει 4 μπαλόνια. Η στρατηγική της πρόσθεσης είναι ανάκληση σε αριθμητική πράξη χρησιμοποιώντας συμπληρώματα του 10. (10-4=6 και βάζω άλλα 3=9).Συγκεκριμένα περιγράφει την αριθμητική πράξη σαν ένα μαθηματικό πρόβλημα που το διατυπώνει ως εξής : « Έχω 5 θέλω να φτάσω στο 9. Έχω 5 και …Θέλω ακόμη 4.Και μετά λέει =9.Επειδή είχα 5 όμως εγώ ήθελα να έχω 9 και δεν είχα άλλα και έπρεπε να αγοράσω. Και αγόρασα 4. Επειδή 10-4=6 και βάζω άλλα 3=9».

Πρώτο προσθετικό πρόβλημα

Ο Ανδρέας είχε 3 αυτοκινητάκια .Ο φίλος του ο Κώστας του έδωσε ακόμη 5.Πόσααυτοκινητάκια έχει τώρα ο Ανδρέας;

Τα υλικά που χρησιμοποιεί για να λύσει το πρόβλημα είναι τα κυβάκια. Βάζει 3 κυβάκια από τη μία πλευρά και άλλα 5 από την άλλη πλευρά. Για να έχει τα δύο σύνολα μετράει ένα- ένα τα κυβάκια για να έχει 3. Κατόπιν μετράει ένα- ένα τα κυβάκια , για να έχει 5.«5 που του χάρισε και άλλα 3 που είχε μας κάνουν 7». Στη συνέχεια μετράει κουνώντας πάλι τα κυβάκια: « 1,2,3,4,5,6,7,8»

Παρατηρήσεις:

- Αθροιστική στρατηγική :Μέτρημα όλα μαζί. Επιχειρεί να κάνει μέτρημα από , αλλά το 5 είναι γι' αυτόν στο πρώτο από τα τρία κυβάκια και συνεχίζει 6,7.

- Αναπαράσταση : Κινητική

Δεύτερο προσθετικό πρόβλημα

Ο Γρηγόρης έχει 4 μονσούνο . Ο φίλος του ο Γιώργος έχει 5 μονσούνο . Πόσα έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;

Ο Ηρακλής κάνει μια βοηθητική ερώτηση «Πόσα έχει ο πρώτος που είπες»; Βάζει 4 κυβάκια διάσπαρτα και τοποθετεί μία πεντάδα. Στη συνέχεια ανοίγει την παλάμη του και κάνει αντιστοιχία με τα δάχτυλά του για να σιγουρευτεί. Στη συνέχεια επαναλαμβάνει το πρόβλημα «Ο Γρηγόρης έχει 4 μονσούνο και ο φίλος του ο Γιώργος 5. Όλα μαζί κάνουν 9… 1,2,3,4,5,6,7,8,9».

Παρατηρήσεις

- Αναπαράσταση :Κινητική
- Αθροιστική στρατηγική : Μέτρημα όλα μαζί

Συμπεράσματα:

Στην επίλυση των προσθετικών προβλημάτων ο Ηρακλής χρησιμοποιεί μόνο κινητικές αναπαραστάσεις συμβατές με το στυλ μάθησης που έχει. Κουνάει τα κυβάκια, κάνει αντιστοιχίες με τα δάχτυλα του.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ακολουθεί μόνο την αθροιστική στρατηγική του μετράω όλα μαζί. Παρατηρήθηκε ότι διστάζει σε μεγάλο άθροισμα να χρησιμοποιήσει το μέτρημα από.

Κατερίνα

Πίνακας 19: Δεύτερο φύλλο εργασίας για την πρόσθεση με συνέντευξη - Κιναισθητικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης

Ερωτήσεις	Ερώτηση εκπαιδευόμενου ή εκπαιδευτικού βοηθητική	Αναπαράσταση της προσθετικής πράξης-προσθετικού προβλήματος	Τρόπος σκέψης	Υλικά	Αρχική απάντηση	Τελική απάντηση	Παρατήρηση
«Πόσο μας κάνει 3+1»;		Τοποθέτησε 3 κυβάκια στο ένα χέρι και άλλο 1 κυβάκι στο άλλο χέρι.	«Είπα3 και άλλο 1 … τέσσερα».	Με κυβάκια		4	• Μέτρημα από
«Πόσο μας κάνει 4+2»;		Βάζει 4 κυβάκια στο ένα χέρι και άλλα 2	Λέει: «Έχω 4 και μετά είναι το 2.Είπα 5,6».	Με τα κυβάκια		6	• Μετράει από το 4 ως το 6

		κυβάκια στο άλλο χέρι.					
«Πόσο μας κάνει 5+1+1»;		Δείχνει πρώτα όλη του την αριστερή παλάμη και μετά βγάζει 2 δάχτυλα στη δεξιά .	«Είπα 5 και άλλα 2.Άρα,6,7»	Δάχτυλα		7	• Μετράει από το 5 φτάνει στο 6, βάζει άλλο 1 και φτάνει στο 7
«Έχεις 4.Πόσαθέλεις για να γίνουν 6»;		Φτιάχνει 4 μπαλίτσες μαζί. Μετά φτιάχνει άλλες 2.	«Είπα 4 και 6. Είπα 5,6,άρα θέλω άλλα 2».	πλαστελίνη		2	• Μέτρημα από το 4 στο 6 • άμεση εκτίμηση της τετράδας
«Έχεις 2.Πόσαθέλεις για να γίνουν 5»;		Βγάζει και τα δύο χέρια.2 δάχτυλα και μετά άλλα 3	«Είπα 2 και 3 μας κάνουν 5».	Με δάχτυλα	7	3	• Μέτρημα από το 2

		στο ίδιο χέρι.					
«Εχεις 5.Πόσαθέλεις για να φτάσεις στο 9»;	Έχω 5 και πόσα θέλω για να φτάσω στο 9 ;	Φτιάχνει μια πεντάδα χωρίς να μετρήσει με τα κυβάκια. Βάζει άλλα 4 τοποθετώντας τα ένα- ένα χωριστά.	«Είπα 5 και 4…Το θυμάμαι..Είπα 5 για φτάσω στο 9…6,7,8,9.	κυβάκια		4	• Μέτρημα από προσμετρώντας και το 5 • Άμεση ανάκληση 5+4=9

Ο Ανδρέας είχε 3 αυτοκινητάκια .Ο φίλος του ο Κώστας του έδωσε ακόμη 5.Πόσααυτοκινητάκια έχει τώρα ο Ανδρέας;	Είχε τρία αυτοκινητάκια ;	Βάζει 3 δάχτυλα από τη μία πλευρά και άλλα 5 από την άλλη πλευρά.	«Είχε 3..του δίνουν 5…1,2,3,4,5. Μετράω από το 3 και λέω 4,5,6,7,8''.	δάχτυλα		8	• Μέτρημα από το 3
Ο Γρηγόρης έχει 4 μονσούνο . Ο φίλος του ο Γιώργος έχει 5 μονσούνο . Πόσα έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;	Πόσα έχει ο πρώτος που είπες; Και ο άλλος;	Βάζει 4 κυβάκια και μία πεντάδα.	«Είπα 4 …Τα χω στα χέρια. Αρχίζει να μετράει «1,2,3,4,5,6,7,8, 9»	κυβάκια		9	• Μέτρημα ένα -ένα

- 3+1

Στο άθροισμα των μονοψήφιων 3 και 1 η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί ξανά χειραπτικό υλικό(κυβάκια). Τοποθέτησε τρία κυβάκια στο ένα χέρι και άλλο ένα κυβάκι στο άλλο χέρι. Αναζητά το αποτέλεσμα κουνώντας τους κύβους και λέει: « Είπα 3 και άλλο 1 ……4».Η αθροιστική στρατηγική που ακολουθεί είναι το μέτρημα από (count on)

- 4+2

Στο άθροισμα 4+2 υπολογίζει με τα κυβάκια. Βάζει τέσσερα κυβάκια στο ένα χέρι και δύο κυβάκια στο άλλο χέρι. Στη συνέχεια ψιθυρίζει 6. Ερωτάται πως το σκέφτηκε και απαντάει : «Έχω 4 και μετά είναι το 2.Είπα 5,6». Η στρατηγική που ακολουθεί σε αυτή την προσθετική αριθμητική πράξη είναι το μέτρημα από το 4 στο έξι.(count on).

- 5+1+1

Στο άθροισμα 5+1+1 απαντάει 7 χρησιμοποιώντας χειραπτικά υλικά τα δάχτυλα . Δείχνει πρώτα όλη του την αριστερή παλάμη και κατόπιν σηκώνει δύο δάχτυλα στη δεξιά παλάμη .Έχοντας ήδη αναγνωρίσει κινητικά την πεντάδα και χρησιμοποιώντας την αριστερή του παλάμη για να τη δείξει, σηκώνει και τα δύο χέρια λέγοντας: «Είπα 5 και άλλα 2.Άρα,6,7» «Η αθροιστική στρατηγική που ακολουθεί είναι το μέτρημα από (count on) και ο τρόπος που αυτή εκφράζεται είναι 6,7.

- 4+…=6

Στο 4+…=6 χρησιμοποιεί τα δάχτυλά του, προκειμένου να βρει το δεύτερο προσθετέο. Αυτή τη φορά επιλέγει ένα άλλο χειραπτικό υλικό που είναι η πλαστελίνη. Παίρνει την κόκκινη και αρχίζει να την πλάθει. Φτιάχνει τέσσερις μπαλίτσες και τις τοποθετεί τη μία κοντά στην άλλη μαζί. Μετά φτιάχνει άλλες δύο και τις τοποθετεί λίγο πιο μακριά. Απαντάει 2 και αιτιολογεί την απάντησή της λέγοντας : «Είπα 4 και 6.Είπα 5,6,άρα θέλω άλλα 2».Αρχικά επηρεασμένη από τις προηγούμενες ασκήσεις οδηγείται σε εσφαλμένη συλλογιστική πορεία επιδιώκοντας να προσθέσει τους δύο αριθμούς 4 και 6, χωρίς να έχει γίνει εννοιολογικός διαχωρισμός που ορίζει ότι το 4 είναι ο πρώτος προσθετέος και το 6 το άθροισμα. Η αθροιστική στρατηγική που ακολουθεί είναι το μέτρημα από (count on)

- 2+….=5

Στον υπολογισμό της αριθμητικής πράξης 2+….=5 χρησιμοποιεί χειραπτικό υλικό, τα δάχτυλα. Αρχικά, απαντάει 7 θεωρώντας τους αριθμούς 5 και 2 προσθετέους. Αναπαριστά κινητικά την αριθμητική πράξη βγάζοντας και τα δύο χέρια. Δείχνει δύο δάχτυλα και μετά τρία στο άλλο χέρι. Μαθηματικά αποτυπώνει τη φράση : «Είπα 2 και 3 μας κάνουν 5». Μέτρησε από το δύο και άρχισε να ανεβαίνει 3,4,5(count on).

- 5+…=9

Στο 5 +…..= 9 ο εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί χειραπτικό υλικό, τα κυβάκια. Φτιάχνει μια πεντάδα χωρίς να μετρήσει με τα κυβάκια(άμεση εκτίμηση πεντάδας). Βάζει άλλα τέσσερα τοποθετώντας τα ένα- ένα χωριστά. Αρχικά φτιάχνει μια πεντάδα χωρίς μέτρημα και στη συνέχεια βάζει κυβάκια κ μετράει ψιθυριστά: ««Είπα 5 και 4…Το θυμάμαι. Είπα 5 για να φτάσω στο 9…6,7,8,9».Η στρατηγική του είναι το μέτρημα από (count on).

Πρώτο προσθετικό πρόβλημα

Ο Ανδρέας είχε 3 αυτοκινητάκια .Ο φίλος του ο Κώστας του έδωσε ακόμη 5.Πόσααυτοκινητάκια έχει τώρα ο Ανδρέας;

Η Κατερίνα ακούει προσεκτικά το πρόβλημα και διατυπώνει μία ερώτηση σχετική με τις πληροφορίες που δίνει το πρόβλημα: «Είχε τρία αυτοκινητάκια»;Τα υλικά που χρησιμοποιεί για να λύσει το πρόβλημα είναι τα δάχτυλα. Βάζει τρία δάχτυλα από τη μία πλευρά και άλλα πέντε από την άλλη πλευρά. Αναλύει τη προβληματική ως εξής :«Είχε 3..του δίνουν 5…1,2,3,4,5.

Μετράω από το 3 και λέω 4,5,6,7,8».Αξίζει να σημειωθεί ότι αυτά που είχε η Κατερίνα τα θεωρεί αξιωματικά δεδομένα και δεν τα αναμετρά. Η αθροιστική στρατηγική είναι το μέτρημα από.

Παρατηρήσεις:

- Αθροιστική στρατηγική :Μέτρημα από

- Αναπαράσταση : Κινητική

Δεύτερο προσθετικό πρόβλημα

Ο Γρηγόρης έχει 4 μονσούνο . Ο φίλος του ο Γιώργος έχει 5 μονσούνο . Πόσα έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;

Η Κατερίνα μετά το άκουσμα του προβλήματος κάνει δύο βοηθητικές ερωτήσεις: «Πόσα έχει ο πρώτος που είπες; Και ο άλλος»; Ξαναδιαβάζω το πρόβλημα χωρίς να της παρέχω έτοιμες απαντήσεις. Ακούει το αριθμητικό προσθετικό πρόβλημα και χρησιμοποιεί χειραπτικό υλικό(κυβάκια). Βάζει τέσσερα κυβάκια και μία πεντάδα ακουμπώντας τα στις παλάμες. Στη συνέχεια επαναλαμβάνει το πρόβλημα «Είπα 4 …Τα έχω στα χέρια. Αρχίζει να μετράει 1,2,3,4,5,6,7,8,9».

Παρατηρήσεις

- Αναπαράσταση :Κυβάκια
- Αθροιστική στρατηγική : Μέτρημα όλα μαζί

Συμπεράσματα:

Στην επίλυση των προσθετικών προβλημάτων η Κατερίνα χρησιμοποιεί μόνο κινητικές αναπαραστάσεις συμβατές με το στυλ μάθησης που έχει. Κουνάει τα κυβάκια, κάνει αντιστοιχίες με τα δάχτυλα της.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ακολουθεί δύο αθροιστικές στρατηγικές του μετράω όλα μαζί και μετράω από. Παρατηρήθηκε ότι στο πρώτο φύλλο εργασίας ακολούθησε μόνο τη στρατηγική μετράω όλα μαζί , για να υπολογίσει τα αθροίσματα. Αντίθετα , στο δεύτερο φύλλο εργασίας χρησιμοποιεί και τις δύο. Διαπιστώθηκε, ότι στο άθροισμα 4+5=… που ήταν στο φύλλο εργασίας με τη μορφή αριθμητικής πράξης η Κατερίνα βρήκε το αποτέλεσμα και απλά το επιβεβαίωσε κινητικά. Όταν το ίδιο άθροισμα έπρεπε να το υπολογίσει σε ένα πρόβλημα ακολούθησε τη στρατηγική μετράω όλα μαζί.

Μαρία

Πίνακας 20: Δεύτερο φύλλο εργασίας για την πρόσθεση με συνέντευξη - Οπτικός Προσχολικής Ηλικίας

Ερωτήσεις	Ερώτηση εκπαιδευόμενου ή εκπαιδευτικού βοηθητική	Αναπαράσταση της προσθετικής πράξης-προσθετικού προβλήματος	Τρόπος σκέψης	Υλικά	Αρχική απάντηση	Τελική απάντηση	Παρατήρηση
«Πόσο μας κάνει 3+1»;	3 και αν βάλουμε άλλο 1;	Γράφει κατοπτρικά το 1 ,το 2 και το 3 και μετά μια γραμμή.	«Απλά μέτρησα 1,2,3 και μετά βάζω και το άλλο το 4» « Γράφω το 1,2,3 και μετά βάζω	Χαρτί-αριθμοί		4	• Μετράει από το 1 έως το 4 • Ξέρει να γράφει το 4 αλλά δεν το γράφει .Στη θέση του βάζει μια γραμμή, εννοώντας και 1

			και άλλο 1.				
«Πόσο μας κάνει 4+2»;		Βάζει 2 κυβάκια. Βάζει και άλλα 4.	«Έχω 2.Μετά άλλα 4 και λέω 1,2,3,4,5,6»	κυβάκια		6	• Μετράει από το 1 έως το 6
«Πόσο μας κάνει 5+1+1»;	Δηλαδή να βάλω 5 και άλλα 2;		« Μετράω ως το 5.Δηλαδή 1,2,3,4,5.Μετά βάζω άλλα 2 και έτσι» «Μετά 6 και 7»	Με το μυαλό		7	• Υπολογίζει πρώτα το μικρό άθροισμα 1+1=2 • Μετράει από το 1 ως το 7
«Έχεις 4.Πόσαθέλεις για να γίνουν 6»;			« Άλλο 1» «Μέτρησα 1,2,3,4 και βάζω άλλο 1.Και μετά	Με το μυαλό		1	

			6,7….5,6…και μετά βάζω το 5 και μετά καταλαβαίνω ότι χρειάζεται άλλο 1»				
«Εχεις 2.Πόσαθέλεις για να γίνουν 5»;		Γράφει τους αριθμούς 1 και 2. Ύστερα βάζει μια γραμμή και μετά γράφει το 2 δύο φορές.	«Άλλα 2» «Γράφω το 1 και δίπλα το 2.Έχουμε 2 και σκέφτηκα ότι πρέπει να βάλουμε άλλα 2.Κάνω μια γραμμή για να χωρίζονται,	Χαρτί-αριθμοί		2	• Μετράει όπως και η ίδια λέει το ανάμεσα , αλλά δε μετράει τον αριθμό που σταματάει, γιατί το ότι χρειάζεται άλλο 1 το λέει προφορικά .

			για να μην μπλεχτούν. Και μετά βάζεις και άλλο 1 και γίνονται 5»				
«Εχεις 5.Πόσαθέλεις για να φτάσεις στο 9»;	Πώς ξέρεις ότι είναι 4;		«Μετράω ως το 5.Έχω 5. 6,7,8,9. Άλλα 3.Όχι άλλα 4». «Βάζω και το 9 και το κατάλαβα»	με το νου			• Μέτρημα ένα- ένα από το 1 έως το 9. • Μέτρημα από το 5 προσμετρώντας και το 9.

Ο Ανδρέας είχε 3 αυτοκινητάκια .Ο φίλος του ο Κώστας του έδωσε ακόμη 5.Πόσααυτοκινητά κια έχει τώρα ο Ανδρέας;	Ο Ανδρέας πόσα είχε; Μαζί η χωριστά;	Γράφει 3.Βάζει ένα σύμβολο (δικό της)και δίπλα γράφει 5.	« Του έδωσε 5 και εκείνος είχε 3» «Χρειαζόμασ τε για να γίνουν όλα μαζί…. Έχουμε 3(1,2,3). Του δίνουν 5(1,2,3,4,5)».	χαρτί		8	• Ανάγκη συμβολισμού αριθμητικής πράξης • Αντιμεταθετική ιδιότητα

			Έχουμε 5 και και άλλα 3 μας κάνει 8.				
Ο Γρηγόρης έχει 4 μονσούνο . Ο φίλος του ο Γιώργος έχει 5 μονσούνο . Πόσα έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;	Ο φίλος πόσα έχει; Πόσα είπατε ότι έχει εκείνος;(ο Γρηγόρης)		« Έχω 5 (1,2,3,4,5) και βάζω άλλα 4.(1,2,3,4) Αν βάλω 4 θα γίνουν …. 1,2,3,4,5 και συνεχίζει 1,2,3,4. Το 4 το μέτρησα με			9	• Μέτρημα από το 5 ως το 9

			άλλα νούμερα. Είμαι στο 5 και για να κάνω τα υπόλοιπα νούμερα λέω 6,7,8,9.				

- 3+1

Στο άθροισμα των μονοψήφιων 3 και 1 η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί εικονικό και συμβολικό υλικό. Γράφει κατοπτρικά τα 1,2,3 και μετά βάζει μια γραμμούλα. Μετράει από το 1 ως το 3 και στη συνέχεια υπολογίζει και τη γραμμούλα και γίνονται 4. Εξηγεί : «Απλά μέτρησα 1,2,3και μετά βάζω και το άλλο το 4….Γράφω 1,2,3 και μετά βάζω και άλλο 1».Αξίζει να σημειωθεί ότι ενώ γνωρίζει να γράφει τον αριθμό 4 δεν το γράφει και στη θέση του βάζει μια γραμμή εννοώντας και 1.Η αθροιστική στρατηγική είναι το μετράω όλα μαζί.

- 4+2

Στο άθροισμα 4+2 χρησιμοποιεί τα κυβάκια που όπως η ίδια λέει έχουν ωραία χρώματα. Η στρατηγική που ακολουθεί σε αυτή την προσθετική αριθμητική πράξη είναι το μέτρημα όλα μαζί(count all). Συγκεκριμένα λέει: « Έχω 2.Μετά άλλα 4 και λέω : 1,2,3,4,5,6».

- 5+1+1

Στο άθροισμα 5+1+1 απαντάει με το νου της 7. Η Μαρία αναδιατυπώνει το πρόβλημα ρωτώντας : «Δηλαδή να βάλω 5 και άλλα 2» ; Κάνει άμεση ανάκληση του αθροίσματος 1+1=2. Η αθροιστική στρατηγική που ακολουθεί είναι το μέτρημα όλα μαζί (count all) και ο τρόπος που αυτή εκφράζεται είναι: «Μετράω ως το 5.Δηλαδή 1,2,3,4,5. Μετά βάζω άλλα 2 και έτσι…μετά 6,7»

- 4+…=6

Στην ερώτηση έχω 4 πόσα θέλω για να γίνουν 6 απαντάει άλλο 1. Αντιμετωπίζει τους αριθμούς 4 και 6 ως οπτικές οντότητες. Συγκεκριμένα είναι αποστάσεις σε μια αριθμογραμμή , σημειακά απαντά 1. Η λεκτική αποκωδικοποίηση της σκέψης της επιβεβαιώνει την παραπάνω αντίληψη: «Μέτρησα 1,2,3,4, και βάζω και άλλο 1.μετά 6,7…..5,6 και μετά βάζω το 5 και μετά καταλαβαίνω ότι χρειάζομαι άλλο 1».Δε χρησιμοποιεί υλικά, αλλά το νου της. Η στρατηγική είναι το μετράω όλα μαζί.

- 2+….=5

Στο 2+…=5 στις διαδικασίες με υλικά κάνει συμβολική απεικόνιση. Γράφει τους αριθμούς 1 και δίπλα το 2. Κατόπιν βάζει μια γραμμή και μετά γράφει το 2 δύο φορές. Απαντάει 2 . Η ίδια περιγράφει τη σκέψη της ως εξής:»Άλλα2. Γράφω το 1 και δίπλα το 2. Έχουμε 2 και σκέφτηκα, ότι πρέπει να βάλουμε άλλα 2.Κάνω μια γραμμή για να χωρίζονται , για να μην μπλεχτούν. Μετά βάζω και άλλο 1 και γίνονται 5».Εξακολουθεί να αντιμετωπίζει οπτικά τους αριθμούς 2 και 5 και να ορίζει ως ανάμεσα τα 3 και 4. Γι' αυτό απαντάει άλλα 2. Αξίζει όμως να σημειωθεί ότι κάνει ανάλυση και σύνθεση του 5 ως 2 και 2 και μια γραμμούλα.

- 5+…=9

Στο 5 +…..= 9 η εκπαιδευόμενος υπολογίζει για άλλη μια φορά πόσα χρειάζεται με το νου. και φτάνει στο 4 που αναζητά με μέτρημα όλα μαζί(count all) και μέτρημα από (count on). Συγκεκριμένα : « Μετράω ως το 5. Έχω 5.Μετά 6,7,8,9. Άλλα 3. Όχι. Άλλα 4…» Ερωτάται άλλα 3 ή άλλα 4; «Βάζω και το 9 και το κατάλαβα».Είναι η πρώτη φορά που μετράει τον αριθμό που βρίσκεται στη θέση του αθροίσματος και δεν τον αντιμετωπίζει ως σημείο. Αυτό προέκυψε από την εννοιολογική σύγχυση «3ή4», που μόνη της επέλυσε.

Πρώτο προσθετικό πρόβλημα

Ο Ανδρέας είχε 3 αυτοκινητάκια .Ο φίλος του ο Κώστας του έδωσε ακόμη 5.Πόσααυτοκινητάκια έχει τώρα ο Ανδρέας;

Στην αναπαράσταση του συγκεκριμένου προβλήματος η Μαρία καταφεύγει . Βάζει τε σύμβολα, στους αριθμούς 3 και 5.Κάνει τις απαραίτητες ερωτήσεις προκειμένου να αναδιατυπώσει το πρόβλημα, για να οδηγηθεί στη λύση του. Οι ερωτήσεις είναι : «Ο Ανδρέας πόσα είχε; Μαζί η χωριστά»; Της ξαναδιαβάζουμε το πρόβλημα προκειμένου να βοηθηθεί χωρίς να τις δώσουμε έτοιμες απαντήσεις. Γράφει 3.Βάζει ένα σύμβολο (δικό της)και δίπλα γράφει 5.Παρατηρήθηκε ότι προέκυψε η ανάγκη αναπαράστασης μίας αριθμητικής πράξης . Συνεχίζει εκφράζοντας με ολοκληρωμένο τρόπο τα δεδομένα και τα ζητούμενα του προβλήματος. « Του έδωσε 5 και εκείνος είχε 3.Χρειαζόμαστε για να γίνουν όλα μαζί…. Έχουμε 3(1,2,3). Του δίνουν 5(1,2,3,4,5)». Ύστερα γράφει

8. Η Μαρία είναι σαφές ότι έχει διαχωρίσει πόσα είχε ο Ανδρέας και πόσα του έδωσαν. Λεκτικά αλλά και συμβολικά βιώνει την αντιμεταθετική ιδιότητα , διαπιστώνοντας ότι η αλλαγή θέσης των προσθετέων δεν οδηγεί σε διαφορετικό άθροισμα. Επίσης, η αθροιστική στρατηγική είναι το μετράω όλα μαζί.

Παρατηρήσεις:

- Αθροιστική στρατηγική :Μέτρημα όλα μαζί
- Αναπαράσταση : Συμβολική

Δεύτερο προσθετικό πρόβλημα

Ο Γρηγόρης έχει 4 μονσούνο . Ο φίλος του ο Γιώργος έχει 5 μονσούνο . Πόσα έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;

Στο τελευταίο πρόβλημα η Μαρία ξεκινάει με τις βοηθητικές ερωτήσεις: «Ο φίλος πόσα έχει; Πόσα είπατε ότι έχει εκείνος;(ο Γρηγόρης)». Το πρόβλημα φαίνεται να έχει νόημα για τη Μαρία, γιατί δε ζητάει με κάποιον τρόπο να της δοθεί απάντηση για το τι πρέπει να κάνει, όπως πριν (μαζί ή χωριστά;), αλλά προσπαθεί να το διαχειριστεί όπως ένα πρόβλημα που βιώνει στο παιχνίδι στο σχολείο με τους φίλους της. Περιγράφει τη σκέψη της ως εξής: « Έχω 5 (1,2,3,4,5) και βάζω άλλα 4.(1,2,3,4).Αν βάλω 4 θα γίνουν ….1,2,3,4,5 και συνεχίζει 1,2,3,4. στο 5 και για να κάνω τα υπόλοιπα νούμερα λέω 6,7,8,9. Το 4 το μέτρησα με άλλα νούμερα».

Παρατηρήσεις

- Αναπαράσταση : Με το νου
- Αθροιστική στρατηγική : Μέτρημα από

Συμπεράσματα:

Στην επίλυση των προσθετικών προβλημάτων η Μαρία χρησιμοποιεί κυρίως συμβολικές αναπαραστάσεις .

Αξίζει να σημειωθεί ότι ακολουθεί τις αθροιστικές στρατηγικές : μετράω όλα μαζί και μετράω από. Παρατηρήθηκε ότι σε μικρότερο άθροισμα χρησιμοποίησε την αντιμεταθετική ιδιότητα , για να λύσει την αριθμητική πράξη 3+5 γίνεται και 5+3.

Επίσης, η στρατηγική μέτρημα από προέκυψε και αφού συνειδητοποιεί στο τελευταίο πρόβλημα(αριθμητική πράξη : 5+4;) ότι το 4 το μετράει όπως η ίδια λέει με άλλα νούμερα 6,7,8,9.

Έλενα

Πίνακας 21: Δεύτερο φύλλο εργασίας για την πρόσθεση με συνέντευξη - Οπτικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης

Ερωτήσεις	Ερώτηση εκπαιδευόμενου ή εκπαιδευτικού βοηθητική	Αναπαράσταση της προσθετικής πράξης-προσθετικού προβλήματος	Τρόπος σκέψης	Υλικά	Αρχική απάντηση	Τελική απάντηση	Παρατήρηση
«Πόσο μας κάνει 3+1»;		1 κυβάκι και 3 κυβάκι=4 κυβάκια	Μέτρησε πρώτα πόσα είναι όλα μαζί βασιζόμενη σε γνωστό άθροισμα(1+3=4).Μετά έδειξε το άθροισμα και είπε 4-1=3	Κυβάκια		4	• Άμεση ανάκληση • Αντιμεταθετική ιδιότητα Της ζητήθηκε το άθροισμα 3+1=; Και εκείνη το έκανε μόνη της 1+3=; • Κάνει επαλήθευση για να δει , αν ισχύει το γνωστό άθροισμα

«Πόσο μας κάνει 4+2»;		Ζωγραφίζει 4 μπαλόνια και άλλα δύο μπαλόνια= ζωγραφίζει 6 μπαλόνια	Ήταν στο 4 και άρχιζε να μετράει προς τα πάνω 5,6.	Χαρτί-ζωγραφιά με μπαλόνια		6	• Πρώτα ανέβηκε με το νου από το 4 άλλα δύο.(5,6) και μετά έκανε την επαλήθευση ζωγραφίζοντας 6 μπαλόνια και κρύβοντας τα 2.
«Πόσο μας κάνει 5+1+1»;		Ζωγραφίζει 5 καρδούλες και 1 μπαλόνι=6 Στη συνέχεια γράφει 6+1=7	Μετράει από το 5 άλλο 1 και βρίσκει 6. Ύστερα Από το έξι ανεβαίνει άλλο 1 και πάει στο 7.	Χαρτί		7	• Προσθέτει δύο ανόμοια πράγματα. Καρδούλες με μπαλόνι
«Έχεις 4.Πόσαθέλεις για να γίνουν 6»;		Βάζει 4 κυβάκια. Γράφει το σύμβολο της πρόσθεσης.	Έχω 4 κυβάκια. Είμαι στο 4 και θέλω να φτάσω στο 6.	κυβάκια		2	• Μέτρημα από το 4 στο 5 • Κρύβει από το άθροισμα τα 4 κυβάκια και βλέπει ότι της έμειναν 2.

		Βγάζει άλλα δύο κυβάκια και σιγοψιθυρίζει 5,6.					
«Έχεις 2.Πόσαθέλεις για να γίνουν 5»;	Έχω δύο και θέλω να φτάσω στο 5.Πόσαθέλω;	Βάζει 2 κυβάκια .Γράφει το σύμβολο + και αφήνει κενό. Στο άθροισμα βάζει τον αριθμό 5.Και μετά για κάθε μπαλόνι που βγάζει αντιστοιχεί	Είμαι στο 2 και θέλω άλλα 3. Και μετά κάθε μπαλόνι αντιστοιχεί στο 3 μετά στο 4 και μετά στο 5.(το λέει πολύ ψιθυριστά)	Κυβάκια -χαρτί		5	• Με το νου και μετά επαλήθευση • Προσθέτει ανόμοια πράγματα

		στο 3 μετά στο 4 και μετά στο 5.(το λέει πολύ ψιθυριστά)					
«Εχεις 5.Πόσαθέλεις για να φτάσεις στο 9»;	Πώς ξέρεις ότι αγόρασες 4 και όχι 3 ή 2 ή10;	Φτιάχνει μια πεντάδα χωρίς να μετρήσει με τα κυβάκια. Βάζει το σύμβολο + και μετά αφήνει κενό και γράφει το ίσον και τον αριθμό 9.Στη	Έχω 5 θέλω να φτάσω στο 9. Έχω 5 και …Θέλω ακόμη 4.Και μετά λέει =9.Επειδή είχα 5 όμως εγώ ήθελα να έχω 9 και δεν είχα άλλα και έπρεπε να αγοράσω. Και αγόρασα 4. Επειδή 10-4=6 και βάζω άλλα 3=9	Κυβάκια -εικόνα		4	• Έδειξε 5 κυβάκια και μετά ζωγραφίζει 4 μπαλόνια. Ύστερα κρύβει τα 4 και βλέπει τα 6.Μετά βάζει 3 και χαμογελαστά λέει ίσον 9. • Επαλήθευσε ότι 5+4=9 και με βάση το άθροισμα 5+5=10 φτάνει κοιτώντας τα κυβάκια και τα μπαλόνια σε ένα άλλο άθροισμα

		συνέχεια ζωγραφίζει 4 μπαλόνια						=9 που είναι το 6+3 =9,αλλά κουνώντας τα μάτια της.

Ο Ανδρέας είχε 3 αυτοκινητάκια .Ο φίλος του ο Κώστας του έδωσε ακόμη 5.Πόσααυτοκινητάκια έχει τώρα ο Ανδρέας;		Ζωγραφίζει 3 μπαλόνια. Βάζει το +.Ύστερα γράφει 5.Μετά δείχνει με το δάχτυλό της ένα-ένα ανεβαίνοντας από το 5 και στη συνέχεια γράφει =8	Επειδή είχα 3 αυτοκινητάκια…Ήμουν να στο 3…και δανείστηκα από το φίλο μου ακόμη 5 .Και μετά 8 έβγαλα τα 3=5.Άρα,3+5=8.			6	• Μέτρημα από το 5 έως το 8. • Εικόνα +αριθμός= αριθμός • Λέει αυτοκινητάκια ,αλλά συνεχίζει να ζωγραφίζει μπαλόνια. • Επαληθεύει με αφαίρεση
Ο Γρηγόρης έχει 4 μονσούνο . Ο φίλος του ο Γιώργος έχει 5 μονσούνο . Πόσα έχουν και τα δύο		Γράφει 4+5=9	Το βρήκα επειδή 10-1=9 και 5+5=10,αν βγάλω 1 από το πρώτο 5 θα μου μείνουν9			9	Βασίζεται στο γνωστό άθροισμα 5+5=10

παιδιά μαζί;							

- 3+1

Στο άθροισμα των μονοψήφιων 3 και 1 η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί κυβάκια. Παρατηρήθηκε ότι το άθροισμα 3+1 το μετατρέπει σε 1+3 (αντιμεταθετική ιδιότητα).Βασίζεται σε γνωστό άθροισμα 1+3=4 και το οπτικοποιεί χρησιμοποιώντας τα κυβάκια και κάνοντας άμεση εκτίμηση της μονάδας και της τριάδας. Επίσης, αξίζει να σημειωθεί, ότι κοιτώντας τα κυβάκια στο άθροισμα (4) είπε : « 4 βγάζω 1 ίσον 3» επιβεβαιώνοντας έτσι την οπτική χρήση των κύβων. Η αθροιστική στρατηγική που ακολουθεί είναι η άμεση ανάκληση στην αριθμητική πράξη 1+3=4.

- 4+2

Στο άθροισμα 4+2 ζωγραφίζει 4 μπαλόνια και άλλα 2 μπαλόνια και στο άθροισμα ζωγραφίζει 6 μπαλόνια .Η στρατηγική που ακολουθεί σε αυτή την προσθετική αριθμητική πράξη είναι το μέτρημα από το 4 στο έξι.(count on). Μετά έκανε την επαλήθευση ζωγραφίζοντας 6 μπαλόνια και κρύβοντας τα 2. Ακολουθεί τον ίδιο τρόπο σκέψης με τα κυβάκια .

- 5+1+1

Στο άθροισμα 5+1+1 ζωγραφίζει 5 καρδούλες και 1 μπαλόνι=6 .Στη συνέχεια αναπαριστά την αριθμητική πράξη συμβολικά γράφοντας 6+1=7. Η αθροιστική στρατηγική που ακολουθεί είναι το μέτρημα από (count on) και ο τρόπος που αυτή εκφράζεται είναι 6,7.

- 4+…=6

Στο 4+…=6 χρησιμοποιεί κυβάκια , προκειμένου να βρει το δεύτερο προσθετέο. Βάζει 4 κυβάκια. Γράφει το σύμβολο της πρόσθεσης με το μαρκαδόρο. Βγάζει άλλα δύο κυβάκια και σιγοψιθυρίζει 5,6. Λέει : « Έχω 4 κυβάκια. Είμαι στο 4 και θέλω να φτάσω στο 6. Άλλα δύο».Στο άθροισμα τοποθετεί 6 κυβάκια. Κρύβει από το άθροισμα τα 4 κυβάκια και βλέπει ότι της έμειναν 2. Για την Έλενα τα κυβάκια είναι ένα οπτικό υλικό. Για το λόγο αυτό τα τοποθετεί πάνω σε χαρτί, ζωγραφίζει με μαρκαδόρους τα σύμβολα και τους αριθμούς συμβολικά. Η αθροιστική στρατηγική είναι το μέτρημα από.

- 2+….=5

Στο 2+….=5 η εκπαιδευόμενος αναδιατυπώνει την ερώτηση κάνοντας χρήση προσωπικής αντωνυμίας ως εξής : «Έχω δύο και θέλω να φτάσω στο 5.Πόσαθέλω» ; Βάζει 2 κυβάκια .Αυτή τη φορά ζωγραφίζει με το μαρκαδόρο το περίγραμμα από τα κυβάκια. Γράφει το σύμβολο + και αφήνει κενό. Ζωγραφίζει 3 μπαλόνια. Στο άθροισμα βάζει τον αριθμό 5.Και μετά κάθε μπαλόνι που βγάζει αντιστοιχεί στο 3 μετά στο 4 και μετά στο 5.(το λέει πολύ ψιθυριστά).Όλη τη διαδικασία την περιγράφει σαν μια προσωπική κατάσταση που βιώνει. «Παίζω ένα παιχνίδι».Για πρώτη φορά αποτυπώνει την εικονική αναπαράσταση του κύβου ενισχύοντας την ιδέα ότι ο κύβος για εκείνη είναι μια οπτική οντότητα.

- 5+…=9

Στο 5 +…..= 9 η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί τα κυβάκια ως οπτικό υλικό και το χαρτί και το μαρκαδόρο για να αναπαραστήσει τον αριθμό 4. Αρχικά, φτιάχνει μια πεντάδα χωρίς να μετρήσει με τα κυβάκια και τα τοποθετεί σε ένα κύκλο ζωγραφίζοντας με το μαρκαδόρο. Βάζει το σύμβολο + με το μαρκαδόρο και μετά αφήνει κενό και γράφει το ίσον και τον αριθμό 9.Στη συνέχεια ζωγραφίζει 4 μπαλόνια. Η στρατηγική της πρόσθεσης είναι ανάκληση σε αριθμητική πράξη χρησιμοποιώντας συμπληρώματα του 10. (10-4=6 και βάζω άλλα 3=9).Συγκεκριμένα περιγράφει την αριθμητική πράξη σαν ένα μαθηματικό πρόβλημα που το διατυπώνει ως εξής : « Έχω 5 θέλω να φτάσω στο 9. Έχω 5 και …Θέλω ακόμη 4.Και μετά λέει =9.Επειδή είχα 5 όμως εγώ ήθελα να έχω 9 και δεν είχα άλλα και έπρεπε να αγοράσω. Και αγόρασα 4. Επειδή 10-4=6 και βάζω άλλα 3=9».

Πρώτο προσθετικό πρόβλημα

Ο Ανδρέας είχε 3 αυτοκινητάκια .Ο φίλος του ο Κώστας του έδωσε ακόμη 5.Πόσααυτοκινητάκια έχει τώρα ο Ανδρέας;

Στην αναπαράσταση του συγκεκριμένου προβλήματος η Έλενα ζωγραφίζει 3 μπαλόνια. Βάζει το +.Ύστερα γράφει 5.Μετά δείχνει με το δάχτυλό της ένα ένα ανεβαίνοντας από το 5 και στη συνέχεια γράφει =8. Αιτιολογεί την απάντησή της ως εξής: «Επειδή είχα 3 αυτοκινητάκια…Ήμουνα στο 3…και δανείστηκα από το φίλο μου ακόμη 5 .Και μετά έβαλα τα 3 και ανέβηκα 5. Άρα,3+5=8».

Παρατηρήσεις:

- Αθροιστική στρατηγική :Μέτρημα από το 5 έως το 8.
- Αναπαράσταση : Συμβολική και εικονική :Εικόνα +αριθμός =αριθμός
- Λέει αυτοκινητάκια ,αλλά συνεχίζει να ζωγραφίζει μπαλόνια.

Δεύτερο προσθετικό πρόβλημα

Ο Γρηγόρης έχει 4 μονσούνο . Ο φίλος του ο Γιώργος έχει 5 μονσούνο . Πόσα έχουν και τα δύο παιδιά μαζί;

Στο τελευταίο πρόβλημα η αναπαράσταση είναι συμβολική σε μία ολοκληρωμένη αριθμητική πράξη : «Γράφει 4+5=9».Αιτιολογεί τη συλλογιστική της πορεία ως εξής : «Το βρήκα επειδή 5+5=10,αν βγάλω 1 από το πρώτο 5 θα μου μείνουν9».Βασίζεται στο γνωστό άθροισμα 5+5=10.

Παρατηρήσεις

- Αναπαράσταση :Συμβολική
- Αθροιστική στρατηγική : Ανάκληση σε αριθμητική πράξη

Συμπεράσματα:

Στην επίλυση των προσθετικών προβλημάτων η Έλενα χρησιμοποιεί μόνο εικονικές και συμβολικές αναπαραστάσεις συμβατές με το στυλ μάθησης που έχει. Ζωγραφίζει μπαλίτσες, γράφει ένα άθροισμα με πράσινο μαρκαδόρο 4+5 , κάνει σύνθεση των παραπάνω εικόνα-αριθμός και γράφει ολοκληρωμένα αριθμητικές πράξεις.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ακολουθεί όλες τις αθροιστικές στρατηγικές εκτός από την ανάλυση και σύνθεση αριθμού. Παρατηρήθηκε ότι σε μικρότερο άθροισμα χρησιμοποίησε την αντιμεταθετική ιδιότητα , για να λύσει την αριθμητική πράξη 3+1 γίνεται και 1+3. Στα προβλήματα που υπάρχουν στο τέλος του κάθε φύλλου εργασίας 4+5 (α) 5+4 (β) δεν άλλαξε τη θέση των προσθετέων με αποτέλεσμα για το ίδιο άθροισμα να έχουμε διαδικασίες ανάκλησης. Η πρώτη με τη μορφή άμεσης ανάκλησης και η δεύτερη με τη μορφή ανάκλησης σε αριθμητική πράξη με τα συμπληρώματα του 10.

4.5 Συμπεράσματα για τις αθροιστικές στρατηγικές πριν και μετά την εμπλοκή τους με τις ψηφιακές δραστηριότητες ανά εκπαιδευόμενο

ΗΡΑΚΛΗΣ

Συγκεντρωτικός πίνακας κατηγοριοποίησης Carpenter, Moser και Fuson-μελέτη λοιπών παραμέτρων

Πρώτο φύλλο εργασίας και Δεύτερο φύλλο εργασίας

- Διαδικασίες με υλικά
- Διαδικασίες αρίθμησης
- Διαδικασίες ανάκλησης

Στο πρώτο φύλλο εργασίας ο εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί υλικά κινητικά(δάχτυλα – κυβάκια) -εικονικά (γραμμούλες)-συμβολικές (κατοπτρικό 4).Οι αθροιστικές στρατηγικές που ακολουθεί είναι δύο. Κάνει απαρίθμηση και με τις δύο στρατηγικές , μέτρημα όλα μαζί και σε μία μόνο κάνει μέτρημα από και συγκεκριμένα στην αριθμητική πράξη 4+1+1. Σε επίπεδο διαδικασιών ανάκλησης πραγματοποιεί ανάκληση πράξης 9+1=10, που είναι ένα από τα συμπληρώματα του 10. Άρα, 6 και πόσα θέλω να γίνουν 10. Επίσης, ο εκπαιδευόμενος προέβη σε άμεση εκτίμηση της τριάδας και της πεντάδας. Η επίδοση του είναι 5 στα 6 και ο χρόνος της συνέντευξης του είναι 9 λεπτά και 31 δευτερόλεπτα.

Στο δεύτερο φύλλο εργασίας ο εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί μόνο υλικά κινητικά(δάχτυλα – κυβάκια) .Οι αθροιστικές στρατηγικές που ακολουθεί είναι δύο. Κάνει απαρίθμηση και με τις δύο στρατηγικές , μέτρημα όλα μαζί και μέτρημα από .Συγκεκριμένα στις τέσσερις από τις έξι αριθμητικές πράξεις ακολουθεί τη στρατηγική μέτρημα από, γεγονός που δηλώνει ότι υπάρχει μια σημαντική διαφοροποίηση όσον αφορά τη διαχείριση δύο πληθυκών συνόλων χωρίς να μετράει το πρώτο σύνολο, αλλά να συνεχίζει απ ‘ αυτό . Σε επίπεδο διαδικασιών ανάκλησης πραγματοποιεί ανάκληση πράξης 9+1=10, που είναι ένα από τα συμπληρώματα του 10. Άρα, 6 και πόσα θέλω να γίνουν 10. Επίσης, ο εκπαιδευόμενος προέβη σε άμεση εκτίμηση της τριάδας και της πεντάδας. Η επίδοση του είναι 6 στα 6 και ο χρόνος της συνέντευξης του είναι 10 λεπτά και 35 δευτερόλεπτα.

Πίνακας 22: Συμπεράσματα για τις αθροιστικές στρατηγικές πριν την εμπλοκή τους με τις ψηφιακές δραστηριότητες ανά εκπαιδευόμενο - Κιναισθητικός Προσχολικής Ηλικίας

Αριθμητικές Πράξεις	**Διαδικασίες με Υλικά**				**Διαδικασίες Αρίθμησης**		**Διαδικασίες Ανάκλησης**		**Άμεση Εκτίμηση**	**Κατά Προσέγγιση**	**Ανάλυση και σύνθεση αριθμών**	**Επίδοση**
	Εικονογραφικές	*Εικονικές*	*Κινητικές*	*Συμβολικές*	*Μέτρημα Όλα μαζί*	*Μέτρημα Από*	*Άμεση Ανάκληση*	*Ανάκληση Πράξεων*				
4+2			δάχτυλα		ναι							ναι
5+3			δάχτυλα		ναι				5άδας			ναι
4+1+1		γραμμούλες		Αριθμός 4 (Κατοπτρικά)		ναι						όχι
3+…..= 5			δάχτυλα		ναι				3άδας Και 5άδας			ναι
1+ ….= 4			δάχτυλα		ναι							ναι
6+ …..=10			κυβάκια		ναι			9+1=10		3 ή 4		ναι

Πίνακας 23:Συμπεράσματα για τις αθροιστικές στρατηγικές μετά την εμπλοκή τους με τις ψηφιακές δραστηριότητες ανά εκπαιδευόμενο - Κιναισθητικός Προσχολικής Ηλικίας

Αριθμητικές Πράξεις	**Διαδικασίες με Υλικά**				**Διαδικασίες Αρίθμησης**		**Διαδικασίες Ανάκλησης**		**Άμεση Εκτίμηση**	**Κατά Προσέγγιση**	**Ανάλυση και σύνθεση**	**Επίδοση**
	Εικονογραφικές	*Εικονικές*	*Κινητικές*	*Συμβολικές*	*Μέτρημα Όλα μαζί*	*Μέτρημα Από*	*Άμεση Ανάκληση*	*Ανάκληση Πράξεων*				
3+1						ναι						ναι
4+2						ναι	1+1=2					ναι
5+1+1			δάχτυλα			ναι			5άδας			ναι
4+…..= 6			δάχτυλα			ναι			4άδας			ναι
2+ ….= 5			δάχτυλα						5άδας			ναι
5+ …..=9			κυβάκια		ναι			5+5=10 Βγάζω 1 μας κάνει 9				ναι

Συγκριτικός Πίνακας των δύο φύλλων εργασίας

Πίνακας 24: Συγκριτικός Πίνακας των δύο φύλλων εργασίας- Κιναισθητικός Προσχολικής Ηλικίας

Πρώτο φύλλο εργασίας			Δεύτερο φύλλο εργασίας		
Διαδικασία με υλικά	Διαδικασία αρίθμησης	Διαδικασία ανάκλησης	Διαδικασία με υλικά	Διαδικασία αρίθμησης	Διαδικασία ανάκλησης
Κινητικές-εικονικές-συμβολικές	✓ Όλα μαζί(count all) σε πέντε αριθμητικές πράξεις ✓ Μέτρημα από(count on) σε μία αριθμητική πράξη	9+1=10 (ανάκληση πράξης) 1+1=2 (άμεση ανάκληση)	Κινητικές	✓ Όλα μαζί(count all) σε μία αριθμητική πράξη ✓ Μέτρημα από(count on) σε τέσσερις αριθμητικές πράξεις	5+5=10 (ανάκληση πράξης)

Λοιπά συμπεράσματα μετά το πέρας της ερευνητικής διαδικασίας:

- Πραγματοποιεί κινητικά άμεση εκτίμηση της τριάδας, τετράδας ,πεντάδας
- Κάνει άμεση ανάκληση των 1+1=2, 9+1=10, 5+5 =10 ,αλλά στο δεύτερο φύλλο εργασίας κάνει ανάκληση αριθμητικής πράξης 5+5=10 και κατεβαίνοντας 1 φτάνει στο 9 , αλλά δεν έχει συνειδητοποιήσει ότι βρήκε το δεύτερο προσθετέο στο 5+…=9
- Στις αριθμητικές πράξεις που οι μονοψήφιοι αριθμοί είναι μικρότεροι του 5 (στο δεύτερο φύλλο εργασίας) η αθροιστική του στρατηγική είναι το μέτρημα από και οι υπολογισμοί γίνονται πλέον με το νου.
- Στις αριθμητικές πράξεις 5+1+1 , ενώ αναγνωρίζει κινητικά την παλάμη και μπορεί να την αναπαραστήσει χωρίς μέτρημα χρησιμοποιεί τη διαδικασία με υλικά (δάχτυλα)και βρίσκει 7 ακολουθώντας τη στρατηγική μέτρημα από.
- Έχει ανάγκη ό,τι έχει υπολογίσει με το νου να το επαληθεύει με ενσώματο τρόπο αξιοποιώντας τα κινητικά υλικά. Με αυτόν τον τρόπο αποτυπώνεται πιο ξεκάθαρα η αθροιστική στρατηγική.
- Έχει ενσώματα καταχωρίσει πως τρία δάχτυλα και άλλα δύο μας κάνουν μια παλάμη , άρα 5. Έτσι, όταν στο δεύτερο φύλλο του ζητείται να βρει πόσο χρειάζομαι από το 2 , για να φτάσω στο 5 κάνει ανάλυση του αριθμού 5 σε 2 και 3 και διαπιστώνει πως χρειάζεται 3.

ΚΑΤΕΡΙΝΑ

Στο πρώτο φύλλο εργασίας η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί μόνο υλικά κινητικά(δάχτυλα – κυβάκια-πλαστελίνη-βήματα) .Οι αθροιστικές στρατηγικές που ακολουθεί είναι δύο. Κάνει απαρίθμηση και με τις δύο στρατηγικές , μέτρημα όλα μαζί και μέτρημα από .Συγκεκριμένα στις τέσσερις από τις έξι αριθμητικές πράξεις ακολουθεί τη στρατηγική μέτρημα από, γεγονός που δηλώνει ότι υπάρχει μια σημαντική διαφοροποίηση όσον αφορά τη διαχείριση δύο πληθυκών συνόλων χωρίς να μετράει το πρώτο σύνολο, αλλά να συνεχίζει απ' αυτό . Σε επίπεδο διαδικασιών ανάκλησης πραγματοποιεί ανάκληση πράξης 4+1+1=… Ανακαλεί άμεσα το ήδη γνωστό άθροισμα 4+1=5 και άλλο ένα μας κάνει επτά. Επίσης, η εκπαιδευόμενος προέβη σε άμεση εκτίμηση της τριάδας και της πεντάδας. Η επίδοση της είναι 6 στα 6 και ο χρόνος της συνέντευξης του είναι 6 λεπτά και 37 δευτερόλεπτα.

Στο δεύτερο φύλλο εργασίας η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί μόνο υλικά κινητικά(δάχτυλα – κυβάκια-πλαστελίνη) .Οι αθροιστικές στρατηγικές που ακολουθεί από δύο που ήταν στο πρώτο φύλλο εργασίας μεταβάλλονται ποιοτικά σε μία, μέτρημα από. Συγκεκριμένα στις έξι από τις έξι αριθμητικές πράξεις ακολουθεί τη στρατηγική μέτρημα από, γεγονός. Σε επίπεδο διαδικασιών ανάκλησης πραγματοποιεί άμεση του αθροίσματος 5+4=9, που ανήκει στους «φίλους» του 9. Επίσης, η εκπαιδευόμενος προέβη σε άμεση εκτίμηση της τετράδας. Η επίδοση της είναι 6 στα 6 και ο χρόνος της συνέντευξης της είναι 6 λεπτά και 49 δευτερόλεπτα.

Πίνακας 25: Συμπεράσματα για τις αθροιστικές στρατηγικές πριν την εμπλοκή τους με τις ψηφιακές δραστηριότητες ανά εκπαιδευόμενο - Κιναισθητικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης

Αριθμητικές Πράξεις	**Διαδικασίες με Υλικά**				**Διαδικασίες Αρίθμησης**		**Διαδικασίες Ανάκλησης**		**Άμεση Εκτίμηση**	**Κατά Προσέγγιση**	**Ανάλυση και σύνθεση αριθμών**	**Επίδοση**
	Εικονογραφικές	*Εικονικές*	*Κινητικές*	*Συμβολικές*	*Μέτρημα Όλα μαζί*	*Μέτρημα Από*	*Άμεση Ανάκληση*	*Ανάκληση Πράξεων*				
4+2			δάχτυλα			ναι						ναι
5+3			δάχτυλα			ναι			5άδας			ναι
4+1+1			κυβάκια		ναι		1+1=2					ναι
3+…..= 5			Δάχτυλα-πλαστελίνη			ναι			3άδας Και 5άδας			ναι
1+ ….= 4			πλαστελίνη		ναι							ναι
6+ …..=10			βήματα			ναι						ναι

Πίνακας 26: Συμπεράσματα για τις αθροιστικές στρατηγικές μετά την εμπλοκή τους με τις ψηφιακές δραστηριότητες ανά εκπαιδευόμενο - Κιναισθητικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης

Αριθμητικές Πράξεις	**Διαδικασίες με Υλικά**				**Διαδικασίες Αρίθμησης**		**Διαδικασίες Ανάκλησης**		**Άμεση Εκτίμηση**	**Κατά Προσέγγιση**	**Ανάλυση και σύνθεση αριθμών**	**Επίδοση**
	Εικονογραφικές	*Εικονικές*	*Κινητικές*	*Συμβολικές*	*Μέτρημα Όλα μαζί*	*Μέτρημα Από*	*Άμεση Ανάκληση*	*Ανάκληση Πράξεων*				
3+1			κυβάκια			ναι						ναι
4+2			κυβάκια			ναι						ναι
5+1+1			δάχτυλα			ναι						ναι
4+…..= 6			πλαστελίνη			ναι			4άδας			ναι
2+ ….= 5			δάχτυλα			ναι						ναι
5+ …..=9			κυβάκια			ναι	ναι					ναι

Συγκριτικός Πίνακας των δύο φύλλων εργασίας

Πίνακας 27: Συγκριτικός Πίνακας των δύο φύλλων εργασίας - Κιναισθητικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης

Πρώτο φύλλο εργασίας			Δεύτερο φύλλο εργασίας		
Διαδικασία με υλικά	Διαδικασία αρίθμησης	Διαδικασία ανάκλησης	Διαδικασία με υλικά	Διαδικασία αρίθμησης	Διαδικασία ανάκλησης
Κινητικές	✓ Όλα μαζί(count all) σε πέντε αριθμητικές πράξεις ✓ Μέτρημα από(count on) σε μία αριθμητική πράξη	1+1=2 (άμεση ανάκληση) 4+1+1=… (ανάκληση σε πράξη)	Κινητικές	✓ Μέτρημα από(count on) σε τέσσερις αριθμητικές πράξεις	5+4=9 (άμεση ανάκληση)

Λοιπά συμπεράσματα για την Κατερίνα μετά το πέρας της ερευνητικής διαδικασίας:

- ✓ Πραγματοποιεί κινητικά άμεση εκτίμηση της τριάδας, τετράδας ,πεντάδας
- ✓ Κάνει άμεση ανάκληση των 1+1=2, 5+4 =9 ,αλλά στο πρώτο φύλλο εργασίας κάνει ανάκληση αριθμητικής πράξης 4+1+1=… βασιζόμενη στο ήδη γνωστό άθροισμα 1+1=2, οδηγήθηκε στο άθροισμα 6.
- ✓ Στο πρώτο φύλλο εργασίας η Κατερίνα ακολουθεί και τις 2 αθροιστικές στρατηγικές, ενώ στο δεύτερο μόνο το «μετράω από».
- ✓ Στις αριθμητικές πράξεις οι μονοψήφιοι αριθμοί αντιμετωπίζονται ως οντότητες που ενώνονται για να δώσουν ένα άθροισμα. Η αναπαράσταση των μονοψήφιων αριθμών γίνεται πάντα κινητικά.
- ✓ Έχει ανάγκη ό,τι έχει υπολογίσει με το νου να το επαληθεύει με ενσώματο τρόπο αξιοποιώντας τα κινητικά υλικά. Με αυτόν τον τρόπο αποτυπώνεται πιο ξεκάθαρα η αθροιστική στρατηγική, περιγράφει καλύτερα τον τρόπο επίλυσης της αριθμητικής πράξης.
- ✓ Η Κατερίνα , όταν οδηγείται σε λάθος απάντηση αναδιατυπώνει την αριθμητική πράξη και βρίσκει το άθροισμα με τη στρατηγική «μετράω όλα μαζί». Αξίζει να σημειωθεί ότι επαληθεύει με τον πιο ασφαλή τρόπο ορισμού της πληθυκότητας ενός συνόλου.

ΜΑΡΙΑ

Στο πρώτο φύλλο εργασίας η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί υλικά κινητικά(δάχτυλα – κυβάκια) και συμβολικά(κατοπτρικό 4,αριθμοί 5,2). Η αναπαράσταση των αριθμητικών πράξεων γίνεται και με το νου και η αναλογία φαίνεται να είναι 2-2-2. Η αθροιστική στρατηγική που ακολουθεί είναι το μέτρημα όλα μαζί. Κάνει απαρίθμηση με το count all, αλλά διαφαίνεται η ανάγκη να μετρήσει από(count on) . Σε επίπεδο διαδικασιών ανάκλησης πραγματοποιεί άμεση ανάκληση 1+1=2. Άρα, 6 και πόσα θέλω να γίνουν 10. Επίσης, η εκπαιδευόμενος δεν προέβη σε άμεση εκτίμηση πληθυκότητας ενός συνόλου. Η επίδοση της είναι 3 στα 6 και ο χρόνος της συνέντευξης του είναι 18 λεπτά και 04 δευτερόλεπτα.

Στο δεύτερο φύλλο εργασίας η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί υλικά κινητικά(κυβάκια), εικονικές (γραμμούλα)συμβολικά(αριθμούς) .Οι αθροιστικές στρατηγικές που ακολουθεί είναι δύο. Κάνει απαρίθμηση και με τις δύο στρατηγικές , μέτρημα όλα μαζί και μέτρημα από .Συγκεκριμένα στις τέσσερις από τις έξι αριθμητικές πράξεις ακολουθεί τη στρατηγική μέτρημα όλα μαζί, σε μία κάνει μέτρημα από(που προκύπτει από εννοιολογική σύγκρουση και χρήση ευρετικών) και σε μία φαίνεται να χρησιμοποιεί και τις δύο σαν κατακλείδα και εννοιολογικό διαχωρισμό των αθροιστικών στρατηγικών. Υπάρχει συνεπώς διαφορετική αντιμετώπιση των αριθμητικών πράξεων σε επίπεδο αθροιστικών στρατηγικών, γεγονός που δηλώνει ότι υπάρχει μια σημαντική διαφοροποίηση όσον αφορά τη διαχείριση δύο πληθυκών συνόλων με το να μετράει το πρώτο σύνολο, αλλά και να συνεχίζει απ ‘ αυτό . Σε επίπεδο διαδικασιών ανάκλησης πραγματοποιεί ανάκληση πράξης 1+1=2, όπως στο πρώτο φύλλο εργασίας . Επίσης, ο εκπαιδευόμενος δεν προέβη σε άμεση εκτίμηση της πληθυκότητας ενός συνόλου. Η επίδοση του είναι 4 στα 6 και ο χρόνος της συνέντευξης του είναι 21 λεπτά και 28 δευτερόλεπτα.

Πίνακας 28: Συμπεράσματα για τις αθροιστικές στρατηγικές πριν την εμπλοκή τους με τις ψηφιακές δραστηριότητες ανά εκπαιδευόμενο - Οπτικός Προσχολικής Ηλικίας

Αριθμητικές Πράξεις	**Διαδικασίες με Υλικά**				**Διαδικασίες Αρίθμησης**		**Διαδικασίες Ανάκλησης**		**Άμεση Εκτίμηση**	**Κατά Προσέγγιση**	**Ανάλυση και σύνθεση αριθμών**	**Επίδοση**
	Εικονογραφικές	*Εικονικές*	*Κινητικές*	*Συμβολικές*	*Μέτρημα Όλα μαζί*	*Μέτρημα Από*	*Άμεση Ανάκληση*	*Ανάκληση Πράξεων*				
4+2					ναι							ναι
5+3				ναι	ναι							ναι
4+1+1				ναι	ναι		1+1=2					όχι
3+…..= 5												όχι
1+ ….= 4			δάχτυλα									όχι
6+ …..=10			κυβάκια		ναι							ναι

Πίνακας 29: Συμπεράσματα για τις αθροιστικές στρατηγικές μετά την εμπλοκή τους με τις ψηφιακές δραστηριότητες ανά εκπαιδευόμενο - Οπτικός Προσχολικής Ηλικίας

Αριθμητικές Πράξεις	**Διαδικασίες με Υλικά**				**Διαδικασίες Αρίθμησης**		**Διαδικασίες Ανάκλησης**		**Άμεση Εκτίμηση**	**Κατά Προσέγγιση**	**Ανάλυση και σύνθεση αριθμών**	**Επίδοση**
	Εικονογραφικές	*Εικονικές*	*Κινητικές*	*Συμβολικές*	*Μέτρημα Όλα μαζί*	*Μέτρημα Από*	*Άμεση Ανάκληση*	*Ανάκληση Πράξεων*				
3+1				ναι	ναι							ναι
4+2			κυβάκια		ναι							ναι
5+1+1					ναι							
4+…..= 6					ναι							
2+ ….= 5		γραμμούλες		ναι			1+1=2					ναι
5+ …..=9						ναι						ναι

Συγκριτικός Πίνακας των δύο φύλλων εργασίας

Πίνακας 30: Συγκριτικός Πίνακας των δύο φύλλων εργασίας - - Οπτικός Προσχολικής Ηλικίας

Πρώτο φύλλο εργασίας			Δεύτερο φύλλο εργασίας		
Διαδικασία με υλικά	Διαδικασία αρίθμησης	Διαδικασία ανάκλησης	Διαδικασία με υλικά	Διαδικασία αρίθμησης	Διαδικασία ανάκλησης
Κινητικές - συμβολικές	✓ Όλα μαζί(count all) σε πέντε αριθμητικές πράξεις	1+1=2 (άμεση ανάκληση)	Κινητικές εικονικές συμβολικές	✓ Όλα μαζί(count all) σε μία αριθμητική πράξη ✓ Μέτρημα από(count on) σε τέσσερις αριθμητικές πράξεις	1+1=2 (άμεση ανάκληση)

Λοιπά συμπεράσματα:

- ❖ Οπτικές αναπαραστάσεις γίνονται στο νου
- ❖ Έχει μια αριθμογραμμή στο μυαλό της
- ❖ 5 +……. , η Μαρία μετράει 1,2,3,4,5 από την αρχή στις περισσότερες αριθμητικές πράξεις, προκειμένου να επαληθεύσει οπτικά τη διαδρομή
- ❖ Κάθε αριθμός που βρίσκεται στη θέση του πρώτου προσθετέου η Μαρία τον ορίζει τις περισσότερες φορές
- ❖ Δεν υπάρχει ποσοτική διάσταση του αριθμού

Για παράδειγμα: Το 3 είναι 2+1 , το 4 είναι 3+1, το 5 είναι 4+1

- ❖ Οι αριθμοί είναι οπτικές οντότητες, σημεία
- ❖ Στη σημειακή απεικόνιση δε χρησιμοποιούνται αθροιστικές στρατηγικές
- ❖ Στη σημειακή απεικόνιση οι αριθμοί θεωρούνται αποστάσεις
- ❖ Στο δεύτερο φύλλο εργασίας διαχωρίζει εννοιολογικά τη φράση που η ίδια έχει χρησιμοποιήσει αντικαθιστώντας τη με νέα

  Μετράω ως το 5.

  Έχω 5.

  Άρα, χρειάζεται να μετράω ως το 5;

- ❖ Έτσι στην αριθμητική πράξη 5+…=9 , χρησιμοποιεί πρώτη φορά αθροιστικές στρατηγικές(σε πράξεις που αφορούν την απουσία του δεύτερου προσθετέου) και μάλιστα και τις δύο υπολογίζοντας με το νου και λαμβάνοντας υπόψη και το 9 που δεν είναι πια σημείο σε μια αριθμογραμμή, αλλά ποσοτική οντότητα.

ΕΛΕΝΑ

Στο πρώτο φύλλο εργασίας η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί τα χειραπτικά υλικά ως οπτικά μέσα. Οι αθροιστικές στρατηγικές που ακολουθεί είναι δύο. Κάνει απαρίθμηση και με τις τρεις στρατηγικές :μέτρημα όλα μαζί στην πρώτη , μέτρημα όλα μαζί και ανάλυση – σύνθεση του 5 στη δεύτερη και σε όλες τις υπόλοιπες κάνει μέτρημα από. Σε επίπεδο διαδικασιών ανάκλησης πραγματοποιεί ανάκληση πράξης 6+4=10, που είναι ένα από τα συμπληρώματα του 1 και 1+1=2. Επίσης, ο εκπαιδευόμενος προέβη σε άμεση εκτίμηση της εξάδας και της πεντάδας. Η επίδοση της είναι 6 στα 6 και ο χρόνος της συνέντευξης του είναι 12 λεπτά και 43 δευτερόλεπτα.

Στο δεύτερο φύλλο εργασίας η εκπαιδευόμενος χρησιμοποιεί τα υλικά ως οπτικά εργαλεία .Οι αθροιστικές στρατηγικές που ακολουθεί είναι δύο. Κάνει απαρίθμηση και με τις δύο στρατηγικές , μέτρημα από και μέτρημα με ανάλυση και σύνθεση .Συγκεκριμένα στις πέντε από τις έξι αριθμητικές πράξεις ακολουθεί τη στρατηγική μέτρημα από, γεγονός που δηλώνει ότι χρησιμοποιεί αξιωματικά ένα από τους δύο προσθετέους . Σε επίπεδο διαδικασιών ανάκλησης πραγματοποιεί άμεση ανάκληση στο 1+3=4 και ανάκληση πράξης 10-4=6. Επίσης, ο εκπαιδευόμενος προέβη σε άμεση εκτίμηση της πεντάδας. Η επίδοση της είναι 6 στα 6 και ο χρόνος συνέντευξης 12 λεπτά και 54 δευτερόλεπτα.

Πίνακας 31: Συμπεράσματα για τις αθροιστικές στρατηγικές πριν την εμπλοκή τους με τις ψηφιακές δραστηριότητες ανά εκπαιδευόμενο - Οπτικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης

Αριθμητικές Πράξεις	**Διαδικασίες με Υλικά**				**Διαδικασίες Αρίθμησης**		**Διαδικασίες Ανάκλησης**		**Άμεση Εκτίμηση**	**Κατά Προσέγγιση**	**Ανάλυση και σύνθεση αριθμών**	**Επίδοση**
	Εικονογραφικές	*Εικονικές*	*Κινητικές*	*Συμβολικές*	*Μέτρημα Όλα μαζί*	*Μέτρημα Από*	*Άμεση Ανάκληση*	*Ανάκληση Πράξεων*				
4+2		ναι			ναι							ναι
5+3			κυβάκια			ναι			5άδας		Το 5 αναλύεται σε 2+3	ναι
4+1+1				4+1+1		ναι	1+1=2					ναι
3+…..= 5			κυβάκια	+ =		ναι						ναι
1+ ….= 4			κυβάκια	4		ναι						ναι
6+ …..=10			κυβάκια	+ = Αριθμός 10		ναι	6+4=10		6άδας			ναι

Πίνακας 32: Συμπεράσματα για τις αθροιστικές στρατηγικές μετά την εμπλοκή τους με τις ψηφιακές δραστηριότητες ανά εκπαιδευόμενο - Οπτικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης

Αριθμητικές Πράξεις	**Διαδικασίες με Υλικά**				**Διαδικασίες Αρίθμησης**		**Διαδικασίες Ανάκλησης**		**Άμεση Εκτίμηση**	**Κατά Προσέγγιση**	**Ανάλυση και σύνθεση αριθμών**	**Επίδοση**
	Εικονογραφικές	*Εικονικές*	*Κινητικές*	*Συμβολικές*	*Μέτρημα Όλα μαζί*	*Μέτρημα Από*	*Άμεση Ανάκληση*	*Ανάκληση Πράξεων*				
3+1			κυβάκια			ναι	1+3=4 (αντιμεταθετική)					ναι
4+2	μπαλόνια					ναι						ναι
5+1+1	Καρδούλες-μπαλόνια			6+1=7		ναι						ναι
4+…..= 6			κυβάκια	+		ναι						ναι
2+ ….= 5						ναι			5άδας		ναι	ναι
5+ …..=9			κυβάκια			ναι		10-4=6 και βάζω Άλλα 3 ίσον 9	5άδας			ναι

Συγκριτικός Πίνακας των δύο φύλλων εργασίας

Πίνακας 33: Συγκριτικός Πίνακας των δύο φύλλων εργασίας – Οπτικός Α/βάθμιας Εκπαίδευσης

Πρώτο φύλλο εργασίας			Δεύτερο φύλλο εργασίας		
Διαδικασία με υλικά	Διαδικασία αρίθμησης	Διαδικασία ανάκλησης	Διαδικασία με υλικά	Διαδικασία αρίθμησης	Διαδικασία ανάκλησης
Εικονικές-συμβολικές-κυβάκια	✓ Όλα μαζί(count all) σε μία αριθμητική πράξη ✓ Μέτρημα από(count on) σε πέντε αριθμητικές πράξεις ✓ Ανάλυση-σύνθεση σε μία αριθμητική πράξη συνδυαστικά	6+4=10 (ανάκληση πράξης) 1+1=2 (άμεση ανάκληση)	Εικονικές-συμβολικές-κυβάκια	✓ Μέτρημα από(count on) σε πέντε αριθμητικές πράξεις ✓ Ανάλυση και σύνθεση σε μία αριθμητική πράξη	1+3=4 (ανάκληση πράξης) 10-4=6(ανάκληση πράξης)

Λοιπά συμπεράσματα μετά το πέρας της ερευνητικής διαδικασίας:

- Πραγματοποιεί άμεση εκτίμηση της εξάδας ,πεντάδας
- Κάνει άμεση ανάκληση των 1+3=4,1+1=2 και ανάκληση αριθμητικής πράξης 6+4=10 και 10-4=6 (η αφαίρεση αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης)
- Χρησιμοποιεί τα υλικά όπως προβάλλονται μέσα από τις δραστηριότητες των σχολικών εγχειριδίων της πρώτης δημοτικού. Τα κυβάκια δεν αποτελούν χειραπτικό υλικό που επιλέγεται αυθόρμητα , αλλά οπτικό υλικό. Στην αριθμητική πράξη 3+1=4 τοποθετεί 3 κυβάκια και άλλο 1 και στο άθροισμα 4.Είναι μια ενιαία εικόνα που παράγεται μέσα από επιμέρους. Αποτελούν εικονική αναπαράσταση γεγονός που επιβεβαιώνεται, όταν στο άθροισμα κρύβει το ένα, για να διαπιστώσει , αν θα δει 3.
- Το παραπάνω επιβεβαιώνεται από το γεγονός ότι συνδυάζει τις εικόνες που παράγει (καρδούλες, μπαλόνια) με τα κυβάκια στην ίδια αριθμητική πράξη.
- Προσθέτει ανόμοια αντικείμενα μπαλόνια και κυβάκια , γιατί οι δραστηριότητες του βιβλίου παρουσιάζουν οπτικά σύνολα αντικειμένων ή κύβων.
- Στα αθροίσματα 2+…=5 και 5+…=9 η Έλενα ζωγραφίζει το περίγραμμα από τα κυβάκια και τα βάζει σε κύκλο σα μια ομάδα ομοειδών αντικειμένων που αναπαριστούν οπτικές οντότητες.
- Τα κυβάκια για την Έλενα είναι ωραία , γιατί έχουν ωραία χρώματα και οι πληθυκότητες που φτιάχνει αντιστοιχούν σε ίδιο χρώμα. Για παράδειγμα μία εξάδα από φούξια κυβάκια ή μία τριάδα από μπλε.
- Σε επίπεδο αθροιστικών στρατηγικών ακολουθεί κυρίως το μέτρημα από, αλλά κάνει και οπτική ανάλυση και σύνθεση του 5.

4.6 Περιγραφή και συμπεράσματα από τις ψηφιακές δραστηριότητες στο kodu ανά εκπαιδευόμενο

Ηρακλής (κιναισθητικός)

Ο Ηρακλής, προκειμένου να εξοικειωθεί με τη χρήση του παιχνιδιού και να ενσωματώσει τις κινήσεις που απαιτούνταν για την εύκολη πλοήγηση του στον κόσμο του παιχνιδιού, αφέθηκε ελεύθερος να αλληλεπιδράσει σε ειδική εκδοχή του λογισμικού. Η εκδοχή αυτή δημιουργήθηκε προσεκτικά, με σκοπό να δώσει την ευκαιρία στο παιδί να αλληλεπιδράσει ελεύθερα, διερευνώντας κιναισθητικά τις ειδικά σχεδιασμένες δυνατότητες και να αποκτήσει μια άνεση ώστε να ανταποκριθεί κατά το βέλτιστο τρόπο στις ακόλουθες εκπαιδευτικές δραστηριότητες. Συγκεκριμένα, πρόκειται για μια απλουστευμένη εκδοχή του παιχνιδιού, με ελάχιστα αντικείμενα, όπως δέντρα, λόφους, λίμνη, διάσπαρτα μήλα, σχεδιασμένο σε μεγάλη κλίμακα, ώστε και να είναι γνώριμα τα αντικείμενα στο παιδί αλλά και ταυτόχρονα να έχει τη δυνατότητα να αποτυπώσει κινητικά τις ενέργειες.

Από την αρχική διαδικασία της αναγνώρισης του παιδιού-χρήστη από το Kinect, ο Ηρακλής έδειξε ιδιαίτερο ενθουσιασμό, ο οποίος και κορυφώθηκε, όταν πραγματοποίησε τις πρώτες κιναισθητικές αλληλεπιδράσεις. Είναι αξιοσημείωτο το γεγονός ότι, στην πρώτη φάση της εξοικείωσης με το παιχνίδι, επέδειξε μια φυσικότητα κατά την αλληλεπίδρασή του, που είχε τα χαρακτηριστικά προσομοίωσης της διερευνητικής του διάθεσης. Υπήρξε ιδιαίτερα έντονη η ανάγκη του να διερευνήσει το χώρο, να αλληλεπιδράσει με τα αντικείμενα, να ορίσει την πορεία και την περιήγησή του σε έναν κόσμο, δρώντας ως πρωταγωνιστής.

Έναρξη του παιχνιδιού

Δραστηριότητα 1η : Ο Ηρακλής, κατά την πρώτη δραστηριότητα, όπως φάνηκε και στη συμπλήρωση των φύλλων εργασίας, αποτύπωσε κινητικά την απάντηση αδιάλειπτα, επιδεικνύοντας ευκολία στον υπολογισμό αθροίσματος μικρών αριθμών. Δεν έκανε καμία παύση για τον υπολογισμό, γεγονός που επιβεβαιώνει την άμεση ανάκληση. Όποιες καθυστερήσεις ή παύσεις έγιναν, ήταν μικρής διάρκειας και αφορούσαν στο διαδικαστικό κομμάτι των κινήσεων «παίρνω» ή «αφήνω ένα μήλο».

Δραστηριότητα 2η : Σε αντίθεση με την πρώτη, κατά τη δεύτερη δραστηριότητα, ο Ηρακλής, αρχικά τοποθέτησε τα μήλα που απαιτούνταν για τον ορισμό της πληθυκότητας του πρώτου προσθετέου και κατόπιν του αθροίσματος. Αφού ολοκλήρωνε τη διαδικασία αυτή, τότε μετέφερε τα μήλα στο δεύτερο προσθετέο αδιάλειπτα, καθώς μέσα των διαδρομών που έκανε στο άθροισμα, ενσωμάτωσε την πληθυκότητα των δύο προσθετέων και έγινε εννοιολογική μεταφορά του δεύτερου προσθετέου. Αξίζει να σημειωθεί ότι παρότι είχε να διαχειριστεί αθροίσματα μεγαλύτερων μονοψήφιων αριθμών, που για τον υπολογισμό τους στο φύλλο εργασίας χρησιμοποίησε μόνο κινητικά υλικά, εφαρμόζοντας τις στρατηγικές «μετράω όλα μαζί» και «μετράω από..», ουσιαστικά οδηγήθηκε στη συμπλήρωση του δεύτερου προσθετέου, μέσα από την πληθυκότητα των δύο προσθετέων που εκφράζεται στο άθροισμα.

Δραστηριότητα 3η: Τέλος, στην τρίτη δραστηριότητα, ορίζει την πληθυκότητα των προσθετέων με τη «ρίψη μήλων» και άμεσα οδηγείται στο άθροισμα χωρίς καμία παύση, κάνοντας τη φορά αυτή κυκλικές διαδρομές γύρω από το εργοστάσιο, περπατώντας και συμπληρώνοντας τις αντίστοιχες στροφές.

Στο δεύτερο εργοστάσιο, μετά τη «ρίψη των μήλων», εκφράζει ενσώματα το άθροισμα, κάνοντας αντίστοιχα επιτόπια άλματα.

Η επίδοση του στο σύνολο των δραστηριοτήτων ήταν πολύ καλή (δεν έδωσε καμία λαθεμένη απάντηση), ενώ ο χρόνος που ολοκλήρωσε τη δράση του κρίθηκε ικανοποιητικός.

Κατερίνα (κιναισθητικός τύπος μάθησης)

Αντίστοιχα η Κατερίνα, ως κιναισθητικός τύπος μάθησης, έπρεπε να εξοικειωθεί με τη χρήση του παιχνιδιού, για να ενσωματώσει με τη σειρά της, τις κινήσεις που απαιτούνταν για την εύκολη πλοήγηση της στο παιχνίδι. Υπήρξε ιδιαίτερα ενθουσιώδης, όταν ελεύθερα αλληλεπιδρούσε στην ειδικά σχεδιασμένη εκδοχή του λογισμικού, ώστε να εξασφαλιστεί η προσαρμογή και η ενσωμάτωση από μέρους της, των απαραίτητων κινήσεων. Δεν αντιμετώπισε καμία δυσκολία στην αποτύπωση των ενεργειών κινητικά, ώστε να ανταποκριθεί άμεσα στις ακόλουθες εκπαιδευτικές δραστηριότητες. Η ευχαρίστησή της ήταν τόσο έντονη, που επέδειξε μεγάλη αγωνία και προσμονή για την έναρξη του παιχνιδιού.

Έναρξη του παιχνιδιού

Δραστηριότητα 1η : Η Κατερίνα, στην πρώτη δραστηριότητα, διάβασε τα συννεφάκια πληροφοριακού μηνύματος και άμεσα αποτύπωνε ενσώματα τα αθροίσματα. Αξίζει να σημειωθεί ότι προτού προβεί στην κινητική έκφραση των υπολογισμών της, αφιέρωνε χρόνο στην ανάγνωση των πληροφοριών, αλλά στη συνέχεια είχε άμεση δράση. Δεν παρουσίασε καμία δυσκολία στις κινήσεις, γεγονός που καταμαρτυρείται από την ενδελεχή κίνηση του Kodu μέσω του σώματός της.

Δραστηριότητα 2η : Στη δεύτερη δραστηριότητα, διαβάζοντας τις πληροφορίες στα συννεφάκια, ξεκίνησε από τον ήδη γνωστό προσθετέο, αποτυπώνοντας την πληθυκότητά του, κατόπιν μετέβη στη συμπλήρωση του αθροίσματος και τέλος, προέβη στον υπολογισμό του ζητούμενου προσθετέου-συμπληρώματος. Οι κινήσεις ήταν συνεχείς και προτού πάει στο επόμενο χαλί, έκανε μια περιήγηση στο χώρο, ως ένα είδος διαλείμματος, προτού συνεχίσει στην επόμενη δραστηριότητα. Με την ενέργειά της αυτή, αποπειράθηκε να συνδέσει την αρχική, ελεύθερη περιήγησή της στο χώρο του παιχνιδιού, με την εκπαιδευτική διάσταση του παιχνιδιού.

Δραστηριότητα 3η : Τέλος, στη δραστηριότητα με τα εργοστάσια, όπου απαιτούνταν επίλυση προβλήματος προσθετικού τύπου, αλλαγής και σύγκρισης, η Κατερίνα επέδειξε ιδιαίτερο ενθουσιασμό. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι έπρεπε να συνδυάσει τις κινήσεις των χεριών με τη ρίψη μήλων και αντίστοιχα των ποδιών με τις στροφές γύρω από το εργοστάσιο και τα επιτόπια άλματα. Οι υπολογισμοί, λοιπόν, των αθροισμάτων αποτυπώθηκαν με παιγνιώδη τρόπο με την επιστράτευση και άλλων μελών του σώματός της, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι αυξήθηκε ο χρόνος περαίωσης των δραστηριοτήτων.

Μαρία (οπτικός τύπος) Νηπιαγωγείο

Η Μαρία, ως εκπαιδευόμενη νηπιαγωγείου, κατά την έναρξη του παιχνιδιού, ενημερώθηκε από την εκπαιδευτικό για τον τρόπο επιλογής ή αποεπιλογής των απαντήσεων κατά τους υπολογισμούς της με τη χρήση του ποντικιού. Πρέπει να σημειωθεί ότι επέδειξε ιδιαίτερη προσμονή για την έναρξη του παιχνιδιού.

Δραστηριότητα $1^{η}$: Η νηπιαγωγός διάβασε το πληροφοριακό μήνυμα που περιέχεται στα συννεφάκια δύο φορές προκειμένου να γίνει αντιληπτό από τη Μαρία. Στη συνέχεια, η Μαρία επέλεξε το συννεφάκι που αντιστοιχούσε εικονικά στο άθροισμα που της ζητείτο να υπολογίσει. Στο τέλος κάθε απάντησής της, προκειμένου να επαληθεύσει την επιλογή της, κινούσε διαδοχικά το ποντίκι(μετρώντας 1-1) διατρέχοντας την εικόνα που αποτύπωνε εικονικά την πληροφορία.

Δραστηριότητα $2^{η}$: Στη $2^{η}$ δραστηριότητα η νηπιαγωγός διάβαζε τα συννεφάκια με το πληροφορικό κείμενο, ξεκινώντας από αριστερά προς τα δεξιά. Οι τρεις αριθμητικές πράξεις στη δραστηριότητα αυτή αναφέρονταν σε αθροίσματα μεγαλύτερων μονοψήφιων αριθμών, για το λόγο αυτό και απαιτήθηκε περισσότερος χρόνος από μέρους της, προκειμένου να επιλέξει την απάντησή της. Συγκεκριμένα, κινήθηκε διαδοχικά και βαθμιαία στις πληροφορίες, ώστε να αποκτήσει συνολική εικόνα του πεδίου και κατόπιν οδηγήθηκε στην απάντηση, επιλέγοντας με το ποντίκι μία από τις δοθείσες που αποτυπώνονταν και αυτές εικονικά.

Πρέπει να σημειωθεί, ότι στο δεύτερο χαλί, όπου απαιτείτο υπολογισμός αθροίσματος μεγαλύτερων μονοψήφιων αριθμών, η Μαρία οδηγήθηκε σε λάθος, ενώ σε καμία από αυτές τις πράξεις δεν χρησιμοποίησε το ποντίκι κινητικά για να επαληθεύσει τις απαντήσεις της.

Δραστηριότητα $3^{η}$: Τέλος, στην $3^{η}$ δραστηριότητα, μετά την ανάγνωση των πληροφοριών από την εκπαιδευτικό, η Μαρία ενώ υπολόγισε και επέλεξε σωστή απάντηση στο $1^{ο}$ προσθετικό πρόβλημα, στο $2^{ο}$ οδηγήθηκε σε σφάλμα «με απόκλιση ένα».

Έλενα (οπτικός τύπος μάθησης – Δημοτικό)

Δραστηριότητα 1η : Η Έλενα, κατά την πρώτη δραστηριότητα, μελέτησε τα πληροφοριακά κείμενα. Καθένα από τα θαλάσσια πλάσματα, ζητάει να του δώσουν τροφή που αντιστοιχεί εικονικά στο άθροισμα της πληθυκότητας των δύο προσθετέων. Η Έλενα οδηγείται μέσω της οπτικής αναπαράστασης γρήγορα στην επιλογή μίας από τις προτεινόμενες απαντήσεις. Η άμεση επιλογή της επιβεβαιώνεται και από τα φύλλα εργασίας, όπου πραγματοποιεί άμεση εκτίμηση της πεντάδας και της εξάδας, καθώς επίσης και «άμεση ανάκληση» μικρών αθροισμάτων.

Δραστηριότητα 2η : Στη δραστηριότητα αυτή όπου αναζητείται το συμπλήρωμα σε άθροισμα, δηλαδή ο ένας από τους δύο προσθετέους, η Έλενα έχει τη δυνατότητα να δει την οπτικοποίηση ενός ποσοτικού συνόλου σε επίπεδο γνωστού προσθετέου, αλλά και σε αθροιστικό επίπεδο. Το κάθε χαλί στην περιοχή πικνίκ αντιστοιχεί σε μία προσθετική πράξη και τα οπτικά δεδομένα συντελούν στο να οδηγηθεί στις σωστές απαντήσεις άμεσα, χωρίς χρονοτριβή.

Δραστηριότητα 3η : Τέλος, στα προσθετικά προβλήματα αλλαγής και σύγκρισης, οι πληροφορίες αποτυπώνονται οπτικά και η Έλενα καλείται μέσα από γραπτό κείμενο που εμπεριέχει οπτικές οντότητες να επιλέξει το συννεφάκι που εκφράζει το άθροισμα των δύο προσθετέων. Όσον αφορά στο πρώτο, έδωσε σωστή απάντηση, ενώ στο δεύτερο έκανε λάθος «με απόκλιση ένα» κάτι που συναντάται σε πολλές έρευνες. Ωστόσο, στη συνέχεια, αποεπέλεξε τη λανθασμένη απάντηση και ως εκ νέου επέλεξε τη σωστή.

Κεφάλαιο 5
Συμπεράσματα

5.1 Συμπεράσματα της παρούσας ερευνητικής εργασίας βάσει των ερευνητικών ερωτημάτων

Γενικότερα συμπεράσματα έρευνας, βασισμένα σε συναφείς έρευνες:

- Διαπιστώθηκε ότι οι μικρότεροι μαθητές στη διαδικασία να βρουν το άθροισμα με το νου δυσκολεύτηκαν περισσότερο απ' ότι με τα φυσικά αντικείμενα. Σύμφωνα με τον Markwin (1989) οι εκπαιδευόμενοι , όταν πρέπει να ταιριάξουν έναν αριθμό με λέξεις δυσκολεύονται, γιατί πρέπει να επιλέξουν μέσα από ένα πλήθος ενδεχόμενων-πιθανών νοημάτων το σωστό. Στα μαθηματικά είναι πιο εύκολο να μετρήσουν τα φυσικά αντικείμενα που έχουν μπροστά τους, γιατί δίνουν σε αυτά μια λέξη αριθμού. Για παράδειγμα λένε ένα, δύο, τρία ,τέσσερα και άλλο ένα πέντε και άλλο ένα έξι. Όταν πρέπει να αναπαραστήσουν τα δεδομένα αυτά στο μυαλό τους δυσκολεύονται, γιατί εννοιολογικά τα αποδίδουν ως μια ομάδα αντικειμένων και όχι ως ένα- ένα αντικείμενο χωριστά. Η Μαρία στα μικρότερα αθροίσματα έκανε εύκολα υπολογισμούς με το νου , ενώ στα μεγαλύτερα δυσκολεύτηκε περισσότερο. Αντίθετα ο Ηρακλής που έχει κιναισθητικό στυλ μάθησης δε συνάντησε αυτό το πρόβλημα , γιατί χρησιμοποίησε τα δάχτυλα του για επαλήθευση.

- Επίσης, παρατηρήθηκε ότι τα φυσικά αντικείμενα αποτελούν εργαλείο για τη μέτρηση. Σύμφωνα με τον Marey 2001 τα φυσικά αντικείμενα θεωρούνται βοηθητικές πηγές που οι εκπαιδευόμενοι μπορούν να αλληλεπιδράσουν προκειμένου να κατακτήσουν μαθηματικές έννοιες (έννοια αριθμού, ορισμός πληθυκότητας ενός συνόλου, πρόσθεσης). (Early Math Strategy: The Report of the Expert Panel on Early Math in Ontario, 2003)

- Ακόμη τα υλικά χρησιμοποιούνται από τα παιδιά διαφορετικά , όταν επιλέγονται από τα ίδια σύμφωνα με το στυλ μάθησης. Σύμφωνα με τους

Stein και Bauli 2001 τα υλικά από μόνα τους δεν μπορούν να φέρουν μαγικά αποτελέσματα, αλλά δίνουν νόημα και υποστηρίζουν τη γνωστική διαδικασία. Με τα υλικά οι εκπαιδευόμενοι μπορούν να μοντελοποιήσουν, να εξηγήσουν, να ερμηνεύσουν, να περιγράψουν μαθηματικές έννοιες. Ερευνητικά έχει αποδειχθεί (Baroody) , ότι με τα υλικά ο τρόπος σκέψης των εκπαιδευόμενων γίνεται πιο ξεκάθαρος, αφού μπορούν να παρατηρήσουν και να περιγράψουν πώς τα χρησιμοποίησαν. Με αυτό τον τρόπο ο εκπαιδευόμενος γίνεται παραγωγός της γνώσης και όχι απλός καταναλωτής της και ο διάλογος μεταξύ εκπαιδευτικού και εκπαιδευόμενου όπως επισημάνει ο Baroody πιο προσιτός. Στη συγκεκριμένη έρευνα οι εκπαιδευόμενοι χρησιμοποίησαν όποια υλικά επιθυμούσαν, για να μοντελοποιήσουν και να περιγράψουν τον τρόπο σκέψης τους τις περισσότερες φορές ολοκληρωμένα. (Early Math Strategy: The Report of the Expert Panel on Early Math in Ontario, 2003)

- Επιπλέον τα υλικά, όταν επιλέγονται από τον εκπαιδευτικό για μαθηματικές δραστηριότητες πρέπει να χρησιμοποιούνται ως εργαλείο όπου θα αναγνωρίζεται ότι ο εκπαιδευόμενος στην αλληλεπίδραση με υλικά μπορεί ευκολότερα να αιτιολογεί τη λύση σε κάποιο μαθηματικό πρόβλημα, να περιγράψει τη νοητική διαδρομή και σε κάποιες περιπτώσεις να γίνεται αποδεκτό ότι χρησιμοποιούνται με διαφορετικό τρόπο. Τα κυβάκια είναι ένα χειραπτικό υλικό που χρησιμοποιήθηκε ιδιαίτερα από τους εκπαιδευόμενους που είχαν κιναισθητικό στυλ μάθησης. Παρατηρήθηκε ότι η Έλενα, αν και οπτικός τύπος επέλεξε σε κάποιες περιπτώσεις τα κυβάκια, αλλά με εντελώς διαφορετικό τρόπο. Έκανε το περίγραμμά τους με μαρκαδόρο, τα έβαλε σε ένα χρωματιστό κύκλο, τα τοποθέτησε σε χαρτί, χρησιμοποίησε μαρκαδόρους για τα σύμβολα και εικονικές αναπαραστάσεις .Τα κυβάκια είναι για εκείνη οπτικές οντότητες, κομμάτι ενός ευρύτερου οπτικού συνόλου ,όπως τα μπαλόνια και οι καρδούλες που ζωγράφισε.

- Σύμφωνα με τους μελετητές τα υλικά για τη μέτρηση(όπως τα κυβάκια, τα τουβλάκια, οι εικόνες αντικειμένων, οι χρωματιστές πλαστικοί ράβδοι) χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση, τα μοτίβα, την εκτίμηση , την οπτικοποίηση , την αιτιολόγηση, την ποσότητα, τις αριθμητικές πράξεις και την επίλυση προβλημάτων.(πανεπιστήμιο οντάριο).Στην παρούσα έρευνα επιλέχθηκαν υλικά σύμφωνα με την μαθηματική έννοια της πρόσθεσης, αλλά και για όλα τα στυλ μάθησης.(κύβοι-μαρκαδόροι-χαρτί, πλαστελίνη και επίσης μπορούσαν να χρησιμοποιήσουν τα δάχτυλα)

- Σύμφωνα με τον Maxim (1989) οι εκπαιδευόμενοι χτίζουν μαθηματικές έννοιες, όταν επιδρούν με αντικείμενα τόσο άμεσα όσο και έμμεσα. Οι εμπειρίες αυτές είναι ιδιαίτερα σημαντικές, γιατί συντελούν στην καλλιέργεια της «ακρίβειας». (Early Math Strategy: The Report of the Expert Panel on Early Math in Ontario, 2003)Παρατηρήθηκε ότι οι εκπαιδευόμενοι στις ψηφιακές δραστηριότητες στο kodu , αλλά και στο δεύτερο φύλλο εργασίας είχαν καλύτερη επίδοση και έδωσαν ακριβείς απαντήσεις. Επίσης, πλήθος ερευνών (Hungate, 1982, Clements, 2002, Clements & Sarama 2003, Ζαράνης 2006),γεφυρώνει την άποψη ότι στην προσχολική εκπαίδευση και στην πρώτη σχολική λογισμικά με κατάλληλα σχεδιασμένες μαθηματικές δραστηριότητες, βοηθούν τους εκπαιδευόμενους στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών όπως της αρίθμησης και των βασικών πράξεων. (Ζαράνης, Μ.Χρυσίνη, & Ψαλτάκη, 2009)

- Ερευνητικά έχει αποδειχθεί η σύνδεση των δαχτύλων και της έννοιας του αριθμού και της απαρίθμησης και αποτελεί αριθμητική ικανότητα.(Moeler) Η αναπαράσταση των αριθμών άνω του πέντε εδράζει στην αναπαράσταση της πεντάδας με το ένα χέρι.(2006,2008,2010). Επίσης διατηρεί την κατανόηση της αρχής της πληθυκότητας με το να οδηγεί τα παιδιά να βρίσκουν πάντα το ίδιο δάχτυλο, όταν μετρούν έναν αριθμό. Παρατηρήθηκε στους κιναισθητικούς εκπαιδευόμενους άμεση εκτίμηση της πεντάδας, ανάλυση και σύνθεση του 5, καθώς και η χρήση του ενός χεριού για το μέτρημα όλα μαζί. (Moeller, Martignon, Wessolowski, Engel, & Nuerk, 2011)

- Οι εκπαιδευόμενοι κουνώντας τα δάχτυλά τους έχουν τη δυνατότητα να παρακολουθούν κινητικά τις λέξεις που λένε κατά την απαρίθμηση και έτσι μπορούν ενσώματα να καταχωρίσουν τη σειρά των αριθμών. Μ΄ αυτόν τον τρόπο οι κινήσεις των δαχτύλων βοηθούν στην υλοποίηση των βασικών αριθμητικών πράξεων. Στην παρούσα έρευνα οι κιναισθητικοί μαθητές ακόμη και στην περίπτωση που έδιναν μια απάντηση έκαναν επαληθεύσεις στις αριθμητικές πράξεις κουνώντας τα δάχτυλά τους.

- Επίσης, τα δάχτυλα αποτελούν ένα ώριμο και λειτουργικό αριθμητικό σύστημα. Κάποιοι συγγραφείς ισχυρίζονται ότι τα δάχτυλα στηρίζουν την αφομοίωση αριθμητικών ικανοτήτων. Οι εκπαιδευόμενοι κατανοούν το αριθμητικό δεκαδικό σύστημα καθώς στα χέρια μας αντιστοιχούν αθροίσματα του 10.Οι κιναισθητικοί μαθητές σε μεγάλα αθροίσματα στο μέτρημα όλα μαζί χρησιμοποίησαν και τα δύο τους χέρια. Τα δάχτυλα ως εργαλείο καταμέτρησης αποτελεί αναγκαίο βήμα για την αριθμητική ανάπτυξη.

- Σύμφωνα με τον Copley(2000) και Piazet (1973) μαθηματικά πρωταρχικά μαθαίνεις μέσα από το κάνω, λέω, συζητώ, παρατηρώ, διερευνώ, ακούω, αιτιολογώ χρησιμοποιώντας αντικείμενα και καταστάσεις. (Early Math Strategy: The Report of the Expert Panel on Early Math in Ontario, 2003) Σε ένα ψηφιακό περιβάλλον οι δραστηριότητες έχουν νόημα και η γνώση-ευρετικές δύνανται να χρησιμοποιηθούν σε παρόμοιες προβληματικές. Σύμφωνα με τον ros η χρήση της τεχνολογίας στα μαθηματικά επιτρέπει στους εκπαιδευόμενους να οπτικοποιήσουν και τους δεσμεύουν σε ενεργό εμπλοκή. Οι δραστηριότητες για το κιναισθητικό ,αλλά και για τον οπτικό τύπο μάθησης ήταν σχεδιασμένες με τέτοιο τρόπο, ώστε να διασφαλίζονται οι παραπάνω αρχές. Η επίδοση ήταν σε όλους τους εκπαιδευόμενους καλύτερη απ’ ότι στο πρώτο φύλλο εργασίας. Στην προτεινόμενη διδακτική παρέμβαση με τη χρήση του kodu επιχειρήθηκε να διερευνηθεί εάν και κατά πόσο το ψηφιακό περιβάλλον βοήθησε στο να καλλιεργηθούν και να κατανοηθούν οι προσθέσεις σε όλες τις μορφές και σε επίπεδο αθροιστικών στρατηγικών (5+4=… , 3+…=9,προσθετικά προβλήματα αλλαγής και συνδυασμού) σε σύγκριση με τη την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας. Η παρούσα έρευνα συμπορεύεται με τα ευρήματα άλλων ερευνών που υποστηρίζουν ότι η ενεργός δράση των εκπαιδευομένων σε ένα ψηφιακό περιβάλλον με σχεδιασμένες δραστηριότητες συντελεί στο να ανακαλυφθούν, καλλιεργηθούν και κατανοηθούν διάφορες μαθηματικές έννοιες. (Clements 1991, 1994, 1999, Groves 1994, Dunham & Dick 1994, VanGalen & Buter 1997, Ζαράνης κ.ά. 2007, 2008). (Ζαράνης, Μ.Χρυσίνη, & Ψαλτάκη, 2009)

- Οι εκπαιδευτικοί σύμφωνα με το πανεπιστήμιο του Οντάριο οφείλουν να βοηθήσουν τους εκπαιδευόμενους να βλέπουν, να ακούν και να αισθάνονται τα μαθηματικά. Επίσης, να ενισχύουν θετικές στάσεις απέναντι στα μαθηματικά. Ο σεβασμός του διαφορετικού στυλ μάθησης αποτελεί σημαντικό παράγοντα για την εκπαιδευτική διαδικασία και επηρεάζει τις στάσεις θετικές ή όχι των εκπαιδευόμενων στα μαθηματικά.

- Σύμφωνα με το N.A.F.E.O.Y.C οι εκπαιδευόμενοι έχουν μια φυσική ροπή προς τα μαθηματικά και οι εκπαιδευτικοί οφείλουν να τα βοηθήσουν να χτίσουν μαθηματικές έννοιες και να αποκτήσουν θετικές στάσεις που συχνά βιώνει, όταν αντιλαμβάνεται κάτι ή έχει νόημα γι' αυτούς.
- Το τελικό προϊόν της πρόσθεσης είναι να μπορεί ο εκπαιδευόμενος να ανακαλεί γεγονότα πρόσθεσης από τη μνήμη του και να παράγει ακριβείς απαντήσεις, όταν του ζητείται η πρόσθεση δύο αριθμών(Reskin, 1989) . (MacLellan, 1995). Εξετάστηκε αν και κατά πόσο η τεχνολογία αποτέλεσε ένα σημαντικό παράγοντα οπτικοποίησης δεδομένων και ενσώματης καταγραφής. Η παρούσα έρευνα αποτελεί υποστηρικτή και άλλων σχετικών ερευνών που αναδεικνύουν τα οφέλη των εκπαιδευόμενων όσον αφορά την ενίσχυση της παρατηρητικότητας, της μνήμης, της συγκέντρωσης (Chin, 1984, Clements & Nastasi, 1993, Haugland, 1992)

σε ψηφιακά περιβάλλοντα μάθησης. (Chin, 1984) (Clements & Nastasi, 1993) (Haugland, 1992)

- Σύμφωνα με τη Fuson(1982,1983) η πρόσθεση αποκτά νόημα, όταν ο εκπαιδευόμενος μπορεί να μετρήσει. Στη σχετική βιβλιογραφία αναφέρεται ότι στη μέτρηση μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαφορετικές διαδικασίες. Οι αθροιστικές στρατηγικές όσον αφορά την απαρίθμηση είναι : είναι το μετράω όλα μαζί και το μετράω από. Στην πρώτη μετράει τα σύνολα αντικειμένων για τον κάθε προσθετέο και μετά το νέο σύνολο, δηλαδή όλα μαζί. Μια εξέλιξη της πρώτης στρατηγικής είναι το μετράω από και είναι πιο περίπλοκη .η μέτρηση σε αυτήν την περίπτωση ξεκινάει από έναν αριθμό που αντιστοιχεί στην πληθυκότητα του ενός από τους δύο προσθετέους .Αν και είναι πιο συχνό οι εκπαιδευόμενοι να ξεκινούν από τον προσθετέο που έχει τη μεγαλύτερη αξία σε κάποιες περιπτώσεις ξεκινούν από εκείνο που έχει τη μικρότερη αξία. Το μέτρημα από μπορούν να το κάνουν παιδιά ηλικίας 4 εως6 ετών. (Fuson, Richards, & Briars, The Acquisition and Elaboration of the Number Word Sequence, 1982) (Fuson & Hall, 1983)Σύμφωνα με τους Carpenter, Moser Geeary (1990) η στρατηγική του μετράω από δίνει ένα θεμελιώδες νόημα στον πρώτο προσθετέο. ο εκπαιδευόμενος αναγνωρίζει ότι χρησιμοποιεί αξιωματικά τον πρώτο προσθετέο , για να μετρήσει το δεύτερο. (MacLellan, 1995)
- Η Fuson, Carpenter, Moser (1982) παρατήρησαν ότι κάποιοι εκπαιδευόμενοι χρησιμοποιούν το μέτρημα όλα μαζί, ενώ μπορούν να χρησιμοποιήσουν το μέτρημα από. Επίσης , μπορούν να κάνουν μέτρημα από χωρίς να είναι παρόντα φυσικά αντικείμενα. Αυτό παρατηρήθηκε στους εκπαιδευόμενους του νηπιαγωγείου που η στρατηγική του μετράω από προέκυψε μετά τη εμπλοκή τους με τις ψηφιακές μαθηματικές δραστηριότητες. Οι μαθητές του νηπιαγωγείου δεν είχαν διδαχθεί τη συγκεκριμένη στρατηγική γεγονός που αποτέλεσε ένα εύρημα αξιόλογο ανεξαρτήτως τύπου μάθησης. (Carpenter & Moser, 1982)
- Στη διαδικασία του πως μαθαίνω να αριθμώ υπάρχουν κάποιες θεμελιώδεις αρχές: ένα προς ένα αντιστοιχία, σταθερή σειρά, αρχή

πληθυκότητας. Σύμφωνα με τους Gelman και Gallistel(1978) ο τελευταίος αριθμός που ακούγεται στη μέτρηση αντιστοιχεί στην πληθυκότητα των αντικειμένων που έχουν καταμετρηθεί. Σε κάποιες περιπτώσεις οι εκπαιδευόμενοι, ανεξαρτήτως τύπου μάθησης άλλαξαν τις αρχικές τους απαντήσεις στο άκουσμα του τελευταίου αριθμού. (Gelman & Gallistel, 1978)

5.2 Περιορισμοί και Προβλήματα της έρευνας

Η παρούσα έρευνα πραγματοποιήθηκε στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση. Κρίνεται απαραίτητο, προτού επιχειρηθεί ενδελεχής καταγραφή των περιορισμών και των δυσκολιών της έρευνας αυτής, να αναφερθεί ότι δεν προϋπήρξε ανάλογη έρευνα στο τομέα της διδακτικής των μαθηματικών με την πλατφόρμα kodu και το kinect.Συγκεκριμένα, όπως διαπιστώνεται και από τη βιβλιογραφική επισκόπηση, υπάρχει πληθώρα συναφών ερευνών που αφορούν στα στυλ μάθησης, στη δημιουργία λογισμικών για τη διδακτική μαθηματικών με άλλη στοχοθεσία , που διερευνούν την αξιοποίηση της τεχνολογίας από τον εκπαιδευτικό, τις στάσεις των εκπαιδευόμενων για τα μαθηματικά και την τεχνολογία κ.α. Το γεγονός αυτό αποτέλεσε μια πρώιμη δυσκολία στο συγκερασμό όλων των στοιχείων που θα εξασφάλιζαν τη συστοιχία θεωριών, μεθοδολογίας με την υλοποίηση της έρευνας.

Λόγω των συνθηκών αυτών, κρίθηκε ασφαλές να υιοθετηθεί η μελέτη περίπτωσης. Το δείγμα αποτέλεσαν δύο μαθητές της Α’ δημοτικού και δύο μαθητές αντίστοιχα του νηπιαγωγείου.

Οι δυσκολίες και οι περιορισμοί της όσον αφορά στο δείγμα εντοπίστηκαν στα εξής :

- ✓ στην αναζήτηση μαθητών με κιναισθητικό τύπο μάθησης και στις δύο περιπτώσεις και
- ✓ στην εξασφάλιση κοινού γνωστικού επιπέδου των μαθητών αντίστοιχου της βαθμίδας φοίτησής τους.

Ο εκπαιδευτικός της Α΄ τάξης του δημοτικού, όσο και η νηπιαγωγός συνέβαλαν με την αξιολογική τους έκθεση στην επιλογή των εκπαιδευόμενων.

Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθεί μια επιπλέον δυσκολία που προέκυψε όσον αφορά στο χρόνο διεξαγωγής της έρευνας. Προκειμένου να εξασφαλιστεί η ισότιμη, συγκριτική αποτίμηση των αποτελεσμάτων, η έρευνα διεξήχθη σε δύο περιόδους. Η πρώτη περίοδος αφορά στους δύο μαθητές του δημοτικού και πραγματοποιήθηκε κατά το β' τρίμηνο των σχολικών μαθημάτων, όπου σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα ολοκληρώνεται η διδασκαλία της πρόσθεσης. Η δεύτερη περίοδος αφορά στους δύο μαθητές του νηπιαγωγείου, όπου πραγματοποιήθηκε στο τέλος της σχολικής χρονιάς, ώστε οι μαθητές να έχουν κατακτήσει τις απαιτούμενες γνώσεις. Συνεπαγωγικά, ο συνολικός χρόνος υλοποίησης της έρευνας τελικά ξεπέρασε τον προβλεπόμενο.

Στα πλαίσια σχεδιασμού των μαθηματικών δραστηριοτήτων στην πλατφόρμα Kodu, εξακριβώθηκαν, κυρίως, δυσκολίες στην ψηφιακή αποτύπωσή τους. Ειδικότερα, βάσει του εκπαιδευτικού σεναρίου, ο σχεδιασμός των δραστηριοτήτων για τον οπτικό τύπο μάθησης, δεν παρουσίασαν ιδιαίτερες δυσκολίες. Κατά το σχεδιασμό, ωστόσο, των δραστηριοτήτων, προσαρμοσμένων στον κιναισθητικό τύπο μάθησης, εντοπίστηκαν σαφείς δυσκολίες. Συγκεκριμένα :

- ✓ η πλατφόρμα περιόριζε τις επιλογές σχεδιασμού του περιβάλλοντος διάδρασης. Παρά το γεγονός ότι παρέχει ποικίλα αντικείμενα προσθήκης, δεν επέτρεψε την ταυτόχρονη δημιουργία ενός πλούσιου αισθητικά περιβάλλοντος, αλλά και σωστής αποτύπωσης των δραστηριοτήτων, σύμφωνων με το εκπαιδευτικό σενάριο, λόγω υπερφόρτωσης. Έτσι προτιμήθηκε ένα περιβάλλον πιο απλό, αλλά ελκυστικό και η ακριβής αποτύπωση των δραστηριοτήτων.
- ✓ Ο σχεδιασμός των εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων που αφορούσαν τον κιναισθητικό τύπο μάθησης ήταν σε ένα περιβάλλον που υπήρχαν λιγότερα αντικείμενα και ως εκ τούτου δε συναντήθηκαν ιδιαίτερες δυσκολίες. Κρίθηκε αναγκαία η αλλαγή θέσης των αντικειμένων , ώστε να διευκολύνονται κινητικά οι εκπαιδευόμενοι.

- ✓ Η σύνδεση της πλατφόρμας με τον αισθητήρα κινήσεων Kinect πραγματοποιήθηκε με τη χρήση των κατάλληλων προγραμμάτων συμβατών με windows 7. Χρησιμοποιήθηκε το faast, εργαλείο αποτύπωσης κινήσεων προκειμένου να γραφεί ο κώδικας των κινήσεων που αντιστοιχούσαν σε κάθε πλήκτρο. Αρχικά, παρουσιάστηκε δυσκολία στην επιλογή των πλήκτρων καθώς δεν αναγνωρίζονταν. Στη συνέχεια το πρόβλημα λύθηκε .

- ✓ Μια επιπρόσθετη δυσκολία που παρουσιάστηκε ήταν αναγνώριση από το Kinect της διαφορετικής φυσικής διάπλασης των εκπαιδευομένων. Έγιναν διάφορες δοκιμές υπολογίζοντας το κέντρο του σώματος και μεταβλήθηκαν οι ρυθμίσεις στο fast.

5.3 Μελλοντικές προτάσεις

Η συμβολή της τεχνολογίας καταφαίνεται από ένα πλήθος ερευνών στον τομέα της διδακτικής των μαθηματικών που αναφέρονται στη βιβλιογραφική επισκόπηση. Η υλοποίηση της ιδέας πραγματοποιήθηκε ερευνητικά με τη μελέτη περίπτωσης. Θα ήταν ιδιαίτερα ενδιαφέρον να διερευνηθεί σε ένα ευρύτερο πλαίσιο, με μεγαλύτερο δείγμα, για να μελετηθεί ποιοτικά και ποσοτικά η μεταβολή των αθροιστικών στρατηγικών και η μεταβολή ή μη των στάσεων για τα μαθηματικά.

Βιβλιογραφία

Adelman, & Walker, C. &. (1975). Developing Pictures for Other Frames: action research and case study. Στο Chanan, Gabriel, & S. Delamont, *Frontiers of Classroom Research* (σσ. 220-232). NFER.

Adelman, Clem, Jenkins, David, & Kemmis, S. (1980). Rethinking case study. *Rethinking case study: notes from the second Cambridge Conference in Simons.* Simons: notes from the second Cambridge Conference in Simons.

Adler, P. A., & Adler, P. (1994). Observational techniques. Στο N. Denzin, & Y. Lincoln, *Handbook of Qualititive research* (σ. 378).

Ainley, p. (2006). Connecting Engagement and focus in pedagogic task design. *British Educational journal*.

Artigue, M. (2002). Ingénierie didactique : quel rôle dans la recherche didactique aujourd'hui? *Revue Internationale des Sciences de l' Education, 8,* σσ. 59-72.

Balasubramanian, N., & Wilson, B. G. (2005). Games and Simulations.

Baroody, A. J. (2004). *The developmental bases for early childhood number and operations standards. In D. H.* .

Bell, J. (1997). *Μεθοδολογικός σχεδιασμός παιδαγωγικής και κοινωνικής έρευνας* . Αθήνα: Gutenberg .

Bird, M., Hammersley, M., Gomm, R., & Woods, P. (1999). *Εκπαιδευτική Έρευνα στην Πράξη. Εγχειρίδιο Μελέτης.* Πάτρα: Ελληνικό Ανοιχτό Πανεπιστήμιο.

Boardman, M. (2004). The link between different kindergarten attendance modes and the type of educational programs offered by teahers. *Journal of Australian Research in Childhood Education, 11*(2), σσ. 14-26.

Bogdan, R. G., & Binkel, K. S. (1992). *Qualititive Research for Education (2η εκδοση)* . Boston, MA: Allyn & Bacon.

Bottino, R. M., Earp, J., & Ott, M. (2006). Using games in primary schools to improve reasoning skills. Genova, Italy: Istituto Tecnologie Didattiche ITD-CNR Consiglio Nazionale delle Ricerche Genova.

Broadfoot, P. (1996). *Education, Assesment and Society. A sociological Analysis.* Buckingham: Open University Press.

Brousseau. (1997). *Theory of digital situations in mathematics.*

Bryant, T. N. (1996). *Τα παιδιά κάνουν μαθηματικά.* Gutenberg.

Buxton, L. (1981). *Do you Panic About Maths?Coping with maths anxiety.* London: Heinemann.

Cankaya, S., & Karamete, A. (2009). The effects of educational computer games on students' attitudes towards mathematics course and educational computer games. *New Trends and Issues in Educational Sciences. 1*, σσ. 145-149. Nicosia, Cyprus: World Conference on Educational Sciences.

Carpenter, T., & Moser, J. (1982). The Development of Addition and Subtraction Problem-Solving Skills. Στο T. Carpenter, J. Moser, & T. Romberg, *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Chin, K. (1984). Personal Computing: Too Much Too Soon? *Info-World*, *6*(8), σσ. 24-26.

Chuang, Y.-R., & Fu-Jen. (1999). Teaching in a Multimedia Computer Environment: A Study of the Effects of Learning Style, Gender, and Math Achievement. *IMEj*.

Clark, D. (2009). *donaldclarkplanb.blogspot.gr*. Ανάκτηση από donaldclarkplanb.blogspot.gr/2009/03/amazing-learning-styles-research.html: http://donaldclarkplanb.blogspot.gr/2009/03/amazing-learning-styles-research.html

Clements. (2001). *Mathematics in the Preschool:Teaching children Mathematics.*

Clements, D., & Nastasi, B. (1993). Electronic media and early childhood education. Στο G. D. Nelson, *Dialogue on Early Childhood Science, Mathematics, and Technology Education* (σσ. 93-95).

Clements, S. (2004). *Engaging young children in mathematics:Standards for early childhood mathematics edycation.*

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Μεθοδολογία Εκπαιδευτικής Έρευνας.* Αθήνα: Μεταίχμιο.

Denzin, N., & Lincoln, Y. S. (2000). *Handbook of qualitative research* (2η εκδ. εκδ.). Thousand Oaks, Ca: Sage.

Dimitracopoulos, C. (2001). On end extensions of models of subsystems of Peano arithmetic. *Theoretical Computer Science*(257), σσ. 79-84.

Early Math Strategy: The Report of the Expert Panel on Early Math in Ontario. (2003). Ανάκτηση από www.edu.gov.on.ca: http://www.edu.gov.on.ca/eng/document/reports/math/math.pdf

Egenfeldt-Nielsen, S. (2006). Overview of research on the educational use of video games. *Nordic Journal of Digital Literacy*.

Federation of American Scientists . (2005). Harnessing the Power of Video Games for Learning.

Ferdig, R. E. (2006). Assessing technologies for teaching and learning: understanding the importance of technological content knowledge. *30*(5), 749-760.

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concept of number*. New York: Springer.

Fuson, K., & Fuson, C. (1992). Instruction Supporting Children's Counting On for Addition and Counting Up for Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*(23), σσ. 72-78.

Fuson, K., & Hall, J. (1983). The Acquisition of Early Number Word Meanings . Στο H. Ginsburg, *The Development of Mathematical Thinking*. London: Academic Press.

Fuson, K., Richards, J., & Briars, D. (1982). The Acquisition and Elaboration of the Number Word Sequence. Στο C. Brainerd, *Progress in Cognitive Development.* New York: Springer-Verlag.

Gadadinis, F. J. (2004). Teaching Mathematics Using Virtual Manipulatives through a Multimedia Approach. . *World Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications,* (σσ. 2213-2214). Lugano, Switzerland.

Gee, P. J. (2003). *What Video Games Have to Teach Us about Learning and Literacy.* New York: Palgrave Macmillan.

Gelman, R., & Gallistel, C. (1978). *The Child's Understanding of Number.* Massachusetts: Harvard University Press.

Glaserfield. (1984). *Reasearch in mathematics education.*

Goddard, M. (2002). What DO We Do with These Computers? Reflections on Technology in the Classroom. *Journal of Research on Technology in Education, 35*(1), 19-26.

Greer. (1997). *Modeling reality in mathematics classrooms:The case of wold problem.Learning and Istruction.*

Haugland, S. (1992). Effect of computer software on preschool children's developmental gains. . *Journal of Computing in Childhood Education, 3*(1), σσ. 15-30.

Hiebert&Carpenter. (1992). *Learning and teaching with understanding.* New York.

http://mcrblogs.co.uk. (n.d.). Ανάκτηση Μάρτιος 2013, από http://mcrblogs.co.uk/mickslearningblog/2013/07/23/neil-flemings-vakvark-model/: http://mcrblogs.co.uk/mickslearningblog/2013/07/23/neil-flemings-vakvark-model/

Javeau, C. (2000). *Η έρευνα με ερωτηματολόγιο.Το εγχειρίδιο του καλού ερευνητή.* Αθήνα: Τυπωθήτω.

Jaworski, B. (1996). *Constuctivism and Teaching. The Socio-Cultural Context.* Manchester.

Johnson, D. W., Maruyama, G., Johnson, R., Nelson, D., & Skon, L. (1981). Effects of cooperative, competitive and individualistic conditions of children's problem solving performance. *American Educational Research Journal, 17*.

Jones, E. A., & Ratcliff, G. (1993). *Critical thinking skills for college students.* University Park, PA: National Center on Postsecondary Teaching, Learning, and Assessment.

Karageorgos, D., Barkatsas, A., Gialamas, B., & Kasimatis, K. (1998). Students Mathematics Performance and their attitude toward the learning of Mathematics: An attempt to explore their relationship . *Nordic Studies in Mathematics Education*(1), σ. 23.

Ke, F. (2008, December). A case study of computer gaming for math: Engaged learning for game play? . *Computers and Education*, σσ. 1609-1620.

Kebritchi, Hirumi, & Bai. (2008, May). The Effects of Modern Math Computer Games on Learners Math Achievement and Math Course Motivation in Public High School Setting. σσ. 11-13.

Keefe, J. W. (1982). *Assessing student learning styles:An overview.Student Learning Styles and Brain Behavior.* Reston VA: National Association of Secondary School Principals.

Lakoff, G., & Nunez, R. E. (2000). *Where Mathematics Comes From. How the embodied mind brings mathematics into being.* New York: Basic Books.

Linkoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Nationalistic Injury.* Beverly Hills: Sage Publications .

MacLellan, E. (1995). Counting all, counting on, counting up, counting down: The role of counting in learning to add and subtract. *Education , 3-13*(23(3)), σσ. 17-21.

Marturana&Valera. (1992). *The tree of knowledge:The biological roots of human understanding.* Boston.

Mayer. (2003). *Cognitive,metacognitive and motivational aspects of problem solving.*

McFarlane, A., & Kirriemuir, J. (2004). *REPORT 8: Literature Review in Games and Learning.* FUTURELABS SERIES.

Moeller, K., Martignon, L., Wessolowski, S., Engel, J., & Nuerk, H. (2011, November 29). Effects of Finger Counting on Numerical Development - The Opppsing Views of Neurocognition and Mathematics Education. *Frontiers in Psychology, 2*, σ. 328.

Morisson, K. (1993). *Planning and Accomplishing School-centered Evaluation.* Norfolik: Peter Francis Publishers .

Moutsios-Rentzos, A., Spyrou, P., & Peteinara, A. (υπό δημοσίευση). The objectification of the right-angled triangle in the teaching of the Pythagorean Theorem: an empirical investigation. *Educational Studies in Mathematics*.

Moyer, Bolyard, & Spikell. (2002). *What are virtual manipulatives? Teaching Children Mathematics.*

Moyer, P. S., Niezgoda, D., & Stanley, J. (2005). Young children's use of virtual manipulatives and other forms of mathematical representations. Στο W. J. Masalski, & P. C. Eliott, *Technology-supported mathematics learning environments: Sixty-seventh yearbook* (σσ. 17-34). Reston, VA: NCTM.

NCCA. (n.d.). *curriculumonline.ie*. Ανάκτηση από http://www.curriculumonline.ie: http://www.curriculumonline.ie/en/Primary_School_Curriculum/Mathematics/

NCTM. (2003, 2005). Ανάκτηση από http://www.education.nt.gov.au/teachers-educators/literacy-numeracy/evidence-based-literacy-numeracy-practices-framework/key-elements/teaching-learning/digital-technologies?SQ_DESIGN_NAME=printer_friendly

Nisbet, J., & Watt, J. (1984). Case Study. Στο J. Bell, T. Bush, A. Fox, J. Goodey, & S. Goulding, *Conducting Small-scale Investigations in Educational Management* (σσ. 79-92). London: Harper & Row.

Nunes&Schliemann&Sarraher. (1993). *Mathematics in the streets and in schools.*

Nuttall, D. (1989). The validity of assessments. Στο P. Murphy, & P. Moon, *Developments in Learning and Assessment.* London: Open University.

oph.fi. (n.d.). Ανάκτηση από http://www.oph.fi/download/132551_amendments_and_additions_to_national_core_curriculum_basic_education.pdf

Panagiotakopoulos, C. T. (2011, April). Applying a Conceptual Mini Game for Supporting Simple Mathematical Calculation Skills: Students' Percetpions and Considerations. *World Journal of Education, 1*(1).

Pappas, G. (2003). *SES diferrencesin young children's metacognition in the context of mathematicalproblem solving.*

Patton, M. G. (1990). *Qualititive Evaluation και research Methods (2η εκδοση).* London: Sage Publications.

Pine, K. J., & Veasy, T. (2003). Conceptualizing and assessing young children’s of television advertising within a framework of implicit and explicit Knowledge. *Journal of Marketing Management, Special Issue: Marketing to Children, 3-4*(19), σσ. 459-473.

Prensky, M. (2001). *Digital Game-Based Learning.* McGraw-Hill Companies.

Reid, J. M. (1998). *Understanding learnign styles in the second language classroom.* New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Reuser. (1997). *Every world problem has a solution-the social rationallyof mathematical modelingin schools.Learning and istruction.*

Richards. (1991). *founations of mathematics in France and England.*

Rosas, R., Nussbaum, M., Cumsille, P., Marianov, V., Correa, M., Flores, P., και συν. (2002, December 4). Beyond Nintendo: design and assessment of educational video games for first and second grade students. *Computers & Education, 40*(1), σσ. 71-94.

Slavin, R. E. (1983). When does cooperative learning increase student achievement? *Psychological bulletin, 94*(3), σ. 429.

Sloan, T., Daane, C. J., & Giesen, J. (2002, February). Mathematics Anxiety and Learning Styles: What Is the Relationship in Elementary Preservice Teachers? *School Science and Mathematics*, σσ. 84-87.

Smith, C. (2011, March). Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics. *1*(31).

Stake, R. (1980). The case method inquiry in social inquiry. Στο H. Simons, *Towards a science of the singular: Essays about case study in educational research and evaluation.* Norwich: Centre for Applied Research in Education, University of East Anglia.

Streetfland. (2000). *Ρεαλιστικά μαθηματικά στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση.* Leader Books.

Sturman, A. (1999). Case study methods'. Στο J. P. Keeves, & G. Lakomski, *Issues in Educational Research* (σσ. 103-112). Oxford: Elsevier Science Ltd.

Theory of didactical situation in mathematics. (1990).

Vamvakousi&Vosniadou. (2004). *Understanding the structure of the set of rational numbers:A conceptual change approach,Learning and Instruction.*

Varela, F. J., Thomson, E., & Rosch, E. (1999). *The Embodied Mind* (7th ed εκδ.). Cambridge, Massachusetts: MIT Pres.

VARK: A guide to learning styles. (n.d.). Ανάκτηση Μάιος 2013, από http://www.vark-learn.com/english/page.asp?p=understandingresults

Walker, R. (1996). The Conduct of Educational Case Studies: Ethics, Theory and Procedures. Στο M. Hammersley, *Controversies in Classroom Research.* London: Open University Press.

Walle, V. (2007). *Διδάσκοντας Μαθηματικά.* Θεσσαλονίκη: Επίκεντρο.

Walle, V. d. (2005). *Μαθηματικά για το δημοτικό και το γυμνάσιο.Μια εξελικτική διαδικασία.* Αθήνα: Δάρδανος.

Walle, V. d. (2007). *Διδάσκοντας μαθηματικά.* Θεσσαλονίκη: Επίκεντρο.

Warner, T. (2012). *The use of a SMART table to increase On-task Behavior.* University of Mary Washington.

Warner, T. (2012). *The Use of a SMART Table to Increase On-task Behavior.* Washington: University of Mary Washington.

Warner, T. (2012). *The use of a SMART table to increase On-task Behavior.* Washington: University of Mary Washington.

Wellington, J. (2009, Jan 19). *Association Science Education.* Ανάκτηση από http://www.ase.org.uk/resources/scitutors/research/research-jerry-wellington/

Wilson, N., & McLean, ι. (1994). *Questionnaire Design : a Practical Instruction .* Newtown Abbery , Co.Antrim: University of Ulster Press .

Woda, M., & Kubacki-Gorwecki, K. (n.d.). *http://ubicc.org.* Ανάκτηση Μάρτιος 2013, από http://ubicc.org/files/pdf/604_604.pdf: http://ubicc.org/files/pdf/604_604.pdf

Woods, P. (1991). *Inside Schools. Ethnography in Education Research.* London: Routlege.

Woods, P. (1991). *Inside Schools. Ethnography in Education Research.* London: Routledge.

Yin, R. (1989). *Case Study Research: design and methods.* Newbury Park, California: Sage Publications.

Yin, R. (1989). *Case Study Research: design and methods.* Newbury Park, California: Sage Publications.

Βαμβακούση. (2005). *Μια νέα ματιά στο μαθηματικό πρόβλημα.* Ανάκτηση από http://www.pi-schools.gr/epimorfosi/epimorfotiko_yliko/dimotiko/mathimatika.pdf

Βανδουλάκης, Ι. (2005). *Στυλ Μάθησης.*

Γαβρίλης, Κ., & Κεΐσογλου, Σ. (2008). Σενάρια και εκπαιδευτικό λογισμικό για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών ΠΕ03 στην διδακτική των Μαθηματικών. *1ο Πανελλήνιο Εκπαιδευτικό Συνέδριο Ημαθίας.*

Γέρου, Θ. (1991). *ΣχολικήΑποτυχία.* Αθήνα: Βιβλιογονία.

ΕΜΕ. (1986). 3ο Πανελλήνιο συνέδριο μαθηματικής παιδείας: Το διδακτικό βιβλίο των Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Αθήνα: ΕΜΕ.

Εξαρχάκος. (1993). *Εισαγωγή στα Μαθηματικά* . Αθήνα: αυτοέκδοση.

Ζακόπουλος, Β., & Ελληνιάδου, Ε. (2009). Διδακτική εφαρμογή ενός προγράμματος νοητικού χάρτη στην Ιστορία. *5ο Πανελλήνιο Συνέδριο Εκπαιδευτικών-ΤΠΕ στην Εκπαίδευση.* Σύρος: Πρακτικά Συνεδρίου.

Ζαράνης, Ν., Μ.Χρυσίνη, & Ψαλτάκη, Ε. (2009). Αξιολόγηση μαθητών της Προσχολικής Εκπαίδευσης σύμφωνα με το μοντέλο του Alan Hoffer για την κατανόηση του αριθμού «5» με τη βοήθεια των Νέων Τεχνολογιών. *ΤΠΕ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ.* Σύρος.

Ζαφειρίου, Γ. (2003). Μέθοδοι έρευνας στη Βιβλιοθηκονομία. *Διδακτικές Σημειώσεις Α.ΤΕΙ Θεσ/νίκης*, 32. Σίνδος.

Ζητήματα θεωρίας των επιστημών της φύσης. (2008). Τόπος.

Η γλώσσα ως μέσο και ως αντικείμενο μάθησης στην προσχολική και πρωτοσχολική ηλικία. (n.d.). *6ο Πανελλήνιο συνέδριο ΟΜΕΡ*.

Θεοδούλου&Γαγάτσης. (2003). Μια εικόνα αξίζει χίλιες λέξεις...Ποιο είδος όμως εικόνας βοηθά στην επίλυση μαθηματικού προβλήματος;. *2ο Συνέδριο για τα μαθηματικά*.

Καραγεώργου, Δ., Μπαρκάτσα, Α., & Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Μ. (Νοέμβριος 2001). Οι πεποιθήσεις των καθηγητών των μαθηματικών για τη διδακτικο-μαθηματική διαδικασία : Μερικές διαστάσεις της συμβολής τους στο μαθηματικό αναλφαβητισμό. *Πρακτικά 18ο Πανελλήνιο συνέδριο της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρίας*, (σ. 164).

Καραγεώργου, Δ., Μπρακατσά, Α., & Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Μ. (2001). Οι πεποιθήσεις των καθηγητών των Μαθηματικών για τη διδακτικο-μαθησιακή διαδικασία.Μερικές διαστάσεις της συμβολής τους στο μαθηματικό αναλφαβητισμό. *Πρακτικά 18ου Πανελλήνιου Συνεδρίου της ΕΜΕ*, (σ. 164).

Καφούση&Σκουμπουρδή. (2010). *Μαθηματικά των παιδιών 4 με 6 ετών-Αριθμοί και χώρος.* Πατάκη.

Καφούση, & Σκουμπουρδή. (2008). *Τα μαθηματικά των παιδιών 4-6 ετών.Αριθμοί και χώρος.* αθήνα: Πατάκη.

Κλαουδάτου, Ν. (1996). Σημειώσεις από το μάθημα «Διδακτική των μαθηματικών». 35.

Κολέζα. (2000). *Γνωσιολογική και διαδακτική προσέγγιση των στοιχειωδών μαθηματικών εννοιών.* Leader Books.

Κολέζα. (2006). *μαθηματικά και σχολικά μαθηματικά.*

Κολέζα. (2008). *Ζητήμτα θεωρίας των επιστημών της φύσης.*

Κολέζα. (2010). *Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των μαθηματικών.* Επιστημονικές εκδόσεις.

Κυνηγός. (2006). *Το Μάθημα της διερεύνησης. Παιδαγωγική αξιοποίηση της Σύγχρονης Τεχνολογίας για τη διδακτική των μαθηματικών: Από την Έρευνα στη Σχολική Τάξη.* Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Κυνηγός. (2006). *Το Μάθημα της διερεύνησης. Παιδαγωγική αξιοποίηση της Σύγχρονης Τεχνολογίας για τη διδακτική των μαθηματικών: Από την Έρευνα στη Σχολική Τάξη.* Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Κυνηγός. (2007). *Το Μάθημα της διερεύνησης. Παιδαγωγική αξιοποίηση της Σύγχρονης Τεχνολογίας για τη διδακτική των μαθηματικών: Από την Έρευνα στη Σχολική Τάξη.* Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Κυνηγός, Χ., & Δημαράκη, Ε. (2002). *Νοητικά Εργαλεία και Πληροφοριακά Μέσα.* Αθήνα: Καστανιώτη.

Κυριαζή, Ν. (2001). *Η κοινωνιολογική έρευνα: Κριτική επισκόπηση των μεθόδων και των τεχνικών* . Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Λεμονίδης. (1994). *Περίπατος στη μάθηση της στοιχειώδους Αριθμητικής.* Θεσσαλονίκη: Κυριακίδης.

Λεμονίδης. (2006). *Οι αρχές για τη διδασκαλία και ο εκσυγχρονισμός τάξης του δημοτικού σχολείου.*

Ματσαγγούρας. (2003). *Θεωρία και πράξη της διδασκαλίας : Ι. Θεωρία της διδασκαλίας: ΙΙ. Στρατηγικές διδασκαλίας* . Αθήνα: Gutenberg.

Μεταλλίδου, Π., & Πλατσίδου, Μ. (2004). Μαθησιακά στυλ και προτιμώμενες στρατηγικές λύσης προβλημάτων. Στο Δ. (. Στο: Ν. Μακρής και Δεσλή, & Δ. Δεσλή, *Η γνωστική ψυχολογία σήμερα : Γέφυρες για τη μελέτη της νόησης (Πρακτικά Συνεδρίου).* Αθήνα: Τυπωθήτω.

Προβελέγγιος, Π., & Φεσάκης, Γ. (2011). *Εκπαιδευτικές εφαρμογές των serious games: Η περίπτωση του παιχνιδιού food Force.* Ανάκτηση από http://epyna.eu/agialama/synedrio_syros_6/eishghseis/TPEdidaktiki/402-probelegios.pdf

Σακονίδης. (2004). Μαθηματικά σε περιβάλλον διαμορφωμένο για αυτόνομη μάθηση.

Σκουμπουρδή. (2012). *Σχεδιασμός ένταξης υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών.* Αθήνα: Πατάκη.

Σκουμπουρδή. (2012). *Σκουμπουρδή, Χρυσάνθη. Σχεδιασμός ένταξης υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών* . Αθήνα: Πατάκη.

Σπύρου. (2000). *Επιστημολογία των μαθηματικών.* Αθήνα.

Τζεκάκη. (2007). Μαθηματική εκπαίδευση στην προσχολική ηλικία. *6ο συνέδριο ΟΜΕΠ.*

Τζεκάκη. (2010). *Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία.*

Τζεκάκη. (2010). *Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτησχολική ηλικία* .

Τουμάσης, Μ. (1994). *Σύγχρονη διδακτική των μαθηματικών.* Αθήνα: Gutenberg.

Τουμάσης, Μ. (1999). *Πώς να Ενεργοποιήσουμε τα Παιδιά στο Μάθημα των Μαθηματικών.* Χαλκίδα: Κωστόγιαννος.

Τσαμπούκου-Σκαναβή, Κ. (2004). *Κοινωνία και Περιβάλλον – Μια σχέση σε αδιάκοπη εξέλιξη.* Αθήνα: Καλειδοσκόπιο.

Τύπας. (2005). *Τα μαθηματικά του δημοτικού μέσα από τα νέα διδακτικά εγχειρίδια.* Ανάκτηση από http://www.pi-schools.gr/epimorfosi/epimorfotiko_yliko/dimotiko/mathimatika.pdf

Φιλίππου, Γ., & Χρήστου, Κ. (2001). *Φιλίππου Γ. Χρήστου Κ. Κείμενα Παιδείας, Κείμενα Παιδείας, Συναισθηματικοί παράγοντες και μάθηση των Μαθηματικών.* Άτραπος.

Χ., Σ. (2004). Μαθηματικά σε περιβάλλον διαμορφωμένο για αυτόνομη μάθηση.

Παράρτημα

Τεστ Διάγνωσης του Αισθητηριακού Τύπου του παιδιού

Σε κάθε μία από τις παρακάτω δηλώσεις πού σε εκφράζει. Σημείωσε δίπλα ένα *Ναι.* Στις δηλώσεις πού δεν σε εκφράζουν, σημείωσε δίπλα ένα *Όχι*.

1. Προτιμώ να φτιάχνω κάτι με τα χέρια μου, παρά να διαβάζω ή να κοιτάζω ένα βιβλίο με εικόνες. __
2. Μου αρέσει, να με αγγίζουν οι άνθρωποι. ____
3. Μου έχουν πει ότι έχω καλή φωνή και τραγουδάω καλά. _____
4. Στο σχολείο είμαι καλός/ καλή στην ορθογραφία. _____
5. Ανάλογα με τη φωνή των ανθρώπων, άλλους συμπαθώ και άλλους αντιπαθώ. _____
6. Όταν πιάνω κάτι καινούριο, το μυρίζω. _____
7. Όταν ακούω μουσική, μου 'ρχεται να χορέψω. _____
8. Μου αρέσει η ζωγραφική με χρώματα. _____
9. Προτιμώ να με εξετάζουν προφορικά, παρά να γράφω διαγώνισμα. _____
10. Μου αρέσουν τα παιχνίδια με κατασκευές. _____
11. Απολαμβάνω να βλέπω βιτρίνες. _____
12. Μου αρέσει να είναι τα πράγματά μου τακτοποιημένα. _____
13. Στο σχολείο, αγαπώ το μάθημα της γυμναστικής. _____
14. Όταν διαλέγω παιχνίδια ή βιβλία, διαλέγω αυτά που μου φαίνονται ότι είναι πιο όμορφα. _____
15. Στο σχολείο, μαθαίνω καλύτερα και ευκολότερα αυτά που γράφουμε και στον πίνακα. _____
16. Μου αρέσει να σκαρφαλώνω. _____
17. Ξέρω πολλά τραγούδια και με τα λόγια τους. _____
18. Μου αρέσει να συνοδεύω τα λόγια μου με εκφραστικές κινήσεις. _____
19. Όταν μιλώ σε έναν άνθρωπο που αγαπώ, μου αρέσει να τον αγγίζω. _____
20. Μου αρέσει να ακούω παραμύθια και ιστορίες. _____
21. Θέλω ησυχία όταν εργάζομαι. _____
22. Μου αρέσει να βλέπω έργα στον κινηματογράφο ή στην τηλεόραση. _____
23. Τα βιβλία που δεν έχουν εικόνες τα βρίσκω ανιαρά. _____
24. Όταν σκέπτομαι, πολλές φορές λέω δυνατά τη σκέψη μου. _____
25. Καταλαβαίνω καλύτερα, όταν μου δίνουν να δω αυτό που μου λένε. _____
26. Με ενδιαφέρει να φοράω ρούχα στα χρώματα που μου αρέσουν. _____
27. Κάποτε αισθάνομαι ότι συμπαθώ ή δεν συμπαθώ κάποιους ανθρώπους, χωρίς να ξέρω γιατί. _____
28. Πολλές φορές συμπαθώ ή αντιπαθώ ανθρώπους από την εμφάνιση τους. _____
29. Προτιμώ τα παιχνίδια που μιλάνε ή κάνουν θόρυβο. _____
30. Μου αρέσει να ακούω μουσική. _____
31. Καταλαβαίνω καλύτερα, όταν πιάσω τα πράγματα με τα χέρια μου. _____
32. Μου αρέσουν τα παζλ. _____
33. Πολλές φορές, όταν ακούω στο ραδιόφωνο ένα τραγούδι, τραγουδάω κι εγώ μαζί του. _____
34. Στο σχολείο, μαθαίνω καλύτερα όταν μου εξηγήσουν το μάθημα προφορικά, παρά όταν το διαβάσω από το βιβλίο. _____
35. Στα διαγωνίσματα, συχνά απαντώ στις ερωτήσεις σύμφωνα με το τι αισθάνομαι ότι είναι σωστό. _____
36. Όταν γίνεται κάτι, δε μου αρέσει να το κοιτάζω απ' έξω. Θέλω να μετέχω στη δράση. _____
37. Μπορώ να αναγνωρίσω τους ανθρώπους από τη φωνή τους στο τηλέφωνο. _____
38. Με ενδιαφέρει τα ρούχα που φοράω να είναι καθαρά και με ενοχλεί όταν είναι κάπου λερωμένα. _____
39. Μου λένε ότι μιμούμαι καλά διάφορες φωνές. _____
40. Όταν είμαι στα καταστήματα, μου αρέσει να παίρνω στα χέρια μου τα αντικείμενα που κοιτάζω. _____
41. Καταλαβαίνω πολλά από την έκφραση του προσώπου των ανθρώπων. _____
42. Όταν παίζω ή εργάζομαι, πολλές φορές μιλώ φωναχτά με τον εαυτό μου ή κάνω φανταστικούς διαλόγους. _____

Κώδικας xml για τη μετατροπή της κίνησης σε πλήκτρα

```
<sensor>
    <tracker>Microsoft</tracker>
    <mirrormode>true</mirrormode>
    <smoothing>true</smoothing>
    <smoothingfactor>0.5</smoothingfactor>
    <correction>0.5</correction>
    <prediction>0.5</prediction>
    <jitter>0.05</jitter>
    <deviation>0.04</deviation>
</sensor>
<server>
    <transformations>Global coordinates</transformations>
    <automaticassignment>true</automaticassignment>
</server>
<gestures>
    <gesture name="right" timeout="0">
        <input type="1">
            <descriptor>head</descriptor>
            <descriptor>to the right of</descriptor>
            <descriptor>torso</descriptor>
            <descriptor>at least</descriptor>
```

```
            <descriptor>10</descriptor>
            <descriptor>centimeters</descriptor>
        </input>
        <output type="0">
            <descriptor>hold</descriptor>
            <descriptor>right_arrow</descriptor>
            <descriptor>until complete</descriptor>
            <descriptor>0,1</descriptor>
        </output>
    </gesture>
    <gesture name="left" timeout="0">
        <input type="1">
            <descriptor>head</descriptor>
            <descriptor>to the left of</descriptor>
            <descriptor>torso</descriptor>
            <descriptor>at least</descriptor>
            <descriptor>10</descriptor>
            <descriptor>centimeters</descriptor>
        </input>
        <output type="0">
            <descriptor>hold</descriptor>
            <descriptor>left_arrow</descriptor>
```

```
                <descriptor>until complete</descriptor>
                <descriptor>3</descriptor>
        </output>
</gesture>
<gesture name="front" timeout="0">
        <input type="1">
                <descriptor>left hand</descriptor>
                <descriptor>above</descriptor>
                <descriptor>torso</descriptor>
                <descriptor>at least</descriptor>
                <descriptor>0</descriptor>
                <descriptor>centimeters</descriptor>
        </input>
        <input type="1">
                <descriptor>right hand</descriptor>
                <descriptor>above</descriptor>
                <descriptor>torso</descriptor>
                <descriptor>at least</descriptor>
                <descriptor>0</descriptor>
                <descriptor>centimeters</descriptor>
        </input>
        <input type="1">
```

```
            <descriptor>left hand</descriptor>
            <descriptor>to the left of</descriptor>
            <descriptor>torso</descriptor>
            <descriptor>at least</descriptor>
            <descriptor>0</descriptor>
            <descriptor>centimeters</descriptor>
        </input>
        <input type="1">
            <descriptor>right hand</descriptor>
            <descriptor>to the right of</descriptor>
            <descriptor>torso</descriptor>
            <descriptor>at least</descriptor>
            <descriptor>0</descriptor>
            <descriptor>centimeters</descriptor>
        </input>
        <output type="0">
            <descriptor>hold</descriptor>
            <descriptor>up_arrow</descriptor>
            <descriptor>until complete</descriptor>
            <descriptor>0</descriptor>
        </output>
    </gesture>
```

```
<gesture name="take" timeout="0">
    <input type="1">
        <descriptor>right hand</descriptor>
        <descriptor>to the right of</descriptor>
        <descriptor>waist</descriptor>
        <descriptor>at least</descriptor>
        <descriptor>40</descriptor>
        <descriptor>centimeters</descriptor>
    </input>
    <input type="1">
        <descriptor>right hand</descriptor>
        <descriptor>below</descriptor>
        <descriptor>waist</descriptor>
        <descriptor>at least</descriptor>
        <descriptor>0</descriptor>
        <descriptor>centimeters</descriptor>
    </input>
    <output type="0">
        <descriptor>hold</descriptor>
        <descriptor>space</descriptor>
        <descriptor>until complete</descriptor>
        <descriptor>0</descriptor>
```

```xml
		</output>
	</gesture>
	<gesture name="throw" timeout="0">
		<input type="1">
			<descriptor>right hand</descriptor>
			<descriptor>above</descriptor>
			<descriptor>right shoulder</descriptor>
			<descriptor>at least</descriptor>
			<descriptor>20</descriptor>
			<descriptor>centimeters</descriptor>
		</input>
		<output type="0">
			<descriptor>hold</descriptor>
			<descriptor>left_control</descriptor>
			<descriptor>until complete</descriptor>
			<descriptor>0</descriptor>
		</output>
	</gesture>
	<gesture name="jump" timeout="0">
		<input type="0">
			<descriptor>jump</descriptor>
			<descriptor/>
```

```
            <descriptor>at least</descriptor>
            <descriptor>10</descriptor>
            <descriptor>centimeters</descriptor>
        </input>
        <output type="0">
            <descriptor>hold</descriptor>
            <descriptor>j</descriptor>
            <descriptor>until complete</descriptor>
            <descriptor>0</descriptor>
        </output>
    </gesture>
</gestures>
```

Εγκατάσταση kinect σε pc με Windows 32 bit

Από τον φάκελο kinect:

1.Πάμε στο Sensorkinect – unstable\ Sensor-Kinect-unstable\ Platform\Win32\Driver και τρέχουμε το αρχείο dpinst-x86.exe.

2.Πάμε στο kinect\OpenNI-Windows-x 86-2.2 και κάνουμε εγκατάσταση το OpenNI-Windows –x 86-2.2.msi

3.Πάμε στο Kinect \NiTE-Windows-x86-2.2 και κάνουμε εγκατάσταση το NiTE-Windows-x86-2.2.msi

4.Έχουμε τον υπολογιστή συνδεδεμένο στο διαδίκτυο και βάζουμε στη θύρα usb το kinect . Περιμένουμε μέχρι να τελειώσει η διαδικασία εντοπισμού των Drivers.

5.Κάνουμε εγκατάσταση το KinectDK-v1.7-Setup.exe

6.Στο φάκελο Kinect\FAAST-1.0\FAAST-1.0 τρέχουμε το FAAST.exe , επιλέγουμε tracker : Microsoft και μετά πατάμε connect.