

# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Σχολή Χρηματοοικονομικής και Στατιστικής



Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

**ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ ΜΕΤΑΞΥ  
ΔΕΙΚΤΩΝ ΓΟΝΙΜΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΒΑΣΙΚΩΝ  
ΔΗΜΟΓΡΑΦΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΤΕΧΝΙΚΗ  
BORGUE-PALMORE ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ  
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ  
ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ**

Παναγιώτης Ε. Τσιάκαλος

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής  
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των  
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού  
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Πειραιάς  
Μάρτιος 2017

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. .... συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Εφαρμοσμένη Στατιστική

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Καθηγητής, Τσίμπος Κλέων (Επιβλέπων)
- Επίκουρη Καθηγήτρια, Βερροπούλου Γεωργία
- Επίκουρος Καθηγητής, Ευαγγελάρας Χαράλαμπος

Η έγκριση της Διπλωματική Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

**UNIVERSITY OF PIRAEUS**

**School of Finance and Statistics**



**Department of Statistics and Insurance Science**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN  
APPLIED STATISTICS**

**APPLICATION OF THE BORGUE-PALMORE  
METHOD TO REGIONAL DATA ON VITAL  
STATISTICS AND CENSUS MATERIAL OF THE  
POPULATION OF GREECE**

By

**Panagiotis E. Tsiakalos**

MSc Dissertation

submitted to the Department of Statistics and Insurance  
Science of the University of Piraeus in partial fulfilment of  
the requirements for the degree of Master of Science in  
Applied Statistics

Piraeus, Greece

March 2017



# Ευχαριστίες

Με την παρούσα εργασία μου δίνεται η ευκαιρία να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ σε όλους αυτούς που με στήριξαν και με εμπιστεύτηκαν, ο καθένας με τον δικό του τρόπο, καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου στο μεταπτυχιακό της Εφαρμοσμένης Στατιστικής. Είναι δεδομένο ότι χωρίς την έμπρακτη και ηθική στήριξη των γονιών μου και της Ήρας, δεν θα μπορούσα να είχα φτάσει ως εδώ.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θέλω να δώσω και στους συμφοιτητές μου για το ενδιαφέρον τους, τις συμβουλές τους, την επικοινωνία τους και πάνω από όλα για τη φιλία τους. Αρκετοί από αυτούς με βοήθησαν και μου έδωσαν κίνητρο και θέλω να πιστεύω πως και εγώ τους βοήθησα και τους παρακίνησα να βελτιωθούμε όλοι μαζί. Το σημαντικότερο, όμως, είναι ότι μέσα από αυτή τη διαδικασία εκτιμώ πως χτίστηκαν ιδιαίτερα δυνατές φιλίες. Δε χρειάζεται να αναφερθούν ονόματα, άλλωστε ξέρουν πολύ καλά οι ίδιοι σε ποιους αναφέρομαι.

Δε θα μπορούσα, βέβαια, να μην ευχαριστήσω τον καθηγητή κύριο Τσίμπο για τις συμβουλές του, για τις υποδείξεις του, για την υπομονή του. Ειλικρινά ήταν ιδιαίτερη τιμή να συνεργαστώ μαζί του και θέλω να πιστεύω πως γνωρίζει ότι έκανα ό,τι είναι δυνατόν για να μην τον απογοητεύσω.

Τελευταίο, αλλά όχι με μικρότερη σημασία, είναι και το ευχαριστώ που θέλω να πω σε δύο καθηγητές που μου άνοιξαν ξανά την πόρτα της Στατιστικής, την οποία είχα κλείσει αρκετά χρόνια πριν, οριστικά και αμετάκλητα όπως πίστευα τότε. Ο κύριος Πιτσέλης και ο κύριος Μπούτσικας ήταν οι άνθρωποι που μου έδωσαν τις απαραίτητες συστατικές επιστολές, έχοντας δει τα διαπιστευτήρια μου από το, μακρινό για μένα, προπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών του τμήματος. Αν εκείνες τις πρώτες μέρες του Σεπτεμβρίου του 2014, όπου και έψαχνα να βρω τον τρόπο για να χτυπήσω την πόρτα του μεταπτυχιακού, δεν έβρισκα τους δύο συγκεκριμένους καθηγητές, τότε δε θα ήμουν στη θέση να γράψω την παρούσα εργασία και ούτε βέβαια να παρακολουθήσω και να ολοκληρώσω το πρόγραμμα σπουδών της Εφαρμοσμένης Στατιστικής.



## Περίληψη

Η εκτίμηση του μεγέθους της γονιμότητας έχει μία μακρά ιστορία στον τομέα της δημογραφίας καθώς αρκετές μέθοδοι έχουν προταθεί με στόχο την αναζήτηση κατάλληλων τεχνικών, προσπαθώντας παράλληλα να μειώσουν το πρόβλημα της ανεπάρκειας και αναξιοπιστίας των διαθέσιμων δεδομένων. Το 1964, δύο Αμερικάνοι δημογράφοι, οι Donald Bogue και James Palmore, παρουσίασαν μία μελέτη στην οποία χρησιμοποίησαν μοντέλα γραμμικής παλινδρόμησης που εκτιμούν τις σχέσεις μεταξύ διαφόρων δεικτών γονιμότητας.

Η εφαρμογή της μεθόδου έγινε σε δεδομένα επιπέδου χωρών και τα αποτελέσματα ήταν εντυπωσιακά καθώς οι συσχετίσεις μεταξύ των δεικτών ήταν υψηλές και επομένως τα μοντέλα έδιναν ικανοποιητικές εκτιμήσεις για καθένα εξ αυτών. Ένα από τα ζητήματα που προέκυψαν ήταν κατά πόσο αυτή η τεχνική θα μπορούσε να εφαρμοστεί και σε μικρότερες γεωγραφικές κλίμακες. Στην παρούσα έρευνα γίνεται εφαρμογή της μεθόδου σε δεδομένα 51 νομών της Ελλάδας, τις χρονιές 1981, 1991 και 2001.

Τα αποτελέσματα της μελέτης είναι αρκετά διαφορετικά από τα αντίστοιχα των Bogue και Palmore, με τις συσχετίσεις και τις εκτιμήσεις να μην είναι τόσο ιδανικές όσο παρουσίασαν οι δύο Αμερικάνοι δημογράφοι. Το γεγονός αυτό δείχνει ότι η συγκεκριμένη μέθοδος πιθανότατα εφαρμόζεται πιο αποτελεσματικά σε επίπεδο χωρών παρά σε περιφερειακό επίπεδο.





## **Abstract**

The estimation of fertility measurement has a long history within the field of demography, as several methodologies have been proposed in order to search for appropriate techniques, while trying to reduce the problems of inadequacy and unreliability of the available data. In 1964, two American demographers, Donald Bogue and James Palmore, presented a study in which they used linear regression models to estimate the relationships between various fertility indicators.

The method was applied in country level data and the results were impressive, as the correlations between the indicators were high and therefore the models successfully estimated each of them. One of the issues raised, was whether this technique could be applied to smaller population units. In the current research, this method is applied to the 51 prefectures of Greece, in the years 1981, 1991 and 2001.

The results of this study are quite different from those of Bogue and Palmore's, as correlations and estimates are not as ideal as the two American demographers presented. This fact suggests that the method is probably applied more effectively in country level rather than regional level.



# Περιεχόμενα

Κατάλογος Πινάκων .....	xi
Κατάλογος Σχημάτων .....	xvii
Κατάλογος Συντομογραφιών .....	xix
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 .....	1
Εισαγωγή .....	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 .....	3
Δείκτες γονιμότητας.....	3
2.1 Εισαγωγή .....	3
2.2 Απλοί χρονολογικοί δείκτες γονιμότητας.....	3
2.2.1 Αδρός δείκτης γεννήσεων (CBR) .....	4
2.2.2 Γενικός δείκτης γονιμότητας (GFR).....	4
2.2.3 Ειδικός κατά ηλικία δείκτης γονιμότητας ( $f_x$ ) .....	5
2.2.4 Δείκτης ολικής γονιμότητας (TFR) .....	6
2.3 Προτυποποιημένοι δείκτες γονιμότητας.....	7
2.3.1 Άμεσα προτυποποιημένος δείκτης γονιμότητας (SFR direct) .....	7
2.3.2 Έμμεσα προτυποποιημένος δείκτης γονιμότητας (SFR indirect).....	8
2.4 Απογραφικοί δείκτες γονιμότητας.....	9
2.4.1 Λόγος παιδικού προς αναπαραγωγικό πληθυσμό (CWR) .....	9
2.4.2 Σχετική κατανομή συγκεκριμένων ομάδων πληθυσμού.....	10
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 .....	11
Απλή και πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση.....	11
3.1 Εισαγωγή .....	11
3.2 Συσχέτιση τυχαίων μεταβλητών .....	12
3.2.1 Διάγραμμα διασποράς.....	12
3.2.2 Συντελεστής συσχέτισης Pearson .....	14

3.3 Απλή Γραμμική Παλινδρόμηση.....	15
3.3.1 Βασικές έννοιες.....	15
3.3.2 Η ευθεία Παλινδρόμησης .....	16
3.3.3 Συντελεστής Προσδιορισμού.....	18
3.4 Στατιστική Συμπερασματολογία.....	20
3.4.1. Το κανονικό γραμμικό μοντέλο.....	20
3.4.2 Έλεγχοι σφαλμάτων.....	21
3.4.3 Έλεγχοι υποθέσεων για το κανονικό γραμμικό μοντέλο .....	24
3.4.4 Η έννοια του p-value (significance value) .....	25
3.5 Πολλαπλή Γραμμική Παλινδρόμηση.....	26
3.5.1 Μοντέλο και εκτίμηση παραμέτρων.....	26
3.5.2 Πολυσυγγραμμικότητα .....	27
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 .....	29
Η τεχνική Bogue-Palmore .....	29
4.1 Εισαγωγή .....	29
4.2 Σχέσεις ανάμεσα στους άμεσους δείκτες γονιμότητας.....	30
4.3. Σχέσεις ανάμεσα στους έμμεσους δείκτες γονιμότητας .....	32
4.4 Σχέσεις ανάμεσα στους άμεσους και τους έμμεσους δείκτες γονιμότητας .....	33
4.5 Εκτίμηση άμεσων δεικτών μέσω πολλαπλών παλινδρομήσεων .....	34
4.5.1 Συμπληρωματικοί δείκτες.....	35
4.5.2 Μοντέλα Πολλαπλών Παλινδρομήσεων .....	36
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 .....	39
Ανάλυση-Αποτελέσματα .....	39
5.1 Εισαγωγή .....	39
5.2 Απλή γραμμική παλινδρόμηση με άμεσους δείκτες γονιμότητας .....	39
5.2.1 Συσχετίσεις μεταξύ άμεσων δεικτών γονιμότητας.....	39
5.2.2 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 1981 .....	45
5.2.3 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 1991 .....	64

5.2.4 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 2001 .....	81
5.3 Απλή γραμμική παλινδρόμηση με έμμεσους δείκτες γονιμότητας .....	98
5.3.1 Συσχετίσεις μεταξύ έμμεσων δεικτών γονιμότητας .....	98
5.3.2 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 1981 .....	102
5.3.3 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 1991 .....	106
5.3.4 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 2001 .....	110
5.4 Απλή γραμμική παλινδρόμηση με άμεσους και έμμεσους δείκτες γονιμότητας.....	113
5.4.1 Συσχετίσεις μεταξύ άμεσων και έμμεσων δεικτών γονιμότητας.....	113
5.4.2 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 1981 .....	118
5.4.3 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 1991 .....	121
5.4.4 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 2001 .....	125
5.5 Μερικά σχόλια για την πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση.....	129
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 .....	131
Συμπεράσματα .....	131
Παραρτήματα.....	135
Βιβλιογραφία .....	153



# Κατάλογος Πινάκων

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2.1 Μικρότεροι και μεγαλύτεροι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των άμεσων δεικτών .....	31
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3.1 Μικρότεροι και μεγαλύτεροι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των έμμεσων δεικτών.....	32
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4.1 Μικρότεροι και μεγαλύτεροι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης μεταξύ άμεσων και έμμεσων δεικτών.....	34
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.1 Περιγραφικά μέτρα των άμεσων δεικτών γονιμότητας για το 1981 .....	40
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.2 Περιγραφικά μέτρα των άμεσων δεικτών γονιμότητας για το 1991 .....	40
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.3 Περιγραφικά μέτρα των άμεσων δεικτών γονιμότητας για το 2001 .....	41
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.4 Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των άμεσων δεικτών για το 1981 .....	42
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.5 Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των άμεσων δεικτών για το 1991 .....	43
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.6 Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των άμεσων δεικτών για το 2001 .....	44
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.7 Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.1).....	47
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.8 Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.1).....	47
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.9 Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.1).....	48
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.10 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.1).....	48
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.11 Σύνοψη μοντέλου (5.1).....	49
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.12 Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.2).....	49
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.13 Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.2).....	49
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.14 Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.2).....	50
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.15 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.2).....	50
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.16 Σύνοψη μοντέλου (5.2).....	51
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.17 Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.3).....	52
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.18 Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.3).....	52
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.19 Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.3).....	53
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.20 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.3).....	53
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.21 Σύνοψη μοντέλου (5.3).....	54

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.22 Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.4).....	54
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.23 Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.4).....	54
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.24 Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.4).....	55
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.25 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.4).....	55
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.26 Σύνοψη μοντέλου (5.4).....	56
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.27 Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.5).....	57
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.28 Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.5).....	57
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.29 Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.5).....	58
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.30 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.5).....	58
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.31 Σύνοψη μοντέλου (5.5).....	59
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.32 Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.6).....	59
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.33 Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.6).....	59
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.34 Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.6).....	60
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.35 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.6).....	60
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.36 Σύνοψη μοντέλου (5.6).....	61
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.37 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$ των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1981 .....	61
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.38 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$ των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1981 .....	62
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.39 Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1981.....	62
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.40 Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.7).....	65
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.41 Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.7).....	65
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.42 Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.7).....	66
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.43 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.7).....	66
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.44 Σύνοψη μοντέλου (5.7).....	67
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.45 Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.8).....	67
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.46 Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.8).....	67
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.47 Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.8).....	68



ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.48	Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.8)	68
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.49	Σύνοψη μοντέλου (5.8)	69
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.50	Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.9)	70
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.51	Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.9)	70
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.52	Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.9)	71
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.53	Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.9)	71
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.54	Σύνοψη μοντέλου (5.9)	72
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.55	Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.10)	72
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.56	Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.10)	72
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.57	Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.11)	74
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.58	Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.11)	74
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.59	Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.11)	75
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.60	Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.11)	75
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.61	Σύνοψη μοντέλου (5.11)	76
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.62	Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.12)	76
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.63	Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.12)	77
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.64	Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.12)	77
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.65	Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.12)	78
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.66	Σύνοψη μοντέλου (5.12)	78
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.67	Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$ των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1991	79
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.68	Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$ των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1991	79
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.69	Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1991	80
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.70	Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.13)	83
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.71	Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.13)	83
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.72	Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.13)	84
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.73	Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.13)	84

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.74	Σύνοψη μοντέλου (5.13).....	85
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.75	Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.14).....	85
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.76	Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.14).....	85
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.77	Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.15).....	87
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.78	Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.15).....	87
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.79	Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.15).....	88
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.80	Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.15).....	88
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.81	Σύνοψη μοντέλου (5.15).....	89
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.82	Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.16).....	89
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.83	Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.16).....	89
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.84	Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.16).....	90
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.85	Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.16).....	90
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.86	Σύνοψη μοντέλου (5.16).....	91
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.87	Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.17).....	92
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.88	Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.17).....	92
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.89	Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.17).....	93
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.90	Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.17).....	93
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.91	Σύνοψη μοντέλου (5.17).....	94
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.92	Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.18).....	94
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.93	Εκτιμήσεις ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.18).....	94
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.94	Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.18).....	95
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.95	Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.18).....	95
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.96	Σύνοψη μοντέλου (5.18).....	96
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.97	Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$ των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 2001 .....	96
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.98	Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$ των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 2001 .....	97
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.99	Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 2001.....	97

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.1 Περιγραφικά μέτρα των έμμεσων δεικτών γονιμότητας για το 1981.....	99
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.2 Περιγραφικά μέτρα των έμμεσων δεικτών γονιμότητας για το 1991.....	99
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.3 Περιγραφικά μέτρα των έμμεσων δεικτών γονιμότητας για το 2001.....	99
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.4 Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των έμμεσων δεικτών για το 1981 .....	100
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.5 Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των έμμεσων δεικτών για το 1991 .....	101
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.6 Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των έμμεσων δεικτών για το 2001 .....	102
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.7 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.19).....	103
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.8 Σύνοψη μοντέλου (5.19).....	103
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.9 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.20).....	104
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.10 Σύνοψη μοντέλου (5.20).....	104
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.11 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$ των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1981.....	104
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.12 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$ των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1981.....	105
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.13 Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1981.....	105
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.14 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.21).....	107
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.15 Σύνοψη μοντέλου (5.21).....	107
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.16 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.22).....	107
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.17 Σύνοψη μοντέλου (5.22).....	107
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.18 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$ των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1991.....	108
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.19 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$ των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1991.....	108
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.20 Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1991.....	109
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.21 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.23).....	111
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.22 Σύνοψη μοντέλου (5.23).....	111
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.23 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$ των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 2001.....	111

ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.24 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$ των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 2001.....	112
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.25 Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 2001.....	112
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.1 Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1981	114
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.2 Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1991	115
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.3 Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 2001	117
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.4 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.24).....	118
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.5 Σύνοψη μοντέλου (5.24).....	118
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.6 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$ των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1981 .....	119
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.7 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$ των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1981 .....	119
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.8 Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1981 .....	120
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.9 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.25).....	122
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.10 Σύνοψη μοντέλου (5.25).....	122
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.11 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$ των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1991 .....	123
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.12 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$ των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1991 .....	123
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.13 Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1991 .....	124
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.14 Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.26).....	126
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.15 Σύνοψη μοντέλου (5.26).....	126
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.16 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$ των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 2001 .....	127
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.17 Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$ των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 2001 .....	127
ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.18 Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 2001 .....	128

# Κατάλογος Σχημάτων

ΣΧΗΜΑ 3.2.1	Διάγραμμα Διασποράς με θετική γραμμική συσχέτιση .....	13
ΣΧΗΜΑ 3.2.2	Διάγραμμα Διασποράς με αρνητική γραμμική συσχέτιση.....	13
ΣΧΗΜΑ 3.2.3	Διάγραμμα Διασποράς με μηδενική γραμμική συσχέτιση.....	14
ΣΧΗΜΑ 3.3.1	Διάγραμμα Διασποράς και ευθεία παλινδρόμησης.....	17
ΣΧΗΜΑ 3.4.1	Διάγραμμα Διασποράς υπολοίπων.....	22
ΣΧΗΜΑ 3.4.2	Διάγραμμα Διασποράς υπολοίπων.....	23
ΣΧΗΜΑ 5.2.1	Κατανομή συντελεστών συσχέτισης άμεσων δεικτών για το 1981 .....	42
ΣΧΗΜΑ 5.2.2	Κατανομή συντελεστών συσχέτισης άμεσων δεικτών για το 1991 .....	44
ΣΧΗΜΑ 5.2.3	Κατανομή συντελεστών συσχέτισης άμεσων δεικτών για το 2001 .....	45
ΣΧΗΜΑ 5.2.4	Διάγραμμα διασποράς μεταξύ CBR και GFR για το 1981 .....	46
ΣΧΗΜΑ 5.2.5	Διάγραμμα διασποράς μεταξύ GFR και TFR για το 1981 .....	51
ΣΧΗΜΑ 5.2.6	Διάγραμμα διασποράς μεταξύ CBR και TFR για το 1981.....	56
ΣΧΗΜΑ 5.2.7	Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1981 .....	63
ΣΧΗΜΑ 5.2.8	Διάγραμμα διασποράς μεταξύ CBR και GFR για το 1991 .....	64
ΣΧΗΜΑ 5.2.9	Διάγραμμα διασποράς μεταξύ GFR και TFR για το 1991 .....	69
ΣΧΗΜΑ 5.2.10	Διάγραμμα διασποράς μεταξύ CBR και TFR για το 1991.....	73
ΣΧΗΜΑ 5.2.11	Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1991 .....	81
ΣΧΗΜΑ 5.2.12	Διάγραμμα διασποράς μεταξύ CBR και GFR για το 2001 .....	82
ΣΧΗΜΑ 5.2.13	Διάγραμμα διασποράς μεταξύ GFR και TFR για το 2001 .....	86
ΣΧΗΜΑ 5.2.14	Διάγραμμα διασποράς μεταξύ CBR και TFR για το 2001.....	91
ΣΧΗΜΑ 5.2.15	Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων άμεσων δεικτών για το 2001 .....	98
ΣΧΗΜΑ 5.3.1	Κατανομή συντελεστών συσχέτισης έμμεσων δεικτών για το 1981 .....	100
ΣΧΗΜΑ 5.3.2	Κατανομή συντελεστών συσχέτισης έμμεσων δεικτών για το 1991 .....	101
ΣΧΗΜΑ 5.3.3	Κατανομή συντελεστών συσχέτισης έμμεσων δεικτών για το 2001 .....	102

ΣΧΗΜΑ 5.3.4 Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1981 .....	106
ΣΧΗΜΑ 5.3.5 Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1991 .....	110
ΣΧΗΜΑ 5.3.6 Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 2001 .....	113
ΣΧΗΜΑ 5.4.1 Κατανομή συντελεστών συσχέτισης άμεσων με έμμεσους δείκτες για το 1981 .....	114
ΣΧΗΜΑ 5.4.2 Κατανομή συντελεστών συσχέτισης άμεσων με έμμεσους δείκτες για το 1991 .....	116
ΣΧΗΜΑ 5.4.3 Κατανομή συντελεστών συσχέτισης άμεσων με έμμεσους δείκτες για το 2001 .....	117
ΣΧΗΜΑ 5.4.4 Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1981 .....	121
ΣΧΗΜΑ 5.4.5 Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1991 .....	125
ΣΧΗΜΑ 5.4.6 Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 2001 .....	129

# Κατάλογος Συντομογραφιών

ΕΛΣΤΑΤ	Ελληνική Στατιστική Αρχή
CBR	Crude Birth Rate
GFR	General Fertility Rate
SFR direct	Directly Standardized Fertility Rate
SFR indirect	Indirectly Standardized Fertility Rate
SFR dir.	Directly Standardized Fertility Rate
SFR ind.	Indirectly Standardized Fertility Rate
TFR	Total Fertility Rate
SSE	Sum of Squares of Errors
SSTO	Total Sum of Squares
SSR	Regression Sum of Squares
P(%)	Percentage of Population
Εξαρτ. μτβ	Εξαρτημένη μεταβλητή
WEM (%)	Percentage of Women Ever Married
MAM	Median Age at first Marriage
IFAC	Index of Fertility Age Composition
IMR	Infant Mortality Rate





# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## Εισαγωγή

Ένα από τα πιο σημαντικά κομμάτια της δημογραφικής ανάλυσης είναι το πεδίο της γονιμότητας η οποία αναφέρεται στην αναπαραγωγική δραστηριότητα του γυναικείου πληθυσμού. Η μέτρηση του συγκεκριμένου φαινομένου έχει συναντήσει πολλά εμπόδια σε όλη την ιστορία της δημογραφίας, ειδικότερα τα παλαιότερα χρόνια όπου υπήρχε έλλειψη αξιόπιστων ληξιαρχικών καταγραφών και δεδομένων. Ως εκ τούτου, πολλοί δείκτες της γονιμότητας δεν αντανακλούσαν το πραγματικό μέγεθός της σε έναν πληθυσμό, με αποτέλεσμα να υπάρχουν πολλά λανθασμένα συμπεράσματα για τη δομή και την εξέλιξη του φαινομένου.

Το 1964, οι *Donald Bogue* και *James Palmore* παρουσίασαν μία έρευνα πάνω στην μέτρηση της γονιμότητας, με σκοπό να περιορίσουν τα προβλήματα που δημιουργούσε η ανεπάρκεια και η αναξιοπιστία των δεδομένων. Οι δύο Αμερικάνοι ερευνητές πρότειναν μία σειρά από μοντέλα απλών και πολλαπλών γραμμικών παλινδρομήσεων με σκοπό να διαπιστώσουν κατά πόσο υπάρχουν ισχυρές συσχετίσεις μεταξύ των δεικτών γονιμότητας αλλά και κατά πόσο μπορεί να είναι αξιόπιστη η εκτίμησή αυτών των δεικτών σε πληθυσμούς που δεν υπάρχουν πλήρεις ληξιαρχικές καταγραφές. Η μελέτη τους έγινε πάνω σε δεδομένα από 50 χώρες την περίοδο 1955-1960, δίχως ωστόσο να αναφέρουν τις χώρες αυτές και τα μεγέθη των πληθυσμών τους.

Τα αποτελέσματα της έρευνας των *Bogue & Palmore* έδειξαν πως υπάρχουν έντονα ισχυρές συσχετίσεις στη συντριπτική πλειοψηφία των δεικτών που χρησιμοποιήθηκαν, ενώ παράλληλα και τα μοντέλα παλινδρόμησης έδωσαν αξιόπιστες εκτιμήσεις. Το ερώτημα, ωστόσο, που προέκυψε είναι κατά πόσο η μέθοδος των *Bogue & Palmore* μπορούσε να εφαρμοστεί με επιτυχία σε μικρότερους πληθυσμούς.

Λίγα χρόνια αργότερα, και πιο συγκεκριμένα το 1974, οι *Barry Tuchfeld*, *Leverett Guess* και *Donald Hastings* εφάρμοσαν τη μέθοδο σε δεδομένα 95 κομητειών του Τενεσί των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής. Τα αποτελέσματά τους απείχαν αρκετά από τις ιδανικές συσχετίσεις και εκτιμήσεις των *Bogue & Palmore* και αποτέλεσαν ουσιαστικά μία πρώτη αμφισβήτηση για το κατά πόσο η μέθοδος των δύο Αμερικάνων δημογράφων θα είχε ουσιαστικό αντίκρισμα σε μικρότερους πληθυσμούς.

Στην παρούσα έρευνα, γίνεται εφαρμογή της μεθόδου πάνω σε περιφερειακά δημογραφικά δεδομένα των 51 νομών της Ελλάδος για τρεις περιόδους, για το 1981, το 1991 και το 2001, με στόχο να βρεθεί αν όντως υπάρχουν ισχυρές συσχετίσεις και αν μπορεί να γίνει εκτίμηση των δεικτών γονιμότητας, Κάτι τέτοιο θα βοηθούσε ιδιαίτερα στην ύπαρξη μιας πολύ καλύτερης και αξιόπιστης εικόνας της γονιμότητας για κάθε νομό στην πάροδο του χρόνου, ειδικά σε περιόδους όπου η έλλειψη αξιόπιστων καταγραφών και δεδομένων καθιστά εξαιρετικά δύσκολη την μελέτη του φαινομένου.

Τα δεδομένα αντλήθηκαν τόσο από τις απογραφές που έλαβαν χώρα στις συγκεκριμένες περιόδους, όσο και από ληξιαρχικές καταγραφές, και έδωσαν μία σειρά από δείκτες οι οποίοι παρουσιάζονται εκτενέστερα σε μεταγενέστερο κεφάλαιο. Παράλληλα, από τα δεδομένα αυτά υπολογίστηκαν με τη χρήση του λογιστικού φύλλου EXCEL και κάποιοι απογραφικοί δείκτες που χρησιμοποιήθηκαν στην έρευνα και οι οποίοι επίσης αναλύονται σε μεταγενέστερο κεφάλαιο.

Η μέθοδος ανάλυσης της παρούσας έρευνας διενεργήθηκε με τη χρήση του στατιστικού προγράμματος SPSS και περιλαμβάνει αρχικά την εξέταση της ύπαρξης γραμμικών συσχετίσεων μεταξύ των δεικτών για κάθε χρονική περίοδο. Στη συνέχεια γίνεται εφαρμογή μοντέλων απλής παλινδρόμησης ώστε να εντοπιστεί αν η εκτίμηση του κάθε δείκτη από κάποιον εκ των υπόλοιπων είναι αξιόπιστη και έγκυρη, με βάση κάποια κριτήρια τα οποία αναλύονται εκτενώς. Έπειτα γίνεται σχολιασμός των αποτελεσμάτων που προκύπτουν και τα οποία μοιάζουν να δικαιώνουν τους Tuchfeld, Guess και Hastings καθώς φαίνεται πως δεν επιτυγχάνονται οι ιδανικές συσχετίσεις για τις οποίες έκαναν λόγο οι Bogue & Palmore και κατ' επέκταση σε λίγες περιπτώσεις είναι αξιόπιστα τα μοντέλα εκτίμησης των δεικτών.

Το κύριο μέρος της εργασίας αποτελείται από πέντε κεφάλαια. Στο κεφάλαιο 2 γίνεται μία παρουσίαση των δεικτών γονιμότητας που χρησιμοποιούνται στη μελέτη καθώς επίσης και οι τύποι με τους οποίους υπολογίζονται. Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται τα βασικά σημεία από τη Θεωρία της Ανάλυσης Παλινδρόμησης που θα χρησιμοποιηθούν ώστε να κατασκευαστούν τα μοντέλα εκτίμησης, ενώ στο κεφάλαιο 4 γίνεται μία αναλυτική περιγραφή της μεθόδου που ανέπτυξαν οι Bogue & Palmore. Η εφαρμογή αυτής της μεθόδου στα περιφερειακά δημογραφικά δεδομένα των 51 νομών της Ελλάδος για το 1981, το 1991 και το 2001 γίνεται στο κεφάλαιο 5, στο οποίο παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα που προκύπτουν. Τέλος, στο κεφάλαιο 6 γίνεται ο σχολιασμός των συμπερασμάτων για την καταλληλότητα της μεθόδου των Bogue & Palmore πάνω στα περιφερειακά δεδομένα της Ελλάδος.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

## Δείκτες γονιμότητας

### 2.1 Εισαγωγή

Στο πεδίο της δημογραφικής ανάλυσης, ο όρος της γονιμότητας αναφέρεται στα άτομα εκείνα που συμμετέχουν στο φαινόμενο της τεκνοποίησης, δηλαδή στον γυναικείο πληθυσμό και μάλιστα αυτόν που βρίσκεται σε αναπαραγωγική ηλικία η οποία συμβατικά στη Δημογραφία έχει προσδιοριστεί στο διάστημα από 15 έως 49 ετών. Πιο συγκεκριμένα, η γονιμότητα δηλώνει την αναπαραγωγική δραστηριότητα των γυναικών ενός πληθυσμού και της ικανότητας γέννησης ζώντων παιδιών.

Από τις ληξιαρχικές καταγραφές και τις κατά καιρούς απογραφές πληθυσμού ή από εκτιμήσεις του πληθυσμού μιας χώρας κατά φύλο και ηλικία στο μέσον ενός ημερολογιακού έτους (εκτιμήσεις που στην Ελλάδα προέρχονται από τον επίσημο φορέα στατιστικής τεκμηρίωσης, την ΕΛΣΤΑΤ) υπολογίζεται ένας αριθμός χρονολογικών δεικτών με περίοδο αναφοράς το εκάστοτε ημερολογιακό έτος, με αποτέλεσμα να επιτυγχάνεται πιο ουσιαστική μέτρηση του φαινομένου της γονιμότητας κατά την τρέχουσα περίοδο.

Στο παρόν κεφάλαιο υπάρχει μία σύντομη παρουσίαση αυτών των χρονολογικών δεικτών γονιμότητας, δίνονται οι τύποι με τους οποίους υπολογίζονται και γίνεται μία συνοπτική αναφορά στην ερμηνεία και στα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των δημογραφικών αυτών μέτρων.

### 2.2 Απλοί χρονολογικοί δείκτες γονιμότητας

Οι ληξιαρχικές καταγραφές παρέχουν μία σειρά από δεδομένα τα οποία βοηθούν στη δημιουργία απλών χρονολογικών δεικτών γονιμότητας.

### 2.2.1 Αδρός δείκτης γεννήσεων (CBR)

Ο συγκεκριμένος δείκτης (*Crude Birth Rate*) δίνει την αναλογία των γεννήσεων σε πληθυσμό 1000 ατόμων σε ετήσια βάση. Πιο συγκεκριμένα, είναι ο λόγος των γεννήσεων ενός ημερολογιακού έτους προς το συνολικό πληθυσμό στο μέσο του έτους αυτού, πολλαπλασιασμένος επί 1000 και υπολογίζεται από τον τύπο

$$CBR = \frac{B}{P} \times 1000 \quad (2.1)$$

όπου

*B*: ο αριθμός γεννήσεων σε ένα ημερολογιακό έτος

*P*: ο συνολικός πληθυσμός στο μέσο του συγκεκριμένου έτους

Ο αδρός δείκτης γεννήσεων παρουσιάζει το μέτρο συμβολής της γεννητικότητας στην εξέλιξη του πληθυσμού. Τα πλεονεκτήματά του είναι πως πρόκειται για έναν εύκολα υπολογίσιμο δείκτη και άμεσα κατανοητό. Τα στατιστικά στοιχεία που απαιτούνται για τον υπολογισμό του είναι συνήθως διαθέσιμα ακόμα και σε χώρες ή και για παλαιότερες εποχές με πολύ περιορισμένες στατιστικές πληροφορίες.

Ωστόσο, έχει κάποια βασικά μειονεκτήματα που αφορούν στην ηλικιακή σύνθεση του πληθυσμού. Στον παρονομαστή περιλαμβάνεται το σύνολο του πληθυσμού, ένα τμήμα του οποίου αποτελείται από άνδρες (που δεν υπάγονται δημογραφικά στον αναπαραγωγικό πληθυσμό), παιδιά και άτομα μεγάλης ηλικίας που δε συμβάλλουν στη γεννητικότητα του έτους.

Ένα άλλο μειονέκτημα είναι ότι η ηλικιακή σύνθεση του πληθυσμού, η οποία μεταβάλλεται με τη πάροδο του χρόνου και παρουσιάζει διαφοροποιήσεις ανάμεσα σε κοινωνικές ομάδες και γεωγραφικές περιοχές, επηρεάζει σε σημαντικό βαθμό τον αδρό δείκτη γεννήσεων.

### 2.2.2 Γενικός δείκτης γονιμότητας (GFR)

Ο γενικός δείκτης γονιμότητας (*General Fertility Rate*) είναι ο λόγος των γεννήσεων ενός ημερολογιακού έτους προς τον πληθυσμό των γυναικών ηλικίας 15-49 ετών στο μέσο του έτους αυτού επί 1000 και υπολογίζεται από τον τύπο

$$GFR = \frac{B}{W_{15-49}} \times 1000 \quad (2.2)$$

όπου

$B$ : ο αριθμός γεννήσεων σε ένα ημερολογιακό έτος

$W_{15-49}$ : ο πληθυσμός των γυναικών ηλικίας 15-49 ετών στο μέσο του έτους

Ο γενικός δείκτης γονιμότητας έχει όλα τα πλεονεκτήματα του αδρού, δηλαδή είναι και αυτός ένας εύκολα υπολογίσιμος δείκτης, άμεσα κατανοητός και διαθέσιμος ακόμα και σε χώρες με ελλιπή στοιχεία και πληροφορίες. Παράλληλα, διαθέτει το πλεονέκτημα ότι τα μεγέθη του αριθμητή και του παρονομαστή σχετίζονται άμεσα μεταξύ τους, γεγονός που κάνει τον συγκεκριμένο δείκτη να υπερτερεί σε σχέση με τον αδρό ο οποίος συμπεριλαμβάνει στον παρονομαστή το σύνολο του πληθυσμού, ακόμα και τα άτομα που δεν συμβάλλουν στην γεννητικότητα. Ο γενικός δείκτης, δηλαδή, περιλαμβάνει έναν πληθυσμό ο οποίος έχει πιο σαφή και αποδεκτά όρια γονιμότητας.

Ωστόσο, το μειονέκτημα του γενικού δείκτη είναι ότι επηρεάζεται από την ηλικιακή κατανομή του αναπαραγωγικού πληθυσμού, δηλαδή ότι περιλαμβάνονται όλες οι αναπαραγωγικές ηλικίες χωρίς διάκριση. Άλλα είναι τα επίπεδα γονιμότητας στο γυναικείο πληθυσμό κάτω των 35 ετών και άλλα είναι τα επίπεδα γονιμότητας των γυναικών άνω των 35, γεγονός που οδηγεί είτε σε διόγκωση είτε σε συμπίεση του δείκτη.

### 2.2.3 Ειδικός κατά ηλικία δείκτης γονιμότητας ( $f_x$ )

Ο δείκτης αυτός ορίζεται ως ο λόγος των γεννήσεων από μητέρες ηλικίας  $x$  σε ένα ημερολογιακό έτος προς τον πληθυσμό γυναικών αυτής της ηλικίας στο μέσο του έτους αυτού, επί 1000 και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$f_x = \frac{B_x}{W_x} \times 1000 \quad (2.3)$$

όπου

$B_x$ : ο αριθμός γεννήσεων από γυναίκες ηλικίας  $x$  σε ένα ημερολογιακό έτος

$W_x$ : ο πληθυσμός των γυναικών ηλικίας  $x$  ετών στο μέσο του έτους

Ο συγκεκριμένος δείκτης εκφράζει επομένως την αναλογία των παιδιών που αποκτούν στη διάρκεια ενός ημερολογιακού έτους 1000 γυναίκες ηλικίας  $x$ .

Στη παρούσα εργασία, οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες γονιμότητας θα χρησιμοποιούνται στην ευρύτερα συνηθισμένη μορφή τους, αυτή δηλαδή που αφορά σε πενταετείς ομάδες ηλικιών και εκφράζει αντίστοιχα την αναλογία των παιδιών που αποκτούν στη διάρκεια ενός ημερολογιακού έτους 1000 γυναίκες ηλικίας  $x$  έως  $x+5$  ετών. Ο σχετικός τύπος έχει την εξής μορφή:

$${}_5f_x = \frac{{}_5B_x}{{}_5W_x} \times 1000 \quad (2.4)$$

όπου

${}_5B_x$ : ο αριθμός γεννήσεων από γυναίκες ηλικίας  $x$  έως  $x+5$  ετών σε ένα ημερολογιακό έτος

${}_5W_x$ : ο πληθυσμός των γυναικών ηλικίας  $x$  έως  $x+5$  ετών στο μέσο του έτους

Τα πλεονεκτήματα των ειδικών αυτών δεικτών γονιμότητας είναι ιδιαίτερα σημαντικά. Πέραν του ότι είναι εύκολα και άμεσα κατανοητοί, καταφέρνουν επίσης να σχετίζουν τον αριθμό των γεννήσεων με τις γυναίκες στις οποίες αντιστοιχούν. Έτσι αποτυπώνεται πιο άμεσα και ακριβέστερα η γονιμότητα του πληθυσμού αλλά και μπορούν να γίνουν ευδιάκριτα κάποια άλλα κοινωνικά φαινόμενα, όπως τα πρότυπα γαμηλιότητας, οι τυχόν έλεγχοι γεννήσεων και η πρωιμότητα έναρξης των σχέσεων που οδηγούν σε γονιμότητα.

Το βασικό μειονέκτημα των ειδικών δεικτών είναι ότι οι απαιτούμενες πληροφορίες είναι πιο εξειδικευμένες και λεπτομερείς (συγκεκριμένα, απαιτείται κατανομή των ληξιαρχικών καταγραφών γεννήσεων κατά ηλικία της μητέρας και κατανομή του απογραφικού ή εκτιμηθέντος πληθυσμού κατά ηλικία και φύλο), γεγονός που τις καθιστά δυσεύρετες σε κάποιες περιπτώσεις, όπως για παράδειγμα στις αναπτυσσόμενες χώρες ή σε παλαιότερες χρονικές περιόδους.

#### 2.2.4 Δείκτης ολικής γονιμότητας (TFR)

Ο συγκεκριμένος δείκτης (*Total Fertility Rate*) δίνει τον αριθμό των παιδιών που προσδοκείται να φέρει στον κόσμο μία πλασματική γενιά 1000 γυναικών, εφόσον ακολουθήσει το αναλυτικό πρότυπο γονιμότητας ενός ημερολογιακού έτους, έτσι όπως αυτό αποτυπώνεται στη δέσμη των ειδικών δεικτών και δίχως να λαμβάνεται υπόψιν η επίδραση της θνησιμότητας.

Ανάλογα ποιος ειδικός δείκτης έχει χρησιμοποιηθεί ( $f_x$  ή  ${}_5f_x$ ), ο δείκτης ολικής γονιμότητας μπορεί να εκφραστεί με δύο τρόπους αντίστοιχα:

$$TFR = \sum_{x=15}^{49} f_x \quad (2.5)$$

ή

$$TFR = 5 \times ({}_5f_{15} + {}_5f_{20} + \dots + {}_5f_{45}) \quad (2.6)$$

Αν, μάλιστα, ο δείκτης  $TFR$  διαιρεθεί διά του 1000, τότε προκύπτει ο μέσος αριθμός παιδιών ανά γυναίκα, κάτι που είναι ιδιαίτερα εύχρηστο και κατανοητό μέτρο της συνολικής γονιμότητας. Επίσης, σημαντικό πλεονέκτημα του δείκτη  $TFR$  είναι ότι αποδεσμεύεται από την ηλικιακή σύνθεση του αναπαραγωγικού πληθυσμού και συσχετίζει τον αριθμό των γεννήσεων με τις γυναίκες στις οποίες αντιστοιχούν.

Θα πρέπει, ωστόσο, να υπάρχει μεγάλη προσοχή στην ερμηνεία του καθώς αναφέρεται στην τεκνοποιητική συμπεριφορά μίας πλασματικής γενεάς γυναικών και όχι μίας πραγματικής. Παράλληλα, στην περίπτωση που οι ειδικοί δείκτες επηρεάζονται έντονα από διάφορους συγκυριακούς παράγοντες (όπως τρέχουσες οικονομικές και κοινωνικές συνθήκες, ετήσια πρότυπα γαμηλιότητας, ετήσιο «ημερολόγιο» γεννήσεων κλπ.) τότε ο δείκτης  $TFR$  χάνει την αξιοπιστία του.

## 2.3 Προτυποποιημένοι δείκτες γονιμότητας

Η προτυποποίηση είναι μία δημογραφική τεχνική η οποία στηρίζεται στη λογική του σταθμικού αριθμητικού μέσου και η εφαρμογή της παράγει δείκτες που είναι απαλλαγμένοι από τις επιδράσεις της ηλικιακής κατανομής.

### 2.3.1 Άμεσα προτυποποιημένος δείκτης γονιμότητας (SFR direct)

Ο άμεσα προτυποποιημένος δείκτης γονιμότητας (*Standardized Fertility Rate direct*) εκφράζεται από τον παρακάτω τύπο:

$$SFR \text{ direct} = \frac{\sum_{x=15}^{45} {}_5f_x^j * {}_5W_x^S}{\sum_{x=15}^{45} {}_5W_x^S} \quad (2.7)$$

όπου

${}_5f_x^j$ : οι ειδικοί κατά ηλικία  $x$  δείκτες γονιμότητας πληθυσμιακής κατηγορίας (π.χ. νομού, κοινωνικής τάξης, κλπ.)  $j$

${}_5W_x^S$ : ο πρότυπος πληθυσμός που έχει επιλεχθεί, δηλαδή ο αριθμός των γυναικών ηλικίας  $x$  έως  $x+5$  ετών

Ένας άμεσα προτυποποιημένος δείκτης δείχνει αν το μέσο επίπεδο γονιμότητας της εξεταζόμενης πληθυσμιακής κατηγορίας είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο από το αντίστοιχο μέσο επίπεδο μία άλλης πληθυσμιακής κατηγορίας με την προϋπόθεση ότι αμφότεροι έχουν υπολογιστεί με βάση τον ίδιο πρότυπο πληθυσμό.

### 2.3.2 Έμμεσα προτυποποιημένος δείκτης γονιμότητας (SFR indirect)

Ο έμμεσα προτυποποιημένος δείκτης γονιμότητας (*Standardized Fertility Rate indirect*) υπολογίζεται από τον εξής τύπο:

$$SFR\ indirect = \frac{\sum_{x=15}^{45} {}_5f_x^j \cdot {}_5W_x^j}{\sum_{x=15}^{45} {}_5f_x^S \cdot {}_5W_x^j} \times GFR^S \quad (2.8)$$

όπου

${}_5f_x^j$ : οι ειδικοί κατά ηλικία ( $x$  έως  $x+5$  ετών) δείκτες γονιμότητας του εξεταζόμενου πληθυσμού  $j$  (νομού στην περίπτωση της εργασίας αυτής)

${}_5f_x^S$ : οι ειδικοί κατά ηλικία ( $x$  έως  $x+5$  ετών) δείκτες γονιμότητας του πρότυπου πληθυσμού  $S$  που έχει επιλεχθεί

${}_5W_x^j$ : ο πληθυσμός γυναικών ηλικίας  $x$  έως  $x+5$  ετών του εξεταζόμενου πληθυσμού

$GFR^S$ : ο γενικός δείκτης γονιμότητας του πρότυπου πληθυσμού

Ο έμμεσα προτυποποιημένος δείκτης γονιμότητας δείχνει σε ποιο ποσοστό το μέσο επίπεδο γονιμότητας του εξεταζόμενου πληθυσμού είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο από το αντίστοιχο μέσο επίπεδο του πρότυπου πληθυσμού. Θα πρέπει, πάντως, να επισημανθεί ότι δύο έμμεσα προτυποποιημένοι δείκτες γονιμότητας δεν είναι συγκρίσιμοι μεταξύ τους, παρά μόνο συγκρίνεται ο καθένας ξεχωριστά με τον αντίστοιχο του πρότυπου πληθυσμού.



## 2.4. Απογραφικοί δείκτες γονιμότητας

Οι Bogue & Palmore χρησιμοποιούν στην μελέτη τους και άλλα δημογραφικά μέτρα γονιμότητας, τα οποία προέρχονται από απογραφές και τα οποία τα χαρακτηρίζουν ως δείκτες που μπορούν έμμεσα να εκφράσουν το επίπεδο γονιμότητας ενός πληθυσμού. Γενικά στη δημογραφική ανάλυση οι απογραφικοί δείκτες γονιμότητας καθώς και κάποια βασικά μεγέθη ηλικιακής δομής του πληθυσμού χρησιμοποιούνται και αξιολογούνται ευρέως.

### 2.4.1 Λόγος παιδικού προς αναπαραγωγικό πληθυσμό (CWR)

Ο συγκεκριμένος δείκτης (*Ratio of children to women*) είναι ο λόγος του παιδικού πληθυσμού ηλικίας 0-4 ετών (και τα δύο φύλα μαζί) προς τον πληθυσμό των γυναικών αναπαραγωγικής ηλικίας (15-49 ετών), επί 1000.

Στη συγκεκριμένη μελέτη, χρησιμοποιούνται δύο εκφράσεις του συγκεκριμένου μέτρου, δηλαδή εναλλακτικά δύο ομάδες ηλικιών σχετικά με τον παιδικό πληθυσμό, με την πρώτη να αναφέρεται στα παιδιά από 0 έως 4 ετών και τη δεύτερη στα παιδιά από 5 έως 9:

$$CWR_{(0-4)} = \frac{P_{0-4}}{W_{15-49}} \times 1000 \quad (2.9)$$

$$CWR_{(5-9)} = \frac{P_{5-9}}{W_{15-49}} \times 1000 \quad (2.10)$$

όπου:

$P_{0-4}$ : ο παιδικός πληθυσμός αγοριών και κοριτσιών ηλικίας 0-4 ετών

$P_{5-9}$ : ο παιδικός πληθυσμός αγοριών και κοριτσιών ηλικίας 5-9 ετών

$W_{15-49}$  : ο πληθυσμός των γυναικών ηλικίας 15-49 ετών στο μέσο του έτους

Το βασικό πλεονέκτημα των συγκεκριμένων δεικτών είναι ότι πρόκειται για ένα άμεσα κατανοητά και εύχρηστα μέτρο τεκνοποιίας που είναι ιδιαίτερα χρήσιμα στην περίπτωση που δεν είναι διαθέσιμα ή δεν είναι επαρκή ληξιαρχικά δεδομένα γεννήσεων. Οι απογραφικοί δείκτες γονιμότητας χρησιμοποιούνται ευρέως και έχουν αποδειχθεί πολύ χρήσιμοι στην περίπτωση της μελέτης των περιφερειακών και κυρίως χωρικών διαφοροποιήσεων και μεταβολών της γονιμότητας.

Ωστόσο το μειονέκτημα των απογραφικών δεικτών γονιμότητας και ιδίως του πρώτου ( $CWR_{0-4}$ ) είναι ότι έχει συνήθως, και μέχρι ένα βαθμό, συστηματικό σφάλμα υποεκτίμησης του επιπέδου γονιμότητας, καθώς η πιθανότητα επιβίωσης στις ηλικίες 0-4 ετών είναι μικρότερη από ό,τι η αντίστοιχη στις ηλικίες 15-49 ετών. Επίσης, η τιμή των ανωτέρω δεικτών επηρεάζονται και από ρεύματα εσωτερικής μετανάστευσης σε περίπτωση περιόδων έντονων μεταναστευτικών κινήσεων.

#### 2.4.2 Σχετική κατανομή συγκεκριμένων ομάδων πληθυσμού

Η ποσοστιαία κατανομή ορισμένων πληθυσμιακών ομάδων εκφράζει μέχρι ένα βαθμό τις μακροχρόνιες τάσεις των επιπέδων γονιμότητας του πληθυσμού μιας χώρας ή μιας περιοχής.

Στη διεθνή βιβλιογραφία αλλά και σε αυτή την εργασία χρησιμοποιούνται οι εξής δείκτες της κατά ηλικίας σύνθεσης του πληθυσμού που θεωρούνται ότι συνδέονται με τα επίπεδα γονιμότητας του πληθυσμού:

$$P_{0-4}(\%) = \frac{P_{0-4}}{P} \times 100 \quad (2.11)$$

$$P_{5-9}(\%) = \frac{P_{5-9}}{P} \times 100 \quad (2.12)$$

$$P_{0-14}(\%) = \frac{P_{0-14}}{P} \times 100 \quad (2.13)$$

όπου:

$P_{0-4}$ : ο παιδικός πληθυσμός ηλικίας 0-4 ετών

$P_{5-9}$ : ο παιδικός πληθυσμός ηλικίας 5-9 ετών

$P_{0-14}$ : ο παιδικός πληθυσμός ηλικίας 0-14 ετών

$P$ : ο συνολικός πληθυσμός

Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας όλοι οι ανωτέρω δείκτες υπολογίστηκαν σε επίπεδο νομού βάσει των επίσημων ληξιαρχικών και απογραφικών δεδομένων του πληθυσμού της Ελλάδας.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

## Απλή και πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση

### 3.1 Εισαγωγή

Σε κάθε πτυχή της καθημερινότητας υπάρχουν φαινόμενα για τα οποία είναι απαραίτητη η μελέτη του τρόπου με τον οποίο σχετίζονται με διάφορα χαρακτηριστικά, όπως επίσης και του τρόπου με τον οποίο επηρεάζονται από αυτά, είτε αρνητικά είτε θετικά. Κάποια χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι τα εξής:

- Ο χρόνος αναμονής σε μία ουρά μιας τράπεζας είναι λογικό να σχετίζεται με τον αριθμό των πελατών που βρίσκονται εκείνη την ώρα στο κατάστημα αλλά και των ταμείων που είναι διαθέσιμα για την εξυπηρέτηση του κοινού.
- Ο μισθός ενός υπαλλήλου είναι λογικό να σχετίζεται με την ηλικία του, με το μορφωτικό του επίπεδο και με την προϋπηρεσία του.
- Η ποσότητα παραγωγής ενός προϊόντος πιθανώς να σχετίζεται με τον αριθμό των διαθέσιμων εργαζομένων.

Στο κομμάτι της Στατιστικής, τα παραπάνω μεταφράζονται ως την ανάγκη μελέτης της σχέσης που υπάρχει μεταξύ δύο ή περισσότερων μεταβλητών καθώς και των επιδράσεων που κάποιες εξ αυτών των μεταβλητών ασκούν σε κάποια άλλη.

Πέραν της μελέτης των σχέσεων και των επιδράσεων, αώτερος σκοπός είναι να αποτυπωθούν όλα αυτά σε ένα μαθηματικό μοντέλο το οποίο θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη των τιμών μίας μεταβλητής, εφόσον είναι γνωστές κάποιες πληροφορίες για τις υπόλοιπες μεταβλητές.

Η *ανάλυση παλινδρόμησης* (regression analysis) είναι το κομμάτι εκείνο της Στατιστικής το οποίο εξετάζει τη σχέση που υπάρχει μεταξύ δύο ή περισσότερων μεταβλητών έχοντας ως στόχο τη πρόβλεψη των τιμών της μιας, χρησιμοποιώντας τις τιμές της άλλης ή των άλλων μεταβλητών.

Ο όρος *regression* (παλινδρόμηση) χρησιμοποιήθηκε το 1886 από τον Άγγλο ανθρωπολόγο *Sir Francis Galton* (1822-1911), ο οποίος μελετώντας ένα πρόβλημα κληρονομικότητας, διαπίστωσε

ότι η κατανομή των υψών στον γενικό πληθυσμό δεν αλλάζει από γενιά σε γενιά. Μάλιστα, έδειξε ότι αυτή η σταθερότητα ερμηνεύεται από την τάση του μέσου ύψους των παιδιών με γονείς συγκεκριμένου ύψους να παλινδρομεί προς την τιμή του μέσου πληθυσμιακού ύψους.

## 3.2 Συσχέτιση τυχαίων μεταβλητών

Η *συσχέτιση* (correlation) μεταξύ δύο ή περισσότερων μεταβλητών είναι ένας όρος που αναφέρεται στον βαθμό με τον οποίο σχετίζονται μεταξύ τους οι συγκεκριμένες μεταβλητές. Στην περίπτωση που υπάρχουν δύο μεταβλητές, χρησιμοποιείται ο όρος *απλή συσχέτιση* (simple correlation), ενώ στην περίπτωση περισσότερων μεταβλητών χρησιμοποιείται αντίστοιχα ο όρος *πολλαπλή συσχέτιση* (multiple correlation).

### 3.2.1 Διάγραμμα διασποράς

Το *διάγραμμα διασποράς* αποτελεί μία γραφική παράσταση της συσχέτισης που υπάρχει μεταξύ τυχαίων μεταβλητών. Έστω ότι από τις μεταβλητές  $X$  και  $Y$  υπάρχουν  $n$  ζεύγη παρατηρήσεων, τα  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  αντίστοιχα. Τα συγκεκριμένα σημεία μπορούν να αναπαρασταθούν στο επίπεδο, με τις τιμές της μεταβλητής  $X$  να τοποθετούνται στον οριζόντιο άξονα και τις αντίστοιχες της  $Y$  στον κατακόρυφο άξονα.

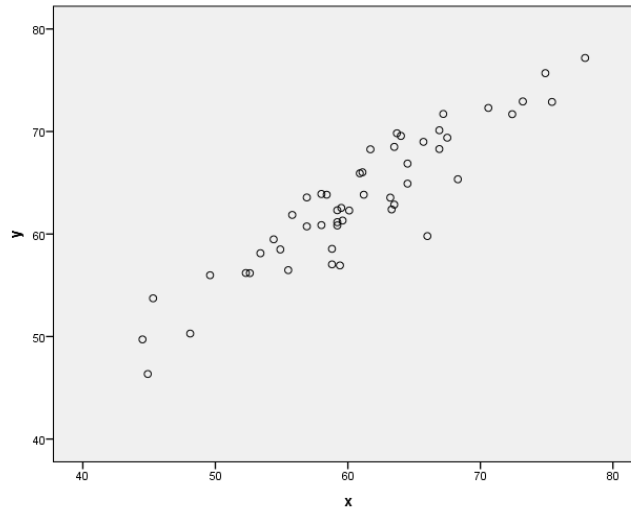
Αν τα σημεία του επιπέδου βρίσκονται κοντά σε μία ευθεία τότε μπορούμε να πούμε ότι παρατηρείται κατά προσέγγιση γραμμική συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών. Αν δεν βρίσκονται, τότε δεν μπορεί να ειπωθεί κάτι τέτοιο, ωστόσο αυτό δεν σημαίνει ότι αποκλείεται κάθε άλλου είδους (λογαριθμική, εκθετική κλπ.) συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών.

Σε ό,τι αφορά στην γραμμική συσχέτιση μεταξύ δύο μεταβλητών, υπάρχουν τρεις περιπτώσεις:

- **Θετική συσχέτιση (positive correlation):** Οι δύο μεταβλητές τείνουν να μεταβάλλονται προς την ίδια κατεύθυνση. Αυτό σημαίνει ότι οι τιμές της μίας τείνουν να αυξάνονται όταν αυξάνονται και οι τιμές της άλλης, ενώ αντίστοιχα όταν οι τιμές της μίας τείνουν να μειώνονται τότε μειώνονται και οι τιμές της άλλης.

### ΣΧΗΜΑ 3.2.1

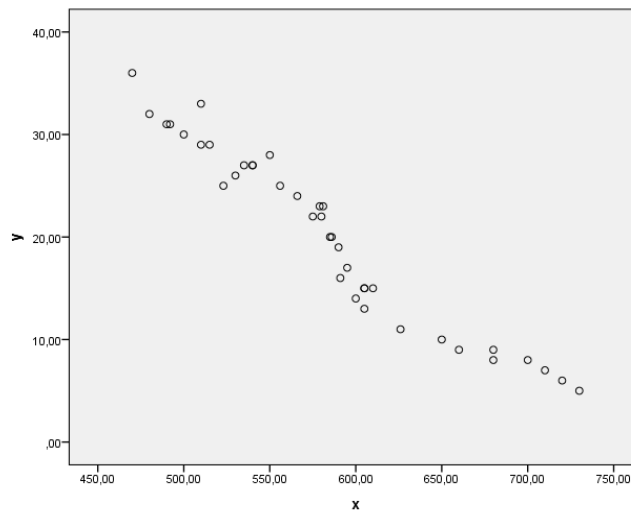
Διάγραμμα Διασποράς με θετική γραμμική συσχέτιση



- Αρνητική συσχέτιση (negative correlation): Οι δύο μεταβλητές τείνουν να μεταβάλλονται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Αυτό σημαίνει ότι οι τιμές της μίας τείνουν να αυξάνονται τότε οι τιμές της άλλης μειώνονται και αντίστροφα.

### ΣΧΗΜΑ 3.2.2

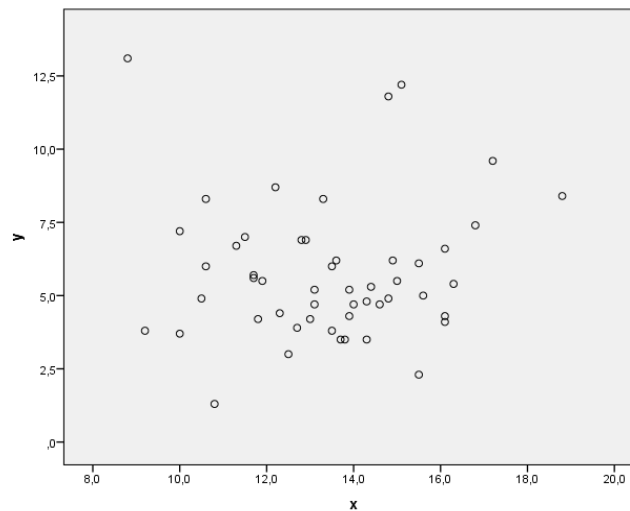
Διάγραμμα Διασποράς με αρνητική γραμμική συσχέτιση



- Μηδενική συσχέτιση (zero correlation): Σε αυτή την περίπτωση, οι μεταβολές των τιμών της μίας μεταβλητής δεν σχετίζεται καθόλου με τις μεταβολές της άλλης, κάτι που αποτυπώνεται στο διάγραμμα διασποράς με διασκορπισμένα σημεία.

**ΣΧΗΜΑ 3.2.3**

Διάγραμμα Διασποράς με μηδενική γραμμική συσχέτιση



### 3.2.2 Συντελεστής συσχέτισης Pearson

Τα διαγράμματα διασποράς είναι ιδιαίτερα χρήσιμα καθώς παρουσιάζουν μία ένδειξη ύπαρξης συσχέτισης μεταξύ δύο μεταβλητών, ωστόσο δεν μπορούν να παρέχουν ακριβή ποσοτική εκτίμηση του βαθμού της συσχέτισης, κάτι που επιτυγχάνεται με τη χρήση του *συντελεστή συσχέτισης*. Το συγκεκριμένο στατιστικό μέτρο είναι ανεξάρτητο από τις μονάδες μέτρησης των δεδομένων και προσφέρεται ακόμα και για συγκρίσεις.

Έστω, λοιπόν, ότι έχουν καταγραφεί οι τιμές  $x_i$  και  $y_i$  των μεταβλητών  $X$  και  $Y$  αντίστοιχα,  $i=1,2,\dots,n$ . Ο *δειγματικός συντελεστής συσχέτισης* (ή αλλιώς *συντελεστής συσχέτισης Pearson*), υπολογίζεται από την εξής σχέση:

$$r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (3.1)$$

Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω, ο συντελεστής συσχέτισης Pearson αναφέρεται στην γραμμική συμμεταβολή των μεταβλητών και εκφράζει το βαθμό γραμμικής συσχέτισης τους. Οι τιμές που παίρνει ανήκουν στο κλειστό διάστημα  $[-1, 1]$  και όσο μεγαλύτερες είναι (σε απόλυτη τιμή) τόσο μεγαλύτερη είναι και η γραμμική εξάρτηση των μεταβλητών.

Αναλυτικότερα, έχουμε τις εξής περιπτώσεις:

- Θετικές τιμές του συντελεστή συσχέτισης σημαίνουν και θετική γραμμική συσχέτιση. Όσο πιο κοντά είναι προς την τιμή 1, τόσο πιο ισχυρή είναι η θετική γραμμική συσχέτιση. Αν, μάλιστα, πάρει την τιμή 1, τότε υπάρχει *πλήρη* θετική γραμμική συσχέτιση.
- Αρνητικές τιμές του συντελεστή συσχέτισης σημαίνουν αρνητική γραμμική συσχέτιση. Αντίστοιχα, όσο πιο κοντά είναι προς την τιμή -1, τόσο πιο ισχυρή είναι η αρνητική γραμμική συσχέτιση. Τιμές ίσες με -1, σημαίνουν *πλήρη* αρνητική συσχέτιση.
- Όσο πιο κοντά στο μηδέν είναι ο συντελεστής συσχέτισης, τόσο πιο ασθενής γίνεται η γραμμική συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών.
- Μηδενική τιμή του συντελεστή συσχέτισης σημαίνει ανυπαρξία γραμμικής συσχέτισης.

### 3.3 Απλή Γραμμική Παλινδρόμηση

#### 3.3.1 Βασικές έννοιες

Η σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών  $Y$  και  $X$  έχει συνήθως μορφή συνάρτησης, η οποία εκφράζεται μέσω ενός μαθηματικού τύπου. Αν για κάθε τιμή  $x$  της μεταβλητής  $X$  καθορίζεται μονοσήμαντα η τιμή  $y$  της μεταβλητής  $Y$ , τότε ορίζεται μία συνάρτηση με τύπο  $y = f(x)$ , όπου  $f(x)$  είναι ο μαθηματικός τύπος που εκφράζει τον τρόπο υπολογισμού της  $y$  μέσω της  $x$ . Σε μία τέτοια περίπτωση, όπου δηλαδή οι δύο μεταβλητές  $Y$  και  $X$  συνδέονται με αυτή τη συναρτησιακή ή ντετερμινιστική σχέση, όσες φορές τεθεί η ίδια τιμή  $x$  για τη μεταβλητή  $X$ , θα προκύψει η ίδια τιμή για την  $Y$ .

Στο ζήτημα της παλινδρόμησης, η σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών  $Y$  και  $X$  διαφέρει καθώς αν επαναληφθεί το ίδιο πείραμα θέτοντας την ίδια τιμή  $x$  για τη μεταβλητή  $X$ , δεν θα προκύψει

απαραίτητα η ίδια τιμή για την  $Y$ . Μία τέτοια σχέση ονομάζεται στοχαστική ή στατιστική και θα έχει την εξής μορφή:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \quad (3.2)$$

όπου  $x$  η τιμή που πήρε η μεταβλητή  $X$ , όπου  $Y$  η τυχαία μεταβλητή που αντιστοιχεί στην τιμή  $x$  και  $\varepsilon$  η απόκλιση της  $X$  από τον γραμμικό όρο  $\beta_0 + \beta_1 x$ .

Η μεταβλητή  $X$  λέγεται *ανεξάρτητη ή ελεγχόμενη ή επεξηγηματική μεταβλητή*, ενώ η  $Y$  θα ονομάζεται *εξαρτημένη ή μεταβλητή απόκρισης*. Και αυτό γιατί η τιμή  $y$  που θα πάρει η μεταβλητή  $Y$  θα εξαρτάται από την τιμή  $x$  της μεταβλητής  $X$ , η οποία είτε θα έχει καθοριστεί από τον ερευνητή είτε θα είναι σε θέση να την παρατηρήσει. Με λίγα λόγια, οποιαδήποτε μεταβολή γίνεται στην ανεξάρτητη μεταβλητή, θα αντανακλάται στην εξαρτημένη.

Επομένως, στην απλή γραμμική παλινδρόμηση ο στόχος είναι η εύρεση ενός μοντέλου που θα εκφράζει τη γραμμική σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών  $Y$  και  $X$  και το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη των τιμών της  $Y$  εφόσον είναι γνωστές κάποιες πληροφορίες για τη  $X$ . Το μοντέλο της μορφής (3.2) λέγεται *μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης* της  $Y$  πάνω στην  $X$  καθώς περιγράφει έναν τρόπο με τον οποίο μπορεί να γίνει πρόβλεψη της  $Y$  μέσω της  $X$ .

### 3.3.2 Η ευθεία Παλινδρόμησης

Χρησιμοποιώντας τον τύπο (3.2) και δίνοντας στην ανεξάρτητη μεταβλητή  $X$  τις τιμές  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , τότε προκύπτουν για την εξαρτημένη μεταβλητή  $Y$  οι τιμές  $y_1, y_2, \dots, y_n$ . Επομένως, για κάθε ζεύγος παρατηρήσεων  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  θα έχουμε:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.3)$$

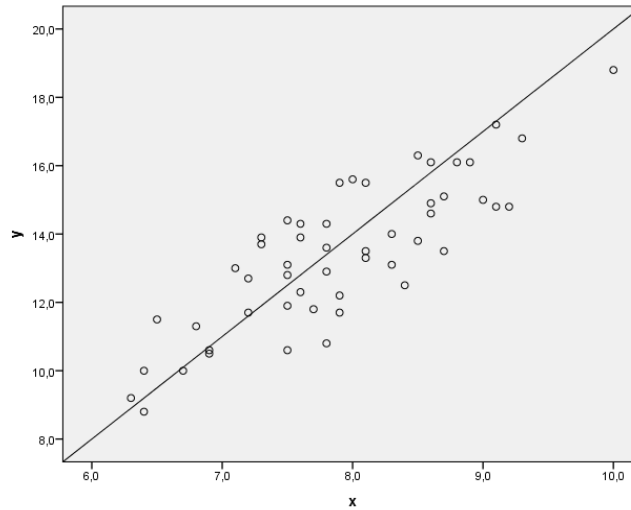
όπου  $\varepsilon_i$  είναι τυχαίες μεταβλητές που περιγράφουν την απόκλιση της  $Y$  από τον γραμμικό όρο  $\beta_0 + \beta_1 x_i$ .

Ένα αποτελεσματικό μοντέλο πρόβλεψης για την εξαρτημένη μεταβλητή  $Y$  σημαίνει ότι οι ποσότητες  $\varepsilon_i = y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i)$  λαμβάνουν πολύ μικρές (είτε θετικές είτε αρνητικές) τιμές. Γραφικά αυτό σημαίνει ότι σε ένα ορθογώνιο σύστημα τα ζεύγη παρατηρήσεων  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  θα πρέπει να βρίσκονται αρκετά κοντά σε μία ευθεία.



### ΣΧΗΜΑ 3.3.1

Διάγραμμα Διασποράς και ευθεία παλινδρόμησης



Η ευθεία που προσεγγίζει καλύτερα τα σημεία αυτά λέγεται *ευθεία παλινδρόμησης της Y πάνω στην X*. Στο σχήμα 3.4 απεικονίζεται το διάγραμμα διασποράς, με προσαρμοσμένη την ευθεία παλινδρόμησης της Y πάνω στην X.

Αν υποτεθεί ότι η εξίσωση της ευθείας έχει τη γενική μορφή:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x \quad (3.4)$$

τότε το ζητούμενο είναι η εκτίμηση των άγνωστων παραμέτρων  $\beta_0$  και  $\beta_1$ . Σε ένα ορθογώνιο σύστημα, η πρώτη θα δίνει τη θέση που η ευθεία τέμνει τον άξονα  $y'$   $y$  και η δεύτερη θα αποτελεί τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας. Η εκτίμηση τους γίνεται με βάση την ελαχιστοποίηση των *κατακόρυφων αποστάσεων* (ή αλλιώς *αποκλίσεων ή σφαλμάτων*)  $\varepsilon_i$  των σημείων  $(x_i, y_i)$  από την ευθεία  $y = \beta_0 + \beta_1 x$ .

Τα κριτήρια που έχουν προταθεί είναι αρκετά, ωστόσο η πιο συνηθισμένη μέθοδος είναι η *μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων*, που προτάθηκε αρχικά από τον Γάλλο μαθηματικό *Legendre* (1752-1833) και αργότερα από τον Γερμανό μαθηματικό *Gauss* (1777-1885). Ελαχιστοποιώντας το άθροισμα τετραγώνων των αποκλίσεων

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i))^2 \quad (3.5)$$

προκύπτουν οι ποσότητες για τις παραμέτρους  $\beta_0$  και  $\beta_1$ , που καλούνται *εκτιμήτριες ελαχίστων τετραγώνων* και συμβολίζονται συνήθως με  $\hat{\beta}_0$  και  $\hat{\beta}_1$  αντίστοιχα.

Οι πιο συνηθισμένοι τύποι για τις εκτιμήτριες ελαχίστων τετραγώνων για τα  $n$  ζεύγη σημείων  $(x_i, y_i)$  είναι οι εξής:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\nu \sum_{i=1}^{\nu} x_i y_i - (\sum_{i=1}^{\nu} x_i)(\sum_{i=1}^{\nu} y_i)}{\nu \sum_{i=1}^{\nu} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{\nu} x_i)^2}, \quad \hat{\beta}_0 = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^{\nu} y_i - \hat{\beta}_1 \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^{\nu} x_i \quad (3.6)$$

Η ευθεία  $y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$  λέγεται *ευθεία παλινδρόμησης της Y πάνω στην X*.

Ουσιαστικά, η εκτιμήτρια  $\hat{\beta}_0$  δίνει την εκτιμημένη τιμή  $y$  της εξαρτημένης μεταβλητής  $Y$  που αντιστοιχεί στην τιμή  $x=0$ . Όσο για την εκτιμήτρια  $\hat{\beta}_1$ , δείχνει τη μεταβολή της  $Y$  όταν η  $X$  μεταβληθεί κατά μία μονάδα. Αν, δηλαδή, το  $x$  αυξηθεί κατά μία μονάδα, τότε το  $y$  θα αυξηθεί κατά  $\hat{\beta}_1$  μονάδες όταν  $\hat{\beta}_1 > 0$ , ή θα ελαττωθεί κατά  $\hat{\beta}_1$  μονάδες όταν  $\hat{\beta}_1 < 0$ .

### 3.3.3 Συντελεστής Προσδιορισμού

Χρησιμοποιώντας το μοντέλο της γραμμικής παλινδρόμησης  $y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ , λαμβάνονται οι εκτιμημένες τιμές της  $Y$  για τις τιμές  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, \nu$  της ανεξάρτητης μεταβλητής  $X$ . Οι ποσότητες  $\hat{\epsilon}_i = y_i - \hat{y}_i$  ονομάζονται *εκτιμώμενα σφάλματα* και το άθροισμα των τετραγώνων τους θα συμβολίζεται με *SSE (Sum of Squares of Errors)*. Θα ισχύει, δηλαδή, ότι:

$$SSE = \sum_{i=1}^{\nu} \hat{\epsilon}_i^2 = \sum_{i=1}^{\nu} (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (3.7)$$

Σε περίπτωση που το *SSE* παίρνει μηδενικές τιμές, αυτό σημαίνει ότι  $y_i = \hat{y}_i$  και επομένως η ευθεία παλινδρόμησης διέρχεται από όλα τα ζεύγη σημείων  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, \nu$ . Αν λαμβάνει μικρές τιμές, και κατ' επέκταση τα εκτιμώμενα σφάλματα είναι μικρά, τότε διέρχεται πολύ κοντά σε αυτά τα ζεύγη, ενώ αντίθετα αν λάβει μεγάλες τιμές τότε τα εκτιμώμενα σφάλματα είναι μεγάλα και η ευθεία παλινδρόμησης βρίσκεται μακριά από τα ζεύγη σημείων  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, \nu$ .

Το *SSE*, ωστόσο, δεν μπορεί να θεωρηθεί επαρκές μέτρο της ποιότητας του μοντέλου, καθώς δεν μπορεί να καθοριστεί ποιες τιμές είναι μεγάλες ή μικρές. Για να βρεθεί ένα τέτοιο, θα πρέπει

να οριστούν δύο ακόμα ποσότητες, το συνολικό άθροισμα τετραγώνων  $SSTO$  (*Total Sum of Squares*) και το άθροισμα τετραγώνων της παλινδρόμησης  $SSR$  (*Regression Sum of Squares*). Οι δύο αυτές ποσότητες υπολογίζονται από τους παρακάτω τύπους:

$$SSTO = \sum_{i=1}^{\nu} (y_i - \bar{y})^2 \quad , \quad SSR = \sum_{i=1}^{\nu} (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (3.8)$$

και συνδέονται με το  $SSE$  ως εξής:

$$SSTO = SSR + SSE \quad (3.9)$$

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, όσο πιο κοντά στο μηδέν παίρνει τιμές το  $SSE$ , δηλαδή η ποσότητα  $SSTO - SSR$ , τόσο πιο μικρά είναι τα εκτιμώμενα σφάλματα και άρα η ευθεία παλινδρόμησης διέρχεται κοντά στα ζεύγη σημείων  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, \nu$ . Επομένως, ένα μέτρο του κατά πόσο «καλό» είναι το μοντέλο της γραμμικής παλινδρόμησης μπορεί να αποτελέσει ο δείκτης  $SSR/SSTO$ . Πράγματι, η συγκεκριμένη ποσότητα καλείται *συντελεστής προσδιορισμού* (*coefficient of determination*) του γραμμικού μοντέλου, συμβολίζεται με  $R^2$ , παίρνει τιμές στο κλειστό διάστημα  $[0,1]$  και υπολογίζεται ως εξής:

$$R^2 = \frac{SSR}{SSTO} = 1 - \frac{SSE}{SSTO} \quad (3.10)$$

- Στην περίπτωση που το  $R^2$  πάρει τη μέγιστη τιμή, δηλαδή  $R^2 = 1$ , τότε αυτό σημαίνει ότι το  $SSE$  έχει μηδενικές τιμές και άρα η ευθεία παλινδρόμησης διέρχεται από όλα τα ζεύγη σημείων  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, \nu$ .
- Αν το  $R^2$  πάρει τη μικρότερη δυνατή τιμή, δηλαδή  $R^2 = 0$ , τότε ισχύει ότι  $SSR = 0$  και άρα σύμφωνα με τον τύπο (3.7) θα ισχύει ότι  $y = \bar{y}$ , δηλαδή η πρόβλεψη για την τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής  $Y$  θα είναι πάντα η ίδια και δεν θα επηρεάζεται καθόλου από την τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής  $X$ . Αυτό σημαίνει ότι μεταξύ των δύο μεταβλητών δεν υπάρχει γραμμική σχέση (χωρίς αυτό να σημαίνει ότι αποκλείεται να υπάρχει άλλου είδους σχέση).
- Μία άλλη ερμηνεία, εξίσου σημαντική για τον συντελεστή προσδιορισμού  $R^2$ , είναι ότι εκφράζει το ποσοστό της συνολικής διασποράς των τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής  $Y$  που εξηγείται από την ανεξάρτητη μεταβλητή  $X$ .
- Η ποσότητα  $1 - R^2$  εκφράζει αντιστοίχως την *ανεξηγήσιμη μεταβλητότητα*, δηλαδή το ποσοστό της συνολικής διασποράς των τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής  $Y$  που δεν

εξηγείται από την ανεξάρτητη μεταβλητή  $X$  και η οποία οφείλεται σε άλλους παράγοντες (για παράδειγμα άλλες μεταβλητές που μπορεί να επηρεάζουν την  $Y$ ).

### 3.4 Στατιστική Συμπερασματολογία

#### 3.4.1. Το κανονικό γραμμικό μοντέλο

Για να προχωρήσουμε σε στατιστική συμπερασματολογία και στη δημιουργία διαφόρων διαδικασιών που θα επιτρέψουν μία πιο αξιόπιστη εικόνα του τρόπου με τον οποίο επηρεάζεται μία μεταβλητή από κάποια άλλη, είναι αναγκαίο να εισαχθούν διάφορες υποθέσεις στο στοχαστικό μοντέλο που αναλύθηκε προηγουμένως.

Έστω, λοιπόν, ως βάση το μοντέλο (3.2) στο οποίο η μεταβλητή  $Y$  είναι τυχαία μεταβλητή καθώς επηρεάζεται από διάφορους τυχαίους παράγοντες τους οποίους είτε μπορούν να ελεγχθούν είτε όχι. Έστω ένα στοχαστικό μοντέλο με την παρακάτω μορφή:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.11)$$

για το οποίο γίνονται οι παρακάτω υποθέσεις:

1. Οι ποσότητες  $\beta_0$  και  $\beta_1$  είναι άγνωστες παράμετροι.
2. Το  $x_i$  είναι η τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής στην  $i$  επανάληψη του πειράματος, επομένως είναι ένας γνωστός αριθμός.
3. Το  $Y_i$  είναι η τιμή που λαμβάνει η εξαρτημένη μεταβλητή κατά την  $i$  επανάληψη του πειράματος και πρόκειται για τυχαία μεταβλητή. Η παρατηρούμενη τιμή της  $Y$  για  $x = x_i$  θα συμβολίζεται με  $y_i$ .
4. Οι ποσότητες  $\varepsilon_i$  είναι τυχαία σφάλματα για τα οποία ισχύει ότι  $E(\varepsilon_i) = 0$  και  $V(\varepsilon_i) = \sigma^2$ .
5. Για διαφορετικές επαναλήψεις του πειράματος ( $i \neq j$ ), τα αντίστοιχα σφάλματα  $\varepsilon_i$  και  $\varepsilon_j$  θα είναι ασυσχέτιστα, δηλαδή θα ισχύει  $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$  για  $i \neq j$ .

Το μοντέλο (3.11) για το οποίο ισχύουν οι παραπάνω υποθέσεις καλείται στατιστικό γραμμικό μοντέλο. Με βάση τα παραπάνω, για τη μεταβλητή απόκρισης θα ισχύει ότι:

$$E(Y_i) = E(\beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i + E(\varepsilon_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i \quad (3.12)$$

$$V(Y_i) = V(\beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i) = V(\varepsilon_i) = \sigma^2 \quad (3.13)$$

Αυτό σημαίνει ότι οι τυχαίες μεταβλητές  $Y_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  προέρχονται με κατανομές με ίδια διακύμανση, ενώ οι μέσες τιμές κινούνται στην ευθεία  $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$  και μεταβάλλονται από την γνωστή τιμή  $x_i$ . Παράλληλα, ισχύει ότι για  $i \neq j$ , οι  $Y_i$  και  $Y_j$  θα είναι ασυσχέτιστες καθώς θα ισχύει ότι:

$$\text{Cov}(Y_i, Y_j) = \text{Cov}(\beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \beta_0 + \beta_1 x_j + \varepsilon_j) = \text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \quad (3.14)$$

Αν στις παραπάνω υποθέσεις εισαχθεί επιπλέον ότι τα τυχαία σφάλματα ακολουθούν την κανονική κατανομή  $N(0, \sigma^2)$ , τότε το μοντέλο θα καλείται κανονικό γραμμικό μοντέλο. Σε αντιστοιχία με τα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, σε αυτή την περίπτωση οι τυχαίες μεταβλητές  $Y_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  θα ακολουθούν την κανονική κατανομή  $N(\beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma^2)$  και θα είναι ανεξάρτητες.

Για τις εκτιμήτριες ελαχίστων τετραγώνων  $\hat{\beta}_0$  και  $\hat{\beta}_1$  θα ισχύει ότι:

$$\hat{\beta}_0 \sim N(\beta_0, \sigma^2(\hat{\beta}_0)) \quad , \quad \hat{\beta}_1 \sim N(\beta_1, \sigma^2(\hat{\beta}_1)) \quad (3.15)$$

### 3.4.2 Έλεγχοι σφαλμάτων

Ένα από τα πιο σημαντικά ζητήματα στην στατιστική συμπερασματολογία είναι κατά πόσο τηρούνται οι υποθέσεις του κανονικού γραμμικού μοντέλου αναφορικά με τα τυχαία σφάλματα. Προκειμένου, λοιπόν, τα στατιστικά συμπεράσματα να είναι έγκυρα θα πρέπει να τηρούνται οι προϋποθέσεις της κανονικότητας των σφαλμάτων (δηλαδή να ακολουθούν την κανονική κατανομή), της ομοσκεδαστικότητας (να έχουν δηλαδή σταθερή διακύμανση σε κάθε μεταβολή της ανεξάρτητης μεταβλητής) και της ανεξαρτησίας τους.

Τα διαγράμματα υπολοίπων αποτελούν ένα αρκετά καλό οπτικό εργαλείο, ωστόσο είναι απαραίτητο να διενεργηθούν και οι κατάλληλοι έλεγχοι ώστε να υπάρχουν και τα ανάλογα στατιστικά συμπεράσματα. Αν τηρούνται και οι τρεις αυτές υποθέσεις σχετικά με τα σφάλματα, τότε τα στατιστικά συμπεράσματα που προκύπτουν από την περαιτέρω ανάλυση θα είναι έγκυρα, σε αντίθετη περίπτωση δεν θα έχουν καμία εγκυρότητα. Παρακάτω γίνεται μία απλή αναφορά στις υποθέσεις των τριών αυτών ελέγχων:

#### Έλεγχος Κανονικότητας

Χρησιμοποιώντας τον συμβολισμό από τη θεωρία του ελέγχου υποθέσεων, έχουμε τις παρακάτω υποθέσεις:

$H_0$ : Τα σφάλματα ακολουθούν κανονική κατανομή

(3.16)

$H_1$ : Τα σφάλματα δεν ακολουθούν κανονική κατανομή

οι οποίες μπορούν να ελεγχθούν και με το στατιστικό τεστ *Kolmogorov-Smirnov*.

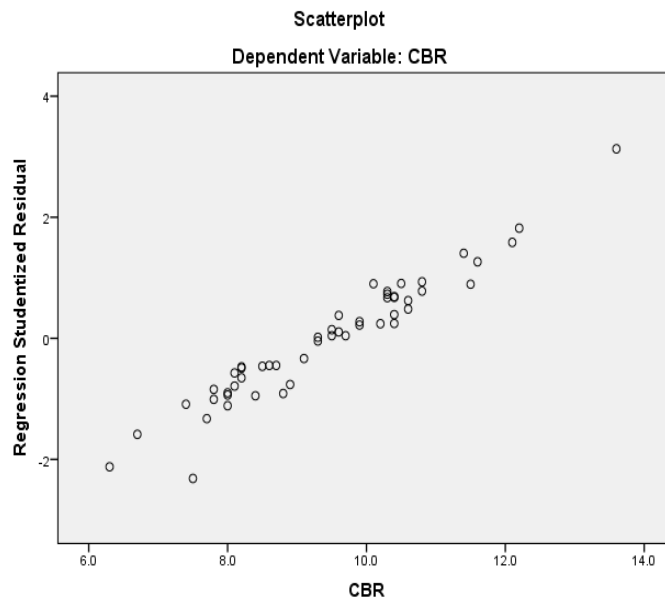
### Έλεγχος Ομοσκεδαστικότητας

Αρχικά, η ομοσκεδαστικότητα των σφαλμάτων μπορεί να ελεγχθεί με τη χρήση γραφήματος διασποράς των υπολοίπων με τις τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής είτε τις προσαρμοσμένες τιμές της εξαρτημένης.

Το Σχήμα 3.4.1 δείχνει πως υπάρχουν ισχυρές γραφικές ενδείξεις για την μη παραβίαση της υπόθεσης της ομοσκεδαστικότητας των σφαλμάτων καθώς φαίνεται ότι η διακύμανση τους παραμένει σταθερή. Αντίθετα, στο Σχήμα 3.4.2 η διασπορά των σφαλμάτων μοιάζει να μεταβάλλεται, επομένως είναι πολύ πιθανή η παραβίαση της ομοσκεδαστικότητας και κατ' επέκταση η ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας.

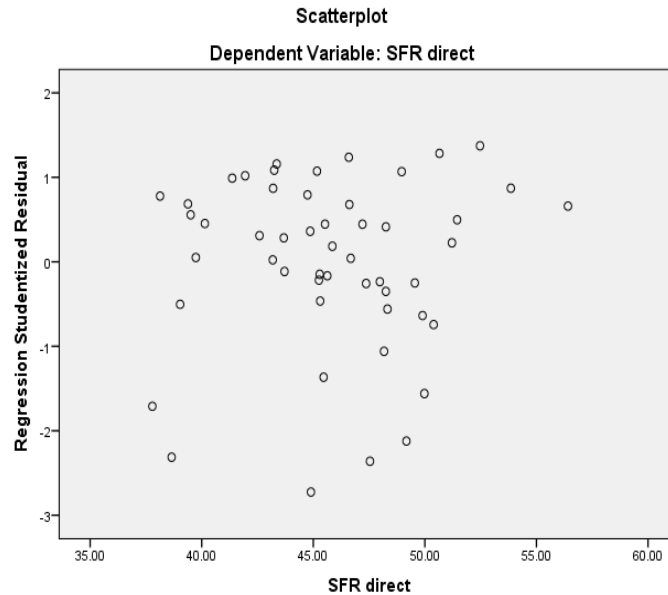
### ΣΧΗΜΑ 3.4.1

Διάγραμμα Διασποράς υπολοίπων



### ΣΧΗΜΑ 3.4.2

#### Διάγραμμα Διασποράς υπολοίπων



Για τη διενέργεια του στατιστικού ελέγχου, τα σφάλματα χωρίζονται αρχικά σε δύο ισοπληθείς ομάδες (ανάλογα με την τιμή τους) και στη συνέχεια εξετάζεται αν οι ομάδες που προέκυψαν παρουσιάζουν στατιστικά ίσες διακυμάνσεις. Αν παρουσιάζουν, τότε τα σφάλματα είναι ομοσκεδαστικά, σε αντίθετη περίπτωση παραβιάζεται η συγκεκριμένη προϋπόθεση.

Ο έλεγχος ομοσκεδαστικότητας γίνεται και με το *Levene's Test* που ελέγχει τις εξής υποθέσεις:

$H_0$ : Τα σφάλματα είναι ομοσκεδαστικά

(3.17)

$H_1$ : Τα σφάλματα δεν είναι ομοσκεδαστικά

#### Έλεγχος ανεξαρτησίας

Η τρίτη προϋπόθεση είναι η ανεξαρτησία των σφαλμάτων. Ο έλεγχος ροών (*Runs Test*) ελέγχει τις εξής υποθέσεις:

$H_0$ : Τα σφάλματα είναι ανεξάρτητα

(3.18)

$H_1$ : Τα σφάλματα δεν είναι ανεξάρτητα

### 3.4.3 Έλεγχοι υποθέσεων για το κανονικό γραμμικό μοντέλο

Όπως αναφέρθηκε στην αρχή του κεφαλαίου, ο σκοπός είναι η δημιουργία γραμμικού μοντέλου μέσω του οποίου θα είναι αξιόπιστη η εκτίμηση της μεταβλητής απόκρισης  $Y$  από την ανεξάρτητη μεταβλητή  $X$ . Ένα βασικό ζητούμενο, λοιπόν, είναι κατά πόσο η μεταβλητή  $X$  χρησιμεύει στην πρόβλεψη της  $Y$ , κάτι που μεταφράζεται στο κατά πόσο ισχύει ότι  $\beta_1 = 0$  ή όχι. Χρησιμοποιώντας τον συμβολισμό από τη θεωρία του ελέγχου υποθέσεων, αυτή η υπόθεση μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$H_0 : \beta_1 = 0 \tag{3.19}$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

Αν η  $H_0$  γίνει αποδεκτή, τότε αυτό σημαίνει ότι η μεταβλητή  $X$  δεν χρησιμεύει στην πρόβλεψη της  $Y$ , σε αντίθετη περίπτωση μπορούμε να ισχυριστούμε ότι υπάρχει σημαντικά στατιστική γραμμική επίδραση της  $X$  πάνω στην  $Y$ .

Έχοντας λάβει ως δεδομένο ότι ισχύουν οι υποθέσεις του κανονικού γραμμικού μοντέλου, μπορεί να διατυπωθεί ένας κανόνας για τον έλεγχο (3.19).

- Αν  $|T| > t_{v-2}(\alpha/2)$ , τότε η  $H_0$  απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$ .
- Αν  $|T| \leq t_{v-2}(\alpha/2)$ , τότε η  $H_0$  δεν μπορεί να απορριφθεί σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$ .

όπου:

$$T = \frac{\hat{\beta}_1}{s(\hat{\beta}_1)}$$

Το επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$  είναι προεπιλεγμένο. συνήθως ισούται με 0,05 ή 0,01. Ουσιαστικά, η ερμηνεία του είναι η πιθανότητα λανθασμένης απόρριψης της  $H_0$  μέσω του κανόνα απόφασης.

Παρόμοια, μπορεί να διατυπωθεί και ο κανόνας απόφασης για τον έλεγχο

$$H_0 : \beta_0 = 0 \tag{3.20}$$

$$H_1 : \beta_0 \neq 0$$



- Αν  $|T| > t_{v-2}(\alpha/2)$ , τότε η  $H_0$  απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$ .
- Αν  $|T| \leq t_{v-2}(\alpha/2)$ , τότε η  $H_0$  δεν μπορεί να απορριφθεί σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$ .

όπου:

$$T = \frac{\hat{\beta}_0}{s(\hat{\beta}_0)}$$

### 3.4.4 Η έννοια του p-value (significance value)

Στα στατιστικά πακέτα χρησιμοποιείται η τιμή του p-value ( $p$ ) για τη λήψη απόφασης για τους ελέγχους που αναφέρθηκαν παραπάνω. Πρόκειται για πιθανότητα που έχει την μορφή:

$$p = P(|T| > |t| / H_0)$$

όπου:

$t$ : η τιμή που προκύπτει για την εκάστοτε στατιστική συνάρτηση  $T$  με βάση τα διαθέσιμα δεδομένα και εκφράζει την πιθανότητα να εμφανιστεί ένα τόσο ή ακόμα και πιο ακραίο δείγμα από αυτό εμφανίστηκε δεδομένου ότι ισχύει η  $H_0$ . Ο κανόνας απόφασης με τη χρήση του p-value είναι ο εξής:

- Αν  $p < \alpha$ , τότε σε επίπεδο σημαντικότητας η  $H_0$  απορρίπτεται.
- Αν  $p \geq \alpha$ , τότε η  $H_0$  δεν μπορεί να απορριφθεί σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$ .

Με παρόμοια λογική μπορούν να γίνουν και μονόπλευροι έλεγχοι αναφορικά με τις παραμέτρους των γραμμικών μοντέλων, όπως επίσης και να δημιουργηθούν διαστήματα εμπιστοσύνης για αυτές αλλά και για την μεταβλητή απόκρισης. Στην παρούσα εργασία, θα χρησιμοποιηθεί ο έλεγχος (3.19) που θα βοηθήσει στην εξαγωγή συμπερασμάτων αναφορικά με την ύπαρξη γραμμικής επίδρασης της ανεξάρτητης μεταβλητής πάνω στην εξαρτημένη. Ομοίως, για τους ελέγχους σφαλμάτων (3.16), (3.17) και (3.18), θα χρησιμοποιηθεί το p-value του τεστ *Kolmogorov-Smirnov*, του *Levene's Test* και του *Runs Test* αντίστοιχα.

## 3.5 Πολλαπλή Γραμμική Παλινδρόμηση

### 3.5.1 Μοντέλο και εκτίμηση παραμέτρων

Στην προηγούμενη ενότητα έγινε αναφορά στο απλό γραμμικό μοντέλο παλινδρόμησης προκειμένου να διερευνηθεί η εξάρτηση της μεταβλητής  $Y$  από μία μεταβλητή  $X$ . Όπως εύκολα μπορεί να γίνει κατανοητό, στα περισσότερα προβλήματα η εξαρτημένη μεταβλητή  $Y$  επηρεάζεται από περισσότερες από μία μεταβλητές.

Επί της ουσίας, η *πολλαπλή παλινδρόμηση* αποτελεί μία επέκταση της απλής, με στόχο και πάλι την πρόβλεψη της μεταβλητής απόκρισης  $Y$  από  $p-1$  στο πλήθος ερμηνευτικές μεταβλητές, τις  $X_1, X_2, \dots, X_{p-1}$ . Το μοντέλο πρόβλεψης θα έχει την εξής μορφή:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_{p-1} X_{p-1} + \varepsilon \quad (3.21)$$

Οι βασικές έννοιες και ορισμοί είναι ανάλογοι της απλής γραμμικής παλινδρόμησης που αναλύθηκε σε προηγούμενη ενότητα, ενώ και η λογική εκτίμησης των παραμέτρων  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{p-1}$  είναι παρόμοια. Αν, λοιπόν, για τις ανεξάρτητες μεταβλητές  $X_1, X_2, \dots, X_{p-1}$  έχουμε τις παρατηρήσεις  $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i,p-1}, i=1, 2, \dots, \mathcal{N}$  αλλά και τις τιμές  $y_i, i=1, 2, \dots, \mathcal{N}$  της εξαρτημένης μεταβλητής  $Y$ , τότε ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων

$$g(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{p-1}) = \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} (y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_{p-1} x_{i,p-1}))^2 \quad (3.22)$$

κάτι που θα γίνει λύνοντας το σύστημα που θα προκύψει θέτοντας ίσες με μηδέν τις μερικές παραγώγους της  $g(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{p-1})$ .

Με τη βοήθεια πινάκων, καταλήγουμε στις εκτιμήτριες ελαχίστων τετραγώνων που συμβολίζονται με  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_{p-1}$ . Πιο συγκεκριμένα, το διάνυσμα στήλη

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_{p-1} \end{bmatrix}$$

υπολογίζεται ως εξής:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (3.23)$$

όπου

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1,p-1} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2,p-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_{v1} & x_{v2} & \dots & x_{v,p-1} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_v \end{bmatrix}$$

### 3.5.2 Πολυσυγγραμικότητα

Ένα από τα προβλήματα που εμφανίζονται στην πολλαπλή παλινδρόμηση είναι η πιθανή ύπαρξη *πολυσυγγραμικότητας* (multicollinearity). Αυτό το φαινόμενο εμφανίζεται όταν κάποιες από τις ανεξάρτητες μεταβλητές του μοντέλου έχουν μεγάλη συσχέτιση μεταξύ τους, γεγονός που οδηγεί σε εσφαλμένα συμπεράσματα λόγω κακής ερμηνείας των τιμών που προκύπτουν από την ανάλυση. Για παράδειγμα, σε ένα μοντέλο πρόβλεψης του μισθού ενός υπαλλήλου, χρησιμοποιούνται ως ανεξάρτητες μεταβλητές η ηλικία, το μορφωτικό του επίπεδο και η προϋπηρεσία. Είναι, ωστόσο, αρκετά πιθανό η ηλικία και η προϋπηρεσία να έχουν μεγάλη συσχέτιση μεταξύ τους, καθώς η λογική λέει πως όσο μικρότερη είναι η ηλικία του υπαλλήλου τόσο μικρότερος θα είναι και ο χρόνος προϋπηρεσίας του.

Η περίπτωση της πολυσυγγραμικότητας μπορεί εύκολα να ελεγχθεί αν εκτιμήσουμε τον πίνακα συντελεστών συσχετίσεων μεταξύ όλων των ανεξάρτητων μεταβλητών. Στην περίπτωση που διαπιστωθεί πολύ υψηλή συσχέτιση μεταξύ δύο μεταβλητών (για παράδειγμα συντελεστή συσχέτισης 0,8 ή μεγαλύτερο – αν και αυτό εξαρτάται από την φύση των δεδομένων και το πρόβλημα που μελετάται) τότε θα πρέπει να αποφευχθεί να συμπεριληφθούν στα μοντέλα και οι δύο υψηλά συσχετιζόμενες μεταβλητές και εισάγεται τελικά μία από τις δύο.

Σε καθαρά μαθηματικό επίπεδο, η πλήρης γραμμική εξάρτηση μεταξύ ανεξάρτητων μεταβλητών σημαίνει ότι η ορίζουσα του  $X^T X$  (πίνακας πληροφορίας) είναι ίση με μηδέν και έτσι να μην αντιστρέφεται. Ακόμα και σε περιπτώσεις που η ορίζουσα του πίνακα πληροφορίας δεν είναι ίση με μηδέν αλλά είναι κοντά σε αυτό, ενδεχομένως να προκύψουν σφάλματα στρογγυλοποίησης στην αντιστροφή του πίνακα, κάτι που οδηγεί σε λανθασμένες εκτιμήσεις.



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

## Η τεχνική Bogue-Palmore

### 4.1 Εισαγωγή

Το 1964 οι *Donald Bogue* και *James Palmore* παρουσίασαν μία μελέτη πάνω στην μέτρηση της γονιμότητας, με στόχο να περιορίσουν τα προβλήματα τα οποία θεωρούσαν ότι υπάρχουν πάνω στο συγκεκριμένο κομμάτι της δημογραφικής ανάλυσης. Πιο συγκεκριμένα, οι δύο ερευνητές στάθηκαν στην εσφαλμένη χρησιμοποίηση διαφόρων δεικτών γονιμότητας και καυτηρίασαν την επιφανειακή και δίχως βάθος ανάλυση των δημογράφων που προκαλούσε σύγχυση στις μελέτες που δημοσιεύονταν εκείνη την εποχή. Όπως χαρακτηριστικά τόνισαν στην εισαγωγή της μελέτης τους, η σύγχυση αυτή ήταν αποτέλεσμα της έλλειψης επαρκών δεδομένων, καθώς εκείνον τον καιρό ήταν αδύνατη η πλήρης καταγραφή των γεννήσεων για μεγάλο μέρος του παγκόσμιου πληθυσμού.

Για αυτούς τους λόγους, οι Bogue & Palmore θέλησαν να εξετάσουν τις σχέσεις που υπάρχουν ανάμεσα στους δείκτες γονιμότητας, προσπαθώντας να παρουσιάσουν μία πιο συστηματική προσέγγιση πάνω στη μέτρηση του συγκεκριμένου δημογραφικού φαινομένου. Στην έρευνά τους, χρησιμοποίησαν δεδομένα από 50 χώρες στο χρονικό διάστημα μεταξύ του 1955 και του 1960 και παρουσιάζουν μία σειρά από εξισώσεις για την εκτίμηση των δεικτών, θέλοντας με αυτόν τον τρόπο να εξαλείψουν μεγάλο μέρος την σύγχυσης που θεωρούσαν ότι υπάρχει και παράλληλα να θεμελιώσουν μία μέθοδο πρόβλεψης αυτών των δεικτών σε πληθυσμούς που συναντάται έλλειψη βασικών ληξιαρχικών δεδομένων.

Οι δύο Αμερικάνοι δημογράφοι αρχικά διαχώρισαν τους δείκτες σε αυτούς που προέρχονται από συνδυασμό των δεδομένων απογραφής και ληξιαρχικών καταγραφών, τους λεγόμενους και ως άμεσους δείκτες, και σε αυτούς που προέρχονται αποκλειστικά από τα απογραφικά δεδομένα, τους έμμεσους δείκτες.

Στην πρώτη κατηγορία ενέταξαν τον αδρό δείκτη γεννήσεων (*CBR*), τον γενικό δείκτη γονιμότητας (*GFR*), τους άμεσα και έμμεσα προτυποποιημένους δείκτες γονιμότητας (*SFR direct*

και *SFR indirect* αντίστοιχα), τους ειδικούς κατά ηλικία δείκτες γονιμότητας ( $sf_i$ ) και τον δείκτη ολικής γονιμότητας (*TFR*).

Στη δεύτερη κατηγορία συμπεριέλαβαν το λόγο παιδικού προς αναπαραγωγικό πληθυσμό (*CWR*) χρησιμοποιώντας εναλλακτικά δύο ομάδες ηλικιών των παιδιών, αυτές των 0 έως 4 ετών και των 5 έως 9 ετών. Συμπεριέλαβαν επίσης και διάφορα ποσοστά του παιδικού πληθυσμού και πιο συγκεκριμένα το ποσοστό των παιδιών ηλικίας 0 έως 4 ετών στο σύνολο του πληθυσμού, το ποσοστό παιδιών ηλικίας από 5 έως 9 ετών στο σύνολο του πληθυσμού και το ποσοστό παιδιών ηλικίας 0 έως 14 ετών στο σύνολο του πληθυσμού.

Όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται στην μελέτη τους, οι δύο ερευνητές θεωρούν ότι η χρησιμοποίηση αυτών των δεικτών μαζί, προσφέρει ένα πλήρες και συναφές σύστημα μέτρησης των επιπέδων γονιμότητας.

## 4.2 Σχέσεις ανάμεσα στους άμεσους δείκτες γονιμότητας

Στο πρώτο στάδιο της μελέτης τους, οι Bogue & Palmore επικεντρώνονται στον εντοπισμό σχέσεων ανάμεσα στους άμεσους δείκτες γονιμότητας που χρησιμοποιούν. Αρχικά, παρουσιάζονται οι συντελεστές συσχέτισης μεταξύ αυτών των δεικτών οι οποίοι κυμαίνονται από 0,425 έως 0,999. Η μικρότερη συσχέτιση είναι μεταξύ του δείκτη  $sf_{15}$  και του δείκτη  $sf_{40}$ , ενώ η μεγαλύτερη αφορά τους προτυποποιημένους δείκτες γονιμότητας *SFR direct* και *SFR indirect*.

Αν, μάλιστα, δεν ληφθούν υπόψιν οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες, τότε το εύρος των συντελεστών συρρικνώνεται αρκετά και κυμαίνεται από 0,980 έως 0,999, γεγονός που καθιστά τους βασικούς αυτούς δείκτες ως πολύ καλούς εκτιμητές ο ένας του άλλου.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2.1

Μικρότεροι και μεγαλύτεροι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των άμεσων δεικτών

Άμεσοι Δείκτες	Μικρότερη συσχέτιση με:	Μεγαλύτερη συσχέτιση με:
<i>CBR</i>	<i>sf</i> <sub>45</sub> (0,751)	<i>GFR</i> (0,992)
<i>GFR</i>	<i>sf</i> <sub>45</sub> (0,722)	<i>SFR ind.</i> και <i>TFR</i> (0,996)
<i>SFR dir.</i>	<i>sf</i> <sub>45</sub> (0,689)	<i>SFR ind.</i> (0,999)
<i>SFR ind.</i>	<i>sf</i> <sub>45</sub> (0,695)	<i>SFR dir.</i> (0,999)
<i>TFR</i>	<i>sf</i> <sub>45</sub> (0,711)	<i>SFR dir.</i> & <i>SFR ind.</i> (0,998)
<i>sf</i> <sub>15</sub>	<i>sf</i> <sub>40</sub> (0,425)	<i>sf</i> <sub>20</sub> (0,871)
<i>sf</i> <sub>20</sub>	<i>sf</i> <sub>45</sub> (0,483)	<i>SFR dir.</i> (0,909)
<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub> (0,627)	<i>TFR</i> (0,957)
<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub> (0,573)	<i>sf</i> <sub>35</sub> (0,970)
<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub> (0,529)	<i>sf</i> <sub>30</sub> (0,970)
<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub> (0,425)	<i>sf</i> <sub>35</sub> (0,949)
<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub> (0,448)	<i>CBR</i> (0,751)

Όπως, πάντως, αναφέρεται στην έρευνα, είναι λογικό να υπάρχει υψηλή συσχέτιση μεταξύ των δεικτών καθώς η ίδια πληροφορία περιέχεται –σε διαφορετική μορφή– στον καθένα από αυτούς τους δείκτες. Ωστόσο, οι Bogue & Palmore αναφέρουν ότι δεν υπάρχει ξεκάθαρος λόγος που η συσχέτιση είναι σχεδόν «ιδανική».

Οι δύο δημογράφοι χρησιμοποιούν στη συνέχεια διαγράμματα διασποράς για να δείξουν ότι οι σχέσεις μεταξύ των δεικτών εμφανίζονται να είναι γραμμικές ενώ στη συνέχεια παρουσιάζουν τον πίνακα με όλες τις εκτιμήτριες ελαχίστων τετραγώνων των μοντέλων παλινδρόμησης της μορφής:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X$$

Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιούν κάθε δείκτη ξεχωριστά ως εξαρτημένη μεταβλητή *Y* και ως ανεξάρτητη *X* τον καθένα από τους υπόλοιπους δείκτες κάθε φορά και στη συνέχεια αναφέρουν αναλυτικά τις παραμέτρους για καθένα από αυτά τα μοντέλα παλινδρόμησης.

Από την έρευνα των δύο Αμερικάνων μελετητών απουσιάζει η αναλυτική παρουσίαση των συντελεστών προσδιορισμού και κατ' επέκταση η ανερμήνευτη μεταβλητότητα, μεγέθη που ωστόσο μπορούν να υπολογιστούν χρησιμοποιώντας τα τετράγωνα των συντελεστών συσχέτισης. Οι Bogue & Palmore στέκονται στο μεγάλο εύρος τιμών που παρουσιάζουν οι δείκτες ανάμεσα στις 50 χώρες της μελέτης τους και αναφέρουν ότι ένα σημαντικό μέρος της ανερμήνευτης

μεταβλητότητας ενδεχομένως να οφείλεται σε άλλους παράγοντες, όπως τυχόν διάφορες ανακρίβειες στη συλλογή δεδομένων.

Σε κάθε περίπτωση, όπως χαρακτηριστικά τονίζουν, τα αποτελέσματα των μοντέλων παλινδρόμησης έχουν τριπλή χρησιμότητα: Πρώτον, για να εκτιμηθεί η γονιμότητα για τα κράτη της γης όπου έχει λάβει χώρα μία αρκετά αξιόπιστη απογραφή αλλά και στα οποία οι ληξιαρχικές καταγραφές είναι ανεπαρκείς. Δεύτερον, για να ελεγχθεί η αξιοπιστία και η «ευστοχία» των μέτρων γονιμότητας που λαμβάνονται από απογραφές ή από διάφορες έρευνες. Και τρίτον, για να μπορεί να εκτιμηθούν οι δείκτες γονιμότητας σε περιπτώσεις που είναι γνωστός μόνο ένας εξ αυτών.

### 4.3. Σχέσεις ανάμεσα στους έμμεσους δείκτες γονιμότητας

Πραγματοποιώντας τα ίδια βήματα, οι Bogue & Palmore μελέτησαν και τις σχέσεις που υπάρχουν μεταξύ των έμμεσων δεικτών γονιμότητας. Όπως και στους άμεσους δείκτες, έτσι και με τους έμμεσους, παρατηρείται ιδιαίτερα συρρικνωμένο εύρος στις τιμές των συντελεστών συσχέτισης. Σύμφωνα, λοιπόν, με τα αποτελέσματά τους, οι συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των έμμεσων δεικτών κυμαίνονται από 0,928 έως 0,991. Η μικρότερη συσχέτιση παρατηρείται μεταξύ του λόγου  $CWR_{(0-4)}$  και του ποσοστού παιδικού πληθυσμού ηλικίας 5-9 ετών  $P_{5-9}$  (%). Αντίστοιχα, η μεγαλύτερη παρατηρείται μεταξύ του  $CWR_{(0-4)}$  και του ποσοστού παιδικού πληθυσμού ηλικίας 0-4 ετών  $P_{0-4}$  (%).

#### ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3.1

Μικρότεροι και μεγαλύτεροι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των έμμεσων δεικτών

Έμμεσοι Δείκτες	Μικρότερη συσχέτιση με:	Μεγαλύτερη συσχέτιση με:
$CWR_{(0-4)}$	$P_{5-9}$ (%) ( <b>0,928</b> )	$P_{0-4}$ (%) ( <b>0,991</b> )
$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%) ( <b>0,952</b> )	$P_{5-9}$ (%) ( <b>0,984</b> )
$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%) ( <b>0,945</b> )	$CWR_{(0-4)}$ ( <b>0,991</b> )
$P_{5-9}$ (%)	$CWR_{(0-4)}$ ( <b>0,928</b> )	$P_{0-14}$ (%) ( <b>0,986</b> )
$P_{0-14}$ (%)	$CWR_{(0-4)}$ ( <b>0,957</b> )	$P_{5-9}$ (%) ( <b>0,986</b> )

Όπως επισημαίνουν, αυτές οι πολύ ισχυρές συσχετίσεις δείχνουν ότι υπάρχει ελάχιστη διαφοροποίηση στη χρήση ενός δείκτη αντί κάποιου εκ των υπολοίπων προκειμένου να εκτιμηθούν τα επίπεδα γονιμότητας σε μία χώρα, ενώ παράλληλα τονίζουν πως από αυτά τα αποτελέσματα δε φαίνεται να υπάρχει κάποιος ιδιαίτερος λόγος ώστε να προτιμηθεί ένας δείκτης



αντί κάποιου άλλου. Στη συνέχεια, παρουσιάζουν τον πίνακα με όλες τις εκτιμήτριες ελαχίστων τετραγώνων των μοντέλων παλινδρόμησης της μορφής:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X$$

όπου η εξαρτημένη μεταβλητή  $Y$  είναι ο κάθε έμμεσος δείκτης και η ανεξάρτητη  $X$  είναι ο καθένας από τους υπόλοιπους δείκτες κάθε φορά.

#### **4.4 Σχέσεις ανάμεσα στους άμεσους και τους έμμεσους δείκτες γονιμότητας**

Σύμφωνα με τους ερευνητές, αυτό είναι το πιο σημαντικό κομμάτι της μελέτης τους καθώς θα απαντηθεί κατά πόσο μπορούν να εκτιμηθούν με αρκετή ακρίβεια οι άμεσοι δείκτες γονιμότητας από δεδομένα απογραφών και δίχως να υπάρχουν ληξιαρχικές καταγραφές.

Χρησιμοποιώντας τους πέντε έμμεσους δείκτες γονιμότητας οι οποίοι, όπως έχει επισημανθεί, μπορούν να υπολογιστούν από τα απογραφικά δεδομένα, οι Bogue & Palmore κάνουν και πάλι μία σειρά από γραμμικές παλινδρομήσεις με σκοπό να εκτιμήσουν τους άμεσους δείκτες. Όπως παρουσιάζεται στην έρευνά τους, οι συντελεστές συσχέτισης κυμαίνονται από 0,627 έως 0,972.

Αν, μάλιστα, δεν ληφθούν υπόψιν οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες γονιμότητας, το εύρος των εκτιμήσεων των συντελεστών συσχέτισης κυμαίνεται από 0,886 έως 0,972. Παράλληλα, επισημαίνεται ότι το 88% των συσχετίσεων είναι από 0,9 έως 0,972. Η μικρότερη συσχέτιση παρατηρείται μεταξύ του δείκτη  $5f_{45}$  και του λόγου  $CWR_{(5-9)}$  ενώ αντίστοιχα η μεγαλύτερη είναι μεταξύ του δείκτη  $GFR$  και του ποσοστού παιδικού πληθυσμού ηλικίας 0-4 ετών  $P_{0-4}$  (%).

### ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4.1

Μικρότεροι και μεγαλύτεροι συντελεστές γραμμικής συσχέτισης μεταξύ άμεσων και έμμεσων δεικτών

Άμεσοι Δείκτες	Μικρότερη συσχέτιση με:	Μεγαλύτερη συσχέτιση με:
<i>CBR</i>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub> <b>(0,886)</b>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%) <b>(0,958)</b>
<i>GFR</i>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%) <b>(0,906)</b>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%) <b>(0,972)</b>
<i>SFR dir.</i>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%) <b>(0,891)</b>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%) <b>(0,962)</b>
<i>SFR ind.</i>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%) <b>(0,895)</b>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%) <b>(0,966)</b>
<i>TFR</i>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%) <b>(0,900)</b>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%) <b>(0,968)</b>
<i>5f15</i>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub> <b>(0,629)</b>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%) <b>(0,714)</b>
<i>5f20</i>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%) <b>(0,764)</b>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub> <b>(0,856)</b>
<i>5f25</i>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%) <b>(0,871)</b>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub> <b>(0,943)</b>
<i>5f30</i>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%) <b>(0,864)</b>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub> και <i>P</i> <sub>0-4</sub> (%) <b>(0,910)</b>
<i>5f35</i>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%) <b>(0,860)</b>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%) <b>(0,903)</b>
<i>5f40</i>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub> <b>(0,805)</b>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%) και <i>P</i> <sub>0-14</sub> (%) <b>(0,821)</b>
<i>5f45</i>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub> <b>(0,627)</b>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%) <b>(0,686)</b>

Όλα τα παραπάνω δείχνουν, σύμφωνα με τους Bogue & Palmore, ότι είναι δυνατή η πολύ καλή εκτίμηση των άμεσων δεικτών γονιμότητας για σχεδόν όλα τα έθνη της γης, με δεδομένο πάντα ότι υπάρχουν ακριβή απογραφικά δεδομένα που θα συντελέσουν στον υπολογισμό των έμμεσων δεικτών.

Όπως και στα προηγούμενα βήματα, έτσι και σε αυτό ακολουθεί η παρουσίαση των μοντέλων παλινδρόμησης της μορφής:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X$$

Ως εξαρτημένη μεταβλητή *Y* ορίζεται καθένας εκ των άμεσων δεικτών ξεχωριστά και ως ανεξάρτητη *X* ο καθένας εκ των έμμεσων δεικτών κάθε φορά.

## 4.5 Εκτίμηση άμεσων δεικτών μέσω πολλαπλών παλινδρομήσεων

Το τελευταίο στάδιο της μελέτης των Bogue & Palmore έχει ως στόχο την εκτίμηση των άμεσων δεικτών μέσα από πολλαπλές παλινδρομήσεις της μορφής:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k$$

όπου  $k$  ο αριθμός των ανεξάρτητων μεταβλητών που χρησιμοποιούνται.

Για το σκοπό αυτό οι δύο ερευνητές δεν περιορίστηκαν στους δείκτες που ήδη είχαν στη διάθεσή τους, αντιθέτως συμπεριέλαβαν και κάποιους άλλους συμπληρωματικούς δείκτες αναφορικά με τη γαμηλιότητα, τη γονιμότητα αλλά και τη θνησιμότητα.

#### 4.5.1 Συμπληρωματικοί δείκτες

Οι Bogue & Palmore συμπεριέλαβαν μία σειρά από συμπληρωματικούς δείκτες προκειμένου να προσδιορίσουν κάποιους παράγοντες που θεώρησαν ότι μειώνουν την ακρίβεια με την οποία οι έμμεσοι δείκτες γονιμότητας μπορούν να εκτιμήσουν τους άμεσους.

##### ➤ Ποσοστά έγγαμου γυναικείου πληθυσμού (*WEM%*)

Οι δύο ερευνητές χρησιμοποίησαν τις παρακάτω αναλογίες που αφορούν σε ηλικιακές κατηγορίες γυναικών που έχουν παντρευτεί (*Women Ever Married*):

- α) Το ποσοστό εγγάμων γυναικών ηλικίας 15-19 ( $W_{15-19} EM (\%)$ )
- β) Το ποσοστό εγγάμων γυναικών ηλικίας 20-24 ( $W_{20-24} EM (\%)$ )
- γ) Το ποσοστό εγγάμων γυναικών ηλικίας 25-29 ( $W_{25-29} EM (\%)$ )
- δ) Το ποσοστό εγγάμων γυναικών ηλικίας 45-49 ( $W_{45-49} EM (\%)$ )

##### ➤ Μέση ηλικία γυναικών στον πρώτο γάμο (*MAM*)

Ένας από τους συμπληρωματικούς δείκτες στην έρευνα των Bogue & Palmore είναι και η μέση ηλικία των γυναικών στον πρώτο γάμο (*Median Age at First Marriage*). Ο τύπος που υπολογίζει τον συγκεκριμένο δείκτη, που στην ουσία είναι ο σταθμικός αριθμητικός μέσος της κατά ηλικίας κατανομής των «πρώτων» γάμων, είναι ο εξής:

$$MAM = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \times P_i^f}{P^f}$$

όπου:

$i$  : η ηλικιακή ομάδα

$x_i$  : το κέντρο του διαστήματος κάθε ηλικιακής ομάδας

$P_i^f$  : οι πρώτοι γάμοι γυναικών της  $i$ -ης ηλικιακής ομάδας

$P^f$  : ο συνολικός αριθμός πρώτων γάμων γυναικών

➤ **Δείκτης ηλικιακής σύνθεσης γονιμότητας (IFAC)**

Ο Δείκτης της Ηλικιακής Σύνθεσης Γονιμότητας (*Index of Fertility Age Composition*) είναι ένα σύνθετο και μάλλον πολύπλοκο μέτρο που υπολογίζεται ως ο λόγος που σχηματίζεται διαιρώντας τον αναμενόμενο αριθμό γεννήσεων που θα προέκυπτε από την ηλικιακή κατανομή των γυναικών μιας χώρας αν οι γυναίκες αυτές είχαν τους ίδιους δείκτες γονιμότητας με εκείνους του «πλανήτη» (που εκλαμβάνεται ως πρότυπος πληθυσμός) με τον αναμενόμενο αριθμό των γεννήσεων που θα παράγονταν από την ηλικιακή κατανομή των γυναικών του πλανήτη.

➤ **Δείκτης Βρεφικής θνησιμότητας (IMR)**

Ο όρος της βρεφικής θνησιμότητας αναφέρεται στα βρέφη τα οποία γεννιούνται ζωντανά αλλά πεθαίνουν πριν συμπληρώσουν το πρώτο έτος της ζωής τους. Ο δείκτης βρεφικής θνησιμότητας (*Infant Mortality Rate*) εκφράζει τον αριθμό των βρεφικών θανάτων ανά 1000 γεννήσεις ζώντων κατά τη διάρκεια ενός έτους και υπολογίζεται από την εξής σχέση:

$$IMR = \frac{D_0}{B} \times 1000$$

όπου:

$D_0$  : Θάνατοι βρεφών που καταγράφονται στο έτος

$B$  : Γεννήσεις ζώντων που καταγράφονται στο έτος

#### **4.5.2 Μοντέλα Πολλαπλών Παλινδρομήσεων**

Οι Bogue & Palmore προτείνουν μία σειρά από πολλαπλές παλινδρομήσεις έτσι ώστε να εκτιμηθούν οι άμεσοι και έμμεσοι δείκτες γονιμότητας. Μία προσέγγιση είναι η εκτίμηση κάθε άμεσου δείκτη ξεχωριστά από καθένα εκ των έμμεσων και των συμπληρωματικών δεικτών. Κατά τη δεύτερη προσέγγιση προτείνεται η εκτίμηση ενός βασικού άμεσου δείκτη από τους έμμεσους και στη συνέχεια η εκτίμηση των άλλων δεικτών χρησιμοποιώντας και τον αρχικό πρώτο άμεσο.

Πιο συγκεκριμένα, προτείνουν να εκτιμηθεί αρχικά ο δείκτης  $TFR$  χρησιμοποιώντας ως ανεξάρτητες μεταβλητές τον δείκτη  $CWR_{(0-4)}$ , τον δείκτη βρεφικής θνησιμότητας  $IMR$ , τον δείκτη ηλικιακής σύνθεσης γονιμότητας  $IFAC$ , τη μέση ηλικία γυναικών στον πρώτο γάμο  $MAM$  και το ποσοστό γυναικών ηλικίας 45-49 που έχουν παντρευτεί. Στη συνέχεια, προτείνουν την

εκτίμηση του δείκτη *SFR indirect* χρησιμοποιώντας και πάλι αυτές τις ανεξάρτητες μεταβλητές, συμπεριλαμβανομένου αυτή τη φορά και του ήδη εκτιμημένου δείκτη *TFR*, ενώ ακολουθεί και η εκτίμηση των υπόλοιπων βασικών άμεσων δεικτών.

Με αυτή τη μέθοδο, οι δύο ερευνητές θεωρούν ότι επιτυγχάνεται ένα πιο συμπαγές σετ άμεσων δεικτών, σε αντίθεση με την πρώτη μέθοδο που ενδείκνυται αν υπάρχει ανάγκη για πιο ακριβή εκτίμηση ενός μόνο άμεσου δείκτη. Ωστόσο, αναφέρεται ότι στην πράξη είναι πολύ πιθανό οι διαφορές ανάμεσα στις δύο προτεινόμενες μεθόδους να είναι αρκετά μικρές.

Στα βήματα που ακολουθούν γίνεται και η εκτίμηση των έμμεσων δεικτών. Πρώτα εκτιμάται ο  $sf_{25}$ , που αναφέρεται στην ηλικιακή ομάδα που έχει τα υψηλότερα επίπεδα τεκνοποίησης, χρησιμοποιώντας ως μεταβλητές τον ήδη εκτιμώμενο δείκτη *TFR*, τον δείκτη βρεφικής θνησιμότητας *IMR*, τον δείκτη ηλικιακής σύνθεσης γονιμότητας *IFAC*, τη μέση ηλικία γυναικών στον πρώτο γάμο *MAM* και το ποσοστό γυναικών ηλικίας 25-29 που έχουν παντρευτεί.

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα μοντέλα και για τους άλλους δείκτες, στα οποία εισάγονται ως ανεξάρτητες μεταβλητές οι εκτιμήσεις των ειδικών δεικτών που προηγήθηκαν, μαζί με την εκτίμηση του δείκτη *TFR*, τον δείκτη βρεφικής θνησιμότητας *IMR*, τη μέση ηλικία γυναικών στον πρώτο γάμο *MAM* και τα ποσοστά γυναικών που έχουν παντρευτεί.

Θα πρέπει, πάντως, να σημειωθεί ότι τα μοντέλα που παρουσιάζουν σε αυτό το στάδιο οι Bogue & Palmore, αποτελούν απλώς μία ενδεικτική πρόταση των δύο δημογράφων. Χαρακτηριστικό είναι ότι, σε ό,τι αφορά στην εκτίμηση των ειδικών κατά ηλικία δεικτών, οι δύο Αμερικάνοι ερευνητές παρουσιάζουν μία σειρά από δεκάδες μοντέλα γραμμικής παλινδρόμησης, δίχως να έχουν πάντα τις ίδιες ανεξάρτητες μεταβλητές. Για παράδειγμα, σε αρκετές περιπτώσεις δεν περιλαμβάνεται η εκτίμηση του δείκτη *TFR*, αλλά η εκτίμηση κάποιου άλλου εκ των βασικών δεικτών, ενώ σε άλλες περιπτώσεις περιλαμβάνονται ο δείκτης βρεφικής θνησιμότητας *IMR* και σε άλλες όχι.

Αξίζει, επίσης, να τονιστεί ότι σε όλα τα γραμμικά μοντέλα που προτείνουν οι δύο Αμερικάνοι δημογράφοι, επιτυγχάνεται ιδιαίτερα υψηλός συντελεστής προσδιορισμού καθώς η τιμή που παίρνει σε κάθε περίπτωση είναι σταθερά πάνω από 0,8 ενώ στις περισσότερες περιπτώσεις είναι μεγαλύτερη ακόμα και του 0,9. Μόνη εξαίρεση, αποτελεί η εκτίμηση για τον  $sf_{45}$  που κυμαίνεται από 0,608 έως 0,733. Οι Bogue & Palmore θεωρούν ότι η εκτίμηση του συγκεκριμένου δείκτη έχει μεγαλύτερες δυσκολίες καθώς στους περισσότερους πληθυσμούς των 50 εξεταζόμενων κρατών έχει πολύ χαμηλές τιμές ενώ σε κάποιους εξ αυτών έχει συγκριτικά ιδιαίτερα υψηλές.



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

## Ανάλυση-Αποτελέσματα

### 5.1 Εισαγωγή

Η μέθοδος των Bogue & Palmore είχε σαν κύριο σκοπό την εκτίμηση σχέσεων μεταξύ διαφόρων μέτρων γονιμότητας, με την εφαρμογή της να γίνεται χρησιμοποιώντας διαστρωματικά δεδομένα σε επίπεδο χωρών. Όπως έχει ήδη αναφερθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο, οι δύο Αμερικάνοι δημογράφοι χρησιμοποίησαν δεδομένα από 50 χώρες για την πενταετία 1955-1960, με τα αποτελέσματα να παρουσιάζουν μεγάλη ακρίβεια, γεγονός που δημιούργησε την ανάγκη να διαπιστωθεί κατά πόσο η μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί με ανάλογη επιτυχία σε δεδομένα πληθυσμών μικρότερου μεγέθους.

Στην παρούσα μελέτη, θα γίνει η εφαρμογή της μεθόδου Bogue & Palmore πάνω στα δεδομένα των 51 νομών της Ελλάδας για τα έτη 1981, 1991, 2001.

### 5.2 Απλή γραμμική παλινδρόμηση με άμεσους δείκτες γονιμότητας

#### 5.2.1 Συσχετίσεις μεταξύ άμεσων δεικτών γονιμότητας

Όπως παρατηρήθηκε και στο Κεφάλαιο 4, το πρώτο μέρος της έρευνας των Bogue & Palmore αφορά στις σχέσεις μεταξύ των άμεσων δεικτών γονιμότητας. Στους παρακάτω πίνακες, παρουσιάζονται περιγραφικά μέτρα αυτών των δεικτών για τα περιφερειακά δεδομένα της Ελλάδας στις τρεις χρονικές περιόδους (1981, 1991, 2001) που έχουν χρησιμοποιηθεί στην παρούσα μελέτη.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.1

Περιγραφικά μέτρα των άμεσων δεικτών γονιμότητας για το 1981

Άμεσοι δείκτες	Πλήθος	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη Τιμή	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση
<i>CBR</i>	51	8,80	18,80	13,42	2,16
<i>GFR</i>	51	44,50	77,90	60,81	7,58
<i>SFR dir.</i>	51	46,34	77,17	63,29	6,65
<i>SFR ind.</i>	51	46,17	77,19	63,14	6,68
<i>TFR</i>	51	1580,56	2635,55	2163,28	228,21
<i>sf<sub>15</sub></i>	51	22,10	83,70	56,85	14,51
<i>sf<sub>20</sub></i>	51	122,0	213,00	163,81	20,30
<i>sf<sub>25</sub></i>	51	91,20	164,20	121,72	17,61
<i>sf<sub>30</sub></i>	51	38,00	95,60	58,20	11,12
<i>sf<sub>35</sub></i>	51	12,10	45,50	24,51	7,01
<i>sf<sub>40</sub></i>	51	1,30	53,10	6,71	7,03
<i>sf<sub>45</sub></i>	51	0,10	2,10	0,87	0,52

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.2

Περιγραφικά μέτρα των άμεσων δεικτών γονιμότητας για το 1991

Άμεσοι δείκτες	Πλήθος	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη Τιμή	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση
<i>CBR</i>	51	6,30	13,60	9,45	1,50
<i>GFR</i>	51	38,00	55,60	45,02	4,51
<i>SFR dir.</i>	51	37,79	56,41	45,76	4,22
<i>SFR ind.</i>	51	37,42	55,87	45,55	4,22
<i>TFR</i>	51	1252,89	1850,74	1506,32	137,61
<i>sf<sub>15</sub></i>	51	10,50	49,00	25,18	8,66
<i>sf<sub>20</sub></i>	51	58,60	135,90	103,27	16,34
<i>sf<sub>25</sub></i>	51	81,20	116,40	99,84	8,21
<i>sf<sub>30</sub></i>	51	34,90	74,50	50,77	8,36
<i>sf<sub>35</sub></i>	51	11,40	30,30	18,20	4,11
<i>sf<sub>40</sub></i>	51	1,30	8,70	3,55	1,28
<i>sf<sub>45</sub></i>	51	0,10	2,30	0,49	0,41



### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.3

Περιγραφικά μέτρα των άμεσων δεικτών γονιμότητας για το 2001

Άμεσοι δείκτες	Πλήθος	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη Τιμή	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση
<i>CBR</i>	51	3,30	13,10	8,58	1,67
<i>GFR</i>	51	28,60	51,40	38,77	4,34
<i>SFR dir.</i>	51	29,90	51,28	39,25	3,87
<i>SFR ind.</i>	51	29,79	52,06	39,10	3,91
<i>TFR</i>	51	995,76	1741,96	1313,79	132,31
<i>sf15</i>	51	4,00	39,30	11,83	5,70
<i>sf20</i>	51	29,10	102,20	58,62	14,28
<i>sf25</i>	51	62,00	111,50	90,96	10,38
<i>sf30</i>	51	49,30	82,00	68,19	7,55
<i>sf35</i>	51	18,40	43,40	27,55	4,94
<i>sf40</i>	51	2,90	14,80	4,98	1,73
<i>sf45</i>	51	0,10	4,80	0,67	0,66

Χρησιμοποιώντας στα δεδομένα της παρούσης μελέτης το συντελεστή συσχέτισης, μπορεί να διαπιστωθεί κατά πόσο η γραμμική εξάρτηση μεταξύ των άμεσων δεικτών είναι το ίδιο μεγάλη με αυτή των αποτελεσμάτων των Bogue & Palmore.

Αρχικά για το 1981, παρατηρείται στον Πίνακα 5.2.4 ότι αν δεν ληφθούν υπόψιν οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες τότε το εύρος των απόλυτων τιμών των συντελεστών συσχέτισης μεταξύ των δεικτών κυμαίνεται από 0,725 έως και 0,999. Μπορεί το συγκεκριμένο εύρος να μην είναι το ίδιο μικρό με το αντίστοιχο της μελέτης των Bogue & Palmore (όπως αναφέρθηκε είναι 0,980 έως 0,999), ωστόσο δείχνει ότι υπάρχει ισχυρή γραμμική εξάρτηση.

Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν ισχύει αν ληφθούν υπόψιν και οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες. Το εύρος (σε απόλυτες τιμές) κυμαίνεται από 0,003 έως και 0,999, κάτι που έρχεται σε μεγάλη αντίθεση με τα αποτελέσματα της μελέτης των δύο Αμερικάνων δημογράφων (0,425 έως 0,999).

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.4

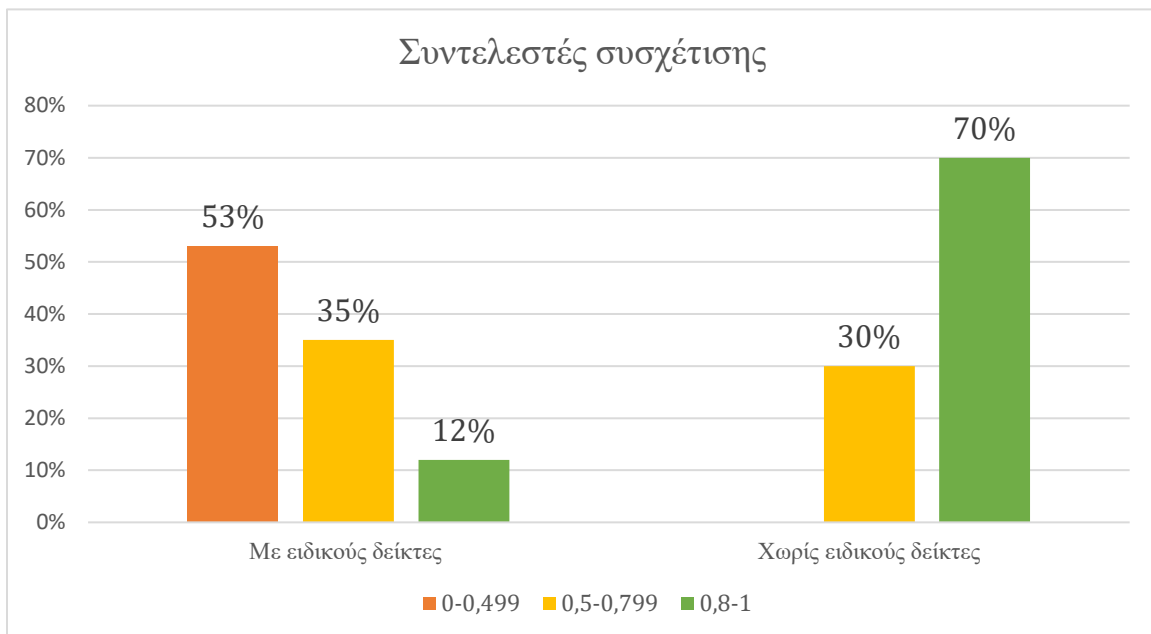
Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των άμεσων δεικτών για το 1981

	Γραμμικές συσχετίσεις											
	<i>CBR</i>	<i>GFR</i>	<i>SFR dir.</i>	<i>SFR ind.</i>	<i>TFR</i>	<i>sf15</i>	<i>sf20</i>	<i>sf25</i>	<i>sf30</i>	<i>sf35</i>	<i>sf40</i>	<i>sf45</i>
<i>CBR</i>	-	0,851	0,726	0,738	0,725	0,394	0,449	0,612	0,474	0,224	0,050	0,131
<i>GFR</i>	0,851	-	0,921	0,931	0,925	0,424	0,544	0,716	0,643	0,440	0,234	0,283
<i>SFR dir.</i>	0,726	0,921	-	0,996	0,999	0,436	0,720	0,752	0,605	0,396	0,217	0,282
<i>SFR ind.</i>	0,738	0,931	0,996	-	0,993	0,471	0,718	0,736	0,579	0,367	0,175	0,248
<i>TFR</i>	0,725	0,925	0,999	0,993	-	0,405	0,692	0,771	0,637	0,438	0,253	0,304
<i>sf15</i>	0,394	0,424	0,436	0,471	0,405	-	0,473	-0,003	-0,161	-0,312	-0,419	-0,255
<i>sf20</i>	0,449	0,544	0,720	0,718	0,692	0,473	-	0,279	0,073	-0,150	-0,168	0,017
<i>sf25</i>	0,612	0,716	0,752	0,736	0,771	-0,003	0,279	-	0,622	0,517	0,274	0,248
<i>sf30</i>	0,474	0,643	0,605	0,579	0,637	-0,161	0,073	0,622	-	0,804	0,726	0,577
<i>sf35</i>	0,224	0,440	0,396	0,367	0,438	-0,312	-0,150	0,517	0,804	-	0,796	0,568
<i>sf40</i>	0,050	0,234	0,217	0,175	0,253	-0,419	-0,168	0,274	0,726	0,796	-	0,731
<i>sf45</i>	0,131	0,283	0,282	0,248	0,304	-0,255	0,017	0,248	0,577	0,568	0,731	-

Στο Σχήμα 5.2.1, αποτυπώνεται η κατανομή των απόλυτων τιμών των συντελεστών συσχέτισης. Το μεγαλύτερο μέρος έχει τιμές μικρότερες του 0,5 ενώ μόλις ένα 12% προσεγγίζει τιμές άνω του 0,8. Αν δε ληφθούν υπόψιν οι ειδικοί δείκτες, τότε η κατάσταση διαφοροποιείται καθώς το 70% έχει τιμές άνω του 0,8.

### ΣΧΗΜΑ 5.2.1

Κατανομή συντελεστών συσχέτισης άμεσων δεικτών για το 1981



Για το 1991, το εύρος των συντελεστών συσχέτισης αυξάνεται σε σχέση με το 1981, καθώς όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.5 η μικρότερη απόλυτη τιμή είναι 0,511 και η μεγαλύτερη 0,999, δίχως να ληφθούν υπόψη οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες. Αν αυτοί συμπεριληφθούν, τότε το εύρος των απόλυτων τιμών κυμαίνεται από 0,044 έως και 0,999, το οποίο απέχει κατά πολύ από τα αποτελέσματα των Bogue & Palmore.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.5

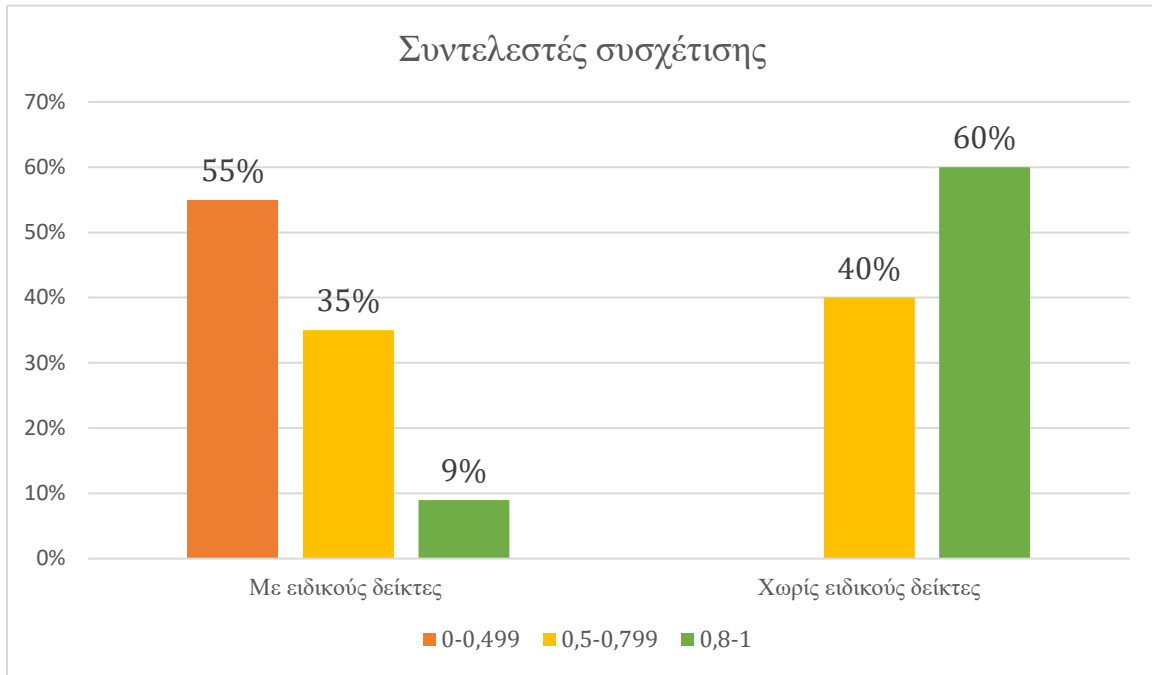
Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των άμεσων δεικτών για το 1991

	Γραμμικές συσχετίσεις											
	<i>CBR</i>	<i>GFR</i>	<i>SFR dir.</i>	<i>SFR ind.</i>	<i>TFR</i>	<i>sf15</i>	<i>sf20</i>	<i>sf25</i>	<i>sf30</i>	<i>sf35</i>	<i>sf40</i>	<i>sf45</i>
<i>CBR</i>	-	0,661	0,511	0,532	0,519	0,337	0,164	0,524	0,396	0,249	0,056	-0,044
<i>GFR</i>	0,661	-	0,905	0,920	0,914	0,485	0,503	0,752	0,505	0,46	0,272	0,241
<i>SFR dir.</i>	0,511	0,905	-	0,997	0,999	0,582	0,745	0,650	0,374	0,348	0,228	0,223
<i>SFR ind.</i>	0,532	0,920	0,997	-	0,997	0,586	0,721	0,662	0,391	0,364	0,236	0,225
<i>TFR</i>	0,519	0,914	0,999	0,997	-	0,560	0,717	0,673	0,410	0,383	0,257	0,243
<i>sf15</i>	0,337	0,485	0,582	0,586	0,560	-	0,688	-0,071	-0,297	-0,248	-0,271	-0,125
<i>sf20</i>	0,164	0,503	0,745	0,721	0,717	0,688	-	0,120	-0,277	-0,223	-0,216	-0,086
<i>sf25</i>	0,524	0,752	0,650	0,662	0,673	-0,071	0,120	-	0,709	0,589	0,399	0,279
<i>sf30</i>	0,396	0,505	0,374	0,391	0,410	-0,297	-0,277	0,709	-	0,767	0,656	0,495
<i>sf35</i>	0,249	0,461	0,348	0,364	0,383	-0,248	-0,223	0,589	0,767	-	0,645	0,371
<i>sf40</i>	0,056	0,272	0,228	0,236	0,257	-0,271	-0,216	0,399	0,656	0,645	-	0,626
<i>sf45</i>	-0,044	0,241	0,223	0,225	0,243	-0,125	-0,086	0,279	0,495	0,371	0,626	-

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.2.2, μόλις το 9% των συντελεστών συσχέτισης προσεγγίζει τις υψηλές τιμές που αναφέρουν οι Bogue & Palmore, ενώ το ποσοστό αυτό ανεβαίνει στο 60% αν δεν ληφθούν υπόψη οι ειδικοί δείκτες.

## ΣΧΗΜΑ 5.2.2

Κατανομή συντελεστών συσχέτισης άμεσων δεικτών για το 1991



Αντίστοιχα, παρατηρείται στον Πίνακα 5.2.6 ότι το εύρος των απόλυτων τιμών των συντελεστών για το 2001, δίχως τους ειδικούς κατά ηλικία δείκτες, είναι από 0,771 έως 0,999, ενώ αν ληφθούν υπόψιν οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες, το εύρος κυμαίνεται από 0,003 έως 0,999.

## ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.6

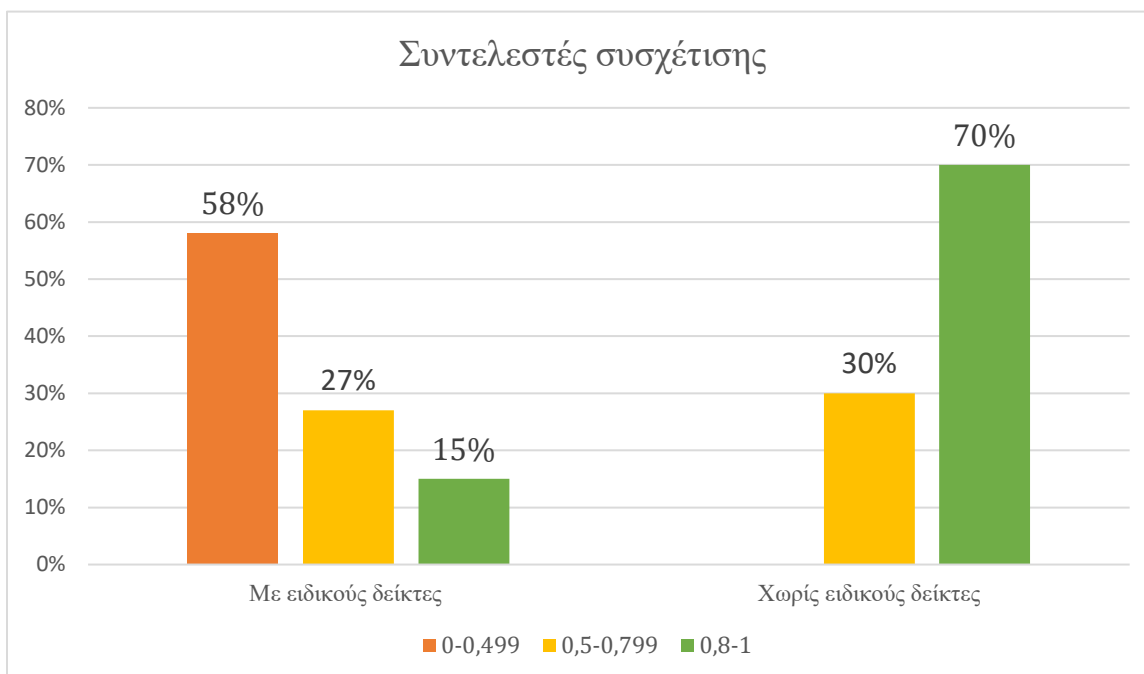
Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των άμεσων δεικτών για το 2001

	Γραμμικές συσχετίσεις											
	<i>CBR</i>	<i>GFR</i>	<i>SFR dir.</i>	<i>SFR ind.</i>	<i>TFR</i>	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>f<sub>25</sub></i>	<i>f<sub>30</sub></i>	<i>f<sub>35</sub></i>	<i>f<sub>40</sub></i>	<i>f<sub>45</sub></i>
<i>CBR</i>	-	0,830	0,773	0,789	0,771	0,475	0,373	0,641	0,453	0,428	0,135	-0,079
<i>GFR</i>	0,830	-	0,972	0,973	0,972	0,546	0,707	0,762	0,371	0,338	0,088	-0,048
<i>SFR dir.</i>	0,773	0,972	-	0,995	0,999	0,540	0,744	0,826	0,363	0,274	0,053	-0,059
<i>SFR ind.</i>	0,789	0,973	0,995	-	0,996	0,592	0,744	0,819	0,331	0,259	0,054	-0,046
<i>TFR</i>	0,771	0,972	0,999	0,996	-	0,569	0,761	0,817	0,332	0,262	0,050	-0,059
<i>f<sub>15</sub></i>	0,475	0,546	0,540	0,592	0,569	-	0,650	0,335	-0,282	-0,167	-0,184	-0,189
<i>f<sub>20</sub></i>	0,373	0,707	0,744	0,744	0,761	0,650	-	0,529	-0,233	-0,207	-0,244	-0,255
<i>f<sub>25</sub></i>	0,641	0,762	0,826	0,819	0,817	0,335	0,529	-	0,281	0,003	-0,144	-0,176
<i>f<sub>30</sub></i>	0,453	0,371	0,363	0,331	0,332	-0,282	-0,233	0,281	-	0,576	0,215	0,084
<i>f<sub>35</sub></i>	0,428	0,338	0,274	0,259	0,262	-0,167	-0,207	0,003	0,576	-	0,707	0,478
<i>f<sub>40</sub></i>	0,135	0,088	0,053	0,054	0,050	-0,184	-0,244	-0,144	0,215	0,707	-	0,756
<i>f<sub>45</sub></i>	-0,079	-0,048	-0,059	-0,046	-0,059	-0,189	-0,255	-0,176	0,084	0,478	0,756	-

Παρόμοια αποτελέσματα με τις δύο προηγούμενες περιόδους αποτυπώνονται και στο Σχήμα 5.2.3 καθώς η πλειοψηφία των απόλυτων τιμών των συντελεστών συσχέτισης για το 2001 είναι κάτω του 0,5, ενώ μόλις το 15% παίρνει τιμές άνω του 0,8. Αν δε ληφθούν υπόψιν οι ειδικοί δείκτες, τότε το ποσοστό ανεβαίνει στο 70%.

**ΣΧΗΜΑ 5.2.3**

Κατανομή συντελεστών συσχέτισης άμεσων δεικτών για το 2001



Είναι φανερό από τα παραπάνω αποτελέσματα ότι δεν επιτυγχάνεται η πολύ ισχυρή γραμμική σχέση που εμφανίζεται στη μελέτη των Bogue & Palmore. Ειδικά αν ληφθούν υπόψιν οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες, υπάρχουν περιπτώσεις απουσίας γραμμικής εξάρτησης, ενώ ακόμα και αν δεν ληφθούν υπόψιν είναι εμφανές ότι το εύρος των τιμών του συντελεστή συσχέτισης είναι αρκετά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο της έρευνας των δύο Αμερικάνων.

### 5.2.2 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 1981

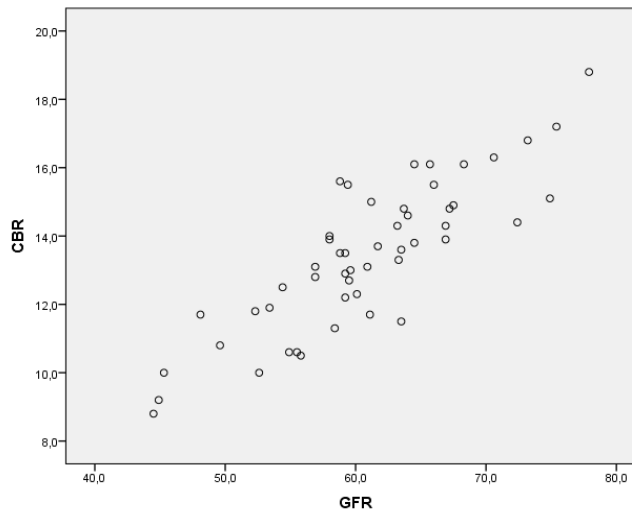
Σε αυτό το στάδιο της μελέτης, θα παρουσιαστούν αρχικά τα διαγράμματα διασποράς μεταξύ των βασικών δεικτών γονιμότητας (*CBR*, *GFR*, *TFR*) και τα μοντέλα απλής γραμμικής παλινδρόμησης που προκύπτουν με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων για όλους τους συνδυασμούς των άμεσων δεικτών.

- CBR και GFR

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των *CBR* και *GFR* για το 1981 είναι ίσος με 0,851, γεγονός που δείχνει αρκετά ισχυρή γραμμική εξάρτηση, κάτι που αποτυπώνεται και στο Σχήμα 5.2.4.

**ΣΧΗΜΑ 5.2.4**

Διάγραμμα διασποράς μεταξύ *CBR* και *GFR* για το 1981



Χρησιμοποιώντας το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$\text{CBR} = -1,297 + 0,242 * \text{GFR} \quad \text{με } R^2 = 0,724 \quad (5.1)$$

$$\text{GFR} = 20,648 + 2,993 * \text{CBR} \quad \text{με } R^2 = 0,724 \quad (5.2)$$

Θα πρέπει, αρχικά, να πραγματοποιηθούν οι έλεγχοι κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων προκειμένου να γίνει περαιτέρω ανάλυση σε στατιστική συμπερασματολογία. Το προεπιλεγμένο επίπεδο σημαντικότητας είναι ίσο με 5% και θα ισχύει για όλους τους ελέγχους που γίνονται στην παρούσα εργασία.

Για το μοντέλο (5.1), ο έλεγχος Kolmogorov-Smirnov (3.16), δίνει p-value ίσο με  $0,898 > 0,05$  όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.7 και κατ' επέκταση δεν μπορεί να απορριφθεί η υπόθεση της κανονικότητας των σφαλμάτων.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.7

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.1)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	-,0003165
	Std. Deviation	1,00793164
Most Extreme Differences	Absolute	,080
	Positive	,066
	Negative	-,080
Kolmogorov-Smirnov Z		,573
Asymp. Sig. (2-tailed)		,898

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Στον Πίνακα 5.2.8 παρουσιάζεται το Levene's Test που ελέγχει την ομοσκεδαστικότητα των σφαλμάτων. Το p-value ισούται με  $0,589 > 0,05$  και άρα δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας (3.17).

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.8

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.1)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	,295	,589
	Equal variances not assumed		

Τέλος, ούτε η ανεξαρτησία των σφαλμάτων παραβιάζεται καθώς όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.9 το p-value ισούται με  $0,890 > 0,05$ .

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.9

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.1)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	,08435
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	26
Z	-,139
Asymp. Sig. (2-tailed)	,890

a. Median

Η τήρηση των τριών αυτών προϋποθέσεων βοηθά στη διεξαγωγή κάποιων ελέγχων σχετικά με τα μοντέλα και πιο συγκεκριμένα την εξέταση ύπαρξης στατιστικά σημαντικής γραμμικής σχέσης. Το p-value για τον έλεγχο

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

είναι σχεδόν μηδενικό όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.10 και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *GFR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *CBR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.10

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.1)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
1 (Constant)	-1,297	1,307		-,993	,326
GFR	,242	,021	,851	11,346	,000

a. Dependent Variable: CBR

Όπως φαίνεται και στον Πίνακα 5.2.11, ο συντελεστής προσδιορισμού του μοντέλου (5.1) είναι ίσος με 0,724 κάτι που δείχνει ότι υπάρχει σχετικά καλή εκτίμηση για τον δείκτη *CBR*.



### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.11

Σύνοψη μοντέλου (5.1)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,851 <sup>a</sup>	,724	,719	1,1431

a. Predictors: (Constant), GFR

Για το μοντέλο (5.2), προκύπτουν ίδια αποτελέσματα σε ό,τι αφορά στον έλεγχο σφαλμάτων. Όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.12, το p-value για τον έλεγχο κανονικότητας είναι ίσο με  $0,832 > 0,05$  και έτσι η υπόθεση κανονικότητας των σφαλμάτων δεν μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.12

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.2)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	-,0006838
	Std. Deviation	1,00882902
Most Extreme Differences	Absolute	,087
	Positive	,063
	Negative	-,087
Kolmogorov-Smirnov Z		,623
Asymp. Sig. (2-tailed)		,832

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Το p-value για το Levene's Test είναι ίσο με  $0,885 > 0,05$  και επομένως δεν μπορεί να απορριφθεί η ομοσκεδαστικότητα των σφαλμάτων.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.13

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.2)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	,021	,885
	Equal variances not assumed		

Ούτε η ανεξαρτησία των σφαλμάτων παραβιάζεται καθώς όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.14, το p-value του ελέγχου ροών είναι ίσο με  $0,481 > 0,05$ .

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.14**

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.2)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	,01156
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	24
Z	-,705
Asymp. Sig. (2-tailed)	,481

a. Median

Επομένως, μπορεί να γίνει ο έλεγχος

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

για τον οποίο παρατηρείται στον Πίνακα 5.2.15 ότι το p-value είναι σχεδόν ίσο με μηδέν και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *CBR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *GFR*.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.15**

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.2)

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	20,648	3,584		5,761	,000
	CBR	2,993	,264	,851	11,346	,000

a. Dependent Variable: GFR

Όπως είναι λογικό, ο συντελεστής προσδιορισμού για το μοντέλο (5.2) είναι ίδιος (0,724) με αυτόν του μοντέλου (5.1), κάτι που δείχνει και εδώ μία σχετικά καλή εκτίμηση του δείκτη *GFR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.16

Σύνοψη μοντέλου (5.2)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,851 <sup>a</sup>	,724	,719	4,0197

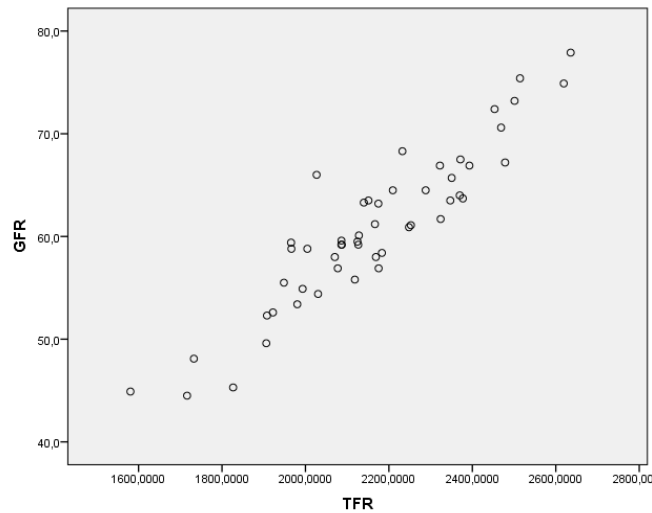
a. Predictors: (Constant), CBR

- GFR και TFR

Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των *GFR* και *TFR* για το 1981 είναι ίσος με 0,925, γεγονός που δείχνει αρκετά δυνατή γραμμική εξάρτηση, κάτι που αποτυπώνεται και στο Σχήμα 5.2.5.

### ΣΧΗΜΑ 5.2.5

Διάγραμμα διασποράς μεταξύ *GFR* και *TFR* για το 1981



Χρησιμοποιώντας το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

προκύπτουν αντίστοιχα οι παρακάτω εξισώσεις:

$$GFR = -5,646 + 0,031 * TFR \quad \text{με } R^2 = 0,856 \quad (5.3)$$

$$TFR = 469,323 + 27,857 * GFR \quad \text{με } R^2 = 0,856 \quad (5.4)$$

Αρχικά θα ελεγχθούν οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων. Το p-value του τεστ Kolmogorov-Smirnov (Πίνακας 5.2.17) ισούται με  $0,871 > 0,05$  και άρα η κανονικότητα των σφαλμάτων στο μοντέλο (5.3) δεν μπορεί να απορριφθεί.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.17**

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.3)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	,0008667
	Std. Deviation	1,00858311
	Absolute	,083
Most Extreme Differences	Positive	,083
	Negative	-,050
Kolmogorov-Smirnov Z		,595
Asymp. Sig. (2-tailed)		,871

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Στον Πίνακα 5.2.18 φαίνεται ότι το p-value για το Levene's Test είναι ίσο με  $0,444 > 0,05$  και επομένως δεν μπορεί να απορριφθεί η ομοσκεδαστικότητα των σφαλμάτων.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.18**

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.3)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	,594	,444
	Equal variances not assumed		

Ομοίως, από τον Πίνακα 5.2.19 προκύπτει ότι το p-value του ελέγχου ροών είναι ίσο με  $0,885 > 0,05$ , άρα ούτε η υπόθεση ανεξαρτησίας μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.19

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.3)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	,01597
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	27
Z	,144
Asymp. Sig. (2-tailed)	,885

a. Median

Επομένως, για τον έλεγχο

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

παρατηρείται στον Πίνακα 5.2.20 ότι το p-value είναι σχεδόν ίσο με μηδέν και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *TFR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *GFR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.20

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.3)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	
	B	Std. Error	Beta			
1	(Constant)	-5,646	3,919		-1,441	,156
	TFR	,031	,002	,925	17,050	,000

a. Dependent Variable: GFR

Ο Πίνακας 5.2.21 δείχνει ότι ο συντελεστής προσδιορισμού ισούται με 0,856 κάτι που δίνει μία πολύ ικανοποιητική εκτίμηση του δείκτη *GFR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.21

Σύνοψη μοντέλου (5.3)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,925 <sup>a</sup>	,856	,853	2,9076

a. Predictors: (Constant), TFR

Για τον έλεγχο κανονικότητας των σφαλμάτων στο μοντέλο (5.4), προκύπτει p-value ίσο με  $0,879 > 0,05$  όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.22 και άρα η συγκεκριμένη υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.22

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.4)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	-,0008704
	Std. Deviation	1,00776973
	Absolute	,082
Most Extreme Differences	Positive	,057
	Negative	-,082
Kolmogorov-Smirnov Z		,589
Asymp. Sig. (2-tailed)		,879

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Ο Πίνακας 5.2.23 δείχνει ότι το p-value του Levene's Test δεν απορρίπτει την υπόθεση ομοσκεδαστικότητας των σφαλμάτων ( $0,209 > 0,05$ ).

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.23

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.4)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	1,623	,209
	Equal variances not assumed		

Τέλος και η ανεξαρτησία των σφαλμάτων δεν απορρίπτεται καθώς το p-value του ελέγχου ροών ισούται περίπου με  $0,673 > 0,05$  όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.24.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.24**

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.4)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	-,04632
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	25
Z	-,422
Asymp. Sig. (2-tailed)	,673

a. Median

Κατ' επέκταση, για τον έλεγχο

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

παρατηρείται στον Πίνακα 5.2.25 ότι το p-value είναι σχεδόν ίσο με μηδέν και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *GFR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *TFR*.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.25**

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.4)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
1 (Constant)	469,323	100,108		4,688	,000
GFR	27,857	1,634	,925	17,050	,000

a. Dependent Variable: TFR

Και εδώ παρατηρείται ότι ο συντελεστής προσδιορισμού είναι αρκετά μεγάλος (0,856) και έτσι φαίνεται πως υπάρχει αρκετά ικανοποιητική πρόβλεψη για τον δείκτη *TFR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.26

Σύνοψη μοντέλου (5.4)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,925 <sup>a</sup>	,856	,853	87,5558466

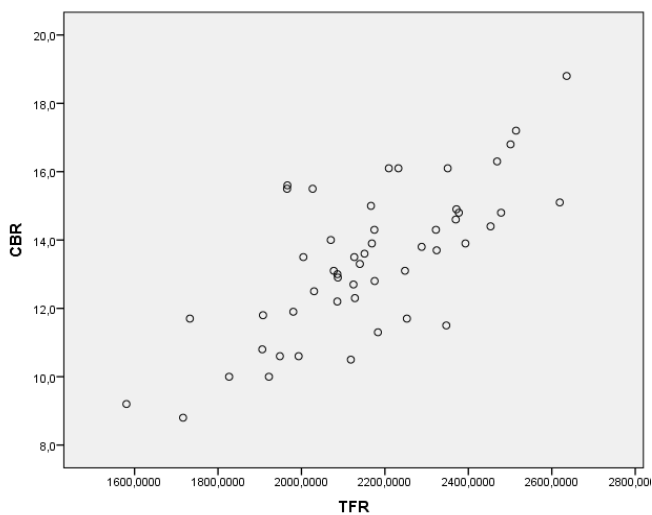
a. Predictors: (Constant), GFR

- CBR και TFR

Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των *CBR* και *TFR* για το 1981 είναι ίσος με 0,725, ενώ στο Σχήμα 5.2.6 παρότι υπάρχουν ενδείξεις γραμμικής σχέσης εντούτοις φαίνεται επίσης πως υπάρχουν αρκετά διασκορπισμένα σημεία.

### ΣΧΗΜΑ 5.2.6

Διάγραμμα διασποράς μεταξύ *CBR* και *TFR* για το 1981



Χρησιμοποιώντας και πάλι το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$CBR = -1,386 + 0,007 * TFR \quad \text{με } R^2 = 0,525 \quad (5.5)$$

$$TFR = 1133,35 + 76,748 * CBR \quad \text{με } R^2 = 0,525 \quad (5.6)$$



Αρχικά για το μοντέλο (5.5) ελέγχονται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων. Από τον Πίνακα 5.2.27 προκύπτει ότι το p-value του τεστ Kolmogorov-Smirnov είναι σχεδόν ίσο με  $0,702 > 0,05$  και άρα η κανονικότητα δεν μπορεί να απορριφθεί.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.27**

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.5)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	,0000339
	Std. Deviation	1,00931025
	Absolute	,099
Most Extreme Differences	Positive	,099
	Negative	-,047
Kolmogorov-Smirnov Z		,705
Asymp. Sig. (2-tailed)		,702

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Από τον Πίνακα 5.2.28 προκύπτει ότι το p-value για το Levene's Test είναι σχεδόν ίσο με  $0,115 > 0,05$  και επομένως ούτε η υπόθεση ομοσκεδαστικότητας μπορεί να απορριφθεί.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.28**

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.5)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	2,571	,115
	Equal variances not assumed		

Παρόμοια, σύμφωνα με τον Πίνακα 5.2.29 ο έλεγχος ροών δίνει p-value σχεδόν ίσο με  $0,885 > 0,05$  και άρα ούτε η ανεξαρτησία των σφαλμάτων μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.29

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.5)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	-,05710
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	27
Z	,144
Asymp. Sig. (2-tailed)	,885

a. Median

Ο έλεγχος

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

δίνει p-value σχεδόν ίσο με μηδέν όπως παρατηρείται στον Πίνακα 5.2.30 και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *TFR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *CBR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.30

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.5)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	
	B	Std. Error	Beta			
1	(Constant)	-1,386	2,022		-,686	,496
	TFR	,007	,001	,725	7,363	,000

a. Dependent Variable: CBR

Ωστόσο θα πρέπει να σημειωθεί ότι ο χαμηλός συντελεστής προσδιορισμού (0,525) δείχνει ότι υπάρχει αρκετά μεγάλη ανεξηγήνη μεταβλητότητα στο μοντέλο.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.31

Σύνοψη μοντέλου (5.5)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,725 <sup>a</sup>	,525	,516	1,4999

a. Predictors: (Constant), TFR

Για το μοντέλο (5.6), παρατηρείται αρχικά ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η κανονικότητα των σφαλμάτων ( $p$ -value ίσο με  $0,874 > 0,05$ ) όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.32.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.32

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.6)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	-,0014601
	Std. Deviation	1,00992365
Most Extreme Differences	Absolute	,083
	Positive	,055
	Negative	-,083
Kolmogorov-Smirnov Z		,593
Asymp. Sig. (2-tailed)		,874

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Το  $p$ -value για τον έλεγχο ομοσκεδαστικότητας των σφαλμάτων ισούται με  $0,372 > 0,05$  όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.33 και άρα η συγκεκριμένη υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.33

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.6)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	,812	,372
	Equal variances not assumed		

Το ίδιο συμπέρασμα προκύπτει και για την ανεξαρτησία των σφαλμάτων καθώς στον Πίνακα 5.2.34 φαίνεται ότι το p-value του ελέγχου ροών είναι ίσο με  $0,673 > 0,05$ .

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.34**

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.6)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	,00977
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	25
Z	-,422
Asymp. Sig. (2-tailed)	,673

a. Median

Ο έλεγχος

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

δίνει p-value σχεδόν ίσο με μηδέν όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.35 και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *CBR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *TFR*.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.35**

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.6)

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	1133,350	141,632		8,002	,000
	CBR	76,748	10,423	,725	7,363	,000

a. Dependent Variable: TFR

Και εδώ, πάντως, θα πρέπει να επισημανθεί ότι ο συντελεστής προσδιορισμού είναι χαμηλός (0,525), γεγονός που δείχνει την ύπαρξη αρκετής ανεξηγήτης μεταβλητότητας του μοντέλου.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.36

Σύνοψη μοντέλου (5.6)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,725 <sup>a</sup>	,525	,516	158,8360285

a. Predictors: (Constant), CBR

Παρακάτω παρουσιάζονται οι εκτιμήτριες  $\hat{\beta}_0$  και  $\hat{\beta}_1$  των μοντέλων απλής γραμμικής παλινδρόμησης για τους άμεσους δείκτες, όπως επίσης και οι συντελεστές προσδιορισμού  $R^2$ .

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.37

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_0$  των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1981

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$												
Εξαρτ. μτβ.	Ανεξάρτητη μεταβλητή											
	CBR	GFR	SFR dir.	SFR ind.	TFR	sf <sub>15</sub>	sf <sub>20</sub>	sf <sub>25</sub>	sf <sub>30</sub>	sf <sub>35</sub>	sf <sub>40</sub>	sf <sub>45</sub>
CBR	-	-1,297	-1,475	-1,609	-1,386	10,095	5,614	4,299	8,077	11,730	13,156	12,949
GFR	20,648	-	-5,691	-5,906	-5,646	48,211	27,524	23,284	35,330	49,149	56,469	57,249
SFR dir.	33,257	14,158	-	0,744	0,370	51,928	24,673	28,731	42,242	54,081	59,749	60,177
SFR ind.	32,458	13,233	-0,188	-	0,275	50,809	24,441	29,171	42,906	54,557	60,266	60,384
TFR	1133,35	469,323	-7,557	21,123	-	1800,904	889,138	946,721	1402,629	1914,14	2021,992	2047,91
sf <sub>15</sub>	21,252	7,422	-3,469	-7,806	1,079	-	1,390	57,162	69,111	72,696	71,744	63,002
sf <sub>20</sub>	107,086	75,171	24,623	26,052	30,700	126,165	-	124,648	156,008	174,461	172,180	163,254
sf <sub>25</sub>	54,559	20,467	-4,487	-0,799	-7,055	121,933	82,036	-	64,403	89,902	109,891	114,451
sf <sub>30</sub>	25,389	0,860	-5,907	-2,666	-8,955	65,233	51,604	10,396	-	26,928	38,420	47,535
sf <sub>35</sub>	14,716	-0,260	-1,962	0,198	-4,586	33,089	33,002	-0,537	-5,008	-	10,832	17,892
sf <sub>40</sub>	5,043	1,355	0,899	1,866	0,132	9,640	8,973	1,313	-3,172	-0,779	-	2,912
sf <sub>45</sub>	0,441	-0,316	-0,532	-0,356	-0,637	1,391	0,799	-0,027	-0,708	-0,168	-0,067	-

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.38

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_1$  των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1981

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$												
Εξαρτ. μτβ.	Ανεξάρτητη μεταβλητή											
	CBR	GFR	SFR dir.	SFR ind.	TFR	$f_{15}$	$f_{20}$	$f_{25}$	$f_{30}$	$f_{35}$	$f_{40}$	$f_{45}$
CBR	-	0,242	0,235	0,238	0,007	0,058	0,048	0,075	0,092	0,069	0,046	0,542
GFR	2,993	-	1,051	1,057	0,031	0,222	0,203	0,308	0,438	0,476	0,752	4,099
SFR dir.	2,238	0,808	-	0,991	0,029	0,200	0,236	0,284	0,362	0,376	0,613	3,581
SFR ind.	2,286	0,821	1,001	-	0,029	0,217	0,236	0,279	0,348	0,349	0,497	3,170
TFR	76,748	27,857	34,301	33,928	-	6,375	7,778	9,995	13,070	14,246	24,467	132,816
$f_{15}$	2,652	0,813	0,953	1,024	0,026	-	0,339	-0,003	-0,211	-0,647	-2,580	-7,086
$f_{20}$	4,227	1,458	2,199	2,192	0,062	0,662	-	0,322	0,134	-0,435	-1,449	0,642
$f_{25}$	5,004	1,665	1,994	1,940	0,060	-0,004	0,242	-	0,985	1,298	2,048	8,364
$f_{30}$	2,445	0,943	1,013	0,964	0,031	-0,124	0,040	0,393	-	1,276	3,425	12,276
$f_{35}$	0,730	0,407	0,418	0,385	0,013	-0,151	-0,052	0,206	0,507	-	2,368	7,616
$f_{40}$	0,054	0,073	0,077	0,062	0,003	-0,068	-0,02	0,037	0,154	0,267	-	3,296
$f_{45}$	0,032	0,019	0,022	0,019	0,001	-0,009	0	0,007	0,027	0,042	0,162	-

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.39

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1981

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού												
Εξαρτ. μτβ.	Ανεξάρτητη μεταβλητή											
	CBR	GFR	SFR dir.	SFR ind.	TFR	$f_{15}$	$f_{20}$	$f_{25}$	$f_{30}$	$f_{35}$	$f_{40}$	$f_{45}$
CBR	-	<b>0,724(+)</b>	<b>0,527(+)</b>	<b>0,544(+)</b>	<b>0,525(+)</b>	<b>0,155(+)</b>	<b>0,201(+)</b>	<b>0,375(+)</b>	<b>0,224(+)</b>	<b>0,050(-)</b>	<b>0,002(-)</b>	<b>0,017(-)</b>
GFR	<b>0,724(+)</b>	-	<b>0,849(+)</b>	<b>0,867(+)</b>	<b>0,856(+)</b>	<b>0,180(+)</b>	0,296	<b>0,513(+)</b>	<b>0,413(+)</b>	<b>0,194(+)</b>	<b>0,055(-)</b>	<b>0,081(+)</b>
SFR dir.	<b>0,527(+)</b>	<b>0,849(+)</b>	-	<b>0,991(+)</b>	0,998	<b>0,190(+)</b>	<b>0,518(+)</b>	0,566	0,366	0,157	<b>0,047(-)</b>	<b>0,079(+)</b>
SFR ind.	<b>0,544(+)</b>	<b>0,867(+)</b>	<b>0,991(+)</b>	-	<b>0,986(+)</b>	<b>0,222(+)</b>	<b>0,515(+)</b>	<b>0,542(+)</b>	<b>0,335(+)</b>	<b>0,134(+)</b>	<b>0,031(-)</b>	<b>0,062(-)</b>
TFR	<b>0,525(+)</b>	<b>0,856(+)</b>	0,998	<b>0,986(+)</b>	-	<b>0,164(+)</b>	<b>0,479(+)</b>	0,595	0,406	0,192	<b>0,064(-)</b>	<b>0,092(+)</b>
$f_{15}$	<b>0,155(+)</b>	<b>0,180(+)</b>	<b>0,190(+)</b>	<b>0,222(+)</b>	<b>0,164(+)</b>	-	0,224	<b>0(-)</b>	<b>0,026(-)</b>	<b>0,098(+)</b>	<b>0,175(+)</b>	<b>0,065(-)</b>
$f_{20}$	<b>0,201(+)</b>	<b>0,296(+)</b>	<b>0,518(+)</b>	<b>0,515(+)</b>	<b>0,479(+)</b>	<b>0,224(+)</b>	-	<b>0,078(+)</b>	<b>0,005(-)</b>	<b>0,023(-)</b>	<b>0,028(-)</b>	<b>0(-)</b>
$f_{25}$	0,375	<b>0,513(+)</b>	0,566	0,542	0,595	<b>0(-)</b>	0,078	-	<b>0,387(+)</b>	<b>0,267(+)</b>	0,075	<b>0,062(-)</b>
$f_{30}$	0,224	0,413	0,366	0,335	0,406	<b>0,026(-)</b>	<b>0,005(-)</b>	0,387	-	<b>0,647(+)</b>	<b>0,527(+)</b>	<b>0,333(+)</b>
$f_{35}$	0,05	0,194	0,157	0,134	0,192	0,098	0,023	0,267	<b>0,647(+)</b>	-	<b>0,633(+)</b>	<b>0,322(+)</b>
$f_{40}$	0,002	0,055	0,047	0,031	0,064	0,175	0,028	0,075	<b>0,527(+)</b>	<b>0,633(+)</b>	-	<b>0,534(+)</b>
$f_{45}$	0,017	0,08	0,079	0,062	0,092	<b>0,065(-)</b>	0	<b>0,062(-)</b>	<b>0,333(+)</b>	<b>0,322(+)</b>	<b>0,534(+)</b>	-

\* Η ένδειξη (+) αφορά τα μοντέλα στα οποία υπάρχει στατιστικά σημαντική γραμμική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών, ενώ η ένδειξη (-) αυτά στα οποία δεν υπάρχει.

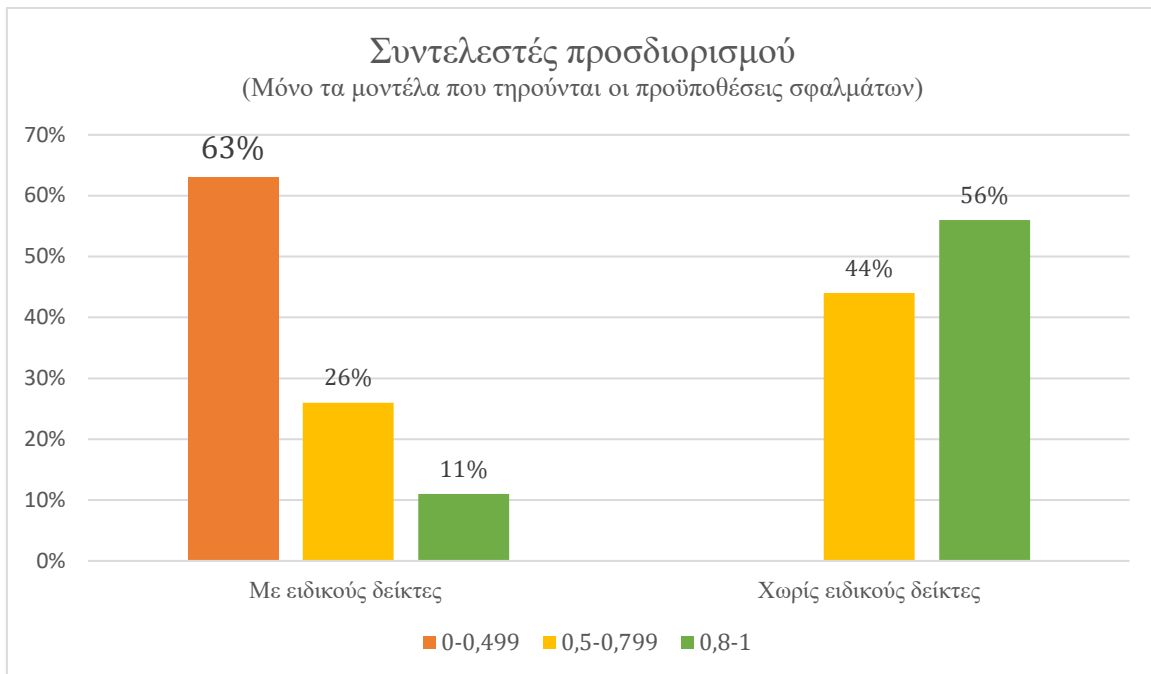
\* Με έντονες (bold) τιμές είναι τα μοντέλα στα οποία τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων και άρα οι όποιοι στατιστικοί έλεγχοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Στα μοντέλα χωρίς έντονη (bold) τιμή παραβιάζεται μία τουλάχιστον εκ των συγκεκριμένων υποθέσεων και άρα οι στατιστικοί έλεγχοι δεν είναι έγκυροι, για αυτό και απουσιάζει η ένδειξη (+) ή (-).

Όπως αποτυπώνεται και στο Σχήμα 5.2.7 είναι φανερό πως οι σχεδόν ιδανικές σχέσεις που επιτυγχάνονται στην έρευνα των Bogue & Palmore υπάρχουν εδώ μόνο σε λίγες περιπτώσεις, καθώς πολλά από τα μοντέλα έχουν πολύ χαμηλό συντελεστή προσδιορισμού και κατ' επέκταση υπάρχει αρκετά μεγάλη ανεξήγητη μεταβλητότητα, γεγονός που δεν καθιστά ιδιαίτερα αξιόπιστη την προσπάθεια εκτίμησης των άμεσων δεικτών από κάποιον άλλον εξ αυτών.

Επιπροσθέτως, γίνεται αντιληπτό ότι η χρησιμοποίηση των ειδικών κατά ηλικία δεικτών αφενός προσφέρει χαμηλούς συντελεστές προσδιορισμού και αφετέρου οι παλινδρομήσεις δίνουν σφάλματα στα οποία παραβιάζεται τουλάχιστον μία εκ των τριών προϋποθέσεων. Στο παρακάτω γράφημα, μάλιστα, φαίνεται πως αν δε ληφθούν υπόψιν αυτοί οι δείκτες, το ποσοστό των συντελεστών προσδιορισμού που είναι άνω του 0,8 ανεβαίνει αρκετά (φτάνει στο 56%), χωρίς πάντως και αυτό να φτάνει σε επίπεδα της ιδανικής εκτίμησης των μοντέλων που αναφέρουν οι Bogue & Palmore.

### ΣΧΗΜΑ 5.2.7

Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1981



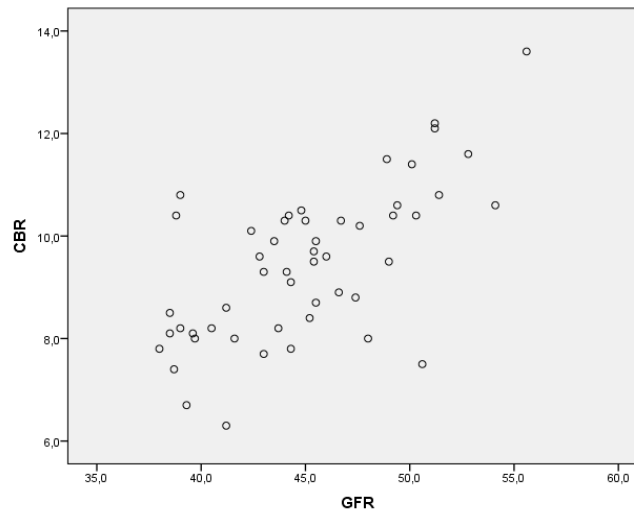
### 5.2.3 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 1991

- CBR και GFR

Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των *CBR* και *GFR* για το 1991 είναι ίσος με 0,661, κάτι που δείχνει την απουσία ισχυρής συσχέτισης, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.2.8.

**ΣΧΗΜΑ 5.2.8**

Διάγραμμα διασποράς μεταξύ *CBR* και *GFR* για το 1991



Χρησιμοποιώντας το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$\text{CBR} = -0,417 + 0,219 * \text{GFR} \quad \text{με } R^2 = 0,436 \quad (5.7)$$

$$\text{GFR} = 26,199 + 1,992 * \text{CBR} \quad \text{με } R^2 = 0,436 \quad (5.8)$$

Για το μοντέλο (5.7), ο έλεγχος Kolmogorov-Smirnov δίνει p-value ίσο με  $0,618 > 0,05$  όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.40 και κατ' επέκταση δεν μπορεί να απορριφθεί η υπόθεση της κανονικότητας των σφαλμάτων.



### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.40

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.7)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	,0023314
	Std. Deviation	1,01381454
	Absolute	,106
Most Extreme Differences	Positive	,061
	Negative	-,106
Kolmogorov-Smirnov Z		,755
Asymp. Sig. (2-tailed)		,618

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Από τον Πίνακα 5.2.41 προκύπτουν τα αποτελέσματα για το Levene's Test που ελέγχει την ομοσκεδαστικότητα των σφαλμάτων. Το p-value ισούται με  $0,666 > 0,05$  και άρα δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας των σφαλμάτων.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.41

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.7)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	,188	,666
	Equal variances not assumed		

Τέλος, ούτε η ανεξαρτησία των σφαλμάτων παραβιάζεται καθώς όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.42 το p-value ισούται με  $0,323 > 0,05$ .

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.42

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.7)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	,03237
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	23
Z	-,988
Asymp. Sig. (2-tailed)	,323

a. Median

Η τήρηση των τριών αυτών προϋποθέσεων βοηθά στη διεξαγωγή κάποιων ελέγχων σχετικά με τα μοντέλα και πιο συγκεκριμένα την εξέταση ύπαρξης στατιστικά σημαντικής γραμμικής σχέσης. Το p-value για τον έλεγχο

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

είναι σχεδόν μηδενικό όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.43 και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *GFR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *CBR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.43

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.7)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	
	B	Std. Error	Beta			
1	(Constant)	-,417	1,609		-,259	,797
	GFR	,219	,036	,661	6,161	,000

a. Dependent Variable: CBR

Ο Πίνακας 5.2.44 δείχνει ότι ο συντελεστής προσδιορισμού είναι ίσος με 0,436, επομένως η πρόβλεψη δεν είναι ιδιαίτερα ικανοποιητική καθώς υπάρχει αρκετή ανερμήνευτη μεταβλητότητα.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.44

Σύνοψη μοντέλου (5.7)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,661 <sup>a</sup>	,436	,425	1,1346

a. Predictors: (Constant), GFR

Για το μοντέλο (5.8), το p-value για τον έλεγχο κανονικότητας είναι ίσο με  $0,954 > 0,05$  και έτσι η συγκεκριμένη υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.45

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.8)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	,0028613
	Std. Deviation	1,00945133
Most Extreme Differences	Absolute	,072
	Positive	,070
	Negative	-,072
Kolmogorov-Smirnov Z		,515
Asymp. Sig. (2-tailed)		,954

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Στον Πίνακα 5.2.46 παρατηρείται ότι το p-value για το Levene's Test είναι ίσο με  $0,846 > 0,05$  και επομένως δεν μπορεί να απορριφθεί η ομοσκεδαστικότητα των σφαλμάτων.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.46

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.8)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	,038	,846
	Equal variances not assumed		

Ούτε η ανεξαρτησία των σφαλμάτων παραβιάζεται καθώς όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.47, το p-value του ελέγχου ροών είναι ίσο με  $0,890 > 0,05$ .

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.47**

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.8)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	-,00721
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	26
Z	-,139
Asymp. Sig. (2-tailed)	,890

a. Median

Επομένως, για τον έλεγχο

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_0 : \beta_1 \neq 0$$

προκύπτει από τον Πίνακα 5.2.48 ότι το p-value είναι σχεδόν ίσο με μηδέν και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *CBR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *GFR*.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.48**

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.8)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
1 (Constant)	26,199	3,092		8,474	,000
CBR	1,992	,323	,661	6,161	,000

a. Dependent Variable: GFR

Και εδώ, πάντως, ο συντελεστής προσδιορισμού (0,436) δείχνει ότι η πρόβλεψη του δείκτη *GFR* δεν είναι ιδιαίτερα ικανοποιητική.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.49

Σύνοψη μοντέλου (5.8)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,661 <sup>a</sup>	,436	,425	3,4206

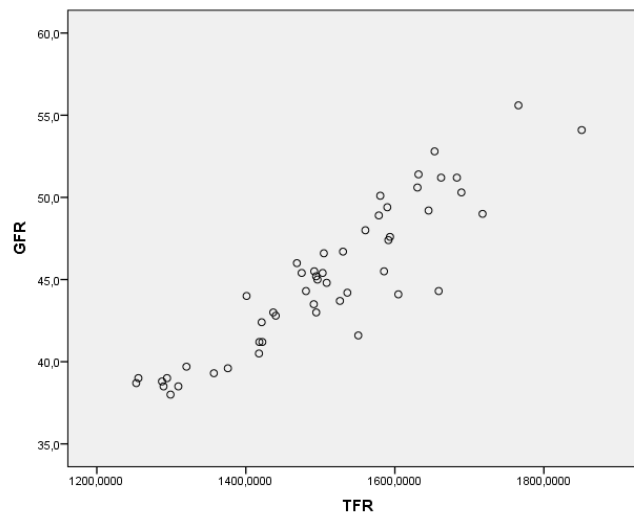
a. Predictors: (Constant), CBR

- GFR και TFR

Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των *GFR* και *TFR* για το 1991 είναι ίσος με 0,914, κάτι που δείχνει την ύπαρξη πολύ ισχυρής συσχέτισης, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.2.9.

### ΣΧΗΜΑ 5.2.9

Διάγραμμα διασποράς μεταξύ *GFR* και *TFR* για το 1991



Χρησιμοποιώντας το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

προκύπτουν αντίστοιχα οι παρακάτω εξισώσεις:

$$GFR = -0,114 + 0,030 * TFR \quad \text{με } R^2 = 0,835 \quad (5.9)$$

$$TFR = 251,122 + 27,884 * GFR \quad \text{με } R^2 = 0,835 \quad (5.10)$$

Το p-value του τεστ Kolmogorov-Smirnov (Πίνακας 5.2.50) ισούται με  $0,610 > 0,05$  και άρα η κανονικότητα των σφαλμάτων στο μοντέλο (5.9) δεν μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.50

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.9)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	,0005427
	Std. Deviation	1,00947244
	Absolute	,106
Most Extreme Differences	Positive	,044
	Negative	-,106
Kolmogorov-Smirnov Z		,760
Asymp. Sig. (2-tailed)		,610

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Στον Πίνακα 5.2.51 παρατηρείται ότι το p-value για το Levene's Test είναι ίσο με  $0,252 > 0,05$  και επομένως δεν μπορεί να απορριφθεί η ομοσκεδαστικότητα των σφαλμάτων.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.51

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.9)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	1,344	,252
	Equal variances not assumed		

Ομοίως, στον Πίνακα 5.2.52 διαπιστώνεται ότι το p-value του ελέγχου ροών είναι ίσο με  $0,323 > 0,05$ , άρα ούτε η υπόθεση ανεξαρτησίας μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.52

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.9)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	,02815
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	23
Z	-,988
Asymp. Sig. (2-tailed)	,323

a. Median

Επομένως, για τον έλεγχο

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

προκύπτει από τον Πίνακα 5.2.53 ότι το p-value είναι σχεδόν ίσο με μηδέν και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *TFR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *GFR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.53

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.9)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	
	B	Std. Error	Beta			
1	(Constant)	-,114	2,873		-,040	,969
	TFR	,030	,002	,914	15,770	,000

a. Dependent Variable: GFR

Για το συγκεκριμένο μοντέλο, φαίνεται ότι επιτυγχάνεται αρκετά μεγάλος συντελεστής (0,835) προσδιορισμού, κάτι που δείχνει πως η πρόβλεψη της εξαρτημένης μεταβλητής από τον δείκτη *TFR* είναι ικανοποιητική.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.54

Σύνοψη μοντέλου (5.9)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,914 <sup>a</sup>	,835	,832	1,8487

a. Predictors: (Constant), TFR

Για τον έλεγχο κανονικότητας των σφαλμάτων στο μοντέλο (5.10), προκύπτει p-value ίσο με  $0,473 > 0,05$  όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.55 και άρα η συγκεκριμένη υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.55

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.10)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	-,0025006
	Std. Deviation	1,00909951
	Absolute	,118
Most Extreme Differences	Positive	,118
	Negative	-,069
Kolmogorov-Smirnov Z		,845
Asymp. Sig. (2-tailed)		,473

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Ο Πίνακας 5.2.56 δείχνει ότι το p-value του Levene's Test απορρίπτει την υπόθεση ομοσκεδαστικότητας των σφαλμάτων ( $0,003 < 0,05$ ).

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.56

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.10)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	9,605	,003
	Equal variances not assumed		



Κατ' επέκταση, τα αποτελέσματα του ελέγχου

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

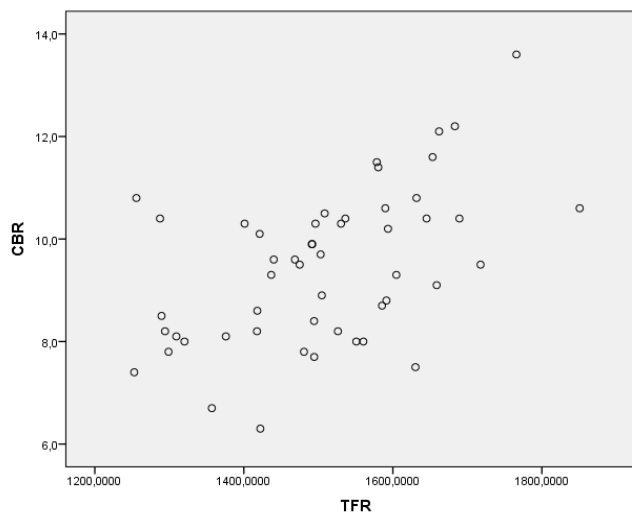
δεν έχουν καμία αξιοπιστία και έτσι δεν μπορεί κάποιος να ισχυριστεί με τα συγκεκριμένα δεδομένα αν υπάρχει γραμμική επίδραση της ανεξάρτητης μεταβλητής στην εξαρτημένη.

- CBR και TFR

Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των *CBR* και *TFR* για το 1991 είναι ίσος με 0,519, ενώ και στο Σχήμα 5.2.10 φαίνεται πως υπάρχουν αρκετά διασκορπισμένα σημεία γεγονός που δείχνει και γραφικά την έλλειψη ισχυρής γραμμικής συσχέτισης.

### ΣΧΗΜΑ 5.2.10

Διάγραμμα διασποράς μεταξύ CBR και TFR για το 1991



Χρησιμοποιώντας το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$\text{CBR} = 0,939 + 0,006 * \text{TFR} \quad \text{με } R^2 = 0,270 \quad (5.11)$$

$$\text{TFR} = 1054,921 + 47,782 * \text{CBR} \quad \text{με } R^2 = 0,270 \quad (5.12)$$

Αρχικά για το μοντέλο (5.11) γίνεται έλεγχος για τις υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων. Από τον Πίνακα 5.2.57 προκύπτει ότι το p-value του τεστ Kolmogorov-Smirnov είναι σχεδόν ίσο με 0,991 > 0,05 και άρα η κανονικότητα δεν μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.57

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.11)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	,0021575
	Std. Deviation	1,01352703
	Absolute	,061
Most Extreme Differences	Positive	,045
	Negative	-,061
Kolmogorov-Smirnov Z		,437
Asymp. Sig. (2-tailed)		,991

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Από τον Πίνακα 5.2.58 προκύπτει ότι το p-value για το Levene's Test είναι σχεδόν ίσο με 0,600 > 0,05 και επομένως ούτε η υπόθεση ομοσκεδαστικότητας μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.58

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.11)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	,279	,600
	Equal variances not assumed		

Παρόμοια, σύμφωνα με τον Πίνακα 5.2.59 ο έλεγχος ροών δίνει p-value σχεδόν ίσο με  $0,673 > 0,05$  και άρα ούτε η ανεξαρτησία των σφαλμάτων μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.59

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.11)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	,13307
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	25
Z	-,422
Asymp. Sig. (2-tailed)	,673

a. Median

Ο έλεγχος

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

δίνει p-value σχεδόν ίσο με μηδέν όπως παρατηρείται στον Πίνακα 5.2.60 και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *TFR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *CBR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.60

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.11)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
1 (Constant)	,939	2,007		,468	,642
TFR	,006	,001	,519	4,256	,000

a. Dependent Variable: CBR

Ωστόσο θα πρέπει να σημειωθεί ότι ο πολύ χαμηλός συντελεστής προσδιορισμού (0,270) δείχνει ότι υπάρχει αρκετά μεγάλη ανερμήνευτη μεταβλητότητα στο μοντέλο και επομένως η πρόβλεψη του δείκτη *CBR* δεν είναι καθόλου ικανοποιητική.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.61

Σύνοψη μοντέλου (5.11)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,519 <sup>a</sup>	,270	,255	1,2914

a. Predictors: (Constant), TFR

Για το μοντέλο (5.12), παρατηρείται αρχικά ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η κανονικότητα των σφαλμάτων ( $p$ -value ίσο με  $0,888 > 0,05$ ) όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.62.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.62

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.12)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	,0014642
	Std. Deviation	1,00749143
	Absolute	,081
Most Extreme Differences	Positive	,081
	Negative	-,078
Kolmogorov-Smirnov Z		,582
Asymp. Sig. (2-tailed)		,888

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Το  $p$ -value για τον έλεγχο ομοσκεδαστικότητας των σφαλμάτων ισούται με  $0,457 > 0,05$  όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.63 και άρα η συγκεκριμένη υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.63

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.12)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	,562	,457
	Equal variances not assumed		

Το ίδιο συμπέρασμα προκύπτει και για την ανεξαρτησία των σφαλμάτων καθώς στον Πίνακα 5.2.64 παρατηρείται ότι το p-value του ελέγχου ροών είναι ίσο με  $0,204 > 0,05$ .

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.64

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.12)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	-,13368
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	22
Z	-1,271
Asymp. Sig. (2-tailed)	,204

a. Median

Ο έλεγχος

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

δίνει p-value σχεδόν ίσο με μηδέν όπως προκύπτει από τον Πίνακα 5.2.65 και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *CBR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *TFR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.65

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.12)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	
	B	Std. Error	Beta			
1	(Constant)	1054,921	107,363		9,826	,000
	CBR	47,782	11,227	,519	4,256	,000

a. Dependent Variable: TFR

Ούτε αυτό το μοντέλο, ωστόσο, είναι ικανοποιητικό για την εκτίμηση του *TFR* καθώς ο συντελεστής προσδιορισμού είναι ιδιαίτερα χαμηλός (0,270).

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.66

Σύνοψη μοντέλου (5.12)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,519 <sup>a</sup>	,270	,255	118,7817494

a. Predictors: (Constant), CBR

Στους παρακάτω πίνακες εμφανίζονται αναλυτικά οι εκτιμήτριες  $\hat{\beta}_0$  και  $\hat{\beta}_1$  των μοντέλων απλής γραμμικής παλινδρόμησης για όλους τους άμεσους δείκτες, όπως επίσης και οι συντελεστές προσδιορισμού  $R^2$  για καθένα εξ' αυτών.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.67

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_0$  των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1991

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$												
Εξαρτ. μτβ.	Ανεξάρτητη μεταβλητή											
	<i>CBR</i>	<i>GFR</i>	<i>SFR dir.</i>	<i>SFR ind.</i>	<i>TFR</i>	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>sf<sub>25</sub></i>	<i>sf<sub>30</sub></i>	<i>sf<sub>35</sub></i>	<i>sf<sub>40</sub></i>	<i>sf<sub>45</sub></i>
<i>CBR</i>	-	-0,417	1,154	0,860	0,939	7,979	7,893	-0,097	5,852	7,797	9,216	9,528
<i>GFR</i>	26,199	-	0,710	0,197	-0,114	38,659	30,672	3,752	31,184	35,814	41,624	43,703
<i>SFR dir.</i>	32,152	7,656	-	0,351	-0,364	38,615	25,893	12,397	36,181	39,263	43,100	44,619
<i>SFR ind.</i>	31,389	6,807	-0,092	-	-0,507	38,365	26,320	11,557	35,532	38,761	42,798	44,397
<i>TFR</i>	1054,92	251,122	14,368	24,416	-	1282,222	882,744	378,982	1163,885	1273,243	1408,464	1465,912
<i>sf<sub>15</sub></i>	6,728	-16,713	-29,548	-29,580	-27,919	-	-12,474	32,607	40,766	34,692	31,667	26,487
<i>sf<sub>20</sub></i>	86,317	21,254	-28,800	-23,916	-24,924	70,597	-	79,350	130,764	119,405	113,016	104,962
<i>sf<sub>25</sub></i>	72,660	38,240	41,929	41,136	39,332	101,522	93,595	-	64,525	78,454	90,784	97,067
<i>sf<sub>30</sub></i>	29,859	8,601	16,822	15,444	13,233	57,979	85,429	-21,349	-	22,403	35,613	45,761
<i>sf<sub>35</sub></i>	11,725	-0,732	2,666	2,046	0,959	21,168	24,005	-11,271	-0,941	-	10,87	16,352
<i>sf<sub>40</sub></i>	3,095	0,062	0,374	0,279	-0,068	4,559	5,299	-2,685	-1,560	-0,113	-	2,575
<i>sf<sub>45</sub></i>	0,604	-0,482	-0,489	-0,496	-0,586	0,637	0,710	-0,885	-0,726	-0,174	-0,210	-

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.68

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_1$  των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1991

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$												
Εξαρτ. μτβ.	Ανεξάρτητη μεταβλητή											
	<i>CBR</i>	<i>GFR</i>	<i>SFR dir.</i>	<i>SFR ind.</i>	<i>TFR</i>	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>sf<sub>25</sub></i>	<i>sf<sub>30</sub></i>	<i>sf<sub>35</sub></i>	<i>sf<sub>40</sub></i>	<i>sf<sub>45</sub></i>
<i>CBR</i>	-	0,219	0,181	0,189	0,006	0,058	0,015	0,096	0,071	0,091	0,065	-0,164
<i>GFR</i>	1,992	-	0,968	0,984	0,030	0,252	0,139	0,413	0,272	0,506	0,956	2,679
<i>SFR dir.</i>	1,440	0,846	-	0,997	0,031	0,284	0,192	0,334	0,189	0,357	0,749	2,319
<i>SFR ind.</i>	1,499	0,861	0,997	-	0,031	0,285	0,186	0,340	0,197	0,373	0,775	2,348
<i>TFR</i>	47,782	27,884	32,601	32,535	-	8,901	6,039	11,292	6,745	12,808	27,587	82,427
<i>sf<sub>15</sub></i>	1,953	0,931	1,196	1,202	0,035	-	0,365	-0,074	-0,307	-0,523	-1,830	-2,673
<i>sf<sub>20</sub></i>	1,794	1,822	2,886	2,792	0,085	1,298	-	0,240	-0,542	-0,887	-2,749	-3,462
<i>sf<sub>25</sub></i>	2,677	1,368	1,255	1,289	0,040	-0,067	0,060	-	0,696	1,175	2,553	5,655
<i>sf<sub>30</sub></i>	2,213	0,937	0,742	0,776	0,025	-0,286	-0,142	0,722	-	1,559	4,272	10,211
<i>sf<sub>35</sub></i>	0,685	0,421	0,339	0,355	0,011	-0,118	-0,056	0,295	0,377	-	2,066	3,766
<i>sf<sub>40</sub></i>	0,048	0,077	0,069	0,072	0,002	-0,040	-0,017	0,062	0,101	0,201	-	1,982
<i>sf<sub>45</sub></i>	-0,012	0,022	0,021	0,022	0,001	-0,006	-0,002	0,014	0,024	0,037	0,197	-

## ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.69

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1991

<b>Τιμές συντελεστών προσδιορισμού</b>												
<b>Εξαρτ. μτβ.</b>	<b>Ανεξάρτητη μεταβλητή</b>											
	<i>CBR</i>	<i>GFR</i>	<i>SFR dir.</i>	<i>SFR ind.</i>	<i>TFR</i>	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>sf<sub>25</sub></i>	<i>sf<sub>30</sub></i>	<i>sf<sub>35</sub></i>	<i>sf<sub>40</sub></i>	<i>sf<sub>45</sub></i>
<i>CBR</i>	-	<b>0,436(+)</b>	<b>0,261(+)</b>	<b>0,283(+)</b>	<b>0,270(+)</b>	<b>0,114(+)</b>	<b>0,027(-)</b>	0,275	<b>0,157(+)</b>	<b>0,062(-)</b>	<b>0,003(-)</b>	<b>0,002(-)</b>
<i>GFR</i>	<b>0,436(+)</b>	-	<b>0,820(+)</b>	<b>0,847(+)</b>	<b>0,835(+)</b>	<b>0,235(+)</b>	<b>0,253(+)</b>	<b>0,566(+)</b>	<b>0,255(+)</b>	<b>0,213(+)</b>	<b>0,074(-)</b>	<b>0,058(-)</b>
<i>SFR dir.</i>	<b>0,261(+)</b>	0,820	-	0,994	0,998	0,339	0,555	0,423	<b>0,140(+)</b>	<b>0,121(+)</b>	<b>0,052(-)</b>	<b>0,050(-)</b>
<i>SFR ind.</i>	<b>0,283(+)</b>	0,847	<b>0,994(+)</b>	-	<b>0,995(+)</b>	0,343	0,520	<b>0,439(+)</b>	<b>0,153(+)</b>	<b>0,132(+)</b>	<b>0,056(-)</b>	<b>0,051(-)</b>
<i>TFR</i>	<b>0,270(+)</b>	0,835	0,998	<b>0,995(+)</b>	-	0,314	0,514	<b>0,454(+)</b>	<b>0,168(+)</b>	<b>0,147(+)</b>	<b>0,066(-)</b>	<b>0,059(-)</b>
<i>sf<sub>15</sub></i>	<b>0,114(+)</b>	<b>0,235(+)</b>	<b>0,339(+)</b>	<b>0,343(+)</b>	<b>0,314(+)</b>	-	0,473	0,005	0,088	0,062	0,074	0,016
<i>sf<sub>20</sub></i>	<b>0,027(-)</b>	<b>0,253(+)</b>	0,555	0,520	0,514	<b>0,473(+)</b>	-	<b>0,014(-)</b>	<b>0,077(+)</b>	<b>0,050(-)</b>	<b>0,047(-)</b>	<b>0,007(-)</b>
<i>sf<sub>25</sub></i>	0,275	<b>0,566(+)</b>	<b>0,423(+)</b>	<b>0,439(+)</b>	<b>0,454(+)</b>	<b>0,005(-)</b>	<b>0,014(-)</b>	-	<b>0,502(+)</b>	<b>0,347(+)</b>	<b>0,159(+)</b>	<b>0,078(+)</b>
<i>sf<sub>30</sub></i>	<b>0,157(+)</b>	0,255	0,140	0,153	0,168	<b>0,088(+)</b>	<b>0,077(+)</b>	0,502	-	<b>0,588(+)</b>	<b>0,430(+)</b>	<b>0,245(+)</b>
<i>sf<sub>35</sub></i>	<b>0,062(-)</b>	<b>0,213(+)</b>	0,121	0,132	0,147	0,062	0,050	<b>0,347(+)</b>	<b>0,588(+)</b>	-	<b>0,415(+)</b>	0,138
<i>sf<sub>40</sub></i>	0,003	0,074	0,052	0,056	0,066	<b>0,074(-)</b>	<b>0,047(-)</b>	0,159	0,430	<b>0,415(+)</b>	-	<b>0,391(+)</b>
<i>sf<sub>45</sub></i>	0,002	0,058	0,050	0,051	0,059	0,016	0,007	0,078	0,245	0,138	<b>0,391(+)</b>	-

\* Η ένδειξη (+) αφορά τα μοντέλα στα οποία υπάρχει στατιστικά σημαντική γραμμική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών, ενώ η ένδειξη (-) αυτά στα οποία δεν υπάρχει.

\* Με έντονες (bold) τιμές είναι τα μοντέλα στα οποία τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων και άρα οι όποιοι στατιστικοί έλεγχοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Στα μοντέλα χωρίς έντονη (bold) τιμή παραβιάζεται μία τουλάχιστον εκ των συγκεκριμένων υποθέσεων και άρα οι στατιστικοί έλεγχοι δεν είναι έγκυροι, για αυτό και απουσιάζει η ένδειξη (+) ή (-).

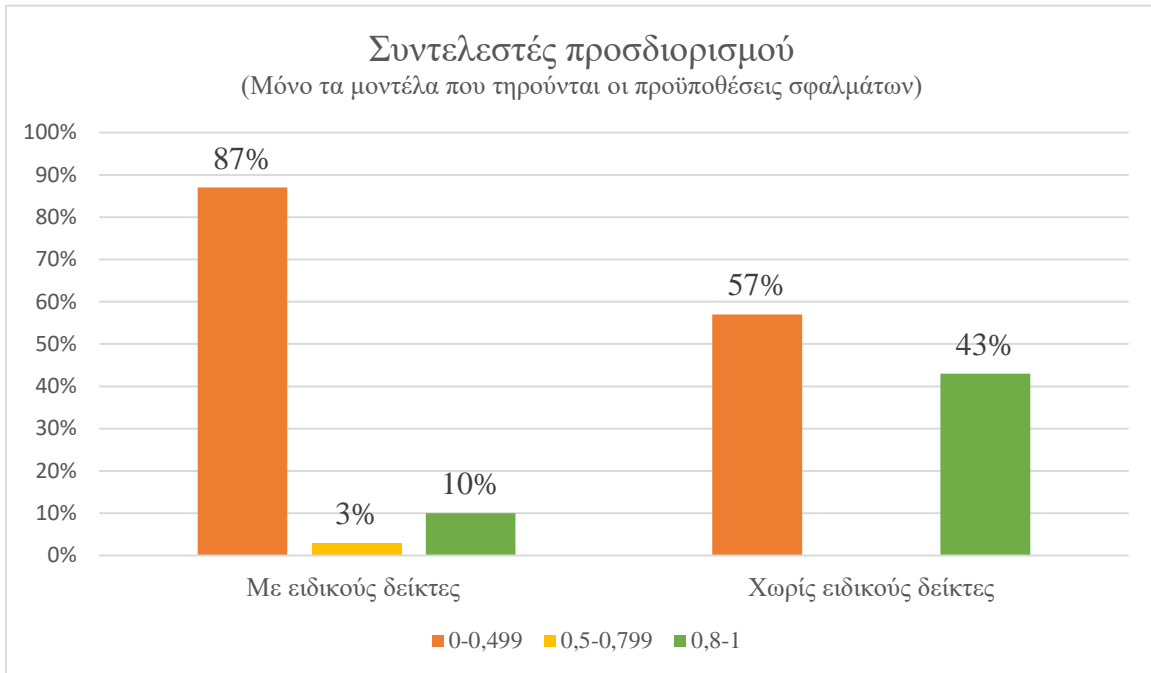
Φαίνεται ότι και για το 1991 είναι λίγα τα μοντέλα στα οποία υπάρχει μεγάλος συντελεστής προσδιορισμού και κατ' επέκταση μικρή ανεξήγητη μεταβλητότητα. Σε πολλά από τα μοντέλα, εξάλλου, παρατηρείται ότι παραβιάζεται τουλάχιστον μία εκ των τριών υποθέσεων για τα σφάλματα, ενώ οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες ούτε και εδώ φαίνεται να έχουν μεγάλη χρησιμότητα στην πρόβλεψη, αλλά ούτε και φαίνεται ότι μπορούν να εκτιμηθούν αξιόπιστα.

Στο Σχήμα 5.2.11 αποτυπώνεται ξεκάθαρα ότι τα περισσότερα μοντέλα περιέχουν μεγάλη ανερμήνευτη μεταβλητότητα, ενώ φαίνεται πως η απουσία των ειδικών δεικτών δεν αυξάνει κατά πολύ τα μοντέλα με μεγάλους συντελεστές προσδιορισμού (από 10% σε 43% μόλις).



### ΣΧΗΜΑ 5.2.11

Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων άμεσων δεικτών για το 1991



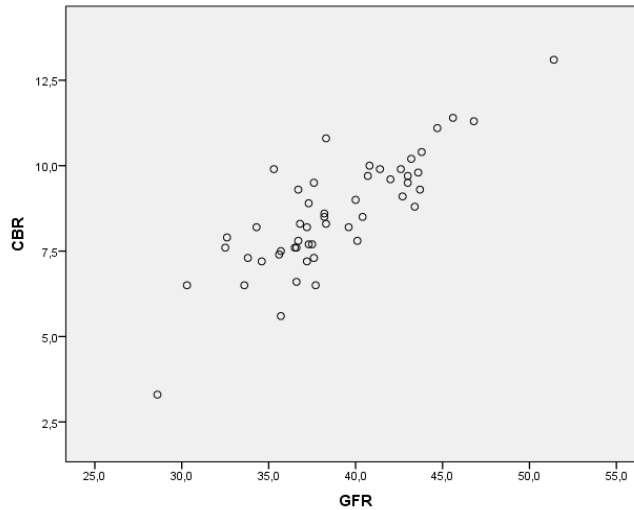
#### 5.2.4 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 2001

- CBR και GFR

Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των *CBR* και *GFR* για το 2001 είναι ίσος με 0,830, γεγονός που δείχνει δυνατή συσχέτιση, όπως άλλωστε φαίνεται και στο Σχήμα 5.2.12.

### ΣΧΗΜΑ 5.2.12

Διάγραμμα διασποράς μεταξύ CBR και GFR για το 2001



Χρησιμοποιώντας το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$\text{CBR} = -3,764 + 0,318 * \text{GFR} \quad \text{με } R^2 = 0,689 \quad (5.13)$$

$$\text{GFR} = 20,194 + 2,165 * \text{CBR} \quad \text{με } R^2 = 0,689 \quad (5.14)$$

Για το μοντέλο (5.13), ο έλεγχος Kolmogorov-Smirnov δίνει p-value ίσο με  $0,947 > 0,05$  όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.70 και κατ' επέκταση δεν μπορεί να απορριφθεί η υπόθεση της κανονικότητας των σφαλμάτων.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.70

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.13)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	,0002352
	Std. Deviation	1,01174900
	Absolute	,073
Most Extreme Differences	Positive	,073
	Negative	-,071
Kolmogorov-Smirnov Z		,524
Asymp. Sig. (2-tailed)		,947

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Στον Πίνακα 5.2.71 παρουσιάζεται το Levene's Test που ελέγχει την ομοσκεδαστικότητα των σφαλμάτων. Το p-value ισούται με  $0,943 > 0,05$  και άρα δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας των σφαλμάτων.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.71

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.13)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	,005	,943
	Equal variances not assumed		

Τέλος, ούτε η ανεξαρτησία των σφαλμάτων παραβιάζεται καθώς όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.72 το p-value ισούται με  $0,673 > 0,05$ .

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.72

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.13)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	-,00865
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	25
Z	-,422
Asymp. Sig. (2-tailed)	,673

a. Median

Το p-value για τον έλεγχο

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

είναι σχεδόν μηδενικό όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.73 και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *GFR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *CBR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.73

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.13)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	
	B	Std. Error	Beta			
1	(Constant)	-3,764	1,191		-3,161	,003
	GFR	,318	,031	,830	10,428	,000

a. Dependent Variable: CBR

Ο συντελεστής προσδιορισμού ισούται με 0,689 επομένως δεν μπορούμε να πούμε ότι επιτυγχάνεται η πολύ καλή εκτίμηση για την οποία έκαναν λόγο οι Bogue & Palmore.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.74

Σύνοψη μοντέλου (5.13)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,830 <sup>a</sup>	,689	,683	,9374

a. Predictors: (Constant), GFR

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.75, το p-value για τον έλεγχο κανονικότητας των σφαλμάτων του μοντέλου (5.14) είναι ίσο με  $0,420 > 0,05$  και έτσι η συγκεκριμένη υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.75

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.14)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	,0039980
	Std. Deviation	1,01058758
Most Extreme Differences	Absolute	,123
	Positive	,069
	Negative	-,123
Kolmogorov-Smirnov Z		,880
Asymp. Sig. (2-tailed)		,420

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Από τον Πίνακα 5.2.76 φαίνεται ότι το Levene's Test δίνει p-value ίσο με  $0,002 < 0,05$  και άρα η υπόθεση ομοσκεδαστικότητας των σφαλμάτων απορρίπτεται.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.76

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.14)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	10,532	,002
	Equal variances not assumed		

Επομένως, τα αποτελέσματα του ελέγχου

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

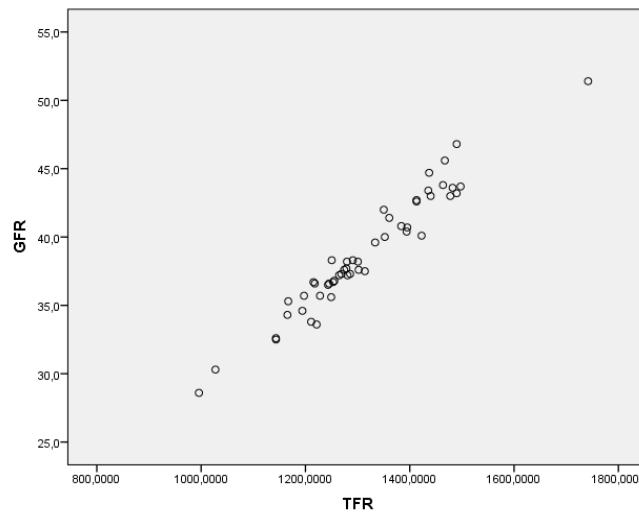
δεν έχουν εγκυρότητα και έτσι δεν μπορεί να προκύψει συμπέρασμα με τα υπάρχοντα δεδομένα αν υπάρχει γραμμική επίδραση του δείκτη *CBR* στον δείκτη *GFR*.

- GFR και TFR

Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των *GFR* και *TFR* για το 2001 είναι ίσος με 0,972, γεγονός που δείχνει πολύ ισχυρή συσχέτιση, όπως άλλωστε φαίνεται και στο Σχήμα 5.2.13.

**ΣΧΗΜΑ 5.2.13**

Διάγραμμα διασποράς μεταξύ *GFR* και *TFR* για το 2001



Χρησιμοποιώντας το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

προκύπτουν αντίστοιχα οι παρακάτω εξισώσεις:

$$GFR = -3,140 + 0,032 * TFR \quad \text{με } R^2 = 0,945 \quad (5.15)$$

$$TFR = 165,355 + 29,620 * GFR \quad \text{με } R^2 = 0,945 \quad (5.16)$$

Αρχικά ελέγχονται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων. Το p-value του τεστ Kolmogorov-Smirnov (Πίνακας 5.2.77) ισούται με  $0,643 > 0,05$  και άρα η κανονικότητα δεν μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.77

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.15)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	-,0017807
	Std. Deviation	1,01118087
Most Extreme Differences	Absolute	,104
	Positive	,104
	Negative	-,051
Kolmogorov-Smirnov Z		,741
Asymp. Sig. (2-tailed)		,643

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Από τον Πίνακα 5.2.78 προκύπτει ότι το p-value για το Levene's Test είναι ίσο με  $0,414 > 0,05$  και επομένως δεν μπορεί να απορριφθεί η ομοσκεδαστικότητα των σφαλμάτων.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.78

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.15)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	,677	,414
	Equal variances not assumed		

Ομοίως, από τον Πίνακα 5.2.79 προκύπτει ότι το p-value του ελέγχου ροών είναι ίσο με  $0,323 > 0,05$ , άρα ούτε η υπόθεση ανεξαρτησίας μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.79

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.15)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	-,02066
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	23
Z	-,988
Asymp. Sig. (2-tailed)	,323

a. Median

Επομένως, για τον έλεγχο

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

φαίνεται στον Πίνακα 5.2.80 ότι το p-value είναι σχεδόν ίσο με μηδέν και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *TFR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *GFR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.80

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.15)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
1 (Constant)	-3,140	1,453		-2,161	,036
TFR	,032	,001	,972	28,996	,000

a. Dependent Variable: GFR

Ο συντελεστής προσδιορισμού ισούται με 0,945 και επομένως η εκτίμηση του δείκτη *GFR* είναι πάρα πολύ ικανοποιητική.



### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.81

Σύνοψη μοντέλου (5.15)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,972 <sup>a</sup>	,945	,944	1,0293

a. Predictors: (Constant), TFR

Για τον έλεγχο κανονικότητας των σφαλμάτων στο μοντέλο (5.16), προκύπτει p-value ίσο με  $0,846 > 0,05$  όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.82 και άρα η συγκεκριμένη υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.82

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.16)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	,0006004
	Std. Deviation	1,01750410
Most Extreme Differences	Absolute	,086
	Positive	,082
	Negative	-,086
Kolmogorov-Smirnov Z		,613
Asymp. Sig. (2-tailed)		,846

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Ο Πίνακας 5.2.83 δείχνει ότι το p-value του Levene's Test δεν απορρίπτει την υπόθεση ομοσκεδαστικότητας των σφαλμάτων ( $0,964 > 0,05$ ).

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.83

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.16)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	,002	,964
	Equal variances not assumed		

Τέλος και η ανεξαρτησία των σφαλμάτων δεν απορρίπτεται καθώς το p-value του ελέγχου ροών ισούται περίπου με  $0,323 > 0,05$  όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.84.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.84

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.16)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	-,00253
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	23
Z	-,988
Asymp. Sig. (2-tailed)	,323

a. Median

Κατ' επέκταση, για τον έλεγχο

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

προκύπτει από τον Πίνακα 5.2.85 ότι το p-value είναι σχεδόν ίσο με μηδέν και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *GFR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *TFR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.85

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.16)

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	165,355	39,850		4,149	,000
	GFR	29,620	1,022	,972	28,996	,000

a. Dependent Variable: TFR

Και εδώ ο συντελεστής προσδιορισμού είναι πολύ μεγάλος (0,945) και έτσι η εκτίμηση του δείκτη *TFR* είναι πολύ ικανοποιητική.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.86

Σύνοψη μοντέλου (5.16)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,972 <sup>a</sup>	,945	,944	31,3641748

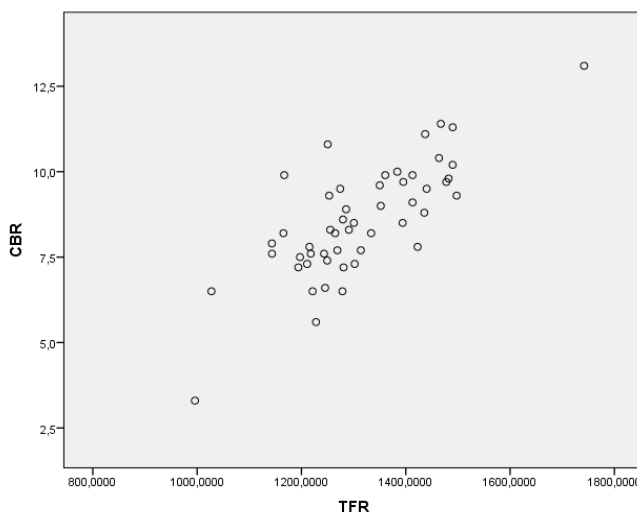
a. Predictors: (Constant), GFR

- CBR και TFR

Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των *CBR* και *TFR* για το 2001 είναι ίσος με 0,771, γεγονός που δείχνει μια πιο χαλαρή συσχέτιση όπως αποτυπώνεται και στο Σχήμα 5.2.14.

### ΣΧΗΜΑ 5.2.14

Διάγραμμα διασποράς μεταξύ *CBR* και *TFR* για το 2001



Χρησιμοποιώντας το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις:

$$CBR = -4,174 + 0,01 * TFR \quad \text{με } R^2 = 0,595 \quad (5.17)$$

$$TFR = 787,844 + 61,297 * CBR \quad \text{με } R^2 = 0,595 \quad (5.18)$$

Αρχικά για το μοντέλο (5.17) ελέγχονται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων. Στον Πίνακα 5.2.87 φαίνεται ότι το p-value του τεστ Kolmogorov-Smirnov είναι σχεδόν ίσο με  $0,982 > 0,05$  και άρα η κανονικότητα δεν μπορεί να απορριφθεί.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.87**

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.17)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	-,0000481
	Std. Deviation	1,01211075
Most Extreme Differences	Absolute	,065
	Positive	,065
	Negative	-,061
Kolmogorov-Smirnov Z		,464
Asymp. Sig. (2-tailed)		,982

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Από τον Πίνακα 5.2.88 προκύπτει ότι το p-value για το Levene's Test είναι σχεδόν ίσο με  $0,905 > 0,05$  και επομένως ούτε η υπόθεση ομοσκεδαστικότητας μπορεί να απορριφθεί.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.88**

Έλεγχος ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.17)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	,014	,905
	Equal variances not assumed		

Παρόμοια, σύμφωνα με τον Πίνακα 5.2.89 ο έλεγχος ροών δίνει p-value σχεδόν ίσο με  $0,478 > 0,05$  και άρα ούτε η ανεξαρτησία των σφαλμάτων μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.89

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.17)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	,04543
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	29
Z	,710
Asymp. Sig. (2-tailed)	,478

a. Median

Ο έλεγχος

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

δίνει p-value σχεδόν ίσο με μηδέν όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.90 και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *TFR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *CBR*.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.90

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.17)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	
	B	Std. Error	Beta			
1	(Constant)	-4,174	1,510		-2,763	,008
	TFR	,010	,001	,771	8,486	,000

a. Dependent Variable: CBR

Ωστόσο θα πρέπει να σημειωθεί ότι ο χαμηλός συντελεστής προσδιορισμού (0,595) δείχνει ότι υπάρχει αρκετά μεγάλη ανεξαρτητική μεταβλητότητα στο μοντέλο.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.91

Σύνοψη μοντέλου (5.17)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,771 <sup>a</sup>	,595	,587	1,0703

a. Predictors: (Constant), TFR

Για το μοντέλο (5.18), παρατηρείται αρχικά ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η κανονικότητα των σφαλμάτων ( $p$ -value ίσο με  $0,473 > 0,05$ ) όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.92.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.92

Έλεγχος κανονικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.18)

		Studentized Residual
N		51
Normal Parameters <sup>a,b</sup>	Mean	,0029296
	Std. Deviation	1,01271817
Most Extreme Differences	Absolute	,118
	Positive	,049
	Negative	-,118
Kolmogorov-Smirnov Z		,845
Asymp. Sig. (2-tailed)		,473

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Το  $p$ -value για τον έλεγχο ομοσκεδαστικότητας των σφαλμάτων ισούται με  $0,135 > 0,05$  όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.93 και άρα η συγκεκριμένη υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.93

Εκτιμήσεις ομοσκεδαστικότητας σφαλμάτων του μοντέλου (5.18)

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Studentized Residual	Equal variances assumed	2,310	,135
	Equal variances not assumed		

Το ίδιο συμπέρασμα προκύπτει και για την ανεξαρτησία των σφαλμάτων καθώς στον Πίνακα 5.2.94 φαίνεται ότι το p-value του ελέγχου ροών είναι ίσο με  $0,202 > 0,05$ .

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.94**

Έλεγχος ανεξαρτησίας σφαλμάτων του μοντέλου (5.18)

	Studentized Residual
Test Value <sup>a</sup>	,07503
Cases < Test Value	25
Cases >= Test Value	26
Total Cases	51
Number of Runs	31
Z	1,276
Asymp. Sig. (2-tailed)	,202

a. Median

Ο έλεγχος

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 \neq 0$$

δίνει p-value σχεδόν ίσο με μηδέν όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.2.95 και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται, γεγονός που σημαίνει ότι ο δείκτης *CBR* επιδρά γραμμικά και σε σημαντικό βαθμό στον δείκτη *TFR*.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.95**

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.18)

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	787,844	63,114		12,483	,000
	CBR	61,297	7,223	,771	8,486	,000

a. Dependent Variable: TFR

Ωστόσο, ο συντελεστής προσδιορισμού δεν είναι τόσο υψηλός (0,595) ώστε να επιτυγχάνεται το συμπέρασμα των Bogue & Palmore για πολύ καλή εκτίμηση του ενός δείκτη από τον άλλον.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.96

Σύνοψη μοντέλου (5.18)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,771 <sup>a</sup>	,595	,587	85,0471619

a. Predictors: (Constant), CBR

Στους παρακάτω πίνακες εμφανίζονται αναλυτικά οι εκτιμήτριες  $\hat{\beta}_0$  και  $\hat{\beta}_1$  των μοντέλων απλής γραμμικής παλινδρόμησης για όλους τους άμεσους δείκτες, όπως επίσης και οι συντελεστές προσδιορισμού  $R^2$  για καθένα εξ' αυτών.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.97

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_0$  των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 2001

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$												
Εξαρτ. μτβ.	Ανεξάρτητη μεταβλητή											
	CBR	GFR	SFR dir.	SFR ind.	TFR	sf <sub>15</sub>	sf <sub>20</sub>	sf <sub>25</sub>	sf <sub>30</sub>	sf <sub>35</sub>	sf <sub>40</sub>	sf <sub>45</sub>
CBR	-	-3,764	-4,447	-4,553	-4,174	6,941	6,031	-0,767	1,767	4,611	7,935	8,715
GFR	20,194	-	-4,016	-3,427	-3,140	33,861	26,177	9,782	24,219	30,589	37,671	38,984
SFR dir.	23,822	5,659	-	0,773	0,843	34,916	27,422	11,247	26,574	33,329	38,656	39,479
SFR ind.	23,184	5,115	-0,371	-	0,390	34,298	27,152	11,032	27,389	33,455	38,498	39,288
TFR	787,844	165,355	-26,739	-3,271	-	1157,56	900,763	366,69	916,746	1120,16	1294,744	1321,77
sf <sub>15</sub>	-2,132	-15,957	-19,384	-21,921	-20,427	-	-3,396	-4,800	26,371	17,153	14,840	12,929
sf <sub>20</sub>	31,161	-31,511	-49,169	-47,562	-49,242	39,363	-	-7,529	88,71	75,064	68,657	62,342
sf <sub>25</sub>	56,657	20,294	4,022	6,011	6,713	83,730	68,410	-	64,621	90,769	95,238	92,801
sf <sub>30</sub>	50,561	43,168	40,433	43,166	43,278	72,608	75,417	49,623	-	43,931	63,514	67,537
sf <sub>35</sub>	16,662	12,637	13,812	14,773	14,673	29,262	31,739	27,423	1,840	-	17,497	25,129
sf <sub>40</sub>	3,781	3,620	4,052	4,054	4,123	5,644	6,722	7,172	1,616	-1,849	-	3,644
sf <sub>45</sub>	0,940	0,952	1,063	0,976	1,057	0,930	1,360	1,684	0,172	-1,081	-0,757	-



### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.98

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_1$  των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 2001

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$												
Εξαρτ. μτβ.	Ανεξάρτητη μεταβλητή											
	CBR	GFR	SFR dir.	SFR ind.	TFR	$f_{15}$	$f_{20}$	$f_{25}$	$f_{30}$	$f_{35}$	$f_{40}$	$f_{45}$
CBR	-	0,318	0,333	0,336	0,010	0,139	0,043	0,103	0,100	0,144	0,129	-0,200
GFR	2,165	-	1,090	1,079	0,032	0,415	0,215	0,319	0,213	0,297	0,221	-0,315
SFR dir.	1,798	0,866	-	0,984	0,029	0,366	0,202	0,308	0,186	0,215	0,118	-0,345
SFR ind.	1,855	0,877	1,006	-	0,029	0,408	0,204	0,309	0,172	0,205	0,121	-0,275
TFR	61,297	29,620	34,156	33,682	-	13,209	7,046	10,415	5,823	7,029	3,822	-11,862
$f_{15}$	1,627	0,717	0,795	0,863	0,025	-	0,260	0,184	-0,213	-0,193	-0,604	-1,638
$f_{20}$	3,200	2,325	2,746	2,715	0,082	1,628	-	0,727	-0,441	-0,598	-2,014	-5,534
$f_{25}$	3,995	1,822	2,215	2,172	0,064	0,609	0,384	-	0,396	0,006	-0,863	-2,773
$f_{30}$	2,054	0,645	0,707	0,639	0,019	-0,374	-0,123	0,204	-	0,881	0,938	0,988
$f_{35}$	1,269	0,385	0,350	0,327	0,010	-0,145	-0,072	0,001	0,377	-	2,016	3,595
$f_{40}$	0,140	0,035	0,024	0,024	0,001	-0,056	-0,030	-0,024	0,049	0,248	-	1,993
$f_{45}$	-0,031	-0,007	-0,010	-0,008	0	-0,022	-0,012	-0,011	0,007	0,064	0,287	-

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2.99

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων άμεσων δεικτών για το 2001

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού												
Εξαρτ. μτβ.	Ανεξάρτητη μεταβλητή											
	CBR	GFR	SFR dir.	SFR ind.	TFR	$f_{15}$	$f_{20}$	$f_{25}$	$f_{30}$	$f_{35}$	$f_{40}$	$f_{45}$
CBR	-	<b>0,689(+)</b>	<b>0,598(+)</b>	<b>0,623(+)</b>	<b>0,595(+)</b>	<b>0,226(+)</b>	<b>0,139(+)</b>	<b>0,411(+)</b>	0,205	0,183	0,018	0,006
GFR	0,689	-	0,944	<b>0,946(+)</b>	<b>0,945(+)</b>	<b>0,298(+)</b>	<b>0,499(+)</b>	<b>0,581(+)</b>	<b>0,138(+)</b>	<b>0,114(+)</b>	<b>0,008(-)</b>	<b>0,002(-)</b>
SFR dir.	<b>0,598(+)</b>	<b>0,944(+)</b>	-	<b>0,990(+)</b>	0,998	<b>0,291(+)</b>	<b>0,554(+)</b>	<b>0,682(+)</b>	<b>0,131(+)</b>	<b>0,075(-)</b>	<b>0,003(-)</b>	<b>0,003(-)</b>
SFR ind.	<b>0,623(+)</b>	<b>0,946(+)</b>	<b>0,990(+)</b>	-	<b>0,992(+)</b>	<b>0,351(+)</b>	<b>0,554(+)</b>	<b>0,670(+)</b>	<b>0,110(+)</b>	<b>0,067(-)</b>	0,003	0,002
TFR	<b>0,595(+)</b>	<b>0,945(+)</b>	0,998	<b>0,992(+)</b>	-	<b>0,324(+)</b>	<b>0,578(+)</b>	0,668	<b>0,110(+)</b>	<b>0,069(-)</b>	<b>0,003(-)</b>	<b>0,003(-)</b>
$f_{15}$	0,226	0,298	0,291	0,351	0,324	-	<b>0,423(+)</b>	0,112	<b>0,080(+)</b>	<b>0,028(-)</b>	<b>0,034(-)</b>	<b>0,036(-)</b>
$f_{20}$	<b>0,139(+)</b>	<b>0,499(+)</b>	<b>0,554(+)</b>	<b>0,554(+)</b>	<b>0,578(+)</b>	<b>0,423(+)</b>	-	<b>0,280(+)</b>	<b>0,054(-)</b>	<b>0,043(-)</b>	<b>0,060(-)</b>	<b>0,065(-)</b>
$f_{25}$	<b>0,411(+)</b>	<b>0,581(+)</b>	<b>0,682(+)</b>	<b>0,670(+)</b>	<b>0,668(+)</b>	<b>0,112(+)</b>	<b>0,280(+)</b>	-	<b>0,079(+)</b>	0(-)	<b>0,021(-)</b>	<b>0,031(-)</b>
$f_{30}$	<b>0,205(+)</b>	<b>0,138(+)</b>	<b>0,131(+)</b>	<b>0,110(+)</b>	<b>0,110(+)</b>	<b>0,080(+)</b>	<b>0,054(-)</b>	<b>0,079(+)</b>	-	<b>0,332(+)</b>	<b>0,046(-)</b>	<b>0,007(-)</b>
$f_{35}$	0,183	0,114	0,075	0,067	0,069	<b>0,028(-)</b>	<b>0,043(-)</b>	0(-)	<b>0,332(+)</b>	-	<b>0,500(+)</b>	<b>0,229(+)</b>
$f_{40}$	0,018	<b>0,008(-)</b>	<b>0,003(-)</b>	<b>0,003(-)</b>	<b>0,003(-)</b>	<b>0,034(-)</b>	<b>0,060(-)</b>	<b>0,021(-)</b>	0,046	<b>0,500(+)</b>	-	<b>0,572(+)</b>
$f_{45}$	0,006	0,002	0,003	0,002	0,003	0,036	0,065	0,031	0,007	<b>0,229(+)</b>	<b>0,572(+)</b>	-

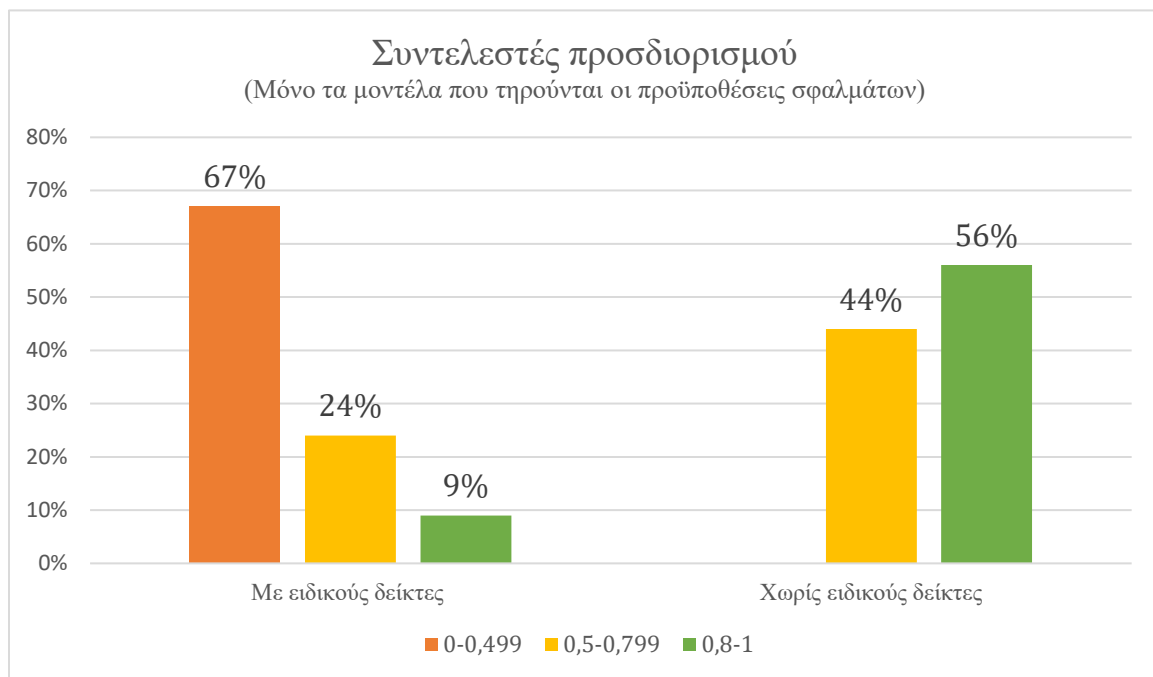
\* Η ένδειξη (+) αφορά τα μοντέλα στα οποία υπάρχει στατιστικά σημαντική γραμμική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών, ενώ η ένδειξη (-) αυτά στα οποία δεν υπάρχει.

\* Με έντονες (bold) τιμές είναι τα μοντέλα στα οποία τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων και άρα οι όποιοι στατιστικοί έλεγχοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Στα μοντέλα χωρίς έντονη (bold) τιμή παραβιάζεται μία τουλάχιστον εκ των συγκεκριμένων υποθέσεων και άρα οι στατιστικοί έλεγχοι δεν είναι έγκυροι, για αυτό και απουσιάζει η ένδειξη (+) ή (-).

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν δε δικαιώνουν τα αποτελέσματα των Bogue & Palmore. Όπως φαίνεται και στο παρακάτω γράφημα, αρκετά είναι τα μοντέλα τα οποία δεν χρησιμεύουν στην πρόβλεψη της εκάστοτε εξαρτημένης μεταβλητής μιας και υπάρχει μεγάλη ανεξήγητη μεταβλητότητα και δεν παρατηρούνται τα τόσο μικρά σφάλματα εκτίμησης για τα οποία έκαναν λόγο οι Bogue & Palmore στη δική τους έρευνα.

**ΣΧΗΜΑ 5.2.15**

Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων άμεσων δεικτών για το 2001



## 5.3 Απλή γραμμική παλινδρόμηση με έμμεσους δείκτες γονιμότητας

### 5.3.1 Συσχετίσεις μεταξύ έμμεσων δεικτών γονιμότητας

Το επόμενο στάδιο περιλαμβάνει την αναζήτηση σχέσεων μεταξύ των έμμεσων δεικτών γονιμότητας. Στους παρακάτω πίνακες, παρουσιάζονται περιγραφικά μέτρα αυτών των δεικτών για τα περιφερειακά δεδομένα της Ελλάδας στις τρεις χρονικές περιόδους (1981, 1991, 2001) που έχουν χρησιμοποιηθεί στην παρούσα μελέτη.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.1

Περιγραφικά μέτρα των έμμεσων δεικτών γονιμότητας για το 1981

Έμμεσοι δείκτες 1981	Πλήθος	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη Τιμή	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση
$CWR_{(0-4)}$	51	301,6	430,0	358,963	30,856
$CWR_{(5-9)}$	51	279,2	439,0	354,553	29,847
$P_{0-4}$ (%)	51	6,3	10,0	7,898	0,840
$P_{5-9}$ (%)	51	6,6	9,8	7,788	0,729
$P_{0-14}$ (%)	51	20,1	29,1	23,978	2,050

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.2

Περιγραφικά μέτρα των έμμεσων δεικτών γονιμότητας για το 1991

Έμμεσοι δείκτες 1991	Πλήθος	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη Τιμή	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση
$CWR_{(0-4)}$	51	194,7	300,4	259,957	24,134
$CWR_{(5-9)}$	51	229,2	361,9	306,555	25,086
$P_{0-4}$ (%)	51	4,0	7,2	5,431	0,647
$P_{5-9}$ (%)	51	4,5	8,2	6,402	0,704
$P_{0-14}$ (%)	51	13,6	23,9	18,927	1,986

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.3

Περιγραφικά μέτρα των έμμεσων δεικτών γονιμότητας για το 2001

Έμμεσοι δείκτες 2001	Πλήθος	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη Τιμή	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση
$CWR_{(0-4)}$	51	168,3	252,8	214,194	17,986
$CWR_{(5-9)}$	51	172,5	263,1	224,204	17,187
$P_{0-4}$ (%)	51	2,6	6,4	4,716	0,685
$P_{5-9}$ (%)	51	2,8	6,2	4,916	0,599
$P_{0-14}$ (%)	51	9,0	19,6	14,953	1,801

Όπως είχε αναφερθεί στο Κεφάλαιο 4, στην έρευνα των Bogue & Palmore οι συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των έμμεσων δεικτών κυμαίνονται από 0,928 έως 0,991. Όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.3.4 αλλά και στο Σχήμα 5.3.1, το τόσο συρρικνωμένο εύρος δεν επιτυγχάνεται στα περιφερειακά δεδομένα του 1981, καθώς η μικρότερη συσχέτιση είναι ίση με 0,312 και η μεγαλύτερη με 0,933.

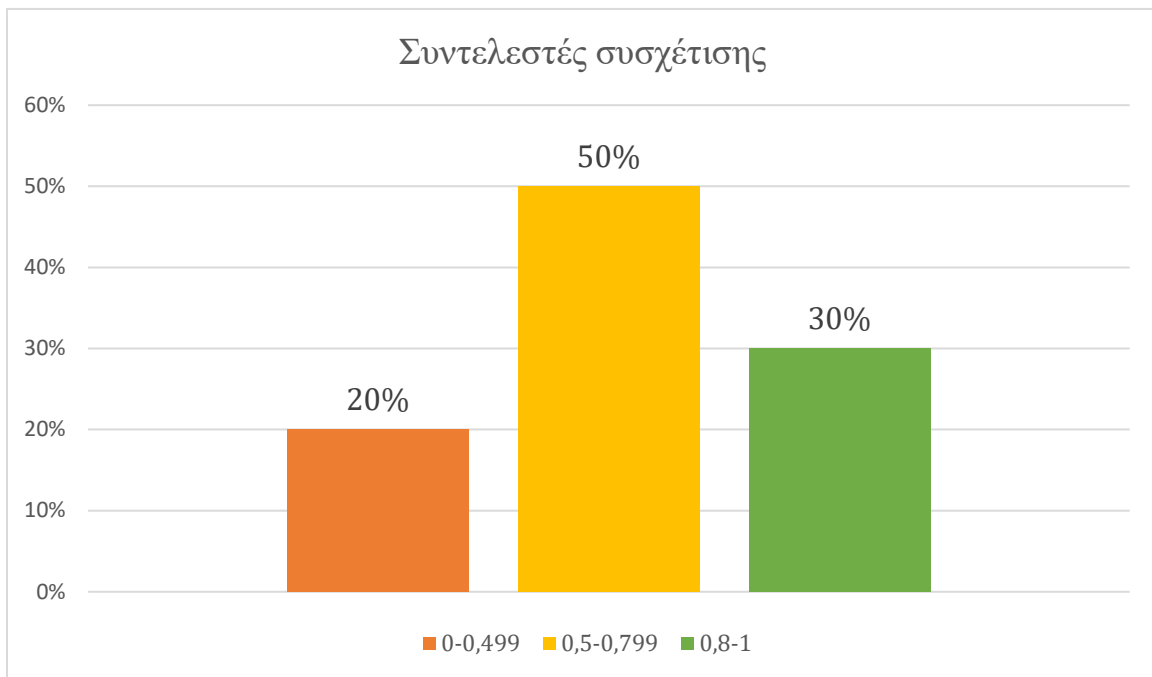
### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.4

Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των έμμεσων δεικτών για το 1981

	Γραμμικές συσχετίσεις				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CWR_{(0-4)}$	-	0,757	0,651	0,517	0,547
$CWR_{(5-9)}$	0,757	-	0,312	0,578	0,439
$P_{0-4}$ (%)	0,650	0,312	-	0,826	0,904
$P_{5-9}$ (%)	0,517	0,578	0,826	-	0,933
$P_{0-14}$ (%)	0,547	0,439	0,904	0,933	-

### ΣΧΗΜΑ 5.3.1

Κατανομή συντελεστών συσχέτισης έμμεσων δεικτών για το 1981



Ακόμα μεγαλύτερο είναι το εύρος στα αντίστοιχα δεδομένα του 1991 καθώς η μικρότερη τιμή που συναντάται στους συντελεστές συσχέτισης είναι ίση με 0,214 και η μεγαλύτερη είναι 0,988.

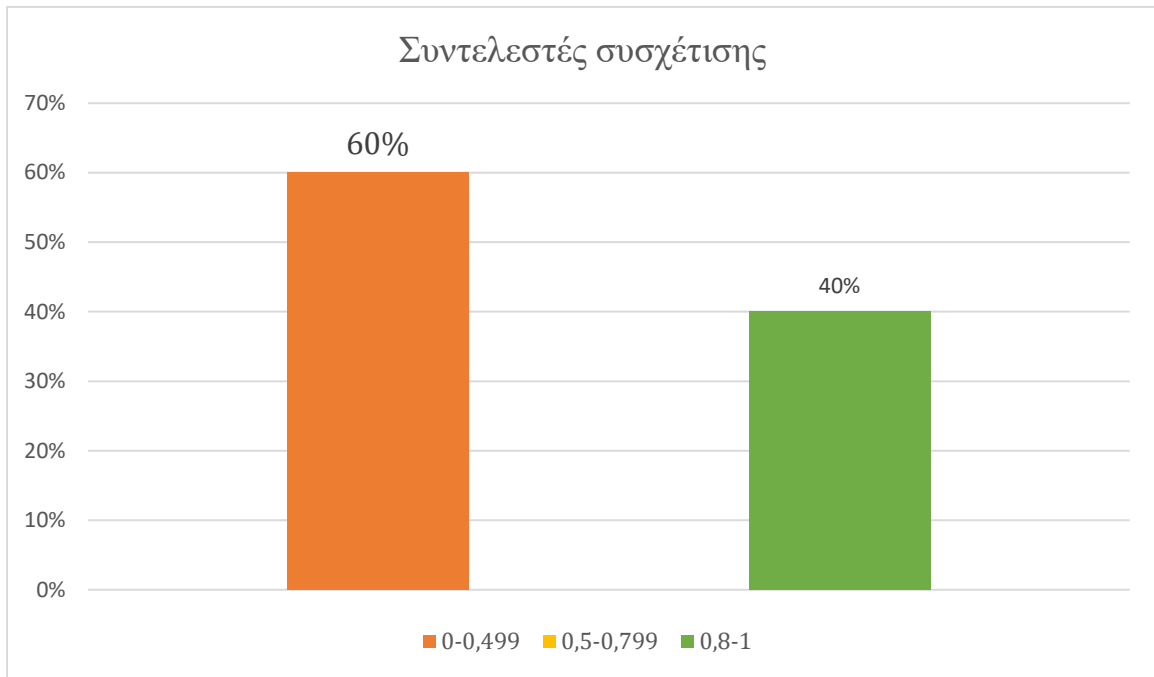
### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.5

Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των έμμεσων δεικτών για το 1991

	Γραμμικές συσχετίσεις				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CWR_{(0-4)}$	-	0,899	0,381	0,244	0,214
$CWR_{(5-9)}$	0,899	-	0,271	0,287	0,222
$P_{0-4}$ (%)	0,381	0,271	-	0,937	0,951
$P_{5-9}$ (%)	0,244	0,287	0,937	-	0,988
$P_{0-14}$ (%)	0,214	0,222	0,951	0,988	-

### ΣΧΗΜΑ 5.3.2

Κατανομή συντελεστών συσχέτισης έμμεσων δεικτών για το 1991



Ούτε και στα δεδομένα του 2001 επιτυγχάνεται το μικρό εύρος που συναντάται στην έρευνα των Bogue & Palmore. Πιο συγκεκριμένα, όπως παρατηρείται στον Πίνακα 5.3.6 για αυτή τη χρονική στιγμή ο μικρότερος συντελεστής συσχέτισης ισούται με 0,179 ενώ ο μεγαλύτερος με 0,988.

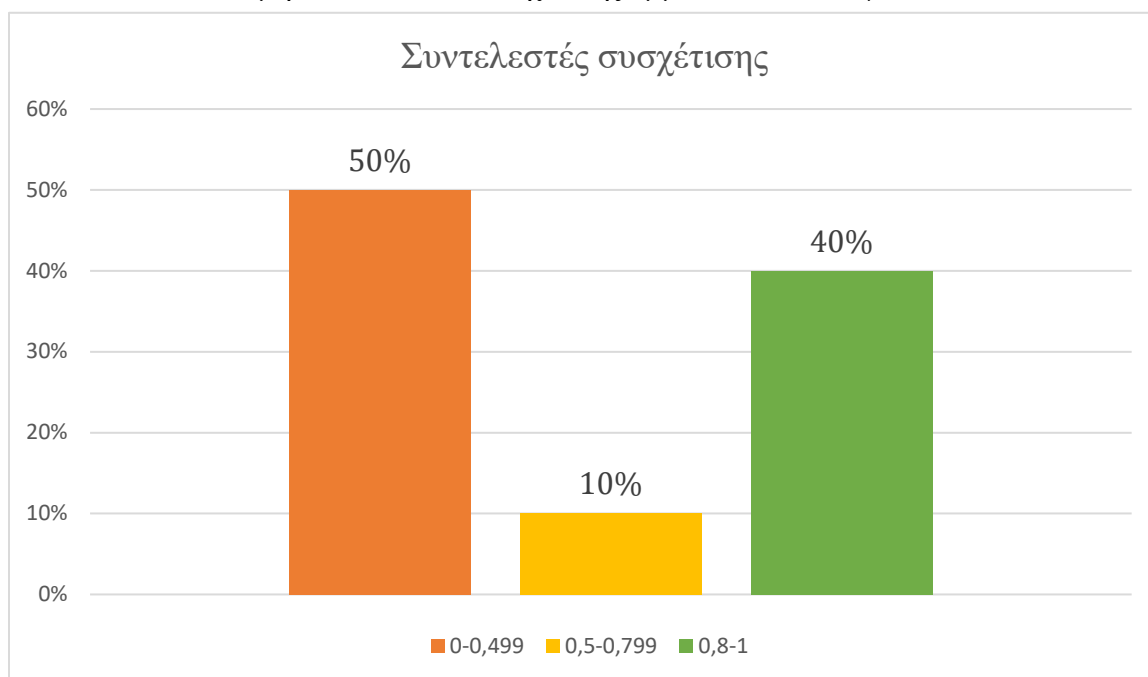
### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.6

Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των έμμεσων δεικτών για το 2001

	Γραμμικές συσχετίσεις				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CWR_{(0-4)}$	-	0,832	0,528	0,450	0,455
$CWR_{(5-9)}$	0,832	-	0,179	0,248	0,210
$P_{0-4}$ (%)	0,528	0,179	-	0,952	0,967
$P_{5-9}$ (%)	0,450	0,248	0,952	-	0,988
$P_{0-14}$ (%)	0,455	0,210	0,967	0,988	-

### ΣΧΗΜΑ 5.3.3

Κατανομή συντελεστών συσχέτισης έμμεσων δεικτών για το 2001



### 5.3.2 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 1981

Χρησιμοποιώντας το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

με εξαρτημένη μεταβλητή κάθε έμμεσο δείκτη και ανεξάρτητη καθέναν εκ των υπολοίπων κάθε φορά, προκύπτουν τα μοντέλα που παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες.

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.3.13 αλλά και στο Σχήμα 5.3.4, οι συντελεστές προσδιορισμού στην πλειοψηφία τους απέχουν πολύ από το να χαρακτηριστούν ικανοποιητικοί και έτσι τα μοντέλα δε φαίνεται να προσφέρουν τις τόσο καλές εκτιμήσεις για τις οποίες κάνουν λόγο οι Bogue & Palmore.

Ενδεικτικά, τα μοντέλα με τον υψηλότερο συντελεστή προσδιορισμού και στα οποία τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων είναι τα εξής:

$$P_{0-14} (\%) = 3,542 + 2,624 * P_{5-9} (\%) \quad \text{με } R^2 = 0,871 \quad (5.19)$$

$$P_{5-9} (\%) = -0,168 + 0,332 * P_{0-14} (\%) \quad \text{με } R^2 = 0,871 \quad (5.20)$$

δηλαδή, τα μοντέλα με μεταβλητές τις αναλογίες παιδικού πληθυσμού συγκεκριμένων ηλικιών, όπου η πληροφορία της μιας βρίσκεται περιέχεται ήδη μέσα στην άλλη.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.7

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.19)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
(Constant)	3,542	1,130		3,134	,003
1 PERCENTAGE OF POPULATION 5-9	2,624	,144	,933	18,161	,000

a. Dependent Variable: PERCENTAGE OF POPULATION 0-14

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.8

Σύνοψη μοντέλου (5.19)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,933 <sup>a</sup>	,871	,868	,7448

a. Predictors: (Constant), PERCENTAGE OF POPULATION 5-9

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.9

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.20)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error			
(Constant)	-,168	,440		-,382	,704
1 PERCENTAGE OF POPULATION 0-14	,332	,018	,933	18,161	,000

a. Dependent Variable: PERCENTAGE OF POPULATION 5-9

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.10

Σύνοψη μοντέλου (5.20)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,933 <sup>a</sup>	,871	,868	,2649

a. Predictors: (Constant), PERCENTAGE OF POPULATION 0-14

Στους παρακάτω πίνακες εμφανίζονται αναλυτικά οι εκτιμήτριες  $\hat{\beta}_0$  και  $\hat{\beta}_1$  των μοντέλων απλής γραμμικής παλινδρόμησης για όλους τους έμμεσους δείκτες, όπως επίσης και οι συντελεστές προσδιορισμού  $R^2$  για καθένα εξ' αυτών.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.11

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_0$  των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1981

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CWR_{(0-4)}$	-	81,479	170,224	188,453	161,590
$CWR_{(5-9)}$	91,647	-	266,948	170,153	201,395
$P_{0-4}$ (%)	1,539	4,783	-	0,483	-0,982
$P_{5-9}$ (%)	3,401	2,781	2,126	-	-0,168
$P_{0-14}$ (%)	10,935	13,296	6,560	3,542	-



### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.12

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_1$  των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1981

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CWR_{(0-4)}$	-	0,783	23,897	21,893	8,231
$CWR_{(5-9)}$	0,732	-	11,092	23,677	6,387
$P_{0-4}$ (%)	0,018	0,009	-	0,952	0,370
$P_{5-9}$ (%)	0,012	0,014	0,717	-	0,332
$P_{0-14}$ (%)	0,036	0,030	2,205	2,624	

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.13

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1981

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CWR_{(0-4)}$	-	<b>0,573(+)</b>	0,423	0,268	<b>0,299(+)</b>
$CWR_{(5-9)}$	<b>0,573(+)</b>	-	<b>0,097(+)</b>	<b>0,334(+)</b>	<b>0,192(+)</b>
$P_{0-4}$ (%)	<b>0,423(+)</b>	<b>0,097(+)</b>	-	<b>0,683(+)</b>	<b>0,817(+)</b>
$P_{5-9}$ (%)	<b>0,268(+)</b>	<b>0,334(+)</b>	<b>0,683(+)</b>	-	<b>0,871(+)</b>
$P_{0-14}$ (%)	0,299	<b>0,192(+)</b>	<b>0,817(+)</b>	<b>0,871(+)</b>	-

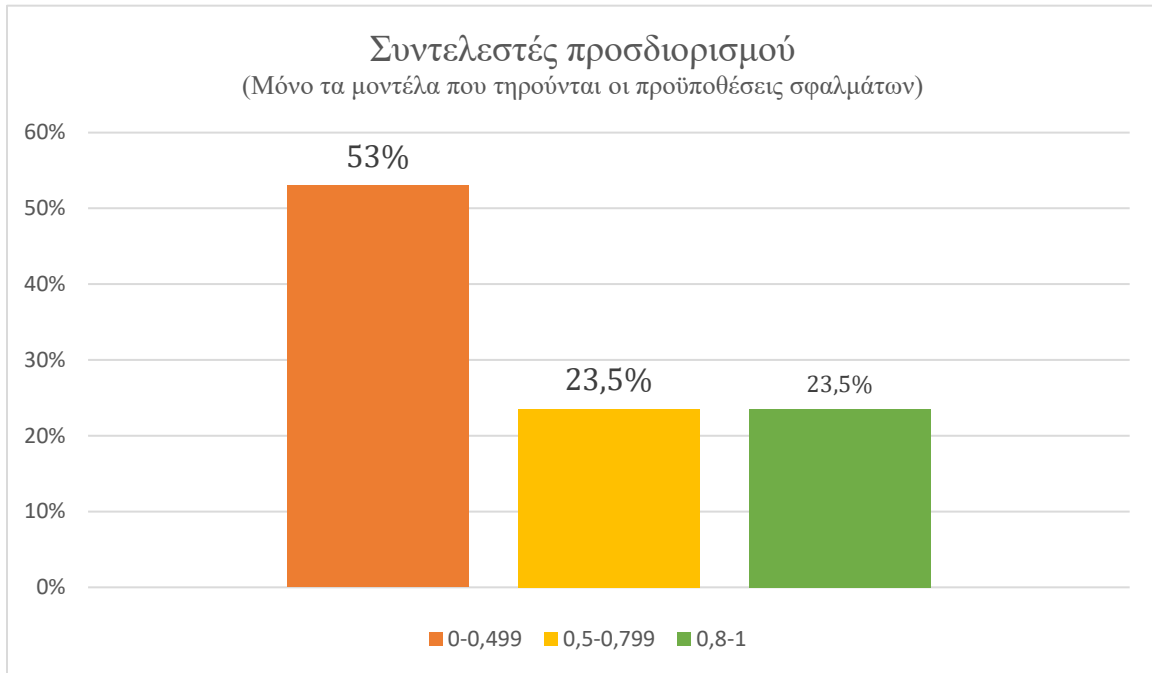
\* Η ένδειξη (+) αφορά τα μοντέλα στα οποία υπάρχει στατιστικά σημαντική γραμμική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών, ενώ η ένδειξη (-) αυτά στα οποία δεν υπάρχει.

\* Με έντονες (bold) τιμές είναι τα μοντέλα στα οποία τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων και άρα οι όποιοι στατιστικοί έλεγχοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Στα μοντέλα χωρίς έντονη (bold) τιμή παραβιάζεται μία τουλάχιστον εκ των συγκεκριμένων υποθέσεων και άρα οι στατιστικοί έλεγχοι δεν είναι έγκυροι, για αυτό και απουσιάζει η ένδειξη (+) ή (-).

Από τον Πίνακα 5.3.13 και το Σχήμα 5.3.4, παρατηρείται ότι τα περισσότερα μοντέλα δεν επιτυγχάνουν ικανοποιητική εκτίμηση των δεικτών.

### ΣΧΗΜΑ 5.3.4

Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1981



### 5.3.3 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 1991

Χρησιμοποιώντας και πάλι το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

γίνεται αντιληπτό ότι δεν αλλάζει κάτι σε σύγκριση με το 1981. Και εδώ οι συντελεστές προσδιορισμού δε δείχνουν κάποια μεγάλη χρησιμότητα των μοντέλων που προτείνουν οι Bogue & Palmore.

Όπως και πριν, τα μοντέλα με τον υψηλότερο συντελεστή προσδιορισμού, στα οποία τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων, είναι αυτά με μεταβλητές τις αναλογίες παιδικού πληθυσμού συγκεκριμένων ηλικιών:

$$P_{0-4} (\%) = -0,081 + 0,861 * P_{5-9} (\%) \quad \text{με } R^2 = 0,878 \quad (5.21)$$

$$P_{5-9} (\%) = 0,862 + 1,020 * P_{0-4} (\%) \quad \text{με } R^2 = 0,878 \quad (5.22)$$

Παρακάτω εμφανίζονται αναλυτικά οι εκτιμήσεις και οι συντελεστές προσδιορισμού για τα δύο αυτά μοντέλα.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.14

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.21)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
1 (Constant)	-,081	,295		-,274	,786
PERCENTAGE OF POPULATION 5-9	,861	,046	,937	18,794	,000

a. Dependent Variable: PERCENTAGE OF POPULATION 0-4

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.15

Σύνοψη μοντέλου (5.21)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,937 <sup>a</sup>	,878	,876	,2280

a. Predictors: (Constant), PERCENTAGE OF POPULATION 5-9

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.16

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.22)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
1 (Constant)	,862	,297		2,905	,005
PERCENTAGE OF POPULATION 0-4	1,020	,054	,937	18,794	,000

a. Dependent Variable: PERCENTAGE OF POPULATION 5-9

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.17

Σύνοψη μοντέλου (5.22)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,937 <sup>a</sup>	,878	,876	,2482

a. Predictors: (Constant), PERCENTAGE OF POPULATION 0-4

Στους παρακάτω πίνακες εμφανίζονται αναλυτικά οι εκτιμήτριες  $\hat{\beta}_0$  και  $\hat{\beta}_1$  των μοντέλων απλής γραμμικής παλινδρόμησης για όλους τους έμμεσους δείκτες, όπως επίσης και οι συντελεστές προσδιορισμού  $R^2$  για καθένα εξ' αυτών.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.18

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_0$  των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1991

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CWR_{(0-4)}$	-	-5,055	182,650	206,432	210,818
$CWR_{(5-9)}$	63,751	-	249,378	241,022	253,543
$P_{0-4}$ (%)	2,775	3,287	-	-0,081	-0,430
$P_{5-9}$ (%)	4,553	3,932	0,862	-	-0,224
$P_{0-14}$ (%)	14,358	13,546	3,065	1,084	-

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.19

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_1$  των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1991

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CWR_{(0-4)}$	-	0,864	14,233	8,361	2,596
$CWR_{(5-9)}$	0,934	-	10,527	10,236	2,801
$P_{0-4}$ (%)	0,010	0,007	-	0,861	0,310
$P_{5-9}$ (%)	0,007	0,008	1,020	-	0,350
$P_{0-14}$ (%)	0,018	0,018	2,920	2,787	-

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.20

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1991

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CWR_{(0-4)}$	-	<b>0,807(+)</b>	<b>0,145(+)</b>	<b>0,059(-)</b>	<b>0,046(-)</b>
$CWR_{(5-9)}$	0,807	-	<b>0,074(-)</b>	<b>0,082(+)</b>	<b>0,049(-)</b>
$P_{0-4}$ (%)	<b>0,145(+)</b>	<b>0,074(-)</b>	-	<b>0,878(+)</b>	0,904
$P_{5-9}$ (%)	0,059	<b>0,082(+)</b>	<b>0,878(+)</b>	-	0,976
$P_{0-14}$ (%)	<b>0,046(-)</b>	<b>0,049(-)</b>	0,904	0,976	-

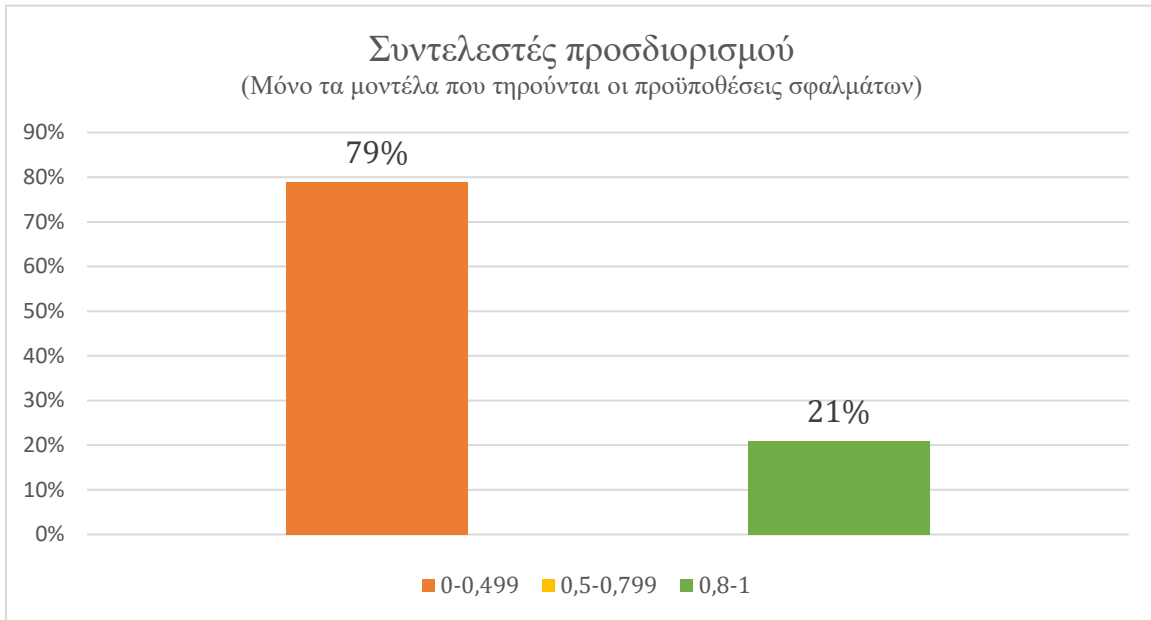
\* Η ένδειξη (+) αφορά τα μοντέλα στα οποία υπάρχει στατιστικά σημαντική γραμμική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών, ενώ η ένδειξη (-) αυτά στα οποία δεν υπάρχει.

\* Με έντονες (bold) τιμές είναι τα μοντέλα στα οποία τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων και άρα οι όποιοι στατιστικοί έλεγχοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Στα μοντέλα χωρίς έντονη (bold) τιμή παραβιάζεται μία τουλάχιστον εκ των συγκεκριμένων υποθέσεων και άρα οι στατιστικοί έλεγχοι δεν είναι έγκυροι, για αυτό και απουσιάζει η ένδειξη (+) ή (-).

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.3.20 και στο Σχήμα 5.3.5, οι συντελεστές προσδιορισμού των περισσότερων μοντέλων παίρνουν τιμές που σε καμία περίπτωση δεν μπορούν να χαρακτηριστούν ιδανικές για την εκτίμηση των δεικτών.

### ΣΧΗΜΑ 5.3.5

Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 1991



#### 5.3.4 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 2001

Χρησιμοποιώντας και πάλι το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

προκύπτουν τα ίδια συμπεράσματα με τις προηγούμενες χρονιές, καθώς τα περισσότερα μοντέλα έχουν μεγάλη ανερμήνευτη μεταβλητότητα.

Και πάλι, το μοντέλο με τον υψηλότερο συντελεστή προσδιορισμού στο οποίο τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων είναι αυτό με μεταβλητές τις αναλογίες παιδικού πληθυσμού συγκεκριμένων ηλικιών:

$$P_{5-9} (\%) = -0,002 + 0,329 * P_{0-14} (\%) \quad \text{με } R^2 = 0,977 \quad (5.23)$$

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.21

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.23)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error			
(Constant)	-,002	,109		-,016	,987
1 PERCENTAGE OF POPULATION 0-14	,329	,007	,988	45,598	,000

a. Dependent Variable: PERCENTAGE OF POPULATION 5-9

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.22

Σύνοψη μοντέλου (5.23)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,988 <sup>a</sup>	,977	,977	,0918

a. Predictors: (Constant), PERCENTAGE OF POPULATION 0-14

b. Dependent Variable: PERCENTAGE OF POPULATION 5-9

Στους παρακάτω πίνακες εμφανίζονται αναλυτικά οι εκτιμήτριες  $\hat{\beta}_0$  και  $\hat{\beta}_1$  των μοντέλων απλής γραμμικής παλινδρόμησης για όλους τους έμμεσους δείκτες, όπως επίσης και οι συντελεστές προσδιορισμού  $R^2$  για καθένα εξ' αυτών.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.23

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_0$  των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 2001

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CWR_{(0-4)}$	-	18,880	148,803	147,746	146,299
$CWR_{(5-9)}$	53,820	-	203,057	189,174	194,280
$P_{0-4}$ (%)	0,403	3,117	-	-0,638	-0,790
$P_{5-9}$ (%)	1,703	2,974	0,991	-	-0,002
$P_{0-14}$ (%)	5,205	10,028	2,967	0,350	-

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.24

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_1$  των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 2001

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CWR_{(0-4)}$	-	0,871	13,867	13,518	4,541
$CWR_{(5-9)}$	0,795	-	4,484	7,126	2,001
$P_{0-4}$ (%)	0,020	0,007	-	1,089	0,368
$P_{5-9}$ (%)	0,015	0,009	0,832	-	0,329
$P_{0-14}$ (%)	0,046	0,022	2,542	2,971	-

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.3.25

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 2001

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CWR_{(0-4)}$	-	0,693	0,279	<b>0,203(+)</b>	0,207
$CWR_{(5-9)}$	<b>0,693(+)</b>	-	0,032	0,062	0,044
$P_{0-4}$ (%)	<b>0,279(+)</b>	0,032	-	0,906	0,936
$P_{5-9}$ (%)	<b>0,203(+)</b>	<b>0,062(-)</b>	<b>0,906(+)</b>	-	<b>0,977(+)</b>
$P_{0-14}$ (%)	<b>0,207(+)</b>	<b>0,044(-)</b>	0,936	0,977	-

\* Η ένδειξη (+) αφορά τα μοντέλα στα οποία υπάρχει στατιστικά σημαντική γραμμική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών, ενώ η ένδειξη (-) αυτά στα οποία δεν υπάρχει.

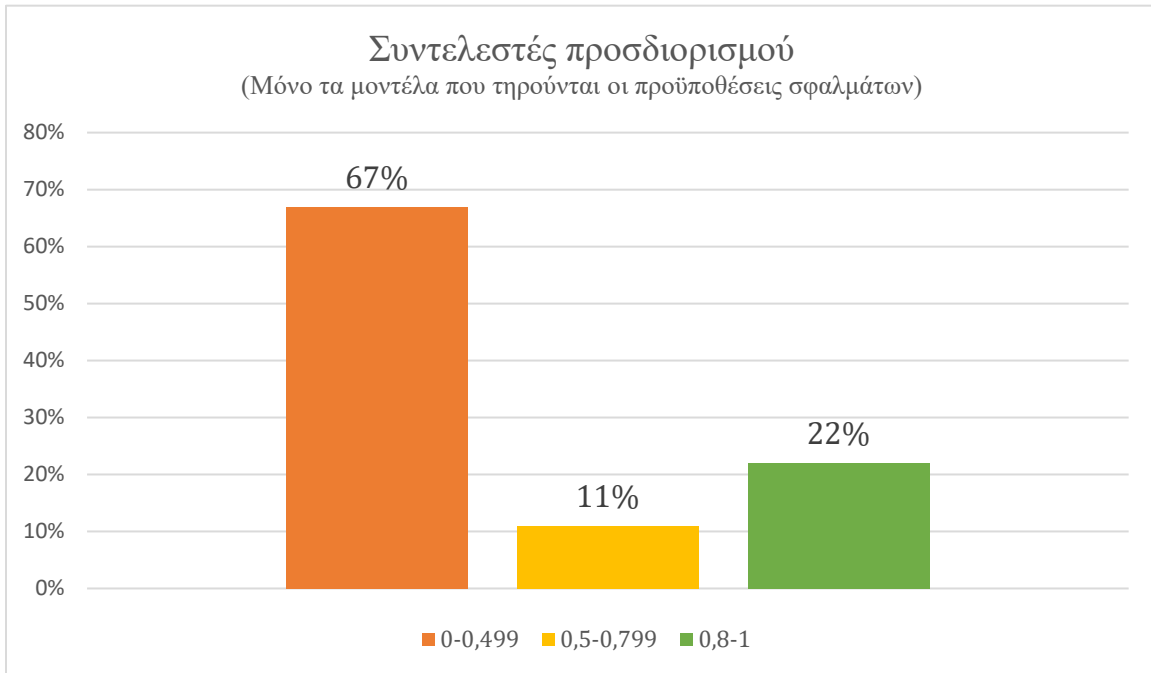
\* Με έντονες (bold) τιμές είναι τα μοντέλα στα οποία τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων και άρα οι όποιοι στατιστικοί έλεγχοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Στα μοντέλα χωρίς έντονη (bold) τιμή παραβιάζεται μία τουλάχιστον εκ των συγκεκριμένων υποθέσεων και άρα οι στατιστικοί έλεγχοι δεν είναι έγκυροι, για αυτό και απουσιάζει η ένδειξη (+) ή (-).

Παρόμοια και τα συμπεράσματα για το 2001, καθώς λίγα είναι τα μοντέλα με μεγάλο συντελεστή προσδιορισμού όπως γίνεται εύκολα αντιληπτό από το Σχήμα 5.3.6.



### ΣΧΗΜΑ 5.3.6

Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων έμμεσων δεικτών για το 2001



## 5.4 Απλή γραμμική παλινδρόμηση με άμεσους και έμμεσους δείκτες γονιμότητας

### 5.4.1 Συσχετίσεις μεταξύ άμεσων και έμμεσων δεικτών γονιμότητας

Το πιο σημαντικό κομμάτι της μελέτης των Bogue & Palmore, όπως αναφέρουν και οι δύο ερευνητές, είναι η εκτίμηση των άμεσων δεικτών γονιμότητας από δεδομένα απογραφών και δίχως να υπάρχουν αξιόπιστες ληξιαρχικές καταγραφές, δηλαδή η εκτίμησή τους από τους έμμεσους δείκτες.

Για το 1981, παρατηρείται στον Πίνακα 5.4.1 ότι ο μικρότερος συντελεστής συσχέτισης είναι ίσος με 0,043 (μεταξύ  $CBR$  και  $CWR_{(5-9)}$ ) και ο μεγαλύτερος ισούται με 0,836 (μεταξύ  $CBR$  και  $P_{0-4}$  (%)). Οι υπόλοιποι συντελεστές δείχνουν στην πλειοψηφία τους πολύ μικρότερη συσχέτιση μεταξύ των δεικτών, σε σύγκριση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα των Bogue & Palmore όπου το εύρος τιμών ήταν πολύ συρρικνωμένο (0,627 έως 0,972). Αν δε ληφθούν υπόψιν οι έμμεσοι κατά

ηλικία δείκτες αλλά και η συσχέτιση του  $CBR$  με τον  $CWR_{(5-9)}$  τότε το εύρος συρρικνώνεται μεταξύ 0,334 και 0,836.

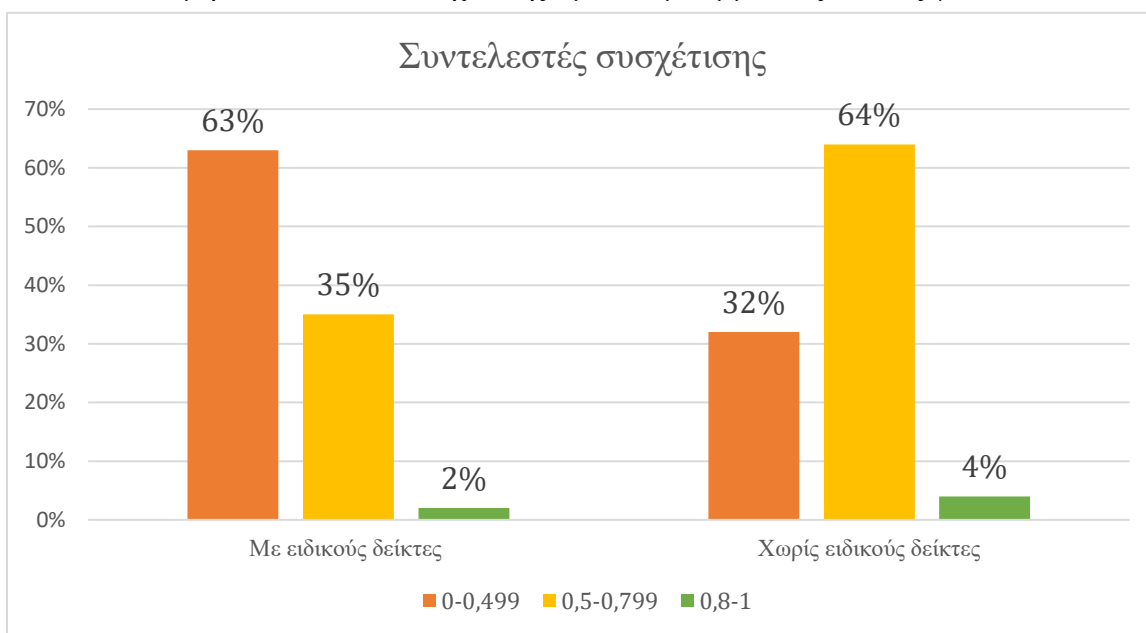
### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.1

Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1981

	Γραμμικές συσχετίσεις				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CBR$	0,357	0,043	0,836	0,660	0,732
$GFR$	0,559	0,289	0,665	0,506	0,560
$SFR_{dir.}$	0,571	0,375	0,588	0,492	0,563
$SFR_{ind.}$	0,546	0,334	0,580	0,468	0,550
$TFR$	0,584	0,389	0,590	0,494	0,561
$\$f_{15}$	0,130	-0,052	0,269	0,152	0,234
$\$f_{20}$	0,310	0,195	0,361	0,316	0,413
$\$f_{25}$	0,467	0,316	0,526	0,460	0,526
$\$f_{30}$	0,566	0,436	0,420	0,342	0,310
$\$f_{35}$	0,558	0,489	0,261	0,215	0,137
$\$f_{40}$	0,419	0,616	0,121	0,293	0,140
$\$f_{45}$	0,361	0,560	0,181	0,365	0,230

### ΣΧΗΜΑ 5.4.1

Κατανομή συντελεστών συσχέτισης άμεσων με έμμεσους δείκτες για το 1981



Τα αποτελέσματα είναι παρόμοια και για το 1991 καθώς προκύπτει από τον Πίνακα 5.4.2 ότι ο μικρότερος συντελεστής συσχέτισης είναι 0,001 (μεταξύ  $sf_{40}$  και  $P_{5-9}$  (%)) και ο μεγαλύτερος με 0,908 (μεταξύ  $CBR$  και  $P_{0-4}$  (%)) ενώ και η κατανομή των τιμών δείχνει ως επί το πλείστον αδύναμες συσχετίσεις. Αν δε ληφθούν υπόψιν οι έμμεσοι κατά ηλικία δείκτες αλλά και η συσχέτιση του  $CBR$  με τον  $CWR_{(5-9)}$  τότε το εύρος συρρικνώνεται μεταξύ 0,148 και 0,908.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.2

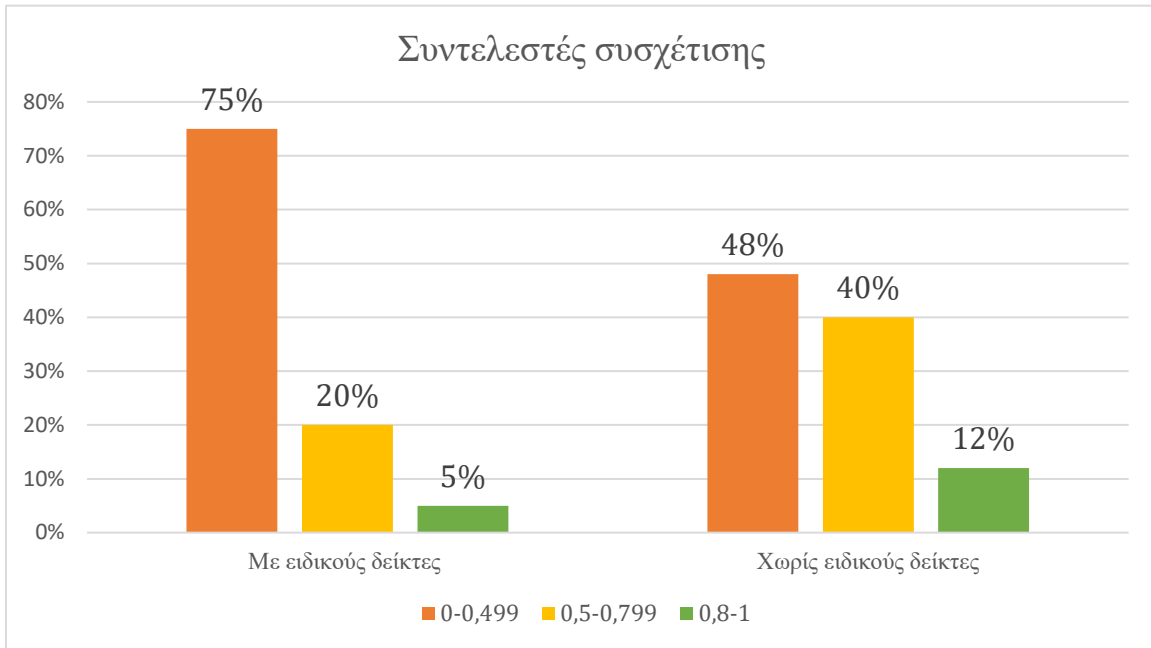
Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1991

	Γραμμικές συσχετίσεις				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
$CBR$	0,148	0,012	0,908	0,844	0,872
$GFR$	0,724	0,545	0,628	0,470	0,472
$SFR_{dir.}$	0,695	0,601	0,490	0,386	0,392
$SFR_{ind.}$	0,694	0,588	0,504	0,392	0,402
$TFR$	0,694	0,595	0,493	0,386	0,392
$sf_{15}$	0,386	0,356	0,364	0,332	0,324
$sf_{20}$	0,556	0,574	0,260	0,238	0,231
$sf_{25}$	0,419	0,281	0,410	0,290	0,309
$sf_{30}$	0,202	0,086	0,256	0,165	0,184
$sf_{35}$	0,247	0,109	0,134	0,025	0,041
$sf_{40}$	0,277	0,236	0,060	0,001	0,005
$sf_{45}$	0,425	0,326	0,049	-0,060	-0,066

Στο Σχήμα 5.4.2 δίνεται μία ακόμα πιο ξεκάθαρη εικόνα για τους χαμηλούς συντελεστές συσχέτισης. Το 75% εξ αυτών έχουν απόλυτες τιμές κάτω από 0,5, ενώ μόλις το 5% είναι πάνω του 0,8. Αν δε ληφθούν υπόψιν οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες, τότε το συγκεκριμένο ποσοστό ανεβαίνει μόλις στο 12%.

### ΣΧΗΜΑ 5.4.2

Κατανομή συντελεστών συσχέτισης άμεσων με έμμεσους δείκτες για το 1991



Όσο για το 2001, ο μικρότερος συντελεστής συσχέτισης είναι 0,009 (μεταξύ  $sf_{40}$  και  $CWR_{(5-9)}$ ) και ο μεγαλύτερος με 0,955 (μεταξύ  $CBR$  και  $P_{0-4} (\%)$ ). Αν, μάλιστα, δε ληφθούν υπόψιν οι έμμεσοι κατά ηλικία δείκτες αλλά και η συσχέτιση του  $CBR$  με τον  $CWR_{(5-9)}$  τότε το εύρος συρρικνώνεται μεταξύ 0,391 και 0,955.

Θα πρέπει, πάντως, να επισημανθεί ότι για το 2001 παρατηρούνται μεγαλύτεροι συντελεστές συσχέτισης συγκριτικά με τις άλλες χρονιές όπως αποτυπώνεται και στα παρακάτω σχήματα των κατανομών. Αυτό φαίνεται στο Σχήμα 5.4.3 όπου υπάρχει ένα ποσοστό της τάξης του 35% για συντελεστές που κινούνται μεταξύ 0,5 και 0,8. Το ποσοστό αυτό ανεβαίνει στο 60% αν δεν ληφθούν υπόψιν οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες. Αντίστοιχα, ένα ποσοστό της τάξης του 16% παίρνει τιμές από 0,8 και πάνω όταν δεν συμπεριληφθούν οι ειδικοί δείκτες.

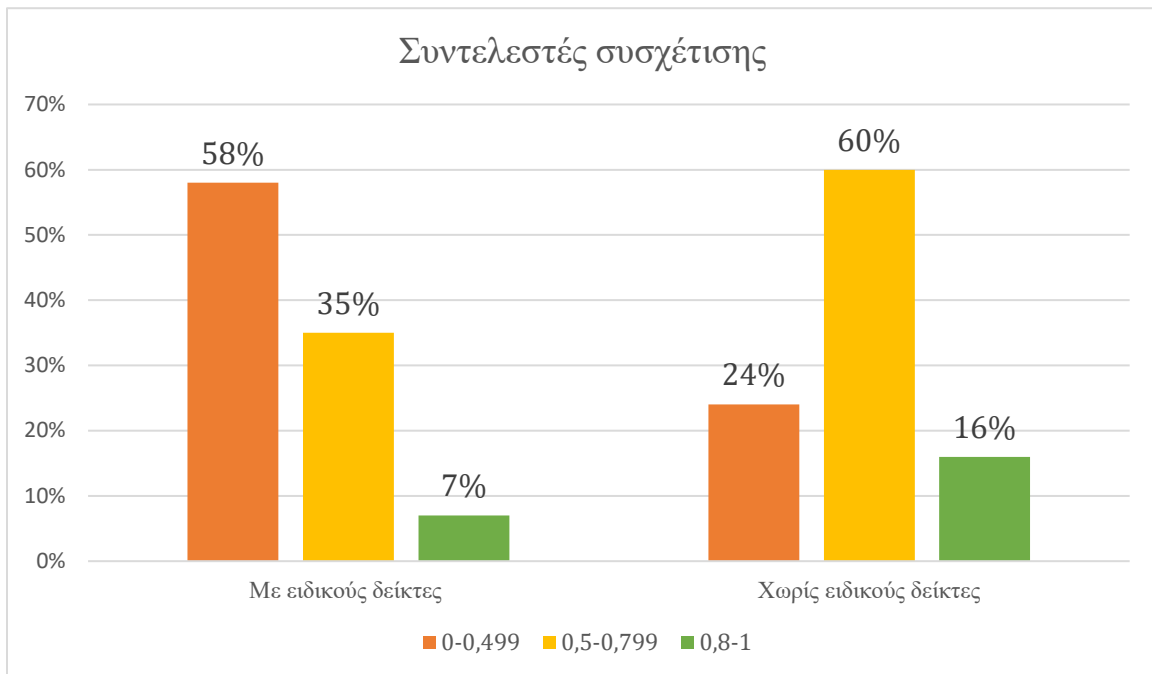
### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.3

Συντελεστές συσχέτισης μεταξύ άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 2001

	Γραμμικές συσχετίσεις				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
<i>CBR</i>	0,391	0,013	0,955	0,890	0,916
<i>GFR</i>	0,758	0,430	0,813	0,721	0,738
<i>SFR dir.</i>	0,752	0,469	0,759	0,687	0,708
<i>SFR ind.</i>	0,742	0,447	0,771	0,692	0,720
<i>TFR</i>	0,755	0,471	0,758	0,684	0,708
<i>sf<sub>15</sub></i>	0,388	0,183	0,447	0,375	0,438
<i>sf<sub>20</sub></i>	0,752	0,594	0,428	0,372	0,391
<i>sf<sub>25</sub></i>	0,607	0,420	0,681	0,663	0,660
<i>sf<sub>30</sub></i>	0,039	-0,115	0,336	0,310	0,300
<i>sf<sub>35</sub></i>	0,091	-0,100	0,334	0,270	0,284
<i>sf<sub>40</sub></i>	0,028	-0,009	0,122	0,105	0,112
<i>sf<sub>45</sub></i>	-0,098	-0,050	-0,126	-0,123	-0,116

### ΣΧΗΜΑ 5.4.3

Κατανομή συντελεστών συσχέτισης άμεσων με έμμεσους δείκτες για το 2001



## 5.4.2 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 1981

Παίρνοντας ως εξαρτημένη μεταβλητή τον κάθε άμεσο δείκτη και ως ανεξάρτητη τον κάθε έμμεσο δείκτη, γίνεται χρήση του μοντέλου απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

Όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 5.4.8, οι συντελεστές προσδιορισμού κινούνται σε επίπεδα που δεν προσδίδουν την ιδανική σχέση για την οποία μιλούν οι Bogue & Palmore. Χαρακτηριστικό είναι ότι το μοντέλο με τον υψηλότερο συντελεστή προσδιορισμού στο οποίο τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων είναι το εξής:

$$\text{CBR} = -3,514 + 2,144 * P_{0-4} (\%) \quad \text{με } R^2 = 0,699 \quad (5.24)$$

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.4

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.24)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
(Constant)	-3,514	1,598		-2,199	,033
1 PERCENTAGE OF POPULATION 0-4	2,144	,201	,836	10,656	,000

a. Dependent Variable: CBR

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.5

Σύνοψη μοντέλου (5.24)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,836 <sup>a</sup>	,699	,692	1,1952

a. Predictors: (Constant), PERCENTAGE OF POPULATION 0-4

b. Dependent Variable: CBR

Στους παρακάτω πίνακες εμφανίζονται αναλυτικά οι εκτιμήτριες  $\hat{\beta}_0$  και  $\hat{\beta}_1$  των μοντέλων απλής γραμμικής παλινδρόμησης για όλους τους έμμεσους δείκτες, όπως επίσης και οι συντελεστές προσδιορισμού  $R^2$  για καθένα εξ' αυτών.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.6

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_0$  των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1981

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
<i>CBR</i>	4,467	12,309	-3,514	-1,769	-5,021
<i>GFR</i>	11,551	34,762	13,441	19,805	11,146
<i>SFR dir.</i>	19,168	33,275	26,565	28,387	19,536
<i>SFR ind.</i>	20,731	36,680	26,744	29,727	20,141
<i>TFR</i>	612,389	1109,417	896,593	958,154	666,092
$\xi_{15}$	34,857	65,825	20,142	33,327	17,192
$\xi_{20}$	90,510	116,705	94,906	95,218	65,693
$\xi_{25}$	25,937	55,530	34,604	35,082	13,368
$\xi_{30}$	-14,977	0,631	14,241	17,600	17,859
$\xi_{35}$	-21,026	-16,189	7,272	8,366	13,238
$\xi_{40}$	-5,700	-11,458	3,092	-1,613	1,920
$\xi_{45}$	-1,323	-2,604	-0,019	-1,169	-0,538

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.7

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_1$  των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1981

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
<i>CBR</i>	0,025	0,003	2,144	1,950	0,769
<i>GFR</i>	0,137	0,073	5,998	5,265	2,071
<i>SFR dir.</i>	0,123	0,083	4,650	4,481	1,825
<i>SFR ind.</i>	0,118	0,075	4,608	4,290	1,793
<i>TFR</i>	4,320	2,972	160,380	154,736	62,439
$\xi_{15}$	0,061	-0,025	4,647	3,020	1,654
$\xi_{20}$	0,204	0,133	8,724	8,807	4,092
$\xi_{25}$	0,267	0,187	11,030	11,124	4,519
$\xi_{30}$	0,204	0,162	5,566	5,213	1,682
$\xi_{35}$	0,127	0,115	2,182	2,073	0,470
$\xi_{40}$	0,032	0,049	0,340	0,949	0,161
$\xi_{45}$	0,006	0,010	0,112	0,262	0,059

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.8

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1981

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
<i>CBR</i>	<b>0,128(+)</b>	<b>0,002(-)</b>	<b>0,699(+)</b>	<b>0,435(+)</b>	<b>0,535(+)</b>
<i>GFR</i>	<b>0,312(+)</b>	<b>0,084(+)</b>	<b>0,442(+)</b>	<b>0,257(+)</b>	<b>0,314(+)</b>
<i>SFR dir.</i>	<b>0,326(+)</b>	<b>0,140(+)</b>	<b>0,346(+)</b>	<b>0,242(+)</b>	<b>0,317(+)</b>
<i>SFR ind.</i>	<b>0,298(+)</b>	<b>0,111(+)</b>	<b>0,336(+)</b>	<b>0,219(+)</b>	<b>0,303(+)</b>
<i>TFR</i>	<b>0,341(+)</b>	<b>0,151(+)</b>	<b>0,349(+)</b>	<b>0,244(+)</b>	<b>0,315(+)</b>
<i>sf<sub>15</sub></i>	<b>0,017(-)</b>	<b>0,003(-)</b>	<b>0,072(-)</b>	<b>0,023(-)</b>	<b>0,055(-)</b>
<i>sf<sub>20</sub></i>	<b>0,098(+)</b>	<b>0,038(-)</b>	<b>0,130(+)</b>	<b>0,100(+)</b>	<b>0,171(+)</b>
<i>sf<sub>25</sub></i>	0,219	0,100	0,277	<b>0,212(+)</b>	0,277
<i>sf<sub>30</sub></i>	0,320	0,190	<b>0,177(+)</b>	<b>0,117(+)</b>	<b>0,096(+)</b>
<i>sf<sub>35</sub></i>	0,312	0,239	0,068	<b>0,046(-)</b>	0,019
<i>sf<sub>40</sub></i>	<b>0,175(+)</b>	<b>0,379(+)</b>	0,015	0,086	0,020
<i>sf<sub>45</sub></i>	<b>0,130(+)</b>	<b>0,313(+)</b>	0,033	0,133	0,053

\* Η ένδειξη (+) αφορά τα μοντέλα στα οποία υπάρχει στατιστικά σημαντική γραμμική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών, ενώ η ένδειξη (-) αυτά στα οποία δεν υπάρχει.

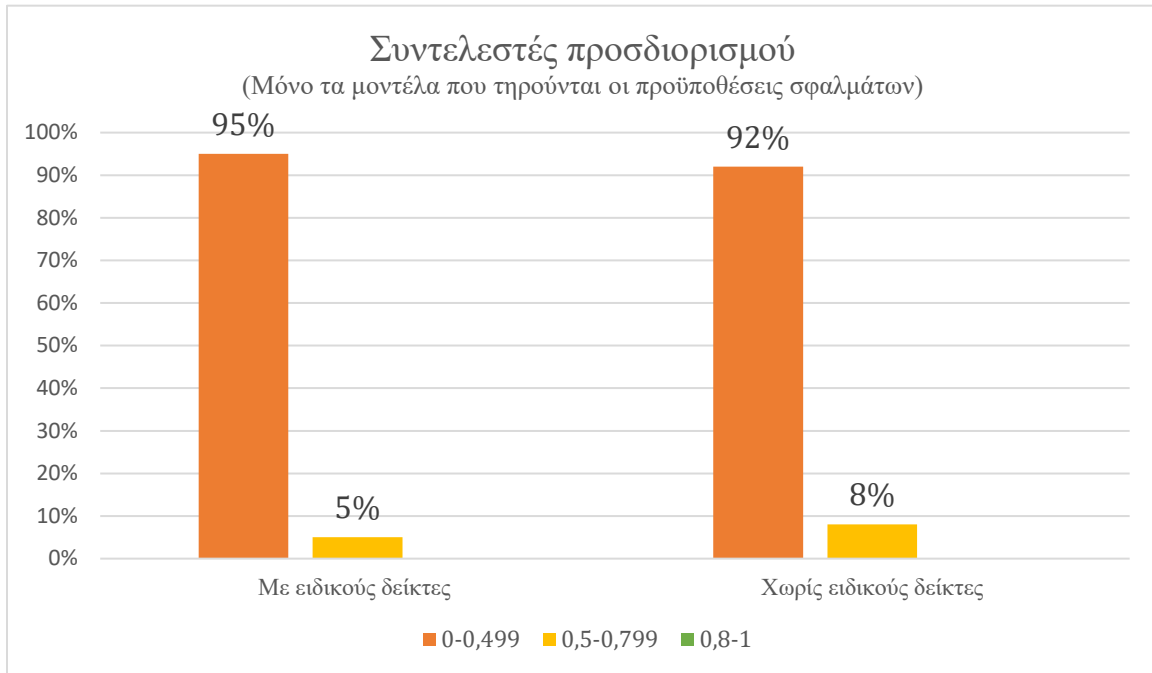
\* Με έντονες (bold) τιμές είναι τα μοντέλα στα οποία τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων και άρα οι όποιοι στατιστικοί έλεγχοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Στα μοντέλα χωρίς έντονη (bold) τιμή παραβιάζεται μία τουλάχιστον εκ των συγκεκριμένων υποθέσεων και άρα οι στατιστικοί έλεγχοι δεν είναι έγκυροι, για αυτό και απουσιάζει η ένδειξη (+) ή (-).

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 5.4.4, τα περισσότερα μοντέλα έχουν χαμηλό συντελεστή προσδιορισμού, ενώ κανένα δεν έχει τιμή άνω του 0,8, ενώ ούτε και η απουσία των ειδικών δεικτών διαφοροποιεί σημαντικά τα συμπεράσματα.



#### ΣΧΗΜΑ 5.4.4

Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1981



#### 5.4.3 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 1991

Χρησιμοποιώντας όπως και πριν το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

τα συμπεράσματα δε διαφέρουν πολύ σε σύγκριση με αυτά του 1981 όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.4.13. Εδώ παρατηρείται, πάντως, να επιτυγχάνεται υψηλότερος συντελεστής προσδιορισμού, και πιο συγκεκριμένα στο μοντέλο με τις ίδιες μεταβλητές:

$$\text{CBR} = -1,968 + 2,102 * P_{0-4} (\%) \quad \text{με } R^2 = 0,825 \quad (5.25)$$

ωστόσο στα υπόλοιπα μοντέλα οι συντελεστές προσδιορισμού κινούνται σε επίπεδα που δεν δικαιολογούν την ιδανική εκτίμηση για την οποία μιλούν οι Bogue & Palmore.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.9

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.25)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error			
(Constant)	-1,968	,756		-2,603	,012
1 PERCENTAGE OF POPULATION 0-4	2,102	,138	,908	15,206	,000

a. Dependent Variable: CBR

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.10

Σύνοψη μοντέλου (5.25)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,908 <sup>a</sup>	,825	,822	,6320

a. Predictors: (Constant), PERCENTAGE OF POPULATION 0-4

b. Dependent Variable: CBR

Στους παρακάτω πίνακες εμφανίζονται αναλυτικά οι εκτιμήτριες  $\hat{\beta}_0$  και  $\hat{\beta}_1$  των μοντέλων απλής γραμμικής παλινδρόμησης για όλους τους έμμεσους δείκτες, όπως επίσης και οι συντελεστές προσδιορισμού  $R^2$  για καθένα εξ' αυτών.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.11

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_0$  των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1991

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
<i>CBR</i>	7,063	9,227	-1,968	-2,032	-2,994
<i>GFR</i>	9,853	14,959	21,234	25,714	24,706
<i>SFR dir.</i>	14,203	14,759	28,413	30,938	29,985
<i>SFR ind.</i>	14,008	15,243	27,675	30,499	29,395
<i>TFR</i>	477,802	504,970	937,056	1023,740	991,741
<i>sf15</i>	-10,791	-12,516	-1,310	-1,003	-1,529
<i>sf20</i>	5,450	-11,369	67,576	67,883	67,338
<i>sf25</i>	62,761	71,628	71,566	78,200	75,703
<i>sf30</i>	32,583	41,951	32,812	38,205	36,063
<i>sf35</i>	7,273	12,705	13,558	17,262	16,587
<i>sf40</i>	-0,286	-0,151	2,904	3,538	3,492
<i>sf45</i>	-1,366	-1,124	0,325	0,710	0,746

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.12

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_1$  των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1991

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
<i>CBR</i>	0,009	0,001	2,102	1,793	0,657
<i>GFR</i>	0,135	0,098	4,379	3,015	1,073
<i>SFR dir.</i>	0,121	0,101	3,193	2,315	0,833
<i>SFR ind.</i>	0,121	0,099	3,291	2,351	0,853
<i>TFR</i>	3,956	3,266	104,810	75,380	27,187
<i>sf15</i>	0,138	0,123	4,877	4,089	1,411
<i>sf20</i>	0,376	0,374	6,571	5,527	1,898
<i>sf25</i>	0,143	0,092	5,206	3,380	1,275
<i>sf30</i>	0,070	0,029	3,306	1,962	0,777
<i>sf35</i>	0,042	0,018	0,854	0,146	0,085
<i>sf40</i>	0,015	0,012	0,118	0,001	0,003
<i>sf45</i>	0,007	0,005	0,030	-0,034	-0,014

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.13

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1991

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
<i>CBR</i>	0,022	<b>0(-)</b>	<b>0,825(+)</b>	0,712	0,761
<i>GFR</i>	0,524	0,297	<b>0,394(+)</b>	<b>0,221(+)</b>	<b>0,223(+)</b>
<i>SFR dir.</i>	<b>0,482(+)</b>	<b>0,362(+)</b>	<b>0,240(+)</b>	<b>0,149(+)</b>	<b>0,154(+)</b>
<i>SFR ind.</i>	<b>0,482(+)</b>	<b>0,346(+)</b>	<b>0,254(+)</b>	<b>0,154(+)</b>	<b>0,161(+)</b>
<i>TFR</i>	<b>0,481(+)</b>	0,355	<b>0,243(+)</b>	<b>0,149(+)</b>	<b>0,154(+)</b>
<i>sf<sub>15</sub></i>	0,149	0,127	<b>0,133(+)</b>	<b>0,110(+)</b>	<b>0,105(+)</b>
<i>sf<sub>20</sub></i>	<b>0,309(+)</b>	<b>0,330(+)</b>	<b>0,068(-)</b>	<b>0,057(-)</b>	<b>0,053(-)</b>
<i>sf<sub>25</sub></i>	<b>0,176(+)</b>	<b>0,079(+)</b>	<b>0,168(+)</b>	<b>0,084(+)</b>	<b>0,095(+)</b>
<i>sf<sub>30</sub></i>	<b>0,041(-)</b>	0,007	<b>0,065(-)</b>	0,027	0,034
<i>sf<sub>35</sub></i>	0,061	0,012	<b>0,016(-)</b>	0,001	0,002
<i>sf<sub>40</sub></i>	0,077	0,056	0,004	0	0
<i>sf<sub>45</sub></i>	0,181	0,106	0,002	0,004	0,004

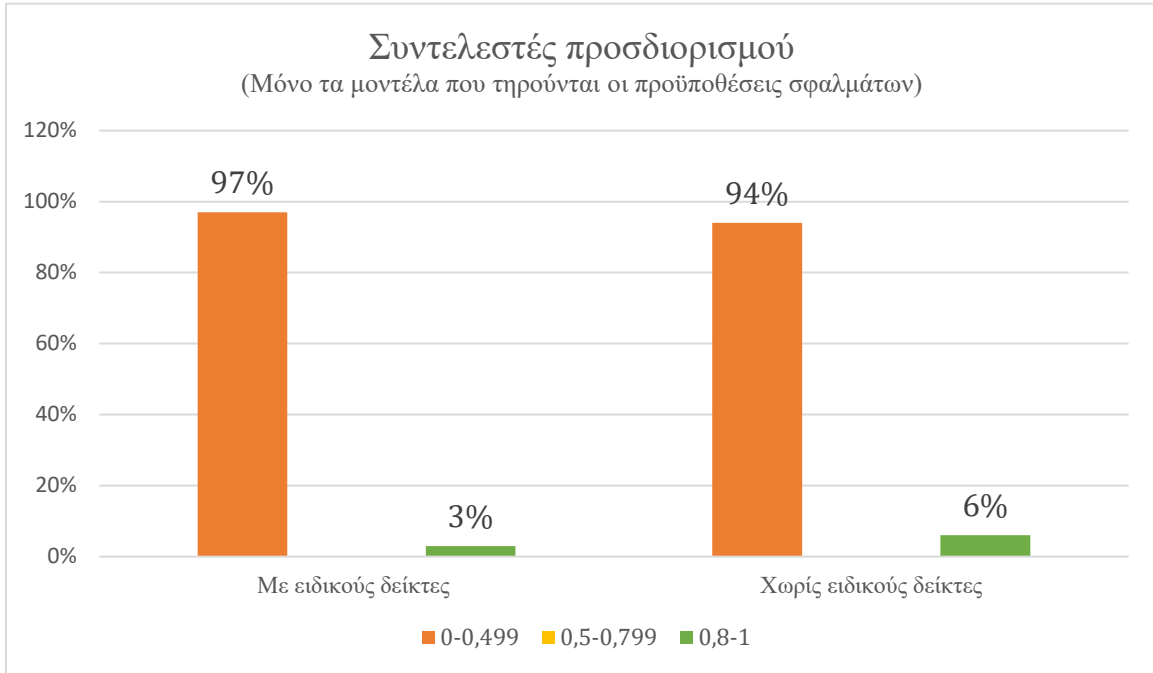
\* Η ένδειξη (+) αφορά τα μοντέλα στα οποία υπάρχει στατιστικά σημαντική γραμμική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών, ενώ η ένδειξη (-) αυτά στα οποία δεν υπάρχει.

\* Με έντονες (bold) τιμές είναι τα μοντέλα στα οποία τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων και άρα οι όποιοι στατιστικοί έλεγχοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Στα μοντέλα χωρίς έντονη (bold) τιμή παραβιάζεται μία τουλάχιστον εκ των συγκεκριμένων υποθέσεων και άρα οι στατιστικοί έλεγχοι δεν είναι έγκυροι, για αυτό και απουσιάζει η ένδειξη (+) ή (-).

Και για το 1991, σχεδόν όλα τα μοντέλα απέχουν πολύ από το να χαρακτηριστούν ιδανικά για πρόβλεψη καθώς οι τιμές των συντελεστών προσδιορισμού κυμαίνονται σε πολύ χαμηλά επίπεδα, ακόμα και αν δεν ληφθούν υπόψιν οι ειδικοί δείκτες όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα.

### ΣΧΗΜΑ 5.4.5

Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 1991



#### 5.4.4 Απλή γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του 2001

Χρησιμοποιώντας και πάλι το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x$$

παρατηρούνται μοντέλα με περισσότερους υψηλούς συντελεστές σε σχέση με το 1981 και το 1991 όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.4.18 αλλά και στα Σχήματα 5.4.11 και 5.4.12. Το μοντέλο με τον μεγαλύτερο εξ αυτών, στο οποίο βέβαια τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων, είναι το εξής:

$$\text{CBR} = -2,363 + 2,321 * P_{0-4} (\%) \quad \text{με } R^2 = 0,912 \quad (5.26)$$

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.14

Εκτιμήσεις παραμέτρων του μοντέλου (5.26)

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
(Constant)	-2,363	,489		-4,831	,000
1 PERCENTAGE OF POPULATION 0-4	2,321	,103	,955	22,602	,000

a. Dependent Variable: CBR

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.15

Σύνοψη μοντέλου (5.26)

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,955 <sup>a</sup>	,912	,911	,4976

a. Predictors: (Constant), PERCENTAGE OF POPULATION 0-4

b. Dependent Variable: CBR

Όπως προκύπτει, το μοντέλο έχει τις ίδιες μεταβλητές με τις προηγούμενες χρονιές ενώ από εκεί και πέρα αξίζει να σημειωθεί ότι και πάλι οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες δε φαίνεται να μπορούν να εκτιμηθούν από τους έμμεσους δείκτες, καθώς στα περισσότερα μοντέλα στα οποία έχουν το ρόλο της εξαρτημένης μεταβλητής παρουσιάζεται μεγάλη ανερμήνευτη μεταβλητότητα.

Στους παρακάτω πίνακες εμφανίζονται αναλυτικά οι εκτιμήτριες  $\hat{\beta}_0$  και  $\hat{\beta}_1$  των μοντέλων απλής γραμμικής παλινδρόμησης για όλους τους έμμεσους δείκτες, όπως επίσης και οι συντελεστές προσδιορισμού  $R^2$  για καθένα εξ' αυτών.

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.16

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_0$  των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 2001

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_0$					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
<i>CBR</i>	0,832	8,305	-2,363	-3,585	-4,091
<i>GFR</i>	-0,419	14,424	14,488	13,089	12,146
<i>SFR dir.</i>	4,601	15,592	19,040	17,423	16,447
<i>SFR ind.</i>	0,162	16,302	18,342	16,873	15,704
<i>TFR</i>	123,888	500,618	624,165	570,832	536,173
<i>sf15</i>	-14,517	-1,755	-5,710	-5,715	-9,918
<i>sf20</i>	-69,275	-51,965	16,611	15,042	12,206
<i>sf25</i>	15,949	34,089	42,269	34,444	34,036
<i>sf30</i>	64,677	79,537	50,751	49,016	49,395
<i>sf35</i>	22,197	33,975	16,209	16,621	15,913
<i>sf40</i>	4,403	5,191	3,532	3,496	3,377
<i>sf45</i>	1,438	1,104	1,240	1,338	1,304

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.17

Εκτιμήσεις για την παράμετρο  $\beta_1$  των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 2001

Εκτιμήσεις για την παράμετρο $\beta_1$					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
<i>CBR</i>	0,036	0,001	2,321	2,475	0,847
<i>GFR</i>	0,183	0,109	5,150	5,225	1,781
<i>SFR dir.</i>	0,162	0,106	4,285	4,440	1,523
<i>SFR ind.</i>	4,503	0,102	4,402	4,522	1,565
<i>TFR</i>	5,555	3,627	146,241	151,141	52,004
<i>sf15</i>	0,123	0,061	3,719	3,569	1,387
<i>sf20</i>	0,597	0,493	8,908	8,865	3,104
<i>sf25</i>	0,350	0,254	10,320	11,492	3,805
<i>sf30</i>	0,016	-0,051	3,698	3,900	1,257
<i>sf35</i>	0,025	-0,029	2,404	2,223	0,778
<i>sf40</i>	0,003	-0,001	0,308	0,303	0,107
<i>sf45</i>	-0,004	-0,002	-0,120	-0,135	-0,042

### ΠΙΝΑΚΑΣ 5.4.18

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού των μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 2001

Τιμές συντελεστών προσδιορισμού					
Εξαρτημένη μεταβλητή	Ανεξάρτητη μεταβλητή				
	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}$ (%)	$P_{5-9}$ (%)	$P_{0-14}$ (%)
<i>CBR</i>	<b>0,153(+)</b>	0	<b>0,912(+)</b>	<b>0,793(+)</b>	<b>0,840(+)</b>
<i>GFR</i>	<b>0,574(+)</b>	0,185	<b>0,661(+)</b>	<b>0,520(+)</b>	<b>0,545(+)</b>
<i>SFR dir.</i>	<b>0,565(+)</b>	<b>0,220(+)</b>	<b>0,576(+)</b>	<b>0,472(+)</b>	<b>0,502(+)</b>
<i>SFR ind.</i>	<b>0,551(+)</b>	0,199	<b>0,595(+)</b>	<b>0,479(+)</b>	<b>0,518(+)</b>
<i>TFR</i>	<b>0,570(+)</b>	<b>0,222(+)</b>	<b>0,574(+)</b>	<b>0,468(+)</b>	<b>0,501(+)</b>
<i>sf<sub>15</sub></i>	0,150	0,033	0,200	0,141	0,192
<i>sf<sub>20</sub></i>	<b>0,565(+)</b>	<b>0,352(+)</b>	<b>0,183(+)</b>	<b>0,138(+)</b>	<b>0,153(+)</b>
<i>sf<sub>25</sub></i>	<b>0,368(+)</b>	<b>0,176(+)</b>	<b>0,464(+)</b>	<b>0,440(+)</b>	<b>0,436(+)</b>
<i>sf<sub>30</sub></i>	<b>0,004(-)</b>	<b>0,013(-)</b>	<b>0,113(+)</b>	<b>0,096(+)</b>	<b>0,090(+)</b>
<i>sf<sub>35</sub></i>	<b>0,008(-)</b>	<b>0,010(-)</b>	0,111	<b>0,073(-)</b>	0,080
<i>sf<sub>40</sub></i>	<b>0,001(-)</b>	<b>0(-)</b>	0,015	0,011	0,012
<i>sf<sub>45</sub></i>	0,010	0,003	0,016	0,015	0,013

\* Η ένδειξη (+) αφορά τα μοντέλα στα οποία υπάρχει στατιστικά σημαντική γραμμική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών, ενώ η ένδειξη (-) αυτά στα οποία δεν υπάρχει.

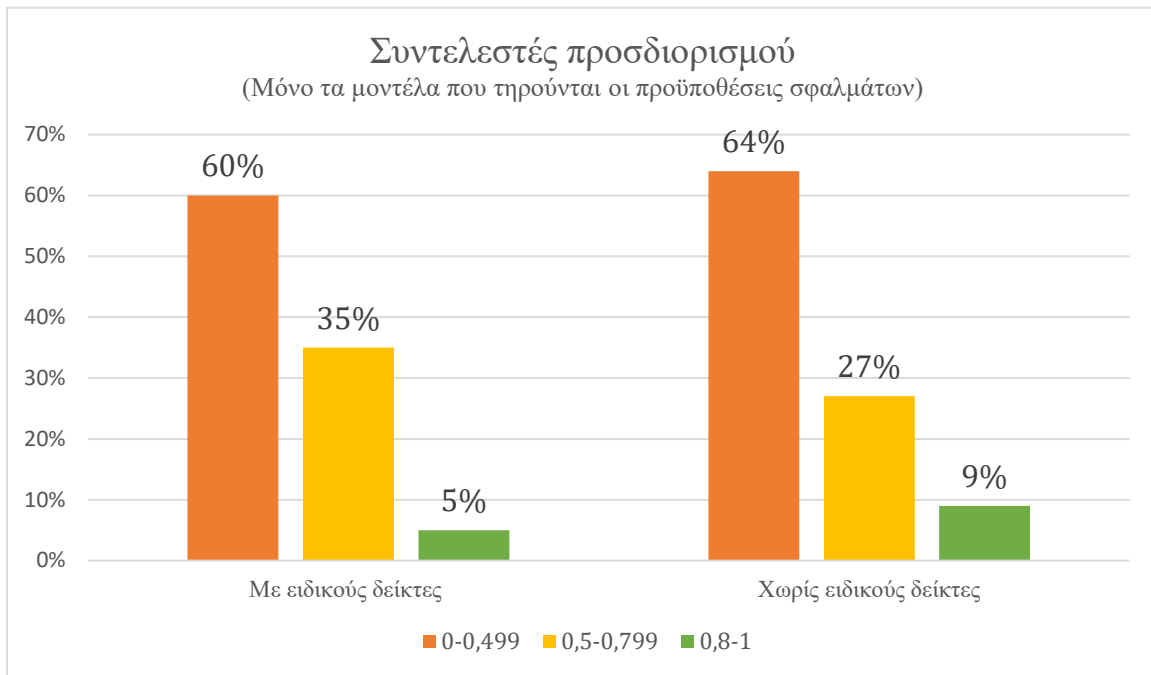
\* Με έντονες (bold) τιμές είναι τα μοντέλα στα οποία τηρούνται οι υποθέσεις κανονικότητας, ομοσκεδαστικότητας και ανεξαρτησίας των σφαλμάτων και άρα οι όποιοι στατιστικοί έλεγχοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Στα μοντέλα χωρίς έντονη (bold) τιμή παραβιάζεται μία τουλάχιστον εκ των συγκεκριμένων υποθέσεων και άρα οι στατιστικοί έλεγχοι δεν είναι έγκυροι, για αυτό και απουσιάζει η ένδειξη (+) ή (-).

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, τα μοντέλα του 2001 έχουν συγκριτικά μεγαλύτερους συντελεστές προσδιορισμού σε σχέση με τις προηγούμενες χρονικές περιόδους όπως αποτυπώνεται και στο παρακάτω σχήμα, ωστόσο και πάλι ελάχιστα εξ' αυτών φαίνεται να κινούνται στα ιδανικά επίπεδα που αναφέρουν οι Bogue & Palmore.



#### ΣΧΗΜΑ 5.4.6

Κατανομή συντελεστών προσδιορισμού μοντέλων άμεσων και έμμεσων δεικτών για το 2001



### 5.5 Μερικά σχόλια για την πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση

Στο κεφάλαιο 4 αναφέρθηκε ότι οι Bogue & Palmore προσπάθησαν με μία σειρά πολλαπλών παλινδρομήσεων να δημιουργήσουν μοντέλα εκτίμησης των άμεσων δεικτών και σύμφωνα με τη μελέτη τους ο σκοπός τους επιτεύχθηκε σε πολύ ικανοποιητικό επίπεδο. Στην παρούσα έρευνα, ωστόσο, δεν κατέστη δυνατή η εφαρμογή της μεθόδου των πολλαπλών παλινδρομήσεων που πρότειναν οι δύο Αμερικάνοι, για λόγους που έχουν να κάνουν με τη συλλογή δεδομένων αλλά και με τα πιθανά αποτελέσματα που αυτές οι παλινδρομήσεις θα είχαν.

Πιο συγκεκριμένα, ήταν αδύνατο να βρεθούν δεδομένα αναφορικά με τους συμπληρωματικούς δείκτες για τους οποίους έγινε λόγος στο Κεφάλαιο 4. Για τον δείκτη βρεφικής θνησιμότητας *IMR*, πρέπει να σημειωθεί ότι τα ληξιαρχικά δεδομένα σε περιφερειακό επίπεδο και ειδικότερα τα παλιότερα χρόνια, είναι ποσοτικά και ποιοτικά ανεπαρκή, επομένως οποιαδήποτε χρήση τους οδηγεί σε εντελώς αναξιόπιστα συμπεράσματα, με αποτέλεσμα οι διάφορες συσχετίσεις είτε να μην είναι στατιστικά σημαντικές είτε να έχουν το αντίθετο από τα αναμενόμενα πρόσημο.

Τα ποσοστά έγγαμου γυναικείου πληθυσμού είναι επίσης πρακτικά αδύνατο να βρεθούν για κάθε νομό της Ελλάδας, ειδικότερα για τα παλαιότερα χρόνια. Επίσης, θα πρέπει να σημειωθεί ότι δεν είναι διαθέσιμα τα ληξιαρχικά αρχεία ανά νομό με τα οποία μπορεί να γίνει ο υπολογισμός

του δείκτη *MAM* (μέση ηλικία γυναικών στον πρώτο γάμο) αλλά και του δείκτη ηλικιακής σύνθεσης γονιμότητας (*IFAC*).

Εκτός από τη αδυναμία εύρεσης δεδομένων με τα οποία θα γινόταν ο υπολογισμός αυτών των συμπληρωματικών δεικτών, ένας ακόμα λόγος για τον οποίο απουσιάζει η μέθοδος των πολλαπλών παλινδρομήσεων είναι η πολυσυγγραμικότητα. Οι Bogue & Palmore δεν αναφέρθηκαν καθόλου στο συγκεκριμένο ζήτημα, ωστόσο είναι εμφανές ότι η συγκεκριμένη μέθοδος χρησιμοποιεί ως ανεξάρτητες μεταβλητές κάποιους δείκτες οι οποίοι είναι πολύ πιθανό να έχουν μεγάλη μεταξύ τους συσχέτιση. Κατ' επέκταση, οι πολλαπλές παλινδρομήσεις μπορούν εύκολα να οδηγήσουν σε εσφαλμένα συμπεράσματα, για τα οποία οι Bogue & Palmore δεν κάνουν κάποια αναφορά στη μελέτη τους.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

## Συμπεράσματα

Η εκτίμηση του φαινομένου της γονιμότητας έχει μία ιδιαίτερη σημασία στην κατανόηση της ηλικιακής δομής και της ανάπτυξης ενός πληθυσμού και ως εκ τούτου είναι απολύτως λογικό να παρατηρείται στην ιστορία της Δημογραφίας μία προσπάθεια αναζήτησης αξιόπιστων μεθοδολογιών που θα οδηγούσαν σε αυτόν το σκοπό. Η μέθοδος που ανέπτυξαν οι Bogue & Palmore έγινε ιδιαίτερα γνωστή και αποτέλεσε μία από τις βασικές προσπάθειες για την εκτίμηση καθιερωμένων μέτρων γονιμότητας, ειδικά σε πληθυσμούς με ανεπαρκή ή αναξιόπιστα δεδομένα.

Το ζητούμενο της παρούσας μελέτης ήταν να εφαρμοστεί η μέθοδος των Bogue & Palmore πάνω σε περιφερειακά δεδομένα της Ελλάδας, προκειμένου να διαπιστωθεί κατά πόσο τα αποτελέσματα είναι παρόμοια με αυτά των δύο Αμερικάνων δημογράφων. Από την αξιολόγηση και ενδελεχή μελέτη των αποτελεσμάτων και των εκτιμήσεων της πολυμεταβλητής ανάλυσης που επιχειρήθηκε, ωστόσο, φαίνεται ότι κάτι τέτοιο δεν επιτεύχθηκε.

Όπως παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 5, σε πολλές περιπτώσεις αποδείχτηκε ότι οι γραμμικές συσχετίσεις μεταξύ των δεικτών γονιμότητας απείχαν κατά πολύ από τις ιδανικές τιμές των δύο δημογράφων. Οι τιμές των συντελεστών συσχέτισης πλησίαζαν την τιμή 1 στην μέθοδο των Bogue & Palmore, κάτι που ωστόσο στη παρούσα έρευνα παρατηρήθηκε ελάχιστες φορές. Αντιθέτως ήταν αρκετές οι περιπτώσεις που μεταξύ δεικτών υπήρχε πολύ μικρής έντασης γραμμική συσχέτιση και σε καμία περίπτωση δεν μπορούσε να χαρακτηριστεί ως ισχυρή.

Παράλληλα, τα μοντέλα γραμμικής παλινδρόμησης που κατασκευάστηκαν, στην πλειοψηφία τους δεν έδωσαν ικανοποιητικές προβλέψεις του εκάστοτε δείκτη, ενώ δεν ήταν λίγες οι περιπτώσεις στις οποίες δεν επιτεύχθηκαν οι προϋποθέσεις για την συμπεριφορά των τυχαίων σφαλμάτων, κάτι που είχε ως αποτέλεσμα να μην μπορεί να γίνουν στατιστικοί έλεγχοι και κατ' επέκταση το μοντέλο να μην έχει αξιοπιστία.

Υπήρξαν, βέβαια, και περιπτώσεις όπου γραμμικά μοντέλα έδωσαν ιδιαίτερα υψηλούς συντελεστές προσδιορισμού και κατ' επέκταση αξιόπιστη και έγκυρη πρόβλεψη για κάποιους δείκτες. Ειδικότερα για το 2001, παρατηρήθηκαν κάποια μοντέλα με μικρότερη ανεξήγητη

μεταβλητότητα σε σύγκριση με το 1981 και το 1991, χωρίς ωστόσο αυτό να μπορεί να μεταφραστεί ως καταλληλότητα της μεθόδου στο συγκεκριμένο έτος καθώς και εκεί δεν επιτεύχθηκαν οι ιδανικές σχέσεις που αναφέρουν οι Bogue & Palmore.

Ένα ακόμα συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι οι ειδικοί κατά ηλικία δείκτες γονιμότητας δεν «βοήθησαν» σε σχεδόν καμία περίπτωση καθώς η χρησιμότητά τους στην πρόβλεψη των βασικών άμεσων δεικτών ήταν εξαιρετικά περιορισμένη και σχεδόν μηδαμινή. Παράλληλα σχεδόν όλα τα μοντέλα με εξαρτημένη μεταβλητή κάποιον εκ των ειδικών αυτών δεικτών γονιμότητας είχαν ιδιαίτερα χαμηλούς συντελεστές προσδιορισμού, γεγονός που δείχνει ότι η εκτίμησή τους δεν μπορεί να είναι αξιόπιστη με βάση τα διαθέσιμα δεδομένα. Εκτός αυτού, σε αρκετά από αυτά τα μοντέλα παραβιάζεται τουλάχιστον μία εκ των προϋποθέσεων του κανονικού γραμμικού μοντέλου (κανονικότητα, ομοσκεδαστικότητα και ανεξαρτησία των σφαλμάτων) και επομένως δεν επιτυγχάνεται καμία εγκυρότητα.

Η εφαρμογή των μοντέλων πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης απουσιάζει για τους λόγους που αναφέρθηκαν στο Κεφάλαιο 5, ωστόσο εκτιμάται ότι δε θα προσέφερε σημαντικά μεγαλύτερη αποδοτικότητα στην εκτίμηση των δεικτών. Εξάλλου, τα δεδομένα τα οποία απαιτούνται για τη δημιουργία τέτοιων μοντέλων είναι πολύ δύσκολο να βρεθούν σε περιφερειακό επίπεδο και ειδικότερα για παλιότερα έτη. Επίσης, στην έρευνα των Tuchfeld, Guess και Hastings (1974) για την οποία έγινε αναφορά στο Κεφάλαιο 1, η χρήση του δείκτη βρεφικής θνησιμότητας *IMR* δε βοήθησε σχεδόν καθόλου στην δημιουργία αξιόπιστων μοντέλων.

Συνοπτικά, λοιπόν, μπορούμε να αναφέρουμε ότι η εφαρμογή της μεθόδου στους 51 νομούς της χώρας για τρεις χρονικές περιόδους δεν απέδωσε την αξιόπιστη και πολύ καλή εκτίμηση για την οποία έκαναν λόγο οι Bogue & Palmore. Ακόμα και αν υπήρξαν και κάποιες φορές στις οποίες αυτό επιτεύχθηκε, σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να γενικευτεί στο σύνολο των δεδομένων που η μέθοδος εφαρμόστηκε. Για παράδειγμα, σε μία χρονιά το μοντέλο που έχει μεταβλητές τους δείκτες *GFR* και *CBR* να δίνει πολύ καλή εκτίμηση και σε άλλη χρονιά να δίνει συγκριτικά πολύ χαμηλότερο συντελεστή προσδιορισμού.

Όλα αυτά, βέβαια, δε σημαίνουν ότι η μέθοδος Bogue & Palmore παύει να ισχύει. Φαίνεται, ωστόσο, πως η συγκεκριμένη μέθοδος είναι πολύ πιθανό να μην ταιριάζει σε περιφερειακά δεδομένα της χώρας μας και μάλιστα δεδομένα σε επίπεδο νομού, ενώ ίσως θα ήταν διαφορετική η συμπεριφορά των μοντέλων αν η ανάλυση διενεργείτο σε επίπεδο Δήμου, περίπτωση όμως που δεν ήταν δυνατό να εφαρμοστεί λόγω ανυπαρξίας λεπτομερών δημογραφικών δεδομένων στη συγκεκριμένη γεωγραφική κλίμακα. Άλλωστε, όπως έχει αναφερθεί σε πολλά σημεία της έρευνας, τα δεδομένα που πήραν οι Bogue & Palmore αφορούσαν σε επίπεδο χωρών και ο στόχος τους ήταν να αναπτύξουν μία αποτελεσματική μέθοδο σε κράτη όπου τα ληξιαρχικά και απογραφικά

δεδομένα ήταν είτε αναξιόπιστα είτε ανεπαρκή. Κατ' επέκταση, σε μικρότερες γεωγραφικές κλίμακες όπου οι αλλαγές στο πληθυσμό ενδεχομένως τείνουν να είναι πιο γρήγορες και συχνές, η συγκεκριμένη μέθοδος φαίνεται να είναι αρκετά προβληματική και να μην επιτυγχάνει τις συσχετίσεις και τις εκτιμήσεις που αναφέρουν οι δύο δημογράφοι.

Σύμφωνα με τους Tuchfeld, Guess και Hastings (1974), μία από τις εναλλακτικές προτάσεις για την εκτίμηση του μεγέθους της γονιμότητας σε τέτοια γεωγραφική κλίμακα ήταν και η μέθοδος OCM (*Own-Child Method*) των Grabill και Cho (1965), ενώ τα τελευταία χρόνια οι Matt Hauer, Jack Baker και Warren Brown (2013) παρουσίασαν μία μελέτη χρησιμοποιώντας τον λόγο του παιδικού προς αναπαραγωγικό πληθυσμό (*CWR*). Σύμφωνα με τα αποτελέσματά τους, η συγκεκριμένη μέθοδος είναι όχι μόνο απλούστερη από αυτή των Bogue & Palmore καθώς απαιτεί λιγότερα δεδομένα, αλλά παράλληλα μπορεί να εφαρμοστεί σε κάθε γεωγραφική κλίμακα προσφέροντας εκτιμήσεις με μικρότερα σφάλματα και με πιο καλύτερες εκτιμήσεις στις υπό ανάπτυξη χώρες, στις οποίες τα ληξιαρχικά και απογραφικά δεδομένα είναι ελλιπή.



# Παράρτημα

## Παράρτημα Π1

Τιμές p-value για τους ελέγχους σφαλμάτων και γραμμικής επίδρασης της ανεξάρτητης μεταβλητής των μοντέλων του 1981

	Y	X	p-value για κανονικότητα	p-value για ομοσκεδαστικότητα	p-value για ανεξαρτησία	p-value γραμμικής επίδρασης της X
1	CBR	GFR	0,898	0,589	0,890	0,000
2	CBR	SFR dir.	0,481	0,070	0,885	0,000
3	CBR	SFR ind.	0,555	0,064	0,885	0,000
4	CBR	TFR	0,702	0,115	0,885	0,000
5	CBR	$\hat{f}_{15}$	0,738	0,252	0,323	0,004
6	CBR	$\hat{f}_{20}$	0,731	0,080	0,673	0,001
7	CBR	$\hat{f}_{25}$	0,900	0,272	0,478	0,000
8	CBR	$\hat{f}_{30}$	0,811	0,246	0,323	0,000
9	CBR	$\hat{f}_{35}$	0,988	0,286	0,481	0,114
10	CBR	$\hat{f}_{40}$	1,000	0,569	0,120	0,728
11	CBR	$\hat{f}_{45}$	0,873	0,519	0,481	0,358
12	CBR	$CWR_{(0-4)}$	0,965	0,850	0,885	0,010
13	CBR	$CWR_{(5-9)}$	1,000	0,842	0,673	0,762
14	CBR	$P_{0-4}(\%)$	0,751	0,520	0,885	0,000
15	CBR	$P_{5-9}(\%)$	0,827	0,233	0,885	0,000
16	CBR	$P_{0-14}(\%)$	0,718	0,358	0,673	0,000
17	GFR	CBR	0,832	0,885	0,481	0,000
18	GFR	SFR dir.	0,977	0,253	0,673	0,000
19	GFR	SFR ind.	0,989	0,325	0,885	0,000
20	GFR	TFR	0,871	0,330	0,885	0,000
21	GFR	$\hat{f}_{15}$	0,772	0,183	0,885	0,002
22	GFR	$\hat{f}_{20}$	0,854	0,036	0,120	0,000
23	GFR	$\hat{f}_{25}$	0,995	0,436	0,066	0,000
24	GFR	$\hat{f}_{30}$	0,988	0,343	0,204	0,000
25	GFR	$\hat{f}_{35}$	0,922	0,231	0,481	0,001
26	GFR	$\hat{f}_{40}$	0,963	0,425	0,204	0,099
27	GFR	$\hat{f}_{45}$	0,775	0,524	0,204	0,044
28	GFR	$CWR_{(0-4)}$	0,995	0,554	0,673	0,000

29	<i>GFR</i>	<i>CWR<sub>(5-9)</sub></i>	0,955	0,708	0,323	0,039
30	<i>GFR</i>	<i>P<sub>0-4</sub>(%)</i>	0,970	0,685	0,890	0,000
31	<i>GFR</i>	<i>P<sub>5-9</sub>(%)</i>	0,980	0,398	0,673	0,000
32	<i>GFR</i>	<i>P<sub>0-14</sub>(%)</i>	0,997	0,620	0,323	0,000
33	<i>SFR dir.</i>	<i>CBR</i>	0,675	0,270	0,323	0,000
34	<i>SFR dir.</i>	<i>GFR</i>	0,750	0,064	0,885	0,000
35	<i>SFR dir.</i>	<i>SFR ind.</i>	0,494	0,352	0,478	0,000
36	<i>SFR dir.</i>	<i>TFR</i>	0,373	0,000	0,034	0,000
37	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>15</sub></i>	0,569	0,079	0,481	0,001
38	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>20</sub></i>	0,572	0,057	0,323	0,000
39	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>25</sub></i>	0,636	0,030	0,323	0,000
40	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>30</sub></i>	0,513	0,041	0,204	0,000
41	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>35</sub></i>	0,780	0,033	0,673	0,004
42	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>40</sub></i>	0,966	0,273	0,120	0,126
43	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>45</sub></i>	0,942	0,484	0,673	0,045
44	<i>SFR dir.</i>	<i>CWR<sub>(0-4)</sub></i>	0,922	0,380	0,321	0,000
45	<i>SFR dir.</i>	<i>CWR<sub>(5-9)</sub></i>	0,987	0,372	0,323	0,007
46	<i>SFR dir.</i>	<i>P<sub>0-4</sub>(%)</i>	0,994	0,925	0,323	0,000
47	<i>SFR dir.</i>	<i>P<sub>5-9</sub>(%)</i>	0,972	0,618	0,673	0,000
48	<i>SFR dir.</i>	<i>P<sub>0-14</sub>(%)</i>	1,000	0,708	0,323	0,000
49	<i>SFR ind.</i>	<i>CBR</i>	0,785	0,406	0,673	0,000
50	<i>SFR ind.</i>	<i>GFR</i>	0,821	0,075	0,323	0,000
51	<i>SFR ind.</i>	<i>SFR dir.</i>	0,306	0,301	0,478	0,000
52	<i>SFR ind.</i>	<i>TFR</i>	0,223	0,254	0,204	0,000
53	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>15</sub></i>	0,766	0,065	0,481	0,000
54	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>20</sub></i>	0,743	0,085	0,323	0,000
55	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>25</sub></i>	0,729	0,122	0,323	0,000
56	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>30</sub></i>	0,646	0,100	0,204	0,000
57	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>35</sub></i>	0,820	0,065	0,673	0,008
58	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>40</sub></i>	0,958	0,474	0,323	0,218
59	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>45</sub></i>	0,806	0,799	0,673	0,079
60	<i>SFR ind.</i>	<i>CWR<sub>(0-4)</sub></i>	0,990	0,610	0,321	0,000
61	<i>SFR ind.</i>	<i>CWR<sub>(5-9)</sub></i>	0,954	0,647	0,323	0,017
62	<i>SFR ind.</i>	<i>P<sub>0-4</sub>(%)</i>	0,977	0,716	0,481	0,000
63	<i>SFR ind.</i>	<i>P<sub>5-9</sub>(%)</i>	1,000	0,969	0,673	0,001
64	<i>SFR ind.</i>	<i>P<sub>0-14</sub>(%)</i>	1,000	0,982	0,204	0,000
65	<i>TFR</i>	<i>CBR</i>	0,874	0,372	0,673	0,000
66	<i>TFR</i>	<i>GFR</i>	0,879	0,209	0,673	0,000
67	<i>TFR</i>	<i>SFR dir.</i>	0,298	0,000	0,007	0,000
68	<i>TFR</i>	<i>SFR ind.</i>	0,175	0,260	0,204	0,000
69	<i>TFR</i>	<i>f<sub>15</sub></i>	0,535	0,063	0,481	0,003



70	<i>TFR</i>	<i>f</i> <sub>20</sub>	0,558	0,056	0,323	0,000
71	<i>TFR</i>	<i>f</i> <sub>25</sub>	0,413	0,031	0,120	0,000
72	<i>TFR</i>	<i>f</i> <sub>30</sub>	0,596	0,033	0,204	0,000
73	<i>TFR</i>	<i>f</i> <sub>35</sub>	0,800	0,037	0,673	0,001
74	<i>TFR</i>	<i>f</i> <sub>40</sub>	0,889	0,329	0,120	0,074
75	<i>TFR</i>	<i>f</i> <sub>45</sub>	0,939	0,678	0,673	0,030
76	<i>TFR</i>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,857	0,403	0,321	0,000
77	<i>TFR</i>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,973	0,427	0,204	0,005
78	<i>TFR</i>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,991	0,635	0,323	0,000
79	<i>TFR</i>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,985	0,659	0,673	0,000
80	<i>TFR</i>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	1,000	0,715	0,323	0,000
81	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>CBR</i>	0,984	0,879	0,323	0,004
82	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>GFR</i>	0,952	0,578	0,673	0,002
83	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>SFR dir.</i>	0,746	0,155	0,481	0,001
84	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>SFR ind.</i>	0,840	0,207	0,481	0,000
85	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>TFR</i>	0,759	0,284	0,481	0,003
86	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>f</i> <sub>20</sub>	0,578	0,003	0,481	0,000
87	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>f</i> <sub>25</sub>	0,873	0,428	0,120	0,983
88	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>f</i> <sub>30</sub>	0,588	0,411	0,120	0,258
89	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>f</i> <sub>35</sub>	0,740	0,590	0,323	0,026
90	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>f</i> <sub>40</sub>	0,967	0,791	0,481	0,002
91	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>f</i> <sub>45</sub>	0,973	0,765	0,204	0,071
92	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,788	0,762	0,120	0,362
93	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,786	0,348	0,120	0,717
94	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,937	0,891	0,120	0,056
95	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,885	0,817	0,120	0,288
96	<i>f</i> <sub>15</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,958	0,933	0,120	0,099
97	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>CBR</i>	0,975	0,490	0,120	0,001
98	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>GFR</i>	0,657	0,539	0,120	0,000
99	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>SFR dir.</i>	0,716	0,069	0,673	0,000
100	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>SFR ind.</i>	0,894	0,167	0,323	0,000
101	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>TFR</i>	0,775	0,093	0,673	0,000
102	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>f</i> <sub>15</sub>	0,967	0,246	0,481	0,000
103	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>f</i> <sub>25</sub>	0,996	0,647	0,890	0,047
104	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>f</i> <sub>30</sub>	0,990	0,948	0,323	0,608
105	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>f</i> <sub>35</sub>	0,967	0,845	0,323	0,293
106	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>f</i> <sub>40</sub>	0,905	0,588	0,673	0,238
107	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>f</i> <sub>45</sub>	0,964	0,964	0,323	0,908
108	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,980	0,627	0,673	0,027
109	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,999	0,933	0,323	0,169
110	<i>f</i> <sub>20</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,987	0,693	0,481	0,009

111	<i>sf</i> <sub>20</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,995	0,560	0,890	0,024
112	<i>sf</i> <sub>20</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,972	0,634	0,481	0,003
113	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>CBR</i>	0,809	0,030	0,066	0,000
114	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>GFR</i>	0,885	0,115	0,204	0,000
115	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>SFR dir.</i>	0,391	0,000	0,478	0,000
116	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>SFR ind.</i>	0,389	0,000	0,478	0,000
117	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>TFR</i>	0,213	0,000	0,885	0,000
118	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub>	0,667	0,069	0,120	0,983
119	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>20</sub>	0,104	0,001	0,323	0,047
120	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>30</sub>	0,930	0,590	0,066	0,000
121	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>35</sub>	0,769	0,374	0,034	0,000
122	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>40</sub>	0,997	0,279	0,008	0,052
123	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>45</sub>	0,899	0,293	0,120	0,079
124	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,229	0,001	0,323	0,001
125	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,547	0,025	0,066	0,024
126	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,737	0,003	0,323	0,000
127	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,570	0,117	0,323	0,001
128	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,893	0,015	0,323	0,000
129	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>CBR</i>	0,701	0,045	0,016	0,000
130	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>GFR</i>	0,428	0,001	0,000	0,000
131	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>SFR dir.</i>	0,125	0,000	0,000	0,000
132	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>SFR ind.</i>	0,096	0,000	0,000	0,000
133	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>TFR</i>	0,127	0,000	0,000	0,000
134	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub>	0,616	0,108	0,890	0,258
135	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>20</sub>	0,414	0,055	0,204	0,608
136	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>25</sub>	0,806	0,258	0,003	0,000
137	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>35</sub>	0,525	0,558	0,890	0,000
138	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>40</sub>	0,810	0,235	0,669	0,000
139	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>45</sub>	0,530	0,053	0,890	0,000
140	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,263	0,019	0,890	0,000
141	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,428	0,010	0,481	0,001
142	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,686	0,079	0,481	0,002
143	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,591	0,159	0,481	0,014
144	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,615	0,174	0,323	0,027
145	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>CBR</i>	0,762	0,016	0,034	0,114
146	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>GFR</i>	0,244	0,004	0,120	0,001
147	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>SFR dir.</i>	0,269	0,001	0,323	0,004
148	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>SFR ind.</i>	0,332	0,002	0,323	0,008
149	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>TFR</i>	0,251	0,001	0,034	0,001
150	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub>	0,377	0,009	0,120	0,026
151	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>20</sub>	0,616	0,031	0,007	0,293

152	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>25</sub>	0,779	0,087	0,007	0,000
153	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>30</sub>	0,365	0,387	0,323	0,000
154	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>40</sub>	0,852	0,688	0,120	0,000
155	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>45</sub>	0,930	0,108	0,885	0,000
156	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,551	0,000	0,120	0,000
157	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,530	0,007	0,034	0,000
158	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,576	0,012	0,034	0,064
159	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,482	0,074	0,034	0,129
160	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,619	0,032	0,034	0,336
161	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>CBR</i>	0,279	0,003	0,323	0,728
162	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>GFR</i>	0,474	0,007	0,034	0,099
163	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>SFR dir.</i>	0,294	0,003	0,007	0,126
164	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>SFR ind.</i>	0,326	0,003	0,007	0,218
165	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>TFR</i>	0,400	0,003	0,007	0,074
166	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub>	0,168	0,005	0,066	0,002
167	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>sf</i> <sub>20</sub>	0,461	0,009	0,890	0,238
168	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>sf</i> <sub>25</sub>	0,279	0,013	0,323	0,052
169	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>sf</i> <sub>30</sub>	0,251	0,075	0,669	0,000
170	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>sf</i> <sub>35</sub>	0,853	0,231	0,204	0,000
171	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>sf</i> <sub>45</sub>	0,559	0,507	0,481	0,000
172	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,556	0,133	0,885	0,002
173	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,473	0,106	0,481	0,000
174	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,336	0,005	0,001	0,397
175	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,357	0,002	0,001	0,037
176	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,438	0,003	0,001	0,328
177	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>CBR</i>	0,493	0,010	0,669	0,358
178	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>GFR</i>	0,404	0,015	0,673	0,044
179	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>SFR dir.</i>	0,641	0,035	0,885	0,045
180	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>SFR ind.</i>	0,801	0,032	0,885	0,079
181	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>TFR</i>	0,772	0,047	0,478	0,030
182	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub>	0,941	0,078	0,321	0,071
183	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>sf</i> <sub>20</sub>	0,811	0,015	0,885	0,908
184	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>sf</i> <sub>25</sub>	0,979	0,114	0,669	0,079
185	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>sf</i> <sub>30</sub>	0,950	0,470	0,119	0,000
186	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>sf</i> <sub>35</sub>	0,991	0,672	0,890	0,000
187	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>sf</i> <sub>40</sub>	0,643	0,359	0,669	0,000
188	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,998	0,698	0,885	0,009
189	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,994	0,240	0,323	0,000
190	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,858	0,009	0,673	0,204
191	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,313	0,000	0,323	0,008
192	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,692	0,004	0,673	0,104

193	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	0,877	0,065	0,885	0,000
194	$CWR_{(0-4)}$	$P_{0-4}(\%)$	0,996	0,495	0,003	0,000
195	$CWR_{(0-4)}$	$P_{5-9}(\%)$	0,769	0,033	0,034	0,000
196	$CWR_{(0-4)}$	$P_{0-14}(\%)$	0,773	0,221	0,066	0,000
197	$CWR_{(5-9)}$	$CWR_{(0-4)}$	0,226	0,926	0,890	0,000
198	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}(\%)$	0,651	0,838	0,669	0,026
199	$CWR_{(5-9)}$	$P_{5-9}(\%)$	0,944	0,771	0,066	0,000
200	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-14}(\%)$	0,502	0,776	0,204	0,001
201	$P_{0-4}(\%)$	$CWR_{(0-4)}$	0,953	0,138	0,481	0,000
202	$P_{0-4}(\%)$	$CWR_{(5-9)}$	0,783	0,277	0,669	0,026
203	$P_{0-4}(\%)$	$P_{5-9}(\%)$	0,881	0,385	0,669	0,000
204	$P_{0-4}(\%)$	$P_{0-14}(\%)$	0,931	0,378	0,890	0,000
205	$P_{5-9}(\%)$	$CWR_{(0-4)}$	0,717	0,296	0,673	0,000
206	$P_{5-9}(\%)$	$CWR_{(5-9)}$	0,911	0,098	0,066	0,000
207	$P_{5-9}(\%)$	$P_{0-4}(\%)$	0,677	0,267	0,321	0,000
208	$P_{5-9}(\%)$	$P_{0-14}(\%)$	0,963	0,752	0,321	0,000
209	$P_{0-14}(\%)$	$CWR_{(0-4)}$	0,736	0,053	0,016	0,000
210	$P_{0-14}(\%)$	$CWR_{(5-9)}$	0,367	0,147	0,066	0,001
211	$P_{0-14}(\%)$	$P_{5-9}(\%)$	0,805	0,909	0,669	0,000
212	$P_{0-14}(\%)$	$P_{0-14}(\%)$	0,971	0,863	0,885	0,000

## Παράρτημα Π2

Τιμές p-value για τους ελέγχους σφαλμάτων και γραμμικής επίδρασης της ανεξάρτητης μεταβλητής των μοντέλων του 1991

	Y	X	p-value για κανονικότητα	p-value για ομοσκεδαστικότητα	p-value για ανεξαρτησία	p-value γραμμικής επίδρασης της X
1	CBR	GFR	0,618	0,666	0,323	0,000
2	CBR	SFR dir.	0,958	0,507	0,673	0,000
3	CBR	SFR ind.	0,996	0,552	0,673	0,000
4	CBR	TFR	0,991	0,600	0,673	0,000
5	CBR	$sf_{15}$	0,665	0,116	0,323	0,015
6	CBR	$sf_{20}$	0,952	0,132	0,120	0,249
7	CBR	$sf_{25}$	0,862	0,474	0,034	0,000
8	CBR	$sf_{30}$	0,705	0,569	0,120	0,004
9	CBR	$sf_{35}$	0,898	0,943	0,120	0,078
10	CBR	$sf_{40}$	0,760	0,621	0,120	0,697
11	CBR	$sf_{45}$	0,805	0,632	0,124	0,757
12	CBR	$CWR_{(0-4)}$	0,955	0,781	0,034	0,300
13	CBR	$CWR_{(5-9)}$	0,818	0,477	0,120	0,933
14	CBR	$P_{0-4}(\%)$	0,317	0,449	0,204	0,000
15	CBR	$P_{5-9}(\%)$	0,875	0,022	0,007	0,000
16	CBR	$P_{0-14}(\%)$	0,715	0,022	0,001	0,000
17	GFR	CBR	0,954	0,846	0,890	0,000
18	GFR	SFR dir.	0,654	0,271	0,323	0,000
19	GFR	SFR ind.	0,933	0,493	0,673	0,000
20	GFR	TFR	0,610	0,252	0,323	0,000
21	GFR	$sf_{15}$	0,521	0,129	0,066	0,000
22	GFR	$sf_{20}$	0,856	0,077	0,885	0,000
23	GFR	$sf_{25}$	0,917	0,584	0,890	0,000
24	GFR	$sf_{30}$	0,921	0,766	0,669	0,000
25	GFR	$sf_{35}$	0,827	0,076	0,890	0,001
26	GFR	$sf_{40}$	0,945	0,203	0,890	0,053
27	GFR	$sf_{45}$	0,896	0,703	0,890	0,089
28	GFR	$CWR_{(0-4)}$	0,640	0,091	0,034	0,000
29	GFR	$CWR_{(5-9)}$	0,972	0,247	0,034	0,000
30	GFR	$P_{0-4}(\%)$	0,506	0,129	0,481	0,000
31	GFR	$P_{5-9}(\%)$	0,828	0,180	0,204	0,000
32	GFR	$P_{0-14}(\%)$	0,789	0,143	0,204	0,000
33	SFR dir.	CBR	0,816	0,547	0,481	0,000
34	SFR dir.	GFR	0,500	0,004	0,673	0,000

35	<i>SFR dir.</i>	<i>SFR ind.</i>	0,167	0,021	0,669	0,000
36	<i>SFR dir.</i>	<i>TFR</i>	0,403	0,000	0,885	0,000
37	<i>SFR dir.</i>	<i>sf<sub>15</sub></i>	0,397	0,004	0,016	0,000
38	<i>SFR dir.</i>	<i>sf<sub>20</sub></i>	0,895	0,106	0,034	0,000
39	<i>SFR dir.</i>	<i>sf<sub>25</sub></i>	0,480	0,466	0,321	0,000
40	<i>SFR dir.</i>	<i>sf<sub>30</sub></i>	0,623	0,454	0,481	0,007
41	<i>SFR dir.</i>	<i>sf<sub>35</sub></i>	0,585	0,987	0,481	0,012
42	<i>SFR dir.</i>	<i>sf<sub>40</sub></i>	0,875	0,702	0,669	0,108
43	<i>SFR dir.</i>	<i>sf<sub>45</sub></i>	0,849	0,340	0,481	0,116
44	<i>SFR dir.</i>	<i>CWR<sub>(0-4)</sub></i>	0,806	0,443	0,204	0,000
45	<i>SFR dir.</i>	<i>CWR<sub>(5-9)</sub></i>	0,806	0,115	0,204	0,000
46	<i>SFR dir.</i>	<i>P<sub>0-4</sub>(%)</i>	0,731	0,992	0,204	0,000
47	<i>SFR dir.</i>	<i>P<sub>5-9</sub>(%)</i>	0,695	0,298	0,481	0,005
48	<i>SFR dir.</i>	<i>P<sub>0-14</sub>(%)</i>	0,864	0,433	0,204	0,004
49	<i>SFR ind.</i>	<i>CBR</i>	0,833	0,491	0,204	0,000
50	<i>SFR ind.</i>	<i>GFR</i>	0,302	0,015	0,120	0,000
51	<i>SFR ind.</i>	<i>SFR dir.</i>	0,166	0,066	0,669	0,000
52	<i>SFR ind.</i>	<i>TFR</i>	0,790	0,467	0,323	0,000
53	<i>SFR ind.</i>	<i>sf<sub>15</sub></i>	0,337	0,004	0,016	0,000
54	<i>SFR ind.</i>	<i>sf<sub>20</sub></i>	0,959	0,039	0,034	0,000
55	<i>SFR ind.</i>	<i>sf<sub>25</sub></i>	0,553	0,378	0,321	0,000
56	<i>SFR ind.</i>	<i>sf<sub>30</sub></i>	0,673	0,545	0,481	0,005
57	<i>SFR ind.</i>	<i>sf<sub>35</sub></i>	0,689	0,912	0,481	0,009
58	<i>SFR ind.</i>	<i>sf<sub>40</sub></i>	0,914	0,806	0,669	0,096
59	<i>SFR ind.</i>	<i>sf<sub>45</sub></i>	0,966	0,426	0,204	0,112
60	<i>SFR ind.</i>	<i>CWR<sub>(0-4)</sub></i>	0,649	0,221	0,204	0,000
61	<i>SFR ind.</i>	<i>CWR<sub>(5-9)</sub></i>	0,756	0,154	0,066	0,000
62	<i>SFR ind.</i>	<i>P<sub>0-4</sub>(%)</i>	0,638	0,971	0,481	0,000
63	<i>SFR ind.</i>	<i>P<sub>5-9</sub>(%)</i>	0,631	0,402	0,890	0,004
64	<i>SFR ind.</i>	<i>P<sub>0-14</sub>(%)</i>	0,781	0,514	0,204	0,003
65	<i>TFR</i>	<i>CBR</i>	0,888	0,457	0,204	0,000
66	<i>TFR</i>	<i>GFR</i>	0,473	0,003	0,673	0,000
67	<i>TFR</i>	<i>SFR dir.</i>	0,539	0,000	0,885	0,000
68	<i>TFR</i>	<i>SFR ind.</i>	0,831	0,317	0,673	0,000
69	<i>TFR</i>	<i>sf<sub>15</sub></i>	0,407	0,017	0,016	0,000
70	<i>TFR</i>	<i>sf<sub>20</sub></i>	0,933	0,147	0,034	0,000
71	<i>TFR</i>	<i>sf<sub>25</sub></i>	0,450	0,381	0,321	0,000
72	<i>TFR</i>	<i>sf<sub>30</sub></i>	0,715	0,409	0,481	0,003
73	<i>TFR</i>	<i>sf<sub>35</sub></i>	0,610	0,999	0,481	0,006
74	<i>TFR</i>	<i>sf<sub>40</sub></i>	0,861	0,715	0,669	0,068
75	<i>TFR</i>	<i>sf<sub>45</sub></i>	0,926	0,407	0,204	0,086

76	<i>TFR</i>	<i>CWR<sub>(0-4)</sub></i>	0,737	0,198	0,204	0,000
77	<i>TFR</i>	<i>CWR<sub>(5-9)</sub></i>	0,755	0,072	0,034	0,000
78	<i>TFR</i>	<i>P<sub>0-4</sub>(%)</i>	0,768	0,947	0,204	0,000
79	<i>TFR</i>	<i>P<sub>5-9</sub>(%)</i>	0,884	0,310	0,481	0,005
80	<i>TFR</i>	<i>P<sub>0-14</sub>(%)</i>	0,975	0,404	0,204	0,004
81	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>CBR</i>	0,542	0,235	0,673	0,015
82	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>GFR</i>	0,721	0,173	0,673	0,000
83	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>SFR dir.</i>	0,557	0,093	0,323	0,000
84	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>SFR ind.</i>	0,627	0,122	0,673	0,000
85	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>TFR</i>	0,635	0,098	0,673	0,000
86	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>sf<sub>20</sub></i>	0,406	0,034	0,890	0,000
87	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>sf<sub>25</sub></i>	0,393	0,039	0,669	0,623
88	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>sf<sub>30</sub></i>	0,399	0,005	0,669	0,035
89	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>sf<sub>35</sub></i>	0,555	0,008	0,321	0,079
90	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>sf<sub>40</sub></i>	0,267	0,024	0,890	0,054
91	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>sf<sub>45</sub></i>	0,373	0,027	0,481	0,382
92	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>CWR<sub>(0-4)</sub></i>	0,283	0,067	0,034	0,005
93	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>CWR<sub>(5-9)</sub></i>	0,221	0,029	0,007	0,010
94	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>P<sub>0-4</sub>(%)</i>	0,286	0,131	0,885	0,009
95	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>P<sub>5-9</sub>(%)</i>	0,398	0,155	0,885	0,017
96	<i>sf<sub>15</sub></i>	<i>P<sub>0-14</sub>(%)</i>	0,247	0,137	0,478	0,021
97	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>CBR</i>	0,317	0,559	0,890	0,249
98	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>GFR</i>	0,180	0,078	0,673	0,000
99	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>SFR dir.</i>	0,183	0,000	0,885	0,000
100	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>SFR ind.</i>	0,109	0,000	0,885	0,000
101	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>TFR</i>	0,147	0,000	0,885	0,000
102	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>sf<sub>15</sub></i>	0,951	0,321	0,669	0,000
103	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>sf<sub>25</sub></i>	0,234	0,538	0,890	0,400
104	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>sf<sub>30</sub></i>	0,962	0,840	0,890	0,049
105	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>sf<sub>35</sub></i>	0,557	0,735	0,321	0,115
106	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>sf<sub>40</sub></i>	0,572	0,956	0,890	0,128
107	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>sf<sub>45</sub></i>	0,738	0,751	0,321	0,549
108	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>CWR<sub>(0-4)</sub></i>	0,963	0,848	0,323	0,000
109	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>CWR<sub>(5-9)</sub></i>	0,987	0,351	0,481	0,000
110	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>P<sub>0-4</sub>(%)</i>	0,551	0,861	0,669	0,065
111	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>P<sub>5-9</sub>(%)</i>	0,666	0,496	0,890	0,092
112	<i>sf<sub>20</sub></i>	<i>P<sub>0-14</sub>(%)</i>	0,560	0,596	0,890	0,103
113	<i>sf<sub>25</sub></i>	<i>CBR</i>	0,421	0,011	0,204	0,000
114	<i>sf<sub>25</sub></i>	<i>GFR</i>	0,889	0,889	0,481	0,000
115	<i>sf<sub>25</sub></i>	<i>SFR dir.</i>	0,964	0,459	0,673	0,000
116	<i>sf<sub>25</sub></i>	<i>SFR ind.</i>	0,987	0,493	0,669	0,000

117	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>TFR</i>	0,972	0,411	0,669	0,000
118	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub>	0,976	0,624	0,890	0,623
119	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>20</sub>	0,663	0,203	0,890	0,400
120	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>30</sub>	0,604	0,062	0,885	0,000
121	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>35</sub>	0,988	0,690	0,478	0,000
122	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>40</sub>	0,998	0,718	0,890	0,004
123	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>45</sub>	0,935	0,937	0,481	0,047
124	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,997	0,683	0,321	0,002
125	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,991	0,653	0,885	0,046
126	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,671	0,084	0,890	0,003
127	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,733	0,131	0,890	0,039
128	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,724	0,073	0,481	0,028
129	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>CBR</i>	0,936	0,193	0,120	0,004
130	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>GFR</i>	0,675	0,045	0,120	0,000
131	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>SFR dir.</i>	0,460	0,015	0,120	0,007
132	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>SFR ind.</i>	0,654	0,015	0,120	0,005
133	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>TFR</i>	0,504	0,012	0,120	0,003
134	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub>	0,964	0,151	0,885	0,035
135	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>20</sub>	0,980	0,819	0,120	0,049
136	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>25</sub>	0,324	0,015	0,034	0,000
137	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>35</sub>	0,444	0,164	0,321	0,000
138	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>40</sub>	0,997	0,631	0,673	0,000
139	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>45</sub>	0,915	0,953	0,120	0,000
140	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,745	0,152	0,323	0,156
141	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,831	0,321	0,034	0,547
142	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,985	0,284	0,120	0,070
143	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,965	0,323	0,034	0,247
144	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,958	0,348	0,034	0,195
145	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>CBR</i>	0,594	0,087	0,120	0,078
146	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>GFR</i>	0,827	0,054	0,323	0,001
147	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>SFR dir.</i>	0,514	0,015	0,323	0,012
148	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>SFR ind.</i>	0,557	0,017	0,673	0,009
149	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>TFR</i>	0,615	0,016	0,673	0,006
150	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub>	0,718	0,036	0,007	0,079
151	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>20</sub>	0,819	0,346	0,034	0,115
152	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>25</sub>	0,904	0,204	0,120	0,000
153	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>30</sub>	0,951	0,975	0,885	0,000
154	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>40</sub>	0,984	0,822	0,885	0,000
155	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>45</sub>	0,776	0,048	0,120	0,007
156	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,759	0,044	0,034	0,081
157	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,654	0,050 <sup>1</sup>	0,007	0,445



158	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,659	0,091	0,120	0,347
159	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,644	0,061	0,034	0,862
160	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,652	0,062	0,034	0,775
161	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>CBR</i>	0,167	0,018	0,120	0,697
162	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>GFR</i>	0,088	0,007	0,323	0,053
163	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>SFR dir.</i>	0,112	0,008	0,120	0,108
164	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>SFR ind.</i>	0,138	0,007	0,120	0,096
165	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>TFR</i>	0,117	0,006	0,120	0,068
166	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub>	0,386	0,070	0,673	0,054
167	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>sf</i> <sub>20</sub>	0,324	0,072	0,673	0,128
168	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>sf</i> <sub>25</sub>	0,175	0,002	0,673	0,004
169	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>sf</i> <sub>30</sub>	0,087	0,040	0,120	0,000
170	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>sf</i> <sub>35</sub>	0,518	0,183	0,323	0,000
171	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>sf</i> <sub>45</sub>	0,517	0,386	0,323	0,000
172	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,208	0,017	0,066	0,049
173	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,094	0,026	0,120	0,096
174	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,142	0,018	0,120	0,678
175	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,219	0,028	0,323	0,996
176	<i>sf</i> <sub>40</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,210	0,031	0,323	0,975
177	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>CBR</i>	0,025	0,003	0,890	0,757
178	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>GFR</i>	0,007	0,010	0,204	0,089
179	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>SFR dir.</i>	0,005	0,012	0,890	0,116
180	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>SFR ind.</i>	0,005	0,012	0,890	0,112
181	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>TFR</i>	0,005	0,013	0,890	0,086
182	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub>	0,012	0,001	0,890	0,382
183	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>sf</i> <sub>20</sub>	0,025	0,001	0,890	0,549
184	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>sf</i> <sub>25</sub>	0,006	0,005	0,204	0,047
185	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>sf</i> <sub>30</sub>	0,024	0,015	0,478	0,000
186	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>sf</i> <sub>35</sub>	0,021	0,014	0,202	0,007
187	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>sf</i> <sub>40</sub>	0,134	0,138	0,478	0,000
188	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,068	0,005	0,890	0,002
189	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,030	0,006	0,066	0,020
190	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,015	0,002	0,210	0,735
191	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,035	0,003	0,890	0,678
192	<i>sf</i> <sub>45</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,054	0,004	0,890	0,644
193	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,858	0,073	0,204	0,000
194	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,866	0,353	0,321	0,006
195	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,611	0,132	0,669	0,085
196	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,711	0,115	0,669	0,132
197	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,365	0,015	0,034	0,000
198	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,859	0,501	0,481	0,054

199	$CWR_{(5-9)}$	$P_{5-9}(\%)$	0,729	0,432	0,890	0,041
200	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-14}(\%)$	0,857	0,321	0,481	0,118
201	$P_{0-4}(\%)$	$CWR_{(0-4)}$	0,897	0,585	0,120	0,006
202	$P_{0-4}(\%)$	$CWR_{(5-9)}$	0,943	0,996	0,323	0,054
203	$P_{0-4}(\%)$	$P_{5-9}(\%)$	0,984	0,163	0,204	0,000
204	$P_{0-4}(\%)$	$P_{0-14}(\%)$	0,498	0,777	0,000	0,000
205	$P_{5-9}(\%)$	$CWR_{(0-4)}$	0,557	0,044	0,673	0,085
206	$P_{5-9}(\%)$	$CWR_{(5-9)}$	0,589	0,113	0,673	0,041
207	$P_{5-9}(\%)$	$P_{0-4}(\%)$	0,488	0,150	0,890	0,000
208	$P_{5-9}(\%)$	$P_{0-14}(\%)$	0,507	0,011	0,673	0,000
209	$P_{0-14}(\%)$	$CWR_{(0-4)}$	0,659	0,077	0,885	0,132
210	$P_{0-14}(\%)$	$CWR_{(5-9)}$	0,872	0,219	0,673	0,118
211	$P_{0-14}(\%)$	$P_{5-9}(\%)$	0,799	0,904	0,016	0,000
212	$P_{0-14}(\%)$	$P_{0-14}(\%)$	0,500	0,003	0,323	0,000

## Παράρτημα Π3

Τιμές p-value για τους ελέγχους σφαλμάτων και γραμμικής επίδρασης της ανεξάρτητης μεταβλητής των μοντέλων του 2001

	Y	X	p-value για κανονικότητα	p-value για ομοσκεδαστικότητα	p-value για ανεξαρτησία	p-value γραμμικής επίδρασης της X
1	CBR	GFR	0,947	0,943	0,673	0,000
2	CBR	SFR dir.	0,992	0,877	0,478	0,000
3	CBR	SFR ind.	0,995	0,723	0,673	0,000
4	CBR	TFR	0,982	0,905	0,478	0,000
5	CBR	$\zeta_{15}$	1,000	0,778	0,323	0,000
6	CBR	$\zeta_{20}$	0,968	0,700	0,323	0,007
7	CBR	$\zeta_{25}$	0,567	0,216	0,120	0,000
8	CBR	$\zeta_{30}$	0,470	0,965	0,034	0,001
9	CBR	$\zeta_{35}$	0,533	0,874	0,007	0,002
10	CBR	$\zeta_{40}$	0,983	0,616	0,034	0,346
11	CBR	$\zeta_{45}$	0,947	0,968	0,007	0,582
12	CBR	$CWR_{(0-4)}$	0,938	0,973	0,323	0,005
13	CBR	$CWR_{(5-9)}$	0,875	0,922	0,007	0,930
14	CBR	$P_{0-4}(\%)$	0,711	0,364	0,204	0,000
15	CBR	$P_{5-9}(\%)$	0,834	0,944	0,669	0,000
16	CBR	$P_{0-14}(\%)$	0,370	0,470	0,321	0,000
17	GFR	CBR	0,420	0,002	0,202	0,000
18	GFR	SFR dir.	0,886	0,533	0,034	0,000
19	GFR	SFR ind.	1,000	0,757	0,323	0,000
20	GFR	TFR	0,643	0,414	0,323	0,000
21	GFR	$\zeta_{15}$	0,925	0,671	0,890	0,000
22	GFR	$\zeta_{20}$	0,979	0,872	0,673	0,000
23	GFR	$\zeta_{25}$	0,630	0,767	0,323	0,000
24	GFR	$\zeta_{30}$	0,979	0,513	0,204	0,007
25	GFR	$\zeta_{35}$	0,927	0,795	0,481	0,015
26	GFR	$\zeta_{40}$	0,677	0,661	0,066	0,538
27	GFR	$\zeta_{45}$	0,342	0,938	0,066	0,740
28	GFR	$CWR_{(0-4)}$	0,330	0,218	0,481	0,000
29	GFR	$CWR_{(5-9)}$	0,865	0,441	0,034	0,002
30	GFR	$P_{0-4}(\%)$	0,985	0,633	0,478	0,000
31	GFR	$P_{5-9}(\%)$	0,772	0,639	0,478	0,000
32	GFR	$P_{0-14}(\%)$	0,908	0,598	0,065	0,000
33	SFR dir.	CBR	0,545	0,105	0,202	0,000
34	SFR dir.	GFR	0,821	0,985	0,673	0,000

35	<i>SFR dir.</i>	<i>SFR ind.</i>	0,134	0,297	0,204	0,000
36	<i>SFR dir.</i>	<i>TFR</i>	0,193	0,001	0,478	0,000
37	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>15</sub></i>	0,940	0,260	0,204	0,000
38	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>20</sub></i>	0,715	0,971	0,120	0,000
39	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>25</sub></i>	0,451	0,270	0,323	0,000
40	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>30</sub></i>	0,968	0,924	0,481	0,009
41	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>35</sub></i>	0,760	0,640	0,066	0,052
42	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>40</sub></i>	0,811	0,977	0,204	0,712
43	<i>SFR dir.</i>	<i>f<sub>45</sub></i>	0,415	0,795	0,204	0,683
44	<i>SFR dir.</i>	<i>CWR<sub>(0-4)</sub></i>	0,458	0,217	0,890	0,000
45	<i>SFR dir.</i>	<i>CWR<sub>(5-9)</sub></i>	0,693	0,539	0,120	0,001
46	<i>SFR dir.</i>	<i>P<sub>0-4</sub>(%)</i>	0,987	0,987	0,885	0,000
47	<i>SFR dir.</i>	<i>P<sub>5-9</sub>(%)</i>	0,739	0,520	0,478	0,000
48	<i>SFR dir.</i>	<i>P<sub>0-14</sub>(%)</i>	0,676	0,977	0,478	0,000
49	<i>SFR ind.</i>	<i>CBR</i>	0,459	0,177	0,202	0,000
50	<i>SFR ind.</i>	<i>GFR</i>	0,961	0,418	0,120	0,000
51	<i>SFR ind.</i>	<i>SFR dir.</i>	0,075	0,179	0,066	0,000
52	<i>SFR ind.</i>	<i>TFR</i>	0,236	0,787	0,481	0,000
53	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>15</sub></i>	0,981	0,228	0,669	0,000
54	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>20</sub></i>	0,921	0,256	0,323	0,000
55	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>25</sub></i>	0,840	0,548	0,323	0,000
56	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>30</sub></i>	0,833	0,803	0,481	0,018
57	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>35</sub></i>	0,638	0,850	0,204	0,067
58	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>40</sub></i>	0,875	0,787	0,016	0,708
59	<i>SFR ind.</i>	<i>f<sub>45</sub></i>	0,607	0,716	0,016	0,747
60	<i>SFR ind.</i>	<i>CWR<sub>(0-4)</sub></i>	0,611	0,409	0,204	0,000
61	<i>SFR ind.</i>	<i>CWR<sub>(5-9)</sub></i>	0,752	0,768	0,034	0,001
62	<i>SFR ind.</i>	<i>P<sub>0-4</sub>(%)</i>	0,970	0,785	0,885	0,000
63	<i>SFR ind.</i>	<i>P<sub>5-9</sub>(%)</i>	0,751	0,364	0,478	0,000
64	<i>SFR ind.</i>	<i>P<sub>0-14</sub>(%)</i>	0,836	0,824	0,478	0,000
65	<i>TFR</i>	<i>CBR</i>	0,473	0,135	0,202	0,000
66	<i>TFR</i>	<i>GFR</i>	0,846	0,964	0,323	0,000
67	<i>TFR</i>	<i>SFR dir.</i>	0,170	0,001	0,478	0,000
68	<i>TFR</i>	<i>SFR ind.</i>	0,221	0,928	0,481	0,000
69	<i>TFR</i>	<i>f<sub>15</sub></i>	0,884	0,256	0,481	0,000
70	<i>TFR</i>	<i>f<sub>20</sub></i>	0,931	0,914	0,323	0,000
71	<i>TFR</i>	<i>f<sub>25</sub></i>	0,625	0,309	0,034	0,000
72	<i>TFR</i>	<i>f<sub>30</sub></i>	0,931	0,858	0,204	0,017
73	<i>TFR</i>	<i>f<sub>35</sub></i>	0,748	0,807	0,204	0,063
74	<i>TFR</i>	<i>f<sub>40</sub></i>	0,788	0,901	0,204	0,727
75	<i>TFR</i>	<i>f<sub>45</sub></i>	0,497	0,894	0,204	0,681

76	<i>TFR</i>	<i>CWR<sub>(0-4)</sub></i>	0,527	0,238	0,890	0,000
77	<i>TFR</i>	<i>CWR<sub>(5-9)</sub></i>	0,721	0,601	0,120	0,000
78	<i>TFR</i>	<i>P<sub>0-4</sub>(%)</i>	0,982	0,906	0,885	0,000
79	<i>TFR</i>	<i>P<sub>5-9</sub>(%)</i>	0,698	0,498	0,478	0,000
80	<i>TFR</i>	<i>P<sub>0-14</sub>(%)</i>	0,809	0,572	0,202	0,000
81	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>CBR</i>	0,255	0,012	0,323	0,000
82	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>GFR</i>	0,121	0,001	0,673	0,000
83	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>SFR dir.</i>	0,068	0,002	0,323	0,000
84	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>SFR ind.</i>	0,174	0,001	0,204	0,000
85	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>TFR</i>	0,186	0,002	0,481	0,000
86	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>f<sub>20</sub></i>	0,501	0,204	0,669	0,000
87	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>f<sub>25</sub></i>	0,100	0,012	0,481	0,016
88	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>f<sub>30</sub></i>	0,187	0,138	0,673	0,045
89	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>f<sub>35</sub></i>	0,298	0,062	0,204	0,240
90	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>f<sub>40</sub></i>	0,436	0,065	0,120	0,197
91	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>f<sub>45</sub></i>	0,424	0,052	0,120	0,185
92	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>CWR<sub>(0-4)</sub></i>	0,146	0,013	0,890	0,005
93	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>CWR<sub>(5-9)</sub></i>	0,171	0,019	0,323	0,200
94	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>P<sub>0-4</sub>(%)</i>	0,172	0,008	0,323	0,001
95	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>P<sub>5-9</sub>(%)</i>	0,361	0,006	0,323	0,007
96	<i>f<sub>15</sub></i>	<i>P<sub>0-14</sub>(%)</i>	0,402	0,008	0,323	0,001
97	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>CBR</i>	0,538	0,203	0,673	0,007
98	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>GFR</i>	0,391	0,106	0,202	0,000
99	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>SFR dir.</i>	0,860	0,198	0,673	0,000
100	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>SFR ind.</i>	0,747	0,082	0,885	0,000
101	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>TFR</i>	0,822	0,118	0,885	0,000
102	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>f<sub>15</sub></i>	0,991	0,737	0,481	0,000
103	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>f<sub>25</sub></i>	0,548	0,481	0,669	0,000
104	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>f<sub>30</sub></i>	0,897	0,697	0,204	0,099
105	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>f<sub>35</sub></i>	0,983	0,827	0,481	0,146
106	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>f<sub>40</sub></i>	0,991	0,926	0,204	0,084
107	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>f<sub>45</sub></i>	0,422	0,635	0,066	0,071
108	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>CWR<sub>(0-4)</sub></i>	0,650	0,528	0,885	0,000
109	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>CWR<sub>(5-9)</sub></i>	0,177	0,322	0,890	0,000
110	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>P<sub>0-4</sub>(%)</i>	0,559	0,566	0,673	0,002
111	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>P<sub>5-9</sub>(%)</i>	0,785	0,875	0,673	0,007
112	<i>f<sub>20</sub></i>	<i>P<sub>0-14</sub>(%)</i>	0,633	0,672	0,885	0,005
113	<i>f<sub>25</sub></i>	<i>CBR</i>	0,924	0,121	0,673	0,000
114	<i>f<sub>25</sub></i>	<i>GFR</i>	0,964	0,317	0,673	0,000
115	<i>f<sub>25</sub></i>	<i>SFR dir.</i>	0,812	0,294	0,885	0,000
116	<i>f<sub>25</sub></i>	<i>SFR ind.</i>	0,581	0,255	0,885	0,000

117	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>TFR</i>	0,727	0,340	0,885	0,000
118	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub>	0,911	0,538	0,885	0,016
119	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>20</sub>	0,982	0,611	0,673	0,000
120	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>30</sub>	0,983	0,353	0,885	0,046
121	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>35</sub>	0,786	0,808	0,202	0,984
122	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>40</sub>	0,723	0,432	0,202	0,313
123	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>sf</i> <sub>45</sub>	0,671	0,373	0,202	0,218
124	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,880	0,054	0,673	0,000
125	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,778	0,910	0,673	0,002
126	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,912	0,165	0,478	0,000
127	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,898	0,423	0,885	0,000
128	<i>sf</i> <sub>25</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,993	0,274	0,885	0,000
129	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>CBR</i>	0,834	0,124	0,478	0,001
130	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>GFR</i>	0,805	0,619	0,323	0,007
131	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>SFR</i> <i>dir.</i>	0,980	0,705	0,673	0,009
132	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>SFR</i> <i>ind.</i>	0,967	0,589	0,673	0,016
133	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>TFR</i>	0,992	0,594	0,673	0,017
134	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub>	0,905	0,645	0,885	0,045
135	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>20</sub>	0,963	0,084	0,885	0,099
136	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>25</sub>	0,951	0,781	0,673	0,046
137	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>35</sub>	0,846	0,224	0,673	0,000
138	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>40</sub>	0,915	0,136	0,323	0,129
139	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>sf</i> <sub>45</sub>	0,995	0,384	0,478	0,557
140	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,964	0,585	0,478	0,786
141	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,966	0,360	0,673	0,421
142	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>P</i> <sub>0-4</sub> (%)	0,627	0,251	0,673	0,016
143	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>P</i> <sub>5-9</sub> (%)	0,780	0,208	0,478	0,027
144	<i>sf</i> <sub>30</sub>	<i>P</i> <sub>0-14</sub> (%)	0,721	0,222	0,202	0,033
145	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>CBR</i>	0,447	0,031	0,323	0,002
146	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>GFR</i>	0,597	0,004	0,120	0,015
147	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>SFR</i> <i>dir.</i>	0,744	0,008	0,120	0,052
148	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>SFR</i> <i>ind.</i>	0,744	0,014	0,120	0,067
149	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>TFR</i>	0,776	0,012	0,120	0,063
150	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>15</sub>	0,946	0,371	0,323	0,240
151	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>20</sub>	0,965	0,730	0,323	0,146
152	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>25</sub>	0,576	0,234	0,323	0,984
153	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>30</sub>	0,719	0,728	0,323	0,000
154	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>40</sub>	0,991	0,298	0,120	0,000
155	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>sf</i> <sub>45</sub>	0,829	0,543	0,120	0,000
156	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>CWR</i> <sub>(0-4)</sub>	0,521	0,102	0,120	0,526
157	<i>sf</i> <sub>35</sub>	<i>CWR</i> <sub>(5-9)</sub>	0,960	0,407	0,120	0,486

158	$f_{35}$	$P_{0-4}(\%)$	0,456	0,044	0,120	0,017
159	$f_{35}$	$P_{5-9}(\%)$	0,589	0,051	0,323	0,056
160	$f_{35}$	$P_{0-14}(\%)$	0,609	0,050 <sup>1</sup>	0,323	0,044
161	$f_{40}$	<i>CBR</i>	0,051	0,048	0,673	0,346
162	$f_{40}$	<i>GFR</i>	0,067	0,060	0,323	0,538
163	$f_{40}$	<i>SFR dir.</i>	0,087	0,063	0,673	0,712
164	$f_{40}$	<i>SFR ind.</i>	0,091	0,063	0,673	0,708
165	$f_{40}$	<i>TFR</i>	0,090	0,063	0,673	0,727
166	$f_{40}$	$f_{15}$	0,148	0,101	0,885	0,197
167	$f_{40}$	$f_{20}$	0,256	0,111	0,885	0,084
168	$f_{40}$	$f_{25}$	0,183	0,099	0,202	0,313
169	$f_{40}$	$f_{30}$	0,035	0,104	0,034	0,129
170	$f_{40}$	$f_{35}$	0,096	0,056	0,478	0,000
171	$f_{40}$	$f_{45}$	0,935	0,633	0,885	0,000
172	$f_{40}$	$CWR_{(0-4)}$	0,084	0,056	0,885	0,844
173	$f_{40}$	$CWR_{(5-9)}$	0,081	0,067	0,478	0,949
174	$f_{40}$	$P_{0-4}(\%)$	0,043	0,046	0,673	0,394
175	$f_{40}$	$P_{5-9}(\%)$	0,026	0,042	0,885	0,465
176	$f_{40}$	$P_{0-14}(\%)$	0,024	0,046	0,885	0,435
177	$f_{45}$	<i>CBR</i>	0,001	0,064	0,478	0,582
178	$f_{45}$	<i>GFR</i>	0,000	0,064	0,885	0,740
179	$f_{45}$	<i>SFR dir.</i>	0,000	0,073	0,478	0,683
180	$f_{45}$	<i>SFR ind.</i>	0,000	0,064	0,673	0,747
181	$f_{45}$	<i>TFR</i>	0,000	0,073	0,478	0,681
182	$f_{45}$	$f_{15}$	0,002	0,073	0,669	0,185
183	$f_{45}$	$f_{20}$	0,005	0,050 <sup>1</sup>	0,890	0,071
184	$f_{45}$	$f_{25}$	0,001	0,051	0,202	0,218
185	$f_{45}$	$f_{30}$	0,001	0,055	0,669	0,557
186	$f_{45}$	$f_{35}$	0,061	0,250	0,673	0,000
187	$f_{45}$	$f_{40}$	0,228	0,108	0,065	0,000
188	$f_{45}$	$CWR_{(0-4)}$	0,001	0,058	0,478	0,495
189	$f_{45}$	$CWR_{(5-9)}$	0,000	0,053	0,673	0,726
190	$f_{45}$	$P_{0-4}(\%)$	0,001	0,068	0,202	0,380
191	$f_{45}$	$P_{5-9}(\%)$	0,001	0,064	0,478	0,389
192	$f_{45}$	$P_{0-14}(\%)$	0,001	0,069	0,478	0,419
193	$CWR_{(0-4)}$	$CWR_{(5-9)}$	0,925	0,043	0,034	0,000
194	$CWR_{(0-4)}$	$P_{0-4}(\%)$	0,437	0,009	0,669	0,000
195	$CWR_{(0-4)}$	$P_{5-9}(\%)$	0,757	0,121	0,890	0,001
196	$CWR_{(0-4)}$	$P_{0-14}(\%)$	0,676	0,035	0,669	0,001
197	$CWR_{(5-9)}$	$CWR_{(0-4)}$	0,659	0,526	0,323	0,000
198	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-4}(\%)$	0,257	0,013	0,478	0,209

199	$CWR_{(5-9)}$	$P_{5-9}(\%)$	0,309	0,019	0,202	0,079
200	$CWR_{(5-9)}$	$P_{0-14}(\%)$	0,366	0,009	0,202	0,140
201	$P_{0-4}(\%)$	$CWR_{(0-4)}$	0,343	0,213	0,323	0,000
202	$P_{0-4}(\%)$	$CWR_{(5-9)}$	0,857	0,707	0,034	0,209
203	$P_{0-4}(\%)$	$P_{5-9}(\%)$	0,673	0,463	0,007	0,000
204	$P_{0-4}(\%)$	$P_{0-14}(\%)$	0,657	0,103	0,034	0,000
205	$P_{5-9}(\%)$	$CWR_{(0-4)}$	0,403	0,056	0,673	0,001
206	$P_{5-9}(\%)$	$CWR_{(5-9)}$	0,505	0,165	0,120	0,079
207	$P_{5-9}(\%)$	$P_{0-4}(\%)$	0,569	0,294	0,494	0,000
208	$P_{5-9}(\%)$	$P_{0-14}(\%)$	0,671	0,121	0,119	0,000
209	$P_{0-14}(\%)$	$CWR_{(0-4)}$	0,731	0,112	0,673	0,001
210	$P_{0-14}(\%)$	$CWR_{(5-9)}$	0,374	0,198	0,673	0,140
211	$P_{0-14}(\%)$	$P_{5-9}(\%)$	0,522	0,080	0,034	0,000
212	$P_{0-14}(\%)$	$P_{0-14}(\%)$	0,720	0,229	0,016	0,000

<sup>1</sup> Η ακριβής τιμή του p-value είναι μικρότερη από 0,050 και άρα η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται οριακά.



# Βιβλιογραφία

## Ελληνική

Βεροπούλου Γ. (2015). Διαφάνειες παρουσιάσεων για το Μάθημα Ποσοτικές Μέθοδοι στη Δημογραφία: Ενότητα Γονιμότητα-Γαμηλιότητα, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις στο πλαίσιο του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών «Εφαρμοσμένη Στατιστική» του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

Γεωργακόδης Φ. και Τσίμπος Κ. (2000). Περιγραφική & Διερευνητική Στατιστική Ανάλυση δεδομένων (Τόμος II: Δισδιάστατη Ανάλυση), Αθήνα: Εκδόσεις Σταμούλη.

Ευαγγελάρας Χ. (2012). Ανάλυση Δεδομένων με τη Χρήση Στατιστικών Πακέτων: Σημειώσεις για το SPSS V19, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις στο πλαίσιο του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών «Εφαρμοσμένη Στατιστική» του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

Κούτρας Μ. (2014). Σημειώσεις για το μάθημα Ανάλυση παλινδρόμησης και ανάλυση διακύμανσης, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις στο πλαίσιο του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών «Εφαρμοσμένη Στατιστική» του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

Κούτρας Μ. και Ευαγγελάρας Χ. (2010). Ανάλυση Παλινδρόμησης: Θεωρία και Εφαρμογές, Αθήνα: Εκδόσεις Σταμούλη.

Κούτρας Μ. και Ευαγγελάρας Χ. (2011). Ανάλυση Παλινδρόμησης: Ασκήσεις με χρήση Στατιστικών Πακέτων, Αθήνα: Εκδόσεις Σταμούλη.

Μπούτσικας Μ. (2004). Σημειώσεις Μαθήματος «Στατιστικά Προγράμματα», Πανεπιστημιακές Σημειώσεις στο πλαίσιο του προπτυχιακού προγράμματος σπουδών του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

Μπούτσικας Μ. (2003). Σημειώσεις Μαθήματος «Στατιστική III», Πανεπιστημιακές Σημειώσεις στο πλαίσιο του προπτυχιακού προγράμματος σπουδών του Τμήματος Οικονομικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

Παπαδάκης Μ. και Τσίμπος Κ. (2004). Δημογραφική Ανάλυση (Αρχές-Μέθοδοι-Υποδείγματα), Αθήνα: Εκδόσεις Σταμούλη

Τσίμπος Κ. (2015). Σημειώσεις για το Μάθημα Ποσοτικές Μέθοδοι στη Δημογραφία: Συμπερασματολογία Μέτρων Θνησιμότητας, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις στο πλαίσιο του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών «Εφαρμοσμένη Στατιστική» του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

Τσίμπος Κ. (2015). *Δημογραφικοί Δείκτες γενικού ενδιαφέροντος*, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις στο πλαίσιο του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

Τριανταφύλλου Ι. (2014). *Σημειώσεις εργαστηρίων για το μάθημα Ανάλυση παλινδρόμησης και ανάλυση διακύμανσης*, Πανεπιστημιακές Σημειώσεις στο πλαίσιο του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών «Εφαρμοσμένη Στατιστική» του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς.

## Ξενόγλωσση

Bogue D. and Palmore J. (1964). Some Empirical and Analytic Relations Among Demographic Fertility Measures, with Regression Models for Fertility Estimation, *Demography Vol. 1, No.1*, pp: 316-338.

Grabill W. and Cho L.J. (1965). Methodology for the Measurement of Current Fertility from Population Data on Young Children, *Demography Vol. 2, No.1*, pp: 50-73.

Hauer M. and Baker J. and Brown W. (2013). Indirect Estimates of Total Fertility Rate Using Child Woman//Ratio: A comparison with the Bogue-Palmore Method, *PLOS ONE, Vol. 8, Issue 6*.

Rele J.R (1987). Fertility Levels and Trends in India, 1951-81, *Population and Development Review Vol. 13, No.3*, pp 513-530.

Tuchfeld B. and Guess L. and Hastings D. (1974). The Bogue-Palmore Technique for Estimating Direct Fertility Measures from Indirect Indicators as Applied to Tennessee Counties, 1960 and 1970, *Demography, Vol. 11, No. 2*, pp: 195-205.

Yadava R.C. and Tiwari A.K. and Sharma S.S (2009). Indirect measurements of Total Fertility Rate, *The Journal of Family Welfare, Vol. 55, No. 2*.

## Ιστοσελίδες

Παπαδόπουλος Γ., *Ανάλυση Παλινδρόμησης*, Εργαστήριο Μαθηματικών & Στατιστικής  
[www.aua.gr/gpapadopoulos/files/regression9.pdf](http://www.aua.gr/gpapadopoulos/files/regression9.pdf)

Kugiumtzis Dimitris, *Συσχέτιση και Παλινδρόμηση*, Σελίδες Χρηστών Α.Π.Θ.  
<http://users.auth.gr/dkugiu/Teach/DataAnalysis/Chp5.pdf>