

# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ



**ΣΧΟΛΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ  
ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ**

**Υποδείγματα Στοχαστικής Διαχείρισης Περιουσιακών  
Στοιχείων και Υποχρεώσεων**

**Γεώργιος Ι. Μπάρλας**

**Διπλωματική Εργασία**

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική Κινδύνου.

**Πειραιάς,  
Σεπτέμβριος 2017**

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από την ΓΣΕΣ του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμόν 1/30.9.15 συνεδρίασή του σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική Κινδύνου.

Τα μέλη της επιτροπής ήταν :

- Λέκτορας Μιχαήλ Ανθρωπέλος (Επιβλέπων)
- Επίκουρος Καθηγητής Γεώργιος Πιτσέλης
- Επίκουρος Καθηγητής Γεώργιος Ψαρράκος

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμων του συγγραφέα.

**UNIVERSITY OF PIRAEUS**



**SCHOOL OF FINANCE AND STATISTICS**

**DEPARTMENT OF STATISTICS AND INSURANCE SCIENCE**

**POSTGRADUATE PROGRAM IN ACTUARIAL SCIENCE AND  
RISK MANAGEMENT**

**Models of Stochastic Asset and Liability Management**

by

**George I. Barlas**

**MSc Dissertation**

submitted to the Department of Statistics and Insurance Science of the University of Piraeus in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in Actuarial Science and Risk Management.

**Piraeus, Greece**

**September 2017**

Στην οικογένειά μου  
και στο κορίτσι μου.

## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα την οικογένειά μου και το κορίτσι μου για την αμέριστη συμπαράσταση και τον επιβλέποντα κ. Μιχαήλ Ανθρωπέλο για την πολύτιμη καθοδήγηση που μου παρείχαν κατά την διάρκεια εκπόνησης της εργασίας. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω και τα άλλα δύο μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής, Επίκουρο Καθηγητή κ. Γεώργιο Πιτσέλη, και Επίκουρο Καθηγητή κ. Γεώργιο Ψαρράκο για την επίβλεψή τους. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω το τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης που μου έδωσε την δυνατότητα να ασχοληθώ με την εν λόγω εργασία.

## Περιεχόμενα

Περίληψη.....	8
Abstract .....	9
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 .....</b>	<b>10</b>
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 .....</b>	<b>12</b>
2.1 Εισαγωγή.....	12
2.2 Παρουσίαση των στατικών τεχνικών .....	12
2.3 Ανάλυση Πολλαπλών Σεναρίων .....	14
2.4 Στρατηγικές Εσωτερικής Αξίας.....	14
2.4.1 Passive immunization strategies: Διατήρηση πλεονασμάτων .....	14
2.4.2 Active immunization strategies: floor protection.....	19
2.5 Ανάλυση Απόδοσης Κινδύνου.....	20
2.6 Κριτήρια αξιολόγησης τεχνικών και στρατηγικών .....	21
2.7 Μοντελοποίηση τύπου LP.....	24
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 .....</b>	<b>28</b>
3.1 Εισαγωγή: Το πρόβλημα .....	28
3.2 Ιστορική αναδρομή.....	28
3.3 Εφαρμογές.....	29
3.4 Δομημένα μοντέλα διαχείρισης ενεργητικού–παθητικού.....	30
3.5 Ο φορμαλισμός του προβλήματος .....	31
3.6 Η στατική προσέγγιση: Η αντιστοίχιση διάρκειας .....	32
3.7 Μια στοχαστική προσέγγιση: Εντοπισμός συσχετίσεων .....	35
3.8 Στοχαστική βελτιστοποίηση .....	37
3.9 Ορισμός του μοντέλου .....	39
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 .....</b>	<b>40</b>
Εισαγωγή.....	40
4.1 Δημιουργία μοντέλου .....	40
4.2 Χαρακτηριστικά του γραμμικού προγραμματισμού .....	45
4.3 Αντιστοίχιση ταμειακών ροών .....	45
4.4 Ανάλυση ευαισθησίας βάσει γραμμικού προγραμματισμού .....	47
4.5 Μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού .....	47
4.6 Διαχείριση εταιρικού χρέους .....	50
4.7 Το μοντέλο.....	53

<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5</b> .....	56
<b>5.1 Μπορούν οι μετοχές να συμβάλουν στην αποκατάσταση της αναντιστοιχίας των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού;</b> .....	56
<b>5.2 Οι στατιστικές ιδιότητες των αποδόσεων από τη σκοπιά της διαχείρισης ενεργητικού-παθητικού</b> .....	57
<b>5.3 Συμπεριφορά των ουρών</b> .....	58
<b>5.4 Η ευαισθησία ως προς το επιτόκιο της αγοράς μετοχών</b> .....	60
<b>5.5 Αποτελέσματα</b> .....	63
<b>Βιβλιογραφία</b> .....	67
<b>Glossary</b> .....	70

## Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική διατριβή αρχικά επιχειρείται ο εντοπισμός των διακρίσεων μεταξύ των στρατηγικών και των στατικών τεχνικών που χρησιμοποιούνται στην διαχείριση ενεργητικού-παθητικού. Επιπλέον, ταξινομούνται οι στρατηγικές σε δυναμικές, που βασίζονται στις αρχές του εμβολιασμού και καθοδηγούνται από την αξία, και σε αυτές που καθοδηγούνται κυρίως από την απόδοση.

Από τις στρατηγικές/τεχνικές εσωτερικής αξίας (value driven), παραδείγματα αποτελούν η τυποποιημένη προστασία εμβολιασμού (standard immunization) και ο εμβολιασμός βασικών τιμών (key rate immunization), αλλά γενικότερα υπάρχουν διάφορα είδη τέτοιων στρατηγικών· το καθένα με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά του.

Εξετάζεται επίσης η προσέγγιση βάση ρίσκου-αποδόσεων, η οποία βασίζεται στα θεωρητικά επιτεύγματα των προηγούμενων δεκαετιών και στηρίζεται στην υπόθεση ότι, όταν δύο χαρτοφυλάκια έχουν διαφορετικές αποδόσεις, τότε είτε το καθένα έχει διαφορετικό επίπεδο κινδύνου, είτε κάποιο από τα δύο είναι αναποτελεσματικό.

Αναπτύσσονται αναλυτικά οι διάφορες τεχνικές και στρατηγικές της διαχείρισης ενεργητικού και παθητικού ώστε να γίνουν πιο εμφανείς οι ιδιαιτερότητες, καθώς και τα αρνητικά και θετικά χαρακτηριστικά που μπορεί καθεμία από αυτές να έχει.

Μελετάται η χρήση βραχυπρόθεσμων στοιχείων παθητικού για τη χρηματοδότηση μακροπρόθεσμων στοιχείων ενεργητικού, με παρόμοια αποτελέσματα όπως στην περίπτωση της Fannie Mae.

Επιπροσθέτως, μελετάται η χρήση γραμμικού προγραμματισμού στην ανεύρεση ενός βέλτιστου συνδυασμού χρηματοοικονομικών προϊόντων ώστε να μπορούν να καλυφθούν οι ανάγκες της βραχυπρόθεσμης χρηματοδότησης ταμειακών δεσμεύσεων των εταιρειών.

Τέλος, απαντάται η ερώτηση: *“Μπορούν οι μετοχές να συμβάλουν στην αποκατάσταση της αναντιστοιχίας των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού;”*



## **Abstract**

In the present diploma thesis initially are examined the distinctions between strategic and static techniques currently used in asset-liability management. In addition, the strategies are categorized into dynamic, based on the principles of immunization and driven by value, and those driven mainly by return.

Examples of value-driven strategies / techniques are standard immunization and key rate immunization, but there are various kinds of such strategies in general, each with its advantages and disadvantages.

It is also examined the risk-return approach, based on the theoretical achievements of previous decades and on the assumption that when two portfolios have different returns, either have a different level of risk or either is ineffective.

The various asset and liability management techniques and strategies are developed in order to make the particularities, as well as the more apparent negative and positive characteristics that each of them may have.

The study uses short-term liabilities to finance long-term assets, with similar results as in the case of Fannie Mae.

Additionally, the use of linear programming is sought to find an optimal mix of financial products to meet the needs of short-term corporate finance.

Finally, we try to answer the question: "Can stocks help mend the asset and liability mismatch?"

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Όσο η αβεβαιότητα και η μεταβλητότητα συνεχίζουν να αποτελούν εγγενές χαρακτηριστικό των χρηματαγορών, το ενδιαφέρον γύρω από την διαχείριση ενεργητικού και παθητικού θα συνεχίζει να είναι έντονο. Είτε βάσει θεωρητικών παραδειγμάτων, όπως αυτά των Markowitz (1952) και Macaulay (1938), είτε βάσει πιο απλοποιημένων μεθόδων, όπως οι στατικές τεχνικές που χρησιμοποιούνται ευρέως στην χρηματαγορά, η διαχείριση κινδύνου αποτελεί πάντα ένα σημαντικό θέμα τόσο σε επενδυτικούς όσο και σε άλλους φορείς της οικονομίας. Ωστόσο, μαζί με την ανάπτυξη των νέων τεχνικών, προέκυψε και το πρόβλημα γύρω από την αξιολόγηση αυτών.

Κατά την ανάλυση των διαφόρων τεχνικών και στρατηγικών, προκύπτουν οι εξής τρεις κατηγορίες:

- I. οι στατικές τεχνικές - static techniques
- II. οι τεχνικές εσωτερικής αξίας - value driven
- III. οι τεχνικές απόδοσης - return driven

Αρχικά, θα επιχειρήσουμε να κάνουμε μια διάκριση μεταξύ των στρατηγικών και των στατικών τεχνικών. Η διαφορά στατικών τεχνικών και στρατηγικών, έγκειται κυρίως στο ότι οι στρατηγικές έχουν ανάγκη ορισμού κανόνων λήψης αποφάσεων και είναι ρητά δυναμικές, ενώ οι τεχνικές έχουν έναν χαρακτήρα στατικό και πιο τυποποιημένο. Επιπλέον, θα ταξινομήσουμε τις στρατηγικές, σε δυναμικές στρατηγικές που βασίζονται στις αρχές του «εμβολιασμού» (immunization), που βασίζονται στην αξία και σε αυτές που καθοδηγούνται κυρίως από την απόδοση.

Οι στατικές τεχνικές χρησιμοποιούνται εκτεταμένα στον τραπεζικό και ασφαλιστικό τομέα μιας και είναι πιο απλοποιημένες. Παραδείγματα τέτοιων τεχνικών, αποτελούν η αντιστοίχιση ταμειακών ροών, (cash flow matching), καθώς και η τμηματοποίηση (segmentation). Πολλές φορές, προκειμένου να υπάρξει σύνδεση μεταξύ των τεχνικών και των στρατηγικών, αξιολογείται η ανάλυση πολλαπλών σεναρίων.

Από τις στρατηγικές-τεχνικές εσωτερικής αξίας, παραδείγματα αποτελούν η τυποποιημένη προστασία (standard immunization) και η προστασία βασικών τιμών (key rate immunization), αλλά γενικότερα υπάρχουν διάφορα είδη τέτοιων στρατηγικών· το καθένα με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά του.

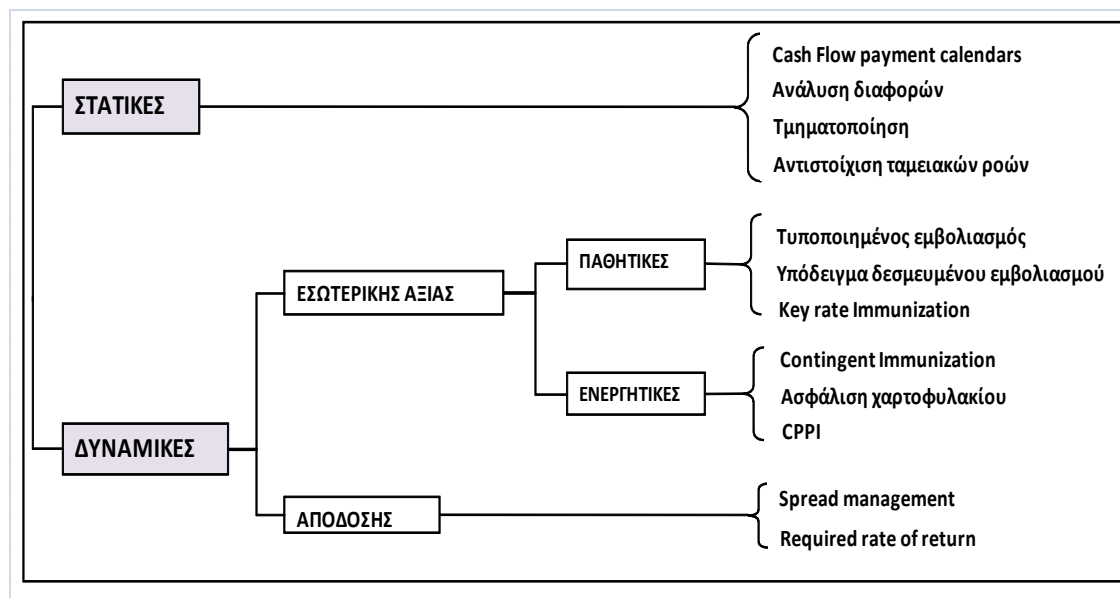
Παρόμοια με την ανάλυση πολλαπλών σεναρίων θεωρείται η προσέγγιση βάσης ρίσκου-αποδόσεων. Αυτή η προσέγγιση βασίζεται στα θεωρητικά επιτεύγματα των προηγούμενων δεκαετιών και στηρίζεται στην υπόθεση ότι όταν δύο χαρτοφυλάκια

έχουν διαφορετικές αποδόσεις, αυτό σημαίνει ότι είτε το καθένα έχει διαφορετικό επίπεδο κινδύνου, είτε ότι κάποιο από τα δύο είναι αναποτελεσματικό.

Ο γενικός προβληματισμός ξεκινάει μαζί με την αξιολόγηση αυτών των τεχνικών και στρατηγικών. Ένα παράδειγμα θα μπορούσε να είναι το γεγονός ότι οι στατικές τεχνικές είναι μονοδιάστατες και δεν μπορούν να υπολογίσουν με ακρίβεια τον κίνδυνο και τις αποδόσεις. Άλλο παράδειγμα, είναι ότι η αντιστοίχιση ταμειακών ροών, (cash flow matching), υποθέτει ότι υπάρχει τέλεια γνώση του ακριβή χρόνου, αλλά και του ύψους των ταμειακών ροών. Επιπροσθέτως κάποιες από αυτές τις τεχνικές επικεντρώνονται στο θέμα των ταμειακών ροών, αγνοώντας πλήρως το ζήτημα της αξίας. Μια απλή διαφοροποίηση του ζητήματος αξίας και ταμειακής ροής μπορεί να γίνει με τη σύγκριση μετοχών και ομολόγων. Τα ομόλογα αγοράζονται συνήθως για την ταμειακή ροή που προσφέρουν ενώ οι μετοχές αγοράζονται λόγω του πόσο θα μπορούν να πωληθούν ανά τεμάχιο στο μέλλον.

Τα προαναφερθέντα είναι απλές αναφορές ώστε να υπογραμμιστούν τα βασικά προβλήματα που εμφανίζονται κατά την διαχείριση ενεργητικού-παθητικού. Επιπροσθέτως, γίνεται σαφής η ανάγκη για θέσπιση κριτηρίων που βοηθούν στην αξιολόγηση και την επιλογή ενός κατάλληλου μοντέλου. Περαιτέρω ανάλυση αυτού του θέματος ακολουθεί στην επόμενη ενότητα.

Οι στρατηγικές και οι τεχνικές παρουσιάζονται αναλυτικότερα στο παρακάτω διάγραμμα.



*The Geneva Papers on Risk and Insurance*, 18 (No. 67, April 1993) 144 – 157. *Strategies and Techniques for Asset –Liability Management : an Overview*, by Robert van der Meer and Meye Smink.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

### **2.1 Εισαγωγή**

Σε αυτή την ενότητα, θα αναπτυχθούν αναλυτικά οι διάφορες τεχνικές και στρατηγικές της διαχείρισης ενεργητικού και παθητικού ώστε να γίνουν πιο εμφανείς οι ιδιαιτερότητες καθώς και τα αρνητικά και θετικά χαρακτηριστήκα που η κάθε μια από αυτές μπορεί να έχει. Αρχικά, θα αναλυθούν οι στατικές τεχνικές.

### **2.2 Παρουσίαση των στατικών τεχνικών**

Αρχικά, θα γίνει μια παρουσίαση των στατικών τεχνικών. Οι στατικές τεχνικές που θα αναφερθούν σε αυτή την ενότητα είναι η τμηματοποίηση (segmentation), τα χρονοδιαγράμματα καταβλητέων ταμειακών ροών (cash flow payment calendars), η ανάλυση διαφορών (gap analysis) καθώς και η αντιστοίχιση ταμειακών ροών (cash flow matching), η οποία αναλύεται εκτενέστερα σε επόμενο κεφάλαιο μέσω μίας άσκησης γραμμικού προγραμματισμού. Επειδή γενικά αποτελούν εύκολες ως προς τη χρήση τεχνικές, χρησιμοποιούνται εκτεταμένα στον χρηματοοικονομικό τομέα. Ένα από τα βασικά τους προβλήματα είναι ότι δεν μπορεί να γίνει βάσει αυτών η ακριβής μέτρηση ούτε του κινδύνου, αλλά ούτε και των αποδόσεων. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο αρχικός σκοπός τους, δηλαδή η ταύτιση των στοιχείων ενεργητικού-παθητικού, να μην μπορεί να γίνει με αποτελεσματικό τρόπο.

#### **Χρονοδιάγραμμα καταβλητέων ταμειακών ροών (Cash flow payment calendar)**

Το χρονοδιάγραμμα καταβλητέων ταμειακών ροών ορίζεται ως η σύνοψη της ανάπτυξης όλων των ταμειακών εισροών και εκροών, με στόχο τον εντοπισμό πιθανών ανισορροπιών που προκύπτουν από τα στοιχεία ενεργητικού και παθητικού στις ταμειακές ροές.

#### **Ανάλυση των Διαφορών (GAP analysis)**

Ο Clifford (1981) ορίζει ως διαφορά “τη διαφορά της αξίας ισολογισμού μεταξύ στοιχείων ενεργητικού-παθητικού σταθερού και μεταβαλλόμενου επιτοκίου”. Αφορά την σύγκριση της λειτουργίας με την πιθανή ή/και επιθυμητή λειτουργία, αναγνωρίζοντας τα κενά ανάμεσα στις απαιτήσεις της επιχείρησης και τις λειτουργίες της. Μια μη μηδενική διαφορά υποδηλώνει έκθεση σε κίνδυνο επιτοκίου. Παραδείγματος χάριν, όταν σε ένα χαρτοφυλάκιο υπάρχουν περισσότερα στοιχεία ενεργητικού από ότι παθητικού, αν και μεταβαλλόμενου επιτοκίου, η πτώση στα επιτόκια θα επιφέρει άμεση πτώση στα καθαρά λειτουργικά έσοδα.

### **Τμηματοποίηση (segmentation)**

Ο βασικός σκοπός της τμηματοποίησης είναι η διασύνδεση στοιχείων του ενεργητικού με στοιχεία παθητικού, αφού πρώτα όμως τα στοιχεία και των δύο πλευρών, έχουν κατηγοριοποιηθεί. Κατά τη διαδικασία της κατηγοριοποίησης, τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του κάθε στοιχείου λαμβάνονται υπόψη, έτσι ώστε οι κατηγορίες να είναι όσο πιο ομοιογενείς γίνεται. Στο τελικό αποτέλεσμα θεωρητικά θα πρέπει κάθε κατηγορία στοιχείων ενεργητικού να μπορεί να ταυτίζεται με μια συγκεκριμένη κατηγορία στοιχείων παθητικού. Αυτό αποτελούσε μια διάσημη τεχνική, όταν ακόμα η διαχείριση ενεργητικού–παθητικού ως κλάδος βρισκόταν στις αρχές της. Εκείνη την εποχή, οι ασφαλιστικές εταιρείες στη Βόρεια Αμερική, έκαναν χρήση αυτής της τεχνικής προσπαθώντας να ασφαλίσουν την κάθε επιχειρησιακή γραμμή ξεχωριστά, με το τελικό αποτέλεσμα όμως να μην είναι το θεμιτό. Αυτό γιατί, ενώ για τη κάθε γραμμή ο κίνδυνος λόγω επιτοκίου φαινόταν πως επιτυγχάνονταν, ο κίνδυνος επιτοκίου για την εταιρεία ως σύνολο αυξανόταν λόγω του τρόπου με τον οποίο εφαρμόστηκε αυτή η τεχνική, (Cornuejols and Tutuncu, 2007).

### **Αντιστοίχιση ταμειακών ροών (Cash flow matching)**

Η αντιστοίχιση ταμειακών ροών αποσκοπεί, με τη χρήση του γραμμικού προγραμματισμού, στην ελαχιστοποίηση των αποστάσεων μεταξύ των ταμειακών ροών των στοιχείων ενεργητικού-παθητικού. Από το εύρος των στοιχείων ενεργητικού, δημιουργείται ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο συγκλίνει με σιγουριά με όλες τις πληρωμές των στοιχείων παθητικού, πάντα στο πλαίσιο ενός ελάχιστου αποδεκτού χρονικού εύρους, καθώς και με ελάχιστο κόστος.

Η αντιστοίχιση ταμειακών ροών δύναται να οδηγήσει σε μια πληθώρα πρακτικών προβλημάτων. Αφενός, μια τέλεια ταύτιση δεν δύναται να είναι πάντα εφικτή σε πραγματικές συνθήκες π.χ. όταν οι ωριμάνσεις των στοιχείων παθητικού είναι γενικά μακροπρόθεσμες και στην αγορά δεν μπορούν να εντοπιστούν ανάλογα στοιχεία ενεργητικού. Ως αποτέλεσμα το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού που θα πρέπει να λυθεί υπό αυτήν την τεχνική να μην έχει λύση. Αφετέρου μια τέλεια ταύτιση είναι πολύ περιοριστική για το χαρτοφυλάκιο, κάτι που αποκλείει τη χρήση στρατηγικών που συνδυάζουν μεγαλύτερους βαθμούς κινδύνου για επίτευξη μεγαλύτερων αποδόσεων. Επιπροσθέτως, η τεχνική αυτή υποθέτει τέλεια γνώση του χρόνου όλων των ταμειακών ροών, κάτι που δεν ισχύει σε πραγματικές συνθήκες.

Τέλος, όταν οι ταμειακές ροές συνδέονται με το επιτόκιο ή κάποιο άλλο στοχαστικό παράγοντα, κατά πάσα πιθανότητα η ταύτιση τους δεν θα μπορεί να είναι εφικτή για όλα τα πιθανά μελλοντικά σενάρια.

### **2.3 Ανάλυση Πολλαπλών Σεναρίων**

Η ανάλυση πολλαπλών σεναρίων έχει σκοπό να παρέχει ένα σύνδεσμο μεταξύ των άνωθεν στατικών τεχνικών και των στρατηγικών που είναι ρητά δυναμικές.

Η φύση αυτής της τεχνικής είναι και πάλι στατική, με τη διαφορά ότι δίνει τη δυνατότητα να διατυπωθούν και δράσεις ενδεχομένων σεναρίων, δηλαδή δράσεις που εξαρτώνται από έναν αριθμό πιθανών σεναρίων.

Η συγκεκριμένη ανάλυση δημιουργεί προβολές της ανάπτυξης των ταμειακών ροών των στοιχείων ενεργητικού-παθητικού με βάση κάποια πιθανά σενάρια για το μέλλον. Αυτές οι προβολές δημιουργούνται υπό διαφορετικές υποθέσεις γύρω από τη μελλοντική εξέλιξη διαφόρων μεταβλητών-κλειδιών όπως τα επιτόκια, ο πληθωρισμός κ.α. Η ανάλυση εντοπίζει τα σενάρια κατά τα οποία οι ταμειακές ροές δεν συμπίπτουν καθώς και τις επιπτώσεις που αυτό μπορεί να έχει στον οργανισμό. Αυτή η πιο ευρεία θεώρηση του κινδύνου καθώς και τα πολλαπλά σενάρια, αποτελούν το κομβικό πρόβλημα αυτής της τεχνικής. Δεδομένου ότι ο χρήστης της τεχνικής επιλέγει τα σενάρια, μπορεί να υπάρξει πρόβλημα μεροληψίας, δηλαδή κατά την επιλογή των σεναρίων ο χρήστης να θεωρεί συγκεκριμένα σενάρια πιο πιθανά, ενώ την ίδια στιγμή να υπάρχουν σενάρια που αν και θα δείχνουν πως δεν είναι πιθανά, οι ζημιές που μπορούν να αποφέρουν τα καθιστά σημαντικά. Σε μια τέτοια ανάλυση αυτό που πρωτεύει είναι ο σαφής ορισμός των στόχων, των περιορισμών καθώς και της σχετικής τους σημασίας. Ο λόγος για αυτό είναι ο προαναφερθέντας, δηλαδή το γεγονός ότι η μεροληψία του χρηστή μπορεί να αποφέρει πρόβλημα στο αποτέλεσμα.

### **2.4 Στρατηγικές Εσωτερικής Αξίας**

#### **2.4.1 Passive immunization strategies: Διατήρηση πλεονασμάτων**

Η βασική ιδέα που υποβόσκει σε όλες τις στρατηγικές τύπου immunization έχει διατυπωθεί από τον Macaulay (1938), ο οποίος παρήγαγε ένα μέτρο με το οποίο γίνεται δυνατή η έκφραση του στοιχείου του χρόνου των τοποθετήσεων ενεργητικού-παθητικού.

Το μέτρο αυτό ονομάζεται Macaulay duration και έχει την εξής μορφή:

$$Duration = \sum_{t=1}^T w_t \times t$$

όπου το  $w_t$  είναι το ποσοστό της τιμής ενός στοιχείου ενεργητικού, καθώς αυτό εισπράτεται κατά την περίοδο  $t$  μέσω εισροών ενεργητικού. Η αναλογία αυτού του μέτρου με αυτό της ελαστικότητας που χρησιμοποιείται στην οικονομική θεωρία, οδήγησε σε μια τροποποιημένη εκδοχή η οποία μπορεί να υπολογίζει την ευαισθησία ως προς το επιτόκιο της αξίας στοιχείων ενεργητικού-παθητικού με σταθερές ταμειακές ροές.

Βάσει αυτού, ο Redington (1952) διατύπωσε μια στρατηγική, η οποία διατηρεί την καθαρή αξία ή αλλιώς το πλεόνασμα, ενός χαρτοφυλακίου που αποτελείται από τοποθετήσεις σε στοιχεία ενεργητικού-παθητικού με σταθερές ταμειακές ροές, η οποία ονομάζεται immunization. Από τότε έχει γίνει πληθώρα ερευνών πάνω στο immunization. Σε αυτό το κομμάτι θα αναλυθούν οι εξής στρατηγικές τύπου immunization: Τυποποιημένη προστασία (standard immunization), υπόδειγμα δεσμευμένου μοντέλου (model conditioned immunization) καθώς και η προστασία βασικών τιμών (key rate immunization). Ο στόχος αυτών των στρατηγικών είναι η δυναμική αναπαραγωγή ενός στοιχείου ενεργητικού άνευ κινδύνου.

### **Standard immunization (Τυποποιημένος εμβολιασμός)**

Η Standard immunization strategy αποσκοπεί στην ταύτιση των ευαισθησιών ως προς το επιτόκιο μεταξύ των στοιχείων ενεργητικού-παθητικού. Με μαθηματικούς όρους, αυτό απαιτεί την εξίσωση των μερικών παραγώγων πρώτου βαθμού των συναρτήσεων των αξιών ως προς το επιτόκιο. Επιπροσθέτως, η αντίστοιχη παράγωγος δευτέρου βαθμού των στοιχείων ενεργητικού περιορίζεται έτσι ώστε να είναι τουλάχιστον στο ίδιο μέγεθος με αυτή των στοιχείων παθητικού. Για τα στοιχεία ενεργητικού σταθερού επιτοκίου, η μερική παράγωγος πρώτου βαθμού, όταν διαιρεθεί με την αρχική αξία, ονομάζεται modified Macaulay duration. Αυτό το μέτρο βοηθά στη διερεύνηση του πως μικρές αλλαγές στα επιτόκια, επηρεάζουν την τιμή του στοιχείου ενεργητικού. Επιπροσθέτως, πολλές φορές, για την πιο ακριβή διερεύνηση της σχέσης μεταξύ του επιτοκίου και της τιμής, χρησιμοποιείται η κυρτότητα, η οποία δίνεται με τον εξής τύπο:

$$cv = \frac{1}{P} \times \frac{\Delta^2 P}{(\Delta y)^2}$$

όπου  $P$  = τιμή και  $y$  = επιτόκιο προεξόφλησης.

Η διάρκεια υπολογίζει την σημειακή ευαισθησία ως προς το επιτόκιο της αξίας του στοιχείου ενεργητικού ή παθητικού, ενώ η κυρτότητα υπολογίζει την αλλαγή της διάρκειας ως αποτέλεσμα της αλλαγής των επιτοκίων. Η ταύτιση των διαρκειών μεταξύ στοιχείων ενεργητικού και παθητικού υποδηλώνει ότι η αρχική αλλαγή της αξίας των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού είναι ίδιου μεγέθους και προς την ίδια κατεύθυνση.

Πάρα ταύτα, αυτό ισχύει μόνο για απειροελάχιστες αλλαγές του επιτοκίου, όπου μάλιστα υποθέτουμε ότι έχουμε και ίδιο επίπεδο επιτοκίων για όλες τις προεξοφλήσεις. Επομένως, η χρήση του immunization απαιτεί συνεχόμενη εξισορρόπηση των χαρτοφυλακίων και αποτελεί μια ρητά δυναμική στρατηγική. Η δημιουργία και η διατήρηση ενός χαρτοφυλακίου με στοιχεία ενεργητικού το οποίο έχει μεγαλύτερη κυρτότητα σε σχέση με το χαρτοφυλάκιο παθητικού, υποδηλώνει ότι η αλλαγή στην αξία του στοιχείου ενεργητικού θα είναι τέτοια ώστε η οποιαδήποτε αλλαγή στην αξία του παθητικού να μην μπορεί να την ξεπεράσει. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η καθαρή αξία του ενεργητικού μείον το παθητικό να μην μειώνεται.

Η έννοια της κυρτότητας καθώς και οι επιπτώσεις που αυτή έχει, αποτελεί ένα από τα πιο βασικά μειονεκτήματα αυτής της στρατηγικής. Αυτό συμβαίνει εξαιτίας της υπόθεσης για ίδια προεξοφλητικά επιτόκια. Εάν είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί η κυρτότητα του ενεργητικού έναντι του παθητικού, τότε βάσει των προαναφερθέντων μια αλλαγή στο επιτόκιο παράγει αξία από το τίποτα, κάτι που παραβιάζει την υπόθεση περί no-arbitrage.

Σε πραγματικές συνθήκες, αυτό το κέρδος από κίνηση εξισορροπητικής κερδοσκοπίας, αποτελεί κατά βάση αποτέλεσμα αντιστάθμισης μεταξύ κινδύνου και αποδόσεων. Αυτό γίνεται αμέσως κατανοητό με την περιγραφή του πως εμφανίζονται οι διαφορές ως προς την κυρτότητα. Η κυρτότητα αυξάνεται ανάλογα με τον βαθμό διασποράς των ταμειακών ροών. Μέχρι πρότινος, όλες οι αναφορές σχετιζόνταν με ένα μοναδικό επιτόκιο. Στη πραγματικότητα τα επιτόκια που κερδίζονται μέσω ενεργητικού και παθητικού θα διαφέρουν για διαφορετικές ωριμάνσεις και θα είναι εξαρτημένα από το λεγόμενο term structure of interest rates (καμπύλη επιτοκίων). Με την αποδοχή της υπόθεσης του ενός επιτοκίου, υποδηλώνεται ότι τα αποτελέσματα είναι έγκυρα μόνο όταν συμβαίνουν παράλληλες αλλαγές στο term structure. Όμως σε πραγματικές συνθήκες και μη-παράλληλες αλλαγές είναι σχετικές και το αποτέλεσμα μιας μη-παράλληλης αλλαγής σε ένα χαρτοφυλάκιο αυξάνεται μέσω της κυρτότητας.



Επιπλέον, εκτός από τα προβλήματα που μπορεί να προκαλέσει η μη-παράλληλη αλλαγή στο term structure, καλό θα ήταν να σημειωθεί ότι η modified Macaulay duration υποθέτει ρητά σταθερές ταμειακές ροές και επομένως, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί γενικά για περιπτώσεις όπου οι ταμειακές ροές είναι εξαρτημένες από τα επιτόκια. Το παραπάνω γίνεται σαφές σε περιπτώσεις που αφορούν στοιχεία ενεργητικού-παθητικού όπου υπάρχει η δυνατότητα προπληρωμής. Τέλος, κάτι που ισχύει για όλες τις δυναμικές στρατηγικές, οι επιδόσεις αυτής της στρατηγικής εξαρτώνται από τη ρευστότητα των στοιχείων ενεργητικού που συμπεριλαμβάνονται.

### **Model conditioned immunization (υπόδειγμα δεσμευμένου εμβολιασμού)**

Για να γίνει δυνατή μια πιο εξεζητημένη θεώρηση της δομής της καμπύλης επιτοκίων (term structure), έχουν λάβει χώρα συγκεκριμένες τροποποιήσεις. Αυτές οι τροποποιήσεις είναι εξαρτημένες από υποθέσεις που αφορούν την στοχαστική διαδικασία που διακατέχει την εξέλιξη του term structure. Ως αποτέλεσμα, οι παρακάτω στρατηγικές διαφέρουν μόνο ως προς την διάρκεια καθώς και τα μέτρα κυρτότητας που χρησιμοποιούνται.

### **Single factor immunization (εμβολιασμός ενός παράγοντα)**

Το πιο απλό μοντέλο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μια τέτοιου τύπου στρατηγική, χρησιμοποιεί μια εκδοχή της θεωρίας του μακροπρόθεσμου term structure όπως αυτή έχει διατυπωθεί από τους Cox, Ingersoll και Ross (1985). Στην προκειμένη περίπτωση ο μοναδικός στοχαστικός παράγοντας που καθορίζει τις τιμές των ομολόγων είναι το βραχυπρόθεσμο επιτόκιο. Βάσει των υποθέσεών τους, η ευαισθησία των τιμών των ομολόγων όταν υπάρχει αλλαγή λόγω αλλαγής του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου, μπορεί να εκφραστεί μέσω μιας διάρκειας ειδικά προσαρμοσμένης στο εκάστοτε μοντέλο. Εναλλακτικοί καθορισμοί για την διαδικασία του term structure θα οδηγήσουν σε διαφορετικά μέτρα διάρκειας. Ωστόσο, όποτε το κατάλληλο μέτρο διάρκειας παραχθεί, το αποτέλεσμα θα είναι μια στρατηγική που παράγει παρόμοια αποτελέσματα με αυτή του standard immunization.

### **Multi-factor immunization (πολύ-παραγοντικός εμβολιασμός)**

Ενώ ήδη υπονοείται και στο μοντέλο των Cox, Ingersoll και Ross (1985), αυτή η περίπτωση αποτελεί επέκταση από μοντέλο ενός παράγοντα σε πολύ-παραγοντικά μοντέλα. Ο όρος πολύ-παραγοντικό μοντέλο υποδηλώνει τη χρήση ενός περιορισμένου αριθμού ανεξάρτητων μεταβλητών που παράγει τις αποδόσεις στις τιμές των ομολόγων και επομένως, υποδηλώνουν και το σχήμα της καμπύλης επιτοκίου. Οι παράγοντες που χρησιμοποιούνται σε μοντέλα που βασίζονται στο μοντέλο των Cox, Ingersoll και Ross (1985), το οποίο θεωρεί ότι τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια  $r(t)$  μπορούν να καθοριστούν μέσω μιας διαφορικής, στοχαστικής εξίσωσης, η οποία έχει την εξής μορφή:

$$dr(t) = \kappa[x - r(t)]dt + \sigma\sqrt{r(1)}dW(t)$$

όπου το  $x$  είναι παράμετρος που αντιστοιχεί στη μακροπρόθεσμη μέση τιμή, το  $W(t)$  αποτελεί μια διαδικασία τύπου Wiener, ενώ τα  $\kappa$ , η ταχύτητα προσαρμογής και  $\sigma$ , η μεταβλητότητα, αποτελούν σταθερές που έχουν θετικό πρόσημο. Τέτοια μοντέλα είναι συνήθως συνδεδεμένα με θεωρητικές παραμέτρους όπως π.χ. ο μακροπρόθεσμος μέσος ή η μεταβλητότητα του επιτοκίου. Το πλεονέκτημα μιας τέτοιου τύπου στρατηγικής είναι η εν δυνάμει ακρίβεια που μπορεί να έχει. Βασικό μειονέκτημα όμως, αποτελεί η αστάθεια αυτών των παραγόντων, γεγονός που προσδίδει κίνδυνο σχετιζόμενο με τη εγκυρότητα του μοντέλου και δημιουργεί την ανάγκη για παρακολούθηση προς τον εντοπισμό της ασταθούς συμπεριφοράς. Γενικά, μολονότι οι αναφερόμενες στρατηγικές είναι θεωρητικά ανώτερες των προηγούμενων, τα πρακτικά τους πλεονεκτήματα είναι πλήρως αμφισβητήσιμα. Μια σημαντική εξέλιξη σχετιζόμενη με τη μοντελοποίηση του term structure είναι η έννοια της «αποτελεσματικής διάρκειας» (efficient duration). Η αποτελεσματική διάρκεια αποτελεί το μέτρο της ευαισθησίας της τιμής των στοιχείων ενεργητικού ή του παθητικού με ενσωματωμένα στοιχεία από options. Βασικά, γενικεύει την modified Macaulay duration σε μια ελαστικότητα που δύναται να χρησιμοποιηθεί για ολόκληρο το εύρος των ομολόγων. Ωστόσο, παρόλο που η συγκεκριμένη έννοια είναι εφαρμόσιμη, η εκτίμηση της αποτελεσματικής διάρκειας βασίζεται εξ ολοκλήρου σε υποθέσεις γύρω από το μοντέλο που χρησιμοποιείται για το term structure.

### **Key rate immunization (εμβολιασμός επιτοκίου-κλειδί)**

Το key rate immunization όπως αναπτύχθηκε από τους Ho (1990) και Reitano (1990, 1991) είναι παρόμοιο του standard immunization με την ειδοποιό διαφορά ότι αναγνωρίζει ρητά την πιθανότητα μη-παράλληλων αλλαγών. Η λύση που προτείνεται από αυτή τη στρατηγική είναι η τμηματοποίηση των ταμειακών ροών. Σε αυτή τη περίπτωση υποτίθεται ότι το σχήμα της καμπύλης επιτοκίου καθορίζεται από ένα συγκεκριμένο αριθμό επιτοκίων-κλειδιών, από τα οποία οι αξίες παράγονται μέσω παρεμβολής. Συγκρινόμενο με το standard immunization, το key rate immunization μπορεί και αυτό με τη χρήση επιπρόσθετων υποθέσεων για τα επιτόκια-κλειδιά να οδηγήσει στην εκτίμηση αποτελεσματικών key rate διαρκειών.

Το key rate immunization θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως μία αντιστάθμιση ανάμεσα στο standard immunization και στο αντίστοιχο των ταμειακών ροών. Διακατέχεται από περισσότερη ακρίβεια από ότι το πρώτο και είναι μακράν πιο ευέλικτο σε σχέση με το δεύτερο. Το βασικό προτέρημα που έχουν οι model conditioned strategies είναι ότι λειτουργούν ανεξάρτητα του μοντέλου.

#### **2.4.2 Active immunization strategies: floor protection (ενεργός εμβολιασμός: προστασία κάτω ορίου)**

Η στρατηγική active immunization αποσκοπεί στο να εγγυηθεί μια αποδεκτή ελάχιστη αξία για το χαρτοφυλάκιο του ενεργητικού, την λεγόμενη floor value.

Για το σκοπό της διαχείρισης ενεργητικού-παθητικού, το floor value καθορίζεται από την αξία του παθητικού κατά το τέλος της περιόδου. Τέτοια παραδείγματα αποτελούν το contingent immunization, το constant proportion portfolio insurance καθώς και οι στρατηγικές ασφάλισης που περιλαμβάνουν τη χρήση options. Εκτός του contingent immunization, τα υπόλοιπα εν αρχή είχαν σχεδιαστεί για χαρτοφυλάκια ιδίων κεφαλαίων.

#### **Contingent immunization**

Η contingent immunization αποτελεί μια τεχνική που αναπτύχθηκε από τους Leibowitz και Weinberger (1982, 1983) και έχει σαν χαρακτηριστικό ότι συνδυάζει την δυνατότητα ενεργής διαχείρισης χαρτοφυλακίου με τις απαιτήσεις του portfolio matching. Η βασική ιδέα είναι ότι ένα χαρτοφυλάκιο μπορεί να γίνει immunized ανά πάσα στιγμή αλλά εφόσον η αξία είναι αρκετή ώστε να καλύπτεται το παθητικό, μπορεί η διαχείριση να είναι ενεργή με σκοπό την υπέρ-απόδοση. Ωστόσο, εάν η αξία του χαρτοφυλακίου μειωθεί στο επίπεδο ενός αρχικώς καθορισμένου ορίου, τότε η οποιαδήποτε ενεργή διαχείριση σταματάει και ξεκινάνε να εφαρμόζονται στρατηγικές immunization.

#### **Portfolio insurance (Ασφάλιση χαρτοφυλακίου)**

Με αυτή τη μέθοδο, ο βασικός σκοπός είναι η διατήρηση της αξίας του χαρτοφυλακίου πάνω από ένα προκαθορισμένο όριο, που έχει την ονομασία floor, ενώ θα μπορεί ο διαχειριστής να επωφεληθεί ταυτόχρονα και από κάποια πιθανή θετική τάση. Μια τέτοια τεχνική αποτελεί το stop loss, που λειτουργεί με τον εξής τρόπο: Εν αρχή το χαρτοφυλάκιο επενδύεται σε κάποιο στοιχείο ενεργητικού που θεωρείται υψηλού κινδύνου. Όσο η αποδόσεις αυτού του στοιχείου είναι οι θεμιτές, δεν συμβαίνει κάποια αλλαγή, όμως όταν η τιμή του στοιχείου υψηλού κινδύνου πέσει κάτω από το floor που έχει οριστεί, τότε το χαρτοφυλάκιο εξισορροπείται εκ νέου βάσει ενός στοιχείου που δεν εμπεριέχει υψηλό κίνδυνο, (risk-free). Αν αλλάξει ξανά η τάση στο “επικίνδυνο” στοιχείο, είναι δυνατόν να ξαναγίνει εξισορρόπηση ως προς αυτό.

#### **CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance – Σταθερής αναλογίας)**

Η στρατηγική CPPI (Σταθερής αναλογίας) καθιερώθηκε από τον Perold (1986). Είναι μία αυτοχρηματοδοτούμενη στρατηγική, με την έννοια ότι τα χρήματα που εισπράττουμε από μία ενδεχόμενη πώληση ενός τίτλου, τα επενδύουμε όλα σε άλλους τίτλους του χαρτοφυλακίου, π.χ. ομόλογα, της οποίας στόχος είναι η όσο το δυνατόν καλύτερη αξιοποίηση της απόδοσης

μιας επένδυσης που ενέχει κίνδυνο (risky asset) (συνήθως είναι διαπραγματεύσιμα αμοιβαία κεφάλαια, ETFs ή δείκτες), διασφαλίζοντας ένα ποσό στη λήξη. Σε αυτού του τύπου τα χαρτοφυλάκια, ο σκοπός είναι ένα προκαθορισμένο, σταθερό πόσο σε κάποια χρονική περίοδο T, να είναι εγγυημένο μέσω εισροών ενεργητικού που βασίζονται σε κάποιο άνευ κινδύνου στοιχείο. Για αυτό το σκοπό, στον ρόλο του ασφαλούς στοιχείου που παράγει εισροές, συνήθως χρησιμοποιείται κάποιο ομόλογο. Ταυτόχρονα, κάποιο ποσό που αποτελεί πλεόνασμα, μπορεί να επενδυθεί σε κάποιο στοιχείο υψηλού κινδύνου έτσι ώστε, ενώ το χαρτοφυλάκιο είναι εξασφαλισμένο όσον αφορά ένα συγκεκριμένο πόσο, να μπορεί να έχει τη δυνατότητα να εκμεταλλευθεί και κάποια πιθανή θετική τάση που ίσως έχει ως αποτέλεσμα το στοιχείο υψηλού κινδύνου να παρουσιάσει υπέρ-αποδόσεις.

### **Λοιπές στρατηγικές που βασίζονται στη χρήση επιλογών**

Παρόλο που τα συνθετικά options μπορεί να αποδειχθούν επικίνδυνα, αυτό δεν ισχύει για τις επιλογές που διαπραγματεύονται στις αγορές. Ο Pelsser και ο Vorst (1991) παρέχουν μια ενδιαφέρουσα δομή με τη χρήση options για τη δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου που ανταποκρίνεται σε σημαντικούς περιορισμούς. Όπως και στην περίπτωση της ασφάλειας χαρτοφυλακίου, όλα συμβαίνουν βάσει συγκεκριμένων υποθέσεων πάνω στη στοχαστική συμπεριφορά των μετοχών.

## **2.5 Ανάλυση Απόδοσης Κινδύνου**

Βασισμένη στις ιδέες του Markowitz (1952), την ανάπτυξη του CAPM, capital asset pricing model, καθώς και στην Arbitrage pricing theory, η Ανάλυση Απόδοσης Κινδύνου αποτελεί πλέον το πιο βασικό εργαλείο επενδυτικής ανάλυσης.

Η βασική αρχή είναι ότι όταν δύο χαρτοφυλάκια έχουν διαφορετικές προσδοκώμενες αποδόσεις, τότε είτε διακατέχονται από διαφορετικά επίπεδα κινδύνου, είτε ένα από τα δύο χαρτοφυλάκια είναι αναποτελεσματικό. Από όλα τα πιθανά χαρτοφυλάκια, ο λογικός επενδυτής θα έχει κατά νου μόνο τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια και θα διαλέξει αυτό με την ελκυστική αντιστάθμιση απόδοσης κινδύνου, βάσει πάντα της προτίμησης του εκάστοτε επενδυτή.

Ο Wise (1984), ο Wilkie (1984) και, μετέπειτα, ο Leibowitz (1991), εφάρμοσαν τις αρχές επιλογής χαρτοφυλακίου με σκοπό την ταύτιση ενεργητικού-παθητικού, θεωρώντας το μέγιστο πλεόνασμα ως μεταβλητή-κλειδί. Επιπροσθέτως, υπάρχει πλέον πληθώρα εφαρμογών της Ανάλυσης Απόδοσης Κινδύνου σε συνδυασμό με κάποιες από τις προαναφερόμενες τεχνικές και στρατηγικές.

Παρότι η Ανάλυση Απόδοσης Κινδύνου είναι πολύ χρήσιμη και γενικά εφαρμόσιμη, χρειάζεται μεγάλη προσοχή με τις εισαχθείς μεταβλητές· δηλαδή τον κίνδυνο και τις αποδόσεις. Εάν δεν είναι επαρκώς ορισμένες ή βασίζονται σε ασταθή ιστορικά δεδομένα, το συγκεκριμένο πλαίσιο ανάλυσης τείνει να μεγιστοποιεί τα λάθη.

## **2.6 Κριτήρια αξιολόγησης τεχνικών και στρατηγικών**

Βάσει όλων των παραπάνω γίνεται σαφές το πόσο σημαντικό είναι να υπάρχουν καλά κριτήρια ώστε να γίνεται αξιολόγηση όλων αυτών των τεχνικών και στρατηγικών, μιας και κάθε μια από αυτές έχει τα δικά της πλεονέκτημα καθώς και μειονεκτήματα. Μια τέτοια αξιολόγηση θα μπορούσε να γίνει με τον εξής τρόπο:

Το πρώτο κριτήριο που λαμβάνεται υπόψη είναι η πληρότητα, η οποία απαρτίζεται από:

- Την πληρότητα αποδόσεων: Εκφράζονται αναμφισβήτητα όλες οι ευκαιρίες αποδόσεων;
- Πληρότητα κινδύνου: Ανακλώνται συνεπώς όλοι οι πιθανοί κίνδυνοι;

Το πόσο σημαντικά είναι αυτά τα κριτήρια αποδεικνύεται από τη χρήση τους κατά τη λήψη αποφάσεων. Η σύγκριση εναλλακτικών στρατηγικών ή τεχνικών μπορεί να έχει νόημα αν και μόνο αν τα προσδοκώμενα αποτελέσματά τους υπολογίζονται με πανομοιότυπο τρόπο.

Επιπλέον κριτήρια θα μπορούσαν να είναι τα εξής:

- Παρατηρησιμότητα: Είναι όλες οι μεταβλητές συνολικές και μετρήσιμες;
- Ανεξαρτησία από το μοντέλο: Μια τεχνική ή στρατηγική μπορεί να οριστεί ως ανεξάρτητη όταν δεν καθορίζεται πλήρως από θεωρητικές υποθέσεις.
- Απαιτήσεις δεδομένων: Το πλήθος γνώσεων και δεδομένων που χρειάζεται προκειμένου να γίνει επιτυχής εφαρμογή της τεχνικής ή της στρατηγικής.

Σε γενικό επίπεδο, καλό είναι να προτιμώνται τεχνικές και στρατηγικές οι οποίες είναι πλήρεις ως προς τον κίνδυνο και τις αποδόσεις. Σε πραγματικές συνθήκες, καμία από τις προαναφερθείσες τεχνικές και στρατηγικές δεν τηρεί όλα τα κριτήρια. Παραδείγματος χάριν, η Ανάλυση Απόδοσης Κινδύνου μπορεί να είναι πλήρης από πλευράς κινδύνου και αποδόσεων· όμως δεν είναι ιδιαίτερα παρατηρήσιμη.

Η παρατηρησιμότητα και η ανεξαρτησία από το μοντέλο αποτελούν τα πιο βασικά κριτήρια που πρέπει να τηρούνται. Οι απαιτήσεις δεδομένων καθώς και το επίπεδο εξειδίκευσης αποκτούν μεγαλύτερη σημασία όσο πιο περίπλοκη είναι η τεχνική ή η

στρατηγική που θα ακολουθηθεί.

Τα κριτήρια που αναφέρθηκαν αν και είναι γενικής φύσης, ούτως ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε οποιοδήποτε μοντέλο διαχείρισης ενεργητικού-παθητικού, έχουν παραχθεί βάσει των τεχνικών και στρατηγικών που αναλύθηκαν παραπάνω. Καλό θα ήταν λοιπόν να θεσπιστούν και κάποια τελείως γενικά κριτήρια. Αυτό θα γίνει υπό τη μορφή των βασικών κριτηρίων και των ανωτέρω κριτηρίων τα οποία έχουν ως εξής:

- Τα δεδομένα που πρέπει να συλλέγουν, να τροποποιηθούν και να εισαχθούν στο μοντέλο από τον ίδιο τον αναλυτή/ενδιαφερόμενο, πρέπει πάντα να είναι τα ελάχιστα δυνατά, ειδικά η αποτελεσματικότητα του μοντέλου βλάπτεται.
- Περιεκτικές δυνατότητες των επιλογών: Το μοντέλο οφείλει να είναι σε θέση να εμπεριέχει μοναδικές επιλογές για κάθε σενάριο επιτοκίου, για κάθε κατηγορία, καθώς και για κάθε περίοδο.
- Τις περισσότερες φορές παρατηρείται ότι στα μοντέλα διαχείρισης ενεργητικού παθητικού, αντικείμενα όπως τα primary core deposits κτλ. είναι υποανεπτυγμένα. Όμως λόγω της μη καθορισμένης συμπεριφοράς τέτοιων αντικειμένων καθώς και ότι συχνά το μέγεθος τους είναι μη αμελητέο, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων βασίζεται πάνω τους, οπότε η ευστοχία γύρω από τέτοια ζητήματα είναι ζωτικής σημασίας. Επομένως, ο ορισμός και η μοντελοποίηση κατηγοριών ακαθόριστης συμπεριφοράς είναι πολύ σημαντικά.
- Άμεση ετοιμότητα πρόγνωσης των επιτοκίων καθώς και χρήσης IRR rate tests πάνω σε σενάρια.
- Είναι βασικό να υποστηρίζει τεστ ευαισθησίας, stress test καθώς και τεστ γύρω από τις διάφορες υποθέσεις.

Αυτά είναι κάποια από τα πιο βασικά γενικά κριτήρια που κάποιος πρέπει να έχει κατά νου όταν χρησιμοποιεί μοντέλα διαχείρισης ενεργητικού – παθητικού. Παρακάτω παρουσιάζονται κάποια εξειδικευμένα κριτήρια:

Στοχαστική μοντελοποίηση : Ένα από τα πιο θεμελιώδη χαρακτηριστικά ενός μοντέλου είναι οι δυνατότητες που έχει για αξιοποίηση μεθόδων τύπου Monte Carlo ώστε να μπορεί να επιτυγχάνει τις βέλτιστες δυνατές μετρήσεις. Ένα κοινό πρόβλημα σε όλα αυτά τα μοντέλα είναι ότι αδυνατούν να υπολογίσουν εύστοχα την αλλαγή σε κάποια αξία όταν τα επιτόκια αλλάζουν, πράγμα που κάνει τη δυνατότητα στοχαστικής μοντελοποίησης κεντρικό κριτήριο ποιότητας.

- Συγκεκριμένα δεδομένα γύρω από ταμειακές ροές επενδύσεων που είναι άμεσα εξαρτημένες από τα επιτόκια. Κάτι τέτοιο, αν και θα μπορούσε να υπολογιστεί

εσωτερικά από το ίδιο το μοντέλο, καλό είναι να εισαχθεί από το χρήστη της βάσης εξωτερικών δεδομένων.

- Καλό είναι να επιλέγεται ένα μοντέλο που μπορεί να χειριστεί αποτελεσματικά και περιεκτικά τα αντικείμενα που δεν εμφανίζονται στον ισολογισμό, όπως τα παράγωγα, μιας και αυτά τα αντικείμενα χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο.
- Τέλος αν και, ακόμα για αυτή την εποχή, θεωρείται πολύ εξελιγμένο στην περίπτωση που υπάρχουν inputs που είναι δάνεια, θα ήταν πάρα πολύ καλό το μοντέλο να μπορεί να τα τροποποιείται βάσει του πιστωτικού κινδύνου. Ουσιαστικά αυτό είναι κάτι πάρα πολύ βασικό, αλλά για τα μοντέλα του σήμερα δεν είναι ακόμα εφικτό.

Ύστερα από την περιγραφή των κριτηρίων που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν γενικά κατά την επιλογή μοντέλου, καλό θα ήταν να παρατεθούν και κάποια συμπεράσματα πάνω στις τεχνικές και στρατηγικές που αναλύθηκαν.

Αυτά είναι τα εξής :

- Οι στατικές τεχνικές τείνουν πάντα να συγκεντρώνονται σε μια συγκεκριμένη πλευρά του χαρτοφυλακίου με αποτέλεσμα οι ανισορροπίες γύρω από τον κίνδυνο να μην αποτυπώνονται.
- Οι στρατηγικές passive immunization διαχειρίζονται φαινόμενα που σχετίζονται με το ρίσκο αταίριαστων διαρκειών σε μεγαλύτερο βάθος, όμως έχουν μεγάλο κόστος στην παρατηρησιμότητα και την ανεξαρτησία του μοντέλου όταν δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στον κίνδυνο.

Μπορεί να θεωρηθεί ότι οι active immunization strategies έχουν καλύτερο επίπεδο λεπτομέρειας όσον αφορά τις αποδόσεις, όμως αυτό έχει τελικά επίπτωση στην ανεξαρτησία, την πληρότητα ρίσκου, καθώς και την παρατηρησιμότητα.

Όλα τα παραπάνω συνοψίζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

ΤΕΧΝΙΚΗ	Πληρότητα		Παρατηρησιμότητα	Ανεξαρτησία από το μοντέλο	Απαιτήσεις δεδομένων
	Απόδοση	Κίνδυνος			
● CashFlow Payment Calendar	-	-	+	+	+
● Ανάλυση διαφορών (Gap Analysis)	-	0	+	+	+
● Τμηματοποίηση (Segmentation)	0	0	+	+	+
● Αντιστοίχιση ταμειακών ροών (CashFlow Matching)	-	-	+	+	0
● Ανάλυση πολλαπλών σεναρίων (Multi Scenario Analysis)	0	0	0	0	-
<b>ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ</b>					
● Τυποποιημένος εμβολιασμός (Standard Immunization)	0	0	+	+	+
● Υπόδειγμα δεσμευμένου εμβολιασμού (Model conditioned Immunization)					
Ενός παράγοντα (single factor)	0	0	0	-	-
Πολύ-παραγοντικός (multi factor)	0	+	-	-	-
● Εμβολιασμός επιτοκίου-κλειδί (Key rate immunization)	0	+	+	+	-
● Contingent Immunization	+	0	+	0	0
● Ασφάλιση Χαρτοφυλακίου (Portfolio Insurance)	+	0	0	-	0
● Διασφάλιση Χαρτοφυλακίου με στρατηγικές σταθερής αναλογίας (CPPI)	+	0	+	-	+
● Στρατηγικές προστασίας (Protecting Strategies)	+	+	0	0	-
● Realized rate of return	+	0	0	+	-
● Spread management	+	-	+	+	+
● Ανάλυση απόδοσης-κινδύνου (Risk - Return analysis)	+	+	0	+	-
<b>Επεξήγηση</b>					
Υπεροχή	+				
Αδυναμία	-				
Ουδετερότητα	0				

*The Geneva Papers on Risk and Insurance , 18 (No. 67 , April 1993) 144 – 157. Strategies and Techniques for Asset –Liability Management : an Overview, by Robert van der Meer and Meye Smink.*

## **2.7 Μοντελοποίηση τύπου LP**

Σύμφωνα με τον Sodhi (2005), τα δυναμικά μοντέλα γραμμικού προγραμματισμού που χρησιμοποιούνται κατά την διαχείριση ενεργητικού παθητικού είναι ιδιαίτερα ισχυρά και ευέλικτα, όμως αντιμετωπίζουν δύο βασικές προκλήσεις:

1. Υπάρχει πληθώρα επιλογών μοντελοποίησης, πολλές από τις οποίες δεν είναι πάντοτε συνεπείς τόσο μεταξύ τους όσο και με την χρηματοοικονομική θεωρία.
2. Εμφανίζονται δυσκολίες στις λύσεις εξαιτίας του μεγάλου αριθμού σεναρίων που προκύπτουν από τα μοντέλα επιτοκίων.

Ο μεγάλος αριθμός επιλογών αποτελεί πρόκληση λόγω της ανάγκης για συνέπεια και λόγω της αντιστάθμισης που υπάρχει μεταξύ της πληρότητας του μοντέλου και της παρατηρησιμότητάς του. Οι επιλογές είναι οι εξής:



- Έκφραση της αβεβαιότητας.
- Η επιλογή ανάμεσα σε υπολογισμένες τιμές ή τιμές της αγοράς, καθώς και η αποφυγή εμφάνισης κερδοσκοπικής αντιστάθμισης (arbitrage).
- Την έκφραση χρονικών περιόδων καθώς και του ορίζοντα αποφάσεων.
- Την αντικειμενική συνάρτηση.
- Τους περιορισμούς.
- Τα κόστη συναλλαγών καθώς και τους φόρους.

### Το παράδειγμα ενός μοντέλου

Παρακάτω θα ακολουθήσει το παράδειγμα ενός τέτοιου μοντέλου. Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό του συγκεκριμένου μοντέλου είναι ότι βασίζεται σε βοηθητικά μοντέλα έτσι ώστε να επιτυγχάνεται εξωτερική συνέπεια, δηλαδή οι υπολογισμένες τιμές είναι ίσες των τιμών αγοράς κατά την χρονική περίοδο 0, καθώς και εσωτερική συνέπεια, δηλαδή το να μην εμφανίζονται ευκαιρίες για arbitrage. Στο μοντέλο που ακολουθεί το  $\zeta_t$  είναι ένα σενάριο το οποίο τελειώνει κατά τον χρόνο  $t$  και το  $\zeta_{t-1}$  αναφέρεται στο αρχικό σενάριο με το οποίο έχει κοινές όλες τις καταστάσεις των επιτοκίων κατά τους χρόνους  $0, \dots, t-1$ .

Από αυτό το σενάριο  $\zeta_t$  δημιουργούνται δύο νέα σενάρια  $\zeta_{t+1}$  τα οποία είναι ισοπίθανα. Αυτό σημαίνει πως σε κάθε  $t$  οι πιθανότητες για όλα τα σενάρια είναι πάντα ίσες οπότε και οι πιθανότητες για κάθε τελικό σενάριο στο τέλος θα είναι  $2^{-T}$ , όπου  $T$  αποτελεί έναν προκαθορισμένο ορίζοντα αποφάσεων.

### Μοντέλο βάσει σεναρίου

#### Μεταβλητές αποφάσεων

$x_{i\zeta_t}$ : Το κεφάλαιο αγοράς ενός χρεογράφου  $i$ .

$y_{i\zeta_t}$ : Τμήμα του ποσού του  $i$  το οποίο πουλήθηκε.

$h_{i\zeta_t}$ : Ύψος συγκεκριμένου κεφαλαίου μετά από την πραγματοποίηση συναλλαγών.

$l_{\zeta_t}$ : Δανεισμός για μια περίοδο βάσει του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου, ο διαχειριστής ως δανειστής.

$b_{\zeta_t}$ : Δανεισμός για μια περίοδο βάσει του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου, ο διαχειριστής ως δανειζόμενος (συν το πριμ D).

#### Στοιχεία που υπολογίζονται μέσω βοηθητικών μοντέλων τιμολόγησης χρεογράφων

$k_i, \zeta_t$ : Η συνολική ταμειακή ροή που δημιουργείται λόγω επιτοκίου και των

πληρωμών ανά μονάδα του υποκατοχή χρεογράφου.

$\pi_i, \zeta_t$ : Η τιμή του κεφαλαίου σε χρόνο  $t$  με εξαιρούμενα οποιαδήποτε μερίσματα (ίδια με την τιμή αγοράς κατά την χρονική περίοδο  $t=0$ ).

$\rho_{\zeta_t}$ : Το επιτόκιο μιας μεμονωμένης περιόδου.

$\delta_{\zeta_t}$ : Η τρέχουσα αξία μιας ταμειακής ροής 1\$ κατά τον χρόνο  $t$  υπό το σενάριο  $\zeta_t$ .

### Στοιχεία που εισάγονται από τον ίδιο το χρήστη

$L_{\zeta_t}$ : Η προσδοκώμενη απαίτηση.

$D$ : Το πριμ που πληρώθηκε βάσει του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου για δανεισμό μιας περιόδου. Αυστηρά θετικό.  $T_i$ : Η σταθερά αναλογικότητας για τα κόστη συναλλαγών για το χρεόγραφο  $i$ , αυστηρά θετική.  $l_{-1}$ : Δανεισμός μιας περιόδου που οφείλεται στην τρέχουσα χρονική περίοδο ( $t=0$ ). Ο χρήστης σε ρόλο δανειστή.

$b_{-1}$ : Δανεισμός μιας περιόδου από την προηγούμενη περίοδο που οφείλεται στην τρέχουσα περίοδο.

$h_{i-1}$ : Αποθέματα του χρεογράφου  $i$  κατά την αρχή της τρέχουσας χρονικής περιόδου:

### Αντικειμενική συνάρτηση

$$\max 2^{-T} \sum_{\zeta_T} \delta_{\zeta_T} \{ \sum_i [\pi_{i,\zeta_T} h_{i,\zeta_T}] + l_{\zeta_T} - b_{\zeta_T} \}.$$

### Περιορισμοί

$$\sum_i \kappa_{i,\zeta_t}, h_{i,\zeta_{t-1}} (1 + \rho_{\zeta_{t-1}}) + b_{\zeta_t} + \sum_i (1 - T_i) \pi_{i,\zeta_t} y_{i,\zeta_t} - \sum_i (1 + T_i) \pi_{i,\zeta_t} x_{i,\zeta_t} - l_{\zeta_t} - b_{\zeta_t} (1 + \rho_{\zeta_{t-1}} + D) = L_{\zeta_t}, \forall \zeta_t$$

$$h_{i,\zeta_t} + y_{i,\zeta_t} - x_{i,\zeta_t} - h_{i,\zeta_{t-1}} = 0, \forall i, \forall \zeta_t$$

$$x_{i,\zeta_t}, y_{i,\zeta_t}, h_{i,\zeta_t}, l_{\zeta_t}, b_{\zeta_t} \geq 0, \forall i, \forall \zeta_t$$

Για όλα τα  $t = 0, \dots, T$ .

Η αντικειμενική συνάρτηση σε αυτό το μοντέλο, ουσιαστικά είναι αυτή που μεγιστοποιεί την προσδοκώμενη τρέχουσα αξία, (expected present value), κατά τον προκαθορισμένο ορίζοντα αποφάσεων  $T$ . Ένα βασικό χαρακτηριστικό αυτής της συνάρτησης αποτελεί το γεγονός ότι ο διαχειριστής του χαρτοφυλακίου πρέπει να είναι risk-neutral.

Το μοντέλο που περιγράφεται παραπάνω αποτελείται από δύο διαφορετικά σύνολα περιορισμών, συν του γεγονότος ότι οι αρνητικές τιμές είναι μη-επιτρεπτές. Το ότι οι αρνητικές τιμές δεν επιτρέπονται είναι σημαντικό, διότι έχει ως αποτέλεσμα να μην μπορεί

να συμβεί ανοικτή πώληση (short-selling). Από τα σύνολα περιορισμών, το πρώτο σύνολο, αποτελεί αναπαράσταση του αποθέματος μετρητών (cash balance), αφού έχουν πληρωθεί οποιεσδήποτε απαιτήσεις. Το δεύτερο σύνολο περιορισμών έχει ως σκοπό την διατήρηση των τοποθετήσεων για κάθε χρεόγραφο που απαρτίζει το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο, έτσι ώστε αυτές να είναι εξισορροπημένες, δηλαδή να ανταποκρίνονται στις δεσμεύσεις του χρεογράφου.

Ένα πλεονέκτημα αυτού του μοντέλου είναι ότι μπορούν να προστεθούν και επιπλέον περιορισμοί, όπως για παράδειγμα, ένα όριο όσον αφορά το δανεισμό. Ένα ορισμένο όριο δανεισμού θα μπορούσε να εμπεριέχει μέσα του και κάποια μεταβλητή που θα εξέφραζε κάποιου είδους ποινή, άμα ο διαχειριστής του χαρτοφυλακίου σε κάποια συγκεκριμένη περίοδο χρησιμοποιούσε υπερβολικό δανεισμό. Αυτό από θεωρητικής άποψης έχει ενδιαφέρον, ειδικά με βάση την υπόθεση ότι ο διαχειριστής είναι γενικά ουδέτερος έναντι του κινδύνου, εκτός από την περίπτωση που έχουν συμβεί ζημιές τέτοιου μεγέθους έτσι ώστε ο δανεισμός πάνω από το προκαθορισμένο όριο να μην μπορεί να αποφευχθεί. Σε αυτή την περίπτωση, γίνεται δυνατόν με τη χρήση του ορίου δανεισμού και του παράγοντα ποινής να παραχθούν καμπύλες αντιστάθμισης, (trade-off curves) ανάμεσα στον κίνδυνο και τις αποδόσεις.

Ένα άλλο στοιχείο του παραπάνω μοντέλου, αποτελεί το γεγονός ότι οι φόροι δεν λαμβάνονται υπόψη. Αυτό αν και διευκολύνει την περιγραφή του μοντέλου γενικά, αποτελεί λάθος τακτική καθώς τις περισσότερες φορές οι φόροι πρέπει να υπολογίζονται.

Επιπροσθέτως, τα κόστη συναλλαγών είναι ανάλογα του μεγέθους μιας συναλλαγής, υπολογισμένα από το spread των τιμών bid-ask. Τέλος, ο δανεισμός για μια μεμονωμένη περίοδο, από πλευράς του διαχειριστή χαρτοφυλακίου, είναι ακριβότερος σε σχέση με το να δανείσει ο ίδιος ο διαχειριστής. Αυτό φαίνεται μέσω του πριμ που αφορά τον δανεισμό.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**

### **3.1 Εισαγωγή: Το πρόβλημα**

Το θεμελιώδες πρόβλημα έγκειται στη δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου που αποτελείται από χρεόγραφα σταθερού εισοδήματος των οποίων οι αποδόσεις θα μπορούν να μένουν αμετάβλητες μέσα σε ένα μεγάλο εύρος αβέβαιων σεναρίων.

### **3.2 Ιστορική αναδρομή**

Κυβερνητικά παραρτήματα, όπως η Fannie Mae (Federal National Mortgage Assossication – FNMA / Ομοσπονδιακή Εθνική Ένωση Υποθηκών), σημείωσαν σημαντικές ζημιές κατά τις την δεκαετία του 1980 για τον εξής λόγο: Οι συγκεκριμένοι οργανισμοί είχαν εκδώσει βραχυπρόθεσμες μη-εκπεστές ομολογίες (non-deductible bonds) στις αρχές του 1970, μέσω των οποίων χρηματοδότησαν την αγορά μακροπρόθεσμων στοιχείων ενεργητικού. Ωστόσο, η αναντιστοιχία μεταξύ των ωριμάνσεων των στοιχείων ενεργητικού-παθητικού, εξέθεσε τους οργανισμούς σε κίνδυνο επιτοκίου. Καθώς τα επιτόκια σημείωσαν σημαντική άνοδο κατά το τέλος της δεκαετίας, η Fannie Mae βρέθηκε με τα στοιχεία παθητικού να είναι σε φάση ωρίμανσης ενώ την ίδια στιγμή, τα στοιχεία ενεργητικού χρειάζονταν ακόμα καιρό για να ωριμάσουν και ήταν τιμολογημένα ως κλάσμα της πραγματικής αξίας τους. Παρόμοια φαινόμενα παρατηρήθηκαν και σε άλλους ασφαλιστικούς φορείς, χρήση βραχυπρόθεσμων στοιχείων παθητικού για τη χρηματοδότηση μακροπρόθεσμων στοιχείων ενεργητικού, με παρόμοια αποτελέσματα όπως στην περίπτωση της Fannie Mae. Βάση μιας καμπύλης αποδόσεων με ανοδική κλίση, τέτοιου είδους στρατηγικές έμοιαζαν τελείως λογικές και κερδοφόρες, όμως με την άνοδο των επιτοκίων αυτό διαψεύστηκε.

Ενώ είναι εύκολο να ασκηθεί κριτική πάνω στις λάθος επιλογές όταν πλέον τα γεγονότα έχουν λάβει τέλος, κάλο θα ήταν να υπογραμμιστεί το γεγονός ότι εκείνη την περίοδο τα επιτόκια ήταν σχετικά σταθερά για μεγάλο χρονικό διάστημα. Με το τέλος των γεγονότων, οι χρηματοοικονομικοί οργανισμοί ξεκίνησαν να έχουν μια πιο ολιστική προσέγγιση απέναντι στην διαχείριση στοιχείων ενεργητικού-παθητικού.

Η πολιτική της αντιστοίχισης διαρκειών (duration matching ή portfolio immunization) μεταξύ στοιχείων ενεργητικού-παθητικού είχε θεσμοθετηθεί για τους διάφορους χρηματοοικονομικούς οργανισμούς.

Η μέθοδος του Portfolio immunization, η επιλογή χαρτοφυλακίων με στοιχεία ενεργητικού-

παθητικού που βρίσκονται σε πλήρη αντιστοίχιση, συντέλεσε της μείωση των διαφορών μεταξύ των δύο πλευρών του ισολογισμού που δημιουργήθηκαν από τις κοντόφθαλμες πρακτικές της δεκαετίας του 70.

Ωστόσο, καθώς αυτές οι πρακτικές ξεκίνησαν να έχουν ευρεία χρήση κατά την δεκαετία του 1980, τα προβλήματα τους ξεκίνησαν να έρχονται στην επιφάνεια.

Τότε ήταν που μια νέα γενιά μοντέλων έκανε την εμφάνισή της. Τα συγκεκριμένα μοντέλα μπορούσαν να λειτουργήσουν καλύτερα σε ένα περιβάλλον με μεταβαλλόμενα επιτόκια, η περίπτωση της δεκαετίας του 1990, ενώ ταυτόχρονα να χειριστούν τα νέα, πεπλεγμένα χρηματοοικονομικά προϊόντα που έκαναν την εμφάνισή τους εκείνη την εποχή.

### **3.3 Εφαρμογές**

Ο στόχος ενός διαχειριστή χαρτοφυλακίου εξαρτάται από τις υποκείμενες εφαρμογές. Σε αυτό το σημείο θα αναφερθούν τρεις πρακτικές που σχετίζονται με χρεόγραφα σταθερού εισοδήματος και την αβεβαιότητα που τα διακατέχει.

Indexation: Βάση της τακτικής της παθητικής διαχείρισης, ο διαχειριστής θα προσπαθούσε να δημιουργήσει ένα χαρτοφυλάκιο σταθερού εισοδήματος που θα μπορεί να ακολουθεί τις κινήσεις ενός προκαθορισμένου δείκτη. Ένα τέτοιο παράδειγμα αποτελεί ο δείκτης στεγαστικών δανείων που δημοσιεύεται σε μηνιαία βάση από τους Shearson-Lehman και Solomon Brothers. Βάση αυτού, ένας επενδυτής που θα ήθελε να τοποθετηθεί σε στεγαστικά δάνεια θα προτιμούσε το χαρτοφυλάκιο να μπορεί να αντανakλά αυτό το δείκτη όσο καλύτερα γίνεται. Το μέτρο επίδοσης σε αυτή την περίπτωση θα ήταν η διαφορά των αποδόσεων χαρτοφυλακίου—δείκτη.

Η διαφορά αυτή θα πρέπει να είναι ελάχιστη για κάθε πιθανή αλλαγή του δείκτη λόγω αλλαγής επιτοκίων ή μεταβολών στις προπληρωμές.

Liability payback: Οι ασφαλιστικές εταιρείες καθώς και τα συνταξιοδοτικά ταμεία συνήθως έχουν μεγάλη έκθεση σε Mortgage Backed Securities (MBS). Αυτά τα προϊόντα θεωρούνται επενδύσεις που βοηθούν στην αποπληρωμή στοιχείων του παθητικού που έχουν στη κατοχή τους οι παραπάνω οργανισμοί. Ο σκοπός σε αυτή τη περίπτωση είναι η κατασκευή ενός χαρτοφυλακίου από MBS που μπορεί να αποπληρώνει τη μελλοντική ροή των στοιχείων παθητικού.

Η αβεβαιότητα εδώ εμφανίζεται και πάλι μέσω των αλλαγών στα επιτόκια καθώς και σε αλλαγές που μπορεί να συμβούν στους χρόνους αποπληρωμής των MBS. Επιπροσθέτως, ο χρόνος της ροής των στοιχείων παθητικού μπορεί να είναι υποκείμενος σε αβέβαιες μεταβολές.

Έκδοση χρέους: Κυβερνητικοί οργανισμοί όπως η Fannie Mae και η Freddie Mac, χρηματοδοτούν τα στοιχεία ενεργητικού μέσω της έκδοσης χρέους. Σε αυτή τη περίπτωση το πρόβλημα έγκειται στο τι είδους χρέος είναι πιο κατάλληλο ώστε να χρηματοδοτηθεί η αγορά ενός συγκεκριμένου συνόλου στοιχείων ενεργητικού. Σε αυτή τη περίπτωση δεν υπάρχει ανάγκη τα στοιχεία ενεργητικού να είναι προεπιλεγμένα, καθώς το μοντέλο μπορεί να επιλέξει ένα πρέπον μείγμα από στοιχεία ενεργητικού-παθητικού από ένα μεγάλο εύρος χρεογράφων σταθερού εισοδήματος. Οι χρόνοι των στοιχείων ενεργητικού-παθητικού μπορεί να είναι αβέβαιοι σε μια τέτοια εφαρμογή. Ο στόχος σε αυτή τη περίπτωση είναι οι πληρωμές του χρέους να μπορούν να γίνουν μέσω των επιλεγμένων στοιχείων ενεργητικού, χωρίς οι χρόνοι των ταμειακών ροών καθώς και η μεταβλητότητα των επιτοκίων να προκαλούν πρόβλημα.

### **3.4 Δομημένα μοντέλα διαχείρισης ενεργητικού – παθητικού**

Η κατηγοριοποίηση των μοντέλων γίνεται σε τρεις κατηγορίες οι οποίες είναι οι εξής:

- *Στατικά μοντέλα*
- *Στοχαστικά μοντέλα μιας περιόδου*
- *Δυναμικά στοχαστικά μοντέλα πολλαπλών περιόδων*

Ακολουθεί η περιγραφή της κάθε κατηγορίας:

Στατικά μοντέλα: Τέτοιου τύπου μοντέλα ασφαλίζουν από μικρές αλλαγές πάνω στην τρέχουσα κατάσταση. Παραδείγματος χάριν, ένα term structure μπορεί να εισήχθη στο μοντέλο, το οποίο αντιστοιχεί τα στοιχεία ενεργητικού παθητικού κάτω από αυτό. Μετέπειτα ορίζονται συνθήκες οι οποίες εξασφαλίζουν ότι οποιαδήποτε απόκλιση του term structure από την υποτιθέμενη τιμή, τα στοιχεία ενεργητικού-παθητικού θα αλλάξουν και αυτά προς την ίδια κατεύθυνση και σε ίδιο ύψος. Αυτό είναι και η θεμελιώδης αρχή του portfolio immunization.

Στοχαστικά μοντέλα μιας περιόδου: Τα στατικά μοντέλα δεν επιτρέπουν τον ορισμό της στοχαστικής διαδικασίας που συμβάλλει στην αλλαγή του οικονομικού περιβάλλοντος. Ωστόσο, στα μοντέρνα χρηματοοικονομικά υπάρχει πληθώρα θεωριών που περιγράφει τα επιτόκια καθώς και άλλους ευμετάβλητους παράγοντες, με τη χρήση στοχαστικών διαδικασιών. Ένα στοχαστικό μοντέλο ενεργητικού-παθητικού περιγράφει την κατανομή των αποδόσεων των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού μέσα σε ένα μεταβαλλόμενο περιβάλλον, ενώ παράλληλα εξασφαλίζει ότι και οι δύο πλευρές του ισολογισμού έχουν υψηλή συσχέτιση.

Δυναμικά, στοχαστικά μοντέλα πολλαπλών περιόδων: Ένα στοχαστικό μοντέλο, όπως περιγράφηκε άνωθεν, είναι στη καλύτερη περίπτωση μυωπικό. Αυτό συμβαίνει επειδή χτίζει ένα μοντέλο το οποίο βασίζεται σε μια “καλά” συμπεριφερόμενη κατανομή λάθους, λάθος = απόδοση ενεργητικού – απόδοση παθητικού, βάσει της ορισμένης στοχαστικής διαδικασίας. Δεν εμπεριέχει όμως το γεγονός ότι ο διαχειριστής χαρτοφυλακίου θα εξισορροπήσει το χαρτοφυλάκιο κατά την απόκτηση πλεονάσματος. Επιπροσθέτως, καθώς η στοχαστική διαδικασία εξελίσσεται με το πέρασ του χρόνου, διαφορετικά χαρτοφυλάκια θα είναι πιο αποτελεσματικά ώστε να εξασφαλίζουν την συσχέτιση ενεργητικού-παθητικού. Τα μοντέλα μιας περιόδου μπορούν να χαρακτηριστούν σαν τμήμα πιο συντηρητικής στρατηγικής, ενώ πιο επιθετικές προσεγγίσεις μπορούν να δικαιολογηθούν εφόσον θεωρηθεί ότι ο διαχειριστής μπορεί εξισορροπεί το χαρτοφυλάκιο κατά βούληση.

Το ζητούμενο είναι ένα μοντέλο που εμπεριέχει ταυτόχρονα και τη στοχαστική φύση του προβλήματος και το γεγονός ότι η διαχείριση του χαρτοφυλακίου γίνεται με δυναμικό τρόπο στο πλαίσιο πολλαπλών περιόδων.

Μαθηματικά μοντέλα της κατηγορίας Stochastic programming with resource προσφέρουν μια δομή που μπορεί να αντιμετωπίσει το προαναφερθέν πρόβλημα.

Ακολουθεί ο μαθηματικός φορμαλισμός του κάθε μοντέλου από κάθε κατηγορία.

### **3.5 Ο φορμαλισμός του προβλήματος**

Σε ένα εύρος χρεογράφων σταθερού εισοδήματος (fixed income securities), καταταγμένα σε ένα σύνολο  $J$ , με αγοραίες τιμές  $\{P_{0j}\}$  και μια ροή στοιχείων παθητικού  $\{L_t\}$ , όπου το  $t$  υποδηλώνει ένα δείκτη χρόνου που δημιουργήθηκε από το διακριτό σύνολο  $T$ . Δεδομένο είναι επίσης και το term structure καθώς ορίζεται από ένα διάνυσμα, το οποίο δημιουργείται από forward rates  $\{r_t\}, t \in T$ .

Το πρόβλημα του διαχειριστή σε αυτήν την περίπτωση έγκειται στην επιλογή των τοποθετήσεων σε χρεόγραφα  $x_j$  σε ένα χαρτοφυλάκιο που θα αντιστοιχεί τα στοιχεία ενεργητικού με τη ροή του παθητικού.

Είναι σημαντικό να οριστεί το σύνολο των σεναρίων για τα στοχαστικά μοντέλα ( $S$ ). Τα σενάρια, τυπικά, είναι διακριτά και ισοπίθανα. Όταν μια παράμετρος του μοντέλου είναι εκθέτης από έναν δείκτη  $s \in S$ , τότε η παράμετρος αυτή είναι εξαρτημένη από το σενάριο. Σύμφωνα με τα παραπάνω, το  $C_{jt}^s$  θα χρησιμοποιηθεί για να δηλώσει την ταμειακή ροή που δημιουργείται από το χρεόγραφο  $j \in J$ , ανά μονάδα ονομαστικής

αξίας, ενώ το  $r_t^s$  δηλώνει το προεξοφλητικό επιτόκιο κατά την περίοδο  $t \in T$ , υπό το σενάριο  $s \in S$ .

Τα επιτόκια μπορούν να υπολογιστούν βάσει μιας πληθώρας μοντέλων term structure. Αυτά τα μοντέλα είναι σχεδιασμένα ώστε να παράγουν σενάρια για το term structure τα οποία είναι συνεπή με την καμπύλη αποδόσεων των έντοκων γραμματίων και τη μεταβλητότητά τους.

Ωστόσο, τα περισσότερα χρεόγραφα σταθερού εισοδήματος δεν μπορούν να αξιολογηθούν βάσει του ίδιου προεξοφλητικό επιτόκιο που υποδηλώνει η καμπύλη των έντοκων γραμματίων. Το κάθε χρεόγραφο πρέπει να αντανakλά την πίστωση, το ρίσκο χρεωκοπίας καθώς το ρίσκο προπληρωμής που διακατέχουν το συγκεκριμένο προϊόν.

Οπότε, για να αξιολογηθούν οι κίνδυνοι σε προϊόντα MBS, πρώτα θα γίνει ο υπολογισμός ενός πριμ που έχει την ονομασία “προσαρμοσμένο καταβληθέν ποσό για το δικαίωμα προαίρεσης” (Option-adjusted premium, OAP).

Η συγκεκριμένη μεθοδολογία εκτιμά έναν παράγοντα πολλαπλασιαστικής προσαρμογής για τα επιτόκια των εντόκων γραμματίων που εξισώνει την σημερινή αγοραία αξία με μια “έντιμη” αξία που βασίζεται στην θεωρία των προσδοκιών. Η ιδέα είναι ότι η απόκλιση της αγοραίας αξίας και της θεωρητικής αξίας βασίζεται σε κινδύνους που δεν αντανakλώνται στην αγορά εντόκων γραμματίων.

Το πριμ OAP ( $P_{j0}$ ) εντοπίζεται μέσω της παρακάτω μη γραμμικής εξίσωσης:

$$P_{j0} = \frac{1}{|S|} \sum_{s=1}^{|S|} \sum_{t=0}^T \frac{C_{jt}^s}{\prod_{i=1}^t (1 + P_j \times r_i^s)}$$

Το συγκεκριμένο πριμ θα κάνει την εμφάνιση του σε διάφορα μοντέλα που θα αναλυθούν παρακάτω.

### **3.6 Η στατική προσέγγιση: Η αντιστοίχιση διάρκειας**

Με δεδομένο το term structure, τη ροή των προβεβλημένων ταμειακών ροών ενός χρεογράφου σταθερού εισοδήματος καθώς και τη ροή των στοιχείων παθητικού, μπορεί να δημιουργηθεί ένα “αφοσιωμένο” χαρτοφυλάκιο. Με τον παραπάνω όρο εννοείται ένα χαρτοφυλάκιο με ελάχιστο κόστος, η μέγιστες αποδόσεις, με στοιχεία ενεργητικού σταθερού εισοδήματος που αντιστοιχούν στη ροή του παθητικού. Έστω ότι  $C_{jt}$  είναι η ταμειακή ροή που δημιουργείται από το χρεόγραφο  $j$  κατά τον χρόνο  $t$ . Γίνεται η προβολή της ροής, εξαρτώμενη από το term structure. Βάσει των παραπάνω προκύπτει το εξής μοντέλο βελτιστοποίησης:



$$\text{Minimize } \sum_{j \in J} P_{0j} x_j$$

$$\text{Subject to : } \sum_{j \in J} \left[ \left( \sum_{t \in T} \frac{C_{jt}^s}{\prod_{i=1}^t (1 + P_j \times r_i^s)} \right) x_j \geq \sum_{t \in T} \frac{L_t}{\prod_{i=1}^t (1 + P_j \times r_i^s)} \right]$$

όπου το  $P_j$  είναι η τρέχουσα αγοραία αξία,  $r_i^s$  είναι το επιτόκιο,  $\Pi$  είναι το προϊόν, και  $L_t$  είναι τα εκάστοτε στοιχεία παθητικού.

Αυτό το μοντέλο θα υποδείξει το χαρτοφυλάκιο με το ελάχιστο κόστος, με την ιδιότητα ότι θα η τρέχουσα αξία των ταμειακών ροών του χαρτοφυλακίου θα είναι τουλάχιστον ίση με την τρέχουσα αξία των στοιχείων παθητικού. Εάν ο χρόνος και το μέγεθος των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού δεν αλλάζουν, καθώς ούτε και οι παράγοντες του προεξοφλητικού επιτοκίου, τότε το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο εξασφαλίζει έγκαιρες πληρωμές για τα στοιχεία παθητικού.

Εμπεριέχεται και η στοχαστικότητα της ταμειακής ροής του χρεογράφου καθώς και η μεταβλητότητα του term structure, το μοντέλο μπορεί να τροποποιηθεί έτσι ώστε να κάνει αντιστοίχιση των ευαισθησιών στοιχείων ενεργητικού και παθητικού προς τη στοχαστικότητα. Για να είναι δυνατόν να περιληφθεί αυτή η πεπλεγμένη εξάρτηση των ταμειακών ροών του χρεογράφου σταθερού εισοδήματος με την αλλαγή του term structure, χρησιμοποιείται η μέθοδος που είναι γνωστή σαν εξομοίωση Monte-Carlo.

### **Προσομοίωση Monte Carlo για τους υπολογισμούς διάρκειας με δυνατότητα προαίρεσης (Monte Carlo simulation for option adjusted duration calculations)**

**Βήμα 1<sup>ο</sup>:** Έναρξη της στοχαστικής διαδικασίας των επιτοκίων, βάσει του τρέχοντος term structure, και χρήση της για τον υπολογισμό του OAP,  $P_j$ , για όλα τα χρεόγραφα, όπως αυτό συνεπάγεται από τις τρέχουσες αγοραίες αξίες  $P_{0j}$ .

**Βήμα 2<sup>ο</sup>:** Μετατόπιση του term structure κατά -50 μονάδες βάσης και επαναβαθμονόμηση της στοχαστικής διαδικασίας των επιτοκίων.

**Βήμα 3<sup>ο</sup>:** Δειγματοποίηση των μονοπατιών των επιτοκίων  $\{r_i^{-s}\}$  από την στοχαστική διαδικασία που βαθμονομήθηκαν κατά το βήμα 2, και χρήση του μοντέλου προβολής της ταμειακής ροής του χρεογράφου ως προς τον υπολογισμό του OAP:

$$P_{j0} = \frac{1}{|S|} \sum_{s=1}^{|S|} \sum_{t=0}^T \frac{C_{jt}^s}{\prod_{i=1}^t (1 + P_j \times r_i^{-s})}$$

Βήμα 4<sup>ο</sup>: Μετατόπιση του term structure κατά +50 μονάδες βάσης και επαναβαθμονόμηση της στοχαστικής διαδικασίας των επιτοκίων.

Βήμα 5<sup>ο</sup>: Δειγματοποίηση των μονοπατιών των επιτοκίων  $\{r_i^{+s}\}$  από την στοχαστική διαδικασία που βαθμονομήθηκαν κατά το βήμα 4, και χρήση του μοντέλου προβολής της ταμειακής ροής του χρεογράφου ως προς τον υπολογισμό του OAP:

$$P_{j0} = \frac{1}{|S|} \sum_{s=1}^{|S|} \sum_{t=0}^T \frac{C_{jt}^s}{\prod_{i=1}^t (1 + P_j \times r_i^{+s})}$$

Βήμα 6<sup>ο</sup>: Το option adjusted duration του χρεογράφου δίνεται από την εξής σχέση:

$$\Delta_j = \frac{P_j^+ - P_j^-}{100}$$

Και το option adjusted convexity από τη σχέση:

$$\Gamma_j = \frac{P_j^+ - 2P_{0j} + P_j^-}{50^2}$$

Τότε ένα χαρτοφυλάκιο προκειμένου να μπορεί να χαρακτηριστεί ως immunized, θα πρέπει να αντιστοιχεί τις τρέχουσες αξίες των διαρκειών των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού. Επομένως, εάν  $\Delta_j$  είναι η διάρκεια του στοιχείου παθητικού, προκύπτει ο ακόλουθος γραμμικός προγραμματισμός:

$$\text{Minimize } \sum_{j \in J} P_{0j} x_j$$

$$\text{Subject to : } \sum_{j \in J} \left( \sum_{t \in T} \frac{C_{jt}}{\prod_{r=1}^t (1+r_t)} \right) x_j \geq \sum_{t \in T} \frac{L_t}{\prod_{r=1}^t (1+r_t)}$$

$$\sum_{j \in J} \Delta_j x_j = \Delta_t$$

$$x_j \geq 0$$

Το συγκεκριμένο μοντέλο μπορεί να τροποποιηθεί έτσι ώστε να μπορεί να αντιστοιχεί τις κυρτότητες ενεργητικού-παθητικού.

### **3.7 Μια στοχαστική προσέγγιση: Εντοπισμός συσχετίσεων**

Τα χαρτοφυλάκια χρεογράφων σταθερού εισοδήματος κατά το παρελθόν, βασίζονταν σε έννοιες όπως αντιστοίχιση διάρκειας και κυρτότητας όπως αυτές έχουν είδη προαναφερθεί. Έπειτα της μεγάλης απορρύθμισης που έλαβε χώρα κατά τα τέλη της δεκαετίας του 1970, αυτή η προσέγγιση φαντάζει πλέον απλοϊκή.

Οι γενικές δυσκολίες ενισχύθηκαν επιπλέον λόγω της σταθερής ροής καινοτομιών στην χρηματοοικονομική αγορά.

Σε αυτή την ενότητα θα παρουσιαστεί ένα στοχαστικό μοντέλο για τη διαχείριση MBS. Το συγκεκριμένο μοντέλο αναγνωρίζει ρητά την μεταβλητότητα των τιμών των MBS καθώς και τις συσχετίσεις μεταξύ τιμών σε ένα χαρτοφυλάκιο, με μοναδικό σκοπό την ανάπτυξη της αντιστάθμισης ανάμεσα σε μεγαλύτερες αποδόσεις και μεγαλύτερη μεταβλητότητα. Το συγκεκριμένο μοντέλο που θα παρουσιαστεί βασίζεται στην μέση απόλυτη απόκλιση, MAD, που έχει αναπτυχθεί από τους Konno και Yamazaki (1992). Ένα μοντέλο τύπου MAD, Mean-Absolute Deviation model, είναι κατάλληλο για χρεόγραφα σταθερού εισοδήματος με ενσωματωμένα δικαιώματα προαίρεσης που διακατέχονται από υψηλά ασύμμετρη κατανομή των αποδόσεων.

Μια από τις προκλήσεις που περικλείει η εφαρμογή του μοντέλου MAD, καθώς και τον υπόλοιπων μοντέλων ρίσκου-απόδοσης παρόμοιου τύπου, σε χρεόγραφα σταθερού εισοδήματος, έγκειται στο γεγονός ότι τα συγκεκριμένα προϊόντα εκλείπουν όταν έχουν σταθερό term to maturity. Επιπροσθέτως, η συνάρτηση απολαβών πολλών χρεογράφων σταθερού εισοδήματος είναι εξαρτημένα από το μονοπάτι. Οπότε, σε κάθε χρονικό σημείο υπάρχει μόνο μια παρατήρηση παραλλαγής τιμών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μην δύναται να χρησιμοποιηθούν τα ιστορικά δεδομένα ώστε να εκφραστεί η μεταβλητότητα και η συσχέτιση των αποδόσεων. Επιπλέον τα οποιαδήποτε μερίσματα, πληρωμές επιτοκίων καθώς και προπληρωμές, δεν δύναται να επενδυθούν στο ίδιο χρεόγραφο. Επομένως, μια πρέπουσα λύση είναι η χρήση της εξομοίωσης Monte Carlo για τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια άνευ κινδύνου, έτσι ώστε να μπορούν να αποκτηθούν οι αποδόσεις της περιόδου τοποθέτησης στο συγκεκριμένο στοιχείο.

Στην προκειμένη περίπτωση, υποτίθεται ότι για κάθε χρεόγραφο έχει δημιουργηθεί ένα τυχαίο διάνυσμα των αποδόσεων της περιόδου τοποθέτησης. Έστω ότι το  $\{R_j\}$  εκφράζει το διάνυσμα της τυχαίας μεταβλητής και έστω ότι  $\bar{R}_j = E(R_j)$  εκφράζει την προσδοκώμενη αξία. Επιπροσθέτως, έστω ότι  $x = \{x_j\}$  εκφράζει την σύνθεση του χαρτοφυλακίου, το οποίο περιέχει ένα ντετερμινιστικό στοιχείο παθητικού με απόδοση  $\rho$ . Η απόδοση του

χαρτοφυλακίου είναι  $R = \sum_{j \in J} R_j x_j + \rho$ . Η μέση απόλυτη απόκλιση των αποδόσεων του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου ορίζεται ως:

$$w(R) = E\{|R - E(R)|\}$$

Όπου το  $E(\cdot)$  εκφράζει τις προσδοκίες. Τώρα υποτίθεται ότι ένα δείγμα από τις τυχαίες μεταβλητές  $R_j$ , είναι διαθέσιμο.

Ήτοι, το  $R_j$  παίρνει την τιμή  $\{R_j^s\}$  για κάποιο σενάριο  $s \in S$ , και επιπλέον υποτίθεται ότι όλα τα σενάρια είναι ισοπίθανα. Τότε, μια αμερόληπτη εκτίμηση της μέσης απόλυτης απόκλισης των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου είναι η εξής:

$$\begin{aligned} w(R) &= E\{|R - E(R)|\} \\ &= E\left\{\left|\sum_{j \in J} (R_j - \bar{R}_j)x_j\right|\right\} \\ &= \frac{1}{|S| + |J|} \sum_{s \in S} \left|\sum_{j \in J} (R_j^s - \bar{R}_j)x_j\right| \end{aligned}$$

Τότε το μοντέλο MAD μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\text{minimize } w(R)$$

Subject to :

$$\sum_{j \in J} \bar{R}_j x_j \geq \rho$$

$$\sum_{j \in J} x_j = 1$$

$$0 \leq x_j \leq u_j \quad \text{για κάθε } j \in J$$

Το συγκεκριμένο μοντέλο μπορεί να μορφοποιηθεί σε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Με αυτό τον τρόπο δίνεται η δυνατότητα να επιβάλλονται διαφορετικά η ανοδική από την καθοδική απόκλιση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου από το μέσο. Έστω ότι  $\mu_d, \mu_u$  είναι παράμετροι ποινής για το ανοδικό και καθοδικό λάθος αντιστοίχως. Τότε, το μοντέλο MAD μπορεί να εκφραστεί ως μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού με τον εξής τρόπο:

$$\text{minimize } \frac{1}{|S| + |J|} \sum_{s \in S} y^s$$

Subject to :

$$y^s + \mu_d \sum_{j \in J} (R_j^s - \bar{R}_j)x_j \quad \text{για κάθε } s \in S$$

Subject to :

$$y^s + \mu_u \sum_{j \in J} (\bar{R}_j - R_j^s)x_j \quad \text{για κάθε } s \in S$$

$$\sum_{j=J} \bar{R}_j x_j \geq \rho$$

$$\sum_{j=J} x_j = 1$$

$$0 \leq x_j \leq u_j \quad \text{για κάθε } j \in J$$

### **3.8 Στοχαστική βελτιστοποίηση**

Ένα στοχαστικό μοντέλο πολλαπλών περιόδων δύναται να εκφράσει δυναμικές βάσει της παρακάτω κατάστασης:

Έστω ότι ένας διαχειριστής χαρτοφυλακίου πρέπει να κάνει επενδυτικές αποφάσεις βάσει ενός αβέβαιου μέλλοντος. Εφόσον οι αποφάσεις πρώτου επιπέδου έχουν παρθεί, ο επενδυτής αντιλαμβάνεται την αβεβαιότητα του μέλλοντος και καθορίζει μια βέλτιστη, δευτέρου επιπέδου, απόφαση. Ο σκοπός είναι να μεγιστοποιήσει την προσδοκώμενη χρηστικότητα του τελικού πλούτου.

Το πρώτο επίπεδο έχει να κάνει με την δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου χρεογράφων σταθερού εισοδήματος. Το αβέβαιο μέλλον έγκειται στα επιτόκια και τις ταμειακές ροές του χαρτοφυλακίου. Οι αποφάσεις δευτέρου επιπέδου έχουν να κάνουν με τον δανεισμό που λαμβάνει χώρα όταν οι ταμειακές ροές ξεκινούν να καθυστερούν την ικανοποίηση συγκεκριμένων στοιχείων παθητικού. Τέλος, περιλαμβάνονται αποφάσεις σχετικά με την αγορά ή την πώληση χρεογράφων για εξισορρόπηση του χαρτοφυλακίου σε μελλοντικό χρόνο.

Οι παράμετροι του μοντέλου είναι οι εξής:

- $T$ : Η διακριτικοποίηση του ορίζοντα σχεδιασμού,  $T = \{1, 2, 3, \dots, \bar{T}\}$  και  $T_0 = \{1, 2, 3, \dots, \bar{T}\}$ . Το  $\bar{T}$  εκφράζει το τέλος του ορίζοντα σχεδιασμού.
- $b_j$ : Αρχική τοποθέτηση του προϊόντος  $j \in J$  και  $b_0$  η αρχική τοποθέτηση σε στοιχείο ενεργητικού άνευ κινδύνου.
- $r_t^s$ : Το forward επιτόκιο ενός χρόνου κατά την χρονική περίοδο  $t \in T_0$  υπό το σενάριο  $s \in S$ .
- $spr$ : Το spread μεταξύ lending και borrowing.
- $pf_{jt}^s$ : Η ταμειακή ροή που δημιουργείται από το προϊόν  $j \in J$  κατά τη χρονική στιγμή  $t \in T$  υπό το σενάριο  $s \in S$ , εκφρασμένα ως ποσοστό της ονομαστικής αξίας. Περιέχει τις πληρωμές κεφαλαίου και επιτοκίων του χρεογράφου σταθερού

εισοδήματος καθώς και τις ταμειακές ροές που παράγονται από χρεοκοπίες, εξάσκηση του ενσωματωμένου δικαιώματος προαίρεσης, προπληρωμές κλπ.

- $\xi_{jt}^s$ : Η τιμή ανά μονάδα ονομαστικής αξίας του χρεογράφου  $j \in J$  που πουλήθηκε κατά την περίοδο  $t$  υπό το σενάριο  $s$ . Το κόστος συναλλαγών αφαιρείται από την τιμή ώστε να δημιουργηθεί ο συγκεκριμένος συντελεστής. Η τιμή κατά την χρονική περίοδο  $t = 0$  είναι ανεξάρτητη του σεναρίου και εκφράζεται με το  $\xi_{j0}$ .
- $\zeta_{jt}^s$ : Η τιμή ανά μονάδα ονομαστικής αξίας του χρεογράφου  $j \in J$  που αγοράστηκε κατά την περίοδο  $t$  υπό το σενάριο  $s$ . Το κόστος συναλλαγών προστίθεται στην τιμή ώστε να δημιουργηθεί ο συγκεκριμένος συντελεστής. Η τιμή κατά την χρονική περίοδο  $t=0$  είναι ανεξάρτητη του σεναρίου και εκφράζεται με το  $\zeta_{j0}$ .
- $L_t$ : Τα ληξιπρόθεσμα στοιχεία παθητικού κατά την περίοδο  $t \in T$ . Θεωρείται ότι είναι ανεξάρτητα του σεναρίου, αλλά αυτή η υπόθεση δύναται να χαλαρώσει.

Οι μεταβλητές του μοντέλου:

- $x_j$ : Μεταβλητή πρώτου επιπέδου που εκφράζει την ονομαστική αξία του προϊόντος  $j \in J$  και η αγορά του οποίου συνέβη κατά την αρχή του ορίζοντα σχεδιασμού.
- $x_{jt}^s$ : Μεταβλητή δευτέρου επιπέδου που εκφράζει την ονομαστική αξία του προϊόντος  $j \in J$  και η αγορά του οποίου συνέβη κατά την χρονική περίοδο  $t$  υπό το σενάριο  $s$ .
- $y_j$ : Μεταβλητή πρώτου επιπέδου που εκφράζει την ονομαστική αξία του προϊόντος  $j \in J$ , η πώληση του οποίου έγινε κατά την αρχή του ορίζοντα σχεδιασμού.
- $y_{jt}^s$ : Μεταβλητή πρώτου επιπέδου που εκφράζει την ονομαστική αξία του προϊόντος  $j \in J$ , η πώληση του οποίου έγινε κατά τη χρονική περίοδο  $t$  υπό το σενάριο  $s$ .
- $z_{jt}^s$ : Μεταβλητή δευτέρου επιπέδου που εκφράζει την ονομαστική αξία του προϊόντος  $j \in J$  κατά την χρονική περίοδο  $t \in T$  υπό το σενάριο  $s$ . Το  $z_{j0}$  εκφράζει την αρχική σύνθεση του χαρτοφυλακίου, αφού οι αποφάσεις του πρώτου επιπέδου έχουν λάβει χώρα, και είναι ανεξάρτητο του σεναρίου.
- $w_t^s$ : Λογιστική μεταβλητή δευτέρου επιπέδου, που εκφράζει την ταμειακή ροή που παράγεται από το χρεόγραφο  $j$  κατά την χρονική περίοδο  $t$  υπό το σενάριο  $s$ .
- $y_t^{-s}$ : Μεταβλητή δευτέρου επιπέδου που εκφράζει το ποσό υπό κατοχή κατά τη χρονική περίοδο  $t+1$  που βασίζεται σε δανεισμό που συνέβη την χρονική περίοδο  $t$  υπό το σενάριο  $s$ .
- $y_t^{+s}$ : Μεταβλητή δευτέρου επιπέδου που εκφράζει το πλεόνασμα που επενδύθηκε σε στοιχείο άνευ κινδύνου κατά την χρονική περίοδο  $t$ .

- $U(WT^s)$ : Εκφράζει το όφελος από τον τελικό πλούτο υπό το σενάριο  $s$ . Πρέπουσες συναρτήσεις οφέλους είναι για παράδειγμα οι ισοελαστικές συναρτήσεις τύπου

$$\frac{-1}{\gamma(WT^s)^\gamma}$$

### 3.9 Ορισμός του μοντέλου

Το μοντέλο μπορεί να εκφρασθεί ως εξής:

$$\text{maximize } \frac{1}{|S|} \sum_{s \in S} U(WT^s)$$

$$\text{Subject to : } z_{j0} + y_j - \frac{x_j}{\zeta_{j0}} = b_j, \quad j \in J$$

$$y_0^{+s} + \sum_{j \in J} (1 - \xi_j) y_j - \frac{1}{(1 + r_0^s + spr)} y_0^{-s} = b_0, \quad s \in S$$

$$z_{jt-1}^s + x_{jt}^s - w_{jt}^s - z_{jt}^s - y_{jt}^s = 0, \quad t \in T, j \in J, s \in S$$

$$w_{jt}^s - pf_{jt}^s z_{jt-1}^s = 0, \quad t \in T, j \in J, s \in S$$

$$\xi_{jt}^s y_{jt}^s + \sum_{j \in J} w_{jt}^s - \frac{x_{jt}^s}{\zeta_{jt}^s} + (1 + r_{jt-1}^s) y_{t-1}^{+s} y_{t-1}^{-s},$$

$$+ \frac{1}{(1 + r_t^s + spr)} y_t^{-s} - y_t^{+s} = L_t, \quad t \in T, s \in S$$

$$WT^s = \sum_{j \in J} z_{jT}^s \xi_{jT}^s - y_{T-1}^{-s}$$

Ο πρώτος περιορισμός αφορά αποφάσεις πρώτου επιπέδου και είναι ντετερμινιστικός. Ακόλουθοι περιορισμοί βασίζονται στο εκάστοτε σενάριο καθώς και στην απόφαση πρώτου επιπέδου. Ο τελικός πλούτος  $WT^s$  υπολογίζεται μέσω της συσσώρευσης του πλεονάσματος, εξαιρουμένου οποιουδήποτε χρέους στο τέλος του ορίζοντα σχεδιασμού και μετά από ρευστοποίηση των χρεογράφων που παραμένουν στο χαρτοφυλάκιο.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο πρόκειται να προχωρήσουμε σε μια περαιτέρω ανάλυση των στοιχείων που αφορούν τη βραχυπρόθεσμη χρηματοδότηση και να δημιουργήσουμε ένα μοντέλο για την επίλυση του προβλήματος που αυτή προκαλεί. Επιπλέον, θα αναλυθούν τα θέματα της αντιστοίχισης ταμειακών ροών και ανάλυσης ευαισθησίας και θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο στοχαστικού προγραμματισμού ALM για τη διαχείριση ενεργητικού - παθητικού καθώς και ένα μοντέλο για τη διαχείριση του εταιρικού χρέους. Τέλος πρόκειται να παρασχεθεί ένα συνολικό μοντέλο.

### Βραχυπρόθεσμη χρηματοδότηση

Οι εταιρείες επί το πλείστο αντιμετωπίζουν το πρόβλημα της βραχυπρόθεσμης χρηματοδότησης ταμειακών δεσμεύσεων. Ο γραμμικός προγραμματισμός μπορεί να βοηθήσει στην ανεύρεση ενός βέλτιστου συνδυασμού χρηματοοικονομικών προϊόντων ώστε να μπορούν να καλυφθούν τέτοιου τύπου δεσμεύσεις. Έστω ότι μια εταιρεία αντιμετωπίζει το εξής πρόβλημα βραχυπρόθεσμης χρηματοδότησης:

Μήνας	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μάιος	Ιούν.
Καθαρή ταμειακή ροή	-220	-170	270	-270	120	370

Οι απαιτήσεις της τρέχουσας ταμειακής ροής δίνονται σε χιλιάδες δολάρια. Η εταιρεία έχει τις εξής πηγές χρηματοδότησης:

- Μια γραμμή χρηματοδότησης μέχρι \$120χιλ. Με μηνιαίο επιτόκιο 1%.
- Σε καθέναν από τους τρεις πρώτους μήνες δύναται να εκδώσει τρίμηνες ομολογίες με κουπόνι 2%
- Πλεονάζοντα κεφάλαια μπορούν να επενδυθούν με μηνιαίο επιτόκιο 0.3%

Υπάρχουν πολλές ερωτήσεις που μπορεί να απασχολούν την εταιρεία. Τι επιτόκιο θα πρέπει να πληρώσει η εταιρεία ανάμεσα σε Ιανουάριο και Ιούνιο; Είναι οικονομικό να χρησιμοποιηθεί η γραμμή χρηματοδότησης για κάποιους από τους μήνες; Εάν ναι, για πότε ισχύει αυτό και για πόσο; Ο γραμμικός προγραμματισμός μας δίνει ένα μηχανισμό ικανό να παρέχει απαντήσεις σε τέτοιου τύπου ερωτήσεις γρήγορα. Η χρήση του γραμμικού προγραμματισμού βασίζεται σε τρία βήματα: Ομαλοποίηση, επίλυση, απόδοση.

### 4.1 Δημιουργία μοντέλου

Εν αρχή θα δημιουργηθεί το μοντέλο για το παραπάνω βραχυπρόθεσμο πρόβλημα. Αυτό θα εκφραστεί στη γλώσσα του γραμμικού προγραμματισμού.



Υπάρχουν κανόνες για το τι μπορεί και τι δεν μπορεί να γίνει μέσω του γραμμικού προγραμματισμού. Αυτοί οι κανόνες υπάρχουν ώστε τα βήματα της επίλυσης και της απόδοσης να είναι επιτυχή.

Βασικά συστατικά του γραμμικού προγραμματισμού είναι οι μεταβλητές αποφάσεων, ο στόχος και οι περιορισμοί.

### Μεταβλητές αποφάσεων

Οι μεταβλητές αποφάσεων αντιπροσωπεύουν επιλογές που πρέπει να γίνουν. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με δεδομένα του προβλήματος, τα οποία είναι τιμές που είτε έχουν δοθεί είτε μπορούν εύκολα να υπολογιστούν από τα δεδομένα.

Για το πρόβλημα βραχυπρόθεσμου δανεισμού, υπάρχουν πολλές πιθανές επιλογές για αυτού του τύπου τις μεταβλητές. Στη συγκεκριμένη περίπτωση θα χρησιμοποιηθούν οι εξής μεταβλητές αποφάσεων: Το ποσό  $x_i$  που αντλείται από την πιστωτική γραμμή κατά το μήνα  $i$ , το ποσό  $y_i$  των ομολόγων που εκδόθηκαν το μήνα  $i$ , τα πλεονάζοντα κεφάλαια  $z_i$  κατά το μήνα  $i$  και ο πλούτος  $v$  κατά τον μήνα Ιούνιο. Εναλλακτικά, θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν μόνο οι μεταβλητές  $x_i, y_i$  καθώς τα πλεονάζοντα κεφάλαια και ο πλούτος μπορούν να υπολογιστούν από αυτές.

### Στόχος

Κάθε γραμμικός προγραμματισμός έχει ένα στόχο. Και ο στόχος είτε ελαχιστοποιείτε είτε μεγιστοποιείτε. Αυτός ο στόχος πρέπει να είναι κατ' ανάγκη γραμμικός στις μεταβλητές αποφάσεων, δηλαδή πρέπει να είναι το άθροισμα από σταθερές επί των μεταβλητών αποφάσεων. Στη προκειμένη περίπτωση ο στόχος είναι μεγιστοποίησή του  $v$ .

### Περιορισμοί

Κάθε γραμμικός προγραμματισμός έχει περιορισμούς ως προς τις αποφάσεις. Εδώ εμφανίζονται τρεις περιορισμοί.

- Ταμειακή εισροή = ταμειακή εκροή για κάθε μήνα
- Άνω όρια για το  $x_i$
- Οι μεταβλητές αποφάσεων  $x_i, y_i, z_i$  δεν έχουν αρνητικές τιμές

Παραδείγματος χάριν κατά τον Ιανουάριο υπάρχει μια ταμειακή απαίτηση 220χιλ. Προκειμένου να καλυφθεί η απαίτηση, η εταιρεία μπορεί να κάνει ανάληψη από την πιστωτική γραμμή ή να εκδώσει έναν αριθμό ομολόγων. Με την πιθανότητα να υπάρχουν πλεονάζοντα κεφάλαια, τα οποία μπορεί και να ισούνται του μηδενός, η εξίσωση των ταμειακών ροών είναι η εξής:

$$x_i + y_i - z_i = 220$$

Έπειτα, κατά το Φεβρουάριο, υπάρχει μια ταμειακή απαίτηση 170χιλ. Επιπροσθέτως, το κεφάλαιο συν το επιτόκιο  $1.01x_1$  υπάρχει λόγω της πιστωτικής γραμμής και  $1.003z_1$  έχουν εισπραχθεί από επενδυμένα πλεονάζοντα κεφάλαια. Για να καλυφθούν οι απαιτήσεις κατά το Φεβρουάριο, η εταιρεία μπορεί να κάνει ανάληψη ενός ποσού  $x_2$  από την πιστωτική γραμμή ή και να εκδώσει  $y_2$  ομολογίες. Έτσι σε αυτή τη περίπτωση, η εξίσωση έχει ως εξής:

$$x_2 + y_2 - 1.01x_1 + 1.003z_1 - z_2 = 170$$

Παρόμοια, κατά το Μάρτιο η εξίσωση θα είναι :

$$x_3 + y_3 - 1.01x_2 + 1.003z_2 - z_3 = -270$$

Για τους μήνες Απρίλιο, Μάιο και Ιούνιο η έκδοση ομολογιών δεν είναι δυνατή, όποτε οι αντίστοιχες μεταβλητές δεν θα υπάρχουν. Επιπροσθέτως, οποιαδήποτε έκδοση ομολογία κατά τους προηγούμενους μήνες έχει πληρωμές με επιτόκιο της τάξης του 2% που ξεκινούν τρεις μήνες αργότερα. Σύμφωνα με τα παραπάνω προκύπτουν οι εξής εξισώσεις:

$$x_4 - 1.02y_1 - 1.01x_3 + 1.003z_3 - z_4 = 270$$

$$x_5 - 1.02y_2 - 1.01x_4 + 1.003z_4 - z_5 = -120$$

$$-1.02y_3 - 1.01x_5 + 1.003z_5 - v = -370$$

Το  $x_i$  είναι το balance της πιστωτικής γραμμής κατά το μήνα  $i$  και όχι ο σταδιακός δανεισμός κατά το μήνα  $i$ . Παρομοίως, το  $z_i$  εκφράζει το γενικό κεφαλαιακό πλεόνασμα κατά το μήνα  $i$ . Αυτή η επιλογή μεταβλητών είναι αρκετά βολική για την έκφραση του ανώτατου ορίου και των περιορισμών:

$$0 < x_i \leq 120$$

$$y_i \geq 0$$

$$z_i \geq 0$$

### Τελικό μοντέλο

$$\max v$$

$$x_1 + y_1 - z_1 = 220$$

$$x_2 + y_2 - 1.01x_1 + 1.003z_1 - z_2 = 170$$

$$x_3 + y_3 - 1.01x_2 + 1.003z_2 - z_3 = -270$$

$$x_4 - 1.02y_1 - 1.01x_3 + 1.003z_3 - z_4 = 270$$

$$x_5 - 1.02y_2 - 1.01x_4 + 1.003z_4 - z_5 = -120$$

$$-1.02y_3 - 1.01x_5 + 1.003z_5 - v = -370$$

$$x_1 \leq 120$$

$$x_2 \leq 120$$

$$x_3 \leq 120$$

$$x_4 \leq 120$$

$$x_5 \leq 120$$

$$x_i, y_i, z_i \geq 0$$

Ο τελικός πλούτος - πλεόνασμα  $v$  στο τέλος των 6 μηνών, τον οποίο καλούμαστε να μεγιστοποιήσουμε, ορίζεται ως εξής :

$$v = -1.02y_3 - 1.01x_5 + 1.003z_5 + 370$$

Επομένως ζητάμε:

$$\max\{-1.02y_3 - 1.01x_5 + 1.003z_5 + 370\}$$

κάτω από όλους τους προαναφερθέντες περιορισμούς.

Ακριβώς επειδή τόσο το κριτήριο μεγιστοποίησης όσο και οι περιορισμοί είναι γραμμικές συναρτήσεις των μεταβλητών απόφασης, το πρόβλημα ονομάζεται: πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού (linear programming). Ο φορμαλισμός ενός προβλήματος σε γραμμικό προγραμματισμό ακολουθεί την παραπάνω διαδικασία του ξεκάθਾਰου ορισμού των μεταβλητών αποφάσεων, της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών. Τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού λύνονται με την μέθοδο simplex η οποία (είναι χρονοβόρα όταν γίνεται χωρίς υπολογιστή) δίνει την βέλτιστη μοναδική λύση μετά από δοκιμές των πιθανών λύσεων του προβλήματος. Με την βοήθεια ενός λογισμικού (πχ του solver στο πρόγραμμα της Microsoft Excel) μπορούμε εύκολα να πάρουμε την μοναδική βέλτιστη λύση.

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα η βέλτιστη λύση είναι :

$$x_2 = 52.352, y_1 = 220, y_2 = 117.65, y_3 = 275.8, z_4 = 492.921$$

$$x_i = 0, \forall i \neq 2 \text{ και } z_i = 0, \forall i \neq 3$$

Ενώ η μέγιστη τιμή του πλεονάσματος  $v$  είναι :

$$v = 88.69$$

Το SOLVER, αν και δεν είναι ένας υπερσύγχρονος κώδικας, είναι ένα αρκετά εύρωστο και εύρηστο εργαλείο γραμμικού προγραμματισμού καθώς χρησιμοποιεί τυποποιημένα φύλλα εργασίας σε υπολογιστικό περιβάλλον για τον ορισμό μεταβλητών, στόχων και περιορισμών.

Για να μπορέσει να γίνει η καλύτερη δυνατή ανάλυση στο πρόβλημα θα πρέπει να εξετάσουμε και την ευαισθησία που έχει τόσο η λύση όσο και η βέλτιστη τιμή του προβλήματος όταν αλλάξουν κάποιες από τις παραμέτρους του. Η ανάλυση ευαισθησίας (sensitivity analysis ή “what if” analysis) μελετά τις αλλαγές που μπορούν να γίνουν στις παραμέτρους του προβλήματος έτσι ώστε η λύση να παραμείνει η ίδια. Αν τα διαστήματα των επιτρεπτών αλλαγών είναι μικρά, τότε η στρατηγική θεωρείται εύθραυστη. Σε περιπτώσεις όπου οι χρηματοροές που αναφέρονται στο πρόβλημα είναι εκτιμημένες (αβέβαιες), τότε θα πρέπει τα εύρη των αλλαγών να είναι μέσα στο διάστημα εμπιστοσύνης των εν λόγω εκτιμήσεων.

Για παράδειγμα, στο συγκεκριμένο πρόβλημα, η επιλογή του χαρτοφυλακίου θα παραμείνει η ίδια ακόμα και αν η γραμμή μηνιαίου δανεισμού ήταν 52.353 χιλιάδες.

Η λύση του παραπάνω προβλήματος, απεικονίζεται στο report του SOLVER με την εξής μορφή :

Κελί προορισμού (Μέγιστο)

Κελί	Όνομα	Αρχική τιμή	Τελική τιμή
\$B\$20	Αντικειμενική συνάρτηση	370	88,68633898

Ρυθμιζόμενα κελιά

Κελί	Όνομα	Αρχική τιμή	Τελική τιμή
\$B\$13	x1	0	0
\$B\$14	x2	0	52,35294118
\$B\$15	x3	0	0
\$B\$16	x4	0	0
\$B\$17	x5	0	0
\$D\$13	y1	0	220
\$D\$14	y2	0	117,6470588
\$D\$15	y3	0	275,7977069
\$F\$13	z1	0	0
\$F\$14	z2	0	0
\$F\$15	z3	0	492,9212363
\$F\$16	z4	0	0
\$F\$17	z5	0	0

Περιορισμοί

Κελί	Όνομα	Τιμή κελιού	Τύπος	Κατάσταση	Απόκλιση
\$K\$2	Περιορισμός x1	0	\$K\$2<=\$M\$2	Μη υποχρεωτικός	120
\$K\$3	Περιορισμός x2	52,35294118	\$K\$3<=\$M\$3	Μη υποχρεωτικός	67,64705882
\$K\$4	Περιορισμός x3	0	\$K\$4<=\$M\$4	Μη υποχρεωτικός	120
\$K\$5	Περιορισμός x4	0	\$K\$5<=\$M\$5	Μη υποχρεωτικός	120
\$K\$6	Περιορισμός x5	0	\$K\$6<=\$M\$6	Μη υποχρεωτικός	120
\$K\$10	1ος μήνας	220	\$K\$10=\$M\$10	Μη υποχρεωτικός	0
\$K\$11	2ος μήνας	170	\$K\$11=\$M\$11	Μη υποχρεωτικός	0
\$K\$12	3ος μήνας	-270	\$K\$12=\$M\$12	Μη υποχρεωτικός	0
\$K\$13	4ος μήνας	270	\$K\$13=\$M\$13	Μη υποχρεωτικός	0
\$K\$14	5ος μήνας	-120	\$K\$14=\$M\$14	Μη υποχρεωτικός	0

## **4.2 Χαρακτηριστικά του γραμμικού προγραμματισμού**

Κάθε μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού βασίζεται σε συγκεκριμένες υποθέσεις. Η χρησιμότητα του μοντέλου βασίζεται στο πόσο καλά οι πραγματικές συνθήκες αντιστοιχούν σε αυτές τις υποθέσεις.

Οι πρώτες δύο υποθέσεις έχουν να κάνουν με τη γραμμικότητα της αντικειμενικής συνάρτησης και της αντικειμενικής συνάρτησης. Η συνεισφορά στην αντικειμενική συνάρτηση της οποιασδήποτε μεταβλητής αποφάσεων είναι ανάλογη της τιμής της μεταβλητής αποφάσεων.

Παρόμοια, η συνεισφορά της κάθε μεταβλητής στην αριστερή πλευρά του κάθε περιορισμού είναι ανάλογη της τιμής της μεταβλητής. Αυτή είναι η υπόθεση της αναλογικότητας.

Επιπροσθέτως, η συνεισφορά της κάθε μεταβλητής στην αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς είναι ανεξάρτητη των τιμών των υπόλοιπων μεταβλητών. Αυτή είναι η υπόθεση της προσθετότητας. Όταν οι δύο παραπάνω υποθέσεις δεν ικανοποιούνται, τότε μια μέθοδος μη γραμμικού προγραμματισμού είναι μάλλον πιο πρέπουσα.

Η επόμενη υπόθεση είναι αυτή της διαιρετότητας. Δύναται να χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε κλάσμα της μεταβλητής; Παραδείγματος χάριν στην περίπτωση μιας γραμμής παραγωγής πολεμικών πλοίων κάτι τέτοιο θα αποτελούσε εστία ανησυχίας. Σε περίπτωση που η συγκεκριμένη υπόθεση δεν ικανοποιείται, τότε μια μέθοδος που ονομάζεται προγραμματισμός ακέραιων είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί.

Ως τελευταία αναφέρεται η υπόθεση της βεβαιότητάς. Ο γραμμικός προγραμματισμός δεν επιτρέπει αβεβαιότητα σχετικά με τις παραμέτρους που εισάγονται όπως οι απαραίτητες ταμειακές ροές ή τα επιτόκια που θα χρησιμοποιηθούν για την βραχυπρόθεσμη χρηματοδότηση. Τέτοιου τύπου προβλήματα μπορούν να λυθούν με τη χρήση στοχαστικού προγραμματισμού.

## **4.3 Αντιστοίχιση ταμειακών ροών (cash-flow matching)**

Η αντιστοίχιση ταμειακών ροών είναι μια τεχνική που βοηθάει στην χρηματοδότηση γνωστών στοιχείων παθητικού σε μελλοντικό χρόνο. Ο σκοπός είναι η δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου στοιχείων ενεργητικού των οποίων οι εισροές θα μπορούν να αντισταθμίζουν τις εκροές του παθητικού. Αυτό εξυπηρετεί στην πληρωμή των στοιχείων παθητικού χωρίς να χρειαστεί κάποια μελλοντική αγορά ή πώληση στοιχείων ενεργητικού. Το χαρτοφυλάκιο δημιουργείται και παραμένει υπό κατοχή μέχρι την πλήρη ικανοποίηση των αναγκών του παθητικού. Τέτοιου τύπου χαρτοφυλάκια αποτελούνται συνήθως από στοιχεία με επιτόκιο

άνευ κινδύνου που δεν μπορούν να κληθούν πίσω, έτσι ώστε οι εισροές να είναι γνωστές κατά τη δημιουργία του χαρτοφυλακίου. Αυτό εξαλείφει τον κίνδυνο επιτοκίου. Τέτοιες μέθοδοι χρησιμοποιούνται από δήμους και μικρά συνταξιοδοτικά ταμεία.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το κόστος ενός τέτοιου τύπου χαρτοφυλακίου κυμαίνεται μεταξύ 3-7% περισσότερο απ' ό τι immunized χαρτοφυλάκια που αντιστοιχούν την κυρτότητα, την διάρκεια καθώς και την τρέχουσα αξία των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού. Η τρέχουσα αξία της ροής του παθητικού  $L_t$  για  $t = 1, \dots, T$  είναι :

$$P = \sum_{t=1}^T L_t / (1 + r_t)^t, \text{ όπου } r_t \text{ είναι το επιτόκιο άνευ κινδύνου κατά το χρόνο } t.$$

Η διάρκεια είναι :

$$D = \left(\frac{1}{P}\right) \sum_{t=1}^T t L_t / (1 + r_t)^t$$

και η κυρτότητα

$$C = \left(\frac{1}{P}\right) \sum_{t=1}^T t(t+1)L_t / (1 + r_t)^{t+2}.$$

Η διάρκεια μπορεί να χαρακτηριστεί ως ο μέσος discounted χρόνος κατά τον οποίο τα στοιχεία παθητικού ενεργοποιούνται, ενώ η κυρτότητα είναι παρόμοια της διακύμανσης και περιγράφει την συγκέντρωση των ταμειακών ροών σε βάθος χρόνου. Για ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από τοποθετήσεις σε ομόλογα άνευ κινδύνου, η τρέχουσα αξία  $P^*$  των μελλουσών ταμειακών μπορεί να υπολογιστεί βάσει του επιτοκίου άνευ κινδύνου. Παρομοίως συμβαίνει και για τη διάρκεια  $D^*$  καθώς και τη κυρτότητα  $C^*$  μελλοντικών ταμειακών εισροών του χαρτοφυλακίου. Έτσι, ένα immunized χαρτοφυλάκιο μπορεί να κατασκευαστεί βάσει της αντιστοίχισης :

$$P^* = P, D^* = D, C^* = C.$$

Χαρτοφυλάκια που κατασκευάζονται με την αντιστοίχιση αυτών των τριών παραγόντων είναι immunized έναντι σε παράλληλες διολισθήσεις της καμπύλης αποδόσεων, όμως υπάρχουν και άλλοι τύποι διολισθήσεων στις οποίες είναι εκτεθειμένο και προκειμένου να γίνει διαχείριση τέτοιων προβλημάτων, το κόστος είναι μεγάλο. Αντιθέτως, χαρτοφυλάκια που βασίζονται σε αντιστοίχιση ταμειακών ροών δεν χρειάζονται διαχείριση έπειτα της κατασκευής.

Στη περίπτωση που γίνεται χρήση της αντιστοίχισης ταμειακών ροών από δημαρχίες, συνήθως γίνεται αποστολή σε επενδυτικές τράπεζες με το σχέδιο των στοιχείων παθητικού και ζητούν προτάσεις. Η δημαρχία μετά αγοράζει τα χρεόγραφα που προσφέρονται σε χαμηλότερη τιμή βάσει των προτάσεων, ώστε να επιτύχει την αντιστοίχιση.

#### **4.4 Ανάλυση ευαισθησίας βάσει γραμμικού προγραμματισμού**

Η βέλτιστη λύση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού είναι το πιο σημαντικό αποτέλεσμα, αλλά δεν είναι το μόνο που παράγεται. Τα περισσότερα λογισμικά πακέτα γραμμικού προγραμματισμού παρέχουν και πληροφορίες για την ευαισθησία καθώς και το τι μπορεί να προσποιείται όταν οι τιμές των δεδομένων αλλάζουν.

Καλό θα ήταν να τονιστεί ξανά ότι τα παραπάνω βασίζονται στην υπόθεση της βεβαιότητας. Πρέπει να είναι γνωστό τι τιμές παίρνουν τα δεδομένα, και οι αποφάσεις γίνονται βάσει αυτών των δεδομένων. Πολλές φορές όμως τα δεδομένα δεν είναι εύστοχα. Ο γραμμικός προγραμματισμός προσφέρει πληθώρα λύσεων πάνω σε αυτό το ζήτημα.

#### **4.5 Μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού**

Η χρηματοοικονομική ευρωστία του κάθε οργανισμού αντανakλάται στον ισολογισμό. Η αποτελεσματική διαχείριση σε μια εταιρεία θέλει να εφίσταται η προσοχή και στις δύο πλευρές του ισολογισμού. Η διαχείριση ενεργητικού-παθητικού, ALM, προσφέρει μια πληθώρα λύσεων μέσω διάφορων μαθηματικών εργαλείων.

Το ALM αναγνωρίζει ότι τα στατικά, μιας περιόδου, μοντέλα επενδυτικού σχεδιασμού, όπως η βελτιστοποίηση μέσου-διακύμανσης, αποτυγχάνουν να ενσωματώσουν τις πολλαπλές περιόδους που χαρακτηρίζουν τα στοιχεία παθητικού.

Ένα μοντέλο πολλαπλών περιόδων δίνει έμφαση στις ανάγκες που δημιουργούνται από τα στοιχεία παθητικού για κάθε περίοδο στο βάθος ενός πεπερασμένου, μπορεί ακόμα και άπειρου, ορίζοντα. Από τη στιγμή που τα στοιχεία ενεργητικού-παθητικού εμπεριέχουν μέσα τους “τυχαία” στοιχεία, γίνεται εμφανής η ανάγκη για βελτιστοποίηση υπό αβεβαιότητα, επομένως, για στοχαστικό προγραμματισμό.

Έστω ένα στοιχείο παθητικού  $L_t$  της εταιρείας κατά το χρόνο  $t$ , όπου  $t = 1, \dots, T$ . Τα  $L_t$ s είναι τυχαίες μεταβλητές. Με δεδομένα αυτά τα στοιχεία παθητικού, τι είδους στοιχεία ενεργητικού θα πρέπει να έχει στην κατοχή της η εταιρεία ώστε να μεγιστοποιήσει τον πλούτο της κατά το χρόνο  $T$ ; Τα στοιχεία ενεργητικού μπορεί να είναι εγχώριες μετοχές, ξένες μετοχές, ακίνητα, ομόλογα.

Έστω ότι  $R_{it}$  δηλώνει την απόδοση  $i$  ενός στοιχείου ενεργητικού κατά το χρόνο  $t$ . Τα  $R_{it}$  είναι τυχαίες μεταβλητές. Οι μεταβλητές αποφάσεων είναι οι εξής:

$$x_{it} = \text{αγοραία αξία } i \text{ κατά το χρόνο } t$$

Οι αποφάσεις  $x_{it}$  κατά το χρόνο  $t$  αφού οι τυχαίες μεταβλητές έχουν γίνει αντιληπτές. Ο στοχαστικός προγραμματισμός μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\max E \left[ \sum_i x_{iT} \right]$$

Subject to

Συσσώρευση στοιχείων ενεργητικού:

$$\sum_i (1 + R_{it})x_{i,t-1} - \sum_i x_{it} = L_t, \text{ για } t = 1, \dots, T,$$

$$x_{it} \geq 0$$

Ο περιορισμός δείχνει ότι το πλεόνασμα που απομένει μετά από την κάλυψη των στοιχείων παθητικού θα επενδυθεί ως εξής:  $x_{it}$  στο στοιχείο ενεργητικού  $i$ .

Στο συγκεκριμένο φορμαλισμό το  $x_{0,t}$  είναι οι σταθερές, και πολλές φορές διάφορες του μηδενός, αρχικές θέσεις σε διαφορετικές τάξεις στοιχείων ενεργητικού. Ο στόχος στη προκειμένη περίπτωση είναι η μεγιστοποίηση του πλούτου στο τέλος του ορίζοντα σχεδιασμού. Άλλες προτεραιότητες μπορεί να χρειάζονται διαφορετική αντικειμενική συνάρτηση.

Για να αντιμετωπιστεί το ζήτημα της αντικειμενικής συνάρτησης, πρέπει να γίνει κατανοητός ο ρόλος των στοιχείων παθητικού. Οι ασφαλιστικές εταιρείες και τα συνταξιοδοτικά ταμεία είναι οι πιο συχνές περιπτώσεις που εφαρμόζονται οι τεχνικές ALM. Έστω η περίπτωση της Ιαπωνικής ασφαλιστικής εταιρείας, the Yasuda Fire and Marine. Σε αυτή την περίπτωση το παθητικό αποτελείται από διάφορες εταιρικά πακέτα αποταμειωτικού τύπου που έχουν εκδοθεί από την εταιρεία. Κάθε νέο πακέτο που πωλείται αντιπροσωπεύει ένα λογαριασμό ή μια εισροή κεφαλαίων. Το επιτόκιο πιστώνεται περιοδικά στο πακέτο μέχρι τον χρόνο ωρίμανσης, η οποία συνήθως είναι μεταξύ τριών και πέντε ετών, όπου και το κεφάλαιο μαζί το επιτόκιο που έχει πιστωθεί επιστρέφεται στην ασφαλιστική. Ο βαθμός πίστωσης καθορίζεται κάθε χρόνο σε σχέση με δείκτες αγοράς. Όποτε είναι δύσκολο να καθοριστούν με ακρίβεια πια θα είναι τα στοιχεία παθητικού. Οι κανονισμοί που σχετίζονται με την ασφαλιστική αγορά ότι το επιτόκιο που θα πιστωθεί σε κάποιο πακέτο θα προέρχεται από επενδυτικό εισόδημα και όχι από κέρδη κεφαλαίων. Έτσι προκειμένου οι ταμειακές ροές κατά την ωρίμανση να καλυφθούν, ο οργανισμός πρέπει να αποφύγει πτώση του εισοδήματος έναντι του επιτοκίου που έχει πιστωθεί. Κατά βάση το πρόβλημα για την Yasuda είναι ο κίνδυνος να μην κερδηθεί επαρκές εισόδημα από περίοδο σε περίοδο, όποτε και το βασικό συστατικό του γενικού κινδύνου.

Το βασικό πρόβλημα έγκειται στον καθορισμό της βέλτιστης κατανομής των κατατεθειμένων πόρων σε κατηγορίες στοιχείων ενεργητικού: μετρητά, δάνεια σταθερού ή μεταβαλλόμενου επιτοκίου, ομόλογα, ακίνητα η άλλα στοιχεία ενεργητικού. Αφού το χαρτοφυλάκιο είναι δυνατόν να επανακαθορίζεται με το πέρασ του χρόνου, οι αποφάσεις που μπορεί να παρθούν



δεν αφορούν μόνο την κατανομή πόρων για την τρέχουσα περίοδο, αφορούν στρατηγικές κατανομής σε όλο το εύρος του χρόνου. Ένα ρεαλιστικό, δυναμικό μοντέλο πρέπει να εμπεριέχει και τις πληρωμές για φόρους. Αυτό μπορεί να συμβεί μέσω διάκρισης του εισοδήματος από επιτόκια και των αποδόσεων τιμών.

Για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος θα δημιουργηθεί ένα στοχαστικό γραμμικό μοντέλο. Ο συγκεκριμένος γραμμικός προγραμματισμός εμπεριέχει αβεβαιότητα σε πολλούς από τους συντελεστές. Η αβεβαιότητα μοντελοποιείται μέσω μιας σειράς σεναρίων. Τα τυχαία στοιχεία περιέχουν το εισόδημα από επιτόκια και τις αποδόσεις τιμών για κάθε κατηγορία στοιχείων ενεργητικού.

Τώρα θα γίνει παρουσίαση ενός στοχαστικού γραμμικού προγραμματισμού πολλαπλών επιπέδων για την εταιρεία Yasuda Fire and Maritime insurance:

Τα επίπεδα εκφράζονται ως  $t = 0, 1, \dots, T$

Οι μεταβλητές αποφάσεων του στοχαστικού προγραμματισμού είναι οι εξής:

$x_{it}$  = αγοραία αξία στοιχείου ενεργητικού  $i$  κατά  $t$

$w_t$  = πτώση εισοδήματος επιτοκίου όταν  $t \geq 1$

$v_t$  = πλεόνασμα εισοδήματος επιτοκίων όταν  $t \geq 1$

Οι τυχαίες μεταβλητές που εμφανίζονται στον στοχαστικό προγραμματισμό όταν  $t \geq 1$

$RP_{it}$  = απόδοση τιμής στοιχείου ενεργητικού  $i$  από  $t - 1$  έως  $t$

$RI_{it}$  = εισόδημα από επιτόκιο στοιχείου ενεργητικού  $i$  από  $t - 1$  έως  $t$

$F_t$  = εισροές καταθέσεων από  $t - 1$  έως  $t$

$P_t$  = πληρωμή κεφαλαίου από  $t - 1$  έως  $t$

$I_t$  = πληρωμή επιτοκίου από  $t - 1$  έως  $t$

$g_t$  = ρυθμός πίστωσης επιτοκίου σε πακέτα από  $t - 1$  έως  $t$

$L_t$  = αξιολόγηση στοιχείων παθητικού κατά  $t$

Η παραμετροποιημένη συνάρτηση:

$c_t$  = η γραμμική κυρτή συνάρτηση κόστους

Ο στόχος του μοντέλου είναι να κατανέμει τους πόρους ανάμεσα σε στοιχεία ενεργητικού, έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί ο προσδοκώμενος πλούτος στο τέλος του ορίζοντα σχεδιασμού  $T$  μείον τις προσδοκώμενες πτώσεις κατά τον ίδιο ορίζοντα.

$$\max E \left[ \sum_i x_{iT} - \sum_{t=1}^T c_t(w_t) \right]$$

Subject to

Συσσώρευση στοιχείων ενεργητικού

$$\sum_i x_{iT} - \sum_i (1 + RP_{it} + RI_{it})x_{i,t-1} = F_t - P_t - I_t, \quad \text{for } t = 1, \dots, T$$

Πτώση εισοδήματος επιτοκίου

$$\sum_i RI_{it}x_{i,t-1} + w_t - v_t = g_t L_{t-1}, \quad \text{for } t = 1, \dots, T$$

$$x_{it} \geq 0, w_t \geq 0, v_t \geq 0$$

Το ισοζύγιο παθητικού υπολογίζεται ώστε να ικανοποιεί τη σχέση συσσώρευσης παθητικού:

$$L_t = (1 + g_t)L_{t-1} + F_t + P_t - I_t \text{ for } t \geq 1$$

Ο στοχαστικός γραμμικός προγραμματισμός μετατρέπεται σε γραμμικό με τη χρήση σεναρίων που σχετίζονται με τα τυχαία στοιχεία στα δεδομένα. Η δημιουργία σεναρίων κατά τη διαδικασία γίνεται με τη χρήση δέντρου. Η δομή του “δέντρου” μπορεί να περιγράψει από τον αριθμό των κλάδων σε κάθε επίπεδο. Παραδείγματος χάριν, ένα δέντρο τύπου 1-8-4-4-2-1 περιέχει 256 σενάρια. Όταν  $t=0$  είναι το πρώτο επίπεδο. Το επίπεδο 1 μπορεί να επιλεγεί να είναι το τέλος του πρώτου τριμήνου, ενώ το 2 το τέλος του χρόνου. Το πέρας κάθε σεναρίου δίνει τη θέση του σε 4 καινούρια.

#### **4.6 Διαχείριση εταιρικού χρέους**

Ένα γνωστό πρόβλημα που παρουσιάζεται κατά την διαχείριση ενεργητικού-παθητικού είναι η διαχείριση χρέους. Πιο συγκεκριμένα, οι εταιρικοί διαχειριστές χρέους πρέπει να πάρουν αποφάσεις έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί η κίνδυνος και το κόστος δανεισμού έτσι ώστε να καλυφθούν αιτήσεις γύρω από την χρηματοδότηση χρέους. Αυτές οι απαιτήσεις καθορίζονται από τις επενδυτικές αποφάσεις της εταιρείας.

Οι διαχειριστές χρέους καλούνται να επιλέξουν της πηγές δανεισμού, τους τύπους χρέους, τους όρους δανεισμού καθώς και άλλα χαρακτηριστικά, όλα μέσα σε ένα πλαίσιο πολλαπλών περιόδων. Το βασικό πρόβλημα σε αυτή τη περίπτωση είναι ότι το επιτόκιο, που είναι και το κόστος δανεισμού ουσιαστικά, είναι αβέβαιο.

Αφού οι κινήσεις των επιτοκίων είναι τυχαίες μεταβλητές, αυτό το πρόβλημα μπορεί να λυθεί με τη χρήση στοχαστικού προγραμματισμού.

Ορίζεται ένα πλαίσιο πολλαπλών περιόδων με  $T$  χρονικές περιόδους. Θα γίνει χρήση δεικτών  $s$  και  $t$  με εύρος από 0, δηλαδή τώρα, και  $T$ , ημερομηνία ολοκλήρωσης ή αλλιώς ορίζοντας, έτσι ώστε να εκφραστούν οι διαφορετικές περιόδοι του μοντέλου. Ορίζονται  $K$  τύποι δανεισμού που χαρακτηρίζονται από την αγορά που εκδόθηκαν, το  $term$  και το αν υπάρχει κάποιου φείδου δικαίωμα ανάκλησης του χρέους. Στους συμβολισμούς που θα χρησιμοποιηθούν το  $k$  από 1 ως  $K$  θα εκφράσουν διαφορετικούς τύπους χρέους.

Η εξέλιξη των επιτοκίων περιγράφεται με τη χρήση ενός δέντρου σεναρίων.

Εκφράζεται μέσω του  $e_j = e_{j1}, e_{j2}, \dots, e_{jT}$ ,  $j = 1, \dots, J$ , ένα δείγμα μονοπατιού από το δέντρο σεναρίων που αντιστοιχεί σε μια αλληλουχία γεγονότων επιτοκίου. Όταν μια παράμετρος ή μεταβλητή συμβαίνει έκτακτα στην αλληλουχία γεγονότων  $e_j$  χρησιμοποιείται ο συμβολισμός  $(e_j)$ .

Οι μεταβλητές αποφάσεων είναι οι εξής:

- $B_t^k(e_j)$ : Ποσό δανεισμού at  $par^2$  χρέους τύπου  $k$ , δανεισμένο στην αρχή της περιόδου  $t$
- $O_{s,t}^k(e_j)$ : Ποσό δανεισμού at  $par$  χρέους τύπου  $k$ , δανεισμένο κατά την περίοδο  $s$  και εκκρεμεί κατά την αρχή της περιόδου  $t$ .
- $R_{s,t}^k(e_j)$ : Ποσό δανεισμού at  $par$  χρέους τύπου  $k$ , δανεισμένο κατά την περίοδο  $s$  και που έχει αποπληρωθεί στην αρχή της περιόδου  $t$ .
- $S_t(e_j)$ : Ύψος πλεονάσματος μετρητών που υπάρχει κατά την αρχή της περιόδου  $t$ .

Οι εισακτέες παράμετροι του μοντέλου είναι οι εξής:

- $r_{s,t}^k(e_j)$ : Πληρωμή επιτοκίου κατά την περίοδο  $t$  ανά δολάριο χρέους που εκκρεμεί από τύπο χρέους  $k$  και εκδόθηκε κατά την περίοδο  $s$ .
- $f_t^k$ : Κόστος έκδοσης ανά δολάριο δανεισμένο σε χρέος τύπου  $k$ , το οποίο εκδόθηκε κατά την περίοδο  $t$ .
- $g_{s,t}^k(e_j)$ : Πριμ αποπληρωμής ή discount ανά δολάριο χρέους τύπου  $k$  που εκδόθηκε κατά την περίοδο  $s$ , εάν αποπληρωθεί κατά την περίοδο  $t^3$ .
- $i_t(e_j)$ : Επιτόκιο που εισπράχθηκε ανά δολάριο πλεονάσματος μετρητών κατά την περίοδο  $t$ .
- $P(e_j)$ : Πιθανότητα της αλληλουχίας γεγονότων  $(e_j)$ ,  
 $P(e_j) \geq 0, \forall j$  και  $\sum_{j=1}^J p(e_j) = 1$ .
- $C_t$ : Απαιτήσεις μετρητών κατά την περίοδο  $t$  που μπορεί να είναι και αρνητική λόγω επιχειρησιακού πλεονάσματος.
- $M_t$ : Μέγιστο επιτρεπτό κόστος χρέους κατά την περίοδο  $t$ .

- $q_t^k(Q_t^k)$ : Ελάχιστος δανεισμός χρέους τύπου  $k$  κατά την περίοδο  $t$ .
- $L_t, (e_j), (U_t(e_j))$ : Ελάχιστο ποσό δολαρίων αποπληρωμένου χρέους κατά την περίοδο  $t$ .

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος εκφράζεται ως εξής:

$$\min \sum_{j=1}^J p(e_j) \left( \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T \left(1 + g_{t,T}^k(e_j)\right) [O_{t,T}^k(e_j) - R_{t,T}^k(e_j)] + (1 - f_T^k) B_T^k(e_j) \right)$$

Αυτή η συνάρτηση εκφράζει το προσδοκώμενο κόστος απόσυρσης του συνολικού χρέους που εκκρεμεί κατά το τέλος της περιόδου  $T$ .

Η περιγραφή θα ολοκληρωθεί με τους περιορισμούς:

Απαιτήσεις μετρητών: Για κάθε περίοδο  $t = 1, \dots, T$  και μονοπάτι σεναρίου  $j = 1, \dots, J$ :

$$C_t + S_t(e_j) = \sum_{k=1}^K \left\{ (1 - f_t^k) B_t^k(e_j) + \left(1 + i_{t-1}(e_j)\right) R_{s,t}^k(e_j) - \sum_{s=0}^{t-1} [r_{s,t}^k(e_j) O_{s,t}^k(e_j) - (1 + g_{s,t}^k(e_j)) R_{s,t}^k(e_j)] \right\}$$

Αυτή η εξίσωση ισοζυγίου ότι η διαφορά των διαθέσιμων μετρητών, καθαρός νέος δανεισμός, πλεόνασμα μετρητών καθώς και τα κέρδη από επιτόκια, και των πληρωμών χρέους πρέπει να είναι ίσες με τις απαιτήσεις μετρητών συν το πλεόνασμα μετρητών για αυτήν την περίοδο.

Περιορισμοί ισοζυγίου χρέους: για  $j = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T, s = 0, \dots, t - 2$  και το  $k = 1, \dots, K$

$$O_{s,t}^k(e_j) - O_{s,t-1}^k(e_j) + R_{s,t-1}^k(e_j) = 0$$

$$O_{t-1,t}^k(e_j) - B_{t-1}^k(e_j) + R_{t-1,t}^k(e_j) = 0$$

Μέγιστο κόστος χρέους: Για  $j = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T, k = 1, \dots, K$

$$\sum_{s=1}^{t-1} (r_{s,t}^k(e_j) O_{s,t}^k(e_j) - i_{t-1}(e_j) S_{t-1}(e_j)) \leq M_t$$

Όριο δανεισμού: Για  $j = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T, k = 1, \dots, K$

$$q_t^k \leq B_t^k(e_j) \leq Q_t^k$$

Payoff limits: Για  $j = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T, s = 0, \dots, t - 2, k = 1, \dots, K$

$$L_t(e_j) \leq \sum_{k=1}^K \sum_{s=0}^{t-1} R_{s,t}^k(e_j) \leq U_t(e_j)$$

No negativity: Για  $j = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T, s = 0, \dots, t - 2, k = 1, \dots, K$

$$B_t^k(e_j) \geq 0, \quad O_{s,t}^k(e_j) \geq 0, \quad R_{s,t}^k(e_j) \geq 0, \quad S_t(e_j) \geq 0$$

## 4.7 Το μοντέλο

Το μοντέλο βασίζεται στα εξής δεδομένα:

$W_0 = 0$  αρχικός πλούτος του επενδυτή

$T =$  Ορίζοντας σχεδιασμού

$R =$  Αποδόσεις άνευ κινδύνου για μια περίοδο

$R_t^i = H$  απόδοση ενός στοιχείου ενεργητικού  $i$  σε χρόνο  $t$

$\theta_t^i =$  κόστος συναλλαγών αγοράς και πώλησης στοιχείου ενεργητικού  $i$  σε χρόνο  $t$

Το  $R_t^i$  είναι τυχαίο, όμως η κατανομή του είναι γνωστή.

Οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο είναι οι εξής:

$x_t^i =$  το ποσό που κατανεμήθηκε στο στοιχείο ενεργητικού  $i$  κατά το χρόνο  $t$

$A_t^i =$  το ποσό του στοιχείου ενεργητικού  $i$  κατά το χρόνο  $t$

$D_t^i =$  Το ποσό του στοιχείου ενεργητικού  $i$  που πουλήθηκε κατά το χρόνο  $t$

$\alpha_t =$  το ποσό που κατανεμήθηκε σε στοιχείο άνευ κινδύνου  $i$  κατά το χρόνο  $t$

Ο στοχαστικός προγραμματισμός που παράγει την επιθυμητή πληρωμή στο τέλος του ορίζοντα  $T$ , είναι παρόμοιος με τις υπόλοιπες μορφές στοχαστικού προγραμματισμού. Στην προκειμένη περίπτωση οι περιορισμοί είναι οι εξής:

Το αρχικό χαρτοφυλάκιο είναι το εξής:

$$\alpha_0 + \chi_0^1 + \dots + \chi_0^n = W_0$$

Το χαρτοφυλάκιο κατά το χρόνο  $t$  είναι ως εξής:

$$x_t^i = R_t^i x_{t-1}^i + A_t^i - D_t^i \quad \text{για } t = 1, \dots, T$$

$$\alpha_t = R \alpha_{t-1} - \sum_{i=1}^n (1 + \theta_t^i) A_t^i + \sum_{i=1}^n (1 - \theta_t^i) D_t^i \quad \text{για } t = 1, \dots, T$$

Μπορούμε να ορίσουμε άνω όρια στο ποσοστό του κάθε στοιχείου ενεργητικού υψηλού κινδύνου του χαρτοφυλακίου:

$$0 \leq x_t^i \leq m_t (\alpha_t + \sum_{j=1}^n x_t^j)$$

όπου το  $m_t$  έχει επιλεγεί από τον επενδυτή.

Η αξία του χαρτοφυλακίου κατά το τέλος του ορίζοντα σχεδιασμού είναι η εξής:

$$v = R\alpha_{T-1} + \sum_{i=1}^n (1 - \theta_T^i) R_T^i x_{T-1}^i$$

όπου ο όρος της πρόσθεσης είναι η αξία του υψηλού κινδύνου στοιχείου κατά το χρόνο  $T$ .

Για να κατασκευαστεί το συνθετικό δικαίωμα προαίρεσης, το  $v$  θα σπάσει στην άνευ κινδύνου αξία του χαρτοφυλακίου  $Z$  και το πλεόνασμα  $z \geq 0$  που είναι εξαρτημένο από τυχαία γεγονότα. Με τη χρήση της προσέγγισης μέσω σεναρίου κατά το στοχαστικό προγραμματισμό, το  $Z$  αποτελεί το χειρότερο δυνατό σενάριο σχετικά με τις πληρωμές. Το πλεόνασμα είναι τυχαία μεταβλητή και εξαρτάται από το σενάριο.

Οπότε:

$$v = Z + z$$

$$z \geq 0$$

Το  $Z$  και το  $z$  θεωρούνται μεταβλητές του προβλήματος και βελτιστοποιούνται μαζί με την κατανομή πόρων  $x$  και τις άλλες μεταβλητές που έχουν προαναφερθεί. Η αντικειμενική συνάρτηση του στοχαστικού προγραμματισμού είναι η εξής:

$$\max\{E(z) + \mu Z\}$$

όπου  $\mu \geq 1$  είναι ο αποστροφή στον κίνδυνο που δείχνει ο επενδυτής. Η αποστροφή κινδύνου  $\mu$  είναι δεδομένη.

Όταν  $\mu = 1$ , ο σκοπός είναι η μεγιστοποίηση της προσδοκώμενης απόδοσης.

Όταν το  $\mu$  είναι πολύ υψηλό, ο σκοπός είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους άνευ κινδύνου.

Έστω ένας επενδυτής με αρχικό πλούτο  $W_0 = 1$ , ο οποίος θέλει να δημιουργήσει ένα χαρτοφυλάκιο με ένα στοιχείο ενεργητικού άνευ κινδύνου και ένα στοιχείο ενεργητικού υψηλού κινδύνου βασιζόμενος στη στρατηγική του συνθετικού δικαιώματος προαίρεσης. Δημιουργείται ένα μοντέλο δύο περιόδων  $T = 2$ . Η απόδοση του άνευ κινδύνου στοιχείου είναι το  $R$  ανα περίοδο. Για το στοιχείο υψηλού κινδύνου, οι αποδόσεις είναι  $R_1^+$  με πιθανότητα 0.5 και  $R_1^-$  με την ίδια πιθανότητα κατά το χρόνο  $t=1$ . Παρομοίως, η απόδοση του στοιχείου είναι  $R_2^+$  και  $R_2^-$  με πιθανότητα 0.5 κατά την χρονική περίοδο  $t = 2$ . Το κόστος συναλλαγών για αγορές και πωλήσεις του στοιχείου υψηλού κινδύνου, είναι  $\theta$ .

Υπάρχουν τέσσερα σενάρια, καθένα από τα οποία έχει πιθανότητα 0.25 που μπορεί να εκφραστεί με ένα δυαδικό δέντρο. Ο αρχικός κόμβος εκφράζεται ως 0, ο επάνω κόμβος ως 1 και ο κάτω κόμβος ως 2.

Με την ίδια λογική, ο επάνω κόμβος από τον 1 είναι ο 3 και ο αναλόγως κάτω ο 4, καθώς και οι διαδοχικοί του 2, 5 και 6 αντίστοιχα. Έστω ότι  $x_i$ ,  $\alpha_i$  δηλώνουν το ποσό του υψηλού κινδύνου και άνευ κινδύνου στοιχείου κατ' αντιστοιχία στο κόμβο  $i$  του δυαδικού δέντρου. Το  $Z$  είναι η αξία άνευ κινδύνου του χαρτοφυλακίου και  $z_i$  είναι ο κόμβος πλεονάσματος  $i$ . Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι ο εξής:

$$\max \{0.25z_3 + 0.25z_4 + 0.25z_5 + 0.25z_6 + \mu Z\}$$

Subject to

Αρχικό χαρτοφυλάκιο:  $\alpha_0 + \chi_0 = 1$

Περιορισμοί:

$$x_1 = R_1^+ x_0 + A_1 - D_1$$

$$\alpha_1 = R\alpha_0 - (1 + \theta)A_1 + (1 - \theta)D_1$$

$$\chi_2 = R_1^- x_0 + A_2 + D_2$$

$$\alpha_2 = R\alpha_0 - (1 + \theta)A_2 + (1 - \theta)R_2^- x_2$$

Πληρωμές:

$$z_3 + Z = R\alpha_1 + (1 - \theta)R_2^+ x_1$$

$$z_4 + Z = R\alpha_1 + (1 - \theta)R_2^- x_1$$

$$z_5 + Z = R\alpha_2 + (1 - \theta)R_2^+ x_2$$

$$z_6 + Z = R\alpha_2 + (1 - \theta)R_2^- x_2$$

No-negativity:

$$\alpha_i, x_i, z_i, A_i, D_i \geq 0$$

Οι λόγοι που χρησιμοποιούνται οι συνθετικές θέσεις είναι διάφοροι, αλλά συνήθως έχουν να κάνουν με τα χαμηλά έξοδα που έχουν καθώς και με το πόσο εύχρηστα και τροποποιήσιμα είναι. Ως πρώτος λόγος θα μπορούσε να αναφερθεί η δυνατότητα αλλαγής της μιας θέσης σε άλλη, καθώς οι προσδοκίες του ενδιαφερόμενου αλλάζουν. Κάτι τέτοιο, σε αυτή τη περίπτωση, μπορεί να συμβεί χωρίς να υπάρχει ανάγκη να κλείσουν οι ήδη ανοιχτές θέσεις. Το γεγονός ότι τροποποιούνται εύκολα δημιουργεί συνθήκες κερδοφορίας, ανάλογα το πως αλλάζουν οι προσδοκίες του διαχειριστή. Οι συναλλαγές που απαιτούνται όταν γίνεται χρήση συνθετικών θέσεων, είναι πολύ λίγες. Βάσει του ότι η μετατροπή μιας θέσης σε συνθετική γίνεται πιο εύκολα, τότε γίνεται και πιο εύκολο, καθώς αλλάζουν οι συνθήκες της αγοράς, να αλλάζει και η δομή των θέσεων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### 5.1 Μπορούν οι μετοχές να συμβάλουν στην αποκατάσταση της αναντιστοιχίας των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού; (Boualem Djehiche & Jonas Rinné, Scandinavian Actuarial Journal, (2010))

Η κρίση των συνταξιοδοτικών ταμείων που σημειώθηκε κατά την αρχή του αιώνα χαρακτηριζόταν από μια σημαντική πτώση στη τιμή των περιουσιακών στοιχείων, ένα γεγονός που οδήγησε σε ραγδαία μείωση της χρηματοδότησης των περισσότερων σχεδίων συνταξιοδότησης. Η εξήγηση που είχε δοθεί τότε γύρω από τα αίτια περιορισμού της χρηματοδότησης, ήταν πως αυτό ήταν αποτέλεσμα μιας επιθετικής ανακατανομής στην αγορά μετοχών από τα συνταξιοδοτικά ταμεία κατά την τελευταία άνοδο της αγοράς, η οποία είχε σκοπό να μειώσει τα συνταξιοδοτικά έξοδα.

Το αποτέλεσμα ήταν ο εξαναγκασμός, σε πολλές περιπτώσεις βάσει νόμου, να μειωθεί η έκθεση στην αγορά μετοχών και ομολόγων, έτσι ώστε να υπάρχει καλύτερη αντιστοίχιση μεταξύ ενεργητικού και παθητικού. Αυτό είχε ως άμεσο αποτέλεσμα μια μακρά περίοδο κακών επιδόσεων από πλευράς των συνταξιοδοτικών ταμείων. Κατά γενική παραδοχή, η μετοχές έχουν καλύτερες αποδόσεις από τα ομόλογα και αυτός είναι ο λόγος που υπάρχει η άποψη ότι για βελτιωθούν οι επιδόσεις των συνταξιοδοτικών ταμείων, ειδικά σε μακροπρόθεσμο ορίζοντα, είναι καλό να αυξηθεί η έκθεση στην αγορά μετοχών ξανά.

Βάση των παραπάνω, το ερώτημα που δημιουργείται είναι ποιες μετοχές βοηθάνε στην καλύτερη αντιστοίχιση ενεργητικού και παθητικού.

Από την οπτική της διαχείρισης ενεργητικού-παθητικού, παρόμοια συμπεριφορά των ροών παθητικού με αυτή των ομολογιών, δημιουργεί την ανάγκη για περαιτέρω διερεύνηση των στατιστικών ιδιοτήτων των μετοχών που περιλαμβάνονται σε ένα χαρτοφυλάκιο ενεργητικού, πέρα από τη καθορισμένη ανάλυση μέσου-διακύμανσης. Επιπροσθέτως, θα πρέπει να προσδίδουν μακροπρόθεσμη εμπειρική διάρκεια, δηλαδή αρνητική beta στην ευθεία της παλινδρόμησης έναντι των αλλαγών των αποδόσεων συγκεκριμένων ομολόγων. Ένας τέτοιος τύπος ευαισθησίας σε ένα χαρτοφυλάκιο θα βοηθούσε στην σύνδεση μεταξύ ενεργητικού-παθητικού, βελτιώνοντας το επίπεδο βιωσιμότητας, ειδικά σε μια κατάσταση χαμηλών αποδόσεων. Στοιχεία ενεργητικού με τέτοιες ιδιότητες θα αποτελούσαν σημείο αναφοράς για το παθητικό. Η επιλογή ευαίσθητων ως προς το επιτόκιο μετοχών είναι μια όψη της στρατηγικής στο πλαίσιο της στρατηγικής των επενδύσεων βάσει παθητικού, μια στρατηγική που χρησιμοποιείται από συνταξιοδοτικά ταμεία που έχουν να αντιμετωπίσουν ζητήματα σε σχέση με τη διαχείριση παθητικού.



Στη συγκεκριμένη ενότητα θα γίνει εξέταση για το αν οι υπάρχοντες βασικοί μετοχικοί δείκτες.

Παρουσιάζουν ιδιότητες που μπορούν να αξιολογηθούν υπό το πρίσμα της αντιστοίχισης παθητικού. Επίσης, θα γίνει και σύγκριση μη αγοραίων σταθμισμένων δεικτών κεφαλαιοποίησης μετοχών, που είναι γνωστοί ως θεμελιώδεις δείκτες με παραδοσιακούς δείκτες όπως ο S&P 500, βάσει των χαρακτηριστικών ενός συνταξιοδοτικού ταμείου.

Όπως θα φανεί και παρακάτω, η ανάλυση της συμπεριφοράς των δεικτών βιωσιμότητας δείχνει πως οι μετοχές με ευαισθησία ως προς το επιτόκιο μπορούν εν δυνάμει να βελτιώσουν την σύνδεση ενεργητικού-παθητικού. Τώρα θα παρατεθεί ένα επιχείρημα με σκοπό να ενισχυθεί η θέση.

Πρώτα θα γίνει διαίρεση της ταμειακής ροής σε δύο τύπους. Ο πρώτος τύπος είναι αυτός που προέρχεται από μερίσματα και ο δεύτερος από την μελλοντική αύξηση. Οι ροές πρώτου τύπου είναι πιο σταθερές όποτε μπορούν προεξοφληθούν σε χαμηλότερο προεξοφλητικό επιτόκιο, άρα έχουν χαμηλό πριμ κινδύνου. Οπότε, οι ροές πρώτου τύπου είναι παρόμοιες με τις ροές του παθητικού. Οι ροές δεύτερου τύπου είναι πολύ πιο απρόβλεπτες και οποιαδήποτε πρόβλεψη πάνω σε αυτές είναι πολύ δύσκολη.

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να προεξοφλούνται σε υψηλότερο προεξοφλητικό επιτόκιο, άρα υψηλότερο πριμ κινδύνου. Η τρέχουσα αξία των ταμειακών ροών εξαρτάται από την εκτίμηση του πριμ κινδύνου, που είναι άθροισμα των δύο πριμ, καθώς και του άνευ κινδύνου επιτοκίου. Σε περίπτωση χαμηλών επιτοκίων, εποχές κρίσης συνήθως, το άνευ κινδύνου επιτόκιο θα πέσει, όμως θα αντισταθμιστεί από το συστατικό τύπου δύο που θα ανέβει λόγω υψηλού πριμ.

Για να διατηρηθεί η ανάλυση σε απλά επίπεδα, υποτίθεται ότι τα χαρακτηριστικά παθητικού είναι απλά, χωρίς ιδιαίτερα πολύπλοκα συμβόλαια συνταξιοδότησης, γιατί ειδάλλως θα πρέπει κατ' ανάγκη να αξιολογηθούν όλες οι υποβόσκουσες επιλογές, πράγμα που θα δημιουργούσε επιπλοκές στην ανάλυση.

## **5.2 Οι στατιστικές ιδιότητες των αποδόσεων από τη σκοπιά της διαχείρισης ενεργητικού-παθητικού**

Στη συγκεκριμένη ενότητα θα τονιστούν οι στατιστικές ιδιότητες που έχουν οι αποδόσεις των δεικτών RAFI, S&P 500 και MSCI και είναι χρήσιμες από την πλευρά της διαχείρισης ενεργητικού-παθητικού. Κάποιες από αυτές είναι η συμπεριφορά των ουρών, η ευαισθησία

ως προς τα επιτόκια, υπολογισμένη ως συσχέτιση, καθώς και η εμπειρική διάρκεια ως προς τις ταμειακές ροές του παθητικού των συνταξιοδοτικών ταμείων. Στις περισσότερες των περιπτώσεων αυτές οι ταμειακές ροές είναι ιδιόκτητες και καθώς η συμπεριφορά τους θυμίζει περισσότερο αποσβεννύουσες ομολογίες, τα κρατικά ομόλογα θα αποτελέσουν ικανοποιητικό proxy για τη διερεύνηση της εξάρτησης μεταξύ των στοιχείων παθητικού και των δεικτών μετοχών.

Λόγω της ποιότητας των ιστορικών δεδομένων καθώς και για να διευκολυνθεί η σύγκριση ανάμεσα στις διαφορετικές αγορές, η ανάλυση της ευαισθησίας επιτοκίου θα πραγματοποιηθεί με τη χρήση του δεκαετούς έντοκου γραμματίου για τις Ηνωμένες πολιτείες και τις παγκόσμιες αγορές, εκτός Ιαπωνίας, το δεκαετές γερμανικό ομόλογο για την Ευρωζώνη και τέλος, το σουηδικό δεκαετές κρατικό ομόλογο για την σουηδική αγορά.

### **5.3 Συμπεριφορά των ουρών**

Η σύμπτωση ακραίων αρνητικών γεγονότων καθορίζει το ύψος της ανάληψης. Ένας τρόπος ώστε να εκφραστεί ποσοτικά το συγκεκριμένο αποτέλεσμα είναι να δημιουργηθεί ένα μοντέλο που θα μπορεί να περιγράψει την συμπεριφορά της κάθε κατανομής αποδόσεων.

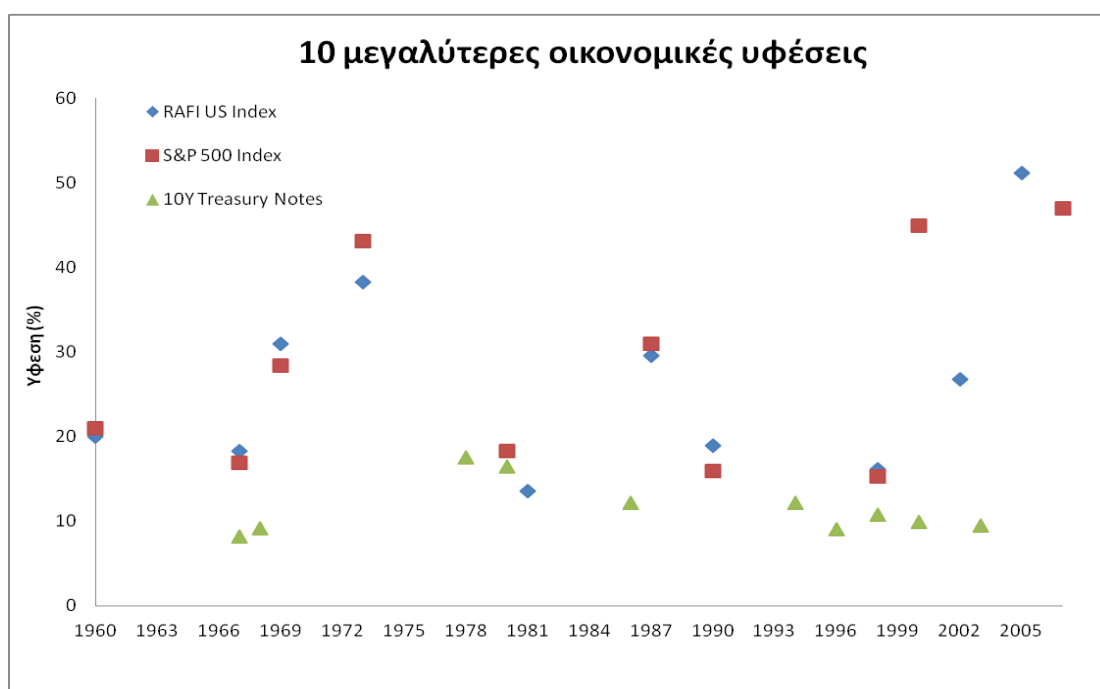
Ένας αποτελεσματικός τρόπος ώστε να εφαρμοστεί η κατανομή των αποδόσεων σε μια γνωστή κατανομή πιθανοτήτων, είναι τα επονομαζόμενα qq plots. Σε αυτή τη περίπτωση, γίνεται σύγκριση των αποδόσεων με διάφορες κατανομές με το σχεδιασμό των σημείων των αποδόσεων πάνω σε ένα γράφημα που περιέχει και τα σημεία των κατανομών σύγκρισης. Η κατανομή πάνω στην οποία θα τοποθετηθούν τα σημεία που δημιουργούνται από τις αποδόσεις των μετοχών είναι η συμμετρική student  $t(df)$  – distribution με βαθμούς ελευθερίας  $df$ . Άμα το  $df$  είναι χαμηλότερο του δύο, τότε η υποβόσκουσα κατανομή  $t$ -distribution είναι τύπου Gaussian. Οι συντελεστές εξάρτησης της ουράς ανάμεσα σε δύο ροές αποδόσεων αποτελεί ένα άλλο μέτρο μέσω του οποίου δύναται να εκφραστεί η εξάρτηση των αποδόσεων στις ουρές, πέρα από το εύρος της απλής γραμμικής συσχέτισης.

Αυτό αποτελεί ένα πολύ χρήσιμο μέτρο για την πρόβλεψη αρνητικών σεναρίων, καταστάσεις όπου διαφορετικοί μη-τιμολογημένοι κίνδυνοι συμβαίνουν ταυτόχρονα. Ωστόσο, δεν είναι δυνατόν μέσω αυτής της μεθόδου να υπολογιστεί το ύψος των ζημιών που ενδέχεται να συμβούν ταυτόχρονα. Όπως και στην περίπτωση της συσχέτισης, ο συντελεστής εξάρτησης της ουράς πρέπει να είναι χαμηλός.

Για την αμερικανική αγορά, οι μηνιαίες αποδόσεις του RAFI και του S&P 500 έχουν σχεδόν την ίδια κατανομή πιθανοτήτων, μια  $t(5)$  – distribution με παχιές ουρές και πεπερασμένη διακύμανση. Η συγκεκριμένη κατανομή είναι λίγο βαρύτερη σε σχέση με τις αποδόσεις του

δεκαετούς ομολόγου. Ο συντελεστής εξάρτησης της ουράς είναι 82%. Αυτό σημαίνει ότι άμα μια ροή αποδόσεων παράγει ζημιές σε ένα μήνα, η πιθανότητα ότι και οι άλλες ροές θα σημειώσουν ζημιές είναι 82%, κάτι που φαίνεται και στο γράφημα 1 που παρουσιάζει τις δέκα μεγαλύτερες υφέσεις που συνέβησαν κατά την περίοδο 1962-2008.

Επιπλέον, σημειώνεται και συστηματικό – στατιστικό, μεγαλύτερο ύψος ύφεσης των σταθμισμένων δεικτών κεφαλαιοποίησης των αγορών σε σύγκριση με τον RAFI. Για τη σουηδική αγορά, η κατανομή των αποδόσεων του RAFI έχει ελαφρύτερες ουρές συγκριτικά με την αντίστοιχη κατανομή των αποδόσεων του σουηδικού MSCI, ενώ παράλληλα ο συντελεστής εξάρτησης ουράς είναι 70%.



*Boualem Djehiche & Jonas Rinné, Scandinavian Actuarial Journal, (2010)*

Οι κατανομές των μηνιαίων αποδόσεων ταιριάζουν - προσαρμόζονται στην κατανομή Student : $t(df)$ , με $(df)$ βαθμούς ελευθερίας				
Βαθμοί ελευθερίας (df)				
ΑΓΟΡΑ	RAFI	Market capitalization weighted index	10ετες Κρατικό ομόλογο	Συντελεστής εξάρτησης της ουράς μεταξύ RAFI και market capitalization weighted index
Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής	4.43	4.94	6.10	82%
Ηνωμένο Βασίλειο	3.67	3.36	15.81	72%
Ιαπωνία	9.69	12.71	3.10	79%
Ευροζώνη	4.03	4.28	9.11	76%
Σουηδία	5.06	3.82	8.81	70%
Υπόλοιπος κόσμος εκτός Ιαπωνίας	4.07	5.69	-	77%

*Boualem Djehiche & Jonas Rinné, Scandinavian Actuarial Journal, (2010)*

#### **5.4 Η ευαισθησία ως προς το επιτόκιο της αγοράς μετοχών**

Η ευαισθησία ως προς τα επιτόκια των μετοχικών δεικτών υπολογίζονται βάσει συσχετίσεων και της εμπειρικής διάρκειας, όπως ορίζονται από τον Leibowitz (1986), ως προς τη ταμειακή ροή του παθητικού ενός συνταξιοδοτικού ταμείου ή ενός καλού proxy όπως τα κυβερνητικά ομόλογα.

Η εμπειρική διάρκεια είναι η αρνητική beta της ευθείας της παλινδρόμησης των μετοχικών αποδόσεων, έναντι της αλλαγής της κατάλληλης ομολογιακής απόδοσης. Γίνεται αναφορά στους Lewin & Satchell (2001) για την ανάλυση της έννοιας της κεφαλαιακής διάρκειας καθώς και τη σύγκριση μεταξύ της εμπειρικής διάρκειας καθώς και άλλων μέτρων της κεφαλαιακής διάρκειας.

Οι συσχετίσεις και οι εμπειρικές διάρκειες που παρουσιάζονται στο Γράφημα 2 παράγονται βάσει των ετήσιων αποδόσεων για τις Ηνωμένες πολιτείες, την Ευρωζώνη, τη Σουηδία και τον κόσμο εκτός Ιαπωνίας. Στην περίπτωση της Αμερικής, η ανάλυση καλύπτει την περίοδο 1962-2005. Για την Ευρωζώνη η περίοδος είναι η 1984-2005 και για τη Σουηδία εξετάζεται η περίοδος 1984-2005. Για τον κόσμο εκτός Ιαπωνίας εξετάζεται η περίοδος 1988-2005. Το γεγονός ότι οι συγκεκριμένοι δείκτες έχουν μέση εμπειρική διάρκεια μεγαλύτερη του δύο, υποδηλώνει ότι οι μετοχές μπορούν εν δυνάμει να βελτιώσουν την σύνδεση μεταξύ στοιχείων ενεργητικού και στοιχείων παθητικού. Δυστυχώς, η αντίληψη ότι οι μετοχές έχουν μηδενική διάρκεια, αποτρέπει τη χρήση μετοχών για κάλυψη της αναντιστοιχίας μεταξύ ενεργητικού και παθητικού. Σε γενικές γραμμές, οι μετοχές αποτελούν καλύτερο proxy της πραγματικής οικονομίας απ' ότι τα ομόλογα.

Το γράφημα 2 δείχνει ότι ο RAFI είναι καλύτερος συγκριτικά με τον S&P 500 και τον MSCI καθώς παρέχει 0.3-2.9 χρόνια επιπλέον εμπειρικής διάρκειας για το χαρτοφυλάκιο στοιχείων ενεργητικού. Επιπροσθέτως, η μεγαλύτερη συσχέτιση με τα κρατικά ομόλογα συγκριτικά με τους άλλους δείκτες, βελτιώνει την αντιστοίχιση στοιχείων ενεργητικού και παθητικού.

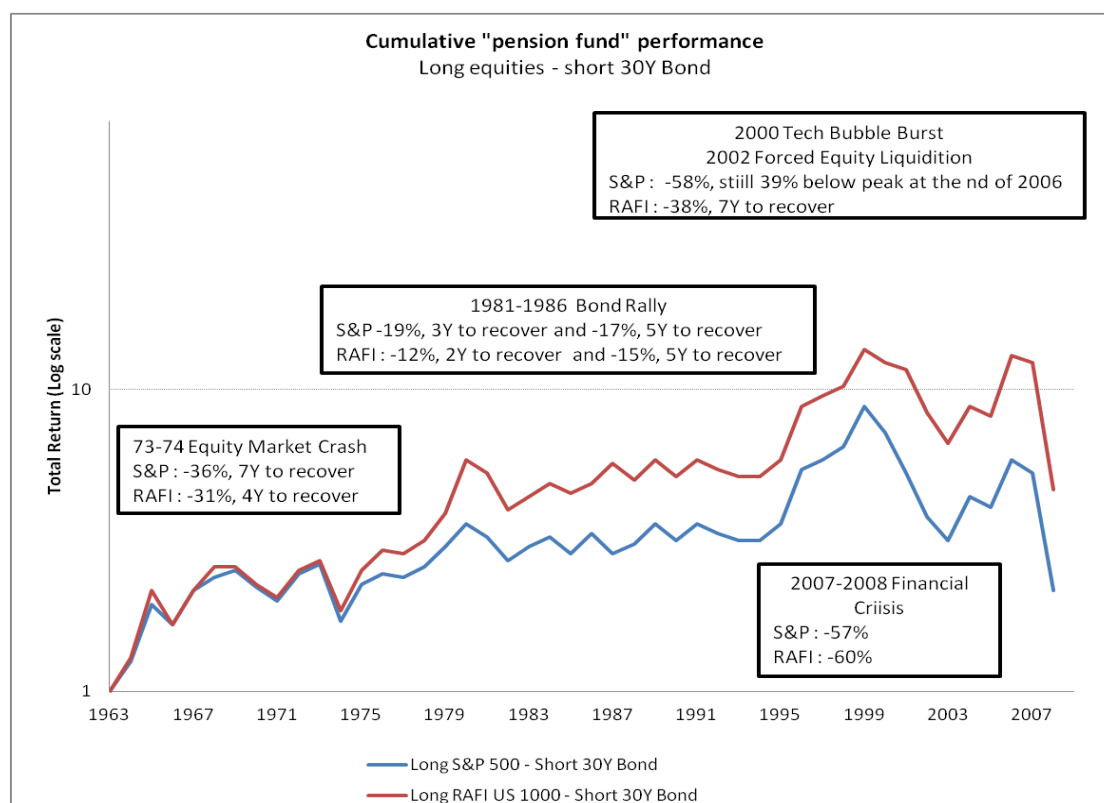
Η συγκεκριμένη ενότητα κλείνει με την παρουσίαση του γραφήματος 2 της Αμερικανικής αγοράς που ασχολείται τον δείκτη RAFI έναντι άλλων σταθμισμένων δεικτών κεφαλαιοποίησης.

Πίνακας 2: Correlations and empirical durations of RAFI and market capitalization weighted indexes vs. government bonds.

Market Equity	Bonds	Correlation with Bonds		Empirical duration vs Bonds	
		RAFI	Market capitalization weighted index	RAFI	Market capitalization weighted index
RAFI US 1000 vs S&P 500	US 10Y Treasury notes	0.18	0.13	2.01	1.24
RAFI Euro 150 vs MSCI euro	German 10Y bonds	0.18	0.16	4.26	3.92
RAFI Sweden 100 vs MSCI Sweden	Swedish 10Y Government bonds	0.22	0.07	4.90	2.02
RAFI World ex Japan vs MSCI world ex Japan	US 10Y Treasury notes	0.16	0.05	2.10	0.72
Average		<b>0.19</b>	<b>0.10</b>	<b>3.32</b>	<b>1.98</b>

*Boualem Djehiche & Jonas Rinné, Scandinavian Actuarial Journal, (2010)*

### Δυναμική διαχείριση ενεργητικού-παθητικού για συνταξιοδοτικά ταμεία



*Boualem Djehiche & Jonas Rinné, Scandinavian Actuarial Journal, (2010)*

Η ευαισθησία ως προς το επιτόκιο, ως συσχέτιση και εμπειρική διάρκεια, των αποδόσεων σταθμισμένων δεικτών κεφαλαιοποίησης και του RAFI αναλύθηκε κατά την προηγούμενη ενότητα. Αυτό συνέβη με τη χρήση ομολόγων ως proxy των στοιχείων παθητικού ενός συνταξιοδοτικού ταμείου.

Τα αποτελέσματα υποδηλώνουν ότι οι μετοχές έχουν την εν δυνάμει δυνατότητα να λειτουργήσουν ως σύνδεσμος μεταξύ των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού. Οι δείκτες είχαν μέση εμπειρική διάρκεια η οποία ήταν μεγαλύτερη του δύο. Μέσω της σύγκρισης ανάμεσα στους σταθμισμένους δείκτες κεφαλαιοποίησης και του RAFI επέδειξε ότι η συγκεκριμένη οικογένεια δεικτών όντως είναι ικανή να βελτιώσει την σύνδεση μεταξύ στοιχείων ενεργητικού και παθητικού ως προς μεγαλύτερες αποδόσεις. Σε αυτό το σημείο θα διερευνηθεί εάν ένα παρόμοιο συμπέρασμα δύναται να διεξαχθεί και στην περίπτωση ενός ανοικτού συνταξιοδοτικού ταμείου. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα νέα στοιχεία παθητικού υπό τη μορφή δικαιωμάτων πληρωμών σύνταξης θα προστεθούν με συνεχή τρόπο. Η εταιρεία θα προσπαθήσει να καλύψει τα μισά από τα νέα στοιχεία παθητικού μέσω συνεισφορών ενώ το άλλο μισό προσδοκάτε να καλυφθεί μέσω των αποδόσεων στοιχείων ενεργητικού που θα ξεπερνούν το προεξοφλητικό επιτόκιο των στοιχείων παθητικού.

Επιπροσθέτως, το συνταξιοδοτικό ταμείο είναι υποκείμενο σε μια ελάχιστη απαίτηση πτώχευσης 115%, δηλαδή όταν υπάρχει πτώση στις αποδόσεις των στοιχείων ενεργητικού τέτοια ώστε το επίπεδο πτώχευσης πέφτει κάτω από 115%, η εταιρεία θα πρέπει να διοχετεύσει πόρους έτσι ώστε να διατηρηθεί το κατώτατο επίπεδο.

Τα συνταξιοδοτικό ταμείο ακολουθεί μια θεσμοθετημένη πολιτική που καθορίζει το επίπεδο βιωσιμότητας στο 105% και μεγιστοποιεί την κατανομή ιδίων κεφαλαίων βάσει αυτού του κανονισμού. Κάθε χρόνο το χαρτοφυλάκιο ενεργητικού εξισορροπείται ξανά με σκοπό να ακολουθεί τα παραπάνω. Κατά το πρώτο χρόνο ο δείκτης βιωσιμότητα είναι 115% που σημαίνει ότι δεν υπάρχει ανάγκη επιπλέον καθαρών κεφαλαίων. Τέλος, το συνταξιοδοτικό ταμείο είναι εξαναγκασμένο να περάσει από ένα stress test που ονομάζεται traffic light rules που σημαίνει ότι το επίπεδο βιωσιμότητας πρέπει να είναι 105% ακόμα και αν τα ίδια κεφάλαια σημειώσουν πτώση 40% και επιπλέον, κάθε αναντιστοιχία διάρκειας δοκιμάζεται υπό την υπόθεση μεταβολής 30% της καμπύλης αποδόσεων. Τα traffic light rules είναι παρόμοια με ανάλογα τεστ που γίνονται στη Δανία και την Ολλανδία ως βάση του ευρωπαϊκού νόμου περί κινδύνου βιωσιμότητας.

Κάθε ακόλουθο χρόνο το αρχικό επίπεδο των στοιχείων ενεργητικού θα ισούται της σύνθεσης που είχε το χαρτοφυλάκιο τον προηγούμενο, με τοποθετήσεις στα επιλεγμένα προϊόντα και αγορές. Ο βασικός στόχος είναι η ελαχιστοποίηση της μεταβλητότητας των συνεισφορών.

Για διευκόλυνση, χρησιμοποιούνται μόνο αποδόσεις μετοχών του S&P 500, RAFI 1000 και RAFI 1000 enhanced, ώστε να διερευνηθεί άμα η βελτιστοποίηση ενός παθητικού δείκτη θα βελτιώσει το ρυθμό χρηματοδότησης.

Πρώτα θα αναλυθεί το πώς η αντιστοίχιση διάρκειας θα επηρεάσει την σταθερότητα των συνεισφορών στο συνταξιοδοτικό ταμείο. Στη συνέχεια, θα διερευνηθεί το πώς η αλλαγή από δείκτη σε δείκτη θα επηρεάσει την συμπεριφορά αυτών των συνεισφορών. Θα χρησιμοποιηθούν οι εξής τρεις διαφορετικοί επενδυτικοί συνδυασμοί:

- Ομόλογα US 30Y και S&P 500.
- Ομόλογα US 30Y και RAFI.
- Ομόλογα US 30Y και RAFI enhanced.

Η ανάλυση θα πραγματοποιηθεί σε ετήσια βάση για τις περιόδους 1980-2008 και 1990-2008. Θα παρουσιαστούν:

- Οι συνολικές αποδόσεις όλων των επενδυτικών προϊόντων.
- Ενεργητικό έναντι παθητικού, αλλαγές στο ενεργητικό και παθητικό κατά τις περιόδους.
- Ο δείκτης βιωσιμότητας
- Η συνεισφορά του σπόνσορα έναντι το πόσου-στόχου από τα κεφάλαια που πρέπει να διοχετευθούν προκειμένου να διατηρηθεί το ελάχιστο επίπεδο βιωσιμότητας.

## **5.5 Αποτελέσματα**

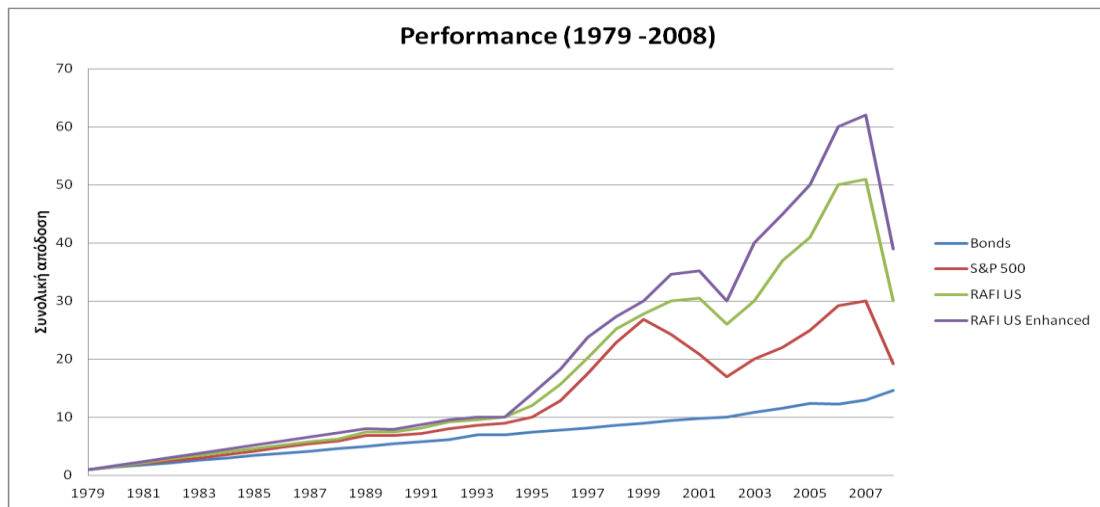
Το 2008 χαρακτηρίζεται από τη βαθιά κρίση στις χρηματαγορές, με τη μηνιαία μεταβλητότητα των μετοχών να αγγίζει το επίπεδο του 80% και οι αποδόσεις το -45% στους περισσότερους κύριους δείκτες. Το συγκεκριμένο γεγονός καθιστά εξαιρετικά δύσκολη την οποιαδήποτε σύγκριση μεταξύ των τριών στρατηγικών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τον περιορισμό της σύγκρισης στις περιόδους 1980-2007 και 1990-2007.

### **Η περίοδος 1980-2007**

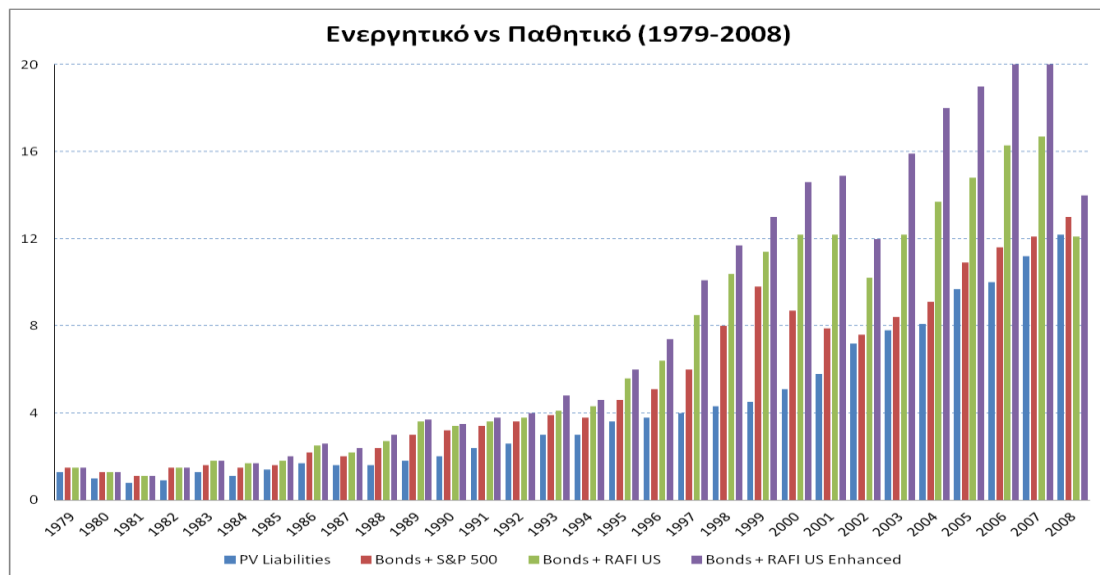
Κατά την περίοδο 1980-2007 η στρατηγική με ομόλογα και RAFI 1000 enhanced σημειώνει τη μεγαλύτερη αξία σε στοιχεία ενεργητικού και τη δεύτερη μεγαλύτερη τη σημειώνει η στρατηγική με ομόλογα και RAFI. Με την ίδια σειρά εμφανίζονται και τα αποτελέσματα πάνω στο δείκτη βιωσιμότητας.

Ο χαμηλότερος δείκτης βιωσιμότητας παρατηρείται την περίοδο μετά τη κρίση 2002-2004 από τη στρατηγική με ομόλογα και S&P 500, με το ύψος απαιτούμενων κεφαλαίων να κυμαίνεται μεταξύ 95% και 253%.

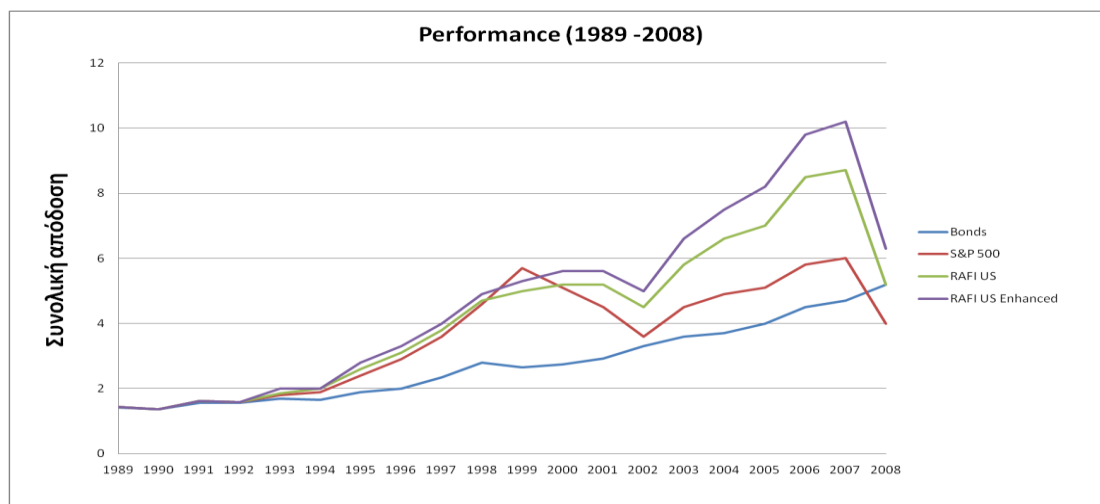
Ακολουθούν τα γραφήματα:



*Boualem Djehiche & Jonas Rinné, Scandinavian Actuarial Journal, (2010)*



*Boualem Djehiche & Jonas Rinné, Scandinavian Actuarial Journal, (2010)*



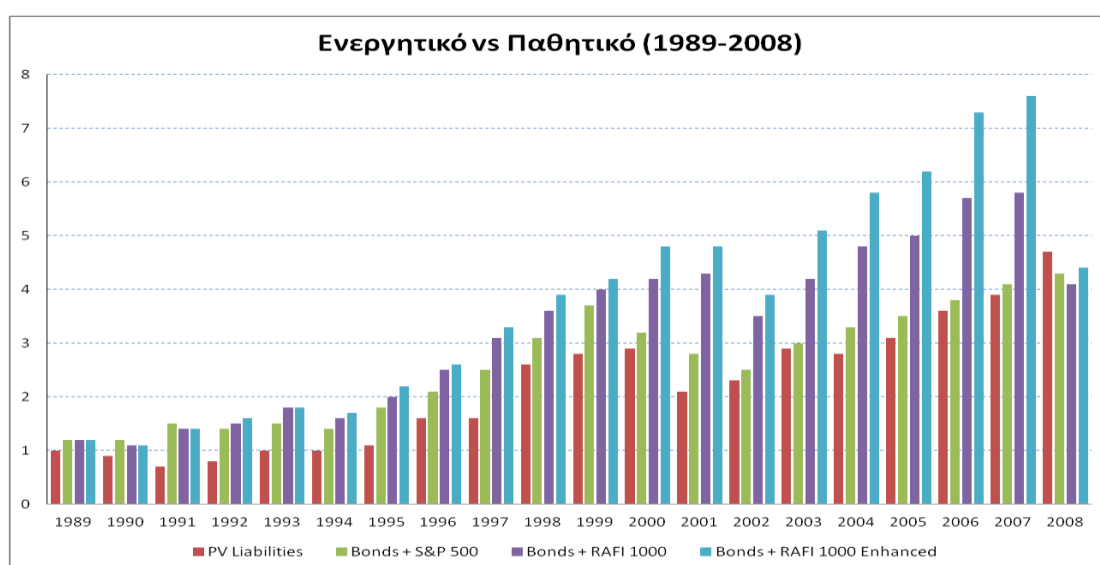
*Boualem Djehiche & Jonas Rinné, Scandinavian Actuarial Journal, (2010)*



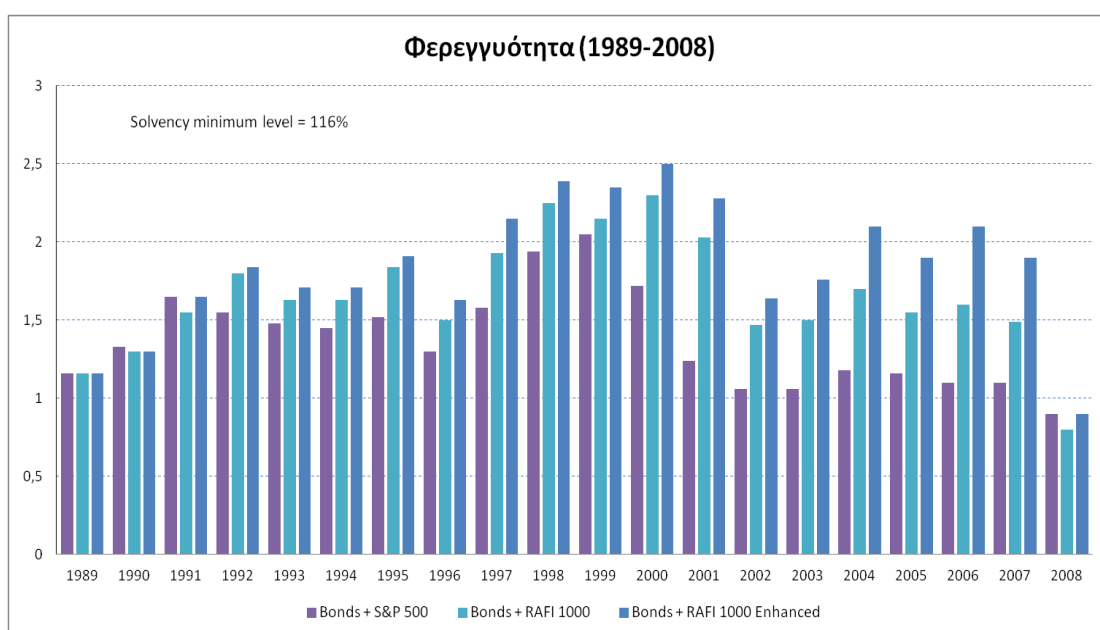
## Η περίοδος 1990-2007

Τα αποτελέσματα αυτής της περιόδου είναι ακριβώς ίδια με αυτά που αναφέρθηκαν παραπάνω με κυρίαρχη στρατηγική αυτή των ομολόγων μαζί με το RAFI 1000 enhanced και την στρατηγική με ομόλογα σε συνδυασμό με τον S&P 500 να έχει τις χειρότερες αποδόσεις. Αν και μέχρι 1999 η στρατηγική με ομόλογα και S&P 500 είναι οριακά χειρότερη, μετά δείχνει να καταρρέει ως σύμπτωμα της μετά-κρίσης περιόδου. Η στρατηγική με βάση τους δείκτες RAFI δεν δείχνει να επηρεάζεται από κάτι τέτοιο. Για την περίοδο 2002-2007 το ύψος επιπλέον κεφαλαίων για τη στρατηγική με βάση τον δείκτη S&P 500 κυμαίνονται μεταξύ 91% – 217%.

Ακολουθούν τα γραφήματα:



*Boualem Djehiche & Jonas Rinné, Scandinavian Actuarial Journal, (2010)*



*Boualem Djehiche & Jonas Rinné, Scandinavian Actuarial Journal, (2010)*

## **Συμπεράσματα**

Μέσω αυτής της συγκεκριμένης έρευνας των χαρακτηριστικών παθητικού που βασίστηκε σε ένα ανοιχτό συνταξιοδοτικό ταμείο, το οποίο είναι εξαναγκασμένο να επενδύει βάσει των περιορισμών που εφαρμόστηκαν σε συγκεκριμένες ευρωπαϊκές χώρες, ήρθαν στο φως σημαντικά αποτελέσματα για το αν οι μετοχές μπορούν να βοηθήσουν σε θέματα αναντιστοιχίας ενεργητικού - παθητικού. Διερευνήθηκε το πώς οι σταθμισμένοι δείκτες κεφαλαιοποίησης καθώς και η νέα κατηγορία θεμελιωδών, σταθμισμένων δεικτών, RAFI, μπορούν εν δυνάμει να βελτιώσουν την σύνδεση ενεργητικού και παθητικού.

Η σύγκριση μεταξύ τριών στρατηγικών έδειξε ότι η νέα γενιά δεικτών είναι σε θέση να επιτύχει κάτι τέτοιο, ενώ τα δεδομένα δείχνουν ότι στρατηγικές με βάση τον δείκτη S&P 500 εμφανίζουν παθογένειες που δεν εμφανίζουν οι δείκτες νεότερης γενιάς και οδηγούν σε διοχέτευση μεγαλύτερων ποσών κεφαλαίων προκείμενου τα επίπεδα βιωσιμότητας να μπορούν να διατηρηθούν.

## **Βιβλιογραφία**

1. Clifford, J.T. : "A Perspective on Asset-Liability Management: Part I", in: Bank Management, Brick, J.R., editor, R.F. Damae Inc., Richmond , Virginia, 1981.
2. Cornuejols, G. & Tutuncu, R. (2007). Optimization methods in finance. Cambridge.
3. Cox, J. C., Ingersoll Jr, J. E., & Ross, S. A. (1985). A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 385-407.
4. Djehiche, B. & Rinne, J. (2010). Can stocks help mend the asset and liability mismatch? *Scandinavian Actuarial Journal*, 2, 149-160.
5. Duration and convexity. (n.d.). [ebook] Virginia: University of Virginia, 3,7. Available at: <https://faculty.darden.virginia.edu/conroyb/Valuation/Val2002/F-1238.pdf>.
6. Financial Managers Society (2016). Choosing the Right ALM Modeling Solution.
7. Ho, T.S.Y.: Strategic Fixed Income Investment. Homewood, Ill., Dow Jones-Irwin, 1990.
8. Hull, C. (2003). Options, Futures and Other Derivatives. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
9. International Actuarial Association (2016). Asset Liability Management Techniques and Practices for Insurance Companies. [online] Available at: [http://www.actuaries.org/library/papers/riskbookchapters/ch13\\_asset\\_liability\\_management\\_24oct2016.pdf](http://www.actuaries.org/library/papers/riskbookchapters/ch13_asset_liability_management_24oct2016.pdf).
10. Joossens, E. and Schoutens, W. (2008). An Overview of Portfolio Insurances: CPPI and CPDO. JRC scientific and technical reports. [online] Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities, 11,12. Available at: <http://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC48827/eureport.pdf>.
11. Konno, H., & Yamazaki, H. (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. *Management science*, 37(5), 519-531.
12. Leibowitz, M. L. (1992). Investing: the collected works of Martin L. Leibowitz. Probus Professional Pub.
13. Leibowitz, M. L. (1996). Return targets and shortfall risks: studies in strategic asset allocation. Irwin Professional Publishing.
14. Leibowitz, M. L., & Weinberger, A. "Contingent immunization — Part I: Risk control procedures", *Financial Analysts Journal*, (November-December 1982), 17-31.
15. Leibowitz, M. L., & Weinberger, A. "Contingent immunization — Part II: Problem areas", *Financial Analysts Journal*, (January-February 1983), 35-50.
16. Lewin, R. A., & Satchell, S. (2001). The derivation of new model of equity duration.

17. Macaulay, F. R. (1938). Some theoretical problems suggested by the movements of interest rates, bond yields and stock prices in the United States since 1856. NBER Books.
18. Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
19. Optionstrading.org. (2017). Synthetic Positions - Different Types and Why Their Used. [online] Available at: <http://www.optionstrading.org/improving-skills/advanced-terms/synthetic-positions>.
20. Pelsser, A., & Vorst, T. (1996). Transaction costs and efficiency of portfolio strategies. *European Journal of Operational Research*, 91(2), 250-263.
21. Perold, A. (1986). Constant portfolio insurance. Harvard Business School. Unpublished manuscript.
22. Redington, F.M. : "Review of the Principle of Life Office Valuations", *Journal of the Institute of Actuaries* , 18 (1952), 286-340.
23. Reitano, R.R.: "Multivariate Duration Analysis", *Transactions of the Society of Actuaries*, Vol. XLIII (1991).
24. Reitano, R.R.: "Non-Parallel Yield Curve Shifts and Durational Leverage ", *The Journal of Portfolio Management* , (Summer 1990), 62-67.
25. Shiu, E. & Yong, Y. (1999). Closed-Form Formulas for Generalized Cox, Ingersoll and Ross Models. [online] 408. Available at: [http://www.actuaries.org/AFIR/Colloquia/Tokyo/Shiu\\_Yao.pdf](http://www.actuaries.org/AFIR/Colloquia/Tokyo/Shiu_Yao.pdf).
26. Sodhi, M. (2005). LP Modeling for Asset-Liability Management: A Survey of Choices and Simplifications. *OPERATIONS RESEARCH*, 53(2), 183-185,187.
27. Sodhi, M. S., & Tang, C. S. (2009). Modeling supply-chain planning under demand uncertainty using stochastic programming: A survey motivated by asset–liability management. *International Journal of Production Economics*, 121(2), 728-738.
28. Van Der Meer, R. and Smink, M. (1993). Strategies and Techniques for Asset-Liability Management: an Overview. *The Geneva Papers on Risk and Insurance*, 18(67).
29. Wilkie, A.D.: "Portfolio Selection in the Presence of Fixed Liabilities: A Comment on 'The Matching of Assets to Liabilities '", *Journal of the Institute of Actuaries* ,111 (1984), 229-77.
30. Wise, A. J. (1984). The Matching of Assets to Liabilities. *Jl A.*, Ill, 445. 1 6. Wilkie, AD (1 985). Portfolio Selection in the Presence of Fixed Liabilities: a Comment on" The Matching of Assets to Liabilities. *JIA*, 1(12), 229.
31. Wymer, C. R. (1972). Econometric estimation of stochastic differential equation systems. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 565-577.

32. Zenios, S. (1995). Asset/liability management under uncertainty for fixed-income securities. *Annals of Operations Research*, (59), 77-88.

## Glossary

Active account - Ενεργός λογαριασμός

Active immunization strategies - Ενεργητικές στρατηγικές εμβολιασμού

Asset and Liabilities Management - Διαχείριση ενεργητικού και παθητικού

Cash flow matching - Αντιστοίχιση ταμειακών ροών

Cash flow payment calendars - Χρονοδιάγραμμα καταβλητέων ταμειακών ροών

Cashflow Matching - Αντιστοίχιση ταμειακών ροών

Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI) - Διασφάλιση Χαρτοφυλακίου με στρατηγικές σταθερής αναλογίας

Discount rate - Προεξοφλητικό επιτόκιο

Equity - Ίδια κεφάλαια

Fixed coupon - Σταθερό Επιτόκιο

Flat term structure - Σταθερή καμπύλη επιτοκίων

Forwards - Συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης

Gap Analysis - Ανάλυση των διαφορών

Gap Analysis - Ανάλυση των διαφορών

Immunization - Εμβολιασμός

Key Rate Immunization - Προστασία βασικών τιμών

Macaulay duration - Διάρκεια Macaulay

Model conditioned immunization - Υπόδειγμα δεσμευμένου εμβολιασμού

Modified Macaulay duration - Τροποποιημένη διάρκεια Macaulay

Multiple Scenario Analysis - Ανάλυση Πολλαπλών Σεναρίων

Passive immunization strategies - Παθητικές στρατηγικές εμβολιασμού

Proxy - Προσεγγιστική μεταβλητή

Put option - Δικαίωμα πώλησης

Return driven strategies - Στρατηγικές απόδοσης

Return Driven techniques - Τεχνικές απόδοσης

Scenario-Based Model - Μοντέλο βάσει σεναρίου

Segmentation - Τμηματοποίηση

Standard Immunization - Τυποποιημένη προστασία

Surplus preservation - Διατήρηση Πλεονασμάτων

Term structure of interest rates – Καμπύλη επιτοκίων

Trade-off - Αντιστάθμιση

Value Driven techniques - Τεχνικές εσωτερικής αξίας